UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir

le titre de Docteur de Spécialité

(Mathématiques Appliquées)

par

Franquiberto DOS SANTOS PESSOA



ANALYSE FACTORIELLE DES CORRESPONDANCES

UNE APPLICATION A UN PROBLEME DE SOCIOLOGIE

Membres du Jury : M. BOUGHON, Président

MIe MARQUET, Examinateur
M. POUZET, Examinateur

MIe MARQUET, Rapporteur

INTRODUCTION.

Dans les applications pratiques, les techniques classiques d'analyse multidimensionnelles ne sont pas suffisamment efficaces pour un certain nombre de problèmes. De plus, l'application de telles techniques ne peut souvent s'effectuer que sous d'importantes hypothèses restrictives de normalité.

Les difficultés dans la détermination de relations entre caractères aléatoires et dans l'interprétation des résultats des analyses ont été le point de départ pour de nouvelles classes de techniques moins restrictives et dont l'interprétation des résultats est, pour certaines de ces méthodes, facilitée par leurs aspects descriptifs.

Dans une grande partie des cas, les études statistiques se font à partir d'échantillons multidimensionnels, qui se présentent sous la forme de vastes tableaux numériques. Plus les dimensions du tableau sont grandes, plus il est difficile au statisticien de déceler l'information que peut contenir un tel tableau.

Quelquefois, à partir de deux ensembles finis I et J, on crée des tableaux dans le but de chercher à dégager, dans chacun de ces ensembles, des structures qui dépendent de ses relations avec l'autre ensemble. De tels tableaux sont le point de départ de quelques unes de ces techniques de l'analyse factorielle (analyse en composantes principales, analyse factorielle des correspondances ...).

Du tableau rectangulaire de nombres, on passe à une représentation géométrique, dans un espace euclidien à grande dimension, d'un ensemble de points munis de masses (nuage) que l'on projette ensuite dans un espace de petite

dimension qui réalise le minimum de déformation, une fois fixée cette dimension.

Le choix de la métrique, la façon dont les tableaux sont obtenus à partir des

données sont les principales différences entre les différentes méthodes d'analyse
factorielle.

.

L'étude que nous proposons de faire constitue une application de l'analyse factorielle des correspondances à des données sociologiques. Ces données ont été établies par l'Equipe d'Etude des Loisirs et des Modèles Culturels du Centre National de la Recherche Scientifique (Paris), sous la direction de Monsieur Joffre Dumazedier, Maître de Recherches au C.N.R.S. Cet échantillon, constitué en 1957, a déjà servi de base à une étude des contenus du Loisir et de leurs significations culturelles, publiée aux Editions du Seuil à Paris, en 1966, sous le titre "Loisir et Culture" (1).

Madame N. SAMUEL et son équipe de sociologues souhaitaient soumettre ces mêmes données à l'étude d'un problème nouveau, à savoir : quelles sont les relations entre intérêts de loisir d'une part, obligations sociales (obligations de travail et de famille) et déterminants culturels (en particulier le niveau d'instruction individuel et familial) d'autre part, en profitant de ce travail pour utiliser une méthode qui connaît avec l'arrivée des ordinateurs un essor tout à fait nouveau : l'analyse factorielle des correspondances.

Cette méthode a été développée en particulier par Monsieur le Professeur J. P. Benzécri, de l'Institut de Statistiques de l'Université de Paris (I.S.U.P.).

⁽¹⁾ Dumazedier J. et Ripert A. - Loisir et la Ville. <u>Loisir et Culture</u>; Paris. Le Seuil, 1966.

Les programmes utilisés sont ceux qui ont été publiés par le Laboratoire de Statistique Mathématique du professeur Benzecri et qui ont été adaptés aux moyens de calcul à notre disposition à l'Université de Sciences et Techniques de Lille.

Nous remercions en particulier Monsieur le professeur BACCHUS, directeur de l'U.E.R. de l'I.E.E.A., qui nous a permis d'utiliser l'ordinateur BULL-M-40 du laboratoire de calcul de l'Université de Lille, pour l'élaboration des tableaux de correspondances utilisés dans notre étude. Nous remercions d'autre part Monsieur le professeur POUZET, directeur du Département d'Informatique de l'I.U.T. de Lille, qui a bien voulu accepter à titre exceptionnel que les analyses factorielles de correspondances soient effectuées sur l'ordinateur I.B.M. 360-25 de l'I.U.T.

Mademoiselle MARQUET, professeur à l'Université des Sciences et Techniques de Lille, a dirigé ce travail pour lequel j'ai également bénéficié des conseils particulièrement précieux de Monsieur LOSFELD, maître-assistant à l'I.U.T. Section informatique et de l'aide amicale de Monsieur VAN INGELANDT.

A tous, ma gratitude est acquise.

Elle est également acquise à Madame BERAT et à Madame LENGAIGNE qui ont eu la charge de la dactylographie de ce manuscrit.

Ce travail est divisé en trois parties :

- La première partie constitue un bref exposé mathématique de la méthode de l'analyse factorielle des correspondances.
- La deuxième partie est consacrée à la présentation des données et contient en détail tout le plan de l'étude auquel nous nous intéressons.
- La troisième partie contient les interprétations des diverses analyses factorielles de correspondances réalisées, et aussi les comparaisons entre les divers résultats, et la conclusion générale de notre étude.

Nous avons mis en annexe tous les graphes concernant les diverses analyses factorielles, ainsi que les tableaux descriptifs des caractères mis en correspondances.

1e PARTIE

I - Analyse factorielle d'un nuage de points.

1) <u>Définitions</u>.- Soient E un espace vectoriel réel de dimension finie et E* son dual algébrique.

Par abus de langage, on désigne encore par la lettre E l'espace affine ayant E pour espace vectoriel sous-jacent et 0 pour origine, et par E_G l'espace affine ayant E pour espace vectoriel sous-jacent et G pour origine.

1.1.) On appelle nuage un ensemble M de points $(M_i)_{i \in I}$ dans E, à chaque point étant affecté un scalaire positif m_i , appelé masse de M_i , l'ensemble d'indices I étant supposé fini.

On notera $M=(M_i,m_i)_{i\in I}$ ce nuage de points, et G le centre de gravité du nuage, i.e.

$$G = \frac{1}{m} \sum_{i \in I} m_i M_i$$

où
$$m = \sum_{i \in T} m_i$$
 I.1.1.

1.2.) Désignons par u et v deux éléments quelconques de E*.

La forme quadratique d'inertie du nuage $(M_i, m_i)_{i \in I}$ est la forme quadratique positive σ , définie sur E^* par la forme bilinéaire symétrique :

$$\sigma(\mathbf{u},\mathbf{v}) = \sum_{\mathbf{i} \in T} m_{\mathbf{i}} \mathbf{u}(\mathbf{M}_{\mathbf{i}} - \mathbf{G}) \mathbf{v}(\mathbf{M}_{\mathbf{i}} - \mathbf{G})$$
 I.1.2

ou alors

$$\sigma(u,v) = \sum_{i \in I} m_i u(GM_i) v(GM_i)$$
 I.1.3.

en posant $M_i-G = GM_i$.

 σ considéré comme application linéaire de E dans E est l'application que à u ε E fait correspondre $\sigma(u)$ ε E telle que pour tout v ε E :

$$v(\sigma(u)) = \sigma(u,v)$$

On a (1):

$$\sigma(u) = \sum_{i \in I} m_i(GM_i)GM_i$$
I.1.4.

1.3.) On appelle support du nuage le plus petit sous-espace affine S de l'espace affine E_G contenant tous les vecteurs $GM_1=M_1-G$ i ϵ I .

Remarque. - $\sigma(u) = 0$ si et seulement si u est nulle sur S. En effet :

$$\sigma(\mathtt{u},\mathtt{u}) = \sum_{\mathtt{i} \in \mathtt{I}} m_{\mathtt{i}} \big[\mathtt{u}(\mathtt{GM}_{\mathtt{i}})\big]^2 = 0 < \Longrightarrow \mathtt{u}(\mathtt{GM}_{\mathtt{i}}) = 0 \qquad \forall \ \mathtt{i} \in \mathtt{I} \implies \sigma(\mathtt{u}) = 0$$

D'autre part :

$$(u) = 0 \implies u(\sigma(u)) = 0 \iff \sigma(u,u) = 0.$$
 On a donc
$$\sigma(u) \iff \sigma(u,u) = 0 \qquad \text{d'où}$$

$$\sigma(u) = 0 \iff \sigma(u,u) = 0 \iff u(GM_i) = 0$$

$$\forall i \in I^{-1}, u \text{ s'annule sur } S.$$

Soit F une variété linéaire affine dans E.

⁽¹⁾ Dans la suite la lettre σ représentera aussi cette application linéaire de E^* dans E.

Notons $d(x,F) = min\{||x-y||$; y ϵ F} la distance d'un point x de E à la variété linéaire F.

$$I(F) = \sum_{i \in I} m_i d^2(M_i, F)$$
 I.1.5.

2) Ajustement linéaire.

Soient E l'espace euclidien muni de la forme quadratique Q définie positive, $(M_i, m_i)_{i \in I}$ un nuage dans E et p un entier positif.

On pose le problème suivant :

Parmi toutes les variétés linéaires affines de dimension p dans E, trouver celle qui possède la propriété suivante : le moment d'inertie du nuage par rapport à elle est minimum.

Remarques:

L'utilisation des remarques ci-dessous (théorème de Huyghens) permet de simplifier le problème.

2.1.) Si G est le centre de gravité du nuage $(M_i,m_i)_{i\in I}$, e un point de E et q une forme quadratique sur E, alors

$$\sum_{i \in I} m_i q(M_i - e, M_i - e) = \sum_{i \in I} m_i q(M_i - G, M_i - G) + q(e - G, e - G) \sum_{i \in I} m_i$$
1.2.1.

En effet,

$$\sum_{i \in I} m_i q(M_i - e, M_i - e) = \sum_{i \in I} m_i q(M_i - G + G - e, M_i - G + G - e) =$$

$$= \sum_{i \in I} m_i q(M_i - G, M_i - G) + \sum_{i \in I} m_i q(G - e, G - e) + 2 \sum_{i \in I} m_i q(M_i - G, G - e) .$$

Or,
$$\sum_{i \in I} m_i q(M_i - G, G - e) = q(G - G, G - e) \sum_{i \in I} m_i = 0$$

d'où la formule I.2.1.

2.2.) Soient F une variété linéaire dans E et F' la variété linéaire parallèle à F passant par le centre de gravité G du nuage $(M_1,m_1)_{i\in I}$. Alors,

$$I(F) \ge I(F')$$
 I.2.2.

En effet, soit H le sous-espace vectoriel de E tel que F = H + a, a étant un vecteur de E appartenant à F. On a alors:

$$F' = H + G$$

Soit q la forme quadratique définie sur E, telle que :

$$q(x,x) = Q(x-x_s,x-x_s)$$

où x_s est la projection Q-orthogonale de x sur H (forme quadratique de noyau H).

Alors, d'après I.2.1.,

$$\sum_{\mathbf{i} \in \mathbf{I}} \mathbf{m}_{\mathbf{i}} \mathbf{Q}(\mathbf{M}_{\mathbf{i}} - \psi_{\mathbf{i}}, \mathbf{M}_{\mathbf{i}} - \psi_{\mathbf{i}}) = \sum_{\mathbf{i} \in \mathbf{I}} \mathbf{m}_{\mathbf{i}} \mathbf{Q}(\mathbf{M}_{\mathbf{i}} - \mathbf{a} - (\psi_{\mathbf{i}} - \mathbf{a}), \mathbf{M}_{\mathbf{i}} - \mathbf{a} - (\psi_{\mathbf{i}} - \mathbf{a})) = \mathbf{i} \mathbf{e} \mathbf{I}$$

$$= \sum_{i \in I} m_i q(M_i - a, M_i - a) = \sum_{i \in I} m_i q(M_i - G, M_i - G) + q(a - G, a - G) \sum_{i \in I} m_i =$$

$$= \sum_{i \in I} m_i Q(M_i - G - (\emptyset_i - G), M_i - G - (\psi_i - G)) + Q(a - G - h, a - G - h) \sum_{i \in I} m_i$$

où h est la projection Q-orthogonale de a-G sur H. On obtient :

$$\sum_{\mathbf{i} \in I} m_{\mathbf{i}} Q(M_{\mathbf{i}} - \psi_{\mathbf{i}}, M_{\mathbf{i}} - \psi_{\mathbf{i}}) = \sum_{\mathbf{i} \in I} m_{\mathbf{i}} Q(M_{\mathbf{i}} - \psi_{\mathbf{i}}', M_{\mathbf{i}} - \psi_{\mathbf{i}}') + Q(\mathbf{a} - \mathbf{G} - \mathbf{h}, \mathbf{a} - \mathbf{G} - \mathbf{h}) \sum_{\mathbf{i} \in I} m_{\mathbf{i}}$$

d'où

$$I(F) = I(F') + md^{2}(F,F')$$

où $d^2(F,F')$ est le carré de la distance entre F et F', et $m = \sum\limits_{i \in I} m_i$. On a donc

$$I(F) \geqslant I(F')$$
.

- 2.3.) Si l'on suppose que le centre de gravité du nuage est l'origine de E, alors, d'après la remarque ci-dessus, le problème devient : chercher parmi tous les sous-espaces affines de E de dimension p, celui que minimise le moment d'inertie du nuage.
- 3) <u>Recherche du sous-espace de</u> E, <u>solution du problème de l'ajustement</u> linéaire.
- 3.1.) Soit E un espace euclidien de dimension n muni de la forme quadratique $Q^{(1)}$ définie positive, et $M = (M_i, m_i)_{i \in I}$ un nuage dans E, dont on suppose que le centre de gravité soit l'origine de E.
- 3.2.) Soit F un sous-espace de E de dimension p $(p \le n)$ et $\{f, \in E\}$, j = 1,...,p une base orthonormée de F (pour la métrique définie par Q).

Pour chaque j ϵ {1,...,p}, notons par $[f_j]$ le sous-espace de E engendré par le vecteur f_j .

⁽¹⁾ Dans la suite, l'application linéaire de E dans E* associée à cette forme quadratique, sera notée par la même lettre Q.

$$\begin{split} J(\left[\mathbf{f}_{j}\right]) &= \sum_{\mathbf{i} \in \mathbf{I}} \mathbf{m}_{\mathbf{i}} \mathbf{Q} \left[\mathbf{M}_{\mathbf{i}} - \mathbf{Q}(\mathbf{M}_{\mathbf{i}}, \mathbf{f}_{\mathbf{j}}) \mathbf{f}_{\mathbf{j}}, \mathbf{M}_{\mathbf{i}} - \mathbf{Q}(\mathbf{M}_{\mathbf{i}}, \mathbf{f}_{\mathbf{j}}) \mathbf{f}_{\mathbf{j}} \right] \\ &= \sum_{\mathbf{i} \in \mathbf{I}} \mathbf{m}_{\mathbf{i}} \mathbf{Q}(\mathbf{M}_{\mathbf{i}}, \mathbf{M}_{\mathbf{i}}) - \sum_{\mathbf{i} \in \mathbf{I}} \mathbf{m}_{\mathbf{i}} \left[\mathbf{Q}(\mathbf{M}_{\mathbf{i}}, \mathbf{f}_{\mathbf{j}})\right]^{2} . \end{split}$$

Si l'on remarque que $\sum_{i\in I} m_i Q(M_i,M_i) \quad \text{est le moment d'inertie du nuage}$ par rapport au sous-espace {0}, on peut encore écrire :

$$I([f_j]) = J(\{0\}) - \sum_{i \in I} m_i[Q(M_i, f_j)]^2$$

$$I.3.1.$$

ou alors,

$$J([f_{j}]) = J(\{0\}) - \sigma(Q(f_{j}),Q(f_{j}))$$
 I.3.2.

où $Q(f_j)$ est la forme linéaire définie sur E par :

$$(\forall x \in E)$$
 $Q(f_j)(x) = Q(f_j,x).$

On obtient :

$$\sum_{j=1}^{p} I([f_j]) = pI(\{0\}) - \sum_{i \in I} m_i \sum_{j=1}^{p} [Q(M_i, f_j)]^2$$
 d'où

$$\sum_{j=1}^{p} J([f_{j}]) = pI(\{0\}) - I(F^{0})$$
1.3.3.

où F° est le Q-orthogonal de F dans E.

Soit $\{f_{p+1},\ldots,f_n\}$ la base de F^O telle que $\{f_1,\ldots,f_p,f_{p+1},\ldots,f_n\}$ soit une base orthonormée de E.

Le vecteur M_i ϵ E s'écrit de manière unique comme M_i = M_i^F + M_i^F où M_i^F ϵ F et M_i^F ϵ F°.

$$I(\{0\}) = \sum_{i \in I} m_i Q(M_i^F + M_i^{F^\circ}, M_i^F + M_i^{F^\circ}) =$$

$$= \sum_{i \in I} m_i Q(M_i^F, M_i^F) + \sum_{i \in I} m_i Q(M_i^{F^\circ}, M_i^{F^\circ}).$$

On a alors,

$$I(\{0\}) = I(F^{\circ}) + I(F)$$
 I.3.4.

Les formules I.3.3. et I.3.4. nous donnent

$$I(F) = \sum_{j=1}^{p} I([f_j]) - (p-1) I(\{0\})$$
 I.3.5.

D'après I.3.2., on peut encore écrire,

$$I(F) = I(\{0\}) - \sum_{j=1}^{p} \sigma(Q(f_j), Q(f_j))$$
I.3.6.

La quantité

$$I(\lbrace 0 \rbrace) = \sum_{j=1}^{n} \sigma(Q(f_{j}), Q(f_{j}))$$

obtenu en posant p = n, est l'inertie totale du nuage.

On voit, d'après I.3.6., qui la recherche du sous-espace F se ramène à la recherche du système orthonormée $\{f_1,\ldots,f_p\}$ maximisant la quantité

$$\sum_{j=1}^{p} \sigma(Q(f_j),Q(f_j)) .$$

Posons pour tout $x \in E$ et pour tout $y \in E$

$$\psi(x,y) = \sigma(Q(x),Q(y)) .$$

 ψ est une forme bilinéaire symétrique sur E et l'application σ o Q de E dans E est l'opérateur linéaire symétrique associé à ψ .

Nous allons montrer que le sous-espace F est donné par un système orthonormé formé de p vecteurs propres correspondants aux p plus grandes valeurs propres de σ o Q.

Soient $\lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \cdots \leqslant \lambda_n$ les valeurs propres de σ o Q et $\{e_1, \cdots, e_n\}$ la base Q-orthonormée et \emptyset -orthogonale de E, formée de vecteurs propres de σ o Q, i.e.

$$Q(e_i,e_j) = \delta_j^{i} (1)$$

$$\psi(e_i,e_j) = \lambda_i \delta_j^i$$

Soit $\{\epsilon_1,\dots,\epsilon_n\}$ une autre base orthonormée de E. Nous allons montrer que pour $p\leqslant n,$ on a :

$$\sum_{i=1}^{p} \psi(\epsilon_i, \epsilon_i) \leq \sum_{j=n-p+1}^{n} \lambda_j.$$

On pose
$$\varepsilon_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} e_j$$
. Alors

$$\mathfrak{g}(\varepsilon_{\mathbf{i}},\varepsilon_{\mathbf{i}}) = \sum_{j=1}^{n} x_{\mathbf{i}j}^{2} \quad j = \sum_{j=1}^{n-p} x_{\mathbf{i}j}^{2} \lambda_{j} + \sum_{j=n-p+1}^{n} x_{\mathbf{i}j}^{2} \lambda_{j}$$

or $\lambda_{j} \leqslant \lambda_{n-p}$ pour $j \leqslant n-p$, donc

$$\psi(\varepsilon_{i},\varepsilon_{i}) \leq \lambda_{n-p}(\sum_{j=1}^{n-p} x_{ij}^{2}) + \sum_{j=n-p+1}^{n} x_{ij}^{2} \lambda_{j}$$

⁽¹⁾ Ici, et dans toute la suite, δ_j^i représente le δ de Kronecker.

Mais
$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}^{2} = 1$$
 done $\sum_{j=1}^{n-p} x_{ij}^{2} = 1 - \sum_{j=n-p+1}^{n} x_{ij}^{2}$

alors

$$\psi(\varepsilon_{i},\varepsilon_{i}) \leq \lambda_{n-p} + \sum_{j=n-p+1}^{n} x_{ij}^{2} (\lambda_{j} - \lambda_{n-p})$$

$$\sum_{i=1}^{p} \psi(\varepsilon_{i}, \varepsilon_{i}) \leq p\lambda_{n-p} + \sum_{1 \leq i \leq p} x_{i,j}^{2}(\lambda_{j} - \lambda_{n-p}) = \sum_{n-p+1 \leq i \leq n} x_{i,j}^{2}(\lambda_{j} - \lambda_{n-p}) = 0$$

$$y = p\lambda_{n-p} + \sum_{j=n-p+1}^{n} (\lambda_{j} - \lambda_{n-p}) (\sum_{i=1}^{p} x_{i,j}^{2}).$$

Mais
$$\sum_{i=1}^{n} x_{i,j}^2 = 1$$
, donc $\sum_{i=1}^{p} x_{i,j}^2 \le 1$

et puisque pour $j \ge n-p+1$, $\lambda_j - \lambda_{n-p} \ge 0$, on a

$$\sum_{i=1}^{p} \psi(\varepsilon_{i}, \varepsilon_{i}) \leq p\lambda_{n-p} + \sum_{j=n-p+1}^{n} (\lambda_{j} - \lambda_{n-p}) = \sum_{j=n-p+1}^{n} \lambda_{j}.$$

La solution au problème de l'ajustement linéaire se ramène donc à recherche des vecteurs propres $\{f_1,\dots,f_p\}$ de l'application σ o Q, correspondant aux p plus grandes valeurs propres, non nécessairement distinctes $\lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \dots \leqslant \lambda_p$, ces vecteurs propres étant choisis de telle façon qu'ils forment un système Q-orthonormé.

On suppose donc que $Q(f_i, f_j) = \delta_j^i \quad \forall i, j \in \{1, ..., p\}^2$.

La forme quadratique $\,\sigma\,$ étant positive, les valeurs propres $\,\lambda_{\,j}\,$ sont positives :

$$\begin{split} \sigma(Q(f_{j}),Q(f_{j})) &= Q(f_{j})(\sigma(Q(f_{j})) = Q(f_{j})(\lambda_{j}f_{j}) = \\ &= \lambda_{j} \ Q(f_{j},f_{j}) = \lambda_{j} \quad (\forall \ j = 1,\ldots,p). \end{split}$$

Si λ_k = 0 pour un certain $k \in \{1, \ldots, p\}$, alors d'après I.3.2. et I.3.5., le moment d'inertie du nuage relativement au sous-espace engendré par $\{f_1, \ldots, f_{k-1}, f_{k+1}, \ldots, f_p\}$ est le même que celui relativement au sous-espace engendré par $\{f_1, \ldots, f_p\}$. $\{f_k\}$ est orthogonal au support du nuage).

Les vecteurs f_j sont les axes principaux d'inertie ou <u>axes factoriels</u> du nuage.

L'intérêt du problème de l'ajustement linéaire étant dans la projection du nuage dans le sous-espace engendré par un petit nombre d'axes factoriels convenablement choisis, on ne s'intéresse pas aux axes factoriels correspondant aux valeurs propres nulles.

Une forme linéaire vecteur propre de l'application Q o σ de E dans

E correspondant a une valeur propre non nulle est appelé un facteur du nuage.

Si u ε E et f ε E sont vecteurs propres correspondant aux valeurs propres λ et μ de Q o σ et σ o Q respectivement, alors on a

$$Q \circ \sigma(u) = \lambda u \implies \sigma \circ Q \circ \sigma(u) = \lambda \sigma(u)$$

$$\sigma \circ Q(f) = \mu f \implies Q \circ \sigma \circ Q(f) = \mu Q(f)$$
I.3.7

Il est équivalent de chercher les valeurs propres non nulles de $\,\sigma\,$ o Q ou de Q o $\,\sigma\,$.

Pour montrer que les valeurs propres non nulles de Q o σ sont les mêmes que celles de σ o Q, on va d'abord voir que si u ε E est un vecteur propre non nul de Q o σ , correspondant à une valeur propre non nulle, alors $\sigma(u)$ n'est pas nul.

Soit u \in E* vecteur propre de Q o σ correspondant à une valeur propre $\lambda \neq 0$, tel que

$$u(x) = 0 \quad \forall x \in S$$
.

Soit $x \in E$. Alors, d'après la remarque de la page 1.2.,

$$u(x) = \frac{1}{\lambda} Q \circ \sigma(u)(x) = \frac{1}{\lambda} Q(\sigma(u), x) = 0$$

On voit donc qu'un vecteur propre de Q o σ correspondant à une valeur propre non nulle, est nul sur E, si et seulement si il est nul sur S. Donc, si u ε E est un vecteur propre non nul de Q o σ correspondant à une valeur propre non nulle, alors $\sigma(u)$ n'est pas nul.

Réciproquement, si μ = 0 est valeur propre de σ o Q, le vecteur propre f correspondant appartient à S, et la forme linéaire Q(f) n'est pas identiquement nulle (Q(f,f) \neq 0). Donc d'après I.3.7., μ est valeur propre de Q o σ .

On voit donc d'après I.3.7. qu'il est équivalent de chercher les axes factoriels correspondant aux valeurs propres non nulles ou les facteurs du nuage.

Au facteur u associé à la valeur propre λ , et tel que $\sigma(u,u)$ = 1, correspond l'axe factoriel $\frac{\sigma(u)}{\sqrt{\lambda}}$. En effet :

$$\frac{\sigma(u)}{\sqrt{\lambda}}$$
 est vecteur propre de σ o Q et :

$$Q\left(\frac{\sigma(u)}{\sqrt{\lambda}}, \frac{\sigma(u)}{\sqrt{\lambda}}\right) = \frac{1}{\lambda} Q(\sigma(u), \sigma(u)) = \frac{1}{\lambda} Q(\sigma(u))(\sigma(u)) = \frac{1}{\lambda} \lambda u(\sigma(u)) = \sigma(u, u) = 2.$$

La restriction d'un facteur u au support du nuage est à une multiplication près par un scalaire, l'opérateur de projection du nuage sur l'axe factoriel correspondant :

En effet, si λ est la valeur propre correspondante à u, alors $\frac{\sigma(u)}{\sqrt{\lambda}}$ est l'axe factoriel correspondant et l'on a \forall i ε I :

$$\begin{split} \mathbb{Q}(\mathbb{GM}_{\hat{\mathbf{1}}}, \frac{\sigma(\mathbf{u})}{\sqrt{\lambda}}) &= \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \, \mathbb{Q} \, \circ \, \sigma(\mathbf{u})(\mathbb{GM}_{\hat{\mathbf{1}}}) = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda}} \, \mathbf{u}(\mathbb{GM}_{\hat{\mathbf{1}}}) \\ &= \sqrt{\lambda} \, \mathbf{u}(\mathbb{GM}_{\hat{\mathbf{1}}}) \, . \end{split}$$

L'ensemble F des facteurs peut être choisi de telle façon que

$$\sigma(u,v) = \delta_v^u \quad \forall u,v \in F$$
 I.2.9.

$$où \quad \delta_{v}^{u} = \begin{cases} 1 & \text{si } u = v \\ 0 & \text{si } u \neq v. \end{cases}$$

En effet:

Q considéré comme un isomorphisme de E sur E*, est l'application de E sur E que à x de E fait correspondre $Q(x) \in E^*$, définie pour tout $y \in E$ par :

$$Q(x)(y) = Q(x,y)$$
.

Cet isomorphisme permet de munir E^* d'une structure euclidienne donnée par la forme bilinéaire ψ , défini pour tout $(u,v) \in E^* \times E^*$ par

où $x \in E$ et $y \in E$ sont tels que

$$Q(x) = u$$
 et $Q(y) = v$.

Dans l'espace euclidien ainsi défini, l'application $Q \circ \sigma$ de E^* dans E^* est l'opérateur linéaire symétrique associé à la forme bilinéaire symétrique σ : en effet,

soient $u \in E^*$, $v \in E^*$. Alors il existe $x \in E$ et $y \in E$ tels que

$$Q(x) = Q \circ \sigma(u)$$

$$Q(y) = v.$$

La première de ces égalités nous donne $x = \sigma(u)$ et alors,

$$\psi(Q \circ \sigma(u), v) = Q(\sigma(u), y) = Q(y)(\sigma(u)) =$$

$$= v(\sigma(u)) = \sigma(u, v).$$

En conséquence, si u et v appartient à la base orthonormée (pour ψ) de E* formée des vecteurs propres de Q o σ , alors,

$$\sigma(u,v) = \lambda \psi(u,v) = \lambda \delta_v^u$$

où λ est la valeur propre associée à u. La forme quadratique σ étant positive, on a

$$\sigma(u,u) = \lambda \ge 0$$
.

Comme, par définition, les facteurs sont des vecteurs propres correspondant à des valeurs propres non nuls, l'ensemble F des facteurs peut être choisi de façon à satisfaire I.3.9.

Le système de facteurs ainsi obtenu et la relation I.3.8. nous donnent les projections du nuage sur les axes factoriels correspondant à ces facteurs.

Ii - analyse factorielle des correspondances.

1°) Ensembles en correspondance.

Deux ensembles I et J sont dits en correspondance s'il existe des relations entre les éléments de ces deux ensembles, ces relations pouvant se traduire de différentes manières.

Si les relations sont exprimées par des nombres entiers, positifs ou nuls, associées à chacun des couples (i,j) i ϵ I, j ϵ J et qui indiquent répétition, on dit avoir une correspondance statistique.

Si les relations s'expriment par une mesure de probabilité sur $I \times J \quad \text{qui à chaque couple} \quad (i,j) \in I \times J \quad \text{associe un nombre réel positif ou}$ nul et telle que $\sum_{(i,j) \in I \times J} p(i,j) = 1, \text{ alors on a une correspondance aléatoire.}$

Dans la pratique, le cas le plus souvent traité c'est celui d'une correspondance statistique, considérée comme échantillon d'une correspondance aléatoire.

Si I et J sont deux ensembles en correspondance, l'analyse factorielle des correspondances permette la description des associations entre les éléments de l'ensemble I (resp. J), compte tenu de ses relations avec l'ensemble J (resp. I).

2°) Description de la méthode.

Soient I et J deux ensembles finis à r et s éléments respectivement, et $P=\{(p(i,j))\}$ rs nombres positifs ou nuls tels que $i \le j \le s$

 $\sum_{j \in I} p(i,j) = 1$, définissant la correspondance entre les deux ensembles. 1 $\leq i \leq r$

Souvent, le tableau rectangulaire P à r lignes et s colonnes est obtenu à partir tableau $K = \{(k(i,j))\}_{\substack{1 \le i \le r \\ 1 \le j \le s}}$ de nombres entiers positifs ou nuls en

posant
$$p(i,j) = \frac{k(i,j)}{k}$$
, $1 \le i \le r$ $1 \le j \le s$ où $k = \sum_{\substack{1 \le i \le r \\ 1 \le j \le s}} k(i,j)$

Ainsi, par exemple, si I est l'ensemble des spécialités de travail dans une entreprise de construction de bâtiments (maçon, menuisier, plombier etc..) et J est un ensemble de journaux de la presse quotidienne (France Soir, Figaro, Le Monde etc...) k(i,j) est le nombre d'employés de la spécialité i qui lisent le quotidien j.

Notons :

$$\begin{aligned} & p_{i,j} = p(i,j) & & & & & & \\ & p_{i,j} = \sum_{i=1}^{r} & p(i,j) & & & & \\ & p_{i,i} = \sum_{j=1}^{s} & p(i,j) & & & \\ & p_{i,i} = \sum_{j=1}^{s} & p(i,j) & & & \\ & p_{i,j} = \{p_{i,j}; & 1 \le i \le r\} & & & \\ & p_{i,j} = \{p_{i,j}; & 1 \le j \le s\} & & & \\ \end{aligned}$$

Le tableau $P = \{p_{ij}\}_{1 \le i \le r}$ obtenu à partir du tableau $1 \le j \le s$

K = $\{k(i,j)\}$ peut être considéré comme échantillon d'une loi de $1 \le j \le s$

probabilité p!; sur l'ensemble I \times J ; sous l'hypothèse d'indépendance des lois marginales p'; et p! , la quantité

$$M^{2} = k \sum_{\substack{1 \le i \le r \\ 1 \le j \le s}} \frac{(p_{ij} - p_{i}, p_{ij})^{2}}{p_{i}, p_{ij}}$$
II.2.2.

est asymptotiquement un χ^2 à (r-1) (s-1) degrés de liberté.

La quantité M^2 mesure l'écart entre une loi de probabilité définie sur $I \times J$ et la loi produit de ses lois marginales.

L'analyse des correspondances cherche à décrire les associations entre éléments de I, (resp. J) et entre les éléments de I et ceux de J, dont rend compte l'écart.

Soit $P_{_{
m I}}$ l'ensemble des mesures de probabilités définies sur l'ensemble I et $p_{_{
m I}}$ = $(p_{_{
m I}},\ldots,p_{_{
m I}})$ ϵ $P_{_{
m I}}$ telle que $p_{_{
m i}}$ > 0 pour tout i ϵ I.

La distance du χ^2 de centre p_I est la fonction définie sur $P_I \times P_I$ qui à deux éléments $p_I^{(1)} = (p_1^{(1)}, \dots, p_r^{(1)}) \in P_I$, $p_I^{(2)} = (p_1^{(2)}, \dots, p_r^{(2)}) \in P_I$ fait correspondre

$$t^{2} = \sum_{i=1}^{r} \frac{1}{p_{i}} (p_{i}^{(1)} - p_{i}^{(2)})^{2}$$
 II.2.3.

Représentation euclidienne de l'ensemble J.

Dans toute la suite, $P = \{p_i\}_{1 \le i \le r}$ est supposé obtenu à partir $1 \le i \le s$

d'un tableau $\{k(i,j)\}_{\substack{1\leqslant i\leqslant r\\1\leqslant j\leqslant s}}$ de nombres entiers positifs ou nuls ne contenant

pas des lignes ou des colonnes avec tous ses éléments nuls.

L'ensemble J (resp. I) sera représenté par un nuage d'un espace euclidien, muni d'une forme quadratique définie positive qui définit sur l'ensemble J (resp. I) une distance qui rend compte des associations vis-à-vis de ses relations avec l'ensemble I (resp. J).

On fait l'analyse factorielle du nuage ainsi obtenu, en cherchant les facteurs et les axes factoriels, et en projetant le nuage dans l'espace des premiers axes factoriels.

<u>Le nuage</u> N(J).

On muni R^r de la forme quadratique définie positive dont la matrice dans la base canonique $\{e_1,\dots,e_r\}$ est donné par

$$Q(e_{\ell}, \ell_{k}) = \frac{\delta_{k}^{\ell}}{p} \qquad 1 \le \ell \le r$$

$$1 \le k \le r$$

Dans cet espace, l'ensemble J est représenté par le nuage N(J) des s points $P_{I,j}$ 1 \leqslant j \leqslant s où

$$P_{ij} = (p_{1j}/p_{ij}, ..., p_{rj}/p_{ij}), (j = 1,...,s)$$
 II.2.4.

ces points étant munis des masses p_j j = 1,...,s respectivement.

Pour la métrique définie par la forme quadratique Q, le carré de la distance entre les deux points $P_{{\bf I}{\bf j}}$, est donné par

$$d^{2}(P_{Ij}, P_{Ij'}) = \sum_{i=1}^{r} \frac{1}{P_{i}} (\frac{P_{ij}}{P_{ij}} - \frac{P_{ij'}}{P_{ij'}})^{2}$$
 II.2.5.

chaque point du nuage N(J) définit une mesure de probabilité sur l'ensemble I; le centre de gravité du nuage est le point $p_I = (p_1, \dots, p_r)$ de R^r (qui définit lui aussi une mesure de probabilité sur I).

Dans l'ensemble J la distance d(j,j') entre deux éléments j'et j'est mesurée par la formule II.2.5., c'est-à-dire par la métrique du χ^2 de centre p_T .

Par ailleurs, le vecteur $\,\mathbf{p}_{\mathrm{I}}\,$ est orthogonal au support du nuage. En effet,

$$Q(P_{Ij} - p_{I^{\bullet}}, p_{I^{\bullet}}) = \sum_{i=1}^{r} \frac{1}{p_{i^{\bullet}}} (\frac{p_{ij}}{p_{\bullet j}} - p_{i^{\bullet}}) p_{i^{\bullet}} = 1 - 1 = 0$$
 II.2.6.

Le nuage N(I)

De façon analogue, dans R^S muni de la forme quadratique

$$Q_{1}(e_{\ell}, \ell_{k}) = \frac{\delta_{k}^{\ell}}{p_{\ell} \ell} \qquad 1 \le i \le s$$

$$1 \le k \le s \qquad II.2.7.$$

l'ensemble I est représenté par le nuage N(I) des points P_{Ji} 1≤i≤r où

$$P_{Ji} = (\frac{p_{i1}}{p_{i}}, \dots, \frac{p_{is}}{p_{i}})$$
 $i = 1, \dots, r$ II.2.8.

ces points étant munis respectivement des masses p_{i} = i = 1,...r.

La distance entre deux points i et i' de I est donnée par

$$d_1(i,i') = \sum_{i=1}^{s} \frac{1}{p_{i,j}} (\frac{p_{i,j}}{p_{i,i}} - \frac{p_{i,j}}{p_{i,i}})^2$$

c'est-à-dire la métrique du χ^2 de centre $p_{\bullet,J}$.

Analyse du nuage N(J).

La distance définie dans J a l'avantage de rendre compte de la correspondance; elle ne dépend que des probabilités conditionnelles et cumulées (estimées par des fréquences) sur I, et satisfait le principe de l'équivalence distributionnelle : si deux éléments j' et j" s'associent de la même façon aux éléments de χ I, dans le sens que $p_{ij}/p_{\cdot j} = p_{ij}/p_{\cdot j}$, pour tout élément i de I, le remplacement dans la correspondance, de ces deux points par un seul élément j, où l'on pose p(i,j) = p(i,j') + p(i,j''), ne change pas les résultats de l'analyse.

Calcul des facteurs.

Dans la base duale $\{e_1^*,\ldots,e_r^*\}$ de la base canonique, la forme quadratique d'inertie du nuage N(J) s'écrit,

$$\sigma(e^*,e_k^*) = \sum_{j=1}^s p_{\cdot j}(p_{ij}/p_{\cdot j} - p_{k\cdot}) (p_{kj}/p_{\cdot j} - p_{k\cdot})$$

ou encore

$$\sigma(e_{\ell}^{*}, e_{k}^{*}) = \sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell,j} p_{k,j}}{p_{\ell,j}} - p_{\ell} p_{k}. \quad 1 \leq \ell \leq r$$

$$1 \leq k \leq r$$

$$1 \leq k \leq r$$

$$1 \leq k \leq r$$

$$\sigma_{1}(e_{i}^{*},e_{k}^{*}) = \sum_{j=1}^{s} \frac{p_{ej} p_{kj}}{p_{\cdot j}}$$
 II.2.10.

elle représente la forme quadratique d'inertie du nuage N(J) relativement à l'origine de R^r . Si l'on note $A = (\alpha_k^e)$ la matrice de $Q \circ \sigma$, alors

$$\alpha_{k}^{e} = \frac{1}{p_{\ell \bullet}} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{ej} p_{kj}}{p_{\bullet j}} - p_{\ell \bullet} p_{k \bullet} \right)$$

d'où

$$\alpha_{k}^{e} = \sum_{j=1}^{s} \frac{p_{ej} p_{kj}}{p_{\ell} p_{\ell}} - p_{k}$$
 $i \leq \ell \leq r$

Pour 1 < l < r et 1 < k < r on note

$$A_1 = (a_k^{\ell})$$

la matrice dont les éléments a sont donnés par :

$$a_{k}^{\ell} = \sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\ell \cdot} p_{\cdot j}}$$
II.2.11.

L'espace dual de l'espace R^r étant identifié à R^r , un facteur du nuage relatif à une valeur propre λ est le vecteur (colonne) $u_I = \{u_\ell \; ; \; 1 \!\!<\! \ell \!\!<\! r\}$ tel que

$$A u_T = \lambda u_T$$

c'est-à-dire

$$(\forall 1 \leq l \leq r) \qquad \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{l,j} p_{k,j}}{p_{l \cdot p_{\cdot,j}}} - p_{k \cdot} \right) u_{k} = \lambda u_{l} \qquad \text{II.2.12.}$$

ou alors,

$$(\forall 1 \leq l \leq r) \qquad \qquad \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{lj} p_{kj}}{p_{l \cdot} p_{\cdot j}} \right) u_{k} - \sum_{k=1}^{r} p_{k \cdot} u_{k} = \lambda u_{l} \qquad \text{II.2.13.}$$

On ne s'intéresse qu'aux vecteurs propres relatifs aux valeurs propres non nulles, et dans ce cas (I.3.9.) les vecteurs propres peuvent être choisis de telle façon qu'ils soient orthonormés au sens suivant : si u et v sont deux de ces vecteurs, alors

$$\sigma(u,v) = \delta_v^u$$

On suppose désormais que le système de facteurs (les valeurs propres correspondantes sont non nulles) sont ainsi orthonormés.

Au facteur $u_1 = (u_1, ..., u_r)$ relatif à la valeur propre λ correspond l'axe factoriel (cf. page

$$f_{I} = (f_{1}, \dots, f_{r}) = \frac{\sigma(u_{I})}{\sqrt{\lambda}}$$
.

Si 1 < l < r, on a donc, d'après II.2.9 et II.2.12

$$\sqrt{\lambda} f_{\ell} = \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\bullet j}} - p_{\ell \bullet} p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\bullet j} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\bullet j} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\bullet j} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\bullet j} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\bullet j} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\bullet j} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\bullet j} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\bullet j} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\bullet j} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\bullet j} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\ell \bullet} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\ell \bullet} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\ell \bullet} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell j} p_{k j}}{p_{\ell \bullet} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell \bullet} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell \bullet} p_{k j}}{p_{\ell \bullet} p_{\ell \bullet}} - p_{k \bullet} \right) u_{k} = p_{\ell} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell \bullet} p_{k j}}{p_{\ell \bullet} p_{\ell \bullet}} - p_{\ell} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell \bullet} p_{k j}}{p_{\ell \bullet} p_{\ell \bullet}} - p_{\ell} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell} p_{\ell \bullet}}{p_{\ell \bullet} p_{\ell \bullet}} - p_{\ell} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell} p_{\ell \bullet}}{p_{\ell} p_{\ell}} - p_{\ell} \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell} p_{\ell}}{p_{\ell}} \right) \right) u_$$

D'où

$$f_I = \sqrt{\lambda}(p_1, u_1, \dots, p_r, u_r)$$
 II.2.14

L'axe factoriel $f_{\rm I}$ étant contenu dans le support du nuage il est, d'après II.2.6., orthogonal à

$$p_{I \cdot} = (p_{1 \cdot}, \dots, p_{r \cdot})$$

Alors

$$\sqrt{\lambda} \sum_{k=1}^{r} p_{k} \cdot u_{k} = 0$$
.

Donc si u_T est un facteur du nuage ($\lambda > 0$), alors

$$\sum_{k=1}^{r} p_{k} \cdot u_{k} = 0 II.2.15.$$

On voit donc, d'après II.2.13, que si $u_{\rm I}$ est vecteur propre de Q o σ , relatif à une valeur propre non nulle, alors $u_{\rm I}$ est vecteur propre de Q o σ_1 , relatif à la même valeur propre. D'autre part, il est facile de voir que le vecteur δ dont toutes ses composantes sont égales à 1, est un vecteur propre de Q o σ_1 relatif à la valeur propre 1; si $u_{\rm I}$ est un vecteur propre de Q o σ_1 relatif à une valeur propre non nulle autre que 1, on doit avoir :

$$\sigma_1(u_I, \delta) = 0$$
.

On a alors

$$0 = \sum_{\substack{k,k=1}}^{r} u_{k} \sum_{j=1}^{s} \frac{p_{ij} p_{kj}}{p_{\cdot j}} = \sum_{k=1}^{r} u_{k} \sum_{\substack{k=1}}^{r} \sum_{j=1}^{s} \frac{p_{ij} p_{kj}}{p_{\cdot j}} =$$

$$= \sum_{k=1}^{r} u_{k} \sum_{j=1}^{s} \frac{p_{kj}}{p_{\cdot j}} \sum_{k=1}^{r} p_{ij} = \sum_{k=1}^{r} u_{k} p_{k}.$$

Donc, d'après II.2.12, u_T est aussi vecteur propre de Q o δ .

A part δ , qui est aussi vecteur propre de $Q \circ \sigma$, mais relatif à la valeur propre zéro, on voit que les vecteurs propres de $Q \circ \sigma_1$ relatif aux valeurs propres non nulles, sont les mêmes que ceux de $Q \circ \delta$, et relatif aux mêmes valeurs propres.

La détermination des facteurs revient ainsi à la recherche des vecteurs propres de Q o σ_1 , et donc à la recherche des vecteurs propres de la matrice

$$A_1 = (a_k^{\ell}) \quad \text{où} \quad a_k^{\ell} = \sum_{j=1}^{s} \frac{p_{\ell,j} p_{k,j}}{p_{\ell \cdot} p_{\cdot,j}}$$
 II.2.16.

Par ailleurs, l'orthonormalisation peut être faite suivant σ_1 . En effet , si $u_{\bar{I}}$ et $v_{\bar{I}}$ sont deux vecteurs propres de Q o σ_1 relatifs à des valeurs propres non nulles, alors

$$\sigma(\mathbf{u}_{\mathbf{I}}, \mathbf{v}_{\mathbf{I}}) = \sum_{\substack{\ell, \mathbf{k}=1}}^{r} \left(\sum_{\mathbf{j}=1}^{s} \frac{\mathbf{p}_{\ell, \mathbf{j}} \mathbf{p}_{\mathbf{k}, \mathbf{j}}}{\mathbf{p}_{\cdot, \mathbf{j}}} - \mathbf{p}_{\ell, \cdot} \mathbf{p}_{\mathbf{k}, \cdot}\right) \mathbf{u}_{\ell} \mathbf{v}_{\mathbf{k}} =$$

$$= \sum_{\substack{\ell, \mathbf{k}=1 \\ \ell, \mathbf{k}=1}}^{r} \left(\sum_{\mathbf{j}=1}^{s} \frac{\mathbf{p}_{\ell, \mathbf{j}} \mathbf{p}_{\mathbf{k}, \mathbf{j}}}{\mathbf{p}_{\cdot, \mathbf{j}}}\right) \mathbf{u}_{\ell} \mathbf{v}_{\mathbf{k}} - \sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell=1}}^{r} \mathbf{p}_{\ell, \cdot} \mathbf{u}_{\ell} \sum_{\mathbf{k}=1}^{r} \mathbf{p}_{\mathbf{k}, \cdot} \mathbf{v}_{\mathbf{k}}$$

D'après II.2.15. le dernier terme est nul. D'où

$$\sigma(u_{\underline{I}}, v_{\underline{I}}) = \sigma_1(u_{\underline{I}}, v_{\underline{I}})$$

Notons par P_{JI} la matrice à r lignes et à s colonnes, dont la i-ème ligne est formée par les composantes du vecteur P_{Ji} (v. II.2.8), et par P_{IJ} la matrice à s lignes et à r colonnes dont la j-ème ligne est formée par les composantes du vecteur P_{Ij} (v. II.2.4) $1 \le j \le s$. Alors

$$A_1 = P_{TT} P_{TT}$$
 II.2.17.

Ainsi, les facteurs du nuage N(J) sont obtenus en recherchant les vecteurs propres correspondants aux valeurs propres non nulles, de la matrice produit des deux matrices P_{JJ} et P_{TJ} (on rejette le vecteur propre δ).

Analyse du nuage N(I).

On obtiendrait des résultats analogues si au lieu de N(J) on avait considéré le nuage N(I).

En particulier, la matrice A_1 et la forme σ_1 sont remplacées respectivement par B_1 et τ_1 , où

$$B_1 = P_{IJ} P_{JI}$$

$$\tau_{1}(e_{\ell}^{*}, e_{k}^{*}) = \sum_{i=1}^{r} \frac{p_{i\ell} p_{ik}}{p_{i}}$$
 1 $\leq \ell \leq s$ 1 $\leq k \leq s$

 B_1 est la matrice (b_k^{ℓ}) où

$$b_{k}^{\ell} = \sum_{i=1}^{r} \frac{p_{i\ell} p_{ik}}{p_{i\ell} p_{ii}}$$
 1\leq \ell_{\leq s}

Relations entre les facteurs des nuages N(I) et N(J).

Un vecteur donné par ses coordonnés sera considéré comme une matrice colonne; la matrice ligne transposée de la matrice colonne sera notée par un petit t placé en haut et à gauche du vecteur.

On notera S $_1$ et T $_1$ respectivement les matrices des formes quadratiques σ_1 et $\tau_1.$

Soit U un système orthonormé complet de facteurs du nuage $\,\mathbb{N}(J)\,$; l'orthonormalisation se traduisant par :

$$\sigma_{1}(u_{I}, v_{I}) = \delta_{v_{I}}^{u_{I}} \qquad \forall u_{I}, v_{I} \in U$$

Si λ est la valeur propre relative au facteur $u_{\underline{I}}$, on a

$$(P_{JI} P_{IJ}) u_{I} = \lambda u_{I}$$

d'où

$$(P_{IJ} P_{JI}) (P_{IJ} u_I) = \lambda P_{IJ} u_I$$

On voit donc qu'au facteur u_I de N(J) relatif à la valeur propre λ , correspond le facteur $P_{IJ}^{}u_I^{}$ (vecteur à s composantes) du nuage N(I) relatif à cette même valeur propre.

Le système U des facteurs du nuage N(J) nous permet donc d'obtenir, par une transformation linéaire, un système de facteurs du nuage N(I).

Soit U_1 le système de facteurs du nuage N(I) obtenu en posant pour chaque $u_{_{\rm T}}$ ϵ $U_{_{\rm T}}$

$$u_{J} = \frac{1}{\sqrt{\lambda(u_{T})}} P_{IJ} u_{I}$$
 II.2.18.

où $\lambda(u_I)$ est la valeur propre correspondante à u_I .

Le système U_1 ainsi obtenu est un système orthonormé (pour τ_1) complet, de facteurs du nuage N(I). En effet, soient u_I ϵ U et v_I ϵ U relatifs aux valeurs propres $\lambda(u_I)$ et $\lambda(v_I)$ respectivement et :

$$u_J = \frac{1}{\sqrt{\lambda(u_T)}} P_{IJ} u_I$$

$$v_J = \frac{1}{\sqrt{\lambda(v_T)}} P_{IJ} v_I$$

les facteurs correspondants du nuage N(I).

Déterminons $\tau_1(u_J, v_J)$:

Remarquons d'abord que pour 1≤l≤s et 1≤k≤s

$$b_{k}^{\ell} = \sum_{i=1}^{r} \frac{p_{i\ell} p_{ik}}{p_{\bullet \ell} p_{\bullet i}} = \frac{1}{p_{\bullet \ell}} \sum_{i=1}^{r} \frac{p_{i\ell} p_{ik}}{p_{\bullet i}} = \frac{1}{p_{\bullet \ell}} \tau_{1}(e_{\ell}^{*}, e_{k}^{*})$$

d'où (v. II.2.7.)

$$B_1 = Q_1 T_1$$
 et $T_1 = Q_1^{-1} B_1$

Alors

$$\tau_{1}(\mathbf{u}_{J}, \mathbf{v}_{J}) = \frac{1}{\sqrt{\lambda(\mathbf{u}_{I})} \sqrt{\lambda(\mathbf{v}_{I})}} ^{t} (P_{IJ} \mathbf{u}_{I}) T_{1} (P_{IJ} \mathbf{v}_{I}) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\lambda(\mathbf{u}_{I})} \sqrt{\lambda(\mathbf{v}_{I})}} ^{t} (P_{IJ} \mathbf{u}_{I}) Q_{1}^{-1} B_{1} (P_{IJ} \mathbf{v}_{I}) =$$

$$= \frac{\sqrt{\lambda(\mathbf{v}_{I})} \sqrt{\lambda(\mathbf{v}_{I})}} {\sqrt{\lambda(\mathbf{v}_{I})}} ^{t} (P_{IJ} \mathbf{u}_{I}) Q_{1}^{-1} (P_{IJ} \mathbf{v}_{I})$$

car $B_1(P_{T,J}, v_T) = \lambda(v_T) P_{T,J}, v_T$. On a alors:

$$\begin{split} \tau_{1}(\mathbf{u}_{J},\mathbf{v}_{J}) &= \frac{\sqrt{\lambda(\mathbf{v}_{I})}}{\sqrt{\lambda(\mathbf{u}_{I})}} \sum_{\mathbf{j}=1}^{s} \mathbf{p}_{\bullet,\mathbf{j}} \left(\sum_{\ell=1}^{r} \frac{\mathbf{p}_{\ell,\mathbf{j}}}{\mathbf{p}_{\bullet,\mathbf{j}}} \mathbf{u}_{\ell} \right) \left(\sum_{j=1}^{r} \frac{\mathbf{p}_{\ell,\mathbf{j}}}{\mathbf{p}_{\bullet,\mathbf{j}}} \mathbf{v}_{\ell} \right) \\ &= \frac{\sqrt{\lambda(\mathbf{v}_{I})}}{\sqrt{\lambda(\mathbf{u}_{I})}} \sum_{\ell,k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{\mathbf{p}_{\ell,\mathbf{j}}}{\mathbf{p}_{\bullet,\mathbf{j}}} \right) \mathbf{u}_{\ell} \mathbf{v}_{k} = \\ &= \frac{\sqrt{\lambda(\mathbf{v}_{I})}}{\sqrt{\lambda(\mathbf{u}_{I})}} \sigma_{1}(\mathbf{u}_{I},\mathbf{v}_{I}) = \delta_{\mathbf{v}_{I}}^{\mathbf{u}_{I}} \end{split}$$

Le système U, est donc orthonormé.

Il est un système complet de facteurs, car s'il existait un vecteur propre tJ de $^B_1 = ^P_{IJ} ^P_{JI}$ correspondant à une valeur propre $^(t_J)$, non nulle formant avec U_1 un système orthonormé, alors le vecteur $^tI = \frac{1}{\sqrt{\lambda(t_J)}} ^P_{JI} ^t_J$ serait un facteur du nuage $^N(J)$, formant avec U un système orthonormé, ce qui n'est pas possible car U est un système orthonormé complet de facteurs de $^N(J)$.

On voit donc que la recherche des facteurs des deux nuages N(J) et N(I) peut se borner à la recherche des vecteurs propres correspondants aux valeurs propres non nulles (sauf t) de l'une ou l'autre des deux matrices $P_{JI} P_{IJ}$ et $P_{IJ} P_{JI}$, d'ordre respevtives r et s. On choisira donc celle de plus petit ordre.

Pour la représentation du nuage suivant ses axes principaux d'inertie, on peut remarquer, d'après I.3.8 et II.2.15, que l'abscisse de la projection du point P_{Ij} , représentatif du point j dans le nuage N(J) sur l'axe factoriel f_T correspondant au facteur u_T est donnée par :

$$\sqrt{\lambda(u_I)} t_{P_{IJ}} u_I$$
.

Si l'on multiplie chaque axe factoriel par la racine carré de la valeur propre correspondante, on voit que relativement à ce système d'axes, les coordonnées des points du nuage N(J) sont données par :

$$P_{TJ} u_{T} ; u_{T} \in U$$

et donc, d'après II.2.18 par

$$\sqrt{\lambda(u_I)} u_J ; u_I \in U$$

Ainsi, dans ce système d'axes le point P_{Ij} représentatif du point j dans le nuage N(J) aura comme coordonnées :

$$\{\sqrt{\lambda(u_{\underline{I}})} u_{\underline{j}}; u_{\underline{I}} \in U\}$$

où u_j est la $j^{\text{ème}}$ coordonnéedu vecteur $u_J = \frac{1}{\sqrt{\lambda(u_T)}} P_{IJ} u_I$.

On a de même une représentation du nuage N(I) suivant ses axes principaux d'inertie, et le point P_{iJ} représentatif du point i aura comme coordonnées,

$$\{\sqrt{\lambda(u_T)} u_i ; u_T \in U\}$$

où u. est la ième coordonnée du vecteur u.

La relation II.2.18. entre les facteurs des deux nuages nous montre que

$$u_j = \frac{1}{\sqrt{\lambda(u_j)}} \sum_{i=1}^{r} \frac{p_{ij}}{p_{ij}} u_i$$
 (analogue pour u_i) II.2.19.

Les coordonnées ainsi obtenues (suivant les axes principaux) des points des deux nuages N(I) et N(J), rapportées à un même repère fait apparaître le point j comme "baricentre" (à une multiplication près par $\frac{1}{\sqrt{\lambda(u_T)}}) \ \ \text{des points i munis des masses} \ \frac{p_{i,j}}{p_{i,j}} \ \ \text{qui sont les probabilités}$

conditionnelles d'occurrence de i, sachant que j est réalisé.

Dans la matrice les facteurs sont extraits dans l'ordre décroissant des moments d'inertie et on ne s'intéresse qu'aux représentations dans l'espace des premiers axes factoriels, le plus souvent dans un plan. Les représentations dans un même graphe (représentation simultanée) des deux nuages représentent non seulement les proximités entre les éléments de J (resp. I) qui ont tendance à associer de façon analogue aux éléments de I (resp. J) mais aussi (II.2.19) les "proximités" d'un élément j & J (resp. i & I) aux éléments de I (resp. J) auxquels il s'associe le plus.

2e PARTIE

ETUDE D'UN CAS CONCRET

I - Choix d'un cas concret à étudier par la méthode de l'analuse factorielle des correspondances.

Nous avons choisi d'appliquer la méthode de l'analyse des correspondances a un échantillon établi par l'Equipe d'Etude des Loisirs et des Modèles Culturels du Centre National de la Recherche Scientifique (Paris), sous la direction de Monsieur Joffre Dumazedier, Maître de Recherches au C.N.R.S. Cet échantillon, constitué en 1957, a déjà servi de base à une étude des contenus du Loisir et de leurs significations culturelles, publiée aux Editions du Seuil à Paris, en 1966, sous le titre "Loisir et Culture" (1).

Monsieur Dumazedier et son équipe de sociologues souhaitaient soumettre ces mêmes données à l'étude d'un problème nouveau, à savoir : quelles sont les relations entre intérêts de loisir d'une part, obligations sociales (obligations de travail et de famille) et déterminants culturels (en particulier le niveau d'instruction individuel et familial) d'autre part, en profitant de ce travail pour utiliser une méthode qui connaît avec l'arrivée des ordinateurs un essor tout à fait nouveau : l'analyse factorielle des correspondances. Cette méthode était particulièrement indiquée pour une étude de ce genre qui exige la mise en relation globale de différents ensembles de variables, et c'est ainsi que s'est constituée notre collaboration avec l'équipe de Monsieur Dumazedier. Il convient de remercier Madame Nicole Samuel, Chercheur en sociologie "Equipe d'Etude du

⁽¹⁾ Dumazedier J. et Ripert A. Le Loisir et la Ville. "Loisir et Culture"; Paris. Le Seuil, 1966.

Loisir et des Modèles Culturels de Monsieur Joffre Dumazedier avec qui nous avons travaillé des journées entières, pour sa précieuse collaboration dans la réalisation de ce travail.

II - L'échantillon.

L'échantillon a été recueilli par un sondage au 1/20ème sur les ménages d'après la liste cadastrale des 200 rues de la ville d'Annecy, Haute-Savoie, agglomération urbaine de taille moyenne (2).

Le choix de Monsieur Dumazedier et de son équipe s'était porté sur cette ville parce qu'elle présentait dès 1957 des tendances économiques, sociales et culturelles dont on pouvait penser qu'elles s'étendraient probablement à d'autres villes françaises dans les vingt années suivantes ; de plus, Annecy offrait à ce groupe de sociologues des possibilités d'investigation sociologique, économique et historique proportionnées à leurs moyens.

Un échantillon, constitué par 492 chefs de ménage a été ainsi obtenu, soit 415 hommes et 77 femmes. Seule, la partie masculine de cet échantillon a pu être traitée.

On trouvera en annexe la répartition des individus constituant cet échantillon, selon les âges et les catégories socio-professionnelles.

III - Utilisation, présentation et traitement des données.

1°) <u>Caractères "donnés"</u>.

Dix cartes perforées par individu avaient été établies à partir de ces

(2) Population	:	1954	1962	1968
Ville	-	33.144	44.570	55.790
Agglomération		52.410	70.812	90.475

Source : L'évolution démographique d'Annecy et de l'agglomération.

Cahiers de Documentation n° 1. Edité par la Société des Amis du viel Annecy.

données pour étudier les questions posées dans la première étude "Loisir et Culture". Mais une difficulté essentielle - la présence de nombreuses multiperforations - s'est présentée lorsque nous avons voulu, pour résoudre les nouveaux problèmes posés, employer les mêmes cartes en utilisant la méthode de l'analyse factorielle, (la difficulté aurait d'ailleurs été la même pour n'importe quelle autre méthode de statistique). Par un tri fait à la main, nous avons d'abord récupéré les colonnes pertinentes à notre nouvelle étude et ne présentant pas de multiperforations. Ensuite, nous avons récupéré un maximum d'informations dans les colonnes présentant une ou plusieurs multiperforations : pour ce faire, nous avons décomposé chacune de ces colonnes en plusieurs, tout au moins chaque fois qu'il était possible d'interpréter correctement les multiperforations existantes.

Nous avons ainsi pu faire établir un nouveau jeu de cartes perforées, chaque individu se trouvant alors décrit suivant 72 caractères que nous avons appelés caractères "donnés".

Utilisant ce nouveau jeu de cartes, nous avons alors fait correspondre à chaque individu un "vecteur description" constitué par ces 72 caractères "donnés", chacun pouvant prendre la valeur 0 si l'individu ne possède pas ce caractère, la valeur 1 s'il le possède et - le cas échéant - la valeur 9 s'il n'y a pas de réponse concernant ce caractère. Ainsi la variable âge a été codée par les 4 premiers caractères du vecteur descriptif (18-25 ans ; 26-35 ans ; 36-45 ans ; 46 ans et plus) et un individu de 30 ans possède le vecteur descriptif correspondant (0,1,0,0,...) c'est-à-dire Age 2). Et la réponse à la question relative à la propriété d'une voiture est codée suivant un seul caractère donné qui peut exister sous 3 modalités différentes : non = 0 ; oui = 1 ; non réponse = 9.

Il ne nous appartient pas de discuter ici du bien fondé de ce type de représentation qui est courante dans l'analyse des données. Quoi qu'il en soit,

nous avons donc, dans cette première étape, obtenu un tableau individus x caractères de 415 lignes et de 72 colonnes.

Mais les méthodes globales d'étude de ce type de tableau (analyse factorielle, classification automatique...) ne pouvaient être utilisées directement pour les trois raisons suivantes :

- D'abord la taille du tableau obtenu (415 × 72) est trop élevée pour les moyens de calcul dont nous disposions.
- Ensuite, il y avait un nombre élevé de Non Réponses et ces méthodes ne peuvent être facilement appliquées dans ce cas.
- Enfin, on ne cherchait pas à obtenir un graphe de points décrivant les individus (c'est-à-dire une classification des individus eux-mêmes) mais on cherchait à obtenir un graphe représentant les liaisons entre groupes de caractères.

2°) Elaboration du tableau des correspondances : création de caractères "dérivés".

a) Création d'un tableau caractères × caractères.

Nous avons donc été amenés à créer un tableau de correspondance caractères × caractères (et non plus individus × caractères) c'est-à-dire un tableau de 72 lignes et 72 colonnes ; à l'intersection de la ième ligne et de la jème colonne, on a alors le nombre d'individus qui possèdent à la fois le caractère "j" et le caractère "i".

Par exemple, à l'intersection de la ligne correspondant à Age 2 (26-35 ans) et de la colonne correspondant à AUTO, on trouve le nombre d'individus de 26 à 35 ans qui possèdent une voiture.

On trouvera d'ailleurs le même chiffre à l'intersection de la ligne correspondant à AUTO et de la colonne correspondant à AGE 2 : le tableau est symétrique.

b) Création de caractères "dérivés".

Nous nous trouvions à ce stade devant une nouvelle difficulté. En effet, les méthodes mathématiques que nous avions l'intention d'appliquer par la suite ne font apparaître que l'aspect positif des réponses. Ainsi dans le cas où l'on utiliserait seulement le tableau caractères x caractères décrit au paragraphe précédent, on n'aurait pas la représentation globale de chaque caractère, mais seulement la représentation de sa modalité positive. Il n'apparaîtrait, si l'on reprend l'exemple auto, que le point positif AUTO correspondant au sous-ensemble des individus possédant une auto, le point "Non auto" n'apparaissant pas. Or, il est bien évident qu'il est intéressant de savoir aussi où est le point représentatif des "Non Auto" et même, dans le cas de certaines questions, celui des "Non Réponses". Il est clair que les données sont codées arbitrairement et qu'on aurait pu choisir (1) pour décrire la non possession d'un caractère et (0) pour décrire la possession. Ce type de codage a effectivement été employé pour la pratique du Sport (Non sport = 1; sport = 0) et par conséquent si l'on n'avait utiliser que le tableau décrit au paragraphe précédent, on n'aurait pas obtenu la représentation du point "Sport" mais seulement celle du point "Non Sport".

Comment résoudre cette difficulté ? Nous nous trouvions devant plusieurs cas possibles :

1) Pour certains groupes de caractères, la difficulté heureusement n'existe pas - c'est ce qui se produit lorsque, dans un tel groupe, l'aspect négatif d'un caractère est effectivement décrit par les aspects positifs des autres.

Par exemple : dans le groupe des caractères qui correspondent à l'âge, l'aspect négatif de "Age 1" est décrit par les aspects positifs des trois autres caractères ("Age 2", "Age 3" et "Age 4").

Il en est de même pour le groupe des 7 caractères qui décrivent la

catégorie socio-professionnelle. Cela signifie simplement que ce groupe de caractères représente les différentes modalités d'une même variable statistique, ces modalités étant incompatibles et exhaustives.

2) Par contre, pour certains caractères, comme par exemple celui qui est relatif à la propriété d'une voiture, caractère qui a 3 modalités (1 = possède une voiture, 0 = ne possède pas de voiture, 9 = Non réponse) nous devons créer, pour avoir une représentation totale de cette variable statistique, 3 nouveaux caractères qui ont 2 modalités chacun (0,1); les vecteurs correspondants sont alors:

	AUT	$\overline{\text{NAUT}}$	AUT 9
Individu ayant une voiture	1	0	0
Individu n'ayant pas de voiture	0	1	0
Individu n'ayant pas répondu	0	0	1

Cela signifie qu'à la réponse primitive "avoir une voiture", nous substituons les 3 réponses suivantes (1ère ligne du tableau)

- Oui = 1 à l'affirmation "avoir une auto",
- Non = 0 à l'affirmation "ne pas avoir d'auto",
- Non = 0 à l'affirmation "n'a pas répondu à la question auto".

De même à la réponse primitive "ne pas avoir d'auto", nous substituons les 3 réponses suivantes :

- Non = 0 à l'affirmation "avoir une auto",
- Oui = 1 à l'affirmation "ne pas avoir d'auto",
- Non = 0 à l'affirmation "n'a pas répondu à la question auto".

De même, pour les individus n'ayant pas répondu (3ème ligne du tableau).

3) Enfin, dans certains autres cas, il est nécessaire de recombiner certains caractères. Par exemple, il y avait dans les 72 caractères de départ

deux questions concernant l'instruction du père, du chef de famille et nous avions les 4 couples suivants de réponses possibles :

Niveau enseignement secondaire : 1 - 0

Niveau enseignement supérieur : 0 - 1

Ni l'un, ni l'autre (niveau enseignement primaire) : 0 - 0

Non Réponse : 9 - 9

et nous avons été amenés à créer les 4 catégories qui correspondent aux affirmations suivantes concernant le niveau d'instruction le plus élevé atteint par le père du chef de famille.

```
- INP 1 = Affirmation "être du niveau de l'enseignement secondaire",
```

- INP 2 = Affirmation "être du niveau de l'enseignement supérieur",

- INP 0 = Affirmation "être du niveau de l'enseignement primaire",

- INP 9 = Affirmation "n'a pas répondu à la question concernant l'instruction du père du chef de famille".

Les seules réponses possibles à chaque question étant :

OUI = 1

NON = 0.

Par exemple, un individu dont le père est du niveau de l'enseignement supérieur répondra successivement aux 4 questions :

NON = O

OUI = 1

NON = O

NON = O.

ce que nous retrouvons dans la 2ème ligne du tableau ci-dessous.

	INP 1	INP 2	INP O	INP 9
Niveau secondaire	1	0	0	0
Niveau supérieur	0	1	0	0
Niveau primaire	0	0	1	0
Non réponse	0	0	0	1

Le but est alors pour "INPO" de faire apparaître un point représentatif des individus ayant le niveau primaire et le point INP 9 ayant l'intérêt de faire apparaître par sa présence la population de façon exhaustive.

Grâce à cette façon de procéder, il est toujours possible de représenter par la modalité positive d'un caractère tout élément qui nous intéresse et de neutraliser les Non Réponses.

c) <u>Création d'un tableau 118 caractères</u> × <u>118 caractères</u> ("donnés" + "dérivés").

A partir des 72 caractères (donnés) nous avons défini un nouvel ensemble de 118 caractères élémentaires qui sont présentés en détail dans le tableau que l'on trouvera en annexe.

Dans les deux colonnes de ce tableau intitulées caractères donnés et caractères dérivés nous avons indiqué d'une part les 72 caractères correspondants aux données initiales et d'autre part les 46 caractères dérivés que nous avons été amenés à créer comme nous venons de l'expliquer.

3°) <u>Les tableaux de correspondance que nous avons effectivement sélectionnés.</u>

L'étude normale aurait donc dû porter sur des tableaux 118 × 118.

Malheureusement, les limitations imposées par le matériel informatique à notre disposition ne nous permettaient que l'étude de tableaux dissymétriques de 118 lignes et 72 colonnes qui représentent le croisement de l'ensemble des

Voici un extrait du tableau que nous appellerons par la suite : "croisement tout par tout pour la population totale". (1)

					72	carac	tères			-
		Age 1	Age 2	Age 3	Age	4	INP 1	INP 2 .	AUT	
1	Age 1	24	0	0	0		4	1 .	5	•••
	Age 2	0	112	0	0	• • • •	15	3 .	51	• • • • • •
	Age 3	0	0	103	0	• • • •	10	4 .	52	•••
	Age 4	0	0	0	176		15	8 .	81	• • • • • • •
	: : :	•	•	•	:		•	:	:	
	INP 1	4	15	10	15	• • • •	44	0	30	• • • • • • •
	INP 2	1	3	14	8	• • • •	0	16	8	• • • • • •
	INP 0	17	85	79	138		0	0	132	• • • • • •
	INP 9	2	9	10	8	• • • •	0	0	19	•••
	•	•	:	•	•		•	•	:	
	AUT	5	51	52	81	• • • •	30	8	189	•••
	NAUT	19	59	47	91	• • • •	14	7		• • • • • •
	AUT 9	0	2	4	14	· • • •	0	1	0	•••
	:	•	•	•	:		: :	•	:	

(Les chiffres présentés sur la pseudo-diagonale permettent de présenter facilement les statistiques à une dimension).

⁽¹⁾ Les tableaux complets peuvent être consultés dans les archives de l'Equipe d'Etude des Loisirs et des Modèles Culturels du Centre National de la Recherche Scientifique.

Nous avons créé 5 tableaux de correspondance de ce type :

Population "totale": C'est le tableau de correspondance ainsi défini qui concerne l'étude de toute la population c'est-à-dire celle des 415 individus constituant l'échantillon.

Population "jeune": C'est le même tableau mais qui ne concerne que les "jeunes", c'est-à-dire les individus de moins de 35 ans (catégories Age 1 et Age 2) soit 136 individus.

Population "vieux": C'est le même tableau, mais qui ne concerne que les "vieux", c'est-à-dire les individus de plus de 35 ans (catégories Age 3 et Age 4), soit 279 individus.

Population "Non Ouvrier": C'est le même tableau, mais qui ne concerne que les "non ouvriers" (catégories Agriculteurs, Patrons, Professions libérales, Cadres, Employés, Personnel de Service, Non Actifs et Autres), soit 275 individus.

Population "Ouvrier": C'est le même tableau, mais qui ne concerne que les "ouvriers", soit 140 individus.

Le tableau publié en annexe donne la liste des caractères, le code employé, les effectifs de la population totale et de chaque sous-population pour chaque caractère considéré, ainsi que les pourcentages correspondants.

Nous emploierons désormais les termes Population "totale", Population "jeune", Population "vieux", Population "Non Ouvriers", Population "Ouvriers", en nous réfèrant explicitement aux populations définies ci-dessus.

4°) Les croisements sélectionnés.

Pour chacune des 5 populations ainsi définies, nous possédons donc un tableau qui met en correspondance nos 118 caractères "donnés" et "dérivés" avec nos 72 caractères "donnés". Comme il a été dit plus haut, le but de cette étude est d'étudier les variables de loisir dans leur relation avec un certain nombre de variables qui conditionnent le travail, la famille, le niveau culturel. Il nous est donc apparu intéressant d'extraire, des sous-ensembles de caractères qui déterminent globalement ce que nous appellerons pour simplifier : les variables de loisir, les variables de travail, les variables de famille et les variables culturelles et d'étudier en plus du tableau de correspondance global (118 × 72), les tableaux de correspondance plus restreints entre les variables de loisir et les variables de travail, les variables de loisir et les variables de famille les variables de loisir et les variables culturelles et les variables de loisir entre elles. Ces tableaux de correspondance plus restreints se présentent comme des sous-tableaux des cinq tableaux (118 × 72) définis au paragraphe 3 (de la même manière que les données qui figurent dans le tableau de la page 2 - 9 représentent un sous-tableau (11 × 7) extrait du tableau (118 × 72) pour la population totale).

1) Dans une première étape, nous avons étudié comment les activités de loisir sont liées entre elles au niveau de la population totale, puis de chaque sous-population considérée. Pour ce faire, nous avons été amenés à considérer un tableau Loisir × Loisir comportant en lignes un sous-ensemble des 118 caractères de Loisir "donnés" et "dérivés", soit 40 variables que nous avons désignées sous le nom global de Loisir I et comportant en colonnes un sous-ensemble des 72 caractères de Loisir "donnés", soit 27 variables que nous avons désignées sous le nom global de Loisir II.

Le but précis de ce travail est d'étudier les liaisons qui peuvent

exister entre les différentes manières de concevoir les loisirs afin de mieux appréhender ultérieurement l'influence des variables de travail, de famille et des variables culturelles sur l'ensemble des intérêts de loisirs.

Quand nous nous réfèrerons à ce sous-tableau nous l'appellerons : "Loisir × Loisir".

2) Dans une 2ème étape, nous avons mis en relation les obligations de travail avec les intérêts de loisir. Pour ce faire, nous avons été amenés à considérer un tableau comportant en lignes 41 caractères, relatifs à la vie de travail (sous-ensemble de 118 caractères "donnés" et "dérivés") décrits dans le tableau en annexe, et comportant en colonne nos 27 caractères de Loisir (Loisir II) (1).

Quand nous nous refèrerons à ce sous-tableau nous l'appellerons : "Loisir × Travail".

3) Dans une 3ème étape, nous avons mis en relation les obligations de famille avec les intérêts de Loisir. Pour ce faire, nous avons été amenés à considérer un tableau comportant en lignes 29 caractères relatifs à la vie de famille (sous-ensemble des 118 caractères "donnés" et "dérivés") qui figurent dans le tableau annexe et comportant en colonne nos 27 caractères de Loisir (Loisir 11).

Quand nous nous refèrerons à ce sous-tableau nous l'appellerons : $\label{eq:constraint} \mbox{"Loisir} \times \mbox{Famille"}.$

⁽¹⁾ Il est bien évident qu'il fallait faire un choix c'est-à-dire prendre les variables de loisir dans le sous-ensemble de 72 caractères "donnés" et chacune des séries de variables d'obligation dans le sous-ensemble des 118 caractères "donnés" et "dérivés" (ce que nous avons fait) ou bien faire le contraire. Notre choix a été guidé par le désir de garder ce qu'il y avait de plus riche comme information dans chaque secteur pour les variàbles d'obligations quitte à perdre un peu de la richesse d'information sur le loisir, qui a été traité en détail dans la première étape de ce travail.

4) Dans une 4ème étape, nous avons mis en relation les déterminants culturels avec les intérêts de loisirs.

Pour ce faire, nous avons été amenés à considérer un tableau comportant en lignes les 17 caractères présentés en annexe (sous-ensemble des 118 caractères "donnés" et "dérivés") et en colonnes nos 27 caractères de Loisir (Loisir II).

Quand nous nous refèrerons à ce sous-tableau nous l'appellerons : "Loisir × Variables culturelles".

5) Enfin notre dernière étape a consisté à mettre en relation l'ensemble de nos 118 caractères "donnés" et "dérivés" et de nos 72 caractères "donnés".

Quand nous nous refèrerons à ce tableau nous l'appellerons : "Tout \times Tout".

Remarquons qu'un caractère peut apparaître à la fois dans les différents groupes de variables considérées : par exemple, la pratique des jeux en famille, la participation aux jeux des enfants, la fréquentation des réunions de famille, l'approbation du congé culturel, la participation aux associations selon le niveau d'instruction, la satisfaction maximum et la préoccupation dominante.

Cela fait donc en tout 25 tableaux correspondant à 5 croisements pour la population totale et pour chacune des sous-populations.

On présentera successivement pour chaque croisement considéré l'analyse de la population totale et des 4 sous-populations.

L'analyse des correspondances est une méthode qui permet de répondre, à partir de nos donnés, au problème posé. En outre, son application dans ce cas comporte un intérêt méthodologique : il est, en effet, intéressant de tenter

de déterminer si le découpage d'une population totale en sous-populations permet, grâce à ces découpages, d'obtenir des résultats qu'un simple travail sur la population totale ne permettrait pas d'obtenir. Et, d'autre part, il est intéressant de comparer les résultats obtenus dans l'analyse de correspondance globale ("Tout x Tout") avec les résultats obtenus à partir des 4 croisements plus restreints et de se demander s'il serait possible d'obtenir nos résultats à partir d'un nombre moins élevé de tableaux.

3e PARTIE

DEPOUILLEMENT DES RESULTATS

1ère Etude : "LOISIR × LOISIR"

Considérons d'abord les 5 tableaux qui croisent "loisir × loisir" dans les populations suivantes :

- Population "totale",
- Population "jeune",
- Population "vieux",
- Population "ouvrier",
- Population "non ouvrier".

1) Population "totale".

Pour cette population les 4 plus grandes valeurs propres sont $\lambda_1 = 0.030331, \quad \lambda_2 = 0.016156, \quad \lambda_3 = 0.010728, \quad \lambda_4 = 0.009074 \quad \text{qui donnent}$ respectivement 22,73 %; 12,11 %; 8,04 % et 6,80 % de l'inertie totale du nuage. Les 4 premiers axes cumulent donc un pourcentage de 49,68 % de l'inertie totale du nuage.

Les taux d'inertie relativement faibles des 4 premiers axes auront comme conséquence l'instabilité des positions relatives des caractères dont les poids sont faibles.

La première valeur propre est pratiquement le double de la deuxième,

tandis qu'entre les trois dernières les écarts sont très faibles. Le plan des axes 1-2 nous donne de cette façon l'information principale contenue dans le nuage.

Dans le plan des axes 1-2 (fig. II. 1), on voit se former les groupes suivants :

{BRP, NASS, JEUF, NSYN, ASS 9, JEUE, NBRO, SYN 9, NASN, RFAM}

{SP, CUL, PRO, FREX, CINE, EXAR}, {PRO 9, NPRO, NCUL, BRO 9}

{JPEX, JREL, ASS, CONC, ASS, CHLI, MUSC, LIVR, THEA, NBRP, SYN, BRO},

{SPCO, ASN}, {OPER, MRCH}.

Si l'on regarde ces divers groupes dans les plans des axes 1-3 ; 2-3 ; 4-1 ; 4-2 ; 4-3 ⁽¹⁾, on voit qu'ils s'y dissocient tout en gardant les sous-ensembles suivants :

{NASS, NSYN, NASN}, {JEUF, JEUE, RFAM}, {NASN, SYN 9}, {NPRO, NCUL},
{JPEX, JREL, ASS, SYN}, {PRO, FREX, EXAR}, {CONC, MUSC, THEA},
{CHLI, LIVR}, {OPER, MRCH}.

Il est encore à remarquer une certaine proximité du groupe {PRO, FREX, EXAR} avec les loisirs CUL, CINE et SP.

L'analyse du nuage dans le plan des axes 1-2 nous montre en premier lieu l'opposition des sports aux non sports sur le premier axe parallèlement à l'opposition de {FREX, CINE, EXAR, CONC, THEA} et de {JEUE, JEUF, RFAM, BRP} i.e. le groupe des loisirs extérieurs à l'ambiance familiale d'une part et des loisirs qui se passent en famille d'autre part.

Le deuxième axe oppose les non associations, le jeu de boules, le bricolage par plaisir, la natation, les sports, la promenade d'un côté aux associations, concerts, chansons littéraires, musique, théâtre, opéra, musique chorale de l'autre, c'est-à-dire, un groupe de loisirs terre à terre à un groupe

¹⁾ Il n'est matériellement pas possible de reproduire tous les graphes en notre possession, mais nous avons systématiquement tenu compte de l'information contenue dans tous les plans, tout en ne représentant le plus souvent que le plan principal d'inertie.

de loisirs qui font appel à des préoccupations intellectuelles et artistiques.

Les dispositions des loisirs suivant les quatre quadrants semblent mériter une certain attention, voici comment on peut les interpréter :

Le quadrant supérieur droit, dominé par les sports, est marqué par une absence de souci intellectuel et il est caractérisé par des loisirs individuels.

Le quadrant supérieur gauche, marqué aussi par une absence de souci intellectuel mais s'est caractérisé par une ambiance familiale; on y retrouve en effet tous les points concernant les loisirs pratiqués à la maison et le refus d'association.

Le quadrant inférieur gauche, qui devrait être caractérisé par des loisirs en famille et par une préoccupation artistique culturelle, n'est marqué essentiellement que pour la présence de non sport.

Le quadrant inférieur droit est caractérisé par les loisirs artistiques et culturels qui se passent en dehors de l'ambiance familiale. Ce sont des loisirs moins individuels que ceux du quadrant supérieur droit.

Au sein de chaque constellation, on peut s'intéresser à un certain nombre de points; par exemple, intéressons-nous aux différents points ayant rapport avec le sport: le sport-boule qui s'oppose violemment à tout souci culturel a tendance à se rapprocher des loisirs familiaux; les sports natation et montagne s'opposent d'une façon importante à l'ambiance familiale, mais le sport natation est aussi marqué par le fait que c'est un sport individuel.

La position de sport collectif peut s'expliquer elle aussi par une opposition à l'ambiance familiale, mais se place dans un cadre plus collectif.

Dans l'étude des autres populations nous nous contenterons de signaler les ensembles qui sont les mieux individualisés et les oppositions sur les axes qui semblent les plus probables.

Nous laissons aux sociologues le soin de les interpréter plus en détails.

2) Population "Jeune".

La suite des quatre plus grandes valeurs propres λ_1 = 0,03184, λ_2 = 0,019953, λ_3 = 0,014628, λ_4 = 0,012898 est pratiquement la même que dans la population totale. Les taux d'inertie sont respectivement 20,63 %, 13,20 %, 9,67 % et 8,53 %, ce qui donne pour les quatre axes une inertie de 52,03 % de l'inertie totale du nuage.

L'étude dans les divers plans des axes nous montre la stabilité des groupes suivants (V. fig. II. 2) :

{NASS, NSYN, NASN}, {JEUE, JEUF}, {RFAM, SYN 9}, {NPRO, CUL, NBRP}, {JPEX, JREL}, {PRO, FREX, EXAR}, {CONC, MUSC, THEA, CHLI}.

Le point CUL qui dans la population totale gravitait autour de {PRO, FREX, EXAR} entre dans le groupe {NPRO, CUL, NBRP} tandis que cinéma et sport restent aux alentours de {PRO, FREX, EXAR}.

La structure générale du nuage à quelques nuances près est comparable à celle de la population totale.

On peut remarquer cependant une meilleure sélection des loisirs artistiques, avec la fréquentation des exposition et expositions artistiques, d'un côté, et la musique, le concert, la chanson littéraire et le théâtre, de l'autre.

3) Population "vieux".

Le taux d'inertie accumulé par les quatre premiers axes factoriels est de même ordre que pour les populations "totale" et "jeune" : on a λ_1 = 0,032176 λ_2 = 0,016163, λ_3 = 0,011803, λ_4 = 0,007063. Les 49,33 % de l'inertie totale

accumulée par les quatre axes correspondants est répartie suivant ces axes respectivement eu : 23,62 %, 11,86 %, 8,66 % et 5,18 %.

L'analyse de ce nuage dans les divers plans des quatre axes nous montre les groupements suivants (v. fig. II. 3) :

{NASS, NSYN, NASN}, {JEUE, JEUF, RFAM, BRP}, {NPRO, NCUL}

{JPEX, JREL, ASS, SYN}, {PRO, FREX, EXAR}, {CONC, THEA}

{LIVR, MUSC, CHLI}.

Comme dans la population "totale", les points CUL et CINE continuent d'évoluer autour de {FREX, PRO, EXAR} tandis que le sport s'éloigne considérablement.

Du point de vue des oppositions les axes 1 - 2 - 3 et 4 n'apportent rien de nouveau relativement aux populations "totale" et "jeune".

Il est intéressant de remarquer que la ressemblance des configurations entre les populations "totale" et "vieux" est nettement plus accentuée qu'entre les populations "totale" et "jeune", ce qui est dû au fait que les "vieux" représentent environ les 2/3 de la population "totale".

4) Population "non ouvrier".

Les quatre premiers axes extraient respectivement 22,92 %, 12,99 %, 8,04 % et 7,71 % de l'inertie totale du nuage, la suite des quatre plus grandes valeurs propres étant respectivement $\lambda_1 = 0,027454$, $\lambda_2 = 0,015562$, $\lambda_3 = 0,009243$.

Les quatre premiers axes cumulent donc 51,66 % de l'inertie totale.

Ici, comme dans les autres populations que nous avons étudiées, les écarts entre les trois dernières valeurs propres sont très faibles et les taux d'inertie sont pratiquement les mêmes. Si l'on se base sur les divers plans des axes 1-2-3-4, on s'aperçoit de la formation des groupes suivants (v. fig. II. 4):

{NASS, NSYN, NASN} {JEUE, JEUF, BRP}

{RFAM, NPRO, NCUL} {SYN, ASS, JREL, JPEX}

{FREX, PRO, EXAR} {CHLI, MUSC, CINE}

Les loisirs en famille avec le non sport opposé aux sports et loisirs extérieurs continuent à marquer la signification du premier axe.

Le deuxième axe oppose encore les mêmes loisirs que dans les autres populations.

Par contre le troisième axe semble opposé les associations aux non associations.

5) Population "ouvrier".

Le taux d'inertie accumulée par les quatre premiers axes est le plus bas de toutes les populations étudiées, mais pratiquement du même ordre de grandeur que dans celles-ci. Les deux premiers axes ne cumulent que 25,98 % de l'inertie totale du nuage.

Plus précisément, on trouve :

 λ_1 = 0,032092, λ_2 = 0,022217, λ_3 = 0,020075, λ_4 = 0,017570, avec respectivement 15,35 %, 10,63 %, 9,60 %, 8, 40 % de l'inertie totale, les quatre axes cumulent donc 43,98 % de l'inertie totale du nuage.

Si l'on procède comme pour les autres populations, on constate la stabilité des groupes suivants (v. fig. II. 5) :

{NASS, NSYN, NASN}, {JEUE, JEUF, RFAM, BRP, NPRO, JPEX, JREL},
{NSP, NCUL}, {CHLI, ASS, NBRP}, {SP, SPBO}, {FREX, EXAR, PRO, CINE, CUL},
{SYN, LIVR}.

Le deuxième axe continue à opposer les associations et syndicats aux non associations et non syndicats, tandis que l'opposition JEUF, JEUE, RFAM, BRP avec FREX, EXAR, PRO, CINE est moins marquante pour le premier axe qu'elle ne l'était pour les autres populations. Cependant nous n'avons plus par rapport au deuxième axe l'opposition jeu de boule, bricolage par plaisir, natation, sports - concert, chanson littéraire, musique, théâtre, opéra, musique chorale.

Cette population se caractérise par un nuage de points nettement plus groupé autour de l'origine et autour des loisirs familiaux. Les loisirs en famille sont une constante de cette sous-population et les oppositions entre types de loisirs y sont plus faibles que dans les autres populations étudiées.

6) Conclusions de la comparaison des résultats.

Divers groupes se sont montrés stables dans les diverses populations : la non association et la non syndicalisation, le jeu en famille et le jeu avec les enfants, les fréquentations d'expositions et les promenades, la lecture d'articles sur la politique extérieure et celle d'articles religieux.

Si l'on se restreint aux plans des axes 1-2 que trouvons-nous ?

Une structure générale très semblable : dans toutes les populations les premiers axes ont les mêmes interprétations et les constellations sont très comparables. Que l'on soit jeune ou vieux, ouvrier ou non ouvrier, la préférence pour un certain type de loisir est indépendante du fait d'appartenir à telle ou telle population.

On peut, par exemple, être "jeune" avec un style de loisir non sport et artistique, ou être "vieux" et choisir les mêmes groupes de loisirs.

Une exception : le nuage des ouvriers, malgré les mêmes oppositions, se distingue des autres par sa concentration autour du centre de gravité ; ceci nous amène à penser que les ouvriers constituent une classe homogène au niveau des loisirs.

2ème Etude : "LOISIR × TRAVAIL"

1) Population "totale".

Les quatre premiers axes factoriels recueillent successivement 42,13 %, 20,34 %, 7,21 % et 5,34 % de l'inertie totale du nuage.

On remarque que les deux premiers axes à eux seuls cumulent 62,47 % de l'inertie totale et donc le plan des deux premiers axes contient presque 2/3 de l'information totale contenue dans le nuage.

L'étude du nuage des loisirs dans les différents plans des axes 1 - 2 - 3 - 4, nous montre les groupements suivants (fig. III. 1) :

{NSP, RFAM, SPBO, JEUE, JEUF, BRP}, {MRCH, OPER}, {ASS, SYN, JPEX, JREL, PRO}, {MUSC, THEA, EXAR}.

Le premier facteur oppose non sport - sport-boule - réunion de famille - jeu en famille - jeu avec les enfants - bricolage par plaisir - musique chorale - opéra d'une part, à sport de montagne - sport collectif - sport natation - exposition artistique - musique - cinéma - théâtre d'autre part.

La proximité non sport - sport-boule malgré les apparences ne constitue évidemment pas une contradiction.

Si l'on cherche à améliorer l'interprétation on peut remarquer l'opposition suivant la première bissectrice, des mêmes groupes de loisirs qui s'opposaient d'après le premier axe dans l'étude précédente (Loisir Loisir) i.e., les loisirs familiaux aux loisirs extérieurs.

Sur la fig. III. 2, donnant la représentation simultanée, nous avons mis le point ouvrier comme point intermédiaire entre vieux ouvriers et jeunes ouvriers.

On voit alors que non sport - réunion en famille - jeu avec les enfants -

jeu en famille - sport-boule, apparaissent, en général, par rapport à la première bissectrice associés à préoccupation dominante argent - ouvrier - satisfaction maxima famille.

En opposition, apparaissent les sports - les loisirs que nous avons convenu d'appeler extérieurs (théâtre - expositions - etc...) associés à non préoccupation dominante - non ouvrier - satisfaction maxima travail.

On voit donc se dégager suivant la première bissectrice une structure socio-économique culturelle.

Par rapport à la deuxième bissectrice, vieux avec une longue journée de travail associés à musique chorale et opéra s'opposent aux jeunes avec une courte journée de travail associés à sport natation, sport collectif, cinéma.

On peut encore remarquer sur la deuxième bissectrice l'opposition non congé culturel du côté des vieux à congé culturel du côté des jeunes.

Le quadrant supérieur droit nous montre des loisirs intellectuels (théâtre, musique, expositions artistiques) et d'élite (sport, montagne) associés à la catégorie des non ouvriers.

Dans le quadrant supérieur gauche, des loisirs du type classique (musique chorale, opéra) associés aux vieux non sportifs.

Le quadrant inférieur gauche se caractérise par des loisirs familiaux (jeu avec les enfants, jeu en famille, bricolage par plaisir, etc...) associés aux ouvriers.

Le quadrant inférieur droit est marqué par des loisirs sportifs associés aux jeunes.

On pourrait enfin chercher à interpréter les différents points : on voit par exemple, le sport-boule et la promenade relativement proches du centre de gravité des loisirs familiaux et des gens agés.

2) Population "jeune".

Les quatre premiers axes avec les taux de 34,04 %, 13,41 %, 12,19 % et 7,31 % cumulent donc 66,95 % de l'inertie totale du nuage.

Si l'on regarde ces différents taux, on s'aperçoit de l'importance des trois premiers facteurs.

Les différents plans des quatre axes nous montrent la stabilité dans le nuage des loisirs des groupes suivants (fig. III. 3) :

{NSP, JEUF, JEUE}, {CINE, PRO}, {FREX, EXAR}, {JREL, JPEX},

{CHLI, CONC, MUSC}, {OPER, MRCH} et le groupe {SPNA, SPCO, SPMO} moins prononcé que les autres, mais qui réunit pour la première fois, dans les populations jusqu'ici étudiées, ces trois caractères.

On pourra noter une certaine proximité entre RFAM et le groupe {NSP, JEUE, JEUF}; THEA et {CHLI, CONC, MUSC}; {CINE, PRO} et {FREX, EXAR}.

Sauf pour opéra, musique chorale et cinéma qui ne constituent pas de fortes oppositions relativement au premier facteur, celui-ci oppose les loisirs en famille aux loisirs extérieurs.

Si pour le premier axe on trouve la même interprétation que dans la population totale, il n'en est pas de même pour le deuxième axe ; en effet, le deuxième facteur oppose opéra suivi de musique, théâtre et chanson littéraire à cinéma. Si l'on songe à l'opéra comme à une combinaison de théâtre, musique et chanson littéraire, on pourrait en quelque sorte voir l'opposition de l'art classique à l'art moderne.

A part le premier axe, les similitudes avec la population totale sont minimes.

Dans la représentation simultanée (fig. III. 4), non sport - jeu en famille - jeu avec les enfants - réunion de famille - bricolage par plaisir,

associés à jeune ouvrier - préoccupation argent - satisfaction maxima famille - s'oppose aux sports - théâtre - expositions associés à jeune non ouvrier - préoccupations dominantes famille et retraite - satisfaction maxima travail.

Il est intéressant de comparer chez les jeunes l'opposition suivant le deuxième facteur de opéra - musique chorale associés à une courte journée de travail à cinéma - sport collectif - sport natation associés à une longue journée de travail avec l'opposition remarquée dans la population totale suivant la deuxième bissectrice. Cette dernière opposait la musique chorale et l'opéra associés aux vieux avec une longue journée de travail à sport natation, sport collectif, cinéma, associés aux jeunes avec une courte journée de travail.

Comme dans la population totale, le premier facteur dégage la structure socio-économique culturelle. La première bissectrice fait apparaître l'opposition lieu de travail éloigné - satisfaction maxima famille à lieu de travail proche - satisfaction maxima travail.

3) Population "vieux".

Les taux d'inertie des quatre premiers axes sont respectivement 39,27 %, 18,64 %, 7,13 % et 6,27 de l'inertie totale, ce qui nous donne un taux cumulé de 71,32 % de l'inertie totale du nuage pour ces quatre axes.

On remarque le taux d'inertie sont pratiquement les mêmes que ceux des quatre axes dans la population totale.

Les plans successifs du système des quatre axes nous montrent la structuration du nuage des loisirs suivant les groupes (fig. III. 5) :

{RFAM, JEUE, SPBO, BRP}, {ASS, SYN, JPEX, JREL}, {MUSC, CHLI}, {FREX, EXAR, CINE}.

Les sports (SPMO, SPNA, SPCO) sont à peu près dispersés dans le nuage.

On peut remarquer une certaine proximité entre les groupes : {CHLI, MUSC} et {CINE, FREX, EXAR}. JEUF n'est pas très éloigné de {RFAM, BRP, JEUE, SPBO}.

Le premier facteur oppose non sport - sport-boule - réunion en famille - jeu en famille - jeu avec les enfants - bricolage par plaisir - musique chorale - opéra - concert à sport de montagne - sport collectif - sport natation - exposition artistique - musique - cinéma - théâtre ; donc, exception faite pour concert qui au niveau du premier axe fait bloc avec la musique chorale et l'opéra, les oppositions sont les mêmes que dans la population totale.

D'ailleurs l'identification presque parfaite dans les plans des axes 1-2 du nuage des loisirs dans les populations "totale" et "vieux" (Fig. III. 1 et III. 5) nous montrent pour la population "vieux", les mêmes oppositions (des loisirs) que celles observées dans la population "totale" (Loisir × Travail).

On peut aller encore plus loin dans l'identification avec la population "totale", par comparaison des figures III. 2 et III. 6 donnant les représentations simultanées (Loisir et Travail) respectives des populations "totale" et "vieux".

On voit donc que l'absence des jeunes ne change pratiquement pas la configuration de la population "totale".

4) Population "non ouvrier".

Les quatre premiers axes extraient respectivement 38,33 %, 14,52 %, 8,48 % et 7,02 %, accumulant ainsi 68,35 % de l'inertie totale du nuage.

L'étude du nuage des loisirs dans les divers plans des quatre axes, et plus spécialement le plan des axes 3-4 (non figuré ici) nous montre (fig. III. 7) les groupes {RFAM, ASS}, {JPEX, JREL}, {NSP, JEUF}, {SYN, BRP, SPBO}, {OPER, MRCH}, {FREX, EXAR}, {CHLI, MUSC, CONC}, {CINE, THEA}.

Les sports de montagne, natation et collectifs sont très dispersés dans le nuage.

Le jeu avec les enfants se détache considérablement de jeu en famille et non sport dans le plan des axes 3-4 (non figuré ici).

Le premier facteur oppose non sport - sport-boule - jeu en famille - réunion de famille - bricolage par plaisir - jeu avec les enfants aux sports - cinéma - théâtre - expositions ; on peut encore remarquer au niveau du premier axe, l'opposition opéra - musique chorale à chanson littéraire - musique - concert.

Dans la représentation simultanée (fig. III. 8) on voit que le premier facteur, réunion de famille - jeu avec les enfants - syndicats - associations - associés à vieux - longue journée de travail - non rêve d'une autre métier s'oppose à sport natation - sport collectif, associés à jeune - courte journée de travail - rêve d'un autre métier.

Au niveau de la première bissectrice, on remarque la forte opposition préoccupation argent à préoccupation retraite et à un niveau plus bas, non sport jeu en famille - jeu avec les enfants - associés à satisfaction maxima famille - non désir de perfectionnement s'oppose à sport natation - sport montagne - cinéma - théâtre - expositions artistiques - associés à satisfaction maxima travail - désir de perfectionnement.

On pourra remarquer que l'absence d'ouvriers dans la population, donne un faible poids à préoccupation argent et entraîne l'isolement relatif de ce dernier caractère.

On voit en conséquence l'effacement de la structure socio-économique culturelle et réapparaître l'opposition "jeune" - "vieux".

5) Population "ouvrier".

Le premier axe n'extrait que 27,07 % de l'inertie totale du nuage; les trois autres extraient respectivement 11,99 %, 10,95 % et 7,65 %. Ces différents taux nous montrent l'importance des trois premiers axes dans l'étude du nuage.

L'étude du nuage des loisirs dans le système des quatre axes avec 57,66 % de l'inertie totale, nous montre dans ses divers plans la formation des groupes suivants (fig. III. 9) :

{JEUF, JEUE, RFAM, JPEX, JREL}, {FREX, EXAR}, {CHLI, SYN}, {CONC, THEA}, {SPMO, SPNA}.

Le plan des axes 3-4 (non figuré ici) nous montre cependant que les caractères du premier de ces groupes semblent n'être pas très fortement liés entre eux.

Les divers plans des axes nous montrent encore les excentricités des loisirs tels que les sports - musique chorale - congé culturel - prêt de livres - cinéma - musique - associations par niveau d'instruction et la plus au moins forte concentration des loisirs jeu en famille - réunion de famille - jeu avec les enfants - lecture de journaux - etc... autour du centre de gravité du nuage.

Dans le plan des axes 1-2 de la représentation simultanée (fig. III. 10) à part l'opposition non congé culturel - satisfaction travail bien fait à congé culturel - satisfaction dans l'organisation du travail, donnée par le premier facteur, la forte concentration autour de l'origine ne nous laisse pas voir de fortes oppositions.

Si l'on tient compte des proximités dans les divers plans des quatre axes, on voit dans la représentation simultanée (axes 1-3, fig. III. 11) que le troisième facteur oppose une courte journée de travail - non fatigue associé à

concert - théâtre d'un côté, une longue journée de travail - fatigue associé à sport-boule de l'autre. Il faut cependant remarquer la grande disproportionnalité entre non fatigue (un peu excentrique) et la fatigue (près du centre de gravité).

L'opposition "jeune - vieux" est moins accentuée que chez les non ouvriers.

6) - a) Comparaison des résultats.

Dans les populations "totale", "jeune" et "vieux", on a vu se dégager une structure socio-économique culturelle : d'un côté, les ouvriers associés à préoccupation argent - non sport - jeu en famille - jeu avec les enfants - réunion de famille - satisfaction maxima famille - etc..., de l'autre côté, les non ouvriers associés à préoccupations dominantes famille et retraite - sports - théâtre - cinéma - expositions artistiques - etc...

La considération des populations "non ouvrier" et "ouvrier" fait ressortir l'influence du point préoccupation argent sur la structuration des loisirs dans ces deux populations.

En effet, dans la population "non ouvrier" la forte excentricité de préoccupation argent et l'effacement de la structure socio-économique culturelle (structure observée dans les populations "totale", "jeune" et "vieux"), laisse place à des structures qui sont plutôt fonction d'âge.

Dans la population "ouvrier" on peut constater la position de préoccupation argent très proche du centre de gravité du nuage.

Si dans la population "non ouvrier" c'est la relativement forte excentricité de préoccupation argent qui change une structure dégagée jusque là, dans la population "ouvrier" c'est tout-à-fait le contraire ; la préoccupation argent entraîne avec elle, au centre de gravité, les loisirs en famille, détruisant ainsi l'opposition des loisirs en famille aux loisirs extérieurs.

Congé culturel et non congé culturel très excentriques s'opposent dans toutes les populations.

On remarque que dans la population "non ouvrier" les vieux sont associés à une longue journée de travail, et les jeunes plutôt a une courte journée de travail, tandis que dans la population "ouvrier", jeunes et vieux, les uns comme les autres figurent avec de longue journées de travail.

Dans les populations "jeune" et "ouvrier", la non satisfaction maxima semble être conséquence d'un travail non intéressant, d'une longue journée de travail et de la satisfaction dans un travail technique; ce dernier caractère seulement reflète la non satisfaction maxima dans les populations "vieux" et "non ouvrier".

On peut constater dans les populations "totale", "jeune" et "vieux" le désir de perfectionnement du côté des "non ouvriers".

En l'absence des ouvriers, i.e. dans la population "non ouvrier", le désir ou non désir de perfectionnement sont associés respectivement à rêve et non rêve d'un autre métier.

Si l'on ne considère que les ouvriers, le désir de perfectionnement apparaît à côté d'une durée de travail moyenne (46 - 48 heures) et le non désir de perfectionnement associé à une longue journée de travail.

b) Conclusions.

Nous nous apercevons que pour "Loisir × Travail" les résultats sont tout-à-fait différents dans les différentes sous populations contrairement aux résultats des sous populations dans "Loisir × Loisir". Pourquoi ?

Cela s'explique relativement bien quand on se souvient des résultats obtenus dans la population totale de "Loisir x Travail"; on y avait remarqué

les oppositions jeunes à vieux, ouvrier à non ouvrier, et nous avons étudié les populations suivant ces quatre critères.

Il est donc normal que dans les populations ouvrier et non ouvrier, on voit apparaître respectivement la préoccupation argent et l'âge comme centres de sélection des loisirs, bien que pour les populations jeune et vieux, on retrouve l'opposition préoccupation argent - non préoccupation dominante comme partie d'une structure socio-culturelle.

3ème Etude : "LOISIR × FAMILLE"

1) Population "totale".

Les taux d'inertie des quatre premiers axes sont respectivement 40,38 %, 21,66 %, 12,45 % et 4,76 %. Les trois premiers axes représentent 74,49 % de l'inertie totale du nuage. Vu le pourcentage d'inertie cumulé par les trois premiers axes et le faible taux du quatrième axe, nous ferons notre analyse dans l'espace des trois premiers axes.

L'étude du nuage des loisirs dans les divers plans des trois axes nous montrent la formation des groupes suivants (fig IV 1): {FREX, EXAR, MUSC}, {SYN, ASS, JPEX, CUL, CHLI, PRO}, {NSP, RFAM, SPBO}, {LIVR, CINE, OPER} et moins marquant {ASN, SPMO, THEA}.

Le plan des axes 1-3 montre la dissociation entre jeu en famille et jeu avec les enfants qui dans le plan des axes 1-2 peuvent sembler liés.

La lecture d'article religieux semble, comme dans les études précédentes, s'associer avec la lecture d'articles sur la politique extérieure.

Le premier facteur oppose jeu en famille - jeu avec les enfants non sport - bricolage par plaisir à théâtre - cinéma - sports - fréquentation
d'expositions et de cette façon les loisirs en famille aux loisirs extérieurs.

Dans la représentation simultanée (fig IV 2) le premier facteur oppose jeu en famille - jeu avec les enfants - enfants mineurs - satisfaction maxima famille - préoccupation argent - non auto - non sport - non confort à non préoccupation dominante - préoccupation retraite - sport - auto - confort - pas d'enfants mineurs - satisfaction maxima travail - cinéma - théâtre - expositions etc...

Il nous semble important de considérer les deux bissectrices du plan des axes 1-2 : la première oppose préoccupation argent - non confort - non auto -

non sport à non préoccupation dominante - confort auto - sports - théâtre - expositions - associations par niveau d'instruction. L'étude dans les divers plans des trois axes nous montre la stabilité de ces deux groupes. Les positions de zone de "belle habitation" et "pavillon" du côté de préoccupation argent - non confort - non auto dans le plan des axes 1-2 (fig IV 2) semblent à première vue contradictoires, cependant le plan des axes 2-4 (non figuré ici) montre qu'en réalité ces deux points sont dissociés des autres.

La deuxième bissectrice oppose jeu avec les enfants - enfants mineurs - satisfaction maxima famille à pas d'enfants mineurs - satisfaction maxima travail - cinéma - opéra.

2) Population "jeune".

Les quatre premiers axes factoriels extraient respectivement 36,22 %, 16,80 %, 9,83 % et 8,36 % de l'inertie totale du nuage. Le sous-espace des quatre axes extrait donc 71,21 % de l'inertie totale.

L'étude du nuage des loisirs dans l'espace à quatre dimensions nous montre la stabilité des groupes suivants (fig IV 3) : {JPEX, JREL} ; {ASS, SYN} ; {CHLI, PRO, CINE} ; {RFAM, SPBO} et moins clairement {THEA, ASN} ; {SPMO, SPNA} .

Le premier facteur oppose comme dans la population "totale", jeu en famille - jeu avec les enfants - non sport - bricolage par plaisir à théâtre - cinéma - sports - expositions.

Le troisième facteur (non figuré ici) nous montre encore la forte opposition des jeux en famille aux jeux avec les enfants.

Dans la représentation simultanée (fig IV 4) on voit que les oppositions réalisées par le premier facteur sont pratiquement les mêmes que dans la population "totale".

Si l'on regarde les deux bissectrices du plan des axes 1-2 et si l'on prend en compte les proximités entre éléments et caractères dans les divers plans des quatre axes, on voit que la première bissectrice oppose préoccupation argent - non confort - non auto - non sport - sport-boule à préoccupation famille - confort - auto - théâtre - expositions - associations par niveau d'instruction; suivant la deuxième bissectrice, à enfants mineurs - jeu avec les enfants - satisfaction maxima famille s'oppose pas d'enfants mineurs - cinéma - promenade - non satisfaction maxima.

On voit donc dans sa structure "loisir-famille" une population assez semblable à la population "totale".

On remarque cependant un peu d'affaiblissement dans les oppositions suivant les deux bissectrices.

3) Population "vieux".

Le pourcentage d'inertie totalisé par les quatre premiers axes est de 74,79 %, réparti respectivement comme suit : 32,89 %, 23,63 %, 12,41 %, 5,86 %.

Ces taux d'inertie sont de même ordre que ceux obtenus dans la population totale, les trois premiers totalisant 68,93 % de l'inertie totale du nuage.

La considération du nuage des loisirs dans les divers plans des trois premiers axes montre une certaine stabilité des groupes (fig IV 5): {FREX, PRO, EXAR, MUSC}, {ASS, SYN, JPEX, JREL, CUL, LIVR, CHLI}, {NSP, RFAM} et moins clairement {THEA, CINE}. Le sport-boule ne se montre pas très éloigné de réunion de famille et de non sport.

Le premier facteur oppose jeu en famille - jeu avec les enfants - bricolage par plaisir - non sport - sport-boule aux sports - cinéma - théâtre -

expositions etc...

Le troisième facteur (non représenté ici) nous montre une forte opposition entre jeu en famille et jeu avec les enfants, comme d'ailleurs dans les populations "totale" et "jeune".

Dans la représentation simultanée (fig IV 6), l'étude du nuage nous montre que pour cette population on a encore une structure "loisir-famille" très comparable à celle de la population totale. Cependant on peut remarquer une opposition plus marquante, suivant la première bissectrice, de préoccupation retraite à préoccupation argent, tandis que, suivant la deuxième bissectrice, le cinéma, qui semble laisser place à l'opéra, n'apparaît plus associé à pas d'enfants mineurs dans son opposition à jeu en famille - enfants mineurs.

4) Population "non ouvrier".

Les quatre premiers axes extraient respectivement 38,08 %, 18,95 %, 10,83 % et 6,50 % de l'inertie totale du nuage, ce qui donne un taux cumulé de 74,37 %.

Dans les divers plans des quatre axes les représentations du nuage des loisirs nous montrent une certaine stabilité des groupes suivants (fig IV 7) {SPBO, PRO}; {ASS, SYN, JPEX, JREL}; {FREX, EXAR, MUSC}; {MRCH, LIVR}; et plus faiblement {ASN, THEA, SPMO}.

On peut remarquer que CUL et THEA gravitent autour de {FREX, EXAR, MUSC}.

Comme dans la population "totale", le plan des axes 1-3 nous montre la dissociation de jeu en famille et jeu avec les enfants.

On voit, suivant le premier facteur, les mêmes oppositions que dans la population "totale", i.e. les loisirs en famille aux loisirs extérieurs.

Dans la représentation simultanée (fig IV 8) on voit que dans ses oppositions le premier facteur et les deux bissectrices ne semblent pas apporter

d'informations supplémentaires à celles de la population "totale" et si l'on revient sur les populations "jeune" et "vieux", on voit dans l'ensemble la confirmation d'une structure déjà dégagée pour ces deux dernières populations.

5) Population "ouvrier".

Les quatre premiers axes extraient respectivement 22,94 %, 14,07 %, 12,82 % et 9,27 % de l'inertie totale du nuage. Le pourcentage cumulé par les quatre premiers axes est donc de 59,10 %.

Si l'on remarque les faibles écarts entre ces taux on s'aperçoit de l'importance de chacun des quatre premiers facteurs dans l'étude du nuage.

L'étude du nuage des loisirs dans les divers plans des quatre axes nous montre l'excentricité des points SPMO, SPNA, SPCO, CONC, MUSC, MRCH, JEUE, JEUF. Les autres points se disposent autour du centre de gravité du nuage (fig IV 9) plutôt suivant deux blocs, l'un deux bien individualisé par {FREX, EXAR}, l'autre dont un regroupement nous semble difficile si l'on ne tient compte que des quatre premiers axes.

Le premier facteur oppose jeu avec les enfants - jeu en famille aux sports - cinéma - théâtre, mais les positions de fréquentation d'expositions musique - réunion de famille ne nous laissent pas voir clairement, comme pour les autres populations, l'opposition loisirs en famille à loisirs extérieurs.

La considération des représentations simultanée des divers plans des quatre axes ne nous conduit pas à voir les mêmes oppositions que celles observées, suivant le premier axe et suivant les bissectrices, dans les autres populations.

En revanche on voit se dessiner un nuage avec l'excentricité de loisirs tels que les sports - théâtre - concert - cinéma - etc... (loisirs extérieurs) - confort - auto - etc... et la plus ou moins forte concentration autour du centre de gravité, de préoccupation argent - non confort - non auto - réunion de famille etc...

On remarque (fig IV 10) au niveau du deuxième axe une certaine opposition entre préoccupation argent - non confort - non auto - réunion de famille et confort - auto, mais il faut noter la différence des poids entre ces deux groupes.

6) - a) Comparaison des résultats.

Si l'on compare les diverses populations, on constate une certaine homogénéité dans la structuration "Loisir-Famille" des populations "totale", "jeune", "vieux" et "non ouvrier": Dans ces populations on voit le premier facteur opposant les loisirs en famille aux loisirs extérieurs, et les deux bissectrices qui cherchent à décrire les loisirs en famille et les loisirs extérieurs en fonction de "moyens financiers" et de "existence d'enfants mineurs"; en effet, dans ces quatre populations, la disposition des loisirs, dans les quatre quadrants des deux bissectrices (figs IV 2-4-6-8) semble se faire suivant ces deux caractéristiques. On pourrait distinguer une structure économique culturelle suivant la première bissectrice et une structure sociale suivant la deuxième bissectrice.

Par contre la population "ouvrier" ne nous offre pas un panorama aussi net de sa structuration, ce qui était prévisible par les faibles écarts entre les taux d'inertie.

On remarque encore l'opposition jeu avec les enfants - enfants mineurs à pas d'enfants mineurs, mais on voit disparaître la caractérisation des loisirs par les moyens financiers et par l'existence d'enfants mineurs.

En revanche on remarque une certaine homogénéité dans la sélection des loisirs qui ne font pas appel à des soucis artistiques, culturels ou sportifs et l'individualisation des jeux avec les enfants.

b) Conclusions.

Si l'on compare les diverses structures dégagées dans les études précédentes, on voit que l'introduction de préoccupation argent dans l'étude "Loisir × Travail" dégage dans les populations "totale", "jeune", et "vieux" une structure socio-économique d'une part et culturelle d'autre part, tandis que dans l'étude "Loisir × Famille" où la préoccupation argent a été conservée comme composante de famille et non de travail, la présence d'enfants mineurs semble faire la décomposition economique-culturelle d'une part, sociale d'autre part.

4ème Etude : "LOISIRS × VARIABLES CULTURELLES"

1) Population "totale".

Les taux d'inertie des quatre premiers axes sont respectivement 55,92 %, 15,62 %, 12,11 % et 5,55 % de l'inertie totale du nuage ; les deux premiers axes à eux seuls cumulent 75,54 % de cette inertie.

Etant donné le grand pourcentage d'inertie totalisé par les trois premiers axes (83,65 %) et le faible taux du quatrième axe, nous nous bornerons, dans notre interprétation, aux divers plans des trois axes.

L'étude du nuage des loisirs dans ces divers plans nous montre l'isolement de chacun des loisirs association, association par niveau d'instruction, lecture sur la politique extérieure, lecture de journaux religieux.

Les autres loisirs semblent se partager en deux catégories, celle des loisirs en famille et celle des loisirs extérieurs (fig V 1). Cependant la considération du plan des axes 2-3 nous montre les groupes suivants {RFAM, SPBO}, {NSP, JEUF, JEUE}, {CINE, THEA, EXAR, MUSC, CHLI}, {CONC, OPER, MRCH}, {SPMO, SPNA}.

Le premier facteur oppose les loisirs en famille aux loisirs extérieurs, tandis que le deuxième facteur oppose association, syndicats, sportboule, jeu en famille à sport natation, sport montagne, théâtre, cinéma, expositions etc..., on voit donc l'opposition des loisirs de type collectif aux loisirs de type individuel.

Dans la représentation simultanée (fig V 2) la première bissectrice fait ressortir les associations des loisirs par niveau intellectuel : non sport - sport-boule - réunion de famille - jeu avec les enfants - jeu en famille associés à une instruction primaire s'oppose à sport - théâtre - musique - expositions artistiques associés aux instructions secondaire et supérieur. La

deuxième bissectrice oppose non associations à associations, ce qui avec l'opposition réalisée par la première bissectrice nous fait voir que les associations et non associations sont indépendantes du niveau intellectuel et explique l'opposition, suivant le premier axe, de non associations par niveau d'instruction à associations par niveau d'instruction. Dans ce sens on peut encore aller un peu plus loin, en remarquant une certaine cohérence dans la répartition du nuage dans les quatre quadrants des deux bissectrices avec les oppositions remarquées suivant ces bissectrices.

La considération du nuage formé autour du centre de gravité nous montre que le fait d'être catholique ou pas ne semble pas jouer dans la sélection des loisirs.

2) Population "jeune".

Les trois premiers axes cumulent 72,89 % de l'inertie totale du nuage, répartis respectivement en 44,30 %, 16,30 % et 12,29 %; le quatrième axe ne recueille que 7,19 % de l'inertie que notre étude négligera.

Les divers plans des axes 1-2-3 nous montre comme dans la population "totale" l'individualisation des loisirs associations, associations par niveau d'instruction, lecture sur la politique extérieure et la lecture de journaux religieux. Par contre la séparation des loisirs suivant les catégories en famille et extérieurs, semble moins claire que dans la population totale, mais on aperçoit encore une certaine opposition des loisirs en famille aux loisirs extérieurs, suivant le premier axe. On peut remarquer encore la stabilité des groupes suivants (fig V 3) {RFAM, LIVR, BRP}, {NSP, JEUF}, {CINE, SPNA}, {FREX, EXAR, THEA, MUSC}, {CONC, MRCH, OPER}

Dans la représentation simultanée, on voit suivant le premier axe la même structure dégagée dans la population totale suivant la première bissectrice i.e. les associations de loisirs par niveau intellectuel. On remarque

cependant que la première bissectrice reflète encore cette structure, mais sa partie supérieure semble montrer que dans la population jeune le fait d'avoir un père avec instruction supérieure, joue pour la sélection des loisirs artistiques et culturels (fig V 4). La deuxième bissectrice oppose les associations aux non associations, et l'opposition associations par niveau d'instruction à non associations par niveau d'instruction suivant le premier axe peut être interprétée de la même façon que dans la population "totale". On voit donc, sauf l'opposition des loisirs collectifs aux loisirs individuels dans la population "totale", et la sélection des loisirs artistiques et culturels par niveau d'instruction du père, dans la population "jeune", une structure "loisirs variables culturelles" assez semblable à celle de la population totale.

3) Population "vieux".

Les taux d'inertie des quatre premiers axes sont respectivement 55,77 %, 14,65 %, 10,88 % et 5,90 % de l'inertie totale du nuage. Ces taux sont pratiquement les mêmes que ceux de la population totale et si l'on compare les figures V 5 et V 6, donnant respectivement la représentation des loisirs et la représentation simultanée dans la population "vieux", avec les figures V 1 et V 2 donnant en représentations dans la population "totale" on s'aperçoit que l'absence des jeunes n'affecte pratiquement en rien les structures déjà dégagées dans la population totale.

4) <u>Population "non ouvrier"</u>.

Les quatre premiers axes recueillent pratiquement les mêmes taux d'inertie que ceux dans la population totale ; on trouve respectivement 53.39 %, 15,17 %, 12,35 % et 5,03 % de l'inertie totale du nuage.

Comme dans la population "vieux", la représentation des loisirs et la représentation simultanée, à quelques nuances près, ne différent pas de celles trouvées pour la population "totale" (v figs V7 et V 8).

5) Population "ouvrier".

Les quatre premiers axes extraient respectivement 34,69 %, 17,42 %, 12,73 %, 12,29 % de l'inertie totale du nuage. On remarque que le taux d'inertie extrait par le deuxième axe est d'environ la moitié de celui extrait par le premier, mais qu'il n'y a pratiquement pas de différence entre les taux exprimés par les trois derniers axes. Ftant donné la grande homogénéité des ouvriers dans ce qui concerne le niveau intellectuel (primaire), et la nature des variables culturelles mises en correspondance, on doit s'attendre à une certaine non importance des caractères culturels (considérés dans notre étude) pour la sélection des loisirs (parmi les 140 ouvriers composant notre population, 125 ont une instruction primaire, 13 une instruction secondaire, 2 une instruction supérieure; 126 dont le père a eu une instruction primaire, 7 dont le père a reçu une instruction secondaire, 1 dont le père a eu une instruction supérieure).

Exception faite à associations par niveau d'instruction, musique chorale, sport montagne, lecture d'articles religieux, le plan des axes 1-2 de la représentation des loisirs (fig V 9) nous montre un nuage fortement concentré autour du centre de gravité ce qui semble accentuer l'homogénéité déjà remarquée dans les autres études, des loisirs dans la population "ouvrier".

La représentation simultanée dans le plan des axes 1-2 (fig V 10) avec une forte concentration autour du centre de gravité (et de l'instruction primaire) semble confirmer nos prévisions sur la non-importance des caractères culturels dans la sélection des loisirs. Cependant dans le plan des axes 2-3 de la représentation simultanée (fig V 11), la première bissectrice fait ressortir d'une façon pas très prononcé l'opposition des loisirs faisant appel à des soucis intellectuels du côté de l'instruction secondaire, aux loisirs terre à terre du côté de l'instruction primaire. On remarque encore l'opposition des associations aux non associations au niveau du troisième axe.

Conclusions.

Si l'on revient sur les populations étudiées, on constate que dans les populations "totale", "jeune", "vieux" et "ouvrier" ce sont, parmi les caractères culturels sélectionnés, les niveaux d'instructions qui conditionnent le plus les loisirs du point de vue de la sélection, et dans les oppositions. On voit se dégager une structure socio-culturelle commune à ces quatre populations qui fait ressortir les loisirs par niveau intellectuel; les loisirs familiaux (non sport - sport-boule - jeu avec les enfants etc...) associés aux instructions secondaire et supérieure.

Par contre dans la population "ouvrier" où les différences entre niveau d'instruction sont pratiquement nulles, l'homogénéité déjà remarquée dans les autres études, dans la section des loisirs, ne fait que s'accentuer.

Dans toutes les populations, à part l'association par niveau d'instruction (très excentrique), le fait d'être associé ou non associé est indépendant du niveau d'instruction.

5ème Etude : "TOUT × TOUT".

1) Population "Totale".

Les quatre premiers axes extraient respectivement 22,27 %, 9.05 %, 5,66 % et 4,82 % de l'inertie totale du nuage. L'étude du nuage dans l'espace des trois premiers axes (36,98 % de l'inertie totale) fait ressortir au niveau des loisirs, la formation de groupes (voir fig. VI 1) qui se caractérisent par leurs aspects familiaux (réunion de famille, jeux en famille, jeux avec les enfants, etc...), sportifs (sports) ou artistiques (musique, théâtre, expositions artistiques, etc...), et un certain nombre de loisirs qui semblent bien répartis dans la population (autour du centre de gravité du nuage) : sport-boule, associations, lecture de journaux religieux et de politique extérieure.

Suivant le premier axe, jeux en famille - jeux avec les enfants - réunion de famille - non sport - préoccupation argent - non confort - non auto - ouvrier - niveau d'instruction primaire s'oppose aux sports - théâtre - cinéma - expositions - non préoccupation dominante - confort - auto - non ouvrier - professions libérales - niveau d'instruction secondaire et supérieur. L'opposition des ouvriers aux professions libérales est marquant, et si l'on trouve les loisirs en famille du côté des ouvriers et les loisirs extérieurs du côté des professions libérales, on ne voit pas pourtant de fortes associations entre ces groupes de loisirs et les classes professionnelles correspondantes ; on voit plutôt une classe moyenne avec un côté "ouvrier" et un côté "profession libérale" associés respectivement aux loisirs en famille et aux loisirs extérieurs.

Suivant le deuxième axe, on retrouve encore des oppositions entre classes socio-professionnelles, mais tandis que sur le premier axe les oppositions entre classes professionnelles étaient liées aux niveaux d'instruction ; sur le deuxième, elles sont indépendantes de ces derniers et plutôt liées à l'âge et à

la durée du travail : les employés avec des durées de travail courte et moyenne, associées aux jeunes, s'opposent aux patrons, avec de longues journées de travail, associées aux vieux.

Dans le plan des axes 1-3 (fig. VI 2) la deuxième bissectrice fait apparaître l'opposition enfants mineurs - satisfaction maximum - famille - jeux avec les enfants à pas d'enfants mineurs - satisfaction maximum - travail - cinéma - opéra.

2) Comparaison avec les "populations totales" des études précédentes.

Si l'on compose les résultats trouvés dans cette étude avec les résultats trouvés pour la population totale dans chaque étude précédente, on s'aperçoit que la structure dégage dans la population totale quand on considère le croisement "tout par tout", englobe en grande partie les résultats obtenus pour cette même population dans les quatre études précédentes où l'on a mis les loisirs en correspondance avec des loisirs, des caractères de travail, des caractères de famille, et des caractères culturels respectivement. En effet, on voit réapparaître des structures socio-économiques et culturelles, des structures d'âge et de durée du travail et aussi une sélection de loisirs en fonction du nombre d'enfants et du niveau culturel etc... qui ont caractérisé les études précédentes.

Cependant l'opposition des loisirs en famille aux loisirs extérieurs est en général plus nette dans les quatre premières études et d'autres oppositions entre loisirs, particulières à certaines des quatre études précédentes, ne semblent plus se retrouver dans la cinquième étude ; citons comme exemples l'opposition jeux en famille à jeux avec les enfants (suivant le troisième axe) dans l'étude "loisir x famille", l'opposition loisirs collectifs à loisirs individuels, l'opposition des associations aux non associations, qui étaient indépendantes

vis-à-vis des niveaux culturels, dans l'étude "loisirs x variables culturelles".

En ce qui concerne la formation de groupes isolés de loisirs, on a constaté que dans la population totale de "Tout × Tout" une partie des loisirs se distribuait de façon plus ou moins homogène dans la population et l'autre partie se répartissait suivant des critères familiaux, sportifs ou artistiques. Si l'on revient sur les quatre premières études, on voit que les formations des groupes n'obéissent pas strictement à de tels critères et que ces groupes diffèrent, quelquefois considérablement, dans la population totale de deux études différentes.

3) Population "Jeune".

Les taux d'inertie des quatre premiers axes sont pratiquement les mêmes qui dans la population totale : 21,93 %, 9,42 %, 7,94 % et 5,78 % de l'inertie totale du nuage.

Comme dans la population totale les loisirs se regroupent suivant ses aspects familiaux, sportifs et artistiques, excepté un certain nombre d'entre eux qui se répartissent également dans la population.

Sur la figure VI 3 donnant la représentation du nuage dans le plan des axes 1-2, on voit, suivant le premier axe, les mêmes oppositions que dans la population totale, avec les mêmes tendances "ouvrier" et "profession libérale" dans la sélection des loisirs familiaux et extérieurs. Suivant le deuxième axe, on ne voit plus d'oppositions importantes, mais suivant la deuxième bissectrice, on peut distinguer l'opposition enfants mineurs - jeux avec les enfants - satisfaction maximum famille - lieu de travail éloigné à pas d'enfants mineurs - cinéma - satisfaction maximum - travail - lieu de travail proche.

4) Comparaison avec les "populations jeunes" des études précédentes.

Si l'on revient sur les populations jeunes dans les quatre premières études, on voit que les principales structures dégagées dans chacune de ces études se retrouvent dans la population "jeune" de la cinquième étude, mais, comme dans la comparaison entre les populations totales, on voit dans cette dernière étude un peu plus d'affaiblissement entre loisirs en famille et loisirs extérieurs et la disparition de certaines oppositions. Cependant, il nous semble que dans les quatre premières études, les "jeunes", dans la sélection des loisirs, ont en grande partie obéi à des critères familiaux, sportifs et artistiques, comme dans l'étude "tout × tout".

5) Population "Vieux".

Les taux d'inerties recueillis par les quatre premiers axes sont respectivement 23,46 %, 9,56 %, 4,86 % et 3,50 % et donc pratiquement les mêmes que ceux obtenus pour la population totale.

L'analyse du nuage dans les divers plans des trois premiers axes nous montre une structure assez semblable à celle de la population totale. La représentation du nuage dans le plan des axes 1-2 (fig. VI 4) nous montre les mêmes oppositions suivant le premier axe. Et le deuxième axe qui dans la population "totale" opposait les jeunes avec des journées de travail courte et moyenne aux vieux avec une longue journée de travail, continue encore de faire ces oppositions tout en remplaçant les "jeunes" par les vieux de moins de 45 ans (qui sont les "jeunes" de la population vieux : AGE 3). On voit encore suivant le deuxième axe l'opposition enfants mineurs - jeux avec les enfants - satisfaction maximum famille à pas d'enfants mineurs - satisfaction maximum travail - opéra, qui dans la population totale était réalisée par le troisième axe.

6) Comparaison avec les "populations vieux" des études précédentes.

Dans toutes les études (la cinquième inclue) on a remarqué qu'à quelques nuancesprès, les structures dégagées dans la population "vieux" était les mêmes que dans la population totale ; ceci étant particulièrement dû au fait que les vieux représentent le deux tiers des individus enquêtés. On voit donc que la comparaison des structures des populations "vieux" dans les quatre premières études avec celles de la population "vieux" dans la cinquième étude nous conduit aux mêmes conclusions que celles obtenus dans la comparaison des populations totales.

7) Population "Non Ouvrier".

Les quatre premiers axes extraient respectivement 18,17 %, 10,27 %, 5,99 % et 5,84 % de l'inertie totale du nuage. Relativement aux autres populations, on voit un nuage beaucoup plus concentré autour du centre de gravité (voir fig. VI 5). En conséquence et malgré une certaine conservation de la structure dégagée dans la population totale, les oppositions suivant le premier axe sont beaucoup plus faibles que dans cette dernière. On remarque que l'absence des ouvriers laisse cependant en place une opposition analogue (suivant le premier axe) à l'opposition des ouvriers aux professions libérales observées dans les populations "totale", "jeune" et "vieux"; cela s'explique facilement par le fait que, dans l'enquête, on a considéré comme non ouvrier le personnel de service et qu'il en a été de même pour le petit nombre d'agriculteurs (6 au total) alors que les conditions de vie de ces catégories socio-professionnelles se rapprochent probablement plus de la vie des ouvriers que de celle des non ouvriers.

On peut distinguer l'opposition suivant le deuxième axe des vieux avec une longue journée de travail (à côté des patrons) aux jeunes avec des journées de travail courte et moyenne (à côté des employés).

Suivant le troisième axe (fig. VI 6) mais plus faiblement que dans les autres populations, enfants mineurs - jeux avec les enfants - satisfaction maximum famille, s'oppose à pas d'enfants mineurs - satisfaction maximum travail - cinéma - opéra.

8) Comparaison avec les "populations non ouvrier" des études précédentes.

La comparaison des structures dégagées dans la population "non ouvrier" dans chacune des quatre premières études avec la structure observée dans la population "non ouvrier" dans la cinquième étude, nous fait voir que les résultats obtenus dans les premières s'y retrouvent en grande partie dans cette dernière, quoique moins explicitement, à cause d'une plus grande concentration du nuage autour du centre de gravité.

Cependant la seule considération de l'étude "tout x tout" ne nous permet pas de voir, contrairement à ce qui se passe quand on considère les études partielles (loisirs x loisirs - loisirs x travail - loisirs x famille - loisirs x v. culturelles), qui sont les caractères de travail les principaux responsables, dans la population "non ouvrier" du changement de la structure observée dans la population totale. En effet, dans les quatre premières études sauf loisir x travail, on constate une certaine identité entre les structures dégagées chez les non ouvriers et celle dégagée dans la population totale.

9) Population "Ouvrier".

Les quatre premiers axes extraient respectivement 9.85%, 9.39%, 8.40% et 6.74% de l'inertie totale du nuage.

Vu ces pourcentages d'inertie et ces faibles écarts, on s'aperçoit du peu d'information contenu dans l'espace des quatre premiers axes. A part quelques points dont les effectifs dans la population "ouvrier" sont plutôt faibles, les

loisirs forment une "boule" ne permettant aucune discrimination (voir fig. VI 7).

Suivant le troisième axe (fig. VI 8) on peut remarquer de faibles oppositions entre les jeunes et les vieux et entre les associations et non associations.

10) Comparaison avec les "populations ouvriers" des études précédentes.

Tout d'abord, on remarque que dans toutes les études, la population "ouvrier" se fait remarquer par son homogénéité au niveau des loisirs. Si l'on compare les résultats obtenus dans les quatre premières études pour la population "ouvrier" avec les résultats obtenus dans cette même population dans la cinquième étude, on voit qu'ils sont très réduits dans cette dernière et que s'ils ne sont pas très différents dans les quatre premières études, on voit cependant, dans ces dernières, des tendances à d'autres structurations.

Conclusions générales.

Au début de notre travail deux questions se sont posées :

d'abord, on se demandait si la considération de quatre études séparées, où l'on

mettrait les loisirs en correspondance avec des loisirs, des caractères familiaux

et des caractères culturels respectivement, nous conduiraient à de meilleurs

résultats que ceux obtenus dans l'analyse globale de notre tableau de départ

("tout x tout", population "totale"). Ensuite si pour chacune de ces études la

considération des sous-populations "jeunes", "vieux", "non ouvriers", "ouvriers",

permettrait de nuancer encore plus ces résultats.

a) Maintenant nous croyons être en mesure de répondre par l'affirmative, car comme nous venons de voir, si une grande partie des structures dégagées dans l'ensemble des quatre premières études se sont retrouvées dans la cinquième étude; en revanche, on ne les aurait pas bien interprétées sans la connaissance préalable des résultats dans les quatre premières études.

Il est clair que seules les premières études nous ont donné des résultats précis sur les liaisons entre les loisirs eux-mêmes, entre loisirs famille, loisirset travail, loisirs et variables culturelles.

Cela nous semble justifier à postériori le fait d'avoir dans chaque cas défini des sous-tableaux de correspondances. L'étude "tout par tout" n'est qu'un guide préalable donnant la structure générale, les études partielles nous permettant de pousser beaucoup plus loin les analyses spécialement pour les variables qui présentent un intérêt particulier pour l'utilisateur.

b) Pour ce qui est des études des sous-populations, les deux souspopulations qui nous ont donné les résultats les plus caractéristiques sont les
"jeunes" et les "ouvriers", dont les influences étaient dans la population totale,
masquées à cause de leurs effectifs relativement faibles. Par contre, les "vieux"

et les "non ouvriers" qui représentent les proportions importantes de la population totale, ne nous donnent pas des résultats nouveaux relativement à la population totale.

Les résultats des sous-populations sont spécialement intéressants quand dans la population totale se révèle des oppositions "jeunes - vieux" ou "ouvriers - non ouvriers" (par exemple dans l'étude loisir × travail de la population totale) parce que l'étude des sous-populations permet d'aller plus loin dans les conclusions et permet d'éviter que ces oppositions trop triviales ne masquent des phénomènes plus fins.

En conclusion, il semble intéressant d'envisager des partitions de la population, premièrement quand ces partitions conduisent à des sous-populations homogènes, deuxièmement quand ces partitions correspondent à un type d'opposition trop important ou bien connu, que risque de masquer des phénomènes moins visibles mais aussi intéressants.

A N N E X E

-=-=-=-=-

Solution in the contraction of t	
### ### ### ### #### #### ############	riables isir I səldair
*	ro:
*	AGE 1 AGE 2 AGE 3 AGE 4
* 287 69,2 92 67,6 195 69,9 162 58,9 1 89 21,4 29 21,3 60 21,5 76 27,6 37 13,4 15 10,6 19 14,0 25 9,0 37 13,4 16 3,9 4 2,9 12 4,3 15 5,4 10,9 36 8,7 11 8,1 25 9,0 30 10,9	AUKK WHW
* 319 76,9 102 75,0 217 77,8 193 70,2 12	INCO INC1 INC2
	INPO INP1 INP2 INP9

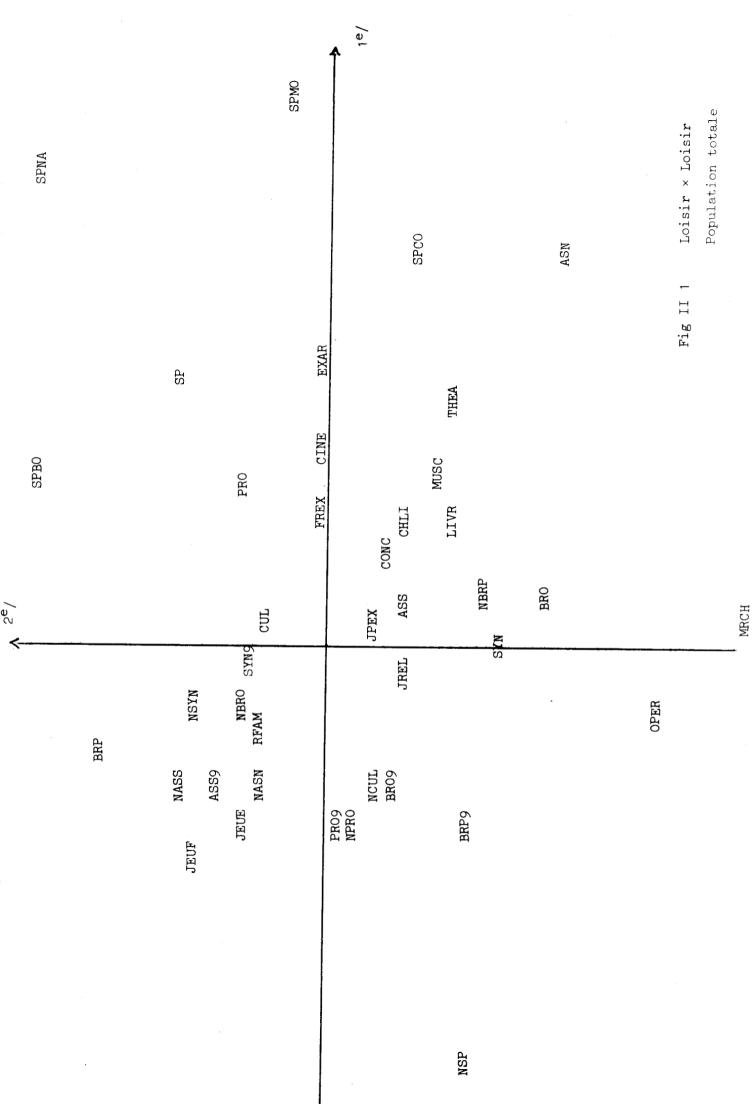
LISTE DES	CODE	variables Loisir I	riables	variables Travail	variables de famille	17 variables	tères	Caractères derivées	POPUI	LATION LE : 415	JEUNE	ES ; 136	VIEUX	? : 279		ON RIERS	OUV	RIERS
CARACTERES		42 va	27 va Lo	42 va	29 va	17 va	Carac	Carac	Effec-	- %	Effec- tif	- %						
CONDITIONS DE VIE MATERIELLE																		
1) Logement																		
Zone, Habit, neuves, belles Autres Zones habit.	BEL NBEL				*		*	*	164 251	39,5 60,5	50 86	36,8 63,2	114 165	40,9	111	40,4	53 87	37,9
H L M Pavillon Autres logements	HLM PAV LOGO				* *		*	*	256 92 67	61,7 22,2 16,1	85 29 22	62,5 21,3 16,2	171 63 45	61,3	179 52 44	65,1 18,9 16,0	77 40 23	62,1 55,0 28,6
Logement confortable Logement non confortable	CON NCON				*		*	*	234 181	56,4 43,6	66 70	48,5	168	60,2 39,8	182	66,2	52	16,4 37,1 62,9
2) <u>Automobile</u>),0		02,9
Propriétaires d'1 voiture Non propriétaires Non réponse	AUT NAUT AUT9				* *		*	*	189 216 10	45,5 52,0 2,4	56 78 2	41,2 57,3 1,5	133 138 8	47,7 49,5 2,9	166 100 9	60,4 36,4 3,3	23 116. 1	16,4 82,9 0,7
VIE DE TRAVAIL													~					
1) <u>Distance du lieu de</u> travail.																		
Proche Eloigné	LPR NLPR			*			*	*	262 153	63,1 36,9	87 49	64,0 36,0	175 104	62 , 7 37 , 3	187 88	68,0 32,0	75 65	53 , 6 46 , 4
2) <u>Fatigue</u>																		
Fatigués Non fatigués	FAT NFAT			*			*	*	370 45	89 , 2 10 , 8	122 14	89,7 10,3	248 31	88 , 9 11 , 1	245 30	89,1 10,9	125 15	89,3 10,7
														;				

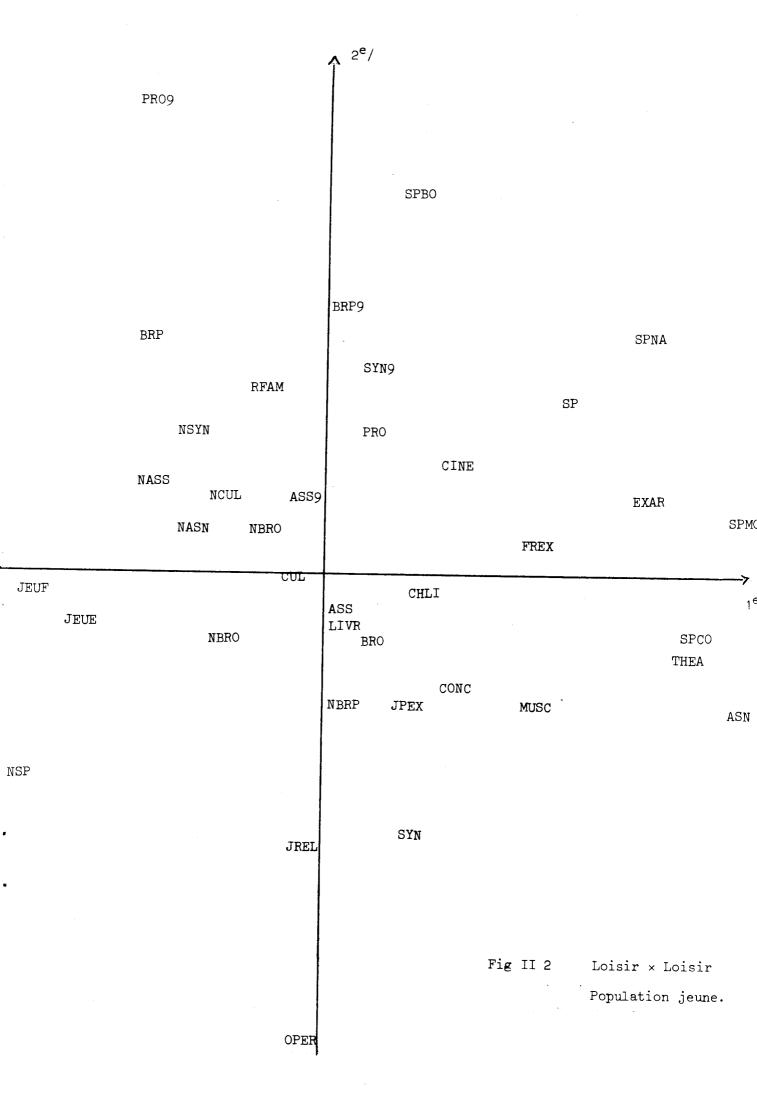
LISTE DES CARACTERES	CODE	1 1	27 variables Loisir II	42 variables Travail	29 variables vie de famille	17 variables Culturelles	Caractères données (72)	Caractères derivées	POPUL TOTALE effec- tifs		JEUNES	: 136	VIEUX	: 279	NC OUVRIE	ON ERS:275 %	OUVRIE	ERS: 140
3) Intérêt au travail Travail intéressant non intéressant	TRIN NTRI			*			*	*	322	77,6	105	77,2	217	77,8	212	77,1	110	78,6
Non réponse Satisfaction tr. bien fait travail tech. organisation du tr. dans relations avec camarades	TRI9 STBI STTE STOR STRC			* * * * *			* *	*	71 22 95 141 69 132	17,1 5,3 22,9 34,0 16,6 31,8	23 8 27 52 20 46	16,9 5,9 19,8 38,2 14,7 33,8	48 14 68 89 49 86	17,2 5,0 24,4 31,9 17,6 30,8	50 13 51 90 53 69	18,2 4,7 18,5 32,7 19,3 25,1	21 9 44 51 16 63	15,(6,l 31,l 36,l 11,l 45,(
Rêve d'un autre métier Non rêve d'un " Non réponse	REV NREV REV9			* *			*	*	159 236 20	38,3 56,9 4,8	65 67 4	47,8 49,3 2,9	94 169 16	33,7 60,6 5,7	115 141 19	41,8 51,3 6,9	44 95 1	31,1 67,9 0,7
Désir de perfectionnement Non désir de perfection. Non réponse	PER NPER PER9			* * *			*	*	229 144 42	55,2 34,7 10,1	79 48 9	58,1 35,3 6,6	150 96 33	53,8 34,4 11,8	167 74 34	60,7 26,9 12,4	62 70 8	44,3 50,0 5,7
4) Durée du travail Moins de 46 h. 46 - 48 h. Plus de 48 h. Durées diverses Non réponse	TR 1 TR 2 TR 3 TR D TR 9			* * *			* * *	*	77 78 190 58 10	18,5 18,8 45,8 14,0 2,4	27 34 54 18 0	19,8 25,0 39,7 13,2 0	50 44 136 40 9	17,9 15,8 48,7 14,3 3,2	55 40 123 47 10	20,0 14,5 44,7 17,1 3,6	22 38 67 11 2	15,7 27,1 47,9 7,9 1,4

RS: 140	<i>b</i> %	- -	10,0	20,		7,5	4 - 4 - 6 - 6 - 6 - 6 - 6 - 6 - 6 - 6 -	5 = =	1	 32,9	777	26. 20		61,	10,0	27,	67,	
OUVRIERS:	Effec- tif		14	37 - 27		11	1 6	12 - 12	i I	 917	62	25) \ - (98	17	38	76 8	
ks: 275	Pć		21,1	51,6		30,2	0,7	13,8	 	5	4, 54 0, a	\circ		57,8	4,6	34,2	5,4°5	
NON OUVRIERS	Effec- tif		58	142	,	. α . α	8 8 8 8 8 8	3 3 3	1	98	(C) II	90	7 (159	56	46	151	
: 279	P6/		19,0	51,6		25,1	13,5	, T	i i	36,2	42,3	30.8	(J.• 29	4,9	•	50,00 0,00	
VIEUX	Effec- tif		53	144		70	7 0 c	333	1	101	118	98	t	5	18	∞	167 26	
3 : 136	<i>P</i> %		14,0	50,7		17,6	. 0. . 0. . 0.	14,7	1	31,6	50,7	- K	,	ر ، ار	16,2	•	57 , 3	
JEUNES	Effec- tif		57	600		24	7 7 7	200	 	43	69	777	(2	22	94	12	
ATION E : 415	60		•	3,6		22,6	1-00 C/J	12,8	 	34,7	45,0	1, 15 1, 15	(L),),	9,6	•	50,00 0,00	
POPULATION TOTALE : 4	Effec- tif		72	213		94	34	, L 0, 0,	1	144	187	130	L.	747	70	132	245 38	
597 = 76 \$98 \$95 \$95 \$95	Caraci Terri			* *				* *	l	*	-				*		* *	
_	~ 1								1						不		* *	
es (<u>JS)</u>	gouue		* *		-	* *	* *		1		* *	*			本	*	* *	
es (72)	Carac Sarac Gonné		* *			* *	* *		-		* *	*			* 	*	* *	
e famille riables urelles tères es (72)	vie d 17 va Cult Carac donné		* *	* *		* *		* *	1		* *		*		*	*		
avail riables riables urelles tères es (72)	Tr 29 va. vie d 17 va. Cult Carac			* *			* *	* *	1							*		
riables avail riables e famille riables urelles tères	Tr Tr 29 va. Vie d 17 va. 17 va. Carac		* *			* *	* *		1 1 1 1							*		
avail riables riables urelles tères es (72)	Lo Va. Lo Va. Lo Va. Tr Cy Va. Tr Cy Va. Vie d.		* *			* *	* *		1 1 1							*		
riables riables isir II riables avail riables e famille riables riables riables	Lo Va. Lo Va. Lo Va. Tr Cy Va. Tr Cy Va. Vie d.		* *	* *		* *	* *			*		*		•		*		

OUVRIERS: 140	Pó			5,0 10,1		47,1 1,84 6,6	18,6 77,1	28 27 27 27 27 27 27 27 27 27 27	
			78	7 4 4 7 4 4 4	22 101 6	99	26 108 6	20 13 13 13 13 13 13	
NON IERS:275	b		76,2	22,5	160,7 760,7 760,7 760,7	42,0 5,0,0	17,8 79,3 2,9	44,14 38,13 38,13 4,14 4,14 4,14 4,14 4,14 6,0	
NON			127	62 77 77 72	717	116	21 8 8 8	122 106 106 100 113 85	
X: 279	60		52,3	4, 5, 11 8, 12 1, 18	33,7 63,8 7,5	46,9 9,03	17,6 78,5 3,9	20000000000000000000000000000000000000	
VIEUX	•		146	4 4 5 6 7 6 7 6 7 6 7 6 7 6 7 6 7 6 7 6 7 6	94 178	129	219	20 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	<u>-</u>
3 : 136	₽€		93	21,3	トの3-	39,0 58,1	19,1 78,7 2,2	28 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	
JEUNES			59	0 7 0 7	8 t l V	79	26 107 3	85 1 8 8 8 9 8 9 8 9 8 9 8 9 9 9 9 9 9 9 9	
POPULATION OTALE: 415	Pc		• •	16,6		43.9 6.87 9.0	18,1 78,5	00000000000000000000000000000000000000	
EH 1	derive firve derits		205	0 0 0 0	139	182 221 12	75 326 14	162 388 124 84 127 113 105	
, səzə	joere)	<u> </u>	*		* *	* *	* *		
riables rrelles chères relles	Carac		*	* * * *	* *	*	*	* * * * * * * *	
	IL vai								
səтавт		·					1		
riables riables riables	Trace de de de de de								
Lisva	LLS VAI SYT SY VIE de VIE de		*	* * * ;	* *	*	*	* * * * * * *	
riables	Lou Lou Lou SY SY SY SY SY SY SY SY SY SY SY SY SY		* * *	* * * *		* * * *	* * * *	* * * * * * * *	
risbles Isir II risbles Lisbles	ho vai				* * * *				

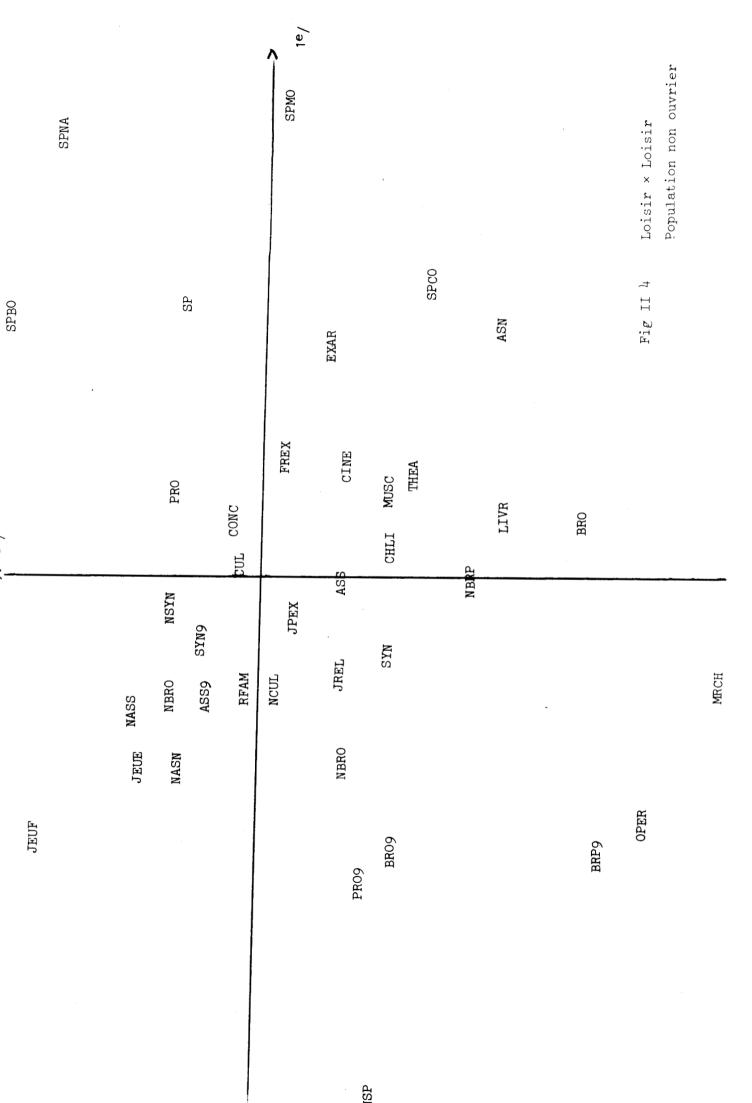
RS: 14	<i>b</i> %	35, 22, 14, 43,	455 777 777 777 705,	96,1 21,1 70,1	0,04	
OUVRIERS:	Effec- tif	449 820 61 79	109 109 61 15 75	135 30 99	96 44 90 .	
N 35:275	<i>b</i> 0/	61,4 34,5 14,2 44,7 55,3	39,6 26,9 65,1 32,7 10,2	81,8 36,7 46,9 16,4	0 29,0 0 70,9	
NON OUVRIERS	Effec- tif	169 95 123 172	109 179 157 157 28 50	225 101 129 45	0 80 0 195	
: 279	<i>P</i> %	55,9 32,6 39,4	10,5 29,7 70,8 54,5 11,5	85,7 34,8 50,2 15,0	0 0 30,1 69,8	
VIEUX	Effec- tif	156 90 38 110	113 83 152 152 85 150	239 97 140 42	0 0 195	
s : 136	<i>6</i> 0	45,6 27,2 15,4 54,4 45,6	43,4 67,6 48,5 43,4 8,1	89,0 25,0 64,7 10,3	1,1,1 58,8 0	
JEUNES	Effec- tif	62 37 21 74 62	93 93 11 12 12 13 14	121 34 88 14	80 0 0	
POPULATION TOTALE : 415	PO	52.5 30.6 14.2 44.3 55.7	41 29 44 69 44 52 52 5 1 1 3 5 2 5 1 3 5 2 5 1 1 3 5 2	86,7 31,6 54,9 13,5	13,5 19,8 20,8 46,9	
	Effec- tif	218 127 59 184 231	172 122 288 218 154 43	360 131 228 56	56 80 84 195	
eeres	Caract dérive 118-72	*	* *	* * *	* * * *	
seres (72) se	Caract	* * * *	****	*		
riables rrelles	17 vai	* *	* * * *	*		
riables e famille	Sy var		* * *			
riables	rea st	* *			* * *	
riables II risi	S7 var	* * * *	* * * *	*		
riables I risi	Loz var	* * * *	* * * * * *	* * * *		
	CODE	JPEX JREL LIVR CUL NCUL	JEUE JEUF RFAM ASS NASS ASS9 ASS9	NASN SYN NSYN SYN9	JEOV JENO VIOU VINO	
LISTE DES	CARACTERES	4) LOISIRS INTELLECTUELS Lecture Politique Extér. Lecture Vie Religieuse Emprunt de livres Congé Culturel Pas de Congé Culturel 5) LOISIRS SOCIAUX	Jeux avec les enfants Jeux en famille Réunions en famille Participation aux associat. Non Partic. aux associat. Non réponse Participation aux associat.	Non """" Participation syndicats Non partic. syndicats Non réponse	"Jeunes-ouvriers" "Jeunes-non ouvriers" "Vieux-ouvriers" "Vieux- non ouvriers"	

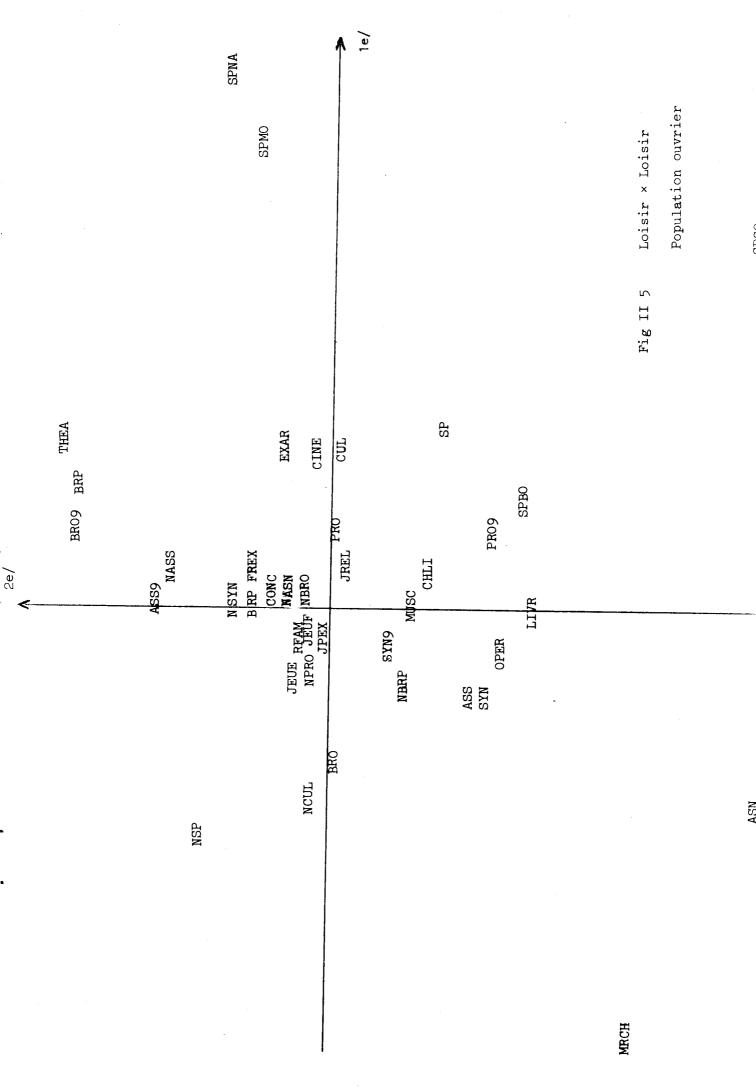


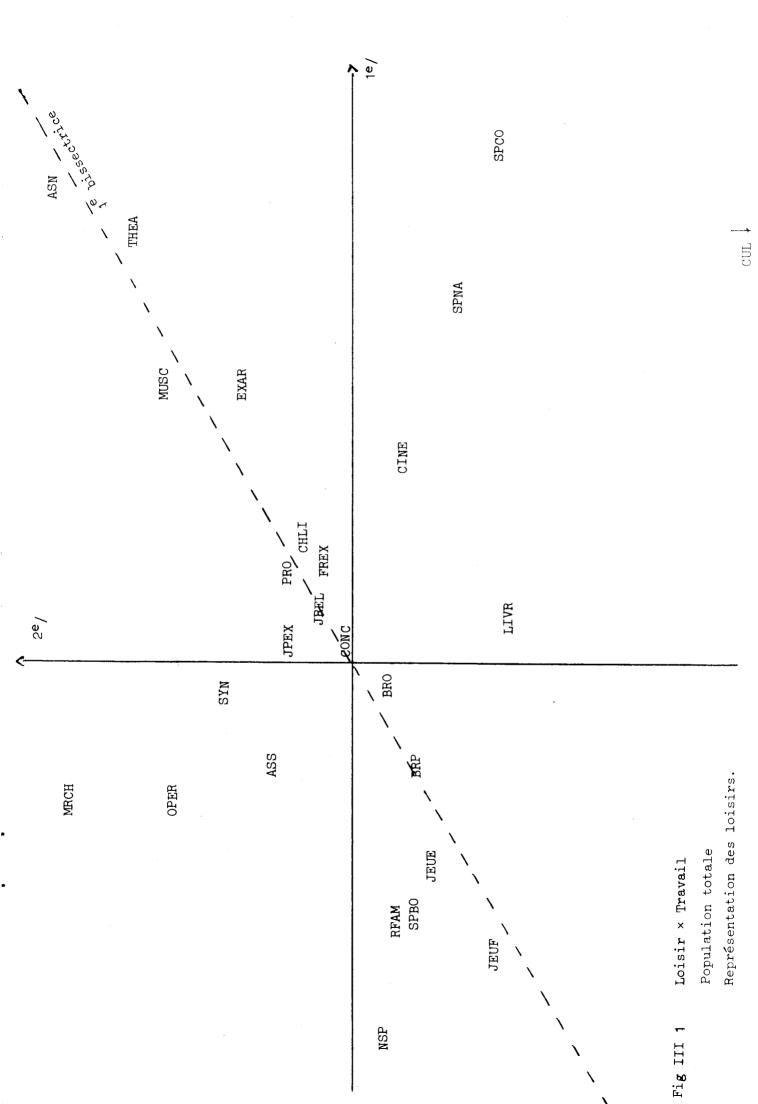


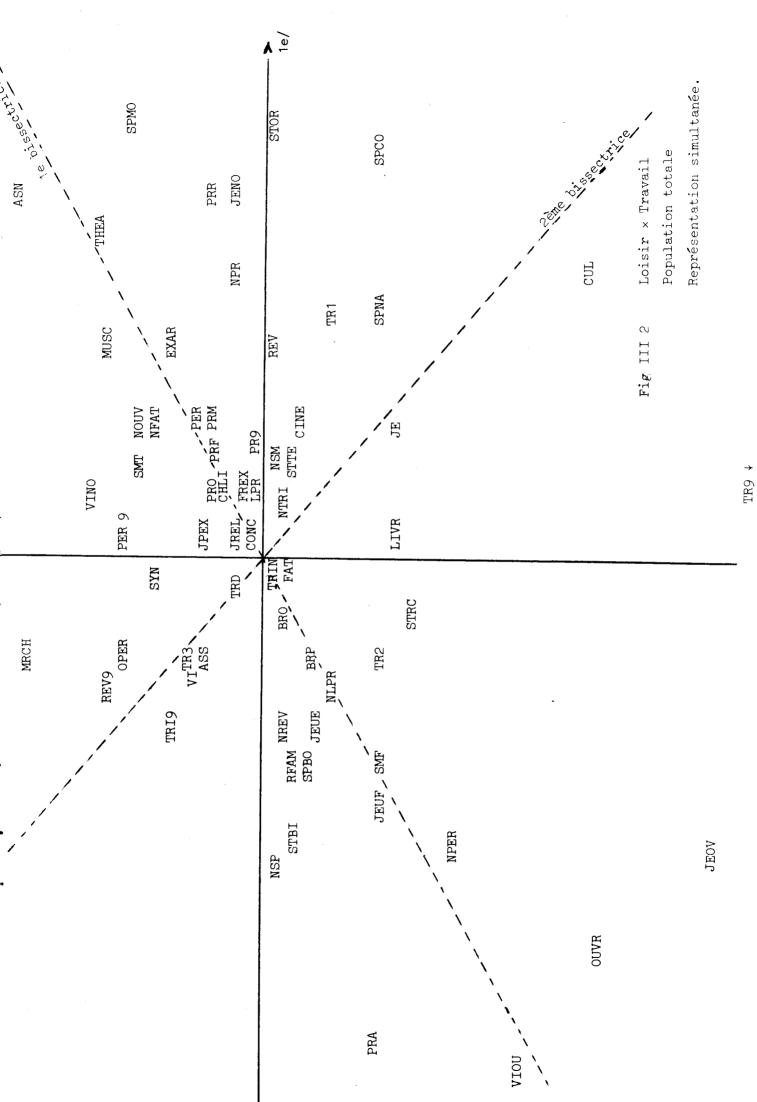
	SPNA						SPMO	1e/		SPCO				Loisir x Loisir Population vieux.
			SP				EXAR						ASN	Fig II 3
., SPBO				CUL		PRO	FREX	JPEX JREL	CONC	N LIVR MUSC CHLI THEA	BRP		BRO	
J	BRP	JEUF NASS	ASS9	JEUE NSYN NBRO	NASN SYN9	RFAM		NPRO JP	NCUL	BR09 SYN			OPÉR B	
										NSP		вкР9	PRO9	

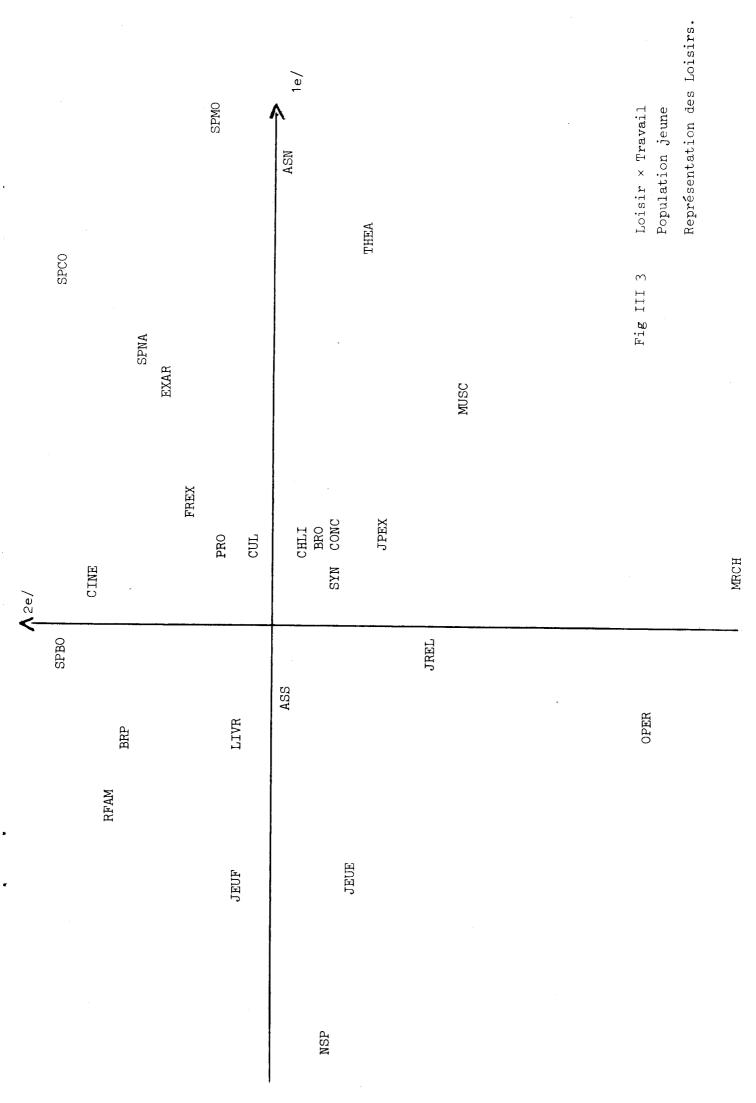
Ž A

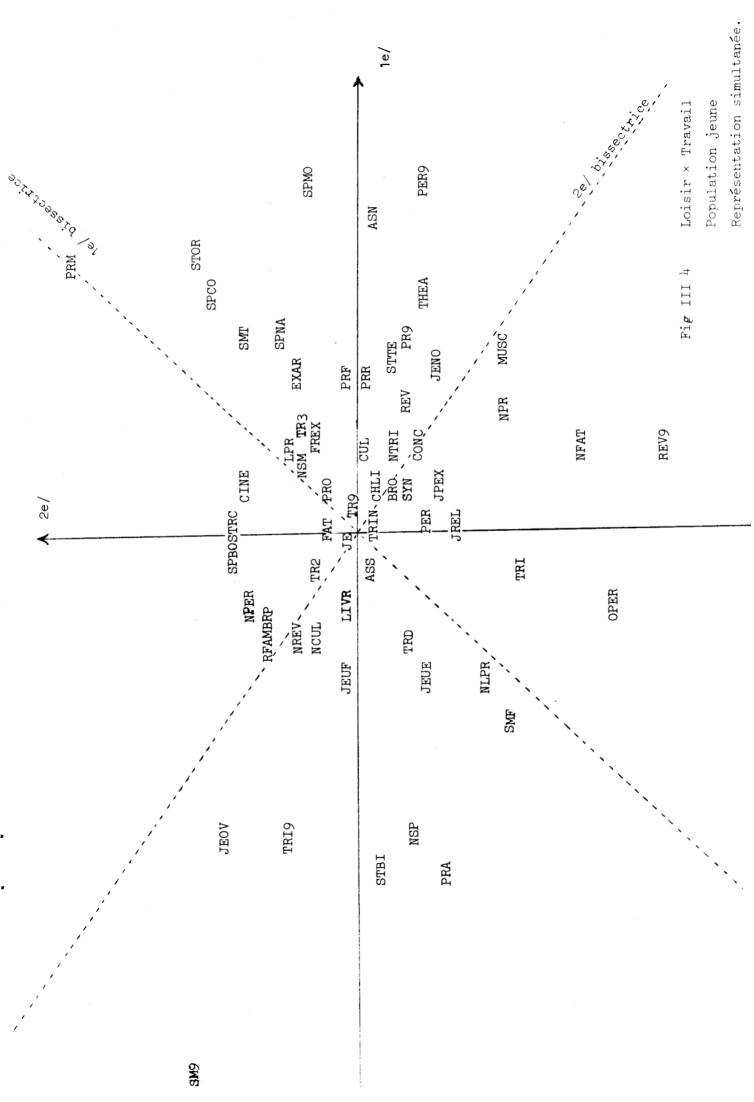




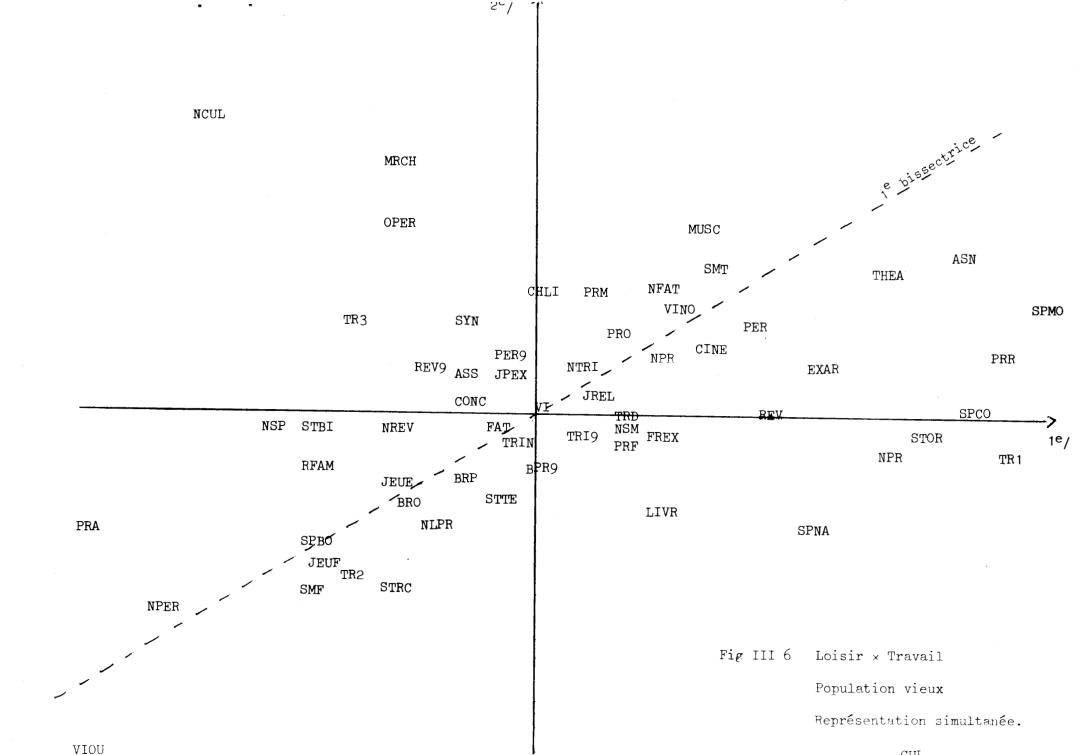


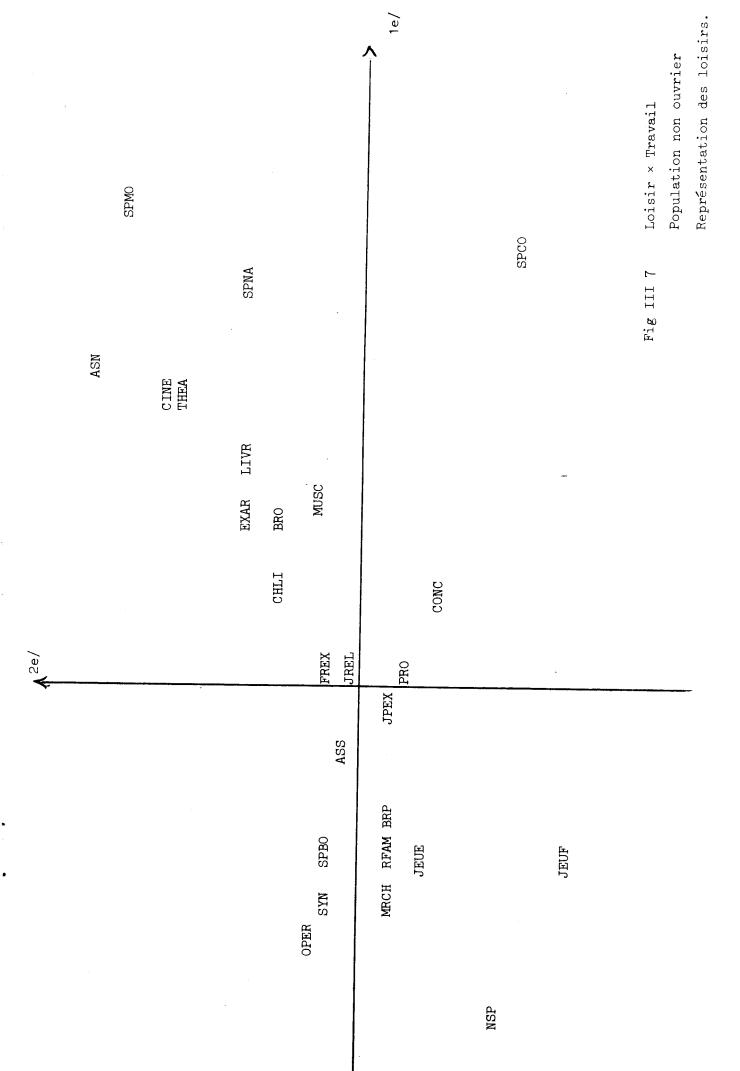


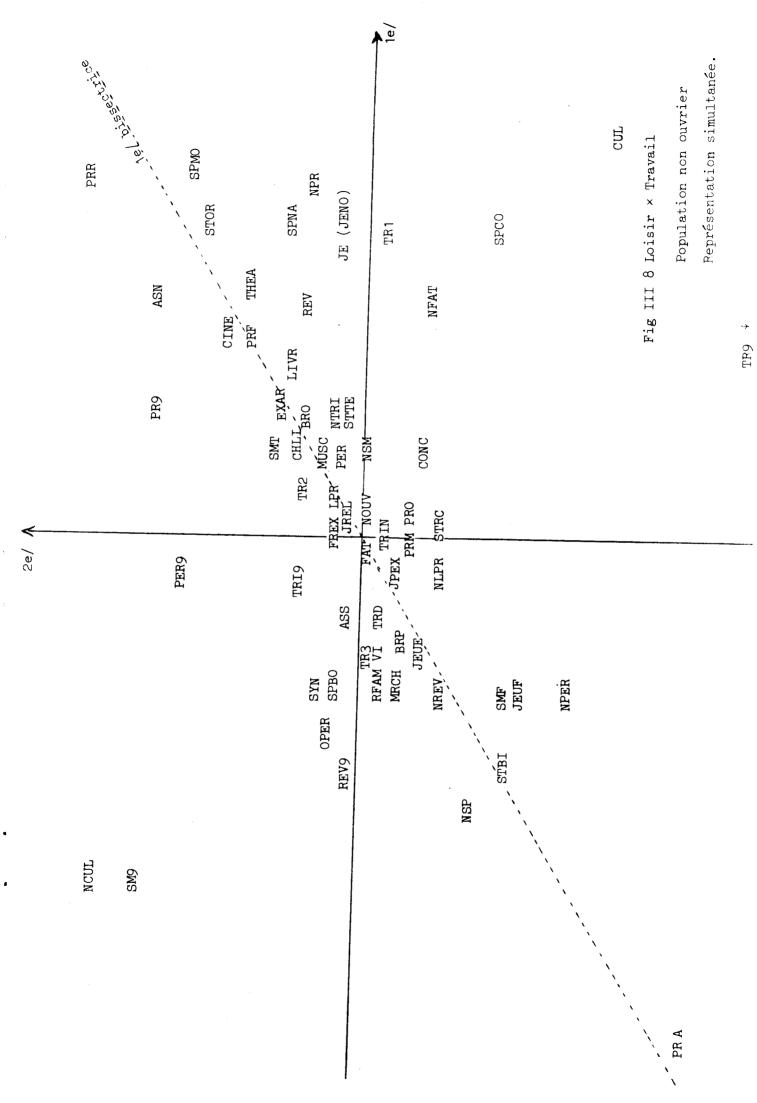


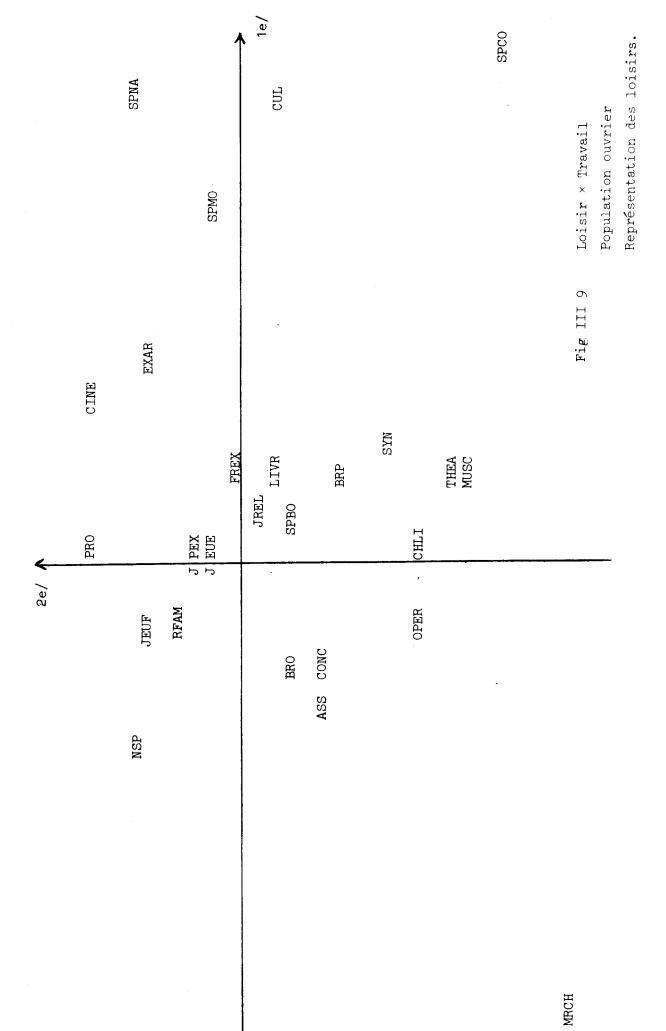


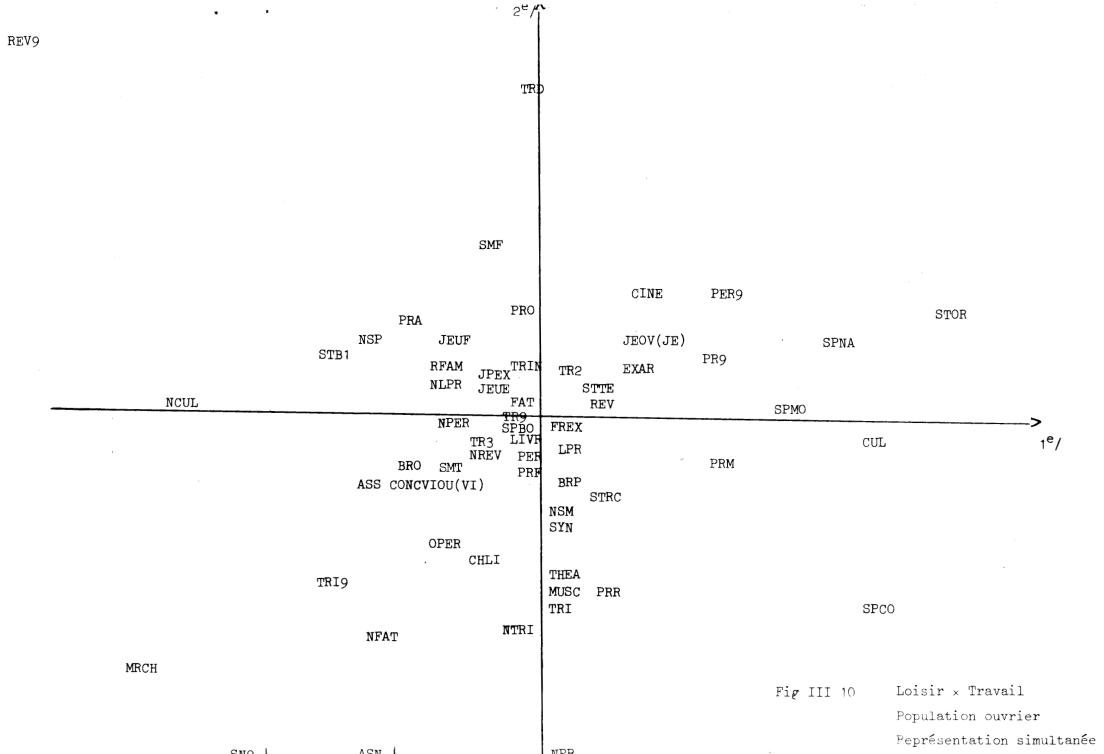
	ASN	SPMO				SPCO				Loisir Travail Population vieux	Représentation des loisirs
	THEA									Fip III 5	
				EXAR				SPNA		·	
	MUSC		CINE								
		С НГ. I	PRO		JREL	FREX		LIVR			
	•	O NXS		ASS JPEX	CONC		BRP				
MRCH	OPER			7	ັບ]	JEUE BRO		•	
						NSP	RFAM		SPBO		

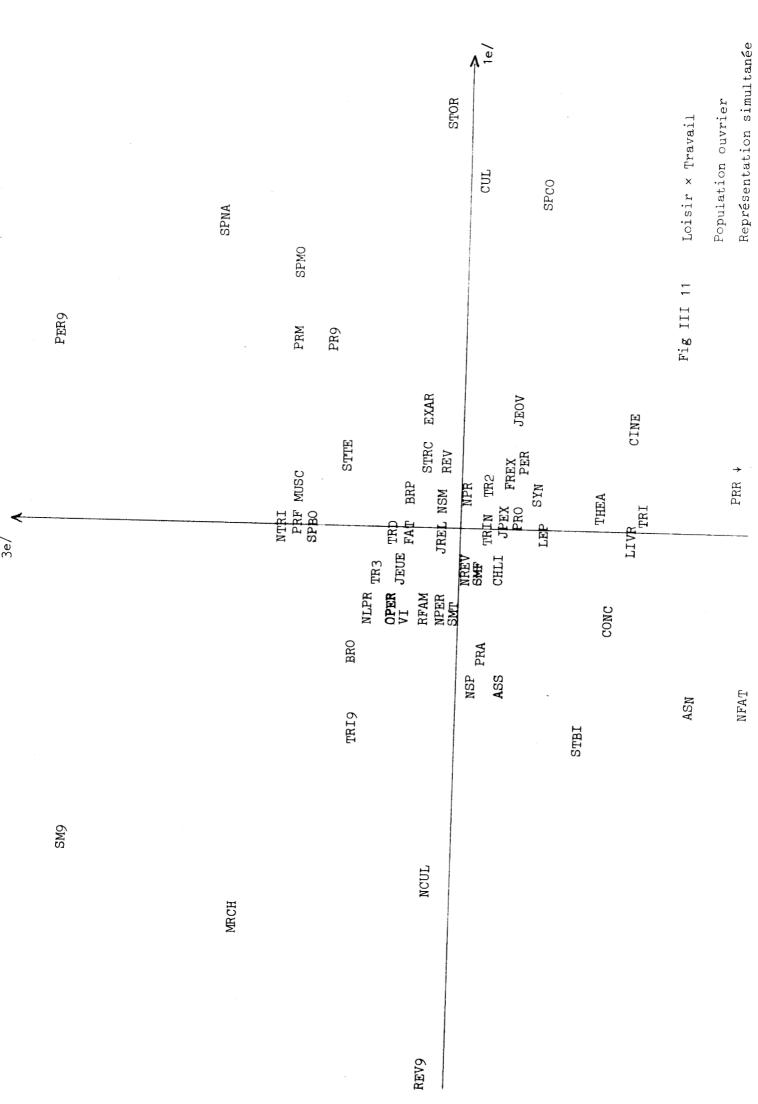


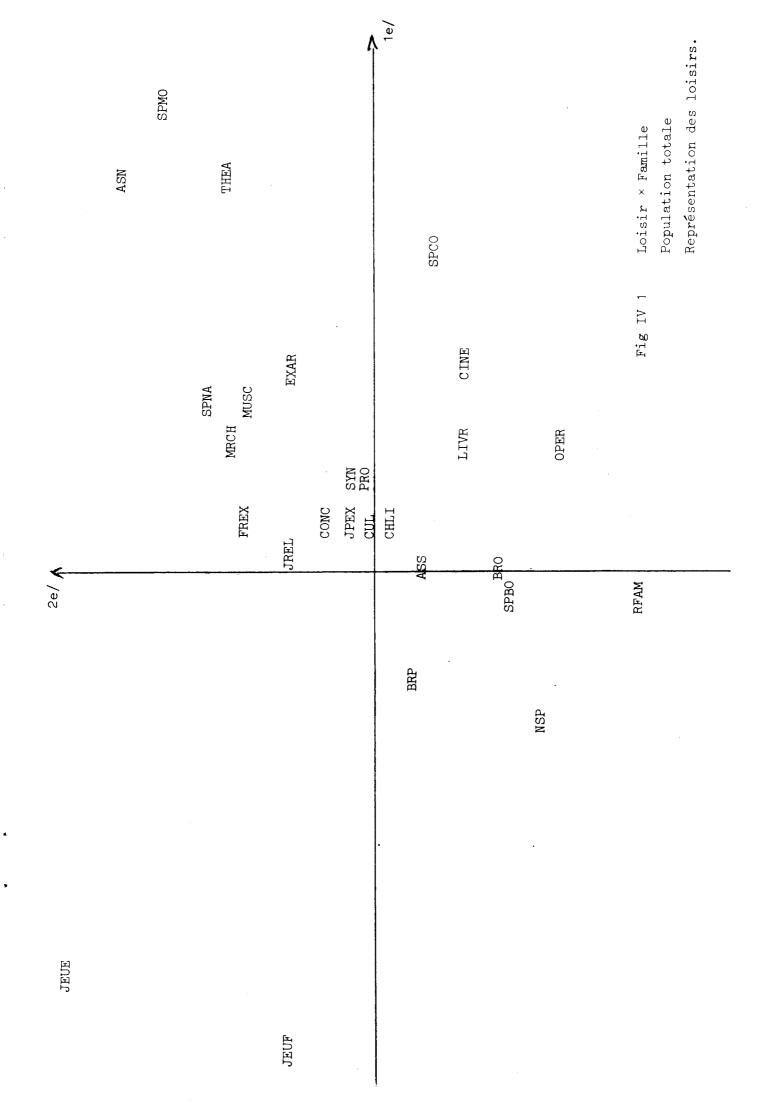


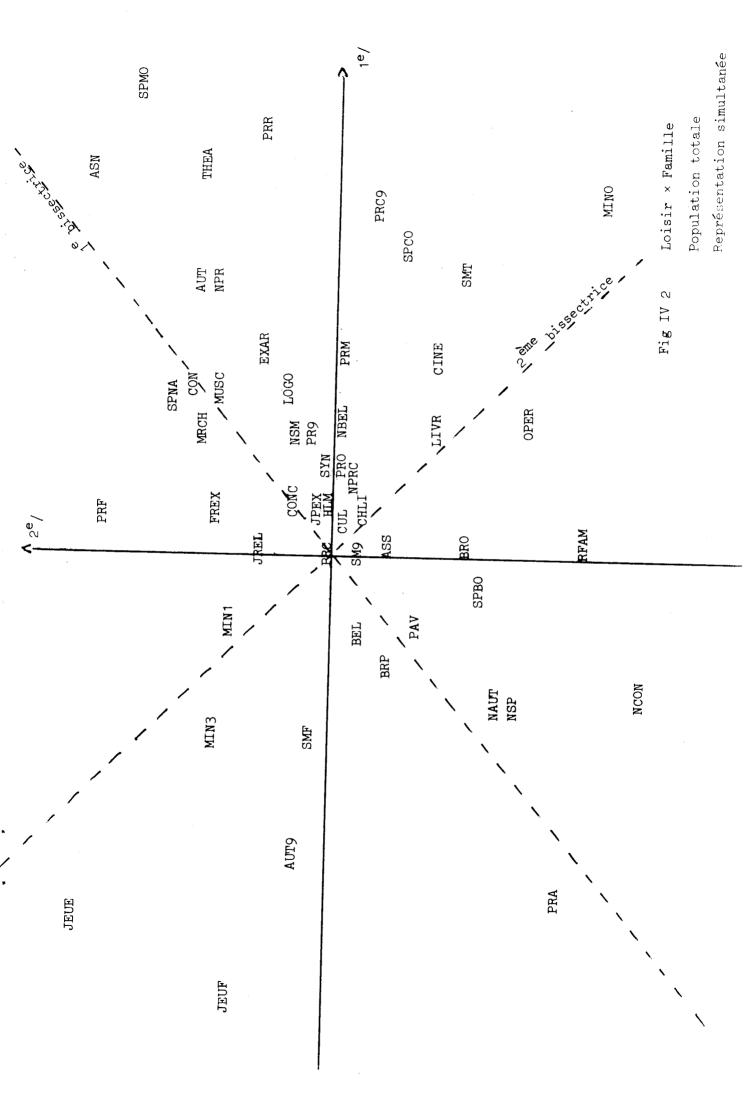


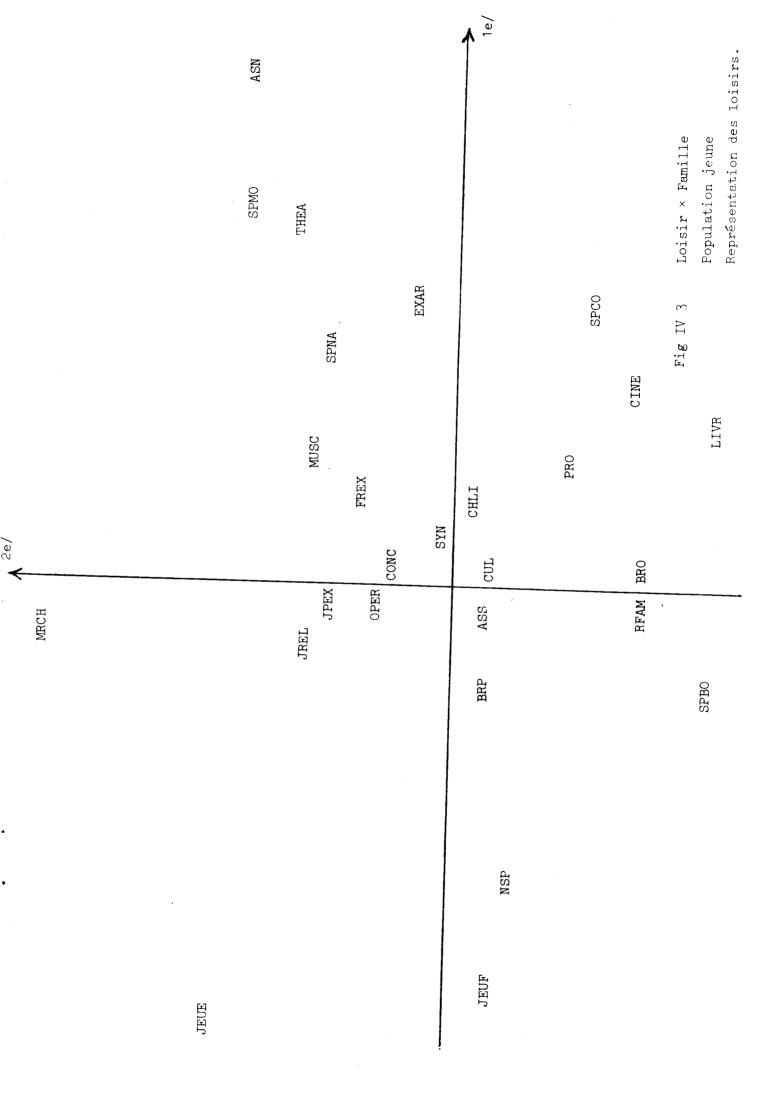


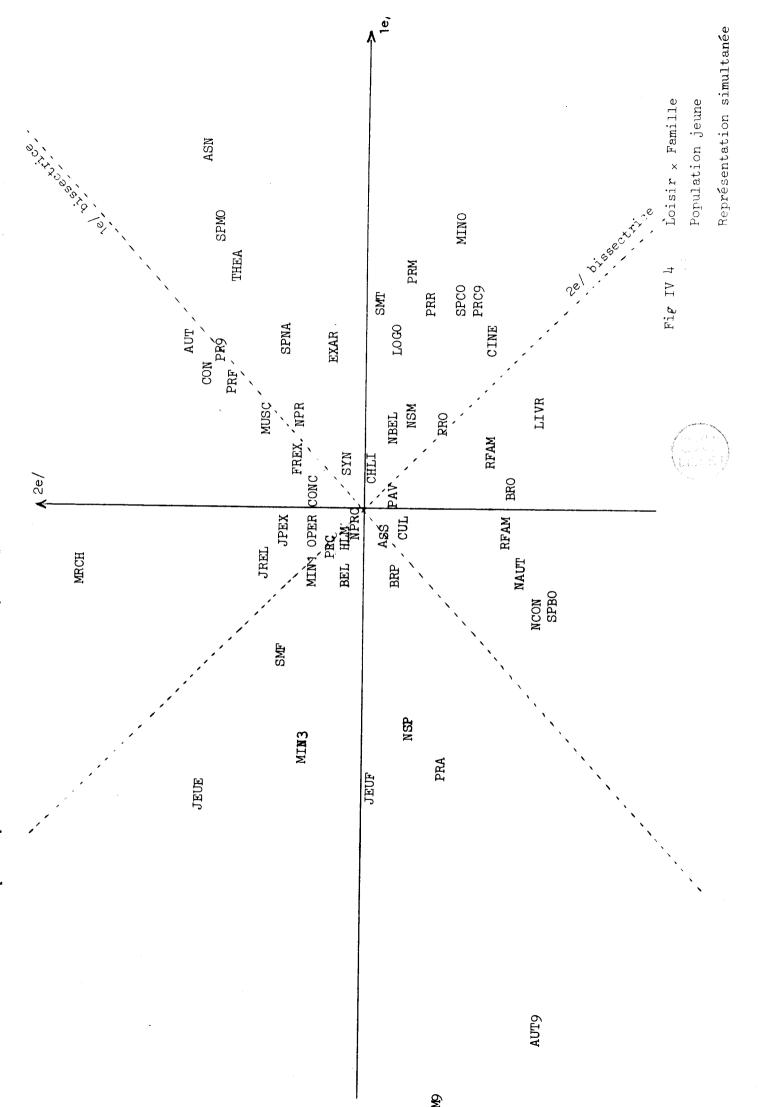


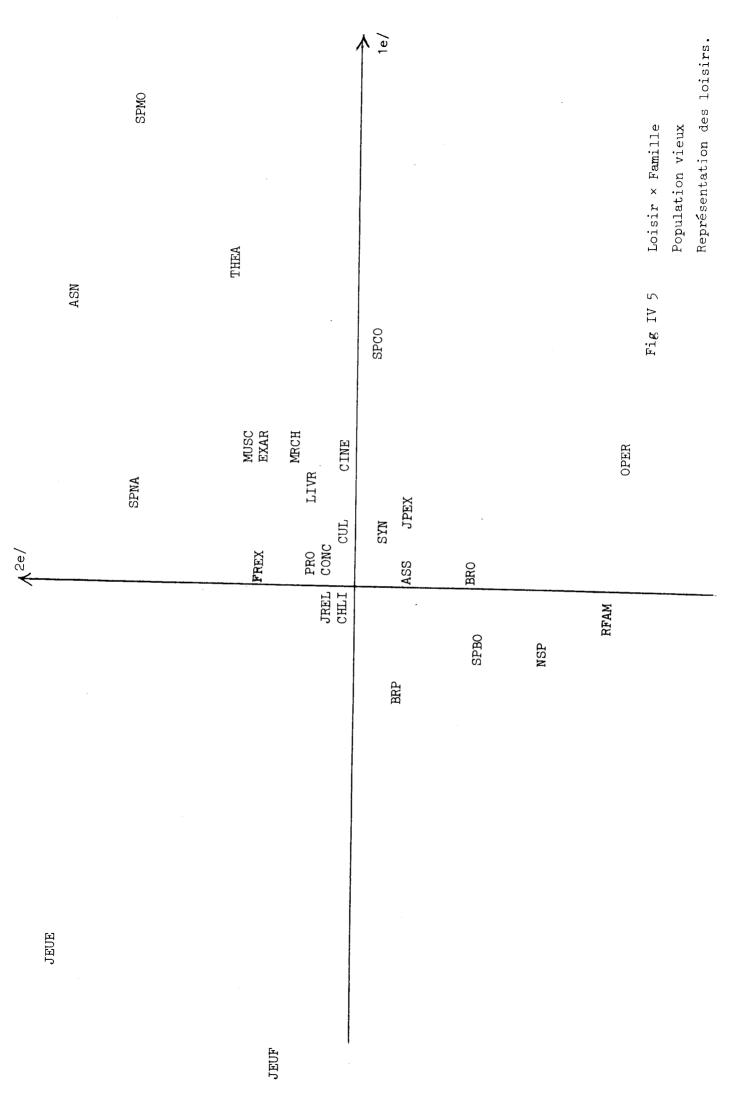


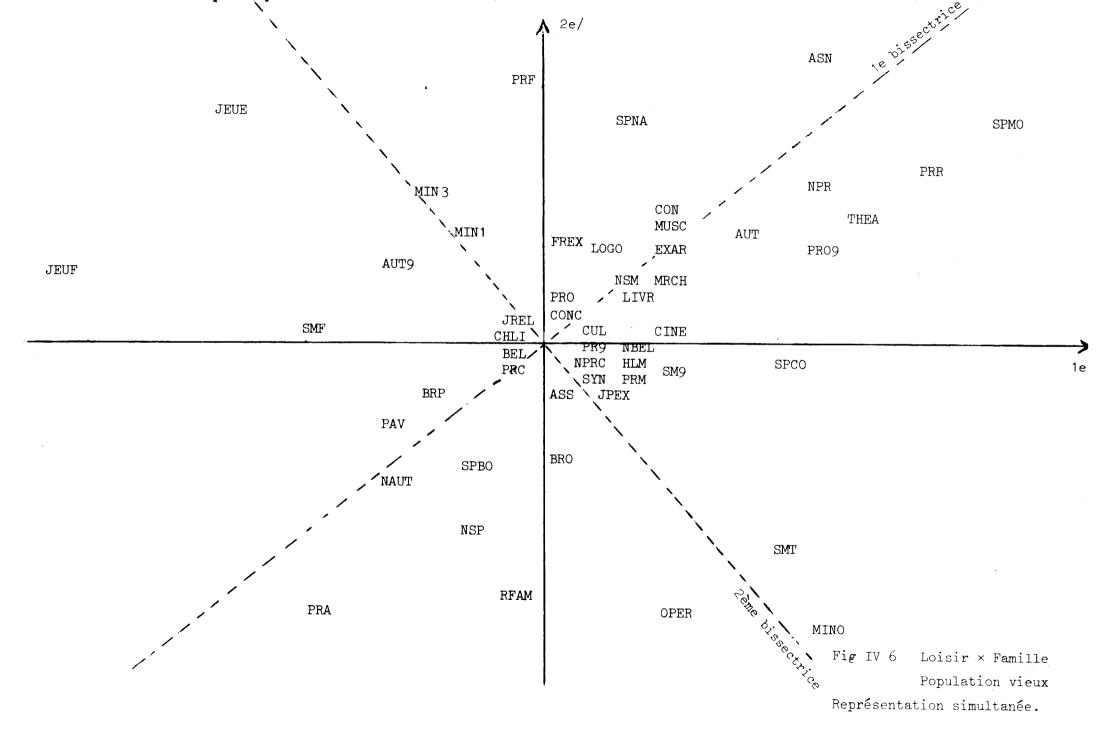


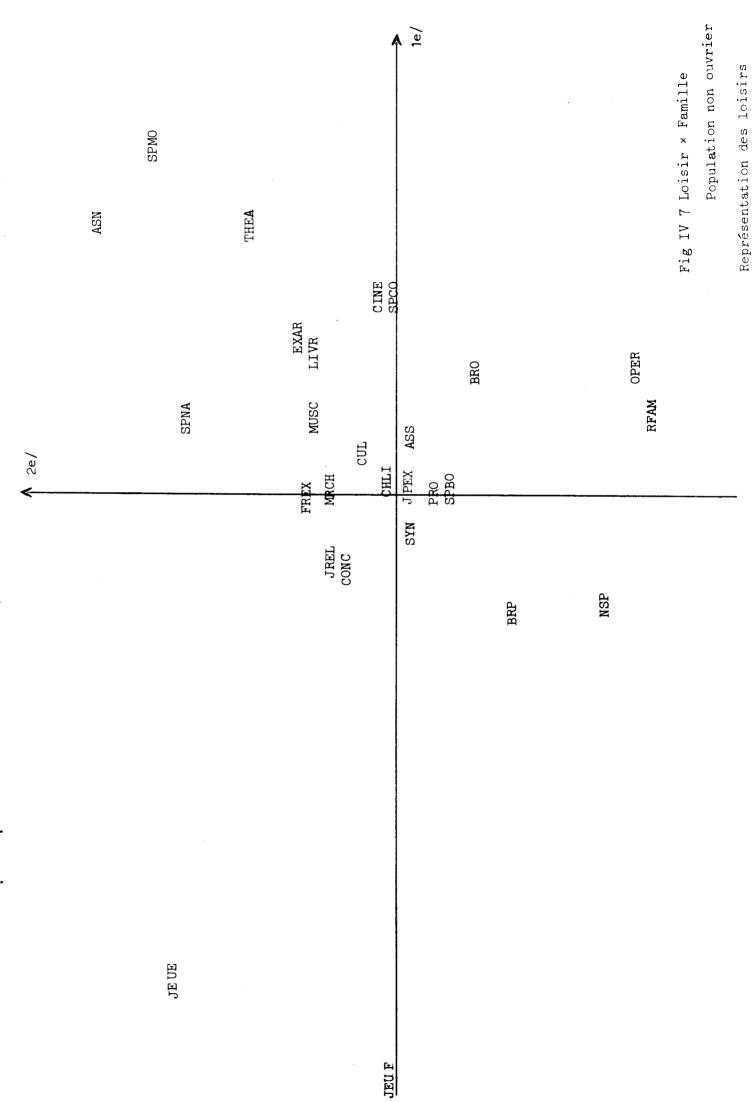


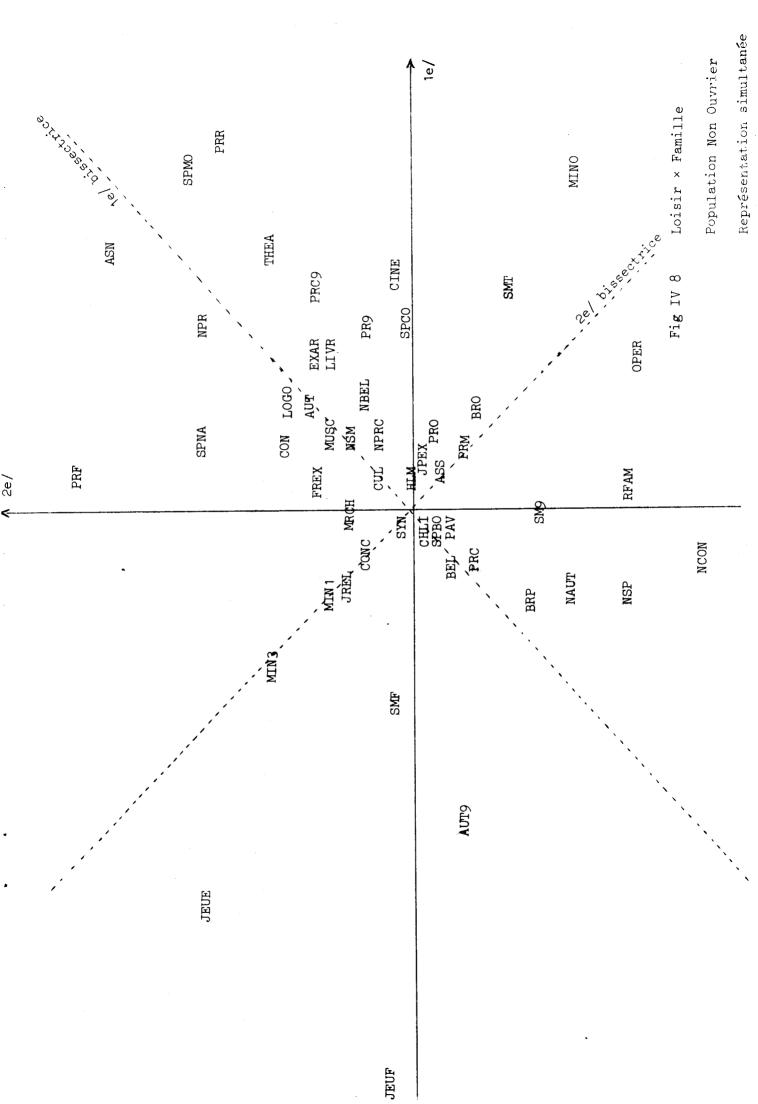


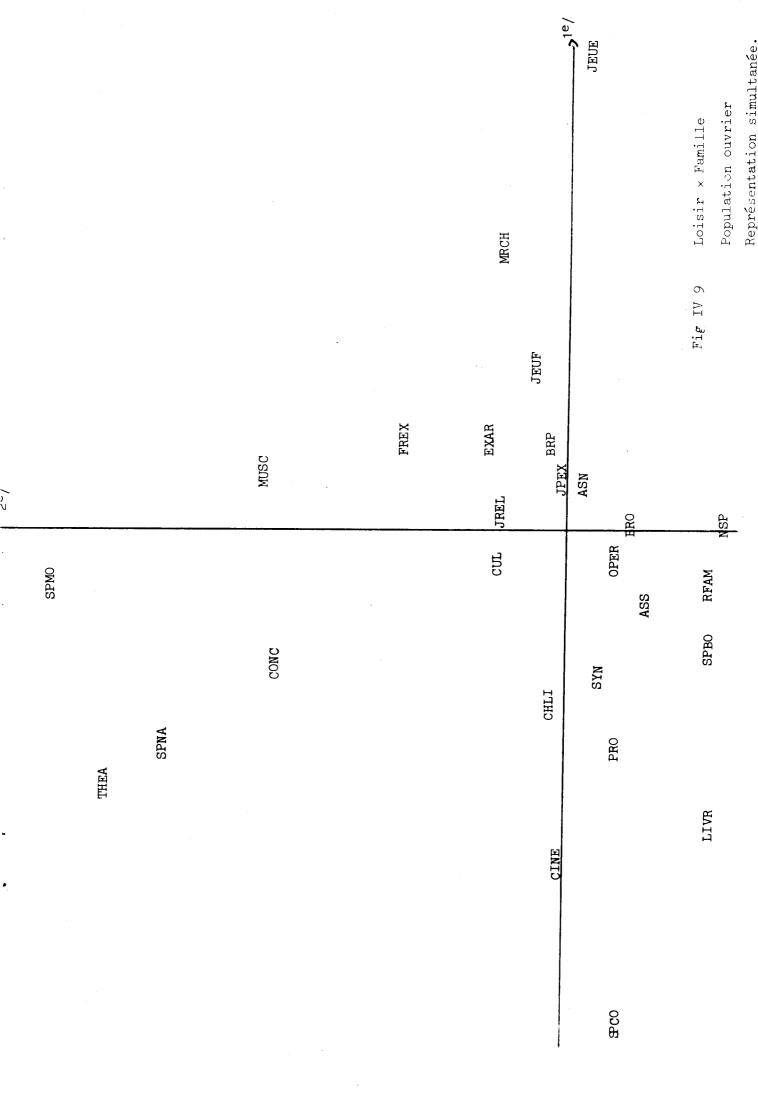


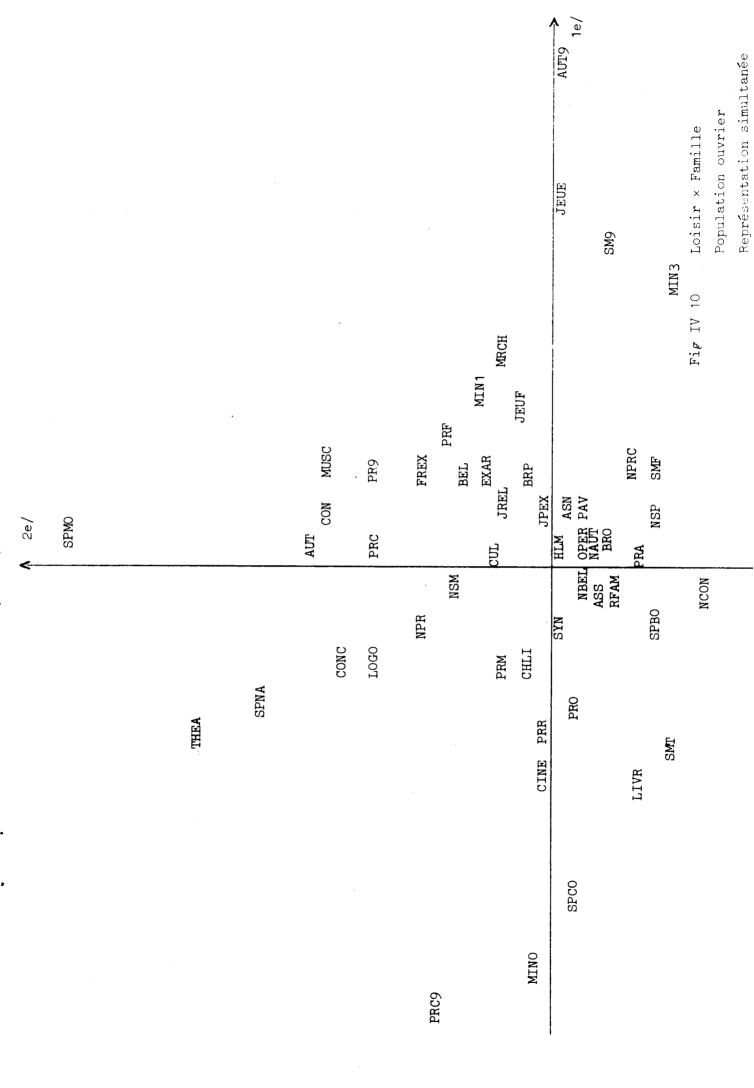












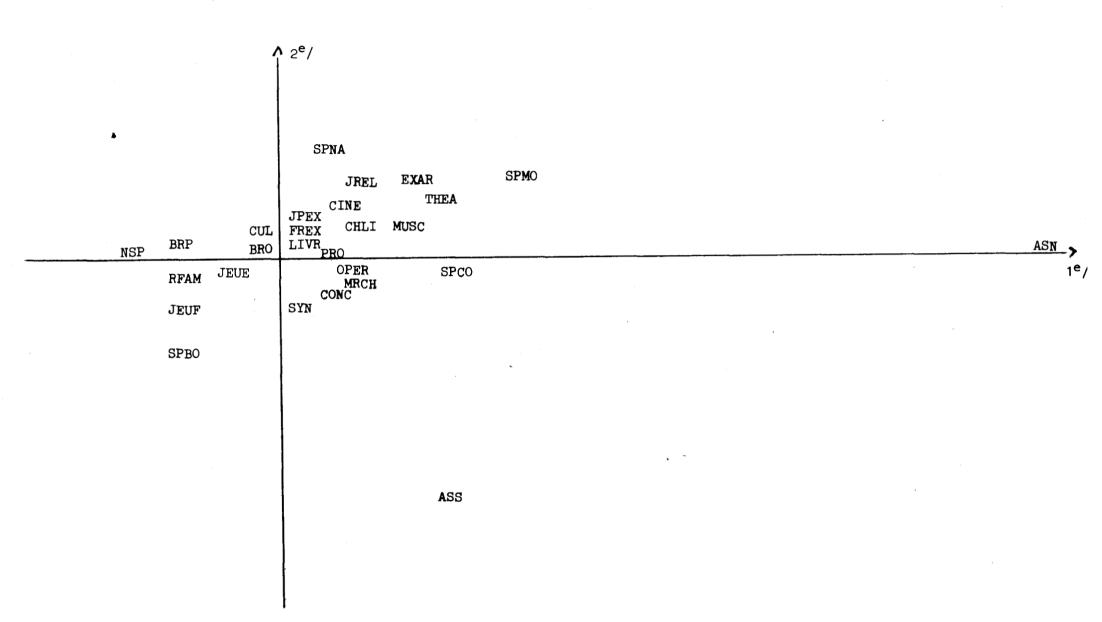
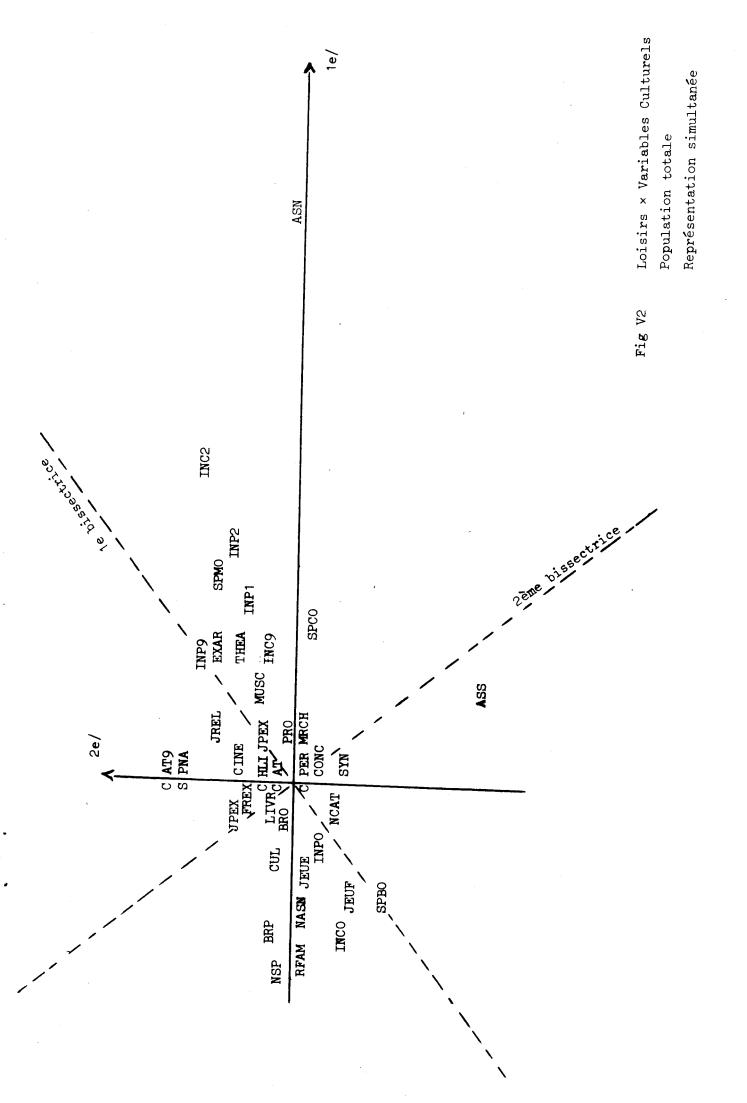
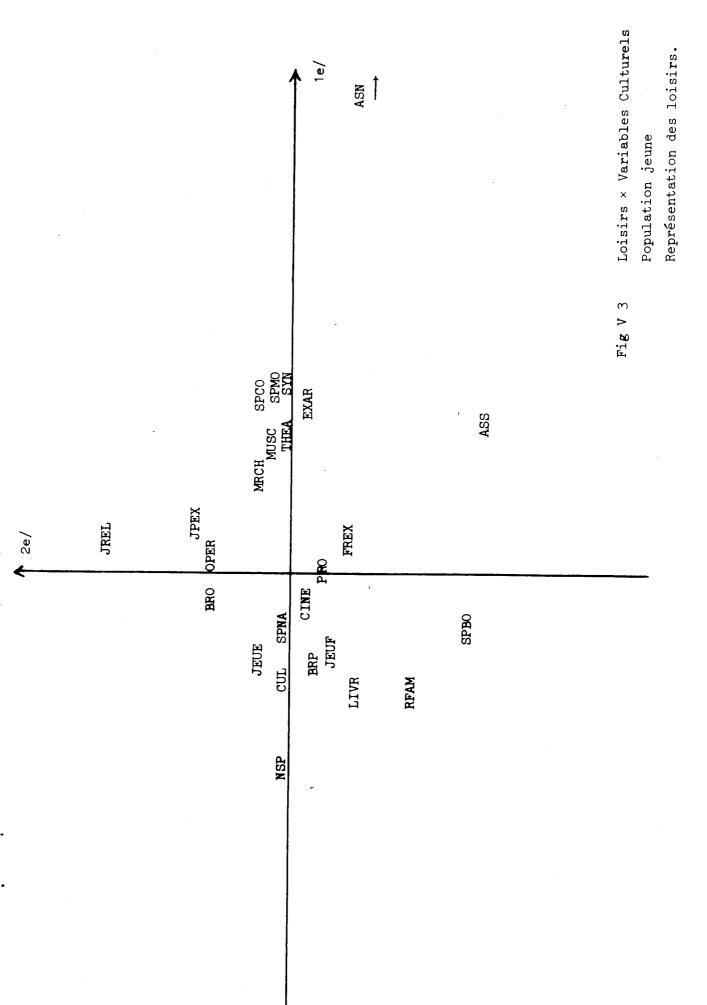


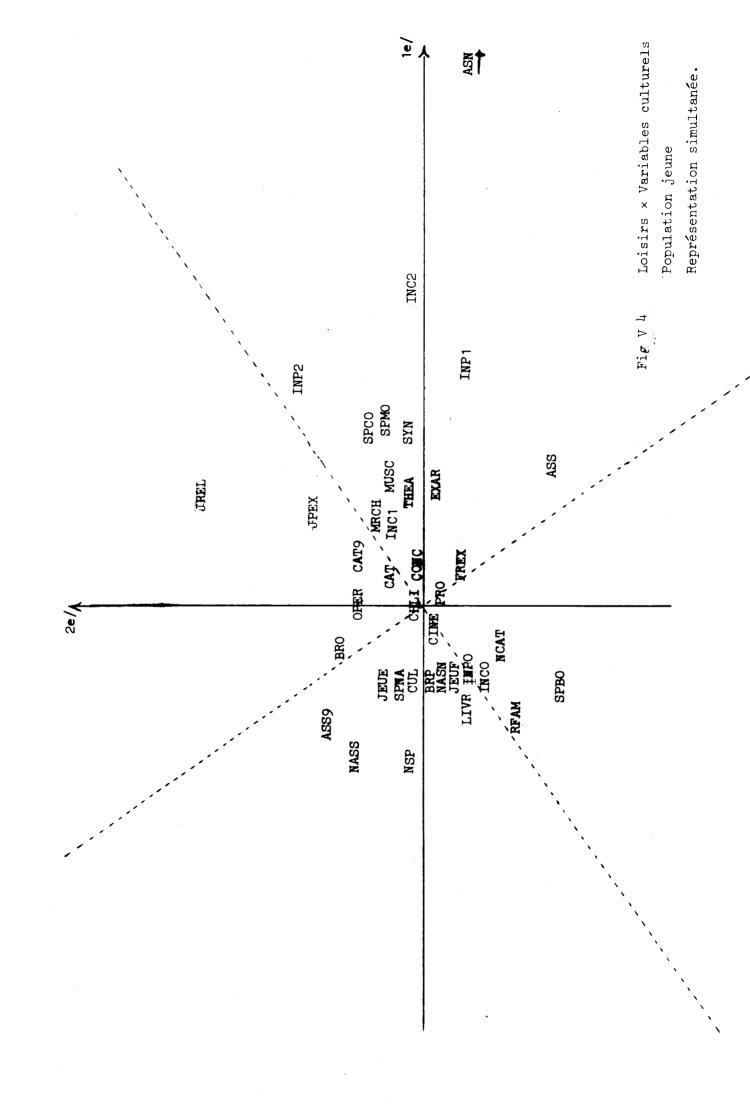
Fig V 1 Loisir × Variables culturels

Population totale

Représentation des loisirs.

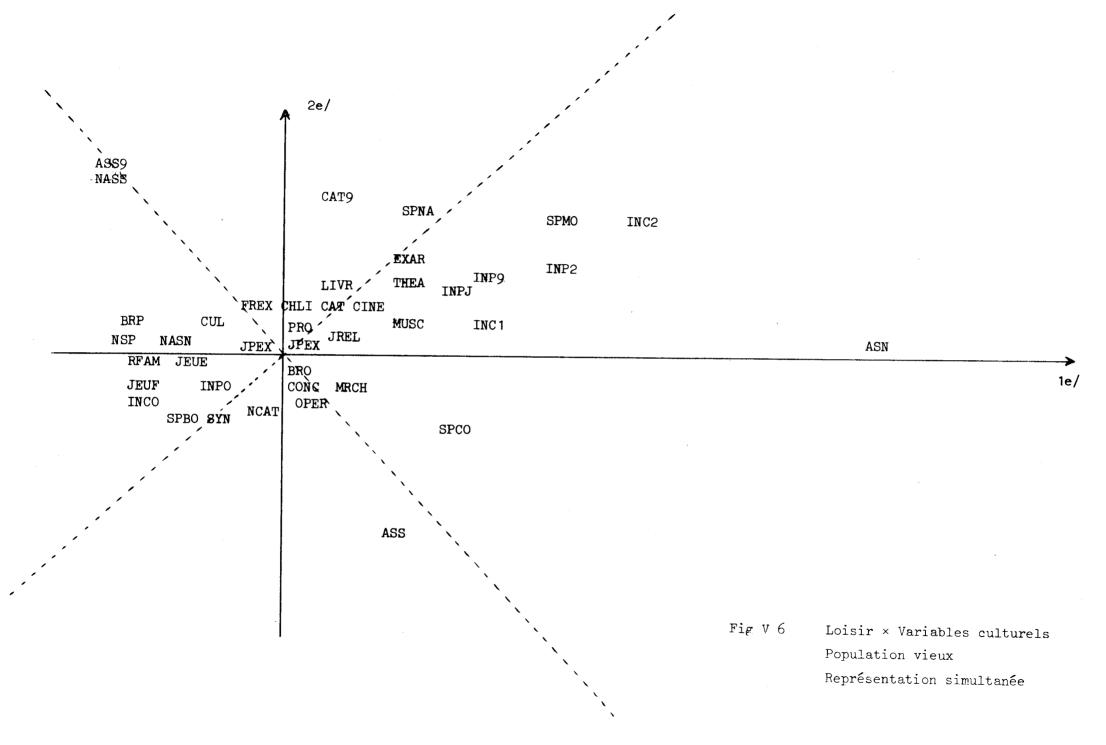


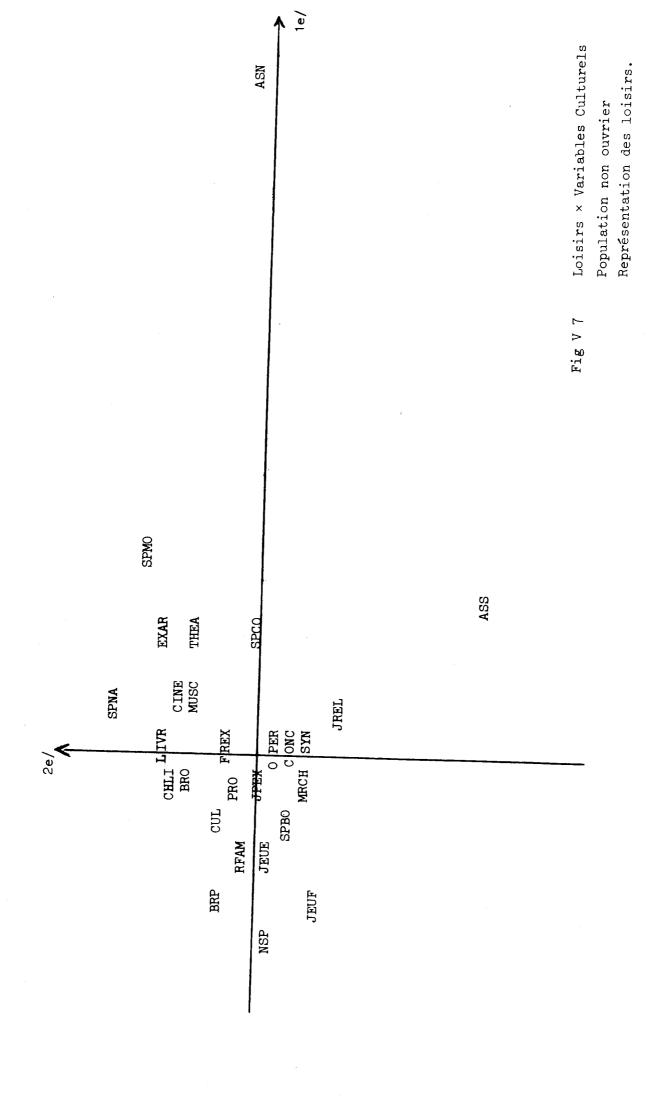


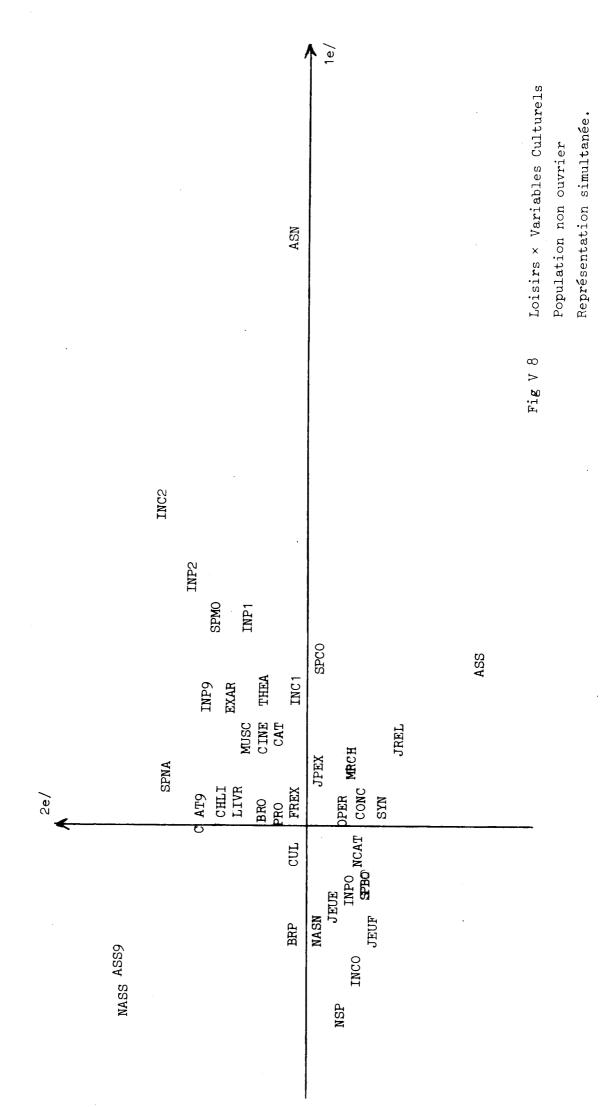


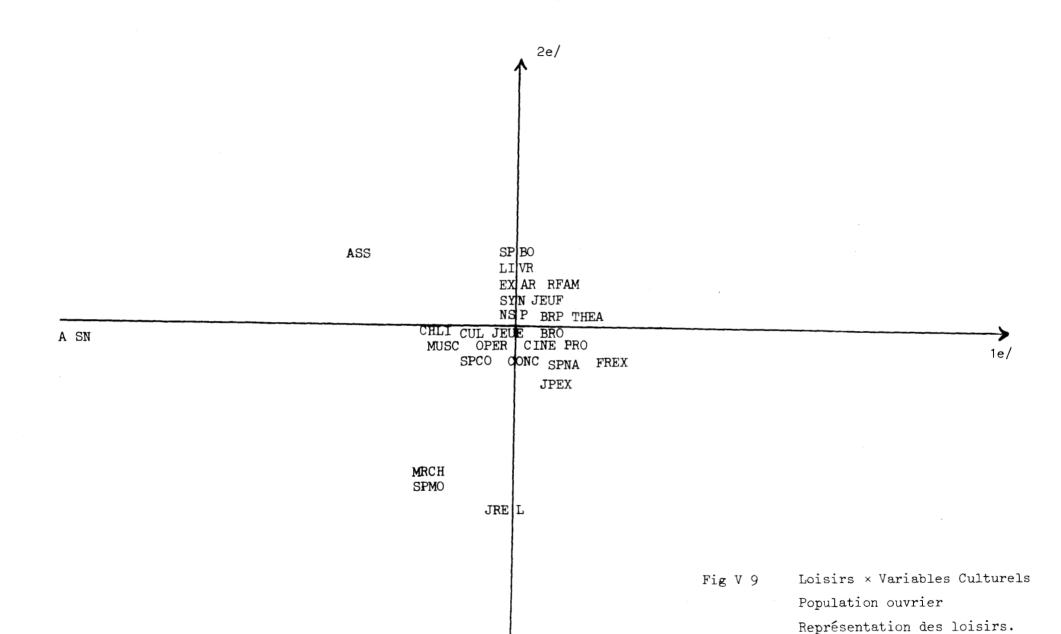
Représentation des loisirs

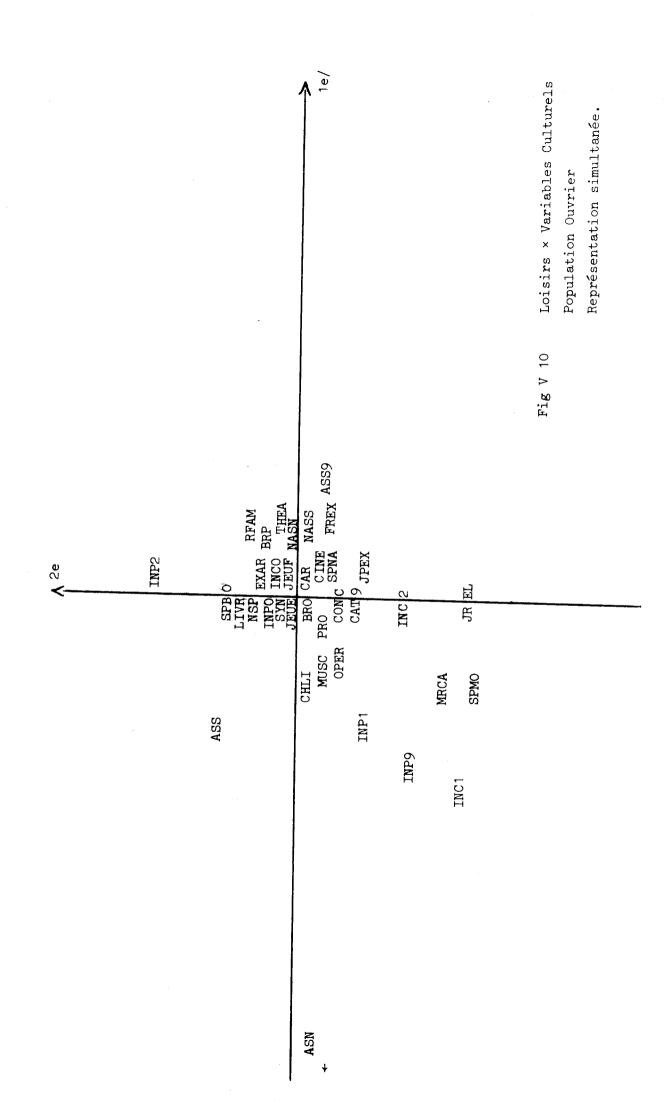
Population Vieux

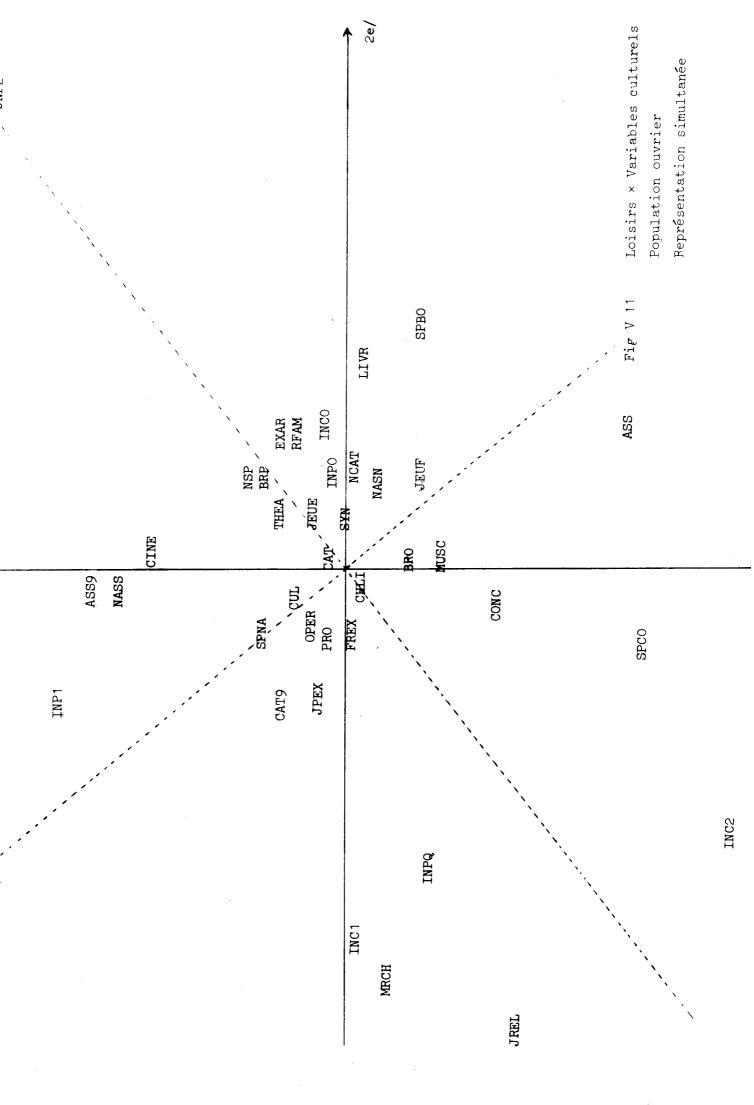








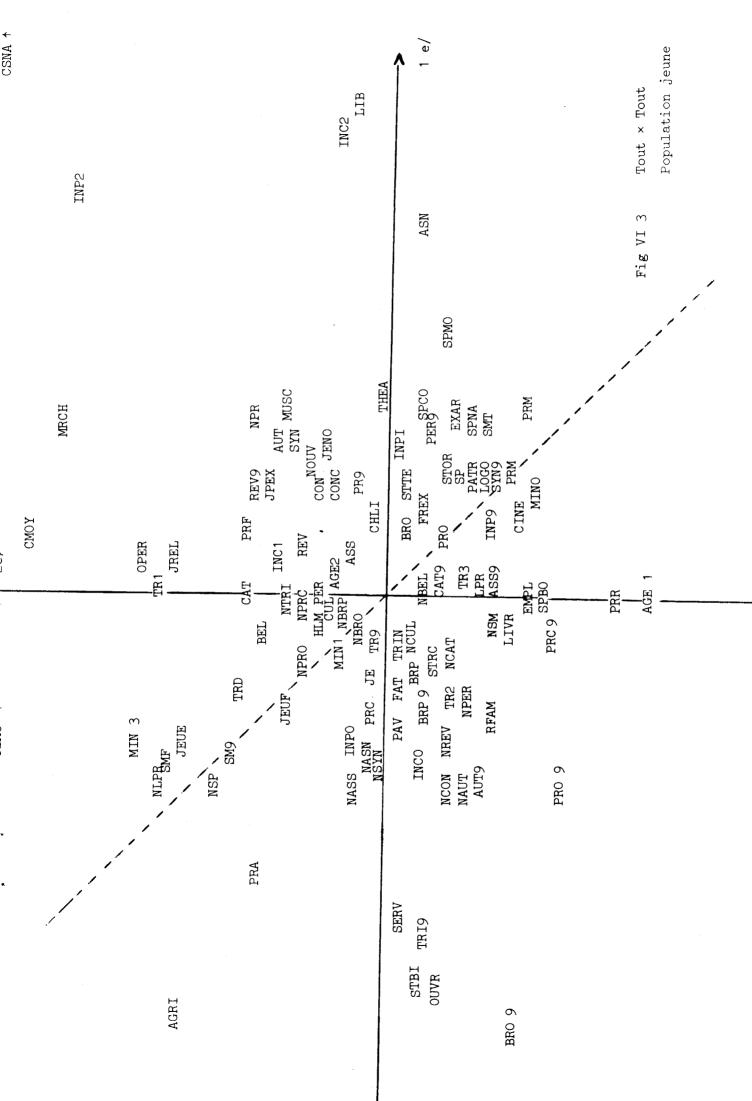


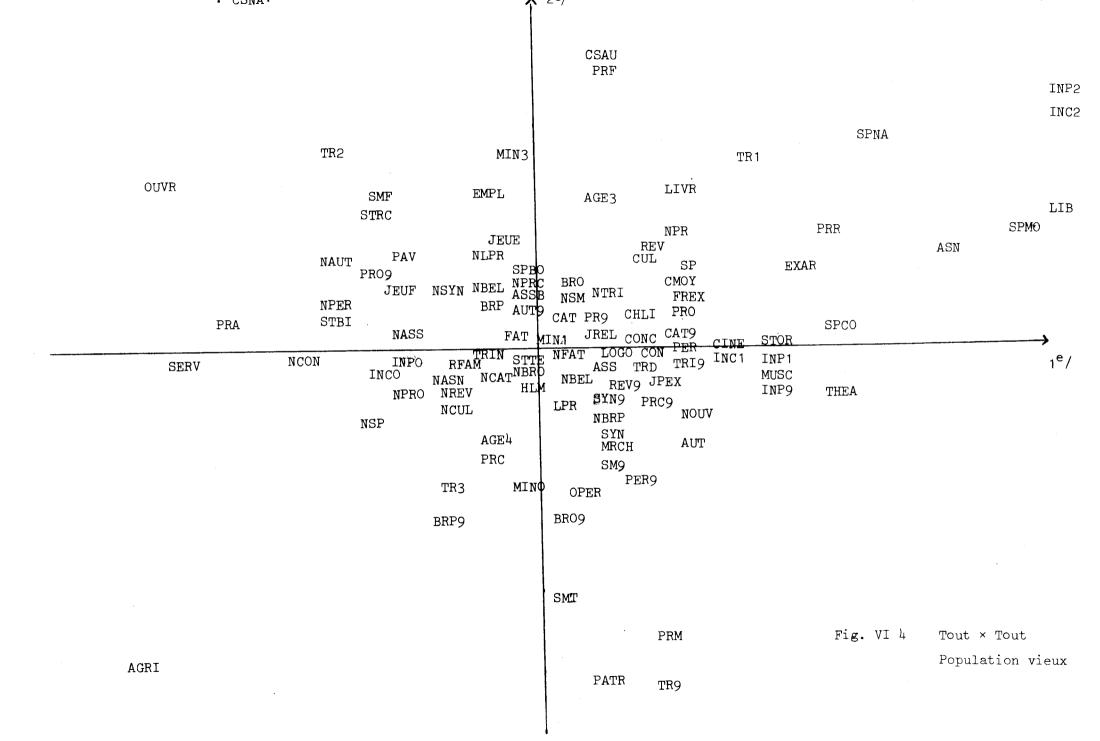


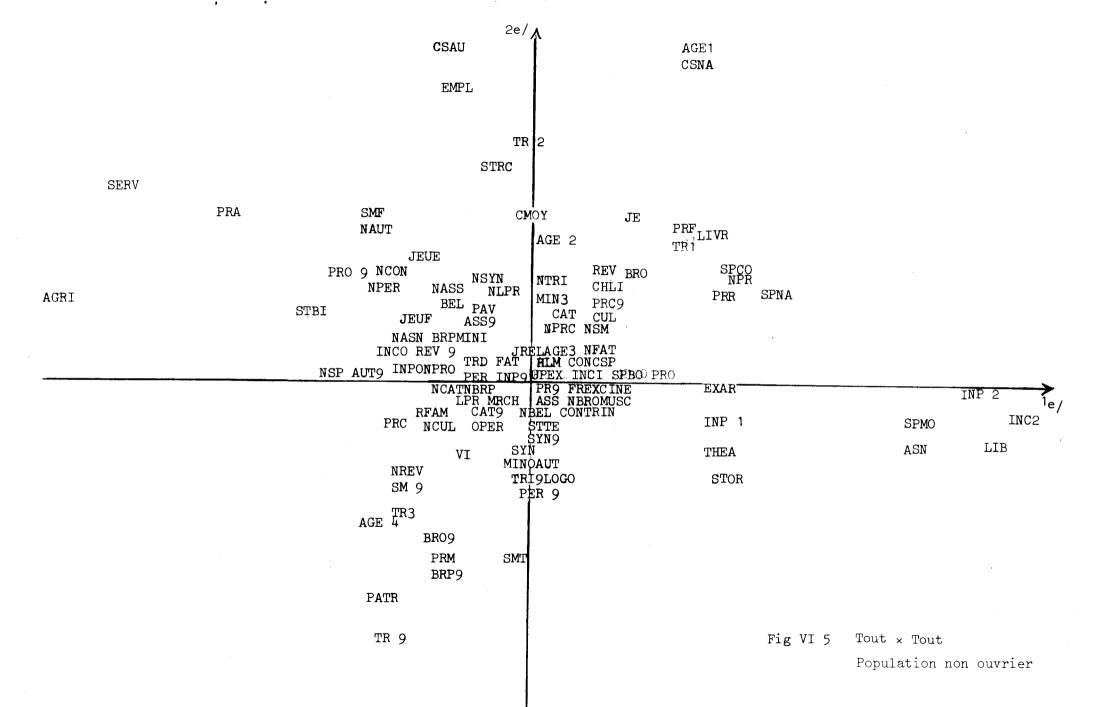
	, . AG		
JEOV			
	JE		
	TR2	PRR	
	EMPL CS	U LIVR JENO SPNA	
	AGE2	TRI SPCO	INC2
OUVR	STRC		INP2
	NAUT	PRC9 REV NPR	SPMO LIB
	SMF PRO9 NSYN	BRO CUL CMOY CINE NTRI CHLI SP	
	PAV NIDD MIN3	SS SPBO SS NFAT PRO EXAR PRO INP9	ASN
VIOU	PRA BRP WE	_IRI9 CONC FREX MISC INPO	
	INCO JEUE INCO INPO NASN NPRO FA STBI NCAT NBRO TRIN		
GPDV.	RFAM	HLM STTE ASS CON NBEL LPR JPEX LOGO MINO SYN9CAT9 INC1	1e
SERV	NREV NSP NCUL IRC	SYN NOUV	
	BRP9 VI	PER9 MRCH	
	AUT9 TR3	REV9 SM9	
	BR09 AGE4	VINO	•
		SMT	
		Fig VI 1	Tout × Tout
		Tiu	Population totale
		TR9	
AGRI		PATR	

CSNA

PRF







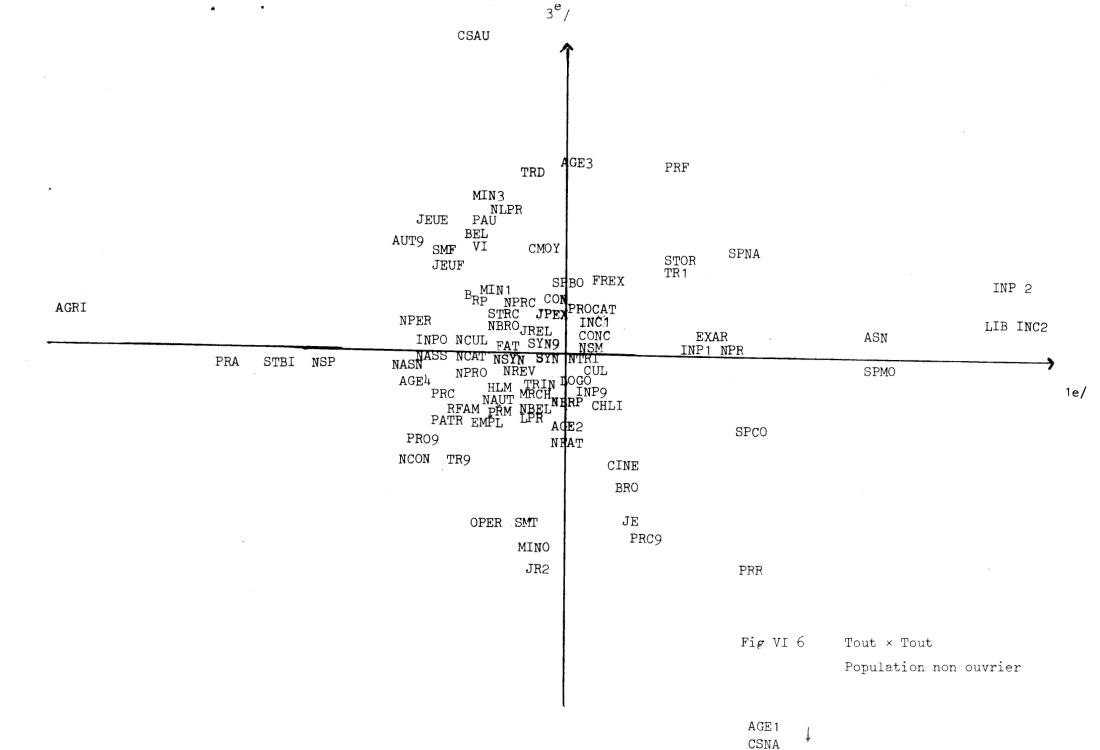


Fig VI 7 Tout × Tout

Population ouvrier.

INP2

						Tout * Tout	Population ouvrier
REV9						Fig VI 8	
VI UT SYNS WUSC FREX FREX	HIM ASSO NCAT PRA REAM NENO NPER NCON PRO EXACUTAIN IER EXARN PRO BRO	PER9	PRO9	BRO9	TRD		
STE STE PRC TAT TRE TON THE THE TON TH	SP INCORE CUL ' LOGO TRI9	JE AGE2	SPNA	STOR			and the second s
PRR	PRC9			SPCO			

H

, t

SM9 INC2

AGE3

CONC

ASM

MRCH

REFERENCES



- Réf. [1]: J.P. Benzécri Représentation euclidienne d'un ensemble fini muni de masses et des distances. Publication I.S.U.P.
- Réf. [2] : J.P. Benzécri Distance distributionnelle et métrique du χ^2 en analyse factorielle des correspondances. Publication I.S.U.P.
- Réf. [3] : J.P. Benzécri Analyse factorielle des correspondances.

 Publication I.S.U.P.
- Réf. $\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$: J.P. Benzécri La distance du χ^2 . Publication I.S.U.P.
- Réf. [5]: J.P. Benzécri Sur le choix des unités et des poids dans un tableau en vue d'une analyse factorielle de correspondance.

 Publication I.S.U.P.
- Réf. [6]: P. Cazes Application de l'analyse des données au traitement de problèmes géologiques. Thèse, doctorat de 3e cycle (Université de Paris).
- Réf. [7]: A.P. Dempster Continuos multivariate analyses.

 Addison Werley Publishing Company 1969.
- Réf. [8]: B. Escofier-Cordier L'analyse factorielle des correspondances.
- Réf. [9]: J.C. Gower Some distance properties of latent root and vector methode used in multivariate analyses.

 Biometrika (1966), 53, 3 and 4, pg. 325.
- Réf. [10]: L. Lebart et J.P. Fénelon Statistique et informatique appliquées.

 Dunod 1971.
- Réf.[11]: D.F. Morrison Multivariate Statistical Methods.

 Mc Graw Hill Book Company 1967.
- Réf. [12]: C. Radhakrishna Rav Linear Statistical Inference and Applications.

 John Willey & Sons 1965.