

# THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE 3<sup>e</sup> CYCLE

Spécialité Electronique

par

**Bernard DEMOULIN**

Maître Es Sciences

APPLICATIONS DE LA NOTION D'IMPEDANCE DE TRANSFERT  
AU CALCUL DU BLINDAGE D'UN CABLE A HAUTE IMMUNITE  
AUX PERTURBATIONS ELECTROMAGNETIQUES ET AU CALCUL  
DE FAISABILITE D'UNE TELECOMMUNICATION  
PAR CABLE COAXIAL RAYONNANT

Soutenue le 28 Septembre 1973

Membres du Jury :	MM. R. GABILLARD	Président
	J. FONTAINE	Examineur
	G. SALMER	Examineur
	M. BUISSON	Invité
	M. LEFEVRE	Invité

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE  
=====

DOYENS HONORAIRES de l'Ancienne Faculté des Sciences

MM. H. LEFEBVRE, PARREAU

PROFESSEURS HONORAIRES des Anciennes Facultés de Droit et  
Sciences Economiques, des Sciences et des Lettres

M. ARNOULT, Mme BEAUJEU, MM. BEGHIN, BROCHARD, CAU, CHAPPELON, CHAUDRON,  
CORDONNIER, DEHEUVELS, DEHORNE, DEHORS, FAUVEL, FLEURY, P. GERMAIN,  
HEIM DE BALSAC, HOCQUETTE, KAMPE DE FERIET, KOURGANOFF, LAMOTTE, LELONG,  
Mme LELONG, LIEBAERT, MARTINOT-LAGARDE, MAZET, MICHEL, NORMANT, PARISELLE,  
PASCAL, PAUTHENIER, PEREZ, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, WIEMAN, ZAMANSKI.

PRESIDENT de l'UNIVERSITE  
DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

M. DEFRETIN René

Professeur de Biologie Marine,  
Directeur de l'Institut de  
Biologie Maritime et Régionale de  
Wimereux.

PROFESSEURS TITULAIRES

M. BACCHUS Pierre	Astronomie
M. BEAUFILS Jean-Pierre	Chimie Générale
M. BECART Maurice	Physique
M. BIAYS Pierre	Géographie
M. BLOCH Vincent	Psychophysiologie
M. BONNEMAN Pierre	Chimie et Physico-Chimie Industrielle
M. BONTE Antoine	Géologie Appliquée
M. BOUGHON Pierre	Mathématiques
M. BOURIQUET Robert	Biologie Végétale
M. CAPET Marcel-Francis	Institut de Préparation aux Affaires
M. CELET Paul	Géologie
M. CONSTANT Eugène	Physique Industrielle-Electronique
M. CORSIN Pierre	Paléobotanique
M. DECUYPER Marcel	Mathématiques Générales
M. DEFRETIN René	Biologie Marine
M. DELATTRE Charles	Géologie Générale
M. DURCHON Maurice	Zoologie Générale et Appliquée
M. FAURE Robert	Mécanique
M. FOURET René	Physique
M. GABILLARD Robert	Radio-Electricité-Electronique

M. GEHU Jean-Marie	Institut Agricole
M. GLACET Charles	Chimie Organique
M. GONTIER Gérard	Mécanique
M. GUILLAUME Jean	Biologie Végétale
M. HEUBEL Joseph	Chimie Minérale
M. JOLY Robert	Biologie (Amiens)
Me LENOBLE Jacqueline	Physique Expérimentale
M. LOMBARD Jacques	Sociologie
M. MONTARIOL Frédéric	Chimie Appliquée
M. MONTREUIL Jean	Chimie Biologique
M. POUZET Pierre	Informatique
Me SCHWARTZ Marie-Hélène	Analyse Supérieure
M. TILLIEU Jacques	Physique Théorique
M. TRIDOT Gabriel	Chimie
M. VAILLANT Jean	Mathématiques
M. VIDAL Pierre	Automatique
M. VIVIER Emile	Biologie Animale
M. WERTHEIMER Raymond	Physique
M. ZEYTOUNIAN Radyadour	Mathématiques

PROFESSEURS A TITRE PERSONNEL

M. BOUISSET Simon	Physiologie Animale
M. DELHAYE Michel	Chimie
M. FLATRES Pierre	Géographie
M. LEBRUN André	Electronique
M. LINDER Robert	Botanique
M. LUCQUIN Michel	Chimie Physique
M. PARREAU Michel	Mathématiques Appliquées
M. PRUDHOMME Rémy	Droit et Sciences Economiques
M. SCHILTZ René	Physique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M. BELLET Jean	Physique
M. BILLARD Jean	Physique
M. BODARD Marcel	Botanique
M. BOILLET Pierre	Physique
M. DERCOURT Jean-Michel	Géologie
M. DEVRAINNE Pierre	Chimie Minérale
M. GOUDMAND Pierre	Chimie Physique
M. GRUSON Laurent	Mathématiques
M. GUILBAULT Pierre	Biologie
M. LACOSTE Louis	Biologie
M. LANDAIS Jean	Chimie
M. LEHMANN Daniel	Mathématiques
M. LOUCHEUX Claude	Chimie
M. MAES Serge	Physique
Mle MARQUET Simone	Mathématiques
M. MONTEL Marc	Physique
M. PANET Marius	I.E.E.A.
M. PROUVOST Jean	Minéralogie

MAITRES DE CONFERENCES (et chargés de fonctions)

M. ADAM Michel	Economie Politique
M. ANDRE Charles	Sciences Economiques
M. ANGRAND Jean-Pierre	Géographie
M. ANTOINE Philippe	Mathématiques
M. AUBIN Thierry	Mathématiques
M. BART André	Biologie
M. BEGUIN Paul	Mécanique des Fluides
M. BKOUCHE Rudolphe	Mathématiques
M. BOILLY Bénoni	Biologie
M. BONNEMAIN Jean-Louis	Biologie Végétale
M. BONNOT Ernest	Biologie Végétale
M. BOSCOQ Denis	Mathématiques
M. BRIDOUX Michel	Chimie
M. BRUYELLE Pierre	Géographie et Aménagement Spatial
M. CAPURON Alfred	Biologie Animale
M. CARREZ Christian	I.E.E.A.
M. CORDONNIER Vincent	Informatique
M. CORTOIS Jean	Physique
M. COULON Jean	I.E.E.A.
M. DEBOURSE Jean-Pierre	Sciences Economiques et Sociales
M. DEBRABANT Pierre	Sciences Appliquées
M. DELAUNAY Jean-Claude	Sciences Economiques et Sociales
M. DOUKHAN Jean-Claude	Physique
M. DRIEUX Baudouin	I.E.E.A.
M. DYMENT Arthur	Mathématiques
M. ESCAIG Bertrand	Physique
M. FONTAINE Jacques	Génie Electrique
M. FROELICH Daniel	Sciences Appliquées
M. GAMBLIN André	Géographie
M. GOBLOT Rémi	Mathématiques
M. GOSSELIN Gabriel	Sociologie
M. GRANELLE Jean-Jacques	Sciences Economiques
M. GUILLAUME Henri	Sciences Economiques et Sociales
M. HERMAN Maurice	Physique
M. JOURNAL Gérard	Sciences Appliquées
Mlle KOSMANN Yvette	Mathématiques
M. KREMBEL Jean	Chimie
M. LABLACHE COMBIER Alain	Chimie
M. LAURENT François	Automatique
M. LAVAGNE Pierre	Sciences Economiques et Sociales
Mlle LEGRAND Denise	Mathématiques
Mlle LEGRAND Solange	Mathématiques
Mme LEHMANN Josiane	Mathématiques
M. LENTACKER Firmin	Géographie et Aménagement Spatial
M. LEROY Yves	Electronique
M. LHENAFF René	Géographie
M. LOCQUENEUX Robert	Physique
M. LOUAGE Francis	Sciences Appliquées
Mme MAILLET Monique	Sciences Economiques
M. MAIZIERES Christian	I.E.E.A.
M. MALAUSSENA Jean-Louis	Sciences Economiques et Sociales
M. MERIAUX Emile	Sciences de la Terre
M. MESSELYN Jean	Physique
M. MIGEON Michel	Chimie (Sciences Appliquées)

M. PAQUET Jacques	Sciences Appliquées
M. PARSY Fernand	Mathématiques
M. PECQUE Marcel	Chimie
M. PERROT Pierre	Chimie
M. PERTUZON Emile	Biologie
M. PONSOLLE Louis	Chimie (Valenciennes)
M. POVY Jean-Claude	Sciences Appliquées
M. RACZY Ladislav	Physique - Electronique
Me RENVERSEZ Françoise	Sciences Economiques et Sociales
M. ROUSSEAU Jean-Paul	Physiologie Animale
M. ROY Jean-Claude	Biologie
M. SALMER Georges	Radio Electricité Electronique
M. SEGUIER Guy	Electronique
M. SIMON Michel	Psychologie
M. SLIWA Henri	Chimie
M. SMET Pierre	Physique
M. SOMME Jean	Géographie
Mle SPIK Geneviève	Chimie Biologique
M. TOULOTTE Jean-Marc	Sciences Appliquées
M. TREANTON Jean-René	Sciences Economiques et Sociales
M. VANDORPE Bernard	Chimie Physique
M. VILETTE Michel	Génie Mécanique
M. WATERLOT Michel	Géologie
Me ZINN JUSTIN Nicole	Mathématiques.

*A mes parents,*

*Ce travail a été effectué sous la direction de Monsieur le Professeur R. GABILLARD dans le cadre du Laboratoire de Radiopropagation et Electronique de l'Université des Sciences et Techniques de LILLE.*

*Qu'il me soit permis d'exprimer à Monsieur le Professeur R. GABILLARD mes sentiments de profonde gratitude pour les encouragements et les nombreux conseils qu'il m'a prodigués tout au long de ce travail.*

*Je remercie particulièrement Monsieur J. FONTAINE qui a bien voulu m'accueillir dans son équipe et a dirigé ce travail. J'ai constamment bénéficié de son expérience et de ses conseils précieux qui ont été déterminants pour mener à bien cette étude, je lui exprime toute ma reconnaissance.*

*Je remercie Monsieur G. SALMER qui a bien voulu examiner mon travail et me fait l'honneur de participer à mon Jury. Je tiens à lui exprimer toute ma reconnaissance.*

*Mes remerciements vont aussi à Messieurs J. BUISSON, Ingénieur au Service Electronique des Réacteurs du C.E.N. de Saclay et M. LEFEBVRE, Ingénieur au Laboratoire d'Electronique du C.E.R.C.H.A.R. d'avoir examiné mon travail et de me faire l'honneur de participer à mon jury. Les suggestions qu'il nous ont faites ont été très profitables pour la réalisation de ce travail.*

*Je remercie également MM. BIMONT, CAUTERMAN, CROSNIER, DEGAUQUE, DOCO, DUBUS, GAQUIERE, GREKOU, HUYGHE, LOUAGE, MANGEZ, OVIGNY, SOIRON, VACHON, VANLOOT, membres de l'équipe de Radiopropagation pour leur aide sympathique et leur collaboration amicale.*

*Je ne terminerai pas cet avant-propos sans exprimer mes remerciements à l'ensemble du personnel technique et administratif du laboratoire de Radiopropagation et Electronique de LILLE pour sa collaboration amicale et efficace.*

## SOMMAIRE

---

### INTRODUCTION

### CHAPITRE I - NOTION D'IMPEDANCE DE TRANSFERT

#### Introduction

#### I-1 Efficacité du blindage d'un câble coaxial aux perturbations électromagnétiques

I-1-1 Origine et nature des perturbations électromagnétiques

I-1-2 Efficacité du blindage aux perturbations électromagnétiques

#### I-2 Impédance de transfert d'un blindage tubulaire de section cylindrique

I-2-1 Définition et mécanisme physique de l'impédance de transfert

I-2-2 Equation de propagation dans un conducteur cylindrique homogène de section cylindrique

I-2-3 Solution de l'équation de propagation et expression de l'impédance de transfert

I-2-4 Influence de la fréquence et des caractéristiques du blindage sur les variations de l'impédance de transfert.

#### I-3 Impédance de transfert d'un câble à gaine tressée

I-3-1 Comparaison de l'étude théorique et expérimentale

I-3-2 Résistance en courant continu des gaines formées de conducteurs tressés

I-3-3 Inductance de transfert des gaines formées de conducteurs tressés.

### CHAPITRE II - CALCUL DU BLINDAGE D'UN CABLE A HAUTE IMMUNITE AUX PERTURBATIONS ELECTROMAGNETIQUES

#### Introduction

#### II-1 Calcul des tensions de perturbations

II-1-1 Théorie des lignes couplées



II-1-2 Calcul des tensions de perturbations pour des câbles 1-Gaine,  
2-Gaines, 3-Gaines.

II-2 Etude théorique comparative de câbles à 1-Gaine, 2-Gaines et 3-Gaines

II-2-1 Principe de la comparaison

II-2-2 Etude comparative avec terminaison inter-gaine sur courts-  
circuits

II-2-3 Etude comparative lorsque les impédances terminant l'inter-  
gaine sont adaptées

II-2-4 Conclusion de l'étude comparative

II-2-5 Influence de l'épaisseur de l'isolant inter-gaine

II-3 Etude expérimentale d'un câble 3-Gaines

II-3-1 Principe de la mesure et résultats obtenus

II-3-2 Conclusion

CHAPITRE III - FAISABILITE D'UNE TELECOMMUNICATION PAR CABLE COAXIAL RAYONNANT

Introduction

III-1 Etude théorique d'une liaison par câble coaxial rayonnant

III-1-1 Description du problème

III-1-2 Etude théorique du couplage câble-coaxial Galerie

III-1-3 Etude de l'influence des constantes électriques du câble  
et de son environnement sur le couplage coaxial galerie

III-2 Détermination des caractéristiques du câble coaxial

III-2-1 Détermination expérimentale de l'atténuation maximum  
admissible dans la liaison

III-2-2 Détermination des caractéristiques de la tresse et de la  
fréquence optimale.

III-3 Conclusion

CONCLUSION

ANNEXE I

ANNEXE II

ANNEXE III

BIBLIOGRAPHIE

## INTRODUCTION

Dans ce travail nous étudions deux applications extrêmes du blindage d'un câble coaxial.

La première application est relative aux câbles coaxiaux à haute immunité aux perturbations électromagnétiques ambiantes. Cette haute immunité est en effet de plus en plus recherchée dans une gamme de fréquences importante pouvant atteindre 30 à 100 MHz, à l'aide de câbles souples présentant un encombrement minimum. On recherche alors la plus grande efficacité de blindage des conducteurs formant l'armature externe du coaxial. Dans certaines réalisations industrielles ce problème présente une importance particulière. En effet l'introduction dans les ensembles industriels de calculateurs et logiques électroniques pour le contrôle de processus, impose aux équipements une excellente immunité aux perturbations électromagnétiques ambiantes. C'est le cas par exemple d'un réacteur nucléaire de centrale atomique où l'on doit contrôler l'installation à l'aide de signaux très faibles (impulsion d'une dizaine de microvolts d'étendue spectrale 30 MHz) provenant du détecteur neutronique dans une ambiance électromagnétique particulièrement perturbée (les courants de gaine dans les câbles pouvant atteindre 100 mA).

C'est à propos d'une telle installation de centrale atomique que le problème de la haute immunité aux parasites des câbles coaxiaux nous a été posé par le service Electronique des réacteurs du C.E.N.\* de Saclay. (3)

La seconde application se situe dans un domaine d'exploitation du câble coaxial extrême à la précédente.

On cherche en effet à construire un câble coaxial rayonnant dont le blindage est peu efficace et qui permet d'améliorer une liaison électromagnétique

entre deux mobiles par "Courants porteurs". Un compromis entre le rayonnement du câble et son affaiblissement linéique est recherché.

C'est pour une réalisation en galerie de mine, d'une liaison entre 2 véhicules ou 2 postes mobiles que le problème nous a été posé par le CERCHAR \* \* l'étude de faisabilité d'une telle liaison à l'aide d'un câble coaxial est faite et ses performances optimisées. Pour ces 2 applications il s'agit de mettre en évidence le couplage qui existe entre l'extérieur et l'intérieur du câble coaxial. C'est l'impédance de transfert du conducteur extérieur qui caractérise ce couplage. Elle représente en effet le rapport de la tension "perturbatrice" présente à l'extrémité d'un tronçon de câble au courant "perturbateur" circulant sur le conducteur extérieur.

Dans la première partie de ce travail nous rappelons ce que l'on entend par efficacité d'un blindage puis nous développons l'étude théorique de l'impédance de transfert valable pour un blindage homogène. La comparaison des résultats numériques obtenus et des mesures effectuées sur le blindage d'un câble coaxial à gaine tressée nous conduit à introduire la notion d'inductance de transfert et à en rappeler les propriétés.

Dans la deuxième partie nous développons l'étude théorique des câbles à gaines multiples. Nous calculons à l'aide de la théorie des lignes couplées introduite par SCHELKUNOFF, les tensions de perturbations apparaissant sur ces câbles. Une comparaison théorique de câbles à 1-GAINE, 2-GAINES et 3-GAINES nous permet d'expliquer leur comportement et d'étudier l'influence du couplage inter-gaine. Une étude expérimentale effectuée au laboratoire sur un échantillon de câble 3-GAINES nous permet de confronter les résultats expérimentaux et théoriques obtenus à l'aide du modèle mathématique. Une bonne concordance est obtenue. Une optimisation de câbles hautes immunités peut donc être faite à l'aide de ce modèle.

Dans la troisième partie nous rappelons les résultats obtenus par le Professeur DELOGNE<sup>(4)</sup> dans la réalisation d'une liaison en galeries de mines par câble coaxial à gaine périodiquement fendue. Nous proposons d'étudier une telle liaison en utilisant un câble coaxial classique à gaine tressée. Nous développons la théorie rigoureuse du couplage câble coaxial milieu environnement et réciproquement. A partir du modèle mathématique obtenu, nous étudions l'influence de l'impédance de transfert du câble, des coefficients

de propagation et impédance caractéristique du câble et de son environnement sur l'atténuation de la liaison. Expérimentalement nous déterminons l'affaiblissement maximum admissible compatible avec la puissance de l'émetteur et la sensibilité du récepteur. Nous déduisons à l'aide des résultats théoriques l'inductance de transfert optimale et l'affaiblissement du câble coaxial correspondant. Par extrapolation de résultats expérimentaux nous déterminons les caractéristiques approximatives du câble coaxial permettant de réaliser cette liaison.

\* C.E.N. Centre d'Etudes Nucléaires

\* \* CERCHAR Centre d'Etudes et de Recherche des Charbonnages de France

## CHAPITRE - I

### NOTION D'IMPEDANCE DE TRANSFERT

---

#### INTRODUCTION

Nous consacrons ce premier chapitre à l'étude de l'efficacité du blindage d'un câble coaxial aux perturbations électromagnétiques. Cette étude nécessite de connaître :

- L'origine et la nature des perturbations électromagnétiques qui affectent le blindage.
- Les caractéristiques de la ligne constituée par la gaine du câble et la terre ou un autre conducteur.
- L'influence des impédances et charges branchées aux extrémités du câble.
- Les paramètres propres aux blindages c'est-à-dire ses constantes électriques et géométriques.

Nous développons ce dernier point à l'aide de la notion d'impédance de transfert qui permet de définir les caractéristiques propres au blindage. Nous rappelons la théorie du blindage tubulaire homogène de section cylindrique. Puis à l'aide de résultats expérimentaux nous généralisons cette notion aux câbles coaxiaux à gaines formées de conducteurs tressés.

#### I-1 EFFICACITE DU BLINDAGE D'UN CABLE COAXIAL AUX PERTURBATIONS ELECTROMAGNETIQUES

##### I-1-1 Origine et nature des perturbations électromagnétiques (12)

Pour définir les performances d'un blindage il faut connaître l'origine et la nature des perturbations électromagnétiques qui l'affectent. Ces informations permettent de déduire la répartition spectrale et l'ordre de grandeur des signaux parasites.

La nature des perturbations peut se répartir en deux catégories. Les signaux à caractère aléatoire et périodique que nous pouvons représenter sous forme temporelle ou spectrale. Nous utilisons la seconde présentation plus facile à introduire dans les modèles mathématiques.

L'origine des perturbations est plus difficile à classifier, les générateurs de parasites sont très nombreux. Nous pouvons toutefois distinguer les signaux d'origine naturelle et industrielle. Pour les premiers nous considérons principalement les coups de foudre engendrant les perturbations les plus intenses. Pour les seconds la répartition est très étendue. Nous aurons : les mises à la terre parasites, les enclenchements et coupures de circuits, les harmoniques d'équipements à courants hachés etc... Nous résumons sur le diagramme de la figure (1) la probabilité relative de présence des perturbations en fonction de la puissance.

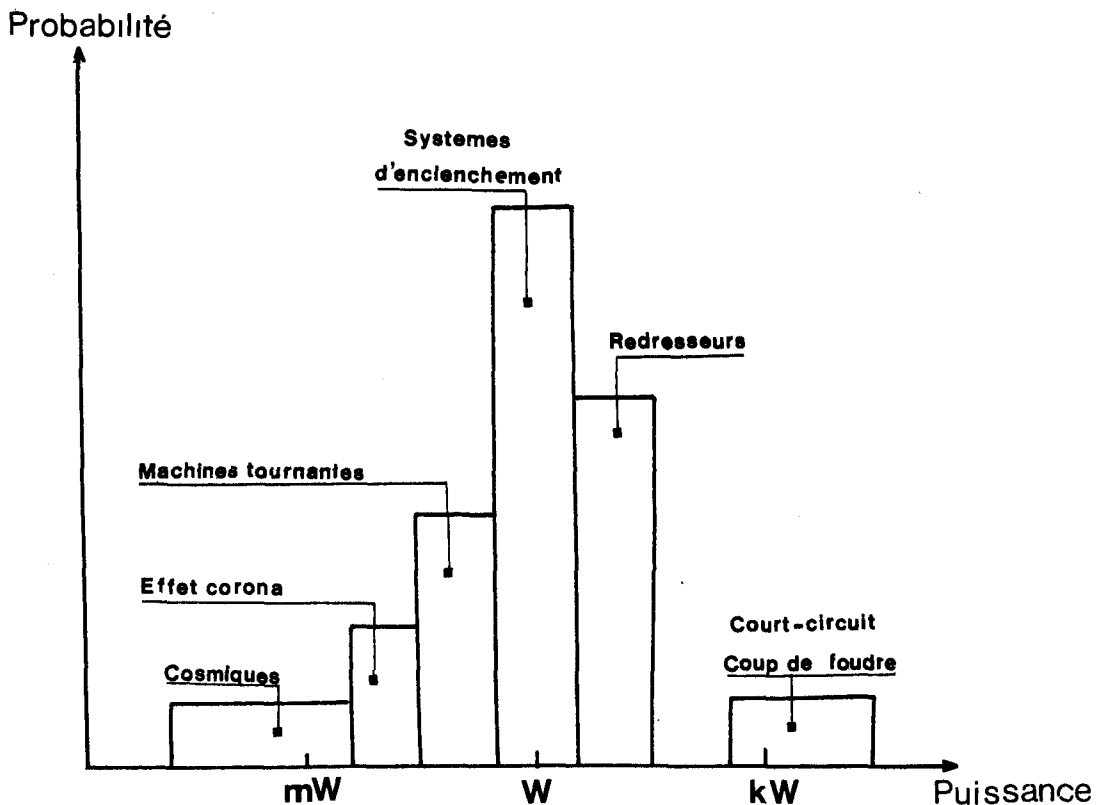


figure 1

I-1-2 Efficacité du blindage d'un cable coaxial aux perturbations électromagnétiques (2)

Pour aborder ce problème nous utilisons un exemple concret représenté sur la figure (2). On considère un jeu de barres ou lignes de puissance (1) à proximité

desquelles se trouve une ligne coaxiale 2 véhiculant des signaux de faible amplitude.

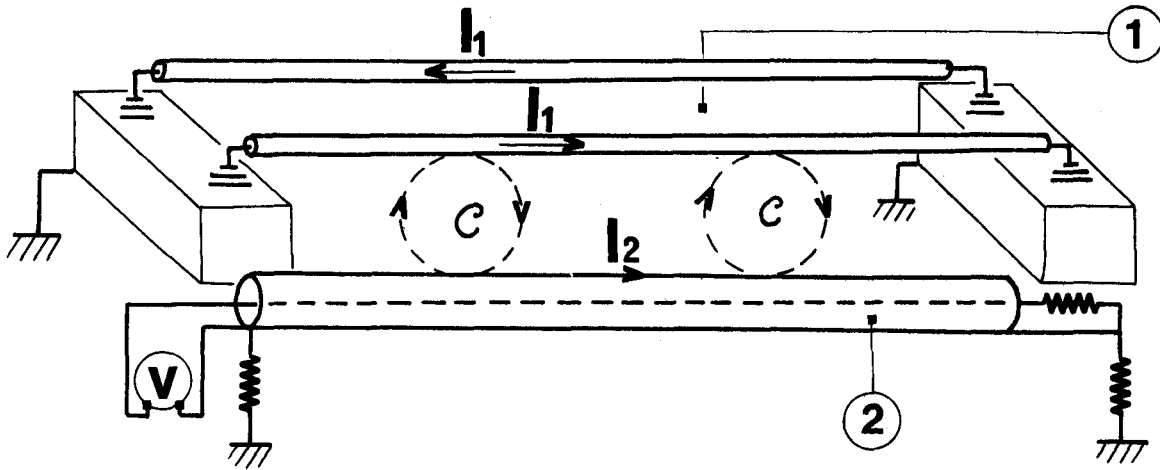


figure 2

Il existe entre les lignes 1 et 2 un couplage électromagnétique C. Les courants  $I_1$  circulant dans la ligne 1 induisent un courant  $I_2$  dans la gaine du coaxial 2 qui fait apparaître une tension V entre l'âme et la gaine. Cet exemple illustre la complexité de la notion d'efficacité du blindage d'un câble. La tension V concrétise l'effet de la perturbation due à la ligne 1. Son niveau dépend de nombreux paramètres. L'on peut considérer :

- Les paramètres propres au blindage du câble coaxial. Ils caractérisent le couplage qui existe entre l'extérieur et l'intérieur du conducteur tubulaire constituant le blindage. Ce couplage se traduit par la notion d'impédance de transfert. Cette impédance de transfert est fonction de la conductivité, de la perméabilité du conducteur et de la fréquence.
- Les paramètres des modes de propagation qui peuvent exister à l'extérieur et à l'intérieur du câble. Il s'agit des constantes électriques câble blindage, constantes de propagation et impédances caractéristiques des différents modes, de l'influence apportée par les charges ou impédances branchées aux extrémités du câble. Il faut aussi tenir compte de l'environnement du câble, lignes voisines, connexion de masses des blindages, longueur du câble et finalement du niveau et de la nature spectrale de la perturbation électromagnétique.

L'étude théorique de l'efficacité du blindage d'un câble fondée sur le

calcul des tensions de perturbations ou de diaphonie qui apparaissent sur le câble ne peut se faire que si l'on connaît l'ensemble des paramètres ci-dessus. Le calcul consiste en la mise en équation des ondes se propageant à l'extérieur comme à l'intérieur du câble et la mise en évidence de leur couplage. Dans la pratique il est impossible de faire une analyse théorique complète, les modèles mathématiques traduisant la réalité étant beaucoup trop complexes. Dans certains cas simples il est possible de donner une solution. Mais dans bien des cas les paramètres des modes de propagation ne sont pas toujours accessibles à la mesure. On est contraint de se contenter d'une étude expérimentale plus ou moins empirique.

L'étude expérimentale doit conduire à la définition d'un facteur d'efficacité du blindage facilement accessible à la mesure et permettant une étude comparative des différents câbles.

I-2 IMPEDANCE DE TRANSFERT D'UN BLINDAGE TUBULAIRE HOMOGENE DE SECTION CYLINDRIQUE

I-2-1 Définition et mécanisme physique de l'impédance de transfert (2)

Un câble coaxial et son environnement peut être assimilé au schéma équivalent de la figure (3)

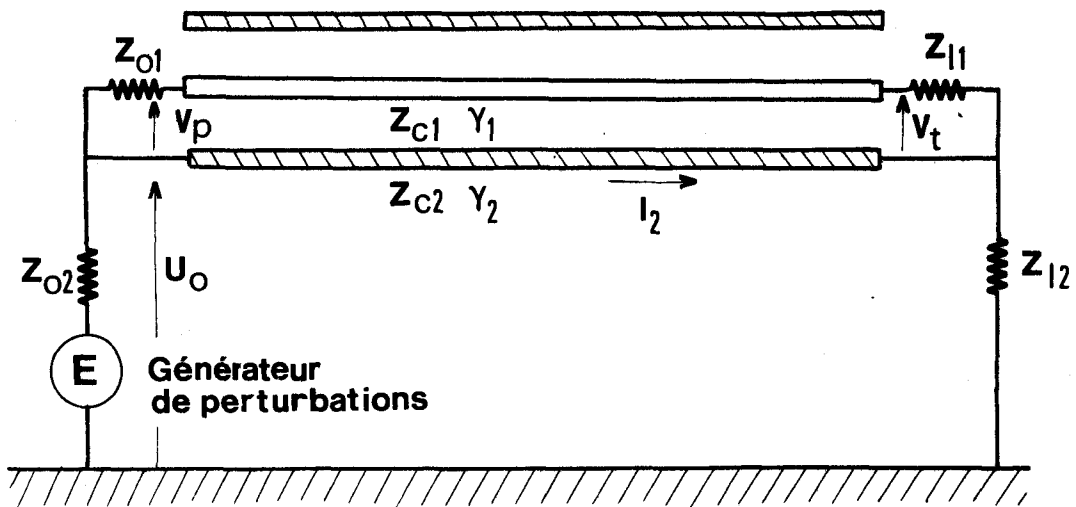


figure 3

$I_2$  correspond au courant parasite circulant dans la gaine du câble coaxial, ce courant fait apparaître entre l'âme et la gaine les tensions  $V_p$  et  $V_t$  pour caractériser l'efficacité du câble, nous pouvons utiliser les rapports  $\frac{V_p}{U_0}$ ,  $\frac{V_t}{U_0}$ ,  $\frac{V_t}{I_2}$  mais ces grandeurs tiennent compte des paramètres extérieurs

et intérieurs au blindage toujours difficile à déterminer. Il faut donc introduire une caractéristique qui définit l'efficacité propre au blindage. Injectons un



courant dans la gaine du câble et court-circuitons l'âme et la gaine à une extrémité figure (4)

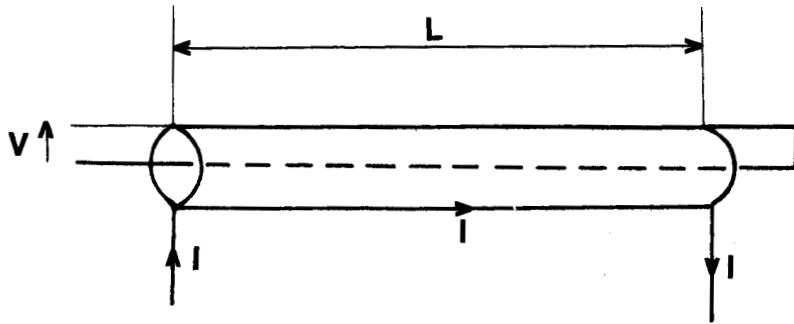


figure 4

Une tension parasite va apparaître à l'intérieur du blindage. Si l'on considère l'échantillon comme électriquement court le rapport  $Z_t = \frac{V}{I} \cdot \frac{1}{L}$  va constituer l'impédance de transfert du câble.

$$Z_t = \frac{V}{I} \cdot \frac{1}{L} \quad (I-1)$$

Cette impédance de transfert ne fait intervenir que les constantes physiques propres au blindage. L'impédance de transfert peut ainsi figurer au catalogue descriptif du constructeur de câbles. En basse fréquence la répartition de la densité de courant est uniforme, dans une section droite du blindage,  $Z_t$  peut alors être confondue avec la résistance linéique du câble. En hautes fréquences la répartition du courant n'est plus uniforme. La densité de courant se concentre sur la périphérie du blindage comme l'indique la figure (5)

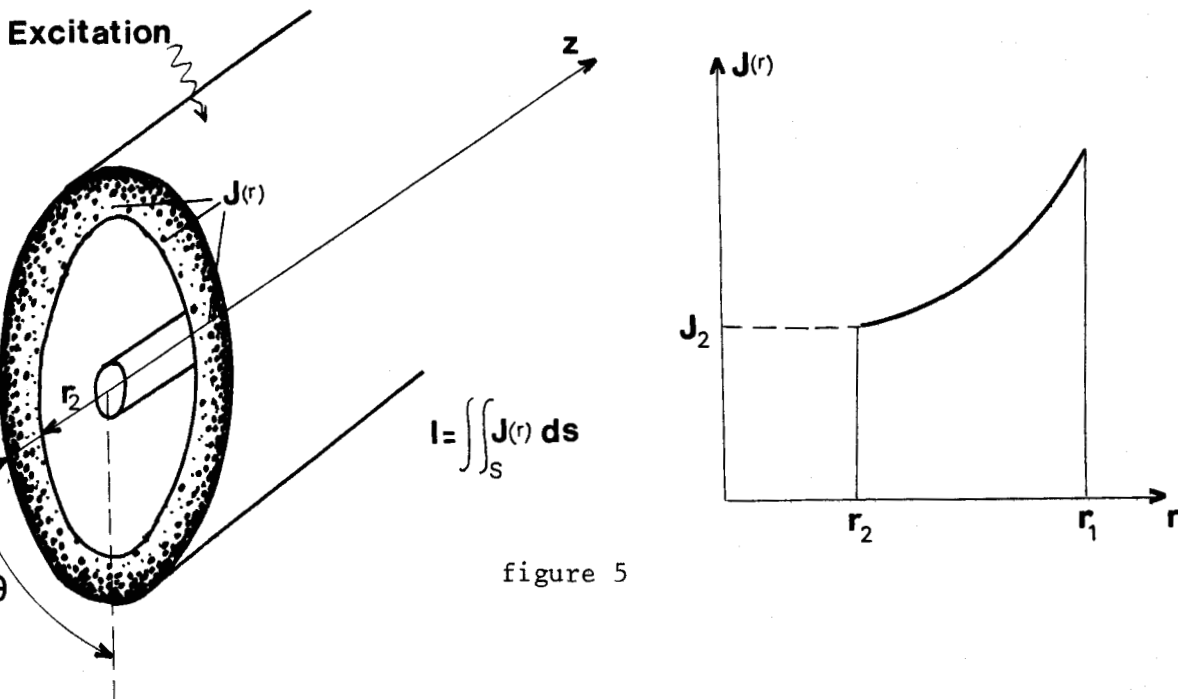


figure 5

Sur la face intérieure du blindage va apparaître une densité de courant non nulle  $J_z = J_z(r_2)$  qui crée le champ électrique  $E_z(r_2) = \sigma \cdot J_z(r_2)$

$$Z_t = \frac{E_z(r_2)}{I_z} \quad (I-2) \quad \text{avec} \quad I_z = \int_{r_2}^{r_1} J_z(r) 2\pi r dr$$

Pour obtenir  $Z_t$  il faut donc connaître la loi traduisant la pénétration de  $E_z(r)$  dans le blindage conducteur.

I-2-2 Equation de propagation dans un conducteur homogène de section cylindrique

L'équation de propagation du champ électrique dans le blindage va nous permettre de calculer la loi de pénétration radiale du vecteur champ électrique  $E_z$ . Cette étude a été effectuée par SCHELKUNOFF S.A. et KING P. (5) (6)

Posons les équations de Maxwell.

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} & \vec{D} = \epsilon \vec{E} \\ \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{B} = \mu \vec{H} \end{cases}$$

En régime sinusoïdal ces expressions vont s'écrire :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + j \omega \vec{D} \quad (I-3)$$

$$\text{rot } \vec{E} = - j \omega \vec{B} \quad (I-4)$$

Nous introduisons le potentiel vecteur  $\vec{A}$  (1) (7)

tel que :  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$

L'équation (I-4) va s'écrire :

$$\text{rot } \vec{E} + j \omega \text{rot } \vec{A} = 0$$

$$\text{rot } (\vec{E} + j \omega \vec{A}) = 0$$

Nous tirons l'égalité :

$$\vec{E} = - j \omega \vec{A} - \text{grad } \varphi \quad \text{où } \varphi \text{ est un potentiel scalaire quelconque, puisque } \text{rot grad } \varphi = 0$$

En introduisant cette valeur de  $\vec{E}$  dans (I-3)

On a :

$$\frac{1}{\mu} \text{rot rot } \vec{A} = \vec{J} - j\omega \epsilon (j\omega \vec{A} + \text{grad } \varphi)$$

Le courant de conduction va s'écrire  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

En utilisant la relation :

$$\text{rot rot } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \Delta \vec{A} \quad \text{Nous obtenons :}$$
$$\Delta \vec{A} - \text{grad} \left[ \text{div } \vec{A} + \mu(j\omega \epsilon + \sigma) \varphi \right] + (\omega^2 \mu \epsilon - j\omega \mu \sigma) \vec{A} = 0$$

Pour définir  $\varphi$  nous donnons la condition supplémentaire :

$$\text{div } \vec{A} + \mu(j\omega \epsilon + \sigma) \varphi = 0$$

Nous obtenons finalement l'équation de propagation :

$$\Delta \vec{A} + (\omega^2 \mu \epsilon - j\omega \mu \sigma) \vec{A} = 0$$

que l'on met sous la forme :

$$\Delta \vec{A} + \beta^2 \vec{A} = 0 \quad (\text{I-5})$$

$$\text{avec : } \beta^2 = \omega^2 \mu \epsilon - j\omega \mu \sigma \quad (\text{I-6})$$

où  $\beta^2$  est le coefficient de propagation intrinsèque du milieu conducteur.

### I-2-3 Solution de l'équation de propagation et expression de l'impédance de transfert

- choix du système de coordonnées.

Le blindage tubulaire homogène possédant la symétrie cylindrique, nous utilisons le système de coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  figure (6)

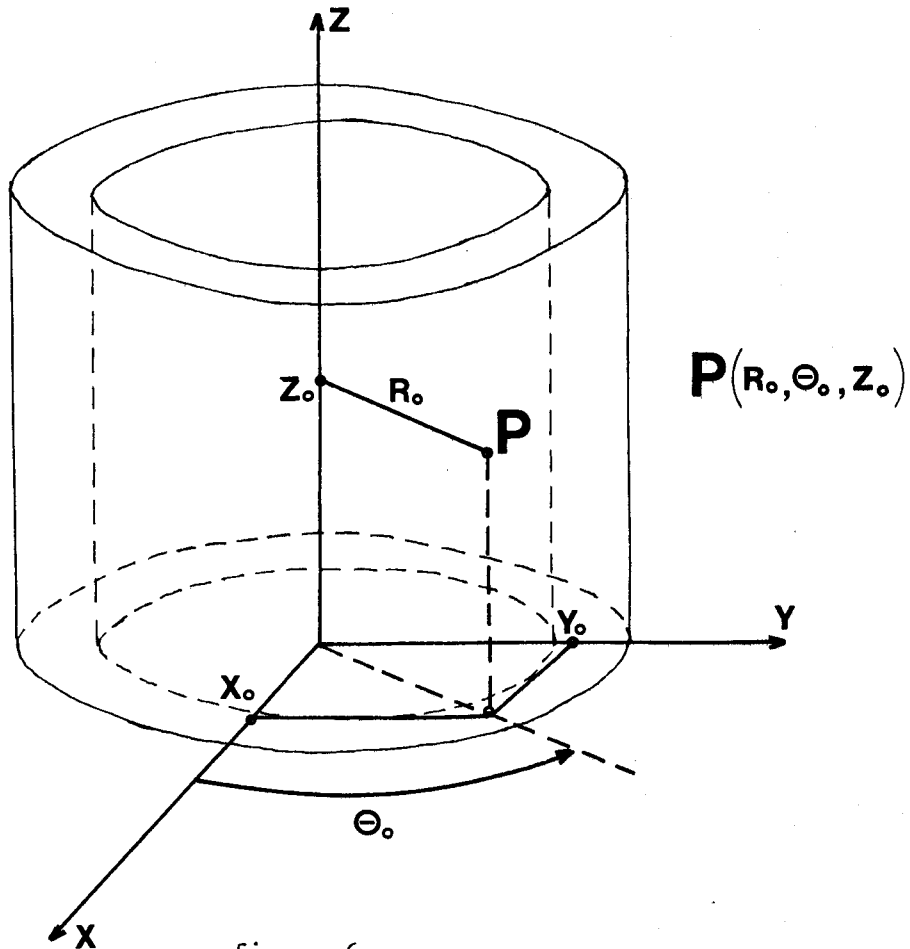


figure 6

au point P de coordonnées rectangulaires  $x_0, y_0, z_0$  correspondent les coordonnées cylindriques  $r_0, \theta_0, z_0$

L'équation de propagation (I-5) va s'exprimer en coordonnées cylindriques sous la forme :

$$\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vec{A}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial z^2} + \beta^2 \vec{A} = 0 \quad (I-7)$$

Avant de résoudre cette équation apportons quelques simplifications.

$\vec{A}$  s'écrit :

$$\vec{A} = A_r \vec{r} + A_\theta \vec{\theta} + A_z \vec{z}$$

Le blindage possédant la symétrie cylindrique nous pouvons admettre que :

$$A_\theta = 0 \text{ et } \frac{\partial \vec{A}}{\partial \theta} = 0$$

Cette hypothèse n'est valable que si l'on considère le conducteur comme filiforme et si l'on néglige les effets de proximité du blindage et de la source perturbatrice ce qui sera en général respecté dans de nombreux cas pratiques.

Les dimensions transversales étant faibles vis à vis des dimensions longitudinales nous aurons :

$$A_r \ll A_z \qquad \frac{\partial A_r}{\partial z} \ll \frac{\partial A_z}{\partial r} \qquad (I-8)$$

(I-7) se simplifie alors :

$$\boxed{\frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + \beta^2 A_z = 0} \qquad (I-9)$$

Nous pouvons résoudre cette équation par la méthode de superposition de solutions.

soit  $A_z(r, z) = f(z) \cdot F(r)$  que l'on introduit dans (I-9)

$$\frac{1}{f} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + \beta^2 = -\frac{1}{F} \left( \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} \right) = k^2 \qquad (I-10)$$

L'équation (I-10) permet d'obtenir le système suivant :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + k^2 F = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + (\beta^2 - k^2) f = \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \gamma^2 f = 0$$

La solution de (I-11 a)  
est :  $f = A_1 e^{\gamma z} + B_1 e^{-\gamma z}$

finalement la solution générale s'écrit :

$$A_z(r, z) = F(r) (A_1 e^{\gamma z} + B_1 e^{-\gamma z})$$

Nous avons la configuration physique de la figure (7)

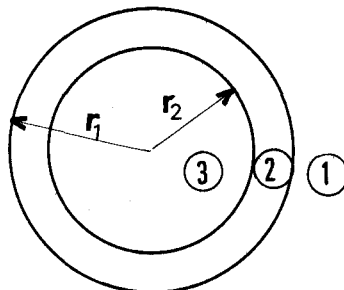


figure (7)

Le milieu 1 est le diélectrique de constantes  $\epsilon_1, \mu_1$

Le milieu 2 est le conducteur de constantes  $\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2$

Le milieu 3 le diélectrique  $\epsilon_3, \mu_3$

Dans le milieu 1 nous avons une solution de la forme :

$$A_{z1}(r, z) = F_1(r) e^{-\gamma_1 z}$$

si l'on suppose que l'excitation parasite est adaptée. Pour le milieu 2, le milieu conducteur, nous étudions uniquement la pénétration radiale du champ électromagnétique existant en 1 nous avons alors une solution de la forme :

$$A_{z2}(r, z) = F_2(r) e^{-\gamma_2 z} \quad \text{avec: } \gamma_2 = \gamma_1$$

pour le milieu 3 nous avons le même type de solution :

$$A_{z3}(r, z) = F_2(r) e^{-\gamma_3 z} \quad \text{avec: } \gamma_3 = \gamma_1$$

Nous allons nous intéresser en appliquant les conditions aux limites à l'étude de la solution  $F_2(r)$  qui traduit la pénétration du champ électromagnétique longitudinal dans le blindage.

Nous savons que :  $\gamma^2 = k^2 - \beta^2$

pour 2 nous avons :  $\gamma_2^2 = k_2^2 - \beta_2^2$

d'où :  $k_2^2 = \beta_2^2 + \gamma_2^2$

En tenant compte des paramètres physiques  $\gamma_2^2$  s'écrit :

$$\gamma_2^2 = \gamma_1^2 = \omega^2 \mu_1 \epsilon_1$$

$$\text{et } \beta_2^2 = \omega^2 \mu_2 \epsilon_2 - j\omega \mu_2 \sigma_2$$

Nous avons aux fréquences considérées  $\sigma_2 \gg \omega \epsilon_2$

en effet pour le cuivre par exemple

$$\epsilon_2 \simeq 8,85 \cdot 10^{-12} \quad \text{et } \sigma_2 = 5,85 \text{ U/m. d'où } \omega < 10^8 \text{ Hz}$$

Cette condition est en général vérifiée,

et  $\beta_2^2 \# -j\omega \mu_2 \sigma_2$

pour  $k_2^2 = \omega^2 \mu_2 \epsilon_1 - j\omega \mu_2 \sigma_2$  la même simplification est applicable

L'équation (I-11-a) s'écrit alors :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \beta_2^2 F = 0$$

Dont la solution générale est :

$$F_2(r) = A_2 J_0(\beta_2 r) + B_2 N_0(\beta_2 r)$$

où  $J_0$  et  $N_0$  sont les fonctions de Bessel et Neuman d'indice 0. Pour 3 nous pouvons appliquer une solution semblable.

$$F_3(r) = A_3 J_0(\beta_3 r)$$

$$B_3 = 0, \text{ car si } r \rightarrow 0 \Rightarrow N_0(0) \rightarrow \infty \Rightarrow B_3 = 0$$

d'autre part comme le produit  $\beta_3 r_2$  est toujours très petit

nous considérons  $J_0(k_3 r)$  comme une constante égale

à  $J_0(0)$

$$\text{donc } \frac{\partial F_3}{\partial r} = 0$$

En  $r = r_2$  nous avons :

$$\left( \frac{\partial F_2(r)}{\partial r} \right)_{r=r_2} = 0$$

Nous considérerons dans la suite de cette étude l'échantillon comme électriquement court donc :  $e^{j\omega t} \neq 1$

La solution  $F_2(r)$  va alors se confondre avec la composante longitudinale du potentiel vecteur  $A_z$

$$A_z = A_2 J_0(\beta_2 r) + B_2 N_0(\beta_2 r)$$

Nous pouvons à partir de  $A_z$  déterminer les composantes des vecteurs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$

Nous savons que :

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\frac{j\omega}{\beta^2} \text{rot rot } \vec{A}$$

$$B_r = 0$$

$$E_r = \frac{j\omega}{\beta^2} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \right]$$

$$B_\theta = \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}$$

$$E_\theta = 0$$

$$B_z = 0$$

$$E_z = -\frac{j\omega}{\beta^2} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \right]$$

En tenant compte des simplifications (I-8) ces expressions deviennent :

$$B_r = 0$$

$$E_r = -\frac{j\omega}{\beta^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial r \partial z}$$

$$B_\theta = -\frac{\partial A_z}{\partial r}$$

$$E_\theta = 0$$

$$B_z = 0$$

$$E_z = \frac{j\omega}{\beta^2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} \right) = -j\omega \frac{k_2^2}{\beta^2} A_z$$

$$E_z = -j\omega A_z = -j\omega \left[ A_2 J_0(\beta_2 r) + B_2 N_0(\beta_2 r) \right]$$

en  $r = r_2$  nous avons la condition aux limites  $\left. \left( \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \right|_{r=r_2} = 0$

$$A_2 J_1(\beta_2 r_2) + B_2 N_1(\beta_2 r_2) = 0$$

En sachant que :  $J_0'(x) = -J_1(x)$

$$N_0'(x) = -N_1(x)$$

$$E_z = E_2 \left[ J_0(\beta_2 r) N_1(\beta_2 r_2) - N_0(\beta_2 r) J_1(\beta_2 r_2) \right]$$

formons le rapport  $\frac{E_z(r)}{E_z(r_1)}$

$$\frac{E_z(r)}{E_z(r_1)} = \frac{J_z(r)}{J_z(r_1)} = \frac{J_0(\beta_2 r) N_1(\beta_2 r_2) - N_0(\beta_2 r) J_1(\beta_2 r_2)}{J_0(\beta_2 r_1) N_1(\beta_2 r_2) - N_0(\beta_2 r_1) J_1(\beta_2 r_2)} \quad (\text{I-12})$$

Le courant qui traverse le blindage est :

$$I_z = \int_{r_2}^{r_1} J_z(r) 2\pi r dr$$

En utilisant les relations

$$\int_0^x x J_0(x) dx = x J_1(x) \quad \text{et} \quad \int_0^x x N_0(x) dx = x N_1(x)$$

Intégrons (I-12)

$$I_z = \frac{2\pi J_z(r_1)}{\beta_2^2} \beta_2 r_1 \frac{J_1(\beta_2 r_1) N_1(\beta_2 r_2) - N_1(\beta_2 r_1) J_1(\beta_2 r_2)}{J_0(\beta_2 r_1) N_1(\beta_2 r_2) - N_0(\beta_2 r_1) J_1(\beta_2 r_2)}$$

Nous tirons l'expression de l'impédance de transfert

$$Z_t = \frac{E_z(r_2)}{I_z} = \frac{1}{\pi^2 \sigma_2 r_2^2 r_1} \frac{\beta_2 r_1}{2} \frac{J_0(\beta_2 r_2) N_1(\beta_2 r_2) - N_0(\beta_2 r_2) J_1(\beta_2 r_2)}{J_1(\beta_2 r_1) N_1(\beta_2 r_2) - N_1(\beta_2 r_1) J_1(\beta_2 r_2)} \quad (\text{I-13})$$

En utilisant la relation : (8)

$$J_0(\beta_2 r_2) N_1(\beta_2 r_2) - N_0(\beta_2 r_2) J_1(\beta_2 r_2) = -\frac{2}{\pi \beta_2 r_2} \quad \text{dans} \quad (\text{I-13})$$

On tire l'expression définitive de l'impédance de transfert

$$Z_t = -\frac{1}{\pi^2 \sigma_2 r_2^2 r_1} \frac{1}{J_1(\beta_2 r_1) N_1(\beta_2 r_2) - N_1(\beta_2 r_1) J_1(\beta_2 r_2)} \quad (\text{I-14})$$

En hautes fréquences lorsque  $\beta_2 r_i \gg 1$  Nous pouvons utiliser le développement asymptotique des fonctions de Bessel.

$$\text{pour } x \gg 1 \quad J_1(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right), \quad N_1(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$



L'expression (I-14) prend alors la forme simplifiée :

$$Z_t = - \frac{\beta_2}{2\pi\sigma_2\sqrt{r_1r_2}} \frac{1}{\sin\beta_2(r_1-r_2)}$$

On peut introduire la résistance en courant continu du blindage  $R_0$ .

$$R_0 = \frac{1}{\sigma\pi(r_1^2-r_2^2)} = \frac{1}{\sigma\pi e(2r_1-e)} \quad \text{avec} \quad \beta_2 = j\sqrt{j\omega\mu_2\sigma_2} = \frac{1-j}{\delta}$$

$$R_0 = \frac{1}{2\pi e\sqrt{r_1r_2}} \quad \text{si } e \ll r_1, r_2 \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_2\sigma_2}}$$

Si l'on pose  $x = \frac{2e}{\delta}$  on a :  $\beta e = (1-j)\frac{x}{2}$

$$Z_t = \frac{R_0 (1+j)\frac{x}{2}}{\text{sh}(1+j)\frac{x}{2}}$$

(I-15)

Le module de cette expression est :

$$Z_t = R_0 \frac{x}{\sqrt{\text{ch}x - \text{Cos}x}}$$

I-2-4 Influence de la fréquence et des caractéristiques du blindage sur les variations d'impédance de transfert

Nous avons réalisé un programme numérique en langage ALGOL calculant l'impédance de transfert à partir des expressions (I-14) et (I-15) (Annexe I).

Les données d'entrée sont : la fréquence  $F$ , la conductivité  $\sigma$ , la perméabilité relative  $\mu_r$ , le rayon extérieur du blindage  $R_e$  et l'épaisseur du blindage  $e$ . figure (8)

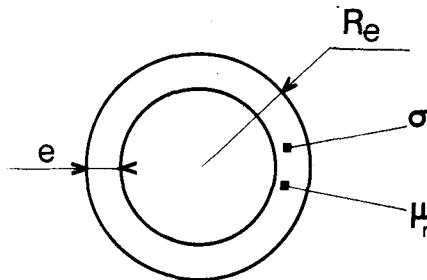


figure (8)

Nous avons effectué une étude comparative des performances du blindage en intervenant sur la conductivité, l'épaisseur du blindage et la fréquence.

Les résultats sont présentés sur la PL-1

Les courbes 1, 2, 3 correspondent aux données d'entrée ci-dessous

fréquence : balayage de 10 kHz à 10 MHz

1 $R_e = 4,05$ mm	$e_1 = 0,45$ mm	$\sigma_1 = 5,8510^7$	$\mu_r = 1$
2 $R_e = 4,05$ mm	$\frac{e_1}{2} = e_2 = 0,23$ mm	$\sigma_2 = \sigma_1 = 5,8510^7$	$\mu_r = 1$
3 $R_e = 4,05$ mm	$e_3 = e_1 = 0,45$ mm	$\sigma_3 = \frac{\sigma_1}{2} = 2,910^7$	$\mu_r = 1$

Nous constatons sur ces courbes la présence de deux zones. Une partie où  $Z_t$  est constante en fonction de la fréquence suivie d'une décroissance consécutive à l'effet de peau.

L'expression de l'impédance de transfert prend donc successivement les formes suivantes :

Dans la partie constante des courbes elle se confond avec la résistance en courant continu du blindage.

$$Z_t = R_o \# \frac{1}{2\pi e R_e \sigma} \quad \text{si} \quad R_e \gg e$$

pour la décroissance elle prend tout d'abord l'expression (I-14) puis pour les fréquences très élevées elle prend la forme asymptotique (I-15)

$$Z_t = R_o \frac{(1+j)^{\frac{x}{2}}}{\text{sh}(1+j)^{\frac{x}{2}}} \quad x = 2e\sqrt{\pi F \mu \sigma}$$

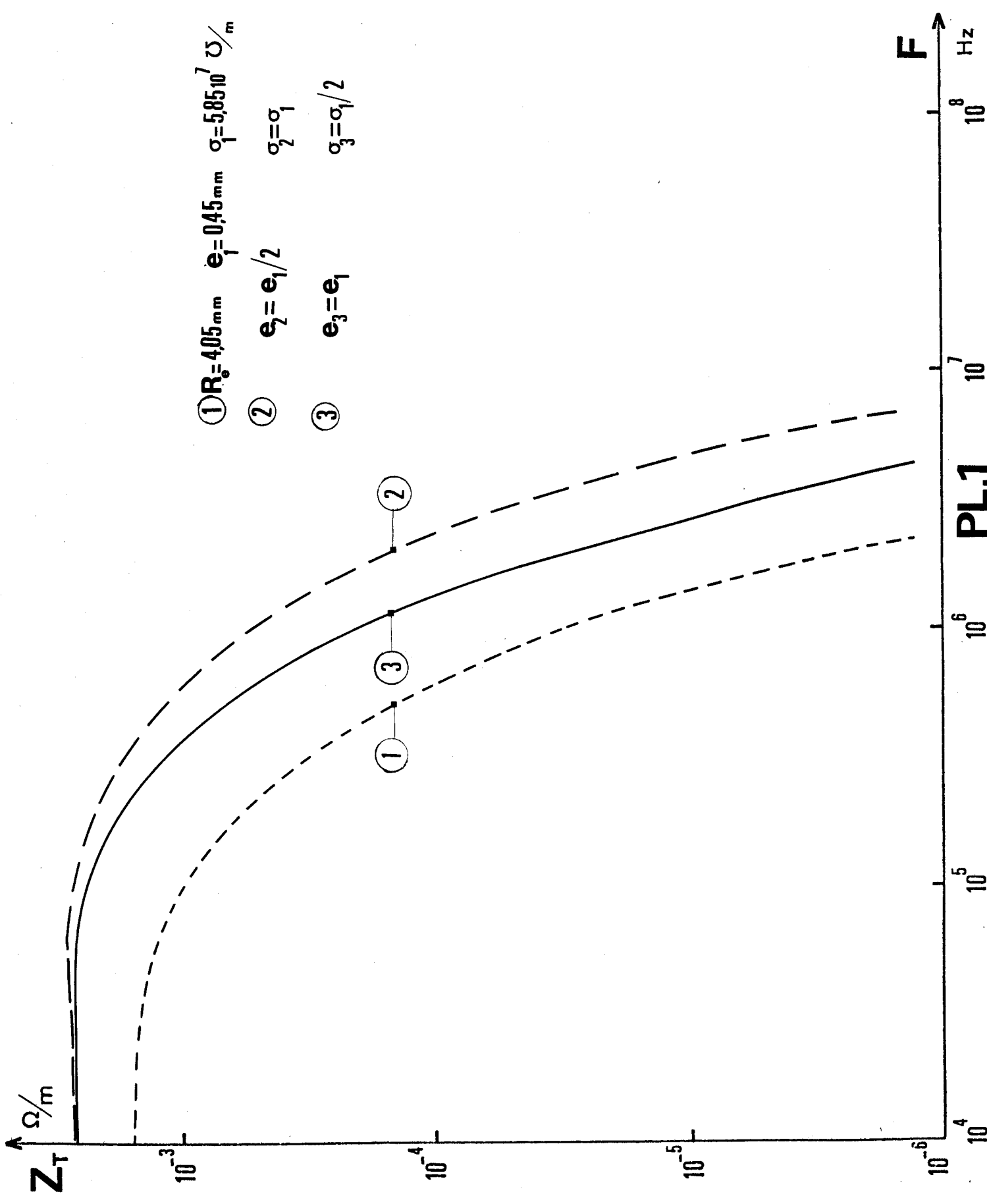
Pour diminuer  $Z_t$  nous pouvons agir sur  $e, R_e, \sigma, \mu$

Nous avons intérêt à intervenir sur  $e$  car ce paramètre intervient à la fois sur  $R_o$  et sur  $Z_t$  en hautes fréquences. Nous aurons intérêt à augmenter l'épaisseur pour accroître l'efficacité d'un blindage. D'autre part les courbes 2 et 3 nous montrent que l'action sur  $e$  est plus efficace en hautes fréquences que l'action sur  $\sigma$  en effet dans (I-15) l'épaisseur varie en  $e$  alors que la conduction varie en  $\sqrt{\sigma}$ . Nous pouvons agir également sur  $\mu_r$  l'utilisation de matériaux à forte perméabilité permet de donner à  $\mu_r$  des valeurs importantes mais la conception des cables nous oblige dans ce cas à utiliser des cables à gaines multiples, problème que nous aborderons au chapitre n° II.

### I-3 IMPEDANCE DE TRANSFERT D'UN CABLE A GAINES TRESSEES

#### I-3-1 Comparaison de l'étude théorique et expérimentale

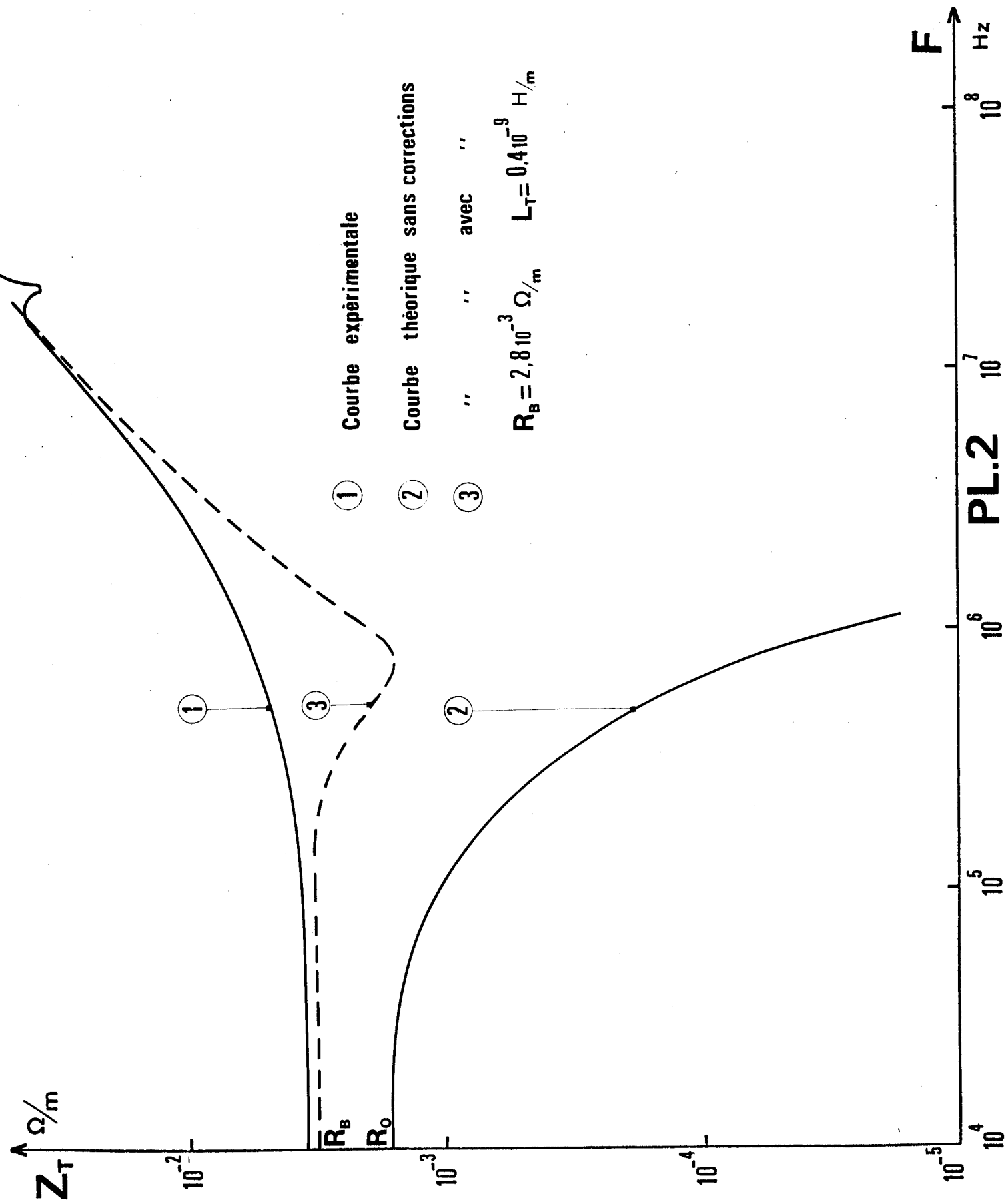
Sur la PL-2 nous avons représenté la courbe expérimentale 1 donnant l'évolution de l'impédance de transfert d'un cable coaxial à gaine formée de



①  $R_0 = 405 \text{ mm}$   $e_1 = 0.45 \text{ mm}$   $\sigma_1 = 5.85 \cdot 10^7 \text{ } \Omega/m$

②  $e_2 = e_1/2$   $\sigma_2 = \sigma_1$

③  $e_3 = e_1$   $\sigma_3 = \sigma_1/2$



conducteurs en cuivre tressés, rayon extérieur et épaisseur globale du blindage :  
 $R = 4,05 \text{ mm}$  ,  $e = 0,45 \text{ mm}$

Nous avons introduit les données dans le programme calculant l'impédance de transfert d'un blindage homogène et représenté les résultats sur la courbe 2 de la PL-2.

De  $10 \text{ kHz}$  à  $100 \text{ kHz}$  nous obtenons une partie constante égale à  $Z_t = 410^{-3} \Omega/\text{m}$ , pour la courbe expérimentale et  $1,510^{-3} \Omega/\text{m}$  pour la courbe théorique.

Au dessus de  $100 \text{ kHz}$  alors que nous trouvons sur la courbe théorique la décroissance attendue, nous observons sur la courbe expérimentale une remontée de l'impédance de transfert. La profonde divergence entre les résultats théoriques et expérimentaux ne peut s'expliquer que par la présence des conducteurs tressés. J. SPERGEL et V. KRUGEL ont étudié le comportement des blindages à gaines tressées en fonction de la fréquence. Nous rappelons les résultats obtenus que nous appliquons au cas particulier de la présente étude.

### I-3-2 Résistance en courant continu des gaines formées de conducteurs tressés (9)

Les travaux de J. SPERGEL portent sur la réalisation d'un modèle mathématique théorique déterminant l'affaiblissement linéique d'un blindage formé de conducteurs tressés. Nous pouvons confondre la partie constante de la caractéristique d'impédance de transfert avec la résistance en courant continu de la gaine tressée. Dans le calcul de la résistance du blindage J. SPERGEL tient compte de facteurs de correction de tresse dont nous donnons la signification. Sur la PL-3 nous figurons les caractéristiques de la tresse. Le câble coaxial se caractérise alors par :

le diamètre sur isolant :  $D$

le nombre de fuseaux :  $C$

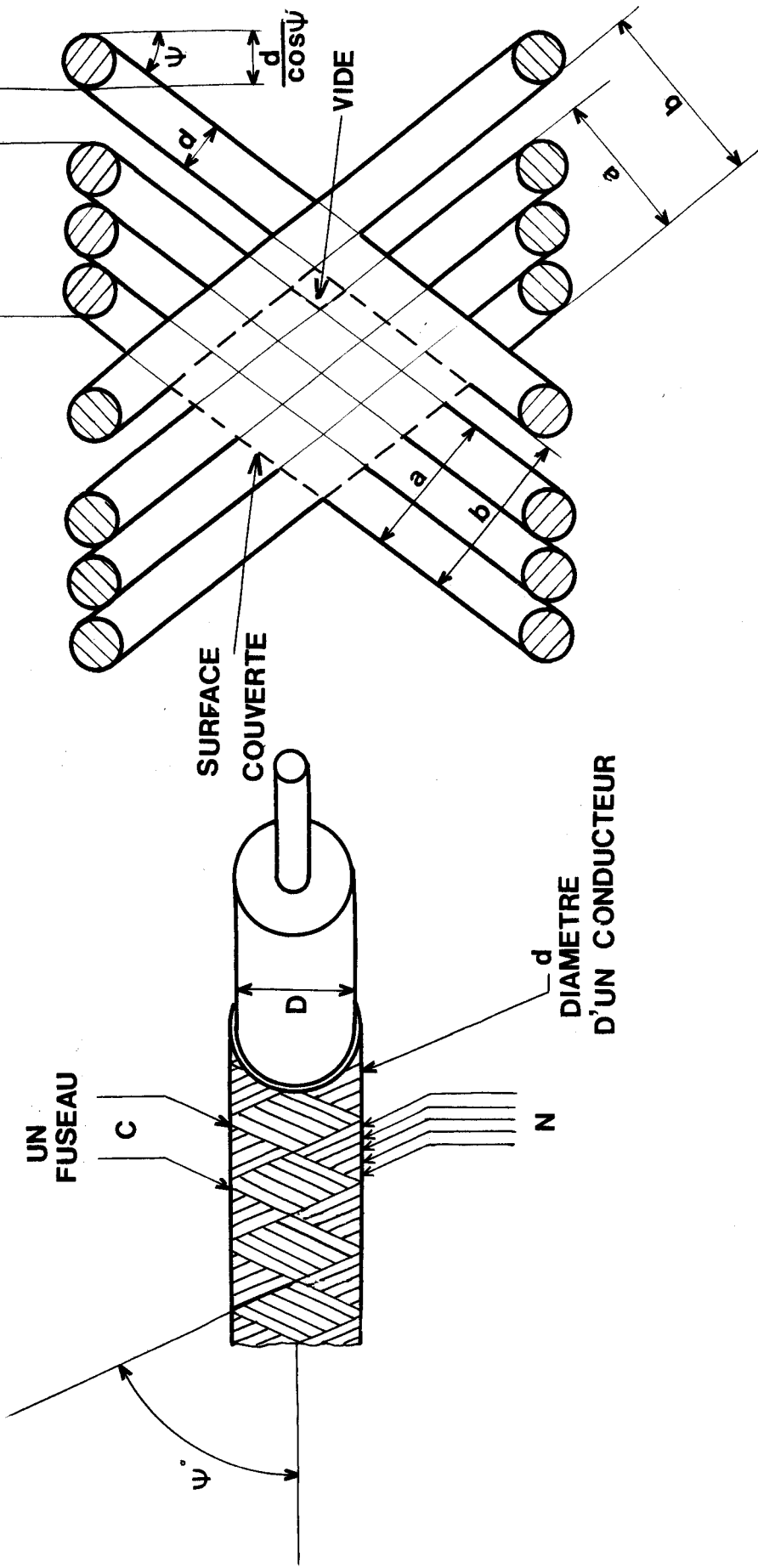
le diamètre d'un conducteur du fuseau :  $d$

le nombre de conducteurs par fuseaux :  $N$

l'angle de tressage :  $\psi$

le coefficient de remplissage  $F = \frac{a}{b}$

La résistance de la tresse est égale à :  $R_B = R_o K_B$



où  $R_0$  est la résistance d'un blindage formé de 2 couches de  $\frac{N}{\cos\psi} \frac{C}{2}$  conducteurs de diamètre  $d$  parallèles aux génératrices du câble.

Sur la figure (9) nous représentons la section du câble de résistance  $R_0$  et de résistance  $R_B$

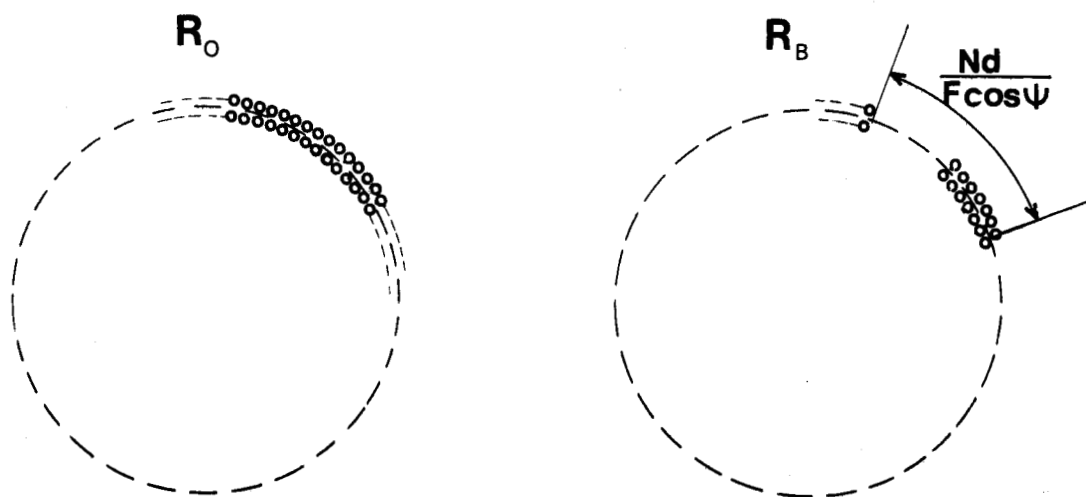


figure (9)

Si  $L$  est la longueur du câble,  $\frac{L}{\cos\psi}$  sera la longueur d'un brin appartenant à la tresse.  $R_0$  et  $R_B$  auront alors pour expressions :

$$R_0 = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{\frac{NC}{\cos\psi} \frac{\pi d^2}{4}}$$

$$R_B = \frac{1}{\sigma} \frac{\frac{L}{\cos\psi}}{F NC \frac{\pi d^2}{4}}$$

$$K_B = \frac{R_B}{R_0} = \frac{1}{F \cos^2\psi}$$

Le câble expérimenté dans ce travail possède les données suivantes :

$$D = 7,4 \text{ mm} , d = 0,16 \text{ mm}$$

$$C = 24 , N = 8 , \psi = 33^\circ$$

Nous trouvons :  $K_B = 1,87$

Il suffit alors de calculer  $R_B$ . Nous obtenons  $R_B = 2,810^{-3} \Omega/m$ . contre  $4 \cdot 10^{-3} \Omega/m$  sur la courbe expérimentale. Dans le cas général cette correction est donc satisfaisante.

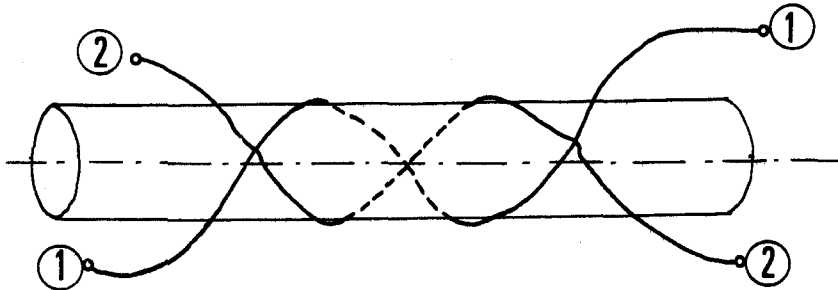
I-3-3 Inductance de transfert des gaines formées de conducteurs tressés

Pour expliquer la remontée observée au dessus de 200 kHz, V. KRUGEL (10) admet après de nombreux résultats expérimentaux la présence d'une inductance de transfert. Cette inductance de transfert résulte du couplage électromagnétique des brins conducteurs enroulés en sens opposé. Ce terme inductance de transfert ( $j L_t \omega$ ) s'ajoute à l'expression de l'impédance de transfert calculée pour un blindage homogène compte-tenu de la correction apportée sur  $R_0$ . Nous obtenons ainsi pour expression de  $Z_t$ :

$$Z_t = - \frac{1}{\pi^2 \sigma_2 r_2 r_1} \cdot \frac{1}{J_1(\beta_2 r_1) N_1(\beta_2 r_2) - N_1(\beta_2 r_1) J_1(\beta_2 r_2)} + j L_t \omega$$

$$Z_t = R_0 \frac{(1+j) \frac{x}{2}}{\text{sh}(1+j) \frac{x}{2}} + j L_t \omega$$

L'on peut expliquer théoriquement l'origine de l'inductance de transfert. Considérons deux brins conducteurs enroulés en sens opposé figure (10).



figure(10)

Les conducteurs 1 et 2 peuvent être considérés comme deux enroulements de transformateur bobinés en sens opposé. Si l'on admet ces bobinages parfaitement symétriques, les courants se répartissent également dans chacun de ces enroulements.

L'impédance résultant de 2 brins en parallèles s'écrit alors :

$$Z = \frac{(R_{H1} + j L_{H1} \omega - j M_{21} \omega) (R_{H2} + j L_{H2} \omega - j M_{12} \omega)}{R_{H1} + j L_{H1} \omega - j M_{21} \omega + R_{H2} + j L_{H2} \omega - j M_{12} \omega}$$

$M_{12}$  et  $M_{21}$  sont les inductances mutuelles de couplage des deux enroulements opposés. La condition de symétrie apporte la simplification :

$$Z = \frac{1}{2} (R_H + j L_H \omega - j M \omega)$$



En introduisant le facteur de couplage k nous avons :

$$M = k L_H$$

Si l'on utilise le facteur de dispersion  $\sigma = 1 - k^2$  avec  $\sigma \ll 1$

Z prend la forme :

$$Z = \frac{1}{2} R_H + \frac{1}{4} j L_H \omega \sigma$$

pour les fréquences élevées l'expression de l'impédance de transfert va donc s'écrire :

$$Z_t = R_0 \frac{(1+j)^{\frac{x}{2}}}{\text{sh}(1+j)^{\frac{x}{2}}} + \frac{1}{4} j L_H \omega \sigma$$

La détermination de  $L_H$  est donnée par l'expression :

$$L_H = t g^2 \psi \quad \text{en } 10^{-7} \text{ H/m.}$$

Il s'agit de l'expression de l'inductance d'une bobine très longue où  $\psi$  est l'angle de tressage.

L'étude théorique des variations de  $\sigma$  avec les constantes géométriques de la tresse est très difficile seules des mesures expérimentales peuvent nous renseigner sur ces variations V. KRUGEL (10) a remarqué dans son étude que le coefficient  $\sigma$  était fonction de l'angle de tressage et du taux de recouvrement.

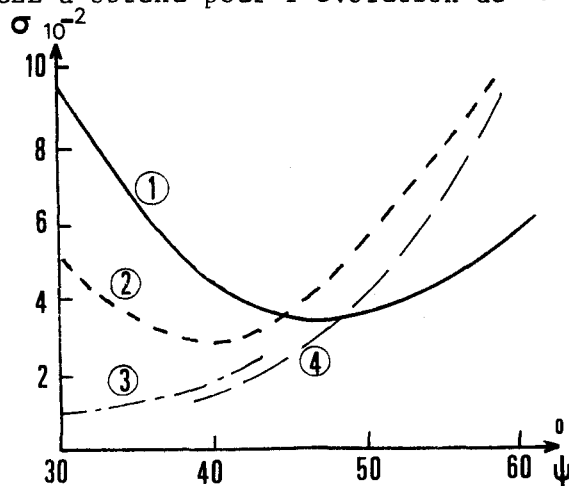
On définit le taux de recouvrement "B" comme (PL-3) le rapport de la surface recouverte de conducteurs  $S_1$  à la surface totale d'une maille  $S_T$

B a pour expression :

$$B = \frac{b^2 - (b-a)^2}{b^2} = 2 \frac{a}{b} - \left(\frac{a}{b}\right)^2 = 2F - F^2$$

$$B = F(2 - F) = \frac{CNd}{2\pi(D+2d)\cos\psi} \left[ 2 - \frac{CNd}{2\pi(D+2d)\cos\psi} \right]$$

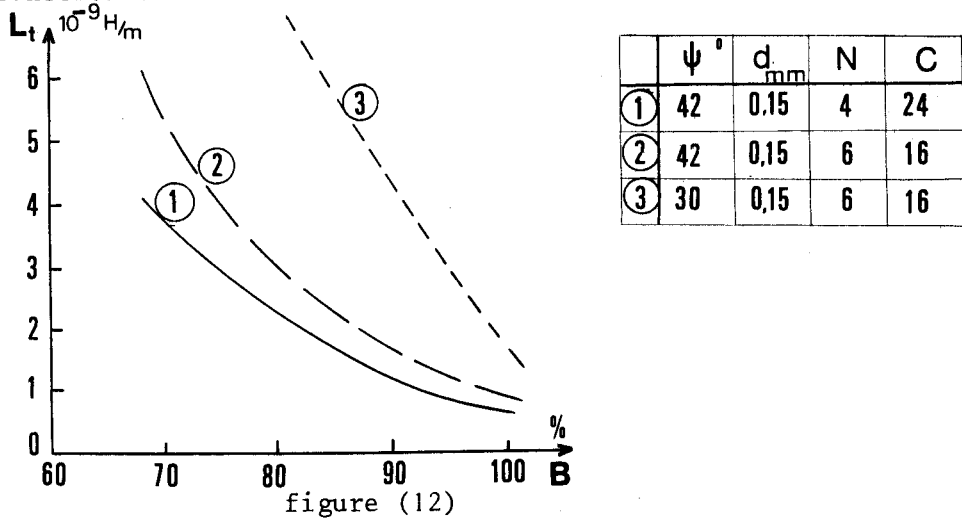
V. KRUGEL a obtenu pour l'évolution de  $\sigma$  la courbe de la figure (11)



- ① B = 93% d = 0,15 mm
- ② B = 88% d = 0,20 "
- ③ B = 91% d = 0,25 "
- ④ B = 82% d = 0,25 "

figure (11)

Nous remarquons que  $\sigma$  passe par un minimum pour  $\psi = 45^\circ$ . Ceci peut s'expliquer par le fait que deux conducteurs ont une influence minimum lorsqu'ils sont à  $90^\circ$  l'un de l'autre. Nous donnons un autre résultat représentant l'évolution de  $L_T$  en fonction du taux de recouvrement.



A l'aide de ces résultats nous allons faire intervenir l'influence de l'inductance de transfert dans le calcul théorique correspondant au câble expérimental.

Nous trouvons comme taux de recouvrement  $B = 91\%$  avec  $\psi = 33^\circ$  selon la figure (12) nous devrions avoir  $L_T$  inférieure à  $1.10^{-9} \text{ H/m}$ . Pour comparer aux résultats expérimentaux, le calcul théorique de  $Z_t$  nous avons diminué l'épaisseur du blindage dans le rapport  $\frac{R_B}{R_0}$  pour tenir compte de l'effet de tresse à l'aide

du coefficient  $K_B$ . Après quelques itérations nous avons obtenu pour  $L_T = 0,410^{-9} \text{ H/m}$ , la courbe 3 PL-2. Nous constatons une bonne coïncidence des 2 courbes sauf dans la bande 200 kHz à 3 MHz. Dans cette gamme les phénomènes sont assez complexes. D'une part la correction apportée sur l'épaisseur est artificielle et ne traduit pas exactement le phénomène physique ce qui a pour effet d'avancer légèrement la décroissance de l'impédance de transfert. D'autre part l'effet de contact des brins complique encore le passage de la conduction en basses fréquences à la conduction en hautes fréquences.

CHAPITRE - II -

CALCUL DU BLINDAGE D'UN CABLE COAXIAL A HAUTE IMMUNITE AUX PERTURBATIONS  
ELECTROMAGNETIQUES

---

INTRODUCTION

Pour augmenter l'immunité d'un blindage nous pouvons agir sur ses constantes électriques et géométriques. Les constantes électriques accessibles sont la perméabilité et la conductivité. L'action sur la conductivité est très limitée ; du cuivre à l'argent nous passons pour  $\sigma$  de  $5,85 \cdot 10^7 \text{ } \Omega/\text{m}$  à  $6,12 \cdot 10^7 \text{ } \Omega/\text{m}$ . Cette solution n'a d'intérêt que pour des blindages en cuivre recouverts d'une couche d'argent. Le second paramètre la perméabilité, permet d'atteindre des variations beaucoup plus importantes de l'impédance de transfert. Nous pouvons obtenir un coefficient de perméabilité relatif  $\mu_r$  de l'ordre de 1000 en utilisant des blindages en  $\mu$ métal. Ces matériaux à forte perméabilité magnétique ont hélas une conductivité assez médiocre. Comme en général le blindage constitue dans les câbles coaxiaux le conducteur de retour, l'utilisation directe du blindage à forte perméabilité est à proscrire. L'action sur les dimensions géométriques est alors beaucoup plus souple. Nous savons qu'augmenter l'épaisseur d'un blindage revient à diminuer son impédance de transfert et d'avancer dans l'échelle des fréquences l'influence de l'effet de peau. Les câbles coaxiaux sont généralement réalisés en gaine tressée ; l'augmentation de l'épaisseur de tresse est alors limitée par la technique de fabrication. Si nous envisageons de stratifier le blindage nous résolvons le problème technique. Les blindages ainsi constitués se caractérisent suivant le nombre de tresses et les propriétés électriques de l'espace inter-tresse. Nous pouvons simplement juxtaposer les tresses ou les séparer d'un isolant ou d'un ruban de métal à forte perméabilité magnétique. Ce deuxième chapitre se consacre aux trois problèmes suivants :

1°) Calcul des tensions de perturbation dans un câble à gaines multiples.

Nous exposons la théorie des lignes couplées qui nous permet de calculer les tensions de perturbations présentes entre âme et gaine lorsqu'un câble est soumis à une excitation parasite extérieure. Nous limitons cette étude au cas particulier des câbles à 1-gaine, 2-gaines, 3-gaines.

2°) Etude comparative de ces trois types de câbles.

Cette étude associe l'influence de l'épaisseur isolante inter-tresse et de la terminaison de la ligne formée de deux gaines consécutives. Nous envisageons les cas où cette terminaison symétrique est adaptée ou court-circuitée.

3°) Etude expérimentale d'un câble 3-gaines.

Nous analysons les différents procédés de mesures d'impédance de transfert et décrivons le montage réalisé au laboratoire. Les mesures effectuées sur un câble 3-gaines sont comparées aux résultats théoriques obtenus en introduisant dans le programme de calcul les caractéristiques électriques et géométriques de notre échantillon.

11.1. - CALCUL DES TENSIONS DE PERTURBATIONS

11.1.1. Théorie des lignes couplées

Considérons le coaxial à 2-gaines schématisé sur la figure.1.

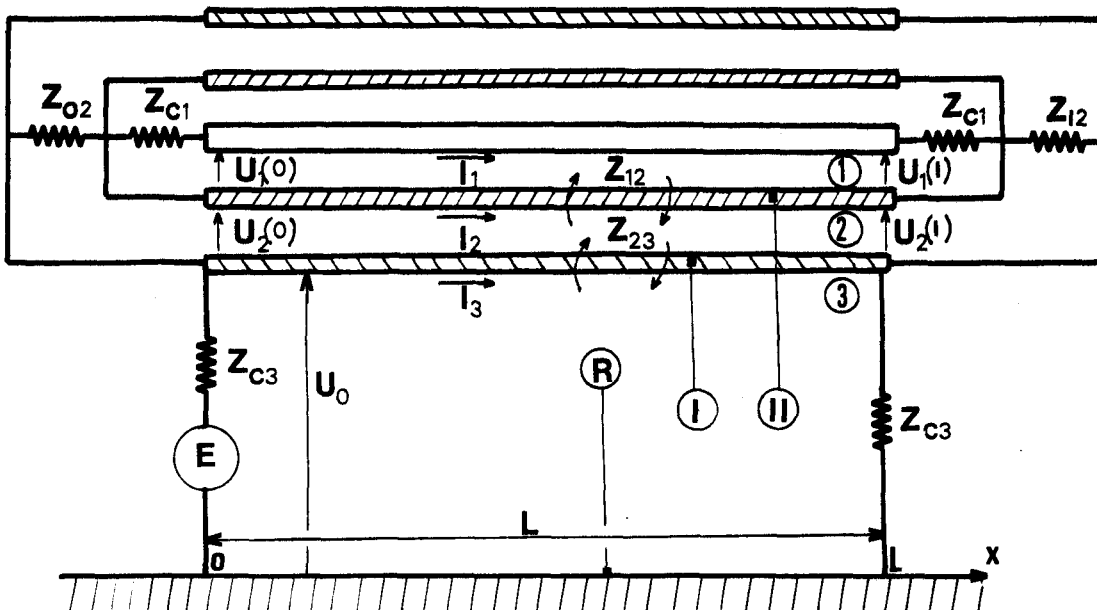


fig.1.

Ce câble coaxial est équivalent à un système de 3 lignes couplées 1, 2, 3.

3 constitue la ligne formée par la référence R et la gaine extérieure du coaxial II.

Si nous excitons cette ligne au moyen du générateur et le courant  $I_3$  génère un courant  $I_2$  dans la ligne 2 par l'impédance de transfert  $Z_{23}$  de la gaine I.

2 constitue la ligne formée par les deux gaines I et II contigues. Le courant  $I_2$  génère à son tour par l'impédance de transfert  $Z_{12}$  de la gaine II un courant  $I_1$  dans la ligne 1.

1 constitue le coaxial proprement dit. Ce courant  $I_1$  donne naissance aux tensions de perturbation  $U_1(0)$  et  $U_1(l)$ .

Nous rappelons la théorie des lignes couplées introduite par SCHELKUNOFF et ODARENKO (13), (14), (15).

Nous allons déterminer les tensions  $U_1(0)$  et  $U_1(l)$  en fonction de  $U_0$  en tenant compte de tous les paramètres intervenant dans la constitution de ces 3 lignes.

Posons le système d'équations des télégraphistes applicable à de telles lignes

$$(11.1) \quad \begin{cases} -\frac{dU_1}{dx} = Z_1 I_1 + Z_{12} I_2 & \text{avec } Z_1 \text{ inductance linéique de la} \\ & \text{ligne 1} \\ -\frac{dI_1}{dx} = Y_1 U_1 & Y_1 \text{ capacitance linéique de la} \\ & \text{ligne 1} \end{cases}$$

Pour la ligne 2 nous avons :

$$(11.2) \quad \begin{cases} -\frac{dU_2}{dx} = Z_2 I_2 + Z_{12} I_1 + Z_{23} I_3 & \text{avec } Z_2 \text{ inductance linéique de la} \\ & \text{ligne 2} \\ \frac{dI_2}{dx} = Y_2 U_2 & Y_2 \text{ capacitance linéique de la} \\ & \text{ligne 2} \end{cases}$$

pour la ligne 3 nous avons :

$$(11.3) \quad \begin{cases} -\frac{dU_3}{dx} = Z_3 I_3 + Z_{23} I_2 & \text{avec } Z_3 \text{ inductance linéique de la} \\ & \text{ligne 3} \\ -\frac{dI_3}{dx} = Y_3 U_3 & Y_3 \text{ capacitance linéique de la} \\ & \text{ligne 3} \end{cases}$$

Le problème consiste donc à résoudre ce système de trois équations différentielles. Nous constatons que le système (11.2.) dépend à la fois de  $I_1$  et  $I_3$ , mais nous pouvons dans le cas général réduire cette dépendance ; en effet physiquement les courants sont d'autant plus faibles qu'ils sont éloignés de l'excitation, nous avons :  $I_1 \ll I_2 \ll I_3$ , dans la mesure où  $Z_{12} \approx Z_{23}$  ce qui est en général le cas.

Nous pouvons alors dans le système (11.2) faire la simplification :

$Z_{12} I_1 \ll Z_{23} I_3$ , c'est-à-dire :

$$\begin{cases} -\frac{dU_2}{dx} = Z_2 I_2 + Z_{23} I_3 \\ -\frac{dI_2}{dx} = Y_2 U_2 \end{cases} \quad (11.4)$$

La même simplification est applicable à (11.3) :

$Z_{23} I_2 \ll Z_3 I_3$  dans la mesure où  $Z_{23} \ll Z_3$

$$\begin{cases} -\frac{dU_3}{dx} = Z_3 I_3 \\ -\frac{dI_3}{dx} = Y_3 U_3 \end{cases} \quad (11.5)$$

Nous pouvons résoudre le système (11.5), puis à l'aide de la solution obtenue, résoudre (11.4) et par le même procédé aboutir à la solution du système (11.1).

Dans le cas général les impédances de charge des lignes 1 et 3 peuvent être quelconques. Nous avons préféré les considérer comme adaptées, ceci enlève un peu de généralité au problème mais permet d'analyser plus facilement les comparaisons entre les divers types de câbles.

En combinant les deux équations de (11.5) nous obtenons :

$$\frac{d^2 U_3}{dx^2} - Y_3^2 U_3 = 0 \quad \text{avec } Y_3^2 = Z_3 Y_3$$

La solution imposée par les conditions aux limites est :

$$U_3 = U_0 e^{-Y_3 x} \quad \text{et} \quad I_3 = \frac{U_0}{Z_{c3}} e^{-Y_3 x} \quad (11.6.)$$

avec  $Z_{c3}^2 = \frac{Z_3}{Y_3}$

Le système (11.4) va s'écrire en combinant les deux équations :

$$\frac{d^2 U_2}{dx^2} - \gamma_2^2 U_2 = -Z_{23} \frac{dI_3}{dx} \quad \text{avec} \quad \gamma_2^2 = Z_2 Y_2$$

ou encore en utilisant (11.6) :

$$\frac{d^2 U_2}{dx^2} - \gamma_2^2 U_2 = \gamma_3 \frac{Z_{23}}{Z_{c3}} e^{-\gamma_3 x}$$

La solution de cette équation est de la forme :

$$U_2 = A_2 e^{-\gamma_2 x} + B_2 e^{\gamma_2 x} - H \gamma_3 e^{-\gamma_3 x}$$

$$I_2 = \frac{1}{Z_{c2}} (A_2 e^{-\gamma_2 x} - B_2 e^{\gamma_2 x} - H \gamma_3 e^{-\gamma_3 x}) \quad Z_{c2}^2 = \frac{Z_2}{Y_2}$$

par identification nous tirons la valeur de H :

$$H = \frac{Z_{23}}{Z_{c3}} \frac{1}{\gamma_2^2 - \gamma_3^2} \quad (11.7.)$$

En appliquant les conditions aux limites pour la ligne 2 nous tirons les expressions de  $A_2$  et  $B_2$  :

$$U_2(0) = -Z_{02} I_2(0)$$

$$U_2(l) = Z_{l2} I_2(l)$$

en posant  $m_0 = \frac{Z_{02}}{Z_{c2}}$  et  $m_l = \frac{Z_{l2}}{Z_{c2}}$

nous tirons pour expression de  $A_2$  et  $B_2$  :

$$A_2 = H \frac{(1+m_l) (\gamma_3 + m_0 \gamma_2) e^{\gamma_2 l} - (1-m_0) (\gamma_3 - m_l \gamma_2) e^{\gamma_3 l}}{(1+m_l) (1+m_0) e^{\gamma_2 l} - (1-m_0) (1-m_l) e^{-\gamma_2 l}} \quad (11.8)$$

$$B_2 = -H \frac{(1-m_l) (\gamma_3 + m_0 \gamma_2) e^{-\gamma_2 l} - (1+m_0) (\gamma_3 - m_l \gamma_2) e^{-\gamma_3 l}}{(1+m_l) (1+m_0) e^{\gamma_2 l} - (1-m_0) (1-m_l) e^{-\gamma_2 l}} \quad (11.9)$$

En combinant les équations du système (1.1) nous obtenons l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 U_1}{dx^2} - \gamma_1^2 U_1 = -Z_{12} \frac{dI_2}{dx} \quad \gamma_1^2 = Z_1 Y_1$$

Nous pouvons déterminer  $U_1(x)$  par la méthode exposée en annexe (annexe.11.) :

$$U_1(x) = \left[ \frac{Z_{12}}{2} \int_x^L I_2(v) e^{-\gamma_1 v} dv \right] e^{\gamma_1 x} - \left[ \frac{Z_{12}}{2} \int_0^x I_2(v) e^{\gamma_1 v} dv \right] e^{-\gamma_1 x}$$

Nous avons :

$$U_1(0) = \frac{Z_{12}}{2} \int_0^L I_2(v) e^{-\gamma_1 v} dv \quad U_1(L) = \left[ -\frac{Z_{12}}{2} \int_0^L I_2(v) e^{\gamma_1 v} dv \right] e^{-\gamma_1 L}$$

Soit en définitive :

$U_1(0) = U_p = \frac{U_0 Z_{12}}{2Z_{c2} Y_2} \left[ \frac{\gamma_2 A_2}{\gamma_1 + \gamma_2} \left( 1 - e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)L} \right) - \frac{\gamma_2 B_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \left( 1 - e^{-(\gamma_1 - \gamma_2)L} \right) - \frac{H \gamma_2^2}{\gamma_1 + \gamma_3} \left( 1 - e^{-(\gamma_1 + \gamma_3)L} \right) \right] \quad (11.10.)$
$U_1(L) = U_t = \frac{U_0 Z_{12}}{2Z_{c2} Y_2} \left[ \frac{\gamma_2 A_2}{\gamma_2 - \gamma_1} \left( 1 - e^{-(\gamma_2 - \gamma_1)L} \right) + \frac{\gamma_2 B_2}{\gamma_1 + \gamma_2} \left( 1 - e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)L} \right) - \frac{H \gamma_2^2}{\gamma_2 - \gamma_1} \left( 1 - e^{-(\gamma_3 - \gamma_1)L} \right) \right] e^{-\gamma_1 L} \quad (11.11.)$

Les tensions  $U_p$  et  $U_t$  ne sont autres que les tensions de paradiaphonie et télédiaphonie engendrées par l'excitation parasite  $U_0$ .

### 11.1.2. Calcul des tensions de perturbations pour des câbles 1-gaine, 2-gaines, 3-gaines

Déterminer l'efficacité du blindage d'un câble à gaines multiples revient à calculer l'expression des tensions  $U_p$  et  $U_t$ .



- Câble 3-gaines

Nous avons le schéma équivalent de la figure.2.

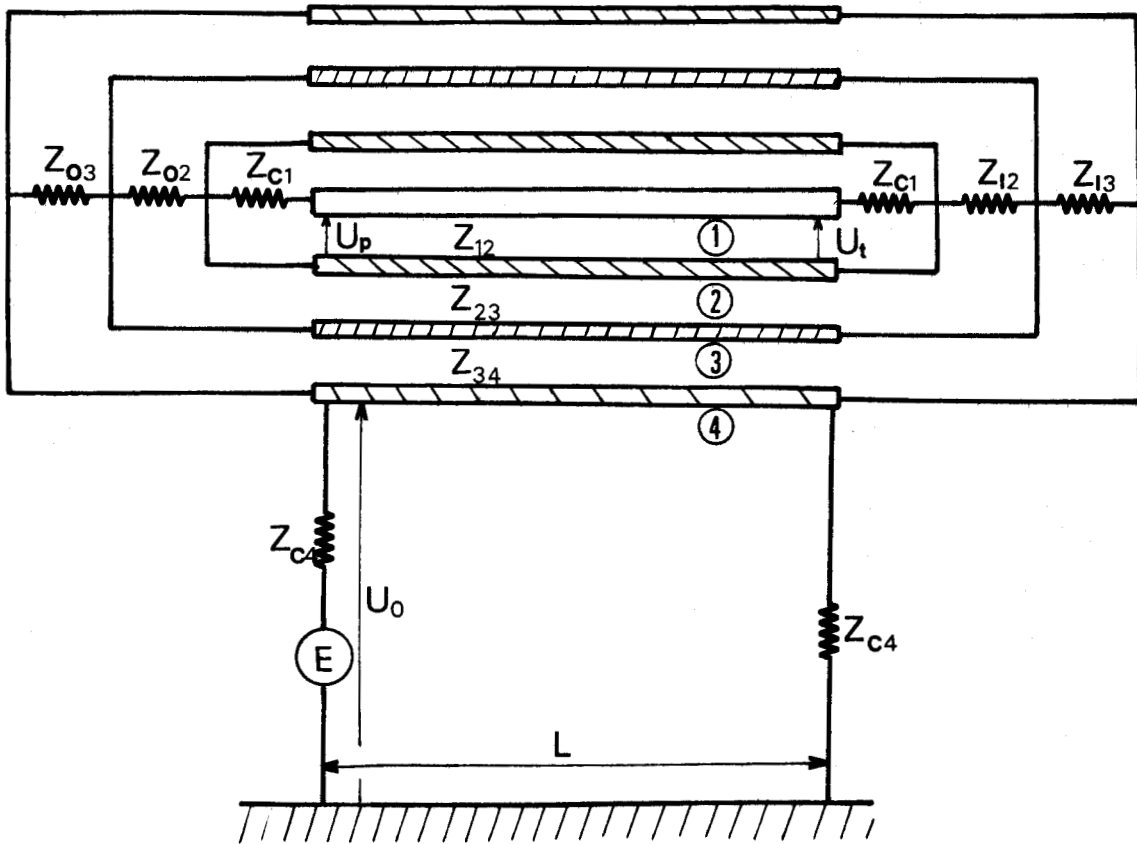


fig.2.

Nous supposons les lignes 1 et 4 adaptées.

En appliquant la théorie précédente, nous obtenons pour expression des tensions  $U_p$  et  $U_t$ , dont le détail des calculs est donné en annexe :

$$\begin{aligned}
 U_p = \frac{U_0 Z_{12} \gamma_2}{2Z_{c2}} & \left[ \frac{A_2}{\gamma_2(\gamma_1 + \gamma_2)} \left( 1 - e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)l} \right) - \frac{B_2}{\gamma_2(\gamma_1 - \gamma_2)} \left( 1 - e^{-(\gamma_1 - \gamma_2)l} \right) \right. \\
 & + \frac{C_2}{\gamma_3(\gamma_1 + \gamma_3)} \left( 1 - e^{-(\gamma_1 + \gamma_3)l} \right) - \frac{D_2}{\gamma_3(\gamma_1 - \gamma_3)} \left( 1 - e^{-(\gamma_1 - \gamma_3)l} \right) \\
 & \left. + \frac{E_2}{\gamma_4(\gamma_1 + \gamma_4)} \left( 1 - e^{-(\gamma_1 + \gamma_4)l} \right) \right] \quad (11.12.)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_+ = & - \frac{U_0 Z_{12} \gamma_2}{2Z_{c2}} \left[ \frac{A_2}{\gamma_2(\gamma_2 - \gamma_3)} \left( 1 - e^{-(\gamma_2 - \gamma_1)L} \right) + \frac{B_2}{\gamma_2(\gamma_1 + \gamma_3)} \left( 1 - e^{(\gamma_1 + \gamma_2)L} \right) \right. \\
 & + \frac{C_2}{\gamma_3(\gamma_3 - \gamma_1)} \left( 1 - e^{-(\gamma_3 - \gamma_1)L} \right) + \frac{D_2}{\gamma_3(\gamma_1 + \gamma_3)} \left( 1 - e^{(\gamma_1 + \gamma_3)L} \right) \\
 & \left. + \frac{E_2}{\gamma_4(\gamma_4 - \gamma_1)} \left( 1 - e^{-(\gamma_4 - \gamma_1)L} \right) \right] e^{-\gamma_1 L} \quad (11.13)
 \end{aligned}$$

Nous obtenons pour expression des coefficients :

$$H = \frac{U_0}{\gamma_3^2 - \gamma_4^2} \frac{Z_{34}}{Z_{c4}} \quad (11.14) \quad m_o = \frac{Z_{o3}}{Z_{c3}} \quad m_L = \frac{Z_{L3}}{Z_{c3}}$$

$$A_3 = \frac{(1+m_L)(\gamma_4+m_o\gamma_3)e^{\gamma_3 L} - (1-m_o)(\gamma_4-m_L\gamma_3)e^{-\gamma_4 L}}{(1+m_o)(1+m_L)e^{\gamma_3 L} - (1-m_o)(1-m_L)e^{-\gamma_3 L}} \quad H \quad (11.15)$$

$$B_3 = \frac{(1-m_L)(\gamma_4+m_o\gamma_3)e^{-\gamma_3 L} - (1+m_o)(\gamma_4-m_L\gamma_3)e^{-\gamma_4 L}}{(1+m_o)(1+m_L)e^{\gamma_3 L} - (1-m_o)(1-m_L)e^{-\gamma_3 L}} \quad H \quad (11.16)$$

$$C_3 = \frac{\gamma_3 A_3}{\gamma_3^2 - \gamma_2^2} \frac{Z_{23}}{Z_{c3}} \quad (11.17.) \quad D_2 = \frac{\gamma_2 B_3}{\gamma_3^2 - \gamma_2^2} \frac{Z_{23}}{Z_{c3}} \quad (11.18.) \quad E_2 = - \frac{\gamma_3 \gamma_4}{\gamma_4^2 - \gamma_2^2} \frac{Z_{23}}{Z_{c3}} \quad (11.19.)$$

$$m_o = \frac{Z_{o2}}{Z_{c2}} \quad m_L = \frac{Z_{L2}}{Z_{c2}}$$

$$T = -n_o \left[ \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_3} + \frac{1}{n_o} \right) C_2 - \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_3} - \frac{1}{n_o} \right) D_2 + E_2 \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_4} + \frac{1}{n_o} \right) E_2 \right] \quad (11.20)$$

$$S = n_L \left[ \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_3} - \frac{1}{n_L} \right) C_2 e^{-\gamma_3 L} - \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_3} + \frac{1}{n_L} \right) D_2 e^{\gamma_3 L} + \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_4} - \frac{1}{n_L} \right) E_2 e^{-\gamma_4 L} \right] \quad (11.21)$$

$$A_2 = \frac{T(1+n_L)e^{\gamma_2 L} - (1-n_o)S}{(1+n_o)(1+n_L)e^{\gamma_2 L} - (1-n_o)(1-n_L)e^{-\gamma_2 L}} \quad (11.22)$$

$$B_2 = \frac{T(1-n_L)e^{-\gamma_2 L} - (1+n_o)S}{(1+n_o)(1+n_L)e^{\gamma_2 L} - (1-n_o)(1-n_L)e^{-\gamma_2 L}} \quad (11.23)$$

- Câbles 2-gaines

Nous reprenons les expressions (11.7), (11.8), (11.9) calculées dans le 11.1.1

- Câble 1-gaine

Nous avons le schéma équivalent de la figure.3.

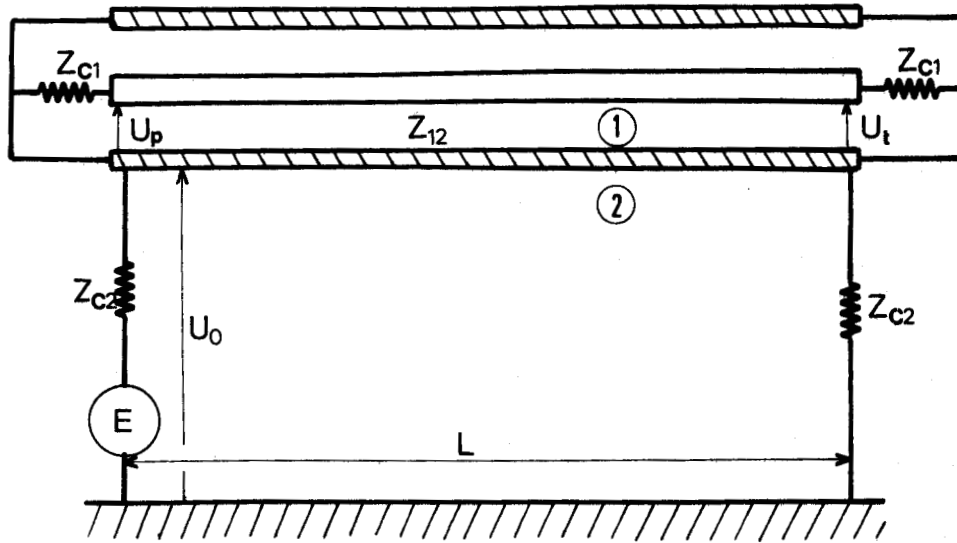


fig.3.

Nous obtenons pour  $U_p$  et  $U_t$  les expressions :

$$U_p = \frac{U_0 Z_{12}}{2Z_{c2}} \frac{1}{\gamma_1 + \gamma_2} \left[ 1 - e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)L} \right] \quad (11.24)$$

$$U_t = - \frac{U_0 Z_{12}}{2Z_{c2}} \frac{1}{\gamma_1 - \gamma_2} \left[ 1 - e^{(\gamma_1 - \gamma_2)L} \right] e^{-\gamma_1 L} \quad (11.25)$$

## 11.2 - ETUDE THEORIQUE COMPARATIVE DE CABLES A 1-GAINE, 2-GAINES ET 3-GAINES (16)

### 11.2.1. Principe de la comparaison

L'étude porte sur la comparaison des câbles à 1-gaine, 2-gaines et 3-gaines. Nous étudions le cas particulier des blindages homogènes quand nous maintenons pour chaque câble la même épaisseur globale de blindage. Nous faisons cette comparaison lorsque les lignes formées par 2 gaines consécutives sont terminées par des courts-circuits ou sont adaptées. Nous considérons uniquement le cas où les gaines sont séparées par un isolant. Cette comparaison se termine par l'étude de l'influence de l'épaisseur de cet isolant sur l'efficacité du blindage compte tenu de l'effet de tresse représenté par un terme inductance de transfert. Nous avons réalisé un programme numérique calculant les expressions des tensions de perturbations  $U_p$  et  $U_t$  dans lequel nous introduisons toutes les constantes électriques et géométriques du câble. Des procédures numériques calculent les constantes électrique primaires et secondaires du câble coaxial (les calculs sont développés dans l'annexe.11.).

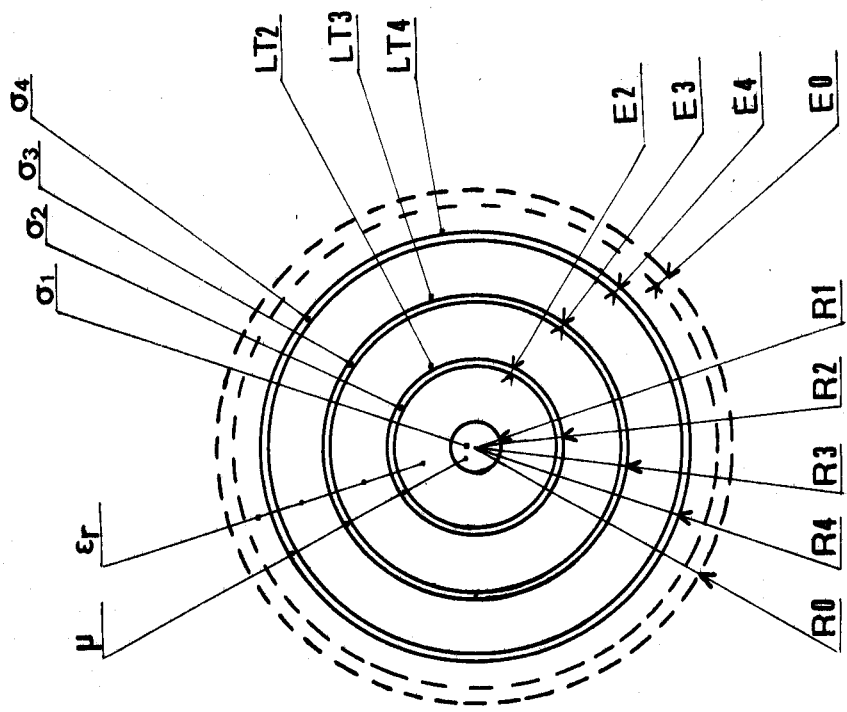
### 11.2.2. Etude comparative avec terminaison inter-gaine sur courts-circuits

Les câbles 1-gaine, 2-gaines et 3-gaines que nous étudions possèdent les dimensions géométriques suivantes PL-1

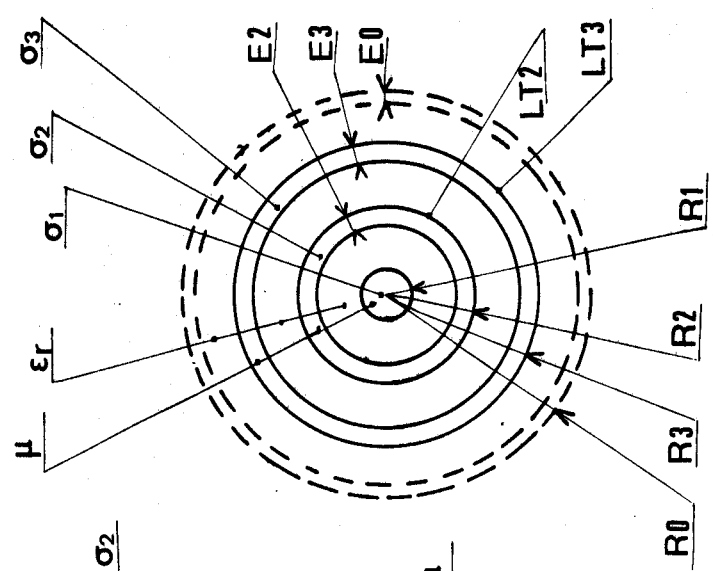
CABLE 1-GAINE	CABLE 2-GAINES	CABLE 3-GAINES
$R_1 = 1,05\text{mm}$	$R_1 = 1,05\text{m}$	$R_1 = 1,05\text{m}$
$R_2 = 4,15\text{mm}$	$R_2 = 4,15\text{mm}$	$R_2 = 4,15\text{m}$
$e_2 = 0,4\text{mm}$	$R_3 = 4,85\text{mm}$	$R_3 = 4,85\text{m}$
	$e_2 = 0,2\text{m}$	$R = 5,72\text{m}$
	$e_3 = 0,2\text{m}$	$e_2 = 0,13\text{m}$
		$e_3 = 0,13\text{m}$
		$e_4 = 0,13\text{m}$

Nous prenons pour conductivité la conductivité du cuivre :  
 $\sigma = 5,85 \cdot 10^7 \text{ } \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ ,  $\mu_r = 1$  et considérons un matériau isolant de permittivité relative  $\epsilon_r = 2,35$ . Nous faisons cette étude pour des blindages homogènes c'est-à-dire ne présentant pas d'inductance de transfert:

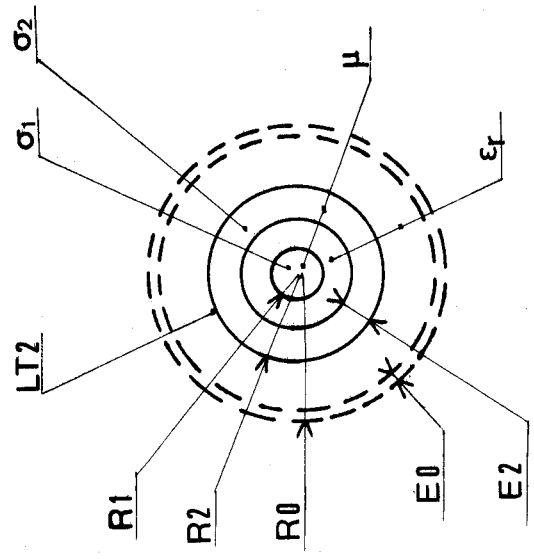
$$L_{T2} = L_{T3} = L_{T4} = 0$$



3-GAINES  
 =  
 $E_2 + E_3 + E_4$



2-GAINES  
 =  
 $E_2 + E_3$



1-GAINE  
 =  
 $E_2$

PL.1

L'excitation est réalisée au moyen d'une ligne coaxiale constituée par un tube de cuivre de rayon extérieur  $R_0$  et d'épaisseur  $e_0$ . Nous choisissons dans chaque cas le rayon du tube de manière à garder l'impédance caractéristique de cette ligne d'excitation constante quelque soit le câble étudié.

Pour les courts-circuits inter-gaine nous avons :

$$\text{CABLE 2-GAINES : } Z_{02} = Z_{L2} = 0 \quad \text{soit : } m_L = m_0 = 0$$

$$\text{CABLE 3-GAINES : } Z_{02} = Z_{03} = Z_{L2} = Z_{L3} \quad \text{soit } m_0 = m_L = 0, n_0 = n_L = 0$$

La longueur des câbles est égale à 20m.

La comparaison porte d'abord sur une variation de fréquence allant de 100Hz à 10MHz (PL-2). Nous avons ensuite dilaté l'intervalle 1MHz-10MHz (PI-3). Nous représentons dans chaque cas la tension  $U_p$ , c'est-à-dire en  $x = 0$ .

De 100Hz à 1kHz les résultats sont assez approximatifs car nous devons avoir dans la résolution des équations (11.3) :

$$Z_{23} l_2 \ll Z_3 l_3 \quad \text{avec } Z_3 = L_3 \omega$$

$$\text{Nous avons } L_3 \simeq 5 \cdot 10^{-9} \text{ H/m. à } 100\text{Hz} \quad Z_3 \simeq 3 \cdot 10^{-6} \Omega/\text{m.}$$

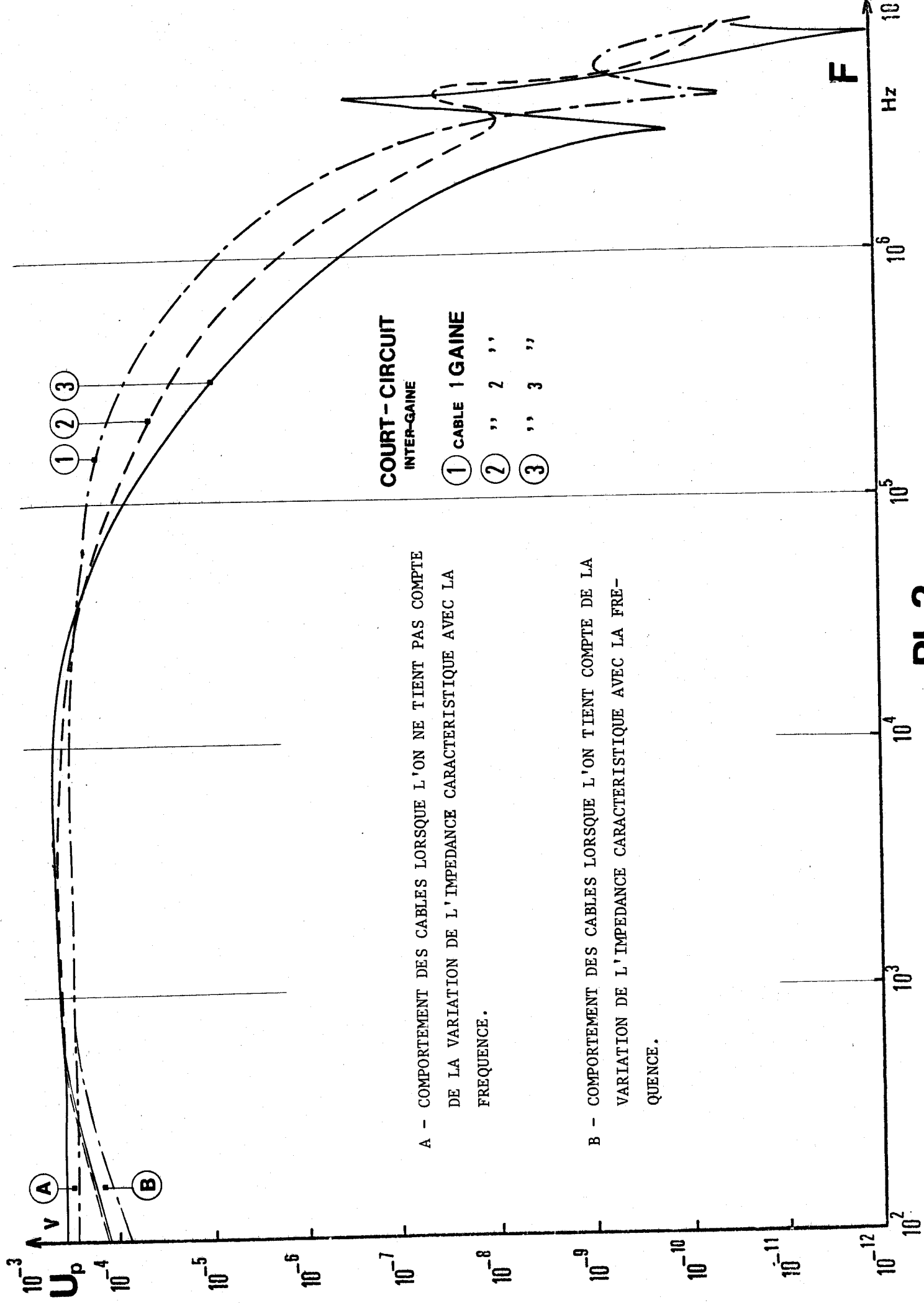
$Z_{32} \simeq 3 \cdot 10^{-4} \Omega/\text{m.}$  le rapport  $l_3/l_2$  ne peut guère être supérieur à  $10^3$  donc l'approximation n'est pas très légitime. D'autre part entre 100Hz et 1kHz nous observons l'augmentation de la résistance caractéristique des différentes structures coaxiales, augmentation consécutive à l'influence des résistances ohmiques de la ligne. Pour des fréquences inférieures à 1kHz et pour des câbles de longueurs raisonnables nous pouvons assimiler le problème avec

la simple mise en parallèle des gaines comme on le traite en courant continu.

De 1kHz à 100kHz le comportement des 3 câbles est pratiquement identique.

Au-dessus de 100kHz nous constatons l'effet bénéfique de l'espace inter-gaine, à 1MHz nous avons entre le câble 3-gaines et 1-gaine près d'une décade sur le rapport des tensions de perturbation.

Vers 5MHz et 10MHz nous observons la résonance en  $\lambda/4$  et  $3\lambda/4$  des courts-circuits inter-gaine (PL-3). Ces résonances sont très nuisibles car pour les perturbations à spectre étendu elles vont générer des oscillations importantes qui annulent l'effet de blindage. La fréquence de ces oscillations est inversement proportionnelle à la longueur des câbles ou plus exactement à la distance séparant deux courts-circuits.

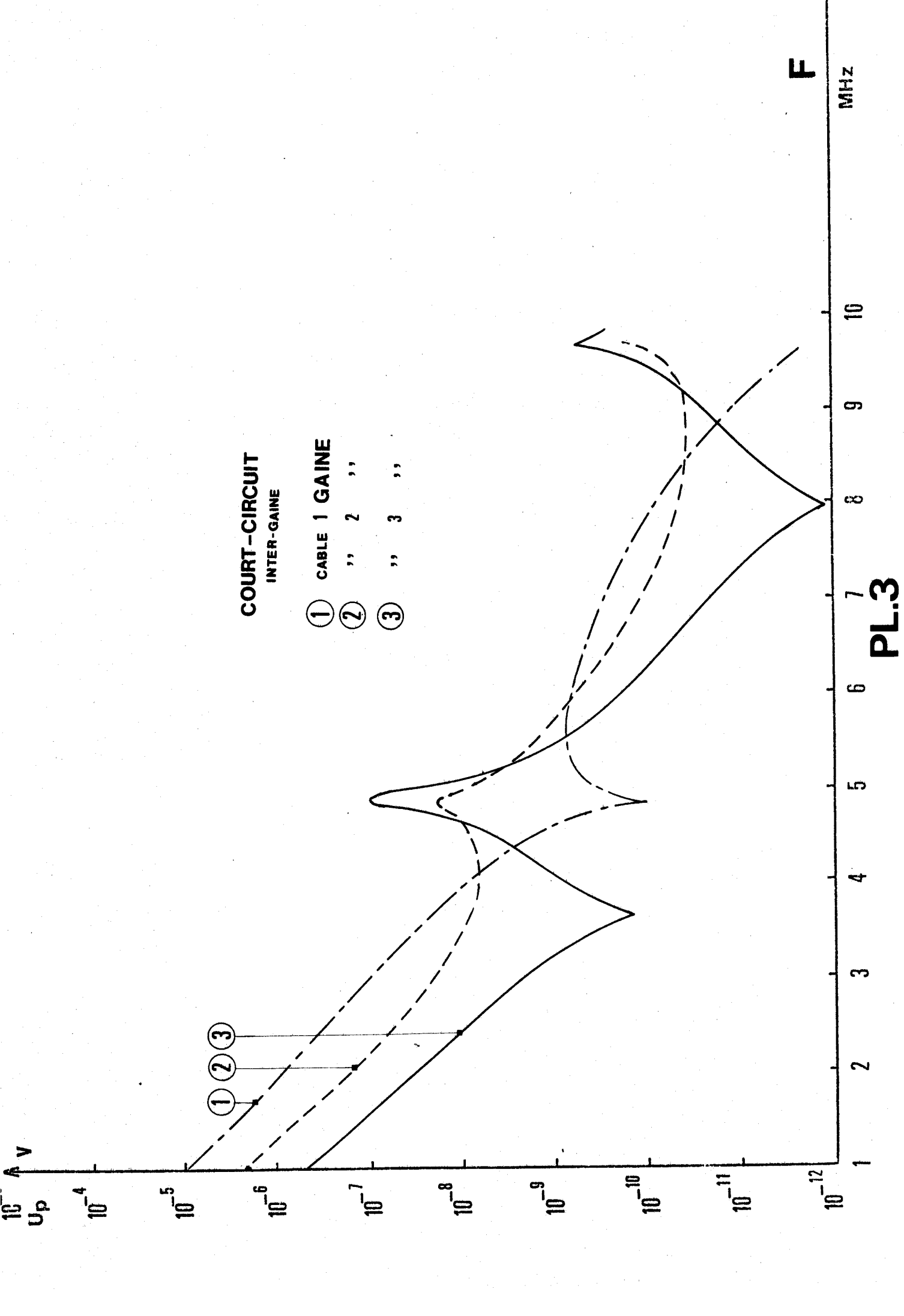


**COURT - CIRCUIT  
INTER-GAINE**

- ① CABLE 1 GAINE
- ② " 2 "
- ③ " 3 "

A - COMPORTEMENT DES CABLES LORSQUE L'ON NE TIENT PAS COMPTE DE LA VARIATION DE L'IMPEDANCE CARACTERISTIQUE AVEC LA FREQUENCE.

B - COMPORTEMENT DES CABLES LORSQUE L'ON TIENT COMPTE DE LA VARIATION DE L'IMPEDANCE CARACTERISTIQUE AVEC LA FREQUENCE.





La programmation des expressions complète est très lourde aussi il est intéressant de donner des expressions simplifiées applicables lorsque les câbles sont électriquement courts<sup>(17)</sup>, c'est-à-dire :

$$|\gamma_1 l| \ll 1$$

Nous proposons lorsque la condition  $Z_{23} l_2 \ll Z_3 l_3$  est réalisée, le schéma équivalent de la figure.4. Nous supposons alors que le câble se comporte comme un circuit à constantes localisées.

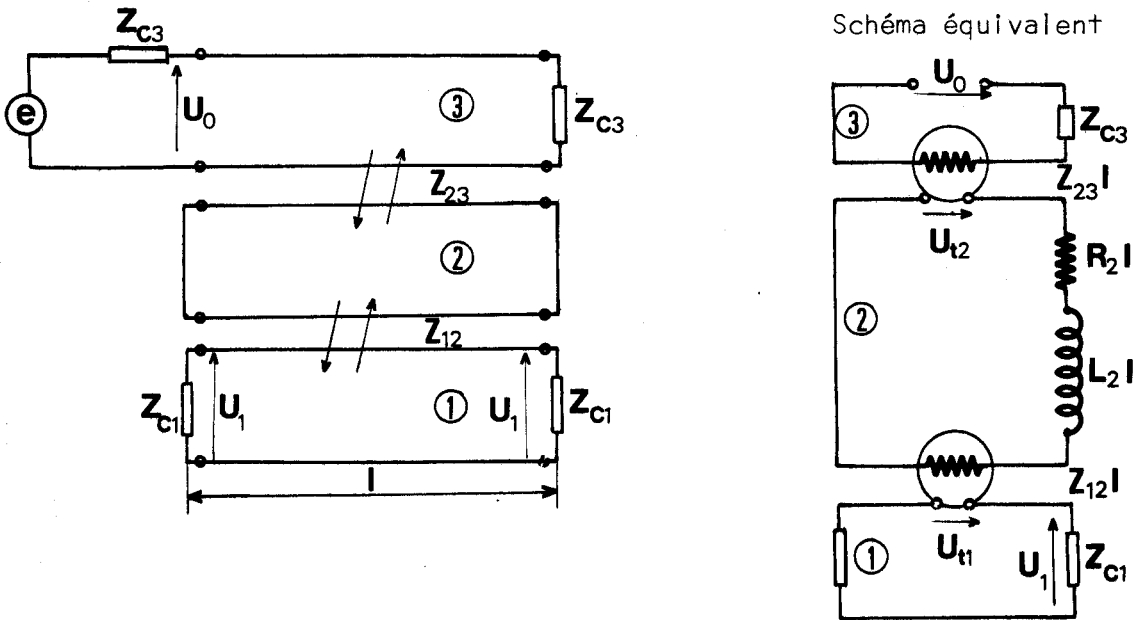


fig.6.

En accord avec les simplifications admises dans les expressions (11.2) et (11.3) nous assimilons les impédances de transfert à des transformateurs unidirectionnels de rapport de transformation  $Z_{23} l$  et  $Z_{12} l$ . Nous introduisons en série avec les courts-circuits la résistance et l'inductance de la ligne 2 ( $R_2 l$  et  $L_2 l$ ).

Faisons le raisonnement dans le cas particulier du câble 2-gaines. Nous tirons l'expression de  $U_1$  en fonction de  $U_0$  :

$$U_1 = \frac{U_0 Z_{12} Z_{23} l}{2 Z_{c3} (R_2 + j L_2 \omega)} = \frac{U_0 Z_{12} Z_{23} l}{2 Z_{c3} Z_{c2} \gamma_2}$$

Comme  $\gamma_2 = \sqrt{Z_2 Y_2}$  et  $Z_{c2} = \sqrt{\frac{Z_2}{Y_2}}$

$$Z_2 = \gamma_2 Z_{c2}$$

Nous obtenons finalement :

$$U_1 = U_0 \frac{Z_{12} Z_{23}}{2Z_{c3} Z_{c2}} \frac{l}{\gamma_2} \quad (11.40)$$

La limite des expressions (11.10) et (11.11) lorsque nous appliquons l'inégalité  $|\gamma_i| \ll 1$  a donné le même résultat.

Nous rappelons les résultats valables pour les câbles à 1-gaine, 2-gaines et 3-gaines :

1 gaine

$$U_p = U_t = \frac{U_0 Z_{12}}{2Z_{c2} l}$$

2 gaines

$$U_p = U_t = \frac{U_0 Z_{12} Z_{23}}{2Z_{c2} Z_{c3}} \frac{l}{\gamma_2}$$

3 gaines

$$U_p = U_t = U_0 \frac{Z_{12} Z_{23} Z_{34}}{4Z_{c2} Z_{c3} Z_{c4}} \frac{l}{\gamma_2 \gamma_3}$$

Ces résultats permettent de définir rapidement les performances d'un câble et de généraliser sans grande complication le cas des câbles dont le nombre de gaines est supérieur à 3. Cette théorie des circuits équivalents permet d'expliquer l'allure des courbes obtenues (PI-2), pour des fréquences supérieures à 100kHz. Entre 100kHz et les fréquences pour lesquelles se produisent les résonances nous passons progressivement de la théorie du circuit à constantes localisées au circuit à constantes réparties. Nous remarquons à l'aide des schémas équivalents que lorsque la fréquence augmente, l'inductance des lignes inter-gaine va augmenter l'impédance du circuit ce qui a inévitablement pour effet de diminuer l'amplitude des courants générés par les impédances de transfert. Plus le nombre de gaines sera important plus cette atténuation sera forte. C'est bien ce que traduisent les courbes comparatives.

### 11.2.3. Etude comparative lorsque les impédances terminant l'inter-gaine sont adaptées

Nous faisons une étude semblable à la précédente où les courts-circuits sont remplacés par des impédances adaptées.

Pour le câble 2-GAINES :  $Z_{02} = Z_{L2} = Z_{C2}$  soit  $m_o = m_L = 1$

Pour le câble 3-GAINES :  $Z_{03} = Z_{L3} = Z_{C3}$  ;  $Z_{02} = Z_{L2} = Z_{C2}$  soit  $m_o = m_L = n_o = n_L = 1$

De 100Hz à 1kHz nous faisons les mêmes restrictions qu'au 11.2.2. sur la planche 4 ; de 1kHz à 100kHz nous constatons une supériorité très nette du câble 3-GAINES. Mais de 100kHz à 1MHz les résultats sont plus pessimistes, nous assistons à la convergence des 3 courbes. Sur la planche 5 de 1MHz à 10MHz nous remarquons l'absence de résonances inter-gaine mais pour une fréquence de l'ordre de 8MHz les trois câbles ont pratiquement les mêmes performances. PL.6. et PL.7.

Nous pouvons à nouveau donner les schémas équivalents correspondant à la présente étude fig.5.

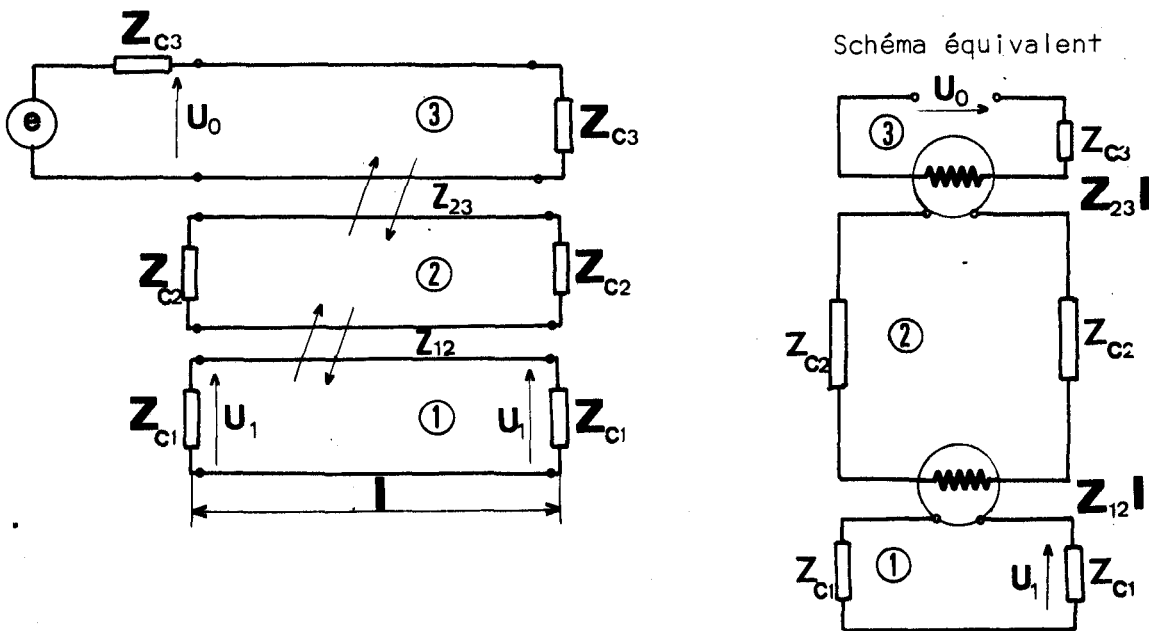
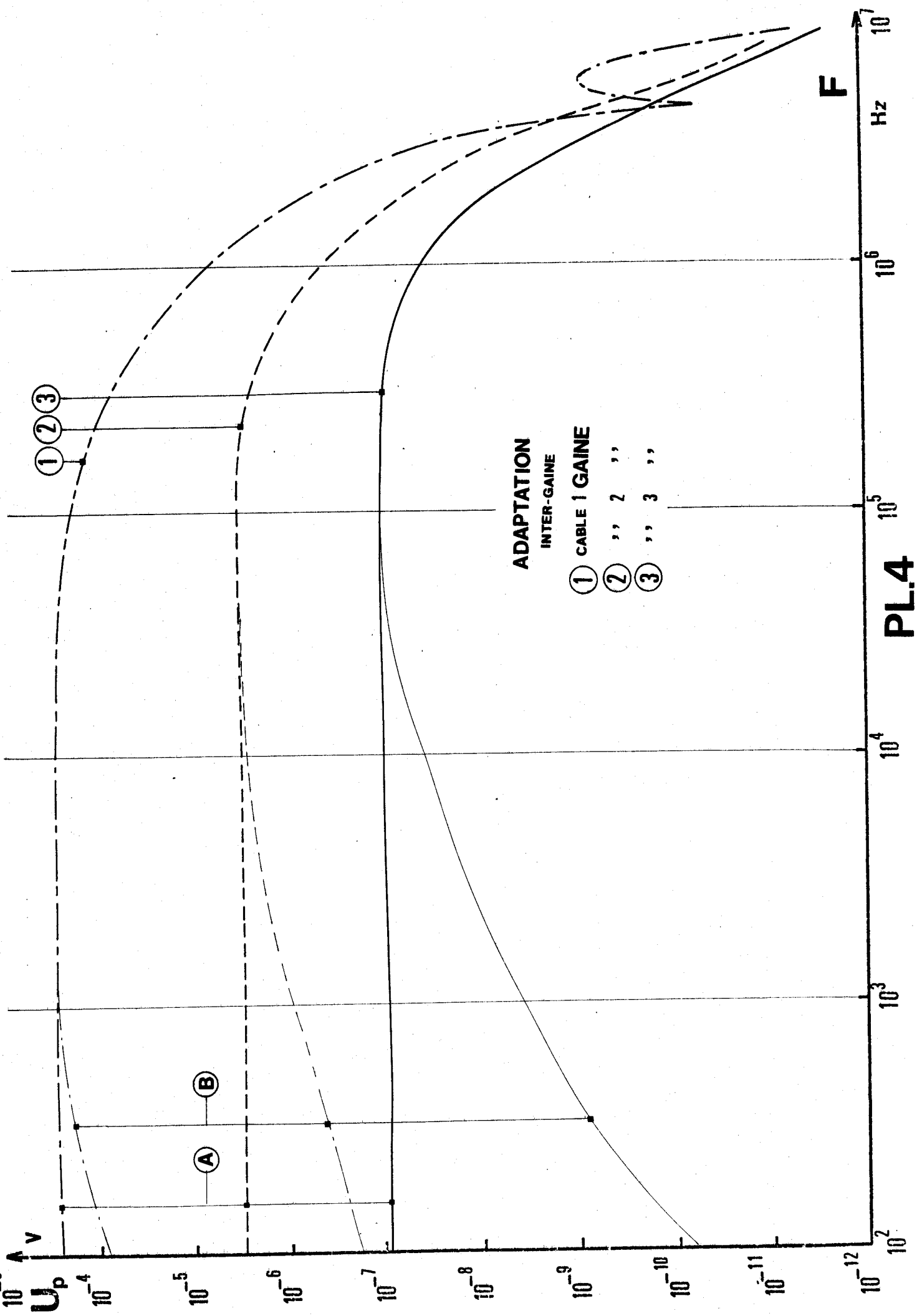
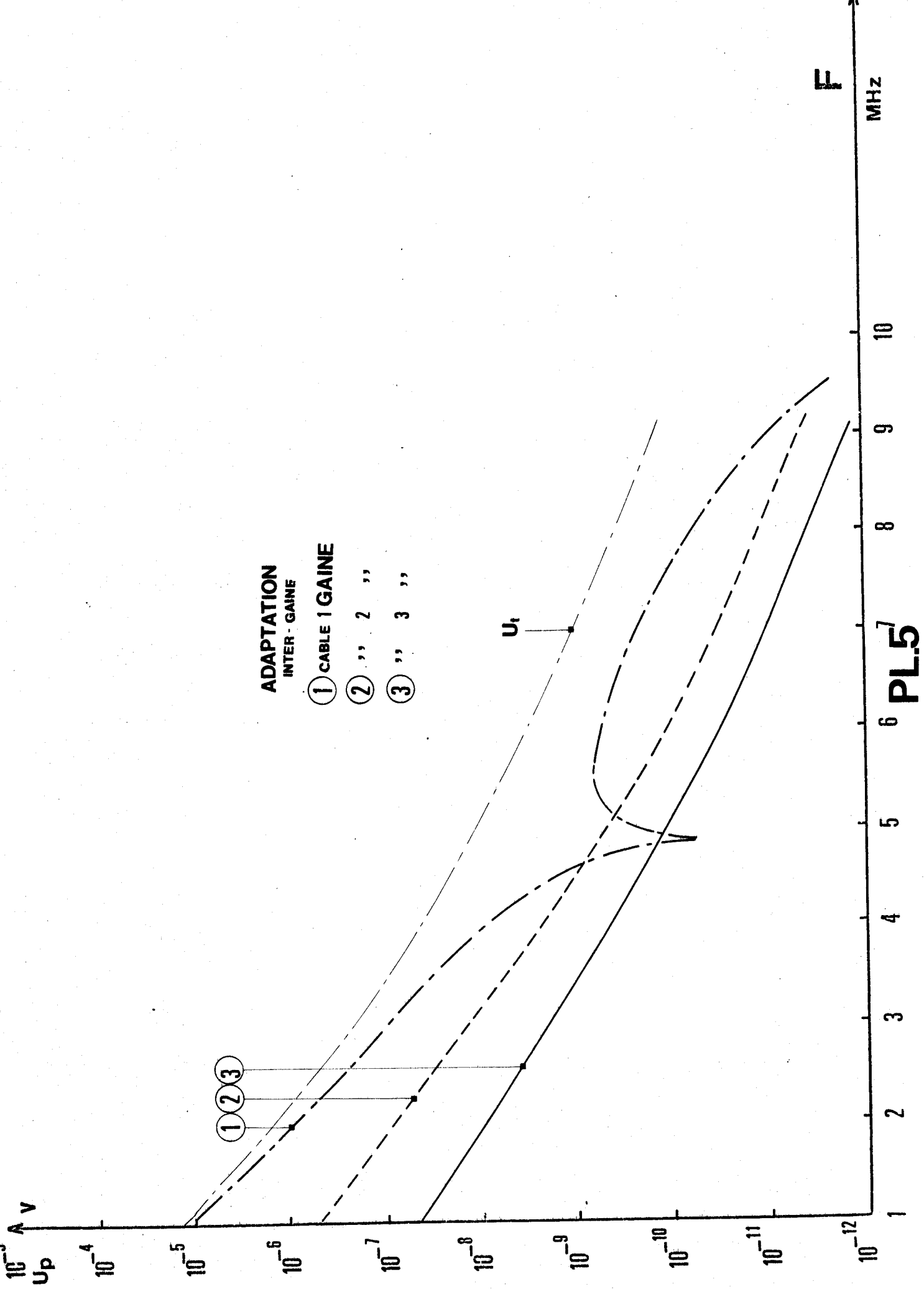


fig.5.





10<sup>-3</sup> V

U<sub>p</sub>

10<sup>-4</sup>

10<sup>-5</sup>

10<sup>-6</sup>

10<sup>-7</sup>

10<sup>-8</sup>

10<sup>-9</sup>

10<sup>-10</sup>

10<sup>-11</sup>

10<sup>-12</sup>

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

MHZ

F

U<sub>i</sub>

①  
②  
③

①  
②  
③

Si  $Z_{c2}$  est  $\gg R_2 + jL_2\omega$  nous pouvons négliger l'influence de l'inductance de la ligne 2.

Nous exprimons  $U_1$  en fonction de  $U_0$  :

$$U_1 = U_0 \frac{Z_{12}Z_{23}}{4Z_{c2}Z_{c3}} l^2$$

Nous rappelons les résultats obtenus pour chaque câble :

1-gaine

$$U_p = U_t = \frac{U_0 Z_{12}}{2Z_{c2}l}$$

2-gaines

$$U_p = U_t = U_0 \frac{Z_{12}Z_{23}}{4Z_{c2}Z_{c3}} l^2$$

3-gaines

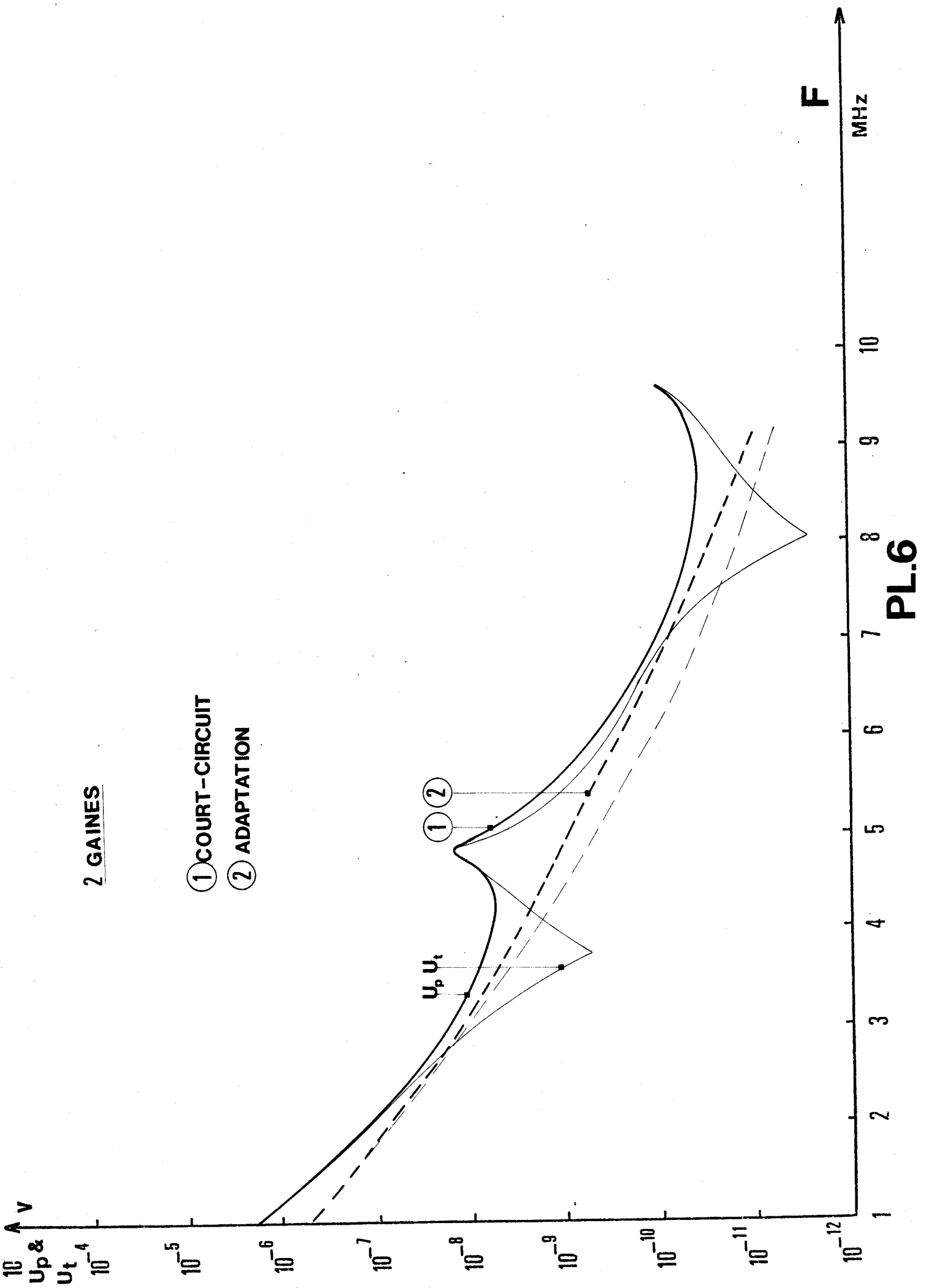
$$U_p = U_t = U_0 \frac{Z_{12}Z_{23}Z_{34}l^3}{8Z_{c2}Z_{c3}Z_{c4}}$$

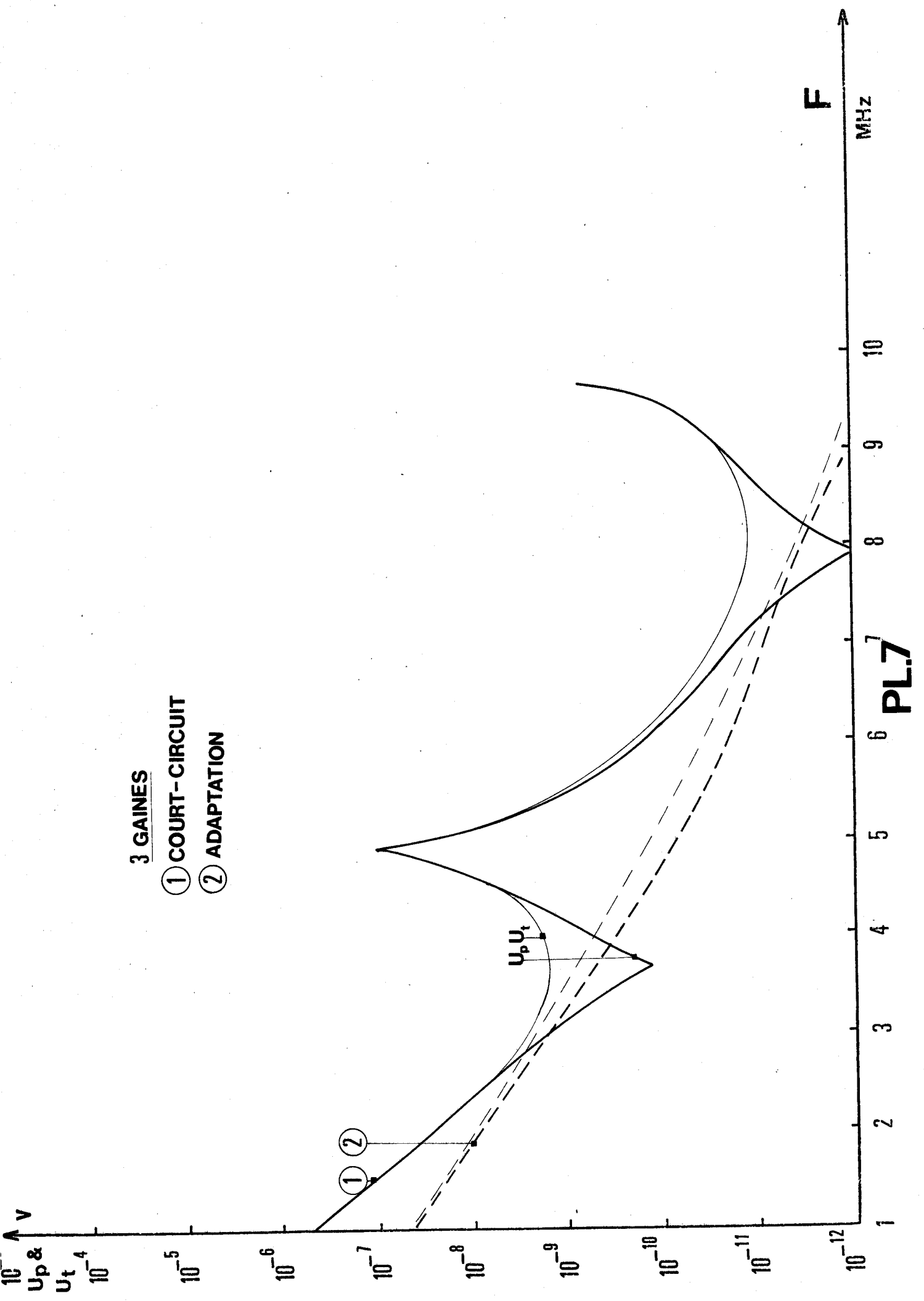
Ces expressions sont en accord avec la limite des expressions complètes lorsque  $|Y_i l| \ll 1$ .

Le schéma équivalent permet d'expliquer le comportement des 3 câbles. Lorsque la fréquence est inférieure à 100kHz les impédances  $Z_{c2}$  se mettent en série dans le circuit 2 ce qui a pour effet de diminuer considérablement les courants générés par les impédances de transfert  $Z_{23}$  et  $Z_{12}$ . Mais lorsque la fréquence augmente la capacité de la ligne 2 présente une faible impédance qui se met en parallèle sur  $Z_{c2}$  et diminue ainsi l'efficacité du blindage. Pour les fréquences supérieures à 1MHz nous tendons vers le circuit à constantes réparties et seule l'exploitation des formules complètes permet d'expliquer le comportement des câbles.

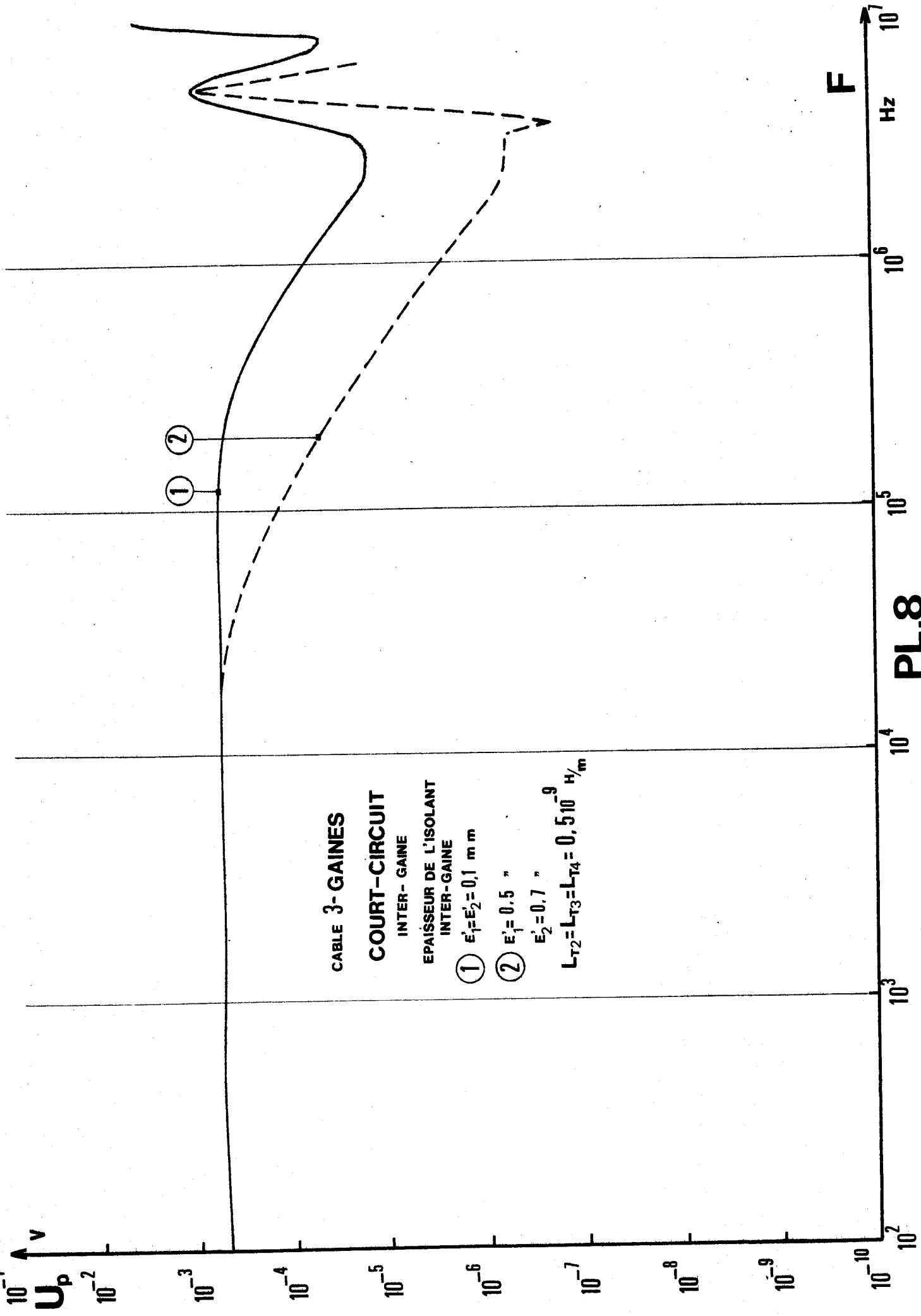
#### 11.2.4. Conclusion de l'étude comparative

Cette étude montre l'intérêt à utiliser des câbles à gaines multiples et le choix de la solution employant des impédances de terminaison inter-gaines adaptées semble très intéressant devant l'utilisation des courts-circuits. Car pour les fréquences inférieures aux fréquences de résonance le gain apporté par la première solution (inter-gaine adaptée) est appréciable, mais dès que la fréquence augmente les résultats obtenus sont moins optimistes. Au niveau des résonances inter-gaine l'utilisation de courts-circuits détruit l'effet de blindage lorsque les câbles sont en









**CABLE 3- GAINES**

**COURT-CIRCUIT**

INTER- GAINE

EPAISSEUR DE L'ISOLANT

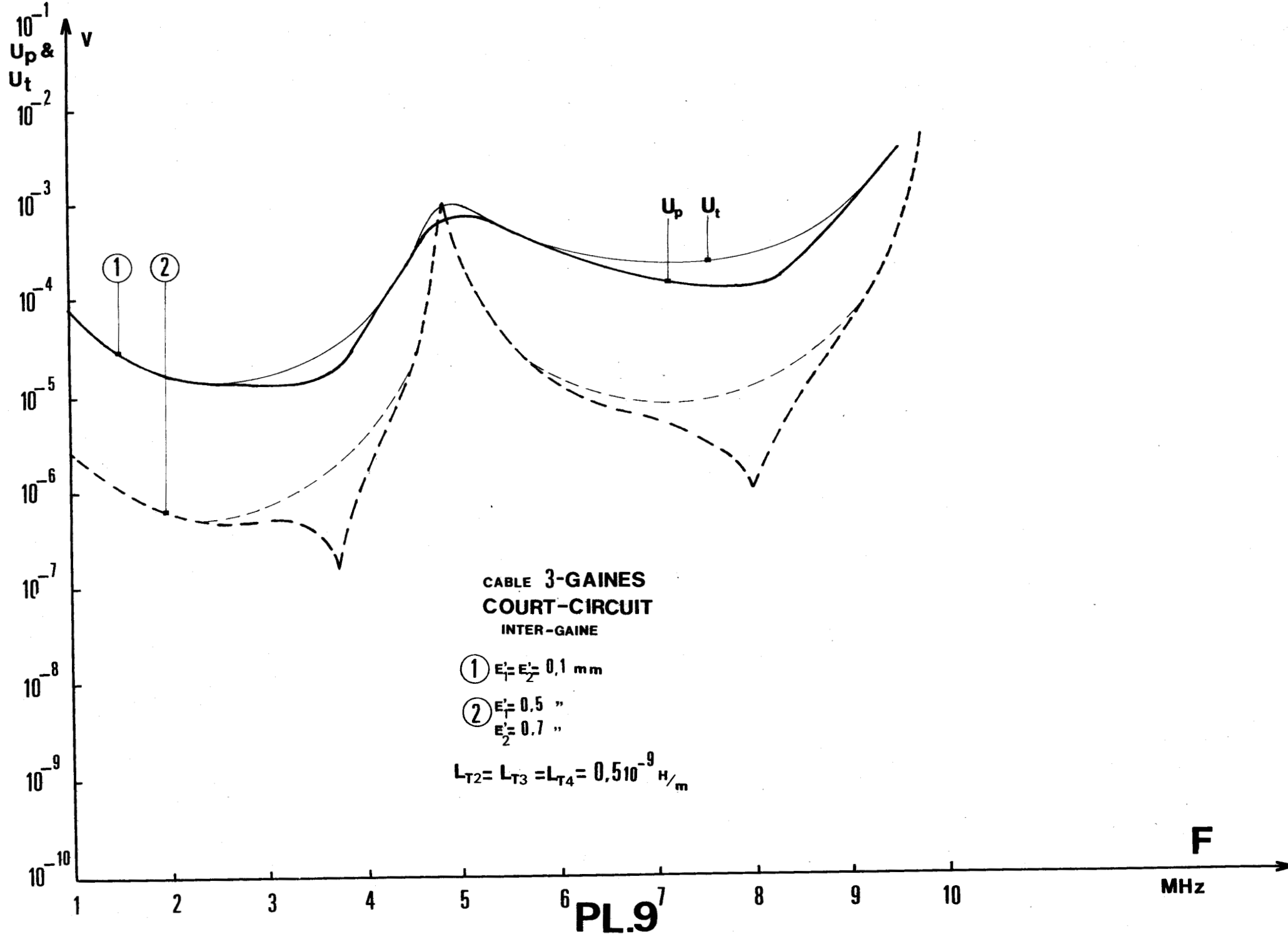
INTER- GAINE

①  $\epsilon_1' = \epsilon_2' = 0,1$  m m

②  $\epsilon_1' = 0,5$  "

$\epsilon_2' = 0,7$  "

$L_{T2} = L_{T3} = L_{T4} = 0,5 \cdot 10^{-9}$  H/m



présence de perturbations à spectre étendu. Mais l'utilisation d'impédances de terminaison inter-gaine se heurte au problème de fabrication du connecteur. Si l'on souhaite conserver une structure coaxiale et d'excellents contacts, la réalisation d'un tel connecteur est très compliquée, aussi devons nous envisager d'autres solutions pour améliorer le blindage. Nous pouvons remplacer l'isolant inter-gaine par une charge de graphite qui augmente l'impédance de transfert globale et n'altère pas la souplesse mécanique. Nous pouvons encore substituer à l'isolant des rubans de métal à forte perméabilité magnétique, nous avons remarqué au chapitre.1. que l'impédance de transfert de ces blindages pouvait être très faible. Une nouvelle application de la théorie des câbles à gaines multiples pourrait être envisagée. Il suffirait de modifier la structure des programmes mis au point et d'aboutir à une étude comparative permettant d'étudier l'influence relative des épaisseurs des gaines conductrices et des rubans de métal à forte perméabilité.

#### 11.2.5. Influence de l'épaisseur de l'isolant inter-gaine

Nous ne faisons cette étude que pour le câble 3-GAINES nous considérons le cas des gaines formées de conducteurs tressés nous introduisons donc un terme inductance de transfert. Nous prenons :

$$L_{T2} = L_{T3} = L_{T4} = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{H/m} \quad \text{PI-8 et PI-9}$$

Nous avons pour la courbe 1 une épaisseur d'isolant égale à 0,5mm, pour la courbe 2 une épaisseur de 0,1mm. Nous traitons le cas du couplage sur courts-circuits. De 100kHz à 1MHz l'effet négatif de la diminution d'épaisseur est flagrant. L'inductance de la ligne formée de l'inter-gaine est plus faible donc conformément à la théorie des schémas équivalents, le blindage est moins performant. De 1MHz à 10MHz nous observons des résonances inter-gaines d'amplitude moins importante. En effet lorsque l'on diminue l'épaisseur de l'isolant inter-gaine l'on tend vers le comportement du câble à 1-gaine.

### 11.3. - ETUDE EXPERIMENTALE D'UN CABLE 3-GAINES

#### 11.3.1. Principe de la mesure et résultats obtenus

Nous décrivons le principe des principaux montages permettant de

mesurer l'impédance de transfert, puis nous donnons les résultats de mesures effectuées au laboratoire sur un échantillon de câbles 3-gaines, résultats que nous confrontons avec la théorie du câble 3-gaines introduite dans le §.11.2.

a) méthodes de mesure (11)

Il s'agit de déterminer expérimentalement l'impédance de transfert d'un câble coaxial. Le principe de mesure est très simple, il suffit de faire circuler un courant dans la gaine (1) du câble échantillon puis de recueillir la tension de perturbation âme gaine (V). Le rapport  $(V/I)L$  nous donne une expression proportionnelle à l'impédance de transfert du câble expérimenté. Le dispositif expérimental est schématisé sur la fig.6.

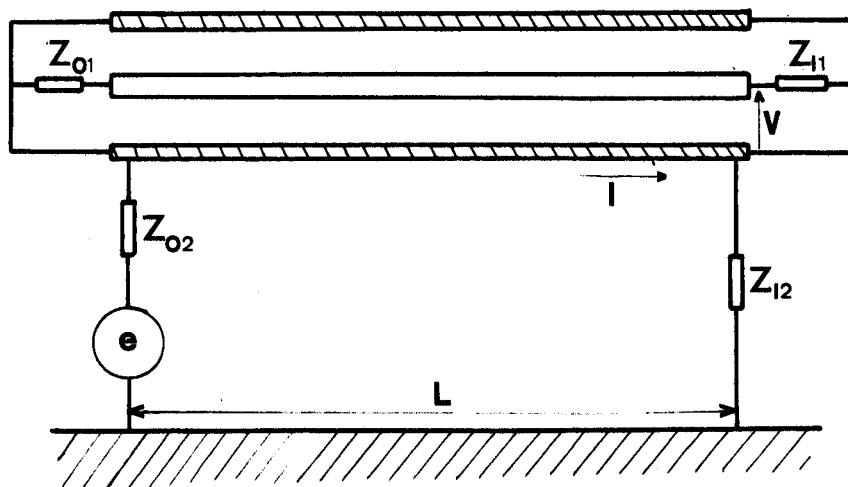


fig.6.

Considérons tout d'abord le mode d'excitation : il s'agit de choisir une référence. Nous avons le choix entre l'utilisation d'un simple plan métallique ou d'une cellule coaxiale. La seconde solution est souvent retenue, son emploi est cependant très limité car la cellule ne s'adapte pas à toutes les dimensions de câble. Il faut se fixer les impédances  $Z_{02}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{01}$ ,  $Z_{11}$ . La détermination précise de l'impédance de transfert devant faire intervenir le minimum de corrections dues aux phénomènes de propagation dans la cellule, nous utilisons de préférence le montage en adaptation totale, c'est-à-dire :

$$Z_{02} = Z_{12} = Z_{c2} \quad \text{et} \quad Z_{01} = Z_{11} = Z_{c1}$$

La difficulté résulte pour chaque type de câble d'adapter la cellule d'excitation et de disposer d'un détecteur de tension lui aussi facilement adaptable. La mesure du courant  $I$  peut se faire au moyen de la mesure de la tension  $V_2$  ou alors à l'aide d'un tore magnétique entourant la gaine extérieure.

Nous rappelons les montages couramment utilisés :

Le L.C.I.E. <sup>(18)</sup> <sup>(19)</sup> a effectué des mesures en très hautes fréquences c'est-à-dire au-dessus de 100MHz. Deux montages ont été utilisés :

- une cellule coaxiale en alimentation symétrique où  $Z_{02}$  et  $Z_{12}$  étaient des courts-circuits
- une cellule coaxiale en alimentation non symétrique mais entièrement adaptée et blindée.

Nous avons réalisé au laboratoire <sup>(21)</sup> un montage inspiré du dispositif utilisé à l'U.K. A.E.A. à WINFRITH <sup>(20)</sup>. Nous avons schématisé sur la fig.7. cette réalisation :

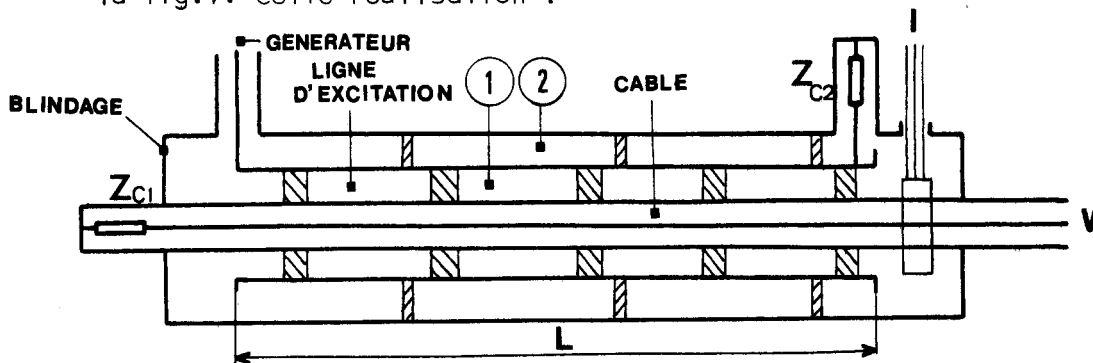


fig.7.

L'excitation se fait au moyen d'une cellule coaxiale. Un blindage en contact électrique avec la gaine de l'échantillon, la masse du générateur et du voltmètre permet d'éliminer l'effet de rayonnement du tube d'excitation. Jusqu'à 10 MHz les résultats sont satisfaisants mais au-dessus la désadaptation mutuelle des 2 lignes 1 et 2 en parallèle perturbe considérablement les mesures. Après quelques essais nous avons préféré éliminer le blindage fig.8.

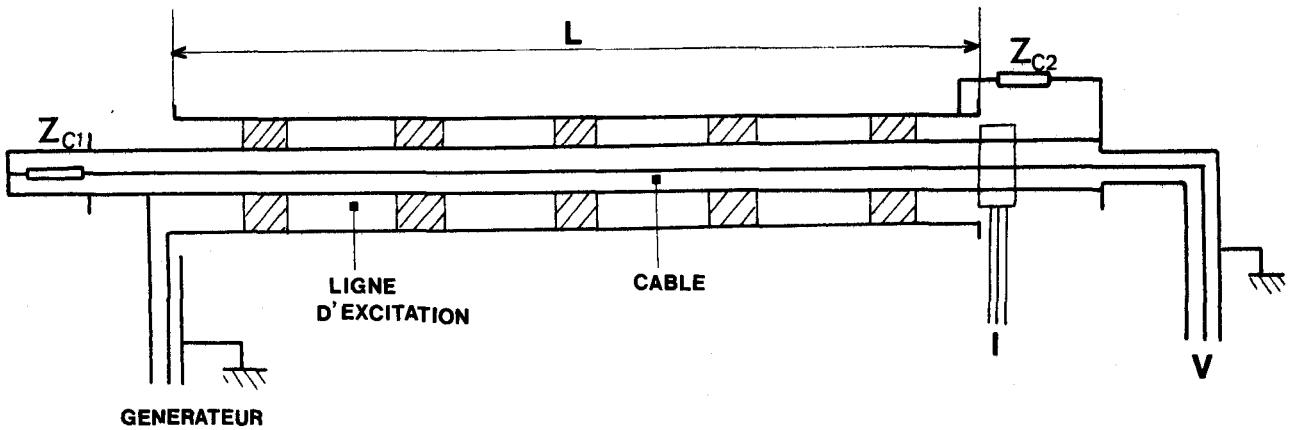


fig.8.

Ce dispositif se comporte correctement jusqu'à 30MHz. L'adaptation de  $Z_{c2}$  est réalisée au moyen d'une mesure par impulsions. (25)

La tension  $V$  et le courant  $I$  sont déterminés à l'aide d'un voltmètre sélectif (mesureur champ TELEC) et d'une pince ampéremétrique.

- Expression donnant l'impédance de transfert à partir du rapport  $U_+/I$

Nous savons pour un câble 1-GAINE que  $U_+$  est donnée par l'expression :

$$U_+ = - \frac{U_0 Z_{12}}{2Z_{c2}} \frac{1}{\gamma_1 - \gamma_2} \left[ 1 - e^{(\gamma_1 - \gamma_2)L} \right] e^{-\gamma_1 L}$$

et 
$$I = \frac{U_0}{Z_{c2}} e^{-\gamma_1 L}$$

$$\frac{U_+}{I} = \frac{Z_{12}}{2(\gamma_1 - \gamma_2)} \left[ 1 - e^{(\gamma_1 - \gamma_2)L} \right]$$

Si l'on peut admettre l'approximation  $|(\gamma_1 - \gamma_2)L| \ll 1$  :

$$1 - e^{(\gamma_1 - \gamma_2)L} \neq (\gamma_1 - \gamma_2)L$$

que nous pouvons faire car dans notre montage  $L = 5m$  et  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont en général du même ordre de grandeur, alors :

$$\frac{U_+}{I} = \frac{Z_{12}}{2} \times L \quad \text{d'où} \quad \boxed{Z_{12} = \frac{2}{L} \frac{U_+}{I}} \quad (11.26)$$

b) Résultats obtenus sur un câble 3-GAINES.

Nous disposons d'un câble 3-GAINES "CP-368" dont les caractéristiques sont les suivantes : fig.9.

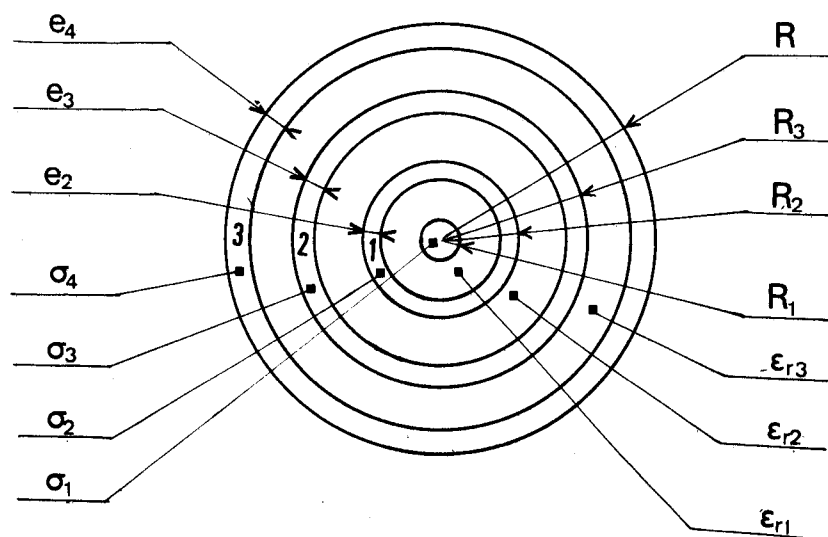


fig.9.

âme centrale : 7 brins en cuivre argenté de  $\varnothing = 0,4\text{mm}$ .

le rayon global est :  $R_1 = 1\text{mm}$

tresse 1 :  $R_2 = 4,1\text{mm}$   $e_2 = 0,4\text{mm}$

24 fuseaux de 8 conducteurs en cuivre argenté de  $\varnothing = 0,18\text{mm}$ ,  
angle de tressage  $\psi = 30^\circ$

tresse 2 :  $R_3 = 4,8\text{mm}$   $e_3 = 0,4\text{mm}$

24 fuseaux de 10 conducteurs en cuivre argenté de  $\varnothing = 0,18\text{mm}$   
angle de tressage  $\psi = 45^\circ$

tresse 3 ;  $R = 5,6\text{mm}$   $e_4 = 0,4\text{mm}$

24 fuseaux de 12 conducteurs en cuivre étamé de  $\varnothing = 0,15\text{mm}$   
angle de tressage  $\psi = 45^\circ$

L'isolant coaxial est constitué par du polyéthylène plein de permittivité relative  $\epsilon_r = 2,35$ .

L'isolant inter-tresse est formé de rubans de polyéthylène  $\epsilon_r = 2,35$  (longueur du câble  $L = 5\text{m}$ ).

Sur la planche.10. nous avons représenté les variations de l'impédance de transfert déterminées expérimentalement (courbe 1 ). L'impédance de transfert se calcule à l'aide de l'expression (11.26) :

$$Z_t = \frac{U_t}{I} \times \frac{2}{L}$$

L : longueur du câble

$U_t$  tension de télédiaphonie âme-gaine

I : courant dans la gaine extérieure

Nous avons effectué les mesures dans la bande 10kHz-30MHz. Nous retrouvons le comportement du câble 3-GAINES étudié dans l'étude comparative du §.11.2. De 10kHz à 500kHz nous avons la décroissance consécutive à la multiplicité des blindages, de 500kHz à 10MHz la remontée provoquée par l'inductance de transfert des tresses et au-dessus de 10MHz les résonances inter-tresse sur courts-circuits.

Afin de s'assurer l'accord des résultats expérimentaux et théoriques nous allons introduire dans le programme de calcul du câble 3-GAINES les constantes électriques et géométriques de l'échantillon. Les données sont très nombreuses et des corrections doivent être effectuées pour s'approcher le plus près possible de la courbe expérimentale. Nous énumérons dans ce qui suit les corrections apportées pour obtenir la courbe 2 PL-10 :

- action sur les conductivités

Pour les conducteurs argentés nous avons choisi  $\sigma = 6,1 \cdot 10^7 \text{ } \Omega/\text{m}$  proche de la conductivité de l'argent.

Pour les conducteurs étamés nous avons choisi la conductivité du cuivre :

$$\sigma = 5,85 \cdot 10^7 \text{ } \Omega/\text{m}$$

$$\text{finalement : } \sigma_1 = 6,10 \cdot 10^7 \text{ } \Omega/\text{m} ; \sigma_2 = 6,1 \cdot 10^7 \text{ } \Omega/\text{m} ; \sigma_3 = 6,1 \cdot 10^7 \text{ } \Omega/\text{m} \\ \text{et } \sigma_4 = 5,85 \cdot 10^7 \text{ } \Omega/\text{m}$$

- Inductance de transfert.

Les inductances de transfert de chacune des tresses ont été déterminées à l'aide des résultats obtenus par V. KRUGEL<sup>(10)</sup> en fonction du taux de recouvrement B et de l'angle de tressage .

$$\text{tresse 2 : } B = 87,5\% \quad \psi = 30^\circ \quad L_{T2} = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ H/m}$$

$$\text{tresse 3 : } B = 90\% \quad \psi = 45^\circ \quad L_{T2} = 0,3 \cdot 10^{-9} \text{ H/m}$$

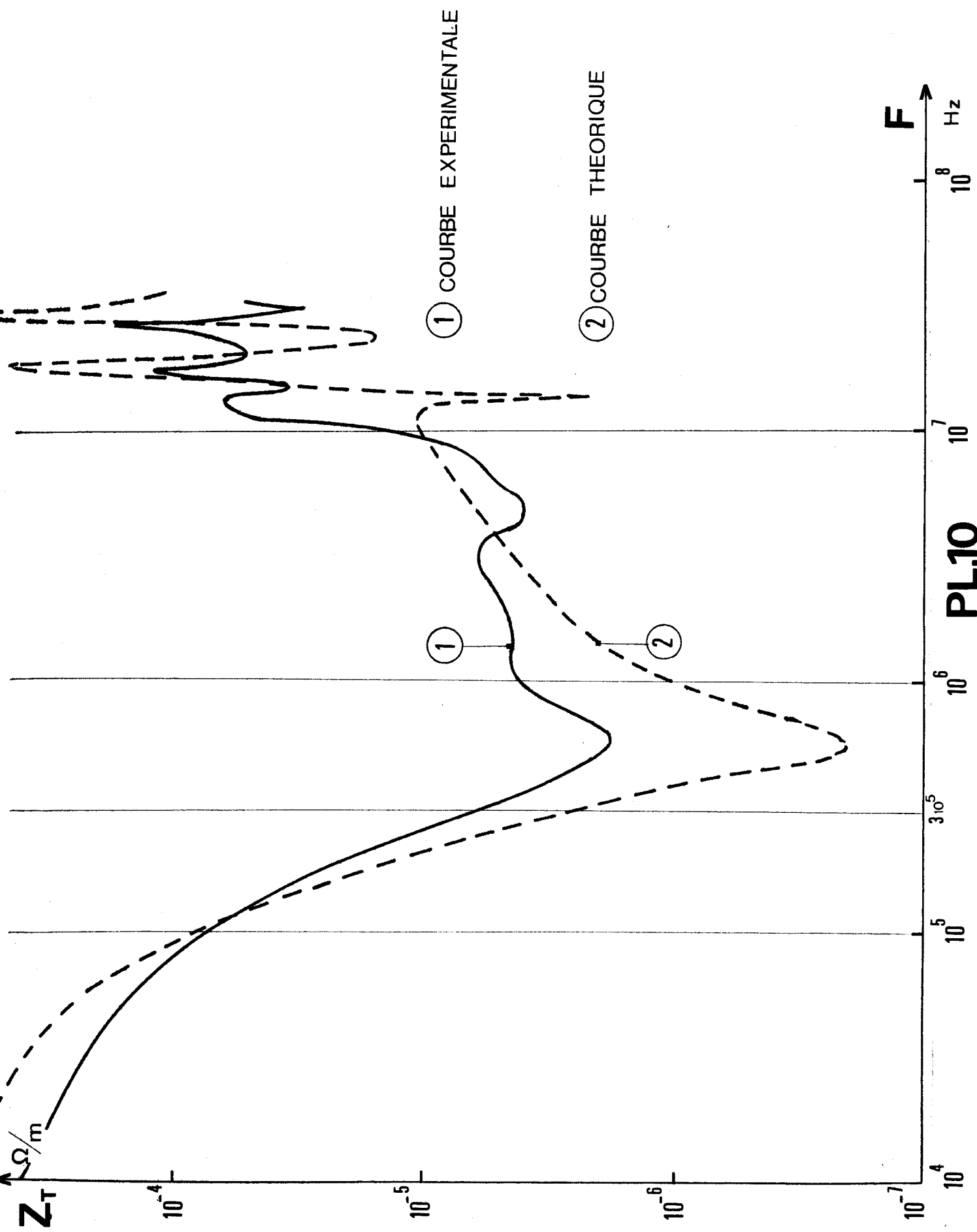
$$\text{tresse 4 : } B = 84\% \quad \psi = 45^\circ \quad L_{T2} = 0,3 \cdot 10^{-9} \text{ H/m}$$

- action sur les épaisseurs de tresses.

Nous avons calculé pour chaque tresse le coefficient  $K_B$  introduit par J. SPERGEL<sup>(9)</sup>. Ce coefficient est dans chaque cas de l'ordre de 2, la correction étant exagérée nous avons choisi un coefficient plus faible pour obtenir les épaisseurs suivantes :

$$e_2 = e_3 = e_4 = 0,3\text{mm}$$





### 11.3.2. Conclusion

Compte tenu des corrections apportées, les résultats obtenus sont assez encourageants. Les divergences constatées viennent à la fois du dispositif de mesure et des nombreuses données relatives au câble. Nous pouvons distinguer dans la gamme de fréquences 4 zones :

- de 10 kHz à 100kHz

La différence entre les courbes 1 et 2 résulte des approximations introduites par les données d'entrée propres au câble, les paramètres sont très nombreux et il est très difficile de les coordonner de manière à satisfaire la correspondance des 2 courbes sur toute la gamme.

- de 100kHz à 300kHz

L'accord est bon.

- de 300kHz à 1MHz nous sommes limités par la sensibilité du voltmètre (  $1\mu V$  ) la courbe 1 ne peut suivre le minimum.

- de 1MHz à 10MHz et au-dessus de 10MHz, le choix des inductances de transfert semble satisfaisant alors que les positions des résonances "théoriques et expérimentales" est en bon accord. Seul le niveau des résonances déterminées expérimentalement semble assez faible. Le court-circuit inter-tresse n'étant pas parfait l'amplitude des résonances peut être fortement atténuée. Le tube d'excitation n'étant pas blindé il rayonne et peut parasiter les mesures effectuées à des fréquences élevées.

Nous pouvons en agissant sur la mesure de l'impédance de transfert améliorer la concordance de ces résultats.

En disposant d'un détecteur plus sensible ou d'un système de traitement du signal permettant d'extraire le signal utile du bruit, nous pourrions explorer les parties de la courbe présentant un important minimum.

Nous pouvons améliorer la liaison échantillon détecteur, car ne connaissant pas à priori l'ordre de grandeur de l'impédance de transfert, le tronçon de câble (40cm) reliant l'échantillon au voltmètre présentait des performances un peu inférieures à cet échantillon. Dans ces conditions, le rayonnement du tube d'excitation induit des courants perturbateurs dans la gaine de ce tronçon de câble. Pour contourner cette difficulté il suffirait d'isoler le détecteur et sa liaison dans une cage de Faraday afin de soustraire l'appareillage sensible à toute perturbation extérieure.

CHAPITRE - III -

FAISABILITE D'UNE TELECOMMUNICATION PAR CABLE COAXIAL RAYONNANT

-----

INTRODUCTION

Pour réaliser une communication radioélectrique dans une galerie de mines dont la longueur atteint quelques kilomètres, il est possible d'utiliser différents types de lignes de transmission couplées magnétiquement à un émetteur et un récepteur. Nous pouvons établir une telle communication en utilisant une ligne bifilaire dépourvue d'amplificateurs et travaillant sur des fréquences inférieures à  $1 \text{ MHz}$ . Mais cette solution exige une ligne très homogène qu'il n'est pas possible de réaliser dans l'environnement d'une galerie de mines.

La solution qui consiste à utiliser le rayonnement d'un câble coaxial à gaine périodiquement fendue, a été développée dans les mines de Belgique par le Professeur DELOGNE<sup>(4)</sup>. Cette solution permet de réaliser une liaison dans la bande de fréquences  $5-10 \text{ MHz}$ . Cette méthode donne de bons résultats mais se révèle assez coûteuse. Un procédé semblable utilisant un câble coaxial classique exige si l'on souhaite un rayonnement acceptable de travailler en très hautes fréquences. L'atténuation en ligne est alors très importante ce qui réduit la distance séparant les répéteurs.

Dans ce troisième chapitre nous développons la faisabilité d'une liaison en utilisant un câble coaxial dont la gaine possède une importante impédance de transfert. En développant la théorie des lignes couplées nous déterminons les constantes électriques et géométriques du câble et la fréquence optimale assurant la meilleure liaison.

La théorie complète des lignes couplées nous permet d'étudier pour une liaison de longueur  $1 \text{ km}$ , la répartition du courant à l'extérieur et à l'intérieur du câble coaxial. Nous faisons une étude paramétrique de l'influence des constantes intervenant dans la fabrication du câble et des caractéristiques de l'environnement. Nous nous assurons ensuite des limites admissibles de

l'atténuation, ces limites sont imposées par la sensibilité maximum du récepteur une étude expérimentale nous permet de fixer ce critère. En tenant compte de l'influence de tous les paramètres nous sommes parvenus à optimiser l'inductance de transfert du câble, la fréquence de travail et l'affaiblissement coaxial. Ces résultats nous permettent de déterminer la spécification du câble et plus particulièrement de la tresse répondant à la détermination théorique de l'inductance de transfert et de l'affaiblissement.

### III - 1 ETUDE THEORIQUE D'UNE LIAISON PAR CABLE COAXIAL RAYONNANT (22)

#### III -1-1 Description du problème

La ligne de transmission est constituée d'une part par le coaxial et d'autre part par la galerie de mines ou la référence fig.(1)

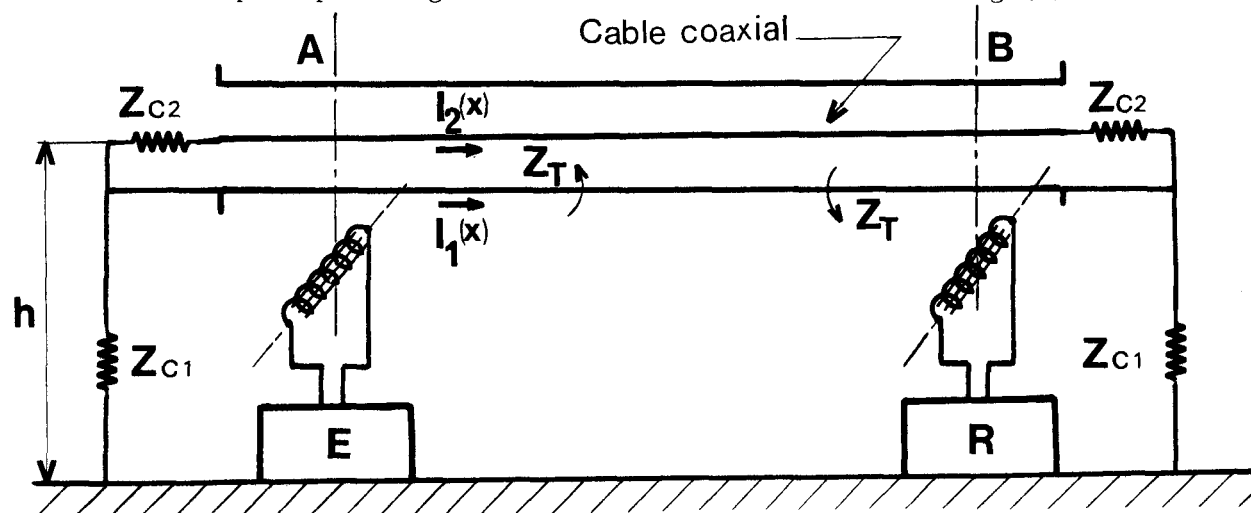


fig. 1

Le coaxial doit assurer une liaison par onde guidée entre l'émetteur E et le récepteur R.

Dans cette étude nous supposons que le câble coaxial est adapté et que la ligne constituée par la gaine du câble et la galerie est elle aussi adaptée. Le mécanisme de la transmission est le suivant. L'émetteur E par rayonnement magnétique induit un courant  $I_1$  dans la gaine du câble. Ce courant  $I_1$  va se propager sur la gaine avec le coefficient de propagation  $\gamma_1 = \alpha_1 + j\beta_1$ . Mais par effet de couplage dû à l'impédance de transfert ce courant  $I_1(x)$  génère un courant  $I_2(x)$  à l'intérieur du câble coaxial.

Ce courant va se propager avec le coefficient de propagation  $\gamma_2 = \alpha_2 + j\beta_2$ . Si l'atténuation gaine-galerie c'est-à-dire  $\alpha_1$  est beaucoup supérieure à l'atténuation propre du câble coaxial  $\alpha_2$ , le courant  $I_1(x)$  va décroître très rapidement au cours de la propagation contrairement à  $I_2(x)$  qui va s'atténuer beaucoup moins compte tenu des hypothèses précédentes. Si au point B nous avons  $I_1(x) \ll I_2(x)$ . A son tour le courant  $I_2(x)$  va générer par impédance de transfert un courant  $I_1'(x)$  dans la ligne gaine-galerie. L'évolution globale du courant  $I_1(x)$  va donc avoir l'allure représentée sur la fig(2).

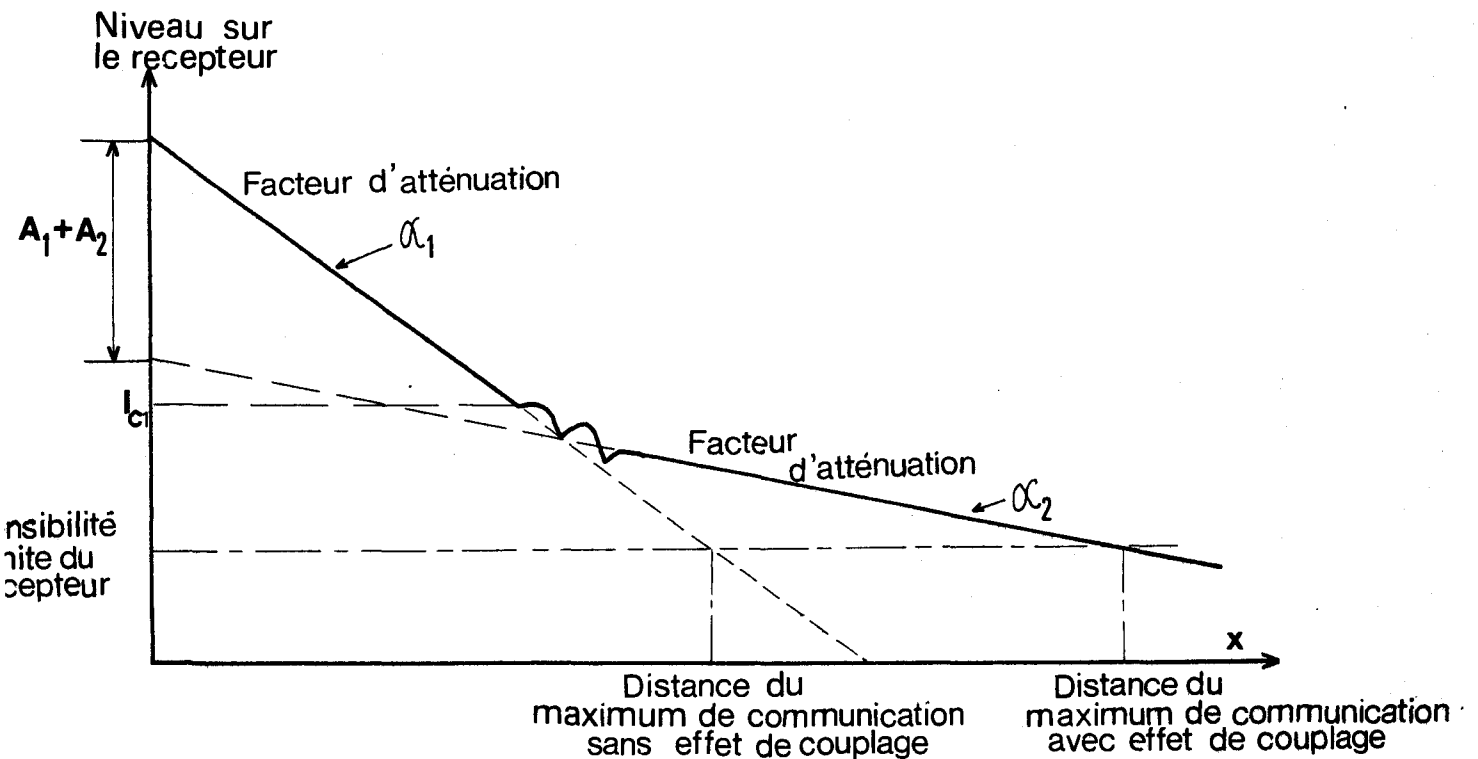


fig (2)

Les deux pentes  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  correspondent aux deux régimes de propagation extérieure et intérieure ou monofilaire et coaxiale. Si  $A_1$  et  $A_2$  sont les atténuations de couplage Emetteur-ligne et ligne-récepteur, le bon fonctionnement de la liaison de longueur  $L$  doit satisfaire à l'inégalité  $A_1 + \alpha_2 \cdot L + A_2 < \alpha_1 \cdot L$  (26) lorsque les atténuations sont exprimées en dB

Si l'on se fixe la sensibilité maximum du récepteur, nous constatons sur la figure (2) que l'utilisation du coaxial permet d'augmenter la portée de l'émetteur. Notre travail résulte donc à optimiser cette liaison, c'est-à-dire à rechercher les caractéristiques du câble coaxial et éventuellement les fréquences pour lesquelles nous profitons au maximum du couplage par impédance de transfert.

III -1-2 Etude Théorique du couplage. Cable-Coaxial-Galerie <sup>(27)</sup>

Nous retrouvons le problème des lignes couplées, écrivons donc l'équation des télégraphistes correspondante.

$$\begin{aligned}
 -\frac{dU_2}{dx} &= Z_2 I_2 + Z_t I_1 & -\frac{dU_1}{dx} &= Z_t I_2 + Z_1 I_1 \\
 & & & \\
 -\frac{dI_2}{dx} &= Y_2 U_2 & -\frac{dI_1}{dx} &= Y_1 U_1
 \end{aligned}
 \tag{III-1} \qquad \tag{III-2}$$

Dans l'équation (III-2) nous ne pouvons plus admettre l'approximation  $Z_t I_2 \ll Z_1 I_1$

Il faut alors résoudre le système complet écrit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \frac{d^2 I_2}{dx^2} \\ \frac{d^2 I_1}{dx^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_2^2 & Y_2 Z_t \\ Y_1 Z_t & Y_1^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_2 \\ I_1 \end{pmatrix} = (A) \begin{pmatrix} I_2 \\ I_1 \end{pmatrix} \tag{III-3}$$

avec :  $Y_2^2 = Y_2 Z_2$  et  $Y_1^2 = Y_1 Z_1$

En recherchant les valeurs propres  $\Gamma_1^2$  et  $\Gamma_2^2$  de la matrice (A) le système s'écrit dans la nouvelle base.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_2}{dx^2} &= \Gamma_2^2 i_2 \\ \frac{d^2 i_1}{dx^2} &= \Gamma_1^2 i_1 \end{aligned} \quad (\text{III-4})$$

Les solutions de (III-4) sont :

$$\begin{aligned} i_1 &= A_1 e^{\Gamma_1 x} + B_1 e^{-\Gamma_1 x} \\ i_2 &= A_2 e^{\Gamma_2 x} + B_2 e^{-\Gamma_2 x} \end{aligned}$$

Il suffit de déterminer la matrice de passage de la base I à la base i nous avons :

$$\begin{pmatrix} i_2 \\ i_1 \end{pmatrix} = (\mathbb{T}) \begin{pmatrix} I_2 \\ I_1 \end{pmatrix}$$

avec :

$$(\mathbb{T}) = \begin{pmatrix} k_2 & k_1 \\ k_2' & k_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_1^2 - \Gamma_2^2 & \gamma_1^2 - \Gamma_1^2 \\ -Z_c \gamma_2 & -Z_c \gamma_1 \end{pmatrix}$$

Pour déterminer les courants qui existent réellement sur le cable. Il suffit de retourner dans l'ancienne base :

$$\begin{pmatrix} I_2 \\ I_1 \end{pmatrix} = (\mathbb{T})^{-1} \begin{pmatrix} i_2 \\ i_1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{T}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_2 & k_2 \end{pmatrix} \quad \Delta = k_2 k_1' - k_1 k_2'$$

Si l'on introduit  $\Delta$  dans les coefficients  $A_1, B_1, A_2, B_2$

Les solutions du système (III-3) sont :

$$\begin{aligned} I_2 &= k'_1 (A_2 e^{\Gamma_2 x} + B_2 e^{-\Gamma_2 x}) - k_1 (A_1 e^{\Gamma_1 x} + B_1 e^{-\Gamma_1 x}) \\ I_1 &= -k_2 (A_2 e^{\Gamma_2 x} + B_2 e^{-\Gamma_2 x}) + k_2 (A_1 e^{\Gamma_1 x} + B_1 e^{-\Gamma_1 x}) \end{aligned} \quad (\text{III-5})$$

L'expression du courant dans la gaine du câble coaxial est finalement donnée par l'expression (III-5)

où :

$$k'_2 = -Z_t \gamma_2, \quad k_2 = \gamma_1^2 - \Gamma_2^2$$

$$\Gamma_2 = \left[ \frac{1}{2} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2) - \frac{1}{2} (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) \sqrt{1 + \frac{4 Z_t^2 \gamma_1 \gamma_2}{(\gamma_1^2 - \gamma_2^2)^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III-6})$$

$$\Gamma_1 = \left[ \frac{1}{2} (\gamma_1^2 + \gamma_2^2) + \frac{1}{2} (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) \sqrt{1 + \frac{4 Z_t^2 \gamma_1 \gamma_2}{(\gamma_1^2 - \gamma_2^2)^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III-7})$$

$\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  sont les coefficients de propagation propres de la ligne monofilaire et de la ligne coaxiale elle-même, couplées l'une à l'autre par l'impédance de transfert  $Z_t$  de la gaine.

Les coefficients  $A_1, A_2, B_1, B_2$  sont déterminés par les conditions aux limites.

$$U_1 = -\frac{1}{\gamma_1} \cdot \frac{dI_1}{dx} \qquad U_2 = -\frac{1}{\gamma_2} \cdot \frac{dI_2}{dx}$$

soit :

$$\begin{aligned} U_1(0) &= -Z_{c1} I_{10} \\ U_1(l) &= Z_{c1} I_1(l) \\ U_2(0) &= -Z_{c2} I_2(0) \\ U_2(l) &= Z_{c2} I_2(l) \end{aligned} \quad (\text{III-8})$$

La résolution du système (III-8) expliquée en annexe (Annexe III) aboutit à un système d'ordre 8. Seule une méthode numérique permet d'étudier l'évolution de  $I_1(x)$ , les coefficients  $A_1, A_2, B_1, B_2$  étant difficilement calculable analytiquement. En simplifiant les expressions (III-6) et (III-7) nous pouvons faire quelques remarques.



Sous le radical l'expression :

$$\frac{4 Z_t^2 \gamma_1 \gamma_2}{(\gamma_1^2 - \gamma_2^2)^2} \quad \text{qui peut s'écrire} \quad \frac{4 Z_t^2 \gamma_1 \gamma_2}{Z_{c1} Z_{c2} (\gamma_1^2 - \gamma_2^2)^2} \text{ est } \ll 1$$

En effet quand  $Z_t$  est suffisamment petit,  $10^{-1}$  et pour des fréquences de l'ordre du MHz  $\beta_1$  et  $\beta_2$  contenus dans  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont de l'ordre de  $10^{-1}$ ,  $Z_{c1}$  et  $Z_{c2}$  sont souvent compris entre 50 et 100  $\Omega$ .

Nous obtenons alors :

$$\Gamma_2 \# \gamma_2 - \frac{1}{2} \frac{Z_t^2 \gamma_1}{Z_{c1} Z_{c2} (\gamma_1^2 - \gamma_2^2)} \quad \text{(III-9)}$$

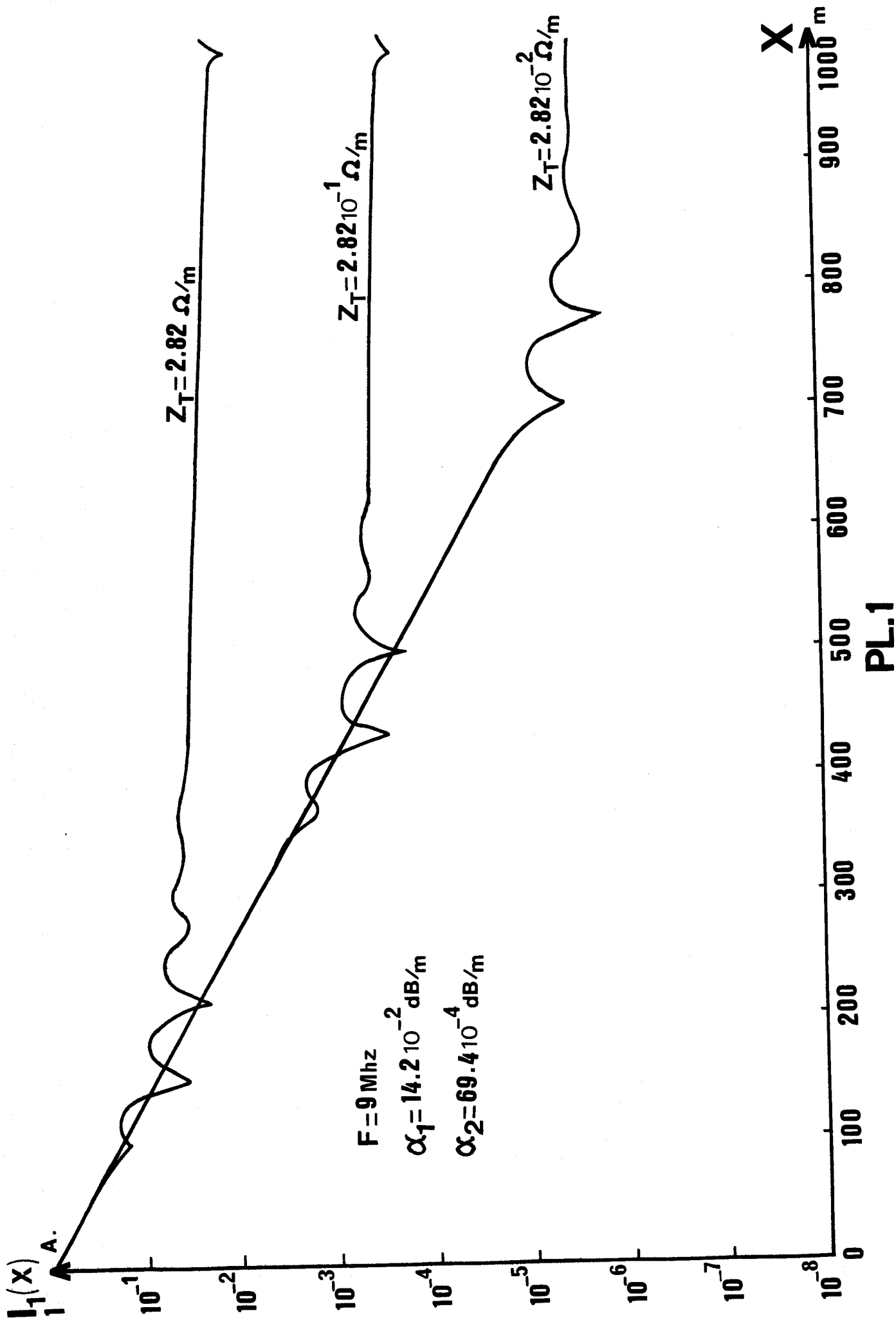
$$\Gamma_1 \# \gamma_1 + \frac{1}{2} \frac{Z_t^2 \gamma_2}{Z_{c1} Z_{c2} (\gamma_1^2 - \gamma_2^2)} \quad \text{(III-10)}$$

Dans les expressions (III-9) et (III-10) de  $\Gamma_2$  et  $\Gamma_1$  nous remarquons qu'à  $\gamma_2$  et  $\gamma_1$  s'ajoute ou se retranche un terme qui caractérise le couplage entre les deux lignes plus ce terme sera important plus ce couplage sera important.

D'autre part dans cette expression tous les paramètres électriques du câble et de la galerie interviennent. Nous pouvons en étudier l'influence sur la propagation. Dans l'étude que nous effectuons nous calculons les valeurs normalisées du courant  $I_1(x)$  c'est-à-dire que  $I_{10} = I_1(0) = I_A$ . Nous choisissons une longueur de câble égale à 1000 m. Nous allons étudier l'influence de  $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$  et  $Z_t$  sur l'allure de  $I_1(x)$ .

### III -1-3 Etude de l'influence des constantes électriques du câble et de son environnement sur le couplage coaxial-galerie

a) Nous étudions tout d'abord l'influence de l'impédance de transfert. Nous constatons dans les expressions (III-9) et (III-10) que le terme couplage entrant dans les coefficients de propagation  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  est proportionnel à  $Z_t^2$ , nous calculons donc théoriquement  $I_1(x)$  pour les valeurs suivantes de  $Z_t$  (PL-1)  $Z_t = 2,8210^{-2} \Omega / m, 2,8210^{-1} \Omega / m, 2,82 \Omega / m$  à la fréquence de 9 MHz lorsque nous maintenons  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  constants. Nous constatons que le courant  $I_{ci}$  correspondant au début de la propagation en mode coaxial cf. fig.(2), prend les valeurs successives  $I_{c1} = 3.10^{-6} A, 3.10^{-4} A, 3.10^{-2} A$   $I_{c1}$  est donc proportionnel au carré de l'impédance de transfert. Pour profiter au maximum de la propagation en mode coaxial, nous avons donc intérêt à utiliser



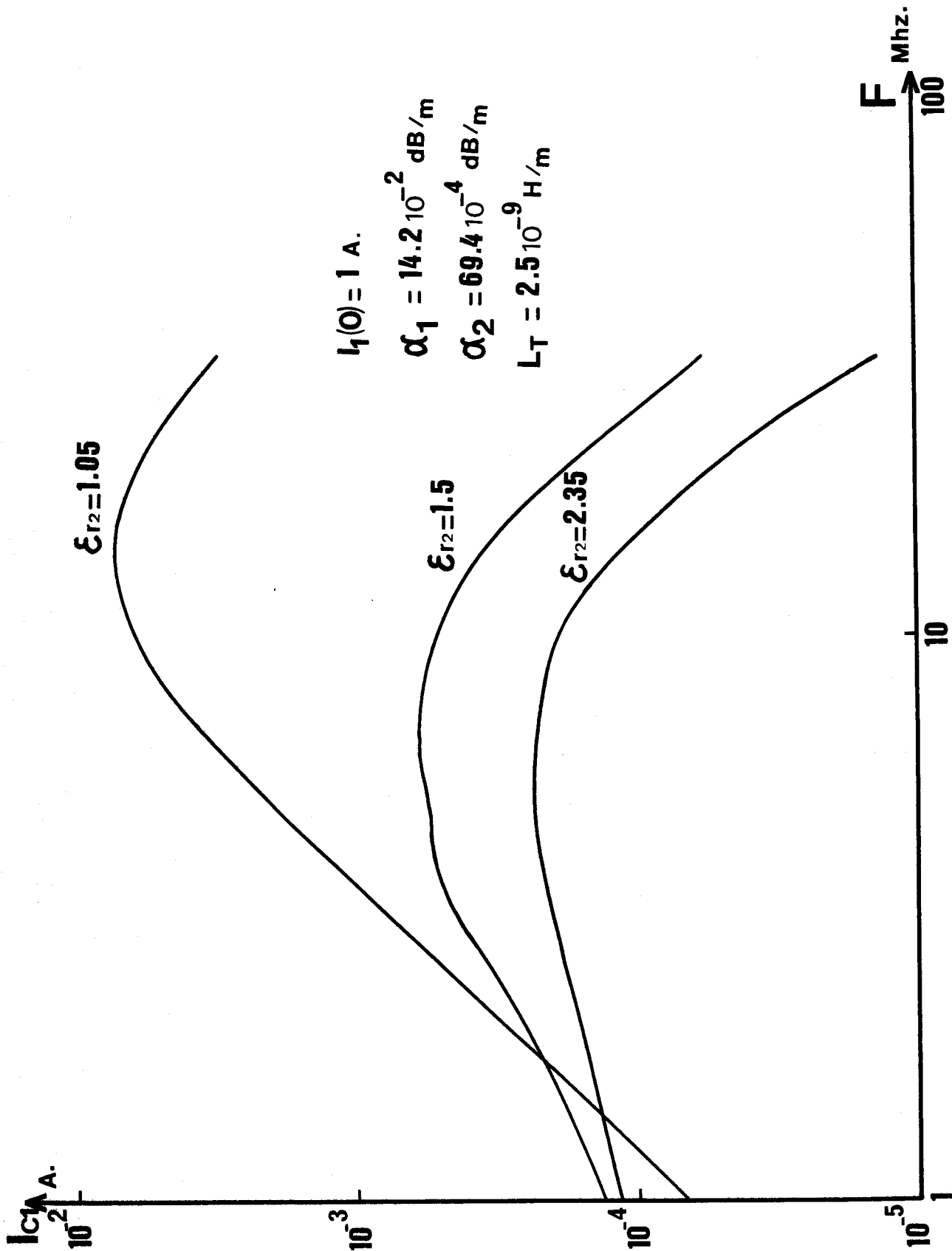
des impédances de transfert importantes obtenues à l'aide de câbles à tresse pour des fréquences supérieures au  $MHz$  où  $Z_t$  prend la forme  $Z_t = jL_t\omega$ . Dans toute la suite de cette étude nous prendrons  $Z_t = jL_t\omega$ .

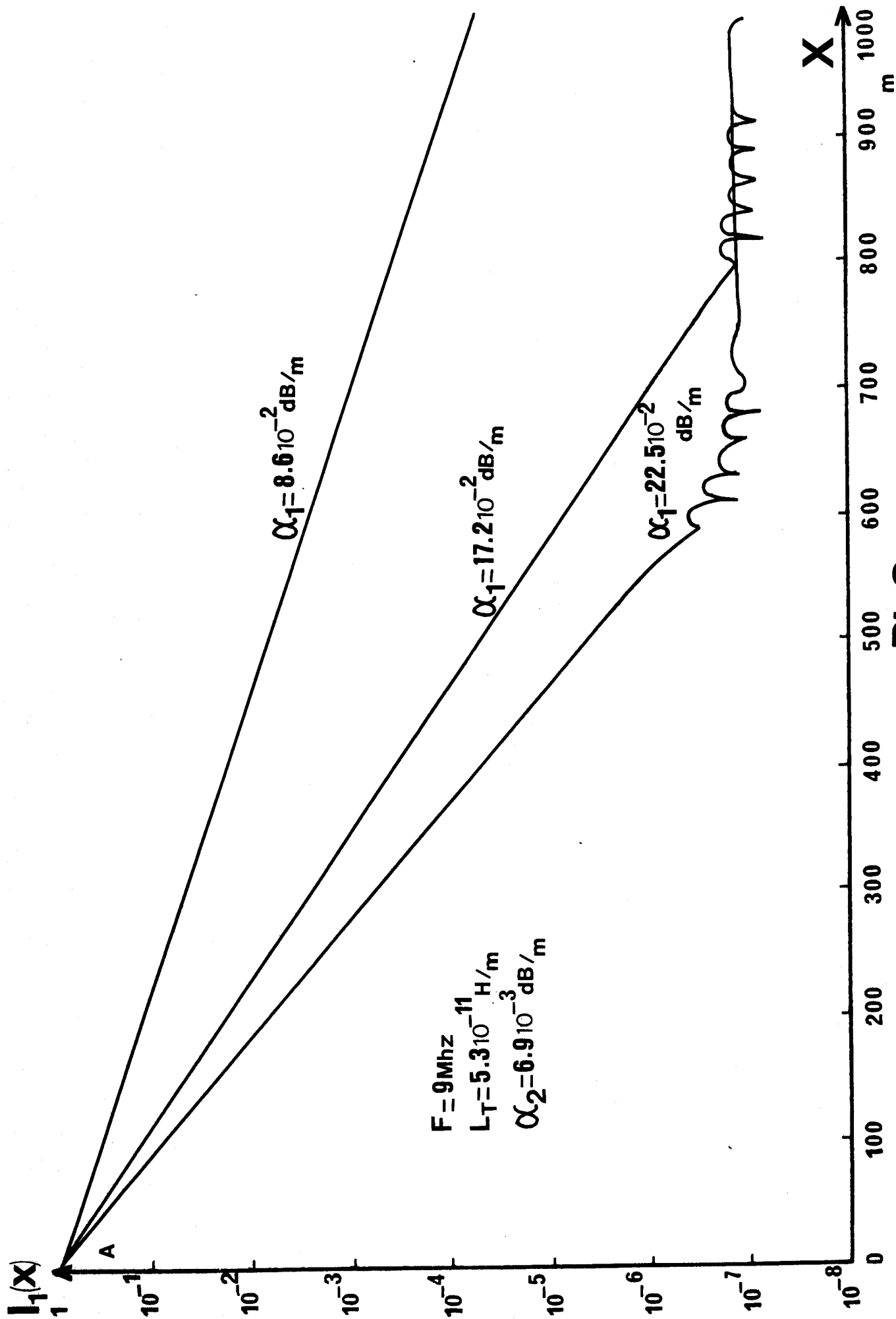
b) Nous étudions maintenant l'influence des coefficients de propagation  $\beta_1$  et  $\beta_2$  en fonction de la fréquence. Nous supposons que seul le coefficient de permittivité relative  $\epsilon_r$  est susceptible de varier. Nous faisons le calcul pour trois valeurs de  $\epsilon_r$  qui correspondent à l'isolant coaxial  $\epsilon_{r2} = 2,35 ; 1,5 ; 1,05$  le coefficient  $\epsilon_{r1}$  de la galerie est constant et égal à l'unité.

Nous représentons  $I_{ci}$  en fonction de la fréquence (PL-2) avec  $L_t = 2,5 \cdot 10^{-9}$  H/m et  $\alpha_1, \alpha_2$  constants.

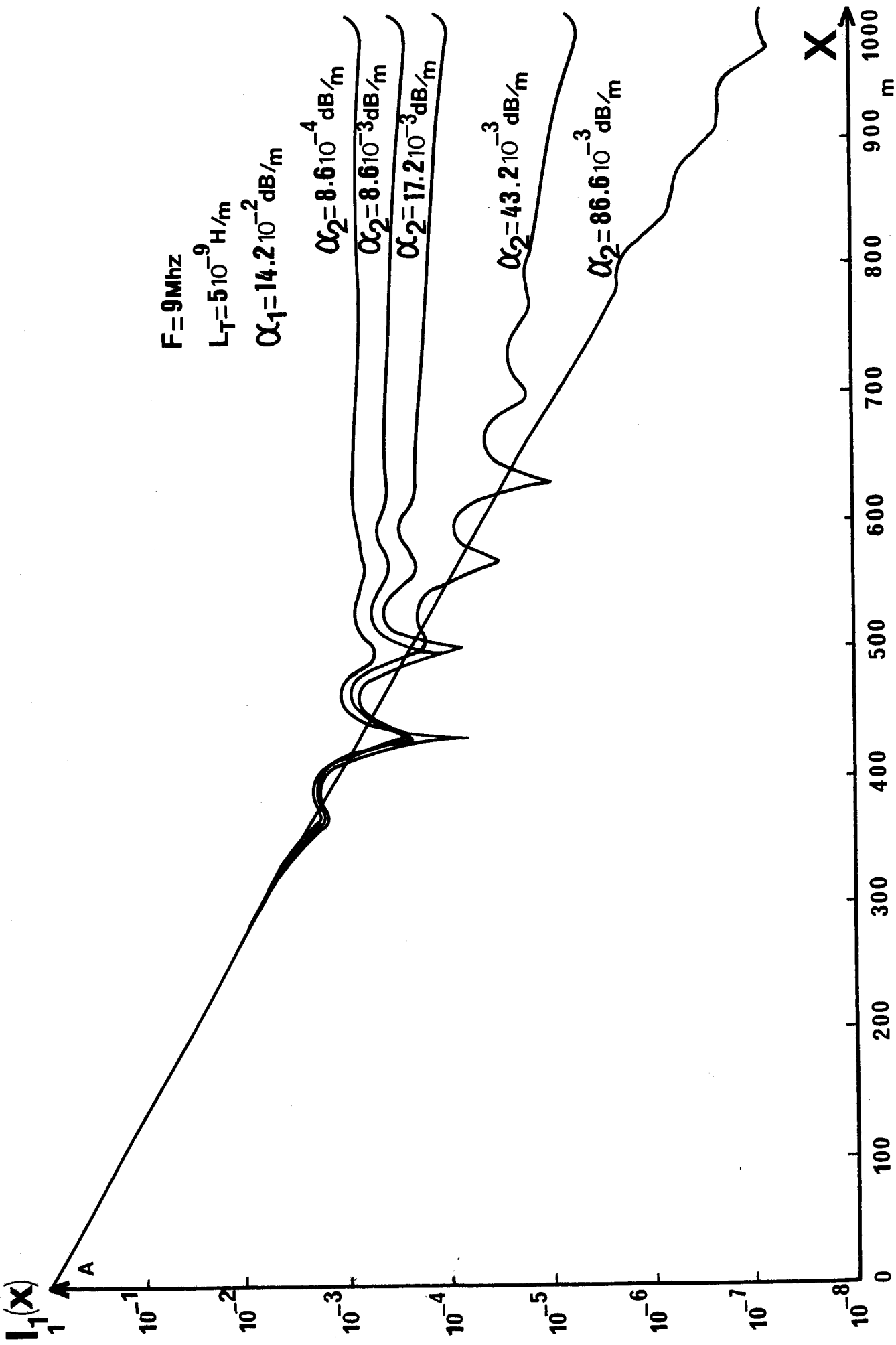
Nous observons lorsque  $\epsilon_{r2}$  s'approche de 1 que le niveau de  $I_{c1}$  augmente ce phénomène est consécutif à l'interférence des ondes transmises dans la galerie sur la ligne monofilaire et dans le coaxial qui possèdent des vitesses de propagation différentes. Ces vitesses de propagation deviennent égales lorsque le rapport des permittivités  $\epsilon_{r1}$  et  $\epsilon_{r2}$  tend vers 1. Nous trouvons dans le terme de couplage des expressions (III-9) et (III-10) de  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ , que  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  donc  $\beta_1$  et  $\beta_2$  interviennent au dénominateur sous la forme  $\gamma_1^2 - \gamma_2^2$ . Dans la gamme de fréquences considérée  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont prépondérants devant  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , donc  $\gamma_1^2 - \gamma_2^2$  décroît lorsque  $\beta_1$  tend vers  $\beta_2$  ce qui augmente le couplage. D'autre part nous observons un maximum de  $I_{c1}$  pour  $F \simeq 7MHz$  lorsque  $\epsilon_{r2} = 1,5$  et  $\epsilon_{r2} = 2,35$  et pour  $F = 20 MHz$  pour  $\epsilon_{r2} = 1,05$ . Dans la pratique nous pouvons difficilement réaliser un isolant de permittivité relative de 1,05 et possédant une rigidité mécanique suffisante, aussi utiliserons nous dans la suite de cette étude une valeur de  $\epsilon_{r2}$  égale à 1,5 pour des fréquences proches de  $7MHz$ .

c) Nous étudions maintenant l'influence de  $\alpha_1$  sur le niveau  $I_{c1}$ . Les courbes théoriques obtenues sont représentées sur la (PL-3).  $\alpha_1$  prend les valeurs successives  $\alpha_1 = 8,610^{-2}$  dB/m,  $17,210^{-2}$  dB/m,  $22,510^{-2}$  dB/m la fréquence reste constante égale à  $9MHz$ ,  $L_t = 5,310^{-11}$  H/m et  $\alpha_2 = 6,910^{-3}$  dB/m. Pour la valeur de l'affaiblissement  $\alpha_1$  la plus faible, nous ne constatons aucun phénomène de propagation en mode coaxial pour les deux autres valeurs  $I_{c1}$  n'est pas altéré par les variations de  $\alpha_1$  seule l'abscisse de  $I_{c1}$  est modifiée





PL.3



PL.4

X

d) Il reste finalement à étudier l'influence de  $\alpha_2$  sur le niveau de  $I_{c1}$ . Cette étude est similaire à la précédente.  $\alpha_2$  prend les valeurs successives  $\alpha_2 = 8,610^{-4}$  dB/m,  $8,610^{-3}$  dB/m,  $17,210^{-3}$  dB/m,  $43,210^{-3}$  dB/m,  $86,610^{-3}$  dB/m. La fréquence est de  $9 \text{ MHz}$   $L_t = 510^{-9}$  H/m  $\alpha_1 = 14,210^{-2}$  dB/m (PL-4) Lorsque  $\alpha_2$  reste faible ou plus exactement lorsque le rapport  $\alpha_1/\alpha_2$  est supérieur à 5,  $I_{c1}$  n'est pratiquement pas influencé par les variations. de  $\alpha_2$

### Conclusion

De cette première approche théorique nous pouvons retenir que pour réaliser une télécommunication convenable. Il faut travailler à des fréquences proches de  $7 \text{ MHz}$ , disposer d'une inductance de transfert  $L_t$  importante d'un rapport  $\alpha_1/\alpha_2 \gg 5$  et d'une permittivité relative de l'isolant coaxial la plus proche de la permittivité du milieu de propagation extérieur au cable.

### III-2 DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DU CABLE COAXIAL

#### III -2-1 Détermination expérimentale de l'atténuation maximum admissible dans la liaison

Nous allons par la mesure de la sensibilité maximum du récepteur déterminer l'affaiblissement maximum admissible de la liaison. Nous disposons d'un Emetteur Recepteur magnétique "X Phone"  $7 \text{ MHz}$  utilisé par le C.E.R.C.H.A.R. La mesure a été effectuées sur le terrain. Nous disposons d'une ligne monofilaire expérimentale d'une longueur de 150 m disposée à 0,80 m de la surface du sol. La manipulation réalisée est schématisée sur la fig.(3)

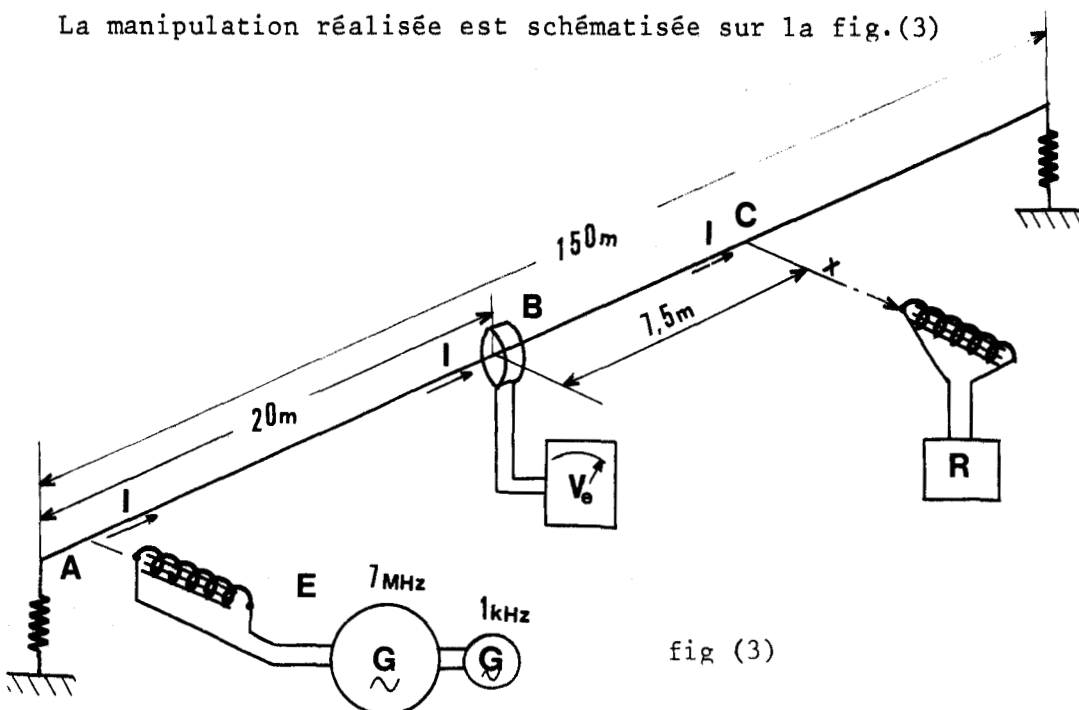
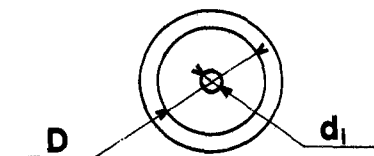


fig (3)

La première mesure consiste à l'aide du récepteur R fonctionnant en émetteur à déterminer la valeur maximum du courant induit dans la ligne par l'émetteur X-PHONE. On dispose alors l'émetteur X-PHONE au point A l'antenne ferrite étant contre le fil conducteur de la ligne. Au point B à l'aide d'une pince ampèremétrique l'on mesure le courant correspondant soit  $I_{max} = 0,75$  mA. Dans la seconde mesure on dispose le récepteur en C et un émetteur E en A, cet émetteur centré sur  $7 \text{ MHz}$  est modulé en amplitude par une fréquence de  $1 \text{ kHz}$  l'antenne réceptrice est disposée contre le fil conducteur de la ligne c'est-à-dire pour  $x = 0$  et l'on détermine le courant  $I_{min}$  pour lequel la modulation  $1 \text{ kHz}$  disparaît sur le récepteur. On trouve  $I_{min} = 6 \mu\text{A}$ . Le rapport  $I_{max}/I_{min}$  détermine donc dans les conditions d'exploitation ci-dessus l'affaiblissement maximum admissible en ligne avec ce type d'appareil soit  $A_{max} = 42 \text{ dB}$ .

Nous constatons qu'avec les câbles coaxiaux de fabrication classique nous obtenons des inductances de transferts de l'ordre de  $0,510^{-9} \text{ H/m}$  (I-3-2) de telles inductances de transfert nous donnent des couplages trop faibles incompatibles avec les 42 dB imposés. Aussi avons nous réalisé des mesures d'impédance de transfert et d'affaiblissement sur un câble coaxial à fortes fuites. Les résultats sont portés sur les (PL-5) et (PL-6). Le câble possède les caractéristiques suivantes fig. (4).



$D = 2 \text{ mm}$      $d_i = 0,2 \text{ mm}$   
 Nombre de fuseaux  $C = 8$   
 1 conducteur par fuseau  $d = 0,1 \text{ mm}$   
 taux de recouvrement 17 %

fig (4)

La détermination de l'inductance de transfert donne :

$$L_T = 200 \cdot 10^{-9} \text{ H/m.}$$

$\alpha_2$  varie en  $\sqrt{F}$ , nous extrapolons et  $\alpha_2$  à  $7 \text{ MHz}$  est égal à :

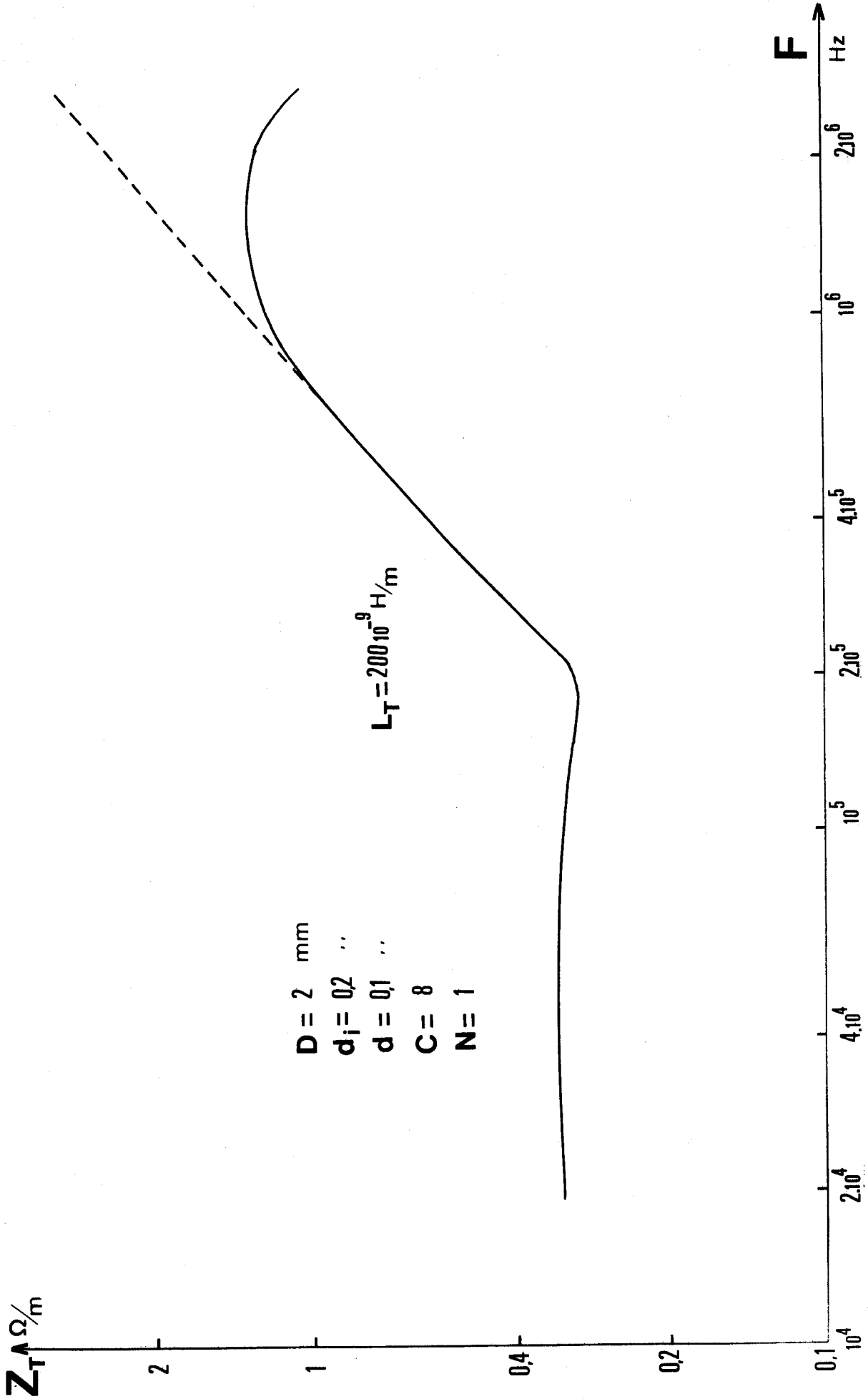
$$\alpha_2 = 14,2 \cdot 10^{-2} \text{ dB/m.}$$

Sur la (PL-7) nous représentons  $I_1(x)$  lorsque nous introduisons dans le calcul  $L_T = 200 \cdot 10^{-9} \text{ H/m}$ ,  $\alpha_2 = 14,2 \cdot 10^{-2} \text{ dB/m}$  et à la fréquence de  $7 \text{ MHz}$ ,  $\alpha_1 = 21,6 \cdot 10^{-2} \text{ dB/m}$ .

Ces résultats théoriques nous révèlent aucune influence du mode coaxial, diminuons alors  $\alpha_2$  et choisissons  $\alpha_2' = \frac{\alpha_2}{5} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ dB/m}$  les résultats sont améliorés mais l'atténuation en ligne sur le coaxial reste importante.

Pour expliquer ceci il faut revenir à l'expression des coefficients  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ , en effet nous sommes en présence d'un couplage important  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$





**D = 2 mm**  
**d<sub>j</sub> = 0.2 ..**  
**d = 0.1 ..**  
**C = 8**  
**N = 1**

$L_T = 200 \cdot 10^{-9} \text{ H/m}$

**PL.5**

$\alpha_2$  Neper/m

2

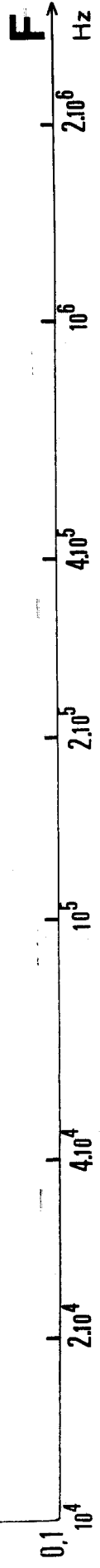
1

0,4

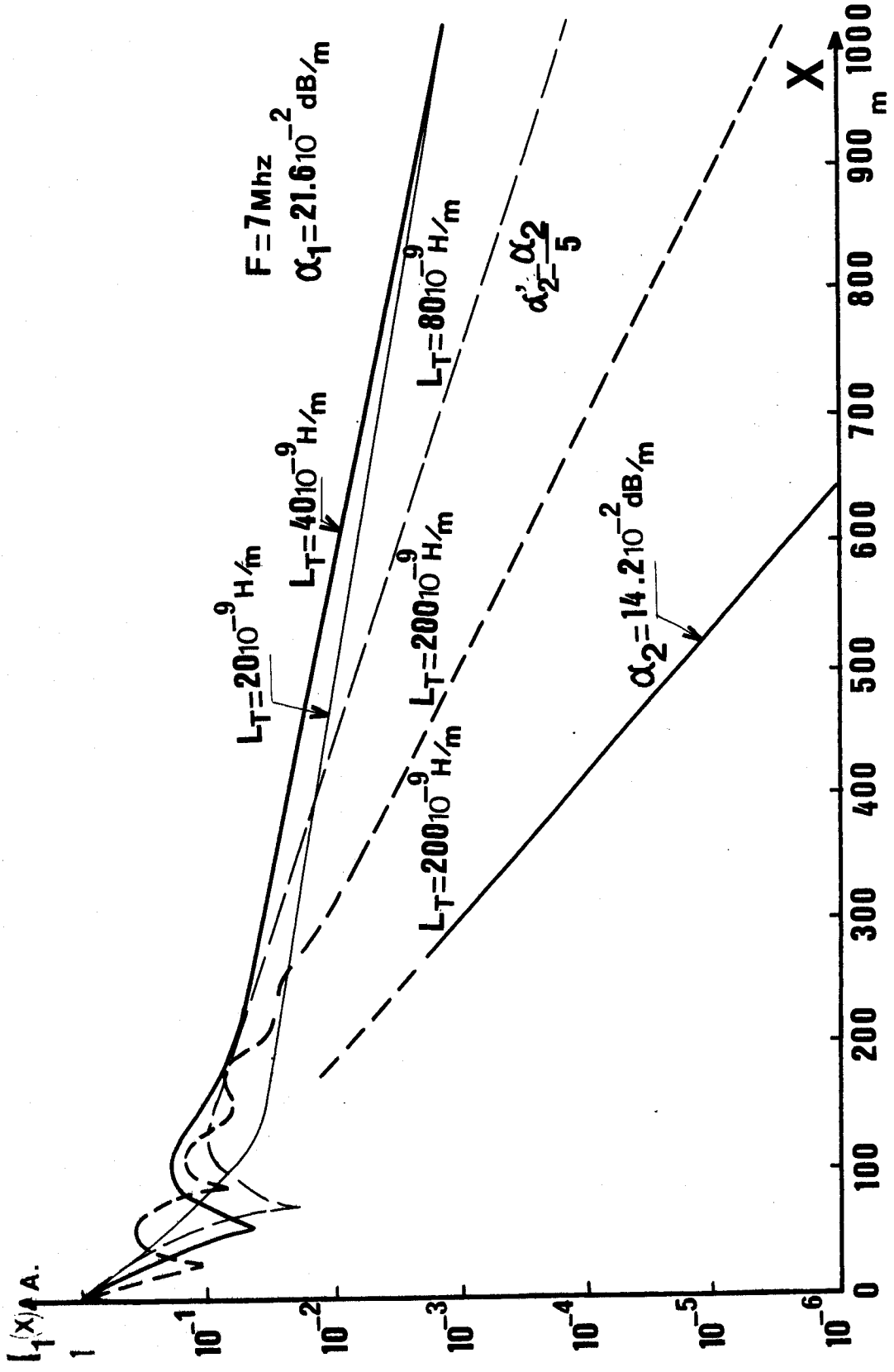
0,2

0,1

$D = 2$  mm  
 $d_1 = 0,2$  ''  
 $d = 0,1$  ''  
 $C = 8$   
 $N = 1$



PL.6



PL.7

interfèrent alors fortement. Avec un exemple numérique, nous constatons qu'avec  $\alpha_2 = 3,810^{-2}$  Neper/m. et  $\alpha_1 = 2,510^{-2}$  Neper/m.

Les affaiblissements propres deviennent :

$$\mathcal{R}\Gamma_2 = 1,2510^{-2} \text{ Neper/m.} \quad \text{et} \quad \mathcal{R}\Gamma_1 = 2,1410^{-2} \text{ Neper/m.}$$

Pour profiter de l'affaiblissement coaxial, nous avons donc intérêt à diminuer le couplage c'est-à-dire  $L_T$  mais une réduction exagérée risque d'atteindre le niveau  $I_{c1}$ . Il existe donc une valeur optimale d'inductance de transfert. Sur la PL-7 nous représentons la répartition du courant  $I_1(x)$  lorsque nous conservons  $\alpha_1, \alpha_2, F$  constants et que nous donnons à  $L_T$  les valeurs successives.

$$L_T = 8010^{-9} \text{ H/m}, \quad 4010^{-9} \text{ H/m}, \quad 2010^{-9} \text{ H/m.}$$

Il apparaît que  $L_T = 4010^{-9} \text{ H/m}$  correspond à cette inductance optimale pour une liaison de 1000 m.

### III-2-2 Détermination des caractéristiques de la tresse et de la fréquence optimale

a) Influence de l'impédance caractéristique du câble coaxial. L'impédance caractéristique et l'affaiblissement d'un câble coaxial sont liés, nous allons donc chercher quelle est leur influence sur le couplage coaxial galerie. Pour effectuer cette étude, considérons le coaxial dont la section est représentée sur la figure (5).

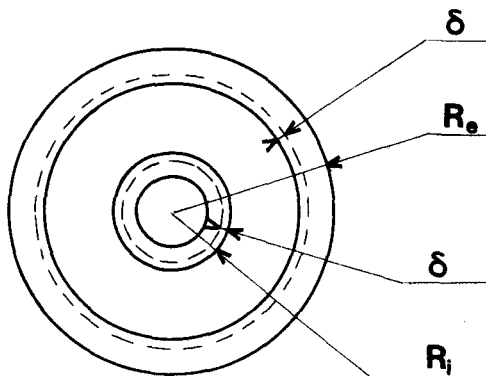


figure (5)

Aux fréquences considérées nous supposons que le courant se concentre sous une faible épaisseur de peau  $\delta$  c'est-à-dire que  $\delta \ll R_i$ . La résistance linéique du câble peut donc s'écrire :

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{2\pi R_o \delta} + \frac{1}{\sigma} \frac{1}{2\pi R_i \delta}$$

Si nous maintenons  $R_e$  constant et faisons varier  $R_i$ .  $R$  va s'écrire :

$$R = R' + \frac{r''}{R_i}$$

donc  $R$  est proportionnel à  $\frac{1}{R_i}$ .

Nous savons que l'expression donnant  $\alpha$  (Annexe II) peut s'écrire avec une bonne approximation

$$\alpha \# \frac{2R}{Z_c} \quad \text{Alors que } Z_c \text{ prend la forme } Z_{c2} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \text{Log}\left(\frac{R_e}{R_i}\right)$$

Il suffit pour étudier l'influence de  $Z_{c2}$  d'introduire les expressions suivantes pour  $\alpha_2$  et  $Z_{c2}$ .

$$\alpha_2 = \left( \frac{1}{\sigma 2\pi R_e \delta} + \frac{1}{\sigma 2\pi R_i \delta} \right) \frac{2}{Z_{c2}}$$

avec

$$Z_{c2} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \text{Log}\left(\frac{R_e}{R_i}\right)$$

et de faire varier  $R_i$  en maintenant les autres paramètres constants. Sur la (PL-8) nous avons représenté les variations de  $I_{c1}$  en fonction de  $Z_{c2}$ . Nous constatons que  $I_{c1}$  prend un maximum pour  $Z_{c2} = 75 \Omega$

b) Choix des caractéristiques de tresse pour obtenir une inductance de  $4010^{-9}$  H/m et un affaiblissement linéique minimum.

Les caractéristiques sur lesquelles nous pouvons intervenir sont le taux de recouvrement et l'angle de tressage.

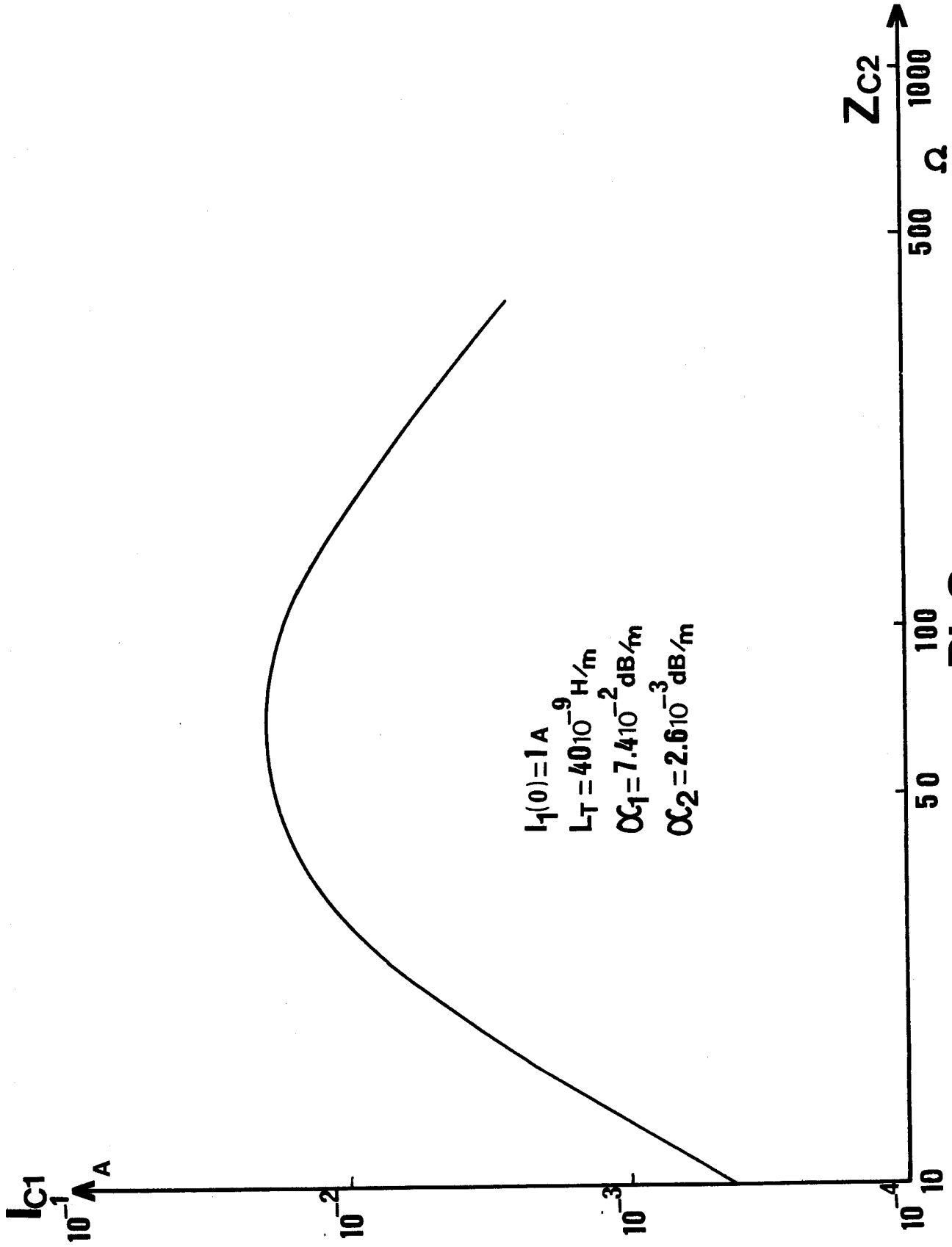
Nous savons que l'inductance de transfert est donnée par une expression de la forme : §(I-3)

$$L_T = \frac{\sigma}{4} \text{tg}^2 \psi$$

où  $\psi$  est l'angle de tressage et  $\sigma$  le facteur de dispersion.  $\sigma$  est fonction de  $\psi$  et du taux de recouvrement. Les résultats obtenus par V. KRUGEL montrent que  $\sigma$  croit lorsque  $\psi$  prend des valeurs supérieures à  $45^\circ$ .

Nous rappelons que le taux de recouvrement est donné par une expression de la forme :

$$B = 2F - F^2 \quad \text{avec} \quad F = \frac{CNd}{2\pi(D+2d) \cos \psi}$$



PL.8

L'affaiblissement est donné par l'expression suivante due à SPERGEL

$$\alpha_2 = \frac{2,6 \cdot 10^{-9} \sqrt{\epsilon_{r2}}}{\text{Log} \frac{D}{D_i}} \left[ \frac{K_S}{D_i} + \frac{K_B}{D} \right] \cdot \sqrt{F} \text{ en dB/m.}$$

avec

$$K_B = \frac{2\pi(D + 2d)}{CNd \cos \psi}$$

$K_S$  est pris égal à l'unité

$K_S$  est le coefficient de remplissage de l'âme lorsque celle-ci est formée de brins conducteurs (23).

Le rapport  $D/D_i$  est imposé par l'impédance caractéristique prise à  $75 \Omega$  alors que  $\epsilon_{r2}$  est fixé à 1,5.

Nous remarquons que  $L_T$  croît avec  $\psi$  mais aussi  $\alpha_2$ . Il ne faut donc pas augmenter  $\psi$  d'une manière importante sinon l'on risque d'introduire un affaiblissement trop important. L'on se limitera pour  $\psi$  à une valeur maximum de l'ordre de  $60^\circ$ . Avec un angle de tressage  $\psi = 60^\circ$  et un taux de recouvrement  $B = 50 \%$ , nous pouvons espérer obtenir une inductance de transfert proche de  $4010^{-9} \text{ H/m}$ .

Les caractéristiques du câble suivant correspondent à un taux de recouvrement de 56 % et une impédance caractéristique de  $75 \Omega$ .

Diamètre moyen du câble  $D + 2d = 7,5 \text{ mm}$

Nombre de fuseaux  $C = 8$

Nombre de conducteurs par fuseau  $N = 4$

Diamètre d'un conducteur  $d = 0,25 \text{ mm}$

Angle de tressage  $\psi = 60^\circ$

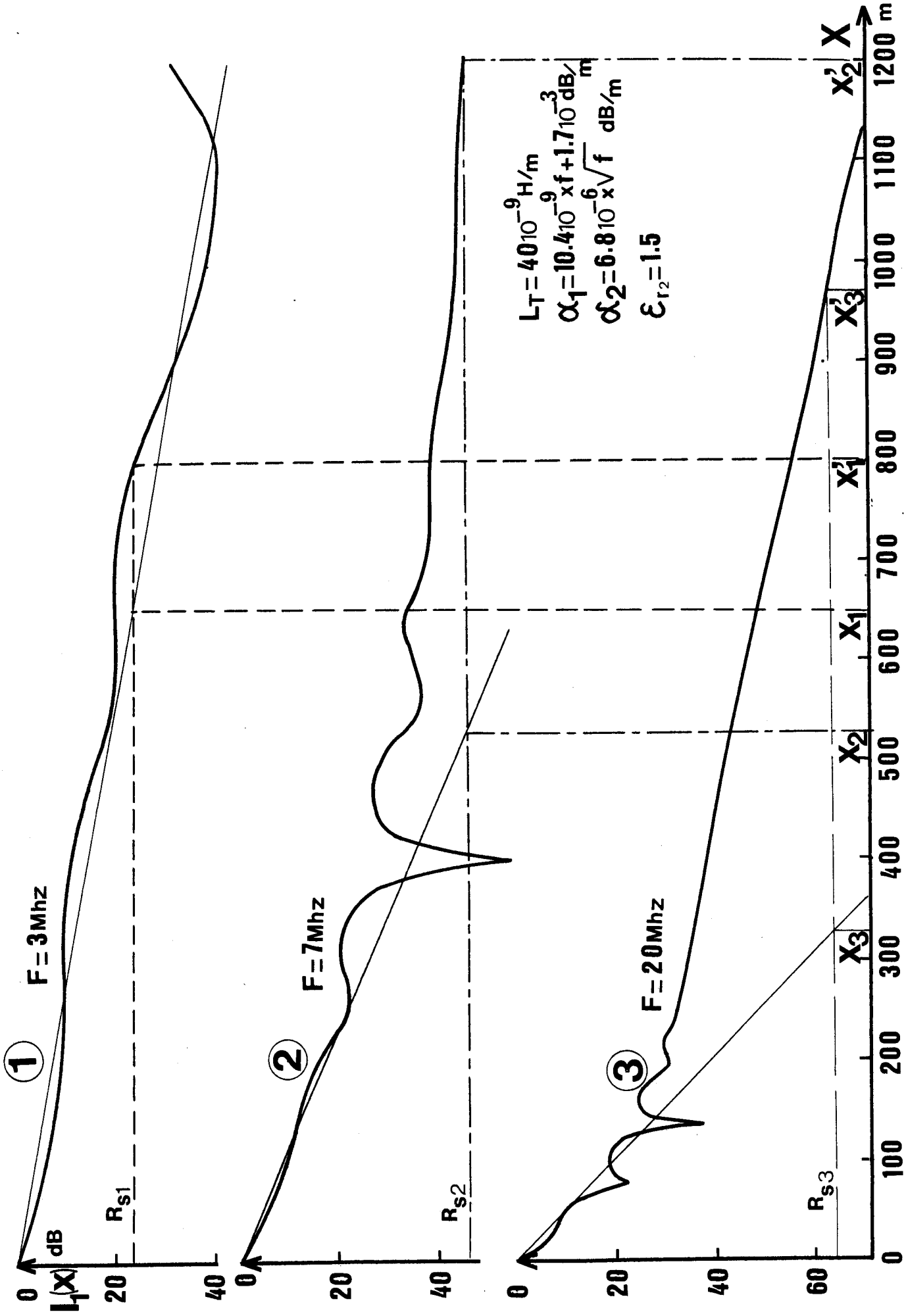
Le diamètre de l'âme  $D_i = 0,7 \text{ mm}$

dans ces conditions  $\alpha_2 = 8 \cdot 10^{-6} \sqrt{F} \text{ dB/m}$ .

### c) Détermination de la fréquence optimale

En fonction de cette spécification il faut examiner les résultats obtenus en simulant l'affaiblissement dans la galerie de mine. Des mesures d'affaiblissement d'une ligne monofilaire posée contre la paroi d'une galerie de mine ont donné pour  $\alpha_1$  les variations suivantes en fonction de la fréquence (24)

$$\alpha_1 = 10,410^{-9} \cdot F + 1,7410^{-3} \text{ dB/m.}$$



PL.9



Dans cette étude il faut aussi tenir compte de la variation de l'atténuation de couplage ( $R_S$  antenne-ligne), avec la fréquence. En théorie cette atténuation varie en  $F^2$ , donc à partir des 42 dB obtenus à 7 MHz, nous extrapolons pour les autres fréquences. En tenant compte des variations de  $R_S$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $Z_T$  nous avons retenu les trois fréquences intéressantes 3 MHz, 7 MHz, 20 MHz pour représenter  $I_1(x)$  PL-9. Nous constatons que pour  $F = 7$  MHz la liaison possède la portée maximum, c'est-à-dire 1200 m contre 800 m pour 3 MHz et 970 m pour 20 MHz. Nous constatons de plus que la propagation en mode coaxial permet de doubler la distance des liaisons émetteur-récepteur.

### III-3 CONCLUSION

Avec la liaison par câble coaxial que nous venons d'étudier il est possible d'accroître la distance maximum de la communication dans un rapport 2. Un autre avantage de ce système est que le facteur d'atténuation  $\alpha_1$  de la ligne coaxial-galerie peut être très important et n'influence donc pas la transmission. La difficulté dans cette étude est de déterminer l'inductance de transfert, le choix de cette caractéristique relève d'un procédé empirique. Seule une étude expérimentale portant sur plusieurs échantillons permettrait de s'approcher de la valeur théoriquement prescrite de l'inductance de transfert. Il faut aussi remarquer que les conditions d'exploitation de l'étude théorique sont très idéalisées. Une étude expérimentale sur le terrain permettrait de vérifier les possibilités de la transmission en mode coaxial et donnerait la manière dont se manifestent dans la réalité les interférences des ondes monofilaires et coaxiales.

## CONCLUSION

-----

L'étude à laquelle nous venons de contribuer permet à partir de la notion d'impédance de transfert, d'envisager le calcul et l'optimisation du blindage d'un câble à haute immunité aux perturbations électromagnétiques et de faire l'étude de faisabilité d'une télécommunication par câble coaxial rayonnant.

Le développement du modèle mathématique correspondant au calcul de l'impédance de transfert d'un blindage homogène a mis en évidence le comportement très particulier des câbles à gaines formées de conducteurs tressés. La prédétermination théorique des performances de ces types de blindages est très difficile, seule l'étude expérimentale approfondie de nombreux échantillons permettrait de relier le comportement de ces câbles à un modèle théorique.

L'étude comparative des câbles à 1-GAINE, 2-GAINES et 3-GAINES, nous a permis d'appliquer la théorie des lignes couplées à ces types de câbles et une étude expérimentale a démontré que la correspondance de la théorie et des mesures était assez bonne. Aussi pourrions-nous facilement généraliser cette théorie au cas des câbles formés de blindages stratifiés à couches alternées de tresses en cuivre et de rubans à haute perméabilité magnétique.

L'étude de la faisabilité d'une télécommunication par câble coaxial rayonnant nous a montré qu'il était possible de doubler la portée d'une liaison radioélectrique en galerie de mines, en utilisant un câble coaxial ayant la structure d'une tresse classique. La spécification de cette tresse est demeurée toutefois assez empirique seuls des résultats expérimentaux sur le terrain ou une simulation en laboratoire de la liaison permettraient de vérifier les possibilités de transmission apportées par cette étude.

ANNEXE. I.

METHODE DE CALCUL DE L'IMPEDANCE DE TRANSFERT D'UN CONDUCTEUR TUBULAIRE  
HOMOGENE DE SECTION CYLINDRIQUE

Nous devons calculer l'expression de l'impédance de transfert :

$$Z_r = - \frac{1}{\pi^2 r_1 r_2} \frac{1}{J_1(\beta_2 r_1) N_1(\beta_2 r_2) - N_1(\beta_2 r_1) J_1(\beta_2 r_2)}$$

Les procédures de calcul de fonction de Bessel mises au point au laboratoire<sup>(28)</sup> ne donnent que les fonctions de Bessel modifiées de première espèce et la fonction de Kelvin ; nous avons :<sup>(29), (30)</sup>

$$I_1(z) = F e r_1 + j F e i_1$$

$$K_1(z) = G e r_1 + j G e i_1$$

Effectuons la transformation de manière à exprimer  $J_1$  et  $N_1$  en fonction de  $I_1$  et  $K_1$ .

Nous avons les relations<sup>(8)</sup> :

$$J_1(z) = I_1(-jz)$$

$$K_1(z) = \frac{1}{2} \pi H_1^{(1)}(jz) \text{ où } H_1^{(1)} \text{ est la fonction de Hankel}$$

$$N_1(z) = j \left[ J_1(z) - H_1^{(1)}(z) \right]$$

Le dénominateur  $D = J_1(\beta_2 r_1) N_1(\beta_2 r_2) - N_1(\beta_2 r_1) J_1(\beta_2 r_2)$  va s'écrire :

$$D = -j \left[ J_1(\beta_2 r_1) H_1^{(1)}(\beta_2 r_2) - J_1(\beta_2 r_2) H_1^{(1)}(\beta_2 r_1) \right]$$

Comme  $H_1^{(1)} = -\frac{2}{\pi} K_1(-jz)$

Nous aurons les expressions : où  $\delta$  est l'épaisseur de peau :

$$J_1(\beta_2 r_1) = I_1(-j\beta_2 r_1) = I_1 \left( \frac{\sqrt{2} r_1}{\delta} e^{-j \frac{3\pi}{4}} \right)$$

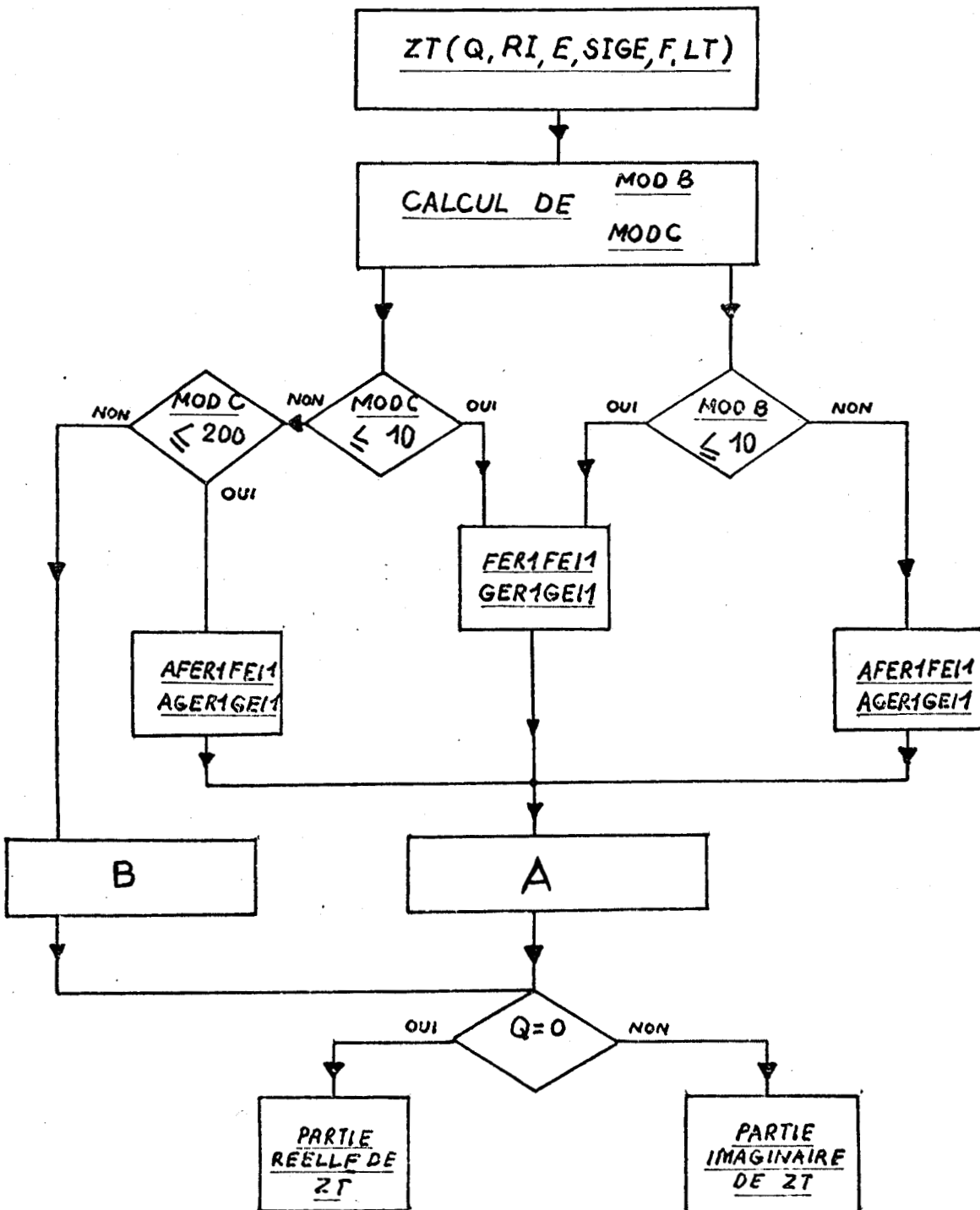
$$J_1(\beta_{2r_2}) = I_1(-j\beta_{2r_2}) = I_1 \left( \frac{\sqrt{2}r_2}{\delta} e^{-j\frac{3\pi}{4}} \right)$$

$$H_1^{(1)}(\beta_{2r_1}) = -\frac{2}{\pi} K_1 \left( \frac{\beta_{2r_1}}{\delta} e^{-j\frac{3\pi}{4}} \right)$$

$$H_1^{(1)}(\beta_{2r_2}) = -\frac{2}{\pi} K_1 \left( \frac{\beta_{2r_2}}{\delta} e^{-j\frac{3\pi}{4}} \right)$$

Nous trouvons dans les pages A.3. et A.4. l'organigramme et le listing de la procédure de calcul de  $Z_T$ .

ORGANIGRAMME DE LA PROCÉDURE ZT



$$\text{MOD B} = |\beta_2 r_2| \quad \text{MOD C} = |\beta_2 r_4|$$

$$A = -\frac{1}{\pi \sqrt{2} r_2 r_4} \frac{1}{J_1(\beta_2 r_4) N_1(\beta_2 r_2) - N_1(\beta_2 r_4) J_1(\beta_2 r_2)} + j 2\pi L_T F.$$

$$B = R_0 \frac{(1+j)^{\frac{x}{2}}}{\text{sh}(1+j)^{\frac{x}{2}}} + j 2\pi L_T F. \quad \text{avec } x = \beta_2 e \cdot \frac{z}{1-j}$$

```

0135 'REAL' 'PROCEDURE' ZT(Q,RI,E,SIGE,F,LT);
0136 'VALUE' RI,Q,E,SIGE,F,LT;
0137 'REAL' RI,E,SIGE,F,LT;
0138 'INTEGR' Q;
0139 'BEGIN' 'REAL' K,DELTA,MODC,MODB,V,PHI,RZ,IZ,RO,RJC,RJB,RHC,RHB,IJC,IH
0139 C,IHB,IJB,D,X,EX1,EX2;
0140 V:=1.414;
0141 K:=2*E/PI/SQRT(RI*(RI-E));
0142 RO:=1/(2*PI*SIGE*E*SQRT((RI-E)*RI));
0143 DELTA:=SQRT(2/(2*PI*F*MU*SIGE));
0144 PHI:=3*PI/4.0;
0145 MODB:=V*(RI-E)/DELTA;
0146 MODC:=V*RI/DELTA;
0147 'IF' MODB<=200 'THEN' 'GOTO' ET10 'ELSE' 'GOTO' ET20;
0148 ET10: 'BEGIN' 'IF' MODC<=10 'THEN' 'BEGIN' RJC:=FERIFEII(0,MODC,PHI);
0149 IJC:=FFRIFEII(1,MODC,PHI);
0150 RHC:=-2/PI*GERIGEII(0,MODC,PHI);
0151 IHC:=-2/PI*GERIGEII(1,MODC,PHI);
0152 'END' 'ELSE' 'BEGIN' RJC:=AFERIFEII(0,MODC,PHI);
0153 IJC:=AFERIFEII(1,MODC,PHI);
0154 RHC:=-2/PI*AGERIGEII(0,MODC,PHI);
0155 IHC:=-2/PI*AGERIGEII(1,MODC,PHI);
0156 'END';
0157 'IF' MODB<=10 'THEN' 'BEGIN' RJB:=FERIFEII(0,MODB,PHI);
0158 IJB:=FFRIFEII(1,MODB,PHI);
0159 RHB:=-2/PI*GERIGEII(0,MODB,PHI);
0160 IHB:=-2/PI*GERIGEII(1,MODB,PHI);
0161 'END' 'ELSE' 'BEGIN' RJB:=AFERIFEII(0,MODB,PHI);
0162 IJB:=AFERIFEII(1,MODB,PHI);
0163 RHB:=-2/PI*AGERIGEII(0,MODB,PHI);
0164 IHB:=-2/PI*AGERIGEII(1,MODB,PHI);
0165 'END';
0166 RF1:=RJC*RHB-IJC*IHB-RJB*RHC+IJB*IHC;
0167 IF1:=RHB*IJC+RJC*IHB-RHC*IJB-RJB*IHC;
0168 D:=RF1*RF1+IF1*IF1;
0169 RZ:=K*IF1/D;
0170 IZ:=-K*RF1/D+LT*2*PI*F/RO;
0171 'END';
0172 ET20: 'BEGIN' X:=E/DELTA;
0173 EX1:=EXP(X);
0174 EX2:=EXP(-X);
0175 RF1:=((EX1-EX2)/2)*COS(X);
0176 IF1:=((EX1+EX2)/2)*SIN(X);
0177 D:=RF1*RF1+IF1*IF1;
0178 RZ:=X*(RF1-IF1)/D;
0179 IZ:=X*(RF1+IF1)/D+LT*2*PI*F/RO;
0180 'END';
0181 'IF' Q=0 'THEN' ZT:=RZ*RO 'ELSE' ZT:=IZ*RO;
0182 'END' ZT;

```

ANNEXE 11

- 1) Détermination de la tension de paradiaphonie  $U_p$  et de la tension de télédiaphonie  $U_t$  lorsque le câble coaxial est chargé sur des impédances adaptées

Il existe au sein de la ligne 1 deux ondes : une onde qui se dirige selon le sens positif et inversement.

La solution de l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 U_1}{dx^2} - \gamma_1^2 U_1 = -Z_{12} \frac{dI_2}{dx}$$

se met sous la forme :

$$U_1(x) = A_1 e^{\gamma_1 x} + B_1 e^{-\gamma_1 x}$$

La méthode de variations de la constante permet de déterminer les coefficients  $A_1$  et  $B_1$  :

$$\frac{d^2 U_1}{dx^2} = (A_1'' + 2\gamma_1 A_1' + \gamma_1^2 A_1) e^{\gamma_1 x} + (B_1'' - 2\gamma_1 B_1' + \gamma_1^2 B_1) e^{-\gamma_1 x}$$

ce qui conduit aux deux équations suivantes :

$$A_1'' + 2\gamma_1 A_1' = -Z_{12} \frac{dI_2}{dx} e^{-\gamma_1 x} \quad \text{pour } x \in [l, x]$$

$$B_1'' - 2\gamma_1 B_1' = -Z_{12} \frac{dI_2}{dx} e^{\gamma_1 x} \quad \text{pour } x \in [x, 0]$$

En intégrant nous trouvons :

$$A_1'(v) + 2\gamma_1 A_1(v) = -Z_{12} \int_e^x \frac{dI_2(v)}{dx} dv$$

$$B_1'(v) - 2\gamma_1 B_1(v) = -Z_{12} \int_0^x \frac{dI_2(v)}{dx} dv$$

$$-Z_{12} \int_0^x \frac{dI_2(v)}{dv} e^{-\gamma_1 v} dv = -Z_{12} \left[ I_2(v) e^{-\gamma_1 v} \right]_e^x - Z_{12} \gamma_1 \int_e^x I_2(v) e^{-\gamma_1 v} dv$$

Comme  $I_2(x) = I_2(\ell) e^{-\gamma_1(\ell-x)}$

Nous avons finalement :

$$A'_{1+2} \gamma_1 A_1 = -Z_{12} \gamma_1 \int_{\ell}^x I_2(V) e^{-\gamma_1 V} dV$$

Si nous choisissons  $A'_{1+2} = 0$   $A_1 = -\frac{Z_{12}}{2} \int_{\ell}^x I_2(V) e^{-\gamma_1 V} dV$

En faisant un calcul semblable pour  $B_1$  nous trouvons :

$$B_1 = -\frac{Z_{12}}{2} \int_0^x I_2(V) e^{\gamma_1 V} dV$$

et finalement :

$$U_1(x) = \left[ \frac{Z_{12}}{2} \int_x^{\ell} I_2(V) e^{-\gamma_1 V} dV \right] e^{\gamma_1 x} - \left[ \frac{Z_{12}}{2} \int_0^x I_2(V) e^{\gamma_1 V} dV \right] e^{-\gamma_1 x}$$

$$U_p = U_1(0) \quad \text{et} \quad U_t = U_1(\ell)$$

## 2) Calcul des tensions $U_p$ et $U_t$ pour le câble 3-GAINES

Nous avons les système d'équations différentielles suivants :

$$\begin{cases} -\frac{dU_1}{dx} = Z_1 I_1 + Z_{12} I_2 \\ -\frac{dI_1}{dx} = Y_1 U_1 \end{cases} \quad (1) \quad \begin{cases} -\frac{dU_2}{dx} = Z_2 I_2 + (Z_{12} I_1) + Z_{23} I_3 \\ -\frac{dI_2}{dx} = Y_2 U_2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} -\frac{dU_3}{dx} = Z_3 I_3 + (Z_{23} I_2) + Z_{34} I_4 \\ -\frac{dI_3}{dx} = Y_3 U_3 \end{cases} \quad (3) \quad \begin{cases} -\frac{dU_4}{dx} = Z_4 I_4 + (Z_{34} I_3) \\ -\frac{dI_4}{dx} = Y_4 U_4 \end{cases} \quad (4)$$

Nous pouvons dans les systèmes (2) (3) (4) négliger les termes entre parenthèses.



Le système s'écrit alors :

$$\frac{d^2 U_4}{dx^2} - \gamma_4^2 U_4 = 0 \quad \text{avec} \quad \gamma_4^2 = Z_4 Y_4$$

Les solutions sont :

$$U_4 = U_0 e^{-\gamma_4 x} \quad \text{et} \quad I_4 = \frac{U_0}{Z_{c4}} e^{-\gamma_4 x} \quad Z_{c4} = \sqrt{\frac{Z_4}{Y_4}}$$

Si l'on introduit ces solutions dans le système (3), on trouve :

$$\frac{d^2 U_3}{dx^2} - \gamma_3^2 U_3 = \gamma_3 \frac{Z_{34}}{Z_{c4}} e^{-\gamma_4 x}$$

Dont les solutions s'écrivent :

$$\begin{aligned} U_3 &= A_3 e^{-\gamma_3 x} + B_3 e^{\gamma_3 x} - H_4 e^{-\gamma_4 x} \\ I_3 &= \frac{1}{Z_{c3}} (A_3 e^{-\gamma_3 x} - B_3 e^{\gamma_3 x} - H_4 e^{-\gamma_4 x}) \end{aligned} \quad (5)$$

Par identification nous tirons H :

$$H = \frac{Z_{23}}{Z_{c3}} \frac{1}{\gamma_3^2 - \gamma_4^2}$$

Appliquons les conditions aux limites pour la ligne 2 :

$$U_3(0) = -Z_{03} I_3(0)$$

$$U_3(l) = Z_{l3} I_3(l)$$

$$\text{En posant } m_0 = \frac{Z_{03}}{Z_{c3}} \quad \text{et } m_l = \frac{Z_{l3}}{Z_{c3}}$$

Nous tirons par identification  $A_3$  et  $B_3$  :

$$A_3 = H \frac{(1+m_l)(\gamma_4+m_o\gamma_3)e^{\gamma_3 l} - (1-m_o)(\gamma_4-m_l\gamma_3)e^{\gamma_4 l}}{(1+m_l)(1+m_o)e^{\gamma_3 l} - (1-m_o)(1-m_l)e^{-\gamma_3 l}}$$

$$B_3 = -H \frac{(1-m_l)(\gamma_4+m_o\gamma_3)e^{-\gamma_3 l} - (1+m_o)(\gamma_4-m_l\gamma_3)e^{-\gamma_4 l}}{(1+m_l)(1+m_o)e^{\gamma_3 l} - (1-m_o)(1-m_l)e^{-\gamma_3 l}}$$

Si l'on introduit les solutions (5) dans le système (2) on trouve l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 U_2}{dx^2} - \gamma_2^2 U_2 = \frac{Z_{23}}{Z_{c3}} (\gamma_3 A_3 e^{-\gamma_3 x} + \gamma_3 B_3 e^{\gamma_3 x} - \gamma_3 \gamma_4 H e^{-\gamma_4 x})$$

dont la solution est de la forme :

$$U_2 = A_2 e^{-\gamma_2 x} + B_2 e^{\gamma_2 x} + C_2 e^{-\gamma_3 x} + D_2 e^{\gamma_3 x} + E_2 e^{-\gamma_4 x}$$

$$I_2(x) = \frac{1}{Z_{c2}} (A_2 e^{-\gamma_2 x} - B_2 e^{\gamma_2 x} + C_2 e^{-\gamma_3 x} - D_2 e^{\gamma_3 x} + E_2 e^{-\gamma_4 x})$$

par identification nous tirons l'expression des coefficients  $C_2, D_2, E_2$  :

$$C_2 = \frac{\gamma_3 A_3}{\gamma_3^2 - \gamma_2^2} \frac{Z_{23}}{Z_{c3}} \quad D_2 = \frac{\gamma_3 B_3}{\gamma_3^2 - \gamma_2^2} \frac{Z_{23}}{Z_{c3}} \quad E_2 = \frac{-\gamma_3 \gamma_4 H}{\gamma_4^2 - \gamma_2^2} \frac{Z_{23}}{Z_{c1}}$$

Les conditions aux limites appliquées à la ligne 3 vont nous donner par identification l'expression des coefficients  $A_2$  et  $B_2$  :

$$U_2(0) = -Z_{02} I_2(0)$$

$$U_2(l) = Z_{l2} I_2(l)$$

que l'on met encore sous la forme :

$$A_1(1+n_o) + B_2(1-n_o) = T$$

$$A_2(1-n_o)e^{-\gamma_2 l} + B_2(1+n_o)e^{\gamma_2 l} = S$$

avec :

$$T = -n_o \left[ \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_3} + \frac{1}{n_o} \right) C_2 - \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_3} - \frac{1}{n_o} \right) D_2 + \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_4} + \frac{1}{n_o} \right) E_2 \right]$$

$$S = n_e \left[ \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_3} - \frac{1}{n_e} \right) C_2 e^{-\gamma_3 l} - \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_3} + \frac{1}{n_e} \right) D_2 e^{\gamma_3 l} + \left( \frac{\gamma_2}{\gamma_4} - \frac{1}{n_e} \right) E_2 e^{-\gamma_4 l} \right]$$

La résolution du système donne :

$$A_2 = \frac{T(1+n_e)e^{\gamma_2 l} - (1-n_o)S}{(1+n_o)(1+n_e)e^{\gamma_2 l} - (1-n_o)(1-n_e)e^{-\gamma_2 l}}$$

$$B_2 = - \frac{T(1-n_e)e^{-\gamma_2 l} - (1+n_o)S}{(1+n_o)(1+n_e)e^{\gamma_2 l} - (1-n_o)(1-n_e)e^{-\gamma_2 l}}$$

$U_p$  et  $U_+$  s'obtiennent en intégrant les expressions :

$$U_p = \frac{Z_{12}}{2} \int_0^l I_2(x) e^{-\gamma_1 x} dx \quad U_+ = \left[ -\frac{Z_{12}}{2} \int_0^l I_2(x) e^{\gamma_1 x} dx \right] e^{-\gamma_1 l}$$

Sur les pages (A.15,16,17,18) nous trouvons le listing correspondant à la programmation des expressions  $U_p$  et  $U_+$ .

### 3°) Calcul des constantes primaires

#### a) Impédance de transfert

Nous calculons les expressions (1.14) et (1.15) dont l'annexe.1. fournit la méthode de calcul.

Les données d'entrée sont :

- le rayon extérieur du blindage :  $R_e$
- la conductivité du blindage :  $\sigma$
- la fréquence :  $F$
- la perméabilité relative :  $\mu_r$
- l'épaisseur du blindage :  $e$
- l'inductance de transfert :  $L_T$

b) la capacité linéique

Il s'agit des capacités présentées par la ligne coaxiale ou les lignes formées par 2 gaines consécutives.

Cette capacité est donnée par l'expression : (fig.1.)

$$C = \frac{2\pi \epsilon}{\text{Log} \left( \frac{R_e - e}{R_i} \right)} \quad (11.26.)$$

Les données d'entrée sont :

- les rayons  $R_e$  et  $R_i$
- l'épaisseur  $e$
- la permittivité relative  $\epsilon_r$ .

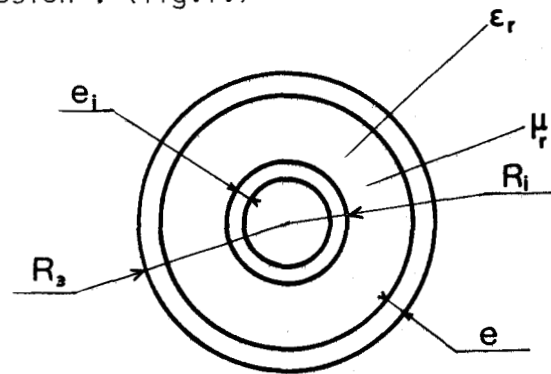


fig.1.

c) l'inductance linéique

Il s'agit de l'inductance présentée par la ligne coaxiale ou les lignes inter-gaines.

Cette inductance est donnée par l'expression :

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \text{Log} \left( \frac{R_e - e}{R_i} \right) \quad (11.27.)$$

Les données d'entrée sont :

- les rayons  $R_e$  et  $R_i$
- l'épaisseur  $e$
- la perméabilité relative  $\mu_r$ .

d) la résistance linéique

Il s'agit de la résistance linéique présentée par la ligne coaxiale ou les lignes inter-gaines. Dans le calcul nous tenons compte de l'effet de peau. Nous supposons que le courant se concentre dans l'épaisseur de peau donc la résistance d'une gaine est équivalente à la résistance d'une gaine dont l'épaisseur serait l'épaisseur de peau. Deux cas vont alors se présenter si l'épaisseur de peau est supérieure à l'épaisseur de gaine on utilise l'expression de la résistance en courant continu, sinon on fait l'approximation ci-dessus. Pour la section présentée sur la fig.2. quatre expressions vont illustrer la variation de résistance en fonction de la fréquence.

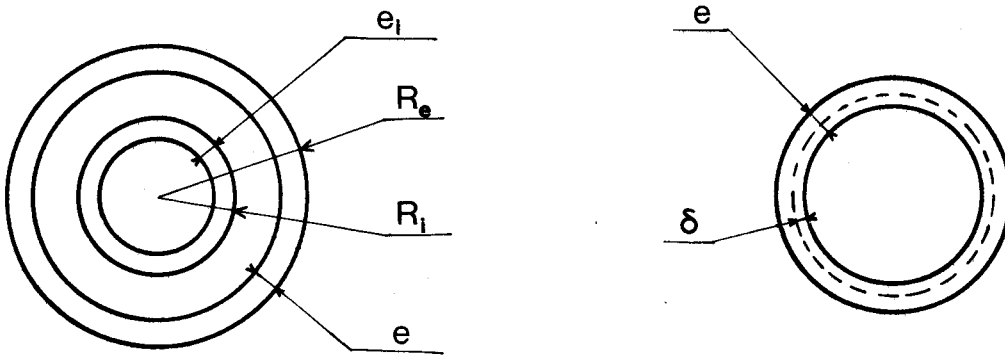


fig.2.

$$R_{HF} = \frac{1}{\pi\sigma} \left[ \frac{1}{(R_e - e + \delta)^2 - (R_e - e)^2} + \frac{1}{R_i^2 - (R_i - \delta)^2} \right] \quad (11.28.)$$

$$R_{HF} = \frac{1}{\pi\sigma} \left[ \frac{1}{(R_e - e + \delta)^2 - (R_e - e)^2} - \frac{1}{R_i^2 - (R_i - e)^2} \right] \quad (11.29.)$$

$$R_{HF} = \frac{1}{\pi\sigma} \left[ \frac{1}{R_e^2 - (R_e - e)^2} + \frac{1}{R_i^2 - (R_i - \delta)^2} \right] \quad (11.30.)$$

$$R_{HF} = \frac{1}{\pi\sigma} \left[ \frac{1}{R_e^2 - (R_e - e)^2} + \frac{1}{R_i^2 - (R_i - e_i)^2} \right] \quad (11.31.)$$

#### 4°) Constantes secondaires

Il s'agit des coefficients de propagation  $\gamma_i$  et des impédances caractéristiques  $Z_{ci}$  de la ligne coaxiale ou des lignes inter-gaines. Ces constantes secondaires se calculent à partir des constantes primaires déterminées ci-dessus.

Nous savons que :

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + jL\omega)(G + jC\omega)}$$

Comme  $\gamma = \alpha + j\beta$

Nous tirons par identification  $\alpha$  et  $\beta$ .

$$\beta = \sqrt{\frac{LC\omega^2 - RG + \sqrt{(RG - LC\omega^2)^2 + (LG + RC)^2\omega^2}}{2}} \quad (11.32.)$$

$$\alpha = \frac{(LG + RC)\omega}{\sqrt{2(LC\omega^2 - RG + \sqrt{(RG - LC\omega^2)^2 + (LG + RC)^2\omega^2})}} \quad (11.33.)$$

Dans cette étude comparative nous supposons que l'isolant n'est pas dissipatif, c'est-à-dire  $G = 0$ .

(11.32.) et (11.33.) deviennent :

$$\beta = \sqrt{\frac{LC + \sqrt{L^2 C^2 \omega^4 + L^2 C^2 \omega^2}}{2}} \quad (11.34)$$

$$\alpha = \frac{RC\omega}{\sqrt{2(LC\omega^2 + \sqrt{L^2 C^2 \omega^4 + R^2 C^2 \omega^2})}} \quad (11.35.)$$

L'impédance caractéristique est donnée par une expression de la forme :

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + jL\omega}{G + jC\omega}}$$

avec  $Z_c = R_c + jX_c$

Nous tirons par identification  $R_c$  et  $X_c$  :

$$R_c = \sqrt{\frac{RG + LC\omega^2 + \sqrt{(RG + LC\omega^2)^2 + (LG - RC)^2 \omega^2}}{2\Delta}} \quad (11.36.)$$

$$X_c = \frac{(LG - RC)\omega}{\sqrt{2\Delta(RG + LC\omega^2 + \sqrt{(RG + LC\omega^2)^2 + (LG - RC)^2 \omega^2})}} \quad (11.37.)$$

avec :

$$\Delta = C^2 \omega^2 + G^2$$

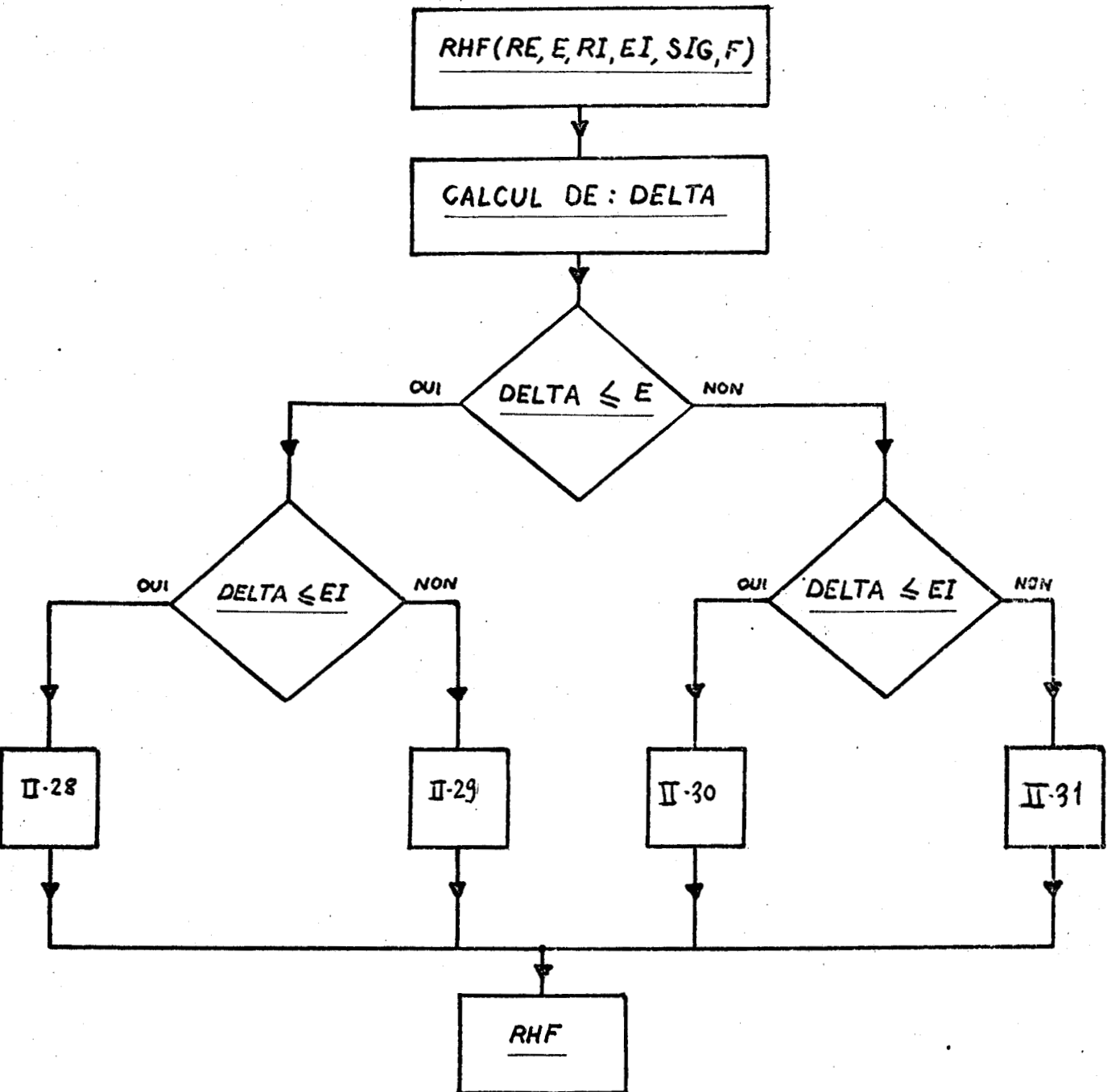
Nous considérons toujours le cas particulier où  $G = 0$  (11.36) et (11.37)

s'écrivent alors :

$$R_c = \frac{\sqrt{LC\omega^2 + \sqrt{L^2 C^2 \omega^4 + R^2 C^2 \omega^2}}}{\sqrt{2}C\omega} \quad (11.38.)$$

$$X_c = \frac{-R}{\sqrt{2(LC\omega^2 + \sqrt{L^2 C^2 \omega^4 + R^2 C^2 \omega^2})}} \quad (11.39.)$$

pages ( ) nous trouvons le listing de ces expressions.

ORGANIGRAMME DE LA PROCEDURE RHF

```

1183 'COMMENT' VARIATIONS, GAMMA, ET, ZC;
1183 'COMMENT' CALCUL, DE, LA, CAPACITE, D'UNE, LIGNE, COAXIALE;
1183 'REAL' 'PROCEDURE' CI (RE, RI, E, EPX);
1184 'VALUE' RE, RI, E, EPX;
1185 'REAL' RE, RI, E, EPX;
1186 'BEGIN' CI := 2*PI*EPX/LN((RE-E)/RI);
1187 'END' CI;
1188 'COMMENT' CALCUL, DE, L'INDUCTANCE, D'UNE, LIGNE, COAXIALE;
1188 'REAL' 'PROCEDURE' LI (RE, RI, E);
1189 'VALUE' RE, RI, E;
1190 'REAL' RE, RI, E;
1191 'BEGIN' LI := (MU/2/PI)*LN((RE-E)/RI);
1192 'END' LI;
1193 'COMMENT' CALCUL, DE, LA, RESISTANCE, D'UNE, LIGNE, COAXIALE;
1193 'REAL' 'PROCEDURE' RHF (RE, E, RI, EI, SIG, F);
1194 'VALUE' RE, RI, E, EI, SIG, F;
1195 'REAL' RE, RI, E, EI, SIG, F;
1196 'BEGIN' 'REAL' DELTA;
1197 DELTA := SQRT(2/(2*PI*MU*SIG*F));
1198 'IF' DELTA <= E 'THEN' 'GOTO' ET1 'ELSE' 'GOTO' ET2;
0199 ET1: 'IF' DELTA <= EI 'THEN' 'BEGIN' RHF := (1/SIG)*(1/((RE-E+DELTA)^2-(RE-E)
0199 ^2)+1/(RI*RI-(RI-DELTA)^2))/PI;
0200 'END' 'ELSE' 'BEGIN' RHF := (1/SIG)*(1/((RE-E+DELTA)^2-(RE-E)^2)+1/(RI*RI
0200 -(RI-EI)^2))/PI;
0201 'END';
0202 ET2: 'IF' DELTA <= EI 'THEN' 'BEGIN' RHF := (1/SIG)*(1/(RE*RE-(RE-E)^2)+1/(RI
0202 *RI-(RI-DELTA)^2))/PI;
0203 'END' 'ELSE' 'BEGIN' RHF := (1/SIG)*(1/(RE*RE-(RE-E)^2)+1/(RI*RI-(RI-EI)^
0203 2))/PI;
0204 'END';
0205 'END' RHF;
0206 'COMMENT' CALCUL, DU, COEFFICIENT, DE, PROPAGATION, BETA, D'UN, CABLE, COAXIA
0206 L;
0206 'REAL' 'PROCEDURE' BT (CJ, LJ, RJ, F);
0207 'VALUE' CJ, LJ, RJ, F;
0208 'REAL' CJ, LJ, RJ, F;
0209 'BEGIN' 'REAL' FI;
0210 FI := 4*PI*F*LJ*CJ*PI*F;
0211 BT := SQRT((FI+SQRT(FI*FI+(2*PI*RJ*CJ*F)^2))/2);
0212 'END' BT;
0213 'COMMENT' CALCUL, DU, COEFFICIENT, D'AFFAIBLISSEMENT, ALPHA, D'UN, CABLE, CO
0213 AXIAL;
0213 'REAL' 'PROCEDURE' AL (BTJ, RJ, CJ, F);
0214 'VALUE' BTJ, RJ, CJ, F;
0215 'REAL' BTJ, RJ, CJ, F;
0216 'BEGIN' AL := 2*PI*RJ*CJ*F/BTJ/2;
0217 'END' AL;
0218 'COMMENT' CALCUL, DE, L'IMPEDANCE, CARACTERISTIQUE, D'UN, CABLE, COAXIAL;
0218 'REAL' 'PROCEDURE' RC (BTJ, CJ, F);
0219 'VALUE' BTJ, CJ, F;
0220 'REAL' BTJ, CJ, F;
0221 'BEGIN' RC := BTJ/(2*PI*F*CJ);
0222 'END' RC;
0223 'REAL' 'PROCEDURE' XC (BTJ, RJ);
0224 'VALUE' BTJ, RJ;
0225 'REAL' BTJ, RJ;
0226 'BEGIN' XC := -RJ/(2*BTJ);
0227 'END' XC;

```



```

0327 *EOP*F:=10,100,1000,1.0004*STEP*1.0004*UNTIL*1.0005,1.0005*STEP*1.00
0327 05*UNTIL*1.0006,1.0006*STEP*1.0006*UNTIL*1.0007,1.0007*STEP*1.0007*U
0327 UNTIL*1.0008*DO*BEGIN*RI2:=ZT(0,R2,E2,SIG2,F);
0328 X12:=ZT(1,P2,E2,SIG2,F);
0329 R23:=ZT(0,F3,E3,SIG3,F);
0330 X23:=ZT(1,P3,E3,SIG3,F);
0331 R34:=ZT(0,F,E4,SIG4,F);
0332 X34:=ZT(1,P,E4,SIG4,F);
0333 RJ1:=PHF(R2,E2,RI,R1,SIG1,F);
0334 RJ2:=PHF(R3,E3,R2,E2,SIG2,F);
0335 RJ3:=PHF(R,F4,R3,E3,SIG3,F);
0336 RJ4:=PHF(R0,E0,R,E4,SIG3,F);
0337 BT1:=BT(C1,L1,RJ1,F);
0338 BT2:=BT(C2,L2,RJ2,F);
0339 BT3:=BT(C3,L3,RJ3,F);
0340 BT4:=BT(C4,L4,RJ4,F);
0341 AL1:=AL(BT1,RJ1,C1,F);
0342 AL2:=AL(BT2,RJ2,C2,F);
0343 AL3:=AL(BT3,RJ3,C3,F);
0344 AL4:=AL(BT4,RJ4,C4,F);
0345 RC1:=RC(BT1,C1,F);
0346 RC2:=RC(BT2,C2,F);
0347 RC3:=RC(BT3,C3,F);
0348 RC4:=RC(BT4,C4,F);
0349 XC1:=XC(BT1,RJ1);
0350 XC2:=XC(BT2,RJ2);
0351 XC3:=XC(BT3,RJ3);
0352 XC4:=XC(BT4,RJ4);
0483 'COMMENT'CALCUL,DE,.H.;
0483 RF1:=AL3*AL3-AL4*AL4=BT3*BT3+BT4*BT4;
0484 IF1:=(AL3*BT3-AL4*BT4)*2;
0485 RH:=((R34*RC4+X34*XC4)*RF1+(X34*RC4-R34*XC4)*IF1)/(RC4*RC4+XC4*XC4)/
0485 (RF1*RF1+IF1*IF1)*U0;
0486 IH:=((RC4*X34-R34*XC4)*RF1-(R34*RC4+X34*XC4)*IF1)/(RC4*RC4+XC4*XC4)/
0486 (RF1*RF1+IF1*IF1)*U0;
0487 'COMMENT'CALCUL,DE,.A3...B3.;
0487 C03:=COS(BT3*L);
0488 S13:=SIN(BT3*L);
0489 EP31:=FXP(AL3*L);
0490 EP32:=FXP(-AL3*L);
0491 C04:=COS(BT4*L);
0492 S14:=SIN(BT4*L);
0493 EP42:=FXP(-AL4*L);
0494 RF1:=((1+M)*(1+M)*EP31-(1-M)*(1-M)*EP32)*C03;
0495 IF1:=((1+M)*(1+M)*EP31+(1-M)*(1-M)*EP32)*S13;
0496 RF2:=((1+M)*((AL4+M*AL3)*C03-(BT4+M*BT3)*S13)*EP31-(1-M)*((BT4-M*BT3)
0496 *S14+(AL4-M*AL3)*C04)*EP42;
0497 IF2:=((1+M)*((BT4+M*BT3)*C03+(AL4+M*AL3)*S13)*EP31-(1-M)*((BT4-M*BT3)
0497 *C04-(AL4-M*AL3)*S14)*EP42;
0498 RA3:=((RF2*RH-IF2*IH)*RF1+(RF2*IH+IF2*RH)*IF1)/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0499 IA3:=((RF2*IH+IF2*RH)*RF1-(RF2*RH-IF2*IH)*IF1)/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0500 RF2:=((1-M)*((AL4+M*AL3)*C03+(BT4+M*BT3)*S13)*EP32-(1+M)*((AL4-M*AL3)
0500 *C04+(BT4-M*BT3)*S14)*EP42;
0501 IF2:=((1-M)*((BT4+M*BT3)*C03-(AL4+M*AL3)*S13)*EP32-(1+M)*((BT4-M*BT3)
0501 *C04-(AL4-M*AL3)*S14)*EP42;
0502 RB3:=-(RF2*RH-IF2*IH)*RF1+(RF2*IH+IF2*RH)*IF1)/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0503 IB3:=-(RF2*IH+IF2*RH)*RF1-(RF2*RH-IF2*IH)*IF1)/(RF1*RF1+IF1*IF1);

```

```

0504 'COMMENT'(CALCUL,DE,.C2.);
0504 Q:=(RC3*RC3+XC3*XC3);
0505 RF1:=(AL3*AL3-BT3*BT3-AL2*AL2+BT2*BT2);
0506 IF1:=(AL3*BT3-AL2*BT2)*2;
0507 RF2:=((AL3*R23-BT3*X23)*(RA3*RF1+IA3*IF1)-(AL3*X23+BT3*R23)*(IA3*RF1
0507 -RA3*IF1))/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0508 IF2:=((AL3*R23-BT3*X23)*(IA3*RF1-IF1*RA3)+(AL3*X23+BT3*R23)*(PA3*RF1
0508 +IA3*IF1))/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0509 AC2:=(RF2*RC3+IF2*XC3)/Q;
0510 IC2:=(IF2*RC3-RF2*XC3)/Q;
0511 'COMMENT'(CALCUL,DE,.D2.);
0511 RF2:=((AL3*R23-BT3*X23)*(RB3*RF1+IB3*IF1)-(AL3*X23+BT3*R23)*(IB3*RF1
0511 -IF1*RB3))/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0512 IF2:=((AL3*R23-BT3*X23)*(IB3*RF1-IF1*RB3)+(AL3*X23+BT3*R23)*(RB3*RF1
0512 +IB3*IF1))/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0513 RD2:=(RF2*RC3+IF2*XC3)/Q;
0514 ID2:=(IF2*RC3-RF2*XC3)/Q;
0515 'COMMENT'(CALCUL,DE,.E2.);
0515 RF1:=(AL4*AL4-BT4*BT4-AL2*AL2+BT2*BT2);
0516 IF1:=(AL4*BT4-AL2*BT2)*2;
0517 RF2:=((AL3*R23-BT3*X23)*(RH*RF1+IH*IF1)-(AL3*X23+BT3*R23)*(IH*RF1-IF
0517 I*RH))/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0518 IF2:=((AL3*R23-BT3*X23)*(IH*RF1-IF1*RH)+(AL3*X23+BT3*R23)*(RH*RF1+IH
0518 *IF1))/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0519 RF1:=RF2*AL4-IF2*BT4;
0520 IF1:=RF2*BT4+IF2*AL4;
0521 RE2:=- (RF1*RC3+IF1*XC3)/Q;
0522 IE2:=- (IF1*RC3-RF1*XC3)/Q;
0523 'COMMENT'(CALCUL,DE,.T.);
0523 Q:=(AL3*AL3+BT3*BT3);
0524 RF1:=(AL2*AL3+BT2*BT3)/Q;
0525 IF1:=(AL3*BT2-AL2*BT3)/Q;
0526 RF5:=(AL2*AL4+BT2*BT4)/(AL4*AL4+BT4*BT4);
0527 IF5:=(AL4*BT2-AL2*BT4)/(AL4*AL4+BT4*BT4);
0528 'IF'N=0'THEN'BEGIN'RT:=- (AC2+RD2+RE2);
0529 IT:=- (IC2+ID2+IE2);
0530 'END'ELSE'BEGIN'F3:=R23*RB3-X23*IB3;
0531 F4:=R23*IB3+X23*RB3;
0532 F5:=(AL3*R23-X23*BT3)*RH=(AL3*X23+R23*BT3)*IH;
0533 F6:=(AL3*R23-X23*BT3)*IH+(AL3*X23+R23*BT3)*RH;
0534 RT:=-N*((RF1+1/N)*AC2-IF1*IC2+(1/N-RF1)*RD2+IF1*ID2+(RF5+1/N)*RE2-IF
0534 5*IE2);
0535 IT:=-N*((RF1+1/N)*IC2+IF1*AC2+(1/N-RF1)*ID2-IF1*RD2+(RF5+1/N)*IE2+IF
0535 5*RE2);
0536 'END';
0537 'COMMENT'(CALCUL,DE,.S.);
0537 'IF'N=0'THEN'BEGIN'RS:=- (AC2*C03+IC2*S13)*EP32-(RD2*C03-ID2*S13)*EP
0537 31-(RE2*C04+IE2*S14)*EP42;
0538 IS:=- (IC2*C03-AC2*S13)*EP32-(RD2*S13+ID2*C03)*EP31-(IE2*C04-RE2*S14)
0538 *EP42;
0539 'END'ELSE'BEGIN'RF3:=(RF1-1/N)*AC2-IF1*IC2;
0540 IF3:=(RF1-1/N)*IC2+IF1*AC2;
0541 RF2:=(RF3*C03+IF3*S13)*EP32;
0542 IF2:=(IF3*C03-RF3*S13)*EP32;
0543 RF3:=(RF1+1/N)*RD2-IF1*ID2;
0544 IF3:=(RF1+1/N)*ID2+IF1*RD2;
0545 RF4:=(RF3*C03-IF3*S13)*EP31;
0546 IF4:=(RF3*S13+IF3*C03)*EP31;
0547 RF3:=(RF5-1/N)*RE2-IF5*IE2;

```

```

0548 IF3:=(RF5-1/N)*IE2+IF5*RE2;
0549 RF6:=(RF3*C04+IF3*S14)*EP42;
0550 IF6:=(IF3*C04-RF3*S14)*EP42;
0551 RF7:=RF2-RF4+RF6;
0552 IF7:=IF2-IF4+IF6;
0553 RS:=N*RF7;
0554 IS:=N*IF7;
0555 'END';
0556 'COMMENT'(CALCUL,DE,.A2.);
0556 C02:=COS(BT2*L);
0557 S12:=SIN(BT2*L);
0558 EP21:=FXP(AL2*L);
0559 EP22:=FXP(-AL2*L);
0560 RF1:=((1+N)*(1+N)*EP21-(1-N)*(1-N)*EP22)*C02;
0561 IF1:=((1+N)*(1+N)*EP21+(1-N)*(1-N)*EP22)*S12;
0562 RF2:=((1+N)*(RT*C02-IT*S12)*EP21-(1-N)*RS;
0563 IF2:=((1+N)*(RT*S12+IT*C02)*EP21-(1-N)*IS;
0564 RA2:=(RF2*RF1+IF2*IF1)/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0565 IA2:=(IF2*RF1-RF2*IF1)/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0566 'COMMENT'(CALCUL,DE,.B2.);
0566 RF3:=((1-N)*(RT*C02+IT*S12)*EP22-(1+N)*RS;
0567 IF3:=((1-N)*(IT*C02-RT*S12)*EP22-(1+N)*IS;
0568 RB2:=((RF3*RF1+IF3*IF1)/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0569 IB2:=((IF3*RF1-RF3*IF1)/(RF1*RF1+IF1*IF1);
0570 'COMMENT'(CALCUL,DE,LA,TENSION,DE,PARADIAPHONIE,UP.);
0570 C01:=COS(BT1*L);
0571 S11:=SIN(BT1*L);
0572 EP12:=FXP(-AL1*L);
0573 RF1:=1-(C01*C02-S11*S12)*EP12*EP22;
0574 IF1:=(S11*C02+S12*C01)*EP12*EP22;
0575 RF2:=1-(C01*C02+S11*S12)*EP12*EP21;
0576 RF3:=1-(C01*C03-S11*S13)*EP12*EP32;
0577 IF2:=(S11*C02-S12*C01)*EP12*EP21;
0578 IF3:=(S11*C03+S13*C01)*EP12*EP32;
0579 RF4:=1-(C01*C03+S11*S13)*EP12*EP31;
0580 IF4:=(S11*C03-S13*C01)*EP12*EP31;
0581 RF5:=1-(C01*C04-S11*S14)*EP12*EP42;
0582 IF5:=(S11*C04+S14*C01)*EP12*EP42;
0583 RF6:=(RF1*(AL1+AL2)+IF1*(BT1+BT2))/((AL1+AL2)^2+(BT1+BT2)^2);
0584 IF6:=(IF1*(AL1+AL2)-RF1*(BT1+BT2))/((AL1+AL2)^2+(BT1+BT2)^2);
0585 RF7:=(RF2*(AL1-AL2)+IF2*(BT1-BT2))/((AL1-AL2)^2+(BT1-BT2)^2);
0586 IF7:=(IF2*(AL1-AL2)-RF2*(BT1-BT2))/((AL1-AL2)^2+(BT1-BT2)^2);
0587 RF8:=(RF3*(AL1+AL3)+IF3*(BT1+BT3))/((AL1+AL3)^2+(BT1+BT3)^2);
0588 IF8:=(IF3*(AL1+AL3)-RF3*(BT1+BT3))/((AL1+AL3)^2+(BT1+BT3)^2);
0589 RF9:=(RF4*(AL1-AL3)+IF4*(BT1-BT3))/((AL1-AL3)^2+(BT1-BT3)^2);
0590 IF9:=(IF4*(AL1-AL3)-RF4*(BT1-BT3))/((AL1-AL3)^2+(BT1-BT3)^2);
0591 RF10:=(RF5*(AL1+AL4)+IF5*(BT1+BT4))/((AL1+AL4)^2+(BT1+BT4)^2);
0592 IF10:=(IF5*(AL1+AL4)-RF5*(BT1+BT4))/((AL1+AL4)^2+(BT1+BT4)^2);
0593 Q:=(AL2*AL2+BT2*BT2);
0594 RF1:=((AL2*RA2+BT2*IA2)*RF6-(AL2*IA2-BT2*RA2)*IF6)/Q;
0595 IF1:=((AL2*RA2+BT2*IA2)*IF6+(AL2*IA2-BT2*RA2)*RF6)/Q;
0596 RF2:=((AL2*RB2+BT2*IB2)*RF7-(AL2*IB2-BT2*RB2)*IF7)/Q;
0597 IF2:=((AL2*RB2+BT2*IB2)*IF7+(AL2*IB2-BT2*RB2)*RF7)/Q;
0598 Q:=(AL3*AL3+BT3*BT3);
0599 RF3:=((AL3*AC2+BT3*IC2)*RF8-(AL3*IC2-BT3*AC2)*IF8)/Q;
0600 IF3:=((AL3*AC2+BT3*IC2)*IF8+(AL3*IC2-BT3*AC2)*RF8)/Q;
0601 RF4:=((AL3*RD2+BT3*ID2)*RF9-(AL3*ID2-BT3*RD2)*IF9)/Q;
0602 IF4:=((AL3*RD2+BT3*ID2)*IF9+(AL3*ID2-BT3*RD2)*RF9)/Q;
0603 Q:=(AL4*AL4+BT4*BT4);
0604 RF5:=((AL4*RE2+BT4*IE2)*RF10-(AL4*IE2-BT4*RE2)*IF10)/Q;
0605 IF5:=((AL4*RE2+BT4*IE2)*IF10+(AL4*IE2-BT4*RE2)*RF10)/Q;
0606 RF8:=RF1-RF2+RF3-RF4+RF5;
0607 IF8:=IF1-IF2+IF3-IF4+IF5;

```

```

0608 RF4:=((R12*RF8-X12*IF8)*AL2-(R12*IF8+X12*RF8)*BT2);
0609 IF4:=((R12*IF8+X12*RF8)*AL2+(R12*RF8-X12*IF8)*BT2);
0610 RUP:=(RF4*RC2+IF4*XC2)/(RC2*RC2+XC2*XC2);
0611 IUP:=(IF4*RC2-RF4*XC2)/(RC2*RC2+XC2*XC2);
0612 UP:=SQRT(RUP*RUP+IUP*IUP);
0613 TEXT("RUP=\");
0614 EDIT("L10.4\",RUP);
0615 SPACE(3);
0616 TEXT("IUP=\");
0617 EDIT("L10.4\",IUP);
0618 SPACE(3);
0619 TEXT("UP=\");
0620 EDIT("L10.4\",UP);
0621 PRINT(?);
0622 'COMMENT'CALCUL,DE,LA,TENSION,DE,TELEDIAPHONIE,.UT.;
0622 RF1:=C01*EP12-C02*EP22;
0623 IF1:=-S11*EP12+S12*EP22;
0624 RF2:=C01*EP12-C02*EP21;
0625 IF2:=-S11*EP12-S12*EP21;
0626 RF3:=C01*EP12-C03*EP32;
0627 IF3:=-S11*EP12+S13*EP32;
0628 RF4:=C01*EP12-C03*EP31;
0629 IF4:=-S11*EP12-S13*EP31;
0630 RF5:=C01*EP12-C04*EP42;
0631 IF5:=-S11*EP12+S14*EP42;
0632 RF6:=(RF1*(AL2-AL1)+IF1*(BT2-BT1))/((AL2-AL1)^2+(BT1-BT2)^2);
0633 IF6:=(IF1*(AL2-AL1)-RF1*(BT2-BT1))/((AL2-AL1)^2+(BT1-BT2)^2);
0634 RF7:=(RF2*(AL1+AL2)+IF2*(BT1+BT2))/((AL1+AL2)^2+(BT1+BT2)^2);
0635 IF7:=(IF2*(AL1+AL2)-RF2*(BT1+BT2))/((AL1+AL2)^2+(BT1+BT2)^2);
0636 RF8:=(RF3*(AL3-AL1)+IF3*(BT3-BT1))/((AL3-AL1)^2+(BT3-BT1)^2);
0637 IF8:=(IF3*(AL3-AL1)-RF3*(BT3-BT1))/((AL3-AL1)^2+(BT3-BT1)^2);
0638 RF9:=(RF4*(AL1+AL3)+IF4*(BT1+BT3))/((AL1+AL3)^2+(BT1+BT3)^2);
0639 IF9:=(IF4*(AL1+AL3)-RF4*(BT1+BT3))/((AL1+AL3)^2+(BT1+BT3)^2);
0640 RF10:=(RF5*(AL4-AL1)+IF5*(BT4-BT1))/((AL4-AL1)^2+(BT4-BT1)^2);
0641 IF10:=(IF5*(AL4-AL1)-RF5*(BT4-BT1))/((AL4-AL1)^2+(BT4-BT1)^2);
0642 Q:=AL2*AL2+BT2*BT2;
0643 RF1:=((AL2*RA2+BT2*IA2)*RF6-(AL2*IA2-BT2*RA2)*IF6)/Q;
0644 IF1:=((AL2*RA2+BT2*IA2)*IF6+(AL2*IA2-BT2*RA2)*RF6)/Q;
0645 RF2:=((AL2*RB2+BT2*IB2)*RF7-(AL2*IB2-BT2*RB2)*IF7)/Q;
0646 IF2:=((AL2*RB2+BT2*IB2)*IF7+(AL2*IB2-BT2*RB2)*RF7)/Q;
0647 Q:=AL3*AL3+BT3*BT3;
0648 RF3:=((AL3*AC2+BT3*IC2)*RF8-(AL3*IC2-BT3*AC2)*IF8)/Q;
0649 IF3:=((AL3*AC2+BT3*IC2)*IF8+(AL3*IC2-BT3*AC2)*RF8)/Q;
0650 RF4:=((AL3*RD2+BT3>ID2)*RF9-(AL3>ID2-BT3*RD2)*IF9)/Q;
0651 IF4:=((AL3*RD2+BT3>ID2)*IF9+(AL3>ID2-BT3*RD2)*RF9)/Q;
0652 Q:=AL4*AL4+BT4*BT4;
0653 RF5:=((AL4*RE2+BT4*IE2)*RF10-(AL4*IE2-BT4*RE2)*IF10)/Q;
0654 IF5:=((AL4*RE2+BT4*IE2)*IF10+(AL4*IE2-BT4*RE2)*RF10)/Q;
0655 RF8:=RF1+RF2+RF3+RF4+RF5;
0656 IF8:=IF1+IF2+IF3+IF4+IF5;
0657 RF4:=((R12*RF8-X12*IF8)*AL2-(R12*IF8+X12*RF8)*BT2);
0658 IF4:=((R12*IF8+X12*RF8)*AL2+(R12*RF8-X12*IF8)*BT2);
0659 RUT:=(RF4*RC2+IF4*XC2)/(RC2*RC2+XC2*XC2);
0660 IUT:=(IF4*RC2-RF4*XC2)/(RC2*RC2+XC2*XC2);
0661 UT:=SQRT(RUT*RUT+IUT*IUT);

```

ANNEXE. III.RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS DONNANT LES COEFFICIENTS  $A_1, B_1, A_2, B_2$ 

Nous appliquons les conditions aux limites :

$$U_1(0) = -Z_{c1} I_{10}$$

$$U_1(\ell) = Z_{c1} I_1(\ell)$$

$$U_2(0) = -Z_{c2} I_2(0)$$

$$U_2(\ell) = Z_{c2} I_2(\ell)$$

$$U_1 = -\frac{1}{Y_1} \frac{dI_1}{dx} = k'_1 \frac{\Gamma_2}{Y_1} (B_2 e^{-\Gamma_2 x} - A_2 e^{\Gamma_2 x}) - k_1 \frac{\Gamma_1}{Y_1} (B_1 e^{-\Gamma_1 x} - A_1 e^{\Gamma_1 x})$$

$$U_2 = -\frac{1}{Y_2} \frac{dI_2}{dx} = k'_2 \frac{\Gamma_2}{Y_2} (A_2 e^{\Gamma_2 x} - B_2 e^{-\Gamma_2 x}) - \frac{\Gamma_1}{Y_2} k_2 (A_1 e^{\Gamma_1 x} - B_1 e^{-\Gamma_1 x})$$

Nous avons alors le système :

$$k_1 \frac{\Gamma_1}{Y_1} A_1 - k_1 \frac{\Gamma_1}{Y_1} B_1 - k'_1 \frac{\Gamma_2}{Y_1} A_2 + k'_2 \frac{\Gamma_2}{Y_1} B_2 = -Z_{c1} I_{10}$$

$$k_1 \left( \frac{\Gamma_1}{Y_1} + Z_{c1} \right) e^{\Gamma_1 \ell} A_1 - k_1 \left( \frac{\Gamma_1}{Y_1} - Z_{c1} \right) e^{-\Gamma_1 \ell} B_1 - k'_1 \left( \frac{\Gamma_2}{Y_1} + Z_{c1} \right) e^{\Gamma_2 \ell} A_2 + k'_1 \left( \frac{\Gamma_2}{Y_1} - Z_{c2} \right) e^{-\Gamma_2 \ell} B_2 = 0$$

$$-k_2 \left( \frac{\Gamma_1}{Y_2} - Z_{c2} \right) A_1 + k_2 \left( \frac{\Gamma_1}{Y_2} + Z_{c2} \right) B_1 + k'_2 \left( \frac{\Gamma_2}{Y_2} - Z_{c2} \right) A_2 - k'_2 \left( \frac{\Gamma_2}{Y_2} + Z_{c2} \right) B_2 = 0$$

$$-k_2 \left( \frac{\Gamma_1}{Y_2} + Z_{c2} \right) e^{\Gamma_1 \ell} A_1 + k_2 \left( \frac{\Gamma_1}{Y_2} - Z_{c2} \right) e^{-\Gamma_1 \ell} B_1 + k'_2 \left( \frac{\Gamma_2}{Y_2} + Z_{c2} \right) e^{\Gamma_2 \ell} A_2 - k'_2 \left( \frac{\Gamma_2}{Y_2} - Z_{c2} \right) e^{-\Gamma_2 \ell} B_2 = 0$$

Nous avons un système de la forme :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Z_{c1} I_{10} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

dont les coefficients sont complexes.

Ce système (A) (X) = (C)

peut s'écrire :

$$(A' + jA'') (X' + jX'') = (C' + jC'')$$

que nous pouvons développer<sup>(31)</sup> et qui aboutit au sous-système :

$$\begin{cases} A'X' - A''X'' = C' \\ A''X' + A'X'' = C'' \end{cases}$$

que l'on peut écrire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} A' & -A'' \\ A'' & A' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X' \\ X'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C' \\ C'' \end{pmatrix}$$

Le problème revient à résoudre le système à 8 dimensions :

$$\begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & a'_{14} & -a''_{11} & -a''_{12} & -a''_{13} & -a''_{14} \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & a'_{24} & -a''_{21} & -a''_{22} & -a''_{23} & -a''_{24} \\ a'_{31} & a'_{32} & a'_{33} & a'_{34} & -a''_{31} & -a''_{32} & -a''_{33} & -a''_{34} \\ a'_{41} & a'_{42} & a'_{43} & a'_{44} & -a''_{41} & -a''_{42} & -a''_{43} & -a''_{44} \\ a''_{11} & a''_{12} & a''_{13} & a''_{14} & a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & a'_{14} \\ a''_{21} & a''_{22} & a''_{23} & a''_{24} & a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & a'_{24} \\ a''_{31} & a''_{32} & a''_{33} & a''_{34} & a'_{31} & a'_{32} & a'_{33} & a'_{34} \\ a''_{41} & a''_{42} & a''_{43} & a''_{44} & a'_{41} & a'_{42} & a'_{43} & a'_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A' \\ B'_1 \\ A'_2 \\ B'_2 \\ A''_1 \\ B''_1 \\ A''_2 \\ B'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C' \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C'' \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Pour résoudre ce système nous utilisons la méthode du pivot maximum<sup>(32)</sup> (33)

### Principe de la méthode

Cette méthode consiste par élimination successives de réduire un système quelconque à un système diagonal. Prenons l'exemple suivant. Nous avons le système d'équations :

$$a_1x + a_2y + a_3z = a_4$$

$$b_1x + b_2y + b_3z = b_4$$

$$c_1x + c_2y + c_3z = c_4$$

que l'on peut mettre sous la forme :

$$(1) \begin{array}{ccc|c} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{array}$$

On choisit sur la colonne (1) le plus grand coefficient que l'on place en position (11). On divise alors la première ligne par  $a_1$

$$\begin{array}{l} (1) \quad 1 \quad a'_2 \quad a'_3 \quad | \quad a'_4 \\ (2) \quad b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad | \quad b_4 \\ (3) \quad c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad | \quad c_4 \end{array}$$

On retranche la ligne (1) multipliée par  $b_1$  à la ligne (2), même chose pour la ligne (3) mais (1) est cette fois multipliée par  $c_1$  ce qui donne :

$$\begin{array}{l} (2) \\ (1) \quad 1 \quad a'_2 \quad a'_3 \quad | \quad a'_4 \\ (2) \quad 0 \quad b'_2 \quad b'_3 \quad | \quad b'_4 \\ (3) \quad 0 \quad c'_2 \quad c'_3 \quad | \quad c'_4 \end{array}$$

On choisit entre  $b'_2$  et  $c'_2$  le plus grand coefficient que l'on positionne en (22). On divise alors la ligne (2) par  $b'_2$  :

$$\begin{array}{l} 1 \quad a'_1 \quad a'_3 \quad | \quad a'_4 \\ 0 \quad 1 \quad b''_3 \quad | \quad b''_4 \\ 0 \quad c'_2 \quad c'_3 \quad | \quad c'_4 \end{array}$$

On fait une opération analogue à la précédente de manière à faire apparaître le système :

$$(3) \begin{array}{l} (1) \quad 1 \quad 0 \quad a''_3 \quad | \quad a''_4 \\ (2) \quad 0 \quad 1 \quad b''_3 \quad | \quad b''_4 \\ (3) \quad 0 \quad 0 \quad c''_3 \quad | \quad c''_4 \end{array}$$

même travail pour la colonne (3) où l'on divise la ligne (3) par  $c''_3$  de manière à faire apparaître des 0 aux positions (13) et (23). On aboutit au système :

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & A_4 \\ 0 & 1 & 0 & B_4 \\ 0 & 0 & 1 & C_4 \end{array}$$

La solution est finalement :

$$x = A_4 \quad ; \quad y = B_4 \quad ; \quad z = C_4$$



## BIBLIOGRAPHIE

-----

- (1) GABILLARD R. Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs. Publication I.R.E.L.
- (2) FONTAINE J. Conférence du 20 avril 1972 à la Direction des études et recherches de l'E.D.F. dans le cadre des journées de l'A.S.T.E.
- (3) BUISSON J. Etude sur la susceptibilité aux parasites des ensembles de mesures nucléaires à impulsion  
28 juin 1972 publication C.E.A. Saclay
- (4) DELOGNE P. Les liaisons radio électriques par câble coaxial dans la mine  
(Institut National des industries extractives LIEGE)
- (5) SCHELKUNOFF S.A. The electromagnetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical Shields (Bell System Technical Journal -Octobre 1934)
- (6) KING P. and RONOLD N. Electromagnetic Engineering  
(Vol I Fundamentals)
- (7) STRATTON J.A. Théorie de l'électromagnétisme DUNOD PARIS
- (8) ANGOT Compléments de mathématiques (La revue d'optique éditions)
- (9) SPERGEL J. Computer crided design of braid parometers for coaxial cable, 20 th. Internation wire and cable symposium proceedings Atlantic City N.J., Dec. 2, 1971.
- (10) KRUGEL L. Abschirmwirkung var Aubenleitern flexiber koaxialkabel (Telefunken - Zeitung dezember 1956) Heft 114
- (11) BUISSON J. et GARAU J. Essais comparatifs des cables CP 368 et CP 417  
Note technique C.E.A. juin 1971
- (12) DELCOURT M. Mémoire C.N.A.M. LILLE 1972
- (13) SCHELKUNOFF and ODARENKO Cross talk between coaxial transmission lines  
(Bell System technical Journal)
- (14) CROSE R. et SIMON L. Cours de transmission téléphonique (théorie des lignes)  
Ecole Nationale Supérieure des télécommunications PARIS
- (15) ORSINI J., ROCH R., BADELLON R. Perturbation de la propagation dans les gaines coaxiales (Cables et transmission n° 4 1967)

- (16) DEMOULIN B. et FONTAINE J. Etude et mise au point d'un modèle mathématique permettant le calcul de l'impédance de transfert d'un câble à partir de ses constituants et paramètres physiques (Rapport C.E.A. janvier 1973)
- (17) KRUGEL L. Mehrfachschirmung flexibler koaxialkabel  
(Telefunken - Zeitung dezember 1956) Heft 114
- (18) Rapport L.C.I.E. 1963 Mesures d'impédances de transfert d'un câble coaxial
- (19) Rapport L.C.I.E. 1965 Mesures d'impédances de transfert d'un câble coaxial
- (20) A ESS (PROV) 55/11 892 : Cable Spécification AEE Winfrith developpement  
Réf. MM 01/50
- (21) DEMOULIN B. D.E.A. Electronique LILLE 1972
- (22) FONTAINE J., DEMOULIN B, DEGAUQUE P. and GABILLARD R.  
Feasibility of a radiocommunication in mine galleries by means of a coaxial cable having a high coupling impedance "Through the earth electromagnetics work shop"- Colorado School of Mines - GOLDEN - COLORADO U.S.A."
- (23) ROUBINE E. Lignes et antennes (Editions la revue d'optique PARIS)
- (24) DEGAUQUE P., SOIRON M. et FONTAINE J. Améliorations envisageables des liaisons phoniques X - Y phones (juillet 1972, Rapport U.S.T.L.)
- (25) METZGER G. et VABRE J.P. Electronique des impulsions tII (Masson Cie)
- (26) KUZNETSON P.I. and STRATANOVICH R.L. The propagation of electromagnetic waves in multiconductor transmission lines PERGAMON PRESS 1964
- (27) MURATA H., INAO S. and HONDO H., Electromagnetic interference with video transmission cable, 20 th. International wire and cable symposium proceedings, Atlantic City, N.J. Déc. 2, 1971
- (28) FONTAINE J. Thèse de Doctorat d'état LILLE 1969
- (29) PETIAU G. La théorie des fonctions de BESSEL, C.N.R.S. 1955
- (30) Mc LACHLAN Bessel functions for engineers, OXFORD Engn Sciences Series
- (31) DURAND F. Solutions numériques des équations algébriques tome II - Masson Cie
- (32) LEGRAS Précis d'analyse numérique DUNOD
- (33) C.N.R.S. Procédures ALGOL en Analyse numérique PARIS 1967