

50376

N° d'ordre : 454

1974

43

50376

1974

43

# THESE

*présentée à*

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES  
ET TECHNIQUES DE LILLE

*pour obtenir le titre de*

DOCTEUR DE SPÉCIALITÉ

*par*

Pierre CUVELIER

\*

CONTRIBUTION A L'ETUDE

DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES

HETEROGENES PLANES ET UNIFORMES



*Soutenue le 10 avril 1974 devant la Commission d'examen*

*Membres du Jury*

M. J. SCHILTZ	<i>Président</i>
M. J. BILLARD	<i>Rapporteur</i>
M. J. CORTOIS	<i>Examineur</i>
M. C. IMBERT	<i>Membre invité</i>



*A mes parents,*

*A mon frère.*

## R E M E R C I E M E N T S

---

Ce travail a été effectué dans le laboratoire de Physique des Stases anisotropes de Lille, dirigé par Monsieur le Professeur Jean BILLARD.

Celui-ci a bien voulu m'accueillir dans son laboratoire. Il a été à l'origine de cette étude. Par ses nombreux conseils et critiques, il m'a permis de la mener à bien. Je lui en suis très reconnaissant.

J'ai bénéficié également des suggestions de Monsieur le Professeur Jean SCHILTZ. Il m'a fait l'honneur de présider mon jury. J'espère être digne de sa confiance.

Monsieur le Professeur Christian IMBERT et Monsieur le Professeur Jean CORTOIS ont accepté de se joindre au jury. Je tiens à leur exprimer mes sincères remerciements.

Je voudrais témoigner ici de mon amitié envers les membres du laboratoire et les remercier de la sympathique ambiance de travail qu'ils ont créée. Un merci particulier à Bernard SOULESTIN qui a su faire preuve d'une grande maîtrise dans la conception des figures, très bien reproduites par Monsieur RAFFAUD.

Je suis très reconnaissant aux personnes spécialisées de l'U.E.R. de Physique fondamentale qui ont collaboré efficacement à ce travail, et plus particulièrement Madame FOULON qui s'est acquittée avec dextérité de la tâche ingrate de la frappe.

Ce travail a bénéficié du soutien du C.N.R.S. Que cet organisme en soit ici remercié.

# S O M M A I R E

---

Principales notations . . . . .	1
CHAPITRE I. - Introduction et aperçu historique . . . . .	4
CHAPITRE II. - Repère et définitions . . . . .	8
CHAPITRE III. - Propagation en milieu isotrope . . . . .	11
A. - Milieu transparent . . . . .	12
B. - Milieu absorbant . . . . .	14
CHAPITRE IV. - Réflexion et réfraction . . . . .	16
A. - Plans équiampplitudes perpendiculaires au plan d'incidence . . . . .	17
B. - Plans équiampplitudes parallèles au plan d'incidence . . . . .	42
C. - Plans équiampplitudes quelconques par rapport au plan d'incidence . . . . .	44
CHAPITRE V. - Composition de deux ondes d'hétérogénéités différentes . . . . .	50
CHAPITRE VI. - Principes de quelques méthodes de vérifications expérimentales . . . . .	53
CHAPITRE VII. - Propagation en milieu anisotrope	
A. - Résultats généraux . . . . .	65
B. - Etat de polarisation dans le cas d'isotropie magnétique . . . . .	68
CHAPITRE VIII. - Direction de propagation . . . . .	74
CONCLUSION . . . . .	81
BIBLIOGRAPHIE . . . . .	83
ANNEXE I. - Calcul des indices de réfraction des milieux anisotropes	86
ANNEXE II. - Traduction de l'ouvrage de Erasme Bartholin : "Expériences sur le cristal d'Islande biréfringent"	88

PRINCIPALES NOTATIONS

-----

B, D, E, H	Inductions et champs électriques et magnétiques.	
C	Vecteur champ à six composantes	
V, V <sub>i</sub> , V <sub>r</sub> , V <sub>t</sub>	Amplitude complexe d'un vecteur quelconque	
P, Q	Amplitudes complexes des ondes ordinaire ou extraordinaire ou amplitudes complexes de deux ondes d'indices d'hétérogénéité différents.	
A <sub>1</sub> , A <sub>2</sub>	Amplitudes complexes dont	] Les indices 1 et 2 sont relatifs aux deux polarisations :  1 onde T.M. 2 onde T.E.
ξ <sub>1</sub> , ξ <sub>2</sub>	sont les modules et dont	
σ <sub>1</sub> , σ <sub>2</sub>	sont les arguments	
I <sub>1</sub> , I <sub>2</sub>	Amplitudes de l'onde incidente	
R <sub>1</sub> , R <sub>2</sub>	Amplitudes de l'onde réfléchie	
T <sub>1</sub> , T <sub>2</sub>	Amplitudes de l'onde transmise	
s <sub>1</sub> , s <sub>2</sub>	coefficients de réflexion	
t <sub>1</sub> , t <sub>2</sub>	coefficients de transmission	
R <sub>  </sub> , R <sub>⊥</sub>	réflexivité	
T <sub>  </sub> , T <sub>⊥</sub>	transmittivité	
$\vec{S}$	vecteur de Poynting	
i	angle d'incidence	
r	angle de réfraction	
$\vec{k}$	vecteur d'onde complexe dont	
$\vec{k}'$	est la partie réelle, et dont	
$\vec{j}k''$	est la partie imaginaire	

$\vec{g}$	composante de $\vec{k}''$ perpendiculaire à $\vec{k}'$	
$h$	indice d'hétérogénéité	] Les indices 1 et 2 sont relatifs respec- tivement aux milieux d'incidence et de transmission.
$n$	indice de réfraction	
$\chi$	indice d'extinction	
$\chi_0, n_0$	valeur de ces indices quand l'onde est homogène	
$v$	indice de réfraction complexe	
$v', v''$	indices de réfraction complexes ordinaire ou extraordinaire	
$\kappa$	mesure de $\frac{c}{\omega} \vec{k}''$	
$\alpha$	angle aigu de l'axe portant la direction d'hétérogénéité avec le plan d'incidence, pour l'onde incidente	
$\beta$	même angle, pour l'onde transmise.	
$\gamma$	angle du vecteur de Poynting avec $\vec{k}'$	
$\gamma', \gamma''$	même angle, pour les ondes ordinaire et extraordinaire	
$\xi$	azimut	} des vibrations elliptiques
$\eta$	ellipticité	
$\theta$	colatitude	} de l'axe optique
$\phi$	longitude	
$\rho$	colatitude	} de la perpendiculaire au plan de la vibration magnétique
$\psi$	longitude	
$e_1, \dots, e_6$	} éléments de la matrice diélectrique $[\epsilon]$	
$\epsilon_1, \epsilon_3$		
$m_1, \dots, m_6$	} éléments de la matrice magnétique $[\mu]$	
$\mu_1, \mu_3$		
*	indique le complexe conjugué	

*"Il ne me paraît pas douteux que, dans une théorie des ondes physiquement acceptable, l'onde plane n'a pas d'existence réelle car elle aurait une extension dans l'espace infinie, ce qui n'est pas concevable".*

Louis de Broglie [1]

## CHAPITRE I.

## INTRODUCTION ET APERCU HISTORIQUE

-----

L'étude de la propagation de l'énergie électromagnétique est souvent limitée aux ondes planes, homogènes et non amorties. Autrement dit, parmi les solutions des équations de Maxwell, sont choisies les solutions de la forme  $V = V_0 \exp j (\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$  où le vecteur d'onde  $\vec{k}$  est réel. Les concepts habituels (indice de réfraction, états de polarisation, vecteur de Poynting, coefficients de réflexion et de transmission à un dioptré, etc...) n'ont été définis que pour ce cas très particulier.

Des extensions ont été effectuées pour les cas de la réflexion totale ou des milieux absorbants, en prenant en compte des indices de réfraction complexes. Or cette méthode ne convient que si les parties réelle et imaginaire du vecteur d'onde sont colinéaires. Cette condition n'est pas réalisée dans les cas de la réflexion totale ou de l'incidence oblique sur un milieu absorbant. Dès 1836, CAUCHY [2] et GREEN [3] sont amenés à considérer des rayons, qualifiés d'évanescents, dont le vecteur d'onde est complexe et à parties réelle et imaginaire non colinéaires [4, 5]. BEER [6] a étudié les ondes produites par réfraction d'une onde plane qui tombe obliquement sur un milieu absorbant (fig. 1). Dans ce cas, les plans d'égale amplitude sont parallèles au dioptré et les plans d'égale phase ne le sont pas.

De telles ondes sont appelées hétérogènes, que le vecteur d'onde soit constant ou non. Les surfaces isophases sont perpendiculaires à la partie réelle  $\vec{k}'$  du vecteur d'onde  $\vec{k}$  et les surfaces équiamplitudes sont perpendiculaires à la partie imaginaire  $j\vec{k}''$  de  $\vec{k}$ . Si  $\vec{k}'$  est indépendant du point considéré, les surfaces isophases sont des plans et l'onde est dite plane. Si  $\vec{k}''$  est lui aussi constant, les équiamplitudes sont planes et l'onde est qualifiée d'uniforme. Ainsi pour une onde plane et homogène, tout le volume d'un milieu transparent est équiamplitude et, en tout point d'un milieu absorbant, les plans équiamplitude et isophase sont parallèles. Pour une onde hétérogène, plane et uniforme, ces plans ont des directions différentes.

Les travaux de BEER et EISENLOHR montrent que ces ondes existent réellement. BEER s'est intéressé à la réfraction en milieu absorbant. EISENLOHR [7] a étudié l'onde hétérogène qui existe au delà d'un dioptré sur lequel se



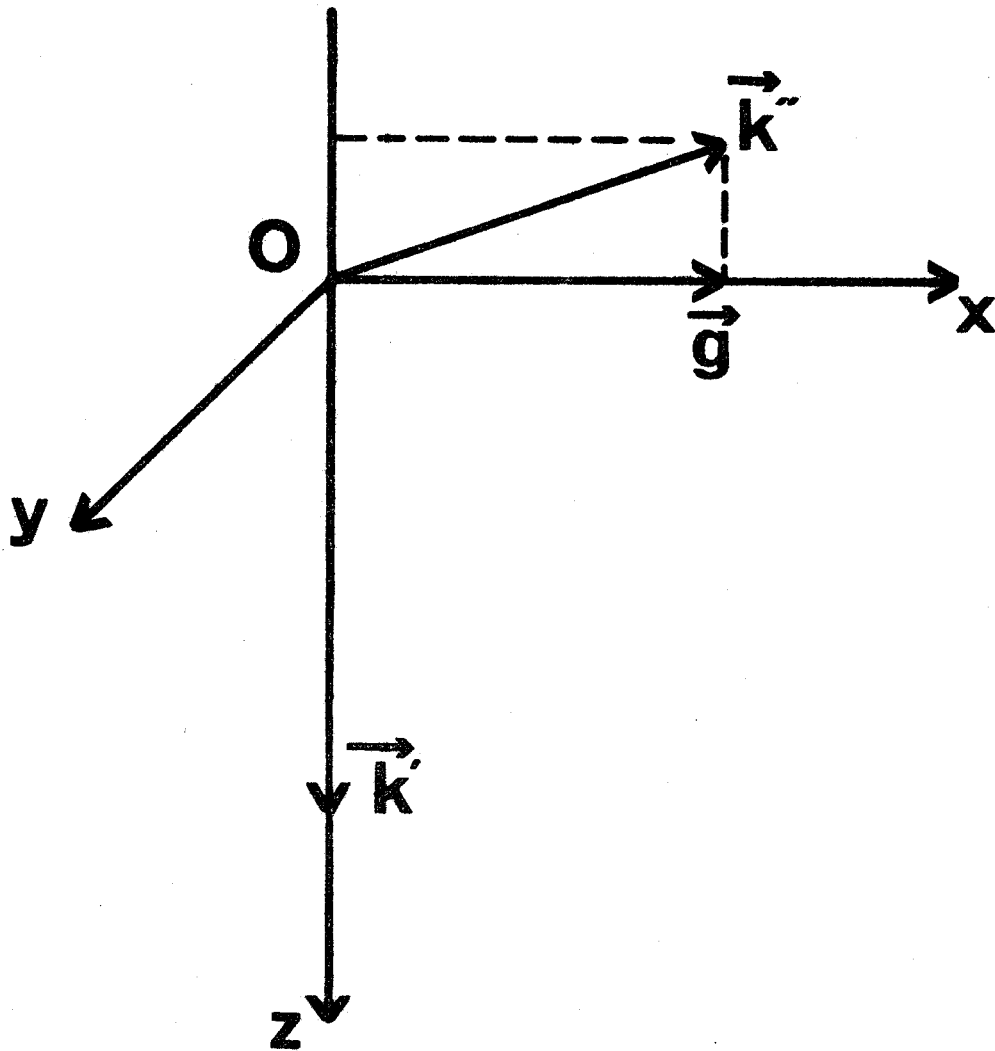


Figure - 2 - : Repérage des parties réelle  $\vec{k}^r$  et imaginaire  $\vec{k}^i$  du vecteur d'onde d'une onde hétérogène plane et uniforme



produit la réflexion totale ; sa vitesse de phase est parallèle au dioptre. Dans l'un et l'autre cas, il s'agit d'ondes hétérogènes planes et uniformes. Elles peuvent encore être produites en envoyant des ondes planes et homogènes sur un prisme absorbant. On obtient des ondes hétérogènes, mais qui ne sont plus uniformes, en dirigeant une onde plane et homogène polarisée rectilignement sur un compensateur de Babinet, suivi d'un analyseur. Les plans équiamplitudes sont parallèles à  $k'$  et aux arêtes des prismes du compensateur. Le module de  $k''$  varie sinusoidalement le long d'une direction perpendiculaire à ces plans. Le même résultat peut être obtenu en remplaçant le compensateur de Babinet par une lame à faces parallèles, taillée dans un milieu dont l'indice varie périodiquement le long d'une droite parallèle aux faces de la lame (milieu photoélastique siège d'ondes acoustiques stationnaires, phase cholestérique ...). Il est analytiquement simple d'étudier la propagation de telles ondes dans des milieux qui peuvent être complètement indépendants des dispositifs qui servent à l'élaboration de ces rayonnements.

L'existence et les propriétés de ces ondes n'ont pas cessé, depuis BEER, d'intéresser les physiciens qui ont étudié la réflexion et la réfraction métallique. BEER [6] a mis en évidence la variation des indices avec l'incidence. Il a démontré que, pour les milieux optiquement isotropes, l'indice de réfraction  $n = \frac{c}{\omega} k'$  et l'indice  $\kappa = \frac{c}{\omega} k''$  dépendent de l'angle d'incidence : ils ont, pour une incidence  $i$ , des valeurs différentes de celles ( $n_0$  et  $\kappa_0$ ) qu'ils ont à l'incidence normale. Si le premier milieu est d'indice égal à l'unité, ces valeurs sont approximativement :

$$\kappa^2 = \kappa_0^2 + \sin^2 i$$

$$n^2 = n_0^2 + \sin^2 i$$

QUINCKE [8] vérifie expérimentalement ces résultats. WERNICKE [9] obtient, pour les indices de réfraction et d'extinction, les formules suivantes qui seront souvent citées :

$$2n^2 = (n_0^2 - \chi_0^2 + \sin^2 i) + \sqrt{(n_0^2 - \chi_0^2 - \sin^2 i)^2 + 4n_0^2 \chi_0^2}$$

$$2\chi^2 = - (n_0^2 - \chi_0^2 + \sin^2 i) + \sqrt{(n_0^2 - \chi_0^2 - \sin^2 i)^2 + 4n_0^2 \chi_0^2}$$

$n_0$  et  $\chi_0$  étant les valeurs des indices si l'onde est homogène. KETTELER [10] s'attache plus particulièrement au fait que les vibrations sont elliptiques longitudinales.

Cet auteur, ainsi que VOIGT [11] et DRUDE [12], qui reprennent tous ces résultats dans leurs théories de la lumière ou de la réflexion, utilisent la théorie élastique de la lumière. A cette époque, la théorie électromagnétique de Maxwell commence à être appliquée à la lumière, mais comme le note LORENTZ [13], les résultats concernant les indices sont les mêmes qu'en théorie élastique, et de fait, ils sont vérifiés expérimentalement par DU BOIS et RUBENS [14] et par SHEA [15].

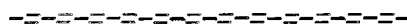
Dans les éditions du "Handbuch der Physik", KONIG [16] et BELL [17] distinguent nettement les ondes hétérogènes des ondes homogènes. Elles sont mentionnées dans les ouvrages de STRATTON, de LANDAU, de BORN et WOLF, ... C'est surtout ARZELIES [18] qui a étudié de façon systématique ces ondes qu'il appelle évanescences, ainsi que leur comportement à un dioptré.

Les résultats plus récents concernent surtout le vecteur de Poynting des ondes hétérogènes. Ainsi, comme le montre MAHAN [19] dans le cadre de la réflexion métallique, l'angle que fait le vecteur moyen de Poynting avec la partie réelle du vecteur d'onde n'est pas toujours nul dans un milieu isotrope. Ceci fait actuellement l'objet de nombreuses publications [20 à 25], surtout dans le but d'interpréter les effets de GOOS et HANCHEN [26] ou de IMBERT [27] (déplacement du faisceau réfléchi) ou le phénomène de résurgence de ACLOQUE et GUILLEMET [28]. Ces phénomènes, liés à la réflexion totale, font certainement intervenir l'onde hétérogène qui se propage dans le milieu moins réfringent. Il a été proposé de décomposer l'onde incidente en ondes planes, les unes homogènes, les autres hétérogènes [23]. Pour éviter les champs infinis, ces ondes ont été limitées à un demi plan et, ainsi, elles ne sont plus solutions rigoureuses des équations de Maxwell.

Quant à l'étude systématique des ondes hétérogènes et de leur propagation dans des milieux isotropes ou anisotropes, différents de ceux où elles prennent naissance, ceci a fait l'objet d'une récente publication [29] que le présent travail reprend et complète.

CHAPITRE II.

REPÈRE ET DEFINITIONS



L'étude concerne les ondes hétérogènes, planes et uniformes. Les champs électrique et magnétique sont respectivement représentés par les parties réelles de :

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{E} \exp j (\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$$\vec{\mathcal{H}} = \vec{H} \exp j (\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \quad \text{avec} \quad \vec{k} = \vec{k}' + j\vec{k}'', \quad \vec{k}' \quad \text{et} \quad \vec{k}'' \quad \text{réels.}$$

Soit Oxyz un trièdre orthonormé (fig. 2) tel que Oz est parallèle à  $\vec{k}'$  et Ox dans le plan  $(\vec{k}', \vec{k}'')$ . Ainsi l'axe Oz est perpendiculaire aux isophases. Pour une onde de pulsation  $\omega$ , la mesure de  $\vec{k}'$ , égale à  $n \frac{\omega}{c}$ , définit l'indice de réfraction réel n (la constante c est la célérité dans le vide des ondes électromagnétiques homogènes). L'axe Oz porte également la composante de  $\vec{k}''$  parallèle à  $\vec{k}'$ . En fonction de l'indice d'extinction  $\chi$ , sa mesure vaut :  $-\chi \frac{\omega}{c}$ . L'axe Ox porte la composante  $\vec{g}$  de  $\vec{k}''$  perpendiculaire à  $\vec{k}'$ . Sa direction est appelée dans la suite "direction d'hétérogénéité". Selon une notion déjà employée [30] la mesure de  $\vec{g}$  s'écrit :  $-h \frac{\omega}{c}$ . L'indice d'hétérogénéité h, ainsi défini, ne correspond pas à une absorption de l'onde par le milieu, mais à une variation de l'amplitude à phase constante ; s'il est nul, l'onde est homogène. L'indice d'extinction  $\chi$  correspond à la variation d'amplitude de l'onde selon la normale aux plans isophases. Il ne correspond simplement à une absorption de l'énergie que si celle-ci se propage selon cette normale. Avec cette notation :

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = \frac{\omega}{c} \left[ (n - j \chi) z - j h x \right] = \frac{\omega}{c} \left[ v z - j h x \right] \quad (1)$$

où v est l'indice de réfraction complexe.

Certaines méthodes de calcul employées pour les ondes planes et homogènes [31] peuvent être utilisées pour les ondes hétérogènes planes et uniformes, dans la mesure où les tenseurs diélectrique  $[\epsilon]$  et magnétique  $[\mu]$  sont indépendants de l'hétérogénéité. Ainsi, pour un milieu dénué de dispersion

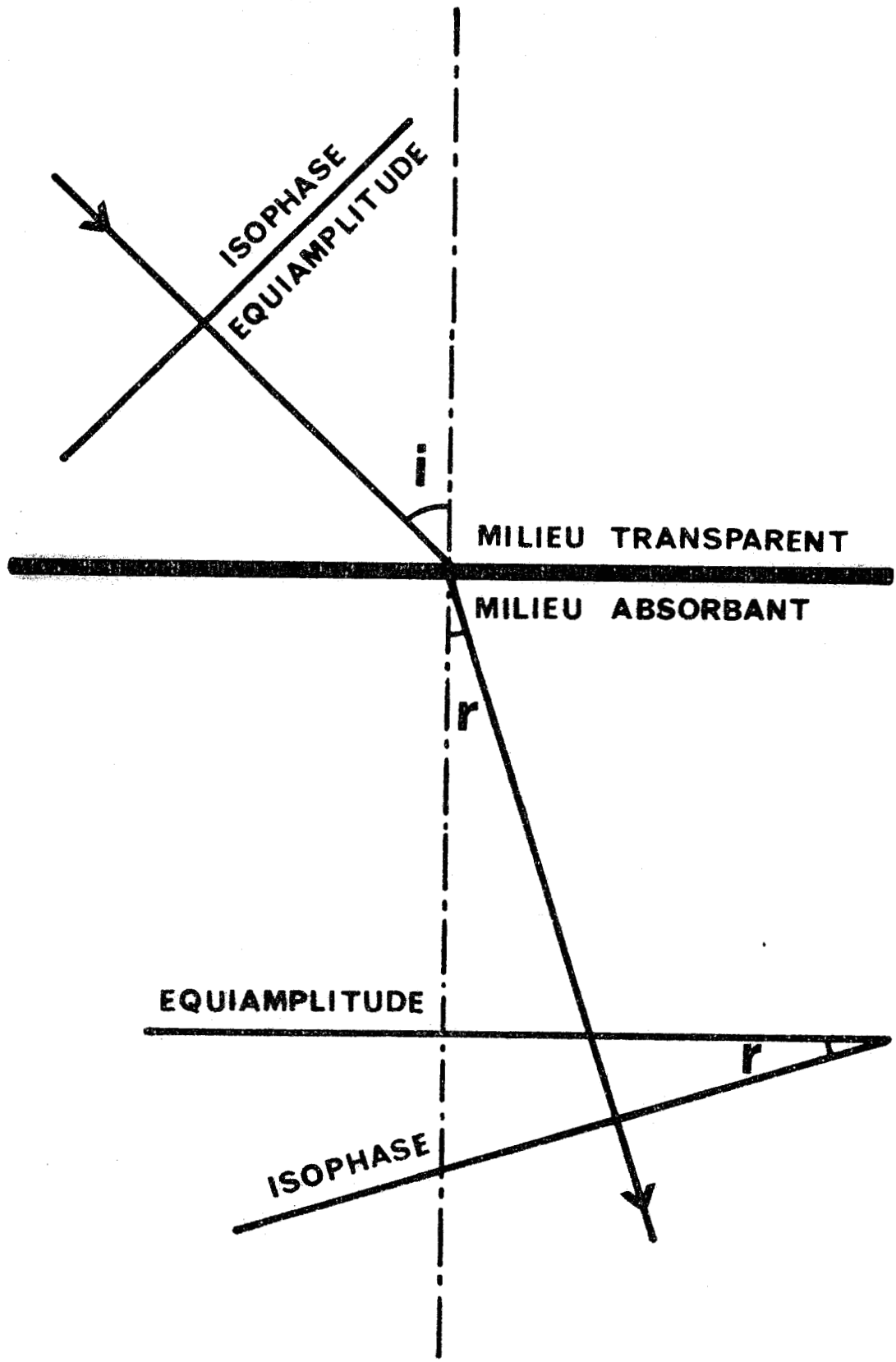


Figure - 1 - : Onde hétérogène plane et uniforme engendrée à partir d'une onde plane et homogène par réfraction oblique dans un milieu absorbant

spatiale, les équations de Maxwell, exprimées dans le système MKSA rationalisé, conduisent après simplification par le terme séculaire, au système suivant :

$$\begin{aligned} \omega [\epsilon] \vec{E} + k \wedge \vec{H} &= 0 \\ k \wedge \vec{E} - \omega [\mu] \vec{H} &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

ou bien, avec le vecteur  $\vec{C}$  à six composantes  $(E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z)$

$$[M] [C] = 0 \tag{3}$$

CHAPITRE III.

PROPAGATION EN MILIEU ISOTROPE

-----

Pour les milieux optiquement isotropes, linéaires et inactifs, les tenseurs diélectrique et magnétique ont la forme :  $\epsilon$  [1] et  $\mu$  [1]. La nullité du déterminant du système (2) s'écrit :

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - \epsilon\mu\omega^2 = 0 \quad \text{ou} \quad v^2 = (n - j\chi)^2 = \epsilon\mu c^2 + h^2 \quad (4)$$

La matrice [M] étant de rang quatre, chacun des vecteurs propres  $\vec{C}$  est défini, comme pour les ondes homogènes, à deux constantes près ( $A_1$  et  $A_2$ ) qui peuvent être complexes. Les composantes des vecteurs  $\vec{C}$  sont de la forme suivante, toujours dans le repère Oxyz :

$$(v A_1, \mu c A_2, jh A_1, -v A_2, \epsilon c A_1, -jh A_2) \quad (5)$$

A la différence des ondes homogènes, aucune onde ne peut être à la fois électriquement et magnétiquement transverse. La condition :

$$\text{div } \vec{E} = \vec{k} \cdot \vec{E} = 0$$

n'implique pas en effet que  $\vec{E}$  soit perpendiculaire à  $\vec{k}'$ , c'est-à-dire à la direction de propagation de la phase. Une onde peut cependant être décomposée en deux ondes principales, se propageant évidemment à la même vitesse, l'une transverse électrique (T.E.), l'autre transverse magnétique (T.M.). Pour l'onde transverse électrique (onde principale 1 dans la classification d'ARZELIES [18] ou ici  $A_1$  nul), le champ électrique est polarisé perpendiculairement au plan ( $\vec{k}'$ ,  $\vec{k}''$ ) et le champ magnétique est contenu dans ce plan, il est polarisé elliptiquement, il a donc une composante longitudinale ; et vice versa pour l'onde transverse magnétique (onde principale 2 ou ici  $A_2$  nul).

La direction du vecteur de Poynting :

$$\vec{S} = \frac{1}{4} (\vec{\mathcal{E}} + \vec{\mathcal{E}}^*) \wedge (\vec{\mathcal{H}} + \vec{\mathcal{H}}^*)$$

d'une onde hétérogène est fonction du temps. En effet, les composantes de ce vecteur s'écrivent :

$$4 S_x = jh \left[ \epsilon c A_1 A_1^* + \mu c A_2 A_2^* - (\epsilon c A_1^2 + \mu c A_2^2) \exp 2j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \right] + \text{terme conjugué.}$$

$$4 S_y = -jh \left[ (v + v^*) A_1 A_2^* \right] + \text{terme conjugué.} \quad (6)$$

$$4 S_z = v \left[ \epsilon^* c A_1 A_1^* + \mu^* c A_2 A_2^* + (\epsilon c A_1^2 + \mu c A_2^2) \exp 2j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \right] + \text{terme conjugué.}$$

A ceci s'ajoute le fait que les densités d'énergie électrique  $\frac{\epsilon E E^*}{2}$  et magnétique  $\frac{\mu H H^*}{2}$  ne sont pas égales en général pour une onde hétérogène. Ces résultats, comme ceux qui concernent les indices, l'ellipticité des vibrations et le vecteur de Poynting, peuvent être précisés, selon que le milieu traversé est transparent ou non.

#### A - Milieu transparent

L'équation (4) montre que l'indice d'extinction  $\chi$  est nul si les arguments de  $\epsilon$  et  $\mu$  sont nuls, ou simplement opposés ; le milieu est alors transparent. Les parties imaginaire et réelle du vecteur d'onde sont perpendiculaires dans ce cas :

$$\vec{k}' \cdot \vec{k}'' = 0$$

L'indice de réfraction :

$$n^2 = \epsilon \mu c^2 + h^2 \quad (7)$$

est une fonction croissante de l'indice d'hétérogénéité.

Pour la vibration magnétique de l'onde T.E., comme pour la vibration électrique de l'onde T.M., l'ellipticité  $\eta$  est donnée par :

$$\eta = \text{Arc tg } \frac{h}{n} \quad (8)$$



L'azimut est nul et les ellipses ont donc leurs axes parallèle ou perpendiculaire à la direction de propagation. Si les deux ondes principales sont superposées, l'état de vibration dépend du déphasage entre les composantes. L'écriture suivante :

$$A_1 \exp j (\omega t - \vec{k} \vec{r}) = \xi_1 \exp j \sigma_1 \quad \text{et} \quad A_2 \exp j (\omega t - \vec{k} \vec{r}) = \xi_2 \exp j \sigma_2$$

permet de séparer les termes de phase et les termes d'amplitude  $\xi_1$  et  $\xi_2$ . Il est à noter que la différence  $(\sigma_1 - \sigma_2)$  caractérise le déphasage entre les composantes transversales du champ.

Avec ces notations, compte tenu du fait que l'indice de réfraction  $n$  est réel, les composantes du vecteur de Poynting (6) s'écrivent :

$$S_x = h \left[ \epsilon c \xi_1^2 \sin \sigma_1 \cos \sigma_1 + \mu c \xi_2^2 \sin \sigma_2 \cos \sigma_2 \right]$$

$$S_y = h n \xi_1 \xi_2 \sin (\sigma_1 - \sigma_2)$$

$$S_z = n \left[ \epsilon c \xi_1^2 \cos^2 \sigma_1 + \mu c \xi_2^2 \cos^2 \sigma_2 \right]$$

Le vecteur de Poynting a une direction qui varie au cours du temps. Les composantes  $S_x$  et  $S_z$  sont en effet des fonctions périodiques du temps, de période  $\frac{T}{2}$ . Elles sont aussi périodiques dans l'espace selon Oz, de période égale à la demi-longueur d'onde.

Le vecteur de Poynting moyen  $\bar{S}$  est parallèle aux plans équiamplitudes ( $\bar{S}_x = 0$ ). Il fait avec la normale aux isophases un angle  $\gamma$  tel que |21, 32| :

$$\text{tg } \gamma = \frac{2h \xi_1 \xi_2 \sin (\sigma_1 - \sigma_2)}{\epsilon c \xi_1^2 + \mu c \xi_2^2}$$

Cet angle est nul si la composante transversale du champ est polarisée rectilignement. Il est maximum si la vibration électrique transversale est circulaire, cet angle vaut :

$$\gamma_M = \pm \text{Arc tg } \frac{2h/n}{\frac{\epsilon \mu c^2}{n^2} + 1} \quad \approx \pm \text{Arc tg } \frac{h}{n}$$

Enfin, pour un rayon de lumière naturelle, d'hétérogénéité donnée, le vecteur de Poynting doit balayer un angle  $2\gamma_M$ .

Les densités d'énergie électrique et magnétique s'écrivent :

$$\epsilon EE^* = \epsilon(v^2 A_1 A_1^* + h^2 A_1 A_1^* + \mu^2 c^2 A_2 A_2^*) = \epsilon^2 \mu c^2 A_1 A_1^* + \epsilon \mu^2 c^2 A_2 A_2^* + 2h^2 \epsilon A_1 A_1^*$$

$$\mu HH^* = \mu(v^2 A_2 A_2^* + h^2 A_2 A_2^* + \epsilon^2 c^2 A_1 A_1^*) = \epsilon^2 \mu c^2 A_1 A_1^* + \epsilon \mu^2 c^2 A_2 A_2^* + 2h^2 \mu A_2 A_2^* . \quad (9)$$

Ainsi, en particulier, pour une onde transverse électrique :  $\mu HH^* > \epsilon EE^*$   
 et pour une onde transverse magnétique :  $\epsilon EE^* > \mu HH^*$

### B - Milieu absorbant

Si  $\epsilon$  et  $\mu$  sont complexes et d'arguments non opposés, l'indice n'est plus réel (4).

Il vient :

$$n^2 - \chi^2 - h^2 = c^2 (\epsilon' \mu' - \epsilon'' \mu'') = n_0^2 - \chi_0^2$$

$$- 2 n \chi = c^2 (\epsilon' \mu'' + \epsilon'' \mu') = - 2 n_0 \chi_0$$

$n_0$  et  $\chi_0$  étant les valeurs relatives aux ondes homogènes.

Il s'en déduit :

$$\begin{aligned} 2 n^2 &= (n_0^2 - \chi_0^2 + h^2) + \sqrt{(n_0^2 - \chi_0^2 + h^2)^2 + 4 n_0^2 \chi_0^2} \\ 2 \chi^2 &= -(n_0^2 - \chi_0^2 + h^2) + \sqrt{(n_0^2 - \chi_0^2 + h^2)^2 + 4 n_0^2 \chi_0^2} \end{aligned} \quad (10)$$

Comme en milieu transparent, l'indice de réfraction est une fonction croissante de l'hétérogénéité ; l'indice d'extinction est une fonction décroissante. L'ellipticité  $\eta$  et l'azimut  $\zeta$  des vibrations sont donnés par :

$$\eta = \frac{1}{2} \text{Arc sin} \frac{2 n h}{n^2 + \chi^2 + h^2} \quad \zeta = \frac{1}{2} \text{Arc tg} \frac{2 \chi h}{n^2 + \chi^2 - h^2} \quad (11)$$

Enfin, les composantes du vecteur de Poynting moyen sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \bar{S}_x &= \frac{1}{2} h \left[ \epsilon'' c \xi_1^2 + \mu'' c \xi_2^2 \right] \\ \bar{S}_y &= h \xi_1 \xi_2 \left[ n \sin (\sigma_1 - \sigma_2) + \chi \cos (\sigma_1 - \sigma_2) \right] \\ \bar{S}_z &= \frac{1}{2} \left[ n \epsilon' c \xi_1^2 + \chi \epsilon'' c \xi_1^2 + n \mu' c \xi_2^2 + \chi \mu'' c \xi_2^2 \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Pour un milieu simplement conducteur ( $\mu'' = 0$ ), le vecteur de Poynting est parallèle à Oz uniquement pour l'onde transverse électrique.

Le vecteur de Poynting n'est pas en général normal aux isophases. Dans un milieu absorbant comme dans un milieu transparent, sa direction varie avec l'état de polarisation de l'onde. En confondant la direction de ce vecteur avec la direction de propagation de l'énergie, on aboutit, comme l'indique PAVAGEAU [20], à une dispersion d'un faisceau de lumière naturelle.

## CHAPITRE IV

## REFLEXION ET REFRACTION

-----

Une partie de l'étude qui va suivre a déjà été faite par ARZELIES [18]. Celui-ci, pour généraliser le problème ordinaire de la réflexion des ondes planes, a envisagé quatre genres de réflexions et ceci pour des perméabilités magnétiques quelconques. Les réflexions des premier et deuxième genres correspondent respectivement à la réflexion partielle et à la réflexion totale d'une onde incidente homogène. Les réflexions des troisième et quatrième genres sont les pendants mathématiques des précédents : l'onde incidente est hétérogène, l'onde réfractée est soit homogène, soit hétérogène. La présente étude, qui commence par les ondes dont les plans équiampplitudes sont perpendiculaires au plan d'incidence, conduit à des résultats identiques à ceux de ARZELIES. C'est le seul cas envisagé par cet auteur, car c'est celui qui correspond aux ondes hétérogènes produites lors de la réflexion totale ou par réfraction oblique dans un milieu absorbant. Mais ici, le cas des plans équiampplitudes parallèles au plan d'incidence est également abordé car des expériences correspondant à cette éventualité peuvent être envisagées. Enfin, les résultats sont étendus au cas où les plans équiampplitudes font un angle quelconque avec le plan d'incidence.

Les équations de continuité à un dioptré comportent l'égalité des composantes tangentielles des champs de part et d'autre du dioptré et l'égalité des composantes normales des inductions. Compte tenu des équations de propagation, l'égalité des composantes tangentielles suffit, l'autre égalité en résulte.

La normale au dioptré (ou à son plan tangent) est choisie comme axe Oz' d'un nouveau repère Ox'y'z'. Les vecteurs d'onde  $\vec{k}_i$ ,  $\vec{k}_r$  et  $\vec{k}_t$  des ondes incidente, réfléchie et transmise sont déterminés par leurs projections sur les trois axes ( $k_{ix}$  ;  $k_{iy}$  ;  $k_{iz}$  ;  $k_{rx}$  etc.). Les équations de continuité sont de la forme :

$$V_t \exp -j(k_{tx} x' + k_{ty} y' + k_{tz} z') = V_i \exp -j(k_{ix} x' + k_{iy} y' + k_{iz} z') \\ + V_r \exp -j(k_{rx} x' + k_{ry} y' + k_{rz} z')$$

où les coefficients  $V_t$ ,  $V_i$  et  $V_r$  représentent les facteurs qui dépendent du temps. Si le dioptre est plan, seul cas envisagé ici, elles doivent être valables pour tout point du plan  $x'Oy'$  et on en déduit séparément

d'une part  $k_{tx} = k_{ix} = k_{rx}$

c'est-à-dire  $k'_{tx} = k'_{ix} = k'_{rx}$  et  $k''_{tx} = k''_{ix} = k''_{rx}$  (13a)

et de même  $k_{ty} = k_{iy} = k_{ry}$  (13b)

et d'autre part  $V_{tx} = V_{ix} + V_{rx}$  (13c)

et de même  $V_{ty} = V_{iy} + V_{ry}$  (13d)

L'égalité des composantes tangentielles des parties réelles des vecteurs d'onde, qui manifeste la concordance des phases des trois ondes en tout point du dioptre, permet de calculer les différents vecteurs d'onde en généralisant les lois de Descartes.

L'égalité entre les composantes tangentielles des champs de l'onde transmise et celles des ondes incidente et réfléchie détermine les états de polarisation. Ces relations, utilisées ici pour deux positions particulières de la direction d'hétérogénéité, sont valables dans tous les cas, y compris celui de la réflexion totale.

A) - Les plans équiampplitudes de l'onde incidente sont perpendiculaires au plan d'incidence.

Ce cas englobe l'éventualité de l'onde incidente homogène, puisque les plans équiampplitudes, alors confondus avec les plans isophases, sont bien perpendiculaires au plan d'incidence.

I. - Lois de Descartes généralisées.

Le plan d'incidence, qui contient le vecteur  $\vec{k}''$  de l'onde incidente, étant pris comme plan  $x'Oz'$ , la relation (13b) devient :

$$k_{iy} = k_{ry} = k_{ty} = 0$$

les vecteurs d'onde des ondes réfléchié et réfractée sont contenus dans le plan d'incidence.

Par ailleurs, les relations (13a) permettent d'abord de démontrer que l'onde réfléchié a même indice d'hétérogénéité que l'onde incidente, donc même indice de réfraction. Ce dernier résultat, évident pour des ondes homogènes, ne l'est pas pour des ondes hétérogènes. Il entraîne que les isophases de l'onde réfléchié sont symétriques de celles de l'onde incidente par rapport au dioptre. Les mêmes relations permettent aussi de relier les angles d'incidence  $i$  et de réfraction  $r$  :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

mais sans oublier que les indices de réfraction  $n_1$  et  $n_2$  dépendent de l'hétérogénéité. Or l'indice d'hétérogénéité  $h_2$  de l'onde réfractée est relié à l'indice  $h_1$  de l'onde incidente et aux indices d'extinction  $\chi_1$  et  $\chi_2$  par la relation :

$$h_2 = \frac{h_1 \cos i + \chi_1 \sin i - \chi_2 \sin r}{\cos r}$$

Il est donc différent selon que l'onde incidente est hétérogène ou non, selon que les milieux sont absorbants ou non, selon que la réflexion est totale ou non. Les équations (10), jointes à la relation ci-dessus, permettent de déterminer les indices de réfraction  $n_2$  et d'extinction  $\chi_2$  de l'onde réfractée, et d'en déduire éventuellement les valeurs de l'angle  $r$  et de l'indice  $h_2$ . La valeur de l'indice de réfraction  $n_2$  est solution de l'équation :

$$n_2^4 - n_2^2 \left[ n_1^2 \sin^2 i + n_{02}^2 - \chi_{02}^2 + (h_1 \cos i + \chi_1 \sin i)^2 \right] - n_{02}^2 \chi_{02}^2 + (n_{02}^2 - \chi_{02}^2) n_1^2 \sin^2 i + 2n_{02} \chi_{02} n_1 \sin i (h_1 \cos i + \chi_1 \sin i) = 0$$

Dans cette équation, les grandeurs  $n_{02}$  et  $\chi_{02}$  sont les indices du second milieu pour les ondes homogènes et les grandeurs  $n_1$  et  $\chi_1$ , indices du premier milieu pour les ondes hétérogènes, sont elles mêmes calculables grâce aux équations (10).

Si l'onde incidente est homogène et le premier milieu transparent,

il vient :

$$h_2 = - \chi_2 \operatorname{tg} r = - \frac{n_{02} \chi_{02}}{n_2} \operatorname{tg} r$$

$$\text{et } 2n_2^2 = n_{02}^2 - \chi_{02}^2 + n_1^2 \sin^2 i + \sqrt{(n_{02}^2 - \chi_{02}^2 - n_1^2 \sin^2 i)^2 + 4n_{02}^2 \chi_{02}^2}$$

Cette solution identique à celle de WERNICKE [9], DRUDE [12] et MAHAN [19] est exprimée en fonction de  $n_{02}$  et  $\chi_{02}$ , valeurs des indices pour des ondes homogènes. Elle montre que l'indice et, par conséquent, l'angle de réfraction, dépendent de l'incidence. Ceci a été vérifié expérimentalement par SHEA [15], DU BOIS et RUBENS [14] sur des prismes métalliques d'angles très faibles (25" environ).

Si l'onde incidente est hétérogène, d'indice d'hétérogénéité  $h_1$ , le premier milieu étant toujours transparent, il vient :

$$h_2 = \frac{h_1 \cos i - \chi_2 \sin r}{\cos r} \quad (14)$$

$$\text{et } 2n_2^2 = n_{02}^2 - \chi_{02}^2 + n_1^2 \sin^2 i + h_1^2 \cos^2 i$$

$$+ \sqrt{(n_{02}^2 - \chi_{02}^2 + n_1^2 \sin^2 i + h_1^2 \sin^2 i)^2 + n_{02}^2 \chi_{02}^2 - 4(n_{02}^2 - \chi_{02}^2) n_1^2 \sin^2 i - 8n_{02} \chi_{02} n_1 h_1 \sin i \cos i}$$

D'autre part, puisque l'indice d'hétérogénéité  $h_2$  dépend de l'angle de réfraction  $r$ , lorsque le second milieu est plus réfringent que le premier, la valeur limite de l'angle de réfraction dépend de l'indice d'hétérogénéité de l'onde incidente, comme l'indique la figure 3, tracée pour le cas particulier de deux milieux transparents. Si c'est le second milieu qui est moins réfringent que le premier, il n'y a pas d'angle d'incidence limite, puisque l'indice d'hétérogénéité  $h_2$  devient très grand quand l'angle de réfraction  $r$  augmente. Ainsi les graphiques, donnés par la figure 4 montrent que la réflexion d'ondes homogènes sur un dioptre limitant divers milieux absorbants ne peut être totale. C'est pourquoi, pour les milieux absorbants tels que sont la plupart des matériaux dans le domaine des rayons X mous, on ne peut pas, sans précaution, déterminer l'indice de réfraction par la méthode de l'angle limite [33]. L'effet est analogue pour la réflexion sur un dioptre séparant deux milieux transparents, d'ondes hétérogènes dont les plans équiamplitudes sont per-

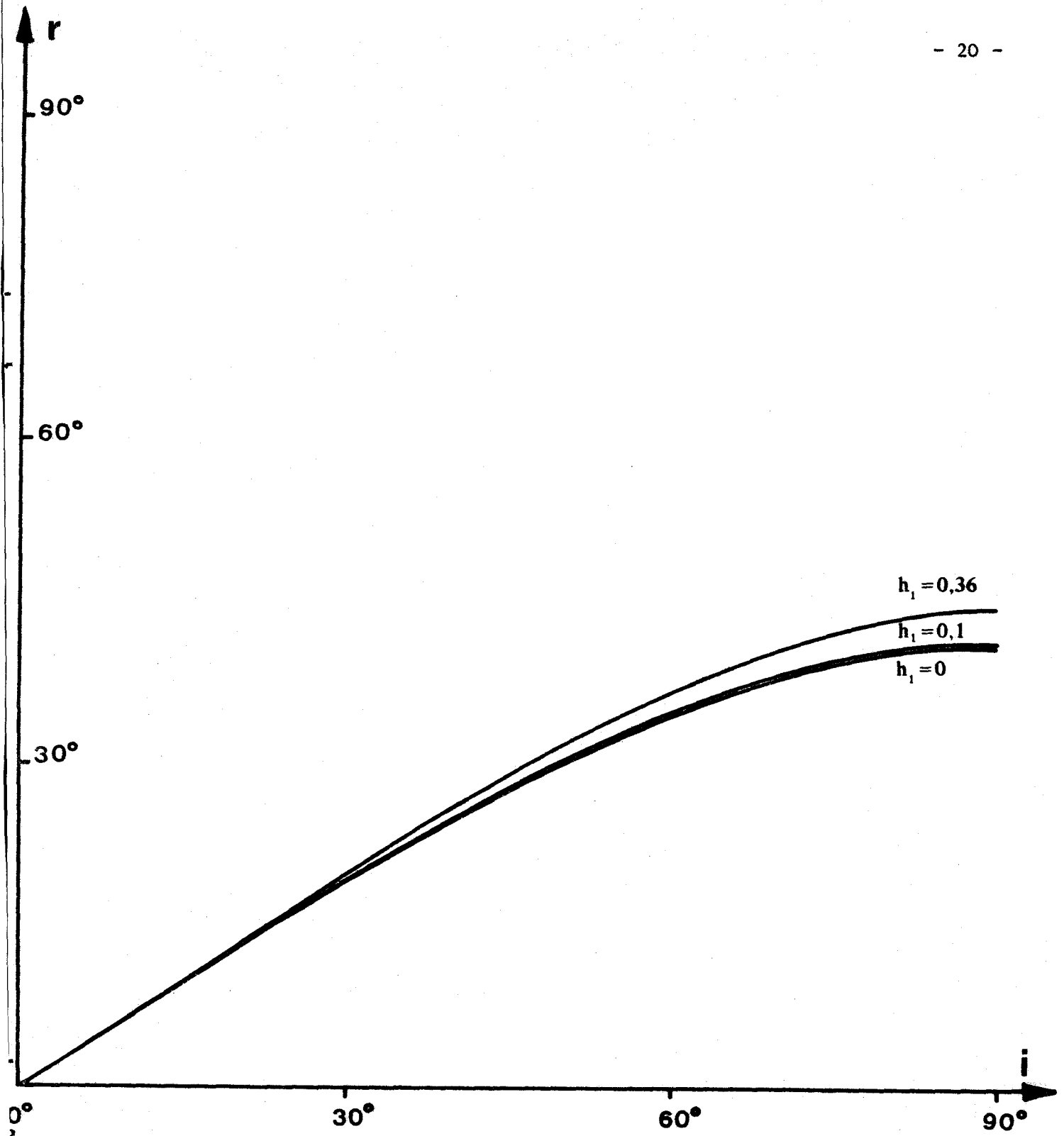


Figure - 3 - : Variation de l'angle de réfraction avec l'angle d'incidence pour différentes valeurs de l'indice d'hétérogénéité. Les milieux sont transparents et le second ( $n_{02} = 1,5$ ) est plus réfringent que le premier ( $n_{01} = 1$ )





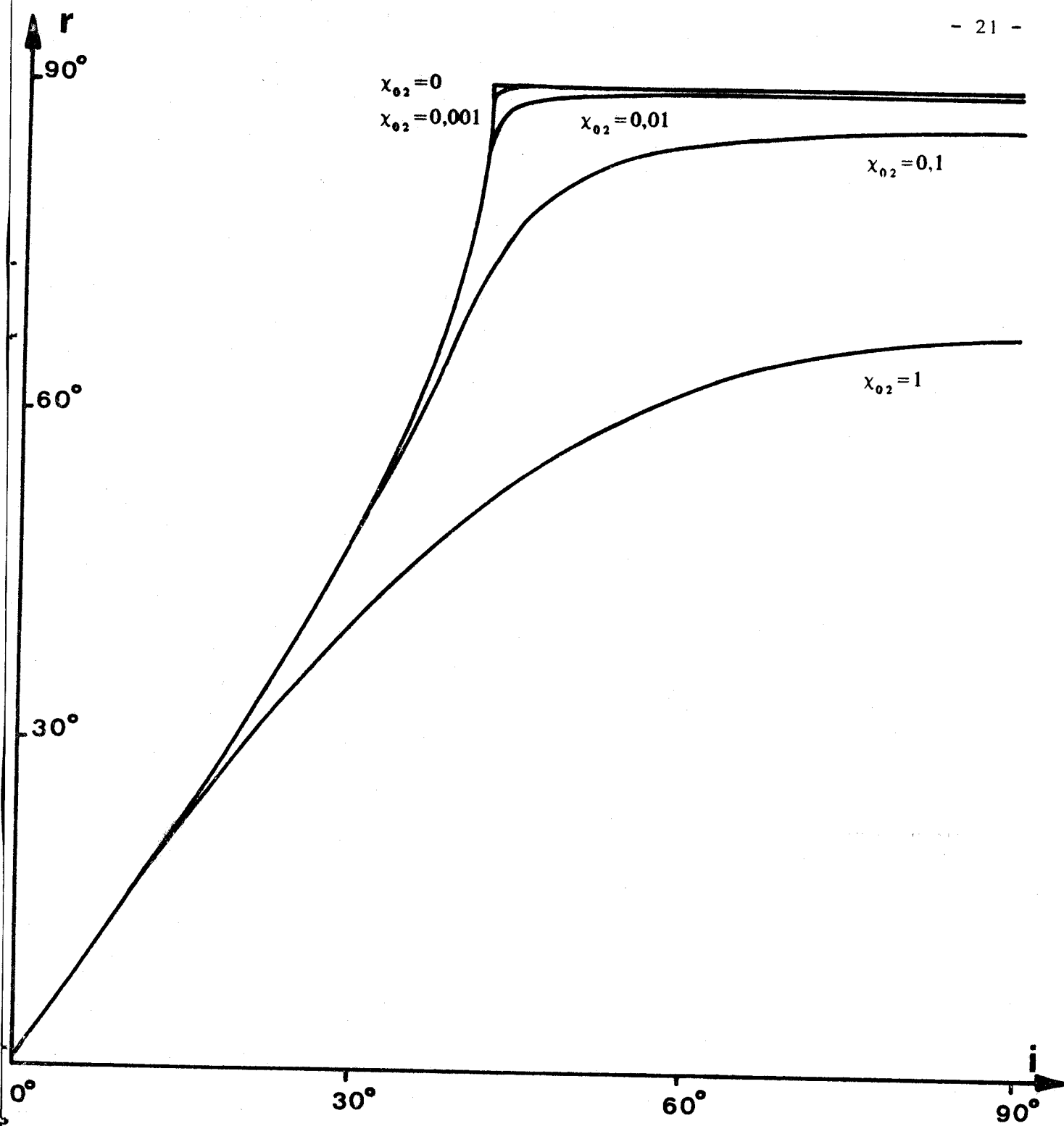


Figure - 4 - : Variation de l'angle de réfraction avec l'angle d'incidence pour une onde homogène, passant d'un milieu transparent (d'indice  $n_{01} = 1,5$ ) dans des milieux d'indice  $n_{02} = 1$  et de diverses absorptions.



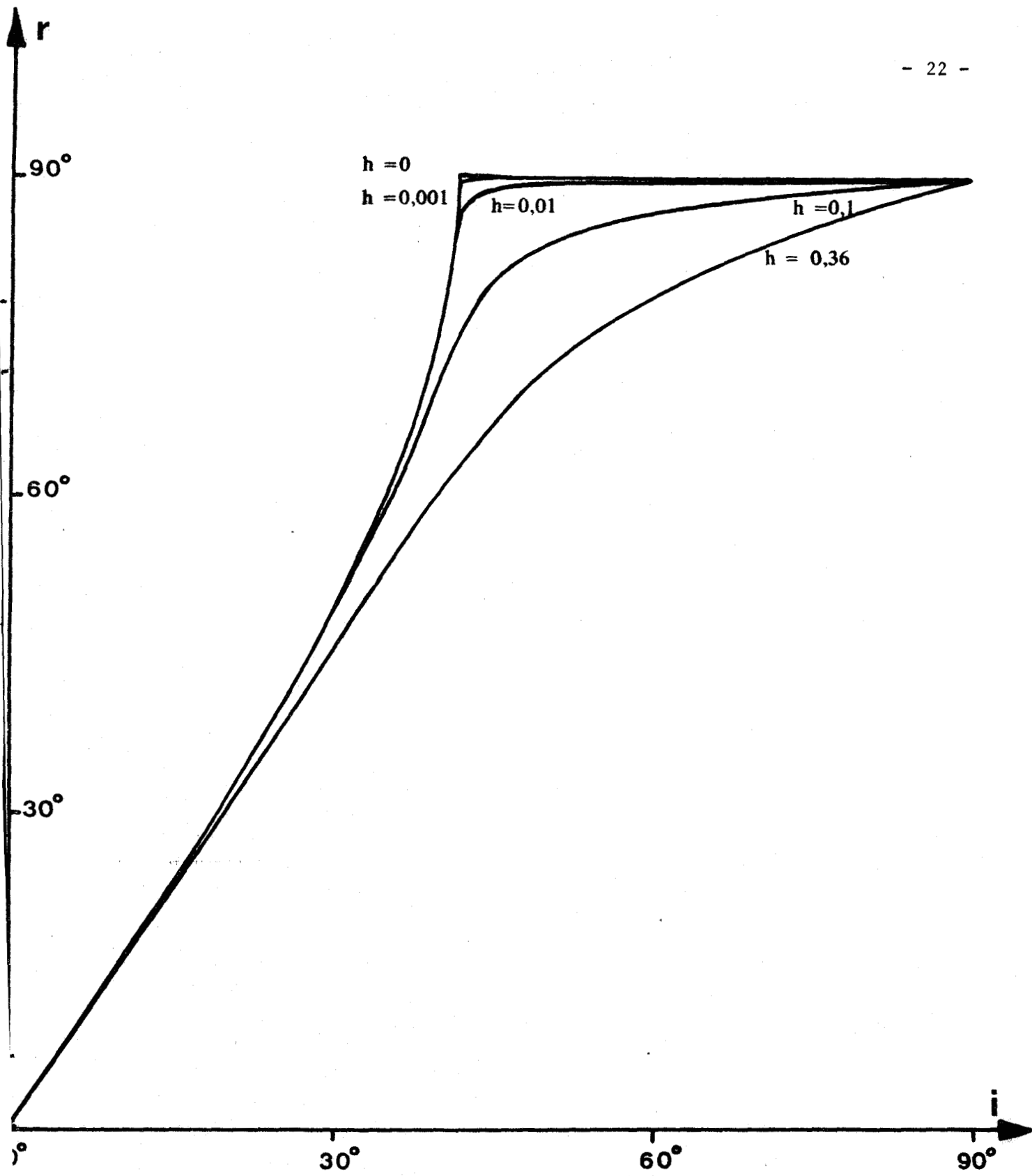


Figure - 5 - : Variation de l'angle de réfraction avec l'angle d'incidence pour différentes valeurs de l'indice d'hétérogénéité. Les milieux sont transparents et le second ( $n_{o2}=1$ ) est moins réfringent que le premier ( $n_{o1}=1,5$ )



pendiculaires au plan d'incidence. Les graphiques de la figure 5, établis pour différentes valeurs de l'indice d'hétérogénéité, illustrent ce fait. Par contre, si l'onde incidente est homogène et si les deux milieux sont transparents, il existe un angle limite, en deçà duquel l'onde réfractée est homogène, mais au delà duquel l'égalité :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

ne peut être vérifiée que si l'indice de réfraction pour l'onde transmise est plus grand que  $n_{02}$ , ce qui est possible si l'onde est hétérogène. Puisque la projection sur le dioptré de la partie imaginaire du vecteur d'onde doit être nulle, comme pour l'onde incidente, cette partie imaginaire ne peut être que perpendiculaire au dioptré. Le milieu est transparent, la partie réelle du vecteur d'onde est donc parallèle au dioptré ( $r = \frac{\pi}{2}$ ). L'indice d'hétérogénéité  $h_2$  de l'onde réfractée se calcule à partir de la loi de Descartes :

$$n_1^2 \sin^2 i = n_2^2 = n_{02}^2 + h_2^2 \quad (1)$$

## II. - Etat de polarisation

Les champs des ondes incidente, réfléchie et transmise étant représentés par des vecteurs de la forme (5) où les constantes  $A_1$  et  $A_2$  sont respectivement remplacées par les constantes  $I_1$  et  $I_2$ ,  $R_1$  et  $R_2$ ,  $T_1$  et  $T_2$ , les équations de continuité donnent les résultats suivants :

1°) Si l'incidente est transverse électrique ( $I_1 = 0$ ), les ondes réfléchie et transmise le sont aussi. Les coefficients de réflexion  $R_{e\perp}$  et de transmission  $T_{e\perp}$ , définis comme rapport des composantes des champs électriques, sont complexes. Il en est de même des coefficients  $R_{m\parallel}$  et  $T_{m\parallel}$  définis comme rapports des composantes transversales des champs magnétiques. En posant :

$$s_2 = \frac{R_2}{I_2} = \frac{\nu_1 \mu_2 c \cos i - \nu_2 \mu_1 c \cos r + j h_1 \mu_2 c \sin i - j h_2 \mu_1 c \sin r}{\nu_1 \mu_2 c \cos i + \nu_2 \mu_1 c \cos r + j h_1 \mu_2 c \sin i + j h_2 \mu_1 c \sin r} \quad \text{et}$$

$$t_2 = \frac{T_2}{I_2} = \frac{2 (\nu_1 \mu_1 c \cos i + j h_1 \mu_1 c \sin i)}{\nu_1 \mu_2 c \cos i + \nu_2 \mu_1 c \cos r + j h_1 \mu_2 c \sin i + j h_2 \mu_1 c \sin r}$$

---

(1) Ce résultat est identique à celui obtenu par la considération des lignes trigonométriques imaginaires ( $n_2 \cos r = j \sqrt{n_1^2 \sin^2 i - n_{02}^2}$ )

il vient d'une part :  $R_{e\perp} = R_{m\parallel} = s_2$

d'autre part :  $T_{e\perp} = \frac{\mu_2}{\mu_1} t_2$  et  $T_{m\parallel} = \frac{\nu_2}{\nu_1} t_2$

2°) Si l'incidente est transverse magnétique ( $I_2 = 0$ ) les ondes réfléchie et transmise le sont aussi. Dans ce cas, les vibrations électriques sont elliptiques. Aussi, les coefficients de réflexion et de transmission sont définis, soit comme rapports des composantes transversales des champs électriques parallèles au plan d'incidence ( $R_{e\parallel}$  et  $T_{e\parallel}$ ), soit parfois [34] comme rapports des composantes des champs magnétiques perpendiculaires au plan d'incidence ( $R_{m\perp}$  et  $T_{m\perp}$ ).

En posant :

$$s_1 = \frac{R_1}{I_1} = \frac{\nu_1 \epsilon_2 c \cos i - \nu_2 \epsilon_1 c \cos r + jh_1 \epsilon_2 c \sin i - jh_2 \epsilon_1 c \sin r}{\nu_1 \epsilon_2 c \cos i + \nu_2 \epsilon_1 c \cos r + jh_1 \epsilon_2 c \sin i + jh_2 \epsilon_1 c \sin r} \quad \text{et}$$

$$t_1 = \frac{T_1}{I_1} = \frac{2(\nu_1 \epsilon_1 c \cos i + jh_1 \epsilon_1 c \sin i)}{\nu_1 \epsilon_2 c \cos i + \nu_2 \epsilon_1 c \cos r + jh_1 \epsilon_2 c \sin i + jh_2 \epsilon_1 c \sin r}$$

il vient d'une part :  $R_{e\parallel} = R_{m\perp} = s_1$

d'autre part :  $T_{e\parallel} = \frac{\nu_2}{\nu_1} t_1$  et  $T_{m\perp} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} t_1$

Ainsi donc, une onde hétérogène dont les plans équiampitudes sont perpendiculaires au plan d'incidence conserve son caractère au passage d'un dioptré. Toutefois, l'onde transmise n'a pas même état de polarisation que l'onde incidente, car pour la vibration magnétique de l'onde T.E., comme pour la vibration électrique de l'onde T.M., l'ellipticité dépend de l'hétérogénéité de l'onde transmise (8 et 11) et celle-ci est différente de celle de l'onde incidente. Pour l'onde réfléchie, les vibrations principales du dioptré, telles que la réfléchie ait même état de polarisation que l'incidente [35], sont les vibrations transverse électrique et transverse magnétique.

Si l'onde incidente est homogène ( $h_1 = 0$ ) et le second milieu trans-

parent, les formules précédentes redonnent, pour la réflexion partielle, les coefficients de réflexion et de transmission de FRESNEL [36]. Elles restent valables pour la réflexion totale d'une onde homogène, en accord avec les résultats de ARZELIES [18], et les coefficients de réflexion ont un module égal à l'unité.

### III. - Réflexivité et transmittivité.

Si l'onde incidente est homogène et les milieux transparents, les expressions habituelles de la réflexivité et de la transmittivité, qui définissent les fractions d'énergie réfléchie et transmise, restent valables. Si  $R_e$  et  $T_e$  désignent les rapports des composantes des champs électriques, elles s'écrivent :

$$\mathcal{R} = R_e R_e^*$$

$$\mathcal{Z} = T_e T_e^* \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{v_1}{v_2} \frac{\cos r}{\cos i} = T_e T_e^* \frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} r}$$

Ces expressions conduisent à la relation :  $\mathcal{R} + \mathcal{Z} = 1$ .

Il est à noter que la quantité  $\mathcal{Z}$  se rapporte à l'énergie qui franchit le dioptre et ceci permet de comprendre que ce facteur soit nul dans le cas de la réflexion totale d'une onde homogène, bien qu'une onde hétérogène transporte de l'énergie dans le second milieu ; en effet, cette dernière se propage parallèlement au dioptre. On perçoit ici les difficultés que fait naître la considération de dioptres et d'ondes d'extension infinie.

Les expressions ci-dessus ne s'appliquent plus pour une onde incidente hétérogène. Leur prise en compte dans le calcul numérique de la somme  $\mathcal{R} + \mathcal{Z}$  conduit à des valeurs différentes de l'unité. L'origine de ces difficultés tient en premier lieu à ce que certaines démonstrations supposent que les densités d'énergie magnétique et électrique sont égales, ce qui n'a pas lieu pour les ondes hétérogènes, comme le montrent les relations (9). Selon ces mêmes relations, la demi-somme des énergies électrique et magnétique est égale à l'énergie de la composante transversale du champ magnétique dans le cas de l'onde T.E. et du champ électrique dans le cas de l'onde T.M. D'où :

$$\mathcal{Z}_1 = T_{m//} T_{m//}^* \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{\cos r}{\cos i} = t_2 t_2^* \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{\cos r}{\cos i}$$

$$\bar{S}_{z'} = T_{e//} T_{e//}^* \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{\cos r}{\cos i} = t_1 t_1^* \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{\cos r}{\cos i}$$

En second lieu, dans le milieu d'incidence, il faut considérer la somme des champs incident et réfléchi ; le vecteur de Poynting correspondant au terme d'interférence entre les ondes réfléchie et incidente possède une composante normale au dioptre, qui est nulle dans le cas d'ondes homogènes, mais qui ne l'est pas pour une onde incidente hétérogène. En effet, la composante du vecteur de Poynting moyen, normale au dioptre, a pour valeur, dans un milieu d'incidence transparent et pour une onde T.M. :

$$\bar{S}_{z1} = \frac{1}{2} \left( v_1 \cos i - j h_1 \sin i \right) \mu_1 c \left[ I_2 I_2^* - R_2 R_2^* + R_2 I_2^* - I_2 R_2^* \right] + \text{terme conjugué}$$

Le quotient par la composante normale du dioptre du vecteur de Poynting de l'onde incidente :

$$\bar{S}_{zi} = v_1 \cos i \mu_1 c I_2 I_2^*$$

conduit au résultat suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\bar{S}_{z1}}{\bar{S}_{zi}} &= 1 - \frac{v_1 \cos i R_2 R_2^*}{v_1 \cos i I_2 I_2^*} - \frac{j h_1 \sin i}{v_1 \cos i} \cdot \frac{R_2 I_2^* - I_2 R_2^*}{I_2 I_2^*} \\ &= 1 - s_2 s_2^* - j (s_2 - s_2^*) \frac{h_1}{v_1} \operatorname{tg} i \end{aligned}$$

Pour l'onde T.E., à partir de l'expression :

$$\bar{S}_{z1} = \frac{1}{2} \left( v_1 \cos i + j h_1 \sin i \right) \epsilon_1 c \left[ I_1 I_1^* - R_1 R_1^* - R_1 I_1^* + I_1 R_1^* \right] + \text{terme conjugué},$$

on obtient un résultat analogue :

$$\frac{\bar{S}_{z1}}{\bar{S}_{zi}} = 1 - s_1 s_1^* + j (s_1^* - s_1) \frac{h_1}{v_1} \operatorname{tg} i$$

Le bilan énergétique peut donc s'écrire sous la forme :

$$R + \mathcal{E} + \mathcal{J} = 1$$

en désignant par le terme d'interférence  $\mathcal{J}$  la quantité réelle :

$$\mathcal{J} = j(s^* - s) \frac{h_1}{v_1} \operatorname{tg} i$$

Dans le cas d'une transverse électrique, on vérifie bien que :

$$\begin{aligned} & (v_1 \mu_2 \cos i - v_2 \mu_1 \cos r)^2 + (h_1 \mu_2 \sin i - h_2 \mu_1 \sin r)^2 + 4(v_1^2 \mu_1^2 \cos^2 i + h_1^2 \mu_1^2 \sin^2 i) \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{v_2}{v_1} \operatorname{tg} i \\ & + 4(v_1 \mu_2 \cos i h_2 \mu_1 \sin r - v_2 \mu_1 \cos r h_1 \mu_2 \sin i) \frac{h_1}{v_1} \operatorname{tg} i = \\ & (v_1 \mu_2 \cos i + v_2 \mu_1 \cos r)^2 + (h_1 \mu_2 \sin i + h_2 \mu_1 \sin r)^2. \end{aligned}$$

Dans le cas d'une transverse magnétique, la vérification se fait rapidement si l'on considère que l'on passe du cas précédent à celui-ci en remplaçant  $\mu$  par  $\epsilon$ .

Enfin, si le second milieu est absorbant, il faut en plus tenir compte du fait que le vecteur de Poynting ne fait pas avec la normale au diop- tre un angle égal à l'angle de réfraction  $r$ , car il faut ajouter à ce dernier l'angle que fait le vecteur de Poynting avec la normale aux isophases et qui peut se déduire des relations (12). Les graphiques donnés par KIZEL [37] doivent être interprétés en tenant compte de cette situation. Ils manifestent néanmoins que, dans ce cas, la réflexion n'est pas rigoureusement totale.

Les figures 6 à 15 illustrent ce qui précède pour des valeurs particulières des paramètres. Pour toutes les courbes, le premier milieu est pris transparent et plus réfringent ( $n_{01} = 1,5$ ) que le second ( $n_{02} = 1$ ). Ce second milieu est soit transparent, soit absorbant avec un indice d'extinction  $\chi_{02} = 0,1$ . Enfin les milieux sont supposés non magnétiques et dès lors les formules sont les suivantes :

1°) Dans le cas de milieux transparents :

$$s_2 = \frac{n_1 \cos i + j h_1 \sin i - n_2 \cos r - j h_2 \sin r}{n_1 \cos i + j h_1 \sin i + n_2 \cos r + j h_2 \sin r} \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_1 = s_2 s_2^*$$

$$t_2 = \frac{2(n_1 \cos i + j h_1 \sin i)}{n_1 \cos i + j h_1 \sin i + n_2 \cos r + j h_2 \sin r} \quad \text{et} \quad \mathcal{T}_1 = t_2 t_2^* \frac{n_2 \cos r}{n_1 \cos i}$$

$$s_1 = \frac{(n_1 \cos i + jh_1 \sin i) n_{02}^2 - (n_2 \cos r + jh_2 \sin r) n_{01}^2}{(n_1 \cos i + jh_1 \sin i) n_{02}^2 + (n_2 \cos r + jh_2 \sin r) n_{01}^2} \text{ et } \mathcal{R}_{//} = s_1 s_1^*$$

$$t_1 = \frac{2(n_1 \cos i + jh_1 \sin i) n_{01}^2}{(n_1 \cos i + jh_1 \sin i) n_{02}^2 + (n_2 \cos r + jh_2 \sin r) n_{01}^2}$$

$$\text{et } \mathcal{T}_{//} = t_1 t_1^* \frac{n_{02}^2}{n_{01}^2} \cdot \frac{n_2 \cos r}{n_1 \cos i}$$

2°) Dans le cas où le second milieu est conducteur :

$$s_2 = \frac{n_1 \cos i + jh_1 \sin i - n_2 \cos r + j \chi_2 \cos r - jh_2 \sin r}{n_1 \cos i + jh_1 \sin i + n_2 \cos r - j \chi_2 \cos r + jh_2 \sin r} \text{ et } \mathcal{R}_{\perp} = s_2 s_2^*$$

$$t_2 = \frac{2(n_1 \cos i + jh_1 \sin i)}{n_1 \cos i + jh_1 \sin i + n_2 \cos r - j \chi_2 \cos r + jh_2 \sin r}$$

$$\text{et } \mathcal{T}_{\perp} = t_2 t_2^* \frac{n_2 \cos r}{n_1 \cos i}$$

$$s_1 = \frac{(n_1 \cos i + jh_1 \sin i) (n_{02} - j\chi_{02})^2 - (n_2 \cos r - j\chi_2 \cos r + jh_2 \sin r) n_{01}^2}{(n_1 \cos i + jh_1 \sin i) (n_{02} - j\chi_{02})^2 + (n_2 \cos r - j\chi_2 \cos r + jh_2 \sin r) n_{01}^2} \text{ et } \mathcal{R}_{//} = s_1 s_1^*$$

$$t_1 = \frac{2(n_1 \cos i + jh_1 \sin i) n_{01}^2}{(n_1 \cos i + jh_1 \sin i) (n_{02} - j\chi_{02})^2 + (n_2 \cos r - j\chi_2 \cos r + jh_2 \sin r) n_{01}^2} \text{ et}$$

$$\mathcal{T}_{//} = t_1 t_1^* \frac{[(n_{02}^2 - \chi_{02}^2) n_2 \cos r + 2n_{02} \chi_{02} (\chi_2 \cos r - h_2 \sin r)]}{n_{01}^2 \cdot n_1 \cos i}$$

Tout d'abord les figures 6 à 11 donnent la variation, en fonction de l'angle d'incidence, de la réflectivité  $\mathcal{R}$ , de la transmittivité  $\mathcal{T}$  et éven-



tuellement du terme d'interférence  $\mathcal{J}$ , et ceci pour des ondes homogènes ou pour différentes valeurs de l'indice d'hétérogénéité.

Si l'onde incidente est homogène, on vérifie que  $\mathcal{R} + \mathcal{Z} = 1$  (fig. 6 et 7) que le second milieu soit transparent ( $\chi_{02} = 0$ ) ou absorbant ( $\chi_{02} = 0,1$ ). Il faut toutefois noter que le calcul de  $\mathcal{Z}_{//}$  tient compte implicitement du fait que, pour l'onde T.M., le vecteur de Poynting de l'onde transmise n'est pas parallèle à la partie réelle du vecteur d'onde et qu'il fait en conséquence avec la normale au dioptre un angle différent de l'angle de réfraction  $r$ . Pour l'autre polarisation, lorsque le champ électrique de l'onde T.E. est perpendiculaire au plan d'incidence, le vecteur de Poynting est parallèle à la partie réelle du vecteur d'onde, parce que le second milieu est supposé simplement conducteur ( $\mu'' = 0$ ).

Si l'onde incidente est hétérogène, il faut tenir compte du terme d'interférence entre les ondes incidente et réfléchie. Si le champ électrique de l'onde incidente est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence, ce terme peut s'écrire :

$$\mathcal{J}_\perp = j(s_2 - s_2^*) \frac{h}{v} \operatorname{tg} i = 4 \left[ n_1 \cos i \left( -\chi_2 \cos r + h_2 \sin r \right) - n_2 \cos r h_1 \sin i \right] \frac{h_1 \sin i}{n_1 \cos i}$$

Pour la polarisation parallèle, il vient :

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{//} &= j(s_1 - s_1^*) \frac{h}{v} \operatorname{tg} i \\ &= 4 \left\{ \left[ (n_{02}^2 - \chi_{02}^2) n_1 \cos i + 2n_{02}\chi_{02}h_1 \sin i \right] \left( -\chi_2 \cos r n_{01}^2 + h_2 \sin r n_{01}^2 \right) \right. \\ &\quad \left. - n_2 \cos r n_{01}^2 \left[ h_1 \sin i (n_{02}^2 - \chi_{02}^2) - 2n_{02}\chi_{02} n_1 \cos i \right] \right\} \frac{h_1 \sin i}{n_1 \cos i} \end{aligned}$$

Pour l'une ou l'autre polarisation, le calcul permet de vérifier la relation :

$$\mathcal{R} + \mathcal{Z} + \mathcal{J} = 1$$

que le second milieu soit transparent ou absorbant.

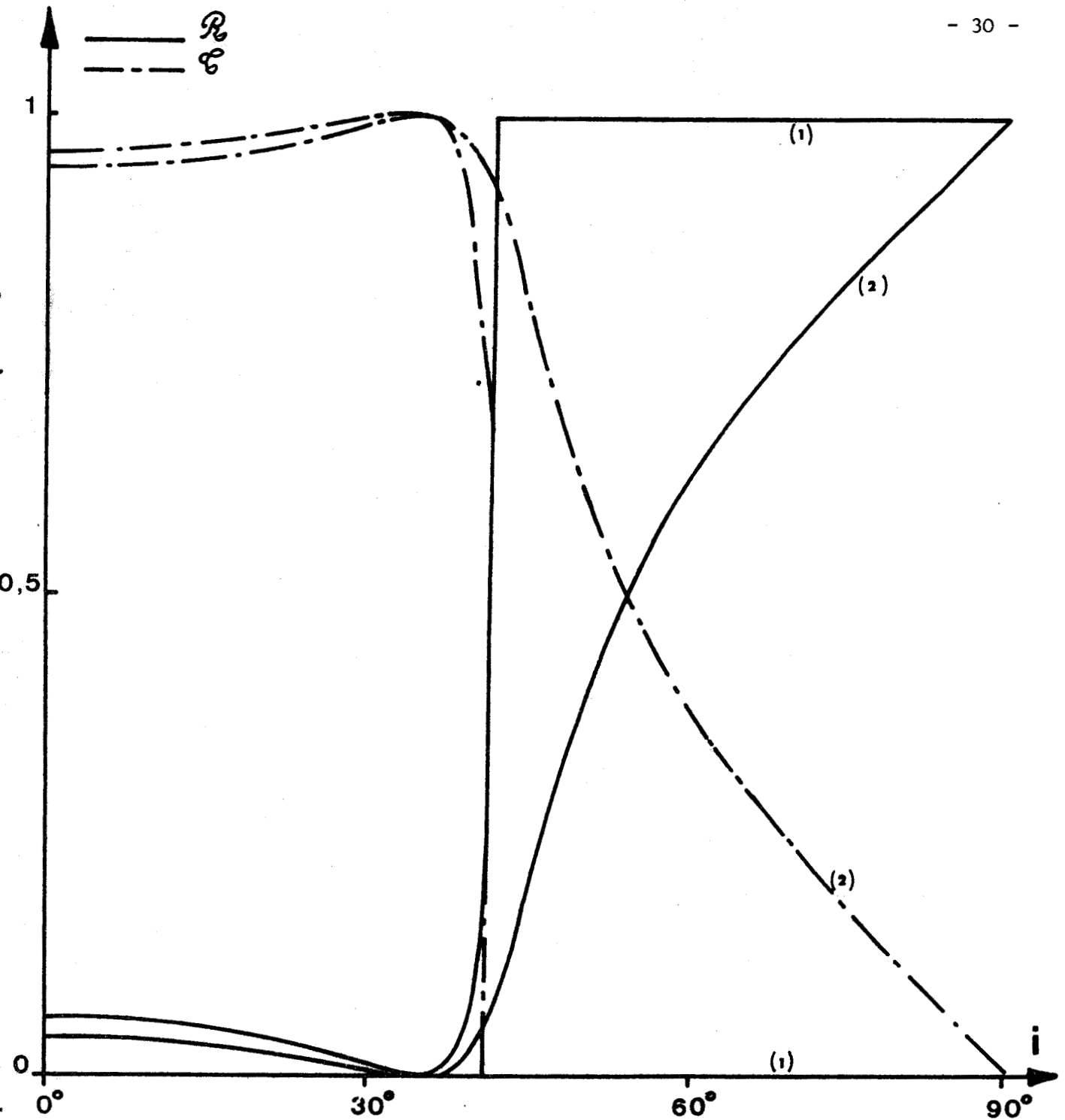


Figure - 6 - : Variation des facteurs de réflexion et de transmission avec l'angle d'incidence, pour une onde incidente homogène, dont le champ électrique est parallèle au plan d'incidence, si le second milieu moins réfringent ( $n_{02} = 1$ ) que le premier ( $n_{01} = 1,5$ ) a pour indice d'extinction  $x_{02} = 0$  (courbes 1) ou  $x_{02} = 0,1$  (courbes 2)



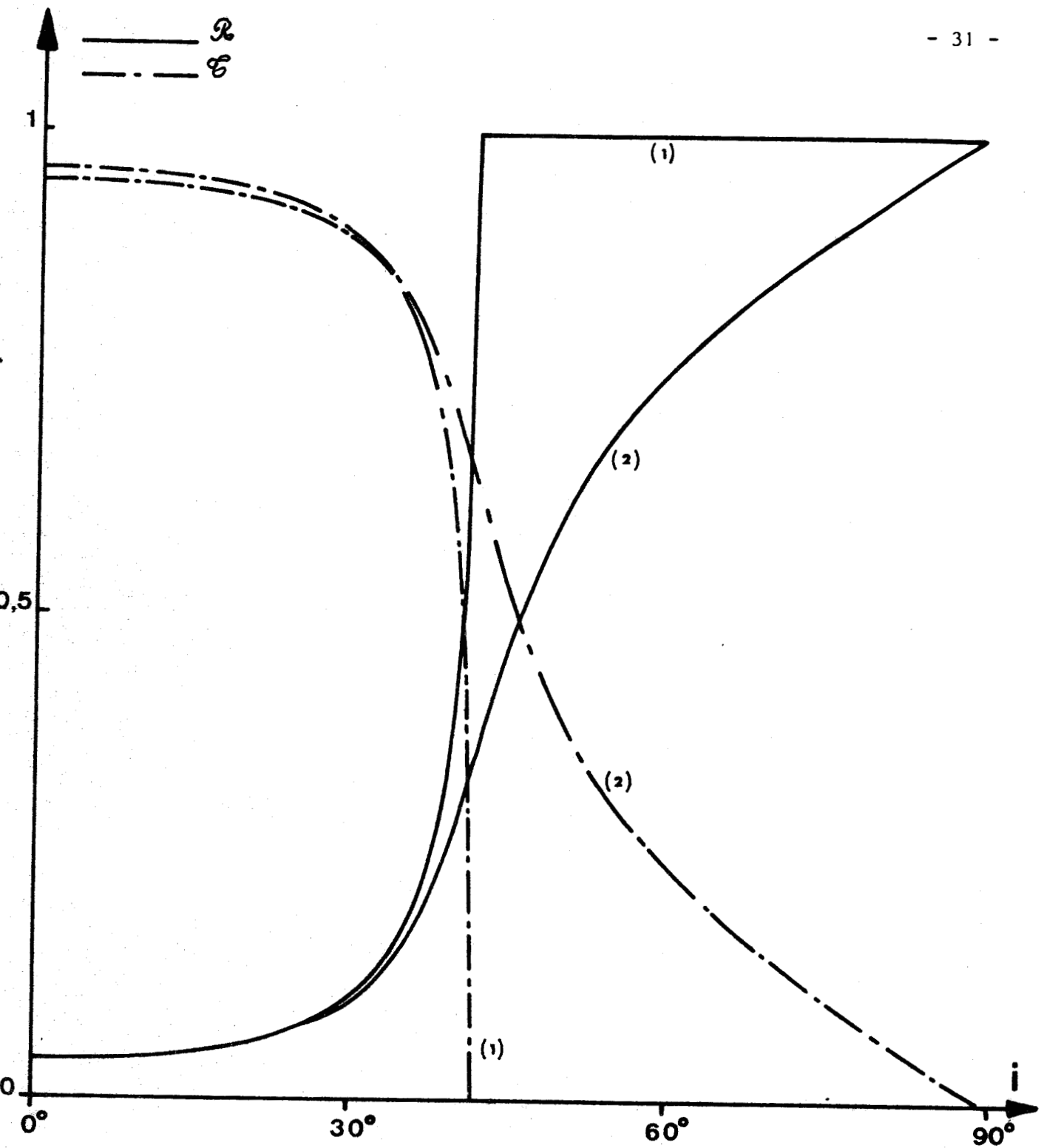


Figure - 7 - : Variation des facteurs de réflexion et de transmission avec l'angle d'incidence, pour une onde incidente homogène, dont le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence, si le second milieu moins réfringent ( $n_{02} = 1$ ) que le premier ( $n_{01} = 1,5$ ) a pour indice d'extinction  $\chi_{02} = 0$  (courbes 1) ou  $\chi_{02} = 0,1$  (courbes 2)



Dans le cas des milieux transparents (fig. 8 et 9), les résultats sont donnés pour deux valeurs très différentes de l'indice d'hétérogénéité de l'onde incidente ( $h_1 = 0$  ou  $h_1 = 0,36$ ) et ils permettent de se rendre compte de l'évolution du phénomène, sachant que cette évolution est continue. En effet, quel que soit l'indice d'hétérogénéité  $h_1$  de l'onde incidente, l'angle de réfraction et l'indice d'hétérogénéité  $h_2$  de l'onde transmise sont des fonctions croissantes de l'angle d'incidence. Pour une incidence donnée, le terme d'interférence est d'autant plus important que l'indice d'hétérogénéité a une valeur absolue plus grande. Quel que soit le signe de cet indice, le terme d'interférence est positif, dans l'hypothèse prise ici d'un premier milieu plus réfringent.

La situation est différente si le second milieu est absorbant et ceci exige une étude plus détaillée, selon les valeurs respectives de l'indice d'hétérogénéité  $h_1$  de l'onde incidente et de l'indice d'extinction  $\chi_{02}$  du second milieu, indice qui sera pris égal à  $\chi_{02} = 0,1$ . Les courbes de la figure 10 sont tracées pour des indices d'hétérogénéité  $h_1 = \pm 0,1$ , avec un rappel de la courbe obtenue pour  $h_1 = 0$ . Elles font apparaître un résultat, a priori surprenant : un facteur de réflexion  $\mathcal{R}$  supérieur à l'unité. Ce résultat se comprend si l'on considère que le flux réfléchi est la somme algébrique du flux de l'onde réfléchie et du flux correspondant au terme d'interférence. De fait, la somme de  $\mathcal{R}$  et de  $\mathcal{I}$  ne dépasse pas l'unité. La figure 11, établie pour une valeur plus grande ( $h_1 = 0,2$ ) de l'indice d'hétérogénéité, tient compte de cette correction. La somme  $\mathcal{R} + \mathcal{I}$  devient néanmoins dans ce cas supérieure à l'unité, en même temps que la transmittivité devient négative. D'autre part, il existe une discontinuité pour un angle d'incidence d'environ  $69,3^\circ$ . Comme le montre la figure 12, l'angle d'incidence qui correspond à cette discontinuité est celui pour lequel l'émergence est rasante, et c'est aussi celui pour lequel l'indice d'hétérogénéité  $h_2$  de l'onde transmise change de signe. Conformément à la formule (14) :

$$h_2 = \frac{h_1 \cos i - \chi_2 \sin r}{\cos r},$$

ceci ne peut se produire que si la direction d'hétérogénéité est située de l'autre côté de la normale au dioptré, par rapport à la direction d'incidence. Ce changement de signe de  $h_2$  correspond à l'inversion des importances relatives pour l'onde réfractée, d'une part de l'hétérogénéité de l'onde incidente, et d'autre part de l'hétérogénéité de l'onde réfractée due à l'absorption du second milieu (fig. 1). Si la valeur absolue de l'indice d'hétérogénéité est

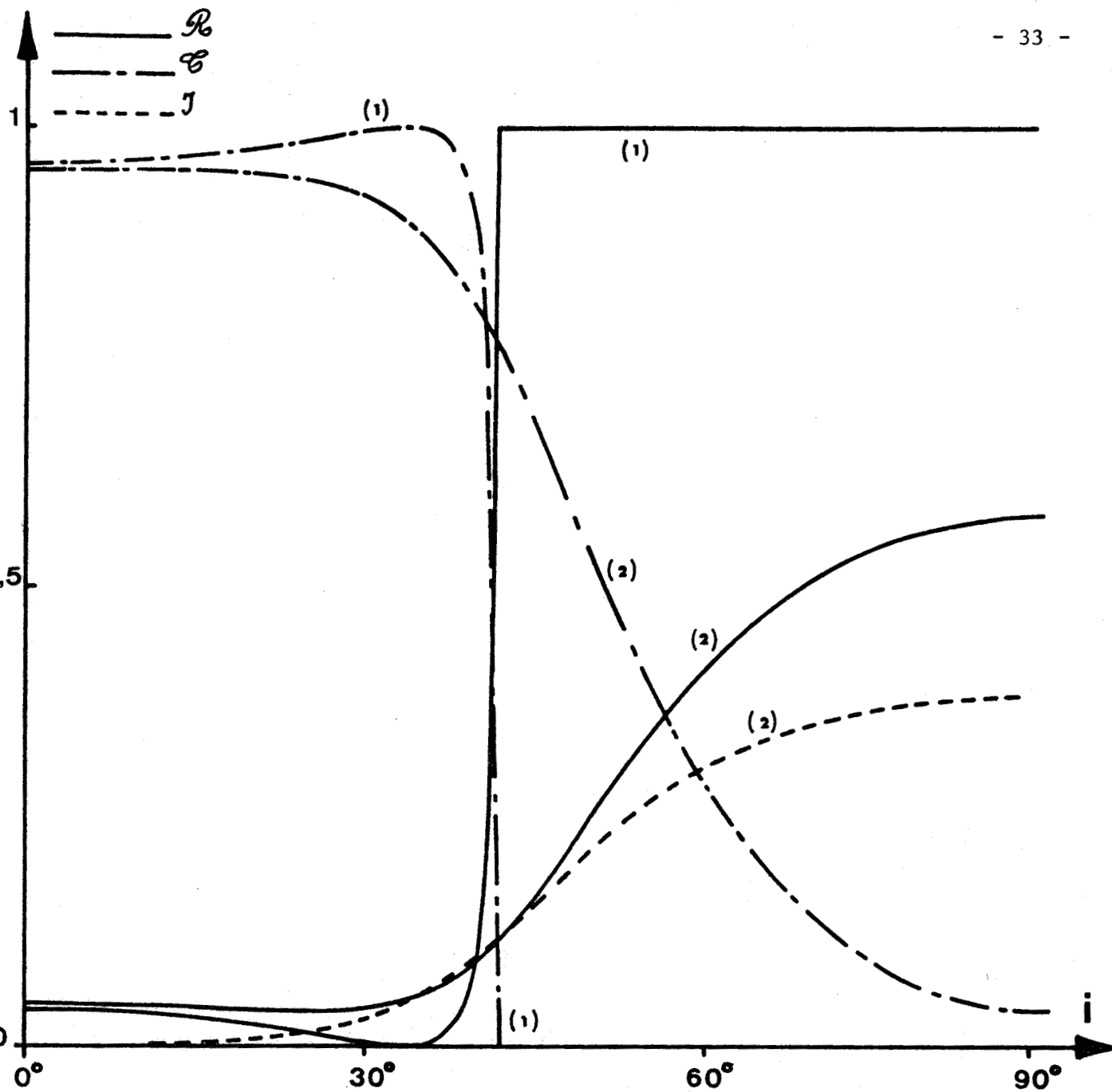


Figure - 8 - : Variation avec l'angle d'incidence des facteurs de réflexion et de transmission et du terme d'interférence,  
 pour une onde incidente T.M. d'indice d'hétérogénéité  $h_1 = 0$  (courbes 1)  
 ou  $h_1 = 0,36$  (courbes 2)  
 dont le champ électrique transversal est parallèle au plan d'incidence,  
 si les milieux sont transparents et le second moins réfringent ( $n_{02} = 1$ ) que le  
 premier ( $n_{01} = 1,5$ )



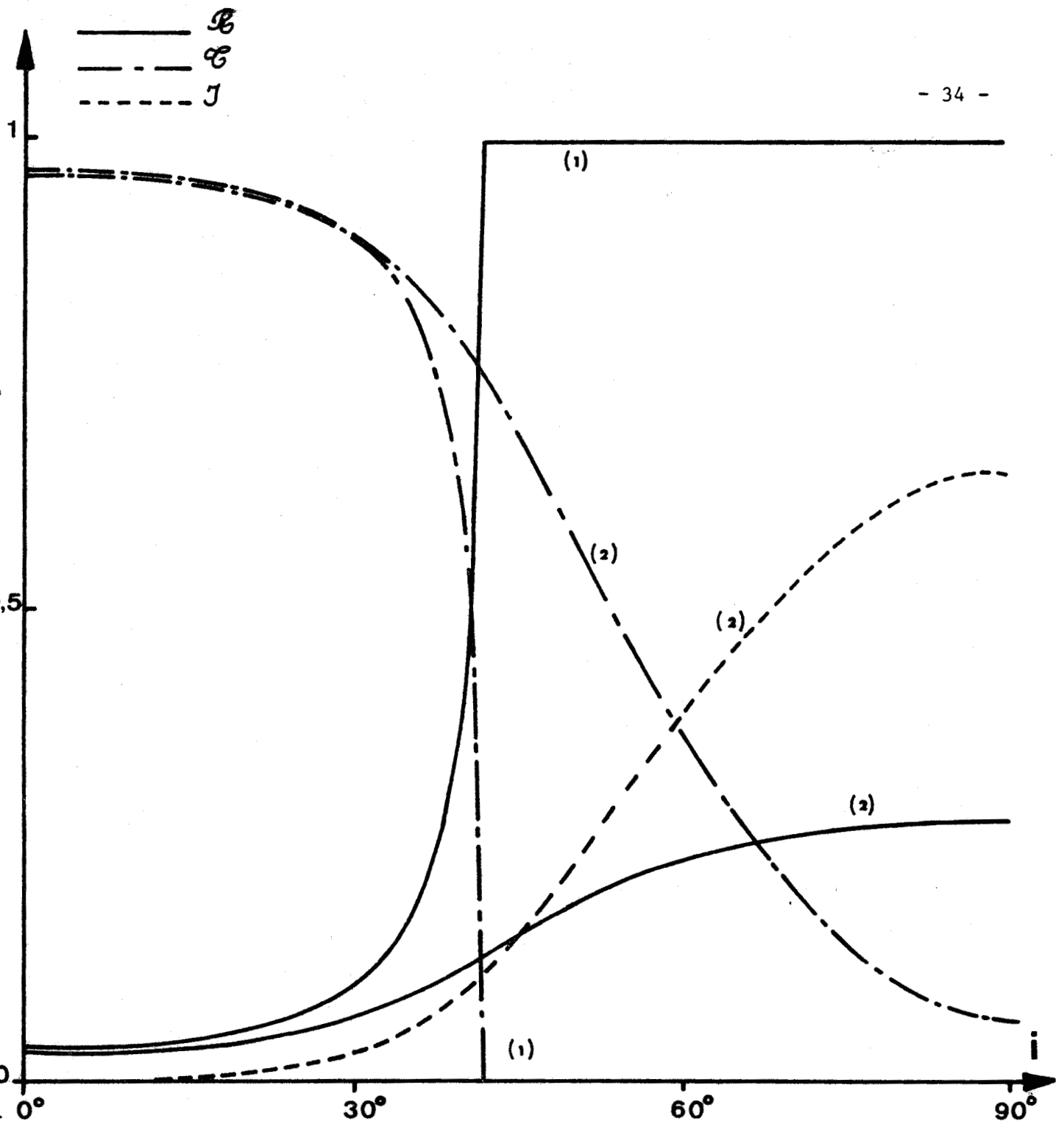


Figure - 9 - : Variation avec l'angle d'incidence des facteurs de réflexion et de transmission et du terme d'interférence, pour une onde incidente T.E. d'indice d'hétérogénéité  $h_1=0$  (courbes 1) ou  $h_1=0,36$  (courbes 2) dont le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence, si les milieux sont transparents et le second moins réfringent ( $n_{02}=1$ ) que le premier ( $n_{01}=1,5$ )



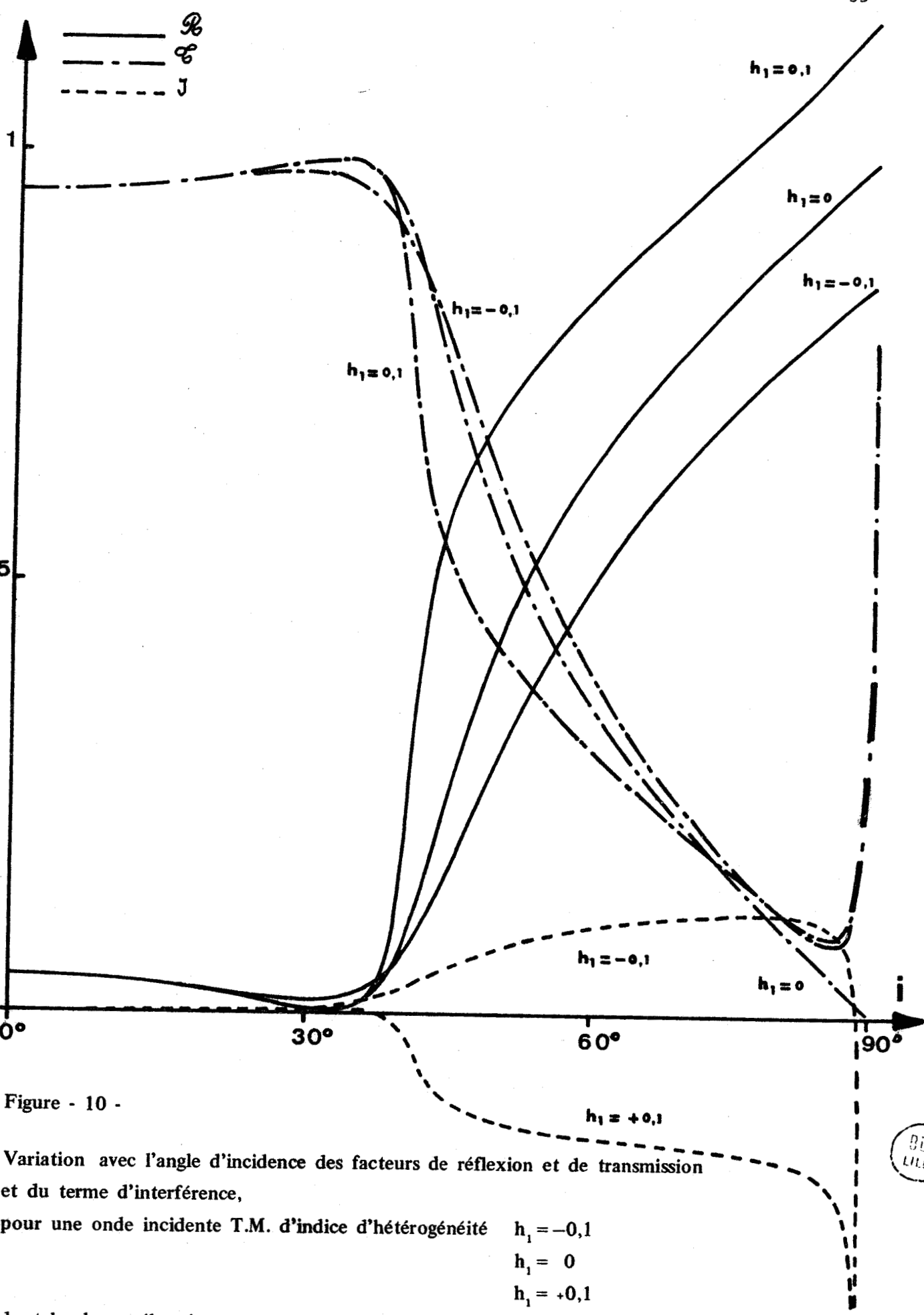


Figure - 10 -

Variation avec l'angle d'incidence des facteurs de réflexion et de transmission et du terme d'interférence,

pour une onde incidente T.M. d'indice d'hétérogénéité  $h_1 = -0,1$   
 $h_1 = 0$   
 $h_1 = +0,1$

dont le champ électrique transversal est parallèle au plan d'incidence.  
Le second milieu moins réfringent ( $n_{02} = 1$ ) que le premier ( $n_{01} = 1,5$ ) a pour indice d'extinction  $\chi_{02} = 0,1$ .



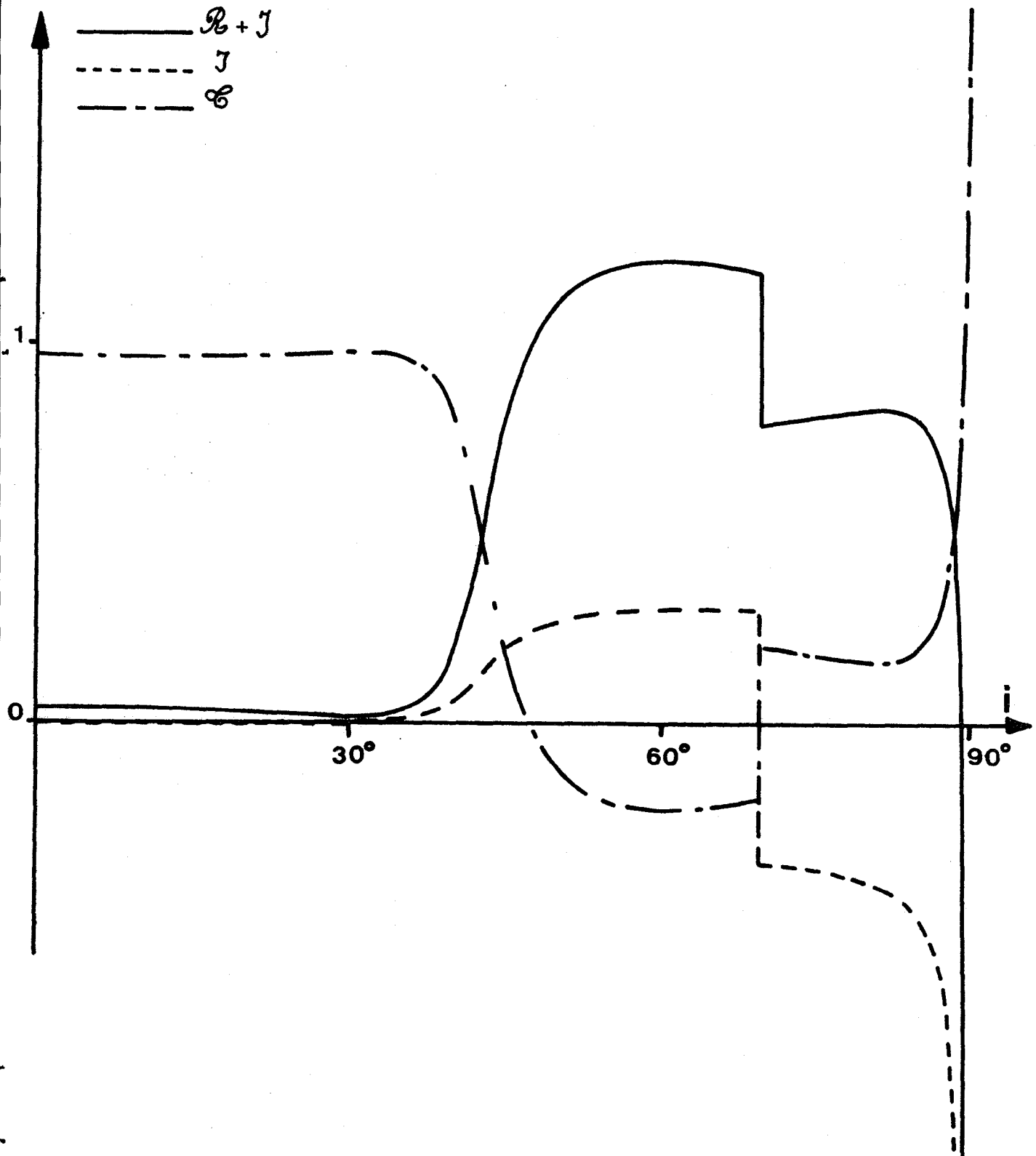


Figure - 11 - : Variation avec l'angle d'incidence des facteurs de réflexion et de transmission et du terme d'interférence, pour une onde incidente T.M. d'indice d'hétérogénéité  $h_1 = 0,2$  dont le champ électrique transversal est parallèle au plan d'incidence. Le second milieu moins réfringent ( $n_{02} = 1$ ) que le premier ( $n_{01} = 1,5$ ) a pour indice d'extinction  $\chi_{02} = 0,1$ .





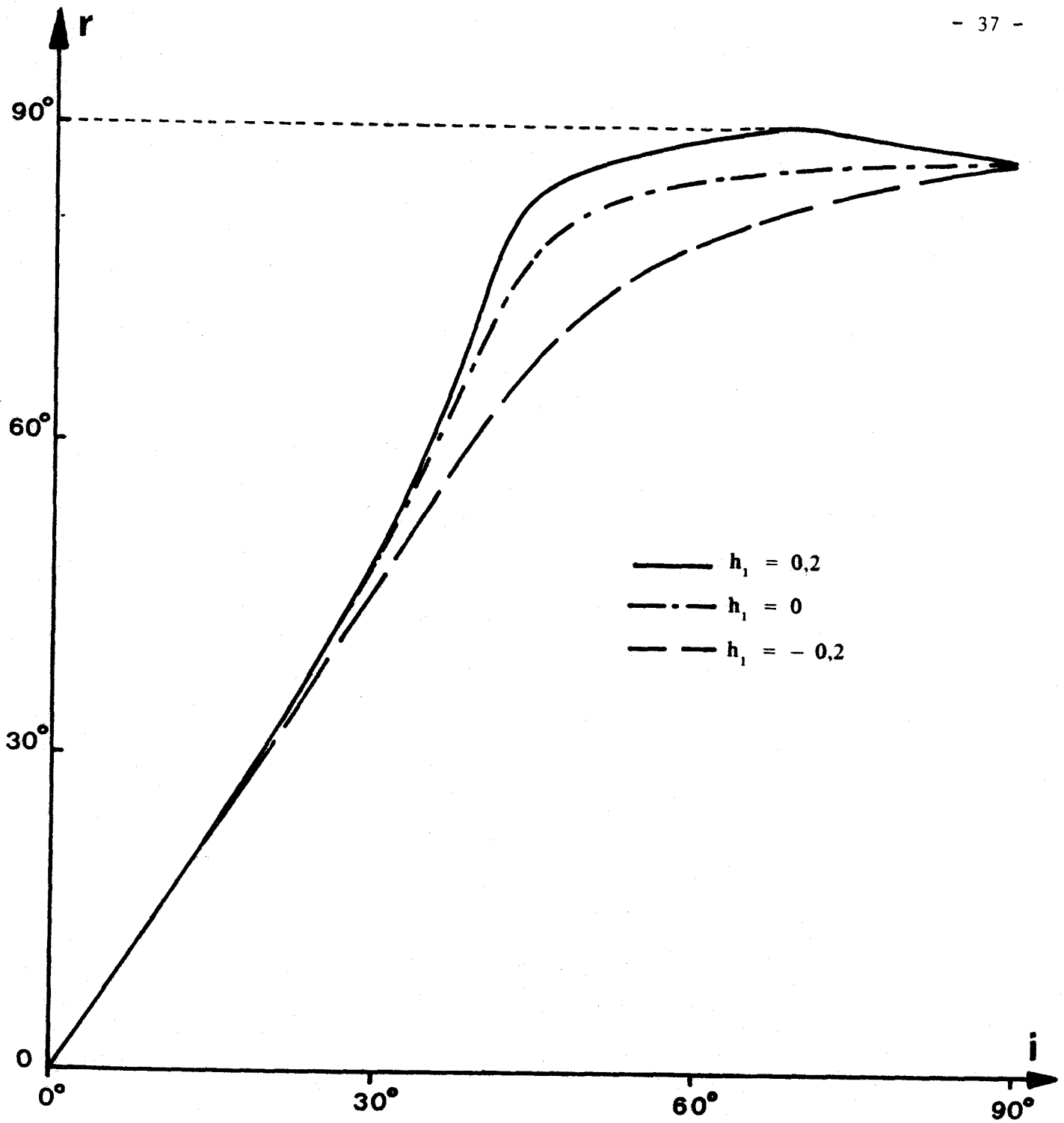


Figure - 12 - : Variation de l'angle de réfraction avec l'angle d'incidence pour diverses valeurs de l'indice d'hétérogénéité de l'onde incidente.

Le second milieu moins réfringent ( $n_{02}=1$ ) que le premier ( $n_{01}=1,5$ ) a pour indice d'extinction  $\chi_{02}=0,1$ .

faible, ceci se produira pour une incidence telle que :

$$i < \arcsin \frac{n_{02}}{n_1}$$

et pour cette valeur de l'angle d'incidence, l'indice d'hétérogénéité  $h_2$  de l'onde transmise s'annule. Sinon, le changement de signe de  $h_2$  se fait en même temps que  $\cos r$  s'annule et ceci donne lieu à une discontinuité (fig. 13).

Quant aux valeurs négatives de la transmittivité, elles sont liées à la direction du vecteur de Poynting moyen de l'onde transmise. Si le milieu est simplement conducteur ( $\mu'' = 0$ ) le vecteur de Poynting moyen de l'onde T.M. fait avec la partie réelle du vecteur d'onde un angle qui dépend de l'indice d'hétérogénéité. Dans le cas présent ( $h_1 = 0,2$ ), il peut atteindre  $8^\circ$  comme le montre la figure 14, qui indique également que cet angle, augmenté de l'angle de réfraction, peut dépasser  $90^\circ$ . Dès lors, le vecteur de Poynting moyen de l'onde transmise est dirigé vers le milieu d'incidence. L'énergie qui ainsi retraverse le dioptré vers le milieu d'incidence, permet de comprendre que le facteur de réflexion (corrigé par le terme d'interférence) devienne supérieur à l'unité. Il n'y a pas pour autant création d'énergie, car le calcul se base sur un dioptré de dimension infinie et il permet de concevoir que l'énergie supplémentaire provient de celle qui a franchi le dioptré à l'infini. Mais le problème se pose à nouveau de savoir si l'on peut confondre le vecteur de Poynting avec la direction de propagation de l'énergie. Les courbes de la figure 15 constituent une contre épreuve de l'explication ci-dessus. Elles sont en effet établies pour une onde T.E. dont le vecteur de Poynting moyen, dans un milieu simplement conducteur, est parallèle à la partie réelle du vecteur d'onde. Par contre, on observe une rupture de pente due à la discontinuité de l'indice d'hétérogénéité  $h_2$ .

C'est encore le comportement du vecteur de Poynting, mais cette fois du vecteur instantané, qui permet d'interpréter le fait que la réflexivité et la transmittivité tendent vers l'infini lorsqu'on tend vers l'incidence rasante. A la limite, le flux du vecteur de Poynting de l'onde incidente hétérogène à travers le dioptré est nul en moyenne, mais il correspond à un flux qui, la moitié du temps, traverse le dioptré dans un sens, et l'autre moitié dans l'autre. Il existe alors dans le second milieu, un vecteur de Poynting dont le flux est nul en moyenne si, le milieu étant transparent,

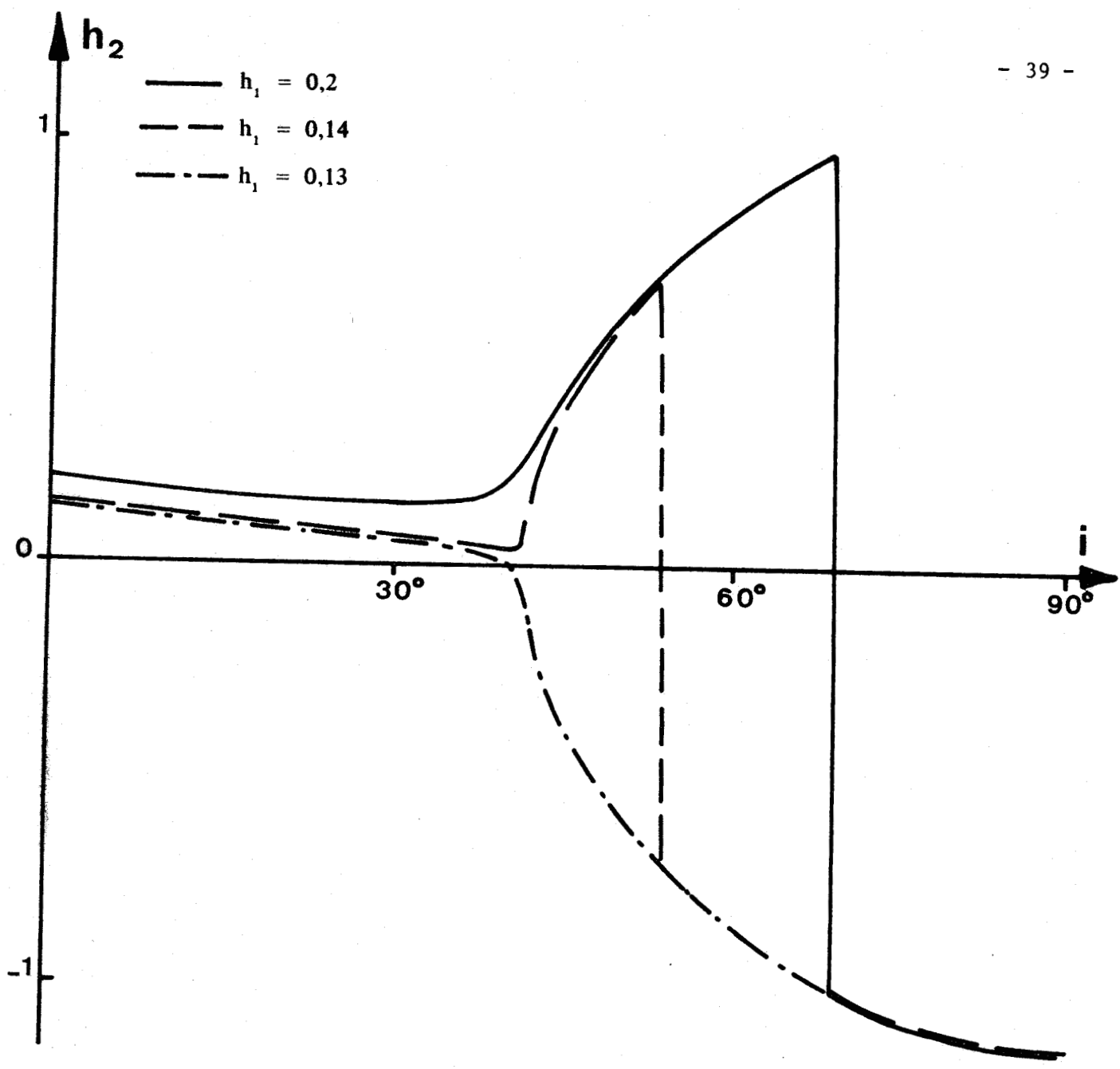


Figure - 13 - : Variation de l'indice d'hétérogénéité  $h_2$  de l'onde transmise avec l'angle d'incidence, pour diverses valeurs de l'indice d'hétérogénéité de l'onde incidente. Le second milieu moins réfringent ( $n_{02}=1$ ) que le premier ( $n_{01}=1,5$ ) a pour indice d'extinction  $\chi_{02}=0,1$ .



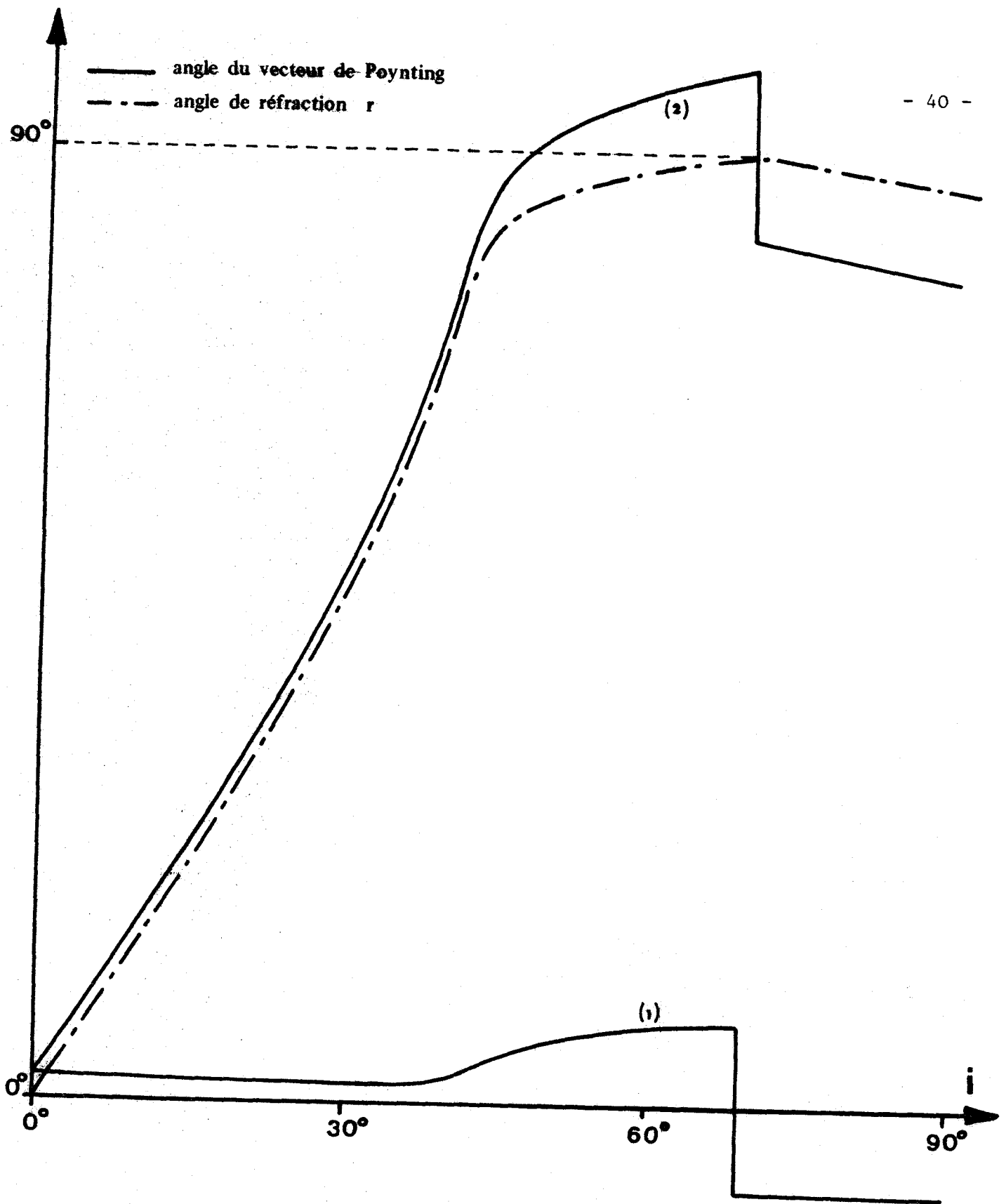


Figure - 14 - : Variation avec l'angle d'incidence de l'angle de réfraction et de l'angle que fait le vecteur de Poynting moyen avec la partie réelle du vecteur d'onde (courbe 1) ou avec la normale au dioptré (courbe 2) pour une onde incidente d'indice d'hétérogénéité  $h_1 = 0,2$ .  
 Le second milieu moins réfringent ( $n_{02} = 1$ ) que le premier ( $n_{01} = 1,5$ ) a pour indice d'extinction  $\chi_{02} = 0,1$ .



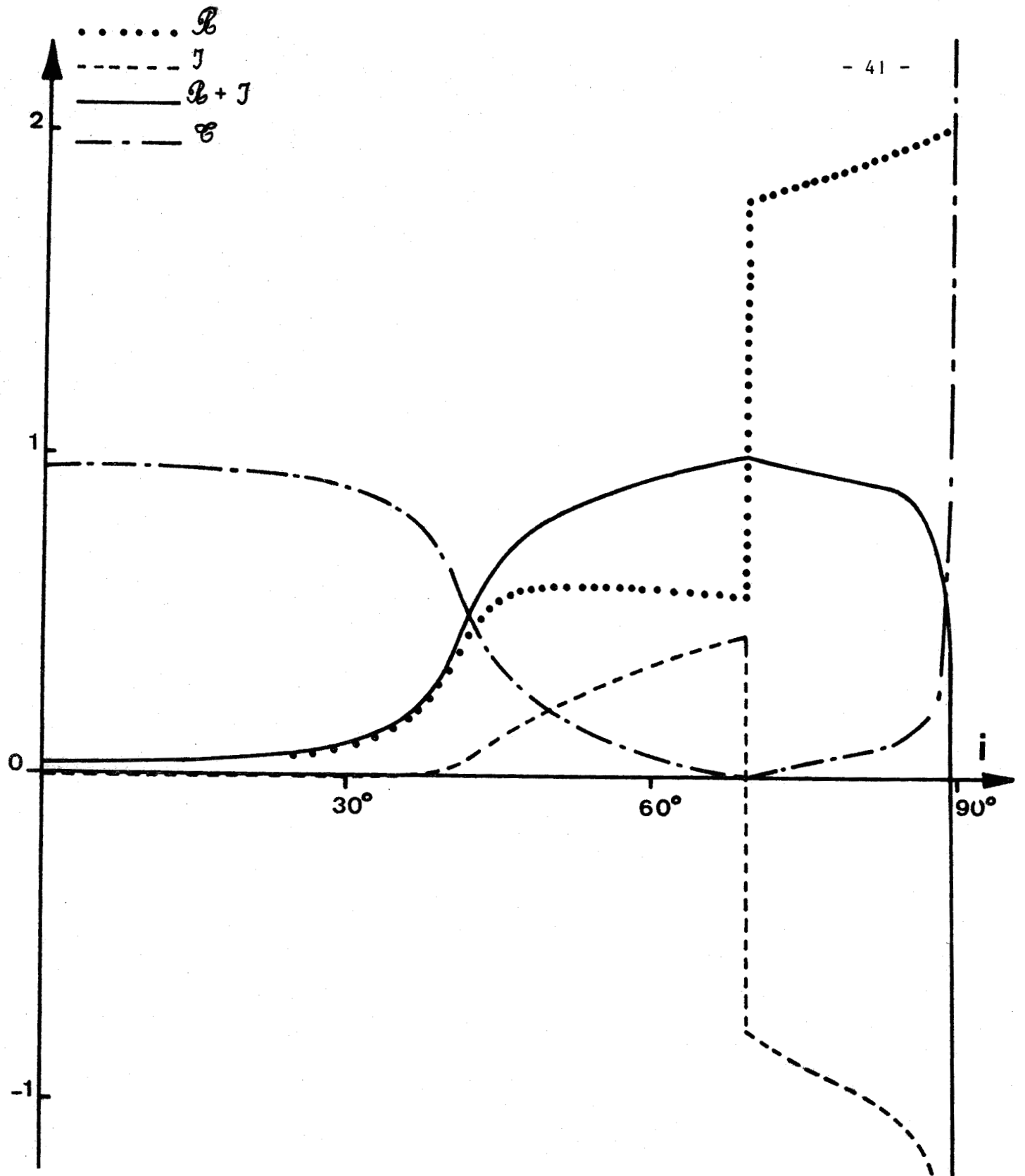


Figure - 15 - : Variation avec l'angle d'incidence des facteurs de réflexion et de transmission et du terme d'interférence, pour une onde incidente T.E. d'indice d'hétérogénéité  $h_1 = 0,2$  dont le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence. Le second milieu moins réfringent ( $n_{02} = 1$ ) que le premier ( $n_{01} = 1,5$ ) a pour indice d'extinction  $\chi_{02} = 0,1$ .



l'angle de réfraction est égal à  $\frac{\pi}{2}$ , mais dont le flux n'est plus nul si, le milieu étant absorbant, l'angle de réfraction reste inférieur à  $\frac{\pi}{2}$  (fig. 12). Dans ce dernier cas, le rapport du flux transmis au flux incident moyen tend vers l'infini en même temps que ce dernier tend vers la valeur nulle.

B) - Les plans équiampplitudes de l'onde incidente sont parallèles au plan d'incidence.

I. - Lois de Descartes généralisées.

Conformément aux relations (13), les parties réelles des vecteurs d'onde des ondes réfléchie et transmise sont dans le plan d'incidence et satisfont aux mêmes égalités qu'en ondes homogènes :

- les indices d'hétérogénéité et de réfraction de l'onde réfléchie sont respectivement égaux à ceux de l'onde incidente
- les isophases de l'onde réfléchie sont symétriques des isophases de l'onde incidente par rapport au dioptre
- la loi de Descartes peut s'écrire :  $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ .

Mais l'indice d'hétérogénéité de l'onde transmise, dont dépend l'indice de réfraction, est différent selon que les milieux sont transparents ou non. C'est seulement si les deux milieux sont transparents que l'indice d'hétérogénéité des ondes transmise et incidente est le même, soit  $h$ . Il s'ensuit que :

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2 c^2 + h^2}{\epsilon_1 \mu_1 c^2 + h^2}}$$

Si l'un au moins des milieux est absorbant, les ondes transmise et incidente ont, non seulement des indices d'hétérogénéité inégaux, mais encore des directions d'hétérogénéité non parallèles. En effet, la direction d'hétérogénéité de l'onde transmise fait avec le plan d'incidence un angle  $\beta$ , différent de  $\frac{\pi}{2}$  et qui est donné par :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h_1 \cos r}{\chi_1 \sin i - \chi_2 \sin r}$$

tandis que l'indice d'hétérogénéité  $h_2$  vaut :

$$h_2 = \frac{h_1}{\sin \beta} = \pm \left[ \left( \frac{\chi_1 \sin i - \chi_2 \sin r}{\cos r} \right)^2 + h_1^2 \right]^{1/2}$$

Le phénomène est analogue en cas de réflexion totale.

## II. - Etat de polarisation

Les résultats ci-dessous sont établis dans le cas où les deux milieux sont transparents. Ils sont donnés avec les mêmes notations que précédemment et en posant :

$$N = jh(v_2 \sin i - v_1 \sin r)$$

$$R_1 = \frac{+I_1 \left[ (v_1 \epsilon_2 c \cos r - v_2 \epsilon_1 c \cos i)(v_1 \mu_2 c \cos r + v_2 \mu_1 c \cos i) + N^2 \right] - 2I_2 N v_2 \mu_1 c \cos i}{(v_1 \epsilon_2 c \cos r + v_2 \epsilon_1 c \cos i)(v_1 \mu_2 c \cos r + v_2 \mu_1 c \cos i) + N^2}$$

Les résultats concernant  $R_2$ ,  $T_1$  et  $T_2$  ont la même forme, en remplaçant le numérateur

- pour  $R_2$  par :  $2I_1 N v_2 \epsilon_1 c \cos i$   
 $-I_2 \left[ (v_1 \epsilon_2 c \cos r + v_2 \epsilon_1 c \cos i)(v_1 \mu_2 c \cos r - v_2 \mu_1 c \cos i) + N^2 \right]$

- Pour  $T_1$  par :  $2I_1 v_1 \epsilon_1 c \cos i (v_1 \mu_2 c \cos r + v_2 \mu_1 c \cos i) + 2I_2 N v_1 \mu_1 c \cos i$

- Pour  $T_2$  par :  $-2I_1 N v_1 \epsilon_1 c \cos i + 2I_2 v_1 \mu_1 c \cos i (v_1 \epsilon_2 c \cos r + v_2 \epsilon_1 c \cos i)$

Il s'ensuit que si l'onde incidente est T.E. ( $I_1 = 0$ ), les ondes réfléchie et transmise ne sont pas nécessairement T.E.. La composante électrique transversale de l'onde transmise par exemple, est polarisée elliptiquement ; la trace du plan d'incidence est l'un des axes principaux de l'ellipse ; l'ellipticité augmente avec l'angle d'incidence. Ainsi pour la vibration électrique :

$$\eta_e = \text{Arc tg} \frac{h v_2 (v_2 \sin i - v_1 \sin r)}{\mu_2 c (v_1 \epsilon_2 c \cos r + v_2 \epsilon_1 c \cos i)} \quad (15a)$$

Le résultat est analogue si l'onde incidente est T.M. L'ellipticité de la composante électrique transversale est, dans ce cas :

$$\eta_m = \text{Arc tg } \frac{h\mu_2 c (v_2 \sin i - v_1 \sin r)}{v_2 (v_1 \mu_2 c \cos r + v_2 \mu_1 c \cos i)} \quad (15b)$$

C. - Les plans équiampplitudes sont quelconques par rapport au plan d'incidence.

I. - Lois de Descartes généralisées.

Dans le cas où les plans équiampplitudes font, avec le plan d'incidence, un angle  $(\frac{\pi}{2} - \alpha)$ , c'est-à-dire si la direction d'hétérogénéité fait avec ce plan l'angle  $\alpha$ , il a été montré [38] que les parties réelles des vecteurs d'onde des ondes réfléchie et transmise suivent les mêmes lois que les vecteurs d'onde des ondes homogènes, et entre autres la loi de Descartes. D'autre part, en désignant par  $\beta$  l'angle aigu que fait avec le plan d'incidence l'axe qui supporte la direction d'hétérogénéité de l'onde transmise, il vient les relations suivantes :

$$\text{tg } \beta = \frac{h_1 \sin \alpha \cos r}{h_1 \cos \alpha \cos i + \chi_1 \sin i - \chi_2 \sin r}$$

$$h_2 = h_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \pm \left[ \left( \frac{h_1 \cos \alpha \cos i + \chi_1 \sin i - \chi_2 \sin r}{\cos r} \right)^2 + h_1^2 \sin^2 \alpha \right]^{\frac{1}{2}}$$

Les angles aigus que font, avec le plan d'incidence, les axes qui supportent les directions d'hétérogénéité des ondes réfléchie et incidente sont opposés, et les indices d'hétérogénéité correspondants sont de signes contraires. Pour ceci, comme pour la suite, il est convenu que les différents repères (définis par la figure 2) ont leurs axes Ox supportant les directions d'hétérogénéité, orientés de manière que les différents axes Oy [perpendiculaires aux plans  $(\vec{k}', \vec{k}'')$ ] pointent tous du même côté du plan d'incidence.

L'indice de réfraction  $n_1$  de l'onde incidente dépend de l'indice d'hétérogénéité  $h_1$ , et l'indice de réfraction  $n_2$  de l'onde transmise en dépend également par une relation qui, si les milieux sont transparents, peut s'écrire :



$$2n_2^2 = n_{02}^2 + n_1^2 \sin^2 i + h_1^2 \cos^2 i \cos^2 \alpha + h_1^2 \sin^2 \alpha$$

$$+ \sqrt{(n_{02}^2 + n_1^2 \sin^2 i + h_1^2 \cos^2 i \cos^2 \alpha + h_1^2 \sin^2 \alpha)^2 - 4n_{02}^2 n_1^2 \sin^2 i - 4h_1^2 n_1^2 \sin^2 i \sin^2 \alpha}$$

En conséquence, pour une incidence donnée, l'émergence dépend de  $\alpha$ , comme le montre la figure 16, et ne peut devenir rasante que dans le cas de  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ . Hormis cette hypothèse, où les plans équiamplitudes sont parallèles au plan d'incidence, la réflexion ne peut être totale.

## II. - Etats de polarisation

Les états de polarisation des ondes réfléchie et transmise dépendent entre autres de l'angle  $\alpha$ . Ils se déduisent des équations de continuité. Avec les mêmes notations ( $I_1$  et  $I_2$ ,  $R_1$  et  $R_2$ ,  $T_1$  et  $T_2$ ) que précédemment, il vient :

$$\begin{bmatrix} v_1 \cos \alpha \cos i + jh_1 \sin i & \mu_1 c \sin \alpha \cos i & v_2 \cos \beta \cos r + jh_2 \sin r & -\mu_2 c \sin \beta \cos r \\ v_1 \sin \alpha & -\mu_1 c \cos \alpha & v_2 \sin \beta & \mu_2 c \cos \beta \\ \epsilon_1 c \sin \alpha \cos i & -(v_1 \cos \alpha \cos i + jh_1 \sin i) & \epsilon_2 c \sin \beta \cos r & -(v_2 \cos \beta \cos r + jh_2 \sin r) \\ -\epsilon_1 c \cos \alpha & -v_1 \sin \alpha & \epsilon_2 c \cos \beta & -v_2 \sin \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (v_1 \cos \alpha \cos i + jh_1 \sin i) l_1 - \mu_1 c \sin \alpha \cos i l_2 \\ v_1 \sin \alpha l_1 + \mu_1 c \cos \alpha l_2 \\ -\epsilon_1 c \sin \alpha \cos i l_1 - (v_1 \cos \alpha \cos i + jh_1 \sin i) l_2 \\ \epsilon_1 c \cos \alpha l_1 - v_1 \sin \alpha l_2 \end{bmatrix}$$

Le discriminant du système s'écrit :

$$\Delta = - \left[ (\epsilon_2 c N_2 + \epsilon_1 c N_2) (\mu_2 c N_1 + \mu_1 c N_2) + (N + \epsilon_1 \mu_2 c^2 L) (N + \epsilon_2 \mu_1 c^2 L) \right]$$

$$\text{avec } N_1 = \left[ (v_1 \cos \alpha \cos i + jh_1 \sin i) \cos \beta + v_1 \sin \alpha \sin \beta \cos r \right]$$

$$N_2 = \left[ (v_2 \cos \beta \cos r + jh_2 \sin r) \cos \alpha + v_2 \sin \beta \sin \alpha \cos i \right]$$

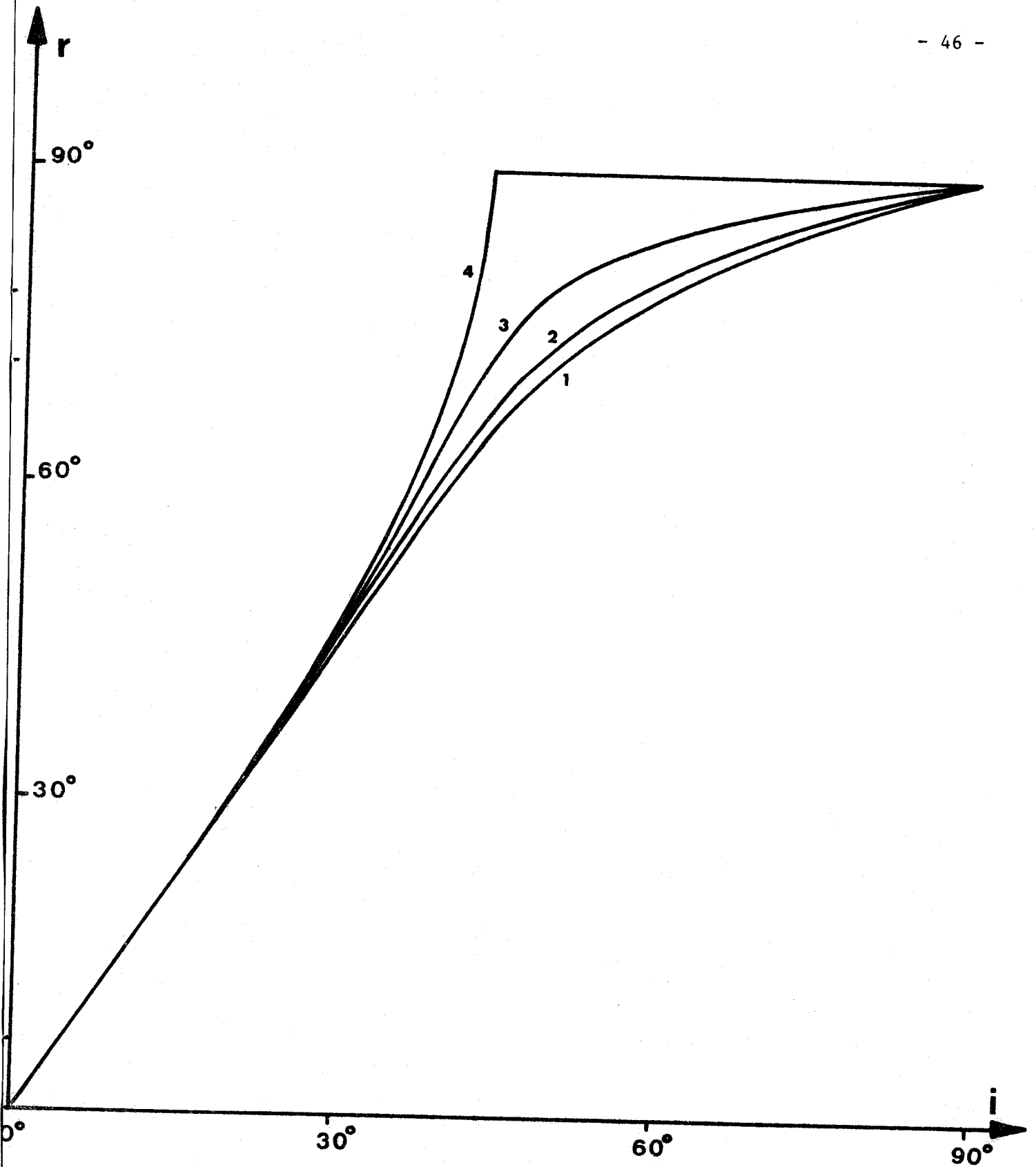


Figure - 16 - : Variation de l'angle de réfraction avec l'angle d'incidence pour une onde incidente hétérogène ( indices :  $n_{01}=1,5$  ,  $h_1=0,36$ ) passant dans un milieu d'indice  $n_{02}=1$ , pour différentes valeurs de l'angle  $\alpha$  , que fait la direction d'hétérogénéité avec le plan d'incidence

- |   |                     |   |                     |
|---|---------------------|---|---------------------|
| 1 | $\alpha = 0$        | 3 | $\alpha = 60^\circ$ |
| 2 | $\alpha = 30^\circ$ | 4 | $\alpha = 90^\circ$ |



$$N = \left[ (v_1 \cos \alpha \cos i + jh_1 \sin i) v_2 \sin \beta - (v_2 \cos \beta \cos r + jh_2 \sin r) v_1 \sin \alpha \right]$$

$$= jh_1 v_2 \sin i \sin \beta - jh_2 v_1 \sin r \sin \alpha$$

$$L = \left[ \cos \alpha \sin \beta \cos r - \cos \beta \sin \alpha \cos i \right]$$

D'autre part, la résolution du système conduit aux expressions suivantes :

$$R_1 \Delta = -I_1 \left[ (\epsilon_2 c N_1 - \epsilon_1 c N_2) (\mu_2 c N_1 + \mu_1 c N_2) + (N - \epsilon_1 \mu_2 c^2 L) (N + \epsilon_2 \mu_1 c^2 L) \right]$$

$$- 2I_2 \mu_1 c \left[ \epsilon_2 \mu_2 c^2 L N_1 - N_2 N \right]$$

$$R_2 \Delta = +2I_1 \epsilon_1 c \left[ \epsilon_2 \mu_2 c^2 L N_1 - N_2 N \right]$$

$$- I_2 \left[ (\epsilon_2 c N_1 + \epsilon_1 c N_2) (\mu_2 c N_1 - \mu_1 c N_2) + (N + \epsilon_1 \mu_2 c^2 L) (N - \epsilon_2 \mu_1 c^2 L) \right]$$

$$T_1 \Delta = -2I_1 \epsilon_1 c (v_1 \cos i + jh_1 \cos \alpha \sin i) (\mu_2 c N_1 + \mu_1 c N_2)$$

$$- 2I_2 \mu_1 c (v_1 \cos i + jh_1 \cos \alpha \sin i) (\epsilon_1 \mu_2 c^2 L + N)$$

$$T_2 \Delta = +2I_1 \epsilon_1 c (v_1 \cos i + jh_1 \cos \alpha \sin i) (\epsilon_2 \mu_1 c^2 L + N)$$

$$- 2I_2 \mu_1 c (v_1 \cos i + jh_1 \cos \alpha \sin i) (\epsilon_2 c N_1 + \epsilon_1 c N_2)$$

Les états de polarisation des ondes réfléchie et transmise sont en général différents de l'état de polarisation de l'onde incidente. Les résultats ci-dessus permettent de déterminer les vibrations principales réfléchies du dioptre [38], c'est-à-dire les vibrations telles que les composantes transversales des ondes incidente et réfléchie aient même état de polarisation :

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_r & 0 \\ 0 & \lambda_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

L'état de polarisation de la vibration propre est :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\epsilon_1 c N_2 (1+\lambda_r) - \epsilon_2 c N_1 (1-\lambda_r)}{(1+\lambda_r)\epsilon_2 \mu_1 c^2 L - N(1-\lambda_r)} = - \frac{\epsilon_1 \mu_2 c^2 L (1+\lambda_r) - N(1-\lambda_r)}{\mu_1 c N_2 (1+\lambda_r) - \mu_2 c N_1 (1-\lambda_r)}$$

et la valeur propre  $\lambda_r$  est racine de l'équation :

$$\lambda_r^2 \left[ (\epsilon_2 c N_1 + \epsilon_1 c N_2)(\mu_2 c N_1 + \mu_1 c N_2) + (N + \epsilon_1 \mu_2 c^2 L)(N + \epsilon_2 \mu_1 c^2 L) \right] - 2\lambda_r \left[ \epsilon_2 \mu_2 c^2 N_1^2 - \epsilon_1 \mu_1 c^2 N_2^2 + N^2 - \epsilon_1 \mu_1 \epsilon_2 \mu_2 c^2 L^2 \right] + \left[ (\epsilon_2 c N_1 - \epsilon_1 c N_2)(\mu_2 c N_1 - \mu_2 c N_2) + (N - \epsilon_1 \mu_2 c^2 L)(N - \epsilon_2 \mu_1 c^2 L) \right] = 0$$

On peut éventuellement déterminer les vibrations principales transmises du dioptre. Cependant, si elles sont définies telles que les composantes transversales des champs électriques des ondes incidente et transmise aient même état de polarisation, il apparaît que cette propriété ne peut être réalisée en même temps pour les champs magnétiques. Si on a :

$$\begin{bmatrix} v_2 & T_1 \\ \epsilon_2 c & T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_t & 0 \\ 0 & \lambda_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 & T_1 \\ \epsilon_1 c & I_2 \end{bmatrix}$$

l'état de polarisation de la vibration propre est :

$$\frac{\epsilon_1 c I_2}{v_1 I_1} = \frac{\frac{\lambda_t}{v_2} (\epsilon_1 c N_2 + \epsilon_2 c N_1) - \frac{2\epsilon_1 c}{v_1} (v_1 \cos i + j h_1 \cos \alpha \sin i)}{\frac{\lambda_t}{\epsilon_2 c} (N + \epsilon_1 \mu_2 c^2 L)}$$

$$= \frac{\frac{\lambda_t}{v_2} (N + \epsilon_2 \mu_1 c^2 L)}{\frac{\lambda_t}{\epsilon_2 c} (\mu_1 c N_2 + \mu_2 c N_1) - \frac{2\mu_1 c}{\epsilon_1 c} (v_1 \cos i + j h_1 \cos \alpha \sin i)}$$

et la valeur propre  $\lambda_t$  est racine de l'équation :

$$\lambda_t^2 v_1 \epsilon_1 c \left[ (\epsilon_2 c N_1 + \epsilon_1 c N_2)(\mu_2 c N_1 + \mu_1 c N_2) + (N + \epsilon_1 \mu_2 c^2 L)(N + \epsilon_2 \mu_1 c^2 L) \right]$$

$$- 2\lambda_t \left[ v_1 \epsilon_2 c (\epsilon_1 c N_2 + \epsilon_2 c N_1) + v_2 \epsilon_1^2 c^2 (\mu_1 c N_2 + \mu_2 c N_1) \right] (v_1 \cos i + j h_1 \cos \alpha \sin i)$$

$$+ 4v_2 \epsilon_2 c (v_1 \cos i + j h_1 \cos \alpha \sin i)^2 \epsilon_1 \mu_1 c^2 = 0$$

En résumé, les ondes homogènes polarisées rectilignement, dont le champ électrique est parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence, conduisent à des ondes réfractées de même polarisation. Quant aux ondes hétérogènes électriquement ou magnétiquement transverses, elles conservent leur caractère au passage d'un dioptré, si le plan d'incidence est perpendiculaire à leurs plans équiamplitudes. Elles ne le conservent pas dans les autres cas, même si le plan d'incidence est parallèle à ces mêmes plans, et les vibrations principales du dioptré, telles que les composantes transversales des ondes réfléchie et incidente aient même état de polarisation, sont dans ce cas elliptiques [35].

Ces résultats montrent que les "constantes optiques" des corps dépendent du type de l'onde considérée. Les notions et les résultats obtenus pour les ondes planes et homogènes ne peuvent pas être généralisés sans précaution. Ils permettent aussi de prévoir les conditions d'études expérimentales des ondes hétérogènes.

CHAPITRE V.

COMPOSITION DE DEUX ONDES D'HÉTÉROGÉNÉITÉS DIFFÉRENTES

---

Les phénomènes d'interférences amènent à étudier la composition de deux ondes homogènes qui ont suivi des chemins différents. Le même problème se pose en ondes hétérogènes. Mais avant même d'envisager ce cas, la superposition de deux ondes qui suivent le même chemin mérite d'être étudiée. S'il s'agit de deux ondes planes homogènes de même fréquence, le résultat est une onde plane homogène. S'il s'agit de deux ondes planes homogènes de fréquences différentes, l'étude mathématique conduit à un phénomène de battements dans le temps. La superposition de deux ondes hétérogènes doit, a priori, donner des résultats assez différents, car si la somme de deux quantités sinusoïdales peut s'analyser par des fonctions sinusoïdales, la somme de deux exponentielles n'est pas une exponentielle.

Soient donc deux ondes hétérogènes, dont les champs peuvent être représentés, avec les conventions et repères précédents, par les parties réelles de :

$$\vec{C}_1 e^{-k_1'' x} e^{j(\omega t - k_1' z)} \quad \text{et} \quad \vec{C}_2 e^{-k_2'' x} e^{j(\omega t - k_2' z)}$$

Les composantes des vecteurs  $\vec{C}_1$  et  $\vec{C}_2$  dépendent de l'hétérogénéité, puisqu'elles sont de la forme :

$$(v_1 P_1, \mu c Q_1, jh_1 P_1, -v_1 Q_1, \epsilon c P_1, -jh_1 Q_1)$$

et  $(v_2 P_2, \mu c Q_2, jh_2 P_2, -v_2 Q_2, \epsilon c P_2, -jh_2 Q_2)$

Par conséquent, il n'existe aucun point où les vecteurs  $\vec{C}_1$  et  $\vec{C}_2$  soient égaux. Par exemple, l'égalité des champs magnétiques (correspondant à  $Q_1 = Q_2 = 0$  et  $P_1 = P_2$ ) entraîne l'inégalité des composantes électriques ( $v_1 P_1 \neq v_2 P_2, jh_1 P_1 \neq jh_2 P_2$ )

Pour simplifier, l'origine des coordonnées est prise de telle manière

que, sur le plan  $xOy$ , les deux ondes soient en phase, et les constantes diélectrique et magnétique sont supposées réelles. Dès lors la composante  $\mathcal{E}_y$  du champ électrique résultant a pour expression :

$$\mathcal{E}_y = \mu c |Q_1| e^{-k_1'' x} \cos(\omega t - k_1' z) + \mu c |Q_2| e^{-k_2'' x} \cos(\omega t - k_2' z)$$

où les quantités  $Q_1$  et  $Q_2$  sont prises en module.

Il vient :

$$\frac{\mathcal{E}_y}{\mu c} = \left[ |Q_1| e^{-k_1'' x} - |Q_2| e^{-k_2'' x} \right] \cos(\omega t - k_1' z) + |Q_2| e^{-k_2'' x} \cos \frac{k_1' - k_2'}{2} z \cos \left[ \omega t - \frac{k_1' + k_2'}{2} z \right]$$

Il se produit un phénomène de battements dans l'espace. Le second terme montre qu'il y a une succession de plans de minimum, perpendiculaires à  $Oz$ . Le résultat est analogue pour les autres composantes transversales. Pour les composantes longitudinales, on obtient par exemple :

$$-\mathcal{E}_z = \left[ |P_1| h_1 e^{-k_1'' x} - |P_2| h_2 e^{-k_2'' x} \right] \sin(\omega t - k_1' z) + |P_2| h_2 e^{-k_2'' x} \cos \frac{k_1' - k_2'}{2} z \sin \left[ \omega t - \frac{k_1' + k_2'}{2} z \right]$$

Les plans de maximum coïncident donc pour les vibrations longitudinales et pour les vibrations transversales. Il en est de même pour les plans nodaux, en notant que le minimum ne peut être nul que pour une des trois composantes.

La distance entre les plans nodaux par exemple est :

$$d = \frac{2\pi}{k_1' - k_2'}$$

c'est-à-dire en fonction de la longueur  $\lambda$  de l'onde homogène de même fréquence dans le vide :

$$d = \frac{\lambda}{v_1 - v_2}$$

Cette distance  $d$  est d'autant plus grande que les deux indices d'hétérogénéité sont plus proches l'un de l'autre. Si une onde homogène d'indice de ré-

fraction  $n$  est superposée à une onde hétérogène d'indice d'hétérogénéité  $h$ , approximativement :

$$d \approx \frac{2\lambda n}{h^2} \quad (16)$$

Ces phénomènes d'interférences entre ondes de même fréquence et de vitesses de phase différentes se rencontrent rarement en optique. Ils se manifestent lorsque ces vitesses sont opposées et donnent des ondes stationnaires. Par contre, ils ne peuvent se produire dans les milieux biréfringents que si les vibrations privilégiées ne sont pas orthogonales.



PRINCIPE DE QUELQUES METHODES DE VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

---

Certaines propriétés des ondes hétérogènes ont déjà été vérifiées dans le passé, mais uniquement pour celles qui se propagent dans un milieu métallique. QUINCKE [8], utilisant une méthode interférométrique, cherche à vérifier la formule de Beer :

$$n^2 = n_0^2 + \sin^2 i.$$

Le système utilisé s'inspire des miroirs de Jamin. Il comporte deux lames de même épaisseur (8,66 mm) distantes l'une de l'autre d'environ 200 mm. Les deux rayons qui interfèrent traversent un prisme en flint d'angle au sommet  $60^\circ$  et on aperçoit à l'oeil nu un spectre cannelé. Sur le chemin des deux faisceaux, distants l'un de l'autre d'environ 4 à 6 mm est placée une lame recouverte d'une couche métallique très mince, de façon que celle-ci ne soit traversée que par l'un des faisceaux. La différence de marche ainsi introduite se traduit par un déplacement des cannelures. On observe ce déplacement tandis qu'on incline la couche métallique. Or en utilisant des métaux tels que l'or ou l'argent, dont l'indice en incidence normale est plus petit que l'unité, le déplacement augmente d'abord avec l'incidence, puis diminue et devient nul pour une valeur donnée  $i_0$ . Pour l'incidence  $i_0$  l'indice est donc égal à l'unité :

$$1 = n_0^2 + \sin^2 i_0$$

Pour l'or, QUINCKE trouvait  $i_0 = 70^\circ$ , d'où  $n_0 = 0,342$ , valeur assez proche de celles trouvées pour l'or par d'autres méthodes.

DU BOIS et RUBENS [14] ont mesuré les déviations subies par les rayons qui traversent une sorte de biprisme métallique, représenté par la fi-

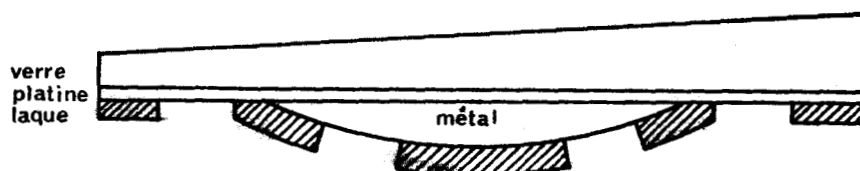


FIG. 17

Dispositif utilisé par DU BOIS et RUBENS [14]

gure 17. Sur une plaque de verre platinée, sensiblement à faces parallèles, est déposée une petite quantité du métal à étudier. Le tout est recouvert d'une laque opaque, à l'exception de quatre fenêtres de 0,2 cm de large. Les deux ouvertures centrales sont sur le dépôt métallique et celui-ci se comporte alors comme un biprisme dont les angles au sommet peuvent osciller entre 15" et 25". Les deux autres ouvertures servent pour la mise au point et pour la détermination de l'angle d'incidence. Les mesures, effectuées avec du fer, du cobalt et du nickel, donnent pour différents angles d'incidence, les valeurs d'indice de réfraction qui sont consignées dans le tableau I.

Angle d'incidence	0°	30°	40°	50°	55°	60°	65°
Fer	3,01	3,15	3,02	3,20	3,00	3,07	3,09
Cobalt	3,00	3,15	3,17	3,32	3,42	3,24	3,28
Nickel	1,98	1,91	1,90	1,98	2,02	2,20	2,35

Tableau I.

Variation de l'indice de réfraction  $n$  avec l'indice  $i$  d'après les mesures de DU BOIS et RUBENS [14].

Toutes ces expériences montrent que les indices sont plus grands pour une incidence élevée que pour l'incidence normale, mais elles ne permettent pas de vérifier la loi de variation. Tous les dispositifs employés ont d'ailleurs l'inconvénient de faire intervenir les phénomènes complexes qui se produisent dans les métaux ou sur les surfaces de séparation. Les paragraphes qui suivent donnent le principe de quelques vérifications expérimentales qui semblent pouvoir être plus précises.

#### A. - Production des ondes hétérogènes planes et uniformes.

Les ondes hétérogènes planes et uniformes peuvent être engendrées à partir d'ondes planes et homogènes soit par réfraction sous incidence oblique, sur un dioptre plan qui sépare deux milieux différemment absorbants, soit par réflexion totale. En utilisant un parallélépipède formé par l'union de deux

prismes d'indices d'extinction différents et d'indices de réfraction convenablement choisis, le faisceau émergent aura même direction que le faisceau incident. La relation que les indices doivent alors vérifier, dépend des conditions expérimentales (2). Si l'incidence est normale, que le premier prisme soit ou non transparent, l'onde qui tombe sur le dioptre de séparation des deux prismes est homogène, et celle qui parcourt le second prisme est hétérogène, les plans équiamplitudes étant perpendiculaires au plan d'incidence. Les ondes hétérogènes qui franchiront le dioptre de sortie, le feront en conservant leur caractère, si elles sont T.E. ou T.M.

La détermination expérimentale de l'indice d'hétérogénéité est réalisable par des mesures photométriques effectuées dans des régions différentes d'un plan isophase.

#### B. - Modification de l'indice d'hétérogénéité.

On conçoit que grâce à un second prisme absorbant, convenablement choisi, on puisse revenir en ondes homogènes. Or, il est préférable de faire les mesures avec des ondes homogènes, car les ondes hétérogènes présentent une composante longitudinale et la réponse des détecteurs du rayonnement électromagnétique à cette composante longitudinale est mal connue. L'étude antérieure a montré que, lorsqu'une onde hétérogène franchit un dioptre, les plans équiamplitudes étant perpendiculaires au plan d'incidence, l'indice d'hétérogénéité est modifié et peut même s'annuler. Si le premier milieu est transparent, l'indice d'hétérogénéité  $h_2$  de l'onde réfractée est donné par la relation (14). Si le deuxième milieu est transparent et si l'angle de réfraction  $r$  est plus grand que l'angle d'incidence, l'indice  $h_2$  est plus grand que l'indice  $h_1$  et vice versa.

- (2) Pour une incidence normale et pour des prismes d'angle au sommet  $u$ , les relations entre indices relatifs aux ondes homogènes sont les suivantes :
- si le premier prisme, d'indice  $n_{01}$  et  $\chi_{01}$ , est absorbant et le second transparent,

$$n_{01}^2 - \chi_{01}^2 \operatorname{tg}^2 u = n_{02}^2$$

- si le second prisme, d'indice  $n_{02}$  et  $\chi_{02}$ , est absorbant et le premier transparent,

$$n_{01}^4 - (n_{02}^2 - \chi_{02}^2) n_{01}^2 - \chi_{02}^2 (1 + \operatorname{tg}^2 u) n_{02}^2 = 0$$

Avec un prisme transparent, lorsque le faisceau incident, d'hétérogénéité  $h_1$ , entre sous l'angle d'incidence  $i$  correspondant au minimum de déviation, l'indice d'hétérogénéité  $h_3$  de l'onde émergente est égal à  $h_1$ , car dans ce cas l'angle de réfraction que fait la face de sortie du prisme avec les isophases de l'onde émergente est égal à  $i$ . A partir de cette position, l'angle  $i$  peut varier par rotation du prisme dans un sens ou dans l'autre. Dans un sens, l'angle  $i$  augmente et le rapport  $h_3/h_1$  diminue ; il prend sa plus petite valeur quand l'incidence devient rasante. Dans l'autre sens, tandis que l'angle  $i$  diminue, s'annule et croît à nouveau, le rapport  $h_3/h_1$  augmente sans cesse jusqu'à ce que l'émergence devienne rasante.

Si le prisme est absorbant, le phénomène dépend des valeurs relatives de  $h_1$  et  $\chi_2$  ; l'indice d'hétérogénéité de l'onde émergente peut être annulé. Pour rendre homogène une onde issue du dispositif décrit en A, un des quatre montages de la figure 18 peut être utilisé. Des prismes transparents, d'indice convenablement choisi, sont juxtaposés aux prismes absorbants, pour éviter une déviation du faisceau.

C. - Hétérogénéités pratiquement utilisables.

Pour les prévisions des mesures, il est imposé à la puissance  $W_e$  de l'onde sortant du second prisme d'être dix fois supérieure à la puissance  $W_m$  détectable par un récepteur courant. Or, si  $W_i$  est la puissance du faisceau incident,  $u$  l'angle du prisme et  $p$  l'épaisseur traversée,

$$W_e = W_i \exp - \frac{4\pi\chi p}{\lambda} = W_i \exp - \frac{4\pi hp}{\lambda \operatorname{tg} u}$$

d'où =

$$h \leq \frac{\lambda \operatorname{tg} u}{4\pi p} \operatorname{Log} \frac{W_i}{10 W_m} \quad (17)$$

Or  $\frac{p}{\operatorname{tg} u} = \lambda$ , largeur utile du faisceau.

Les résultats numériques sont consignés dans le tableau II.

D. - Variation de l'indice de réfraction.

L'indice de réfraction pour une onde d'indice d'hétérogénéité  $h$

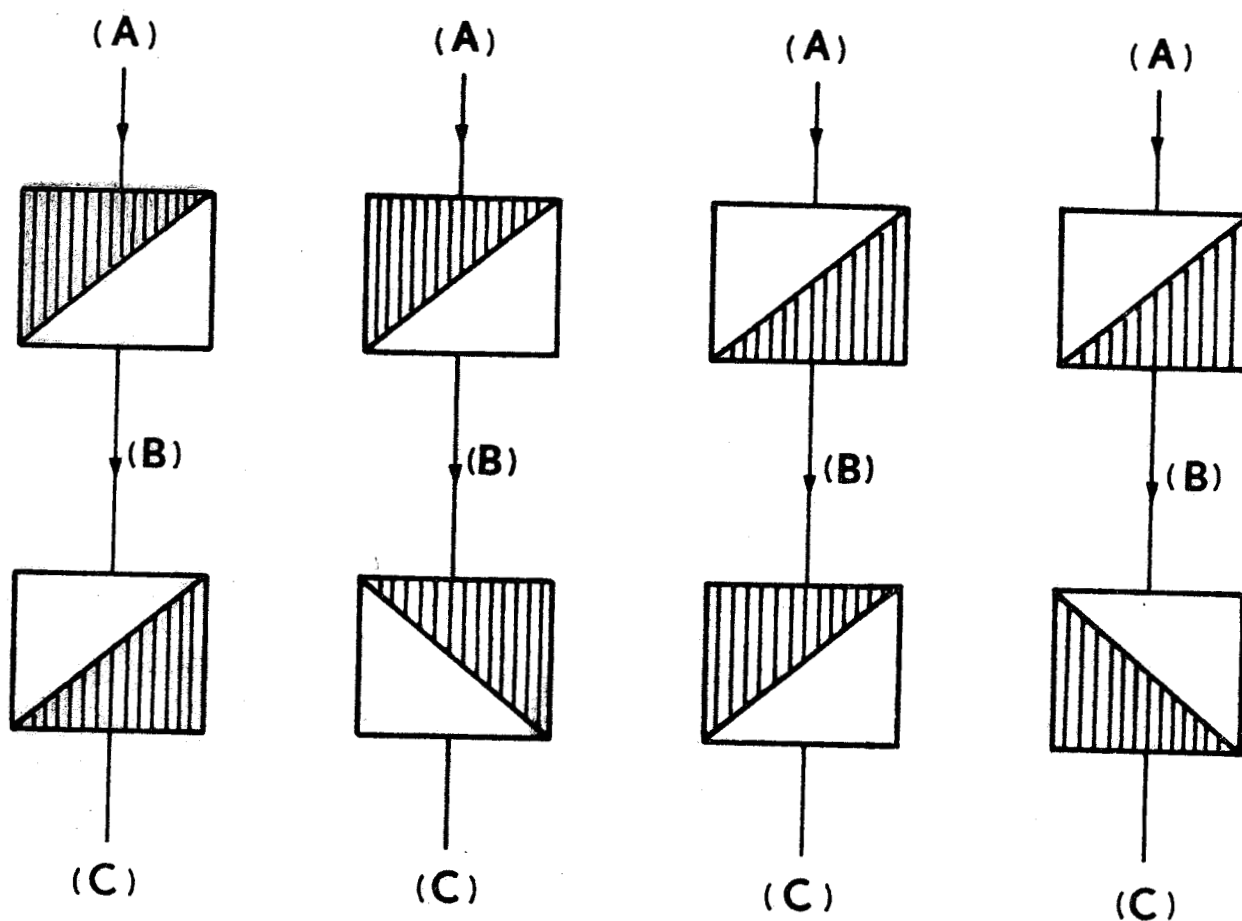


Figure - 18 - : Production d'ondes hétérogènes planes et uniformes par un biprisme. Dans ces quatre montages, le premier biprisme traversé transforme une onde plane et homogène (A) en une onde hétérogène plane et uniforme (B). Le second biprisme restitue une onde plane et homogène (C). Les parties hachurées représentent les pièces taillées dans un matériau absorbant.

Source	$\lambda$	$\lambda$ (mm)	$W_i$ (W)	Détecteur	$W_m$ (W)	Valeur maximum de h
Laser Ar ionisé	4880 Å	1,4	0,7	} Photomultiplicateur	$2 \times 10^{-15}$	$4,5 \times 10^{-4}$
Laser He - Ne	6328 Å	1,4	$2 \times 10^{-3}$			
Laser CO <sub>2</sub>	10 μm	4	10	} Photorésistance Ge - Au	$6,36 \times 10^{-11}$	$9 \times 10^{-4}$
Carcinotron	3 cm	120	20			
Klystron	3 cm	120	$10^{-3}$	} Diode	$10^{-12}$	0,56
						0,36

TABLEAU II.

Hétérogénéités pratiquement utilisables.



n'est pas le même que pour une onde homogène. La différence  $n - n_0$ , calculée à partir de la formule (7), vaut sensiblement :

$$n - n_0 \approx \frac{h^2}{2n_0}$$

Elle sera donc faible en lumière visible, car dans ce cas l'indice d'hétérogénéité  $h$  est petit par rapport à l'indice de réfraction  $n$  (tableau II). Elle peut cependant être mise en évidence avec un montage interférométrique comme celui de JAMIN [39] (fig. 19). Il utilise la biréfringence du spath, qui sera d'ailleurs étudiée au chapitre VIII, pour diviser la lumière incidente en deux faisceaux polarisés rectilignement à angle droit. L'un des faisceaux (I) de l'interféromètre reste homogène, l'autre (II) est rendu hétérogène sur une partie de son trajet. La lumière traverse ensuite une lame demi-onde, dont les lignes neutres sont les bissectrices des directions de polarisation des faisceaux afin d'échanger ces polarisations et de permettre la recombinaison des faisceaux dans le second spath. Si les deux rayons sont en phase, la lumière résultante est polarisée rectilignement. Sinon elle est elliptique et, pour une différence de marche  $\delta$ , son ellipticité  $\eta$  vaut :

$$\eta = \pi \frac{\delta}{\lambda}$$

Avec des spaths identiques à ceux de Jamin et épais de 12 cm, les faisceaux sont décalés d'environ 11 mm. Le choix de la source et du détecteur n'est pas contraignant. En effet, l'hétérogénéité  $h$  maximum, qu'on peut espérer, dépend des puissances émises  $W_e$  et détectables  $W_m$ , seulement par leur logarithme (17). C'est surtout le rapport  $\lambda/l$  de la longueur d'onde employée à la largeur utile minimum du faisceau, qui doit guider le choix.

Les prismes absorbants (parties hachurées des pièces  $P_1$  et  $P_2$ ) sont taillés dans un verre assez absorbant. Le verre NG.1., d'indice d'absorption  $\chi \approx 4,5 \times 10^{-4}$ , dont la transparence est  $10^{-4}$  par mm entre 4600 Å et 6500 Å, conviendrait assez bien. Le rapport des côtés de l'angle droit du prisme étant de 1 sur 2, la transparence serait de  $10^{-10}$  pour une traversée de 2,5 mm, à une distance de 1,25 mm de l'arête ; et l'indice d'hétérogénéité serait alors  $h = \chi \operatorname{tg} \alpha = 0,45 \times 10^{-3} \times 2 = 0,9 \times 10^{-3}$ .

Pour éviter de confondre l'effet attendu avec les imperfections de montage, il faut procéder par comparaison. Une première méthode consiste à

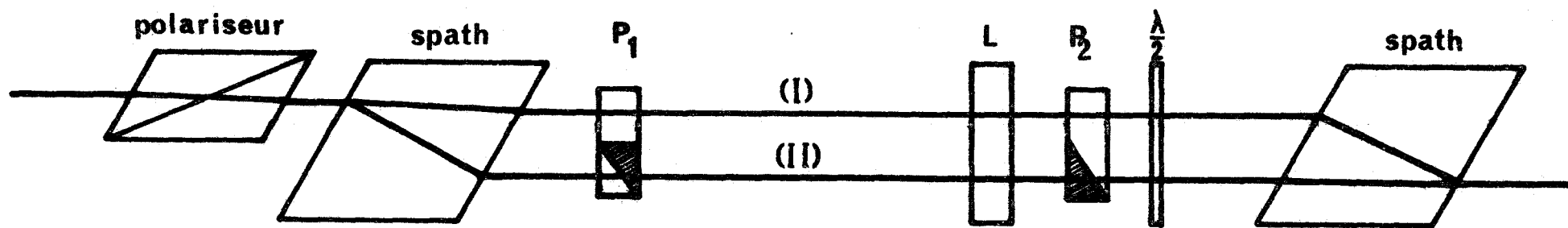


Figure - 19 - : Dispositif pour vérifier la variation de l'indice de réfraction avec l'indice d'hétérogénéité. Les parties hachurées représentent les pièces taillées dans un matériau absorbant.





faire traverser ou non, une lame de verre placée dans la région où l'un des faisceaux est hétérogène. Cette lame L est prise dans un verre de haut indice (verre E.0046 : indice autour de 1,800, transparence de 0,848 pour 20 mm ; verre E.0347 : indice autour de 1,803 ; transparence de 0,876 pour 20 mm [40]). Si l'épaisseur peut atteindre 1 cm, tout en présentant une homogénéité convenable, la différence relative de marche, lorsqu'on passe de la lame de verre d'épaisseur e et d'indice n<sub>2</sub> à une lame d'air de même épaisseur et d'indice n<sub>1</sub>, subit une variation :

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{e(Dn_1 - Dn_2)}{\lambda} \approx \frac{e}{\lambda} \left( \frac{h^2}{2n_1} - \frac{h^2}{2n_2} \right) = \frac{e(0,9 \times 10^{-3})^2}{\lambda} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3,6} \right) \approx 3 \times 10^{-3}$$

Cela fait une variation d'ellipticité de 32' du faisceau transmis.

Une autre méthode consiste à rendre hétérogène le faisceau II, uniquement sur une partie de sa largeur. Lorsqu'on passe de la région du champ d'observation où il y a interférence des deux faisceaux homogènes, à celui où il y a interférence entre le faisceau I homogène et le faisceau II hétérogène, la différence relative de marche, calculée sur toute l'épaisseur d'air e' comprise entre les lames P<sub>1</sub> et P<sub>2</sub>, subit une variation :

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{e'}{\lambda} \times \frac{h^2}{2n} \approx 7 \times 10^{-3} \text{ par centimètre d'air.}$$

Cela conduit à une variation d'ellipticité de 25° pour une épaisseur d'air de 20 cm.

Il est également possible d'opérer en ondes hertziennes, dans le vide. Avec h = 0,36 et n<sub>0</sub> = 1, n - n<sub>0</sub> = 0,06 ; l'effet est mesurable en utilisant par exemple le dispositif interférométrique de MARZAT et BOTTREAU [41].

#### E. - Variation de l'angle de réfraction.

L'angle de réfraction r diffère de l'angle de réfraction r<sub>0</sub> pour les ondes homogènes. Cette propriété, déjà vérifiée lorsque les plans équiamplitudes sont perpendiculaires au plan d'incidence, ne l'a pas encore été, semble-t-il, lorsque les plans équiamplitudes sont parallèles au plan d'incidence. La vérification doit être possible en ondes hertziennes, pour des angles d'in-

cidence voisins de l'incidence limite, comme le montre le tableau III qui réunit les résultats obtenus pour  $n_{01} = 1,5$  et  $n_{02} = 1$ .

h	i	r	$r_0 - r$
$4 \times 10^{-4}$	} $40^\circ$	$74^\circ 37' 6'',82$	$0'',03$
$9 \times 10^{-4}$		$74^\circ 37' 6'',68$	$0'',17$
0,36		$68^\circ 53' 56'',46$	$5^\circ 43' 10'',39$
$4 \times 10^{-4}$	} $41^\circ 48'$	$88^\circ 51' 0'',85$	$0'',45$
$9 \times 10^{-4}$		$88^\circ 50' 58'',99$	$2'',31$

TABLEAU III.

Variation de l'angle de réfraction  $r$  avec l'hétérogénéité  $h$  de l'onde incidente. Les milieux sont transparents et le second ( $n_{02} = 1$ ) est moins réfringent que le premier ( $n_{01} = 1,5$ ).

F. - Ellipticité des composantes transversales des ondes transmises.

Une onde hétérogène ne peut être à la fois électriquement et magné-  
tiquement transverse. Toutefois, si les détecteurs d'ondes électromagnétiques  
ne sont pas sensibles aux composantes longitudinales des champs, c'est de ma-  
nière indirecte que cette propriété devra être vérifiée. Lorsqu'une onde hété-  
rogène principale (T.E. ou T.M.) franchit un dioptre sous incidence oblique,  
outre le déplacement des rayons réfléchis (dont les effets GOOS - HANCHEN et  
IMBERT sont des modalités particulières) [35, 42] il peut se produire une  
modification de l'état de polarisation. Si les plans équiampitudes sont per-  
pendiculaires au plan d'incidence, l'onde conserve son caractère : ses compo-  
santes transversales restent polarisées rectilignement. Si les plans équiampli-  
tudes sont parallèles au plan d'incidence, les composantes transversales de  
l'onde réfractée sont elliptiques. Le tableau IV donne les ellipticités  $\eta_e$   
et  $\eta_m$  des composantes électriques transversales (15) qui correspondent res-  
pectivement à une onde incidente T.E. ou T.M., les deux milieux étant suppo-  
sés de même perméabilité magnétique.

$n_{01}$	$n_{02}$	$h$	$i$	$\eta_e$	$\eta_m$
1	1,5	$4 \times 10^{-4}$	$80^\circ$	51",88	44",48
1,5	1	$4 \times 10^{-4}$	$30^\circ$	17",54	27",75
1	1,9	$9 \times 10^{-4}$	$80^\circ$	2' 19",64	1' 51",53
1,9	1	$9 \times 10^{-4}$	$20^\circ$	34",26	1' 9",52
1	1,5	} 0,36	$80^\circ$	12° 20' 50"	10° 4' 15"
1,5	1		$35^\circ$	5° 14' 30"	7° 32' 40"
1	3		$80^\circ$	16° 37' 36"	11° 32' 20"
3	1		$10^\circ$	2° 22' 37"	6° 52' 14"

Tableau IV.

Ellipticité  $\eta_e$  et  $\eta_m$  des composantes électriques transversales des ondes transverse électrique et transverse magnétique, d'indice d'hétérogénéité  $h$ , tombant sur un dioptré qui sépare deux milieux transparents d'indices de réfraction  $n_{01}$  et  $n_{02}$ .

Il est donc préférable, pour mesurer ces ellipticités, de choisir  $n_{02}$  supérieur à  $n_{01}$  et le plus grand possible. Dans le visible et l'infrarouge, l'ellipticité ne dépasse pas deux minutes et il faudrait des analyseurs de lumière elliptique sensibles pour déceler le phénomène. Dans le domaine hertzien, la mise en évidence ne doit pas être délicate pour des ondes qui tombent sous une incidence voisine de la valeur limite. L'angle d'incidence doit être le plus grand possible, compatible avec des intensités transmises admissibles. Le pouvoir réflecteur devient en effet très grand si l'angle d'incidence est voisin de l'angle limite. Dans le tableau IV, les angles  $i$  sont inférieurs d'environ  $10^\circ$  à l'angle limite.

G. - Superposition de deux ondes d'hétérogénéités différentes.

Dans le phénomène de battements dans l'espace qui se produit lorsque

deux ondes hétérogènes sont superposées, la distance entre les plans nodaux est en général très grande par rapport à la longueur d'onde. Elle est d'autant plus petite que la différence entre les indices d'hétérogénéité est plus grande. Il est donc souhaitable que l'une des ondes soit homogène. Si une onde homogène d'indice de réfraction  $n$  est superposée à une onde hétérogène d'indice d'hétérogénéité  $h$ , elle vaut sensiblement (16)

$$d = \frac{2\lambda n}{h^2}$$

Dans le domaine visible, pour un indice d'hétérogénéité  $h = 10^{-3}$ , cette distance est de l'ordre de  $10^6 \lambda$ , c'est-à-dire de l'ordre du mètre. L'expérience a été tentée avec une onde hertzienne de 3 cm, pour laquelle un indice d'hétérogénéité de 0,36 doit conduire à une distance  $d$  d'environ 46 cm. Le montage expérimental est une adaptation de l'interféromètre de Michelson, la séparatrice étant une lame de verre d'environ 3 mm d'épaisseur, située à une cinquantaine de centimètres de deux miroirs plans métalliques et à une distance analogue de la source. Cette dernière a été successivement un cornet standard (Type DBG.520 de la firme De Mornay-Bonardi), puis une antenne de Luneberg (Type D.6205 de la société L.T.T.). La directivité de l'émetteur passait ainsi de  $15^\circ$  à  $10^\circ$ , ouverture du faisceau à 3 db, dans le plan horizontal. La puissance était fournie par un Klystron reflex (Thomson X.13). L'un des faisceaux de l'interféromètre devait être rendu hétérogène par un prisme absorbant traversé deux fois. Diverses tentatives ont fait préférer un prisme, d'angle au sommet  $25^\circ$ , en polystyrène expansé, dont les éléments étaient simplement pressés les uns contre les autres par un lien, l'usage de la colle introduisant des réflexions parasites. Il contenait du sable imbibé d'alcool éthylique, à un taux pouvant aller jusque 10 %. Une diode détectrice (Sylvania I.N.23), reliée à un enregistreur galvanométrique, a permis d'obtenir les profils des ondes transmises par la séparatrice ou par le prisme, le déplacement de la diode étant relevé grâce à un montage potentiométrique. La dimension des composants, de l'ordre de 36 cm c'est-à-dire de  $12\lambda$ , laissait prévoir une certaine diffraction. Mais les enregistrements ont manifesté l'abondance des phénomènes perturbateurs, supérieurs aux effets prévisibles de réflexion et de diffraction, qui se produisent au niveau de l'émetteur, de la séparatrice, du prisme et des miroirs métalliques. Ceci rend pour le moment très problématique, l'obtention d'une onde hertzienne hétérogène uniforme, au moins dans le domaine centimétrique.

CHAPITRE VII

PROPAGATION EN MILIEU ANISOTROPE

-----

A. - Résultats généraux.

Les constantes diélectriques et magnétiques principales seront désignées par  $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \mu_1, \mu_2, \mu_3$  et les composantes correspondantes du vecteur d'onde par  $k_1, k_2, k_3$ . Pour un milieu uniaxe, l'indice 3 est relatif à la direction de l'axe optique, les autres aux directions perpendiculaires. Les équations de propagation sont toujours données par le système (2) dont le déterminant doit être nul. Cette condition entraîne l'équation suivante :

$$k_1^4 \epsilon_1 \mu_1 + k_2^4 \epsilon_2 \mu_2 + k_3^4 \epsilon_3 \mu_3 + k_1^2 k_2^2 (\epsilon_1 \mu_2 + \epsilon_2 \mu_1) + k_2^2 k_3^2 (\epsilon_2 \mu_3 + \epsilon_3 \mu_2) + k_3^2 k_1^2 (\epsilon_3 \mu_1 + \epsilon_1 \mu_3) - k_1^2 \epsilon_1 \mu_1 (\epsilon_2 \mu_3 + \epsilon_3 \mu_2) \omega^2 - k_2^2 \epsilon_2 \mu_2 (\epsilon_3 \mu_1 + \epsilon_1 \mu_3) \omega^2 - k_3^2 (\epsilon_1 \mu_2 + \epsilon_2 \mu_1) \omega^2 + \epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 \mu_1 \mu_2 \mu_3 \omega^4 = 0$$

(18)

Lorsque  $k_1, k_2$  et  $k_3$  sont exprimées en fonction de  $h$  et  $v$ , ce qui est fait dans l'annexe I, les coefficients de cette équation à deux variables sont complexes et dépendent des angles que font avec les axes optiques les parties réelle et imaginaire du vecteur d'onde. Il sera possible de trouver une solution explicite de cette équation, donnant l'indice  $v$  en fonction de l'indice d'hétérogénéité  $h$ , si le polynôme du premier membre peut se décomposer en deux facteurs du second degré par rapport à l'ensemble des deux variables, c'est à dire de la forme :

$$(v^2 a_1 + h^2 a_2 + jh v a_3 + v a_4 + jh a_5 + 1)$$

Cette factorisation s'avère impossible dans le cas des biaxes. Par contre, l'opération réussit dans le cas des uniaxes, avec d'ailleurs  $a_4 = a_5 = 0$  (Annexe I). La suite de cette étude ne concernera donc que les corps uniaxes inactifs. En conservant les notations (1) et le trièdre (fig. 2) utilisés en milieu isotrope, l'axe optique sera repéré par sa longitude  $\phi$  et sa colatitude  $\theta$  (fig. 20). Alors les tenseurs diélectrique  $[\epsilon]$  et magnétique  $[\mu]$  sont de la forme :

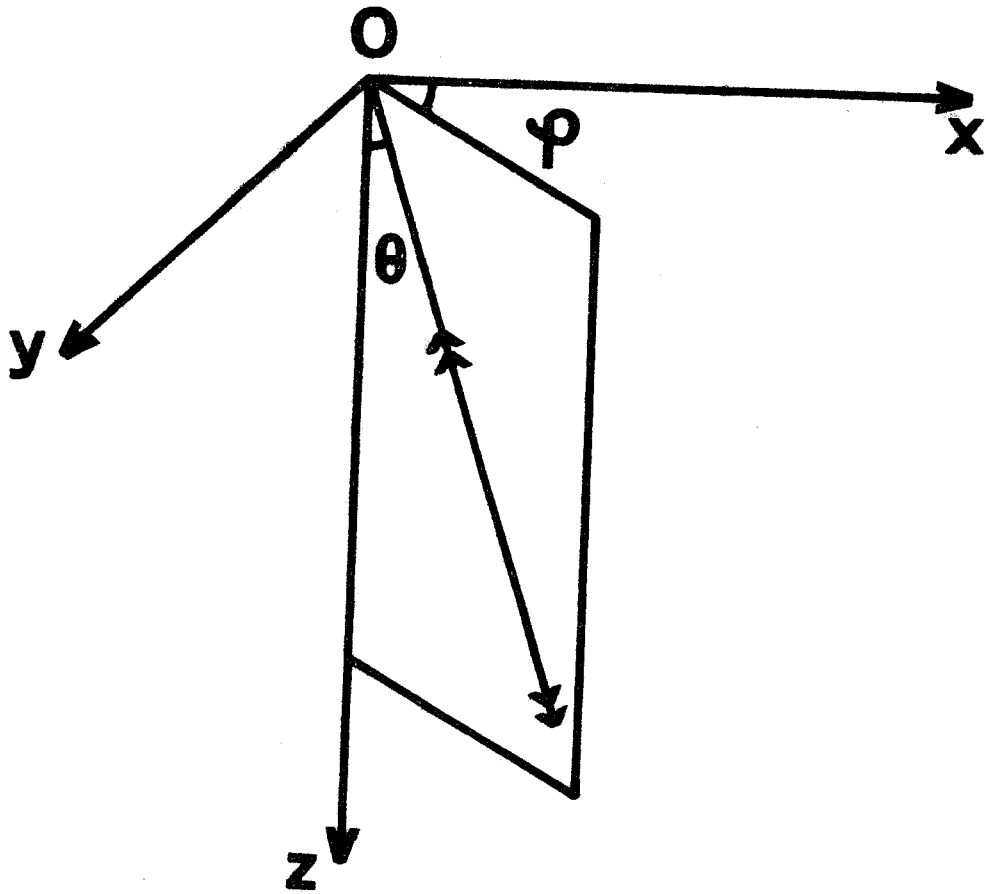


Figure - 20 - : L'axe optique d'un milieu uniaxe est repéré par les angles  $\varphi$  et  $\theta$  par rapport au trièdre Oxyz de la figure - 2 -.

$$[\varepsilon] = \begin{vmatrix} e_1 & e_6 & e_5 \\ e_6 & e_2 & e_4 \\ e_5 & e_4 & e_3 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad [\mu] = \begin{vmatrix} m_1 & m_6 & m_5 \\ m_6 & m_2 & m_4 \\ m_5 & m_4 & m_3 \end{vmatrix} ;$$

avec

$$e_1 = \varepsilon_1 (\cos^2 \phi \cos^2 \theta + \sin^2 \phi) + \varepsilon_3 \cos^2 \phi \sin^2 \theta,$$

$$e_2 = \varepsilon_1 (\sin^2 \phi \cos^2 \theta + \cos^2 \phi) + \varepsilon_3 \sin^2 \phi \sin^2 \theta,$$

$$e_3 = \varepsilon_1 \sin^2 \theta + \varepsilon_3 \cos^2 \theta,$$

$$e_4 = (\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \sin \phi \sin \theta \cos \theta,$$

$$e_5 = (\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \cos \phi \sin \theta \cos \theta,$$

et

$$e_6 = (\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \sin \phi \cos \phi \sin^2 \theta.$$

Les coefficients du tenseur  $|\mu|$  s'obtiennent en remplaçant  $\varepsilon_1$  par  $\mu_1$ ,  $\varepsilon_3$  par  $\mu_3$ . Avec ces notations, les quatre solutions de l'équation (18) qui correspondent aux indices ordinaire  $v'$  et extraordinaire  $v''$  s'écrivent :

$$v' = \frac{j h m_5 \pm \sqrt{\mu_1 \mu_3 \varepsilon_1 m_3 c^2 + (m_1 m_3 - m_5^2) h^2}}{m_3} \quad (19)$$

et

$$v'' = \frac{j h e_5 \pm \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \mu_1 e_3 c^2 + (e_1 e_3 - e_5^2) h^2}}{e_3}$$

L'indice extraordinaire ne dépend pas de l'anisotropie magnétique. L'indice ordinaire, dans le cas d'isotropie magnétique ( $\mu_1 = \mu_3$ ), ne dépend pas de la direction du vecteur d'onde et s'écrit alors :

$$v' = \pm \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1 c^2 + h^2} .$$

Il est réel si les arguments de  $\varepsilon_1$  et  $\mu_1$  sont nuls ou simplement opposés.

La matrice  $|M|$  est ici de rang cinq ; chaque vecteur propre (3) est connu à une constante multiplicative près. Cinq des six équations du système (2) suffisent pour déterminer les rapports :

$$\frac{E_z}{E_x} = \frac{Z}{X}, \quad \frac{E_y}{E_x} = -\frac{Y}{X} \quad \text{et} \quad \frac{E_z}{E_y} = -\frac{Z}{Y}$$

Compte tenu de certaines relations qui existent entre les éléments des matrices diélectrique et magnétique, il vient :

$$X = \epsilon_1 \epsilon_6 \mu_1^2 \mu_3^2 c^2 + h^2 \epsilon_6 \mu_1 m_1 - v^2 \epsilon_3 \mu_1 m_6 + jh v (\epsilon_4 \mu_1 m_3 - \epsilon_3 \mu_1 m_4 + 2\epsilon_5 \mu_1 m_6)$$

$$Y = (\epsilon_1 \epsilon_3 - \epsilon_5) \mu_1^2 \mu_3^2 c^2 + (m_1 m_3 - m_5^2) (h^2 \epsilon_1 - v^2 \epsilon_3 + 2jh v \epsilon_5)$$

$$Z = \epsilon_1 \epsilon_4 \mu_1^2 \mu_3^2 c^2 + h^2 \epsilon_1 \mu_1 m_4 - v^2 \epsilon_4 \mu_1 m_3 + jh v (\epsilon_6 \mu_1 m_1 - \epsilon_1 \mu_1 m_6 + 2\epsilon_5 \mu_1 m_4)$$

B. - Etats de polarisation dans le cas d'isotropie magnétique.

Dans ce cas, en posant  $\mu_1 = \mu_3 = m_1 = m_3 = \mu$ , il vient :

$$\frac{E_z}{E_x} = \frac{(\epsilon_1 \mu c^2 - v^2) e_4 + jh v e_6}{(\epsilon_1 \mu c^2 + h^2) e_6 + jh v e_4}$$

### I. Cas de l'onde ordinaire

L'isotropie magnétique étant supposée, l'indice est indépendant des angles  $\theta$  et  $\phi$  qui repèrent l'axe optique (19). Le rapport ci-dessus vaut :

$$\frac{E_z}{E_x} = \frac{jh}{v'}$$

La troisième composante du champ électrique dépend des angles  $\theta$  et  $\phi$ . En introduisant une constante multiplicative  $P$ , les composantes des champs de l'onde ordinaire s'écrivent :

$$E_x = v' P \sin \theta \sin \phi$$

$$E_y = -P(v' \sin \theta \cos \phi + jh \cos \theta)$$

$$E_z = jh P \sin \theta \sin \phi$$



$$H_x = - \frac{v'}{\mu c} P (v' \sin \theta \cos \phi + jh \cos \theta)$$

$$H_y = \epsilon_1 c P \sin \theta \sin \phi$$

$$H_z = - \frac{jh}{\mu c} P (v' \sin \theta \cos \phi + jh \cos \theta)$$

Il est à noter que l'axe optique est perpendiculaire au plan du champ électrique. En effet, il a pour cosinus directeurs :

$$(\sin \theta \cos \phi ; \sin \theta \sin \phi ; \cos \theta)$$

Quant au plan du champ magnétique, il est perpendiculaire à une direction dont la longitude  $\psi$  et la colatitude  $\rho$  sont données par :

$$\operatorname{tg} \rho = - \frac{\cos \phi}{\cos \psi} \operatorname{tg} \psi \quad \text{et} \quad \operatorname{tg} \psi = - \frac{v'^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi + h^2 \cos^2 \theta}{\epsilon_1 \mu c^2 \sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi}$$

L'onde ordinaire est transverse électrique si l'axe optique est, soit perpendiculaire aux plans isophases, soit perpendiculaire aux plans équi-amplitudes. Elle est transverse magnétique si l'axe optique est parallèle à la fois aux plans isophases et aux plans équi-amplitudes.

Le vecteur de Poynting a déjà été calculé pour une onde de polarisation quelconque en milieu isotrope. Une telle onde n'est ni transverse électrique, ni transverse magnétique et le vecteur de Poynting moyen fait un angle avec la normale aux isophases. L'onde ordinaire présente les mêmes caractéristiques, hormis les trois cas ci-dessus où l'axe optique est parallèle à l'un des trois axes de coordonnées. Pour calculer le vecteur de Poynting de l'onde ordinaire, il suffit dans les relations (6) de remplacer  $A_1$  par  $P \sin \theta \sin \phi$  et

$$A_2 \text{ par } - \frac{P (v' \sin \theta \cos \phi + jh \cos \theta)}{\mu c} .$$

Si le milieu est transparent, le vecteur de Poynting moyen  $\bar{S}$  est parallèle au plan équi-amplitude ( $\bar{S}_x = 0$ ). Il fait, avec la direction Oz des vitesses de phase, l'angle  $\gamma'$  tel que :

$$\operatorname{tg} \gamma' = \frac{2h^2 \cos \theta \sin \theta \sin \phi}{v'^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi + h^2 \cos^2 \theta + \epsilon_1 \mu c^2 \sin^2 \theta \sin^2 \phi}$$

II. Cas de l'onde extraordinaire.

Pour l'onde extraordinaire, l'indice dépend, par les angles  $\theta$  et  $\phi$ , de la position de l'axe optique et il est en général complexe (19). Si l'axe optique est parallèle soit aux plans isophases, soit aux plans équiampplitudes, il est réel sans que l'onde soit pour autant transverse électrique ou transverse magnétique. En effet, les états de polarisation sont les suivants :

1°) Si l'axe optique est parallèle aux plans isophases ( $\cos \theta = 0$ ).

Dans ce cas 
$$\frac{E_z}{E_x} = \frac{jh v'}{\epsilon_1 \mu c^2 + h^2}$$

Si P et Q sont deux constantes, la première déjà utilisée pour l'onde ordinaire, l'autre étant affectée à l'onde extraordinaire, on obtient :

Pour l'onde extraordinaire

$$E_x = (\epsilon_1 \mu c^2 + h^2) Q \cos \phi$$

$$E_y = \epsilon_1 \mu c^2 \cdot Q \sin \phi$$

$$E_z = jh v'' Q \cos \phi$$

$$H_x = -\frac{v''}{\mu c} (\epsilon_1 \mu c^2) Q \sin \phi$$

$$H_y = \frac{v''}{\mu c} \epsilon_1 \mu c^2 Q \cos \phi$$

$$H_z = -\frac{jh}{\mu c} \epsilon_1 \mu c^2 Q \sin \phi$$

et pour l'ordinaire

$$E_x = v' P \sin \phi$$

$$E_y = -v' P \cos \phi$$

$$E_z = jh P \sin \phi$$

$$H_x = \frac{v'^2}{\mu c} P \cos \phi$$

$$H_y = \epsilon_1 c P \sin \phi$$

$$H_z = \frac{jh v'}{\mu c} P \cos \phi$$

On retrouve que l'onde ordinaire est T.E. si en plus de  $\cos \theta = 0$ ,  $\sin \phi = 0$  et l'onde extraordinaire est T.M. et que l'onde ordinaire est T.M. si en plus de  $\cos \theta = 0$ ,  $\cos \phi = 0$  et alors l'onde extraordinaire est T.E.

2°) Si l'axe optique est parallèle aux plans équiampplitudes ( $\cos \phi = 0$ ).

Dans ce cas 
$$\frac{E_z}{E_x} = \frac{\epsilon_1 \mu c^2 - v^2}{jh v}$$

Ce qui donne pour l'onde extraordinaire 
$$E_x = jh v'' Q \cos \theta$$

$$E_y = \epsilon_1 \mu c^2 Q \sin \theta$$

$$E_z = (\epsilon_1 \mu c^2 - v''^2) Q \cos \theta$$

$$H_x = -\frac{v''}{\mu c} \epsilon_1 \mu c^2 Q \sin \theta$$

$$H_y = \frac{jh}{\mu c} \epsilon_1 \mu c^2 Q \cos \theta$$

$$H_z = -\frac{jh}{\mu c} \epsilon_1 \mu c^2 Q \sin \theta$$

et pour l'ordinaire 
$$E_x = v' P \sin \theta$$

$$E_y = -jh P \cos \theta$$

$$E_z = jh P \sin \theta$$

$$H_x = \frac{jh v'}{\mu c} P \cos \theta$$

$$H_y = \epsilon_1 c P \sin \theta$$

$$H_z = \frac{h^2}{\mu c} P \cos \theta$$

L'onde ordinaire est bien T.E. si en plus de  $\cos \phi \neq 0$   $\sin \theta = 0$  et alors l'extraordinaire est T.M. et

l'onde ordinaire est bien T.M. si en plus de  $\cos \phi \neq 0$   $\cos \theta = 0$  et alors l'extraordinaire est T.E.

3°) Si l'axe optique est perpendiculaire aux plans isophases ( $\sin \theta = 0$ ).

Dans ce cas, l'angle  $\phi$  est indéterminé et peut être pris égal à  $\frac{\pi}{2}$ . D'où :

pour l'onde extraordinaire 
$$E_x = jh v'' Q$$

et pour l'ordinaire 
$$E_x = 0$$

$$E_y = 0$$

$$E_y = -jh P$$

$$E_z = (\epsilon_1 \mu c^2 - v''^2) Q$$

$$E_z = 0$$

pour l'onde extraordinaire  $H_x = 0$  et pour l'ordinaire  $H_x = \frac{j h \nu'}{\mu c} P$

$$H_y = \frac{j h}{\mu c} \epsilon_1 \mu c^2 Q \quad H_y = 0$$

$$H_z = 0 \quad H_z = \frac{h^2}{\mu c} P$$

Effectivement l'onde ordinaire a été trouvée T.E. pour  $\sin \theta = 0$ , quelque soit  $\phi$  et dans ce cas l'onde extraordinaire est transverse magnétique.

Ainsi donc, l'onde extraordinaire est transverse électrique si l'axe optique est parallèle à la fois aux isophases et aux équiampplitudes, et dans ce cas l'onde ordinaire est transverse magnétique. Si l'axe optique est perpendiculaire aux plans équiampplitudes l'onde extraordinaire est transverse magnétique, alors que l'onde ordinaire est transverse électrique. Il en est de même si l'axe optique est perpendiculaire aux plans isophases ( $\theta = 0$ ). Il est à noter que dans ce dernier cas, où il n'y a pas de biréfringence pour les ondes homogènes, celle-ci existe pour les ondes hétérogènes :

$$v''^2 - v'^2 = h^2 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_3}{\epsilon_3}$$

Les surfaces des indices sont, pour les ondes hétérogènes, une sphère (de rayon  $\epsilon_1 \mu c^2 + h^2$ ) et un ellipsoïde déformé. Ces surfaces ne sont pas tangentes entre elles comme pour les ondes homogènes. Ces deux surfaces se coupent et les points d'intersection correspondent aux directions de vitesses de phase pour lesquelles la biréfringence s'annule en changeant de signe. En se limitant aux directions de vitesses de phase dans le plan  $yOz$  parallèles aux équiampplitudes, directions pour lesquelles les deux indices sont réels, elles sont définies par :

$$\sin^2 \theta = \frac{h^2}{h^2 + \epsilon_1 \mu c^2},$$

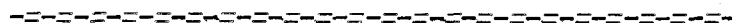
$\phi$  étant égal à  $\pm \frac{\pi}{2}$ .

En lumière visible,  $\theta \approx 1'$ . Mais ce qui paraît plus facile à mettre en évidence, c'est le changement de signe de la biréfringence, phénomène spécifique aux ondes hétérogènes, car en ondes homogènes la biréfringence s'annule pour  $\theta = 0$  sans changer de signe. Le résultat essentiel est que l'indice extraordinaire, sauf dans les cas particuliers cités ci-dessus, est complexe. Dans ces conditions, l'indice d'extinction n'est pas nul en milieu transparent. Pour qu'il n'y ait pas absorption, il faut qu'il y ait obliquité de la direction de

propagation de l'énergie par rapport aux isophases. La direction de propagation de l'énergie n'est pas parallèle à la normale à l'onde, mais elle est située dans les plans équiampitudes, c'est-à-dire perpendiculaire à la partie imaginaire  $\vec{j}\vec{k}''$  du vecteur d'onde. Alors que le vecteur de Poynting moyen ne permet pas la détermination d'une direction unique de propagation de l'énergie, l'étude du vecteur  $\vec{k}''$  peut apporter des éléments de solution.

## CHAPITRE VIII

## DIRECTION DE PROPAGATION DE L'ENERGIE



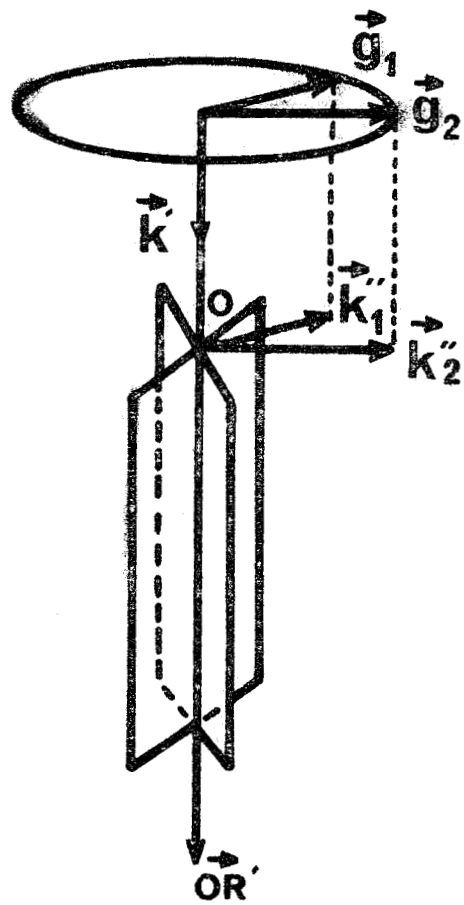
Pour tous les milieux étudiés ici, le vecteur de Poynting a une direction qui varie dans le temps. Quant au vecteur moyen, il n'est parallèle à la partie réelle  $\vec{k}'$  du vecteur d'onde que dans des cas particuliers. Il fait, dans le cas général, un angle avec ce vecteur et cet angle dépend de la polarisation et de l'hétérogénéité. Si la direction de ce vecteur se confond avec la direction de propagation de l'énergie, un rayon de lumière naturelle doit diverger. Or, ce phénomène, s'il existe, n'a pas encore été mis en évidence.

Avec des ondes homogènes, le résultat est différent. Le vecteur de Poynting a une direction constante. Pour toute onde homogène en milieu isotrope et pour l'onde ordinaire en milieu uniaxe inactif, il est perpendiculaire aux isophases. Mais précisément, dans le cas d'ondes homogènes, la question des trajectoires d'énergie n'a plus de sens d'un point de vue rigoureux : les divers points d'un plan isophase ne sont pas discernables au point de vue amplitude et énergie et, si les milieux sont transparents, ceci est vrai de tous les points de l'espace. Pour ~~des~~ ondes hétérogènes, il existe des surfaces équiampplitudes. Si le milieu est transparent, les trajectoires de l'énergie sont contenues dans ces surfaces équiampplitudes et, dans le cas des ondes hétérogènes planes et uniformes étudiées ici, elles sont perpendiculaires à la partie imaginaire  $\vec{j}k''$  du vecteur d'onde. Il importe donc de savoir comment le vecteur  $\vec{k}''$  varie lorsque, sans modifier l'indice d'hétérogénéité  $h$ , on fait varier la direction d'hétérogénéité telle qu'elle a été définie au chapitre II. Dans ce cas, comme il est indiqué sur la figure 21, le vecteur  $\vec{g}$  varie en direction et non en module et son extrémité décrit un cercle.

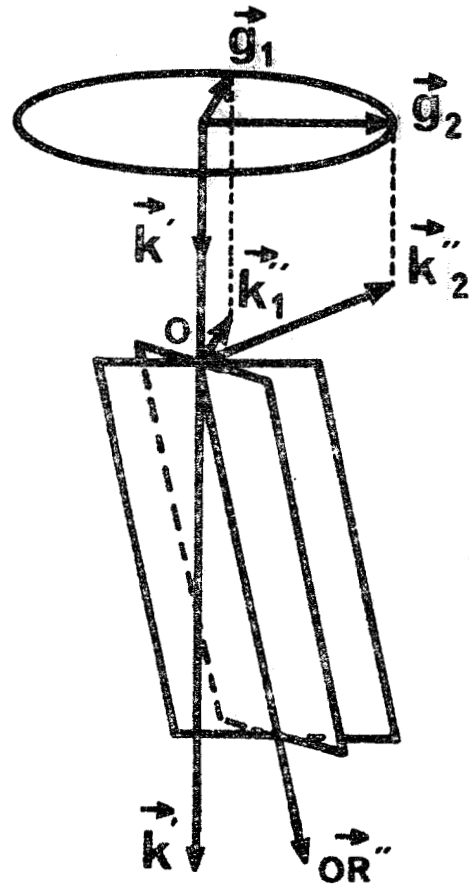
A. - Direction de propagation en milieu transparent.

1°) Cas d'indices réels.

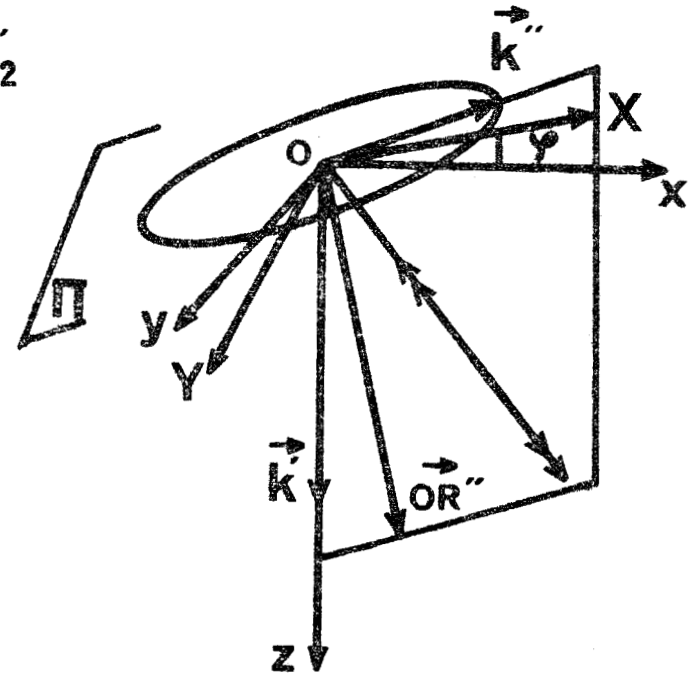
Pour les milieux isotropes, et pour une onde ordinaire des milieux uniaxes inactifs magnétiquement isotropes, l'indice est réel. Le vecteur  $\vec{k}''$



(a)



(b)



(c)

Figure - 21 - : Axes de zone des plans équiampplitudes lorsque l'indice de réfraction est réel (milieu isotrope ou onde ordinaire en milieu uniaxe : figure 21 a ) ou lorsque l'indice de réfraction est complexe (onde extraordinaire en milieu uniaxe : figures 21 b , 21 c ).



est donc perpendiculaire à  $\vec{k}'$ , quelle que soit l'hétérogénéité. Ainsi pour une direction donnée de  $\vec{k}'$ , même si l'hétérogénéité varie, tous les plans équiampplitudes sont parallèles à  $\vec{k}'$ . L'axe de zone  $OR'$  ainsi déterminé constitue une direction unique de propagation de l'énergie (fig. 21a).

Si seule la direction d'hétérogénéité varie, l'extrémité du vecteur  $\vec{k}''$  de l'onde ordinaire décrit le même cercle que l'extrémité du vecteur  $\vec{g}$ , puisque ces deux vecteurs sont confondus.

2°) Cas d'indice complexe en milieu transparent.

Pour l'onde extraordinaire en milieu uniaxe inactif, l'indice est complexe (il en est de même pour l'onde ordinaire si le milieu est magnétiquement anisotrope). La partie imaginaire  $\vec{jk}''$  du vecteur d'onde est alors la somme de deux composantes :

- la composante perpendiculaire à la partie réelle, qui vaut toujours  $-jh \frac{\omega}{c}$
- la composante parallèle qui prend pour valeur, au facteur  $\frac{\omega}{c}$  près, la partie imaginaire de  $v''$ . Si le milieu est transparent, cette partie imaginaire vaut  $jh \frac{\omega e_5}{ce_3}$ .

Soit un nouveau repère  $OXYZ$  (fig. 21c) qui se déduit du trièdre  $Oxyz$  par une rotation de  $\phi$  autour de  $Oz$  et dont le plan  $XOz$  contient l'axe optique. Dans ce nouveau repère :

- la composante de  $k''$  selon  $OX$  est :  $-\frac{h\omega}{c} \cos \phi$ ,
- la composante selon  $OY$  est  $\frac{h\omega}{c} \sin \phi$ ,
- celle selon  $Oz$  est toujours :  $\frac{h\omega e_5}{ce_3}$

Lorsque la direction d'hétérogénéité varie, l'extrémité du vecteur  $\vec{k}''$  (dont l'origine est supposée en  $O$ ) décrit une courbe plane, dans le plan  $\Pi$  d'équation  $z = -X \frac{e_5}{e_3 \cos \phi}$ . Ainsi, quelle que soit l'hétérogénéité, le vecteur  $\vec{k}''$  reste perpendiculaire à une direction  $OR''$ , perpendiculaire au plan  $\Pi$ . La direction  $OR''$  est l'axe de zone des plans équiampplitudes de l'onde extraordinaire (figure 21b), comme la direction  $OR'$  pour l'onde ordinaire ; et ces deux directions sont différentes. On peut ainsi interpréter le phénomène de la double réfraction, décrite par Erasme Bartholin dans un ouvrage écrit en 1669, et dont la traduction constitue l'annexe II. D'ailleurs ces directions  $OR'$  et  $OR''$  coïncident avec celles du vecteur de Poynting des ondes planes et homogènes de mêmes isophases. En effet, l'angle de  $OR''$  avec  $Oz$  est  $b$



tel que :

$$\operatorname{tg} b = \frac{e_5}{e_3 \cos \phi} = \frac{(\epsilon_3 - \epsilon_1) \sin \theta \cos \theta}{\epsilon_3 \cos^2 \theta + \epsilon_1 \sin^2 \theta}$$

Ceci explique la concordance entre les calculs effectués jusqu'à présent pour des ondes homogènes et les mesures exécutées avec des faisceaux réels où les diaphragmes et les repères introduisent une certaine hétérogénéité.

B. - Direction de propagation en milieu absorbant

1°) Milieu isotrope et onde ordinaire en milieu uniaxe.

La composante de  $\vec{j}\vec{k}''$  colinéaire à la partie réelle du vecteur d'onde a pour mesure la partie imaginaire de l'indice de réfraction au facteur  $\frac{\omega}{c}$  près. Pour toute onde en milieu isotrope transparent et pour une onde ordinaire en milieu magnétiquement isotrope, la partie imaginaire de :

$$v' = \pm \sqrt{\epsilon \mu c^2 + h^2}$$

est indépendante de la direction d'hétérogénéité.

Comme elle n'est pas indépendante de l'indice d'hétérogénéité, l'extrémité du vecteur  $\vec{k}''$  ne décrit pas, en général, une courbe plane. Toutefois, si l'indice d'hétérogénéité reste constant, l'extrémité de  $\vec{k}''$  décrit un cercle et la normale de l'onde, qui est perpendiculaire à ce cercle, peut constituer une direction unique de propagation. Dans le cas contraire, il n'est pas évident qu'il existe une direction unique de propagation de l'énergie.

2°) Onde extraordinaire en milieu uniaxe.

Pour l'onde extraordinaire, la partie imaginaire de :

$$v'' = \frac{j h e_5 \pm \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_3 \mu_1 e_3 c^2 + (e_1 e_3 - e_5^2) h^2}}{e_3}$$

dépend à la fois de l'indice et de la direction d'hétérogénéité. Même à indice d'hétérogénéité constant, l'extrémité du vecteur  $\vec{k}''$  décrit une courbe gauche qui n'admet pas d'axe de symétrie. En effet, les composantes de  $\vec{k}''$  perpendiculaires à l'axe Oz sont toujours :

$$- \frac{h\omega}{c} \cos \phi \text{ selon } OX,$$

$$\frac{h\omega}{c} \sin \phi \text{ selon } OY.$$

Quant à la composante de  $\vec{k}''$  selon Oz, en posant :

$$v'' = \cos \phi (A' + j A'') \pm \sqrt{B' + j B'' + (C' + j C'') \cos^2 \phi}$$

elle vaut :

$$\frac{\omega}{c} A'' \cos \phi \pm \frac{\omega}{c} \left[ \sqrt{(B' + C' \cos^2 \phi)^2 + (B'' + C'' \cos^2 \phi)^2 - B' - C' \cos^2 \phi} \right]^{\frac{1}{2}}$$

L'extrémité du vecteur  $k''$  décrit cette fois, quand  $\phi$  varie, une courbe gauche, intersection du cylindre d'équation :  $X^2 + Y^2 = h^2$  et d'une surface S d'équation :

$$z = A'' \frac{X}{h} \pm \left[ \sqrt{\left( B' + C' \frac{X^2}{h^2} \right)^2 + \left( B'' + C'' \frac{X^2}{h^2} \right)^2 - B' - C' \frac{X^2}{h^2}} \right]^{\frac{1}{2}},$$

ou encore :

$$\left( z^2 + A''^2 \frac{X^2}{h^2} - 2A''z \frac{X}{h} + B' + C' \frac{X^2}{h^2} \right)^2 = \left( B' + C' \frac{X^2}{h^2} \right)^2 + \left( B'' + C'' \frac{X^2}{h^2} \right)^2.$$

La trace de cette surface dans le plan zOX (fig. 22) est symétrique par rapport à l'origine O. Elle n'a pas de point à l'infini et correspond à la figure 22a, si  $C''$  est négatif ( $\epsilon_3'' < \epsilon_1''$ ). Elle possède des points à l'infini et correspond à la figure 22b, si  $C''$  est positif ( $\epsilon_3'' > \epsilon_1''$ ).

Quant à la courbe gauche décrite par l'extrémité du vecteur  $\vec{k}''$ , elle ne possède aucun axe de symétrie, puisque l'axe Oz, axe de symétrie du cylindre, ne l'est pas pour la surface S que nous venons d'étudier. S'il existait une direction unique de propagation de l'énergie, elle ne pourrait donc pas être axe de symétrie pour la courbe gauche ; la projection de  $\vec{k}''$  sur cette direction de propagation ne pourrait être constante. Dans ce cas, en plus du dichroïsme habituel (absorption différente pour l'onde ordinaire et pour l'onde extraordinaire), il s'ajouterait pour l'onde extraordinaire un phénomène spécifique aux ondes hétérogènes : une absorption dépendant de la direction d'hétérogénéité.

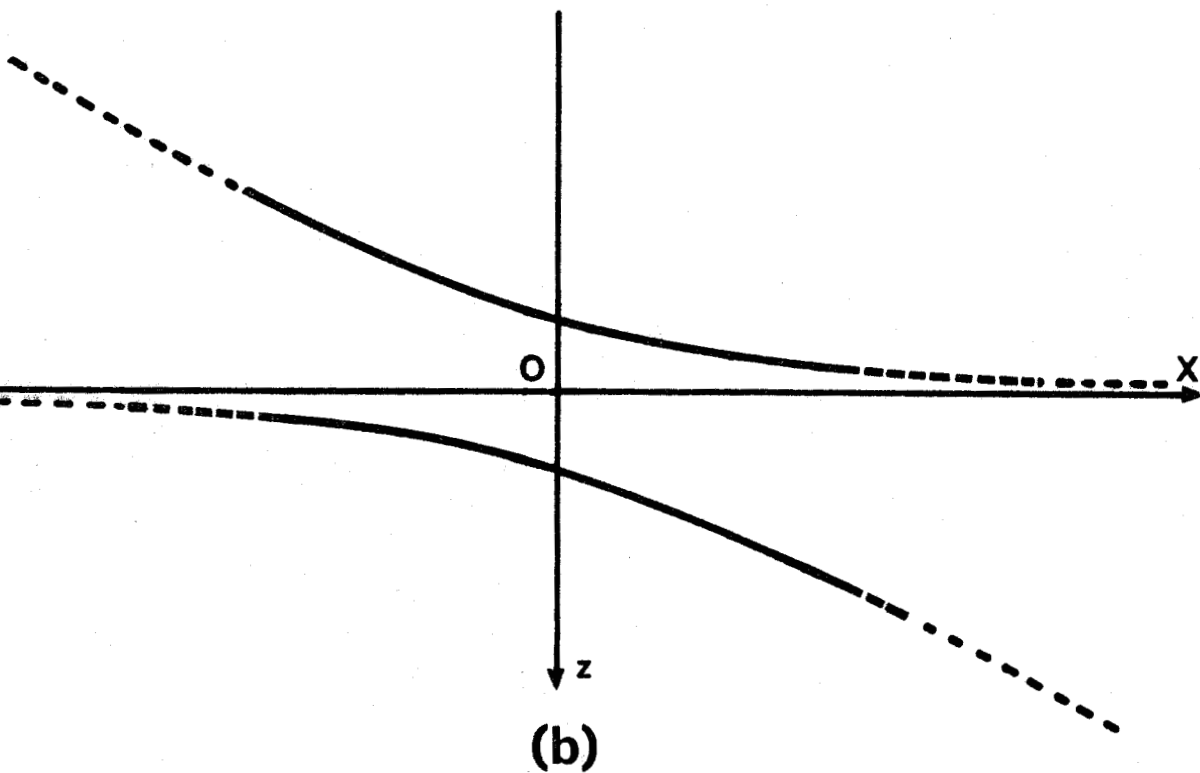
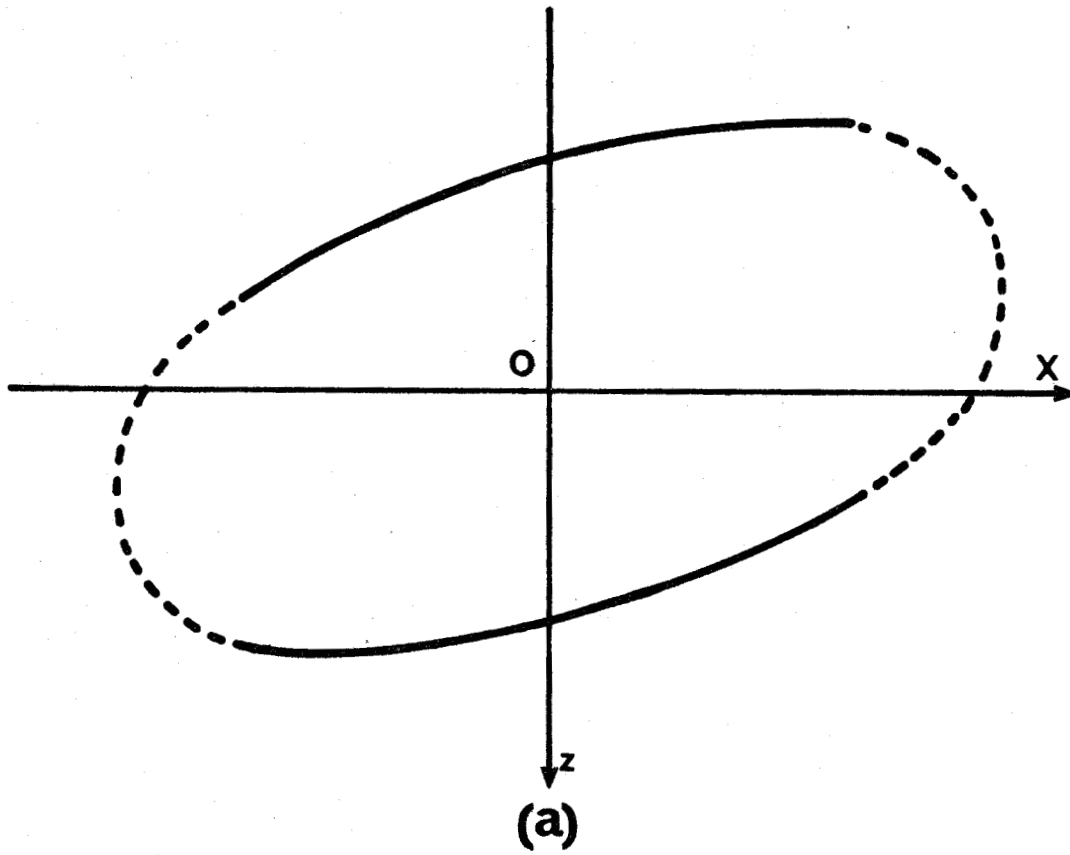


Figure - 22 - : Trace de la surface  $S$  (voir le texte) dans le plan  $zOX$ , lorsque  $\epsilon_3'' < \epsilon_1''$  (figure 22 a) et lorsque  $\epsilon_3'' > \epsilon_1''$  (figure 22 b) . La partie de cette trace dessinée en trait plein correspond à la projection de la courbe gauche, lieu de l'extrémité du vecteur  $\vec{k}''$  .

En conséquence de ce qui précède, l'existence d'une direction unique de propagation de l'énergie n'est pas évidente. Même si l'un des paramètres (indice d'hétérogénéité ou direction d'hétérogénéité) ne varie pas, il n'existe aucune direction de propagation telle que la projection de  $\vec{k}''$  sur cette direction soit indépendante de l'autre paramètre. L'origine de ces difficultés concernant la direction de propagation de l'énergie et le vecteur de Poynting réside peut être dans la façon de poser le problème, qui a peu varié depuis Poynting. "A cette époque, le concept d'éther dominait encore la physique ; l'énergie électromagnétique, comme l'énergie lumineuse, était visualisée par l'énergie mécanique du milieu éther," [43]. L'étude de la double réfraction ou de l'effet GOOS - HÄNCHEN, ne suppose pas la perception d'un déplacement d'énergie, mais l'observation de distributions d'énergie localisées dans l'espace sur diverses isophases. Ceci ne présuppose en rien une direction unique de propagation de l'énergie : la direction d'un faisceau lumineux ne serait que la direction moyenne, le résultat d'un phénomène d'ensemble. Ainsi se justifierait la méthode employée ici, à savoir la recherche d'un axe de zone des plans équiamplitudes. Lorsque cet axe de zone n'existe plus, par exemple pour l'onde extraordinaire en milieu absorbant, il faudrait trouver un autre procédé pour calculer cette "direction moyenne".

#### C. - Conditions de transparence et de passivité.

La question de savoir s'il y a absorption d'énergie est liée à la précédente. Pour une onde homogène (se propageant par exemple dans le sens correspondant à un indice de réfraction  $n$  positif) il y a absorption si l'indice d'extinction  $\chi$  est de même signe (positif dans l'exemple choisi). La condition de transparence s'écrit donc :  $\chi = 0$  ; la condition de passivité :  $n \chi > 0$  ou encore  $\vec{k}' \vec{k}'' < 0$ .

Ces conditions ne s'appliquent plus pour l'onde extraordinaire en milieu uniaxe. Si ce dernier est transparent, l'indice d'extinction n'est pas toujours nul.

C O N C L U S I O N

-----

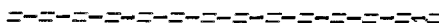
L'étude des ondes hétérogènes planes et uniformes conduit à revoir les définitions de certaines grandeurs qui n'ont, jusqu'ici, été étudiées pratiquement que dans le cas des ondes planes et homogènes. Ainsi il apparaît que l'indice de réfraction ne dépend pas seulement du milieu, mais encore du type d'onde qui le traverse. Même l'indice du vide n'est pas constant et donc la vitesse de phase de l'onde dépend du gradient de probabilité de présence des photons. Il en est de même pour l'indice d'extinction qui, de plus, peut ne pas être nul en milieu transparent (cas, par exemple, de l'onde extraordinaire en milieu uniaxe transparent). C'est que l'indice d'extinction, tel qu'il est défini, est relatif à la distance comptée sur les trajectoires orthogonales aux isophases et non sur les trajectoires d'énergie. Il serait bon de distinguer l'indice d'extinction de l'indice d'absorption, lequel serait défini d'après la variation d'amplitude le long de la trajectoire d'énergie. Ainsi pour un milieu transparent (où cette trajectoire est dans une équiamplitude), cet indice serait bien nul. La détermination expérimentale des constantes optiques doit tenir compte de tous ces résultats. En particulier, l'une des conditions d'existence de l'angle limite est que les deux milieux, séparés par le dioptre, soient transparents. Pour les milieux absorbants, la détermination des indices de réfraction par la "méthode de l'angle limite" doit être employée avec précaution.

D'autre part, les ondes hétérogènes permettent d'aborder le problème de la direction de propagation de l'énergie sous un jour particulier. Il est délicat de parler de trajectoire d'énergie pour des ondes planes et homogènes, puisqu'alors tout l'espace d'un milieu transparent est équiamplitude. Une onde hétérogène uniforme possède des surfaces équiamplitudes. Dans un milieu transparent, une trajectoire d'énergie reste contenue dans un plan équiamplitude et cette considération permet d'expliquer la biréfringence des uniaxes, décrite par Erasme Bartholin.

Pourtant, il faut noter que l'onde hétérogène plane et uniforme possède le défaut indiqué par L. DE BROGLIE [1] pour l'onde homogène. Elle a dans l'espace une extension infinie. Elle possède un défaut supplémentaire : le champ prend des valeurs infinies. La prise en compte d'ondes hétérogènes non uniformes permettra peut-être de résoudre cette difficulté et de réaliser

une approche des pinceaux lumineux limités dans l'espace. D'autre part, la mise en oeuvre des expériences proposées devrait permettre la vérification des phénomènes prévus, notamment la variation de l'indice de réfraction avec l'indice d'hétérogénéité.

B I B L I O G R A P H I E



- [1] DE BROGLIE (L.), "Conférence au Palais de la découverte"  
Science, Progrès, Découverte, 1971, 3432, 38-47.
- [2] CAUCHY (A.), C.R. Acad. Sci., 1836, 2, 341. (Oeuvres 1<sup>ère</sup> Ser., Vol. 4,  
p. 11. Gauthier-Villars, Paris, 1908).
- [3] GREEN (G.), Trans. Cambridge Phil. Soc., 1838, (Mathematical Papers  
of the late George Green, p. 245, Mac Millan, London, 1871).
- [4] CAUCHY (A.), Mem. Acad. Sci., 1850, 22, 29. (Oeuvres 1<sup>ère</sup> Ser., Vol. 2,  
p. 187. Gauthier - Villars, Paris, 1908).
- [5] CAUCHY (A.), C.R. Acad. Sci., 1839, 8, 514 et 982. (Oeuvres 1<sup>ère</sup> Ser.,  
Vol. 4., p. 247 et 437. Gauthier - Villars, Paris, 1908).
- [6] BEER (A.), Ann. der Phys. 1854, 92, 402-409.
- [7] EISENLOHR (F.), Ann. der Phys. 1858, 104, 337-376.
- [8] QUINCKE (G.), Ann. der Phys. 1863, 120, 599-605.
- [9] WERNICKE (W.), Ann. der Phys. 1876, 159, 198 ; 1878, 3, 126-133.
- [10] KETTELER (E.), Ann. der Phys., 1878, 3, 83-113 et 284-314 ;  
1884, 22, 204-217.
- [11] VOIGT (W.), Ann. der Phys., 1884, 23, 104-147.
- [12] DRUDE (P.), Ann. der Phys., 1889, 36, 532-550 et 865-897 ;  
1890, 39, 481-554 ; 1891, 42, 666-673.
- [13] LORENTZ (H.A.), Ann. der Phys., 1892, 46, 244. (Collected Papers  
Vol. 4, p. 87. M. Nijhoff, La Haye, 1937).
- [14] DU BOIS (H.E.J.G.) et RUBENS (H.), Ann. der Phys., 1890, 41, 507-524.

- [15] SHEA (D.), Ann. der Phys., 1892, 47, 177-202.
- [16] KÖNIG (W), Handbuch der Physik, 20, p. 141-262. Springer, Berlin, 1928.
- [17] BELL (E.E.), Handbuch der Physik, 25 Fasc. 2a, p. 1. Springer, Berlin, 1967
- [18] ARZELIES (H.), Ann. der Phys., 1946, 1, 5-69 ; 1947, 2, 133-194.
- [19] MAHAN (A.I.), J. Opt. Soc. Am., 1956, 46, 913-926.
- [20] PAVAGEAU (J.), C.R. Acad. Sci., 1966, 263 B, 276-279.
- [21] IMBERT (C.), C.R. Acad. Sci., 1967, 264 B, 12-14.
- [22] IMBERT (C.), C.R. Acad. Sci., 1967, 265 B, 797-800 ; 1968, 267 B, 1401-1403.
- [23] RICARD (J.), Rev. Opt. Appl., 1970, 1, 273-286 ; 1973, 4, 63-82.
- [24] COSTA DE BEAUREGARD (O.), C.R. Acad. Sci., 1971, 272 B, 1116-1118.
- [25] RICARD (J.), C.R. Acad. Sci., 1972, 274 B, 384-387.
- [26] GOOS (F.) et HÄNCHEN (H.), Ann. der Phys., 1947, 1, 333-346 ;  
1949, 5, 251-252.
- [27] IMBERT (C.), C.R. Acad. Sci., 1969, 269 B, 1227-1229.
- [28] ACLOQUE (P.) et GUILLEMET (G.), C.R. Acad. Sci., 1960, 250 B, 4328-4330.
- [29] CUVELIER (P.) et BILLARD (J.), Rev. Opt. Appl., 1973, 4, 23-36.
- [30] BILLARD (J.) et MOISES (A.), Colloque d'optique ultrahertzienne de  
Bordeaux, 1970.
- [31] BILLARD (J.), Thèse, Paris, 1966.
- [32] CUVELIER (P.), MOISES (A.) et BILLARD (J.), C.R. Acad. Sci., 1971,  
272 B, 1172-1175.
- [33] LEFEVERE (M.R.) et MONTEL (M.), C.R. Acad. Sci., 1971, 272 B, 25-28.



- [34] STERN (F.), Solid State Physics, 1963, 15, 317.
- [35] STEERS (M.), CUVELIER (P.) et BILLARD (J.), C.R. Acad. Sci., 1972, 274 B, 773-776.
- [36] FRESNEL (A.), Ann. Ch. et Phys., 1831, 46, 225. (Oeuvres complètes, Tome 1, p. 784, Imprimerie impériale, Paris, 1866).
- [37] KIZEL (V.A.), Usp. Fiz. Nauk., 1967, 92, 479-516 (Sov. Phys. Usp., 1968, 10, 485-508).
- [38] STEERS (M.), Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Lille, 1973.
- [39] JAMIN (J.), C.R. Acad. Sci., 1868, 67, 814-816.
- [40] Supplément au Catalogue SOVIREL, Paris, 1966.
- [41] MARZAT (M.) et BOTTREAU (A.), Onde Elec., 1965, 45, 485-491.
- [42] STEERS (M.) et BILLARD (J.), C.R. Acad. Sci., 1973, 276 B, 455-458.
- [43] ARZELIES (H.), "Rayonnement et dynamique du corpuscule chargé fortement accéléré". P. 41., Gauthier - Villars., Paris, 1966.

Annexe I.

CALCUL DES INDICES DE REFRACTION  
DES MILIEUX ANISOTROPES

Pour un milieu uniaxe, l'axe optique correspondant à la constante diélectrique  $\epsilon_3$ , est repéré par sa colatitude  $\theta$  et sa longitude  $\phi$ , dans le repère de la figure 2. Pour un milieu biaxe, l'axe correspondant à la constante diélectrique  $\epsilon_3$  est repéré par la colatitude  $\theta$  et la longitude  $\phi$ , l'axe correspondant à la constante  $\epsilon_1$  par la longitude  $(\psi + \phi)$

Compte tenu de ces notations, on adoptera les notations suivantes :

Pour un milieu biaxe	Pour un milieu uniaxe
$u = -\sin \theta \cos \psi$	$u = -\sin \theta$
$v = -\sin \theta \sin \psi$	$v = 0$
$w = \cos \theta$	$w = \cos \theta$
$u' = \cos \theta \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \psi$	$u' = \cos \theta \cos \phi$
$v' = \cos \theta \sin \psi \cos \phi - \sin \phi \cos \psi$	$v' = -\sin \phi$
$w' = \sin \theta \cos \phi$	$w' = \sin \theta \cos \phi$

La condition de nullité du déterminant du système (2), c'est-à-dire l'équation (18), s'écrit :

$$\frac{v^4}{c^4} (\epsilon_1 u^2 + \epsilon_2 v^2 + \epsilon_3 w^2) (\mu_1 u^2 + \mu_2 v^2 + \mu_3 w^2) + \frac{h^4}{c^4} (\epsilon_1 u'^2 + \epsilon_2 v'^2 + \epsilon_3 w'^2) (\mu_1 u'^2 + \mu_2 v'^2 + \mu_3 w'^2)$$

$$- \frac{v^2 h^2}{c^4} \left[ (\epsilon_1 u^2 + \epsilon_2 v^2 + \epsilon_3 w^2) (\mu_1 u'^2 + \mu_2 v'^2 + \mu_3 w'^2) + (\epsilon_1 u'^2 + \epsilon_2 v'^2 + \epsilon_3 w'^2) (\mu_1 u^2 + \mu_2 v^2 + \mu_3 w^2) \right.$$

$$\left. + 4(\epsilon_1 u u' + \epsilon_2 v v' + \epsilon_3 w w') (\mu_1 u u' + \mu_2 v v' + \mu_3 w w') \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2j\hbar v^3}{c^4} \left[ (\epsilon_1 u^2 + \epsilon_2 v^2 + \epsilon_3 w^2) (\mu_1 uu' + \mu_2 vv' + \mu_3 ww') + (\epsilon_1 uu' + \epsilon_2 vv' + \epsilon_3 ww') (\mu_1 u^2 + \mu_2 v^2 + \mu_3 w^2) \right] \\
 & + \frac{2j\hbar^3 v}{c^4} \left[ (\epsilon_1 u'^2 + \epsilon_2 v'^2 + \epsilon_3 w'^2) (\mu_1 uu' + \mu_2 vv' + \mu_3 ww') \right. \\
 & \quad \left. + (\epsilon_1 uu' + \epsilon_2 vv' + \epsilon_3 ww') (\mu_1 u'^2 + \mu_2 v'^2 + \mu_3 w'^2) \right] \\
 & - \frac{v^2}{c^2} \left[ u^2 \epsilon_1 \mu_1 (\epsilon_2 \mu_3 + \epsilon_3 \mu_2) + v^2 \epsilon_2 \mu_2 (\epsilon_3 \mu_1 + \epsilon_1 \mu_3) + w^2 \epsilon_3 \mu_3 (\epsilon_1 \mu_2 + \epsilon_2 \mu_1) \right] \\
 & + \frac{h^2}{c^2} \left[ u'^2 \epsilon_1 \mu_1 (\epsilon_2 \mu_3 + \epsilon_3 \mu_2) + v'^2 \epsilon_2 \mu_2 (\epsilon_3 \mu_1 + \epsilon_1 \mu_3) + w'^2 \epsilon_3 \mu_3 (\epsilon_1 \mu_2 + \epsilon_2 \mu_1) \right] \\
 & + \frac{2j\hbar v}{c^2} \left[ uu' \epsilon_1 \mu_1 (\epsilon_2 \mu_3 + \epsilon_3 \mu_2) + vv' \epsilon_2 \mu_2 (\epsilon_3 \mu_1 + \epsilon_1 \mu_3) + ww' \epsilon_3 \mu_3 (\epsilon_1 \mu_2 + \epsilon_2 \mu_1) \right] \epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 \mu_1 \mu_2 \mu_3 = 0
 \end{aligned}$$

Cette équation met en évidence les facteurs suivants :

$$\begin{aligned}
 \epsilon_1 u^2 + \epsilon_2 v^2 + \epsilon_3 w^2 &= e_3 & \text{et} & \quad \mu_1 u^2 + \mu_2 v^2 + \mu_3 w^2 = m_3 \\
 \epsilon_1 u'^2 + \epsilon_2 v'^2 + \epsilon_3 w'^2 &= e_1 & \text{et} & \quad \mu_1 u'^2 + \mu_2 v'^2 + \mu_3 w'^2 = m_1 \\
 \epsilon_1 uu' + \epsilon_2 vv' + \epsilon_3 ww' &= e_5 & \text{et} & \quad \mu_1 uu' + \mu_2 vv' + \mu_3 ww' = m_5
 \end{aligned}$$

Pour les milieux uniaxes, ces quantités ont été explicitées et interprétées au chapitre VII. C'est seulement dans le cas des milieux uniaxes que l'équation ci-dessus peut s'exprimer entièrement en fonction de ces quantités, sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 & \frac{v^4}{c^4} e_3 m_3 + \frac{h^4}{c^4} e_1 m_1 - \frac{v^2 h^2}{c^4} (e_3 m_1 + e_1 m_3 + 4e_5 m_5) - \frac{2j\hbar v^3}{c^4} (e_3 m_5 + e_5 m_3) + \frac{2j\hbar^3 v}{c^4} (e_1 m_5 + e_5 m_1) \\
 & - \frac{v^2}{c^2} \epsilon_1 \mu_1 (\epsilon_3 \mu_3 + \epsilon_3 \mu_3) + \frac{h^2}{c^2} \epsilon_1 \mu_1 (\epsilon_1 \mu_3 + \epsilon_3 \mu_1) + \frac{2j\hbar v}{c^2} \epsilon_1 \mu_1 (\epsilon_5 \mu_3 + \epsilon_3 \mu_5) + \epsilon_1^2 \epsilon_3 \mu_1^2 \mu_3 = 0
 \end{aligned}$$

C'est aussi dans le seul cas des milieux uniaxes que la factorisation de l'équation est possible. Il vient :

$$\left( \frac{v^2}{c^2} e_3 - \frac{h^2}{c^2} e_1 - \frac{2j\hbar v e_5}{c^2} - \mu_1 \epsilon_1 \epsilon_3 \right) \left( \frac{v^2}{c^2} m_3 - \frac{h^2}{c^2} m_1 - \frac{2j\hbar v m_5}{c^2} - \epsilon_1 \mu_1 \mu_3 \right) = 0$$

ERASMI BARTHOLINI  
**EXPERIMENTA**  
 CRYSTALLI ISLANDICI  
 DISDIACLASTICI  
*Quibus mira & insolita*  
 REFRACTIO  
*detegitur.*



HAFNIÆ,  
 Sumpibus DANIELIS PAULLI Reg. Bibl.

2870

Fac-simile de la première page de l'ouvrage de Erasme Bartholin  
 qui figure à la Bibliothèque nationale sous la côte 2870



Annexe II.

TRADUCTION DE L'OEUVRE DE  
ERASME BARTHOLIN

Expériences sur le cristal d'Islande biréfringent qui révèlent une étonnante et extraordinaire réfraction.

-----

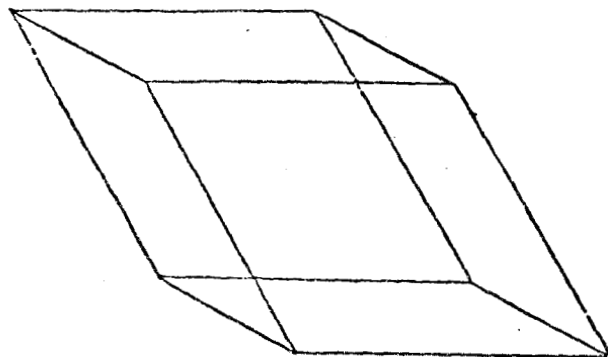
A sa majesté sacrée Frédéric III, roi de Danemark et de Norvège, roi des Vandales et des Goths, duc de Schleswig Holstein, Stormarn et Dithmarschen, comte d'Oldenburg et de Delmenhorst, est dédiée cette nouvelle étude pour l'instruction des sages : l'expérience sur le cristal biréfringent, mystère de dioptrique, spectacle entièrement nouveau sur terre, inondant les terres nordiques.

Ce que la Grèce n'aurait pas deviné, enseveli en Islande, est maintenant montré pour la première fois. Et qu'ainsi l'optique, non moins que l'astronomie, doive son développement au plus grand monarque danois. Que ceux qui tiennent des sens toute science, reçoivent des yeux la vérité qu'ils ne peuvent recevoir de l'esprit et que, dans le Nord, ils s'efforcent de ne pas être engourdis par le froid, mais tendus vers les rayons de la lumière.

-----

Puisque le renom du diamant est célèbre entre tous et qu'on a tellement de plaisir à montrer gemmes et perles, ces joies variées de la richesse, qu'on les porte au doigt ou au cou, je n'aurais pas cru que dût être moins grande la joie de ceux qui préfèrent le sentiment de curiosité à celui du plaisir, devant la nouveauté de ce corps, semblable à un cristal transparent, qui nous fut récemment rapporté d'Islande. Sa constitution est si étonnante que je ne sais pas si la nature montre ailleurs plus de charme. Pour moi, rompu depuis longtemps à la contemplation de ce corps, ce fut l'occasion d'expériences variées. Comme ceux qui consacrent leurs activités ou leurs talents à promouvoir la connaissance humaine semblent devoir y trouver rien moins que de l'utilité ou du plaisir, sans regret j'ai décidé d'en faire communication publique.

EXPERIENCE I. - D'abord je n'eus pas moins de joie à contempler l'aspect extérieur de ce corps, rare et extraordinaire, qu'autrefois la neige, les sels ou d'autres pierres et cristaux. En effet, il est formé de faces planes quadrangulaires, aux côtés équidistants mais aux angles inégaux, telle la figure plane appelée losange ou rhomboïde, si toutefois la langue des géomètres se prête à cet usage. Ainsi le corps tout entier représente un prisme rhombique ou rhomboïde. Et ce n'est pas seulement l'ensemble du corps qui montre un tel aspect, mais il le conserve en tous ses morceaux, si on le casse soigneusement. C'est ce que montre la figure ci-jointe et les suivantes. Il faut excepter un cas où l'aspect originel est simplement celui d'une pyramide trigonale.



EXPERIENCE II. - Ensuite je lui ai découvert quelque chose semblable à de l'électricité. C'est le fait que par frottement, par échauffement, il attire à lui des paillettes ou d'autres corps très légers qui, lorsqu'ils sont assez près, sont attirés et s'y entremêlent. J'ai découvert que ceci arrivait tout autant à ce corps qu'à l'ambre, même non frottée, mais simplement chauffée. Pour ce, j'ai expérimenté des plumes, des poils ou d'autres choses très légères, sans quoi l'expérience ne réussit pas. Puisque le verre et le cristal ont ceci de commun avec ce corps, non seulement la limpidité et la transparence, mais aussi cette propriété d'attirer, sa nature semble plus proche de celle du cristal que de celle du talc.

EXPERIENCE III. - De plus, la dureté de ce corps n'est pas assez grande pour résister au fer ; il se rompt en menus morceaux sous l'effet d'une force assez faible. A la différence du talc qui se sépare en lamelles, il se réduit, à l'aide d'un mortier, selon des zones de rupture, en petits morceaux ayant même aspect en long et en large. Il ne se laisse pas polir, car il est tendre. Par

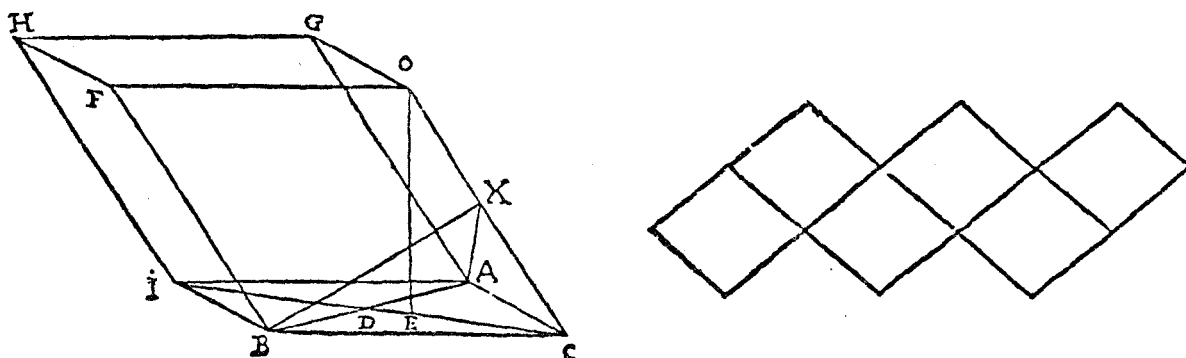
ailleurs, soumis au feu, il n'est pas facilement consumé ou réduit en chaux. Cependant, après usage de la flamme et du feu, j'y suis arrivé par voie chimique. En effet, après avoir approché un petit morceau de ce cristal de la flamme d'une lampe, agissant à travers un tube hermétiquement fermé par des vitres, j'ai bientôt remarqué qu'il se réduisait en une chaux semblable à de la chaux vive, produisant une sensation de chaud si on approche le doigt mouillé et dégageant de la chaleur. Enfin, aspergé à l'eau de la fontaine, il bouillait et tournait en chaux commune.

EXPERIENCE IV. - Ensuite, pour arriver à la certitude qu'il pouvait se dissoudre dans des liqueurs chimiques, j'ai déposé de l'eau forte à sa surface. J'ai observé qu'elle se mettait à faire beaucoup de bruit et à attaquer la surface extérieure de la pierre, au point de produire des bulles et de l'agitation et en laissant des marques d'érosion. Alors je l'ai broyée dans un mortier et réduite en poudre fine avant de la jeter dans l'eau forte. Dès lors l'eau forte n'a cessé de bouillir que toute la quantité déposée ne soit dissoute, et l'eau forte s'imprégnait d'une couleur jaunâtre, alors qu'elle était d'abord limpide et transparente. Ensuite fut utilisé un thermomètre spécial pour recevoir les liquides grâce à une boule creuse en verre et ceci mit en évidence une grande différence de quantité de chaleur. A cette solution de poudre dans l'eau forte, j'ajoutai de l'"esprit de vitriol", ce qui séparait à nouveau du liquide une partie dense et qui précipitait une poudre blanche se déposant au fond.

EXPERIENCE V. - Afin de nous rendre compte très exactement de tout, nous entreprimes d'examiner chaque partie de la figure présentée par ce corps. Nous avons remarqué que le poli des faces était si absolu qu'on ne pouvait l'égaliser par aucun procédé. On l'obtenait assez facilement en cassant avec les doigts les petites aspérités. Si par contre on utilisait le marteau, toutes les parties ne subissaient pas le même moment de la force de percussion et n'offraient pas la même résistance partout ; de ce fait les faces latérales du cristal s'en trouvaient rugueuses, de petits fragments adhérant çà et là. L'ensemble de ce corps n'est pas vraiment brillant, mais plutôt luisant, couleur d'eau limpide.

Par immersion dans l'eau et séchage, cela change et s'amenuise. Aussi l'état originel présente-t-il une face externe supérieure plus obscure

car elle ne supporte pas les pluies et les hivers. Parfois il apparaît aussi certains reflets tels qu'on les voit dans l'arc en ciel. Les sommets n'ont pas tous le même aspect et toutes les faces planes sont inclinées obliquement les unes sur les autres. Les plans opposés sont parallèles deux à deux.



Ainsi le plan  $OGHF$  est équidistant du plan  $CAIB$  appelé base ; et la face  $OGAC$  est parallèle à la face  $FHIB$ . D'où les segments  $OG$  et  $FH$  sont égaux et parallèles, tout comme les segments  $GH$  et  $OF$ . Enfin les angles opposés  $GOF$  et  $GHF$  sont égaux, ainsi que les angles  $OFH$  et  $OGH$ . J'ai représenté la forme de ce corps au moyen de six losanges reliés les uns aux autres par un côté ; les angles ne sont pas égaux mais dotés de la mesure qu'on trouve sur le corps lui-même. Ainsi quiconque découpe cette figure dans du papier ou quelque matériau approprié et qui la plie, obtient facilement un solide semblable à celui que constitue le prisme lui-même, avec les véritables valeurs d'angles que nous n'avons pu représenter sur les schémas suivants.

EXPERIENCE VI. - Puisque nous en sommes à considérer ce solide, il nous faut mesurer non seulement les angles plans, mais aussi les angles solides. Un angle solide est celui qui est formé de trois angles plans, tel dans ce prisme l'angle solide limité par les trois angles plans  $OCB$ ,  $OCA$  et  $ACB$ . Le plan de l'un quelconque de ces angles tel  $ACB$  ou  $OCB$  est incliné, à l'extrémité de son angle, sur la section commune à savoir  $OC$  des deux autres plans  $OCA$  et  $OCB$ ,  $ACO$  et  $BCO$ , et il fait un angle qui est dit angle conjoint à l'inclinaison de l'angle plan sur le plan qui le contient.

Puisque n'importe quel angle plan, tel  $ACB$ , de cet angle solide est formé par les sections communes des deux autres plans  $OCA$  et  $OCB$  avec le



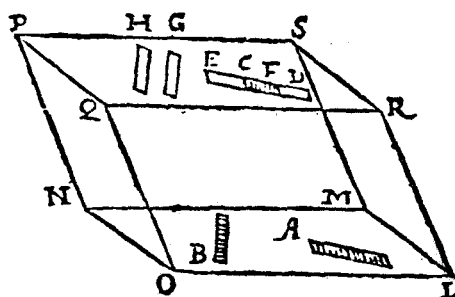
troisième plan ACB, ces deux autres angles plans renferment un angle d'inclinaison mutuelle, lequel angle d'inclinaison est appelé angle collatéral d'inclinaison de ce même angle plan ACB, à savoir angle d'inclinaison des angles plans OCA et OCB. C'est pourquoi, dans cet angle solide, il y a neuf angles à mesurer : trois angles plans, trois angles collatéraux d'inclinaison et trois angles conjoints à l'inclinaison.

Dans notre prisme cristallin, deux des angles plans sont toujours aigus et les deux autres sont obtus, et aucun n'est jamais égal aux angles collatéraux d'inclinaison. Dans la figure précédente, les angles obtus sont GOF et GHF, les angles aigus sont OGH et OFG, même si sur le schéma l'oeil ne les voit pas ainsi. La mesure de ces angles s'obtient mécaniquement, celle de l'angle GOF ou ACB : 101 degrés, celle de l'angle OGH ou CAI ou ACO ou BCO : 79 degrés, ce qui est le complément du premier angle. Ces données permettent de trouver sans difficulté, et l'angle collatéral d'inclinaison de l'angle plan ACB, et l'angle conjoint à l'inclinaison de l'angle ACB, qui sont notés dans le schéma par AXB et XCD. Menons de B la perpendiculaire BX sur OC, divisons BC en mille parties ; BX sinus rectangle de l'angle BCO sera de 982, et XC sinus complémentaire du même angle BCO sera 191 ; de plus, AX est égal à BX. Ensuite abaissons de C sur AD la perpendiculaire CD, qui se divise en deux parties égales l'angle ACD ainsi que la droite AB. L'angle BCD sera de  $30^{\circ}30'$  dont le sinus rectangle à savoir le segment BD est de 772, étant donné que CB est commun aux triangles XCB et CDB. En conséquence, étant donnés les trois côtés, on calcule l'angle AXB dans le triangle plan AXB ou plus facilement dans le cas présent dans le triangle XDB, puisque le prisme est rhombique. XB est au sinus total comme DB au sinus rectangle de l'angle DXB, à savoir  $51^{\circ}50'$ , dont le double  $103^{\circ}40'$  représente l'angle AXB, angle collatéral d'inclinaison de l'angle plan ACB que l'on cherchait.

Enfin pour l'angle conjoint à l'inclinaison, que font les sections communes des plans au plan restant, on connaît dans le triangle rectangle XCD deux côtés, à savoir CX 191 et la base CD 636, ce qui donne  $72^{\circ}34'$  pour l'angle cherché DCX, qui est l'angle conjoint à l'inclinaison de l'angle plan sur le plan qui le contient.

EXPERIENCE VII. - L'examen de ce cristal se poursuivant un peu plus loin, un phénomène extraordinaire et insolite est apparu : les objets observés à

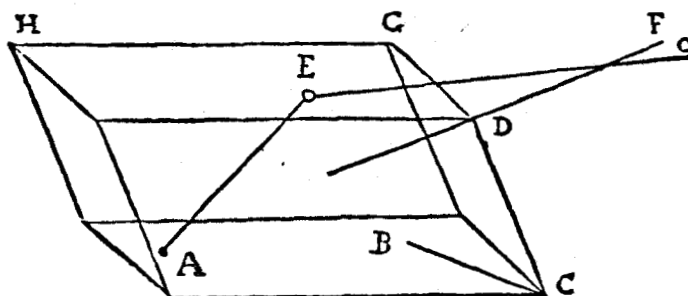
à travers lui, à la différence des autres corps transparents, ne présentent pas une image réfractée simple, mais double. Cette expérience tint occupé plus longtemps mes yeux et mon esprit et relégua les autres, que je décidais de poursuivre en leur temps, lorsque j'aurais atteint, à mon avis, quelques fondements de Dioptrique sur la réfraction. Bien que cette expérience échoue facilement si on ne fait pas attention, l'exposé qui suit confirmera la vérité du phénomène. Sur la table ou sur du papier blanc, on place un objet,



comme un point ou autre chose de même grandeur que B ou A. On lui superpose la face inférieure LMNO du prisme rhomboédrique. Alors par la face supérieure RSPQ on voit soit l'objet B, soit l'objet A, par les rayons issus de l'oeil et dirigés à travers la substance du prisme RSPQOLMN, d'abord vers B, ensuite vers A. Or, tandis qu'un objet observé à travers d'autres corps transparents, entre autres à travers le verre ou l'eau, montre une seule et même apparence, chacun d'eux donnait une image double sur la face RSPQ, à savoir G et H pour B, CD et FE pour A, ainsi qu'il apparaît sur la figure ci-jointe. Il faut noter que la distance entre les images H et G produites par B est plus ou moins grande selon la grandeur du prisme cristallin. En conséquence, la perception d'une double image disparaît presque avec des morceaux très ténus, mais elles sont d'autant plus distantes l'une de l'autre qu'on tente l'expérience avec de plus grands spécimens de ce cristal.

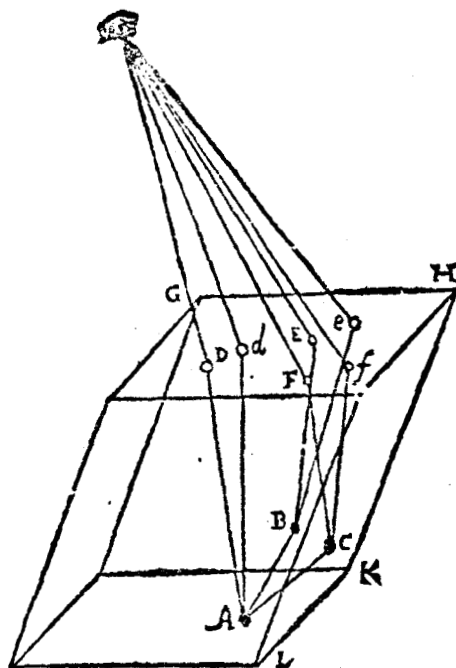
EXPERIENCE VIII. - Non seulement on observe deux images de l'objet B, mais elles sont l'une et l'autre plus pâles ; parfois c'est une partie du même objet qui est plus foncée qu'une autre. Ainsi, lorsqu'on déplace le prisme de part et d'autre sur l'objet A, on ne voit pas ces images avec la même intensité de couleur qu'en les regardant à l'oeil nu ou à travers un autre corps transparent. Pour les images EF et CD, parfois une partie apparaît plus pâle qu'une autre. De ce fait, si sur la figure précédente, il se trouve en guise d'objet une ligne assez épaisse A et si nous tournons le prisme





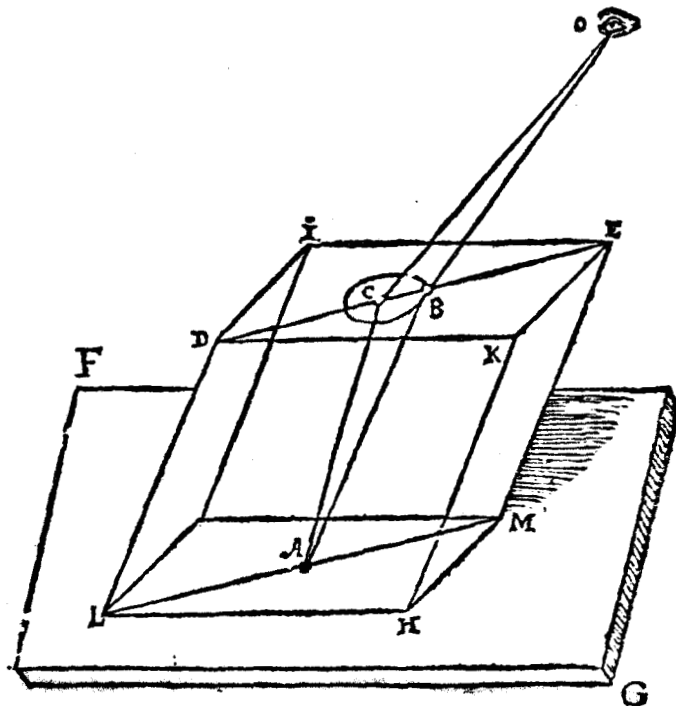
Soit la droite CB, menée dans un angle et divisant cet angle en deux parties égales. Alors si on mène la droite FD, perpendiculaire au côté CD de la face latérale du prisme et située dans le plan qu'on peut imaginer selon DCB, et si l'oeil est supposé en dessous de la perpendiculaire FD, alors on ne voit plus une des images qu'envoie A, mais seulement l'autre en E. Et ceci, tant que l'oeil est au dessus du plan DGH. Cette expérience présente quelque difficulté en raison de la petitesse de l'angle EOD. Elle aura plus de chance de réussir si on prend un morceau de prisme plus grand et transparent.

EXPERIENCE XI. - Nous avons trouvé aussi une position où l'objet apparaît sextuple. Dans la figure suivante, si on amène l'objet A plus près de l'ex-



trémité LK, de sorte qu'il envoie des rayons non seulement sur la face supérieure GHF, mais aussi sur la face latérale fHKH, selon les directions AD, Ad, AB et AC, puisque selon l'expérience VII il produit deux images sur chaque face, alors chacune des images B et C renvoie à nouveau deux images qui atteignent la surface GHf au moyen des rayons BE et Be, et aussi CF et Cf. Ainsi arrivent à l'oeil six images correspondant à D, d, F, E, f, e. Cependant ces dernières, issues de la réflexion sur le plan latéral, sont plus pâles que les premières D et d.

EXPERIENCE XII. - Que les lecteurs souffrent aussi que le leur parle de la position de ces deux images, tant l'une par rapport à l'autre que par rapport



à la figure du prisme cristallin. Il importe aussi à la Science que nos descendants sachent tout ce qu'il y a là d'étonnant. Donc, si dans ce prisme cristallin DIEKHML, un angle obtus IDK ou IEK est partagé en deux parties égales par la droite DE ou une parallèle à celle-ci, et si les rayons issus de l'oeil arrivent à l'objet A à travers cette ligne ou si l'objet A est vu à travers une parallèle à cette droite, l'une ou l'autre image tombent sur cette droite ou sur la droite parallèle. Or la plus grande distance entre les images s'observe sur cette ligne qui divise en deux parties les angles obtus, et cette image qui est à la distance maximum de l'autre se trouve du côté où penche le prisme quand il est posé sur la table.

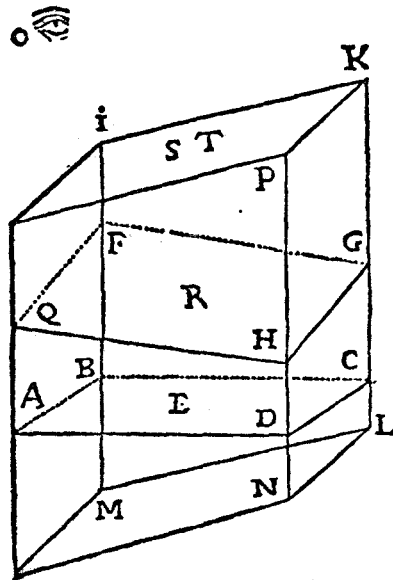
EXPERIENCE XIII (1). - Un des charmes de notre cristal, disions nous, c'est qu'il donne d'un objet une image double. Il s'en ajoute un autre dont les autres pierres en aucune manière ne peuvent se recommander aussi merveilleusement. En effet, alors que, d'habitude, les objets vus à travers un corps translucide restent constamment et toujours au même endroit, quel que soit le mouvement du solide transparent, et que l'image ne vacille pas sur la surface, sauf par déplacement de l'objet, ici nous avons observé que l'une des deux images était mobile. Et ceci peut s'expliquer. Dans le schéma précédent, l'oeil O conserve une position fixe et l'objet étant posé sur la table, on fait tourner le prisme, de telle sorte cependant que la face inférieure repose toujours sur la table et jusqu'à ce que la ligne EM, qui avant s'inclinait vers G, le fasse vers F. Alors on peut remarquer que l'une des images suit le mouvement du prisme de sorte que l'image qui auparavant était vue en B vers G, est vue maintenant, après rotation du prisme, du côté de D, l'autre image étant en permanence fixe et immobile. D'où cette image sera appelée dans la suite image ou apparence fixe, et l'autre mobile.

EXPERIENCE XIV. - A considérer les différentes raisons pour lesquelles une image peut ainsi se mouvoir autour d'une autre fixe, on en arrive à cet autre problème inattendu : pour quelles raisons l'image fixe peut-elle devenir mobile et la mobile fixe, dans le même cristal, et aussi comment les deux peuvent devenir mobiles. Imaginons que ce prisme IKPLNM soit coupé par le plan ABCD perpendiculairement aux droites IM, KL, etc. des plans latéraux du pris-

---

(1) L'édition originale comporte XII au lieu de XIII.

me IKLM. Si donc l'objet E était situé sur la table et qu'on lui appliquait la surface ABCD du prisme ainsi taillé, il est évident, de par les expériences

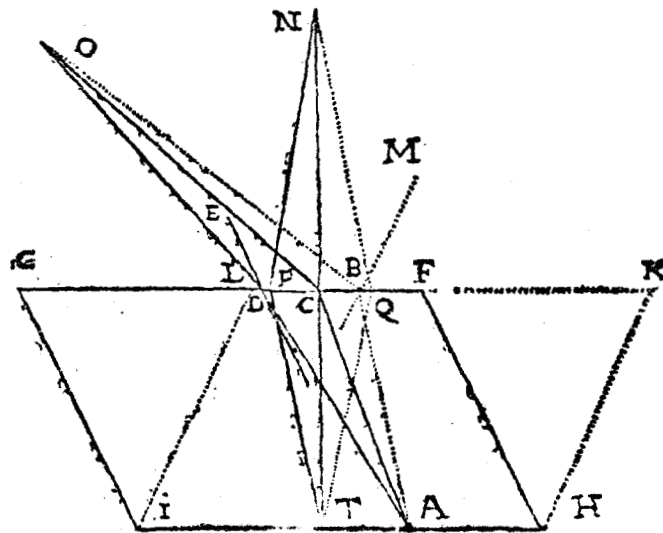


rapportées ci-dessus, que l'œil verrait apparaître deux images S et T produites par cet objet, dont l'une en S devrait être fixe et l'autre en T mobile. Mais on observe que le phénomène se produit en sens inverse, car la section par le plan est différente. Effectivement l'image qui est en T est fixe, mais l'autre S, qui avant était fixe, connaît alors les lois du mouvement. Ensuite, coupons ce même prisme par un autre plan QFGH (2) qui ne soit ni parallèle à la surface IKP, ni perpendiculaire aux côtés IM, LK, etc., de sorte qu'il reste le morceau de prisme IKPGHQF pour donner à l'œil O, immobile, les images S et T produites par l'objet E. Alors que dans l'aspect original et propre du prisme, l'une des images est fixe et l'autre mobile, il apparaît maintenant que l'une et l'autre se meuvent selon les mouvements de ce fragment de prisme.

Et bien qu'il ne soit pas facile de tailler ce corps ainsi que le demande l'expérience présente, car les parties tendres de la substance, sujettes en quelque sorte à la friabilité, l'empêchent encore de recevoir mécaniquement un poli impeccable, cependant nous avons obtenu par simple dégoussage et polissage un résultat suffisant pour notre propos.

(2) L'édition originale comporte QFCH au lieu de QFGH.

EXPERIENCE XV. - Ce ne sont certes pas des lois incertaines qui guident les déplacements de cette image mobile ; mais elle tourne toujours autour de l'image fixe et dans cette rotation elle ne décrit pas un cercle parfait, sauf dans un cas. Pour constater la vérité de cette expérience, traçons la figure suivante qui ne représente pas le prisme tout entier comme auparavant, mais seulement la section par un plan imaginaire. Représentons nous par transparence le prisme, désigné dans la figure de l'expérience XII par DIEKMHL,

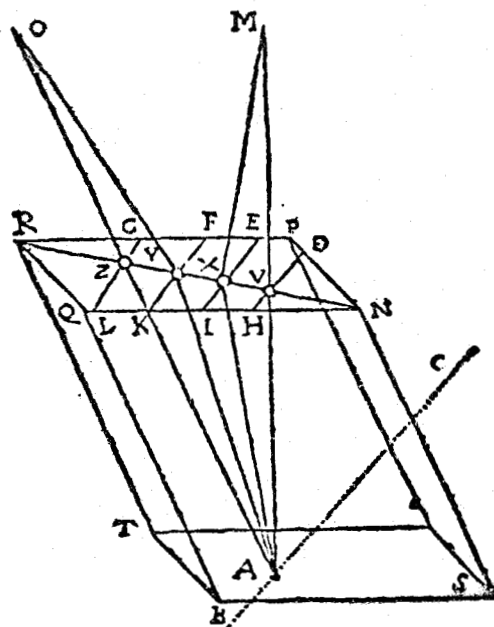


coupé par un plan qui passe par les droites DE et LM. Cette section plane correspond ici au tracé FGIH où IH est la base de la section et A l'objet, qui apparaît à l'oeil en deux points C et D, dont l'un C est l'image fixe et l'autre D l'image mobile. Alors, l'oeil O restant immobile et la face inférieure du prisme toujours appliquée sur la table, tournons le prisme de telle sorte sur la section du prisme qui d'abord penchait vers G, à savoir FGIH, se présente maintenant en sens contraire penchée vers K ; et soit alors KHIL cette section. L'objet A apparaît maintenant à l'oeil en deux points C et B, C restant le point fixe, B étant le point mobile. Mais la distance DC des images est plus grande que la distance CB, et CD est la distance maximum entre les images, alors que BC est la distance minimum. Ainsi donc, avec la rotation du prisme de l'expérience XII et avec cette position de l'oeil, le point mobile ne décrit pas un cercle parfait autour du point fixe. Mais avec l'oeil situé en N, si le prisme retrouve sa position première représentée par la section FGHJ de sorte que l'image mobile soit en P, puis la seconde position avec le point mobile en Q, alors nous remarquons que les images sont équidistantes de C par les segments égaux QC et CP ; et dans ce cas, c'est bien un cercle de centre C et de diamètre QP qui est décrit.



EXPERIENCE XVI. - Les experts en optique n'ignorent pas cette thèse de dioptrique que une seule face transparente ne donne qu'une seule image, transmise d'un objet jusqu'à l'oeil en se réfractant à travers ce corps, et que s'il y a plusieurs faces il correspond une seule image à chaque face. Ainsi, l'oeil observe-t-il d'autant plus d'images qu'il y a plus de faces. Or, dans notre cristal un seul plan superficiel se présente aux yeux des observateurs et néanmoins on voit constamment une image double d'un unique objet. Aussi fallait-il considérer attentivement d'où provenait cette image double. A l'esprit attentif, deux moyens se présentent aussitôt, un par réflexion, l'autre par réfraction. En vérité, pour la réflexion, il existe des miroirs qui autorisent son existence, mais il est difficile de trouver l'explication de l'importance de cette réflexion. En effet, si on diminue la brillance des deux faces latérales du prisme cristallin pour les rendre impropres à la réflexion des rayons lumineux, et si les rayons parviennent à l'objet par les faces claires supérieure et inférieure, néanmoins il apparaît double. Ensuite, si un grand fragment fait apparaître une image double, quand on brise ce prisme pour le réduire en d'autres plus petits, chacun des petits morceaux laisse voir l'objet toujours sous une double apparence. Par conséquent, si nous pensions que l'une des images venait de la réflexion sur les faces latérales, la première expérience fait naître un doute. D'autre part, si la cause en avait été la réflexion sur quelque surface interne de ce corps, il n'est pas douteux que cet effet n'aurait pas été le même pour tous les morceaux et s'il se produisait une double image dans un petit fragment, le nombre aurait dû augmenter avec l'accroissement de la quantité de matière. Donc, puisque la réflexion ne semblait pas satisfaisante, notre méditation s'est tournée vers la réfraction. Or nous savons qu'aucune image ne peut provenir d'un objet à travers deux corps transparents de nature différente, si ce n'est par réfraction, et qu'une image suppose une réfraction. Il est logique de conclure que, si la réfraction se trouve être la cause de ce phénomène, à une double image correspond une double réfraction. Mais puisque nous avons constaté que les images de notre cristal d'Islande n'étaient pas de même nature, mais différaient en ce que l'une reste toujours fixe et que l'autre est mobile, il a paru bon, pour un meilleur exposé, de distinguer aussi les réfractions qui dévient les deux faisceaux parvenant à l'oeil : l'une qui envoie vers l'oeil une image fixe a été nommée réfraction ordinaire, l'autre qui transmet de l'objet à l'oeil une image mobile a été appelée réfraction extraordinaire. D'où ce cristal a été appelé biréfringent, en l'honneur de cette réfraction singulière et privilégiée.

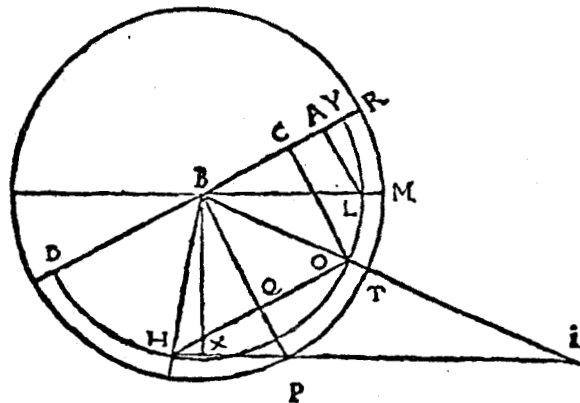
De plus, il n'était pas inconvenant de soupçonner que ces deux réfractions procèdent de principes différents. Il est bien établi par les lois de la dioptrique commune qu'un objet affectant l'oeil de rayons visibles, donne à la surface de la lame une image ; tant que la surface est unique et que le plan supérieur est parallèle au plan inférieur l'image aussi est unique ; bien plus, si la lame bouge mais que l'oeil reste immobile, cette image demeure fixe tant que l'objet qui la produit reste immobile. Ainsi donc, dans cette lame, l'image qui apparaît fixe peut s'expliquer par les lois habituelles de la réfraction ordinaire, mais celle qui jouit de liberté et qui, à objet fixe, suit les mouvements de la lame, révèle une sorte extraordinaire de réfraction qui, à mon avis, est jusqu'à présent inconnue des experts en dioptrique et qui est contraire aux lois de la réfraction habituelle. Alors, pour en discerner la nature et les différences, j'ai posé sur un objet tel que le point A, un prisme de cristal biréfringent NPRQTBS. L'oeil M dominant perpendiculairement le plan supérieur NPRQ, j'ai noté une certaine réfraction de l'objet A (alors que les lois ordinaires de la réfraction enseignent qu'il n'y en a aucune). Notons que le rayon visuel perpendiculaire traverse, non pas



l'image mobile, mais l'image fixe V. En celà, il se rend conforme aux règles de la réfraction ordinaire, puisqu'il atteint l'oeil sans réfraction, en mettant l'oeil, l'image et l'objet sur une même droite. Mais, pour cette position de l'oeil, l'objet donne aussi une autre image X, à distance non négligeable et j'ai remarqué que l'objet A ne peut être vu au moyen de l'image X sans réfraction, puisque l'oeil est situé perpendiculairement au dessus de la surface. Aussi, je n'ai pas soumis cette réfraction extraordinaire à cet axiome

trivial de dioptrique selon lequel un rayon tombant perpendiculairement sur une surface n'est pas réfracté, mais traverse sans réfraction. Ensuite, j'ai placé l'oeil en O pour que le rayon issu de l'objet A et parvenant à l'oeil soit parallèle aux droites RT et QB du plan RQTB. Il apparaît alors que des rayons non réfractés arrivaient de l'objet A à travers l'image mobile Z, l'objet A, l'image mobile Z et l'oeil étant sur la même ligne, et que le même objet A transmettait à l'oeil toujours au même point O, une autre image Y par le rayon réfracté AYO. D'où il me sembla évident que cette réfraction extraordinaire admettait comme norme la parallèle aux côtés de ce prisme biréfringent, tandis que la réfraction ordinaire était commandée par la perpendiculaire à la surface. Mais comme on ne pouvait facilement déterminer l'emplacement du point vu à travers le cristal, puisqu'on accède seulement à la surface, nous avons ajouté ce moyen de le repérer ; une droite tracée sur la table par ce point. Cette ligne, passant par le point était visible à l'autre oeil directement, sans passer par le cristal. On voit sur la même figure la droite BC menée sur la table par l'objet A. L'oeil étant d'abord en M, cette ligne apparaît double, les images projetées sur la face supérieure étant HD et IE. Et si on fait bien attention, on observe une image HD fixe superposable à la ligne sous jacente BC, l'autre mobile décalée vers R. Mais si ensuite on place l'oeil en O, le même objet, à savoir la droite BC, apparaît toujours double par l'intermédiaire des images KF et LG, mais l'image mobile DL est superposable à la ligne objet CB, tandis que l'image fixe FK, non superposable, apparaît par réfraction et décalée vers N.

EXPERIENCE XVII. - Ce qui plait dans les autres pierres et cristaux, c'est l'usage et la parure. Ici on ne peut encore savoir ce que sera le délice, bien lointain par rapport à l'espoir de l'artisan. Aussi, pour ouvrir une porte à ceux qui, versés dans l'art des pierres polies, veulent faire un essai sur cette poudre, il s'impose à notre esprit avide de déterminer l'importance de la réfraction de notre cristal biréfringent. Le moyen de mesurer la réfraction du verre nous est enseigné de façon ingénieuse par l'interprète le plus pénétrant de la nature, René Descartes, au chapitre X de la Dioptrique, grâce à un triangle de verre soigneusement poli. La démonstration de cette méthode, omise par l'auteur, je l'ai trouvée jadis dans les remarques sur les livres d'optique d'Héliodore Larissæus, imprimés par les Parisiens de Lutèce, année 1657. Mais en mon absence cet ouvrage a tellement été communiqué à divers emprunteurs que ce schéma a été malheureusement effacé, et il se voit présentement remplacé par un autre.



Le petit triangle de verre est noté BXP. Soient la droite BR perpendiculaire à BQ, l'angle d'incidence YBL dont le sinus est LA, l'angle de réfraction YBO dont le sinus est CO. Or dans le triangle OHI, l'angle HOB est égal à l'angle YBO, car OQ et QH étant égaux, HO est parallèle à DY. Par conséquent, l'angle HOI a même sinus que l'angle BOH ou YBO. Les deux angles OHI et OIH sont aussi égaux à l'angle BOH ou YBO. Si on enlève les angles égaux OBL et BIH, il reste les angles égaux OHI et ABL. Par conséquent, leurs sinus sont égaux. D'où nous avons le sinus de l'angle HOI égal au sinus OC et le sinus de l'angle OHJ égal au sinus LA. Or les côtés HI et OI du triangle HOI sont dans le même rapport que les sinus des angles opposés. Donc HI est à OI comme OC à LA, ce qu'il fallait démontrer.

S'il nous avait été possible de polir légèrement notre cristal biréfringent, nous aurions utilisé cette même méthode pour mesurer la réfraction, à l'instar de cet homme illustre Florimond de Beaune pour la réfraction du verre : il écrit à René Descartes qu'il a trouvé 100 sur 65,5. Mais comme il n'acceptait pas la technique du polissage par le tuf, qui nous eut permis de parfaitement le polir, il nous fallut trouver une autre voie.

Sur un plan tel qu'une table, on a mené une ligne droite, telle que BD sur le schéma ci-joint. On a posé sur cette table un fin papier blanc VTS, sur lequel on a tracé la ligne QX. Ensuite, sur le même papier, on a tracé une autre ligne droite RO, coupant la première QX à angle droit, ainsi que d'autres perpendiculaires par les points K, C et Q disposées de façon judicieuse, pas trop éloignées l'une de l'autre ni de la ligne RO. Puis en un point B de la ligne tracée sur la table, on dressait un stylet AB, perpendiculaire au



D'abord, soit CG divisé en 30 parties. On observe pour BG (3) 245 divisions. Donc dans le triangle rectangle ABC, à partir de la hauteur AB du stylet : 210 et de la mesure de BC : 275, on trouve pour l'angle ACB ou AFI  $37^{\circ}22'$  dont le complément DFE, de  $52^{\circ}38'$ , est l'angle d'incidence, égal lui-même à l'angle HFC. Ensuite, dans le triangle rectangle FCH, étant donné l'angle qu'on vient de calculer et la hauteur FH qui est l'épaisseur du prisme : 39 divisions, on trouve l'autre hauteur : 51 divisions. Après soustraction de GC : 30 divisions, il reste pour GH : 21 divisions. Enfin dans le triangle rectangle FGH, étant donné les deux côtés de l'angle droit, on trouve l'angle GFH :  $28^{\circ}18'$ , qui est l'angle de réfraction.

Log sin de l'angle d'incidence	$52^{\circ}38'$	990024
Log sin de l'angle de réfraction	$28^{\circ}18'$	967586
<hr/>		<hr/>
Log de l'indice de réfraction		22438

Dans le même prisme, en prenant un angle d'incidence plus aigu, on peut chercher si l'indice de réfraction reste le même. Si l'on vise une des lignes restantes, par exemple celle menée par R dans la figure précédente, le segment CG de la figure précédente correspond à moins de divisions à savoir 20 divisions et on observe alors pour CB : 205 divisions. D'où, le stylet AB étant comme avant de 210, et FH de 39, on trouve, par la solution des trois triangles, CH : 38 et GH : 18.

Angle d'incidence DFE	$44^{\circ}18'5$	Log.< 984418
Angle de réfraction GFH	$24^{\circ}26'5$	Log.< 962225

---

Log. de l'indice un peu inférieur à 22193

Dans un autre fragment, on avait CG = 50,5 div, la hauteur du prisme 33,5 div et on trouvait par la même méthode un résultat de environ 22171. Puis en changeant soit l'angle d'incidence, soit la hauteur du prisme, on obtenait 22200 ou 21686.

Ces observations furent faites sur de tels prismes, dont l'épaisseur ne dépassait pas 2 pouces, car nous ne disposions pas de plus gros. L'expérience fut faite aussi sur d'autres prismes, pas assez aplanis et polis. Or, sur huit expériences, le résultat est toujours resté entre 20000 et 23700.

---

(3) L'édition originale comporte CG au lieu de BG

Aussi, avec toutes réserves, nous pouvons assez exactement considérer que l'indice de réfraction de ce cristal s'écarte insensiblement du rapport de 5 à 3. De fait, la différence des logarithmes de ces nombres est 22185, ce qui concorde assez précisément avec les deux observations les plus précises.

Mais il faut noter que dans cette mesure de réfraction, il s'agit toujours de la réfraction de l'image fixe. En effet c'est celle qui est liée aux plans KI, CB, qui dans ces expériences sont supposés parallèles.

#### OBSERVATIONS POUR LA DEMONSTRATION DE CE QUI PRECEDE

A titre de comparaison, rappelons que la nature, en de nombreux endroits, fait se réfléchir les sons, inégalement répercutés par les sinuosités du relief. Les anciens ont appelé cela l'écho. Si donc le génie de la Grèce existait encore, il aurait aussi pour nos images, divisées par les nombreux détours du cristal, mais rencontrant autant de sinuosités, trouvé un nom et une explication. Pour nous, nous pensons que la raison de tout cela n'est pas douteuse, mais qu'elle se cache dans la majesté de la nature, même si, à notre avis, telle ou telle loi n'a pas échappé à la connaissance ou à la perspicacité des meilleurs. C'est pourquoi, étant admis qu'il est de la nature de ce cristal de donner une double image, l'une mobile, l'autre fixe, nous ne doutons pas qu'il existe une cause à ces phénomènes. Notre intention est de la rechercher ou au moins d'avancer des hypothèses que chacun sera libre d'examiner. Or ceux qui sont séduits par l'hypothèse des corpuscules et de leurs liens avec l'aspect et les pores des corps, ne peuvent, semble-t-il, posséder de corps plus apte à prouver la vérité de leur hypothèse. Il apparaît en effet que ce cristal biréfringent a ses pores selon le tracé des côtés et qui leur sont parallèles. C'est selon cette disposition des côtés que nous observons la rupture et la séparation des fragments. Et c'est par ces mêmes pores que chemine l'une des images, à savoir celle qui est mobile. Ensuite, en plus de ces pores caractérisées par leur parallélisme avec les côtés, ils en possèdent d'autres, comme le verre, l'eau ou d'autres cristaux, à travers lesquelles transparaît l'image fixe. Mais outre ces hypothèses, nous en émettons deux autres, nécessaires à notre propos, non pas tant trouvées par déduction que connues par les expériences précédentes.

D'abord, nous supposons qu'il existe des directions par lesquelles des rayons traversent le corps sans réfraction, par rapport auxquelles ou à partir desquelles se fait la réfraction, selon les lois exposées par René

Descartes au chapitre I de la Dioptrique. Bien que personne ne doute que les dites directions ne soient normales, comme effectivement dans les corps connus jusqu'à présent, cependant nous ne demandons pas qu'elles soient toujours supposées normales ; même dans certains cas, elles ne seront pas du tout menées perpendiculairement.

Ensuite, nous supposons que la moitié de la lumière ou de l'image diffusée par l'objet, que ce soit quelque chose de matériel ou d'immatériel, subit la réfraction ordinaire, et la moitié la réfraction extraordinaire ; ou, ce qui revient au même, que les réfractions ordinaire et extraordinaire contribuent à parts égales à la déviation des rayons.

Bien que ces propositions soient avancées comme hypothèses, nous ne demandons pas de les admettre sans référence aux expériences. Ainsi, dans la figure de l'expérience XVI (4), il est évident qu'il y a un endroit où les rayons de l'image fixe ne subissent aucune déviation et c'est celui où aboutit la perpendiculaire à la surface NPQR, à savoir le rayon MVA. De plus, la même expérience montre à l'évidence un autre point, dans le même cristal, où passent sans réfraction les rayons de l'image mobile et c'est celui où aboutit la parallèle au côté du prisme, telle la droite OQA. Ainsi semble confirmée la vérité de la première hypothèse.

L'autre hypothèse découle de l'expérience VIII qui démontre d'abord que les deux images sont l'une et l'autre d'une couleur plus faible que l'objet et ensuite que chacune n'est pas aussi foncée que les deux à la fois. Ainsi, lorsqu'un objet envoie à la surface deux images, elles sont vues avec seulement la moitié de l'intensité lumineuse émise par l'objet ; mais lorsque par mouvement du prisme elles tombent ensemble, leur intensité semble correspondre à celle de l'objet. Comme si la nature se faisait équitable, quelle que soit la division opérée par la structure interne du cristal, elle compense par ailleurs. L'investigation de la structure exacte de ce corps ne cadre pas avec notre propos. Le soin en est laissé à des talents plus féconds et plus instruits de la nature. En passant, voyons ce qu'en dit René Descartes au chapitre II de la Dioptrique. "Toutefois, il se peut bien trouver des autres corps, principalement dans le ciel, où les réfractions, procédant d'autres causes, ne sont pas ainsi réciproques. Et il se peut aussi trouver certains cas, auxquels les rayons se doivent courber, encore qu'ils ne passent

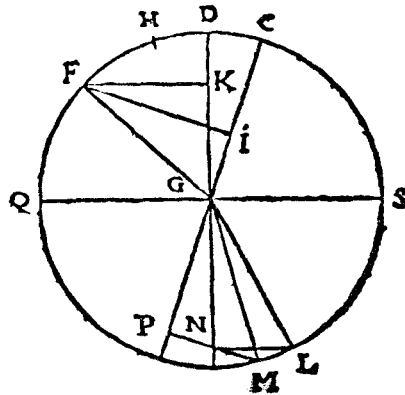
---

(4) L'édition originale comporte XIV au lieu de XVI



que par un seul corps transparent. Ainsi que se courbe souvent le mouvement d'une balle, pour ce qu'elle est détournée vers un côté par sa pesanteur, et vers un autre par l'action dont on l'a poussée ; ou pour diverses autres raisons" (5)

Donc, les auteurs en Dioptrique supposent que tous les rayons qui tombent obliquement à la surface d'un autre cristal, se réfractent soit en s'écartant, soit en se rapprochant de la normale ; et que seuls les rayons qui tombent perpendiculairement ne subissent aucune réfraction ; et que, gloire insigne, subtilité géométrique, ces réfractions, comme le montre Descartes, doivent se mesurer par les rapports des lignes sous tendues par les angles d'incidence et de réfraction et non par les angles de réfraction comme le voulaient les Anciens. Comment ces hypothèses s'appliquent-elles indépendamment des nôtres ? Pour mieux montrer les modalités de cette réfraction dans notre cristal et les segments dont les rapports sont supposés nécessaires à la mesure de la réfraction, nous ajoutons la figure suivante. Soit QGS la surface supé-



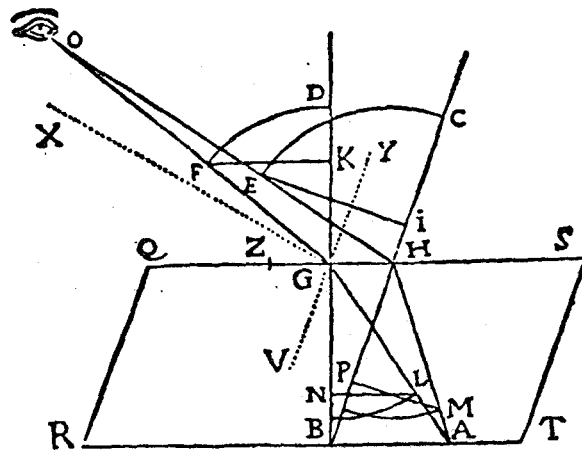
rieure du cristal biréfringent et DN la normale pour la réfraction ordinaire. Menons aussi CP, parallèlement au côté du prisme et selon le tracé des pores, c'est-à-dire la direction qui conditionne la réfraction extraordinaire. Considérons alors, pour comprendre plus facilement, que les points C et D de la figure de l'expérience XV sont confondus avec le point G de la figure ci-jointe, bien qu'en fait, ils existent séparément. Ainsi les rayons qui, dans la figure de la démonstration suivante, arrivent de l'objet A jusqu'à l'oeil O par les images H et G, par G (6) dans la réfraction ordinaire, par H dans la réfraction extraordinaire, et qui doivent se diriger vers O et X, ces rayons

(5) En français dans le texte

(6) L'édition originale comporte B au lieu de G

sont censés dans cette figure-ci concourir en F et être réfractés en M et L. Par contre, dans la figure de la démonstration suivante, ils donnent à partir de l'objet A, les rayons réfractés AH(7) et AGO. Si donc le point F, qui prend ici la place de l'objet, est censé envoyer un rayon vers G, ce rayon peut rencontrer en même temps les deux droites par rapport auxquelles agit la réfraction, la droite DN, perpendiculaire à la surface QS, par rapport à laquelle agit la réfraction ordinaire, et la droite CP, parallèle au côté du prisme cristallin biréfringent et à ses pores, par rapport à laquelle agit la réfraction extraordinaire. Et par rapport à ces deux droites, le rayon FG est supposé se réfracter autant. De la sorte, si le rapport des sinus FI et PM est le même que celui de KF et NL, à savoir 5 sur 3, selon l'expérience XVII, alors le rayon d'incidence FG est dévié vers L selon le rayon réfracté GL, par rapport à la normale DN et il l'est vers M selon le rayon réfracté GM, par rapport à la parallèle CP. Ceci posé, venons-en aux démonstrations.

Proposition I. - Les images sont doubles. Expériences VII.



En effet, soit dans la figure ci-jointe le plan SQTR, à savoir celui qui provient de la section du prisme cristallin biréfringent et dans lequel la distance entre les images fixe et mobile est maximum. Soit l'objet A qui envoie le rayon AG, réfracté en G et parvenant à l'oeil O, avec selon les lois de la réfraction ordinaire KF et NL dans le rapport 5/3. Menons par G la droite VY parallèle à celle dont dépend la réfraction extraordinaire. Donc par rapport à celle-ci, il y a un angle d'incidence plus grand que par rapport à la normale DG ; et le rapport des sinus de l'angle FGY au sinus de l'angle VGA n'est pas le même que le rapport de FK à NL, comme l'exige l'hypothèse.

(7) L'édition originale comporte AHD au lieu de AHO

Il faut donc chercher ailleurs sur la droite QS, un point H (où les droites menées de O et de A vont concourir et faire avec la parallèle CB de la réfraction extraordinaire, des angles dont les sinus seront dans le rapport donné. Ainsi FG, EH, HM et GL étant égaux, le rapport de EI à FK est le même que celui de PM à LN) et par conséquent G et H ne sont pas au même endroit.

Proposition II. - Ces images apparaissent d'une couleur plus faible.

Expérience VIII.

Ceci doit se déduire de la seconde hypothèse. En effet, la moitié de la lumière (ou de l'image) diffusée par l'objet converge en l'une des images par la réfraction ordinaire, et la moitié en l'autre image par la réfraction extraordinaire. Or ce qui est divisé en deux ne peut montrer autant de puissance que ce qui est rassemblé en un.

Proposition III. - Une partie de la même image est parfois plus foncée qu'une autre. Même expérience VIII.

Ceci procède du même principe. En effet, puisque l'objet A est vu double à travers le prisme cristallin et que l'une des images est mobile, nécessairement ces deux images vont se rencontrer en un endroit et se présenter ensemble à la surface RSPQ. Ainsi elles vont se recouvrir sur une partie commune, pourvu que la distance entre les images soit plus petite que la grandeur de l'objet. Sinon elles ne peuvent pas s'interpénétrer. Mais puisque chaque image est plus pâle que l'objet, ces parties qui se recouvrent seront plus foncées que les autres, vu que, en cet endroit, arrivent deux images plus pâles qui émettent une lumière plus forte dans la région où elles se superposent.

Proposition IV. - Une image apparaît plus basse que l'autre. Expérience IX.

C'est une suite logique des longueurs différentes des droites par rapport auxquelles on voit, dans le corps même du prisme cristallin biréfringent, se faire la réfraction. En effet, on voit B comme à travers un corps dont l'épaisseur EF est la normale de la réfraction ordinaire, mais on voit C comme à travers l'épaisseur d'un autre corps, dont l'épaisseur DG est la parallèle par rapport à laquelle se fait la réfraction extraordinaire.

Proposition V. - Il y a un endroit où apparaît une seule image. Expérience X.

En effet, les rayons de la réfraction ordinaire d'un milieu plus dense à un milieu moins dense ne sont jamais déviés de plus d'un quart de cercle à partir de la normale. Il s'ensuit nécessairement, s'il en est de même dans ce corps, que l'oeil situé en O recevra les rayons provenant de A selon la réfraction ordinaire pourvu qu'il domine encore le plan DGH. Mais le rayon de la réfraction extraordinaire, issu du même objet, peut ne pas affecter la vue ; c'est ce qui arrive s'il s'écarte de plus d'un quadrant de l'une des parallèles, en concevant que la parallèle de la réfraction extraordinaire se termine à la surface du prisme. Ainsi il est patent qu'il existe un endroit donné où l'oeil, même s'il est placé au dessus de la surface du corps, ne peut recevoir des rayons de la réfraction extraordinaire.

Proposition VI. - Parfois l'image apparaît sextuple. Expérience XI.

Ceci se démontre facilement à partir des expériences ici rapportées, jointes aux principes communs de l'optique. En effet, le prisme est disposé de manière qu'une image double provenant d'un seul objet arrive sur le côté adjacent et de là se réfléchisse vers la surface. Ainsi, de l'objet lui-même, deux images peuvent sortir en surface, mais aussi de chacune d'elles deux autres images réfléchies par le côté. Lesquelles quatre s'ajoutent aux deux autres en surface et cela fait six images qui s'offrent à la vue.

Proposition VII. - Il faut nécessairement que l'image mobile soit du côté où penche le prisme. Expérience XII.

Soit en effet, comme plus haut sur la figure de la proposition I, l'image de A, vue par l'oeil au point G, en accord avec la réfraction ordinaire selon la normale DB. Il est manifeste que le rayon AG à cause de la parallèle YV (8) de la réfraction extraordinaire, sera dévié un peu en dessous de O et que le rayon réfracté GX ne peut nullement parvenir à l'oeil O. Imaginons alors que l'objet A envoie ses rayons vers un autre point entre Q et G, par exemple vers Z. Celui-ci arrive encore plus en dessous de O, pourvu que sa réfraction soit commandée par l'une des parallèles VY ou ST de la réfraction extraordinaire. Si donc G est l'image de A vue par la réfraction selon la normale de la réfraction ordinaire, l'oeil O verra l'autre image par la réfraction

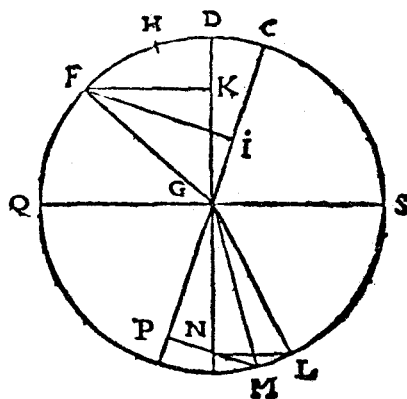
---

(8) L'édition originale comporte YU au lieu de YV.

selon la parallèle VY de la réfraction extraordinaire, non pas du côté de Q, mais quelque part en dehors de G, conformément à la démonstration de la proposition I. Il le verra nécessairement de l'autre côté, vers S, du côté où effectivement penchent les pores, par exemple en H, où les rayons HO et HA font avec la parallèle de la réfraction extraordinaire des angles dont les sinus EI et PM sont dans le rapport donné.

Proposition VIII. - Pourquoi on remarque qu'une image tourne autour de l'autre. Expérience XIII.

L'oeil et l'objet restant fixes, si on tourne le cristal sur la table, nous voyons aussi une des images tourner autour de l'autre. Puisque l'oeil reste fixe, il conserve toujours la même position par rapport à la perpendiculaire de la réfraction ordinaire, mais une position différente par rapport à la parallèle de la réfraction extraordinaire. D'où il est nécessaire que l'image de la réfraction extraordinaire, c'est-à-dire l'image mobile, se conforme au mouvement de rotation de cette parallèle. Effectivement, sur la figure ci-jointe (9), représentons par QS le plan supérieur du prisme, parallèle à la table. Soit F l'objet posé sur la table, DN la perpendiculaire de la



ordinaire, CP la parallèle de la réfraction extraordinaire. Alors si l'on tourne le prisme, la même face reposant sur la table, l'axe de ce mouvement sera DGN. Puisqu'on suppose la droite d'incidence FG immobile, il est patent que l'angle DGF ne varie pas au cours de la rotation, tandis que l'angle CGF subit de petites variations. D'où, si DH égale CD, HC sera la plus grande différence de ces variations d'angles. Si on regarde le plan qui passe par les

---

(9) Dans l'édition originale, la figure qui illustre cette proposition VIII, n'est pas celle qui est ici reproduite, mais celle de la proposition I.

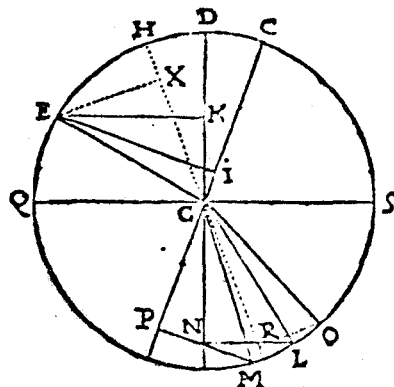
points H et C et par l'oeil, et qui rencontre aussi l'objet, alors ce plan coupe aussi la surface selon une droite qui est DE dans la figure de l'expérience XII et sur laquelle se situe la plus grande distance entre les images C et B.

Proposition IX. - On peut rendre mobile l'image fixe et fixe l'image mobile et ensuite toutes les deux mobiles. Expérience XIV.

La raison en est immédiate. En effet, selon que les plans QFGH et ABCD qui reposent sur la table durant toute la rotation du prisme sont diversement situés par rapport à la normale de la réfraction ordinaire ou à la parallèle de la réfraction extraordinaire, et celles-ci par rapport à l'oeil, on voit bouger les images, soit la fixe, soit la mobile. Le parallélisme naturel des côtés du cristal biréfringent est nécessaire pour que l'image de la réfraction ordinaire soit fixe et que celle de la réfraction extraordinaire soit mobile. De fait, dans le verre ou les autres cristaux, où les côtés sont parallèles, les images restent fixes malgré la rotation du cristal ou du verre, l'oeil et l'objet restant immobiles. Mais si la face supérieure de notre cristal biréfringent n'est pas parallèle à la face inférieure, alors l'image cesse d'être fixe pour devenir mobile, à cause du déplacement du rayon incident par rapport à la normale et de la variation de l'angle d'incidence.

Proposition X. - La distance maximum entre les images fixe et mobile est toujours plus grande dans la première position que dans la deuxième. Expérience XV.

Cette distance maximum entre les images, sur la figure de l'expérience XV, dans la première position, est CD. Elle est toujours plus grande que CB, distance maximum des images dans la seconde position. En effet, sur la figure jointe, soit DN la normale de la réfraction ordinaire et EGD l'angle



d'incidence, qui correspond à l'angle NCO de l'expérience XV. Cet angle est le même dans l'une ou l'autre position du prisme. Soient CP et HR les parallèles de la réfraction extraordinaire dans l'une et l'autre position, à savoir CP dans la première, HR dans la deuxième. Alors du point E, on mène des perpendiculaires à ces droites DN, CP et HR. Compte tenu du rapport de réfraction 5/3, établissons ce rapport 5/3 entre EK et LN, et aussi entre EJ et MP, et entre EX et OR. Alors le rayon EG, dirigé vers G, arrive en L eu égard à la normale DN de la réfraction ordinaire, mais il arrive en M eu égard à la parallèle CP de la réfraction extraordinaire. Enfin eu égard à la parallèle HR dans l'autre position du prisme, il arrive en O. Et il est manifeste que l'arc OL sera toujours plus petit que l'arc LM. Ainsi, à l'angle d'incidence EGD de  $47^\circ$ , ajoutons l'angle entre les droites qui commandent les réfractions ordinaire et extraordinaire, à savoir l'angle CGD entre la normale de la réfraction ordinaire et la parallèle de la réfraction ordinaire et qui, dans l'expérience VI, fut trouvé de  $17^\circ$  par la mesure des angles solides. On obtient un angle CGE de  $64^\circ$ . Et si maintenant de l'angle d'incidence DGE de  $47^\circ$ , on soustrait l'angle DGH égal à  $17^\circ$ , on obtient un angle HGE de  $30^\circ$ . Ceci entraîne un arc OL de  $8^\circ 35'$  et un arc LM de  $10^\circ 25'$ .

Il n'en est pas autrement si l'angle d'incidence EGD est de  $30^\circ$ . Alors le petit arc DL vaut  $7^\circ 18'$  et le grand arc CD  $8^\circ 26'$ . Enfin, si on prend EGD égal à DGH, c'est-à-dire à  $17^\circ$ , et si le rayon incident est HG, on trouve  $6^\circ 53'$  pour OL et  $7^\circ 31'$  pour LM. Ainsi OL est toujours plus petit que LM.

A présent, restons en là des expériences sur ce cristal d'Islande, malgré les joies qu'elles procurent. Dans cet exposé, je ne doute pas qu'il n'y ait de nombreux manques. Ces omissions, je le confesse, sont conscientes et volontaires. Principalement, la notoriété du pays et du lieu où on le trouve m'empêche d'en dire plus sur son histoire. On dit que les habitants de ces régions et que nos marchands envoient ce cristal de nombreux points d'Islande. En particulier, j'en ai extrait d'un mont assez élevé, non loin du golfe de Roerfiord, à  $65^\circ$  de latitude. Ce mont plonge vers le Sud et sa face externe est faite toute entière de cette matière. Il est plus difficile d'en trouver en profondeur. Avec des instruments en fer, j'en ai taillé d'un pied cubique et de plus grands. J'ai remarqué que parfois les angles se hérissent d'un matériau plus dur, rayant le verre, d'un aspect différent de celui qui caractérise tout ce corps, et qui se rapproche de l'aspect du diamant. Mais comme il me manque un morceau assez grand, nécessaire à la description de ce cristal, si d'autres s'acquittent de cette tâche, je m'en réjouis volontiers.