

50376  
1974  
23  
Numéro d'Ordre: 152

50376  
1974  
23

# THESE

présentée

à l'Université des Sciences et Techniques de Lille 1

pour obtenir

le Titre de Docteur-Ingénieur

par

**R. BAUSIERE**

Ingénieur H.E.I.



030 017328 5

Etude de l'onduleur triphasé en pont

alimenté à courant constant



Soutenu le 15 Février 1974 devant la Commission d'Examen :

MM. M. BECART	Président
C. MAIZIERES	Examineur
G. SEGUIER	Rapporteur
F. DUBUS	Invité



ETUDE DE L'ONDULEUR AUTONOME TRIPHASE  
EN PONT ALIMENTÉ A COURANT CONSTANT

La facilité de mise en oeuvre et les performances des redresseurs de puissance, diodes ou thyristors au silicium, ont donné un essor considérable à la technique, appelée électronique de puissance, qui traite des montages qui les utilisent.

La fonction assignée aux redresseurs est d'effectuer statiquement des commutations et par là de modifier la présentation de l'énergie électrique.

Monsieur SEGUIER a proposé de classer les montages par la modification de présentation qu'ils permettent. D'où les cinq familles de montages de base :

- montages redresseurs à diodes assurant la transformation alternatif-continu avec un rapport sensiblement constant
- montages redresseurs à thyristors opérant cette même transformation avec un rapport variable
- montages, dits gradateurs, permettant de régler le courant alternatif qu'une source alternative débite dans un récepteur
- montages, dits hacheurs, permettant le même réglage mis en continu
- montages assurant la transformation continu-alternatif appelés onduleurs autonomes.

Les difficultés liées à un montage d'électronique de puissance viennent principalement du phénomène de commutation, c'est-à-dire du transfert du courant du redresseur dont l'intervalle de conduction doit être interrompu à celui dont la phase conductrice doit débiter.

. Pour les montages redresseurs, à diodes ou à thyristors, c'est la source alternative à laquelle ils sont reliés qui fournit la tension de commutation nécessaire pour ce transfert. Ces montages sont maintenant bien connus et ont donné lieu à de nombreuses réalisations, certaines mettant en jeu des puissances considérables.

. Les gradateurs fonctionnent en commutation libre, c'est-à-dire que les redresseurs se bloquent quand le courant qui les traverse s'annule. L'étude de ces montages se termine ; seuls les taux d'harmoniques élevés des tensions de sortie et des courants absorbés limitent leur domaine d'applications.

. Avec les hacheurs on entre dans le domaine de montages à commutation forcée reliés à une source à courant continu. C'est à des condensateurs convenablement branchés qu'on demande d'assurer le transfert du courant d'un redresseur à un autre. L'étude de ces montages est elle aussi pratiquement terminée ; les premières applications importantes, en traction électrique notamment, se développent. Tant les études que les réalisations montrent que les condensateurs doivent avoir des capacités importantes, qu'ils interviennent pour une grande part dans le coût et surtout l'encombrement des équipements.

. Les onduleurs autonomes sont eux aussi alimentés en continu et fonctionnent en commutation forcée. Vu l'importance des applications possibles ils constituent la principale source d'étude et d'expérimentation dans les laboratoires industriels et universitaires spécialisés en électronique de puissance.

Les études déjà effectuées sur les onduleurs autonomes ont montré qu'il fallait surtout éviter de procéder comme on le fait pour les montages alimentés en alternatif, c'est-à-dire effectuer les calculs sur le schéma de principe, puis ajouter les petits éléments inductances, circuits résistance-capacité, nécessaires pour tempérer les effets de la commutation.

Dans les onduleurs autonomes, les inductances et capacités nécessaires pour assurer la commutation interviennent non seulement lors des transferts de courants mais tout au long de la période. Une étude de l'ensemble éléments du schéma de principe - "auxiliaires" de commutation est indispensable car elle seule conduit à des relations quantitatives d'une précision suffisante.

Cela conduit inévitablement à des calculs très lourds qui ne peuvent être pratiquement exploités que grâce à un ordinateur.

Pour engendrer un système alternatif triphasé on utilise fréquemment trois onduleurs monophasés. Mais il est possible d'engendrer directement un tel système par un onduleur triphasé.

Notre étude porte sur l'onduleur triphasé en pont avec commutation par condensateurs montés entre les phases. Ce montage a l'avantage d'assurer la transformation continu-alternatif triphasé avec le nombre minimum d'éléments, six thyristors et trois condensateurs. Nous avons examiné les performances de ce montage alimenté par une source de courant car nous savions les difficultés que soulève son alimentation par une source de tension et la médiocrité des performances qu'il présente alors.

Après la présentation du fonctionnement du montage, nous examinerons dans la deuxième partie le cas simple du débit sur un récepteur purement résistant où le régime libre des trois ensembles condensateur-charge est régi par une équation différentielle du premier ordre.

Dans la troisième partie de ce mémoire, nous étudierons le cas d'un récepteur résistant et inductif en distinguant les deux possibilités du régime libre aperiodique et du régime libre pseudo-periodique amorti.

Nous terminerons par une série de vérifications expérimentales qui confirment avec une bonne précision les résultats obtenus lors de l'étude des débits sur des récepteurs linéaires.

Nous remercions très vivement Monsieur G. SEGUIER qui nous a confié ce thème de recherche et qui a guidé avec attention et bienveillance nos travaux.

Nous exprimons également notre gratitude à tous nos camarades du Laboratoire "Applications des redresseurs de puissance" qui au sein de l'U.E.R. d'I.E.E.A. de l'Université des Sciences et Techniques de Lille effectuent leurs recherches en électronique de puissance. Nos échanges d'idées et de techniques d'expérimentation se sont révélés particulièrement fructueux.

## INTRODUCTION

L'électronique de puissance est la technique des transformations des présentations de l'énergie électrique à l'aide d'éléments statiques {1} (1). Dès que la puissance mise en jeu est importante, la recherche d'un rendement élevé devient prépondérante et on doit fonctionner "en commutation". Les éléments "actifs" du montage doivent tantôt écouler un courant élevé en ne provoquant qu'une chute de tension très réduite, tantôt empêcher le passage du courant malgré la présence d'une tension aux bornes élevée. Pour les montages de moyenne et forte puissance on doit avoir recours à des diodes ou thyristors au silicium qui permettent le débit de courants directs d'intensité très élevée et qui bloquent des tensions de plusieurs centaines de volts avec un courant de fuite relativement négligeable.

Parmi les transformations que permet l'électronique de puissance, certaines sont bien connues et donnent lieu à des réalisations nombreuses et importantes. Il s'agit

- des montages redresseurs à diodes, à thyristors ou mixtes
- des gradateurs
- des hacheurs

La dernière des transformations, qui consiste à passer du continu à l'alternatif, se développe rapidement au fur et à mesure des progrès des études, des expérimentations et de l'expérience tirée des premières réalisations. Il s'agit de la technique des onduleurs autonomes.

Pour ces montages deux types principaux d'applications sont possibles :

- la réalisation d'alimentations à tension de sortie de fréquence fixe, de valeur constante et à taux d'harmoniques réduits. Il s'agit de réaliser "des alimentations de sécurité" pour des appareils ne tolérant pas les microcoupures et les aléas du réseau triphasé de distribution.
- la réalisation d'alimentations à tension et fréquence variables, notamment pour la réalisation de variateurs de vitesse pour moteurs à courants alternatifs synchrones ou asynchrones.

De nombreuses alimentations statiques de sécurité ont été mises en service depuis quelques années et parmi les nombreux schémas possibles une rapide décantation s'est produite permettant de limiter le nombre de ceux qui présentent un réel intérêt et de délimiter le domaine où chacun d'eux doit être préféré.

Il en est autrement des alimentations à tension et fréquence de sortie variables, surtout quand celles-ci sont destinées à assurer la variation de vitesse de moteurs de moyenne ou forte puissance. Seuls les progrès dans le domaine des calculs, de l'expérimentation sur plate-formes, du bilan des premières réalisations devraient permettre d'ici quelques années d'y voir aussi clair que pour les alimentations de sécurité.

(1) Les chiffres entre crochets se rapportent à la bibliographie annexée à ce mémoire.

## 0.1 LE PROBLEME DE LA COMMUTATION

La principale difficulté rencontrée dans les montages redresseurs est la commutation, c'est-à-dire le passage de la conduction d'un redresseur à celle du suivant dans l'ordre prévu pour le fonctionnement.

. Parfois la commutation est libre, c'est-à-dire que l'évolution naturelle du courant dans un redresseur l'amène à une valeur nulle avant que le suivant soit débloquent. C'est le cas des gradateurs, des montages redresseurs débitant sur une force contre-électromotrice élevée. Il n'y a alors aucune difficulté à résoudre.

. Le plus souvent les montages redresseurs fonctionnent en commutation forcée. Lorsqu'un redresseur entre en conduction, le précédent débite encore. Pendant l'intervalle dit de commutation ou d'empiètement, ils sont simultanément conducteurs ; mais les tensions du réseau alternatif font circuler, dans le circuit fermé, dû à ce débit simultanément, un courant qui accélère la décroissance du courant dans le redresseur qu'il faut bloquer, et la croissance de celui qui traverse le redresseur dont l'intervalle de conduction débute. Dans ces montages la commutation forcée est assurée par le réseau alternatif.

. Dans les montages alimentés en continu, lorsqu'un redresseur est rendu conducteur, il est possible, s'il est inséré dans un circuit oscillant peu amorti, que son courant direct s'annule spontanément. Ce fonctionnement en commutation libre est utilisé pour certains onduleurs autonomes particuliers, ceux par exemple qui alimentent les ozoneurs ou les fours à induction de moyenne fréquence.

Mais le plus souvent, il faut bloquer les redresseurs qui une fois conducteurs tendent à être parcourus par un courant continu. La commutation forcée est assurée par des condensateurs, on les charge avec la polarité convenable puis on applique leur tension aux redresseurs à bloquer de telle façon que ces derniers aient à leurs bornes une tension négative pendant un temps au moins égal à leur temps de recouvrement.

L'onduleur triphasé qui fait l'objet de la présente étude est destiné à travailler à fréquence variable sur des récepteurs variables en module et en argument, il entre donc dans le cadre des montages à commutation forcée par condensateurs.

## 0.2 LES ONDULEURS MONOPHASES

Dans son récent ouvrage, M. GAUDRY {2} fait le point pour l'utilisateur du fonctionnement des diodes et des thyristors au silicium, de leurs caractéristiques, de leurs protections, mais insiste peu sur leurs montages d'utilisations.

Au contraire J. LECORGUILLIER {3}, après la présentation des redresseurs au silicium dresse un inventaire très complet, à l'époque, de tous les schémas d'utilisation proposés et résume les calculs alors effectués.

Heureusement l'expérience acquise depuis lors a permis de décanter un peu la question et de réduire à quelques uns les schémas présentant un réel intérêt pour la majorité des applications. B.D. BEDFORD et R.G. HOFT {4} avaient d'ailleurs donné une étude quantitative précise des schémas de principes essentiels.



Actuellement, du moins pour les alimentations de sécurité, trois schémas d'onduleurs autonomes monophasés sont retenus :

- l'onduleur avec transformateur de sortie à point milieu (fig 1a)  
Il utilise deux thyristors,  $Th_1$  et  $Th_2$  ; le condensateur de commutation C est monté entre leurs anodes ; l'inductance  $\lambda$  limite les pointes de courants absorbés. Il est nécessaire de monter en parallèle inverse avec les thyristors des diodes "de récupération" ; pour augmenter l'efficacité de celles-ci il faut les monter sur des prises intermédiaires et éviter que l'inductance  $\lambda$  intervienne dans le circuit de récupération. G. SEGUIER {1} a donné l'expression des diverses variables durant les huit intervalles de fonctionnement qui se succèdent au cours d'une période.

- l'onduleur avec source à point milieu (fig 1b). Les deux thyristors sont maintenant en série et non plus en parallèle. Le point milieu de la source est obtenu par deux condensateurs de forte capacité. En série avec les thyristors on monte une inductance à point milieu de confirmation du blocage, en parallèle on monte les diodes de récupération et les condensateurs de commutation. L'étude des commutations entre le "bras" O'M et le "bras" O'N a été précisée par G. SEGUIER {5} ; actuellement avec C. ROMBAUT, il effectue les calculs permettant la détermination précise de tous les éléments.

Les montages des figures 1a et 1b ne permettent que d'agir sur la fréquence de la tension de sortie par action sur la fréquence des impulsions de déblocage des redresseurs ; ils ne permettent pas d'agir sur le rapport des tensions continue et alternative.

- l'onduleur en pont (fig 1c) s'obtient en montant le récepteur alternatif entre deux ensembles identiques à celui de la figure 1b.

Par déphasage des signaux de déblocage on peut agir sur la valeur de la tension de sortie. Il est même possible, en faisant fonctionner les thyristors plusieurs fois au cours de la même période, de réduire fortement le taux d'harmoniques de cette tension ; c'est la technique dite "à modulation de largeur d'impulsions".

### 0.3 LES ONDULEURS TRIPHASES

Le plus souvent les onduleurs triphasés sont formés par le groupement de trois onduleurs monophasés {6} {1}. Cela est indispensable si la charge des trois phases risque d'être notablement déséquilibrée ; il faut alors commander séparément les trois onduleurs en pont ordinairement utilisés pour que les tensions des trois phases soient égales et régulièrement décalées. Même lorsque la charge est équilibrée, on utilise des groupements d'onduleurs monophasés pour obtenir des tensions quasi sinusoïdales par addition de tensions convenablement choisies, grâce à plusieurs secondaires distincts des transformateurs de sortie des onduleurs.

Mais lorsqu'il s'agit d'alimenter non un réseau mais un seul récepteur triphasé, surtout si celui-ci n'est pas très exigeant sur le taux d'harmoniques des tensions qu'on lui applique, il est préférable de réaliser directement des onduleurs triphasés. Cela permet de réduire le nombre d'éléments nécessaires et donc d'abaisser fortement le coût des équipements.



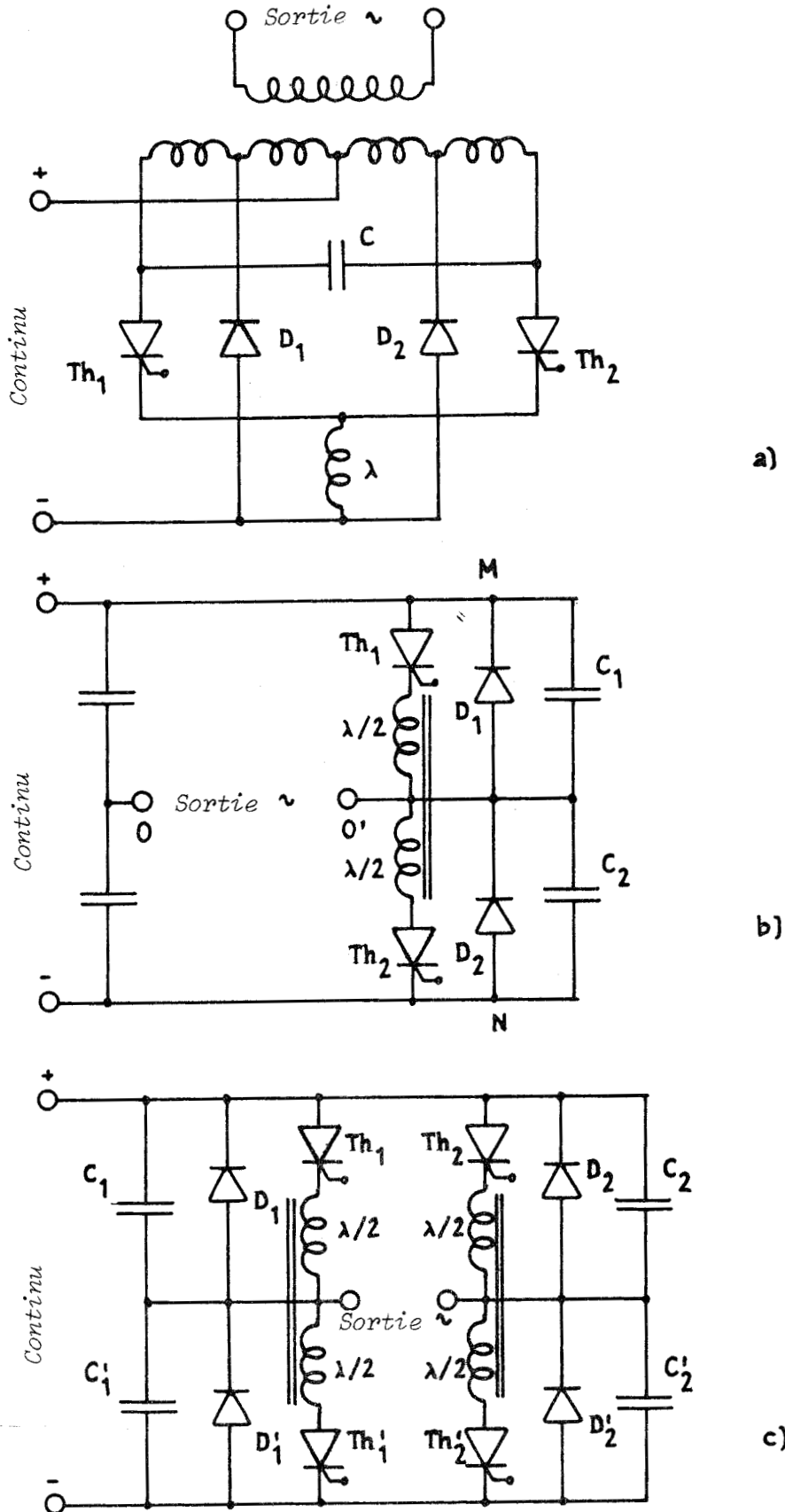


Fig 1 - Schéma des trois onduleurs autonomes monophasés les plus usuellement utilisés.



La solution la plus normale est d'utiliser trois ensembles de deux thyristors en série, un par phase, avec leurs diodes de récupération, leurs inductances et capacités de commutation (fig 2). Les tensions de sortie alternatives sont prélevées entre les points A, B, C.

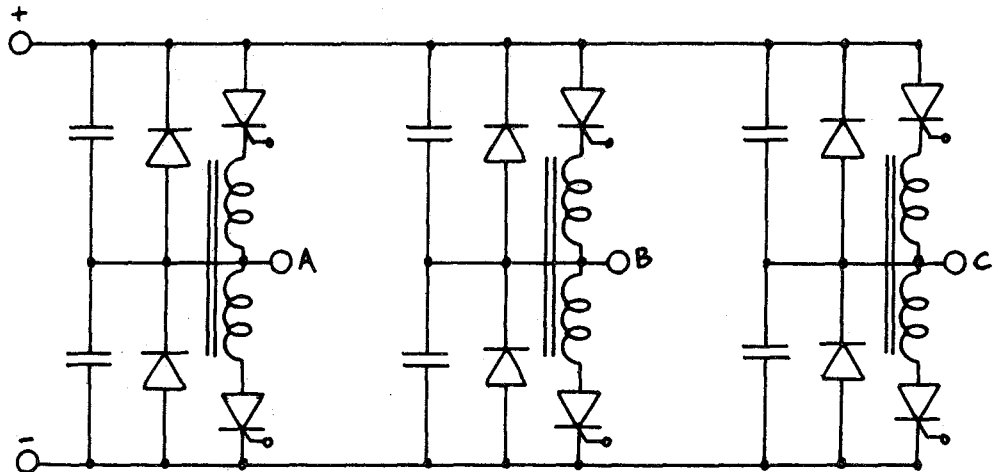


Fig 2 - Onduleur triphasé à six thyristors

Mais en triphasé il n'est pas indispensable, comme dans les onduleurs monophasés, de demander à chaque ensemble thyristor diode d'assurer la liaison à une borne de la source continue pendant toute une demi-période d'où la possibilité de simplifier le montage.

#### 0.4 ONDULEURS TRIPHASES A BLOCAGE PAR CONDENSATEURS ENTRE BORNES DE SORTIE

Partant de l'idée qu'un onduleur assure la fonction inverse d'un redresseur, et utilisant l'appellation utilisée par G. SEGUIER {7} pour ces derniers, C. ROMBAUT {8} a étudié les trois montages onduleurs correspondant aux trois montages redresseurs alimentés par trois tensions. Dans chacun de ces montages, les redresseurs ne conduisent que pendant le tiers de la période.

. Le premier, appelé P.3, utilise trois thyristors à cathodes réunies ;  $v_1, v_2, v_3$  désignent les tensions aux bornes des phases réceptrices de constantes R, L. Le blocage est assuré par trois condensateurs C montés entre les anodes (fig 3a).

L'étude de cet onduleur permet de calculer les caractéristiques de sortie, de courant absorbé, et de déterminer la valeur à donner aux capacités pour assurer un fonctionnement sûr dans la gamme de fréquences et de débits à assurer.

Les caractéristiques tracées en fonction de :

$$\xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{et} \quad \frac{\tau}{T} = \frac{\sqrt{LC}}{T} ,$$

avec T période de fonctionnement montrent que les performances sont médiocres et se dégradent fortement quand  $\tau/T$  et  $\xi$  croissent.

. Le second montage (fig 3b) est appelé P.D.3 lorsque les trois phases de constantes R, L montées entre les bornes A, B et C sont couplées en étoile.

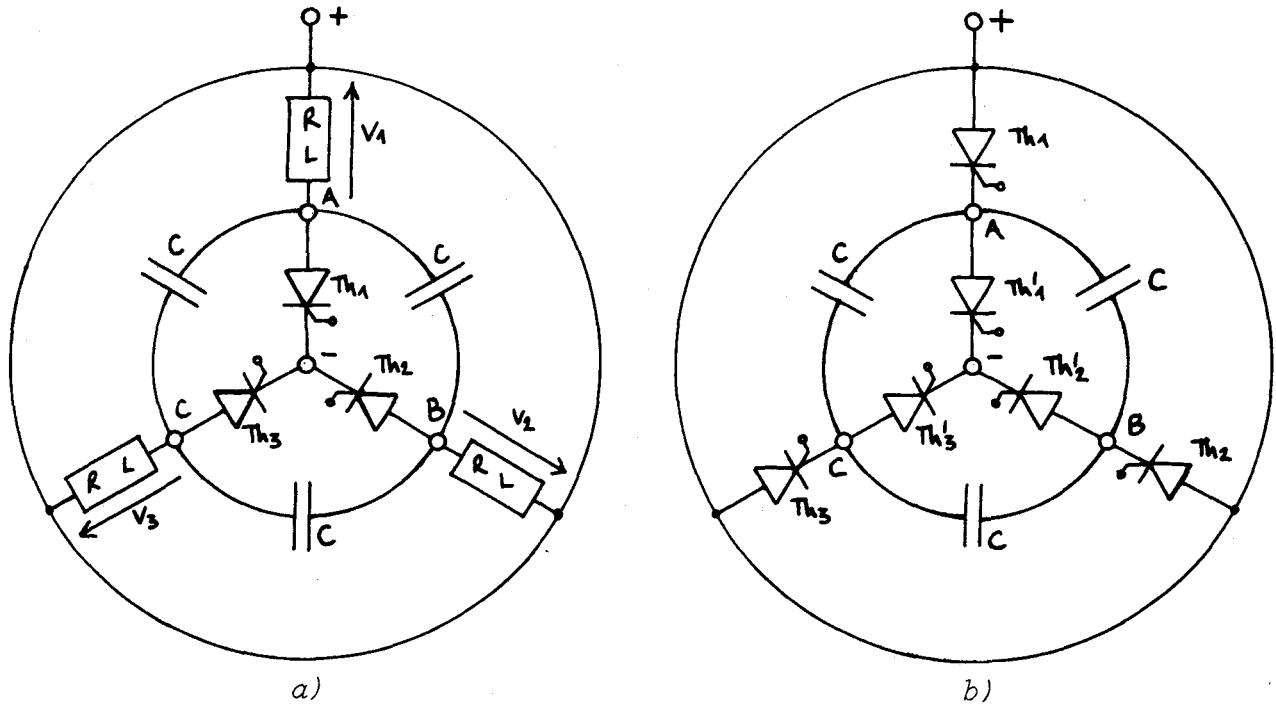


Fig 3 - Onduleurs triphasés à simple blocage par capacité  
a) à trois thyristors (P.3)  
b) à six thyristors (P.D.3 ou S.3)

La forme d'onde des tensions de sortie est beaucoup plus satisfaisante d'où son intérêt {9}.

Mais le montage présente un grave défaut si on l'alimente, comme le P.3, par une source de tension constante, car cela entraînerait des discontinuités des tensions aux bornes des condensateurs, donc des pointes de courant pris à la source, infinies. Pour délimiter ces pointes on peut mettre une résistance en série avec chaque condensateur, mais C. ROMBAUT a montré que pour que ces résistances jouent un rôle efficace, il fallait accepter qu'elles consomment une partie notable de la puissance fournie par la source.

. Le montage S.3 ne diffère du précédent que par le couplage en triangle et non plus en étoile des phases du récepteur monté entre les bornes A, B et C. Malgré la différence de certaines formes d'ondes, les performances sont exactement les mêmes. D'ailleurs depuis, il a été montré qu'il ne s'agissait là que d'une application particulière d'un principe plus général {10}.

Les montages des figures 3a et 3b conduisent à la nécessité d'une valeur élevée des condensateurs C. Mais c'est le cas de tous les onduleurs autonomes car, comme le montrait dès 1952 M. DEMONTVIGNIER {11} si les condensateurs jouent non seulement le rôle de sources de tensions de commutation forcée, ils doivent de plus compenser la puissance réactive absorbée par le récepteur alternatif si celui-ci est inductif. On dit que les condensateurs doivent "surcompenser" la charge.

#### 0.5 PLAN DE L'ETUDE EFFECTUEE

L'onduleur de la figure 3b ne pouvant fonctionner convenablement que lorsqu'on limite fortement les pointes de courant dues aux condensateurs, il faut accroître le rôle de l'inductance prévue à cet effet {9} entre la source et l'onduleur proprement dit. D'où l'idée d'alimenter celui-ci plutôt par un courant que par une tension.

Notre étude est consacrée à l'étude de l'onduleur triphasé en pont à six thyristors, muni de trois condensateurs de blocage, alimenté par une source de courant constant.

Dans la première partie nous présenterons les six phases de fonctionnement du montage au cours de chacune de ses périodes et montrerons que l'étude d'un seul des six intervalles suffit à déterminer l'évolution des variables tout au long de la période.

Nous examinerons ensuite le cas du débit sur une charge formée de trois résistances égales  $R$  et tracerons les caractéristiques relatives aux conditions de fonctionnement et aux performances du montage en fonction du rapport  $p = T/RC$ .

La troisième partie est consacrée à l'étude du débit sur un récepteur de résistance  $R$  et d'inductance  $L$  par phase.

Nous tracerons les caractéristiques en fonction

$$\text{de } Q = \frac{L\omega}{R} \text{ et de } m = LC\omega^2$$

tant pour le domaine où  $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  que dans celui où  $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

Nous terminerons par l'exposé des vérifications expérimentales qui confirment avec une excellente précision les caractéristiques calculées.

## I. PRESENTATION DU MONTAGE

### I.1. SCHEMA. NOTATIONS ET HYPOTHESES

La figure 4 représente l'onduleur et indique les notations utilisées.

L'onduleur est formé de 6 thyristors  $Th_1$  et  $Th'_1$ ,  $Th_2$  et  $Th'_2$ ,  $Th_3$  et  $Th'_3$  disposés en trois branches en parallèle de deux redresseurs chacune, montées entre les bornes d'arrivée A et de départ B du courant continu I (fig 4).

Nous indiquerons par  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  les points de jonction des trois groupes de thyristors qui constituent également les bornes de sortie du montage. C'est entre elles qu'on monte les trois condensateurs de blocage et les phases réceptrices. Les tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  sont les tensions de sortie de l'onduleur.

Les thyristors sont débloqués dans l'ordre suivant :

$Th_1$  ,  $Th'_3$  ,  $Th_2$  ,  $Th'_1$  ,  $Th_3$  ,  $Th'_2$  ,

les redresseurs de chacune des deux séries  $Th_1$ ,  $Th_2$ ,  $Th_3$  et  $Th'_1$ ,  $Th'_2$ ,  $Th'_3$  devant assurer la conduction du courant I pendant un tiers de la période T. Le débloqué d'un redresseur doit assurer le blocage de celui de la même série précédemment conducteur.

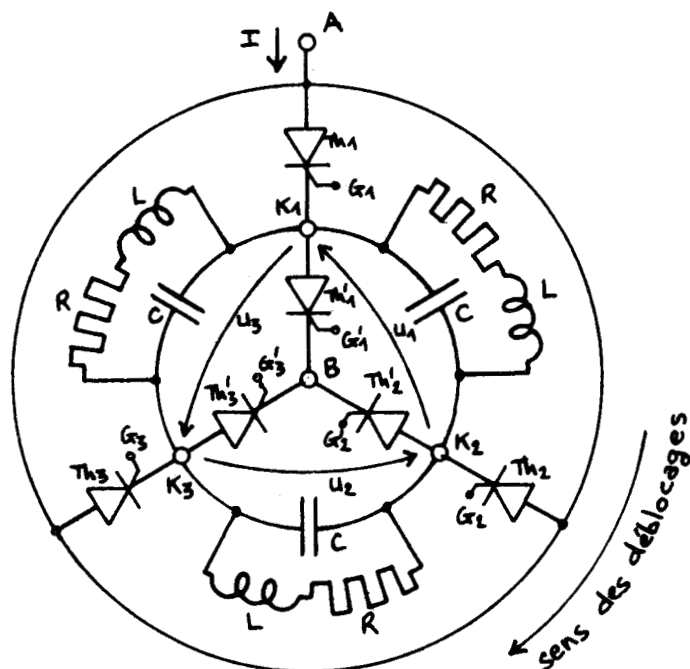


Fig 4 - Schéma du montage étudié portant les notations utilisées.

Outre l'hypothèse du courant d'alimentation  $I$  constant nous admettrons que les condensateurs sont sans pertes et les thyristors parfaits.

Quand un redresseur  $Th_n$  a une tension positive entre son anode et sa cathode, si on envoie une impulsion positive sur sa gâchette  $G_n$ , il devient conducteur ; on supposera que sa chute de tension directe est alors négligeable.

Pour bloquer un redresseur on rend négative la tension  $v_{Th_n}$  à ses bornes. On supposera que son courant s'annule alors instantanément. On calculera la tension inverse ou tension de blocage  $v_B$  qui lui est appliquée quand on veut interrompre sa conduction et surtout le temps de blocage  $t_B$ , intervalle durant lequel on maintient la tension à ses bornes négative. Il faut que ce temps soit supérieur au temps de recouvrement du thyristor pour éviter tout réamorçage intempestif.

## I.2. DESCRIPTION DU FONCTIONNEMENT AUX TRES BASSES FREQUENCES

### I.2.1. Etude des intervalles successifs

Pour exposer plus facilement le déroulement du fonctionnement, nous allons d'abord supposer que, pour chacune des six configurations successives que donne au schéma équivalent la conduction d'un thyristor de chacune des séries, le régime permanent a le temps de s'établir. Autrement dit à la fin de chacun des six états le courant  $I$  se partage en ne tenant compte que des seules résistances.

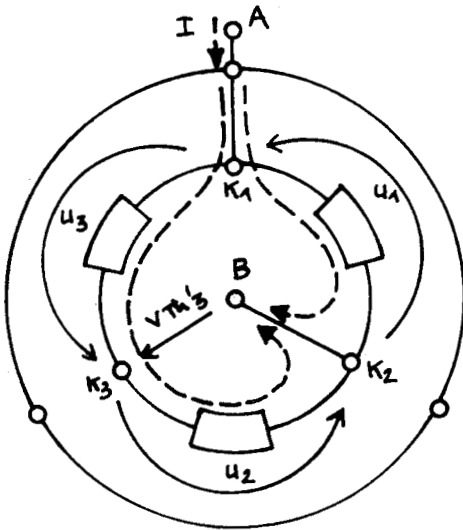
#### 1er intervalle

. Le premier intervalle débute pour  $t = 0$ , lorsque  $Th_2'$  étant conducteur, on débloque  $Th_1$ . Le schéma équivalent est alors celui de la figure 5.1 où on a représenté par un simple rectangle l'ensemble condensateur-phase réceptrice monté entre deux bornes de sortie.

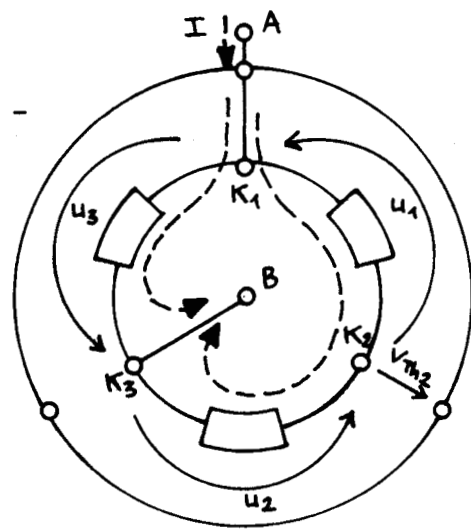
Le courant  $I$  arrivant par A atteint le point B par deux voies, soit de  $K_1$  directement vers  $K_2$ , soit de  $K_1$  par  $K_3$  puis par  $K_2$ .

. Lorsque le régime transitoire est terminé, la branche  $K_1, K_2$  offre une résistance deux fois plus faible que la branche  $K_1, K_3, K_2$  ; la première voie est parcourue par  $2I/3$ , la seconde par  $I/3$ .

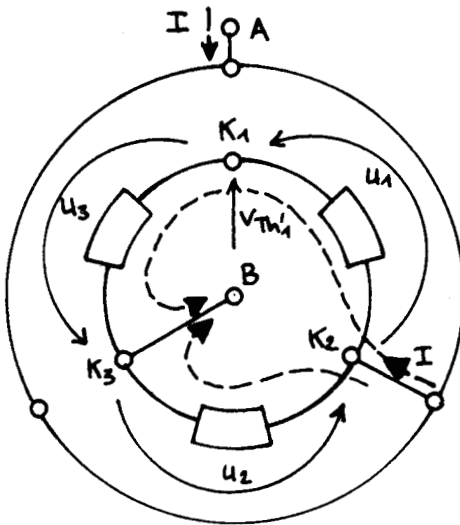
D'où les tensions à la fin de cet intervalle (fig 6)



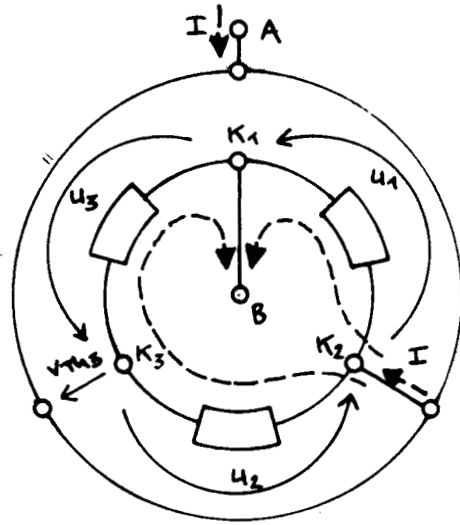
1)  $0 < t < T/6$   
 $Th_1$  et  $Th_2'$  conducteurs



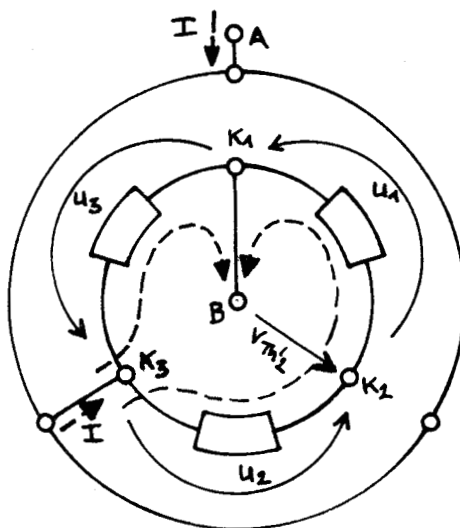
2)  $T/6 < t < T/3$   
 $Th_1$  et  $Th_3'$  conducteurs



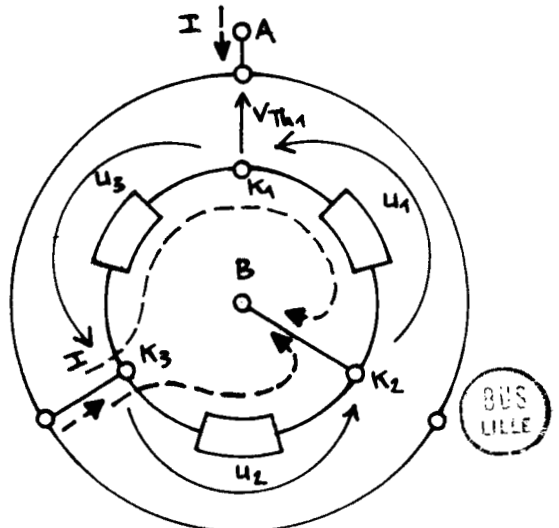
3)  $T/3 < t < T/2$   
 $Th_2$  et  $Th_3'$  conducteurs



4)  $T/2 < t < 2T/3$   
 $Th_2$  et  $Th_1'$  conducteurs



5)  $2T/3 < t < 5T/6$   
 $Th_3$  et  $Th_1'$  conducteurs



6)  $5T/6 < t < T$   
 $Th_3$  et  $Th_2'$  conducteurs



$$u_1 = \frac{2}{3} RI$$

$$u_2 = -\frac{1}{3} RI$$

$$u_3 = -\frac{1}{3} RI$$

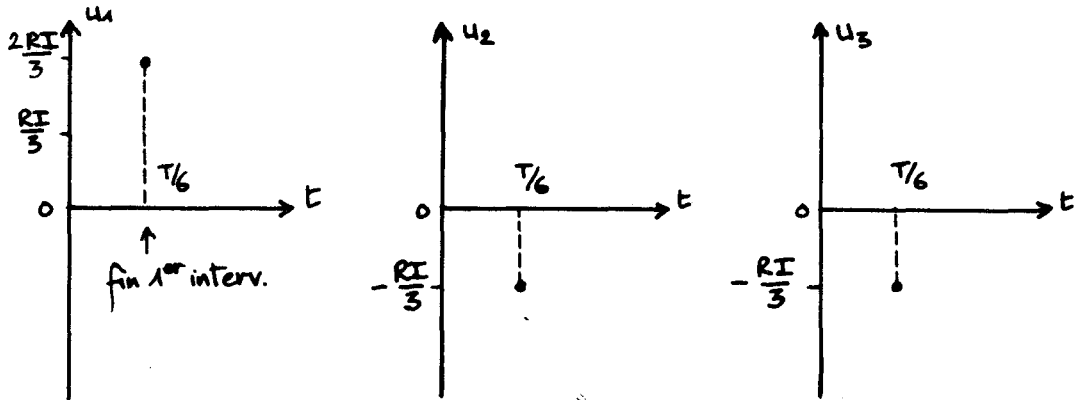


Fig 6 - Etat des tensions à la fin du 1er intervalle

. La fin du premier intervalle est caractérisée par le déblocage du thyristor  $Th_3'$  qui doit entraîner le blocage du redresseur  $Th_2'$  de la même série précédemment conducteur.

Quand  $Th_3'$  reçoit une impulsion sur sa gâchette, la tension  $v_{Th_3'}$  à ses bornes est la tension existant entre les points  $K_3$  et B ou, du fait de la conduction de  $Th_2'$ , entre les points  $K_3$  et  $K_2$ .

$$v_{Th_3'} = v_{K_3} - v_{K_2} = -u_2 = R \frac{I}{3}$$

Ce redresseur ayant une tension aux bornes positive s'amorce. De ce fait il porte le potentiel de  $K_3$  à celui de B. Dès lors la tension aux bornes de  $Th_2'$  qui était nulle devient :

$$v_{Th_2'} = v_{K_2} - v_{K_3} = +u_2 = -R \frac{I}{3}$$

Le déblocage de  $Th_3'$  entraîne bien le blocage de  $Th_2'$ .

### 2ème intervalle

. Le deuxième intervalle qui débute pour  $t = T/6$ , correspond à la conduction de  $Th_1$  et de  $Th_3'$  donc au schéma équivalent de la figure 5.2

Le courant I va de A à B soit directement par  $K_1, K_3$ , soit par la voie  $K_1, K_2, K_3$  qui compte deux phases.

Quand le régime permanent est atteint,

$$u_1 = \frac{1}{3} RI$$

$$u_2 = \frac{1}{3} RI$$

$$u_3 = -\frac{2}{3} RI$$

Connaissant les tensions à la fin du 1er et du 2ème intervalles et sachant que ces tensions ne peuvent subir de discontinuité puisqu'elles apparaissent aux bornes de capacités, on peut tracer l'allure de l'évolution des tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  pendant ce deuxième intervalle (fig 7).

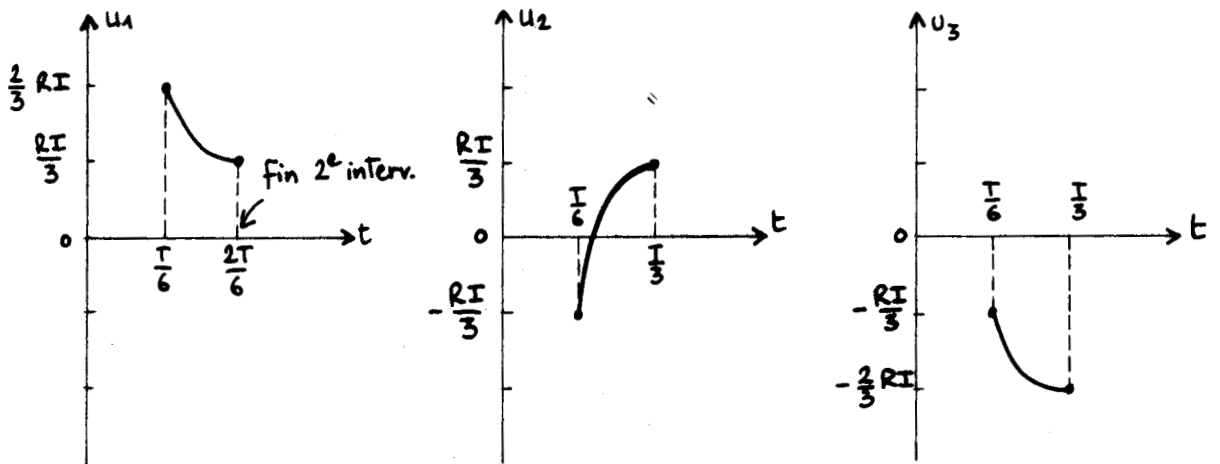


Fig 7 - Allure de l'évolution de  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  durant le 2ème intervalle.

. C'est l'envoi d'une impulsion positive sur la gâchette de  $Th_2$  qui marque la fin de cet intervalle.

La tension aux bornes de ce redresseur est alors positive car la conduction de  $Th_1$  donne à  $v_{Th_2}$  la valeur

$$v_{Th_2} = v_{K_1} - v_{K_2} = u_1 = +\frac{RI}{3}$$

L'entrée en conduction de  $Th_2$  provoque le blocage de  $Th_1$  car elle applique la tension  $-u_1$  à ses bornes.

3ème intervalle

. Pour  $2 \frac{T}{6} < t < 3 \frac{T}{6}$ ,  $Th_2$  et  $Th_3'$  conduisent (fig 5.3). Les tensions de sortie à la fin de cet intervalle tendent vers :

$$u_1 = - \frac{1}{3} RI$$

$$u_2 = + \frac{2}{3} RI$$

$$u_3 = - \frac{1}{3} RI$$

d'où l'allure des formes d'ondes de ces tensions durant les intervalles 2 et 3 (fig 8).

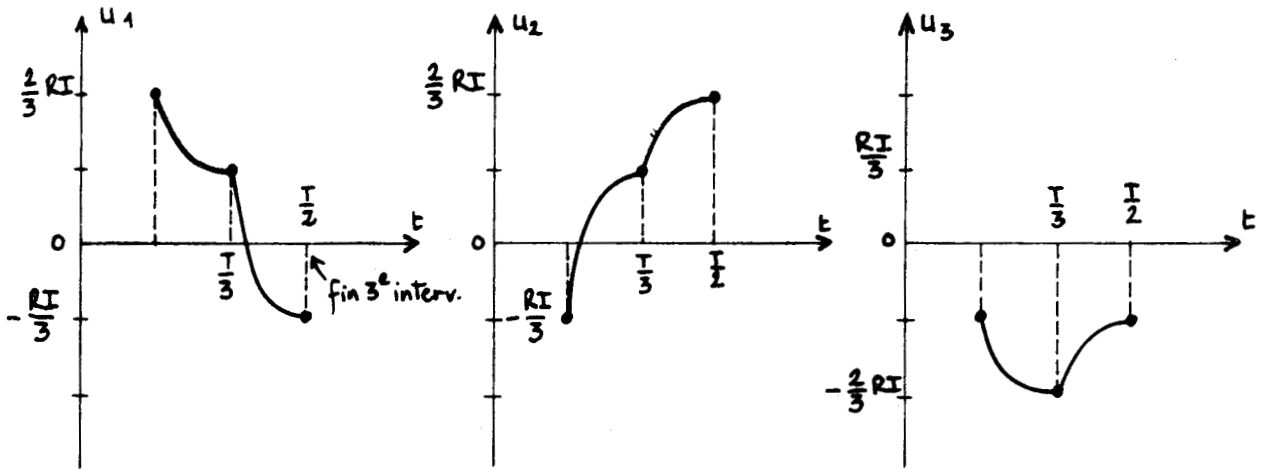


Fig 8 - Allure des tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  durant les intervalles 2 et 3

. A la fin de cet intervalle, la tension aux bornes de  $Th_1'$  est positive, en effet

$$v_{Th_1'} = - u_3 = \frac{RI}{3}$$

Quand, pour  $t = \frac{T}{2}$ , ce redresseur recevra une impulsion, il deviendra conducteur. Cette entrée en conduction relie les bornes  $K_1$  et B et porte le potentiel aux bornes du redresseur  $Th_3'$  à  $+ u_3$  donc le bloque.

4ème intervalle

. Pour  $3 \frac{T}{6} < t < 4 \frac{T}{6}$ ,  $Th_2$  et  $Th_1'$  sont passants (fig 5.4). La comparaison des deux voies offertes au courant I montre les valeurs vers lesquelles tendent les trois tensions :

$$u_1 = -\frac{2}{3} RI$$

$$u_2 = \frac{1}{3} RI$$

$$u_3 = \frac{1}{3} RI$$

ce qui permet de prolonger durant ce quatrième intervalle le tracé de ces tensions (fig 9).

. Cet intervalle se termine par l'envoi d'une impulsion sur la gâchette de  $Th_3$ . Ce thyristor a alors une tension aux bornes,

$$v_{Th_3} = v_{K_2} - v_{K_3} = u_2 = +\frac{RI}{3}$$

positive, donc ce redresseur s'amorce. Cet amorçage réunit  $K_3$  et A donc rend  $v_{Th_2}$  égale à  $-u_2$  ou  $-\frac{RI}{3}$  et provoque le blocage du thyristor  $Th_2$ .

#### 5ème intervalle

. Caractérisé par la conduction de  $Th_3$  et  $Th'_1$  (fig 5.5) le cinquième mode de fonctionnement correspond à l'intervalle  $4\frac{T}{6}$ ,  $5\frac{T}{6}$ .

Si les tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  ont le temps de prendre leurs valeurs permanentes, à la fin de ce cinquième intervalle elles sont

$$u_1 = -\frac{1}{3} RI$$

$$u_2 = -\frac{1}{3} RI$$

$$u_3 = \frac{2}{3} RI$$

ce qui permet de prolonger le tracé de leurs formes d'ondes (fig 9).

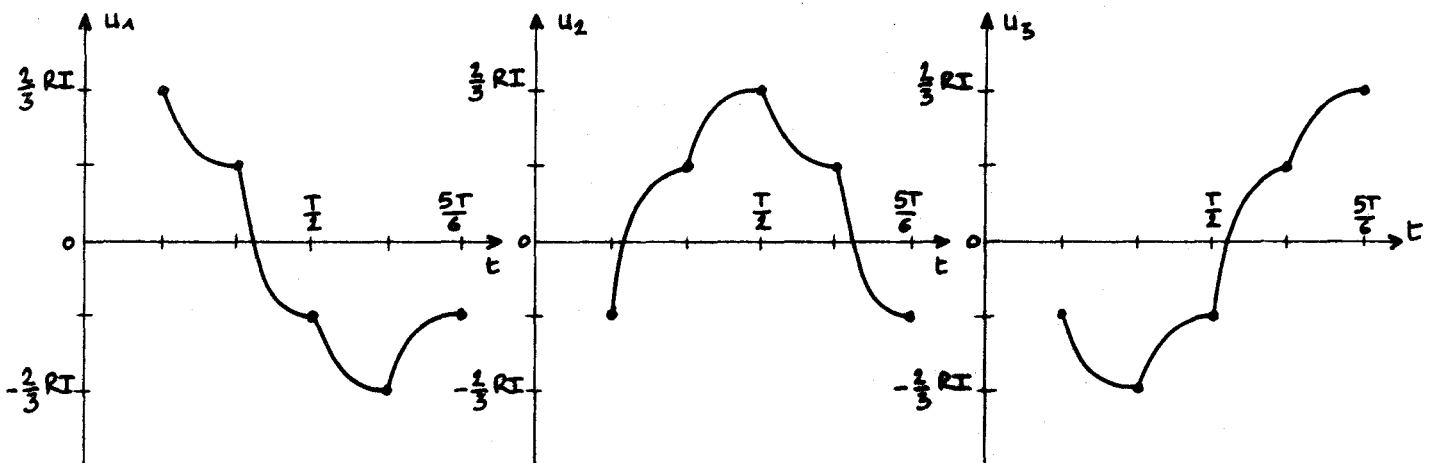


Fig 9 - Prolongement durant le 4<sup>e</sup> et le 5<sup>e</sup> intervalles de l'allure des formes des tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

. La fin du cinquième intervalle est marquée par l'envoi d'une impulsion sur la gâchette  $G_2'$  du thyristor  $Th_2'$ . La tension aux bornes de ce redresseur est alors positive et égale à  $RI/3$ . Le déblocage de ce thyristor rend égale à  $-RI/3$  la tension aux bornes de  $Th_1'$  et le bloque.

#### 6ème intervalle

. Pour  $5\frac{T}{6} < t < T$ , les redresseurs  $Th_3$  et  $Th_2'$  conduisent. Les tensions aux bornes des phases réceptrices tendent vers les valeurs suivantes :

$$u_1 = +\frac{1}{3} RI$$

$$u_2 = -\frac{2}{3} RI$$

$$u_3 = +\frac{1}{3} RI$$

Ayant les valeurs finales on peut tracer l'allure de ces tensions durant le 6ème intervalle. Les valeurs du début du premier intervalle et à la fin du premier, permettent de compléter le tracé de ces tensions.

. Le sixième intervalle se termine par l'impulsion envoyée sur la gâchette de  $Th_1$ . Celui-ci ayant une tension anodique égale à  $u_3$  entre en conduction, ce qui applique  $-u_3$  aux bornes de  $Th_3$  et le bloque.

#### I.2.2. Propriétés des formes d'ondes des tensions

La figure 10 donne l'allure des trois tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  tout au long de la période et rappelle les redresseurs conducteurs durant les six intervalles.

On peut en déduire directement les tensions aux bornes des six thyristors (fig 11). Les relations entre celles-ci et  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  sont données pour chacun des intervalles par le tableau I.

On voit que si on classe les six thyristors dans leur ordre de déblocage, les six tensions  $v_{Th_1}$ ,  $v_{Th_3'}$ ,  $v_{Th_2}$ ,  $v_{Th_1'}$ ,  $v_{Th_3}$  et  $v_{Th_2'}$  ont même forme d'onde. Elles sont décalées les unes par rapport aux autres d'un sixième de période.

. Pour étudier le temps de blocage  $t_B$  des redresseurs, il suffit de le calculer pour un seul. Si l'on s'en tient au premier intervalle  $0, T/6$ , c'est  $v_{Th_3}$  qui donnera  $t_B$  ; or pendant ce premier sixième de période  $v_{Th_3}$  égale  $-u_3$ .

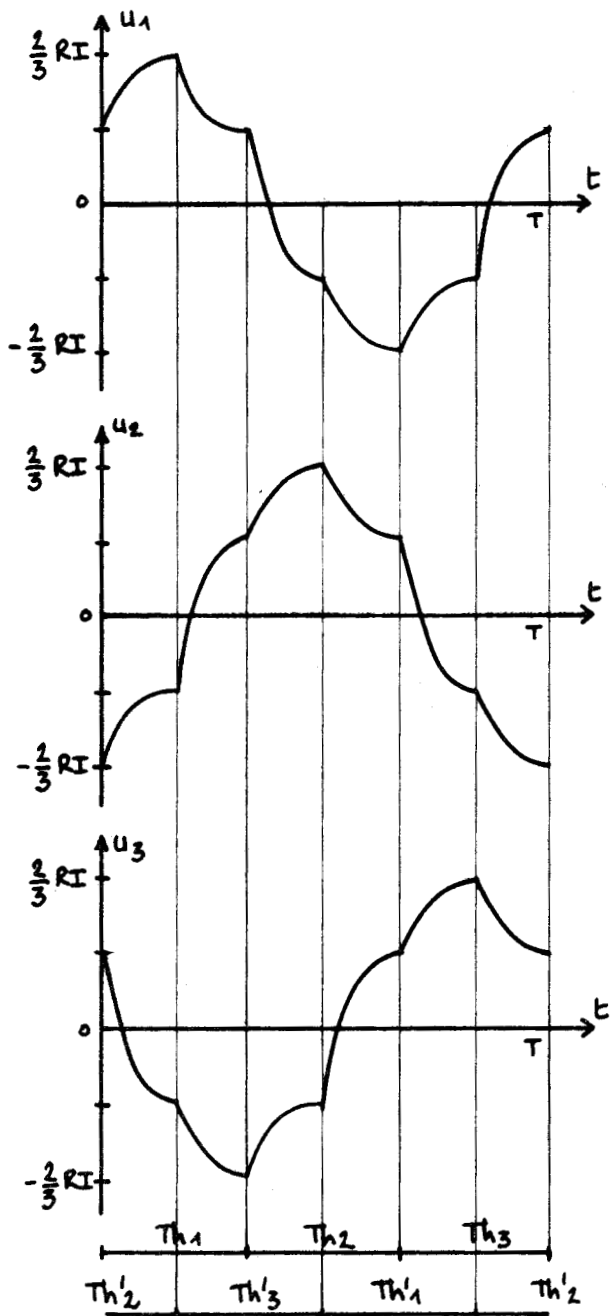


Fig 10 - Allure des formes d'ondes des tensions de sortie  $u_1, u_2, u_3$  et diagramme de conduction des redresseurs.

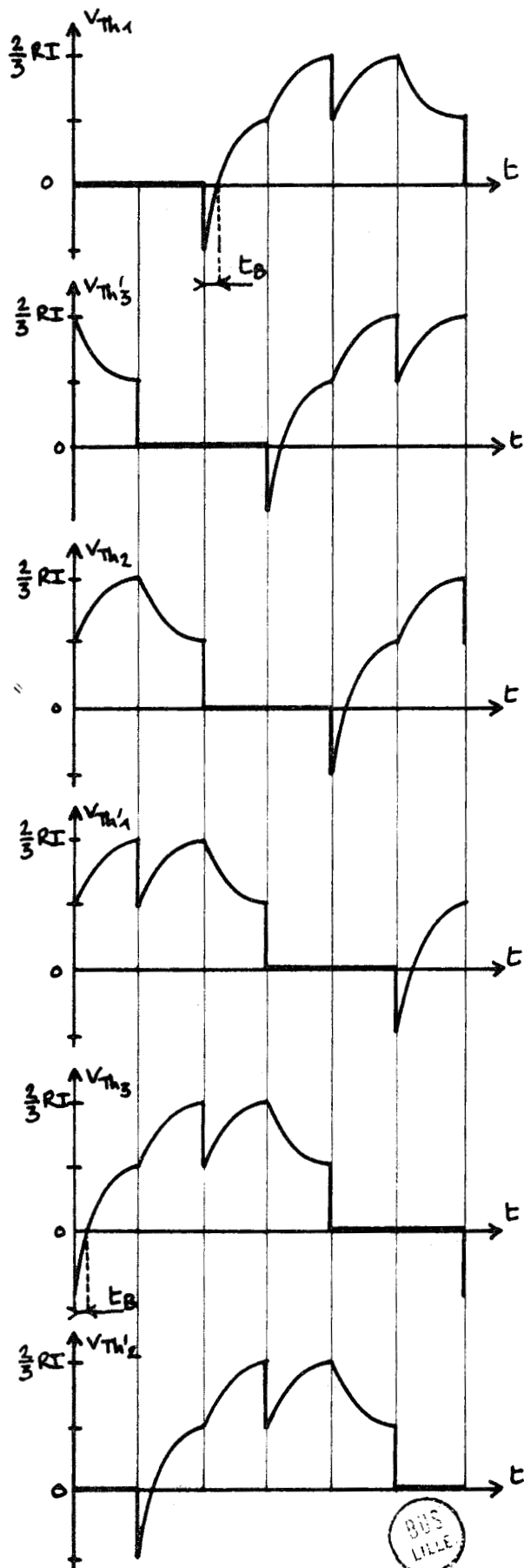


Fig 11 - Allure des formes d'ondes des tensions aux bornes des six thyristors classés dans leur ordre d'amorçage.

	$v_{Th_1}$	$v_{Th'_3}$	$v_{Th_2}$	$v_{Th'_1}$	$v_{Th_3}$	$v_{Th'_2}$
int. 1	0	$- u_2$	$u_1$	$u_1$	$- u_3$	0
int. 2	0	0	$u_1$	$- u_3$	$- u_3$	$u_2$
int. 3	$- u_1$	0	0	$- u_3$	$u_2$	$u_2$
int. 4	$- u_1$	$u_3$	0	0	$u_2$	$- u_1$
int. 5	$u_3$	$u_3$	$- u_2$	0	0	$- u_1$
int. 6	$u_3$	$- u_2$	$- u_2$	$u_1$	0	0

Tableau I. - Relations entre les tensions aux bornes des redresseurs et les tensions de sortie.

$t_B$  est égal au temps pendant lequel  $u_3$  reste positif pendant l'intervalle  $0, T/6$ .

. Les propriétés des ondes des tensions  $u_1, u_2$  et  $u_3$  permettent de limiter à un sixième de période l'étude du fonctionnement du montage.

En effet, ces tensions sont identiques au décalage de  $\frac{T}{3}$  près

$$u_1 \left( t + \frac{T}{3} \right) = u_3 (t)$$

$$u_1 \left( t + \frac{2T}{3} \right) = u_2 (t)$$

De plus les alternances négatives sont identiques au signe près aux alternances positives

$$u_1 \left( t + \frac{T}{2} \right) = - u_1 (t)$$

$$u_1 \left( t + \frac{T}{3} + \frac{T}{2} \right) = u_1 \left( t + \frac{5T}{6} \right) = - u_3 (t)$$

$$u_1 \left( t + \frac{2T}{3} + \frac{T}{2} \right) = u_1 \left( t + \frac{T}{6} \right) = - u_2 (t)$$

D'où le tracé possible de  $u_1 (t)$  tout au long de la période à partir de la connaissance de  $u_1 (t), u_2 (t), u_3 (t)$  pendant le seul intervalle  $0, T/6$  :



$$\left. \begin{aligned}
 u_1(t) &= u_1(t) \\
 u_1\left(t + \frac{T}{6}\right) &= -u_2(t) \\
 u_1\left(t + \frac{2T}{6}\right) &= u_3(t) \\
 u_1\left(t + \frac{3T}{6}\right) &= -u_1(t) \\
 u_1\left(t + \frac{4T}{6}\right) &= u_2(t) \\
 u_1\left(t + \frac{5T}{6}\right) &= -u_3(t)
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

. De ces propriétés de  $u_1, u_2, u_3$  on peut également déduire des relations entre les valeurs qu'elles présentent aux deux extrémités de l'intervalle  $0, T/6$ .

Si on désigne par

$u_{10}, u_{20}, u_{30}$  les valeurs de  $u_1, u_2, u_3$  pour  $t = 0$

$u_{1\theta}, u_{2\theta}, u_{3\theta}$  leurs valeurs pour  $t = \frac{T}{6}$

et compte tenu du fait que  $u_1 + u_2 + u_3$  égale toujours zéro

$$\left. \begin{aligned}
 u_{10} &= -u_{20} \\
 u_{20} &= -u_{30} \\
 u_{30} &= -u_{10}
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

. Les trois conséquences, valeur de  $t_B$ , relations (1) et relations (2), que nous venons de déduire des propriétés des tensions  $u_1, u_2, u_3$ , ne tiennent qu'à la symétrie du montage et à la régularité des déclenchements des thyristors. Elles sont applicables même si l'élévation de la fréquence donne à  $u_1, u_2$  et  $u_3$  des formes d'ondes différentes.

### I.2.3. Conditions de fonctionnement

. Pour que l'onduleur fonctionne comme prévu, il faut :

- que la tension anodique des redresseurs soit positive au moment où ils reçoivent leur impulsion de déblocage
- que l'amorçage d'un redresseur rende négative la tension anodique de celui de la même série précédemment conducteur.

Dans le cas de l'onduleur étudié ces deux conditions sont confondues car la tension aux bornes du redresseur à amorcer est, du fait de son entrée en conduction, appliquée en inverse au thyristor à bloquer.

Si on se limite à l'intervalle  $0, T/6$ , qui débute par le déblocage de  $Th_1$  et le blocage de  $Th_3$ , il faut, vu le tableau I et les relations (2)

$$u_{30} = -u_{20} > 0 \quad (3)$$

On désignera la valeur de cette tension sous le nom de tension de blocage  $v_B$  dans les caractéristiques ultérieures.

Pour éviter que le redresseur bloqué ne redevienne intempestivement conducteur quand la tension à ses bornes redevient positive, il faut que la tension reste négative pendant un temps  $t_B$  ou temps de blocage supérieur au temps de régénération ou de recouvrement du pouvoir de blocage  $t_r$  des redresseurs utilisés

$$t_B > t_r \quad (4)$$

### I.3. FONCTIONNEMENT AUX FREQUENCES REELLES

En réalité, durant chaque intervalle, les tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  n'ont pas toujours le temps d'atteindre les valeurs  $\pm RI/3$  ou  $\pm 2 RI/3$  correspondant au régime permanent. La forme des tensions n'est qu'une succession de régimes transitoires de circuits dont on modifie périodiquement la configuration. Pour voir si cela n'altère pas les possibilités de fonctionnement de l'onduleur, il faut distinguer 2 cas.

#### I.3.1. Les tensions, durant chaque intervalle, restent inférieures en valeur absolue aux valeurs qu'elles atteindraient en régime permanent

Si à la fin du sixième intervalle  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  n'ont pas le temps d'atteindre respectivement les valeurs  $RI/3$ ,  $-2RI/3$  et  $RI/3$ ,<sup>et</sup> à la fin du premier intervalle les valeurs  $2RI/3$ ,  $-RI/3$  et  $-RI/3$ , les formes d'ondes des figures 10 et 11 se déforment comme indiqué sur la figure 12.

- Dans le cas de la figure 12a,  $u_1$  n'a pas le temps d'atteindre  $RI/3$  à la fin du sixième intervalle, ni  $2RI/3$  à la fin du premier mais sa valeur dépasse alors  $RI/3$ . Le second intervalle (valeur limite  $RI/3$ ) correspond donc à une décroissance. Mais  $u_1$  pour  $t = T/3$  est positif, or

$v_{Th_1}$  après le déblocage de  $Th_2$  prenant la valeur  $-u_1$ , le blocage de  $Th_1$  est assuré.

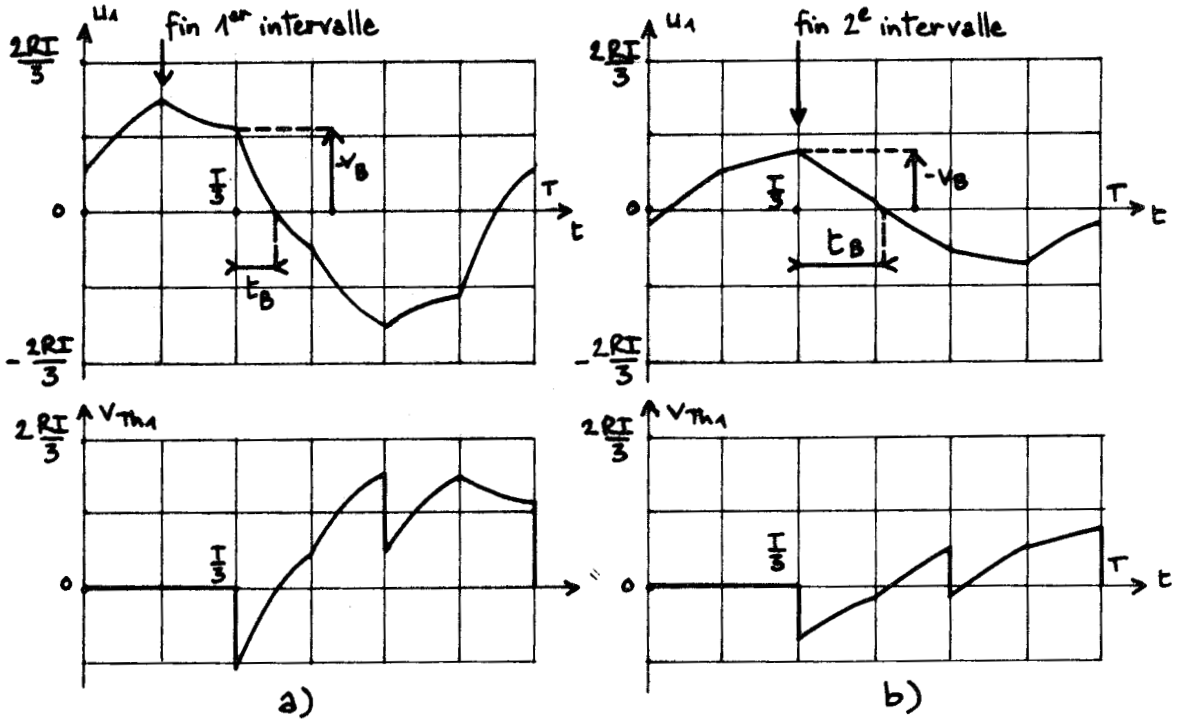


Fig 12 - Déformations des formes d'ondes des tensions  $u_1$  et  $v_{Th_1}$  quand la fréquence augmente.

- Dans le cas de la figure 12b,  $u_1$  n'atteint pas  $RI/3$  à la fin du premier intervalle, donc le second (valeur limite  $RI/3$ ) correspond encore à une croissance.  $v_{Th_1}$  pour  $t = T/3$ , égal à  $-u_1$ , est donc bien encore négatif.

Tant que le circuit résonnant parallèle, formé pour chaque phase par C en parallèle avec R, L, est fortement amorti, le problème du signe de la tension de blocage ne se pose pas.

### I.3.2. Cas où les circuits branchés entre les bornes de sortie sont faiblement amortis

Si les circuits résonnants sont faiblement amortis, soit

$$\text{pour } R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

les tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  peuvent passer par des valeurs supérieures aux valeurs correspondant au régime permanent.

Les tracés des figures 13a et 13b correspondent à des pseudo-périodes pour lesquelles il y a deux annulations de la dérivée de  $u_1$  par intervalle. Dans les deux cas  $u_1$  pour  $T/3$ , qui donne la tension d'amorçage (ou de blocage), est positif, le fonctionnement est possible.

Les tracés des figures 13c et 13d correspondent à une valeur relative plus grande de la pseudo-période. Le premier assure encore une valeur positive de  $u_1$  pour  $t = T/3$  donc un fonctionnement correct. Au contraire le second donne  $u_1$  négatif à cet instant, les redresseurs recevant une impulsion positive sur leur gâchette ne peuvent s'amorcer, ils ne peuvent bloquer ceux dont ils doivent prendre la relève.

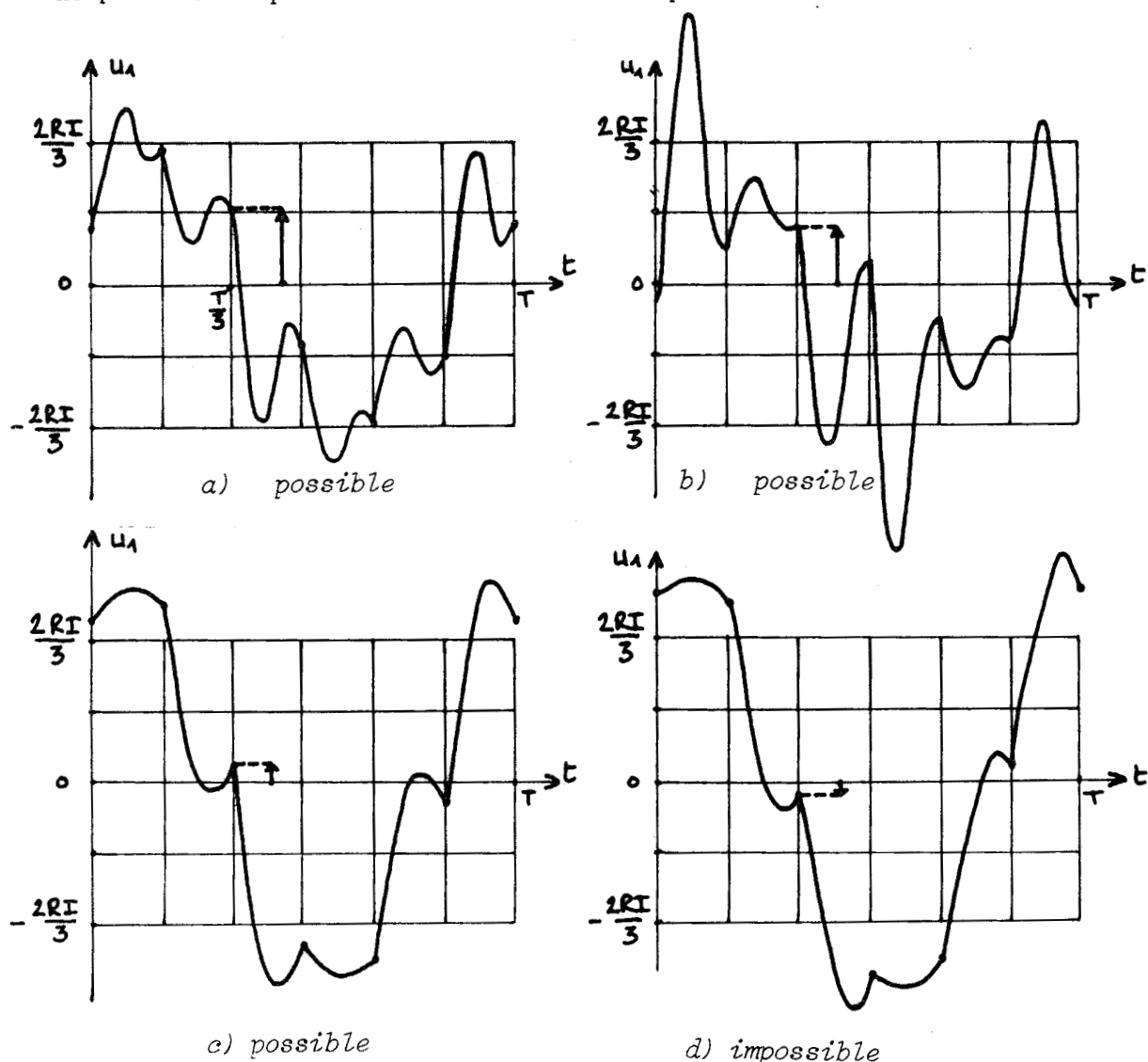


Fig 13 - Allures de formes d'ondes de la tension  $u_1$  en régime libre pseudo-périodique. (La dernière donnant  $u_1$  négatif pour  $t = T/3$  donne un fonctionnement anormal.)

Il faudra donc pour  $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  délimiter le domaine où le montage ne peut avoir un fonctionnement normal.

## II. ETUDE DU DEBIT SUR RESISTANCE PURE

L'étude de la marche de l'onduleur lors de son débit sur résistance pure permet de mettre en évidence l'effet des condensateurs lorsque leur rôle se limite à celui du blocage des thyristors dont on veut interrompre la conduction.

Après avoir exprimé les diverses tensions, nous en déduisons les principales caractéristiques et les conditions à remplir pour assurer le fonctionnement.

### II.1. ETUDE DU FONCTIONNEMENT

#### II.1.1. Mise en équations

Comme nous l'avons montré dans l'introduction, il suffit d'étudier le fonctionnement durant le premier sixième de la période  $T$ , pour connaître l'évolution des diverses variables tout au long de la période.

Pendant l'intervalle  $0, T/6$  considéré, la conduction des thyristors  $Th_1$  et  $Th_2$  donne au montage le schéma équivalent de la figure 14 où  $R$  désigne la résistance des phases du récepteur.

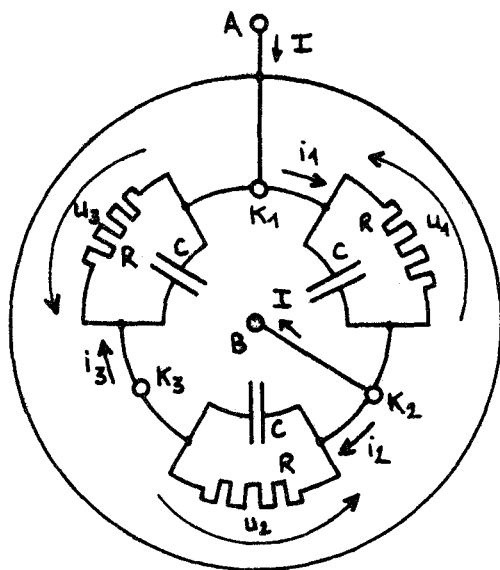


Fig 14 - Schéma équivalent à l'onduleur débitant sur résistances, pour  $0 < t < T/6$ .

Pour faciliter l'examen de ce schéma on peut le mettre sous la forme représentée figure 15.

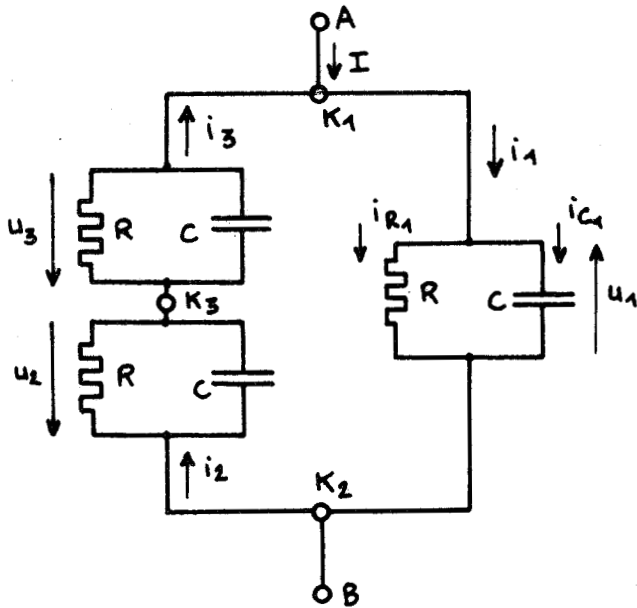


Fig 15 - Autre représentation du schéma de la figure 14.

La relation liant le courant  $i$  dans un ensemble R et C en parallèle à la tension  $u$  aux bornes de celui-ci est donnée par

$$i = i_R + i_C$$

$$\text{avec } i_R = \frac{u}{R}$$

$$i_C = C \frac{du}{dt}$$

$$\text{donc } i = \frac{u}{R} + C \frac{du}{dt} \quad \text{ou} \quad Ri = u + RC \frac{du}{dt}$$

Le circuit de la figure 29 est donc régi par les équations

$$\left[ \begin{array}{l} Ri_1 = u_1 + RC \frac{du_1}{dt} \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left[ \begin{array}{l} Ri_2 = u_2 + RC \frac{du_2}{dt} \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left[ \begin{array}{l} Ri_3 = u_3 + RC \frac{du_3}{dt} \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\text{avec } u_1 + u_2 + u_3 = 0 \quad (8)$$

$$i_2 = i_3 \quad (9)$$

$$i_1 - i_3 = I \quad (10)$$

### II.1.2. Expressions des courants

Si on ajoute membre à membre les relations (5), (6) et (7), il vient

$$R(i_1 + i_2 + i_3) = (u_1 + u_2 + u_3) + RC \frac{d}{dt} (u_1 + u_2 + u_3).$$

La somme  $u_1 + u_2 + u_3$  étant constante et nulle, le second membre de l'équation précédente est nul.

$$\text{Donc } i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

Compte tenu de la relation (9), cette égalité donne

$$i_1 + 2i_3 = 0$$

$$i_3 = -\frac{i_1}{2}$$

Or  $i_1 - i_3$  étant égal à  $I$ , il vient

$$i_1 + \frac{i_1}{2} = \frac{3}{2} i_1 = I, \text{ d'où } i_1 = \frac{2}{3} I$$

$$\text{et } i_2 = i_3 = -\frac{1}{2} \frac{2}{3} I = -\frac{I}{3}$$

$i_1 = \frac{2I}{3}$	$i_2 = -\frac{I}{3}$	$i_3 = -\frac{I}{3}$	(11)
----------------------	----------------------	----------------------	------

Les courants sont constants durant chacun des six intervalles ; le courant total  $I$  se répartit entre les deux voies qui lui sont offertes dans le rapport inverse du nombre de circuits RC que compte chacune d'elles.

### II.1.3. Expressions des tensions

Compte tenu des valeurs des courants  $i_1$ ,  $i_2$  et  $i_3$  les relations (5), (6) et (7) deviennent :

$$\left[ \begin{array}{l} u_1 + RC \frac{du_1}{dt} = \frac{2}{3} RI \end{array} \right. \quad (5')$$

$$\left[ \begin{array}{l} u_2 + RC \frac{du_2}{dt} = -\frac{1}{3} RI \end{array} \right. \quad (6')$$

$$\left[ \begin{array}{l} u_3 + RC \frac{du_3}{dt} = -\frac{1}{3} RI \end{array} \right. \quad (7')$$



### II.1.2. Expressions des courants

Si on ajoute membre à membre les relations (5), (6) et (7), il vient

$$R(i_1 + i_2 + i_3) = (u_1 + u_2 + u_3) + RC \frac{d}{dt} (u_1 + u_2 + u_3).$$

La somme  $u_1 + u_2 + u_3$  étant constante et nulle, le second membre de l'équation précédente est nul.

$$\text{Donc } i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

Compte tenu de la relation (9), cette égalité donne

$$i_1 + 2i_3 = 0$$

$$i_3 = -\frac{i_1}{2}$$

Or  $i_1 - i_3$  étant égal à  $I$ , il vient

$$i_1 + \frac{i_1}{2} = \frac{3}{2} i_1 = I, \text{ d'où } i_1 = \frac{2}{3} I$$

$$\text{et } i_2 = i_3 = -\frac{1}{2} \frac{2}{3} I = -\frac{I}{3}$$

$i_1 = \frac{2I}{3} \quad i_2 = -\frac{I}{3} \quad i_3 = -\frac{I}{3}$	(11)
--	------

Les courants sont constants durant chacun des six intervalles ; le courant total  $I$  se répartit entre les deux voies qui lui sont offertes dans le rapport inverse du nombre de circuits RC que compte chacune d'elles.

### II.1.3. Expressions des tensions

Compte tenu des valeurs des courants  $i_1, i_2$  et  $i_3$  les relations (5), (6) et (7) deviennent :

$$\left[ \begin{array}{l} u_1 + RC \frac{du_1}{dt} = \frac{2}{3} RI \end{array} \right. \quad (5')$$

$$\left[ \begin{array}{l} u_2 + RC \frac{du_2}{dt} = -\frac{1}{3} RI \end{array} \right. \quad (6')$$

$$\left[ \begin{array}{l} u_3 + RC \frac{du_3}{dt} = -\frac{1}{3} RI \end{array} \right. \quad (7')$$

les relations entre les termes faisant intervenir les constantes d'intégration deviennent alors

$$\left[ \begin{array}{l} A'_1 e_\theta = - A'_2 - 1 \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\left[ \begin{array}{l} A'_2 e_\theta = - A'_3 + 2 \end{array} \right. \quad (16)$$

$$\left[ \begin{array}{l} A'_3 e_\theta = - A'_1 - 1 \end{array} \right. \quad (17)$$

De ce système de trois équations à trois inconnues on déduit  $A'_1$ ,  $A'_2$ ,  $A'_3$ .

De (15) et (16) on déduit :

$$A'_1 e_\theta = + \frac{A'_3}{e_\theta} - \frac{2}{e_\theta} - 1,$$

$$\text{or } A'_3 = - \frac{A'_1}{e_\theta} - \frac{1}{e_\theta},$$

$$\text{d'où } A'_1 e_\theta = - \frac{A'_1}{e_\theta} - \frac{1}{e_\theta} - \frac{2}{e_\theta} - 1$$

$$A'_1 (e_\theta^3 + 1) = - 1 - 2e_\theta - e_\theta^2$$

$$A'_1 (1 + e_\theta) (1 - e_\theta + e_\theta^2) = (1 + e_\theta) (- 1 - e_\theta)$$

$$\text{De } A'_1 = \frac{- 1 - e_\theta}{1 - e_\theta + e_\theta^2}$$

on passe aux valeurs de  $A'_3$  et de  $A'_2$

$$A'_2 = \frac{- 1 + 2e_\theta}{1 - e_\theta + e_\theta^2}$$

$$A'_3 = \frac{2 - e_\theta}{1 - e_\theta + e_\theta^2}$$

Les tensions  $u_1, u_2, u_3$  ont donc pour valeurs durant l'intervalle  $0, T/2$

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \frac{RI}{3} \left( 2 - \frac{1 + e_{\theta}}{1 - e_{\theta} + e_{\theta}^2} e^{-\frac{t}{RC}} \right) \\
 u_2 &= \frac{RI}{3} \left( -1 - \frac{1 - 2e_{\theta}}{1 - e_{\theta} + e_{\theta}^2} e^{-\frac{t}{RC}} \right) \\
 u_3 &= \frac{RI}{3} \left( -1 + \frac{2 - e_{\theta}}{1 - e_{\theta} + e_{\theta}^2} e^{-\frac{t}{RC}} \right)
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

#### II.1.4. Variations de la forme d'onde des tensions

Les relations (1) permettent, à partir des expressions de  $u_1, u_2$  et  $u_3$  durant un sixième de la période  $T$  que nous venons de calculer, de tracer la forme d'onde de ces tensions tout au long de la période.

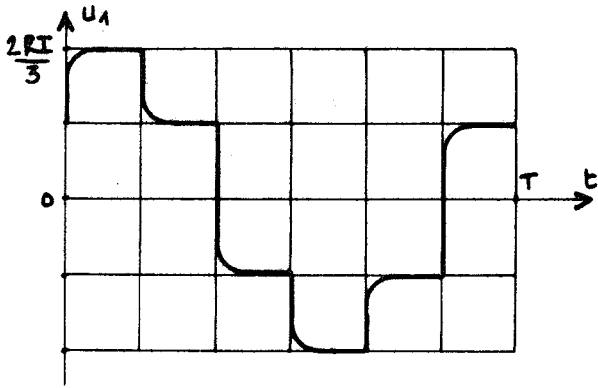
Cette forme d'onde a été calculée puis tracée (fig 16) pour diverses valeurs du paramètre

$$p = \frac{T}{RC}$$

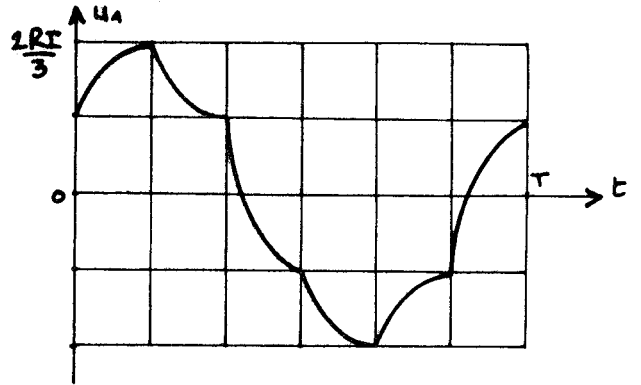
Quand  $p$  est grand, la tension  $u_1$  atteint pratiquement les paliers  $\pm \frac{RI}{3}$  et  $\pm \frac{2RI}{3}$  et cela avant que l'intervalle de durée  $T/6$  correspondant soit terminé.

Quand  $p$  diminue, les valeurs en fin d'intervalles diffèrent encore peu des valeurs limites mais les paliers à valeur sensiblement constante disparaissent.

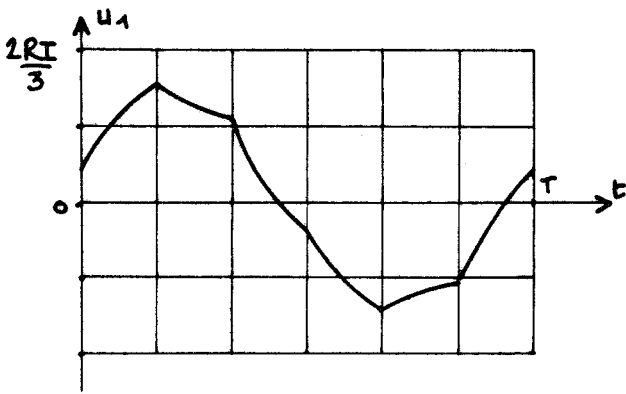
Puis les valeurs extrêmes sont de plus en plus inférieures à  $\pm \frac{2RI}{3}$ . On note également le déplacement prévu du maximum de  $\frac{T}{6}$  à  $\frac{2T}{6}$ .



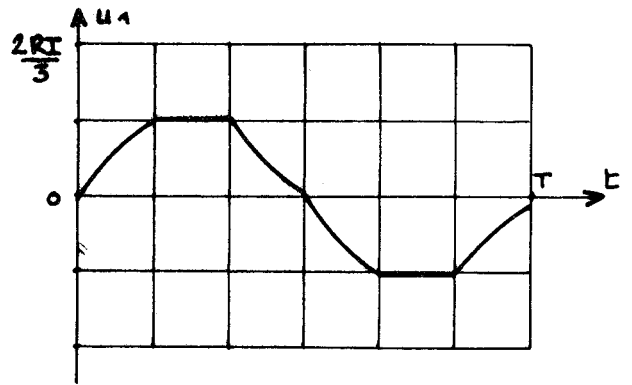
$T/6RC = 20$



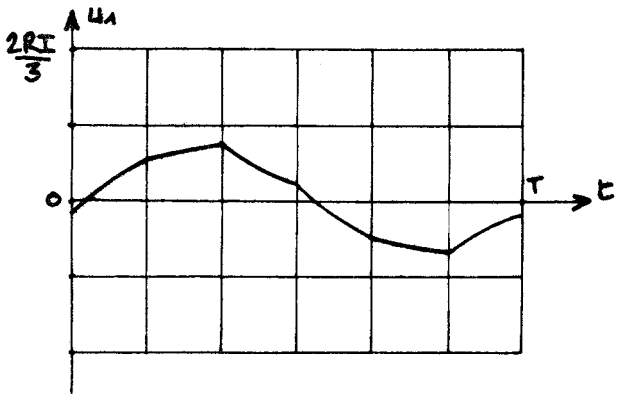
$T/6RC = 5$



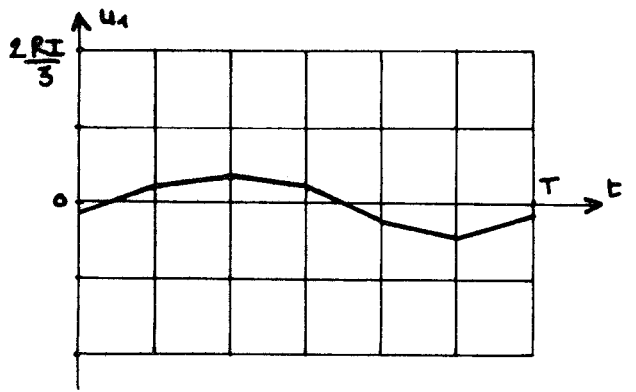
$T/6RC = 1,5$



$T/6RC = 0,7$



$T/6RC = 0,4$



$T/6RC = 0,1$

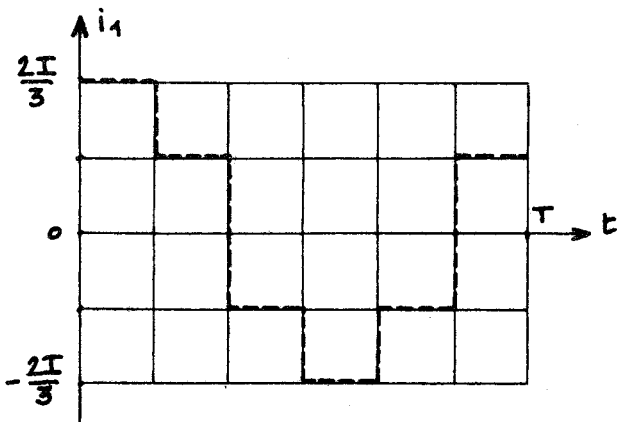


Fig 16 - Evolution de la forme d'onde de la tension  $u_1$  quand le rapport  $p = T/RC$  diminue (La forme d'onde du courant  $i_1$  est indépendante de  $p$ )



## II.2. CARACTERISTIQUES

Les principales caractéristiques à tracer portent :

- sur les tensions de sortie :

on calculera leur valeur efficace U

et, pour juger de l'importance des harmoniques, la valeur efficace  $U_f$  de leur fondamental

- sur les conditions de fonctionnement :

valeur du temps de blocage  $t_B$

et de la tension de blocage  $v_B$

### II.2.1. Valeur efficace U des tensions

La valeur efficace U de la tension  $u_1$  devrait être calculée par

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \left[ \int_0^{\theta} u_1^2 dt + \int_{\theta}^{2\theta} u_1^2 dt + \int_{2\theta}^{3\theta} u_1^2 dt + \int_{3\theta}^{4\theta} u_1^2 dt + \int_{4\theta}^{5\theta} u_1^2 dt + \int_{5\theta}^T u_1^2 dt \right]}$$

Mais compte tenu des relations (1), on peut écrire

$$U = \sqrt{\frac{2}{T} \left[ \int_0^{\theta} u_1^2 dt + \int_0^{\theta} u_2^2 dt + \int_0^{\theta} u_3^2 dt \right]}$$

La première quantité  $\int_0^{\theta} u_1^2 dt$  a pour valeur

$$\begin{aligned} \int_0^{\theta} u_1^2 dt &= \int_0^{\theta} \frac{R^2 I^2}{9} \left( 2 + A_1' e^{-\frac{t}{RC}} \right)^2 dt \\ &= \frac{R^2 I^2}{9} \int_0^{\theta} \left( 4 + 4A_1' e^{-\frac{t}{RC}} + A_1'^2 e^{-\frac{2t}{RC}} \right) dt \\ &= \frac{R^2 I^2}{9} \left( 4\theta - 4A_1' RC \left( e^{-\frac{\theta}{RC}} - 1 \right) - A_1'^2 \frac{RC}{2} \left( e^{-\frac{2\theta}{RC}} - 1 \right) \right) \\ &= \frac{R^2 I^2}{9} \left( 4\theta - 4A_1' RC \left( e_{\theta} - 1 \right) - A_1'^2 \frac{RC}{2} \left( e_{\theta}^2 - 1 \right) \right) \end{aligned}$$

De la même manière on obtient

$$\int_0^\theta u_2^2 dt = \frac{R^2 I^2}{9} \int_0^\theta (-1 + A_2' e^{-\frac{t}{RC}})^2 dt$$

$$= \frac{R^2 I^2}{9} \left( \theta + 2A_2' RC(e_\theta - 1) + A_2'^2 \frac{RC}{2} (e_\theta^2 - 1) \right)$$

$$\int_0^\theta u_3^2 dt = \frac{R^2 I^2}{9} \int_0^\theta (-1 + A_3' e^{-\frac{t}{RC}})^2 dt$$

$$= \frac{R^2 I^2}{9} \left( \theta + 2A_3' RC(e_\theta - 1) + A_3'^2 \frac{RC}{2} (e_\theta^2 - 1) \right)$$

En ajoutant

$$\int_0^\theta (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) dt = \frac{R^2 I^2}{9} \left( 6\theta - 2(2A_1' - A_2' - A_3')RC(e_\theta - 1) - (A_1'^2 + A_2'^2 + A_3'^2) \frac{RC}{2} (e_\theta^2 - 1) \right)$$

$$\text{or } 2A_1' - A_2' - A_3' = \frac{2(-1 - e_\theta) - (-1 + 2e_\theta) - (2 - e_\theta)}{1 - e_\theta + e_\theta^2} = -3 \frac{1 + e_\theta}{1 - e_\theta + e_\theta^2}$$

$$A_1'^2 + A_2'^2 + A_3'^2 = \frac{(-1 - e_\theta)^2 + (-1 + 2e_\theta)^2 + (2 - e_\theta)^2}{(1 - e_\theta + e_\theta^2)} = \frac{6}{1 - e_\theta + e_\theta^2}$$

Donc

$$U^2 = \frac{2}{T} \frac{R^2 I^2}{9} \left( 6\theta - 6RC \frac{1 - e_\theta^2}{1 - e_\theta + e_\theta^2} + 3RC \frac{1 - e_\theta^2}{1 - e_\theta + e_\theta^2} \right)$$

$$= \frac{R^2 I^2}{9} \left( \frac{12}{T} \times \frac{T}{6} - \frac{6RC}{T} \frac{1 - e_\theta^2}{1 - e_\theta + e_\theta^2} \right)$$

$$U = \frac{RI}{3} \sqrt{2 - \frac{6}{p} \frac{1 - e_\theta^2}{1 - e_\theta + e_\theta^2}}$$

### II.2.2. Valeur efficace $U_f$ du fondamental des tensions

Le calcul de la valeur efficace du terme fondamental du développement en série de la tension  $u_1$  peut se calculer à partir d'une demi-période puisque  $u_1(t + \frac{T}{2}) = -u_1(t)$

$$U_f = \sqrt{\frac{H_1^2}{2} + \frac{H_2^2}{2}} \quad (20)$$

$$\text{avec } H_1 = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} u_1 \sin \omega t \, dt \quad H_2 = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} u_1 \cos \omega t \, dt$$

les propriétés des formes d'onde permettent d'écrire

$$H_1 = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{6}} \left( u_1 \sin \omega t - u_2 \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) + u_3 \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \right) dt$$

$$H_2 = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{6}} \left( u_1 \cos \omega t - u_2 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3}) + u_3 \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \right) dt$$

Calcul de  $H_1$

$$H_1 = \frac{4}{T} \frac{RI}{3} \left( \int_0^{\theta} (2 + A_1' e^{-\frac{t}{RC}}) \sin \omega t \, dt + \int_0^{\theta} (1 - A_2' e^{-\frac{t}{RC}}) \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) \, dt \right. \\ \left. + \int_0^{\theta} (-1 + A_3' e^{-\frac{t}{RC}}) \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \, dt \right)$$

Tous calculs faits, après simplifications, il vient

$$H_1 = \frac{RI}{3} \left( \frac{3}{\pi} + \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2} p - 3\pi}{\frac{p^2}{4} + \pi^2} \right) \\ = \frac{RI}{3} \times 3 \left( \frac{1}{\pi} - \frac{\pi - p \frac{\sqrt{3}}{2}}{\pi^2 + \frac{p^2}{4}} \right) \quad (21)$$



Calcul de  $H_2$

$$H_2 = \frac{RI}{3} \left( \frac{3\sqrt{3}}{\pi} - \frac{\frac{3p}{2} + 3\pi\sqrt{3}}{\frac{p^2}{4} + \pi^2} \right) = \frac{RI}{3} \times 3 \left( \frac{\sqrt{3}}{\pi} - \frac{\pi\sqrt{3} + \frac{p}{2}}{\pi^2 + \frac{p^2}{4}} \right) \quad (22)$$

A l'aide de la relation (19) on a tracé (Pl I) la caractéristique donnant  $U$  en fonction du paramètre  $p$  égal à  $T/RC$ .

Quand  $p$  tend vers l'infini,  $U$  tend vers  $\frac{\sqrt{2}}{3} RI$ . Quand  $p$  diminue la diminution de  $U$  est négligeable jusqu'à  $p = 100$ . De  $p$  égal à 100 à  $p$  égal à 10, la diminution de  $U$  est réduite. Elle est très forte quand on passe de  $p = 10$  à  $p = 1$ . Quand  $p$  tend vers zéro,  $U$  tend également vers zéro.

La courbe donnant  $U_f$  en fonction de  $p$  (Pl I) est fort voisine de celle donnant  $U(p)$ . Pour pouvoir évaluer l'importance relative des harmoniques même pour les faibles valeurs de  $p$ , donc de  $U$  et  $U_f$ , il nous a semblé préférable de tracer sur la planche I la variation du rapport  $U_f/U$ . Egal à  $3/\pi$  quand  $T/RC$  tend vers l'infini, il se rapproche de l'unité au fur et à mesure que la période décroît. La valeur élevée de ce rapport montre que la qualité de la forme d'onde des tensions délivrées par l'onduleur lors du débit sur résistance est très satisfaisante.

A noter que les harmoniques trouvés dans les tensions de sortie sont de rang relativement élevé.

Puisque  $u_1(t + \frac{T}{2}) = -u_1(t)$ , ces tensions ne peuvent comprendre d'harmoniques pairs.

De plus, puisque les tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  sont identiques à  $T/3$  près et que leur somme instantanée est nulle, ces tensions ne peuvent comprendre d'harmoniques de rang 3 ou multiple de 3.

Les premiers harmoniques trouvés dans le développement en série des tensions de sortie sont donc ceux de rang 5, 7, 11, 13, 17, 19 ...

II.2.3. Valeur de la tension d'amorçage ou de blocage  $v_B$

Comme nous l'avons montré dans la première partie (paragraphe I.2.3.) la tension directe aux bornes d'un thyristor à l'instant de son déblocage  $v_a$  est égale à la tension inverse ou de blocage  $v_B$  appliquée au redresseur dont on veut provoquer l'extinction.

Des relations entre tensions aux bornes des redresseurs et tensions de sortie on a déduit que la tension de blocage était égale à

$$v_a = -v_B = u_{30} = -u_{2\theta} \quad (3)$$

En remplaçant  $t$  par 0 dans la troisième des relations (18) il vient

$$v_a = \frac{RI}{3} \left( -1 + \frac{2 - e_\theta}{1 + e_\theta + e_\theta^2} \right) = \frac{RI}{3} \frac{-1 - e_\theta - e_\theta^2 + 2 - e_\theta}{1 + e_\theta + e_\theta^2}$$

$$v_a = -v_B = \frac{RI}{3} \frac{1 - e_\theta^2}{1 - e_\theta + e_\theta^2} \quad (23)$$

La caractéristique  $v_B = f(p)$  tracée sur la planche II montre que  $v_B$  est toujours négatif et a donc bien le signe voulu.

Quand  $p$  tend vers l'infini,  $-v_B$  tend vers  $\frac{RI}{3}$ . Quand  $p$  diminue,  $-v_B$  reste sensiblement constant, puis croît quand  $p$  devient inférieur à 30, passe par un maximum pour  $p$  voisin de 8, puis décroît sans cesse. Pour  $p$  égal à 4,2,  $-v_B$  retrouve la valeur  $\frac{RI}{3}$  et tend vers zéro quand  $p$  tend lui-même vers zéro.

II.2.4. Valeur du temps de blocage  $t_B$

Pour évaluer le temps de blocage  $t_B$ , temps durant lequel la tension aux bornes des redresseurs reste négative après l'interruption de leur conduction, deux cas peuvent se présenter.

II.2.4.1. Cas où  $t_B$  est inférieur à  $\theta$

Pour les fortes valeurs de  $p$ , la tension aux bornes des thyristors redevient positive pendant l'intervalle qui débute à l'instant où on les bloque (fig 17a).

Pour l'intervalle  $0, \theta$  qui débute par le blocage de  $Th_3$ , la tension aux bornes de ce redresseur égale  $-u_3$ .

Le temps de blocage correspond au passage de  $-u_3$  de sa valeur négative initiale à zéro. Il est donc donné par la valeur de  $t$  qui annule  $u_3$  [relation (18)].

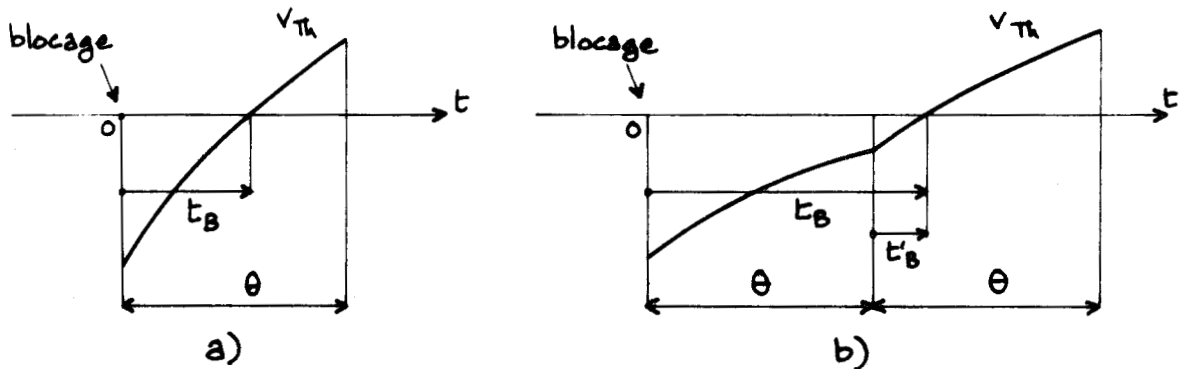


Fig 17 - Détermination du temps de blocage

a) pour  $t_B < \theta$

b) pour  $t_B > \theta$

$$1 - \frac{2 - e_{\theta}}{1 - e_{\theta} + e_{\theta}^2} e^{-\frac{t_B}{RC}} = 0$$

$$e^{-\frac{t_B}{RC}} = \frac{2 - e_{\theta}}{1 - e_{\theta} + e_{\theta}^2}$$

$$t_B = RC \text{ Log } \frac{2 - e_{\theta}}{1 - e_{\theta} + e_{\theta}^2}$$

ou en comparant  $t_B$  à  $T/6$

$$\frac{t_B}{T/6} = \frac{6}{p} \text{ Log } \frac{2 - e_{\theta}}{1 - e_{\theta} + e_{\theta}^2} \quad (24)$$

II.2.4.2. Cas où  $t_B$  est compris entre  $\theta$  et  $1,5\theta$

Pour les faibles valeurs de  $p$ ,  $v_{Th_3}$  reste négatif durant tout l'intervalle  $0, \frac{T}{6}$  et ne s'annule qu'au début de l'intervalle suivant (fig 17b).

Entre  $t = T/6$  et  $t = T/3$ ,  $v_{Th_3}$  égale encore  $-u_3$ . Mais entre ces deux instants  $-u_3$  varie comme  $u_1$  entre  $t = 0$  et  $t = T/6$ .

Le temps de blocage est donc égal à  $\theta$  augmenté du temps  $t'_B$  mis par la tension  $u_1$ , telle qu'elle apparaît dans la première des relations (18) pour, de négative, devenir positive.

$$u_1(t'_B) = \frac{RI}{3} \left( 2 - \frac{1 + e_\theta}{1 - e_\theta + e_\theta^2} e^{-\frac{t'_B}{RC}} \right) = 0$$

$$e^{-\frac{t'_B}{RC}} = 2 \frac{1 + e_\theta}{1 - e_\theta + e_\theta^2}$$

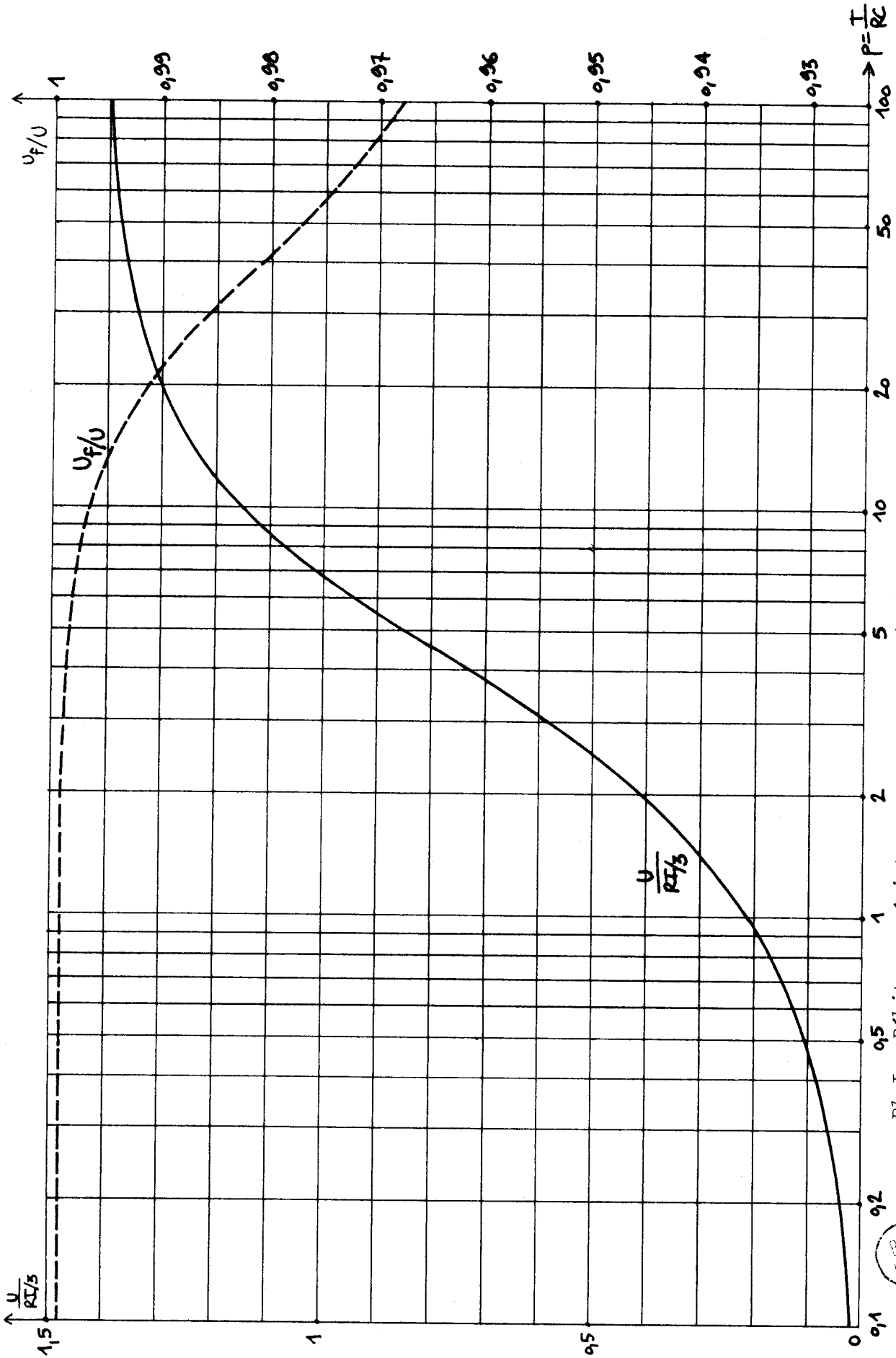
$$t'_B = RC \text{ Log } 2 \frac{1 + e_\theta}{1 - e_\theta + e_\theta^2}$$

D'où le temps de blocage  $t_B$  rapporté à  $T/6$

$$\frac{t_B}{T/6} = 1 + \frac{6}{p} \text{ Log } 2 \frac{1 + e_\theta}{1 - e_\theta + e_\theta^2} \quad (24')$$

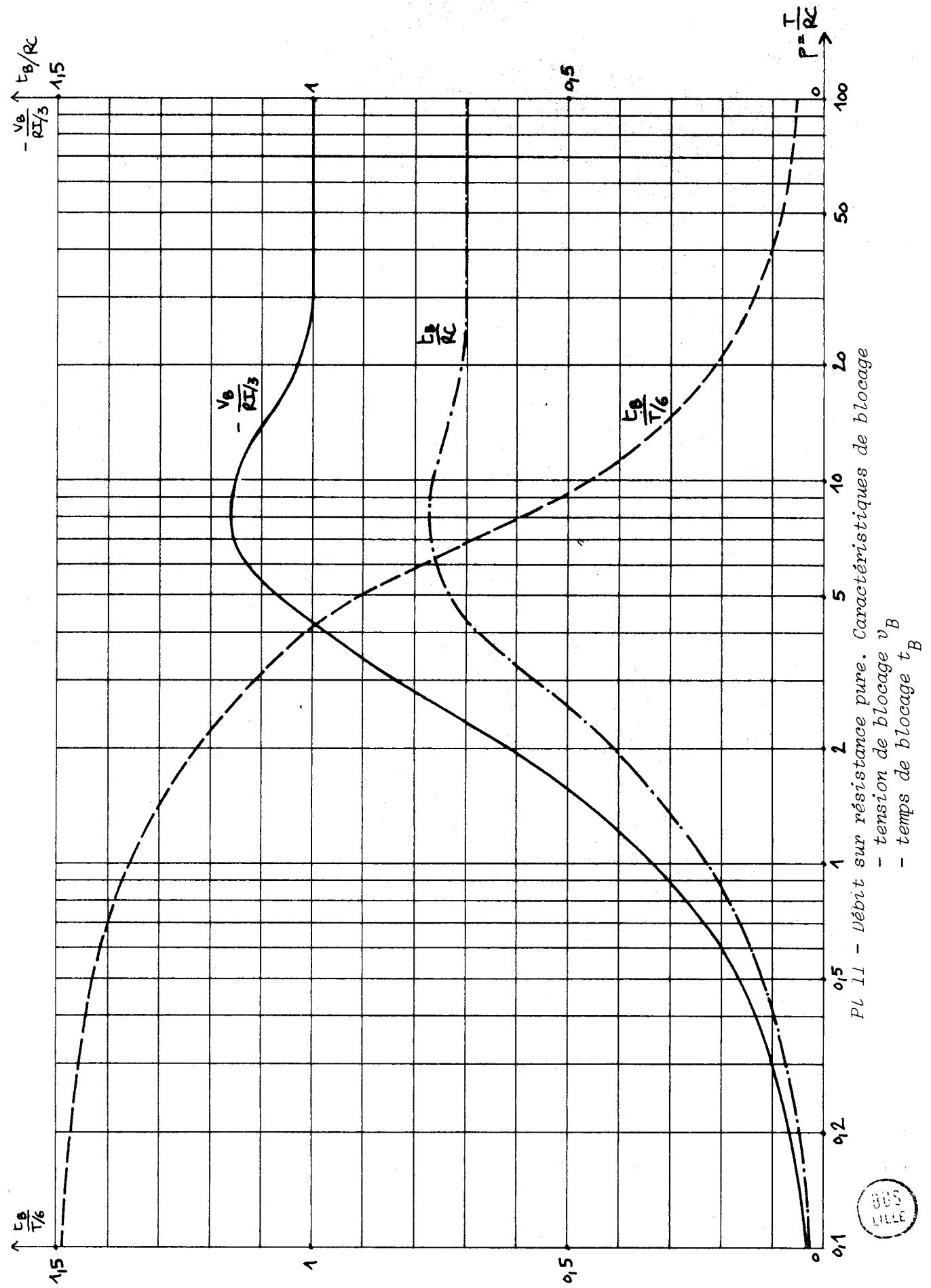
Lorsque  $p$  tend vers zéro,  $t_B/T/6$  tend vers 1,5. Quand  $p$  croît (Pl II)  $t_B/T/6$  diminue, passe par la valeur 1 pour  $p$  voisin de 4, puis continuant à décroître tend vers zéro.

Cette décroissance de la valeur relative de  $t_B$  quand la fréquence diminue tient à ce qu'on rapporte  $t_B$  à  $T/6$ . Si on trace la caractéristique  $t_B/RC$  en fonction de  $p$  (courbe en traits mixtes sur la planche II) on voit croître  $t_B$  quand la fréquence diminue pour tendre vers  $\log_e 2 = 0,69$  lorsque la fréquence tend vers zéro.



Pl I - Débit sur résistance pure. Caractéristiques de la tension de sortie.  
 - valeur efficace U  
 - rapport à U de la valeur efficace  $U_f$  du fondamental





Pl 11 - Débit sur résistance pure. Caractéristiques de blocage



### II.3. CHOIX DES CAPACITES DE BLOCAGE ET DE LA ZONE DE FONCTIONNEMENT

Le choix de la capacité des condensateurs de blocage dépend des zones des variations de la résistance R et de la fréquence f où l'onduleur doit fonctionner.

#### II.3.1. Choix de la zone de fonctionnement

Le choix de la zone de fonctionnement s'effectue à l'aide des caractéristiques de la planche I, compte tenu du récepteur à alimenter et des conditions prévues pour l'alimentation de ce dernier.

Pour les fortes valeurs de p, soit  $p > 10$  par exemple, le rapport  $U/RI$  varie peu avec la fréquence et est voisin de son maximum. Pour obtenir une tension U lors du débit sur une résistance R, le courant I nécessaire est donc plus faible que si on travaillait à p plus réduit. On a intérêt à fonctionner à p élevé pour réduire la puissance apparente de la source alimentant l'onduleur.

Le seul inconvénient du travail à p élevé est le taux d'harmoniques un peu plus fort, mais on a vu qu'il était de toutes façons très réduit.

La zone intéressante correspondant donc à  $\frac{T}{RC}$  supérieur à 10, on doit choisir C pour que  $f RC$  soit inférieur à 0,1. Le choix de la capacité s'effectuera en tenant compte des valeurs maximales de R et de f prévues. D'où la limite supérieure imposée à C pour maintenir  $T/RC$  supérieur à 10.

$$C < \frac{0,1}{f_{\max} R_{\max}}$$

#### II.3.2. Vérification des conditions de blocage

Si l'on adopte une valeur élevée de p, la tension de blocage est forte puisque supérieure ou égale à  $RI/3$ . Le blocage d'un thyristor en fin de conduction sera donc énergétique.

Dans cette zone,  $t_B/RC$  est supérieur ou égal à 0,69. Il faut que  $t_B$  soit supérieur au temps de récupération des thyristors utilisés

$$t_B \approx 0,69 RC > t_r$$

D'où la limite inférieure imposée à C

$$C > \frac{t_r}{0,69 R_{\min}}$$

### III. ETUDE DU DEBIT SUR UN RECEPTEUR RESISTANT ET INDUCTIF

Le débit sur une charge résistante et inductive correspond à l'utilisation la plus fréquente des onduleurs. Comme dans le chapitre précédent, à partir des expressions de la tension pendant le premier sixième de la période, nous tracerons les principales caractéristiques et montrerons comment effectuer le choix des condensateurs de blocage.

#### III.1. RELATIONS GENERALES

##### III.1.1. Mise en équations

La figure 18a donne le schéma équivalent donné au montage, pendant l'intervalle  $0, T/6$ , par la conduction des thyristors  $Th_1$  et  $Th'_2$ . La figure 18b reprend ce schéma sous une forme plus commode.

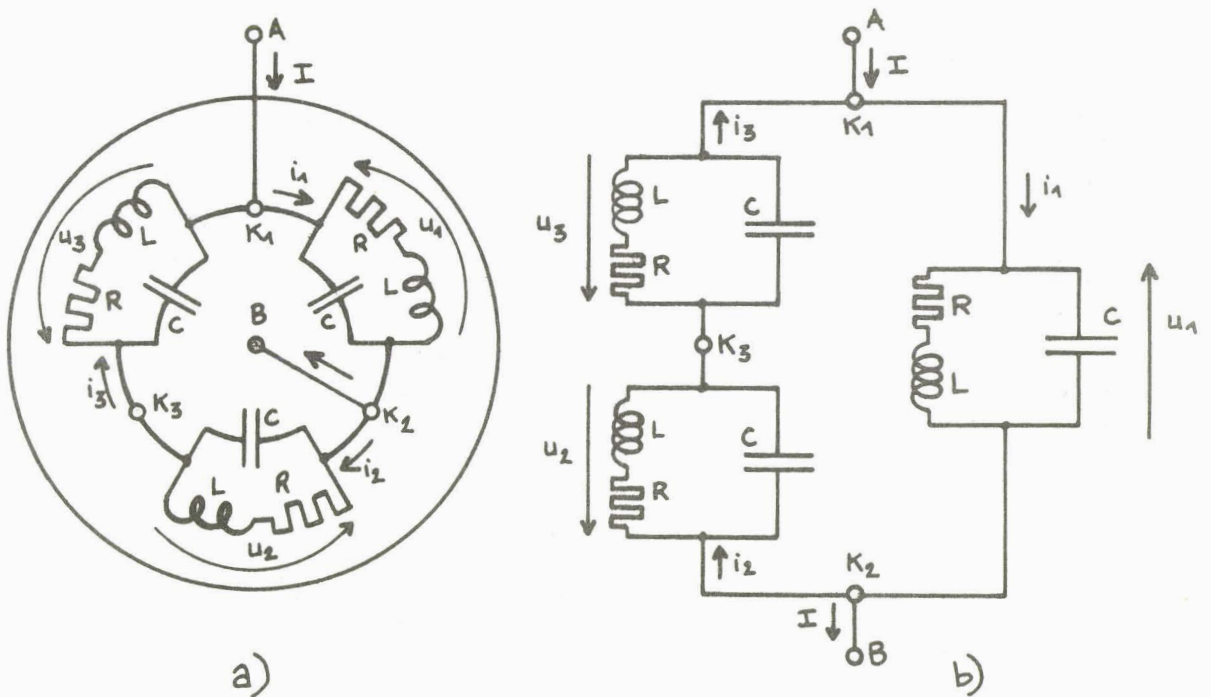


Fig 18 - Schéma équivalent à l'onduleur durant l'intervalle  $0, T/6$

Dans un ensemble formé par un condensateur C et une phase réceptrice de constantes R et L, le courant  $i$  est lié à la tension aux bornes par

$$\begin{aligned}
 u &= Ri_L + L \frac{di_L}{dt} \\
 &= R(i - i_c) + L \frac{d}{dt} (i - i_c)
 \end{aligned}$$

$i_L$  et  $i_c$  étant les courants dans R, L et dans C



En remplaçant  $i_c$  par  $C \frac{du}{dt}$ , il vient

$$u = Ri - RC \frac{du}{dt} + L \frac{di}{dt} - LC \frac{d^2u}{dt^2}$$

ou

$$Ri + L \frac{di}{dt} = u + RC \frac{du}{dt} + LC \frac{d^2u}{dt^2}$$

D'où les relations générales entre le courant et la tension de chacune des trois phases

$$\left[ \begin{array}{l} Ri_1 + L \frac{di_1}{dt} = u_1 + RC \frac{du_1}{dt} + LC \frac{d^2u_1}{dt^2} \end{array} \right. \quad (25)$$

$$\left[ \begin{array}{l} Ri_2 + L \frac{di_2}{dt} = u_2 + RC \frac{du_2}{dt} + LC \frac{d^2u_2}{dt^2} \end{array} \right. \quad (26)$$

$$\left[ \begin{array}{l} Ri_3 + L \frac{di_3}{dt} = u_3 + RC \frac{du_3}{dt} + LC \frac{d^2u_3}{dt^2} \end{array} \right. \quad (27)$$

Si on ajoute membre à membre ces trois égalités, compte tenu du fait que la somme des tensions  $u_1 + u_2 + u_3$  est nulle, il vient

$$R(i_1 + i_2 + i_3) + L \frac{d}{dt} (i_1 + i_2 + i_3) = 0 \quad (28)$$

De plus, durant l'intervalle considéré,

$$i_2 = i_3$$

$$I = i_1 - i_2$$

donc  $i_2 = i_1 - I$

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_1 + 2(i_1 - I) = 3i_1 - 2I$$

La relation (28) devient

$$R(3i_1 - 2I) + L \frac{d}{dt} (3i_1 - 2I) = 0$$

ou, puisque I est constant,

$$3R i_1 - 2RI + 3L \frac{di_1}{dt} = 0$$

$$Ri_1 + L \frac{di_1}{dt} = \frac{2}{3} RI \quad (29)$$

De  $i_1 = i_2 + I$  et de la relation précédente on déduit

$$R(i_2 + I) + L \frac{d}{dt}(i_2 + I) = \frac{2}{3} RI$$

$$Ri_2 + L \frac{di_2}{dt} = -\frac{RI}{3} \quad (30)$$

Le courant  $i_3$ , étant égal à  $i_2$ , est donné par

$$Ri_3 + L \frac{di_3}{dt} = -\frac{RI}{3} \quad (31)$$

En reportant (29), (30) et (31) respectivement dans (25), (26) et (27), on obtient

$$LC \frac{d^2 u_1}{dt^2} + RC \frac{du_1}{dt} + u_1 = \frac{2}{3} RI \quad (32)$$

$$LC \frac{d^2 u_2}{dt^2} + RC \frac{du_2}{dt} + u_2 = -\frac{1}{3} RI \quad (33)$$

$$LC \frac{d^2 u_3}{dt^2} + RC \frac{du_3}{dt} + u_3 = -\frac{1}{3} RI \quad (34)$$

### III.1.2. Méthode de résolution

Les tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  sont données par un système de trois équations différentielles du second ordre. La connaissance de ces tensions nécessite celle de six constantes d'intégration. Pour trouver les six relations liant ces six constantes, on utilise le fait que les tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  ne peuvent subir de discontinuité et qu'il en est de même des courants  $i_{L1}$ ,  $i_{L2}$ ,  $i_{L3}$  dans les trois phases réceptrices à cause des inductances de celles-ci.

#### III.1.2.1. Continuité des tensions

Les trois premières relations entre les constantes sont obtenues en utilisant, comme on l'avait déjà fait pour le débit sur résistance, la continuité des tensions aux bornes des phases donc aux bornes des condensateurs de blocage.

Les propriétés des formes d'ondes de ces tensions donnent  
(voir § I.2.2.)

$$\left. \begin{aligned} u_{10} &= -u_{20} \\ u_{20} &= -u_{30} \\ u_{30} &= -u_{10} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

### III.1.2.2. Expressions des courants $i_1, i_2, i_3$

Les courants  $i_1, i_2, i_3$  débités dans les trois ensembles formés par les phases réceptrices et les condensateurs en parallèle sont donnés par les relations (29), (30) et (31).

Ils sont donc de la forme

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= A_1 e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{2I}{3} \\ i_2 &= A_2 e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{I}{3} \\ i_3 &= A_3 e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{I}{3} \end{aligned} \right\}$$

Puisque  $i_2 = i_3$  tout au long de l'intervalle  $0, T/6$ ,  $A_2 = A_3$ .  
De plus  $i_1 - i_2$  égale le courant  $I$  constant fourni à l'onduleur

$$i_1 - i_2 = (A_1 - A_2) e^{-\frac{R}{L}t} + I = I$$

Donc  $A_1 = A_2$

Les trois constantes  $A_1, A_2$  et  $A_3$  ont donc la même valeur  $A$  ;  $i_1, i_2$  et  $i_3$  sont donc de la forme

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= A e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{2I}{3} \\ i_2 &= A e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{I}{3} \\ i_3 &= A e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{I}{3} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Ces courants correspondant au débit dans les trois ensembles formés chacun d'une phase réceptrice et d'un condensateur en parallèle, des tensions  $u_1$ ,  $u_1$  et  $u_2$ , leurs formes d'ondes présentent les mêmes propriétés que celles-ci. Ces courants ont une somme instantanée nulle.

$$i_1 + i_2 + i_3 = 3A e^{-\frac{R}{L}t} = 0$$

Donc  $A = 0$  et  $i_1, i_2, i_3$  ont pour valeurs pour  $0 < t < \frac{T}{6}$

$$\boxed{\begin{aligned} i_1 &= \frac{2I}{3} \\ i_2 &= i_3 = -\frac{I}{3} \end{aligned}} \quad (11)$$

Leur forme d'onde est donc la même que lors du débit sur résistance pure.

### III.1.2.3. Continuité du courant dans les phases réceptrices

Le courant  $i_L$  dans la phase réceptrice et le courant  $i_c$  dans le condensateur en parallèle sont liés au courant total  $i$  par

$$i = i_L + i_c$$

$$\text{avec } i_c = C \frac{du}{dt}$$

$$i_L = i - C \frac{du}{dt}$$

ce qui donne pour les trois phases, compte tenu des relations (11)

$$i_{L_1} = 2 \frac{I}{3} - C \frac{du_1}{dt} \quad (36)$$

$$i_{L_2} = -\frac{I}{3} - C \frac{du_2}{dt} \quad (37)$$

$$i_{L_3} = -\frac{I}{3} - C \frac{du_3}{dt} \quad (38)$$

Ces courants présentent les mêmes propriétés que les tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  et comme elles ils ne peuvent pas subir de discontinuité. On aura donc

$$\left. \begin{aligned} i_{L10} &= - i_{L20} \\ i_{L20} &= - i_{L30} \\ i_{L30} &= - i_{L10} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Ces trois égalités donneront les trois autres relations entre les six constantes d'intégration intervenant dans les expressions de  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

#### III.1.2.4. Mode de calcul de $u_1, u_2, u_3$

Les tensions  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  sont données par les équations différentielles (32), (33) et (34). Chacune est la somme de la solution particulière correspondant au second membre et de la solution générale dans laquelle apparaissent deux constantes d'intégration. Six constantes sont donc à déterminer en tout.

Un premier groupe de trois relations entre ces constantes s'obtient en écrivant que les expressions de  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  satisfont les trois conditions (2).

Le second groupe de trois relations s'obtient en déduisant  $i_{L1}$ ,  $i_{L2}$ ,  $i_{L3}$  des tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  et en écrivant que ces trois courants remplissent les conditions (39).

Il faut distinguer pour la mise en œuvre de ce procédé et le tracé des parties correspondantes des caractéristiques,

- le cas où  $R$  est supérieur à  $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , c'est-à-dire où le régime libre est apériodique
- le cas où  $R$  est inférieur à  $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , c'est-à-dire où le régime libre est pseudo-périodique amorti.

III.2. FONCTIONNEMENT A  $R^2 > \frac{4L}{C}$

III.2.1. Expressions des tensions  $u_1, u_2, u_3$

Si R est supérieur à  $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , les équations (32), (33) et (34) admettent des solutions de la forme

$$u_1 = U_1 e^{-K_1 t} + V_1 e^{-K_2 t} + 2 \frac{RI}{3} \quad (40)$$

$$u_2 = U_2 e^{-K_1 t} + V_2 e^{-K_2 t} - \frac{RI}{3} \quad (41)$$

$$u_3 = U_3 e^{-K_1 t} + V_3 e^{-K_2 t} - \frac{RI}{3} \quad (42)$$

en désignant par  $U_1, U_2, U_3, V_1, V_2, V_3$  les constantes d'intégration par  $K_1$  et  $K_2$  les racines de l'équation caractéristique

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \\ K_2 &= \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Pour la recherche des constantes d'intégration il est commode d'écrire

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= e^{-K_1 \theta} \\ e_2 &= e^{-K_2 \theta} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

. La première série de relations entre les constantes s'écrit, à partir de (2),

$$u_{1\theta} = -u_{2\theta}$$

ou  $U_1 e_1 + V_1 e_2 + 2 \frac{RI}{3} = -U_2 - V_2 + \frac{RI}{3}$

$$u_{2\theta} = -u_{3\theta}$$

ou  $U_2 e_1 + V_2 e_2 - \frac{RI}{3} = -U_3 - V_3 + \frac{RI}{3}$

$$u_{30} = -u_{10}$$

$$\text{ou } U_3 e_1 + V_3 e_2 - \frac{RI}{3} = -U_1 - V_1 - 2 \frac{RI}{3}$$

En regroupant les termes

$$V_2 + V_1 e_2 = -(U_1 e_1 + U_2) - \frac{RI}{3} \quad (45)$$

$$V_3 + V_2 e_2 = -(U_2 e_1 + U_3) + \frac{2}{3} RI \quad (46)$$

$$V_1 + V_3 e_2 = -(U_3 e_1 + U_1) - \frac{RI}{3} \quad (47)$$

Pour utiliser le second groupe de conditions, il faut exprimer  $i_{L_1}$ ,  $i_{L_2}$ ,  $i_{L_3}$  à partir de  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  (relations (36), (37) et (38)).

$$i_{L_1} = \frac{2I}{3} + C(K_1 U_1 e^{-K_1 t} + K_2 V_1 e^{-K_2 t})$$

$$i_{L_2} = -\frac{I}{3} + C(K_1 U_2 e^{-K_1 t} + K_2 V_2 e^{-K_2 t})$$

$$i_{L_3} = -\frac{I}{3} + C(K_1 U_3 e^{-K_1 t} + K_2 V_3 e^{-K_2 t})$$

. La seconde série de relations, déduite des égalités (39), s'écrit alors

$$i_{L_{10}} = -i_{L_{20}}$$

$$\text{ou } \frac{2I}{3} + C(K_1 U_1 e_1 + K_2 V_1 e_2) = \frac{I}{3} - C(K_1 U_2 + K_2 V_2)$$

$$-\frac{I}{3} = C \left[ K_1 (U_2 + U_1 e_1) + K_2 (V_2 + V_1 e_2) \right]$$

en tenant compte de la valeur de  $V_2 + V_1 e_2$  donnée par (45),

$$-\frac{I}{3} = C \left[ K_1 (U_2 + U_1 e_1) - K_2 (U_1 e_1 + U_2) - K_2 \frac{RI}{3} \right]$$

$$-\frac{I}{3} (1 - K_2 RC) = C(K_1 - K_2) (U_1 e_1 + U_2)$$

$$U_1 e_1 + U_2 = -\frac{I}{3} \frac{1 - K_2 RC}{C(K_1 - K_2)} = B_1 \quad (48)$$

De même  $i_{L_{20}} = -i_{L_{30}}$  donne

$$-\frac{I}{3} + C(K_1 U_2 e_1 + K_2 V_2 e_2) = \frac{I}{3} - C(K_1 U_3 + K_2 V_3)$$

$$\frac{2I}{3} = C \left( K_1 (U_2 e_1 + U_3) + K_2 (V_2 e_2 + V_3) \right)$$

ou, puisque  $V_2 e_2 + V_3 = - (U_2 e_1 + U_3) + \frac{2}{3} RI$ ,

$$\frac{2I}{3} = C \left( K_1 (U_2 e_1 + U_3) - K_2 (U_2 e_1 + U_3) + K_2 \frac{2}{3} RI \right)$$

$$U_2 e_1 + U_3 = \frac{2}{3} I \frac{1 - K_2 RC}{C(K_1 - K_2)} = B_2 \quad (49)$$

Enfin de  $i_{L_{30}} = -i_{L_{10}}$ , on déduit

$$-\frac{I}{3} + C(K_1 U_3 e_1 + K_2 V_3 e_2) = -\frac{2I}{3} - C(K_1 U_1 + K_2 V_1)$$

$$-\frac{I}{3} = C \left( K_1 (U_3 e_1 + U_1) + K_2 (V_3 e_2 + V_1) \right)$$

ou, compte tenu de la relation (47)

$$-\frac{I}{3} = C \left( K_1 (U_3 e_1 + U_1) - K_2 (U_3 e_1 + U_1) - K_2 \frac{RI}{3} \right)$$

$$U_3 e_1 + U_1 = -\frac{I}{3} \frac{1 - K_2 RC}{C(K_1 - K_2)} = B_3 \quad (50)$$

. Du système de trois équations (48), (49), (50) à trois constantes inconnues  $U_1, U_2, U_3$  on déduit la valeur de celles-ci

$$U_3 = B_2 - U_2 e_1$$



$$\begin{aligned} U_1 &= B_3 - U_3 e_1 \\ &= B_3 - B_2 e_1 + U_2 e_1^2 \end{aligned}$$

en reportant dans (48) il vient

$$B_3 e_1 - B_2 e_1^2 + U_2 e_1^3 + U_2 = B_1$$

$$U_2 = \frac{B_1 - B_3 e_1 + B_2 e_1^2}{1 + e_1^3}$$

Puisque  $U_3 = B_2 - U_2 e_1$ ,

$$U_3 = \frac{B_2 + B_2 e_1^3 - B_1 e_1 + B_3 e_1^2 - B_2 e_1^3}{1 + e_1^3}$$

$$U_3 = \frac{B_2 - B_1 e_1 + B_3 e_1^2}{1 + e_1^3}$$

De  $U_1 = B_3 - U_3 e_1$ , on déduit

$$U_1 = \frac{B_3 + B_3 e_1^3 - B_2 e_1 + B_1 e_1^2 - B_3 e_1^3}{1 + e_1^3}$$

$$U_1 = \frac{B_3 - B_2 e_1 + B_1 e_1^2}{1 + e_1^3}$$

Il suffit de remplacer  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$  par leur valeur pour obtenir après simplifications et regroupements des termes, les constantes d'intégration  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$ .

$$\begin{aligned} U_1 &= -\frac{RI}{3} \frac{1 - K_2 RC}{RC(K_1 - K_2)} \frac{1 + e_1}{1 - e_1 + e_1^2} \\ U_2 &= -\frac{RI}{3} \frac{1 - K_2 RC}{RC(K_1 - K_2)} \frac{1 - 2e_1}{1 - e_1 + e_1^2} \\ U_3 &= +\frac{RI}{3} \frac{1 - K_2 RC}{RC(K_1 - K_2)} \frac{2 - e_1}{1 - e_1 + e_1^2} \end{aligned}$$

(51)

. La valeur des trois autres constantes  $V_1, V_2, V_3$  s'obtient en remarquant l'analogie des relations (48), (49), (50) d'une part, (45), (46) et (47) d'autre part :

$$\left[ \begin{array}{l} U_1 e_1 + U_2 = B_1 \\ U_2 e_1 + U_3 = B_2 \\ U_3 e_1 + U_1 = B_3 \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} V_1 e_2 + V_2 = B'_1 \\ V_2 e_2 + V_3 = B'_2 \\ V_3 e_2 + V_1 = B'_3 \end{array} \right.$$

si l'on pose  $B'_1 = - (U_1 e_1 + U_2) - \frac{RI}{3}$

$$B'_2 = - (U_2 e_1 + U_3) + \frac{2}{3} RI$$

$$B'_3 = - (U_3 e_1 + U_1) - \frac{RI}{3}$$

On peut utiliser pour  $V_1, V_2, V_3$  les relations liant  $U_1, U_2, U_3$  à  $B_1, B_2, B_3$  et à  $e_1$ , à condition de remplacer les  $U$  par les  $V$  de même indice, les  $B$  par les  $B'$  de même indice  $e_1$  par  $e_2$

ce qui donne

$$V_1 = \frac{B'_3 - B'_2 e_2 + B'_1 e_2^2}{1 + e_2^3}$$

$$V_2 = \frac{B'_1 - B'_3 e_2 + B'_2 e_2^2}{1 + e_2^3}$$

$$V_3 = \frac{B'_2 - B'_1 e_2 + B'_3 e_2^2}{1 + e_2^3}$$

En remplaçant  $B'_1$ ,  $B'_2$  et  $B'_3$  par leurs expressions où  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$  sont connus, il vient

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{RI}{3} \frac{1 - K_1 RC}{RC(K_1 - K_2)} \frac{1 + e_2}{1 - e_2 + e_2^2} \\
 V_2 &= \frac{RI}{3} \frac{1 - K_1 RC}{RC(K_1 - K_2)} \frac{1 - 2e_2}{1 - e_2 + e_2^2} \\
 V_3 &= -\frac{RI}{3} \frac{1 - K_1 RC}{RC(K_1 - K_2)} \frac{2 - e_2}{1 - e_2 + e_2^2}
 \end{aligned}
 \tag{52}$$

### III.2.2. Emploi des paramètres choisis

Les relations (40), (41), (42) permettent à l'aide des constantes données par (51) et (52) de suivre l'évolution des tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  pendant l'intervalle  $0, T/6$  et, par là, tout au long de la période. Ces tensions sont fonctions de  $R$ ,  $L$ ,  $C$ ,  $T$  et  $t$ .

Pour réduire le nombre de grandeurs intervenant dans les expressions des tensions, on utilise les deux paramètres

$$\boxed{Q = \frac{L\omega}{R}} \quad \text{et} \quad \boxed{m = LC\omega^2}$$

avec  $\omega$  pulsation du fondamental des tensions fournies par l'onduleur

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6\theta} = \frac{\pi}{3\theta}$$

$\theta$  désignant la durée d'un intervalle de fonctionnement.

Le paramètre  $Q$  permet de voir l'importance relative de l'inductance du récepteur triphasé.

Le paramètre  $m$  permet de suivre l'effet de la fréquence.

La condition  $R^2 - 4 \frac{L}{C} > 0$  qui caractérise le premier type de fonctionnement ici étudié s'exprime en fonction de ces paramètres par :

$$\begin{aligned} R^2 - 4 \frac{L}{C} &= \frac{R^2}{L^2 \omega^2} L^2 \omega^2 - 4 \frac{L}{C} \frac{L \omega^2}{L \omega^2} \\ &= \frac{L^2 \omega^2}{Q^2} - 4 \frac{L^2 \omega^2}{m} = L^2 \omega^2 \left( \frac{1}{Q^2} - \frac{4}{m} \right) > 0 \end{aligned}$$

donc  $m > 4Q^2$

Les racines  $K_1$  et  $K_2$  de l'équation caractéristique deviennent

$$K_1 = \frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} = \left( \frac{R}{2L\omega} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2 \omega^2} - \frac{1}{LC\omega^2}} \right) \omega$$

$$K_1 = \left( \frac{1}{2Q} - \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - \frac{1}{m}} \right) \omega$$

$$K_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} = \left( \frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - \frac{1}{m}} \right) \omega$$

ce qui conduit à prendre pour variable non plus le temps  $t$  mais l'angle  $\omega t$  qui varie de  $0$  à  $\pi/3$  au cours de l'intervalle considéré.

Ainsi

$$e_1 = e^{-K_1 \theta} = e^{-\left( \frac{1}{Q} - \sqrt{\frac{1}{Q^2} - \frac{4}{m}} \right) \frac{\pi}{6}}$$

$$e_2 = e^{-K_2 \theta} = e^{-\left( \frac{1}{Q} + \sqrt{\frac{1}{Q^2} - \frac{4}{m}} \right) \frac{\pi}{6}}$$

Il reste à exprimer en fonction de  $Q$  et  $m$ , les rapports

$$\frac{1 - K_1 RC}{RC(K_1 - K_2)} \quad \text{et} \quad \frac{1 - K_2 RC}{RC(K_1 - K_2)}$$

qui interviennent dans le calcul des constantes d'intégration.

$$\begin{aligned}
 K_1 RC &= \left( \frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) RC = \frac{1}{2} \left( \frac{R^2 C}{L} - \sqrt{\frac{R^4 C^2}{L^2} - 4 \frac{LR^2 C^2}{L^2 C}} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left( \frac{R^2}{L^2 \omega^2} LC \omega^2 - \sqrt{\frac{R^4}{L^4 \omega^4} L^2 C^2 \omega^4 - 4 \frac{R^2}{L^2 \omega^2} LC \omega^2} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left( \frac{m}{Q^2} - \sqrt{\frac{m^2}{Q^4} - 4 \frac{m}{Q^2}} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{m}{Q^2} - \sqrt{\frac{m}{Q^2} \left( \frac{m}{Q^2} - 4 \right)} \right)
 \end{aligned}$$

$$\text{De même } K_2 RC = \frac{1}{2} \left( \frac{m}{Q^2} + \sqrt{\frac{m}{Q^2} \left( \frac{m}{Q^2} - 4 \right)} \right)$$

D'où la valeur des rapports

$$\begin{aligned}
 \frac{1 - K_1 RC}{RC(K_1 - K_2)} &= \frac{1 - \frac{1}{2} \left( \frac{m}{Q^2} - \sqrt{\frac{m}{Q^2} \left( \frac{m}{Q^2} - 4 \right)} \right)}{-\sqrt{\frac{m}{Q^2} \left( \frac{m}{Q^2} - 4 \right)}} \\
 &= \frac{1 - \frac{1}{2} \frac{m}{Q} \left( \frac{1}{Q} - \sqrt{\frac{1}{Q^2} - \frac{4}{m}} \right)}{-\frac{m}{Q} \sqrt{\frac{1}{Q^2} - \frac{4}{m}}}
 \end{aligned}$$

De même

$$\frac{1 - K_2 RC}{RC(K_1 - K_2)} = \frac{1 - \frac{1}{2} \frac{m}{Q} \left( \frac{1}{Q} + \sqrt{\frac{1}{Q^2} - \frac{4}{m}} \right)}{-\frac{m}{Q} \sqrt{\frac{1}{Q^2} - \frac{4}{m}}}$$

Dans la suite des calculs, nous utiliserons les relations faisant intervenir  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $R$ ,  $C$  et  $L$  car elles conduisent à des expressions plus légères. Mais pour tracer les caractéristiques nous utiliserons les paramètres  $m$  et  $Q$  car ils permettent mieux de juger de l'influence des éléments constituant l'onduleur et sa charge.

III.2.3. Exemples de formes d'ondes

A l'aide des relations établies nous pouvons, dans le cas où  $m$  est supérieur à  $4Q^2$ , tracer la forme d'onde des tensions  $u_1$  aux bornes de la première phase et  $v_{Th_1}$  aux bornes du premier redresseur pour diverses valeurs de  $m$  et  $Q$ . (fig 19).

Elles ressemblent beaucoup à celles trouvées pour une charge purement résistive. C'était prévisible car la condition  $LC\omega^2 > 4 \frac{L^2\omega^2}{R^2}$  suppose soit un récepteur peu inductif soit un fonctionnement à fréquence relative élevée.

A  $Q$  donné, quand la fréquence croît, l'amplitude des tensions  $u_1$  et  $v_{Th_1}$  diminue (comparaison des courbes a et b, c et d compte tenu des changements d'échelles).

A  $m$  donné, quand  $Q$  croît l'impédance du récepteur rapportée à  $R$  augmente. L'amplitude des tensions  $u_1$  et  $v_{Th_1}$  croît (comparaison des ondes a et c, b et d compte tenu des changements d'échelles).

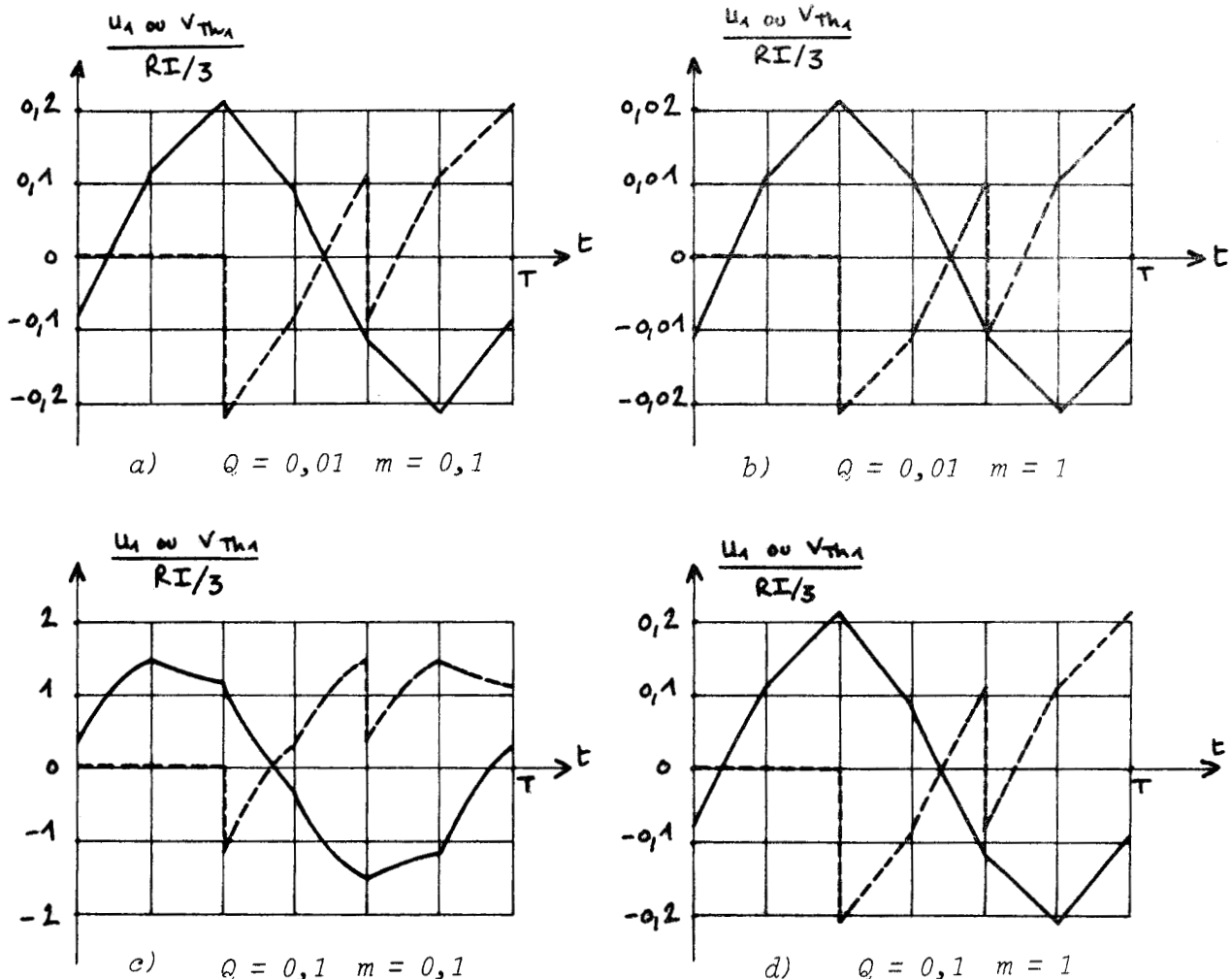


Fig 19 - Exemples de formes d'ondes calculées pour diverses valeurs de  $m$  et  $Q$ , dans le cas où  $m > 4Q^2$   
 (en trait continu, tension  $u_1$ )  
 (en traits interrompus, tension  $v_{Th_1}$ )

### III.2.4. Caractéristiques des tensions de sortie

Il est commode de rapporter les tensions à  $\frac{RI}{3}$ . Durant l'intervalle  $0, \theta$ , les expressions de  $u_1, u_2, u_3$  deviennent alors

$$u_1 = \frac{RI}{3} \left[ 2 + U'_1 e^{-K_1 t} + V'_1 e^{-K_2 t} \right] \quad (40')$$

$$u_2 = \frac{RI}{3} \left[ -1 + U'_2 e^{-K_1 t} + V'_2 e^{-K_2 t} \right] \quad (41')$$

$$u_3 = \frac{RI}{3} \left[ -1 + U'_3 e^{-K_1 t} + V'_3 e^{-K_2 t} \right] \quad (42')$$

en posant  $U'_1 = U_1 / \frac{RI}{3}$      $U'_2 = U_2 / \frac{RI}{3}$      $U'_3 = U_3 / \frac{RI}{3}$

$V'_1 = V_1 / \frac{RI}{3}$      $V'_2 = V_2 / \frac{RI}{3}$      $V'_3 = V_3 / \frac{RI}{3}$

#### III.2.4.1. Valeur efficace U des tensions de sortie

Compte tenu des propriétés des formes d'ondes des tensions de sortie, on peut, comme lors du débit sur résistance, calculer leur valeur efficace U par

$$U = \sqrt{\frac{1}{3\theta} \left[ \int_0^\theta u_1^2 dt + \int_0^\theta u_2^2 dt + \int_0^\theta u_3^2 dt \right]}$$

Le calcul de  $\int_0^\theta u_1^2 dt$ , par exemple, donne

$$\int_0^\theta u_1^2 dt = \frac{R^2 I^2}{9} \int_0^\theta \left[ 4 + 4U'_1 e^{-K_1 t} + 4V'_1 e^{-K_2 t} + 2U'_1 V'_1 e^{-(K_1+K_2)t} + U_1'^2 e^{-2K_1 t} + V_1'^2 e^{-2K_2 t} \right] dt$$

$$= \frac{R^2 I^2}{9} \left[ 4\theta + 4U'_1 \frac{1-e_1}{K_1} + 4V'_1 \frac{1-e_2}{K_2} + 2 \frac{U'_1 V'_1}{K_1+K_2} (1-e_1 e_2) + \frac{U_1'^2}{2K_1} (1-e_1^2) + \frac{V_1'^2}{2K_2} (1-e_2^2) \right]$$

De même

$$\int_0^\theta u_2^2 dt = \frac{R^2 I^2}{9} \left( \theta - 2U'_2 \frac{1-e_1}{K_1} - 2V'_2 \frac{1-e_2}{K_2} + 2 \frac{U'_2 V'_2}{K_1 + K_2} (1-e_1 e_2) + \frac{U_2'^2}{2K_1} (1-e_1^2) + \frac{V_2'^2}{2K_2} (1-e_2^2) \right)$$

$$\int_0^\theta u_3^2 dt = \frac{R^2 I^2}{9} \left( \theta - 2U'_3 \frac{1-e_1}{K_1} - 2V'_3 \frac{1-e_2}{K_2} + 2 \frac{U'_3 V'_3}{K_1 + K_2} (1-e_1 e_2) + \frac{U_3'^2}{2K_1} (1-e_1^2) + \frac{V_3'^2}{2K_2} (1-e_2^2) \right)$$

La somme de ces trois quantités se simplifie légèrement du fait que

$$U'_2 + U'_3 = -U'_1$$

$$V'_2 + V'_3 = -V'_1$$

Finalement il vient

$$U = \frac{RI}{3} \left[ 2 + 2U'_1 \frac{1-e_1}{K_1 \theta} + 2V'_1 \frac{1-e_2}{K_2 \theta} + \frac{2}{3} (U'_1 V'_1 + U'_2 V'_2 + U'_3 V'_3) \frac{1-e_1 e_2}{(K_1 + K_2) \theta} + (U_1'^2 + U_2'^2 + U_3'^2) \frac{1-e_1^2}{6K_1 \theta} + (V_1'^2 + V_2'^2 + V_3'^2) \frac{1-e_2^2}{6K_2 \theta} \right]^{1/2} \quad (54)$$

Toutes les quantités intervenant dans cette relation ont déjà été calculées en fonction des paramètres m et Q. On peut donc tracer la partie de courbes  $U = f(m)$  pour divers Q correspondant à ce fonctionnement (portions en traits interrompus des caractéristiques des planches IV et V) (1)

On a choisi pour tracer ces courbes de rapporter U, non pas à  $RI/3$ , mais à  $ZI$ , en indiquant par Z l'impédance présentée par le récepteur RL à un courant de pulsation  $\omega$ .

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2} = R \sqrt{1 + Q^2}$$

(1) Nous avons regroupé les planches de caractéristiques correspondant à un récepteur résistif et inductif après l'étude du fonctionnement à  $R^2 < 4L/C$ , car il donne la suite de la partie des courbes calculée pour  $m > 4Q^2$ .



En effet, si pour le domaine qui nous intéresse ici, le rapport  $3U/RI$  est faible, il en sera tout autrement lorsque le circuit résonnant parallèle formé par R, L et C sera faiblement amorti. Pour que les courbes soient lisibles, pour l'un et l'autre fonctionnement, il faut réduire l'effet des fortes valeurs de Q, d'où la comparaison de U non à  $RI/3$  mais à ZI.

La partie des caractéristiques  $\frac{U}{ZI} = f(m)$  tracées pour diverses valeurs de Q correspond à la partie inférieure gauche des courbes des planches IV et V. Quand m tend vers l'infini,  $U/ZI$  tend vers zéro ; ce rapport croît quand la fréquence et donc m diminuent et cela d'autant plus vite que m est plus grand.

#### III.2.4.2. Valeur efficace $U_f$ du fondamental des tensions de sortie

La valeur efficace  $U_f$  du terme fondamental du développement en série des tensions  $u_1, u_2, u_3$  est toujours donnée par

$$U_f = \sqrt{\frac{H_1^2}{2} + \frac{H_2^2}{2}} \quad (20)$$

avec

$$H_1 = \frac{2}{3\theta} \int_0^{\theta} u_1 \sin \omega t \, dt ; \quad H_2 = \frac{2}{3\theta} \int_0^{\theta} u_2 \cos \omega t \, dt$$

Mais, compte tenu des relations entre  $u_1, u_2$  et  $u_3$  durant la demi-période considérée, on peut encore écrire :

$$H_1 = \frac{2}{3\theta} \int_0^{\theta} \left[ u_1 \sin \omega t - u_2 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) + u_3 \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right] dt$$

$$H_2 = \frac{2}{3\theta} \int_0^{\theta} \left[ u_1 \cos \omega t - u_2 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) + u_3 \cos \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right] dt,$$

où  $u_1, u_2$  et  $u_3$  sont les expressions de ces trois tensions durant le premier intervalle  $0, \theta$  données par les relations (40'), (41') et (42').

#### Calcul de $H_1$

$$\int_0^{\theta} u_1 \sin \omega t \, dt = \frac{RI}{3} \left[ 2 \int_0^{\theta} \sin \omega t \, dt + U_1' \int_0^{\theta} e^{-K_1 t} \sin \omega t \, dt + V_1' \int_0^{\theta} e^{-K_2 t} \sin \omega t \, dt \right]$$

$$= \frac{RI}{3} \left[ 2 \frac{3\theta}{2\pi} + U'_1 \frac{\frac{\pi}{3\theta} - \frac{e_1}{2} (K_1 \sqrt{3} + \frac{\pi}{3\theta})}{K_1^2 + \frac{\pi^2}{9\theta^2}} + V'_1 \frac{\frac{\pi}{3\theta} - \frac{e_2}{2} (K_2 \sqrt{3} + \frac{\pi}{3\theta})}{K_2^2 + \frac{\pi^2}{9\theta^2}} \right]$$

$$\int_0^\theta u_2 \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) dt = \frac{RI}{3} \left( - \int_0^\theta \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) dt + U'_2 \int_0^\theta e^{-K_1 t} \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) dt + V'_2 \int_0^\theta e^{-K_2 t} \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) dt \right)$$

$$= \frac{RI}{3} \left[ - \frac{3\theta}{2\pi} + \frac{U'_2}{2} \frac{(\frac{\pi}{3\theta} + K_1 \sqrt{3}) - e_1 (K_1 \sqrt{3} - \frac{\pi}{3\theta})}{K_1^2 + \frac{\pi^2}{9\theta^2}} + \frac{V'_2}{2} \frac{(\frac{\pi}{3\theta} + K_2 \sqrt{3}) - e_2 (K_2 \sqrt{3} - \frac{\pi}{3\theta})}{K_2^2 + \frac{\pi^2}{9\theta^2}} \right]$$

$$\int_0^\theta u_3 \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) dt = \frac{RI}{3} \left( - \int_0^\theta \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) dt + U'_3 \int_0^\theta e^{-K_1 t} \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) dt + V'_3 \int_0^\theta e^{-K_2 t} \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) dt \right)$$

$$= \frac{RI}{3} \left[ - \frac{3\theta}{2\pi} - \frac{U'_3}{2} \frac{\frac{\pi}{3\theta} - K_1 \sqrt{3} - e_1 \frac{2\pi}{3\theta}}{K_1^2 + \frac{\pi^2}{9\theta^2}} - \frac{V'_3}{2} \frac{\frac{\pi}{3\theta} - K_2 \sqrt{3} - e_2 \frac{2\pi}{3\theta}}{K_2^2 + \frac{\pi^2}{9\theta^2}} \right]$$

L'expression de  $H_1$  qu'on en déduit se simplifie notamment à cause des relations (48), (49) et (50) qui donnent

$$U'_1 e_1 + U'_2 = U'_3 e_1 + U'_1 = - \frac{1 - K_2 RC}{RC(K_1 - K_2)}$$

$$U'_2 e_1 + U'_3 = 2 \frac{1 - K_2 RC}{RC(K_1 - K_2)}$$

et (45), (46), (47) qui donnent, compte tenu des précédentes

$$V'_1 e_2 + V'_2 = V'_3 e_2 + V'_1 = \frac{1 - K_1 RC}{RC(K_1 - K_2)}$$

$$V'_2 e_2 + V'_3 = - 2 \frac{1 - K_1 RC}{RC(K_1 - K_2)}$$

Après regroupement des termes, il vient

$$H_1 = \frac{RI}{3} \times 3 \left( \frac{1}{\pi} - \frac{\pi - 3K_1\theta\sqrt{3}}{9K_1^2\theta^2 + \pi^2} \cdot \frac{1 - K_2RC}{RC(K_1 - K_2)} + \frac{\pi - 3K_2\theta\sqrt{3}}{9K_2^2\theta^2 + \pi^2} \cdot \frac{1 - K_1RC}{RC(K_1 - K_2)} \right) \quad (55)$$

### Calcul de H<sub>2</sub>

On obtient H<sub>2</sub> par un procédé analogue

$$\int_0^\theta u_1 \cos \omega t dt = \frac{RI}{3} \left( \frac{3\sqrt{3}\theta}{\pi} + U_1' \frac{K_1 - \frac{e_1}{2} (K_1 - \frac{\pi\sqrt{3}}{3\theta})}{K_1^2 + \frac{\pi^2}{9\theta^2}} + V_1' \frac{K_2 - \frac{e_2}{2} (K_2 - \frac{\pi\sqrt{3}}{3\theta})}{K_2^2 + \frac{\pi^2}{9\theta^2}} \right)$$

$$\int_0^\theta u_2 \cos(\omega t + \frac{\pi}{3}) dt = \frac{RI}{3} \left( \frac{U_2'}{2} \cdot \frac{(K_1 - \frac{\pi\sqrt{3}}{3\theta}) + e_1 (K_1 + \frac{\pi\sqrt{3}}{3\theta})}{K_1^2 + \frac{\pi^2}{9\theta^2}} + \frac{V_2'}{2} \cdot \frac{(K_2 - \frac{\pi\sqrt{3}}{3\theta}) + e_2 (K_2 + \frac{\pi\sqrt{3}}{3\theta})}{K_2^2 + \frac{\pi^2}{9\theta^2}} \right)$$

$$\int_0^\theta u_3 \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) dt = \frac{RI}{3} \left( \frac{3\sqrt{3}\theta}{2\pi} - \frac{U_3'}{2} \cdot \frac{K_1 + \frac{\pi\sqrt{3}}{3\theta} - 2K_1 e_1}{K_1^2 + \frac{\pi^2}{9\theta^2}} - \frac{V_3'}{2} \cdot \frac{K_2 + \frac{\pi\sqrt{3}}{3\theta} - 2K_2 e_2}{K_2^2 + \frac{\pi^2}{9\theta^2}} \right)$$

Après regroupements et simplifications, on trouve

$$H_2 = \frac{RI}{3} \times 3 \left( \frac{\sqrt{3}}{\pi} - \frac{\pi\sqrt{3} + 3K_1\theta}{9K_1^2\theta^2 + \pi^2} \cdot \frac{1 - K_2RC}{RC(K_1 - K_2)} + \frac{\pi\sqrt{3} + 3K_2\theta}{9K_2^2\theta^2 + \pi^2} \cdot \frac{1 - K_1RC}{RC(K_1 - K_2)} \right) \quad (56)$$

A l'aide des relations (20), (55) et (56), on peut calculer la valeur de U<sub>f</sub> en fonction de I, R, L, C et θ ou sa valeur, rapportée à  $\frac{RI}{3}$  ou à ZI, en fonction des paramètres m et Q.

Sur la planche VI on a tracé, en fonction de m, pour quelques valeurs de Q, les variations du rapport  $\frac{U_f}{U}$ . (La partie interrompue des courbes correspond au cas où m est supérieur à 4Q<sup>2</sup> ici étudié).

Pour les faibles valeurs de m et Q, U<sub>f</sub>/U tend vers la valeur  $\frac{3}{\pi}$  comme pour les charges purement résistives et la marche à très basse fréquence. Quand m augmente, ce rapport croît, tendant vers l'unité, et cela d'autant plus vite que Q est plus grand.

### III.2.5. Caractéristiques de blocage

#### III.2.5.1. Valeur de la tension d'amorçage ou de blocage $v_B$

Comme l'a montré l'étude générale, la tension d'amorçage  $v_a$  aux bornes des thyristors est égale à la valeur de  $-u_2$  à l'instant  $t = \theta$ ; la tension de blocage est égale à la valeur de  $-u_3$  pour  $t = 0$ . Ces deux tensions sont égales et opposées.

$$v_a = -v_B = \frac{RI}{3} (U_3' + V_3' - 1) \quad (57)$$

La tension de blocage est toujours négative pour le fonctionnement à  $m > 4Q^2$ ; l'onduleur peut donc fonctionner comme prévu.

Quand  $m$  tend vers l'infini,  $-v_B$  tend vers zéro. Quand  $LC\omega^2$  diminue,  $-v_B$  croît, passe par un maximum, puis tend vers  $\frac{RI}{3}$ .

Sur les planches VII et VIII on a tracé en traits interrompus la portion des caractéristiques  $-v_B = f(m)$  pour divers  $Q$ , qui correspond à  $m > 4Q^2$ .

Comme pour  $U$ , on a rapporté  $-v_B$  à  $ZI = RI\sqrt{1 + Q^2}$ .

#### III.2.5.2. Valeur du temps de blocage $t_B$

Le temps de blocage  $t_B$  est égal à l'intervalle mis par la tension négative aux bornes d'un redresseur qu'on vient de bloquer pour redevenir positive.

Comme dans le cas du récepteur résistant deux cas peuvent se présenter.

##### 1er cas : $t_B < \theta$

La tension aux bornes du thyristor bloqué pour  $t = 0$ , égale à  $-u_3$  pour  $0 < t < \theta$ , s'annule avant l'instant  $t = \theta$ .

La valeur de  $t_B$  égale donc la valeur de  $t$  qui annule  $u_3$

$$-u_3(t_B) = \frac{RI}{3} \left( 1 - U_3' e^{-K_1 t_B} - V_3' e^{-K_2 t_B} \right) = 0$$

En réalité on compare  $t_B$  à  $\frac{T}{6}$  ou  $\theta$ ; d'où la relation donnant  $t_B/\theta$

$$1 - U'_3 e^{-K_1 \theta \frac{t_B}{\theta}} - V'_3 e^{-K_2 \theta \frac{t_B}{\theta}} = 0$$

$$1 - U'_3 e_1^{\frac{t_B}{\theta}} - V'_3 e_2^{\frac{t_B}{\theta}} = 0 \quad (58)$$

$U'_3$ ,  $V'_3$ ,  $e_1$ ,  $e_2$  étant définis en fonction de  $m$  et  $Q$ , pour chaque couple de valeurs de ces paramètres, on recherche par itération la valeur de  $\frac{t_B}{\theta}$  qui satisfait la relation (58).

2ème cas :  $\theta < t_B < 1,5\theta$

La tension aux bornes du thyristor  $Th_3$  bloqué pour  $t = 0$ , reste négative durant tout l'intervalle  $0, \theta$ ; elle ne redevient positive qu'entre  $t = \theta$  et  $t = 2\theta$ .  $v_{Th_3}$ , encore donné par  $-u_3$ , varie entre  $\theta$  et  $2\theta$  comme  $u_1$  entre  $t = 0$  et  $t = \theta$ .

$$t_B = \theta + t'_B$$

$$u_1(t'_B) = \frac{RI}{3} \left( 2 + U'_1 e^{-K_1 t'_B} + V'_1 e^{-K_2 t'_B} \right) = 0$$

d'où la relation donnant  $t'_B$

$$2 + U'_1 e_1^{\frac{t'_B}{\theta}} + V'_1 e_2^{\frac{t'_B}{\theta}} = 0 \quad (59)$$

La partie en traits interrompus des courbes de la planche IX montre, pour divers  $Q_1$ , comment  $t_B/\theta$  croît en fonction de  $m$ , tendant vers 1,5 d'autant plus vite que  $Q$  est plus réduit.

Mais l'accroissement de la valeur relative de  $t_B$  peut correspondre à une réduction de sa valeur absolue. Aussi, pour montrer comment, à  $L$  et  $C$  donnés,  $t_B$  varie quand la fréquence croît, on a tracé (Pl. X) les courbes donnant  $t_B$  rapporté à la pseudo-période  $2\pi \sqrt{LC}$  du récepteur non amorti.

$$\frac{t_B}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{t}{T} = \frac{\omega T}{2\pi\sqrt{LC} \omega} = \frac{t_B}{6\theta} \frac{1}{\sqrt{m}} \quad (60)$$

A Q donné, ce rapport commence par croître quand m devient supérieur à  $4Q^2$ , passe par un maximum puis diminue, Lorsque m augmente, la partie décroissante de toutes les caractéristiques est pratiquement confondue.

### III.3. FONCTIONNEMENT A $R^2 < \frac{4L}{C}$

L'étude du fonctionnement de l'onduleur lorsque m est inférieur à  $4Q^2$  est menée de la même façon que celle où le régime libre des tensions est apériodique. Nous insisterons toutefois sur la délimitation du domaine des valeurs de m et de Q rendant le fonctionnement impossible, car l'amorçage d'un thyristor n'y assure plus le blocage du thyristor de la même série précédemment conducteur.

#### III.3.1. Expressions des tensions

Lorsque R est inférieur à  $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , la solution générale des équations différentielles (32), (33) et (34) qui donnent  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  est de nature pseudo-périodique amortie. Ces tensions sont donc de la forme :

$$u_1 = \frac{RI}{3} \left( e^{\alpha t} (U'_1 \cos \beta t - V'_1 \sin \beta t) + 2 \right), \quad (61)$$

$$u_2 = \frac{RI}{3} \left( e^{\alpha t} (U'_2 \cos \beta t - V'_2 \sin \beta t) - 1 \right), \quad (62)$$

$$u_3 = \frac{RI}{3} \left( e^{\alpha t} (U'_3 \cos \beta t - V'_3 \sin \beta t) - 1 \right), \quad (63)$$

avec

$$\alpha = -\frac{R}{2L} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{1}{2L} \sqrt{4 \frac{L}{C} - R^2}. \quad (64)$$

Pour la recherche des constantes d'intégration  $U'_1$ ,  $U'_2$ ,  $U'_3$  et  $V'_1$ ,  $V'_2$ ,  $V'_3$  il est commode de poser

$$e_1 = e^{\alpha \theta} \sin \beta \theta ; \quad e_2 = e^{\alpha \theta} \cos \beta \theta \quad (65)$$

A noter que, puisque la somme  $u_1 + u_2 + u_3$  est toujours nulle, cette propriété donne pour  $\beta t = 0$ , puis pour  $\beta t = \frac{\pi}{2}$

$$U'_1 + U'_2 + U'_3 = 0 \quad (66)$$

$$V'_1 + V'_2 + V'_3 = 0 \quad (67)$$

La première série de relations entre les constantes s'obtient en utilisant les égalités (2)

$$u_{10} = -u_{20} \quad \text{donne} \quad U'_1 e_2 - V'_1 e_1 + 2 = -U'_2 + 1$$

$$u_{20} = -u_{30} \quad \text{donne} \quad U'_2 e_2 - V'_2 e_1 - 1 = -U'_3 + 1$$

$$u_{30} = -u_{10} \quad \text{donne} \quad U'_3 e_2 - V'_3 e_1 - 1 = -U'_1 - 2$$

$$D'où \quad \left. \begin{aligned} U'_1 e_2 + U'_2 &= V'_1 e_1 - 1 \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

$$U'_2 e_2 + U'_3 = V'_2 e_1 + 2 \quad (69)$$

$$U'_3 e_2 + U'_1 = V'_3 e_1 - 1 \quad (70)$$

On en déduit, en remplaçant  $U'_3$  par  $-U'_1 - U'_2$

$$U'_2 e_2 - U'_1 - U'_2 = V'_2 e_1 + 2$$

$$U'_2 = \frac{U'_1 + V'_2 e_1 + 2}{e_2 - 1}$$

et en reportant dans (68)

$$U'_1 e_2 + \frac{U'_1 + V'_2 e_1 + 2}{e_2 - 1} = V'_1 e_1 - 1 = -V'_3 e_1 - V'_2 e_1 - 1$$

$$U'_1 (e_2^2 - e_2 + 1) = -V'_2 e_1 - 2 - V'_3 e_1 e_2 + V'_3 e_1 - V'_2 e_1 e_2 + V'_2 e_1 - e_2 + 1$$

$$U'_1 = \frac{e_1 \left[ V'_3 (1 - e_2) - V'_2 e_2 \right] - 1 - e_2}{1 - e_2 + e_2^2} \quad (71)$$

De la même façon on obtient

$$U'_2 = \frac{e_1 \left[ V'_2 (e_2 - 1) - V'_3 \right] - 1 + 2e_2}{1 - e_2 + e_2^2} \quad (72)$$

$$U'_3 = \frac{e_1 \left[ V'_3 e_2 + V'_2 \right] + 2 - e_2}{1 - e_2 + e_2^2} \quad (73)$$

La seconde série de relations entre les constantes s'obtient à partir des courants dans les phases réceptrices.

Donnés par :

$$i_{L_1} = \frac{2I}{3} - C \frac{du_1}{dt} \quad i_{L_2} = -\frac{I}{3} - C \frac{du_2}{dt} \quad i_{L_3} = -\frac{I}{3} - C \frac{du_3}{dt}$$

ils ont pour expressions

$$i_{L_1} = \frac{2I}{3} - C \frac{RI}{3} e^{\alpha t} \left[ (\alpha U'_1 - \beta V'_1) \cos \beta t - (\alpha V'_1 + \beta U'_1) \sin \beta t \right]$$

$$i_{L_2} = -\frac{I}{3} - C \frac{RI}{3} e^{\alpha t} \left[ (\alpha U'_2 - \beta V'_2) \cos \beta t - (\alpha V'_2 + \beta U'_2) \sin \beta t \right]$$

$$i_{L_3} = -\frac{I}{3} - C \frac{RI}{3} e^{\alpha t} \left[ (\alpha U'_3 - \beta V'_3) \cos \beta t - (\alpha V'_3 + \beta U'_3) \sin \beta t \right]$$

La première des conditions (39),  $i_{L_{10}} = -i_{L_{20}}$ , donne

$$\frac{2I}{3} - C \frac{RI}{3} \left( e_2 (\alpha U'_1 - \beta V'_1) - e_1 (\alpha V'_1 + \beta U'_1) \right) = \frac{I}{3} + C \frac{RI}{3} (\alpha U'_2 - \beta V'_2)$$

ou

$$1 = RC \left[ \alpha (U'_2 + e_2 U'_1) - \alpha e_1 V'_1 - \beta (V'_2 + e_2 V'_1 + e_1 U'_1) \right]$$

or, on peut remplacer d'après la relation (68)  $U'_2 + e_2 U'_1$  par  $V'_1 e_1 - 1$ .  
L'égalité précédente devient

$$1 = RC \left[ \alpha e_1 V'_1 - \alpha - \alpha e_1 V'_1 - \beta (V'_2 + e_2 V'_1 + e_1 U'_1) \right]$$

$$1 + \alpha RC = -\beta RC (V'_2 + e_2 V'_1 + e_1 U'_1)$$

Remplaçons  $U'_1$  par la valeur donnée par (71)

$$1 + \alpha RC = -\beta RC \frac{(V'_2 + e_2 V'_1) (1 - e_2 + e_2^2) + e_1^2 \left[ V'_3 (1 - e_2) - V'_2 e_2 \right] - e_1 - e_1 e_2}{1 - e_2 + e_2^2}$$

En remplaçant  $V'_3$  par  $-V'_1 - V'_2$  et en regroupant les termes il vient

$$1 + \alpha RC - \beta RC e_1 \frac{1 + e_2}{1 - e_2 + e_2^2} = -\beta RC \frac{V'_1 \left[ (1 - e_2 + e_2^2) (e_2 - 1) - e_1^2 \right] + V'_2 (-e_1^2)}{1 - e_2 + e_2^2} \quad (74)$$



De la même façon la seconde des conditions (39)  $i_{L_{20}} = -i_{L_{30}}$  donne

$$-\frac{I}{3} - C \frac{RI}{3} \left( e_2(\alpha U'_2 - \beta V'_2) - e_1(\alpha V'_2 + \beta U'_2) \right) = \frac{I}{3} + C \frac{RI}{3} (\alpha U'_3 - \beta V'_3)$$

$$-2 = RC \left( \alpha(U'_3 + e_2 U'_2) - \alpha e_1 V'_2 - \beta(V'_3 + e_2 V'_2 + e_1 U'_2) \right)$$

ou, puisque  $U'_3 + e_2 U'_2 = V'_2 e_1 + 2$

$$-2 = RC \left( \alpha e_1 V'_2 + 2\alpha - \alpha e_1 V'_2 - \beta(V'_3 + e_2 V'_2 + e_1 U'_2) \right)$$

$$-2(1 + \alpha RC) = -\beta RC(V'_3 + e_2 V'_2 + e_1 U'_2)$$

Si on remplace  $U'_2$  par son expression (72), il vient

$$-2(1 + \alpha RC) = -\beta RC \frac{(V'_3 + e_2 V'_2)(1 - e_2 + e_2^2) + e_1^2 \left( V'_2(e_2 - 1) - V'_3 \right) - e_1^2 + 2e_1 e_2}{1 - e_2 + e_2^2}$$

ou en regroupant les termes, après avoir remplacé  $V'_3$  par  $-V'_1 - V'_2$ ,

$$-2 - 2\alpha RC - \frac{\beta RC e_1 (1 - 2e_2)}{1 - e_2 + e_2^2} = -\beta RC \frac{V'_1 \left( e_1^2 - (1 - e_2 + e_2^2) \right) + V'_2 \left( e_1^2 e_2 + (e_2 - 1)(1 - e_2 + e_2^2) \right)}{1 - e_2 + e_2^2} \quad (75)$$

Les égalités (74) et (75), de la forme

$$C_1 = A_1 V'_1 + B_1 V'_2$$

$$C_2 = A_2 V'_1 + B_2 V'_2$$

donnent

$$V'_1 = \frac{B_2 C_1 - B_1 C_2}{B_2 A_1 - B_1 A_2}$$

$$V'_2 = \frac{A_2 C_1 - A_1 C_2}{B_1 A_2 - B_2 A_1}$$

Le remplacement de  $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1$  et  $C_2$  par leurs valeurs donne, après un calcul long, mais présentant de nombreuses simplifications, l'expression de  $V'_1$  et  $V'_2$ . On en déduit celle de  $V'_3$  par  $V'_3 = -V'_1 - V'_2$ .

$$\begin{aligned}
 V'_1 &= - \frac{(1+\alpha RC) \left[ (1-e_2+e_2^2)(1+e_2) - e_1^2(2-e_2) \right] + \beta RC e_1 (2-2e_2-e_2^2-e_1^2)}{\beta RC \left[ (1-e_2+e_2^2)^2 - e_1^2(1+2e_2-2e_2^2) + e_1^4 \right]} \\
 V'_2 &= - \frac{(1+\alpha RC) \left[ (1-2e_2)(1-e_2+e_2^2+e_1^2) \right] - \beta RC e_1 (1+2e_2-2e_2^2-2e_1^2)}{\beta RC \left[ (1-e_2+e_2^2)^2 - e_1^2(1+2e_2-2e_2^2) + e_1^4 \right]} \\
 V'_3 &= + \frac{(1+\alpha RC) \left[ (1-e_2+e_2^2)(2-e_2) - e_1^2(1+e_2) \right] + \beta RC e_1 (1-4e_2+e_2^2+e_1^2)}{\beta RC \left[ (1-e_2+e_2^2)^2 - e_1^2(1+2e_2-2e_2^2) + e_1^4 \right]}
 \end{aligned} \tag{76}$$

On obtient  $U'_1$ ,  $U'_2$ ,  $U'_3$  en reportant les constantes  $V'_1$ ,  $V'_2$ ,  $V'_3$  ainsi trouvées dans les relations (71), (72), (73). Les calculs effectués et les simplifications faites, il vient

$$\begin{aligned}
 U'_1 &= \frac{(1+\alpha RC)e_1(2-2e_2-e_2^2-e_1^2) - \beta RC \left[ (1-e_2+e_2^2)(1+e_2) - e_1^2(2-e_2) \right]}{\beta RC \left[ (1-e_2+e_2^2)^2 - e_1^2(1+2e_2-2e_2^2) + e_1^4 \right]} \\
 U'_2 &= - \frac{(1+\alpha RC)e_1(1+2e_2-2e_2^2-2e_1^2) - \beta RC(1-2e_2)(1-e_2+e_2^2+e_1^2)}{\beta RC \left[ (1-e_2+e_2^2)^2 - e_1^2(1+2e_2-2e_2^2) + e_1^4 \right]} \\
 U'_3 &= - \frac{(1+\alpha RC)e_1(1-4e_2+e_2^2+e_1^2) - \beta RC \left[ (1-e_2+e_2^2)(2-e_2) - e_1^2(1+e_2) \right]}{\beta RC \left[ (1-e_2+e_2^2)^2 - e_1^2(1+2e_2-2e_2^2) + e_1^4 \right]}
 \end{aligned} \tag{77}$$

### III.3.2. Emploi des paramètres m et Q

Les expressions des tensions  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  sont donc connues durant l'intervalle  $0, \theta$  grâce aux relations (61), (62), (63) et (76), (77). Il est commode de rapporter ces tensions à RI ou à ZI, avec  $ZI = \sqrt{1 + Q^2} RI$ , et de mettre en évidence l'influence des paramètres m et Q

$$m = LC\omega^2 \quad ; \quad Q = \frac{L\omega}{R}$$

Le fonctionnement ici traité correspond à  $R^2 < \frac{4L}{C}$  ou à

$$m < 4Q^2$$

Avec  $m$  et  $Q$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $\alpha_{RC}$  et  $\beta_{RC}$  deviennent

$$\alpha = -\frac{R}{2L} = -\frac{R}{2L\omega} \omega = -\frac{\omega}{2Q}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \omega \sqrt{\frac{1}{LC\omega^2} - \frac{R^2}{4L^2\omega^2}} = \omega \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4Q^2}}$$

$$\alpha_{RC} = -\frac{R}{2L} RC = -\frac{R^2}{2L^2\omega^2} LC\omega^2 = -\frac{m}{2Q^2}$$

$$\beta_{RC} = \sqrt{\frac{R^2C}{L} - \frac{R^4C^2}{4L^2}} = \sqrt{\frac{R^2}{L^2\omega^2} LC\omega^2 - \frac{R^4}{4L^4\omega^4} L^2C^2\omega^4} = \sqrt{\frac{m}{Q^2} - \frac{m^2}{4Q^4}} = \frac{\sqrt{m}}{Q} \sqrt{1 - \frac{m}{4Q^2}}$$

puisque  $\omega T = 2\pi$ ,  $\omega\theta = \frac{\pi}{3}$ ,

$$e_1 = e^{\alpha\theta} \sin\beta\theta = e^{-\frac{\pi}{6Q}} \sin\left(\frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4Q^2}}\right)$$

$$e_2 = e^{\alpha\theta} \cos\beta\theta = e^{-\frac{\pi}{6Q}} \cos\left(\frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4Q^2}}\right)$$

### III.3.3. Exemples de formes d'ondes

Pour diverses valeurs des paramètres  $m$  et  $Q$ , on peut donc tracer point par point l'onde des tensions de sortie.

La figure 20 par exemple montre comment évolue la forme d'onde de  $u_1$ , à  $m$  donné, quand  $Q$  augmente. Pour  $Q$  faible, on retrouve sensiblement l'allure obtenue sur résistance ou pour  $m$  supérieur à  $4Q^2$ . Dès que  $Q$  croît, les oscillations de  $u_1$  durant chaque intervalle  $\theta$  deviennent de plus en plus importantes. Simultanément, l'amplitude de  $u_1$  augmente en même temps que  $Z$  égal à  $R\sqrt{1+Q^2}$ . Pour les fortes valeurs de  $Q$ , les valeurs extrêmes de  $u_1$  sont très élevées et les oscillations durant chacune des alternances très importantes.

La figure 20 f correspond à un cas théorique car la tension d'amorçage des redresseurs donnée par  $u_{30}$ , égal à  $u_{1,2\theta}$ , est négative. De même la tension de blocage donnée par  $u_{2\theta}$  ou par  $u_{1,5\theta}$  est positive. A cause des oscillations il apparaît des zones de fonctionnement où la marche de l'onduleur est anormale. Nous serons donc amenés à définir en fonction de  $m$  et  $Q$  les limites de fonctionnement normal.

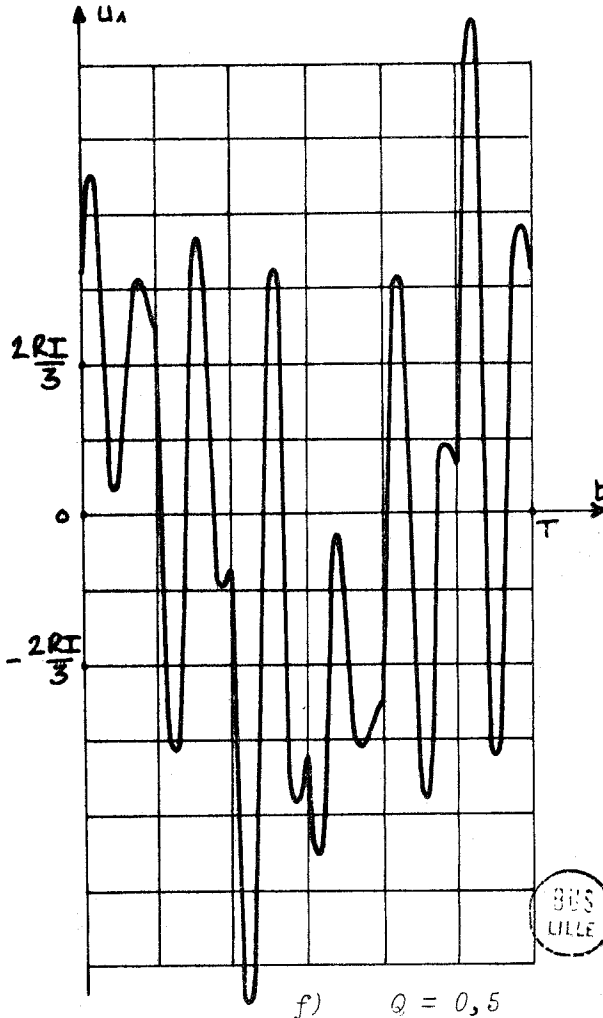
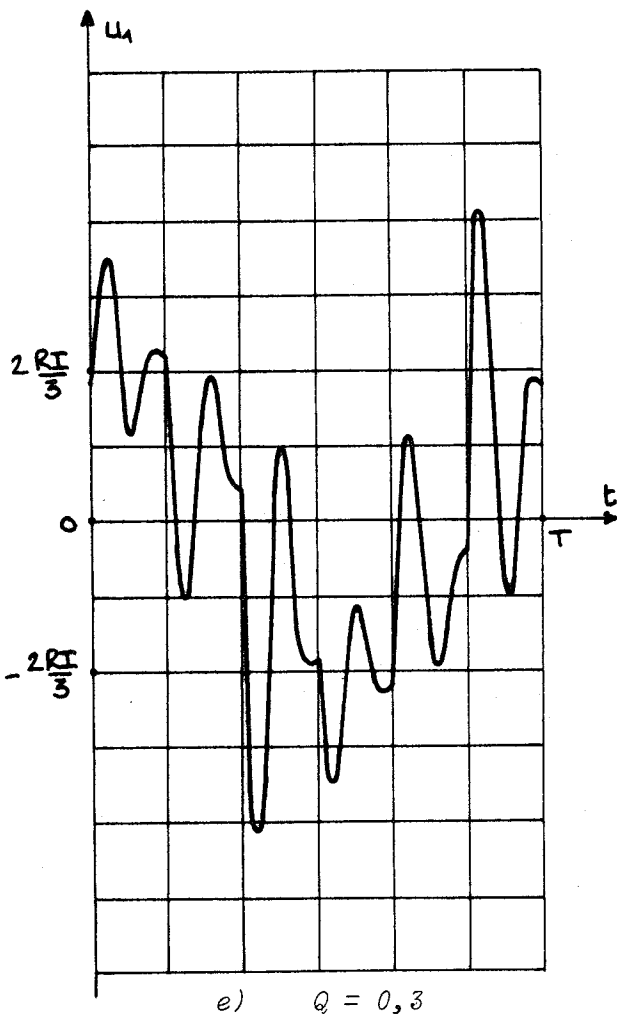
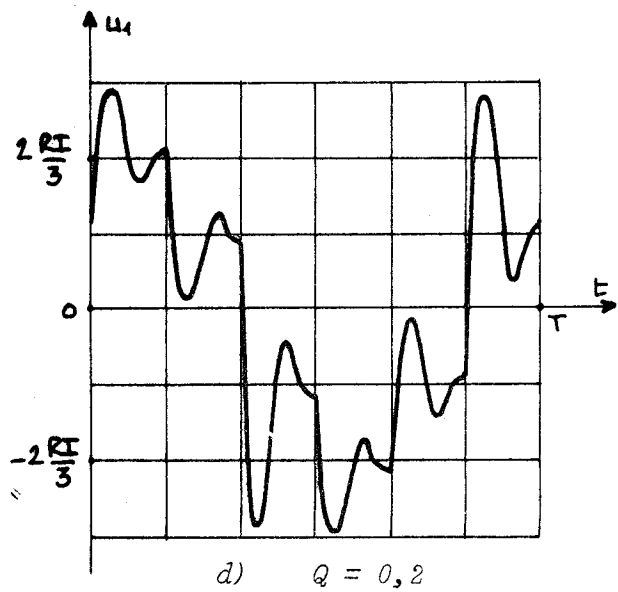
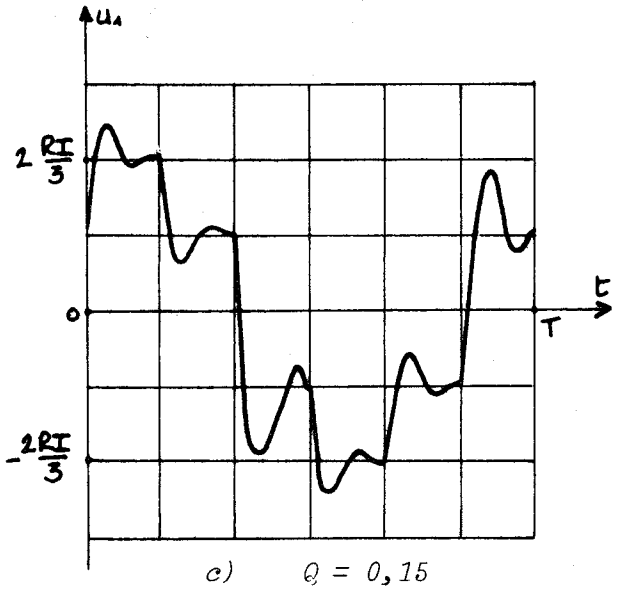
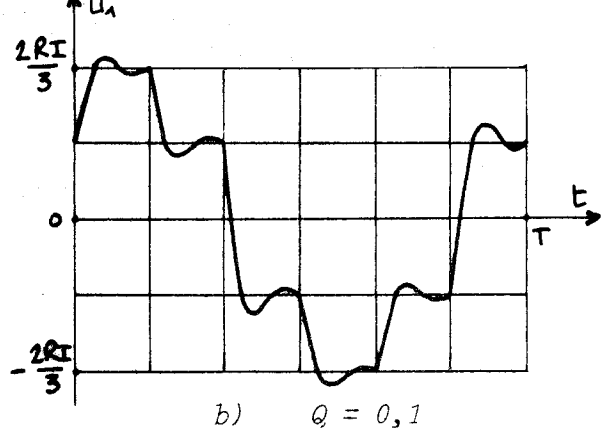
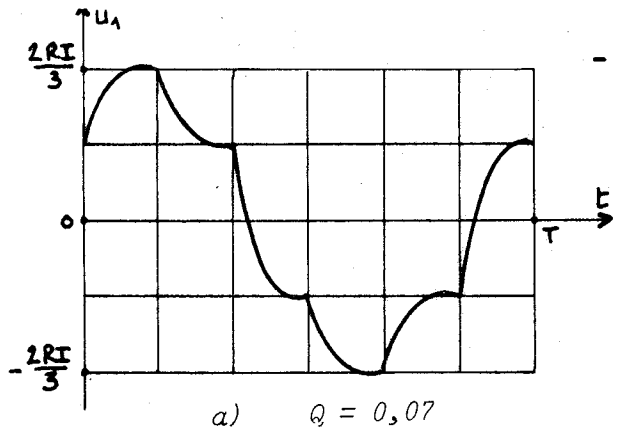


Fig 20 -  $m = 0,015$ . Evolution, en fonction de  $Q$ , de la forme d'onde de la tension  $u_1$ .

Lorsque  $m$  augmente, le rapport de la pseudo-période  $2\pi\sqrt{LC}$  du circuit R, L et C à la période T de fonctionnement augmente. En effet

$$\sqrt{m} = \sqrt{LC} \omega = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{T}$$

A valeur donnée de Q, les oscillations de  $u_1$  durant les divers intervalles de durée  $\theta$  sont plus atténuées.

### III.3.4. Caractéristiques des tensions de sortie

#### III.3.4.1. Valeur efficace U des tensions de sortie

Comme lors des calculs précédents de U, on peut déterminer la valeur efficace des tensions de sortie à partir des expressions de  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  pendant l'intervalle  $0, \theta$ .

$$U = \sqrt{\frac{1}{3\theta} \left( \int_0^\theta u_1^2 dt + \int_0^\theta u_2^2 dt + \int_0^\theta u_3^2 dt \right)}$$

Le calcul de  $\int_0^\theta u_1^2 dt$  donne

$$\begin{aligned} \int_0^\theta u_1^2 dt &= \frac{R^2 I^2}{9} \int_0^\theta \left( 2 + e^{\alpha t} (U_1' \cos \beta t - V_1' \sin \beta t) \right)^2 dt \\ &= \frac{R^2 I^2}{9} \int_0^\theta \left( 4 + 4U_1' e^{\alpha t} \cos \beta t - 4V_1' e^{\alpha t} \sin \beta t - 2U_1' V_1' e^{2\alpha t} \cos \beta t \sin \beta t \right. \\ &\quad \left. + U_1'^2 e^{2\alpha t} \cos^2 \beta t + V_1'^2 e^{2\alpha t} \sin^2 \beta t \right) dt \\ &= \frac{R^2 I^2}{9} \left[ 4\theta + 4U_1' \left( \frac{\alpha(e_2 - 1) + \beta e_1}{\alpha^2 + \beta^2} \right) - 4V_1' \left( \frac{\alpha e_1 + \beta(1 - e_2)}{\alpha^2 + \beta^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - 2U_1' V_1' \left( \frac{\beta + e^{2\alpha\theta} (2\alpha \sin \beta\theta \cos \beta\theta - \beta(\cos^2 \beta\theta - \sin^2 \beta\theta))}{4(\alpha^2 + \beta^2)} \right) \right. \\ &\quad \left. + U_1'^2 \left( \frac{e_2(\alpha e_2 + \beta e_1) - \alpha}{2(\alpha^2 + \beta^2)} + \frac{\beta^2(e_1^2 + e_2^2 - 1)}{4\alpha(\alpha^2 + \beta^2)} \right) \right. \\ &\quad \left. + V_1'^2 \left( \frac{e_1(\alpha e_1 - \beta e_2)}{2(\alpha^2 + \beta^2)} + \frac{\beta^2(e_1^2 + e_2^2 - 1)}{4\alpha(\alpha^2 + \beta^2)} \right) \right] \end{aligned}$$

On calcule de la même façon  $\int_0^\theta u_2^2 dt$  et  $\int_0^\theta u_3^2 dt$ . Compte-tenu des relations (66) et (67) et du fait que

$$e^{2\alpha\theta} \left[ 2\alpha \sin\beta\theta \cos\beta\theta - \beta(\cos^2\beta\theta - \sin^2\beta\theta) \right] = 2\alpha e_1 e_2 + \beta(e_1^2 - e_2^2)$$

il vient

$$U = \frac{RI}{3} \left[ \frac{2 + 2U_1' \left[ \alpha\theta(e_2 - 1) + \beta\theta e_1 \right] - 2V_1' \left[ \alpha\theta e_1 - \beta\theta(e_2 - 1) \right]}{\alpha^2 \theta^2 + \beta^2 \theta^2} - \frac{U_1' V_1' + U_2' V_2' + U_3' V_3'}{3} \cdot \frac{2\alpha\theta e_1 e_2 + \beta\theta(1 - e_2^2 + e_1^2)}{2(\alpha^2 \theta^2 + \beta^2 \theta^2)} + \frac{U_1'^2 + U_2'^2 + U_3'^2}{3} \cdot \frac{2\alpha^2 \theta^2 (e_2^2 - 1) + \beta^2 \theta^2 (e_1^2 + e_2^2 - 1) + 2\alpha\beta\theta^2 e_1 e_2}{4\alpha\theta(\alpha^2 \theta^2 + \beta^2 \theta^2)} + \frac{V_1'^2 + V_2'^2 + V_3'^2}{3} \cdot \frac{2\alpha^2 \theta^2 e_1^2 + \beta^2 \theta^2 (e_1^2 + e_2^2 - 1) - 2\alpha\beta\theta^2 e_1 e_2}{4\alpha\theta(\alpha^2 \theta^2 + \beta^2 \theta^2)} \right] \quad (78)$$

Cette relation permet de calculer U en fonction des paramètres m et Q et de prolonger vers les valeurs de m inférieures à  $4Q^2$  les caractéristiques des planches IV et V.

- A m donné, le rapport U/ZI est d'autant plus fort que Q est plus grand.

- Pour m supérieur à 1, U/ZI décroît d'autant plus rapidement que sa valeur pour m = 1 est plus grande.

- Les caractéristiques présentent des oscillations correspondant à la mise en résonance des termes successifs du développement en série de la tension  $u_1$ . Ces termes sont de rang n = 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ... Au fur et à mesure que n croît les maxima de U/ZI sont plus importants et plus voisins de la valeur de m rendant  $LCn^2 \omega^2$  égal à 1, soit  $m = 1/\sqrt{n}$ .

- Ces oscillations des caractéristiques  $U/ZI = f(m)$  sont faibles, surtout pour les premières valeurs de n, quand Q est faible. Les pointes des courbes sont de plus en plus accusées quand Q augmente.

- Nous montrerons que les parties montantes des oscillations des courbes  $U/ZI = f(m)$  correspondent à un fonctionnement anormal.

III.3.4.2. Valeur efficace  $U_f$  du fondamental des tensions de sortie

On calcule toujours  $U_f$  par

$$U_f = \sqrt{\frac{H_1^2}{2} + \frac{H_2^2}{2}} \quad (20)$$

avec

$$H_1 = \frac{2}{3\theta} \int_0^\theta \left( u_1 \sin \omega t - u_2 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) + u_3 \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right) dt ,$$

$$H_2 = \frac{2}{3\theta} \int_0^\theta \left( u_1 \cos \omega t - u_2 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) + u_3 \cos \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right) dt ,$$

$u_1$  ,  $u_2$  et  $u_3$  étant donnés par les relations (61), (62), (63).

Calcul de  $H_1$

$$\begin{aligned} H_1 = \frac{2}{3\theta} \frac{RI}{3} \int_0^\theta & \left( 2\sin \omega t + U_1' e^{\alpha t} \cos \beta t \sin \omega t - V_1' e^{\alpha t} \sin \beta t \sin \omega t + \frac{1}{2} \sin \omega t \right. \\ & + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t - \frac{U_2'}{2} e^{\alpha t} \cos \beta t \sin \omega t - U_2' \frac{\sqrt{3}}{2} e^{\alpha t} \cos \beta t \cos \omega t \\ & + \frac{V_2'}{2} e^{\alpha t} \sin \beta t \sin \omega t + V_2' \frac{\sqrt{3}}{2} e^{\alpha t} \sin \beta t \cos \omega t + \frac{1}{2} \sin \omega t \\ & - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t - \frac{U_3'}{2} e^{\alpha t} \cos \beta t \sin \omega t + U_3' \frac{\sqrt{3}}{2} e^{\alpha t} \cos \beta t \cos \omega t \\ & \left. + V_3' \frac{1}{2} e^{\alpha t} \sin \beta t \sin \omega t - V_3' \frac{\sqrt{3}}{2} e^{\alpha t} \sin \beta t \cos \omega t \right) dt. \end{aligned}$$

ou, en regroupant les termes et en tenant compte des égalités (66) et (67),

$$\begin{aligned} H_1 = \frac{2}{3\theta} \frac{RI}{3} \int_0^\theta & \left( 3\sin \omega t + \frac{3}{2} U_1' e^{\alpha t} \cos \beta t \sin \omega t - \frac{3}{2} V_1' e^{\alpha t} \sin \beta t \sin \omega t \right. \\ & \left. - \frac{\sqrt{3}}{2} (U_2' - U_3') e^{\alpha t} \cos \beta t \cos \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} (V_2' - V_3') \sin \beta t \cos \omega t \right) dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{or } \int_0^\theta e^{\alpha t} \cos \beta t \sin \omega t dt = & \left( \frac{e^{\alpha t} \left[ \alpha \sin(\omega - \beta)t - (\omega - \beta) \cos(\omega - \beta)t \right]}{2 \left[ \alpha^2 + (\omega - \beta)^2 \right]} \right. \\ & \left. + \frac{e^{\alpha t} \left[ \alpha \sin(\omega + \beta)t - (\omega + \beta) \cos(\omega + \beta)t \right]}{2 \left[ \alpha^2 + (\omega + \beta)^2 \right]} \right) \Big|_0^\theta \end{aligned}$$

Compte tenu des relations entre les sinus et les cosinus des angles  $(\omega-\beta)\theta$  et  $(\omega+\beta)\theta$ , il vient

$$\int_0^\theta e^{\alpha t} \cos\beta t \sin\omega t \, dt = \frac{\alpha(\sqrt{3}e_2 - e_1) - (\omega-\beta)(e_2 + \sqrt{3}e_1 - 2)}{4\left[\alpha^2 + (\omega-\beta)^2\right]} + \frac{\alpha(\sqrt{3}e_2 + e_1) - (\omega+\beta)(e_2 - \sqrt{3}e_1 - 2)}{4\left[\alpha^2 + (\omega+\beta)^2\right]}$$

De la même façon, on obtient

$$\int_0^\theta e^{\alpha t} \sin\beta t \sin\omega t \, dt = \frac{\alpha(e_2 + \sqrt{3}e_1 - 2) + (\omega-\beta)(\sqrt{3}e_2 - e_1)}{4\left[\alpha^2 + (\omega-\beta)^2\right]} - \frac{\alpha(e_2 - \sqrt{3}e_1 - 2) + (\omega+\beta)(\sqrt{3}e_2 + e_1)}{4\left[\alpha^2 + (\omega+\beta)^2\right]}$$

$$\int_0^\theta e^{\alpha t} \cos\beta t \cos\omega t \, dt = \frac{\alpha(e_2 + \sqrt{3}e_1 - 2) + (\beta-\omega)(-\sqrt{3}e_2 + e_1)}{4\left[\alpha^2 + (\beta-\omega)^2\right]} + \frac{\alpha(e_2 - \sqrt{3}e_1 - 2) + (\beta+\omega)(\sqrt{3}e_2 + e_1)}{4\left[\alpha^2 + (\beta+\omega)^2\right]}$$

$$\int_0^\theta e^{\alpha t} \sin\beta t \cos\omega t \, dt = -\frac{\alpha(\sqrt{3}e_2 - e_1) - (\beta-\omega)(e_2 + \sqrt{3}e_1 - 2)}{4\left[\alpha^2 + (\beta-\omega)^2\right]} + \frac{\alpha(\sqrt{3}e_2 + e_1) - (\beta+\omega)(e_2 - \sqrt{3}e_1 - 2)}{4\left[\alpha^2 + (\beta+\omega)^2\right]}$$

Après regroupement des divers termes composant  $H_1$  et simplifications, on obtient

$$\begin{aligned} \frac{H_1}{RI/3} = & \frac{3}{\pi} + \frac{1}{2\left[\alpha^2\theta^2 + \left(\frac{\pi}{3} - \beta\theta\right)^2\right]} \left[ \left( U'_1 - \frac{V'_2 - V'_3}{2\sqrt{3}} \right) \left( \alpha\theta(\sqrt{3}e_2 - e_1) - \left(\frac{\pi}{3} - \beta\theta\right)(e_2 + \sqrt{3}e_1 - 2) \right) \right. \\ & \left. - \left( V'_1 + \frac{U'_2 - U'_3}{2\sqrt{3}} \right) \left( \left(\frac{\pi}{3} - \beta\theta\right)(e_2\sqrt{3} - e_1) + \alpha\theta(e_2 + e_1\sqrt{3} - 2) \right) \right] \\ & + \frac{1}{2\left[\alpha^2\theta^2 + \left(\frac{\pi}{3} + \beta\theta\right)^2\right]} \left[ \left( U'_1 + \frac{V'_2 - V'_3}{2\sqrt{3}} \right) \left( \alpha\theta(e_2\sqrt{3} - e_1) - \left(\frac{\pi}{3} + \beta\theta\right)(e_2 + e_1\sqrt{3} - 2) \right) \right. \\ & \left. + \left( V'_1 - \frac{U'_2 - U'_3}{2\sqrt{3}} \right) \left( \left(\frac{\pi}{3} + \beta\theta\right)(e_2\sqrt{3} - e_1) + \alpha\theta(e_2 + e_1\sqrt{3} - 2) \right) \right] \quad (79) \end{aligned}$$

### Calcul de $H_2$

De la même façon, le calcul de  $H_2$  débute par le développement des cosinus de  $(\omega t + \frac{\pi}{3})$  et  $(\omega t + \frac{2\pi}{3})$  en sinus et cosinus de  $\omega t$ . Les regroupements permis par  $U'_1 + U'_2 + U'_3 = 0 = V'_1 + V'_2 + V'_3$  donnent

$$\begin{aligned} H_2 = & \frac{2}{3\theta} \frac{RI}{3} \int_0^\theta \left( 3\cos\omega t + \frac{3}{2} U'_1 e^{\alpha t} \cos\beta t \cos\omega t - \frac{3}{2} V'_1 e^{\alpha t} \sin\beta t \cos\omega t \right. \\ & \left. + \frac{\sqrt{3}}{2} (U'_2 - U'_3) e^{\alpha t} \cos\beta t \sin\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} (V'_2 - V'_3) e^{\alpha t} \sin\beta t \sin\omega t \right) dt \end{aligned}$$



Par intégration des divers termes on obtient finalement

$$\begin{aligned} \frac{H_2}{RI/3} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} + \frac{1}{2\left(\alpha^2\theta^2 + \left(\frac{\pi}{3} - \beta\theta\right)^2\right)} & \left[ \left(U_1' + \frac{V_2' - V_3'}{\sqrt{2}}\right) \left\{ \alpha\theta(\sqrt{3}e_2 - e_1) - \left(\frac{\pi}{3} - \beta\theta\right)(e_2 + \sqrt{3}e_1 - 2) \right\} \right. \\ & \left. - \left(V_1' - \frac{U_2' - U_3'}{2\sqrt{3}}\right) \left\{ \left(\frac{\pi}{3} - \beta\theta\right)(\sqrt{3}e_2 - e_1) + \alpha\theta(e_2 + \sqrt{3}e_1 - 2) \right\} \right] \\ + \frac{1}{2\left(\alpha^2\theta^2 + \left(\frac{\pi}{3} + \beta\theta\right)^2\right)} & \left[ \left(U_1' - \frac{V_2' - V_3'}{\sqrt{2}}\right) \left\{ \alpha\theta(\sqrt{3}e_2 - e_1) - \left(\frac{\pi}{3} + \beta\theta\right)(e_2 + \sqrt{3}e_1 - 2) \right\} \right. \\ & \left. + \left(V_1' + \frac{U_2' - U_3'}{2\sqrt{3}}\right) \left\{ \left(\frac{\pi}{3} + \beta\theta\right)(\sqrt{3}e_2 - e_1) + \alpha\theta(e_2 + \sqrt{3}e_1 - 2) \right\} \right] \quad (80) \end{aligned}$$

Les relations (20), (79) et (80) permettent de calculer  $U_f/\frac{RI}{3}$  en fonction de  $V_1'$ ,  $V_2'$ ,  $V_3'$ ,  $U_1'$ ,  $U_2'$ ,  $U_3'$ ,  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $\alpha\theta$  et  $\beta\theta$  qui sont eux-mêmes fonctions de  $m$  et  $Q$ .

Plutôt que de tracer les courbes donnant  $U_f$  rapporté à  $RI$  ou à  $ZI$  qui ressemblent beaucoup à celles donnant la valeur de  $U$ , nous avons tracé sur la planche VI, les variations de  $U_f/U$  en fonction de  $m$  pour diverses valeurs de  $Q$ . (La partie de ces caractéristiques correspondant à la marche normale avec  $m < 4Q^2$  est celle tracée en traits pleins).

Pour les fortes valeurs de  $m$ , le rapport  $U_f/U$  est très voisin de l'unité, ce qui dénote un faible taux d'harmoniques des tensions de sortie. Quand  $m$  diminue, ce rapport diminue ; sa décroissance commence d'autant plus vite que  $Q$  est plus grand. Pour les faibles valeurs de  $m$  et les fortes valeurs de  $Q$ ,  $U_f/U$  est très inférieur à l'unité, les tensions de sortie ont des formes d'ondes telle celle représentée sur la figure 20e, c'est-à-dire que certains harmoniques prennent une importance relative considérable.

### III.3.5. Caractéristiques de blocage

#### III.3.5.1. Valeur de la tension de blocage

La tension d'amorçage  $v_a$  des thyristors est égale à la valeur de  $-u_2$  pour  $t = \theta$ , la tension de blocage  $v_B$  à celle de  $-u_3$  pour  $t = 0$ . Ces deux tensions sont égales et opposées :

$$\boxed{v_a = -v_B = \frac{RI}{3}(1-U_3')} \quad (81)$$

L'onduleur ne peut avoir un fonctionnement normal que si  $v_B$  est négatif.

Pour les fortes valeurs de  $m$ ,  $-v_B$  est bien positif et tend vers zéro quand  $LC\omega^2$  tend vers l'infini.

Quand  $m$  décroît,  $-v_B$  augmente, passe par un maximum puis diminue et si  $Q$  est suffisant s'annule ; on pénètre donc dans un domaine de valeurs de  $m$  et  $Q$  où le fonctionnement est impossible.

Si on prolonge vers les  $m$  plus faibles les caractéristiques  $-v_B = f(m)$ , des intervalles à  $+v_B$  positif apparaissent car les courbes présentent des oscillations liées à celles de  $u_1$  en fonction du temps. Les valeurs de  $m$  et  $Q$  rendant  $v_B$  positif correspondent à une marche anormale de l'onduleur.

La figure 21 montre trois exemples de courbes établies à partir de la relation (81) entre  $m = 0,01$  et 10, successivement pour  $Q$  égal à 1, à 0,7 et à 0,5.

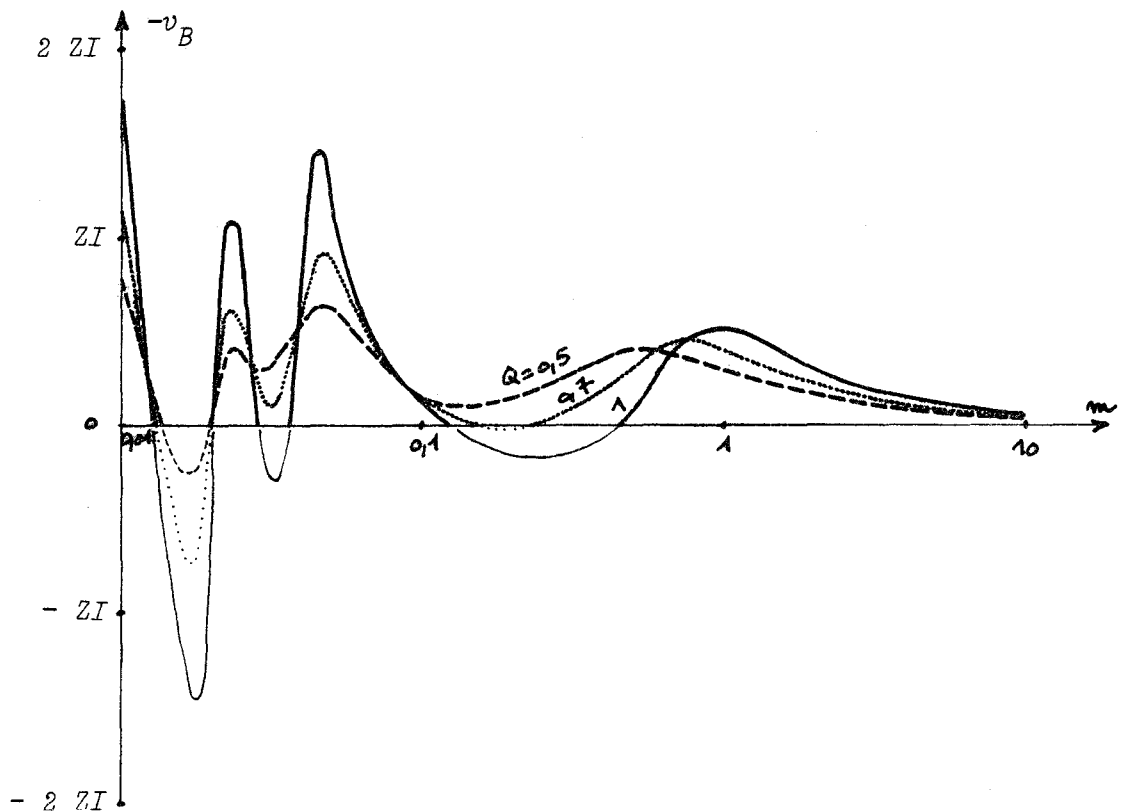


Fig 21 - Courbes donnant  $-v_B = f(m)$  pour diverses valeurs de  $Q$   
(Lorsque  $-v_B$  est négatif l'onduleur ne peut fonctionner)

Pour Q égal à 1, quand m décroît,  $-v_B$  s'annule pour m égal à 0,44, mais redevient positif pour m égal à 0,11. Entre 0,11 et 0,036 le fonctionnement normal est possible. La seconde oscillation de la courbe le rend impossible entre 0,036 et 0,029 ; la troisième entre 0,020 et 0,0125.

Pour Q égal à 0,7 le premier minimum de  $-v_B$  quand m décroît rend la marche anormale durant un intervalle étroit de valeurs de m ; le second reste supérieur à zéro ; le troisième rend le fonctionnement impossible entre 0,0198 et 0,0126.

Pour Q égal à 0,5 seul le troisième minimum rend la marche de l'onduleur impossible entre  $m = 0,0186$  et  $m = 0,0132$ .

### III.3.5.2. Délimitation des zones de fonctionnement possible

On peut ainsi en cherchant, pour les diverses valeurs de Q, les valeurs de m rendant  $-v_B$  négatif, délimiter dans le système d'axes m, Q les zones où les condensateurs n'assurent plus le blocage réciproque des redresseurs.

La figure 22 montre l'allure générale de la répartition de ces zones. En gros, elles sont de plus en plus étroites et de plus en plus rapprochées quand m diminue. Les valeurs de Q qui permettent d'en sortir diminuent au fur et à mesure que ces zones correspondent à des valeurs plus faibles de m.

Pour les fortes valeurs de Q les valeurs de m délimitant les deux côtés de chacun de ces domaines à marche anormale sont constantes. On peut d'ailleurs noter que les valeurs de m qui font entrer dans ces domaines quand m diminue correspondent à l'entrée en résonance des termes successifs du développement en série des tensions de sortie :

$$\begin{aligned} LC \omega^2 &= 1 && , \text{ soit } m = 1 \text{ pour le fondamental ;} \\ LC 5^2 \omega^2 &= 1 && , \text{ soit } m = 0,04 \text{ pour l'harmonique 5 ;} \\ LC 7^2 \omega^2 &= 1 && , \text{ soit } m = 0,0204 \text{ pour l'harmonique 7 ;} \\ LC 11^2 \omega^2 &= 1 && , \text{ soit } m = 0,00826 \text{ pour l'harmonique 11 ;} \\ LC 13^2 \omega^2 &= 1 && , \text{ soit } m = 0,00592 \text{ pour l'harmonique 13 ; etc..} \end{aligned}$$

La planche III donne un tracé précis de ces zones pour m variant de 0,001 à 1 et Q variant de 0,1 à 10.

Il est intéressant de comparer ces résultats avec ceux donnés par la méthode simplifiée dite "du premier harmonique" où l'on confond les tensions de sortie avec le terme fondamental de leur développement en série. On démontre alors {1} que pour que la tension de blocage ait le signe voulu il faut que les condensateurs "surcompensent" la charge inductive, c'est-à-dire que l'argument de l'impédance équivalente à C et R, L en parallèle soit négatif pour un signal de pulsation  $\omega$ .

Cette impédance, donnée par

$$\bar{Z} = \frac{-\frac{j}{C\omega} (R + jL\omega)}{R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})} = \frac{-j(R+jL\omega)}{RC\omega + j(LC\omega^2 - 1)} = \frac{-jR(1+j\frac{L\omega}{R})}{\frac{R}{L\omega} LC\omega^2 + j(LC\omega^2 - 1)}$$

peut s'écrire en mettant en évidence les paramètres m et Q

$$\bar{Z} = -jR \frac{1+jQ}{\frac{m}{Q} + j(m-1)} = -jR \frac{(1+jQ)(\frac{m}{Q} - jm + j)}{\frac{m^2}{Q^2} + (m-1)^2}$$

La surcompensation nécessite que la partie imaginaire de  $\bar{Z}$ ,

$$-jR \left( \frac{m}{Q} + mQ - Q \right) / \left( \frac{m^2}{Q^2} + (m-1)^2 \right),$$

soit négative. D'où la condition de fonctionnement

$$m > \frac{Q^2}{1 + Q^2}$$

On a tracé sur la figure 22 la courbe correspondante. Pour Q grand, m tend vers l'unité ; pour Q faible, m est peu différent de  $Q^2$ .

La méthode simplifiée et le calcul précis indiquent tous deux que pour  $LC\omega^2$  supérieur à 1, la tension de blocage est négative quel que soit Q.

Mais la méthode simplifiée ne met pas en évidence la possibilité de marche de l'onduleur à Q élevé, à m inférieur à 1 (zones verticales séparant les surfaces hachurées). De plus la méthode simplifiée entraîne pour les faibles valeurs de Q une valeur minimale à donner à m, donc aux capacités, très supérieure à celle qu'indiquent les calculs précis.

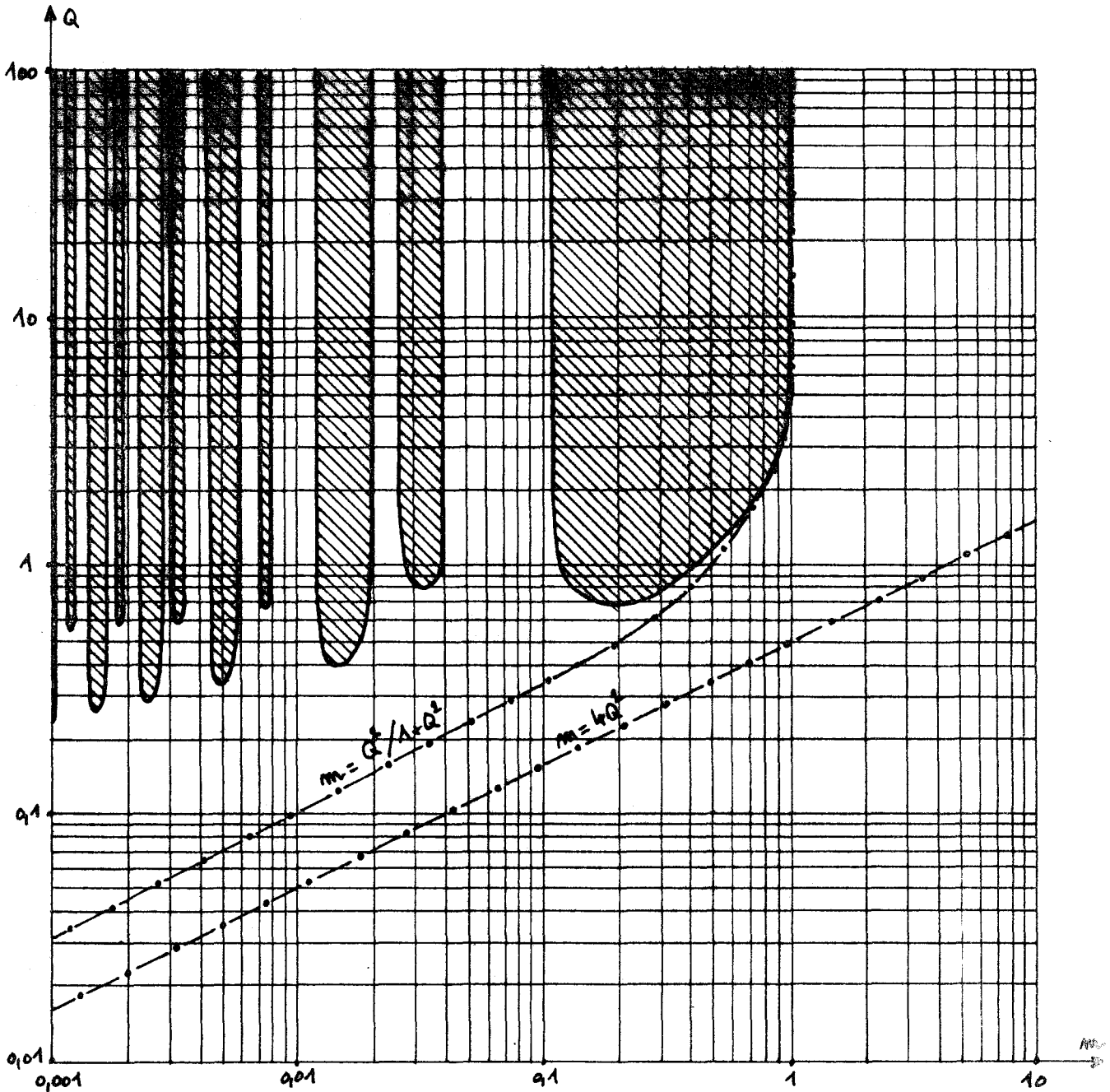


Fig 22 - Délimitation dans le système d'axes  $m, Q$  des zones de fonctionnement anormal (surfaces hachurées)

Sur les planches VII et VIII on a prolongé, pour  $m < 4Q^2$ , le tracé des caractéristiques -  $v_B/ZI = f(m)$ .

Pour  $Q$  faible, les courbes présentent des oscillations mais tendent vers  $1/3 \sqrt{1 + Q^2}$  comme pour les régimes à  $m > 4Q^2$ . Pour  $Q$  élevé,  $-v_B$  s'annule pour une valeur de  $m$  d'autant moins inférieure à 1 que  $Q$  est plus grand. Puis quand  $m$  continue à décroître,  $-v_B$  présente des pointes à valeur positive correspondant à la traversée des zones séparant les domaines à fonctionnement impossible.



### III.3.5.3. Valeur du temps de blocage $t_B$

Comme pour  $m > 4Q^2$  deux cas sont à envisager.

1er cas:  $t_B < \theta$

La tension aux bornes du thyristor bloqué pour  $t = 0$ , égale à  $-u_3$ , s'annule pour  $t = t_B < \theta$ .

Pour calculer  $t_B$  il suffit donc de chercher la valeur de  $t$  qui annule  $u_3$ .

$$e^{\alpha t_B} (U_3' \cos \beta t_B - V_3' \sin \beta t_B) - 1 = 0 \quad (82)$$

2ème cas :  $\theta < t_B < 1,5\theta$

Si  $t_B$  obtenu à partir de la relation précédente est supérieur à  $\theta$ , il faut utiliser une autre relation. Entre  $t = \theta$  et  $t = 2\theta$ , la tension aux bornes du thyristor bloqué pour  $t \approx 0$  est égale encore à  $-u_3$  mais  $u_3$  n'est plus donné par la relation (63).

Pour  $\theta < t < 2\theta$ ,  $-u_3$  est donné par la même relation que  $u_1$  pour  $0 < t < \theta$ . Donc

$$t_B = \theta + t_B'$$

$$\text{avec } u_1(t_B') = \frac{RI}{3} \left( e^{\alpha t_B'} (U_1' \cos \beta t_B' - V_1' \sin \beta t_B') + 2 \right) = 0$$

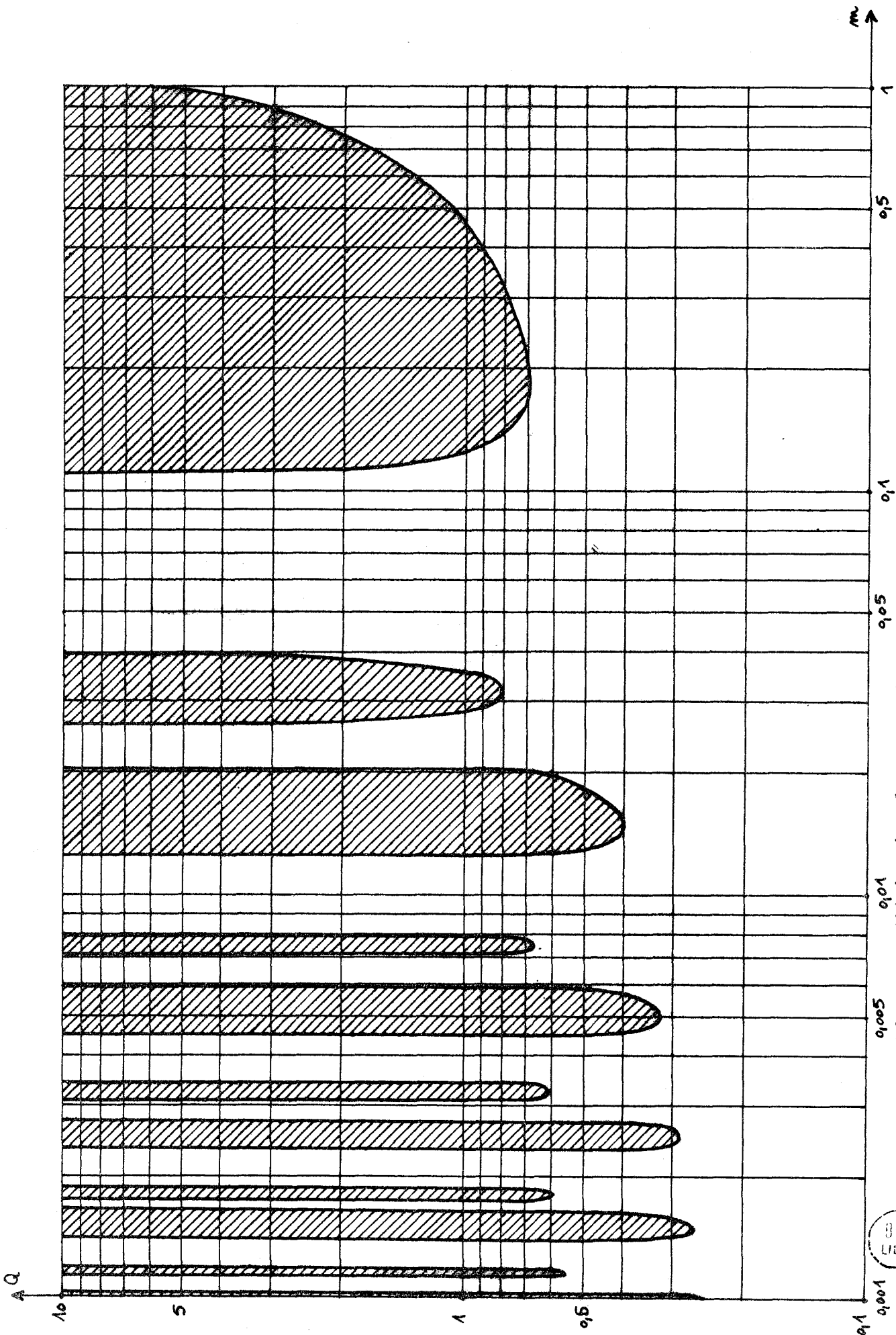
La valeur de  $t_B'$  est donnée par

$$e^{\alpha t_B'} (U_1' \cos \beta t_B' - V_1' \sin \beta t_B') + 2 = 0 \quad (83)$$

On a prolongé sur les planches IX et X les caractéristiques donnant  $t_B/\theta$  et  $t_B/2\pi\sqrt{LC}$  en fonction de  $m$ , pour diverses valeurs de  $Q$ , lorsque  $m$  est inférieur à  $4Q^2$ .

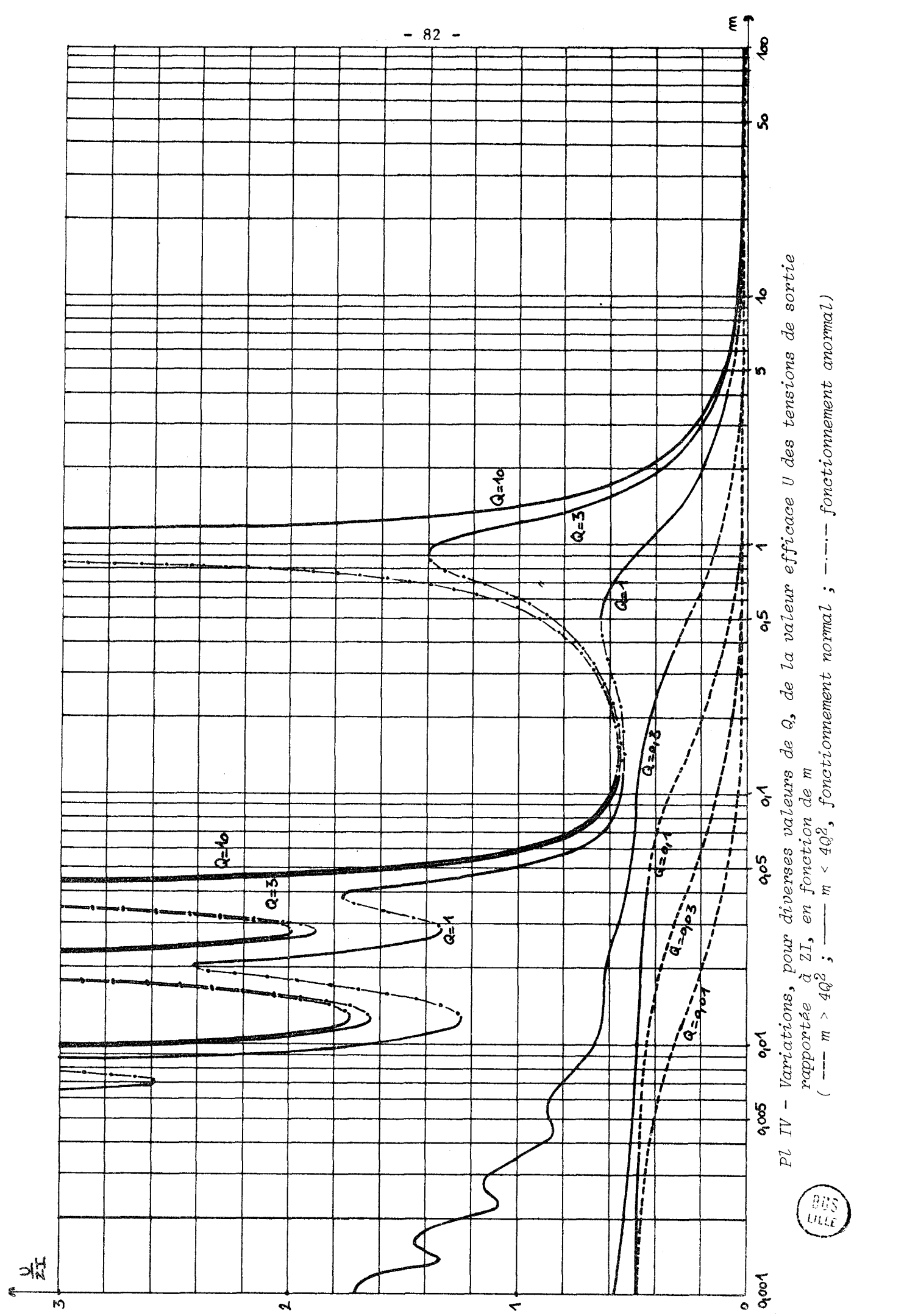
Qu'il soit rapporté à  $\theta$  ou à  $2\pi\sqrt{LC}$ ,  $t_B$  diminue pour les faibles valeurs de  $Q$ , quand  $m$  décroît à partir de  $4Q^2$ .

Pour les fortes valeurs de  $Q$ ,  $t_B/2\pi\sqrt{LC}$  croît quand  $m$  diminue, passe par un maximum pour  $m$  voisin de 1, puis décroît pour s'annuler lorsqu'on pénètre dans la première des zones à marche impossible. Entre ces zones apparaissent des intervalles à  $t_B$  non nul.



Pl III - Délimitation des zones de fonctionnement impossible (surfaces hachurées)  
Pour  $m > 1$ , la tension de blocage est toujours négative.

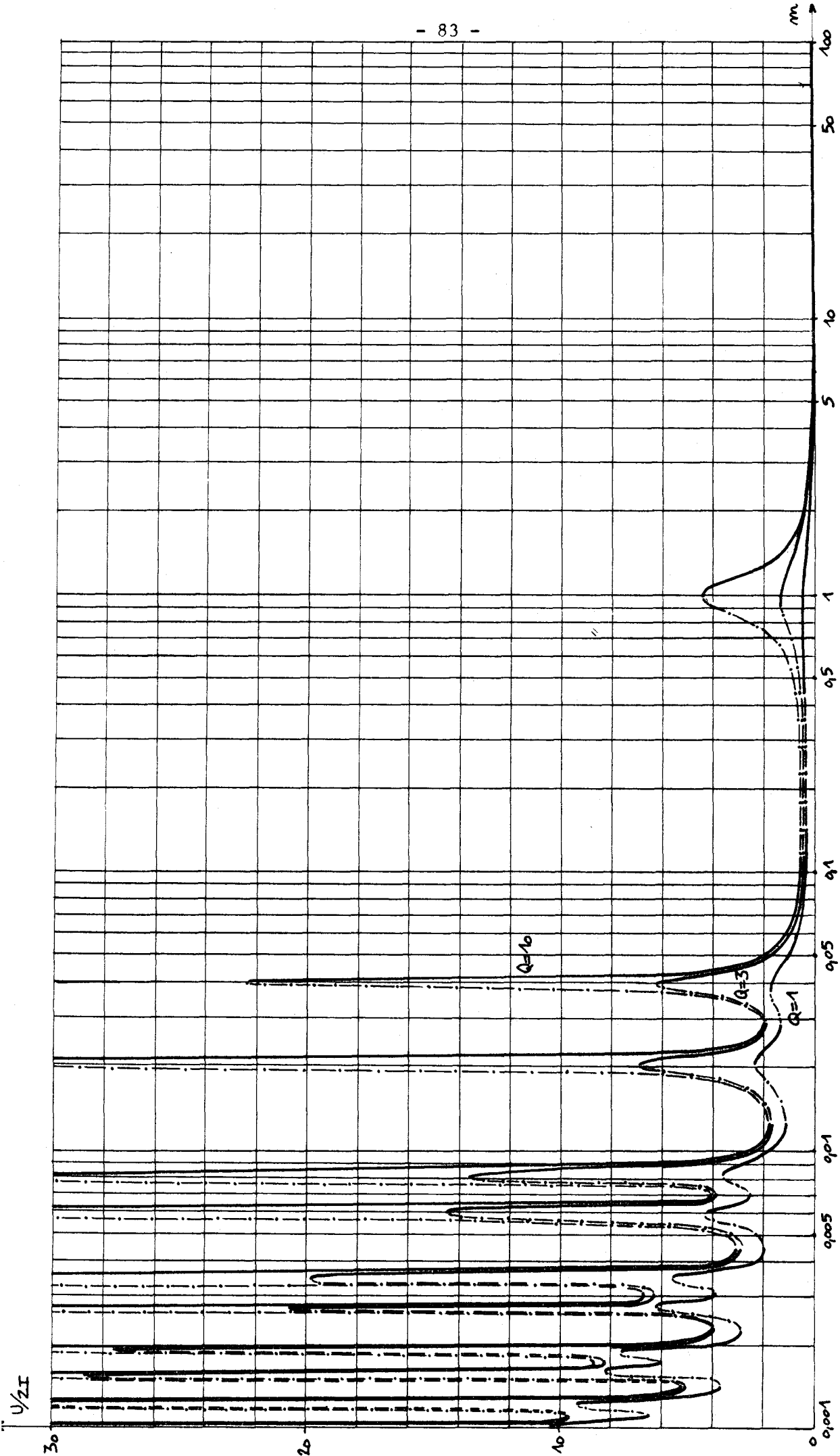




Pl IV - Variations, pour diverses valeurs de  $Q$ , de la valeur efficace  $U$  des tensions de sortie rapportée à  $ZI$ , en fonction de  $m$   
( ---  $m > 4Q^2$  ; —  $m < 4Q^2$ , fonctionnement normal ; - - - - - fonctionnement anormal.)

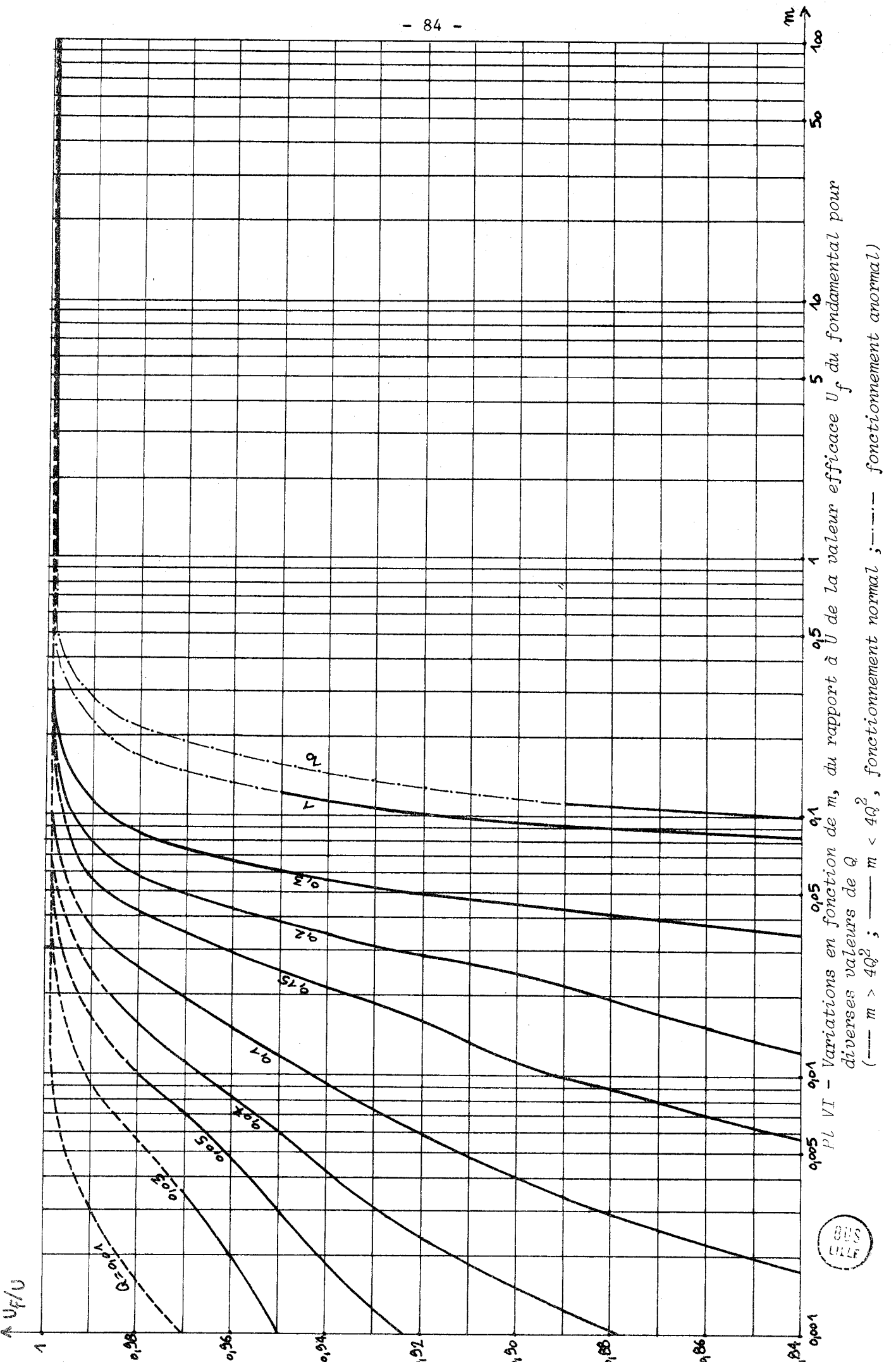




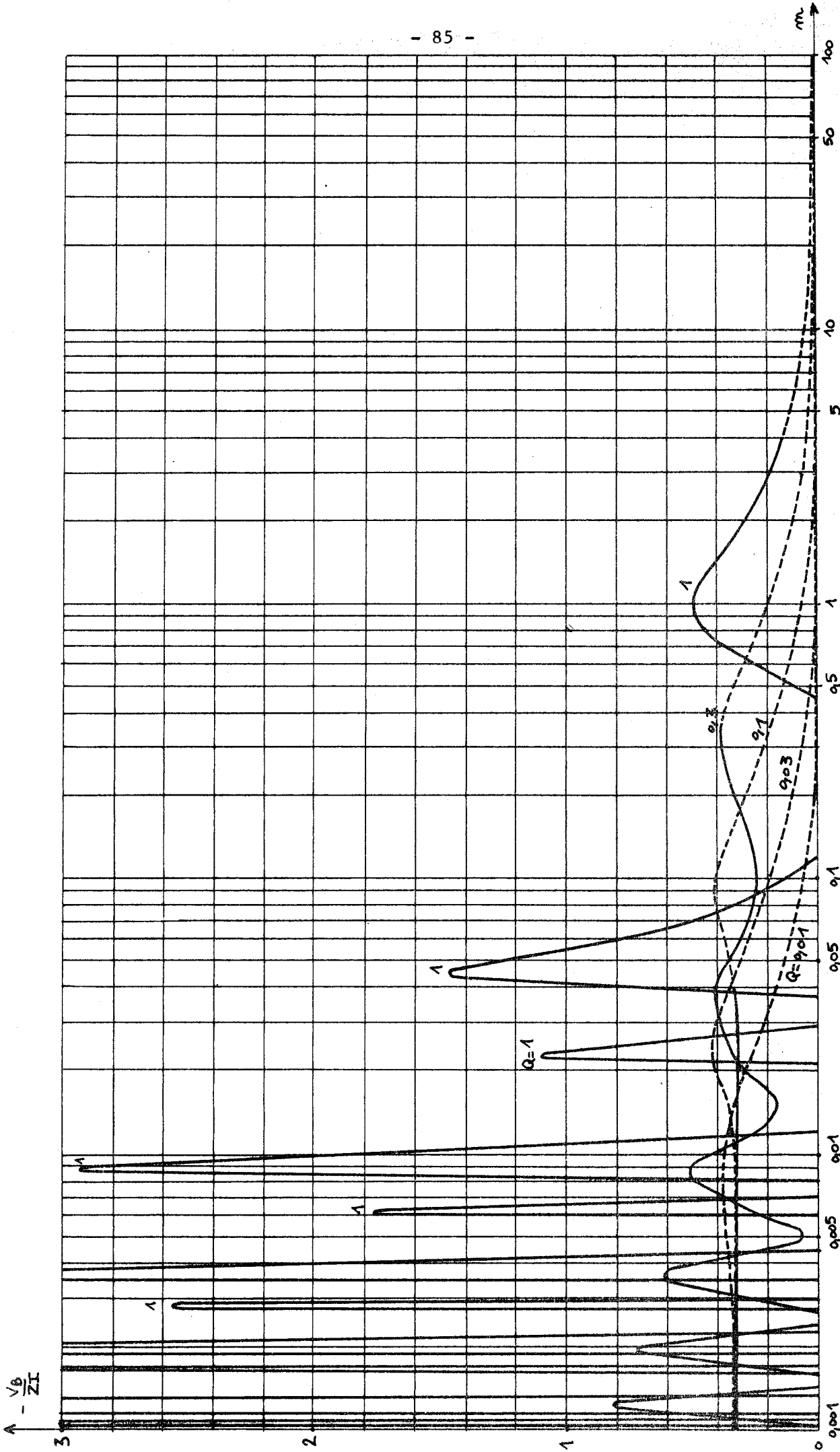


Pl V - Variations, en fonction de  $m$ , du rapport  $U/ZI$  pour diverses valeurs de  $R$   
(---  $m > 4Q^2$ ; —  $m < 4Q^2$ , fonctionnement normal; -.-.- fonctionnement anormal)



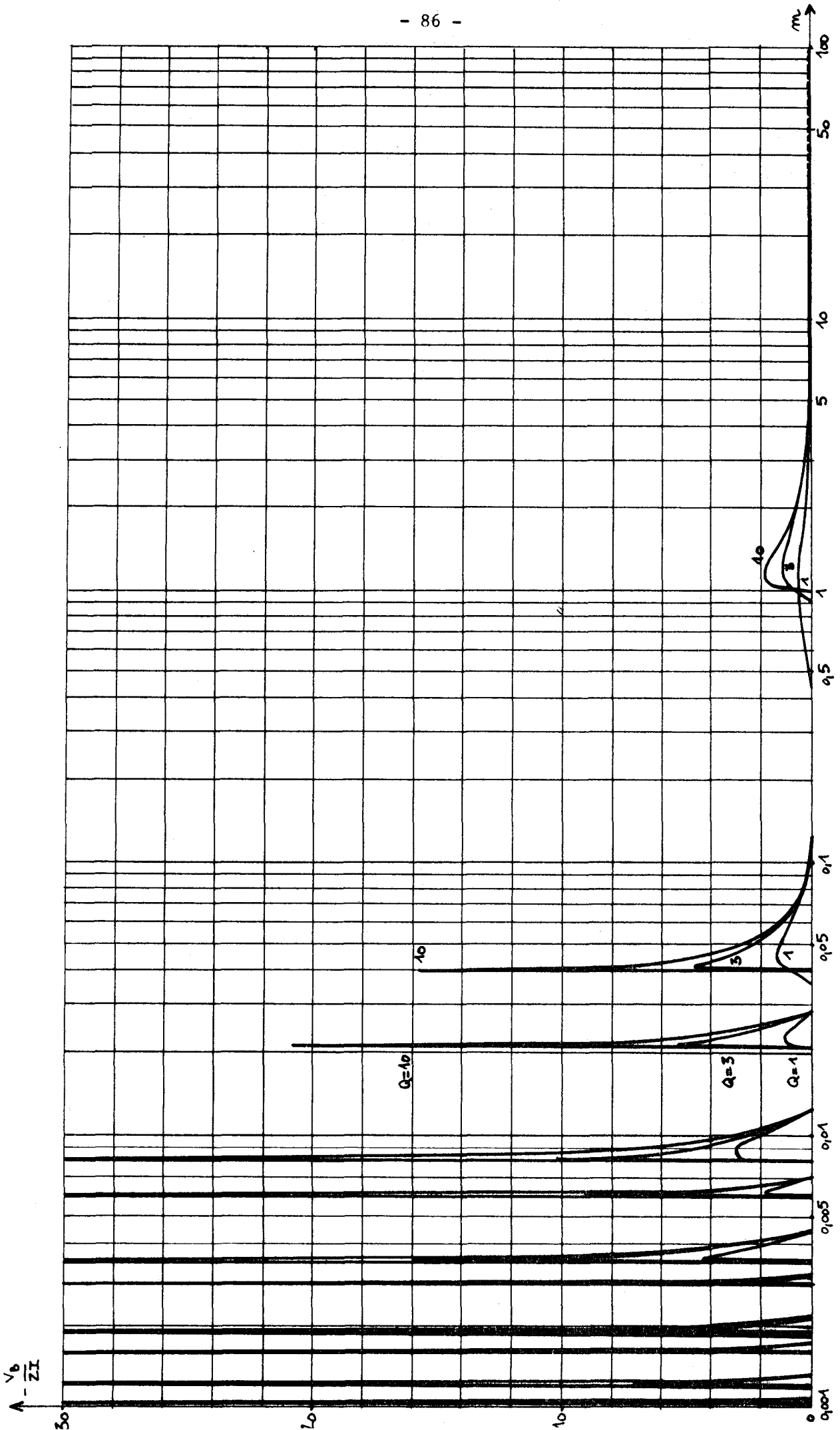


Pl. VI - Variations en fonction de  $m$ , du rapport à  $U$  de la valeur efficace  $U_f$  du fondamental pour diverses valeurs de  $Q$  (---  $m > 4Q^2$ ; —  $m < 4Q^2$ , fonctionnement normal; -.-.- fonctionnement anormal)



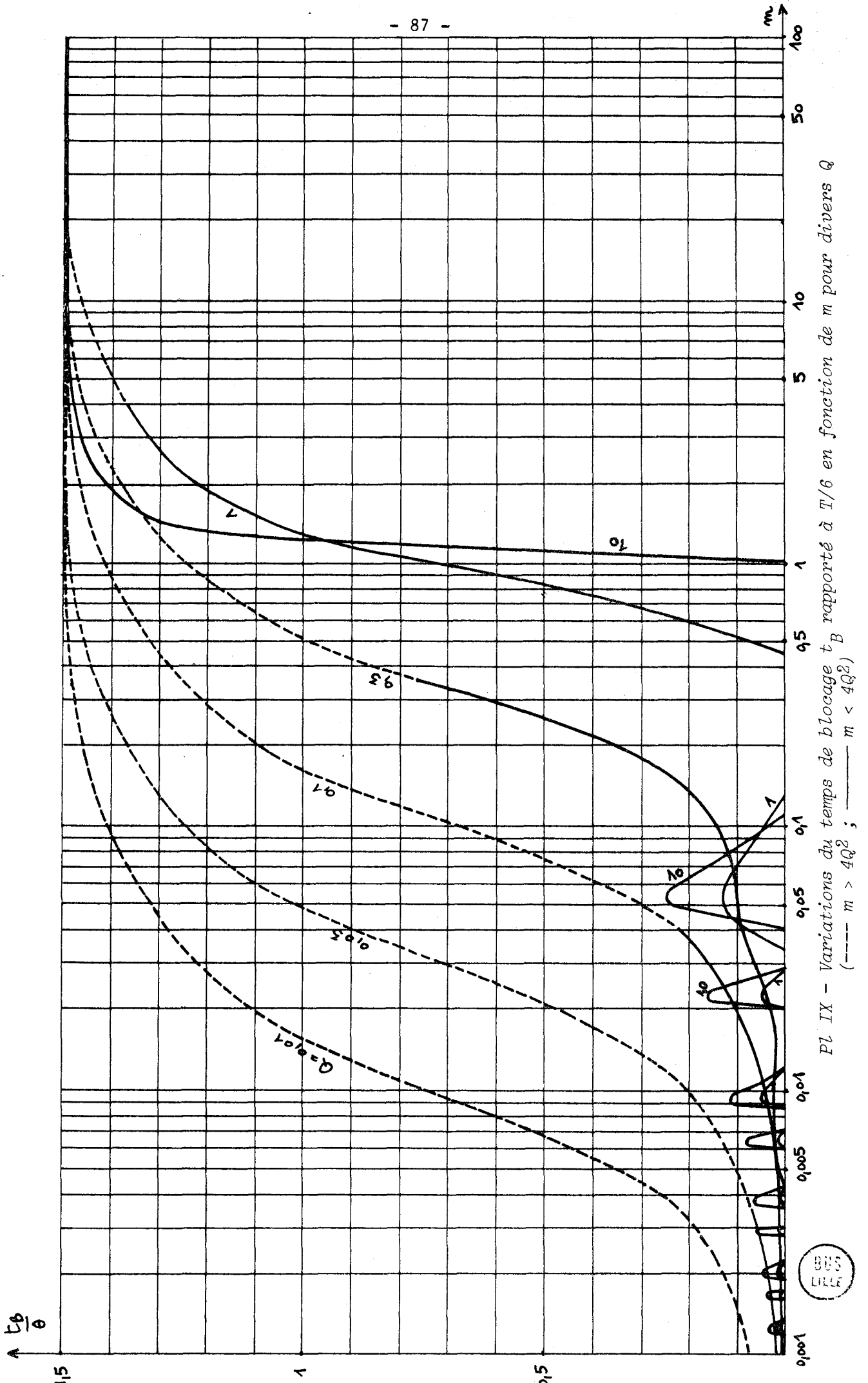
Pl VII - Variations de la tension de blocage -  $v_B$  en fonction de  $m$   
( ---  $m > 4Q^2$  ; - - -  $m < 4Q^2$ )





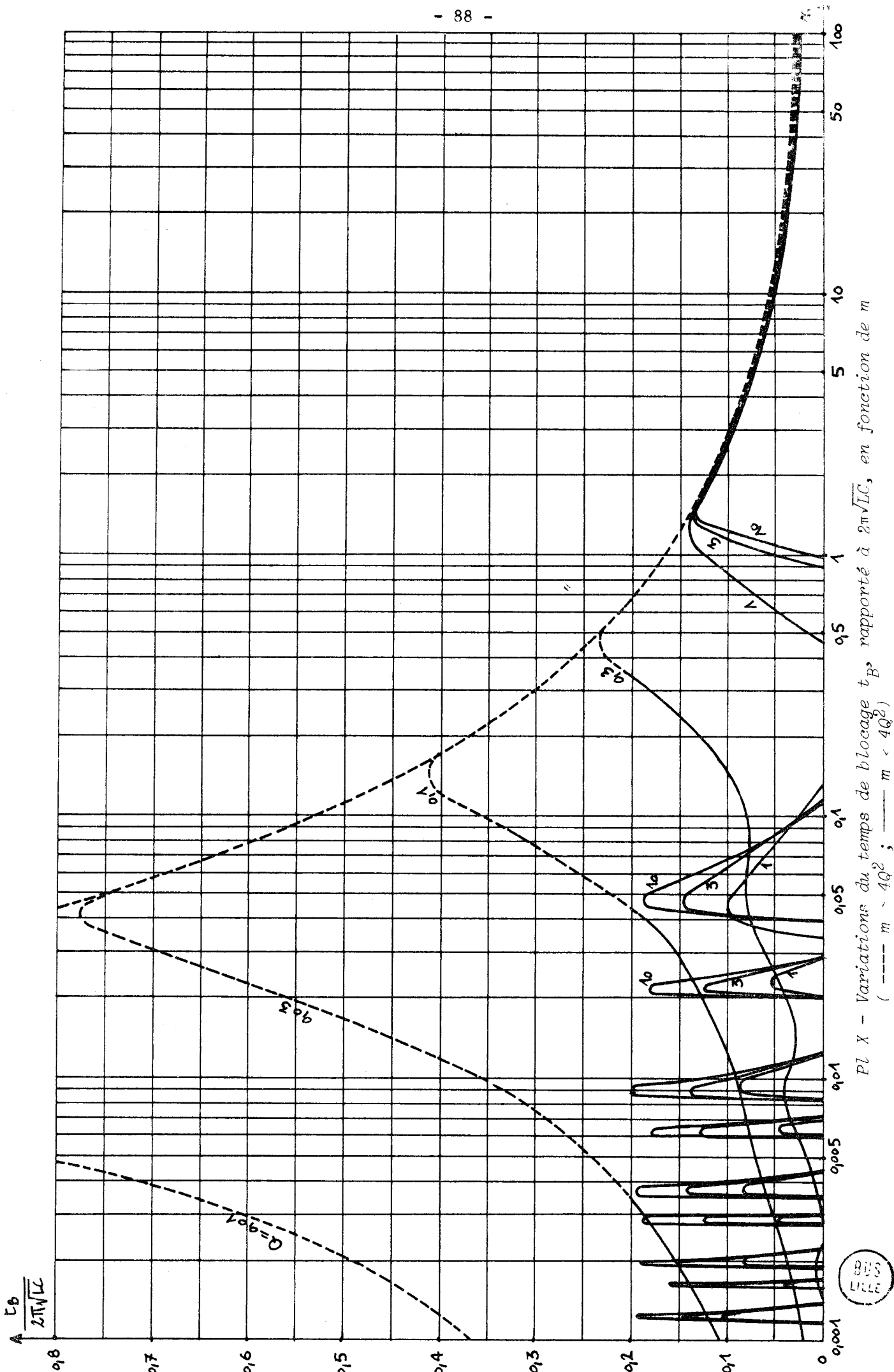
Pl VIII - Variations de la tension de blocage  $v_B$  en fonction de  $m$   
( - - - -  $m > 4Q^2$  ; —  $m < 4Q^2$  )





Pl IX - Variations du temps de blocage  $t_B$  rapporté à  $\pi/6$  en fonction de  $m$  pour divers  $Q$   
(---)  $m > 4Q^2$ ; (—)  $m < 4Q^2$





Pl X - Variations du temps de blocage  $t_B$ , rapporté à  $2\pi\sqrt{LC}$ , en fonction de  $m$   
 (---  $m < 4Q^2$ ; —  $m < 4Q^2$ )

BUS FILE

### III.4. CHOIX DES CAPACITES DE BLOCAGE ET DE LA ZONE DE FONCTIONNEMENT

L'ensemble des caractéristiques des planches III, IV, V, VI, VII, VIII, IX et X permet pour chaque emploi précis prévu pour l'onduleur de déterminer la valeur à donner aux capacités de blocage pour que le montage fonctionne et que ses performances soient satisfaisantes.

Pour chaque application, il faut vérifier que, pour toutes les valeurs de  $m$  et  $Q$  correspondant aux variations de  $R$ ,  $L$  et  $\omega$ ,

- les condensateurs assurent le blocage, c'est-à-dire qu'on se trouve hors des surfaces hachurées
- le temps de blocage  $t_B$  est supérieur au temps de récupération des thyristors.

Il faut ensuite veiller à ce que

- les signaux de sortie soient aussi voisins que possible de la sinusoïde, c'est-à-dire que le rapport  $U_f/U$  soit voisin de l'unité
- que la puissance apparente prise à la source soit réduite, donc le rapport  $U/ZI$  élevé.

#### III.4.1. Remarques générales

- Le fonctionnement dans les zones de fonctionnement normal séparant deux zones hachurées (figure 22 ou Pl III) ne présente pas d'intérêt car elles correspondent à une valeur élevée des harmoniques 5, 7, 11, 13 ... au fur et à mesure qu'on se déplace vers la gauche. De plus l'étroitesse de ces zones risque, au cas où on y situerait le point moyen de fonctionnement, de faire pénétrer dans une zone hachurée pour un écart minime de  $R$ ,  $L$  ou  $\omega$ .

Il est donc prudent de prévoir le fonctionnement hors de la zone hachurée sur la figure 23. Le contour de cette zone s'appuie sur la partie droite de la première zone hachurée puis passe par les minima des autres.

- Pour les valeurs de  $Q$  moyennes et fortes ( $Q$  supérieur à 1 par exemple) il est nécessaire de fonctionner à  $LC\omega^2$  supérieur à l'unité.

Les choix à effectuer lorsque  $Q$  est toujours très faible ressembleront à ceux indiqués pour un récepteur purement résistant.

- Les condensateurs contribuant pour une part importante au coût de l'onduleur, on s'efforce de limiter la valeur de  $LC\omega^2$  donc de  $C$ .

### III.4.2. Exemples de choix

La diversité des applications possibles ne permet pas d'indiquer de règles générales. Nous nous limiterons à quelques cas typiques de difficulté croissante.

#### III.4.2.1. Fonctionnement à fréquence fixe sur une charge de constantes données

Si  $L$ ,  $R$  et  $\omega$  sont constants, le paramètre  $Q$  est imposé. La valeur adoptée pour  $C$  indiquera la valeur de l'autre paramètre  $m$ .

Si  $Q$  est moyen ou élevé on choisit  $C$  tel que  $m$  égale 1,2 à 1,5 par exemple. Alors  $t_B$  diffère peu de  $1,5 \theta$ ; le rapport  $U_f/U$  est voisin de l'unité et  $v_B/ZI$  de son maximum.

Pour les faibles valeurs de  $Q$ , on cherche surtout à obtenir une valeur de  $U_f/U$  voisine de l'unité, ce qui conduit à adopter  $m$  voisin de  $4Q^2$ . Ce n'est que dans le cas où  $t_B$  serait alors trop faible qu'il faudrait accroître  $C$  pour rapprocher  $t_B$  de  $1,5 \theta$ .

#### III.4.2.2. Fonctionnement à fréquence variable sur une charge de constantes données

Si  $R$ ,  $L$  et  $C$  sont constantes,

$$\omega^2 = \frac{m}{LC} = \frac{Q^2 R^2}{L^2}$$

$$\text{donc } m = \frac{R^2 C}{L} Q^2 \quad \text{ou} \quad Q^2 = \frac{L}{R^2 C} m ,$$

$m$  et  $Q$  étant proportionnels à la fréquence.

Lorsque la fréquence varie, dans le système d'axes de la figure 23, le point figuratif décrit un segment de droite d'autant plus décalé sur la droite que  $C$  est plus grand.

Le choix de  $C$  dépend des valeurs extrêmes de  $\omega$ , donc de  $Q$ , entre lesquelles le fonctionnement doit être assuré.

- Si  $Q_{\min}$  est supérieur à 1, le point de fonctionnement se déplacera à droite de la partie quasi-verticale de la courbe délimitant la surface hachurée. Il faut que, pour le minimum de  $Q$ ,  $m$  soit supérieur à 1, ce qui entraîne

$$LC\omega_{\min}^2 > 1,2 \text{ à } 1,5$$



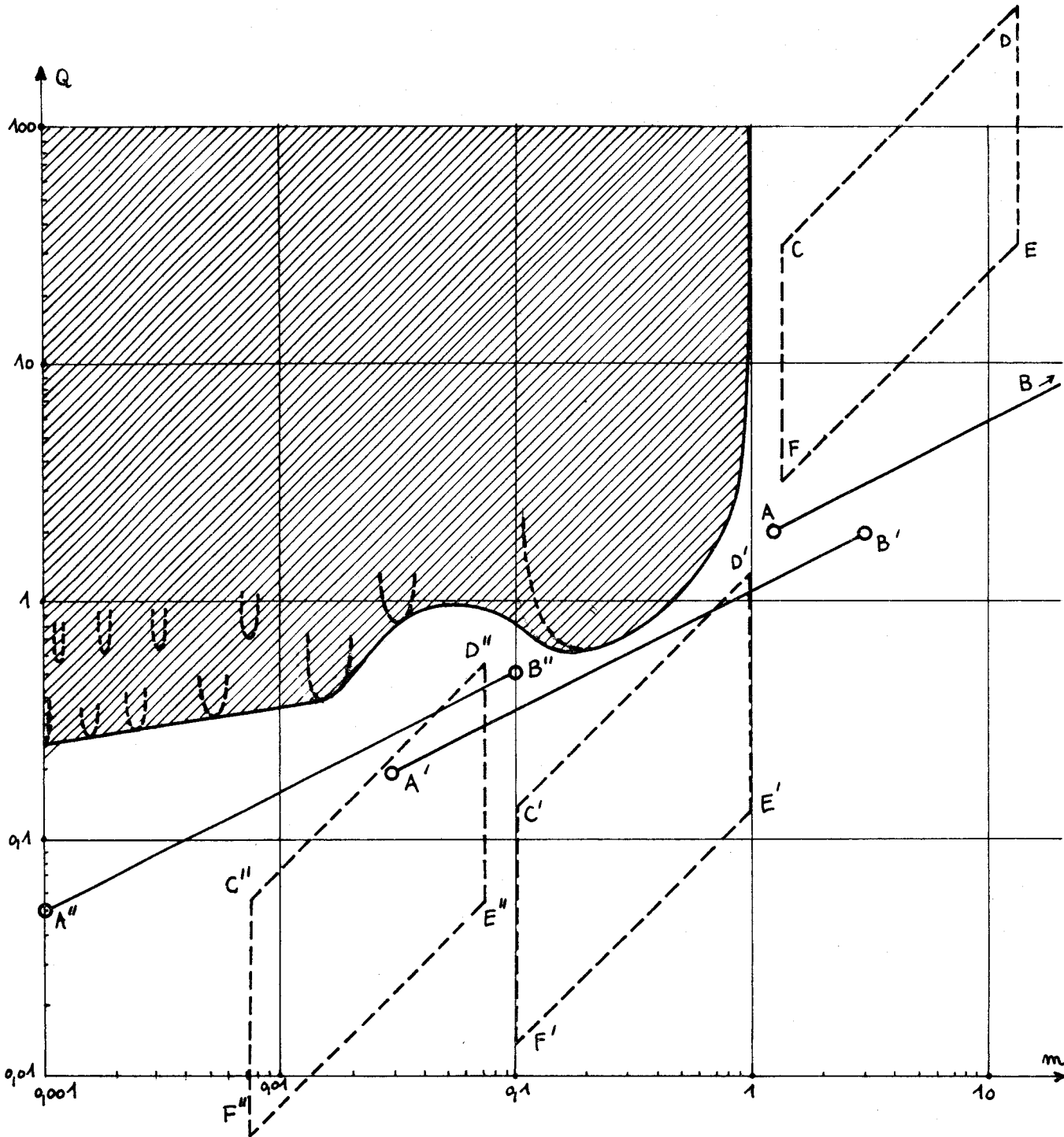


Fig 23 - Délimitation du domaine des valeurs de  $m$  et  $Q$  pratiquement utilisable (surface non hachurée)  
 Segments de droites décrits par le point de fonctionnement lorsque la fréquence varie. Parallélogrammes correspondant aux variations des caractéristiques du récepteur.

et donne la valeur minimale à prévoir pour  $C$ . On adopte cette valeur de  $C$  pour éviter que  $m$  correspondant à la fréquence maximale donne une valeur trop réduite au rapport  $U/ZI$ .

$AB$  donne le début du segment décrit par le point de fonctionnement quand  $\omega$  croît à partir d'un minimum donnant  $Q_{\min}$  égal à 2.

- Si 1 est compris entre  $Q_{\min}$  et  $Q_{\max}$ , on peut réduire la valeur de C en rendant  $LC\omega_{\min}^2$  inférieur à 1. Il faut toutefois que m pour la fréquence minimale soit suffisant pour que, lorsque  $\omega$  croît, le segment décrit par le point de fonctionnement ne s'approche pas trop de la surface hachurée. Le segment A'B' correspond à Q variant de 0,2 à 2.

- Si  $Q_{\max}$  est inférieur à 1, c'est la partie inférieure de la courbe enveloppant le domaine non utilisable qui donne la condition imposée à C. Il faut que pour  $Q_{\max}$ ,  $LC\omega^2$  soit suffisant pour que le point figuratif soit hors de ce domaine, ce qui impose à C de ne pas descendre au-dessous d'un certain minimum. C'est cette valeur de C qu'on adoptera pour ne pas rendre m correspondant à  $Q_{\min}$  trop faible car cela réduit les rapports  $U_f/U$  et  $t_B/\theta$ . Le segment A''B'' correspond à Q variant de 0,05 à 0,5.

#### III.4.2.3. Fonctionnement à fréquence fixe sur une charge variable

A fréquence donnée, si R varie, le point représentatif décrit sur la figure 23 un segment vertical. Si L varie, il décrit un segment ayant une pente de  $\pi/4$ .

On placera le parallélogramme compris entre les segments correspondant aux valeurs extrêmes de R et de L en respectant les mêmes règles que précédemment.

- Si même pour  $R_{\max}$  et  $L_{\min}$ , Q est supérieur à l'unité, on adopte pour C une valeur telle que  $L_{\min} C\omega^2$  soit supérieur à l'unité (Exemple, parallélogramme CDEF)

- Si la valeur minimale de R donne à Q, quand L varie, des valeurs voisines de l'unité, on placera le parallélogramme en C'D'E'F' pour que C'D' soit voisin du coude de la courbe limitant le domaine à fonctionnement anormal.

- Si le maximum de Q ( $R_{\min}$ ,  $L_{\max}$ ) est inférieur à l'unité, c'est la marche à  $Q_{\max}$  qui impose par son sommet D'' la position de la surface utilisée C''D''E''F''.

#### III.4.2.4. Fonctionnement à fréquence variable sur une charge variable

Lorsque l'onduleur doit alimenter à fréquence variable un récepteur dont les caractéristiques varient en même temps que celle-ci (cas d'un moteur par exemple), une étude complète des caractéristiques de la charge est nécessaire avant d'aborder le choix des condensateurs de blocage.

Pour chaque fréquence, il faut, vu les régimes à assurer, déterminer les valeurs extrêmes de  $L\omega^2$  et de  $Q = L\omega/R$ . Ce travail effectué pour l'ensemble des fréquences prévues donne la zone de fonctionnement à assurer

- directement pour ce qui est de  $Q$
- à  $C$  près pour ce qui est de  $m$ .

Le choix de  $C$  doit permettre de placer cette zone de façon qu'elle ne touche pas la surface hachurée.

Vu les considérations précédentes, on positionne la zone des fonctionnements prévus, comme on l'a fait pour les parallélogrammes, de façon à ce qu'elle soit voisine de la partie verticale ou du coude qui limitent la surface hachurée.

#### IV. VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

Après avoir décrit rapidement le montage expérimental utilisé, nous reproduirons quelques exemples de résultats obtenus lorsque l'onduleur débite sur une charge résistante puis sur une charge résistante et inductive.

##### IV.1. MONTAGE UTILISE

##### IV.1.1. Partie puissance (fig 24)

L'onduleur est alimenté, à partir du réseau triphasé, par l'intermédiaire d'un autotransformateur à curseurs, d'un transformateur triphasé élévateur de tension, d'un pont redresseur à six diodes. On obtient à la sortie de celui-ci une tension redressée qu'on peut faire varier entre 0 et 600 V.

On applique cette tension à l'onduleur à travers une forte inductance de lissage et un rhéostat de charge. Ces deux éléments permettent d'éliminer les fluctuations du courant fourni à l'onduleur et de protéger les thyristors de celui-ci lors de la vérification des limites du fonctionnement normal.

L'onduleur est essentiellement constitué par 6 thyristors type BTY91

- courant direct efficace 25 A
- tension inverse maximale 800 V
- temps d'amorçage 1,5  $\mu$ s
- temps d'extinction 20  $\mu$ s

Chaque thyristor est protégé contre les  $di/dt$  excessifs par une petite inductance de 15  $\mu$ H montée en série, contre les  $du/dt$  excessifs par une résistance de 40  $\Omega$  et un condensateur de 0,2  $\mu$ F montés en parallèle. (Ces éléments de protection ne sont pas représentés sur le schéma de la figure 24).

On modifie le fonctionnement de l'onduleur par la fréquence des impulsions de commande et la capacité C des condensateurs de blocage.

Les mesures portent surtout sur la valeur I du courant absorbé par l'onduleur, la tension U aux bornes des phases réceptrices, le courant  $I_L$  dans celles-ci.

Un shunt non inductif permet d'observer la forme d'onde du courant  $i_1$  à l'oscilloscope. Celui-ci servira également à examiner les ondes des tensions  $u_1$  et  $v_{Th_2}$ . En observant la tension aux bornes d'un thyristor on évaluera approximativement le temps de blocage  $t_B$  rapporté à  $\theta$  et la tension de blocage  $v_B$ .

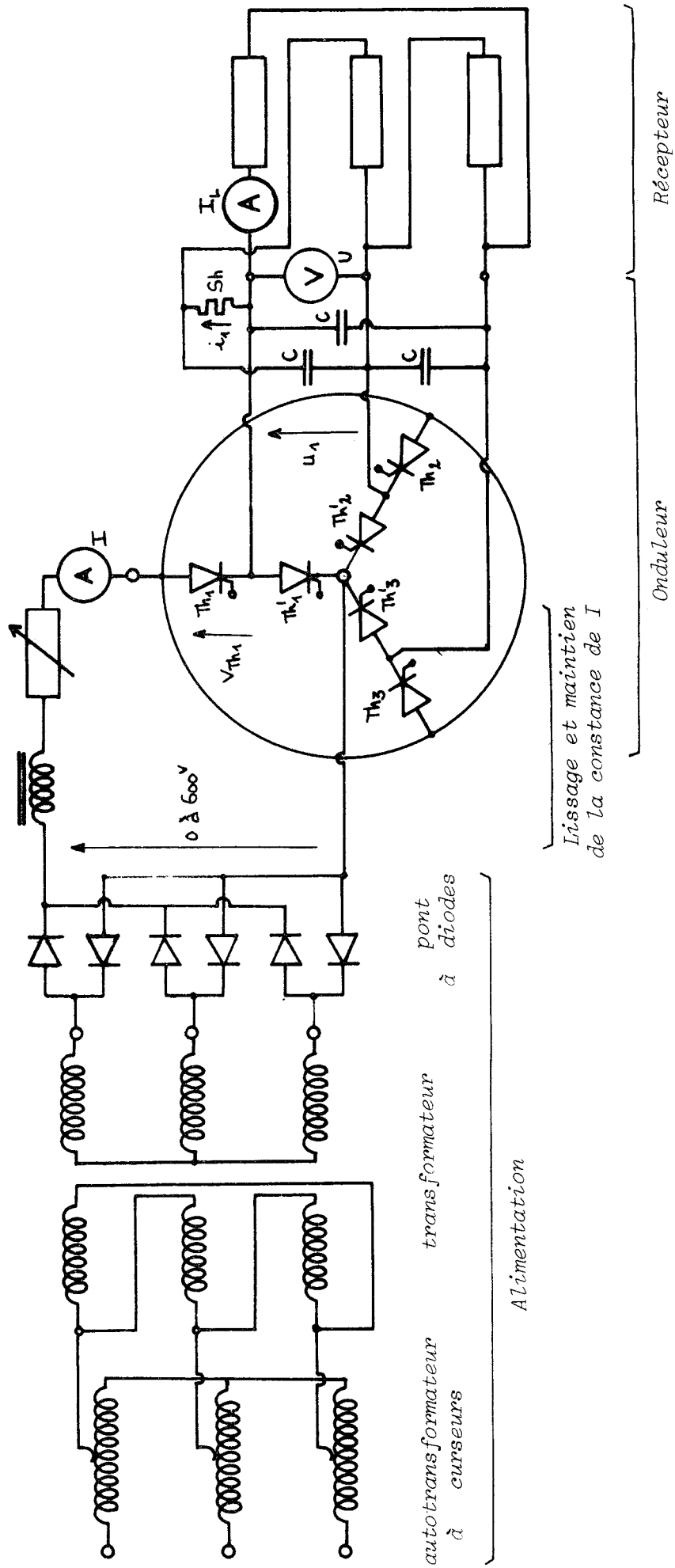


Fig 24 - Schéma de la partie puissance du montage utilisé pour les vérifications expérimentales



#### IV.1.2. Le générateur d'impulsions

Le générateur d'impulsions doit fournir à l'onduleur six trains d'impulsions, isolés électriquement, de même période, décalés entre eux d'un sixième de période.

Pour cela on a réalisé une échelle de comptage à bascules où l'information se transmet d'une bascule à la suivante pour chaque impulsion d'un signal d'horloge appliqué à l'ensemble des bascules.

##### IV.1.2.1. Circuits utilisés. Principe de fonctionnement

On a réalisé les bascules avec des circuits intégrés du type NOR alimentés sous 24 V et possédant une forte immunité au bruit. Les circuits NOR utilisés possèdent une ou plusieurs entrées et une sortie.

La sortie est à l'état 1 (tension de 24 V) si toutes les entrées sont à l'état 0 (tension nulle). La sortie est à l'état 0 dans tous les autres cas.

La figure 25 donne le schéma de principe des bascules utilisées :

A et B en constituent les entrées,

U et V les sorties,

H reçoit le train d'impulsions constituant le signal d'horloge.

Au cours du fonctionnement, les signaux d'entrée A et B et les signaux de sortie sont toujours complémentaires, c'est-à-dire que si  $A = 0$ ,  $B = 1$  et inversement, de même pour U et V.

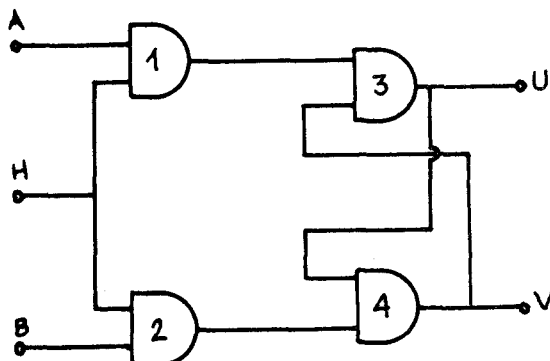


Fig 25 - Schéma de principe d'une bascule

- Si  $H = 0$

Lorsque  $A = 0$ , la tension de sortie du circuit NOR 1 égale 1, donc celle du circuit 3, ou  $U$ , est égale à 0. En même temps,  $A$  et  $B$  étant complémentaires,  $B = 1$  ; donc à la sortie du circuit 2 on a 0 et le circuit 4 attaqué par 0 et 0 (sorties de 2 et de 3) a à la sortie une tension  $V$  égale à 1. On retrouve pour  $U$  et  $V$  les mêmes tensions que pour  $A$  et  $B$ .

La bascule étant symétrique,  $A = 1$  et  $B = 0$  donne  $U = 1$  et  $V = 0$ . Pour  $H = 0$ , la bascule est "transparente" :  $U = A$  ;  $V = B$ .

- Si  $H = 1$

Les sorties des circuits 1 et 2 sont obligatoirement à l'état 0 puisque l'une de leurs entrées est à l'état 1.

Si  $U$  était égal à 0 et  $V$  égal à 1, avant qu'on applique  $H = 1$ , le circuit 4, ayant ses deux entrées à l'état 0, sa sortie est à l'état 1 donc  $V$  n'est pas changé. Le circuit 3 attaqué par  $V$  et 0, donne  $U = 0$  ; donc  $U$  n'est pas non plus modifié.

Le circuit étant symétrique, avec  $U = 1$  et  $V = 0$  comme état initial, on trouverait  $U = 1$  et  $V = 0$  comme état final.

Donc, lorsque  $H = 1$ ,  $U$  et  $V$  ne changent pas d'état quels que soient les signaux appliqués aux entrées  $A$  et  $B$ .

IV.1.2.2. Echelle de comptage à six bascules

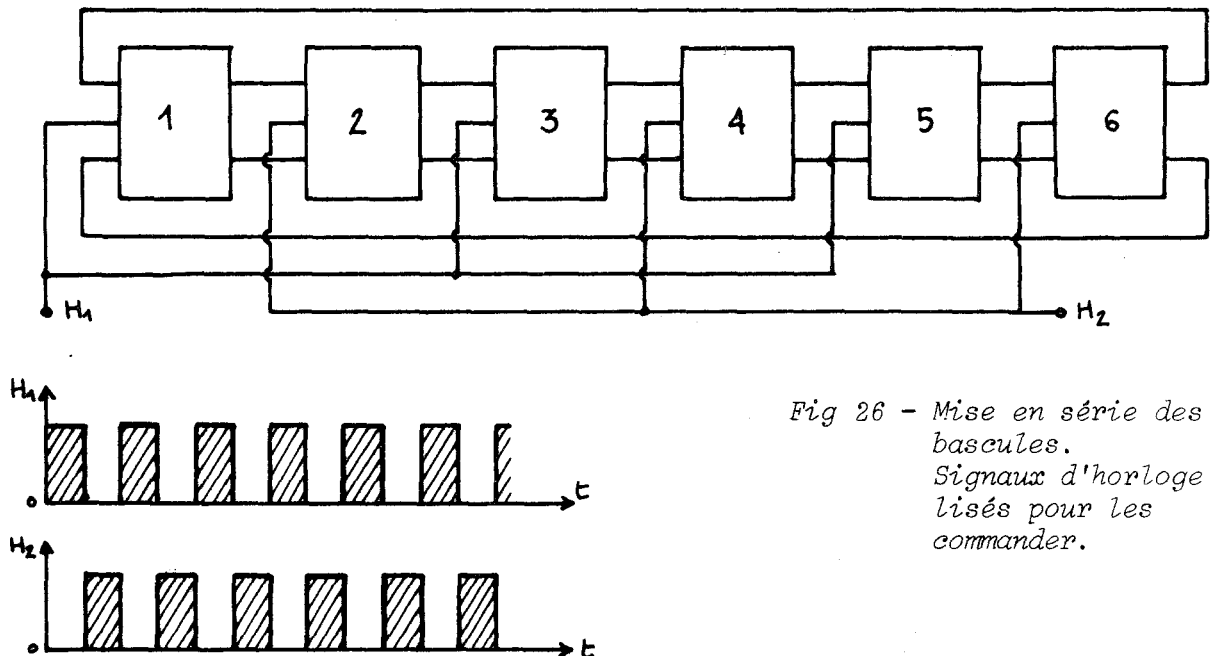


Fig 26 - Mise en série des six bascules.  
Signaux d'horloge utilisés pour les commander.

Pour obtenir six trains d'impulsions, on branche six bascules en série. On ne peut les commander toutes par le même signal d'horloge H, car pour H nul on aurait le même signal sur toutes les sorties.

On utilise donc deux signaux d'horloge complémentaires  $H_1$  et  $H_2$  pour attaquer les six bascules,  $H_1$  pour les bascules 1, 3 et 5,  $H_2$  pour les bascules 2, 4 et 6 (fig 26).

#### IV.1.2.3. Démarrage de l'ensemble

. Pour que le système puisse démarrer, il faut que la sortie U de la première bascule soit à l'état 1, celles des cinq autres étant à l'état 0.

Pour obtenir  $U_1$  égal à 1, il faut rendre  $V_1$  nul. On obtient ce résultat en envoyant une tension de remise à zéro (RAZ = 24 V ou 1) à l'entrée du quatrième circuit NOR de la première bascule. Ce circuit ayant une entrée à l'état 1, aura sa sortie  $V_1$  à l'état zéro.

Pour obtenir  $U = 0$  sur les cinq autres bascules on envoie le signal RAZ à l'entrée de leur troisième circuit NOR (fig 27). Ces circuits ayant une entrée à l'état 1, leurs sorties  $U_2, U_3, U_4, U_5$  et  $U_6$  sont nulles.

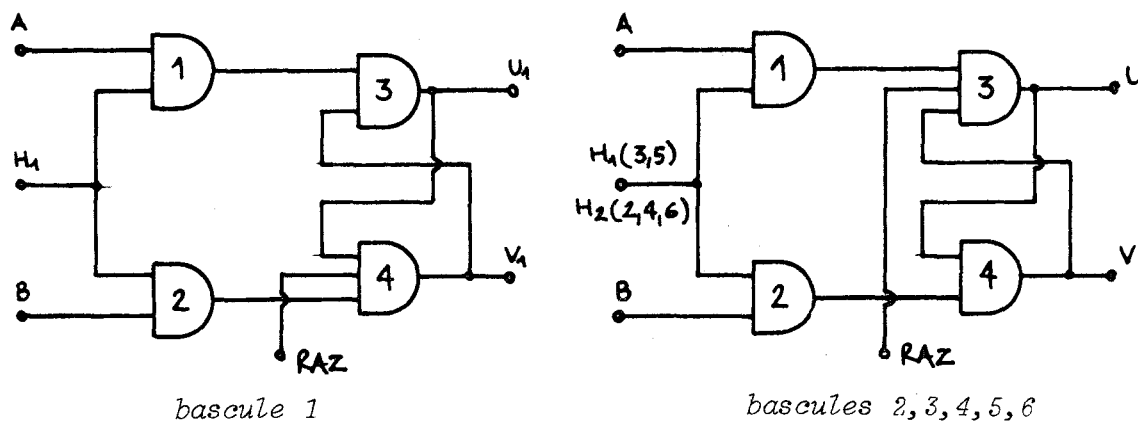


Fig 27 - Application du signal "remise à zéro" aux bascules

. Il faut, en plus, pour éviter que certaines bascules ne soient transparentes au moment de la remise à zéro, que le signal d'horloge soit alors à l'état 1 sur toutes les bascules. On utilise pour cela le montage de la figure 28



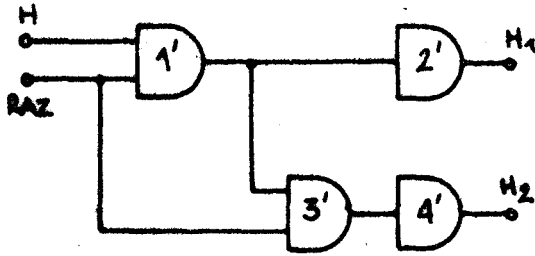


Fig 28 - Génération des signaux complémentaires  $H_1$  et  $H_2$  à partir des signaux rectangulaires  $H$ .

Lorsqu'on applique RAZ, on rend une entrée du circuit 1' égale à 1, et la sortie de ce circuit est à l'état zéro, quel que soit  $H$ . Le circuit 2' n'ayant qu'une entrée (la sortie de 1'), celle-ci étant à l'état 0,  $H_1$  égale 1. Le circuit 3' a deux entrées dont l'une est RAZ à l'état 1 ; sa sortie est à l'état 0. Cette sortie est appliquée seule au circuit 4', donc  $H_2 = 1$ . L'application du signal RAZ rend bien  $H_1$  et  $H_2$  tous deux égaux à 1.

Après la remise à zéro, l'entrée RAZ revient à zéro :

- Si  $H = 0$ , la sortie de 1' est à l'état 1, celle de 2' à l'état zéro, donc  $H_1 = 0$ . Le circuit 3' a une entrée à l'état 1, sa sortie est à l'état 0, celle de 4' est à l'état 1, donc  $H_2 = 1$ .
- Si  $H = 1$ , la sortie de 1' est à l'état 0, celle de 2' à l'état 1,  $H_1 = 1$ . Le circuit 3' ayant ses deux entrées à l'état 0, sa sortie égale 1, donc  $H_2 = 0$ .

Donc après la remise à zéro, quel que soit alors  $H$ , le premier changement apparaissant aux sorties  $H_1$  et  $H_2$  s'opère lorsque  $H$  prend l'état 1 et donne  $H_1 = 1$ ,  $H_2 = 0$ . Le fonctionnement débute.

#### IV.1.2.4. Fonctionnement de l'ensemble

L'application du signal RAZ ayant mis la sortie  $U_1$  de la première bascule à l'état 1, les sorties des cinq autres à l'état 0, on applique ensuite les signaux d'horloge  $H_1 = 1$  et  $H_2 = 0$  :

- toutes les bascules attaquées par  $H_1$  gardent les mêmes sorties
- les sorties de toutes les bascules attaquées par  $H_2$  deviennent égales aux entrées de ces bascules à l'état précédent.

Il vient donc

$$U_1 = 1 \quad U_2 = 1 \quad U_3 = 0 \quad U_4 = 0 \quad U_5 = 0 \quad U_6 = 0$$

signaux d'horloge	H <sub>1</sub>	H <sub>2</sub>	U <sub>1</sub>	U <sub>2</sub>	U <sub>3</sub>	U <sub>4</sub>	U <sub>5</sub>	U <sub>6</sub>
RAZ	1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	1	1	0	0	0
3	1	0	0	0	1	1	0	0
4	0	1	0	0	0	1	1	0
5	1	0	0	0	0	0	1	1
6	0	1	1	0	0	0	0	1
7	1	0	1	1	0	0	0	0

Tableau II - Etats des sorties U des six bascules après réception des signaux d'horloge successifs

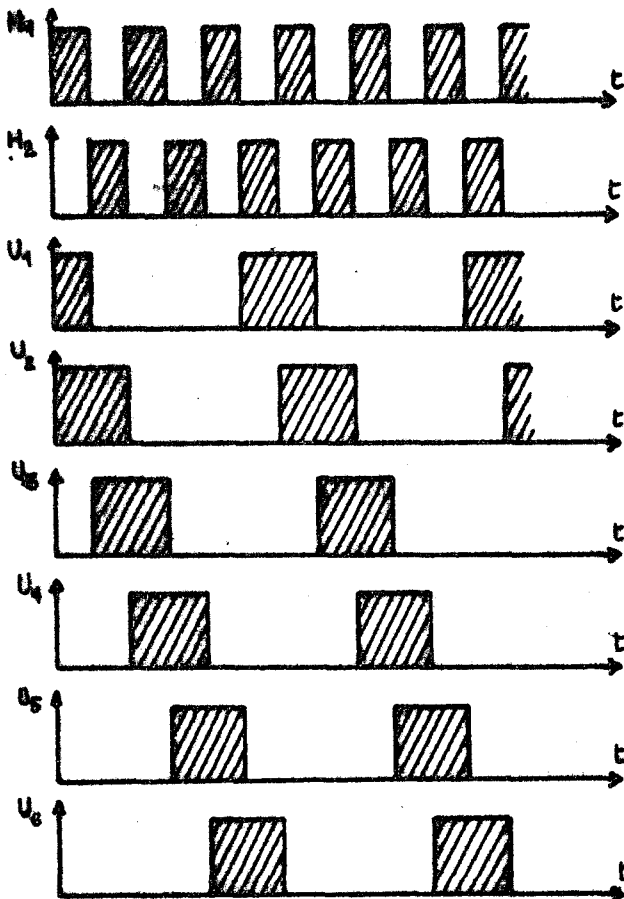


Fig 29 - Représentation des tensions de sortie des six bascules



Le signal d'horloge suivant donne  $H_1 = 0$  et  $H_2 = 1$   
- les bascules attaquées par  $H_2$  conservent les mêmes sorties  
- les sorties de celles attaquées par  $H_1$  prennent le même état que leurs entrées à l'état précédent

$$U_1 = 0 \quad U_2 = 1 \quad U_3 = 1 \quad U_4 = 0 \quad U_5 = 0 \quad U_6 = 0$$

On peut donc dresser le tableau II donnant les états de  $H_1$ ,  $H_2$  et des sorties  $U$  des six bascules.

On constate qu'après 6 signaux d'horloge, le système retrouve bien l'état qu'il avait avant l'application du premier.

On obtient donc (fig 29) sur les six sorties des bascules six ondes de créneaux rectangulaires de même fréquence déphasés de  $60^\circ$  les uns par rapport aux autres. La largeur des créneaux est de  $120^\circ$  (1).

#### IV.1.2.5. Sorties des générateurs d'impulsions

Les signaux de commande envoyés aux gâchettes des six thyristors doivent être isolés électriquement.

Pour cela, les créneaux obtenus par l'échelle de comptage sont transmis par l'intermédiaire de transformateurs d'impulsions après être passés par des étages adaptateurs d'impédance (fig 30).

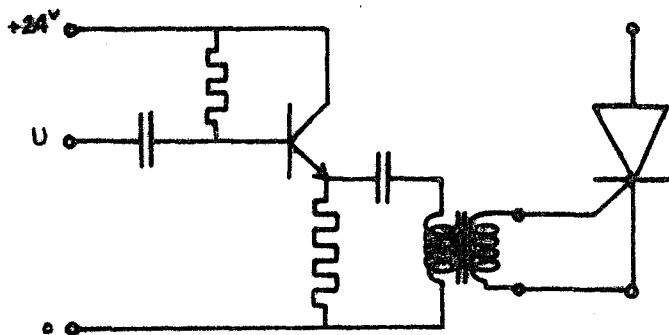


Fig 30 - Transmission des impulsions de commande aux gâchettes des thyristors.

(1) Une largeur supérieure à  $60^\circ$  est nécessaire pour le démarrage de l'onduleur. Quand on débloque le premier thyristor, il faut simultanément débloquer un thyristor de l'autre série pour que la source débite effectivement.

Une largeur supérieure à  $120^\circ$ , angle de débit de chaque redresseur, serait gênante car elle risquerait de provoquer des amorçages intempestifs.

#### IV.2. DEBIT SUR CHARGE PUREMENT RESISTIVE

Pour diverses valeurs de R et C, on fait varier la fréquence du générateur alimentant l'échelle de comptage donc la fréquence f de fonctionnement de l'onduleur.

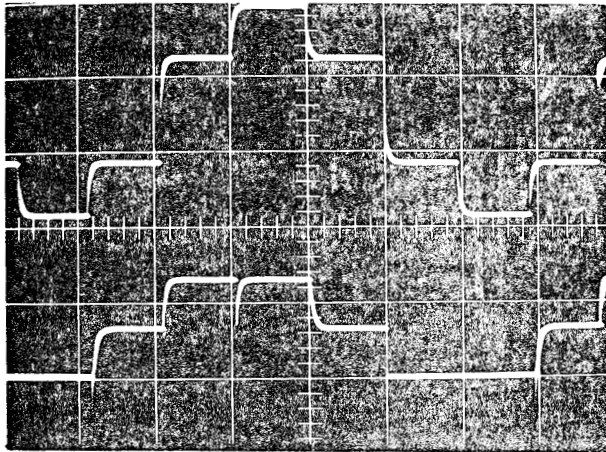
Pour chaque groupe de valeurs de R, C et f, on calcule

$$p = \frac{T}{RC} = \frac{1}{RCf}$$

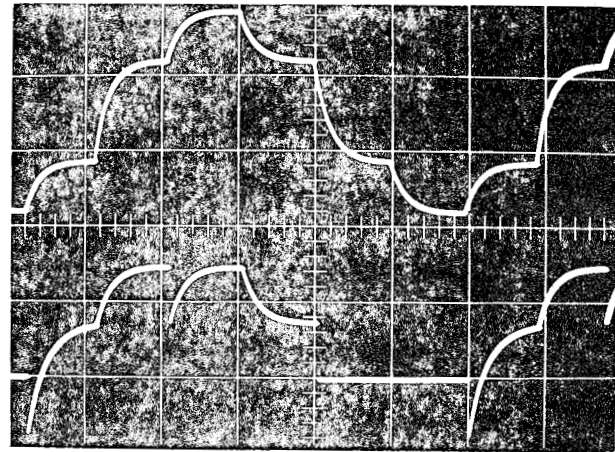
et on compare les résultats obtenus à ceux calculés dans la deuxième partie de ce mémoire.

##### IV.2.1. Exemples de formes d'ondes

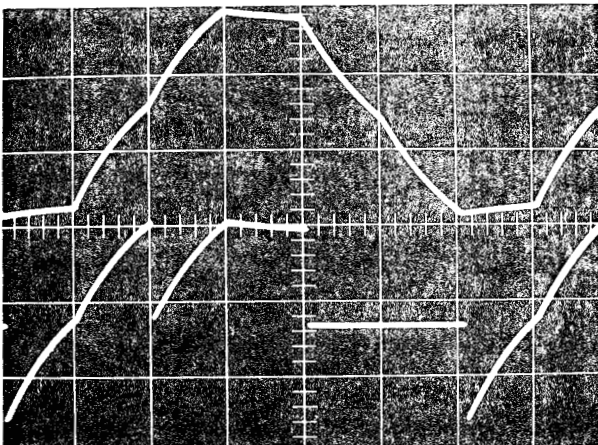
Les oscillogrammes de la figure 31 donnent les formes d'ondes des tensions  $u_1$  aux bornes d'une phase et  $v_{Th2}$  aux bornes d'un thyristor pour 4 valeurs du rapport  $\frac{T}{RC}$ .



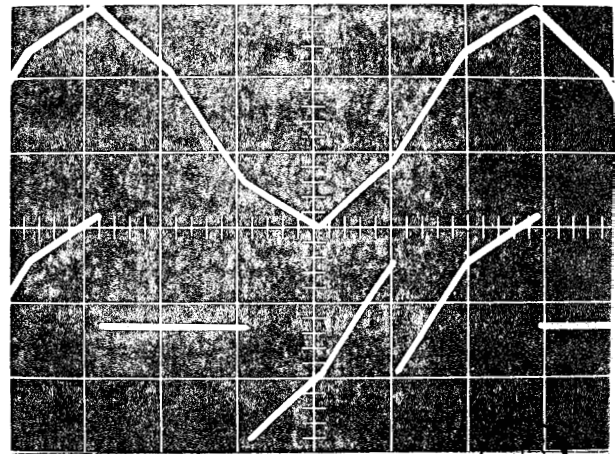
T/RC = 100



T/RC = 20



T/RC = 4



T/RC = 0,8

Fig 31 - Relevés oscillographiques des tensions  $u_1$  et  $v_{Th2}$  (onde présentant un palier à valeur nulle de  $120^\circ$ ) pour 4 valeurs du rapport  $p = T/RC$  (Débit sur résistance pure ;  $RC = 3 \cdot 10^{-2}$  sec)

- La comparaison de ces relevés avec les formes d'ondes calculées (exemples, fig 16) confirme pleinement les résultats de l'étude théorique.
- quand  $T/RC$  diminue, l'onde de  $u_C$  donnée d'abord par une suite de paliers avec des transitions relativement très rapides, voit ces transitions prendre de plus en plus d'importance. Quand  $T/RC$  est faible, les alternances de  $u_1$  sont presque triangulaires
  - quand  $T/RC$  diminue, la valeur de  $t_B/\theta$  croît, tendant vers 1,5.

#### IV.2.2. Relevés de caractéristiques

A valeurs de  $R$  et  $C$  données, on maintient  $I$  constant par action sur la tension continue d'alimentation de l'onduleur. La valeur de  $\frac{RI}{3}$  à laquelle sont reportées les tensions est donc constante.

Quand la fréquence varie, on trace à partir des caractéristiques des planches I et II, les courbes calculées ; on peut les comparer aux valeurs relevées. Le relevé de  $v_B$  et de  $t_B/\theta$  se fait par observation de  $v_{Th}$  à l'oscilloscope.

La figure 32 donne un exemple des résultats obtenus ; il correspond à  $I = 15 \text{ A}$  ;  $R = 20 \Omega$  ;  $C = 100 \mu\text{F}$  ;  $f$  variant de 5 à 500 Hz. Dans ce cas  $\frac{RI}{3} = 100 \text{ V}$  ;  $p = \frac{1}{20 \times 100 \cdot 10^{-6} f} = \frac{500}{f}$

- On voit que  $U$ ,  $v_B$  et  $t_B/\theta$  varient bien comme prévu ; toutefois,
- Les valeurs mesurées pour  $U$  sont un peu plus fortes que celles calculées surtout lorsque la fréquence est élevée ; cela tient à l'inductance non nulle du rhéostat de charge utilisé comme récepteur.
  - Malgré son imprécision, le rapport  $t_B/\theta$  mesuré est supérieur à sa valeur calculée et cela d'autant plus que la fréquence est plus basse. Cela est essentiellement dû à l'étalement de la pointe de tension inverse provoquée par le circuit résistance-condensateur monté aux bornes de chaque thyristor contre les  $du/dt$  excessifs. Cet effet est plus sensible aux basses fréquences car la pointe de tension inverse est relativement plus brève.
  - C'est le même phénomène qui réduit la tension inverse  $v_B$  observée aux bornes des thyristors juste après leur blocage.

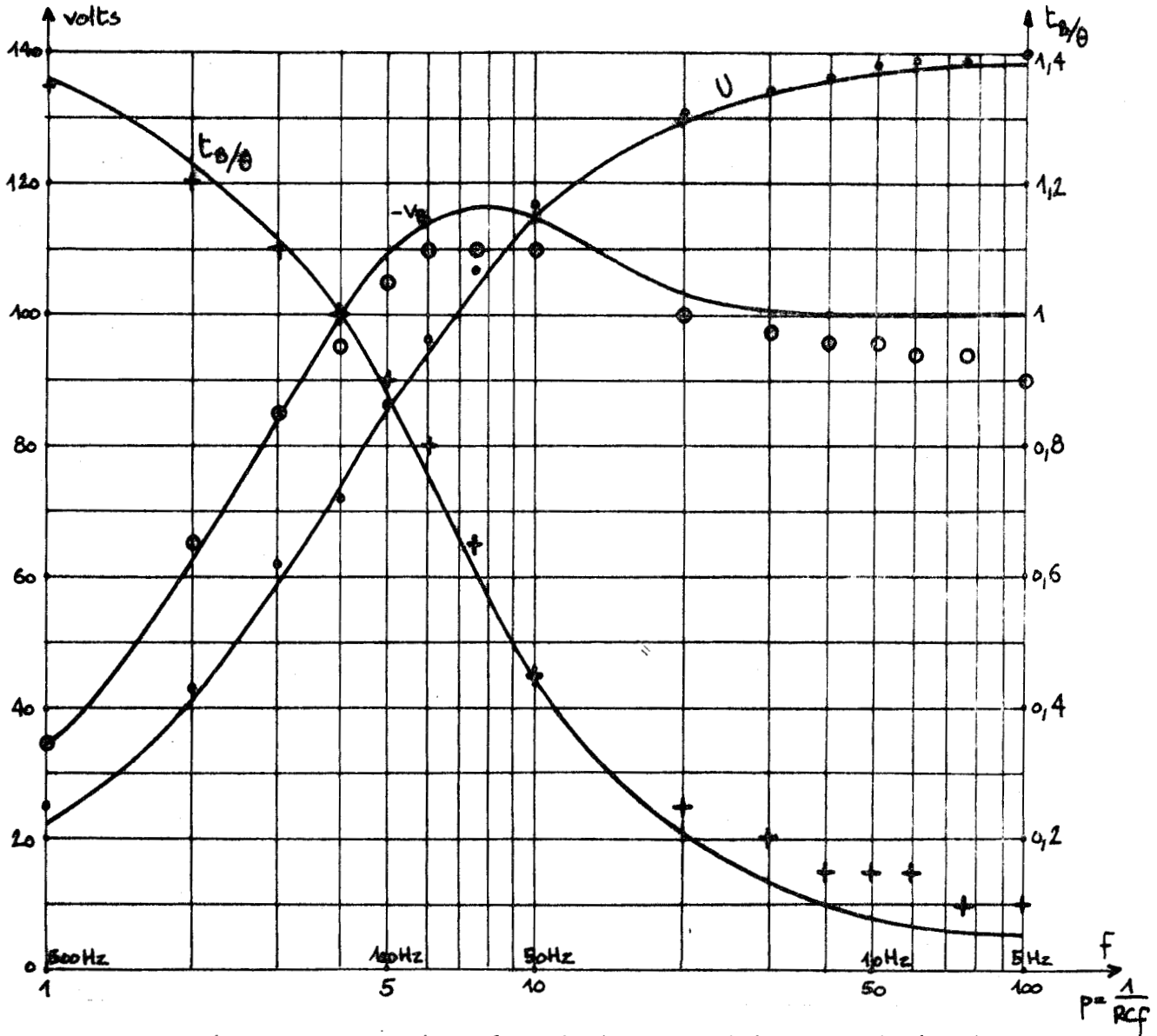


Fig 32 - Comparaison des résultats expérimentaux (points) aux résultats théoriques (courbes) lors d'un débit sur récepteur purement résistant.

#### IV.3. DEBIT SUR UN RECEPTEUR RESISTANT ET INDUCTIF

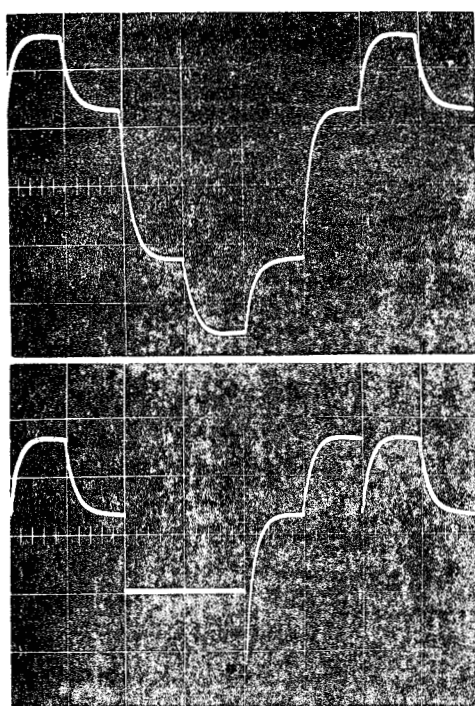
Ici encore il est commode de maintenir R, L et C constants lors d'une série de mesures et de faire varier la fréquence.

On calcule la valeur des paramètres

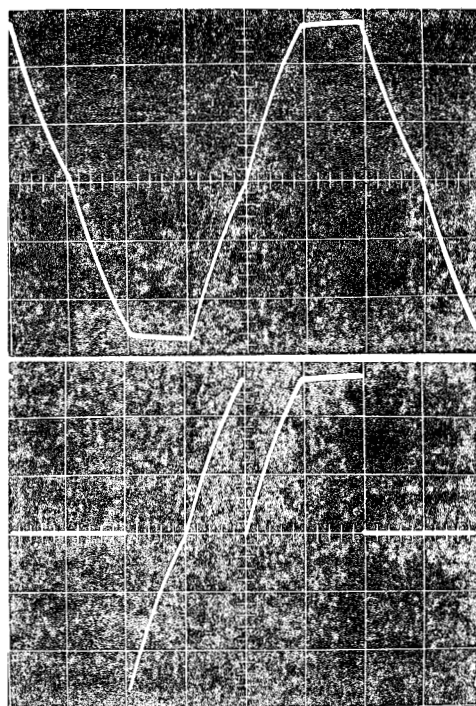
$$Q = \frac{L\omega}{R} \quad , \quad m = LC\omega^2$$

Pour changer de mode de fonctionnement (R supérieur ou inférieur à  $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ ) il faut changer la valeur R ou L ou C.

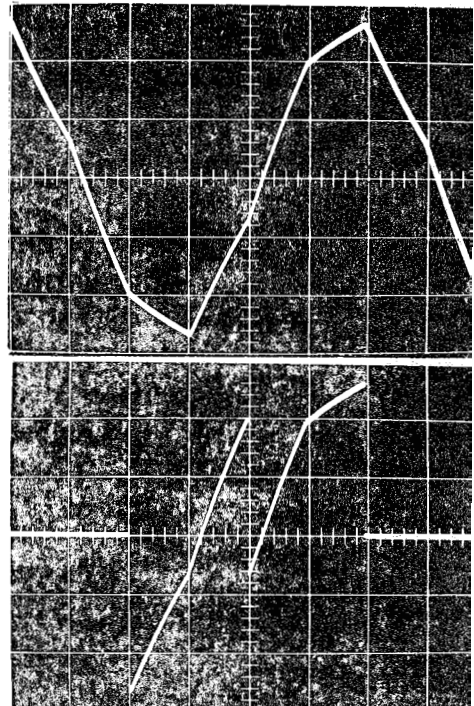




1)  $f = 2\text{Hz}$

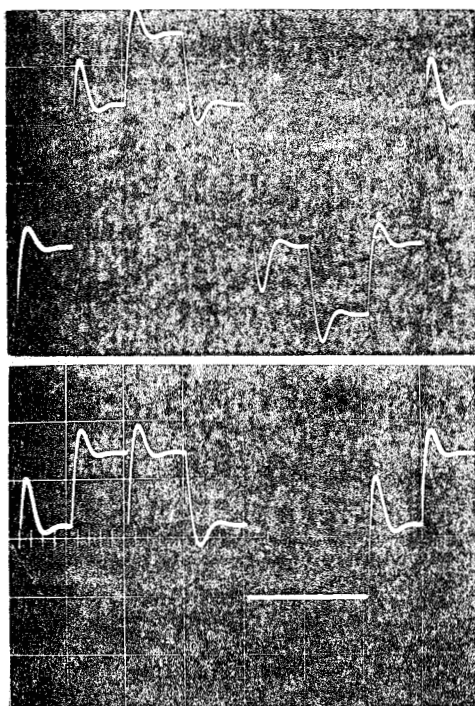


2)  $f = 20\text{Hz}$

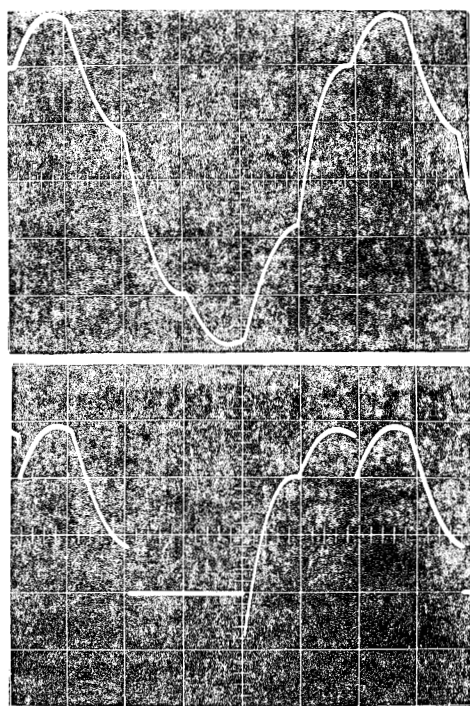


3)  $f = 40\text{Hz}$

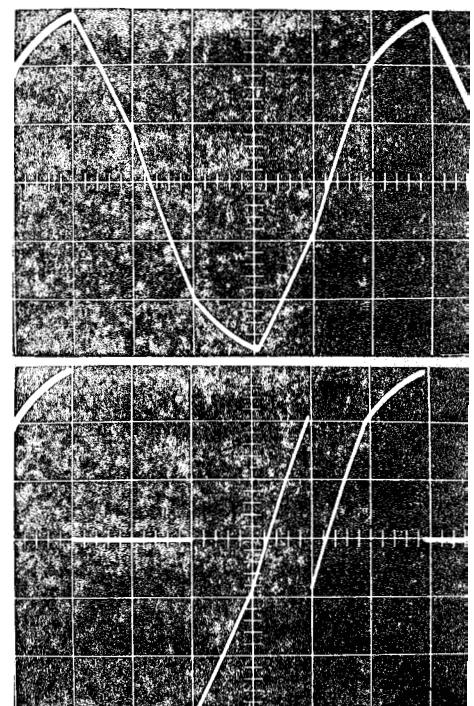
a)  $R = 100\Omega$   $L = 6,9\text{mH}$   $C = 140\mu\text{F}$



1)  $f = 2\text{Hz}$



2)  $f = 10\text{Hz}$



3)  $f = 35\text{Hz}$

b)  $R = 100\Omega$   $L = 0,69\text{H}$   $C = 75\mu\text{F}$

Fig 33 - Relevés oscillographiques des tensions  $u_1$  et  $v_{Th_2}$  du débit sur un récepteur résistif et inductif.

a)  $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

b)  $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

(Dans chaque groupe de clichés celui du haut donne la forme d'onde de la tension  $u_1$ , celui du bas celle de  $v_{Th_2}$ )



#### IV.3.1. Exemples de formes d'ondes

La figure 33 donne deux exemples de séries de relevés des tensions  $u_1$  et  $v_{Th_2}$  effectués, à R, L et C constants, pour diverses valeurs de la fréquence.

La première série correspond à  $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , la seconde à  $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ . Les ondes relevées ont bien l'allure de celles calculées (exemples fig 19 et 20).

#### IV.3.2. Relevés de caractéristiques

A valeurs de R, L et C données, on maintient le courant I constant par la tension d'alimentation de l'onduleur. On fait varier la fréquence. Pour chaque valeur de celle-ci on calcule

$$Q = \frac{L\omega}{R}, \quad m = LC\omega^2 \quad \text{et} \quad ZI = \sqrt{1 + Q^2} RI$$

On lit alors sur les caractéristiques U,  $v_B$ ,  $t_B/\theta$  et on les compare aux valeurs calculées.

On a reproduit ici deux séries de mesures (fig 34).

- La première a été effectuée avec

$I = 5 \text{ A} ; L = 16 \text{ mH} ; C = 80 \text{ } \mu\text{F} ; R = 65 \text{ } \Omega > 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 20\sqrt{2}\Omega$   
pour f variant de 5 Hz à 50 Hz ; ce qui fait passer Q et m de  $(0,775 \cdot 10^{-2} ; 1,26 \cdot 10^{-3})$  à  $(0,0775 ; 0,126)$ .

La concordance entre les valeurs de U calculées et celles mesurées est remarquable.

Malgré la relative imprécision de leur mesure les valeurs relevées pour  $v_B$  et  $t_B$  diffèrent peu des valeurs théoriques.

- La seconde série d'essais a été effectuée avec

$$I = 5 \text{ A} ; L = 16 \text{ mH} ; C = 40 \text{ } \mu\text{F} ; R = 14 \text{ } \Omega < 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 40 \text{ } \Omega$$

On fait encore varier f de 5 Hz à 50 Hz, donc Q de 0,036 à 0,36 et m de  $0,632 \cdot 10^{-3}$  à 0,0632.

Là encore la concordance des points relevés avec les courbes calculées est bonne. Toutefois, la durée des temps de blocage étant relativement brève, pour les mêmes raisons que celles indiquées lors des essais sur charge résistive, le temps  $t_B$  mesuré est plus grand que celui calculé et la tension de blocage plus réduite.



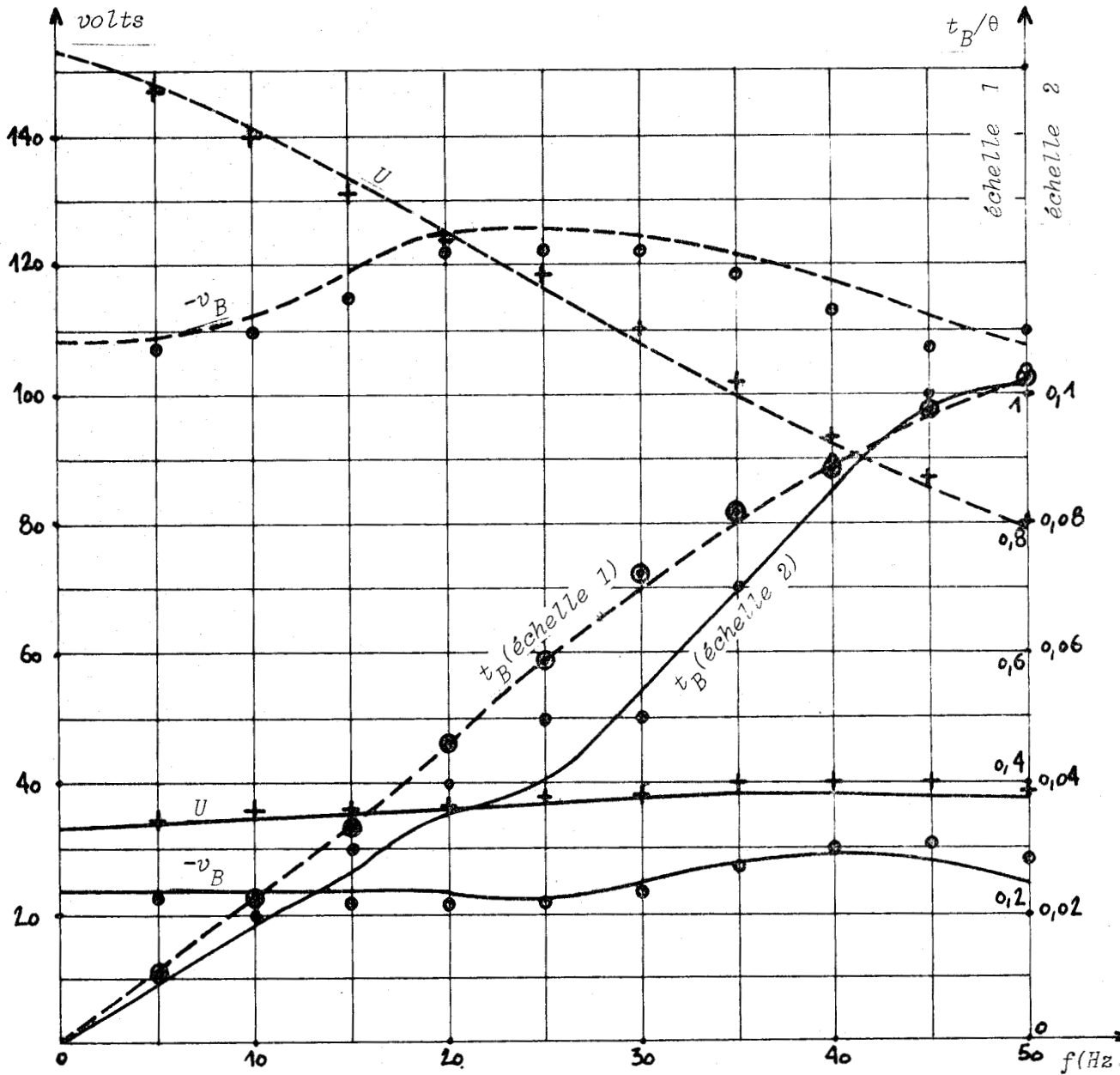


Fig 34 - Comparaison de résultats expérimentaux (points) aux résultats théoriques (courbes en traits pleins pour  $R < 2\sqrt{L/C}$ , en traits interrompus pour  $R > 2\sqrt{L/C}$ ) lors du débit sur une charge résistante et inductive.



Des essais ont été effectués à des fréquences plus élevées, mais l'exploitation des mesures est plus délicate car la résistance et la réactance des variomètres utilisés pour constituer la charge varient avec la fréquence. Pour chaque valeur de  $f$ , on mesure par la méthode des deux wattmètres la puissance active  $P$  fournie au récepteur, d'où la résistance équivalente de celui-ci,  $P/3 I_L^2$ . De la puissance apparente  $P_a$  fournie,

on déduit une valeur approchée de la puissance réactive  $Q = \sqrt{P_a^2 - P^2}$ , donc de l'inductance L par  $L\omega = Q/3I_L^2$ . Mais ces valeurs de R et L sont d'autant plus discutables que les ondes de tension et de courant sont plus éloignées de la forme sinusoïdale.

#### IV.3.3. Autres vérifications

Pour tous les régimes de fonctionnement expérimentés, on a vérifié grâce au shunt Sh représenté sur la figure 24 que le courant  $i_1$  fourni à un ensemble phase réceptrice-condensateur de blocage est tel que représenté au bas de la figure 16.

Avec un récepteur nettement inductif et une capacité assez faible, on observe quand la fréquence croît des bandes de fréquence où le fonctionnement est impossible entre les zones où il est normal, ce qui vérifie la configuration des domaines délimités sur la planche III.

## CONCLUSIONS

L'onduleur triphasé à six thyristors, deux en série par phase, et à commutation assurée simplement par des condensateurs, a un fonctionnement beaucoup plus sûr que les onduleurs monophasés utilisant également des thyristors montés en série entre les bornes d'alimentation. Ces montages monophasés nécessitent des auxiliaires de commutation plus nombreux.

Cette supériorité des montages triphasés tient au fait que les phases de conduction de deux redresseurs en série ne sont pas directement consécutives comme en monophasé mais séparées par un intervalle égal au sixième de la période.

Le montage direct de chacun des trois groupes de deux thyristors entre les bornes de la source continue d'alimentation, et le branchement des condensateurs, nécessitent que la source se comporte comme une source de courant et non comme une source de tension.

L'étude qui vient d'être présentée de l'onduleur triphasé a permis de montrer son fonctionnement sur charge résistante, puis sur charge résistante et inductive, de tracer dans l'un et l'autre cas les principales caractéristiques et de montrer comment choisir la capacité des condensateurs pour que les performances soient les meilleures.

Cet onduleur convient particulièrement à l'alimentation de charges triphasées ayant, aux fréquences de fonctionnement, un facteur de puissance faible ou peu supérieur à l'unité. Il permet alors d'alimenter le récepteur avec des signaux présentant un taux d'harmoniques réduit, et d'obtenir une puissance apparente à la sortie peu inférieure à la puissance apparente fournie par la source.

Toutefois la marche de cet onduleur est très tributaire des caractéristiques du récepteur, de la fréquence, de la valeur des capacités de blocage. Pour que ses performances soient satisfaisantes, il faut que la plage des variations de fréquence et des variations des caractéristiques du récepteur soit relativement réduite.

Il est donc d'une utilisation beaucoup moins souple que l'onduleur triphasé issu de l'onduleur monophasé en pont, mais il est beaucoup plus simple donc moins onéreux.

Cette étude de l'onduleur à six thyristors et trois condensateurs permet, en donnant ses conditions de fonctionnement et ses performances, de voir dans quel cas il doit être retenu et de l'utiliser dans les domaines de fonctionnement où il est le plus intéressant.

B I B L I O G R A P H I E

- {1} G. SEGUIER L'électronique de puissance  
*Dunod éditeur, 1974*
- {2} M. GAUDRY Redresseurs et thyristors  
*Dunod éditeur, 1969*
- {3} J. LECORGUILLIER Les vannes électroniques à électrode  
de déclenchement  
*Dunod éditeur, 1966*
- {4} B.D. BEDFORD et R.G. HOFT Principles of inverter circuits  
*J. Wiley éditeur, 1966*
- {5} G. SEGUIER Les onduleurs autonomes en pont  
*L'Electricien, Septembre 1972, p 173-178*  
*Octobre 1973, p 196-201*
- {6} R. CHAUPRADE, G. CAUSSIN Convertisseurs statiques autonomes  
courant continu-courant alternatif  
*Revue Générale de l'Electricité*  
*t.78, n° 11, Novembre 1969, p 1055-1065*
- {7} G. SEGUIER Les montages redresseurs  
*Dunod éditeur, 1971*
- {8} C. ROMBAUT Etude des onduleurs autonomes tripha-  
sés à thyristors avec blocage par  
condensateurs  
*Thèse Docteur-Ingénieur, Lille n° 116,*  
*Janvier 1971*
- {9} G. SEGUIER Dispositif électronique variateur de  
fréquence, notamment pour la variation  
de vitesse de moteur électrique  
*Brevet Français n° 1.597.876 déposé le*  
*16 Décembre 1968*
- {10} C. ROMBAUT et G. SEGUIER Condition d'application de la trans-  
figuration étoile-triangle aux récep-  
teurs triphasés alimentés par un  
montage à redresseurs contrôlés  
*C.R. Acad. Sc. séance du 17 sept 1973*
- {11} M. DEMONTVIGNIER Méthode générale de calcul des ondu-  
leurs autonomes  
*Revue Générale de l'Electricité*  
*t61, n° 6, Juin 1952, p 271-287*

## T A B L E D E S M A T I E R E S

---

0. INTRODUCTION	4
0.1. Le problème de la commutation	5
0.2. Les onduleurs monophasés	5
0.3. Les onduleurs triphasés	6
0.4. Onduleurs triphasés à blocage par condensateurs entre bornes de sortie	8
0.5. Plan de l'étude effectuée	9
I. PRESENTATION DU MONTAGE	11
I.1. Schéma. Notations et hypothèses	11
I.2. Description du fonctionnement aux très basses fréquences	12
I.2.1. Etude des intervalles successifs	12
I.2.2. Propriétés des formes d'ondes des tensions	18
I.2.3. Conditions de fonctionnement	21
I.3. Fonctionnement aux fréquences réelles	22
I.3.1. Cas où les circuits branchés entre les bornes de sortie sont fortement amortis	22
I.3.2. Cas où les circuits branchés entre les bornes de sortie sont faiblement amortis	23
II. ETUDE DU DEBIT SUR RESISTANCE PURE	25
II.1. Etude du fonctionnement	25
II.1.1. Mise en équation	25
II.1.2. Expressions des courants	27
II.1.3. Expressions des tensions	27
II.1.4. Variations de la forme d'onde des tensions	30
II.2. Caractéristiques	32
II.2.1. Valeur efficace $U$ des tensions	32
II.2.2. Valeur efficace $U_f$ du fondamental des tensions	34
II.2.3. Valeur de la tension d'amorçage ou de blocage $v_B$	36
II.2.4. Valeur du temps de blocage $t_B$	36
II.2.4.1. Cas où $t_B$ est inférieur à $\theta$	36
II.2.4.2. Cas où $t_B$ est compris entre $\theta$ et $1,5 \theta$	38
Planches de caractéristiques I et II	39 - 40
II.3. Choix des capacités de blocage et de la zone de fonctionnement	41
II.3.1. Choix de la zone de fonctionnement	41
II.3.2. Vérification des conditions de blocage	41

III. ETUDE DU DEBIT SUR UN RECEPTEUR RESISTANT ET INDUCTIF	42
III.1. Relations générales	42
III.1.1. Mise en équations	42
III.1.2. Méthode de résolution	44
III.1.2.1. Continuité des tensions	44
III.1.2.2. Expressions des courants $i_1, i_2, i_3$	45
III.1.2.3. Continuité du courant dans les phases réceptrices	46
III.1.2.4. Mode de calcul de $u_1, u_2, u_3$	47
III.2. Fonctionnement à $R^2 > 4 \frac{L}{C}$	48
III.2.1. Expressions des tensions $u_1, u_2, u_3$	48
III.2.2. Emploi des paramètres choisis	53
III.2.3. Exemples de formes d'ondes	56
III.2.4. Caractéristiques des tensions de sortie	57
III.2.4.1. Valeur efficace $U$ des tensions de sortie	57
III.2.4.2. Valeur efficace $U_f$ du fondamental des tensions de sortie	59
III.2.5. Caractéristiques de blocage	62
III.2.5.1. Valeur de la tension d'amorçage ou de blocage $v_B$	62
III.2.5.2. Valeur du temps de blocage $t_B$	62
1er cas : $t_B < \theta$	62
2ème cas : $\theta < t_B < 1,5 \theta$	63
III.3. Fonctionnement à $R^2 < 4 \frac{L}{C}$	64
III.3.1. Expressions des tensions	64
III.3.2. Emploi des paramètres $m$ et $Q$	68
III.3.3. Exemples de formes d'ondes	69
III.3.4. Caractéristiques des tensions de sortie	71
III.3.4.1. Valeur efficace $U$ des tensions de sortie	71
III.3.4.2. Valeur efficace $U_f$ du fondamental des tensions de sortie	73
III.3.5. Caractéristiques de blocage	75
III.3.5.1. Valeur de la tension de blocage	75
III.3.5.2. Délimitation des zones de fonctionnement possible	77
III.3.5.3. Valeur du temps de blocage $t_B$	80
Planches de caractéristiques III à X	81-88
III.4. Choix des capacités de blocage et de la zone de fonctionnement	89
III.4.1. Remarques générales	89
III.4.2. Exemples de choix	90
III.4.2.1. Fonctionnement à fréquence fixe sur une charge de constantes données	90
III.4.2.2. Fonctionnement à fréquence variable sur une charge de constantes données	90
III.4.2.3. Fonctionnement à fréquence fixe sur une charge variable	92
III.4.2.4. Fonctionnement à fréquence variable sur une charge variable	93

IV. VERIFICATIONS EXPERIMENTALES	94
IV.1. Montage utilisé	94
IV.1.1. Partie puissance	94
IV.1.2. Le générateur d'impulsions	96
IV.1.2.1. Circuits utilisés. Principe de fonctionnement	96
IV.1.2.2. Echelle de comptage à six bascules	97
IV.1.2.3. Démarrage de l'ensemble	98
IV.1.2.4. Fonctionnement de l'ensemble	99
IV.1.2.5. Sorties des générateurs d'impulsions	101
IV.2. Débit sur charge purement résistive	102
IV.2.1. Exemples de formes d'ondes	102
IV.2.2. Relevés de caractéristiques	103
IV.3. Débit sur un récepteur résistant et inductif	104
IV.3.1. Exemples de formes d'ondes	106
IV.3.2. Relevés de caractéristiques	106
IV.3.3. Autres vérifications	108
V. CONCLUSIONS	109
BIBLIOGRAPHIE	111

