THÈSE

présentée à

La Faculté des Sciences de l'Université de Lille I

pour obtenir

le titre de DOCTEUR INGENIEUR

par

Alain CARLIER

Ingénieur IDN

Titre de la Thèse :

"Contribution à l'analyse et à la simulation de certains systèmes héréditaires"

Soutenue le 12 Juillet 1972 devant la commission d'examen :

Messieurs :	*P. VIDAL*	*Président*
	F. LAURENT	*Rapporteur*
	C. MAIZIERES	*Examinateur*
	R. BOSSUT	*Invité*

A mes Parents,

Avant - Propos

Le travail que nous présentons dans ce mémoire a été effectué au laboratoire d'Automatique de la Faculté des Sciences de Lille, sous la direction de Monsieur le Professeur Pierre VIDAL auquel nous exprimons toute notre gratitude pour l'accueil qu'il nous a réservé et le précieux enseignement qu'il a su nous dispenser.

Nous sommes particulièrement sensible au grand honneur qu'il nous a fait en acceptant de présider notre jury de thèse.

Que Monsieur LAURENT, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Lille I trouve ici l'expression de notre très profonde gratitude pour avoir dirigé cette thèse avec beaucoup d'intérêt et d'amicale bienveillance. Ses conseils éclairés nous ont été précieux dans bien des domaines.

Nous sommes reconnaissant à Monsieur MAIZIERES, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Lille I pour les encouragements et les conseils qu'il nous a toujours prodigués, nous faisant profiter de son expérience et de son amitié.

Monsieur BOSSUT, Directeur de l'Institut Industriel du Nord nous a permis d'effectuer une partie de nos recherches au laboratoire d'Automatique de son école et a accepté de faire partie de notre jury de thèse. Nous l'en remercions très sincèrement.

Enfin nous tenons à rendre hommage à l'esprit d'équipe qui règne dans le laboratoire où nous avons travaillé, les chercheurs et le personnel ont toujours répondu avec empressement à nos sollicitations et par leur amicale présence nous ont aidé dans notre travail. Nous adressons à chacun nos remerciements les plus vifs.

INTRODUCTION GENERALE

L'étude des systèmes réels conduit fréquemment à la mise en évidence de phénomènes du type hystérésis.

Un tel problème a déjà fait l'objet de nombreuses études permettant la détermination de méthodes élaborées de simulation.

Ainsi, plusieurs attitudes peuvent être adoptées :

La première consiste à rechercher une représentation mathématique très fidèle du phénomène d'hystérésis. Le modèle obtenu conduit alors à une génération précise des branches des cycles apparaissant en régime périodique et impose parfois l'utilisation d'une unité de calcul numérique /1//2//7/.

Un autre procédé nécessite la mise en œuvre de traducteurs de fonctions à semi-conducteurs associés à une commande logique mettant en jeu diverses variables analogiques . /3//4//5//6/

Il semble souvent suffisant d'introduire des caractéristiques linéaires par segments. Dans le cas de systèmes à faible hystérésis, l'utilisation de non-linéarités sans mémoire conduit à un résultat satisfaisant /8/, toutefois certains problèmes exigent une approche plus précise utilisant plusieurs pentes d'approximation. Dans ce cas, les méthodes diffèrent selon le procédé de génération des cycles utilisé .

L'influence de la linéarisation a été envisagée lors de la simulation d'éléments tels que la bobine à noyau de fer /9//10//11/, ou le relais à rebondissement /12/ ; ces résultats ont permis de mettre en évidence les écarts entre le modèle et le système réel.

Ce mémoire a pour but de présenter un modèle de génération des cycles d'hystérésis utilisant les propriétés spécifiques du sommateur capacitif.

En ce sens, nous proposons dans une première partie une méthode de simulation de certains systèmes héréditaires basée sur la translation de caractéristiques non-linéaires.

L'étude et la réalisation d'un module permettant la simulation du phénomène d'hystérésis fait l'objet d'une seconde partie.

Chapitre I

RECHERCHE D'UN MODELE DU PHENOMENE D'HYSTERESIS PAR DEPLACEMENT D'UNE CARACTERISTIQUE NON-LINEAIRE

I.1 - PRINCIPE GENERAL

I.1.*1*. *Introduction*

Les méthodes de simulation de cycles d'hystérésis actuellement utilisées mettent généralement en oeuvre des caractéristiques non linéaires à diodes. Celles-ci permettent l'élaboration, d'une part, de la caractéristique "d'aimantation moyenne", appelée très souvent courbe de première aimantation, d'autre part, de chacune des deux branches des cycles d'hystérésis./3/

La caractéristique d'aimantation moyenne est le lieu des sommets des cycles obtenus en régime permanent, lorsque l'entrée est périodique et symétrique. Elle est aussi considérée par certains auteurs comme la trajectoire du système évoluant à partir d'un état sans magnétisme rémanent, ni courant d'aimantation. En ce sens, elle peut être associée au premier régime transitoire considéré comme un régime particulier. Si d'une façon générale, on s'intéresse au régime dynamique, il convient d'élaborer un modèle qui reproduit fidèlement le phénomène d'hystérésis cyclique ou acyclique.

Dans une première partie, il est nécessaire d'étudier les paramètres caractérisant le régime périodique. Des travaux antérieurs ont abouti aux résultats suivants :

- d'une part, pour une entrée périodique et symétrique, un cycle est parfaitement défini par l'amplitude maximale de ce signal d'entrée.

- d'autre part, le signe de la dérivée de l'entrée oriente le choix d'une branche bien déterminée de ce cycle.

Très souvent, les méthodes de simulation ne permettent pas de traduire correctement les discontinuités intervenant lors du passage d'une branche à l'autre, ce qui fait apparaître un phénomène de saut : le point caractéristique du système "saute" d'un point M_1 à un point M_2, dont la distance à M_1 est parfois non négligeable. Ceci peut avoir des conséquences importantes sur l'évolution continue d'un processus comportant une caractéristique du type hystérésis.

Nous allons dans une seconde partie, mettre en évidence un mode de réalisation du phénomène d'hystérésis ne présentant pas l'inconvénient précédant.

I.1.2. *Enoncé du problème, formulation*

La diversité des domaines où intervient le phénomène d'hystérésis, nous amène à définir les notations générales :

x : variable d'entrée de l'hystérésis

y : variable de sortie.

x et y correspondant ainsi respectivement au courant magnétisant et au flux dans le cas de la bobine à noyau de fer.

Le principe proposé utilise deux caractéristiques non linéaires $y = f(x)$ et $y = g(x)$.

Etant donné la forme des courbes observées dans les phénomènes réels, les deux fonctions f et g sont choisies impaires, croissantes et vérifient, pour tout x, l'inégalité :

$$|f(x)| \geq |g(x)|$$

De plus f et g sont telles que leur concavité est tournée vers les y négatifs lorsque x est positif, soit :

$$\forall x > 0 \quad , \frac{d^2 f}{dx^2} < 0 \, , \frac{d^2 g}{dx^2} < 0$$

Considérons, dans le plan des variables (x, y) les cycles obtenus pour différentes amplitudes de signaux d'entrée périodiques et symétriques.

Il apparaît que chacune des branches d'hystérésis peut être assimilée à une courbe $f_i(x)$ appartenant à la famille de courbes F définie comme suit :

f_i appartient à F si et seulement si il existe X et Y tels que $y = f_i(x) = f(x-X)+Y$.

Cette relation traduit ainsi le fait que la courbe représentative de $f_i(x)$ se déduit de celle de f par une translation définie dans le plan des variables (x, y) par un vecteur $\vec{V}$ de composantes X et Y (Figure 1).

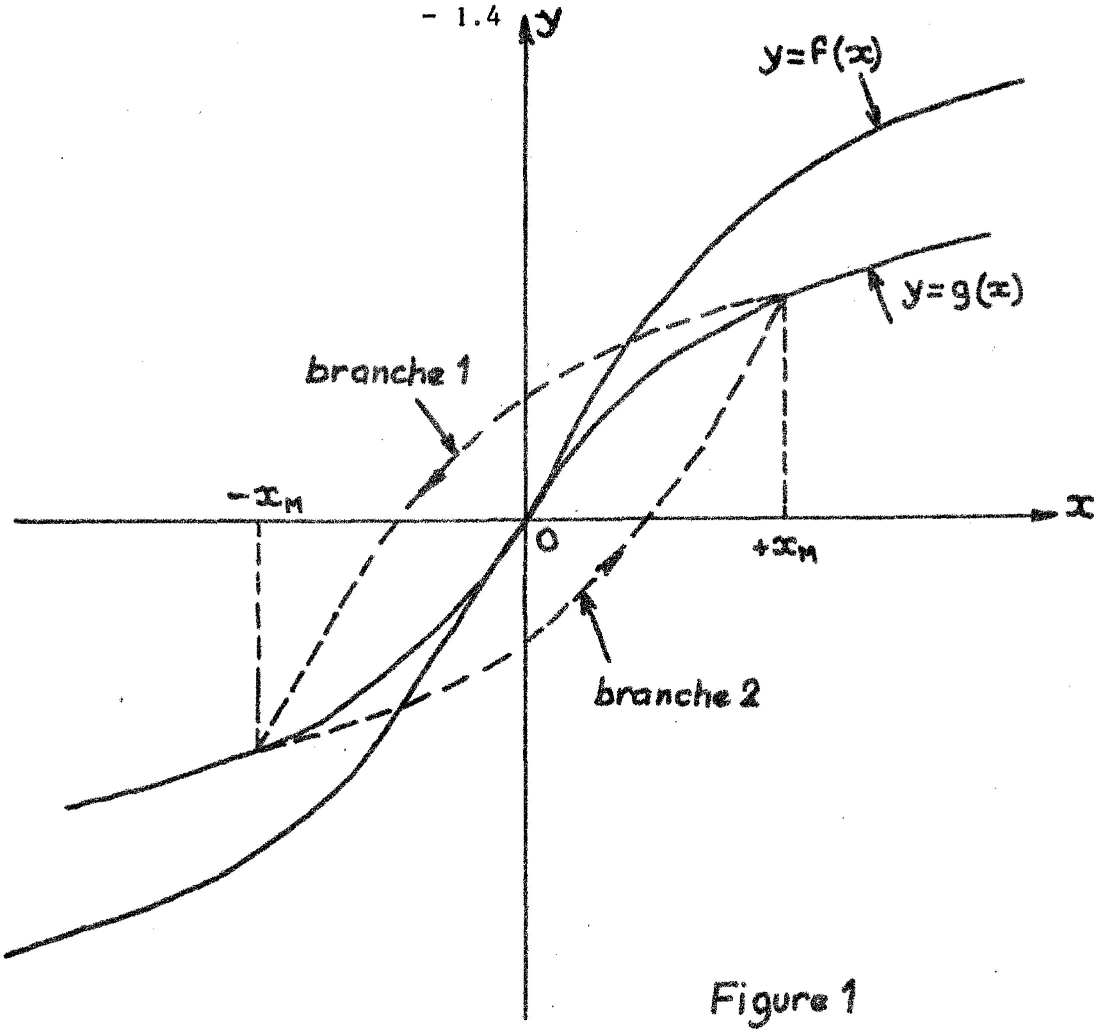


Figure 1

Les sommets des cycles se trouvent sur la courbe d'équation y = g(x), courbe d'aimantation moyenne et sont symétriques par rapport à l'origine des axes (figure 1).

Tout d'abord, il convient de remarquer une propriété de symétrie ; en effet, dans le cas d'une entrée symétrique, si l'une des branches du cycle se déduit de la courbe f(x) par la translation définie par le vecteur $\vec{V}$ de composantes X et Y, l'autre s'en déduit par la translation opposée caractérisée par le vecteur $\vec{V}_1 = -\vec{V}$ (-X, -Y).

Pour résoudre le problème des régimes transitoires apparaissant lors du passage d'un régime permanent à un autre régime permanent, nous adopterons le principe suivant :

A chaque extremum du signal d'entrée seront calculées les composantes X et Y du vecteur translation $\vec{V}$. Dans ces conditions, la courbe $f_i(x)$ définie passe par le point de coordonnées $(-x_0, g(-x_0))$, x_0 et y_0 étant les coordonnées du point représentatif du système correspondant à un extremum.

L'accrochage du système à une entrée d'amplitude différente peut alors se faire entre deux entrema consécutifs, dans les meilleures conditions.
Il vient ainsi le système d'équations :

(1) $y_0 = f(x_0 - X) + Y$

(2) $g(-x_0) = f\ (-x_0 - X) + Y$

Compte tenu des propriétés de f et g définies plus haut , ces relations prennent la forme :

(3) $y_0 = f(x_0 - X) + Y$

(4) $g(x_0) = f(x_0 + X) - Y$

La résolution d'un tel système montre qu'il existe deux couples de solutions (X, Y). Il convient alors d'imposer l'unicité de la solution. Le choix particulier du couple de solutions est fonction de la dérivée du signal d'entrée et définit ainsi parfaitement la branche du cycle d'hystérésis.

Lors de l'étude des exemples, il apparaît nécessaire de choisir le couple de solutions (X, Y) en fonction du signe de la dérivée de l'entrée après le passage à l'extremum. En particulier X sera pris du même signe que cette dérivée.

Ainsi chaque cycle, en régime permanent est décrit dans le même sens que dans les phénomènes réels.

La suite de ce chapitre est consacrée à deux modes de simulation. Dans un premier temps, une simulation numérique traite du cas où les courbes $y = f(x)$ et $y = g(x)$ sont des fonctions transcendantes. Dans un second temps, la linéarisation de ces deux fonctions conduit à une simulation hybride élaborée dans l'esprit du principe énoncé précédemment.

I.2 - CAS DE FONCTIONS TRANSCENDANTES - SIMULATION NUMERIQUE

I.2.1. *Principe*

Le souci de reproduire le plus fidèlement possible le phénomène réel d'hystérésis conduit à utiliser des fonctions complexes associées aux courbes f et g.

Il apparaît que des fonctions du type :

$y = \text{th } k\, x$ répondent aux critères énoncés lors du paragraphe précédent.

Posons : $y = f(x) = \text{th } k_1\, x$
$y = g(x) = \text{th } k_2\, x$ avec $k_1 > k_2$

Le système des deux équations (3) et (4) s'écrit alors :

(5) $$y_0 = \text{th } k_1\, (x_0 - X) + Y$$

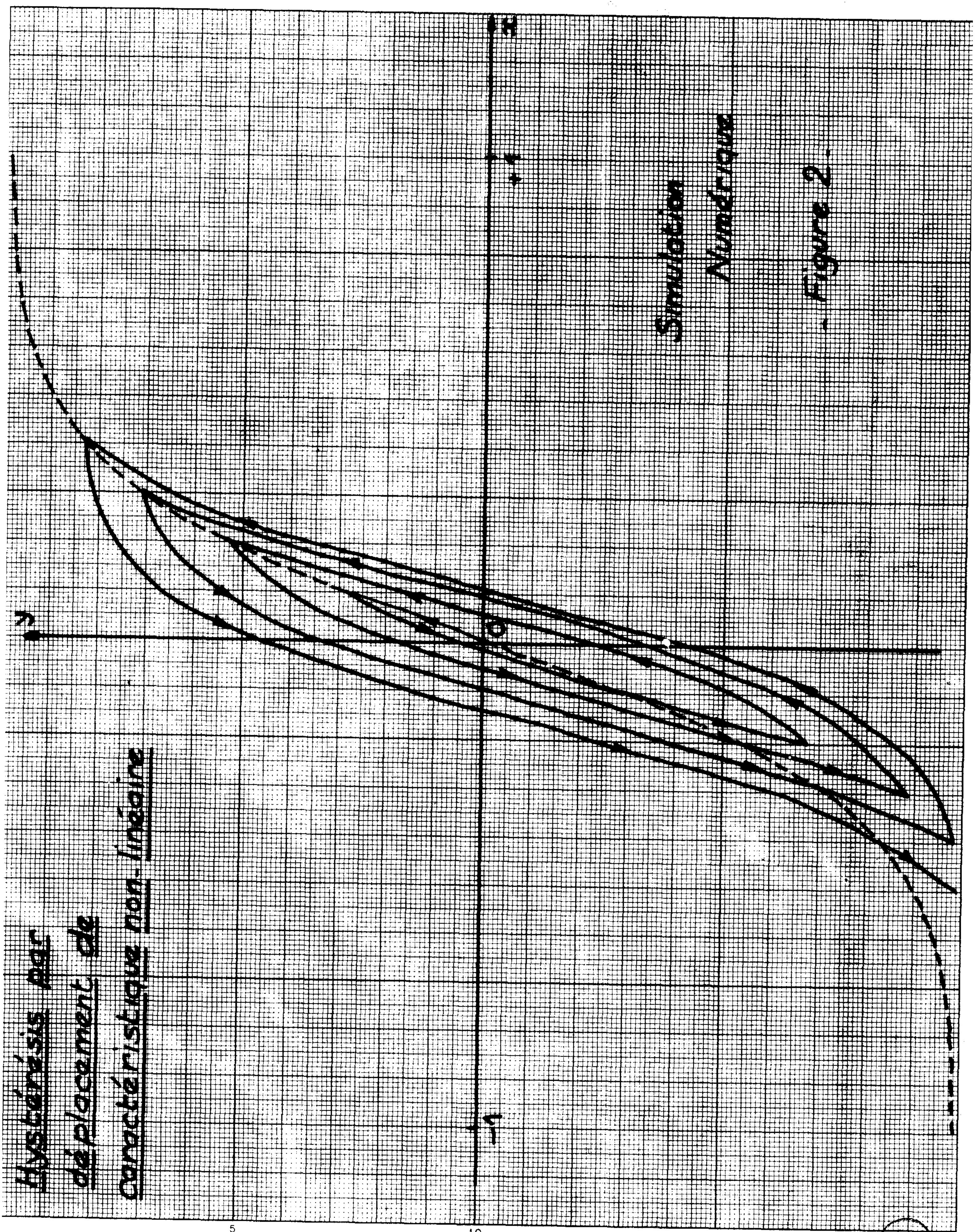
(6) $$\text{th } k_2\, x_0 = \text{th } k_1\, (x_0 + X) - Y$$

Les propriétés de la fonction th x conduit au nouveau couple d'équations :

(7) $$\text{th}^2\, k_1\, X = \frac{y_0 + \text{th } k_2\, x_0 - 2\, \text{th } k_1\, x_0}{\text{th } k_1\, x_0 \left[\text{th } k_1\, x_0\, (y_0 + \text{th } k_2\, x_0) - 1\right]}$$

(8) $$Y = y_0 - \text{th } k_1\, (x_0 - X)$$

La résolution de ce système est réalisée dans le programme suivant écrit en FORTRAN II dont l'exploitation a été effectuée sur le calculateur PB 250. Il correspond à l'organigramme joint en annexe 1.


Hystérésis par
déplacement de
caractéristique non-linéaire
Simulation
Numérique
Figure 2
x
y
O
+1
-1
5
10
15
20

I.2.2. *Résultats de la simulation*

La simulation met en évidence le problème relatif au régime transitoire. Une solution à ce problème pour le transitoire initial consiste à forcer le système à suivre la courbe d'aimantation moyenne, mais lors d'un changement de régime, c'est-à-dire lorsque l'amplitude maximale du signal d'entrée varie au cours du temps on note des tendances à la saturation : X et Y ne sont plus définis mathématiquement du fait que $th^2X < 0$ ou que $|thX| > 1$.

Ce phénomène est mis en évidence sur le diagramme de la figure 2 où ont été représentés plusieurs cycles correspondant à une amplitude du signal d'entrée variant par pas de 0,1 à partir de 0,1.

Il est apparu intéressant de laisser le système se stabiliser afin de connaître les valeurs de X et Y associées à chaque amplitude de l'entrée lors du régime permanent correspondant.

I.3 - CAS DE FONCTIONS LINEARISEES. SIMULATION HYBRIDE

Il apparaît lors de l'étude des systèmes réels que l'approche par segments des branches d'hystérésis conduit d'une part, à une bonne approximation, et permet, d'autre part, une simulation sur calculatrice hybride. En effet considérons les deux fonctions f et g représentées figure 3.

Ces deux fonctions satisfont aux conditions énoncées plus haut.

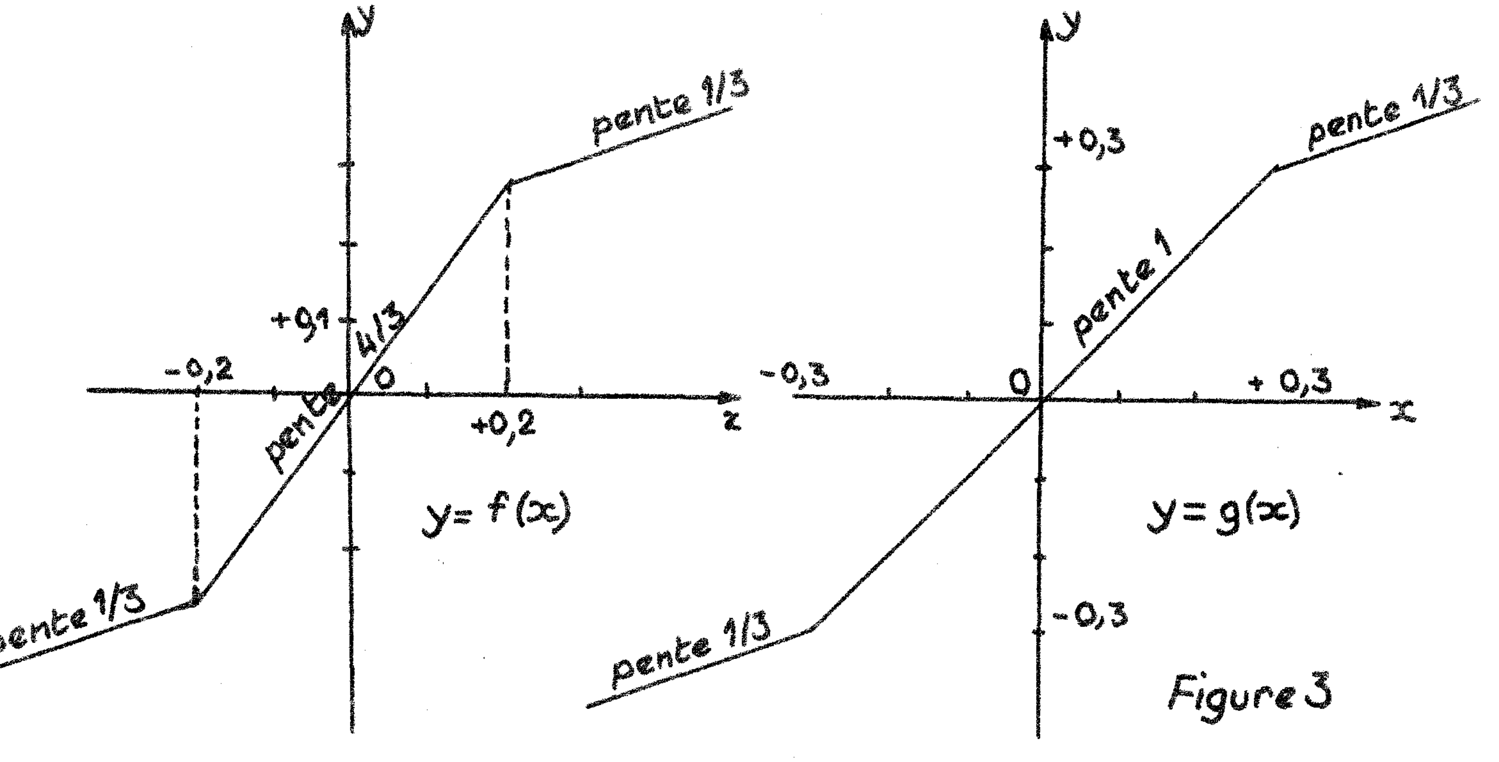


Figure 3

Principe de la simulation

La génération de f et g est facilement réalisée au moyen de traducteurs de fonctions à diodes du type de la figure 4.

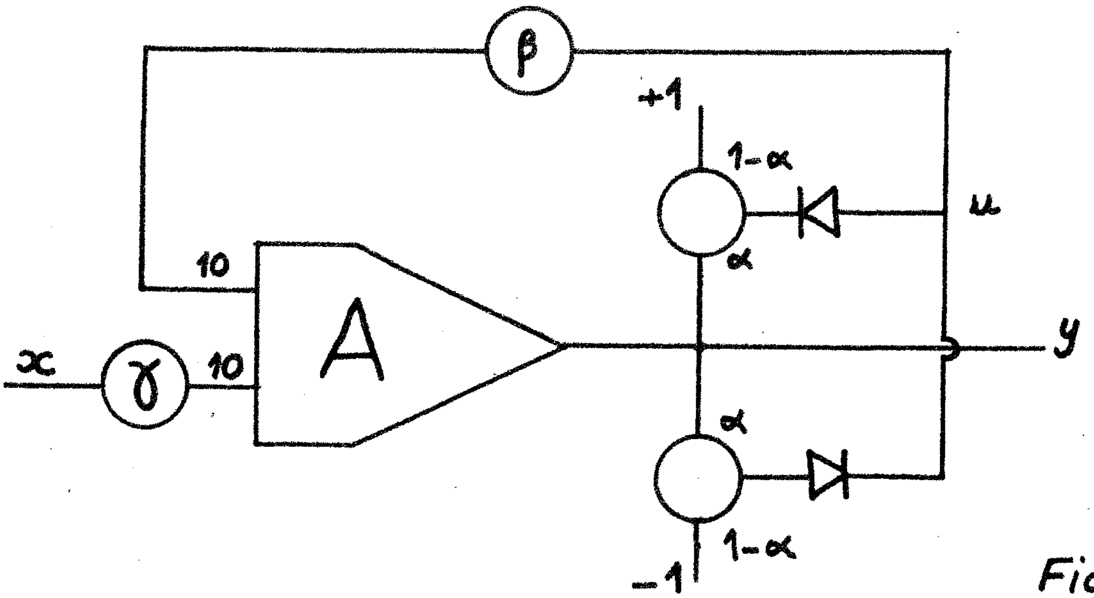


Figure 4

Il convient de remarquer que ce montage permet d'obtenir -f et -g.

Le calcul des coefficients α , β et γ pour la simulation de -f et -g donne les résultats suivants :

	f	g
α	0,21	0,231
β	0,38	0,26
γ	0,133	0,1

Il convient d'élaborer un schéma de simulation qui tienne compte des caractéristiques du système.

Dans cet esprit, il est nécessaire de résoudre à vitesse rapide l'équation implicite décrite en (10)

$$(10) \qquad f(x_0-X) + f(x_0+X) = y_0+g(x_0)$$

Cette équation s'obtient par élimination à partir des équations (3) et (4).

Une rampe X = kt est élaborée à haute fréquence. Le signe positif ou négatif de la pente de cette rampe est fonction de la dérivée du signal d'entrée lors du passage par un extremum. Lorsque l'équation (10) est vérifiée, la valeur de X est mise en mémoire.

Le schéma de la simulation est représentée sur la figure (5)

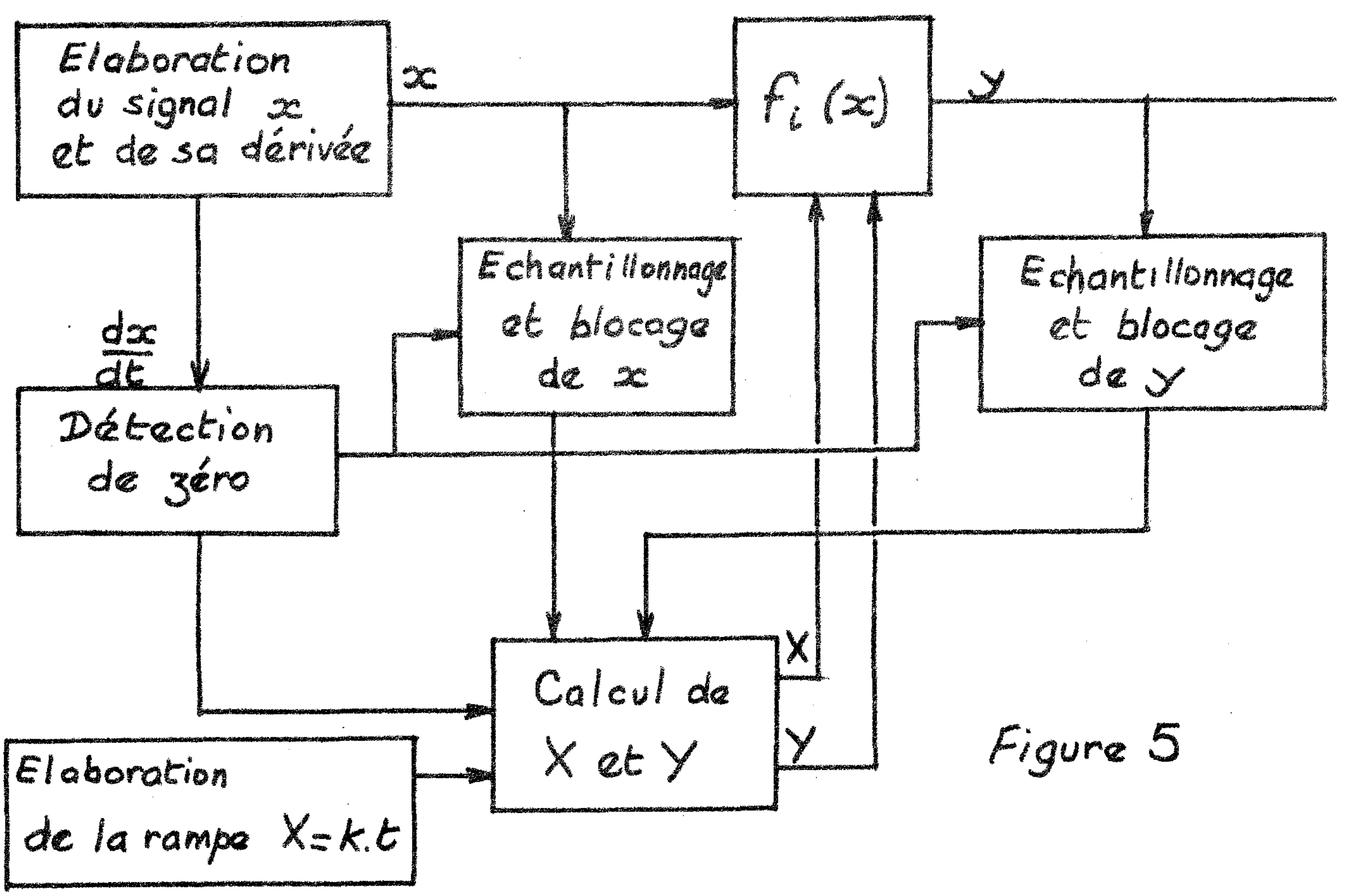


Figure 5

CONCLUSION

Le phénomène d'hystérésis peut être obtenu au moyen de fonctions plus ou moins complexes selon la forme des cycles à simuler. Une simulation hybride utilisant des traducteurs de fonctions ou nécessitant l'emploi du calculateur numérique a montré les problèmes qui apparaîssaient lors de l'élaboration des cycles:en particulier, il s'agit d'éviter la "saturation" lors du calcul du vecteur de translation.

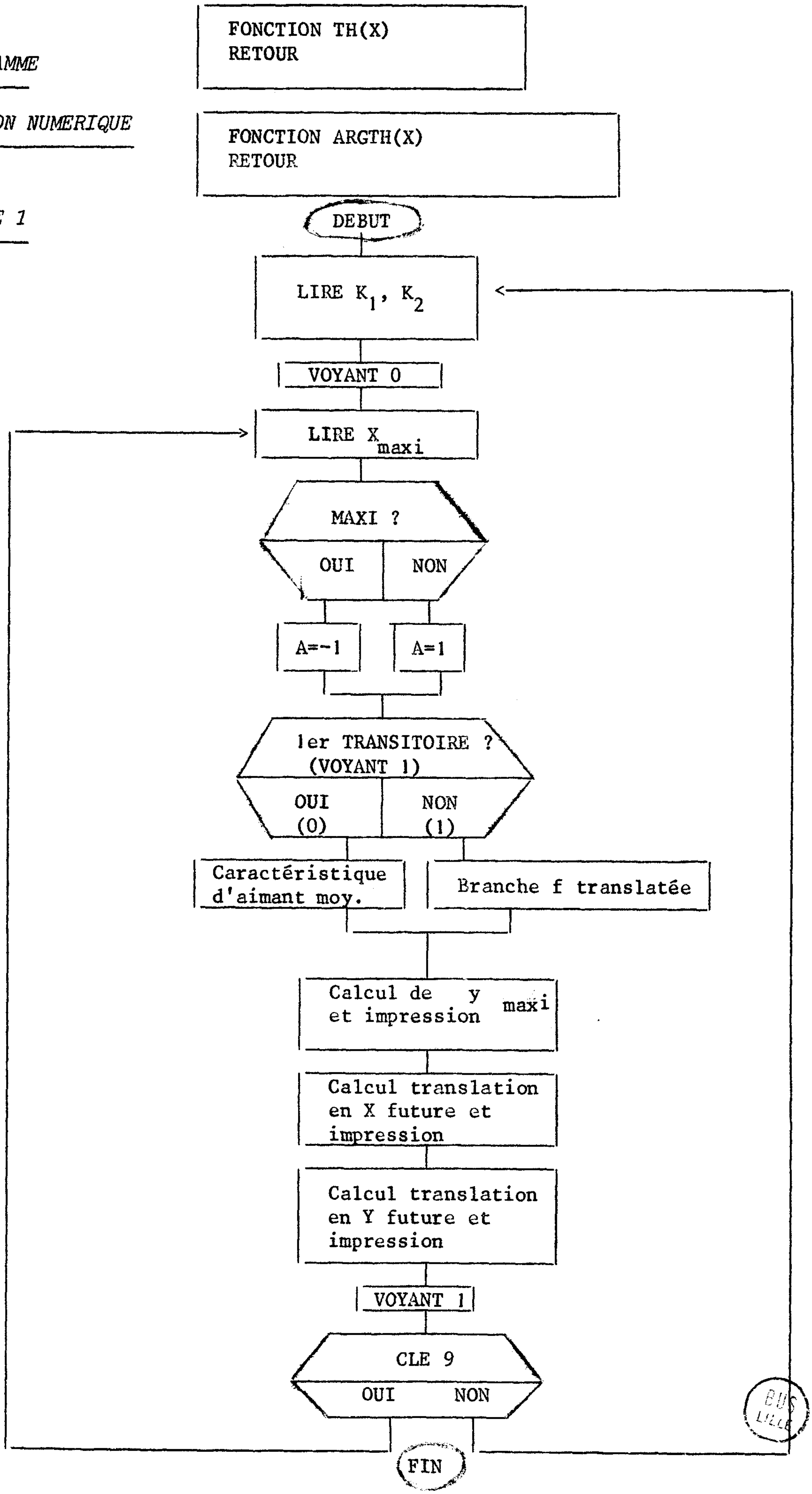
Enfin ce type de simulation nécessite l'emploi d'un matériel important, alors que le phénomène à élaborer n'est souvent qu'une partie, certes non négligeable d'un processus réel à commander.

En ce sens, il apparaît nécessaire de concevoir un système fiable permettant une reproduction aisée du phénomène d'hystérésis.

ORGANIGRAMME

SIMULATION NUMERIQUE

ANNEXE 1



SIMULATION NUMERIQUE

LISTING DU PROGRAMME

ANNEXE 2

```
FONCTION TH(R)
D1=EXP(R)
D2=1./D1
TH=(D1-D2)/(D1+D2)
RETOUR
FIN

FONCTION ARGTH(R)
S=(1.+R)/(1.-R)
ARGTH=LOG(S)/2.
RETOUR
FIN

100 LIRE A,B
VOYANT 0
XM1=0.
101 LIRE XM
QQ=XM-XM1
SI(QQ) 1,2,2
1 AA=1.
ALLERA 3
2 AA=-1.
3 XM1=XM
SI(VOYANT 1) 4,5
5 T=A*XM
YM=TH(T)
ALLERA 6
4 T=B*(XM-X)
YM=Y+TH(T)
6 IMPRIMER YM|_ ,0,7|
Z=A*XM
W1=TH(Z)
W=W1+YM
V=B*XM
U=TH(V)
T=(W-2.*U)/U/(U*W-2.)
SI(T) 100,7,7
7 S=1.-T
SI(S) 100,100,8
8 V=RAC(T)*AA
X=ARGTH(V)/B
IMPRIMERX|_ ,0,7|
Y=YM-(U-V)/(1.-U*V)
IMPRIMERY|.,0,7|
VOYANT 1
SI (CLE9) 101,100
FIN
```

RESULTATS DE SIMULATION NUMERIQUE

ANNEXE 3

11 ∅ ,

3. 4.

x_m	y_m	X	Y	
0.1	.2913126E 0	-.1414171E 0	-.4554821E 0	*
-0.2	-.6856164E 0	.9581090E- 1	.1428552E 0	
0.2	.5370495E 0	-.1528789E 0	-.3507659E 0	*
-0.3	-.8795706E 0	.9357425E- 1	.3813591E- 1	
0.3	.7162978E 0	-.1698521E 0	-.2381416E 0	*
-0.4	-.9643186E 0	.9968899E- 1	-.3790599E- 3	
0.4	.8336546E 0	-.1904174E 0	-.1487309E 0	*
-0.5	-.9937096E 0	.1127658E 0	-.8461585E- 2	
0.5	.9051482E 0	-.2131181E 0	-.8821492E- 1	*
-0.6	-.1001591E 1	.1309446E 0	-.7348799E- 2	
0.6	.9468060E 0	-.2370090E 0	-.5072552E- 1	*
-0.7	-.1002656E 1	.1523318E 0	-.4840073E- 2	
0.7	.9704519E 0	-.2615285E 0	-.2863575E- 1	*
-0.8	-.1002066E 1	.1755383E 0	-.2882055E- 2	
0.8	.9836748E 0	-.2863613E 0	-.1598897E- 1	*
-0.9	-.1001338E 1	.1997099E 0	-.1641084E- 2	
0.9	.9910074E 0	-.3113387E 0	-.8868843E- 2	*
-1.	-.1000803E 1	.2243678E 0	-.9149984E- 3	
1.	.9950547E 0	-.3383744E 0	-.4899750E- 2	*

(*) Les valeurs de X et Y correspondent dans ce cas à l'évolution en régime permanent pour un signal d'entrée d'amplitude maximale constante.

Chapitre II

LE SOMMATEUR CAPACITIF

Introduction

Le principe envisagé précédemment conduit à une simulation hybride nécessitant de nombreux éléments de calcul analogique. Aussi semble-t-elle peu avantageuse pour générer le phénomène d'hystérésis dans la simulation d'un processus réel.

Le présent chapitre va montrer comment l'utilisation d'éléments usuels conduit à la conception d'un système réalisant plus simplement la fonction d'hystérésis.

II.1 - PRINCIPE FONDAMENTAL

II.*1.1*. *Cas général*

Le principe utilisé repose sur la commutation d'impédances à l'entrée d'un amplificateur opérationnel./15/ /16/

Le circuit théorique comprend donc un amplificateur opérationnel A. Z(p) représente l'impédance en bouclage, n impédances $Z_i(p)$ $(0 \leq i \leq n-1)$ constituent les impédances d'entrée. Celles-ci peuvent être commutées soit à l'entrée directe de A, soit à la masse.

e(p) et s (p) représentent respectivement les entrée et sortie du système (Figure 1).

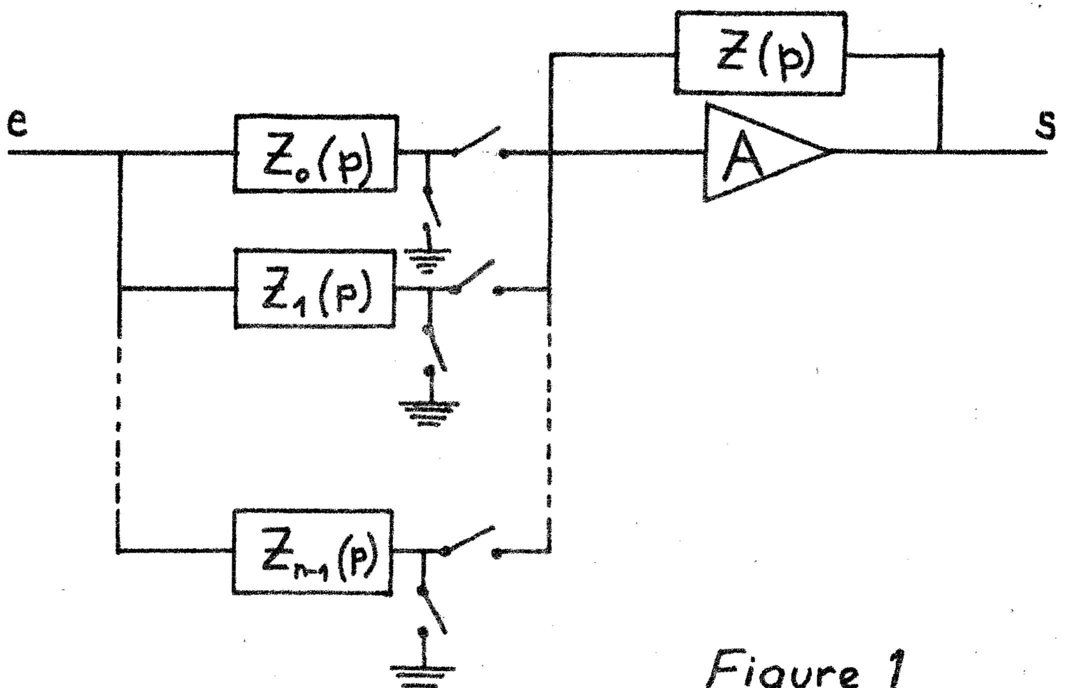


Figure 1

Il convient de définir les modes de fonctionnement de ce système dans le cas particulier où toutes les impédances sont purement capacitives.

En effet, le phénomène d'hystérésis faisant intervenir l'effet de mémoire, il apparaît utile d'orienter le choix des éléments vers des capacités.

Considérons le système représenté figure 2.

Nous nous proposons de définir les pentes des segments d'approximation des cycles d'hystérésis. La précision d'affichage de ces pentes dépend en particulier du nombre d'éléments commutables à l'entrée. Dans cet esprit, nous affectons à chacune des capacités un poids différent. Ainsi la capacité C_i sera affectée du poids 2^i.

Soit Γ la capacité en bouclage et C la capacité affectée du poids le plus faible.

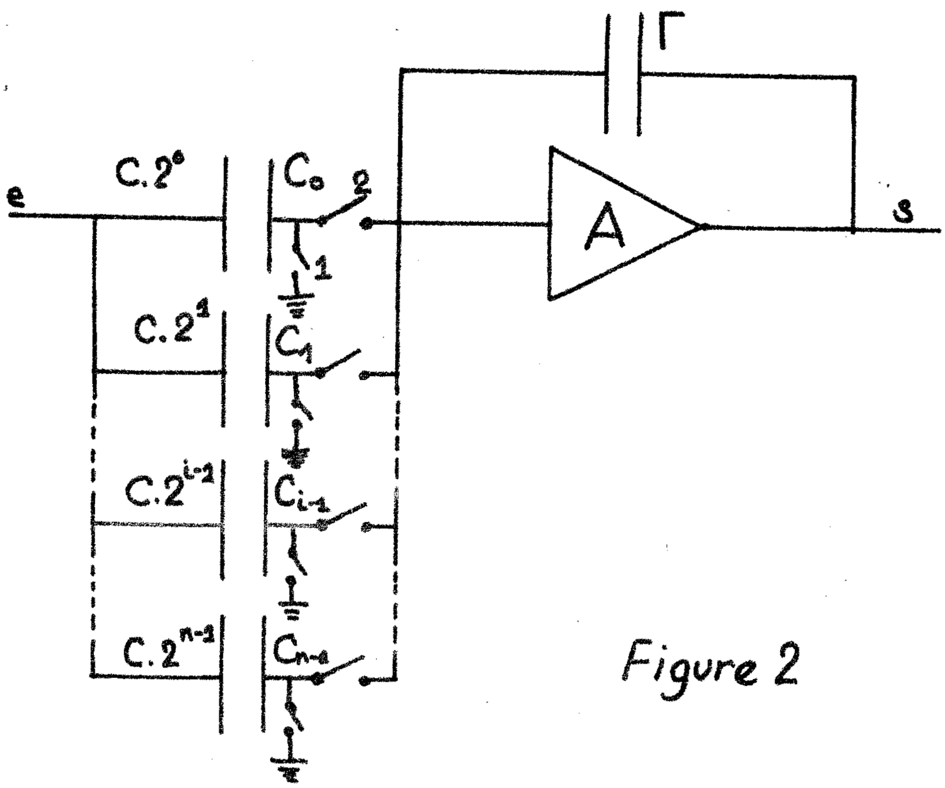


Figure 2

Chacune des capacités C_i prend alors la valeur :

$$(1) \qquad C_i = C \times 2^i$$

L'équation traduisant le fonctionnement du système s'écrit :

$$(2) \qquad \frac{s(p)}{e(p)} = - \frac{Cp}{\Gamma p} \sum_j 2^j$$

La somme Σ est étendue à tous les indices j correspondant aux capacités commutées à l'entrée de l'amplificateur.

Cette méthode permet d'afficher chaque pente d'approximation avec une précision relative de $\frac{1}{2^n}$.

Les capacités C et Γ n'intervenant que par leur rapport, il convient de choisir celui-ci en fonction de la plus petite pente affichée, donc de la précision désirée.

Si l'on s'impose de n'utiliser qu'un nombre précis de pentes, il apparaît nécessaire de mémoriser ces valeurs après codage en binaire. Ce choix induit celui des capacités qui seront commutées à l'entrée de l'amplificateur.

La logique élaborant la commande des diverses pentes fait l'objet d'une étude particulière qui est abordée lors de la dernière section de ce chapitre.

Nous considérons dans la suite, des exemples simples de sommateurs capacitifs, utilisant un nombre limité de segments. Ceci nous amène à choisir un mode de commutation adapté au résultat désiré.

II.1.2. *Cas du sommateur capacitif*

Soit le système décrit par le schéma de la figure 3 :

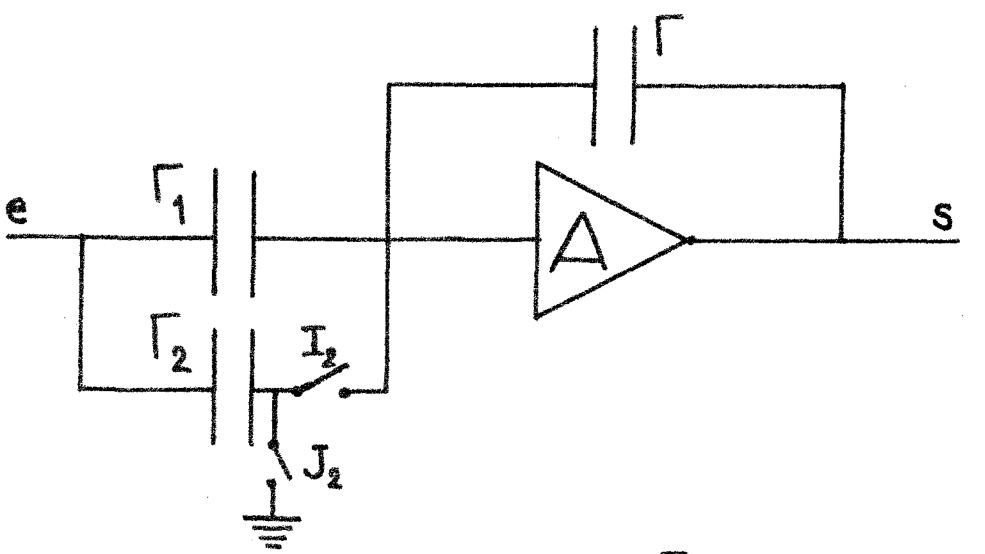


Figure 3

Nous définissons les modes de fonctionnement de la manière suivante : dans les modes M_1 et M_2, l'évolution du système est représenté par les équations

(3) mode M_1 : $$\frac{s(p)}{e(p)} = - \frac{\Gamma_1 p}{\Gamma\ p}$$

(4) mode M_2 : $$\frac{s(p)}{e(p)} = - \frac{(\Gamma_1+\Gamma_2)p}{\Gamma p}$$

Posant $s^{*}=-s$,

Dans le plan des variables (e, s^{*}), la trajectoire caractérisant l'évolution du système est constituée de segments de droites entre les instants de commutation.

Supposons que le système évolue à partir de conditions initiales nulles $e = 0$, $s = 0$ avec I_2 ouvert et J_2 fermé.

Notons t_1, l'instant correspondant à la commutation de Γ_2 à l'entrée. A l'instant t_2, la capacité Γ_2 est déconnectée de l'entrée et reliée à la masse. Ceci conduit aux résultats représentés figure 4.

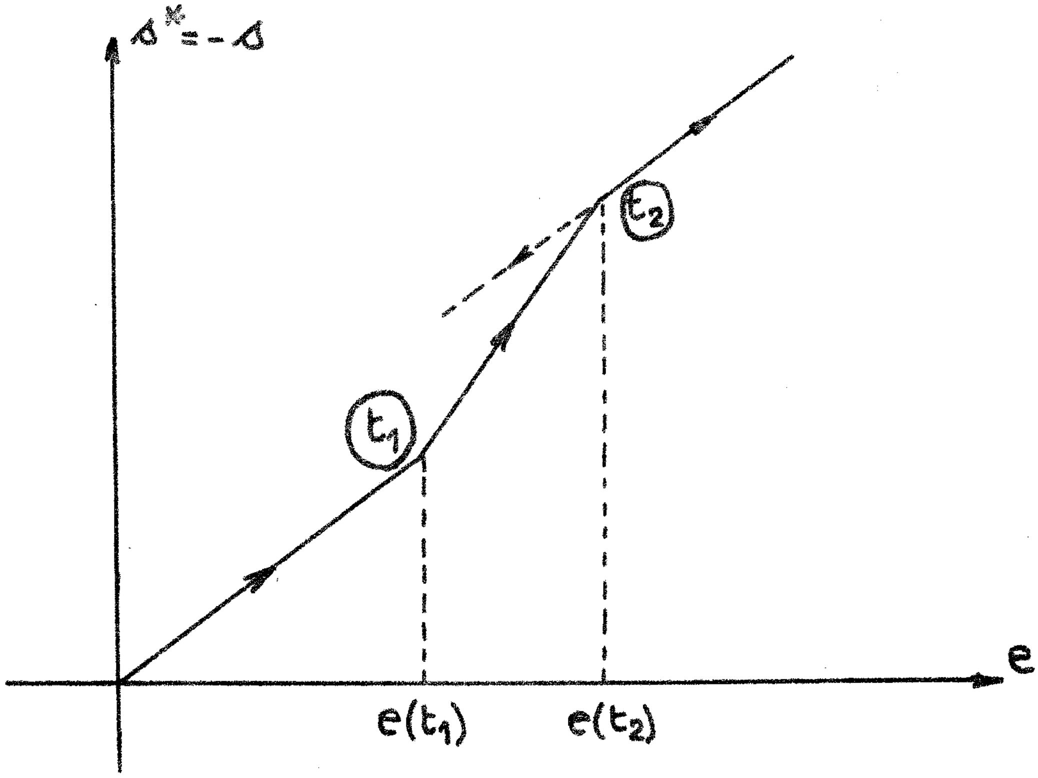


Figure 4

Un tel montage ne permet pas un réglage continu des pentes des segments d'approximation.

En ce sens, dans la réalisation de simulation exigeant une meilleure approche de la trajectoire du système, il semble intéressant de définir l'hystérésis à partir d'une caractéristique utilisant un plus grand nombre de segments.

II.2 - ETUDE DU SYSTEME GENERAL UTILISANT UNE APPROCHE PAR N+2 PENTES DES BRANCHES D'HYSTERESIS

Le but de cette étude est de générer des cycles d'hystérésis symétriques dans le plan (e, s^*), lorsque le signal d'entrée est lui-même symétrique.

En ce sens, il convient d'adopter une commande de la commutation qui reflète également cette propriété.

On considère dans le plan (e, s^*) n droites passant par l'origine des axes, de pentes θ_j. Ces n droites divisent le plan en 2n secteurs que l'on peut associer deux à deux. Chaque région R_j constituée par deux secteurs associés, est telle que, pour tout point de cette région de coordonnées (x, y), la double contrainte suivante est vérifiée :

$$(5) \qquad |\theta_j . x| < | y | < |\theta_{j+1} . x| \qquad 1 \leq j \leq n-1 \quad \text{(figure 5)}$$

Dans les régions ainsi définies, le point représentatif du système se déplace sur un segment de droite de pente α_j.

Il est alors nécessaire de définir la région particulière R_n associée à la contrainte :

$$(6) \qquad |\theta_n . x| < | y | < |\theta_1 . x| \qquad \text{(figure 5)}$$

En effet, le passage d'une branche à l'autre d'un cycle d'hystérésis est lié au signe de la dérivée du signal d'entrée lorsque les coordonnées du point représentatif satisfont à la contrainte (6).

La trajectoire du système est un segment de droite de pente α_0 si $\frac{de}{dt}$ est négatif. Sinon la pente du segment d'approximation prend la valeur α_n.

Enfin, pour tenir compte du comportement du système en régime de saturation, ce qui intervient lorsque la valeur absolue de l'entrée devient supérieure ou égale à une quantité e_j, nous choisissons une pente supplémentaire α_S qui est associée à la région R_0 du plan (e, s^*) .

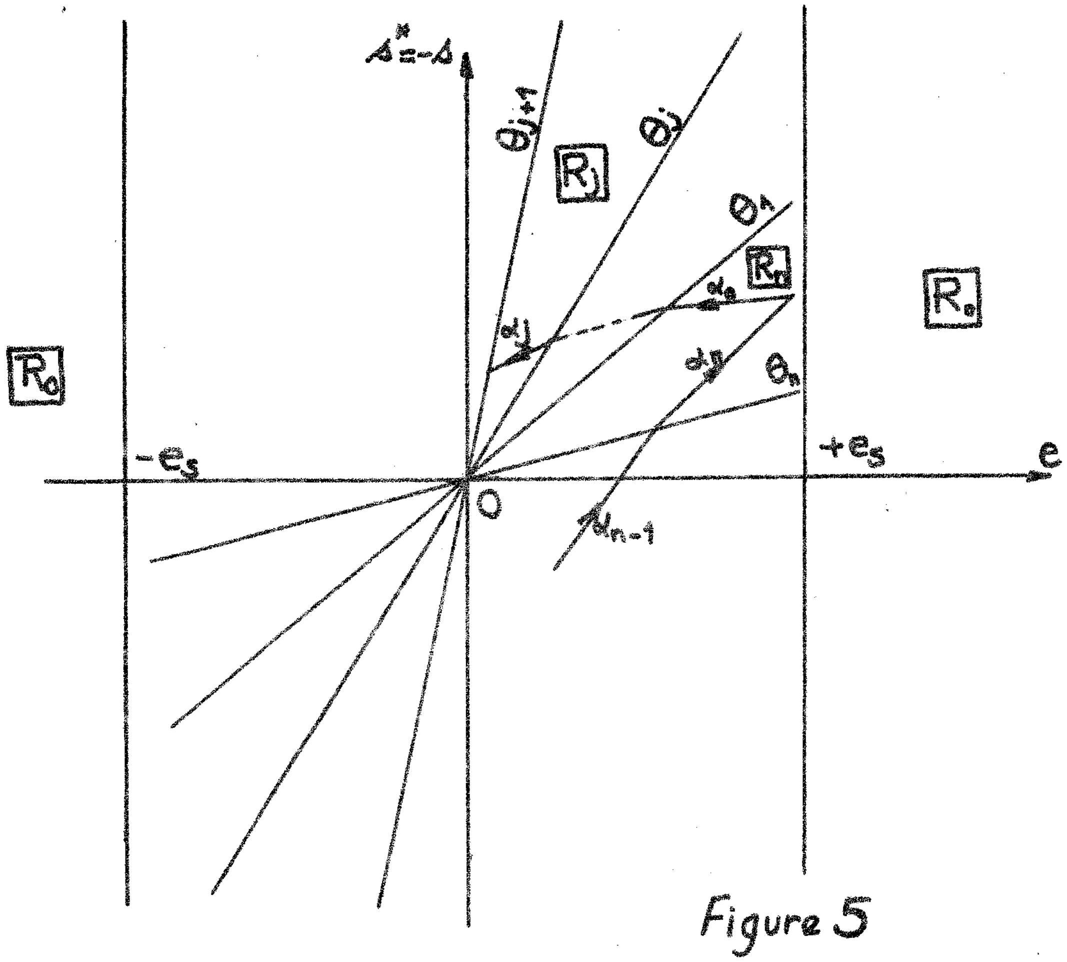


Figure 5

L'évolution du système simulé peut être schématisée par le tableau suivant :

		Signe de la dérivée de l'entrée	Pente du segment d'approximation
$1 \leq j \leq n-1$	$\{ R_j \}$	+	α_j
		-	
	$\{ R_n \}$	+	α_n
		-	α_0
	$\{ R_0 \}$	+	α_s
		-	

En ce sens, la pente de la trajectoire du système est liée au signe des quantités.

$$(7) \qquad \frac{de}{dt}, \ | e | - e_s, \ s^* - \theta_j . e$$

Ceci montre, en particulier, que le système sera commandé par n+2 paramètres pour obtenir une approche des branches du cycle par (n+2) segments de droite.

II.3 - PROPOSITION DE COMMANDE LOGIQUE UTILISANT UNE COMMUTATION RAPIDE POUR UN MODELE A n+2 PENTES D'APPROXIMATION

L'étude précédente a montré comment il était possible d'obtenir une approximation des cycles en fonction d'un nombre choisi de valeurs distinctes de pentes.

Il convient maintenant de se placer d'un point de vue plus pratique, c'est-à-dire de déterminer une commande logique assurant au système le fonctionnement souhaité.

Supposons que les (n+2) pentes soient classées dans l'ordre des valeurs croissantes. On a ainsi des inégalités du type :

(8) $\alpha_s \leq \alpha_0 \leq \alpha_1 \ldots \leq \alpha_n$ $\alpha_0 \neq 0$

Nous avons remarqué, lors du premier paragraphe du présent chapitre, que la pente de la trajectoire du système "sommateur capacitif" était liée à la valeur du rapport $\frac{C}{\Gamma}$, Γ étant la capacité en bouclage de l'amplificateur et C, la capacité équivalente en entrée.

Aussi, utilisant n+2 capacités C_i en entrée il est possible de calculer de proche en proche la valeur des pentes, en résolvant par exemple le système d'équations :

$$
(9) \quad \left[\begin{array}{l}
\dfrac{C_0}{\Gamma} = \alpha_s \\[2ex]
\dfrac{C_0+C_1}{\Gamma} = \alpha_0 \\
\vdots \\
\dfrac{C_0+C_1+\ldots+C_{n+1}}{\Gamma} = \alpha_n
\end{array}\right.
$$

La commande des modes de fonctionnement est réalisée à partir des (n+2) variables booléennes A_j déterminées par les inégalités suivantes :

$$
(10) \quad \left[\begin{array}{ll}
A_0 = 0 \iff \dfrac{de}{dt} > 0, & A_0 = 1 \iff \dfrac{de}{dt} < 0 \\[2ex]
A_1 = 0 \iff |e| - e_s > 0, & A_1 = 1 \iff |e| - e_s < 0 \\[2ex]
A_2 = 0 \iff s^* - \theta_1 e > 0, & A_2 = 1 \iff s^* - \theta_1 e < 0 \\
\vdots & \\
A_{n+1} = 0 \iff s^* - \theta_n e > 0, & A_{n+1} = 1 \iff s^* - \theta_n e < 0
\end{array}\right.
$$

Soit S_j la commande logique de la commutation de la capacité C_j à l'entrée de l'amplificateur ($j \geq 1$). ($S_j = 1$, si la capacité est commutée à l'entrée)

S_j apparaît comme une fonction booléenne des variables logiques A_k

$$S_j = f\ (A_0, A_1, \ldots , A_{n+1})$$

La valeur formelle de S_j est fonction du choix de la liste ordonnée des pentes α_i. Il semble donc difficile de préciser la forme de ces fonctions dans le cas général.

Cependant, il faut remarquer que, compte-tenu des contraintes physiques, la pente de saturation α_s, qui est la plus petite de toutes les pentes d'approximation, est associée au système logique :

(11) $\quad S_j = 0 \quad \forall\ j \geq 1$ ce qui correspond au cas où seule la capacité C_0 est commutée à l'entrée. Si nous posons :

(12) $$T = \overline{S}_1 \cdot \overline{S}_2 \ldots \overline{S}_{n+1}$$

La fonction logique T prend la forme suivante :

(13) $\quad T = \overline{A}_1 + g(A_o, A_2, A_3, \ldots, A_{n+1})$, expression dans laquelle A_1 est la variable logique associée au signe de l'expression $|\ e\ | - e_s$.

Dans le cas du sommateur capacitif comportant deux capacités en entrée, les fonctions logiques S_j prennent une forme particulièrement exploitable.

CONCLUSION

Le principe de réalisation du sommateur capacitif avec commutation de capacités pondérées en entrée permet une grande adaptabilité du modèle. En particulier, si l'on dispose d'une mémoire, il s'avère possible d'établir une préprogrammation des pentes en vue du résultat escompté.

L'étude du cas particulier du sommateur capacitif à deux pentes fera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre III

ETUDE DU SOMMATEUR CAPACITIF A DEUX PENTES

Introduction

Dans l'étude de nombreux systèmes physiques, le choix d'un modèle d'hystérésis correspondant à une caractéristique à deux pentes permet une représentation satisfaisante des phénomènes réels. C'est le cas généralement des cycles à allure de parallélogramme, dont les mémoires magnétiques de calculateur numérique sont un cas particulier.

*Dans cet esprit, le sommateur capacitif constitue une réalisation simple qui permet un réglage précis des **branches** d'hystérésis. Il est alors nécessaire d'adopter un nombre de segments suffisants pour obtenir une approximation satisfaisante des phénomènes réels.*

Un tel système conduit à envisager l'étude de deux propriétés importantes. Il convient d'une part, d'étudier la commandabilité du processus correspondant au modèle de simulation proposé, et, d'autre part, d'envisager les propriétés de stabilité du système afin de prévoir le comportement du sommateur capacitif lors du régime transitoire.

Nous nous proposons enfin de montrer que le modèle ainsi présenté génère des cycles d'hystérésis selon un processus voisin du principe exposé dans le premier chapitre.

III.1 - ETUDE DE LA COMMANDABILITE

III.*1.1.* *Théorie générale* /17/

Considérons un filtre linéaire monovariable représenté par une fonction de transfert d'ordre n d'expression :

$$(1) \qquad L(p) = \frac{b_0 + b_1 p + \dots + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + \dots + p^n} = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{s(p)}{e(p)}$$

L'étude de la commandabilité d'un tel système conduit à envisager une mise en équation basée sur la méthode des graphes.

En effet, il découle de l'équation (1) :

$$(2) \qquad e(b_0 + b_1 p + \dots + b_m p^m) = s\,(a_0 + a_1 p + \dots + p^n)$$

L'expression (2) peut être mise sous la forme suivante :

$$(3) \qquad e\left(\frac{b_0}{p^n} + \frac{b_1}{p^{n-1}} + \dots + \frac{b_m}{p^{n-m}}\right) = s\left(\frac{a_0}{p^n} + \frac{a_1}{p^{n-1}} + \dots + \frac{a_{n-1}}{p} + 1\right)$$

Soit encore :

$$(4) \qquad \begin{aligned} s = & \left[b_0 \left(\frac{1}{p}\right)^n + b_1 \left(\frac{1}{p}\right)^{n-1} + \dots + b_m \left(\frac{1}{p}\right)^{n-m} \right] e \\ & - \left[a_0 \left(\frac{1}{p}\right)^n + \dots + a_{n-1} \frac{1}{p} \right] s \end{aligned}$$

On en déduit le graphe relatif à cette fonction de transfert (figure 1).

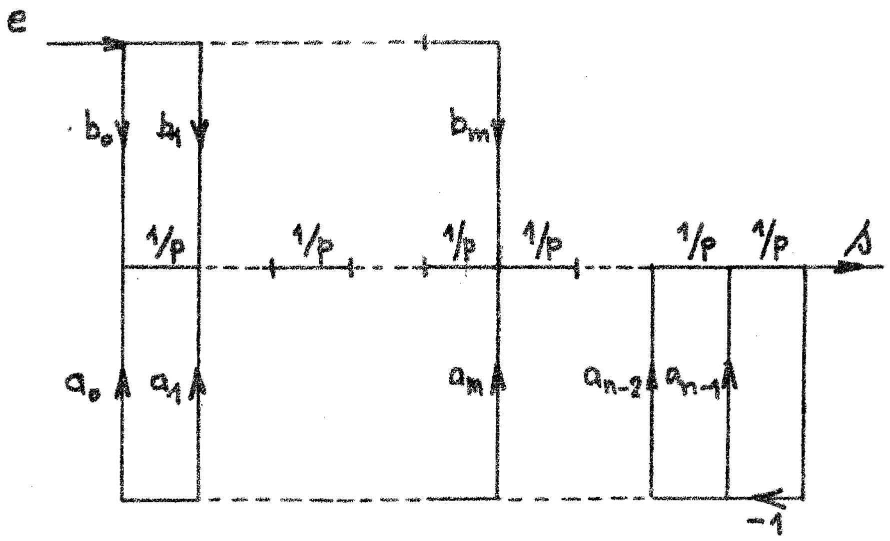


Figure 1

Si l'on note x_i, les variables de sortie des n intégrateurs représentés sur le graphe de la figure 1, le choix d'un vecteur état de $i^{ème}$ composantes x_i, conduit à décrire l'évolution du système par la relation :

(5) $\quad X' = AX + B.e$

A, matrice carrée d'ordre n à coefficients constants caractérisant le régime autonome.

B, vecteur de dimension n à coefficients constants.

Le choix des variables d'état x_i conduit à une description du système selon l'équation d'état (6).

$$
(6) \quad \left[\begin{array}{l}
x'_1 = - a_0 s + b_0 e \\
x'_2 = x_1 - a_1 s + b_1 e \\
\vdots \\
x'_{m+1} = x_m - a_m s + b_m e \\
\vdots \\
x'_n = x_{n-1} - a_{n-1} s \\
x_n = s
\end{array}\right.
$$

Il en résulte pour les matrices A et B la définition :

$$
A = \begin{bmatrix}
0 & \cdots & \cdots & 0 & - a_0 \\
1 & \ddots & & \vdots & - a_1 \\
0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\
\vdots & \ddots & \ddots & 0 & - a_m \\
0 & \cdots & 0 & 1 & \vdots \\
 & & & & - a_{n-1}
\end{bmatrix}
\qquad
B = \begin{bmatrix}
b_0 \\ \vdots \\ b_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0
\end{bmatrix}
$$

(7) (8)

Il convient alors d'étudier la commandabilité du système décrit par la relation (5).

Soit V_i, un vecteur propre de la matrice transposée de A, relatif à la valeur propre λ_i.

Ce vecteur se définit de façon évidente ; compte tenu de la représentation, il vient :

(9) $$A^T V_i = \lambda_i V_i$$

d'où :

(10) $$V_i^T = \begin{bmatrix} \lambda_i, & \dots, & \lambda_i^{n-1} \end{bmatrix}$$

avec :

(11) $$D(\lambda_i) = \lambda_i^n + a_{n-1} \lambda_i^{n-1} + \dots + a_1 \lambda_i + a_o = 0$$

Le système est commandable si, et seulement si, le vecteur B n'est pas orthogonal au vecteur V_i. Ceci est traduit par la non nullité de l'expression (12) :

(12) $$b_0 + b_1 \lambda_1 + \dots + b_m \lambda_1^m$$

Soit encore :

$$N(\lambda_i) \neq 0$$

Le critère de commandabilité s'exprime alors simplement.

Un système différentiel décrit par une fonction de transfert L(p) est commandable au sens de Kalman, si, et seulement si, la transmittance L(p) n'admet pas de pôle et de zéro commun.

III. *1.2. Cas du sommateur capacitif*

Considérons le système de la figure 2 :

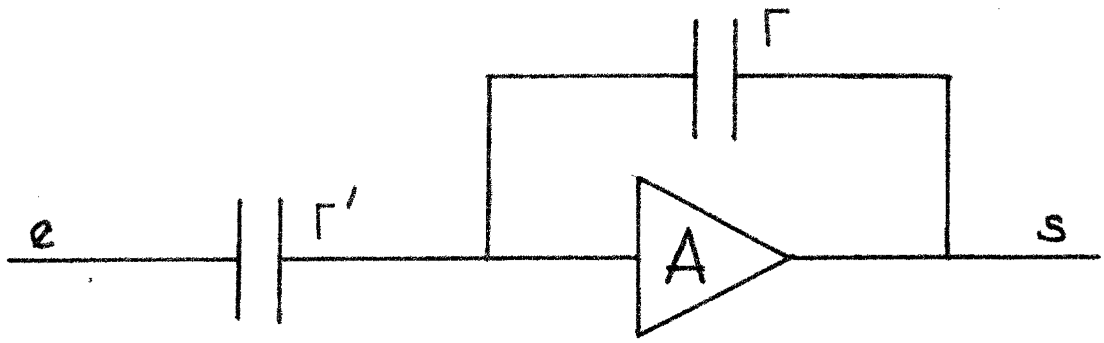


Figure 2

Dans ce schéma :

Γ' et Γ désignent respectivement les capacités d'entrée et de bouclage de l'amplificateur opérationnel A.

Les entrée et sortie de ce système sont respectivement notées e(p) et s(p).

Si $L(p) = \frac{s(p)}{e(p)}$ (13) représente la transmittance du sommateur capacitif,

$$(13) \qquad \frac{s(p)}{e(p)} = - \frac{\frac{\Gamma'}{p}}{\frac{\Gamma}{p}} = - \frac{\Gamma' p}{\Gamma p}$$

Il apparaît que cette fonction rationnelle en p admet le même pôle et zéro p = 0.

De ce fait, il est possible de conclure à la non commandabilité d'un tel système.

Celle-ci se déduit d'ailleurs de façon évidente de l'équation (14) qui traduit l'évolution de l'état x(t).

(14) $$x' = 0$$

$$s = x - \frac{\Gamma'}{\Gamma} e$$

Aussi la variable x peut-elle prendre une valeur apparemment arbitraire.

Dans ces conditions, il n'existe pas nécessairement une commande $u(t)$ définie sur $\left]t_0, t_1\right[$ permettant de transférer le système constitué par le sommateur capacitif de l'état initial X_0 à l'instant t_0 à l'état final quelconque X_1 à l'instant t_1.

III.2 - STABILITE DE CERTAINS REGIMES : CONDITION DE STABILITE DU REGIME ACCROCHE

III.2.1. *Contraintes à la commutation*

L'observation du phénomène réel nous incite à rechercher la relation liant la pente α de la droite de commutation Δ et les deux pentes θ_1 et θ_2 ($\theta_2 > \theta_1 > 0$) des segments de droite définissant le cycle d'hystérésis, afin de satisfaire certaines contraintes aux instants de commutation.

Considérons deux vecteurs unitaires $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ ayant pour support respectif les segments de pentes θ_1 et θ_2. Ces vecteurs sont choisis tels que leur composante suivant $\vec{Oe}$ soit du signe de la dérivée du signal d'entrée $\frac{de}{dt}$ (figure 3).

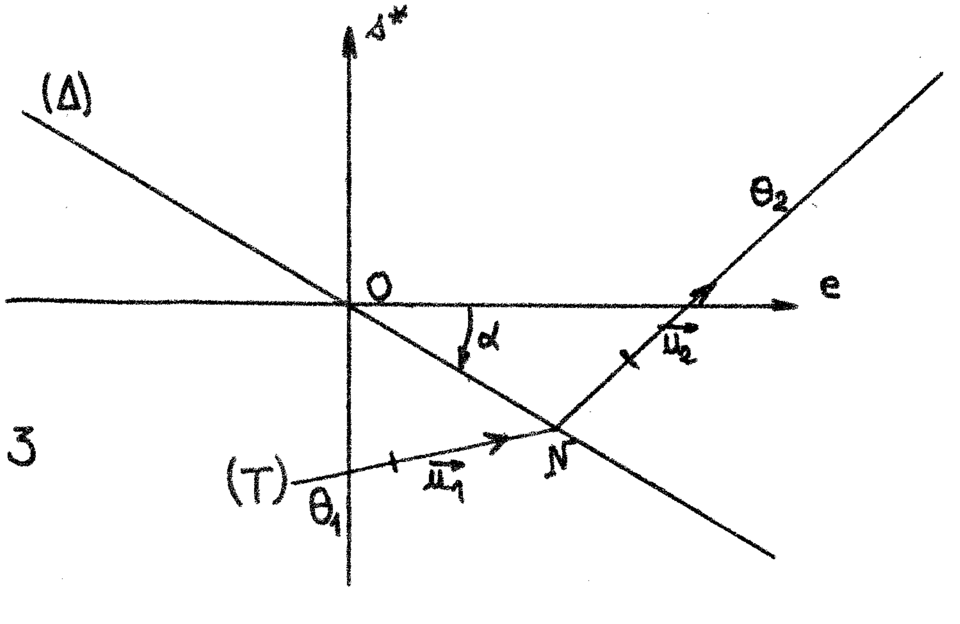


Figure 3

Soit N le point d'intersection de Δ et de la trajectoire T du système.

Par hypothèse, lorsque le point représentatif du système traverse la droite Δ , la pente de la trajectoire passe de la valeur θ_1, à la valeur θ_2. Ceci se traduit simplement par le fait que les projections de $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ sur une perpendiculaire à Δ sont de même signe, ce qu'exprime la relation :

(15) $\sin(\theta_2 - \alpha) . \sin(\theta_1 - \alpha) > 0$

Il vient :

(16) $\alpha > \theta_2$, ou

(17) $\alpha < \theta_1$.

III.2.2. *Etude de la condition de stabilité* /14/

Il convient tout d'abord de définir la notion de stabilité d'un cycle d'hystérésis.

Le cycle sera dit stable si la réponse du système à un signal d'entrée périodique est constituée en régime permanent par une oscillation stable, également périodique. En ce sens, il apparaît nécessaire de considérer des conditions initiales sur l'entrée et la sortie, notées respectivement

$$e_N(n) \quad \text{et} \quad s^*_N(n)$$

Le point représentatif du système dans son état initial est alors N(n). Admettons que $e_N(n)$ correspond à l'amplitude de saturation e_s, cette hypothèse ne diminue en rien la généralité du problème qui consiste à étudier la réponse du système à un signal symétrique d'amplitude constante.

Notons N(n), P(n), Q(n), S(n), N(n+1), les intersections des branches d'hystérésis avec les droites de commutation dans le plan (e, s^*) : (figure 4)

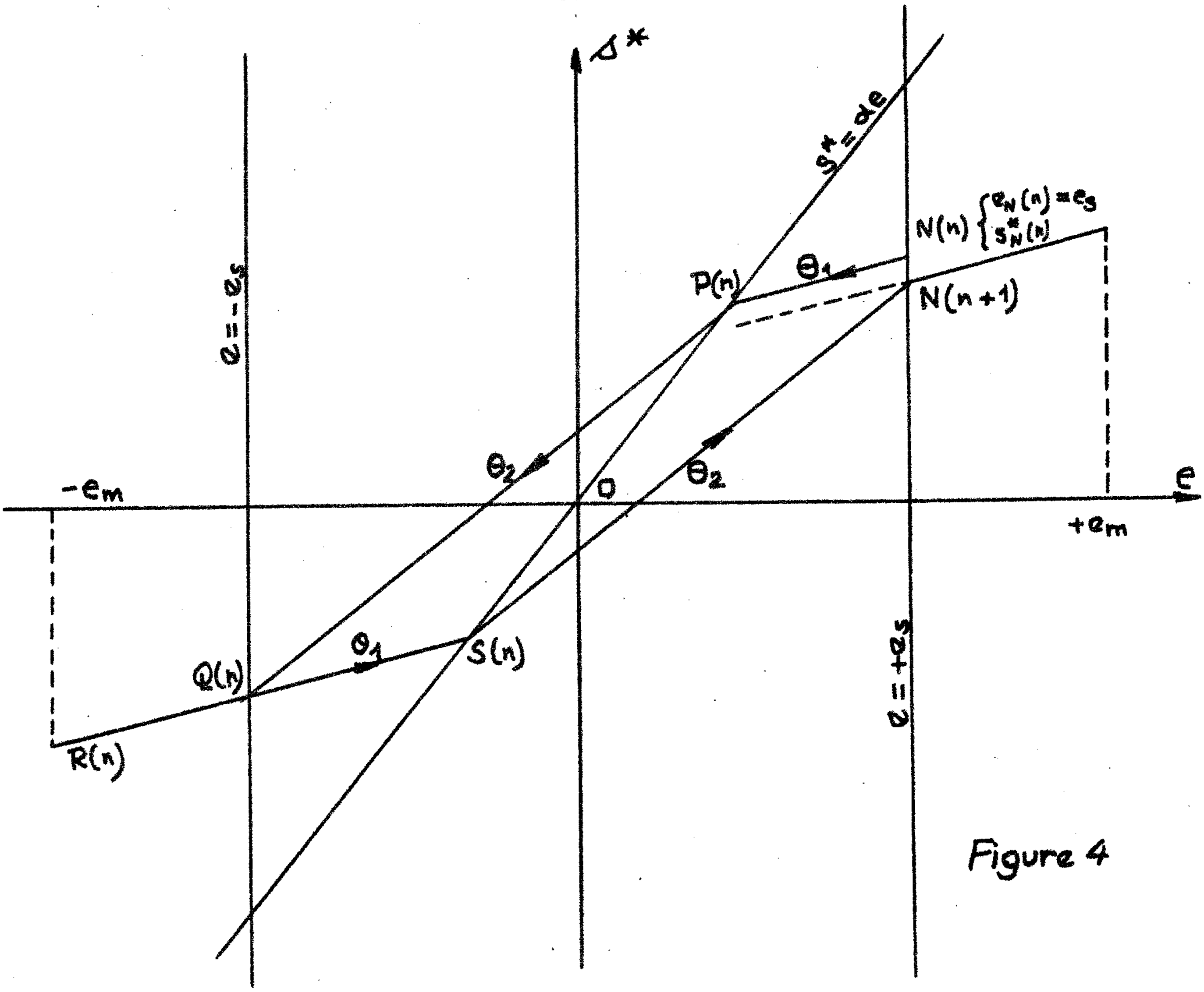


Figure 4

Le point N' (n+1) caractérise l'état du système après un cycle, l'évolution s'étant faite à partir du point N(n).

Les équations respectives des segments NP, PQ, QS, SN permettent d'obtenir les coordonnées des points N, P, Q, S, N.

Il vient dans ces conditions :

équation de NP $\iff$ $s^* = s^*_N\,(n) + \theta_1\,(e - e_N(n))$ (18)

d'où :

$$s^*_P(n) = \frac{\alpha}{\alpha-\theta_1}\quad s^*_N(n) - \frac{\alpha\theta_1}{\alpha-\theta_1}\;\; e_N(n) \qquad (19)$$

équation de PQ $\Longleftrightarrow$ $s^* = s_p^*(n) + \theta_2 \; (e - e_p(n))$

d'où :

$$s_Q^*(n) = s_p^*(n) \left[1 - \frac{\theta_2}{\alpha} \right] + \theta_2 \, e_Q(n) \qquad (20)$$

Or :

$$e_Q(n) = - e_s(n)$$

Soit :

$$s_Q^* \, (n) = s_p^*(n) \left[1 - \frac{\theta_2}{\alpha} \right] - \theta_2 \, e_N(n) \qquad (21)$$

équation de QS $\Longleftrightarrow$ $s^* = s_Q^*(n) + \theta_1 \; (e - e_Q(n))$ (22)

$$s_S^*(n) = \frac{\alpha}{\alpha-\theta_1} \; s_Q^*(n) + \frac{\alpha \; \theta_1}{\alpha-\theta_1} \; e_N(n) \qquad (23)$$

équation de SN $\Longleftrightarrow$ $s^* = s_S^* \, (n) + \theta_2 \; (e-e_S(n))$ (24)

$$s_N^* \, (n+1) = s_S^*(n) \left[1 - \frac{\theta_2}{\alpha} \right] + \theta_2 \, e_N(n) \qquad (25)$$

Le système d'équations (26) permet une étude de la stabilité des cycles d'hystérésis dans le sens de la définition précédemment énoncée.

(26)
$$
\left|
\begin{array}{ll}
s_P^*(n) = \dfrac{\alpha}{\alpha-\theta_1}\, s_N^*(n) - \dfrac{\alpha\ \theta_1}{\alpha-\theta_1}\, e_N(n) & (27) \\[2ex]
s_Q^*(n) = \left(1 - \dfrac{\theta_2}{\alpha}\right) s_P^*(n) - \theta_2\, e_N(n) & (28) \\[2ex]
s_S^*(n) = \dfrac{\alpha}{\alpha-\theta_1}\, s_Q^*(n) + \dfrac{\alpha\ \theta_1}{\alpha-\theta_1}\, e_N(n) & (29) \\[2ex]
s_N^*(n+1) = \left(1 - \dfrac{\theta_2}{\alpha}\right) s_S^*(n) + \theta_2\, e_N(n) & (30)
\end{array}
\right.
$$

Une sommation de ces équations pondérée par les coefficients :

$\rightarrow$ (29) $\left(1 - \dfrac{\theta_2}{\alpha}\right)$,

$\rightarrow$ (28) $\left(\dfrac{\alpha-}{\alpha-\theta_1}\right)\left(1 - \dfrac{\theta_2}{\alpha}\right) = \dfrac{\alpha-\theta_2}{\alpha-\theta_1}$,

$\rightarrow$ (27) $\left(\dfrac{\alpha}{\alpha-\theta_1}\right)\left(1 - \dfrac{\theta_2}{\alpha}\right)^2 = \dfrac{\alpha-\theta_2}{\alpha-\theta_1} \times \dfrac{\alpha-\theta_2}{\alpha}$,

conduit à la relation de récurrence :

$$
(31) \qquad s_N^*(n+1) = \left(\frac{\alpha-\theta_2}{\alpha-\theta_1}\right)^2 s_N^*(n) + \frac{\theta_2(\alpha-\theta_1)^2 + (\theta_1-\theta_2)\ (\alpha-\theta_2)\ (\alpha-\theta_1) - \theta_1(\alpha-\theta_2)^2}{(\alpha-\theta_1)^2} \ldots
$$

$$
\ldots \times e_N(n)
$$

L'étude de la stabilité du système étudié peut être abordée à partir de la représentation matricielle (32).

$$(32) \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} s_N^*\ (n+1) \\ e_N\ (n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_N^*(n) \\ e_N(n) \end{bmatrix}$$

Avec :

$$(33) \quad \lambda = \left(\frac{\alpha-\theta_2}{\alpha-\theta_1} \right)^2 \qquad (34) \quad \mu = \frac{\theta_2(\alpha-\theta_1)^2 + (\theta_1-\theta_2)(\alpha-\theta_2)(\alpha-\theta_1)-\theta_1(\alpha-\theta_2)^2}{(\alpha-\theta_1)^2}$$

Après q descriptions de cycle il vient :

$$(35) \quad \begin{bmatrix} s_N^*(n+q) \\ e_N(n+q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda^q & \mu(1+\lambda+ \ \dots \ + \lambda^{q-1}) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_N^*(n) \\ e_N(n) \end{bmatrix}$$

La convergence du point $S_N(n+q)$ vers une limite lorsque $q \to \infty$ est assurée lorsque la condition (36) est vérifiée :

$$(36) \qquad | \lambda | < 1$$

Les coordonnées du point L obtenu sont alors données par les relations :

$$(37) \qquad s_L^* = \frac{\mu}{1-\lambda} \quad e_S$$

$$(38) \qquad e_L = e_S$$

La condition de stabilité $|\lambda| < 1$ s'exprime alors par la contrainte inégalité (39)

$$(39) \qquad \left(\frac{\alpha-\theta_2}{\alpha-\theta_1}\right)^2 < 1$$

Or, par hypothèse, θ_1 est inférieur à θ_2,

Il s'en déduit la condition suivante :

$$(40) \qquad \alpha > \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2)$$

Il convient de noter que, compte-tenu des relations (16) et (17) du paragraphe III.2.1. le choix de la pente de commutation est restreint à :

$$\alpha > \theta_2$$

Si l'on considère le schéma (5) représentant le système sommateur capacitif à deux pentes :

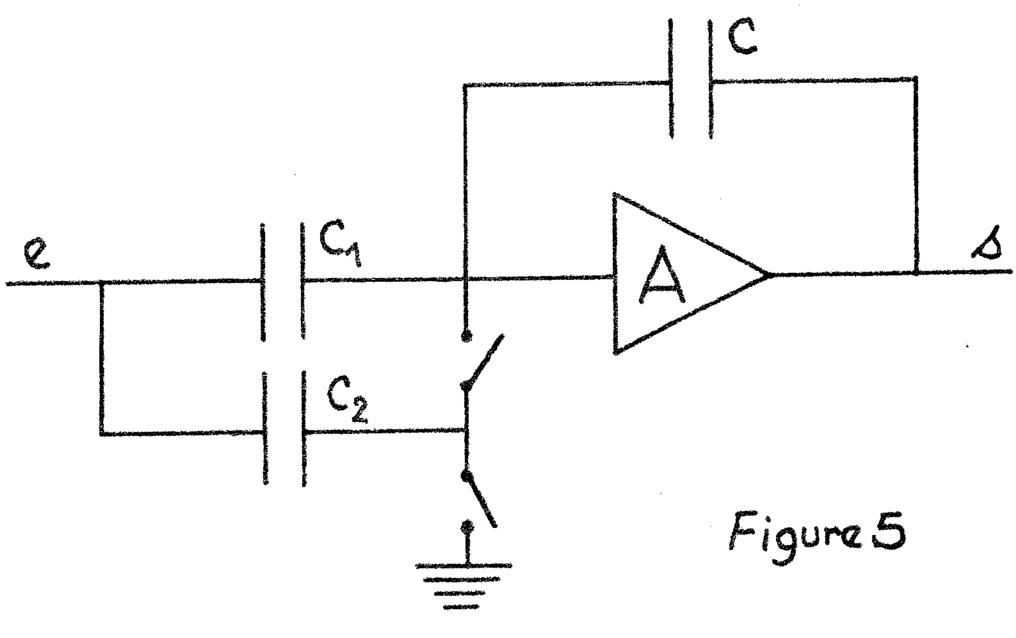


Figure 5

La pente θ_1 a pour valeur $\frac{C_1}{C}$

La pente θ_2 a pour valeur $\frac{C_1+C_2}{C}$

La relation (40) prend alors la forme :

$$(41) \qquad \alpha > \frac{1}{2} \left[\frac{C_1}{C} + \frac{C_1+C_2}{C} \right]$$

Cette contrainte permet une interprétation simple : la pente de la droite de commutation doit être supérieure à la demi somme des pentes des segments d'approximation.

III.3 - PROPRIETE DE TRANSLATION

Le principe exposé lors du début de notre étude était basé sur la translation, dans le plan entrée-sortie, d'une caractéristique non linéaire. Nous nous proposons de montrer que le modèle d'hystérésis à deux pentes possède également cette propriété, en régime accroché.

Considérons les cycles d'hystérésis générés à partir du sommateur capacitif (Figure 6) en régime permanent.

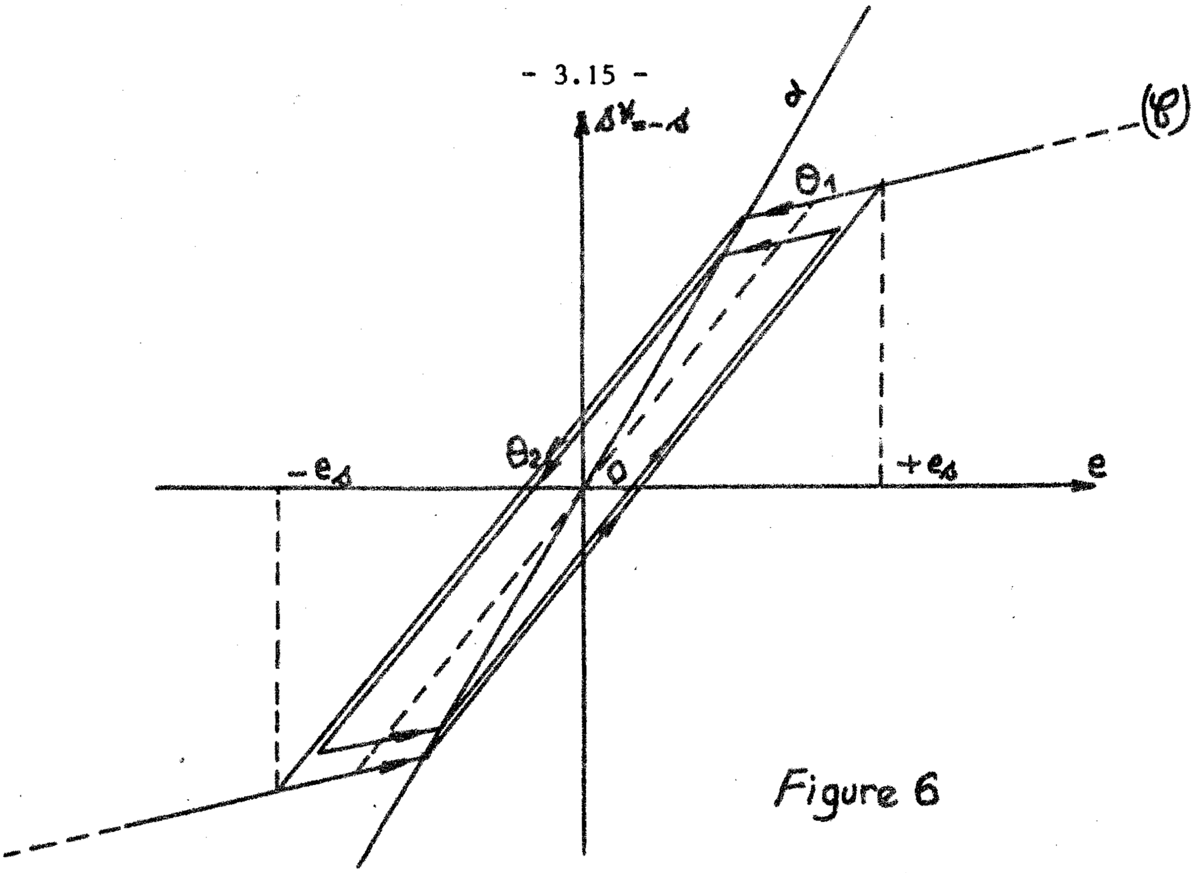


Figure 6

Chacune des branches des cycles peut se déduire de la caractéristique non linéaire(C), représentée en tirets sur la figure 6.

Cette caractéristique passe par l'origine 0 des axes (0e, 0s*) ; autour de 0, sa pente est définie par θ_2 et par θ_1 dès que

$$| e | > e_S \frac{\alpha-\theta_1}{2\alpha-\theta_1-\theta_2}$$

Dans le cas d'un cycle d'hystérésis avec saturation, les composantes X et Y du vecteur translation sont liées au signe de la dérivée du signal d'entrée $\frac{de}{dt}$ par les relations (42) et (43).

$$(42) \qquad X = \frac{\alpha-\theta_2}{2\alpha-\theta_1-\theta_2} \; e_s \; \text{signe} \left(\frac{de}{dt} \right)$$

$$(43) \qquad Y = \theta_1 \frac{\alpha-\theta_2}{2\alpha-\theta_1-\theta_2} \; e_s \cdot \text{signe} \left(\frac{de}{dt} \right)$$

Si l'amplitude maximale e_m est inférieure à la valeur de saturation, le vecteur translation est alors caractérisé par (44) et (45).

$$(44) \qquad X = \frac{(\alpha-\theta_1)\ e_s - (\theta_2-\theta_1)\ e_m}{2\alpha-\theta_1-\theta_2} \quad \text{signe}\ (\frac{de}{dt})$$

$$(45) \qquad Y = \frac{\theta_2(\alpha-\theta_1)\ e_s - \alpha(\theta_2-\theta_1)\ e_m}{2\alpha-\theta_1 - \theta_2} \quad \text{signe}\ (\frac{de}{dt})$$

Il faut noter que cette propriété n'est plus valable, lorsque l'on considère le régime transitoire.

En effet, la trajectoire T du point représentatif du système ne peut généralement plus se déduire par translation, d'une caractéristique non linéaire <u>unique</u> (figure 7).

Ceci s'explique par le fait que la zone de saturation est limitée par deux droites Δ et Δ' parallèles à l'axe Os^*, d'équations $e = \pm e_s$

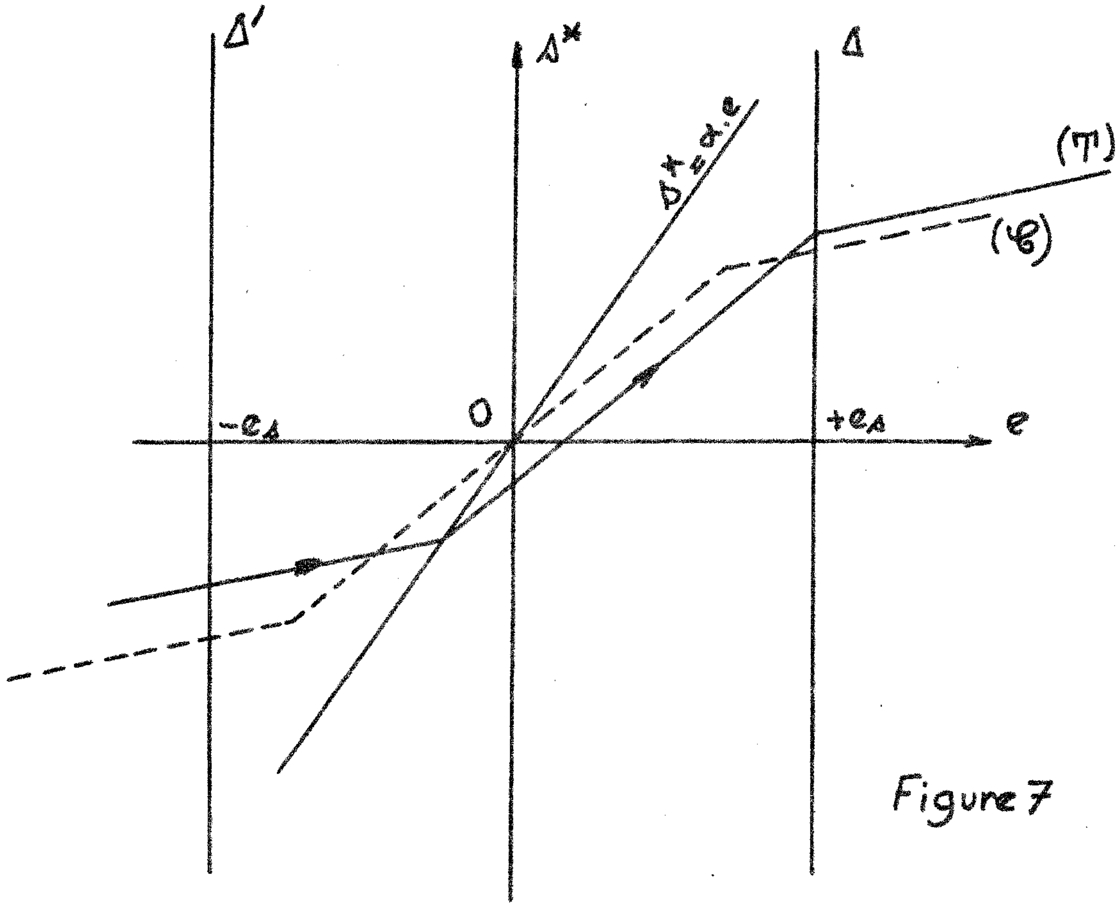


Figure 7

CONCLUSION

L'étude précédente a permis de résoudre deux problèmes importants liés au principe même du sommateur capacitif. D'une part, la non commandabilité du système entraîne une incertitude sur les conditions initiales, qui, a priori, peuvent être quelconques. Il convient de pallier à cet inconvénient en imposant si possible les conditions initiales. D'autre part, le propriété de stabilité obtenue lorsqu'il existe une certaine relation entre les paramètres du système hystérésis, restreint la classe des cycles qui peuvent être générés par le sommateur capacitif. En particulier, les cycles "rectangulaires" inhérents à certains circuits magnétiques, correspondent à une pente négative de la droite de commutation. Il semble difficile de les obtenir selon le modèle analogique proposé.

Chapitre IV

REALISATION PRATIQUE ET AMELIORATION DU MODELE D'HYSTERESIS A DEUX PENTES

Introduction

Lors de l'étude générale du sommateur capacitif, nous avons mis en évidence l'utilité d'une commande logique élaborée dans le but d'obtenir une représentation satisfaisante du phénomène d'hystérésis.

Dans cet esprit, il apparaît également intéressant d'envisager la construction d'un module permettant de réaliser simplement une simulation d'un processus réel comportant ce type de non linéarité à mémoire.

L'étude théorique de la commande logique correspondant à un modèle à deux pentes est envisagée dans une première partie. Elle a permis la réalisation d'un module traduisant convenablement les phénomènes réels de ce type.

Une seconde partie est consacrée à l'étude d'un modèle plus complexe à trois pentes d'approximation et à sa commande logique.

IV.1 - COMMANDE LOGIQUE RELATIVE AU MODELE A DEUX PENTES ET PRESENTATION DU MODULE

IV.*1.1. Proposition de commande logique* /14/

La commande est envisagée en vue de permettre, lorsque l'entrée est symétrique, la réalisation de cycles d'hystérésis décrits figure 1 dans le plan (e, s^*).

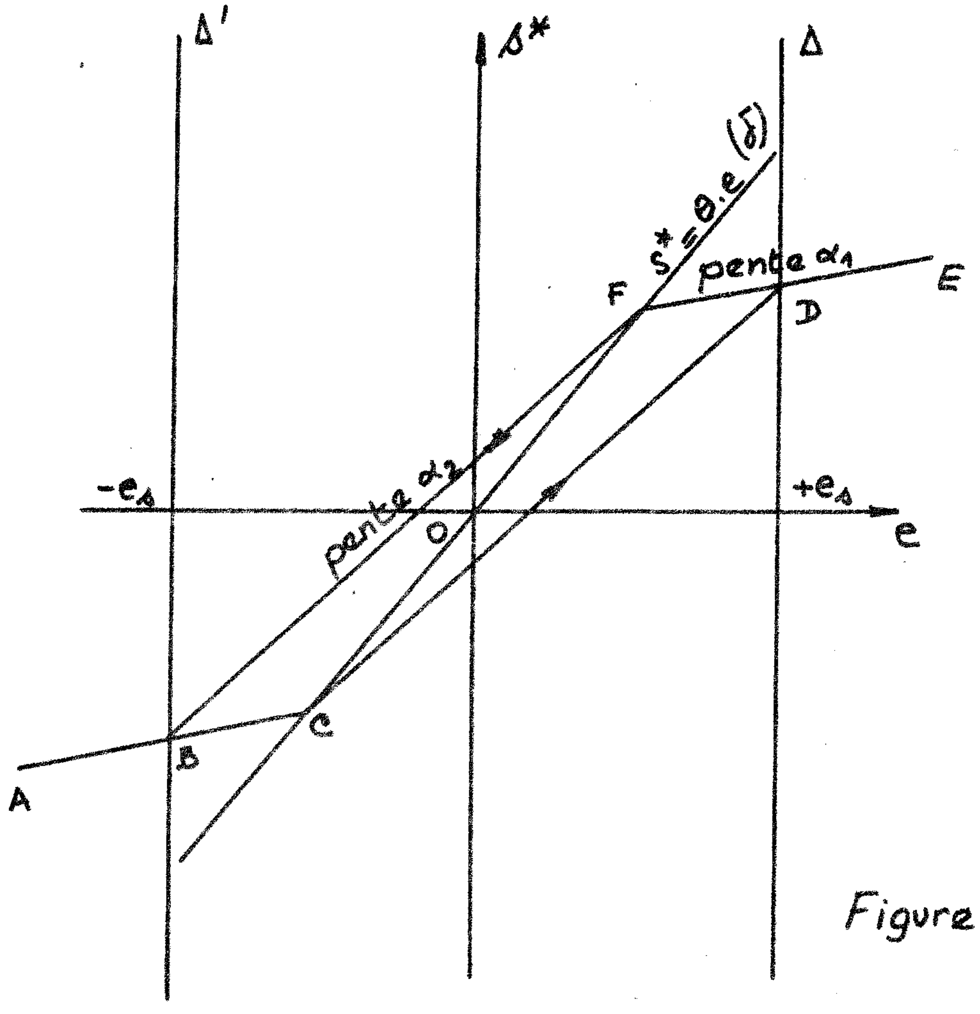


Figure 1

Les droites Δ et Δ' divisent le plan en deux zones. La zone de saturation à l'extérieur de la bande ΔΔ' correspond à une amplitude du signal d'entrée supérieure à une valeur e_S.

La droite (δ), de pente θ, est par définition la droite de commutation.

Dans l'esprit de la théorie générale présentée lors des chapitres précédents, il convient de considérer trois variables logiques A, B et C associées aux variables analogiques $\frac{de}{dt}$, $s^* - \theta e$, $|e| - e_s$ définis dans le tableau ci-dessous.

$A = 1 \Longleftrightarrow \frac{de}{dt} < 0$	$A = 0 \Longleftrightarrow \frac{de}{dt} > 0$
$B = 1 \Longleftrightarrow s^* - \theta e < 0$	$B = 0 \Longleftrightarrow s^* - \theta e > 0$
$C = 1 \Longleftrightarrow |e| - e_s < 0$	$C = 0 \Longleftrightarrow |e| - e_s > 0$

Tableau 2

Le choix de la pente de la caractéristique est lié à la commutation à l'entrée de l'amplificateur d'une capacité C_2 (figure 3)

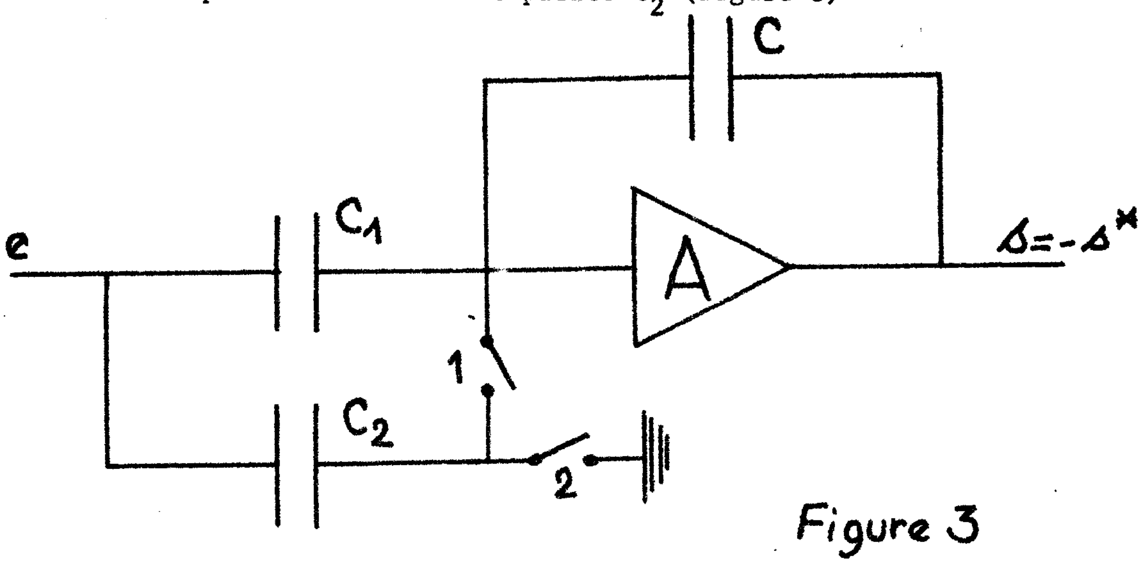


Figure 3

Nous associons à la fermeture du contact 1 (donc à l'ouverture du contact 2) la valeur 0 de la variable logique S de commande de ce contact.

Au contraire la valeur 1 de S correspond à l'ouverture du contact 1 (fermeture du contact 2).

Les valeurs de la commande S sont consignées dans le tableau 4 en fonction des valeurs prises par les variables logiques A, B et C.

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Tableau 4.

Cette table de vérité définit l'expression booléenne de $\overline{S}$

$$\overline{S} = C\,(A \oplus B) \qquad (1)$$

Soit encore :

$$S = \overline{C} + \overline{A \oplus B} \qquad (2)$$

IV.1.2. *Réalisation pratique du modèle à deux pentes*

IV.1.2.1. Elaboration des signaux logiques d'entrée de la commande

Les variables logiques d'entrée sont élaborées grâce à des éléments intégrés linéaires du type "comparateurs".

Il s'est avéré nécessaire d'utiliser un élément de bonne qualité pour la réalisation de ces comparateurs. Dans ce sens, pour satisfaire à l'exigence de la simultanéité quasi parfaite de la commutation et du changement de signe des variables analogiques, notre choix s'est porté sur les comparateurs SFT 2710C présentant tous les avantages nécessaires.

Ces éléments sont utilisés par leur entrée "négative" à laquelle est appliqué le signal dont on désire connaître le signe.

Ils délivrent une tension de 2,5 V ou de -0,5 V selon le signe de l'entrée analogique. La tension de -500 mV est associée au 0 logique, celle de 2,5 V au 1 logique. Il s'agit donc d'une logique positive. La tension de 2,5 V est largement suffisante pour permettre de commander les éléments suivants constitués par des portes NAND.

Les comparateurs SFT 2710C étant particulièrement sensibles en entrée, il convient de limiter la tension d'entrée grâce à un limiteur du type de la figure 5.

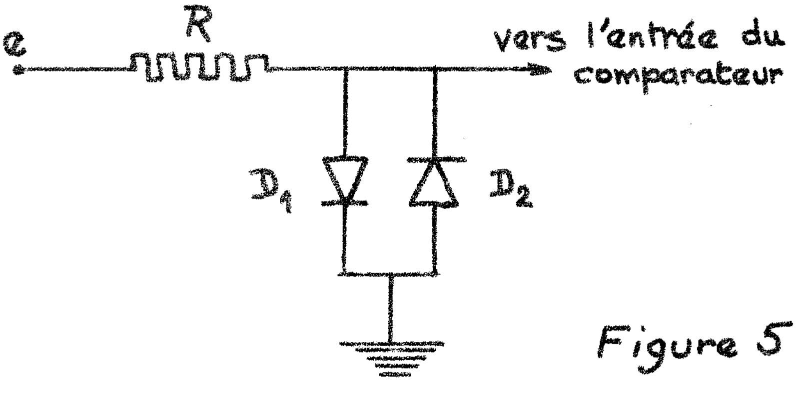


Figure 5

R a une valeur de 5,6 kΩ

D_1 et D_2 sont des diodes du type OA 202.

IV.1.2.2. Système logique permettant d'obtenir le signal S de commande

Nous nous imposons, pour la réalisation de cette commande de n'utiliser que des portes "NAND" de la série FCH de marque PHILIPS, ce qui met à notre disposition des inverseurs et des portes à 2, 3 ou 4 entrées logiques.

La relation (2) peut s'écrire sous la forme 3 :

(3) $$S = \overline{C.\overline{\overline{\bar{A}B}.\overline{A\bar{B}}}}$$

fonction logique élaborée par le système représenté figure 6.

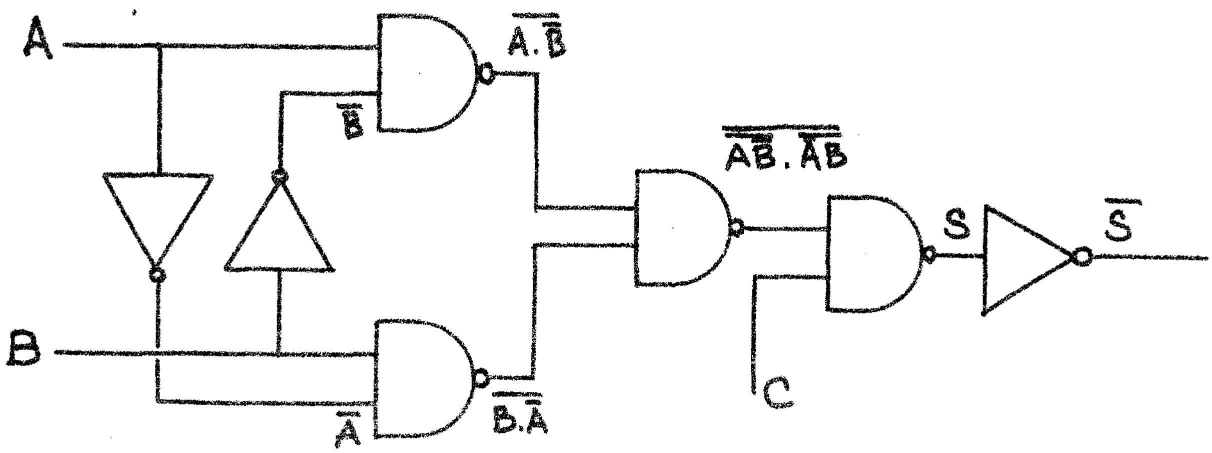


Figure 6

Ce système nécessite l'utilisation d'un module FCH 191 comprenant 4 portes NAND et d'un module FCH 211 comportant 6 inverseurs dont seuls 3 sont utilisés.

IV. 1.2.3. <u>Système de commutation</u>

Dans le but de faire fonctionner le sommateur capacitif à partir de très basses fréquences jusqu'à des fréquences relativement élevées, de l'ordre de quelques kilohertz, la solution consistant à utiliser des relais électromagnétiques a dû être abandonnée, le fonctionnement de ces derniers étant généralement limité à une fréquence de l'ordre de 300 Hz.

Au contraire, des transistors de type MOS, modèles évolués des transistors à effet de champ, présentent les avantages suivants :

- un fonctinnement à haute fréquence
- une résistance faible, de l'ordre de quelques centaines d'ohms à l'état conducteur
- une résistance élevée, de l'ordre de quelques mégohms à l'état bloqué.

Nous utilisons, par conséquent, des transistors MOS du type 2N 4352 au silicium, canal P.

La commutation de la capacité C_2 (Figure 3) alternativement à la masse et à l'entrée de l'amplificateur opérationnel A nécessite l'utilisation de deux transistors.

Le blocage de ces transistors s'effectue par l'application d'une tension de 5 V entre gate et source, alors qu'une tension de 0 V rend conductrice la jonction drain-source (Figure 7).

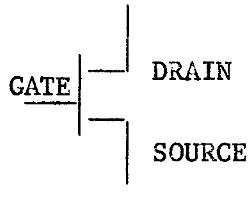


FIGURE 7

Afin d'éviter que la tension de commande de la gate soit fonction de la tension de la source, cette jonction sera reliée à la masse pour le transistor T_1 et à l'entrée directe de l'amplificateur A, dont la tension est sensiblement nulle, pour le transistor T_2, comme le montre la figure 8 .

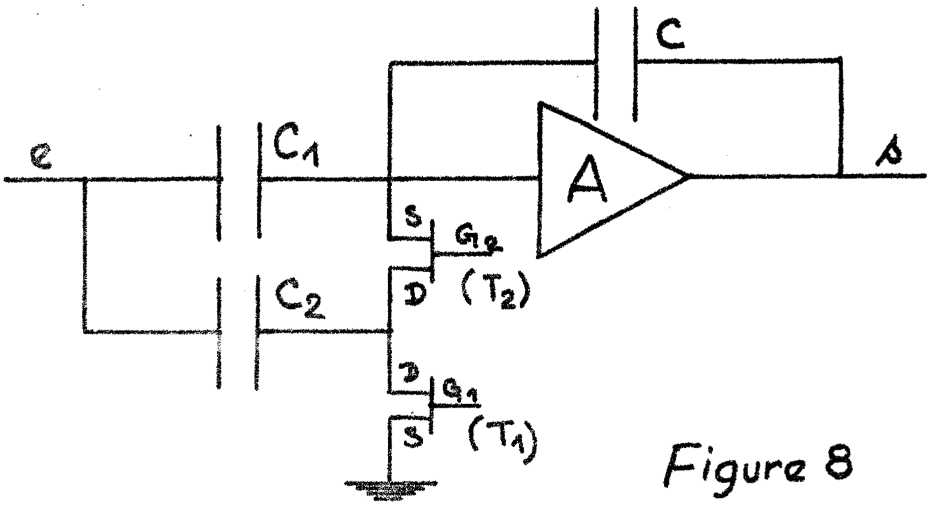


Figure 8

Les gates G_1 et G_2 sont respectivement attaquées par les signaux logiques $\overline{S}$ et S.

IV.1.2.4. <u>Obtention des variables analogiques relatives à la commande</u>

Le module proposé comporte un système d'amplificateurs opérationnels du type BURR BROWN 3024/15 montés en sommateurs permettant l'élaboration des variables analogiques. /annexe I/.

$$|\ e\ | - e_s \text{ et } s^* - \theta\ e$$

Les montages correspondants sont représentés figures 9 et 10.

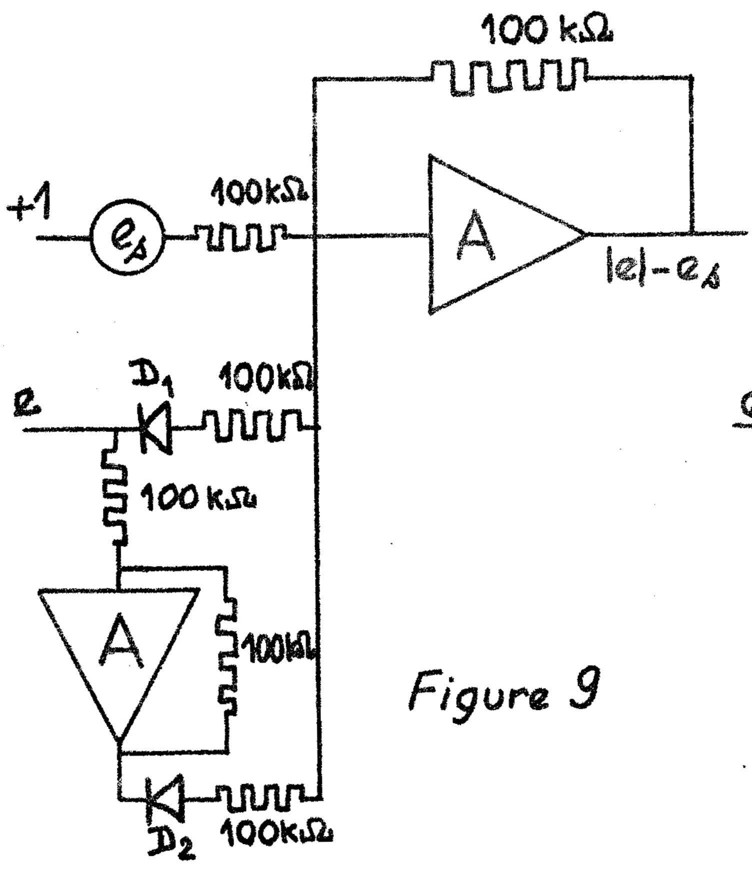


Figure 9

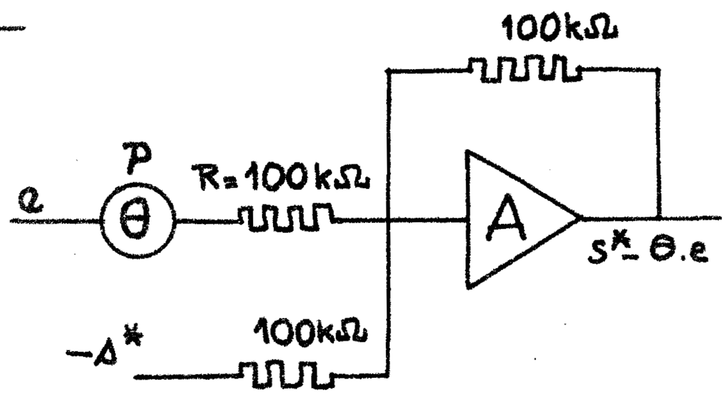


Figure 10

Le système de la figure 10 n'est évidemment valable que lorsque $\theta < 1$.

Lorsque la pente de la droite de commutation est supérieure à 1 et inférieure à 10, la résistance R prend la valeur 10 kΩ, le potentiomètre P est dans ce cas affiché à la valeur $\theta/10$.

Le problème de l'élaboration du signal $\frac{de}{dt}$ se pose lorsque l'on ne dispose pas de la dérivée du signal d'entrée. Dans ce cas, il est possible de réaliser ce signal grâce au système représenté figure 11.

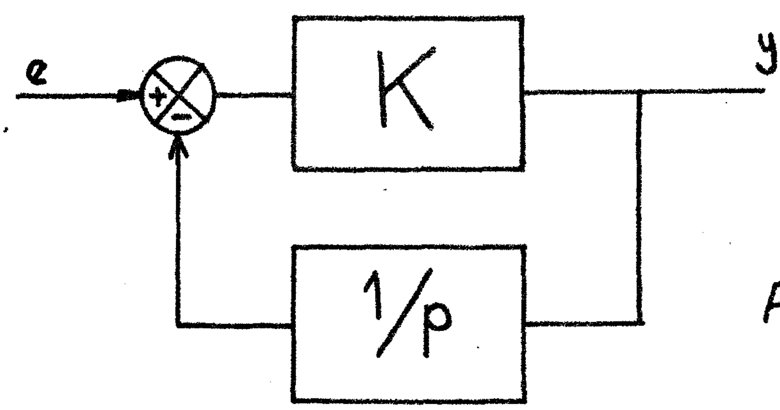


Figure 11

En effet la transmittance correspondant à ce système prend la valeur :

$$(4) \qquad W(p) = \frac{K}{1+K\times\frac{1}{p}} = \frac{Kp}{p+K} = \frac{y(p)}{e(p)}$$

y s'identifie alors à $\frac{de}{dt}$ si K est suffisamment grand. Cette méthode présente l'inconvénient de n'être valable que lorsque l'évolution du système se fait à des fréquences relativement basses, ce qui s'oppose au but que nous nous étions fixé au début de ce chapitre. De plus, le gain pur K doit parfois prendre des valeurs supérieures ou égales à 100 ce qui impose de reporter une partie de l'amplification sur l'intégrateur afin d'éviter la saturation des éléments. Ces remarques conduisent au schéma de simulation représenté figure (12).

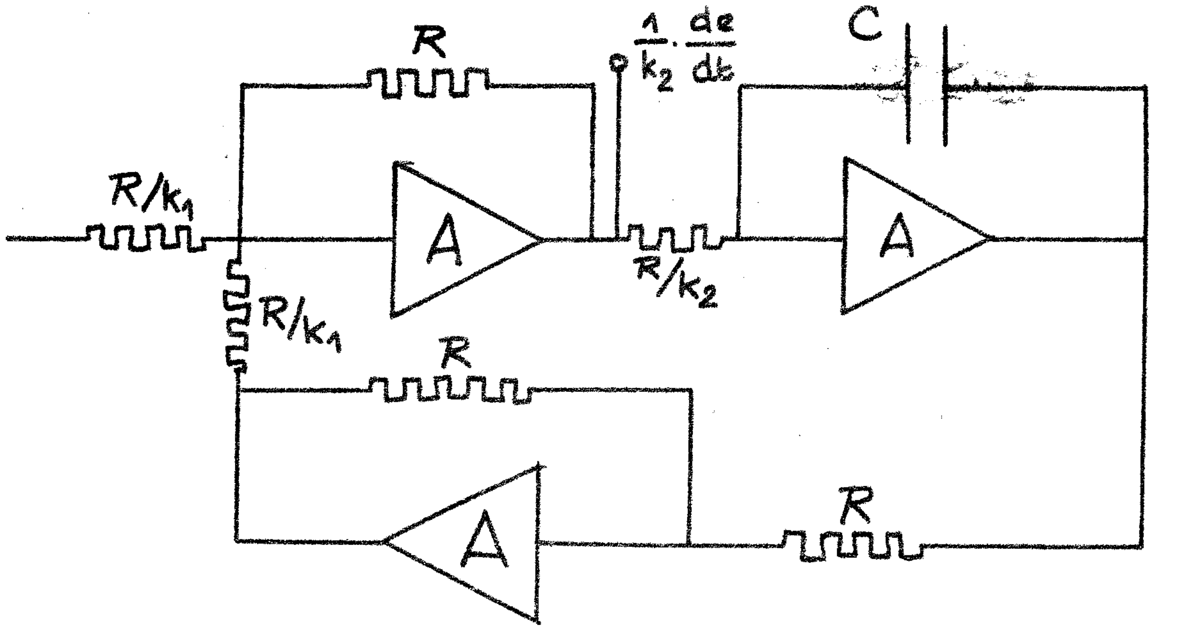


Figure 12

avec RC = 1s et $k_1 k_2 = K$.

Le schéma complet du module est représenté en figure 13.

IV.2 - AMELIORATION DU MODELE A DEUX PENTES

L'objet de l'étude qui va suivre est de montrer que la réalisation d'un modèle plus précis que le précédent conduit à une commande dont la complexité croît très rapidement avec le nombre de segments d'approximation.

En effet, nous nous proposons d'étudier un modèle plus élaboré de l'hystérésis utilisant 3 capacités en entrée, dont deux peuvent être commutées à la masse ou au noeud de l'amplificateur A (Figure 14).

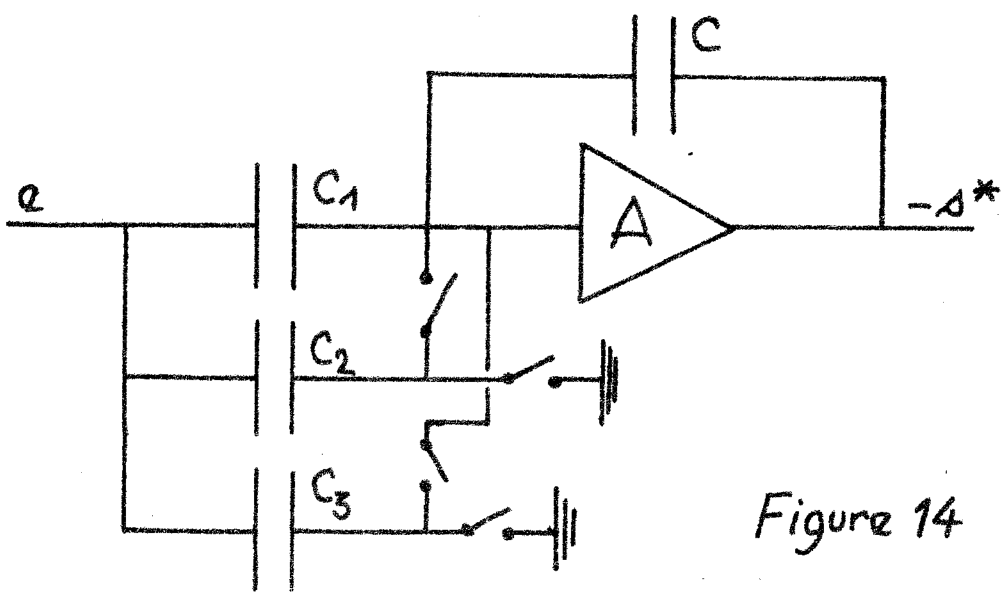


Figure 14

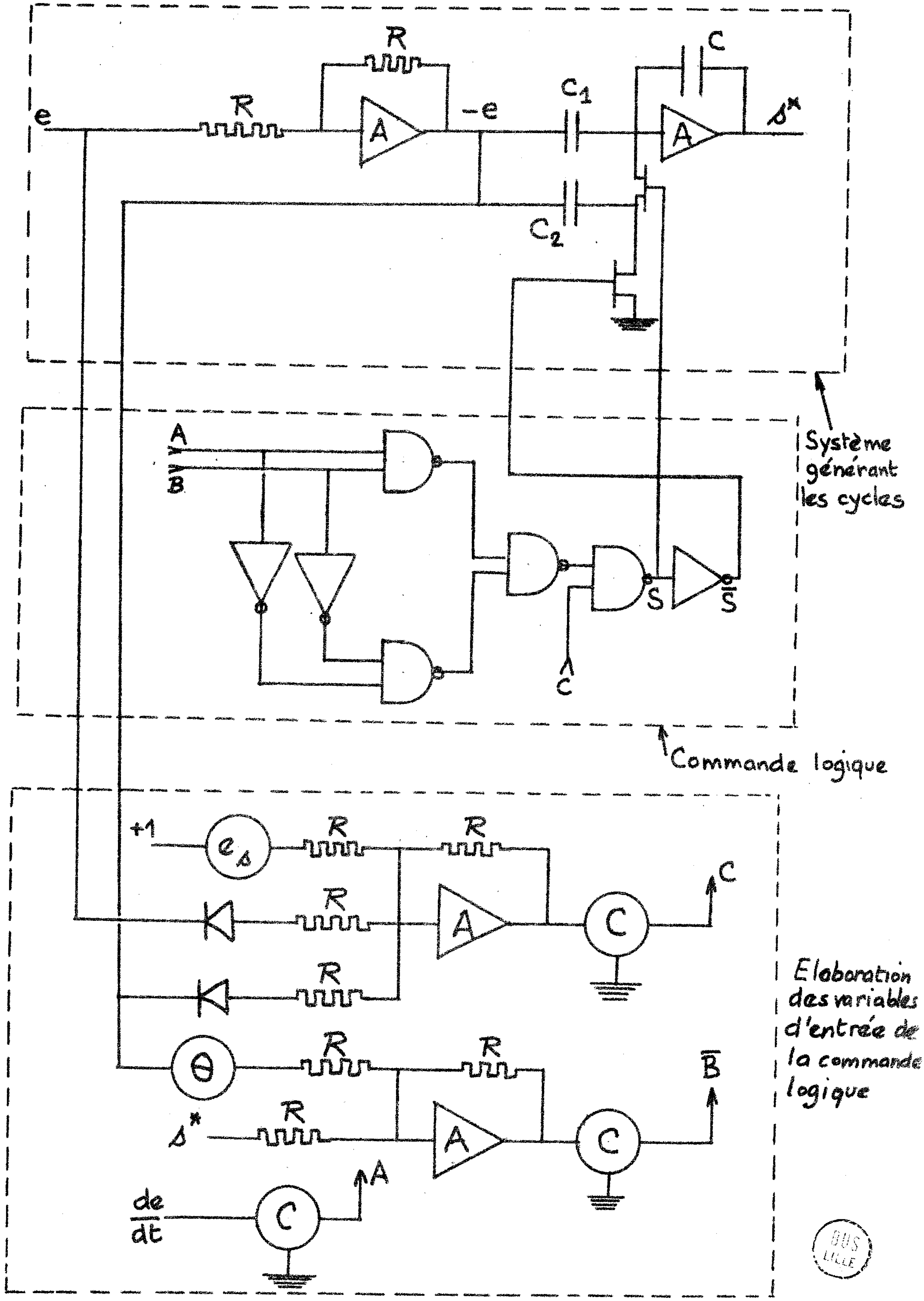

R
e
R
A
-e
C1
C
A
s*
C2
A
B
S
S̄
C
Système générant les cycles
Commande logique
+1
e_s
R
R
C
R
A
C
R
Elaboration des variables d'entrée de la commande logique
Θ
R
R
B̄
s*
R
A
C
de/dt
C
A

Figure 13

Avec les mêmes conventions que précédemment, les contacts 1 et 2, d'une part, 3 et 4 d'autre part, ne peuvent être fermés en même temps.

Les cycles que nous désirons élaborer lorsque l'entrée est symétrique, sont décrits à la figure 15.

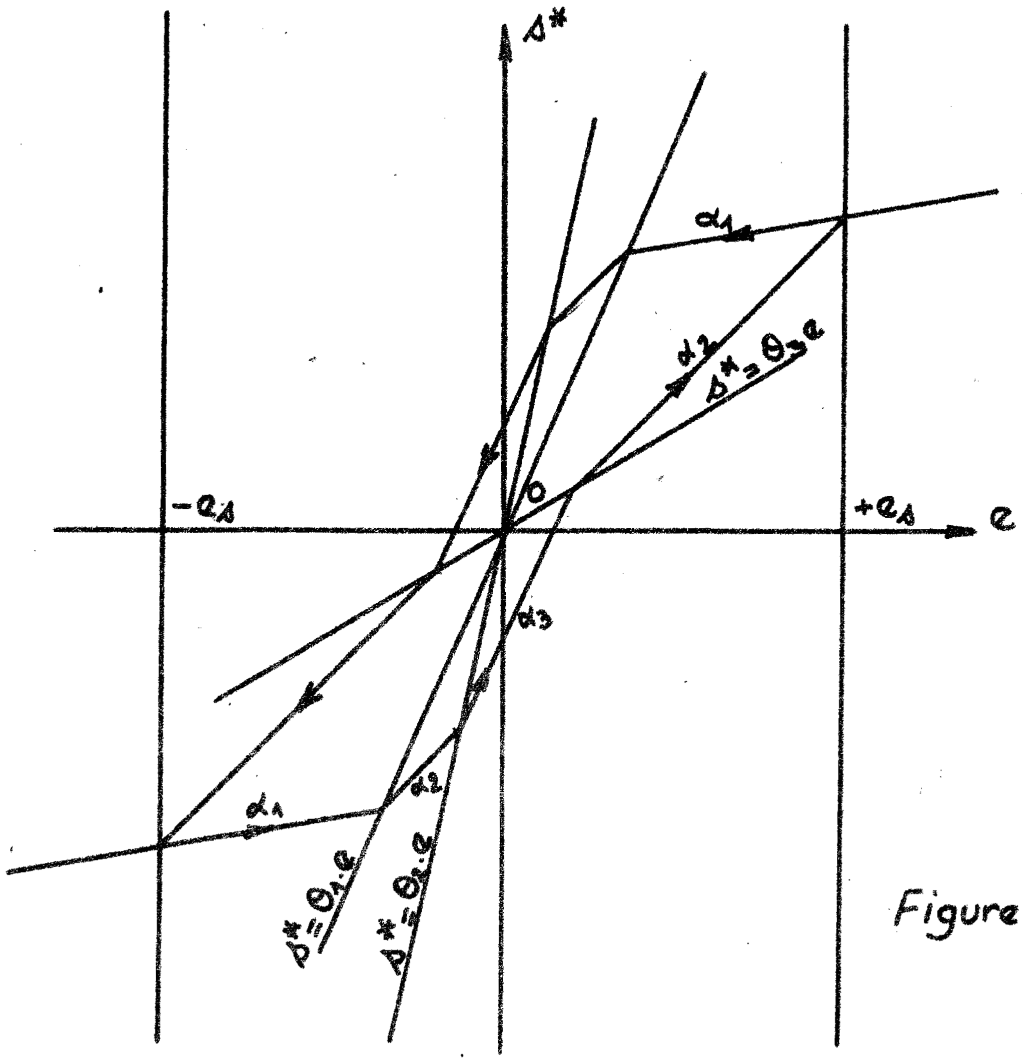


Figure 15

Les droites de commutation ont pour pentes θ_1, θ_2, θ_3.
Les pentes α_1, α_2, α_3 sont respectivement égales à :

$$(5) \quad \begin{cases} \alpha_1 = \dfrac{C_1}{C} \\ \alpha_2 = \dfrac{C_1+C_2}{C} \\ \alpha_3 = \dfrac{C_1+C_2+C_3}{C} \end{cases}$$

Soit S_1 la variable logique qui prend la valeur 0 lorsque le contact 1 est fermé et S_2 celle qui vaut 0 si le contact 3 est fermé.

Notons A, B, C, D, E les variables logiques d'entrée associées respectivement aux variables analogiques $\frac{de}{dt}$, $s^* - \theta_1 e$, $s^* - \theta_2 e$, $S^* - \theta_3 e$, $|e| - e_s$

Les valeurs des deux fonctions logiques de sortie sont consignées dans le tableau 16.

A	B	C	D	E	S_1	S_2
-	-	-	-	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1

Tableau 16

Les tirets correspondent à des états indifférents. Les valeurs associées à ces états sont choisies en vue de simplifier les fonctions logiques de sortie.

Les expressions formelles de S_1 et S_2.

(6) $$S_1 = E + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D\,E + A\,B\,C\,\overline{D}\,E$$

(7) $$S_2 = \overline{E} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D\,E + \overline{A}\,B\,\overline{C}\,D\,E + \overline{A}\,B\,C\,\overline{D}\,E + A\,B\,C\,\overline{D}\,E + \ldots$$
$$\ldots + A\,\overline{B}\,C\,\overline{D}\,E + A\,\overline{B}\,\overline{C}\,D\,E$$

peuvent être simplifiées, par exemple, en utilisant la méthode de Mc Cluskey. Elles deviennent alors :

(8) $$S_1 = \overline{E} + E\,(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + A\,B\,C\,\overline{D})$$

(9) $$S_2 = \overline{E} + E\left[\overline{C}\,D(\overline{A} + \overline{B}) + C\,\overline{D}\,(A + B)\right]$$

Les schémas logiques correspondants n'utilisent que des portes NAND.

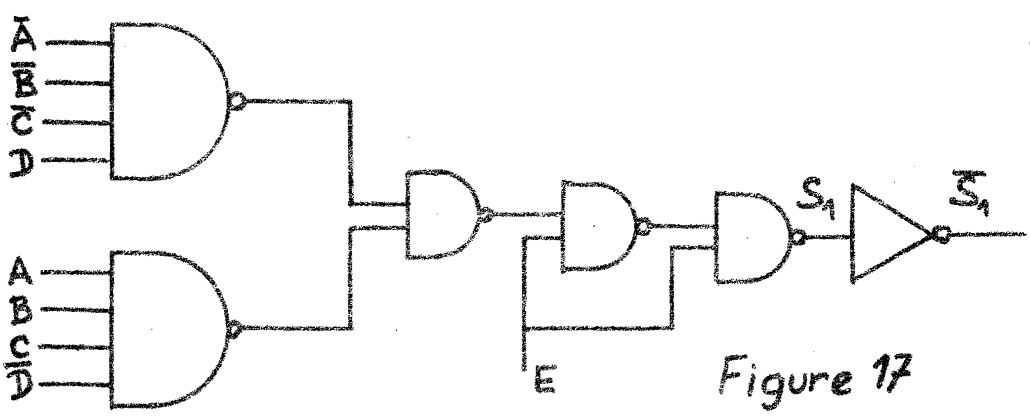


Figure 17

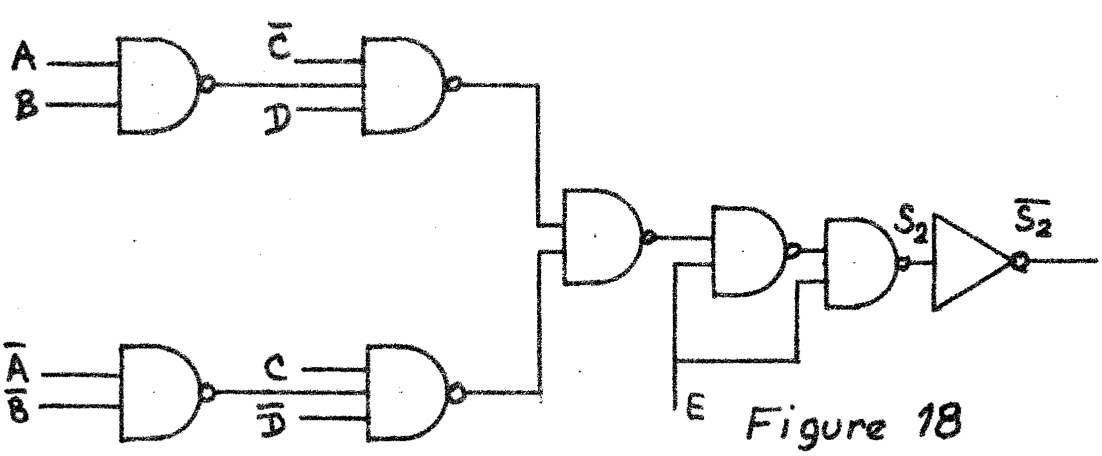


Figure 18

La réalisation de cette commande logique nécessite évidemment plus d'éléments que la précédente mais elle montre par sa simplicité qu'il est possible de générer avec une précision plus grande des cycles d'hystérésis se rapprochant davantage des phénomènes réels.

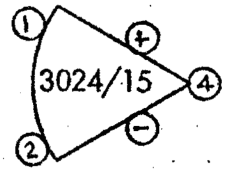
CONCLUSION

Le module générant le phénomène d'hystérésis idéalisé par deux pentes d'approximation a été construit pour un fonctionnement autonome sur calculatrice analogique NADAC 20. La simplicité de son réglage grâce à deux potentiomètres en font un élément facilement utilisable sur ce type de machine.

Le chapitre suivant montre les résultats obtenus en réponse à différentes entrées.

DC OPERATIONAL AMPLIFIER — MODEL 3024/15

1.0 GENERAL DESCRIPTION AND SPECIFICATIONS



1.1 GENERAL DESCRIPTION - The Model 3024/15 is a general purpose dc operational amplifier designed for ± 20 volt service. Silicon semiconductors are employed for operation over a wide temperature range. Low drift performance is provided by carefully matched transistors in the balanced input stage. Circuit protection is incorporated to prevent damage to the input stage due to the application of input overvoltage and to the output stage due to the output short circuit. A class-B output stage delivers high output current with minimum quiescent power supply drain. The unit is epoxy cast for environmental ruggedness. External connections are made to gold-flashed pins which may be hand or dip soldered. For plug-in applications, accessory mating jacks or a mating connector may be employed. Operating power is obtained from external, regulated power supplies.

1.2 SPECIFICATIONS - Performance at 25°C and at rated supply.

	Min.	Typ.	Max.	Units
OPEN LOOP				
Input, Differential				
Input Impedance				
Differential		0.5		MΩ
Common Mode	—	100		MΩ
Input Signal Level				
Common Mode			± 15	V
Absolute Maximum			± 26	V
Voltage Gain	100	106		dB
Gain Stability				
vs. Temperature		0.1		dB/°C
vs. Supply		0.2		dB/%
Bandwidth at 0 dB		1.0		MHz
Output, Single Ended				
Output Impedance		7		kΩ
Rated Output				
Voltage	± 20			V
Current	± 10			mA
Max. Frequency for Rated Output		10		kHz
Slewing Rate		2.0		V/µs
Output Current Limits		± 30		mA
Input Voltage Offset				
at 25°C		± 0.3	± 0.5	mV
from 0°C to +60°C		± 0.6	± 1.5	mV

BURR-BROWN RESEARCH CORPORATION

TITLE							
DC OPERATIONAL AMPLIFIER							
SUBJECT: General Description and Specifications					MODEL: 3024/15		
ENG. EHP	DWN. pk	DATE 4-10-67	SH. 1	OF 4	NO. M00 1710		REV.

	Min.	Typ.	Max.	Units
Input Voltage Drift				
vs. Temperature		± 10	± 30	μV/°C
vs. Supply		± 30		μV/%
vs. Time		± 100		μV/24 hrs
Input Current Offset, either input				
at 25°C		± 10	± 20	nA
from 0°C to +60°C		± 30	± 50	nA
Input Current Drift, either input				
vs. Temperature		± 0.5	± 1.0	nA/°C
vs. Supply		± 10		nA/%
Equivalent Input Noise				
dc to 10 kHz		6	10	μVrms
CLOSED LOOP - Unity Gain, Non-Inverting				
Input Impedance		100		MΩ
Voltage Gain		+ 1.0		ratio
Frequency Response, ± 3 dB	1.0	1.5		MHz
Rise Time, Small Signal		0.5		μsec
Capacitance Load		1000		pF
TEMPERATURE RANGE				
Specification	0		+ 60	°C
Operating	- 40		+ 85	°C
Storage	- 55		+ 100	°C
POWER SUPPLY REQUIREMENTS				
Rated Supply Voltage		± 28		Vdc
Voltage Range	± 26		± 30	Vdc
Supply Drain				
Quiescent		5		mA
Rated Output		15		mA
Supply Regulation			1	%
Noise and Ripple			1	mVrms
MECHANICAL SPECIFICATIONS				
Module Type	/15			
Module Size	0.6"H x 1.2"W x 1.8"L max.			
Module Weight	2.0 oz. max.			
Controls	None			
Mating Connector	1500MC (optional)			
Number of Pins	5			

Chapitre V

REPONSES DU MODELE D'HYSTERESIS

A DEUX PENTES A DES CONSIGNES DIVERSES

Introduction

L'objet de l'étude qui va suivre est d'apporter une vérification pratique des résultats théoriques acquis lors des chapitres précédents et de mettre en évidence le comportement du modèle réalisé en réponse à des entrées diverses.

En ce sens, une première partie sera consacrée à la vérification du critère de stabilité . Dans une seconde partie nous présenterons les résultats obtenus avec divers types de signaux d'entrée.

V.1 - VERIFICATION DES RESULTATS THEORIQUES

V. *1.1. Critère de stabilité*

Si l'on considère un cycle d'hystérésis généré par le modèle à deux pentes (figure 1)

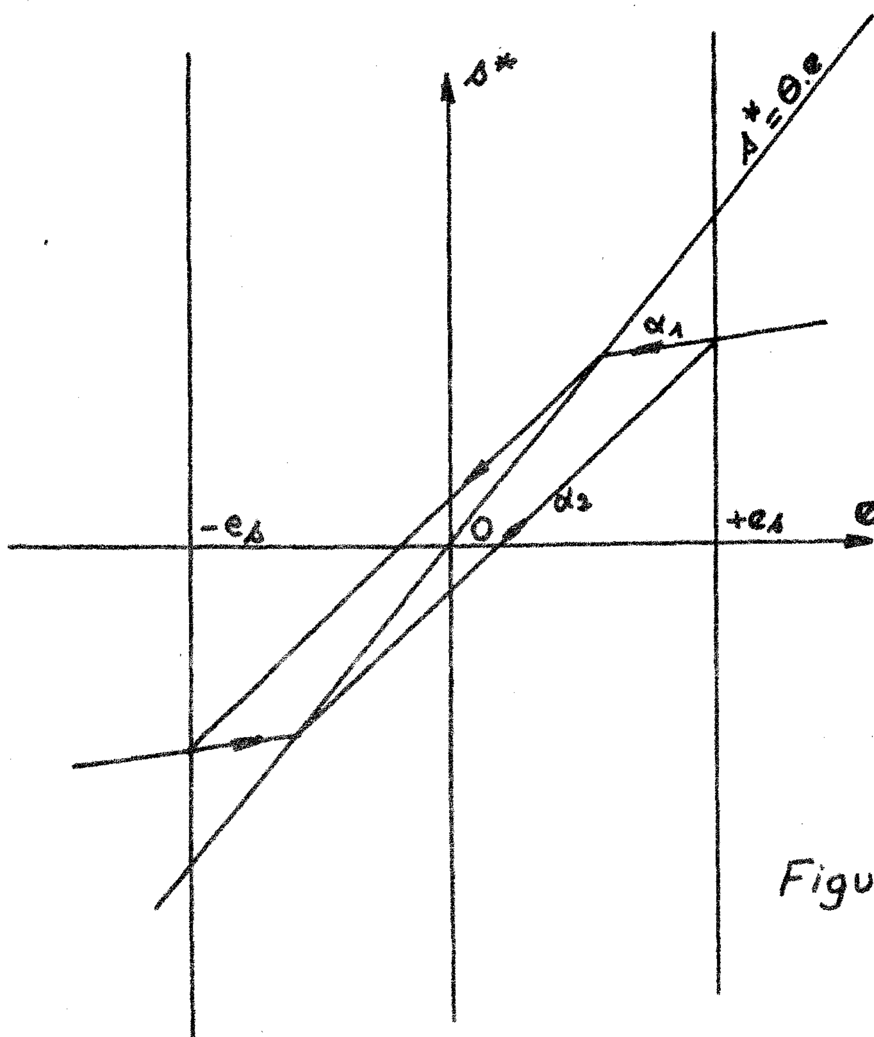


Figure 1

Le critère de stabilité énonce que le cycle obtenu sera stable (au sens défini lors de l'étude présentée au chapitre III), si la pente θ de la droite de commutation est supérieure à la demi-somme des pentes α_1 et α_2 des segments de droites réalisant l'approximation du cycle d'hystérésis. Ceci se traduit par la relation 1.

$$(1) \qquad \theta > \frac{1}{2} \left[\alpha_1 + \alpha_2 \right]$$

V.1.2. *Vérification de ce critère*

Cette vérification va être opérée sur un modèle dont les paramètres α_1 et α_2 sont réglés de la façon suivante :

$$C_1 = 1\ \mu F \qquad C_2 = 3\ \mu F \qquad C = 1\ \mu F$$

d'où : $$\alpha_1 = \frac{C_1}{C} = 1 \quad ; \quad \alpha_2 = \frac{C_1+C_2}{C} = 4$$

La condition suffisante de stabilité s'exprime alors par :

$$(2) \qquad \theta > \frac{5}{2}$$

Si θ est choisi supérieur à la valeur critique, il apparaît que le système évolue bien vers un cycle stable (figures 4, 5, 6, 7). Un essai a été effectué dans le cas où la pente θ de la droite de commutation d'équation $s^* = \theta e$ est négative : dans ce cas (figure 2), le système diverge.

V.2 - REPONSE DU MODELE A DEUX PENTES A DES SIGNAUX D'ENTREE PARTICULIERS

Nous nous proposons, dans l'étude qui va suivre, de relever les formes de courbes caractéristiques de la sortie en fonction du temps pour diverses évolutions du signal d'entrée.

Dans la suite de ce chapitre nous considérerons que la condition suffisante de stabilité est vérifiée.

V.2.1. *Réponse à une entrée sinusoïdale pure*

La génération d'un tel signal et de sa dérivée peut s'effectuer directement sur calculatrice analogique.

Il convient d'utiliser un schéma de simulation présenté figure 3.

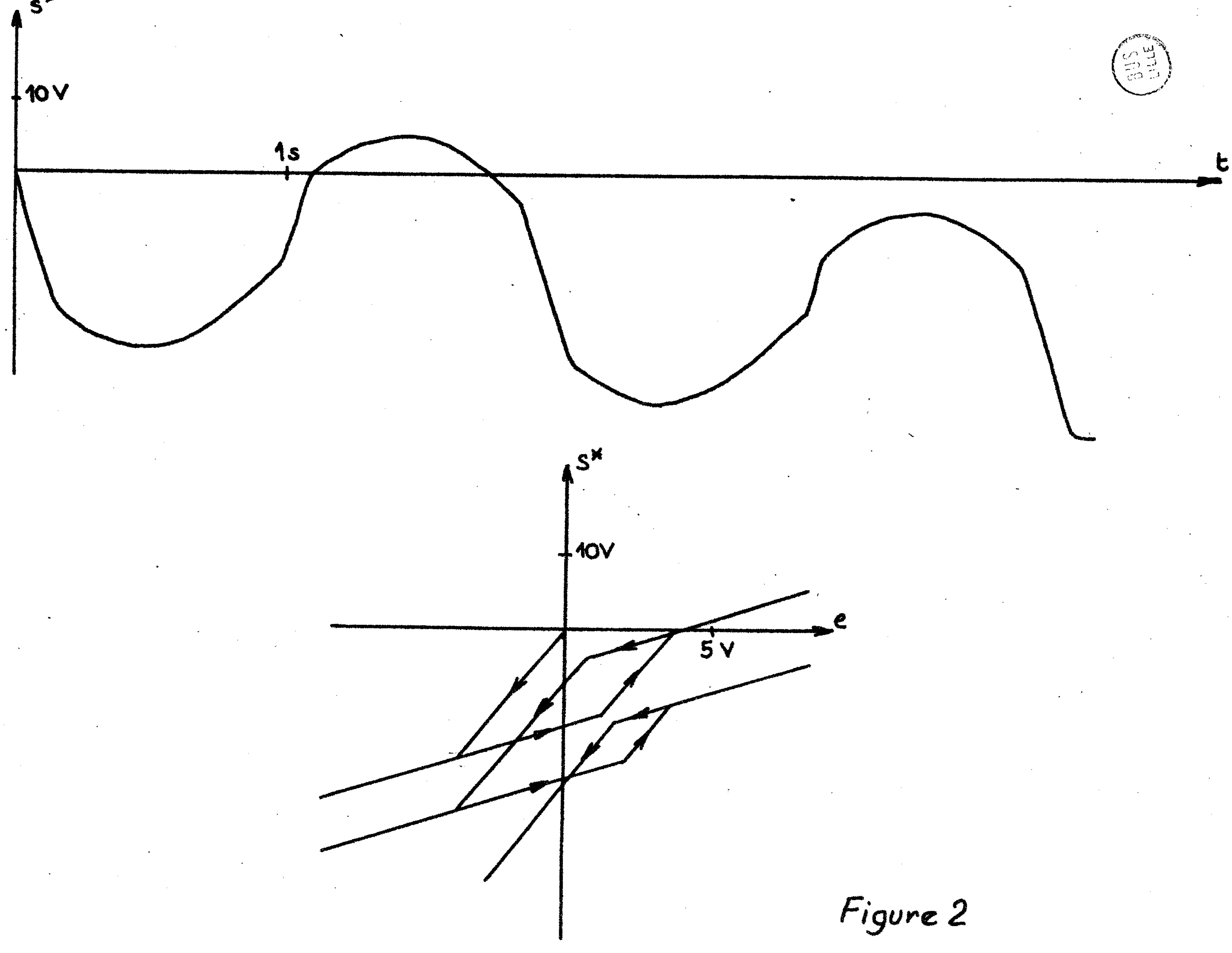


Figure 2

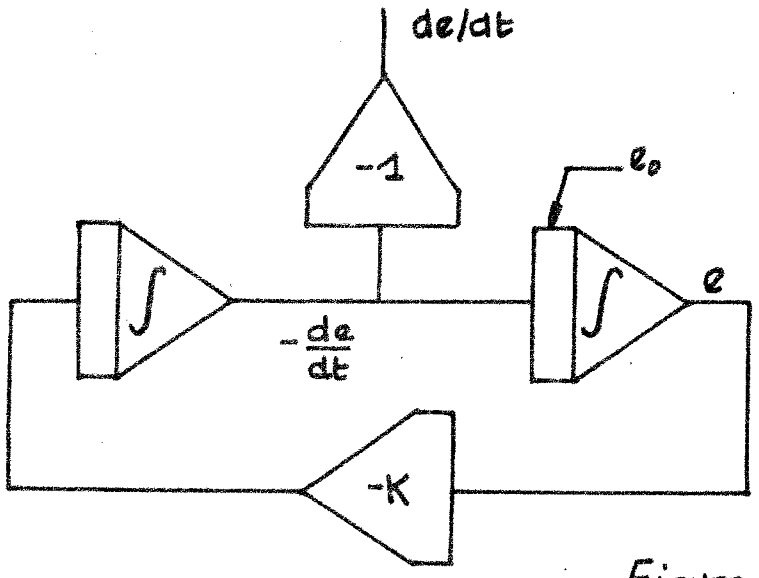


Figure 3

Soit e_m l'amplitude maximale de l'entrée e.

Plusieurs relevés de cycles ont été effectués avec des valeurs différentes de e_m.

Dans le cas où e_m est inférieure ou égale à l'amplitude de saturation e_s, le système évolue dans le plan (s^*,e) suivant une trajectoire en forme de parallélogramme.

Dans ces exemples, le signal de sortie s(t) est continu et composé d'arcs de sinusoïde (figures 4 et 5).

Les résultats exposés sur les figures 6 et 7, correspondent au cas où l'amplitude maximale de l'entrée devient supérieure à la valeur e_s de saturation.

V.2.2. *Réponse à un signal en dent de scie*

Du point de vue analogique un tel signal peut être interprêté comme la sortie d'un intégrateur dont l'entrée serait composée de créneaux périodiques et parfaitement symétriques.

Cependant, il est généralement difficile de générer ce type de signal en raison des dérivées introduites par l'intégration des composantes continues.

Aussi nous utiliserons le schéma de la figure 8.

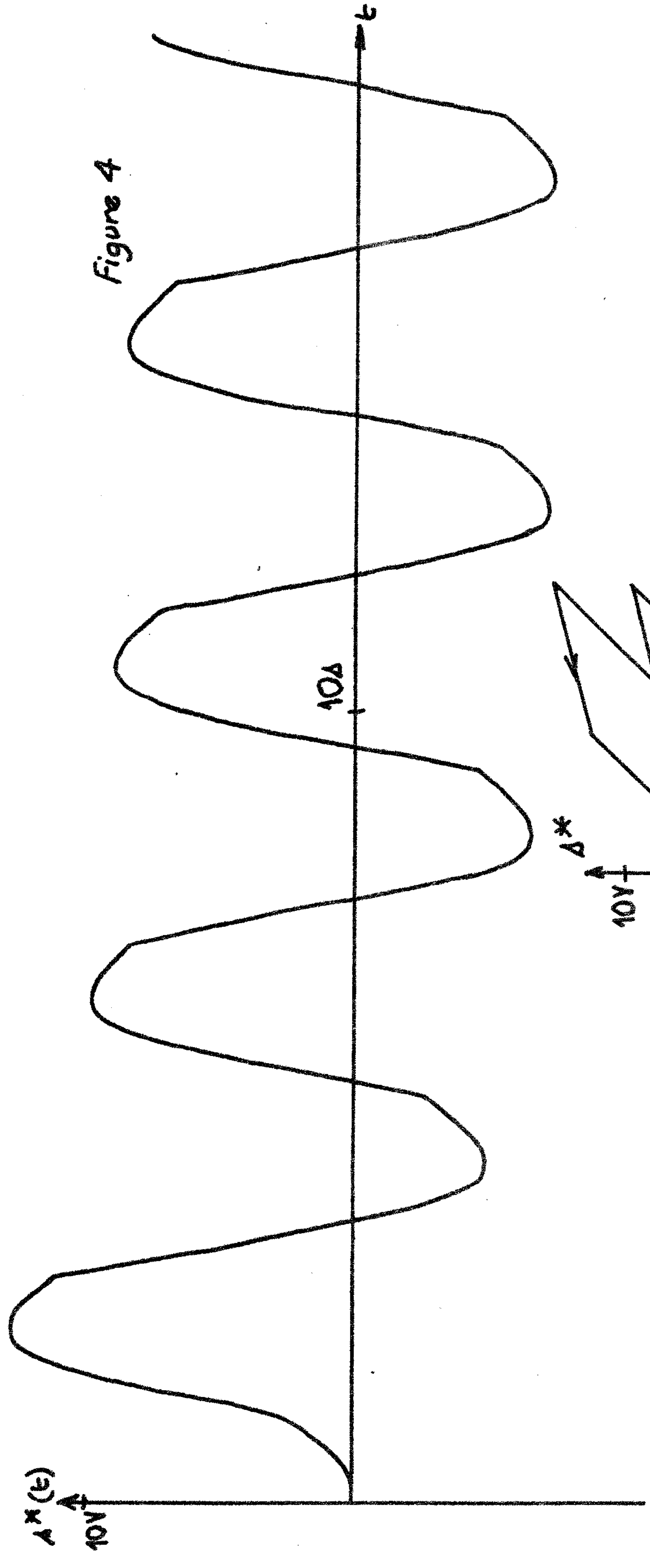


Figure 4

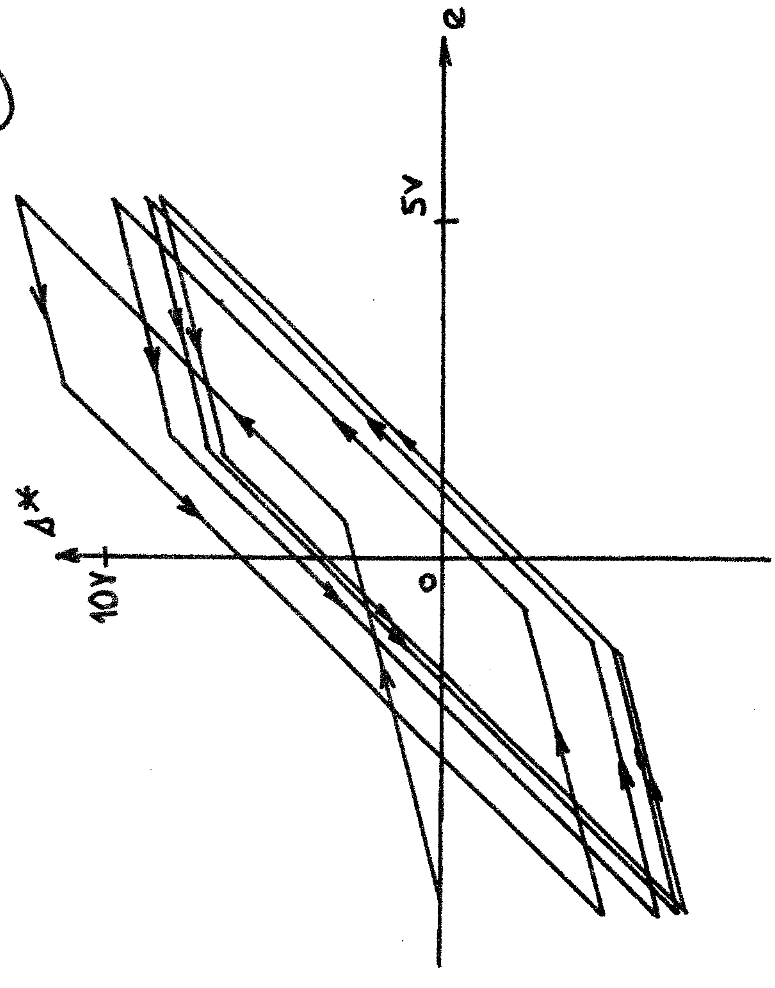
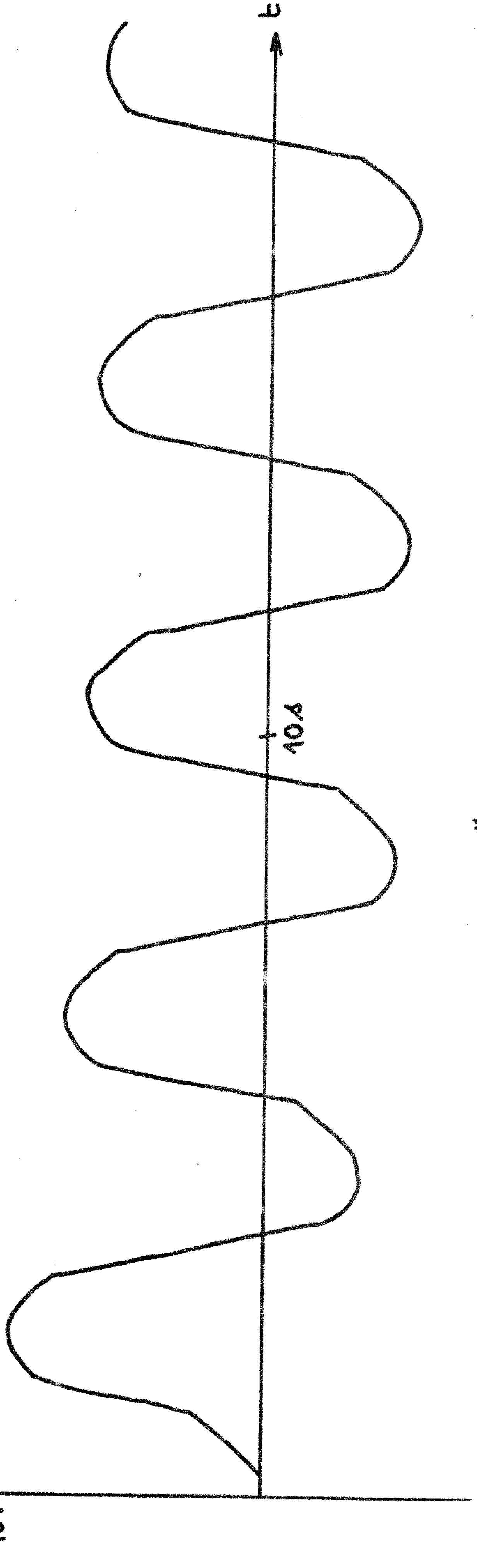
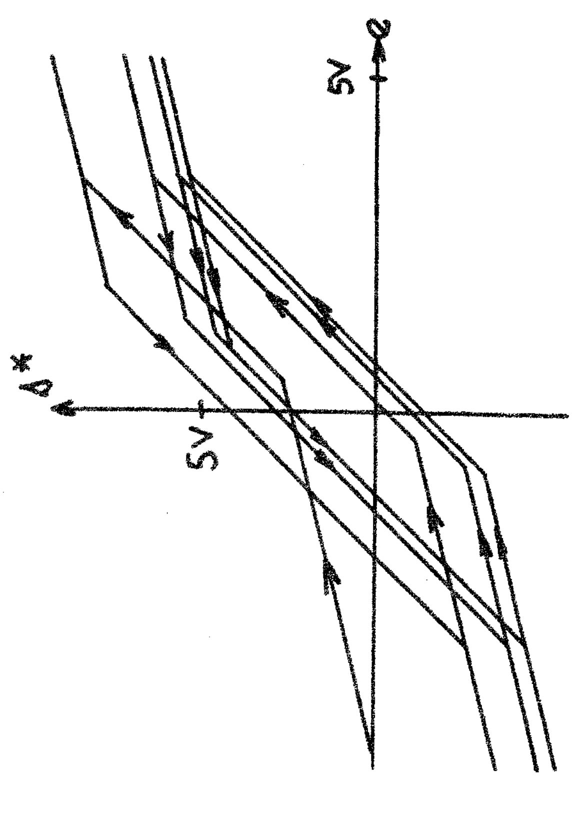


Figure 5

- Figure 6 -



- Figure 7 -



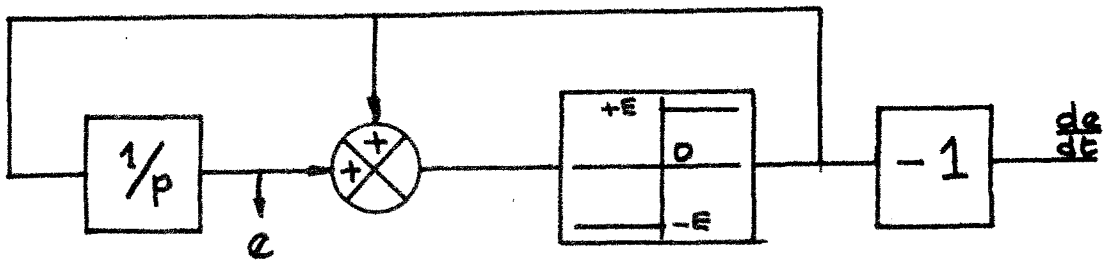


Figure 8

La réponse à un signal en dent de scie est constituée par une fonction du temps formée par une succession de segments de droites (figures 9 et 11). Les résultats des figures 9 et 10 correspondent au régime non saturé, tandis que le régime saturé est représenté aux figures 11 et 12.

V.2.3. *Réponse à certaines consignes non symétriques*

Cette étude a pour but de résoudre le problème de la réponse du modèle envisagé à un signal quelconque.

En effet, les exemples précédents ne concernent que des entrées particulières puisque symétriques.

Il est intéressant de noter le comportement du système réalisé à une consigne comportant une composante continue.

L'essai a été effectué en superposant à un signal purement sinusoïdal une tension constante dans le temps (3).

Les résultats permettent de conclure qu'en régime non saturé, le signal de réponse du modèle comporte également une composante continue liée linéairement à celle de l'entrée, le coefficient de proportionnalité s'identifiant à la pente de la droite de commutation.

Si $e = a + e_m \sin \omega t$ (3)

$s = b + f(t)$ (4) avec $b = \theta a$ (5)

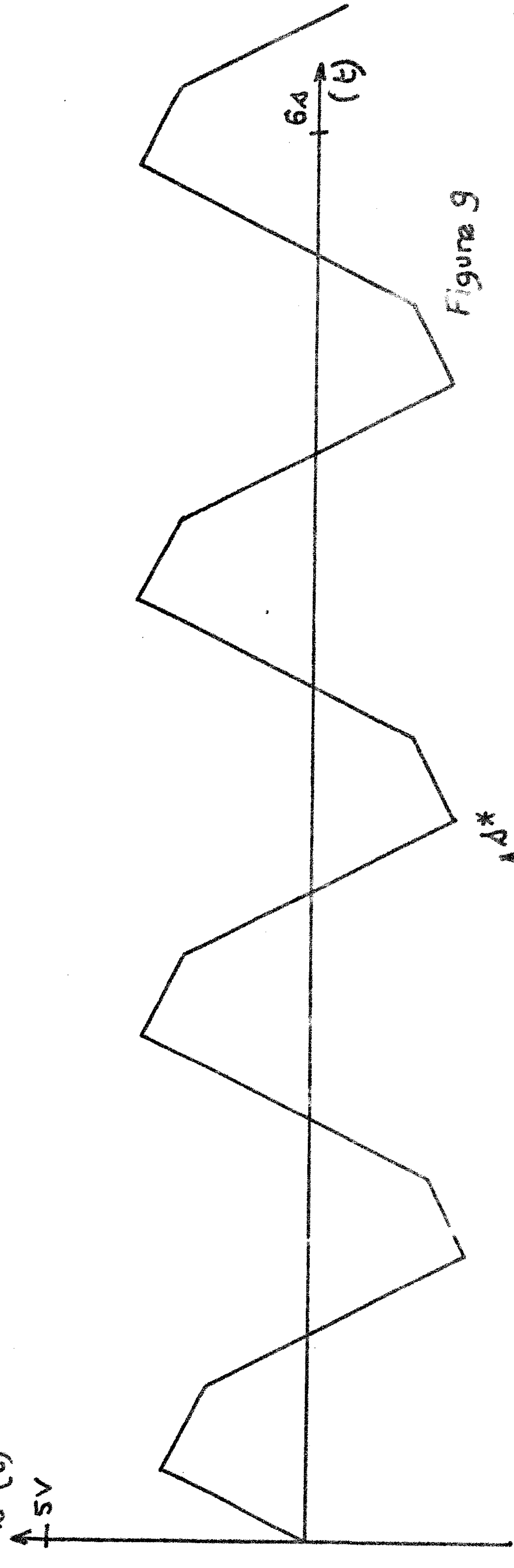


Figure 9

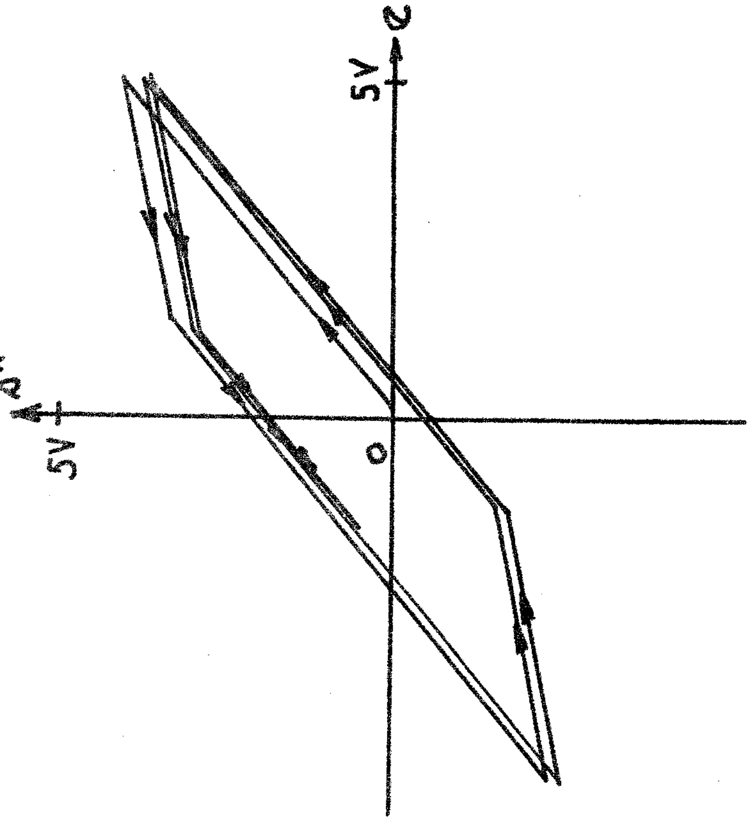


Figure 10

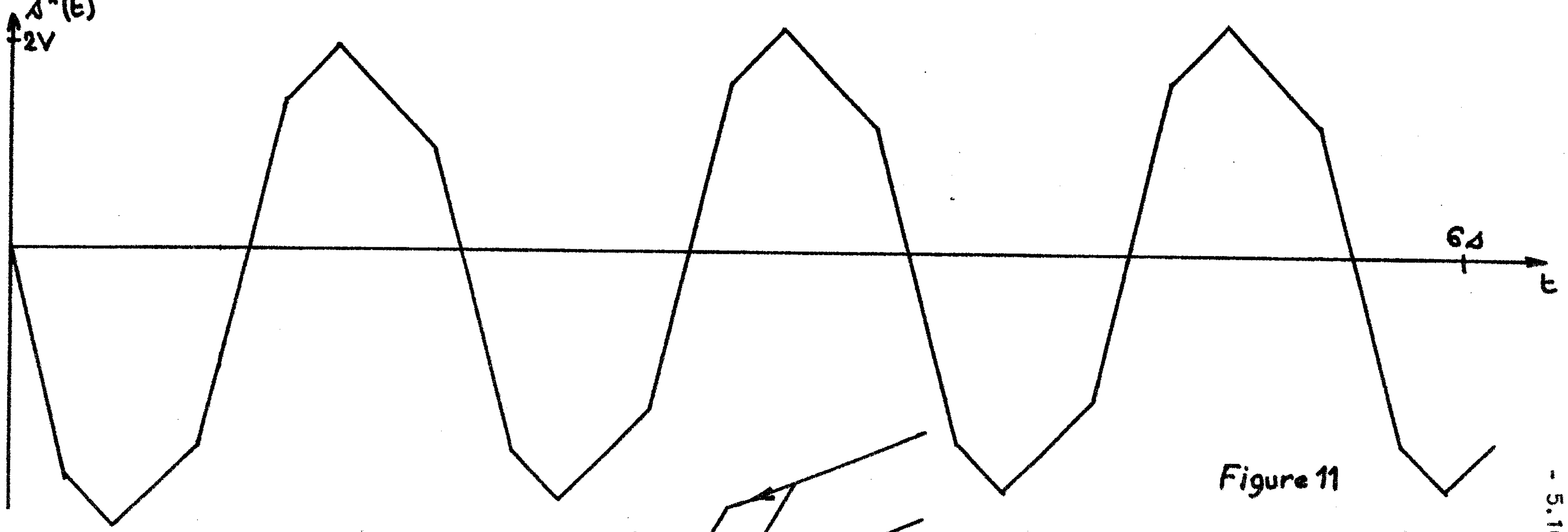


Figure 11

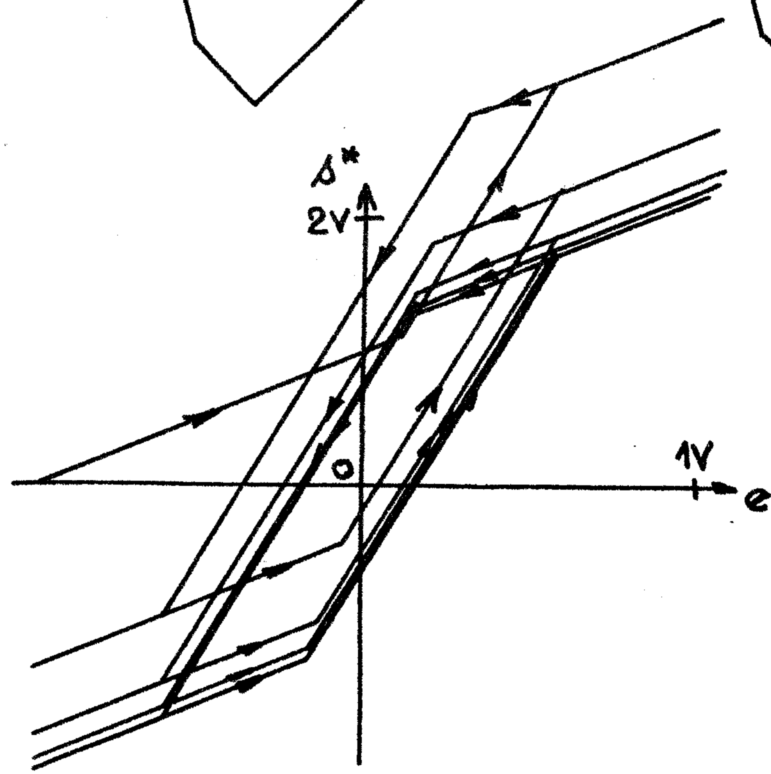


Figure 12

Le cycle d'hystérésis est alors décalé dans le plan (e, s^*), son centre ayant pour coordonnées (figures 13 et 14) :

$$(6) \qquad \begin{aligned} x &= a \\ y &= \theta a \end{aligned}$$

En régime saturé pour des valeurs positive et négative de l'entrée, le cycle est centré à l'origine des axes (Oe, Os^*).

Dans le cas d'un signal dissymétrique (Figures 15 et 16), les coordonnées du centre du cycle peuvent être définis par les relations (7)

$$(7) \qquad \begin{aligned} x &= \frac{a + (e_s - e_m)\ \text{signe}\ (a)}{2} \\ y &= \theta \times \frac{a + (e_s - e_m)\ \text{signe}\ (a)}{2} \end{aligned}$$

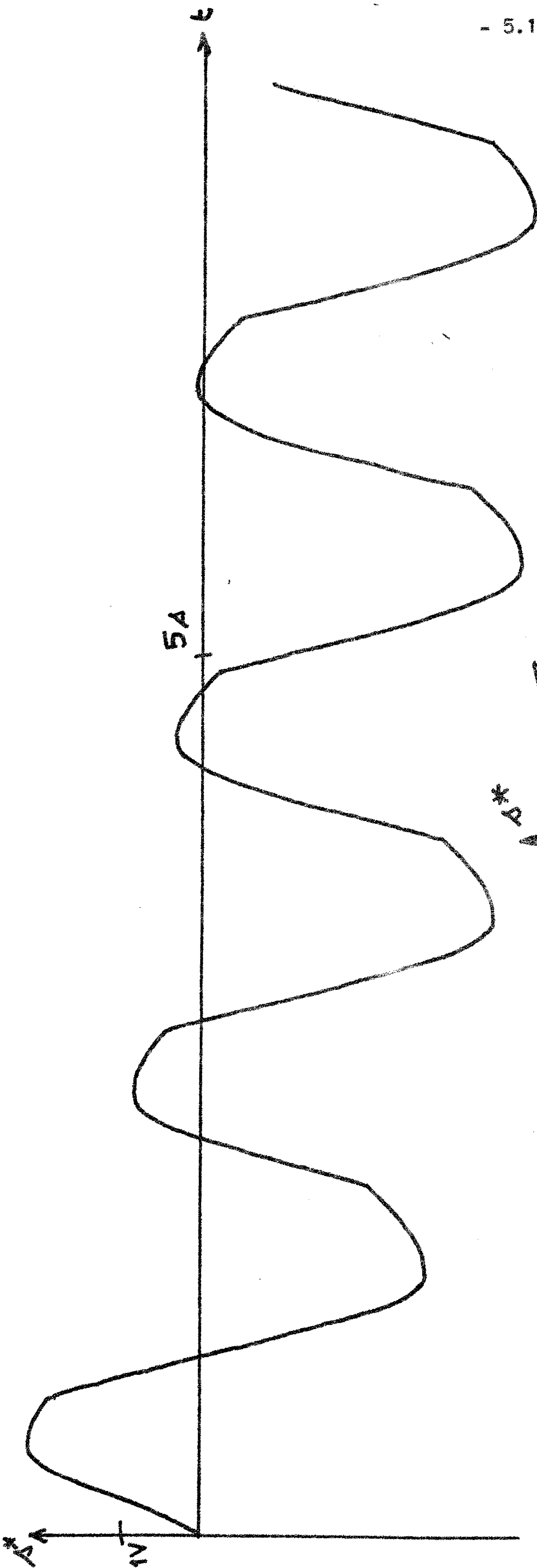


Figure 13

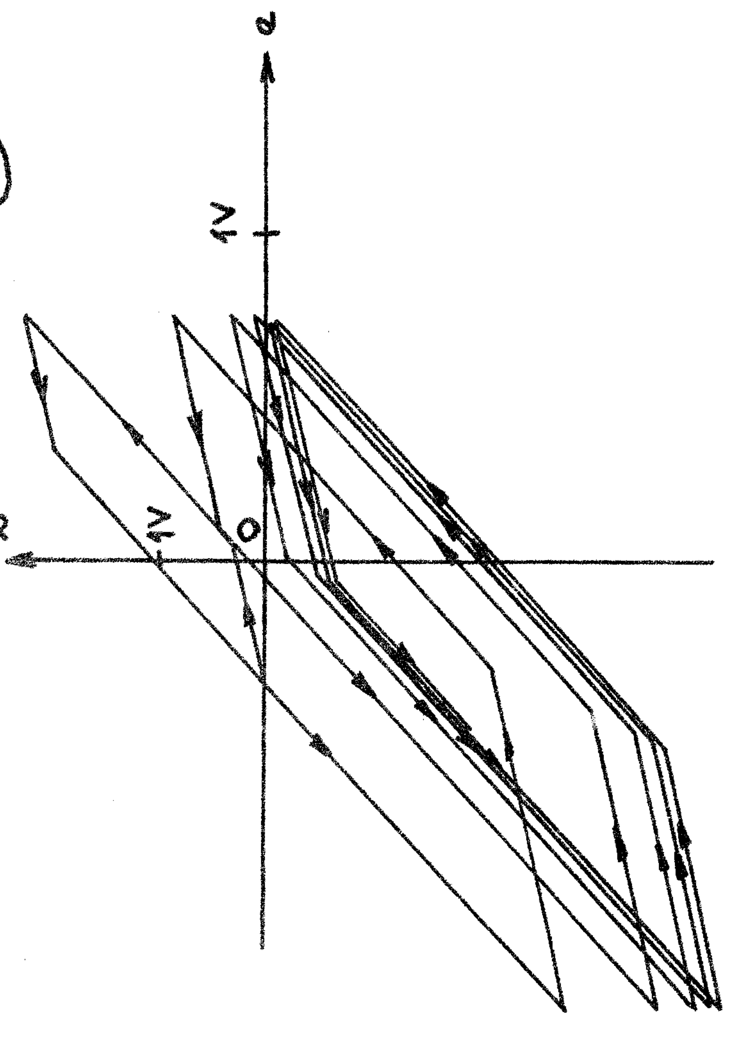


Figure 14

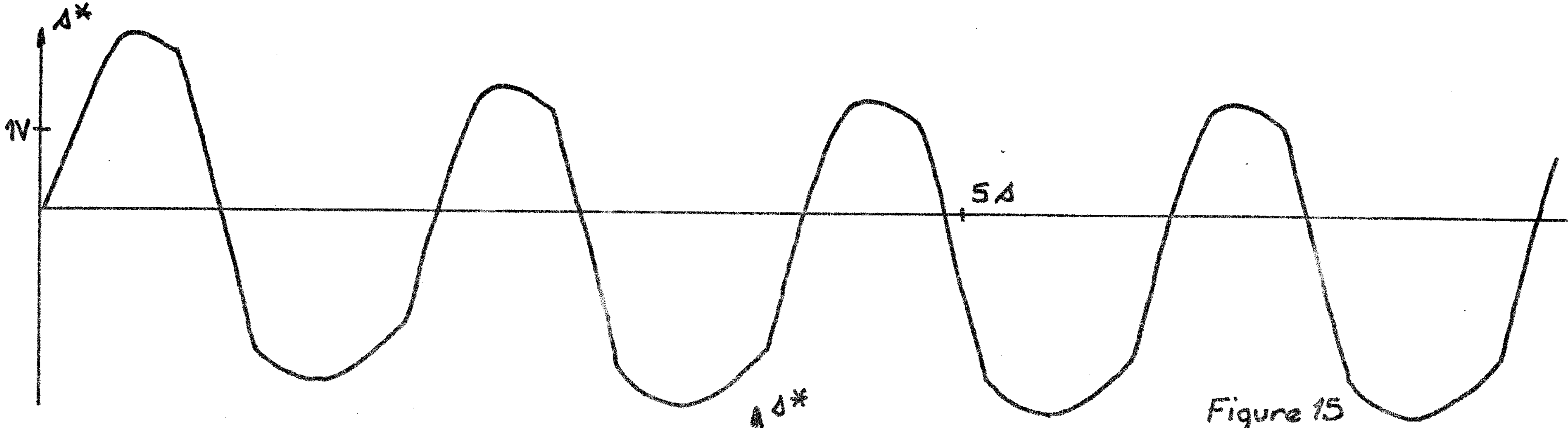


Figure 15

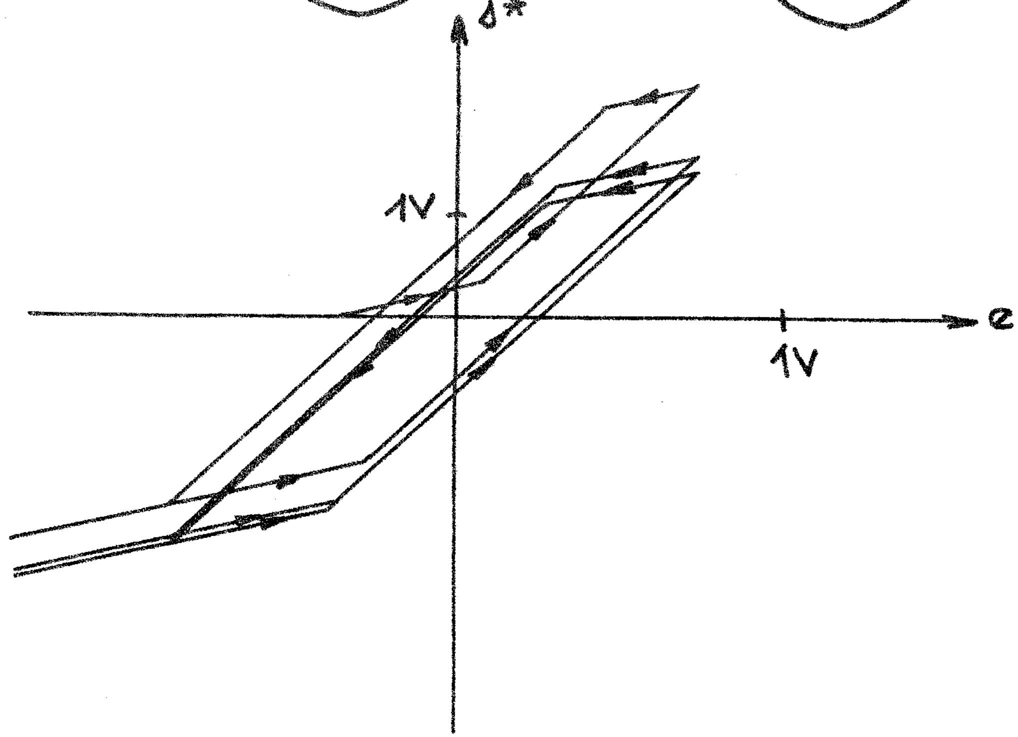


Figure 16

CONCLUSION

Le présent chapitre a mis en évidence le comportement du modèle en présence d'entrées diverses : l'examen des résultats montre que la réponse du système n'est pas sensible aux discontinuités de la dérivée du signal de consigne. De plus, il convient de noter que la possibilité d'obtenir des cycles en réponse à des entrées dissymétriques peut être intéressante dans l'étude de certains problèmes particuliers.

Chapitre VI.

SIMULATION D'UNE BOBINE A NOYAU DE FER

Introduction

Les commandes logiques utilisées précédemment ont permis la génération de cycles d'hystérésis définis dans le plan des entrée-sortie par la caractéristique $s^* = f(e)$. *Il convient d'étudier quelles modifications de la commande permettraient d'élaborer l'hystérésis* $e = f^{-1}(s^*)$. *Dans ce sens, une première partie de ce chapitre envisage la réalisation de ce type de commande, une seconde partie est ensuite consacrée à la simulation du comportement d'une bobine à noyau de fer à forte hystérésis pour une entrée donnée.*

VI.1 - PROPOSITION DE COMMANDE LOGIQUE POUR L'ELABORATION DE L'HYSTERESIS INVERSE

VI.1.1. Position du problème

Nous proposons de générer dans le plan des variables (e,s^*) les cycles définis à la figure 1.

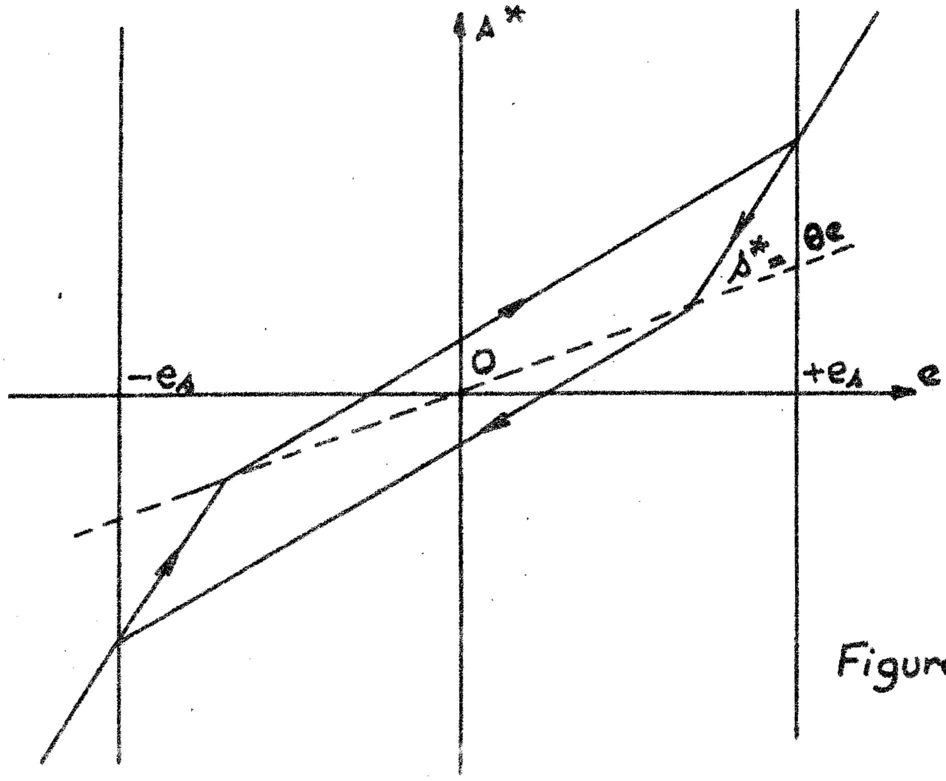


Figure 1

Nous désignons par α_1 et α_2 les pentes des segments utilisés dans la définition des cycles.

θ représente la pente de la droite de commutation. Ce paramètre doit satisfaire la contrainte de commutation (2) :

(2) $\theta < \alpha_1$

VI.1.2. Elaboration de la commande

La valeur 0 de la variable logique de commande S est associée à la pente α_2, et la valeur 1 à la pente α_1.

Les variables A, B, C sont associées respectivement aux grandeurs analogiques $\frac{de}{dt}$, $s^* - \theta e$, $|e| - e_s$ suivant le tableau (3).

$$A = 1 \iff \frac{de}{dt} < 0 \quad , \qquad A = 0 \iff \frac{de}{dt} > 0$$

(3) $$B = 1 \iff s^* - \theta e < 0 \quad , \qquad B = 0 \iff s^* - \theta e > 0$$

$$C = 1 \iff |e| - e_s < 0 \, , \qquad C = 0 \iff |e| - e_s > 0$$

La fonction S est définie à partir de l'ensemble des valeurs des états logiques A, B et C consignées dans le tableau (2)

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(2)

Il vient l'expression de S :

(4) $S = C \cdot \overline{A \oplus B}$ d'où (5) $\overline{S} = \overline{C} + A \oplus B$

S et $\overline{S}$ représentent ainsi les deux commandes des transistors à effet de champ T_1 et T_2 du schéma (3)

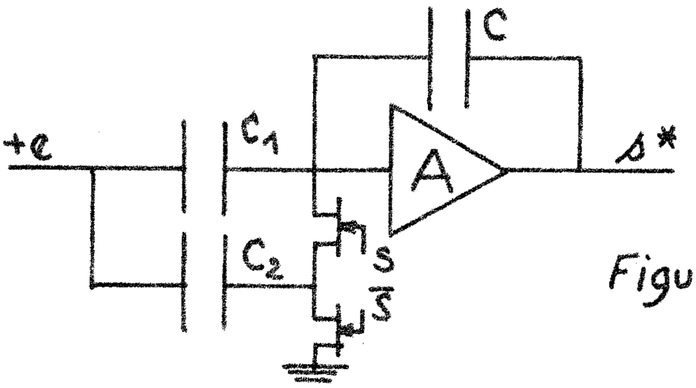


Figure 3

avec $\alpha_1 = \frac{C_1}{C}$ et $\alpha_2 = \frac{C_1+C_2}{C}$

VI.*1.3.* *Conclusion*

La comparaison des relations (4) et (5) et des relations (6) et (7)

(6) $S = \overline{C} + \overline{A \oplus B}$

(7) $\overline{S} = C\ (A \oplus B)$

met en évidence les modifications techniques à effectuer sur le module précédemment réalisé pour élaborer le cycle décrit à la figure (1). Dans ce sens, compte tenu de la relation (8) :

(8) $\overline{A \oplus B} = \overline{A} \oplus B$

Il suffit :

- d'une part d'intervertir les commandes des transistors FET.
- d'autre part d'associer la variable logique A à l'opposé du signe de la dérivée du signal d'entrée.

VI.2 - SIMULATION D'UNE BOBINE A NOYAU DE FER /10//18//19//20//21/

VI.*2.1.* *Mise en oeuvre*

Nous allons envisager l'étude d'une bobine à noyau de fer dont la caractéristique est représentée figure 4.

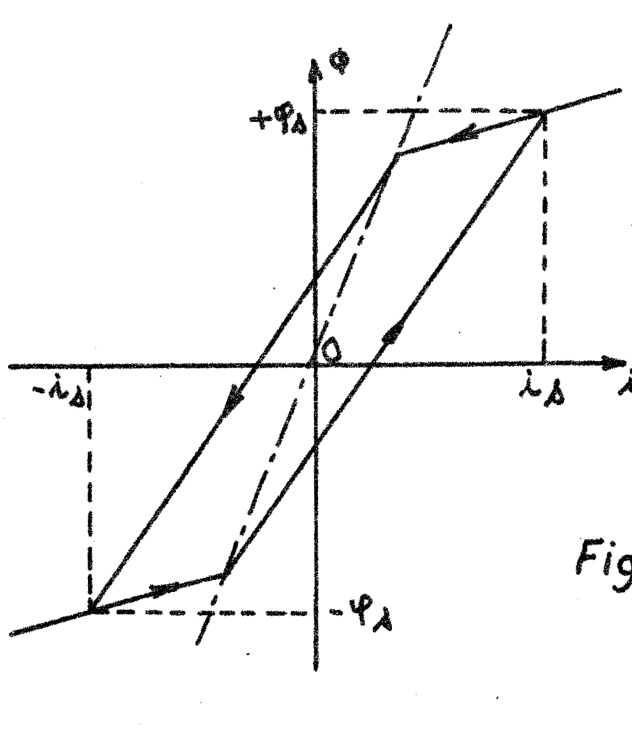


Figure 4

- i désigne le nombre d'ampères tours
- ϕ représente le flux traversant le noyau de la bobine.

La relation liant ϕ à i s'écrit (9) :

(9) $\phi = i\,L(i) = f(i)$, L étant le coefficient de self inductance.

En ce sens, le circuit électrique équivalent est celui de la figure (5).

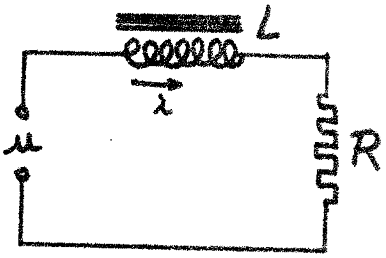


Figure 5

R = résistance de la bobine

L = inductance

u = tension de commande.

Il résulte de la loi de Lenz, la relation (10) dans laquelle désigne le nombre de spires.

(10) $e = - n \dfrac{d\phi}{dt}$

L'équation du circuit électrique équivalent prend ainsi la forme :

(11) $u = Ri + n \dfrac{d\phi}{dt}$

L'équation réduite (12) s'en déduit immédiatement :

(12) $U = I + \dfrac{d\phi}{dt}$

Il vient le schéma de simulation (6) dans lequel $I = F^{-1}(\Phi)$ représente une non- linéarité définie figure 1.

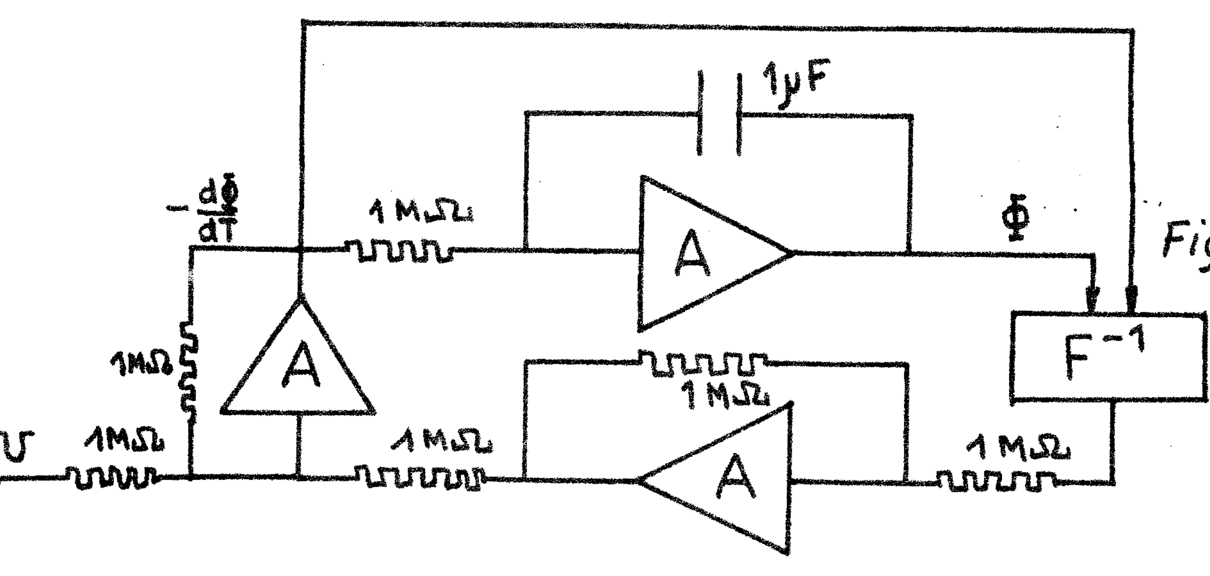


Figure 6

VI.2.2. *Résultats*

L'observation du comportement du système est effectuée pour une tension de commande u en créneaux.

Les paramètres de réglage ont pour valeurs respectives :

$$e_s = 0,22 \qquad (13)$$

$$\theta = 0,6$$

Les figures 10 et 14 représentent les cycles en régime saturé ou non saturé, selon la valeur de l'amplitude maximale U_m de la tension u.

Dans chacun des cas, nous avons relevé les réponses en courant (Figures 9 et 13) et en flux (Figures 8 et 12).

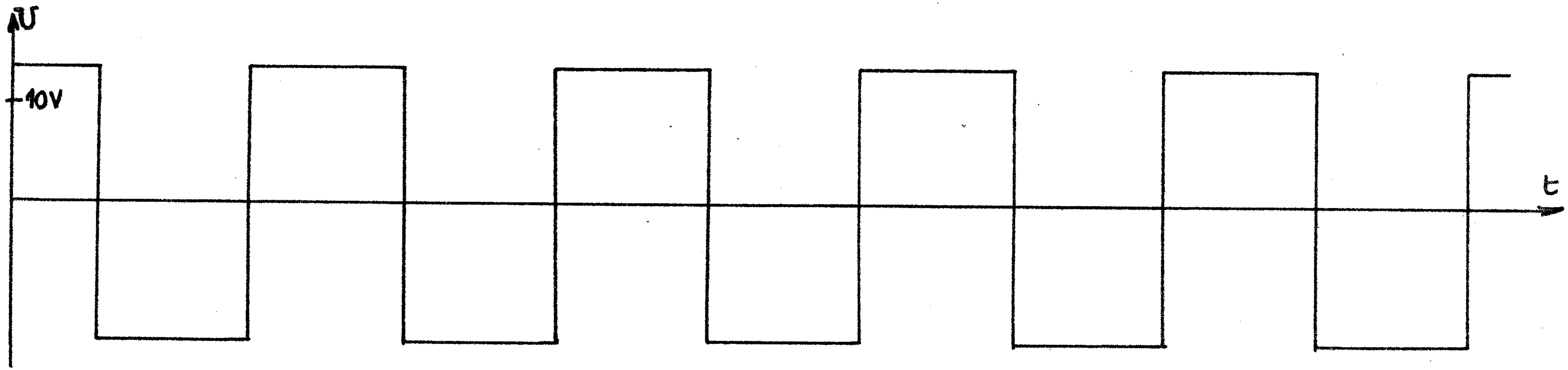


Figure 7

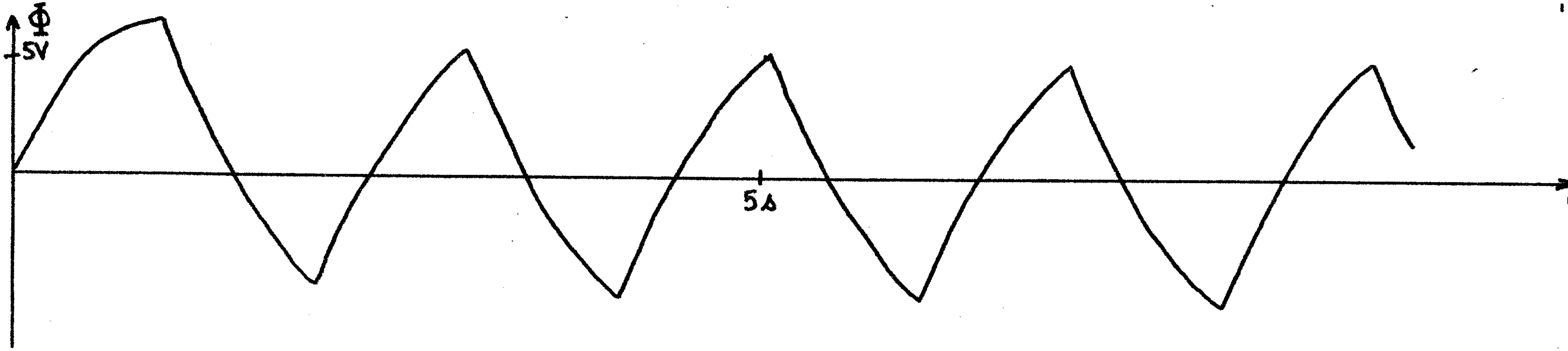


Figure 8

- Régime saturé - U = commande Φ = flux dans la bobine

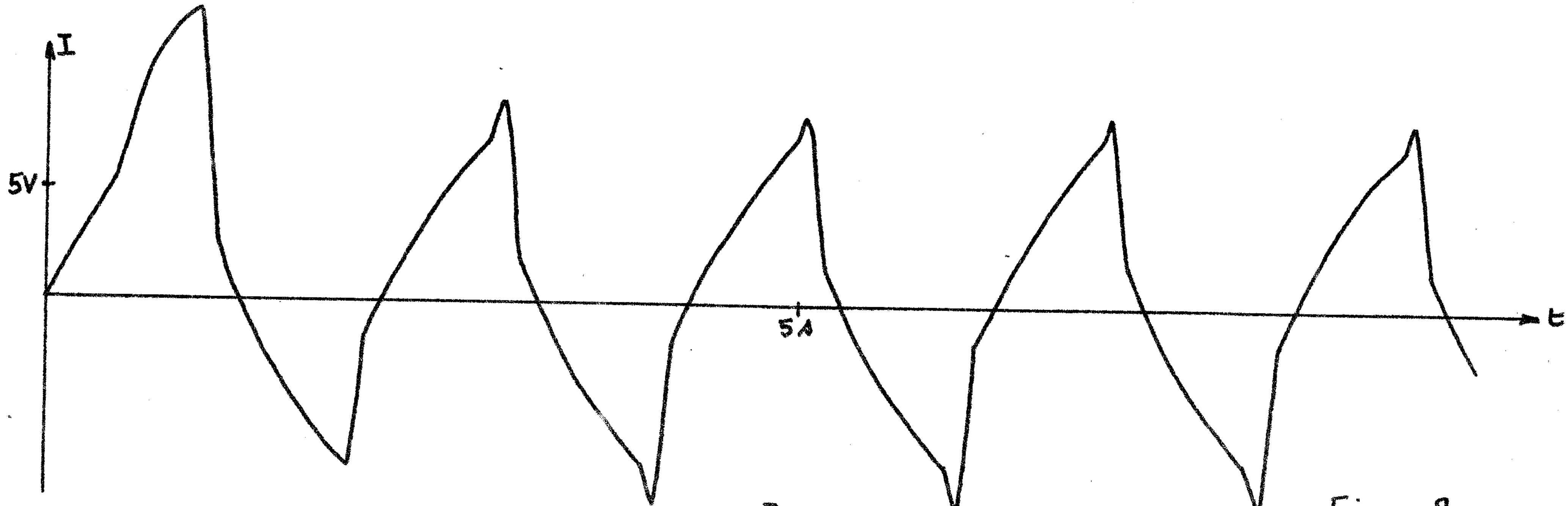


Figure 9

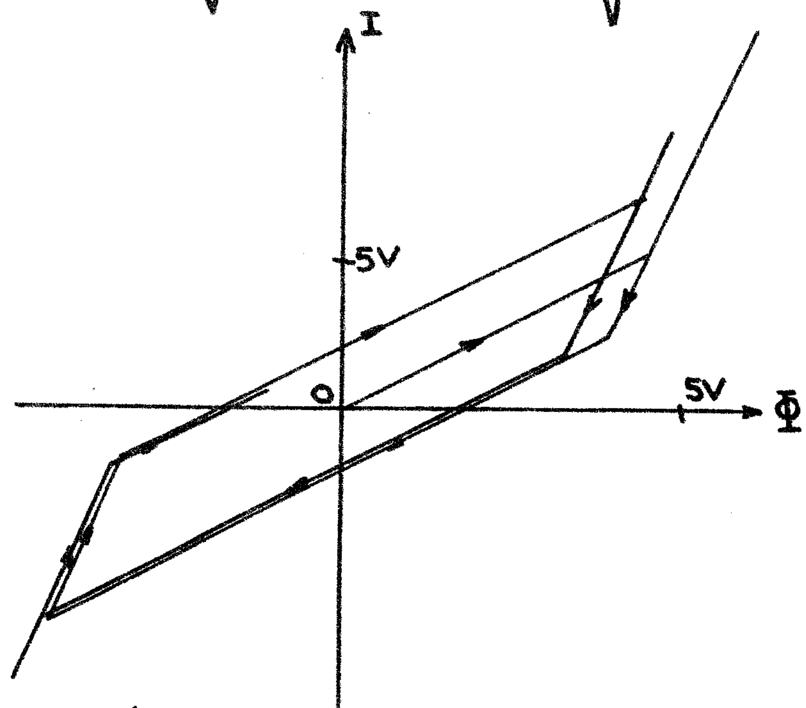


Figure 10

- Régime saturé -

I = courant
Φ = flux dans la bobine

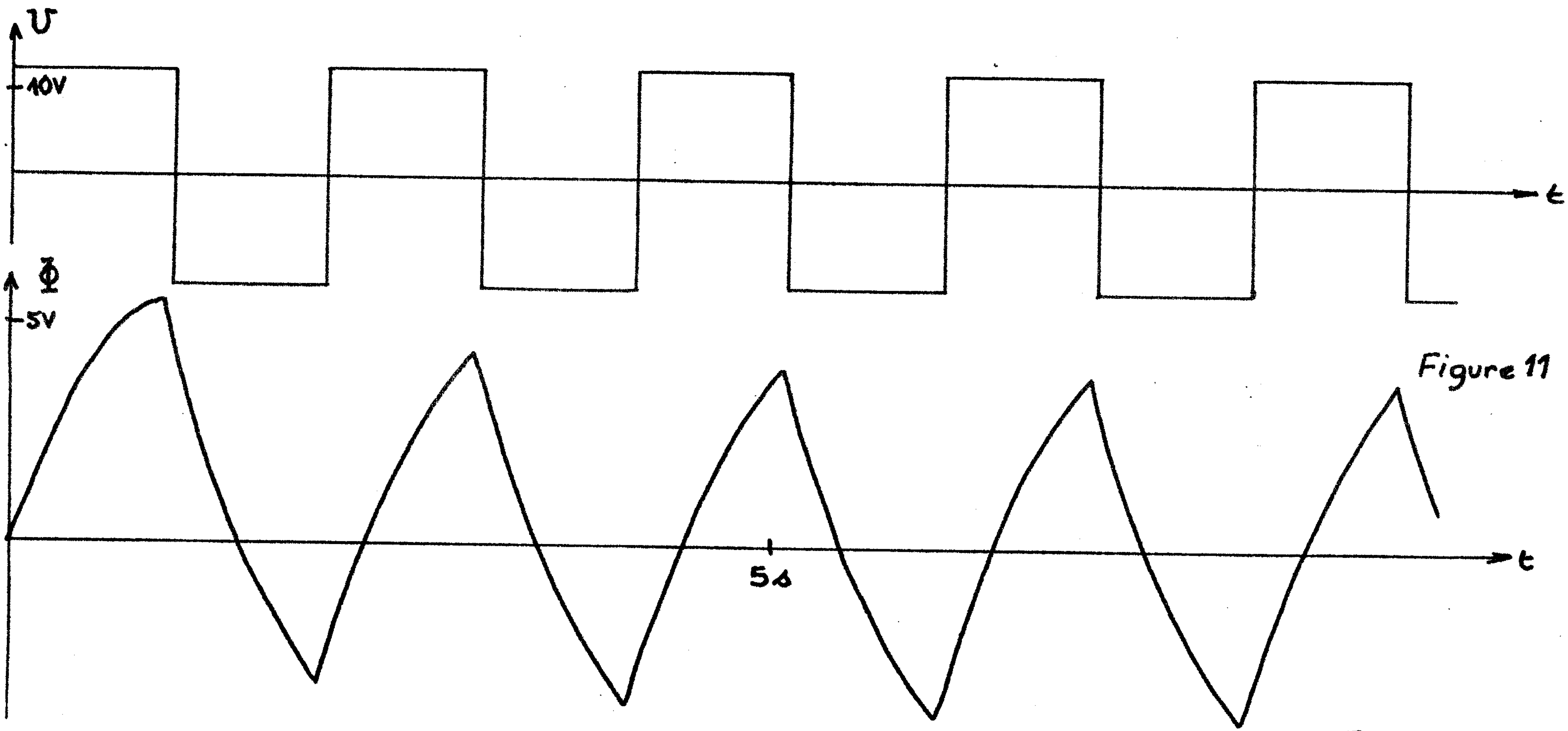


Figure 11

Figure 12

Régime non saturé

U = Commande
Φ = flux dans la bobine

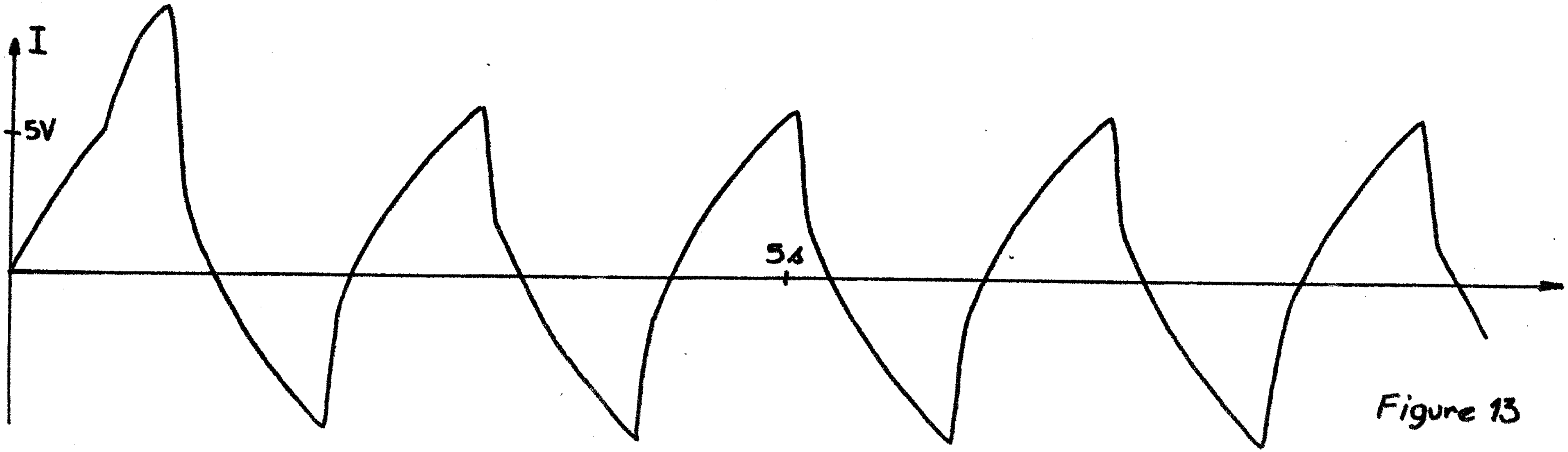


Figure 13

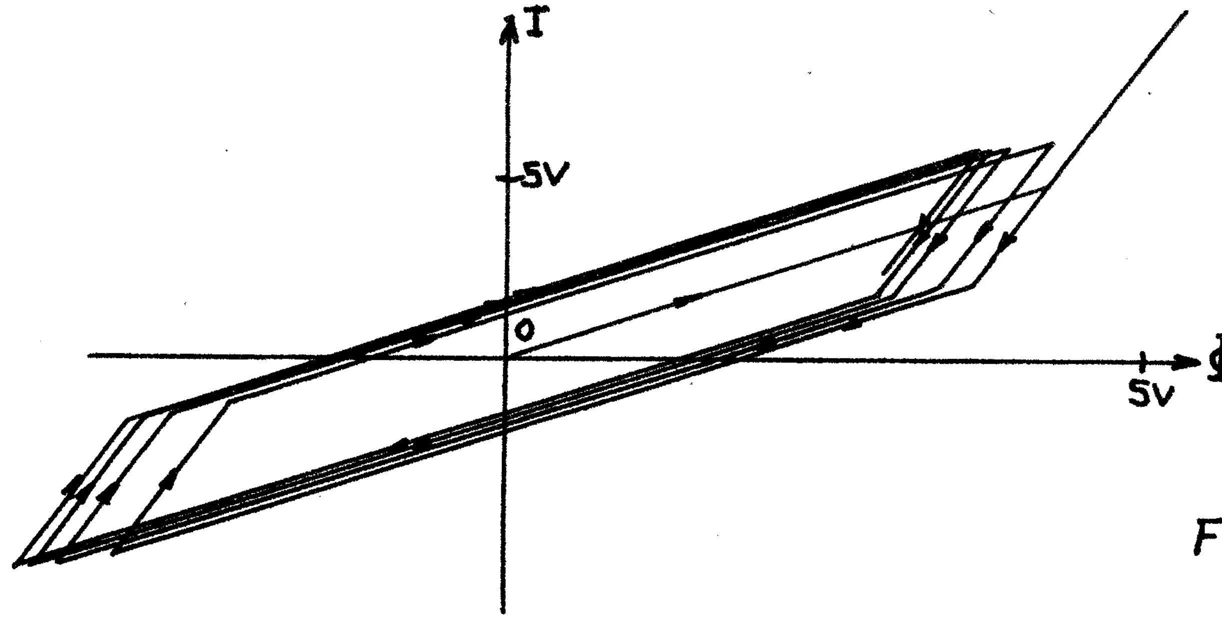


Figure 14

Régime non saturé

I = courant
Φ = flux dans la bobine

CONCLUSION

Cette étude a permis de montrer la grande souplesse d'adaptation du modèle proposé.

En effet, un choix convenable de la commande logique suffit pour générer le type de cycles d'hystérésis désiré. Le problème de la non linéarité inverse se trouve résolu, ainsi qu'il apparaît dans l'exemple que nous avons présenté.

Le choix des paramètres du système permet de plus un réglage précis de la pente de commutation et de la valeur de saturation de l'entrée.

Il en résulte une possibilité d'ajustement du module permettant de générer une non linéarité du type hystérésis conforme aux désirs de l'utilisateur.

CONCLUSION GENERALE

L'application des techniques de simulation hybride à l'étude des processus héréditaires conduit à rechercher une réalisation simple des non-linéarités du type hystérésis.

La difficulté de mise en oeuvre d'un modèle utilisant les éléments usuels de calcul hybride nous a conduit à proposer une simulation du phénomène hystérésis à partir d'un sommateur capacitif à entrées commutables associé à une logique élaborée.

Sous réserve de stabilité, un tel système se comporte de façon satisfaisante dans la simulation de nombreux processus réels.

La réalisation d'un modèle programmable permettant une approximation par segments réglable des branches de l'hystérésis peut constituer une amélioration intéressante et c'est dans cette voie que nous envisageons de poursuivre nos travaux.

- o 0 o -

B I B L I O G R A P H I E

REFERENCES

/1/ L.O. CHUA - K.A. STROMSMOE
"Lumped circuit models for non linear inductors exhibiting hysteresis loops" I.E.E.E. Trans. Circ. Theory - Novembre 1970.

/2/ C. MAIZIERES - M. FOURQUET
"Simulation d'une bobine à noyau de fer par représentation mathématique du cycle d'hystérésis" R.G.E - Mai 1968.

/3/ C. MAIZIERES
"Sur quelques méthodes d'étude des systèmes continus non linéaires"
Thèse - Lille, Novembre 1968.

/4/ G.W. SWIFT
"Analog computer simulation of a curved hysteresis loop"
I.E.E.E Trans. Electron. Computers - U.S.A - 1963

/5/ F. LHOTE - G. MANESSE
"Modèle à saturation et hystérésis pour l'étude analogique des amplificateurs rotatifs en régime harmonique" R.G.E Février 1966 .

/6/ D. BAERT
"A simulated non-linear self inductance"
Annales de l'Association Internationale pour le Calcul Analogique - Janvier 71.

/7/ I.M.H. BABAA - I.G. WILSON - YUAN YU
"Analytic solutions of limit cycles in a feeback regulated converter system with hysteresis"
I.E.E.E. Trans. Autom. Control - Octobre 1968.

/8/ J.P. HEURY - R. DEHORS
"Simulation d'un démultiplicateur de fréquence ferromagnétique"
Automatisme - 1966.

/9/ R. BOUC
"Influence du cycle d'hystérésis sur la résonance non linéaire d'un circuit série"
Colloques internationaux du C.N.R.S.

/10/ C. MAIZIERES - F. LHOTE - G. MANESSE
"Simulation d'une bobine à noyau de fer à cycle d'hystérésis rectangulaire au moyen d'un calculateur"
C.R. Ac. Sc. 1963

/11/ R. BOUC
"Montage analogique d'un résonateur série à cycle d'hystérésis rectangulaire" C.R. Acad. Sc. - Décembre 1964.

/12/ R. HUDON - J.G. PAQUET - J.C. GILLES
"On the hystéresis of on-off elements " I.E.E.E. Trans. Autom. Cont. Février 1969.

/14/ J.C. GENTINA, A. CARLIER, C. VASSEUR
"Sur la simulation des cycles d'hystérésis" Communication au 90ème Congrès de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences - Chambery - Juillet 1971.Revue AFAS - Tome II N°4 - 4e Trimestre 1971

/15/ A. MOSKOV - C. MAIZIERES - F. LAURENT
"Sur un traducteur de fonction à hystérésis"
Inter Electronique - Octobre 1968.

/16/ F. LAURENT
"Stockage de l'information sous forme analogique et simulation des systèmes discontinus" Automatisme - Juillet Aout 1967.

/17/ P. BORNE - A. CARLIER - C. VASSEUR
"Commandabilité et observabilité des systèmes continus dans l'espace d'état" Communication au 90ème Congrès de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences - Chambery - 1971 - AFAS T.II N°4 - 1971

/18/ F. LAURENT - F. LHOTE - C. MAIZIERES
"Sur la simulation analogique de certains systèmes héréditaires"
Automatisme - Juillet-Août 1967.

/19/ F. LHOTE
"Simulation analogique d'un transducteur magnétique à cycle rectangulaire" C.R. Ac. Sc. 1965.

/20/ J.P. HENRY - C. MAIZIERES
"Simulation d'une bobine à noyau de fer au moyen d'un calculateur analogique à courant continu "

/21/ J.P. HEURY - C. MAIZIERES
"Simulation par commutations d'une inductance saturable à aimantation contrainte et à cycle d'hystérésis idéalisé".AUTOMATISME - Mai 1966.

TABLE DES MATIERES