

N° d'ordre : 323

THESE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES
ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Yves FOUQUART

✱

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES SPECTRES REFLECHIS

PAR LES ATMOSPHERES PLANETAIRES DIFFUSANTES

APPLICATION A VENUS



Soutenue le 12 mars 1975 devant la Commission d'examen

Membres du Jury

M. VAN DE HULST

Président

Mme LENOBLE

M. VAN DE HULST

M. BREZINSKI

M. HERMAN

M. GAUTHIER

Rapporteurs

Examineur

Invité

U.E.R. DE PHYSIQUE FONDAMENTALE

DOYENS HONORAIRES DE L'Ancienne Faculté des Sciences

MM. R. DEFRETIN, H. LEFEBVRE, M. PARREAU.

PROFESSEURS HONORAIRES Des Anciennes Facultés de Droit
Et Sciences Economiques, des Sciences et des Lettres

M. ARNOULT, Mme BEAUJEU, MM. BROCHARD, CHAPPELON, CHAUDRON, CORDONNIER, DEHEUVELS, DEHORS, DION, FAUVEL, FLEURY, P. GERMAIN, HEIM DE BALSAC, HOCQUETTE, KAMPE DE FERIET, KOUGANOFF, LAMOTTE, LASSERRE, LELONG, Mme LELONG, MM. LHOMME, LIEBAERT, MARTINOT-LAGARDE, MAZET, MICHEL, NORMANT, PEREZ, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, SAVART, WATERLOT, WIEMAN, ZAMANSKI.

PRESIDENT HONORAIRE DE L'UNIVERSITE DES
SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

R. DEFRETIN

PRESIDENT DE L'UNIVERSITE DES
SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

M. PARREAU.

PROFESSEURS TITULAIRES

M. BACCHUS Pierre	Astronomie
M. BEAUFILS Jean-Pierre	Chimie Physique
M. BECART Maurice	Physique Atomique et Moléculaire
M. BLAYS Pierre	Géographie
M. BONNEMAN Pierre	Chimie Appliquée
M. BONTE Antoine	Géologie Appliquée
M. BOUGHON Pierre	Algèbre
M. BOUISSET Simon	Physiologie Animale
M. BOURIQUET Robert	Biologie Végétale
M. CELET Paul	Géologie Générale
M. CONSTANT Eugène	Electronique
M. CORSIN Pierre	Paléontologie
M. DECUYPER Marcel	Géométrie
M. DELATTRE Charles	Géologie Générale
M. DELHAYE Michel	Chimie Physique
M. DERCOURT Michel	Géologie Générale
M. DURCHON Maurice	Biologie Expérimentale
M. FAURE Robert	Mécanique
M. FOURET René	Physique du Solide
M. GABILLARD Robert	Electronique
M. GLACET Charles	Chimie Organique
M. GONTIER Gérard	Mécanique
M. GRUSON Laurent	Algèbre
M. GUILLAUME Jean	Microbiologie
M. HEUBEL Joseph	Chimie Minérale
M. LANSRAUX Guy	Physique Atomique et Moléculaire
M. LEBRUN André	Electronique
M. LEHMANN Daniel	Géométrie
Mme LENOBLE Jacqueline	Physique Atomique et Moléculaire
M. LINDER Robert	Biologie et Physiologie Végétales
M. LOMBARD Jacques	Sociologie

M. LUCQUIN Michel	Chimie Physique
M. MAILLET Pierre	Sciences Economiques
M. MONTARIOL Frédéric	Chimie Appliquée
M. MONTREUIL Jean	Biochimie
M. PARREAU Michel	Analyse
M. POUZET Pierre	Analyse Numérique
M. PROUVOST Jean	Minéralogie
M. SCHILTZ René	Physique Atomique et Moléculaire
Mme SCHWARTZ Marie-Hélène	Géométrie
M. TILLIEU Jacques	Physique Théorique
M. TRIDOT Gabriel	Chimie Appliquée
M. VAILLANT Jean	Analyse
M. VIDAL Pierre	Automatique
M. VIVIER Emile	Biologie Cellulaire
M. WERTHEIMER Raymond	Physique Atomique et Moléculaire
M. ZEYTOUNIAN Radyadour	Mécanique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M. BELLET Jean	Physique Atomique et Moléculaire
M. BILLARD Jean	Physique du Solide
M. BODARD Marcel	Biologie Végétale
M. BOILLET Pierre	Physique Atomique et Moléculaire
M. BONNOT Ernest	Biologie Végétale
M. BRIDOUX Michel	Chimie Physique
M. CAPURON Alfred	Biologie Animale
M. DEPREZ Gilbert	Physique Théorique
M. DEVRAINNE Pierre	Chimie Minérale
M. GOUDMAND Pierre	Chimie Physique
M. GUILBAULT Pierre	Physiologie Animale
M. LABLACHE-COMBIER Alain	Chimie Organique
M. LACOSTE Louis	Biologie Végétale
Mme LEHMANN Josiane	Analyse
M. LOUCHEUX Claude	Chimie Physique
M. MAES Serge	Physique Atomique et Moléculaire
Melle MARQUET Simone	Probabilités
M. MIGEON Michel	Chimie Physique
M. MONTEL Marc	Physique du Solide
M. PANET Marius	Electrotechnique
M. RACZY Ladislas	Electronique
M. ROUSSEAU Jean-Paul	Physiologie Animale
M. SALMER Georges	Electronique
M. SEGUIER Guy	Electrotechnique

MAITRES DE CONFERENCES (et chargés d'Enseignement)

M. ADAM Michel	Sciences Economiques
M. ANDRE Charles	Sciences Economiques
M. ANGRAND Jean-Pierre	Géographie
M. ANTOINE Philippe	Analyse
M. BART André	Biologie Animale
M. BEGUIN Paul	Mécanique
M. BKOUCHE Rudolphe	Algèbre
M. BOILLY Bénoni	Biologie Animale
M. BONNEMAIN Jean-Louis	Biologie Végétale
M. BOSCOQ Denis	Probabilités
M. BREZINSKI Claude	Analyse Numérique
M. BRUYELLE Pierre	Géographie
M. CARREZ Christian	Informatique
M. CORDONNIER Vincent	Informatique
M. CORTOIS Jean	Physique Nucléaire et Corpusculaire

M. COQUERY Jean-Marie	Psycho-Physiologie
M. COULON Jean	Electrotechnique
Mlle DACCHARI Monique	Géographie
M. DEBOURSE Jean-Pierre	Gestion des Entreprises
M. DEBRABANT Pierre	Géologie Appliquée
M. DHAINAUT André	Biologie Animale
M. DELAUNAY Jean-Claude	Sciences Economiques
M. DERIEUX Jean-Claude	Microbiologie
M. DOUKHAN Jean-Claude	Physique du Solide
M. DRIEUX Baudouin	Informatique
M. DUEE Gérard	Géologie Appliquée
M. DYMENT Arthur	Mécanique
M. ESCAIG Bertrand	Physique du Solide
Mme EVRARD Micheline	Chimie Appliquée
M. FONTAINE Jacques-Marie	Electronique
M. FOURNET Bernard	Biochimie
M. FROELICH Daniel	Chimie Physique
M. GAMBLIN André	Géographie
M. GOBLOT Rémi	Algèbre
M. GOSSELIN Gabriel	Sociologie
M. GRANELLE Jean Jacques	Sciences Economiques
M. GUIGOU Jean-Louis	Sciences Economiques
M. GUILLAUME Henri	Sciences Economiques
M. HECTOR Joseph	Géométrie
M. HERMAN Maurice	Physique Spatiale
M. JOURNAL Gérard	Physique Atomique et Moléculaire
Mlle KOSMANN Yvette	Géométrie
M. KREMBEL Jean	Biochimie
M. LANGRAND Claude	Probabilités
M. LAURENT François	Automatique
Mlle LEGRAND Denise	Algèbre
Mlle LEGRAND Solange	Algèbre
M. LENTACKER Firmin	Géographie
M. LEROY Jean-Marie	Chimie Appliquée
M. LEROY Yves	Electronique
M. LHENAFF René	Géographie
M. LOCQUENEUX Robert	Physique Théorique
M. LOUAGE Francis	Electronique
M. MAHIEU Jean-Marie	Physique Atomique et Moléculaire
Mme N'GUYEN VAN CHI Régine	Géographie
M. MAIZIERES Christian	Automatique
M. MALAUSSENA Jean-Louis	Sciences Economiques
M. MESSELYN Jean	Physique Atomique et Moléculaire
M. MONTUELLE Bernard	Biologie Appliquée
M. NICOLE Jacques	Chimie Appliquée
M. PAQUET Jacques	Géologie Générale
M. PARSY Fernand	Mécanique
M. PECQUE Marcel	Chimie Physique
M. PERROT Pierre	Chimie Appliquée
M. PERTUZON Emile	Physiologie Animale
M. PONSOLLE Louis	Chimie Physique
M. POVY Lucien	Automatique
M. ROGALSKI Marc	Analyse
M. ROY Jean-Claude	Psycho-Physiologie
M. SIMON Michel	Sociologie
M. SLIWA Henri	Chimie Organique
M. SOMME Jean	Géographie
Mlle SPIK Geneviève	Biochimie
M. STANKIEWICZ François	Sciences Economiques
M. THERY Pierre	Electronique
M. TOULOTTE Jean-Marc	Automatique
M. TREANTON Jean-René	Sociologie

M. VANDORPE Bernard
M. VILLETTE Michel
M. WERNIER Georges
M. WATERLOT Michel
M. YVON Jean-Pierre
Mme ZINN JUSTIN Nicole

Chimie Minérale
Mécanique
Informatique
Géologie Générale
Analyse Numérique
Algèbre

A ma femme

A mes enfants

Ce travail a été effectué au Laboratoire d'Optique Atmosphérique de l'Université des Sciences et Techniques de Lille, Equipe de Recherche Associée au C.N.R.S., sous la direction de Madame Lenoble, Professeur. Je tiens à lui exprimer ici ma profonde gratitude pour les constants encouragements et les précieux conseils qu'elle m'a donnés.

Monsieur Van de Hulst, Professeur à l'Université de Leyden, à bien voulu présider mon jury, témoignant ainsi de l'intérêt qu'il porte à mon travail ; c'est un honneur dont je lui suis profondément reconnaissant.

Messieurs Brezinski et Herman m'ont, chacun dans leur domaine, apporté une aide très efficace, ils ont bien voulu, ainsi que Monsieur Gauthier, participer à mon jury, qu'ils trouvent ici l'expression de mes sincères remerciements.

Je remercie également mes collègues du Laboratoire d'Optique Atmosphérique et tout particulièrement Monsieur Devaux, leur amicale collaboration m'a été très précieuse.

Je tiens aussi à remercier l'ensemble du personnel du Centre Interuniversitaire de Traitement de l'Information ainsi que Monsieur Gonzalès qui s'est chargé d'une partie de la programmation des calculs correspondant à ce travail.

J'adresse enfin mes remerciements à ceux qui ont contribué à la confection matérielle de ce mémoire.

TABLE DES MATIERES

- INTRODUCTION	page 1
- CHAPITRE I - DEFINITIONS - RAPPELS - NOTATIONS	" 4
- I - Forme des raies spectrales	" 5
- II - Intensité des raies spectrales	7
- III - Largeur équivalente et courbes de croissance	" 8
- IV - Application à l'étude des atmosphères planétaires	" 11
1 - Modèle réfléchissant	" 11
2 - Pression efficace de formation (Approximation de Curtis Godson)	" 12
- V - Atmosphères planétaires diffusantes	" 14
1 - Albédo pour une diffusion	" 14
2 - Fonction de diffusion - Fonction de phase	" 15
3 - Equation de transfert	" 16
- CHAPITRE II - LARGEUR EQUIVALENTE ET COURBE DE CROISSANCE DANS UNE ATMOSPHERE DIFFUSANTE SEMI-INFINIE	" 23
- I - La distribution du chemin optique	" 24
- II - Expression de la largeur équivalente	" 26
- III - Régimes limites	" 28
1 - Régime de raie forte	" 28
2 - Régime de raie faible	" 29
3 - Cas du continuum faible	" 31
- CHAPITRE III - APPROXIMATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION ET EXEMPLES D'APPLICATION	" 35
- I - Les Approximants de Padé	" 37
- II - Interpolation par des fonctions rationnelles	" 38
- III - Calcul de la fonction de distribution $p(\lambda)$	" 44
- IV - Tests numériques	" 46
- V - Exemples de fonctions de distributions du chemin optique	" 51
- VI - Expression de la largeur équivalente des raies	" 55
- VII - Exemples de "courbes de croissance"	" 56

- CHAPITRE IV -	PENETRATION DU RAYONNEMENT DANS UNE ATMOSPHERE		
	DIFFUSANTE		page 75
- I -	Distribution du chemin optique dans le cas de couches finies	"	77
- II -	Contribution des couches internes à la réflexion diffuse	"	78
- III -	Profondeur de pénétration	"	80
- IV -	Expression approximative de la profondeur de pénétration	"	85
	- 1 - Expression générale de $\bar{\lambda}(t)$	"	86
	- 2 - Cas de grandes profondeurs optiques	"	89
- V -	Expression du chemin optique moyen $\langle \lambda_{\tau} \rangle$	"	90
- VI -	Résultats	"	92
- CHAPITRE V -	APPLICATION A L'ETUDE DE L'INTENSITE REFLECHIE		
	PAR LES MILIEUX INHOMOGENES	"	123
- I -	Expression de la profondeur efficace	"	124
- II -	Tests et comparaisons	"	126
- III -	Profondeur optique efficace dans un milieu très peu absorbant	"	127
- IV -	Formation d'une raie en milieu inhomogène	"	130
- CHAPITRE VI -	PROFIL DES RAIES FORMEES DANS UNE ATMOSPHERE		
	DIFFUSANTE	"	138
- I -	Atmosphères diffusantes homogènes	"	139
- II -	Atmosphères diffusantes inhomogènes	"	142
- III -	Conclusions	"	144
- CHAPITRE VII -	APPLICATION A VENUS	"	155
- I -	Rappel des connaissances actuelles	"	156
- II -	Méthode d'analyse	"	157
	- 1 - Cas $\sigma = \text{Cte}$ (modèle B)	"	158
	- 2 - Cas $\sigma = \sigma_0 p/p_0$ (modèle A)	"	159
- III -	Détermination de la température de rotation	"	160

- IV - Modèle à un seul nuage	page	162
- 1 - Classification des raies étudiées	"	162
- 2 - Caractéristiques du nuage d'après les mesures de W à $\alpha = 60^\circ$	"	165
- 2-1 - Raies formées dans une atmosphère uniformé- ment nuageuse	"	165
- 2-2 - Formation des raies dans le nuage et dans l'atmosphère claire	"	166
- 2-2-1 - Largeur équivalente d'une raie formée à la fois en atmosphère claire et en atmosphère diffusante	"	166
- 2-2-2 - Application aux mesures faites à $\alpha = 60^\circ$	"	167
- 2-2-2-1 - Bande 10488 Å	"	168
- 2-2-2-2 - Bande 8689 Å considérée comme forte	"	169
- 2-2-2-3 - Pression de formation	"	169
- 3 - Caractéristiques du nuage d'après les mesures de W à $\alpha = 164^\circ$	"	170
- 4 - Conclusion	"	171
- V - Modèle à deux nuages	"	172
- 1 - Caractéristiques de la couche supérieure	"	173
- 1-1 - Couche supérieure conservative	"	173
- 1-2 - Couche supérieure absorbante	"	174
- 1-3 - Pression de formation	"	175
- 2 - Raies formées dans la couche supérieure et dans la couche intermédiaire	"	176
- 2-1 - Couche supérieure conservative	"	177
- 2-2 - Couche supérieure absorbante	"	178
- 3 - Raies formées dans les trois couches	"	178
- 3-1 - Couche supérieure conservative	"	178
- 3-2 - Couche supérieure absorbante	"	178
- 4 - Conclusion	"	180
- VI - Courbe de phase de la largeur équivalente	"	181
- VII - Conclusion	"	183
- CONCLUSION	"	214
- REFERENCES	"	217
- SIGNIFICATION DES PRINCIPAUX SYMBOLES	"	224

INTRODUCTION

L'étude de la lumière solaire réfléchie par les planètes a permis d'obtenir un nombre considérable d'informations sur la composition du sol ou des atmosphères des planètes considérées. Parmi les résultats les plus marquants on peut citer par exemple la mise en évidence de l'existence de l'atmosphère de Vénus (Lomonosov (1761)), celle de la rotation de l'atmosphère de Vénus en 4 jours (Boyer et Guérin (1966)), ou la détermination de la nature du sol de la lune (Dollfus (1955), (1962), (1970)) à partir des mesures de polarisation de l'intensité réfléchie. Les méthodes les plus efficaces sont, en fait, les mesures polarimétriques et les mesures spectrales; toutes nos connaissances sur la composition chimique des atmosphères planétaires ont été obtenues en identifiant les raies d'absorption présentes dans le rayonnement réfléchi. On peut citer la découverte du CO_2 sur Mars (Kuiper (1947)), du CO (Connes et al (1969)), celle du CO_2 sur Vénus (Adams et Dunham (1932)), du CO (Sinton (1960), Connes et al (1968)) et des constituants mineurs tels HF et HCl (Connes et al (1967)).

Il est cependant beaucoup plus difficile de déduire de ces mesures des paramètres physiques essentiels tels que la pression, la température et la concentration des divers gaz. C'est essentiellement l'étude de la large équivalente des raies d'absorption du gaz carbonique qui a donné les meilleurs résultats concernant la pression et la température à la surface de Mars ; de nombreux auteurs (Belton et Hunten (1966), Owen (1966), Moroz (1968), Connes et al (1969b), Gray (1966), (1969a)) trouvèrent en effet une pression au sol de l'ordre de 5 à 10 mb et ce résultat fut confirmé par les sondes Mariner IV, VI et VII (Hunten (1972)).

L'interprétation de l'intensité des raies spectrales présentes dans le rayonnement réfléchi par Vénus s'est avérée beaucoup moins efficace. Vénus, en effet, est entourée d'une épaisse couche de nuages qui forme écran au rayonnement. On a donc été conduit à considérer les nuages comme des surfaces réfléchissantes, les raies étant formées dans l'atmosphère claire située au-dessus des nuages (Spinrad (1962), Moroz (1964), (1965), Kaplan (1961), Rank et al (1964) etc..). Mais les observations ont montré que la large équivalente des raies diminuait lorsque l'angle de phase augmentait, alors

qu'un modèle réfléchissant aboutirait au résultat contraire. Une analyse correcte des spectres observés nécessite donc de tenir compte du fait que les raies spectrales sont formées à l'intérieur des nuages, au cours du processus de diffusion. Cependant, dans ce cas, le chemin optique réellement suivi par les photons au cours de leur réflexion n'est pas connu et l'interprétation des mesures devient très complexe.

Au cours de ces dernières années de nombreuses études ont été consacrées à ce problème. Chamberlain (1965) fut le premier à développer une théorie de la formation des raies dans une atmosphère diffusante isotrope, homogène et semi-infinie, Belton (1968) a mis au point une technique permettant d'utiliser les "courbes de croissance" pour le cas d'une diffusion isotrope, Sagan et Regas (1970) ont développé une analyse qualitative étendue au cas des atmosphères anisotropes et inhomogènes. Les résultats les plus importants de ces travaux ont été d'expliquer l'effet de phase déjà mentionné et de démontrer l'existence des régimes limites de la "courbe de croissance". Hunt (1972a, b) a étudié successivement l'influence de différents paramètres sur la formation des raies spectrales (fonction de phase du nuage, intensité de la raie, libre parcours moyen des photons, albédo de diffusion dans le continu) et il a particulièrement mis l'accent sur l'importance de l'inhomogénéité de la couche diffusante, en particulier la variation de la pression avec la profondeur optique dans le nuage.

Néanmoins, les techniques d'analyse des raies formées en atmosphère diffusante sont encore embryonnaires. Exception faite du cas de la diffusion isotrope dans un nuage homogène semi-infini, il est nécessaire, pour définir la raie, de résoudre l'équation de transfert un grand nombre de fois. C'est ainsi qu'ont été effectués de nombreux calculs (Hunt (1972a,b), Lenoble (1968), Fouquart (1970)), mais cette méthode très lourde ne se prête pas facilement à l'analyse ce qui explique pourquoi l'interprétation des raies formées sur Vénus a presque toujours été faite au moyen du modèle réfléchissant.

Divers méthodes ont été envisagées pour accélérer les calculs. Van de Hulst (1968) a établi des "principes de similarité" qui permettent de faire correspondre une couche diffusante anisotrope à une couche isotrope, la méthode de la valeur initiale (Buell et al (1972)) permet de calculer en une

fois l'intensité diffusée pour un grand nombre de fréquences. Cette dernière méthode reste cependant limitée, dans la pratique, au cas des fonctions de phase très simples.

Au cours de ce travail nous avons mis au point, pour les raies spectrales formées en milieu diffusant, une méthode d'analyse analogue à celle utilisée dans le cas des atmosphères claires que nous rappelons au chapitre I. Pour cela il faut, dans une première étape, séparer les problèmes qui concernent la diffusion de ceux qui concernent l'absorption, ce que nous ferons au chapitre II par l'intermédiaire de la distribution du chemin optique des photons réfléchis (Irvine (1964)). Au chapitre III nous exposerons une méthode de calcul de cette distribution au moyen des Approximants de Padé de type II.

Dans les atmosphères planétaires l'absorption augmente avec la profondeur optique, la méthode d'analyse proposée doit donc pouvoir s'étendre au cas des milieux inhomogènes. L'étude systématique de la distribution du chemin optique en fonction de l'épaisseur optique de la couche diffusante, présentée au chapitre IV, permet d'introduire la notion de "profondeur de pénétration" associée à un chemin optique donné dont nous déduirons au chapitre V une méthode permettant d'obtenir approximativement l'intensité réfléchie par un nuage inhomogène. Au chapitre VI nous analyserons le profil des raies formées dans un milieu diffusant. Nous appliquerons enfin la méthode d'analyse proposée à l'étude des raies du gaz carbonique formées sur Vénus (chapitre VII) et nous en déduirons certaines des caractéristiques des nuages qui couvrent la planète.

CHAPITRE I

DEFINITIONS, RAPPELS, NOTATIONS

Avant d'aborder l'étude des raies spectrales formées dans une atmosphère diffusante, nous présenterons brièvement dans ce chapitre la méthode utilisée pour interpréter les raies formées dans un milieu purement absorbant puis nous introduirons les paramètres caractéristiques du problème du transfert en milieu diffusant.

I. - FORME DES RAIES SPECTRALES.

Le coefficient d'absorption k_ν d'un gaz quelconque dans une raie centrée à la fréquence ν_0 se décompose en un produit de deux termes $SG(\nu - \nu_0)$ où S figure l'intensité totale de la raie, ν étant le nombre d'onde

$$S = \int_{\text{raie}} k_\nu d\nu \quad (1-1)$$

et $G(\nu - \nu_0)$ figure la forme de la raie. Cette forme de raie est déterminée par trois facteurs :

- 1) élargissement naturel,
- 2) élargissement Doppler,
- 3) élargissement de pression.

On appelle demi largeur de raie α la largeur de la raie pour une intensité égale à la moitié de l'intensité maximum.

La largeur naturelle d'une raie α_N s'exprime par

$$\alpha_N = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{\tau_m} + \frac{1}{\tau_n} \right), \quad (1-2)$$

où τ_m et τ_n représentent les durées de vie des deux états excités entre lesquels s'effectue la transition. Une valeur typique de α_N est de l'ordre de $3.10^{-11} \text{ cm}^{-1}$.

L'élargissement Doppler est dû à l'agitation thermique des molécules absorbantes dont la vitesse présente une composante suivant la direction suivie par le rayon lumineux. La forme d'une raie Doppler s'écrit (Goody (1964)).

$$G_D(\nu - \nu_0) = \frac{1}{\beta_D \sqrt{\pi}} \exp \left(- \frac{\nu - \nu_0}{\beta_D} \right)^2, \quad (1-3)$$

où

$$\beta_D = \frac{\nu_0}{c} \left(\frac{2 kT}{m} \right)^{1/2}. \quad (1.4)$$

La demi largeur de Doppler est définie pour $\exp (-\alpha_D/\beta_D)^2 = 1/2$ soit

$$\alpha_D = \beta_D (\text{Log } 2)^{1/2}. \quad (1-5)$$

Dans cette expression ν_0 représente la fréquence de la transition, c la vitesse de la lumière, k la constante de Boltzmann et m la masse de la molécule absorbante. Une valeur typique de α_D pour une raie de CO_2 aux environs de 1μ et pour une température de 250K est $1.10^{-2} \text{ cm}^{-1}$.

L'élargissement de pression est dû aux collisions entre les molécules absorbantes et les autres molécules présentes dans un milieu considéré. La forme d'une telle raie (dite raie de Lorentz) est

$$G(\nu - \nu_0) = \frac{\alpha_L}{\pi \{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha_L^2\}} \quad (1-6)$$

La demi largeur α_L est inversement proportionnelle au temps moyen τ séparant deux chocs consécutifs $\alpha_L = 1/4\pi\tau$. Dans un gaz pur, τ est proportionnel à la vitesse moyenne V , soit $\alpha_L \sim \ell/V$.

Le libre parcours moyen est

$$\ell = 1/n \pi \sigma^2,$$

où σ est la section efficace de choc et n le nombre de molécules par unité de volume.

A température constante, n est proportionnel à la pression et à pression constante, n est inversement proportionnel à la température. Le libre parcours moyen est donc proportionnel à T/p ; d'autre part V est proportionnel à $T^{1/2}$. Finalement α_L est proportionnel à $pT^{1/2}$; d'où

$$\alpha = \alpha_0 \times \frac{p}{p_0} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/2} \quad (1-7)$$

Aux conditions STP une valeur typique de α_L est $0,1 \text{ cm}^{-1}$. Dans ces conditions la largeur de Lorentz est largement prédominante. Dans l'atmosphère terrestre, on considère en général que les raies ont la forme de Lorentz jusqu'à une altitude d'environ 35 Km.

Pour l'étude des spectres formés par réflexion dans les atmosphères planétaires, l'effet de pression n'est pas toujours prédominant et il est nécessaire de considérer que le profil de la raie est dû à la fois à

l'effet de pression et à l'effet Doppler ; c'est le profil de Voigt qui correspond au produit de convolution des profils de Lorentz et Doppler

$$G_V(\nu - \nu_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_D(\nu - \nu') G_L(\nu' - \nu_0) d(\nu - \nu') = \frac{G_0 a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2} dy}{(\omega - y)^2 + a^2}, \quad (1-8)$$

où on a posé

$$G_0 = 1/(\beta_D \sqrt{\pi}),$$

$$a = \alpha_L / \beta_D,$$

$$\omega = (\nu - \nu_0) / \beta_D,$$

$$\text{et } y = (\nu - \nu') / \beta_D. \quad (1-9)$$

(La figure (I-1) représente le coefficient d'absorption k_ν d'une raie d'intensité $S = 0,028 \text{ cm}^{-1} (\text{km} \cdot \text{atm})^{-1}$ (unité expliquée plus loin) qui correspond à la raie P(16) du CO_2 à 8689 Å. La demi largeur de Lorentz est $\alpha_L = 0,005 \text{ cm}^{-1}$ (correspondant à une pression de 50 mb et à une température de 273 K) et la demi largeur Doppler est $\alpha_D = 0,01 \text{ cm}^{-1}$, c'est donc un profil de Voigt ; à titre de comparaison on a aussi tracé le profil de Lorentz correspondant à la même intensité et au même α_L . Le profil de Voigt correspond à une raie beaucoup plus large que la raie de Lorentz ; les deux profils se confondent dans les ailes, ce qui peut facilement être vérifié à partir de (1-8).

II. - INTENSITE DES RAIES SPECTRALES.

Par la suite, nous nous limiterons à l'étude des raies d'absorption du gaz carbonique dont nous présentons ici les principales propriétés.

Une étude complète du spectre d'absorption du gaz carbonique a été présentée dans le rapport de D.E.A. de M.H. Boulangué (1972) dont nous rappellerons ici les résultats essentiels.

Les bandes d'absorption du gaz carbonique observées dans le rayonnement réfléchi par Mars et Vénus, dans le proche infra-rouge (0,8 - 1,2 μ), correspondent à des transitions dont le niveau inférieur est le fondamental. Dans ces conditions, l'intensité d'une raie s'exprime par

$$S(m) = \frac{S_b}{Q_R(T)} |m| \exp \left(- \frac{hc}{kT} B m(m-1) \right) \quad (1-10)$$

Le nombre quantique de rotation du niveau inférieur J'' est relié à m par

$$\begin{array}{ll} J'' = -m & \text{branches P} \quad (\Delta J = -1), \\ J'' = m-1 & \text{branches R} \quad (\Delta J = +1); \end{array}$$

S_b représente l'intensité totale de la bande, B la constante de rotation du niveau inférieur, h la constante de Plank, k la constante de Boltzmann et $Q_R(T)$ la fonction de partition de rotation.

En première approximation $Q_R(T)$ est proportionnelle à la température (Herzberg (1945))

$$Q_R(T) = \frac{1}{\sigma} \frac{kT}{hcB}, \quad (1-11)$$

où $\sigma = 1$ dans le cas général et 2 pour les isotopes symétriques lorsque la composante du moment angulaire ℓ est nulle dans l'un des deux états (ℓ' ou $\ell'' = 0$).

III - LARGEUR EQUIVALENTE ET COURBES DE CROISSANCE.

Soit $\tilde{N}$ le nombre de molécules absorbantes par unité de surface rencontrées, sur son parcours, par un rayon lumineux. Si I_0 est l'intensité incidente, l'intensité transmise à la fréquence ν , dans une raie d'absorption est

$$I_\nu = I_0 \exp(-\tilde{N}k_\nu) \quad (1-12)$$

L'absorption monochromatique à la fréquence ν est donc

$$A_\nu = 1 - \frac{I_\nu}{I_0} = 1 - \exp(-\tilde{N}k_\nu). \quad (1-13)$$

L'absorption totale dans la raie

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} A_\nu d\nu \quad (1-14)$$

est appelée largeur équivalente de la raie spectrale, elle est mesurée en cm^{-1} si ν est le nombre d'onde.

Si $\tilde{N}k_\nu$ est petit quelque soit ν

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{N}k_\nu d\nu = \tilde{N}S \quad (1-15)$$

Si $\tilde{N}$ est le nombre de molécules absorbantes par unité de surface, le coefficient d'absorption k_ν doit être exprimé en $\text{molécule}^{-1} \text{ cm}^2$ et l'intensité S en $\text{molécule}^{-1} \text{ cm}^{-1} \text{ cm}^2$

En général on utilise une autre unité pour exprimer la quantité d'absorbant : le cm-atm ou le km-atm. Dans ces conditions, S s'exprime en $\text{cm}^{-1} (\text{cm-atm})^{-1}$ ou $\text{cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$. Le nombre de molécules présentes dans 1 cm-atm est égal au nombre de Lodschtmidt N_0 , c'est-à-dire au nombre d'Avogadro divisé par 22400 :

$$1 \text{ cm-atm} = 2,69.10^{19} \text{ molécules/cm}^2.$$

Une colonne de gaz absorbant de 1 cm^2 de section, de $x \text{ cm}$ de hauteur, à la pression partielle p représente $px/p_0 \text{ cm-atm}$ ($p_0 = 1 \text{ atm}$), et comporte donc $px N_0$ molécules. Dans la suite, pour tous les calculs pratiques, nous utiliserons le km-atm ($1 \text{ km-atm} = 2,69.10^{24} \text{ molécules/cm}^2$)

Dans le cas d'une raie de Lorentz, W peut s'exprimer analytiquement (voir par exemple Lenoble (1971)),

$$W_L = 2\pi \alpha_L L(u), \quad (1-16)$$

$$\text{où } L(u) = u e^{-u} (I_0(u) + I_1(u)) \quad (1-17)$$

est la fonction de Ladenberg-Reiche. Dans cette expression I_0 et I_1 sont les fonctions modifiées de Bessel de première espèce

$$I_\nu(x) = i^{-\nu} J_\nu(ix)$$

$$\text{et } u = \frac{\tilde{N} S}{2\pi \alpha_L} \quad (1-18)$$

Pour les faibles valeurs de u , $L(u)$ est linéaire alors que pour les grandes valeurs de u , $L(u)$ varie comme $u^{1/2}$. Les développements suivants peuvent être utilisés :

$$\bullet \quad u \ll 1$$

$$L(u) = u \left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(2n-1)(2n-3)\dots 5.3.1.}{n! (2n+1)} u^n \right) \quad (1-19)$$

d'où $W_L \simeq \tilde{N} S$, résultat que nous avons déjà trouvé, indépendamment de la forme de la raie.

$$\bullet \quad u \gg 1$$

$$L(u) = \frac{2u}{\pi} \left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^2 (2n-3)^2 \dots 5^2 3^2 1^2}{n! (8u)^n} \right) \quad (1-20)$$

$$\text{d'où } W_L \simeq 2(\tilde{N} S \alpha_L)^{1/2} \quad (1-21)$$

La croissance de la largeur équivalente d'une raie de Lorentz en fonction du produit $\tilde{N} S$ est donc d'abord linéaire puis tend rapidement vers un régime dit "en racine carrée" qui, pour la plupart des cas pratiques, est obtenu pour $u > 3$. La courbe $W = f(u)$ est appelée "courbe de croissance".

Dans le cas d'une raie saturée, telle que l'absorption au centre soit totale, le profil au centre de la raie n'a évidemment pas d'influence sur la largeur équivalente et la croissance de W est due à la croissance de l'absorption dans les ailes. Puisque les profils de Voigt et de Lorentz sont identiques dans les ailes, une raie de Voigt saturée appartient aussi au régime en racine carrée. D'après Penner (1959) pour une raie de Voigt, si u est grand

$$W = 2(S \alpha_L \tilde{N})^{1/2} \left(1 + \frac{3}{16} a^{-2} u^{-1} + \dots \right),$$

$$\text{où } a = \alpha_L / \beta_D$$

La figure (I-2) présente les raies d'absorption (profil de Voigt et profil de Lorentz) dont les caractéristiques sont les mêmes que celles correspondant à la figure (I-1), formées au cours d'un trajet comprenant 0,72 km-atm de gaz carbonique. Si la raie de Lorentz est beaucoup plus profonde, elle est aussi beaucoup moins large, et les largeurs équivalentes des deux raies diffèrent assez peu ($0,05 \text{ cm}^{-1}$ pour la raie de Lorentz et $0,054 \text{ cm}^{-1}$ pour la raie de Voigt).

En ce qui concerne les raies formées en atmosphère diffusante, Belton et al (1968) ont montré qu'aux pressions de formation correspondant au cas de Vénus ($p > 50 \text{ mb}$) les largeurs équivalentes des raies de Voigt et Lorentz étaient du même ordre, et compte tenu de la précision des mesures il est possible de limiter notre étude au cas des raies de Lorentz.

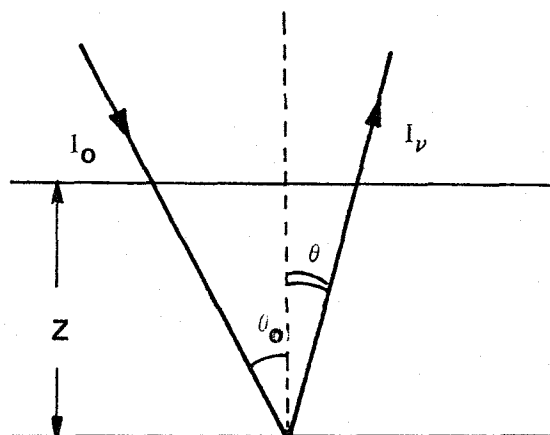
La figure (I-3) représente les raies de Voigt et de Lorentz correspondant aux figures (I-1) et (I-2), formées par réflexion sur un nuage dont les caractéristiques seront données au chapitre III et corres-

pendant au modèle que nous avons adopté pour l'étude de Vénus. Compte tenu du fait que les ailes des raies formées par diffusion sont beaucoup plus importantes que celles des raies formées par absorption pure, la différence entre les deux raies est encore moins importante que pour les raies d'absorption.

IV - APPLICATION A L'ETUDE DES ATMOSPHERES PLANETAIRES.

1°) Modèle réfléchissant.

Considérons une couche plane parallèle d'un milieu absorbant de coefficient d'absorption monochromatique k_ν , comprenant N molécules absorbantes dans une colonne verticale de section unité, limitée par un fond réfléchissant. Soient I_0



l'intensité du rayonnement incident faisant l'angle θ_0 avec la normale et I_ν l'intensité réfléchie dans la direction θ . Le nombre de molécules absorbantes sur le trajet du rayon lumineux est donc $\tilde{N} = N (1/\mu + 1/\mu_0)$ où $\mu = (\cos \theta)$ et $\mu_0 = (\cos \theta_0)$. La largeur équivalente de la raie d'absorption

est alors exprimée par (1-16) pour un profil de Lorentz. Il est clair qu'en mesurant la largeur équivalente des raies spectrales formées dans une atmosphère planétaire, il est possible d'obtenir des informations sur la pression, la température et la quantité d'absorbant.

Dans le cas des raies faibles, si l'intensité est connue, il est possible de déterminer le nombre de molécules absorbantes $\tilde{N}$; dans le cas de raies fortes, on peut déterminer le produit $\tilde{N} \alpha_L p/p_0$. L'examen simultané des raies fortes et faibles permet d'obtenir la pression.

Si l'on étudie plusieurs raies de la même bande appartenant au même régime de la courbe de croissance, il est possible de déterminer la température de rotation.

Considérons des raies correspondant à l'un des régimes de la courbe de croissance alors $W(m) \sim S^x(m)$ où m est le nombre quantique

de rotation ; la variation de l'intensité $S(m)$ en fonction de la température est exprimée par (1-10) ; si m est assez grand, on peut négliger l'influence de la variation de la fonction de partition $Q_R(T)$ avec la température et on peut écrire

$$\text{Log } W(m) = x \text{ Log } K - x \frac{hc}{kT} B(m-1) m + x \text{ Log } (m) \quad (1-22)$$

$$\text{où } K = \frac{\tilde{N} S b}{Q_R} \quad \text{pour les raies faibles } (x=1) \quad (1-23)$$

$$\text{et } K = \frac{4\tilde{N} \alpha_L S b}{Q_R} \quad \text{pour les raies fortes } (x=1/2) \quad (1-24)$$

Dans la courbe de croissance $\text{Log } W = f(\text{Log}(m))$, la quantité d'absorbant $\tilde{N}$ intervient dans l'ordonnée à l'origine et T dans la pente ; on peut de façon indépendante déterminer T et $\tilde{N}$ (ou $\tilde{N}_p$ pour les raies fortes). L.Gray (1969) a appliqué cette méthode avec succès à l'analyse des spectres réfléchis sur Mars, et l'a généralisé au cas de Vénus, cas où cependant, la méthode n'est plus vraiment applicable. Nous verrons néanmoins que la détermination de la température des raies fortes, formées dans une atmosphère diffusante au moyen de cette méthode, reste correcte.

2°) Pression efficace de Formation (approximation de Curtis-Godson (1952)).

Dans la pratique, l'atmosphère dans laquelle se forme la raie n'est pas uniforme et la pression, la température et le nombre de molécules absorbantes varient avec l'altitude. On négligera cependant la variation de la température avec l'altitude dont l'effet est beaucoup plus faible que celui dû à la variation de la pression.

L'absorption monochromatique s'exprime, au lieu de (1-13), par

$$A_v = 1 - \exp \left[- \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right) \int_0^{+\infty} k_v(z) n(z) dz \right] \quad (1-25)$$

et la largeur équivalente devient

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right) \int_0^{\infty} k_v(z) n(z) dz \right] \right\} dv \quad (1-26)$$

Dans le cas des raies faibles, la largeur équivalente

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right) \int_0^{\infty} k_v(z) n(z) dz dv$$

est indépendante de la pression car, en intervertissant l'ordre des intégrations, on obtient

$$W = \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right) \int_0^{\infty} n(z) \left(\int_{-\infty}^{+\infty} k_v(z) dv \right) dz$$

soit, avec (1-1)

$$W = \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right) \int_0^{\infty} n(z) S(z) dz = \tilde{N} S \quad (1-27)$$

l'intensité étant indépendante de z si la température est constante.

Dans le cas des raies fortes, la largeur équivalente étant indépendante du profil au centre de la raie, nous pouvons écrire

$$k_v(z) \simeq \frac{S(z) \alpha(z)}{\pi(v - v_0)^2} ;$$

l'intensité de la raie est indépendante de la pression et la demi largeur est proportionnelle à p (1-7). Donc

$$k_v(z) = \frac{S \alpha_0 p / p_0}{\pi(v - v_0)^2} = k_0(v) p / p_0 \quad (1-28)$$

La condition d'équilibre hydrostatique de l'atmosphère

$$dp = -\rho(z) g(z) dz = -n(z) M g(z) dz, \quad (1-29)$$

où M est la masse molaire du gaz, permet d'écrire en supposant que g varie peu

$$\int_0^{\infty} k_v(z) n(z) dz = \frac{k_0(v)}{Mg p_0} \int_0^{p_0} p dp = \frac{k_0(v)}{2 Mg} p_0$$

où p_0 est la pression au niveau du sol.

Or, le nombre total de molécules contenues dans une colonne de 1 cm^2 de section est

$$N = \int_0^{\infty} n(z) dz = p_0 / Mg,$$

d'où

$$\int_0^{\infty} k_v(z) n(z) dz = k_0(v) N / 2 \quad (1-30)$$

L'absorption monochromatique est donc

$$A_v = 1 - \exp \left(-\tilde{N} k_0(v) / 2 \right), \quad (1-31)$$

ce qui correspond, d'après (1-28), à l'absorption obtenue pour un trajet

homogène à la pression efficace

$$p_e = p_0 / 2 \quad (1-32)$$

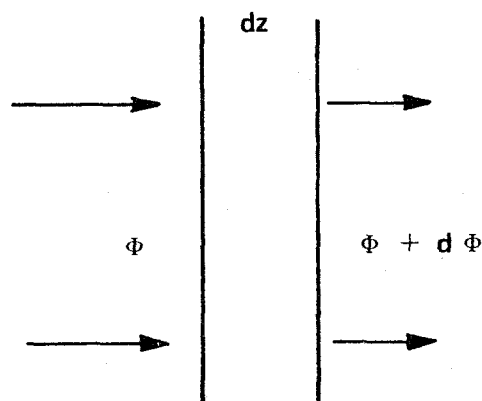
En première analyse, on peut négliger l'influence des inhomogénéités en température sur la largeur équivalente, l'approximation (1-32) est donc d'un usage très général dans le modèle réfléchissant ; la température dérivée suivant la méthode (1-22) correspond alors à une valeur moyenne qui n'est associée à aucun niveau déterminé.

V - ATMOSPHERES PLANETAIRES DIFFUSANTES.

Il est clair que la méthode qui vient d'être décrite et qui a donné d'excellents résultats dans le cas des atmosphères claires ne peut plus s'appliquer lorsqu'on considère des raies formées dans un milieu diffusant puisque le trajet réellement suivi par les photons n'est plus défini. Il est alors nécessaire de considérer simultanément les phénomènes de diffusion par les particules de nuage et d'absorption par les molécules. Nous rappellerons donc, ci-dessous, les paramètres caractéristiques du problème du transfert monochromatique en milieu diffusant.

1°) Albédo pour une diffusion.

Soit un flux de rayonnement monochromatique se propageant par ondes planes et tombant perpendiculairement sur une tranche du milieu absorbant et diffusant d'épaisseur dz . A la sortie de la tranche, le flux sera



$$\Phi + d\Phi = \Phi + d\Phi_1 + d\Phi_2,$$

où $d\Phi_1 = -(k_v + k_c) \Phi dz$ est le flux perdu par absorption,

$d\Phi_2 = -\sigma \Phi dz$ est le flux perdu par diffusion ;

* k_c est le coefficient d'absorption des particules,

* k_v est le coefficient d'absorption du gaz ambiant défini précédemment,

* σ le coefficient de diffusion qui dépend du nombre et du type de particules diffusantes à l'altitude z et varie lentement en fonction de la fréquence ; nous négligerons cette variation dans les intervalles de fréquence correspondant à la largeur des bandes d'absorption du gaz.

Si, à l'altitude z , il y a N_i particules diffusantes, sphériques, de l'espèce i , de rayon a_i , $\sigma = \sum_i \pi a_i^2 N_i F_i(\alpha)$ où F_i est la section efficace de diffusion, calculée par la théorie de Mie (1908).

Pour un rayonnement monochromatique, nous aurons donc, pour une couche finie, non homogène, d'épaisseur Z , traversée sous l'angle θ , une transmission

$$T(\nu) = \exp \left[- \frac{1}{\cos \theta} \int_0^Z (\sigma(z) + k_c(z) + k_v(z)) dz \right]. \quad (1-33)$$

Nous appellerons "albédo pour une diffusion" le rapport

$$\omega_v(z) = \frac{\sigma(z)}{\sigma(z) + k_c(z) + k_v(z)}, \quad (1-34)$$

qui représente la probabilité de diffusion dans l'élément de volume situé à l'altitude z .

2°) Fonction de diffusion - Fonction de phase.

L'intensité diffusée dans une direction $\vec{s}'$, faisant l'angle θ avec la direction d'incidence $\vec{s}$, par une particule d'espèce i , recevant l'éclairement E est

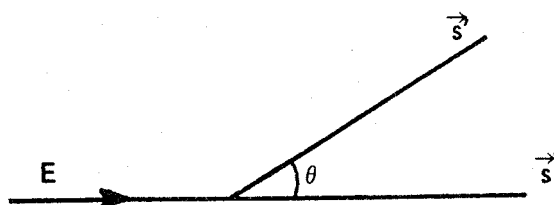
$$dI(\theta) = E f_i(\theta, \lambda) dw \quad (1-35)$$

où θ est l'angle de diffusion, dw l'élément d'angle solide, λ la longueur d'onde du rayonnement incident ;

$f_i(\theta, \lambda)$ est la probabilité de diffusion dans la direction faisant l'angle θ avec la direction d'incidence ; elle dépend de la nature, de la forme et des dimensions des particules d'espèce i .

Le diagramme f en fonction de θ est l'indicatrice de diffusion. Le calcul théorique de cette fonction a été effectué par Mie dans le cas de particules sphériques, cas auquel nous nous limiterons par la suite. Elle dépend de l'indice m et du paramètre $\alpha = 2\pi r/\lambda$ où r est le rayon des particules.

En admettant que la diffusion par une particule quelconque est indépendante de la diffusion due aux autres particules, on peut exprimer l'intensité diffusée par un élément de volume dv d'un milieu comportant divers types de particules ; si N_i désigne le nombre de particules de



l'espèce i par unité de volume, nous écrirons l'intensité diffusée par l'élément dv sous la forme

$$dI(\theta) = E \sum_i N_i f_i(\theta, \lambda) dv dw \quad (1-36)$$

En lumière monochromatique, et à l'échelle macroscopique, nous définirons une fonction de diffusion

$$f(\theta) = \sum_i N_i f_i(\theta, \lambda)$$

dont la variation avec la longueur d'onde est négligeable dans une bande d'absorption du gaz ambiant. Si $f(\theta)$ est indépendant de θ , la diffusion est dite isotrope.

On définit la fonction de phase $P(\theta)$ par

$$f(\theta) = \frac{\sigma}{4\pi} P(\theta) = \frac{\omega_v}{4\pi} (\sigma + k_v + k_c) P(\theta) \quad (1-37)$$

L'intégrale étendue à tout l'espace de $f(\theta)$ représente le rapport de l'intensité diffusée dans toutes les directions sur l'éclairement incident (1-35), c'est-à-dire σ ,

$$\int_{\text{espace}} f(\theta) dw = \sigma = \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\text{espace}} P(\theta) dw,$$

donc

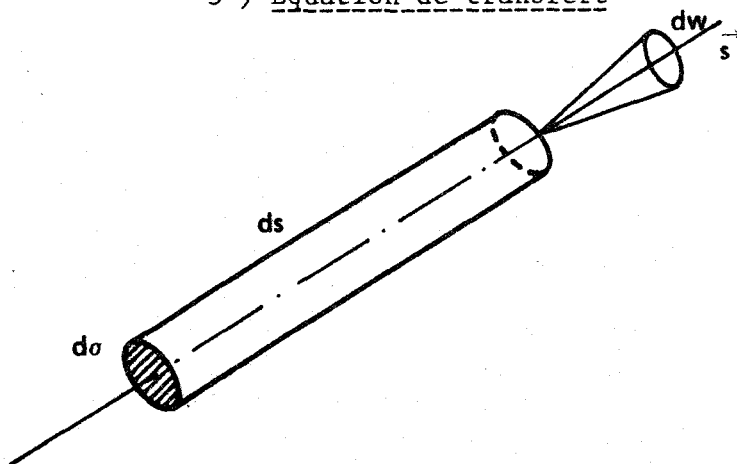
$$\int_{\text{espace}} P(\theta) dw = 4\pi. \quad (1-38)$$

En pratique, la fonction de phase est développée en série de polynômes de Legendre

$$P(\theta) = \sum_{\ell=0}^L \beta_{\ell} P_{\ell}(\cos \theta)$$

La condition de normalisation (1-38) entraîne $\beta_0 = 1$

3°) Equation de transfert

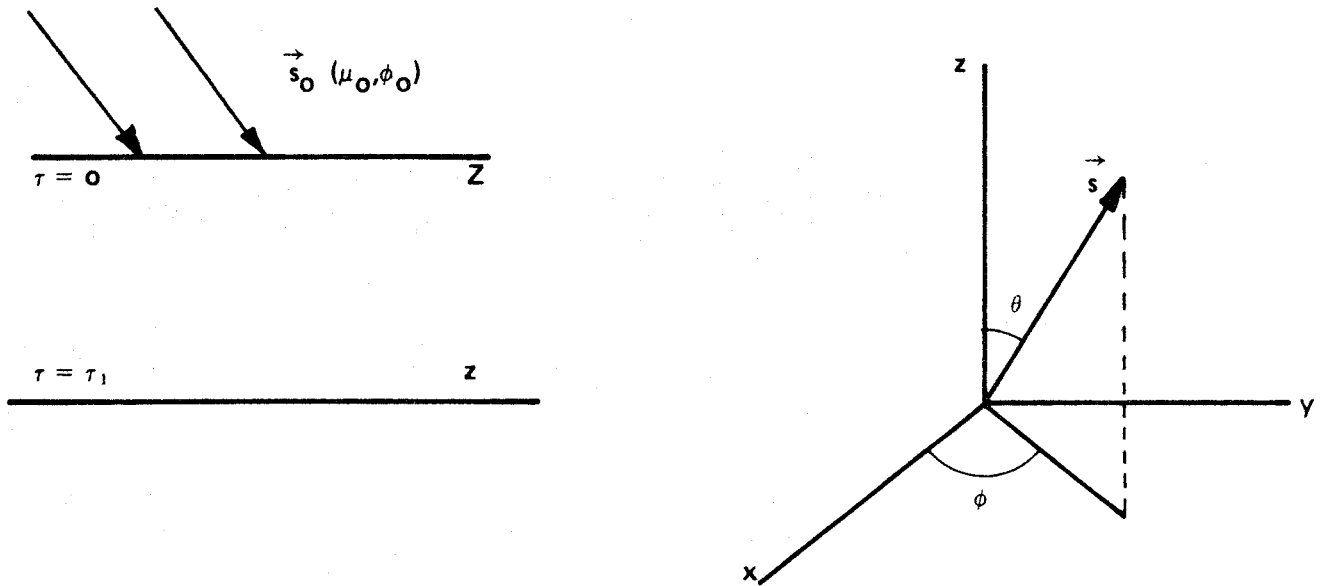


Pour un petit élément de volume cylindrique de surface de base $d\Sigma$ et de hauteur ds autour de la direction $\vec{s}$ au point M , si nous écrivons qu'il y a conservation de l'énergie, nous aboutissons à la forme suivante

$$\frac{dI_V(M, \vec{s})}{ds} = - \left[\sigma(M) + k_C(M) + k_V(M) \right] \left\{ I_V(M, \vec{s}) - J_V(M, \vec{s}) \right\} \quad (1-39)$$

expression générale de l'équation de transfert en rayonnement monochromatique. $I_V(M, \vec{s})$ est la luminance énergétique monochromatique au point M du rayonnement se propageant dans la direction $\vec{s}$ et $J_V(M, \vec{s})$ est la fonction source monochromatique au point M dans la direction $\vec{s}$ due à la diffusion et à l'émission.

Dans la suite, nous assimilerons l'atmosphère à une couche "plane parallèle" où les propriétés sont constantes sur le plan horizontal, éclairée de façon uniforme sur sa face supérieure par un faisceau parallèle incident.



Repérons une direction quelconque $\vec{s}$ par l'azimuth ϕ et par le cosinus de la colatitude $\mu = (\cos \theta)$ c'est-à-dire $\cos \theta = \mu$ pour $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ et $\cos \theta = -\mu$ pour $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$. Si πF_0 est l'éclairement produit par le faisceau incident de direction $(-\mu_0, \phi_0)$ sur le plan perpendiculaire à cette direction, sur la face supérieure de la couche, l'équation de transfert s'écrit sous la forme

$$\mu \frac{dI_V}{dz}(z; \mu, \phi) = - \left[\sigma(z) + k_C(z) + k_V(z) \right] \left\{ I_V(z; \mu, \phi) - J_V(z; \mu, \phi) \right\} \quad (1-40)$$

$$\begin{aligned} \text{où } J_V(z; \mu, \phi) = & \frac{F_0 \omega_V(z)}{4} P(\mu, \phi; -\mu_0, \phi_0) \exp \left[- \frac{1}{\mu_0} \int_z^\infty (\sigma(z) + k_C(z) + k_V(z)) dz \right] \\ & + \frac{\omega_V(z)}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} P(z, \mu, \phi; \mu', \phi') I_V(z; \mu', \phi') d\mu' d\phi' \quad (1-41) \end{aligned}$$

en négligeant l'émission pour les longueurs d'onde que nous considérons ; F_0 varie lentement avec la fréquence et nous pouvons le considérer comme constant dans de petits intervalles de fréquence. $P(z; \mu, \phi; \mu', \phi')$ est la fonction de phase à l'altitude z pour l'angle θ entre les directions (μ, ϕ) et (μ', ϕ') .

Nous écrirons les conditions aux limites en exprimant le rayonnement diffus reçu par la couche sur sa face supérieure et sur sa face inférieure.

On introduit, en général, la profondeur optique τ_v définie par

$$d\tau_v = -(\sigma(z) + k_c(z) + k_v(z)) dz \quad (1-42)$$

l'épaisseur optique de la couche est donc

$$\tau_{1v} = \int_z^z (\sigma(z) + k_c(z) + k_v(z)) dz. \quad (1-43)$$

Avec cette notation, l'équation de transfert s'écrit

$$\frac{dI_v}{d\tau_v}(\tau_v, \mu, \phi) = I_v(\tau_v; \mu, \phi) - J_v(\tau_v; \mu, \phi), \quad (1-44)$$

où

$$\begin{aligned} J_v(\tau_v; \mu, \phi) = & \frac{F_0 \omega_v(\tau_v)}{4} P(\tau_v; \mu, \phi; -\mu_0, \phi_0) e^{-\tau_v/\mu_0} \\ & + \frac{\omega_v(\tau_v)}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} P(\tau_v; \mu, \phi; \mu', \phi') I_v(\tau_v; \mu', \phi') d\mu' d\phi' \end{aligned} \quad (1-45)$$

Nous ne nous attarderons pas sur les méthodes de résolution de l'équation de transfert en milieu diffusant ; elles sont présentées dans un rapport de la Commission Internationale du Rayonnement (1974) et une étude comparative de plusieurs d'entre elles a été effectuée par Devaux et al. (1973). Dans la suite, nous utiliserons essentiellement la méthode des harmoniques sphériques (Devaux et Herman (1973)).

Figure I-1.

Profil d'une raie d'absorption

$$S = 0,028 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}, p = 50 \text{ mb}, T = 273 \text{ K}$$

$$\text{raie de Lorentz} \quad \alpha_L = 0,01 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{raie de Voigt} \quad \alpha_D = 0,005 \text{ cm}^{-1} \quad \alpha_L = 0,01 \text{ cm}^{-1}$$

Figure I-2.

Raie formée en milieu absorbant

$$S = 0,028 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}, N = 0,72 \text{ km-atm}, p = 50 \text{ mb}, T = 273 \text{ K}$$

$$\text{raie de Lorentz} \quad \alpha_L = 0,01 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{raie de Voigt} \quad \alpha_D = 0,005 \text{ cm}^{-1} \quad \alpha_L = 0,01 \text{ cm}^{-1}$$

Figure I-3.

Profil d'une raie formée en milieu diffusant

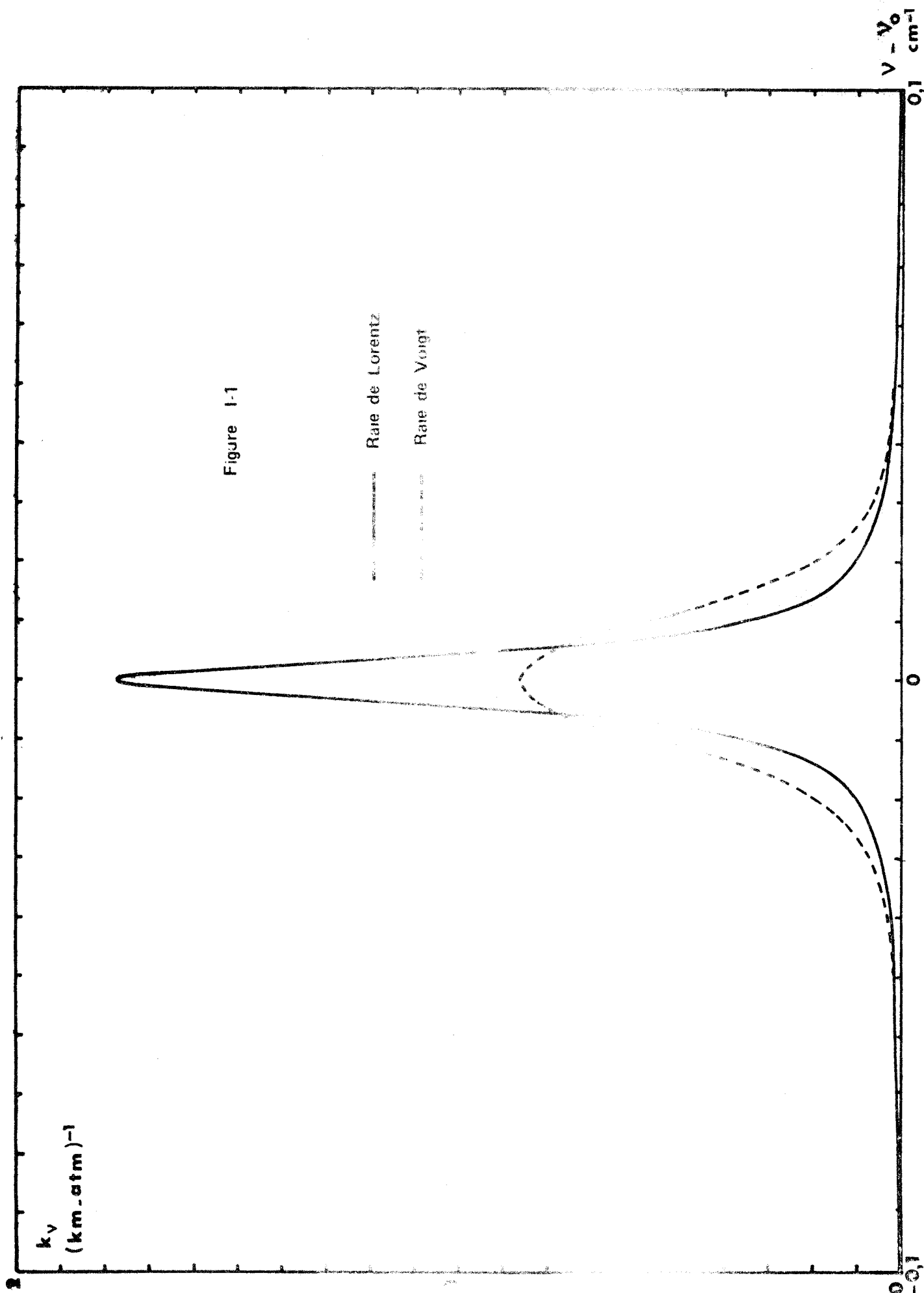
$$S = 0,028 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}, p = 50 \text{ mb}, T = 273 \text{ K}$$

Nuage Vénus
(voir chapitre III).

$$\omega_c = 0,999 \quad \alpha = 60^\circ$$

$$\text{raie de Lorentz} \quad \alpha_L = 0,01 \text{ cm}^{-1}$$

$$\text{raie de Voigt} \quad \alpha_D = 0,005 \text{ cm}^{-1} \quad \alpha_L = 0,01 \text{ cm}^{-1}$$



$v - v_0$
 cm^{-1}

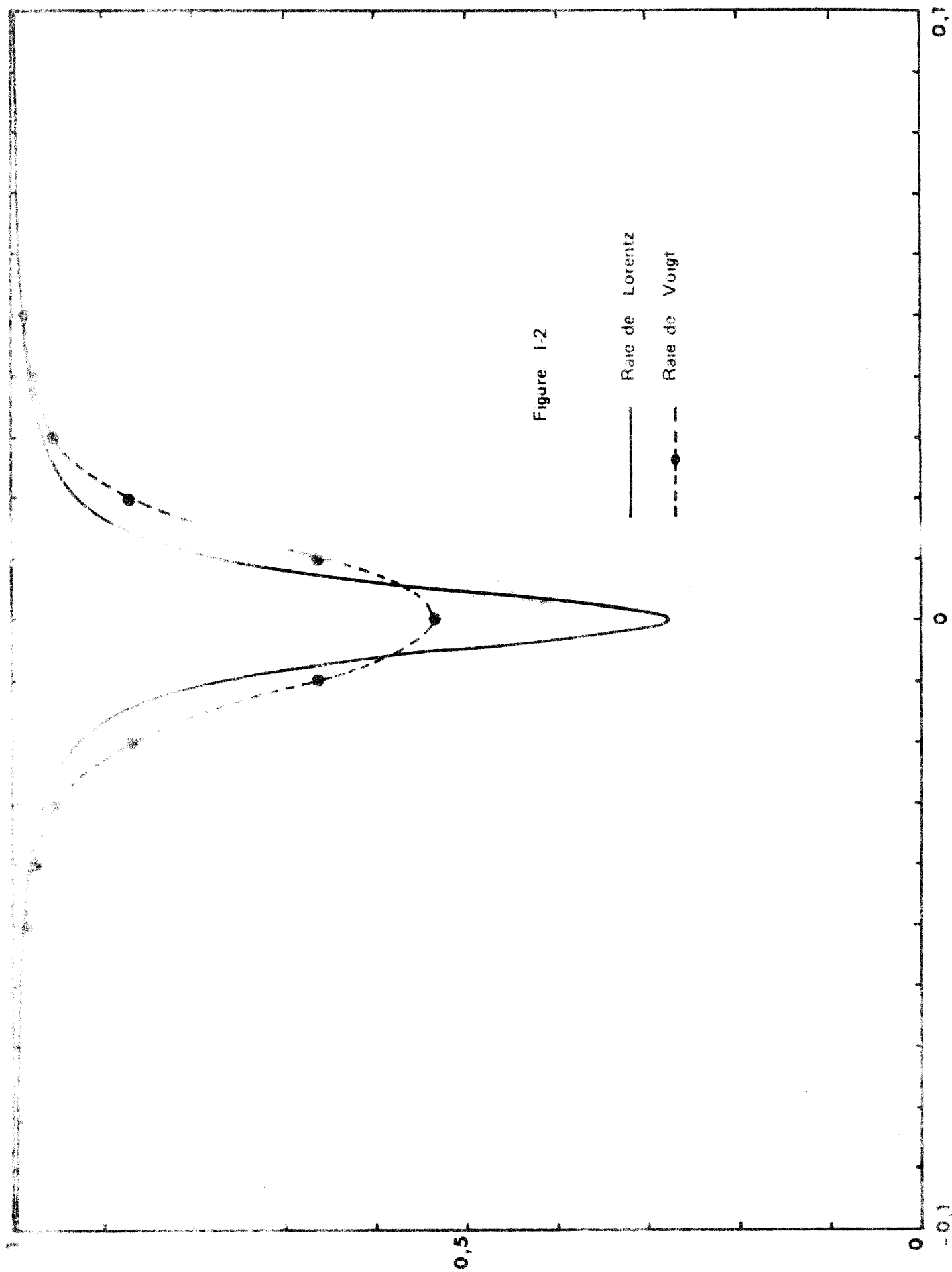


Figure 1-2

— Raie de Lorentz

- - - Raie de Voigt

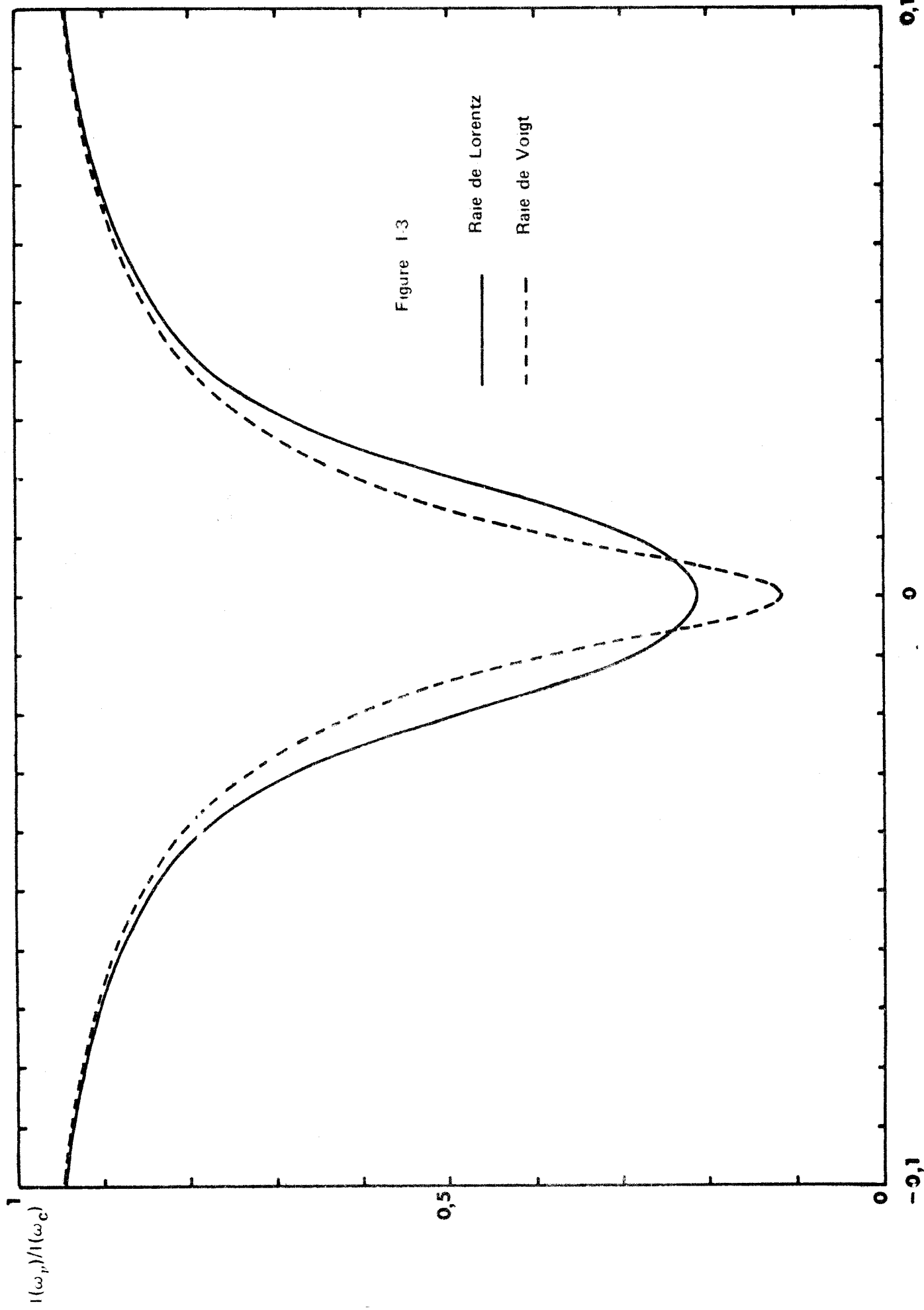


Figure 1-3

Raie de Lorentz

Raie de Voigt

CHAPITRE II

LARGEURS EQUIVALENTES ET COURBES DE CROISSANCE, DANS UNE ATMOSPHERE

DIFFUSANTE HOMOGENE ET SEMI-INFINIE

La méthode utilisée pour interpréter les spectres formés dans des atmosphères claires et qui a été présentée au chapitre I. nécessite que soit connu le chemin suivi par les rayons lumineux dans le milieu absorbant. Dans le cas où l'atmosphère est à la fois absorbante et diffusante, ce chemin n'est pas connu et cette méthode n'est plus utilisable. Dans ce chapitre, nous exprimerons la largeur équivalente des raies formées en milieu diffusant au moyen de la distribution du chemin optique des photons diffusés.

I. - LA DISTRIBUTION DU CHEMIN OPTIQUE.

Considérons une atmosphère diffusante, homogène et semi-infinie recevant sur sa face supérieure un éclairement incident F_0 de direction $(-\mu_0, \phi_0)$ et examinons l'intensité réfléchie dans la direction (μ, ϕ) .

L'albédo de diffusion à la fréquence ν , dans une raie d'absorption du gaz ambiant, est définie d'après (I-34) par

$$\omega_\nu = \frac{\sigma}{\sigma + k_c + k_\nu} \quad (\text{II-1})$$

et nous appellerons albédo de diffusion dans le continu

$$\omega_c = \frac{\sigma}{\sigma + k_c} \quad (\text{II-2})$$

L'intensité réfléchie dans le continu $I(\omega_c)$ est composée de photons qui ont suivi dans le nuage, au cours du processus de diffusion, un chemin optique $\lambda (\lambda \in (0, \infty))$; soit $p(\lambda) d\lambda$ la probabilité correspondant à un chemin optique compris entre λ et $\lambda + d\lambda$, avec la condition de normalisation

$$\int_0^\infty p(\lambda) d\lambda = 1.$$

L'atmosphère étant homogène, la transmission à travers le gaz ambiant des photons qui ont suivi un chemin optique λ , c'est-à-dire un chemin de longueur totale $\ell = \lambda/(\sigma + k_c)$ est, à la fréquence ν

$$T(\lambda) = \exp\{-k_\nu \lambda/(\sigma + k_c)\},$$

et l'intensité réfléchie dans la direction (μ, ϕ) à la fréquence ν est donc

$$I(\omega_v) = I(\omega_c) \int_0^{\infty} p(\lambda) \exp \left(-k_v \lambda / (\sigma + k_c) \right) d\lambda \quad (\text{II-3})$$

Posons

$$r = k_v / (\sigma + k_c) = \omega_c / \omega_v - 1 \quad (\text{II-4})$$

Nous pouvons écrire

$$\frac{I(\omega_v)}{I(\omega_c)} = L_{r,\lambda} \{p(\lambda)\} \quad (\text{II-5})$$

où $L_{r,\lambda} \{p(\lambda)\}$ est la transformée de Laplace de $p(\lambda)$.

Dans le cas d'une atmosphère semi-infinie, Irvine (1964) a donné l'expression de $p_n(\lambda)$ correspondant à la fonction de distribution des photons qui ont subi n diffusions

$$p_n(\lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^{n-1}}{(n-1)!} ; \quad (\text{II-6})$$

l'intensité totale diffusée dans la direction (μ, ϕ) est donc

$$I(\omega_v) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n(\omega_v) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n(\omega_c) \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\lambda r} d\lambda, \quad (\text{II-7})$$

$$I(\omega_v) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n(\omega_c) \frac{1}{(r+1)^n}$$

Posons

$$I_n(\omega_c) = a_n (\mu, \phi; \mu_0, \phi_0, \omega_c) I(\omega_c), \quad (\text{II-8})$$

avec la condition

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 ;$$

nous obtenons

$$I(\omega_v) = I(\omega_c) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{1}{(r+1)^n} \quad (\text{II-9})$$

et la fonction de distribution définie par (II-3) est alors

$$p(\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n p_n(\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{e^{-\lambda} \lambda^{n-1}}{(n-1)!} \quad (\text{II-10})$$

II. - EXPRESSION DE LA LARGEUR EQUIVALENTE.

Pour une raie formée au cours de la réflexion du rayonnement dans une atmosphère diffusante, la largeur équivalente est

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I(\omega_c) - I(\omega_v)}{I(\omega_c)} dv = \int_{-\infty}^{+\infty} 1 - \frac{I(\omega_v)}{I(\omega_c)} dv ; \quad (\text{II-11})$$

d'après la relation (II-3) et compte tenu de la normalisation de $p(\lambda)$

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{\infty} p(\lambda) \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{k_v \lambda}{\sigma + k_c}\right) \right\} d\lambda dv. \quad (\text{II-12})$$

Invertissons l'ordre des intégrations

$$W = \int_0^{\infty} p(\lambda) d\lambda \int_0^{\infty} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{k_v \lambda}{\sigma + k_c}\right) \right\} dv = \int_0^{\infty} p(\lambda) W\left(\frac{\lambda}{\sigma + k_c}\right) d\lambda, \quad (\text{II-13})$$

où $W\left(\frac{\lambda}{\sigma + k_c}\right)$ est la largeur équivalente d'une raie formée par absorption au cours d'un chemin géométrique de longueur $L = \lambda/(\sigma + k_c)$; dans le cas d'une raie de Lorentz, W s'exprime par (I-16 et I-17) au moyen de la fonction de Ladenberg-Reiche, soit

$$W\left(\frac{\lambda}{\sigma + k_c}\right) = 2\pi \alpha_L \lambda b e^{-\lambda b} \left\{ I_0(\lambda b) + I_1(\lambda b) \right\}, \quad (\text{II-14})$$

$$\text{où } \lambda b = \frac{S}{2\pi \alpha_L} \frac{\lambda}{\sigma + k_c} ; \text{ d'où } b = \frac{S \omega_c M}{2\pi \alpha_L} \quad (\text{II-15})$$

Dans cette expression, S est l'intensité de la raie, α_L la demi-largeur de raie de Lorentz, M la "quantité spécifique" introduite par Belton et al. (1968).

$$M = n/\sigma,$$

et n est le nombre de molécules absorbantes présentes dans une colonne de section 1cm^2 et de longueur unité ; M représente donc le nombre de molécules absorbantes sur un trajet de longueur $X = 1/\sigma$ égale au libre parcours moyen de diffusion. Ainsi que nous l'avons vu au chapitre I, nous exprimerons l'abondance du gaz absorbant en km-atm et l'intensité S d'une raie en $\text{cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$; le nombre de molécules absorbantes présentes dans un km-atm

à la pression partielle $p_f = cp$ (c étant la concentration du gaz absorbant) est $n = cp N_0 \times 10^5$ (N_0 étant le nombre de Lodschtmidt) ; la quantité spécifique s'exprime donc en km-atm ; si σ est exprimée en km^{-1} et p en atm,

$$M = cp/\sigma \quad (\text{II-16})$$

En remplaçant $p(\lambda)$ et W par leurs valeurs tirées de (II-10) et (II-14), nous obtenons la relation (II-13) sous la forme

$$W = \int_0^\infty \sum_{n=1}^\infty a_n \frac{e^{-\lambda} \lambda^{n-1}}{(n-1)!} 2\pi \alpha_L \lambda b e^{-\lambda b} (I_0(\lambda b) + I_1(\lambda b)) d\lambda, \quad (\text{II-17})$$

$$W = \sum_{n=1}^\infty a_n \frac{2\pi \alpha_L}{(n-1)! b^n} \int_0^\infty e^{-x(1 + \frac{1}{b})} x^n (I_0(x) + I_1(x)) dx.$$

Considérons l'intégrale

$$J_{\nu, \mu}(a) = \int_0^\infty e^{-ax} x^\nu I_\mu(x) dx,$$

où ν et μ sont des réels quelconques tels que $\nu + \mu > -1$.

Posons $a = \coth \psi, t = \frac{x}{\text{sh} \psi}$, nous obtenons

$$J_{\nu, \mu}(a) = \text{sh}^{\nu+1} \psi \int_0^\infty e^{-t \text{ch} \psi} t^\nu I_\mu(t \text{sh} \psi) dt. \quad (\text{II-18})$$

Cette intégrale s'exprime au moyen des fonctions associées de Legendre par :

$$\int_0^\infty e^{-t \text{ch} \psi} t^\nu I_\mu(t \text{sh} \psi) dt = \Gamma(\nu + \mu + 1) P_\nu^{-\mu}(\text{ch} \psi), \quad (\text{II-19})$$

où $\Gamma(x+1) = x \Gamma(x)$ est la fonction factorielle. D'où

$$J_{\nu, \mu}(a) = \frac{1}{(a^2-1)^{(\nu+1)/2}} \Gamma(\nu + \mu + 1) P_\nu^{-\mu} \left[\frac{a}{\sqrt{a^2-1}} \right]. \quad (\text{II-20})$$

Nous obtenons donc finalement pour la largeur équivalente

$$W = \sum_{n=1}^\infty n a_n 2\pi \alpha_L \frac{b}{(2b+1)^{(n+1)/2}} \left\{ P_n \left(\frac{b+1}{\sqrt{(2b+1)}} \right) + (n+1) P_n^{-1} \left(\frac{b+1}{\sqrt{(2b+1)}} \right) \right\} \quad (\text{II-21})$$

III. - REGIMES LIMITES.

1°) Régime de raie forte (b grand)

Le développement de $P_v^{-\mu}(x)$ en série rapidement convergente suivant les puissances de $1/x$, pour x très grand et v différent d'un demi entier impair s'écrit

$$P_v^{-\mu}(x) = \frac{(x^2-1)^{\mu/2}}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{2^v \Gamma(v+1/2)}{\Gamma(v+\mu+1)} x^{v-\mu} F\left(\frac{\mu-v}{2}, \frac{\mu-v+1}{2}; \frac{1-2v}{2}; \frac{1}{x^2}\right) - \frac{\sin(v+\mu)\pi}{(2x^\mu)^{v+1}} \frac{\Gamma(v-\mu+1)}{\cos v\pi} \frac{(x^2-1)^{\mu/2}}{\Gamma(v+3/2)} F\left(\frac{v+\mu+1}{2}, \frac{\mu+v+2}{2}; \frac{2v+3}{2}; \frac{1}{x^2}\right) \right] \quad (\text{II-22})$$

$$\text{où } F(\alpha, \beta; \gamma; y) = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma} \frac{y}{1!} + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)} \frac{y^2}{2!} + \dots$$

est la fonction hypergéométrique de Gauss.

Dans le cas où $v+\mu$ est un entier positif ou nul, la deuxième série disparaît totalement. En se limitant au premier terme de la série hypergéométrique, le développement de W pour $b \gg 1$, s'écrit donc

$$W \simeq \sum_{n=1}^{\infty} 2n a_n \alpha_L \sqrt{\pi} 2^n \frac{\Gamma(n+1/2)}{\Gamma(n+1)} \left(\frac{b+1}{2b+1}\right) \frac{n-1}{\sqrt{(2b+1)}}. \quad (\text{II-23})$$

En remplaçant b par son expression (II-15)

$$W \simeq 2 (MS \alpha_L \omega_c)^{1/2} \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \frac{\Gamma(n+1/2)}{\Gamma(n+1)} \quad (\text{II-24})$$

$$\text{Posons } (\Lambda^F)^{1/2} = \int_0^{\infty} \lambda^{1/2} p(\lambda) d\lambda; \quad (\text{II-25})$$

Avec l'expression (II-10) de $p(\lambda)$ nous obtenons

$$(\Lambda^F)^{1/2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\Gamma(n)} \int_0^{\infty} \lambda^{n-1/2} e^{-\lambda} d\lambda,$$

soit

$$(\Lambda^F)^{1/2} = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \frac{\Gamma(n+1/2)}{\Gamma(n+1)}. \quad (\text{II-26})$$

La largeur équivalente des raies fortes est donc proportionnelle au moment d'ordre $1/2$ de $p(\lambda)$ ou

$$W \simeq 2 (MS \alpha_L \omega_c \Lambda^F)^{1/2} \quad (\text{II-27})$$

Il faut noter que cette expression pouvait être obtenue directement à partir de l'approximation du régime fort des raies de Lorentz (I-21) en milieu purement absorbant

$$W_a \simeq 2(\alpha_L S \tilde{N})^{1/2}$$

Pour les photons qui ont parcouru un chemin optique total λ , le nombre de molécules rencontrées sur le parcours est $\tilde{N} = M \omega_c \lambda$ et

$$W(\lambda/(\sigma+k_c)) \simeq 2 (\alpha_L S M \omega_c \lambda)^{1/2} ;$$

d'où d'après (II-10) et (II-13)

$$W = \sum_{n=1}^{\infty} a_n W_n(b),$$

avec

$$W_n(b) \simeq 2(\alpha_L S \omega_c)^{1/2} \int_0^{\infty} \lambda^{1/2} p_n(\lambda) d\lambda$$

qui est équivalente à (II-26) et (II-27).

2°) Régime de raie faible.

On obtiendra le régime de raie faible pour b petit ou $x = (b+1)/\sqrt{(2b+1)} \simeq 1$. Pour $|x-1| < 2$, le développement de $P_v^{-\mu}(x)$, pour μ entier, positif ou nul s'exprime sous la forme

$$P_v^{-\mu}(x) = \frac{1}{2^\mu \Gamma(\mu+1)} (x^2-1)^{\mu/2} F(\mu-v, \mu+v+1, \mu+1; (1-x)/2). \quad (\text{II-28})$$

Ecrivons W donné par (II-21) sous la forme

$$W = \sum_{n=1}^{\infty} W_n(b) \quad (\text{II-29})$$

Le deuxième terme de la série hypergéométrique intervenant dans (II-28) est

$$E_2 = \frac{(\mu-v)(\mu+v+1)}{\mu+1} \frac{1-x}{2} \simeq \frac{(\mu-v)(\mu+v+1)}{\mu+1} \left(\frac{b^2}{2} \right);$$

pour les premiers ordres de diffusion E_2 est négligeable, pour les ordres plus élevés $E_2 \simeq \frac{1}{2} (nb)^2$, nous pouvons donc limiter le développement de

la série hypergéométrique à son premier terme dans le cas où $(nb)^2 \ll 1$, c'est-à-dire pour des ordres de diffusion pas trop élevés ($n < N$). En tenant compte de $y^x = e^{x \log y}$, nous obtenons

$$W \simeq \sum_{n=1}^{N-1} n a_n 2\pi \alpha_L b e^{-(n+1)b} \left\{ 1 + (n+1) b/2 \right\} + \sum_{n=N}^{\infty} W_n(b), \quad (\text{II-30})$$

où $(Nb)^2 \ll 1$;

soit en remplaçant b par son expression (II-15)

$$W \simeq SM \omega_c \sum_{n=1}^{N-1} n a_n + \sum_{n=N}^{\infty} W_n(b).$$

Dans le cas où les ordres élevés n interviennent que de façon négligeable ($\omega_c < 1$), nous obtenons le régime linéaire

$$W \simeq SM \omega_c \sum_{n=1}^{N-1} n a_n \simeq SM \omega_c < \lambda >, \quad (\text{II-31})$$

où $< \lambda >$ est le chemin optique moyen, défini par

$$< \lambda > = \int_0^{\infty} \lambda p(\lambda) d\lambda, \quad (\text{II-32})$$

ou, d'après (II-10)

$$< \lambda > = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \quad (\text{II-33})$$

De façon générale, nous définirons le chemin optique efficace Λ en exprimant que la largeur équivalente d'une raie formée en atmosphère diffusante est égale à celle d'une raie formée dans un milieu purement absorbant possédant la même concentration en molécule absorbantes pour un trajet de longueur $L = \Lambda/(\sigma + k_c)$

$$W_a(\Lambda b) = W_d(b) = \int_0^{\infty} p(\lambda) W(\lambda b) d\lambda \quad (\text{II-34})$$

$W_a(b)$ est exprimée, pour une raie de Lorentz, par la fonction de Ladenberg-Reiche (II-14).

Dans ces conditions, les valeurs extrêmes du chemin optique efficace sont, dans le cas des raies faibles

$$\Lambda_f = \langle \lambda \rangle = \int_0^{\infty} \lambda p(\lambda) d\lambda,$$

et, dans le cas des raies fortes

$$(\Lambda^F)^{1/2} = \int_0^{\infty} \lambda^{1/2} p(\lambda) d\lambda.$$

3°) Cas du continuum faible.

Dans le cas où $1 - \omega_c \ll 1$, il est nécessaire de prendre en compte des ordres de diffusion très élevés ; or le développement asymptotique de $P_v^\mu(x)$ pour v très grand s'écrit

$$P_v^\mu(\text{ch } \zeta) = \frac{1}{\{\pi(e^{2\zeta} - 1)\}^{1/2}} \frac{\Gamma(v+1/2)}{\Gamma(v+1+\mu)} e^{(v+1)\zeta} F\left(\mu + \frac{1}{2}, \frac{1}{2} - \mu; \frac{1}{2} - v; \frac{-1}{e^{2\zeta} - 1}\right) \quad (\text{II-35})$$

avec $\text{ch } \zeta = \frac{b+1}{\sqrt{(2b+1)}}$, c'est-à-dire $e^{2\zeta} - 1 = 2b$.

Le deuxième terme de la série hypergéométrique dans (II-35) est alors

$$E_2 = \frac{(1+2\mu)(1-2\mu)}{2(1-2v)} \left(-\frac{1}{2b}\right) \simeq \frac{1-4\mu^2}{8vb};$$

v étant, ici, identique à n .

Si $vb \gg 1$, nous pourrions limiter le développement de la série hypergéométrique à son premier terme et compte tenu de

$$\frac{\Gamma(n+1/2)}{\Gamma(n+1)} \simeq \frac{1}{\sqrt{n}} \quad \text{pour } n \gg 1,$$

nous obtenons

$$W_n(b) \simeq a_n \alpha_L \sqrt{(2\pi bn)} \quad (\text{II-36})$$

La largeur équivalente s'écrit donc

$$W = \sum_{n=1}^{N'-1} W_n(b) + \left(MS \alpha_L \omega_c\right)^{1/2} \sum_{n=N'}^{\infty} a_n n^{1/2} \quad (\text{II-37})$$

où $N' \gg 1$.

au lieu de Nb ?

Dans le cas des raies fortes, le régime est toujours en racine carrée ; dans le cas des raies faibles, il faut combiner les relations (II-31) et (II-37)

$$W \simeq MS \omega_c \sum_{n=1}^{N-1} n a_n + \sum_{n=N}^{N'-1} W_n(b) + (MS \alpha_L \omega_c)^{1/2} \sum_{n=N'}^{\infty} a_n n^{1/2} \quad (\text{II-38})$$

Le régime linéaire ne peut donc être obtenu que si a_n est négligeable pour $n > N$; si a_n est négligeable pour $n > N'$ seulement il y a superposition d'un régime linéaire et d'un régime transitoire ; enfin si a_n n'est négligeable que pour $n \gg N'$ le régime en racine carrée se superpose aux deux précédents et peut même être prépondérant.

Cherchons la condition pour laquelle le régime linéaire sera prépondérant. Nous savons que chaque ordre de diffusion est proportionnel à ω_c^n , donc

$$a_n = \omega_c^n B_n(\mu, \mu_0),$$

$$\text{et } W \simeq MS \omega_c \sum_{n=1}^{N-1} n \omega_c^n B_n(\mu, \mu_0) + \sum_{n=N}^{\infty} W_n(b) ; \quad (\text{II-39})$$

$$\text{si } 1 - \omega_c \ll 1, \omega_c^n \simeq e^{-n(1-\omega_c)}$$

et la contribution des termes tels que $n > N$ sera négligeable si

$$e^{-N(1-\omega_c)} = \epsilon \ll 1, \text{ ou } N(1-\omega_c) = X \gg 1 ; \quad (\text{II-40})$$

d'autre part, nous avons établi au paragraphe (III-b) la condition $(Nb)^2 \ll 1$ (II-41).

Pour avoir le régime linéaire, ces deux conditions doivent être vérifiées, ce qui exige

$$\frac{X^2 b^2}{(1 - \omega_c)^2} \ll 1,$$

c'est-à-dire X étant très supérieur à 1,

$$\frac{b}{1 - \omega_c} \ll 1. \quad (\text{II-42})$$

Posons
$$q = \frac{S M \sigma}{\pi \alpha_L k_c} = \frac{2b}{1-\omega_c}, \quad (\text{II-43})$$

q représente alors, d'après (II-15), le rapport du coefficient d'absorption au centre de la raie sur le coefficient d'absorption du continu ; nous trouvons ainsi la condition exprimée par Chamberlain (1970) pour que le régime linéaire subsiste avec un continuum faible

$$q \gg 1. \quad (\text{II-44})$$

Dans le cas où les ordres de diffusion élevés interviennent de façon importante ($q > 1$), nous pouvons utiliser le développement asymptotique donné par Irvine (1970) pour l'intensité du rayonnement sortant d'une atmosphère semi-infinie après n diffusions

$$I_n(\mu, \mu_0) = A(\mu, \mu_0) n^{-3/2} (1-d(\mu, \mu_0)/n) \omega_c^n \quad (\text{II-45})$$

qui donne

$$a_n = \frac{I_n}{I} = \frac{A(\mu, \mu_0)}{I(\mu, \mu_0)} n^{-3/2} (1-d(\mu, \mu_0)/n) \omega_c^n \quad (\text{II-46})$$

Etudions alors le comportement des termes correspondant à $n > N'$ dans l'expression (II-38)

$$\begin{aligned} \sum_{n=N'}^{\infty} W_n &= \sum_{n=N'}^{\infty} a_n n^{1/2} (S M \alpha_L \omega_c)^{1/2} \\ \sum_{n=N'}^{\infty} W_n &= (S M \alpha_L \omega_c)^{1/2} \frac{A}{I} \sum_{n=N'}^{\infty} \frac{\omega_c^n}{n} \left(1 - \frac{d}{n}\right); \end{aligned} \quad (\text{II-47})$$

pour $n \gg 1$, la somme peut être remplacée par une intégrale et nous obtenons

$$\sum_{n=N'}^{\infty} W_n \simeq (S M \alpha_L \omega_c)^{1/2} \frac{A}{I} \int_{N'}^{\infty} \frac{e^{-n(1-\omega_c)}}{n} \left(1 - \frac{d}{n}\right) dn,$$

soit

$$\sum_{n=N'}^{\infty} W_n \simeq (S M \alpha_L \omega_c)^{1/2} \frac{A}{I} \left[E_1 \left((1-\omega_c) N' \right) - \frac{d}{N'} E_2 \left((1-\omega_c) N' \right) \right] \quad (\text{II-48})$$

expression trouvée par Irvine (1970b) ; lorsque $\omega_c \rightarrow 1$, cette expression est

divergente, autrement dit la largeur équivalente d'une raie de Lorentz est infinie pour un continu sans absorption.

Note : On trouvera une étude complète des fonctions de Legendre dans
L. Robin (1958).

CHAPITRE III

APPROXIMATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION

ET EXEMPLES D'APPLICATION

La distribution du chemin optique des photons diffusés $p(\lambda)$ a permis l'étude des propriétés des largeurs équivalentes des raies spectrales formées dans une atmosphère diffusante. Cependant, nous avons été jusqu'à présent limités au cas de couches semi-infinies pour lesquelles la méthode des ordres successifs de diffusion permet de calculer $p(\lambda)$ par l'intermédiaire de la relation (II-10). D'autre part, l'utilisation même de cette méthode est, en fait, très lourde et peu efficace ; il faut en effet, calculer la contribution de chaque ordre à l'intensité diffusée et la convergence de la méthode est de plus en plus lente lorsque l'albédo de diffusion ω_c tend vers 1. Dans ces conditions et malgré des développements asymptotiques (Uesugi et Irvine (1970), Van de Hulst (1970)) qui permettent d'améliorer la convergence, cette méthode est assez peu utilisée (Irvine et Appleby (1973)).

Kargin et al. (1972), Irvine et Appleby (1973) ont utilisé une méthode de Monte Carlo. Son principal avantage est qu'elle permet d'obtenir la fonction de distribution, quelque soit le type de milieu diffusant considéré qui peut être fini, inhomogène et éventuellement être d'une géométrie quelconque. Cependant, si cette méthode ne possède théoriquement pas de limite quant aux cas à étudier, elle est en général encore plus longue que la méthode des ordres successifs et demande des moyens de calcul importants ; dans le cas de milieux plan-parallèles, il vaut mieux rechercher une méthode plus économique.

L'expression (II-5) de la définition de $p(\lambda)$ au moyen de la transformée de Laplace

$$I(\omega_v)/I(\omega_c) = L_{r,\lambda} \left[p(\lambda) \right], \quad (\text{III-1})$$

suggère une autre méthode : si l'intensité diffusée dans une direction donnée est connue comme une fonction de ω_v le calcul de $p(\lambda)$ se ramène au problème de l'inversion de la transformée de Laplace. La fonction $I(\omega_v)/I(\omega_c)$ n'est pas connue de manière analytique mais uniquement par valeurs discrètes obtenues par résolution de l'équation de transfert, pour des valeurs discrètes de ω_v ; il n'est donc pas question d'utiliser l'inversion de Mellin-Fourier ; Belman et Kalaba (1966) ont proposé une méthode qui consiste à remplacer l'intégrale de la transformée de Laplace par une quadrature de Gauss, on obtient alors un système linéaire qu'il suffit d'inverser pour obtenir des valeurs discrètes de $p(\lambda)$. Cette méthode a été utilisée pour

la fonction de distribution par Heinrich (1973). Malheureusement elle est très instable, la matrice du système étant très mal conditionnée et il faut alors recourir à des techniques de lissage ; de plus, le fait de ne connaître $p(\lambda)$ que pour un nombre de valeurs de λ égal au nombre de valeurs de ω_v pour lesquelles a été résolue l'équation de transfert est un inconvénient majeur. Nous avons donc préféré rechercher une approximation précise de la fonction $I(\omega_v)/I(\omega_c)$ sous une forme simple permettant d'obtenir $p(\lambda)$ par simple inversion de la transformée de Laplace.

I. - LES APPROXIMANTS DE PADE

On appelle approximant de Padé, $\{N,M\}$ de la fonction $f(z)$, le quotient d'un polynôme de degré M par un polynôme de degré N

$$\{N,M\} = P(z)/Q(z) \quad (\text{III-2})$$

Les coefficients de ces polynômes sont déterminés en égalant les termes de même puissance de z dans l'expression

$$f(z) Q(z) - P(z) = Az^{M+N+1} + Bz^{M+N+2} + \dots, \quad (\text{III-3})$$

avec $Q(0) = 1$.

De nombreux ouvrages ont été consacrés aux approximants de Padé et une liste de références est fournie à la fin de ce volume. Il s'agit d'une technique qui doit être considérée comme une méthode de prolongement analytique. Elle est d'un usage très courant dans certains domaines de la physique, particulièrement lorsqu'on connaît les premiers termes du développement en série de puissances d'une fonction dont on recherche les propriétés. Les approximants de Padé sont aussi très directement reliés aux méthodes d'accélération de convergence en analyse numérique (Brezinski (1973)).

On ne connaît pas, actuellement, de théorème général de convergence des approximants de Padé mais Baker (1965) en a défini une "conjecture" :

- si $f(z)$ est une série de puissances de z qui représente une fonction régulière pour $|z| < 1$, excepté pour $z = +1$ où la fonction est supposée continue pour les points tels que $|z| < 1$,

- alors il existe au moins une sous séquence $\{N,N\}$, des approximants de Padé, qui converge uniformément vers $f(z)$ dans le domaine formé en enlevant l'intérieur de petits cercles centrés aux pôles, et est uniformément continue à $z = +1$ pour $|z| < 1$.

Dans le cas où l'intensité réfléchie en milieu infini est connue pour chaque ordre de diffusion, nous avons vu au chapitre II (relation II-9) et (II-4) qu'elle pouvait s'exprimer sous la forme

$$I(\omega_v)/I(\omega_c) = \sum_{n=1} a_n (\omega_v/\omega_c)^n, \quad (\text{III-5})$$

où

$$a_n = \frac{I_n(\omega_c, \mu, \phi, \mu_0, \phi_0)}{I(\omega_c, \mu, \phi, \mu_0, \phi_0)}$$

Les coefficients a_n correspondent à des valeurs réelles de ω_c comprises entre 0 et 1, ils sont réels et forment une série convergente. La série (III-5) est donc uniformément convergente dans le domaine de rayon unité, frontière comprise. Il existe donc, probablement d'après la conjecture de Baker une sous-séquence $\{N, N\}(\omega_v/\omega_c)$ qui converge uniformément vers $I(\omega_v)/I(\omega_c)$ dans ce domaine lorsque $N \rightarrow \infty$

La fonction de distribution $p(\lambda)$ est la transformée de Laplace inverse de la fonction $I(r)/I(\omega_c)$ où $r = (\omega_c/\omega_v - 1)$, nous utiliserons donc l'approximant $\{N, M\}(r)$ qui se déduit directement de $\{N, N\}(\omega_v/\omega_c)$. Lorsque r tend vers l'infini ($\omega_v \rightarrow 0$), la fonction $I(r)/I(\omega_c)$ tend vers 0, ce qui exige que le degré du numérateur $P(r)$ soit inférieur à celui du dénominateur, l'approximant cherché est donc de la forme $\{N, N - J\}$. Considérons maintenant le comportement de la fonction $r I(r)/I(\omega_c)$ lorsque r tend vers l'infini ; d'après (III-5)

$$\frac{r I(r)}{I(\omega_c)} \sim \frac{\omega_c}{\omega_v} \frac{I(\omega_v)}{I(\omega_c)} \sim a_1$$

a_1 étant fini et non nul, il s'en suit que $J=1$. L'approximant cherché est donc du type $\{N, N - 1\}$.

II. - INTERPOLATION PAR DES FRACTIONS RATIONNELLES.

En général, il est possible de connaître l'intensité diffusée pour un certain nombre de valeurs de ω_v (ω_{vi} , $i=0, 1, \dots, 2N-1$), au moyen d'une méthode quelconque de résolution de l'équation de transfert. Nous proposons donc de rechercher une interpolation de la fonction $g(r) = I(r)/I(\omega_c)$ au moyen d'une fraction rationnelle de r , du même type que l'approximant de Padé $\{N, N-1\}(r)$, donc de la forme

$$g(r) \approx R_N(r) = \frac{P_{N-1}(r)}{Q_N(r)}, \quad (\text{III-7})$$

et telle que

$$R_N(r_i) = I(r_i)/I(\omega_c) = g(r_i), \quad (\text{III-8})$$

pour $i = 0, 1, \dots, 2N-1$ avec $r_i = \frac{\omega_c}{\omega_{vi}} - 1$

Il faut noter que ce problème n'a pas toujours de solution, et que, lorsqu'il en a une, elle peut ne pas être unique (Kuntzmann (1958)).

Il est possible de résoudre directement le système linéaire (III-8) (Fouquart (1974)), cependant cette méthode présente certaines instabilités dues au mauvais conditionnement de la matrice du système. En particulier des pôles de $R_N(r)$ apparaissent pour des valeurs positives de r et bien que le résidu correspondant soit en général très faible, il s'en suit une perte de précision qui peut être relativement importante. C. Brezinski m'a alors proposé d'utiliser la méthode des différences réciproques et la formule d'interpolation de Thiele (Milne et Thomson (1965)).

On trouvera une étude des principales propriétés de l'Algorithme d'interpolation proposé (appelé ρ Algorithme) dans la thèse (1971) et dans le cours d'Analyse Numérique de C. Brezinski (1973) qui propose la rédaction suivante.

Soit $f(x)$, une fonction connue pour les valeurs $x_0, x_1, \dots, x_{2N-1}$ de la variable x , et supposons tous les x_n différents. On appelle différence réciproque d'ordre 0 la quantité

$$\psi_0(x_n) = f(x_n). \quad (\text{III-9})$$

On définit de même

$$\psi_1(x_i, x_j) = \frac{x_i - x_j}{\psi_0(x_i) - \psi_0(x_j)},$$

$$\psi_2(x_0, x_1, x_2) = \frac{x_0 - x_2}{\psi_1(x_0, x_1) - \psi_1(x_1, x_2)} + \psi_0(x_1),$$

et de façon générale

$$\begin{aligned} \psi_k(x_n, \dots, x_{n+k}) &= \frac{x_n - x_{n+k}}{\psi_{k-1}(x_n, \dots, x_{n+k-1}) - \psi_{k-1}(x_{n+1}, \dots, x_{n+k})} \\ &+ \psi_{k-2}(x_{n+1}, \dots, x_{n+k-1}). \end{aligned}$$

Posons $\psi_k^n = \psi_k(x_n, \dots, x_{n+k})$. La relation précédente devient

$$\psi_{k+1}^n = \psi_{k-1}^{n+1} + \frac{x_{n+k+1} - x_n}{\psi_k^{n+1} - \psi_k^n}, \quad (\text{III-10})$$

pour $k = 0, 1, \dots, 2N-2$ et $n = 0, 1, \dots, 2N-k-2$.

A partir des différences réciproques, on peut développer $f(x)$ en fraction continue à l'aide du système de relations

$$f(x) = \psi_0^0 + \frac{x - x_0}{\psi_1(x, x_0)},$$

$$\psi_1(x, x_0) = \psi_1^0 + \frac{x - x_1}{\psi_2(x, x_0, x_1) - \psi_0^0},$$

$$\psi_{n-1}(x, x_0, \dots, x_{n-2}) = \psi_{n-1}^0 + \frac{x - x_{n-1}}{\psi_n(x, x_0, \dots, x_{n-1}) - \psi_{n-2}^0};$$

d'où

$$f(x) = \alpha_0 + \frac{x - x_0}{\alpha_1 + \frac{x - x_1}{\alpha_2 + \frac{x - x_2}{\alpha_3 + \dots}}}$$

$$\text{avec } \alpha_0 = \psi_0^0, \quad \alpha_1 = \psi_1^0,$$

$$\text{et } \alpha_k = \psi_k^0 - \psi_{k-2}^0 \quad \text{pour } k > 1. \quad (\text{III-11})$$

En arrêtant la fraction continue à l'ordre k , nous obtenons le k^e approximant de $f(a)$ qui peut s'écrire sous la forme d'un quotient deux polynômes $A_k(x)/B_k(x)$. C'est une fonction de la quantité $(x - x_{k-1})/\alpha_k$, que nous écrirons sous la forme

$$f(x) \simeq f_k(x) = \frac{L_k(x) + \frac{x - x_{k-1}}{\alpha_k} M_k(x)}{\bar{L}_k(x) + \frac{x - x_{k-1}}{\alpha_k} \bar{M}_k(x)}$$

Nous poserons

$$A_k(x) = \alpha_k L_k(x) + (x - x_{k-1}) M_k(x),$$

$$B_k(x) = \alpha_k \bar{L}_k(x) + (x - x_{k-1}) \bar{M}_k(x);$$

supposons la fraction continue arrêtée à l'ordre k , elle peut donc s'écrire sous la forme, $A_k(x) / B_k(x)$ et les polynômes $A_k(x)$ et $B_k(x)$ sont connus.

Si l'on remplace α_k par $\alpha_k + \frac{x - x_k}{\alpha_{k+1}}$ la fraction étant alors arrêtée à l'ordre $k+1$ on doit obtenir $A_{k+1}(x)$ et $B_{k+1}(x)$.

$$\frac{A_{k+1}(x)}{\alpha_{k+1}} = L_{k+1}(x) + \frac{x - x_k}{\alpha_{k+1}} M_{k+1}(x)$$

$$= \left(\alpha_k + \frac{x - x_k}{\alpha_{k+1}} \right) L_k(x) + (x - x_{k-1}) M_k(x),$$

et de même pour $B_{k+1}(x)$.

Ces relations sont satisfaites en posant

$$L_{k+1}(x) = \alpha_k L_k(x) + (x - x_{k-1}) M_k(x); M_{k+1}(x) = L_k(x),$$

c'est à dire

$$L_{k+1}(x) = \alpha_k L_k(x) + (x - x_{k-1}) L_{k-1}(x); A_k(x) = L_{k+1}(x).$$

Les formules de récurrence permettant d'obtenir les polynômes $A_k(x)$ et $B_k(x)$ sont donc

$$A_k(x) = \alpha_k A_{k-1}(x) + (x - x_{k-1}) A_{k-2}(x),$$

et

(III-12)

$$B_k(x) = \alpha_k B_{k-1}(x) + (x - x_{k-1}) B_{k-2}(x),$$

$$k = 1, \dots, 2N - 1.$$

Compte tenu de

$$\frac{A_0}{B_0} = \alpha_0 \text{ et } \frac{A_1}{B_1} = \alpha_0 + \frac{x - x_0}{\alpha_1} = \frac{\alpha_1 \alpha_0 + (x - x_0)}{\alpha_1},$$

il faut commencer la récurrence avec

$$A_0 = \alpha_0, B_0 = 1, A_{-1} = 1, B_{-1} = 0. \quad (\text{III-13})$$

Il reste à déterminer les coefficients a_i^n et b_i^n ($i = 0 \dots n$) correspondant respectivement aux polynômes $A_n(x)$ et $B_n(x)$. Pour cela nous allons tout d'abord démontrer que les polynômes A_{2k}, A_{2k-1}, B_{2k} sont de degré k et les polynômes B_{2k-1} sont de degré $k-1$. La propriété est vraie pour $k=1$ (voir ci-dessus), supposons la vérifiée à l'ordre k et démontrons qu'elle l'est à l'ordre $k+1$.

A partir des formules de récurrence (III-12), nous pouvons écrire

$$A_{2k+1}(x) = \alpha_{2k+1} A_{2k}(x) + (x - x_{2k}) A_{2k-1}(x),$$

$$d^{\circ k+1} \quad d^{\circ k} \quad d^{\circ 1} \quad d^{\circ k}$$

$$A_{2k+2}(x) = \alpha_{2k+2} A_{2k+1}(x) + (x - x_{2k+1}) A_{2k}(x),$$

$$d^{\circ k+1} \quad d^{\circ k+1} \quad d^{\circ 1} \quad d^{\circ k}$$

$$B_{2k+1}(x) = \alpha_{2k+1} B_{2k}(x) + (x - x_{2k}) B_{2k-1}(x),$$

$$d^{\circ k} \quad d^{\circ k} \quad d^{\circ 1} \quad d^{\circ k-1}$$

$$B_{2k+2}(x) = \alpha_{2k+2} B_{2k+1}(x) + (x - x_{2k+1}) B_{2k}(x).$$

$$d^{\circ k+1} \quad d^{\circ k} \quad d^{\circ 1} \quad d^{\circ k}$$

Nous poserons donc

$$A_{2k-1}(x) = \sum_{i=0}^k a_i^{2k-1} x^i,$$

$$A_{2k}(x) = \sum_{i=0}^k a_i^{2k} x^i,$$

$$B_{2k-1}(x) = \sum_{i=0}^{k-1} b_i^{2k-1} x^i,$$

(III-14)

$$B_{2k}(x) = \sum_{i=0}^k b_i^{2k} x^i.$$

On a

$$A_0(x) = a_0^0 = \alpha_0,$$

$$B_0(x) = b_0^0 = 1,$$

$$A_1(x) = a_0^{-1} = 1, \quad (\text{III-15})$$

$$B_{-1}(x) = b_0^{-1} = 0.$$

La relation de récurrence (III-12) s'écrit pour $A_{2k-1}(x)$

$$\sum_{i=0}^k a_i^{2k-1} a^i = \sum_{i=0}^{k-1} \{ \alpha_{2k-1} a_i^{2k-2} - x_{2k-2} a_i^{2k-3} \} x^i + \sum_{i=0}^{k-1} a_i^{2k-3} x^{i+1},$$

d'où

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0^{2k-1} = \alpha_{2k-1} a_0^{2k-2} - x_{2k-2} a_0^{2k-3}, \\ a_i^{2k-1} = \alpha_{2k-1} a_i^{2k-2} - x_{2k-2} a_i^{2k-3} + a_{i-1}^{2k-3}, \\ a_k^{2k-1} = a_{k-1}^{2k-3}. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \\ i = 1, \dots, k-1 \\ \end{array} \quad (\text{III-16})$$

En opérant de la même manière pour les autres polynômes nous obtenons :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0^{2k} = \alpha_{2k} a_0^{2k-1} - x_{2k-1} a_0^{2k-2}, \\ a_i^{2k} = \alpha_{2k} a_i^{2k-1} - x_{2k-1} a_i^{2k-2} + a_{i-1}^{2k-2}, \\ a_k^{2k} = \alpha_{2k} a_k^{2k-1} + a_{k-1}^{2k-2}, \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \\ i = 1, \dots, k-1 \\ \end{array} \quad (\text{III-17})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b_o^{2k-1} = \alpha_{2k-1} b_o^{2k-2} - x_{2k-2} b_o^{2k-3}, \\ b_i^{2k-1} = \alpha_{2k-1} b_i^{2k-2} - x_{2k-2} b_i^{2k-3} + b_{i-1}^{2k-3}, \\ i = 1, \dots, k-2 \\ b_{k-1}^{2k-1} = \alpha_{2k-1} b_{k-1}^{2k-2} + b_{k-2}^{2k-3}, \end{array} \right. \quad (\text{III-18})$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} b_o^{2k} = \alpha_{2k} b_o^{2k-1} - x_{2k-1} b_o^{2k-2}, \\ b_i^{2k} = \alpha_{2k} b_i^{2k-1} - x_{2k-1} b_i^{2k-2} + b_{i-1}^{2k-2}, \\ i = 1, \dots, k-1 \\ b_k^{2k} = b_{k-1}^{2k-2}. \end{array} \right. \quad (\text{III-19})$$

Puisque les pôlynômes $B_{2k-1}(x)$ sont de degré $k-1$ et les pôlynômes $A_{2k-1}(x)$ de degré k , l'approximant $A_{2k-1}(x) / B_{2k-1}(x)$ est du type $\{k-1, k\}$ or nous recherchons, pour la fonction $g(r)$, un approximant du type $\{k, k-1\}$, $A_{2k-1}(r) / B_{2k-1}(r)$ correspondra donc à $1/g(r) = f(r)$

Le calcul pratique s'effectue donc de la façon suivante:

- calcul des différences réciproques par l'intermédiaire des relations (III-9) et (III-10) avec $\psi_0^n = 1/g(r_n)$
- calcul des coefficients α_k par (III-11)
- initialisation des coefficients a et b par (III-15)
- calcul des coefficients a et b par les relations (III-16) à (III-19) de façon alternée (III-16) et (III-18), puis (III-17) et (III-19) etc..., en terminant à l'ordre $k = N$ par le calcul des coefficients a_i^{2N-1} et b_i^{2N-1} .

III - CALCUL DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION $p(\lambda)$

La fonction $I(r)/I(\omega_c)$ est donc maintenant connue sous la forme d'une fraction rationnelle $P_{N-1}(x)/Q_N(x)$, souvent appelée approximant de Padé de type II; la fonction de distribution $p(\lambda)$ est la transformée de Laplace inverse de cette fraction rationnelle

$$p(\lambda) = L_{r,\lambda}^{-1} \{ P_{N-1}(r) / Q_N(r) \},$$

soit

$$p(\lambda) = \sum_{m=1}^N A_m e^{m\lambda}, \quad (\text{III-20})$$

où γ_m est le m^e pôle de la fraction rationnelle et A_m est le résidu correspondant :

$$A_m = \frac{P_{N-1}(\gamma_m)}{Q_N^m(\gamma_m)},$$

où

$$Q_N^m(x) = \frac{Q_N(x)}{x - \gamma_m}.$$

La condition de normalisation de $p(\lambda)$ impose

$$\sum_{m=1}^N A_m / \gamma_m = 1 \quad (\text{III-21})$$

L'expression du chemin optique moyen $\langle \lambda \rangle$ parcouru, dans le nuage, par les photons diffusés a été donnée au chapitre II

$$\langle \lambda \rangle = \int_0^{\infty} \lambda p(\lambda) d\lambda,$$

en remplaçant $p(\lambda)$ par son expression (III-20), on obtient

$$\langle \lambda \rangle = \sum_{m=1}^N A_m / \gamma_m^2. \quad (\text{III-22})$$

Nous avons également introduit le moment d'ordre $1/2$ de $p(\lambda)$

$$(\Lambda^F)^{1/2} = \int_0^{\infty} \lambda^{1/2} p(\lambda) d\lambda \quad (\text{III-23})$$

or

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx = \frac{\Gamma(n+1)}{a^{n+1}},$$

et

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2};$$

si $p(\lambda)$ est connue sous la forme (III-20), Λ^F s'exprime donc par

$$(\Lambda^F)^{1/2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sum_{m=1}^N A_m / (-\gamma_m)^{3/2}. \quad (\text{III-24})$$

IV - TESTS NUMERIQUES

La fonction $I(\omega_v) / I(\omega_c)$ est réelle et ne possède ni pôle, ni racine sur l'intervalle $]0, \omega_c]$, la fonction $I(r)/I(\omega_c)$ est donc, elle même, réelle et ne possède ni pôle, ni racine sur l'intervalle $[0, \infty[$ et les racines γ_m sont soit complexes conjuguées, soit négatives si elles sont purement réelles. De plus la fonction $p(\lambda)$ tend vers 0 lorsque λ croît indéfiniment, les parties réelles de γ_m sont donc négatives.

En fait l'expression de $I(r)/I(\omega_c)$ sous la forme d'une fraction rationnelle, n'est qu'une approximation, et dans la pratique il apparaît encore parfois des pôles à partie réelle positive; toutefois les résidus sont toujours très faibles, beaucoup plus que dans le cas de l'inversion directe du système (III-8) et les négliger introduit en général une faible erreur sur $p(\lambda)$. On peut remarquer que l'apparition d'un pôle positif amène à remplacer la fraction rationnelle $P_{N-1}(r)/Q_N(r)$ par la fraction rationnelle $P_{N-2}(r)/Q_{N-1}(r)$ si le pôle est réel ou $P_{N-3}(r)/Q_{N-2}(r)$ s'il est complexe. Mais $P_{N-2}(r)/Q_{N-1}(r)$ peut être obtenue directement à partir de $2N-3$ valeurs de la variable r ; lorsque le résidu est trop important, on peut donc recalculer directement la fraction rationnelle d'ordre immédiatement inférieur, ce qui donne, en général, de meilleurs résultats.

On a testé la précision de la méthode dans le cas d'une fonction de la forme

$$f(x) = \sum_{i=1}^K \frac{a_i}{K} e^{-a_i x}$$

dont on suppose la transformée de Laplace connue en un certain nombre de points; par l'intermédiaire de la méthode exposée ci-dessus on peut donc obtenir une approximation de $f(x)$ que l'on compare à la fonction exacte.

De façon à ce que les fonctions tests ressemblent quelque peu aux fonctions de distribution $p(\lambda)$, on a choisi $a_i = 2^i \cdot 10^{-3}$.

Pour la première fonction test, $K=4$ et on dispose de la valeur de la transformée $g(r)$ en 8 points $r_i = 0, 10^{-5}, 10^{-4}, 5 \cdot 10^{-4}, 10^{-3}, 2.5 \cdot 10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1}$ et $5 \cdot 10^{-1}$. Le choix de ces valeurs est dû au fait que la fonction à interpoler est rapidement croissante au voisinage de $r=0$. La figure (III-1) présente l'erreur relative $(f(x) - f_a(x))/f(x)$, où $f_a(x)$ correspond à l'approximation, pour deux ordres d'approximation différents: $N=4$ et $N=3$. On a aussi fait varier le nombre de chiffres significatifs présents dans les données.

Lorsque le nombre de chiffres significatifs diminue, l'interpolation fait apparaître des pôles positifs de la fraction rationnelle, les résidus correspondant sont en général très faibles et l'approximation de la fonction inverse reste quand même assez bonne. Dans le cas $n=4$ et 4 chiffres significatifs, il est apparu en effet un pôle positif pour $r = 1,07 \cdot 10^{-3}$, mais le résidu correspondant vaut $-4.5 \cdot 10^{-9}$ (les autres résidus sont de l'ordre de 10^{-4}) et l'erreur maximum sur $f(x)$ reste inférieure à 1 %.

Pour trois chiffres significatifs seulement, deux pôles apparaissent mais les résidus correspondant sont beaucoup plus importants et l'erreur maximale atteint 7 %. Pour trois chiffres significatifs toujours, mais à l'ordre d'approximation inférieur ($N=3$), il n'y a plus de pôle positif et l'erreur maximum est à nouveau inférieure à 1 %. On peut noter enfin que dans le cas où les données ne sont connues qu'avec deux chiffres significatifs, l'erreur maximum ne dépasse 5 % que pour $x > 200$; si, au contraire les données sont connues avec 8 chiffres significatifs les pôles et les résidus correspondant sont à 10^{-5} près ceux de la fonction exacte. Le ρ Algorithme permet ainsi, connaissant précisément une fonction pour un certain nombre de valeurs positives de la variable, d'en déduire la position des pôles appartenant au demi-axe des réels négatifs.

Pour la deuxième fonction test (fig. III-2) $K=10$ et on a essentiellement étudié l'influence de l'ordre N sur la précision de l'approximation. Le calculateur sur lequel ont été effectuées ces comparaisons est un calculateur de bureau HP.9810 et sa capacité mémoire n'a pas permis de tester les ordres d'approximation supérieurs à 5. Dans ces conditions, et pour 6 chiffres significatifs, l'erreur maximum atteint 4 % pour $N=5$, 9 % pour $N=4$ et près de 30 % pour $N=3$, qui est un ordre d'approximation manifestement trop petit. Cependant la précision de la méthode reste bien meilleure sur deux grandeurs déjà introduites dans ce chapitre et dont nous verrons l'importance par la suite : le chemin optique moyen $\langle \lambda \rangle$ et le chemin efficace correspondant aux raies fortes Λ^F qui représentent les moments d'ordre 1 et 1/2 de la fonction de distribution

$$\langle \lambda \rangle = \int_0^{\infty} \lambda p(\lambda) d\lambda ,$$

et

$$(\Lambda^F)^{1/2} = \int_0^{\infty} \lambda^{1/2} p(\lambda) d\lambda .$$

Le tableau (III-1) permet de comparer les valeurs obtenues par

interpolation aux valeurs exactes. On remarquera qu'à l'ordre $N=3$ et pour des données connues avec 4 chiffres significatifs, la précision reste meilleure que 1 % sur ces deux grandeurs.

TABLEAU III-1.

Ordre d'approximation N	5	5	5	5	4	3	Exact
Nombre de chiffres significatifs	5	4	3	2	4	4	-
$\langle \lambda \rangle$	199,83	199,85	192,21	206,47	199,85	199,18	199,805
λ^F	85,90	85,94	84,93	88,83	85,96	85,98	85,92

H.C. Van de Hulst (1975) a développé une autre méthode permettant d'obtenir la fonction de distribution au moyen de développements quadratiques valables pour les faibles valeurs de λ et d'un développement asymptotique valable pour les grandes valeurs de λ et dérivé de l'expression asymptotique des grands ordres de diffusion (Van de Hulst (1970)).

Dans le cas d'un nuage semi-infini, isotrope et parfaitement diffusant ($\omega_c=1$), il a comparé la fonction de distribution ainsi obtenue à celle dérivée des ordres successifs de diffusion par simple sommation (voir chapitre précédent) et à celle obtenue au moyen de la méthode que nous proposons. Ces résultats sont présentés au tableau III-2, nous y avons rajouté les valeurs de $p(\lambda)$ correspondant aux valeurs de λ supérieures à 100 que nous ne lui avons pas communiquées.

Il faut remarquer que pour les grands λ les valeurs de $p(\lambda)$ oscillent lorsqu'on augmente l'ordre d'approximation alors qu'elles restent stables pour les faibles λ . Nous savons que pour un albédo continu $\omega_c=1$ le chemin optique moyen est infini (voir au chapitre précédent l'expression de la largeur équivalente des raies faibles qui est proportionnelle à $\langle \lambda \rangle$ lorsque ω_c tend vers 1), or dans le cas présent, nous avons trouvé $\langle \lambda \rangle = 432$; pour un autre choix de points d'interpolation privilégiant d'avantage les points tels que ω_v soit voisin de 1 nous avons obtenu

TABLEAU III. - 2.

Distribution du chemin optique pour la réflexion sur une atmosphère isotrope, conservatrice et semi-infinie.

Incidence et émergence perpendiculaire

$$\tau_1 = \infty, \quad \omega_c = 1, \quad \mu = \mu_0 = 1$$

D'après H.C. Van de Hulst.

	Expansion quadra- tique. H.C. Van de Hulst.	Ordres successifs	Approxima- tion de Padé N=7	Expression asymptotique pour λ grand (H.C. Van de Hulst)		
				avec fac- teur de correction	terme principal	Facteur de cor- rection
λ	$p(\lambda)$ approx.	$p(\lambda)$	$p(\lambda)$	$p(\lambda)$ approx.	$I_{\lambda+1}/I$	C
0	.11827	.11827			.11827	1.000
0,1	.11472		.11471			
0,2	.11133		.11132			
0,4	.10504		.10496			
0,5	.10214	.10196	.10198			
1	.09002	.08876	.08876		.08198	1.083
2		.06902	.06900		.06175	1.118
4		.04544	.04542		.04007	1.134
5		.03813	.03809		.03366	1.132
10		.01948	.01943	.01984	.01760	1.104
20		.00855	.00855	.00860	.00799	1.070
40		.00340	.00341	.00341	.00327	1.042
50		.00249	.00247	.00250	.00242	1.034
80		.00128	.00129	.00128	.00125	1.022
100			.00095	.00093	.00091	1.018
200			.00036	.000337	.000334	1.009
400			.000104	.000120	.000120	1.005
500			.000076	.000086	.000086	1.004
1000			.000036	.000031	.000031	1.002

$\langle \lambda \rangle = 805$. Il est donc clair que la méthode d'interpolation de l'intensité par une fraction rationnelle ne permet pas d'obtenir avec précision la fonction de distribution pour les grandes valeurs de λ lorsque $\omega_c = 1$. Cependant, le cas d'un nuage parfaitement diffusant est un cas théorique et la présence d'une absorption continue, même très faible, rendant négligeable la probabilité d'un chemin optique très grand, la méthode redevient très précise et donne d'excellents résultats.

Nous avons aussi testé la stabilité de la méthode pour un cas réel, en calculant la fonction de distribution correspondant à un nuage semi-infini, de paramètre de MIE $\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$, pour $\omega_c = 0.95$ et pour les directions d'incidence et d'émergence $\mu = \mu_0 = 1$. Nous avons effectué l'inversion pour différents ordres d'approximation depuis $N=3$ jusqu'à $N=8$; les résultats sont présentés, pour différentes valeurs de λ au tableau III-3 ainsi que ceux obtenus par les ordres successifs de diffusion, à partir de la relation (II-10). Dans ce dernier cas, on n'a tenu compte que des 40 premiers ordres, ce qui représente une erreur inférieure à 1 % pour $\lambda < 40$. On remarquera la très grande stabilité des résultats, principalement pour les faibles valeurs de λ . L'imprécision maximum est d'environ 5 % pour $\lambda < 25$ et $N=3$, valeur pour laquelle l'interpolation et l'inversion n'ont nécessité que le calcul de 5 intensités différentes de celle du continu. Dans le cas $N=4$ qui nécessite 7 intensités exactes (calculées pour ω_v égal à 0,4 ; 0,5 ; 0,7 ; 0,8 ; 0,9 ; 0,92) l'erreur maximum est $\approx 1\%$ pour $\lambda < 25$ et n'atteint que 5 % pour $\lambda = 100$, valeur pour laquelle la fonction $p(\lambda)$ devient très faible.

TABLEAU III-3.

Sensibilité de $p(\lambda)$ à l'ordre d'approximation N

λ	N=3	N=4	N=5	N=8	Ordres successifs
0.01	2.3246 ²	2.3388 ²	2.3375 ²	2.3383 ²	2.3363 ²
0.0241	2.3231 ²	2.3340 ²	2.3330 ²	2.3336 ²	2.3322 ²
0.0631	2.3216 ²	2.3250 ²	2.3247 ²	2.3249 ²	2.3248 ²
0.1	2.3232 ²	2.3205 ²	2.3207 ²	2.3205 ²	2.3216 ²
0.251	2.3592 ²	2.3410 ²	2.3427 ²	2.3413 ²	2.3462 ²
0.631	2.6203 ²	2.6068 ²	2.6086 ²	2.6076 ²	2.6152 ²
1	3.0358 ²	3.0499 ²	3.0498 ²	3.0504 ²	3.0572 ²
2.51	5.1372 ²	5.1524 ²	5.1598 ²	5.1613 ²	5.1646 ²
6.31	6.4227 ²	6.3725 ²	6.3752 ²	6.3747 ²	6.3778 ²
10	4.5845 ²	4.7334 ²	4.7295 ²	4.7329 ²	4.7361 ²
25.1	1.0546 ²	9.6825 ³	9.6959 ³	9.7081 ³	9.7191 ³
63.1	2.8684 ⁴	4.5419 ⁴	4.5540 ⁴	4.4677 ⁴	-
100	8.6379 ⁶	3.2649 ⁵	3.4433 ⁵	3.7295 ⁵	-

Les chiffres en exposant représentent les puissances négatives de 10.

V. - EXEMPLES DE FONCTIONS DE DISTRIBUTION DU CHEMIN OPTIQUE

A titre d'exemple, on a calculé les fonctions de distribution $p(\lambda)$ dans le cas d'un nuage semi-infini dont l'albédo ω_c vaut 0,99 pour différentes fonctions de phase (isotrope, Rayleigh, monodispersées de paramètre de MIE $\alpha = 2\pi r/\lambda = 5, 10$ et 20 et deux granulométries) pour les directions $\mu = \mu_0 = 1$ (figure (III-3) et $\mu_0 = 1, \mu = 0.5$ figure (III-4)). L'indice est $n = 1,33$.

Les granulométries sont du type

$$n(r) = a r^\alpha \exp(-br^\gamma)$$

où $n(r)$ représente le nombre de particules de rayon r par rapport au nombre total de particules par unité de volume. Dans le cas de la brume choisie (type L de Deirmendjann (1969)) le rayon critique des gouttes, c'est-à-dire le rayon pour lequel la distribution est maximum vaut $r_c = 0.07\mu$ et $\alpha = 2, \gamma = 1/2, b = 15,1186$; et pour 100 gouttes par cm^3 $a = 4,9757 \cdot 10^6$. La granulométrie correspondant au nuage est un modèle C_1 du même auteur, elle est représentative de la distribution des gouttes dans un cumulus. Le rayon critique est $r_c = 4\mu$ et $\alpha = 6, \gamma = 1, b = 3/2, a = 2.373$. La fonction de phase dépendant de la longueur d'onde, on a fixé la valeur de celle-ci à 4μ pour les deux directions étudiées. On peut remarquer que les distributions correspondant aux diffusions isotrope et Rayleigh sont fort peu différentes et sont continuellement décroissantes. Dans le cas $\mu = \mu_0 = 1$, seule la distribution correspondant à $\alpha=5$ présente un maximum situé vers $\lambda = 13$.

Le rayon moyen des gouttes, dans le cas de la brume, étant très petit, il n'est pas surprenant de trouver que la distribution correspondante garde une allure assez semblable à celle de la diffusion Rayleigh. Dans le cas des particules sphériques, la fonction de phase $P(\theta)$ (voir chapitre I.) possède à la fois une pointe arrière ($\theta = 180^\circ$) et une pointe avant ($\theta = 0$) qui augmentent avec la dimension des particules, ou pour un nuage de particules monodispersées avec le paramètre de MIE α (voir figure (III-5)). Pour des particules très petites ($\alpha \simeq 0$), la fonction de phase est très proche de celle de la diffusion Rayleigh, puis lorsque α augmente, l'effet de la pointe avant est prépondérant et les photons doivent subir de nombreuses diffusions avant d'être réfléchis ; de ce fait, la probabilité $p(\lambda)$ associée aux faibles chemins optiques décroît et le chemin optique moyen $\langle \lambda \rangle$ croît (voir tableau (III-4)), puis l'effet de la pointe arrière se faisant sentir la probabilité correspondant aux faibles λ recommence à croître et $\langle \lambda \rangle$ diminue. Pour $\mu = \mu_0 = 1$, l'angle de réflexion vaut 180° ; si $\mu_0 = 1$ et

$\mu = 0,5$, il ne vaut plus que 120° et l'influence de la pointe arrière est beaucoup moins sensible (figure (III-4)).

TABLEAU III-4.

Variation du chemin optique moyen $\langle \lambda \rangle$ avec la fonction de phase. Nuage semi-infini, $\omega_c = 0,99$, $\mu_0 = 1$ (voir texte).

μ	isotrope	Rayleigh	$\alpha = 5$	$\alpha = 10$	$\alpha = 20$	Brume	Nuage
1	15,9	14,9	19,8	28,1	16,1	23,9	35,9
0,5	12,5	12,7	34,4	24,4	26,6	19,8	35,1

On a aussi étudié de façon plus systématique la variation de la distribution avec l'angle de réflexion pour deux nuages d'épaisseur optique infinie. Le premier est un nuage monodispersé de paramètre de MIE $\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$ $n = 1,33$ et d'albédo continu $\omega_c = 0,99$; les fonctions de distribution correspondantes sont présentées en échelle logarithmique sur la figure (III-6) pour plusieurs directions d'incidence μ_0 et d'émergence μ dans le plan azimutal du soleil. En vue d'application à l'étude des raies formées par réflexion sur les nuages de Vénus, on a aussi étudié pour une longueur d'onde $\lambda = 0,8\mu$ le cas d'un nuage de particules sphériques d'indice $n = 1,44$ (Hansen et Arking (1971)) correspondant à une granulométrie de type C_1 de Deirmendjann (1969) de rayon critique $r_c = 0,8\mu$ avec un albédo continu $\omega_c = 0,999$. Nous l'appellerons nuage Vénus, les fonctions de distribution correspondantes sont représentées figure (III-7). La rapide décroissance de $p(\lambda)$ pour les cas d'incidence et d'émergence rasantes correspond à la pointe avant du diagramme de diffusion, elle est d'ailleurs beaucoup plus marquée pour le nuage Vénus pour lequel le paramètre de MIE correspondant au rayon critique r_c vaut $\alpha = 6,28$.

Les chemins optiques moyens sont présentés pour le nuage Vénus au tableau (III-5). Pour $\mu = \mu_0 = 0,1$, le chemin optique moyen correspondant au premier nuage ($\alpha = 2$) vaut 2,9 ; cette valeur, plus élevée que dans le cas du deuxième nuage (1,95) est clairement reliée au fait que la pointe avant de la fonction de phase du nuage Vénus (voir figure (III-5)) est beaucoup plus importante que celle du premier nuage. Pour $\mu = \mu_0 = 1$, l'angle de réflexion valant 180° , le chemin optique moyen correspondant au nuage Vénus devrait être plus grand, le rayonnement étant principalement diffusé vers

l'avant, c'est-à-dire dans ce cas, vers l'intérieur de la couche ; mais la pointe arrière de la fonction de phase est nettement plus grande et la probabilité d'une réflexion dès les premières diffusions est donc fortement accrue par rapport au premier nuage ; de ce fait, le chemin optique moyen correspondant au nuage Vénus ($\langle \lambda \rangle = 81$) est inférieur à celui du premier nuage ($\langle \lambda \rangle = 95$). La figure (III-8) éclaire ces derniers résultats, elle représente les fonctions de distribution, tracées en échelle linéaire pour une incidence normale ($\mu_0 = 1$) et pour les émergences correspondant à $\mu = 0,1$; $0,5$ et 1 pour les deux nuages. On remarquera que la fonction de distribution correspondant au nuage Vénus pour $\mu = 1$ est maximum pour les trajets les plus courts et présente une décroissance rapide contrairement à la courbe correspondante du nuage monodispersé.

TABLEAU III-5

Chemin optique moyen $\langle \lambda \rangle$ et **chemin** optique efficace Λ^F pour le nuage Vénus
(voir texte) en fonction des directions d'incidence $(\mu_0, 0)$ et d'émergence (μ, ϕ)

μ_0	μ	ϕ	$\langle \lambda \rangle$	Λ^F
0,1	0,1	0	1,96	1,24
0,3	0,1	0	6,41	2,58
0,3	0,3	0	13,36	4,92
0,5	0,1	0	14,22	4,92
0,5	0,3	0	24,20	9,18
0,5	0,5	0	37,15	15,58
0,7	0,1	0	27,14	10,16
0,7	0,3	0	38,75	16,36
0,7	0,5	0	51,53	24,04
0,7	0,7	0	65,63	33,02
0,9	0,1	0	36,01	20,24
0,9	0,3	0	42,47	24,70
0,9	0,5	0	58,75	33,74
0,9	0,7	0	75,72	41,26
0,9	0,9	0	85,58	47,46
1	0,1	0	63,34	31,74
1	0,3	0	71,39	37,06
1	0,5	0	77,71	41,60
1	0,7	0	83,17	45,06
1	0,9	0	84,01	43,72
1	1	0	81,73	41,76
0,1	0,1	180	8,71	3,16
0,3	0,1	180	17,64	6,32
0,3	0,3	180	24,62	9,30
0,5	0,1	180	29,94	11,16
0,5	0,3	180	32,59	13,40
0,5	0,5	180	43,96	17,64
0,7	0,1	180	47,58	21,56
0,7	0,3	180	46,57	21,34
0,7	0,5	180	47,29	21,56
0,7	0,7	180	58,30	26,76
0,9	0,1	180	57,56	31,82
0,9	0,3	180	39,46	24,08
0,9	0,5	180	76,16	36,40
0,9	0,7	180	67,38	32,78
0,9	0,9	180	73,55	36,58

VI. - EXPRESSION DE LA LARGEUR EQUIVALENTE DES RAIES.

Au chapitre II, nous avons établi l'expression (II-13) de la largeur équivalente d'une raie formée en milieu diffusant, soit

$$W = \int_0^{\infty} p(\lambda) W(\lambda/(\sigma + k_c)) d\lambda,$$

où $W(\lambda/(\sigma + k_c))$ est, dans le cas d'une raie de Lorentz, donnée par la fonction de Ladenberg-Reiche (II-14). Compte tenu de l'expression (III-20) de la distribution $p(\lambda)$ au moyen des approximants de Padé, nous obtenons

$$W = \sum_{m=1}^N A_m 2\pi \alpha_L \int_0^{\infty} e^{\gamma_m \lambda} e^{-\lambda b} \lambda b (I_0(\lambda b) + I_1(\lambda b)) d\lambda,$$

où $b = SM \omega_c / 2\pi \alpha_L$;

soit, en posant $\lambda b = x$ et $d_m = 1 - (\gamma_m/b)$,

$$W = \sum_{m=1}^N A_m \frac{2\pi \alpha_L}{b} \int_0^{\infty} x e^{-d_m x} (I_0(x) + I_1(x)) dx. \quad (III-26)$$

Nous avons aussi obtenu l'expression (II-20) de l'intégrale

$$J_{\nu, \mu}(a) = \int_0^{\infty} e^{-ax} x^{\nu} I_{\mu}(x) dx = \frac{\Gamma(\nu + \mu + 1)}{(a^2 - 1)^{(\nu+1)/2}} P_{\nu}^{-\mu} \left(\frac{a}{(a^2 - 1)^{1/2}} \right) ;$$

d'où

$$W = \sum_{m=1}^N A_m \frac{2\pi \alpha_L}{b} \frac{1}{d_m^2 - 1} \left(P_1^0 \left(\frac{d_m}{(d_m^2 - 1)^{1/2}} \right) + 2P_1^{-1} \left(\frac{d_m}{(d_m^2 - 1)^{1/2}} \right) \right)$$

Compte tenu des expressions des fonctions associées de Legendre

$$P_1^0(x) = x \quad \text{et} \quad P_1^{-1}(x) = \frac{1}{2} (x^2 - 1)^{1/2},$$

la largeur équivalente s'écrit finalement

$$W = 2\pi \alpha_L b \sum_{m=1}^N \frac{A_m}{(-\gamma_m)^{3/2}} (2b - \gamma_m)^{-1/2}. \quad (III-27)$$

Le régime fort est obtenu pour $b \gg \text{Max } |\gamma_m|$

$$W \simeq \pi \alpha_L \sqrt{(2b)} \sum_{m=1}^N A_m / (-\gamma_m)^{3/2}, \quad (III-28)$$

$$W \simeq 2(SM \omega_c \alpha_L \Lambda^F)^{1/2},$$

où Λ^F est le chemin efficace associé aux raies fortes (voir relation (III-24)). Lorsque $b \ll \text{Mini } |\gamma_m|$ nous obtenons le régime faible

$$W \simeq 2\pi \alpha_L b \sum A_m / (-\gamma_m)^2,$$

soit avec (III-22)

$$W \simeq SM \omega_c < \lambda >. \quad (\text{III-29})$$

VII. - EXEMPLES DE "COURBES DE CROISSANCE".

La figure (III-9) représente les "courbes de croissance" tracées en fonction du paramètre $u = 2\pi \alpha_L b = SM \omega_c$ dans le cas de la diffusion isotrope, et pour les directions $\mu_0 = 1$, $\mu = 1$. Les courbes de croissance ont été tracées pour trois valeurs de ω_c telles que les quantités $1 - \omega_c$ soient dans un rapport 10 ; dans ce cas (voir relation (II-42)) les limites du régime linéaire sont elles mêmes dans un rapport 10, le régime transitoire et le régime en racine carrée étant obtenus d'autant plus vite que ω_c est plus proche de 1.

La figure (III-10) représente les "courbes de croissance" correspondant à diverses fonctions de phase pour $\omega_c = 0.99$. La brume et le nuage sont identiques à ceux dont les distributions $p(\lambda)$ sont présentées figure (III-3). Il est d'ailleurs très clair, à partir de cette dernière figure, que les largeurs équivalentes des raies formées dans le nuage doivent être beaucoup plus importantes que celles correspondant à la diffusion isotrope ou à la diffusion Rayleigh pour lesquelles la probabilité d'un chemin optique grand est beaucoup plus faible. Dans ces conditions, la limite du régime linéaire correspond à une plus grande valeur de u dans le cas de la diffusion isotrope ou Rayleigh que dans le cas du nuage.

La figure (III-11) représente les courbes de croissance pour le premier nuage ($\alpha = 2$) dont les caractéristiques ont été données au paragraphe V de ce chapitre ; les figures (III-12) et (III-13) correspondent au nuage Vénus pour les azimuts $\phi = 0$ et 180° , respectivement. On remarque que la forme de ces courbes est très différente suivant les directions $(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0)$; les raies faibles appartenant au régime linéaire sont très sensibles à cet effet puisque la largeur équivalente est alors directement proportionnelle au chemin optique moyen qui varie considérablement avec l'angle de réflexion, alors que pour les raies fortes cet effet est sensiblement atténué (voir les valeurs de $< \lambda >$ et Λ^F au tableau (III-5)).

On a fait figurer sur ces courbes les limites du régime linéaire dans les cas extrêmes. Il faut noter que celui-ci est encore obtenu pour des valeurs de u telles que la condition $b \ll 1 - \omega_c$ (II-42) qui correspond approximativement à $u < 10^{-4}$ pour $\omega_c \simeq 0.999$, n'est pas vérifiée. Reprenons donc la discussion faite au chapitre II.

La largeur équivalente, dans le cas d'une raie de faible intensité, a été exprimée par la relation (II-39) qui fait intervenir les ordres successifs de diffusion ;

$$W \simeq SM \omega_c \sum_{n=1}^{N-1} B_n n \omega_c^n + \sum_{n=N}^{\infty} W_n(b),$$

où N est tel que $(Nb)^2 \ll 1$ et B_n est fonction des direction (μ, ϕ) et (μ_0, ϕ_0) .

Le régime linéaire ne peut être obtenu que si la contribution des ordres de diffusion supérieures à N est négligeable ; quelque soit $B_n(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0)$, nous avons montré que cette condition était vérifiée simultanément avec $(Nb)^2 \ll 1$ si $b \ll 1 - \omega_c$. Cependant, il s'agit là d'une condition maximum qui ne tient pas compte de la variation de $B_n(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0)$ avec l'angle de réflexion ; or, particulièrement dans les cas d'incidence et d'émergence rasante, pour les faibles angles de réflexion (μ et μ_0 petits $\phi = 0$), le rayonnement principalement diffusé dans la direction avant, ressort après quelques diffusions. Dans ces conditions, la contribution des grands ordres de diffusion est négligeable sans que, pour autant, la condition $(Nb)^2 \ll 1$ soit réalisée. La condition $b \ll 1 - \omega_c$ s'avère donc trop restrictive.

Figure III-1

Test de convergence

Fonction test $K = 4$ (voir texte)

Courbes 1 $N = 4$ 5 chiffres significatifs

" 2 " 4 " "

" 3 " 3 " "

" 4 " 2 " "

Courbes 5 $N = 3$ 3 chiffres significatifs

" 6 " 2 " "

Figure III-2

Test de convergence

Fonction test $K = 10$ (voir texte)

6 chiffres significatifs

1 $N = 3$

2 $N = 4$

3 $N = 5$

Figure III-3

Distribution du chemin optique $p(\lambda)$

Nuage semi-infini $\omega_c = 0,99$ $\mu = \mu_0 = 1$

XXXX Isotrops

— — — — Rayleigh

— — — — $\alpha = 2\pi r/\lambda = 5$

ooo $\alpha = 10$

— — — $\alpha = 20$

■ ■ ■ Brume (voir texte)

— — — Cumulus (voir texte)

Figure III-4

Distribution du chemin optique $p(\lambda)$

Nuage semi-infini $\omega_c = 0,99$ $\mu = \mu_0 = 0,5$ $\phi = 0$

Légendes identiques à celles de la figure (III-3)

Les courbes correspondants aux cas isotrope et Rayleigh sont confondues

Figure III-5

Fonction de diffusion $P(\theta)$

— — — Rayleigh

●●●● $\alpha = 2\pi r/\lambda = 1$

■ ■ ■ $\alpha = 2$

- - - $\alpha = 5$

oooo $\alpha = 10$

..... Nuage Vénus (voir texte)

Figure III-6

Distribution du chemin optique $p(\lambda)$

Nuage de particules monodispersées $\alpha = 2$

$\omega_c = 0,999$ $\phi = 0$

— 1 $\mu_0 = 0,1$ $\mu = 0,1$

ooo 2 $\mu_0 = 0,5$ $\mu = 0,1$

- - - 3 $\mu_0 = 0,5$ $\mu = 0,5$

— — — 4 $\mu_0 = 1$ $\mu = 0,1$

●●● 5 " $\mu = 0,5$

— - - 6 " $\mu = 1$

Figure III-7

Distribution du chemin optique $p(\lambda)$

Nuage Vénus (voir texte) $\omega_c = 0,999$ $\phi = 0$

— 1 $\mu_0 = 0,1$ $\mu = 0,1$ ●●● 6 $\mu_0 = 1$ $\mu = 0,5$

ooo 2 $\mu_0 = 0,5$ $\mu = 0,1$ — — — 7 $\mu_0 = 1$ $\mu = 1$

- - - 3 $\mu_0 = 0,5$ $\mu = 0,5$

△△△ 4 $\mu_0 = 0,9$ $\mu = 0,1$

x x x 5 $\mu_0 = 0,9$ $\mu = 0,9$

Figure III-8

Distribution du chemin optique $p(\lambda)$

$$\omega_c = 0,999 \quad \mu_o = 1 \quad = 0$$

●●● 1	$\mu = 0,1$	— 4	$\mu = 0,1$	
—·— 2	$\mu = 0,5$ Nuage Vénus	—·— 5	$\mu = 0,5$	Monodispersé
---- 3	$\mu = 1$	ooo 6	$\mu = 1$	$\alpha = 2$

Figure III-9

Courbes de croissance en diffusion isotrope

$$\mu = \mu_o = 1 \quad u = 2\pi \alpha_L b = SM \omega_c$$

$$\blacksquare \quad \omega_c = 0,999$$

$$\bullet \quad \omega_c = 0,99$$

$$o \quad \omega_c = 0,9$$

On a fait figurer les limites du régime linéaire

Figure III-10

Courbes de croissance $\omega_c = 0,99 \quad \mu = \mu_o = 1$

■ Isotrope

▲ Rayleigh

o Brume

● Monodispersé $\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$

◊ Nuage Vénus

Figure III-11

Courbes de croissance, nuage monodispersé $\alpha = 2 \quad \omega_c = 0,9999 \quad \varphi = 0$

— 1	$\mu_o = 0,1$	$\mu = 0,1$
●●● 2	$\mu_o = 0,5$	$\mu = 0,1$
ooo 3	$\mu_o = 0,5$	$\mu = 0,5$
—·— 4	$\mu_o = 1$	$\mu = 0,1$
—·— 5	$\mu_o = 1$	$\mu = 0,5$
---- 6	$\mu_o = 1$	$\mu = 1$

Figure III-12

Courbes de croissance, nuage Vêrus			$\omega_c = 0,999$	$\varphi = 0$
— 1	$\mu_o = 0,1$	$\mu = 0,1$		
- - - 2	$\mu_o = 0,3$	$\mu = 0,1$		
••• 3	$\mu_o = 0,3$	$\mu = 0,3$		
- - - 4	$\mu_o = 0,5$	$\mu = 0,1$		
ooo 5	$\mu_o = 0,5$	$\mu = 0,5$		
- - - 6	$\mu_o = 0,7$	$\mu = 0,7$		
■ ■ ■ 7	$\mu_o = 0,9$	$\mu = 0,9$		
- - - - 8	$\mu_o = 1$	$\mu = 0,5, = 1$		

Figure III-13

Courbes de croissance, nuage Vêrus			$\omega_c = 0,999$	$\varphi = 180^\circ$
— 1	$\mu_o = 0,1$	$\mu = 0,1$		
- - - 2	$\mu_o = 0,3$	$\mu = 0,1$		
••• 3	$\mu_o = 0,3$	$\mu = 0,3$		
- - - 4	$\mu_o = 0,5$	$\mu = 0,1$		
ooo 5	$\mu_o = 0,5$	$\mu = 0,5$		
- - - 6	$\mu_o = 0,7$	$\mu = 0,7$		
■ ■ ■ 7	$\mu_o = 0,9$	$\mu = 0,9$		
- - - - 8	$\mu_o = 1$	$\mu = 0,5, = 1$		

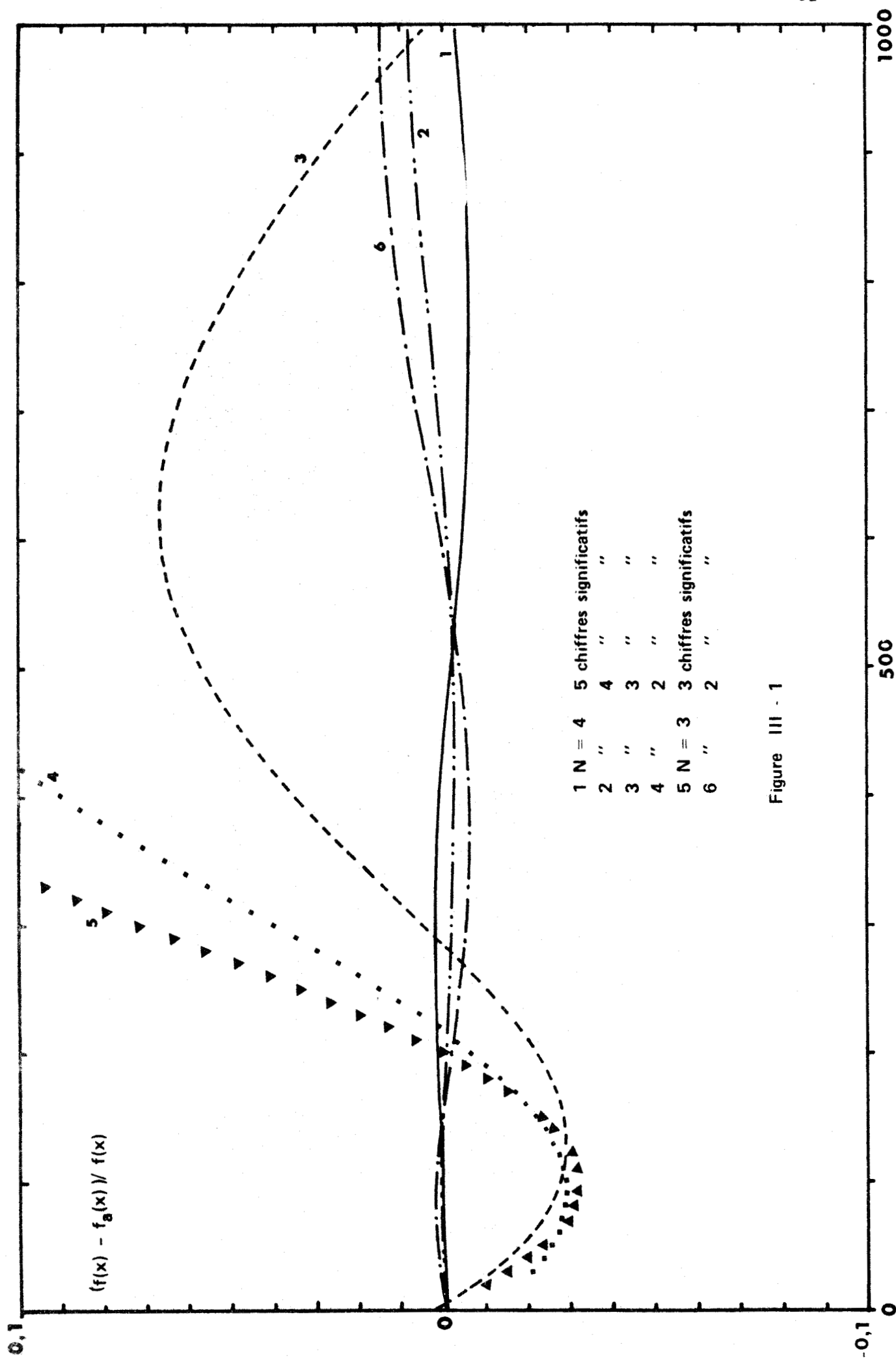
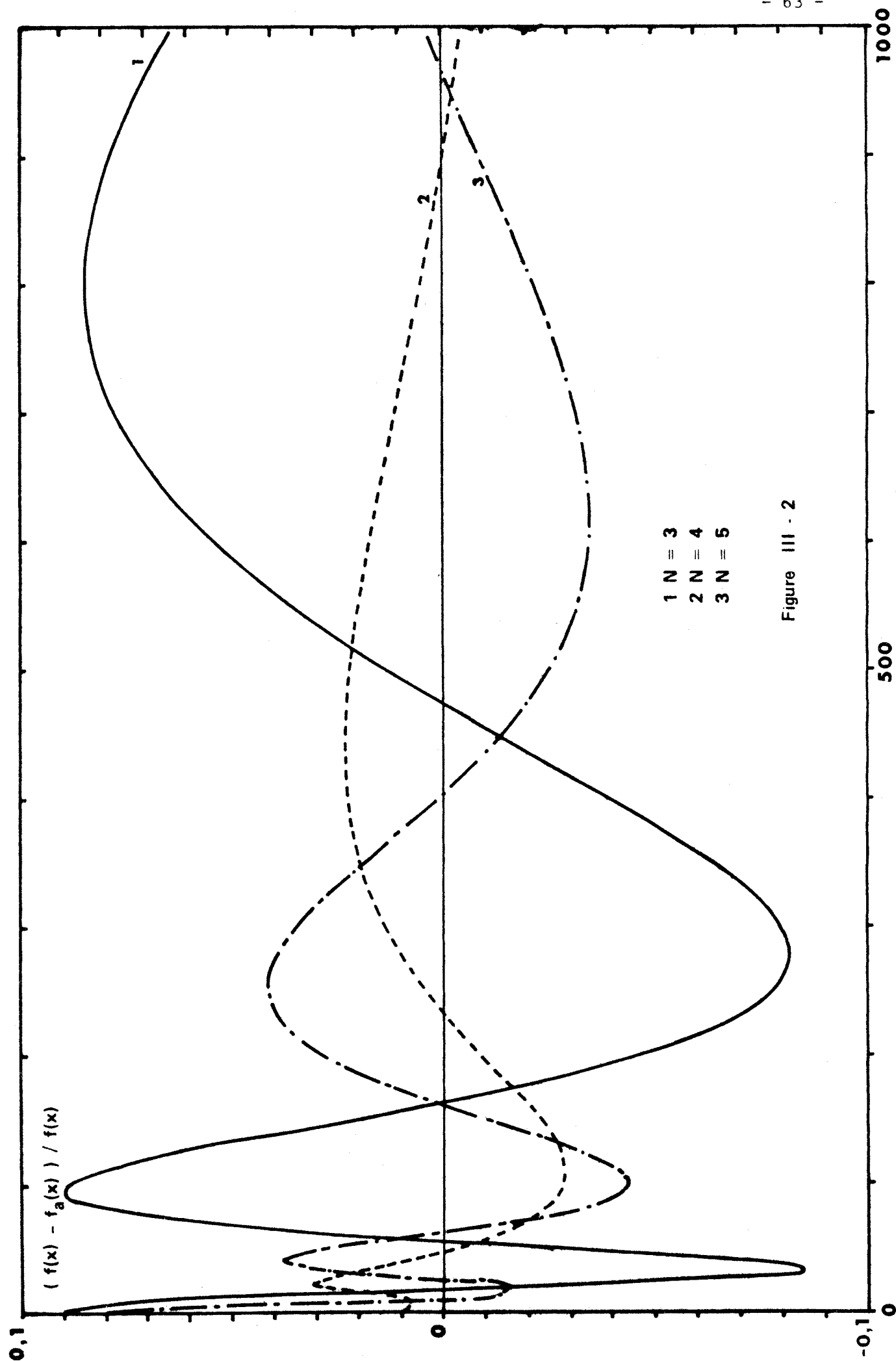


Figure III - 1



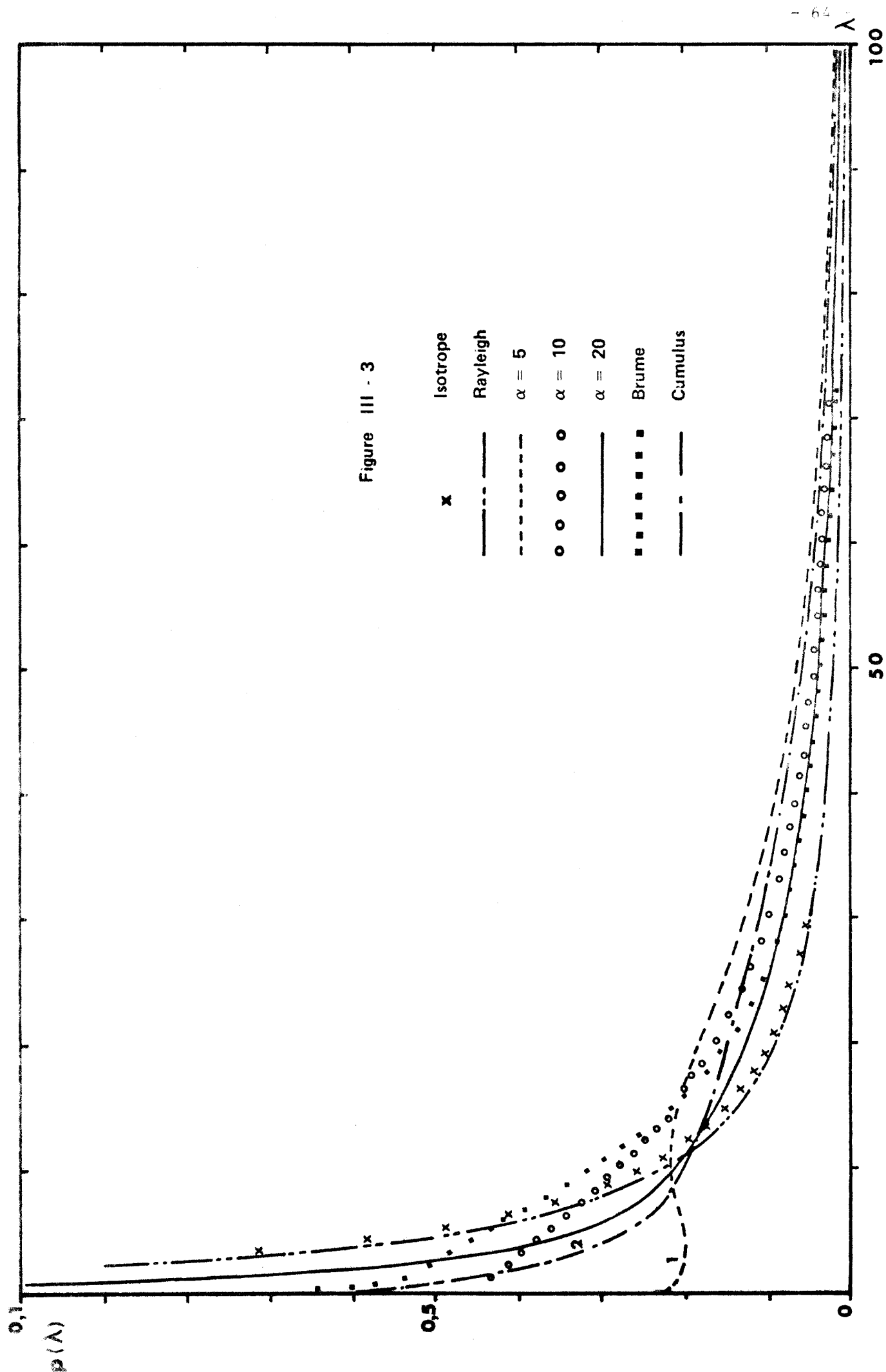
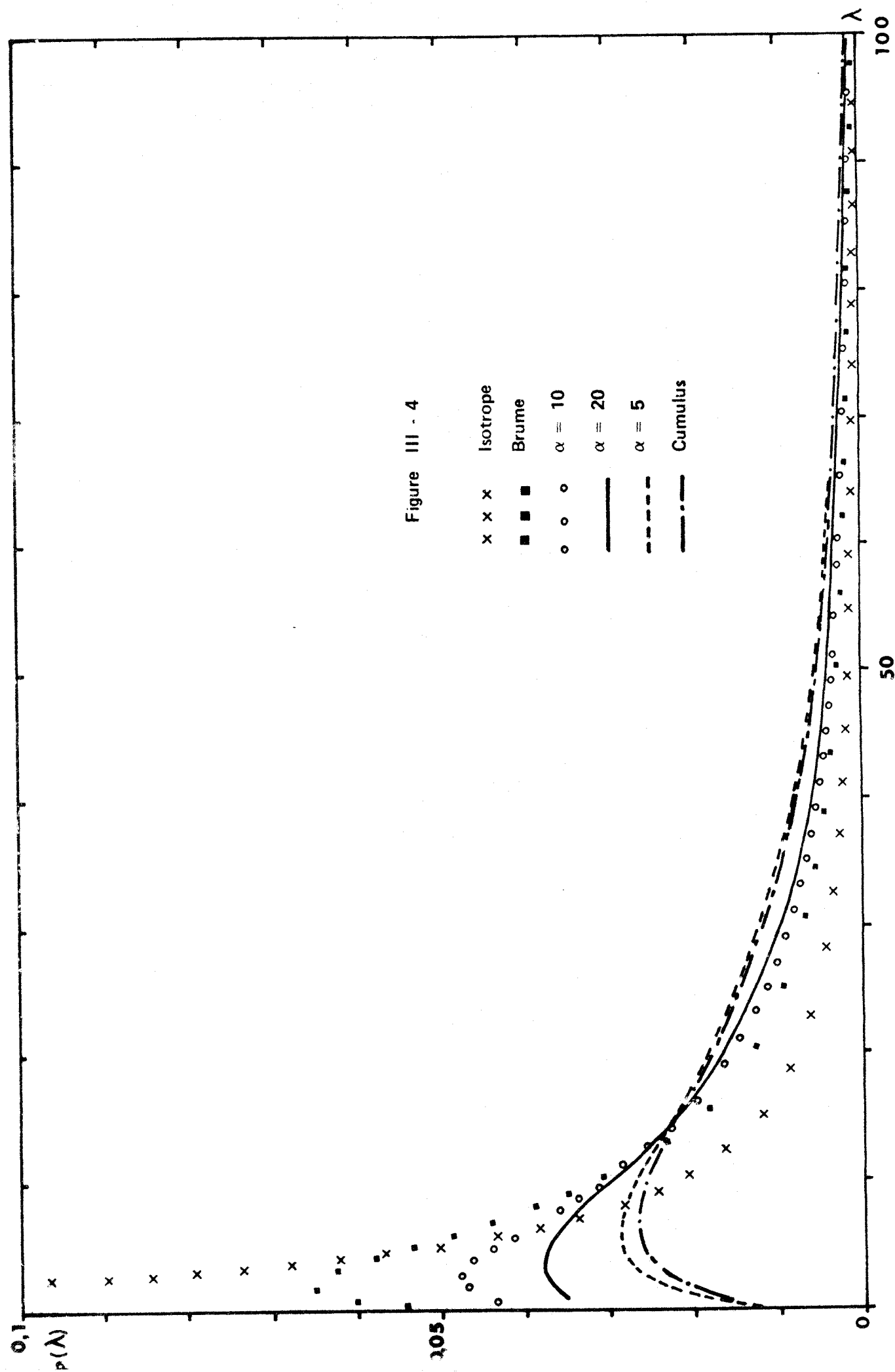
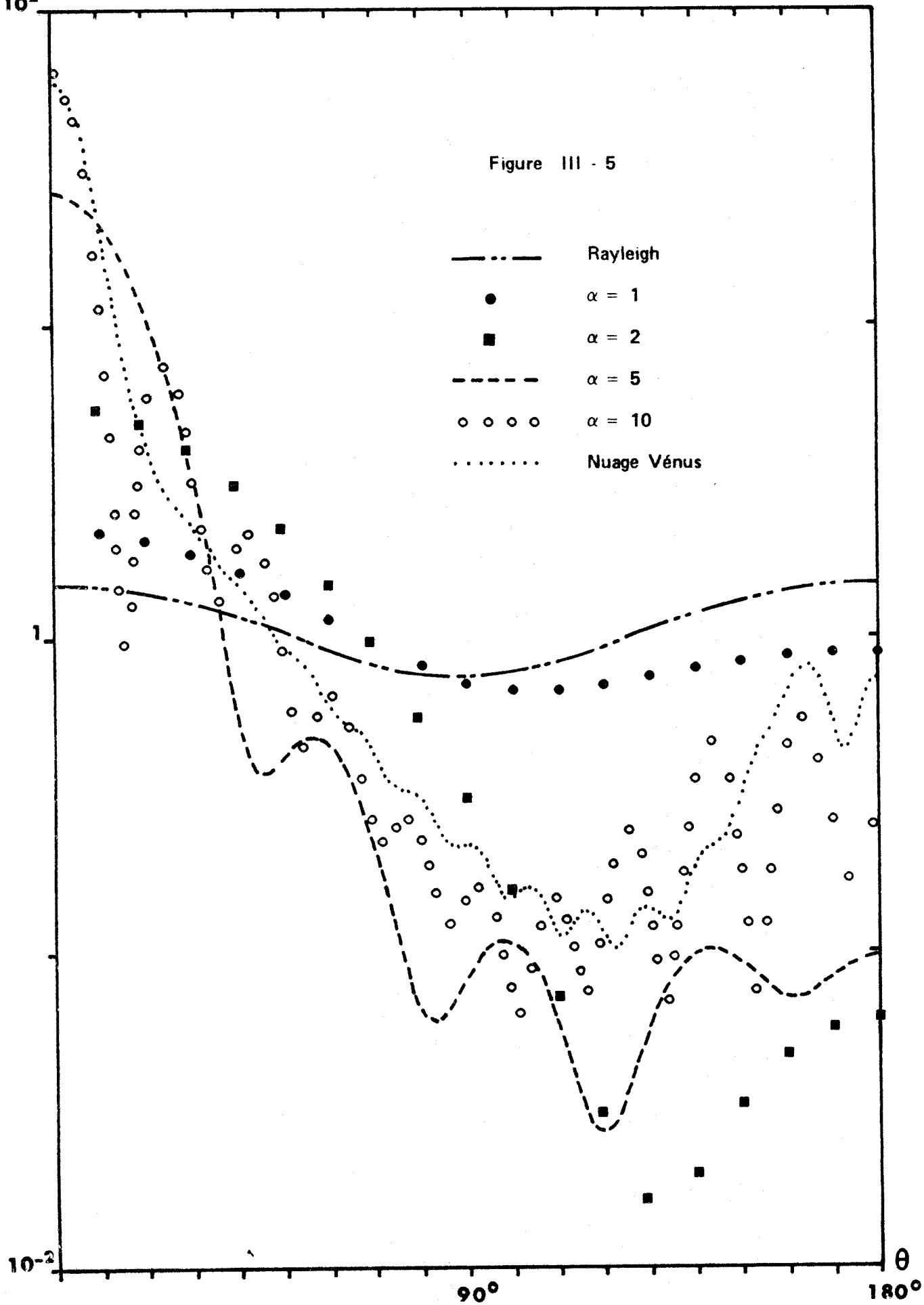


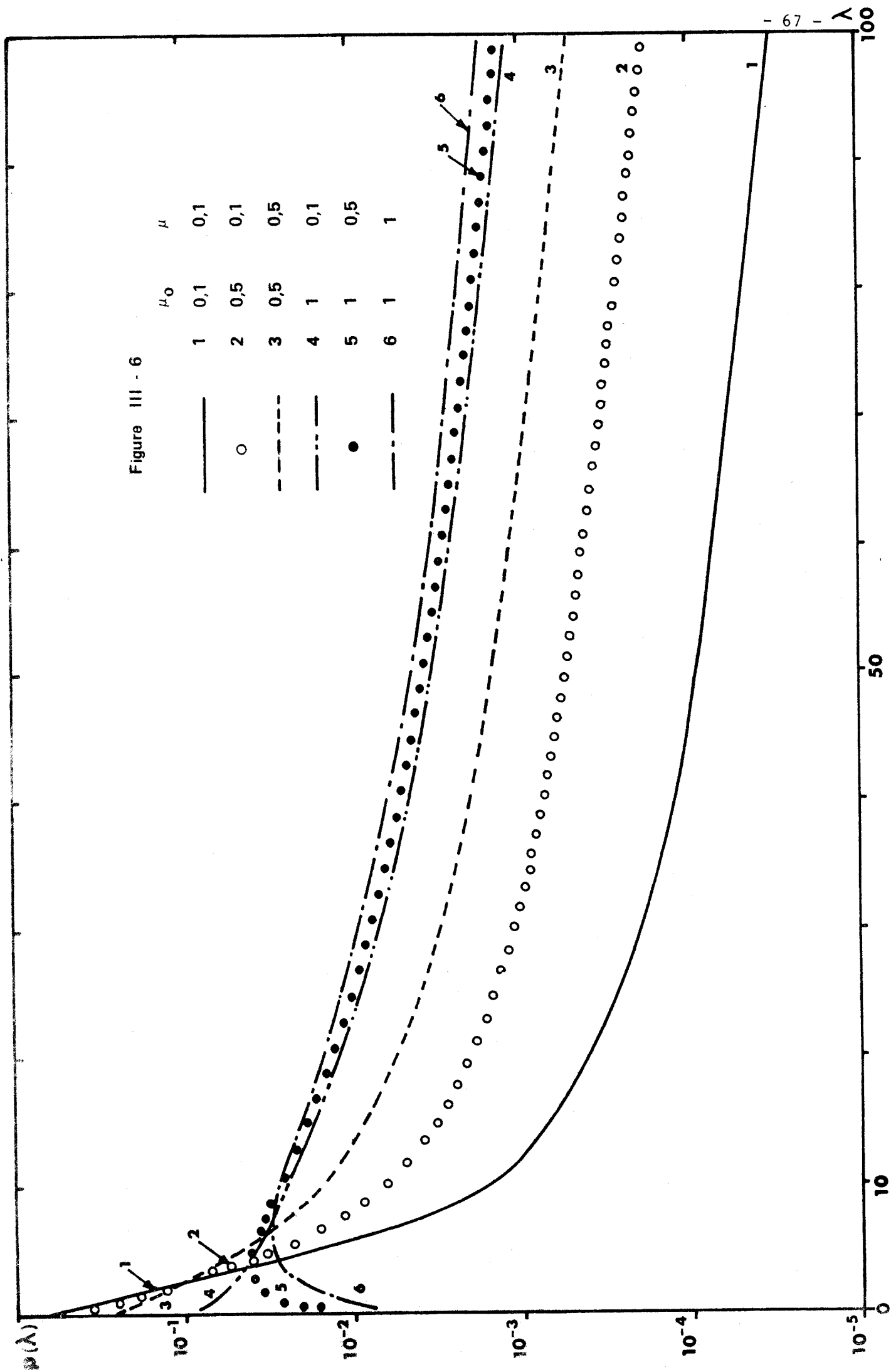
Figure III - 3

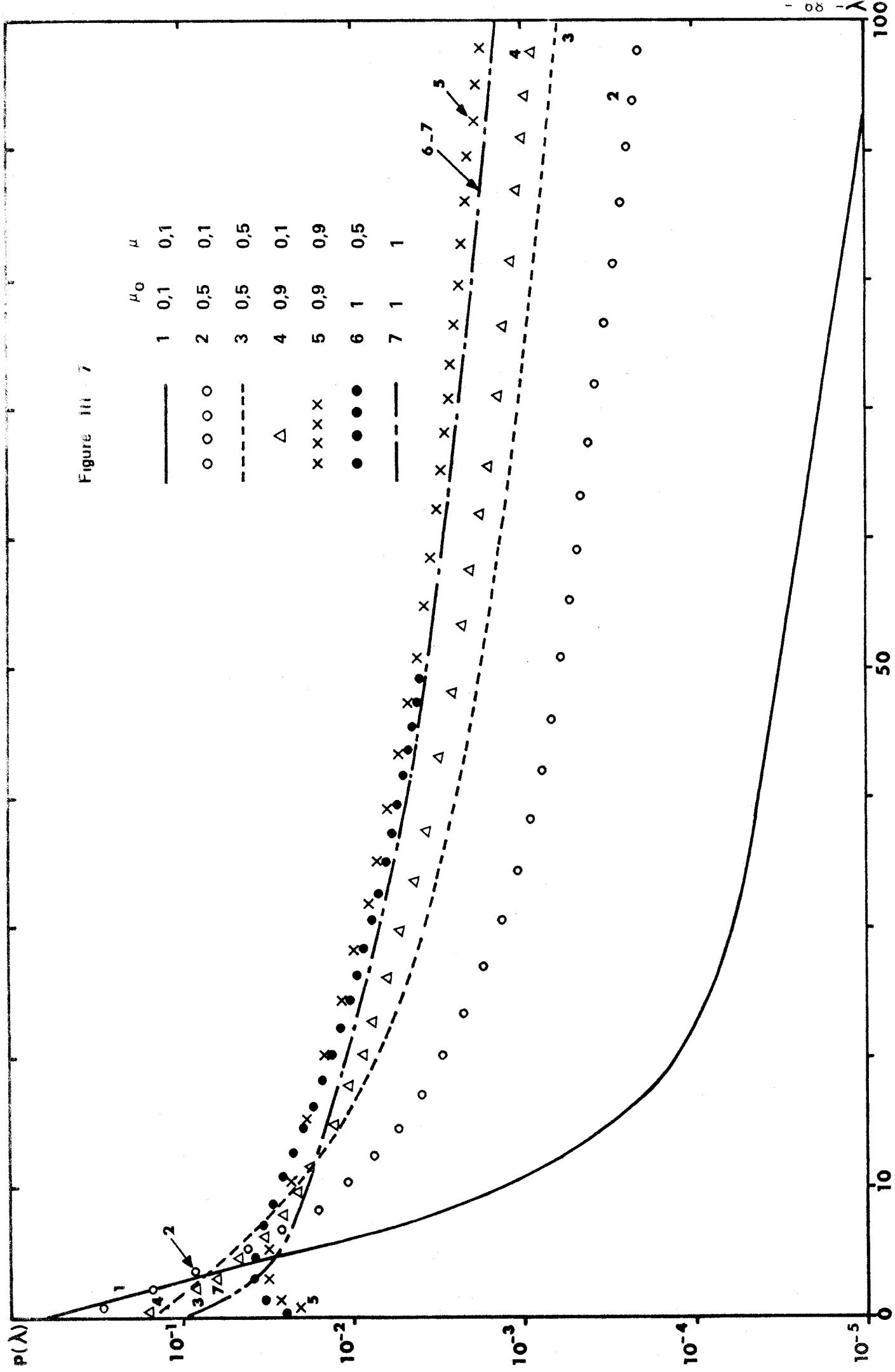


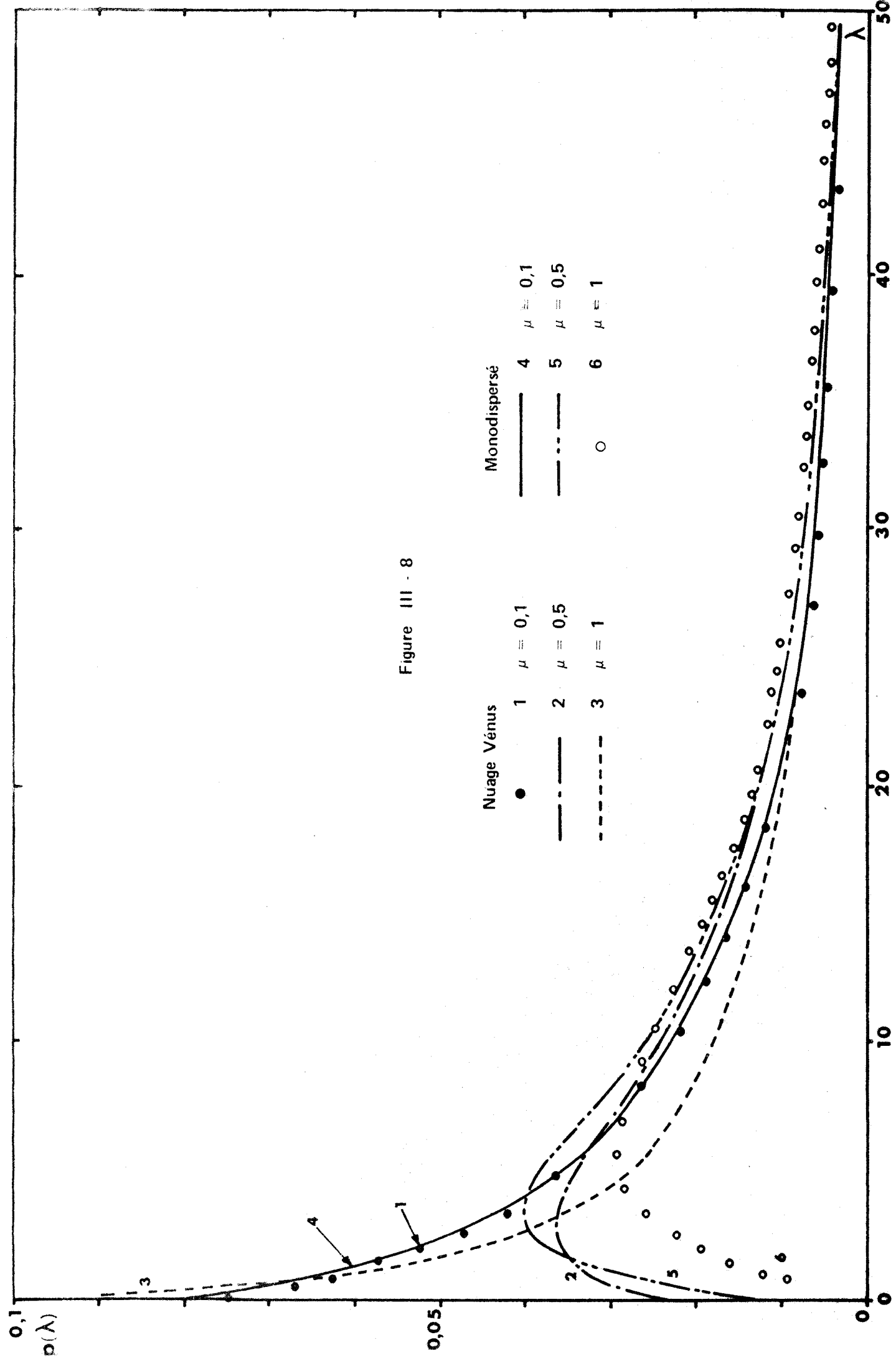
$P(\theta)$
 10^2

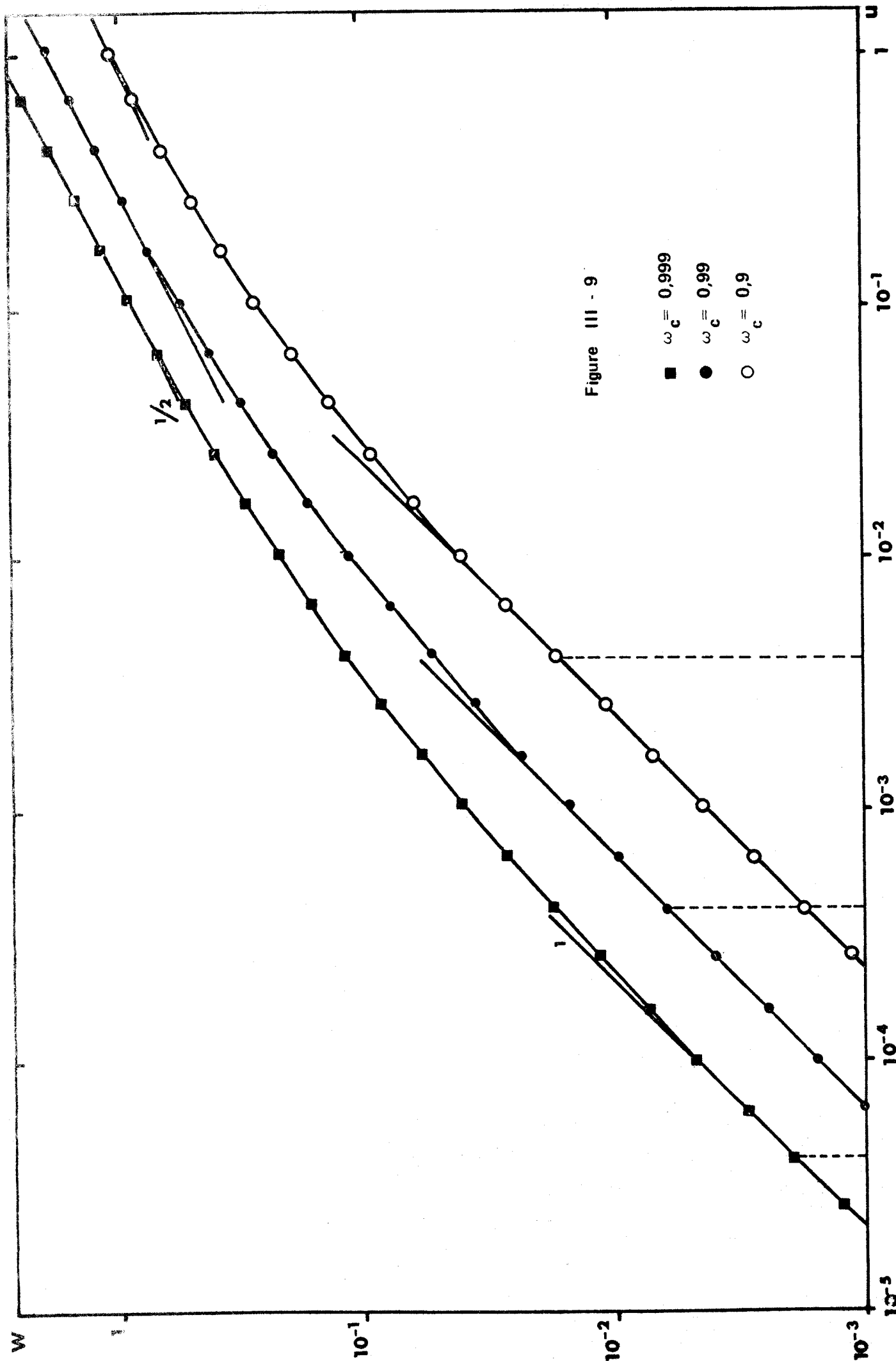
Figure III - 5











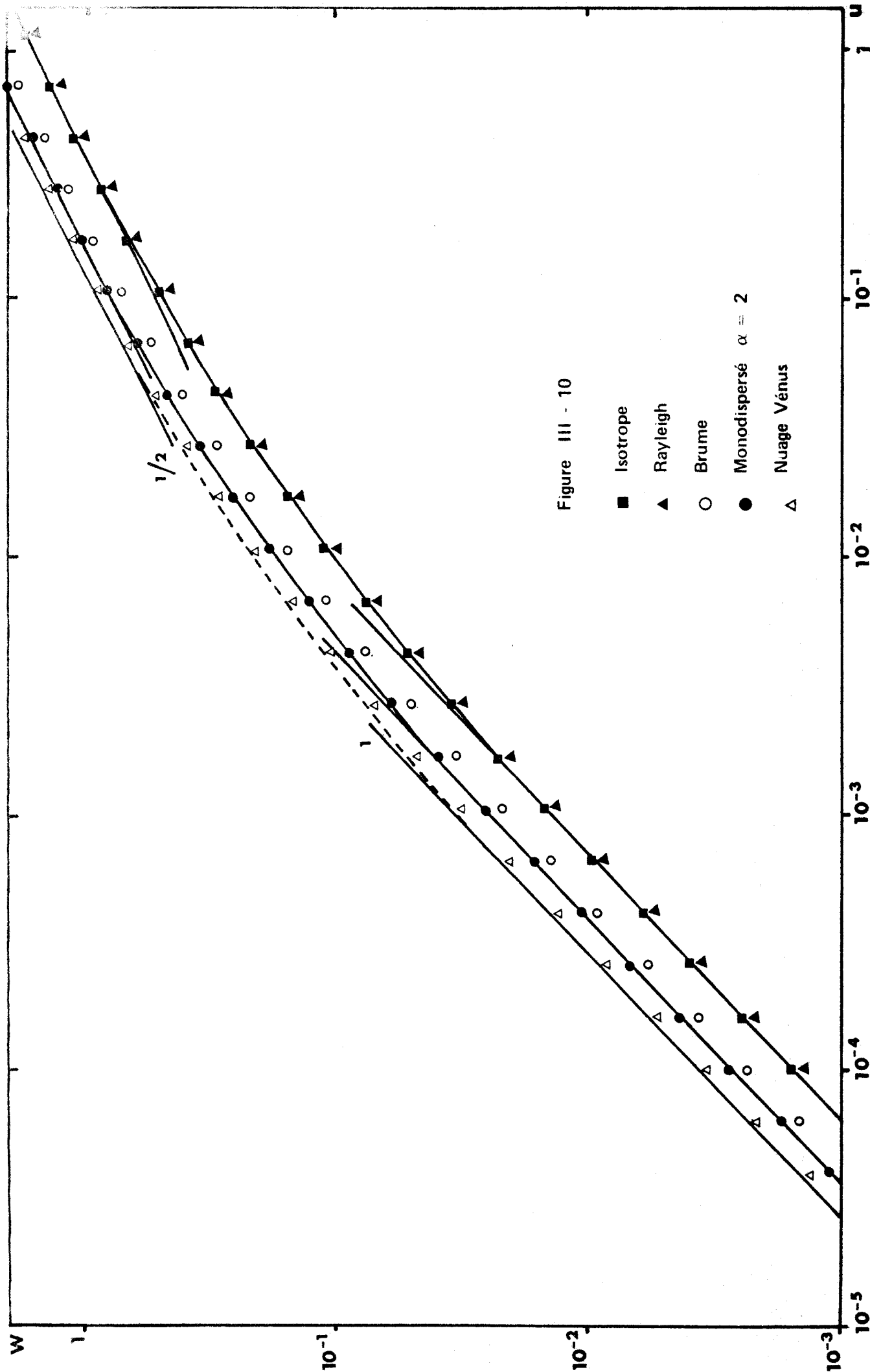
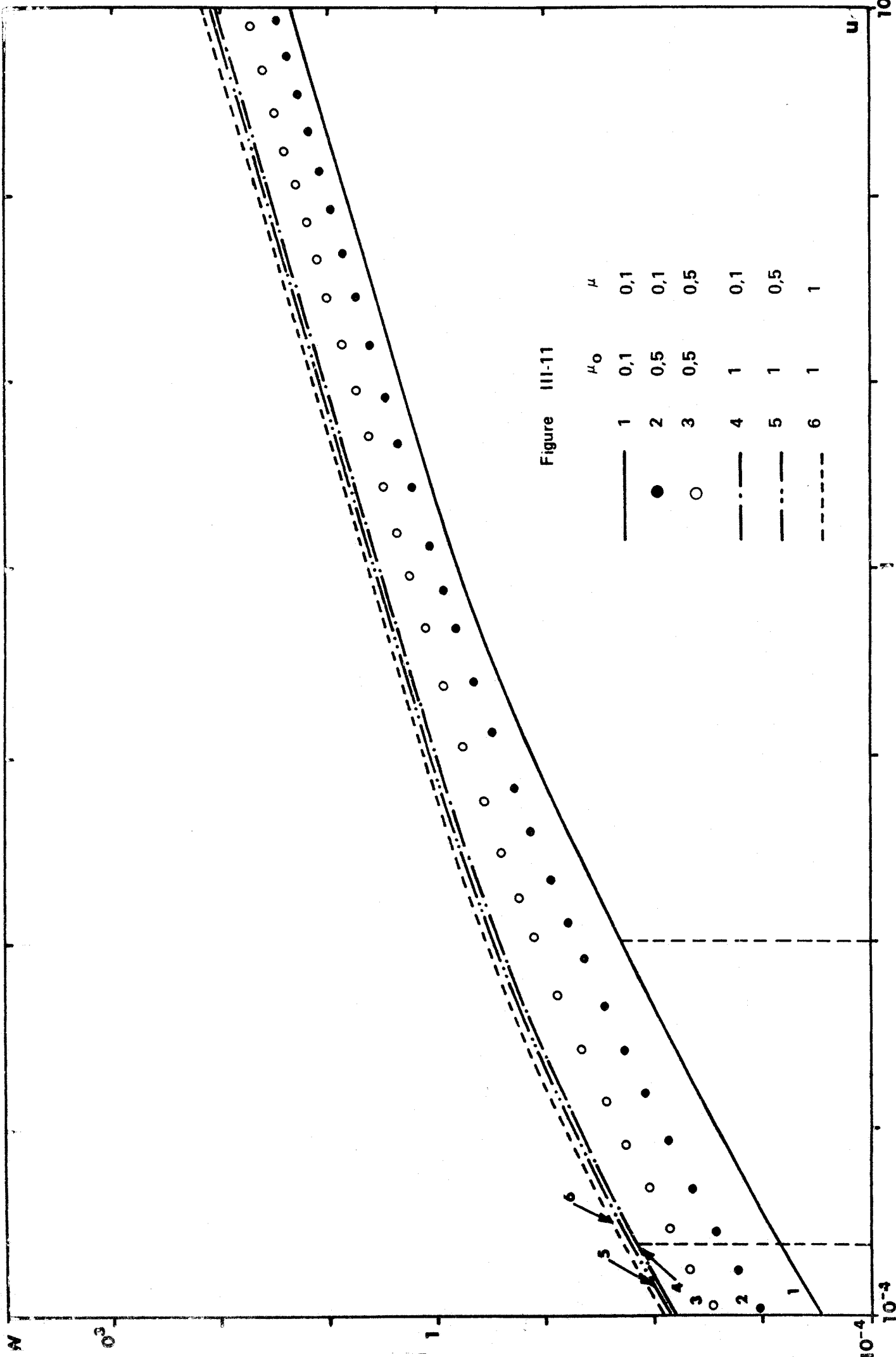


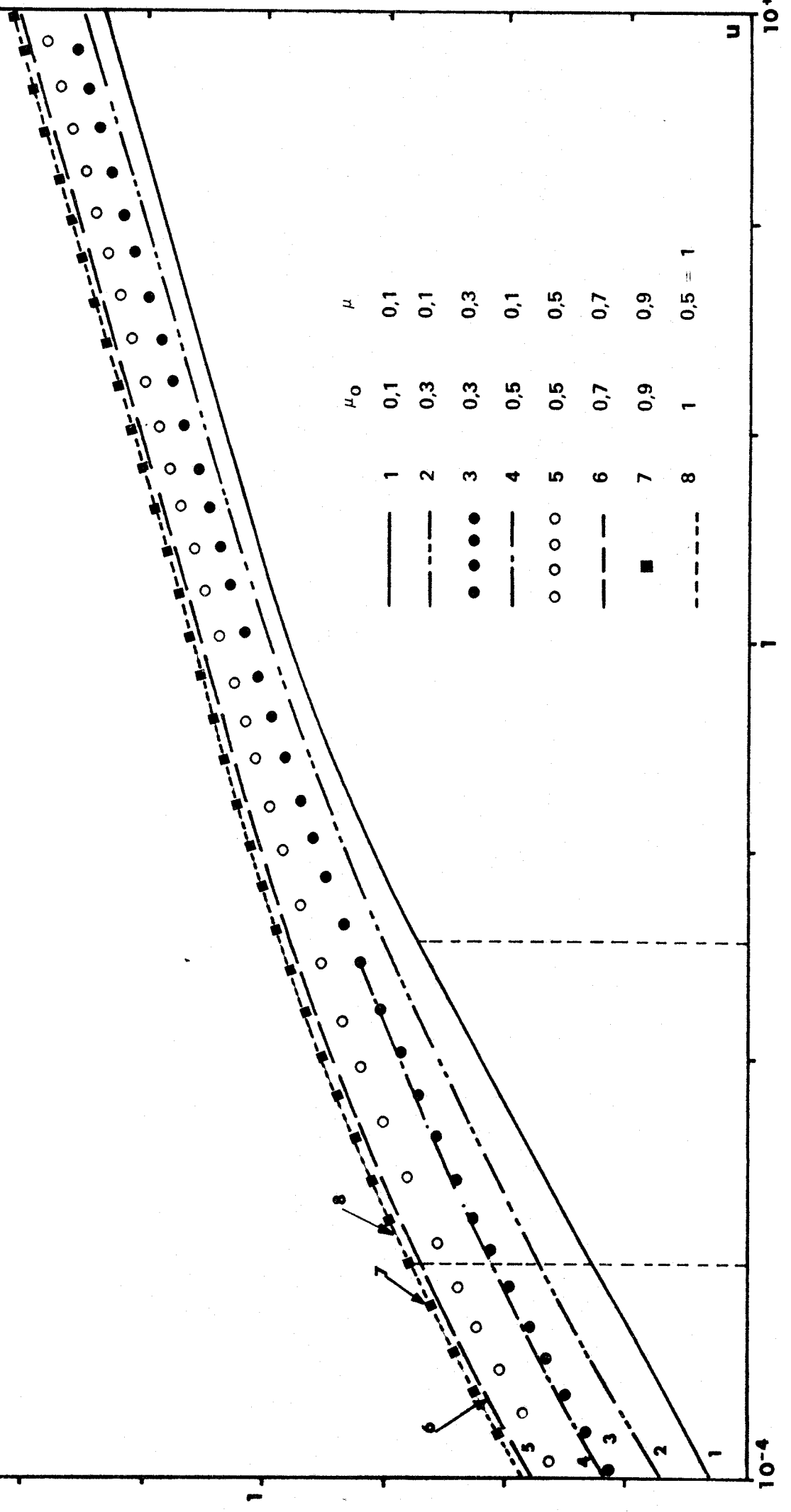
Figure III - 10



10⁻⁴

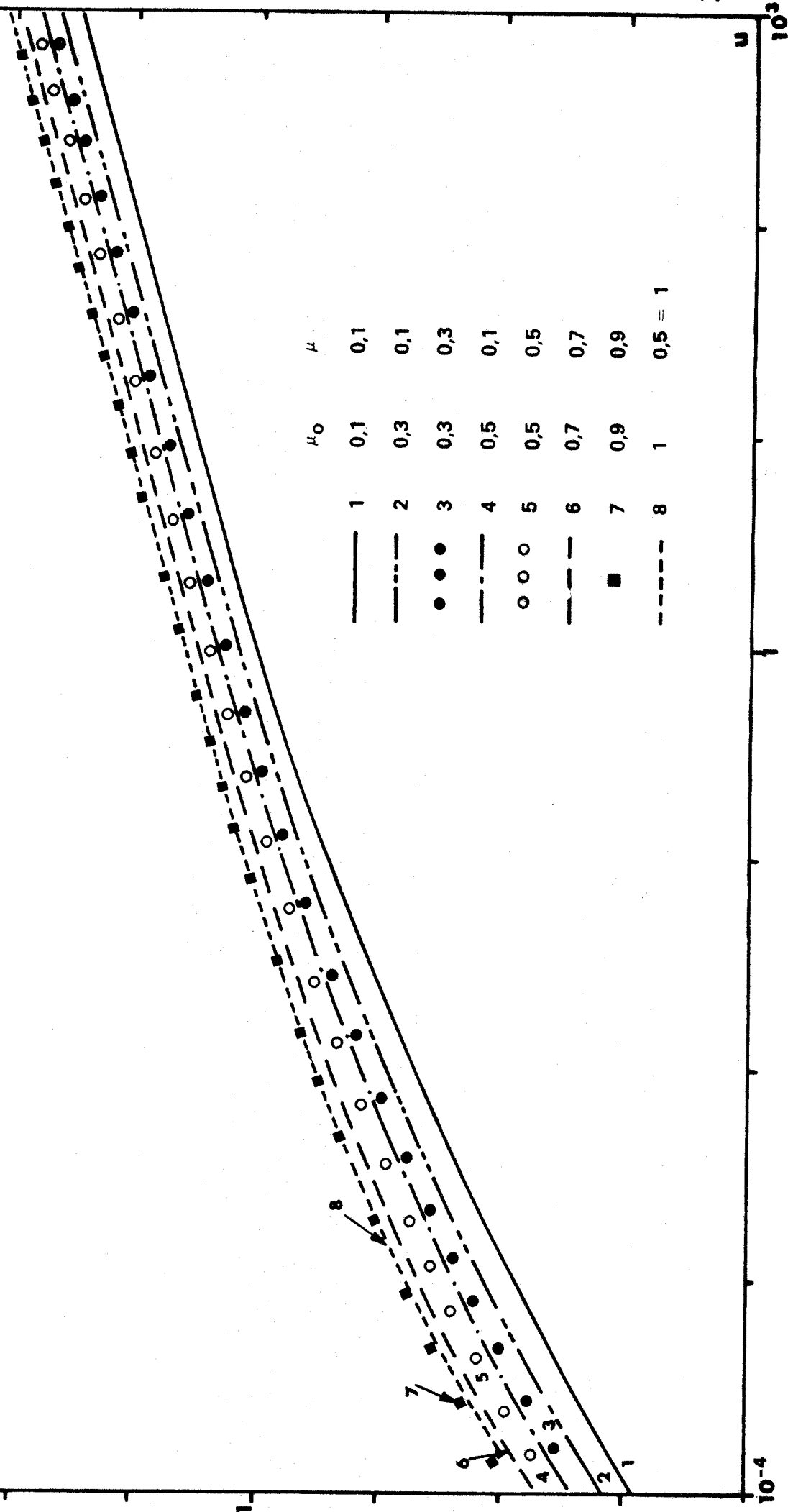
10⁻⁴

Figure III - 12



10⁴ W

Figure III - 13



CHAPITRE IV

PENETRATION DU RAYONNEMENT DANS UNE ATMOSPHERE DIFFUSANTE

Nous avons jusqu'à présent considéré le cas de couches diffusantes homogènes dans lesquelles les caractéristiques physiques sont indépendantes de la profondeur optique ; cependant, dans le cas d'une atmosphère planétaire, le milieu dans lequel sont formées les raies spectrales n'est certainement pas homogène. En particulier, la pression et la température varient avec l'altitude et il est nécessaire d'en tenir compte si l'on désire interpréter les observations.

Au cours du processus de réflexion diffuse, le rayonnement pénètre à l'intérieur du nuage, les informations susceptibles d'être obtenues à partir des observations spectrales ne correspondent donc pas au sommet de la couche nuageuse mais à un certain niveau "moyen" à l'intérieur de celle-ci et c'est ce niveau "moyen" qu'il faut définir.

Considérons, pour simplifier, un photon qui, en l'absence d'absorption et avant de s'échapper de la couche nuageuse, a parcouru un chemin optique de longueur totale λ et supposons parfaitement connu son trajet réel à l'intérieur du nuage. En présence d'absorption, ce trajet ne sera nullement modifié et si λ est défini par rapport au continu ($\lambda = (\sigma + k_c)\ell$), λ reste constant, la seule conséquence de l'absorption est donc de diminuer la probabilité de sortie d'un tel photon.

Au cours de ce chapitre, nous établirons une relation entre le chemin total parcouru et la profondeur maximum atteinte à l'intérieur du nuage et que nous appellerons "profondeur de pénétration" et nous en donnerons une expression approximative simple. Dans le chapitre suivant, nous montrerons que cette relation peut permettre la résolution approchée des problèmes dans lesquels l'absorption augmente avec la profondeur optique, ce qui nous permettra ensuite de définir le niveau de formation des raies spectrales.

I. - DISTRIBUTION DU CHEMIN OPTIQUE DANS LE CAS DE COUCHES FINIES.

Nous avons vu au chapitre précédent comment calculer la distribution $p(\lambda)$ du chemin optique des photons diffusés par une atmosphère semi-infinie, au moyen des Approximants de Padé de type 2. En fait, cette méthode s'étend sans difficulté au cas des atmosphères homogènes finies et permet d'obtenir de nombreux renseignements sur la contribution, au processus de diffusion des différents niveaux de nuage.

Considérons une couche diffusante, homogène dont les caractéristiques optiques (albédo de diffusion ω_c , fonction de phase) sont déterminées. Soit τ son épaisseur optique dans le continu

$$\tau = (\sigma + k_c) Z,$$

où Z est l'épaisseur géométrique du nuage.

Notons (μ_0, ϕ_0) et (μ, ϕ) les directions respectives de l'intensité incidente et de l'intensité réfléchie.

Par la suite, nous supposerons que le fond du nuage est noir. Nous appellerons $I(\omega_c, \tau) \equiv I(\omega_c, \tau; \mu, \phi; \mu_0, \phi_0)$ l'intensité réfléchie dans le continuum par le nuage d'épaisseur optique τ et $I(r, \tau) \equiv I(\omega_v, \tau; \mu, \phi; \mu_0, \phi_0)$ l'intensité réfléchie par le même nuage de même épaisseur géométrique Z , à la fréquence ν dans une raie d'absorption. Dans le cas des nuages semi-infinis, nous négligerons, comme dans les chapitres précédents, toute référence à l'épaisseur optique : $I(\omega_c) \equiv I(\omega_c, \tau = \infty; \mu, \phi; \mu_0, \phi_0)$ et $I(r) \equiv I(r, \tau = \infty; \mu, \phi; \mu_0, \phi_0)$.

Nous appellerons $p_\tau(\lambda)$ la distribution du chemin optique des photons diffusés par le nuage d'épaisseur optique τ . De façon analogue au cas semi-infini $p_\tau(\lambda)$ est défini par

$$I(r, \tau) = I(\omega_c, \tau) \int_0^\infty p_\tau(\lambda) e^{-r\lambda} d\lambda. \quad (IV-1)$$

Cette distribution peut être calculée au moyen de la méthode décrite au chapitre III ; nous obtenons $p_\tau(\lambda)$ sous la forme

$$p_\tau(\lambda) = \sum_{m=1}^N A_m(\tau) e^{-\gamma_m(\tau)\lambda}. \quad (IV-2)$$

La condition de normalisation de $p_\tau(\lambda)$ exige

$$\sum_{m=1}^N A_m(\tau) / [-\gamma_m(\tau)] = 1,$$

et le chemin optique moyen parcouru dans ce nuage par les photons réfléchis

$$\langle \lambda_\tau \rangle = \int_0^\infty \lambda p_\tau(\lambda) d\lambda$$

est donc

$$\langle \lambda_\tau \rangle = \sum_{m=1}^N A_m(\tau) / (-\gamma_m(\tau))^2.$$

Compte tenu des propriétés de la transformée de Laplace, nous pouvons écrire

$$\langle \lambda_\tau \rangle = - \frac{1}{I(\omega_c, \tau)} \left(\frac{dI(r, \tau)}{dr} \right)_{r=0}. \quad (IV-3)$$

La méthode d'inversion décrite au chapitre III reste très précise dans le cas des couches finies. On peut noter d'ailleurs qu'elle permet d'obtenir la distribution du chemin optique à tous les niveaux dans la couche (Foucart et Pruvost (1974)), mais nous ne nous intéresserons ici qu'au rayonnement réfléchi.

II. CONTRIBUTION DES COUCHES INTERNES A LA REFLEXION DIFFUSE.

Il est clair que si un photon a, durant le processus de diffusion, pénétré jusqu'à une profondeur optique t , il a, au moins, suivi un chemin optique total $\lambda = 2t$ avant de sortir du nuage ; réciproquement si un photon a suivi au total un chemin optique λ , il n'a pas pu atteindre une profondeur optique plus grande que $t = \lambda/2$ et les couches situées en dessous de $t = \lambda/2$ n'influencent pas le processus de diffusion d'un tel photon. Il s'en suit donc que le nombre de photons sortant d'un nuage d'épaisseur optique τ et ayant suivi un chemin total $\lambda < 2\tau$ est rigoureusement égal au nombre de photons sortant d'un nuage similaire d'épaisseur optique quelconque $\tau' > \tau$ et ayant suivi au total un chemin optique $\lambda < 2\tau$.

Si N photons sont réfléchis au total par le nuage d'épaisseur optique infinie, le nombre total de photons réfléchis par un nuage d'épaisseur optique τ est $N I(\omega_c, \tau) / I(\omega_c)$. Le nombre de photons qui ont suivi un chemin optique λ dans le nuage d'épaisseur optique τ est donc

$$p_\tau(\lambda) N I(\omega_c, \tau) / I(\omega_c) = N f_\tau(\lambda).$$

Nous introduirons donc la nouvelle fonction de distribution $f_\tau(\lambda)$ normalisée de la façon suivante :

$$\int_0^\infty f_\tau(\lambda) d\lambda = I(\omega_c, \tau) / I(\omega_c), \quad (IV-4)$$

c'est-à-dire

$$f_{\tau}(\lambda) = I(\omega_c, \tau) / I(\omega_c) p_{\tau}(\lambda)$$

Il s'en suit donc que

$$f_{\tau}(\lambda) \equiv p(\lambda), \text{ si } \lambda < 2\tau. \quad (\text{IV-5})$$

Les fonctions de distribution $f_{\tau}(\lambda)$, calculées d'après (IV-2), correspondant au cas $\mu = \mu_0 = 1$, sont présentées figure (IV-1) pour différentes épaisseurs optiques τ , pour un nuage de paramètre de MIE $\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$ avec un albédo continu $\omega_c = 0.999$, d'indice $n = 1.33$. On pourra noter que la différence entre $p(\lambda)$ et $f_{\tau}(\lambda)$ n'est notable que pour des valeurs de λ nettement supérieures à 2τ .

La figure (IV-2) représente la quantité $g_{\tau}(\lambda)$ proportionnelle à la différence $f_{\tau}(\lambda) - f_{\tau-1}(\lambda)$ en fonction de λ , pour les valeurs successives de τ . Afin de rendre plus lisible la figure, ces quantités ont été normalisées à 1 ; le facteur de normalisation $h(\tau) = \{I(\omega_c, \tau) - I(\omega_c, \tau-1)\} / I(\omega_c)$ (voir relation (IV-4)) est présenté pour les différentes couches considérées sur la figure (IV-3). Puisque $NI(\omega_c, \tau) / I(\omega_c)$ est le nombre total de photons réfléchis par la couche d'épaisseur optique τ , $Nh(\tau)$ représente le nombre total de photons réfléchis après avoir pénétré jusqu'à la couche comprise entre les profondeurs optiques τ et $\tau-1$. Par ailleurs $Nf_{\tau}(\lambda)$ est le nombre de photons réfléchis par la couche d'épaisseur optique τ après avoir parcouru un chemin optique λ ; $N\{f_{\tau}(\lambda) - f_{\tau-1}(\lambda)\}$ est donc le nombre correspondant de photons sortant du nuage après avoir pénétré jusqu'à la couche comprise entre les profondeurs optiques τ et $\tau-1$. $g_{\tau}(\lambda)$ représente donc parmi les photons qui ont pénétré jusqu'à la couche comprise entre les profondeurs optiques τ et $\tau-1$, la proportion de ceux qui ont parcouru un chemin optique λ , c'est-à-dire la distribution du chemin optique parcouru, avant réflexion hors du nuage, par les photons qui ont pénétré jusqu'à la couche $(\tau, \tau-1)$.

La fonction $g_{\tau}(\lambda)$ est évidemment nulle si $\lambda < 2(\tau-1)$ et son maximum est très bien localisé pour les couches supérieures de l'atmosphère. La figure (IV-4) représente la même quantité que la figure (IV-2) mais pour les directions $\mu = \mu_0 = 0.1$; dans ce cas, le rayonnement pénètre très peu dans le nuage, plus de 95 % des photons ont été réfléchis dans la couche $\tau < 1$. Les maximums des distributions correspondant aux couches supérieures sont fortement décalées par rapport au cas précédent, correspondant ainsi à l'allongement du chemin optique parcouru par les photons diffusés vers l'avant, mais pour les couches plus profondes, le décalage est beaucoup moins sensible car,

à ce niveau, l'importance relative de la pointe avant devient très faible. La distribution du chemin optique des photons qui ont pénétré jusqu'aux couches profondes est donc assez peu sensible aux directions μ et μ_0 .

Lorsqu'on examine une raie spectrale, on mesure l'atténuation du rayonnement réfléchi (due à la présence du gaz absorbant) qui dépend de la longueur du chemin optique parcouru dans le nuage. Bien que la majorité du rayonnement provienne des couches supérieures du nuage (près de 60 % pour $\tau < 8$ dans le cas de la figure (IV-3) ce sont, au contraire, les couches plus profondes correspondant à des chemins optiques grands qui sont prépondérantes dans la formation de la raie.

Ainsi, par exemple 10 % du rayonnement réfléchi provient, dans le cas de la figure (IV-3) de la couche comprise entre les profondeurs optiques 1 et 2 (couche n° 1) et 2,5 % provient de la couche comprise entre les profondeurs optiques 9 et 10 (couche n° 2), mais les photons provenant de la couche n° 1 ont en moyenne parcouru un chemin optique λ de l'ordre de 6 contre 50 pour ceux provenant de la couche n° 2 (figure (IV-2)).

Considérons, pour simplifier le cas d'une absorption grise sur un intervalle de fréquence de 1cm^{-1} et telle que $k/(\sigma+k_c) = 0,01$. L'absorption du rayonnement réfléchi est, pour un chemin optique λ

$$A(\lambda) = 1 - \exp(-k \lambda / (\sigma + k_c))$$

Dans ces conditions, la contribution de la couche n° 1 à l'absorption totale est d'environ $0,006\text{ cm}^{-1}$ contre $0,01\text{ cm}^{-1}$ pour la couche n° 2. Dans le cas d'une absorption forte, par exemple une absorption totale dans les deux cas, la répartition serait évidemment inversée. Il faut donc faire correspondre à chaque chemin optique λ la couche dans laquelle s'est produit le processus de réflexion des photons correspondants.

III - PROFONDEUR DE PENETRATION.

Lorsque les fonctions de distribution $f_T(\lambda)$ correspondant aux diverses épaisseurs optiques sont connues, il est possible d'en déduire la contribution relative des différents niveaux du nuage au processus de diffusion.

A titre d'exemple, considérons le cas du nuage monodispersé de paramètre de MIE $\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$, $\omega_c = 0,999$ pour les directions $\mu = \mu_0 = 1$.

Le tableau (IV-1) présente, pour différentes valeurs de l'épaisseur optique τ , le rapport $f_{\tau}(\lambda)/p(\lambda)$ qui correspond à la proportion des photons réfléchis dans la couche d'épaisseur optique τ parmi le nombre total de photons réfléchis par le nuage infini après avoir parcouru le même chemin optique λ . Deux valeurs de λ ont été choisies : $\lambda = 87$ et $\lambda = 50$; le cas $\lambda = 87$ correspond au chemin optique moyen $\langle \lambda \rangle$ du nuage infini. Sur la figure (IV-5), on a représenté la quantité $g_{\lambda}(\tau) = (f_{\tau}(\lambda) - f_{\tau-1}(\lambda))/p(\lambda)$ qui représente, parmi les photons qui ont parcouru le chemin optique λ , la proportion de ceux qui ont pénétré jusqu'à la couche comprise entre τ et $\tau-1$.

Il est intéressant de noter que, d'après le tableau (IV-1), près de 45 % des photons qui ont suivi un chemin optique $\lambda = 50$ ont pénétré jusqu'à une profondeur optique comprise entre 7 et 10 et plus de 80 % entre 6 et 12 ; dans le cas où $\lambda = 87$, 45 % des photons ont pénétré jusqu'à une profondeur comprise entre 10 et 14 et 80 % entre 9 et 18. La pénétration du rayonnement dans une couche diffusante avant sa réflexion est donc fortement localisée particulièrement pour les faibles chemins optiques.

Nous définirons donc la fonction de distribution des photons qui ont suivi un chemin optique λ et pénétré jusqu'à une profondeur optique t par

$$p(\lambda, t) = \frac{d}{dt} (f_t(\lambda)). \quad (\text{IV-6})$$

Cette fonction de distribution possède les propriétés suivantes :

$$\int_0^{\infty} p(\lambda, t) dt = f_{\infty}(\lambda) = p(\lambda), \quad (\text{IV-7})$$

$$\int_0^{\infty} p(\lambda, t) d\lambda = \frac{d}{dt} \int_0^{\infty} f_t(\lambda) d\lambda = \frac{d}{dt} \left(\frac{I(\omega_c, t)}{I(\omega_c)} \right), \quad (\text{IV-8})$$

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} p(\lambda, t) dt d\lambda = \int_0^{\infty} p(\lambda) d\lambda = 1, \quad (\text{IV-9})$$

$$\text{et } p(\lambda, t) = 0, \text{ si } \lambda < 2t. \quad (\text{IV-10})$$

Avec ces notations, nous pouvons écrire

$$g_{\lambda}(\tau) = \left(\int_{\tau-1}^{\tau} p(\lambda, t) dt \right) / p(\lambda) ;$$

la figure (IV-5) présente donc une approximation de $p(\lambda, t)/p(\lambda)$ pour deux valeurs de λ .

Il est maintenant possible de définir la pénétration moyenne correspondant à un chemin optique λ donné, pour un nuage d'épaisseur optique totale τ par

$$\bar{t}(\lambda) = \left[\int_0^\tau t p(\lambda, t) dt \right] \left[\int_0^\tau p(\lambda, t) dt \right]^{-1}. \quad (\text{IV-11})$$

Dans le cas présenté figure (IV-5), les pénétrations moyennes calculées d'après la relation (IV-11), sont approximativement $\bar{t}(50) = 9,0$ et $\bar{t}(87) = 12,7$.

La pénétration moyenne est évidemment dépendante de l'épaisseur optique totale de la couche diffusante et devrait s'écrire $\bar{t}(\lambda, \tau)$; cependant, si le fond du nuage est adjacent à un corps noir, deux cas peuvent être considérés :

(i) si l'épaisseur optique τ est plus grande que la pénétration moyenne correspondant au nuage semi-infini $\bar{t}(\lambda, \infty)$, le résultat est approximativement le même que pour le nuage semi-infini, surtout si l'on considère des chemins optiques assez faibles pour lesquels la pénétration est bien localisée.

(ii) si l'épaisseur optique du nuage est inférieure à $\bar{t}(\lambda, \infty)$, on trouve évidemment que la majorité des photons a pénétré jusqu'à un niveau proche du fond de la couche diffusante (ces résultats peuvent être vérifiés à partir du tableau (IV-1)). Donc, pour une couche d'épaisseur optique τ , nous pouvons écrire approximativement

$$\begin{aligned} \bar{t}(\lambda, \tau) &\simeq \bar{t}(\lambda, \infty) & \text{si } \tau > \bar{t}(\lambda, \infty) \\ \text{et} \\ \bar{t}(\lambda, \tau) &\simeq \tau & \text{si } \tau < \bar{t}(\lambda, \infty). \end{aligned} \quad (\text{IV-12})$$

La figure (IV-6) présente les fonctions $p(\lambda, t)/p(\lambda)$ calculées par (IV-6) et tracées en fonction de la profondeur optique t pour différentes valeurs de λ dans le cas du nuage Vénus du apogée rétrograde (paragraphe V) pour les directions $\mu = \mu_0 = 0,866$ ($\theta = \epsilon = 30^\circ$).

Les pénétrations $\bar{t}(\lambda)$ qui se déduisent directement par (IV-11) sont présentées figure (IV-7). Cependant, pour les obtenir, il faut connaître la fonction $p(\lambda, t)$, c'est-à-dire les distributions $f_\tau(\lambda)$ pour un assez grand

nombre de valeurs de τ . Cette méthode de calcul de la pénétration moyenne est donc longue et pénible, de plus les risques de propagation d'erreur sont assez grands dans la mesure où $p(\lambda, t)$ représente la différence de deux fonctions obtenues par inversion de la transformée de Laplace.

Dans la pratique, nous calculerons le chemin optique moyen associé à une pénétration jusqu'à une profondeur optique donnée :

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{\int_0^{\infty} \lambda p(\lambda, t) d\lambda}{\int_0^{\infty} p(\lambda, t) d\lambda} \quad (\text{IV-13})$$

De la définition (IV-6) de $p(\lambda, t)$ avec (IV-8), il suit immédiatement que

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{d}{dt} \left(\int_0^{\infty} \lambda f_t(\lambda) d\lambda \right) \left(\frac{dI(\omega_c, t)}{dt} \right)^{-1} I(\omega_c),$$

soit, compte tenu de (IV-4) et (IV-2)

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{d}{dt} \left(\langle \lambda_t \rangle I(\omega_c, t) \right) \left(\frac{dI(\omega_c, t)}{dt} \right)^{-1}, \quad (\text{IV-14})$$

ou encore, en utilisant la relation (IV-3)

$$\bar{\lambda}(t) = - \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dr} I(r, t) \right)_{r=0} \left(\frac{dI(\omega_c, t)}{dt} \right)^{-1} \quad (\text{IV-15})$$

Ainsi que nous l'avons remarqué au chapitre III, les chemins optiques moyens $\langle \lambda_t \rangle$ peuvent être obtenus avec précision même si $f_t(\lambda)$ est connu de manière très approximative, le calcul de $\bar{\lambda}(t)$ sera donc beaucoup plus précis que celui de $\bar{t}(\lambda)$.

En pratique, les fonctions de distribution normalisées $f_t(\lambda)$ ne sont connues que pour des valeurs discrètes de t , on peut alors utiliser pour calculer $\bar{\lambda}(t)$ l'expression approximative équivalente

$$\bar{\lambda}(\tau, \tau') = \frac{I(\omega_c, \tau') \langle \lambda_{\tau'} \rangle - I(\omega_c, \tau) \langle \lambda_{\tau} \rangle}{I(\omega_c, \tau') - I(\omega_c, \tau)} \quad (\text{IV-16})$$

immédiatement déduite de (IV-14) et qui exprime alors le chemin optique moyen associé à la pénétration dans une couche diffusante finie et localisée entre les profondeurs optiques τ et τ' . Une telle approximation est en général suffisante lorsque $\tau' - \tau$ est de l'ordre de 1 ou 2.

Les chemins optiques moyens $\bar{\lambda}(t)$ sont présentés figure (IV-8) pour le cas correspondant aux figures (IV-6) et (IV-7), et figure (IV-9) pour le cas correspondant à la figure (IV-1). Si l'on considère que la longueur totale d'un chemin au hasard entre deux points distants entre eux de l est proportionnelle à l^2 (Chamberlain (1965)) $\bar{\lambda}(t)$ devrait être proportionnel à t^2 , on a donc tracé sur la figure (IV-9) les courbes $\bar{\lambda} = t^2$ et $\bar{\lambda} = 0,36 t^2$ dont l'allure est beaucoup plus proche de $\bar{\lambda}(t)$. Cependant, le rayonnement diffusé par une couche très mince est essentiellement dû à la diffusion primaire et dans ce cas $\bar{\lambda}(t)$ n'est proportionnel à t^2 que pour les grandes profondeurs optiques (ceci peut être facilement vérifié ici puisqu'une bonne approximation numérique de $\bar{\lambda}(t)$ serait $\bar{\lambda}(t) = 0,36 t^2 + 2,2 t$ qui est représentée en pointillé sur la figure).

Il y a une très bonne corrélation entre la pénétration moyenne $\bar{t}(\lambda)$ et le chemin moyen associé à une pénétration donnée $\bar{\lambda}(t)$. Dans le cas du nuage de particules monodispersées ($\alpha = 2$), nous avons déjà trouvé $\bar{t}(50) \simeq 9,0$ et $\bar{t}(87) \simeq 12,7$ alors que la relation (IV-16) permet d'obtenir $\bar{\lambda}(9) \simeq 49$ et $\bar{\lambda}(12,7) \simeq 86$. L'examen de la figure (IV-7) permet aussi de vérifier cette corrélation puisque nous y avons tracé la fonction inverse $\bar{\lambda}^{-1}(t)$, où $\bar{\lambda}(t)$ correspond à la figure (IV-8).

Nous pourrions donc raisonnablement supposer que $\bar{t}(\lambda)$ est la fonction inverse $\bar{\lambda}^{-1}(t)$ ou

$$\begin{aligned} \bar{t}(\bar{\lambda}(t)) &\simeq t \\ \bar{\lambda}(\bar{t}(\lambda)) &\simeq \lambda \end{aligned} \quad (IV-17)$$

La profondeur de pénétration sera donc implicitement déterminée par l'intermédiaire des relations (IV-17) et (IV-16) ou (IV-15).

Le trajet réel suivi par les photons à l'intérieur d'un nuage ne dépend que du nombre de particules diffusantes et de leurs caractéristiques, il est donc indépendant de l'absorption. Il semble raisonnable d'admettre qu'en l'absence d'absorption, les photons qui ont au total parcouru le chemin moyen associé à une pénétration jusqu'à la profondeur optique t ont effectivement pénétré jusqu'à une profondeur voisine de t . En présence d'absorption, le trajet réellement suivi par les photons n'est nullement modifié, la profondeur de pénétration $\bar{t}(\lambda)$ est donc indépendante de l'absorption, mais puisque la distribution des photons qui ont parcouru le chemin optique $\lambda^{(*)}$ est atténuée du facteur $\exp(-r_v \lambda)$, le chemin moyen $\bar{\lambda}(t)$ associé à une pénétration jusqu'en t dépend de la fréquence ; les photons qui ont suivi le chemin le plus long étant les plus atténués.

Ceci peut apparaître plus clairement en écrivant que la distribu-

* dans un nuage homogène.

tion $p_v(\lambda, t)$ des photons qui ont pénétré jusqu'en t et parcouru un chemin λ est

$$p_v(\lambda, t) = p(\lambda, t) \exp(-r_v \lambda)$$

et en comparant les définitions respectives (IV-II) et (IV-13) de $\bar{t}(\lambda)$ et de $\bar{\lambda}(t)$.

L'approximation (IV-17) sera donc utilisée en calculant $\bar{\lambda}(t)$ pour une absorption très faible.

IV. - EXPRESSION APPROXIMATIVE DE LA PROFONDEUR DE PENETRATION.

Pratiquement, le calcul de $\bar{\lambda}(t)$ au moyen de l'expression (IV-16) reste assez long puisqu'il nécessite le calcul du chemin optique moyen pour des couches d'épaisseur optique croissante. Pour obtenir ces quantités, il faut auparavant calculer l'intensité réfléchie pour des directions (μ, ϕ) et (μ_0, ϕ_0) considérées, pour plusieurs valeurs de l'albédo de diffusion ω_v et ceci pour chaque épaisseur optique. Il serait donc intéressant d'obtenir une expression approximative plus simple de $\bar{\lambda}(t)$, ce qui serait possible à partir de l'expression exacte (IV-15) à la condition de connaître l'intensité sous la forme d'une fonction dépendant explicitement de l'épaisseur optique t de la couche considérée et de la variable r , c'est-à-dire de l'albédo de diffusion simple ω . Seules les méthodes approximatives de résolution de l'équation de transfert ont pour résultat des formules analytiques simples bien adaptées à ce genre de problème. Malheureusement, ces méthodes sont, en pratique, limitées au calcul des flux plans et sphériques, c'est-à-dire des quantités

$$\Phi(\tau, t, \omega) = \int_0^{2\pi} \int_0^1 I(\tau, t, \omega, \mu, \phi) \mu \, d\mu \, d\phi + \int_0^{2\pi} \int_{-1}^0 I(\tau, t, \omega, \mu, \phi) \mu \, d\mu \, d\phi$$

$$\Phi(\tau, t, \omega) = F^+(\tau, t, \omega) - F^-(\tau, t, \omega), \quad (\text{IV-18})$$

qui représente le flux net à la profondeur optique τ dans une couche d'épaisseur optique t et

$$A(\tau, t, \omega) = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} I(\tau, t, \omega, \mu, \phi) \, d\mu \, d\phi, \quad (\text{IV-19})$$

qui représente le flux sphérique dans les mêmes conditions.

La première hypothèse simplificatrice consiste donc à supposer que l'intensité $I(0, t, \omega, \mu, \phi)$ réfléchie dans la direction (μ, ϕ) est proportionnelle au flux montant $F^+(0, t, \omega)$:

$$I(0, t, \omega, \mu, \phi) = \alpha(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) F^+(0, t, \omega). \quad (\text{IV-20})$$

On peut remarquer, en examinant les expressions (IV-15) et (IV-20), que les résultats seront indépendants de (μ, ϕ) mais dépendront de (μ_0, ϕ_0) par l'intermédiaire de $F^+(0, t, \omega)$ pour lequel la direction d'incidence (μ_0, ϕ_0) est sous-entendue.

L'hypothèse de la proportionnalité de l'intensité réfléchie au flux montant à la surface supérieure du nuage est assez bien justifiée si le chemin moyen de pénétration que nous voulons calculer varie peu avec la direction d'émergence (μ, ϕ) , ce que nous vérifierons dans ce chapitre pour les profondeurs optiques assez grandes et sauf dans les cas d'incidence rasante.

Herman (1973) a généralisé au cas des couches finies et des atmosphères stratifiées la méthode du noyau exponentiel déjà utilisée par Wang (1972) dans le cas des couches infinies. Dans cette méthode, la fonction de phase est exprimée sous la forme d'un développement limité à deux termes

$$P(\theta) = 1 + \beta_1 \cos \theta \quad (\text{IV-21})$$

Cette expression est très approximative, mais Devaux et al. (1973) ont montré que dans le cas des couches épaisses et pour un albédo de diffusion voisin de 1, la précision obtenue était meilleure que 5 % et puisque nous recherchons une expression approximative simple de $\bar{\lambda}(t)$, nous nous contenterons de cette précision.

1°) Expression générale de $\bar{\lambda}(t)$

Dans le cas d'une couche d'épaisseur optique t , limitée par un fond noir, d'albédo de diffusion $\omega^{(*)}$ et recevant un flux incident F_0 sur un plan perpendiculaire à la direction d'incidence (μ_0, ϕ_0) , le flux net à la surface s'exprime, d'après Herman (1973), sous la forme

* ω représente, en fait, l'albédo de diffusion à la fréquence ν et devrait s'écrire ω_ν ; en fonction de l'albédo continu, il s'exprime par $\omega = \frac{\omega_c}{r+1}$; cependant (voir (IV-15)), toutes les expressions doivent en définitive être calculées pour $r=0$, c'est-à-dire pour $\omega = \omega_c$.

$$\Phi(0, t, \omega) = \frac{\mu_0 F_0 (b^2 - 1/\mu_0^2)}{(b^2 - a\omega\beta_1) (1 - 1/\gamma^2 \mu_0^2)} \left[-1 + \frac{u \zeta e^{-\tau_1/\mu_0 \gamma}}{G(\tau_1)} + \phi \frac{\text{sh } \tau_1 + u \text{ch } \tau_1}{G(\tau_1)} \right] \quad (\text{IV-22})$$

Le flux diffus descendant F^- étant nul à la surface, la somme du flux net et du flux incident $\mu_0 F_0$ donne le flux montant

$$F^+(0, t, \omega) = \mu_0 F_0 \left[1 + \frac{(b^2 \mu_0^2 - 1) \gamma^2}{(b^2 - a\omega\beta_1) (\gamma^2 \mu_0^2 - 1)} \left(-1 + \frac{u \zeta e^{-\tau_1/\mu_0 \gamma}}{G(\tau_1)} + \phi \frac{\text{sh } \tau_1 + u \text{ch } \tau_1}{G(\tau_1)} \right) \right], \quad (\text{IV-23})$$

$$\text{où } G(\tau_1) = (1 + u^2) \text{sh } \tau_1 + 2u \text{ch } \tau_1, \quad (\text{IV-24})$$

$$\phi = 1 + \frac{u(b/\gamma - \gamma\mu_0)}{b\mu_0 - 1}, \quad (\text{IV-25})$$

$$\zeta = 1 - \frac{u(b/\gamma - \gamma\mu_0)}{b\mu_0 + 1}, \quad (\text{IV-26})$$

$$\gamma = (1 - \omega)^{1/2} (b^2 - a\omega\beta_1)^{1/2} (1 - \omega + a\omega)^{-1/2}, \quad (\text{IV-27})$$

$$u = (b^2 - a\omega\beta_1)/b\gamma, \quad (\text{IV-28})$$

$$\tau_1 = \gamma t. \quad (\text{IV-29})$$

Les coefficients $a = 3/4$ et $b = 3/2$ correspondent aux approximations des fonctions exponentielles intégrales sous la forme

$$E_2(x) = a e^{-bx} \quad \text{et} \quad E_3(x) = a e^{-bx}/b.$$

Lorsque $1 - \omega \ll 1$ l'expression du flux peut être simplifiée en utilisant un développement au premier ordre en $1 - \omega$

$$F^+(0, t, \omega) \simeq \mu_0 F_0 \left[1 - (b\mu_0 + 1) \frac{\text{sh } \tau_1 + u \text{ch } \tau_1}{G(\tau_1)} \right] \quad (\text{IV-30})$$

Pour la commodité des calculs, posons

$$K = u \frac{\text{sh } \tau_1 + \text{ch } \tau_1}{\text{sh } \tau_1 + u \text{ch } \tau_1} \quad (\text{IV-31})$$

Le flux montant $F^+(0, t, \omega)$ s'exprime alors sous la forme

$$F^+ = \mu_0 F_0 \frac{K - b\mu_0}{K + 1} \quad (\text{IV-32})$$

L'intensité réfléchie étant ici supposée proportionnelle à F^+ , le calcul de $\bar{\lambda}(t)$ se ramène au calcul des dérivées successives de F^+ par rapport à la variable intermédiaire τ_1 .

$$\frac{dF^+}{d\tau_1} = \mu_0 F_0 \frac{(b\mu_0 + 1)}{(K + 1)^2} \frac{dK}{d\tau_1},$$

$$\text{avec } \frac{dK}{d\tau_1} = \frac{u(u^2 - 1)}{(\text{sh } \tau_1 + u \text{ ch } \tau_1)^2} = \frac{u^2 - K^2}{u}, \quad (\text{IV-33})$$

et par rapport à la variable r

$$\frac{dF^+}{dr} = \mu_0 F_0 \frac{(b\mu_0 + 1)}{(K + 1)^2} \frac{dK}{d\omega} \cdot \frac{d\omega}{dr}; \quad (\text{IV-34})$$

d'où, d'après (IV-15)

$$\bar{\lambda}(t) = - \left[\frac{d^2 K}{d\tau_1 d\omega} \left(\frac{dK}{d\tau_1} \right)^{-1} - 2(K+1)^{-1} \frac{dK}{d\omega} \right] \left(\frac{d\omega}{dr} \right)_{r=0} \quad (\text{IV-35})$$

En fait, u et τ_1 sont des fonctions de la variable ω , compte tenu des relations (IV-27), (IV-28) et (IV-29) et si $1-\omega \ll 1$, nous obtenons

$$\frac{du}{d\omega} \simeq \frac{-u}{2(1-\omega)}, \quad (\text{IV-36})$$

$$\frac{d\tau_1}{d\omega} \simeq \frac{\tau_1}{2(1-\omega)} = - \frac{\tau_1}{u} \frac{du}{d\omega}, \quad (\text{IV-37})$$

$$\left(\frac{d\omega}{dr} \right)_{r=0} = -\omega_c,$$

$$\frac{dK}{d\omega} \simeq \frac{du}{d\omega} \left(\frac{K}{u} - \frac{\tau_1}{u} \frac{dK}{d\tau_1} - \frac{1}{u^2 - 1} \frac{dK}{d\tau_1} \right), \quad (\text{IV-38})$$

$$\frac{d}{d\tau_1} \left(\frac{dK}{d\omega} \right) \simeq -\frac{1}{u} \frac{du}{d\omega} \frac{d^2K}{d\tau_1^2} \left(\tau_1 + \frac{u}{u^2 - 1} \right),$$

$$\text{où } \frac{d^2K}{d\tau_1^2} \simeq -\frac{2K}{u} \frac{dK}{d\tau_1},$$

$$\text{et } \frac{d^2K}{d\tau_1 d\omega} \left(\frac{dK}{d\tau_1} \right)^{-1} \simeq \frac{du}{d\omega} \frac{2K}{u^2} \left(\tau_1 + \frac{u}{u^2 - 1} \right)$$

Finalement $\bar{\lambda}(t)$ s'exprime à partir de (IV-35)

$$\bar{\lambda}(t) \simeq -\frac{du}{d\omega} \left[\frac{2K}{u^2} \left(\tau_1 + \frac{u}{u^2 - 1} \right) - \frac{2}{K+1} \left(\frac{K}{u} - \frac{\tau_1}{u} \frac{dK}{d\tau_1} - \frac{1}{u^2 - 1} \frac{dK}{d\tau_1} \right) \right]$$

c'est-à-dire, avec les expressions (IV-33) et (IV-36) :

$$\bar{\lambda}(t) \simeq \frac{1}{u(K+1)} \left[\left(\tau_1 + \frac{u}{u^2 - 1} \right) (K+u^2) - Ku \right] \frac{1}{1 - \omega_c} \quad (\text{IV-39})$$

On remarquera que, dans ces conditions, $(1 - \omega_c \ll 1)$ $\bar{\lambda}(t)$ est indépendant des directions $(\mu_0 \phi_0)$.

2°) Cas des grandes profondeurs optiques

La méthode du noyau exponentiel est peu précise pour les épaisseurs optiques faibles et sera surtout utilisée pour t grand, il est donc logique de chercher une simplification de (IV-39) dans ce cas. Or puisque $1 - \omega_c \ll 1$ et que toutes les expressions doivent être calculées pour $\omega = \omega_c$, nous pouvons écrire

$$\tau_1 + \frac{u}{u^2 - 1} \simeq \frac{u\tau_1 + 1}{u} \left(\frac{b^2 - a\beta_1}{b} t + 1 \right) \frac{1}{u},$$

$$\tau_1 + u/(u^2 - 1) \simeq \tau_1 \quad \text{si } t \text{ est assez grand}$$

$$\text{et } \bar{\lambda}(t) \simeq \frac{1}{u(K+1)(1-\omega_c)} \left[\tau_1 (K+u^2) - Ku \right]$$

De même, dans ces conditions (t grand, $1 - \omega_c \ll 1$)

$$K \simeq u \tanh \tau_1,$$

où $\text{th } x$ représente la tangente hyperbolique de x et

$$\bar{\lambda}(t) \simeq \frac{\tau_1 - \text{th } \tau_1}{(1-\omega_c) \text{th } \tau_1} \quad (\text{IV-40})$$

Si t reste petit devant $(1-\omega_c)^{-1/2}$, en utilisant un développement limité au troisième ordre de $\text{th } \tau_1$, nous obtenons

$$\bar{\lambda}(t) \simeq \frac{\tau_1^2}{3(1-\omega_c)} = \frac{b^2 - a\beta_1}{3a} t^2 \quad (\text{IV-41})$$

Le chemin optique moyen parcouru par les photons réfléchis après avoir pénétré jusqu'à la profondeur optique t est donc proportionnel à t^2 .

Pour les très grandes profondeurs optiques telles que $t \gg (1-\omega_c)^{-1/2}$ $\bar{\lambda}(t)$ est alors proportionnel à t

$$\bar{\lambda}(t) \simeq \frac{\tau_1}{1-\omega_c} = \left(\frac{b^2 - a\beta_1}{a} \right)^{1/2} \frac{t}{(1-\omega_c)^{1/2}} \quad (\text{IV-42})$$

Ce résultat n'était pas apparu dans les exemples présentés au paragraphe III puisque les profondeurs optiques considérées ne répondaient pas à la condition $t \gg (1-\omega_c)^{-1/2}$. Il semble cependant assez logique de l'obtenir dans la mesure où la couche diffusante présentant une absorption, même faible, les photons les plus pénétrants doivent être ceux qui ont parcouru le chemin le plus direct.

V. - EXPRESSION DU CHEMIN OPTIQUE MOYEN $\langle \lambda_\tau \rangle$.

Le chemin optique moyen $\langle \lambda_\tau \rangle$ parcouru par les photons réfléchis par une couche d'épaisseur optique τ s'exprime sous la forme (IV-3)

$$\langle \lambda_\tau \rangle = - \frac{1}{I(\omega_c, \tau)} \left[\frac{dI(r, \tau)}{dr} \right]_{r=0} \quad (\text{IV-43})$$

Si nous supposons encore que l'intensité réfléchie est proportionnelle au flux montant F^+ , il est possible d'obtenir une approximation de $\langle \lambda_\tau \rangle$ par une méthode analogue à celle employée pour $\bar{\lambda}(t)$.

$$\langle \lambda_\tau \rangle = - \frac{1}{F^+(0, \tau, \omega_c)} \left[\frac{dF^+(0, \tau, r)}{dr} \right]_{r=0} \quad (\text{IV-44})$$

Cette expression doit être considérée comme une approximation assez grossière, très certainement moins bonne que celle de $\bar{\lambda}(t)$. En effet,

en étudiant le chemin moyen de pénétration, nous nous sommes limités aux profondeurs optiques suffisamment grandes pour que les faibles ordres de diffusion qui sont très sensibles aux directions μ et μ_0 et à la fonction de phase n'interviennent pas ou peu, mais leur importance dans le rayonnement global réfléchi peut être très grande.

L'expression que nous allons établir correspond, en quelque sorte, à une valeur moyenne sur toutes les directions d'observation μ ; c'est en fait le chemin moyen suivi par les photons réfléchis dans toutes les directions. On peut, en effet, définir une fonction de distribution $p_F(\lambda)$ de la manière suivante

$$F^+(0, \tau, r) = F^+(0, \tau, \omega_c) \int_0^\infty p_F(\lambda) e^{-r\lambda} d\lambda,$$

$\langle \lambda_\tau \rangle$ défini par (IV-44) apparaît alors clairement comme le chemin optique moyen correspondant au flux réfléchi par une couche d'épaisseur optique τ .

Il est cependant intéressant d'obtenir une expression simple de $\langle \lambda_\tau \rangle$ dans la mesure où sa variation lorsque $\tau \rightarrow \infty$ ou $\omega_c \rightarrow 1$ est essentiellement due aux grands ordres de diffusion et donc dépend peu des directions μ et μ_0 et de la fonction de phase exacte.

Compte tenu de l'expression (IV-34) de dF^+/dr , $\langle \lambda_\tau \rangle$ s'écrit

$$\langle \lambda_\tau \rangle = \frac{-(b\mu_0 + 1)}{(K - b\mu_0)(K + 1)} \frac{dK}{d\omega} \left(\frac{d\omega}{dr} \right)_{r=0}, \quad (IV-45)$$

où $dK/d\omega$ est obtenu à partir des relations (IV-38), (IV-33) et (IV-36) ; $d'\delta u$:

$$\langle \lambda_\tau \rangle = \frac{(b\mu_0 + 1)}{2u(K - b\mu_0)(K + 1)(1 - \omega_c)} \left[Ku - \left(\tau_1 + \frac{u}{u^2 - 1} \right) (u^2 - K^2) \right] \quad (IV-46)$$

Ici, $\tau_1 = \gamma\tau$; si $\tau \rightarrow \infty$ plus vite que $(1 - \omega_c)^{-1/2}$ alors $\tau_1 \rightarrow \infty$ et $u^2 - K^2 \simeq u^2(1 - \tanh^2 \tau_1) \simeq 4u^2 e^{-2\tau_1}$.

Nous obtenons donc l'expression du chemin optique moyen pour une couche semi-infinie

$$\begin{aligned} \langle \lambda \rangle &\simeq \frac{b\mu_0 + 1}{2u(1 - \omega_0)}, \\ \langle \lambda \rangle &\simeq \frac{(b\mu_0 + 1) b}{2[(b^2 - a\beta_1) a(1 - \omega_c)]^{1/2}} \end{aligned} \quad (IV-47)$$

Dans le cas d'une couche semi-infinie, le chemin optique moyen $\langle \lambda \rangle$ se comporte comme $(1 - \omega_c)^{1/2}$ lorsque $\omega_c \rightarrow 1$. Ce résultat est cohérent avec celui obtenu au chapitre II concernant la largeur équivalente des raies faibles en milieu semi-infini (relation (II-48)), puisqu'on sait, en effet, que dans le cas des raies faibles la largeur équivalente est proportionnelle au chemin optique moyen.

VI. RESULTATS

De même qu'au paragraphe III, nous définirons la pénétration $\bar{t}(\lambda)$ associée au chemin optique λ par la fonction inverse $\bar{\lambda}^{-1}(t)$.

La figure (IV-10) permet d'étudier la variation de la pénétration du rayonnement avec l'angle de réflexion dans le cas d'un nuage formé de particules de paramètre de MIE $\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$, d'albédo de diffusion $\omega_c = 0,999$. Les calculs correspondants ont naturellement été effectués à partir de l'expression (IV-16) puisque l'approximation (IV-39) est indépendante de μ et μ_0 . On remarquera une différence importante, entre les trois cas présentés, pour les faibles profondeurs optiques. Aux incidences rasantes ($\mu = \mu_0 = 0,1$) les photons qui ont parcouru un chemin optique faible ont peu pénétré dans la couche nuageuse, par exemple $\bar{t}(10) \simeq 1,5$ pour $\mu = \mu_0 = 0,1$ contre 2,5 pour $\mu = \mu_0 = 1$; mais dans le cas des grands chemins optiques les photons ont été diffusés un grand nombre de fois et les directions d'incidence et d'émergence importent peu; le diagramme de rayonnement est, en effet isotrope en grande profondeur (Herman (1968)). Cependant, il est bon de noter que les probabilités $p(\lambda)$ associées aux grandes valeurs de λ restent fort différentes principalement entre l'incidence rasante et les deux autres cas (voir figure (III-6), courbes 1, 3 et 6), le rayonnement est donc beaucoup moins pénétrant aux incidences rasantes.

A titre d'exemple, les figures (IV-11) et (IV-12) présentent les chemins moyens de pénétration $\bar{\lambda}(t)$ pour le même nuage, pour les directions $\mu = \mu_0 = 1$ et respectivement pour les albédos de diffusion $\omega_c = 0,99$ et $\omega_c = 0,999$. En trait continu est présentée la fonction $\bar{\lambda}(t)$ calculée à partir de l'expression (IV-39), les courbes discontinues ont été obtenues à partir de l'expression exacte (IV-16). La précision est remarquable même pour les faibles valeurs de la profondeur optique t .

La figure (IV-13) correspond, pour le même nuage, au cas $\omega_c = 0,95$; cette valeur de l'albédo est, sans aucun doute, trop faible pour que l'hypothèse $1 - \omega_c \ll 1$ soit encore vérifiée, d'où les écarts observés. Cependant, le chemin optique moyen en milieu infini $\langle \lambda \rangle$ est de l'ordre de 13 pour $\mu = \mu_0 = 1$ et

4,5 pour $\mu = \mu_0 = 0,5$. Les profondeurs de pénétration correspondantes $\bar{t}(< \lambda >)$ obtenues par (IV-16) et (IV-17) sont de 3,3 pour le premier cas et 1,4 pour le deuxième tandis que l'approximation (IV-39) donne $\bar{t}(13) \simeq 3,6$ et $\bar{t}(4,5) \simeq 1,2$; la précision reste donc bonne pour des valeurs raisonnables du chemin optique. Si λ est de l'ordre de la centaine, l'approximation (IV-39) est complètement fautive, mais pour un albédo ω_c aussi faible que 0,95 la probabilité $p(\lambda)$ est alors négligeable.

La figure (IV-14) correspond au cas du nuage Vénus du chapitre III (indice $n=1,44$, granulométrie de type C_1 de Deirmendjann, rayon critique $r_c = 0,8\mu$, longueur d'onde $0,8\mu$), pour les directions $\mu = \mu_0 = 0,866$ et $\omega_c = 0,999$. La figure (IV-15) correspond à un stratus dont les gouttes ont un rayon critique de 10 , la longueur d'onde est $0,5\mu$, l'albédo $\omega_c = 0,9997$ et $\mu = \mu_0 = 0,866$ et 1 . Là encore, l'approximation (IV-39) s'avère très bonne, sa précision dépend donc fort peu de la fonction de phase du nuage considéré et on pourra utiliser largement cette méthode à la condition, bien sûr, de ne considérer que des chemins optiques suffisamment grands pour que l'influence de la diffusion primaire soit faible. On remarquera, en particulier, que l'expression (IV-39) est non nulle pour $t=0$, ce qui est naturellement faux : à une pénétration nulle est associé un chemin optique nul.

Il est donc possible d'utiliser l'approximation (IV-39) pour étudier la variation de $\bar{\lambda}(t)$ en fonction de l'albédo du nuage (figure (IV-16) pour le nuage Vénus déjà défini), ou en fonction de la dimension des particules diffusantes (figure (IV-17)), en respectant la condition $1 - \omega_c \ll 1$ et t assez grand. La première constatation est qu'à une profondeur optique donnée est associé un chemin moyen décroissant lorsque décroît l'albédo. La probabilité $p(\lambda)$ associée à un photon qui a parcouru un chemin optique λ grand est faible et rapidement décroissante lorsque λ croît ou ω décroît. Si l'on considère alors les photons qui ont pénétré jusqu'à une profondeur optique t assez grande, l'importance relative de ceux d'entre eux qui auront parcouru les chemins optiques λ les moins longs croît lorsque décroît ω_c ce qui privilégie donc les chemins les plus directs, les autres photons étant absorbés avant leur émergence hors du nuage. Nous avons cependant remarqué, à la fin du paragraphe IV, que la profondeur de pénétration $\bar{t}(\lambda)$ était indépendante de l'absorption, il faut donc souligner que l'étude présentée ici concerne le chemin moyen $\bar{\lambda}(t)$ et non la pénétration moyenne.

La figure (IV-17) permet d'étudier l'influence de la fonction de phase sur la pénétration des photons. C'est en diffusion isotrope que la péné-

tration est la plus faible. Lorsque le diamètre des particules augmente, l'importance de la pointe avant du diagramme de diffusion augmente aussi et le rayonnement pénètre davantage mais la pointe arrière augmente également et bon nombre de photons sont rétrodiffusés dans les couches supérieures du nuage et émergent, ce qui diminue la pénétration du rayonnement (voir la courbe $\alpha = 10$). Sur la figure (III-3), nous avons d'ailleurs remarqué que lorsque α croissait, le maximum de $p(\lambda)$ correspondait d'abord à des λ croissants ($\alpha = 5$) puis décroissants ($\alpha = 10$ et 20).

Nous avons vu (figure (IV-10)) que la profondeur de pénétration variait peu avec les directions μ et μ_0 pour les profondeurs optiques assez grandes, mais comme nous l'avons remarqué il n'en est pas de même du chemin optique moyen $\langle \lambda_t \rangle$ qui varie considérablement avec ces directions du fait de l'influence des faibles ordres de diffusion (voir par exemple le tableau (III-4) qui présente le chemin optique moyen en milieu infini $\langle \lambda \rangle$). Dans ces conditions, l'approximation (IV-46) de $\langle \lambda_t \rangle$ ne peut pas être aussi bonne que l'est l'expression (IV-39) pour $\bar{\lambda}(t)$. La figure (IV-18) présente dans le cas du nuage monodispersé ($\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$, $n = 1,33$, $\omega_c = 0,999$) le chemin optique moyen des photons réfléchis dans une couche d'épaisseur optique τ , pour les directions $\mu = \mu_0 = 1$. La figure (IV-19) donne les mêmes résultats dans le cas du stratus de la figure (IV-15) pour les directions $\mu = \mu_0 = 0,866$. Les erreurs maximum sont, si l'on exclut les épaisseurs optiques trop faibles ($\tau < 10$), de l'ordre de 15 % pour le nuage monodispersé $\alpha = 2$; les résultats sont bien meilleurs pour le stratus, sans doute est-ce là l'effet des directions choisies beaucoup plus que celui de la fonction de phase ou de l'albédo de diffusion. Aux incidences rasantes, en effet, les résultats sont très mauvais dans les deux cas, l'erreur étant toujours de l'ordre de 100 %, mais l'intensité réfléchie dans la direction $\mu = 0,1$, par exemple, contribue peu au flux réfléchi ce qui explique l'imprécision des résultats qui sont ici obtenus à partir de l'expression approximative du flux réfléchi (IV-30).

L'expression (IV-46) étant très simple, il est intéressant de l'utiliser pour étudier la variation du chemin optique moyen avec la dimension des particules (figure (IV-20)) ou avec l'albédo (figure (IV-21) pour le nuage Vénus du chapitre III). Nous avons choisi les directions $\mu = \mu_0 = 0,866$ pour lesquelles les résultats des tests de précision étaient les meilleurs. L'interprétation de la figure (IV-20) est similaire à celle de la figure (IV-17) : le chemin optique moyen croît lorsqu'augmentent les dimensions des particules puis décroît lorsque l'effet de la pointe arrière devient important ($\alpha = 10$), les photons ayant alors une forte probabilité d'être réfléchis en ayant parcouru un chemin optique λ petit.

Lorsque l'albédo de diffusion augmente, la probabilité $p(\lambda)$ associée aux grandes valeurs de λ augmente également, les photons correspondants sont alors très pénétrants et la saturation n'est atteinte que pour des épaisseurs optiques très grandes ; dans le cas $\omega_c = 0,9999$, elle n'est atteinte que pour $\tau \simeq 250$ et dans ce cas $\langle \lambda \rangle = 260$.

L'étude de l'influence de l'épaisseur optique sur la distribution du chemin parcouru par les photons réfléchis nous a permis de définir la pénétration du rayonnement à l'intérieur d'un nuage avant sa réflexion hors de celui-ci. Cette notion nous sera fort utile lorsqu'il faudra considérer des atmosphères inhomogènes.

Tableau (IV-1)

Nombre de photons réfléchis par une couche nuageuse en fonction de son épaisseur optique τ .

(Normalisation au cas semi-infini.) pour 100 photons dans le cas semi-infini.

$$100f_{\tau}(\lambda)/p(\lambda)$$

τ	$\lambda = 87$	$\lambda = 50$
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0.5
5	0.1	3.14
6	0.4	9.7
7	1.8	21.4
8	5.3	36.5
9	11.7	52.0
10	20.5	66.6
11	31.2	78.8
12	42.8	87.9
13	54.3	93.7
14	64.8	97.3
15	73.8	99.3
16	80.7	100
17	87.4	100
18	91.6	100
19	94.0	100
20	96.4	100
∞	100	100

Figure IV-1

Distribution $f_{\tau}(\lambda)$ du chemin optique pour différentes épaisseurs optiques τ (indiquées sur la figure)

Nuage monodispersé $\alpha = 2$

$$\omega_c = 0,999 \quad \mu = \mu_0 = 1$$

Figure IV-2

Distribution du chemin optique λ des photons qui ont pénétré jusqu'à la couche $(\tau, \tau-1)$

$$g_{\tau}(\lambda) = I(\omega_c)(f_{\tau}(\lambda) - f_{\tau-1}(\lambda)) / (I(\omega_c, \tau) - I(\omega_c, \tau-1))$$

Cas de la figure (IV-1)

Figure IV-3

Facteur de normalisation de la figure (IV-2)

$$h(\tau) = (I(\omega_c, \tau) - I(\omega_c, \tau-1)) I(\omega_c)$$

c'est le nombre total de photons qui ont pénétré jusqu'à la couche

$(\tau, \tau-1)$ et réfléchis après avoir parcouru un chemin optique λ quelconque

Figure IV-4

Légendes identiques à celles de la figure (IV-2)

$$\mu = \mu_0 = 0,1$$

Figure IV-5

Probabilité d'une pénétration jusqu'à la couche $(\tau, \tau-1)$ pour des photons réfléchis après avoir parcouru un chemin optique total λ dans le nuage (approximation de $p(\lambda, \tau)/p(\lambda)$)

$$g_{\lambda}(\tau) = (f_{\tau}(\lambda) - f_{\tau-1}(\lambda)) / p(\lambda)$$

Cette fonction est présentée pour deux valeurs de λ

Cas de la figure (IV-2)

Figure IV-6

Probabilité d'une pénétration jusqu'à la profondeur optique t pour des photons réfléchis après avoir parcouru, au total, un chemin optique λ dans le nuage : $p(\lambda, t)/p(\lambda)$

Nuage Vénus : indice $n = 1,44$
 rayon critique $0,8 \mu$
 longueur d'onde $0,8 \mu$
 $\omega_c = 0,9997$, $\mu = \mu_o = 0,866$

Figure IV-7

Pénétration moyenne $E(\lambda)$ associée à un chemin optique λ

Cas de la figure (IV-6)

—●— $E(\lambda)$ calculé d'après (IV-11)

+++ fonction inverse $\bar{\lambda}^{-1}(t)$

Figure IV-8

Chemin optique moyen $\lambda(t)$ associé à une pénétration jusqu'à la profondeur optique t .

Cas de la figure IV-6

Figure IV-9

Chemin optique moyen $\lambda(t)$ associé à une pénétration jusqu'à la profondeur optique t .

Nuage 1, $\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$, $\omega_c = 0,999$, $\mu = \mu_o = 1$

On a fait figurer sur la figure les courbes $\lambda = t^2$ et $\lambda = 0,36 t^2$ à titre de comparaison, ainsi que le chemin optique moyen $\langle \lambda_t \rangle$ comme une fonction de l'épaisseur optique du nuage.

Figure IV-10

Variation du chemin moyen de pénétration $\bar{\lambda}(t)$ en fonction de l'angle de réflexion calculée par (IV-16).

Nuage monodispersé $\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$, $\omega_c = 0,999$

. $\mu = \mu_o = 1$

X $\mu = \mu_o = 0,5$

+ $\mu = \mu_o = 0,1$

Figure IV-11

Chemin moyen de pénétration $\bar{\lambda}(t)$

Nuage monodispersé $\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$, $\omega_c = 0,99$

$\mu = \mu_o = 1$

— Calculé d'après l'approximation (IV-39)

⌋ Calculé d'après l'expression (IV-16)

Figure IV-12

Légendes identiques à celles de la figure (IV-11)

$\omega_c = 0,999$

Figure IV-13

Légendes identiques à celles de la figure (IV-11)

$\omega_c = 0,95$

⌋ Calculé d'après l'expression (IV-16) $\mu = \mu_o = 1$

--- " " $\mu = \mu_o = 0,5$

— " l'approximation (IV-39)

Figure IV-14

Chemin moyen de pénétration $\bar{\lambda}(t)$

Nuage Vénus (chap. III) $\omega_c = 0,999$ $\mu = \mu_o = 0,866$

— Calculé d'après l'approximation (IV-39)

⌋ Calculé d'après l'expression (IV-16)

Figure IV-15

Chemin moyen de pénétration $\bar{\lambda}(t)$

Stratus (voir texte)

— Approximation (IV-39)



Expression (IV-16) $\mu = \mu_o = 0,866$



Expression (IV-16) $\mu = \mu_o = 0,1$

Figure IV-16

Variation du chemin moyen de pénétration $\bar{\lambda}(t)$, calculé d'après l'approximation (IV-39), en fonction de l'albédo de diffusion ω

Nuage Vénus (chap. III)

- 1 $\omega_c = 0,99$
- 2 $\omega_c = 0,995$
- 3 $\omega_c = 0,999$
- 4 $\omega_c = 0,9997$
- 5 $\omega_c = 0,999999$



Figure IV-17

Variation du chemin moyen de pénétration $\bar{\lambda}(t)$ calculé d'après l'approximation (IV-39), avec la fonction de diffusion.

Nuages monodispersés, ($n = 1,33$), les paramètres de Mie ($\alpha = 2\pi r/\lambda$) sont indiquées sur les courbes $\omega_c = 0,999$

Figure IV-18

Chemin optique moyen, $\langle \lambda_\tau \rangle$, parcouru dans une couche d'épaisseur optique τ .

Nuage monodispersé ($\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$) $\omega_c = 0,999$ $\mu = \mu_o = 1$

— Approximation (IV-46)

... Valeurs exactes

Lorsque $\tau \rightarrow \infty$, l'approximation (IV-46) donne $\langle \lambda \rangle$ 82 au lieu de 78 (valeur exacte).

Figure IV-19

Légendes identiques à celles de la figure (IV-18)

Stratus (voir texte) $\mu = \mu_0 = 0,866$, $\omega_c = 0,9997$

Figure IV-20

Variation du chemin optique moyen $\langle \lambda_\tau \rangle$ avec la fonction de diffusion

Nuages monodispersés ($n=1,33$), le paramètre de Mie correspondant ($\alpha=2\pi r/\lambda$)

est indiqué sur chaque courbe $\mu = \mu_0 = 0,866$ $\omega_c = 0,999$

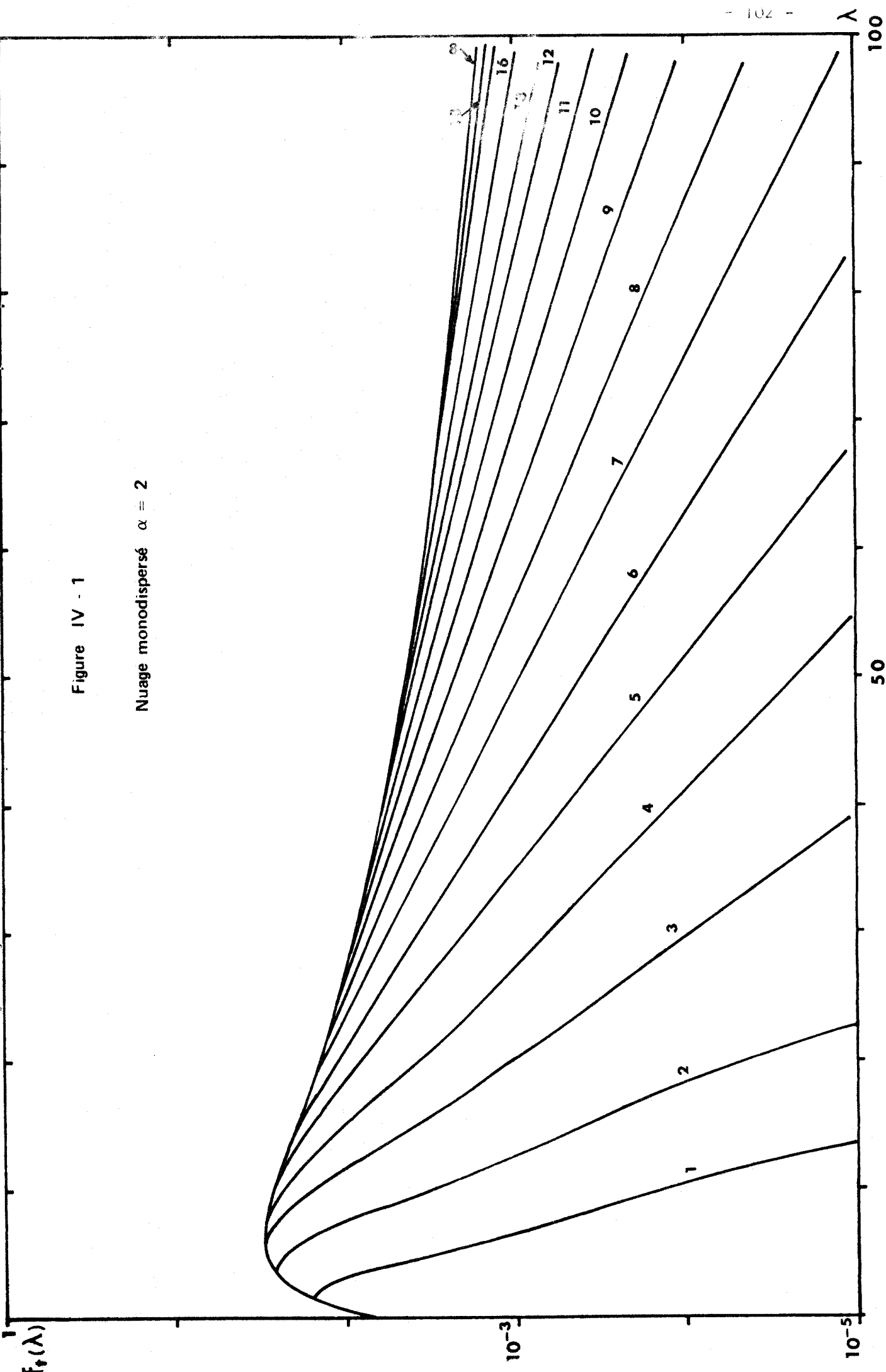
Figure IV-21)

Variation du chemin optique moyen $\langle \lambda_\tau \rangle$ avec l'albédo de diffusion ω_c

Nuage Vénus (chap. III) $\mu = \mu_0 = 0,866$

ω_c varie de 0,999 à 0,9999 par pas de 0,0001

Pour $\omega_c = 0,9999$ $\langle \lambda \rangle \approx 260$ et la saturation a lieu pour $\tau \approx 250$



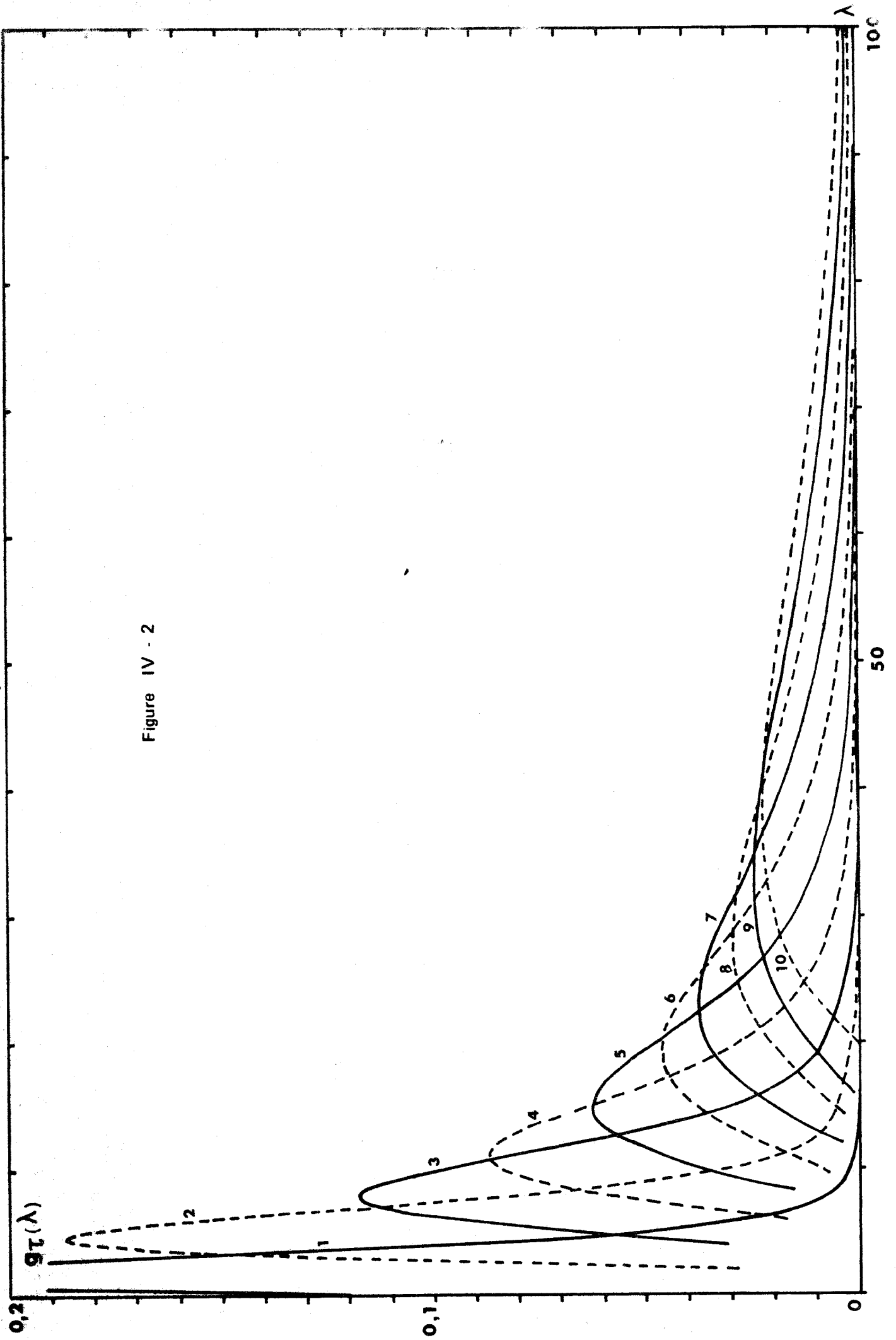
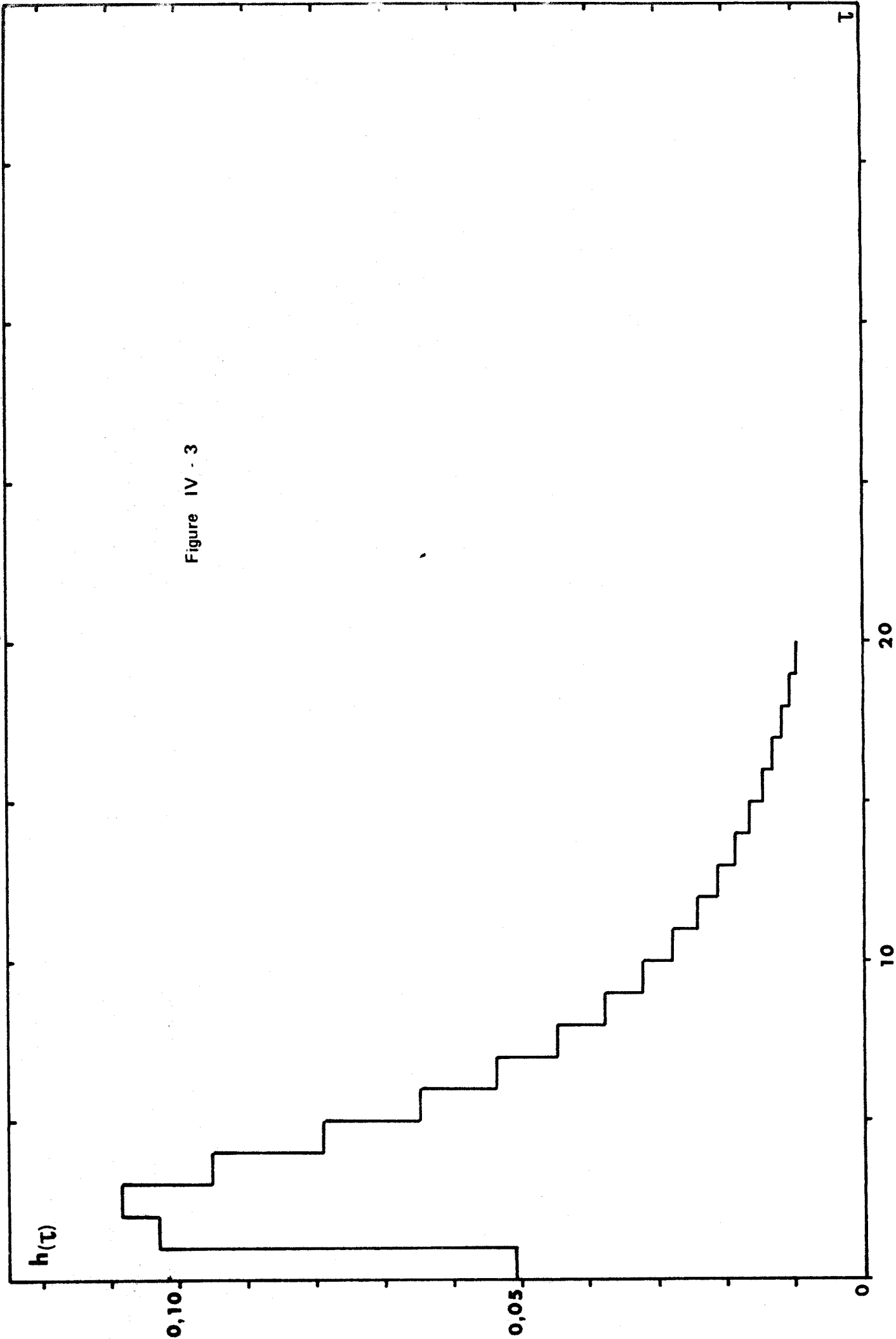


Figure IV - 2

Figure IV - 3



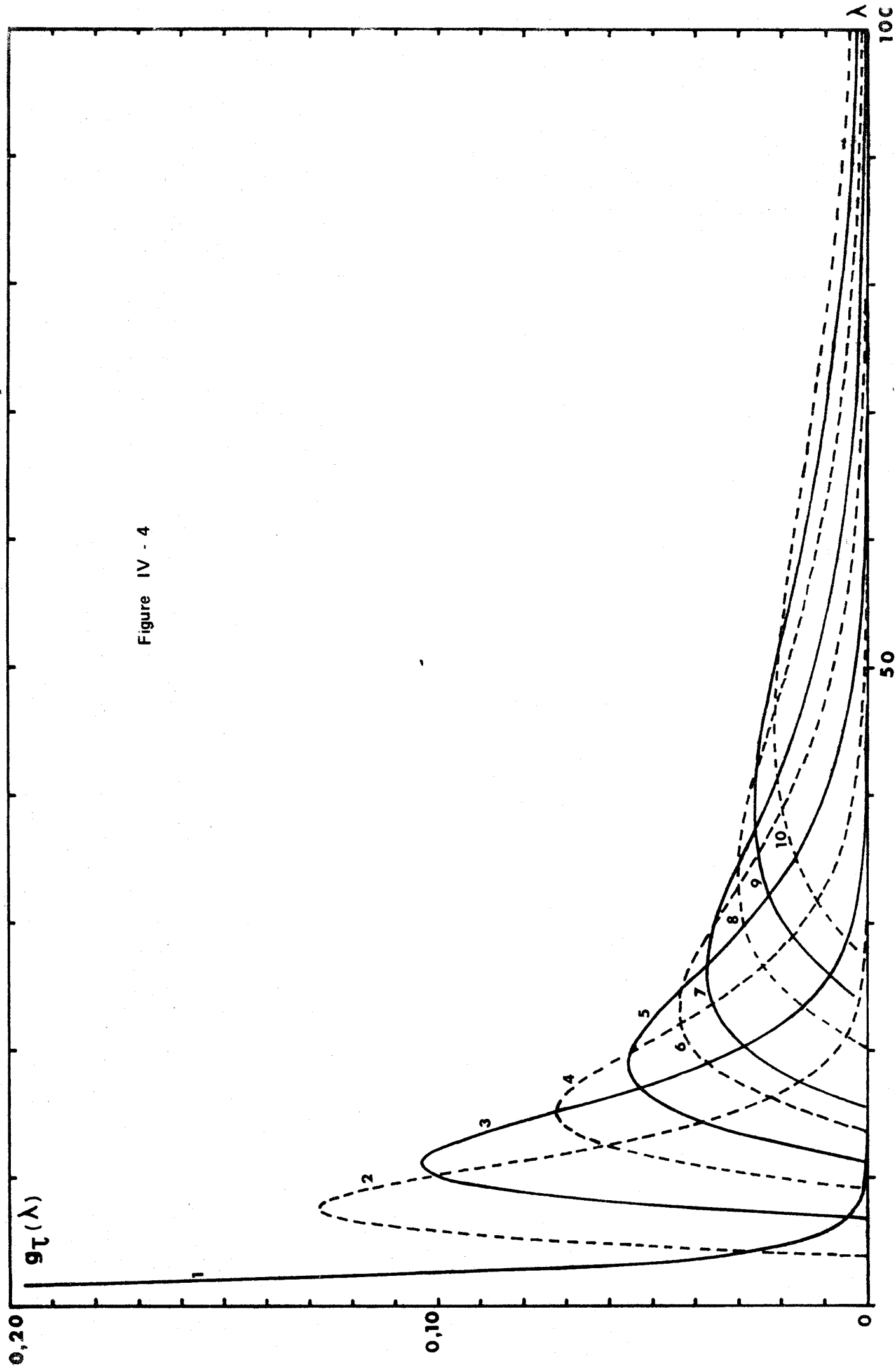


Figure IV - 4

Figure IV - 5

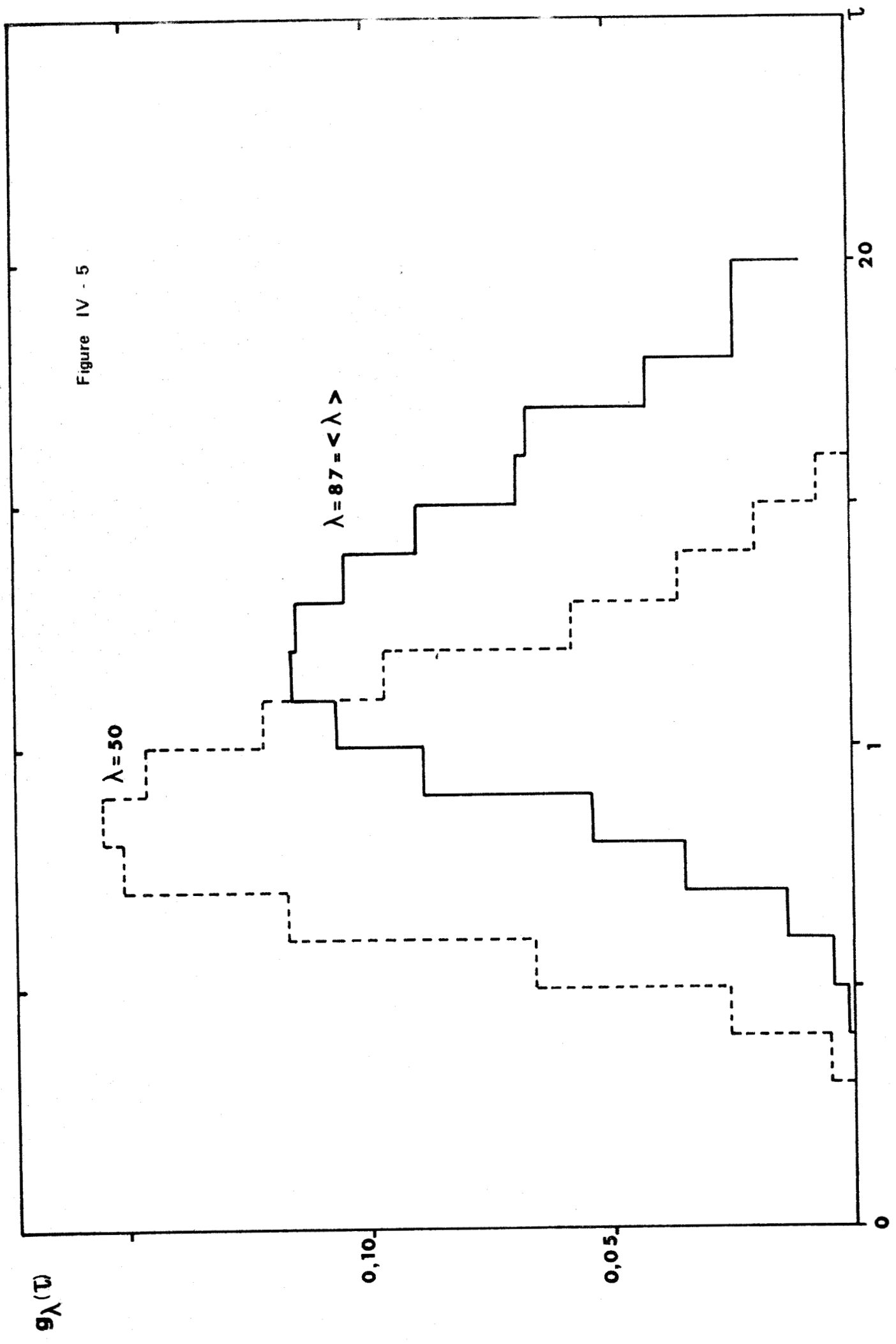
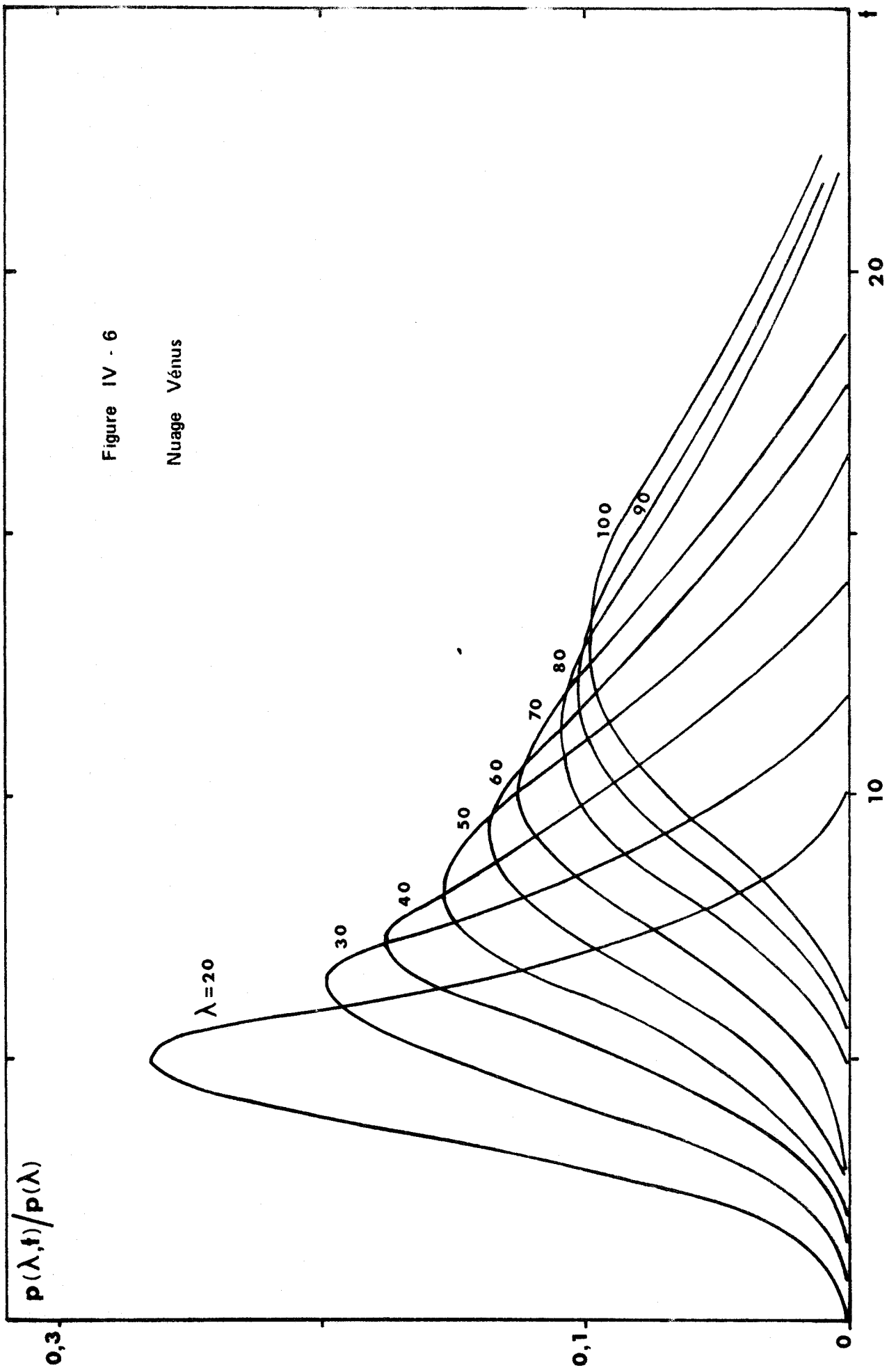


Figure IV - 6

Nuage Vénus



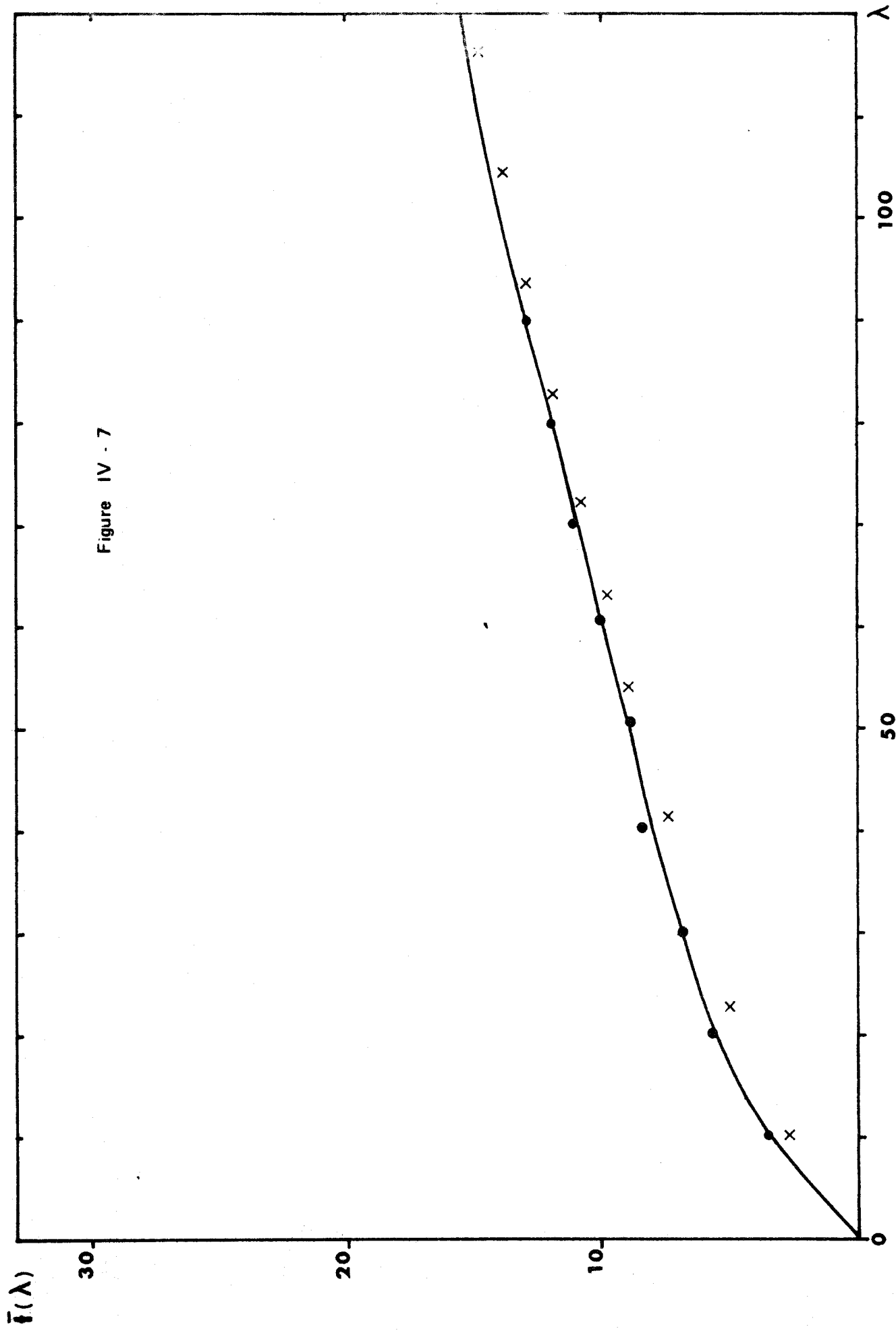


Figure IV - 7

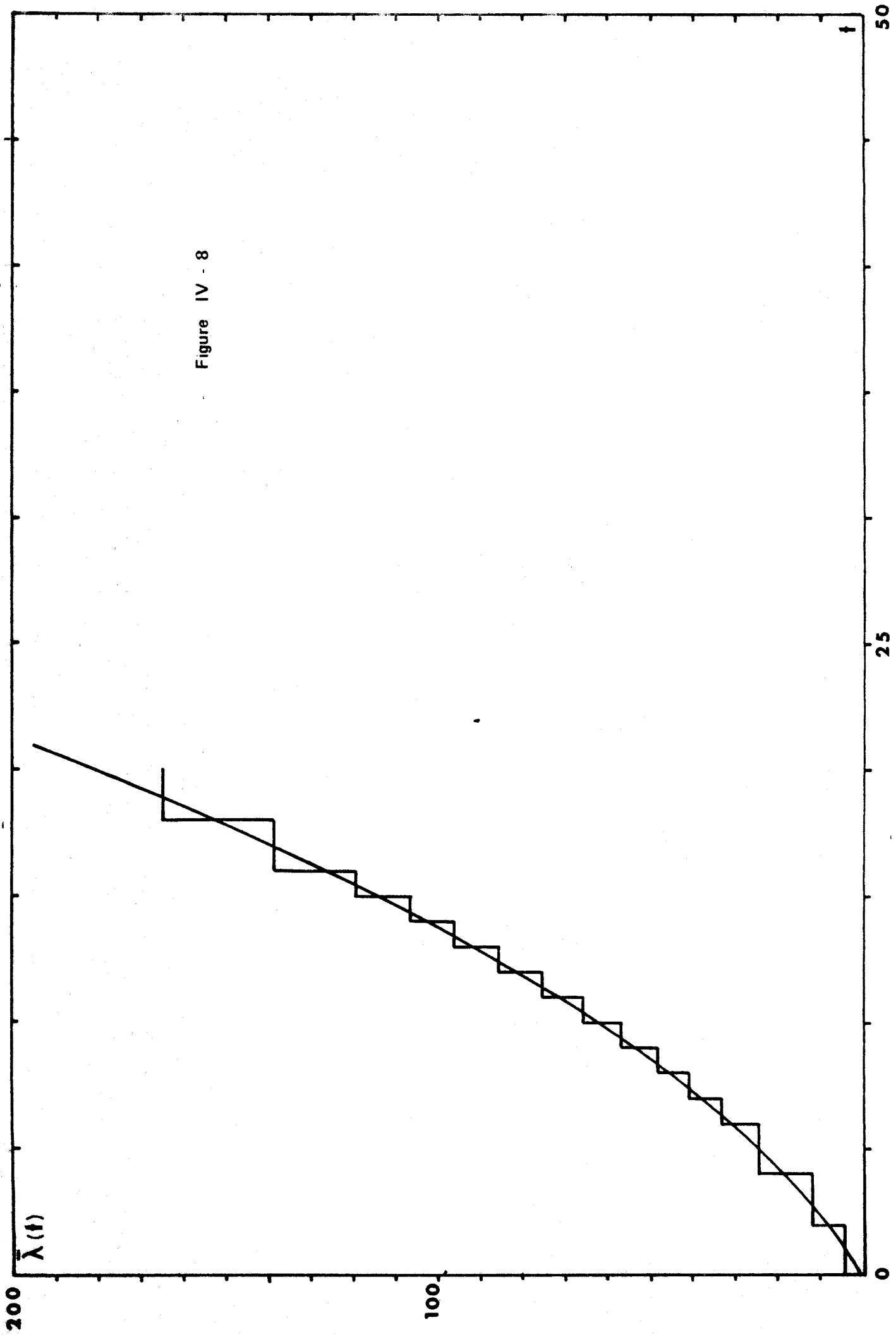


Figure IV - 8

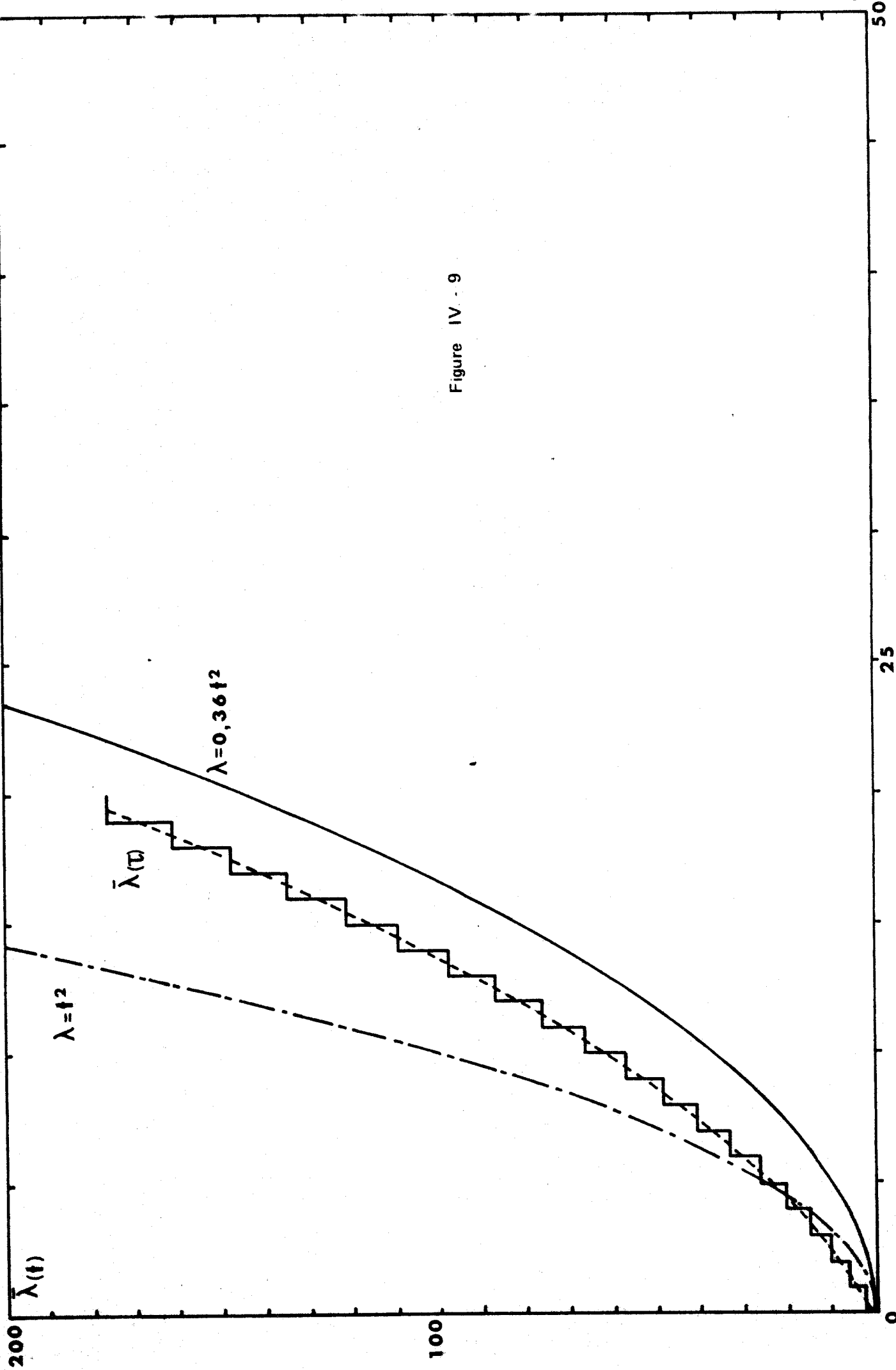
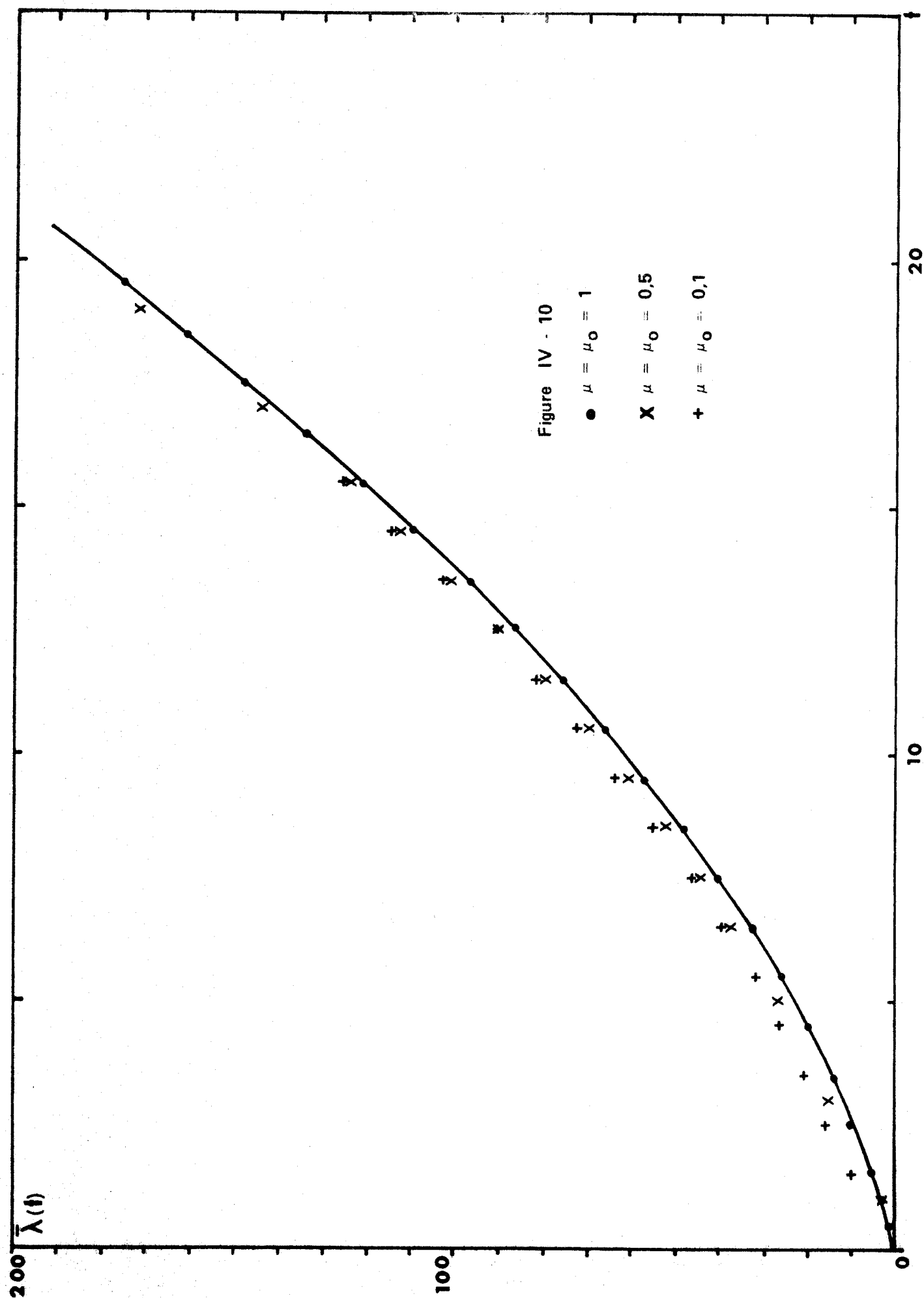
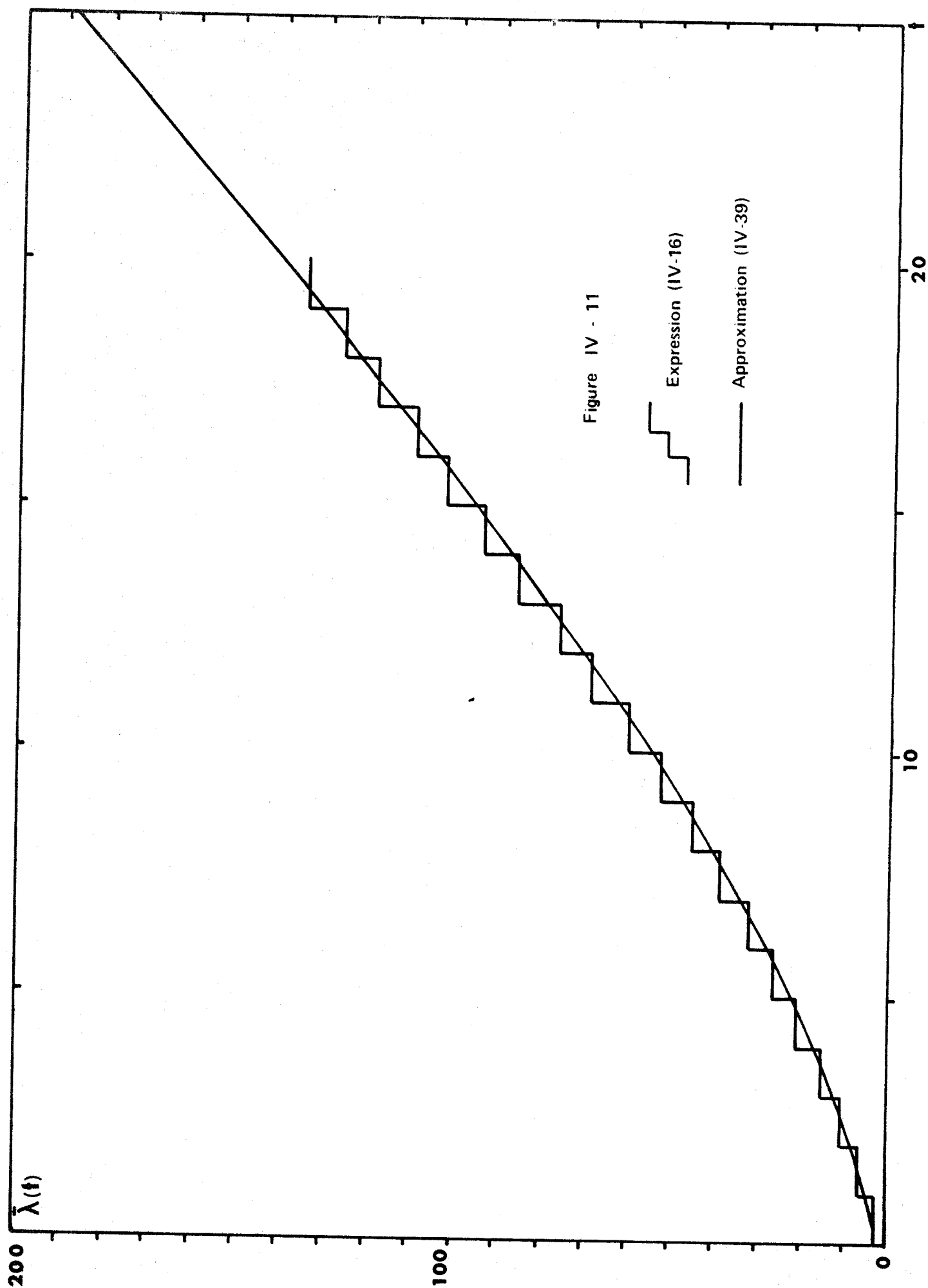


Figure IV - 9





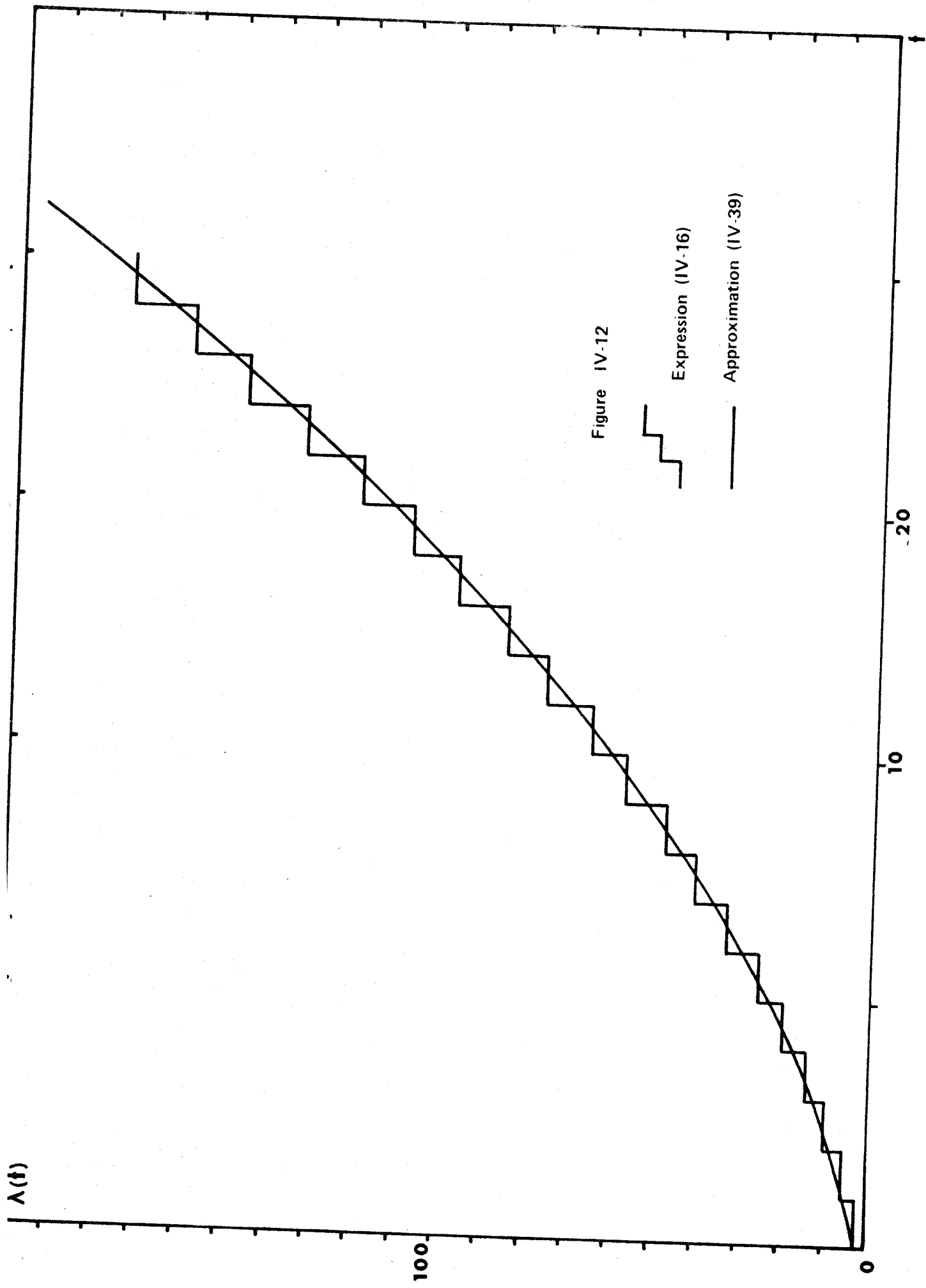
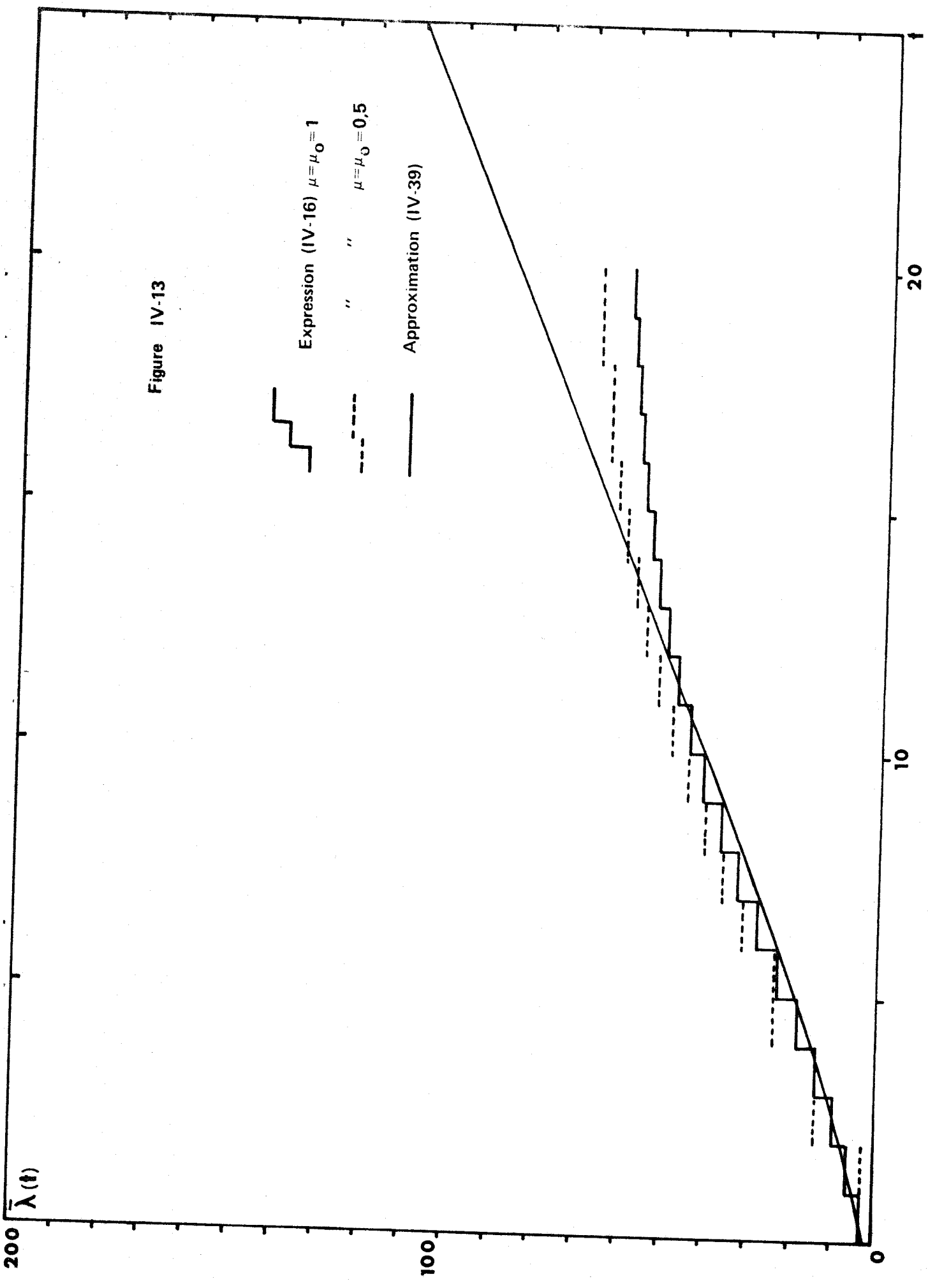


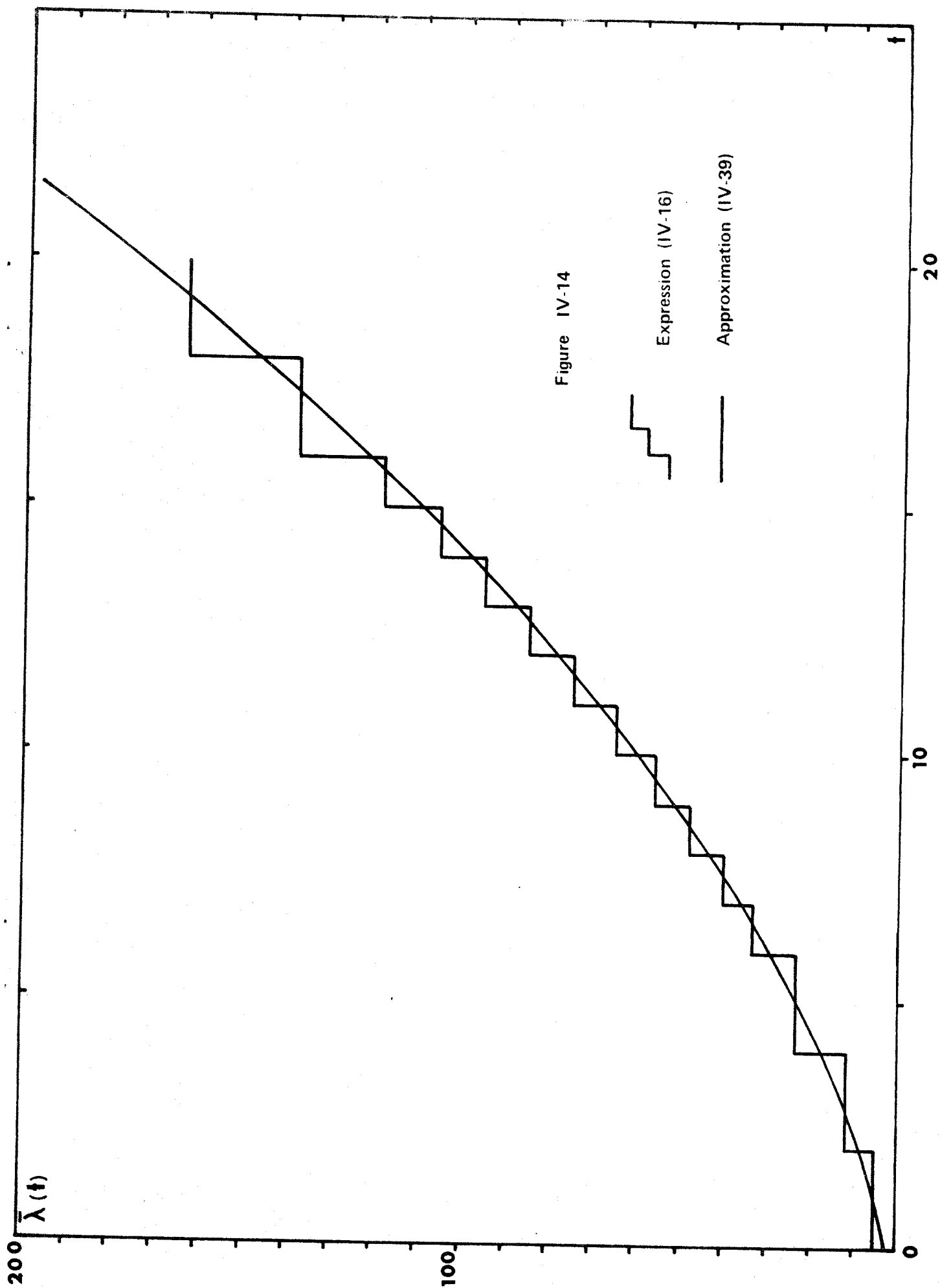
Figure IV-12

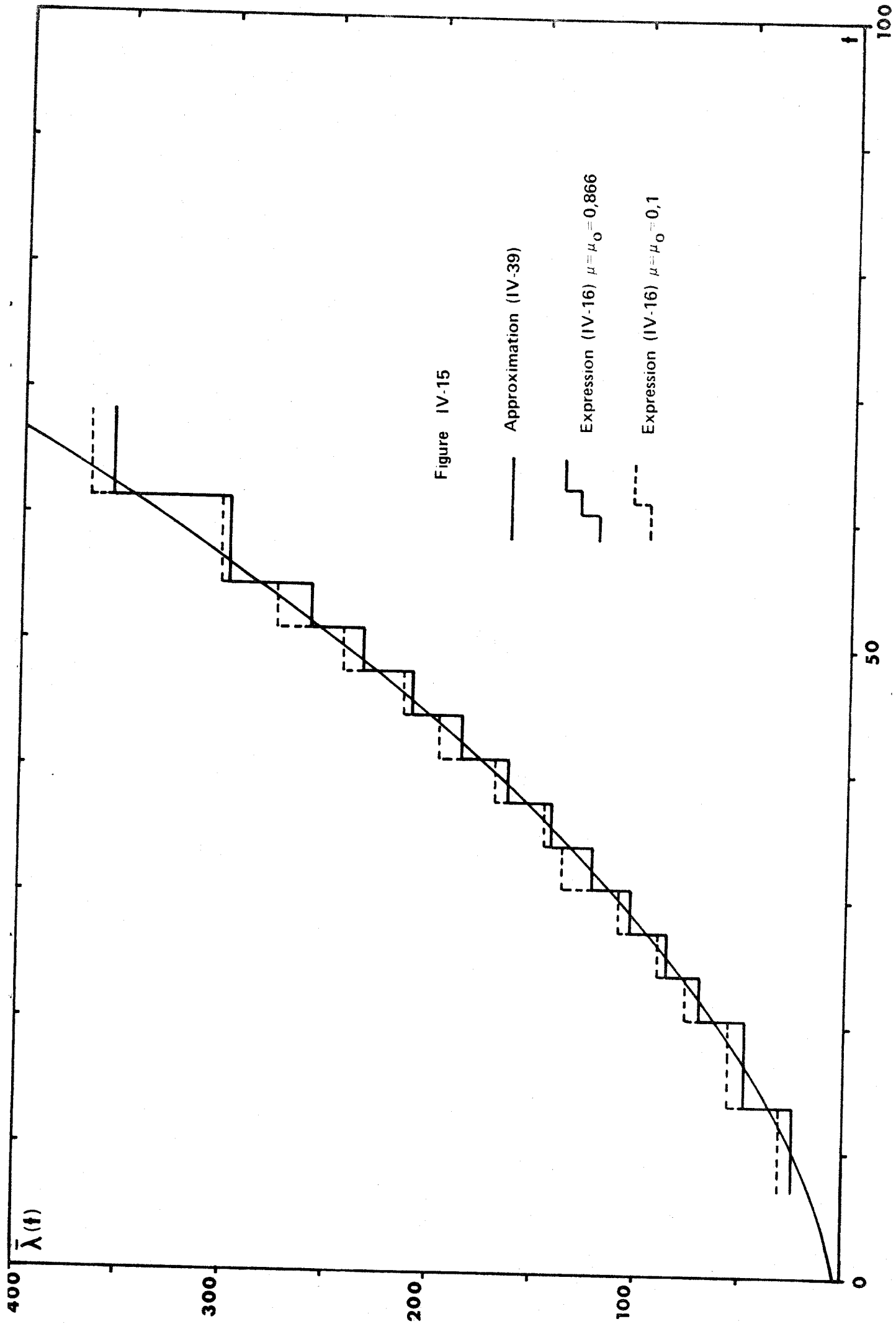
Expression (IV-16)

Approximation (IV-39)

Figure IV-13







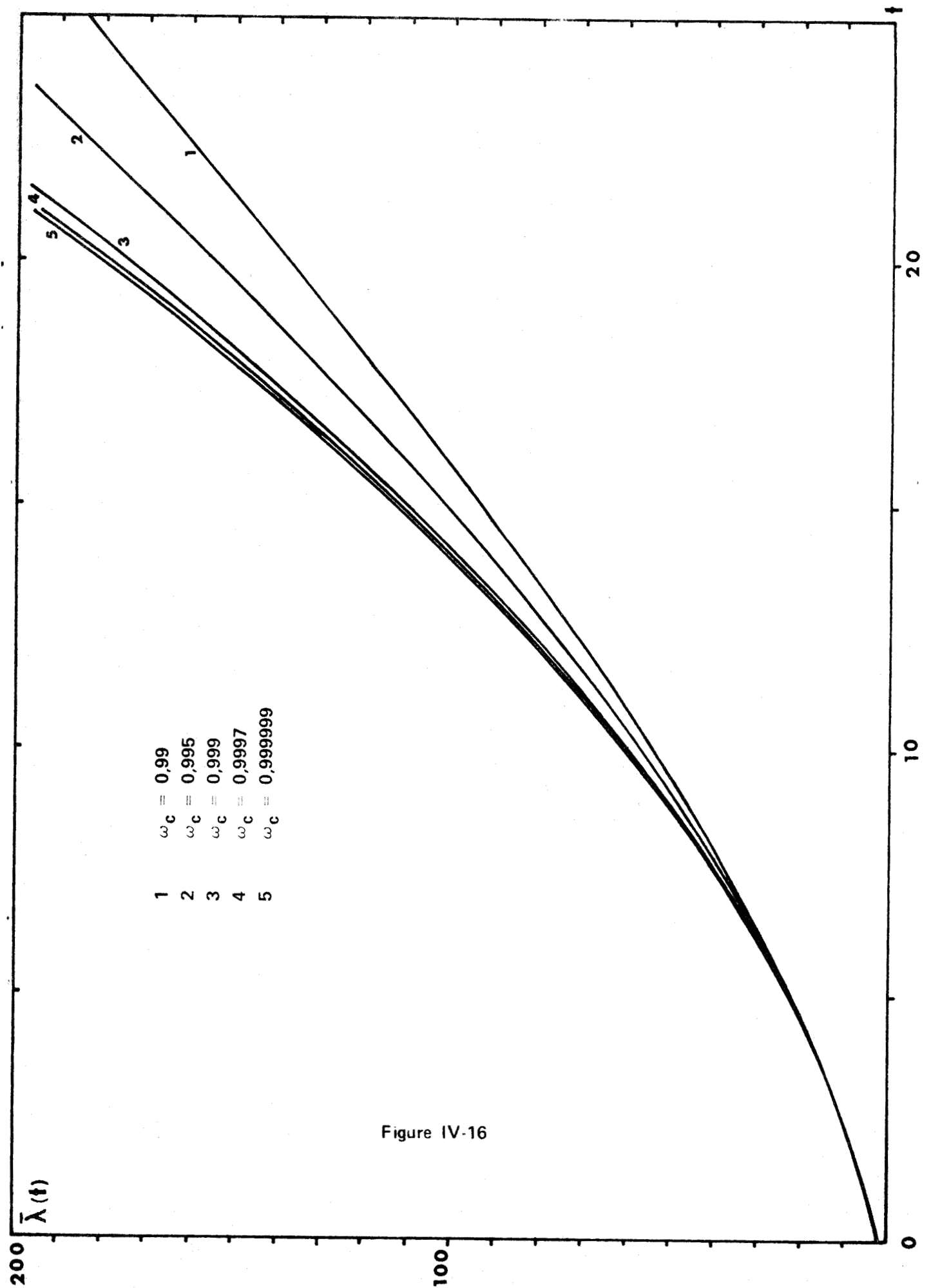


Figure IV-16

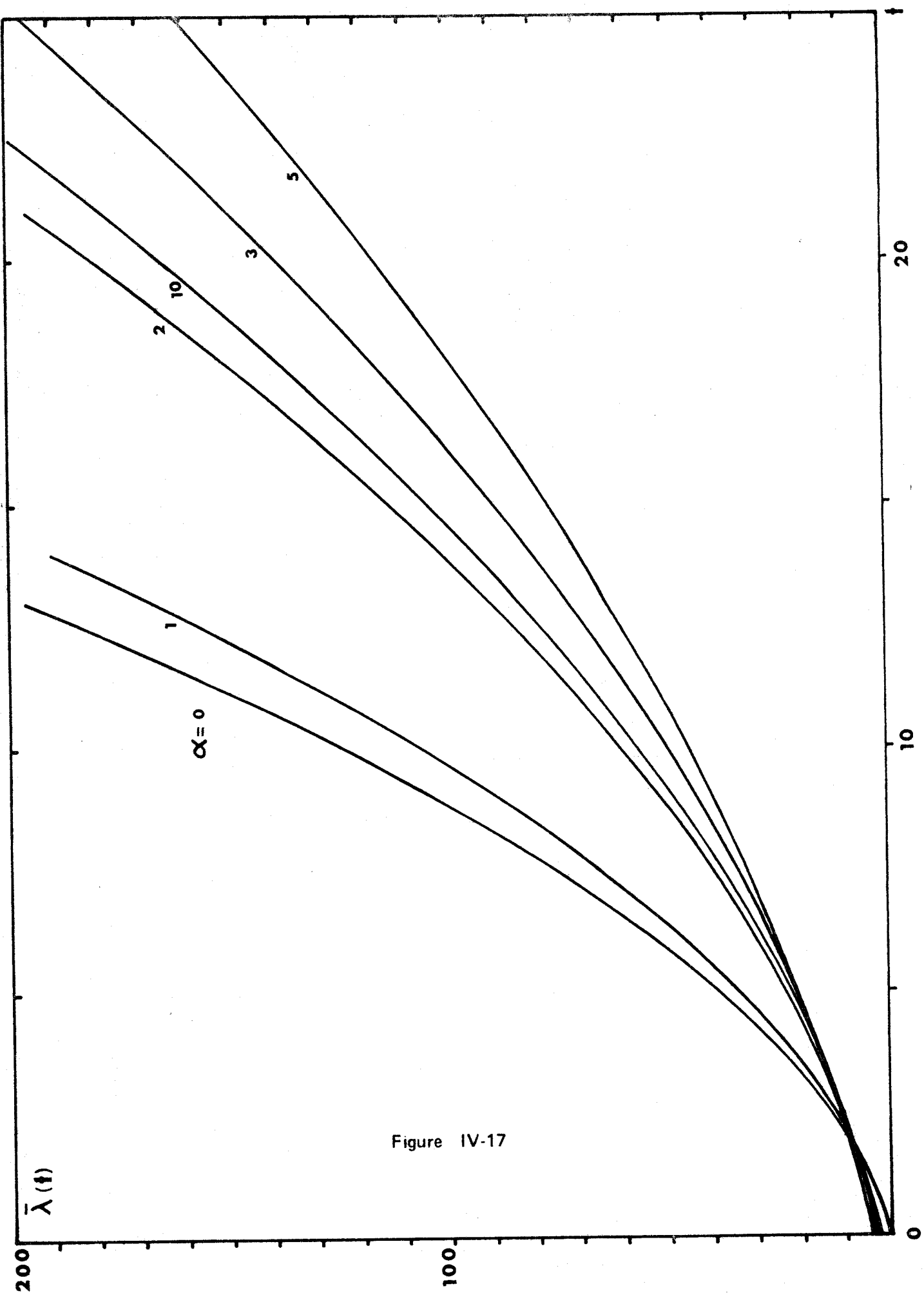
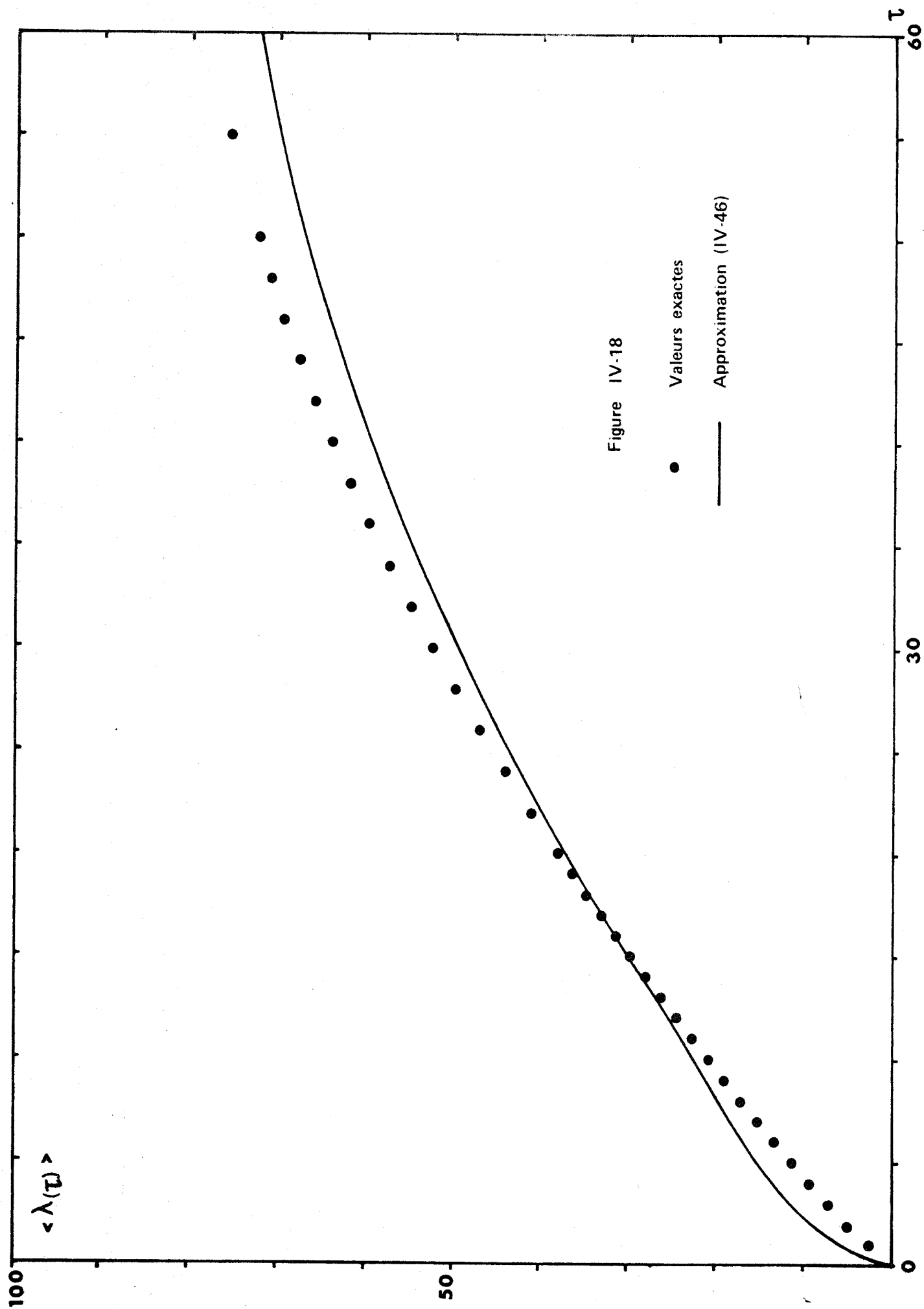


Figure IV-17



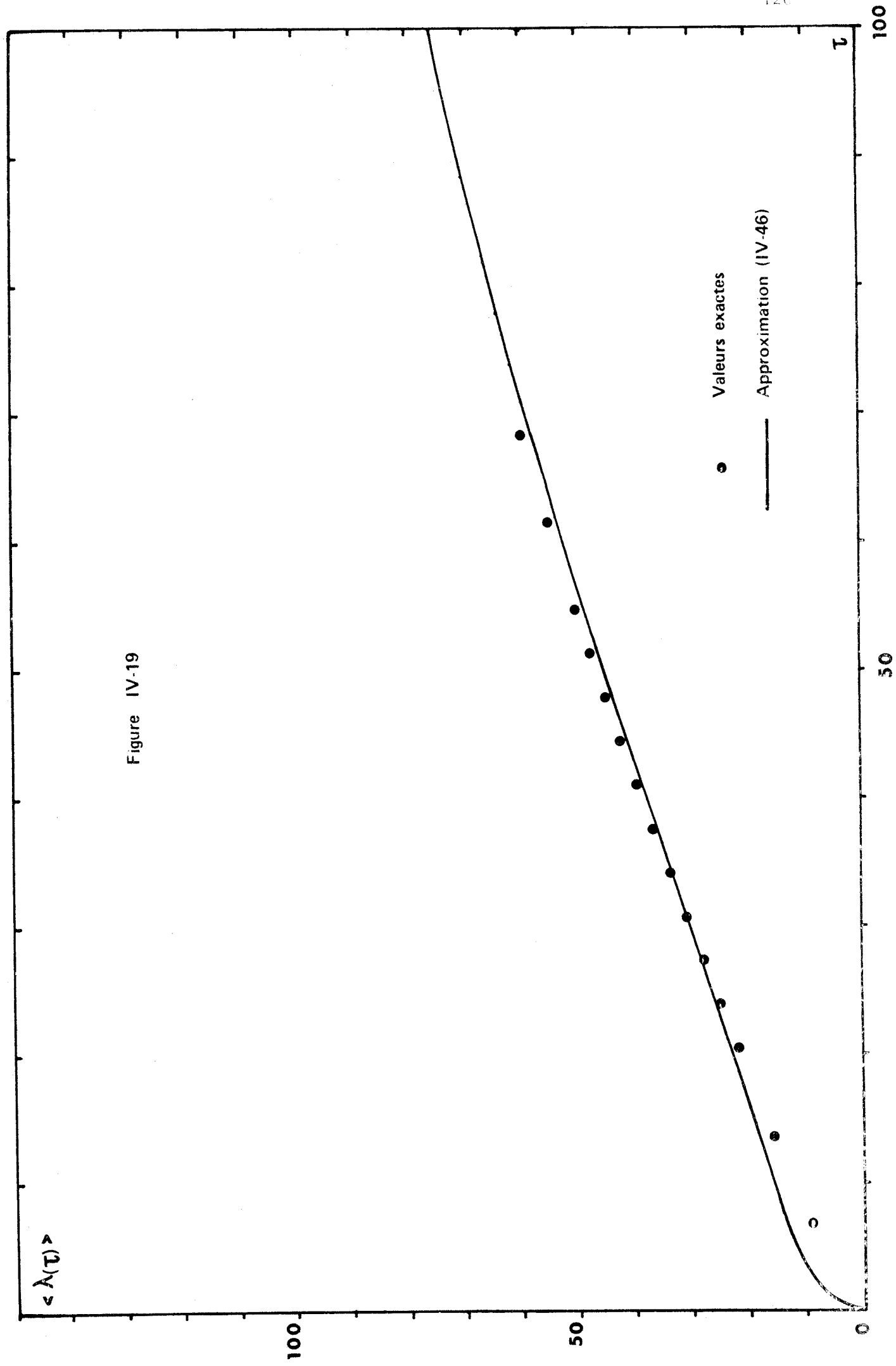


Figure IV-19

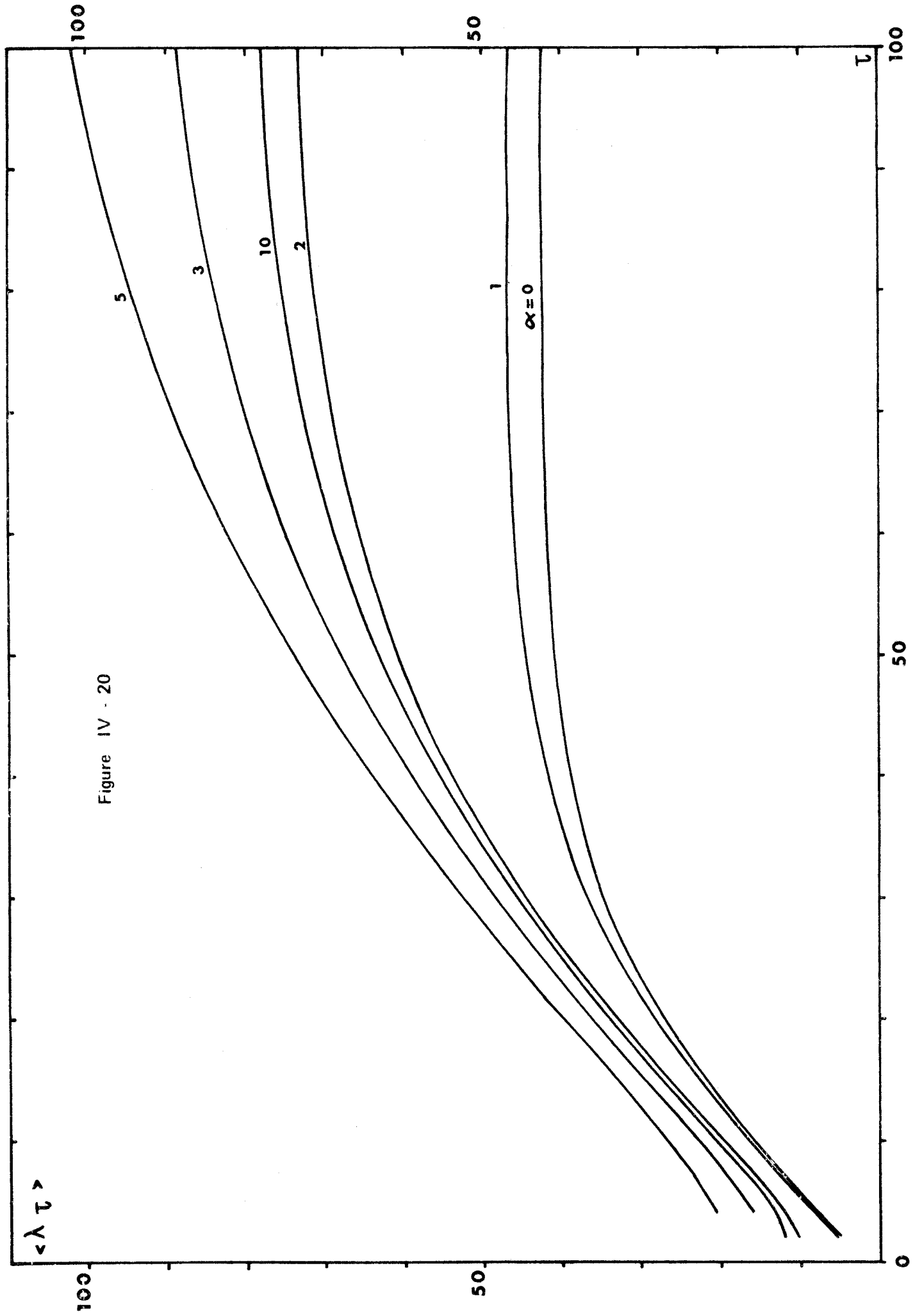


Figure IV - 20

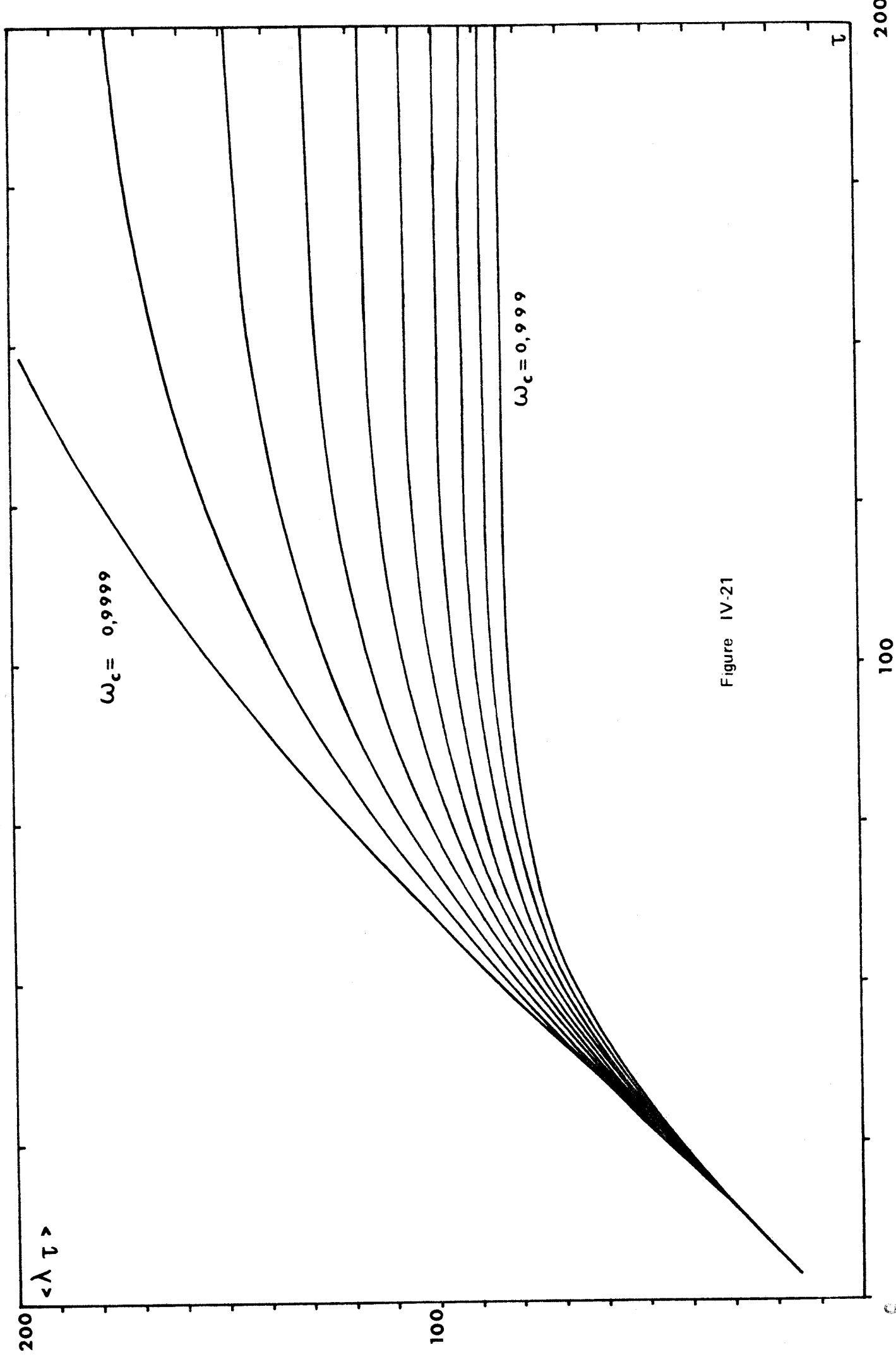


Figure IV-21

CHAPITRE V.

APPLICATION A L'ETUDE DE L'INTENSITE REFLECHIE
PAR DES MILIEUX DIFFUSANTS INHOMOGENES

La connaissance acquise au chapitre IV concernant la pénétration du rayonnement dans les couches nuageuses au cours de la réflexion diffuse permet d'envisager la résolution approchée des problèmes dans lesquels le nuage considéré a une structure verticale inhomogène. Plus précisément, nous nous limiterons au cas où l'absorption n'est pas constante dans le nuage mais varie en fonction de la profondeur optique. La méthode utilisée consistant à calculer préalablement, au moyen d'une méthode classique de résolution de l'équation de transfert l'intensité du rayonnement diffusé par un nuage homogène puis à superposer ensuite l'absorption par l'intermédiaire des distributions $p(\lambda)$, il ne peut pas être question d'aborder les problèmes d'inhomogénéités horizontales ou ceux dans lesquels les propriétés purement diffusantes (indice réel, dimension des particules) varient dans le nuage. Cependant, cette méthode permet d'étudier des modèles d'atmosphère simplifiés mais réalistes, dans lesquels la pression, et donc l'absorption, varient en fonction de la profondeur optique.

I. - EXPRESSION DE LA PROFONDEUR EFFICACE.

Considérons donc le cas d'une couche diffusante où l'albédo de diffusion ω varie avec la profondeur optique et supposons connues la fonction de distribution $p(\lambda)$ et la profondeur de pénétration $\bar{t}(\lambda)$ du nuage homogène correspondant où $\omega = c^{te} = \omega_c$, $\bar{t}(\lambda)$ étant calculée à partir de $\bar{\lambda}(t)$ au moyen, par exemple, de (IV-39). Nous pouvons associer à chaque chemin optique λ la couche {comprise entre 0 et $\bar{t}(\lambda)$ } dans laquelle les photons ont voyagé au cours de leur réflexion. Ainsi que nous l'avons remarqué au chapitre IV (fin du paragraphe IV), l'épaisseur optique $\bar{t}(\lambda)$ de cette couche ne dépend pas du gaz absorbant éventuellement présent dans le nuage. Lorsqu'on rajoute aux particules diffusantes un gaz absorbant, la probabilité de sortie $p(\lambda)$ des photons qui ont parcouru le chemin optique λ est atténuée d'un facteur $\exp(-k_v \lambda / (\sigma + k_c))$, où k_v est le coefficient d'absorption du gaz. Dans le cas où k_v est fonction de la profondeur optique, les photons qui ont parcouru le chemin optique λ ayant en moyenne pénétré jusqu'en $\bar{t}(\lambda)$ ont subi une absorption caractéristique de la couche comprise entre 0 et $\bar{t}(\lambda)$. On peut alors écrire que leur probabilité de sortie est atténuée du facteur $\exp(-k_v(t_\lambda^*) \lambda / (\sigma + k_c))$ où t_λ^* représente la profondeur optique efficace, comprise entre 0 et $\bar{t}(\lambda)$ et évidemment fonction de λ .

Le chemin optique réellement suivi par les photons entre deux niveaux consécutifs t et $t+dt$ n'étant pas connu, nous ne pouvons obtenir qu'une valeur très approximative de t_λ^* . Cependant, nous avons vu (relation (IV-41)) que pour des photons qui ne pénètrent pas trop profondément à l'in-

térieur du nuage le chemin moyen de pénétration était proportionnel à t^2 (les conditions étaient $t \gg 1$ et $t \ll (1-\epsilon_0)^{-1/2}$). Or, si $\bar{\lambda}(t)$ représente le chemin moyen parcouru avant leur émergence par les photons qui ont pénétré jusqu'en t et $\bar{\lambda}(t+dt)$ celui correspondant à une pénétration jusqu'en $t+dt$, $(d\bar{\lambda}(t)/dt) dt \simeq 2t dt$ représente le chemin parcouru dans la couche comprise entre t et $t+dt$. Ce chemin est maximum autour de la profondeur de pénétration (t maximum), de plus dans les atmosphères planétaires l'absorption croît avec la profondeur optique ; les photons les plus absorbés sont donc les plus pénétrants et la profondeur optique efficace t_λ^* doit être assez voisine de $\bar{t}(\lambda)$.

Si, dans tout le nuage, l'absorption était constante et égale à celle qui règne au sommet ($k_\nu(t) \equiv k_\nu(t=0) = k_{\nu 0}$) les photons parcoureraient en moyenne le chemin optique $< \lambda_0 >$, soit

$$< \lambda_0 > = \int_0^\infty \lambda p(\lambda) \exp(-r_{\nu 0} \lambda) d\lambda / \int_0^\infty p(\lambda) e^{-r_{\nu 0} \lambda} d\lambda, \quad (V-1)$$

où $p(\lambda)$ a été calculé pour le continu ω_c et $r_{\nu 0} = k_{\nu 0}/(\sigma + k_c)$.

Ces photons pénétreraient jusqu'à une profondeur optique voisine de $\bar{t}(< \lambda_0 >)$. Si, dans tout le nuage, l'absorption était celle qui règne à cette profondeur ($k_\nu(t) \equiv k_\nu(\bar{t}(< \lambda_0 >)) = k_1$) les photons parcoureraient en moyenne $< \lambda_1 >$ calculé pour $r_\nu = r_\nu(k_1)$ et pénétreraient jusqu'à $\bar{t}(< \lambda_1 >)$. Intuitivement, l'absorption a essentiellement affecté les photons dont la profondeur de pénétration est comprise entre $\bar{t}(< \lambda_0 >)$ et $\bar{t}(< \lambda_1 >)$, c'est donc dans cette zone que se trouve la profondeur efficace que nous recherchons. Compte tenu du rôle prépondérant joué par les couches les plus profondes, nous pouvons raisonnablement identifier la profondeur optique efficace à la profondeur de pénétration du nuage homogène équivalent

$$t_\nu^* \simeq \bar{t}(< \lambda(t_\nu^*) >). \quad (V-2)$$

Cette relation définit implicitement la profondeur optique efficace qui s'obtient par un calcul itératif simple : initialement $t^* = 0$ et donc $\omega^* = \omega(t=0)$, la première itération donne $t_1^* \simeq \bar{t}(< \lambda_0 >)$ et $\omega(t_1^*)$, la deuxième itération donne $t_2^* = \bar{t}(< \lambda_1 >)$, etc La convergence est rapide.

L'intensité réfléchie est donc, à la fréquence ν

$$I(\omega_\nu) \simeq I(\omega_c) \int_0^\infty p(\lambda) \exp(-r_\nu(t_\nu^*) \lambda) d\lambda. \quad (V-3)$$

La méthode que nous proposons est arbitraire et si elle ne semble

pas déraisonnable, nous n'en avons pas pour autant trouvé de véritable justification; cependant elle donne, dans l'ensemble, de très bons résultats.

II. - TESTS ET COMPARAISONS.

En diffusion isotrope, pour un milieu semi-infini et lorsque l'albédo décroît avec la profondeur optique suivant la loi $\omega(t) = \omega_0 e^{-st}$, Chamberlain et Mc Elroy (1966) ont calculé la profondeur optique efficace au moyen d'une méthode fort différente qui utilise l'expression approximative des fonctions H (Van de Hulst (1952), Chandrasekhar (1950)) lorsque $1-\omega \ll 1$. Leur solution, lorsque t^* est faible, $(1-\omega)^{1/2} \ll 1$ et $s \ll 1-\omega$ s'écrit

$$t_c^* \simeq 2^{-1} \left[3(1-\omega(t_c^*)) \right]^{-1/2} \quad (V-4)$$

Il est, d'autre part, possible de calculer exactement l'intensité réfléchie par un nuage inhomogène par la méthode des Ordres Successifs de Diffusion (Fouquart (1970), Deuzé (1974)), cependant ceci n'est possible que pour un milieu d'épaisseur optique finie. Lors des tests effectués, l'albédo maximum étudié étant de 0,999, nous avons fixé l'épaisseur optique totale $\tau_1 = 40$. Dans le cas homogène et si $\omega = 0,999$, cette épaisseur optique permet d'obtenir l'intensité réfléchie par une couche semi-infinie à moins de 1 % près. Les tableaux (V-1), (V-2) et (V-3) permettent de comparer les intensités obtenues à partir de la méthode que nous proposons (V-2) aux résultats de Chamberlain (V-4) et aux résultats exacts pour diverses valeurs de ω_0 et s .

Pour calculer l'intensité réfléchie par le nuage inhomogène, nous avons en premier lieu recherché, suivant la méthode décrite au chapitre III, une approximation de l'intensité réfléchie par le nuage homogène ($\tau = 40$) en fonction de l'albédo de diffusion ω_0 , puis calculé la profondeur de pénétration au moyen de (IV-39) et (IV-17) et la profondeur efficace au moyen de (V-2) (ou (V-4) en ce qui concerne la méthode de Chamberlain). L'épaisseur optique du nuage a été fixée à $\tau = 40$.

D'une façon générale, notre méthode s'avère plus précise que celle de Chamberlain bien que toutes deux donnent de bons résultats. L'erreur maximum atteint 11 % dans le cas de l'incidence la plus faible ($\mu = 0,125$) et pour $s = 0,1$ pour la méthode de Chamberlain et reste inférieure à 7 % pour notre méthode ($\omega_0 = 0,999$) ; dans le cas où l'inhomogénéité est faible ($s = 0,001$) l'erreur reste inférieure à 1,5 % pour Chamberlain et à 0,5 % dans notre cas.

Il faut remarquer, à ce sujet, que la méthode de Chamberlain est essentiellement valable dans les cas de faible inhomogénéité ce qui explique l'erreur enregistrée pour $s = 0,1$. D'autre part, cette méthode ne s'applique, théoriquement, qu'aux milieux d'épaisseur optique infinie, ceci peut expliquer le fait que dans le cas où $s = 0,001$, l'erreur augmente lorsque ω_0 croît, l'épaisseur optique utilisée dans les Ordres Successifs pour approximer un milieu semi-infini est sans doute trop faible et l'erreur de 1,5 % pour $\omega_0 = 0,999$ est de l'ordre de grandeur de la précision des Ordres Successifs.

Nous avons effectué un test dans le cas d'un nuage composé de particules de paramètre de MIE $\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$ et d'épaisseur optique $\tau = 20$. La variation de ω en fonction de la profondeur optique est $\omega(t) = \omega_0 e^{-st}$ où $s = 0,001$. Les résultats sont présentés au tableau (V-4) ; l'erreur maximum (1,7 %) est atteinte pour $\mu = 0,368$, $\omega = 0,999$, mais il faut remarquer que l'expression (IV-39) de la profondeur de pénétration que nous avons utilisée dans tout ce chapitre ne tient pas compte des directions d'incidence et de réflexion μ_0 et μ dont l'effet n'est pas entièrement négligeable pour les faibles valeurs de λ ; la méthode étant très empirique et très approximative, on peut considérer que la précision obtenue reste bonne.

III. - PROFONDEUR OPTIQUE EFFICACE DANS UN MILIEU TRES PEU ABSORBANT.

La méthode de Chamberlain suppose que dans toute la couche $(1-\omega)^{1/2} \ll 1$ et $s \ll 1-\omega$, c'est-à-dire que l'absorption doit être partout très faible et que le milieu ne doit être que très faiblement inhomogène. Dans ces conditions, l'absorption affecte surtout les très grands chemins optiques et les très grandes pénétrations. Moyennant quelques approximations qui, dans ce cas, paraissent justifiées nous pouvons retrouver et généraliser l'expression (V-4) au cas des atmosphères anisotropes.

Soit $\lambda_1(t')dt'$ le chemin parcouru, au cours de la réflexion, entre les profondeurs optiques t' et $t'+dt'$ par les photons qui ont parcouru au total λ dans le nuage et pénétré jusqu'en t

$$\int_0^t \lambda_1(t')dt' = \lambda \quad (V-5)$$

si l'absorption est très faible, $\omega(t) = \omega_0 e^{-st} \simeq \omega_0(1-st)$ et ces photons subissent une absorption

$$A(\lambda, t) \simeq \int_0^t \lambda_1(t') st' dt' \quad (V-6)$$

Dans la mesure où nous ne considérons que des photons très pénétrants qui suivent le chemin le plus direct, il peut être raisonnable de supposer que $\lambda_1(t')$ est indépendant de t'

$$\lambda_1(t') = \lambda/t,$$

nous obtenons

$$A(\lambda, t) \simeq \lambda_1(t') \, st^2/2 = s \lambda t/2. \quad (V-7)$$

L'absorption totale subie par les photons très pénétrants s'écrit

$$A \simeq \int_0^\infty d\lambda \int_0^\infty p(\lambda, t) \frac{s \lambda t}{2} dt, \quad (V-8)$$

soit, d'après les relations (IV-8) et (IV-13)

$$A \simeq \frac{s}{2I(\omega_c)} \int_0^\infty \frac{dI(\omega_c, t)}{dt} t \bar{\lambda}(t) dt. \quad (V-9)$$

Nous ne considérons ici que des pénétrations très grandes, donc d'après (IV-42) et si $t \gg (1-\omega)^{-1/2}$

$$\bar{\lambda}(t) \simeq \gamma t / (1-\omega),$$

de même pour t grand, les expressions (IV-32) et (IV-33) permettent d'écrire

$$\frac{1}{I(\omega_c)} \frac{dI(\omega_c, t)}{dt} \simeq \frac{(b\mu_0 + 1) \gamma}{(K+1)(K-b\mu_0)} \frac{u^2 - K^2}{u},$$

où, puisque $(1-\omega)^{1/2} \ll 1$ et $t \gg (1-\omega)^{-1/2}$,

$$K \simeq u \, \text{th} \tau_1 \simeq u (1 - 2e^{-2\tau_1}).$$

Finalement

$$\frac{1}{I(\omega_c)} \frac{dI(\omega_c, t)}{dt} \simeq \frac{4(b\mu_0 + 1) \gamma e^{-2\tau_1}}{u}. \quad (V-10)$$

L'absorption est donc

$$A \simeq \frac{2s(b\mu_0 + 1) \gamma^2}{u(1-\omega)} \int_0^\infty t^2 e^{-2\tau_1} dt,$$

$$A \simeq \frac{s(b\mu_0 + 1)}{2\gamma u(1-\omega)}. \quad (V-11)$$

Nous n'avons considéré que des photons très pénétrants et négligé les autres, le chemin optique moyen suivi par ces photons peut être obtenu en écrivant, d'après (II-32) et (IV-8)

$$\langle \lambda \rangle = \int_0^\infty \int_0^\infty \lambda p(\lambda, t) dt d\lambda = \frac{1}{I(\omega_c)} \int_0^\infty \bar{\lambda}(t) \frac{dI(\omega_c, t)}{dt} dt,$$

soit, pour les photons les plus pénétrants

$$\begin{aligned} \langle \lambda_p \rangle &\simeq \frac{4(b\mu_0 + 1)}{u(1 - \omega)} \int_0^\infty \tau_1 e^{-2\tau_1} d\tau_1, \\ \langle \lambda_p \rangle &\simeq \frac{b\mu_0 + 1}{u(1 - \omega)}. \end{aligned} \quad (V-12)$$

L'absorption peut donc s'écrire

$$A \simeq s \langle \lambda_p \rangle \frac{1}{2\gamma}. \quad (V-13)$$

si, dans tout le nuage, l'absorption était la même qu'à la profondeur efficace t^* , nous pourrions écrire

$$A \simeq s \langle \lambda_p \rangle t^*,$$

ce qui définit la profondeur efficace d'absorption par

$$t^* = 1/2\gamma = \frac{a^{1/2}}{2[(b^2 - a\beta_1)(1 - \omega)]^{1/2}}. \quad (V-14)$$

En diffusion isotrope ($\beta_1 = 0$), nous obtenons, compte tenu de $b = 3/2$ et $a = 3/4$,

$$t^* = 2^{-1} [3(1 - \omega)]^{-1/2}. \quad (V-15)$$

Cette expression est identique à celle de Chamberlain (V-4). La manière dont elle a été obtenue montre clairement qu'elle n'est utilisable que dans la mesure où l'absorption due aux couches supérieures du nuage peut être négligée. Ceci explique sans doute pourquoi la méthode très empirique que nous proposons donne de meilleurs résultats pour les tests que nous avons effectués, dans la mesure où elle tient compte de l'influence des couches supérieures.

IV. - FORMATION D'UNE RAIE EN MILIEU INHOMOGÈNE.

Bien que le chapitre VI soit entièrement consacré à la formation des raies spectrales dans un milieu diffusant, il nous semble préférable de présenter ici la figure (V-1) qui correspond à une raie formée dans un nuage de particules monodispersées de paramètre de MIE $\alpha = 2$, dans la mesure où il s'agit en fait d'un test de l'approximation (V-2) et non d'une analyse du profil d'une raie formée dans un milieu diffusant inhomogène.

Les directions d'incidence et de réflexion sont $\mu = \mu_0 = 1$ et l'albédo continu du nuage est $\omega_c = 0,99$. L'épaisseur optique dans le continu est $\tau = \sigma Z = 20$ où σ est le coefficient de diffusion supposé constant ($\sigma = 0,5 \text{ km}^{-1}$) et Z l'épaisseur géométrique du nuage ($Z = 40 \text{ km}$). Le coefficient d'absorption de la raie s'exprime (voir chapitre I) par

$$k_v = S \alpha \rho / \pi \left[(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2 \right];$$

l'intensité S de la raie vaut $0,314 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$, la demi-largeur de Lorentz vaut, dans les conditions S.T.P. $\alpha_0 = 0,1 \text{ cm}^{-1}$ et elle varie en fonction de la pression suivant $\alpha = \alpha_0 p/p_0$, le nuage est supposé isotherme ($T = 273 \text{ K}$). La densité des molécules absorbantes ρ est proportionnelle à la pression ($\rho = \rho_0 p/p_0$) et la pression croît exponentiellement avec la profondeur comptée verticalement à partir du sommet du nuage ($p = p_s e^{z/H}$) avec une échelle de hauteur $H = 5 \text{ km}$. La pression au sommet du nuage est $p_s = 100 \text{ mb}$. Dans un tel modèle, l'absorption varie très vite en fonction de la profondeur optique, pour $\nu - \nu_0 = 1 \text{ cm}^{-1}$ par exemple $\omega(t=0) = 0,9898$ et $\omega(t=20) = 0,333$. La comparaison des résultats obtenus à partir de l'approximation (V-2) (courbe continue) à ceux obtenus par les Ordres Successifs permet de noter un écart maximum de 5 % dans les ailes. Compte tenu de la très grande inhomogénéité du modèle choisi, on peut considérer ces résultats satisfaisants puisque l'erreur commise sur la largeur équivalente d'une telle raie, calculée graphiquement reste inférieure à 7 %, alors que nous avons tenu compte de l'influence des ailes jusqu'à une grande distance du centre. Dans le cas des raies du CO_2 , par exemple, la distance séparant deux raies consécutives est inférieure à $0,8 \text{ cm}^{-1}$, en pratique l'influence de la raie voisine serait déjà grande pour $\nu - \nu_0 = 0,4 \text{ cm}^{-1}$ ce qui éliminerait les domaines où l'erreur est maximum.

La méthode proposée est empirique et très approximative, cependant les tests effectués ont montré que, dans l'ensemble, la précision obtenue était bonne parfois même excellente. Sa simplicité permet de résoudre de façon approximative un grand nombre de problème dans lesquels l'absorption est inhomogène, en particulier elle est applicable au cas des atmosphères finies et diffusant

de façon anisotrope. Cependant lorsque $1-\omega_c \rightarrow 0$ et dans les cas de faible inhomogénéité, elle n'est probablement plus applicable, tout au moins en ce qui concerne les atmosphères semi-infinies.

TABLEAU (V-1)

Intensité réfléchie par une nuage isotrope inhomogène $\omega(t) = \omega_0 e^{-st}$ $\mu_0 = -1$
 Epaisseur optique totale $\tau = 40$ $s = 0,001$

ω_0	$\mu = 0,982$			$\mu = 0,587$			$\mu = 0,125$		
	Exact	Chamberlain	Formule (V-2)	Exact	Chamberlain	Formule (V-2)	Exact	Chamberlain	Formule (V-2)
0,999	0,797	0,784	0,797	0,792	0,779	0,794	0,710	0,700	0,714
0,998	0,784	0,774	0,784	0,781	0,771	0,783	0,703	0,694	0,707
0,997	0,771	0,764	0,772	0,771	0,762	0,773	0,696	0,689	0,700
0,996	0,759	0,754	0,761	0,761	0,754	0,763	0,690	0,683	0,693
0,995	0,749	0,744	0,750	0,752	0,746	0,754	0,684	0,678	0,686
0,994	0,738	0,735	0,740	0,743	0,738	0,745	0,678	0,672	0,680
0,993	0,728	0,726	0,730	0,734	0,731	0,736	0,672	0,668	0,674
0,992		0,717	0,720		0,723	0,728		0,663	0,669
0,991		0,709	0,711		0,716	0,721		0,658	0,663
0,99	0,708	0,700	0,703	0,717	0,709	0,713	0,660	0,653	0,658
0,97	0,581	0,579	0,578	0,605	0,602	0,603	0,581	0,579	0,580
0,95	0,502	0,501	0,500	0,533	0,532	0,532	0,528	0,527	0,527
0,93	0,445	0,444	0,443	0,480	0,479	0,479	0,487	0,486	0,486
0,91	0,400	0,400	0,400	0,437	0,436	0,436	0,453	0,452	0,452
0,89	0,364	0,364	0,364	0,401	0,401	0,401	0,423	0,423	0,423

TABLEAU (V-2)

Intensité réfléchie par un nuage isotrope inhomogène $\omega(t) = \omega_0 e^{-st}$ $\mu_0 = -1$
 Epaisseur optique totale $\tau = 40$ $s = 0,01$

ω_0	$\mu = 0,982$			$\mu = 0,587$			$\mu = 0,125$		
	Exact	Chamberlain	Formule (V-2)	Exact	Chamberlain	Formule (V-2)	Exact	Chamberlain	Formule (V-2)
0,999	0,645	0,638	0,642	0,672	0,655	0,668	0,639	0,616	0,637
0,998	0,639	0,634	0,637	0,667	0,651	0,664	0,635	0,614	0,634
0,997	0,634	0,630	0,632	0,662	0,648	0,659	0,632	0,611	0,631
0,996	0,629	0,625	0,628	0,657	0,644	0,655	0,628	0,608	0,627
0,995	0,624	0,621	0,623	0,653	0,640	0,651	0,625	0,606	0,624
0,994	0,619	0,617	0,619	0,648	0,637	0,647	0,622	0,603	0,621
0,993	0,615	0,613	0,614	0,644	0,633	0,642	0,618	0,601	0,618
0,992	0,609	0,609	0,610	0,639	0,629	0,638	0,615	0,598	0,615
0,991	0,605	0,605	0,606	0,635	0,626	0,634	0,612	0,596	0,612
0,99	0,601	0,601	0,601	0,631	0,622	0,630	0,609	0,593	0,609
0,97	0,523	0,529	0,527	0,559	0,557	0,561	0,554	0,546	0,554
0,95	0,466	0,470	0,470	0,504	0,504	0,506	0,511	0,505	0,511
0,93	0,420	0,424	0,424	0,459	0,459	0,461	0,475	0,471	0,475
0,91	0,382	0,386	0,385	0,421	0,422	0,423	0,444	0,441	0,444

TABLEAU (V-3)

Intensité réfléchiée par un nuage isotrope inhomogène

$$\omega(t) = \omega_0 e^{-st} \quad \mu_0 = -1$$

Epaisseur optique totale $\tau = 40$

$s = 0,1$

ω_0	$\mu = 0,982$			$\mu = 0,587$			$\mu = 0,125$		
	Exact	Chamberlain	Formule (V-2)	Exact	Chamberlain	Formule (V-2)	Exact	Chamberlain	Formule (V-2)
0,999	0,394	0,398	0,396	0,454		0,442	0,505	0,451	0,476
0,998	0,393	0,397	0,394	0,453		0,441	0,504	0,450	0,475
0,997	0,392	0,396	0,393	0,451		0,440	0,502	0,449	0,474
0,996	0,390	0,395	0,392	0,449		0,439	0,501	0,448	0,473
0,995	0,389	0,393	0,391	0,448		0,438	0,499	0,447	0,472
0,994	0,387	0,392	0,390	0,446		0,436	0,498	0,446	0,471
0,993	0,386	0,391	0,389	0,445		0,435	0,497	0,445	0,469
0,992	0,384	0,390	0,388	0,443		0,434	0,495	0,444	0,468
0,991	0,383	0,388	0,386	0,442		0,433	0,494	0,443	0,467
0,99	0,382	0,387	0,385	0,440		0,432	0,492	0,442	0,466
0,97	0,356	0,364	0,363	0,412		0,409	0,466	0,423	0,444
0,95	0,332	0,342	0,343	0,386		0,387	0,441	0,405	0,424
0,93	0,311	0,322	0,323	0,363		0,366	0,418	0,387	0,404
0,91	0,292	0,303	0,305	0,342		0,346	0,397	0,370	0,386

TABLEAU (V-4)

Intensité réfléchie par un nuage inhomogène de particules monodispersées ($\alpha = 2\pi r/\lambda = 2$)

$$\omega(t) = \omega_0 e^{-st}$$

$$s = 0,001$$

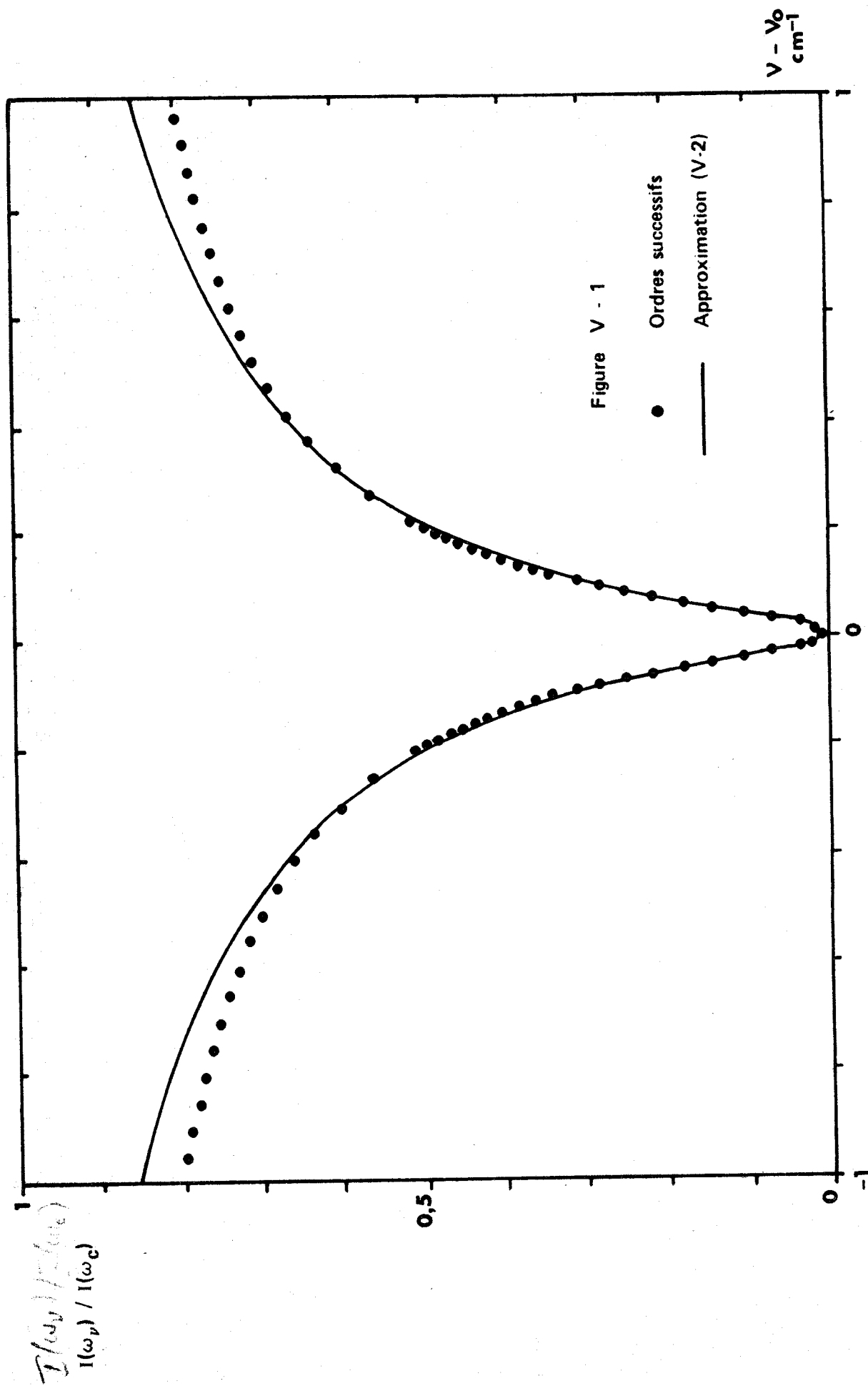
Epaisseur optique totale $\tau = 20$

ω_0	$\mu = 0,987$		$\mu = 0,368$	
	Exact	Formule (V-2)	Exacte	Formule (V-2)
0,999	0,695	0,690	0,580	0,571
0,998	0,677	0,673	0,568	0,559
0,997	0,659	0,658	0,556	0,548
0,996	0,643	0,643	0,545	0,538
0,995	0,628	0,628	0,534	0,528
0,994	0,614	0,614	0,524	0,519
0,993	0,599	0,601	0,514	0,510
0,992	0,586	0,588	0,505	0,501
0,991	0,573	0,576	0,496	0,492
0,99	0,561	0,564	0,488	0,484
0,98	0,463	0,468	0,418	0,417
0,97	0,394	0,398	0,367	0,366

Figure V-1

Raie formée dans un nuage inhomogène (voir texte)

- Ordres successifs
- Approximation (V-2)



CHAPITRE VI.

PROFIL DES RAIES FORMÉES DANS UNE ATMOSPHERE DIFFUSANTE.

Dans ce chapitre, nous présenterons différents exemples de raies formées par réflexion dans une atmosphère diffusante et nous étudierons successivement l'influence des différentes caractéristiques de la couche diffusante (fonction de phase, albédo continu) ou de l'absorption (intensité de la raie), mais nous nous limiterons à l'étude des raies de Lorentz, puisqu'ainsi qu'il a été vu au chapitre I, la différence entre les largeurs équivalentes des raies de Voigt ou de Lorentz peut être négligée pour une raie formée à une pression supérieure à 50 mb. Dans un premier temps, nous ne considérerons que le cas des atmosphères homogènes puis nous étudierons des raies formées dans un milieu où l'absorption augmente avec la profondeur optique et nous définirons un niveau moyen de formation de la raie.

I. - ATMOSPHERES DIFFUSANTES HOMOGENES.

Le profil d'une raie formée par diffusion dans un nuage homogène s'obtient directement à partir de la définition de la distribution du chemin optique (II-3)

$$I(\omega_v)/I(\omega_c) = \int_0^{\infty} p(\lambda) \exp(-r_v \lambda) d\lambda, \quad (VI-1)$$

$$\text{où } r_v = k_v/(\sigma + k_c), \quad (VI-2)$$

soit, pour une raie de Lorentz

$$r_v = \frac{S M \omega_c \alpha_L}{\pi [(\nu - \nu_0)^2 + \alpha_L^2]}. \quad (VI-3)$$

$$\text{où } \alpha_L = \alpha_0 p_e/p_0$$

La signification des différents symboles qui apparaissent dans cette expression a déjà été donnée au cours des chapitres I et II.

Avec la forme (III-20) de $p(\lambda)$, nous obtenons

$$I(\omega_v)/I(\omega_c) = \sum_{m=1}^N A_m / (r_v - \gamma_m). \quad (VI-4)$$

D'une façon générale, les caractéristiques du nuage considéré correspondent au nuage Vénus⁽⁺⁾ du chapitre III, pour un albédo continu $\omega_c = 0,9995$ et les directions $\mu = \mu_0 = 0,866$; nous avons choisi d'étudier une raie, que nous appellerons raie standard, d'intensité $S = 0,028 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$ correspondant à la raie P(16) du CO_2 à $8689 \text{ \AA}$ et à la valeur

(+) Il s'agit d'un nuage de particules sphériques d'indice $n = 1,44$, la granulométrie correspond au modèle C_1 de Deirmendjann (1969) de rayon critique $r_c = 0,8\mu$, ce nuage est étudié pour une longueur d'onde voisine de 1μ .

du produit Mp_e de la quantité spécifique par la pression au niveau de formation a été maintenue constante pour tous les cas étudiés : $Mp_e = 0,019 \text{ km-atm}^2$.

La figure (VI-1) permet de comparer le profil de la raie standard formée dans le nuage Vénus, à la pression $p_e = 200 \text{ mb}$, à celui d'une raie de mêmes caractéristiques, formée dans un milieu purement absorbant à la même pression et possédant la même largeur équivalente que la "raie de diffusion". Si la concentration en molécules absorbantes est la même dans les deux cas, la longueur du trajet d'absorption est donc $L = \Lambda/(\sigma + k_c)$ où Λ est le chemin optique efficace introduit au chapitre II (relation (II-34)).

On notera surtout l'élargissement des ailes de la "raie de diffusion" et au contraire l'affaiblissement de l'absorption en son centre. En milieu diffusant, en effet, l'absorption faible affecte surtout les grands chemins optiques et, pour $r_v \ll 1$, l'absorption est sensiblement proportionnelle à $r_v < \lambda >$; au centre de la raie au contraire l'absorption est totale pour les grands chemins optiques et affecte fortement les faibles λ dont le rôle est alors prépondérant de sorte que l'absorption correspond à des chemins optiques plus courts au centre de la raie que dans les ailes, si $< \lambda_v >$ est le chemin moyen à la fréquence ν nous avons :

$$\begin{aligned} < \lambda_v > > \Lambda & \text{ pour } \nu - \nu_0 \gg \alpha_L \\ < \lambda_v > < \Lambda & \text{ pour } \nu - \nu_0 \ll \alpha_L \end{aligned}$$

Lorsque l'intensité de la raie augmente, r_v augmente aussi, mais puisqu'il existe des photons réfléchis après avoir parcouru dans le nuage des chemins optiques très petits, pour lesquels l'absorption est faible, le centre d'une raie de diffusion se sature beaucoup moins vite que dans le cas du milieu purement absorbant (voir figure (VI-2), identique à la figure (VI-1) excepté que $S = 0,28 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$).

Belton et Goody (1968) ont remarqué, pour un milieu isotrope, que le profil et la largeur équivalente d'une raie de diffusion étaient très peu sensibles à la pression de formation, à la condition que le produit Mp_e reste constant. Dans les ailes de la raie, $\nu - \nu_0 \gg \alpha_L$ et

$$r_v \approx \frac{S M \omega_c \alpha_L}{\pi(\nu - \nu_0)^2} = \frac{S M p_e \omega_c \alpha_0}{p_0 \pi(\nu - \nu_0)^2} ; \quad (\text{VI-5})$$

si Mp_e est constant, r_v reste le même dans les ailes quels que soient M

et p_e alors qu'au centre de la raie

$$r_{v_0} = \frac{S M \omega_c p_0}{\pi \alpha_0 p_e} \quad (\text{VI-6})$$

L'absorption dans les ailes ne dépend donc que du produit $M p_e$ (figure (VI-3)), la quantité spécifique et la pression de formation ne peuvent donc être découplées qu'au centre de la raie. Dans le cas d'une raie forte pour laquelle l'absorption au centre est très grande, une variation de p_e ne sera pas décelable, la largeur équivalente est d'ailleurs proportionnelle à $(M p_e)^{1/2}$ (voir relation (II-24)) ce qui montre que l'essentiel de l'absorption dans une raie forte se produit dans les ailes. Mais dans le cas d'une raie faible (figure (VI-4) : $S = 0,0028 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$) l'absorption centrale est prépondérante, la largeur équivalente est proportionnelle à M (voir relation (II-29)) et il est donc possible de découpler M et p_e .

La figure (VI-5) montre l'effet de la variation de l'albédo continu du milieu qui correspond, lorsque ω_c augmente, à un accroissement du chemin optique λ suivi par les photons avant leur réflexion, le nombre de molécules rencontrées étant proportionnel à λ , l'absorption est donc croissante. Pour un albédo de 0,9, la raie standard est voisine d'une raie faible ($q = S M \omega_c / [\pi \alpha_L (1 - \omega_c)] \simeq 0,4$, voir condition (II-42)) et les ailes sont peu étendues, pour $\omega_c = 0,99$ la raie s'est profondément creusée et les ailes sont fortement élargies ; lorsque $\omega_c \rightarrow 1$, le chemin optique moyen varie comme $(1 - \omega_c)^{-1/2}$ (relation (IV-47)) et, puisque l'absorption loin du centre de la raie est sensiblement $r_v < \lambda$, les ailes s'élargissent rapidement alors que le centre se creuse plus lentement.

La figure (VI-6) permet d'étudier l'influence de la fonction de phase des particules diffusantes. Trois types de nuage ont été considérés : le nuage Vénus, un nuage diffusant de façon isotrope et le status déjà étudié au chapitre IV (paragraphe V). On remarquera que la raie formée dans le nuage isotrope est beaucoup moins forte que les autres ; ainsi que nous l'avons vu au chapitre III (figure (III-3) et (III-4)), le maximum de la fonction de distribution en milieu isotrope est situé vers les chemins optiques faibles et $p(\lambda)$ décroît beaucoup plus vite que dans le cas de la diffusion de MIE, l'absorption y est donc nettement plus faible. Les raies correspondant au nuage Vénus et au stratus sont, par ailleurs, fort peu différentes, ce qui semble montrer qu'au moins pour ces directions ($\mu = \mu_0 = 0,866$) le profil d'absorption est peu sensible aux dimensions des particules diffusantes, excepté au centre de la raie où, l'absorption étant forte, l'influence de la diffusion primaire est plus importante.

II. - ATMOSPHERES DIFFUSANTES INHOMOGENES.

Dans le cas des atmosphères inhomogènes, nous avons utilisé la méthode décrite au chapitre V. Le profil de la raie s'exprime donc par

$$I(\omega_v)/I(\omega_c) = \int_0^\infty p(\lambda) \exp\{-r_v(t_v^*) \lambda\} d\lambda \quad (\text{VI-6})$$

t_v^* étant implicitement défini par (V-2).

Dans le modèle choisi, la concentration en particules diffusantes est proportionnelle à la pression, il en est donc de même pour le coefficient de diffusion, $\sigma = \sigma_0 p/p_0$ puisque nous supposons les caractéristiques de diffusion (indice, fonction de phase, ω_c) constantes dans le nuage. La pression croît avec la profondeur géométrique z comptée à partir du sommet du nuage, suivant une échelle de hauteur H

$$p(z) = p_s e^{z/H},$$

où p_s est la pression qui règne au sommet de la couche nuageuse. Nous avons choisi $H = 5,2$ km qui correspond à l'échelle de hauteur de Vénus vers 200 mb (Marov (1972)). Dans ces conditions, la profondeur optique est à la profondeur géométrique Z (pression $p(Z)$)

$$t = \int_0^Z \sigma(z) dz = \frac{\sigma_0 H}{p_0} (p(Z) - p_s), \quad (\text{VI-8})$$

soit, si la concentration c en gaz absorbant est constante, et compte tenu de

$$M = cp(Z)/\sigma(Z) = cp_0/\sigma_0 = c^{te},$$

(voir relation (II-16)) :

$$t = \frac{cH}{M} (p(Z) - p_s). \quad (\text{VI-9})$$

Nous définirons le niveau de formation d'une raie spectrale formée dans un milieu inhomogène et diffusant comme la profondeur optique à laquelle serait formée une "raie homogène" de même largeur équivalente. Si Λ représente le chemin optique efficace défini au chapitre II (relation (II-34)), la raie de diffusion a la même largeur équivalente qu'une raie formée dans un milieu purement absorbant pour un trajet de longueur $L = \Lambda/(\sigma + k_c)$, ce qui revient à dire qu'en moyenne les photons ont parcouru le chemin optique efficace Λ ; or nous avons vu au chapitre V que la profondeur optique efficace de ces photons était voisine de la profondeur de pénétration $\bar{t}(\Lambda)$.

D'une façon générale, Λ dépend des caractéristiques d'absorption du milieu, celui-ci étant inhomogène l'absorption dépend du niveau de formation, Λ en dépend donc aussi ; le niveau de formation d'une raie formée dans un milieu diffusant inhomogène s'exprime donc par

$$t_{\text{raie}}^* \simeq \bar{t}(\Lambda(t_{\text{raie}}^*)). \quad (\text{VI-10})$$

Cependant, dans les cas limites de raie forte ou faible, Λ est indépendant de l'absorption du milieu (voir chapitre II, paragraphe III-c), nous obtenons donc pour une raie faible

$$t_f^* \simeq \bar{t}(<\lambda>), \quad (\text{VI-11})$$

et pour une raie forte

$$t_F^* \simeq \bar{t}(\Lambda^F). \quad (\text{VI-12})$$

La profondeur de pénétration $\bar{t}(\Lambda)$ est calculée par l'intermédiaire de (IV-17) et (IV-16) ou (IV-39).

La figure (VI-7) permet de comparer le profil de la raie standard formée dans un nuage inhomogène à celui de la même raie formée dans un nuage homogène dont les caractéristiques de diffusion sont celles du nuage inhomogène et dont la quantité spécifique et la pression sont celles qui règnent dans le nuage inhomogène au niveau de formation défini par (VI-10). Le profil de la "raie inhomogène" a été obtenu au moyen de la méthode décrite au chapitre V ; dans le cas de la raie homogène équivalente, le chemin optique efficace Λ est proche de Λ^F ; nous avons donc utilisé la relation (VI-12). La concentration en gaz absorbant est $c=1$, la pression au sommet du nuage est $p_s = 30 \text{ mb}$ et le nuage considéré est le nuage Vénus. Puisque σ est proportionnel à la pression la quantité spécifique M est constante et vaut $0,095 \text{ km-atm}$, la pression p_e au niveau de formation est donc, d'après (VI-9) et (VI-12)

$$p_e = p_s + M \bar{t}(\Lambda^F)/c H$$

soit ici, $p_e = 200 \text{ mb}$.

Dans les ailes de la raie inhomogène r_v est donné par (VI-5) à la condition de remplacer p_e par $p(t_v^*)$; or l'absorption étant faible le chemin optique moyen $<\lambda_v>$ correspondant à la fréquence v ($v-v_0$ grand) est maximum et proche de $<\lambda>$; il est supérieur au chemin efficace Λ et la pression $p(t_v^*)$ alors voisine de 250 mb est supérieure à p_e ; l'absorption est donc plus forte dans les ailes de la raie inhomogène que dans celles

de la raie homogène équivalente. Au centre de la raie r_{v0} est obtenu à partir de (VI-6) et l'absorption étant forte, $\langle \lambda_v \rangle$ est petit, inférieur à Λ et $p(t_v^*) < p_e$; r_{v0} étant inversement proportionnel à la pression, l'absorption au centre de la raie inhomogène est donc également supérieure à celle de la raie homogène équivalente. Dans la zone intermédiaire, au contraire, la forme (VI-5) peut être encore approximativement valable mais l'absorption peut être telle que $\langle \lambda_v \rangle < \Lambda$, dans ces conditions $p(t_v^*) < p_e$, il est donc clair qu'à la raie inhomogène correspond une absorption moins forte dans la zone intermédiaire. Les largeurs équivalentes des deux raies restent peu différentes : dans le cas de la raie homogène équivalente, elle a été calculée par (III-26) et vaut $0,094 \text{ cm}^{-1}$, pour la raie inhomogène, elle a été calculée graphiquement et vaut $0,097 \text{ cm}^{-1}$.

L'absorption au centre étant plus grande et la zone intermédiaire plus étroite, la demi-largeur d'une raie inhomogène est donc plus petite que celle d'une raie homogène de même largeur équivalente, mais les ailes sont plus étendues.

La figure (VI-8) correspond au cas d'une raie forte ($S = 1,12 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$) pour laquelle $Mp_e = 0,005 \text{ km-atm}^2$. La raie n°1 est formée dans un nuage pour lequel $p_s = 10 \text{ mb}$ et $M = 0,05 \text{ km-atm}$, sa demi-largeur est plus faible que celle de la raie n°2 ($p_s = 160 \text{ mb}$ et $M = 0,025 \text{ km-atm}$) qui correspond à un nuage beaucoup plus dense et donc à une inhomogénéité plus faible. Le produit Mp_e étant identique pour les deux raies, elles ont la même largeur équivalente (pour une raie forte, W est proportionnel à $(Mp_e)^{1/2}$).

III. - CONCLUSIONS.

L'expression (VI-9) du niveau de formation d'une raie formée dans un nuage inhomogène semble donc assez précise pour être employée dans l'analyse des spectres formés par réflexion sur les atmosphères planétaires ; elle permet alors d'associer aux paramètres physiques dont dépend la largeur équivalente des raies (pression, température) une profondeur optique de formation, calculable, à l'intérieur du nuage.

D'autre part, au cours de ce chapitre, nous avons mis en évidence deux phénomènes importants : (I) les ailes d'une raie formée en milieu diffusant sont beaucoup plus étendues que dans le cas d'une raie formée en milieu purement absorbant. (II) le centre d'une raie de diffusion se sature beaucoup moins vite que celui d'une raie d'absorption pure.

Figure VI-1

Profil d'une raie formée dans le nuage Vénus (chap. III) (courbe 1) comparé à celui d'une raie de même largeur équivalente formée dans un milieu purement absorbant (courbe 2)

$$\mu = \mu_0 = 0,866 \quad \omega_c = 0,9995$$

Milieu homogène

$$\text{Raie standard : } S_2 = 0,028 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$$

$$mp_e = 0,019 \text{ km-atm}^2$$

$$p_e = 200 \text{ mb}$$

Figure VI-2

Légende identique à celle de la figure (VI-1)

$$S = 0,28 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$$

Figure VI-3

Effet de pression sur une raie formée en milieu diffusant homogène

Les 4 raies présentées ont été formées à des pressions différentes indiquées en atm. sur la figure.

$$\text{Le produit } mp \text{ est maintenu constant : } mp = 0,019 \text{ km-atm}^2$$

$$\text{Nuage Vénus} \quad \mu = \mu_0 = 0,866 \quad \omega_c = 0,9995 \quad S = 0,028 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$$

Figure VI-4

Légende identique à celle de la figure (VI-3)

$$S = 0,0028 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$$

Figure VI-5

Effet de l'albédo continu sur le profil d'une raie formée en milieu diffusant homogène.

$$\text{Nuage Vénus} \quad \mu = \mu_0 = 0,866 \quad S = 0,028 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$$

$$1 \quad \omega_c = 0,9$$

$$2 \quad \omega_c = 0,99$$

$$3 \quad \omega_c = 0,999$$

$$4 \quad \omega_c = 0,9995$$

Figure VI-6

Effet de la fonction de phase sur le profil d'une raie formée dans un nuage homogène

$$\begin{aligned}\omega_c &= 0,9995 & \mu &= \mu_o = 0,866 \\ M_p &= 0,019 \text{ km-atm}^{-2} & p &= 200 \text{ mb} \\ S &= 0,028 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}\end{aligned}$$

- 1 Isotrope
- 2 Nuage Vénus
- 3 Stratus (voir chap. V)

Figure VI-7

Comparaison du profil de raies formées dans un nuage inhomogène (—) et dans un nuage homogène équivalent (- - -)(voir texte)

$$\text{Nuage Vénus} \quad \mu = \mu_o = 0,866 \quad \omega_c = 0,9995 \quad S = 0,028 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1}$$

Figure VI-8

Profil de raies formées dans un nuage inhomogène

$$\begin{aligned}\text{Nuage Vénus} \quad \omega_c &= 0,9995 & \mu &= \mu_o = 0,866 \\ S &= 1,12 \text{ cm}^{-1} (\text{km-atm})^{-1} \\ M_{p_e} &= 0,005 \text{ km-atm}^{-2}\end{aligned}$$

- 1 M = 0,05 km-atm
- 2 M = 0,025 km-atm

Le produit M_{p_e} restant constant les deux raies ont des largeurs équivalentes très proches, mais la raie (1) est plus étroite et possède des ailes plus étendues que celles de la raie (2).

$$I(\omega_p) / I(\omega_c)$$

0,5

0 -0,5

$$V - V_0$$

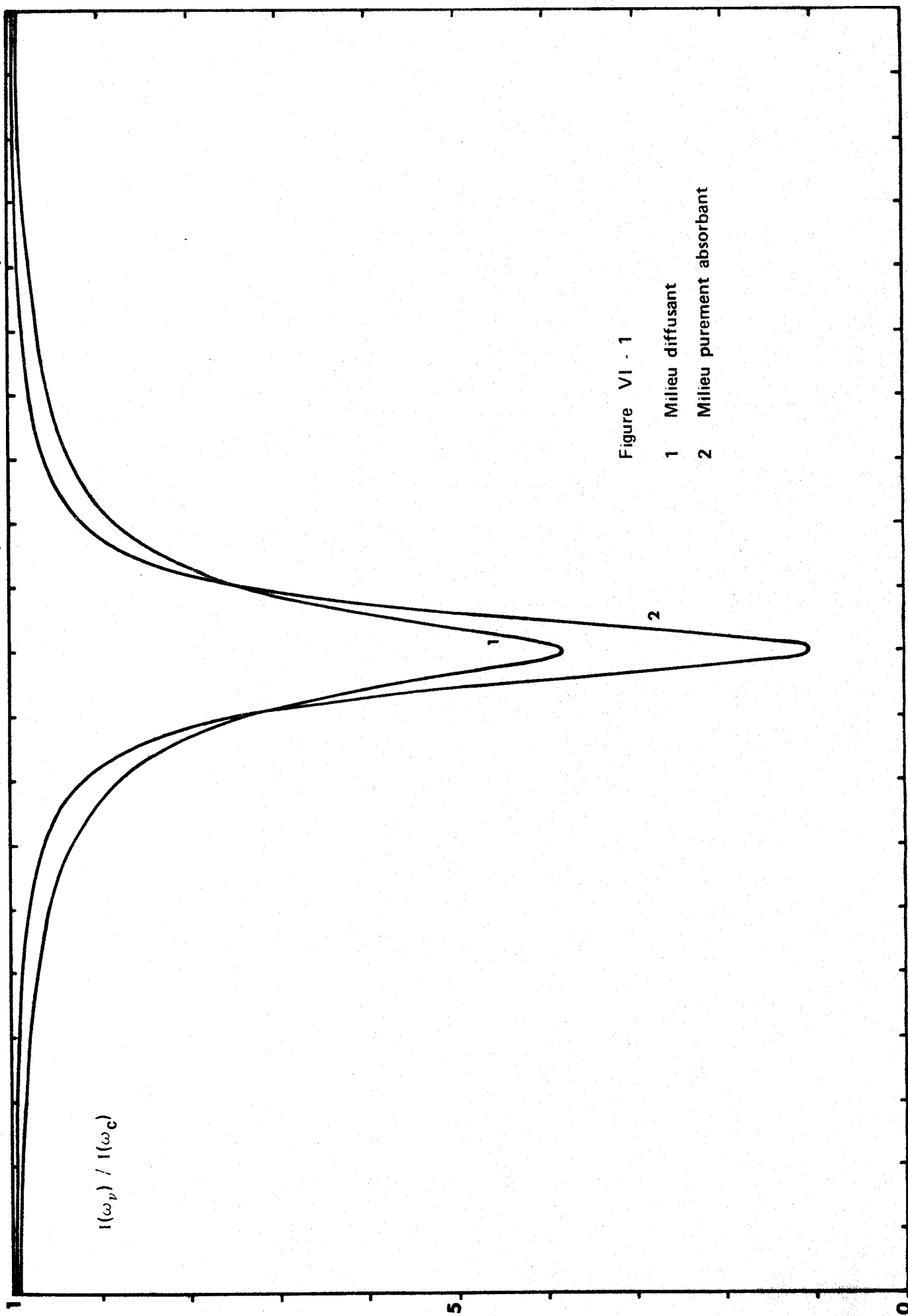
cm⁻¹

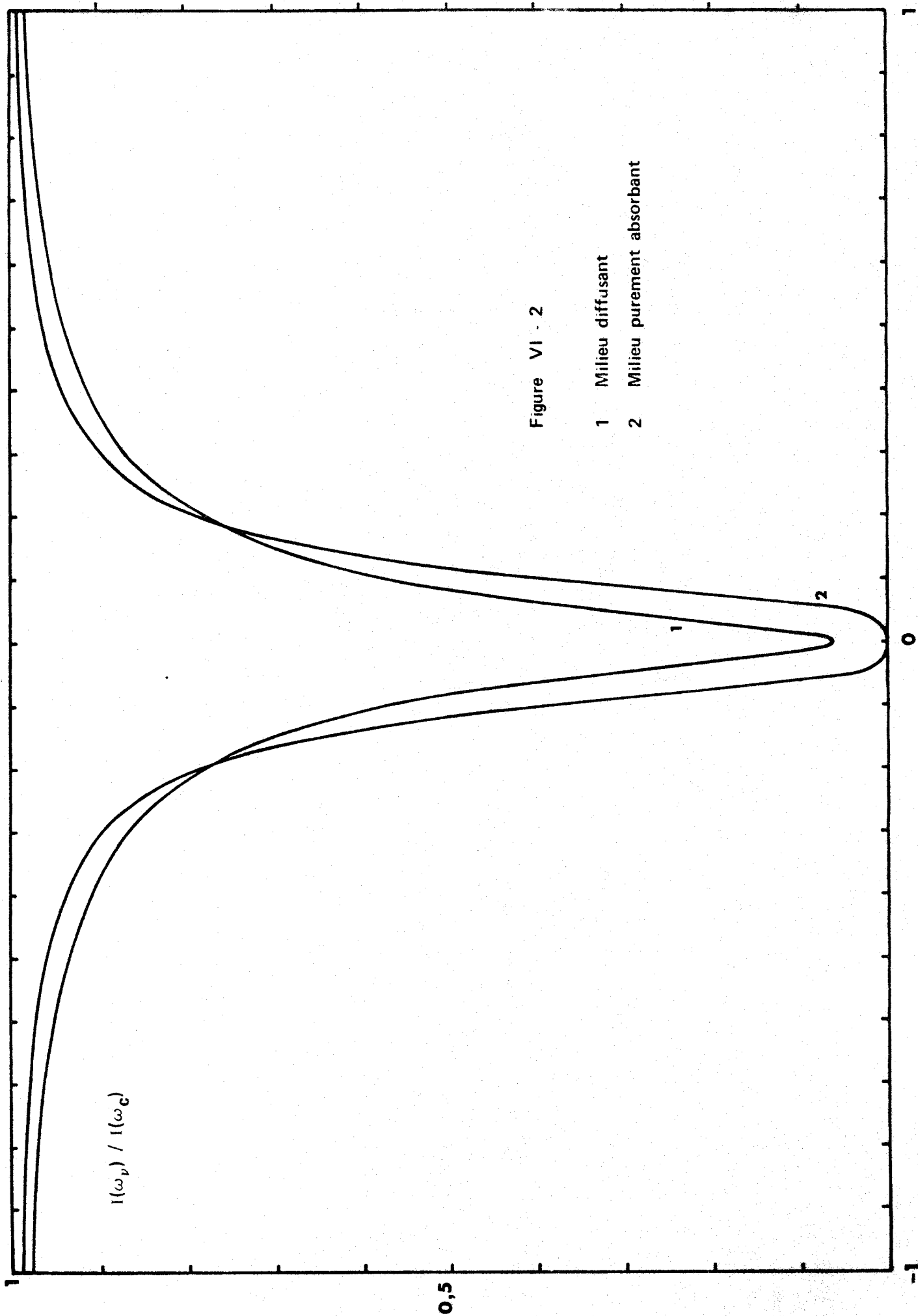
0,5

0

Figure VI - 1

- 1 Milieu diffusant
- 2 Milieu purement absorbant





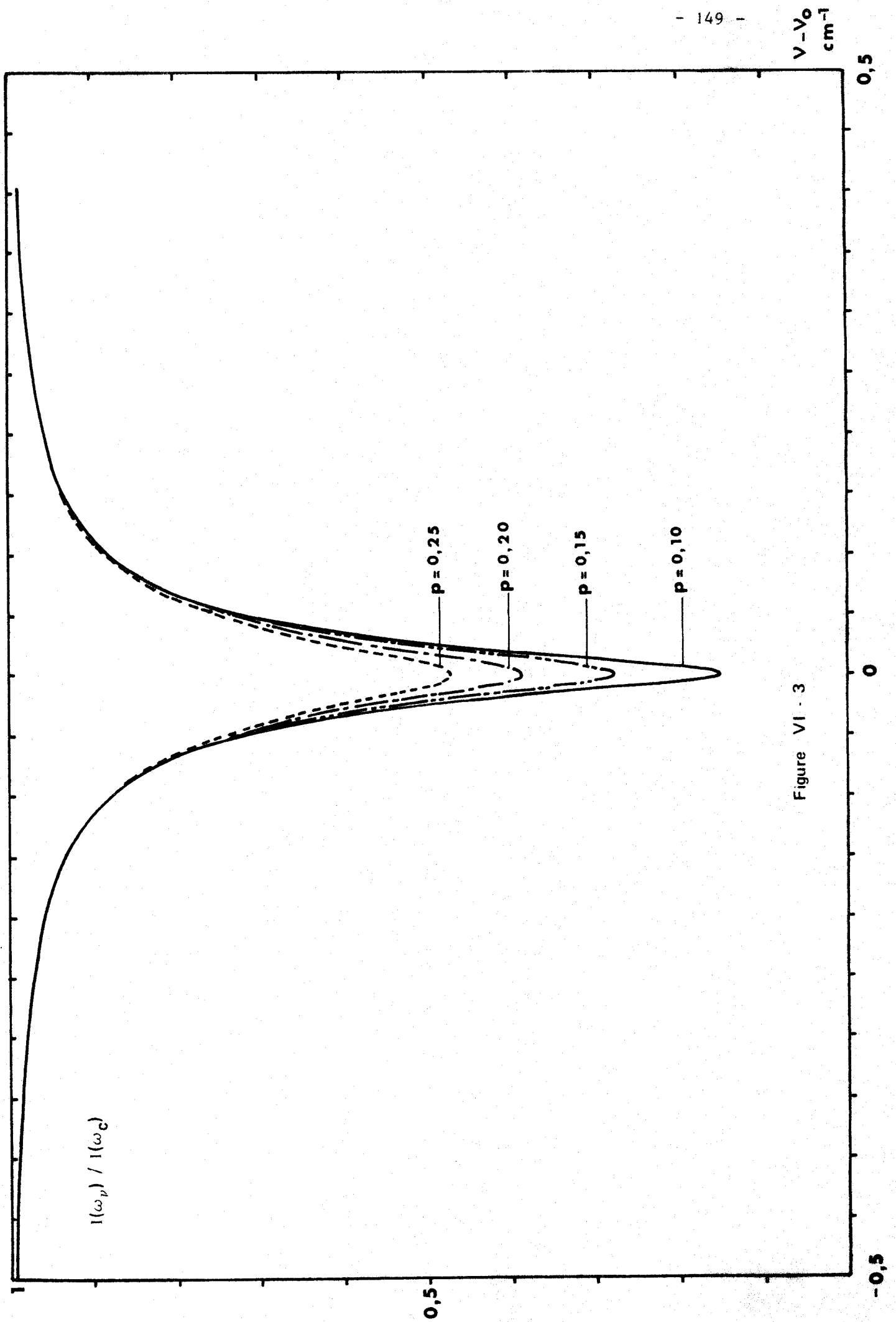


Figure VI - 3

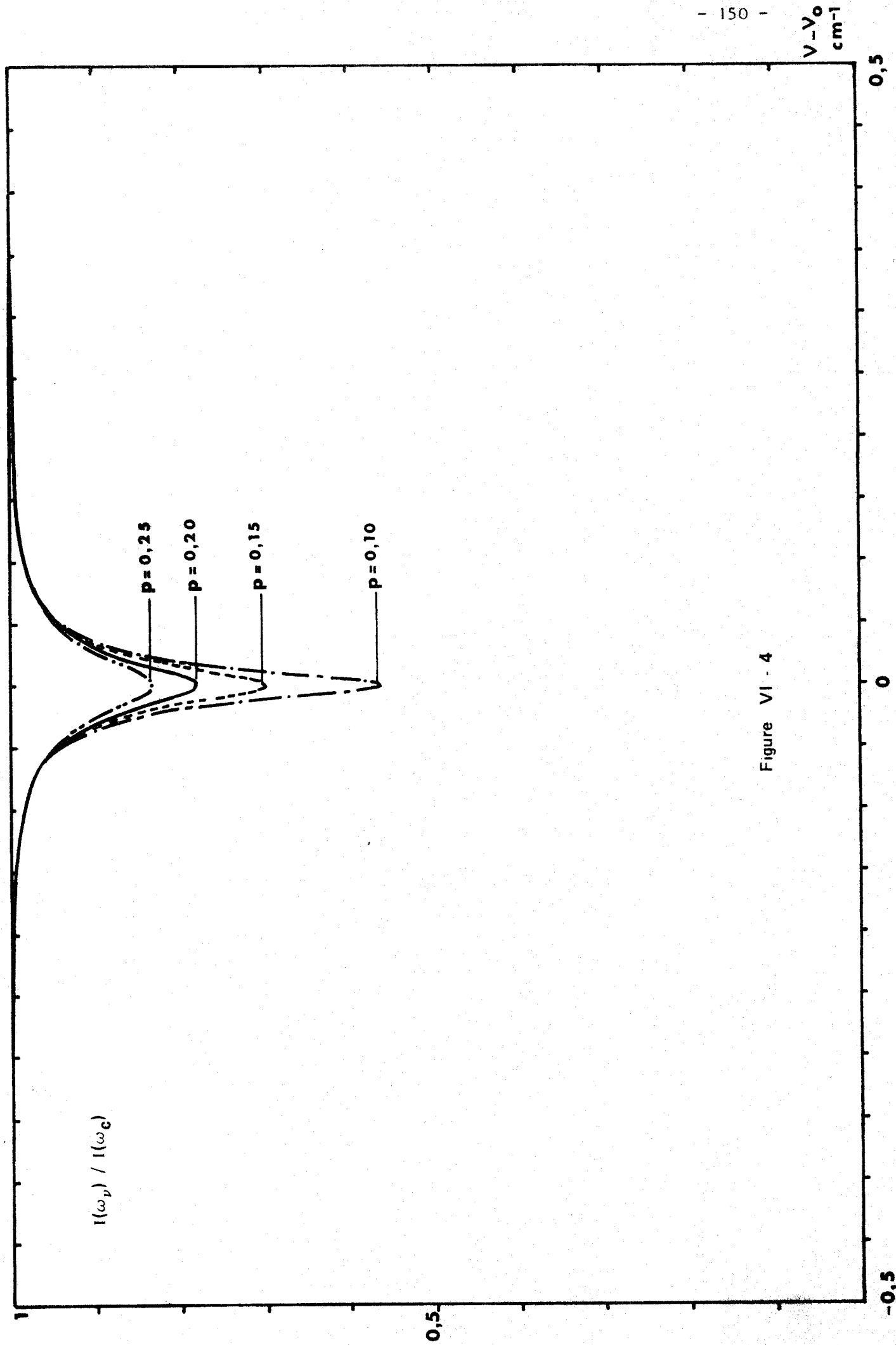


Figure VI - 4

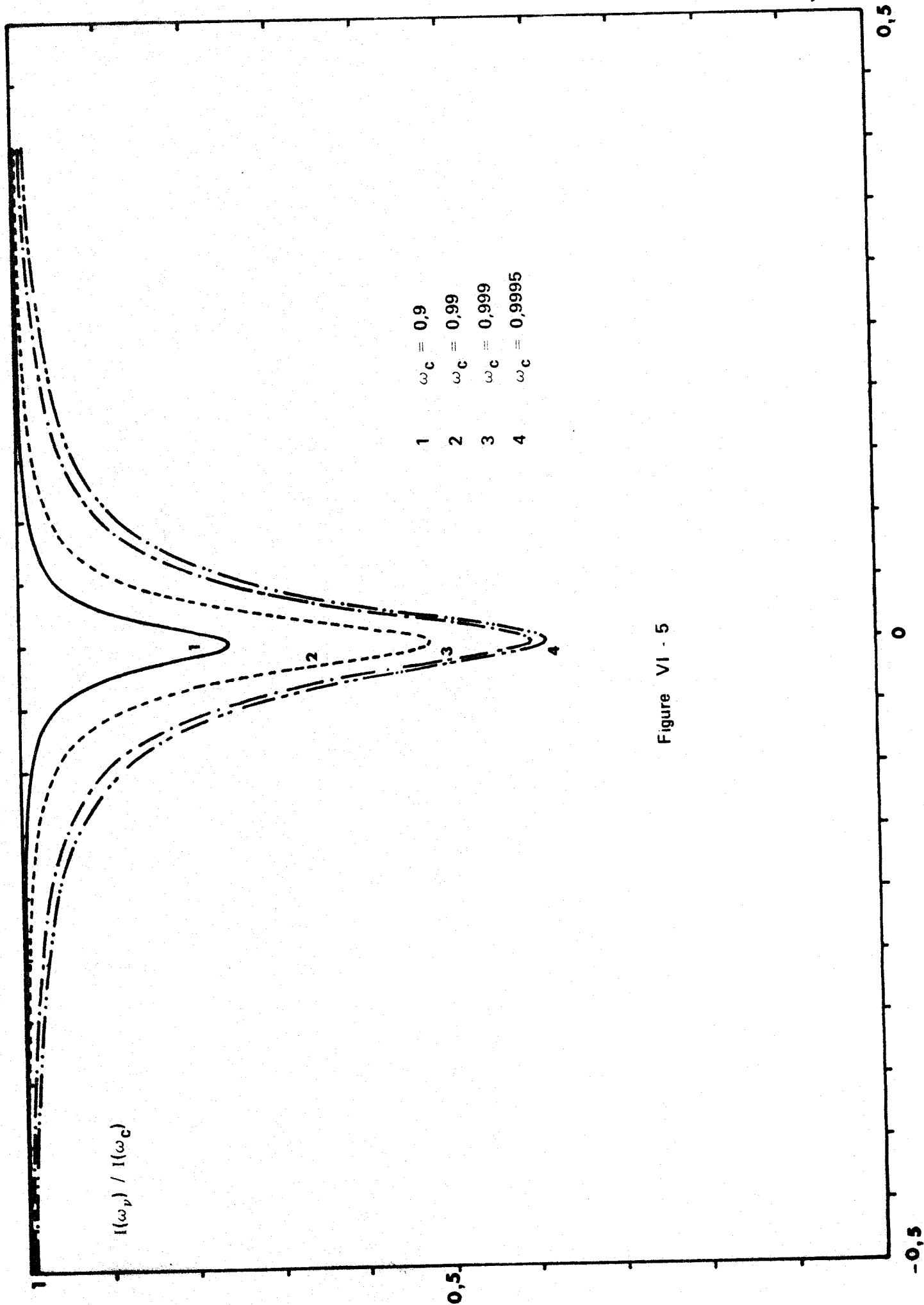


Figure VI - 5

$V - V_0$
 cm^{-1}

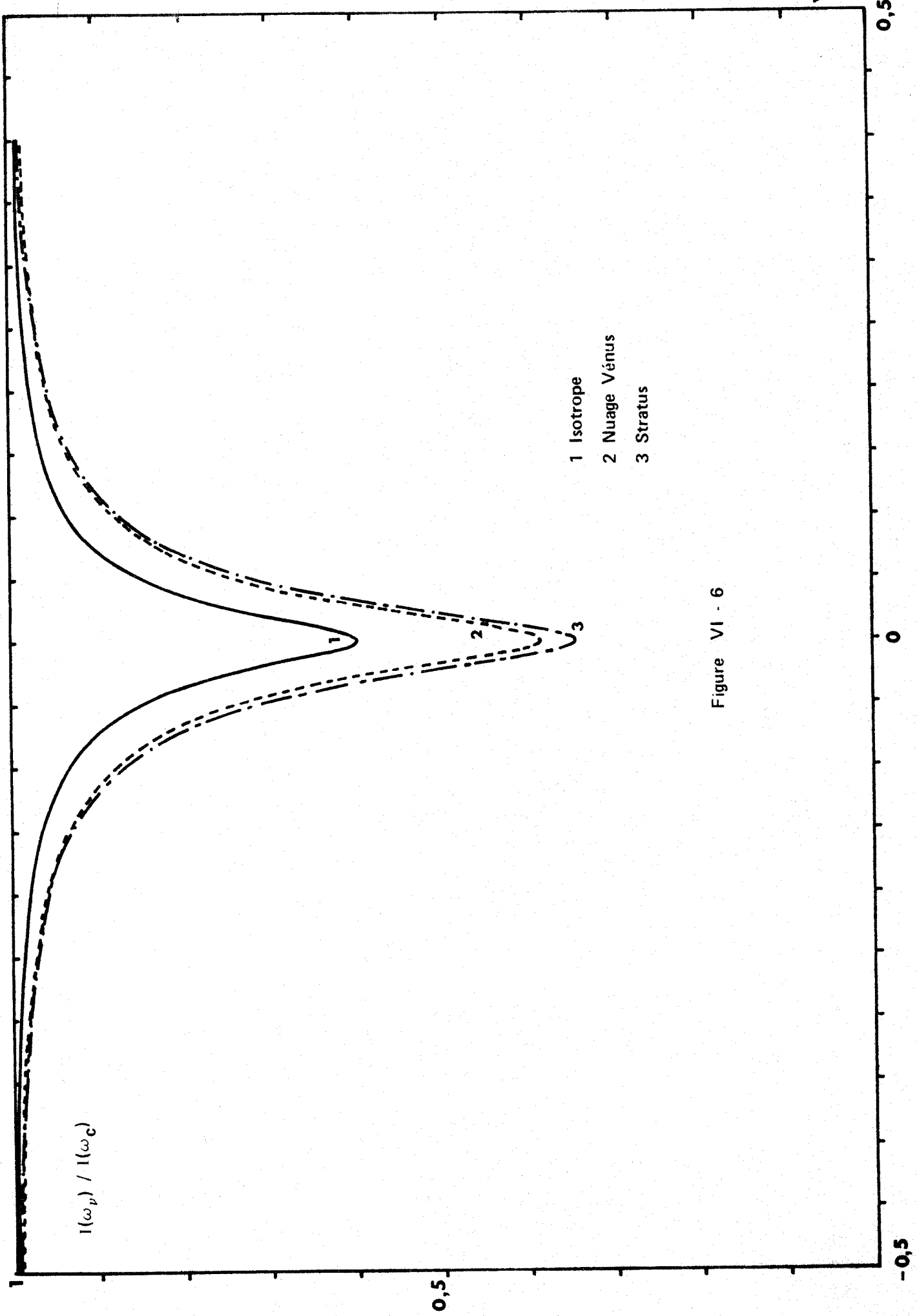
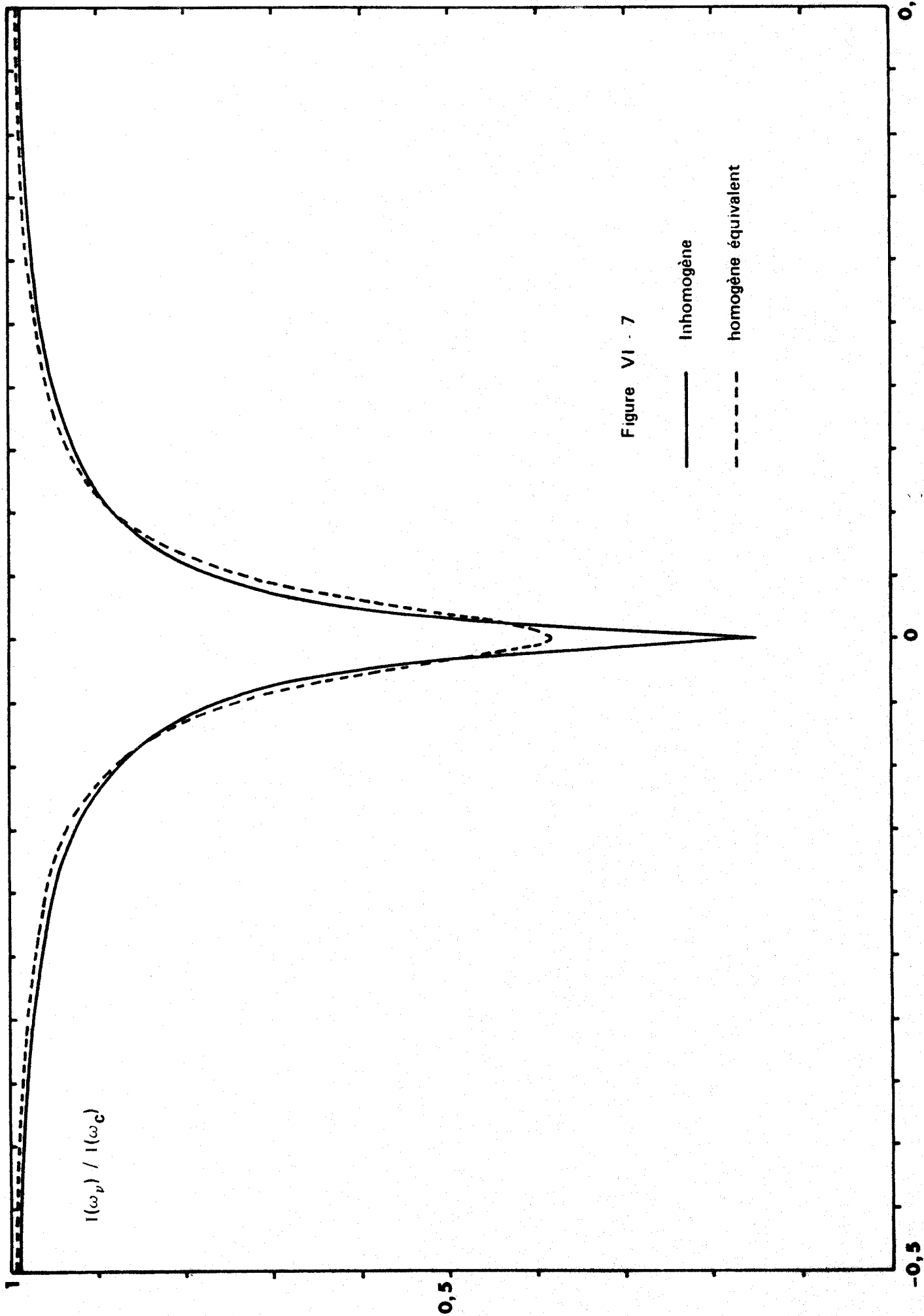
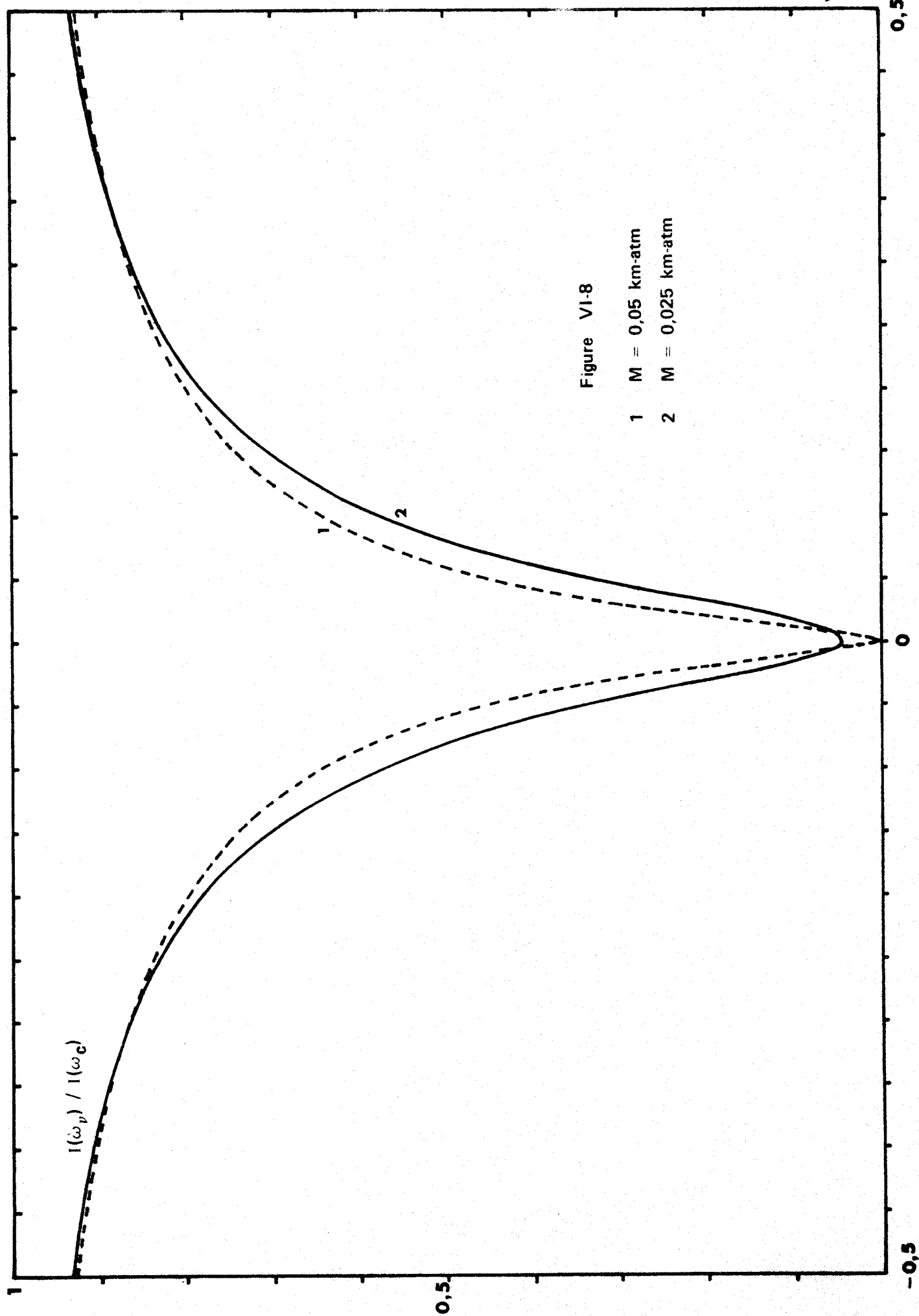


Figure VI - 6

$V - V_0$
 cm^{-1}





CHAPITRE VII

APPLICATION A L'ETUDE DES RAIES DU CO₂ FORMEES SUR VENUS

L'étude spectrale de la lumière réfléchie par Vénus a permis de détecter la présence de plusieurs gaz tels que CO_2 , CO , HCl , HF ... etc..., mais l'étude quantitative de ces observations n'a pu être effectuée que d'une manière très approximative, les raies étant, pour l'essentiel, formées dans l'épais manteau de nuages qui entoure la planète.

De nombreux auteurs (Kuiper (1952), Connes et al. (1967), Moroz (1968)) ont assimilé la couche nuageuse à une surface parfaitement réfléchissante au dessus de laquelle seraient formées les raies spectrales, ce qui leur a permis d'utiliser la méthode décrite au chapitre I. ; mais il n'y a eu que très peu de travaux dans lesquels les raies ont été considérées comme effectivement formées à l'intérieur du nuage (Belton et Goody (1968), Gray (1970), Potter (1968)); encore faut-il remarquer que les deux premiers se sont limités au cas de la diffusion isotrope.

Dans ce chapitre, nous appliquerons les méthodes décrites au cours des chapitres précédents à l'étude des raies du CO_2 au voisinage de 1μ (Gray (1969-1972)) et nous en déduirons certaines caractéristiques du nuage dans lequel sont formées les raies.

I. - RAPPEL DES CONNAISSANCES ACTUELLES.

D'après les observations du degré de polarisation de la lumière réfléchie par Vénus (Lyot (1929), Coffen et Gehrels (1969)), Hansen et Arking (1971) ont trouvé que les nuages de Vénus étaient probablement composés de particules d'indice $n = 1,44 \pm 0,02$ et que des particules sphériques correspondant à une granulométrie de type C_1 de Deirmendjann (1969), de rayon critique $r_c = 0,8\mu$ permettraient d'obtenir un bon accord avec les mesures. Ces caractéristiques sont celles du nuage Vénus des chapitres précédents que nous adopterons encore comme modèle des nuages de Vénus.

Les mesures d'albédo sphérique effectuées par Irvine (1969) ($A^* = 0,89$ à $1,06\mu$ et à $0,8\mu$) indiquent, d'après Herman et al. (1973), un albédo continu ω_c voisin de 0,9992 aux environs de 1μ , dans le cas d'une couche nuageuse unique.

Les mesures du rayon de la planète, au moyen de méthodes optiques (Dollfus (1964)), permettent d'obtenir, par comparaison aux méthodes radar (Kliore et al. (1969)), l'altitude approximative du sommet des nuages soit 70 à 80 km (5 à 40 mb) ; les mesures de Dollfus ayant été effectuées près de la conjonction inférieure, on pourra considérer cette valeur comme la limite extrême du sommet des nuages.

La sonde soviétique Venera VIII (Marov et al. (1973)) a effectué, au cours de sa descente vers le sol de Vénus, des mesures de flux qui semblent indiquer qu'il existe une couche nuageuse continue entre les altitudes 35 et 56 km et qu'au sol il subsiste encore 1 % du flux solaire incident. La descente de la sonde Venera VIII s'est effectuée alors que le soleil était très bas sur l'horizon ($\theta_0 \simeq 5^\circ$) ; dans ces conditions, l'épaisseur optique totale de la couche devrait être dans le visible de l'ordre de 150 à 200 d'après Herman et al. (1973). Pour une telle valeur, le nuage considéré est peu différent d'un nuage semi-infini et son épaisseur optique exacte importe donc peu ; le problème est évidemment de savoir s'il peut être considéré comme homogène quant à ses caractéristiques de diffusion ou même s'il n'existe pas plusieurs couches nuageuses successives.

Devaux et al. (1974) ont en effet montré que les photographies transmises par Mariner 10 lors de son passage à proximité de Vénus pouvaient être interprétées au moyen d'un modèle à deux couches nuageuses d'albédo de diffusion ω_c différents, la première ayant une épaisseur optique faible. Le rayonnement polarisé provenant des couches supérieures du nuage (profondeur optique $t < 2$ ou 3 d'après Deuzé (1974)) les caractéristiques du nuage de Hansen correspondent probablement à la couche supérieure et l'on ignore totalement celles de la couche inférieure. D'après Devaux (1974), en effet, la fonction de phase de la couche inférieure a une faible influence sur le rayonnement réfléchi par la planète.

II. - METHODE D'ANALYSE.

Au cours de ce chapitre, nous considérerons que les raies que nous interpréterons sont formées, au moins partiellement, dans un nuage dont les caractéristiques sont celles du modèle de Hansen et Arking rappelées ci-dessus, ce qui détermine sa fonction de phase. En première analyse, nous supposerons que les raies sont formées dans une couche nuageuse unique, et nous verrons s'il est possible d'interpréter les spectres observés aux différents angles de phase au moyen de ce modèle. Afin d'économiser du temps de calcul, nous ne considérerons, pour chaque angle de phase α , que le point du disque pour lequel $\theta = \theta_0 = \alpha/2$. Une telle approximation, d'un emploi assez courant, consiste à considérer qu'en moyenne le rayonnement observé provient d'une zone voisine de la partie la plus lumineuse de la planète ; ce point étant situé sur l'équateur, nous utiliserons, si possible, les mesures pour lesquelles la fente du spectrographe a été alignée le long de l'équateur, et nous élimi-

nerons en particulier celles pour lesquelles la fente a été orientée sur un axe pôle à pôle près du limbe ou du terminateur, le point $\theta = \theta_0 = \alpha/2$ n'appartenant pas à ces régions.

Nous considérerons deux modèles de nuage : dans le modèle A, le coefficient de diffusion varie proportionnellement à la pression ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$, où $p_0 = 1 \text{ atm.}$), dans le modèle B, σ est constant. Les paramètres que nous cherchons à déterminer sont le coefficient de diffusion σ (ou σ_0) et la pression au sommet du nuage pour chacun des deux modèles.

Du fait de la simplicité des formules analytiques correspondantes qui permettent une interprétation facile des mesures de largeur équivalente, nous nous limiterons en général à l'examen des raies fortes et des raies faibles et nous utiliserons les méthodes décrites au cours des chapitres précédents.

Dans le cas des raies faibles, on peut déterminer la "quantité spécifique" M , au niveau de formation, à partir de la relation (III-29)

$$M = W/(S \omega_c < \lambda >); \quad (\text{VII-1})$$

dans le cas des raies fortes le produit Mp , où p et M correspondent au niveau de formation de la raie, peut être déterminé par l'intermédiaire de (III-28)

$$Mp = W^2/(4S \alpha_0 \omega_c \Lambda^F). \quad (\text{VII-2})$$

Dans ces expressions, $< \lambda >$ et Λ^F ne dépendent, pour un angle de phase donné, que de ω_c puisque la fonction de phase du nuage est fixe.

D'après (II-16), si M est exprimé en km-atm, c étant la concentration en gaz absorbant,

$$M = cp/\sigma. \quad (\text{VII-3}).$$

1) Cas $\sigma = c^{te}$ (modèle B.)

Dans ce cas, M est variable et les raies faibles, formées à des niveaux situés plus bas dans le nuage, ne correspondent pas à la même quantité spécifique que les raies fortes. Cependant, si l'échelle de hauteur H de l'atmosphère est connue à un niveau voisin du niveau de formation, la pression de formation des raies faibles s'exprime par

$$p_f \simeq p_s \exp \left(\frac{\bar{t}(< \lambda >)}{\sigma H} \right), \quad (\text{VII-4})$$

et celle des raies fortes par

$$p_F \simeq p_S \exp \left(\frac{\bar{t}(\lambda^F)}{\sigma H} \right). \quad (\text{VII-5})$$

Dans ces expressions, p_S est la pression au sommet du nuage et $\bar{t}(\lambda)$ est la profondeur de pénétration associée au chemin optique λ considéré (voir chapitres IV et V). Si M_f est la quantité spécifique obtenue pour les raies faibles et M_F celle correspondant aux raies fortes, nous avons

$$M_F p_F \simeq \frac{cp_S^2}{\sigma} \exp \left(\frac{2\bar{t}(\lambda^F)}{\sigma H} \right), \quad (\text{VII-6})$$

et

$$M_f \simeq \frac{cp_S}{\sigma} \exp \left(\frac{2\bar{t}(<\lambda>)}{\sigma H} \right). \quad (\text{VII-7})$$

Les quantités $M_F p_F$ et M_f étant directement obtenues à partir des mesures, il est possibles de déterminer σ et p_S en résolvant ces deux équations simultanées.

2) Cas $\sigma = \sigma_0 p/p_0$ (modèle A).

Dans ce cas, la quantité spécifique M est indépendante de l'altitude ; l'équation (VII-1) donne directement M et donc σ_0 (voir (VII-3)) et la relation (VII-2) permet d'obtenir la pression de formation des raies fortes. D'autre part, la profondeur optique t , à la profondeur Z comptée à partir du sommet du nuage s'écrit

$$t = \int_0^Z \sigma(z) dz = \frac{\sigma_0}{p_0} \int_{p_S}^p p dz$$

$$t = \frac{\sigma_0 H}{p_0} (p - p_S) = \frac{Hc}{M^2} (M_p - M_{p_S}). \quad (\text{VII-8})$$

La pression au sommet des nuages est donc

$$p_S = p_F - \bar{t}(\lambda^F) p_0 / \sigma_0 H. \quad (\text{VII-9})$$

Pratiquement, il n'y a que fort peu de raies faibles dans les spectres observés par Gray, de plus la largeur équivalente de ces raies est connue avec une précision assez médiocre ; nous ne pourrions donc, très souvent

disposer que de raies fortes. Dans ce cas, il est clair que les mesures spectrales ne peuvent, à elles seules, permettre de déterminer p_s et σ (ou σ_0), nous fixerons donc arbitrairement l'une des inconnues p_s ou σ et nous déduirons l'autre ; il faudra alors vérifier que l'épaisseur optique du nuage, que nous calculerons entre les altitudes correspondant à p_s et 35 Km, permet d'obtenir à la base du nuage un flux en accord avec les mesures de Venera VIII. Ce résultat est en général dépendant du coefficient de reflexion ρ du sol de la planète, nous avons utilisé une méthode mise au point par Herman (1973) et permettant de déterminer ρ .

III. - DETERMINATION DE LA TEMPERATURE DE ROTATION.

Avant de poursuivre notre analyse, il est intéressant de remarquer que la détermination des températures de rotation des raies est indépendante du modèle choisi et qu'à la condition de ne considérer que des raies de même nature (faibles ou fortes) il n'est pas nécessaire de tenir compte de la diffusion. Cette remarque est importante puisqu'elle nous permettra d'utiliser les résultats obtenus par certains auteurs, en particulier Gray (1967-1970) qui ont considéré que les raies étaient formées dans une atmosphère claire située au dessus de nuages parfaitement réfléchissants.

La largeur équivalente d'une raie forte s'exprime par (I-21) pour un milieu purement absorbant

$$W \approx 2(S \sigma_0 p u)^{1/2}, \quad (\text{VII-10})$$

où u représente l'abondance en gaz absorbant, mesuré en km-atm,

et par (III-28)

$$W \approx 2(S \sigma_0 M p \Lambda^F)^{1/2}, \quad (\text{VII-11})$$

dans le cas d'un milieu diffusant. D'autre part, nous avons vu au chapitre I (relation (I-10)) que l'intensité d'une raie de nombre quantique m s'exprime par

$$S(m) = \frac{S_b |m|}{Q_R(T)} \exp \left(- \frac{hc B (m-1) m}{kT} \right).$$

Les relations (VII-10) et (VII-11) peuvent être écrites sous la forme

$$\text{Log} \left(\frac{W(m)}{\sqrt{m}} \right) = W_0 - \frac{hc}{2kT} B m(m-1), \quad (\text{VII-12})$$

où

$$W_O = \text{Log} \left(2 \left(\frac{S_b \alpha_c u p}{Q_R (T)} \right)^{1/2} \right) \quad (\text{VII-13})$$

dans le cas d'une atmosphère claire, et

$$W_O = \text{Log} \left(2 \left(\frac{S_b \alpha_o M p \Lambda^F}{Q_R (T)} \right)^{1/2} \right) \quad (\text{VII-14})$$

dans le cas d'une atmosphère diffusante.

Les caractéristiques du modèle d'atmosphère n'intervenant que dans le terme W_O , il est donc possible de déterminer la température de rotation à partir de la pente de la courbe $\log \{W(m) / \sqrt{m}\} = f(m)$ sans émettre d'hypothèse sur le mode de formation des raies.

Dans le cas des raies faibles, nous avons

$$W = S u \quad (\text{VII-15})$$

pour les raies d'absorption pure, et

$$W = S M < \lambda > \omega_c \quad (\text{VII-16})$$

pour les raies de diffusion. Compte tenu de l'expression (VII-11), nous pouvons écrire

$$\text{Log} \left(\frac{W(m)}{m} \right) = W'_O - \frac{hc}{kT} B m(m-1), \quad (\text{VII-17})$$

où

$$W'_O = \text{Log} \left\{ \frac{S_b u}{Q_R (T)} \right\} \quad (\text{VII-18})$$

dans le cas d'une atmosphère claire, et

$$W'_O = \text{Log} \left\{ \frac{S_b M < \lambda > \omega_c}{Q_R (T)} \right\} \quad (\text{VII-19})$$

dans le cas d'une atmosphère diffusante.

On peut donc également déterminer la température de rotation des raies faibles indépendamment du modèle d'atmosphère.

De nombreux auteurs ont ainsi déterminé la température de rotation des raies du CO_2 dans le proche infra-rouge (voir tableau (VII-1)). Les mesures les plus récentes sont celles de Gray-Young et de Connes et al. ; elles donnent une température moyenne voisine de 240 à 250 K, ce qui correspond,

d'après le modèle d'atmosphère de Marov (1972) (voir tableau (VII-2)) à une pression voisine de 120 à 170 mb. Il s'agit, en ce qui concerne les résultats de Gray, de moyennes effectuées sur un grand nombre de mesures faites pour différents angles de phase ; or, compte tenu de la pointe avant de la fonction de phase, le rayonnement est très pénétrant pour les faibles angles de phase alors qu'au contraire, aux grands angles de phase, il pénètre peu dans le nuage ; si les raies sont formées dans un milieu diffusant, les températures de rotation observées devraient donc diminuer lorsque l'angle de phase augmente.

Le tableau (VII-3) présente, pour trois bandes du CO_2 vers 1μ , les températures obtenues pour différents angles de phase et diverses orientations de la fente du spectrographe le long du disque. Il ne semble pas y avoir de variation significative de la température observée avec l'angle de phase, Gray en a donc conclu que les raies sont formées dans une zone relativement isotherme de l'atmosphère.

A 60° , on peut prendre comme limite supérieure de la température de rotation, environ 250 K soit environ 170 mb (voir tableau (VII-2)). Si l'on excepte une mesure à 274 K qui est supérieure aux valeurs correspondant à 60° et qui est donc probablement erronée, les températures observées par Gray sont, à 164° , comprises entre 230 et 250 K ; la pression moyenne de formation correspondante est donc comprise entre 40 et 170 mb, ce qui montre bien que dans la zone de formation des raies, la température varie assez lentement avec la pression. Cependant, nous verrons par la suite que même dans l'hypothèse où les raies seraient, à 164° , entièrement formées au dessus des nuages, la pression de formation ne pourrait être supérieure à 50 à 60 mb, les limites inférieures des mesures de Gray semblent donc, seules, convenir.

En définitive, il semble donc raisonnable d'admettre que, d'après les températures de rotation observées, le niveau de formation des raies est probablement compris entre 120 et 170 mb pour un angle de phase de 60° et compris entre 40 et 60 mb à 164° .

IV. - MODELE A UN SEUL NUAGE.

Afin d'obtenir l'accord avec les mesures d'albédo sphérique, nous fixerons l'albédo de diffusion continu du nuage à $\omega_c = 0,9992$.

1) Classification des raies étudiées.

Nous nous limiterons à l'analyse de deux des bandes observées par Gray à 8689 Å (1969) et à 10488 Å (1970 b), pour deux angles de phase $\alpha = 60^\circ$ et $\alpha = 164^\circ$.

Il nous faut, en premier lieu, reconnaître parmi les observations dont nous disposons des raies faibles et des raies fortes. Nous avons défini le niveau de formation d'une raie par l'intermédiaire de la profondeur de pénétration $\bar{t}(\Lambda)$ associée au chemin optique efficace Λ ; pour des raies faibles $\Lambda \simeq \langle \lambda \rangle$ et toutes les raies faibles sont donc formées à des profondeurs optiques voisines, la "quantité spécifique" M doit donc rester constante pour toutes les raies faibles considérées. Dans le cas des raies fortes $\Lambda \simeq \Lambda^F$ et toutes les raies fortes étant formées à un niveau voisin de $\bar{t}(\Lambda^F)$ le produit M_p doit rester constant. Nous pouvons donc utiliser ce critère pour déterminer si un ensemble de raies voisines appartient soit au régime faible, soit au régime fort.

Le tableau (VII-4) montre, pour les deux bandes considérées et pour l'angle de phase $\alpha = 60^\circ$, les rapports W/S et W^2/S respectivement proportionnels à M si les raies sont faibles et à M_p si les raies sont fortes. Il apparaît clairement que les raies de la bande à 10488 Å peuvent être considérées comme des raies fortes, en exceptant sans doute la raie P(50).

En ce qui concerne la bande à 8689 Å, il est plus difficile de conclure puisque le rapport W/S varie de 20 % entre les raies P(16) et P(30). D'autre part, si les raies de cette bande étaient fortes, le rapport W^2/S devrait être sensiblement égal à celui de la bande à 10488 Å, or il est trois à quatre fois plus élevé. Dans le cas d'un nuage homogène, une telle différence pourrait s'expliquer (voir relation (VII-2)) si l'albédo continu ω_c valait 0,9992 à 8689 Å et 0,995 à 10488 Å (voir les valeurs de Λ^F au tableau (VII-5)); pour un nuage inhomogène, cette dernière valeur serait sensiblement modifiée puisque le niveau de formation ne serait pas le même pour les deux bandes, mais ω_c devrait rester néanmoins nettement inférieur à 0,9992 pour 10488 Å.

Or, les mesures d'albédo sphérique n'ont pas montré de variations sensibles entre 0,8 et 1,0 ; il faut donc en conclure, soit que les raies de la bande 8689 Å appartiennent au régime intermédiaire, soit que les largeurs équivalentes à 10488 Å sont sous-évaluées. Cette dernière hypothèse nous semble tout à fait raisonnable car lorsqu'on mesure des largeurs équivalentes, il est très difficile d'estimer correctement le niveau continu, d'une part à cause du bruit propre à l'appareillage, mais aussi parce que les ailes des raies s'étendent très loin du centre et finissent par se superposer aux ailes des raies voisines. Nous avons vu, au chapitre VI, que dans le cas de raies formées en milieu diffusant, ces ailes sont particulièrement étendues, il en

résulte donc un affaissement du continu dont l'effet est en première approximation assimilable à une diminution de l'albédo de diffusion ω_c du nuage. Plus les raies sont intenses, plus les ailes s'étendent, en conséquence cet effet peut être important pour la bande à 10488 Å et faible pour la bande à 8689 Å. Une correction pourrait être effectuée si l'intervalle spectral sur lequel la largeur équivalente a été calculée était connue ; ce n'est malheureusement pas le cas ; nous considérerons donc indépendamment le cas des deux bandes spectrales.

La figure (VII-1) montre la "courbe de croissance" correspondant au nuage choisi comme modèle pour $\omega_c = 0,9992$ et $\alpha = 60^\circ$. La pression de formation a été arbitrairement fixée à 150 mb, valeur proche de celle déduite des températures de rotation. La quantité en abscisse, définie au chapitre II, est

$$b = SM \omega_c / 2\pi \alpha_0 p. \quad (\text{VII-20})$$

La largeur équivalente d'une raie étant exprimée par (III-27)

$$W = 2\pi \alpha_0 p b \sum_{m=1}^N \frac{A_m}{(-\gamma_m)^{3/2}} (2b - \gamma_m)^{-1/2}, \quad (\text{VII-21})$$

La courbe de croissance représentant $\log W$ en fonction de $\log b$, on remarquera que changer la valeur de p équivaut à modifier l'abscisse b et à faire subir à l'ensemble de la courbe une translation, ce qui n'en modifie pas la forme.

Si l'on suppose que les raies de la bande 8689 Å sont fortes, on peut en déduire la valeur du produit M_p (relation (VII-2)) et une valeur du paramètre b si l'on fixe arbitrairement la pression de formation. On peut opérer de même en supposant, au contraire, que ces raies sont faibles ; les valeurs de b correspondantes sont présentées au tableau (VII-6.A). On peut alors vérifier sur la courbe de croissance que l'hypothèse de raie forte est cohérente pour les deux plus fortes raies en supposant la pression de formation de l'ordre de 100 mb, par ailleurs l'hypothèse de raie faible n'est pas cohérente puisque la raie la plus faible correspondrait encore au régime intermédiaire ($b = 0,0025$).

Le tableau (VII-6.B) présente les mêmes résultats toujours pour la bande 8689 Å, mais obtenus à partir du produit M_p déduit des largeurs équivalentes des raies à 10488 Å. On notera que, dans ce cas, la raie P(40) de la bande 8689 Å serait une raie faible et que les autres raies appartiendraient au régime intermédiaire.

En conclusion, la bande $10488 \text{ \AA}$ est une bande forte. Si les mesures correspondantes ne sont pas sous évaluées, la raie $P(40)$ à $8689 \text{ \AA}$ doit être considérée comme une raie faible. Si les mesures à $10488 \text{ \AA}$ sont sous évaluées les raies les plus intenses de la bande $8689 \text{ \AA}$ sont très proches des raies fortes. Nous considérerons séparément les deux possibilités : utilisation des raies fortes à $10488 \text{ \AA}$ et de la raie faible $P(40)$ à $8689 \text{ \AA}$, utilisation des raies fortes $P(16)$, $P(20)$ et $P(30)$ à $8689 \text{ \AA}$.

2) Caractéristiques du nuage d'après les mesures de W à $\alpha = 60^\circ$.

Le modèle d'atmosphère que nous considérons ici ne comprend qu'un seul nuage, l'hypothèse la plus simple consiste à considérer que les raies sont entièrement formées à l'intérieur de ce nuage en négligeant l'influence de l'atmosphère claire, ce qui n'est possible, a priori, que pour des valeurs de α pas trop grandes ($\alpha = 60^\circ$). C'est cette hypothèse que nous adopterons en première analyse, puis dans un deuxième temps, nous tiendrons compte de l'influence de l'atmosphère claire située au dessus du nuage.

2-1) Raies formées dans une atmosphère uniformément nuageuse.

Nous pouvons appliquer directement la méthode d'analyse présentée au paragraphe III.

Supposons que les largeurs équivalentes mesurées à $10488 \text{ \AA}$ ne sont pas sous évaluées. La valeur moyenne du produit M_p pour les trois raies les plus intenses est $M_p = 0,0052 \text{ km-atm}^2$ (voir tableau (VII-4)) ; la raie $P(40)$ de la bande à $8689 \text{ \AA}$ donne $M = 0,11 \text{ km-atm}$. Dans ces conditions, et pour un nuage A tel que $\sigma = \sigma_0 p/p_0$, nous obtenons immédiatement $p_F = M_p/M = 47 \text{ mb}$ et $\sigma_0 = 8,2 \text{ km}^{-1}$, mais par application de la relation (VII-9) avec $\bar{t}(\Lambda^F) \simeq 8,8$ (voir tableau (VII-5)), on trouverait une valeur négative de p_s ; de plus, la pression de formation p_F est très basse (elle devrait être voisine de 170 mb d'après les températures de rotation). Le modèle ne convient donc pas.

Si $\sigma = C^{te}$ (Cas B), on obtient, en utilisant les relations (VII-6) et (VII-7) : $\sigma = 1,5 \text{ km}^{-1}$, $p_s = 30 \text{ mb}$ et $p_F = 100 \text{ mb}$; dans cette hypothèse, le sommet des nuages serait située vers 70 km , ce qui est raisonnable mais l'épaisseur optique totale de la couche serait de 50 , ce qui ne permet pas l'accord avec les mesures de flux de Venera VIII. ($\tau \simeq 150$ à 200 , voir paragraphe I.)

Supposons maintenant que les mesures à 10488 Å aient été sous-évaluées ; pour les deux raies plus intenses de la bande 8689 Å nous obtenons $M_p \simeq 0,02 \text{ km-atm}^2$. Pour le modèle A ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$) nous pourrions supposer que la pression au sommet du nuage est très faible, dans ce cas $\sigma_0 \simeq 8,7 \text{ km}^{-1}$ et $p_F \simeq 200 \text{ mb}$, l'épaisseur optique totale du nuage serait proche de 370 ce qui est beaucoup trop. Pour le modèle B, $\sigma = C^{te}$, nous ne pouvons plus négliger la pression au sommet du nuage, nous fixerons donc la pression de formation p_F à 170 mb, d'après la température de rotation, dans ces conditions nous obtenons $\sigma = 1,3 \text{ km}^{-1}$ et $p_S = 45 \text{ mb}$, l'épaisseur optique du nuage serait alors d'environ 45 et l'accord avec les mesures du flux de Venera VIII n'est toujours pas possible.

2-2) Formation des raies dans le nuage et dans l'atmosphère claire.

Dans ce qui précède, nous avons négligé l'influence de l'atmosphère claire située au dessus du nuage, nous allons maintenant en tenir compte.

2-2.1. Largeur équivalente d'une raie formée à la fois en atmosphère claire et en atmosphère diffusante.

Soit u l'abondance en CO_2 au dessus du nuage,

$$u = \eta w = \eta C H p_S \quad (\text{VII-22})$$

Dans cette expression, η est un paramètre qui tient compte des angles d'incidence θ_0 et d'émergence θ et de leur variation sur le disque, w représente la quantité de CO_2 présente dans une colonne verticale au dessus du nuage.

L'approximation de Curtis-Godson (voir ch. I) permet d'écrire que dans l'atmosphère claire, l'absorption s'effectue à la pression $p_e = p_S/2$, dans le nuage nous écrirons que la raie est, en moyenne formée à la pression $p_f = p(\bar{t}(\Lambda))$, où Λ est le chemin optique efficace défini au chapitre III.

L'absorption monochromatique est donc

$$A_v = \int_0^\infty \left\{ 1 - \exp\{-k_v(p_e)u - k_v(p_f) M \lambda \omega_c\} \right\} p(\lambda) d\lambda,$$

et la largeur équivalente s'écrit

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} A_v dv = \int_0^\infty p(\lambda) \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ 1 - \exp\{-k_v(p_e)u - k_v(p_f) M \lambda \omega_c\} \right\} dv d\lambda.$$

Dans le cas d'une raie forte

$$W \simeq 2(S \alpha_0 \omega_c M p_f)^{1/2} \int_0^\infty p(\lambda) \left(\lambda + \frac{u p_e}{M \omega_c p_f} \right)^{1/2} d\lambda. \quad (\text{VII-23})$$

La fonction de distribution $p(\lambda)$ est exprimée sous la forme (III-20), nous obtenons donc

$$W \simeq 2(S \alpha_0 \omega_c M p_f)^{1/2} \sum_{m=1}^N A_m \int_0^\infty e^{\gamma_m \lambda} \left(\lambda + \frac{u p_e}{\omega_c p_f} \right)^{1/2} d\lambda$$

Cette intégrale s'exprime au moyen des fonctions factorielles incomplètes (Bateman (1953))

$$\int_0^\infty e^{-r\lambda} (\lambda + a)^v d\lambda = r^{-v-1} e^{ar} \Gamma(v+1, ar),$$

où

$$\Gamma(s, x) = \Gamma(s) - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+s}}{n! (n+s)} ;$$

l'expression de W est donc, pour une raie forte

$$W = 2(S \alpha_0 \omega_c M p_f)^{1/2} \sum_{m=1}^N \frac{A_m}{(-\gamma_m)^{3/2}} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \left(-u \gamma_m p_e / M \omega_c p_f \right)^{n+3/2}}{n! (n+3/2)} \right\} \exp \left(- \frac{u \gamma_m p_e}{M \omega_c p_f} \right) \quad (\text{VII-24})$$

Dans le cas d'une raie faible, W s'écrit simplement

$$W \simeq S \int_0^\infty p(\lambda) (u + M \lambda \omega_c) d\lambda ,$$

Soit

$$W \simeq S (u + M \langle \lambda \rangle \omega_c) . \quad (\text{VII-25})$$

2-2.2. Application aux mesures faites à $\alpha = 60^\circ$

Nous avons programmé le calcul de l'expression VII-24 pour une série de valeurs de σ ou σ_0 suivant le modèle choisi et nous avons recherché dans chaque cas la pression p_s au sommet du nuage permettant d'obtenir, pour un angle de phase de 60° les largeurs équivalentes mesurées par Gray. Nous avons également calculé l'épaisseur optique totale du nuage et, au moyen

de la méthode d'Herman (1970.a), le coefficient de réflexion de sol ρ permettant d'obtenir l'accord avec les mesures de flux de Venera VIII. Les valeurs correspondantes de ρ ne sont présentées que dans le cas du modèle B car pour le modèle A ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$) les valeurs de σ_0 permettant d'interpréter les mesures de Gray donnent des épaisseurs optiques telles que même un coefficient de réflexion égal à 1 ne permettrait pas d'expliquer les mesures de flux de Venera VIII. La précision de ces mesures n'est pas bien connue, nous avons donc admis que le rapport des flux à la base et au sommet du nuage pouvait valoir 0,01 ou 0,005. Nous avons aussi considéré plusieurs valeurs du paramètre η qui est généralement de l'ordre de 3 ou 4 pour $\alpha = 60^\circ$; la valeur $\eta = 10$ suppose, en fait, si $\alpha = 60^\circ$, non une atmosphère claire, mais la présence d'une autre couche diffusante au-dessus du nuage.

2.2.2.1. Bande 10488 Å

Les résultats correspondant à la bande 10488 Å sont présentés aux tableaux (VII-7.A) pour le modèle A ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$) et (VII-7.B) pour le modèle B ($\sigma = c^{te}$). Le calcul étant itératif, le test d'arrêt correspond à une précision de 5 mb sur la pression p_s , les valeurs indiquées en constituent la limite supérieure ; 20 mb signifie donc que p_s est, en réalité, compris entre 15 et 20 mb.

Si l'on choisit une limite raisonnable pour le coefficient de réflexion de sol ($\rho < 0,6$), pour obtenir l'accord avec les mesures de flux de Venera VIII, il faudrait que σ_0 soit compris entre 4 et 6 km^{-1} pour le modèle A et entre 2,5 et 5 km^{-1} pour le modèle B. Dans le cas du modèle A, il n'est pas possible d'expliquer à la fois les mesures de flux de Venera VIII et les mesures de largeur équivalente de Gray. Dans le cas du modèle B, la pression au sommet du nuage est comprise entre 65 mb (67 km) et 120 mb (64 km).

Nous avons vu que si les mesures à 10488 Å ne sont pas sous évaluées, la raie P(40) à 8689 Å est sûrement faible ; nous avons donc fait figurer sur le tableau les valeurs de p_s déduites de l'examen de la raie P(40) de la bande 8689 Å considérée comme faible. En choisissant $\eta = 4$, la largeur équivalente de la raie faible pourrait être interprétée au moyen du modèle A en supposant $p_s \simeq 5$ mb et $\sigma_0 \simeq 8 \text{ km}^{-1}$ mais les raies fortes à 10488 Å ne peuvent pas être interprétées au moyen d'un tel modèle. Dans le cas du modèle B, le meilleur accord avec les raies fortes correspond à $p_s \simeq 90$ à 120 mb (62 à 64 km) et σ compris entre 2,5 et 3 km^{-1} .

On notera que le rôle joué par le paramètre η est d'autant

plus faible que σ (ou σ_0) est petit car alors les raies sont principalement formées dans le nuage lui-même et l'épaisseur d'atmosphère libre est faible. Dans le cas des raies faibles, le rôle de η est beaucoup plus important puisque W varie linéairement en fonction de η .

2.2.2.2. Bande 8689 Å considérée comme forte.

Les tableaux (VII-8.A) et (VII-8.B) correspondent à la bande 8689 Å. Les valeurs limites de σ et σ_0 permettant l'accord avec les mesures de flux de Venera VIII sont les mêmes que pour le cas précédent, mais p_s est plus grand. Le modèle A ne permet toujours pas d'expliquer les mesures de flux de Venera VIII puisque $\sigma_0 \geq 9 \text{ km}^{-1}$. Dans le cas du modèle B, p_s est compris entre 115 (64 km) et 190 mb (61 km).

2.2.2.3. Pression de formation.

Les températures de rotation (voir paragraphe III) fixent le niveau de formation entre 120 et 170 mb, or la pression de formation s'exprime pour le modèle A, par

$$p_F \simeq \bar{t}(\Lambda^F) / \sigma_0 H + p_s,$$

et dans le cas du modèle B, par

$$p_F \simeq p_s \exp(\bar{t}(\Lambda^F) / \sigma H).$$

Compte tenu des valeurs limites de σ_0 , nous obtenons, en exprimant p_F en mb

$$p_F = 280 + p_s \quad \text{si } \sigma_0 = 6 \text{ km}^{-1}$$

$$p_F = 420 + p_s \quad \text{si } \sigma_0 = 4 \text{ km}^{-1}$$

Ces pressions sont trop élevées, le modèle A ne permet pas d'expliquer à la fois les largeurs équivalentes mesurées ou les températures de rotation qui s'en déduisent et les mesures de flux de Venera VIII.

Dans le cas du modèle B, nous obtenons p_F compris entre 220 et 260 mb d'après les résultats correspondant à la bande 8689 Å et entre 130 et 170 mb d'après ceux de la bande 10488 Å, ce qui serait meilleur mais nous avons vu (paragraphe (III-1)) que ces mesures sont peut être assez fortement sous évaluées et on ne peut conclure, sans réserve, à l'acceptation de ce modèle. Le désaccord entre les pressions de formation à 8689 Å et celles déduites des températures de rotation correspondantes n'est pas très grand, il peut être dû,

en particulier, au fait que les raies de cette bande n'étant pas toutes fortes, la température de rotation a peut être été sous évaluée. Le meilleur accord entre les pressions de formation ($p_F = 220$ mb) et les températures de rotation ($T(220) = 257$ K) est obtenu à $8689 \text{ \AA}$ pour $p_s \simeq 115$ mb et σ de l'ordre de $2,5 \text{ km}^{-1}$ (modèle B).

3) Caractéristiques du nuage d'après les mesures de W à $\alpha = 164^\circ$.

Nous ne disposons, dans ce cas, que de mesures effectuées dans la bande $10488 \text{ \AA}$, les largeurs équivalentes sont cependant beaucoup plus faibles et les raies étant moins étendues la détermination du continuum est probablement moins difficile que pour $\alpha = 60^\circ$. Il faut néanmoins remarquer que les conditions expérimentales étaient sans doute assez difficiles ce qui laisse planer un doute quant à la précision des mesures.

Pour un tel angle de phase, l'atmosphère claire située au-dessus du nuage joue très certainement un rôle important car le paramètre η est grand. Pour $\Theta = \Theta_0 = \alpha/2$, nous obtenons

$$\eta \simeq \frac{1}{u} + \frac{1}{u_0} = 14,3.$$

En ce qui concerne la diffusion, les rayons incidents étant très obliques, ressortent presque immédiatement et seuls les premiers ordres de diffusion interviennent ; en nous limitant à la diffusion primaire, la profondeur de pénétration s'écrit donc

$$\bar{t}(\lambda) = \left(\frac{1}{u} + \frac{1}{u_0} \right)^{-1} \lambda.$$

Dans ces conditions, pour le nuage considéré $\bar{t}(\lambda^F)$ est voisin de 0,2 ; nous avons aussi considéré une pénétration égale à 0,5 qui correspond à la valeur obtenue en utilisant l'approximation (IV-39) mais est sans doute trop grande lorsque la diffusion primaire est prépondérante.

Le tableau (VII-9) présente pour diverses valeurs de σ (ou σ_0) la pression au sommet du nuage obtenue par l'intermédiaire de la relation (VII-24). Le rapport W^2/S ne variant que de 15 % entre les raies P(16) et P(30) alors que les intensités sont dans un rapport 2, nous avons encore considéré ces raies comme des raies fortes, il n'en est sans doute pas de même de la raie P(40) ce qui explique que les résultats correspondants soient assez

différents des autres. Le chemin optique moyen $\langle \lambda \rangle$ vaut environ 3 pour $\omega_c = 0,9992$, l'absorption dans le nuage est inférieure à ce qu'on obtiendrait pour un régime faible ($W < S < \lambda > \omega_c$), elle est donc très faible et pour les valeurs limites de σ (modèle B), correspondant à l'accord avec les mesures de flux de Venera VIII (σ compris entre 2,5 et 5 km⁻¹) les raies sont totalement formées dans l'atmosphère libre située au dessus du nuage, p_s est alors voisin de 25 à 30 mb. Dans le cas du modèle A où σ_0 doit être compris entre 4 et 6 km⁻¹, p_c est compris entre 13 et 22 mb.

Ces mesures ne sont peut être pas très précises, cependant elles montrent un désaccord avec les mesures à $\alpha = 60^\circ$, particulièrement net dans le cas du modèle B. Dans ce cas en effet la pression au sommet devrait être d'au moins 65 mb d'après la bande 10488 Å et 115 mb d'après la bande 8689 Å

En supposant que p_s ait la valeur 65 mb minimum (§ 2.2.2.3.) déduite des observations à 60° et en considérant le nuage comme une surface parfaitement réfléchissante, on peut calculer la largeur équivalente qu'aurait, à cet angle de phase, la raie P(16), soit

$$W = 2(S \alpha_0 u p_e)^{1/2}$$

où, d'après l'approximation de Curtis-Godson $p_e = p_s/2$. On trouve alors $W \simeq 0,128 \text{ cm}^{-1}$ au lieu de la valeur mesurée $W = 0,055 \text{ cm}^{-1}$. Une telle différence n'est sans doute pas imputable aux erreurs de mesure, il faut d'ailleurs remarquer que W serait encore beaucoup plus grand si l'on avait pris comme base la pression correspondant à la bande 8689 Å.

4) Conclusion.

Notre méthode d'analyse est très approximative mais les différents tests effectués aux chapitres V et VI ont montré que sa précision pouvait être estimée aux environs de 5 à 10 %. En nous en tenant aux deux modèles considérés et dans la mesure où le modèle A ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$) ne permet pas d'expliquer à la fois les largeurs équivalentes mesurées et les mesures de flux de Venera VIII et le modèle B donnant un désaccord entre les mesures à 60° et à 164° , nous concluerons qu'un modèle d'atmosphère comprenant une seule couche nuageuse dans laquelle le coefficient de diffusion est constant ou varie proportionnellement à la pression ne permet pas d'interpréter l'ensemble des mesures spectrales en même temps que les mesures de flux de Venera VIII.

V. - MODELE A DEUX NUAGES.

Cette conclusion suggère d'étudier un modèle à deux couches. Cependant, il faut remarquer que les mesures spectrales correspondent à un niveau assez élevé puisque, d'après les températures de rotation, la pression au niveau de formation est voisine de 120 à 170 mb pour $\alpha = 60^\circ$ et qu'on ne peut donc rien conclure en ce qui concerne l'atmosphère située en dessous du niveau de formation. Il pourrait donc exister d'autres couches différenciées situées à des pressions plus élevées.

Le modèle d'atmosphère que nous allons considérer est schématisé (figure (VII-2)) Les mesures du degré de polarisation concernant essentiellement les couches les plus élevées d'un nuage correspondent probablement au nuage supérieur auquel nous affecterons donc la fonction de phase correspondant au modèle de Hansen et Arking. La fonction de phase du deuxième nuage est donc inconnue, mais nous avons remarqué au chapitre VI que son influence sur la forme et la largeur équivalente des raies était faible comparativement à celle de l'albédo continu, en particulier lorsqu'on considère des fonctions de phase présentant une pointe avant marquée ; en l'absence d'informations sur la nature des particules constituant le nuage inférieur, nous utiliserons le modèle de Hansen et Arking pour les deux couches.

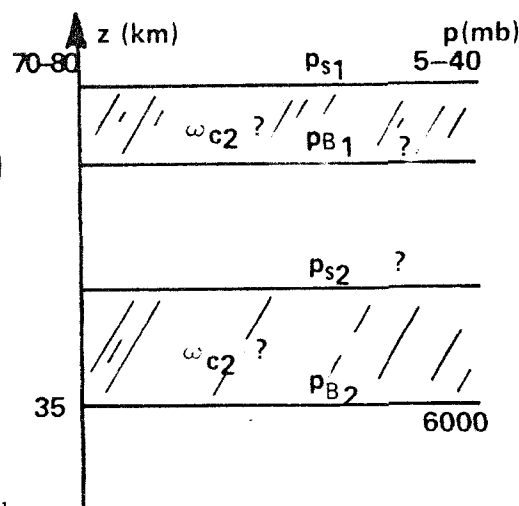


Fig: VII-2-

Nous avons signalé, au début de ce chapitre que Devaux et al. (1974) avaient adopté un modèle similaire pour interpréter les photographies transmises par Mariner 10, les albédos de diffusion des deux nuages étant différents ; nous essaierons donc de considérer simultanément les deux schémas suivants : le nuage supérieur est conservatif et le nuage inférieur est absorbant ou l'inverse, l'albédo de la couche absorbante étant alors fonction de l'épaisseur optique de la couche supérieure et déterminé par l'albédo sphérique de la planète, la couche inférieure est toujours supposée très épaisse.

Les principaux paramètres à déterminer sont donc les coefficients de diffusion respectifs et les pressions à la base et au sommet de la couche supérieure et au sommet de la couche inférieure. Nous considérerons à nouveau, pour chaque couche, les deux modèles de nuage déjà étudiés au paragraphe précé-

dent : $\sigma = \sigma_0 p/p_0$ (modèle A) et $\sigma = C^{te}$ (modèle B).

Il serait illusoire de vouloir déterminer exactement chacun de ces paramètres cependant l'examen des raies spectrales, conjointement aux mesures d'albédo sphérique et aux mesures de flux de Venera VIII, permet de restreindre le domaine de variation possible de chacune des inconnues.

Dans les conditions correspondant à la figure (VII-2), les raies pourraient être formées soit dans la couche supérieure, soit dans la couche supérieure et dans la couche intermédiaire, ce qui suppose que la couche inférieure est parfaitement réfléchissante, soit dans les trois couches. Chacune de ces trois hypothèses implique certaines conséquences que nous examinerons successivement.

1) Caractéristiques de la couche supérieure.

Si les raies sont formées dans le nuage supérieur pour tous les angles de phase, cette hypothèse équivaut au modèle à un seul nuage que nous avons déjà étudié. Cette hypothèse étant rejetée, l'épaisseur optique τ_1 de la couche supérieure doit être suffisamment faible pour que les raies n'y soient pas formées aux faibles angles de phase.

Cette condition peut s'exprimer sous la forme

$$\tau_1 < \bar{t}(\Lambda^F), \quad (\text{VII-28})$$

où $\bar{t}(\Lambda^F)$ est le niveau de formation des raies fortes.

1-1) Couche supérieure conservatrice.

Nous avons vu, au chapitre II, qu'une raie spectrale formée dans un milieu diffusant conservatif ($\omega_c = 1$) aurait une largeur équivalente infinie, l'expression "couche conservatrice" constitue donc ici un abus de langage, nous l'utiliserons cependant pour signifier que la couche considérée possède une très faible absorption.

Le tableau (VII-10) présente les profondeurs optiques de formation des raies fortes ($\bar{t}(\Lambda^F)$) pour diverses valeurs de l'albédo continu ω_{c1} voisines de 1. Compte tenu de la condition (VII-28), $\bar{t}(\Lambda^F)$ représente l'épaisseur maximum de la couche supérieure. Les températures de rotation fixent une pression de formation de l'ordre de 170 mb, et d'autre part, aux faibles angles de

phase les raies doivent être formées dans le nuage inférieur, nous pouvons donc supposer que si les deux nuages sont distincts la pression à la base du premier nuage est inférieure à 150 mb et ainsi obtenir une limite inférieure du coefficient de diffusion σ (ou σ_0) correspondant à l'épaisseur optique maximum $\tau_1 = \bar{t}(\Lambda^F)$, en fixant p_{s1} pour le cas du modèle B. A la lecture du tableau (VII-10), il apparaît alors que la couche supérieure pourrait être optiquement épaisse mais qu'elle serait alors dense.

Aux grands angles de phase, les raies doivent être formées dans la couche supérieure ou par réflexion sur cette couche, ces valeurs de σ (ou σ_0) doivent donc être comparées à celles qui ont été déduites des mesures de largeurs équivalentes à 164° (tableau (VII-9)). Les calculs correspondant à ce tableau ont été effectués pour $\omega_c = 0,9992$, cependant pour de telles incidences la diffusion primaire étant prépondérante $\langle \lambda \rangle$ et Λ^F varient peu en fonction de l'albédo et les résultats présentés au tableau (VII-9) restent valables. Nous obtenons alors le résultat suivant : si la couche supérieure est épaisse, la pression en son sommet doit être voisine de 15 à 30 mb, quelque soit le modèle, les raies seraient alors essentiellement formées au dessus du nuage à 164° .

1-2) Couche supérieure absorbante.

Si nous fixons préalablement l'épaisseur optique τ_1 de la couche supérieure, la couche inférieure étant conservative et assimilée à une couche semi-infinie, alors ω_{c1} est déterminé par le fait que l'albédo sphérique des deux couches doit être égal à 0,89. Nous avons calculé ω_{c1} en utilisant la méthode du noyau exponentiel mise au point par Herman (1973.a) pour des épaisseurs optiques τ comprises entre 1 et 10 tableau (VII-11.A). En utilisant la condition (VII-28) et les valeurs de $t(\Lambda^F)$ données dans ce tableau, il apparaît que τ_1 doit être inférieur à 5.

Les coefficients de diffusion obtenus à partir des largeurs équivalentes mesurées à $\alpha = 164^\circ$, permettent de calculer, pour chaque épaisseur optique τ_1 , la pression à la base du nuage supérieur (tableau (VII-11.B)) pour diverses pressions au sommet p_{s1} . Si la pression p_{s1} au sommet du premier nuage est inférieure à 20 mb, l'épaisseur optique τ_1 au niveau 150 mb doit être inférieure à 2 pour le modèle A, inférieure à 0,5 pour le modèle B. Cette dernière valeur est très faible, mais la profondeur optique de formation des raies fortes est à $\alpha = 164^\circ$ proche de 0,18 si $\omega_{c1} = 0,994$; une épaisseur optique de 0,5 est donc suffisante pour que les raies soient formées dans la couche supérieure pour $\alpha = 164^\circ$ si cette couche est absorbante.

1-3) Pression de formation.

Pour $\alpha = 164^\circ$, les températures de rotation observées par Gray sont comprises entre 230 et 250 K (voir paragraphe III) ; la pression de formation est donc comprise entre 40 et 170 mb. 170 mb est certainement trop grand puisque cette pression est sensiblement identique à la pression de formation aux petits angles de phase et correspond au nuage inférieur. Par ailleurs, si l'on ne considère que la diffusion primaire, le niveau de formation est inchangé par rapport au cas réfléchissant, or nous avons vu que dans ce cas, le sommet des nuages devrait être situé vers 30 mb (tableau (VII-9)), la pression de formation serait donc voisine de 15 mb, soit une température de rotation de l'ordre de 225 K. Pour que les raies puissent être formées à une pression supérieure à 40 mb, il faut que la profondeur de pénétration soit supérieure à ce qu'elle est en diffusion primaire, il faut donc que l'importance des diffusions multiples soit assez grande, ce qui, pour un angle de phase de 164° , nécessite que l'albédo de diffusion soit très élevé, la première couche serait donc presque conservative.

Pour une telle incidence, le chemin efficace des raies fortes Λ^F varie peu en fonction de ω_c , il vaut par exemple 3 pour $\omega_c = 0,99999$ et 2,4 pour 0,999 ; pour $\Lambda^F = 3$, en négligeant l'influence de l'atmosphère claire, nous obtenons $M_{p_F} \simeq 0,009 \text{ km-atm}^2$ d'après la relation (VII-7) et les valeurs de W du tableau (VII-9). Pour que p_F soit égal à la limite inférieure des pressions de formation déduites des températures de rotation, il faudrait que $\bar{t}(\Lambda^F)$ soit au moins égal à 0,5; ce nuage serait donc très peu absorbant. Fixons arbitrairement $\bar{t}(\Lambda^F) = 0,5$, nous pouvons alors calculer le coefficient de diffusion σ (ou σ_0) permettant d'obtenir une pression de formation en accord avec les températures de rotation observées, à la condition de fixer p_{s1} (tableau (VII-12)). Nous avons vu que la pression au sommet du nuage devait être inférieure à 30 mb, sinon les raies seraient entièrement formées au dessus du nuage et la température de rotation serait voisine de 225 K; 30 mb constitue donc une limite supérieure de p_{s1} que nous avons fait figurer à titre indicatif. Les coefficients de diffusion sont obtenus à partir des relations (VII-8) pour le modèle A et (VII-5) pour le modèle B.

D'après l'étude polarimétrique de la lumière réfléchie par Vénus, Hansen et Coffeen (1973) fixent à 70 mb au maximum la pression correspondant à une profondeur optique voisine de $t=1$; nous avons donc fait figurer sur ce tableau la pression correspondant à cette profondeur optique. Puisque 30 mb constitue une limite indicative, le modèle A ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$) semble mieux convenir avec $p_{s1} \simeq 20 \text{ mb}$ et $\sigma_0 \simeq 4,8 \text{ km}^{-1}$; l'épaisseur optique de la première

couche serait alors à 150 mb de 3,2 ce qui constitue la limite supérieure de τ_1 . Le modèle B ne peut cependant pas être rejeté car les mesures de polarisation pourraient correspondre au début de la couche inférieure qui commencerait alors à une pression inférieure à 70 mb.

En résumé, l'altitude du sommet de la première couche est supérieure à 71 km (30 mb), cette couche est sans doute conservative sinon il n'est pas possible d'interpréter les températures de rotation observées; enfin si le coefficient de diffusion y varie proportionnellement à la pression ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$), on obtient $p_{s1} \simeq 20$ mb, $\sigma_0 \simeq 4,8 \text{ km}^{-1}$ et $\tau_1 < 3,2$; si le coefficient de diffusion y est constant les mesures de polarisation pourraient correspondre à la deuxième couche nuageuse ($\tau_1 < 1$) qui débiterait à une pression inférieure à 70 mb (67 km).

2) Raies formées dans la couche supérieure et dans la couche intermédiaire.

Cette hypothèse suppose que le nuage inférieur est parfaitement réfléchissant ce qui est impossible, le rayonnement parcourant toujours un certain trajet à l'intérieur du nuage avant d'être réfléchi. On pourra cependant négliger l'influence de la deuxième couche diffusante si sa contribution à la largeur équivalente de la raie est faible, par exemple inférieure à 10 % de la largeur mesurée. Dans ces conditions, il est possible d'obtenir une valeur minimum du coefficient de diffusion de la couche inférieure en étudiant les largeurs équivalentes mesurées aux faibles angles de phase.

L'épaisseur optique de la couche supérieure est faible, de plus la fonction de phase possède une assez forte pointe avant ; une grande partie du rayonnement traverse donc la première couche en gardant une direction proche de la direction d'incidence, la diffusion dans le premier nuage a donc pour effet d'augmenter légèrement le coefficient η et nous pouvons, en première approximation, considérer que les angles d'incidence et d'émergence sur le deuxième nuage sont inchangés : $\theta = \theta_0 = \alpha/2$.

La relation (VII-23) qui exprime la largeur équivalente d'une raie formée à la fois dans une couche claire et dans une couche diffusante peut être simplifiée dans le cas où l'absorption dans la couche diffusante est faible par rapport à l'absorption dans l'atmosphère claire

$$W \simeq 2(S \alpha_0 u p_e)^{1/2} \int_0^\infty p(\lambda) \left(1 + \frac{M \lambda \omega_c p_f}{u p_e} \right)^{1/2} d\lambda,$$

soit à premier ordre, si $\lambda \omega_c p_f / 2up_e$ est petit

$$W \simeq 2(S \alpha_0 up_e)^{1/2} \int_0^\infty p(\lambda) \left(1 + \frac{M \lambda \omega_c p_f}{2up_e} \right) d\lambda,$$

$$W \simeq 2(S \alpha_0 up_e)^{1/2} \left[1 + \frac{M p_f \omega_c \langle \lambda \rangle}{2up_e} \right] \quad (\text{VII-29})$$

L'abondance u s'exprimant par (VII-22) avec $p_e = p_{s2}/2$, si l'influence du deuxième nuage est inférieure à 10 %, nous obtenons la condition

$$\frac{M \omega_c p_f \langle \lambda \rangle}{c \eta H p_{s2}^2} < 0,1.$$

Si le coefficient de diffusion varie proportionnellement à la pression (modèle A), cette condition s'écrit plus précisément, compte tenu de (VII-7)

$$\sigma_0^2 > \frac{10 \langle \lambda \rangle p_0 \omega_c}{\eta H p_{s2}} \cdot \left[\frac{\bar{t} \langle \lambda \rangle}{H p_{s2}} + \sigma_0 \right], \quad (\text{VII-30})$$

et, avec (VII-5) si le coefficient de diffusion est constant (modèle B)

$$\sigma > 10 \exp \left[\frac{2 \bar{t} \langle \lambda \rangle}{\sigma H} \right] \cdot \frac{\langle \lambda \rangle}{\eta H}. \quad (\text{VII-31})$$

Pour une atmosphère claire et un angle de phase de 60° , η est proche de 3 ou 4 ; la première couche diffusante est mince et η n'est donc pas très supérieur à ces valeurs. Il n'est cependant pas nécessaire de fixer arbitrairement η , car nous pouvons en obtenir une limite supérieure en fixant p_{s2} et en supposant que la raie est essentiellement formée dans l'atmosphère située au-dessus du nuage, soit d'après (VII-9), (VII-22) et avec $p_e = p_{s2}/2$

$$\eta \leq W^2 / (2S \alpha_0 c H p_{s2}^2). \quad (\text{VII-32}).$$

L'examen des expressions (VII-30) et (VII-31) montre que σ et σ_0 décroissent lorsque η croît, les valeurs que nous obtiendrons avec (VII-30) et (VII-31) sont donc bien des limites inférieures.

2-1) Couche supérieure conservative.

On trouvera les valeurs de η (VII-32), σ_0 (VII-30) et σ (VII-31)

correspondant aux bandes 10488 Å et 8689 Å au tableau (VII-13), pour trois pressions différentes au sommet du deuxième nuage : $p_{s2} = 100, 150$ et 200 mb, puisque σ et σ_0 croissent avec p_{s2} il n'est pas nécessaire de considérer des pressions p_{s2} supérieures à 200 mb. Compte tenu des coefficients de diffusion obtenus, l'épaisseur optique du deuxième nuage est très grande et l'accord avec les mesures de flux de Venera VIII n'est pas possible.

2-2) Couche supérieure absorbante.

Si l'albédo de diffusion de la couche inférieure augmente, $\langle \lambda \rangle$ et $\bar{t}(\langle \lambda \rangle)$ augmentent et l'examen des relations (VII-30) et (VII-31) montre que σ et σ_0 augmentent également, l'épaisseur optique du deuxième nuage croît donc aussi et bien que ω_{c2} soit proche de 1, l'accord avec les mesures de Venera VIII n'est toujours pas possible.

En conclusion, il n'est pas possible de négliger l'influence du nuage inférieur, le modèle réfléchissant ne peut donc pas être utilisé pour interpréter les spectres formés sur Vénus, sauf en ce qui concerne les températures de rotation (voir paragraphe III).

3) Raies formées dans les trois couches.

De même qu'au paragraphe (V-2), nous pouvons assimiler l'influence de la première couche diffusante à un accroissement du coefficient η dans la mesure où son épaisseur optique τ_1 est faible.

3-1) Couche supérieure conservative.

Pour que l'albédo sphérique reste égal à 0,89, l'albédo de diffusion continu de la couche inférieure doit être $\omega_{c2} = 0,99915$ si $\tau_1 = 1$ et $\omega_{c2} = 0,9990$ si $\tau_1 = 5$. Ces valeurs sont proches de l'albédo utilisé dans le cas du modèle à une seule couche ($\omega_c = 0,9992$) et la fonction de distribution $p(\lambda)$ varie donc peu (le chemin optique moyen $\langle \lambda \rangle$ varie de 11 % entre $\omega_c = 0,999$ et $\omega_c = 0,9992$, voir tableau (VII-5)). Compte tenu de la précision des mesures utilisées, il ne semble pas nécessaire de refaire les calculs effectués au paragraphe (IV-2) et les caractéristiques du nuage inférieur sont très proches de celles que nous avons déduites des observations à $\alpha = 60^\circ$ pour le modèle à une seule couche en tenant compte de l'atmosphère libre située au dessus du nuage. (tableaux (VII-7) et (VII-8)).

3-2) Couche supérieure absorbante.

Nous avons vu (paragraphe I-3) que cette hypothèse ne permet pas

d'expliquer les températures de rotation observées à 164° , cependant celles-ci peuvent être erronées car beaucoup des raies observées pour cet angle de phase appartiennent au régime intermédiaire de la courbe de croissance (voir paragraphe III).

Afin de simplifier les calculs, nous avons négligé l'influence de l'atmosphère libre et de la première couche situées au-dessus du nuage inférieur ; cette simplification n'est pas absurde dans la mesure où, lorsque l'albédo continu augmente, le chemin parcouru par les photons dans le nuage augmente également ; il en est donc de même de l'importance relative de l'absorption dans le nuage. Dans ces conditions (puisque la largeur équivalente due à la diffusion est sur évaluée), nous obtiendrons une valeur maximum du produit M_p (relation (VII-2)) et nous pourrons en déduire, grâce à la méthode d'analyse du paragraphe II, les caractéristiques extrêmes du nuage. Cependant (voir chapitre II), lorsque l'albédo continu est proche de 1, seules les raies d'intensité très faible appartiennent au régime linéaire de la courbe de croissance ; nous ne considérerons donc ici que des raies fortes et nous devons donc fixer arbitrairement l'une des inconnues, en l'occurrence la pression au sommet du nuage inférieur. Nous avons choisi trois valeurs possibles 50, 100 et 200 mb ; on peut remarquer que $p_{s2} = 50$ mb implique déjà que l'atmosphère claire entre les deux couches nuageuses est très mince ou même que les deux nuages se mélangent (voir paragraphe (V-1.3.)).

Les tableaux (VII-14.A) et (VII-14.B) correspondent à la bande 10488 Å pour, respectivement les modèles A ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$) et B ($\sigma = C^{te}$) et les tableaux (VII-15.A) et (VII-15.B) correspondent de la même façon à la raie la plus intense de la bande 8689 Å. Après avoir déterminé les coefficients de diffusion du nuage inférieur pour diverses valeurs de w_{c2} , nous avons calculé l'épaisseur optique τ_2 correspondante et le coefficient de réflexion de sol ρ permettant l'accord avec les mesures de flux de Venera VIII. De même que précédemment, nous avons supposé que le rapport des flux mesurés par Venera VIII, à la base et au sommet du nuage pouvait être erroné d'un facteur 2 et nous avons fait le calcul pour les deux valeurs 0,01 et 0,005.

Les coefficients de réflexion de sol correspondant au modèle A sont tous très élevés, supérieurs à 0,65, ce qui correspond à un sol très réfléchissant et est donc peu probable ; si l'on considère qu'un coefficient de réflexion de sol de 0,60 constitue une limite raisonnable quoique élevée, on aboutit alors aux résultats suivants :

(i) d'après la bande 10488 Å l'albédo de diffusion du nuage inférieur doit être inférieur ou égal à 0,99999 et la pression au sommet inférieure à 100 mb si les mesures de Venera VIII sont exactes (cas 0,01) ; si l'on admet une erreur d'un facteur 2 sur les mesures de Venera VIII (cas 0,005) ω_{c2} doit être inférieur ou égal à 0,999995 et p_{s2} doit être inférieur à 100 mb.

(ii) d'après la bande 8689 Å, p_{s2} pourrait atteindre 200 mb mais ω_{c2} doit être inférieur ou égal à 0,999995. Dans le tableau (VII-15.B), nous avons fait figurer la pression de formation p_F calculée d'après (VII-5), il apparaît alors que p_{s2} doit être inférieur à 100 mb si l'on désire que la pression de formation soit en accord avec les températures de rotation observées ($T < 250$ K, soit $p_F \leq 170$ mb) (voir paragraphe III).

4) - Conclusion.

Au cours de cette discussion, nous avons, en premier lieu, déterminé certaines caractéristiques de la couche supérieure dans laquelle (ou au dessus de laquelle) les raies sont formées aux grands angles de phases. Nous en avons déduit que son épaisseur optique était faible et que l'altitude de son sommet était supérieure à 71 km (30 mb). Par ailleurs, si les températures de rotation observées à 164° sont exactes, la couche supérieure est conservative, un bon accord avec les résultats déduits des mesures de polarisation (Hansen et Coffeen (1973)) serait obtenu dans le cas du modèle A ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$) pour $\sigma_0 = 4,8 \text{ km}^{-1}$, $p_{s2} \simeq 20$ mb (73 km) et $\tau_1 < 2$, valeur obtenue à 100 mb. Si le coefficient de diffusion était constant dans la première couche, les mesures polarimétriques pourraient correspondre à la couche inférieure.

Nous avons par ailleurs montré que le nuage inférieur ne pouvait pas être considéré comme une surface parfaitement réfléchissante et qu'aux faibles angles de phase les raies étaient donc formées à la fois dans les deux couches nuageuses et dans l'atmosphère claire, mais l'épaisseur optique de la première couche étant petite sa contribution à la formation des raies est faible sauf pour les grands angles de phase.

D'après les observations correspondant à un angle de phase de 60° , nous avons montré qu'un modèle dans lequel le coefficient de diffusion varie proportionnellement à la pression ne permettrait pas d'interpréter l'ensemble des mesures dont nous disposons. Par ailleurs, la pression au sommet du deuxième nuage est inférieure à 120 mb (64 km d'altitude). Si ce nuage est absorbant, σ_y est voisin de $2,5 \text{ km}^{-1}$; s'il est très peu absorbant, l'albédo de diffusion ω_{c2} doit être inférieur ou égal à 0,999995 et σ est compris entre $3,5$ et 5 km^{-1} .

Compte tenu de la température de rotation correspondant aux grands angles de phase pour lesquels les raies sont formées dans la couche supérieure, il semble donc que s'il existe deux couches nuageuses différentes, l'épaisseur d'atmosphère libre les séparant est faible, inférieure à 5 km. En fait, les deux couches peuvent être mélangées; il y aurait alors un nuage épais où le coefficient de diffusion serait constant, prolongé vers 50 à 100 mb par une brume où le nombre de particules diffusantes décroîtrait avec la pression, la couche supérieure étant conservative.

VI - COURBE DE PHASE DE LA LARGEUR EQUIVALENTE.

Au cours de cette étude, nous avons été amené à émettre l'hypothèse d'un modèle d'atmosphère comportant deux couches nuageuses différentes. Hunt (1972.b) était parvenu à la même conclusion en étudiant la courbe de phase de la largeur équivalente des raies, c'est-à-dire la variation de W en fonction de l'angle de phase. Celle-ci présente en effet un maximum vers $40 - 50^\circ$ (Gray (1972)) ; or avec un modèle ne comportant qu'un seul nuage, Hunt n'a jamais obtenu ce résultat, W étant toujours maximum vers 0° , il a donc conclu que c'est l'influence d'une couche claire dans laquelle le chemin parcouru augmente avec l'angle de phase qui était responsable de ce déplacement du maximum. Cependant, afin de simplifier les calculs, Hunt a utilisé une fonction de phase simplifiée, la fonction de Henyey-Greenstein (1941) qui ne comporte pas simultanément une pointe avant et une pointe arrière comme dans le cas des particules sphériques (figure III-V) ; Regas et al. (1973), Hansen (1973), Foucart (1973.b) ont montré qu'un nuage unique composé de particules sphériques permettait d'interpréter correctement la courbe de phase de la largeur équivalente et que, donc, les seules mesures spectrales ne permettaient pas de conclure à l'existence de deux couches. Notre démarche est ici, fort différente ; d'une part, notre conclusion n'est pas due uniquement à l'interprétation des mesures spectrales puisque nous avons fait intervenir les mesures de flux de Venera VIII et, d'autre part elle repose sur le fait qu'aux grands angles de phase la largeur équivalente des raies observées est faible, correspondant ainsi à une réflexion sur un nuage situé à très haute altitude (73 km environ) alors que les mesures à $\alpha = 60^\circ$ s'interprètent, conjointement avec les mesures de flux de Venera VIII, au moyen d'un nuage dont le sommet est situé vers 65 km d'altitude.

La figure (VII-3) montre la courbe de phase de la largeur équivalente dans le cas d'une raie forte (figure A) et dans le cas d'une raie faible

(figure B). Elle correspond à un modèle ne comportant qu'un seul nuage dans lequel le coefficient de diffusion σ est constant* ; nous l'avons représentée pour deux des modèles permettant d'interpréter les mesures faites à 10488 Å et correspondant à $\alpha = 60^\circ$: voir tableau (VII-7.B) ; dans le premier modèle $\sigma = 2,5 \text{ km}^{-1}$ et $p_s = 65 \text{ mb}$, dans le deuxième, $\sigma = 1 \text{ km}^{-1}$ et $p_s = 20 \text{ mb}$. Dans les deux cas, nous avons admis que dans l'atmosphère claire située au-dessus du nuage, le paramètre η était égal à $\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}$ ($\mu = |\cos \theta|$ et $\mu_0 = |\cos \theta_0|$) et les largeurs équivalentes ont été calculées au moyen de l'expression (VII-24) dans le cas des raies fortes et au moyen de (VII-25) pour la raie faible. La raie forte correspond à la raie P(16) de la bande 10488 Å et la raie faible à la raie P(40) à 8689 Å. La courbe de phase présente toujours un maximum situé vers 40° , mais il est d'autant plus marqué que σ est faible car dans ce cas, l'effet de pression est beaucoup plus important (voir les expressions (VII-4) et (VII-5) de la pression de formation). Du fait de la pointe arrière du diagramme de diffusion, la probabilité de réflexion est plus grande pour un angle de phase de 0° que pour 40° , le chemin optique parcouru par les photons à l'intérieur du nuage est donc plus faible à 0° qu'à 40° et il en est de même de l'absorption dans le nuage. Le maximum de la courbe de phase vers 40° peut donc s'interpréter au moyen d'un modèle ne comportant qu'un seul nuage.

Pour les angles de phase assez petits, l'absorption par la couche d'atmosphère claire située au-dessus du nuage est relativement faible et la différence d'allure entre les deux courbes est essentiellement due à l'effet de pression à l'intérieur du nuage, mais aux grands angles de phase, l'absorption par l'atmosphère claire devient très importante et la largeur équivalente augmente de nouveau et ceci d'autant plus que l'épaisseur d'atmosphère claire est grande. Le modèle 1 ($\sigma = 2,5 \text{ km}^{-1}$, $p_s = 65 \text{ mb}$) donne à 164° des largeurs équivalentes trop grandes mais le modèle 2 ($\sigma = 1 \text{ km}^{-1}$, $p_s = 20 \text{ mb}$) permettrait d'interpréter à la fois les mesures à 60° et à 164° , il donne en effet $W = 0,181 \text{ cm}^{-1}$ à $\alpha = 60^\circ$ et $W = 0,040 \text{ cm}^{-1}$ à 164° , ce qui est assez proche de la valeur expérimentale ($W = 0,055 \text{ cm}^{-1}$) ; mais nous avons vu que l'épaisseur optique totale du nuage, de l'ordre de 40, ne permettait pas d'interpréter les mesures de flux de Venera VIII. Nous avons donc ainsi été conduits à émettre l'hypothèse de deux couches nuageuses distinctes.

* Ce modèle a finalement été rejeté, mais la figure (VII-3) permet d'explicitier les raisons pour lesquelles nous avons adopté un modèle à deux couches.

VII. - CONCLUSION.

Nous n'avons considéré que deux modèles de répartition des particules très simples ($\sigma = c^{te}$ et $\sigma = \sigma_0 p/p_0$) et notre conclusion repose sur des extrapolations sans doute assez hasardeuses : nous avons en effet déterminé le coefficient de diffusion au niveau de formation de la raie, soit vers 60 km d'altitude et rien ne permet de supposer que la concentration en particules reste constante ou varie de façon régulière dans tout le nuage jusqu'à une altitude de 35 km. Il existe donc de nombreuses autres possibilités que celles que nous avons considérées et il n'y a pas à proprement parler d'évidence quant à l'existence de deux couches nuageuses distinctes, en particulier si on se limite aux seules mesures spectrales.

En nous limitant à l'étude de ces deux cas simples, et pour interpréter à la fois les mesures de flux de Venera VIII et les largeurs équivalentes des raies du CO_2 observées à $\alpha = 60^\circ$ et 164° , nous obtenons le modèle à deux couches schématisé sur la figure (VII-4).

Ce modèle permet d'interpréter l'ensemble des mesures dont nous disposons ; les photographies du limbe prises par Mariner 10 confirment en effet l'existence d'une première couche nuageuse ténue au-dessus du nuage dense. Par ailleurs, Dollfus (1966) a trouvé que la concentration en particules diffusantes variait, dans la haute atmosphère, avec une échelle de hauteur de 4 km, valeur proche de l'échelle de hauteur de la pression, or nous avons montré que si le coefficient de diffusion croissait proportionnellement à la pression, le flux à la base du nuage (vers 35 km) serait très inférieur à celui mesuré par Venera VIII. Il y a donc de fortes présomptions

quant à l'existence de deux couches nuageuses distinctes. D'autre part, Young (1973) a montré que la couche diffusante accessible aux mesures de polarisation pouvait être constituée de composés de l'acide sulfurique $H_2SO_4(H_2O)_n$; cette hypothèse qui semble assez bien confirmée (Pollack (1974)) expliquerait en particulier que les observations spectrales ne détectent pas de vapeur d'eau alors que Venera VIII en a détecté une quantité assez importante (Marov (1972)), l'acide sulfurique piégeant alors la vapeur d'eau qui ne serait présente qu'en dessous du nuage de H_2SO_4 .

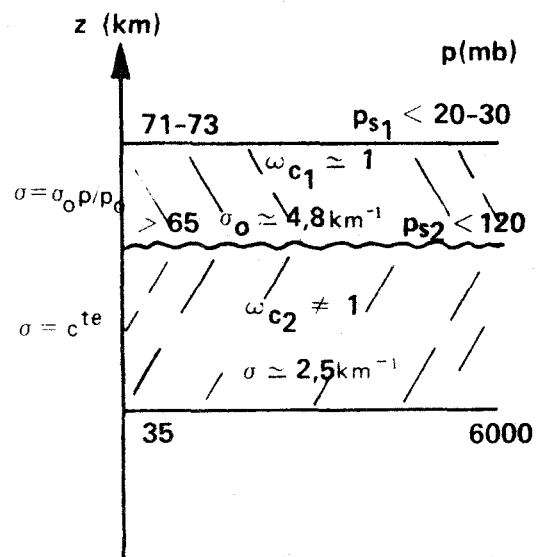


Fig: VII-4 -

On peut supposer que seuls les nuages supérieurs sont composés d'acide sulfurique, les nuages inférieurs étant constitués par des particules d'un autre corps absorbant dans l'ultra-violet, ce qui expliquerait le faible albédo sphérique observé en dessous de 4000 Å (Irvine (1969)) et la présence des tâches sombres observées dans l'U.V. (Boyer (1966), Dollfus (1967)), mais nous avons vu qu'aux faibles angles de phase le rayonnement était essentiellement réfléchi sur la deuxième couche nuageuse, la vapeur d'eau devrait donc pouvoir être détectée. Il faut alors admettre, ou bien que la deuxième couche nuageuse est aussi composée d'acide sulfurique ce qui ne permet pas d'expliquer les tâches U.V., ou bien que les deux couches nuageuses sont assez fortement mélangées, ou encore que la deuxième couche est composée d'un mélange quelconque piégeant également la vapeur d'eau qui serait présente dans une troisième couche inaccessible aux mesures spectrales I.R.

Les raies d'absorption de la vapeur d'eau seraient très probablement des raies faibles et leur niveau de formation serait donc voisin de $\bar{t}(<\lambda>)$. A $\alpha = 60^\circ$, si le nuage inférieur est absorbant, cela correspond pour le modèle choisi ($\sigma \simeq 2,5 \text{ km}^{-1}$, $p_s \simeq 115 \text{ mb}$) à une pression de formation d'environ 300 mb (dans l'hypothèse où les deux couches seraient mélangées); la brume supérieure devrait donc au moins se prolonger jusqu'à ce niveau soit 59 km d'altitude.

TABLEAU (VII-1)
(d'après L.D.Gray Young (1972))

Bande (A)	Nombre de mesures	Température de rotation (°K)	Abondance moyenne $w(\eta)1/2$ km-atm _{STP}	Références
7820	10	293±24	5,3	Spinrad(1962),Gray(1969)
7820	40	251±2	2,8	Schorn et al(1969)Young et al (1971)
7820	4	265±15	-	Chamberlain and Kuiper (1956).Chamberlain(1965)
7883	29	254±3	2,7	Gray et al(1969)Young et al (1971)
8689	6	266±13	-	Chamberlain and Kuiper (1956)Chamberlain(1965)
8689	23	246±1	2,6	Young et al (1969)
10362	1	270±30	-	Belton et al(1968)
10362	15	245±3	1,7	Schorn et al(1970)
10488	1	270±30	-	Belton et al (1968)
10488	31	245±3	1,5	Young et al(1970)
10627	19	245±2	1,7	Schorn et al (1971)
12030	2	242±5	0,8	Young et al (1970)
12177	8	244±5	0,7	Young et al (1970)
17015	2	240±10	0,8	Connes et al (1967)
17015	2	249±3	0,9	Young (1970)
22090	2	253±3	0,8	Young (1969)
22090	2	240	0,8	Connes et al(1968)

TABLEAU (VII-2)

Modèle de l'atmosphère de Vénus d'après Marov (1972).

Altitude (km)	Température (K)	Pression mb	Echelle de hauteur (km)
34	465	7040	10,39
36	448	5790	10,01
38	430	4720	9,62
40	413	3820	9,24
42	395	3060	8,94
44	376	2430	8,43
46	358	1900	8,02
48	341	1470	7,65
50	325	1130	7,29
52	310	852	6,96
54	297	635	6,67
56	285	468	6,41
58	271	340	6,10
60	260	243	5,85
62	250	172	5,63
64	240	119	5,42
66	237	82	5,31
68	234	56	5,28
70	231	39	5,30
72	227	26	5,14
74	224	18	5,07
76	221	12	5,01
78	218	8	4,94
80	215	5	4,87

TABLEAU (VII-3)

Comparaison des températures de rotation des bandes 10362 Å, 10488 Å, 10627 Å du CO₂ d'après Schorn et al.

angle de phase	10362 Å	10488 Å	10627 Å	moyenne
26 rouge	241(233-249)	232(227-238)	223(214-233)	232±5
116 rouge	222(206-242)	241(230-252)	233(226-240)	232±9
112 rouge	239(231-247)	267(246-292)	244(227-266)	250±13
26 bleu	234(228-241)	238(232-247)	226(216-236)	233±6
26 bleu	236(232-241)	241(234-248)	240(233-247)	239±5
26 bleu	237(235-240)	238(235-241)	228(222-233)	234±2
47 bleu		233(223-244)		233±11
47 bleu	238(234-243)	232(223-241)	243(236-250)	238±5
47 bleu	248(243-253)	238(230-246)	238(228-249)	241±6
49 bleu		226(217-237)		226±10
50 bleu		237(227-248)		237±11
52 bleu		232(228-236)		232±4
59 bleu		229(226-231)		229±3
59 bleu	234(228-239)			234±6
60 bleu			220(216-224)	220±4
63 bleu		240(235-246)		240±6
63 bleu			225(219-232)	225±7
63 bleu	230(221-239)			230±9
73 bleu	254(229-284)	236(232-240)	248(244-253)	246±11
74 bleu	244(239-249)	234(229-240)	240(233-248)	239±5
89 bleu	244(224-270)	241(236-246)	249(242-258)	245±10
124 bleu	235(224-247)	226(221-231)	226(216-237)	229±7
163 bleu	218(209-227)	239(233-245)	235(228-242)	231±5
164 bleu		238(234-242)		238±4
164 bleu			274(259-289)	274±15

TABLEAU (VII-3) suite

Température de rotation (K)

angle de phase	10362 Å	10488 Å	10627 Å	moyenne
164 bleu :				
72 rouge	241 (234-249)	239 (233-244)	231 (226-237)	241±8
69 rouge	240 (237-244)	238 (234-243)		237±4
68 rouge	238 (235-241)	240 (227-255)		238±5
T moyen	237	237	241	239±10
σ intérieur	3	3	3	237
σ extérieur	2	1	4	2
				2

TABLEAU VII - 4

Largeurs équivalentes mesurées par L.D.Gray pour l'angle de phase $\alpha = 60^\circ$
 Les intensités des raies correspondent à une température de 240K.

Bande obser- vée	Raie	S $cm^{-1} (km-atm)^{-1}$	W cm^{-1}	W/S	W^2/S	M $km-atm$ pour $\omega_c = 0,9992$	Mp^2 $km-atm^2$ pour $\omega_c = 0,9992$
8689 Å	P(16)	0,028	0,111	3,96	0,44	0,042	0,022
	P(20)	0,024	0,094	3,92	0,37	0,041	0,019
	P(30)	0,011	0,061	5,55	0,34	0,059	0,017
	P(40)	0,0028	0,030	10,71	0,32	0,113	0,016
10488 Å	P(16)	0,292	0,181	0,62	0,11	0,007	0,0056
	P(20)	0,256	0,161	0,63	0,10	0,007	0,0051
	P(30)	0,115	0,105	0,91	0,096	0,010	0,0048
	P(40)	0,029	0,058	2,00	0,12	0,021	0,0058
	P(50)	0,0042	0,024	5,71	0,14	0,060	0,0069

TABLEAU VII - 5

Chemins optiques moyens et efficaces et pénétrations correspondantes pour
le nuage Vénus . Angle de phase 60°

ω_c	$\langle \lambda \rangle$	Λ^F	$t(\langle \lambda \rangle)$	$t(\Lambda^F)$
0,9992	94,6	49,6	13,6	8,8
0,9991	89,2	47,7	13,0	8,6
0,999	84,7	46,0	12,6	8,4
0,9988	77,6	43,3	12,0	8,1
0,9985	69,5	40,0	11,2	7,6
0,998	60,3	36,0	10,2	7,1
0,9975	53,9	33,1	9,5	6,7
0,997	49,0	30,9	8,9	6,3
0,996	42,2	27,5	8,0	5,8
0,995	37,5	25,1	7,4	5,5
0,994	34,1	23,3	7,0	5,2
0,993	31,5	21,9	6,6	5,0
0,99	26,0	18,8	5,7	4,4
0,985	21,0	15,6	4,9	3,8
0,98	18,0	13,7	4,4	3,4
0,97	14,3	11,2	3,7	2,9
0,96	12,1	9,6	3,2	2,5

TABLEAU VII - 6A

Valeurs du paramètre b (voir texte) pour des pressions de formation arbitrairement choisies, en supposant alternativement que ces raies appartiennent soit au régime fort, soit au régime faible.

Bande 8689 Å

Raie	Raie forte		Raie faible	
	bp^2	b (p=100mb)	bp	b(p= 200 mb)
P(16)	$9,8 \cdot 10^{-4}$	$9,8 \cdot 10^{-2}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$9,5 \cdot 10^{-3}$
P(20)	$7,3 \cdot 10^{-4}$	$7,3 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$8,0 \cdot 10^{-3}$
P(30)	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$3,0 \cdot 10^{-2}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$5,0 \cdot 10^{-3}$
P(40)	$7,1 \cdot 10^{-5}$	$7,1 \cdot 10^{-3}$	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$

TABLEAU VII- 6B

Idem tableau (VII-6A). Le produit $Mp = 0,0052 \text{ km-atm}^2$ est déduit des mesures de largeurs équivalentes à 10488 Å.

Bande 8689 Å

	bp^2	b (p=100mb)	b (p=200mb)
P(16)	$2,3 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-2}$	$5,8 \cdot 10^{-3}$
P(20)	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-2}$	$5,0 \cdot 10^{-3}$
P(30)	$9,0 \cdot 10^{-5}$	$9,0 \cdot 10^{-3}$	$2,25 \cdot 10^{-3}$
P(40)	$2,3 \cdot 10^{-5}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$5,8 \cdot 10^{-4}$

TABLEAU (VII-7A)

Pressions au sommet du nuage d'après les largeurs équivalentes des raies de la bande 10488 Å. Angle de phase $\alpha = 60^\circ$.
On a fait figurer sur ce tableau l'épaisseur optique du nuage, le coefficient de réflexion du sol nécessaire pour permettre l'accord avec les mesures de flux de Venera VIII serait toujours supérieur à 1.

Limite supérieure à 5 mb par excès 20 mb $\Rightarrow P_s = 15-20$ mb

Modèle A ($\sigma = \sigma_o p/p_o$) 10488 Å

Raie	S cm ⁻¹ (km-atm) ⁻¹	W cm ⁻¹	σ_{o-1} km ⁻¹	P _s (mb)				τ_1
				$\eta = 1$	$\eta = 2$	$\eta = 3$	$\eta = 4$	
P(16)	0,292	0,181	10	< 0	< 0	< 0	< 0	275
			20	45	45	40	40	545
			30	110	95	85	80	810
			40	145	125	110	100	1080
								$\eta = 10$
P(30)	0,115	0,105	10					
			20	30	25	25	25	20
			30	90	80	75	70	50
			40	125	105	95	90	65
P(40)	0,029	0,058	10					
			20	50	45	45	40	35
			30	110	100	90	80	60
			40	150	115	110	105	75

TABLEAU (VII-7A) suite

Modèle A ($\sigma = \sigma_{O} p/p_O$)

P(40)	S cm ⁻¹ (km-atm) ⁻¹	W cm ⁻¹	σ_o km ⁻¹	P _s (mb)				
				$\eta = 1$	$\eta = 2$	$\eta = 3$	$\eta = 4$	$\eta = 10$
8689 Å	0,0028	0,03	10	470	235	155	120	45
Raie			8	20	10	7	5	2
faible			7,5					

TABLEAU (VII-7B)

Pressions au sommet du nuage d'après les largeurs équivalentes des raies de la bande 10488 Å. Angle de phase $\alpha = 60^\circ$.
On a fait figurer sur ce tableau l'épaisseur optique du nuage et le coefficient de réflexion du sol nécessaire pour permettre l'accord avec les mesures de flux de Venera VIII.

Modèle B ($\sigma = \text{Cte}$)

Raie	S cm^{-1} (km-atm) $^{-1}$	W cm^{-1}	σ km^{-1}	P_s (mb)				τ	ρ (0,01)	ρ (0,005)
				$\eta = 1$	$\eta = 2$	$\eta = 3$	$\eta = 4$			
P(16)	0,292	0,181	1	20	20	20	20	39	<0	<0
			1,5	35	35	35	35	52	<0	<0
			2	55	55	50	50	66	<0	<0
			2,5	70	65	65	65	80	0,04	<0
			3	80	80	75	75	95	0,31	0
			3,5	95	90	85	80	110	0,52	0
			4	105	100	95	90	125	0,67	0,25
			4,5	115	105	100	95	140	0,78	0,47
			5	120	110	105	100	150	0,83	0,58
			5,5	130	120	110	105	165	0,90	0,72

TABLEAU (VII-7B) suite

Modèle $\sigma = \text{Cte}$

Raie faible 8689 A	S cm^{-1} (km-atm) $^{-1}$	W cm^{-1}	σ km^{-1}	P_s (mb)				
				$\eta = 1$	$\eta = 2$	$\eta = 3$	$\eta = 4$	$\eta = 10$
P(40)	0,0028	0,03	1	9	9	9	9	9
			1,5	32	32	32	31	29
			2	66	64	62	61	52
			2,5	105	100	97	93	75
			3	148	139	131	124	93
			3,5	190	175	165	155	110
			4	235	215	195	180	120
			4,5	280	250	225	205	135
			5	320	280	250	225	140
			5,5	360	310	275	245	150

TABLEAU (VII-7B) suite

Modèle $\sigma = \text{Cte}$

Raie	S cm ⁻¹ (km-atm) ⁻¹	W cm ⁻¹	σ km ⁻¹	P _s (mb)				
				$\eta = 1$	$\eta = 2$	$\eta = 3$	$\eta = 4$	$\eta = 10$
P(30)	0,115	0,105	2,5	65	60	60	60	50
			3	75	75	70	70	60
			3,5	85	80	80	75	65
			4	95	90	85	85	70
			4,5	105	100	90	90	70
			5	110	105	100	95	75
			5,5	120	110	105	95	75
			2,5	70	70	65	65	60
			3	85	80	75	75	65
			3,5	95	90	85	85	70
P(40)	0,029	0,058	4	105	100	95	90	75
			4,5	115	105	100	95	80
			5	125	115	105	100	80
			5,5	130	120	115	105	85

TABLEAU (VII-8 A)

Pressions au sommet du nuage d'après les largeurs équivalentes des raies de la bande 8689 Å. Angle de phase $\alpha = 60^\circ$. On a fait figurer sur ce tableau l'épaisseur optique du nuage, le coefficient de réflexion du sol nécessaire pour permettre l'accord avec les mesures de flux de Venera VIII serait toujours supérieur à 1.

Limite supérieure à 5 mb par excès 20 mb $P_s = 15-20$ mb

Modèle A ($\sigma = \sigma_p/p_o$)

Raie	S cm ⁻¹ (km-atm) ⁻¹	W cm ⁻¹	$\sigma_{\frac{O}{l}}$ km ⁻¹	P _s (mb)				τ_l
				$\eta = 1$	$\eta = 2$	$\eta = 3$	$\eta = 4$	$\eta = 10$
P(16)	0,028	0,111	9	45	45	40	40	35
			10	80	80	75	70	60
			20	285	240	210	195	140
P(30)	0,011	0,061	9,5	15	15	15	15	15
			10	30	30	30	30	25
			20	220	190	170	155	115
								245
								270
								535

TABLEAU (VII-8 A)

Pressions au sommet du nuage d'après les largeurs équivalentes des raies de la bande 8689 Å. Angle de phase $\alpha = 60^\circ$. On a fait figurer sur ce tableau l'épaisseur optique du nuage, le coefficient de réflexion du sol nécessaire pour permettre l'accord avec les mesures de flux de Venera VIII serait toujours supérieur à 1.

Limite supérieure à 5 mb par excès 20 mb $P_s = 15-20$ mb

Modèle A ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$)

Raie	S cm ⁻¹ (km-atm) ⁻¹	W cm ⁻¹	σ_0 km ⁻¹	P_s (mb)					r_l
				$\eta = 1$	$\eta = 2$	$\eta = 3$	$\eta = 4$	$\eta = 10$	
P(16)	0,028	0,111	9	45	45	40	40	35	245
			10	80	80	75	70	60	270
			20	285	240	210	195	140	535
P(30)	0,011	0,061	9,5	15	15	15	15	15	
			10	30	30	30	30	25	
			20	220	190	170	155	115	

TABLEAU (VII-8B)

Pressions au sommet du nuage d'après les largeurs équivalentes des raies de la bande 8689 Å. Angle de phase $\alpha = 60^\circ$.

Limite supérieure à 5 mb par excès $20 \text{ mb} \Rightarrow P_s = 15-20 \text{ mb}$

Modèle B ($\sigma = \text{Cte}$)

Raie	S cm^{-1} $(\text{km-atm})^{-1}$	W cm^{-1}	σ km^{-1}	P_s (mb)				
				$\eta = 1$	$\eta = 2$	$\eta = 3$	$\eta = 4$	$\eta = 10$
P(16)	0,028	0,111	2,5	135	130	125	125	110
			3	160	155	150	145	125
			3,5	180	175	165	160	135
			4	205	190	180	175	145
			4,5	220	205	195	185	150
			5	240	220	205	195	155
P(30)	0,011	0,061	2,5	115	115	110	110	95
			3	140	135	130	125	110
			3,5	160	150	145	140	120
			4	180	170	160	155	125
			4,5	195	180	170	165	135
			5	210	195	180	170	140

TABEAU (VII-9)

Caractéristiques du nuage d'après les mesures de largeur équivalente à $\alpha = 164^\circ$.
Bande 10488 Å (Moyenne des trois mesures de Gray)

Raie	S cm^{-1} (km-atm) $^{-1}$	W cm^{-1}	Modèle A ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$)		Modèle B ($\sigma = \text{Cte}$)	
			σ_0 km^{-1}	$\frac{p_s}{p_0}$ (mb) $\bar{t}(\Lambda) = 0,2$ $\bar{t}(\Lambda^F) = 0,5$	σ km^{-1}	$\frac{p_s}{p_0}$ (mb) $\bar{t}(\Lambda) = 0,2$ $\bar{t}(\Lambda^F) = 0,5$
P(16)	0,292	0,055	10	25	5	28
			8	22	3	28
			6	20	2	28
			4	17	1	27
			3	14	0,5	25
			2,5	11	0,25	22
			2	6	0,10	13
					0,05	5
					0,04	3
					0,03	1
P(30)	0,115	0,038	10	28	5	31
			8	25	3	31
			6	23	2	31
			4	20	1	30
			3	17	0,5	29
			2,5	14	0,25	26
			2	9	0,10	20
			1,75	6	0,05	13
					0,04	10
					0,03	7



TABLEAU (VII-9) suite

Raie	S	W	modèle A ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$)		modèle B ($\sigma = Cte$)	
			$\sigma_0 \text{ km}^{-1}$	$p_s \text{ mb}$	$\sigma \text{ km}^{-1}$	p_s
P(40)	0,029	0,023	10	32	5	37
			8	31	3	36
			6	29	2	36
			4	26	1	36
			3	23	0,5	32
			2	16	0,10	24
			1,5	8	0,05	15
					0,04	12
					0,03	8
					0,02	5

TABLEAU (VII-10)

Epaisseur optique maximum de la couche supérieure et coefficients de diffusion correspondant.
On a supposé que la base du premier nuage était située à une pression inférieure à 150 mb.
Couche supérieure presque conservative.

$1-\omega_{cl}$	$\tau_1 = F(\eta^F)$	$\sigma_o (\text{km}^{-1})$	$\sigma (\text{km}^{-1})$ $p_{sd} = 5 \text{ mb}$	$p_{sd} = 30 \text{ mb}$
10^{-7}	24	31	1,4	2,8
10^{-6}	20	31	1,4	2,8
$5 \cdot 10^{-6}$	17,3	22	0,99	2,0
10^{-5}	15,7	20	0,90	1,8
$5 \cdot 10^{-5}$	13,3	17	0,76	1,5
10^{-4}	12	15	0,69	1,4

TABLEAU (VII-11A)

Couche supérieure absorbante : Albédo continu et profondeur de formation des raies fortes en fonction de l'épaisseur optique de la couche.
Couche inférieure conservative et semi-infinie. Albédo sphérique des deux couches $A^* \approx 0,89$.

τ_1	ω_{cl}	$\bar{\epsilon}(\lambda)^F$
10	0,997	6,3
8	0,996	5,8
6	0,995	5,5
5	0,994	5,2
4	0,993	5,0
3	0,991	4,6
2	0,987	3,8
1	0,97	2,9
0,5	0,95	2,3

TABLEAU (VII-12)

Coefficients de diffusion déduits des températures de rotation à $\alpha = 164^\circ$.

Hypothèse : couche supérieure conservative $\bar{t}(\Lambda^F) \approx 0,5$

T_{rot}	P_f (mb)	P_s (mb)	σ_o (km ⁻¹)	$p(t=1)$ mb	σ km ⁻¹	$p(t=1)$ mb
240	120	10	0,88	230	0,039	1440
		20	0,96	220	0,054	720
		30	1,07	210	0,069	480
235	60	10	1,92	110	0,054	360
		20	2,40	100	0,087	180
		30	3,20	90	0,139	120
230	40	10	3,2	70	0,069	160
		20	4,8	60	0,139	180
		30	9,6	50	0,334	55

TABLEAU (VII-13)

Coefficient de diffusion du nuage inférieur dans l'hypothèse où sa contribution à la largeur équivalente observée est inférieure à 10%. $\alpha = 60^\circ$.
Les valeurs de η sont des limites supérieures, celles de σ_o (modèle A) ou σ (modèle B) sont des limites inférieures.

Raie	S $\frac{-1}{\text{cm-atm}}$ (km-atm^{-1})	W $\frac{-1}{\text{cm}}$	u _{pe}	P _{s2} = 100 mb			P _{s2} = 150 mb			P _{s2} = 200 mb/		
				η	$\sigma_o \frac{-1}{\text{km}}$	$\sigma \frac{-1}{\text{km}}$	η	$\sigma_o \frac{-1}{\text{km}}$	$\sigma \frac{-1}{\text{km}}$	η	$\sigma_o \frac{-1}{\text{km}}$	$\sigma \frac{-1}{\text{km}}$
10488 A												
P(16)	0,292	0,181	0,280	12	174	19	5,3	245	39	3	315	65
P(30)	0,115	0,105	0,239	10	205	22	4,5	285	45	2,6	360	75
P(40)	0,029	0,058	0,290	12,4	170	19	5,5	235	38	3,1	305	63
8689 A												
P(16)	0,028	0,111	1,100	47	56	7,7	21	72	13	12	87	20
P(30)	0,011	0,061	0,845	36	69	9,0	16	90	16	9	112	25

TABLEAU (VII - 14A)

Caractéristiques extrêmes du nuage inférieur d'après les mesures de largeurs équivalentes à 10488 Å ($\alpha=60^\circ$)

- nuage inférieur presque conservatif - modèle A ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$)

Raie	S cm ⁻¹ (km-atm)	W cm ⁻¹	$1-\omega_{c2}$	Λ^F	Mp ² km-atm	$\bar{G}(\Lambda^F)$	P _{s2} mb	M km-atm	σ km ⁻¹	τ_2 à 5 atm	cas 0,04	cas 0,0005
P(16)	0,292	0,181	10^{-4}	80	0,0035	12	50	0,029	31	830	> 1	> 1
							100	0,022	40	1000	/	/
							200	0,015	61	1600	/	/
							50	0,025	36	950	/	/
	$5 \cdot 10^{-5}$			93	0,0030	13,3	100	0,019	46	1200	/	/
							200	0,013	70	1800	/	/
							50	0,020	44	1165	0,96	0,92
							100	0,016	57	1480	0,99	0,96
	10^{-5}			125	0,0024	15,7	200	0,010	88	2230	> 1	0,999
							50	0,018	51	1355	0,96	0,90
							100	0,013	67	1740	0,98	0,95
							200	0,009	104	2650	0,999	0,99
	$5 \cdot 10^{-6}$			140	0,0020	17,3	50	0,014	62	1650	0,94	0,89
							100	0,011	82	2130	0,96	0,92
							200	0,007	129	3280	0,98	0,96
							50	0,011	83	2195	0,97	0,93
	10^{-6}			180	0,0016	20	100	0,008	115	2970	0,97	0,94
							200	0,005	184	4680	0,98	0,96
	10^{-7}			245	0,0011	24	50					
							100					

TABLEAU (VII-15A)

Caractéristiques extrêmes du nuage inférieur d'après les mesures de largeurs équivalentes à 8689 Å ($\alpha=60^\circ$)
 - nuage inférieur presque conservatif - modèle A ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$)

Raie	W	S cm ⁻¹ (km-atm) ⁻¹	ω_{c2}	Λ^F	Mp ⁻² km-atm	$\bar{\epsilon}(\Lambda^F)$	P _{s2} mb	M	σ_0	τ_2 (5 atm)	cas 0,01	Cas 0,005
P(16)	0,111	0,028	0,9999	80	0,014	12	50	0,065	14	365	0,88	0,73
		0,99995		93	0,012	13,3	100	0,057	16	410	0,92	0,81
		0,99999		125	0,0088	15,7	200	0,045	20	510	0,97	0,92
		0,999995		140	0,0079	17,3	50	0,057	16	415	0,85	0,68
		0,999999		180	0,0061	21	100	0,050	18	465	0,88	0,75
		0,9999999		245	0,0045	24	200	0,040	23	590	0,95	0,67
							50	0,035	26	670	0,86	0,72
							100	0,027	34	865	0,90	0,80
							200	0,033	28	730	0,89	0,79
							50	0,028	32	835	0,90	0,80
							100	0,021	43	1085	0,92	0,83
							200	0,025	36	940	0,95	0,91
							50	0,022	42	1060	0,96	0,92
							100	0,016	56	1430	0,96	0,92
							200					

TABLEAU (VII-15B)

modèle B ($\sigma = \text{Cte}$)

Idem. au tableau (VII-15A)

Raie	W cm^{-1}	S cm^{-1} (km-atm^{-1})	ω_{c2}	Λ^F	M_p km-atm^2	$\bar{t}(\Lambda^F)$	p_{s2} mb	p_F mb	σ km^{-1}	τ_2 35 km	ρ 0,01	ρ 0,005
P(16)	0,111	0,028	0,9999	80	0,014	12	50	175	1,85	61	0	0
								220	2,95	89	0,06	0
								300	5,7	148	0,38	0
								170	2,08	69	0,12	0
								215	3,35	100	0,24	0
								295	6,50	169	0,46	0
								165	2,55	84	0,54	0,07
								205	4,20	126	0,58	0,15
								285	8,35	217	0,66	0,30
								160	2,85	94	0,66	0,32
								205	4,65	140	0,68	0,36
								285	9,25	240	0,73	0,45
								155	3,4	112	0,84	0,67
								200	5,6	170	0,84	0,69
								280	11,4	295	0,86	0,71
								150	4,2	140	0,95	0,89
								190	7,1	215	0,95	0,89
								275	14,7	385	0,95	0,90

Figure VII-1

Courbe de croissance de la largeur équivalente en fonction du paramètre

$$b = SM\omega_c / 2\pi\alpha_0 p_e$$

Nuage Vénus $\omega_c = 0,9992$, $\mu = \mu_0 = 0,866$

$p_e = 150$ mb

Figure VII-2

Courbe de phase de la largeur équivalente (unités relatives)

Nuage Vénus $\omega_c = 0,9992$

1 $p_s = 65$ mb $\sigma = 2,5$ km⁻¹

2 $p_s = 20$ mb $\sigma = 1$ km⁻¹

A Raie forte $S = 0,292$ cm⁻¹ (km-atm)⁻¹

B Raie faible $S = 0,0028$ cm⁻¹ (km-atm)⁻¹

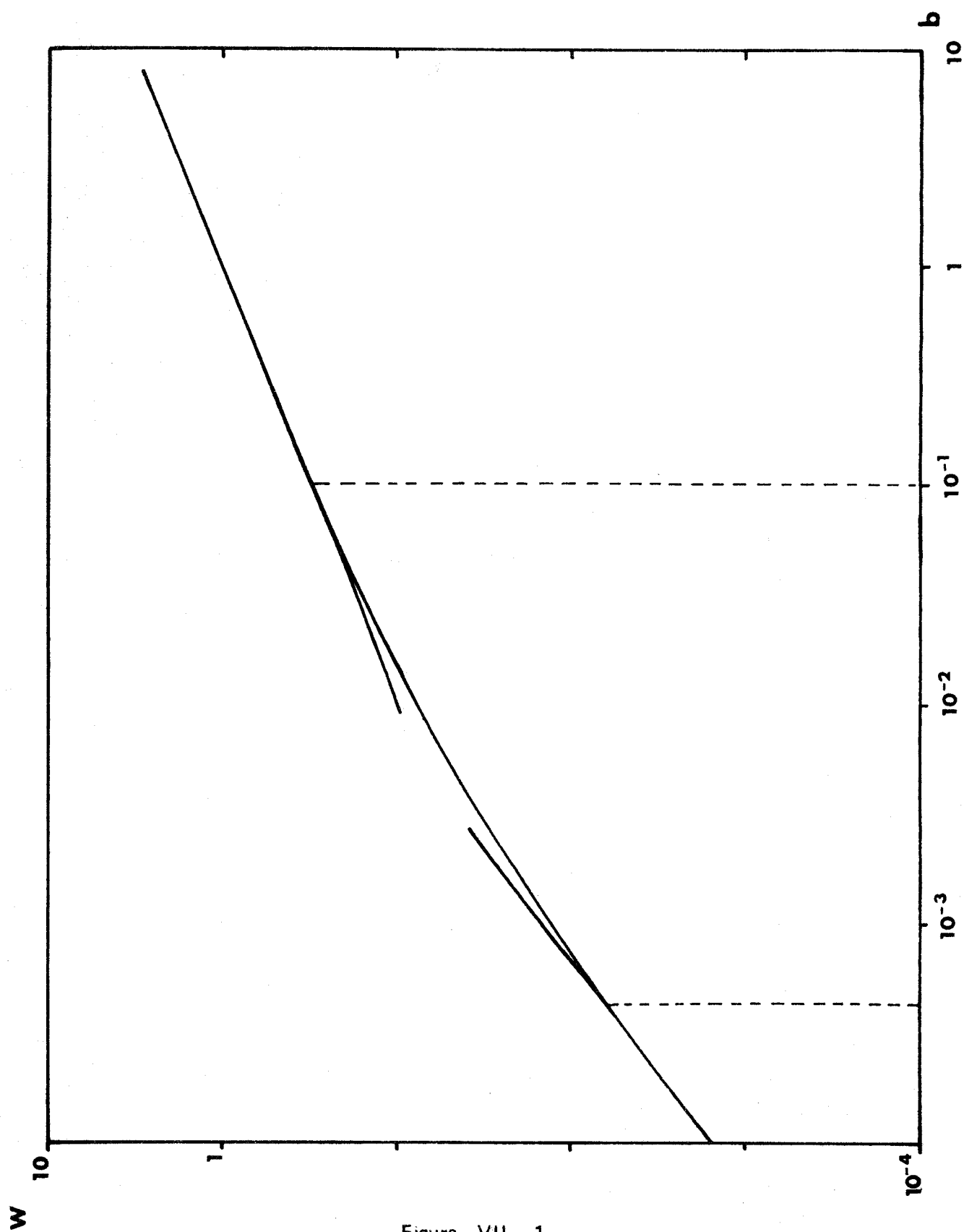


Figure VII - 1

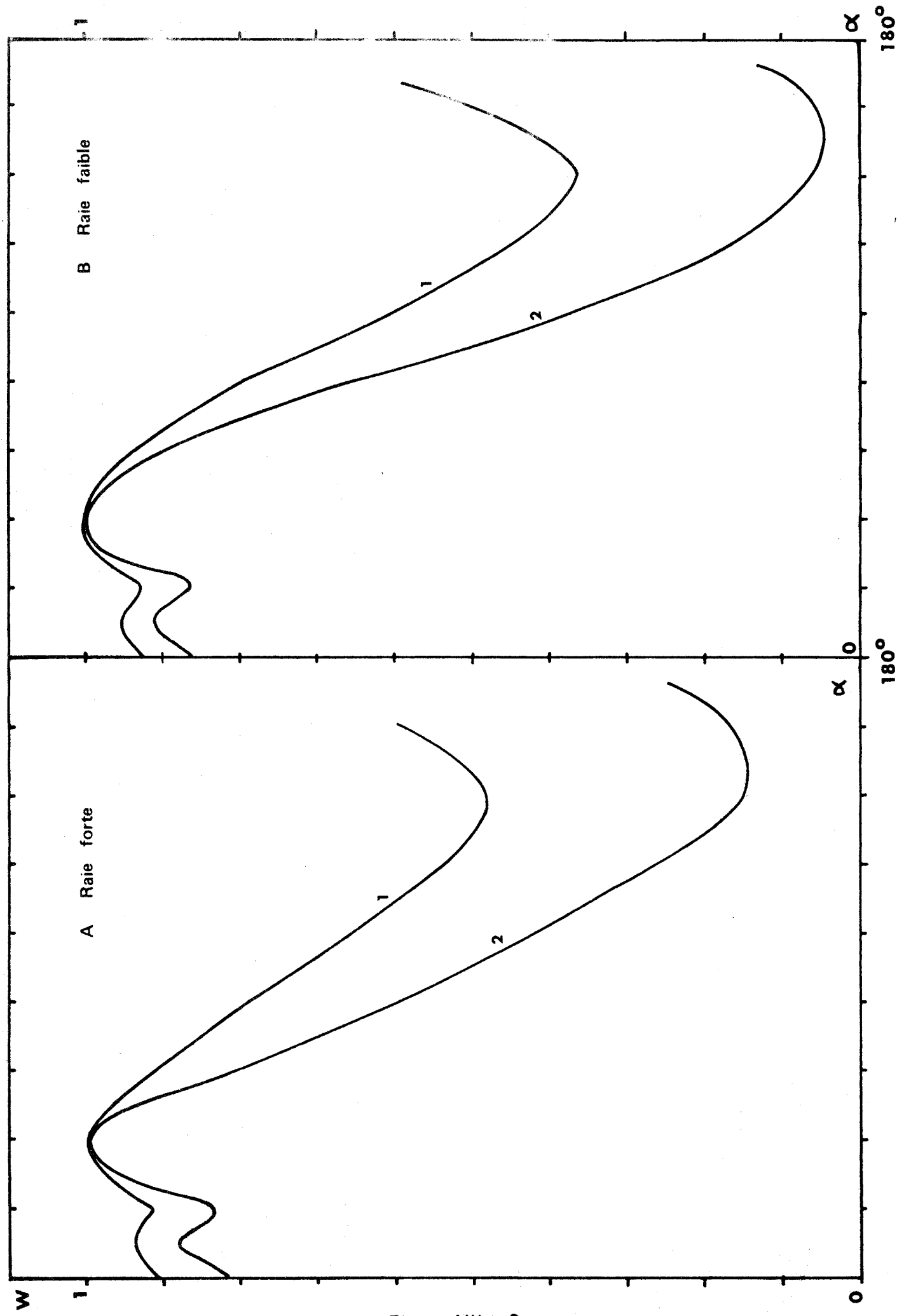


Figure VII - 3 -

CONCLUSION

L'utilisation de la distribution du chemin optique des photons diffusés ($p(\lambda)$) a permis de mettre au point une méthode d'analyse des raies spectrales formées dans les atmosphères diffusantes analogue à celle qui est couramment utilisée dans le cas des atmosphères claires.

En nous limitant, dans une première étape, au cas des nuages semi-infinis, pour lesquels la distribution du chemin optique est connue exactement pour chaque ordre de diffusion, nous avons justifié l'existence des régimes limites de la "courbe de croissance" des raies spectrales, en particulier celle du régime linéaire dans le cas où le nuage n'est pas conservatif (chapitre II), et nous avons montré que la largeur équivalente d'une raie faible était proportionnelle au chemin optique moyen $\langle \lambda \rangle$ parcouru par les photons dans le nuage, la largeur équivalente d'une raie forte étant proportionnelle à $(\Lambda^F)^{1/2}$, le moment d'ordre 1/2 de $p(\lambda)$.

Nous avons proposé au chapitre III une méthode d'inversion de la transformée de Laplace, au moyen des Approximants de Padé de type II, permettant de calculer la distribution du chemin optique dans le cas de couches d'épaisseur optique quelconque. Cette méthode s'est révélée très stable et très simple d'emploi, son étude théorique mériterait sans doute d'être poursuivie.

Désirant appliquer notre méthode au cas des atmosphères inhomogènes, nous avons introduit au chapitre IV la notion de "profondeur de pénétration" $\bar{t}(\lambda)$, en établissant une relation entre le chemin optique parcouru dans le nuage et la pénétration du rayonnement à l'intérieur de celui-ci. En utilisant une méthode approchée de résolution de l'équation de transfert en milieu diffusant, nous avons obtenu une expression approximative simple de la "profondeur de pénétration", et nous avons montré qu'elle était proportionnelle à $\lambda^{1/2}$ si $t \ll (1-\omega_c)^{1/2}$ et si la diffusion primaire n'est pas prépondérante.

Nous avons ensuite montré que, pour un nuage dans lequel l'absorption croît avec la profondeur optique, il est possible d'obtenir une valeur approchée de l'intensité réfléchie en considérant que, dans tout le nuage, l'absorption est la même qu'à la "profondeur de pénétration" moyenne $\bar{t}(\langle \lambda \rangle)$ (relation

(V-2)). Les tests que nous avons effectués ont montré que cette méthode était souvent très précise, les écarts maximums enregistrés restant inférieurs à 6 %. Cependant elle est très empirique et nous n'en avons pas obtenu de véritable justification ce qui serait sans doute nécessaire.

Au chapitre VI, nous avons analysé le profil des raies spectrales formées en milieu diffusant et nous avons montré que les ailes des "raies de diffusion" étaient beaucoup plus étendues que celles des raies formées en milieu purement absorbant alors que le centre se saturait moins vite. Nous avons aussi défini le niveau de formation d'une raie spectrale comme la "profondeur de pénétration" $\bar{t}(\lambda)$ associée au chemin optique efficace λ , soit $\bar{t}(\langle\lambda\rangle)$ pour une raie faible et $\bar{t}(\lambda^F)$ pour une raie forte.

Au chapitre VII, nous avons appliqué cette méthode d'analyse au cas des raies du CO_2 formées sur Vénus au voisinage de 1 μ . Nous avons étudié deux modèles simples de nuage : pour le modèle A, le coefficient de diffusion σ varie proportionnellement à la pression, et pour le modèle B il reste constant. Nous avons alors montré qu'il n'était pas possible d'expliquer à l'aide de ces modèles les mesures de Gray pour les angles de phase 60° et 164° conjointement avec les mesures de flux de la sonde Vénéra VIII et nous avons donc envisagé un modèle à deux couches diffusantes distinctes. Le meilleur accord avec l'ensemble des mesures dont nous disposons est alors obtenu en supposant que le sommet de la couche supérieure est situé vers 71-73 km d'altitude et qu'elle est conservative ; d'après les sondages polarimétriques, le coefficient de diffusion devrait y varier proportionnellement à la pression ($\sigma = \sigma_0 p/p_0$, $\sigma_0 \approx 4,8 \text{ km}^{-1}$) ; la couche inférieure commencerait aux environs de 65 km d'altitude, elle serait faiblement absorbante ($\omega \approx 0,9991$) et le coefficient de diffusion y serait constant ($\sigma \approx 2,5 \text{ à } 3 \text{ km}^{-1}$). Cependant les mesures spectrales correspondant à un niveau de l'atmosphère situé à une altitude élevée et il n'est pas possible de connaître au moyen de ces mesures la structure ou les caractéristiques de l'atmosphère profonde ; il pourrait, en particulier, exister d'autres couches nuageuses distinctes au-dessous du niveau de formation des raies, soit pour des pressions supérieures à 200 mb.

De l'étude que nous avons menée, il ressort que l'analyse des spectres formés dans les atmosphères planétaires permet d'obtenir des informations intéressantes sur les atmosphères considérées ; toutefois nous avons été souvent gênés par l'absence de précision des mesures dont nous nous sommes servis.

L'exploitation des spectres à haute résolution obtenus par P. Connes (1973) devrait permettre d'obtenir des résultats plus probants et d'étudier les problèmes relatifs à la concentration et à la répartition des constituants mineurs qui n'ont pas été abordés ici.

REFERENCES

- . ADAMS W.S. et DUNHAM T. - (1932) Publ. Astron. Soc. Pacific, 44, 243.
- . BAKER G.Jr. - (1965) Advances in Theoretical Physics (Ed : K.A. BRUECKNER) vol 1, Academic Press, New-York.
- . BATEMAN H. - (1953) Higher Transcendental Functions II, Mc Graw Hill Books Company Inc., New-York.
- . BELLMANN R., KALABA R.E., et LOCKETT J.A. - (1966) Numerical Inversion of the Laplace Transform, New-York.
- . BELTON M. et HUNTEN D.M. - (1966) Astroph. Jl. 145, 454.
- . BELTON M. - (1968) J.A.S. 25, 596.
- . BELTON M., HUNTEN D.M. et GOODY R.M. - (1968) "The Atmosphere of Venus and Mars", Gordon and Branch (New-York).
- . BOULANGUE M.H. - (1972) Rapport de D.E.A., Université des Sciences et Techniques de Lille.
- . BOYER C. et GUERIN P. - (1966) Compte Rendu Acad. Sc. Paris, 263, 253.
- . BREZINSKI C. - (1971) Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, A.O. 5203.
- . BREZINSKI C. - (1973) "Accélération de la convergence en Analyse Numérique", Cours de D.E.A., Université des Sciences et Techniques de Lille.
- . BUELL J., KALABA R. et FYMAT A. - (1972) J.Q.S.R.T., 12, 769.
- . CHAMBERLAIN J.W. et KUIPER G.P. - (1956) Astroph. Jl., 124, 399.
- . CHAMBERLAIN J.W. - (1965) Astroph. Jl., 141, 1184.
- . CHAMBERLAIN J.W. et Mc ELROY M.B. - (1966) Astroph. Jl., 144, 1148.
- . CHAMBERLAIN J.W. - (1970) Astroph. Jl., 159, 137.
- . CHANDRASEKHAR S. - (1960) Radiative Transfer, New-York, Dover Publications.
- . COFFEEN D.L. et GEHRELS T. - (1969) Astron. Jl., 74, 433.
- . COMMISSION INTERNATIONALE DU RAYONNEMENT I.A.M.A.P. - I.U.G.G. Radiation Commission "Standard Procedures to compute Atmospheric Radiative Transfer in a Scattering Atmosphere", vol I, Ed. J. LENOBLE, Université des Sciences et Techniques de Lille.
- . CONNES P., CONNES J., BENEDICT W.S. et KAPLAN L.D. - (1967) Astroph. Jl., 147, 1230.
- . CONNES P., CONNES J., KAPLAN L.D. et BENEDICT W.S. - (1968) Astroph. Jl., 152, 731.

- . CONNES P., CONNES J. et MAILLARD J.P. - (1969) "Atlas des Spectres Infra-rouges de Vénus, Mars, Jupiter et Saturne". Editions du Centre National de la Recherche Scientifique, Paris.
- . CONNES J., CONNES P. et KAPLAN L.D. - (1969) *Astroph. J.*, 157 L. 187.
- . CONNES P. et MICHEL G. - (1974) *App. J.* Letters.
- . CURTIS A.R. - (1952) *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 78, 638.
- . DEVAUX C., FOUQUART Y., HERMAN M. et LENOBLE J. - (1973) *J.Q.S.R.T.*, 13, 1421.
- . DEUZE J.L., DEVAUX C. et HERMAN M. - (1973) *Nouv. Rev. Optique*, 4, n° 5, 307.
- . DEVAUX C., HERMAN M. et LENOBLE J. - (1973) Congress of the "Internationale Astronautical Union", Baku U.S.S.R..
- . DEVAUX C., HERMAN M. et LENOBLE J. - (1974) Conférence sur l'atmosphère de Vénus. New-York 15-17 octobre. A paraître *J.A.S.* (1975).
- . DEIRMENDJANN D. - (1969) *The Electromagnetic Scattering of Spherical Polydispersions*. Elsevier, New-York.
- . DEUZE J.L. - (1974) Thèse de 3e cycle, Université des Sciences et Techniques de Lille.
- . DOLLFUS A. - (1955) Thèse de Doctorat. *Supp. Ann. d'Astroph.* (1955).
- . DOLLFUS A. - (1962) *The Polarisation of Moonlight* ch. V in *Physics and Astronomy of Moon*. Academic Press (Ed: KOPAL).
- . GEAKE J.E., DOLLFUS A., GARRICK G.F., LAMB W., WALKER G., STEIGMANN G.A. et TITULAER C. - (1970) *Proceedings of the Apollo XI Lunar Science Conf.*, vol 3, 2127.
- . DOLLFUS A. - (1964) cité dans *Moon and Planets II*, Ed. A. DOLLFUS (1968) North Holland Pub. Comp. Amsterdam.
- . DOLLFUS A. - *Proc. Caltech - J.P.L. Lunar and Planetary Conferences J.P.L.*, Technical Mémo n° 33-266, p 187.
- . DOLLFUS A. - (1967) cité dans *Moon and Planets II*.
- . FOUQUART Y. - (1970) Thèse de 3e cycle, Université des Sciences et Techniques de Lille.
- . FOUQUART Y. - (1973) *Proceedings of the Extraordinary General Assembly of I.A.U.*, Torun (Poland).
- . FOUQUART Y. - (1974) *J.Q.S.R.T.* 14, 497.
- . FOUQUART Y. et PRUVOST P. - (1974) *First I.A.M.A.P. - I.A.P.S.O. Conjugued Assembly-Melbourne*.

- . GODSON W.L. - (1953) Quart. Jl. Roy. Met. Soc. 78, 638.
- . GOODY R.M. - (1964) Atmospheric Radiation, Oxford Press.
- . GRAY L.D. - (1966) Icarus 5, 390.
- . GRAY L.D. - (1969a) Icarus 11, 386.
- . GRAY L.D. - (1969b) Icarus 10, 90.
- . GRAY L.D. : voir aussi YOUNG L.D.G..
- . HANSEN J.E. et ARKING A. - (1971) Science, 171, 669.
- . HANSEN J.E. et WHITEHILL L.P. - (1973) Icarus, 20, 146.
- . HANSEN J.E. et COFFEEN D.L. - (1973) "Polarisation Studies of Planetary Atmospheres" in Planets, Stars and Nebulae Studied with Photopolarimetry. Ed. GEHRELS T., University of Arizona Press, Tucson.
- . HENYEY L.G. et GREENSTEIN J.L. - (1941) Astroph. Jl., 93, 70.
- . HEINRICH M. - (1973) Proceedings of the International Radiation Symposium, Sendai Japon.
- . HERMAN M., DEVAUX C. et BIGOURD C. - (1973) Rapport Interne. Laboratoire d'Optique Atmosphérique, Université des Sciences et Techniques de Lille.
- . HERMAN M. - (1968) Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Techniques de Lille.
- . HERMAN M., DEVAUX C., DEUZE J.L. et BIGOURD C. - (1973) Proceedings of the Extraordinary General Assembly of I.A.U., Torun (Poland).
- . HERZBERG G.E. - (1945) "Infrared and Raman Spectra of Polyatomic Molecules" D. Van Nostrand Comp. Inc. Princeton, New-Jersey.
- . HUNT G.E. - (1972a) J.Q.S.R.T., 12, 387.
- . HUNT G.E. - (1972b) J.Q.S.R.T., 12, 405.
- . HUNTEN D.M. - (1972) "Lower Atmosphere of the Planets" in "Physics of the Solar System" Ed. S.I. RASOOL, NASA SP. 300, Washington.
- . IRVINE W.M. - (1964) B.A.N. 17, 266.
- . IRVINE W.M. - (1968) J.A.S. 25, 610.
- . IRVINE W.M. et UESUGI A. - (1970a) Astroph. Jl., 159, 127.
- . UESUGI A. et IRVINE W.M. - (1970b) Astroph. Jl., 161, 243.
- . APPLEBY J.F. et IRVINE W.M. - (1974) Astroph. Jl., 183, 337.
- . KAPLAN L.D. - (1961) Planet. Space Sc., 8, 23.
- . KARGIN B.A., KRASNOKUTSKAYA L.D. et FEYGELSON Y.E. - (1972) Bull. (Izv.) Acad. Sc. U.S.S.R., 8, 5, 287.
- . KLIORÉ A.J. et CAIN D.L. - (1969) dans "The Venus Atmosphere" Ed. R. JASTROW et S.I. RASOOL, Gordon and Breach, New-York ou J.A.S. 25, 549 (1968).
- . KUIPER G. - (1947) cité dans "Atmosphere of the Earth and Planets" Ed. G. KUIPER, Izd. Inostr. Lit. (1952).

- . KUIPER G. - (1952) cité dans "Atmosphere of the Earth and Planets" Ed. G. KUIPER, Izd. Inostr. Lit. (1952).
- . KUNTZMANN J. - (1958) Méthodes Numériques - Interpolations - Dérivées. Ed. DUNOD (Paris).
- . LENOBLE J. - (1968) J.Q.S.R.T., 8, 641.
- . LENOBLE J. - (1971) Cours de D.E.A., Université des Sciences et Techniques de Lille.
- . LOMONOSOV M.V. - (1761) Cité par MOROZ (1968).
- . LYOTT B. - (1929) Ann. Obs. Meudon, vol 8, 6, 147.
- . MOROV M. Ya - (1972) Icarus 16, 415.
- . MAROV M. Ya, AVDUEYEVSKI V.S., BORODIN N.F., KERZHANOVICH V.Z., LYSOV V.P., MOSHKIN B.Ye., ROZHDESTVENSKIY M.K., RYABOV O.L. et EKONOMOV A.P. - (1973) NASA T.T. F 14, 909.
- . MIE G. - (1908) Ann. der Phys., 25, 377.
- . MILNE L.M. et THOMSON - (1965) the Calculs of Finite Differences. Ed. Mc. Millan.
- . MOROZ V.I. - (1964) Astron. Zh., 41, 711.
- . MOROZ V.I. - (1965) Thèse de Doctorat, Université de Moscou.
- . MOROZ V.I. - (1968) Physics of Planets NASA Translation, N 68 - 21802.
- . OWEN T. - (1966) Astroph. Jl., 146, 257.
- . PENNER S.S. - (1959) "Quantitative Molecular Spectroscopy and Gas Emissivities". Addison-Wesley Publishing Comp. Reading, Massachussets.
- . POLLACK J.B. - (1974) Conference sur l'atmosphère de Vénus. New-York 15-17 octobre.
- . POTTER J.F. - (1969) J.A.S., 26, 511.
- RANK D.H., FINK U., FOLTZ J.V. et WIGGINS J.A. - (1964) Astroph. Jl., 140, 366.
- . REGAS J.L., BOESE R.W., GIVER L.P. et MILLER J.H. - (1973) J.Q.S.R.T., 13, 461.
- . ROBIN L. - (1958) Fonctions sphériques de Legendre et fonctions sphéroïdales (Editeur Gauthier Villars), vol 2.
- . SAGAN C. et REGAS J. - (1970) Comm. Astroph. Space Phys., 2, 116.
- . SAGAN C. et REGAS J. - (1970) Ibid. 2, 138.
- . SAGAN C. et REGAS J. - (1970) Ibid. 2, 161.
- . SCHORN R.A., GRAY L.D. et BARKER E.S. - (1969) Icarus, 10, 241.
- . SCHORN R.A., YOUNG L.G. et BARKER E.S. - (1970) Icarus, 12, 391.
- . SCHORN R.A., YOUNG L.G., et BARKER E.S. - (1971) Icarus, 14, 21.
- . SINTON W.M., et STRONG J. - (1960) Astroph. Jl. 131, 459.

- . SPINRAD H. - (1962) Publ. Astron. Soc. Pacific, 74, 87.
- . VAN DE HULST H.C. - (1968) Bull. Astron. Inst. Neth, 20, 77.
- . VAN DE HULST H.C. et GROSSMAN K. - (1968) dans "The Atmospheres of Venus and Mars", p 35 Gordon and Breach Editors, New-York.
- . VAN DE HULST H.C. - (1970) Astronomy and Astrophysics, 9, 374.
- . VAN DE HULST H.C. - (1952) The Atmosphere of the Earth and Planets , ed. G. KUIPER (2e ed ; Chicago University of Chicago Press) chap. iii.
- . VAN DE HULST H.C. - (1975) à paraître.
- . WANG L. - (1972) Astroph. J1., 174, 671.
- . YOUNG L.D.G., SCHORN R.A., BARKER E.S. et Mc FARLANE M. - (1969) The Carbon Dioxyde Bands at 8689 Å. Icarus, 11, 390.
- . YOUNG L.D.G., SCHORN R.A. et BARKER E.S. - (1970) The Carbon Dioxyde Bands at 10488 Å. Icarus, 13, 58.
- . YOUNG L.D.G., SCHORN R.A., et SMITH H.J. - (1970) The Carbon Dioxyde Bands at 12030 Å. Icarus, 13, 74.
- . YOUNG L.D.G. - (1970) The (102-000) II band of $^{12}\text{C}^{16}\text{O}^{18}\text{O}$ at 1.71 microns. Icarus, 13, 270.
- . YOUNG L.D.G. - (1969) The $2\nu_3$ band of $^{13}\text{C}^{16}\text{O}^{18}\text{O}$ at 2.21 microns. Icarus, 11, 66.
- . YOUNG L.D.G. - (1971) Appl. Opt., 10, 662 (concerne la bande 7883 Å).
- . YOUNG L.D.G., SCHORN R.A., BARKER E.S. et WOSZCZYK A. - (1971) The Carbon Dioxyde Bands at 7820 Å. Acta Astronomica, 21, 329.
- . YOUNG L.D.G. - (1970) Effective Pressure for Line Formation in the Atmosphere of Venus. Icarus, 13, 449.
- . YOUNG L.D.G. - (1972) Icarus, 17, 632.
- . YOUNG A.T. - (1973) Icarus, 18, 564.

REFERENCES RELATIVES AU CHAPITRE III

Approximations par des fractions rationnelles :

- . BREZINSKI C. - (1972) Généralisation des extrapolations polynomiales et rationnelles RAIRO, R1, 61.
- . BURLIRSCH R., STOER J. - (1964) Fehlerabschätzungen und extrapolation mit rationalen funktionen bei verfahren von Richardson-typus Numer. Math., 6, 413.
- . LARKIN F.M. - (1967) Some Techniques for Rational Interpolation. Computer J1., 10, 178.
- . STOER J. - (1961) Numer. Math., 3, 285.
- . WUYTACK L. - (1971) A New Technique for Rational Extrapolation to the Limit. Numer. Math., 17, 215.
- . WYNN P. - (1960) The Rational Approximation of Function which are Formally Defined by a Power Serie Expansion. Math. of Comp., 14, 147.

A propos des Approximants de Pade de type II :

- . GENZ A. - (1973) The ϵ Algorithm and some Other Applications of Pade Approximants in Numerical Analysis, in "Pade approximants", Ed. Grave-Morris, The Institute of Physics.

Utilisation des Approximants de Padé de type I pour inverser la transformée de Laplace lorsque la fonction à inverser est connue sous la forme d'une série de puissances :

- . LONGMANN I.M. - (1973) "Use of Pade Tables for approximate Laplace Transform Inversion" in Pade Approximants and their Applications". Ed. Grave-Morris, Academic Press.

Utilisation des Approximants de Padé en présence de bruit, convergence des Approximants de Padé :

- . BASDEVANT J.L. - (1972) The Pade Approximation and its Physical Applications. Fortschritte der Physik, 20, 283.

- . BASDEVANT J.L. - (1970) "Pade Approximants" in "Methods in Subnuclear Physics" vol. IV, Ed. M. NIKOLIV, Gordon and Breach.
- . GAMMEL J.L. - (1973) "Effect of Random Error (Noise) in the Terms of a Power Series on the Convergence of the Pade Approximants". in "Pade Approximants", Ed. Grave Morris, the Institute of Physics.

SIGNIFICATION DES PRINCIPAUX SYMBOLES

A_v	- Absorption monochromatique à la fréquence v .
c	- Concentration en gaz absorbant.
$f_\tau(\lambda)$	- Distribution du chemin optique normalisée au cas semi-infini, pour un nuage d'épaisseur optique τ . (voir aussi $p(\lambda)$).
H	- Echelle de hauteur de l'atmosphère, au voisinage du niveau de formation des raies.
$I(\omega_c)$	- Intensité réfléchie dans la direction (μ, ϕ) (sous entendue), pour un rayonnement incident de direction (μ_o, ϕ_o) (sous entendue), dans le continu, pour un nuage semi-infini.
$I(\omega_v)$	- Même définition, à la fréquence v dans une raie d'absorption.
$I(\omega_c, \tau)$	- Même définition, pour le continu, pour un nuage d'épaisseur optique τ .
$I(\omega_v, \tau)$	- Même définition, à la fréquence v dans une raie d'absorption, pour un nuage dont l'épaisseur optique dans le continu est τ .
k_c	- Coefficient d'absorption continu du nuage.
k_v	- " " " " monochromatique du nuage
$M = n/\sigma$	- "Quantité spécifique", nombre de molécules absorbantes présentes dans une colonne de section unité et de longueurs égale au libre parcours moyen $1/\sigma$.
n	- Nombre de molécules absorbantes dans une colonne de section unité et de longueur unité.
p_e	- Pression efficace de formation des raies.
p_f	- " " " " faibles.
p_F	- " " " " fortes.
p_o	- 1 atm.
p_s	- Pression au sommet du nuage.
p_B	- Pression à la base du nuage.
	Les indices supplémentaires 1 et 2 (ex : p_{s1} , p_{B1}) se réfèrent dans le cas du modèle à deux couches, respectivement à la première et à la deuxième couche.
$P(\theta)$	- Fonction de phase, fonction de diffusion : probabilité d'une diffusion faisant l'angle θ avec la direction d'incidence.

- $p(\lambda)$ - Distribution du chemin optique λ parcouru dans le nuage, en l'absence d'absorption gazeuse par les photons incidents dans la direction (μ_0, ϕ_0) (sous entendue) et réfléchis dans la direction (μ, ϕ) (sous entendue). Nuage semi-infini.
- $p_\tau(\lambda)$ - Même définition pour un nuage d'épaisseur optique τ .
- $p(\lambda, t)$ - Parmi les photons qui ont parcouru le chemin λ , probabilité d'une pénétration jusqu'à la profondeur optique t .
- t - Profondeur optique dans le nuage.
- $\bar{t}(\lambda)$ - Pénétration moyenne des photons qui ont parcouru le chemin optique λ ou encore "profondeur de pénétration" associée au chemin optique λ .
- W - Largeur équivalente d'une raie.
- α - Angle de phase, c'est l'angle entre le soleil, la planète considérée et la terre.
- α_L - Demi-largeur d'une raie de Lorentz.
- α_0 - " " " " à la pression $p_0 = 1 \text{ atm}$.
- λ - Chemin optique parcouru dans un nuage avant réflexion.
- $\langle \lambda \rangle$ - Chemin optique moyen.
- Λ - Chemin optique efficace. Dans un milieu purement absorbant, une raie formée au cours d'un trajet de longueur $L = \Lambda / (\sigma + k_c)$ a la même largeur équivalente que la "raie de diffusion" si les concentrations en gaz absorbant sont identiques.
- Λ^F - Chemin optique efficace dans le cas des raies fortes.
- $\bar{\lambda}(t)$ - Chemin parcouru en moyenne, avant leur réflexion, par des photons qui ont pénétré jusqu'à la profondeur optique t .
- σ - Coefficient de diffusion.
- σ_0 - Coefficient de diffusion à la pression $p_0 = 1 \text{ atm}$ (modèle A).
- τ - Epaisseur optique dans le continu.
- ω_c - Albédo de diffusion continu $\omega_c = \sigma / (\sigma + k_c)$.
- ω_v - " " " " à la fréquence ν . $\omega_v = \sigma / (\sigma + k_c + k_v)$.

