

N° d'ordre 335

50376
1972
209



50376
1972
209

UNIVERSITÉ DES SCIENCES
ET TECHNIQUES DE LILLE

THESE DE 3^e CYCLE

MENTION ÉLECTRONIQUE

Contribution à l'étude de la propagation
des ondes acoustiques superficielles
dans les cristaux piézoélectriques

Membres du Jury : M. GABILLARD Président
M. MORIAMEZ Examineur
M. BRIDOUX Examineur
M. SILHOUETTE Examineur

Présentée à Lille, le 11 Juillet 1972

par

Mic

SCD LILLE 1



D 030 303711 9

DOYENS HONORAIRES de l'Ancienne Faculté des Sciences

MM. H. LEFEBVRE, PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES des anciennes Facultés de Droit et
Sciences Economiques, des Sciences et des Lettres

M. ARNOULT, Mme BEAUJEU, MM. BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON, CORDONNIER, DEHEUVELS, DEHORNE, DEHORS, FAUVEL, FLEURY, P. GERMAIN, HEIM DE BALSAC, HOCQUETTE, KAMPE DE FERIET, KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG, Mme LELONG, LIEBAERT, MARTINOT-LAGARDE, MAZET, MICHEL, NORMANT, PARISELLE, PASCAL, PAUTHENIER, PEREZ, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKY.

PRESIDENT DE L'UNIVERSITE

DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

M. DEFRETIN René

Professeur de Biologie Marine
Directeur de l'Institut de
Biologie Maritime et Régionale de Wimereux

PROFESSEURS TITULAIRES

| | |
|-------------------------|---------------------------------------|
| M. BACCHUS Pierre | Astronomie |
| M. BEAUFILS Jean Pierre | Chimie Générale |
| M. BECART Maurice | Physique |
| M. BIAYS Pierre | Géographie |
| M. BLOCH Vincent | Psychophysiologie |
| M. BONNEMAN Pierre | Chimie et Physico-Chimie Industrielle |
| M. BONTE Antoine | Géologie Appliquée |
| M. BOUGHON Pierre | Mathématiques |
| M. BOURIQUET Robert | Biologie Végétale |
| M. CAPET Marcel-Francis | Institut de Préparation aux Affaires |
| M. GELET Paul | Géologie |
| M. CONSTANT Eugène | Physique Industrielle-Electronique |
| M. CORSIN Pierre | Paléobotanique |
| M. DECUYPER Marcel | Mathématiques Générales |
| M. DEFRETIN René | Biologie Marine |
| M. DELATTRE Charles | Géologie Générale |
| M. DURCHON Maurice | Zoologie Générale et Appliquée |
| M. FOURET René | Physique |
| M. GABILLARD Robert | Radio-Electricité-Electronique |

| | |
|---------------------------|---------------------------|
| M. GEHU Jean Marie | Institut Agricole |
| M. GLACET Charles | Chimie Organique |
| M. GONTIER Gérard | Mécanique |
| M. GUILLAUME Jean | Biologie Végétale |
| M. HEUBEL Joseph | Chimie Minérale |
| M. JOLY Robert | Biologie Animale (Amiens) |
| Mme LENOBLE Jacqueline | Physique Expérimentale |
| M. LOMBARD Jacques | Sociologie |
| M. MONTARIOL Frédéric | Chimie Appliquée |
| M. MONTREUIL Jean | Chimie Biologique |
| M. MORIAMEZ Michel | Physique (Valenciennes) |
| M. POUZET Pierre | Informatique |
| Mme SCHWARTZ Marie Hélène | Analyse Supérieure |
| M. TILLIEU Jacques | Physique Théorique |
| M. TRIDOT Gabriel | Chimie |
| M. VAILLANT Jean | Mathématiques |
| M. VIDAL Pierre | Automatique |
| M. VIVIER Emile | Biologie Animale |
| M. WERTHEIMER Raymond | Physique |

PROFESSEURS A TITRE PERSONNEL

| | |
|-------------------|-------------------------------|
| M. BOUISSET Simon | Physiologie Animale |
| M. DELHAYE Michel | Chimie |
| M. FLATRES Pierre | Géographie |
| M. LEBRUN André | Electronique |
| M. LINDER Robert | Botanique |
| M. LUCQUIN Michel | Chimie Physique |
| M. PARREAU Michel | Mathématiques Appliquées |
| M. PRUDHOMME Rémy | Droit et Sciences Economiques |
| M. SCHILTZ René | Physique |

PROFESSEURS SANS CHAIRE

| | |
|-------------------------|-----------------|
| M. BELLET Jean | Physique |
| M. BILLARD Jean | Physique |
| M. BODARD Marcel | Botanique |
| M. BOILLET Pierre | Physique |
| M. DERCOURT Jean Michel | Géologie |
| M. DEVRAINNE Pierre | Chimie Minérale |
| M. GOUDMAND Pierre | Chimie Physique |
| M. GRUSON Laurent | Mathématiques |
| M. GUILBAULT Pierre | Biologie |
| M. LACOSTE Louis | Biologie |
| M. LANDAIS Jean | Chimie |
| M. LEHMANN Daniel | Mathématiques |
| M. LOUCHEUX Claude | Chimie |
| M. MAES Serge | Physique |
| Mle MARQUET Simone | Mathématiques |
| M. MONTEL Marc | Physique |
| M. PANET Marius | I.E.E.A. |
| M. PROUVOST Jean | Minéralogie |

MAITRES DE CONFERENCES (et chargés de fonctions)

| | |
|-----------------------------|-----------------------------------|
| M. ADAM Michel | Economie Politique |
| M. ANDRE Charles | Sciences Economiques |
| M. ANGRAND Jean Pierre | Géographie |
| M. ANTOINE Philippe | Mathématiques |
| M. AUBIN Thierry | Mathématiques |
| M. BART André | Biologie |
| M. BEGUIN Paul | Mécanique des Fluides |
| M. BKOUCHE Rudolphe | Mathématiques |
| M. BOILLY Bénoni | Biologie |
| M. BONNEMAIN Jean Louis | Biologie Végétale |
| M. BONNOT Ernest | Biologie Végétale |
| M. BRIDOUX Edouard | Physique (Valenciennes) |
| M. BRUYELLE Pierre | Géographie et Aménagement Spatial |
| M. CAPURON Alfred | Biologie Animale |
| M. CARREZ Christian | I.E.E.A. |
| M. CORDONNIER Vincent | Informatique |
| M. CORTOIS Jean | Physique |
| M. COULON Jean | I.E.E.A. |
| M. DEBRABANT Pierre | Sciences Appliquées |
| M. DOUKHAN Jean Claude | Physique |
| M. DRIEUX Baudouin | I.E.E.A. |
| M. DYMENT Arthur | Mathématiques |
| M. ESCAING Bertrand | Physique |
| M. FONTAINE Jacques | Génie Electrique |
| M. FROELICH Daniel | Sciences Appliquées |
| M. GAMBLIN André | Géographie |
| M. GOBLOT Rémi | Mathématiques |
| M. GOSSELIN Gabriel | Sociologie |
| M. GRANELLE Jean Jacques | Sciences Economiques |
| M. HERMAN Maurice \ | Physique |
| M. HUARD de la MARRE Pierre | I.E.E.A. |
| M. JOURNAL Gérard | Sciences Appliquées |
| Mle KOSMANN Yvette | Mathématiques |
| M. KREMBEL Jean | Chimie |
| M. LABLACHE COMBIER Alain | Chimie |
| M. LAURENT François | Automatique |
| M. LAVAGNE Pierre | Sciences Economiques et Sociales |
| M. LECOCQ Pierre | Chimie (Valenciennes) |
| Mle LEGRAND Denise | Mathématiques |
| Mle LEGRAND Solange | Mathématiques (Calais) |
| Mme LEHMANN Josiane | Mathématiques |
| M. LENTACKER Firmin | Géographie et Aménagement Spatial |
| M. LE RAY Michel | Physique (Valenciennes) |
| M. LEROY Jean Marie | Chimie |
| M. LEROY Yves | Electronique |
| M. LHENAFF René | Géographie |
| M. LOCQUENEUX Robert | Physique |
| M. LOUAGE Francis | Sciences Appliquées |
| Mme MAILLET Monique | Sciences Economiques |
| M. MAIZIERES Christian | I.E.E.A. |
| M. MALAUSSENA Jean Louis | Sciences Economiques et Sociales |
| M. MANBRINI Jean | Biologie |
| M. MERIAUX Emile | Sciences de la Terre |

| | |
|-----------------------------|----------------------------------|
| M. MESSELYN Jean | Physique |
| M. MIGEON Michel | Chimie (Sciences Appliquées) |
| Mme MORIAMEZ BOULLET Claude | Chimie Physique (Valenciennes) |
| M. MUSSCHE Guy | Sciences Economiques |
| M. NICOLE Jacques | Chimie Analytique |
| M. OLIVEREAU Jean Michel | Biologie |
| M. OUZIAUX Roger | Technologie des Machines |
| M. PAQUET Jacques | Sciences Appliquées |
| M. PARSY Fernand | Mathématiques |
| M. PERROT Pierre | Chimie |
| M. PONSOLLE Louis | Chimie (Valenciennes) |
| M. POVY Jean Claude | Sciences Appliquées |
| M. RACZY Ladislas | Physique |
| Mme RENVERSEZ Françoise | Sciences Economiques et Sociales |
| M. ROUSSEAU Jean Paul | Physiologie Animale |
| M. SALMER Georges | Radio Electricité Electronique |
| M. SEGUIER Guy | Electronique |
| M. SILHOUETTE Dominique | Physique (Valenciennes) |
| M. SIMON Michel | Psychologie |
| M. SLIWA Henri | Chimie |
| M. SMET Pierre | Physique |
| M. SOMME Jean | Géographie |
| Mle SPIK Geneviève | Chimie Biologique |
| M. THOMAS Daniel | Chimie (Valenciennes) |
| M. TOULOTTE Jean Marc | Sciences Appliquées |
| M. TREANTON Jean René | Sciences Economiques et Sociales |
| M. VANDORPE Bernard | Chimie Physique |
| M. VILETTE Michel | Génie Mécanique |
| M. WATERLOT Michel | Géologie |

A ma Femme

A ceux qui me sont chers

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire d'Ultrasons et d'Hypersons de la Faculté des Sciences de LILLE (Centre Universitaire de VALENCIENNES) sous la direction de Monsieur le Professeur MORIAMEZ. Nous voulons lui exprimer toute notre gratitude pour l'accueil qu'il nous a réservé, pour les moyens qu'il a mis à notre disposition et pour l'aide qu'il nous a accordée au cours de la réalisation de ce travail.

Nous tenons à remercier Monsieur le Professeur GABILLARD qui nous a fait l'honneur d'accepter de présider notre jury. Nous voudrions qu'il trouve ici l'expression de notre profonde gratitude.

Nous exprimons notre reconnaissance à Monsieur BRIDOUX, Maître de Conférences qui nous a formé, aidé et dirigé dans l'élaboration de ce travail.

Nous voudrions adresser nos sincères remerciements à Monsieur SILHOUETTE, Maître de Conférences, pour sa présence dans notre jury.

Nous désirons également remercier Monsieur ROUVAEN, Maître Assistant, qui participa étroitement à l'élaboration de ce travail.

Nos remerciements s'adressent aussi à Monsieur HAINE, Ingénieur C. N. A. M. ainsi qu'à Messieurs BOUDY et SOZANSKI, techniciens, pour leur aide dans la partie expérimentale de ce travail.

Enfin, nous tenons à remercier les personnes des Services dactylographique et reprographique dont l'aide nous fut précieuse.

INTRODUCTION

Les ondes élastiques superficielles ont des longueurs d'onde très grandes comparativement aux dimensions interatomiques et décroissent en amplitude à partir de la surface de propagation, avec la profondeur de pénétration dans le milieu de propagation. Ces ondes élastiques de surface se rencontrent dans une grande variété de systèmes physiques. Ainsi, les ondes sismiques peuvent avoir des périodes supérieures à 100 secondes et des longueurs d'onde de l'ordre de 400 km alors que le même genre d'ondes de surface peut être excité électriquement sur la surface polie d'un cristal piézoélectrique à des périodes inférieures à la nanoseconde avec des longueurs d'onde inférieure au micron |2|.

Deux genres différents d'ondes élastiques superficielles peuvent être distingués suivant la nature de la surface de propagation :

- la surface de propagation est la surface libre de tensions mécaniques d'un milieu élastique semi-infini occupant un demi espace. Ces ondes furent découvertes par LORD RAYLEIGH |1|. Ce sont les ondes de RAYLEIGH encore appelées ondes acoustiques superficielles.

- la surface de propagation est le dioptré de séparation de deux milieux physiquement différents (substrat et couche). Suivant l'épaisseur de la couche par rapport à la longueur d'onde acoustique, les types d'ondes diffèrent : ondes de LAMB |3|, ondes de LOVE |4|, ondes de STONELEY |5|, mode de SEZAWA |6|. En particulier, quand la longueur d'onde est grande devant l'épaisseur de la couche, le mode fondamental se réduit à une onde de RAYLEIGH caractéristique du substrat.

Nous limiterons notre étude au premier type d'ondes, les ondes de RAYLEIGH. Ces ondes, non dispersives, sont caractérisées par une décroissance d'allure exponentielle des amplitudes de déplacement à l'intérieur du

.../...

cristal. Dans les cristaux piézoélectriques, les déplacements mécaniques sont associés à un champ électromagnétique qui doit satisfaire les équations de MAXWELL à l'intérieur du cristal et les conditions de passage sur la surface de propagation.

Dans une première partie de ce travail, nous étudierons la propagation des ondes de RAYLEIGH d'abord d'un point de vue général (chapitre I) puis dans des coupes particulières de certains cristaux (chapitres II et III) pour lesquelles nous déterminerons les constantes caractérisant la propagation.

Dans une seconde partie, nous nous intéresserons à la détection optique des ondes acoustiques superficielles par diffraction de la lumière, technique utilisée depuis longtemps pour l'étude des ondes acoustiques de volume [7], [8]. Nous étudierons d'abord théoriquement la diffraction de la lumière, par réflexion et par transmission, par les ondes de RAYLEIGH. Les résultats seront appliqués à l'étude expérimentale de la propagation linéaire et non linéaire des ondes de RAYLEIGH. La méthode permet en effet de suivre l'évolution des amplitudes de l'onde fondamentale et de ses harmoniques au cours de la propagation, ce que ne permet pas la détection électrique.

Dans la dernière partie de ce travail, nous présenterons une analyse théorique exacte puis approchée de la génération harmonique. Nous comparerons les résultats théoriques et les résultats expérimentaux obtenus au moyen de la sonde optique. L'analyse approchée, basée sur un modèle monodimensionnel permettra de caractériser les rendements non linéaires de divers matériaux. Cette analyse sera étendue à l'étude de la convolution acoustique en surface que nous caractériserons également par un paramètre non linéaire unique.

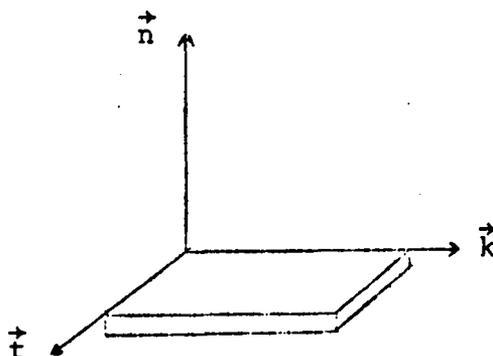
CHAPITRE I

GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES
ACOUSTIQUES SUPERFICIELLES DANS LES CRISTAUX PIEZOELECTRIQUES.

I - 1 - POSITION DU PROBLEME

Les ondes de Rayleigh sont caractérisées par une décroissance exponentielle des amplitudes de déplacement mécanique et de champ électromagnétique à l'intérieur du cristal. Il existe plusieurs types d'ondes de Rayleigh pouvant se propager à la surface des cristaux piézoélectriques.

Considérons le trièdre suivant :



Le plan (\vec{k}, \vec{t}) est le plan de propagation des ondes de Rayleigh.

\ Le plan (\vec{k}, \vec{n}) est le plan sagittal.

\vec{k} représente la direction de propagation des ondes de Rayleigh

\vec{n} représente la normale au plan de propagation

\vec{t} représente la normale au plan sagittal

Nous pouvons alors envisager les différents types d'onde possibles :

a) Onde de Rayleigh Générale Piézoélectrique.

$$\vec{E} (E_k, E_n, E_t) \text{ et } \vec{U} (U_k, U_n, U_t)$$

b) Onde de Rayleigh Générale Elastique

$$\vec{E} (0, 0, E_t) \text{ et } \vec{U} (U_k, U_n, U_t)$$

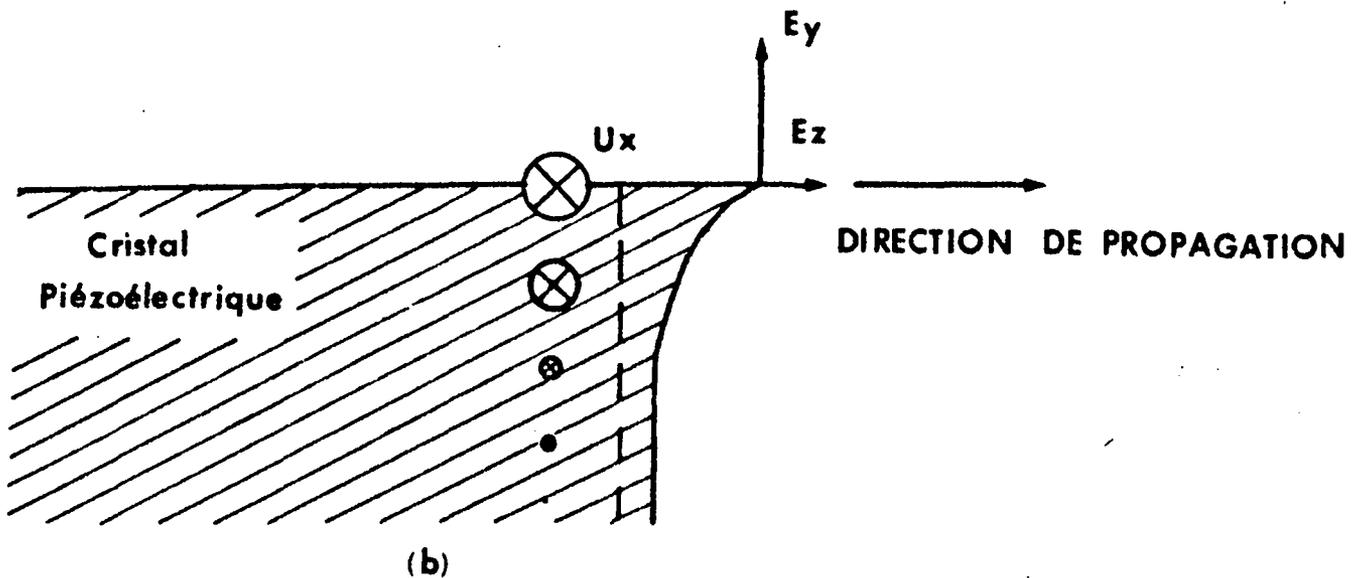
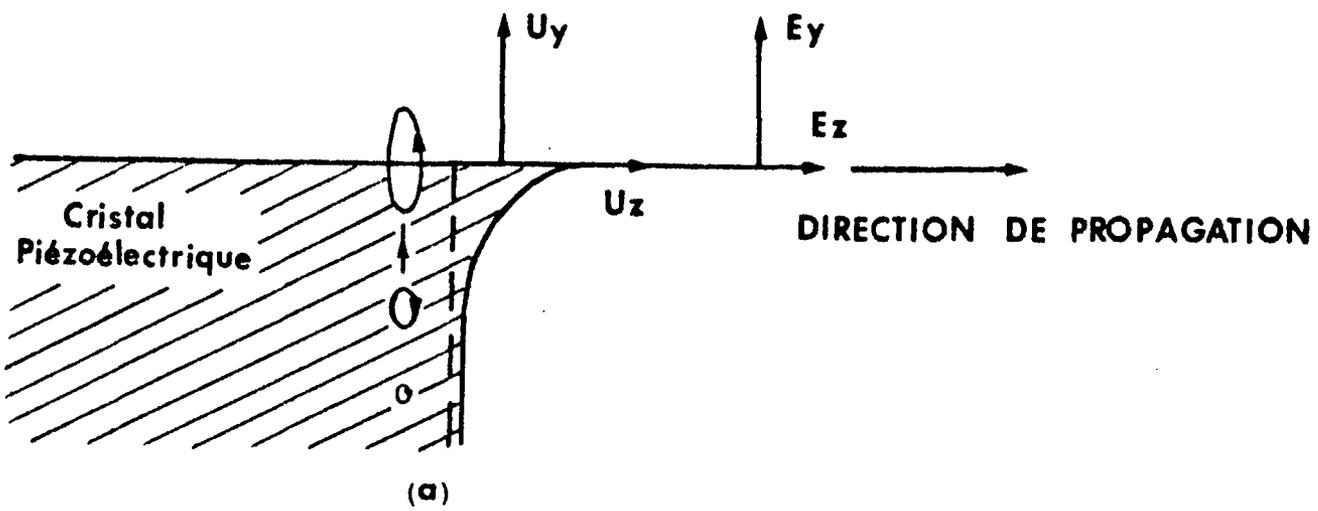
c) Onde de Rayleigh Piézoélectrique (mode de Rayleigh)

$$\vec{E} (E_k, E_n, 0) \text{ et } \vec{U} (U_k, U_n, 0)$$

Fig 1.- Représentation dans le plan sagittal
des déplacements mécaniques et des
champs électriques:

(a) mode de Rayleigh

(b) onde de Bleustein-Gulyaev



Dans le mode de Rayleigh, les composantes de déplacement mécanique et de champ électrique se situent dans le plan sagittal (\vec{k} , \vec{n}). (Figure 1).

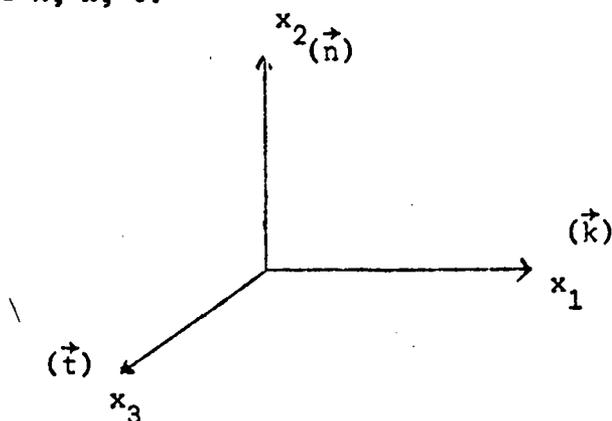
d) Onde de Rayleigh Elastique

$$\vec{E} (0, 0, E_t) \text{ et } \vec{U} (U_k, U_n, 0)$$

e) Onde de Bleustein - Gulyaev (Figure 1)

$$\vec{E} (E_k, E_n, 0) \text{ et } \vec{U} (0, 0, U_t)$$

Associons au trièdre précédant un repère cartésien (x_1, x_2, x_3) tel que les coordonnées x_1, x_2, x_3 correspondent respectivement aux directions $\vec{k}, \vec{n}, \vec{t}$.



Nous considérons donc des ondes acoustiques superficielles se propageant dans la direction x_1 avec des amplitudes décroissant avec la profondeur x_2 dans le cristal.

Pour étudier la propagation des ondes de Rayleigh, nous définissons la coupe d'un cristal par deux directions : la première représente la normale à la surface de propagation et la seconde, la direction de propagation. Ainsi la notation (Y - Z) signifiera-t-elle propagation suivant l'axe cristallographique Z dans un cristal de coupe Y.

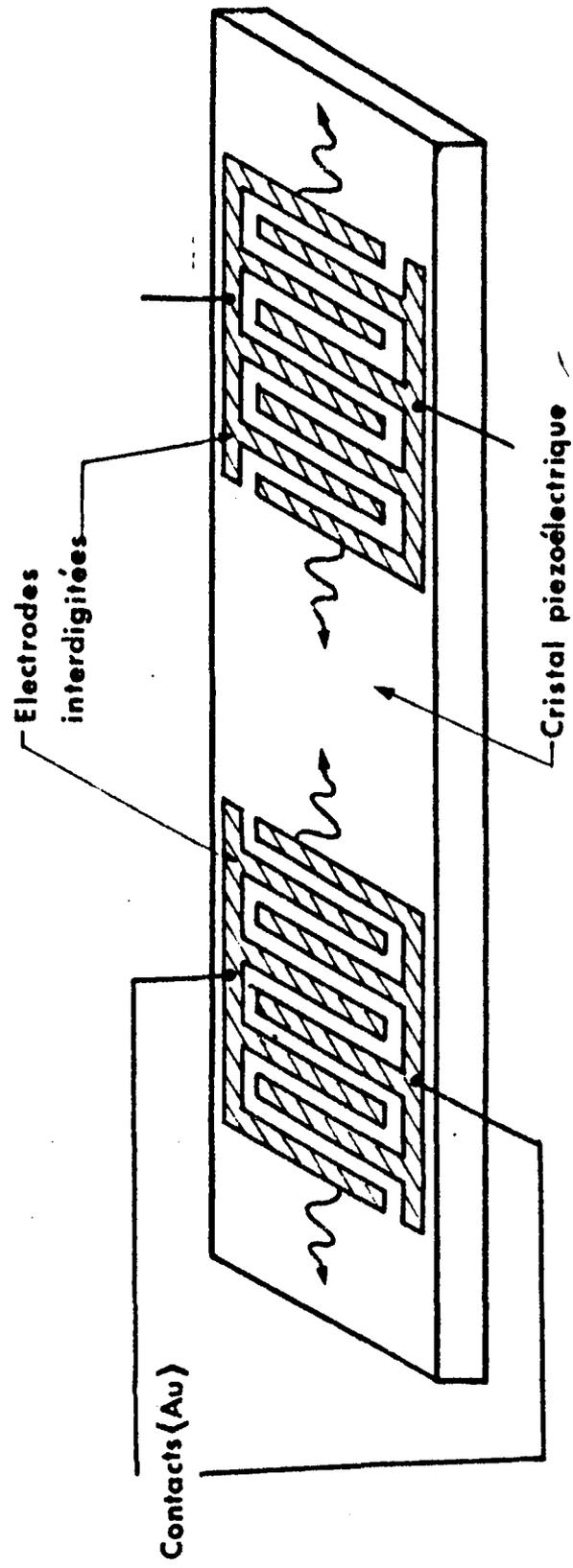


Fig 2 - Schéma d'une ligne à retard acoustique

Les ondes acoustiques superficielles sont excitées en appliquant une tension mécanique périodique dans l'espace et dans le temps. L'excitation ainsi obtenue est efficace au voisinage de la fréquence pour laquelle la période spatiale est égale à la longueur d'onde acoustique correspondante. Dans le cas des solides non piézoélectriques [3], cette périodicité spatiale de la tension appliquée est obtenue en disposant sur la surface du solide une structure mécanique convenable. Dans le cas des solides piézoélectriques, qui nous intéresse ici, il est possible de soumettre la surface du cristal à un champ électrique haute fréquence périodique dans l'espace. Le couplage piézoélectrique donne naissance à une tension mécanique correspondante engendrant l'onde acoustique superficielle. Le champ électrique périodique est produit en connectant un générateur haute fréquence à une série d'électrodes parallèles déposées sur la surface. Deux configurations d'électrodes ont été utilisées :

- toutes les électrodes sont au même potentiel électrique et une électrode de masse est nécessaire.

- deux électrodes voisines sont portées à des potentiels de signes opposés.

Cette dernière configuration appelée transducteur interdigité bien que plus difficile à réaliser (nécessité d'une finesse de gravure environ deux fois plus grande), est la plus communément employée à cause de sa plus grande efficacité.

La figure 2 représente une ligne à retard acoustique comprenant un milieu de propagation piézoélectrique et deux transducteurs interdigités déposés sur sa surface, polie avec une grande précision.

I - 2 - EQUATIONS DU MOUVEMENT ET FORME DES SOLUTIONS

I - 3 - CHAMP ELECTROMAGNETIQUE A L'EXTERIEUR

I - 4 - CONDITIONS AUX LIMITES

Ces trois paragraphes constituent, par souci d'allègement, l'ANNEXE I.

I - 5 - METHODE GENERALE DU CALCUL

A partir de la loi de Newton et des équations de Maxwell nous pouvons obtenir l'équation séculaire

$$|M(v^2, i\Omega)| = 0$$

et à partir des conditions aux limites élastiques et électriques,

$$|D(i\Omega)| = 0$$

Les détails des calculs correspondants sont donnés en ANNEXE 1. L'étude de la propagation des ondes acoustiques superficielles peut alors se conduire de la manière suivante :

Pour une vitesse donnée v , un certain nombre de facteurs de décroissance Ω de l'onde acoustique superficielle sont sélectionnés. Ces valeurs sont reportées dans le déterminant des conditions aux limites D en vue de l'annuler. La méthode décrite se prête donc à un calcul itératif sur ordinateur, les déterminants M et D étant, en général des fonctions assez complexes. Lorsque la condition $|D(i\Omega)| = 0$ est pratiquement réalisée la vitesse correcte des ondes acoustiques superficielles est obtenue et les paramètres de la propagation peuvent être déterminés. Les courbes des amplitudes de déplacements mécaniques et de champs électriques peuvent être tracées en fonction de la profondeur de pénétration dans le milieu de propagation.

CHAPITRE II

ETUDE DE L'ONDE DE RAYLEIGH PIEZOELECTRIQUE
DANS LE NIOBATE DE LITHIUM LiNbO_3 ET L'OXYDE DOUBLE DE BISMUTH
ET DE GERMANIUM $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$

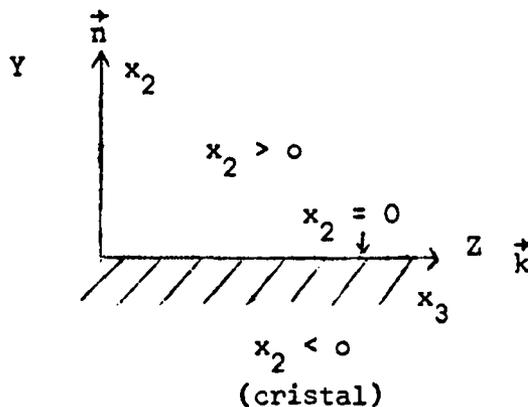
II - 1. INTRODUCTION.

L'onde de Rayleigh Piézoélectrique ou mode de Rayleigh est caractérisée par le fait que ses composantes de déplacement mécanique et de champ électrique sont situées dans le plan sagittal (\vec{k} , \vec{n}). Nous nous intéresserons dans ce chapitre à la propagation de ce mode dans deux cristaux piézoélectriques ; le premier, Li Nb O_3 , appartient à la classe 3 m du système trigonal, le second, $\text{Bi}_{12} \text{Ge O}_{20}$, appartient à la classe 23 du système cubique. Nous étudierons de façon détaillée le cas de Li Nb O_3 coupe (Y - Z), donnerons quelques résultats sur la coupe (Z - Y) de Li Nb O_3 et étudierons la coupe ($[\bar{1}10]$, $[001]$) de $\text{Bi}_{12} \text{Ge O}_{20}$.

Puisque les coupes des cristaux étudiés sont simples, les axes cristallographiques des cristaux seront confondus avec les directions \vec{k} , \vec{n} et \vec{t} . En conséquence, nous nous arrangerons pour que les axes x_1 , x_2 , x_3 du repère cartésien défini au § I.1 coïncident respectivement avec les axes cristallographiques X, Y, Z des cristaux étudiés.

II - 2. MODE DE RAYLEIGH DANS Li Nb O_3 (Y - Z)

Ainsi pour le niobate de lithium, coupe (Y - Z) c'est-à-dire Y suivant \vec{n} et Z suivant \vec{k} , nous aurons la représentation suivante dans le plan sagittal :



Les résultats du chapitre I seront directement applicables en remplaçant les indices

1 par 3

2 par 2

3 par 1

4 par 6

5 par 5

6 par 4

Le système homogène de six équations (I.2.6) devient compte tenu des permutations d'indices le système (II - 2.1).

Nous n'étudions que le mode de Rayleigh dont les composantes sont U_2 et U_3 pour les déplacements mécaniques, E_2 et E_3 pour les champs électriques.

L'étude détaillée de ce mode est donnée en Annexe 2 et nous permet d'écrire ses composantes sous la forme :

$$\begin{aligned}
 U_2 &= A_2(1) \left[\sum_{J=1}^3 \gamma(J) e^{\Omega(J)k x_2} \right] e^{i(kx_3 - \omega t)} \\
 U_3 &= A_2(1) \left[\sum_{J=1}^3 \gamma(J) p(J) e^{\Omega(J) kx_2} \right] e^{i(kx_3 - \omega t)} \\
 E_2 &= k \cdot A_2(1) \left[\sum_{J=1}^3 \gamma(J) r(J) e^{\Omega(J) kx_2} \right] e^{i(kx_3 - \omega t)} \\
 E_3 &= k \cdot A_2(1) \left[\sum_{J=1}^3 \gamma(J) s(J) e^{\Omega(J) kx_2} \right] e^{i(kx_3 - \omega t)}
 \end{aligned}$$

(II.2.2)

Résultats théoriques pour Li Nb O₃

Les calculs théoriques ont été effectués sur IBM 360 à l'aide de programmes écrits en FORTRAN IV.

La méthode du calcul consiste à injecter une valeur de la vitesse de propagation ce qui permet la résolution de l'équation caractéristique. Six valeurs de Ω , facteurs de décroissance de l'onde, groupées en trois paires de racines conjuguées sont ainsi obtenues. Les trois valeurs $\Omega(J)$ où $J = 1, 2, 3$, à partie réelle positive sont retenues et permettent de calculer le déterminant des conditions aux limites $|d_{ij}|$ (A.2.5). C'est en suivant les variations de ce dernier que la vitesse de propagation peut être déterminée auand $|d_{ij}|$ est nul ou, en pratique, tend vers zéro. Avec trois décimales pour la bonne vitesse $|d_{ij}|$ est environ 10^8 fois plus faible que pour des valeurs de v éloignées de la valeur correcte.

Les constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques de Li Nb O_3 sont données dans la table 1. Les résultats obtenus sont donnés dans la table 2.

La conservation en $x_2 = 0$ de la composante normale de l'excitation électrique s'écrit :

$$D_2(0^-, x_3) - D_2(0^+, x_3) = 0 \quad (\text{II.2.3})$$

Cette relation nous a permis d'écrire la troisième condition aux limites du système (A.2.5) :

$$\sum_{J=1}^3 d_{3J} A_2(J) = 0$$

$$\text{avec } d_{3J} = e_{22} \Omega(J) + i e_{15} + e_{15} \Omega(J) p(J) + \epsilon_{11} r(J) - i \epsilon_0 s(J)$$

Nous pouvons nous servir de la relation (II.2.3) pour déterminer la vitesse de propagation dans le cas où la surface $x_2 = 0$ est métallisée. Nous imposons pour cela $D_2(0^+, x_3) = 0$. En résolvant alors le système, on trouve la vitesse v_0 correspondant au cas où l'impédance superficielle $|17|$ du milieu $x_2 > 0$ est nulle.

De la même manière, si nous imposons dans la relation (II.2.3) la condition $D_2(0^-, x_3) = 0$, nous déterminons la vitesse de propagation v_∞ qui correspond au cas où l'impédance superficielle du milieu $x_2 > 0$ est infinie.

A partir des vitesses v_0 et v_{air} , nous pouvons définir

TABLE 1 : CONSTANTES DIELECTRIQUES, ELASTIQUES
ET PIEZOELECTRIQUES DU NIOBATE DE LITHIUM

|16|

| | |
|--|---|
| <p><u>Constantes diélectriques</u></p> $\begin{bmatrix} \epsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11}^S & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^S \end{bmatrix}$ | $\epsilon_{11}^S = 44 \epsilon_0$ $\epsilon_{33}^S = 29 \epsilon_0$ |
| <p><u>Constantes élastiques (X 10¹¹ N/m²)</u></p> $\begin{bmatrix} C_{11}^E & C_{12}^E & C_{13}^E & C_{14}^E & 0 & 0 \\ C_{12}^E & C_{11}^E & C_{13}^E & -C_{14}^E & 0 & 0 \\ C_{13}^E & C_{13}^E & C_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ C_{14}^E & -C_{14}^E & 0 & C_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44}^E & C_{14}^E \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{14}^E & C_{66}^E \end{bmatrix}$ | $C_{11}^E = 2,03$ $C_{12}^E = 0,53$ $C_{13}^E = 0,75$ $C_{14}^E = 0,09$ $C_{33}^E = 2,45$ $C_{44}^E = 0,60$ $C_{66}^E = 0,75$ |
| <p><u>Constantes piézoélectriques (C/m²)</u></p> $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & -e_{22} \\ -e_{22} & e_{22} & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ | $e_{15} = 3,7$ $e_{22} = 2,5$ $e_{31} = 0,2$ $e_{33} = 1,3$ |
| <p><u>Masse volumique.</u></p> $\rho = 4,7 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$ | |

TABLE 2 : RESULTATS THEORIQUES DU NIOBATE DE LITHIUM

COUPE (Y - Z)

$\epsilon_r (x_2 > 0) = 1$

| | |
|--------------------------|--|
| vitesse de propagation | $v = 3487,77 \text{ m/s}$ |
| Facteurs de décroissance | $\Omega(1) = 0,1218 + i 0,06462$ $\Omega(2) = 0,7738 - i 0,3960$ $\Omega(3) = 1,0379 + i 0,3804$ |
| Facteurs d'amplitude | $p(1) = -0,05180 + i 0,09733$ $p(2) = 0,66655 + i 0,65393$ $p(3) = -1,13134 + i 1,14314$ $r(1) = (-0,1828 + i 0,1407) \cdot 10^9$ $r(2) = (-0,13143 - i 1,49053) \cdot 10^{10}$ $r(3) = (-0,30366 - i 2,40654) \cdot 10^{10}$ $s(1) = (-1,522 - i 0,6929) \cdot 10^9$ $s(2) = (1,5954 + i 0,64648) \cdot 10^{10}$ $s(3) = (1,9496 - i 1,0071) \cdot 10^{10}$ $\gamma(1) = 1$ $\gamma(2) = 0,02732 - i 0,51358$ $\gamma(3) = -0,02659 + i 0,37166$ |

un coefficient de couplage électromécanique effectif K_S pour les ondes de surface [18] :

$$K_S^2 = 2 \frac{v_{\text{air}} - v_0}{v_0}$$

Les résultats sont donnés dans la table 3.

Les amplitudes des déplacements élastiques et des champs électriques ont été calculées en fonction de la profondeur réduite à l'intérieur du cristal aux vitesses v_0 et v_{air} correspondant respectivement à une surface métallisée et à une surface libre.

Les Figures 3 et 4 représentent les résultats obtenus en imposant comme condition initiale un déplacement U_2 égal à 1 \AA à la surface $x_2 = 0$ à la vitesse de propagation v_{air} .

Nous en avons déduit dans chaque cas la profondeur de pénétration en longueurs d'onde acoustiques, définie comme la distance à l'intérieur du cristal à partir de la surface $x_2 = 0$ pour laquelle toutes les composantes de déplacement sont dans un rapport inférieur ou égal à $1/e$ avec leur valeur sur la surface $x_2 = 0$. La profondeur de pénétration est égale à 1λ dans le cas de la surface métallisée et à $1,27 \lambda$ dans le cas de la surface libre.

Dans la table 3, sont données les vitesses v_∞ , v_{air} , v_0 , K_S , ainsi que les facteurs de décroissance de l'onde de Rayleigh Piézoélectrique dans le cas de la coupe (Z-Y) de Li Nb O_3 .

TABLE 3 : RESULTATS THEORIQUES (Li Nb O₃)

| COUPE | VITESSES | $\Omega(1)$ | $\Omega(2)$ | $\Omega(3)$ | K_s |
|---------|------------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------|
| (Y - Z) | $v_o = 3403,74 \text{ m/s}$ | $0,179 + i 0,067$ | $0,781 - i 0,401$ | $1,047 + i 0,384$ | 0,22 |
| | $v_{air} = 3487,77 \text{ m/s}$ | $0,122 + i 0,065$ | $0,774 - i 0,396$ | $1,038 + i 0,380$ | |
| | $v_{\infty} = 3489,49 \text{ m/s}$ | $0,120 + i 0,064$ | $0,774 - i 0,396$ | $1,038 + i 0,380$ | |
| (Z , Y) | $v_o = 3859,22 \text{ m/s}$ | $0,371 - i 0,258$ | $0,616 + i 0,426$ | $1,728 - i 0,318$ | 0,15 |
| | $v_{air} = 3903,22 \text{ m/s}$ | $0,356 - i 0,257$ | $0,608 + i 0,425$ | $1,724 - i 0,317$ | |
| | $v_{\infty} = 3903,99 \text{ m/s}$ | $0,356 - i 0,257$ | $0,608 + i 0,425$ | $1,724 - i 0,317$ | |

FIGURE 3 : Variation des déplacements mécaniques en fonction de la distance de pénétration dans LiNbO_3 (cas de la surface libre)

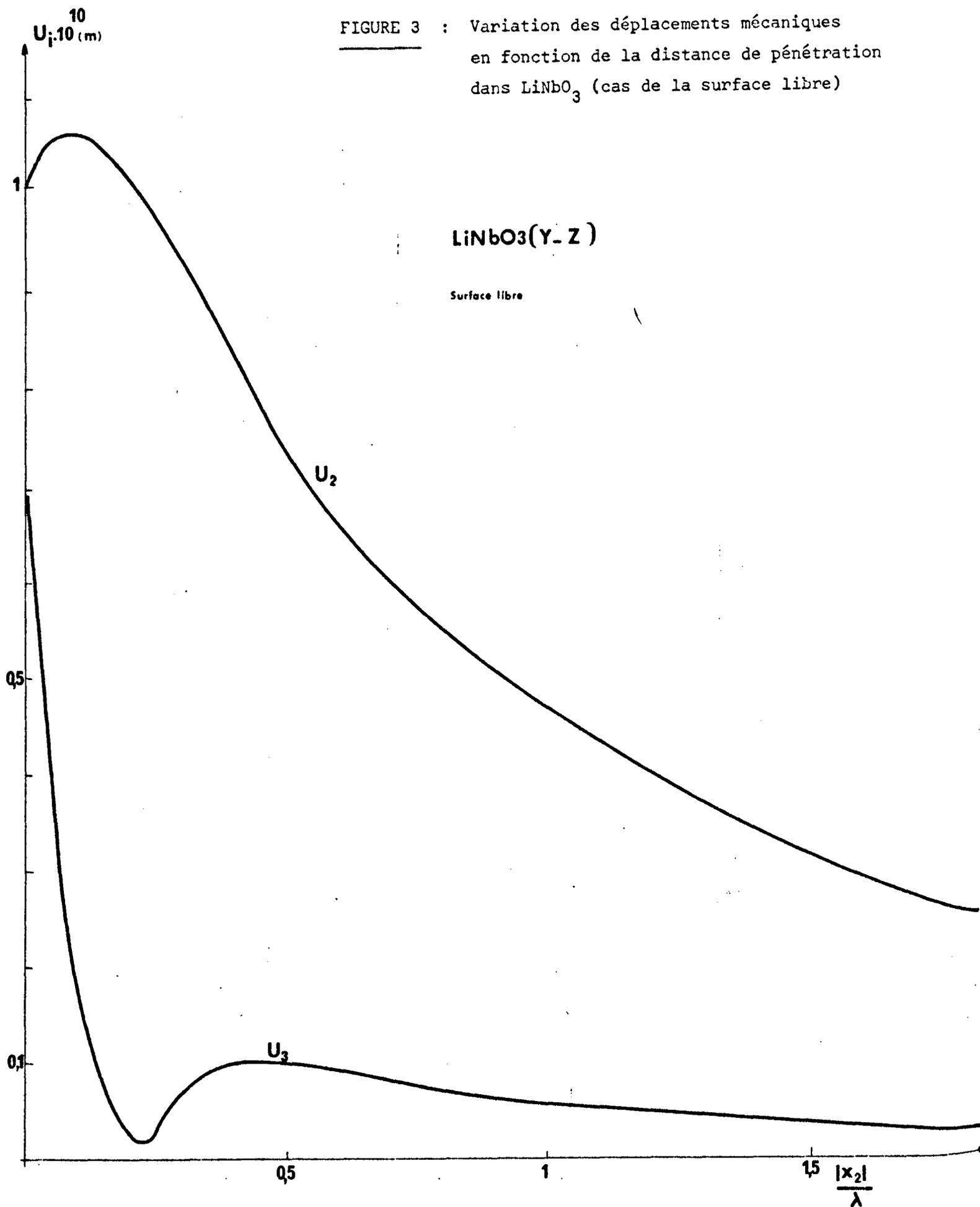


FIGURE 3 bis : Variation des champs électriques en fonction de la distance de pénétration dans LiNbO_3 (cas de la surface libre)

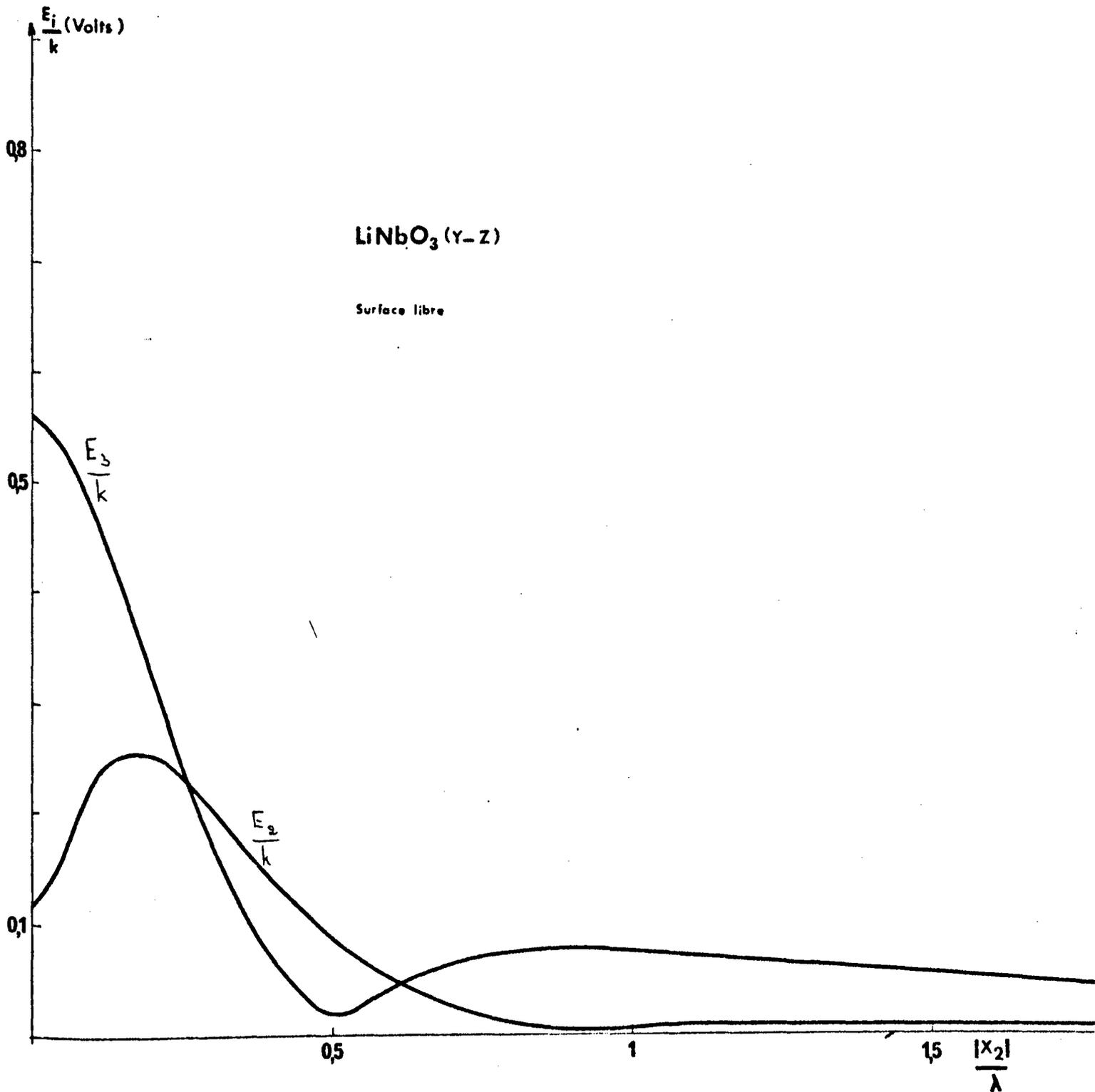


FIGURE 4 : Variation des déplacements mécaniques en fonction de la distance de pénétration dans LiNbO_3 (surface métallisée)

U_{i10} (m)

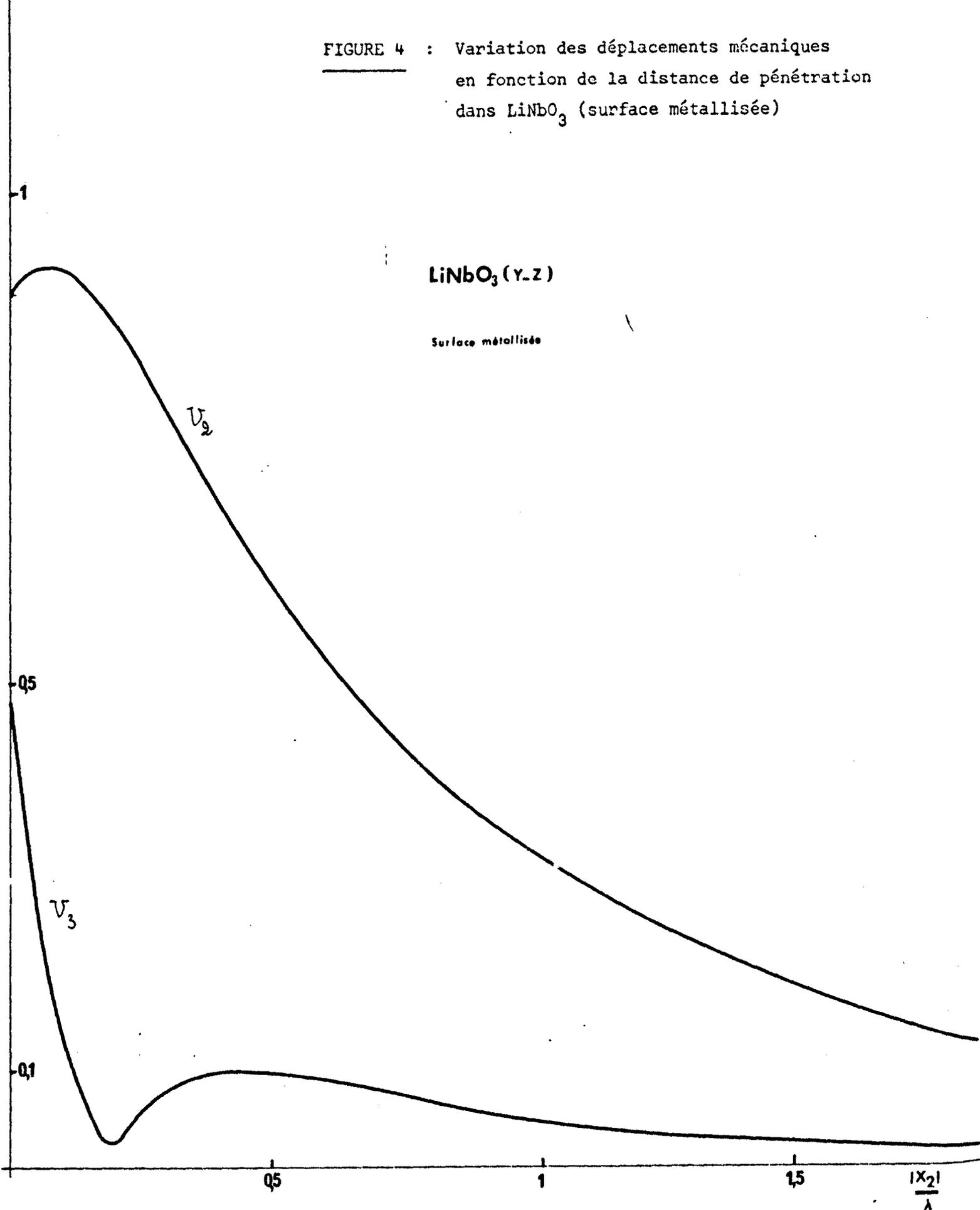
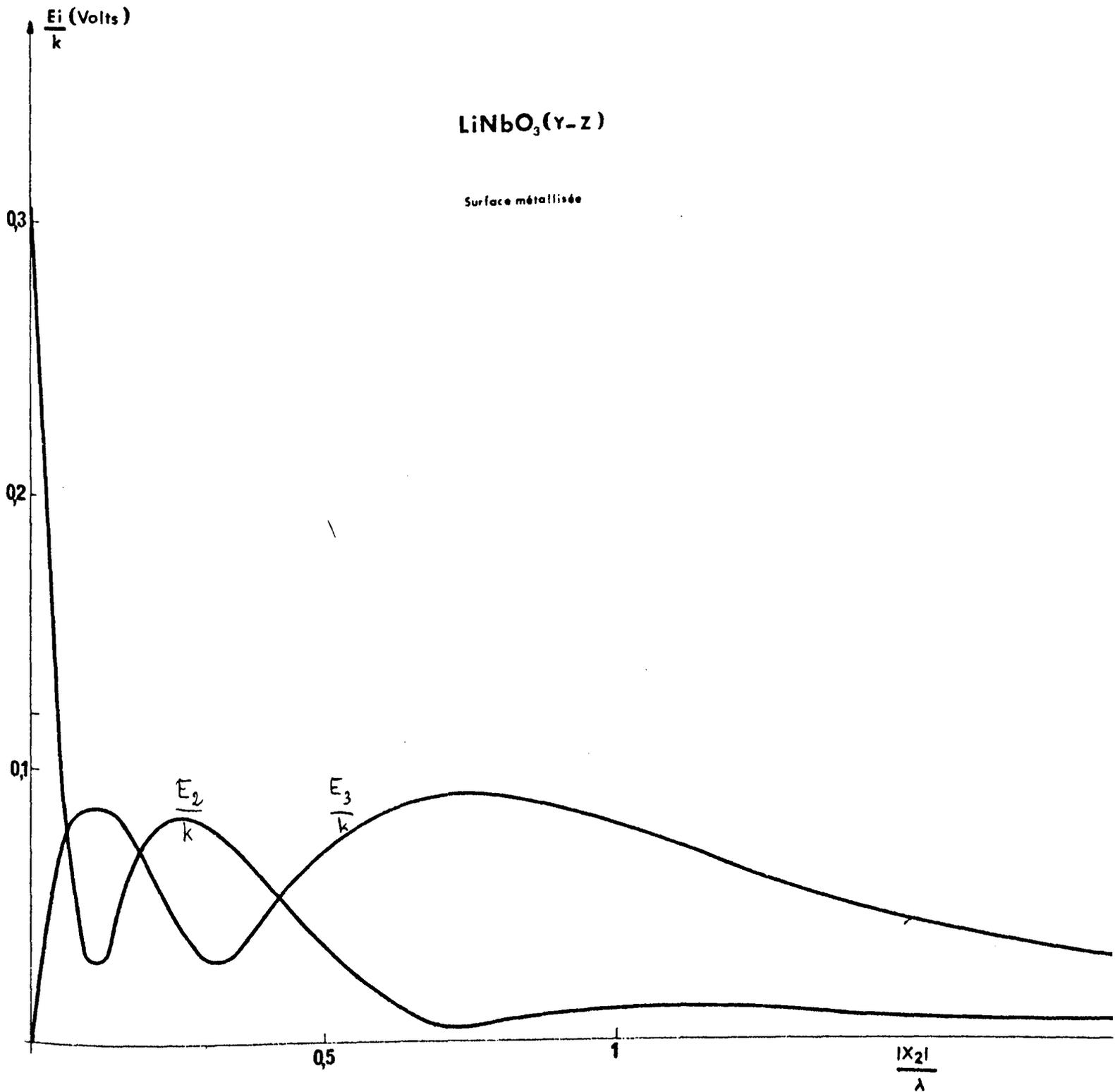


FIGURE 4 bis : Variation des champs électriques en fonction de la distance de pénétration dans LiNbO_3 (cas de la surface métallisée)



II - 3 - MODE DE RAYLEIGH dans $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$

L'étude de ce mode se ramène à l'étude précédente. En effet, \vec{k} est dirigé suivant $[001]$ et \vec{n} suivant $[\bar{1}10]$. Les constantes diélectriques, élastiques et piézoélectriques du cristal sont données dans la Table 4.

Par une rotation de $\frac{\pi}{4}$ autour de $[001]$, nous passons des axes cristallographiques d'ordre 4 $[100]$ et $[010]$ aux axes cristallographiques d'ordre 2 $[\bar{1}10]$ et $[\bar{1}\bar{1}0]$. Du fait de cette rotation la matrice élasto-piézoélectrique prend la forme $|19|$:

| | | | | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------------|------------------|------------------|
| C'_{11} | C'_{12} | C'_{13} | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | e'_{31} |
| C'_{21} | C'_{22} | C'_{23} | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | e'_{32} |
| C'_{31} | C'_{32} | C'_{33} | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | C'_{44} | 0 | 0 | 0 | e'_{24} | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | C'_{55} | 0 | e'_{15} | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | C'_{66} | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | e'_{15} | 0 | ϵ'_{11} | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | e'_{24} | 0 | 0 | 0 | ϵ'_{22} | 0 |
| e'_{31} | e'_{32} | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | ϵ'_{33} |

(II.3.1)

TABLE 4 : CONSTANTES DIELECTRIQUES, ELASTIQUES
ET PIEZOELECTRIQUES DE Bi₁₂G_eO₂₀

| | | | | | | (20) | (21) | (22) | |
|--|-------------------|-------------------|------------|------------|------------|--|------|--------|-------|
| <u>Constantes diélectriques :</u> | | | | | | | | | |
| ϵ_{11}^S | 0 | 0 | | | | $\frac{\epsilon_{11}^S}{\epsilon_0} =$ | 38 | 38 | 38,7 |
| 0 | ϵ_{11}^S | 0 | | | | | | | |
| 0 | 0 | ϵ_{11}^S | | | | | | | |
| <u>Constantes élastiques (x 10¹¹ N/m²)</u> | | | | | | | | | |
| C_{11}^E | C_{12}^E | C_{12}^E | 0 | 0 | 0 | $C_{11}^E =$ | 1,20 | 1,2848 | 1,28 |
| C_{12}^E | C_{11}^E | C_{12}^E | 0 | 0 | 0 | | | | |
| C_{12}^E | C_{12}^E | C_{11}^E | 0 | 0 | 0 | $C_{12}^E =$ | 0,39 | 0,2942 | 0,305 |
| 0 | 0 | 0 | C_{44}^E | 0 | 0 | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | C_{44}^E | 0 | $C_{44}^E =$ | 0,25 | 0,2552 | 0,255 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | C_{44}^E | | | | |
| <u>Constantes piézoélectriques (C/m²)</u> | | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | e_{14} | 0 | 0 | $e_{14} =$ | 0,71 | 0,983 | 0,99 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | e_{14} | 0 | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | e_{14} | | | | |
| Masse volumique $\rho = 9,20 \cdot 10^3$ kg/m ³ | | | | | | | | | |

$$\begin{aligned}
 \text{avec } C'_{11} &= C'_{22} = \frac{1}{2} (C_{11} + C_{12} + 2C_{44}) \\
 C'_{33} &= C_{33} \\
 C'_{12} &= C'_{21} = \frac{1}{2} (C_{11} + C_{12} - 2C_{44}) \\
 C'_{13} &= C'_{31} = C'_{23} = C'_{32} = C_{12} \\
 C'_{44} &= C'_{55} = C_{44} \\
 c'_{66} &= \frac{1}{2} (c_{11} - c_{12}) \\
 e'_{15} &= e'_{31} = -e'_{24} = -e'_{32} = e_{14} \\
 \epsilon'_{11} &= \epsilon'_{22} = \epsilon'_{33} = \epsilon_{11}
 \end{aligned}$$

La matrice (II.3.1) est obtenue par les transformations :

$$c'_{ijkl} = v_{ir} v_{js} v_{kt} v_{lm} C_{rstu}$$

$$e'_{ijk} = v_{ir} v_{js} v_{kt} e_{rst}$$

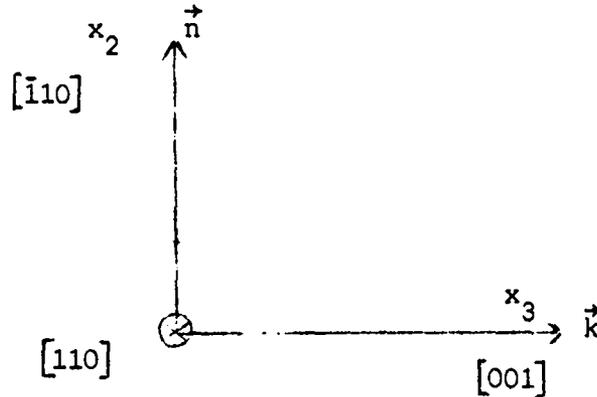
$$\epsilon'_{ij} = v_{ir} v_{js} \epsilon_{rs}$$

(II.3.2)

avec ici :

$$(v) = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nous aurons ainsi dans le plan sagittal la représentation suivante :



Le mode de Rayleigh est décrit par la résolution de l'équation $|\Delta_2| = 0$ (d'après I.2.9). Puisque les coordonnées x_2 et x_3 sont respectivement dans les directions \vec{n} et \vec{k} , les équations à résoudre seront identiques à celles de Li Nb O_3 (Y-Z) en prenant les constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques primées c'est-à-dire obtenues après la rotation de $\frac{\pi}{4}$ autour de l'axe $[001]$.

L'équation caractéristique prend la forme :

$$\begin{vmatrix} c'_{11} \Omega^2 + \rho v^2 - c_{44} & (c'_{13} + c'_{44}) i \Omega & -i e'_{15} & -e'_{31} \Omega \\ (c'_{13} + c'_{44}) i \Omega & c'_{44} \Omega^2 + \rho v^2 - c'_{33} & -e'_{15} \Omega & 0 \\ i \mu_0 v^2 e'_{15} & \mu_0 v^2 \Omega e'_{15} & \mu_0 v^2 \epsilon'_{11} - 1 & -i \Omega \\ \mu_0 v^2 \Omega e'_{31} & 0 & -i \Omega & \Omega^2 + \mu_0 v^2 \epsilon'_{33} \end{vmatrix} = 0$$

Dans la table 5, nous donnons les résultats obtenus pour les vitesses de propagation v_0 , v_{air} et v_∞ . Les calculs ont été effectués pour différentes valeurs des constantes. Les résultats montrent que le facteur de décroissance $\Omega(1)$ est réel et que $\Omega(2)$ et $\Omega(3)$

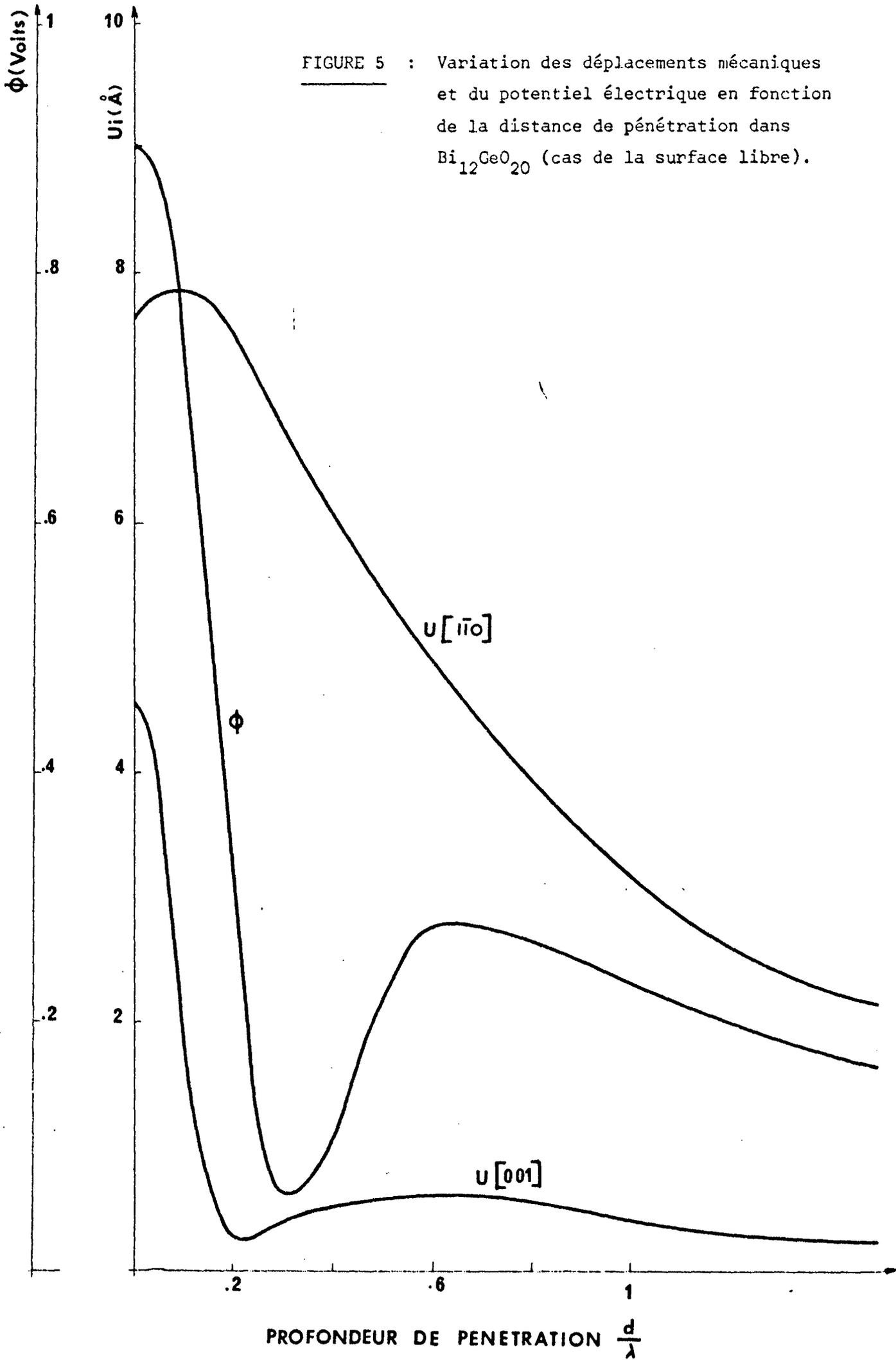


TABLE 5 : RESULTATS THEORIQUES ($\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$)

| COUPE | Référence des constantes utilisées | Vitesse [m/s] | $\Omega(1)$ | $\Omega(2)$ | $\Omega(3)$ | K |
|---------------------------|------------------------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------|
| ($\bar{1}10$, [001]) | 21 | $v_o = 1618,156$ | 0,1276 | $1,3183 + i 0,1216$ | $1,3183 - i 0,1216$ | 0,086 |
| | | $v_{air} = 1624,164$ | 0,1195 | $1,3174 + i 0,1232$ | $1,3174 - i 0,1232$ | |
| | | $v_{\infty} = 1624,313$ | 0,1193 | $1,3173 + i 0,1233$ | $1,3173 - i 0,1233$ | |
| | 22 | $v_o = 1616,727$ | 0,1298 | $1,3097 + i 0,1460$ | $1,3097 - i 0,1460$ | 0,087 |
| | | $v_{air} = 1622,774$ | 0,1216 | $1,3087 + i 0,1473$ | $1,3087 - i 0,1473$ | |
| | | $v_{\infty} = 1622,923$ | 0,1214 | $1,3087 + i 0,1473$ | $1,3087 - i 0,1473$ | |
| 20 | $v_o = 1589,955$ | 0,1599 | $1,2357 + i 0,1265$ | $1,2357 - i 0,1265$ | 0,067 | |
| | $v_{air} = 1593,498$ | 0,1551 | $1,2350 + i 0,1272$ | $1,2350 - i 0,1272$ | | |
| | $v_{\infty} = 1593,589$ | 0,1549 | $1,2350 + i 0,1272$ | $1,2350 - i 0,1272$ | | |

sont complexes conjugués.

La figure 5 représente les variations des déplacements mécaniques et du potentiel électrique dont les champs électriques dérivent (dans l'approximation électrostatique), en fonction de la profondeur de pénétration.

CHAPITRE III

ETUDE DE L'ONDE DE BLEUSTEIN-GULYAEV DANS LES

CRISTAUX HEXAGONAUX ET CUBIQUES.

III - 1 - INTRODUCTION

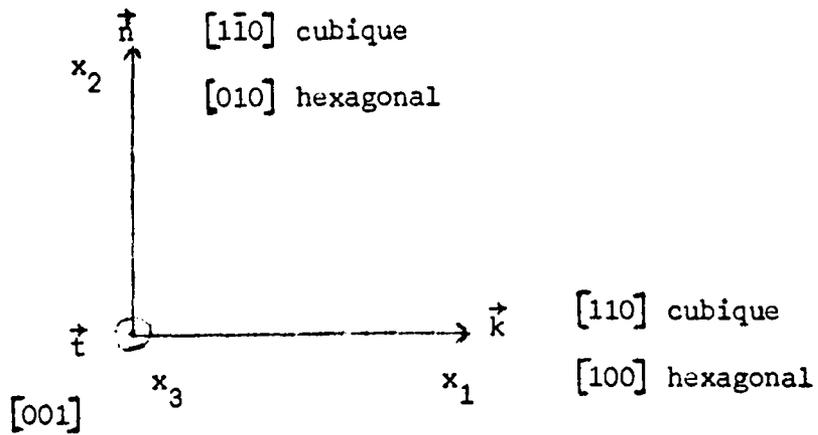
L'onde de BLEUSTEIN-GULYAEV [12] , [13] , [19] est une onde acoustique superficielle transversale à laquelle sont associés des déplacements polarisés parallèlement à la surface (U_t) et des champs sagittaux (E_k et E_n). La polarisation est donc linéaire et non elliptique comme dans le cas de l'onde de Rayleigh Piézoélectrique.

Dans une étude générale sur la propagation des ondes acoustiques superficielles [10] , nous avons montré l'existence des ondes de Bleustein-Gulyaev dans les cristaux hexagonaux et cubiques de classes cristallographiques 6 mm, $\bar{4}3m$ et 23 suivant certaines directions.

| classe cristallographique | Direction de propagation \vec{k} | Normale \vec{n} |
|---------------------------|------------------------------------|-------------------|
| 6 mm | X | Y |
| $\bar{4}3m$ ou 23 | $[110]$ | $[1\bar{1}0]$ |

Dans le cas des cristaux cubiques, nous passerons des axes cristallographiques X,Y aux axes $[110]$ et $[1\bar{1}0]$ par une rotation de $\frac{\pi}{4}$ autour de l'axe Z . Les constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques transformées ont été données dans le paragraphe II.3

Nous aurons donc la représentation suivante dans le plan sagittal :



Nous avons ainsi défini un système unique de coordonnées (x_1, x_2, x_3) permettant de traiter l'onde de BLEUSTEIN-GULYAEV dans les cristaux cubiques et hexagonaux à condition de prendre les c'_{ijkl} donnés par (II.3.1) pour les cristaux cubiques. Ce système est celui défini dans l'étude générale au Chapitre I .

III - 2 - CAS DES CRISTAUX HEXAGONAUX.

Les constantes diélectriques, élastiques et piézoélectriques des cristaux hexagonaux sont donnés dans la Table 6 .

La matrice M définie par (I.2.7) se décompose d'après (I.2.10) et nous obtenons les deux systèmes suivants :

$$\begin{bmatrix} c_{66} \Omega^2 + \rho v^2 - c_{11} & i\Omega (c_{12} + c_{66}) & -i e_{31} \\ i\Omega (c_{12} + c_{66}) & c_{11} \Omega^2 + \rho v^2 - c_{66} & e_{31} \Omega \\ i \mu_0 v^2 e_{31} & -\mu_0 v^2 e_{31} \Omega & \mu_0 v^2 \epsilon_{11} + \Omega^2 - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} = 0$$

TABLE 6 : CONSTANTES DIELECTRIQUES, ELASTIQUES ET
PIEZOELECTRIQUES DES CRISTAUX HEXAGONAUX (6 mm)

CONSTANTES DIELECTRIQUES :

$$\begin{bmatrix} \epsilon^S_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon^S_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon^S_{33} \end{bmatrix}$$

CONSTANTES ELASTIQUES :

$$\begin{bmatrix} c^E_{11} & c^E_{12} & c^E_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c^E_{12} & c^E_{11} & c^E_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c^E_{13} & c^E_{13} & c^E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c^E_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c^E_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c^E_{66} \end{bmatrix}$$

CONSTANTES PIEZOELECTRIQUES :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_{44} \Omega^2 + \rho v^2 - c_{44} & -i e_{15} & -e_{15} \Omega \\ i \mu_0 v^2 e_{15} & \Omega^2 + \mu_0 v^2 \epsilon_{11} & -i \Omega \\ \mu_0 v^2 e_{15} \Omega & -i \Omega & \mu_0 v^2 \epsilon_{11}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3 \\ \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III . 2 . 2})$$

Le premier système (III.2.1) correspond à une onde de Rayleigh Elastique $\vec{U}(U_k, U_n, 0)$ et $\vec{E}(0, 0, E_t)$ qui ne peut pas être excitée par couplage piézoélectrique direct. Le second système (III.2.2) correspond à l'onde de BLEUSTEIN-GULYAEV $\vec{U}(0, 0, U_t)$ et $\vec{E}(E_k, E_n, 0)$ qui constitue l'objet de notre étude, dont le détail est donné en ANNEXE 3 .

RESULTATS THEORIQUES.

Les calculs des vitesses v_o et v_{air} ont été effectués pour différents cristaux et les résultats sont donnés dans la Table 7 . Nous avons porté également les valeurs de K_S facteur de couplage électromécanique superficiel défini par

$$K_S^2 = 2 \frac{v_{air} - v_o}{v_o}$$

et de \bar{K}_{vol} , facteur de couplage électromécanique des ondes transversales défini conformément à la Convention IRE 1949 | 23|

$$\bar{K}_{vol} = \frac{K_{vol}^2}{1 - K_{vol}^2} \quad (\text{III . 2 . 3})$$

Nous portons enfin les valeurs des profondeurs réduites de pénétration $(\frac{\delta}{\lambda})$ calculées à partir des variations des amplitudes de déplacement et de champ électrique, dans les deux cas :

TABLE 7 : RESULTATS NUMERIQUES POUR LES ONDES DE BLEUSTEIN - GULYAEV

Les valeurs des constantes utilisées sont celles des références indiquées

| CRISTAUX | (k,n) | v_o (m/s) | v_{air} (m/s) | K_S | K_{vol} | $\left(\frac{\delta}{\lambda}\right)_o$ | $\left(\frac{\delta}{\lambda}\right)_{air}$ | $\Omega(1)$ (surface libre) | $\Omega(2)$ (Surface libre) |
|---|------------|-------------|-----------------|-------|-----------|---|---|--------------------------------|--------------------------------|
| ZnO [24] | (X,Y) | 2868,90 | 2883,18 | 0,099 | 0,282 | 1,65 | 14 | 1 | 0,01 |
| CdS [24] | (X,Y) | 1797,47 | 1798,58 | 0,035 | 0,154 | 4,8 | 46 | 1 | 0,0035 |
| PSN [24] | (X,Y) | 3504,30 | 3831,48 | 0,432 | 0,46 | 0,38 | 202 | 1 | 0,00074 |
| PZT-4 [24] | (X,Y) | 2272,62 | 2606,80 | 0,502 | 0,51 | 0,34 | 148 | 1 | 0,00067 |
| CdSe [25] | (X,Y) | 1537,58 | 1537,81 | 0,017 | 0,124 | 3,25 | 100 | 1 | 0,0016 |
| Bi ₁₂ GeO ₂₀ [20] | 110] [110] | 1694,43 | 1697,15 | 0,056 | 0,244 | 2,7 | 85 | 0,8796 | 0,0019 |
| Ga As [19] | 110] [110] | 3352,32 | 3352,32 | 0,004 | 0,062 | 39 | 463 | 0,992 | 0,00034 |
| ZnS [25] | (X,Y) | 3368,85 | 3368,90 | 0,006 | 0,079 | 27 | 253 | 1 | 0,00061 |

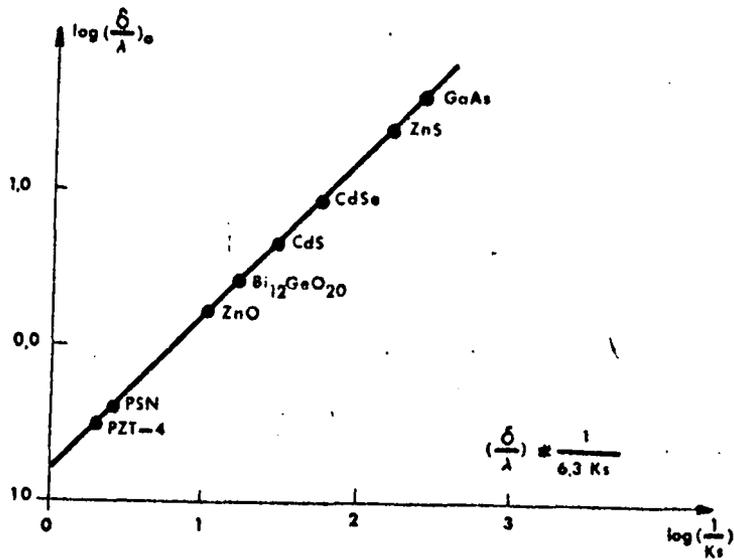


FIGURE 6 : Variation de la profondeur de pénétration $(\delta/\lambda)_0$ en fonction du coefficient de couplage électromécanique K_s (surface métallisée)

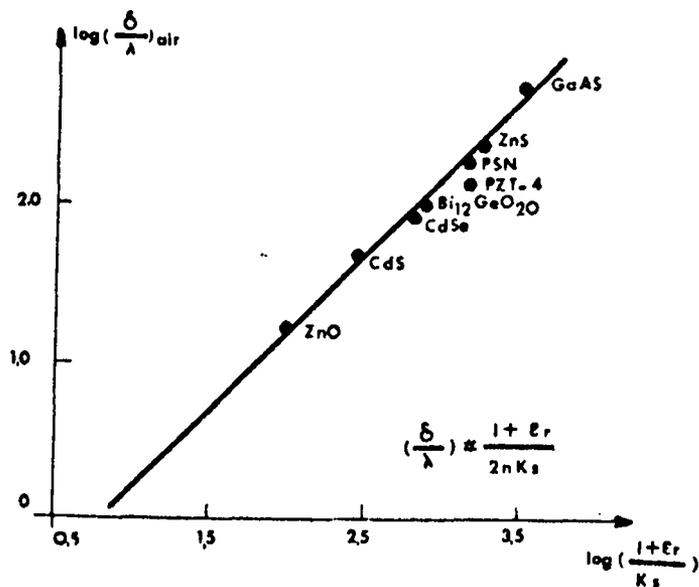


FIGURE 7 : Variation de la profondeur de pénétration $(\delta/\lambda)_{air}$ en fonction du coefficient de couplage électromécanique K_s (surface libre)

surface métallisée et surface libre, $(\frac{\delta}{\lambda})_o$ et $(\frac{\delta}{\lambda})_{air}$

Ces résultats nous ont permis de tracer la courbe donnant la variation de $\log (\frac{\delta}{\lambda})_o$ en fonction de $\log (\frac{1}{K_s})$ dans le cas d'une surface métallisée. (figure 6). Cette courbe montre que l'on a sensiblement

$$2\pi (\frac{\delta}{\lambda})_o \approx \frac{1}{K_s} \quad (III . 2 . 4)$$

L'étude du déterminant des conditions aux limites permet de montrer que :

$$v_\infty = \bar{v}_t \quad \text{car dans ce cas } \Omega(2) = 0 \text{ et que d'autre part}$$

$$K_s^2 \approx K_{vol}^4 \left[1 - \frac{1}{(1 + \epsilon_r)^2} \right] \quad (III . 2 . 5)$$

Les résultats de la Table 7 montrent que la loi (III . 2 . 5) est vérifiée sauf pour les céramiques PSN et PZT-4 qui possèdent des coefficients de couplage électromécanique trop élevés. En effet, dans ce cas, l'approximation $K_{vol}^2 \ll 1$ n'est plus valable.

Dans le cas de la surface libre, le calcul montre que la profondeur de pénétration est donnée par

$$2\pi (\frac{\delta}{\lambda})_{air} \approx \frac{1 + \epsilon_r}{K_s} \quad (III . 2 . 6)$$

La Figure⁷ qui représente la variation de $\log (\frac{\delta}{\lambda})_{air}$ en fonction de $\log (\frac{1 + \epsilon_r}{K_s})$ permet de vérifier le résultat précédent. On peut remarquer que, parmi les cristaux étudiés, seule la céramique PZT-4 s'écarte sensiblement de la droite, à cause de sa piézoélectricité importante.

Cette étude présente l'intérêt de prévoir la profondeur de pénétration des ondes de Bleustein-Gulyaev se propageant à la surface métallisée ou non d'un cristal donné connaissant uniquement son coefficient de couplage électromécanique pour les ondes de volume.

III . 3 . Cas du $\text{Bi}_{12} \text{Ge}_{20}$

La matrice M définie par (I .2.7) se décompose d'après (I.2.10) et nous obtenons les deux systèmes suivants :

$$\begin{bmatrix} c'_{66} \Omega^2 + \rho v^2 - c'_{11} & i\Omega(c'_{12} + c'_{66}) & -i e'_{31} \\ i \Omega(c'_{12} + c'_{66}) & c'_{11} \Omega^2 + \rho v^2 - c'_{66} & e'_{31} \Omega \\ \mu_0 v^2 i e'_{31} & -\mu_0 v^2 e'_{31} \Omega & \epsilon'_{11} \mu_0 v^2 + \Omega^2 - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} = 0$$

(III . 3 . 1)

$$\begin{bmatrix} c'_{44} \Omega^2 + \rho v^2 - c'_{44} & -i e'_{31} & e'_{31} \Omega \\ i \mu_0 v^2 e'_{31} & \mu_0 v^2 \epsilon'_{11} + \Omega^2 & -i\Omega \\ -\mu_0 v^2 e'_{31} \Omega & -i\Omega & \mu_0 v^2 \epsilon'_{11} - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3 \\ \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = 0$$

(III . 3 . 2)

Le premier système (III.3.1) correspond à l'onde de Rayleigh Elastique $\vec{U}(U_k, U_n, 0)$ et $\vec{E}(0, 0, E_t)$ qui ne peut pas être excitée par couplage piézoélectrique direct.

Le second système (III.3.2) correspond à l'onde de Bleustein - Gulyaev $\vec{U}(0,0,U_t)$ et $\vec{E}(E_k, E_n, 0)$ objet de l'étude donnée en Annexe 4

RESULTATS THEORIQUES.

En continuant les calculs comme dans le cas des cristaux hexagonaux nous déterminons les vitesses v_o et v_{air} de l'onde de Bleustein-Gulyaev.

Ces résultats ont été obtenus en utilisant les valeurs des constantes piézoélectriques et diélectriques de Onoe , Warner et Ballman, données dans la Table 5 |20|

Les figures 8 et 9 représentent les variations des amplitudes du déplacement mécanique U_3 et des champs électriques E_1 et E_2 en fonction de la profondeur de pénétration réduite à l'intérieur du cristal aux vitesses v_{air} et v_o en prenant comme condition initiale un déplacement U_3 égal à 1 \AA à la surface du cristal pour $v = v_{air}$. Nous avons pu en déduire les profondeurs de pénétration $(\frac{\delta}{\lambda_o})$ et $(\frac{\delta}{\lambda})_{air}$

Les coefficients de couplage électromécaniques K_S et \bar{K}_{vol} ont été calculés et nous avons porté les points correspondants à $Bi_{12}GeO_{10}$ et Ga As sur les courbes des figures 6 et 7 . Nous pouvons donc, pour les cristaux cubiques, relier les profondeurs de pénétration au coefficient de couplage K_S :

$$2 \pi \left(\frac{\delta}{\lambda_o} \right) = \frac{1}{K_S}$$

$$2 \pi \left(\frac{\delta}{\lambda} \right)_{air} = \frac{1 + \epsilon_r}{K_S}$$

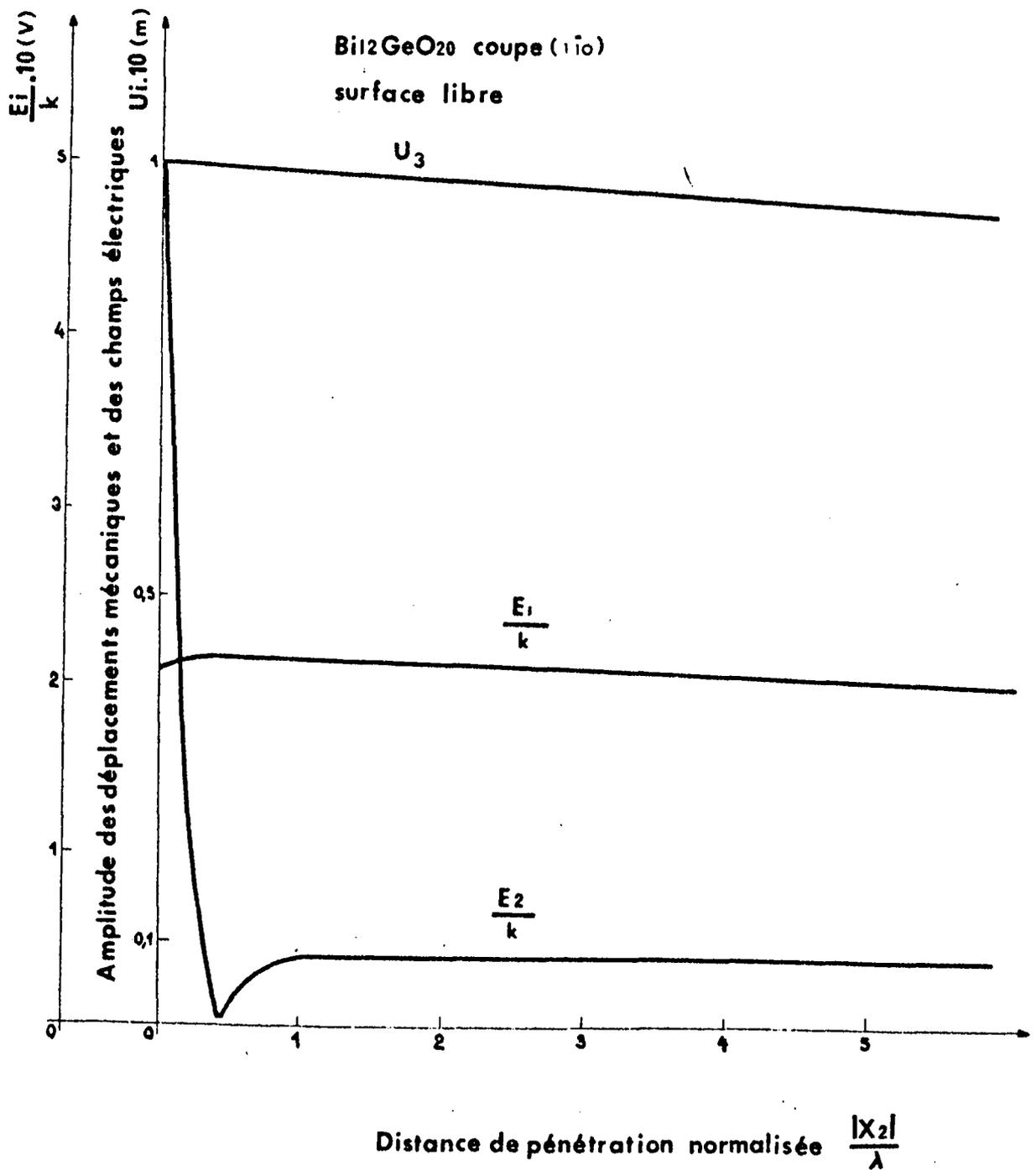
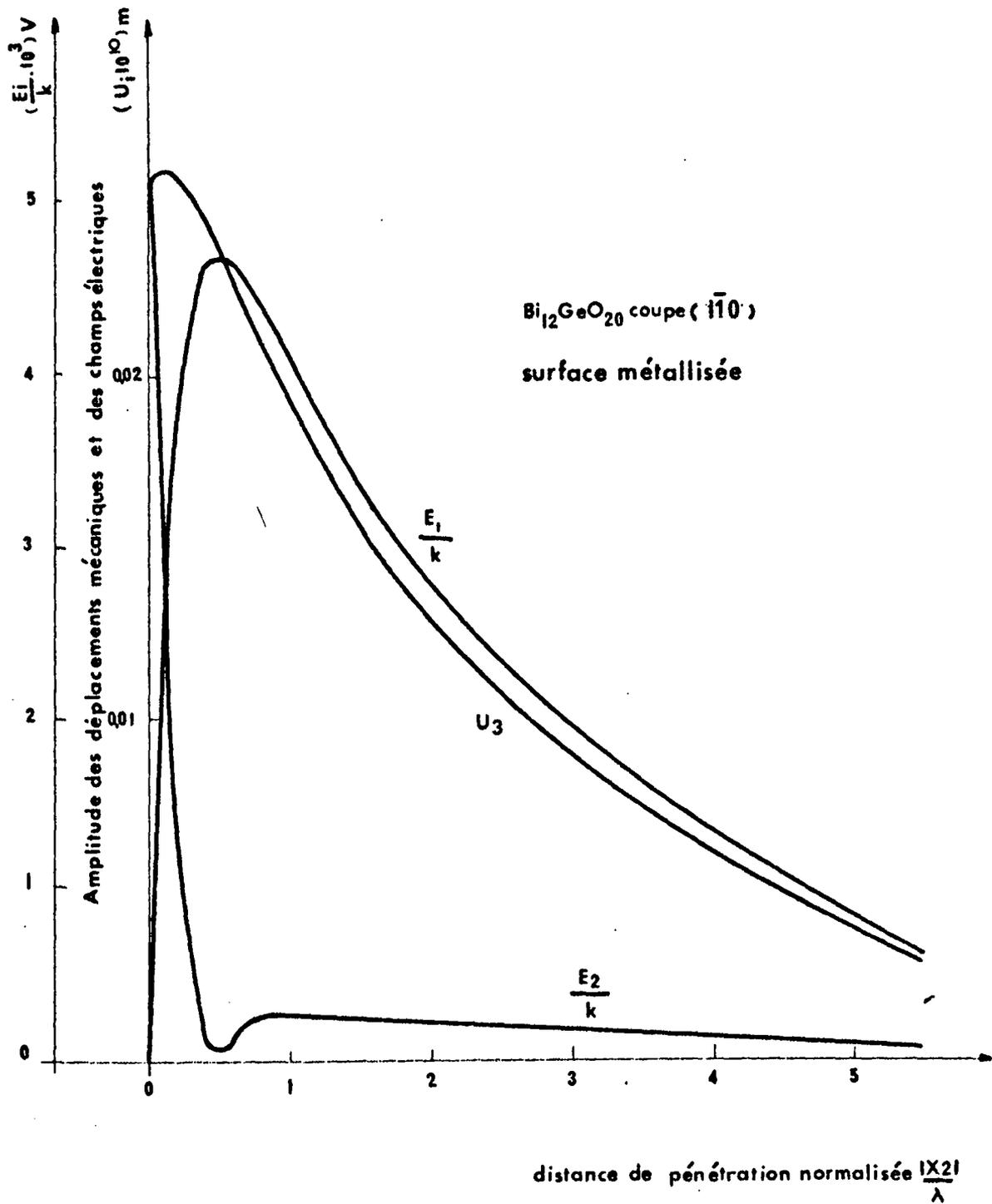


FIGURE 8 : Variation des déplacements mécaniques et des champs électriques en fonction de la distance de pénétration dans Bi₁₂GeO₂₀ (cas de la surface libre).

FIGURE 9 : Variation des déplacements mécaniques et des champs électriques en fonction de la distance de pénétration dans $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (cas de la surface métallisée).



CHAPITRE IV

DETECTION OPTIQUE DES ONDES ACOUSTIQUES

SUPERFICIELLES

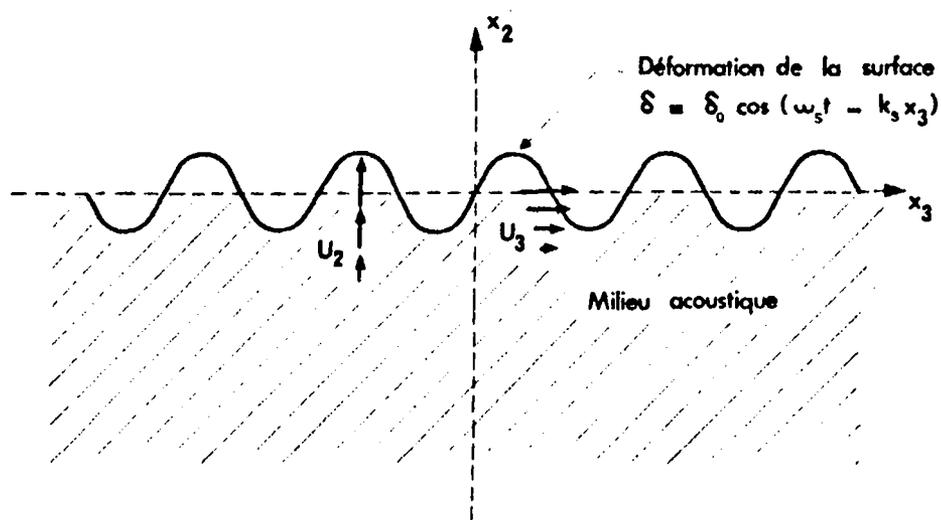


FIGURE 10 : Déformation de la surface de propagation due à la propagation de l'onde de Rayleigh Piézoélectrique dans LiNbO_3 (Y - Z)

IV - I - DIFFRACTION DE LA LUMIERE PAR LES ONDES ACOUSTIQUES
SUPERFICIELLES.

Considérons des ondes de Rayleigh se propageant suivant la direction x_3 sur une surface perpendiculaire à la direction x_2 dans le cas de la propagation suivant l'axe cristallographique Z d'un cristal de Li Nb O₃ de coupe Y. Nous avons montré que le déplacement élastique a deux composantes U_2 et U_3 qui peuvent s'écrire :

$$U_n = \left[\begin{array}{c} 3 \\ \Sigma \\ J=1 \end{array} A_n(J) e^{\Omega(J)k_s x_2} \right] e^{i(k_s x_3 - \omega_s t)}$$

(IV.1.1)

où $n = 2, 3$.

où les $\Omega(J)$, facteurs de décroissance à partie réelle positive ont été déterminés à partir de l'équation séculaire.

La déformation δ de la surface (figure 10) est déterminée par la composante du déplacement normale à la surface ($x_2 = 0$) et peut s'écrire à partir de (IV.1.1)

$$\delta = \delta_0 \cos(\omega_s t - k_s x_3) \tag{IV.1.2}$$

$$\delta_0 = \left\{ \left| \operatorname{Re} \sum_{J=1}^3 A_2(J) \right|^2 + \left| \operatorname{Im} \sum_{J=1}^3 A_2(J) \right|^2 \right\}^{1/2}$$

(IV.1.3)

La puissance acoustique P_{ac} dans la direction x_3 par unité de largeur peut être obtenue en intégrant de $x_2 = 0$ à $x_2 = -\infty$

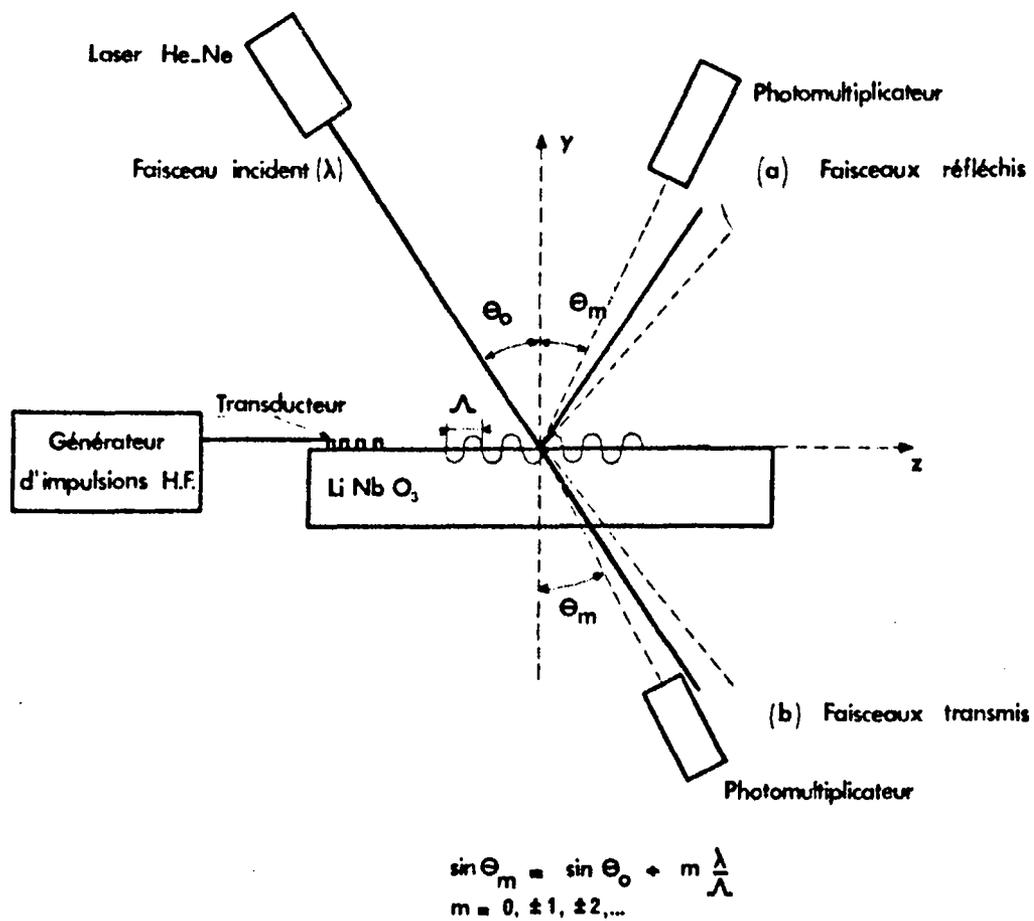


FIGURE 11 : Montage expérimental de la détection optique
 (a) par réflexion
 (b) par transmission

le vecteur de Poynting acoustique suivant la direction x_3 | 26 |

$$P_{ac} = -\frac{1}{2} \int_0^{-\infty} \text{Re} \left[T_{3j} \left(\frac{\partial U_j}{\partial t} \right)^* \right] dx_2 \quad (\text{IV.1.4})$$

qui peut se mettre sous la forme

$$P_{ac} = A \cdot f \left| U_2(0) \right|^2 = A \cdot f \cdot \delta_0^2 \quad (\text{IV. 1. 5})$$

où A est une constante qui dépend seulement des propriétés du cristal et qui est indépendante de la fréquence de l'onde acoustique f .

La densité de puissance entre crochets dans (IV. 1. 4) est une fonction compliquée de la profondeur de pénétration x_2 : P_{ac} doit être calculée numériquement à partir des valeurs calculées pour les U_j . On peut donc exprimer la puissance en fonction d'une amplitude initiale $U_2(0)$ qui cause la déformation de la surface du cristal.

La propagation des ondes acoustiques superficielles sur un cristal entraîne l'existence d'un réseau de phase mobile | 27 | vu par le faisceau optique incident. Ce réseau de phase diffracte la lumière incidente suivant de nombreux ordres de part et d'autre du faisceau incident à la fois par réflexion et par transmission (Figure 11) L'angle de diffraction θ_m pour l'ordre m est donné par :

$$\sin \theta_m = \sin \theta_0 + m \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (\text{IV. 1. 6})$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

où θ_0 est l'angle d'incidence, λ et Λ sont respective-

ment les longueurs d'onde optique et acoustique. L'intensité lumineuse diffractée à l'ordre m varie comme le carré de la fonction de Bessel d'ordre m dont nous allons préciser l'argument dans les cas de diffraction par réflexion et par transmission.

IV. 1. 1 * DIFFRACTION PAR REFLEXION.

Quand la lumière est diffractée par réflexion donc par la déformation superficielle sinusoïdale δ (IV.1.2), la modulation de phase du faisceau réfléchi est :

$$\Delta\phi_R = \xi_R \cos (\omega_s t - k_s x_3) \quad (IV.1.7)$$

avec $\xi_R = 2 k_o \delta_o \cos \theta_o$

où $k_o = \frac{2\pi}{\lambda_o}$ est le vecteur d'onde optique dans l'air et l'intensité $I_{m,R}$ de la lumière diffractée par réflexion à l'ordre m est égale à :

$$\frac{I_{m,R}}{I_{o,R}} = J_m^2 (\xi_R) \quad (IV.1.8)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

I_o est l'intensité lumineuse diffractée à l'ordre zéro.

Dans les conditions expérimentales habituelles, l'argument ξ_R

est beaucoup plus petit que l'unité et l'expression précédente peut s'écrire :

$$\frac{I_{m,R}}{I_{0,R}} = \frac{1}{(m!)^2} \left| \left(\frac{\xi_R}{2} \right)^2 \right|^m$$

$$= \frac{1}{(m!)^2} \left| \frac{B}{f^2} P_d \right|^m \quad (\text{IV.1.9})$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{avec } B = \frac{k_o^2 \cos^2 \theta_o}{A} v \quad (\text{IV.1.10})$$

$$P_d = \frac{P_{ac}}{\Lambda} \quad (\text{IV.1.11})$$

P_d est la densité de puissance acoustique obtenue en divisant la puissance acoustique par unité de largeur du faisceau acoustique par la longueur d'onde acoustique.

IV.1.2 : DIFFRACTION PAR TRANSMISSION.

Dans le cas de la diffraction de la lumière par transmission, la lumière incidente est modulée à la fois par la déformation de la surface et la variation de l'indice de réfraction à l'intérieur du cristal [28]. Suivant le critère de Willard [29], la modulation de la lumière incidente est du type Lucas - Biquard [8], [30] lorsque $\frac{\lambda D}{\Lambda^2} \ll 1$ où D est la profondeur de pénétration de l'onde acoustique superficielle. Cette condition est vérifiée dans nos conditions expérimentales (D est de l'ordre de Λ voisine de 20 μ à 150 MHz dans Li Nb O₃). L'angle de diffraction θ_m pour l'ordre m est donné par la relation (IV.1.6).

La modulation de la phase du faisceau transmis causée par la déformation de la surface est donnée par

$$\Delta\phi_T = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left| (n - 1) \delta_0 \cos(\omega_s t - k_s x_3) \right| \quad (\text{IV.1.12})$$

λ_0 est la longueur d'onde optique dans l'air

n est l'indice de réfraction du milieu.

et la modulation de phase due à la variation périodique de l'indice de réfraction est égale à

$$\Delta\phi_{T,j} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \int_0^{-\infty} \Delta n_{jj} dx_2 \quad (\text{IV.1.13})$$

$$\text{où } |31| : \Delta n_{jj} = - \frac{1}{4} n_{jj}^3 p_{jjkl} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (\text{IV.1.14})$$

$$j = 1,3 ; k,l = 1,2,3$$

Nous avons supposé la lumière polarisée suivant la direction x_j ; n_{jj} et Δn_{jj} sont respectivement l'indice de réfraction et la variation de l'indice de réfraction pour la lumière incidente. Les p_{jjkl} sont les constantes photoélastiques du cristal.

Suivant la polarisation de la lumière incidente, le terme $\Delta\phi_{T,j}$ peut s'ajouter ou se retrancher au premier terme $\Delta\phi_T$. Dans le cas où les deux termes s'ajoutent, la modulation de phase du faisceau transmis peut s'écrire :

$$\Delta\phi_T = \xi_T \cos(\omega_s t - k_s x_3) \quad (\text{IV.1.15})$$

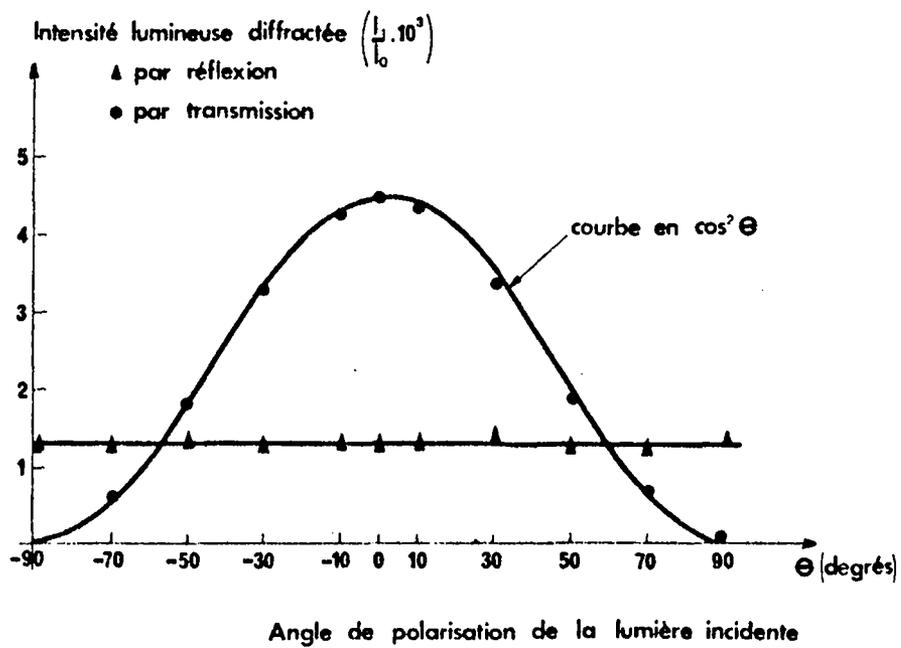


FIGURE 12 : Intensité lumineuse diffractée par réflexion et par transmission en fonction de l'angle de polarisation de la lumière incidente. $\theta = 0$ correspond à l'angle de polarisation quand la lumière est polarisée suivant l'axe X de LiNbO_3 (Y - Z).

$$\text{avec } \xi_T = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left[(n - 1) \delta_0 + \int_0^{-\infty} \Delta n_{jj} dx_2 \right] \quad (\text{IV.1.16})$$

et l'intensité $I_{m,T}$ de la lumière diffractée par transmission à l'ordre m a une expression semblable à (IV.1.8).

$$\frac{I_{m,T}}{I_{0,T}} = J_m^2 (\xi_T) \quad (\text{IV.1.17})$$

Il est possible de mettre en facteur δ_0 dans le second terme de l'expression (IV.1.16) et nous pouvons encore exprimer l'intensité lumineuse diffractée par transmission en fonction de la densité de puissance acoustique comme nous l'avons fait précédemment pour l'intensité lumineuse diffractée par réflexion.

IV.2. RESULTATS EXPERIMENTAUX.

Nous avons vérifié expérimentalement l'influence de la polarisation de la lumière incidente sur la lumière diffractée dans un cristal de Li Nb O_3 de coupe (Y-Z) à 150 MHz. Nous avons mesuré l'intensité lumineuse diffractée à l'ordre 1 par réflexion et par transmission en fonction de l'angle de polarisation de la lumière incidente (Figure 12).

Dans le cas de la diffraction par réflexion, l'intensité lumineuse diffractée est indépendante de la polarisation de la lumière incidente.

Dans le cas de la diffraction par transmission, la contribution due à la variation périodique de l'indice de réfraction s'ajoute à celle due à la déformation de la surface quand la lumière est polarisée suivant l'axe X. Par contre, les deux contributions se détruisent l'une l'autre lorsque la lumière est polarisée suivant l'axe Z.

Les points expérimentaux sont pratiquement situés sur une courbe en $\cos^2 \theta$ (θ étant l'angle de polarisation).

Ces résultats expérimentaux sont en accord avec les valeurs numériques de l'argument de la fonction de Bessel calculée à partir des expressions (IV.1.7) et (IV.1.16).

- dans le cas de la réflexion :

$$\xi_r = 2 k_o \delta_o \quad \text{pour} \quad \theta_o = 0$$

$$\frac{I_{1,R}}{I_o} = k_o^2 \delta_o^2$$

- dans le cas de la transmission

lumière polarisée parallèle à l'axe X

$$\xi_T = k_o \delta_o \times 3,74 \quad \frac{I_{1,T}}{I_o} = 3,5 k_o^2 \delta_o^2$$

lumière polarisée parallèle à l'axe Z

$$\xi_T = k_o \delta_o \times 0,5$$

$$\frac{I_{1,T}}{I_o} = 0,06 k_o^2 \delta_o^2$$

L'expression (IV.1.9) de l'intensité lumineuse diffractée n'est valable que pour une onde sinusoïdale à la fréquence fondamentale. Quand le milieu de propagation est non linéaire, il y a production d'ondes acoustiques aux fréquences harmoniques au cours de la propagation de l'onde acoustique fondamentale due aux non-linéarités élastiques du cristal. La densité de puissance des ondes de Rayleigh est beaucoup plus grande que celle des ondes acoustiques de volume puisque l'énergie des ondes de Rayleigh est concentrée dans une couche d'une épaisseur de l'ordre de λ au voisinage de la surface du cristal. Les effets non linéaires en ondes de Rayleigh seront donc plus importants que ceux obtenus avec des ondes de volume de même puissance.

L'intensité lumineuse diffractée $\frac{I_m}{I_c}$ à des ordres $m \geq 2$ sera donc plus compliquée. En effet, chaque harmonique diffracte de la lumière dans son propre spectre d'angles.

L'angle auquel la lumière est diffractée par un harmonique sera un multiple entier de l'angle de diffraction pour le fondamental. En tenant compte de toutes les contributions, l'intensité lumineuse diffractée à l'angle θ_m sera égale à :

$$\frac{I_m}{I_0} = \sum_{n,1} \frac{1}{(1!)^2} \left| \frac{B}{(nf)^2} P_d(nf) \right|^2 \quad (IV.2.1)$$

où la sommation porte sur tous les entiers positifs l et n tels que $l \times n = m$; $P_d(nf)$ est la densité de puissance acoustique du n^{e} harmonique. Chaque terme dans (IV.2.1) représente l'intensité lumineuse diffractée à l'ordre l par l'harmonique n .

En fait, la contribution du fondamental aux ordres supérieurs à 1 est très faible et négligeable par rapport à celles des différents harmoniques à l'ordre 1 (dans leur propre spectre d'angle).

Par exemple, dans Li Nb O_3 , pour une puissance acoustique totale de 0,6 W à 150 MHz,

$$\frac{I_1}{I_0} \approx 10^{-3}$$

A l'angle θ_2 , l'expression (IV.2.1) montre que $\frac{I_2}{I_0} \approx 10^{-7}$ pour la contribution du fondamental ($l = 2$; $n = 1$) qui est négligeable devant la contribution de l'harmonique 2 à l'ordre 1 ($l = 1$; $n = 2$) voisine de 10^{-4} .

La diffraction aux ordres supérieurs à 1 peut donc être négligée et l'expression (IV.2.1) devient :

$$\frac{I_m}{I_0} = \frac{B}{(\text{mf})^2} P_d (\text{mf}) \quad (\text{IV.2.1}).$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

Le nombre important d'harmoniques produits et la complexité des ondes inhomogènes à deux dimensions rendent difficile l'interprétation théorique de la génération harmonique. Dans le chapitre suivant, nous nous proposons d'aborder ce problème de la génération harmonique.

CHAPITRE V

ETUDE DES EFFETS NON LINEAIRES AU COURS
DE LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES
SUPERFICIELLES.

Dans les solides cristallins, plusieurs sortes d'interactions non linéaires sont possibles entre ondes acoustiques de surface. Certaines d'entre elles font principalement intervenir les propriétés élastiques du cristal : la génération des ondes acoustiques de fréquences harmoniques, celle des ondes aux fréquences somme et différence ainsi que l'amplification paramétrique sont alors dues aux dislocations [31] ou aux anharmonicités des forces interatomiques [32]. Plusieurs études ont été effectuées sur ces effets dans le niobate de lithium [33,34,35].

Un autre type d'interaction faisant intervenir la piézoélectricité du cristal a été étudié par L.O. Svaasand [36] dans le quartz, M. V. Luukkala et G. S. Kino [37] dans le niobate de lithium et E. A. Kraut, T.C. Lim et B.R. Tittman [38] dans les céramiques piézoélectriques. Cette interaction non linéaire est à l'origine de la génération à partir d'ondes de surface de pulsation et de vecteur d'onde respectifs (ω_1, k_1) et (ω_2, k_2) d'un champ électrique de pulsation $(\omega_1 \pm \omega_2)$ et de vecteur d'onde $(k_1 \pm k_2)$. Plusieurs composants acoustiques destinés au traitement des signaux sont basés sur cet effet [37,39,40,41].

V - 1 - GENERATION HARMONIQUE

V - 1 - 1 - Formulation utilisant les constantes élastiques du troisième ordre.

Ce paragraphe constitue l'ANNEXE 5.

V - 1 - 2 - Modèle monodimensionnel.

Un modèle phénoménologique contenant une seule constante

non linéaire élastique a été proposé pour décrire la variation spatiale des harmoniques dans Li Nb O_3 . Nous nous proposons de décrire ce modèle à une dimension et à un paramètre qui permet d'obtenir un système différentiel d'équations couplées donnant la variation des harmoniques puis de comparer quantitativement les non linéarités de différents matériaux | 46 |

1) Mise en équations.

Sur la surface $x_2 = 0$ ou dans un plan parallèle à cette surface, chaque variable S de l'onde superficielle satisfait à l'équation d'onde à une dimension :

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = v_s^2 \frac{\partial^2 S}{\partial x_3^2} \quad (\text{V.1.7})$$

où S peut être une déformation, un déplacement ou une combinaison de variables de l'onde superficielle et où x_3 est la direction de propagation.

v_s représente la vitesse de phase de l'onde de Rayleigh Piézoélectrique. La décroissance exponentielle de la variable S est contenue implicitement dans la connaissance de v_s . Par analogie avec la définition des constantes élastiques du troisième ordre, nous définissons le modèle phénoménologique suivant :

Si S représente une déformation et si on remplace S par $S + \beta S^2$ dans le second membre de (V.1.7), nous obtenons :

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = v_s^2 \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \left[S + \beta S^2 \right]$$

ou

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} - v_s^2 \frac{\partial^2 S}{\partial x_3^2} = \beta v_s^2 \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} [S^2]$$

(V.1.8)

L'équation (V.1.8) représente alors le modèle monodimensionnel, à un paramètre recherché.

β est le paramètre non linéaire phénoménologique.

Le premier membre de l'équation (V.1.8) représente l'équation d'onde linéaire alors que le second membre représente le terme non linéaire, source des interactions paramétriques.

Considérons un groupe d'ondes acoustiques superficielles de fréquences différentes se propageant dans la direction x_3 . Une déformation S associée à cette propagation peut s'écrire comme une somme de déformations sur toutes les fréquences :

$$S = \sum_i S_i = \sum_i X_i(x_3) \cos(k_i x_3 - \omega_i t) + Y_i(x_3) \sin(k_i x_3 - \omega_i t)$$

(V.1.9)

Nous supposons que les amplitudes de déformation X_i , Y_i varient très peu sur une longueur d'onde c'est-à-dire :

$$\frac{1}{k_i^2} \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} X_i \ll \frac{1}{k_i} \frac{\partial X_i}{\partial x_3} \ll X_i$$

(V.1.10)

Pour des commodités d'écriture, nous poserons :

$$\begin{aligned} \text{Co}(i) &= \cos(k_i x_3 - \omega_i t) \\ \text{Si}(i) &= \sin(k_i x_3 - \omega_i t) \end{aligned} \quad (\text{V.1.11})$$

La déformation S s'écrit alors

$$S = \sum_i X_i \text{Co}(i) + Y_i \text{Si}(i) \quad (\text{V.1.12})$$

Les différentes dérivées intervenant dans l'équation (V.2.2) peuvent être calculées :

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = \sum_i -\omega_i^2 S_i \quad (\text{V.1.13})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 S}{\partial x_3^2} &= \sum_i \left(-k_i^2 X_i + 2k_i \frac{\partial Y_i}{\partial x_3} \right) \text{Co}(i) \\ &\quad + \left(-k_i^2 Y_i - 2k_i \frac{\partial X_i}{\partial x_3} \right) \text{Si}(i) \end{aligned} \quad (\text{V.1.14})$$

et

$$\frac{\partial^2}{\partial x_3^2} (S^2) = \sum_i \sum_j \left[-\frac{1}{2} (k_i + k_j)^2 (X_i X_j - Y_i Y_j) \right] \text{Co}(i+j)$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{2} (k_i - k_j)^2 (X_i X_j + Y_i Y_j) \text{Co} (i - j) \\
 & - \frac{1}{2} (k_i + k_j)^2 (X_i Y_j + Y_i X_j) \text{Si} (i+j) \\
 & - \frac{1}{2} (k_i - k_j)^2 (Y_i X_j - X_i Y_j) \text{Si} (i-j) \Big]
 \end{aligned}$$

(V.1.15)

où nous avons tenu compte des inégalités (V.1.10).

L'équation (V.1.15) montre que le terme non linéaire de l'équation d'onde (V.1.8) est source de la génération harmonique et de la génération des ondes acoustiques de fréquences somme et différence.

Nous pouvons simplifier le problème en négligeant la dispersion, hypothèse valable dans les conditions expérimentales utilisées (cristaux polis optiquement et surfaces mécaniquement libres).

Nous pouvons alors écrire :

$$\omega_i^2 - k_i^2 v_s^2 = 0, \quad \forall i \tag{V.1.16}$$

En reportant dans l'équation d'onde ces dernières relations et en identifiant les coefficients des sinus et des cosinus appropriés, nous obtenons le système :

$$\frac{\partial X_i}{\partial x_3} + \alpha_i X_i = \frac{\beta}{2k_i} \left[\frac{\partial^2 (S^2)}{\partial x_3^2} \right] \text{Si} (i)$$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial x_3} + \alpha_i Y_i = -\frac{\beta}{2 k_i} \left[\frac{\partial^2 (S^2)}{\partial x_3^2} \right] Co(i)$$

(V.1.17)

où nous avons introduit un terme d'atténuation et où les indices $Si(i)$ et $Co(i)$ indiquent les coefficients de $Si(i)$ et $Co(i)$ dans l'expression de $\frac{\partial^2 (S^2)}{\partial x_3^2}$.

En remplaçant $\frac{\partial^2 (S^2)}{\partial x_3^2}$ par sa valeur, le système (V.1.17)

devient un système différentiel d'équations couplées décrivant la variation d'amplitude des composantes X_i et Y_i de la déformation à une fréquence donnée, lors de la propagation du groupe d'ondes acoustiques superficielles considéré au début de ce paragraphe. La résolution du système est donc un problème aux valeurs initiales avec β comme seul paramètre. Nous allons traiter de façon détaillée le problème de la génération harmonique.

2. GENERATION HARMONIQUE

Nous pouvons choisir l'origine des phases en $x_3 = 0$ de telle sorte que le fondamental soit un cosinus pur c'est à dire :

$$X_1 \neq 0 ; Y_1 = 0$$

Puisqu'il n'y a pas de dispersion, les équations (V.1.17) nous montrent que, à partir de cette hypothèse, les harmoniques impairs

seront des cosinus et les harmoniques pairs des sinus. Si nous limitons le développement de S comme suit

$$S = \sum_{i=1}^4 X_i \text{Co}(i) + Y_i \text{Si}(i) ,$$

quatre amplitudes seront non nulles, X_1, Y_2, X_3, Y_4 que nous noterons respectivement S_1, S_2, S_3, S_4 . Les équations (V.1.17) nous fournissent alors la système différentiel d'équations couplées :

$$\frac{\partial S_1}{\partial x_3} + \alpha_1 S_1 = -\frac{1}{2} \beta k_1 (S_1 S_2 - S_2 S_3 + S_3 S_4)$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial x_3} + 4 \alpha_1 S_2 = \frac{1}{2} \beta k_1 (S_1^2 + 2 S_1 S_3 + 2 S_2 S_4)$$

$$\frac{\partial S_3}{\partial x_3} + 9 \alpha_1 S_3 = -\frac{1}{2} \beta k_1 (3 S_1 S_4 + 3 S_1 S_2)$$

$$\frac{\partial S_4}{\partial x_3} + 16 \alpha_1 S_4 = \frac{1}{2} \beta k_1 (-2 S_2^2 + 4 S_1 S_3)$$

(V.1.18)

où nous avons tenu compte du fait que l'atténuation augmente avec le carré de la fréquence.

Si, pour des conditions initiales données, pour une fréquence donnée et pour des constantes d'atténuation données, il est possible de trouver β tel que les valeurs mesurées et les valeurs calculées soient en bon accord, alors le modèle monidimensionnel est valable.

Nous avons vu, au Chapitre IV qu'il était possible d'exprimer la puissance acoustique par unité de largeur du transducteur P_{ac} en fonction de la composante normale de déplacement mécanique U_2 :

$$P_{ac} = A f |U_2(o)|^2 = A \cdot f \cdot \delta_o^2$$

En appelant P_a la puissance acoustique fournie par le transducteur de largeur d , la relation précédente peut s'écrire :

$$\delta_o^2 = |U_2(o)|^2 = K \frac{P_a}{\omega d} \quad (V.1.19)$$

où d est la largeur du transducteur dans la direction x_1 . La constante K dépend du matériau et de la direction de propagation :

$$\text{Pour Li Nb O}_3 \text{ (Y - Z)} \quad K = 1,26 \cdot 10^{-11}$$

$$\text{Pour Bi}_{12}\text{GeO}_{20}([\bar{1}10], [001]) \quad K = 2,55 \cdot 10^{-11}$$

Tous les transducteurs utilisés ont une largeur $d = 2$ mm.

3. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les ondes de Rayleigh sont excitées par un transducteur interdigués [47] et sont détectées optiquement par réflexion. Comme nous l'avons vu dans le Chapitre IV, l'intensité lumineuse diffractée au premier ordre par le n^e harmonique I_n est proportionnelle au carré du déplacement mécanique perpendiculaire à la surface libre du n^e harmonique $U_{2,n}$. Relativement à la valeur initiale du fondamental, il s'ensuit que :

$$\left| \frac{U_{2,n}(x_3)}{U_{2,1}(0)} \right|^2 = \frac{I_n(x_3)}{I_1(0)} \quad (\text{V.1.20})$$

et en fonction de la déformation, cette relation devient

$$\left| \frac{S_n(x_3)}{S_1(0)} \right|^2 = n^2 \frac{I_n(x_3)}{I_1(0)} \quad (\text{V.1.21})$$

compte tenu de ce que

$$S_n = k_n U_{2,n} = n k_1 U_{2,n} \quad (\text{V.1.22})$$

De la puissance acoustique P_a fournie par le transducteur, on peut calculer la valeur initiale de $U_{2,1}$ donc de S_1 à l'aide des relations (V.1.19) et (V.1.22). Les valeurs initiales des déformations des harmoniques sont toutes prises nulles.

L'atténuation α du fondamental est mesurée expérimentalement à l'aide de la sonde optique décrite au Chapitre IV, pour une puissance acoustique incidente faible afin d'éviter l'atténuation supplémentaire [42] due à la génération harmonique. L'atténuation α dépend de la fréquence ; ainsi, à 50 MHz, elle peut être négligée alors qu'à 150 MHz nous devons en tenir compte. La valeur α_1 utilisée dans le système différentiel s'obtient à partir de la valeur α expérimentale à partir de la relation

$$\alpha_1 \text{ [Neners/m]} = \frac{1}{8,68} \alpha \text{ [dB/m]}$$

Avec ces conditions initiales, le système différentiel (V.1.18) a été intégré numériquement sur IBM 1130 par la méthode de Runge-Kutta pour différentes valeurs de β . Le problème consistait alors à rechercher la valeur de β de façon à vérifier au mieux la relation (V.1.21).

$$\text{L'intensité lumineuse diffractée normalisée } n^2 \frac{I_n(x_3)}{I_1(0)}$$

a été mesurée en fonction de la distance de propagation x_3 pour des cristaux de Li Nb O_3 et $\text{Bi}_{12} \text{Ge O}_{20}$ pour différentes fréquences et pour différents niveaux de la puissance acoustique d'entrée. Un bon accord entre les valeurs théoriques du modèle monodimensionnel et les valeurs mesurées est obtenu en prenant :

$$\beta = 0,53 \text{ pour } \text{Li Nb O}_3 \quad (\text{Y} - \text{Z})$$

$$\beta = 0,06 \text{ pour } \text{Bi}_{12} \text{Ge O}_{20} \quad ([\bar{1}10], [001])$$

La Figure 13 montre les résultats obtenus avec deux échantillons de $\text{Bi}_{12} \text{Ge O}_{20}$; l'atténuation a été négligée, l'accord est suffisamment bon en prenant $\beta = 0,06$ pour les deux échantillons et le paramètre β interprète bien les nonlinéarités des ondes de Rayleigh dans cette coupe.

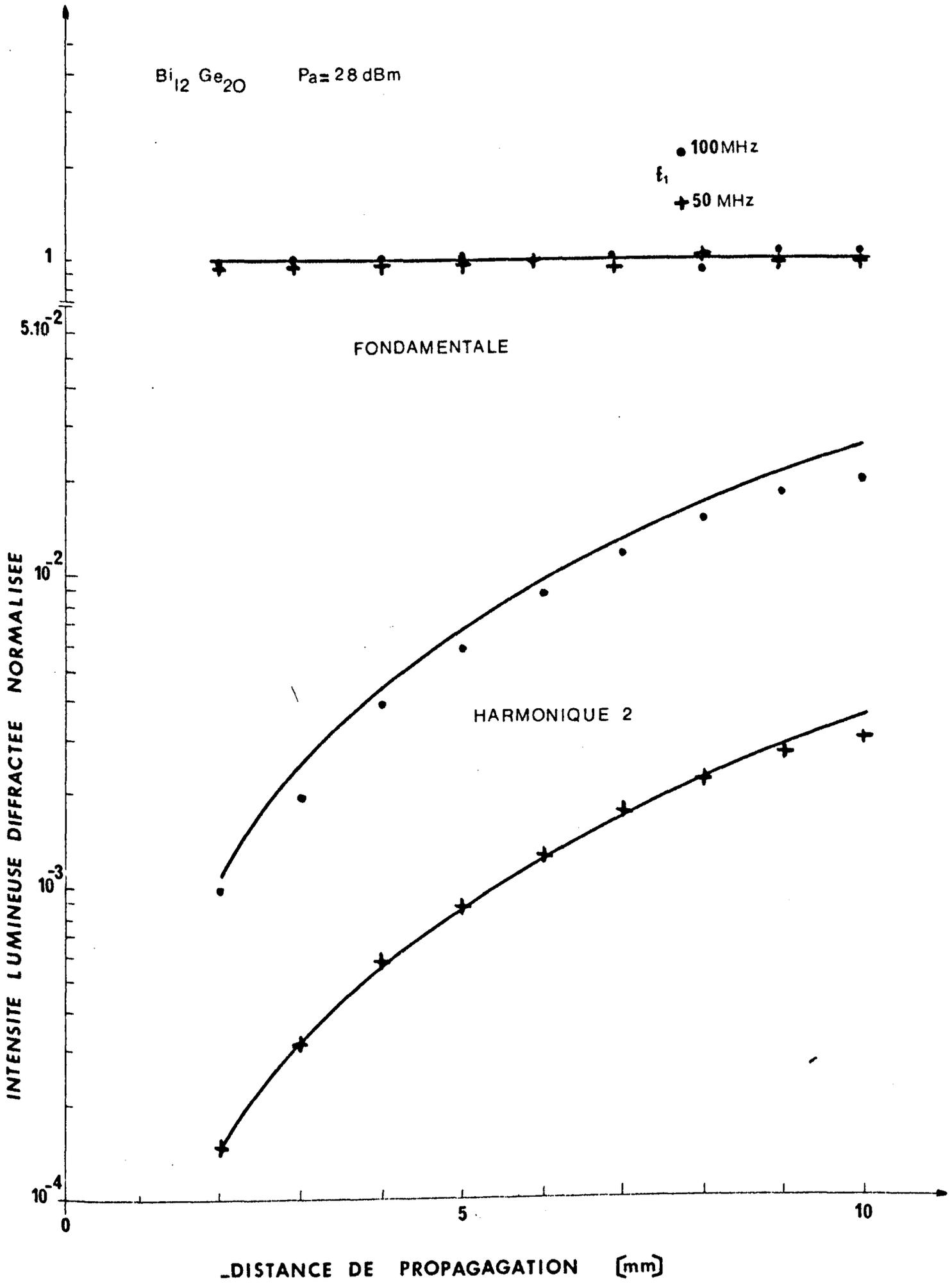
La Figure 14 représente les résultats obtenus avec un cristal de Li Nb O_3 à 50 MHz pour deux niveaux de puissance différents.

A 150 MHz, avec un second cristal de Li Nb O_3 , les mesures ont été effectuées jusqu'à l'harmonique 4 pour une puissance acoustique donnée (Figure 15) puis pour une puissance acoustique double (Figure 16).

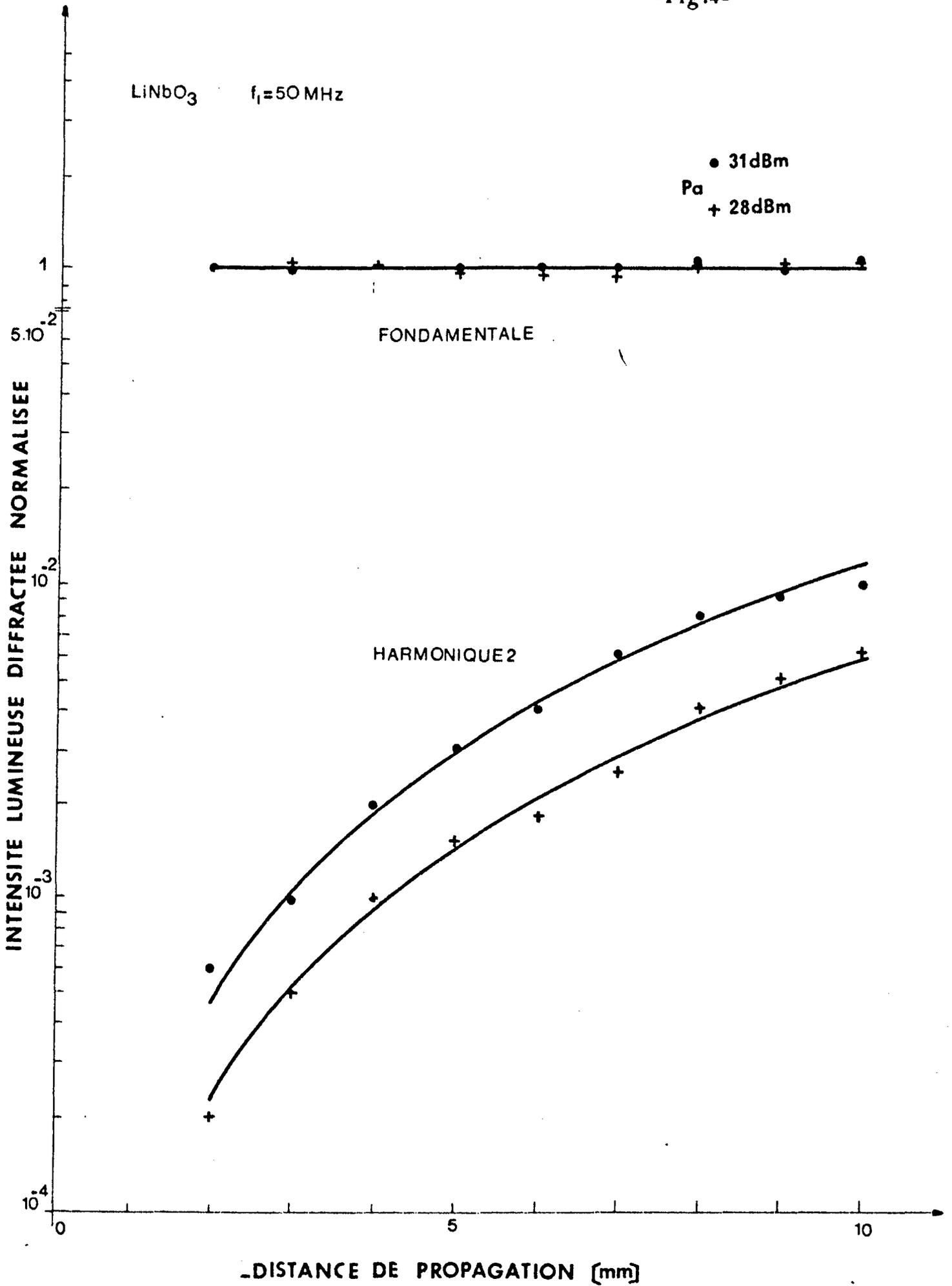
-Fig 13-

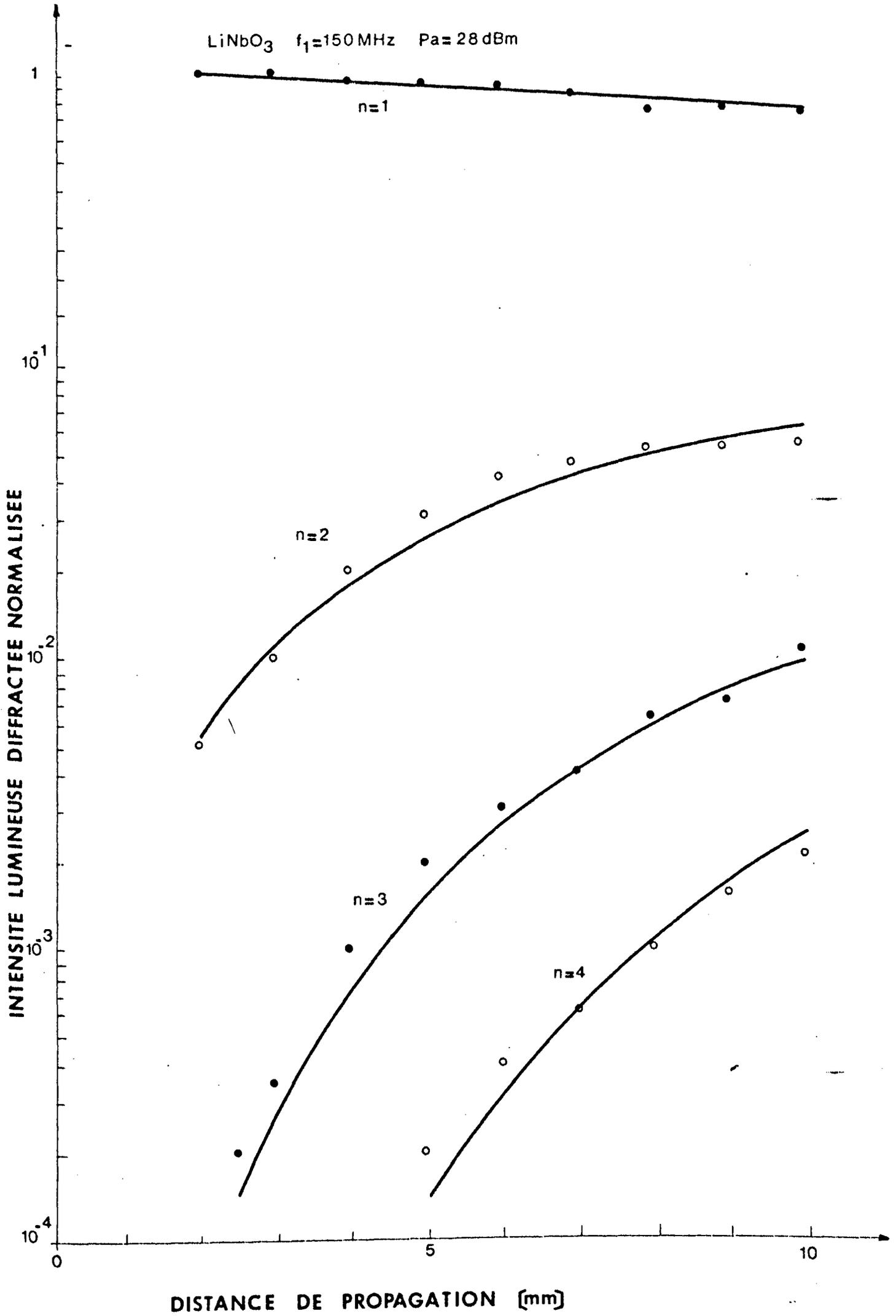
Bi₁₂Ge₂₀ Pa = 28 dBm

● 100 MHz
+ 50 MHz

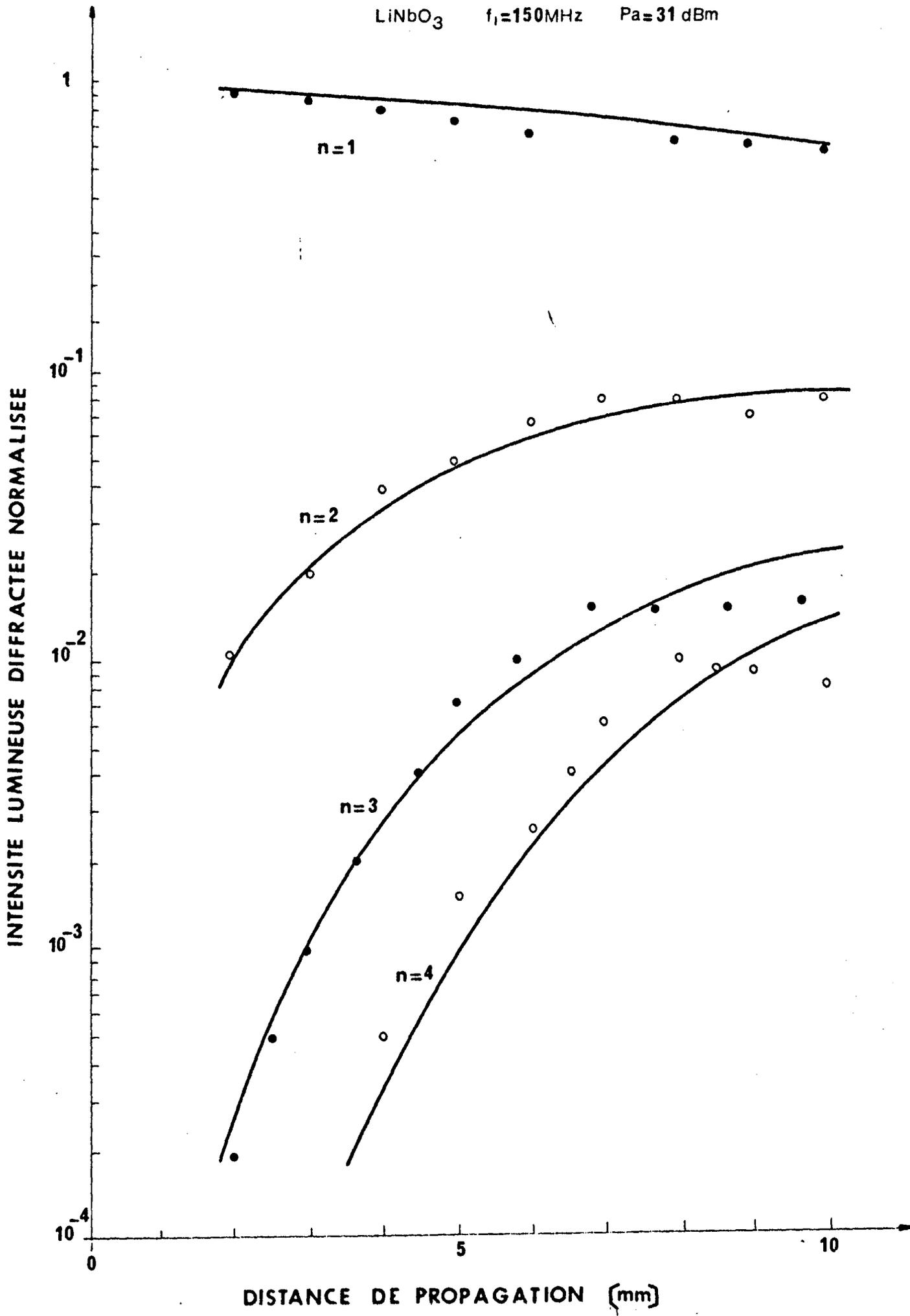


-Fig14-





-Fig 16-



Dans ce dernier cas, l'écart entre les résultats théoriques et les valeurs mesurées devient significatif pour les harmoniques 3 et 4 après le début de la propagation.

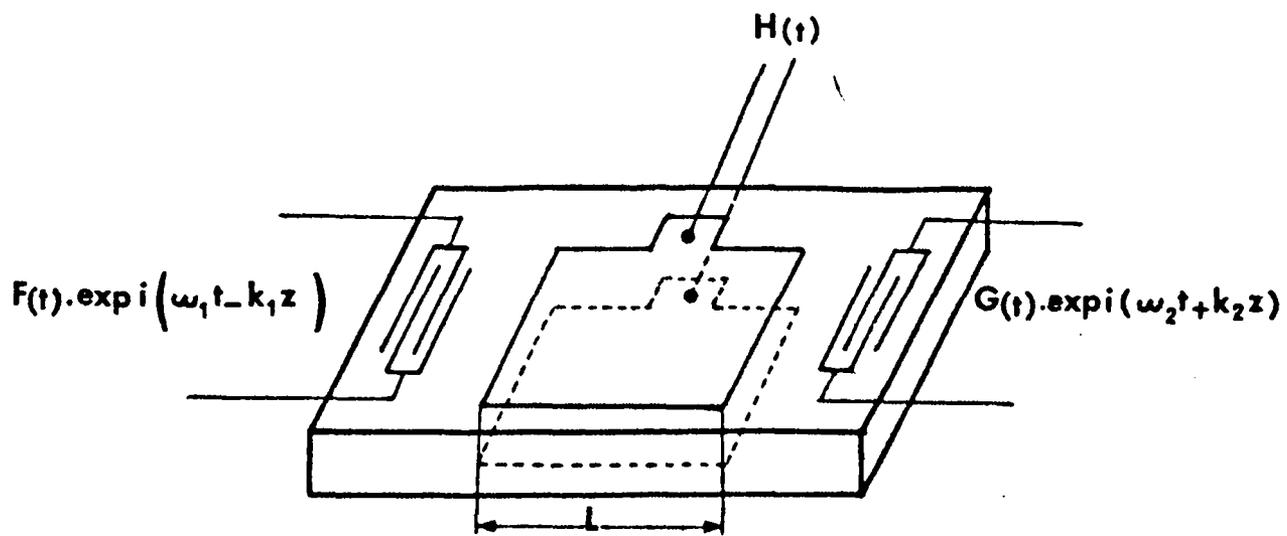
Cet écart peut être attribué au fait que les harmoniques d'ordre supérieur, négligés dans le calcul, deviennent du même ordre de grandeur que ceux inclus dans le calcul. En effet, nous avons constaté expérimentalement que l'harmonique 5 était à -3 dB de l'harmonique 4 après 7,5 mm de propagation.

4 - CONCLUSIONS

L'accord entre les résultats théoriques et expérimentaux est bon, ce qui montre la validité du modèle monodimensionnel utilisé. Nous avons étudié deux coupes de deux cristaux différents Li Nb O_3 et $\text{Bi}_{12} \text{Ge O}_{20}$. Il serait intéressant d'étendre l'étude à d'autres coupes de ces cristaux et éventuellement à d'autres cristaux bien qu'ils présentent, en général, des rendements électromécaniques bien moindres. Cela peut fournir des renseignements sur les propriétés non linéaires des matériaux et sur leurs constantes élastiques du troisième ordre, si, toutefois, β peut être relié théoriquement à ces dernières, ce qui fera l'objet de travaux ultérieurs.

V - 2 - CONVOLUTION ACOUSTIQUE EN SURFACE

Nous proposons ici un modèle monodimensionnel permettant de décrire la convolution acoustique en surface, au moyen d'un paramètre non linéaire unique. La validité de ce modèle est testée en comparant la valeur de ce paramètre unique avec celui introduit par J.D. Larson [48] pour décrire la convolution acoustique en volume dans le niobate de lithium.



$$H(t) = C \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} F\left(t - \frac{z}{v}\right) \cdot G\left(t + \frac{z}{v}\right) dz$$

Fig 17: Schéma de la ligne acoustique utilisée pour mettre en évidence la convolution acoustique en surface.

V - 2 - 1 - ANALYSE THEORIQUE

Considérons deux ondes acoustiques de surface, se propageant en sens opposés sur la face d'un cristal de niobate de lithium, dont les composantes varient respectivement en :

$$\exp i(\omega_1 t - k_1 z) \text{ et } \exp (\omega_2 t + k_2 z)$$

où z représente la direction de propagation. (Figure 17).

La composante de déformation mécanique produite par interaction non linéaire varie comme le produit des deux signaux incidents, soit en :

$$\exp i[(\omega_1 + \omega_2) t - (k_1 - k_2)z]$$

Un champ électrique possédant les mêmes variations en fonction du temps et de la coordonnée spatiale z est associé à la déformation précédente.

Dans le cas particulier où $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ et $k_1 = k_2 = k$, le champ électrique produit est uniforme dans l'espace et varie dans le temps avec la pulsation 2ω . Ceci a été montré expérimentalement par L. O. Svaasand [36] dont le circuit détecteur consistait en deux couches métalliques parallèles déposées sur les deux faces d'une ligne à ondes de surface. Plus récemment, C. F. Quate et R. B. Thompson [49] ont montré que, lorsque les deux signaux d'entrée sont modulés, la modulation du signal de sortie est le produit de convolution acoustique des modulations des signaux d'entrée. Cette application importante des interactions non

linéaires, qu'ils ont démontrée expérimentalement en utilisant des ondes acoustiques de volume, a été vérifiée pour les ondes acoustiques de surface par M. Luukkala et G. S. Kino [37].

Si nous considérons l'interaction de deux signaux modulés

$$F(t) \exp i(\omega_1 t - k_1 z) \text{ et } G(t) \exp i(\omega_2 t + k_2 z)$$

se propageant en sens inverse sur la surface d'un cristal, le signal produit paramétriquement est de la forme :

$$C. F(t - \frac{z}{v}) G(t + \frac{z}{v}) \exp i[(\omega_1 + \omega_2) t - (k_1 - k_2)z]$$

où v est la vitesse des ondes acoustiques et C un paramètre de couplage. Le circuit détecteur capte ce signal sur une longueur L égale à celle des électrodes, de sorte que la modulation du signal disponible à la sortie peut s'écrire :

$$H(t) = C \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} F(t - \frac{z}{v}) G(t + \frac{z}{v}) dz$$

Lorsque les signaux d'entrée sont des impulsions de largeur très inférieure au temps de transit des ondes acoustiques sous les électrodes détectrices, la longueur L de la région détectrice peut être considérée comme infinie. En effectuant alors le changement de variable $\tau = t - \frac{z}{v}$, il vient :

$$H(t) = - Cv \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) G(2t - \tau) d\tau$$

La modulation du signal de sortie peut être considérée comme le produit de convolution des modulations des signaux d'entrée au facteur 2 près, le produit de convolution mathématique exact étant :

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\tau) G(t - \tau) d\tau$$

La convolution acoustique représentée par H(t) peut alors être reliée à la convolution mathématique :

$$H(t) = - C v h (2 t)$$

Etude de la convolution acoustique à partir de l'énergie libre non linéaire.

Afin de rendre compte des propriétés non linéaires du cristal, nous pouvons écrire l'énergie libre isentropique [50] en nous limitant aux termes du troisième ordre :

$$U = - \frac{1}{2} c_{ijkl}^E S_{ij} S_{kl} - \frac{1}{6} c_{ijklmn}^E S_{ij} S_{kl} S_{mn} + \frac{1}{2} \epsilon_{ij}^S E_i E_j + \frac{1}{6} g_{ijk} E_i E_j E_k + e_{ijk} E_i S_{jk} + \frac{1}{2} d_{ijkl} E_i E_j S_{kl} + \frac{1}{2} f_{ijklm} E_i S_{jk} S_{lm}$$

où les S_{ij} sont les composantes de la déformation mécanique et E_i celles du champ électrique.

Les constantes introduites dans cette relation sont explicitées ci-dessous :

c_{ijkl}^E et c_{ijklmn}^E sont les constantes élastiques du second ordre et du troisième ordre à champ électrique constant.

- ϵ_{ij}^E et ϵ_{ijk}^S sont les constantes de permittivité électrique du second ordre et du troisième ordre à déformation mécanique constante.

- e_{ijk} sont les constantes piézoélectriques.

- d_{ijkl} sont les constantes électrostrictives.

- f_{ijklm} sont les constantes électroacoustiques.

A partir de cette expression de l'énergie libre, nous pouvons obtenir la tension mécanique dans le cristal et le déplacement électrique induit en fonction de la déformation mécanique et du champ électrique :

$$T_{ij} = - \frac{\partial U}{\partial S_{ij}} = c_{ijkl}^E S_{kl} + c_{ijklmn}^E S_{kl} S_{mn} - e_{kij} E_k - \frac{1}{2} d_{klij} E_k E_l - f_{mijkl} E_m S_{kl}$$

$$D_i = \frac{\partial U}{\partial E_i} = \epsilon_{ij}^S E_j + e_{ijk} S_{jk} + \frac{1}{2} \epsilon_{ijk}^S E_j E_k + d_{ijkl} E_j S_{kl} + \frac{1}{2} f_{ijklm} S_{jk} S_{lm} \quad (V.2.1)$$

La propagation des ondes acoustiques superficielles peut être étudiée en utilisant les équations du mouvement :

$$\rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i}$$

et la loi de Gauss en supposant le cristal isolant :

$$\frac{\partial D_i}{\partial x_i} = 0$$

Les ondes acoustiques superficielles sont bidimensionnelles et non homogènes. Les équations précédentes sont donc excessivement compliquées dans le cas d'un cristal anisotrope comme le niobate de lithium et leur résolution est pratiquement impossible car la plupart des constantes du troisième ordre n'ont encore pu être mesurées pour ce cristal.

Aussi utiliserons-nous, comme pour traiter le cas de la génération harmonique, un modèle monodimensionnel faisant appel à un paramètre non linéaire unique pour calculer la polarisation non linéaire responsable de la convolution acoustique.

Modèle monodimensionnel

Des programmes de calcul numérique permettent de relier la composante normale du déplacement mécanique δ_0 à la surface du cristal et la puissance acoustique par unité de largeur du transducteur

$$\frac{P_a}{d} = P_{ac} \quad (V.1.19)$$

Comme dans le cas de la génération harmonique, nous pouvons choisir la phase de référence de telle façon que les composantes normales des ondes fondamentales s'écrivent :

$$u_+ = A\left(t - \frac{z}{v}\right) \cos(\omega t - kz) e^{-\alpha\left(\frac{L}{2} + z\right)}$$

$$u_- = B\left(t + \frac{z}{v}\right) \cos(\omega t + kz) e^{-\alpha\left(\frac{L}{2} - z\right)}$$

où α représente l'atténuation des ondes acoustiques de surface lors de la propagation sous les électrodes détectrices et A et B sont des amplitudes réelles qui d'après (V.1.19) peuvent s'écrire :

$$A = \sqrt{\frac{KP_+}{\omega d}} f\left(t - \frac{z}{v}\right)$$

$$B = \sqrt{\frac{KP_-}{\omega d}} g\left(t + \frac{z}{v}\right)$$

où P_+ et P_- sont les puissances acoustiques transportées par les ondes acoustiques incidentes et f et g sont les modulations de ces deux ondes.

Le déplacement mécanique total s'écrit :

$$u = u_+ + u_- = \sqrt{\frac{K}{\omega d}} \left[\sqrt{P_+} f\left(t - \frac{z}{v}\right) \cos(\omega t - kz) e^{-\alpha\left(\frac{L}{2} + z\right)} + \sqrt{P_-} g\left(t + \frac{z}{v}\right) \cos(\omega t + kz) e^{-\alpha\left(\frac{L}{2} - z\right)} \right]$$

(V.2.2)

Le déplacement électrique induit (V.2.1) s'écrit dans l'approximation monodimensionnelle.

$$D = D_L + D_{NL}$$

avec :

$$D_L = \epsilon E + e \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$D_{NL} = \frac{1}{2} g E^2 + dE \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} f \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2$$

Le terme linéaire permet d'évaluer le champ électrique associé aux ondes acoustiques :

$$E = -\frac{e}{\epsilon} \frac{\partial u}{\partial z}$$

en supposant $D_L = 0$

Cela permet de calculer la polarisation non linéaire qui s'écrit :

$$D_{NL} = M \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (V.2.3)$$

$$\text{avec } M = \frac{1}{2} g \frac{e^2}{2} - d \frac{e}{\epsilon} + \frac{1}{2} f$$

Le résultat exprimé par la relation (V.2.3) montre que le type d'interaction envisagé n'est possible que si le cristal est piézoélectrique et que la polarisation non linéaire D_{NL} est proportionnelle au carré de la déformation mécanique.

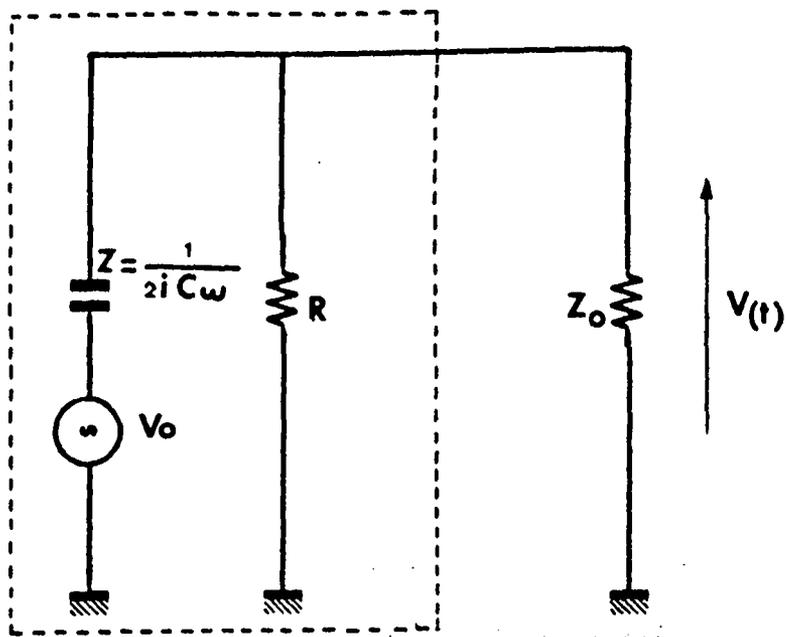
L'amplitude du terme non linéaire variant avec la pulsation 2ω peut s'exprimer, en reportant le déplacement mécanique (V.2.2) dans l'équation (V.2.3) comme :

$$|D_{NL}| = M \frac{k^2 K}{\omega d} \sqrt{P_+ P_-} f\left(t - \frac{z}{v}\right) g\left(t + \frac{z}{v}\right) e^{-\alpha L} \quad (V.2.4)$$

Circuit électrique équivalent au cristal

Nous pouvons supposer la polarisation non linéaire D_{NL} constante à l'intérieur du cristal sur une couche superficielle épaisse d'une longueur d'onde acoustique (ce qui correspond approximativement à la distance de pénétration des ondes acoustiques superficielles dans le niobate) et nulle à des profondeurs supérieures.

La zone détectrice se comporte donc comme un générateur de tension $\frac{\lambda}{\epsilon} D_{NL}$ dont l'impédance interne est constituée par la capacité équivalente au cristal $\frac{\epsilon A}{h}$ en parallèle avec une résistance de fuite R où h représente l'épaisseur du cristal et A la surface d'une électrode détectrice. La résistance R du cristal isolant est supérieure de plusieurs ordres de grandeur à l'impédance de charge Z_0 ($\approx 50 \Omega$) et peut



**Fig.18: Circuit électrique équivalent au
TRANSDUCTEUR**

être négligée.

Le circuit électrique équivalent au transducteur représenté à la figure 18 permet de calculer la tension $V(t)$ de convolution recueillie aux bornes de l'impédance de charge Z_0 :

$$V(t) = \frac{Z_0}{Z_0 + Z} \frac{\lambda}{\epsilon} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} D_{NL} dz$$

en supposant la largeur de l'électrode détectrice analogue à celle du transducteur.

Si les deux signaux d'entrée sont de durée très inférieure au temps de transit des ondes acoustiques sous les électrodes détectrices, le changement de variable $\tau = t - \frac{z}{v}$ permet, en utilisant (V.2.4) d'écrire :

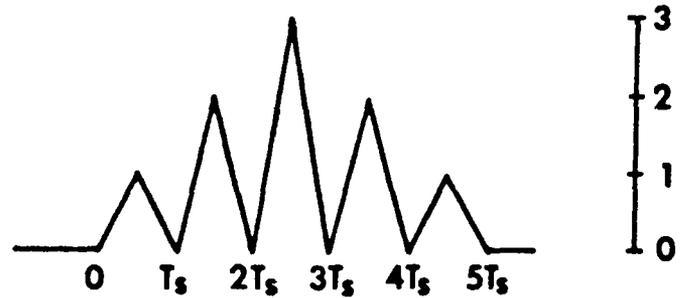
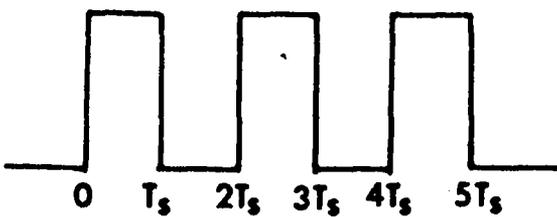
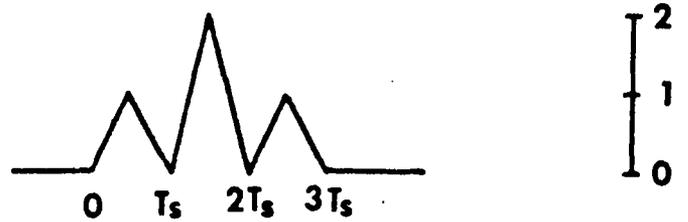
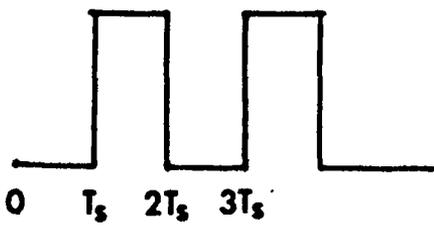
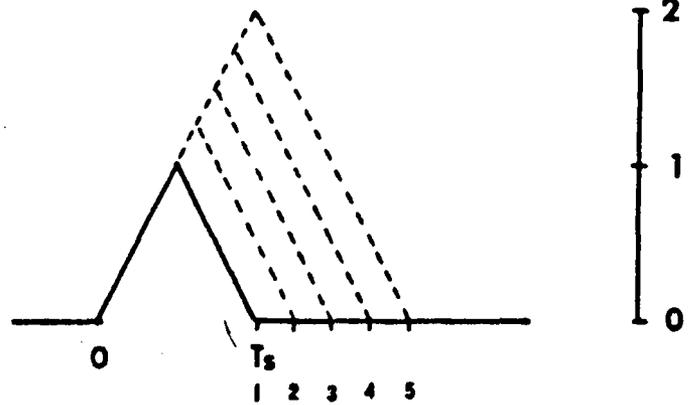
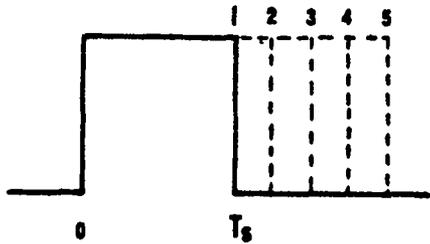
$$V(t) = - \frac{Z_0}{Z_0 + Z} \frac{2 \pi K e^{-\alpha L}}{\epsilon L} M \frac{\sqrt{P_+ P_-}}{d} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) g(2t - \tau) d\tau$$

(V.2.5)

Considérons le cas de deux impulsions acoustiques rectangulaires d'entrée de même durée τ_s et de puissance égale

$$P_+ = P_- = P_a$$

Fig19-CONVOLUTION ACOUSTIQUE DE SIGNAUX
SIMPLES .



Signal à une entrée

Convolution acoustique
(unités arbitraires)

Alors nous avons :

$$f(\tau), g(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq \tau \leq \tau_s \\ 0 & \text{si } \tau > \tau_s \end{cases}$$

et nous voyons aisément que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) g(2t - \tau) d\tau = \begin{cases} 2(\tau_s - t) & \text{si } t > \frac{\tau_s}{2} \\ 2t & \text{si } t \leq \frac{\tau_s}{2} \end{cases}$$

La convolution acoustique de deux impulsions rectangulaires donne donc une impulsion triangulaire et la tension de convolution maximale, recueillie au temps $t = \frac{\tau_s}{2}$, est d'après (V.2.5)

$$V_{\max} = \left| \frac{Z_0}{Z_0 + Z} \right| \frac{2 \pi K e^{-\alpha L}}{\epsilon L} M P_{ac} \tau_s \quad (\text{V.2.6})$$

La tension maximale de convolution (V.2.6) est donc proportionnelle à la durée de l'impulsion τ_s et à la puissance acoustique par unité de largeur du transducteur P_{ac} , contrairement au cas de la génération harmonique où la tension maximale est proportionnelle à la densité de puissance acoustique $\frac{P_{ac}}{\lambda}$.

La figure 19 représente la convolution acoustique de divers signaux simples.

V - 2 - 2 - RESULTATS EXPERIMENTAUX

Le cristal utilisé lors des expériences était une plaquette de

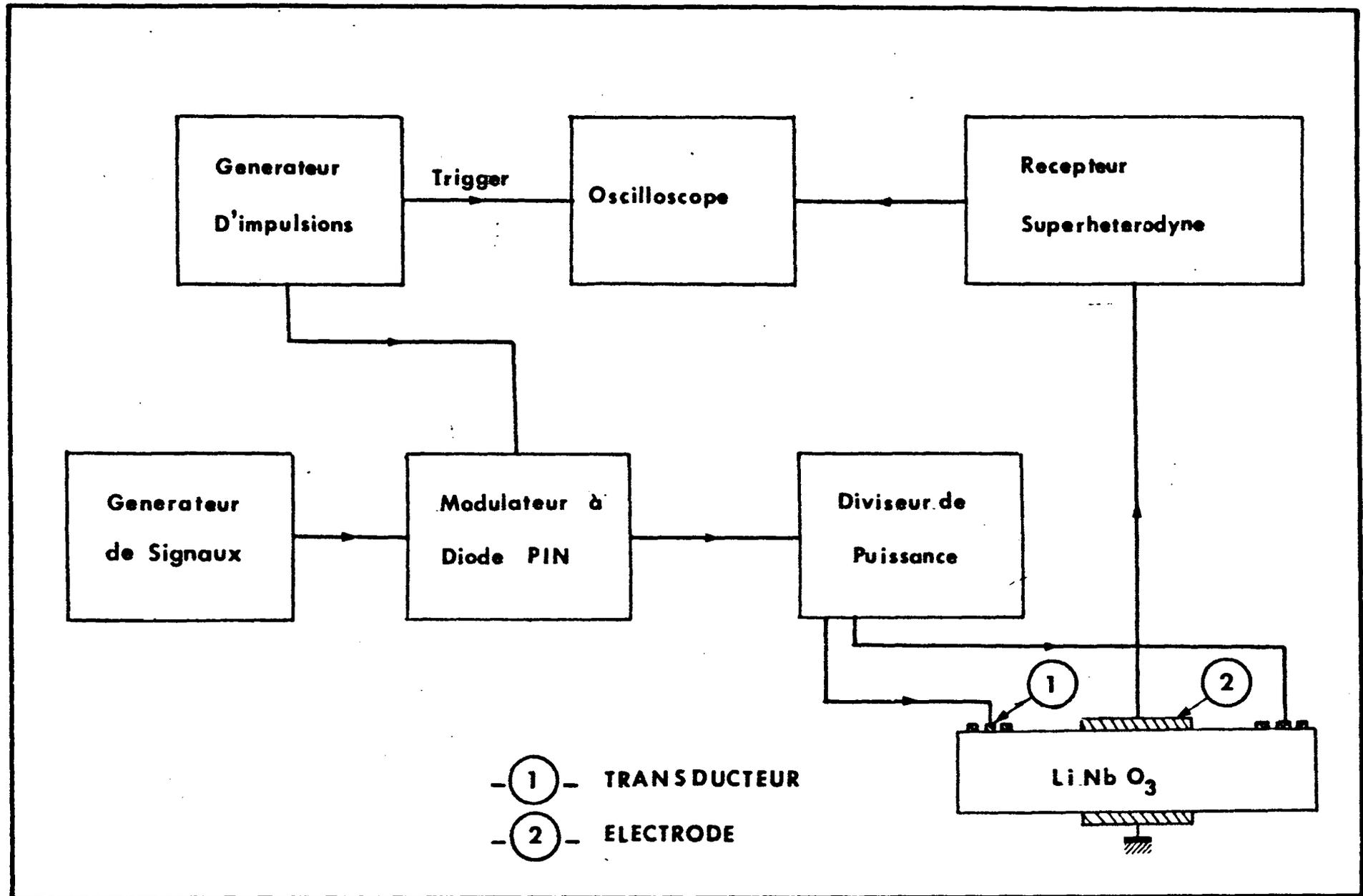


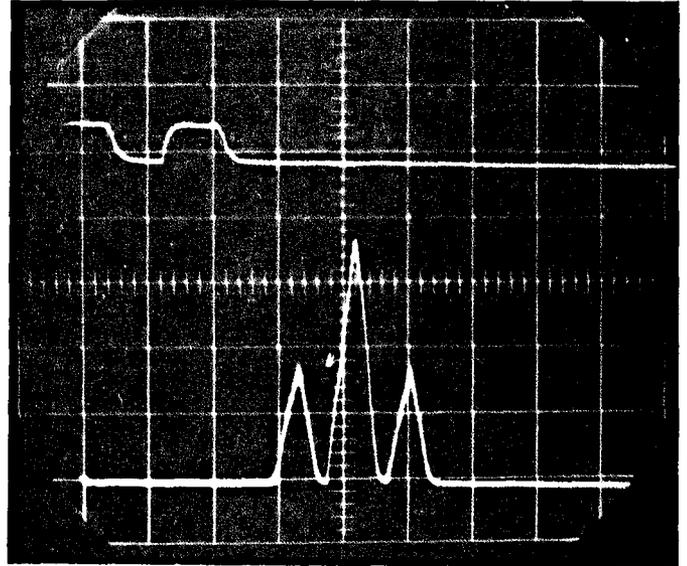
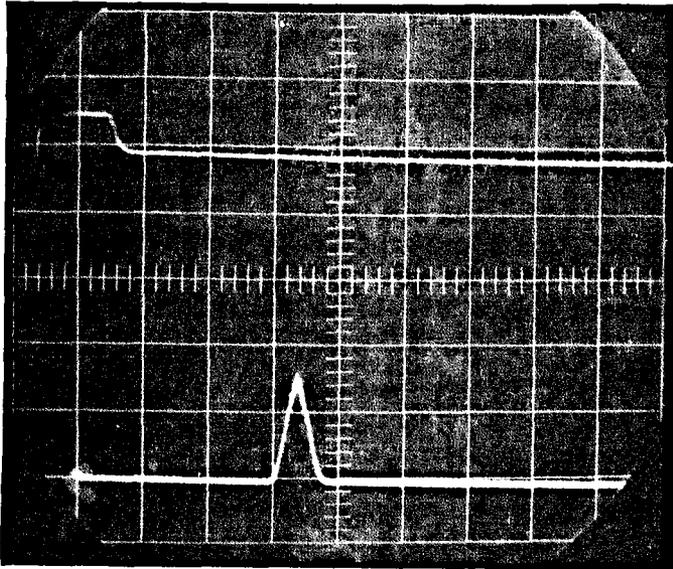
Fig20. **MONTAGE EXPERIMENTAL**

niobate de lithium de coupe Y d'épaisseur 2 mm, la propagation s'effectuant selon l'axe Z. Sur la surface de ce cristal deux transducteurs interdigités identiques de largeur 2 mm ont été fabriqués par gravure d'un film d'aluminium d'épaisseur 4000 Å de même qu'une électrode détectrice longue de 20 mm et large de 2 mm. Sur l'autre face du cristal une électrode détectrice identique à la précédente et placée en regard a été également fabriquée.

La perte d'insertion électrique, mesurée à 150 MHz entre les deux transducteurs, était de 20 dB. L'étude effectuée sur la ligne au moyen de la sonde optique a permis de montrer que l'électrode métallique déposée sur la surface de propagation introduisait une perte de 10 dB. La convolution acoustique a été ensuite étudiée au moyen du montage expérimental de la figure 20.

Nous avons obtenu les deux signaux d'entrée à partir du même générateur en utilisant un diviseur de puissance. De cette façon, nous avons envoyé sur chaque transducteur des impulsions de durée égale et de puissance égale. Nous avons vérifié que la convolution acoustique des deux impulsions rectangulaires est une impulsion triangulaire et que la tension maximale de convolution est proportionnelle à la durée des impulsions. L'équation (V.2.6) a alors pu être utilisée pour calculer le paramètre non linéaire unique M décrivant la convolution acoustique grâce aux résultats suivants: pour des impulsions de durée 6 μ s et de puissance crête 1 watt, la tension maximale de convolution était de 3 mV. La valeur de la constante K, déterminée à partir de programmes de calcul numérique, a été donnée précédemment. Nous obtenons alors :

$$M = 8 \pm 3 \text{ coulomb m}^{-2}$$



BU
LILLE

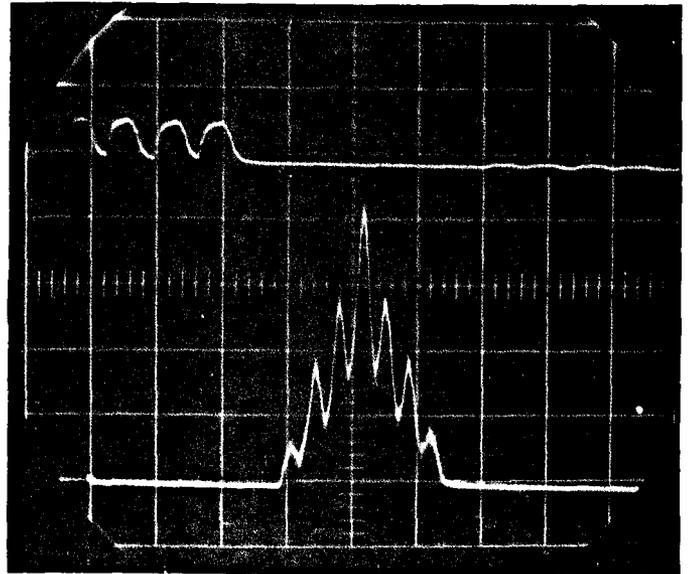
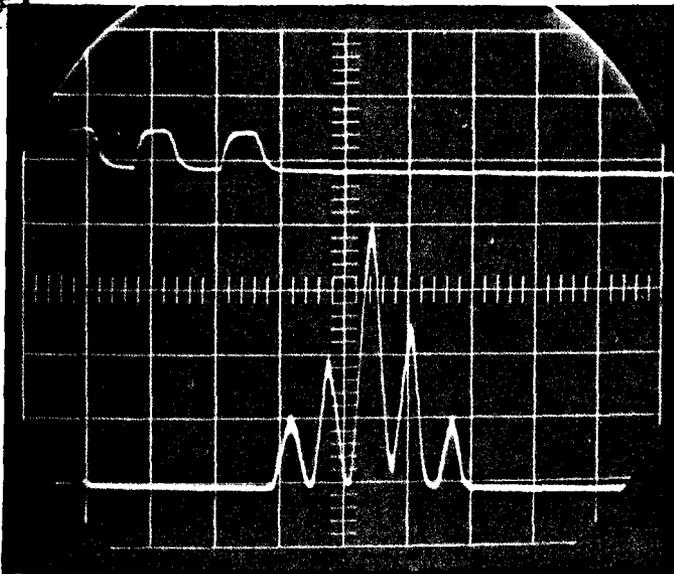


FIGURE 21 : Auto-convolution acoustique d'impulsions rectangulaires.

- La trace du haut représente les impulsions rectangulaires incidentes au nombre de 1, 2, 3 et 4.
- La trace du bas représente l'auto-convolution correspondante des signaux incidents, dans chaque cas.

L'incertitude expérimentale sur la perte de propagation sous l'électrode métallique est la principale source d'erreur pour le calcul de M.

Nous avons en outre vérifié la proportionnalité entre la tension maximale de convolution et la racine carrée de la puissance d'un des deux signaux acoustiques incidents.

De plus les cas envisagés à la figure 19 ont été vérifiés expérimentalement comme le montrent les photographies de la figure 21.

En conclusion nous avons étudié expérimentalement l'interaction non linéaire de deux ondes acoustiques superficielles se propageant en sens opposés sur la surface d'un cristal piézoélectrique. Cette interaction possède une application importante, la convolution acoustique en surface, qui a été décrite au moyen d'un modèle monodimensionnel faisant intervenir un paramètre non linéaire unique M. Les résultats expérimentaux ont permis de trouver pour ce paramètre une valeur voisine de celles des paramètres correspondants en ondes de volume [48].

V - 3 - CONCLUSION

Nous avons utilisé un modèle monodimensionnel faisant appel à un paramètre unique pour décrire la génération d'ondes acoustiques de surface aux fréquences harmoniques. Ce type d'interaction non linéaire fait intervenir à la fois les propriétés élastiques et électriques du cristal. Une valeur de 0,53 a été trouvée pour le paramètre unique β dans le cas d'un cristal de niobate de lithium de coupe Y et de direction de propagation Z.

En utilisant l'approximation monodimensionnelle, nous pouvons montrer que :

$$\beta = \frac{\frac{1}{2} c_{\text{III}} - \frac{1}{2} d \frac{e^2}{\epsilon} + f \frac{e}{\epsilon}}{c_{\text{II}} + \frac{e^2}{\epsilon}}$$

en désignant par c_{II} et c_{III} les constantes élastiques monodimensionnelles du second ordre et du troisième ordre respectivement. L'expression du paramètre M défini à l'équation (V.2.3) fait intervenir des combinaisons différentes de constantes du troisième ordre, ce qui rend toute comparaison avec le paramètre β très difficile.

Cependant la valeur de $M = 8 \text{ coulomb m}^{-2}$ trouvée pour la convolution acoustique en surface est du même ordre de grandeur que les $4,8 \text{ coulomb m}^{-2}$ donnés par Larson [48] pour la convolution acoustique en volume dans le niobate de lithium selon l'axe cristallographique X. Cela semble néanmoins indiquer une sensibilité supérieure pour la convolution acoustique en surface. Mais comme la puissance maximale supportable est beaucoup plus faible pour une ligne à ondes de surface que pour une ligne à ondes de volume, la tension maximale de convolution étant proportionnelle d'après (V.2.6) à la puissance acoustique P_a , le dispositif à ondes de surface ne présente pas d'avantage par rapport au dispositif à ondes de volume (contrairement au cas de la génération harmonique).

CONCLUSION

Au terme de cette étude sur la propagation, la détection optique, la génération harmonique et la convolution acoustique des ondes de RAYLEIGH, nous pouvons résumer les résultats obtenus et aborder quelques développements possibles.

L'étude théorique de la première partie nous a permis de déterminer les paramètres de la propagation des ondes de RAYLEIGH, paramètre qu'il est nécessaire de connaître avec précision pour obtenir les dimensions optimales des transducteurs à la fréquence désirée $|51|$ et pour déterminer l'ordre de grandeur de l'angle de diffraction de RAMAN NATH en vue de détecter optiquement ces ondes. Cette étude est également utile d'un point de vue pratique car elle permet de sélectionner les coupes et les directions de propagation dans les cristaux piézoélectriques en vue d'obtenir, soit un couplage électromécanique optimum, soit un retard maximal dû à la propagation (vitesses faibles). L'application de ce qui précède est la fabrication de lignes à retard électro-acoustiques possédant de faibles pertes d'insertion et de largeur de bande relative de l'ordre de 10 à 30 %. De plus, la détection optique permet d'obtenir un retard variable ce qui est intéressant dans nombre d'applications pratiques, et de réaliser des modulateurs et des défecteurs de lumière, que l'on peut espérer rendre aussi efficaces que leurs homologues utilisant les ondes de volume (plus de 90 %) en utilisant des matériaux appropriés.

Nous nous sommes intéressés, dans la dernière partie de ce travail à un type d'interactions non linéaires, d'origine élastique, responsable de la génération harmonique. Les effets non linéaires constatés sont relativement faibles restant toujours inférieurs au dixième de la puissance

.../...

fondamentale. Le paramètre β , introduit dans le modèle monodimensionnel, permet de comparer les rendements non linéaires des matériaux. Il serait intéressant d'effectuer des études systématiques afin de trouver des cristaux convenablement orientés pouvant fonctionner en doubleurs de fréquence efficaces (valeur élevée de β , supérieure à l'unité). Nous nous proposons d'étendre ces études au cas des mélanges c'est-à-dire de la génération des ondes de fréquences somme et différence.

Il serait intéressant également de diminuer les pertes des dispositifs à ondes de surface en les amplifiant au cours de la propagation. Cela peut se faire par interaction acousto-électrique : il y a échange d'énergie entre un flux électronique et l'onde acoustique lorsque leurs vitesses sont voisines. Dans ce type d'interaction, il apparaît possible d'obtenir des effets non linéaires analogues à ceux décrits précédemment avec un rendement nettement meilleur, si du moins, on se réfère aux études entreprises avec des ondes de volume [52], [53].

- [1] Lord RAYLEIGH, Proc. Lond. Math. Soc., 17, 4 (1885)
- [2] E.G. LEAN and A.N. BROERS, Microwave Journal, 13, 97 (1970)
- [3] I.A. VIKTOROV, Rayleigh and Lamb Waves : Physical Theory and Applications, Plenum Press, New York, (1967)
- [4] A.E.H. LOVE, Some problems in Geodynamics, Cambridge, University Press, (1911)
- [5] R. STONELEY, Proc. Roy. Soc., A. 106, 416 (1924)
- [6] K. SEZAWA and K. KANAI, Bull. Earthquake Res. Inst. 13, 237, (1935)
- [7] L. BRILLOUIN, Ann. Phys, 9è Sér., Vol. 17, p. 88 - 122 (1922) et "La diffraction de la lumière par les Ultrasons" Paris, Hermann (1933)
- [8] R. LUCAS, P. BIQUARD, J. Phys. Rad, 7è Sér., Vol. 3, p. 464 - 477, (1932) P. DEBYE, F.W. SEARS, Proc. Nat. Acad. Sc. (USA), Vol. 18, p. 409 - 414 (1932)
- [9] K. BRUGGER, Phys. Rev. 133, 1611 (1963)
- [10] M. MORIAMEZ, E. BRIDOUX, J.M. DESRUMAUX, J.M. ROUVAEN et M. DELANNOY, Rev. Phys. Appl, 6, 333, (1971)
- [11] E. BRIDOUX, J.M. ROUVAEN, G. COUSSOT et E. DIEULESAINT, Appl. Phys. Lett., 19, 523, (1971)
- [12] J.L. BLEUSTEIN, Appl. Phys. Lett., 13, 412, (1968)
- [13] Yu. V. GULYAEV, Sov. Phys. JETP Lett, 9, 63 (1969)
- [14] M. MORIAMEZ, E. BRIDOUX, J.M. DESRUMAUX et M. DELANNOY, C.R. Acad. Sc. Paris, B, 272, 777 (1971)
- [15] J.J. CAMPBELL and W.R. JONES, I.E.E.E. Trans. Sonics Ultrasonics S.U-15, 209, (1968)
- [16] A.W. WARNER, M. ONOE, G.A. COQUIN, J.A.S.A., 42, 1223 (1967)
- [17] K.A. INGEBRIGTSEN, J; Appl. Phys., 40, 2681 (1969)
- [18] J.J. CAMPBELL et W.R. JONES, J. Appl. Phys. 41, 2795 (1970)
- [19] C.C. TSENG, J. Appl. Phys. 41, 2270 (1970)

- [20] M. ONOE, A.W. WARNER et A.A. BALLMAN, I.E.E.E. Trans. Sonics Ultrasonics SU-14, 165, (1967)
- [21] E.A. KRAUT, B.R. TITTMANN, L.J. GRAHAM et T.C. LIM Appl. Phys. Lett. 17, 271 (1970)
- [22] A.J. SLOBODNIK et J.C. SETHAREZ, J. Appl. Phys, 43, 247 (1972)
- [23] J.M. ROUVAEN, Thèse 3è cycle, Lille (1970)
- [24] H. JAFFE et D. BERLINCOURT Proc. of I.E.E.E. 53, 1372 (1965)
- [25] D. BERLINCOURT, H. JAFFE et L.R. SCHIOZAWA, Phys. Rev. 129, 1009 (1962)
- [26] R.M. WHITE, I.E.E.E. Trans. on Elect. Devices, Vol. ED-14, N° 4, 131 (1967)
- [27] E.P. IPPEN, Proc. I.E.E.E. Mol. 55 N° 2 p. 246, (1967)
- [28] E.G.H. LEAN et C.G. POWELL, Proc. I.E.E.E., Vol. 58, N° 12, p. 1937 (1970)
- [29] G.W. WILLARD J.A.S.A. 21, 2 p. 101 (1949)
- [30] C.V. RAMAN et N.S.N. NATH Proc. Inc. Acad. Sc. 2, 406 (1935) et 3, 75 (1936)
- [31] F. RISCHBIETER, Acoustica, 1967, 19, 109
- [32] P.O. LOPEN, J. Appl. Phys. 1968, 39. 5400
- [33] E.G. LEAN et C.C. TSENG, et C.G. POWELL, Appl. Phys. Lett, 1970, 15, 32
- [34] E.G. LEAN et C.C. TSENG, J. Appl. Phys., 1970, 41, 3912
- [35] A.J. SLOBODNIK, J. Ac. Soc. Am., 1970, 48, 203
- [36] L.O. SVAASAND, Appl. Phys. Lett, 1969, 15, 300
- [37] M. LUUKKALA et G.S. KINO, Appl. Phys. Lett., 1971, 18, 393
- [38] E.A. KRAUT, T.C. LIM et B.R. TITTMANN, I.E.E.E. Symposium on Applications of Ferroelectricity, 1971, à paraître.
- [39] W.L. BONGIANNI, Proc. I.E.E.E., 1971, 58, 713
- [40] W.R. SHREVE, G.S. KINO et M. LUUKKALA, Electron. Lett., 1971, 7, 764
- [41] D.P. MORGAN, B.J. DARBY et J.H. COLLINS, Electron. Lett, 1972, 8, 40
- [42] E. BRIDOUX Thèse Doct. Sc. Phys. Lille (1970)

- |43| K. BRUGGER, J. Appl. Phys. 36, 3, 759 (1965)
- |44| A.J. SLOBODNIK Jr., P.H. CARR et A.J. BUDREAU, J. Appl. Phys. 41, 11 (1970)
- |45| J.M. ROUVAEN, E. BRIDOUX et M. MORIAMEZ, C.R. Acad. Sc. Paris, B, 274, 316 (1972)
- |46| E.L. ADLER, E. BRIDOUX, G. COUSSOT et E. DIEULESAINT, I.E.E.E. Trans. Sonics Ultrasonics (à paraître)
- |47| R.M. WHITE et F.N. VOLTMER, Appl. Phys. Lett. 7, 394, (1965)
- |48| J.D. LARSON, Ph. D. Dissertation, Microwave Laboratory, Stanford University, Stanford, Calif. (1970)
- |49| C.F. QUATE et R.B. THOMPSON, Appl. Phys. Lett., 1970, 16, 494
- |50| D.H. MC MAHON J. Acoust, Soc. Am., 1968, 44, 1007
- |51| W.R. SMITH, H.M. GERARD, J.H. COLLINS, T.M. REEDER et H.J. SHAW I.E.E.E. Trans. M.T.T. - 17, 865 (1969)
- |52| B. TELL Phys. Rev. A. 772, 135 (1964)
- |53| R. MAURO et W.C. WANG Phys. Rev. Lett. 19, 693 (1967)

ANNEXES



I - 2 - EQUATIONS DU MOUVEMENT ET FORME DES SOLUTIONS.

Les équations d'état pour un milieu piézoélectrique peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned} T_{ij} &= C_{ijkl}^E S_{kl} - e_{ijk} E_k \\ D_i &= e_{ijk} S_{jk} + \epsilon_{ij}^S E_j \end{aligned} \quad (I.2.1)$$

E_j : composantes du champ électrique.

D_i : composantes du déplacement électrique.

C_{ijkl}^E : constantes élastiques du second ordre à champ électrique constant.

e_{ijk} : constantes piézoélectriques.

ϵ_{ij}^S : permittivités à déformation constante.

T_{ij} : tenseur des contraintes.

S_{kl} : tenseur des déformations.

La déformation s'exprime en fonction des déplacements

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

et les équations du mouvement s'écrivent

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (I.2.2)$$

où ρ est la densité du matériau.

D'autre part, les quantités électromagnétiques associées aux ondes doivent satisfaire les équations de MAXWELL :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (I.2.3.a)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (I.2.3.b)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{I.2.3.c})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.2.3.d})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} \quad (\text{I.2.3.e})$$

Le matériau considéré est isolant comme le montrent les équations (I.2.3.b et c)

En développant les équations (I.2.1) comme tenu de la règle de contraction des indices |9| on obtient :

$$T_1 = c_{11} S_1 + c_{12} S_2 + c_{13} S_3 + c_{14} S_4 + c_{15} S_5 + c_{16} S_6 - e_{11} E_1 - e_{21} E_2 - e_{31} E_3$$

$$T_2 = c_{12} S_1 + c_{22} S_2 + c_{23} S_3 + c_{24} S_4 + c_{25} S_5 + c_{26} S_6 - e_{12} E_1 - e_{22} E_2 - e_{32} E_3$$

$$T_3 = c_{13} S_1 + c_{23} S_2 + c_{33} S_3 + c_{34} S_4 + c_{35} S_5 + c_{36} S_6 - e_{13} E_1 - e_{23} E_2 - e_{33} E_3$$

$$T_4 = c_{14} S_1 + c_{24} S_2 + c_{34} S_3 + c_{44} S_4 + c_{45} S_5 + c_{46} S_6 - e_{14} E_1 - e_{24} E_2 - e_{34} E_3$$

$$T_5 = c_{15} S_1 + c_{25} S_2 + c_{35} S_3 + c_{45} S_4 + c_{55} S_5 + c_{56} S_6 - e_{15} E_1 - e_{25} E_2 - e_{35} E_3$$

$$T_6 = c_{16} S_1 + c_{26} S_2 + c_{36} S_3 + c_{46} S_4 + c_{56} S_5 + c_{66} S_6 - e_{16} E_1 - e_{26} E_2 - e_{36} E_3$$

$$D_1 = e_{11} S_1 + e_{12} S_2 + e_{13} S_3 + e_{14} S_4 + e_{15} S_5 + e_{16} S_6 + \epsilon_{11} E_1 + \epsilon_{12} E_2 + \epsilon_{13} E_3$$

$$D_2 = e_{21} S_1 + e_{22} S_2 + e_{23} S_3 + e_{24} S_4 + e_{25} S_5 + e_{26} S_6 + \epsilon_{12} E_1 + \epsilon_{22} E_2 + \epsilon_{23} E_3$$

$$D_3 = e_{31} S_1 + e_{32} S_2 + e_{33} S_3 + e_{34} S_4 + e_{35} S_5 + e_{36} S_6 + \epsilon_{13} E_1 + \epsilon_{23} E_2 + \epsilon_{33} E_3$$

$$\text{avec } S_1 = \frac{\partial U_1}{\partial x_1} \quad S_4 = \frac{\partial U_2}{\partial x_3} + \frac{\partial U_3}{\partial x_2} = 2S_{23}$$

$$S_2 = \frac{\partial U_2}{\partial x_2} \qquad S_5 = \frac{\partial U_3}{\partial x_1} + \frac{\partial U_1}{\partial x_3} = 2S_{13}$$

$$S_3 = \frac{\partial U_3}{\partial x_3} \qquad S_6 = \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \frac{\partial U_2}{\partial x_1} = 2S_{12}$$

Les équations (I.2.2) et (I.2.3 e) donnent six équations qui permettront de calculer $U_1, U_2, U_3, E_1, E_2, E_3$.

$$\rho \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} = \frac{\partial T_1}{\partial x_1} + \frac{\partial T_6}{\partial x_2} + \frac{\partial T_5}{\partial x_3}$$

$$\rho \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} = \frac{\partial T_6}{\partial x_1} + \frac{\partial T_2}{\partial x_2} + \frac{\partial T_4}{\partial x_3}$$

$$\rho \frac{\partial^2 U_3}{\partial t^2} = \frac{\partial T_5}{\partial x_1} + \frac{\partial T_4}{\partial x_2} + \frac{\partial T_3}{\partial x_3}$$

$$\frac{\partial^2 E_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 E_1}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 E_2}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\partial^2 E_3}{\partial x_1 \partial x_3} = \mu_0 \frac{\partial^2 D_1}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 E_2}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 E_2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 E_3}{\partial x_2 \partial x_3} - \frac{\partial^2 E_1}{\partial x_2 \partial x_1} = \mu_0 \frac{\partial^2 D_2}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 E_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 E_3}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2 E_1}{\partial x_3 \partial x_1} - \frac{\partial^2 E_2}{\partial x_3 \partial x_2} = \mu_0 \frac{\partial^2 D_3}{\partial t^2}$$

(I.2.4)

Envisageons maintenant la forme des solutions.

| | | | | | |
|--|--|--|--------------------------------------|--------------------------------------|--|
| $c_{66} \Omega^2 + 2i e_{16} \Omega$ | $c_{26} \Omega^2 + i \Omega (c_{12} + c_{66})$ | $c_{46} \Omega^2 + i \Omega (c_{14} + c_{56})$ | $-(ie_{11} + e_{16} \Omega)$ | $-(ie_{21} + e_{26} \Omega)$ | $-(ie_{31} + e_{36} \Omega)$ |
| $+ \rho v^2 - c_{11}$ | $- c_{16}$ | $- c_{15}$ | | | |
| $c_{26} \Omega^2 + i \Omega (c_{12} + c_{66})$ | $c_{22} \Omega^2 + 2i c_{26} \Omega$ | $c_{24} \Omega^2 + i \Omega (c_{25} + c_{46})$ | $-(ie_{16} + e_{12} \Omega)$ | $-(ie_{26} + e_{22} \Omega)$ | $-(ie_{36} + e_{32} \Omega)$ |
| $- c_{16}$ | $+ \rho v^2 - c_{66}$ | $- c_{56}$ | | | |
| $c_{46} \Omega^2 + i \Omega (c_{14} + c_{56})$ | $c_{24} \Omega^2 + i \Omega (c_{25} + c_{46})$ | $c_{44} \Omega^2 + 2i c_{45} \Omega$ | $-(ie_{15} + e_{14} \Omega)$ | $-(ie_{25} + e_{24} \Omega)$ | $-(ie_{35} + e_{34} \Omega)$ |
| $- c_{15}$ | $- c_{56}$ | $+ \rho v^2 - c_{55}$ | | | |
| $\mu_0 v^2 (ie_{11} + e_{16} \Omega)$ | $\mu_0 v^2 (ie_{16} + e_{12} \Omega)$ | $\mu_0 v^2 (ie_{15} + e_{14} \Omega)$ | $\mu_0 v^2 \epsilon_{11} + \Omega^2$ | $\mu_0 v^2 \epsilon_{12} - i \Omega$ | $\mu_0 v^2 \epsilon_{13}$ |
| $\mu_0 v^2 (ie_{21} + e_{26} \Omega)$ | $\mu_0 v^2 (ie_{26} + e_{22} \Omega)$ | $\mu_0 v^2 (ie_{25} + e_{24} \Omega)$ | $\mu_0 v^2 \epsilon_{12} - i \Omega$ | $\mu_0 v^2 \epsilon_{22} - 1$ | $\mu_0 v^2 \epsilon_{23}$ |
| $\mu_0 v^2 (ie_{31} + e_{36} \Omega)$ | $\mu_0 v^2 (ie_{36} + e_{32} \Omega)$ | $\mu_0 v^2 (ie_{35} + e_{34} \Omega)$ | $\mu_0 v^2 \epsilon_{13}$ | $\mu_0 v^2 \epsilon_{23}$ | $\mu_0 v^2 \epsilon_{33} + \Omega^2 - 1$ |

(I . 2 . 7)

La matrice M est donnée par la relation (I.2.7).

Le déterminant de la matrice M doit être nul pour qu'il existe une solution du système (I.2.6).

$$|M| = 0 \quad (\text{I.2.8})$$

REMARQUE : La matrice M est présentée sous sa forme générale. Elle correspond dans ce cas à une onde de Rayleigh Générale Piézoélectrique. Sa forme varie suivant les coupes des cristaux.

a) Dans le cas du mode de Rayleigh où les déplacements et les champs électriques sont dans le plan sagittal, le système prendra la forme :

$$\begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 \\ 0 & \Delta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3 \\ \epsilon_3 \\ A_1 \\ A_2 \\ \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{I.2.9})$$

Il y a donc découplage entre le mode de Rayleigh dont les caractéristiques s'obtiendront à partir de $|\Delta_2| = 0$ et une onde transverse décrite par $|\Delta_1| = 0$. Nous étudierons ces ondes au Chapitre II dans le niobate de lithium LiNbO_3 |10| et dans l'oxyde double de bismuth et de germanium $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ |11|

b) Dans le cas de l'onde de Bleustein - Gulyaev, |12| , |13|
le système s'écrira :

$$\begin{bmatrix} \Delta_3 & 0 \\ 0 & \Delta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \xi_3 \\ A_3 \\ \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{I.2.10})$$

L'équation $|\Delta_4| = 0$ donnera les caractéristiques de l'onde de Bleustein Gulyaev alors que l'onde de Rayleigh Elastique découplée sera décrite par $|\Delta_3| = 0$. Dans le chapitre III, nous étudierons ces ondes dans les cristaux cubiques et hexagonaux |10|, |14|.

En développant le déterminant de la matrice M , l'équation (I.2.8) devient une équation du 8^e degré en Ω de la forme |15| :

$$\begin{aligned} a_1 \Omega^8 + i a_2 \Omega^7 + a_3 \Omega^6 + i a_4 \Omega^5 + a_5 \Omega^4 + i a_6 \Omega^3 \\ + a_7 \Omega^2 + i a_8 \Omega + a_9 = 0 \end{aligned} \quad (\text{I.2.11})$$

Cette équation est appelée équation caractéristique ou équation séculaire.

En posant dans cette équation $q = i\Omega$, les coefficients deviennent réels et les racines complexes sont groupées en paires conjuguées.

$$\text{Si } q_1 = a + ib$$

$$\text{et } q_2 = a - ib$$

sont racines,

$$\Omega_1 = -ia + b$$

$$\text{et } \Omega_2 = -ia - b$$

sont racines de l'équation caractéristique.

Il ne faut cependant retenir que les racines ayant une partie réelle positive car

$$e^{\Omega k x_2} \rightarrow 0 \quad \text{quand } x_2 \rightarrow -\infty$$

Quatre racines Ω sont donc sélectionnées et la méthode générale consiste à injecter ces valeurs dans le déterminant des conditions aux limites afin de vérifier ces dernières.

On peut distinguer les conditions aux limites élastiques et les conditions aux limites électriques. Ces dernières faisant intervenir les conditions de passage du champ électromagnétique, nous allons calculer dans le paragraphe suivant le champ électromagnétique à l'extérieur du cristal.

I.3. Champ électromagnétique à l'extérieur du cristal.

Le champ électromagnétique extérieur au cristal doit avoir, par rapport au champ électromagnétique à l'intérieur du cristal, la même dépendance dans le temps et la même phase en $x_2 = 0$. Ses composantes peuvent donc se mettre sous la forme :

$$E_1^+ = k \xi'_1 e^{\beta k x_2} e^{i(k x_1 - \omega t)}$$

$$E_2^+ = k \xi'_2 e^{\beta k x_2} e^{i(k x_1 - \omega t)}$$

$$E_3^+ = k \xi'_3 e^{\beta k x_2} e^{i(k x_1 - \omega t)} \text{ pour } x_2 \geq 0$$

(I.3.1)

Les équations de Maxwell pour l'espace libre sont :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (\text{I.3.2 a})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (\text{I.3.2 b})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{I.3.2 c})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{I.3.2 d})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (\text{I.3.2 e})$$

En substituant les solutions (I.3.1) dans l'équation (I.3.2 e), on obtient le système d'équations :

$$\begin{bmatrix} \beta^2 + \frac{v^2}{c^2} & -i\beta & 0 \\ -i\beta & \frac{v^2}{c^2} - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v^2}{c^2} + \beta^2 - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi'_1 \\ \xi'_2 \\ \xi'_3 \end{bmatrix} = 0$$

(I.3.3)

où $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ est la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide.

Le système (I.3.3) admet des solutions si

$$\begin{vmatrix} \beta^2 + \frac{v^2}{c^2} & -i\beta & 0 \\ -i\beta & \frac{v^2}{c^2} - 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v^2}{c^2} + \beta^2 - 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{I.3.4})$$

Ce qui donne :

$$\beta = \pm \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Quand $x_2 \rightarrow \infty$, les composantes du champ électrique doivent tendre vers zéro donc nous retiendrons :

$$\beta = -\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (\text{I.3.5})$$

Le système (I.3.3) nous permet alors d'écrire :

$$\frac{\xi'_1}{\xi'_2} = i\beta \quad \text{ou} \quad \frac{\xi'_2}{\xi'_1} = -\frac{i}{\beta} \quad (\text{I.3.6})$$

Le champ électrique à l'extérieur du cristal peut donc s'écrire :

$$E_1^+ = k \xi'_1 e^{-\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} k x_2} e^{i(kx_1 - \omega t)}$$

$$E_2^+ = \frac{ik\xi'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} e^{-\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} k x_2} e^{i(kx_1 - \omega t)}$$

$$E_3^+ = k \xi'_3 e^{-\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} k x_2} e^{i(kx_1 - \omega t)} \text{ pour } x_2 \geq 0$$

(I.3.7)

Passons au calcul du champ magnétique. L'équation de Maxwell (I.3.2 c) permet de calculer les composantes du champ magnétique en fonction des composantes du champ électrique.

$$H_1^+ = \frac{-ik\beta}{\mu_0 \omega} E_3^+$$

$$H_2^+ = -\frac{k}{\mu_0 \omega} E_3^+$$

$$H_3^+ = \frac{-ik}{\mu_0 \omega} \frac{1 - \beta^2}{\beta} E_1^+$$

Le champ magnétique à l'extérieur du cristal s'écrit donc :

$$H_1^+ = \frac{i}{\mu_0 v^2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \xi'_3 e^{-\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} k x_2} e^{i(kx_1 - \omega t)}$$

$$H_2^+ = -\frac{\omega}{\mu_0 v^2} \xi'_3 e^{-\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} k x_2} e^{i(kx_1 - \omega t)}$$

$$H_3^+ = \frac{i\omega}{\mu_0 v^2} \frac{v^2/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \xi'_1 e^{-\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} kx_2} e^{i(kx_1 - \omega t)}$$

pour $x_2 \geq 0$ (I.3.8)

I.4. Conditions aux limites

Les conditions aux limites du problème seront de deux types :

- conditions aux limites élastiques
- conditions aux limites électriques. (conditions de passage)

Du point de vue élastique, la surface $x_2 = 0$ doit être libre de contraintes mécaniques. Nous devons donc avoir :

$$\begin{aligned} T_6 (o^-, x_1) &= 0 \\ T_2 (o^-, x_1) &= 0 \\ T_4 (o^-, x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (I.4.1)$$

Du point de vue électrique, les conditions de passage doivent être vérifiées :

$$\begin{aligned} E_1 (o^-, x_1) &= E_1 (o^+, x_1) \\ E_3 (o^-, x_1) &= E_3 (o^+, x_1) \\ D_2 (o^-, x_1) &= D_2 (o^+, x_1) \end{aligned} \quad (I.4.2)$$

En développant les conditions (I.4.1) et (I.4.2), on obtient le système suivant (I.4.3).

Ces conditions aux limites seront suffisantes pour étudier le mode de Rayleigh et l'onde de Bleustein-Gulyaev.

L'étude du mode de Rayleigh fera intervenir quatre de ces conditions :

$$T_6 (o^-, x_1) = 0$$

$$T_2 (o^-, x_1) = 0$$

$$E_1 (o^-, x_1) = E_1 (o^+, x_1)$$

$$D_2 (o^-, x_1) = D_2 (o^+, x_1)$$

car les deux autres conditions feront intervenir les amplitudes U_3 et E_3 qui sont nulles dans le mode de Rayleigh.

L'étude de l'onde de Bleustein-Gulyaev fera intervenir trois conditions seulement :

$$T_4 (o^-, x_1) = 0$$

$$E_1 (o^-, x_1) = E_1 (o^+, x_1)$$

$$D_2 (o^-, x_1) = D_2 (o^+, x_1)$$

car U_1 , U_2 et E_3 sont nuls dans ce mode.

Toutefois, ces conditions pourront ne pas être suffisantes comme dans le cas de l'onde transverse, découplée du mode de Rayleigh, qui est polarisée linéairement suivant x_3 dans notre repère c'est à dire que ses seules composantes sont U_3 et E_3 . Dans ce cas le système (I.4.3)

$$\begin{bmatrix}
 ic_{16} + c_{66}^{\Omega} & ic_{66} + c_{26}^{\Omega} & ic_{56} + c_{46}^{\Omega} & -e_{16} & -e_{26} & -e_{36} \\
 ic_{12} + c_{26}^{\Omega} & ic_{26} + c_{22}^{\Omega} & ic_{25} + c_{24}^{\Omega} & -e_{12} & -e_{22} & -e_{32} \\
 ic_{14} + c_{46}^{\Omega} & ic_{46} + c_{24}^{\Omega} & ic_{45} + c_{44}^{\Omega} & -e_{14} & -e_{24} & -e_{34} \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 ie_{21} + ie_{26}^{\Omega} & ie_{26} + e_{22}^{\Omega} & ie_{25} + e_{24}^{\Omega} & \epsilon_{12} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 A_1 \\
 A_2 \\
 A_3 \\
 \xi_1 \\
 \xi_2 \\
 \xi_3
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 \xi'_1 \\
 \epsilon_0 \xi'_2 \\
 \xi'_3
 \end{bmatrix}$$

(I.4.3)

fournit deux conditions aux limites

$$T_4 (o^-, x_1) = 0$$

$$E_3 (o^-, x_1) = E_3 (o^+, x_1).$$

Il faut donc trouver une troisième condition aux limites pour éliminer le champ extérieur E_3^+ . La solution consistera à utiliser les conditions aux limites du champ magnétique. (Voir annexe 1 bis).

Le système (I.4.3) doit donc être vérifié en y injectant les valeurs des racines de l'équation caractéristique (I.2.11). Nous allons nous intéresser maintenant aux calculs permettant de déterminer les caractéristiques des ondes solutions de (I.2.4) dans les cas particuliers de l'onde de Rayleigh Piézoélectrique et de l'onde de Bleustein-Gulyaev.

ANNEXE 1 bis : ETUDE DE L'ONDE TRANSVERSE (U_1 , E_1) de $LiNbO_3$ (Y-Z)

Cette solution est obtenue pour $|\Delta_1| = 0$ c'est à dire :

$$\begin{vmatrix} c_{66} \Omega^2 + 2i c_{14} \Omega + \rho v^2 - c_{44} & e_{22} \Omega - i e_{15} \\ \mu_0 v^2 (e_{22} \Omega - i e_{15}) & 1 - \Omega^2 - \mu_0 v^2 \epsilon_{11} \end{vmatrix} = 0$$

(A . 1 . 1)

L'équation caractéristique obtenue est du 4^e degré en $i\Omega$ à coefficients réels. Les solutions acceptables d'ondes de surface seront données pour 2 des 4 valeurs possibles de Ω . Ces deux valeurs de Ω sont supposées exister et la forme des solutions est :

$$U_1 = \left[\sum_{J=1}^2 A_1(J) e^{\Omega(J)k x_2} \right] e^{i(kx_3 - \omega t)}$$

$$E_1 = \left[\sum_{J=1}^2 k \xi_1(J) e^{\Omega(J)k x_2} \right] e^{i(kx_3 - \omega t)}$$

(A . 1 . 2)

En posant $p(J) = \frac{A_1(J)}{\xi_1(J)}$, l'expression du déplacement devient :

$$U_1 = \left[\sum_{J=1}^2 p(J) \xi_1(J) e^{\Omega(J)k x_2} \right] e^{i(kx_3 - \omega t)}$$

Les conditions aux limites "élastiques" imposent que

$$T_2(0) = T_4(0) = T_6(0) = 0$$

où $T_2(0) = T_4(0) = 0$ du fait même de la forme des solutions.

La condition $T_6(0, x_3) = 0$ donne l'équation

$$\sum_{J=1}^2 [i c_{14} p(J) + c_{66} p(J) \Omega(J) + e_{22}] \xi_1(J) = 0$$

(A . 1 . 3)

Les conditions aux limites "électriques" sont déterminées par la continuité des composantes tangentielles du champ électrique et du champ magnétique.

$$E_1(0^+) = E_1(0^-)$$

$$\text{c'est à dire } \sum_{J=1}^2 \xi_1(J) = \xi'_1$$

(A . 1 . 4)

$$H_3(0^+) = H_3(0^-)$$

D'après ce qui a été vu au Chapitre I ,

$$H_3(0^+) = - \frac{i k \beta}{\mu_0 \omega} E_1(0^+)$$

Pour déterminer le champ magnétique dans le cristal c'est à dire $H_3(0^-)$ nous reprenons les équations de Maxwell

$$\frac{\partial E_1}{\partial x_2} = \mu_0 \frac{\partial H_3}{\partial t}$$

$$k \sum_{J=1}^2 \Omega_1(J) = - i \omega \mu_0 H_3(0^-)$$

$$H_3(0^-) = \frac{i k}{\mu_0 \omega} \sum_{J=1}^2 \Omega(J) \xi_1(J) .$$

La condition $H_3(0^+) = H_3(0^-)$ devient donc

$$+\beta \xi_1' + \sum_{J=1}^2 \Omega(J) \xi_1(J) = 0$$

Les conditions aux limites s'écrivent alors sous la forme du système :

$$\begin{bmatrix} ic_{14}p(1) + c_{66} \Omega(1) p(1) + e_{22} & ic_{14} p(2) + c_{66} \Omega(2) p(2) + e_{22} \\ \beta + \Omega(1) & \beta + \Omega(2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(1) \\ \xi_1(2) \end{bmatrix} = 0$$

(A . 1 . 5)

Nous avons recherché numériquement une valeur de la vitesse qui vérifie, par l'intermédiaire des $p(J)$ et $\Omega(J)$ le déterminant du système (A.5). Cela s'est avéré impossible ce qui nous permet de conclure que l'onde transverse est une onde de volume et non une onde de surface.

ANNEXE 2 : ETUDE DU MODE DE RAYLEIGH DANS LiNbO_3 (Y - Z)

A - 2.1. - Equation caractéristique

Cette solution est obtenue pour $|\Delta_2| = 0$ (d'après I-2.9.)

$$\begin{array}{cccc}
 c_{11}\Omega^2 - 2i c_{14}\Omega & (c_{13} + c_{44}) i\Omega & - (e_{22}\Omega + i e_{15}) & - e_{31}\Omega \\
 + \rho v^2 - c_{44} & - c_{14}\Omega^2 & & \\
 (c_{13} + c_{44}) i\Omega & c_{44}\Omega^2 + \rho v^2 & - e_{15}\Omega & - i e_{33} \\
 - c_{14}\Omega^2 & - c_{33} & & = 0 \\
 \mu_0 v^2 (e_{22}\Omega & \mu_0 v^2 e_{15}\Omega & \mu_0 v^2 \epsilon_{11} - 1 & - i\Omega \\
 + i e_{15}) & & & \\
 \mu_0 v^2 e_{31}\Omega & \mu_0 v^2 i e_{33} & - i\Omega & \Omega^2 + \mu_0 v^2 \epsilon_{33}
 \end{array}$$

(A.2.1)

En développant le déterminant, on obtient l'équation caractéristique qui est du 3ème degré en Ω^2 . Elle est de la forme :

$$X_1 \Omega^6 + i X_2 \Omega^5 + X_3 \Omega^4 + i X_4 \Omega^3 + X_5 \Omega^2 + i X_6 \Omega + X_7 = 0.$$

où les coefficients X_n où $n = 1, \dots, 7$ sont réels.

Si nous considérons $i\Omega = a$ comme inconnue, l'équation caractéristique a des coefficients réels et les racines obtenues sont groupées par paires conjuguées.

$$q_1 = a_1 + i b_1 \qquad \Omega_1 = - i a_1 + b_1$$

=>

$$q_2 = a_1 - i b_1 \qquad \Omega_2 = - i a_1 - b_1$$

Dans le cas du niobate de lithium, nous obtenons des racines avec des parties réelles et des parties imaginaires non nulles.

On sélectionne alors trois racines "du type Ω_1 " telles que la partie réelle soit positive car on a choisi dans la forme des solutions (I - 2.5.) un facteur de décroissance en $e^{\Omega k x_2}$ où $x_2 < 0$ dans le cristal.

Les trois solutions pour Ω sont notées $\Omega(J)$ avec $J = 1, 2, 3$. Pour chaque valeur de $\Omega(J)$; il existe une valeur $A_2(J)$, $A_3(J)$, $\xi_2(J)$, $\xi_3(J)$ pour les déplacements mécaniques et les champs électriques.

Calculons ces composantes. Dans ce but, modifions les deux dernières équations et nous obtenons le système suivant :

$$\left[c_{11} \Omega^2(J) - 2i c_{44} \Omega(J) + \rho v^2 - c_{44} \right] A_2(J) + \left[(c_{13} + c_{44}) i \Omega(J) + c_{14} \Omega^2(J) \right] A_3(J) - \left[e_{22} \Omega(J) + i e_{15} \right] \xi_2(J) - \left[e_{31} \Omega(J) \right] \xi_3(J) = 0$$

$$\begin{aligned} & \left[(c_{13} + c_{44}) i\Omega(J) - c_{14}\Omega^2(J) \right] A_2(J) + \left[c_{44}\Omega^2(J) + \rho v^2 - c_{33} \right] A_3(J) \\ & - \left[e_{15}\Omega(J) \right] \xi_2(J) - \left[i e_{33} \right] \xi_3(J) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[e_{31} + e_{15} - i e_{22}\Omega(J) \right] \Omega(J) \cdot A_2(J) + i \left[e_{33} - e_{15}\Omega^2(J) \right] A_3(J) \\ & - \left[i\Omega(J)e_{11} \right] \xi_2(J) + \left[e_{33} \right] \xi_3(J) = 0 \end{aligned}$$

(A.2.2)

Si nous divisons chacune des équations ci-dessus par $A_2(J)$, nous pouvons évaluer les rapports :

$$\frac{A_3(J)}{A_2(J)} \quad , \quad \frac{\xi_2(J)}{A_2(J)} \quad , \quad \frac{\xi_3(J)}{A_2(J)}$$

$$\frac{A_3(J)}{A_2(J)} = p(J) = \frac{D_1(J)}{D_4(J)}$$

$$\frac{\xi_2(J)}{A_2(J)} = r(J) = \frac{D_2(J)}{D_4(J)}$$

$$\frac{\xi_3(J)}{A_2(J)} = s(J) = \frac{D_3(J)}{D_4(J)}$$

où $D_1(J)$, $D_2(J)$, $D_3(J)$, $D_4(J)$ sont donnés par les expressions:

$$D_1(J) = \begin{vmatrix} -c_{11}\Omega^2(J) + 2i c_{14}\Omega(J) & - [e_{22}\Omega(J) + ie_{15}] & - e_{31}\Omega(J) \\ -\rho v^2 + c_{44} & & \\ c_{14}\Omega^2(J) - i(c_{13} + c_{44})\Omega(J) & - e_{15}\Omega(J) & - i e_{33} \\ -\Omega(J) [e_{31} + e_{15} - ie_{22}\Omega(J)] & - i \epsilon_{11} \Omega(J) & \epsilon_{33} \end{vmatrix}$$

$$D_2(J) = \begin{vmatrix} i(c_{13} + c_{44})\Omega(J) - c_{14}\Omega^2(J) & -c_{11}\Omega^2(J) + 2ic_{14}\Omega(J) & -e_{31}\Omega(J) \\ & -\rho v^2 + c_{44} & \\ c_{44}\Omega^2(J) + \rho v^2 - c_{33} & c_{14}\Omega^2(J) - i(c_{13} + c_{44})\Omega(J) & -ie_{33} \\ i [e_{33} - e_{15}\Omega^2(J)] & -\Omega(J) [e_{31} + e_{15} - ie_{22}\Omega(J)] & \epsilon_{33} \end{vmatrix}$$

$$D_3(J) = \begin{vmatrix} i(c_{13} + c_{44})\Omega(J) - c_{14}\Omega^2(J) & - [e_{22}\Omega(J) + ie_{15}] & -c_{11}\Omega^2(J) + 2i c_{14}\Omega(J) \\ & & -\rho v^2 + c_{44} \\ c_{44}\Omega^2(J) + \rho v^2 - c_{33} & -e_{15}\Omega(J) & c_{14}\Omega^2(J) \\ & & -i(c_{13} + c_{14})\Omega(J) \\ i [e_{33} - e_{15}\Omega^2(J)] & -i \epsilon_{11}\Omega(J) & -\Omega(J) [e_{31} + e_{15} \\ & & -ie_{22}\Omega(J)] \end{vmatrix}$$

$$D_4(J) = \begin{vmatrix} i(c_{13} + c_{44})\Omega(J) - c_{14}\Omega^2(J) & - [e_{22}\Omega(J) + i e_{15}] & - e_{31}\Omega(J) \\ c_{44}\Omega^2(J) + \rho v^2 - c_{33} & - e_{15}\Omega(J) & - i e_{33} \\ i [e_{33} - e_{15}\Omega^2(J)] & - i \epsilon_{11}\Omega(J) & \epsilon_{33} \end{vmatrix}$$

Compte tenu des résultats obtenus, on peut écrire les déplacements mécaniques et les champs électriques de la façon suivante :

$$\begin{aligned} U_2 &= \left[\sum_{J=1}^3 A_2(J) e^{\Omega(J) k x_2} \right] e^{i(k x_3 - \omega t)} \\ U_3 &= \left[\sum_{J=1}^3 p(J) \cdot A_2(J) e^{\Omega(J) k x_2} \right] e^{i(k x_3 - \omega t)} \\ E_2 &= \left[\sum_{J=1}^3 k \cdot r(J) \cdot A_2(J) e^{\Omega(J) k x_2} \right] e^{i(k x_3 - \omega t)} \\ E_3 &= \left[\sum_{J=1}^3 k \cdot s(J) \cdot A_2(J) e^{\Omega(J) k x_2} \right] e^{i(k x_3 - \omega t)} \end{aligned} \tag{A.2.3}$$

A - 2.2 - Conditions aux limites.

Introduisons les conditions aux limites du problème. La surface $x_2 = 0$ doit être libre de contraintes mécaniques.

La condition $T_2(0^-, x_3) = 0$ donne :

$$\sum_{J=1}^3 \left\{ \left[c_{11} \Omega(J) - i c_{14} \right] A_2(J) + \left[i c_{13} - c_{14} \Omega(J) \right] A_3(J) - e_{22} \xi_2(J) - e_{31} \xi_3(J) \right\} = 0$$

La Condition $T_4 (o^-, x_3) = 0$ donne :

$$\sum_{J=1}^3 \left\{ \left[i c_{44} - c_{14} (J) \right] A_2(J) + \left[c_{44} \Omega(J) \right] A_3(J) - e_{15} \xi_2 (J) \right\} = 0$$

La condition $T_6 (o^-, x_3)$ est vérifiée car $A_1 = \xi_1 = 0$ dans le mode de Rayleigh ici considéré.

La conservation en $x_2 = 0$ de la composante tangentielle du champ électrique et de la composante normale de l'excitation électrique apportent les équations :

$$\sum_{J=1}^3 \xi_3 (J) = \xi'_3$$

$$\sum_{J=1}^3 \left\{ \left[e_{22} \Omega(J) + i e_{15} \right] A_2(J) + \left[e_{15} \Omega(J) \right] A_3(J) + e_{11} \xi_2 (J) \right\} = \epsilon_0 \xi'_2$$

Sachant que

$$A_3 (J) = p (J) \cdot A_2 (J)$$

$$\xi_2 (J) = r (J) \cdot A_2 (J)$$

$$\xi_3 (J) = s (J) \cdot A_2 (J)$$

Les quatre équations ci-dessus se mettent sous la forme :

$$\sum_{J=1}^3 \left\{ \left[c_{11} \Omega(J) - i c_{14} \right] + p(J) \left[i c_{13} - c_{14} \Omega(J) \right] - e_{22} r(J) - e_{31} s(J) \right\}$$

$$A_2(J) = 0$$

$$\sum_{J=1}^3 \left\{ \left[i c_{44} - c_{14} \Omega(J) \right] + p(J) c_{44} \Omega(J) - e_{15} r(J) \right\} A_2(J) = 0$$

$$\sum_{J=1}^3 s(J) \cdot A_2(J) = \xi'_3$$

$$\sum_{J=1}^3 \left\{ \left[e_{22} \Omega(J) + i e_{15} \right] + e_{15} \Omega(J) + \epsilon_{11} r(J) \right\} A_2(J) = \epsilon_0 \xi'_2$$

(A.2.4)

De la valeur du champ électrique à l'extérieur du cristal, on peut déduire que :

$$\xi'_2 = i \xi'_3$$

$$\text{si l'on considère } |\beta| = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 1$$

En reportant ce résultat dans la dernière équation, celle-ci devient :

$$\sum_{J=1}^3 \left\{ \left[e_{22} \Omega(J) + i e_{15} \right] + e_{15} \Omega(J) p(J) + \epsilon_{11} r(J) - i \epsilon_0 s(J) \right\} A_2(J) = 0$$

$$\text{car } \xi'_3 = \sum_{J=1}^3 s(J) A_2(J)$$

Le système d'équations "aux limites" se met sous la forme

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2(1) \\ A_2(2) \\ A_2(3) \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{A.2.5})$$

où

$$d_{1J} = c_{11} \Omega(J) - i c_{14} + i c_{13} p(J) - c_{14} \Omega(J) \cdot p(J) - e_{22} r(J) - e_{31} s(J)$$

$$d_{2J} = i c_{44} - c_{14} \Omega(J) + c_{44} \Omega(J) p(J) - e_{15} r(J)$$

$$d_{3J} = e_{22} \Omega(J) + i e_{15} + e_{15} \Omega(J) p(J) + e_{11} r(J) - i e_0 s(J)$$

A - 2.3 - Calcul des amplitudes

D'après les équations (A.2.4), nous pouvons évaluer $A_2(2)$ et $A_2(3)$ en fonction de $A_2(1)$

$$\text{Posons } A_2(J) = \gamma(J) \cdot A_2(1) \quad (\text{A.2.6})$$

où $\gamma(J)$ est un nombre complexe. $(J = 1, 2, 3)$

Compte tenu de (A.2.5), on peut écrire :

$$d_{11} A_2(1) + d_{12} A_2(2) + d_{13} A_2(3) = 0$$

$$d_{21} A_2(1) + d_{22} A_2(2) + d_{23} A_2(3) = 0$$

D'autre part, la conservation en $x_2 = 0$ de la composante tangentielle du champ électrique permet d'écrire (A.2.4)

$$\sum_{J=1}^3 s(J) A_2(J) = \xi'_3$$

Nous pouvons évaluer $A_2(J)$ en fonction de ξ'_3 à l'aide du système :

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ s(1) & s(2) & s(3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2(1) \\ A_2(2) \\ A_2(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi'_3 \end{bmatrix}$$



$$A_2(1) = \frac{\delta_1}{\delta_4} \xi'_3$$

$$A_2(2) = \frac{\delta_2}{\delta_4} \xi'_3$$

$$A_2(3) = \frac{\delta_3}{\delta_4} \xi'_3$$

avec

$$\delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} \\ 0 & d_{22} & d_{23} \\ 1 & s(2) & s(3) \end{vmatrix}$$

$$\delta_2 = \begin{vmatrix} d_{11} & 0 & d_{13} \\ d_{21} & 0 & d_{23} \\ s(1) & 1 & s(3) \end{vmatrix}$$

$$\delta_3 = \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} & 0 \\ d_{21} & d_{22} & 0 \\ s(1) & s(2) & 1 \end{vmatrix}$$

$$\delta_4 = \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ s(1) & s(2) & s(3) \end{vmatrix}$$

Les d_{ij} ont été définis en (A.2.5)

Les $\gamma(J)$ sont alors donnés par :

$$\gamma(1) = \frac{\delta_1}{\delta_1} = 1$$

$$\begin{aligned} \gamma(1) &= \frac{\delta_2}{\delta_1} \\ \gamma(3) &= \frac{\delta_3}{\delta_1} \end{aligned} \quad (\text{A.2.7})$$

Les solutions des équations du mouvement s'écrivent, compte tenu des $\gamma(J)$ à partir de (A.2.3) :

$$\begin{aligned} U_2 &= A_2(1) \left[\sum_{J=1}^3 \gamma(J) e^{\Omega(J) kx_2} \right] e^{i(kx_3 - \omega t)} \\ U_3 &= A_2(1) \left[\sum_{J=1}^3 \gamma(J) v(J) e^{\Omega(J) kx_2} \right] e^{i(kx_3 - \omega t)} \\ E_2 &= k A_2(1) \left[\sum_{J=1}^3 \gamma(J) e^{\Omega(J) kx_2} \right] e^{i(kx_3 - \omega t)} \\ E_3 &= k A_2(1) \left[\sum_{J=1}^3 \gamma(J) s(J) e^{\Omega(J) kx_2} \right] e^{i(kx_3 - \omega t)} \end{aligned}$$

pour $x_2 \leq 0$ (A.2.8)

ANNEXE 3 : ETUDE DE L'ONDE DE BLEUSTEIN-GULYAEV DANS LES CRISTAUX
HEXAGONAUX.

Nous étudierons d'abord l'onde transversale de volume polarisée suivant \vec{t} afin de pouvoir relier certains paramètres définis pour les ondes de volume à ceux définis pour les ondes acoustiques superficielles.

A . 3 . 1 . Caractéristiques de l'onde transversale de volume.

L'onde transversale de volume polarisée suivant $[010]$ et se propageant suivant $[100]$ peut être déterminée à partir de la matrice M . En effet, pour l'onde de volume, les facteurs de décroissance Ω sont nuls. Le système obtenu est :

$$\begin{bmatrix} \rho v^2 & -c_{44} & -i e_{15} \\ i \mu_0 v^2 e_{15} & \mu_0 v^2 \epsilon_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3(v) \\ \xi_2(v) \end{bmatrix} = 0$$

(A . 3 . 1)

Le déterminant du système doit être nul et son développement nous fournit l'équation :

$$(\rho \bar{v}_t^2 - c_{44}) \epsilon_{11} - e_{15}^2 = 0$$

où \bar{v}_t est la vitesse de l'onde transversale.

$$\bar{v}_t^{-2} = \frac{c_{44}}{\rho} \left[1 + \frac{e_{15}^2}{\epsilon_{11} c_{44}} \right]$$

(A . 3 . 2)

En posant

$$v_t^2 = \frac{c_{44}}{\rho}, \quad v_t \text{ est la vitesse de l'onde transversale en}$$

ne tenant pas compte de la piézoélectricité

$$K_{vol}^2 = \frac{e_{15}^2}{\epsilon_{11} c_{44}}, \quad K_{vol} \text{ correspond à une définition possible}$$

du coefficient de couplage électromécanique de l'onde transversale.

La relation (A.3.2) devient :

$$\bar{v}_t^{-2} = v_t^2 (1 + K_{vol}^2) \quad (\text{A . 3 . 3})$$

A . 3 . 2 . Caractéristiques de l'onde de Bleustein-Gulyaev.

L'équation caractéristique est obtenue en annulant le déterminant du système (III.2.2).

Le développement du déterminant prend une forme très simple :

$$(\Omega^2 - 1 + \mu_0 v^2 \epsilon_{11}) \left(\Omega^2 - 1 + \frac{v^2}{\bar{v}_t^2} \right) = 0$$

(A . 3 . 4)

Les solutions $\Omega(J)$ où $J = 1, 2$ se déduisent immédiatement

$$\Omega(1) = (1 - \mu_0 v^2 \epsilon_{11})^{1/2} \neq 1$$

$$\Omega(2) = (1 - v^2 / v_t^2)^{1/2}$$

(A . 3 . 5)

Seules sont retenues les valeurs positives de Ω , pour satisfaire à la condition :

$$e^{\Omega k x_2} \rightarrow 0 \quad \text{quand } x_2 \rightarrow -\infty$$

A chaque valeur $\Omega(J)$ correspondent des composantes $A_3(J)$, $\xi_1(J)$ et $\xi_2(J)$ de déplacement et de champ électrique. Evaluons ces composantes. Pour cela, considérons les équations du système (III.2.2).

$$[c_{44} \Omega^2(J) + \rho v^2 - c_{44}] A_3(J) - i e_{15} \xi_1(J) - e_{15} \Omega(J) \xi_2(J) = 0$$

$$[\mu_0 v^2 e_{15} \Omega(J)] A_3(J) - i \Omega(J) \xi_1(J) + [\mu_0 v^2 \epsilon_{11} - 1] \xi_2(J) = 0$$

En posant
$$p(J) = \frac{A_3(J)}{\xi_1(J)}$$

$$r(J) = \frac{\xi_2(J)}{\xi_1(J)},$$

ces deux équations permettent d'écrire

$$p(J) = \frac{D_1(J)}{D_3(J)}$$

$$r(J) = \frac{D_2(J)}{D_3(J)}$$

$$D_1(J) = \begin{vmatrix} i e_{15} & -e_{15} \Omega(J) \\ i \Omega(J) & \mu_0 v^2 \epsilon_{11}^{-1} \end{vmatrix}$$

$$D_2(J) = \begin{vmatrix} c_{44} \Omega^2(J) + \rho v^2 - c_{44} & i e_{15} \\ \mu_0 v^2 e_{15} \Omega(J) & i \Omega(J) \end{vmatrix}$$

$$D_3(J) = \begin{vmatrix} c_{44} \Omega^2(J) + \rho v^2 - c_{44} & -e_{15} \Omega(J) \\ \mu_0 v^2 e_{15} \Omega(J) & \mu_0 v^2 \epsilon_{11}^{-1} \end{vmatrix}$$

En développant $D_1(J)$, on remarque que pour la première racine $\Omega(1) = (1 - \mu_0 v^2 \epsilon_{11})^{1/2}$, $D_1(1) = 0$ d'où $p(1) = 0$

La contribution de $\Omega(1)$ est donc nulle pour les déplacements élastiques. Cette remarque nous servira plus loin pour calculer la profondeur de pénétration des ondes de BLEUSTEIN-GULYAEV. Les solutions peuvent donc s'écrire, compte tenu des résultats précédents :

$$E_1 = k \left[\sum_{J=1}^2 \xi_1(J) e^{\Omega(J) k x_2} \right] e^{i(k x_1 - \omega t)}$$

$$E_2 = k \left[\sum_{J=1}^2 r(J) \xi_1(J) e^{\Omega(J) k x_2} \right] e^{i(k x_1 - \omega t)}$$

$$U_3 = \left[p(2) \xi_1(2) e^{\Omega(2) k x_2} \right] e^{i(k x_1 - \omega t)}$$

Ces solutions doivent satisfaire aux conditions aux limites que l'on tire de (I.4.3).

$$\sum_{J=1}^2 \left[c_{44} \Omega(J) p(J) - e_{15} r(J) \right] \xi_1(J) = 0$$

$$\sum_{J=1}^2 \left[e_{15} \Omega(J) p(J) + \epsilon_{11} r(J) \right] \xi_1(J) = \epsilon_0 \xi_2'$$

ξ_2' étant la composante du champ électrique à l'extérieur du cristal.

D'après (I.3.6), $\xi_2' = -\frac{i}{\beta} \sum_{J=1}^2 \xi_1(J) = i \sum_{J=1}^2 \xi_1(J)$

d'où le système des conditions aux limites :

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(1) \\ \xi_1(2) \end{bmatrix} = 0$$

avec

$$d_{1J} = c_{44} \Omega(J) p(J) - e_{15} r(J)$$

$$d_{2J} = e_{15} \Omega(J) p(J) + \epsilon_{11} r(J) - i \epsilon_0$$

ANNEXE 4 : ETUDE DE L'ONDE DE BLEUSTEIN-GULYAEV DANS $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$

Comme pour les cristaux hexagonaux, nous considérerons d'abord l'onde transversale de volume polarisée suivant \vec{t} afin de pouvoir relier certains paramètres définis pour les ondes de volume et pour les ondes de surface.

A . 4 . 1 . Caractéristiques de l'onde transversale de volume.

L'onde transversale de volume polarisée suivant t et se propageant suivant $[110]$ peut être déterminée à partir de la matrice M . En effet, pour l'onde de volume, les facteurs de décroissance Ω sont nuls. Le système obtenu est :

$$\begin{bmatrix} \rho v^2 - c'_{44} & -i e'_{31} \\ i \mu_0 v^2 e'_{31} & \mu_0 v^2 \epsilon'_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_3^{(v)} \\ \xi_1^{(v)} \end{bmatrix} = 0$$

(A . 4 . 1)

L'équation caractéristique nous permet d'obtenir directement la vitesse \bar{v}_t de l'onde :

$$(\rho \bar{v}_t^2 - c'_{44}) \epsilon'_{11} - e'^2_{31} = 0$$

$$\bar{v}_t^2 = \frac{c'_{44}}{\rho} \left[1 + \frac{e'^2_{31}}{\epsilon'_{11} c'_{44}} \right]$$

(A . 4 . 2)

En posant :

$v_t^2 = \frac{c'_{44}}{\rho}$, vitesse de l'onde en négligeant la piézoélectricité.

$K_{vol}^2 = \frac{e'_{31}{}^2}{\epsilon'_{11} c'_{44}}$, carré du coefficient de couplage électromécanique de l'onde transversale de volume.

la relation (A.4.2.) devient :

$$v_t^{-2} = v_t^2 (1 + K_{vol}^2) \quad (A . 4 . 3)$$

A . 4 . 2 . Caractéristiques de l'onde de BLEUSTEIN-GULYAEV.

L'équation caractéristique est obtenue par la condition :

$$\begin{vmatrix} c'_{44} \Omega^2 + \rho v^2 - c'_{44} & -i e'_{31} & e'_{31} \Omega \\ i \mu_0 v^2 e'_{31} & \mu_0 v^2 \epsilon'_{11} + \Omega^2 & -i \Omega \\ -\mu_0 v^2 \Omega e'_{31} & -i \Omega & \mu_0 v^2 \epsilon'_{11} - 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (A . 4 . 4)$$

En développant le déterminant l'équation obtenue est du second degré en Ω^2 de la forme

$$X_1 \Omega^4 + X_2 \Omega^2 + X_3 = 0$$

où les coefficients X_i ($i = 1,2,3$) sont réels.

Les facteurs de décroissance Ω peuvent avoir quatre valeurs, deux sont réelles positives et les deux autres réelles négatives, ces dernières devant être écartées car $e^{\Omega k x_2}$ doit tendre vers zéro quand $x_2 \rightarrow -\infty$. Les valeurs $\Omega(1)$ et $\Omega(2)$ n'ont plus une expression analytique aussi simple que dans le cas des cristaux hexagonaux. Néanmoins, nous pouvons nous rendre compte que $\Omega(1)$ et $\Omega(2)$ sont du même ordre de grandeur que précédemment. En effet, en posant comme Tseng [19]

$$\bar{x} = \left(\frac{v}{v_t}\right)^2 \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{1 - K_{vol}^2}{1 + K_{vol}^2},$$

l'équation caractéristique prend la forme :

$$\Omega^4 - (2\alpha - \bar{x}) \Omega^2 + (1 - \bar{x}) = 0$$

Les solutions exactes sont :

$$\Omega^2 = \frac{1}{2} \left\{ (2\alpha - \bar{x}) \pm \left[(2\alpha - \bar{x})^2 - 4(1 - \bar{x}) \right]^{1/2} \right\}$$

mais si nous considérons $\alpha \neq 1$,

$\Omega^2(1) \neq 1$ et $\Omega^2(2) \neq (1 - \bar{x})$ sont solutions de l'équation caractéristique.

En continuant les calculs comme dans le cas des cristaux hexagonaux, nous pouvons déterminer les caractéristiques de l'onde de BLEUSTEIN-GULYAEV.

ANNEXE 5

V.1.1 FORMULATION UTILISANT LES CONSTANTES ELASTIQUES DU 3^è ORDRE.

Nous allons aborder dans ce premier paragraphe le problème de la génération harmonique d'ondes acoustiques superficielles dans un cristal de Li Nb O₃ (Y - Z). L'étude de la propagation de l'onde acoustique superficielle fondamentale a été effectuée dans le chapitre II et les constantes de propagation relatives à cette onde de Rayleigh Piézoélectrique ont été données dans la table 2.

Les déplacements élastiques U₂ et U₃ et les champs électriques E₂ et E₃ seront supposés être de la forme :

$$\begin{aligned}
 U_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n(x_3) \left\{ \left[\sum_{J=1}^3 \gamma(J) e^{n\Omega(J)kx_2} \right] e^{in(kx_3 - \omega t)} \right. \\
 &\quad \left. + \left[\sum_{J+1}^3 \gamma^+(J) e^{n\Omega^+(J)kx_2} \right] e^{-in(kx_3 - \omega t)} \right\} \\
 U_3 &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n(x_3) \left\{ \left[\sum_{J=1}^3 p(J)\gamma(J) e^{n\Omega(J)kx_2} \right] e^{in(kx_3 - \omega t)} \right. \\
 &\quad \left. + c.c. \right\} \\
 E_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} kA_n(x_3) \left\{ \left[\sum_{J=1}^3 r(J)\gamma(J) e^{n\Omega(J)kx_2} \right] e^{in(kx_3 - \omega t)} \right. \\
 &\quad \left. + c.c. \right\} \\
 E_3 &= \sum_{n=1}^{\infty} kA_n(x_3) \left\{ \left[\sum_{J=1}^3 s(J)\gamma(J) e^{n\Omega(J)kx_2} \right] e^{in(kx_3 - \omega t)} \right. \\
 &\quad \left. + c.c. \right\}
 \end{aligned}
 \tag{V . 1 . 1}$$

où le terme C.C. est le complexe conjugué du premier terme de l'accolade; $\gamma^+(J)$, $\Omega^+(J)$, $p^+(J)$, $r^+(J)$, $s^+(J)$ sont les quantités complexes conjuguées de $\gamma(J)$, $\Omega(J)$, $p(J)$, $r(J)$ et $s(J)$. $A_n(x_3)$ représente l'amplitude du $n^{\text{ème}}$ harmonique à la distance x_3 dans le cristal, obtenue pour le facteur de décroissance $\Omega(1)$ et pour $x_2 = 0$.

Pour étudier les effets non linéaires apparaissant au cours de la propagation il faut introduire les constantes élastiques du troisième ordre. L'équation non linéaire du mouvement peut se mettre sous la forme

| 42 | :

$$\frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_j \partial x_m} \left[c_{ijkm} + \frac{\partial U_p}{\partial x_q} M_{ijkmpq} \right] - e_{ijk} \frac{\partial E_k}{\partial x_j}$$

avec $M_{ijkmpq} = c_{ijkmpq} + \delta_{kp} c_{ijmq} + \delta_{ik} c_{jmpq} + \delta_{ip} c_{jkmq}$

(V . 1 . 2)

Les effets non linéaires d'origine piézoélectrique sont ici négligés. Les c_{ijkmpq} sont les constantes élastiques du troisième ordre.

L'équation du mouvement de U_2 prend la forme :

$$\frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_j \partial x_m} \left[c_{2jkm} + \frac{\partial U_p}{\partial x_q} M_{2jkmpq} \right] - e_{2jk} \frac{\partial E_k}{\partial x_j}$$

(V . 1 . 3)

où $j, k, m, p, q = 2, 3$ puisqu'il n'existe aucune composante de déplacement et de champ électrique suivant x_1 et que $\frac{\partial}{\partial x_1} = 0$

Les quantités M_{2jkmpq} intervenant dans l'équation (V.1.3) sont données dans la Table 8. Il a été tenu compte des relations entre constantes élastiques du 3^è ordre [43]. La table 8 montre que huit constantes élastiques du 3^è ordre interviennent dans l'équation du mouvement.

Après avoir développé l'équation du mouvement (V.1.3), nous y avons porté les expressions des différentes dérivées de U_2 , U_3 , E_2 et E_3 . Nous avons ensuite procédé par identification des termes en $e^{ni(kx_3 - \omega t)}$ où $n = 1, 2, 3, \dots$

En supposant dans les expressions des dérivées que :

$$\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 A_n}{\partial x_3^2} \ll \frac{1}{k} \frac{\partial A_n}{\partial x_3} \ll A_n \quad (V.1.4)$$

nous obtenons, pour $x_2 = 0$ le système différentiel suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial x_3} &= k^2 \Gamma_1 \left[2A_1 A_2 + 6 A_2 A_3 + 12 A_3 A_4 + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + n(n+1) A_n A_{n+1} + \dots \right] \\ \frac{\partial A_2}{\partial x_3} &= k^2 \left[\Gamma_2 A_1^2 + \Gamma_1 (3A_1 A_3 + 8 A_2 A_4 + \dots + n(n+2) A_n A_{n+2} + \dots) \right] \\ \frac{\partial A_3}{\partial x_3} &= k^2 \left[\Gamma_3 A_1 A_2 + \Gamma_1 (4 A_1 A_4 + 10 A_2 A_5 + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + n(n+3) A_n A_{n+3} + \dots) \right] \end{aligned} \quad (V.1.5.)$$

.....etc.....

TABLE 8 : VALEURS DES M_{2jkmq} INTERVENANT DANS L'EQUATION
DU MOUVEMENT (V.1.3)

| | |
|---|----------------------------------|
| $M_{222222} = c_{222} + 3c_{11}$ | $M_{223222} = c_{224} - c_{14}$ |
| $M_{222223} = c_{224} - 3c_{14}$ | $M_{223223} = c_{155} + c_{44}$ |
| $M_{222232} = c_{224} - c_{14}$ | $M_{223232} = c_{155} + c_{11}$ |
| $M_{222233} = c_{113} + c_{13}$ | $M_{223233} = -c_{134} - c_{14}$ |
| $M_{222322} = c_{224} - 3c_{14}$ | $M_{223322} = c_{113} + c_{44}$ |
| $M_{222323} = c_{155} + 2c_{13} + c_{44}$ | $M_{223323} = -c_{134}$ |
| $M_{222332} = c_{155} + c_{44}$ | $M_{223332} = -c_{134} - c_{14}$ |
| $M_{222333} = -c_{134}$ | $M_{223333} = c_{133} + c_{13}$ |
| $M_{232222} = c_{224} - 3c_{14}$ | $M_{233222} = c_{155} + c_{13}$ |
| $M_{232223} = c_{155} + 3c_{44}$ | $M_{233223} = c_{444}$ |
| $M_{232232} = c_{155} + c_{44}$ | $M_{233232} = c_{444} - c_{14}$ |
| $M_{232233} = -c_{134}$ | $M_{233233} = c_{344} + c_{44}$ |
| $M_{232322} = c_{155} + 2c_{44} + c_{13}$ | $M_{233322} = -c_{134}$ |
| $M_{232323} = c_{444}$ | $M_{233323} = c_{344} + c_{33}$ |
| $M_{232332} = c_{444}$ | $M_{233332} = c_{344} + c_{44}$ |
| $M_{232333} = c_{344} + c_{33}$ | $M_{233333} = 0$ |

Nous avons supposé jusqu'ici que l'onde acoustique se propageait dans un milieu sans pertes. Lorsque l'atténuation n'est pas négligeable, il convient d'ajouter un terme de pertes dans les équations (V.1.5). En tenant compte de l'atténuation qui augmente, dans les diélectriques, comme le carré de la fréquence [44] et en nous limitant à l'harmonique 3, le système différentiel (V.1.5) prend la forme :

$$\frac{\partial A_1}{\partial x_3} + \alpha A_1 = k^2 \Gamma_1 (2 A_1 A_2 + 6 A_2 A_3)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial x_3} + 4 \alpha A_2 = k^2 (\Gamma_2 A_1^2 + 3 \Gamma_1 A_1 A_3)$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial x_3} + 9 \alpha A_3 = k^2 (\Gamma_3 A_1 A_2)$$

(V.1.6)

Les constantes de couplage Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 sont des constantes élastiques du troisième ordre figurant dans la Table 8. La plupart de ces constantes n'ont encore pu être déterminées dans le niobate de lithium. Aussi, la résolution rigoureuse du système différentiel (V.1.6) n'a-t-elle pas été possible. Par contre, dans le cas des ondes de Bleustein-Gulyaev, une méthode analogue permet de montrer l'absence d'effets non linéaires dus à la propagation [45].

TABLE DES MATIERES.

INTRODUCTION. page 1

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES
SUPERFICIELLES. page 3

- I - 1 - Position du problème.
- I - 2 - Equations du mouvement et forme des solutions.
- I - 3 - Champ électromagnétique à l'extérieur du cristal.
- I - 4 - Conditions aux limites.
- I - 5 - Méthode générale du calcul.

CHAPITRE II : ETUDE DE L'ONDE DE RAYLEIGH PIEZOELECTRIQUE DANS LE
NIOBATE DE LITHIUM Li Nb O_3 ET DANS L'OXYDE DOUBLE
DE BISMUTH ET DE GERMANIUM $\text{Bi}_{12} \text{Ge O}_{20}$. page 8

- II - 1 - Introduction.
- II - 2 - Mode de Rayleigh dans Li Nb O_3 (Y - Z).
- II - 3 - Mode de Rayleigh dans $\text{Bi}_{12} \text{Ge O}_{20}$.

CHAPITRE III : ETUDE DE L'ONDE DE BLEUSTEIN-GULYAEV DANS LES CRISTAUX
HEXAGONAUX ET CUBIQUES. page 24

- III - 1 - Introduction.
- III - 2 - Cas des cristaux hexagonaux.
- III - 3 - Cas du $\text{Bi}_{12} \text{Ge O}_{20}$.

CHAPITRE IV : DETECTION OPTIQUE DES ONDES ACOUSTIQUES SUPERFICIELLES.

page 33

IV - 1 - Diffraction de la lumière par les ondes acoustiques superficielles.

IV - 1 - 1 - Diffraction par réflexion.

IV - 1 - 2 - Diffraction par transmission.

IV - 2 - Résultats expérimentaux.

CHAPITRE V : ETUDE DES EFFETS NON LINEAIRES AU COURS DE LA

PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES SUPERFICIELLES.

page 43

V - 1 - Génération harmonique.

V - 1 - 1 - Formulation utilisant les constantes élastiques du troisième ordre.

V - 1 - 2 - Modèle monodimensionnel.

1) Mise en équations.

2) Génération harmonique.

3) Résultats expérimentaux.

4) Conclusions.

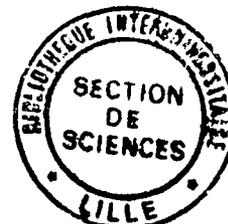
V - 2 - Convolution acoustique en surface.

V - 2 - 1 - Analyse théorique.

V - 2 - 2 - Résultats expérimentaux.

V - 3 - Conclusions.

CONCLUSION.



page 67

BIBLIOGRAPHIE.

page 69

ANNEXES.

| | |
|----------------|----------|
| ANNEXE 1 | page 73 |
| ANNEXE 1 - bis | page 88 |
| ANNEXE 2 | page 91 |
| ANNEXE 3 | page 102 |
| ANNEXE 4 | page 107 |
| ANNEXE 5 | page 110 |

TABLE DES MATIERES.

page 115