

50376
1973
80
numéro d'ordre : 137

exemplaire n°
50376
1973
80

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE I

pour l'obtention du titre de

DOCTEUR-INGENIEUR

par

Jean-Paul JANICOT

Ingénieur I.D.N

COMMANDE NUMERIQUE DIRECTE
PAR IMPULSIONS

APPLICATION A UN SYSTEME ECHANTILLONNE
MODULE EN LARGEUR



Soutenue, le 8 mars 1973, devant la Commission d'examen

MM. P. VIDAL	Président
J.M. TOULOTTE	Rapporteur
F. LAURENT	Examineur
N. GAROT	Invitée

A mes Parents.

AVANT PROPOS

Le travail dont nous rendons compte, dans ce mémoire, a été effectué au Centre d'Automatique de l'Université des Sciences et Techniques de Lille.

C'est avec la plus grande bienveillance que Monsieur le Professeur VIDAL nous a accueilli dans son laboratoire et nous a permis d'entreprendre nos recherches. Nous sommes particulièrement sensible à l'honneur qu'il nous a fait en acceptant de présider notre Jury.

Que Monsieur TOULOTTE, Chargé d'Enseignement à l'Université de Lille 1 trouve ici l'expression de nos remerciements pour avoir dirigé nos travaux de recherche en nous manifestant sympathie et amitié. Ses conseils éclairés nous ont été précieux.

Nous tenons à remercier Monsieur LAURENT, Maître de Conférence à l'Université des Sciences et Techniques de Lille pour les encouragements et l'aide efficace qu'il nous a toujours prodigués.

Nous sommes très honoré. par la présence dans notre Jury de Mademoiselle le Professeur GAROT, Chef du Service de Physique Pharmaceutique à l'Université du Droit et de la Santé de Lille. Nous lui exprimons ici notre plus profonde gratitude pour l'intérêt qu'elle nous a témoigné en facilitant nos recherches.

Que tous les Professeurs et tous les collègues du Centre d'Automatique et de l'Université du Droit et de la Santé trouvent ici le témoignage de notre reconnaissance pour l'aide et l'amitié qu'ils nous ont apportées .

Enfin, nous ne saurions terminer cet avant-propos sans remercier le personnel du Laboratoire pour la diligence avec laquelle il a participé à la réalisation matérielle de ce mémoire.

INTRODUCTION GENERALE

Les travaux dont nous rendons compte ici ont été entrepris au Centre d'Automatique de l'Université des Sciences et Techniques de Lille et portent sur la commande des systèmes échantillonnés à commande non linéaire.

Dans le premier chapitre, nous procédons à quelques rappels sur la représentation des systèmes et sur l'importance du modulateur et des retours dans la régulation des processus. La détermination d'une commande performante de l'état d'un système dépendant de multiples facteurs, plusieurs impératifs peuvent orienter le choix des utilisateurs et de nombreuses solutions ont été proposées. Conjuguant les actions de modulateurs particuliers et des retours. Dans le cas où toutes les composantes du vecteur état sont accessibles, l'utilisation d'un mode réglage utilisant au mieux toutes les variables captées nous a conduit à étudier l'action d'une modulation multiple du signal de commande sur des processus réels.

Nous déterminons, dans le second chapitre, pour diverses structures de multimodulateur les domaines où il est possible de commander le processus en une seule période d'échantillonnage. Si une première hypothèse suggère l'introduction d'une régulation linéaire, la possibilité de commander simplement d'assez fortes puissances tout en tenant compte des contraintes, traduction des limitations physiques du processus à régler, nous fait préférer l'emploi d'une modulation de largeur des impulsions de commande.

Afin de préciser les effets d'une telle commande, nous l'appliquons sur des processus linéaires en distinguant deux classes de systèmes suivant l'absence (chapitre III) ou la présence (chapitre IV) d'intégration dans la fonction de transfert du modèle mathématique du système. L'étude de l'évolution de la forme des domaines de commandabilité en fonction de la période d'échantillonnage et des paramètres du système, nous renseigne sur l'existence ou la non-existence d'une solution et nous permet d'envisager la détermination numérique de la valeur de commande.

Le dernier volet de notre travail est consacré à la mise en oeuvre d'une commande en temps réel. Nous proposons dans le chapitre V les algorithmes de commande pour des processus appartenant aux classes précédemment étudiées et nous faisons le point au chapitre VI des problèmes liés au calcul de la commande en temps réel.

IV.3.3 - Cas particulier des systèmes comportant deux intégrations -----	4.8
IV.4 - Détermination numérique de la commande -----	4.8
IV.4.3 - Système comportant 2 intégrations -----	4.12
IV.5 - Remarque sur la linéarisation du modulateur de largeur	4.13
IV.6 - Utilisation pratique des domaines D_1 -----	4.13
Conclusion -----	4.16
 CHAPITRE V : Calcul numérique de la commande en temps réel -----	 5.1
V.1 - Exposé de la méthode -----	5.2
V.2 - Cas d'un système du second ordre avec une constante de temps $T0+$ -----	5.2
V.3 - Cas d'un système du second ordre avec 2 constantes de temps $T0_1$ et $T0_2$ -----	5.3
V.4 - Remarques sur le temps de calcul de la commande -----	5.3
Conclusion -----	
 CHAPITRE VI : Etude des problèmes liés au calcul en temps réel de la valeur de la commande -----	 6.1
VI.1 - Variation du temps de calcul en fonction de la précision	6.2
VI.2 - Cas où la commande est appliquée avec retard -----	6.3
VI.2.1 - Cas où seule la première impulsion est modifiée -----	6.6
VI.2.2 - Application avec retard de <i>toutes</i> les impulsions de commande -----	6.11
VI.3 - Démarrage à priori de la séquence de commande -----	6.15
Conclusion -----	6.18

CONCLUSION GENERALE x REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES -

ANNEXES

- A - Modulation de largeur des impulsions de commande
- B - Programme : Moteur commandé par double modulation de largeur
et d'amplitude
- Programmes de détermination du domaine de commandabilité d'un processus
commandé par double modulation de largeur pour un système du second ordre :
- C - à deux constantes de temps distinctes $T0_1$ et $T0_2$
- E - à une seule constante de temps $T0$
- F - Programme de commande en temps réel d'un processus du second ordre

Chapitre I

INTRODUCTION AUX SYSTEMES MULTIMODULES

Les systèmes dynamiques étudiés par l'intermédiaire des méthodes de l'automatique peuvent être de nature très diverse. La nature de l'objet à régler, la structure adoptée pour l'élaboration de la commande et plus généralement le mode de transmission de l'information permettent de distinguer :

- . Les systèmes continus dans lesquels l'information toujours présente se transmet sous forme continue.
- . Les systèmes discrets pour lesquels l'information se transmet en un ou plusieurs points du système sous la forme d'échantillons ou de signaux arrivant à des intervalles de temps égaux ou variables.

L'utilisation classique d'une chaîne de retour permet de représenter les systèmes asservis sous la forme générale du schéma bloc de la figure 1.1 .

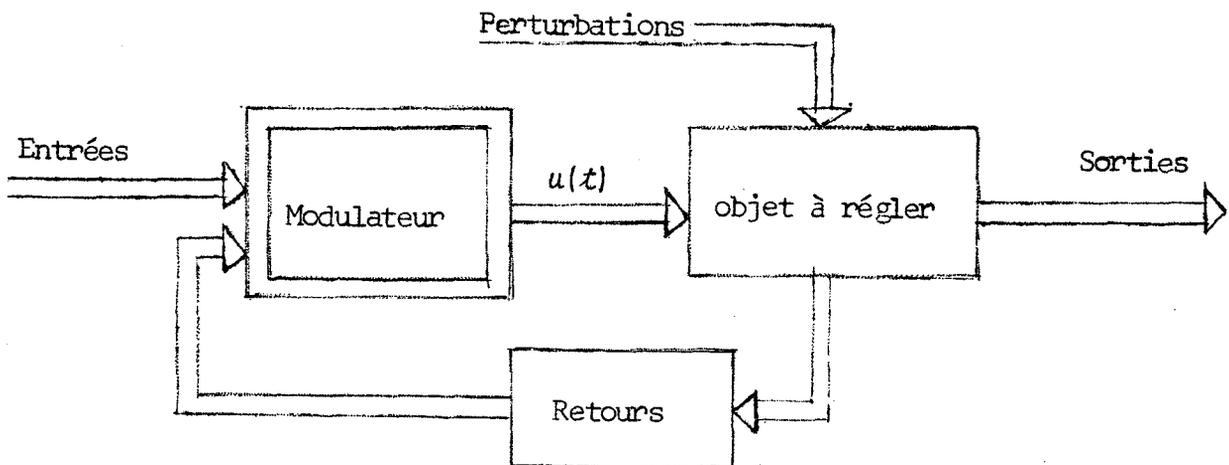


Figure 1.1

Le processus à asservir reçoit du modulateur un ensemble de grandeurs de commande $u(t)$ élaborées à partir d'informations provenant des retours, des entrées et des consignes imposées par l'utilisateur pour la conduite du processus. Dans un premier temps, nous ne prendrons pas en considération les entrées parasites ou les perturbations qui peuvent intervenir sur le fonctionnement de l'objet à régler. Toutefois, lorsque nous mettrons en oeuvre la commande d'un système réel, le choix du modulateur sera nettement influencé par son aptitude à rester insensible à la plus grande classe possible de perturbations.

Après avoir considéré divers aspects de la représentation d'un processus par un vecteur état, nous étudierons la commande échantillonnée en boucle ouverte d'un système d'ordre q par un signal modulé simultanément par l'entrée et les diverses composantes du vecteur état.

Dans l'hypothèse linéaire, puis dans le cas plus général d'une modulation quelconque avec contraintes, nous préciserons les conditions de commandabilité en une période d'échantillonnage.

Afin de pouvoir appliquer la méthode précédente aux systèmes réels sans modifications profondes, nous avons été amené à distinguer deux régimes de fonctionnement : le démarrage et le régime accroché.

I.1 - Représentation des systèmes

Dès la conception et tout au long de la mise en place d'un processus industriel, l'automaticien se voit confier une succession de problèmes des plus divers. La détermination d'un modèle mathématique ou l'identification au système réel ne sont que les étapes nécessaires à la synthèse d'une commande. Celle-ci s'obtient à l'aide d'un algorithme cherchant à optimiser un certain critère de qualité.

L'application des lois physiques, chimiques ... permet d'écrire les équations caractéristiques de l'évolution du système en fonction du temps. Ces relations se présentent, le plus souvent, sous la forme d'équations différentielles linéaires, non linéaires ou d'équations de récurrence, dont l'ordre élevé rend l'exploitation délicate. L'Ingénieur en systèmes intervient alors et en fonction de la structure du processus, du mode de fonctionnement envisagé et du domaine de variation admissible des paramètres formule des hypothèses simplificatrices.

Ces approximations tendent à fixer une fonction (ou une matrice) de transfert facilement exploitable, représentative du système pour une gamme donnée d'évolution des paramètres.

Toutefois la détermination de la valeur des sorties du système à un instant t_1 par la résolution des équations de fonctionnement nécessite la connaissance non seulement de l'évolution des entrées sur l'intervalle fermé (t_0, t_1) , mais encore de la valeur d'un certain nombre de variables à l'instant initial t_0 .

Ces paramètres choisis indépendants sont appelés variables d'état. Ils constituent les composantes du vecteur état noté à la date t : $Y(t)$.

I.2 - Importance du modulateur

Dans l'élaboration d'une commande faisant passer le système d'un état arbitraire $Y(t_0)$ à un état $Y(t_1)$ lui-même arbitraire, nous avons le choix a priori entre de nombreux modes de régulation utilisant un ou plusieurs éléments des chaînes d'action et de réaction. La complexité du système réel étudié, la sévérité des contraintes imposées et les moyens mis en oeuvre pour atteindre le but recherché serviront de guide dans la façon d'envisager les diverses réalisations pratiques possibles.

Les performances de la régulation dépendront directement de la quantité d'information prélevée pour élaborer la commande. Ainsi dans le cas où toutes les composantes du vecteur état sont observables, il est intéressant d'une part d'envisager un mode de réglage qui utilise au mieux toutes les variables captées et d'autre part d'introduire à la fois des retours parallèles et une modulation multiple du signal de commande /12/.

De nombreuses solutions ont été proposées en faisant un choix convenable du modulateur, des retours ou d'un ensemble de ces éléments. La généralisation de la notion de retour tachymétrique conduit par exemple /11//12/ : à mettre des coefficients périodiques dans la chaîne de retour. D'autres auteurs s'attachent à déterminer des modulateurs de type particulier. Nous nous placerons dans ce second cas en analysant les effets d'une modulation multiple du signal de commande sur des processus réels.

I.3 - Commande d'un processus par impulsions multimodulées

I.3.1 - Description du système

L'organe à régler est constitué d'un processus linéaire monovarié d'ordre q dont la fonction de transfert associée $L(p)$ est une fraction rationnelle en p de numérateur unité.

L'échantillonnage de la grandeur de sortie à période constante T conduit à décrire l'évolution de ce système par un vecteur état noté Y_n aux instants nT et de composantes y_n^i . Dans l'intervalle $(nT, (n+1)T)$ le signal de commande se ramène à une impulsion modulée par un vecteur échantillonné U_n de composantes $(u_n^1, \dots, u_n^j, \dots, u_n^r)$. Dans ces conditions, l'influence de la commande sur l'organe à asservir est entièrement caractérisée par une fonction $K(U_n)$ identifiée au vecteur Y_{n+1} lorsque l'objet a évolué à partir de conditions initiales nulles.

Un modèle mathématique simple décrit l'évolution de la suite vectorielle Y_n :

$$Y_{n+1} = A Y_n + K(U_n) \quad (I.1)$$

où A est une matrice carrée d'ordre q à coefficients constants qui caractérise le régime autonome du filtre pour la période d'échantillonnage T considérée //.

I.3.2 - Conditions de commandabilité

Un système est commandable en m périodes d'échantillonnage lorsqu'il est possible de définir un signal d'entrée qui à partir d'un état Y_n quelconque impose une sortie Y_{n+m} arbitrairement choisie. L'état du système à l'instant $(n+m)T$ s'exprime par la relation suivante :

$$Y_{n+m} = A^m Y_n + \sum_{j=1}^m A^{m-j} K(U_{n+j-1}) \quad (I.2)$$

Dans le cas où le modulateur est linéaire il vient :

$$Y_{n+m} = A^m Y_n + \begin{bmatrix} A^{m-1}K, A^{m-2}K, \dots, K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_n \\ U_{n+1} \\ \vdots \\ U_{n+m-1} \end{bmatrix} \quad (I.3)$$

relation qui fait apparaître la matrice de commandabilité /9/ sur m périodes de l'ensemble formé par le modulateur associé au système :

$$C_m = (A^{m-1}K, A^{m-2}K, \dots, K) \quad (I.4)$$

Le processus sera alors commandable si la matrice C_m est de rang q.

D'après le théorème de Cayley-Hamilton, la matrice A^s ($s > q-1$) est fonction linéaire des A^j ($j = 0, \dots, q-1$). Si la condition de commandabilité qui vient d'être définie n'est pas satisfaite, elle ne le sera pas pour $m > q$, en effet les nouvelles colonnes qui seraient ajoutées à la matrice de commandabilité seraient fonctions linéaires des q premières.

Une condition nécessaire et suffisante pour que le système linéaire décrit par l'équation I.3 soit commandable s'exprime donc par la relation :

$$\text{rang} (A^{q-1}K, \dots, K) = q \quad (I.5)$$

I.3.3 - Notion de domaine de commandabilité

Si nous imposons au système d'être commandable en une seule période d'échantillonnage, les conditions de commandabilité s'identifient aux conditions de résolution de l'équation vectorielle en U_n :

$$K(U_n) = Y_{n+1} - A Y_n \quad (I.6)$$

Etant donné un vecteur Z d'ordre q de composantes z^j sur un repère caractérisant un espace E , nous pouvons définir un domaine de commandabilité (D_1) tel que l'appartenance de l'extrémité du vecteur Z à ce domaine permet d'affirmer l'existence d'au moins une solution réelle U de l'équation.

$$K(U) = Z \quad (I.7)$$

Cette opération implique généralement que les vecteurs U_n et Y_n soient de même dimension.

Dans la suite de notre étude, nous nous sommes attachés à analyser tout particulièrement les domaines de commandabilité pour des processus représentés par des fonctions de transfert du second et du troisième ordre.

I.3.4 - Cas des systèmes linéaires

Le fait de prendre un modulateur linéaire simplifie beaucoup le problème. Il est en effet possible d'exprimer complètement et aisément les conditions de commandabilité.

Soit dans l'intervalle $(nT, (n+1)T)$ l'entrée du filtre constituée de r grandeurs $i^1(u_n^1), \dots, i^r(u_n^r)$ superposées, le signal $i^j(u_n^j)$ étant une impulsion linéairement modulée en amplitude par u_n^j .

L'influence d'un tel signal est définie par un vecteur k_j d'ordre q s'identifiant à Y_{n+1} lorsque $Y_n = 0$ pour une commande se réduisant à $i^j(u_n^j)$ avec $u_n^j = 1$.

Désignons par P la matrice formée par la juxtaposition des vecteurs k_j . L'équation I.1 s'écrit alors :

$$Y_{n+1} = A Y_n + P U_n \quad (I.8)$$

La commandabilité en une seule période d'échantillonnage sera assurée si nous pouvons résoudre l'équation en U_n :

$$P U_n = Y_{n+1} - A Y_n \quad (I.9)$$

La condition correspondante, analogue à celle proposée par Kalman /1/ impose que la matrice P soit de rang q. Dans le cas particulier où le nombre de composantes du vecteur colonne U_n est égal à l'ordre de la matrice A, la matrice P est alors une matrice carrée et il vient :

$$U_n = P^{-1} (Y_{n+1} - A Y_n) \quad (I.10)$$

Ce résultat théorique implique simplement l'indépendance des vecteurs k_j et donc l'introduction de q échantillonneurs linéaires différents.

Dans les systèmes réels, l'amplitude du signal de commande est toujours limitée soit par les saturations des organes d'amplification, soit par des considérations technologiques sur le système lui-même (vitesse maximum, accélération limite, etc ...). Il convient donc d'introduire un certain nombre de contraintes au niveau du modulateur. Elles se traduisent, dans la plupart des cas, sous la forme :

$$\phi (u_n^j) \leq c \quad \text{avec } c \text{ constante} \quad (I.11)$$

Ces inégalités sont alors associées à la résolution du système d'équations linéaires (I.10). Elles sont l'expression de restrictions dans le champ des commandes admissibles en une période d'échantillonnage. En effet, les saturations correspondent à des pertes dans l'information nécessaire à l'élaboration de la commande et il convient de pallier cet inconvénient par un plus grand nombre d'observations. La réponse sera plus lente mais les propriétés essentielles de ce type d'asservissement seront conservées.

I 3.5 - Commande de l'état d'un système

Si la totalité des composantes du vecteur état est accessible à chaque échantillonnage, la méthode présentée ci-après permet de commander non seulement la sortie de l'objet à régler mais encore toutes les composantes du vecteur-état aux instants d'échantillonnage.

Une optimisation dynamique du modèle étudié, au sens d'un amortissement de son régime transitoire en un temps fin, conduit à imposer au système asservi un fonctionnement caractérisé par la relation de récurrence :

$$Y_{n+1} = X_n \quad (I.12)$$

où X_n est un vecteur dont les composantes sont fonctions du signal d'entrée $x(t)$ et de ses dérivées.

Lorsque le signal d'entrée évolue de telle manière que le point M_n du coordonnées $(Y_n - A Y_{n-1})$ dans l'espace E reste en permanence dans le domaine de commandabilité D_1 , il suffit de déterminer le vecteur de commande U_n au moyen de la relation (I.6).

Si la consigne obéit à cette contrainte, nous aboutissons à un fonctionnement en régime accroché. Mais en général, lors de la mise en route d'un processus ou à cause d'une perturbation importante, il n'est pas possible d'amener le système dans un état arbitraire en une période d'échantillonnage. Le point M_n se trouvant à l'extérieur du domaine de commandabilité en une période D_1 , il est nécessaire de prévoir un algorithme de rentrée dans le domaine D_1 . En particulier, si nous utilisons la même modulation du signal de commande que dans le cas du régime accroché, nous serons assurés de trouver une séquence de commande en m périodes d'échantillonnage si le point M de coordonnées $(Y_{n+m} - A^m Y_n)$ appartient au domaine de commandabilité en m périodes D_m .

Lorsque l'ensemble modulateur-système est non linéaire, la difficulté des problèmes à résoudre est accrue. En effet, si la solution existe, elle peut ne pas être unique.

La non existence de résultat dans certaine région de l'espace d'état n'est pas le seul obstacle au choix d'une commande à appliquer au processus pour revenir dans le domaine de commandabilité D_1 . Pour les systèmes linéaires, en régime saturé, il suffit généralement de prendre la commande maximum. Dans le cas non linéaire, cela n'est plus vrai et il importe de se fixer un algorithme de retour tendant par exemple à minimiser l'énergie de commande.

CONCLUSION

La détermination d'une commande performante de l'état d'un système dépend de multiples facteurs.

De la quantité d'information physiquement disponible dépendra directement la puissance de la régulation assurée au processus. Ainsi dans le cas où toutes les composantes du vecteur état sont observables, des retours parallèles et une modulation multiple du signal de commande fournissent une solution particulièrement intéressante.

Ces considérations et les difficultés liées au régime de démarrage doivent être prises en compte pour choisir la structure du modulateur. Il faudra faire en sorte que sa réalisation donne le meilleur compromis : efficacité - simplicité de mise en oeuvre.

Chapitre II

ETUDE d'UN MODULATEUR NON LINEAIRE

Les résultats proposés à la suite des études du chapitre précédent ne précisent pas la structure des modulateurs mis en oeuvre. Le but recherché peut être la minimisation du temps de réponse en régime dynamique, l'optimisation d'un critère énergétique ou enfin la réalisation technique la plus simple ou la plus économique.

L'absence de méthode générale nous conduit à prendre une approche appliquée. Nous analysons successivement l'effet de divers types de modulateurs sur des processus particuliers.

Au cours de ce chapitre, nous allons envisager tout d'abord une structure de modulateur choisie arbitrairement. La résolution des équations I.6 fait apparaître plusieurs possibilités de réglage. La régulation par modulation linéaire multiple de l'entrée et des retours, bien que simple du point de vue théorique, ne correspond pas en général à la réalisation technique la plus économique. Dans ce sens, nous considérerons le cas particulièrement remarquable d'un signal de commande constitué par q impulsions modulées en largeur.

II.1 - Modulateur arbitrairement choisi

La modulation du signal de commande adoptée possède la structure définie par la figure 2.1. Le signal est obtenu en superposant deux impulsions rectangulaires /5/.

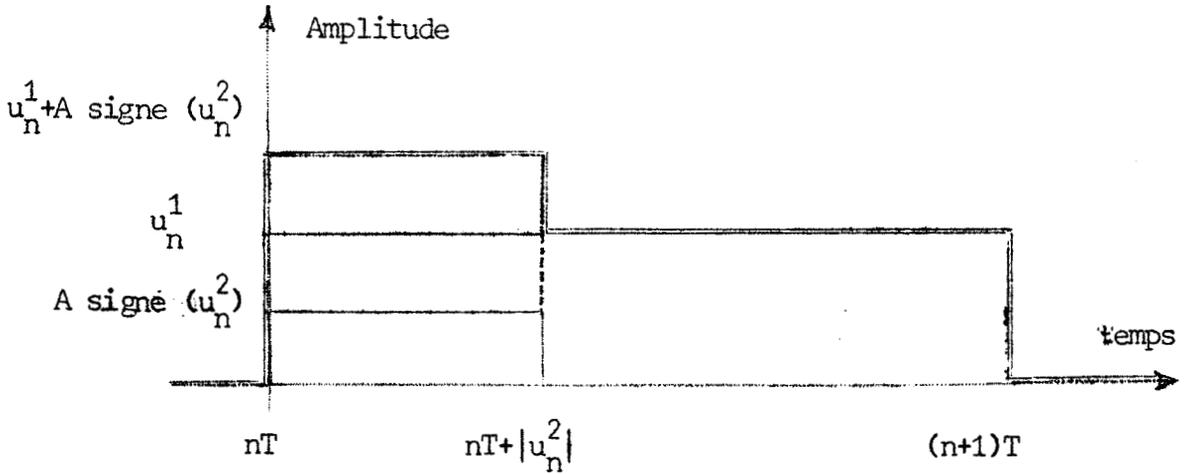


Figure 2.1 : Evolution du signal de commande en fonction du temps

La première impulsion d'amplitude u_n^1 présente une durée égale à la période d'échantillonnage T , la seconde de hauteur $A \text{ signe}(u_n^2)$ et de largeur $|u_n^2|$ implique $|u_n^2| \leq T$ dans un fonctionnement normal en régime non saturé.

Lorsque cette condition est satisfaite pour un processus à régler de fonction de transfert $L(p) = \frac{1}{p(1+\tau p)}$ le fonctionnement est régi par la relation matricielle II.1, où le vecteur état se déduit de la représentation du système :

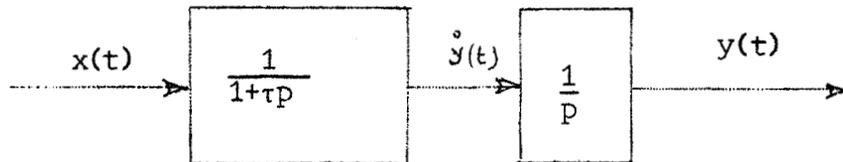


Figure 2.2

$$\begin{bmatrix} y_{n+1} \\ \circ \\ y_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tau(1-D) \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_n \\ \circ \\ y_n \end{bmatrix} + u_n^1 \begin{bmatrix} T-\tau(1-D) \\ 1-D \end{bmatrix} + A \text{ signe } u_n^2 \begin{bmatrix} |u_n^2| - D(e^{|u_n^2|/\tau} - 1) \\ D(e^{|u_n^2|/\tau} - 1) \end{bmatrix}$$

(II.I)

avec $D = e^{-T/\tau}$.

Le calcul de la valeur du signal de commande conduit à résoudre le système (II.2) d'équations en u_1 et u_2 :

$$\begin{aligned} T u_1 + A u_2 &= Z_1 + \tau Z_2 \\ A \left[(1-D)u_2 - T \operatorname{signe}(u_2) (e^{|u_2|/\tau} - 1)D \right] &= (1-D)Z_1 + (\tau(1-D) - T)Z_2 \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

La figure 2.3 représente dans le plan (Z_1, Z_2) le domaine de commandabilité en une seule période d'échantillonnage pour $A = 1$.

Dans un fonctionnement en régime non saturé, il vient $|u_2| \leq T$ et une condition nécessaire et suffisante de commandabilité en une période d'échantillonnage s'exprime par l'inégalité :

$$|(1-D)Z_1 + (\tau(1-D) - T)Z_2| \leq \tau(1-D) \operatorname{Log} \left(\frac{\tau}{T} \frac{(1-D)}{D} \right) - [\tau(1-D) - DT] = h \quad (\text{II.3})$$

Le domaine de commandabilité qui s'en déduit est représenté par la zone comprise entre deux droites d'équation :

$$(1-D)Z_1 + [\tau(1-D) - T] Z_2 = \pm h \quad (\text{II.4})$$

Il y aura deux possibilités de commande pour atteindre les états représentés par les points situés dans cette zone. Ceux dont l'image sera extérieure au domaine précédemment défini ne pourront pas être atteints en une seule période d'échantillonnage.

L'asservissement proposé pourra constituer un organe de copie pour le signal d'entrée $x(t)$ si ce dernier satisfait aux contraintes :

$$-h \leq (1-D)(x_n - x_{n-1}) + \left[\frac{DT - \tau(1-D)}{\tau} \right] x_{n-1} + x_n \left[\frac{\tau(1-D) - T}{\tau} \right] \leq h \quad (\text{II.5})$$

les inégalités fournissent en pratique l'expression des conditions que devra vérifier l'entrée du système aux instants $(n-1)T$ et nT pour recopier sans erreur à l'instant $(n+1)T$ le signal d'entrée. Nous donnons dans deux cas particuliers les relations de définition de l'entrée et la condition II.5 correspondante.

Processus de fonction de transfert $L(p) = \frac{1}{p(1+\tau p)}$

$T = \tau = 1$ seconde

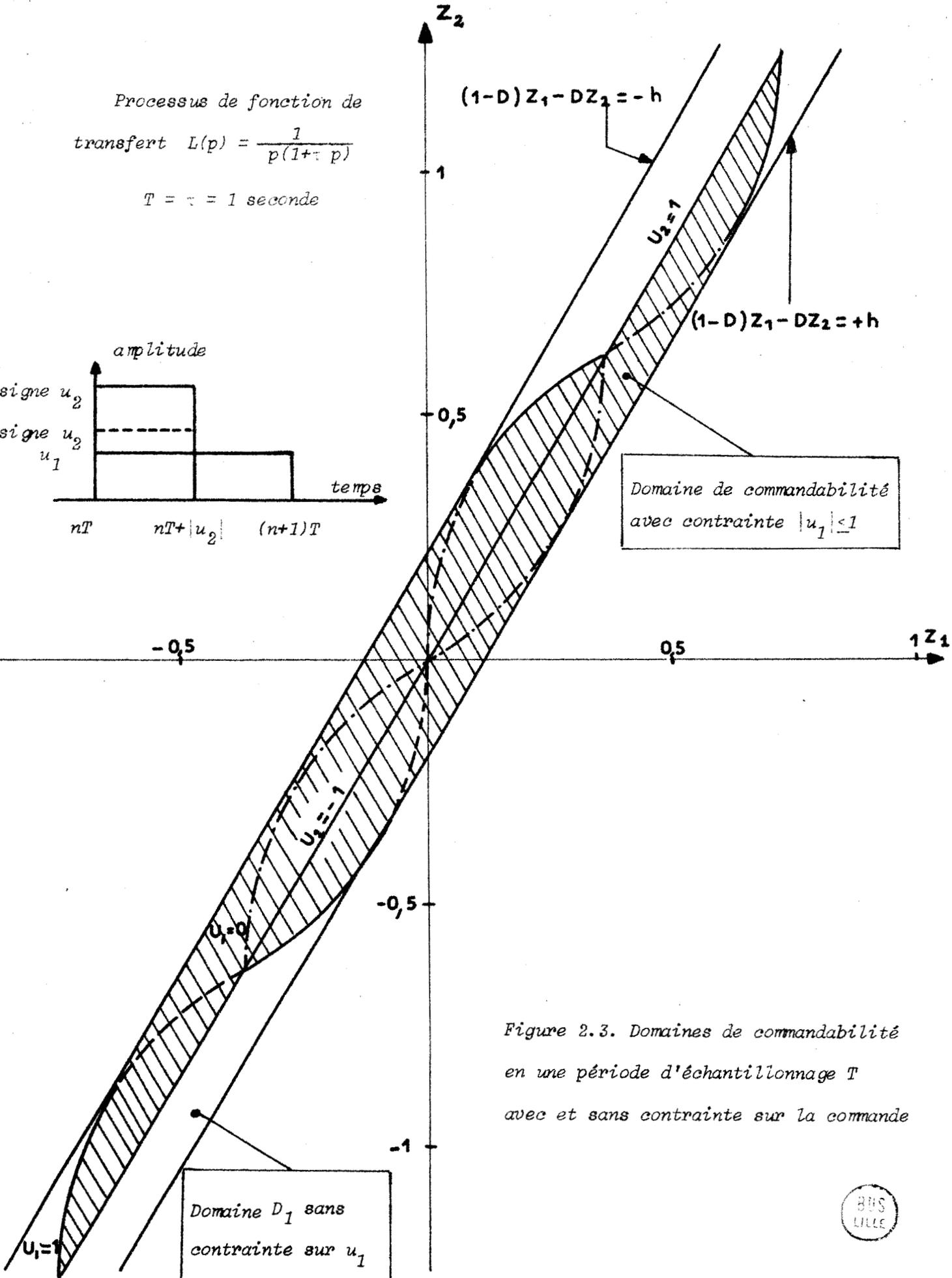
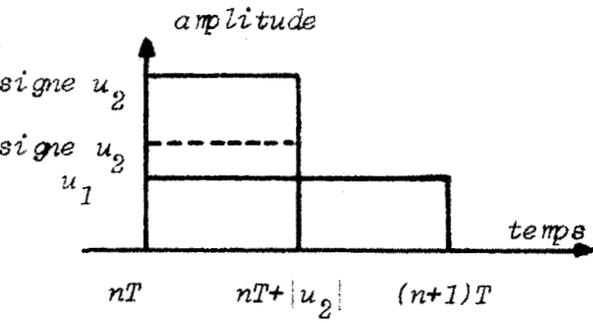


Figure 2.3. Domaines de commandabilité en une période d'échantillonnage T avec et sans contrainte sur la commande



- soit une rampe de pente α définie par $x_0 = \overset{\circ}{x}_0 = x_1 = 0$ et $\overset{\circ}{x}_1 = \alpha$

il faut que

$$|\alpha| \leq \frac{h}{|\tau(1-D)-T|} \quad (\text{II.6})$$

- soit un échelon d'amplitude a défini par $x_0 = \overset{\circ}{x}_0 = x_1 = 0$ et $x_1 = a$

il est nécessaire que

$$|a| \leq \frac{h}{1-D} \quad (\text{II.7})$$

Si nous imposons au modulateur une contrainte supplémentaire sur l'impulsion de commande modulée en amplitude, la condition de commandabilité (II.3) n'est plus alors qu'une condition nécessaire et le nouveau domaine de commandabilité en une seule période d'échantillonnage sera représenté par une restriction du domaine précédent. Il correspond à la zone hachurée de la figure 2.3. Dans ce dernier cas, il existera des zones du domaine qui seront atteintes par une seule valeur de commande (u_1, u_2) ou au contraire par deux valeurs distinctes.

Nous explicitons sur la figure 2.4 le nombre de solutions mathématiques du système (II.2) correspondant à chaque zone de la restriction du domaine de commandabilité. Ces résultats ont été obtenus par un balayage systématique du domaine des commandes admissibles (programme en Annexe B). Nous déterminons donc non seulement le nombre de valeurs de commande (u_1, u_2) conduisant à un état (Z_1, Z_2) donné, mais encore des zones du domaine de commandabilité où les signes de u_1 et u_2 sont constants. Pour lever l'indétermination sur la solution à choisir dans le cas de possibilités multiples nous imposons une condition supplémentaire sur la commande : parvenir à l'état désiré avec une consommation minimum d'énergie.

Le processus linéaire que nous avons considéré dans ce paragraphe étant du second ordre nous avons pu résoudre facilement les problèmes posés par le choix arbitraire d'un modulateur. Néanmoins, lorsque l'ordre du système augmente, il est intéressant de pouvoir étendre simplement les études faites dans le cas de processus d'ordre peu élevé. Dans ce sens, nous nous proposons d'analyser l'action d'une régulation linéaire.

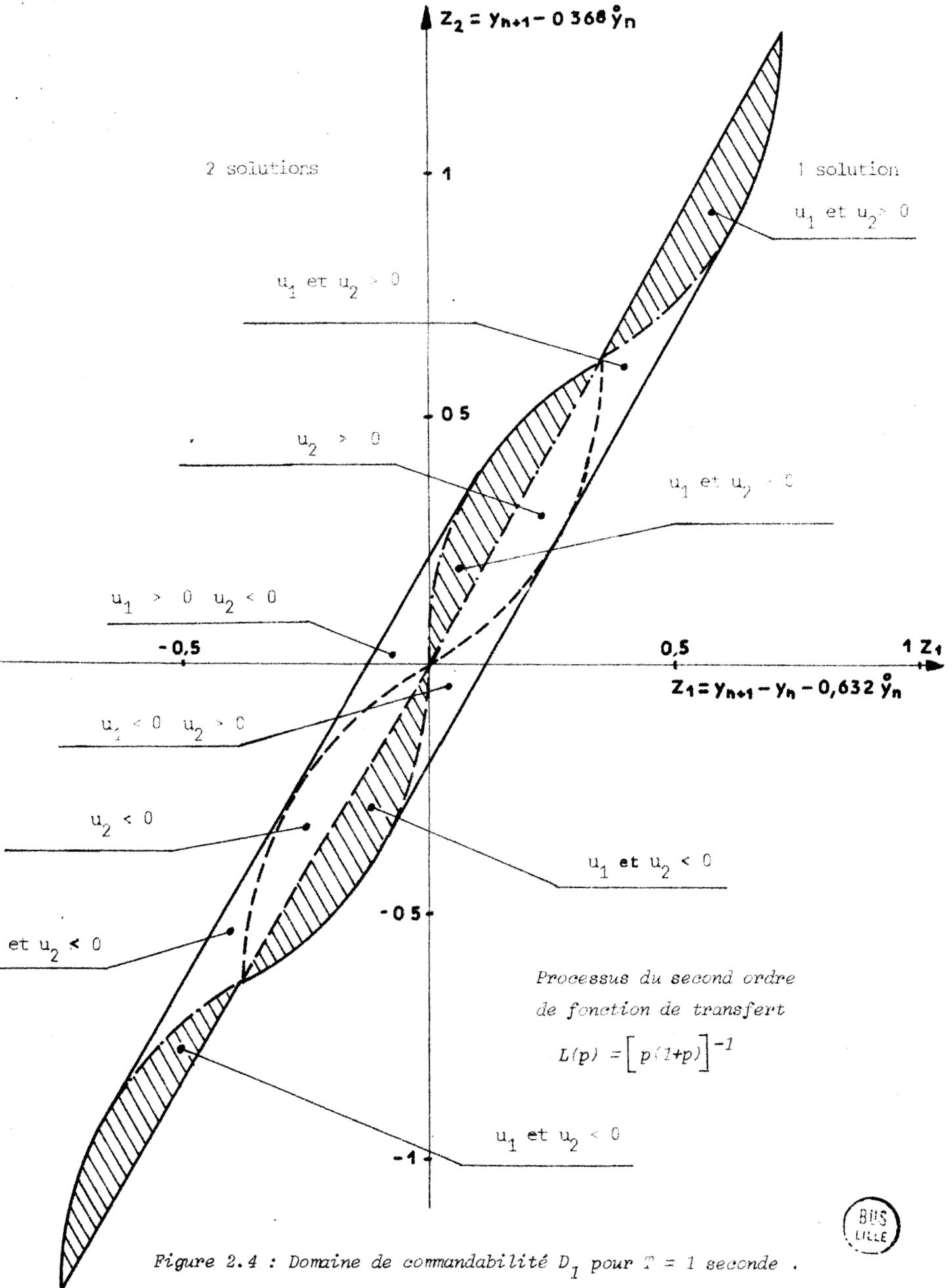


Figure 2.4 : Domaine de commandabilité D_1 pour $T = 1$ seconde .

II.2 - Modulateur linéaire

Afin de pouvoir comparer les performances d'une modulation linéaire avec celle précédemment envisagée nous considérons le même processus qu'en II.1. Le système étant d'ordre 2, la commande sera assurée en superposant deux impulsions rectangulaires d'amplitude u_n^1 et u_n^2 et de largeur respectivement égale à une et à la moitié d'une période d'échantillonnage.

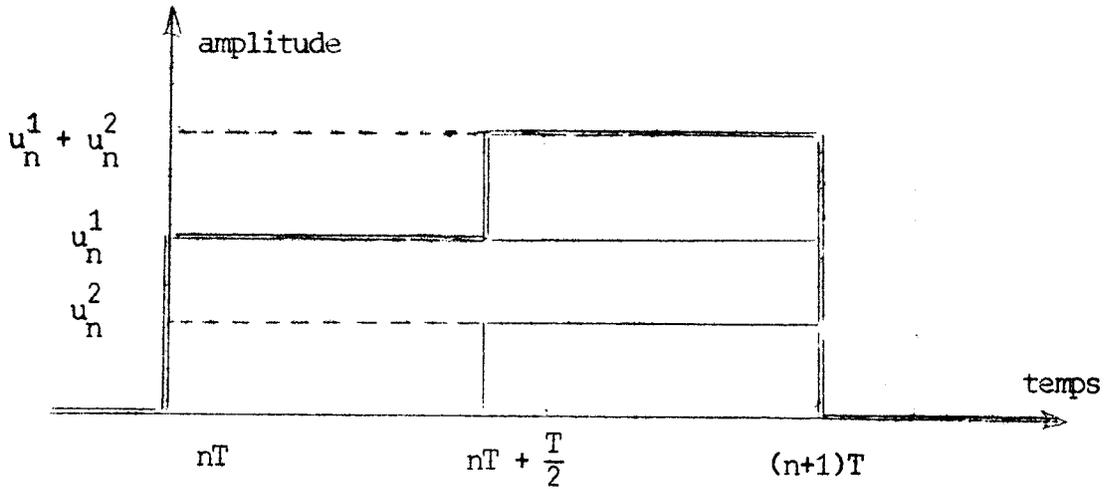


Figure 2.5 : Evolution du signal de commande en fonction du temps.

En choisissant le même vecteur état, le fonctionnement est régi par la relation matricielle II.8

$$\begin{bmatrix} y_{n+1} \\ \circ \\ y_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tau(1-D) \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_n \\ \circ \\ y_n \end{bmatrix} + u_n^1 \begin{bmatrix} \tau D + T - \tau \\ 1-D \end{bmatrix} + u_n^2 \begin{bmatrix} \tau d + \frac{T}{2} - \tau \\ 1-d \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

avec $D = e^{-T/\tau}$ $d = e^{-T/2\tau}$

Le domaine de commandabilité en une période d'échantillonnage n'est pas limité, il s'étend à tout le plan (Z_1, Z_2) pour $T = \tau = 1$ s, il vient :

DOMAINE de COMMANDABILITE

1 Période avec

MITATION ENERGETIQUE

pour un processus de fonction

$$L(p) = \frac{1}{p(1+p)}$$

= 1seconde

es domaines sont

ymétriques par rapport à 0

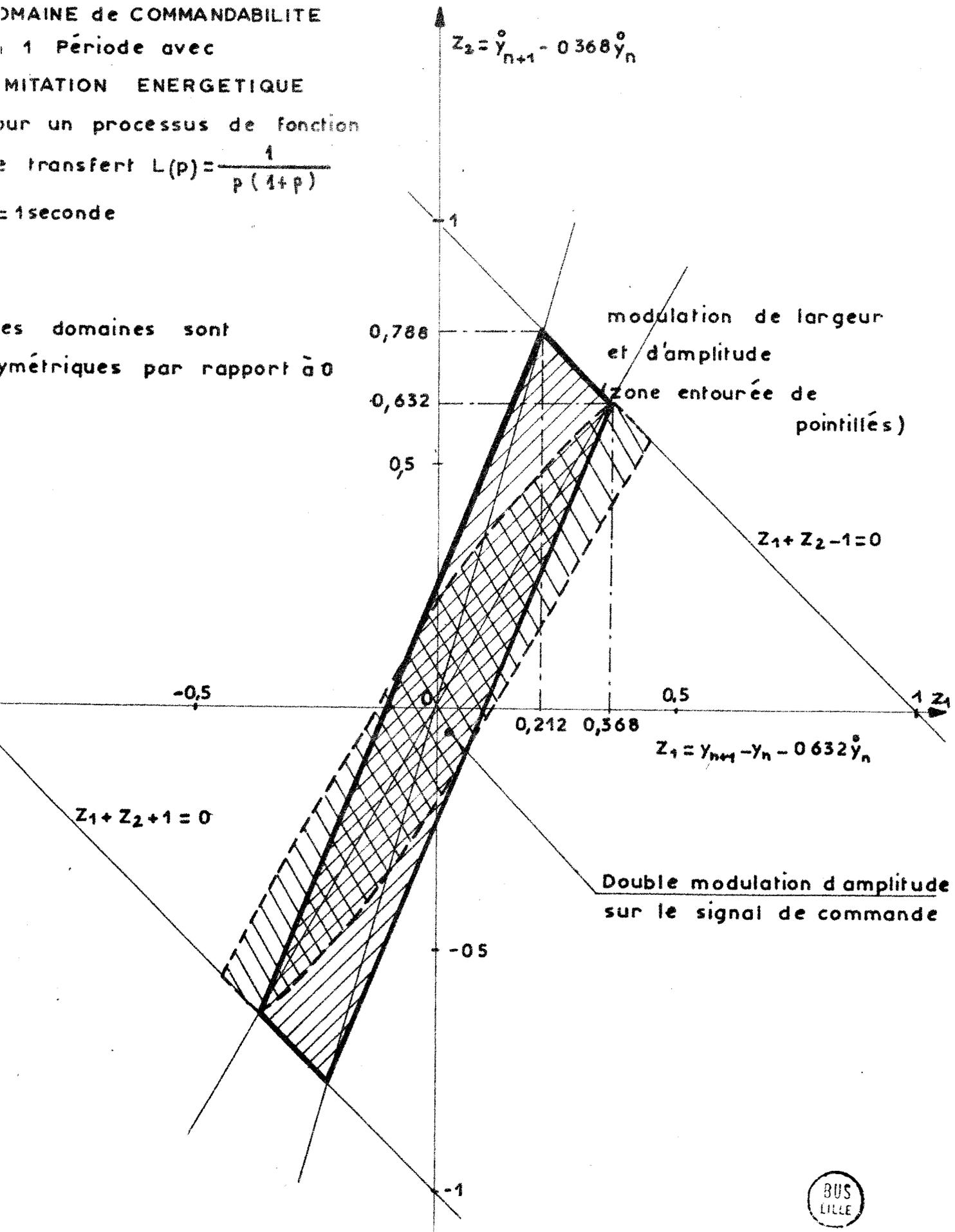


Figure 2-6



$$\begin{cases} Z_1 = u_1 d^2 + u_2 (d-0,5) \\ Z_2 = u_1 (1-d^2) + u_2 (1-d) \end{cases} \quad \text{avec } d = e^{-0,5} \quad (\text{II.9})$$

L'amplitude des impulsions de commande s'en déduit facilement :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{2(1-d)Z_1 - (2d-1)Z_2}{(1-d)^2} \\ u_2 = \frac{2[d^2Z_2 - (1-d^2)Z_1]}{(1-d)^2} \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

Il existe toujours des contraintes sur la commande. On peut en effet considérer une limitation soit de l'amplitude de chacune des impulsions soit de l'amplitude du signal de commande, soit enfin de l'énergie de commande.

Si nous imposons une contrainte de la forme $|u_i| \leq 1$ ou $\sum |u_i| \leq 1$, le domaine de commandabilité en une période d'échantillonnage se réduit à l'intérieur d'un parallélogramme dont deux côtés sont portés par les droites transcription graphique de la condition :

$$|Z_1| + \tau |Z_2| < 1 \quad (\text{II.11})$$

La figure 2.6 donne une comparaison des domaines de commandabilité en une seule période d'échantillonnage lorsque nous imposons une limitation de l'énergie de commande dans les cas d'un signal de commande ayant la forme représentée sur les figures 2.1 et 2.4 .

Pour les systèmes d'ordre élevé, la détermination des valeurs de commande nécessite l'utilisation d'un organe de calcul. La classe des régulations linéaires se révèle alors peu pratique à mettre en oeuvre car elle implique l'utilisation de convertisseurs, ainsi que la réalisation de q modulateurs linéaires différents. Le système asservi prend alors la forme de la figure 2.7 où les blocs A.D et D.A représentent des convertisseurs analogique-numérique et numérique analogique.

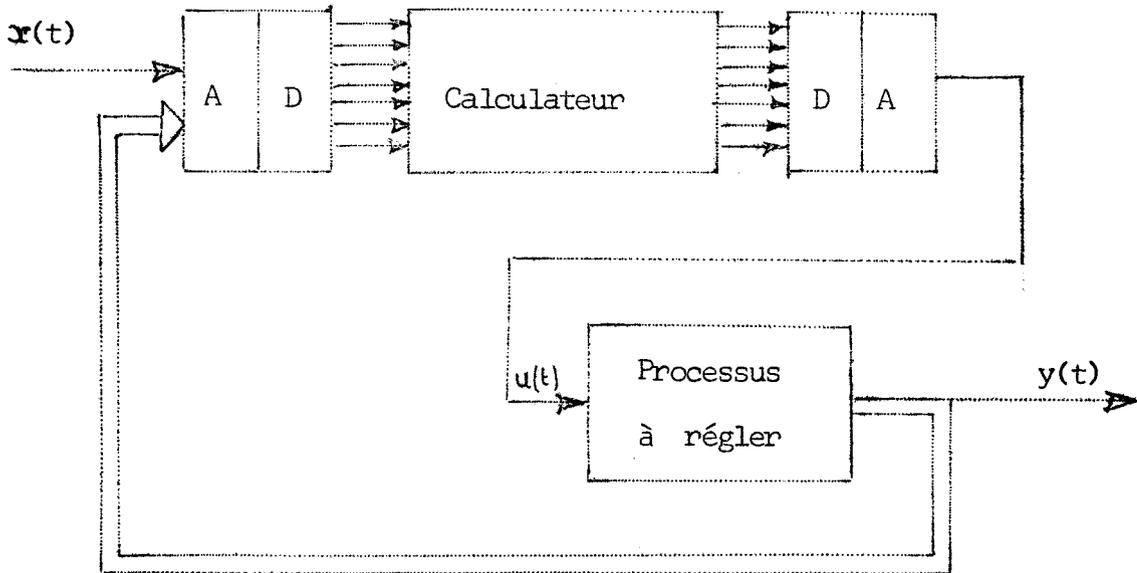


Figure 2.7

II.3 - Modulateur non linéaire

Pour pallier les divers inconvénients présentés par la classe des régulations linéaires et commander simplement une puissance importante, il est nécessaire de préciser la classe des modulateurs utilisés. En effet les modulateurs les plus simples technologiquement font appel à des équations de récurrence non linéaires. Pour des raisons d'ordre pratique, il nous paraît nécessaire de disposer d'un modulateur fiable, insensible aux bruits qui permette l'obtention d'une grande puissance de commande tout en limitant les contraintes mécaniques sur l'organe asservi. Tous ces caractères ayant évidemment leur contrepartie, il est souhaitable que les inconvénients spécifiques à ce type de modulation soient réduits.

La classe des modulateurs de largeur des impulsions de commande répond à toutes ces préoccupations, aussi présentons nous en détail dans l'annexe A ces éléments en précisant pour chacun d'eux la loi de durée de l'impulsion ainsi que la caractéristique d'amplitude adoptées.

Description et mise en équation

Pour un processus linéaire d'ordre q et dans l'intervalle $\left[(n + \frac{j-1}{q})T, (n + \frac{j}{q})T \right]$ ($j=1, \dots, q$) nous appliquons à l'entrée du système une impulsion de largeur $|u_n^j|$ et d'amplitude $A_j \text{ signe}(u_n^j)$ où u_n^j caractérise la $j^{\text{ième}}$ impulsion de commande.

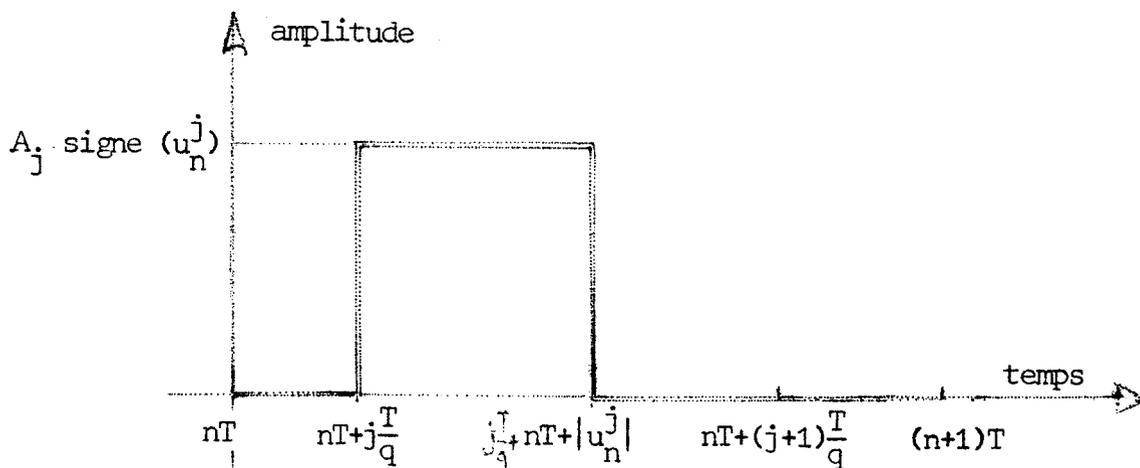


Figure 2.8 : Evolution en fonction du temps de la $j^{\text{ième}}$ impulsion de commande.

Le vecteur contribution de la régulation $K(U_n)$, défini en II.1, prend en régime non saturé une forme particulière suivant le type de stabilité du processus à régler /z/.

Si nous désignons par :

- $A(t)$ la matrice carrée d'ordre q correspondant au régime autonome du filtre à l'instant t .
- $B(t)$ le vecteur comportant q composantes caractéristique de l'état du système à l'instant t lorsque nous appliquons à l'instant $t=0$ un échelon de position unité à partir de conditions initiales nulles.
- A_j une constante fixée arbitrairement pour la $j^{\text{ième}}$ impulsion de la commande.

Il vient :

$$K(U_n) = \sum_{j=1}^q A \left(\frac{q+1-j}{q} T - |u_n^j| \right) B(|u_n^j|) A_j \text{ signe } (u_n^j) \quad (\text{II.12})$$

Si la fonction de transfert associée au processus ne comporte pas de pôle nul, le vecteur $B(t)$ peut s'écrire sous la forme :

$$B(t) = (I - A(t)) H \quad (\text{II.13})$$

expression dans laquelle :

I est une matrice d'ordre q

H est un vecteur colonne d'ordre n dont tous les éléments sont égaux à 1.

Il vient alors :

$$K(U_n) = \sum_{j=1}^q A\left(\frac{q+1-j}{q}\right) T - |u_n^j| \left(I - A(|u_n^j|)\right) H A_j \text{ signe } u_n^j \quad (\text{II.14})$$

CONCLUSION

Les problèmes liés au choix d'un modulateur laissent l'utilisateur en face de deux solutions extrêmes. D'un côté, il peut obtenir facilement les valeurs de la commande mais la mise en oeuvre est délicate et coûteuse. D'autre part, la réalisation est facile mais au prix de calculs beaucoup plus difficiles.

La régulation par multimodulation de largeur est compatible avec l'emploi de machines numériques en temps réel, le calculateur peut intervenir directement sur le modulateur par l'intermédiaire de signaux logiques et ceci pour de larges variations de la puissance mise en jeu par le signal de commande.

Cette propriété évite l'introduction de convertisseur numérique-analogique dans la chaîne d'action et permet par des algorithmes de calcul voisins la commande de processus de nature très différente.

Certains types de multimodulation facilitent de plus l'exploitation des calculs ; nous nous proposons de les étudier plus particulièrement dans les chapitres suivants.

Chapitre III

ETUDE DES PROCESSUS SANS INTEGRATION

Les deux premiers chapitres de notre travail ont permis de mettre en évidence l'intérêt de la commande par multimodulation de processus linéaires. Nous nous proposons maintenant de traiter dans les chapitres III et IV un certain nombre d'exemples de régulation, en précisant pour le régime établi les conditions de commandabilité relatives à la sortie imposée au processus.

Dans le cas où la fonction de transfert comporte deux constantes de temps, nous définissons un domaine de commandabilité tel que si le point représentatif de l'état du système est extérieur au domaine, il est impossible de commander le système en une période d'échantillonnage.

Le choix des commandes est rendu délicat par la non linéarité de toutes les composantes.

III.1 - Mise en équation d'un système du second ordre

Soit le système du second ordre de fonction de transfert L(p)

$$L(p) = \frac{1}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

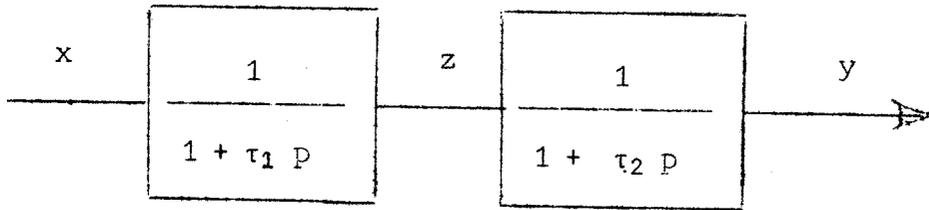


Figure 3.1

Avec Y_n vecteur état de composantes z_n et y_n correspondant à la décomposition de la figure 3.1, la matrice A correspondant au régime autonome sur une période d'échantillonnage se présente sous la forme :

$$A = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ \tau_1 \begin{bmatrix} D_1 - D_2 \\ \tau_1 - \tau_2 \end{bmatrix} & D_2 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} D_1 &= d_1^2 = e^{-\frac{T}{\tau_1}} \\ D_2 &= d_2^2 = e^{-\frac{T}{\tau_2}} \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

La contribution d'une double modulation de largeur et d'amplitude soit $|u_i|$ et A_i signe (u_i) avec $i = 1$ et 2 , appliquée à l'entrée du système entre les instants $[nT + (i-1) \frac{T}{2}]$ et $[nT + i \frac{T}{2}]$ s'écrit en régime non saturé :

$$K(U_n) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^2 A_i \text{signe}(u_i) d_1^{3-i} (e^{|u_i|/\tau_1} - 1) \\ \sum_{i=1}^2 A_i \text{signe}(u_i) \frac{\tau_1 d_1^{3-i} (e^{|u_i|/\tau_1} - 1) - \tau_2 d_2^{3-i} (e^{|u_i|/\tau_2} - 1)}{\tau_1 - \tau_2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

III.2 - Tracé des domaines

La période d'échantillonnage et les constantes de temps du processus étant fixées, le choix des états initial Y_n et final Y_{n+1} étant effectué, l'existence d'une commande U_n assurant l'état désiré au bout d'une période d'échantillonnage est la conséquence (I.3.3) de l'appartenance ou de la non appartenance de l'extrémité du vecteur $K(U_n)$ de composantes z_j au domaine D_1 de commandabilité en une seule période d'échantillonnage.

L'utilisation d'un balayage systématique du champ des commandes admissibles permet d'obtenir rapidement le tracé du domaine D_1 . L'usage d'un ordinateur facilite l'étude de la déformation du domaine de commandabilité en fonction des divers paramètres (période d'échantillonnage, constantes de temps) et de leurs valeurs relatives.

Pour réduire le temps de calcul, nous utilisons le fait que dans les cas étudiés les domaines sont symétriques par rapport à l'origine, en ne balayant que la moitié du plan des commandes non saturées admissibles.

Nous proposons successivement deux mises en oeuvre de la méthode de balayage paramétrique sur ordinateur numérique et sur calculatrice analogique hybride.

III.2.1 - Détermination numérique

Les programmes rédigés en Fortran IV (annexe C) ont été testés sur le ordinateur P 9200 de l'Institut Industriel du Nord. La période d'échantillonnage, les constantes de temps du système, et les pas de calcul sont réglables indépendamment /18/.

De façon à pouvoir comparer les résultats théoriques obtenus par simulation numérique avec ceux obtenus par commande en vitesse et en temps réel d'un groupe Ward-Léonard, nous avons considéré la fonction de transfert du processus assimilée à celle d'un système du second ordre, soit :

$$L(p) = \left[\frac{1}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)} \right]^{-1} \quad \text{avec } \tau_1 = 0,275 \text{ s} \quad \text{(III.3)}$$

et $\tau_2 = 0,175 \text{ s}$

Les programmes permettent de déterminer la forme du domaine de commandabilité pour T, τ_1 en laissant à l'utilisateur le choix des pas de balayage du plan des commandes admissibles.

La structure multimodulée de la commande appliquée au système conduit à un vecteur-contribution de la modulation de la forme :

$$K(U_n) = k_1(u_1) + k_2(u_2) \quad (\text{III.4})$$

Si nous désignons ^{par} C_i ($i=1,2$) la courbe obtenue en faisant $u_j = 0$ et graduée en fonction de u_i , il est possible d'obtenir tout le domaine de commandabilité par translation de la courbe C_i le long de la courbe C_j ($i \neq j$).

Le tracé des courbes C_1 et C_2 et l'utilisation d'un calque permettent aussi la détermination rapide des valeurs de u_1 et u_2 correspondant à une valeur de Z préalablement fixée.

Les résultats obtenus pour des valeurs de la période d'échantillonnage égales à 0,1s ; 0,175 s soit τ_2 , 0,2 s , 0,275 s soit τ_1 et 0,45 s sont représentés sur les figure 3.2. et 3.3.

La figure 3.4 donne la forme du domaine D_1 correspondant à la valeur $T = 0,1$ s.

III.2.2 - Simulation analogique des domaines de commandabilité

La détermination des domaines de commandabilité peut se faire également par une méthode de simulation analogique. Nous présentons successivement les sous-programmes analogique et logique puis les divers montages réalisés sur le calculateur EAI 580 du Centre d'Automatique /13.14/.

Exposé de la méthode

La méthode analogique utilise un calcul itératif avec variation des commandes pour différents pas de calcul. Les caractéristiques du système étant fixées, nous effectuons un balayage du plan des commandes admissibles en nous plaçant en régime non saturé. Pour simplifier l'exposé, nous considèrerons le cas d'un système d'ordre 2. La figure 3.5 représente la procédure utilisée.

Elle consiste en une suite de cycles de calcul avec balayage en $x = u_1$ de pas Δx , $y = u_2$ étant constant ; cette suite est elle-même reprise pour diverses valeurs de y par pas Δy . U_n comparateur détermine la fin d'une suite par détection de saturation de la commande.

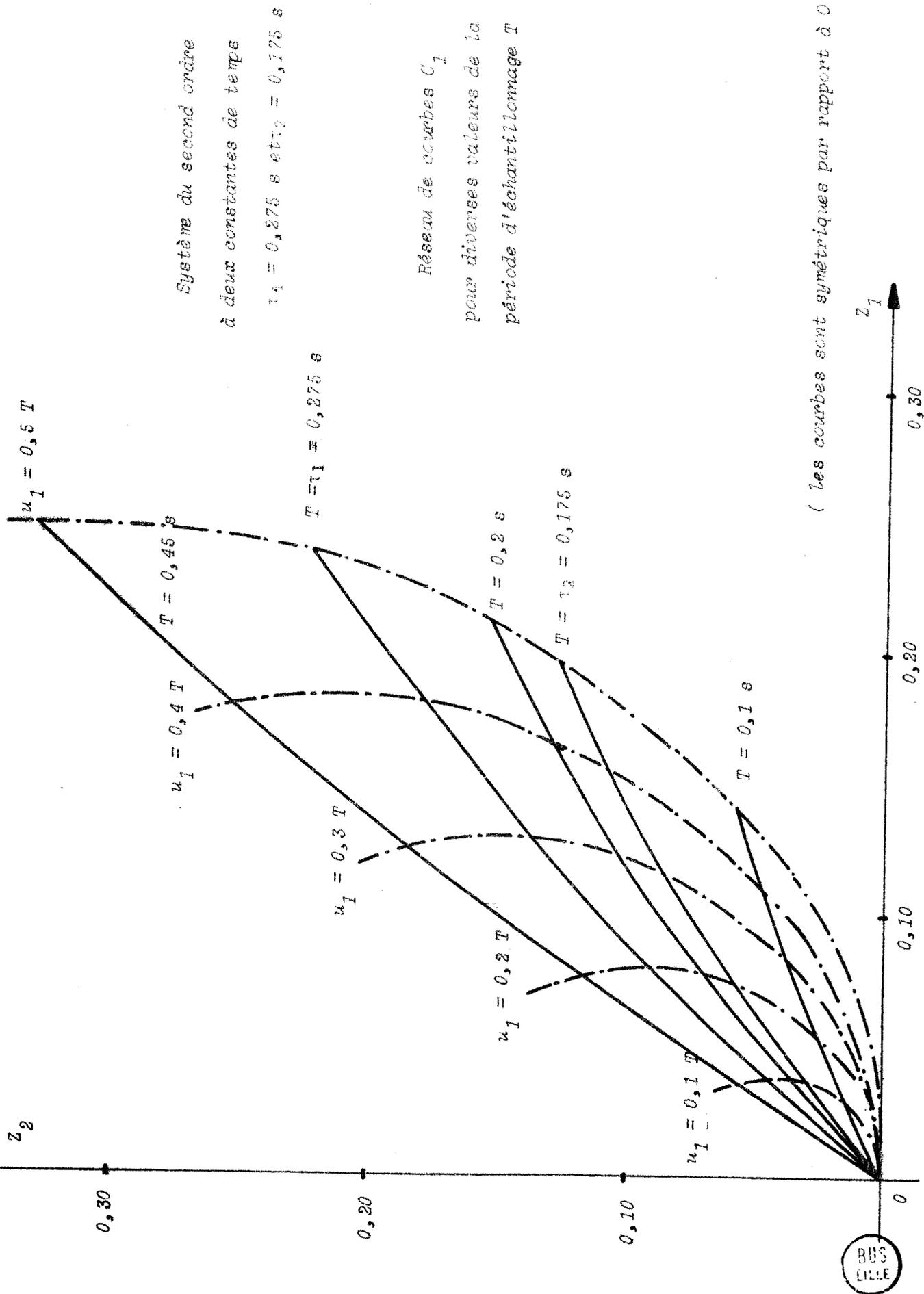
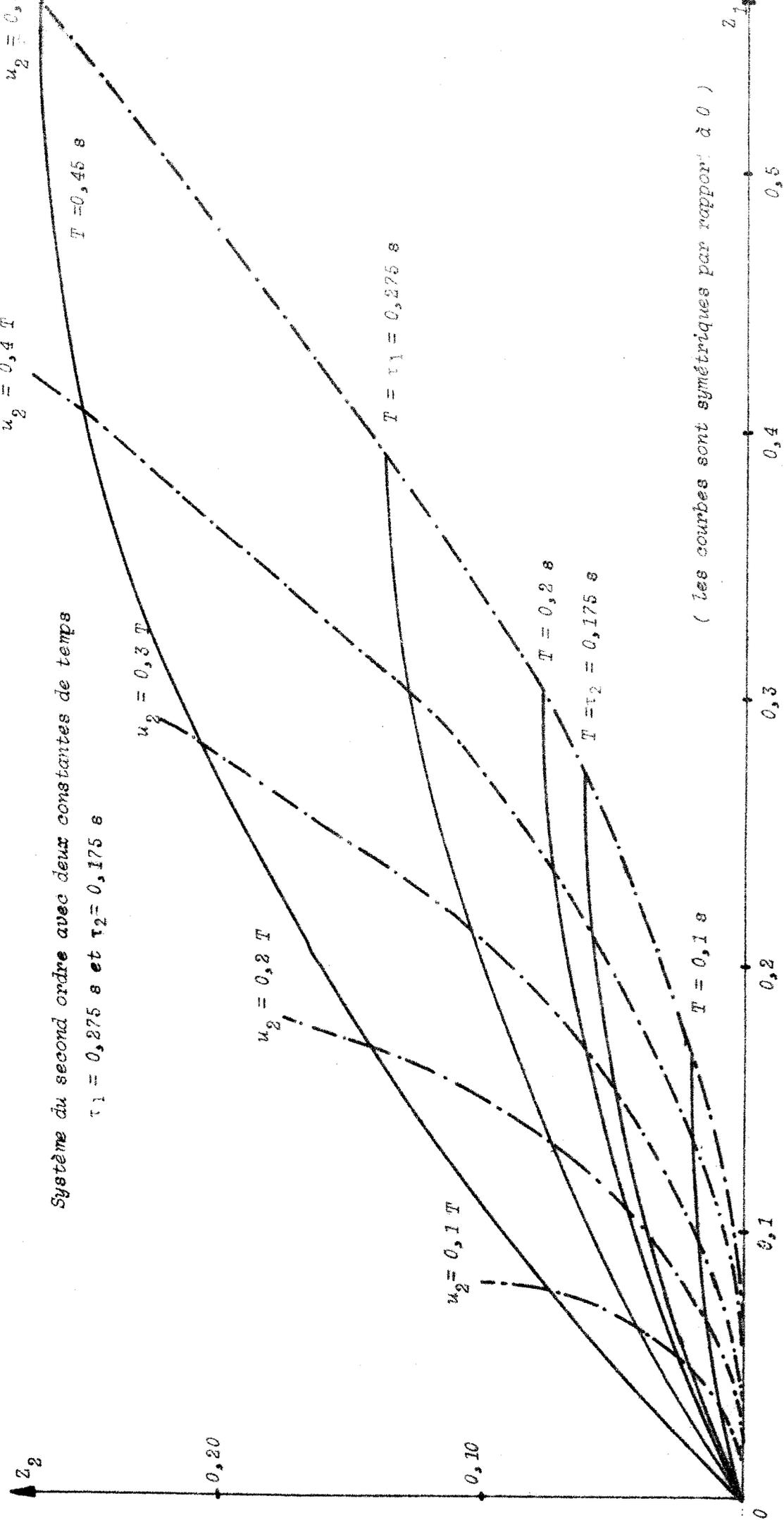


Figure 3.2. Contribution de la première impulsion de commande modulée en longueur quand $u_n^2 = 0$

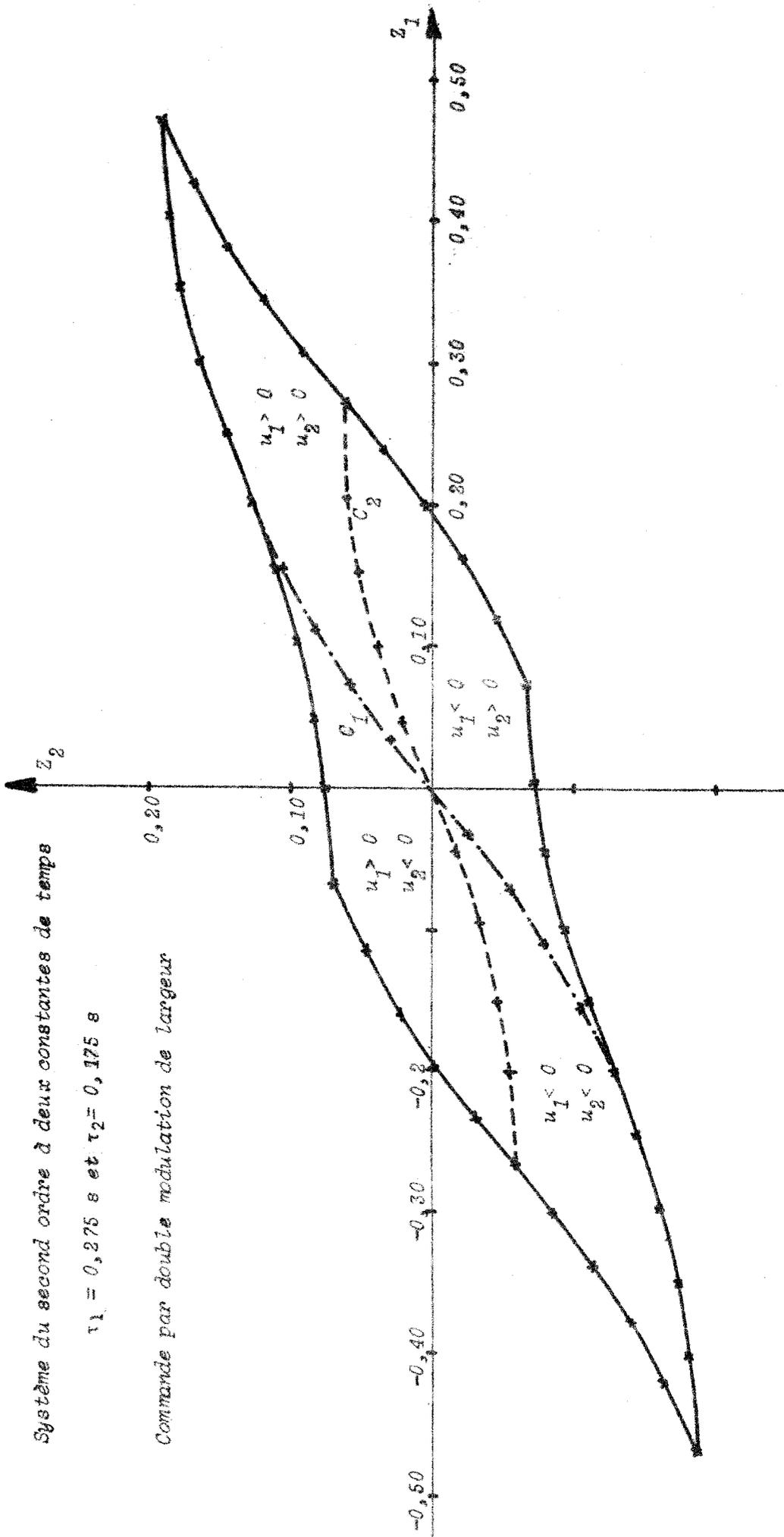


Système du second ordre avec deux constantes de temps

$\tau_1 = 0,275 s$ et $\tau_2 = 0,175 s$

Figure 3.3 Réseau de courbes C_2 pour diverses valeurs de la période d'échantillonnage T
 Contribution de la seconde impulsion de commande modulée en largeur quand $u_2^1 = 0$





Systeme du second ordre à deux constantes de temps

$\tau_1 = 0,275 \text{ s}$ et $\tau_2 = 0,175 \text{ s}$

Commande par double modulation de largeur

Figure 3.4. Domaines de commandabilité en une période d'échantillonnage $T = 0,175 \text{ s}$



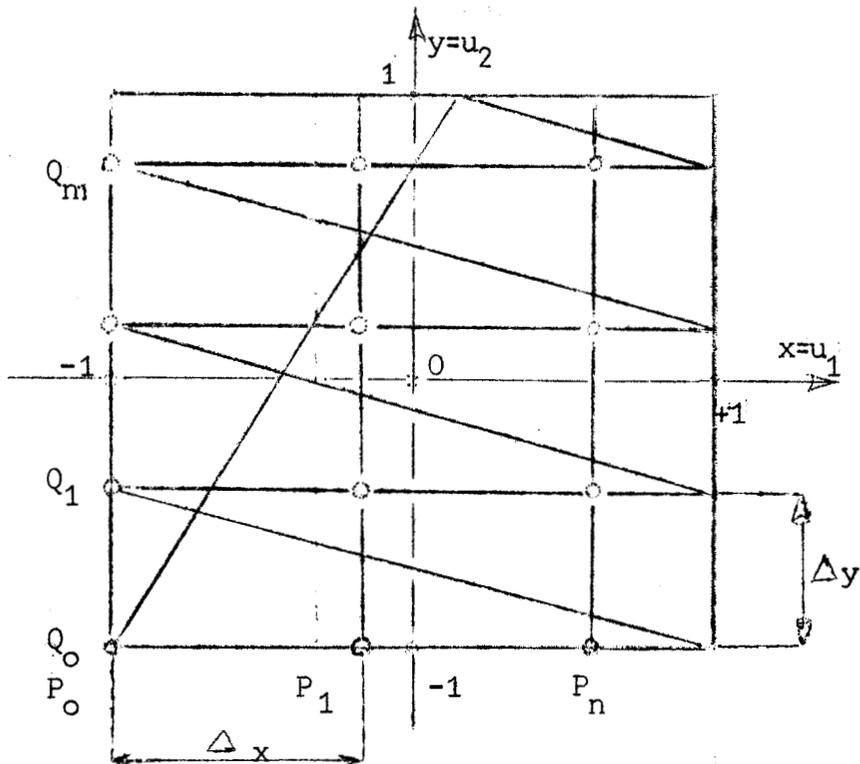


Figure 3.5

Sous-programme logique

L'élaboration des commandes logiques est guidée par les considérations suivantes :

- les pas de calcul x et y sont réglables indépendamment par les potentiomètres P_1 et P_2 .
- la réinitialisation du cycle de calcul se fait par l'intermédiaire du bouton poussoir (PB)
- l'arrêt en cours de calcul est possible en utilisant le bouton CLEAR
- la commande d'un bloc intégrateur s'effectue par les variables IC et OP suivant le tableau 3.6

Mode \ Commande logique	OP	IC
Calcul (OP)	1	1
Conditions initiales (IC)	1/0	1
Gel (H)	0	0

Figure 3.6

L'utilisation du fait que le mode IC est prépondérant permet de simplifier le schéma de calcul.

Lors de chaque simulation il est nécessaire de fixer la valeur des périodes d'échantillonnage, du cycle de calcul et de la mise en conditions initiales en respectant des contraintes simples.

L'affichage d'un compteur DC0 ou de l'horloge réglable fixe le temps maximum $\frac{T}{q}$ pendant lequel la commande u_1 peut être appliquée au système. De plus il est nécessaire de choisir la période du cycle de calcul \bar{A} de telle façon que $\bar{A} > 3 T$, pour permettre à la plume de la table traçante de noter chaque point du domaine D_1 puis assurer un retour à l'origine avant le début du cycle suivant.

Quatre figures présentent le détail de la réalisation pratique de la méthode de balayage paramétrique. Nous rappelons dans l'annexe Q la signification des symboles utilisés sur les schémas de câblage.

Les traits renforcés représentent les liaisons analogiques, les traits simples figurent le câblage de la partie logique.

Après avoir, pour chaque pas de calcul, élaboré automatiquement les commandes analogiques $x = u_n^1$, $y = u_n^2$... (figure 3.7), un montage permet d'obtenir des impulsions de largeur $\frac{T}{q}$ en utilisant soit la partie logique de la calculatrice EAI 580 (figure 3.8) dans le cas où $q = 1, 2$ ou 3 et $\frac{T}{q} < 10$ s soit un simulateur logique indépendant dont les éléments embrochables assurent une plus grande latitude dans le choix de la période d'échantillonnage et de l'ordre du système simulé (figure 3.9). Le dispositif représenté sur la figure 3.10 assure en dehors de l'intervalle $(nT + \frac{i-1}{q} T, nT + i \frac{T}{q})$ une commande nulle et permet d'élaborer à partir de la $i^{\text{ème}}$ impulsion de largeur $\frac{T}{q}$ la $i^{\text{ème}}$ impulsion de largeur $|u_n^i|$

Dans les mêmes conditions que pour la simulation numérique, la figure 3.11 donne les courbes de base permettant l'obtention du domaine D_1 .

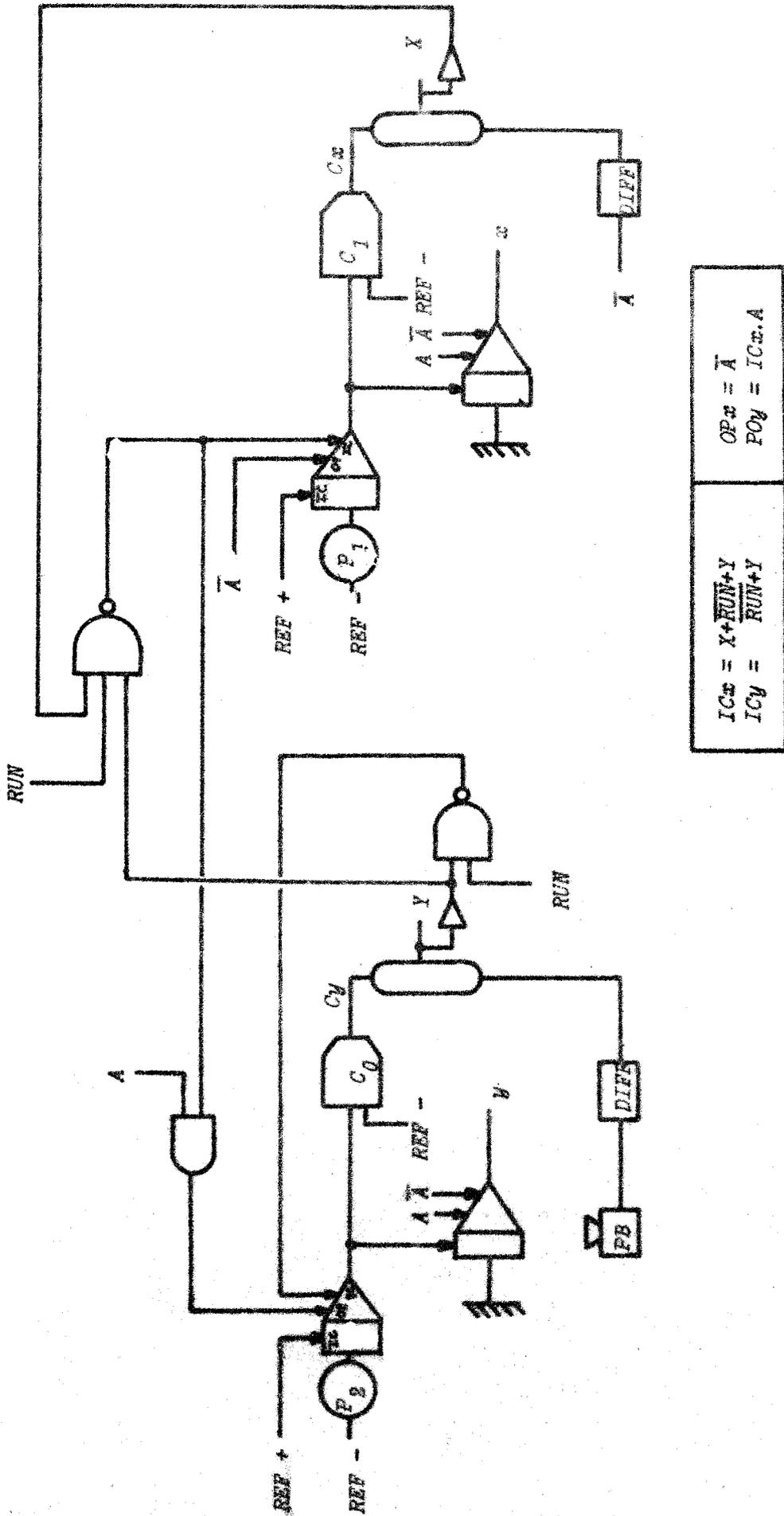


Figure 3.7 Sous programme logique de balayage du champ des commandes admissibles.

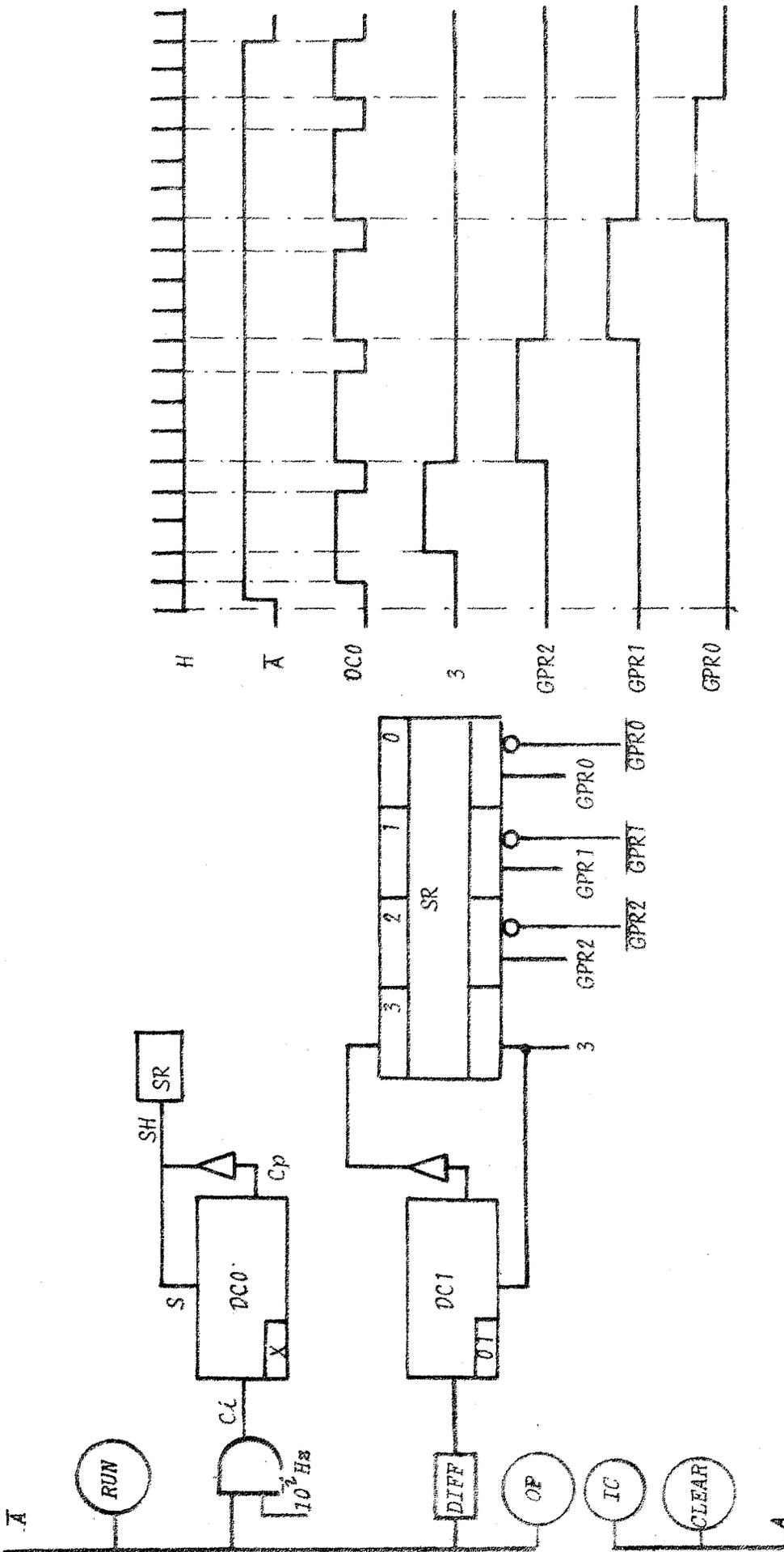


Figure 3.8 Simulation analogique du domaine D_1 - Elaboration des impulsions de largeur $\frac{T}{q}$

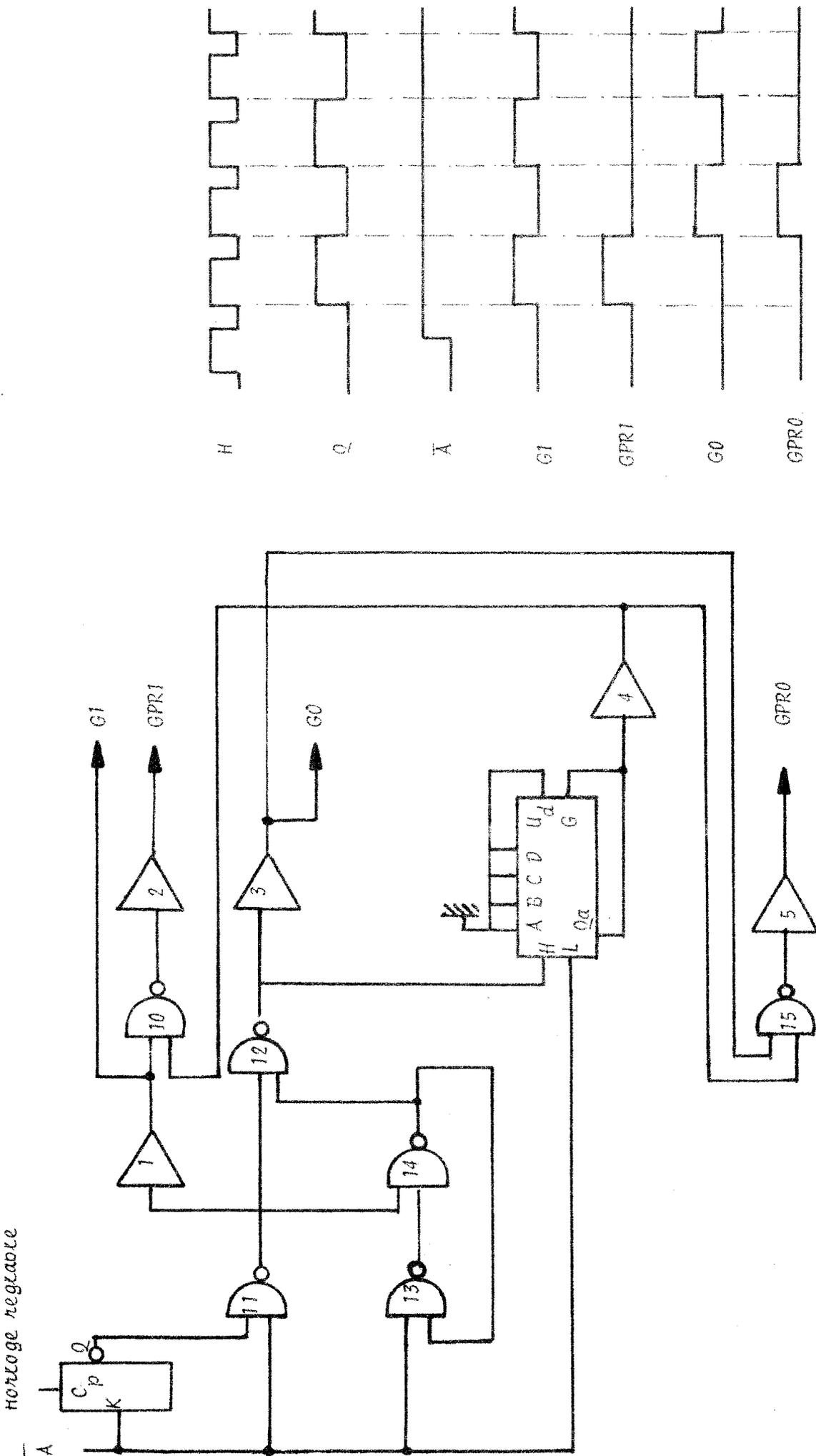


Figure 3.9 Simulation analogique hybride du domaine D₁ - Elaboration des impulsions de largeur $\frac{T}{q}$ sur simulateur logique.



La courbe en pointillés représente les états effectivement atteints au temps $(n+1)T$

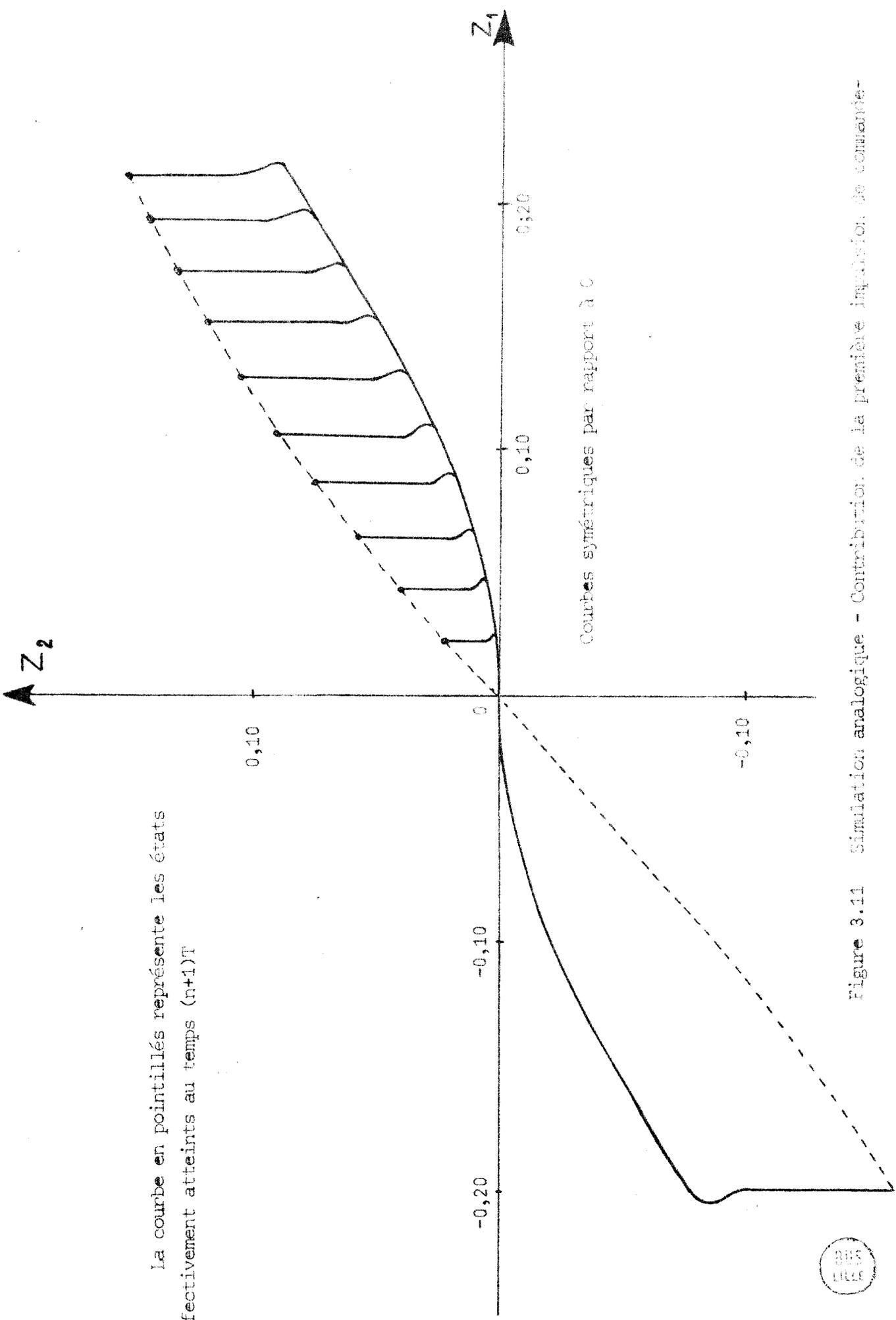


Figure 3.11 Simulation analogique - Contribution de la première impulsion de commande-

III.3 - Multiplicité des valeurs de commande

Les courbes de base C_1 et C_2 sont monotones croissantes. L'unicité de la valeur de commande à appliquer au système pour parvenir en un point donné du domaine de commandabilité sera assurée si C_1 et C_2 n'ont pas d'autres points d'intersection que l'origine ($Z_1 = Z_2 = 0$) qui correspond à la solution banale $u_1 = u_2 = 0$.

Les équations paramétriques des courbes C_1 et C_2 sont définies pour $u > 0$ respectivement par :

$$(C_1) \begin{cases} Z_1^1 = d_1^2 (e^{u_1/\tau_1} - 1) \\ Z_2^1 = \frac{\tau_1 d_1^2 (e^{u_1/\tau_1} - 1) - \tau_2 d_2^2 (e^{u_1/\tau_2} - 1)}{\tau_1 - \tau_2} \end{cases} \quad (III.5)$$

$$(C_2) \begin{cases} Z_1^2 = d_1 (e^{u_2/\tau_1} - 1) \\ Z_2^2 = \frac{\tau_1 d_1 (e^{u_2/\tau_1} - 1) - \tau_2 d_2 (e^{u_2/\tau_2} - 1)}{\tau_1 - \tau_2} \end{cases} \quad (III.6)$$

La pente des courbes C_1 et C_2 s'en déduit facilement :

$$(C_1) \quad p_1(u_1) = \frac{\frac{\circ 1}{Z_2^1}}{\frac{\circ 1}{Z_1^1}} = \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \left[1 - \frac{d_2^2}{d_1^2} e^{u_1 \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} \right)} \right] \quad (III.7)$$

$$(C_2) \quad p_2(u_2) = \frac{\frac{\circ 2}{Z_2^2}}{\frac{\circ 2}{Z_1^2}} = \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \left[1 - \frac{d_2}{d_1} e^{u_2 \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} \right)} \right] \quad (III.8)$$

ainsi que les valeurs remarquables :

$$\begin{cases} p_1(0) = \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \left(1 - \frac{d_2^2}{d_1^2} \right) & p_2(0) = \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \left(1 - \frac{d_2}{d_1} \right) \\ p_1\left(\frac{T}{2}\right) = \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \left(1 - \frac{d_1}{d_2} \right) & p_2\left(\frac{T}{2}\right) = 0 \end{cases} \quad (III.9)$$

or $\tau_1 > \tau_2$ soit $d_2 \gg d_1$, il vient alors :

$$p_1(0) \geq p_1(u_1) \geq p_1\left(\frac{T}{2}\right) = p_2(0) \geq p_2(u_2) \geq p_2\left(\frac{T}{2}\right) = 0 \quad (\text{III.10})$$

Nous voyons donc que le choix d'une double modulation de largeur a évité le délicat problème de la multiplicité des valeurs de commande.

Remarquons que dans le cas où nous utilisons, par exemple, une modulation hybride, largeur-amplitude, plusieurs valeurs de commande sont possibles. Il est alors nécessaire d'effectuer un choix en imposant une contrainte supplémentaire. La période d'échantillonnage étant fixée, nous pouvons appliquer un critère énergétique : la commande retenue sera celle qui correspond à la dépense minimum d'énergie.

III.4 - Détermination numérique de la commande

Dans le cas d'un système linéaire du second ordre, le calcul de la valeur de la commande à appliquer à l'entrée du processus pour atteindre l'état Y_{n+1} à partir de l'état Y_n se fait à partir du système d'équations :

$$\begin{cases} F(x,y) = 0 \\ G(x,y) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

Si une solution existe, il est intéressant d'utiliser une suite vectorielle qui converge quadratiquement.

Parmi les nombreux algorithmes de calcul possibles, nous choisissons la méthode de Newton Raphson /20/.

Exposé de la méthode

Le système d'équations III.11 comportant deux équations non linéaires, il est nécessaire d'utiliser une généralisation de la méthode de Newton Raphson. Une fois la solution obtenue, des tests simples permettent de vérifier que la valeur de saturation n'est pas dépassée.

Soit (α, β) une racine dont l'existence et l'unicité a été vérifiée dans D_1 .

Nous supposons que les hypothèses suivantes sont vérifiées :

$$(\text{III.12}) \begin{cases} - \text{la matrice jacobienne } J(x,y) \text{ du système est définie et régulière} \\ - \text{les dérivées secondes de } F \text{ et } G \text{ restent bornées dans } D_1. \end{cases}$$

La suite vectorielle III.13 nous permet de déterminer la racine (α, β)

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} - J^{-1}(x_k, y_k) \begin{bmatrix} F(x_k, y_k) \\ G(x_k, y_k) \end{bmatrix} \quad (\text{III.13})$$

avec :

$$J^{-1}(x_k, y_k) = \frac{1}{\begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} \end{vmatrix}} \begin{bmatrix} \frac{\partial G}{\partial y} & -\frac{\partial F}{\partial y} \\ -\frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (\text{III.14})$$

Comme dans le cas d'une seule variable, la suite converge quadratiquement
Si nous notons $e_k^2 = (\alpha - x_k)^2 + (\beta - y_k)^2$, nous pouvons trouver k et M tels que

$$e_{k+1} < M e_k^2$$

soit si $k = 1$ $e_n < \frac{1}{M} (M e_0)^{2n}$

et si $M |e_0| < 1$ e_n tendra vers 0 quand n tendra vers $+\infty$

Le système d'équations (III.1) prend la forme particulière :

$$(\text{III.15}) \quad \begin{cases} F(x,y) = \text{signe}(x) d_1^2 e^{\frac{|x|}{\tau_1} - 1} + \text{signe}(y) d_1 (e^{\frac{|y|}{\tau_1} - 1}) - Z_1 = 0 \\ G(x,y) = \text{signe } x \left[\tau_1 d_1^2 (e^{\frac{|x|}{\tau_1} - 1}) + \tau_2 d_2^2 (e^{\frac{|x|}{\tau_2} - 1}) \right] \\ \quad + \text{signe } y \left[\tau_1 d_1 (e^{\frac{|y|}{\tau_1} - 1}) - \tau_2 d_2 (e^{\frac{|y|}{\tau_2} - 1}) \right] - Z_2 (\tau_1 - \tau_2) = 0 \end{cases}$$

Les expressions des dérivées partielles des fonctions $F(x,y)$ et $G(x,y)$ nécessaires pour le calcul de $\{J(x,y)\}_k$ s'en déduisent facilement :

$$(\text{III.16}) \quad \begin{cases} \tau_1 F'_x = d_1^2 e^{|x|/\tau_1} \\ G'_x = d_1^2 e^{|x|/\tau_1} - d_2^2 e^{|x|/\tau_2} \end{cases} \quad \begin{cases} \tau_1 F'_y = d_1 e^{|y|/\tau_1} \\ G'_y = d_1 e^{|y|/\tau_1} - d_2 e^{|y|/\tau_2} \end{cases}$$

CONCLUSION

La détermination des domaines de commandabilité et l'analyse de leur évolution en fonction des divers paramètres est une étape importante de la synthèse des systèmes.

Nous avons vu dans ce chapitre comment alors il devenait possible de déterminer la commande pour avoir une réponse convenable en régime établi. Le fait d'avoir un système avec deux constantes de temps ne simplifie pas le problème car il exclut toute possibilité de linéarisation.

Les modèles possédant une intégration que nous allons traiter dans le prochain chapitre seront dans ce sens beaucoup plus faciles à étudier .

Chapitre IV

ETUDE DES PROCESSUS AVEC INTEGRATION

Pour les systèmes que nous abordons dans ce chapitre, la fonction de transfert présente au moins une intégration. Il est alors toujours possible de trouver une composante du vecteur-état dont l'influence est linéaire.

Dans ce cas particulièrement favorable, nous reprenons les études du chapitre III sur la détermination des domaines et leur évolution en fonction des paramètres en y apportant des simplifications considérables, celles-ci sont encore beaucoup plus sensibles lors du calcul des commandes à appliquer au système.

IV.1 - Mise en équation

La commande multimodulée de largeur appliquée à l'entrée d'un processus linéaire est décrite au paragraphe II.3 et son évolution en fonction du temps est représentée par la figure 2.8. Le vecteur contribution de la régulation $K(U_n)$ dont l'expression générale est donnée en (II.12) prend en régime non saturé la forme :

$$K(U_n) = \sum_{i=1}^q k_i(u_n^i) \tag{IV.1}$$

où $k_i(u_n^i)$ est la contribution de la $i^{\text{ème}}$ impulsion de largeur $|u_n^i|$.

L'évolution de l'état du système noté Y_n aux instants d'échantillonnage nT est donnée par l'équation de récurrence :

$$Y_{n+1} = A Y_n + K(U_n) \tag{IV.2}$$

où A est la matrice correspondant au régime autonome.

Considérons le système du troisième ordre, représenté sur la figure 4.1, dont la fonction de transfert est ;

$$L(p) = \frac{1}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$



Figure 4.1

Les vecteurs Y_n , $k_i(u_n^i)$ et la matrice A des équations (IV.1) et (IV.2) prennent la forme :

$$Y_n = \begin{bmatrix} z_n \\ y_n \\ x_n \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 - D_1 & D_1 & 0 \\ \frac{\tau_1(1-D_1) - \tau_2(1-D_2)}{\tau_1 - \tau_2} & \tau_1 \frac{D_1 - D_2}{\tau_1 - \tau_2} & D_2 \end{bmatrix}$$

$$k_i(u_n^i) = A_i \begin{bmatrix} u_n^i \\ u_n^i + \text{signe } u_n^i \frac{\tau_1 D_1^i (1 - e^{-|u_n^i|/\tau_1})}{\tau_1 - \tau_2} \\ u_n^i + \text{signe } u_n^i \frac{\tau_1^2 D_1^i (1 - e^{-|u_n^i|/\tau_1}) - \tau_2^2 D_2^i (1 - e^{-|u_n^i|/\tau_2})}{\tau_1 - \tau_2} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.3})$$

avec $D_j^i = e^{-\frac{(4-i)T/3\tau_j}{\tau_j}}$; $i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2$; A_i constante fixée pour u_n^i

Dans le cas d'un système du second ordre une mise en équation similaire nous conduit aux expressions suivantes :

$$Y_n = \begin{bmatrix} z_n \\ y_n \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-D & D \end{bmatrix}$$

$$k_i(u_n^i) = A_i \begin{bmatrix} u_n^i \\ u_n^i + \text{signe } u_n^i \frac{\tau_1 D_1^i (1 - e^{-|u_n^i|/\tau_1})}{\tau_1 - \tau_2} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.4})$$

avec $D_1^i = e^{-\frac{(4-i)T/3\tau_1}{\tau_1}}$ $i = 1, 2$ et A_i constante fixée pour u_n^i

IV.2.1 - Influence linéaire d'une composante

Nous remarquons que la mise en équation choisie met en évidence l'influence linéaire en régime non saturé de la première composante du vecteur contribution de la commande.

Plus généralement, la première composante du vecteur état d'un système linéaire d'ordre q dont la fonction de transfert comporte une intégration et qui est commandé par un multimodulateur non linéaire du type modulateur de largeur prendra la forme :

$$z_{n+1} = z_n + \sum_{i=1}^q A_i u_n^i \quad (\text{IV.5})$$

avec A_i constante fixée pour chaque impulsion de commande u_n^i .

Le nombre d'équations d'état non linéaires a diminué d'une unité et la mise en équation considérée facilite la détermination de la valeur de la commande U_n à appliquer au système.

Dans le cas du régime établi cette propriété nous permet de proposer une méthode graphique de détermination de la contribution de la commande.

.1.2 - Contribution de la modulation - Hypothèses en régime établi

Désignons par θ l'intervalle $\frac{T}{q}$ rapport de la période d'échantillonnage et de l'ordre du système linéaire.

L'état du processus au bout du temps θ est donné par l'équation matricielle de récurrence :

$$X_{nT+\theta} = A X_{nT} + K(u_n^1) \quad (\text{IV.6})$$

où $K(u_n^1)$ représente la contribution de la modulation de largeur $|u_n^1|$ et d'amplitude signe (u_n^1) appliquée au système pendant l'intervalle θ à partir de l'instant nT .

Si nous considérons m intervalles successifs pendant lesquels nous appliquons m modulations de largeur différentes, l'état du système à l'instant $nT+m\theta$ est donné par :

$$X_{nT+m\theta} = A^m X_{nT} + \begin{bmatrix} A^{m-1}, A^{m-2}, \dots, A, I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K(u_n^1), \dots, K(u_n^m) \end{bmatrix}^T \quad (\text{IV.7})$$

Si nous posons $\Gamma = X_{nT+m\theta} - A^m X_{nT}$ et $C_m = \begin{bmatrix} A^{m-1}, A^{m-2}, \dots, A, I \end{bmatrix}$

La commandabilité du système s'exprime par la condition d'existence d'une solution au système décrit par la relation :

$$C_m \begin{bmatrix} K(u_n^1), \dots, K(u_n^m) \end{bmatrix}^T = \Gamma$$

Pour un système de fonction de transfert $L(p) = \left[p(1+\tau p) \right]^{-1}$ et au temps $(n+1)T$, la contribution de la seconde impulsion de commande appliquée sur l'intervalle de temps θ à partir de l'instant $nT+\theta$ s'écrit :

$$K(u_n^2) = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_n^2 \\ u_n^2 + \tau d(1-e^{-|\frac{u_n^2}{\tau}|/\tau}) \text{ signe } u_n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.9})$$

avec $d = e^{-\theta/\tau}$

La courbe $Z_2 = f(Z_1)$ qui s'en déduit est symétrique par rapport à l'origine. Nous pouvons la graduer simplement en u_n^2 car dans le cas considéré $Z_1 = u_n^2$.

La non linéarité liée à la structure de la modulation de largeur se traduit par $|u_n^2| \leq \theta$.

L'ensemble des points atteignables à l'instant $(n+1)T$ se déduit simplement de la caractéristique du modulateur indiqué sur la figure 4.2.

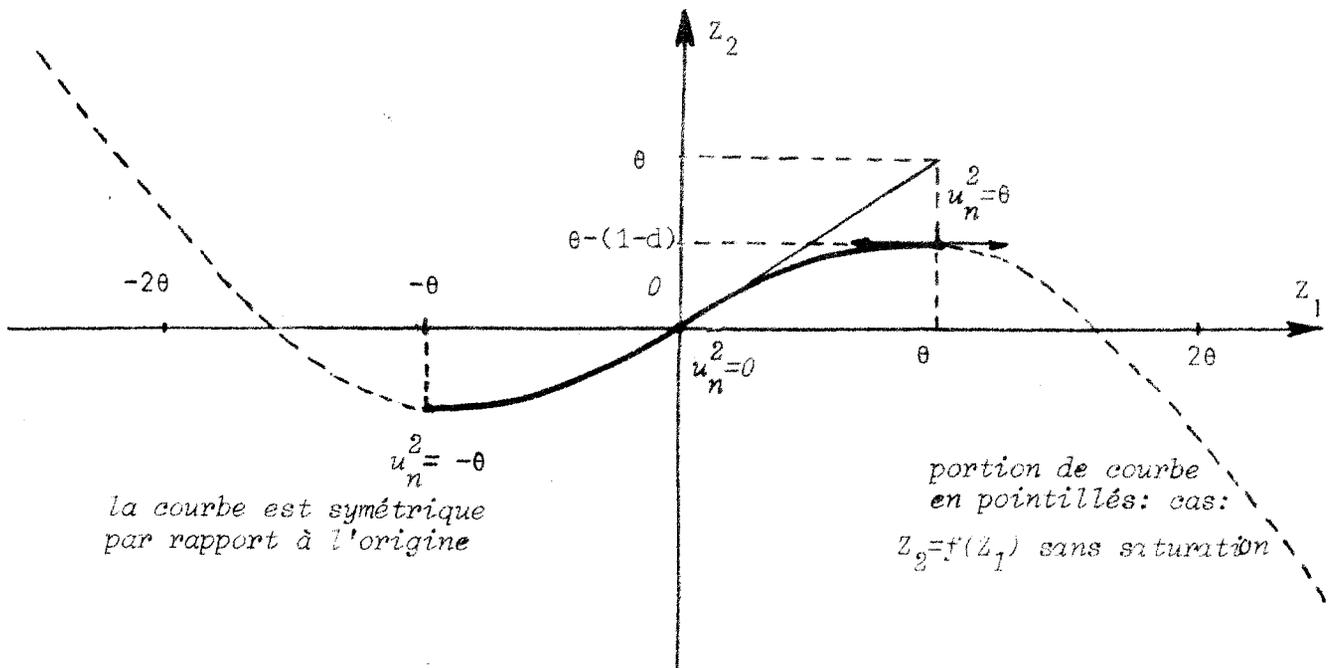


Figure 4.2

Système au second ordre avec intégration

De façon similaire si nous considérons la première impulsion de commande u_n^1 appliquée sur l'intervalle de temps θ à partir de l'instant nT , la contribution de cette commande notée (Z_1, Z_2) au temps $nT + \theta$ s'écrit $[Z_1, (1-d)Z_1 + dZ_2]$ au temps $(n+1)T$. Il est alors facile de déduire la caractéristique du modulateur à partir de la figure 4.2.

IV.3 - Domaine de commandabilité en régime établi

La période d'échantillonnage étant fixée ainsi que les états initial Y_n et final Y_{n+1} l'existence d'une commande U_n est assurée par l'appartenance ou la non appartenance de l'extrémité du vecteur $K(U_n)$ de composantes z_j au domaine de commandabilité en une seule période d'échantillonnage. La frontière du domaine s'obtient aisément par construction géométrique à partir de la courbe 4.2. L'existence et la valeur approximative de la commande s'en déduisent facilement, une détermination plus précise de cette valeur pouvant être obtenue à l'aide d'un algorithme de calcul numérique.

Afin d'étudier la déformation du domaine de commandabilité en fonction des divers paramètres : période d'échantillonnage, constante de temps et de leur valeur relative, nous utilisons la méthode du balayage paramétrique du champ des commandes admissibles sur calculatrice analogique hybride, puis sur calculateur numérique. Les domaines D_1 étant symétriques par rapport à l'origine, il suffira de balayer la moitié du plan des commandes non saturées possibles.

IV.3.1 - Détermination analogique du domaine D_1

Nous utilisons le principe et les sous-programmes du chapitre précédent qui permettent d'élaborer une commande multimodulée de largeur variable, et ce indépendamment du système auquel nous l'appliquons.

Parmi les nombreux résultats obtenus nous proposons un exemple qui met en évidence l'évolution de la contribution de la commande pour une période d'échantillonnage $T=1s$ et une constante de temps $\tau=0,45s$. Nous proposons sur la figure 4.3, une représentation de l'évolution de l'état du système entre les instants nT et $(n+1)T$ ainsi que l'ensemble des points atteignables à l'aide de la commande $(u_1-0,5)$ pour u_1 variant de 0 à +0,5 soit $T/2$ par pas de 0,05. Le système partant de $Y_n = 0$, l'état du processus au bout d'une période d'échantillonnage coïncide avec la contribution de la commande (IV.2).

$A_i = 1$

$T = 1 \text{ s}$

$t = 0,45 \text{ s}$

Points du domaine de commandabilité D_1 atteignables
 en appliquant la commande $(u_1, -0,5)$
 (Courbe graduée en u_1)

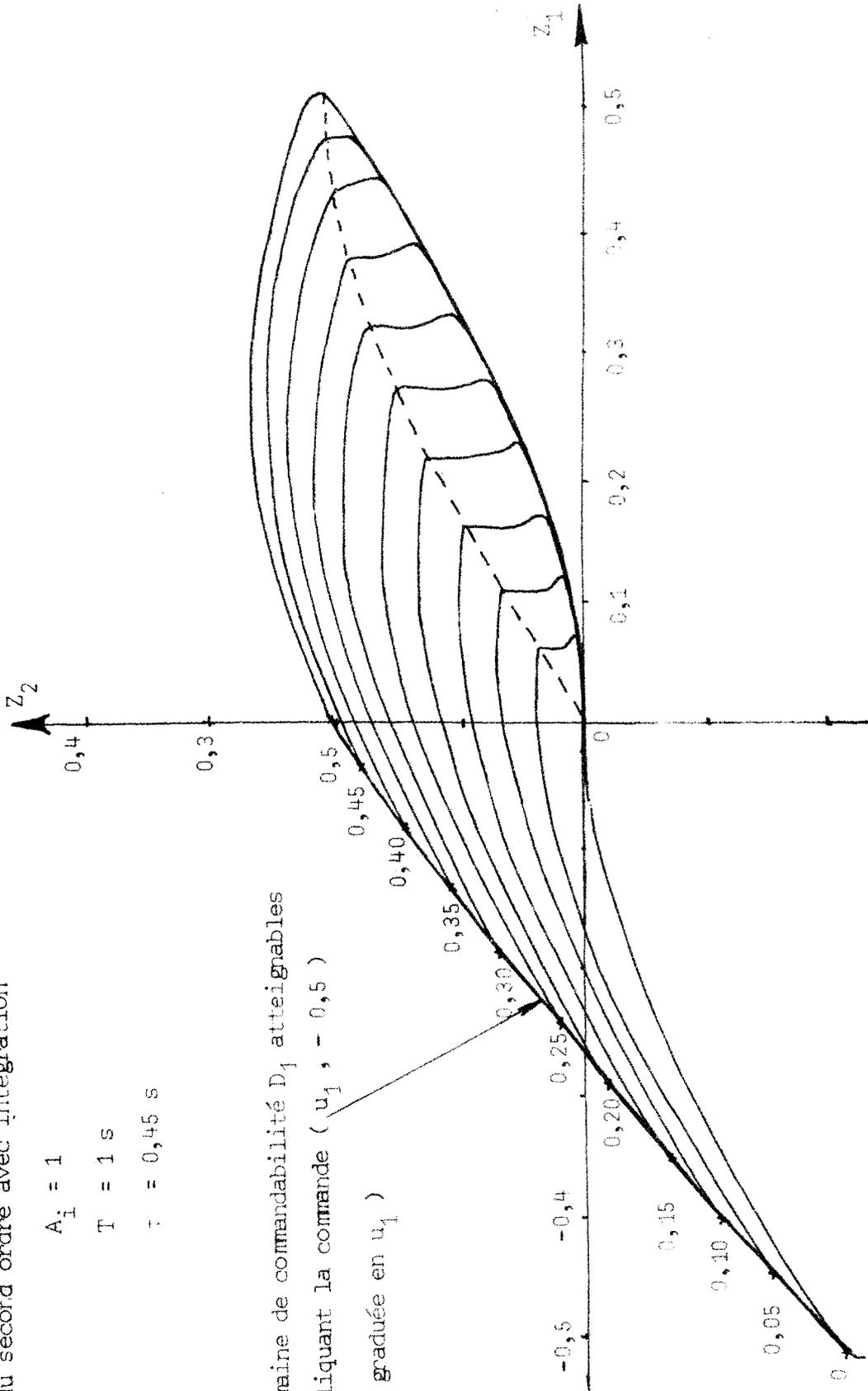


Figure 4.3 Détermination analogique du Domaine D_1 (1ère suite de calcul)

(évolution de la contribution de la commande en fonction du temps)

pointillés
 évolution pour
 $t > (n+1) T$



IV.3.2 - Détermination numérique du domaine de commandabilité

Le programme proposé à l'annexe D permet de déterminer comme dans le chapitre III le domaine D_1 pour une période d'échantillonnage T , une constante de temps τ et des pas de balayage du plan des commandes admissibles laissés au choix de l'utilisateur.

Les figures 4.4, 4.5 et 4.6 donnent la forme des domaines D_1 pour des valeurs T respectivement égales à 0,1 ; 0,45 s soit τ ; 10 s.

Nous remarquons que la forme des domaines est voisine de celle trouvée pour des processus dont la fonction de transfert ne comporte pas d'intégration.

IV.3.3 - Cas particulier des systèmes comportant deux intégrations

Le système du second ordre du type $L(p) = p^{-2}$ conduit à une contribution $K(U_n)$ de la commande qui ne rend pas nécessaire l'utilisation de la méthode de Newton-Raphson pour déterminer U_n , le résultat étant facile à obtenir analytiquement.

En effet, l'état du système étant décrit par le vecteur état $Y_n = (\overset{\circ}{y}_n, y_n)^T$, le contribution de la double modulation de largeur s'écrit :

$$K(U_n) = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 & + u_2 \\ u_1(T - \frac{|u_1|}{2}) + u_2(\frac{T - |u_2|}{2}) \end{bmatrix} \quad (IV.10)$$

IV.4 - Détermination numérique de la commande

La linéarité d'une des deux équations (IV.2) simplifie le calcul de la commande.

IV.4.1 - L'application de la méthode de Newton-Raphson développée au paragraphe II.4 conduit, pour un système de fonction de transfert $L(p) = (p(1+p))^{-1}$, au système d'équations :

$$\begin{cases} F(x,y) = x + y = Z_1 = 0 \\ G(x,y) = x + y + \tau \left[e^{-T/2\tau} f(x) + f(y) \right] - Z_2 = 0 \end{cases} \quad (IV.11)$$

avec $f(x) = e^{-T/2\tau} (1 - e^{-|x|/\tau}) \text{signe}(x)$.

Processus de fonction de transfert

$$L(p) = \frac{1}{p(1+ap)}$$

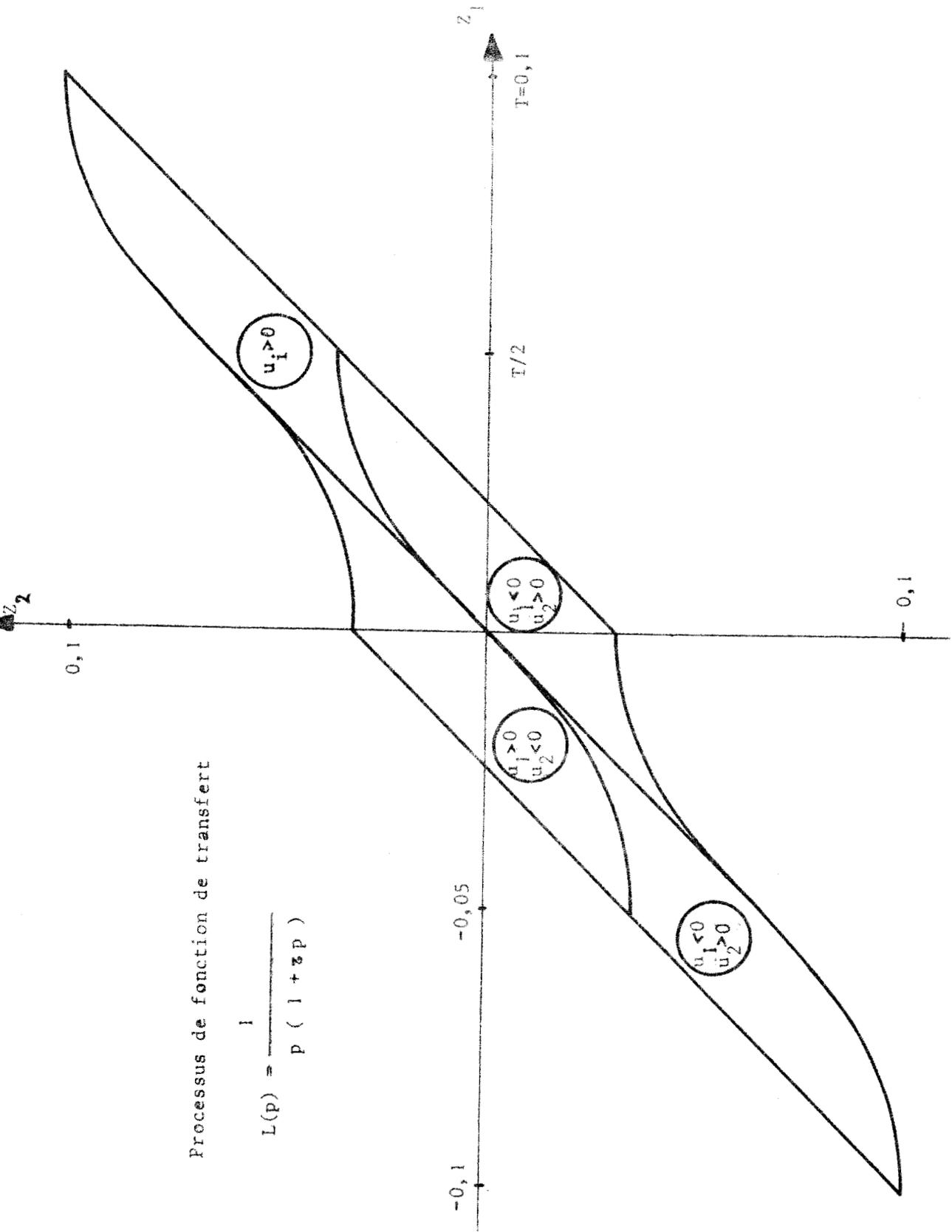


Figure 4.4 Domaine de Commandabilité D_1 pour $T = 0,1$ s et $\tau = 0,45$ s

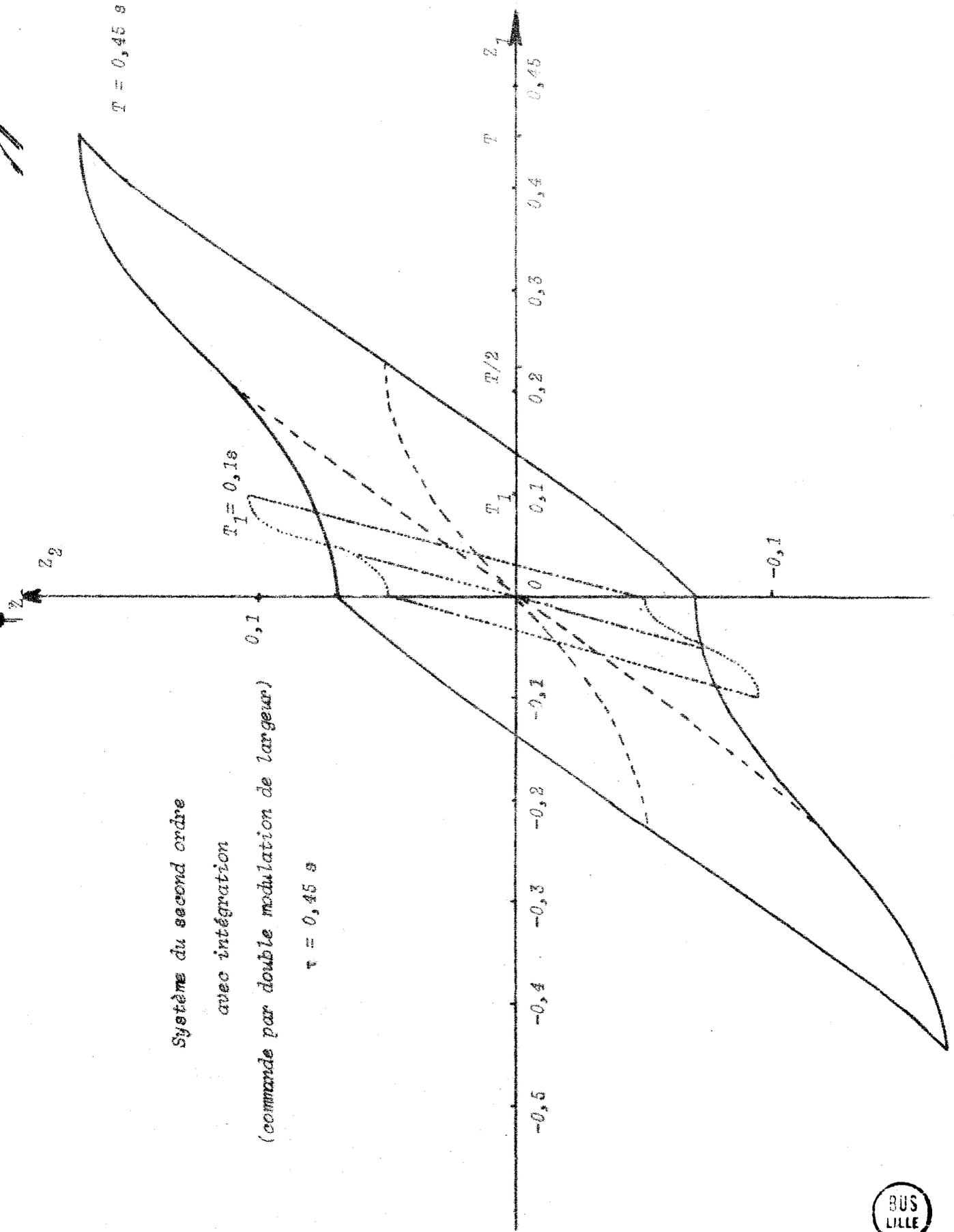


Figure 4. 5 Comparaison des domaines D_1 pour des périodes d'échantillonnage de 0,1 et 0,45 s soit 5.



Processus de Fonction de transfert

$$L(p) = \frac{1}{p(1 + \tau p)}$$

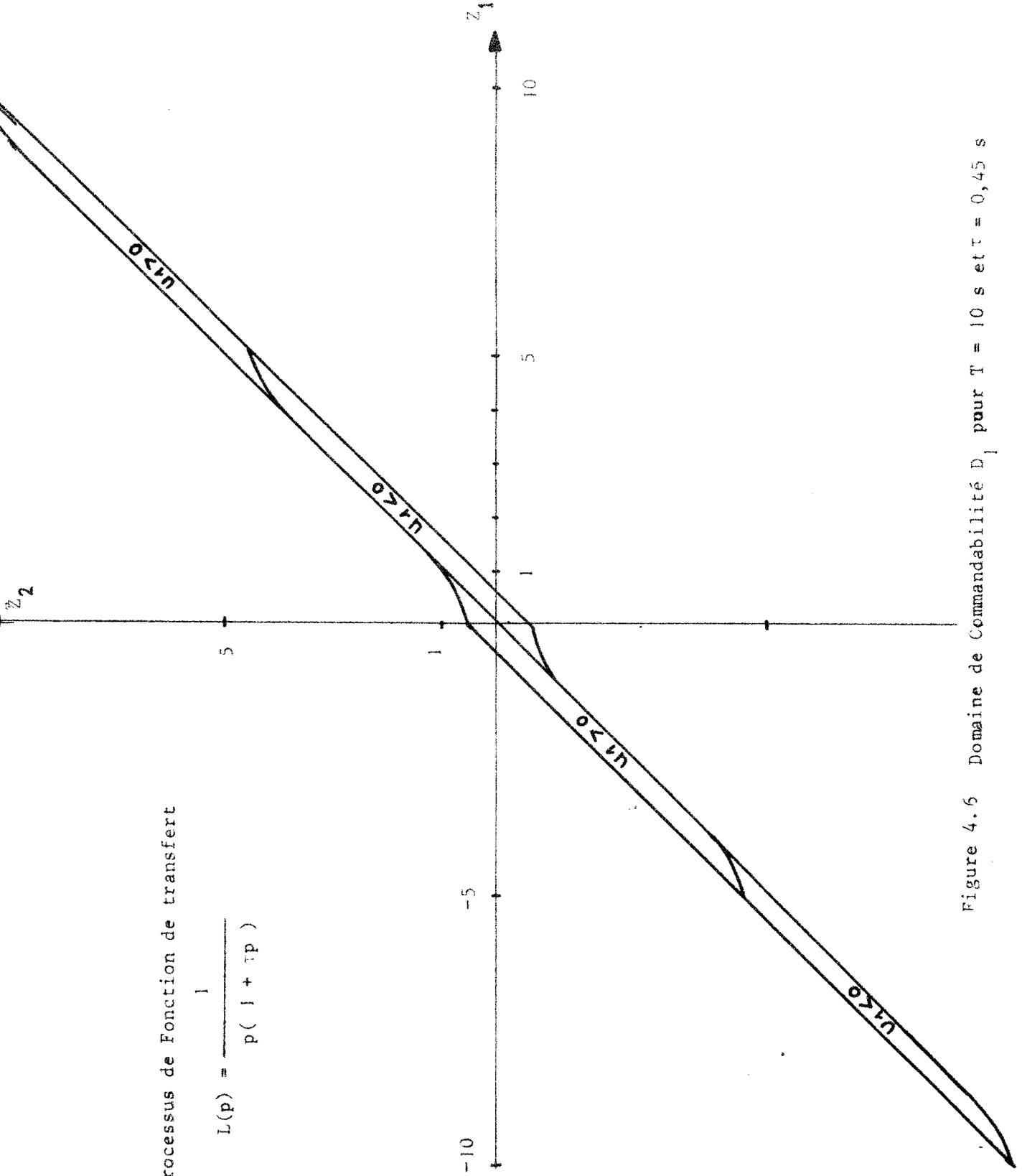


Figure 4.6 Domaine de Commandabilité D_1 pour $T = 10$ s et $\tau = 0,45$ s



Les hypothèses (III.12) nécessaires pour pouvoir appliquer la méthode étant remplies, la relation de récurrence s'écrit :

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} - J^{-1}(x_k, y_k) \begin{bmatrix} F(x_k, y_k) \\ G(x_k, y_k) \end{bmatrix} \quad (IV.12)$$

$$\text{avec } J^{-1}(x_k, y_k) = \begin{bmatrix} e^{-x/T} & -e^{-y/T} \\ -e^{-x/T} & e^{-y/T} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 - e^{-y/T} & -1 \\ -1 & 1 - e^{-x/T} \end{bmatrix}$$

Nous remarquons que si nous choisissons la valeur initiale $F(x_k, y_k) = 0$, les équations de récurrence (IV.12) se réduisent à :

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix} + \frac{G(x_k, y_k)}{e^{-x_k/T} - e^{-y_k/T}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (IV.13)$$

IV.4.2 - Les systèmes du 3^{ème} ordre comportant une intégration entrent facilement dans le cadre de cette étude. Puisque une équation d'état est linéaire (IV.3), il suffit de traiter les deux équations non linéaires comme au chapitre puis de déterminer séparément la dernière commande.

IV.4.3 - Système comportant 2 intégrations

Dans le cas où la fonction de transfert du système est $L(p) = \frac{1}{p^2}$, nous utilisons une méthode directe du calcul de U_n en adoptant les variables réduites $s_1 = |Z_1|/T$ et $s_2 = 2|Z_2|/T^2$.

La période d'échantillonnage T étant fixée, Z_1 et Z_2 donnés, après avoir vérifié que la solution existe nous déterminons la zone du domaine D_1 où elle se trouve. Suivant les signes de u_1 et u_2 , nous déterminons la valeur des commandes. Le tableau 4.7 résume les diverses possibilités.

$s_1 < 0,5$	Solu- tion	$0,5 < s_1 < 1$	Solu- tion	$s_1 > 1$	Solu- tion
$s_1^2 + s_1 - 0,5 \leq s_2 \leq s_1 - s_1^2$	1	$s_2 \leq 3s_1 - s_1^2 - 1$	0	$\forall s_2$	0
$s_1 - s_1^2 \leq s_2 \leq 2s_1 - s_1^2$	2	$3s_1 - s_1^2 - 1 \leq s_2 \leq 2s_1 - s_1^2$	2		
$1s_1 - s_1^2 \leq s_2 \leq s_1^2 + 0,5$	3	$s_2 \leq 2s_1 - s_1^2$	0		

Solution	Expression de u_1 et $u_2 = Z_1 - u_1$
0	pas de solution non saturée
1	$u_1 = T \frac{s_2 \text{ signe } Z_2 + s_1 (\text{signe } Z_1) (1-s_1)}{1 + 2 s_1}$
2	$u_1 = (\text{signe } Z_1) \frac{T}{2} \left[0,5 + s_1 - \sqrt{0,25 + 3s_1 - s_1^2 - 2s_2} \right]$
3	$u_1 = T \frac{s_2 - s_1 (1+s_1) \text{ signe } Z_1}{1 - 2 s_1}$

Tableau 4.7

IV.5 - Remarque sur la linéarisation du modulateur de largeur

La courbe caractéristique de l'influence de la commande u modulée en largeur sur un système du second ordre comportant une seule intégration est définie paramétriquement, pour u positif, par les équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} x = u \\ y = u + \tau e^{-T/\tau} (1 - e^{u/\tau}) \end{array} \right. \quad (\text{IV.14})$$

Le système linéaire possédant dans le domaine des limitations physiques permises, le même niveau de saturation sera défini par :

$$\left\{ \begin{array}{l} x = a t \\ y = a t \left[1 - \frac{\tau}{T} (1-D) \right] \end{array} \right. \quad (\text{IV.15})$$

Pour une valeur de x fixée, l'écart sur y s'écrit :

$$\epsilon_y = \frac{\tau}{T} D \left[u(e^{T/\tau} - 1) - T(e^{u/\tau} - 1) \right]$$

Pour une valeur de y fixée, l'écart sur x s'écrit :

$$\epsilon_x = + \tau D \left[\frac{T(e^{u/\tau} - 1) - u(e^{T/\tau} - 1)}{T - \tau(1 - D)} \right]$$

Dans les deux cas, l'écart maximum est obtenu pour $u = \tau \log \alpha$ avec $\alpha = \frac{\tau}{T} \frac{1-D}{D}$ soit :

$$\left| \begin{array}{l} \epsilon_{my} = \tau D \left[\alpha \text{Log } \alpha - (\alpha - 1) \right] \\ \epsilon_{mx} = - \tau D \left[\alpha \text{Log } \alpha - (\alpha - 1) \right] / (1 - D\alpha) \end{array} \right. \quad \text{(IV.16)}$$

Le calcul des erreurs relatives sur x et y conduit aux expressions :

$$\left| \begin{array}{l} \epsilon_{rx} = D \frac{\alpha \text{Log } \alpha - (\alpha - 1)}{(1 - D\alpha) \text{Log } \alpha} \\ \epsilon_{ry} = D \frac{\alpha \text{Log } \alpha - (\alpha - 1)}{\text{Log } \alpha - D(\alpha - 1)} \end{array} \right. \quad \text{(IV.17)}$$

La figure 4.8 présente la variation des écarts relatifs sur x et y en fonction du rapport de la période d'échantillonnage T sur la constante de temps τ .

Malgré la présence d'une intégration dans la fonction de transfert, les erreurs relatives commises en linéarisant la modulation de largeur restent importantes. Il est donc difficile d'avoir recours à cette approximation pour calculer directement la commande.

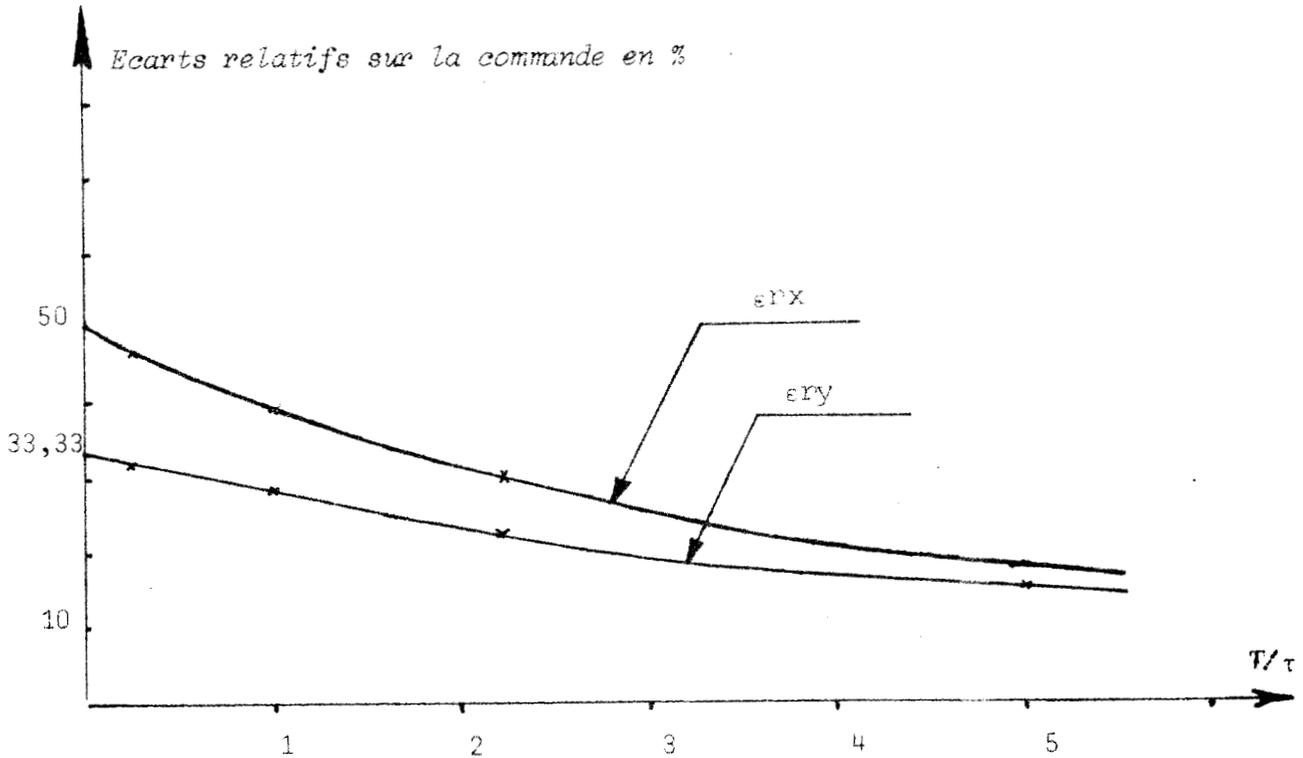


Figure 4.8 Ecart sur la commande en fonction du rapport période d'échantillonnage - constante de temps du système.

IV.6 - Utilisation pratique des domaines D_1

Les méthodes de détermination numérique de la commande U_n supposent, entre autres conditions, que la solution soit isolée préalablement. La vérification de l'existence d'une solution non saturée au système d'équations (III.3) s'obtient facilement en s'assurant de la commandabilité en une période d'échantillonnage D_1 .

D'autre part, il est possible d'utiliser la notion de domaine de commandabilité D_1 pour des processus dont l'ordre est généralement élevé, à condition de choisir la période d'échantillonnage de telle façon que le système réel puisse être assimilé à un modèle mathématique d'ordre inférieur. Il a été proposé / 11 / des conditions d'assimilation en échantillonné d'un système d'ordre q à un ordre p moins élevé qui assurent une erreur limitée sur la contribution de la commande appliquée au système.

CONCLUSION

Les chapitre 3 et 4 nous ont permis de mettre en évidence pour des systèmes du second ou du troisième ordre, quelques propriétés relatives à la détermination des domaines de commandabilité en une période d'échantillonnage. Pour un système donné le tracé du domaine de commandabilité renseigne immédiatement sur l'existence et l'unicité d'une solution non saturée.

La détermination numérique de la valeur de commande en temps réel fait surgir de nouveaux problèmes dont l'étude fera l'objet de la suite de notre travail.

Chapitre V

DETERMINATION NUMERIQUE DE LA COMMANDE EN TEMPS REEL

Le passage à la commande en temps réel d'un processus par impulsions multimodulées de largeur implique la résolution de problèmes délicats liés en particulier à la présence de saturations. Il est nécessaire de faire un certain nombre de tests pour localiser les solutions. Ces opérations allongent le calcul de la valeur de commande qui n'est bien entendu valable que si son obtention demande le moins de temps possible. Les prochains chapitres feront le point sur toutes ces questions et indiqueront en particulier les algorithmes de calcul.

V.1 - Exposé de la méthode

Parmi les hypothèses nécessaires à l'application de la méthode de calcul de la valeur de commande proposée en III.4 figure la localisation d'une racine du système d'équation (III.11). Dans ce sens, nous nous assurons tout d'abord, que le point r extrémité du vecteur $Z = K(U_n)$ appartient bien au domaine D_1 de commandabilité en une seule période d'échantillonnage. Les équations des courbes de base et les points remarquables du domaine D_1 ayant été déterminés au cours des chapitres précédents la première partie du programme de détermination numérique en temps réel de la valeur de commande se limitera à une succession de tests.

D'autre part, afin d'assurer l'obtention de la solution du système (III.11) en un temps minimum compte tenu du calculateur T 2000 utilisé, nous avons rédigé les programmes directement en langage symbolique assembleur et utilisé les routines de mise en forme et de contrôle mises à notre disposition par le constructeur /19/.

Nous proposons pour les systèmes dont la fonction de transfert correspond à un type étudié au cours des chapitres 3 et 4 les organigrammes et les programmes correspondant à la détermination directe de la valeur de commande à partir de Z_1 et Z_2 pour une période d'échantillonnage T et une ou deux constantes de temps τ_1 et τ_2 fixées.

V.2 - Cas d'un système du second ordre avec une constante de temps $< T_0 >$

L'influence linéaire de la première composante du système (IV.4) et le tracé des domaines de commandabilité D_1 permettent de s'assurer simplement de l'existence d'une solution.

Si la valeur donnée de $|Z_1|$ est supérieure à T nous concluons à l'absence de commande non saturée. Dans le cas contraire il est nécessaire que Z_2 soit compris entre deux limites notées INF. et SUP. dont la valeur dépend de Z_1 .

Ces diverses conditions étant remplies nous sommes assurés de l'existence d'une solution unique non saturée pour le système (IV.11).

Les calculs préliminaires effectués au paragraphe IV.4.1 nous ont montré qu'un choix des valeurs initiales du calcul itératif de la commande, X_1 et Y_1 tel que $F(X_1, Y_1) = 0$ conduit à une formule de récurrence simplifiée :

$$\begin{bmatrix} X_{K+1} \\ Y_{K+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_K \\ Y_K \end{bmatrix} + \frac{G(X_K, Y_K)}{\Delta(X_K, Y_K)} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (V.1)$$

avec

$$G(X_K, Y_K) = X_K + Y_K + T_0 \left[\begin{array}{l} \left(e^{-T/T_0} - e^{-\frac{|X_K| - T/2}{T_0}} \right) \text{signe}(X_K) + \\ \left(e^{-T/2T_0} - e^{-\frac{|Y_K| - T/2}{T_0}} \right) \text{signe}(Y_K) \end{array} \right]^{-Z_2}$$

$$\Delta(X_K, Y_K) = e^{-T/2T_0} \left[\begin{array}{l} \frac{|X_K| - T/2}{T_0} \\ e^{-\frac{|X_K| - T/2}{T_0}} - e^{-\frac{|Y_K| - T/2}{T_0}} \end{array} \right]$$

Le calcul est arrêté quand $|X_{K+1} - X_K| < \text{EPS}$

Un test vérifie alors que la solution obtenue ne dépasse pas la valeur de saturation avant d'imprimer la valeur de la commande à appliquer au système ainsi que le nombre de boucles d'itérations nécessaire.

La figure 5.1 propose l'organigramme correspondant au programme proposé (en annexe F). Les valeurs limites de Z_2 pour $Z_1 > 0$ peuvent s'écrire sous la forme :

$$\left| \begin{array}{l} \text{INF A} = Z_1 + T_0 (d - 1 - d^2 + d e^{-Z_1/T_0}) \\ \text{SUP A} = Z_1 + T_0 (d^2 - 2d + e^{-Z_1/T_0}) \\ \text{INF B} = Z_1 + T_0 (d^2 + d - 1 - d^3 e^{-Z_1/T_0}) \\ \text{SUP B} = Z_1 + T_0 d^2 (1 - e^{-Z_1/T_0}) \end{array} \right. \quad (V.2)$$

avec $d = e^{-T/2T_0}$

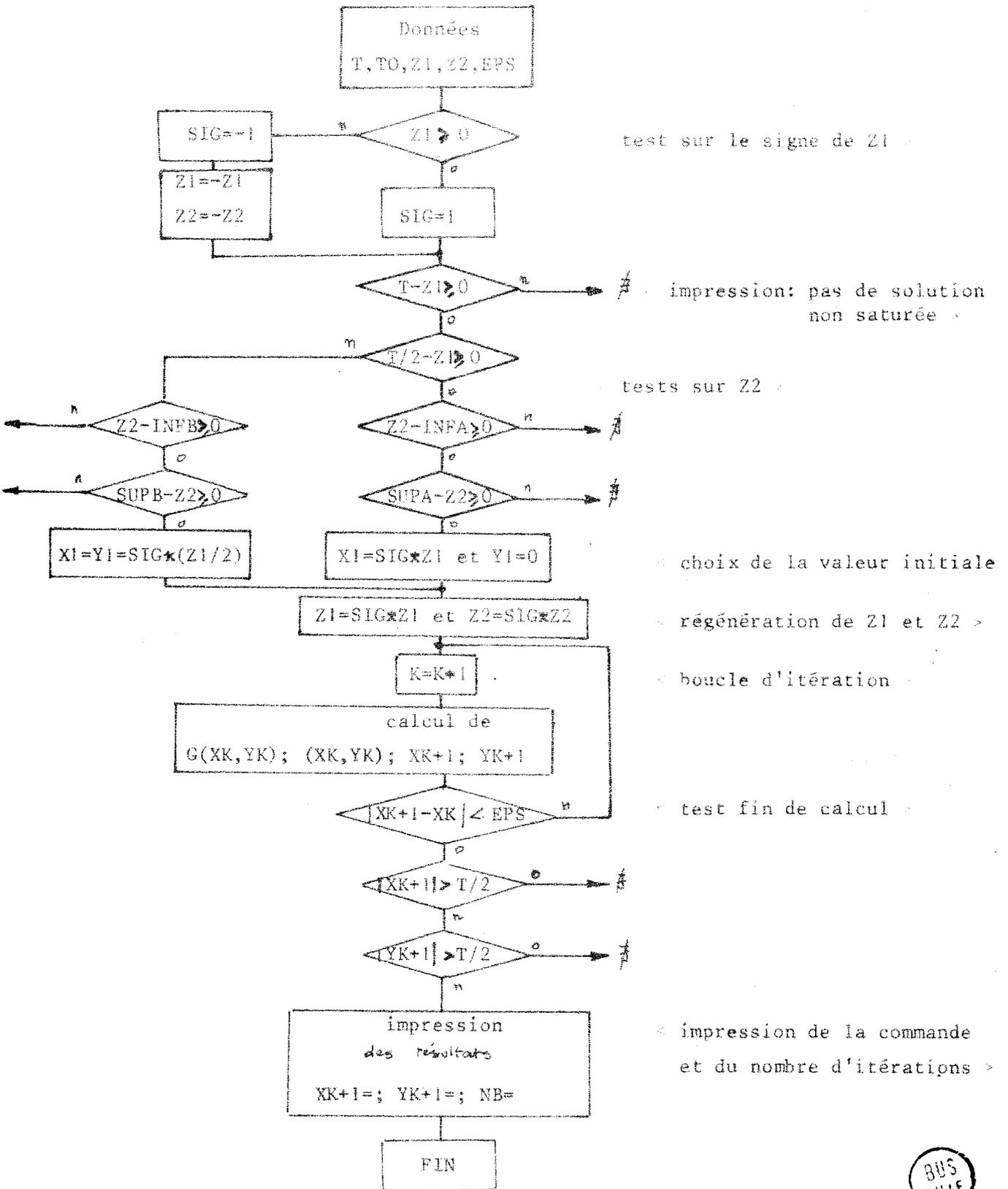


figure 5.1



V.3 - Cas d'un système du second ordre avec 2 constantes de temps T_{01} et T_{02}

Le domaine de commandabilité D_1 en une période d'échantillonnage étant symétrique par rapport à l'origine, il suffit de considérer le cas $Z_1 > 0$. Nous pouvons alors distinguer 4 zones dans lesquelles s'exprime simplement la condition que Z_2 doit vérifier. Nous notons OE la courbe génératrice C_1 à u_2 constant et OF la courbe C_2 à u_1 constant.

La figure 5.2 explicite les zones A, B, C, D ainsi que les conditions sur Z_2 qui sont du type $\text{INF A} \leq Z_2 \leq \text{SUP A}$.

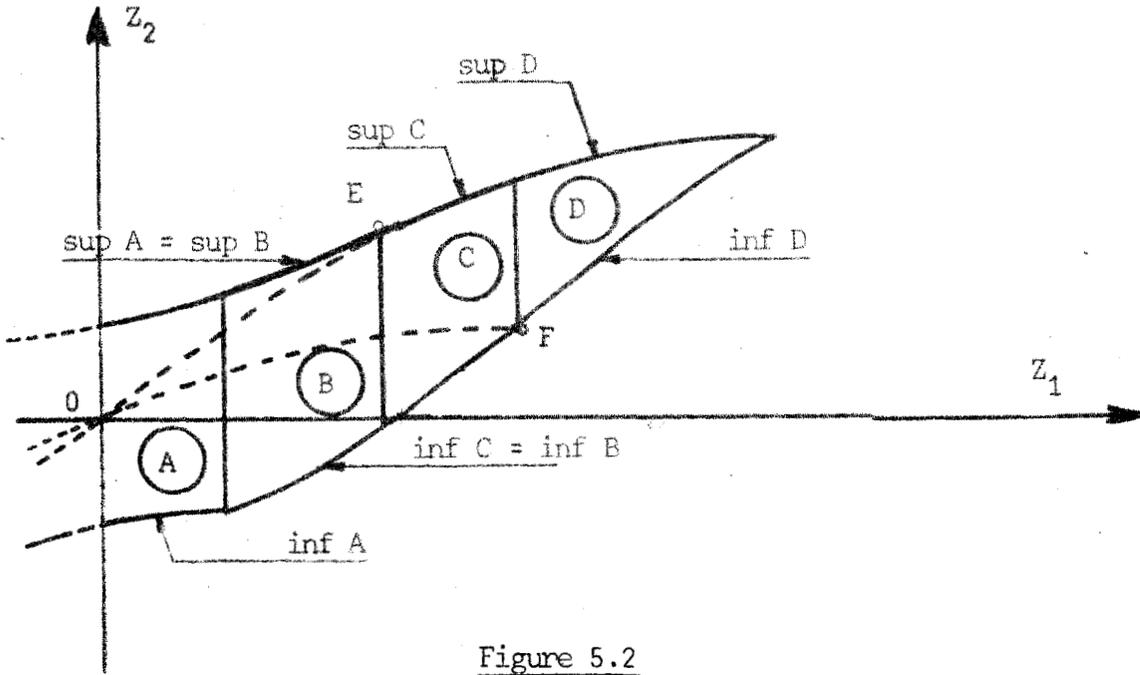


Figure 5.2

Nous remarquons que les coordonnées des points E et F sont respectivement :

$$\begin{array}{l}
 \text{E} \\
 \left[\begin{array}{l}
 d_1 - d_1^2 \\
 \frac{\tau_1(d_1 - d_1^2) - \tau_2(d_2 - d_2^2)}{\tau_1 - \tau_2}
 \end{array} \right.
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \text{F} \\
 \left[\begin{array}{l}
 1 - d_1 \\
 \frac{\tau_1(1 - d_1) - \tau_2(1 - d_2)}{\tau_1 - \tau_2}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

T_{01} étant supposé supérieur à T_{02} les courbes de base C_1 et C_2 garderont la même position relative quelque soit la valeur choisie pour la période d'échantillonnage.

Les bornes inférieures et supérieures de Z_2 ont pour valeur :

$$\begin{aligned} \inf (A) &= - \sup (A) = - \sup (B) = \dots \\ &= \left[(TO_1)Z_1 - TO_2(d_2^2 - 2d_2) - TO_2(Z_1 - d_1^2 + 2d_1)^{TO_1/TO_2} \right] / (TO_1 - TO_2) \\ \inf (B) &= \inf (C) \\ &= \left[(TO_1)Z_1 - TO_2(1 - d_2 - d_2^2) + TO_2(1 + d_1 - d_1^2 - Z_1)^{TO_1/TO_2} \right] / (TO_1 - TO_2) \\ \sup (C) &= \sup (D) \\ &= \left[(TO_1)Z_1 + TO_2(d_2^2) - TO_2(Z_1 - d_1^2)^{TO_1/TO_2} \right] / (TO_1 - TO_2) \\ \inf (D) &= \left[(TO_1)Z_1 + TO_2(d_2^2 + d_2 - 1) - TO_2(Z_1 - 1 + d_1 + d_1^2)^{TO_1/TO_2} \right] / (TO_1 - TO_2) \end{aligned}$$

Le système d'équations (III.11) peut se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} F(XK, YK) = F_1/TO_1 - Z_1 \\ G(XK, YK) = F_1 - F_2 - Z_2 (TO_1 - TO_2) \end{cases} \quad (V.3)$$

avec :

$$F_i = TO_i \left[d_i^2 (\text{signe } XK) (e^{(|XK|/TO_i) - 1}) + d_i (\text{signe } YK) (e^{YK/TO_i - 1}) \right]$$

Les équations de récurrence (III.13) s'écrivent alors

$$\begin{cases} XK+1 = XK - \left| F_2 \cdot \overset{\circ}{F}_1 Y - F_1 \cdot \overset{\circ}{F}_2 Y + P \cdot \overset{\circ}{F}_1 Y + Q \overset{\circ}{F}_2 Y \right| / \Delta \\ YK+1 = YK - \left| F_1 \cdot \overset{\circ}{F}_2 X - F_2 \cdot \overset{\circ}{F}_1 X - P \cdot \overset{\circ}{F}_1 X + Q \overset{\circ}{F}_2 X \right| / \Delta \end{cases}$$

avec :

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{F}_i X &= e^{(|XK - T)/TO_i} \\ \overset{\circ}{F}_i Y &= e^{(|YK| - T/2)/TO_i} \end{aligned} \quad (V.4)$$

$$\begin{aligned} Q &= TO_1 \cdot Z_1 \\ P &= (TO_1 - TO_2)Z_2 - Q \\ \Delta &= \overset{\circ}{F}_2 X \cdot \overset{\circ}{F}_1 Y - \overset{\circ}{F}_1 X \cdot \overset{\circ}{F}_2 Y \end{aligned}$$

Le calcul est arrêté lorsque $|X_{K+1} - X_K|$ et $|Y_{K+1} - Y_K|$ sont inférieurs à la précision demandée soit ici EPS.

L'organigramme correspondant au programme de calcul de la commande est présenté dans la figure 5.3 . De la même façon que dans le cas envisagé dans le paragraphe précédent, nous avons allongé le programme pour mettre en évidence le temps de calcul de la commande et nous avons été obligés d'y incorporer les sous-programmes correspondant à l'entrée des données , à l'impression des commentaires et à la sortie des résultats sur imprimante. Toutes les précisions sont données en détail dans l'annexe F .

V.5 - Remarques sur le temps de calcul de la commande

Les équations de récurrence (V.2) et (V.3) mettent en évidence le nombre d'opérations à effectuer lors de chaque itération, aussi le temps nécessaire au calcul de la commande est-il directement lié au savoir faire du programmeur et aux performances techniques de la machine numérique employée.

En particulier, le temps approximatif du sous-programme de calcul d'une exponentielle (EXPFC) est de l'ordre 3 millisecondes, celui d'une division de 350 micro-secondes.

Pour un nombre d'itérations égal à 4 , la durée moyenne du calcul de la commande est de l'ordre d'un dixième de seconde.

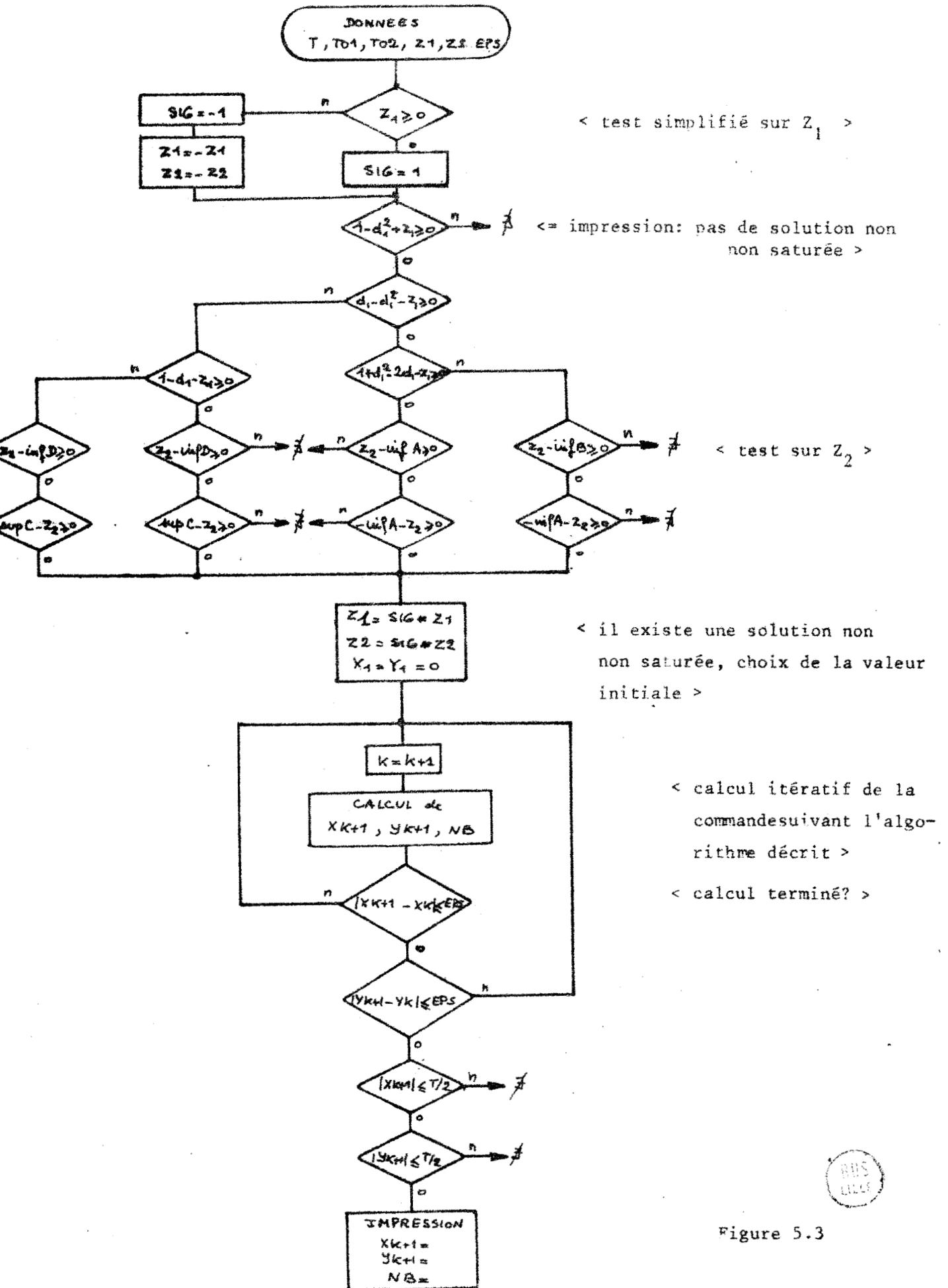


Figure 5.3

CONCLUSION

A l'aide de quelques remarques simples , nous avons pu réduire au minimum le nombre de tests préalables au calcul itératif de la commande en temps réel. De la même façon, un choix particulier des conditions initiales a diminué le nombre de cycles d'itération et réduit le temps de calcul. Le choix de la valeur de la précision s'est révélé particulièrement important pour éviter de perdre, par un mauvais rapport temps-machine sur période d'échantillonnage, la précision que nous pouvons obtenir à la suite de calculs délicats.

Dans ce sens, nous allons, dans le dernier chapitre, étudier les problèmes liés aux variations des paramètres et à l'influence du temps de calcul sur la qualité de la commande.

Chapitre VI

ETUDE DES PROBLEMES LIES AU CALCUL EN TEMPS REEL DE LA VALEUR DE COMMANDE

Pour que la méthode, proposée dans le chapitre précédent puisse s'appliquer pratiquement avec intérêt le temps de calcul de la valeur de commande doit être le plus faible possible .

Dans ce sens, nous étudions dans ce chapitre divers problèmes liés au calcul en temps réel de la commande .Après avoir précisé les facteurs susceptibles d'augmenter le temps de calcul, nous analysons les effets, sur la qualité de la commande, du décalage entre la prise d'échantillons et l'application effective de la commande .

Diverses politiques pouvant être adoptées lors de la mise en oeuvre nous déterminons dans chaque cas les erreurs commises et éventuellement les corrections à apporter .

VI.1 - Variation du temps de calcul en fonction de la précision

Les paramètres susceptibles d'augmenter le temps de calcul de la valeur de commande sont nombreux. Parmi ceux-ci, nous nous attacherons surtout à l'étude de l'influence sur le nombre d'itérations de la précision du calcul en négligeant les problèmes liés à l'habileté du programmeur et au choix de l'initialisation du sous-programme.

L'utilisation du cadenceur intégré dans le calculateur numérique permet d'évaluer la durée moyenne du calcul d'une valeur de commande. Celle-ci vaut environ 100 millisecondes qui se décomposent approximativement en 10 ms pour les tests d'appartenance au domaine de commandabilité et en 85 ms pour 4 itérations de la méthode de Newton Raphson, le temps de la conversion analogique numérique des grandeurs permettant de déterminer l'état initial du processus étant négligeable.

L'étude de l'évolution du temps de calcul en fonction du point du domaine de commandabilité montre, en général des variations importantes (rapport de un à trois) et difficilement prévisibles dues en particulier aux valeurs initiales du sous-programme.

D'autre part l'augmentation de la précision demandée lors de la détermination de la commande conduit à un accroissement du nombre d'itérations. En particulier pour un processus du second ordre avec une constante de temps $\tau = T = 0,45$ s et une contribution de la commande: $Z = (0,225 ; 0,08)^T$ le tableau 6.1 donne l'évolution du nombre d'itérations (NBTOUR) en fonction de la précision demandée sur le résultat.

PRECISION	10^{-1}	$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-4}
NB TOUR	1	1	2	3	4	4

Tableau 6.1

Nous proposons dans les tableaux 6.2 à 6.4 les valeurs de la commande obtenues pour une précision égale respectivement à 10^{-2} ; $5 \cdot 10^{-3}$ et 10^{-3} . Le temps exprimé en millisecondes correspond exclusivement au calcul itératif.

Tableau 6.2

T=	+.45000**+00
T0=	+.45000**+00
PRECISION=	+.10000*-01

-	Z1=	+.25000**+00	Z2=	+.10000**+00
	TEMPS=	042		
	TOUR N=	002		
	XK=	+.97847*-01	YK=	+.15215**+00
-	Z1=	+.35000**+00	Z2=	+.15000**+00
	TEMPS=	042		
	TOUR N=	002		
	XK=	+.20226**+00	YK=	+.14774**+00
-	Z1=	+.15000**+00	Z2=	+.30000*-01
	TEMPS=	064		
	TOUR N=	003		
	XK=	-.24447*-01	YK=	+.17445**+00
-	Z1=	+.50000*-01	Z2=	-.30000*-01
	TEMPS=	064		
	TOUR N=	003		
	XK=	-.13294**+00	YK=	+.18293**+00
-	Z1=	+.14000**+00	Z2=	+.00000**+00
	TEMPS=	063		
	TOUR N=	003		
	XK=	-.80293*-01	YK=	+.22029**+00
-	Z1=	+.50000*-01	Z2=	+.70000*-01
	TEMPS=	064		
	TOUR N=	003		
	XK=	+.21679**+00	YK=	-.16679**+00
-	Z1=	-.10000**+00	Z2=	+.20000*-01
	TEMPS=	064		
	TOUR N=	003		
	XK=	+.11712**+00	YK=	-.21712**+00
-	Z1=	-.10000**+00	Z2=	-.20000*-01
	TEMPS=	064		
	TOUR N=	003		
	XK=	+.29981*-01	YK=	-.12998**+00
-	Z1=	+.00000**+00	Z2=	+.20000*-01
	TEMPS=	039		
	TOUR N=	002		
	XK=	+.76904*-01	YK=	-.76904*-01
-	Z1=	+.22500**+00	Z2=	+.50000*-01
	TEMPS=	063		
	TOUR N=	003		
	XK=	+.32597*-02	YK=	+.22174**+00
-	Z1=	+.15000**+00	Z2=	+.00000**+00
	PAS DE SOLUTION NON SATUREE!			



T=	+ .45000**+00
T0=	+ .45000**+00
PRECISION=	+ .50000**+02

Tableau 6.3

- Z1= +.25000**+00 Z2= +.10000**+00
 TEMPS= 042
 TOUR N= 002
 XK= +.97847**+01 YK= +.15215**+00

- Z1= +.35000**+00 Z2= +.15000**+00
 TEMPS= 042
 TOUR N= 002
 XK= +.20226**+00 YK= +.14774**+00

- Z1= +.15000**+00 Z2= +.30000**+01
 TEMPS= 064
 TOUR N= 003
 XK= -.24447**+01 YK= +.17445**+00

- Z1= +.50000**+01 Z2= -.30000**+01
 TEMPS= 064
 TOUR N= 003
 XK= -.13294**+00 YK= +.18293**+00

- Z1= +.14000**+00 Z2= +.00000**+00
 TEMPS= 084
 TOUR N= 004
 XK= -.80220**+01 YK= +.22022**+00

- Z1= +.50000**+01 Z2= +.70000**+01
 TEMPS= 064
 TOUR N= 003
 XK= +.21679**+00 YK= -.16679**+00

- Z1= -.10000**+00 Z2= +.20000**+01
 TEMPS= 085
 TOUR N= 004
 XK= +.11704**+00 YK= -.21704**+00

- Z1= -.10000**+00 Z2= -.20000**+01
 TEMPS= 064
 TOUR N= 003
 XK= +.29981**+01 YK= -.12998**+00

- Z1= +.00000**+00 Z2= +2- Z2= +.20000**+01
 TEMPS= 060
 TOUR N= 003
 XK= +.76850**+01 YK= -.76850**+01

- Z1= +.22500**+00 Z2= +.50000**+0 Z2= +.50000
 TEMPS= 063
 TOUR N= 003
 XK= +.32597**+02 YK= +.22174**+00

- Z1= +.15000**+00 Z2= +.00000**+00
 PAS DE SOLUTION NON SATUREE!



T=	+ .45000**+00
T0=	+ .45000**+00
PRECISION=	+ .10000**+00

Tableau 6.4

Z1=	+ .25000**+00	Z2=	+ .10000**+00
TEMPS=	064		
TOUR N=	003		
XK=	+ .97885**+01	YK=	+ .15211**+00

Z1=	+ .35000**+00	Z2=	+ .15000**+00
TEMPS=	063		
TOUR N=	003		
XK=	+ .20231**+00	YK=	+ .14768**+00

Z1=	+ .15000**+00	Z2=	+ .30000**+01
TEMPS=	085		
TOUR N=	004		
XK=	- .24440**+01	YK=	+ .17444**+00

Z1=	+ .50000**+01	Z2=	- .30000**+01
TEMPS=	085		
TOUR N=	004		
XK=	- .13291**+00	YK=	+ .18291**+00

Z1=	+ .14000**+00	Z2=	+ .00000**+00
TEMPS=	084		
TOUR N=	004		
XK=	- .80220**+01	YK=	+ .22022**+00

Z1=	+ .50000**+01	Z2=	+ .70000**+01
TEMPS=	064		
TOUR N=	003		
XK=	+ .21679**+00	YK=	- .16679**+00

Z1=	- .10000**+00	Z2=	+ .20000**+01
TEMPS=	085		
TOUR N=	004		
XK=	+ .11704**+00	YK=	- .21704**+00

Z1=	- .10000**+00	Z2=	- .20000**+01
TEMPS=	064		
TOUR N=	003		
XK=	+ .29981**+01	YK=	- .12998**+00

Z1=	+ .00000**+00	Z2=	+ .20000**+01
TEMPS=	060		
TOUR N=	003		
XK=	+ .76850**+01	YK=	- .76850**+01

Z1=	+ .22500**+00	Z2=	+ .50000**+01
TEMPS=	084		
TOUR N=	004		
XK=	+ .32853**+02	YK=	+ .22171**+00

Z1=	+ .15000**+00	Z2=	+ .00000**+00
-----	---------------	-----	---------------

PAS DE SOLUTION NON SATUREE!



VI.2 - Cas où la commande est appliquée avec retard

Le calcul numérique de la commande U_n n'étant pas immédiat, nous analysons tout d'abord l'influence sur la qualité de la commande du retard dû au calcul. Puis, de manière à diminuer l'écart entre l'état désiré y_{n+1} et celui effectivement atteint Y^* au bout d'une période d'échantillonnage, nous proposons l'introduction d'un facteur correctif.

Suivant l'instant où nous déclenchons l'horloge interne du calculateur qui donne les tops de début et de fin de commande, nous obtenons des résultats différents pour une même commande calculée. Toutefois, si le temps de calcul est très faible par rapport aux constantes de temps du système l'état réel atteint par le système au temps $(n+1)T$ sera peu différent de celui espéré.

Nous supposons que la période d'échantillonnage est choisie de telle façon que le temps de calcul soit inférieur à la durée maximum d'une impulsion modulée en largeur soit T/q .

VI.2.1 - Cas où seule la première impulsion est modifiée

L'horloge temps réel du calculateur est déclenchée au début du calcul de U_n c'est-à-dire au moment de la prise des échantillons qui permettent de définir l'état Y_n du système. La première impulsion sera appliquée au processus avec un retard, la ou les autres impulsions de commande n'étant pas décalées.

Afin d'éviter la superposition de deux impulsions de commande de même signe, nous supposons que les durées cumulées du calcul et de la largeur de la première impulsion sont au plus égales à T/q . La figure 6.5 représente les évolutions comparées en fonction du temps des impulsions appliquées et calculées.

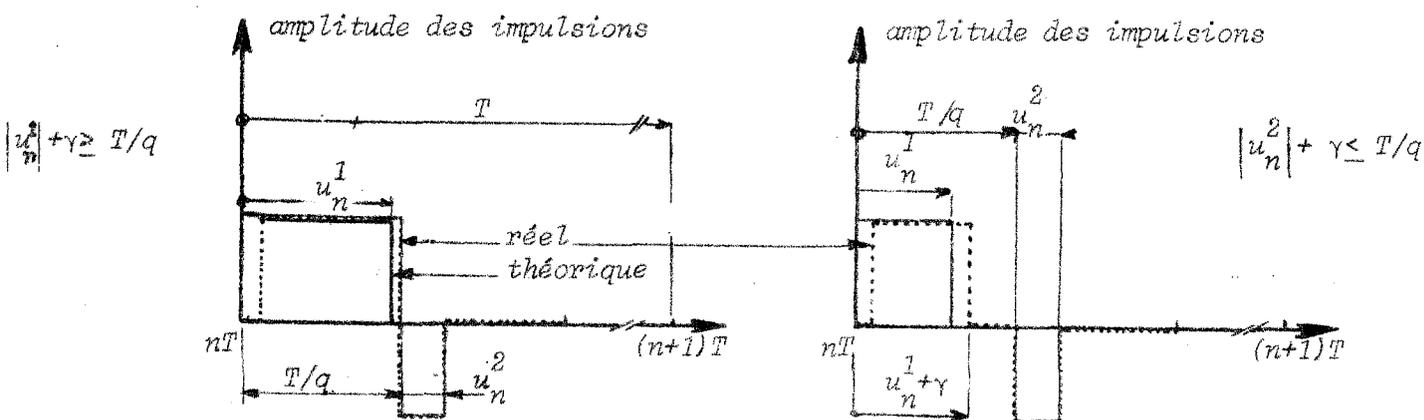


Figure 6.5

Dans le cas où $|u_n^1| + \gamma$ est inférieur à la durée maximum d'une impulsion, les écarts entre les composantes théoriques et réelles (notées avec l'indice r) du vecteur contribution de la commande pour un système du second ordre s'écrivent respectivement :

$$\begin{cases} Z_{1r} - Z_1 = 0 \\ Z_{2r} - Z_2 = \tau \text{ signe } u_n^1 e^{-T/\tau} (1 - e^{-|u_n^1|/\tau}) (e^{-\gamma/\tau} - 1) \end{cases} \quad (\text{VI.1})$$

et l'erreur relative commise sur les composantes du vecteur état du système sera de la forme :

$$\epsilon = \frac{|Z_{2r} - Z_2|}{\sqrt{Z_1^2 + Z_2^2}} \quad (\text{VI.2})$$

Dans le cas où $|u_n^1| + \gamma > \frac{T}{q}$, nous imposons une saturation sur la largeur de la première impulsion, les écarts absolus et relatifs sur la contribution de la commande prennent la forme :

$$\begin{cases} Z_{1r} - Z_1 = (\frac{T}{2} - \gamma) \text{ signe } u_n^1 - u_n^1 \\ Z_{2r} - Z_2 = \tau (\text{signe } u_n^1) e^{-T/\tau} (e^{\gamma/\tau} - e^{T/2\tau} - 1 + e^{-|u_n^1|/\tau}) + (Z_{1r} - Z_1) \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

$$\epsilon = \frac{(Z_{1R} - Z_1)^2 + (Z_{2R} - Z_2)^2}{Z_1^2 + Z_2^2} \quad (\text{IV.4})$$

Nous proposons dans les figures 6.6 et 6.7 des courbes donnant l'évolution des erreurs relatives commises sur Z_1 et Z_2 en fonction de u_1 et de valeurs du rapport T/τ égales à 1 et 2,222.

Erreur relative maximum commise sur l'état atteint par le système
au bout d'une période d'échantillonnage

Système du second ordre avec intégration

$T = \tau = 0,45$ seconde

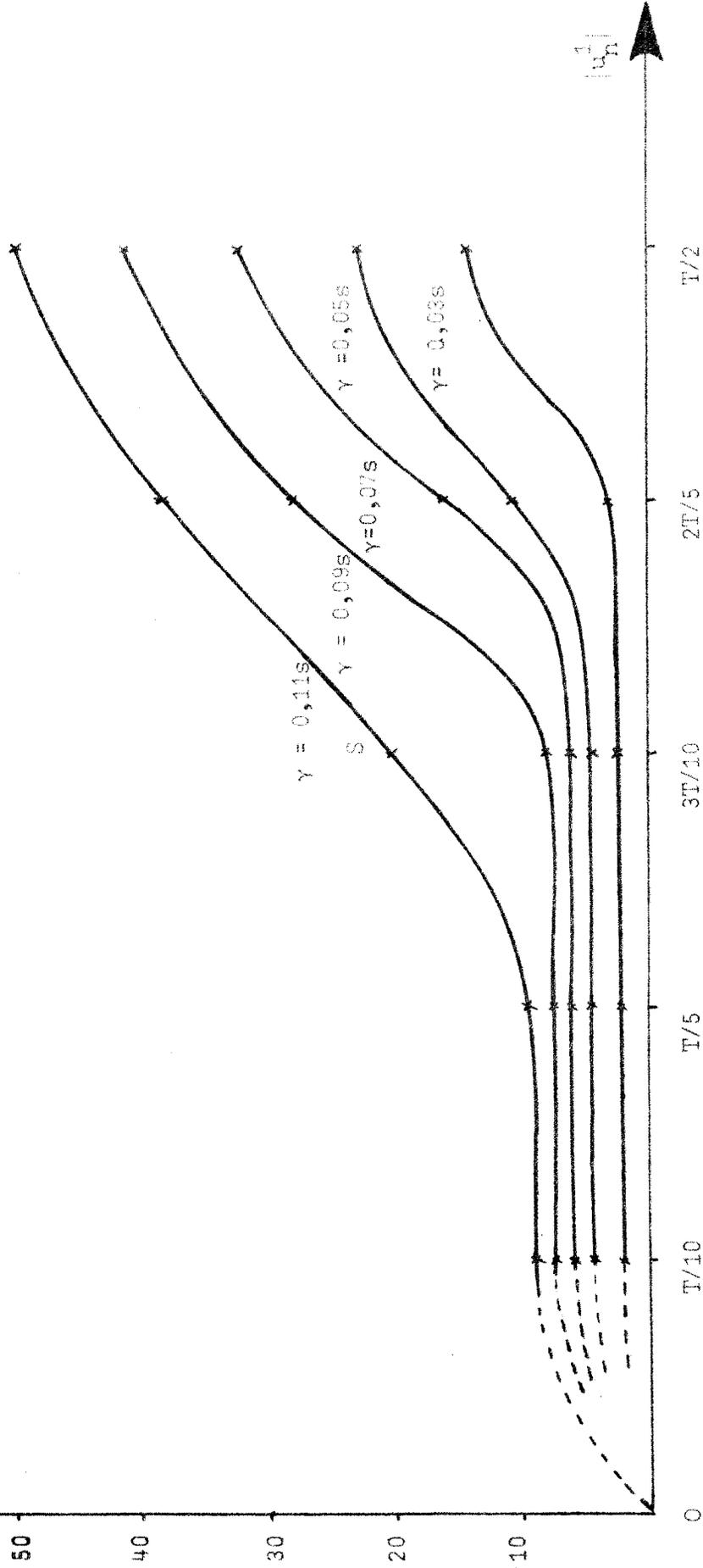


Figure 6.6 Erreur relative maximum commise sur l'état atteint par le système à l'instant $(n+1)T$ en appliquant la première impulsion avec le retard γ



Erreur relative maximum commise sur l'état atteint par le système au
 au bout d'une période d'échantillonnage

Système du second ordre avec intégration

$T=1$ s et $\tau = 0,45$ s

- $\gamma = 0,13$ s
- $\gamma = 0,11$ s
- $\gamma = 0,09$ s
- $\gamma = 0,05$ s
- $\gamma = 0,03$ s

$|u_n|$

0,1 0,2 0,3 0,4 0,5



Figure 6.7 Erreur relative commise sur l'état atteint par le système à l'instant $(n+1)T$ en appliquant la première impulsion de commande avec le retard γ

VI.2.2 - Application avec retard de toutes les impulsions de commande

- Dans le cas où l'horloge temps réel n'est enclenchée que quand le calcul de U_n est terminé, l'évolution réelle de la commande en fonction du temps correspond à l'évolution théorique ($\gamma=0$) avec un retard γ . Pour déterminer l'état du système à l'instant théorique $(n+1)T$, nous devons déterminer l'état du système au bout du temps $(T-\gamma)$.

Suivant la valeur calculée pour la dernière impulsion de commande, les écarts absolus prendront la forme :

$$\begin{aligned}
 & \text{si } |u_n^2| < \frac{T}{2} - \gamma \\
 & \left| \begin{array}{l} Z_{1R} - Z_1 = 0 \\ Z_{2R} - Z_2 = (e^{\gamma/\tau} - 1)(Z_2 - Z_1) \end{array} \right. \\
 & \text{si } |u_n^2| \geq \frac{T}{2} - \gamma
 \end{aligned} \tag{VI.5}$$

$$\left| \begin{array}{l} Z_{1R} - Z_1 = (\frac{T}{2} - \gamma) \text{ signe } u_n^2 - u_n^2 \\ Z_{2R} - Z_2 = \tau \left[\text{signe } u_n^1 e^{-T/\tau} (e^{\gamma/\tau} - 1) (1 - e^{-|u_n^1|/\tau}) \right. \right. \\ \left. \left. + \text{signe } u_n^2 e^{-T/2\tau} (e^{\gamma/\tau} - 1 - e^{+T/2\tau} + e^{-|u_n^2|/\tau}) \right] + Z_{1R} - Z_1 \end{array} \right.$$

L'erreur relative correspondante se déduit de VI.5. Dans les deux cas les figures 6.9 à 6.10 présentent, en fonction de la période d'échantillonnage T et de la constante de temps τ du système, la variation de l'erreur relative pour diverses valeurs de γ et de la contribution de la commande.

La précision étant fixée, le nombre maximum d'itérations s'en déduit et un maximum δ du temps de calcul peut être prédéterminé. Il suffit alors de modifier légèrement le programme de calcul de la commande pour calculer à partir de Y_n l'état $Y_{nT+\gamma}$ puis déterminer la valeur de la commande nécessaire pour conduire le processus dans l'état Y_{n+1} au bout du temps $T-\gamma$. Dans le cas particulier où $Y_n=0$, nous pouvons facilement vérifier que le domaine atteignable à la date $(n+1)T$ est plus petit que le domaine D_1 déterminé précédemment.

Erreur relative maximum commise sur l'état atteint au bout d'une période d'échantillonnage T

Système du second ordre $T = 0,45$ seconde soit τ

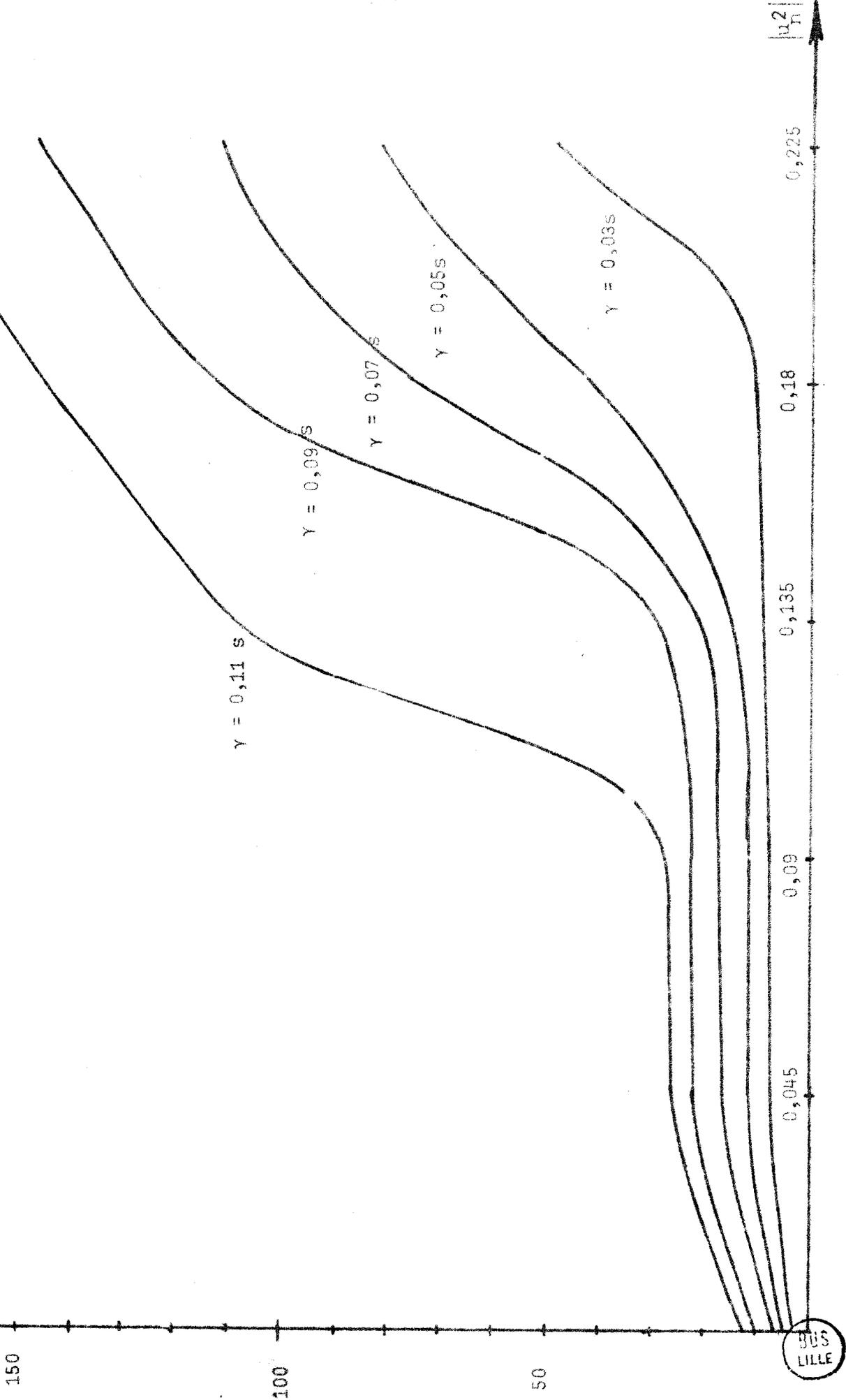


Figure 6.8 Erreur relative maximum due au retard dans l'application de toutes les impulsions de commande

Erreur relative maximum commise sur l'état atteint au bout d'une période d'échantillonnage T

Système du second ordre T = 1 seconde et $\tau = 0,45$ seconde

-6-12-

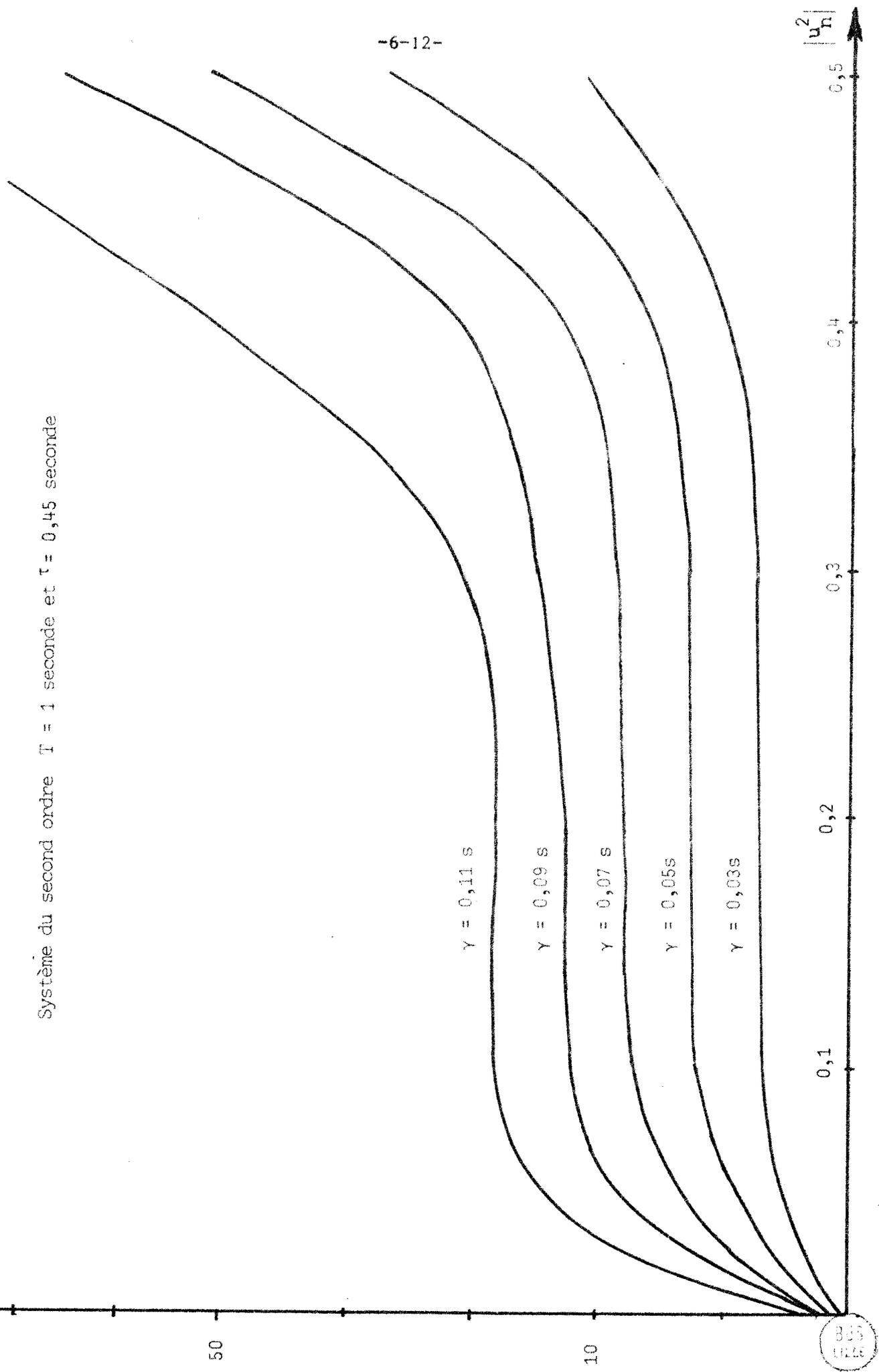


Figure 6.9 Erreur relative maximum due au retard dans l'application de toutes les impulsions de commande

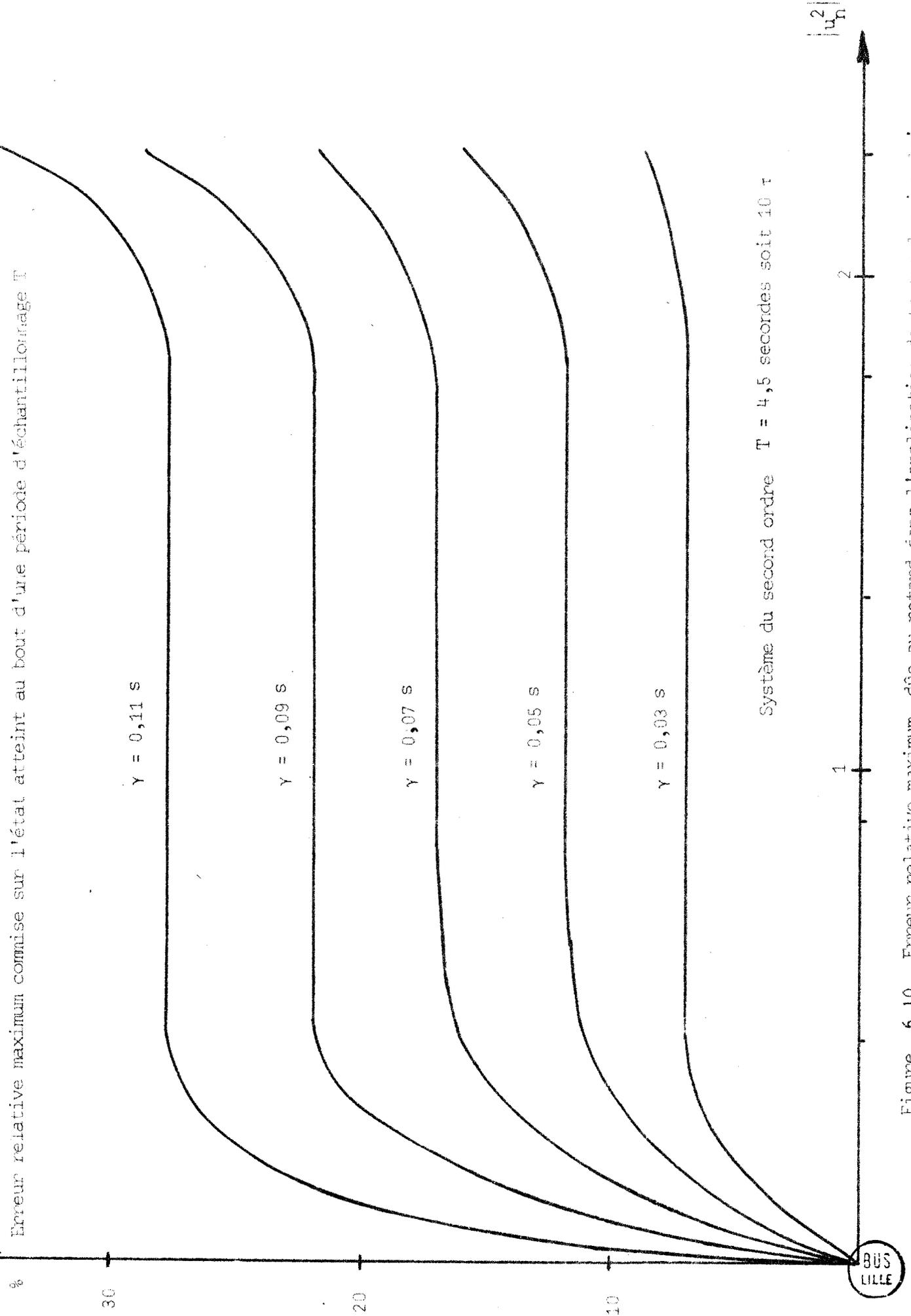


Figure 6.10 Erreur relative maximum due au retard dans l'application de toutes les impulsions

VI.3 - Démarrage a priori de la séquence de commande

Dans le cas où l'horloge temps réel est déclenchée au début du calcul, il est possible de réduire le retard dans l'application de la première impulsion de commande en effectuant le démarrage à priori de la séquence de commande après un nombre réduit de tests, du moins pour des systèmes d'ordre inférieur à 3.

Le tracé des domaines de commandabilité nous a assuré de l'unicité de la commande et montré qu'il était possible de déterminer des zones où le signe de la commande est constant. Dans le cas d'un système du second ordre avec intégration, la courbe C_2 (III.2.1) d'équation :

$$f(Z_1, Z_2) = Z_2 + \tau \text{signe } Z_1 e^{-T/2\tau} (1 - e^{-|Z_1|/\tau}) - Z_1 = 0 \quad (\text{VI.6})$$

partage le plan (Z_1, Z_2) en deux zones. Le résultat du test : $f(Z_1, Z_2) \geq 0$ nous renseignera sur le signe de la première impulsion de commande avant même que sa valeur en soit connue.

Nous pouvons alors effectuer le démarrage à priori de la première impulsion de commande dont le signe sera identique à celui calculé. L'écart relatif sur la contribution de la commande sera annulé à condition que la largeur de l'impulsion calculée soit supérieur au temps total de calcul de la commande.

L'erreur relative dans le cas le plus défavorable où $\gamma - u_n^1 > 0$, se déduit de :

$$\begin{cases} Z_{1R} - Z_1 = \gamma - u_n^1 \\ Z_{2R} - Z_2 = \tau e^{-T/\tau} (e^{-|u_n^1|/\tau} - e^{-\gamma/\tau}) \text{signe } u_n^1 \end{cases} \quad (\text{VI.7})$$

La détermination des courbes d'erreur en fonction de u_n^1 et pour T et τ fixés mettent en évidence les erreurs importantes commises dans le cas défavorable où $\gamma - |u_n^1| > 0$. La figure 6.11 représente le domaine de commandabilité effectivement atteint pour $T = \tau = 0,45$ s et $\tau = 0,10$ s.

Système du second ordre avec intégration

Commande à priori par double modulation de largeur

$T = 0,45 \text{ s}$ et $\tau = 0,45 \text{ s}$

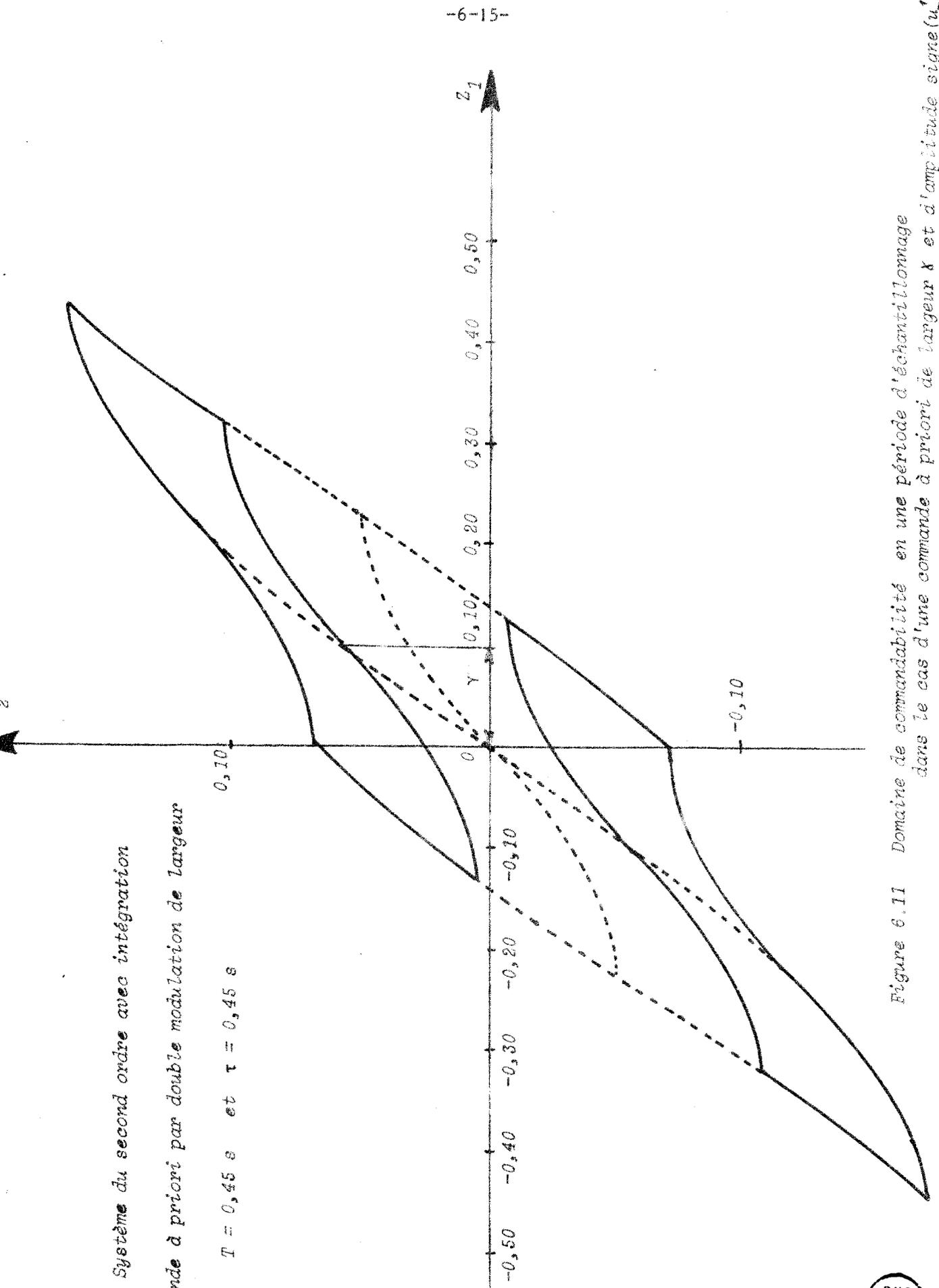


Figure 6.11 Domaine de commandabilité en une période d'échantillonnage dans le cas d'une commande à priori de largeur λ et d'amplitude signe (u_n^1)

CONCLUSION

L'analyse des problèmes liés à la mise en oeuvre d'un processus en temps réel a mis en évidence le rôle de la période d'échantillonnage comme paramètre essentiel de la commande .

Le temps nécessaire au calcul de la commande n'étant pas en général négligeable, il ne sera pas possible de commander valablement par la méthode proposée les systèmes pour lesquels les constantes de temps ou la période d'échantillonnage seraient trop faibles .Dans les autres cas, la commande numérique directe par impulsions multimodulée en largeur, éventuellement corrigée par l'application a priori de la commande n'est limitée que par le niveau d'identification du processus .

CONCLUSION GENERALE

L'introduction sans cesse croissante de l'Automatique dans les processus industriels conduit l'Ingénieur en systèmes à élaborer des algorithmes de commande destinés à des applications bien définies.

Le but de nos travaux consistait en la présentation d'une technique de régulation discrète compatible avec l'emploi de machines numériques en temps réel. Le choix d'un signal de commande multimodulé en largeur permet l'intervention directe du calculateur sur le modulateur par l'intermédiaire de signaux logiques et ceci pour de larges variations de la puissance mise en jeu par le signal de commande.

Les limites d'une telle modulation dépendent en premier lieu du niveau d'identification du processus à régler, des performances du calculateur employé mais surtout des méthodes d'analyse numérique nécessaires pour le calcul des valeurs des commandes.

Lorsque la période d'échantillonnage T et les constantes de temps du système sont du même ordre de grandeur, l'application à priori de la commande au processus permet d'atteindre sans erreur l'état choisi pour le système au bout du temps T , à condition qu'une condition simple soit vérifiée.

Cette étude a permis de dégager quelques propriétés intéressantes concernant un type de commande échantillonnée. C'est dans le sens d'une étude en régime dynamique qu'il conviendrait de poursuivre nos travaux.

ANNEXE A

MODULATION DE LARGEUR DES IMPULSIONS DE COMMANDE

Pour un processus monovarié nous rappelons quelques notions et résultats importants concernant la modulation de largeur des impulsions de commande /15/.

A.1.1 - Définition

Entre les instants nT et $(n+1)T$, le modulateur élabore une impulsion d'amplitude $A(\epsilon_n, t)$ fonction de son entrée ϵ à l'instant t et de la période d'échantillonnage T . Cette impulsion est nulle sauf pendant ^{le temps} T_{in} fonction de $|\epsilon_n|$. Le signe de l'impulsion dépend du signe de ϵ_n à l'instant nT .

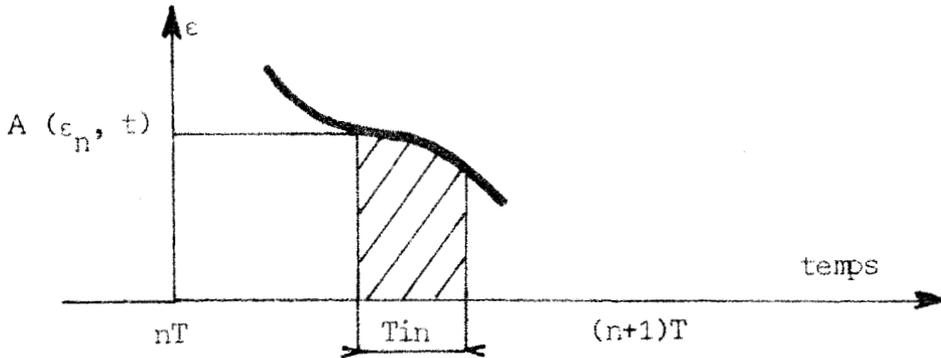


FIGURE A.1.1

A.1.2 - Quelques classes de modulateur de largeur

. De la définition précédente, il résulte que chaque type de modulateur est caractérisé par deux lois :

- l'expression en fonction du temps et de l'entrée du modulateur de $A(\epsilon_n, t)$
- la relation liant la durée T_{in} de l'impulsion à l'entrée échantillonnée du modulateur.

. Sans prétendre donner une liste exhaustive des nombreux types de modulateurs à période T constante citons :

1) Modulateur de durée d'impulsions calibrées commandées à l'extinction

Les impulsions de commande d'amplitude A signe ϵ_n (A constante) sont calées au début de la séquence d'échantillonnage et leur durée T_{in} , inférieure à T , est généralement proportionnelle au module de l'entrée échantillonnée du modulateur :

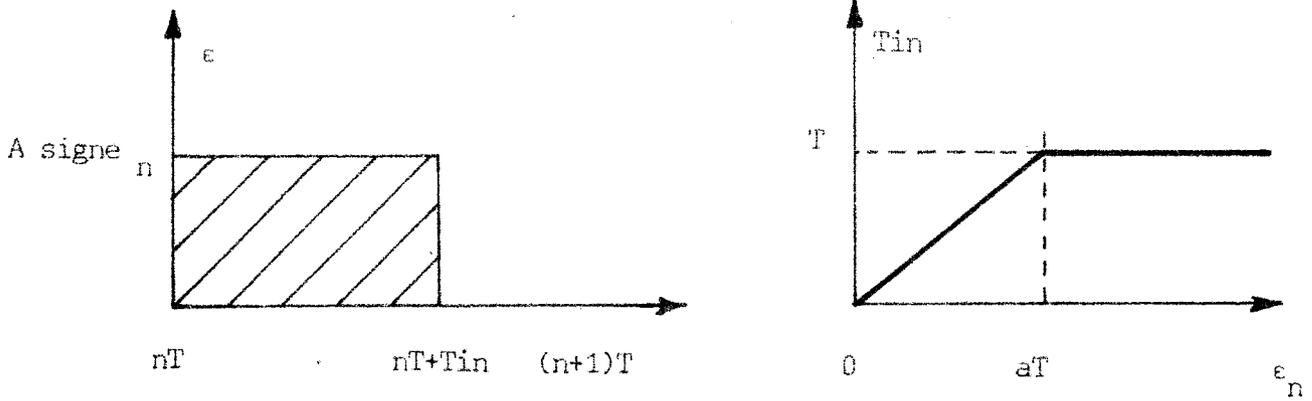


FIGURE A.1.2 et A.1.3

Dans le cas où T_{in} est proportionnel au module de l'erreur posons :

$$T_{in} = T \text{ sat } \frac{|\epsilon_n|}{aT}$$

avec $\text{sat } x = 1$ pour $x \geq 1$
 $= x$ pour $0 < x \leq 1$

2) Modulation de durée d'impulsions calibrées commandées à l'amorçage

Les impulsions d'amplitude A signe ϵ_n (A constante) sont calées à la fin de la période d'échantillonnage, avec la même convention que précédemment pour l'expression de T_{in} .

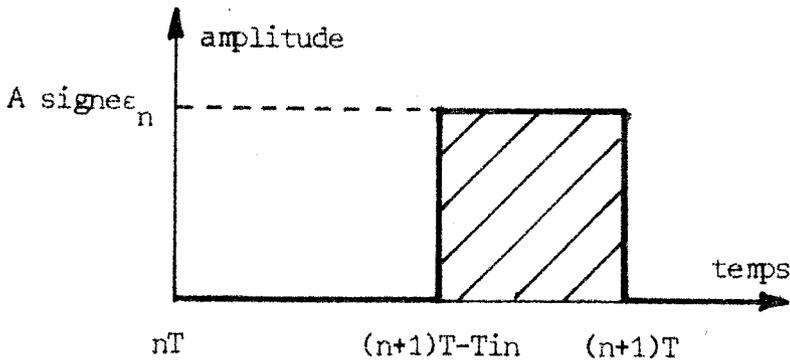


FIGURE A.1.4

3) Modulation de durée d'arches de sinusoides commandées à l'amorçage

Dans les systèmes commandés au moyen de redresseurs contrôlés (thyristors par exemple) à partir d'une source alternative la commande se présente (pour les charges non réactives) sous la forme représentée à la figure 5.

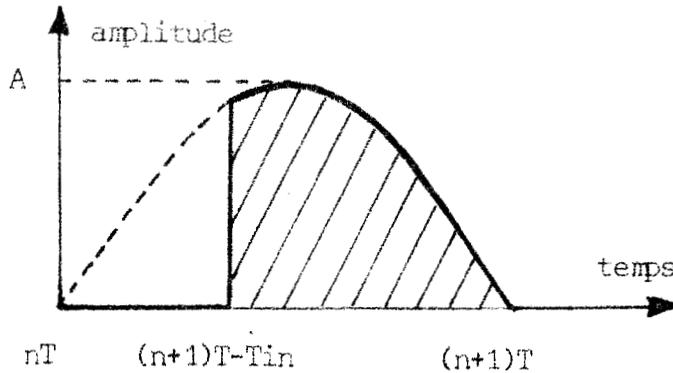


FIGURE A.1.5

4) Généralisation des modulateurs simples précédents

Aux trois types simples de modulateurs que nous venons de définir, nous pouvons ajouter les modulateurs obtenus par généralisation des précédents en considérant par exemple une suite d'impulsions de nature identique ou différente au cours d'une même période d'échantillonnage.

4.1. Le modulateur décline une suite de m impulsions également réparties dans la période d'échantillonnage et de même durée $T_{in} \leq \frac{T}{m}$. Il est évidemment nécessaire que la période d'échantillonnage soit un multiple de la période de la source utilisée pour produire les impulsions.

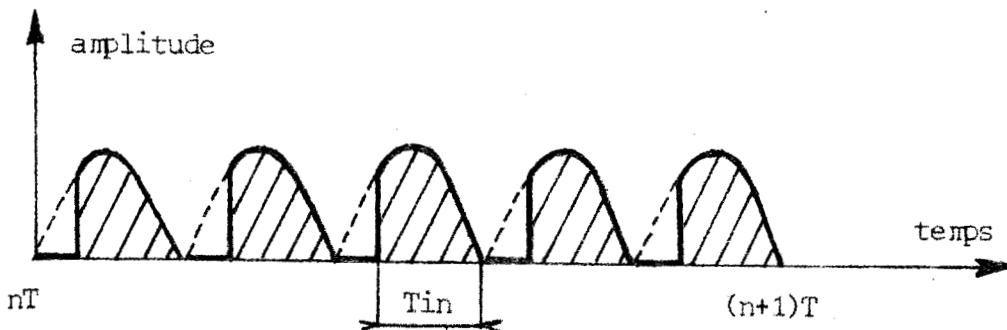


FIGURE A.1.6

4.2. Une suite de q impulsions de largeur différente T_{in}^j constitue le signal multimodulé élaboré pour la commande du processus.

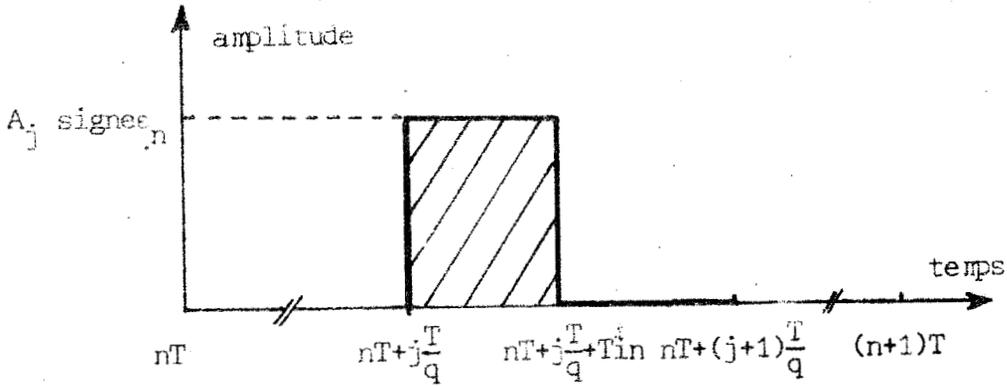


FIGURE A.1.7

Parmi les nombreux autres types de modulation, de durée possible citons la :

5.1. Modulation à double signe des impulsions

Le signal de commande issu du modulateur change de signe au bout d'un temps fonction de l'entrée échantillonnée. Ce type de modulateur couramment employé dans les asservissements hydrauliques à l'inconvénient de faire apparaître des cycles limites car la contribution de la régulation ne peut s'annuler que pour des filtres à régler très particuliers.

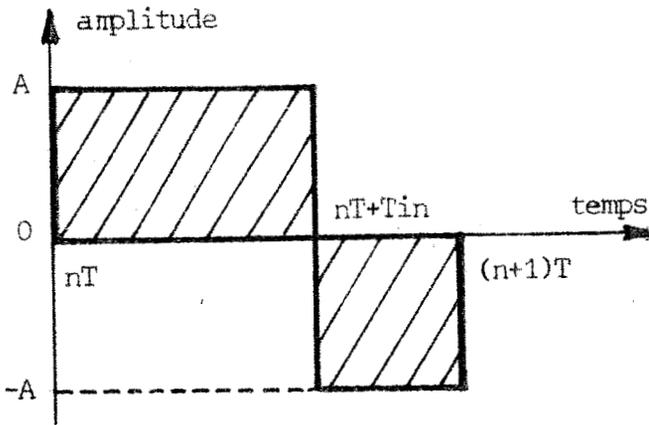


FIGURE A.1.8

5.2. Double modulateur de durée et d'amplitude des impulsions

En modulant la largeur et l'amplitude de l'impulsion, il est possible de transmettre deux types d'information. Soit par exemple :

$$\left| \begin{array}{l} A(\epsilon'_n, t) = \epsilon'_n \text{ signe } \epsilon_n \\ T_{in} = \text{sat} \frac{|\epsilon_n|}{aT} \quad (\text{convention de la figure A.1.3.}) \end{array} \right.$$

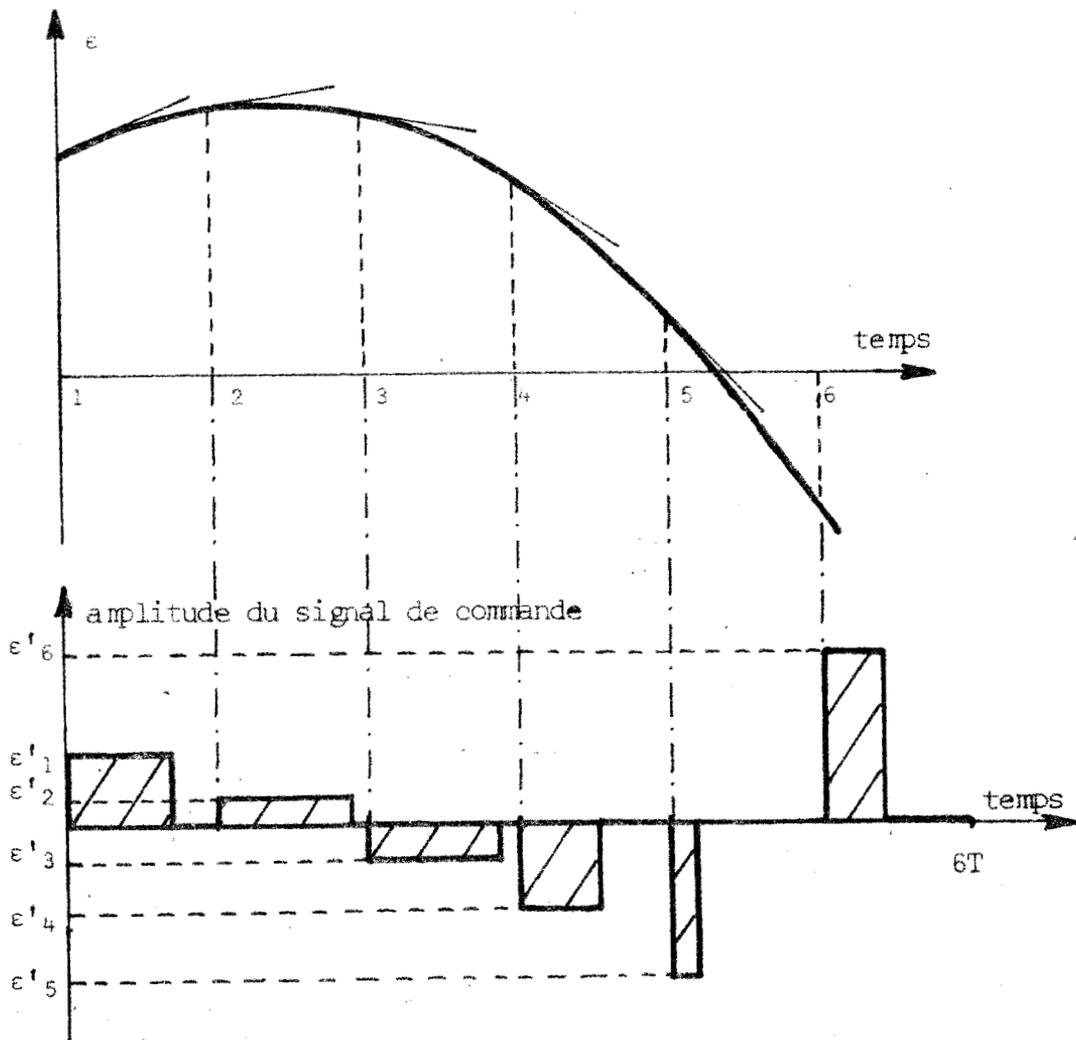


Figure A.1.9.

Annexe B

(langage Fortran IV Philips)

L19487

LOLO1

DATE 07/07/71 TIME 11 HR 53

```
0010C      MOTEUR COMMANDE PAR DOUBLE MODULATION= LARGEUR+AMPLITUDE
0020      READ(1,200) I,J
0030 200   FORMAT(2I2)
0040      WRITE(4,250)
0050 250   FORMAT(10X,2HU1,15X,2HU2,15X,2HZ1,15X,2HZ2,/)
0060      DO 8 I1=1,101,I
0070      V1=FLOAT(I1)
0080      U1=0.01*(V1-1.)
0090      WRITE(4,300) U1
0100      DO 8 J1=1,201,J
0110      V2=FLOAT(J1)
0120      U2=0.01*(V2-101.)
0130      D1=EXP(1.)
0140      D=1./D1
0150      Z1=U1*D+U2+D*(1.-D1**(ABS(U2)))*U2/(ABS(U2))
0160      Z2=U1+U2-Z1
0170      WRITE(4,305) U2,Z1,Z2
0180 8     CONTINUE
0190 300   FORMAT(5X,E12.4)
0200 305   FORMAT(18X,3(5X,E12.4))
0210      STOP
0220      END
```



```

0010C          DOMAINE DE COMMANDABILITE D'UN PROCESSUS ( T01+T02 )
0020C          PAR DOUBLE MODULATION DE LARGEUR
0030          READ(1,200)I,J
0040 200      FORMAT(2I3)
0050          READ(2) T,T01,T02
0060          RAP1= T/T01
0070          RAP2= T/T02
0080          WRITE(4,100) T,RAP1,RAP2
0090 100      FORMAT(/6X,2HF=,E12.4,4H SEC,5X,5HRAP1=,E12.4,
0100          15X,5HRAP2=,E12.4,/
0110          26X,18(H-),2(5X,17(H-)),//
0120          310X,2HU1,15X,2HU2,15X,2HZ1,15X,2HZ2,//)
0130          D1=EXP(RAP1)
0140          E1=EXP(RAP1/2.)
0150          D1S=1./E1
0160          D2=EXP(RAP2)
0170          E2=EXP(RAP2/2.)
0180          D2S=1./E2
0190          DO 8 I1=1,51,I
0200          V1=FLOAT(I1)
0210          W1=(V1-1.)/100.
0220          U1=T*W1
0230          WRITE(4,300) U1
0240          DO 8 J1=1,101,J
0250          V2=FLOAT(J1)
0260          W2=(V2-51.)/100.
0270          U2=T*W2
0280          SIG2=ABS(W2)/W2
0290          A1=(D1**W1)-1.
0300          A2=(D2**W1)-1.
0305          W3=ABS(W2)
0310          B1=(D1**W3)-1.
0320          B2=(D2**W3)-1.
0330          Z1=D1S*(D1S*A1-B1*SIG2)
0340          Z2=(T01*D1S*(D1S*A1+B1*SIG2)
0350          1+T02*D2S*(D2S*A2+B2*SIG2))/(T01-T02)
0360          WRITE(4,305) U2,Z1,Z2
0370 8        CONTINUE
0380 300      FORMAT(5X,E12.4)
0390 305      FORMAT(18X,3(5X,E12.4))
0400          STOP
0410          END

```

```
0010C          DOMAINE DE COMMANDABILITE D'UN MOTEUR
0020C          PAR DOUBLE MODULATION DE LARGEUR
0030          READ(1,200) I,J
0040 200      FORMAT(2I2)
0050          READ(2) T,TAU
0060          RAP=T/TAU
0070          WRITE(1,100) T,RAP
0080 100      FORMAT(/,15X,2HT=,E12.6,4H SEC,10X,4HRAP=,E12.6,/,
0090          115X,18(H-),10X,16(H-),//,
0100          211X,2HU1,15X,2HU2,15X,2HZ1,15X,2HZ2,//)
0110          D1=EXP(T/TAU)
0120          D2=EXP(T/(2.*TAU))
0130          D=1./D2
0140          D08 I1=1,51,I
0150          V1=FLOAT(I1)
0160          U1=T/100.*(V1-1.)
0170          WRITE(1,300) U1
0180          D08 J1=1,101,J
0190          V2=FLOAT(J1)
0200          U2=T/100.*(V2-51.)
0210          Z1=T/100.*(V1+V2-52.)
0220          Z2=Z1+TAU*D*(D*(1.-D1**((V1-1.)/100.))
0230          1+(1.-D1**((ABS(V2-51.)/100.))*ABS(V2-51.)/(V2-51.))
0240          WRITE(1,305) U2,Z1,Z2
0250 8        CONTINUE
0260 300      FORMAT(5X,E13.4)
0270 305      FORMAT(18X,3(4X,E13.4))
0280          STOP
0290          END
```

ANNEXE F

Nous présentons , dans les pages qui suivent le programme de calcul en temps réel de la commande, mis au point sur le calculateur T 2000 du Centre d'Automatique .

→ F 1 à 10 explicite le programme rédigé en langage assembleur ASMAT, chaque ligne donnant respectivement:

l'adresse/ le code opération

/l'étiquette/l'instruction symbolique

/ et éventuellement le

le commentaire<.....>

→ F 11 donne les correspondances entre les codes opérations et les instructions particulières au langage FLOTtant I.

→ F 12 à 14 précise les adresses des étiquettes utilisées dans le programme et permet de les retrouver facilement dans celui-ci.

ASM			
2000 2		CHG 2 2000 ;	
		DBS 2 JPJSIM ;	
2000 2		SEC JPJSIM ;	
		GBL FLOTI ;	
2000 2	2001 210	** +1 BI * BO * ;	
	1 2000 730	CEV 2000 ;	
	2 6002 000	CBO BM * ;	
	3 0000-104	DEBUT1:CA LETEMP ;	
	4 0000-344	RA I ORCAD ;	
	5 0000-170	IRV ACTITY ;	
	6 0000-100	CX TEM <CALCUL DE LA PERIODE>	
	7 2006-104	CA TEM -1 ;	
2010 2	0000-170	IRV SORMES ;	
	1 0000-170	IRV CALCUL ;	
	2 2006 170	IRV ** -4 ;	
	3 0340 170	IRV FCRO ;	
	4 0000-010	PERIOD BO * ;	
	5 0000-100	CX TAUX <CALCUL DE TO>;	
	6 2015-104	CA TAUX -1 ;	
	7 2010-170	IRV SORMES ;	
2020 2	2011-170	IRV CALCUL ;	
	1 2015 170	IRV ** -4 ;	
	2 0340 170	IRV FCRO ;	
	3 0000-010	TAU BO * ;	
	4 0000-100	CX COMMENT <CALCUL DE LA PRECISI>	
	5 2024-104	CA COMMENT -1 ;	
	6 2017-170	IRV SORMES ;	
	7 2020-170	IRV CALCUL ;	
2030 2	2024 170	IRV ** -4 ;	
	1 0340 170	IRV FCRO ;	
	2 0000-010	PRECIS BO * ;	
	3 0331 170	DEBUT2:IRV FCGO <CALCUL DE EXP(-T/TO)>	
	4 2014-010	PERIOD BO * ;	
	5 0253 170	IRV DVFC ;	
	6 2023-010	TAU BO * ;	
	7 1323 170	IRV EXPFC ;	
2040 2	0340 170	IRV FCRO ;	
	1 0000-010	ETSTO BO * ;	
	2 0755 170	IRV RACFC ;	
	3 0340 170	IRV FCRO ;	
	4 0000-010	ETS2TO BO * ;	
	5 0325 170	IRV FCHO <CALCUL DE T/2>;	
	6 2034-010	PERIOD BO * ;	
	7 0253 170	IRV DVFC ;	
2050 2	0000-010	DEUX BO * ;	
	1 0340 170	IRV FCRO ;	
	2 0000-010	TSUR2 BO * ;	
	3 0000-100	DEBUT3:CX ZEDE1 <ENTREE DE Z1>;	
	4 2053-104	CA ZEDE1 -1 ;	
	5 2026-170	IRV SORMES ;	
	6 2027-170	IRV CALCUL ;	
	7 2053 170	IRV ** -4 ;	
2060 2	0340 170	IRV FCRO ;	
	1 0000-010	ZED1 BO * ;	
	2 0000-160	RZ AIGUI1 ;	
	3 0000-160	RZ AIGUI2 ;	
	4 0002 104	CA FCMO ;	
	5 2073 230	PRV ** +6 ;	
	6 2062-124	IC AIGUI1 ;	
	7 0331 170	IRV FCGO ;	



2070	2	2061-010	ZEDI	BO * ;	
	1	0340 170	IRV	FCRD	;
	2	2070-010	ZEDI	BO * ;	
	3	0234 170	IRV	SFC	;
	4	2046-010	PERIOD	BO * ;	
	5	0002 104	CA	FCMO	;
	6	2104 330	NRV	** +6 ;	
	7	2104 270	ZRV	** +5 ;	
2100	2	0000-100	CPABON:CX	PASSOL ;	
	1	2100-104	CA	PASSOL -1 ;	
	2	2055-170	IRV	SORMES ;	
	3	2053 170	IRV	DEBUF3 ;	
	4	0161 170	IRV	ADFC	;
	5	2052-010	ISUR2	BO * ;	
	6	0002 104	CA	FCMO	;
	7	0000-230	PRV	SUIT3 ;	
2110	2	2063-124	IC	AIGUI3 ;	
	1	0000-100	SUIF3 :CX	ZEDE2	<ENTREE DE 72>;
	2	2111-104	CA	ZEDE2 -1 ;	
	3	2102-170	IRV	SORMES ;	
	4	2056-170	IRV	CALCUL ;	
	5	2111 170	IRV	** -4 ;	
	6	2066-100	CX	AIGUI1 ;	
	7	0000-460	EI	X RANGE1 ;	
2120	2	0000-010	ZEDE2	BO * ;	
	1	0000-160	RZ	NBFOUR ;	
	2	2110-100	CX	AIGUI2 ;	
	3	0000-444	IR	X SUITE ;	
	4	0331 170	CALA :IRV	FCGD	;
	5	2072-010	ZEDI	BO * ;	
	6	0253 170	IRV	DVFC	;
	7	2036-010	IAU	BO * ;	
2130	2	1323 170	IRV	EXPC	;
	1	0340 170	IRV	FCRD	;
	2	0000-010	EZISFO	BO * ;	
	3	0234 170	IRV	SFC	;
	4	2044-010	IRV	ADFC	;
	5	0161 170	FCONE	BO * ;	
	6	0024 010	IRV	MPFC	;
	7	0243 170	IRV	MPFC	;
2140	2	2134-010	EFS2FO	BO * ;	
	1	0234 170	IRV	SFC	;
	2	0024 010	FCONE	BO * ;	
	3	0243 170	IRV	MPFC	;
	4	2127-010	IAU	BO * ;	
	5	0161 170	IRV	ADFC	;
	6	2125-010	ZEDI	BO * ;	
	7	0340 170	IRV	FCRD	;
2150	2	0000-010	INPDEI	BO * ;	
	1	0325 170	IRV	FCRD	;
	2	2140-010	EFS2FO	BO * ;	
	3	0234 170	IRV	SFC	;
	4	2050-010	DEUX	BO * ;	
	5	0243 170	IRV	MPFC	;
	6	2152-010	EFS2FO	BO * ;	
	7	0161 170	IRV	ADFC	;
2160	2	2132-010	EZISFO	BO * ;	
	1	0243 170	IRV	MPFC	;
	2	2144-010	IAU	BO * ;	
	3	0161 170	IRV	ADFC	;
	4	2146-010	ZEDI	BO * ;	
	5	0340 170	IRV	FCRD	;
	6	0000-010	SUPDEI	BO * ;	
	7	0325 170	IRV	FCRD	;



2170 2	2120-010	ZED2	BO * ;
1	0234 170	IRV	STFC ;
2	2150-010	INFDEI	BO * ;
3	0002 104	CA	FCMO ;
4	0000-330	NRV	PASOL ;
5	0325 170	IRV	FCHO ;
6	2166-010	SUPDEI	BO * ;
7	0234 170	IRV	STFC ;
2200 2	2170-010	ZED2	BO * ;
1	0002 104	CA	FCMO ;
2	2100 330	NRV	CPABON ;
3	2116-104	RECHAR:CA	AIGUII ;
4	2216 270	ZRV	** +10 ;
5	0001 344	RA	;
6	0325 170	IRV	FCHO ;
7	2164-010	ZED1	BO * ;
2210 2	2117-460	EI	X RANGEI ;
1	2207-010	ZED1	BO * ;
2	0325 170	IRV	FCHO ;
3	2200-010	ZED2	BO * ;
4	2210-460	EI	X RANGEI ;
5	2213-010	ZED2	BO * ;
6	0325 170	IRV	FCHO ;
7	2211-010	ZED1	BO * ;
2220 2	0253 170	IRV	DVFC ;
1	2154-010	DEUX	BO * ;
2	0340 170	IRV	FCRO ;
3	0000-010	VARXK	BO * ;
4	0340 170	IRV	FCRO ;
5	0000-010	VARYK	BO * ;
6	0000-160	RZ	FEMPS ;
7	2231 104	CA	** +2 ;
2230 2	2026 050	SA	2026 ;
1	5377 760	5377 760	<TOPS DE 1 MS>;
2	0000-170	IRV	CALFXV ;
3	0325 170	CALB : IRV	FCHO ;
4	2217-010	ZED1	BO * ;
5	0253 170	IRV	DVFC ;
6	2162-010	TAU	BO * ;
7	1323 170	IRV	EXPEC ;
2240 2	0340 170	IRV	FCRO ;
1	2160-010	EZISTO	BO * ;
2	0243 170	IRV	MPFC ;
3	2156-010	ETS2TO	BO * ;
4	0234 170	IRV	STFC ;
5	0024 010	FCUNE	BO * ;
6	0243 170	IRV	MPFC ;
7	2243-010	ETS2TO	BO * ;
2250 2	0243 170	IRV	MPFC ;
1	2247-010	ETS2TO	BO * ;
2	0234 170	IRV	STFC ;
3	2251-010	ETS2TO	BO * ;
4	0161 170	IRV	ADFC ;
5	0024 010	FCUNE	BO * ;
6	0243 170	IRV	MPFC ;
7	2236-010	TAU	BO * ;
2260 2	0234 170	IRV	STFC ;
1	2234-010	ZED1	BO * ;
2	0350 170	IRV	FCNO ;
3	2172-010	INFDEI	BO * ;
4	0331 170	IRV	FCCO ;
5	2241-010	EZISTO	BO * ;
6	0161 170	IRV	ADFC ;
7	0024 010	FCUNE	BO * ;



```

2270 2 0243 170 IRV MPFC ;
1 2041-010 ETSO 30 * ;
2 0243 170 IRV MPFC ;
3 2257-010 TAU 30 * ;
4 0161 170 IRV ADFC ;
5 2261-010 ZEDI 30 * ;
6 0340 170 IRV FCRO ;
7 2176-010 SUPDEI 30 * ;
2300 2 2167 170 IRV TEST ;
1 2233 210 SUITE :CALB BI * 30 * ;
2 2124 210 CALA BI * 30 * ;
3 0000 000 EZISTO:;
4 0000 000 ;
5 0000 000 INFDEI:;
6 0000 000 ;
7 0000 000 SUPDEI:;
2310 2 0000 000 ;
1 7774 030 CALFXY: CXV -4 <CALCUL DE F(X) ET DE
2 0000-104 CA LMODE1 ;
3 0000-144 RA MODE1 ;
4 0000-104 CA LMODE2 ;
5 0000-144 RA MODE2 ;
6 2223-504 CA X VARXK +4 ;
7 2322 330 NRV ** +3 ;
2320 2 2313-124 IC MODE1 ;
1 2315-124 IC MODE2 ;
2 2320-260 EI I MODE1 ;
3 2316-410 X VARXK +4 30 * ;
4 0253 170 IRV DVFC ;
5 2273-010 TAU 30 * ;
6 1323 170 IRV EXPFC ;
7 0340 170 IRV FCRO ;
2330 2 0000-410 X EXKSTO +4 30 * ;
1 0234 170 IRV STFC ;
2 0024 010 FCUNE 30 * ;
3 0243 170 IRV MPFC ;
4 2253-010 ETSO 30 * ;
5 2321-260 EI I MODE2 ;
6 0000-410 X FDEXK +4 30 * ;
7 0002 070 AXV +2 ;
2340 2 2312 170 IRV CALFXY +1 ;
1 2121-124 IC NBFOUR ;
2 0000 000 ;
3 0325 170 CALDEN: IRV FCHO <CALCUL DU DENOMINATEUR
4 2330-010 EXKSTO 30 * ;
5 0243 170 IRV MPFC ;
6 2334-010 ETSO 30 * ;
7 0234 170 IRV STFC ;
2350 2 0000-010 EYKSTO 30 * ;
1 0243 170 IRV MPFC ;
2 2346-010 ETSO 30 * ;
3 0340 170 IRV FCRO ;
4 0000-010 DENOMI 30 * ;
5 0325 170 CALGK : IRV FCHO <CALCUL DE G(XK)>;
6 2336-010 FDEXK 30 * ;
7 0243 170 IRV MPFC ;
2360 2 2352-010 ETSO 30 * ;
1 0161 170 IRV ADFC ;
2 0000-010 FDEYK 30 * ;
3 0243 170 IRV MPFC ;
4 2325-010 TAU 30 * ;
5 0161 170 IRV ADFC ;
6 2275-010 ZEDI 30 * ;
7 0234 170 IRV STFC ;

```



2370 2	2215-010	ZED2	BO * ;	
1	0253 170	IRV	OVFC ;	
2	2354-010	DENOMI	BO * ;	
3	0340 170	IRV	FCRO ;	
4	0000-010	COEFF	BO * ;	
5	0325 170	CALXK : IRV	FCHO	<CALCUL DE XK+1>;
6	2323-010	VARXK	BO * ;	
7	0161 170	IRV	ADFC ;	
2400 2	2374-010	COEFF	BO * ;	
1	0340 170	IRV	FCRO ;	
2	2376-010	VARXK	BO * ;	
3	0325 170	CALYK : IRV	FCHO	<CALCUL DE YK+1>;
4	2225-010	VARYK	BO * ;	
5	0234 170	IRV	STFC ;	
6	2400-010	COEFF	BO * ;	
7	0340 170	IRV	FCRO ;	
2410 2	2404-010	VARYK	BO * ;	
1	0000 030	TESTE : CXV		<TEST DE FIN DE BOUCLE>
2	2406-104	CA	COEFF ;	
3	2415 330	NRV	** +2 ;	
4	0001 070	AXV	+1 ;	
5	0000-460	EI	X CHARG1 ;	
6	2412-010	COEFF	BO * ;	
7	0234 170	IRV	STFC ;	
2420 2	2032-010	PRECIS	BO * ;	
1	0002 104	CA	FCMO ;	
2	0000-330	NRV	AFINI ;	
3	2311 170	IRV	CALXY ;	
4	2426 104	AFINI : CA	** +2 ;	
5	2026 050	SA	2026 ;	
6	3777 760		3777 760 ;	
7	7776 770	CAV	-2 ;	
2430 2	0000-144	RA	SAUT ;	
1	0000-104	CA	LINCRI	<SORTIE DES RESULTATS>;
2	0000-144	RA	INCRI ;	
3	0000-030	CXV	;	
4	2432-304	CA I	INCRI ;	
5	2437 330	NRV	** +2 ;	
6	0001 070	AXV	+1 ;	
7	2415-460	EI	X CHARG1 ;	
2440 2	2434-210	I INCRI	BO * ;	
1	0234 170	IRV	STFC ;	
2	2105-010	PSUR2	BO * ;	
3	0002 104	CA	FCMO ;	
4	2174-230	PRV	PASOL ;	
5	2440-124	IC	INCRI ;	
6	2445-124	IC	INCRI ;	
7	2430-124	IC	SAUT ;	
2450 2	2433 170	IRV	AFINI +7 ;	
1	2341-104	FINI : CA	NBTOUR ;	
2	0000-170	IRV	FINIS ;	
3	0000-144	RA	NTOUR +4 ;	
4	0000-104	CA	TEMPS ;	
5	2452-170	IRV	FINIS ;	
6	0000-144	RA	SORTEN +4 ;	
7	0000-170	IRV	APRES ;	
2460 2	0000-154	FINIS : RT	CALNOM ;	
1	0422 000	DNE	+18 ;	
2	0012 470	DVV	+10 ;	
3	1223 000	GFE	+19 ;	
4	0000-144	RA	CHIF ;	
5	0000 770	CAV	;	
6	1407 000	GNE	+7 ;	
7	0012 470	DVV	+10 ;	



2470	2	1707 000	GLS	+7 ;
	1	0060 630	UNV	0060 ;
	2	1705 000	GLS	+5 ;
	3	0000-144	RA	CAR3 ;
	4	4000 000	BDA	;
	5	0060 630	UNV	0060 ;
	6	0701 000	DLS	+1 ;
	7	2473-020	UN	CAR3 ;
2500	2	2477-144	RA	CAR3 ;
	1	2464-104	CA	CHIF ;
	2	0060 630	UNV	0060 ;
	3	0707 000	DLS	+7 ;
	4	2500-020	UN	CAR3 ;
	5	2460-044	IR	CALNOM ;

URTEMP:;
 TEMPS :;
 CALNOM:;
 AIGUI1:;
 AIGUI2:;
 SAVEA :;

2510	2	0000 000	APPTEN:RT	URTEMP ;
	1	0000 000	RA	SAVEA ;
	2	0000 000	IC	TEMPS ;
	3	0000 000	CAV	2000 ;
	4	2506 154	SA	3026 ;
	5	2513 144	;	;
	6	2507 124	CA	SAVEA ;
	7	2000 770	IR	URTEMP ;

APPTEN:RT URTEMP ;
 RA SAVEA ;
 IC TEMPS ;
 CAV 2000 ;
 SA 3026 ;
 ; ;
 CA SAVEA ;
 IR URTEMP ;

2520	2	3026 050	SORTEN:-4 ;	
	1	0000 000	"ITE";	
	2	2513 104	"MPS";	
	3	2506 044	"= ";	
	4	7774 000	" ";	
	5	1012 024	SORTEN +5 X BO * ;	
	6	0650 114	APRES :CX	SORTEN ;
	7	3660 200	CA	SORTEN +5 ;

SORTEN:-4 ;
 "ITE";
 "MPS";
 "= " ;
 " " ;
 SORTEN +5 X BO * ;
 APRES :CX SORTEN ;
 CA SORTEN +5 ;

2530	2	2020 200	IRV	SORMES ;
	1	2531 410	CX	NTOUR ;
	2	2524 100	CA	NTOUR -1 ;
	3	2531 104	IRV	SORMES ;
	4	2113-170	CAV	-2 ;
	5	2453-100	RA	NLIGN ;
	6	2535-104	CX	IXE ;
	7	2534-170	CA	IXE -1 ;

IRV SORMES ;
 CX NTOUR ;
 CA NTOUR -1 ;
 CAV -2 ;
 RA NLIGN ;
 CX IXE ;
 CA IXE -1 ;

2540	2	7776 770	IRV	SORMES ;
	1	1434 144	VARXK	BO * ;
	2	0000-100	IRV	FC210 ;
	3	2542-104	IRV	FORMA ;
	4	2537-170	CA	IGREC ;
	5	0325 170	IRV	IGREC -1 ;
	6	2402-010	IRV	SORMES ;
	7	0444 170	IRV	FCHO ;

IRV SORMES ;
 VARXK BO * ;
 IRV FC210 ;
 IRV FORMA ;
 CA IGREC ;
 IRV IGREC -1 ;
 IRV SORMES ;
 IRV FCHO ;

2550	2	1435 170	VARYK	BO * ;
	1	0000-100	IRV	FC210 ;
	2	2551-104	IRV	FORMA ;
	3	2544-170	CA	IGREC -1 ;
	4	0325 170	IRV	SORMES ;
	5	2410-010	IRV	FCHO ;
	6	0444 170	IRV	FC210 ;
	7	1435 170	IRV	FORMA ;

VARYK BO * ;
 IRV FC210 ;
 IRV FORMA ;
 CA IGREC -1 ;
 IRV SORMES ;
 IRV FCHO ;
 IRV FC210 ;
 IRV FORMA ;

2560	2	2053 170	IRV	DEBUT3 ;
	1	2101-100	PASOL :CX	PASSOL <PAS DE SOLUTION>;
	2	2561-104	CA	PASSOL -1 ;
	3	2553-170	IRV	SORMES ;
	4	2451 170	IRV	FINI ;
	5	0000-154	ACTIVITY:RT	TAMP1 <ACTIVATION DE LA TI>
	6	6440 770	CAV	6440 ;
	7	0000-250	SA I	SORE ;
2570	2	2567 170	IRV	** -1 ;

IRV DEBUT3 ;
 PASOL :CX PASSOL <PAS DE SOLUTION>;
 CA PASSOL -1 ;
 IRV SORMES ;
 IRV FINI ;
 ACTIVITY:RT TAMP1 <ACTIVATION DE LA TI>
 CAV 6440 ;
 SA I SORE ;
 IRV ** -1 ;



1	2565-044	IR	TAMP1 ;	
2	0000-154	SORMES:RT	STAMP1	<SORTIE DE COMMENTAIRES;
3	0000-144	RA	ADMES ;	
4	2573-304	CA I	ADMES ;	
5	0000-170	IRV	GETOUT ;	
6	0001 070	AXV	+1 ;	
7	2574 170	IRV	** -3 ;	
2600 2	2572-044	IR	STAMP1 ;	
1	0000-154	GETOUT:RT	STAMP2	<SORTIE DE 3 CARACTERES
2	0000-140	RX	XSAVE ;	
3	0622 000	DLE	+18 ;	
4	7775 030	CXV	-3 ;	
5	1606 000	EJECT :GLE	+6 ;	
6	1712 000	GLS	+10 ;	
7	0770 570	ITV	0770 ;	
2610 2	2504-144	RA	CAR3 ;	
1	0360 670	DJV	0360 ;	
2	0000-270	ZRV	RCLF ;	
3	0400 570	ITV	0400 ;	
4	2616 230	PRV	** +2 ;	
5	1000 630	UNV	1000 ;	
6	2610-020	UN	CAR3 ;	
7	2616-144	RA	CAR3 ;	
2620 2	0000-170	IRV	PARIT ;	
1	4000 670	DJV	4000 ;	
2	0701 000	DLS	+1 ;	
3	2617-020	UN	CAR3 ;	
4	0000-170	IRV	CAROUT ;	
5	2627 170	IRV	** +2 ;	
6	0000-170	RCLF :IRV	RETCH ;	
7	0001 070	AXV	+1 ;	
2630 2	2605 170	IRV	EJECT ;	
1	2602-100	CX	XSAVE ;	
2	2601-044	IR	STAMP2 ;	
3	0000-154	CAROUT:RT	STAMP3 ;	
4	0000-250	SA I	DEOR ;	
5	2634 170	IRV	** -1 ;	
6	2633-044	IR	STAMP3 ;	
7	0000-154	PARIT :RT	STAMP4 ;	
2640 2	0000-160	RZ	REMPAR ;	
1	0000-230	PRV	TURN ;	
2	0000-270	ZRV	APRES ;	
3	2640-124	IC	REMPAR ;	
4	1701 000	TURN :GLS	+1 ;	
5	2641 170	IRV	PARIT +2 ;	
6	2643-124	APRES :IC	REMPAR ;	
7	2646-104	CA	REMPAR ;	
2650 2	1713 000	GLS	+11 ;	
1	2637-044	IR	STAMP4 ;	
2	0000-154	RETCH :RT	TAMPON ;	
3	2150 770	CAV	2150 ;	
4	2633 170	IRV	CAROUT ;	
5	0120 770	CAV	0120 ;	
6	2633 170	IRV	CAROUT ;	
7	2652-044	IR	TAMPON ;	
2660 2	0000-154	LIRDGI:RT	TAMP3 ;	
1	2565 170	IRV	ACTITY ;	
2	0000-254	EA I	ANT ;	
3	2662 170	IRV	** -1 ;	
4	0000-144	RA	CARAC ;	
5	2150 670	DJV	2150 ;	
6	2662 270	ZRV	** -4 ;	
7	2070 670	DJV	2070 ;	



2670	2	2662	270	ZRV	** -6 ;
	1	2664-104		CA	CARAC ;
	2	2660-044		IR	TAMP3 ;
	3	0000-154		CALCUL:RT	TAMP2 ;
	4	7764	030	CXV	-12 ;
	5	2660	170	IRV	LIRDICI ;
	6	1370	670	DJV	1370 ;
	7	0000-270		ZRV	RECOM ;
2700	2	3770	670	DJV	3770 ;
	1	0000-270		ZRV	FINCAL ;
	2	2671-104		CA	CARAC ;
	3	0442	544	RA	X DECIM +12 ;
	4	0001	070	AXV	+1 ;
	5	2675	170	IRV	** -8 ;
	6	7777	030	CXV	-1 ;
	7	0000-104		CA	ERR1 +1 ;
2710	2	2572	170	IRV	SORMES ;
	1	2677-170		IRV	RECOM ;
	2	0001	070	FINCAL:AXV	+1 ;
	3	2706	170	IRV	** -5 ;
	4	0610	170	IRV	FC102 ;
	5	2673-124		IC	TAMP2 ;
	6	2715-044		RECOM :IR	TAMP2 ;
	7	2016-410		TAUX	-1 X B0 * ;
2720	2	7776	000	TEM	:-2 ;
	1	1712	364	"IT=";	
	2	2020	200	" ";	
	3	2025-410		COMENT	-1 X B0 * ;
	4	7776	000	TAUX	:-2 ;
	5	1712	300	"TO=";	
	6	3660	200	"= ";	
	7	2054-410		ZEDE1	-1 X B0 * ;
2730	2	7774	000	COMENT:-4 ;	
	1	1710	110	"PR=";	
	2	0241	444	"ECI=";	
	3	1144	700	"SIO=";	
	4	0736	600	"N=" ";	
	5	2112-410		ZEDE2	-1 X B0 * ;
	6	7776	000	ZEDE1	:-2 ;
	7	1715	304	"Z1=";	
2740	2	3660	200	"= ";	
	1	2562-410		PASSOL	-1 X B0 * ;
	2	7774	000	ZEDE2	:-4 ;
	3	2020	200	" ";	
	4	2020	200	" ";	
	5	1531	364	"Z2=";	
	6	2020	200	" ";	
	7	2543-410		IXE	-1 X B0 * ;
2750	2	7766	000	PASSOL:-10 ;	
	1	1710	004	"PA=";	
	2	1160	020	"S D=";	
	3	0260	114	"E S=";	
	4	3006	124	"OLU=";	
	5	1204	700	"TIO=";	
	6	0720	070	"N N=";	
	7	3007	200	"ON ";	
2760	2	1140	520	"SAT=";	
	1	1251	024	"URE=";	
	2	0260	570	"EI=";	
	3	2552-410		IGREC	-1 X B0 * ;
	4	7776	000	IXE	:-2 ;
	5	1714	054	"XK=";	
	6	3660	200	"= ";	
	7	2536-410		NFOUR	-1 X B0 * ;



2770 2 7774 000
 1 2020 200
 2 2020 200
 3 2020 200
 4 1445 764
 5 0000-410
 6 7774 000
 7 1712 300
 3000 2 1251 200
 1 0736 600
 2 2020 200
 3 2727 374
 4 3004 410
 5 2546-010
 6 0000 000
 7 0000 000
 3010 2 0000 000
 1 0000 000
 2 0000 000
 3 0000 000
 4 0000 000
 5 0000 000
 6 0000 000
 7 0000 000
 3020 2 0000 000
 1 2000 000
 2 0002 000
 3 0000 000
 4 0000 000
 5 0000 000
 6 0000 000
 7 0000 000
 3030 2 0000 000
 1 0000 000
 2 0000 000
 3 0000 000
 4 0000 000
 5 0000 000
 6 0000 000
 7 0000 000
 3040 2 0000 000
 1 0000 000
 2 0000 000
 3 2437-010
 4 0000 000
 5 2214-010
 6 0000 000
 7 0331 170
 3050 2 0325 170
 1 0340 170
 2 0350 170
 3 0000 000
 4 0000 000
 5 0000 000
 6 0000 000
 7 0000 000
 3060 2 0000 000
 1 0000 000
 2 0000 000
 3 0000 000
 4 0000 000
 5 0021 000
 6 2021 000
 7 3021 000

IGREC :-4 ;
 " " ;
 " " ;
 " " ;
 "YK=" ;
 FINCOM X BO * ;
 NTOUR :-4 ;
 "TFC" ;
 "UR " ;
 "N= " ;
 " " ;
 FINCOM EQU ** ;
 ERR1 :".*?" ;
 ERR1 +1 X BO * ;
 LINCRE:VARXK BO * ;
 INCRE : ;
 PERIOD: ;
 ;
 TAU : ;
 ;
 PRECIS: ;
 ;
 ETSTO : ;
 ;
 ETS2TO: ;
 ;
 DEUX :2000 ;
 +2 ;
 ZED1 : ;
 ;
 ZED2 : ;
 ;
 VARXK : ;
 ;
 VARYK : ;
 ;
 EXKSTO: ;
 ;
 EYKSTO: ;
 ;
 FDEXK : ;
 ;
 FDEYK : ;
 ;
 LMODE1:CHARG1 BO * ;
 MODE1 : ;
 LMODE2:RANGE1 BO * ;
 MODE2 : ;
 CHARG1:IRV FCGO ;
 IRV FCHO ;
 RANGE1:IRV FCRO ;
 IRV FCNO ;
 DENOMI: ;
 ;
 COEFF : ;
 ;
 SAUT : ;
 TSUR2 : ;
 ;
 TAMP1 : ;
 TAMP2 : ;
 TAMP3 : ;
 ANT :0021 ;
 SORE :2021 ;
 DEOR :3021 ;



3070	2	0000	000	STAMP1::
1		0000	000	STAMP2::
2		0000	000	STAMP3::
3		0000	000	STAMP4::
4		0000	000	TAMPON::
5		0000	000	CAR3 ::
6		0000	000	XSAVE ::
7		0000	000	ADMES ::
3100	2	0000	000	REMPAR::
1		0000	000	CARAC ::
2		0000	000	CHIF ::
3		0000	000	NBTOUR::
4		2514	210	LETEMP:APPTEN BI * 30 * ;
5		0014	000	URCAD :0014 ;



ASS
7765 0
0002 2

DBS 2 FLOPI ;
SEC FLOPI ;
ADFC EQU 0161 ;
ARFC EQU 1133 ;
COSFC EQU 1025 ;
DECIM EQU 0426 ;
DIX EQU 0442 ;
DVFC EQU 0253 ;
ECOM EQU 0014 ;
EXPFC EQU 1323 ;
FORMA EQU 1435 ;
FC010 EQU 0444 ;
FC102 EQU 0610 ;
FC3F EQU 0373 ;
FC60 EQU 0003 ;
FC61 EQU 0005 ;
FC60 EQU 0016 ;
FC6B EQU 0355 ;
FC60 EQU 0331 ;
FCHO EQU 0325 ;
FCMO EQU 0002 ;
FCM1 EQU 0004 ;
FCN0 EQU 0350 ;
FCR0 EQU 0340 ;
FCUNE EQU 0024 ;
LOGFC EQU 1240 ;
MPFC EQU 0243 ;
NORMAL EQU 0104 ;
NLIGN EQU 1434 ;
PAGE EQU 1433 ;
RACFC EQU 0755 ;
SINFC EQU 1033 ;
STFC EQU 0234 ;
TILF EQU 0157 ;
GBL FLOPI ;



ASM

GLOBALUX JPJSIM-----

LOCAUX JPJSIM
ACTITY 2565 2
ADMES 3077 2
AFINI 2424 2
AIGUI1 2511 2
AIGUI2 2512 2
ANT 3065 2
APPTEN 2514 2
COEFF 3055 2
COMENT 2730 2
CALA 2124 2
CALB 2233 2
CALCUL 2673 2
CALDEN 2343 2
CALFX 2311 2
CALGK 2355 2
CALNOM 2510 2
CALXK 2375 2
CALYK 2403 2
CAROUT 2633 2
CAR3 3075 2
CARAC 3101 2
CHARG1 3047 2
CHIF 3102 2
CPABON 2100 2
DEOR 3067 2
DEBUT1 2003 2
DEBUT2 2033 2
DEBUT3 2053 2
DENOMI 3053 2
DEUX 3021 2
EJECT 2605 2
ERRI 3003 2
ETS2TO 3017 2
ETSTO 3015 2
EXKSTO 3033 2
EYKSTO 3035 2
EZ1STO 2303 2
FDEXK 3037 2
FDEYK 3041 2
FINCOM 3003 2
FINCAL 2712 2
FINI 2451 2
FINIS 2460 2
GETOUT 2601 2
IGREC 2770 2
INCRE 3006 2
INFDEI 2305 2
IXE 2764 2
LETEMP 3104 2
LINCRE 3005 2
BIRDCE 2660 2
LMODE1 3043 2
LMODE2 3045 2
MODE1 3044 2
MODE2 3046 2
NBTOUR 3103 2
NTOUR 2776 2
PARIT 2637 2



PASOL 2561 2
PASSOL 2750 2
PERIOD 3007 2
PRECIS 3013 2
RANGE1 3051 2
RCLF 2626 2
RECOM 2716 2
RECHAR 2203 2
REMPAR 3100 2
RETECH 2652 2
SORE 3066 2
SORMES 2572 2
SORTEN 2524 2
SAUT 3057 2
SAVEA 2513 2
STAMP1 3070 2
STAMP2 3071 2
STAMP3 3072 2
STAMP4 3073 2
SUIT3 2111 2
SUITE 2301 2
SUPDE1 2307 2
TAMPON 3074 2
TAMP1 3062 2
TAMP2 3063 2
TAMP3 3064 2
TAU 3011 2
TAUX 2724 2
TEM 2720 2

TEMPS 2507 2
TEST 2167 2
TESTE 2411 2
TSUR2 3060 2
TURN 2644 2
URCAD 3105 2
URTEMP 2506 2
VARXK 3027 2
VARYK 3031 2
XSAVE 3076 2
ZED1 3023 2
ZED2 3025 2
ZEDE1 2736 2
ZEDE2 2742 2



GLOBAUX FLOTI -----

ADFC 0161 2
ARCF 1133 2
COSFC 1025 2
DECIM 0426 2
DIX 0442 2
DVFC 0253 2
ECDM 0014 2
EXPFC 1323 2
FORMA 1435 2
FC102 0610 2
FC210 0444 2
FCBF 0373 2
FCEO 0003 2
FCE1 0005 2
FCFO 0016 2
FCFB 0355 2
FCGO 0331 2
FCHO 0325 2
FCMO 0002 2
FCM1 0004 2
FCNO 0350 2
FCRO 0340 2
FCUNE 0024 2
LOGFC 1240 2
MPFC 0243 2
NORMAL 0104 2
NLIGN 1434 2
PAGE 1433 2
RACFC 0755 2
SINFC 1033 2
STFC 0234 2
TILT 0157 2

LOCAUX FLOTI -----



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- /1/ Kalman - On the general theory of control systems,
Proc. IFAC Moscou 1960, p.481-493 Butterworths London 1961.
- /2/ E.I. Jury et T.Nishimura - On the periodic modes of oscillations of a pulse width-modulated feedback systems. Electronic research Laboratory- Series n°60 , issues n°328,Nov 29,1960, University of California - Berkeley.
- /3/ J.M.Toulotte, F. Laurent, P.Vidal- Régulation par échantillonnage et correction tachymétrique- International Pulse Symposium IFAC- Budapest Avril 1967.
- /4/ R.Boudarel, J.Delmas et P.Guichet - Commande optimale des processus - Tome 1-Dunod - Paris 1968.
- /5/ F.Laurent - Sur la commande d'un filtre linéaire par des impulsions multimodulées - Compte-rendu à l'Académie des Sciences de Paris, T. 270, p.686-688 (9 mars 1970)
- /6/ J.M. Toulotte - Contribution à l'étude de la commande et de la compensation des systèmes échantillonnés à modulateur non linéaire- Thèse de doctorat ès-sciences physiques-Lille-12 octobre 1970.
- /7/ P. Vidal - Systèmes échantillonnés non linéaires-- Gordon and Breach-1968.
- /8/ J.P. Janicot, J.M.Toulotte, F.Laurent - Commande numérique directe par impulsions- Application à un système modulé en largeur- IFAC 5th World Congress Volume 4b - 39/1 Paris Juin 1972.
- /9/ F.Laurent, P.Borne, J.C.Gentina et M.Staroswiecki
Commandabilité et observabilité-Tome 1 .
- /11/ J.C.Gentina - Contribution à la commande optimale des systèmes échantillonnés non linéaires - Thèse de Docteur -Ingénieur- Lille 30 Juin 1970.
- /10/ J.C. Gilles, M.Pellegrin,et P.Dec - Théorie et technique des asservissements Dunod 1956 .
- /12/ F.Laurent, J.C.Gentina, M. Staroswiecki et P. Borne - Sur l'optimisation du temps de réponse d'un système échantillonné incomplètement observable au moyen d'une commande multiple- 2nd IFAC Symposium on multivariable systems- Dusseldorf 1971.
- /13/ C.Melin et J.M. Toulotte - Les machines hybrides - Note interne du L.G.E.P.1970.
- /14/ S.Pilarczyk- Calculatrice hybride EAI 580 - Publication interne au Centre d'Automatique de Lille-1971 .

- /15/ R. David - Etude des systèmes à modulation de largeur et constante de temps variable - Thèse de Docteur-Ingénieur - Paris - 28 septembre 1970-
- /16/ F. Laurent, P. Borne, M. Staroswiecki, et J.C. Gentina - Sur la détermination d'un modulateur optimum dans un système échantillonné - Congrès de l'AFAS Brest 1970.
- /17/ C. Melin - J.M. Toulotte - M. Staroswiecki - Méthodes graphiques l'analyse des systèmes multimodulés à période non constante - C. R. Ac. Sciences Paris - tome 270, p. 284-287 - Janvier 1970.
- /18/ Philipps - Data systems P/9200 - Fortran IV référence Manual
- /19/ Télémécanique Brochures d'utilisation du T.2000 (Mémoire centrale, Asmat, Flottant I).
- /20/ Pouzet - Analyse numérique - Tome IV - Publication du laboratoire de calcul Université de Lille I.
- /21/ I. Gumowski, C. Mira - L'optimisation. La théorie et ses problèmes Monographies Universitaires de mathématiques n° 35 - Dunod 1970.

