

50376
1974
45

N° d'ordre : 153

50376
1974
45

THESE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR INGENIEUR

par



Jean-Claude DIVERREZ

Ingénieur E.S.E.O.



**MODELE ET ALGORITHME DE COMMANDE
D'UN SYSTEME DE TRANSPORT
EN COMMUN A LA DEMANDE**

Soutenue le 21 Février 1974, devant la COMMISSION d'Examen :

Membres du Jury : MM.	P. VIDAL	Président
	J. M. TOULOTTE	Rapporteur
	M. MORIAEZ	Invité
	Y. DAVID	Invité
	J. J. HENRY	Invité

à Frédéric

*A la caresse d'une grande fatigue,
à une promesse à longue échéance...*

Henri Michaux

AVANT-PROPOS

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au laboratoire d'Automatique de l'Université des Sciences et Techniques de Lille I.

Nous adressons notre plus grande reconnaissance à Monsieur le Professeur VIDAL, qui nous a accueillis au sein du laboratoire. Qu'il trouve ici l'expression de notre gratitude pour l'honneur qu'il nous fait en présidant notre jury.

Nous remercions vivement Monsieur TOULOTTE, Maître de Conférences à l'Université des Sciences et Techniques de Lille, pour nous avoir guidés et suivis durant toute cette étude avec intérêt et sympathie.

Nous adressons nos plus sincères remerciements à Monsieur MORIAEZ, Président du Centre Universitaire de Valenciennes, à Monsieur DAVID, chef de service à l'institut de recherche des transports, et à Monsieur HENRY, Directeur de recherche au DERA, qui nous ont grandement honorés en acceptant de participer à notre jury.

Nous tenons également à remercier l'Etablissement Public d'Aménagement de Lille-Est pour les documents et les plans qu'il nous a confiés afin de concrétiser notre modèle et pour l'intérêt qu'il n'a cessé de porter à cette étude.

Enfin nous exprimons notre sympathie et notre reconnaissance à tout le personnel du laboratoire d'Automatique et à ceux qui nous ont prêté leur concours.

GENERALITES

La population sans cesse grandissante des centres urbains a engendré une multitude de problèmes sociaux, économiques et techniques, dont celui des transports en commun n'est pas des moindres.

Cependant, parmi la variété des systèmes de transport existant aucun ne semble bien adapté à la desserte des zones suburbaines. En particulier un réseau de bus à lignes et fréquences déterminées ne permet pas de desservir avec une bonne qualité de service, les périphéries peu denses des centres urbains.

Ce problème se pose notamment pour les quartiers Nord de la Ville Nouvelle de Lille-Est, et les bus à la demande (B.a.l.a.d.) se veulent un moyen pour le résoudre.

Ce mode de transport en commun doit permettre d'ajuster les itinéraires et les horaires à la demande instantanée des usagers, de manière à optimiser l'exploitation tout en garantissant un bon niveau de service.

La présente étude a pour objet de définir les paramètres, le fonctionnement et la méthode d'exploitation d'un tel réseau d'autobus.

Avant de constituer le modèle de simulation nous décrivons, dans le chapitre I, le réseau et ses caractéristiques physiques.

Puis dans le second chapitre nous exposons la méthode de génération des échantillons représentatifs des déplacements interstations au cours d'une journée moyenne.

L'affectation d'un véhicule à chaque demande est déterminée par un algorithme heuristique respectant un certain nombre de contraintes qui définissent la qualité du service. Cette étude fait l'objet du chapitre 3.

La sélection du " meilleur bus " est effectuée par différents critères de choix, présentés et évalués dans le chapitre 4.

L'algorithme forme, avec les lois générales d'évolution des autobus, un modèle de simulation permettant de tester les performances d'un tel système avant la phase de réalisation. Ce modèle est détaillé dans le chapitre 5.

La variation des paramètres et les résultats qui en découlent sont analysés dans le dernier chapitre. Ils mettent en évidence, pour une qualité de service donnée, les bilans économiques des différentes solutions envisagées en tenant compte du nombre de véhicules, du kilométrage parcouru et de la charge en effectifs.

Chapitre I

DESCRIPTION DE LETUDE

Dans le cadre de l'implantation de la Ville Nouvelle de Lille Est, nous envisageons la mise en place d'un dispositif de transport où les horaires et les itinéraires sont déterminés par la demande des usagers.

Certains services spéciaux, les transports "employeurs", "scolaires" ou les taxis-bus par exemple, existent déjà. Nous les indiquons en faisant ressortir ce qui les différencie de notre étude. La première étape dans l'élaboration du modèle consiste à définir les données du système : le périmètre d'évolution des autobus, le réseau, les stations et les déplacements.

La zone d'influence territoriale, et par voie de conséquence les stations, sont définies en fonction des besoins pour 1980.

A partir des facteurs socio-démographiques nous établissons un modèle global d'échange qui recrée les déplacements interstations aux différentes heures de la journée.

Les divers paramètres du système sont alors résumés dans un schéma bloc qui situe l'enchaînement des différentes parties de l'étude.

I.1 - Présentation de l'étude

I.1.1 - Principe du bus à la demande

Le parc de véhicules est constitué de minibus qui ne circulent que lorsque les clients se présentent et adaptent leurs itinéraires et leurs horaires aux besoins des usagers.

En règle générale, un véhicule peut prendre des usagers qui se rendent dans une direction voisine de celles des premiers clients, il ajuste son itinéraire en conséquence.

L'échange d'informations est réalisé à l'aide de bornes d'appel installées aux points d'arrêts potentiels et reliées au poste central de la compagnie. Elles permettent à l'utilisateur d'indiquer son point de départ et sa destination.

Le repérage des autobus peut être continu (émetteur) ou discret (repérage aux stations).

Un ordinateur qui connaît à tout instant la position des véhicules centralise les demandes en temps réel et donne les ordres relatifs aux itinéraires futurs, par le biais d'un réseau de télécommunications.

Le service de bus que nous allons décrire a pour objectifs principaux la maximisation du niveau de service et la minimisation du coût d'exploitation et de fonctionnement.

Il concilie ainsi les avantages du transport automobile individuel avec les impératifs d'exploitation d'un réseau de transport en commun classique.

Cette conception des bus à itinéraire variable s'inspire sans les copier d'expériences étrangères que nous rappelons brièvement.

I.1.2 - Réalisations déjà existantes

I.1.2.1. - Réalisations américaines *****

En 1962, un ingénieur de la Westinghouse Electric Corporation présente une communication sur un système de taxis-bus fonctionnant à l'aide d'un ordinateur, système qui fait l'objet d'une demande de brevet.

En 1964, le Standford Research Institute entreprend une étude intitulée DIAL-A-BUS sur des taxis-bus destinés à alimenter une grande ligne d'autobus. En 1966, le rapport Metran de l'institut de technologie de Massachusetts décrit le système "génie". Il s'agit aussi d'un système chargé d'alimenter des lignes régulières rapides.

Nigel Wilson du M.I.T. reprend ces travaux dans sa thèse présentée en Juin 1967 : " Computer Aided Routing System " (CARS).

Le relevé des publications (réf.1) fait aussi état d'études partielles et de simulations réalisées à Northwestern University par la Westinghouse Air Brake Company (WABCO), ainsi que par le transportation research Department des General Motors Research Laboratories.

II.1.2.2. - Particularités du système BALAD *****

Les simulations qui constituent toujours la première étape de la mise en place de tels systèmes sont faites soit sur des itinéraires totalement variables, comme dans notre étude, soit sur des itinéraires fixes avec variations possibles (Fort Walton Beach, Florida).

Dans la presque totalité des études antérieures (Demand Actuated road Transit, Dial-a bus, Demand Bus Schedule System) de tels systèmes sont considérés comme compléments de lignes déjà existantes.

Le mode de transport que nous étudions ici fait abstraction de tout autre système de transport en commun dans le périmètre d'évolution des autobus, les liaisons avec l'extérieur étant effectuées par rupture de charge aux stations périphériques.

Mais la différence essentielle avec les études américaines réside dans le fait que nous nous trouvons dans une zone suburbaine a densité de population beaucoup plus élevée : 50 appels/heure/km² au lieu de 20 appels/heure/km² environ.

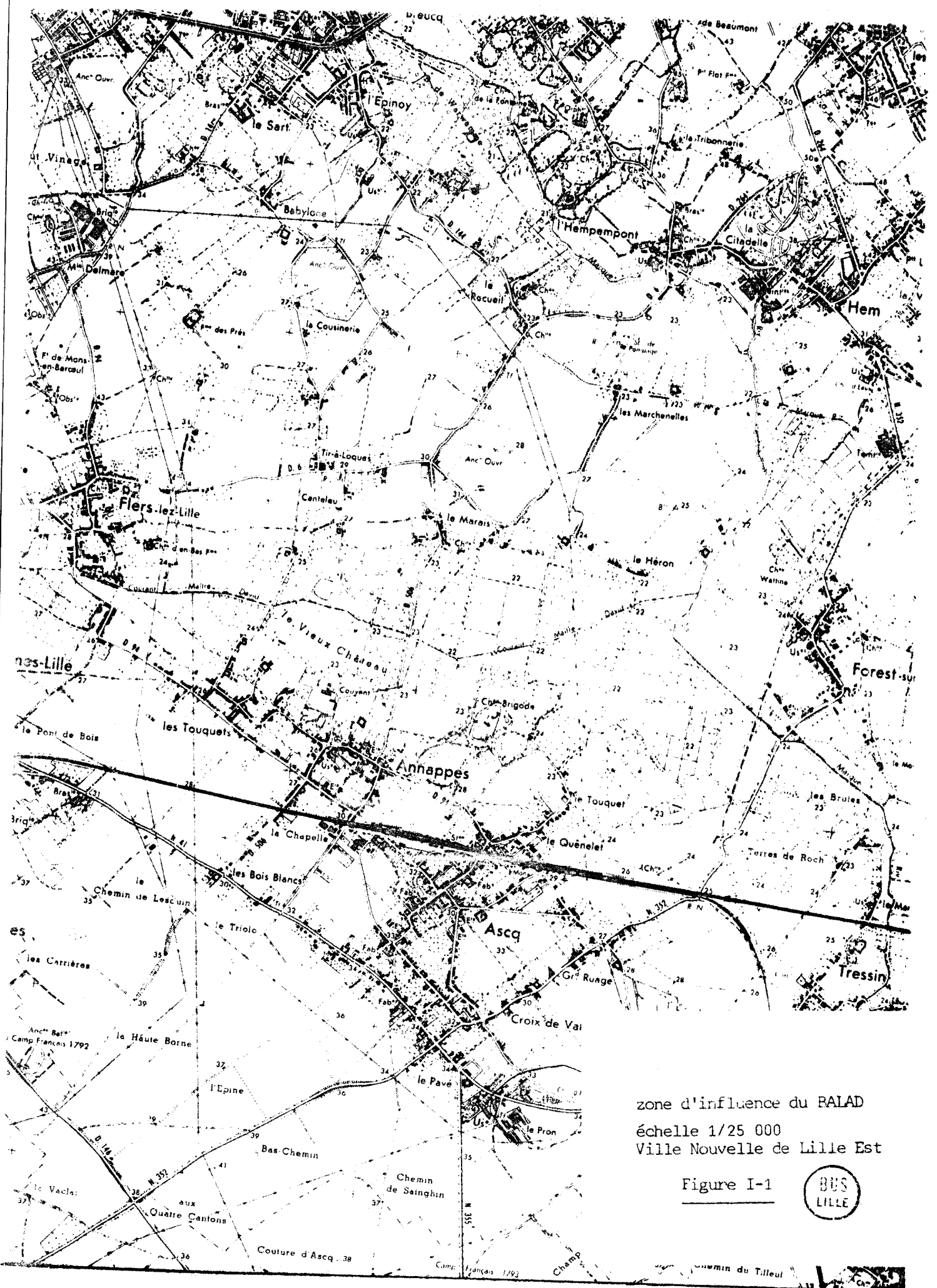
D'autre part la superficie couverte par les bus : 13 km² à Lille Est est très inférieure au nombre couramment pris en référence dans les travaux antérieurs : 45 km² approximativement.

Dans ces recherches l'ordre des points d'embarquement ou de débarquement est prévu soit par le chauffeur (Bay Ridges, Ontario), soit à partir d'un dispatching radio (Ann Arbor, Michigan). Les commandes des clients sont toujours reçues par téléphone. Il s'agit donc, dans la majorité des cas, d'un système de bus faisant le porte à porte, au moins à une extrémité du déplacement.

L'utilisation du téléphone limite la souplesse du système et ne permet de satisfaire qu'un nombre très limité de clients. C'est pourquoi nous envisageons ici des déplacements de station à station.

Il convient de positionner les postes d'appel en nombre suffisant pour limiter les distances de marche à pied.

La position de ces stations détermine très exactement le plus court chemin entre deux points du réseau. Jusqu'ici les techniques adoptées pour le calcul de trajet sont approchées, sinon grossières, et ne permettent pas de prévoir l'itinéraire exact du bus entre deux arrêts. Ainsi la méthode de la ligne droite (Straight line technique) utilisée pour le Dial-a-bus considère le temps de trajet proportionnel à la distance à vol d'oiseau. Une telle méthode devient aberrante lorsque le champ d'action des autobus est limité. Elle ne tient pas compte des voies rapides par opposition aux voies normales, ni des demi-tours aux stations dont l'importance n'est pas négligeable.



zone d'influence du RALAD
 échelle 1/25 000
 Ville Nouvelle de Lille Est

Figure I-1



I.2 - Caractéristiques de la zone d'influence

I.2.1 - définition du périmètre d'étude

La zone d'influence des BALAD comprend les quartiers Nord et Nord-Ouest de la Ville Nouvelle de Lille Est destinés essentiellement à de l'habitat de faible et moyenne densité, et traversés en leur milieu par une large tache verte : le parc urbain (figure I.1).

En 1980, horizon de l'étude, elle couvrira environ 3500 logements consistant en quasi totalité en maisons individuelles, avec une densité de 3 à 30 logements à l'hectare.

Le périmètre d'étude comporte sur sa périphérie des points de correspondance avec les autres modes de transport en commun, notamment avec le VAL (métro aérien Villeneuve d'Ascq-Lille) et le Mongy.

Le système BALAD doit donc assurer à la fois des liaisons avec l'extérieur par rupture de charge et des liaisons internes.

Les caractéristiques physiques et géographiques sont définies à partir des projets d'urbanisme, de réseau routier, de répartition de la population et des empois, d'implantation des centres commerciaux et des quartiers résidentiels.

Pour définir les hypothèses de la simulation nous réalisons un découpage du périmètre d'étude en districts, en fonction des grands centres d'intérêt, des stations de transport en commun classique (correspondances) , des zones d'habitation (figure I.2).

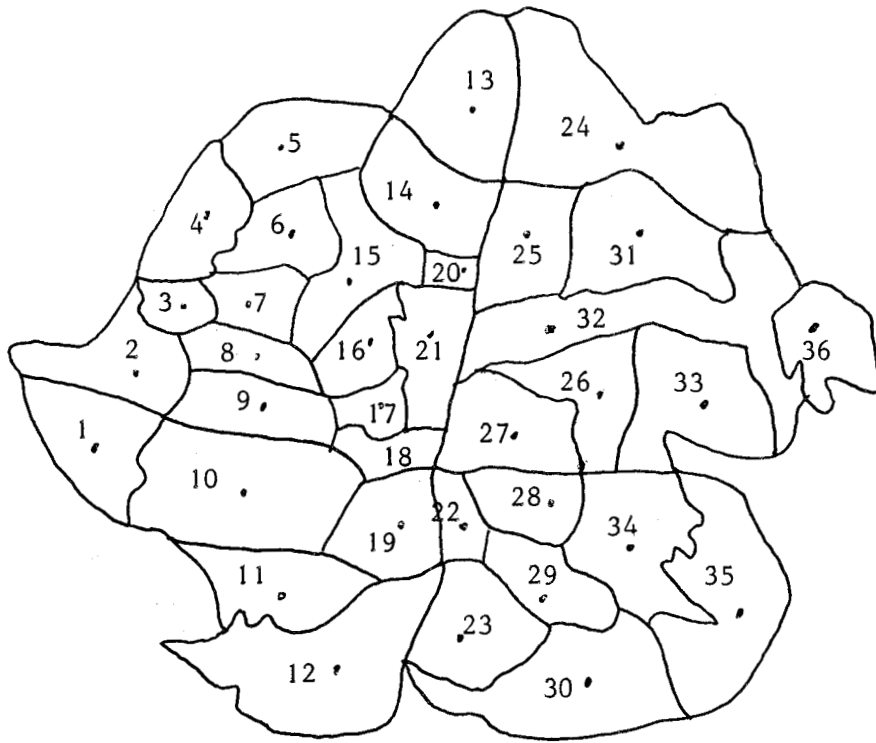
Le tableau de la figure I.3 donne pour 1980 la répartition de la population dans la zone territoriale des BALAD en la resituant dans l'ensemble de la Ville Nouvelle.

I.2.2 - Le réseau BALAD et ses stations

Le réseau reprend l'essentiel des voies primaires et secondaires du périmètre d'étude (figure I.4) . Nous y sélectionnons les plus grandes artères permettant de couvrir la zone à vitesse moyenne élevée.

Les caractéristiques des minibus envisagés et du réseau routier nous conduisent à adopter des vitesses de parcours avoisinant celles des voitures particulières : 43 km/h sur l'ensemble du réseau, à l'exception des voies rapides : 58 km/h .

Les stations sont réparties de manière à peu près uniforme et homogène, avec toutefois une légère concentration dans les zones attractives :



échelle : 1/75 000

découpage de la Ville Nouvelle en 36 secteurs

Figure I-2



HORIZON 1980 - POPULATION - EMPLOIS

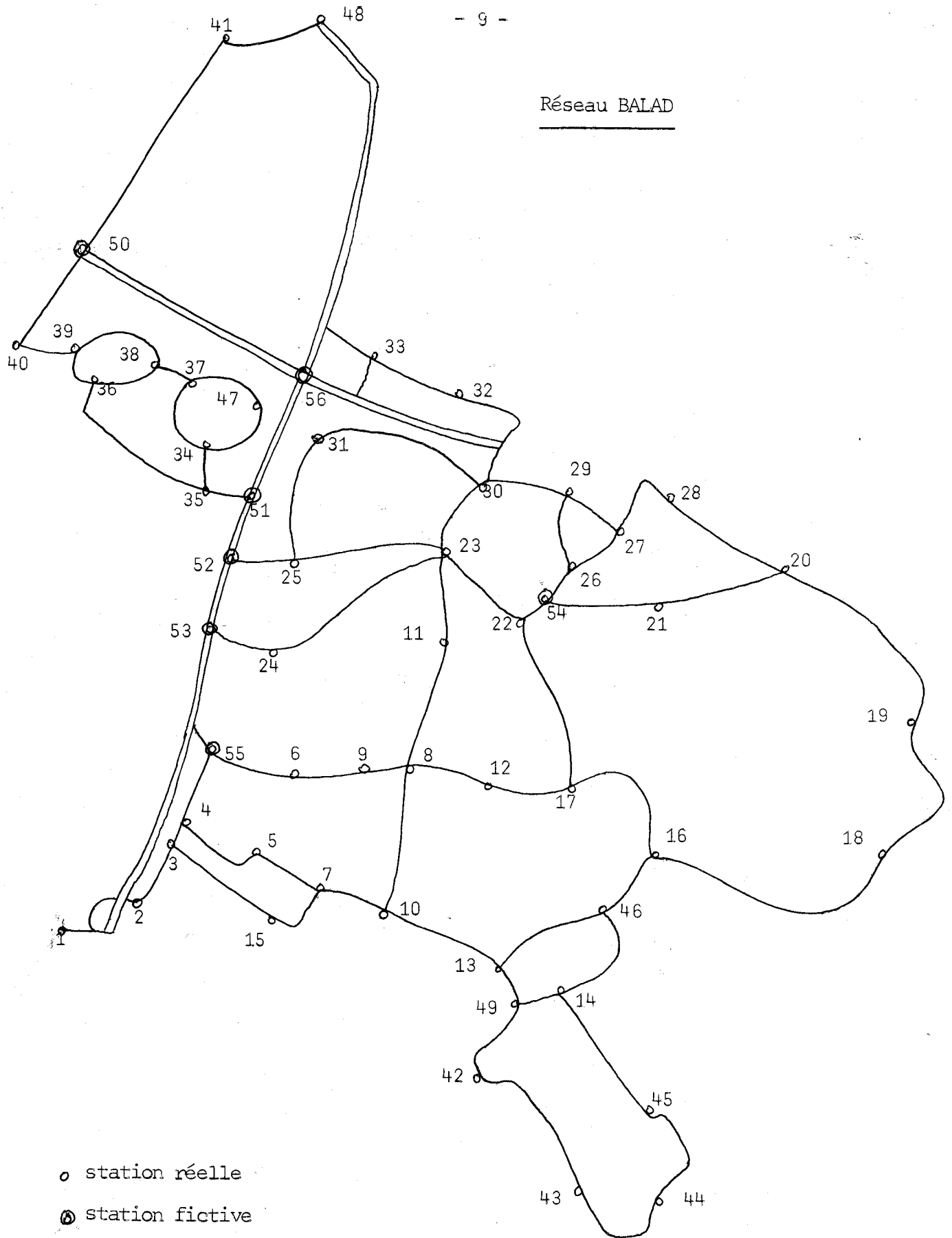
N° Secteur	Population	Emplois	Emplois tertiaires
1	9 840	5 450	1 375
2	10 495	6 950	1 020
3	5 197	580	490
4	4 340	520	225
5	-	2 700	350
6	13 630	1 090	1 090
7	10 165	815	815
8	3 750	540	435
9	9 000	2 345	955
10	8 710	3 310	2 545
11	2 680	1 290	130
12	-	1 050	-
13	3 920	570	490 *
14	1 235	50	50 *
15	3 575	295	75
16	4 240	455	455
17	-	2 135	2 135
18	4 820	990	990 *
19	5 360	2 080	2080
20	-	910	120 *
21	4 100	160	160
22	3 580	215	215
23	-	2 000	2 000
24	80	1 135	175 *
25	7 180	500	460 *
26	1 625	330	50 *
27	5 570	1 430	935 *
28	6 830	520	430
29	3 400	780	270
30	-	4 850	-
31	2400	100	100 *
32	-	-	- *
33	1 865	80	80 *
34	3 375	600	400 *
35	90	70	- *
36	1 130	335	110 *
totaux Ville Nouvelle	142 182	47 230	21 210
totaux zone d'influence BALAD	33 290	7 100	3 950

* zone d'influence de BALAD



Figure I-3

Réseau BALAD



o station réelle
 ⊙ station fictive

— voie normale
 == voie rapide

échelle : 1/25 000

Figure I-4



centres anciens, centres commerciaux, etc ...

La distance moyenne pour parvenir à une station, à l'intérieur du périmètre d'étude est inférieure à 300 mètres pour assurer une bonne qualité de service en limitant les temps de marche à pied.

Aucune station n'est positionnée sur les voies rapides, l'arrêt sur ces voies étant interdit.

Certaines stations, en périphérie, assurent les correspondances avec le VAL et le MONGY ou avec les lignes fixes d'autobus. (stations : 1, 40, 41, 42, 48). D'autre part la simulation nécessitant le repérage de tous les carrefours nous y implantons des stations lorsque cela est possible afin de ne pas augmenter considérablement l'ordre du graphe. Lorsque les contraintes physiques, échangeur par exemple, nous l'interdisent nous mentionnons des stations "fictives" (49 à 56) dont le seul but est de faciliter la recherche des plus courts chemins.

Le réseau de la figure I.4 comporte ainsi 56 stations dont 5 périphériques et 8 stations fictives.

I.2.3 - *Les déplacements*

I.2.3.1 - *Données initiales*

Les valeurs des déplacements journaliers en 1980 résultent de travaux antérieurs. Elles sont évaluées à partir d'une étude globale de transport faite sur la Ville Nouvelle.

La reconstitution des déplacements à partir des hypothèses socio-démographiques est menée en distinguant les motifs principaux : travail, études et autres (affaires, visites, achats ...). Les déplacements entre les secteurs sont déterminés à l'aide d'un modèle gravitaire.

Les déplacements susceptibles de se faire par le BALAD sont réduits aux seuls déplacements "domiciles-autres motifs" qui correspondent souvent à une absence de véhicule, ce dernier étant utilisé par l'actif du ménage. Cependant aux heures de pointe il est possible d'y inclure une partie des déplacements "domicile-travail".

I.2.3.2 - *Répartition des déplacements aux stations*

Les flux calculés entre secteurs sont éclatés sur les différentes stations des districts considérés en tenant compte de l'importance vraisemblable de ces arrêts. (figure I.5)

REPARTITION DES STATIONS DANS LES SECTEURS POUR LA DISTRIBUTION
DES DEPLACEMENTS "AUTRES"

Secteurs BALAD	Numéros des stations	nombre de stations
13	41 48	2
14	35 34 36 37 38 39 40 47	8
18	1	1
24	32 33	2
25	11 23 24 25 30 31	6
26	9 8 12 17	4
27	3 4 5 6 7 10 9 15	8

Secteurs	Numéros de stations	nombre de stations
31	20 21 22 23 26 27 28 29 30	9
33	13 14 16 17 46	5
34	42 43	2
35	43 44 45	3
36	18 19	2

Figure I-5



Le niveau de service pressenti pour le BALAD nous conduit à adopter une hypothèse optimiste où 60% des déplacements internes "motivations autres" sont pris en charge par notre système. Les flux externes avec les autres secteurs de la Ville Nouvelle ou les districts de la Métropole toute entière ne peuvent transiter que par les stations périphériques. 20% de l'ensemble de ces déplacements sont retenus pour la charge du réseau.

Nous éliminons, par ailleurs, les déplacements calculés entre stations distantes de moins de 500 mètres.

La matrice des déplacements obtenue qui sert de référence pour le calcul des générations "origines-destinations" est représentée figure I.6.

I.2.3.3 - Répartition par tranche horaire *****

Les déplacements interstations au cours d'une journée moyenne sont ensuite modulés par tranche horaire d'une heure d'après la courbe de pondération de la figure I.7. résultant d'une enquête régionale effectuée par le Bureau Régional de Circulation.

Cette courbe montre qu'un système de transport en commun de niveau de service élevé doit fonctionner dans la plage 7^h - 20^h tout en respectant les critères de rentabilité.

La sommation des déplacements journaliers : 8400 répartis sur les 13 heures et les 13 km² nous renseigne sur la densité d'appel moyenne : 50 appels/h/km². Cette densité est supérieure à la demande aux heures de pointe du système DBS simulé au Canada : 40 ap/h/km².

I.3 - Schéma bloc de la simulation

Un système de transport tel que BALAD fait appel à deux grands ensembles de données. Le premier groupe possède une nature déterminée et se rapporte à la structure physique de la zone couverte par le système. Il convient de prévoir l'intégration de nouvelles données sans modifications de la méthode pour suivre l'implantation progressive de la Ville Nouvelle.

Le second ensemble est lié d'une part à la nature aléatoire du comportement des usagers et d'autre part à la valeur des paramètres qui régissent l'évolution du système.

La génération dépend essentiellement de la matrice journalière,

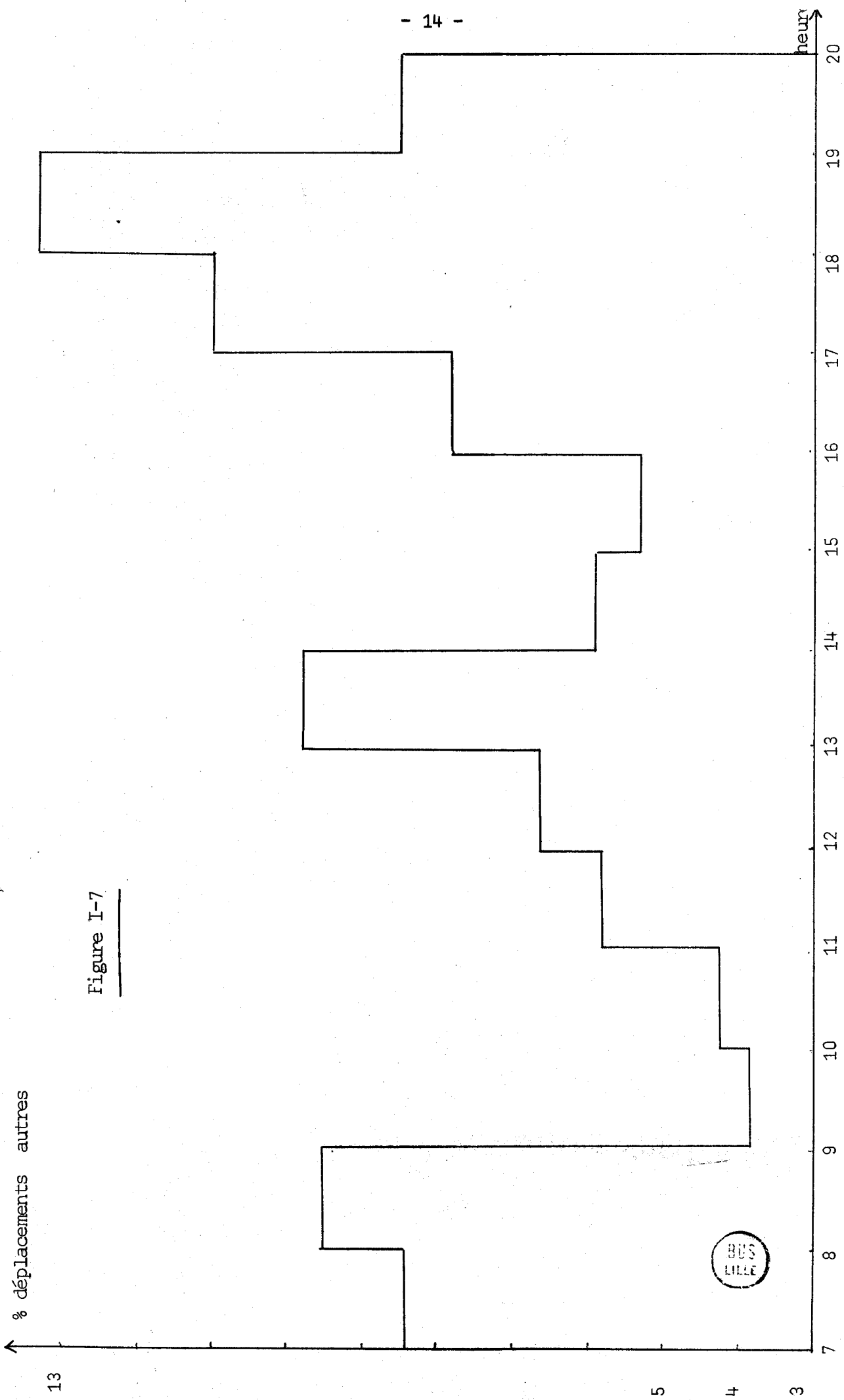


Figure I-7

% déplacements autres

13

5

4

3



de l'heure considérée et de l'intervalle de temps séparant deux générations successives.

Des situations diverses sont simulées en se fixant un certain nombre de contraintes quant au régime dynamique des bus sur le réseau et une technique de prise en charge des demandes d'usagers représentées par les lois statistiques.

Les paramètres qui agissent sur l'évolution du système sont nombreux, ils influent sur la qualité et le coût du système. En particulier le nombre de bus et le nombre de places dans chaque bus sont deux variables fondamentales. La dimension du parc de véhicules est ajustée et asservie aux résultats. Il en est de même du délai maximum d'attente et du coefficient "marge de sécurité". Ce paramètre garantit à l'utilisateur un temps d'arrivée maximum, tout en conservant une certaine souplesse dans les itinéraires.

Les temps de montée et de descente dépendent du type de bus envisagé et du nombre de transactions à l'arrêt considéré.

Le schéma de la figure I.8 résume les données du système avec les entrées, les paramètres variables et les blocs importants du modèle.

Conclusion :

Les hypothèses de notre système sont très différentes des études menées aux Etats Unis ou au Canada en raison de la faible superficie et du nombre d'appels important. Le principe lui-même est modifié par l'implantation de stations fixées sur le réseau, à l'image d'un réseau de transport en commun classique.

Ce réseau que nous venons de définir reste immuable tout au long de l'étude. Seuls les demi-tours aux stations, qui font partie des caractéristiques physiques, peuvent être autorisés ou interdits.

Nous exposons maintenant la méthode qui permet de calculer les déplacements journaliers affectés à BALAD et de les répartir dans chaque tranche horaire en leur assignant une heure effective de prise en charge.

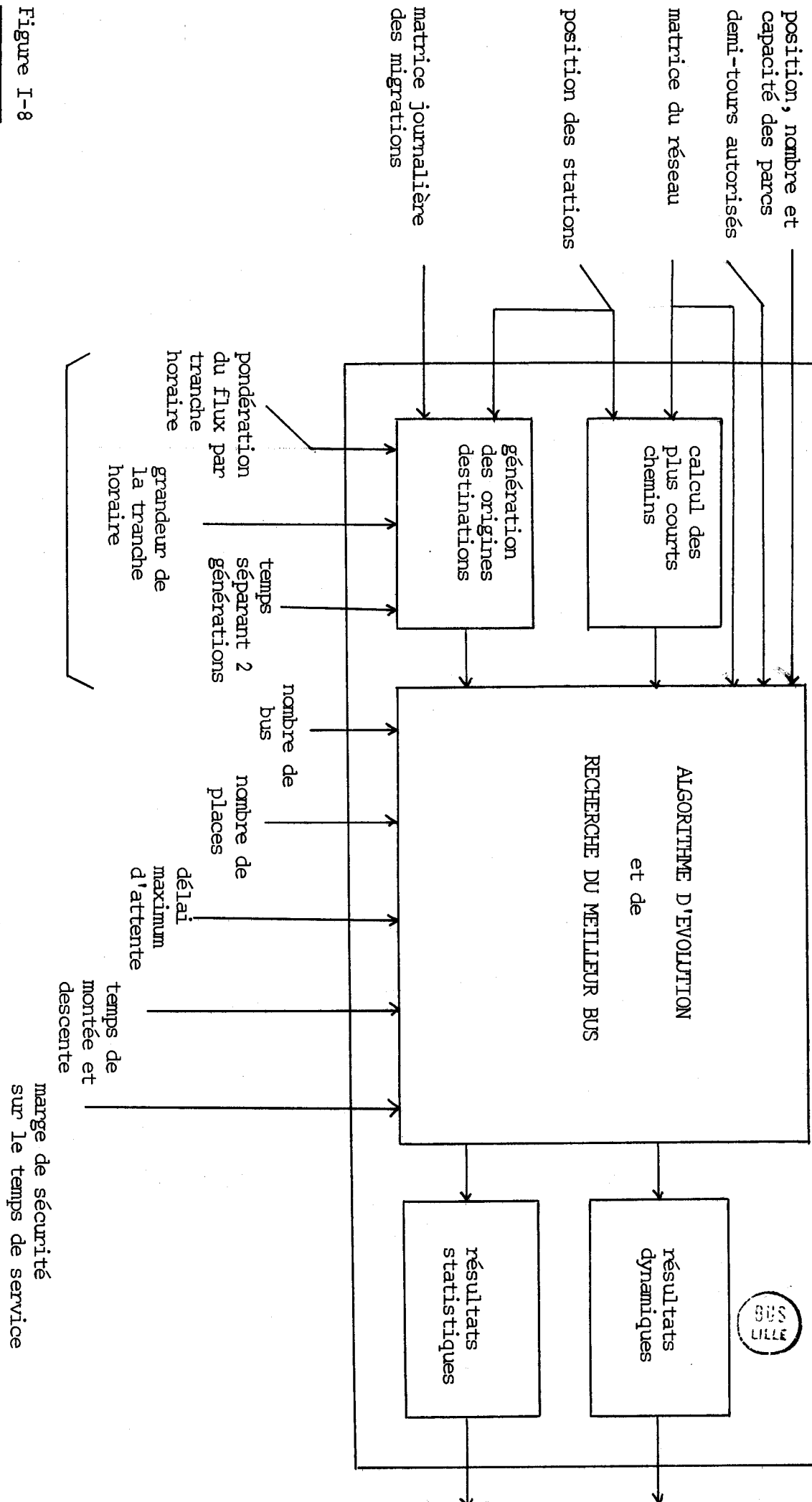


Figure I-8

Chapitre 2

GENERATION DES ORIGINES-DESTINATIONS

Les déplacements interstations résultent des hypothèses de répartition socio-économique établies par les urbanistes.

Les méthodes utilisées tirent parti des relations qui ont été constatées entre la répartition des activités et les trafics connus, à l'aide d'enquêtes réalisées par les bureaux d'étude spécialisés.

Les résultats déterminent des corrélations entre le nombre de déplacements émis ou attirés et les différents éléments constitutifs du périmètre d'étude : population, actifs, emplois par catégorie ...

L'évolution au cours du temps des différents paramètres est précisée à partir des tendances actuelles ou des prévisions générales.

Les déplacements dans la Ville Nouvelle à l'horizon 1980 sont calculés par un modèle gravitaire. Le flux journalier pris en compte pour le système de transport étudié est utilisé pour générer des échantillons artificiels représentatifs des déplacements à un instant donné. Ces échantillons sont établis à partir de distributions probabilistes qui régissent les arrivées aux stations et les destinations correspondantes.

Nous exposons ensuite les techniques numériques employées pour générer des nombres au hasard, former une suite aléatoire de variables poissoniennes, ou un échantillon associé à une matrice de répartition.

Les méthodes employées sont pseudo-aléatoires. Elles ont ainsi l'avantage de pouvoir générer plusieurs fois le même échantillon et donc permettent leur analyse avant utilisation. Nous testons ainsi la validité des différentes suites à l'aide de quelques tests d'hypothèses.

II. 1 - Détermination des échanges

II.1.1 - Modèle gravitaire

La reconstitution des déplacements à partir des hypothèses socio-démographiques est obtenue à l'aide d'un modèle gravitaire. (Annexe A).

La matrice obtenue est représentative des échanges entre secteurs du découpage (figure I.2) au cours d'une journée moyenne.

Les déplacements inter-zones sont ensuite éclatés sur les différentes stations en tenant compte de la position géographique de celles-ci.

Nous obtenons ainsi une matrice de déplacements journaliers dont les éléments N'_{ij} représentent les migrations journalières "aller" entre les stations i et j .

Nous admettons d'autre part que les déplacements "retour" sont effectués sans détours secondaires, et en conséquence nous complétons la matrice en la rendant symétrique. La matrice finale des déplacements est représentée figure I.6..

Chaque élément N_{ij} de cette matrice est tel que :

$$N_{ij} = N_{ji} = N'_{ij} + N'_{ji} \quad \text{II-1}$$

Les déplacements interstations au cours de la journée sont répartis par tranche horaire d'après la courbe de pondération de la figure I.7.

Nous établissons ainsi des matrices par tranche horaire dont les éléments n_{ij}^T sont calculés comme suit :

$$n_{ij}^T = N_{ij} \cdot k^T \quad \text{II-2}$$

où k^T est le facteur de pondération en pourcentage.

II.1.2 - Lois d'arrivées aux stations

Un grand nombre de simulations ont pour but d'ajuster des lois théoriques à partir d'observations. Si cet ajustement n'est pas possible on assimile les fréquences expérimentales à des probabilités.

Nous allons voir que les appels suivent un processus de Poisson et

que les destinations peuvent être calculées à partir d'une matrice de répartition.

A ce stade de notre étude nous considérons connues les matrices de déplacements N_{ij} (journaliers) et n_{ij}^T (horaires).

II-1.2.1 - *Génération des origines*

Différents traitements statistiques de données recueillies (ref.6) montrent que les arrivées des voyageurs aux stations suivent des processus de Poisson :

$$\Pr(x=k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!} \quad \text{II-3}$$

λ : taux d'arrivée moyen

k : nombre d'appels pendant l'unité de temps de génération

Soit TH la grandeur de la tranche horaire et TG l'intervalle de temps séparant deux générations .

Le coefficient λ_i^T , moyenne des appels à la station i pendant la tranche horaire T, est déterminé par la formule suivante :

$$\lambda_i^T = \frac{\sum_j n_{ij}^T}{TH/TG} \quad \text{II-4}$$

Pour chaque tranche horaire T et chaque station i on tire au hasard un nombre L :

$$0 \leq L < 1$$

Puis on calcule le nombre d'appels à la station i considérée, en sommant les probabilités $\Pr(x=k)$ pour $k = 1, 2, \dots$ jusqu'à ce que :

$$\sum_{k=0}^{k=x} \Pr(x=k) \geq L \quad \text{II-5}$$

II.1.2.2 - *Distribution des destinations*

A chaque arrivée il s'agit d'affecter une destination. La loi de

répartition des destinations n'est pas analytique, c'est pourquoi nous utilisons une matrice de probabilités de transition.

A partir de la matrice des déplacements n_{ij}^T par tranche horaire, nous déterminons les pourcentages P_{ij}^T des voyageurs qui descendent en chacun des points d'arrêts :

$$P_{ij}^T = \frac{n_{ij}^T}{\sum_j n_{ij}^T} \quad \text{II-6}$$

P_{ij}^T représente donc la fréquence des usagers appelant en i et désirant se rendre en j .

Nous supposons que les distributions obtenues pour un même point d'arrêt, pour des tranches horaires différentes, sont homogènes. Cette hypothèse permet de ne conserver qu'une seule distribution pour chaque station pendant toute la période simulée.

$$P_{ij}^T \approx P_{ij} = \frac{N_{ij}}{\sum_j N_{ij}} \quad \text{II-7}$$

Cette matrice est cumulée de façon à établir une fonction de répartition dont l'élément \hat{P}_{ij} est tel que :

$$\hat{P}_{ij} = \sum_{k=1}^j P_{ik} \quad \text{II-8}$$

L'association d'une destination j à un appel i se fait de la même manière que précédemment en tirant au hasard un nombre L tel que :

$$\hat{P}_{ij} \leq L < \hat{P}_{i,j+1} \quad \text{II-9}$$
$$0 \leq L < 1$$

II.2 - Génération des échantillons

Nous allons examiner successivement les méthodes numériques utilisées pour générer des nombres aléatoires, des échantillons Poissoniens ou des échantillons dont la variable est associée à une fonction de répartition connue.

II.2.1 - Génération d'une séquence équiprobable de base

Il existe différents procédés arithmétiques pour engendrer une distribution rectangulaire. La méthode de Lehmer retenue a pour avantage de ne pas donner de suites périodiques, moyennant quelques précautions. Elle permet en outre de générer un même échantillon plusieurs fois.

Méthode :

Etant donné un nombre TN quelconque de n chiffres, nous le multiplions par un autre nombre quelconque TM de m chiffres.

Du nombre de (m+n) chiffres obtenu nous séparons les m chiffres de gauche et nous soustrayons le nombre ainsi formé du résultat précédent.

Le nombre au hasard N est alors :

$$N = TN / 10^n$$

$$0 \leq N < 1$$

Nous obtenons un autre nombre au hasard en prenant comme variables de base TM et le nouveau TN .

II.2.2 - Génération d'un échantillon Poissonien

La densité d'une loi de Poisson s'exprime par la relation :

$$f(x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!} \tag{II-10}$$

$\lambda > 0$ et $x = 0, 1, 2, \dots$

La fonction de répartition correspondante F(x) s'écrit :

$$F(x) = \sum_{i=0}^x \frac{\lambda^i \cdot e^{-\lambda}}{i!} = e^{-\lambda} \cdot \left(1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2!} + \frac{\lambda^3}{3!} + \dots + \frac{\lambda^x}{x!} \right) \tag{II-11}$$

Après avoir tiré au hasard un nombre N par la méthode de Lehmer nous déterminons la première valeur de x qui satisfait à la relation :

$$1 + \lambda + \frac{\lambda^2}{2!} + \frac{\lambda^3}{3!} + \dots + \frac{\lambda^x}{x!} > N e^\lambda \tag{II-12}$$

L'organigramme de la génération de variables aléatoires Poissoniennes est décrit figure II.1.

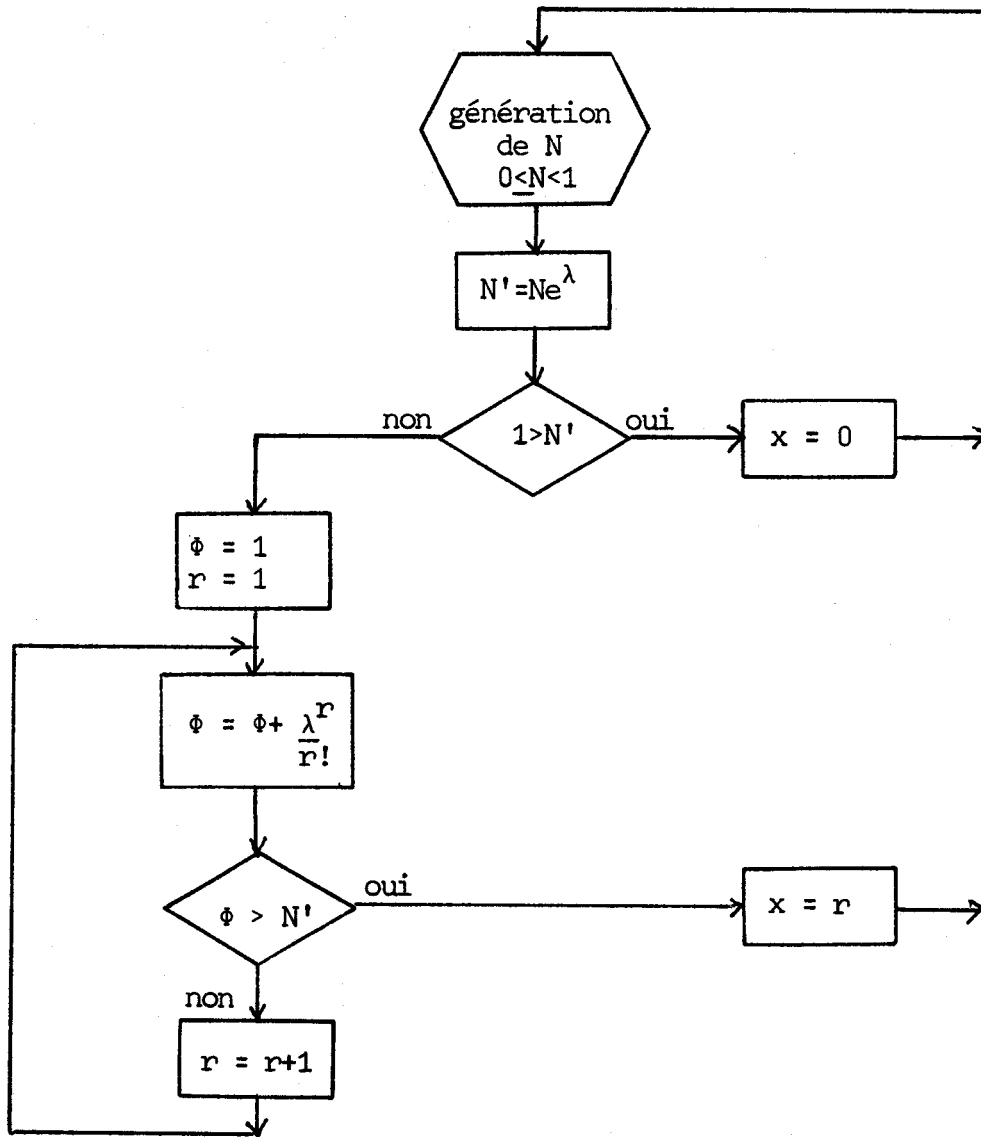


figure II.1

II.2.3 - Génération d'échantillons à partir d'une matrice de probabilités

Nous avons vu que les destinations sont affectées à partir d'une matrice de probabilités : P



$$(P) = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & P_{n3} & \dots & P_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{II-13}$$

Le principe de génération reste identique aux précédents. La fonction de répartition est matérialisée par une matrice de probabilités cumulées.

$$\hat{(P)} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{11}+P_{12} & P_{11}+P_{12}+P_{13} & \dots & P_{11}+P_{12}+P_{13}+\dots+P_{1n} \\ P_{21} & P_{21}+P_{22} & P_{21}+P_{22}+P_{23} & \dots & P_{21}+P_{22}+P_{23}+\dots+P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n1}+P_{n2} & P_{n1}+P_{n2}+P_{n3} & \dots & P_{n1}+P_{n2}+P_{n3}+\dots+P_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{II-14}$$

Ainsi chaque ligne i représente une fonction de répartition discrète de la station i .

A chaque arrivée en i nous affectons une destination j telle que :

$$(P_{i1}+P_{i2}+\dots+P_{ij}) \leq N < (P_{i1}+P_{i2}+\dots+P_{i,j+1}) \quad \text{II-15}$$

$$0 \leq N < 1$$

La matrice de probabilités cumulées correspondant à notre étude est représentée figure II.2.

II.2.4 - Organigramme de la génération des appels-destinations

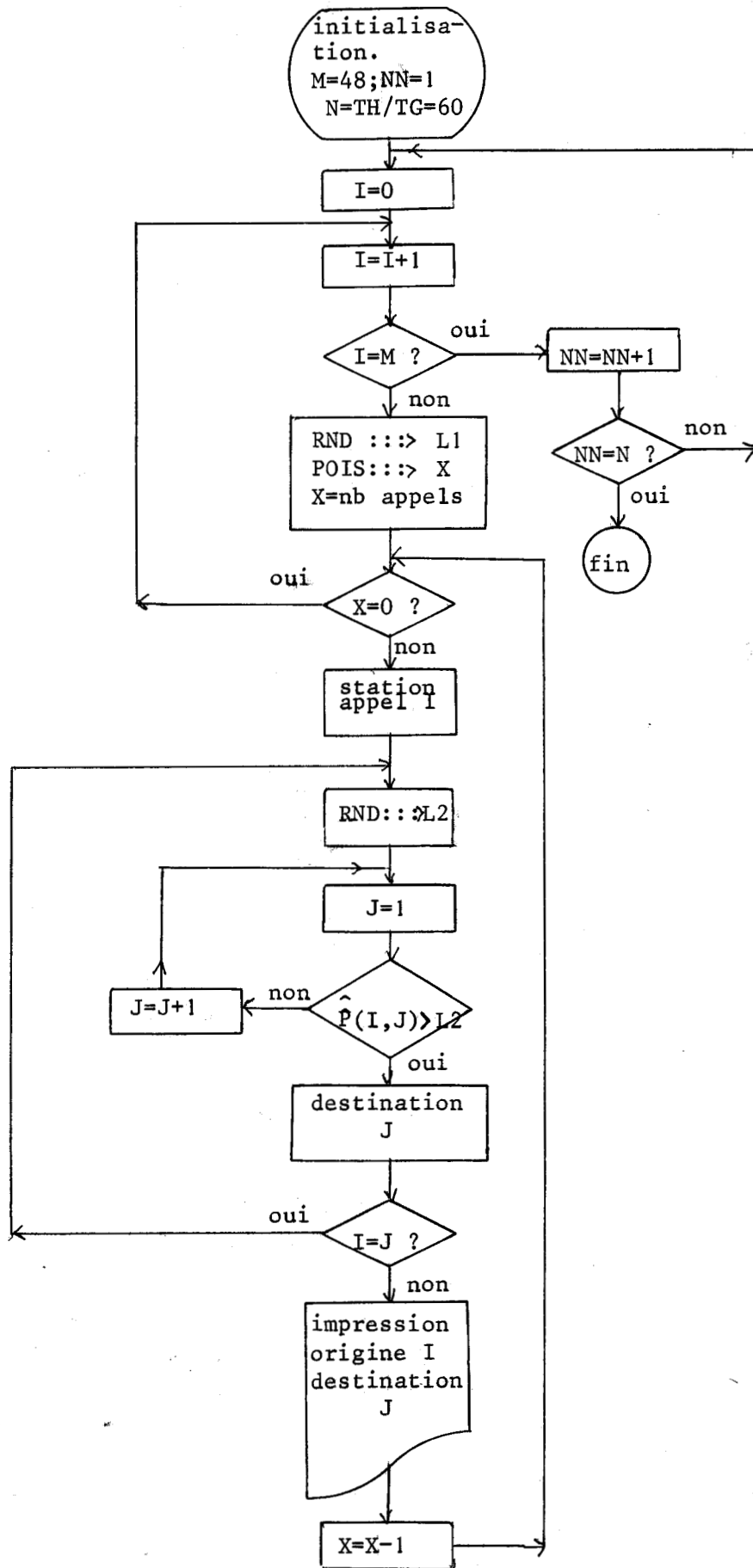
L'organigramme de la figure II-3 résume la méthode de génération d'un échantillon d'origines-destinations représentatif de la tranche horaire étudiée.

Nous déterminons pendant chaque temps de génération TG le nombre d'appels qui surviennent à chaque station. Ce calcul est effectué par les sous-programmes RND et POIS qui engendrent respectivement des variables aléatoires équiprobables et des variables Poissoniennes fonction des taux d'arrivée λ_i à chaque station i .

Table with 50 columns and 98 rows of numerical data, representing cumulative probabilities.

Figure II-1 : Matrices des probabilités cumulées. (x1000).





$\hat{P}(i,j)$ est la matrice des fonctions de distribution associées aux stations i .

Figure II-3

II-3 - Tests sur la génération

Les différents tests sur la génération sont destinés à vérifier que les résultats trouvés ne sont pas aberrants. Si cela est, il faut régénérer un autre échantillon en prenant d'autres valeurs de base pour le calcul de la distribution rectangulaire.

C'est en effet cette distribution qui fixe la précision car elle est utilisée pour le tirage de valeurs Poissonniennes et pour le calcul des destinations à l'aide de la matrice de probabilités.

II.3.1 - Distribution rectangulaire

La méthode de Lehmer employée pour générer une séquence de nombres équiprobables nécessite la définition préalable du nombre de base TN et du facteur multiplicatif TM. Le choix de ces nombres n'est pas sans conséquences sur la précision des résultats.

Nous avons effectué 1000 tirages d'une variable aléatoire avec différents couples de valeurs : TN et TM, et calculé la moyenne observée m_1 :

$$m_1 = \frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{1000} n_i x_i \quad \text{II-16}$$

le moment d'ordre 2 : m_2

$$m_2 = \frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{1000} n_i x_i^2 \quad \text{II-17}$$

et la variance σ^2 calculée à partir de m_1 et m_2

$$\sigma^2 = m_2 - m_1^2 = \frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{1000} n_i (x_i - m_1)^2 \quad \text{II-18}$$

Pour une distribution équiprobable nous avons donc théoriquement :

$$m_1 = \frac{\sum_{i=0}^9 i}{10} = 4,5$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=0}^9 i^2}{10} = 28,5$$

$$\sigma^2 = m_2 - m_1^2 = 8,25$$

Le test du χ^2 permet d'accepter ou de refuser l'échantillon généré :

Soient :

N le nombre de classes

n le nombre de tirages

n_0^i le nombre d'observations dans la classe i

n_t^i l'effectif théorique de la classe i

v le degré de liberté

Nous savons que :

$$n = \sum_{i=1}^N n_0^i = \sum_{i=1}^N n_t^i$$

$$v = N - 1$$

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (n_0^i - n_t^i)^2}{n_t^i}$$

II-19

La valeur du χ^2 associée au degré de liberté v est comparée aux χ^2 d'une table de distribution de K. Pearson de façon à confirmer ou rejeter l'hypothèse de concordance.

Exemple :

Distribution rectangulaire

$$TN = 876548$$

$$TM = 34$$

$$n = 1000$$

$$m_1 = 4,45$$

$$\sigma^2 = 8,13$$

$$\chi^2 = 3,96$$

$$v = 9$$

Notre échantillon est représentatif d'une distribution rectangulaire au seuil de 92 % . Ce test est indispensable avant l'utilisation de la séquence.

En effet :

$$\text{Pour } TM = 78$$

$$TN = 720564$$

$$n = 1000$$

la probabilité pour que l'hypothèse soit exacte n'est plus que de 5% .

II.3.2 - Adéquation d'un échantillon à une loi de Poisson

Nous avons effectué sur les échantillons Poissoniens les mêmes tests que sur la distribution rectangulaire. Rappelons que pour une loi de Poisson de paramètre λ et de densité :

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \quad \text{II-20}$$

la moyenne théorique est égale à λ ainsi que la variance.

L'application de la loi du χ^2 exige que dans les distributions observées et théoriques de 1000 tirages, aucune classe n'ait un effectif inférieur à 5 unités. Ceci amène à regrouper certaines classes. (ref.17-18).

Nous comparons ici une distribution expérimentale à une loi donnée à priori, la répartition en classes étant astreinte à la relation :

$$\sum_{i=1}^N n_0^i = \sum_{i=1}^N n_0^i \quad \text{II-21}$$

le degré de liberté ν est donc égal au nombre de classes N moins une unité.

Nos calculs ont été faits pour $\lambda = 0,5$. Le nombre de classes est à priori de 5 mais :

$$\begin{aligned} \text{Pr}(x=3) &= 0,012 \\ \text{et } \text{pr}(x>3) &= 0,001 \end{aligned}$$

Pour satisfaire aux exigences de la loi du χ^2 nous regroupons les deux dernières classes en une seule pour un échantillon de 1000 valeurs.

Exemple :

$$n = 1000$$

$$\lambda = 0,5$$

$$m_1 = 0,51$$

$$m_2 = 0,79$$

$$\sigma^2 = 0,52$$

$$\chi^2 = 1,83$$

$$\nu = 3$$

L'échantillon est accepté au seuil de probabilité : 60% .

II.3.3 - Ajustement du nombre d'appels à une loi Normale.

Nous divisons la journée en tranches horaires de une heure et nous générons les appels toutes les minutes. Le nombre d'appels ainsi générés représente la densité des usagers à l'heure considérée.

Le nombre d'appels X est une variable aléatoire représentée par la somme de 48 variables aléatoires Poissoniennes indépendantes et déterminées par les λ_i^T , taux moyen d'arrivées aux stations i.

En vertu du théorème central limite, la loi de probabilité de X converge vers une loi Normale d'espérance E(X) et de variance V(X), telles que :

$$\left. \begin{aligned} E(X) &= \sum_i \lambda_i^T \\ V(X) &= \sum_i \sigma_i^T = \sum_i \lambda_i^T \end{aligned} \right\} \text{II-22}$$

Nous vérifions en prenant comme exemple l'échantillon correspondant à la tranche 7^h- 8^h. Le nombre total d'usagers est de 671, soit une densité d'appels à la minute :

$$m_1 = \frac{671}{60} = 11,18$$

Nous obtenons :

$$\sum_{i=1}^{48} \lambda_i = 11,17$$

et :

$$\sum_{i=1}^{48} \sigma_i^2 = 11,25$$

Soit n_i le nombre de fois où nous trouvons x_i appels à la minute.

Les fréquences cumulées F_i :

$$F_i = \sum_{k=1}^i \frac{n_k \cdot x_k}{\sum_{j=1}^i n_j}$$

II-23

associées aux tables de la loi Normale déterminent la courbe $u_i = f(x_i)$ (figure II-4), où u_i est la variable réduite qui correspond à F_i .

Nous obtenons bien une droite de Henry d'équation :

$$u_i = f(x_i) = \frac{x_i - m_1}{\sigma} \quad \text{II-24}$$

qui nous permet de calculer graphiquement les valeurs de m_1 et σ :

$$\begin{aligned} \sigma &\approx 3,2 \\ m_1 &= 11 \\ \sigma^2 &= 10,24 \end{aligned}$$

Les valeurs déterminées par les différentes méthodes se résument dans les tableaux suivants :

moyenne effective	$\sum_{i=1}^{48} \lambda_i^T$	$\sum_{i=1}^{48} \sigma_i^2$	relevé graphique
11,18	11,17	11,25	11

écart type théorique	$\sum_{i=1}^{48} \lambda_i^T$	$\sum_{i=1}^{48} \sigma_i^2$	relevé graphique
3,15	3,34	3,36	3,2

Nous estimons donc que l'ensemble des appels, pendant une unité de temps de génération, suit bien une loi Normale, alors que les arrivées aux stations sont Poissonniennes.

Droite de Henry

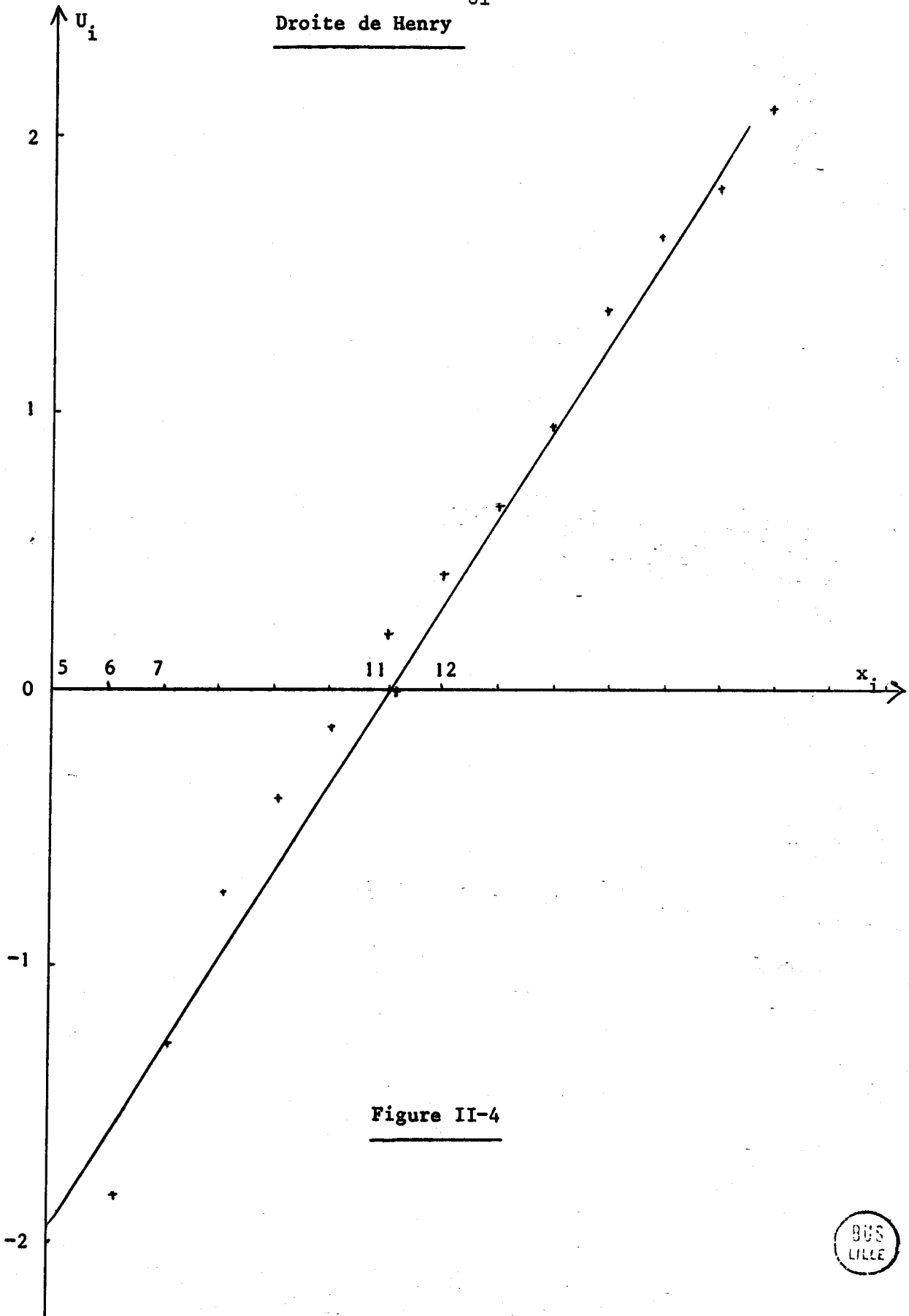


Figure II-4



Conclusion :

Les échantillons associés aux tranches horaires ne sont représentatifs de la situation que si la matrice initiale des déplacements est correctement évaluée

Or l'estimation de la demande réalisée par un modèle gravitaire est nécessairement entachée d'erreurs, étant donné la méconnaissance des facteurs psychologiques qui motivent le choix du transport.

Cependant nous nous efforçons de restituer avec le maximum de précision les cadences d'arrivées aux stations et les distributions de trajets, à partir de la matrice initiale supposée rigoureuse.

L'affectation d'un véhicule à chaque demande est alors déterminée par un algorithme heuristique respectant un certain nombre de contraintes que nous allons décrire.

Chapitre 3

*APPROCHE D'UN ALGORITHME POUR L'ASSIGNATION
D'UNE NOUVELLE DEMANDE*

Lorsque le système reçoit un appel généré précédemment il modifie un des itinéraires déjà programmés. Ce choix est effectué à l'aide d'un algorithme de décision dont dépend tout l'intérêt du modèle.

Nous analysons tout d'abord quelques méthodes théoriques qui peuvent être utilisées pour obtenir la solution optimale. Nous voyons alors que la taille, la complexité du problème et les temps de calcul qui en découlent, obligent à rechercher une solution sous-optimale.

L'approche de l'algorithme nécessite la définition préalable d'une matrice des temps de trajet entre stations. Cette matrice permet de rechercher la suite des stations qui constituent le plus court chemin entre deux arrêts.

Les données étant définies, nous cherchons une solution par modification des parcours déjà déterminés. Ces modifications sont soumises à différentes contraintes que nous énonçons de façon exhaustive.

Les itinéraires, les horaires, et les contraintes sont résumés dans des tableaux de marche représentatifs de l'état général du système.

III.1 - Définition du problème et des méthodes

III.1.1 - Objectifs

Les informations prises en compte lors d'une nouvelle demande sont l'origine a et la destination b , l'heure d'appel et le temps de parcours $D(a,b)$, ainsi que la position des différents autobus, leurs itinéraires et le nombre de passagers à chaque instant.

Dans l'approche de l'algorithme que nous décrivons, nous ne considérons pas les situations exceptionnelles telles que les embouteillages et les accidents

Nous admettons la fluidité du réseau.

Le but de l'algorithme est de satisfaire au maximum les usagers. Certains paramètres, comme les temps d'attente ou de trajet, sont directement quantifiables mais beaucoup d'autres sont perçus en fonction de facteurs psychologiques difficiles à évaluer.

Le niveau de service doit être élevé et le coût le plus bas possible. L'importance des paramètres est pondérée en considérant toutefois comme primordiale la connaissance de l'heure d'arrivée à destination pour un usager ou du moins cette date au plus tard. Le respect de cette contrainte dépend essentiellement du nombre de véhicules opérant dans le système, ou en d'autres termes, du bilan d'exploitation.

En conséquence nous pouvons considérer que la minimisation du coût et du temps de service s'obtient en minimisant le temps total passé dans le réseau par tous les bus, avec la contrainte du meilleur service pour les usagers, et en minimisant le nombre de véhicules tout en offrant une très bonne garantie de fonctionnement.

III.1.2 *-Recherche d'une solution optimale*

La solution optimale peut être déterminée à l'aide d'une méthodologie basée sur la programmation en nombres entiers, la programmation linéaire, ou dynamique...

En effet le problème de minimisation d'une fonction sous certaines contraintes est un problème classique de mathématiques et de technique de programmation.

Un problème voisin est celui du voyageur de commerce : un représentant doit passer par un certain nombre de villes en minimisant la distance totale à parcourir. Seulement le nombre de villes reste constant et le temps de calcul est illimité. Dans le problème que nous formulons le nombre de stations varie au cours du temps et chaque nouvel appel amène à reconsidérer l'ensemble de tous les parcours déjà prévus pour obtenir la solution optimale.

La méthode de Gomory (ref 20) peut aussi s'appliquer à la résolution d'un tel problème si toutes les contraintes sont linéaires.

Cependant des expériences américaines (ref.14) montrent que pour 50 bus,

300 passagers présents dans le réseau et 200 demandes, le nombre total de variables est de 100.000.

En programmation dynamique les temps de calcul sont tout aussi longs. C'est ainsi que le problème du voyageur de commerce est résolu pour 20 villes en 10 heures sur IBM 7090. Le temps de calcul croît de façon exponentielle avec le nombre de villes. Or pour le système BALAD il convient de résoudre un système de même nature avec parfois plus de 300 stations programmées.

Les méthodes Branch and Bound permettent de réduire considérablement les temps de calcul : la solution de l'algorithme de Little avec 40 villes est obtenue en 8 minutes sur IBM 1620, et un problème de 70 villes en 103 minutes.

De tels exemples montrent bien que la solution de notre problème ne peut être qu'approchée si l'on veut tenir compte des temps de calcul compatibles avec la notion de temps réel.

III.1.3 - Méthode heuristique

De nombreux problèmes de transport, de placement, de tri, sont résolus par des algorithmes heuristiques qui se ramènent en général à la recherche de cycles ou multicycles hamiltoniens (ref.19)

En particulier diverses méthodes approchées ou rigoureuses permettent de résoudre le problème des tournées qui a fait l'objet de nombreuses études mathématiques (ref.23-21). Toutes les méthodes ont en commun la notion topologique de voisinage.

Pour établir l'itinéraire d'un bus nous cherchons à dresser une liste hiérarchique des stations faisant apparaître leur ordre chronologique.

Cet ordre est soumis à différentes contraintes et l'insertion d'une nouvelle demande dans le trajet prévisionnel du meilleur bus est soumise à des transformations que nous appelons admissibles si elles respectent les contraintes imposées.

Le concept fondamental de l'algorithme est la recherche d'une certaine continuité et d'une direction dans chaque itinéraire. En pratique, un nouveau client est pris en charge par un véhicule dont le parcours passe à proximité de l'origine de la demande et qui se dirige vers la station destination souhaitée.

Ainsi à chaque bus est affecté un nombre de clients et ceci de manière définitive.

La qualité du système est définie à priori par le niveau de service qui dépend essentiellement du temps d'attente et du temps total de service garantis à l'utilisateur.

La notion de voisinage implique la recherche des plus courts chemins d'un point du réseau à un autre, ainsi que la liste des stations entre ces deux points. Nous allons exposer les méthodes utilisées.

III.2 - Recherche du plus court chemin

III.2.1 - Matrice des temps de trajet entre deux stations

A partir des données géographiques du réseau, de la position des stations, définie au chapitre 1, et compte tenu des voies à sens unique, nous établissons une matrice (J) (figure III.1) associée au graphe de la figure I.4 et graduée en unité de temps.

L'élément $J(x_i, x_j)$ représente le temps de parcours moyen entre deux stations adjacentes : x_i et x_j .

La matrice des plus courts chemins (D) entre deux stations quelconques est obtenue par un algorithme élémentaire :

Soit $K(x_i, x_j; k)$ l'ensemble des chemins non vide joignant x_i à x_j ne passant par aucun point d'indice supérieur à k , quels que soient i et j .

Par hypothèse :

$$K(x_i, x_j; 0) = J(x_i, x_j) \quad \text{III-1}$$

n : nombre de stations

pour $k = 1$ à n

$$\left. \begin{array}{l} x_i \neq x_k \text{ et } J(x_i, x_k) \neq \infty \\ x_j \neq x_k \text{ et } J(x_k, x_j) \neq \infty \end{array} \right\} \quad \text{III-2}$$

Matrix of travel times between adjacent stations. The matrix is approximately 28x28, with numerical values scattered throughout, representing travel times between various station pairs.

Figure III-1 : Matrice des temps de trajet entre stations adjacentes



Nous faisons :

$$K(x_i, x_j; k) = \text{Min} \left\{ \left[K(x_i, x_j; k-1) \right] ; \left[K(x_i, x_k; k-1) + K(x_k, x_j; k-1) \right] \right\}$$

III-3

La matrice $K(x_i, x_j; n)$ obtenue après n itérations est la matrice des plus courts chemins notée (D). Elle est représentée sur la figure III-2.

III-2.2 - Recherche des stations qui constituent le plus court chemin entre deux stations.

A partir des deux matrices (J) et (D) que nous venons de définir, il est possible de reconstituer l'ensemble des stations qui représente le plus court chemin entre deux stations a et b. En effet :

Soit $\{ a, x_1, x_2, \dots, x_\sigma, b \}$ la suite des stations reliant a à b par le plus court chemin. Le graphe étant fortement connexe, ce chemin existe toujours et deux stations x_k, x_{k+1} sont obligatoirement adjacentes.

Par définition :

$$D(a, b) = J(a, x_1) + J(x_1, x_2) + \dots + J(x_\sigma, b)$$

III-4

Or :

$$D(a, b) = D(a, z) + D(z, b)$$

avec :

$$z \in \{ x_1, x_2, \dots, x_\sigma \}$$

III-5

En partant de la station a, il suffit donc, pour trouver x_1 , de rechercher la station adjacente telle que la relation III-5 soit vérifiée. L'ensemble des stations sera déterminé en continuant le processus jusqu'à ce que :

$$\text{avec } \begin{cases} z = x_\sigma \\ J(x_\sigma, b) \neq \infty \end{cases}$$

III-6

Figure III-2: Matrice des temps de trajet entre deux stations quelconques. A large matrix of numerical values representing travel times between stations. The matrix is roughly 40 rows by 40 columns, with values ranging from 0 to over 80. The values are arranged in a grid, with some rows having fewer columns than others, suggesting a specific sequence of stations or a sparse matrix. The values appear to be integers, likely representing minutes or seconds. The matrix is symmetric, indicating bidirectional travel times. The values generally increase as the distance between stations increases, but there are many small values, possibly indicating direct connections or very short travel times between nearby stations.

Figure III-2 : Matrice des temps de trajet entre deux stations quelconques



III.3 - Approche de l'algorithme

Un des principaux objectifs de l'algorithme de programmation est de déterminer la succession de prise en charge et de dépôt pour chaque véhicule.

III.3 1 - Schéma d'insertion d'une station

III.3.1.1 - *Définition du problème*

Soit un parcours déjà établi pour le bus B^k :

$$S_1^k = \{ o_1, o_2, \dots, d_1, \dots, d_2, \dots, d_n \} \quad \text{III-7}$$

avec :

o_i : origine d'un ou de plusieurs passagers

d_i : destination associée à l'origine o_i

S_1^k définit l'itinéraire provisoire du bus B^k à l'instant considéré, seules sont désignées les stations qui correspondent à une montée ou une descente.

Pour tout i l'origine o_i doit évidemment précéder la destination d_i .

La caractéristique de la suite S_1^k est le temps moyen C_1^k pour aller de la première station à la dernière.

Supposons à présent qu'un appel soit localisé en a avec pour destination b et que le bus B^k soit choisi de la manière la plus judicieuse (chapitre 4).

Notre problème consiste à positionner a et b dans la suite S_1^k pour obtenir un nouveau parcours dont le temps associé soit minimum.

III.3.1.2 - *Recherche de la meilleure insertion simultanée*

de l'origine et de la destination.

Moyennant un allongement du temps de calcul, il est concevable à priori de reconsidérer l'ordre déjà établi pour les divers clients précédents. Mais les différents essais effectués démontrent la lenteur inacceptable du procédé.

Nous nous efforçons donc de déterminer une solution sous-optimale au prix de simplifications que nous justifions.

Plaçons la station a dans la suite S_1^k entre deux stations a_σ et $a_{\sigma+1}$

successives telles que :

$$C_2^k = \text{Min} \{ C_1^k - D(a_\sigma, a_{\sigma+1}) + D(a_\sigma, a) + D(a, a_{\sigma+1}) \} \quad \text{III-8}$$

$$\forall \sigma \in \{1, \dots, n\}$$

n : nombre de stations du parcours

Le nouvel itinéraire S_2^k s'écrit alors :

$$S_2^k = \{ a_1, \dots, a_\sigma, a, a_{\sigma+1}, \dots, a_n \} \quad \text{III-9}$$

La station b est placée dans la suite S_2^k entre deux stations successives a_λ et $a_{\lambda+1}$ telles que :

$$C_3^k = \text{Min} \{ C_2^k - D(a_\lambda, a_{\lambda+1}) + D(a_\lambda, b) + D(b, a_{\lambda+1}) \} \quad \text{III-10}$$

$$\lambda \in \{ \sigma, \dots, n' \}$$

avec $n' = n$ si $\sigma < n$

$n' = n+1$ si $\sigma = n$

Pour minimiser de la meilleure façon C_3^k il convient de placer simultanément a et b, car la position de a réduit le champ d'investigation du placement de b. La solution optimale, pour cette méthode, est alors déterminée par la valeur des écarts marginaux calculés comme suit :

$$\gamma_{\sigma, \sigma+1}^1 = D(a_\sigma, a) + D(a, a_{\sigma+1}) - D(a_\sigma, a_{\sigma+1}) \quad \left. \vphantom{\gamma_{\sigma, \sigma+1}^1} \right\} \quad \text{III-11}$$

$$\gamma_{\lambda, \lambda+1}^2 = D(a_\lambda, b) + D(b, a_{\lambda+1}) - D(a_\lambda, a_{\lambda+1})$$

avec :

$$\sigma \in \{1, \dots, n\}$$

et $\lambda \in \{ \sigma, \dots, n' \}$

Nous en déduisons $\gamma = \gamma^1 + \gamma^2$ III-12

Dans la matrice γ triangulaire nous recherchons alors le plus petit élément γ_{ij} qui caractérise le temps de parcours minimal pour le placement de a et b dans l'itinéraire du bus B^k .

III.3.1.3 - *Méthode de résolution - Simplifications.*

Le calcul simultané de la position de l'origine et de la destination d'une nouvelle demande nécessite $n_k(n_k-1)$ opérations pour le bus B^k , si n_k représente le nombre de stations du parcours S^k . L'insertion d'une seule station, l'origine par exemple, ne demande que n_k calculs. Le placement de la seconde station est alors effectué au maximum après n_k calculs.

Dans le cas le plus défavorable nous n'effectuons donc que $2n_k$ calculs pour un bus donné. Le gain en temps est appréciable et justifie grandement l'approximation réalisée.

III.3.1.4 - *Détermination de l'erreur commise par rapport*

à la solution optimale.

Il est utile de connaître l'ordre de grandeur de l'erreur commise en insérant une nouvelle station, dans un parcours supposé optimal, par rapport à une réorganisation totale des stations qui constituent l'itinéraire.

Soit un itinéraire S_1 que nous supposons optimal par hypothèse:

$$S_1 = \{a_1, a_2, \dots, a_{\alpha-1}, a_\alpha, a_{\alpha+1}, \dots, a_n\} \quad \text{III-13}$$

Et soit S_2 une autre combinaison de ces stations qui forme un itinéraire non optimal:

$$S_2 = \{d_1, d_2, \dots, d_\beta, d_{\beta+1}, \dots, d_n\} \quad \text{III-14}$$

$$C_2 > C_1$$

Soit 0 une station d'appel à insérer dans le parcours déjà programmé. Le calcul est effectué à l'aide de la méthode exposée au paragraphe III.3.1.3. Il conduit à placer 0 dans la suite S_1 de la façon suivante :

$$S_3 = \{a_1, a_2, \dots, a_\alpha, 0, a_{\alpha+1}, \dots, a_n\} \quad \text{III-15}$$

Si la suite S_2 est sélectionnée à la place de S_1 nous obtenons :

$$S_4 = \{ d_1, d_2, \dots, d_\beta, 0, d_{\beta+1}, \dots, d_n \} \quad \text{III-16}$$

Le problème peut se résumer ainsi : Peut-on avoir $C_4 < C_3$ et à quelles conditions ? En d'autres termes, la solution S_3 issue d'une solution optimale est-elle optimale et sinon quel est le degré de sous-optimalité ?

Nous savons que :

$$C_1 < C_2 \quad \text{III-17}$$

Posons :

$$\Delta = C_2 - C_1 \quad \text{III-18}$$

Et soient :

$$\left. \begin{aligned} \delta &= D(a_\alpha, 0) + D(0, a_{\alpha+1}) - D(a_\alpha, a_{\alpha+1}) \\ \delta' &= D(d_\beta, 0) + D(0, d_{\beta+1}) - D(d_\beta, d_{\beta+1}) \end{aligned} \right\} \quad \text{III-19}$$

δ et δ' représentent respectivement les déviations minimales entre les anciens itinéraires S_1 et S_2 et les nouveaux parcours S_3 et S_4 , après insertion de 0.

$$\text{Si } C_3 > C_4 \quad \text{III-20}$$

$$\text{alors } \delta > \Delta + \delta' \quad \text{III-21}$$

Or δ est choisi le plus petit possible afin de respecter les garanties octroyées à l'ensemble des voyageurs, et de part la nature même du problème et des considérations topologiques, δ et δ' sont du même ordre de grandeur. Dans le cas le plus défavorable pour notre démonstration :

$$\delta' = 0$$

C'est à dire que 0 appartient déjà à l'itinéraire S_2 . Or par hypothèse, Δ est positif et généralement grand devant δ si S_2 n'est pas une solution sous-optimale proche de l'optimum S_1 :

$$\underline{\Delta \gg \delta}$$

III-22

De nombreux essais montrent effectivement que dans 95% des situations:

$$\underline{\Delta + \delta' > \delta}$$

III-23

et lorsque cette inéquation n'est pas réalisée S_3 devient une suite sous-optimale proche de S_4 .

Les temps de calcul, la complexité entraînée par une modification incessante de l'ordre de placement (Branch and Bound), le nombre de variables supplémentaires à stocker pour le repérage des destinations associées aux origines, ne justifient pas, à notre sens, l'amélioration éventuelle, occasionnelle, du processus de recherche de l'optimum.

III.3.2 - Définition des contraintes.

L'assignation d'une nouvelle demande à l'aide de l'algorithme est soumise à différentes contraintes. Celles ci sont relatives d'une part au type et au nombre de bus envisagé, d'autre part aux heures d'arrivées définissant le niveau de service garanti ainsi qu'aux caractéristiques physiques du réseau.

III.3.2.1 - Contraintes du nombre et de la taille des bus. *****

Les véhicules sont des minibus afin de respecter une vitesse commerciale élevée et d'approcher des performances réalisées par les voitures particulières.

La dimension du parc de véhicules est ajustée et asservie aux résultats jusqu'à la détermination d'un point d'équilibre défini comme étant le nombre juste suffisant pour satisfaire la demande aux heures de pointe. Elle est aussi fonction du nombre de places si celui ci est fixé à priori.

En théorie, s'il y a un véhicule de moins que le nombre correspondant au point d'équilibre, les files d'attente s'allongent indéfiniment aux heures de pointe, à supposer que la demande reste inchangée.

Le nombre de véhicules effectif nécessaire à la réalisation du système doit être plus important pour palier à un accroissement inopiné de la demande, aux accidents, aux pannes...

De même le nombre de places dans chaque bus qui détermine le type de bus à employer est une entrée et une sortie du modèle de simulation. Il dépend essentiellement du niveau de la demande et du niveau de service. Ce nombre n'est pas arbitraire, il influe sur le nombre de véhicules à mettre en service et donc sur le bilan d'exploitation, ainsi que sur la vitesse et la maniabilité des autobus.

Notons que si la capacité d'un véhicule est fixée à une ou deux personnes, le système est représentatif d'un système de taxis, donc à niveau de service élevé, mais à un coût inacceptable pour l'exploitant de "transport en commun".

Exprimons la contrainte imposée par le nombre de places maximal X_{max} dans un véhicule :

Soit le parcours du bus B^k à un instant donné défini par la suite des stations :

$$S_1^k = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_i, a_{i+1}, \dots, a_n\} \quad \text{III-24}$$

nous lui associons un vecteur $(X)^k$ dont l'élément $X_{i,i+1}^k$ désigne le nombre de passagers dans le bus B^k entre deux stations successives a_i et a_{i+1} .

Nous devons avoir évidemment :

$$X_{i,i+1}^k \leq X_{max} \quad \text{III-25}$$

$$\forall i \in \{1, \dots, (n-1)\}$$

Les contraintes de capacité pour une nouvelle demande de x_i passagers d'origine a et de destination b placées dans le parcours S_2^k :

$$S_2^k = \{a_1, \dots, a_\sigma, a, a_{\sigma+1}, \dots, a_\lambda, b, a_{\lambda+1}, \dots, a_n\} \quad \text{III-26}$$

s'expriment ainsi :

$$X_{\sigma, \sigma+1} + x_i \leq X_{max}$$

$$X_{\sigma+1, \sigma+2} + x_i \leq X_{max}$$

.....

$$X_{\lambda, \lambda+1} + x_i \leq X_{max}$$

III-27

ou encore :
$$X_{k,k+1} + x_i \leq X_{max}$$

III-28

$$\forall k \in \{\sigma, \dots, \lambda\}$$

III.3.2.2 - *Contraintes des heures d'arrivées et du niveau de service garanti.*

La qualité du service se traduit par les heures d'arrivées "au plus tard" que le système doit garantir aux usagers. La stratégie d'ordonnement est semblable en quelques points à la construction d'un réseau PERT.

A chaque station de l'itinéraire d'un bus est associée une heure d'arrivée prévue (au plus tôt) et une heure d'arrivée maximale (au plus tard).

Le niveau de service se définit alors par un temps d'attente et par le temps total de service. Il va de soi qu'un système à haut degré de service pour les usagers doit pouvoir garantir un temps d'attente maximum. Celui ci est un paramètre formel qui peut varier d'une simulation à l'autre.

L'usager doit aussi être assuré de son heure d'arrivée au plus tard à destination.

Soit $datt$ le délai maximum d'attente admissible. Lorsqu'un usager appelle de la station a à l'instant t il détermine une heure maximale d'arrivée t_a^k à cette station telle que :

$$t_a^k = t + datt$$
 III-29

L'heure d'arrivée au plus tard du passager à la station b à laquelle il désire se rendre et située à une distance en temps : $D(a,b)$, est calculée à partir d'une fonction de la distance à parcourir : $t^o(D(a,b))$

$$t_b^k = t + D(a,b) + t^o(D(a,b)) + K$$
 III-30

où K est une constante de déviation.

Si t_a^k et t_b^k représentent les heures d'arrivées prévues effectives du bus B^k aux stations a et b , calculées à partir de l'itinéraire programmé, elles doivent vérifier les inégalités :

$$\left. \begin{array}{l} t_a'^k \leq t_a^k \\ t_b'^k \leq t_b^k \end{array} \right\} \text{III-31}$$

Il y a lieu de tenir compte des temps d'arrêt et de prise en charge, fonction du nombre de "montants" et de "descendants" à la station considérée, et de répercuter les retards engendrés sur les heures d'arrivées prévues aux stations en aval.

En particulier le respect des garanties octroyées aux autres usagers déjà présents dans le bus B^k doivent être respectées :

$$\left. \begin{array}{l} t_i'^k \leq t_i^k \\ i \in \{\sigma, \dots, m\} \end{array} \right\} \text{III-32}$$

σ : station qui suit l'insertion de l'origine
 m : dernière station du parcours.

III.3.2.3 - *Contraintes sur l'itinéraire.*
 ++++++

Nous avons déjà mentionné la contrainte évidente que les origines doivent précéder les destinations correspondantes.

Lorsqu'un itinéraire *probable* qui remplit les conditions précédentes est déterminé, nous devons vérifier qu'il ne comprend pas de demi-tours illicites aux stations .

Cette caractéristique physique du réseau s'exprime par un vecteur de référence booléen (V) dont les n composantes sont associées aux n stations :

$$(V) = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix} \text{III-33}$$

$\delta_i = 0$: demi-tour interdit à la station i
 $\delta_i = 1$: demi-tour autorisé à la station i

L'effet psychologique produit sur les usagers par les demi-tours aux stations, ou le double passage à une même station, est néfaste pour la perception du niveau de service. Notons cependant que la fixation des heures d'arrivées maximales à destination élimine une grande partie de ces éventualités et que la conception même du système réduit ces demi-tours à des situations exceptionnelles.

III.3.3 - Définition d'un tableau de marche.

A chaque bus est associé un tableau de marche qui résume son itinéraire, les horaires, les contraintes qu'il doit respecter et ses caractéristiques propres.

Ces tableaux sont modifiés dès que survient un événement. En régime dynamique leur connaissance détermine les caractéristiques du système à un instant donné. Nous détaillons ici les renseignements qui y sont consignés.

Chaque tableau (figure III-3) porte le numéro du bus auquel il est associé et la liste des stations a_i dans leur ordre chronologique.

Pour chaque station sont repérés le nombre de montants : m_i et le nombre de descendants : d_i .

Par déduction nous connaissons le nombre de passagers à l'intérieur du bus entre deux stations données (chapitre 5).

A chaque station est affectée une heure maximale d'arrivée tm_i tolérée, ainsi que l'heure effective prévue tp_i , si aucun détour ne vient perturber l'itinéraire déjà programmé.

La différence Δ_i entre ces deux temps est *le temps mort* ou *marge de sécurité*. Elle représente le retard permis qui ne grèvera pas les garanties fournies à l'usager qui monte ou descend à cette station.

Enfin la déviation permise δ_i pour l'insertion d'une nouvelle demande est calculée à partir des paramètres Δ_i telle que :

$$\delta_i = \text{Min} \{ \Delta_i, \dots, \Delta_n \}$$

III-34

Un de ses rôles est de vérifier qu'une perturbation de l'itinéraire n'entraîne pas un non-respect de la garantie pour les autres usagers.

Première station du parcours à l'instant t	a_1	m_1	d_1	tm_1	tp_1	Δ_1	δ_1

dernière station	a_i	m_i	d_i	tm_i	tp_i	Δ_i	δ_i

	a_n	m_n	d_n	tm_n	tp_n	Δ_n	δ_n

avec :

- a_i : station programmée dans l'itinéraire
- m_i : nombre de montants à la station a_i
- d_i : nombre de descendants à la station a_i
- tp_i : heure d'arrivée prévue en a_i
- tm_i : heure maximale d'arrivée en a_i
- Δ_i : $tm_i - tp_i$
- δ_i : $\text{Min} \{ \Delta_i, \dots, \Delta_n \}$
- n : nombre de stations de l'itinéraire

Figure III-3

Outre ces indications d'ordre instantané, le tableau peut contenir des indications d'ordre statistique : le nombre de voyageurs pris en charge depuis le début de la simulation, le temps passé dans le réseau par l'autobus...

Conclusion :

La solution optimale ne peut s'obtenir qu'en redistribuant les voyageurs d'un bus à l'autre au fur et à mesure de l'évolution de l'ensemble des itinéraires et des demandes. Cette solution, satisfaisante au sens mathématique, est utopique en regard des temps de calcul et du temps réel.

La réorganisation d'un itinéraire déjà programmé, lorsque survient un nouvel appel, est elle même une source de complexité telle que nous sommes astreints à ne retenir qu'une solution sous-optimale qui ne remet pas en cause les calculs déjà établis.

Ces calculs n'ont été effectués, jusqu'à présent, que pour le bus B^k supposé être le meilleur. Le second objectif de l'algorithme est de sélectionner tel véhicule pour servir telle demande. Ce choix est effectué par un critère de sélection que nous exposons au chapitre 4.

Chapitre 4

SELECTION DU MEILLEUR BUS

A l'arrivée d'une nouvelle demande l'origine et la destination doivent être insérées dans le trajet d'un véhicule sans porter préjudice aux temps d'attente et aux temps de service de l'ensemble des usagers. Il y a en général plusieurs possibilités d'insertion.

La sélection se fait en deux étapes. D'une part nous recherchons l'ensemble des bus, parmi ceux en circulation, qui sont susceptibles d'être retenus. Ce choix est effectué en considérant les positions relatives des autobus et de la nouvelle demande. D'autre part la sélection définitive du bus, parmi ceux déjà désignés, est opérée sur la base d'un critère que nous établissons.

La présentation théorique est suivie d'une étude simplificatrice de l'algorithme d'insertion et du critère. Celle ci est suggérée par des notions topologiques et par l'importance relative des différents paramètres.

IV.1 - Sélection des meilleurs bus .

IV.1.1 - Première sélection.

Cette première sélection doit diminuer le temps de calcul en écartant les bus qui n'ont qu'une très faible probabilité de satisfaire aux exigences imposées.

Elle s'effectue en deux temps. La première contrainte vise à éliminer les bus dont le temps d'arrivée au plus vite à la station d'appel a ne respecte pas la fonction du temps d'attente maximum suivante :

$$D(k,a) \leq \sigma \cdot datt$$

IV-1

datt : délai d'attente maximum

σ : coefficient de sécurité

$$0 < \sigma \leq 1$$

k : position actuelle du bus considéré

a : origine de la demande

Nous éliminons ensuite les bus qui ne sont pas en mesure de respecter la garantie sur le temps total de service promis au nouveau client, avec une marge de sécurité suffisante :

$$D(k,a) + D(a,b) + \phi \leq tm_b$$

IV-2

ϕ : marge de sécurité

b : station destination

tm_b : heure d'arrivée au plus tard en b.

IV.1.2 - Définition du critère de sélection.

Une des phases les plus importantes de l'algorithme est la recherche de la meilleure position de l'origine et de la destination dans les parcours programmés. Celle ci s'effectue pour tous les bus retenus par la première sélection. Un critère de choix permet alors de déterminer le meilleur bus.

Ce critère comprend quatre facteurs qui traduisent les fonctions suivantes :

- 1/ Minimiser les perturbations du niveau de service pour tous les usagers du système.
- 2/ Minimiser les détours engendrés par une nouvelle demande
- 3/ Optimiser la probabilité d'affectation des futures demandes aux différents bus en circulation.
- 4/ Minimiser le nombre de bus en circulation.

IV.2 - Critère de sélection théorique.

IV.2.1 - Variation du tableau de marche.

Le rôle du critère que nous venons de définir est primordial dans l'algorithme de décision. Il s'agit tout d'abord de mettre en évidence les principaux paramètres représentatifs de la qualité de service et du coût. Nous les pondérons ensuite de façon relative pour traduire leur importance et agir en conséquence sur l'affectation de tel ou tel bus, déjà en service, à la nouvelle demande.

Reprenons la notation établie au chapitre III relative au tableau de marche
La différence

$$\Delta_i = tm_i - tp_i \quad \text{IV-3}$$

exprime le détour permis, en temps, qui ne brise pas les garanties de service pour la station a_i .

Lorsqu'un détour est prévu dans un parcours, il y a lieu d'évaluer les répercussions possibles sur les garanties de service aux stations en aval.

Pour connaître ces répercussions nous créons la variable δ_i calculée à partir des Δ_k .

A chaque arc (a_{i-1}, a_i) nous associons δ_i tel que :

$$\forall i : \delta_i = \text{Min } \Delta_k \quad \text{IV-4}$$

$$k \in \{ i, i+1, \dots, n \}$$

n : nombre de stations du parcours.

δ_i représente donc la déviation permise qui respecte les garanties de service pour les clients associés aux stations a_i, a_{i+1}, \dots, a_n . (figure IV-1)

Une nouvelle demande nécessite le placement de l'origine a_α et de la destination a_β (figure IV-2) dans le parcours S_1 :

$$S_1 = \{ a_1, \dots, a_{\alpha-1}, a_\alpha, \dots, a_{\gamma-1}, a_\gamma, \dots, a_n \} \quad \text{IV-5}$$

a_1	m_1	d_1	tm_1	tp_1	Δ_1	δ_1
a_2	m_2	d_2	tm_2	tp_2	Δ_2	δ_2

a_ϕ	m_ϕ	d_ϕ	tm_ϕ	tp_ϕ	Δ_ϕ	δ_ϕ

$a_{\sigma-1}$	$m_{\sigma-1}$	$d_{\sigma-1}$	$tm_{\sigma-1}$	$tp_{\sigma-1}$	$\Delta_{\sigma-1}$	$\delta_{\sigma-1}$
a_σ	m_σ	d_σ	tm_σ	tp_σ	Δ_σ	δ_σ

$a_{\gamma-1}$	$m_{\gamma-1}$	$d_{\gamma-1}$	$tm_{\gamma-1}$	$tp_{\gamma-1}$	$\Delta_{\gamma-1}$	$\delta_{\gamma-1}$
a_γ	m_γ	d_γ	tm_γ	tp_γ	Δ_γ	δ_γ

a_n	m_n	d_n	tm_n	tp_n	Δ_n	δ_n

Figure IV-1

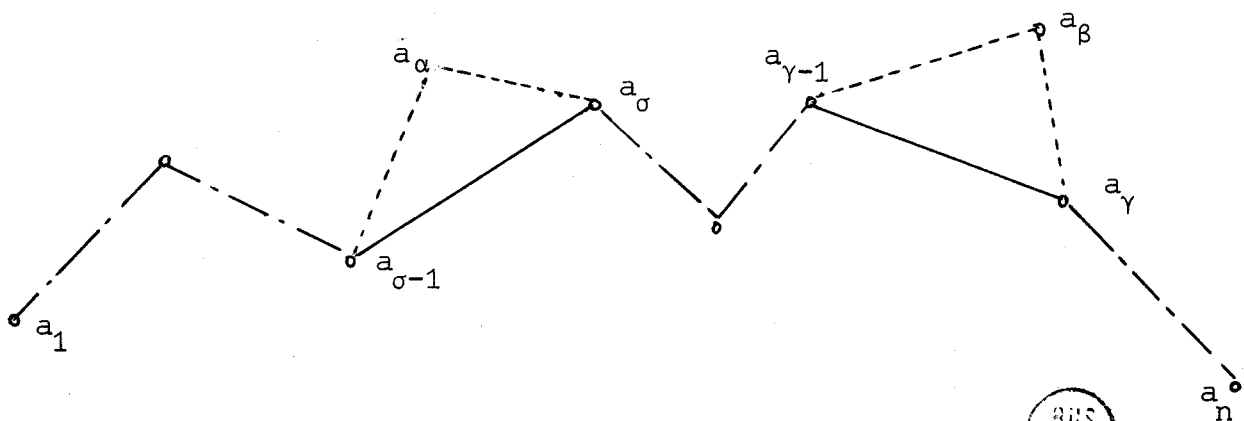


Figure IV-2

303
LITTLE

Les détours e_1 et e_2 consécutifs à ces placements ont pour expression :

$$e_1 = D(a_{\sigma-1}, a_\alpha) + D(a_\alpha, a_\sigma) - D(a_{\sigma-1}, a_\sigma)$$

IV-6

$$e_2 = D(a_{\gamma-1}, a_\beta) + D(a_\beta, a_\gamma) - D(a_{\gamma-1}, a_\gamma)$$

Le tableau de marche correspondant au nouveau parcours :

$$S_2 = \{ a_1, \dots, a_{\sigma-1}, a_\alpha, a_\sigma, \dots, a_{\gamma-1}, a_\beta, a_\gamma, \dots, a_n \}$$

IV-7

est représenté figure IV-3 :

Figure IV-3

a_1	m_1	d_1	tm_1	tp_1	Δ_1	δ'_1

$a_{\sigma-1}$	$m_{\sigma-1}$	$d_{\sigma-1}$	$tm_{\sigma-1}$	$tp_{\sigma-1}$	$\Delta_{\sigma-1}$	$\delta'_{\sigma-1}$
a_α	m_α	d_α	tm_α	tp_α	Δ'_α	δ'_α
a_σ	m_σ	d_σ	tm_σ	tp_σ	Δ'_σ	δ'_σ

$a_{\gamma-1}$	$m_{\gamma-1}$	$d_{\gamma-1}$	$tm_{\gamma-1}$	$tp_{\gamma-1}$	$\Delta'_{\gamma-1}$	$\delta'_{\gamma-1}$
a_β	m_β	d_β	tm_β	tp_β	Δ'_β	δ'_β
a_γ	m_γ	d_γ	tm_γ	tp_γ	Δ'_γ	δ_γ

a_n	m_n	d_n	tm_n	tp_n	Δ_n	δ_n

IV.2.2 - Allongement d'un parcours

Si e_1 et e_2 sont les détours engendrés respectivement par l'insertion de l'origine et de la destination, nous cherchons à minimiser le détour global

$$E = e_1 + e_2 \quad \text{IV-8}$$

pour tous les bus sélectionnés.

Cette procédure permet de minimiser le temps total de service de l'ensemble des véhicules et donc de minimiser le coût d'exploitation.

IV.2.3 - Perturbation du niveau de service garanti.

Soit e le détour engendré dans un parcours par l'insertion d'une station a_α entre a_{i-1} et a_i .

$$\text{Si :} \quad e \leq \delta_i$$

toutes les garanties sont respectées.

En effet le placement de a_α va retarder de e toutes les arrivées prévues (tp_k) aux stations d'une quantité e et diminuer tous les Δ_k de cette même quantité :

$$tp'_k = tp_k + e \quad \text{IV-9}$$

$$\Delta'_k = \Delta_k - e$$

$$\forall k \in \{i, \dots, n\}$$

Si un des δ_k est négatif c'est à dire si :

$$e > \delta_k$$

la garantie associée à la station a_k n'est plus respectée, et au moins un des passagers s'en trouve brimé.

La diminution d'un δ_i peut avoir des répercussions sur tous les δ_k tels que :

$$k \in \{1, \dots, i\}$$

L'insertion d'une nouvelle station oblige à recalculer chaque fois ces δ_k .

La qualité de service pour les usagers présents dans le réseau est représentée par la somme des marges de sécurité Δ_i correspondant aux différentes stations "destinations".

Lorsque plusieurs insertions sont possibles, il semble donc intéressant de comparer les variations du niveau de service :

$$\text{Soit } S = \sum_{i=1}^n d_i \cdot \Delta_i - \sum_{i=1}^{n'} d_i' \cdot \Delta_i' \quad \text{IV-11}$$

Δ_i' : nouvelles marges de sécurité

n : nombre de stations composant l'itinéraire avant l'insertion de a_α

n' : nombre de stations composant l'itinéraire après insertion de a_α

Minimiser S revient à minimiser les perturbations du niveau de service pour l'ensemble des usagers.

Remarque :

Pour l'établissement du critère nous ne tenons pas compte du temps perdu aux arrêts. En toute rigueur, il faut écrire :

$$e = D(a_{i-1}, a_\alpha) + D(a_\alpha, a_i) - D(a_{i-1}, a_i) + T \quad \text{IV-10}$$

ou T : temps de montée/descente à la station a_α .

IV.2.4 - Probabilité future d'insertion.

Si les δ_i , qui ne peuvent que décroître, sont grands nous en déduisons

que le niveau de service est bon et qu'il sera sans doute possible d'affecter de nouveaux clients au bus considéré.

La probabilité d'insertion d'une future demande est donc un facteur important dans le choix définitif du meilleur bus. Lors d'un choix entre plusieurs solutions il convient de conserver, pour chaque bus, la plus grande probabilité.

Si nous admettons que cette probabilité d'affectation d'une demande fictive est proportionnelle à la moyenne des δ_i du trajet, nous cherchons à minimiser la différence :

$$P = \frac{\sum_{i=2}^n \delta_i \cdot (tp_i - tp_{i-1})}{n} - \frac{\sum_{i=2}^{n'} \delta'_i \cdot (tp'_i - tp'_{i-1})}{n'} \quad \text{IV-12}$$

$$\sum_{i=2}^n (tp_i - tp_{i-1}) \quad \sum_{i=2}^{n'} (tp'_i - tp'_{i-1})$$

IV.2.5 - Diminution du nombre de bus.

La rentabilité du système peut s'évaluer par le nombre de passagers transportés par unité de temps. Cette remarque se traduit par la maximisation du nombre de passagers par véhicule, ou la minimisation du nombre de véhicules dans le réseau à tout instant.

Il semble cependant difficile de concilier cette optimisation avec la recherche de la meilleure qualité de service. Le dilemme est résolu en incorporant au critère un quatrième facteur *pénalisant* les bus les moins chargés lorsqu'il y a choix entre plusieurs bus. Cette stratégie vise à rendre les bus vides le plus tôt possible. Nous la traduisons par une fonction non-linéaire à minimiser :

$Q = f(n)$ IV-13

telle que :

$0 \leq Q \leq 1$

où n représente le nombre de personnes dans le bus. En particulier, si

$n = 0 \implies Q = 1$

et : $n = n_{\max} \implies Q = 0$

IV.2.6 - Expression du critère de sélection.

Achacun des critères correspond une variable exprimée en temps fictif. La fonction de choix finale est une combinaison linéaire de ces quatre variables :

$$\underline{C = \alpha_1 \cdot E + \alpha_2 \cdot S + \alpha_3 \cdot P + \alpha_4 \cdot Q} \quad \text{IV-14}$$

Le bus choisi qui correspond à la meilleure affectation, à notre sens, est celui dont la quantité C est la plus petite.

IV.3 - Simplification du critère.

L'algorithme et le critère de sélection que nous venons de décrire nécessitent le calcul d'insertion d'une nouvelle demande (origine et destination) pour chaque arc de trajet de chaque véhicule sélectionné.

Les temps de calcul qui découlent de cette procédure peuvent être considérables si le nombre de bus est élevé.

Nous allons simplifier l'algorithme :

- 1/ en réduisant le nombre d'insertions possibles,
- 2/ en simplifiant éventuellement le critère de sélection.

IV.3.1 - Réduction du nombre d'insertions possibles.

Pour des raisons topologiques assez intuitives, il arrive généralement que, parcourant l'itinéraire déjà prévu, un bus se rapproche de l'origine, puis à partir d'une station s'en éloigne.(figure IV-4).

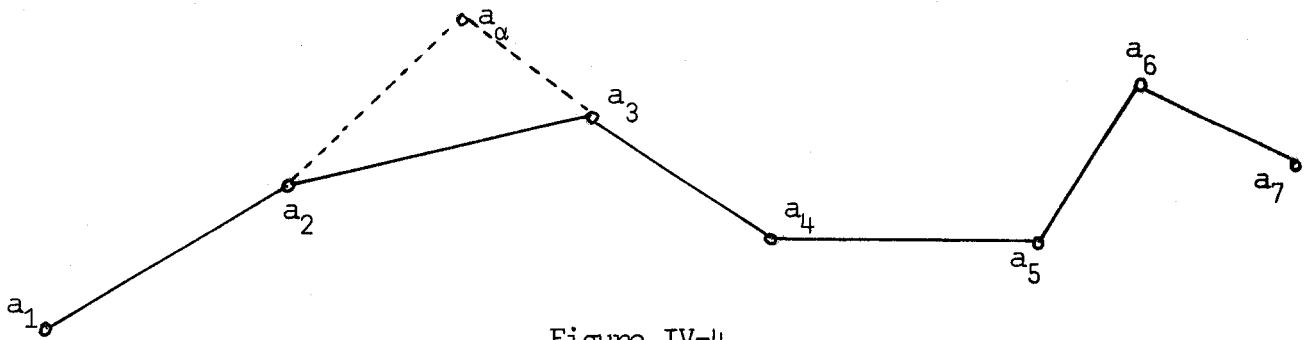
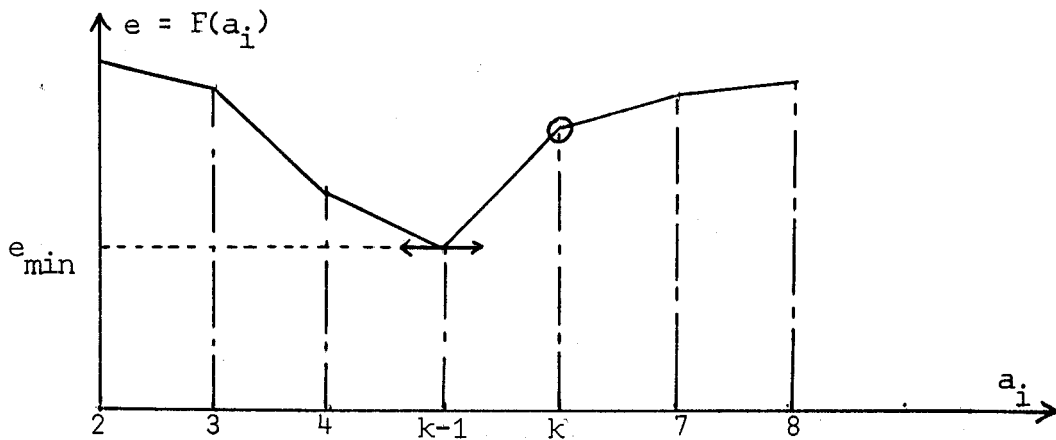


Figure IV-4

Si e est le détour engendré par l'insertion d'une nouvelle station (origine par exemple), la fonction :

$$e = F(a_i)$$

a dans la majorité des cas, l'allure de la courbe suivante :



a_i : numéro de la station qui précède l'insertion.

Figure IV-5

La connaissance du minimum K_1 détermine le meilleur placement de la station dans le parcours. Si la fonction e possède plusieurs minima nous sélectionnons le premier, afin de garantir le meilleur niveau de service. Pour cela nous recherchons le premier détour e_i qui respecte toutes les garanties :

$$\delta_i \geq 0 \tag{IV-15}$$

Puis si :

$$e_{i+1} < e_i \tag{IV-16}$$

le détour e_{i+1} est plus petit que e_i et le placement correspondant plus satisfaisant. Nous savons d'autre part qu'aucune garantie n'est violée

puisque :

$$\delta_{i+1} \geq \delta_i \geq 0 \quad \text{IV-17}$$

Nous continuons le processus de recherche du minimum e_{k-1} qui est tel que :

$$e_{k-1} < e_k \quad \text{IV-18}$$

(§ figure IV-5).

La procédure est identique pour les deux placements, mais nous avons déjà admis qu'à temps de service total égal, il est préférable de diminuer le temps d'attente dont le coefficient de perception par l'utilisateur est plus grand.

Nous choisissons donc de placer en premier lieu l'origine puis la station destination.

L'organigramme de la figure IV-6 représente la procédure simplifiée de la recherche d'insertion d'un nouvel appel.

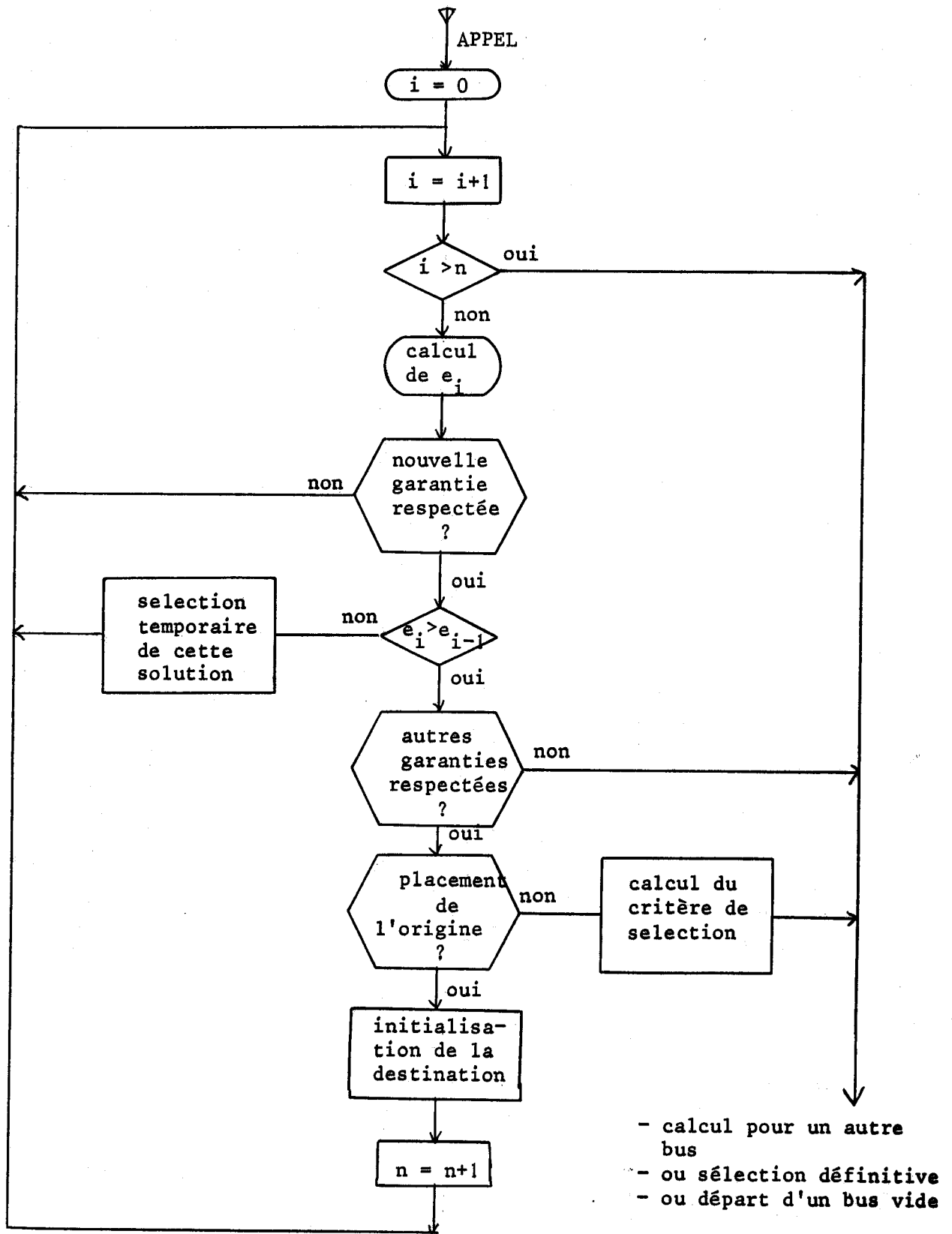
IV.3.2 - Simplification du critère de sélection .

La sélection du critère répond à deux objectifs :

- réduire les calculs lorsque ceux-ci s'avèrent excessifs,
- mettre en valeur les paramètres déterminants du critère.

Nous recherchons en particulier à exprimer les différents facteurs en fonction des détours e_1 et e_2 engendrés par les placements respectifs de l'origine et de la destination.

Dans les développements qui suivent nous reprenons les notations usuelles et admettons que l'origine a est placée avant a_σ et la destination b avant la station a_γ .



n : nombre de stations
 e_i : détour engendré par le placement après la ième station

Recherche de l'insertion d'une nouvelle demande

Figure IV-6



IV.3.2.1 - *Simplification de S.*
 ++++++

S caractérise les perturbations du niveau de service pour l'ensemble des usagers, y compris le nouvel arrivant.

$$S = \sum_{i=1}^n d_i \cdot \Delta_i - \sum_{i=1}^{n'} d_i' \cdot \Delta_i' \quad \text{IV-19}$$

Seuls les Δ_i qui suivent une insertion sont modifiés par celle ci.

$$S = \sum_{k=\sigma}^n d_k \cdot e_1 + \sum_{k=\gamma}^n d_k \cdot e_2 - d_b \cdot \Delta_b \quad \text{IV-20}$$

Posons :

$$D_1 = \sum_{k=\sigma}^n d_k \quad \text{IV-21}$$

$$D_2 = \sum_{k=\gamma}^n d_k \quad \text{IV-22}$$

D_1 et D_2 représentent respectivement le nombre de "descendants" après l'insertion de l'origine et après celle de la destination.

$$S = D_1 \cdot e_1 + D_2 \cdot e_2 - d_b \cdot \Delta_b \quad \text{IV-23}$$

IV.3.2.2 - *Simplification de P*
 ++++++

P est représenté par la différence de deux moyennes proportionnelles à la probabilité future d'insertion.

$$S = \frac{\sum_{i=2}^n \delta_i (tp_i - tp_{i-1})}{n} - \frac{\sum_{i=2}^{n'} \delta_i' (tp_i' - tp_{i-1}')}{n'} \quad \text{IV-24}$$

ou encore :

$$P = \frac{\sum_{i=2}^n \delta_i \cdot (tp_i - tp_{i-1})}{(tp_n - tp_1)} = \frac{\sum_{i=2}^{n'} \delta'_i \cdot (tp'_i - tp'_{i-1})}{(tp_{n'} - tp_1)} \quad \text{IV-25}$$

Ces moyennes nécessitent le calcul de la distance en temps moyen de parcours entre les stations adjacentes deux à deux. Ce calcul allonge notablement le temps de recherche. Or si nous admettons que les distances sont du même ordre de grandeur, nous pouvons remplacer les moyennes énoncées par les moyennes des δ_i , sans commettre de grandes erreurs :

$$P \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i - \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} \delta'_i \quad \text{IV-26}$$

Remarquons que généralement :

$$n' = n + 2 \quad \text{IV-27}$$

et conservons les mêmes indices dans le nouveau parcours. La relation IV-26 devient :

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{n} - \frac{\sum_{i=1}^n \delta'_i}{n+2} - \frac{\delta_a + \delta_b}{n+2}$$

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n \{ n(\delta_i - \delta'_i) + 2\delta_i \} - n(\delta_a + \delta_b)}{n(n+2)} \quad \text{IV-28}$$

P se simplifie alors de façon différente suivant les valeurs de e_1 , e_2 et δ_i :

Soient :

/ n_0 le nombre de stations sur le trajet entre le véhicule et la nouvelle origine (non comprise)

/ n_1 le nombre de stations après la nouvelle origine (nouvelle destination non comprise).

/ n_2 le nombre de stations après la nouvelle destination.

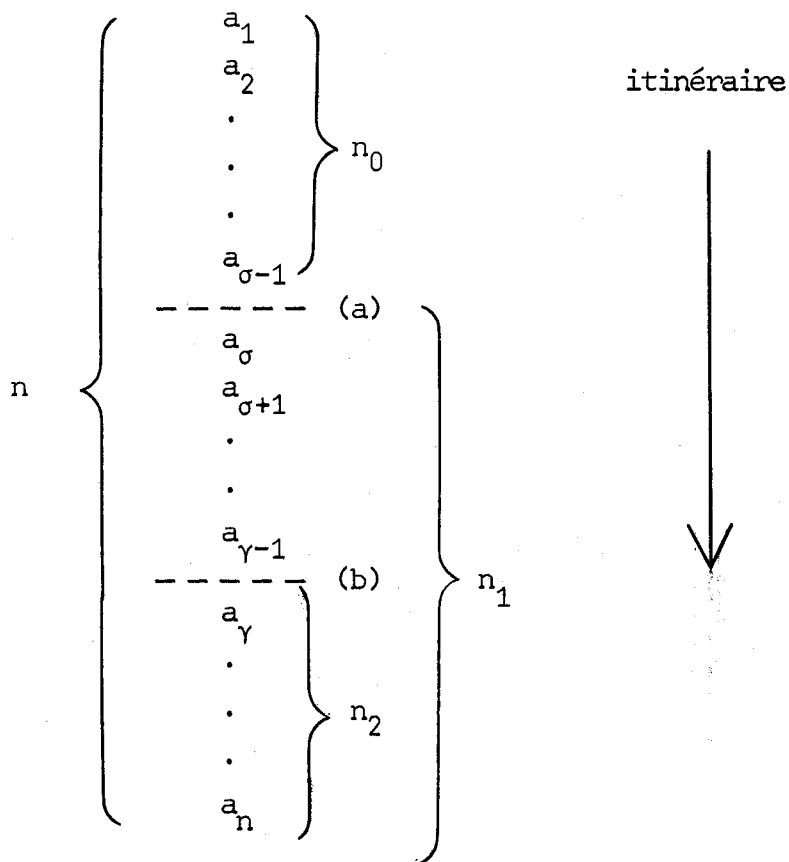


Figure IV-7

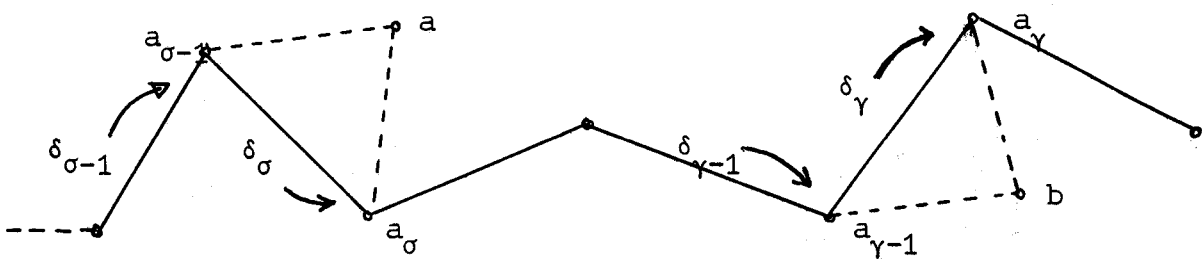


Figure IV-8

a) Si :

$$\left. \begin{aligned} e_1 &\leq \delta_{\sigma} - \delta_{\sigma-1} \\ e_2 &\leq \delta_{\gamma} - \delta_{\gamma-1} \end{aligned} \right\}$$

IV-29

Par construction :

$$\left. \begin{aligned} \delta_{\sigma-1} &\leq \delta_{\sigma} \\ \delta_{\gamma-1} &\leq \delta_{\gamma} \end{aligned} \right\}$$



IV-30

Tous les Δ_i associés aux stations qui suivent a (respectivement b) sont diminués de e_1 (respec. e_2), donc :

$$\text{Si} \quad \delta'_\sigma = \delta_\sigma - e_1 \geq \delta_{\sigma-1} \quad \text{IV-31}$$

$$\delta'_\gamma = \delta_\gamma - e_2 \geq \delta_{\gamma-1}$$

les deux insertions n'entraînent pas de modifications dans les δ_i correspondant aux stations en amont.

Compte tenu des notations il vient :

$$\sum_{i=1}^n (\delta_i - \delta'_i) = n_1 \cdot e_1 + n_2 \cdot e_2 \quad \text{IV-32}$$

$$\text{et} \quad P = \frac{n(n_1 \cdot e_1 + n_2 \cdot e_2) + 2 \sum_{i=1}^n \delta_i - n(\delta_a + \delta_b)}{n(n+2)} \quad \text{IV-33}$$

En admettant que la moyenne des δ_i est peu différente de la moyenne $\frac{\delta_a + \delta_b}{2}$:

$$\frac{\delta_a + \delta_b}{2} \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \quad \text{IV-34}$$

la valeur de P devient :

$$P \approx \frac{n_1 \cdot e_1 + n_2 \cdot e_2}{n+2} \quad \text{IV-35}$$

b) Si :

$$e_1 > \delta_\sigma - \delta_{\sigma-1} \quad \text{IV-36}$$

$$e_2 \leq \delta_\gamma - \delta_{\gamma-1}$$

Soit :

$$\delta'_\sigma = \delta_\sigma - e_1 < \delta_{\sigma-1} \quad \text{IV-37}$$

L'insertion de la nouvelle origine a une répercussion sur au moins un des δ_i précédents : $\delta_{\sigma-1}$, puisque nous devons toujours avoir :

$$\delta_{\sigma} \geq \delta_{\sigma-1} \quad \text{IV-38}$$

et peut-être sur un certain nombre d'autres δ_i précédant δ_{σ} . Cette réduction a pour valeur :

$$(\delta_{\sigma-1} - \delta_{\sigma} + e_1) \quad \text{IV-39}$$

Admettons en première approximation que cette répercussion s'effectue en moyenne sur la moitié des stations précédentes, c'est à dire sur $\frac{n_0}{2}$ stations. La valeur approchée de P s'écrit alors :

$$P \approx \frac{n_1 \cdot e_1 + n_2 \cdot e_2}{n+2} + \frac{n_0 (\delta_{\sigma-1} - \delta_{\sigma} + e_1)}{2(n+2)} \quad \text{IV-40}$$

Notons que le raisonnement est le même si :

$$e_1 \leq \delta_{\sigma} - \delta_{\sigma-1} \quad \text{IV-41}$$

$$e_2 > \delta_{\gamma} - \delta_{\gamma-1}$$

La réduction porte alors sur $\frac{1}{2} (n_0 + n_1 - n_2)$ et a pour valeur :

$$(\delta_{\gamma-1} - \delta_{\gamma} + e_2)$$

D'où :

$$P \approx \frac{n_1 \cdot e_1 + n_2 \cdot e_2}{n+2} + \frac{(n_0 + n_1 - n_2) (\delta_{\gamma-1} - \delta_{\gamma} + e_2)}{2(n+2)} \quad \text{IV-42}$$

c) Si :

$$e_1 > \delta_{\sigma} - \delta_{\sigma-1} \quad \text{IV-43}$$

$$e_2 > \delta_{\gamma} - \delta_{\gamma-1}$$

Il suffit de sommer les valeurs calculées dans les deux cas précédents :

$$P \approx \frac{n_1 \cdot e_1 + n_2 \cdot e_2}{n+2} + \frac{n_0 (\delta_{\sigma-1} - \delta_{\sigma} + e_1)}{2(n+2)} + \frac{(n_0 + n_1 - n_2) (\delta_{\gamma-1} - \delta_{\gamma} + e_2)}{2(n+2)} \quad \text{IV-44}$$

d) Un quatrième cas peut se présenter :

$$\Delta_a < \delta_{\sigma-1} \quad \text{IV-45}$$

$$\Delta_b < \delta_{\gamma-1}$$

Certains δ_i précédents sont alors affectés de la même manière et réduits d'une quantité : $(\delta_{\sigma-1} - \Delta_a)$ et $(\delta_{\gamma-1} - \Delta_b)$.

D'où la valeur de P :

$$P \approx \frac{n_1 \cdot e_1 + n_2 \cdot e_2}{n+2} + \frac{n_0 (\delta_{\sigma-1} - \Delta_a)}{2(n+2)} + \frac{(n_0 + n_1 - n_2) (\delta_{\gamma-1} - \Delta_b)}{2(n+2)} \quad \text{IV-46}$$

Les erreurs entraînées par les simplifications sur P sont difficilement évaluables d'une façon rigoureuse. Cependant les vérifications expérimentales (chapitre 6) montrent que l'approximation n'influe que très peu sur la valeur de P.

IV.3.2.3 -Nouveau critère approché.

Compte tenu des simplifications apportées sur P et S dans le paragraphe précédent, le critère devient :

$$C = \alpha_1 \cdot E + \alpha_2 \cdot S + \alpha_3 \cdot P + \alpha_4 \cdot Q \quad \text{IV-47}$$

avec :

$$E = e_1 + e_2 \quad \text{IV-48}$$

$$S = D_1 \cdot e_1 + D_2 \cdot e_2 - d_b \cdot \Delta_b \quad \text{IV-49}$$

$$P = \frac{n_1 \cdot e_1 + n_2 \cdot e_2}{n+2} + \frac{n_0}{2(n+2)} \times \text{Max} \{0, \delta_{\sigma-1} - \delta_{\sigma} + e_1, (\delta_{\sigma-1} - \Delta_a)\} + \frac{n_0 + n_1 - n_2}{2(n+2)} \times \text{Max} \{0, (\delta_{\gamma-1} - \delta_{\gamma} + e_2), (\delta_{\gamma-1} - \Delta_b)\} \quad \text{IV-50}$$

$$Q = f(n) \quad \text{IV-51}$$

Ce critère approché est évidemment théorique, essayons d'en déduire les paramètres importants et en particulier ceux qu'il importe de minimiser.

Pour ce faire majorons la valeur de P en écrivant que :

$$\text{Max} \{0, (\delta_{\sigma-1} - \delta_{\sigma} + e_1), (\delta_{\sigma-1} - \Delta_a)\} = e_1 \quad \text{IV-52}$$

$$\text{Max} \{0, (\delta_{\gamma-1} - \delta_{\gamma} + e_2), (\delta_{\gamma-1} - \Delta_b)\} = e_2 \quad \text{IV-53}$$

Soit :

$$P = \frac{n_1 \cdot e_1 + n_2 \cdot e_2}{n+2} + \frac{n_0}{2(n+2)} \times e_1 + \frac{n_0 + n_1 - n_2}{2(n+2)} \times e_2 \quad \text{IV-54}$$

Il vient donc :

$$P = \frac{n(e_1 + e_2)}{2(n+2)} + \frac{n_1 \cdot e_1 + n_2 \cdot e_2}{2(n+2)} \quad \text{IV-55}$$

Par hypothèse :

$$n_1 \geq n_2 \quad \text{IV-56}$$

Pour minimiser P il est donc préférable de minimiser e_1 , c'est à dire de rechercher en premier lieu le meilleur placement de l'origine, puis celui de la destination.

La même remarque s'applique pour le calcul de S :

$$S = D_1 \cdot e_1 + D_2 \cdot e_2 - d_b \cdot \Delta_b \quad \text{IV-57}$$

$$\text{où : } D_1 \geq D_2 \quad \text{IV-58}$$

Cette conclusion concorde avec les remarques déjà effectuées au paragraphe IV.3.1 sur l'importance psychologique accordée au facteur temps d'attente.

Dans la majorité des cas P, E, S sont fonctions des deux variables e_1 et e_2 , et nous pouvons écrire simplement que :

$$C = z_1 \cdot e_1 + z_2 \cdot e_2 - d_b \cdot \Delta_b + z_3 \cdot Q \quad \text{IV-59}$$

où z_1, z_2, z_3 sont des coefficients à ajuster expérimentalement et tels que :

$$z_1 > z_2 > 1 \quad \text{IV-60}$$

Conclusion :

L'assignation d'un bus à une demande est évaluée par les critères, simplifiés ou non, pour maximiser le niveau de service rendu aux usagers présents dans le réseau et même aux usagers futurs.

Cependant il n'est pas toujours possible de trouver un bus déjà en circulation qui satisfasse aux contraintes imposées. Notamment en début de journée où aucun bus n'est dispatché avant le premier appel.

L'algorithme s'insère donc dans le contexte plus général de l'évolution des autobus dans le réseau, au cours du temps, exposée au chapitre 5.

Chapitre 5

MODELE

Au cours de la recherche du meilleur bus certaines contraintes amènent à supprimer un bus de la liste retenue par la première sélection. Ainsi un véhicule choisi par le premier critère est écarté si le service garanti pour la nouvelle demande, ou pour un usager déjà présent dans le réseau, n'est pas respecté, ou bien si le nombre de personnes dans le bus dépasse la capacité maximale autorisée.

Il n'est donc pas toujours possible de trouver un bus en circulation susceptible de desservir le nouveau client.

Nous allons voir comment initialiser le système en début de journée, comment mettre un nouveau bus en circulation, ou au contraire traiter un bus vide.

Nous examinons ensuite différentes situations ou contraintes particulières telles que le problème des demi-tours aux stations, ou la prise en charge de passagers ayant une origine et une destination communes,...

Dans la dernière partie nous abordons le modèle de programmation tel qu'il est réalisé.

V.1 - Evolution des autobus.

V.1.1 - Répartition des parcs et des autobus.

En début de simulation il est nécessaire de créer des autobus. Ceux ci

sont numérotés et répartis en N parcs X_i comprenant $Y_{i,max}$ véhicules.

Leur nombre est un paramètre fondamental ajusté en cours de simulation. $Y_{i,max}$ représente aussi la capacité maximale du parc X_i .

La position de ces parcs peut avoir une influence sur les performances du système. En particulier, pour minimiser les temps d'attente, il est préférable de répartir les bus dans plusieurs parcs, plutôt que de les ranger dans un seul dépôt. Les temps de retour à vide sont ainsi diminués.

Un parc porte le même numéro que la station la plus proche.

V.1.2 - Mise en route d'un véhicule.

Lorsqu'aucun bus n'est en service, ou que la phase de sélection n'en a retenu aucun, un nouveau véhicule est injecté dans le réseau à partir du parc X_k pour répondre à la demande d'origine a et de destination b.

X_k est défini par la relation :

$$D(X_k, a) = \text{Min} \{D(X_i, a)\} \quad \text{V-1}$$

$$\forall i \in \{1, \dots, N\}$$

avec : $Y_k \neq 0$

Y_k : nombre de bus stationnés au parc X_k

Le bus est donc choisi dans le parc non vide le plus proche de la station d'appel a. La première destination du bus est alors a_1 , station adjacente à X_k sur le trajet qui le mène en a par le plus court chemin.

A partir de cet instant ce nouveau bus est *en circulation* et à ce titre peut être détourné par un autre appel, avant même d'avoir desservi le premier usager.

L'heure d'arrivée prévue à la station a est :

$$tp_a = t + D(X_k, a) + R \quad \text{V-2}$$

t : heure d'appel

$D(X_k, a)$: distance en temps moyen de X_k à a

R : constante liée au démarrage du bus.

V.1.3 - Redistribution des bus vides.

Un bus est *vide* lorsqu'il est encore en circulation dans le réseau, mais vient de déposer son dernier passager .

L'itinéraire instantané se compose alors de la seule station a_1 , qu'il doit passer en rejoignant le parc de véhicules X_k non complet le plus proche :

$$D(w, X_k) = \text{Min}\{ D(w, X_i) \} \quad \text{V-3}$$

$$\forall i \in \{1, \dots, N\}$$

w : position actuelle de l'autobus

$$Y_k < Y_{k, \text{max}} \quad \text{V-4}$$

Cette méthode évite les retours à vide excessifs et les stationnements de longue durée en des endroits non prévus à cet effet.

Notons qu'un bus vide qui rentre à un parc est un véhicule en circulation. A ce titre il peut être détourné et désigné par le critère de sélection comme le meilleur bus répondant à une nouvelle demande.

A son arrivée au parc X_k il est mis *hors service* et rangé dans une file d'attente.

L'optimisation sur le temps de retour réalisée par cette méthode nécessite une non-affectation des bus aux parcs. Ils y sont rangés simplement dans la mesure des places disponibles.

V.1.4 - Organigramme de la simulation.

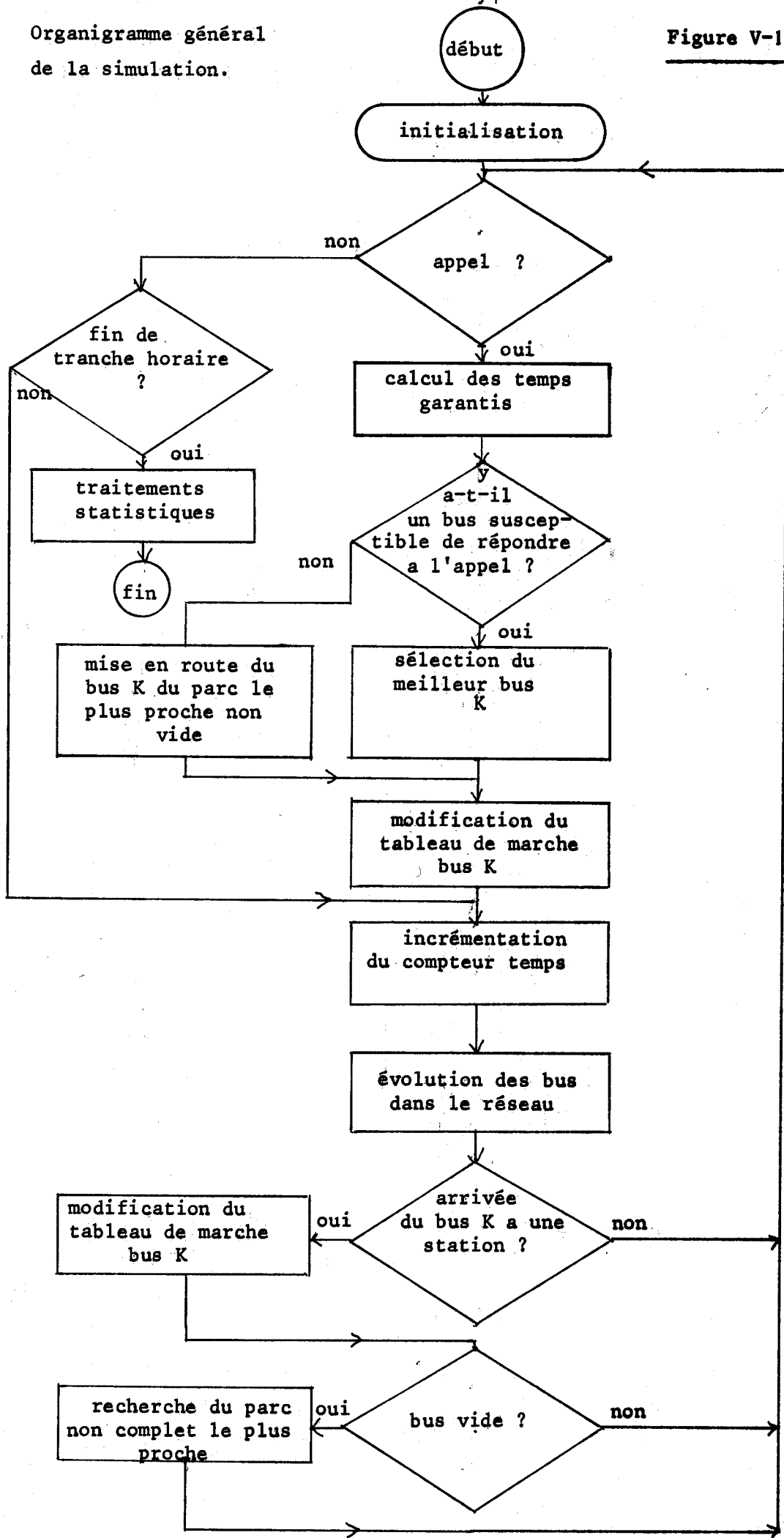
Les différents principes et règles de décision énoncés ci dessus nous permettent d'établir un organigramme général de la simulation (figure V.1).

Chaque tranche horaire est traitée et les résultats exploités séparément.

Les différents évènements sont déclenchés par un compteur temps et pris en charge par les sous-programmes qui leur sont associés.

Organigramme général de la simulation.

Figure V-1



En particulier les appels deviennent effectifs lorsque l'heure affichée correspond à celle calculée dans la séquence de génération.

Le compteur régit d'autre part la progression pas à pas des bus dans le réseau.

Lorsque différents événements surviennent au même instant, ils sont rangés dans une liste d'attente et traités de façon séquentielle.

A chaque bus est associé un tableau de marche qui mémorise son itinéraire et les contraintes qu'il doit respecter.

V.2 - Contraintes et calculs particuliers.

V.2.1 - Temps d'échange aux points d'arrêt.

Différents modèles représentant le temps d'échange aux stations ont été établis (ref.6) pour des bus classiques.

Soient TM et TD les temps de montée et de descente,

M le nombre de montants,

D le nombre de descendants.

$$TM = \alpha + \beta M + \epsilon_1$$

$$TD = \phi + \eta D + \epsilon_2$$

V-5

α , β , ϕ , η sont des constantes à ajuster suivant le type de bus considéré. ϵ_1 et ϵ_2 sont des résidus aléatoires qui suivent une loi Normale de moyenne nulle et d'écart type σ_1 et σ_2 . Le temps total d'échange est alors de la forme :

$$T = \text{Sup} (TM, TD) + K$$

V-6

La descente et la montée des voyageurs s'effectuent simultanément.

K est une constante liée à l'ouverture et à la fermeture des portes.

Ce modèle n'est évidemment valable que pour le type de bus étudié.

D'une façon générale nous pouvons dire que le temps de montée (resp. descente) est une fonction du nombre de montants (resp. descendants).

En l'absence d'information sur le type de minibus à employer nous écrirons que :

$$T = A(M+D)+K \quad V-7$$

A : temps perdu pour une montée ou une descente (~ 10 sec.)

K : constante liée à la perte de vitesse, par rapport à la vitesse moyenne, et à l'ouverture des portes (~ 30 sec.)

En raison de la faible capacité du véhicule nous pouvons en effet supposer que tous les passagers à prendre en charge attendent que soient descendus ceux qui arrivent à destination.

V.2.2 - Calcul du nombre de voyageurs.

La prise en charge d'une nouvelle demande :

origine a

destination b

nombre de passagers : N

accroît de N le contenu du bus entre la station a et la station b.

A chaque montée il faut donc recalculer le contenu du bus entre ces stations. Le calcul est facilité par les indications rangées dans le tableau de marche.

A un instant donné il y a N' voyageurs entre les stations $a_{\gamma-1}$ et a_{γ} tel que :

$$N' = \sum_{i=\gamma}^n d_i - \sum_{i=\gamma}^n m_i = \sum_{i=\gamma}^n (d_i - m_i) \quad V-8$$

n : nombre de stations du parcours

Pour une insertion de a entre $a_{\sigma-1}$ et a_{σ} , et de b entre $a_{\gamma-1}$ et a_{γ}

il faut vérifier que :

$$\{ N + \sum_{i=k}^n (d_i - m_i) \} \leq N_{\max} \quad \text{V-9}$$

$$\forall k \in \{\sigma, \sigma+1, \dots, \gamma\}$$

Remarque :

Si pour une valeur de k :

$$N + \sum_{i=k}^n d_i \leq N_{\max} \quad \text{V-10}$$

le calcul séquentiel du nombre de voyageurs peut être arrêté, la contenance du bus étant toujours inférieure à la capacité maximale tout au long du reste de l'itinéraire. En effet : $\sum_i m_i \geq 0$

et si : $\epsilon_1 < \epsilon_2$

alors : $\sum_{i=\epsilon_1}^n d_i \geq \sum_{i=\epsilon_2}^n d_i \quad \text{V-11}$

V.2.3 - Problème des demi-tours aux stations.

Les demi-tours sur route ne sont possibles qu'en des stations pré-déterminées. Il est intéressant de tester l'influence du nombre de demi-tours autorisés sur la dimension du parc de véhicules.

Lorsqu'un parcours est modifié par l'insertion d'une station α , il est indispensable de savoir si l'autobus n'aura pas à effectuer un demi-tour à une station où celui-ci est impossible.

Ces informations sont rangées dans une table de référence (§III.3.2.3).

Soit un parcours $P = \{A, B, C, D\}$

et la station α à insérer entre B et C. (figure V-2)

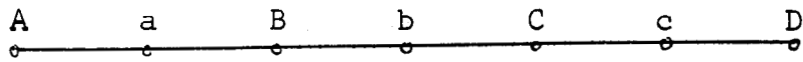


Figure V.2

A, B, C, D représentent des stations par lesquelles le bus doit passer impérativement.

a, b, c sont des stations situées sur le parcours du plus court chemin.

Trois situations doivent être analysées :

1/ Y a t-il un demi-tour en a ?

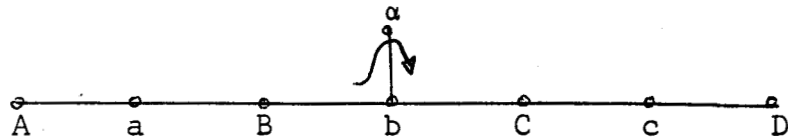


Figure V.3

2/ Y a t-il un demi-tour en B ?

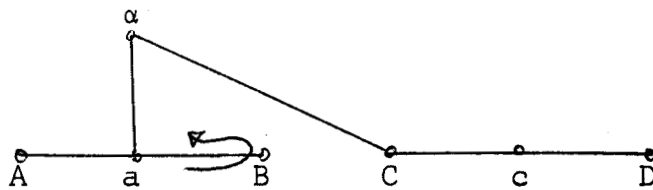


Figure V.4

3/ Y a t-il un demi-tour en C ?

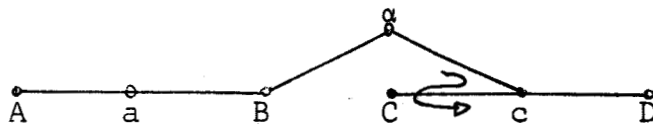


Figure V.5

Si l'une ou l'autre de ces situations se présente, il faut rechercher une autre insertion de α .

Notons cependant que, de par la conception du système et des principes qui régissent l'algorithme, ces situations ne doivent être qu'exceptionnelles.

V.2.4 - *Prise en charge de passagers ayant une origine et une destination communes.*

Si plusieurs passagers se présentent à une station et ont même destination, nous considérons qu'ils font partie d'un même groupe (famille par exemple), et désirent en l'occurrence, voyager en même temps. Ils sont alors pris en charge par un seul bus, sous réserve de satisfaire à sa contrainte de capacité maximale.

Le système peut ainsi être utilisé comme taxi : en effet, si N est la capacité maximale du véhicule, l'usager peut se faire réserver N places. Le bus est alors considéré en pleine charge et ne peut, en conséquence, être assigné à une autre demande. Ceci constitue un cas de dégénérescence du transport en commun, mais montre bien la qualité du service offert aux usagers.

V.3 - *Programmation du modèle.*

V.3.1 - *Organisation de la simulation.*

La simulation du modèle est réalisée en FORTRAN IV sur T 2000 (Télé-mécanique) 16 K avec disque.

Les différents sous-programmes s'enchainent suivant la logique de l'organigramme de la figure V.6.

Les parcs sont au nombre de quatre. Les bus y sont répartis suivant

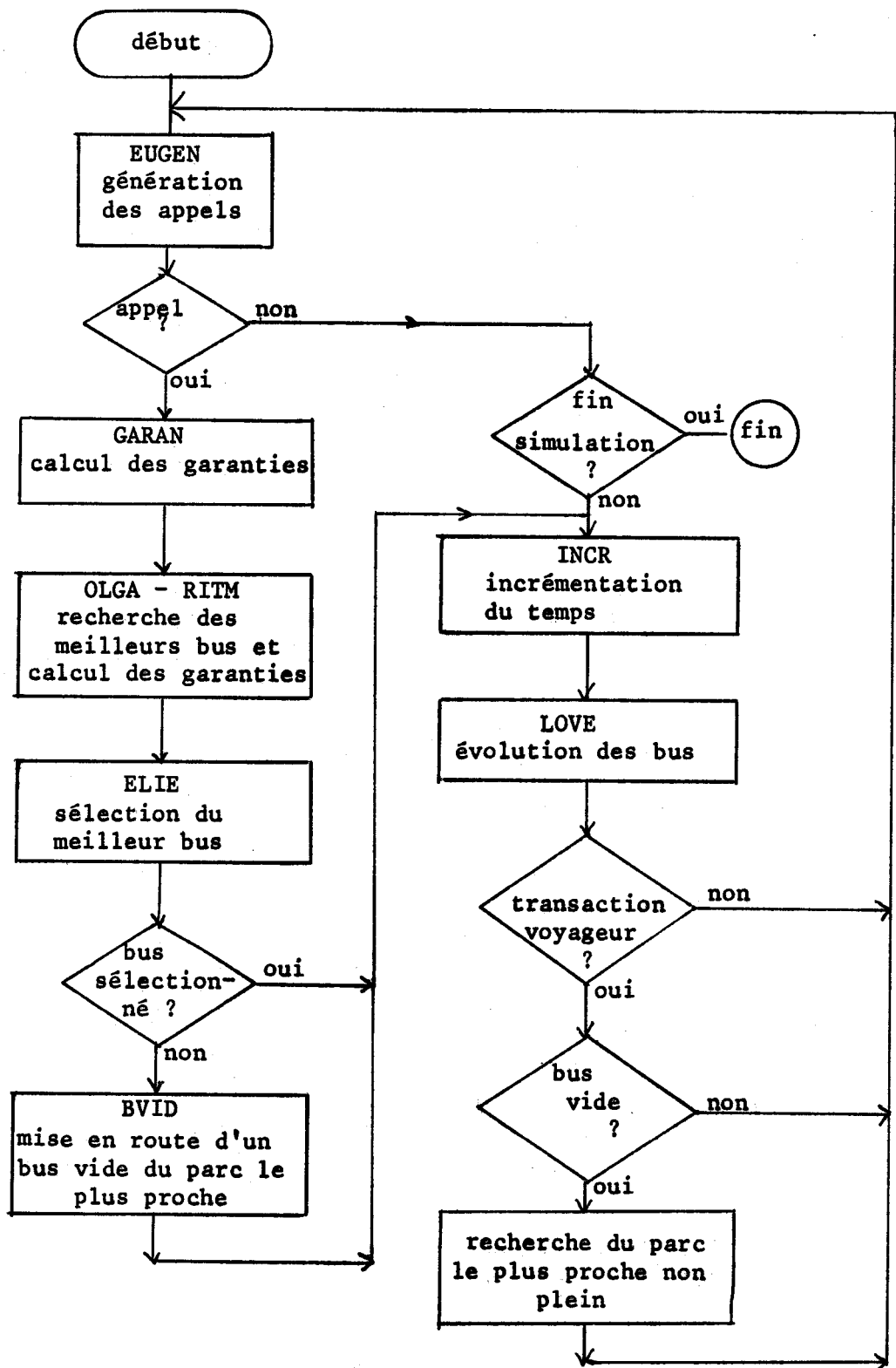


Figure V-6



l'importance des parkings, en liaison avec leur position géographique.

La position, le nombre et la capacité de ces parcs sont d'ailleurs des paramètres susceptibles d'être modifiés d'une simulation à l'autre.

Le compteur temps, représenté par le bloc INCR joue le rôle d'horloge. Chaque incrémentation correspond à une unité de 5 secondes. Dès qu'un événement a été traité le compteur est incrémenté.

Après chaque variation du temps le module LOVE (évolution) teste s'il y a passage d'un bus à une station avec transaction de voyageurs.

Ces échanges se produisent, nous l'avons vu, en un temps fonction du nombre d'usagers qui montent ou descendent.

Si le bus est vide, il est dirigé vers le parc le plus proche non complet.

S'il arrive effectivement à un parc, il est réinitialisé et mis en attente.

D'une façon générale, le bloc EUGEN teste s'il y a un appel et le programme GARAN calcule les heures d'arrivées maximales garanties au nouvel usager.

En fonction de ces contraintes, l'algorithme, constitué par les blocs OLGA et RITM, recherche tous les bus susceptibles de répondre à cet appel, sans violer les temps déjà garantis aux autres usagers.

Le sous-programme ELIE sélectionne alors le *meilleur bus* dans la liste établie par l'algorithme. Le choix de la solution définitive est déterminé par le critère.

Si aucun véhicule, déjà en circulation, ne satisfait aux conditions imposées, un nouveau bus est injecté dans le réseau à partir du parc le plus proche non vide, par l'intermédiaire de BVID.

V.3.2 - Distribution de la demande dans le temps.

A chaque tranche horaire correspond un échantillon d'origines-destinations dont les informations sont calculées selon la méthode explicitée au chapitre 2.

Les générations d'appel sont établies toutes les minutes et réparties toutes les 5 secondes, à partir de l'instant de génération.

Si le taux moyen d'arrivées (paramètre λ de la loi de Poisson) est

suffisamment grand, notamment en heure de pointe, il peut arriver que le nombre d'appels N associé à une unité de temps de 1 minute soit tel que :

$$N \cdot 5 \text{ s.} > 60 \text{ s.}$$

Dans ce cas les 12 premiers appels sont répartis toutes les 5 secondes et les autres sont supposés survenir au même instant : $t + 60 \text{ s.}$ (fig.V.7).

Exemple :

N° de la génération	origine	destination	nombre de voyageurs	heure de prise en compte à partir de t (5s.)
1	1	12	1	t + 1
	13	42	2	t + 2
	4	36	1	t + 3
	8	18	3	t + 4
////////////////////////////////////				
2	17	41	1	t + 13
	5	36	1	t + 14
	3	48	1	t + 15
	23	1	2	t + 16
	1	46	1	t + 17
	12	35	1	t + 18
	14	48	2	t + 19
	16	5	1	t + 20
	2	15	1	t + 21
	16	32	1	t + 22
	35	38	1	t + 23
	44	41	1	t + 24
19	1	1	t + 24	
////////////////////////////////////				
3	5	48	1	t + 25

Figure V-7

V.3.3 - Niveau de service.

La qualité du service est définie par le temps d'attente maximum et l'heure d'arrivée au plus tard à destination.

Nous appelons niveau de service théorique le rapport du temps total de service garanti sur le temps de trajet par le plus court chemin.

L'heure d'arrivée à destination est fixée par la relation suivante :

$$T_i = t + F(X) + \text{datt}/2 \quad \text{V-12}$$

avec :

$$X = D(a,b)$$

datt = temps d'attente maximum

t = heure d'appel

T_i , X, T, et datt sont exprimés comme tous les temps en unité de 5s.

Les courbes associées à la relation V-12 sont représentées figure V-8. Elles montrent que pour de petits trajets le niveau de service choisi est une fonction linéaire de la distance. Pour de longs parcours la perception du service est différente, nous l'approchons par une courbe parabolique.

Cependant, dans notre étude le temps de trajet par le plus court chemin entre deux points a et b ne dépasse guère un quart d'heure, comme le montre la figure V-9. Cette plage correspond aux parties linéaires des courbes de la figure V-8.

Nous remarquons alors qu'une variation du temps d'attente datt se répercute aussi sur le niveau total de service.

V. 3.4 - Selection du "meilleur" bus.

Pour un appel d'origine a et de destination b, nous sélectionnons les bus qui satisfont aux contraintes suivantes (IV.1) :

$$D(k,a) \leq \sigma \cdot \text{datt}$$

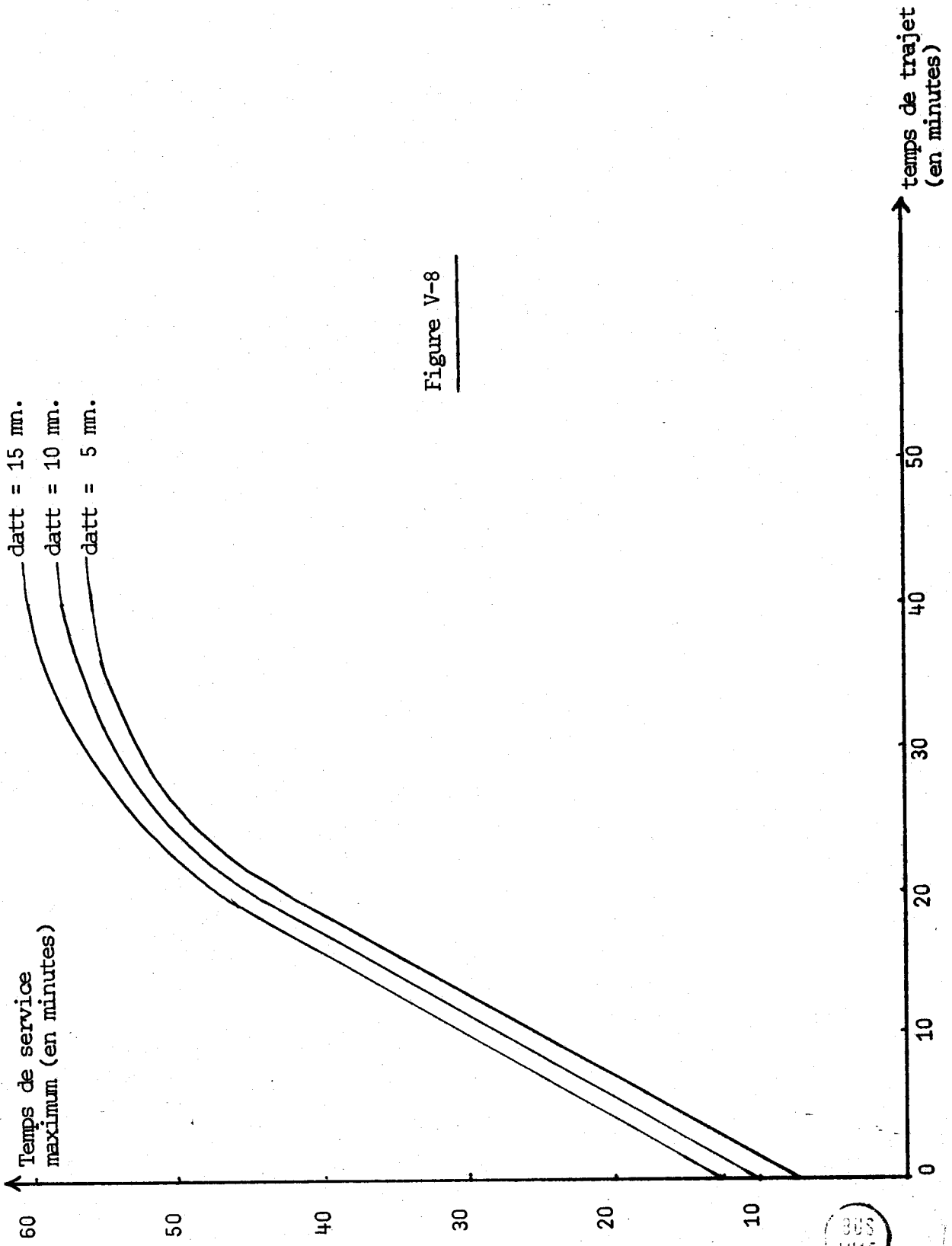


Figure V-8



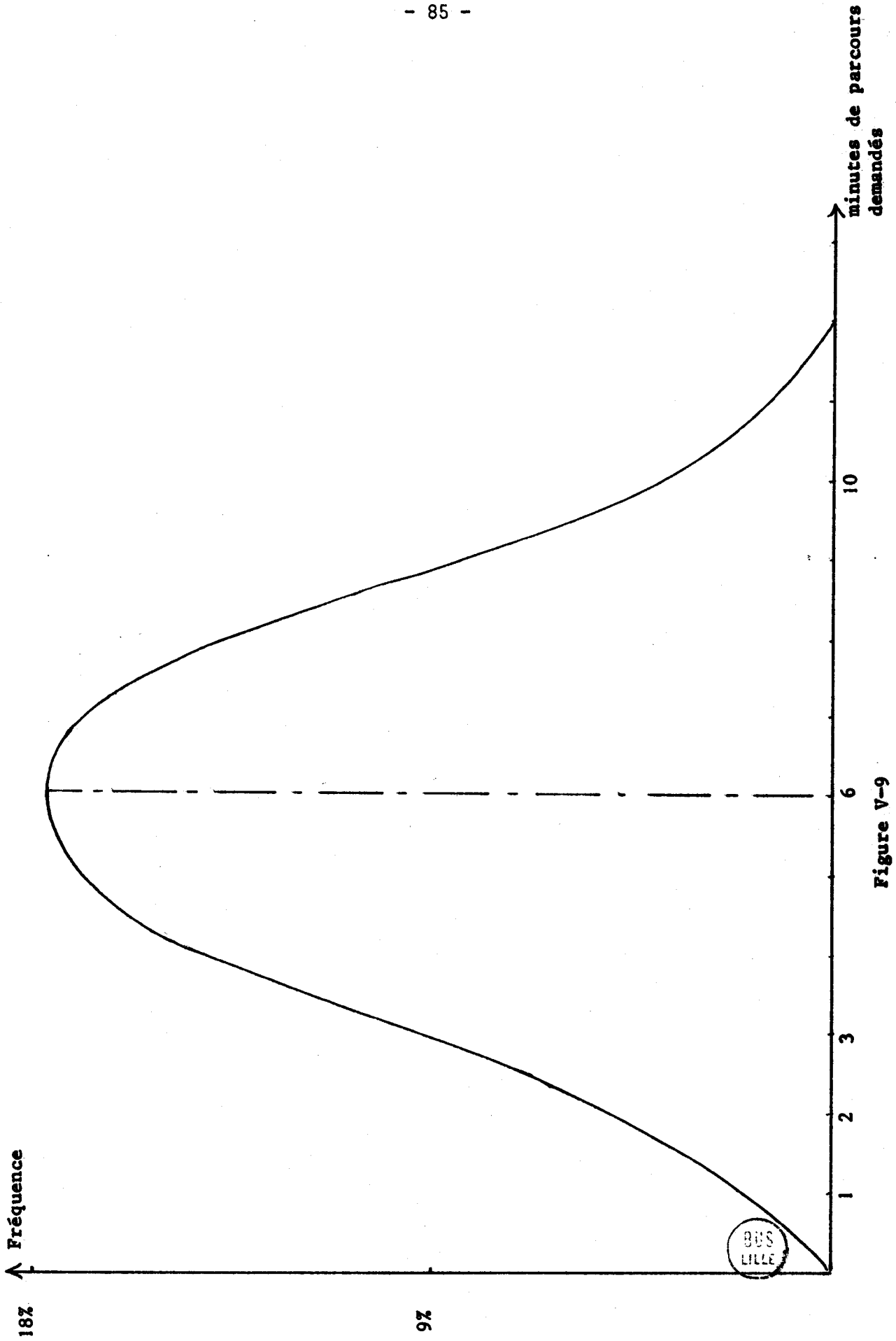


Figure V-9

$$0 < \sigma \leq 1$$

$$D(k,a) + D(a,b) \leq tm_b - 5 \text{ minutes} \quad \text{V-14}$$

σ est ajusté expérimentalement (coefficient de sécurité).

tm_b : heure d'arrivée au plus tard en b

Remarque :

Nous avons retenu, pour σ , la valeur de 1/3. En effet pour 2/3 le temps de calcul double en heure de pointe, mais le nombre de véhicules en circulation pendant l'heure reste inchangé. Ceci montre l'importance de la première sélection.

Dans la liste des bus ainsi établie, nous choisissons celui dont le coût C est minimum :

$$C = \alpha_1.E + \alpha_2.S + \alpha_3.P + \alpha_4.Q \quad \text{V-15}$$

où E, S, P, Q ont la signification donnée au paragraphe IV.2.6.

Q est le facteur qui pénalise les bus les moins chargés lorsqu'il y a choix entre plusieurs solutions. La courbe retenue pour Q est donnée figure V.10.

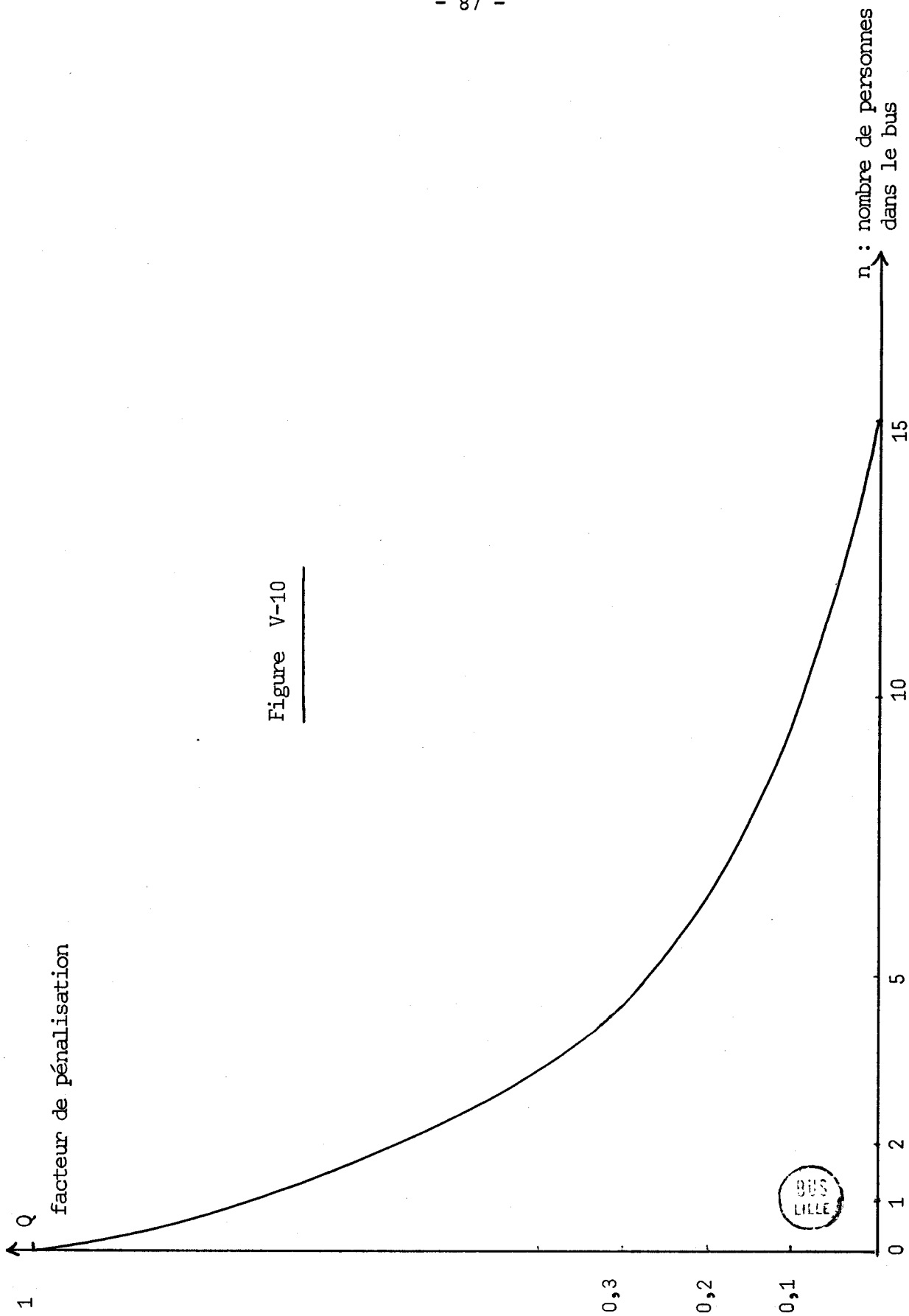
Conclusion :

Le modèle dont nous venons de donner les caractéristiques est basé sur la déviation des itinéraires déjà programmés, et sur les horaires de passage aux stations.

Nous avons ainsi constitué une représentation mathématique du fonctionnement du système BALAD dans une région bien déterminée. Il nous reste à présent à faire varier les différents paramètres : niveau de service, densité de la demande, etc... afin de déterminer ultérieurement les bilans économiques des solutions envisagées.

Les deux facteurs importants qui traduisent le coût pour l'exploitant

Figure V-10



et pour l'utilisateur sont le nombre de véhicules nécessaires en fonction de la demande et le niveau de service rendu.

Nous étudions plus particulièrement ces résultats, issus du modèle, dans le dernier chapitre.

Chapitre 6

RESULTATS DE LA MODELISATION

Le modèle permet de simuler l'exploitation du réseau pour une période allant de 7^h à 20^h, sectorisée par tranche horaire.

Durant cette simulation une liste des paramètres significatifs est imprimée pour suivre l'activité des autobus au cours du temps. En particulier toutes les informations concernant le passage des bus aux stations, les montées, les descentes, etc... avec les heures d'arrivées effectives ou garanties sont enregistrées.

A partir de ces informations nous sommes en mesure de retracer l'emploi du temps des véhicules et d'en déduire leurs performances.

Nous effectuons alors des mesures statistiques, par exemple sur la distribution du temps d'attente pour l'ensemble des usagers, ou sur le nombre de véhicules en circulation, afin de faire apparaître la charge pour l'exploitant et le niveau de service rendu aux usagers.

Nous rendons compte ici des "sorties" du modèle en distinguant les résultats relatifs aux véhicules et ceux liés à la qualité intrinsèque du système

Une troisième partie a trait à la validité du modèle et aux conclusions qui peuvent en découler.

De manière à ne pas surcharger ce chapitre nous faisons référence, pour certaines courbes, à l'annexe C.

VI-1 - Statistiques sur les bus.

Les résultats qui suivent sont établis à partir d'échantillons représentatifs de la gamme des densités d'appels. Celle ci varie de 300 à 1100 demandes à l'heure sur les 13 km².

Nous avons retenu plus particulièrement les 5 échantillons suivants :

nombre d'appels	307	448	671	862	1081
Tranche horaire	9-10 ^h	15-16 ^h	7-8 ^h	13-14 ^h	18-19 ^h

VI.1.1 - Choix du critère.

Dans une première phase, nous nous fixons à priori un type de minibus de 10 places et un temps d'attente maximum de 10 minutes. Nous étudions l'influence du critère de choix sur la dimension du parc de véhicules en fonction de la demande.

Les courbes de la figure VI- 1 représentent le nombre de bus nécessaires pour une densité d'appels donnée.

Le premier critère correspond à l'étude théorique détaillée au paragraphe IV.2.6 :

$$C_1 = \alpha_1 \cdot E + \alpha_2 \cdot S + \alpha_3 \cdot P + \alpha_4 \cdot Q$$

Le second critère correspond à une des simplifications proposées :

$$C_2 = Z_1 \cdot e_1 + Z_2 \cdot e_2 - d_b \cdot \Delta_b$$

Nous remarquons que le nombre de bus croit d'une façon logarithmique avec l'intensité de la demande. Ce phénomène est plus particulièrement mis en évidence sur la figure C-1 tracée en coordonnées semi-logarithmiques.

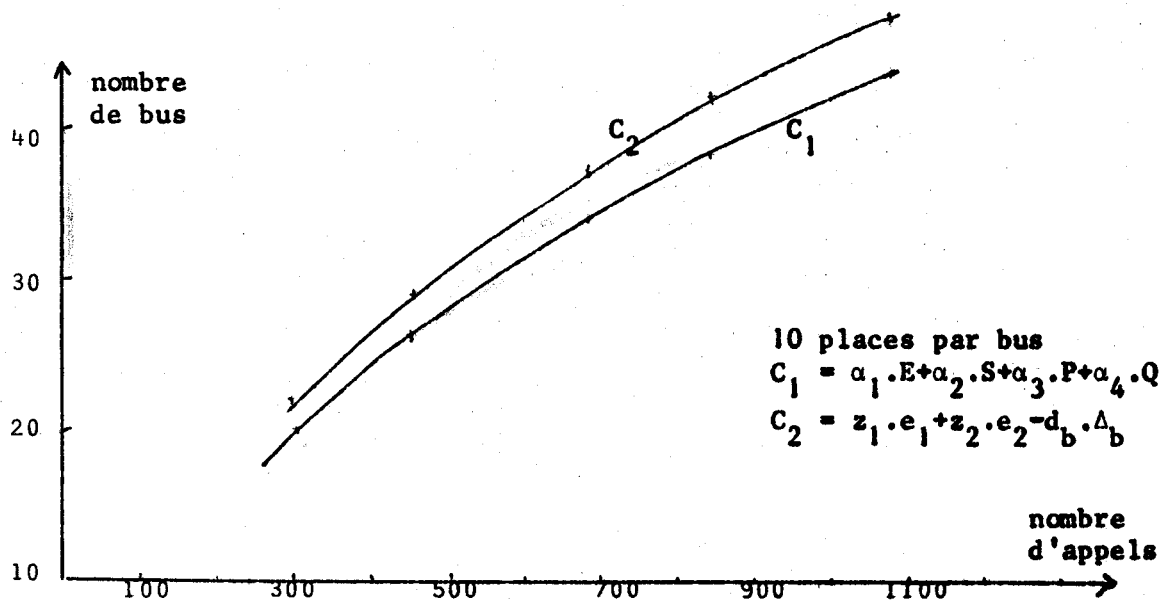


Figure VI-1

L'influence du critère se traduit par un bus supplémentaire en heure creuse pour le critère approché C_2 et de 3 bus en heure de pointe.

La détermination des Δ_i et δ_i (§ chapitre 3) est indispensable pour la vérification des garanties octroyées à chaque passager.

L'évaluation du critère le moins approché C_1 ne nécessite pas beaucoup plus de calculs que le second critère. Aussi dans tous les résultats qui suivent, l'affectation des bus est effectuée à partir de C_1 .

VI.1.2 - Influence de la capacité et de la densité d'appels.

A l'aide du critère C_1 nous testons l'influence de la demande sur le nombre de véhicules, en fonction de la capacité des bus (figure VI.2).

Ce nombre varie très peu pour des capacités de 10-15 places. La différence n'est d'ailleurs sensible qu'au delà de 850 appels/heure, sur l'ensemble de la superficie.

Pour des bus de 5 places le parc n'est guère plus élevé jusqu'à 700 appels mais croit notablement lorsque la densité dépasse 1000 appels/heure

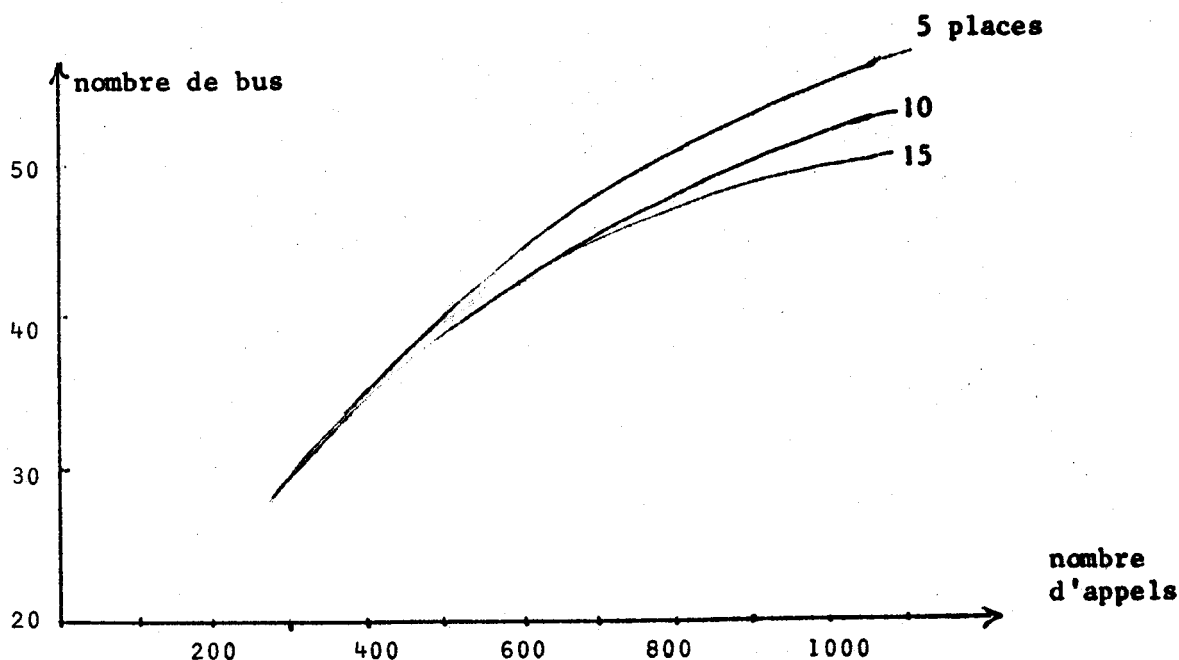


Figure VI.2

VI.1.3 - Influence du temps d'attente maximum.

L'influence du temps d'attente maximum sur le nombre de bus est représentée figure VI-3.

Pour un temps d'attente maximum supérieur à 15 minutes, le nombre de bus ne descend guère au dessous de 30. Il est donc inutile d'augmenter inconsidérément ce paramètre.

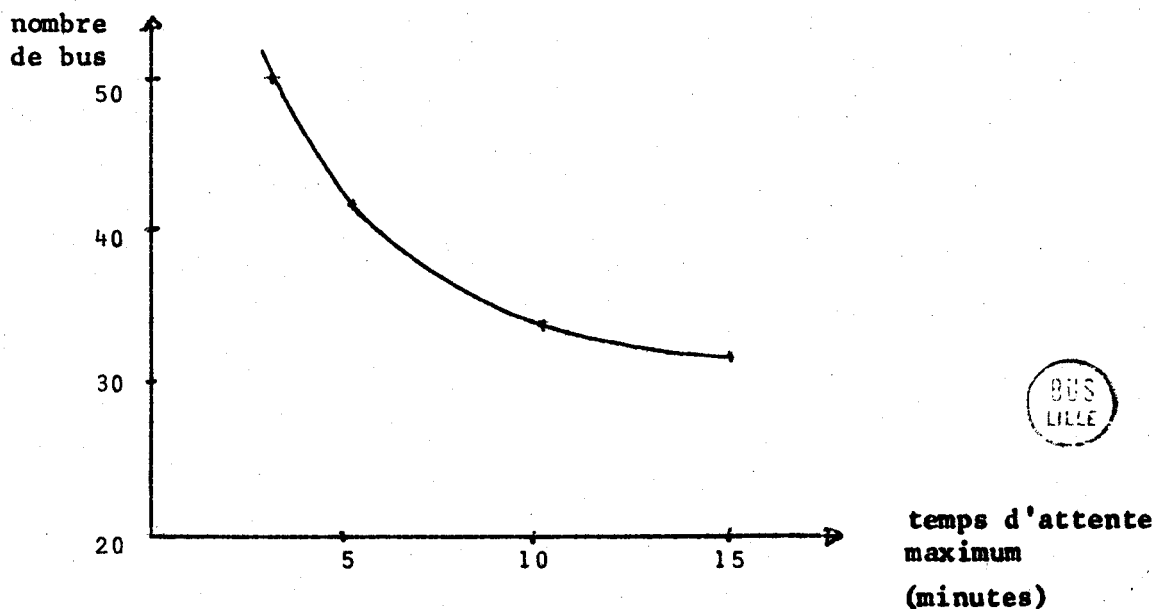


Figure VI-3

Par contre entre 3 et 5 minutes, le parc varie de 8 bus, soit approximativement de 16%.

Ce temps d'attente maximum doit donc être choisi de la manière la plus judicieuse pour minimiser le coût d'exploitation et garantir cependant un bon niveau de service.

VI.1.4 - Influence des demi-tours interdits aux stations.

Nous avons mentionné, au chapitre 2 que les demi-tours aux stations pouvaient avoir une influence sur le nombre de véhicules à mettre en circulation.

Ce problème est mis en évidence sur l'échantillon moyen : 671 appels/h (figure C-2). Le nombre de demi-tours interdits est exprimé en pourcentage.

Le parc ne croit que de 12 %, pour une augmentation de 80 % des demi-tours interdits.

Notons que certains demi-tours ne peuvent être interdits, en particulier aux stations exigues, telle la station 1 (figure I-4).

Il est d'ailleurs vraisemblable que seulement 50 % des demi-tours seront interdits, ce qui ne perturbera que très peu la dimension du parc et ne justifiera pas d'aménagements coûteux aux autres stations.

VI.1.5. - Rentabilité des bus

Les courbes VI-4, VI-5, VI-6, VI-7, et C-3 montrent la rentabilité des autobus suivant la valeur des différents paramètres : densité d'appel, capacité, et temps d'attente maximum.

Cette rentabilité peut s'exprimer en effet par le ratio du nombre de kilomètres par passager par bus à l'heure. Plus le ratio (km/pass/B/ H) est grand et plus le prix de revient par passager est élevé. La rentabilité d'un bus augmente évidemment lorsque la demande croit. Cependant elle tend à se

stabiliser lorsque celle ci dépasse 1100 demandes/heure.(figure C-3).

Les figures VI-4 et VI-5 montrent que la rentabilité augmente rapidement lorsque la capacité des bus passe de 5 à 10 places, mais reste constante au delà de 10 places. Elle augmente aussi rapidement si le temps d'attente maximum passe de 5 à 10 minutes, et demeure inchangée au delà de 15 minutes.

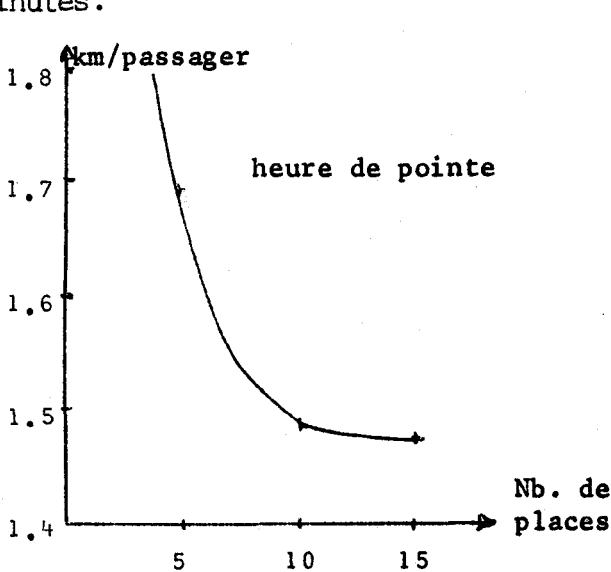


Figure VI-4

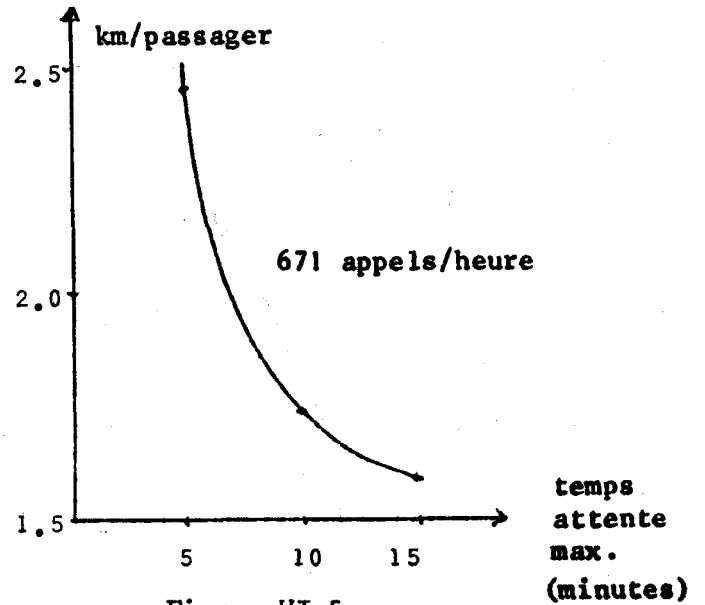


Figure VI-5

Un second rapport : nombre de passagers par bus à l'heure permet de comparer l'influence du temps d'attente garanti sur la rentabilité (figure VI-6) ou du nombre de places en fonction de la densité (figure VI-7)

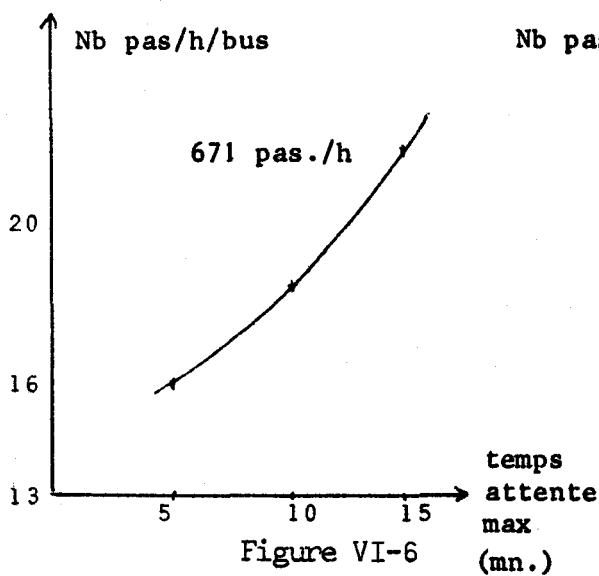


Figure VI-6

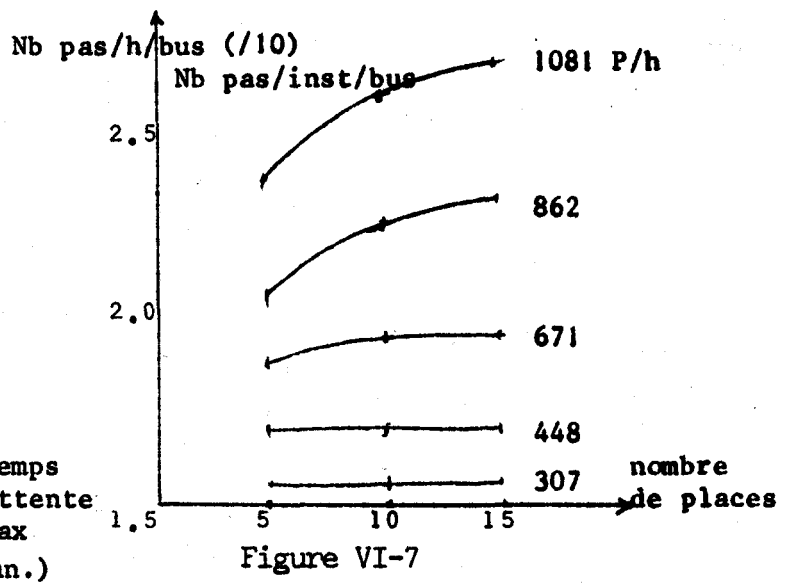


Figure VI-7

La rentabilité d'un bus moyen augmente évidemment lorsque la densité d'appel croit et le nombre de places n'a aucune influence jusqu'à 500 appels. Pour les densités élevées elle croit très rapidement pour des capacités comprises entre 5 et 10 places et se stabilise au delà de 15 places. Ces résultats concordent avec les précédents.

En remarquant que la moyenne des temps de trajet est de 6 minutes de parcours (figure V-9) nous déduisons le nombre le nombre de passagers instantané moyen NPI dans un bus :

$$NPI = (R \cdot 6) / 60 = R / 10$$

où R représente le rendement en passagers à l'heure par bus.

Les courbes du nombre de passagers par bus, instantané, se déduisent donc des courbes du nombre de passagers par bus à l'heure par simple changement d'échelle (figure VI-7).

VI.1.6 - Comparaisons kilométriques avec les voitures particulières.

Nous ne faisons intervenir dans cette étude aucune notion de niveau de service ni de perception psychologique de celui-ci. Notre seul but est de comparer le nombre de kilomètres parcourus par l'ensemble des bus avec celui qu'auraient totalisé les usagers de ces bus en utilisant leur voiture particulière.

La figure C-4 exprime la corrélation entre le rapport : nombre de kilomètres en voitures particulières sur le nombre de kilomètres effectués par l'ensemble des bus, et la densité d'appels à l'heure.

Pour une demande inférieure à 300 appels /heure l'ensemble des kilomètres parcourus par les bus est supérieur à l'ensemble des kilomètres de station à station. Pour une telle demande le système est représentatif d'un système de taxis et non plus d'un transport en commun.

VI.1.7 - Choix de la capacité et du type de bus.

Le nombre moyen de passagers instantané dans chaque bus, en fonction de la demande, est un renseignement insuffisant pour le choix de la capacité optimale.

En effet il faut aussi déterminer le nombre maximum de personnes dans chaque bus pendant l'heure. Nous avons analysé ce paramètre en fonction de différents facteurs (figures VI-8, C-6, C-5)

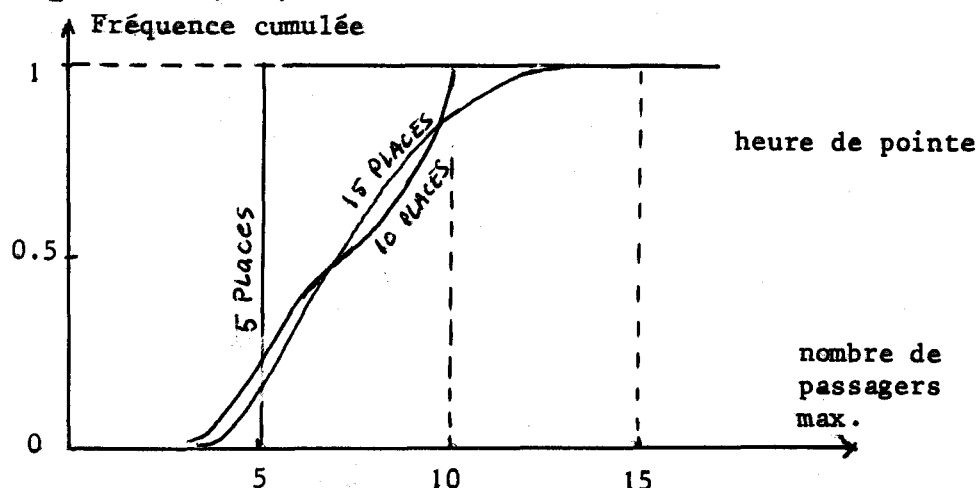


Figure VI-8

Pour une faible densité d'appels (307 appels/heure), 95% des bus n'ont pas eu plus de 6 personnes.

Au delà de 800 appels/heure la capacité de 10 places est limitative et certaines personnes affectées à un bus sont réassignées en raison de la capacité maximale. La déformation des courbes correspondant aux densités 862 et 1081 appels heure traduit ce phénomène.

Comme le montre la figure C-5 le temps d'attente maximum n'a pratiquement plus d'effet sur le nombre de passagers maximal au delà de 10 minutes.

Si les bus ont 5 places, ils sont très souvent en pleine charge (figure VI-8) et tous contiennent au moins une fois 5 personnes.

L'influence de la capacité décroît ensuite pour devenir entièrement nulle au delà de 12 places. En effet, en heure de pointe, il n'y a jamais eu plus de 12 personnes en même temps dans un bus donné.

Les bus de 15 places correspondent en fait, dans cette étude, à des bus de capacité infinie et il est inutile de prévoir des bus d'une capacité supérieure à 12 places, pour les niveaux de service étudiés qui nous ont permis de

relever ces différents résultats et que nous allons maintenant expliciter.

VI.2 - Statistiques passagers

Nous n'avons, jusqu'à présent, examiné que la rentabilité et le coût du système en fonction des divers paramètres. Or ces notions sont évidemment indissociables du service rendu et en particulier des garanties offertes aux usagers.

Les études qui suivent montrent les relations entre le temps d'attente maximum, fixé à priori, et la garantie du service total. Elles mettent, en outre, en évidence l'importance des *marges de garantie*, écarts entre les heures d'arrivées prévues et les heures effectives de passage aux stations.

VI.2.1 - Temps d'attente effectif.

Les figures VI-9 et C-8 montrent l'influence de la demande sur la répartition du temps d'attente. Le temps d'attente moyen, pour un même temps limite de 10 minutes, ne semble pas très affecté par la densité d'appel.

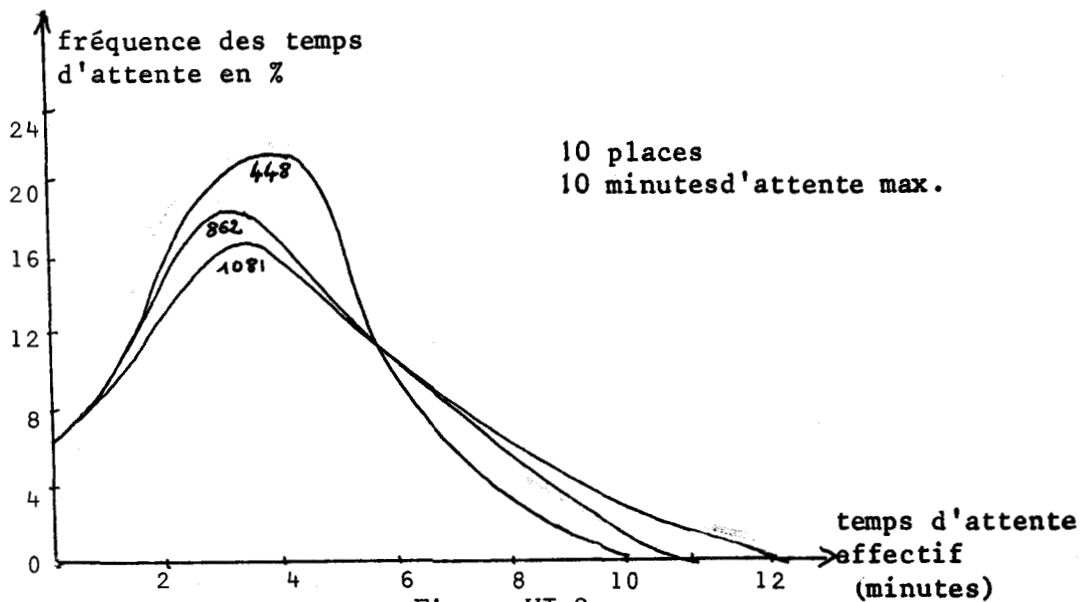


Figure VI-9

Au delà du mode, la fréquence des temps d'attente est toujours représentée par une exponentielle décroissante et les courbes de la figure VI-9 sont très proches des courbes représentatives d'un processus de Poisson dont le paramètre varie entre 3,5 et 4,5.(figure C-9).

Le temps d'attente moyen est approximativement une fonction linéaire du temps maximum d'attente :

$$datt_{moyen} \approx 1/3 datt_{max} \quad (\text{figure VI-10 et VI-11})$$

et la figure C-10 montre que 80% des usagers sont desservis avant :

- 3,3 minutes si le temps d'attente maximum est de 5 mn.
- 6,3 si le temps d'attente est de 10 mn.
- 7,5 pour 15 minutes.

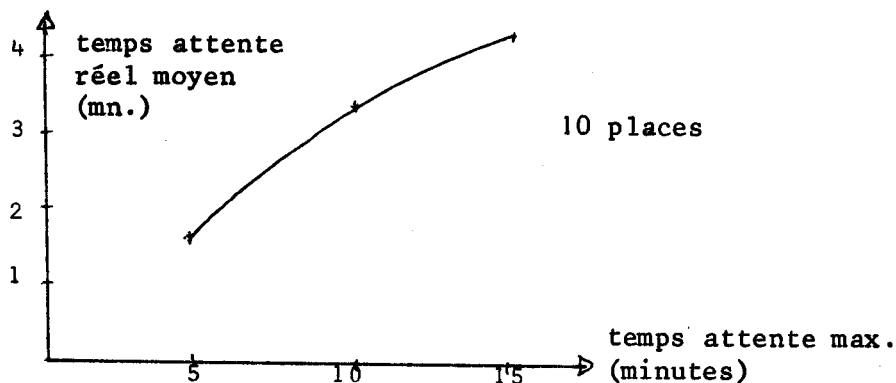


Figure VI-10

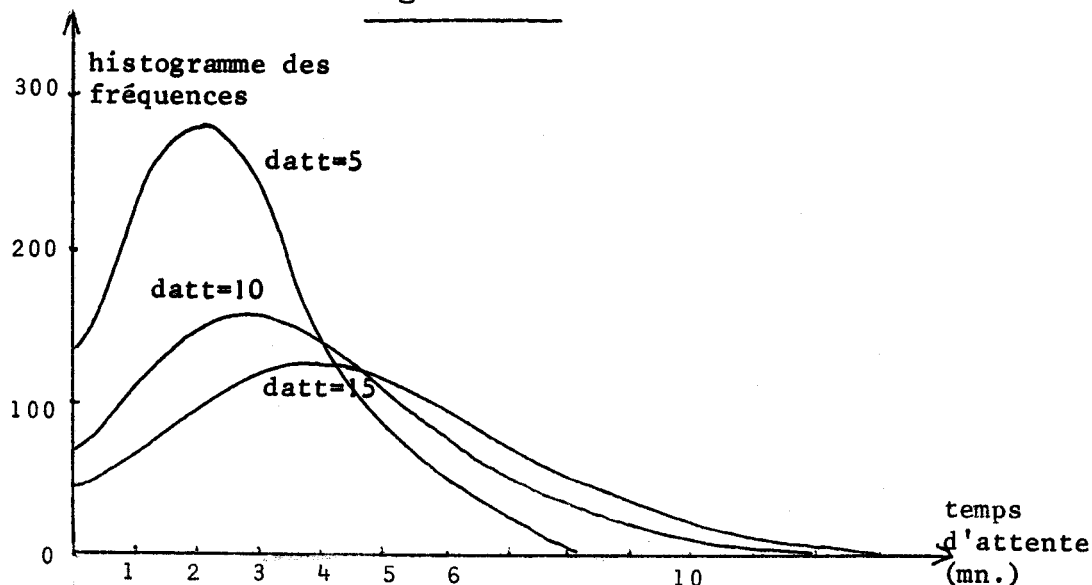


Figure VI-11

VI.2.2 - Niveau de service.

Nous avons vu dans le chapitre précédent que le niveau de service est une fonction de la distance à parcourir et du temps d'attente.

Pour différents temps d'attente nous avons tracé les fonctions : temps de trajet, temps de service total et temps de service garanti, en fonction de la longueur du parcours demandé exprimée en minutes (figures VI-12, C-11, et C-12)

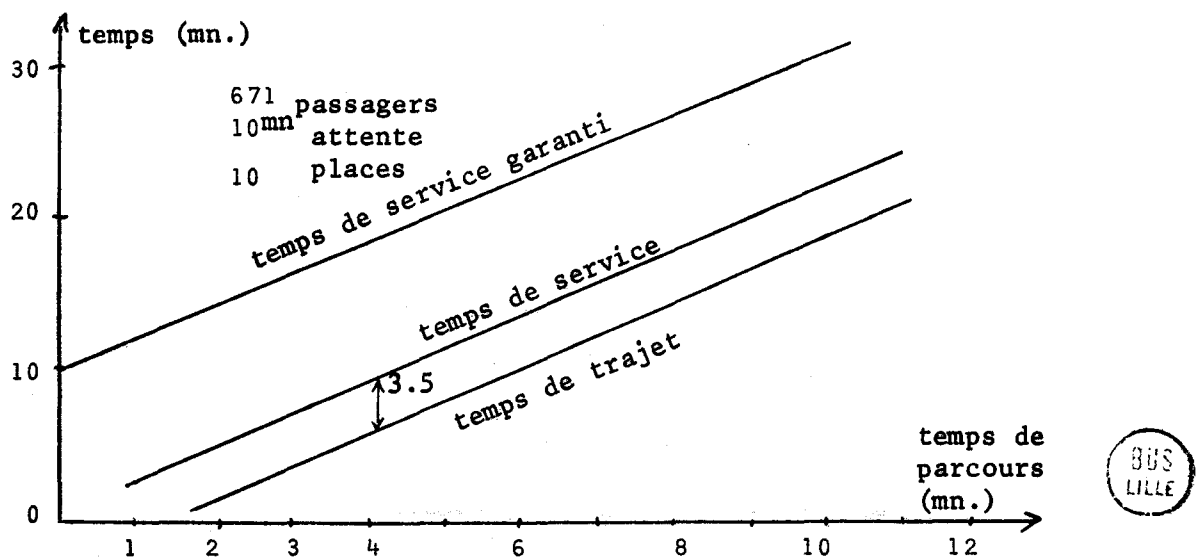


Figure VI-12

Le temps de parcours moyen sur l'ensemble des déplacements demandés est de 6 minutes et la loi de répartition est Normale.

Les temps de trajet ne diffèrent que très peu avec les variations du temps d'attente maximal. Les courbes sont des fonctions linéaires du temps de parcours

Le temps de service total relevé est une droite parallèle à celle du temps de trajet et séparée uniquement par le temps d'attente moyen que nous avons déjà calculé par ailleurs.

Les marges de sécurité entre le temps garanti et le temps de service total effectif sont très élevées. Nous pensons donc que le temps d'attente maximum est le facteur prépondérant et que l'heure d'arrivée à destination est secondaire.

Des courbes précédentes nous déduisons le niveau de service tel qu'il a été défini (figure VI-13).

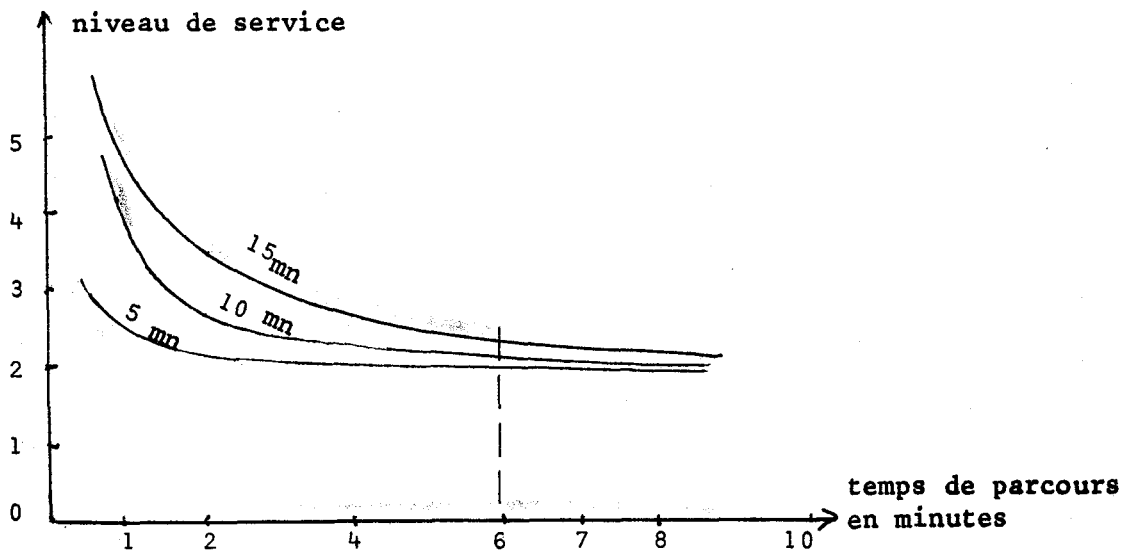


Figure VI-13

Suivant le temps d'attente maximum, fixé à priori, ce niveau de service varie entre 2 et 2,5 pour un temps de parcours supérieur à 6 minutes.

D'autre part la capacité des bus n'influe pratiquement pas sur les temps de trajet ou de service.

VI-2.3 - Marge de garantie, distribution du temps en excès.

Les marges de garantie représentatives de la différence entre le niveau de service effectif et le niveau de service garanti sont indépendantes de l'intensité de la demande. Elles ne sont fonction que du temps d'attente maximal.

Les figures C-13 et C-14 mettent en évidence la répartition de ces temps en excès.

La fréquence de violation des garanties ne représente que 2 à 8% des marges de sécurité, suivant le temps d'attente maximum fixé. Ces dépassements accidentels sont provoqués par les pertes de temps aux arrêts dont il n'est pas tenu compte pour l'affectation du meilleur bus.

En aucun cas ils ne dépassent 1,5 mn., c'est pourquoi nous les tolérons.

Le niveau de service est donc d'environ deux fois le temps mis en voiture

particulière par le plus court chemin. Il correspond approximativement au niveau de service des taxis et ne supporte en aucun cas la comparaison avec celui des transports en commun classiques.

VI.3 - Conclusions sur le modèle.

VI.3.1 - Validité du modèle.

La validité du modèle de simulation et des résultats obtenus dépend essentiellement de la précision des données.

Dans toute simulation d'un système BALAD, il y a donc lieu de tenir compte du contexte géographique. Il est difficile de transposer ou d'extrapoler les résultats in extenso d'une étude à l'autre.

Il est aussi important de souligner que la simulation ne détermine pas la meilleure méthode d'exploitation mais permet seulement de tester différentes hypothèses et de fournir les résultats, tant en ce qui concerne le coût que la qualité de service offerte. Il reste ensuite à établir des critères de choix permettant de dresser les bilans pour l'exploitant et pour les usagers.

VI.3.2 - coût généralisé.

Le coût d'exploitation est une fonction d'un grand nombre de paramètres. Il dépend essentiellement de l'amortissement de l'installation du réseau de télécommunications, des bornes d'appel, du nombre de véhicules et de leur type, des dépenses en personnel, entretien, énergie etc...

Le coût des heures de calcul est vraisemblablement peu important comparé à ces dépenses.

Avant la mise en place d'un tel réseau de transport, il paraît indispensable d'effectuer une étude visant à déterminer le coût au véhicule/km par

exemple , le coût moyen par usager ou par usager/km.

La comparaison avec les autres modes de transport en commun s'impose tant au niveau du service rendu que du coût d'exploitation. Pour ce faire on évalue un coût généralisé qui fait intervenir tous les temps, y compris les temps terminaux, affectés d'un coefficient de pénibilité.

Ainsi le temps de marche à pied, le temps d'attente, et le temps de trajet évalué à 8 francs de l'heure pour 1980, associés au tarif de prise en charge, déterminent un coût généralisé. Il peut s'expliciter de différentes manières, nous donnons ici une expression du coût généralisé en voiture particulière :

$$C_1 = 1/\psi. (p + \alpha.d) + k.(n.T + d/v)$$

où : ψ est la moyenne des personnes par véhicule ($\approx 1,5$)
p le coût du stationnement payant par demi-journée
 α le coût au kilomètre
d la distance parcourue en voiture
k le coût de l'heure (8 Fr. en 1980)
n le coefficient de pénibilité de la marche à pied
T le temps de marche à pied jusqu'à la voiture
et v la vitesse moyenne en voiture particulière.

Quant au coût généralisé du système BALAD ou d'un transport en commun classique, il s'exprime par :

$$C_2 = f + k.(n_1.T_1 + n_2.T_2 + d_1/v_1)$$

où : f est le coût du billet
k le coût de l'heure de temps
 T_1 le temps de marche à pied jusqu'à la station, et de la station arrivée jusqu'à la destination
 n_1 le coefficient de pénibilité de la marche à pied
 T_2 le temps d'attente
 n_2 le coefficient de pénibilité du temps d'attente
 d_1 la distance parcourue par le bus entre la prise en charge et le dépôt
et v_1 la vitesse commerciale du bus.

Conclusion :

Les études statistiques issues du modèle doivent être suivies de deux autres recherches. D'une part une analyse sensitive qui permet d'étudier le comportement du système lors d'événements exceptionnels :

arrivées inopinées, accidents,...

D'autre part une étude économique faisant ressortir si le système est réalisable, à partir d'un choix des paramètres : nombre de bus, nombre de places dans chaque bus, vitesses, etc...

A cette fin il faut étudier le coût, les frais, éventuellement les subventions nécessaires et comparer simultanément avec le coût d'exploitation et les caractéristiques des autres modes de transport, des voitures particulières, des taxis.

CONCLUSION GENERALE

Les problèmes de transport et de circulation sont à l'heure actuelle parmi les plus préoccupants, et la crise énergétique renforce encore ces inquiétudes.

La création de moyens nouveaux de transport en commun est essentielle pour résoudre ces difficultés, l'amélioration des possibilités actuelles ne pouvant être suffisante.

Une Ville Nouvelle est, dans cet esprit, un cadre particulièrement propice à l'expérience et celle de Lille-Est fait partie de ces endroits privilégiés.

L'étude qui précède n'est autre qu'une première étape dans la mise en place d'un système tel que le BALAD. Mais elle apporte déjà des résultats convainquants. Il est en effet inconcevable de se lancer dans une telle aventure sans en tester la viabilité, et la simulation a été réalisée dans ce sens.

Les motivations des usagers et les choix modaux sont très délicats à supposer et l'évaluation des déplacements effectifs en 1980 ou 1985 reste très difficile. Cependant la planification à long terme établie sur la Ville Nouvelle est une garantie pour un fonctionnement correct du système une fois rendu opérationnel.

La commande en temps réel ne doit alors rencontrer que des difficultés d'ordre technologique : conception des bornes d'appel, détection des bus, transmission d'ordres. Des solutions existent déjà en pratique sur les lignes classiques d'autobus.

Si les résultats présentés dans notre dernier chapitre sont très prometteurs, l'étude n'en est pas pour autant terminée. Il reste à affiner le modèle en introduisant de nouveaux paramètres tels les retards aléatoires créés par l'injection, dans une circulation réelle, de feux, d'axes saturés, de travaux, etc...

Mais ce qui nous paraît peut être le plus fondamental c'est la poursuite des travaux dans le sens, d'une part de l'adaptation de nos algorithmes

de commande à d'autres terrains d'essai : autre agglomération, zone rurale, ramassage scolaire, collecte d'ouvriers, système de taxis...
et d'autre part d'une généralisation, pour un système de transport unique autonome par exemple.

ANNEXE A

MODELE GRAVITAIRE

CALCUL DES DEPLACEMENTS

Le périmètre d'étude est divisé en zones représentées par leurs centroïdes sur la figure I-2.

Nous nous proposons de rechercher le modèle permettant de reconstituer les migrations T_{ij} entre les différents centroïdes i et j , pour la motivation " autres ".

Soient :

N_i le nombre de déplacements émis par la zone i
 N'_j le nombre de déplacements reçus par la zone j

N_i et N'_j sont fonctions de la population, des emplois... Les corrélations entre ces facteurs sont établies de façon empirique à partir des enquêtes réalisées sur la région et extrapolées à l'horizon de l'étude.

La relation qui exprime le nombre de déplacements émis est de la forme :

$$N_i = k_1 \cdot P_i + k_2 \tag{A-1}$$

où P_i représente la population de la zone i , k_1 et k_2 les paramètres à ajuster.

De même les déplacements reçus par la zone j sont exprimés en fonction de la population P_j et des emplois tertiaires attractifs E_{Tj} :

$$N'_j = k_3 \cdot P_j + k_4 \cdot E_{Tj} + k_5 \tag{A-2}$$

Soit d_{ij} le temps moyen de parcours du centroïde i au centroïde j , T_{ij} est proportionnel à N_i et N'_j et fonction de d_{ij} .

Posons :

$$T_{ij} = \frac{N_i}{n_i} \cdot \frac{N'_j}{n'_j} \cdot f(d_{ij}) \tag{A-3}$$

n_i et n_j représentent les coefficients de proportionnalité caractéristiques des éléments N_i et N_j .

Les données de notre problème peuvent donc se résumer comme suit :

$$\sum_j T_{ij} = N_i$$

$$\sum_i T_{ij} = N_j'$$

$$T_{ij} = \frac{N_i}{n_i} \cdot \frac{N_j'}{n_j'} \cdot f(d_{ij})$$

A-4

Nous pouvons alors écrire successivement :

$$\sum_{j \neq i} T_{ij} = N_i - T_{ii} = \frac{N_i}{n_i} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{N_j'}{n_j'} \cdot f(d_{ij}) \right\}$$

$$\sum_{i \neq j} T_{ij} = N_j' - T_{jj} = \frac{N_j'}{n_j'} \sum_{i \neq j} \left\{ \frac{N_i}{n_i} \cdot f(d_{ij}) \right\}$$

A-5

Posons :

$$N_i^* = \frac{N_i}{n_i} = \frac{N_i - T_{ii}}{\sum_{j \neq i} (N_j' / n_j') \cdot f(d_{ij})}$$

$$N_j^{*'} = \frac{N_j'}{n_j'} = \frac{N_j' - T_{jj}}{\sum_{i \neq j} (N_i / n_i) \cdot f(d_{ij})}$$

A-6

Il vient alors :

$$T_{ij} = N_i^* \cdot N_j^{*'} \cdot f(d_{ij})$$

A-7

Les N_i^* et $N_j^{*'}$ sont déterminés par les formules de récurrence A-6, et la fonction de résistance $f(d_{ij})$ qui reste à expliciter doit satisfaire à certaines conditions de décroissance pour que le produit $N_i^* \cdot N_j^{*'}$ puisse être déterminé.

Les enquêtes réalisées sur les migrations ont permis de constater que

$f(d_{ij})$ était du type exponentiel :

$$f(d_{ij}) = K. e^{-r.d_{ij}}$$

A-8

~~~~~

~~~~~

~~~~~



ANNEXE B

**GENERATION D ECHANTILLON A PARTIR**

**D UNE FONCTION DE REPARTITION**

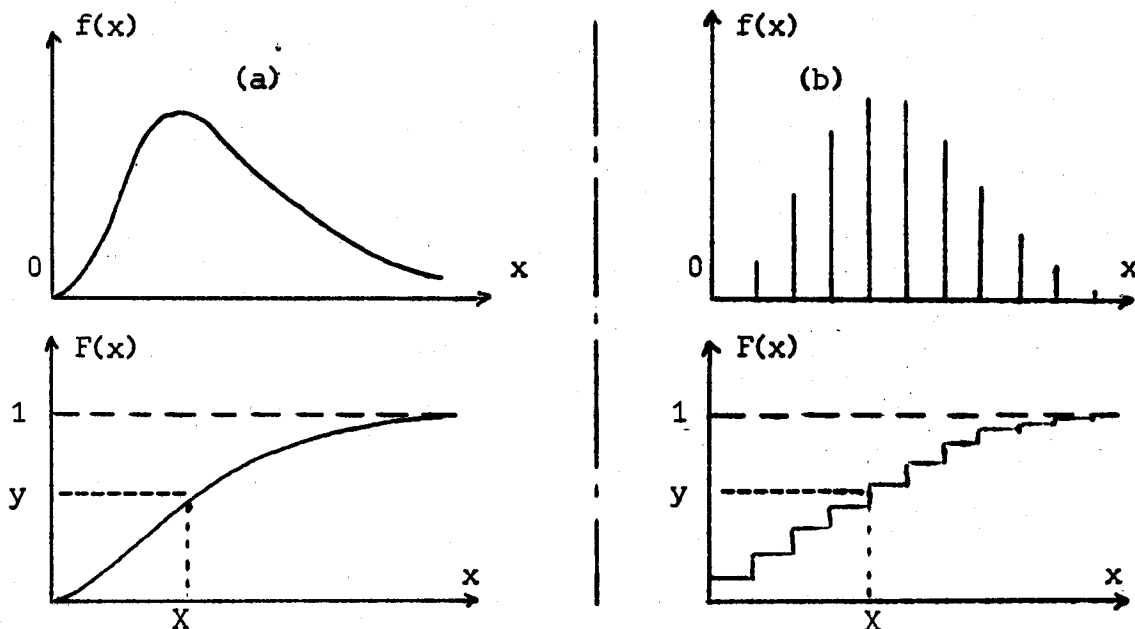
Connaissant la loi de probabilité que suit une variable aléatoire  $x$ , comment peut-on générer un échantillon de valeurs  $x_i$  représentatives d'une distribution de cette variable ?

Considérons une variable aléatoire  $X$  et  $F(x)$  sa fonction de répartition . Par définition :

$$F(x) = \Pr\{ X \leq x \}$$

B-1

$X$  peut varier par valeurs continues ou discrètes, suivant le cas  $F(x)$  a l'allure suivante :



Figures B-1

Effectuons le changement de variable :

$$Y = F(X)$$

Soit  $H(y)$  la fonction de répartition de cette nouvelle variable aléatoire :

$$H(y) = \Pr\{Y < y\} = \Pr\{F(X) < F(x)\} \quad \text{B-2}$$

$F(x)$  est une fonction croissante de  $x$  variant entre 0 et 1. Il en résulte que :

$$H(y) = \Pr\{F(X) < F(x)\} = \Pr\{X < x\} = F(x) = y \quad \text{B-3}$$

ou :

$$H(y) = \Pr\{Y < y\} = y \quad \text{B-4}$$

Une telle fonction de répartition caractérise une distribution uniforme sur l'intervalle  $(0,1)$ .

En remarquant que  $x$  est la racine unique de l'équation  $y = F(x)$ :

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_k$  est un échantillon de la distribution uniforme de  $Y$ . On obtient un échantillon de la distribution  $F(x)$  en remplaçant les  $y_i$  par les racines  $x_i$  des équations :

$$y_i = F(x) \quad \text{B-5}$$

Nous pouvons diviser l'intervalle  $(0,1)$  en  $10^k$  parties égales, où  $k$  dépend de la précision que nous cherchons.

A partir d'une suite de nombres aléatoires :

$a_0, a_1, \dots, a_k$  qui forme une séquence équiprobable de base nous déterminons les  $k$  valeurs de  $X$  correspondantes.

~~~~~

~~~~~

~~~~~

ANNEXE C

RESULTATS STATISTIQUES

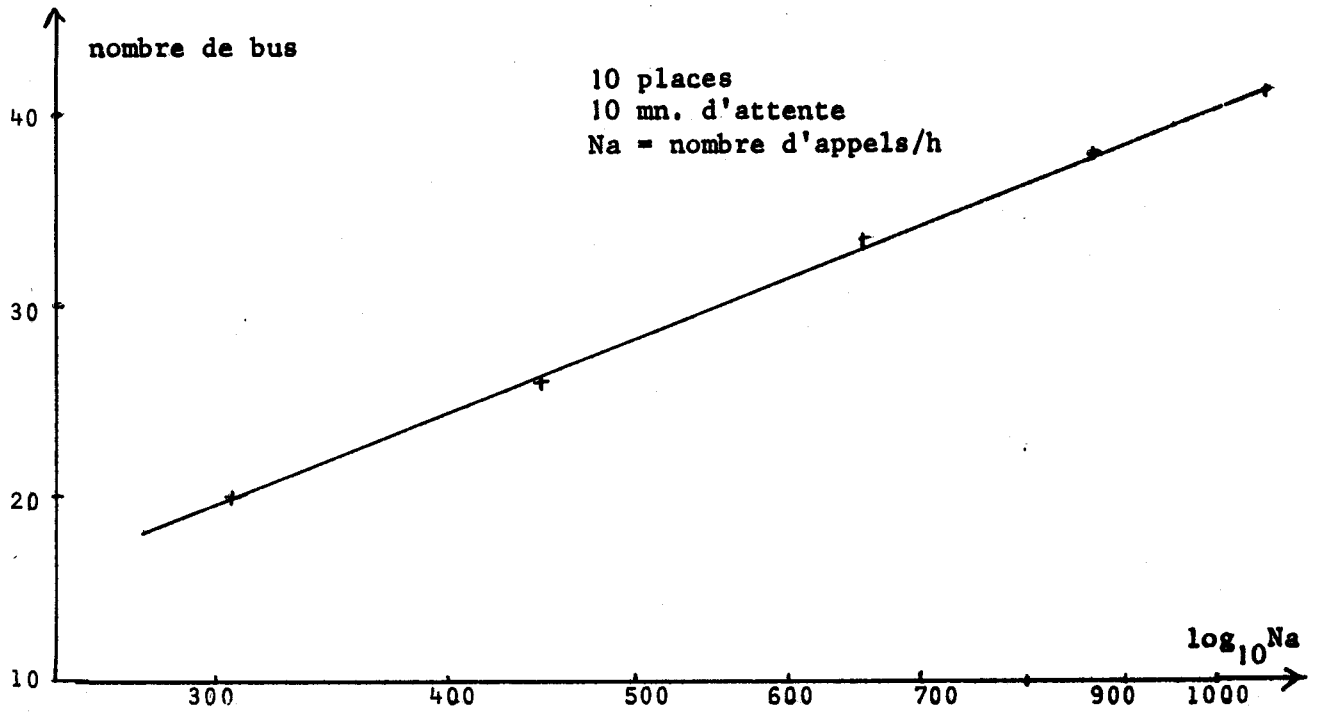


Figure C-1

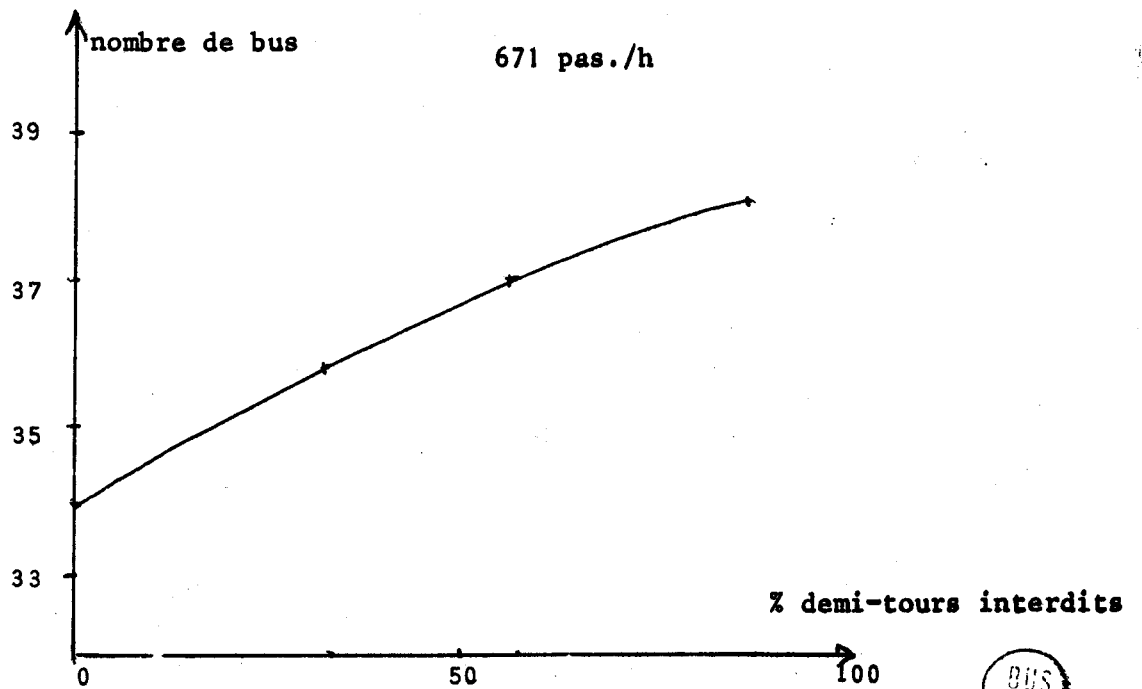


Figure C-2



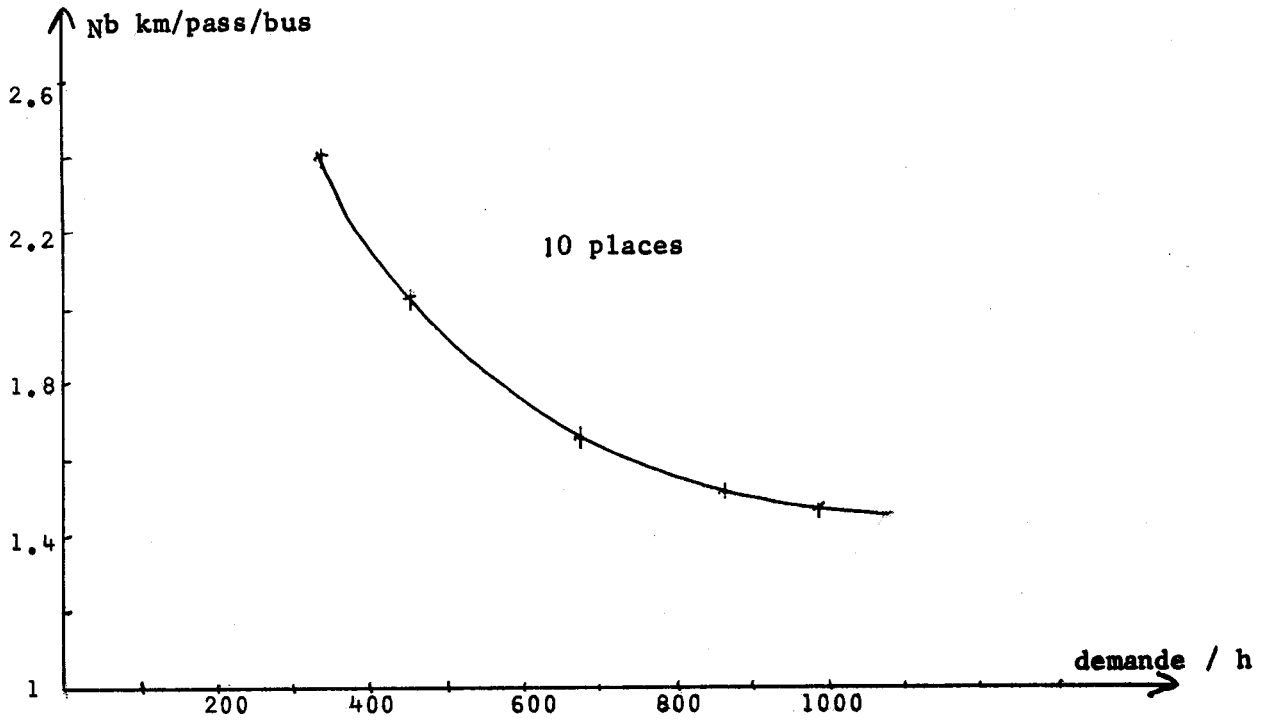


Figure C-3

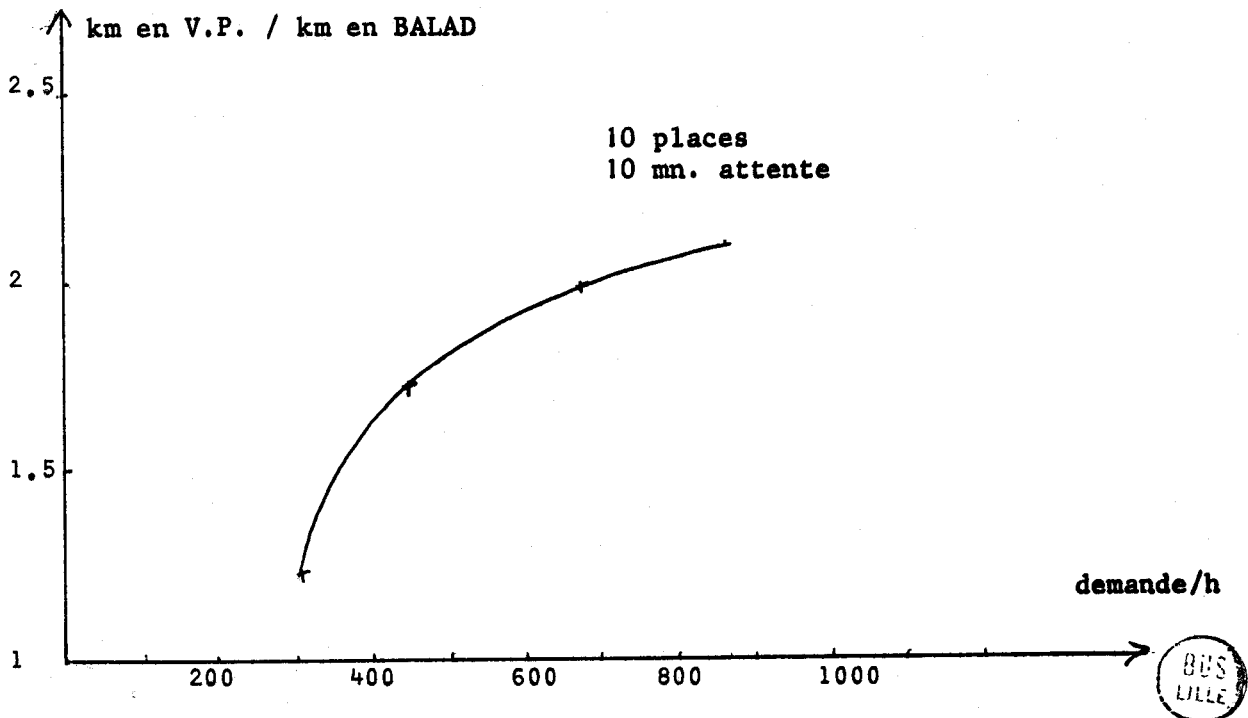


Figure C-4

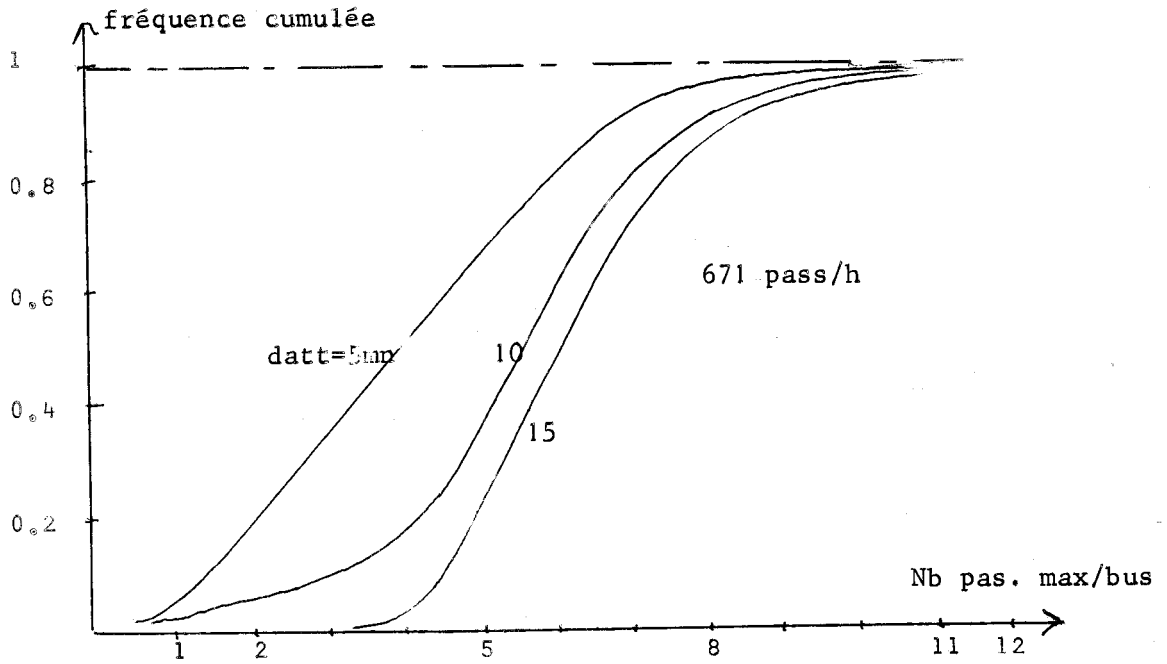


Figure C-5

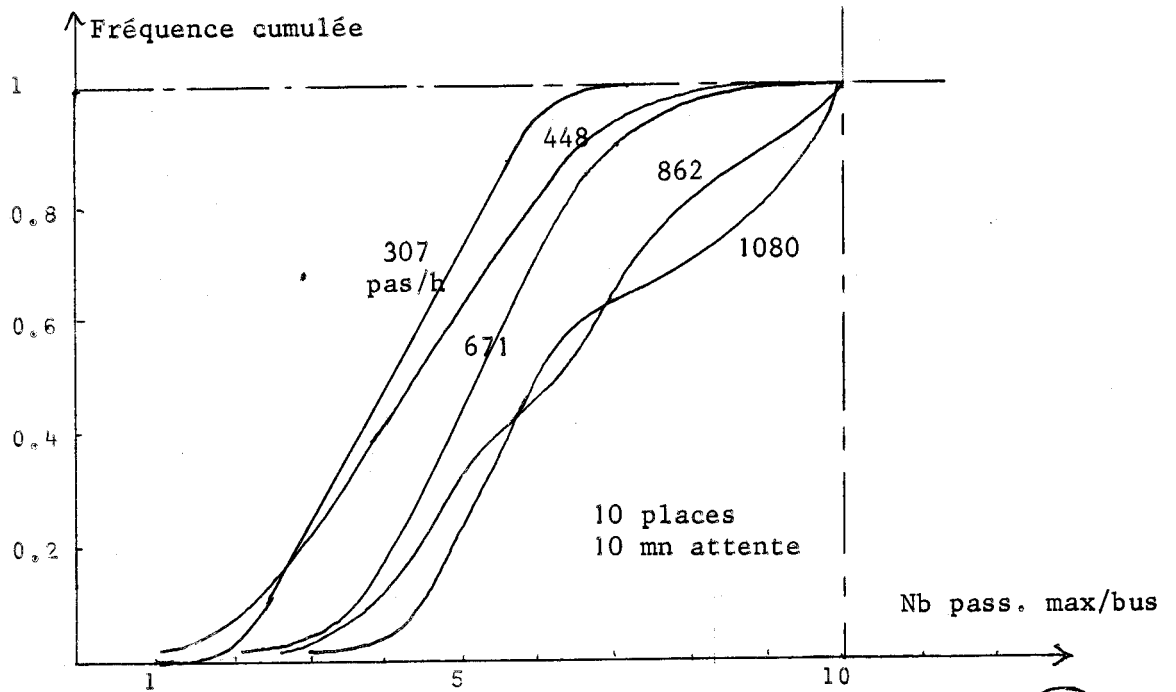


Figure C-6



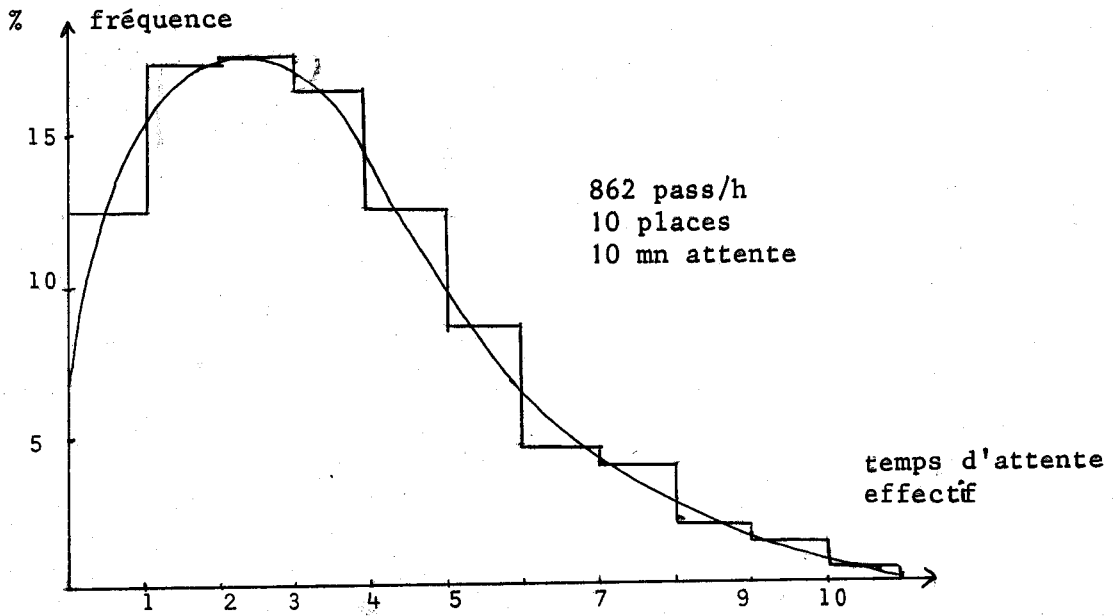


figure C-7

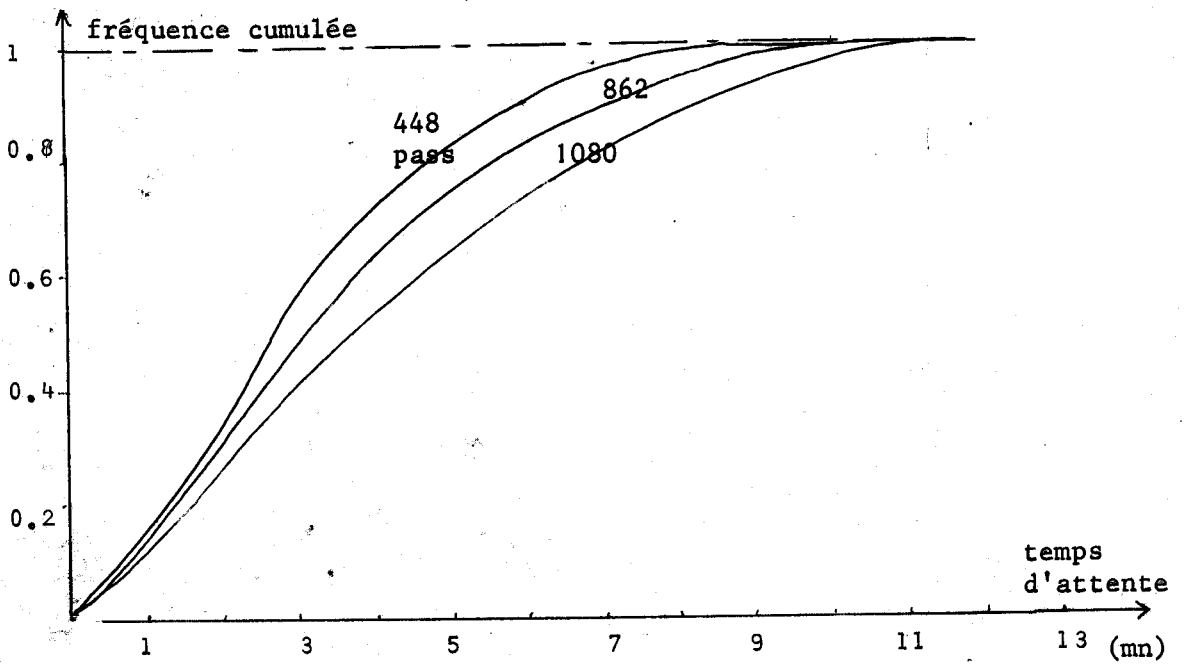


Figure C-8



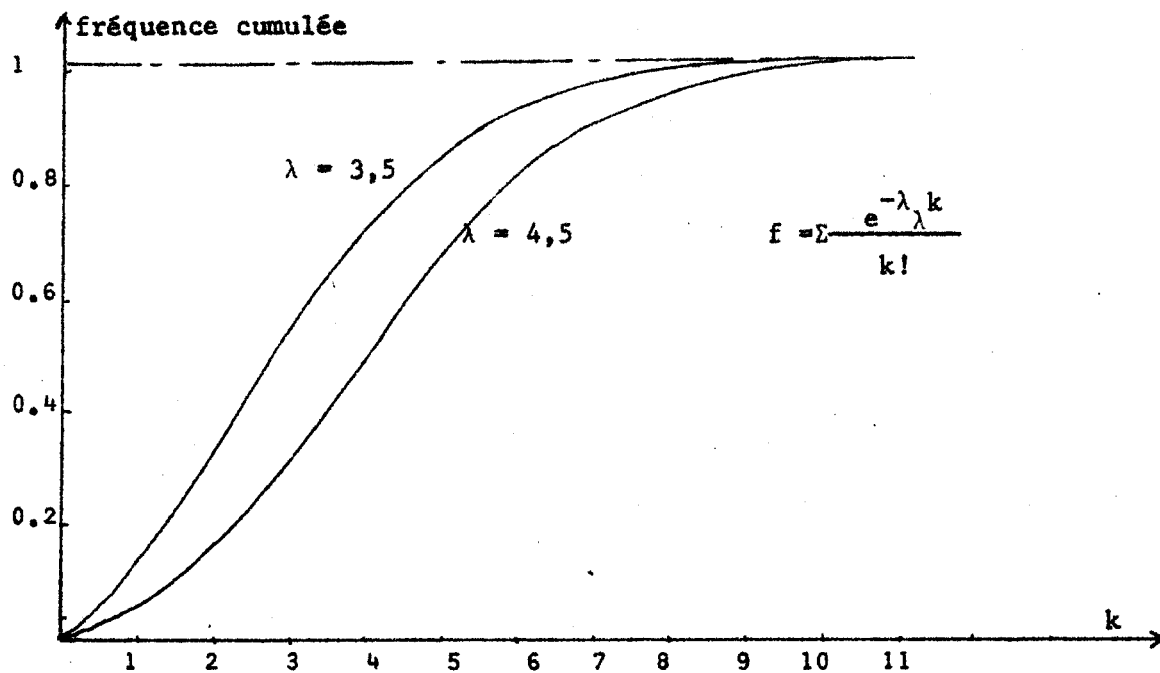


Figure C-9

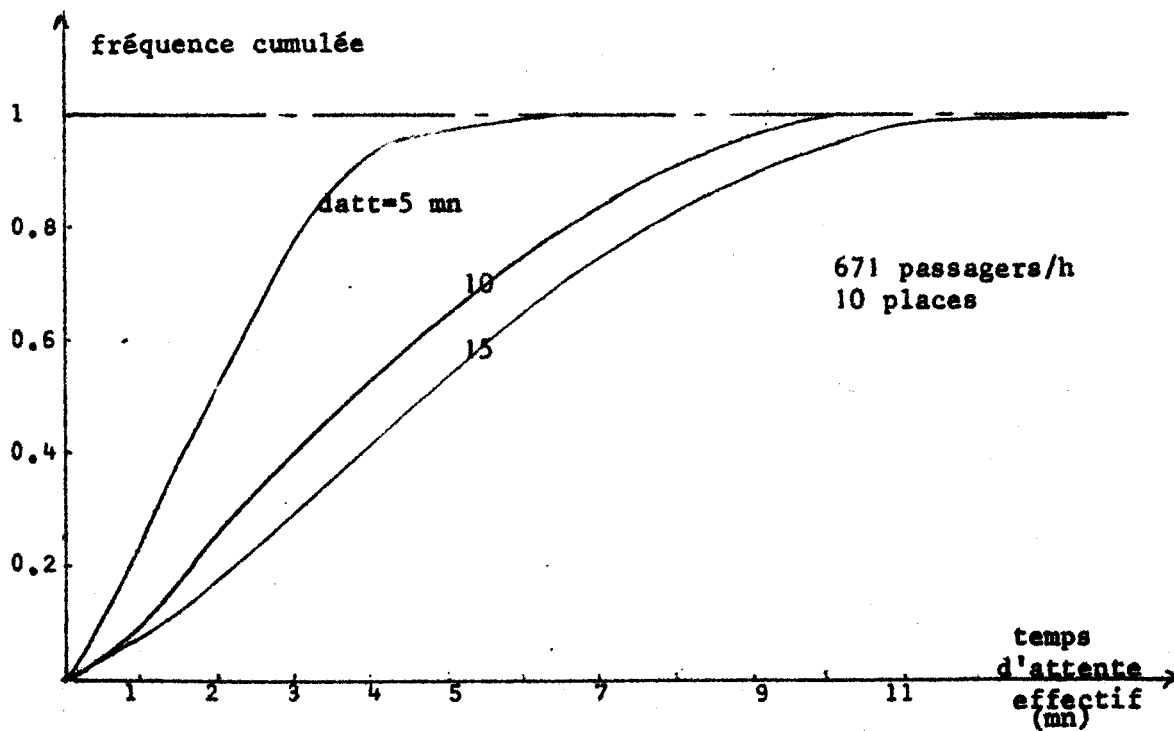


Figure C-10



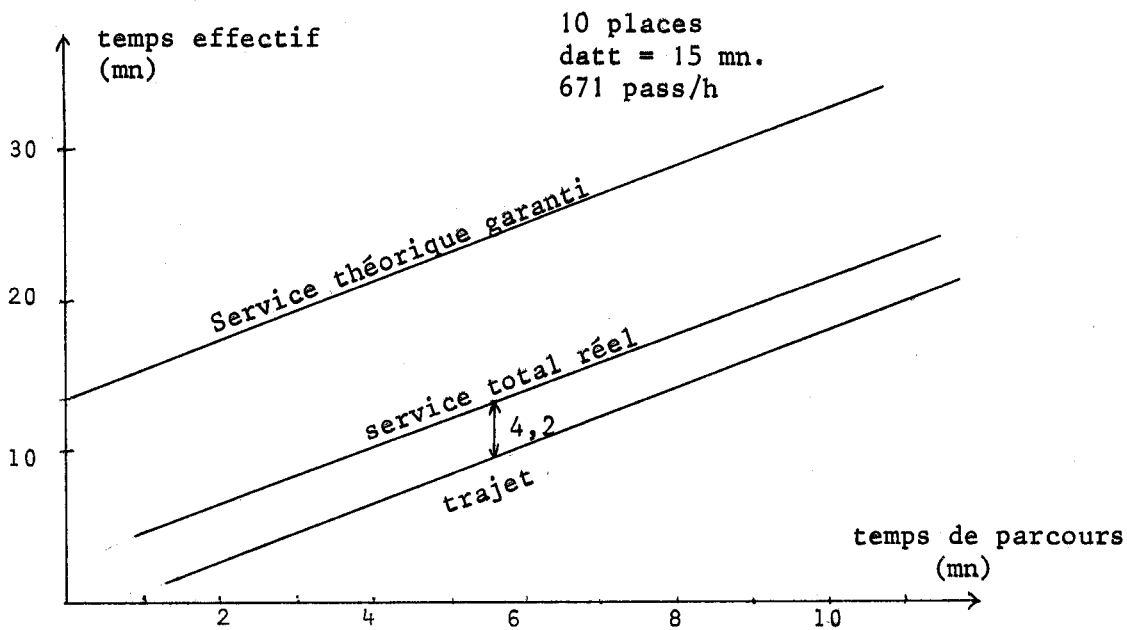


Figure C-11

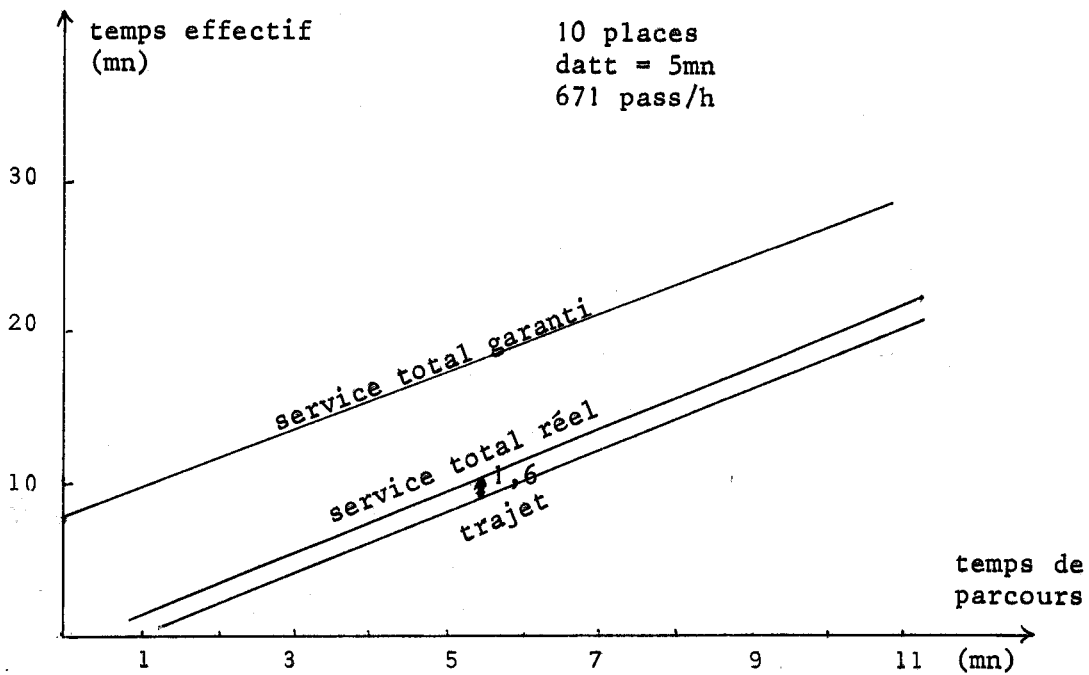


Figure C-12



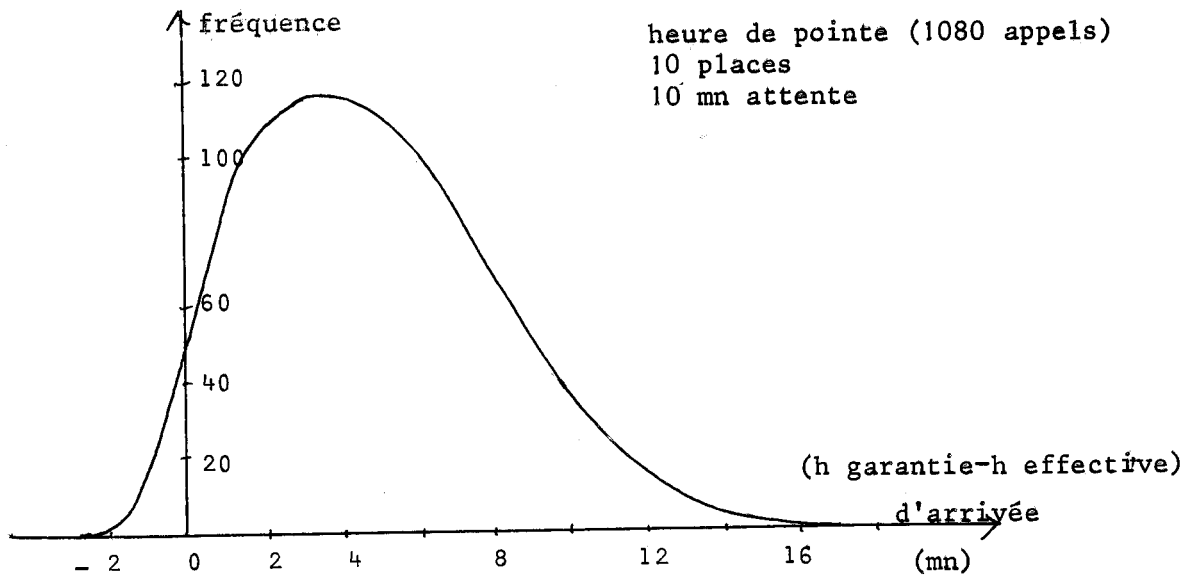


Figure C-13

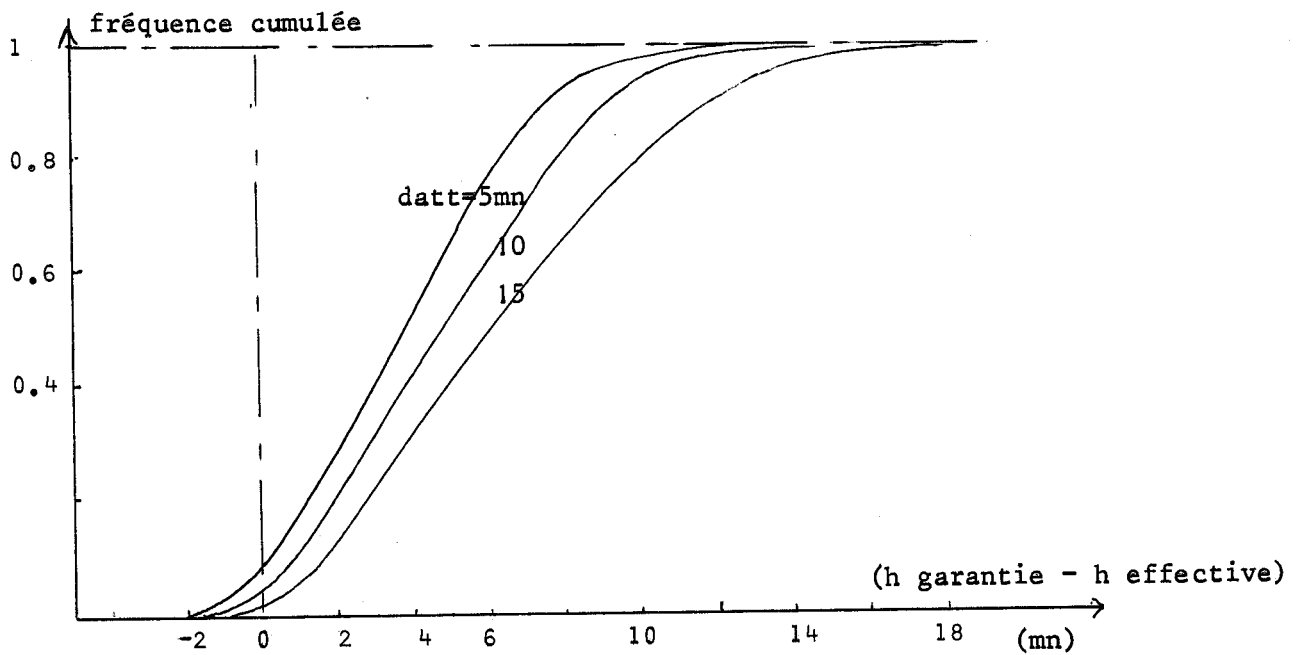


Figure C-14



BIBLIOGRAPHIE

- 1/ "COMPUTER SIMULATION OF A DEMAND SCHEDULED BUS SYSTEM OFFERING DOOR TO DOOR SERVICE"
Kenneth W. Heathington
Highway Research Record N° 251-1969-
- 2/ "ALGORITHMS FOR ROUTING AND SCHEDULING IN DEMAND RESPONSIVE TRANSPORTATION SYSTEMS"
Larry L. HOWSON
Highway Research Record N° 318 1970
- 3/ "MINIBUS AND DIAL-A-RIDE"
R. Slevin
Traffic Engineering and Control Avril 1973
- 4/ "POTENTIAL DEMANDS FOR DEMAND SCHEDULED BUS SERVICES"
E. Archer
Highway Research Record N°367
- 5/ "ETUDE GLOBALE DE TRANSPORTS DE LA METROPOLE DU NORD"
Bureau Régional de Circulation -LILLE- Rapport d'étude 1973
- 6/ "SIMULATION D UNE LIGNE D AUTOBUS"
Horace Dekindt - Pierre Griffé
IFAC/IFIP 1er Symposium International sur la régulation du trafic
Versailles 1-5 Juin 1970 N°6
- 7/ "A CONTROL ALGORITHM FOR DIAL-A-RIDE"
M.J. MANLOW
Traffic Engineering And Control MAI 1973 VOL 15 N° 1

- 8/ "ATTUABILITA DI UN SISTEMA DI AUTOBUS A RICHIESTA"
Daniel Roos
Revue de la fédération internationale de l'automobile.
Mars-Avril 1972
- 9/ "DIMENSIONNEMENT D UN PARC DE VEHICULES DE TRANSPORT OPERANTS
ENTRE DEUX POINTS"
Bernard Peiron
Revue Française d'Automatique, Informatique et Recherche Opération-
nelle N° Octobre 1972
- 10/ "LES TRANSPORTS PUBLICS DANS LES GRANDES VILLES DU MONDE"
Bulletin d'information et de documentation de la RATP Mars-Avril 1973
- 11/ "AN ALGORITHM FOR THE VEHICLE DISPATCHING PROBLEM"
N. Christofides and S. Eilon
Operational Research Quaterly Vol 20 N°3
- 12/ "CONFERENCES" présentées à l'ENSEM, Université de NANTES par :
M. A. Gaudefroy-Demonbynes
Direction des Routes - Ministère de l'équipement 1970
- 13/ "DEMAND-RESPONSIVE BUSES : PROGRESS AND PROSPECT "
C. Kissing
Traffic Engineering and Control Juillet 1972
- 14/ "SCHEDULING ALGORITHMS FOR A DIAL-A-RIDE SYSTEM"
Nigel Wilson
Massachusetts Institute of Technology
Urban Systems laboratory Mars 1971
- 15/ "METHODES ET MODELES DE LA RECHERCHE OPERATIONNELLE"
A Kaufmann
Tomes 1 et 2 "Economie d'Entreprise" Edi. DUNOD 1970

- 16/ ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ ЕМКОСТИ СТОЯНОК ТАКСИ
В СИСТЕМЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ
ТАКСОМОТОРНЫМИ ПЕРЕВОЗКАМИ
З .И.УСТИНОВА, В.И.ШАМРАЙ, А.М.АКМАРОВ
- 17/ "STATISTIQUE ET PROBABILITES"
J. LAMAT Technique et vulgarisation
- 18/ "LES METHODES DE SIMULATION"
C.Valère Feuvrier
Edi DUNOD
- 19/ "RECHERCHE D UN CLASSEMENT HIERARCHIQUE DE SURFACES PLANES ET
APPLICATION A UN PROBLEME DE PLACEMENT SELON UNE METHODE HEURISTIQUE"
J.C. Diverrez - B. Du bois de Meyrignac- R. Soenen
R.A.I.R.O dec.1973
- 20/ "MULTISTAGE CUTTING STOCK PROBLEMS OF TWO AND MORE DIMENSIONS"
OPns-Res 11 - 1973
- 21/ "LA REGULATION DANS LES PROBLEMES COMBINATOIRES ET SON APPLICATION
AU PROBLEME DES TOURNEES DE LIVRAISON"
Vo-KHAC
RAIRO 1969 V.1 P. 91-104
- 22/ "INTRODUCTION A LA COMBINATORIQUE EN VUE DES APPLICATIONS"
A. Kaufmann Dunod 1968
- 23/ "LA REGULARISATION DANS LES PROBLEMES COMBINATOIRES ET SON APPLICATION
AU PROBLEME DE SECTORISATION"
RIRC 1971
- 24/ "ELEMENTS DE LA RECHERCHE OPERATIONNELLE"
R Faure
Gauthier-Villars

- 25/ "PROBLEME DE CHEMINEMENT DANS LES GRAPHE"
Monographie d'Informatique AFCET DUNOD 1971

- 26/ "TEST DU SCHEMA DES STRUCTURES ET DES RESEAUX"
Ville Nouvelle de Lille Est-EPALE -Rapport URATEC 1972

////////////////////

Table des matières

Avant propos	
Généralités	1
Chapitre 1 : DESCRIPTION DE L'ETUDE	2
I.1 - Présentation de l'étude	2
I.1.1 - Principe du bus à la demande	2
I.1.2 - Réalisations déjà existantes	3
I.1.2.1 - Réalisations américaines	4
I.1.2.2 - Particularités du système BALAD	4
I.2 - Caractéristiques de la zone d'influence	6
I.2.1 - Définition du périmètre d'étude	6
I.2.2 - Le réseau BALAD et ses stations	6
I.2.3 - Les déplacements	10
I.2.3.1 - Données initiales	10
I.2.3.2 - Répartition des déplacements	10
I.2.3.3 - Répartition par tranche horaire	12
I.3 - Schéma bloc de la simulation	12
Chapitre 2 : GENERATION DES ORIGINES-DESTINATIONS	17
II.1 - Détermination des échanges	18
II.1.1 - Modèle gravitaire	18
II.1.2 - Lois d'arrivées aux stations	18
II.1.2.1 - Génération des origines	19
II.1.2.2 - Distribution des destinations	19
II.2 - Génération des échantillons	20
II.2.1 - Génération d'une séquence équiprobable de base	21
II.2.2 - Génération d'un échantillon Poissonien	21
II.2.3 - Génération d'échantillons à partir d'une matrice	22
de probabilités	
II.2.4 - Organigramme de la génération des origines-destinations.	23
II.3 - Tests sur la génération	26
II.3.1 - Distribution rectangulaire	26
II.3.2 - Adéquation d'un échantillon à une loi de Poisson	28
II.3.3 - Ajustement du nombre d'appels à une loi Normale	29

Chapitre 3 : APPROCHE D UN ALGORITHME POUR L ASSIGNATION D UNE NOUVELLE DEMANDE.....	33
III.1 - Définition du problème et des méthodes	33
III.1.1 - Objectifs	33
III.1.2 - Recherche d'une solution optimale	34
III.1.3 - Méthode heuristique	35
III.2 - Recherche du plus court chemin	36
III.2.1 - Matrice des temps de trajet entre deux stations	36
III.2.2 - Recherche des stations qui constituent le plus court chemin entre deux stations	38
III.3 - Approche de l'algorithme	40
III.3.1 - Schéma d'insertion d'une station	40
III.3.1.1 - Définition du problème	40
III.3.1.2 - Recherche de la meilleure insertion simultanée de l'origine et de la destination	40
III.3.1.3 - Méthode de résolution - simplifications	42
III.3.1.4 - Détermination de l'erreur commise par rapport à la solution optimale	42
III.3.2 - Définition des contraintes	44
III.3.2.1 - Contraintes du nombre et de la taille des bus ..	44
III.3.2.2 - Contraintes des heures d'arrivées et du niveau de service garanti	46
III.3.2.3 - Contraintes sur l'itinéraire	47
III.3.3 - Définition d'un tableau de marche	48
Chapitre 4 : SELECTION DU MEILLEUR BUS	51
IV.1 - Selection des meilleurs bus	51
IV.1.1 - Première sélection	51
IV.1.2 - Définition du critère de selection	52
IV.2 - Critère de selection théorique	53
IV.2.1 - Variation d'un tableau de marche	53
IV.2.2 Allongement d'un parcours	56
IV.2.3 - Perturbation du niveau de service garanti	56
IV.2.4 - Probabilité future d'insertion	57
IV.2.5 - Diminution du nombre de bus	58
IV.2.6 - Expression du critère	59
IV.3 - Simplification du critère	59
IV.3.1 - Réduction du nombre d'insertions possibles	59
IV.3.2 - Simplification du critère de selection	61

IV.3.2.1 - Simplification de S	63
IV.3.2.2 - Simplification de P	63
IV.3.2.3 - Nouveau critère approché	68
Chapitre 5 : MODELE	71
V.1 - Evolution des autobus	71
V.1.1 - Répartition des parcs et des autobus	71
V.1.2 - Mise en route d'un véhicule	72
V.1.3 - Redistribution des bus vides	73
V.1.4 - Organigramme de la simulation	73
V.2 - Contraintes et calculs particuliers	75
V.2.1 - Temps d'échange aux points d'arrêt	75
V.2.2 - Calcul du nombre de voyageurs	76
V.2.3 - Problème des demi-tours aux stations	77
V.2.4 - Prise en charge de passagers ayant une origine et une destination communes	79
V.3 - Programmation du modèle	79
V.3.1 - Organisation de la simulation	79
V.3.2 - Distribution de la demande dans le temps	81
V.3.3 - Niveau de service	83
V.3.4 - Selection du meilleur bus	83
Chapitre 6 : RESULTATS DE LA MODELISATION	89
VI.1 - Statistiques sur les bus	90
VI.1.1 - Choix du critère	90
VI.1.2 - Influence de la capacité et de la densité d'appels	91
VI.1.3 - Influence du temps d'attente maximum	92
VI.1.4 - Influence des demi-tours interdits aux stations	93
VI.1.5 - Rentabilité des bus	93
VI.1.6 - Comparaisons kilométriques avec les voitures particu- lières	95
VI.1.7 - Choix de la capacité et du type de bus	95
VI.2 - Statistiques passagers	97
VI.2.1 - Temps d'attente effectif.....	97
VI.2.2 - Niveau de service	99
VI.2.3 - Marge de garantie, distribution du temps en excès	100

VI.3 - Conclusions sur le modèle	101
VI.3.1 - Validité du modèle	101
VI.3.2 - Coût généralisé	101
Conclusion générale	104
Annexe A : MODELE GRAVITAIRE - CALCUL DES DEPLACEMENTS	106
Annexe B : GENERATION D ECHANTILLON A PARTIR D UNE FONCTION DE REPARTITION	109
Annexe C : RESULTATS STATISTIQUES	111
Bibliographie	119
Table des matières	123

