

50 376
1976
124

N° d'ordre :

50376
1976
124

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

THESE

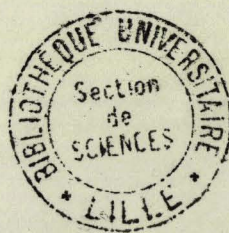
pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE

présentée par

P. CHOTEAU

**ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE
DE RESONATEURS DIELECTRIQUES COMPOSITES
STABLES EN TEMPERATURE**



Soutenu le 29 Juin 1976, devant la COMMISSION D'EXAMEN

MM. R.	GABILLARD	Président
L.	RACZY	Rapporteur
Y.	GARAULT	} Examineurs
E.	CONSTANT	
J.R.	MAHIEU	Invité

A mes Parents,

Ce travail est le résultat d'une action concertée entre les Universités de LILLE, LIMOGES et la Société L.T.T. avec le soutien financier de la D.G.R.S.T.

Je remercie M. CONSTANT de m'avoir accueilli dans son Laboratoire.

M. RACZY a accepté de me recevoir au sein de son équipe "circuits passifs". Pour l'aide et l'attention qu'il n'a cessé de me porter, je tiens à lui exprimer ma plus profonde gratitude.

M. GABILLARD me fait le plaisir et l'honneur de présider ce jury et je l'en remercie.

Je remercie M. le Professeur GARULT pour sa collaboration efficace et pour le plaisir qu'il me fait en siégeant dans ce jury.

Mes remerciements vont également à M. MAHIEU qui a accepté de participer à ce jury et à la Société L.T.T. qui nous a fourni les matériaux et les nombreux échantillons nécessaires pour mener à bien le programme expérimental.

Je tiens également à remercier M. CHAPOTON pour ses conseils concernant les mesures de constantes diélectriques.

Je me tourne enfin vers mes camarades : Jacques CITERNE, Serge TOUTAIN, Philippe GELIN. Leur amitié patiente et généreuse a profondément marqué ce travail et sans leur aide compétente, il n'aurait pu être achevé.

Et puis je ne saurais oublier de remercier Mlle HANNON qui a accepté de dactylographier ce travail.

J'adresse aussi tous mes remerciements à MM. JENNEQUIN, MICHON, ANDRIES, PLUQUET, LEMAIRE et DEHORTER pour leur contribution.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

I - LE RESONATEUR SIMPLE

I.1. Introduction	page 1
I.2. Conditions aux limites	1
I.3. Guide à parois du court-circuit magnétique parfait	3
I.3 ₁ Equation des champs	3
I.3 ₂ Conditions aux limites	4
I.3 ₃ Conditions de continuité	5
I.3 ₄ Equation de dispersion du mode fondamental	7
I.3 ₅ Configuration des champs du mode i TE ₀₁	7
I.4. Différentes approximations pour la recherche des fréquences de résonance du résonateur diélectrique cylindrique.	9
I.4 ₁ Qualité des parois de bout. Approximation du second ordre	10
I.4 ₂ Qualité des parois latérales. Le guide diélectrique cylindrique.	14
I.4 ₃ Amélioration du modèle	24
I.5. Le coefficient de qualité du résonateur diélectrique	26
I.6. Conclusion	27

II - ETUDE DE STRUCTURES COMPOSITES

II.1. Introduction	28
II.2. Méthode d'étude des structures composites	28
II.3. Le résonateur à disques empilés	29
II.3 ₁ Premier cas	30
II.3 ₂ Deuxième cas	31
II.3 ₃ Exploitation numérique	33

II.3 ₄	Détermination du résonateur équivalent	33
II.3 ₅	Résultats	34
II.3 ₆	Etude de l'influence d'un substrat microélectronique sur la fréquence de résonance.	34
II.3 ₇	Etude en fonction de la température	36
II.4.	Le Résonateur coaxial	36
II.4 ₁	Equations caractéristiques des modes i TE_{om} dans le cas (1) a.	39
II.4 ₂	Equations caractéristiques des modes i TE_{om} dans le cas (1) b.	44
II.4 ₃	Equation caractéristique des modes i TE_{om} dans le cas (2) b.	46
II.4 ₄	Exploitation numérique	47
	II.4.4.1 <i>Première étape : fréquence de coupure du mode i TE_{01}</i>	49
	II.4.4.2 <i>Deuxième étape</i>	50
	II.4.4.3 <i>Troisième étape : diagramme de dispersion du mode i TE_{01}</i>	52
II.5.	Construction du guide fermé homogène équivalent au guide fermé coaxial.	53
II.6.	Fréquence de résonance du résonateur coaxial	55
II.7.	Etude en température	55
III - CARACTERISATION DES MATERIAUX ET RESULTATS EXPERIMENTAUX		
III.1.	Généralités	56
III.2.	Caractérisation en basses fréquences	58
III.2 ₁	Principe de la mesure	58
III.2 ₂	Les cellules de mesure, description et utilisation	59
III.2 ₃	Résultats critiques	64
III.3.	Mesures en hautes fréquences	64
III.3 ₁	Introduction	64
III.3 ₂	Le diélectromètre à guide d'onde circulaire	67
III.3 ₃	Le diélectromètre radial	69
III.3 ₄	Résultats	71

III.4. Mesures en température	74
III.4 ₁ Introduction	74
III.4 ₂ Mesure directe	74
III.4.2.1 Cellule de Courtney	74
III.4.2.2 Mesure directe	75
III.4 ₃ Résultats	75
III.4.3.1 Caractérisation en température	75
III.4.3.2 Vérifications expérimentales de la stabilité. Critiques.	76

I N T R O D U C T I O N

L'emploi de résonateurs diélectriques dans le domaine des microondes permet d'envisager une miniaturisation et une meilleure intégration des circuits hyperfréquences en particulier dans la réalisation de filtres microondes miniaturisés pour les systèmes de télécommunication ou encore dans la réalisation de cavités stabilisées pour oscillateurs à l'état solide. Cependant, ce type de composant ne rencontre pas le succès espéré, car les matériaux utilisés doivent satisfaire à un certain nombre de conditions dont une valeur élevée de la permittivité, de faibles pertes et surtout une bonne stabilité en température.

Ce dernier point est rarement réalisé pour les matériaux de forte permittivité tels le rutile par exemple. Ceci entraîne tout naturellement la recherche de matériaux nouveaux stables en température, ou encore la recherche de structures résonantes dont la fréquence de résonance est indépendante de la température.

C'est dans cette voie que nous nous sommes engagés. En effet, la mise en oeuvre de structures composites réalisées à partir de matériaux présentant des coefficients de température de signes opposés apporte une solution originale au problème de la stabilité en température. De nombreuses configurations sont possibles. Toutefois, il faut tenir compte des difficultés de réalisations, ce qui nous a amenés à étudier des résonateurs composites à symétrie cylindrique :

- . résonateurs coaxiaux
- . résonateurs à disques superposés

L'étude de ces structures composites nécessite une étude préalable du résonateur homogène isolé, et plus particulièrement l'étude des fréquences de résonance tant au plan théorique qu'expérimental.

C'est pourquoi dans la première partie de notre travail, nous cherchons à déterminer avec la meilleure précision possible, la fréquence de résonance du mode fondamental d'un résonateur diélec-

trique cylindrique.

Les méthodes envisagées doivent d'une part s'appliquer aux structures composites et d'autre part, permettre une transposition aisée des résultats dans n'importe quelle gamme de fréquences.

La seconde partie est consacrée à l'étude des résonateurs composites, en particulier à la détermination de leur fréquence de résonance et à la détermination des paramètres géométriques donnant la meilleure compensation possible en température (rapport des rayons pour la structure coaxiale, rapport des hauteurs pour la structure disques empilés).

Enfin la troisième partie est consacrée à la caractérisation des matériaux de fortes permittivités et aux vérifications expérimentales de la stabilité en température des diverses structures composites étudiées.

I - LE RÉSONATEUR SIMPLE

I₁. INTRODUCTION

La conception de résonateurs diélectriques, comme celle de cavités métalliques, implique la connaissance de leurs fréquences de résonance naturelles. L'étude complète des modes de résonance dans les cavités diélectriques peut se faire en utilisant les solutions générales des équations de HELMHOLTZ que l'on raccorde aux interfaces en écrivant les conditions de continuité des champs tangentiels. Cette méthode ne s'applique rigoureusement que pour certaines géométries de résonateur (sphériques, toriques, ellipsoïdales).

Il est possible de simplifier ces calculs et d'ouvrir le domaine d'application de la méthode précédente à des structures cylindriques en remarquant que les champs électromagnétiques dans un résonateur diélectrique de forte permittivité, satisfont approximativement à la condition de court-circuit magnétique sur les parois.

Cette condition s'écrit :

$$\begin{cases} \vec{n} \wedge \vec{H} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{E} = 0 \end{cases} \quad \text{où } \vec{n} \text{ désigne un vecteur unitaire perpendiculaire à la surface du résonateur.} \quad (1)$$

En d'autres termes, le système (1) signifie que la composante tangentielle du champ magnétique et la composante normale du champ électrique sont nulles sur les interfaces diélectrique-air.

On vérifie simplement cette affirmation en considérant la réflexion d'une onde plane sur un interface air-diélectrique.

I₂. CONDITIONS AUX LIMITES

Considérons par exemple une onde polarisée perpendiculairement au plan d'incidence. Figure (1).

Le milieu(1) est caractérisé par sa permittivité ϵ_r , son impédance d'onde Z_D

$$Z_D = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}}$$

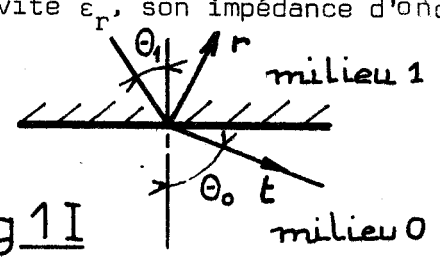


Fig 1 I

Le milieu (0) est caractérisé par son impédance d'onde $Z_A = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$

La réfraction de l'onde à l'interface donne : $\sin \theta_1 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \sin \theta_0$

Comme ϵ_r est grand, il existera une onde réfractée si θ_1 est petit. Dans ce cas, θ_0 est voisin de $\frac{\pi}{2}$.

Les expressions des champs réfléchis E_r, H_r et transmis E_t, H_t en fonction des champs incidents E_i, H_i sont :

$$\left\{ \begin{aligned} E_t &= \frac{2 Z_A \cos \theta_1}{Z_D \cos \theta_0 + Z_A \cos \theta_1} E_i \\ E_r &= \frac{Z_A \cos \theta_1 - Z_D \cos \theta_0}{Z_D \cos \theta_0 + Z_A \cos \theta_1} E_i \\ H_r &= \frac{E_r}{Z_D} \\ H_t &= \frac{E_t}{Z_A} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Compte tenu de la simplification précédente θ_1 petit $\rightarrow \cos \theta_1 \approx 1$

Les expressions (2) s'écrivent :

$$\begin{aligned} E_t &\approx 2 E_i \\ E_r &\approx E_i \\ H_r &\approx \frac{E_i}{Z_D} = H_i \\ H_t &= \frac{E_t}{Z_A} = \frac{E_t}{Z_D} \cdot \frac{Z_D}{Z_A} \approx \frac{2 E_i}{Z_D} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{2 H_i}{\sqrt{\epsilon_r}} \neq 0 \end{aligned}$$

Pour une onde polarisée dans le plan d'incidence, l'hypothèse du court circuit magnétique est d'autant mieux vérifiée que θ_0 est petit.

Dans les deux cas envisagés, on peut tirer les conclusions suivantes :

- le champ magnétique transmis est quasiment nul. En exprimant la continuité de la composante tangentielle à l'interface air-diélectrique, on peut en déduire la quasi-nullité de cette composante sur l'interface.
- la puissance transmise est voisine de zéro.
- l'impédance Z_D du milieu diélectrique est pratiquement nulle.

Ces conclusions sont d'autant mieux vérifiées que la permittivité relative ϵ_r du diélectrique est élevée.

L'approximation qui consiste à considérer le résonateur diélectrique quelle que soit sa géométrie comme un système fermé, est donc d'autant plus valable que la permittivité du matériau est élevée.

La "qualité" de ce court-circuit magnétique intervient dans le calcul des fréquences de résonance.

On peut également remarquer que la validité de cette approximation est bien sûr fonction de la fréquence. En effet, les champs électromagnétiques se concentrent d'autant mieux dans le matériau diélectrique que la fréquence est élevée. Si bien que l'approximation du court-circuit magnétique parfait est d'autant mieux vérifiée que l'on s'intéresse aux résonances d'ordre supérieur de la structure.

Nous allons appliquer cette approximation à l'étude du résonateur simple de forme cylindrique et faire une synthèse des théories existantes. Comme dans le cas d'une structure fermée métallique, nous considérons la cavité comme un guide sur lequel on impose des conditions aux limites sur les parois de bout. La connaissance des différents modes résonnants de la cavité, découle donc de celle des modes de la structure guide dont elle est issue.

Nous commencerons donc par rappeler le spectre de modes du guide diélectrique cylindrique fermé par des parois de court-circuit magnétique.

I₃. GUIDE A PAROIS DE COURT-CIRCUIT MAGNETIQUE PARFAIT

I_{3.1}. Eguation des champs

La structure étudiée est représentée figure 2.

Les champs E_z et H_z des ondes susceptibles de se propager dans ce guide sont solutions des équations de HELMHOLTZ :

$$(\Delta_T + k^2) \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0 \quad [3]$$

avec $k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - \beta^2$ [4]

(β : constante de phase)

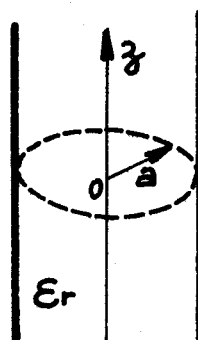


Fig. 2I

A condition d'écrire (3) en coordonnées cylindriques (r, θ , z) :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + k^2 \right) \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0 \quad (5)$$

L'écriture des solutions générales pour une onde directe (suivant z > 0) est :

$$\begin{cases} E_z = (A J_n(kr) + C N_n(kr)) e^{jn\theta} e^{-j\beta z} \\ H_z = (B J_n(kr) + D N_n(kr)) e^{jn\theta} e^{-j\beta z} \end{cases} \quad (6)$$

I_{3.2.} Conditions aux limites

- La périodicité de 2π des champs électrique et magnétique impose que le paramètre n doit être entier.

- Les champs électrique et magnétique doivent être bornés en $r = 0$. Les fonctions $N_n(kr)$ qui deviennent infinies en $r = 0$ sont à exclure des solutions générales (6).

A partir des solutions générales (6), nous pouvons faire usage des conditions de symétrie. Elles consistent à faire jouer un rôle particulier au diamètre à partir duquel on mesure θ (ce diamètre est identifié à l'axe ox). Ce diamètre est un axe de symétrie vraie pour le système. Les solutions générales (6) se présentent donc comme la somme de deux types de solutions l'une paire, l'autre impaire dans la symétrie décrite par la transformation :

$$\theta \longrightarrow 2\pi - \theta$$

La solution paire est telle que :

$$E_z(r, \theta) = E_z(r, 2\pi - \theta)$$

$$H_z(r, \theta) = -H_z(r, 2\pi - \theta)$$

et la solution impaire vérifie les relations :

$$E_z(r, \theta) = -E_z(r, 2\pi - \theta)$$

$$H_z(r, \theta) = H_z(r, 2\pi - \theta)$$

Toutes ces conditions aux limites que nous venons d'énoncer conduisent à l'écriture des solutions générales sous la forme suivante :

- Solution paire

$$E_z = A J_n(kr) \cos n\theta e^{-j\beta z} \quad (7)$$

$$H_z = B J_n(kr) \sin n\theta e^{-j\beta z}$$

- Solution impaire

$$E_z = A' J_n(kr) \sin n\theta e^{-j\beta z} \quad (8)$$

$$H_z = B' J_n(kr) \cos n\theta e^{-j\beta z}$$

Les autres composantes des ondes paires et impaires sont données par :

$$E_r = -\frac{j}{k^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega \mu_0}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right)$$

$$E_\theta = -\frac{j}{k^2} \left(\beta \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \omega \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial r} \right)$$

$$H_r = -\frac{j}{k^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right) \quad (9)$$

$$H_\theta = -\frac{j}{k^2} \left(\beta \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} + \omega \epsilon_0 \epsilon_r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right)$$

I.3.3. Condition de continuité

Elle exprime la nullité de la composante tangentielle de \vec{H} sur la paroi $r = a$, quel que soit θ

$$H_z = 0 \quad \text{pour} \quad r = a$$

$$H_\theta = 0 \quad \text{pour} \quad r = a$$

L'écriture des conditions de continuité sous une forme matricielle donne :

- pour la solution paire

$$\begin{bmatrix} J'_n(kr) & 0 \\ 0 & J_n(kr) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (A) \\ (B) \end{bmatrix} = 0$$

- pour la solution impaire

$$\begin{bmatrix} J'_n(kr) & 0 \\ 0 & J_n(kr) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix} = 0$$

Les constantes A, B, A', B' qui interviennent dans les expressions des deux types de solutions sont les inconnues de deux systèmes d'équations linéaires et homogènes. L'existence de ces solutions ou ce qui revient au même, l'existence des constantes, impose la nullité du déterminant

$$\begin{bmatrix} J'_n(kr) & 0 \\ 0 & J_n(kr) \end{bmatrix} = 0$$

commun à chaque type de solutions. Les relations $J'_n(kr) = 0$, $J_n(kr) \neq 0$ entraînent :

- l'existence de A et A' (Ez ≠ 0)
- la nullité de B et B' (Hz = 0)

Par ailleurs, les relations :

$$J'_n(kr) \neq 0 \quad J_n(kr) = 0$$

entraînent

- l'existence de B et B' (Hz ≠ 0)
- la nullité de A et A' (Ez = 0)

On montre ainsi l'existence de deux classes d'ondes :

- . Celles avec Ez = 0 et Hz ≠ 0 dites transverses électriques paires ou impaires et notées

p ou i TE

- . Celles avec Ez ≠ 0 et Hz = 0 dites transverses magnétiques paires ou impaires et notées

p ou i TM.

Il est à noter que les relations :

$$J'_n(ka) = 0 \quad J_n(ka) = 0$$

traduisent l'existence possible dans le guide d'ondes hybrides $E_z \neq 0$ $H_z \neq 0$ qui sont des combinaisons linéaires des classes d'ondes précédentes.

Les équations caractéristiques.

$$J_n(ka) = 0 \quad \text{pour les ondes } p \text{ ou } i \text{ TE}$$

$$J'_n(ka) = 0 \quad \text{pour les ondes } p \text{ ou } i \text{ TM}$$

ont une infinité de racines. Les ondes TE ou TM seront donc notées :

$$p \text{ ou } i \text{ TE}_{n,q}$$

$$p \text{ ou } i \text{ TM}_{n,q}$$

q désignant la q^{ième} racine $x_{n,q}$ ou $x'_{n,q}$ non nulle de l'équation caractéristique correspondante.

I_{3.4.} Equation de dispersion du mode fondamental

A partir de (4) on écrit la relation de dispersion générale pour chaque type de modes :

$$\beta^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - k_{n,q}^2$$

avec :

$$k_{n,q}^2 = \frac{x_{n,q}^2}{a^2} \quad \text{pour les modes } p \text{ ou } i \text{ TE}_{n,q}$$

$$k_{n,q}^2 = \frac{x'_{n,q}{}^2}{a^2} \quad \text{pour les modes } p \text{ ou } i \text{ TM}_{n,q}$$

D'après les relations (7) et (8) il est clair que les modes p TE_{0,q} et i TM_{0,q} sont triviaux. Le mode fondamental est le i TE_{0,1} pour lequel

$$x_{0,1} \approx 2.4.$$

Les figures (3) et (4) donnent le diagramme de dispersion du mode i TE_{0,1} pour deux valeurs de la permittivité : $\epsilon_r = 65$ et $\epsilon_r = 35$

I_{3.5.} Configuration des champs du mode i TE_{0,1}

Les composantes des champs obtenues à partir de (9) s'écrivent pour le mode TE_{0,1} :

Diagramme de Dispersion du Guide Dielectrique Fermé

$\epsilon_r = 65$

$r = 5 \text{ mm}$

f
(GHz)

15

10

5

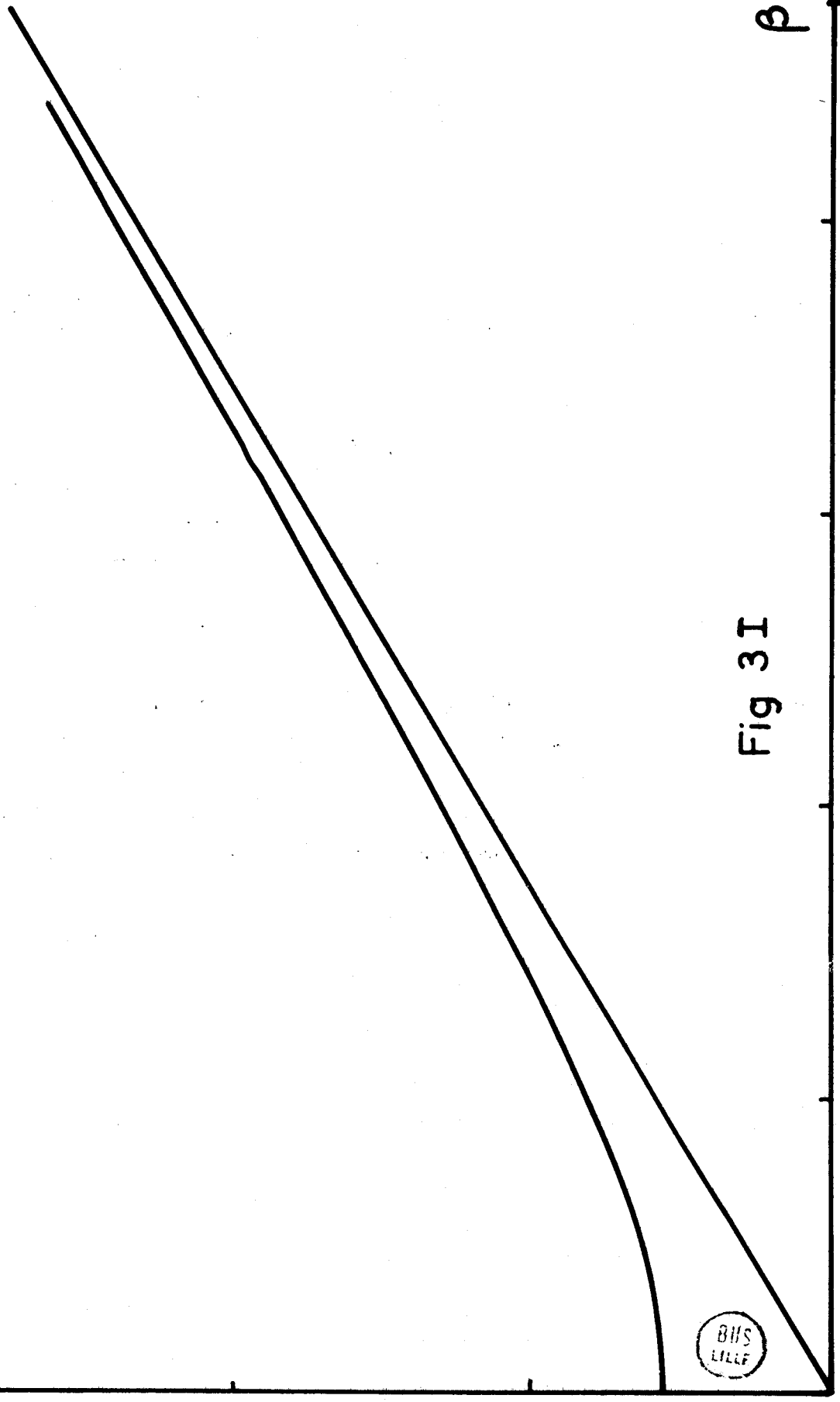


Fig 3 I

β

2

1

(rad/mm)

Diagramme de Dispersion du Guide Diélectrique Fermé TE₀₁

$\epsilon_r = 35$
 $r = 10 \text{ mm}$

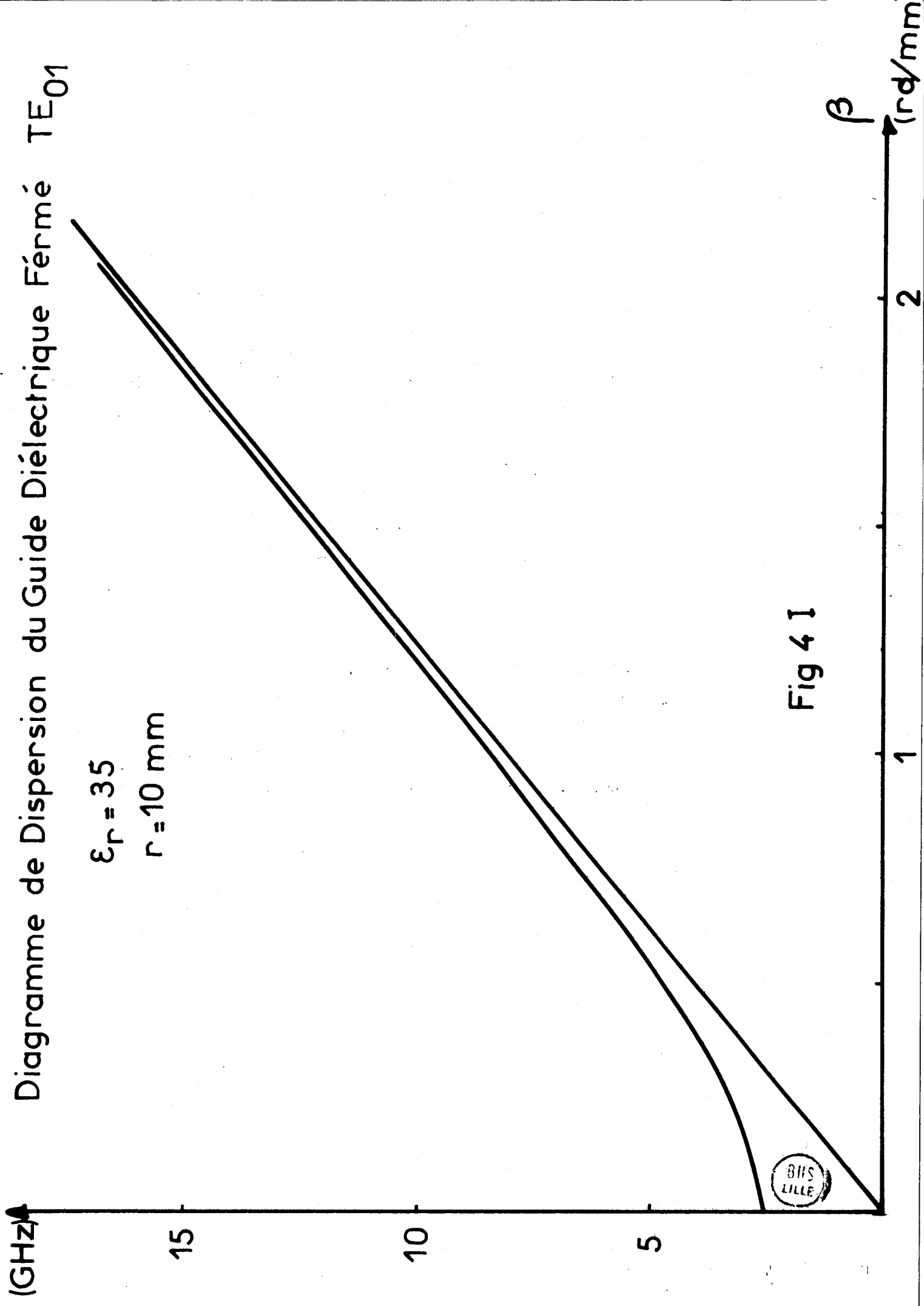


Fig 4 I

$$E_r = 0$$

$$E_\theta = \frac{j\omega\mu_0}{k_{01}} B J'_0(kr) e^{-j\beta z}$$

$$H_r = \frac{-j\beta}{k_{01}} B J'_0(kr) e^{-j\beta z}$$

$$H_\theta = 0$$

$$E_z = 0$$

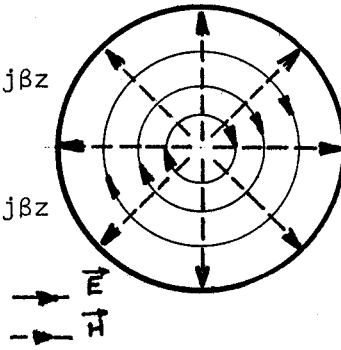


Fig 5I

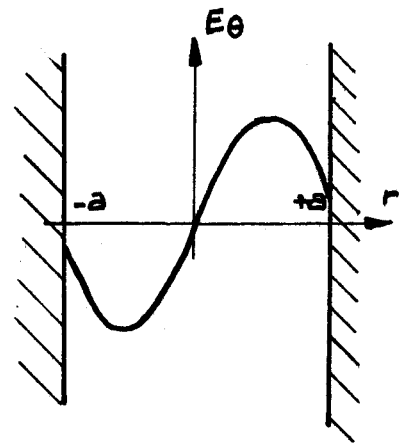


Fig 6I

Les lignes de forces des champs électrique et magnétique dans un plan de section droite, sont représentées sur la figure (5). La figure (6) donne la distribution radiale du champ électrique.

Nous reviendrons ultérieurement sur la configuration des lignes de champs de ce mode TE_{01} .

I 4. DIFFERENTES APPROXIMATIONS POUR LA RECHERCHE DES FREQUENCES DE RESONANCE DU RESONATEUR DIELECTRIQUE CYLINDRIQUE.

Partant du guide précédent, on passe au résonateur en imposant des conditions aux limites supplémentaires sur les parois de bout.

La première idée est de supposer que ces nouvelles parois imposées sont des courts-circuits magnétiques parfaits (11) (12).

Le résonateur (figure (7)) est alors considéré comme le système "dual" d'une cavité métallique.

Le mode de résonance fondamental est dans ce cas le $i TE_{011}$.

La fréquence de résonance est telle que :

$$H = \frac{\lambda_g}{2} \quad (\lambda_g \text{ longueur d'onde du mode } i TE_{011})$$

d'où
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{\pi}{H}$$

L'équation de dispersion de l'onde stationnaire dans le résonateur s'écrit alors :

$$\frac{x_{01}^2}{a^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r - \frac{\pi^2}{H^2}$$

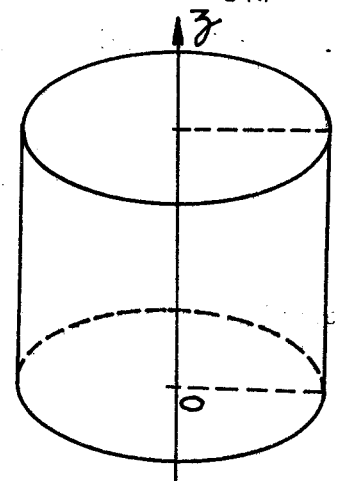


Fig 7I

$$\text{Soit : } \omega^2 = \frac{c^2}{\epsilon_r} \left(\frac{x_{01}^2}{a^2} + \frac{\pi^2}{H^2} \right)$$

$$\rightarrow f = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\frac{x_{01}^2}{a^2} + \frac{\pi^2}{H^2}}$$

Dans les expressions précédentes, C est la vitesse de la lumière dans le vide.

OKAYA et BARASH [11] ont construit un modèle du résonateur diélectrique qui est une meilleure approche du résonateur réel et dont les fréquences de résonance théoriques sont en meilleur accord avec les valeurs mesurées. Cette approximation dite du deuxième ordre par rapport à la précédente que l'on peut qualifier de premier ordre, consiste à rechercher les conditions de résonance d'un tronçon de guide à parois latérales de court-circuit magnétique parfait dans le mode TE_{01} , les parois de bout étant imparfaites. Cela revient à considérer que la densité d'énergie électromagnétique à l'extérieur du résonateur est certainement plus importante au voisinage des parois de bout qu'à celui des parois latérales. Autrement dit, cette approximation postule a priori que l'imperfection des parois de bout est plus déterminante que celle des parois latérales sur la valeur des fréquences de résonance du mode TE_{011} .

I_{4.1}. Qualité des parois de bout. Approximation du second ordre.

Le résonateur est assimilé à un tronçon de guide à parois latérales de courts-circuits magnétiques parfaits dont il faut déterminer les conditions de résonance. Ce tronçon d'axe oz est le siège d'une onde stationnaire transverse électrique par rapport à oz. Nous allons décrire sur ce système électromagnétique, le traitement cavités classique. La section droite du résonateur est rapportée au système de coordonnées cylindriques (u, v) le mieux adapté à l'écriture des conditions de continuité sur les parois latérales. Les composantes des champs stationnaires recherchés sont notées :

T si elles sont transverses

z si elles sont longitudinales

par rapport à oz.

Les équations de Maxwell appliquées à ce tronçon de ligne s'écrivent, compte tenu des hypothèses précédentes :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (a)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (b)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -j \omega \mu \vec{H} \quad (c)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = j \omega \epsilon \vec{E} \quad (d)$$

[10]

On pose alors : $\vec{E} = \vec{E}_T + \vec{u} E_z$

$$\vec{H} = \vec{H}_T + \vec{u} H_z$$

$$\vec{\nabla} = \vec{\nabla}_T + \vec{u} \frac{\partial}{\partial z}$$

avec \vec{u} vecteur unitaire suivant oz.

Par ailleurs on rappelle que $E_z \equiv 0$.

Les projections longitudinales et transversales des équations (10) s'écrivent respectivement sous les formes :

$$\text{long.} \quad \begin{cases} \vec{\nabla}_T \wedge \vec{E}_T = -j \omega \mu \vec{u} H_z & [a] \\ \vec{\nabla}_T \wedge \vec{H}_T = 0 & [b] \end{cases} \quad [11]$$

$$\text{trans.} \quad \begin{cases} \vec{u} \wedge \frac{\partial \vec{E}_T}{\partial z} = -j \omega \mu \vec{H}_T & [a] \\ \vec{\nabla}_T \wedge \vec{u} H_z + \vec{u} \wedge \frac{\partial \vec{H}_T}{\partial z} = j \omega \epsilon \vec{E}_T & [b] \end{cases} \quad [12]$$

A partir de (12a) et (12b) on tire :

$$\vec{u} \wedge \frac{\partial^2 \vec{E}_T}{\partial z^2} = -j \omega \mu \frac{\partial \vec{H}_T}{\partial z}$$

$$-\frac{\partial \vec{H}_T}{\partial z} = j \omega \epsilon \vec{u} \wedge \vec{E}_T$$

d'où en substituant dans (12a) :

$$\vec{u} \wedge \left(\frac{\partial^2 \vec{E}_T}{\partial z^2} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E}_T \right) = 0$$

et bien évidemment :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_T}{\partial z^2} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E}_T = 0 \quad [13]$$

Les composantes longitudinales et transversales de \vec{H} se déduisent alors de \vec{E}_T par les relations :

$$H_z = - \frac{1}{j\omega\mu} (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}_T \wedge \vec{E}_T) \quad [14]$$

$$\vec{H}_T = - \frac{1}{j\omega\mu} \vec{U} \wedge \frac{\partial \vec{E}_T}{\partial z} \quad [15]$$

Dans ce traitement "cavité" il suffit de rechercher le champ \vec{E}_T , solution de l'équation (13). Les conditions de continuité sur les composantes tangentielles des champs électrique et magnétique doivent être assurées sur les parois de bout du tronçon. Les champs \vec{E} et \vec{H} doivent également respecter la condition de rayonnement lorsqu'on s'éloigne suivant l'axe oz à partir des parois de bout du tronçon.

Le traitement guide d'onde appliqué au cylindre fermé d'axe oz joue un rôle prépondérant dans le traitement "cavité" que nous venons de décrire, en ce sens qu'il fournit des solutions transverses électriques possibles au problème. Ces solutions transverses électriques sont de la forme :

$$\vec{E}_T(u,v,z) = \vec{\xi}_T(u,v) e^{\pm j\beta z}$$

avec :

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - \beta^2 \quad [16]$$

(k^2 est déterminée par les racines des équations caractéristiques des modes TE).

L'équation de dispersion des modes TE montre que la constante de phase β réelle (guide sans pertes) est obtenue par une racine carrée. Deux cas peuvent alors se présenter :

a) $\beta^2 > 0$

$\beta > 0$: onde propagée suivant les z positifs.

$\beta < 0$: onde propagée suivant les z négatifs.

b) $\beta^2 < 0$

on pose alors : $\beta = j\alpha$ avec $\alpha > 0$

signe + : onde évanescente suivant les z > 0

signe - : onde évanescente suivant les z < 0

Ces résultats montrent clairement la possibilité de décrire l'onde stationnaire transverse électrique dans le tronçon de guide à partir des champs des modes TE *propagé* ou *évanescent* du guide diélectrique fermé.

Ainsi à l'intérieur du tronçon, nous écrivons :

$$\vec{E}_T^i(u,v,z) = \vec{\xi}_T(u,v) (A \cos \beta z + B \sin \beta z) \quad [17]$$

avec : $\beta^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - k^2 > 0$

alors qu'à l'extérieur, nous écrivons :

$$\vec{E}_T^{\text{ext}}(u,v,z) = \vec{\xi}_T(u,v) C e^{\pm \alpha z} \quad [18]$$

avec : $\alpha^2 = \beta^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - k^2 < 0$ [19]

\pm pour tenir compte de la condition de rayonnement.

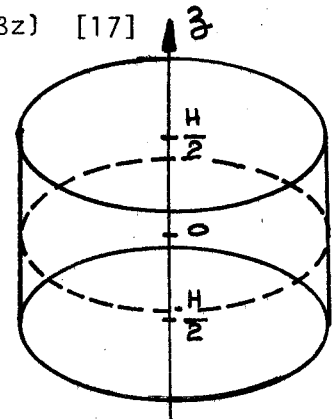


FIGURE 8.I.

Les conditions de résonance du tronçon de guide décrit sur la figure (8) fonctionnant sur le mode fondamental du guide fermé diélectrique s'obtiennent en appliquant les conditions de continuité sur les composantes \vec{E}_T et \vec{H}_T à la traversée des parois de bout.

Dans la région $-H/2 < z < H/2$, le champ électrique est donné par la relation (17).

Le champ magnétique transverse s'obtient quant à lui, à partir de (15). Ainsi :

$$\vec{H}_T^i = + \frac{\beta}{j\omega\mu_0} \vec{u} \wedge \vec{\xi}_T(u,v) (A \cos \beta z - B \sin \beta z)$$

De la même façon dans la région $z > H/2$, les champs électrique et magnétique transversaux s'écrivent :

$$\vec{E}_T^{\text{ext}} = \vec{\xi}_T(u,v) C e^{-\alpha z}$$

$$\vec{H}_T^{\text{ext}} = \frac{\alpha}{j\omega\mu_0} \vec{u} \wedge \vec{\xi}_T(u,v) e^{-\alpha z}$$

Enfin dans la région $z < -H/2$ ces champs électrique et magnétique transversaux s'écrivent :

$$\vec{E}_T^{\text{ext}} = \vec{\xi}_T(u,v) C' e^{\alpha z}$$

$$\vec{H}_T^{\text{ext}} = \frac{-\alpha}{j\omega\mu_0} \vec{u} \wedge \vec{\xi}_T(u,v) e^{\alpha z}$$

Les conditions de continuité en $z = \pm \frac{H}{2}$ s'expriment sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \cos\beta \frac{H}{2} & \sin\beta \frac{H}{2} & -e^{-\alpha \frac{H}{2}} & 0 \\ \beta \sin\beta \frac{H}{2} & -\beta \cos\beta \frac{H}{2} & -\alpha e^{-\alpha \frac{H}{2}} & 0 \\ \cos\beta \frac{H}{2} & -\sin\beta \frac{H}{2} & 0 & e^{\alpha \frac{H}{2}} \\ \sin\beta \frac{H}{2} & \cos\beta \frac{H}{2} & 0 & +\alpha e^{\alpha \frac{H}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = 0$$

L'existence de solutions ou ce qui revient au même, l'existence des constantes A, B, C et D, impose la nullité du déterminant des coefficients du système d'équations linéaires et homogènes ci-dessus. On trouve ainsi tous calculs faits:

$$\beta \cdot \operatorname{tg}\beta \cdot \frac{H}{2} - \alpha = 0$$

Par ailleurs à partir des relations (16) et (19), on tire :

$$\epsilon_r \alpha^2 + \beta^2 = (\epsilon_r - 1) k^2$$

Nous venons de décrire sous une forme très générale ce que l'on appelle l'approximation du 2^d ordre pour le calcul des fréquences de résonance des résonateurs diélectriques cylindriques (le terme cylindrique est ici pris au sens large).

La géométrie particulière de la section droite du résonateur s'introduit dans le paramètre k^2 . Pour un résonateur de section droite circulaire et de diamètre D fonctionnant dans le mode ${}_{i}TE_{01\delta}$ ($\delta < 1$)

$$k^2 = \frac{4x_{01}^2}{D^2}$$

x_{01} première racine de $J_0(x)$

$$x_{01} \approx 2.4$$

Le tableau I.B. permet de comparer les valeurs des fréquences de résonance données par cette approximation avec celles mesurées. Les écarts entre les valeurs des fréquences mesurées et calculés par cette approximation, sont de l'ordre de 10 %. Ces résultats montrent la "qualité" médiocre des parois de court-circuit magnétique sur les extrémités du résonateur fonctionnant dans le mode ${}_{i}TE_{01\delta}$ et ceci malgré la valeur élevée de la permittivité ϵ_r .

Cette constatation se confirme par le fait que l'on excite très facilement ce mode ${}^i\text{TE}_{01\delta}$ en champ magnétique à l'aide d'une boucle de courant extérieure au résonateur.

Remarque 1

Les champs du mode ${}^i\text{TE}_{01\delta}$ vérifient la condition de rayonnement au-delà des parois de bouts du résonateur. Ces champs s'annulent à une distance l le long de l'axe $z'z$. Les courts-circuits magnétiques non parfaits à la côte $z = \pm \frac{H}{2}$ deviennent des courts-circuits magnétiques parfaits à la côte $\pm (\frac{H}{2} + l)$. Il revient donc pratiquement au même du point de vue de la valeur de la fréquence de résonance d'appliquer l'approximation du 1er ordre au résonateur de hauteur $H + 2l$ que l'approximation du 2nd ordre au résonateur de hauteur H .

I 4.2. Qualité des parois latérales. Le guide diélectrique cylindrique.

L'influence de la "qualité" des parois de court-circuit latérales du résonateur sur le confinement de l'énergie électromagnétique du mode ${}^i\text{TE}_{01}$, s'étudie à partir du guide diélectrique ouvert.

a) Description du problème

Le traitement guide d'onde nécessite la résolution des équations de HELMHOLTZ.

$$\Delta_T + k_i^2 \begin{bmatrix} E_{z_i} \\ H_{\phi_i} \end{bmatrix} = 0$$

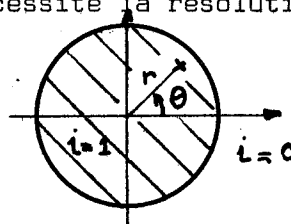


Fig.9I

dans les deux milieux $i = 0$ et $i = 1$

représentés figure (9).

Ces équations s'écrivent explicitement sous les formes suivantes :

- dans la région (0) $r > a$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + k_0^2 \right] \begin{bmatrix} E_{z_0} \\ H_{\phi_0} \end{bmatrix} = 0 \quad [20]$$

avec $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \beta^2$ [21]

- dans la région (1) $0 < r < a$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + k_1^2 \right] \begin{bmatrix} E_{z_1} \\ H_{\phi_1} \end{bmatrix} = 0 \quad [22]$$

avec $k_1^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - \beta^2$ [23]

b) Conditions aux limites

Trois types de conditions aux limites permettent d'écrire la forme générale des solutions dans les deux régions (0) et (1).

- Comme dans toute étude de guide diélectrique, la condition de rayonnement pour les champs à l'extérieur du guide impose pour les ondes de surface

$$k_0^2 < 0$$

d'où la possibilité de poser : $k_0 = j\gamma$ avec $\gamma > 0$

Nous pouvons écrire en ajoutant (21) et (23) :

$$k_1^2 + \gamma^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 (\epsilon_r - 1)$$

- L'invariance du système dans une rotation de 2π autour de l'axe du guide OZ fait que la périodicité des champs recherchés est de 2π .
- Dans la région (0), les champs doivent être bornés en $r = 0$. Compte tenu de toutes ces conditions, les solutions générales des équations (20) et (22) peuvent s'écrire sous la forme :

$$Ez_0 = A K_n(\gamma r) (B \cos n\theta + C \sin n\theta) \quad (a) \quad [24]$$

$$Hz_0 = A' K_n(\gamma r) (B' \cos n\theta + C' \sin n\theta) \quad (b)$$

dans la région (0) $r > a$

$$\text{et } Ez_1 = D J_n(k_1 r) (E \cos n\theta + F \sin n\theta) \quad (a) \quad [25]$$

$$Hz_1 = D' J_n(k_1 r) (E' \cos n\theta + F' \sin n\theta) \quad (b)$$

dans la région (1) $0 < r < a$

Dans les expressions de ces solutions,

- $J_n(k, r)$ sont les fonctions de Bessel de 1ère espèce
- $K_n(r)$ sont les fonctions de Bessel modifiées de 2ème espèce
- A, B, C, D, A', B', C', D' sont des constantes arbitraires.

La condition de périodicité impose que le paramètre n soit entier.

c) Conditions de symétrie

Elles consistent ici aussi à faire jouer un rôle particulier au diamètre à partir duquel on mesure θ (ce diamètre sera identifié à l'axe OX). Il est clair que ce diamètre est un axe de symétrie vraie pour le système. Ainsi, les solutions générales (24) et (25) écrites précédemment, se présentent comme la somme de deux types de solutions indépendantes l'une paire et l'autre impaire dans la symétrie ;

$$\theta \longrightarrow 2\pi - \theta$$

La solution paire est telle que :

$$\begin{aligned} E_z(r, \theta) &= E_z(r, 2\pi - \theta) \\ H_z(r, \theta) &= -H_z(r, 2\pi - \theta) \end{aligned}$$

Alors que la solution impaire vérifie :

$$\begin{aligned} E_z(r, \theta) &= -E_z(r, 2\pi - \theta) \\ H_z(r, \theta) &= H_z(r, 2\pi - \theta) \end{aligned}$$

Ces considérations de symétrie conduisent à une nouvelle écriture des solutions générales des équations (20) et (22) :

Solutions paires : région (0)

$$E_{z_0} = P K_n(\gamma r) \cos n\theta \quad (a)$$

$$H_{z_0} = P' K_n(\gamma r) \sin n\theta \quad (b)$$

région (1)

$$E_{z_1} = Q J_n(k_1 r) \cos n\theta \quad (c)$$

$$H_{z_1} = Q' J_n(k_1 r) \sin n\theta \quad (d)$$

[26]

Solutions impaires : région (0)

$$E_{z_0} = R K_n(\gamma r) \sin n\theta \quad (a)$$

$$H_{z_0} = R' K_n(\gamma r) \cos n\theta \quad (b)$$

région (1)

$$E_{z_1} = S J_n(k_1 r) \sin n\theta \quad (c)$$

$$H_{z_1} = S' J_n(k_1 r) \cos n\theta \quad (d)$$

[27]

d) Conditions de continuité

Les deux types de solutions indépendantes que nous venons d'écrire sous leur forme générale, font intervenir chacune quatre constantes arbitraires (respectivement P,Q,P',Q' et R,S,R',S'). Celles-ci sont reliées par les conditions de continuité qui sont également au nombre de quatre. Ces conditions de continuité expriment en r = a la conservation des composantes Ez, Hz, E_θ et H_θ.

Nous pouvons écrire le système obtenu sous forme matricielle :

Soit pour la solution paire :

$$\begin{pmatrix}
 k_n(\gamma a) & -J_n(k_1 a) & 0 & 0 \\
 \frac{\omega \epsilon_0}{\gamma} K'_n(\gamma a) & \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{k_1} & \frac{\beta \cdot n}{\gamma^2 a} K_n(\gamma a) & \frac{\beta \cdot n}{k_1^2 a} J_n(k_1 a) \\
 \frac{\beta \cdot n}{\gamma^2 a} K_n(\gamma a) & \frac{\beta \cdot n}{k_1^2 a} J_n(k_1 a) & \frac{\omega \mu_0}{\gamma} K'_n(\gamma a) & \frac{\omega \mu_0}{k_1} J'_n(k_1 a) \\
 0 & 0 & K_n(\gamma a) & -J_n(k_1 a)
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 P \\
 Q \\
 P' \\
 Q'
 \end{pmatrix}
 = 0$$

[28]

et pour la solution impaire :

$$\begin{pmatrix}
 K_n(\gamma a) & -J_n(k_1 a) & 0 & 0 \\
 \frac{\omega \epsilon_0}{\gamma} K'_n(\gamma a) & \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{k_1} J'_n(k_1 a) & -\frac{\beta \cdot n}{\gamma^2 a} K_n(\gamma a) & -\frac{\beta \cdot n}{k_1^2 a} J_n(k_1 a) \\
 -\frac{\beta \cdot n}{\gamma^2 a} K_n(\gamma a) & -\frac{\beta \cdot n}{k_1} J_n(k_1 a) & \frac{\omega \mu_0}{\gamma} K'_n(\gamma a) & \frac{\omega \mu_0}{k_1} J'_n(k_1 a) \\
 0 & 0 & K_n(\gamma a) & -J_n(k_1 a)
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 R \\
 S \\
 R' \\
 S'
 \end{pmatrix}
 = 0$$

[29]

Les constantes arbitraires (P,Q,...R,S,...) intervenant dans les expressions générales des deux types de solutions sont les inconnues de deux systèmes d'équations linéaires et homogènes. L'existence de ces solutions, ou ce qui revient au même, l'existence des constantes, impose la nullité des déterminants (28) et (29). Ces déterminants 4x4 se séparent en un produit de deux déterminants 2x2 pour n = 0 seulement.

Ainsi, pour les solutions paires et impaires, lorsque $n = 0$, les deux déterminants 2x2 sont formés des coefficients des deux systèmes d'équations linéaires et homogènes :

$$\begin{bmatrix} K_0(\gamma a) & -J_0(k_1 a) \\ \frac{\omega \epsilon_0}{\gamma} K'_0(\gamma a) & \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{k_1} J'_0(k_1 a) \end{bmatrix} \begin{matrix} P \\ R \\ Q \\ S \end{matrix} = 0 \quad [30]$$

et :

$$\begin{bmatrix} \frac{\omega \mu_0}{\gamma} K'_0(\gamma a) & \frac{\omega \mu_0}{k_1} J'_0(k_1 a) \\ K_0(\gamma a) & -J_0(k_1 a) \end{bmatrix} \begin{matrix} P' \\ R' \\ Q' \\ S' \end{matrix} = 0 \quad [31]$$

Les inconnues de ces systèmes d'équations linéaires (30) et (31) sont les groupes de constantes $\begin{pmatrix} P, Q \\ R, S \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} P', Q' \\ R', S' \end{pmatrix}$ qui interviennent respectivement dans les expressions des composantes E_z et H_z des champs dans les régions (0) et (1).

Ecrire pour $n = 0$ que :

$$\begin{bmatrix} K_0(\gamma a) & -J_0(k_1 a) & 0 & 0 \\ \frac{\omega \epsilon_0}{\gamma} K'_0(\gamma a) & \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{k_1} J'_0(k_1 a) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega \mu_0}{\gamma} K'_0(\gamma a) & \frac{\omega \mu_0}{k_1} J'_0(k_1 a) \\ 0 & 0 & K_0(\gamma a) & -J_0(k_1 a) \end{bmatrix} = 0$$

signifie en fait que simultanément ou bien nous avons :

$$\begin{bmatrix} K_0(\gamma a) & -J_0(k_1 a) \\ \frac{\omega \epsilon_0}{\gamma} K'_0(\gamma a) & \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{k_1} J'_0(k_1 a) \end{bmatrix} = 0 \quad \begin{bmatrix} \frac{\omega \mu_0}{\gamma} K'_0(\gamma a) & \frac{\omega \mu_0}{k_1} J'_0(k_1 a) \\ K_0(\gamma a) & -J_0(k_1 a) \end{bmatrix} \neq 0 \quad [32]$$

ou la situation contraire :

$$\begin{bmatrix} K_0(\gamma a) & -J_0(k_1 a) \\ \frac{\omega \epsilon_0}{\gamma} K'_0(\gamma a) & \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{k_1} J'_0(k_1 a) \end{bmatrix} \neq 0 \quad \begin{bmatrix} \frac{\omega \epsilon_0}{\gamma} K'_0(\gamma a) & \frac{\omega \mu_0}{k_1} J'_0(k_1 a) \\ K_0(\gamma a) & -J_0(k_1 a) \end{bmatrix} = 0 \quad [33]$$

En nous reportant aux systèmes (30) et (31), les relations (32) entraînent de toute évidence :

- l'existence des constantes $(\begin{smallmatrix} P \\ R \end{smallmatrix})$ et $(\begin{smallmatrix} Q \\ S \end{smallmatrix})$ ($E_z \neq 0$)
- la nullité des constantes $(\begin{smallmatrix} P' \\ R' \end{smallmatrix})$ et $(\begin{smallmatrix} Q' \\ S' \end{smallmatrix})$ ($H_z = 0$)

Par ailleurs, les relations (33) entraînent :

- l'existence des constantes $(\begin{smallmatrix} P' \\ R' \end{smallmatrix})$ et $(\begin{smallmatrix} Q' \\ S' \end{smallmatrix})$ ($H_z \neq 0$)
- la nullité des constantes $(\begin{smallmatrix} P \\ R \end{smallmatrix})$ et $(\begin{smallmatrix} Q \\ S \end{smallmatrix})$ ($E_z = 0$)

→ Pour $n = 0$, les solutions paires et impaires se subdivisent donc en deux classes d'ondes :

. Celles avec $E_z = 0$ et $H_z \neq 0$ dites transverses électriques.

Ces solutions sont impaires et sont notées :

$$i \text{TE}_{0m}$$

. Celles avec $H_z = 0$ et $E_z \neq 0$ dites transverses magnétiques.

Ces solutions sont paires et sont notées :

$$p \text{TM}_{0m}$$

Les relations (26) et (27) montrent en effet la trivialité des ondes paires $\text{TE}_{0,m}$ et des ondes impaires $\text{TM}_{0,m}$.

Leurs équations caractéristiques s'écrivent :

- pour les modes $p \text{TM}_{0,m}$

$$\frac{1}{k_1 a} \frac{J'_0(k_1 a)}{J_0(k_1 a)} + \frac{1}{\epsilon_r} \frac{1}{\gamma a} \frac{K'_0(\gamma a)}{K_0(\gamma a)} = 0 \quad [34]$$

- pour les modes $i \text{TE}_{0,m}$

$$\frac{1}{k_1 a} \frac{J'_0(k_1 a)}{J_0(k_1 a)} + \frac{1}{\gamma a} \frac{K'_0(\gamma a)}{K_0(\gamma a)} = 0 \quad [35]$$

L'indice $m \neq 0$ désigne le rang des racines de (34) et (35) rangées par ordre croissant.

→ Pour $n \neq 0$, les ondes paires et impaires possèdent à la fois une composante $H_z \neq 0$ et $E_z \neq 0$; elles sont dites hybrides. De plus, quelle que soit leur parité leurs équations caractéristiques sont identiques. Elles s'écrivent :

$$\left(\frac{1}{k_1 a} \cdot \frac{J'_n(k_1 a)}{J_n(k_1 a)} + \frac{1}{\gamma a} \frac{K'_n(\gamma a)}{K_n(\gamma a)} \right) \left(\frac{1}{k_1 a} \frac{J'_n(k_1 a)}{J_n(k_1 a)} + \frac{1}{\epsilon_r} \frac{1}{\gamma a} \frac{k'_n(\gamma a)}{k_n(\gamma a)} \right) = n^2 \frac{[(k_1 a)^2 + (\gamma a)^2] [(\gamma a)^2 + \frac{1}{\epsilon_r} (k_1 a)^2]}{(\gamma a)^4 \cdot (k_1 a)^4} \quad [36]$$

Le second membre de l'équation (36) a pu être mis sous cette forme en tenant compte des relations (21) et (23) qui permettent d'écrire :

$$(k_1 a)^2 + (\gamma a)^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r a^2 \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right) \quad [37]$$

et

$$(\beta a)^2 = \frac{\left[\frac{1}{\epsilon_r} (k_1 a)^2 + (\gamma a)^2\right]}{1 - \frac{1}{\epsilon_r}} \quad [38]$$

L'existence d'une même équation caractéristique pour les deux types de solutions paires et impaires montre clairement la dégénérescence du spectre des modes du guide circulaire diélectrique. L'ordre de dégénérescence pour chaque mode $n \geq 1$ est deux.

e) Caractéristiques de dispersion

Les relations (37) et (38) définissent l'équation de dispersion (f, β) des modes. La recherche des caractéristiques k_1, γ d'un mode à une fréquence donnée est décrite ci-dessous :

- les équations caractéristiques écrites sous la forme

$$f(\gamma a, k_1 a, \epsilon_r) = 0 \quad [39]$$

sont résolues en fixant γa (paramètre sans dimension positif) et en recherchant les racines $k_1 a$ (paramètre sans dimension positif) qui annulent (39). Le processus est répété pour d'autres valeurs de γa ; les résultats sont repartés dans un diagramme cartésien $(0, k_1 a, \gamma a)$.

- les intersections des courbes caractéristiques précédentes avec le cercle de centre O et de rayon R tel que :

$$R^2 = (\gamma a)^2 + (k_1 a)^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 a^2 (\epsilon_r - 1)$$

déterminent les paramètres (k_1, γ) des modes susceptibles de se propager dans le guide.

- l'existence d'un mode à une fréquence donnée n'est fonction que de la quantité

$$R = \omega a \sqrt{(\epsilon_r - 1) \epsilon_0 \mu_0}$$

et des valeurs $k_{1C} a$ des équations caractéristiques qui correspondent à $\gamma a = 0$.

Nous présentons figure (10) les diagrammes $k_1 a, \gamma a$ pour les modes à symétrie cylindrique ${}_i\text{TE}_{01}$ et ${}_p\text{TM}_{01}$.

Leurs équations caractéristiques s'écrivent :

$$\frac{J_1(k_1 a)}{J_0(k_1 a)} + \frac{k_1 a}{\gamma a} \frac{K_1(\gamma a)}{K_0(\gamma a)} \quad \text{pour le mode } {}_i\text{TE}_{01} \quad [40]$$

et

$$\frac{J_1(k_1 a)}{J_0(k_1 a)} + \frac{1}{\epsilon_r} \frac{k_1 a}{\gamma a} \frac{K_1(\gamma a)}{K_0(\gamma a)} \quad \text{pour le mode } {}_p\text{TM}_{01} \quad [41]$$

Pour écrire () et () nous avons utilisé les relations suivantes :

$$J'_0(k_1 a) = -J_1(k_1 a)$$

$$K'_0(\gamma a) = -K_1(\gamma a)$$

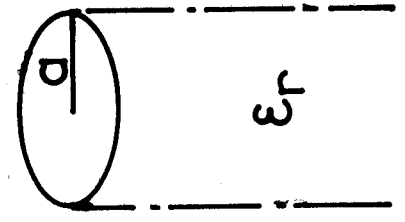
Remarque

L'équation (40) ne dépend pas explicitement de ϵ_r , la caractéristique obtenue dans l'espace $k_1 a, \gamma a$ est donc indépendante de la valeur de la permittivité.

Par contre, pour le mode ${}_p\text{TM}_{01}$, la caractéristique est fonction de la valeur de la permittivité.

Nous avons représenté figures (11) (12), les diagrammes de dispersion du mode

Diagramme (k_a, γ_a)
du guide diélectrique



$\epsilon_r = 9.6$

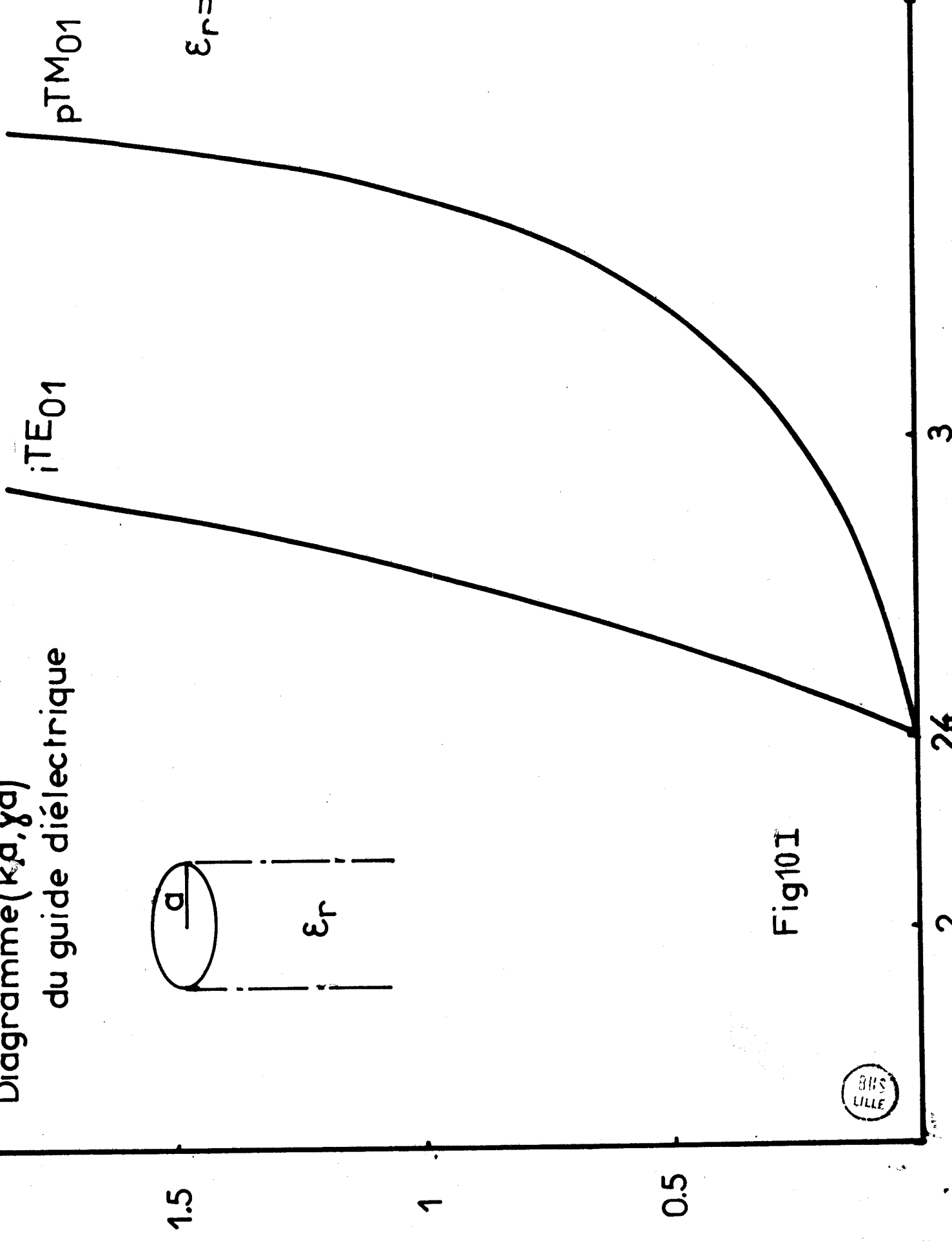


Fig10I



Diagramme de Dispersion du Guide Ouvert

Mode TE_{01}

$\epsilon_r = 65$

$r = 5\text{mm}$

f
GHz

15

10

5



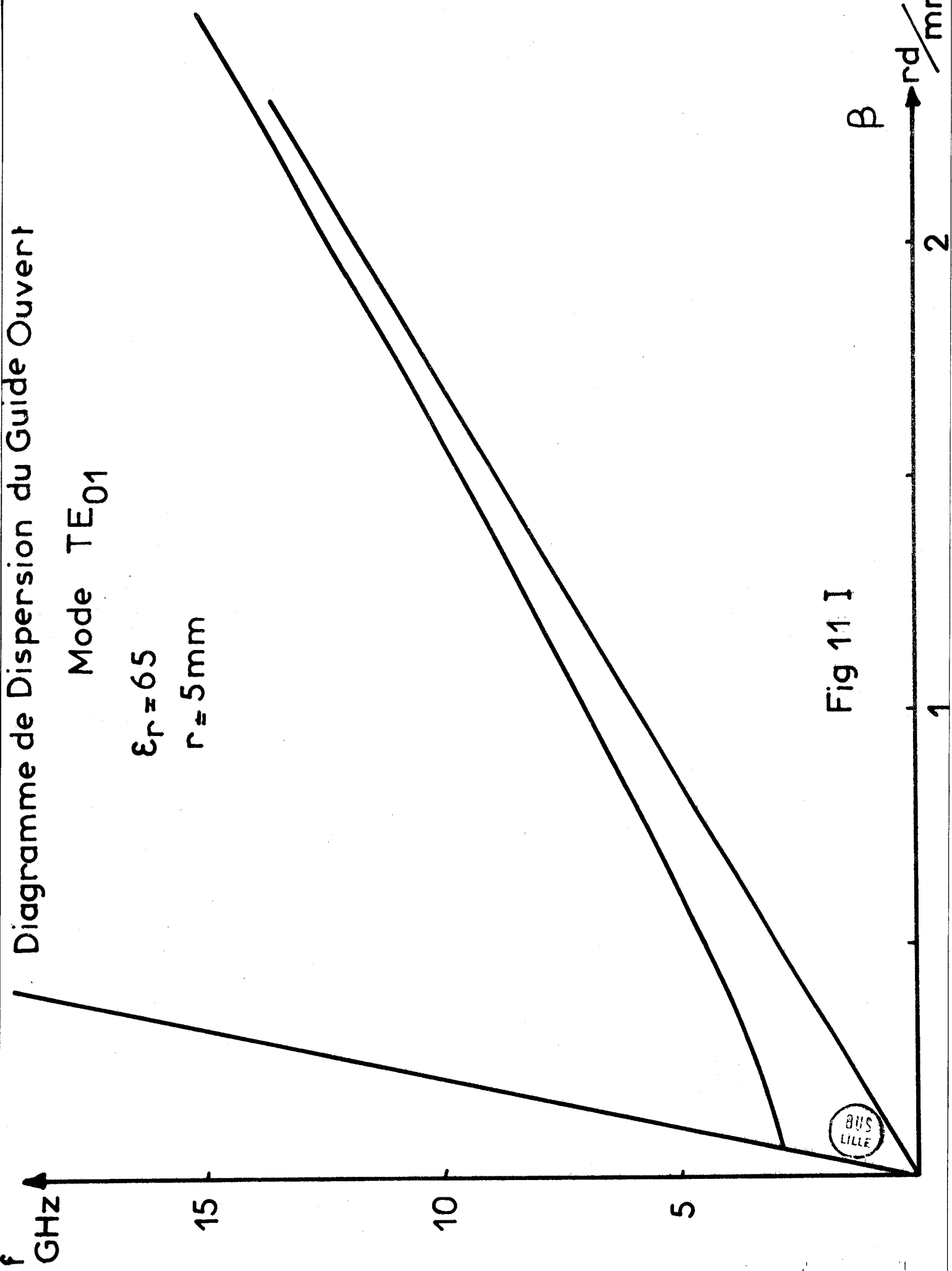
Fig 11 I

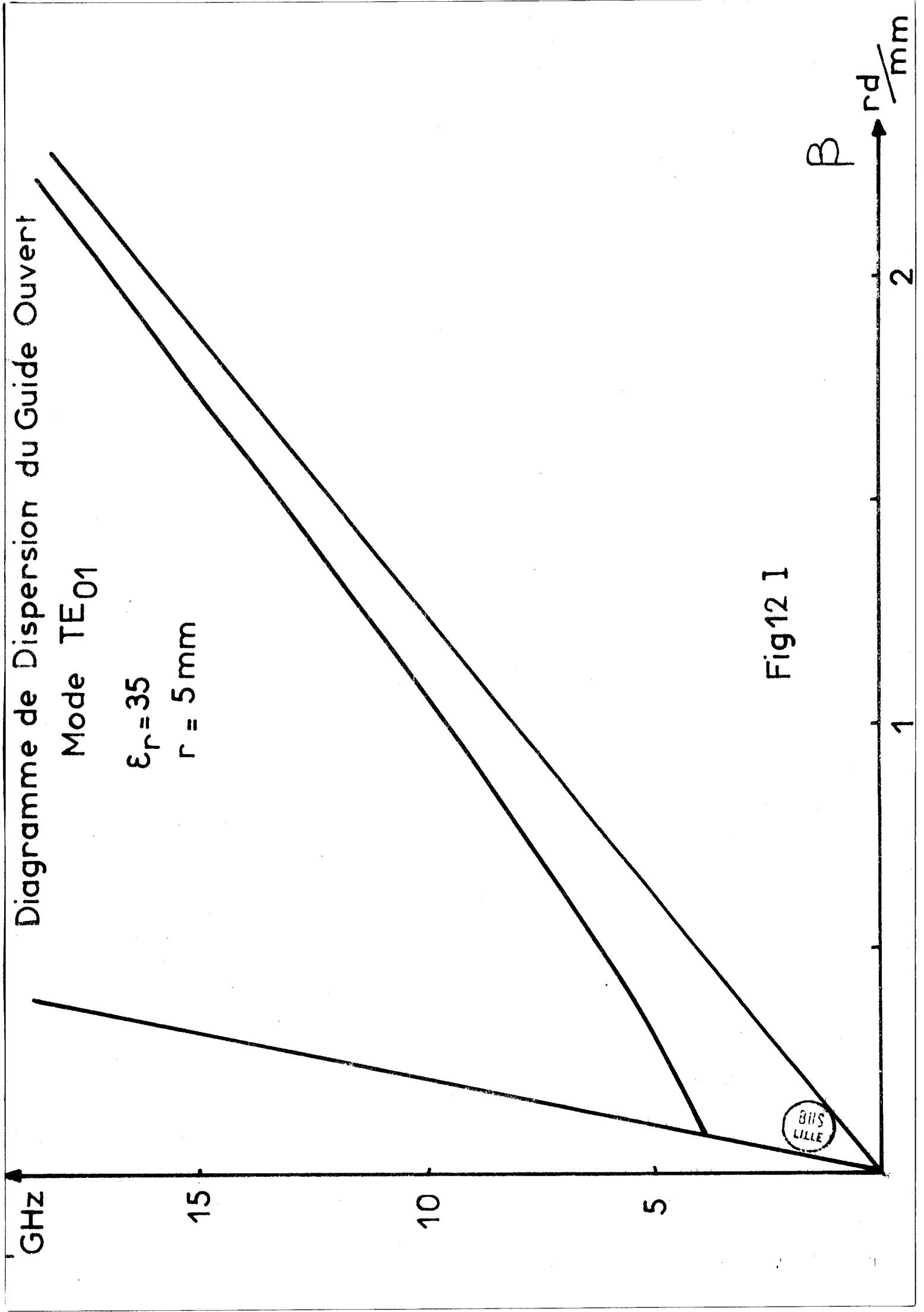
β

rd/mm

2

1





obtenus pour deux guides dont les caractéristiques sont bien déterminées. On passe en effet du diagramme $k_1 a$, γa au diagramme plus particulier (β, f) grâce aux relations (37) et (38).

f) Configuration des champs

Nous n'étudierons que le mode ${}^1TE_{01}$.

Nous avons pour ce mode ${}^1TE_{01}$:

- dans la région (0) ; $r > a$

$$H_{z_0} = R' K_0(\gamma r)$$

- dans la région (1) ; $0 < r < a$

$$H_{z_1} = S' J_0(k_1 r)$$

La continuité de cette composante tangentielle en $r = a$ permet d'écrire :

$$R' K_0(\gamma a) = S' J_0(k_1 a)$$

d'où :

$$R' = S' \frac{J_0(k_1 a)}{K_0(\gamma a)}$$

Les composantes longitudinales et transversales des modes peuvent donc s'exprimer en fonction d'une seule constante arbitraire S' . Ainsi, nous aurons :

- dans la région (0)

$$H_{z_0} = S' \frac{J_0(k_1 a)}{K_0(\gamma a)} \cdot K_0(\gamma r)$$

$$E_{\theta_0} = - \frac{j\omega\mu_0}{\gamma} S' \frac{J_0(k_1 a)}{K_0(\gamma a)} \cdot K'_0(\gamma r)$$

$$H_{r_0} = \frac{j\beta}{\gamma} S' \frac{J_0(k_1 a)}{K_0(\gamma a)} \cdot K'_0(\gamma r)$$

$$E_{r_0} = H_{\theta_0} = H_{z_0} = 0$$

- dans la région (1)

$$H_{z_1} = S' \cdot J_0(k_1 r)$$

$$E_{\theta_1} = \frac{j\omega\mu_0}{k_1} S' \cdot J'_0(k_1 r)$$

$$H_{r_1} = -\frac{j\beta}{k_1} S' \cdot J'_0(k_1 r)$$

$$E_{r_1} = H_{\theta_1} = E_{z_1} = 0$$

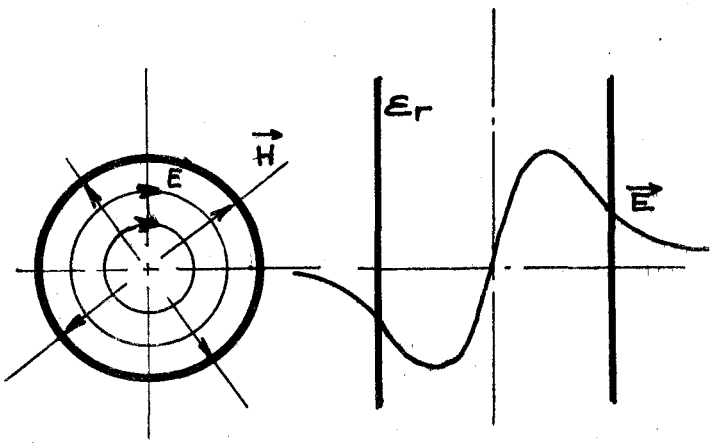


Fig. 13 I

Fig. 14 I

Une représentation de la configuration des champs électrique et magnétique du mode ${}_{i}TE_{01}$ dans un plan de section droite est donnée sur la figure (13). La distribution radiale du champ électrique est donnée sur la figure (14).

On constate une identité presque parfaite entre les configurations des champs électrique et magnétique des modes ${}_{i}TE_{01}$ des guides diélectriques fermés et ouverts dans la situation "loin de la coupure". Les distributions radiales se distinguent par une faible extension des champs électrique et magnétique en dehors des limites géométriques du support diélectrique. Cette extension extérieure des champs est d'autant plus importante que l'on se rapproche de la coupure.

La situation "loin de la coupure" que nous avons décrite plus haut, se produit à fréquences faibles pour les valeurs très élevées des permittivités et à permittivité faible à des valeurs très élevées de la fréquence. "La qualité" des parois latérales de courts-circuits magnétiques est donc déterminée par les effets sur le confinement de l'énergie E.M. des deux paramètres que sont la fréquence d'utilisation et la permittivité des supports.

Remarque 2

Les champs du mode ${}_{i}TE_{01}$ du guide diélectrique ouvert vérifient la condition de rayonnement au-delà des parois latérales du résonateur. Ces champs s'annulent à une distance radiale $r = a + 1$; les courts-circuits magnétiques non parfaits à la distance radiale $r = a$ deviennent des courts-circuits magnétiques parfaits à la distance radiale $r = a + 1$.

Du point de vue des caractéristiques de dispersion du mode ${}_{i}TE_{01}$ il revient au même d'appliquer le traitement guide d'onde au système fermé de rayon $a + 1$ que d'appliquer ce même traitement au système ouvert de rayon a .

Nous pouvons réduire les écarts de fréquence entre la théorie et l'expérience en construisant un modèle théorique plus proche de la réalité physique tenant compte à la fois des imperfections des parois latérales et d'extrémités.

I 4.3. Amélioration du modèle

(14)

GARAULT et GUILLON ont mis à profit les remarques 1 et 2 des deux paragraphes précédents pour déterminer un résonateur de hauteur effective H_e et de rayon effectif a_e de permittivité ϵ_r équivalent au résonateur réel de hauteur H , de rayon a et de même permittivité ϵ_r . La fréquence de résonance est alors déterminée par l'approximation que nous avons appelée 1er ordre. Cette méthode numérique permet de réduire considérablement les écarts entre les valeurs mesurées et calculées des fréquences de résonance (entre 1 et 2 %). Nous proposons dans ce travail, une variante de cette approche mieux adaptée aux problèmes posés par les structures composites.

Nous comparons les diagrammes de dispersion en mode fondamental du guide diélectrique réel à celui d'un guide fictif de permittivité ϵ_{re} , et de rayon a_e .

Les figures (3) et (11) rappellent l'allure des diagrammes de dispersion des deux types de guide fonctionnant en mode TE_{01} .

Les deux courbes sont asymptotes à la droite

$$\beta = \frac{2\pi \sqrt{\epsilon_r}}{c} \times f$$

et dans cette zone de fréquences élevées, les diagrammes sont semblables. Il existe cependant une différence au voisinage de la coupure ; en effet, dans le cas du guide ouvert, la constante de phase β n'est pas nulle à la coupure, tandis que dans le cas du guide fermé, la constante de phase est nulle.

Pour un rayon et une permittivité donnés, les hauteurs des résonateurs sont telles que leur fréquence de résonance est de l'ordre de deux à trois fois la fréquence de coupure du guide dont ils sont issus. Ce qui conduit à des valeurs de fréquences où la comparaison point par point des diagrammes de dispersion est parfaitement justifiée.

Appelons f_1 la fréquence à laquelle nous faisons la comparaison β_1 est l'ordonnée correspondante sur le diagramme de dispersion de guide ouvert.

Notre approximation du 3e ordre consiste à dire que ce point est aussi solution de l'équation de dispersion de guide fermé. Soit :

$$\beta_1^2 = \omega_1^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{re} - \frac{x_{01}^2}{a_e^2} \quad [42]$$

Nous appelons a_e , ϵ_{re} les caractéristiques du guide fermé équivalent au guide ouvert de départ.

Nous identifions d'autre part, les fréquences de coupure des deux guides, soit :

$$\omega_c^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{re} = \frac{x_{01}^2}{a_e^2} \quad [43]$$

De (42) et (43) nous tirons les relations :

$$[44] \quad \epsilon_{re} = \left[\frac{\beta_1 C}{2\pi} \right]^2 \frac{1}{f_1^2 - f_c^2}$$

$$[45] \quad a_e = \frac{C \cdot x_{01}}{2\pi f_c \sqrt{\epsilon_{re}}}$$

$$f_c = \frac{2\pi C^2}{a} \sqrt{\frac{x_{01}^2}{\epsilon_r - 1}}$$

Cette notion de guide équivalent est valable au voisinage d'une certaine fréquence pour laquelle les formules (44) et (45) permettent de déduire les paramètres géométriques de ϵ_{re} d'un guide fermé ayant mêmes caractéristiques de dispersion que le guide ouvert a , ϵ_r .

Le choix d'un tel guide équivalent est intéressant puisque nous pouvons appliquer au résonateur fictif de rayon a_e , de permittivité ϵ_{re} , de hauteur H , la théorie du 2^d ordre pour obtenir en fait la fréquence de résonance du résonateur réel de rayon a , de permittivité ϵ_r , de hauteur H .

Un programme de calcul a été élaboré ; il détermine le guide équivalent et fournit directement la fréquence corrigée du résonateur (a , ϵ_r , H). Dans le tableau figure (15), on peut voir les résultats donnés par les trois approximations. Si l'écart entre les fréquences mesurées et calculées est de 30 % pour le premier ordre, il n'est plus que de 8 à 10 % avec le deuxième ordre et inférieur à 1 % avec le troisième ordre.

La figure (16) donne les variations de la fréquence de résonance d'un résonateur cylindrique de rayon $a = 5$ mm, de permittivité $\epsilon_r = 35$, en fonction de la hauteur dans les trois approximations étudiées précédemment.

On peut voir figure (17) un autre exemple pour différents rayons et pour $\epsilon_r = 65$. La description du programme est donnée en annexe.

Dimensions (mm) et Permittivités	D=15 H=7 $\epsilon_r=35$	D=20 H=7,5 $\epsilon_r=35$	D=15 H=8,4 $\epsilon_r=35$	D=15 H=3,6 $\epsilon_r=35$	D=15 H=5 $\epsilon_r=65$	D=10 H=7 $\epsilon_r=65$	D=10 H=7 $\epsilon_r=35$	D=10 H=4 $\epsilon_r=65$	D=10 H=4 $\epsilon_r=35$
	Fréquences de résonance (MHz)	A 4500	3910	3980	7414	4210	3899	5313	5456
	B 3305	2627	3166	4000	2666	3338	4545	3796	5163
	C 3462	2701	3308	4227	2758	3476,5	4696	3987	5362
	D 3470	2727	3301	4223	2822	3490	4690	4006	5370
N%	0,23	0,9	0,21	0,1	2,2	0,4	0,13	0,5	0,15

A : 1^{er} Ordre

B : 2^{em} Ordre

C : 3^{em} Ordre

D : Mesurée

$$N = \frac{|C-D|}{D} \%$$

TABLEAU 1

Fig 15 I



Fréquence du Résonateur Isolé

- 1^{er} Ordre
- - - 2^{ème} Ordre
- · - · 3^{ème} Ordre

$\epsilon_r = 35$

$r = 5 \text{ mm}$

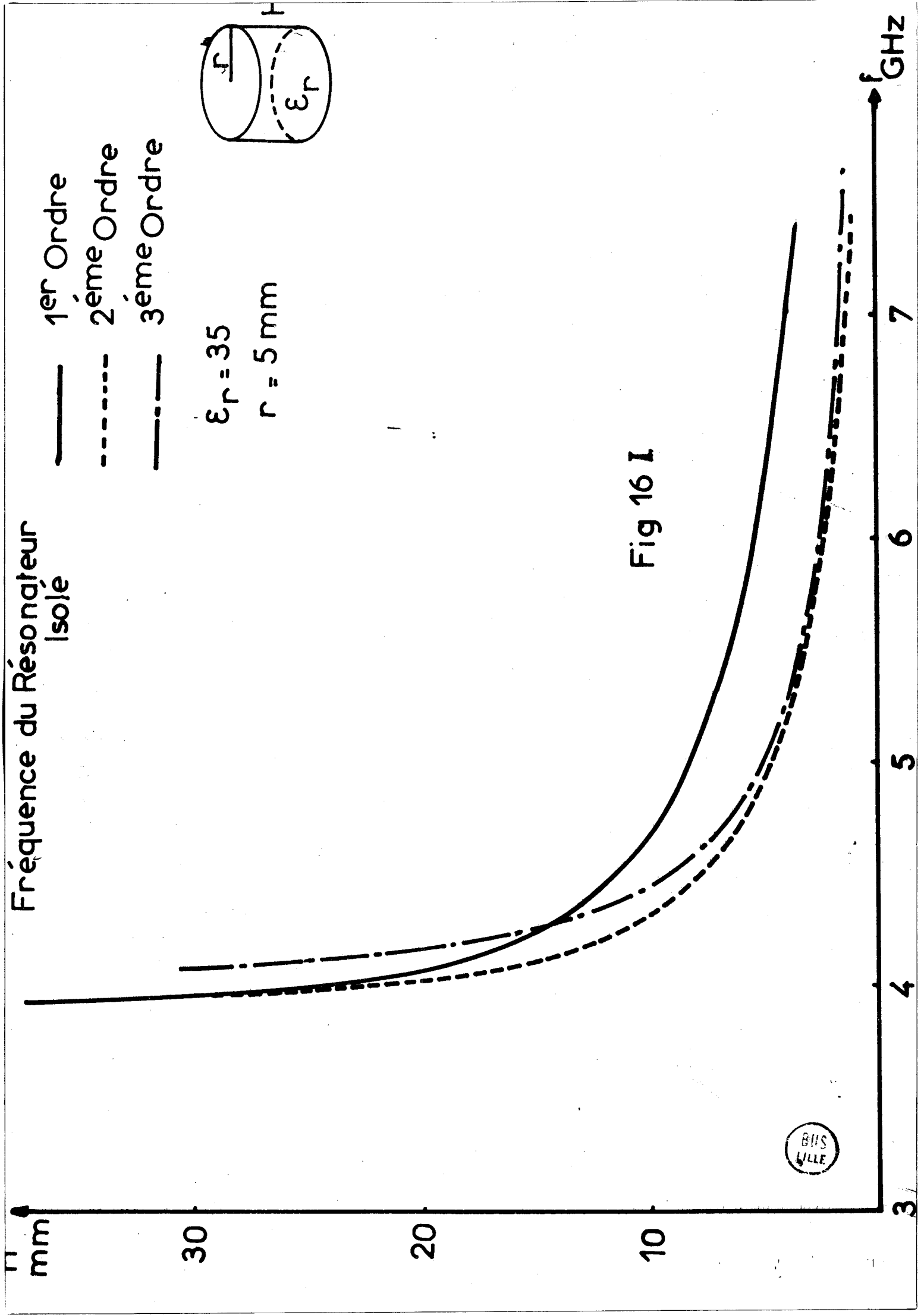
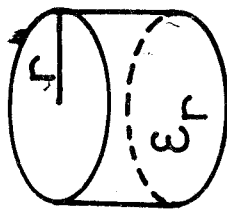
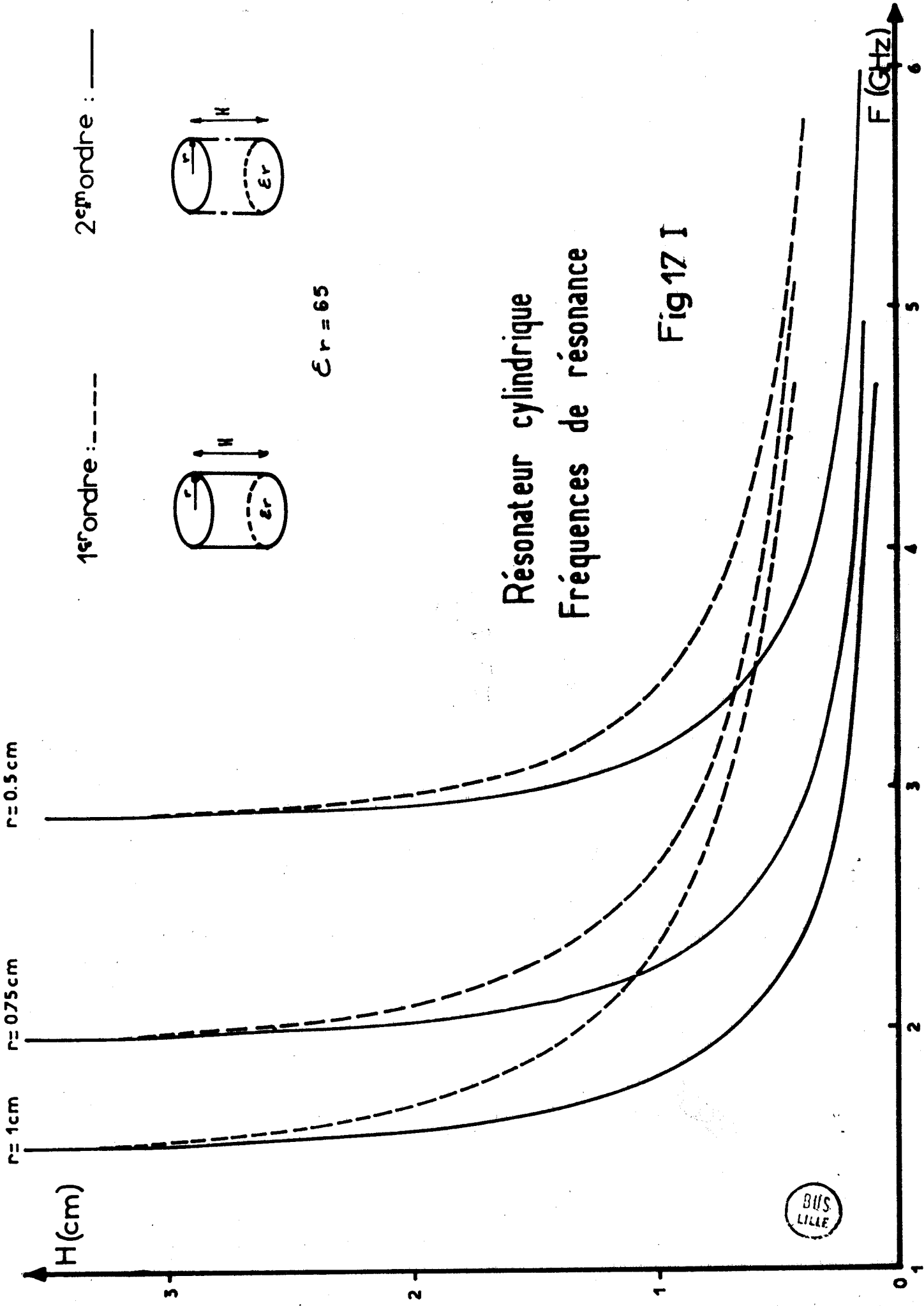


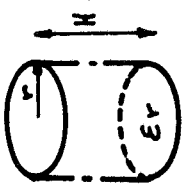
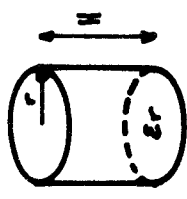
Fig 16 I

BUS
LILLE



1^{er} ordre : - - - -

2^{em} ordre : ———



$\epsilon_r = 65$

Résonateur cylindrique Fréquences de résonance

Fig 17 I



I₅. LE COEFFICIENT DE QUALITE DU RESONATEUR DIELECTRIQUE

Le coefficient de qualité du résonateur diélectrique est fonction d'une part des pertes propres du matériau caractérisées par le facteur de pertes $\text{tg } \delta$ du diélectrique et d'autre part, du rayonnement du résonateur puisqu'ils s'agit d'un système électromagnétique ouvert.

Nous pouvons donc écrire :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{\text{diel}}} + \frac{1}{Q_{\text{ray}}} + \frac{1}{Q_{\text{métal}}}$$

Il n'est pas dans notre intention de faire un calcul complet du coefficient de qualité du résonateur. Nous nous contenterons de donner quelques résultats expérimentaux situant l'ordre de grandeur. Nous avons pour cela réalisé le dispositif représenté figure 18. Il permet de mesurer l'influence d'un plan métallique sur la fréquence de résonance et le coefficient de qualité à vide du résonateur isolé résonnant dans le mode $\text{TE}_{01\delta}$. Nous avons relevé en fonction de la distance d entre le résonateur et le plan métallique, le coefficient de qualité en charge et la fréquence. Quelques résultats sont reportés figures (19) (20) et (21) pour différentes configurations.

Nous constatons que la fréquence de résonance du mode $\text{TE}_{01\delta}$ est fortement influencée par la présence du plan métallique lorsque celui-ci se trouve à une distance d inférieure à la hauteur du résonateur.

Quant au coefficient de qualité, il présente un maximum pour une distance du plan métallique de l'ordre de $H/5$; sa valeur décroît ensuite et se stabilise pour des distances d supérieures à quatre ou cinq fois la hauteur. Cette valeur limite Q_0 peut être considérée comme étant le coefficient de qualité propre du résonateur isolé. En effet, nous avons pris la précaution de toujours travailler avec des couplages très faibles entre la boucle excitatrice et le résonateur, si bien que le Q en charge Q_L , est pratiquement égal au Q à vide Q_0 , comme le montre la relation suivante :

$$Q_L = \frac{Q_0}{1 + \beta} \neq Q_0 \quad \text{lorsque } \beta \ll 1$$

β désigne ici le coefficient de couplage.

Les résultats sont regroupés dans le tableau figure (22)

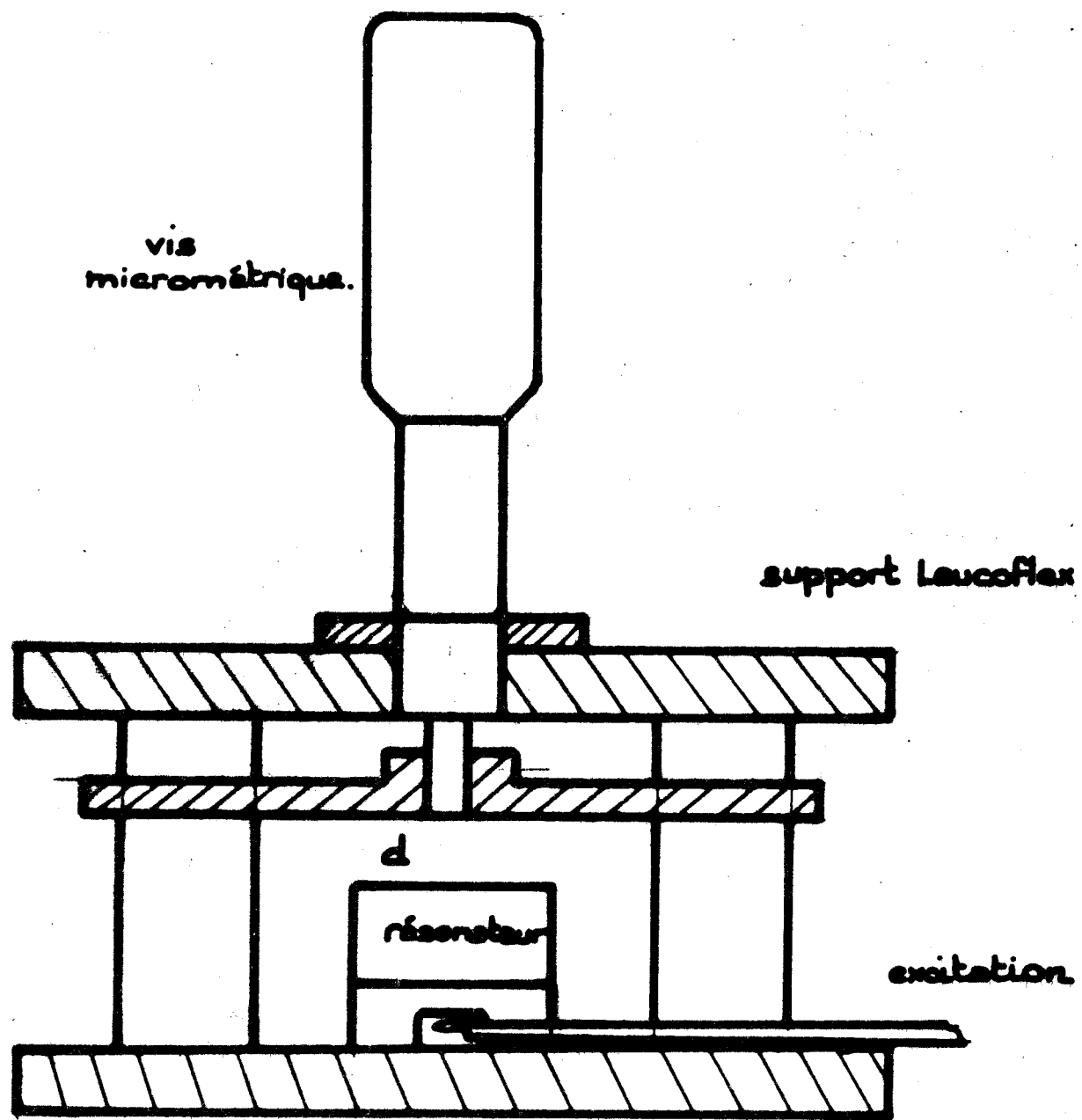
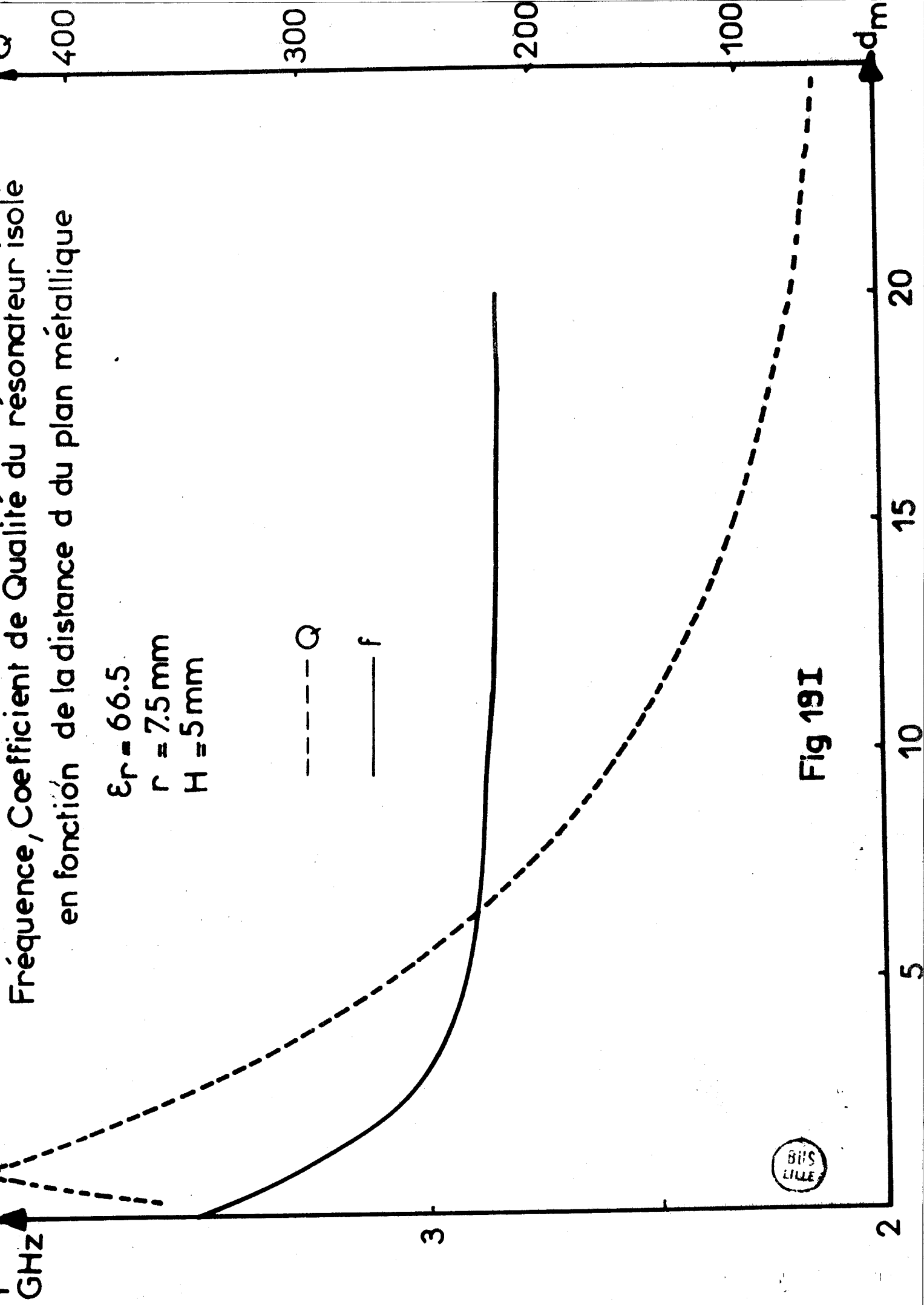


FIG. 18 I



Fréquence, Coefficient de Qualité du Résonateur Isolé
en fonction de la distance d du plan métallique

$$\epsilon_r = 36$$

$$r = 7,5 \text{ mm}$$

$$H = 7 \text{ mm}$$

-----Q

———f

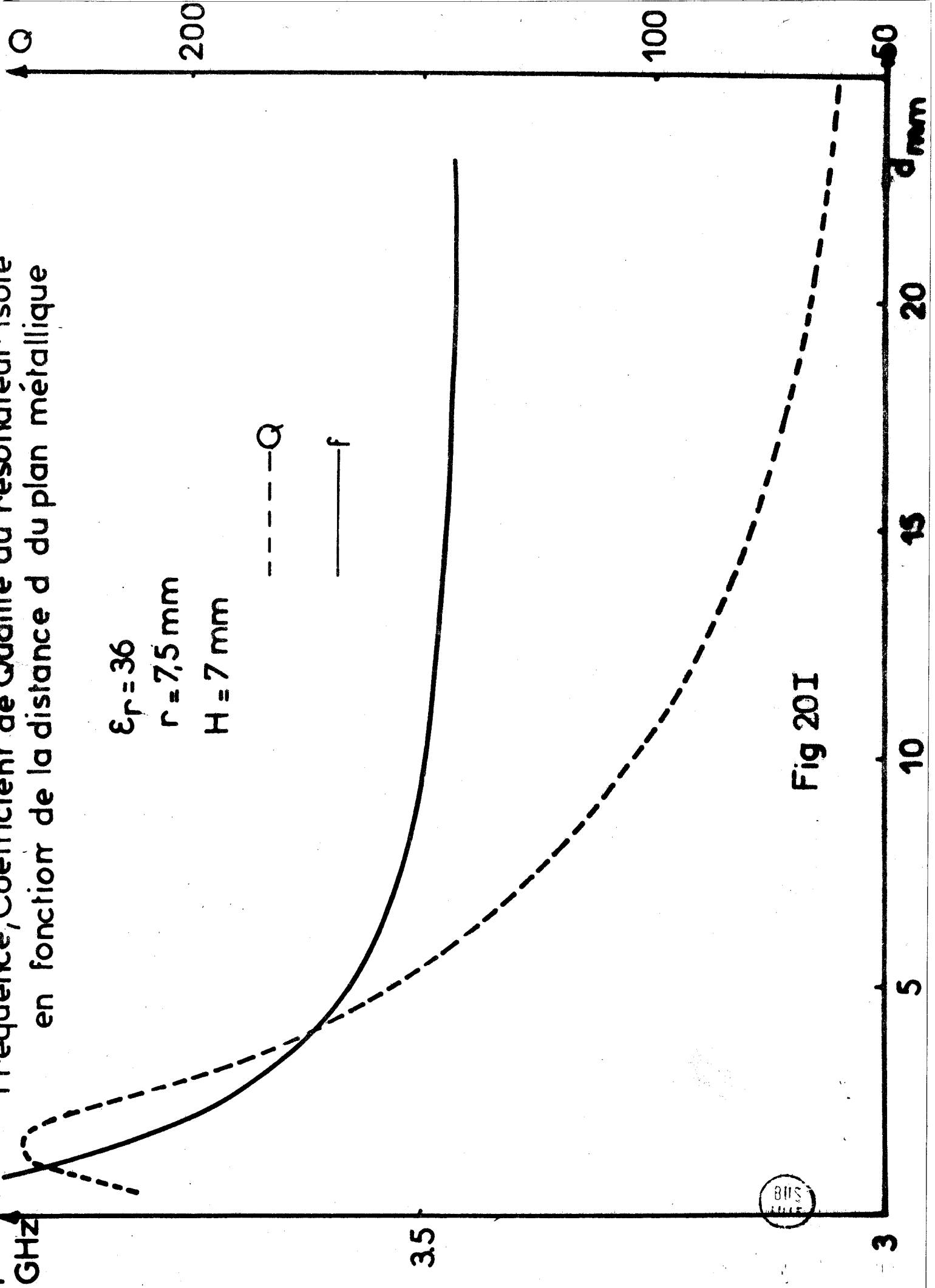


Fig 20I



Fréquence, Coefficient de Qualité du résonateur isolé en
fonction de la distance d du plan métallique

$\epsilon_r = 36$
 $r = 7,5 \text{ mm}$
 $H = 3,6 \text{ mm}$

--- Q
— f

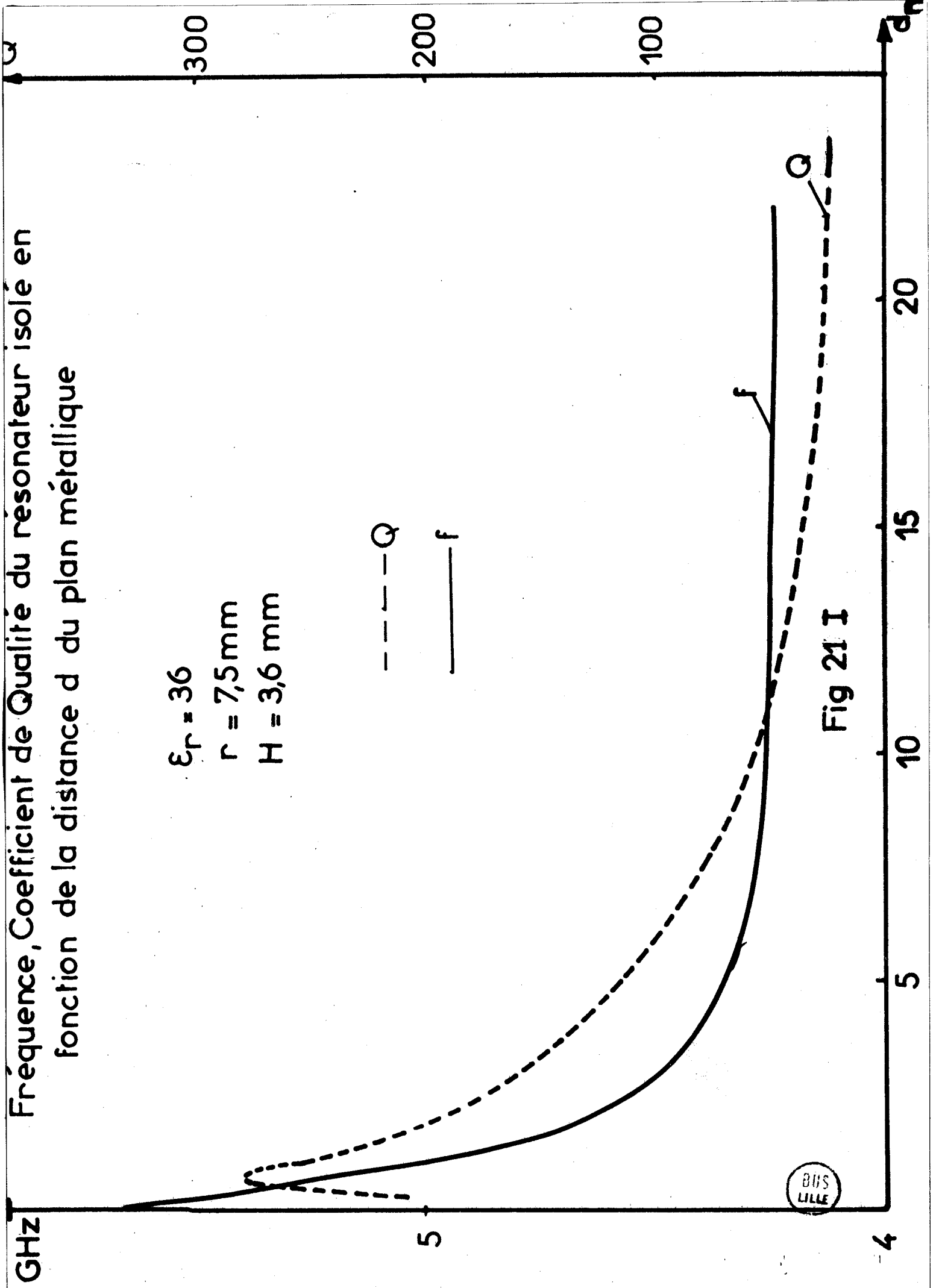


Fig 21 I

Resonateurs		D = 15 mm H = 5 mm $\epsilon_r = 65$	D = 15 mm H = 7 mm $\epsilon_r = 35$	D = 15 mm H = 3,6 mm $\epsilon_r = 35$
$d \# \frac{H}{5}$	f	3260 MHz	3820 MHz	5100 MHz
	Q	440	235	275
$d \# H$	f	2910 MHz	3530 MHz	4450 MHz
	Q	270	130	150
$d \# 4.H$	f	2840 MHz	3452 MHz	4125 MHz
	Q	80	60	25

Fig 22I



La dernière ligne de ce tableau est intéressante ; elle montre que le coefficient de qualité du résonateur isolé est faible et ne dépend pas que du $\text{tg } \delta$ du diélectrique. En effet, les matériaux utilisés présentent des tangentes de perte de l'ordre de $5 \cdot 10^{-4}$, ce qui correspondrait à des Q de 2000. Une partie importante de l'énergie sort donc du volume résonnant. Nous constatons également que cette énergie emmagasinée par le résonateur est d'autant plus faible que sa hauteur est petite. Un essai a été fait sur un résonateur de rapport $\frac{D}{H} = 10$. ($D = 15 \text{ mm}$, $H = 1,5 \text{ mm}$, $\epsilon_r = 35$) et il s'est avéré impossible de le faire résonner.

Nous avons ensuite repris la même manipulation mais en posant cette fois-ci le résonateur sur un substrat microélectronique en alumine d'épaisseur $0,635 \text{ mm}$ et en réalisant le couplage grâce à une ligne microstrip 50Ω . La figure (23) montre comment s'effectue le couplage entre les lignes de champ magnétique de la ligne microstrip et du mode dipolaire du résonateur.

Les résultats obtenus figure (24) sont semblables aux précédents, Seuls changent les valeurs absolues du coefficient de qualité et bien sûr de la fréquence puisque le plan de masse du microcircuit est à une distance telle que son influence est importante. En effet, si on se réfère à la courbe figure (21), on trouve pour une distance d du plan métallique de $0,635 \text{ mm}$, une fréquence de résonateur isolé de 3340 MHz et le même résonateur posé sur le substrat alumine de $0,635 \text{ mm}$ d'épaisseur résonne à 3310 MHz . Le coefficient de qualité passe par un maximum de 1950 et décroît ensuite avec la distance d du plan métallique jusqu'à une valeur d'environ 400 .

Ces résultats sont donnés à titre purement indicatif. Ils donnent toutefois des informations intéressantes quant à l'encombrement radioélectrique du résonateur et à l'influence d'un éventuel boîtier. Néanmoins, il apparaît indispensable de les rendre plus systématiques et de les étayer par une théorie rigoureuse du rayonnement du résonateur. Cette étude fait l'objet d'un projet de contrat d'aide à la recherche (A.T.P.) financé par le C.N.R.S. avec la participation de notre Laboratoire et du Laboratoire d'Electromagnétisme de LIMOGES.

I₆. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons montré qu'il était possible de déterminer à mieux que 1% la fréquence de résonance d'un résonateur diélectrique cylindrique. La méthode utilisée consiste à rechercher d'abord un guide équivalent puis un résonateur équivalent sur lesquels nous pouvons appliquer une théorie simplifiée. Cette technique présente l'intérêt d'être très générale et parfaitement adaptée au traitement des structures cylindriques composites coaxiales ou superposées dont l'étude fait l'objet du chapitre suivant.

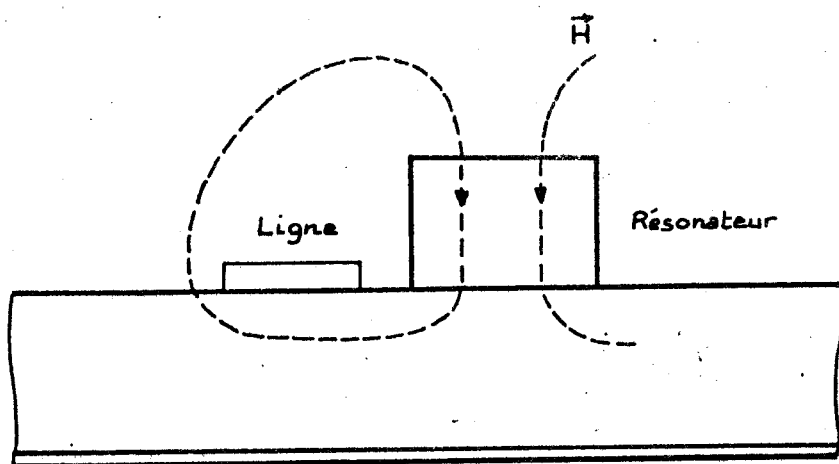


Fig. 23 I

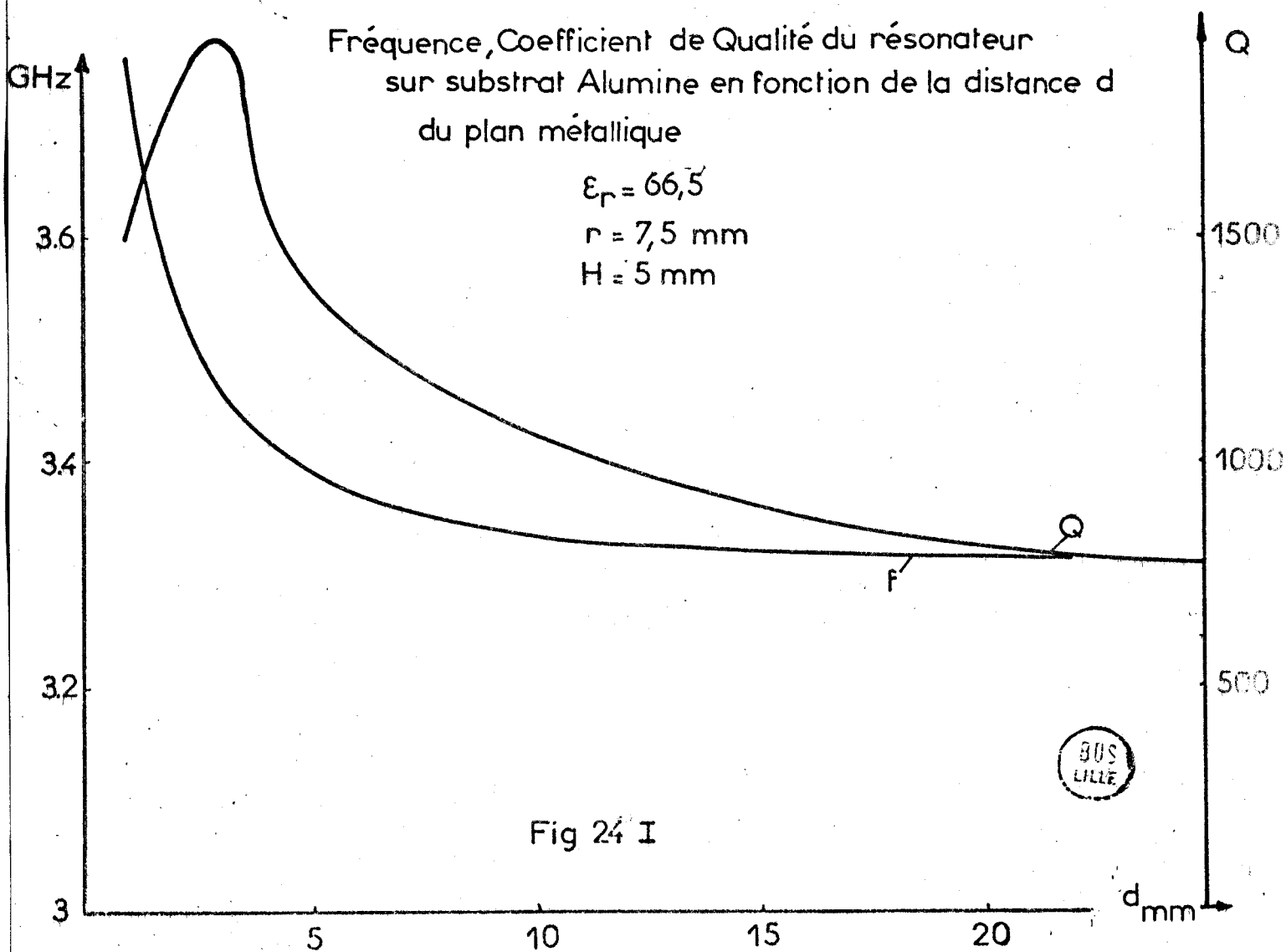


Fig 24 I

II - ETUDE DE STRUCTURES COMPOSITES

II₁. INTRODUCTION

. But

Le but poursuivi est d'obtenir une stabilisation en température d'un résonateur diélectrique en utilisant une structure composite réalisée à partir de matériaux diélectriques présentant des coefficients de température de signes opposés.

Deux types de structures sont étudiés dans ce travail :

- 1°) structure à disques diélectriques empilés
- 2°) structure coaxiale

Dans les deux cas, nous recherchons un résonateur équivalent ayant la même fréquence de résonance que le résonateur composite pour le mode dipolaire, mais constitué d'un seul diélectrique.

Ce résonateur fictif sera donc caractérisé par son rayon équivalent a_e , sa permittivité relative équivalente ϵ_{re} ; Sa hauteur H est la hauteur géométrique réelle de la structure composite empilée ou coaxiale.

Les valeurs de ces paramètres équivalents ϵ_{re} , a_e en fonction des grandeurs initiales de la structure composite s'expriment en fonction des paramètres ϵ_{r1} , ϵ_{r2} , H_1 , H_2 dans le cas de la structure empilée ou en fonction des paramètres ϵ_{r1} , ϵ_{r2} , r_1 , r_2 dans le cas de la structure coaxiale.

Il est donc possible de calculer les variations de ces paramètres équivalents en fonction des variations des paramètres du résonateur composite réel. Ces variations sont ici provoquées par la température.

II₂. METHODE D'ETUDE DES STRUCTURES COMPOSITES

Elle consiste à réaliser une identité entre la structure complexe à étudier et une structure simple parfaitement connue. Sa mise en oeuvre diffère notablement selon la structure composite envisagée. Pour la structure coaxiale, l'identification à une structure simple s'effectue au niveau du traitement guide d'onde dans l'approximation du 1er ordre.

Au contraire, on recherche la structure simple équivalente à la structure empilée à partir du traitement cavité que l'on a qualifié d'approximation du "second ordre".

Dès que le résonateur simple fermé équivalent à chaque type de structure est déterminé, on applique successivement :

- l'amélioration du modèle
- l'approximation du second ordre.

On détermine ainsi avec une assez bonne précision la fréquence de résonance des structures composites. Pour plus de clarté dans l'exposé, nous avons représenté les différentes étapes dans l'application de la méthode :

- pour les structures empilées (figure 1)
- pour les structures coaxiales (figure 2)

II₃. LE RESONATEUR A DISQUES EMPILES

Nous considérons dans ce paragraphe la configuration représentée sur la figure (1-a)

Les parois latérales sont supposées parfaites. Nous appliquons le traitement cavité décrit au paragraphe du chapitre 1, dans le cas particulier d'une structure empilée cylindrique de rayon a. Nous rappelons que ce traitement n'est valable que pour des ondes stationnaires transverses électriques. Nous raisonnons sur le mode fondamental et nous imposons :

$$\epsilon_{r1} > \epsilon_{r2}$$

Les conséquences de cette dernière condition sont les suivantes :

La configuration des lignes de champs dans le milieu 1 s'identifie spatialement au modes fondamental iTE_{01} du guide (a, ϵ_{r1}) au-dessus de la coupure.

Deux descriptions sont alors possibles pour l'onde stationnaire dans le milieu (2).

- elle peut être identifiée au mode fondamental iTE_{01} du guide (a, ϵ_{r2}) sous la coupure, ou au-dessus de la coupure.

Au-delà des parois de bout, l'onde stationnaire est identifiée au mode fondamental iTE_{01} du guide (a, ϵ_r) sous la coupure, pour tenir compte de la condition de rayonnement.

Dans chaque milieu, l'équation de dispersion du mode iTE_{01} s'écrit :

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{ri} - \beta_i^2$$

avec :

$$k^2 = \frac{x_{01}^2}{a^2}$$

DISQUES
SUPERPOSÉS

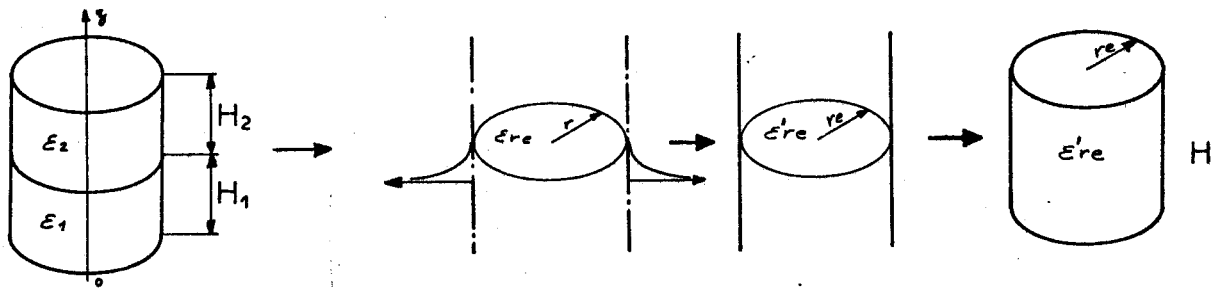


Fig. 1 II

RESONATEURS COMPOSITES

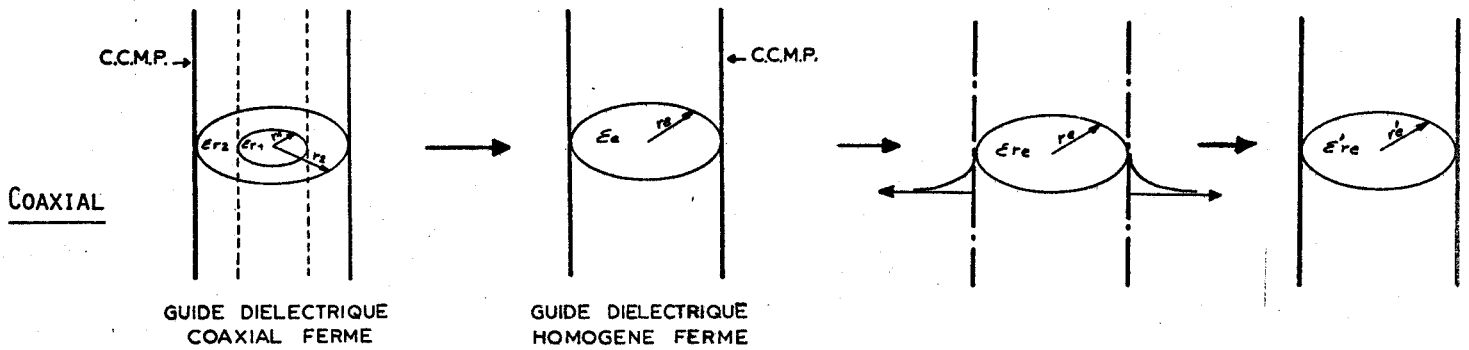


Fig. 2 II

II_{3.1.} 1er Cas

$$\beta_1^2 > 0 \quad ; \quad \beta_2^2 > 0 \quad ; \quad \beta_0^2 < 0$$

On pose donc $\beta_0 = j\alpha$ avec $\alpha > 0$

Les expressions des champs s'écrivent :

- dans le milieu (1)

$$\begin{aligned} \vec{E}_{T1} &= \vec{\xi}_T(r) (A_1 \sin \beta_1 z + B_1 \cos \beta_1 z) \\ \vec{H}_{T1} &= \frac{\beta_1}{j\omega\mu_0} \vec{\Lambda} \vec{\xi}_T(r) (A_1 \cos \beta_1 z - B_1 \sin \beta_1 z) \end{aligned} \quad [1]$$

- dans le milieu (2)

$$\begin{aligned} \vec{E}_{T2} &= \vec{\xi}_T(r) (A_2 \sin \beta_2 z + B_2 \cos \beta_2 z) \\ \vec{H}_{T2} &= \frac{\beta_2}{j\omega\mu_0} \vec{\xi}_T(r) \vec{\Lambda} (A_2 \cos \beta_2 z - B_2 \sin \beta_2 z) \end{aligned} \quad [2]$$

- enfin dans l'air :

$$\begin{aligned} \vec{E}_{T0} &= \vec{\xi}_T(r) (A_0 e^{-\alpha z} + B_0 e^{\alpha z}) \\ \vec{H}_{T0} &= \frac{\alpha}{j\omega\mu_0} \vec{\xi}_T(r) \vec{\Lambda} (A_0 e^{-\alpha z} + B_0 e^{\alpha z}) \end{aligned} \quad [3]$$

Les conditions de continuité s'écrivent :

$$\vec{E}_{T1} = \vec{E}_{T2} \quad \text{en } z = 0$$

$$\vec{H}_{T1} = \vec{H}_{T2}$$

$$\vec{E}_{T2} = \vec{E}_{T0}$$

$$\text{en } z = H_2$$

$$\vec{H}_{T2} = \vec{H}_{T0}$$

$$\vec{E}_{T1} = \vec{E}_{T0}$$

$$\text{en } z = -H_1$$

$$\vec{H}_{T1} = \vec{H}_{T0}$$

Nous avons six conditions aux limites pour les six constantes $A_0, B_0, A_1, B_1, A_2, B_2$. Le système obtenu est homogène, il admet une solution autre que la solution triviale zéro si son déterminant est nul. Cette condition fournit les fréquences de résonance de la structure en fonction des dimensions géométriques.

Ce déterminant s'écrit :

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta_1 & 0 & -\beta_2 & 0 \\ e^{-\alpha H_2} & 0 & 0 & 0 & -\sin\beta_2 H_2 & \cos\beta_2 H_2 \\ -\alpha e^{-\alpha H_2} & 0 & 0 & 0 & -\beta_2 \cos\beta_2 H_2 & -\beta_2 \sin\beta_2 H_2 \\ 0 & e^{-\alpha H_1} & \sin\beta_1 H_1 & -\cos\beta_1 H_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha e^{-\alpha H_1} & -\cos\beta_1 H_1 & -\beta_1 \sin\beta_1 H_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [4]$$

Nous ne développons pas ce déterminant, son exploitation numérique étant plus aisée sous cette forme.

II_{3.2.} 2ème_Cas

$$\beta_1^2 > 0 \quad ; \quad \beta_2^2 < 0 \quad ; \quad \beta_0^2 < 0$$

On pose donc ici :

$$\beta_2 = j\beta \quad \text{avec} \quad \beta > 0$$

$$\beta_0 = j\alpha \quad \text{avec} \quad \alpha > 0$$

Nous pouvons alors écrire directement le déterminant du système formé par les conditions aux limites, en remplaçant dans le résultat précédent β_2 par $j\beta$.

Soit :

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \beta_1 & 0 & -j\beta & 0 \\ e^{-\alpha H_2} & 0 & 0 & 0 & -\sin j\beta H_2 & \cos j\beta H_2 \\ -\alpha e^{-\alpha H_2} & 0 & 0 & 0 & -j\beta \cos j\beta H_2 & j\beta \sin j\beta H_2 \\ 0 & e^{-\alpha H_1} & \sin \beta_1 H_1 & -\cos \beta_1 H_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha e^{-\alpha H_1} & -\beta_1 \cos \beta_1 H_1 & -\beta_1 \sin \beta_1 H_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Afin de faciliter l'exploitation numérique, on transforme Δ_2 en utilisant les relations suivantes :

$$\operatorname{ch} x = \cos jx$$

$$\operatorname{sh} x = -j \sin jx \longrightarrow \sin jx = j \operatorname{sh} x \quad x \text{ réel}$$

On obtient :

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta_1 & 0 & \beta & 0 \\ e^{-\alpha H_2} & 0 & 0 & 0 & \operatorname{sh} \beta H_2 & \operatorname{ch} \beta H_2 \\ -\alpha e^{-\alpha H_2} & 0 & 0 & 0 & \beta \operatorname{ch} \beta H_2 & \beta \operatorname{sh} \beta H_2 \\ 0 & e^{-\alpha H_1} & \sin \beta_1 H_1 & -\cos \beta_1 H_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha e^{-\alpha H_1} & -\beta_1 \cos \beta_1 H_1 & -\beta_1 \sin \beta_1 H_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [5]$$



II_{3.3.} Exploitation numérique

Le système à résoudre s'écrit :

$$\beta_1^2 = 4\pi^2 f^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_{r1} - \frac{x_{01}^2}{a^2}$$

$$\beta_2^2 = 4\pi^2 f^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_{r2} - \frac{x_{01}^2}{a^2}$$

$$\alpha^2 = \frac{x_{01}^2}{a^2} - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$$

$$\Delta_1 = 0 \text{ ou } \Delta_2 = 0$$

On recherche la fréquence correspondant à la première solution de $\Delta_1 = 0$ ou $\Delta_2 = 0$

Le calcul démarre à la valeur de la fréquence qui annule β_1^2 soit :

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r1}}} \cdot \frac{x_{01}}{a} \quad [6]$$

$$f_1 = \frac{c}{2\pi} \frac{x_{01}}{a\sqrt{\epsilon_{r1}}}$$

On incrémente ensuite f de Δf jusqu'à la valeur f_2 correspondant à $\beta_2^2 = 0$
Soit :

$$f_2 = \frac{c}{2\pi} \frac{x_{01}}{a\sqrt{\epsilon_{r2}}} \quad [7]$$

Pour $f_1 < f < f_2$, nous sommes dans le second cas décrit précédemment et donc dans le domaine de validité de l'équation $\Delta_2 = 0$.

Pour $f > f_2$, nous sommes dans le premier cas, et nous recherchons les solutions de l'équation $\Delta_1 = 0$.

II_{3.4.} Détermination du résonateur équivalent

Connaissant la fréquence de résonance, nous déterminons la permittivité ϵ_{re} du résonateur équivalent simple. Puis nous appliquons le 3e ordre pour améliorer le modèle et tenir compte de tous les effets aux différents interfaces. Ce troisième ordre consiste à rechercher un guide équivalent

(a, ϵ'_{re}) et donc un résonateur équivalent (a, ϵ'_{re} , H) dont la fréquence de résonance en mode TE_{01} est donnée par l'approximation du 2nd ordre. Soit :

$$\text{tg } \frac{\beta H}{2} = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\text{avec : } \alpha^2 = \frac{x_{01}^2}{a_e^2} - \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\beta^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon'_{re} - \frac{x_{01}^2}{a_e^2}$$

II_{3.5}. Résultats

Le tableau ci-dessous donne les valeurs théoriques et expérimentales des fréquences de résonance de plusieurs structures :

	$H_1=45\text{mm } \epsilon_{r1}=36$ $H_2=2\text{mm } \epsilon_{r2}=32$ $a=5\text{mm}$	$H_1=5\text{mm } \epsilon_{r1}=66$ $H_2=7\text{mm } \epsilon_{r2}=36$ $a=7.5\text{mm}$	$H_1=5\text{mm } \epsilon_{r1}=66$ $H_2=19\text{mm } \epsilon_{r2}=36$ $a=7.5\text{mm}$
$f_{\text{Calculée}}$	4870 MHz	2655 MHz	2529 MHz
$f_{\text{Mesurée}}$	4903 MHz	2630 MHz	2502 MHz
écart	1,4 %	1 %	1 %

Dans le cas 1 la fréquence f_2 qui correspond à la coupure dans le milieu (2) vaut $f_2 = 4025$ MHz. La fréquence de résonance mesurée étant supérieure à f_2 , l'onde est au-dessus de la coupure dans les deux milieux (1) et (2).

Dans les cas (2) et (3), $f_2 = 2532$ MHz. Dans le cas $H_2 = 7$ mm, nous avons également deux ondes oscillantes, tandis que pour $H = 19$ mm nous avons une onde évanescente dans le milieu ϵ_{r2} , une onde oscillante dans le milieu 1.

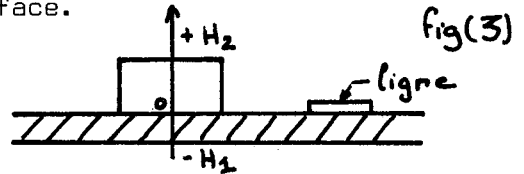
II_{3.6}. Etude de l'influence d'un substrat micro-électronique sur la valeur de la fréquence de résonance.

L'étude des résonateurs superposés peut parfaitement s'appliquer

à l'étude d'un résonateur simple sur un substrat microélectronique comme le montre la figure (3)

Seule la condition aux limites à l'interface $z = -H_1$ est modifiée, puisque nous avons maintenant un plan métallique. Elle exprime la nullité de la composante tangentielle du champ électrique sur cette interface.

$$E_{T2} = 0 \quad \text{en} \quad z = -H_1$$



Nous pouvons écrire directement les déterminants des conditions aux limites correspondant aux deux cas étudiés précédemment.

- pour $f_1 < f < f_2$ l'équation caractéristique s'écrit donc :

$$\Delta'_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & \beta_1 & 0 & \beta & 0 \\ e^{-\alpha H_2} & 0 & 0 & \text{sh}\beta H_2 & \text{ch}\beta H_2 \\ -\alpha e^{-\alpha H_2} & 0 & 0 & \beta \text{ch}\beta H_2 & \beta \text{sh}\beta H_2 \\ 0 & \sin\beta_1 H_1 & -\cos\beta_1 H_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [8]$$

Remarque

On déduit Δ'_2 de Δ_2 simplement en éliminant la colonne correspondante à B_0 . La ligne correspondant à la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique est aussi supprimée (2e colonne et 6e ligne).

Pour $f > f_2$ l'équation caractéristique s'obtient de la même façon à partir de Δ_1 , soit :

$$\Delta'_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & \beta_1 & 0 & -\beta_2 & 0 \\ e^{-\alpha H_2} & 0 & 0 & -\sin\beta_2 H_2 & \cos\beta_2 H_2 \\ -\alpha e^{-\alpha H_2} & 0 & 0 & -\beta_2 \cos\beta_2 H_2 & -\beta_2 \sin\beta_2 H_2 \\ 0 & \sin\beta_1 H_1 & -\cos\beta_1 H_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [9]$$

Rappelons que f_1 et f_2 sont les fréquences de coupure des guides diélectriques dont sont issus les résonateurs superposés (voir équation (6) et (7)).

II_{3.7}. Etude en fonction de la température

Il est facile en utilisant le programme de calcul de la fréquence de résonance, de prévoir le comportement du résonateur en fonction des variations d'un des paramètres géométriques ou de la permittivité. Nous admettons que l'on peut tenir compte de l'influence de la température sur le résonateur uniquement par des variations de la permittivité.

Nous posons donc : $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r1\ 20} + \alpha_1(t - 20)$

$$\epsilon_{r2} = \epsilon_{r2\ 20} + \alpha_2(t - 20)$$

où $\epsilon_{r1\ 20}$, $\epsilon_{r2\ 20}$ désignent les valeurs de la permittivité des milieux 1 et 2 à 20 °C.

α_1 , α_2 sont les coefficients de température des 2 matériaux. En introduisant une boucle sur la température, il est possible de déterminer numériquement la fonction $f(t)$, fréquence de résonance du résonateur superposé en fonction de la température.

La figure (5) donne l'organigramme du calcul. Ce qui nous intéresse en fait, c'est de déterminer les hauteurs respectives H_1 et H_2 des deux résonateurs simples donnant la compensation en température puisque les autres paramètres, permittivités et coefficients de température de ces permittivités sont imposés par la composition des matériaux.

II₄. LE RESONATEUR COAXIAL

Une description du système étudié est donnée sur la figure (4) Nous appliquons le traitement guide d'onde à la structure coaxiale en considérant la paroi latérale externe comme un court-circuit magnétique parfait. Le système d'équations à résoudre s'écrit :

- dans le milieu (1) $0 < r < r_1$

$$\Delta_T + k_1^2 \begin{vmatrix} E_{z1} \\ H_{z1} \end{vmatrix} = 0 \quad |10|$$

avec : $k_1^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r1} - \beta^2$

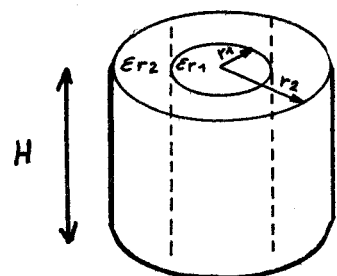
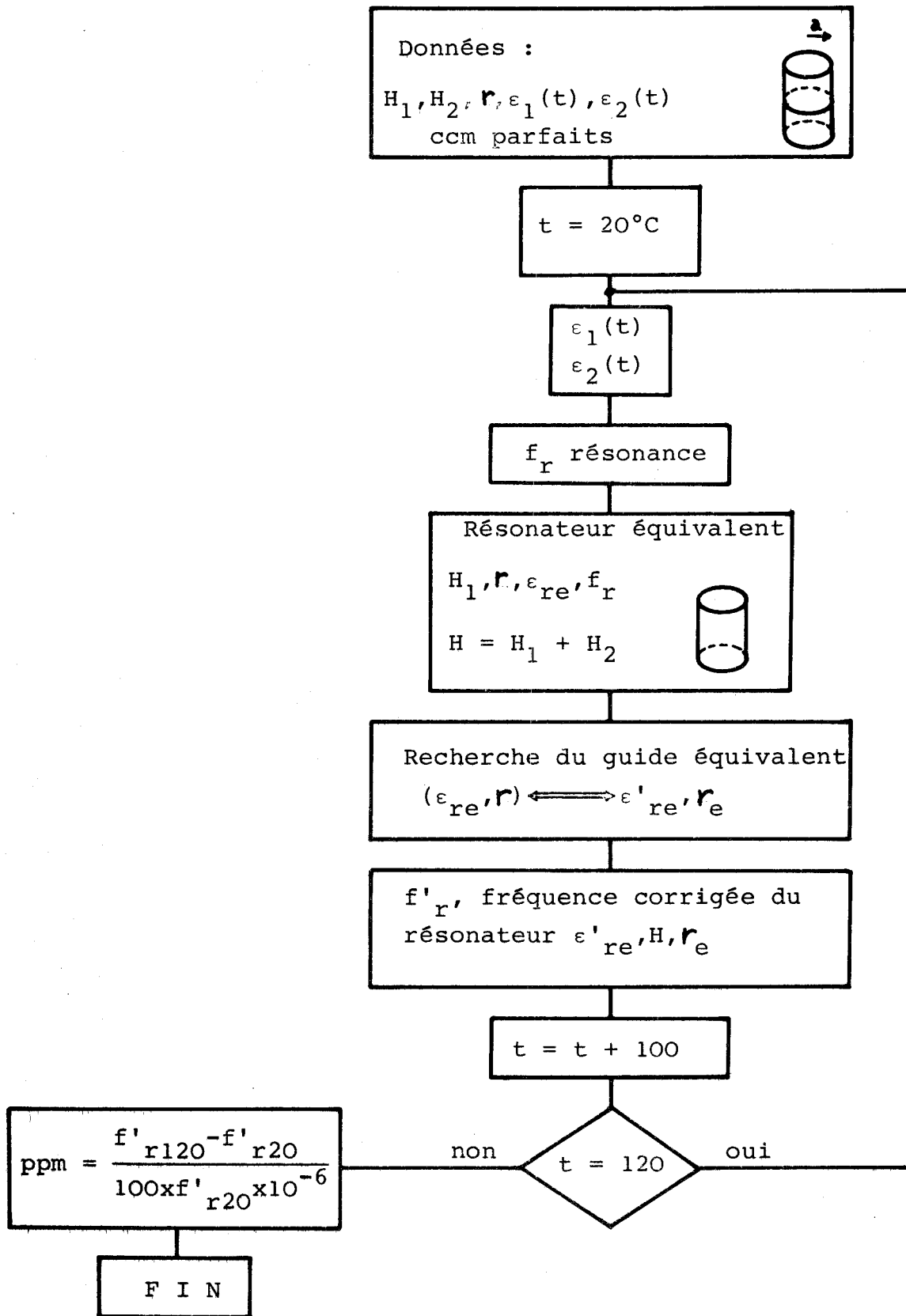


Fig (4)



Organigramme de calcul



Fig 5 II

Résonateur à disques diélectriques superposés

- dans le milieu (2) $r_1 < r < r_2$

$$\left(\Delta_T + k_2^2 \right) \begin{bmatrix} Ez_2 \\ Hz_2 \end{bmatrix} = 0 \quad [11]$$

avec $k_2^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r2} - \beta^2$

On se reportera au chapitre I pour l'expression de Δ_T en coordonnées cylindriques. On posera dans la suite de cette étude :

$$\epsilon = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}}$$

L'écriture des solutions générales dans les différents milieux conduit à distinguer plusieurs cas :

Cas 1 $\epsilon > 1$

a) $k_1^2 > 0$ $k_1 = \gamma_1$ avec $\gamma_1 > 0$

$k_2^2 > 0$ $k_2 = \gamma_2$ avec $\gamma_2 > 0$

Les champs de l'onde recherchée sont modulés spatialement dans les deux milieux constituant la section droite. Les solutions générales s'écrivent

- dans le milieu (1)

$$Ez_1 = A_1 \cdot J_n(\gamma_1 r) (E \cos n\theta + F \sin n\theta) \quad [12]$$

$$Hz_1 = B_1 \cdot J_n(\gamma_1 r) (H \cos n\theta + G \sin n\theta)$$

- dans le milieu (2)

$$Ez_2 = (A_2 J_n(\gamma_2 r) + C_2 N_n(\gamma_2 r))(E \cos n\theta + F \sin n\theta) \quad [13]$$

$$Hz_2 = (B_2 J_n(\gamma_2 r) + D_2 N_n(\gamma_2 r))(H \cos n\theta + G \sin n\theta)$$

b) $k_1^2 > 0$ $k_1 = \gamma_1$ avec $\gamma_1 > 0$

$k_2^2 < 0$ $k_2 = j\gamma_2$ avec $\gamma_2 > 0$

Les champs de l'onde recherchés sont modulés spatialement seulement dans le milieu 1.

Dans le milieu (2) ces champs varient spatialement d'une façon monotone.

Les solutions générales s'écrivent :

$$Ez_1 = A_1 J_n(\gamma_1 r) (E \cos n\theta + F \sin n\theta) \quad [14]$$

$$Hz_1 = B_1 J_n(\gamma_1 r) (H \cos n\theta + G \sin n\theta)$$

dans le milieu (2)

$$Ez_2 = (P_2 I_n(\gamma_2 r) + R_2 K_n(\gamma_2 r)) (E \cos n\theta + F \sin n\theta) \quad [15]$$

$$Hz_2 = (Q_2 I_n(\gamma_2 r) + S_2 K_n(\gamma_2 r)) (H \cos n\theta + G \sin n\theta)$$

Cas 2 : $\epsilon < 1$

L'énergie électromagnétique est plus concentrée dans le milieu (2) que dans le milieu (1).

a) $k_1^2 > 0$ identique au cas 1 a)

$k_2^2 > 0$

b) $k_1^2 < 0$ $k_1 = j\gamma_1$ avec $\gamma_1 > 0$

[16]

$k_2^2 > 0$ $k_2 = \gamma_2$ avec $\gamma_2 > 0$

Les champs de l'onde recherchée sont modulés spatialement dans le milieu (2)

Dans le milieu (1) ces champs varient spatialement d'une façon monotone.

Les solutions générales s'écrivent :

dans le milieu (1) :

$$Ez_1 = P_1 K_n(\gamma_1 r) [E \cos n\theta + F \sin n\theta] \quad [17]$$

$$Hz_1 = Q_1 K_n(\gamma_1 r) [H \cos n\theta + G \sin n\theta]$$

et dans le milieu (2) :

$$Ez_2 = (A_2 J_n(\gamma_2 r) + C_2 N_2(\gamma_2 r)) (E \cos n\theta + F \sin n\theta)$$

$$Hz_2 = (B_2 J_n(\gamma_2 r) + D_2 N_2(\gamma_2 r)) (H \cos n\theta + G \sin n\theta)$$

La figure (6) illustre d'une façon très qualitative les différents cas décrits. Comme dans les deux exemples de guide circulaire traités au chapitre I, la périodicité des champs de 2π impose que n soit un entier.

Nous ferons également une nouvelle fois usage dans cette nouvelle étude des conditions de symétrie en écrivant les solutions générales dans chacun des cas décrits ci-dessus comme la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire dans la symétrie vraie d'axe ox . Les solutions paires sont telles que :

$$E_z(r, \theta) = E_z(r, 2\pi - \theta)$$

$$H_z(r, \theta) = -H_z(r, 2\pi - \theta)$$

et les solutions impaires vérifient :

$$E_z(r, \theta) = -E_z(r, 2\pi - \theta)$$

$$H_z(r, \theta) = H_z(r, 2\pi - \theta)$$

Les distinctions de la parité des ondes ne se justifient que dans l'étude des configurations de champs. Du point de vue des caractéristiques de dispersion, les ondes paires et impaires mènent à la résolution d'une même équation caractéristique. Cette équation caractéristique est obtenue en annulant le déterminant des équations de continuité écrites sous forme matricielle.

Il n'est pas nécessaire de traiter en détail les 4 cas décrits précédemment. Nous traiterons en détail le cas 1 a) et réaliserons dans le déterminant des conditions de continuité, les substitutions de fonctions "ad hoc" permettant ainsi l'obtention rapide de ce déterminant pour les autres cas.

II_{4.1.} Equations caractéristiques des modes iTE_{0m} dans le cas (1) a)

$$(\epsilon > 1 ; k_1^2 > 0 ; k_2^2 > 0)$$

Nous écrivons les expressions des composantes de champs dans chacun des milieux pour les solutions impaires. Nous incluons les constantes intervenant dans la fonction angulaire des solutions générales (12) et (13) dans celles intervenant dans la fonction radiale, ainsi :

dans le milieu (1) on écrit :

$$E_{z_1} = A_1 J_n(\gamma_1 r) \sin n\theta$$

$$H_{z_1} = B_1 J_n(\gamma_1 r) \cos n\theta$$

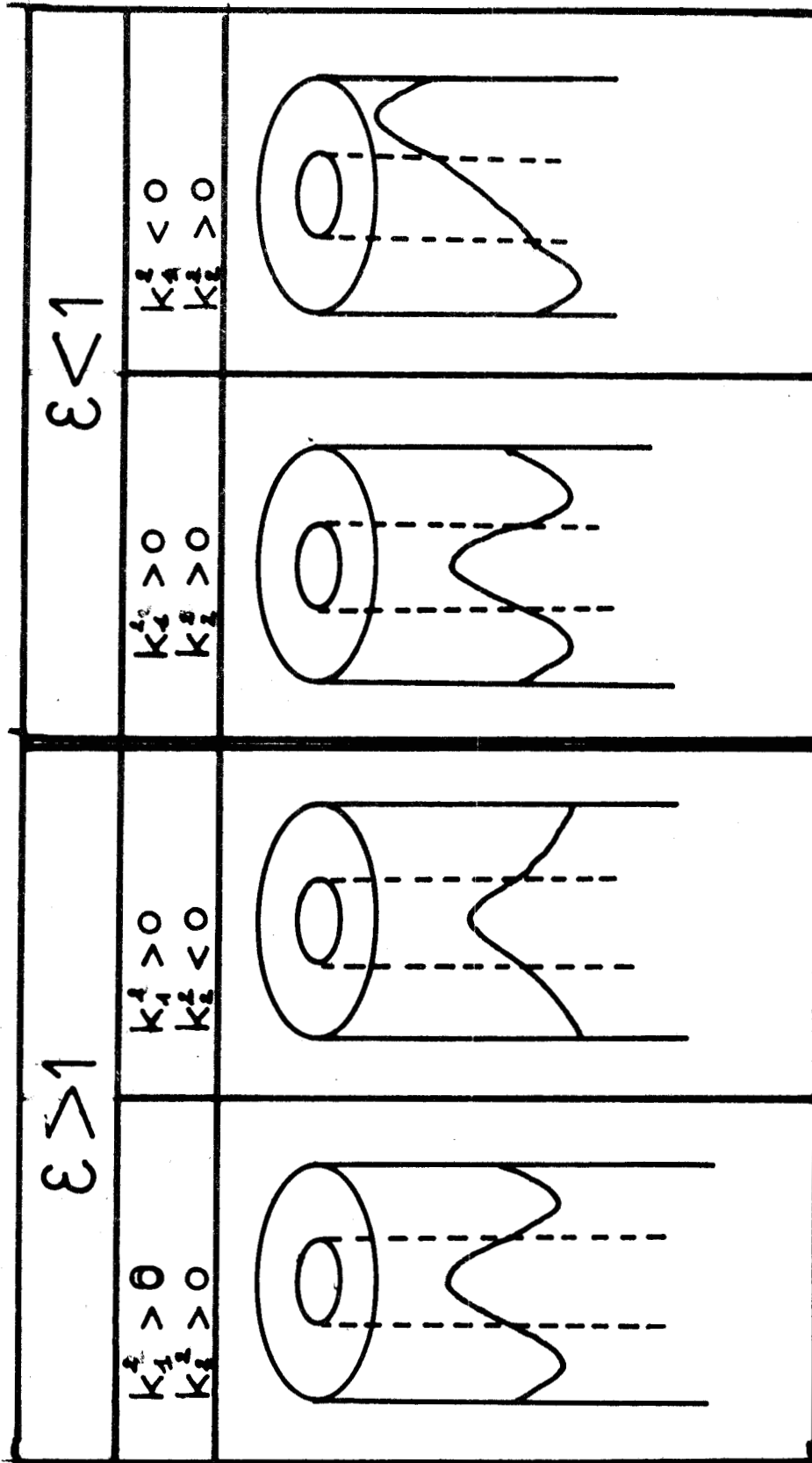


fig. 6

et dans le milieu (2) :

$$Ez_2 = (A_2 J_n(\gamma_2 r) + C_2 N_n(\gamma_2 r)) \sin n\theta \quad [19]$$

$$Hz_2 = (B_2 J_n(\gamma_2 r) + D_2 N_n(\gamma_2 r)) \cos n\theta$$

Les conditions de continuité exprimant la nullité de la composante tangentielle du champ magnétique :

$$\begin{aligned} Hz_2 &= 0 \\ H_{\theta 2} &= 0 \end{aligned} \quad \text{en } r = r_2$$

permet d'exprimer les constantes C_2 et D_2 en fonction des constantes A_2 et B_2 .
En effet :

$$C_2 = - A_2 \frac{J'_n(\gamma_2 r_2)}{N'_n(\gamma_2 r_2)}$$

$$D_2 = - B_2 \frac{J_n(\gamma_2 r_2)}{N_n(\gamma_2 r_2)}$$

Les conditions de continuité exprimant la conservation des composantes tangentielles des champs électrique et magnétique conduisent au système d'équation linéaire homogène que l'on écrit sous forme matricielle.

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{c}
 A_1 \\
 A_2 \\
 B_1 \\
 B_2
 \end{array} \right] = 0 \\
 \\
 \left[\begin{array}{c}
 J_n(\gamma_1 r_1) \\
 \frac{\omega \epsilon_{r1}}{\gamma_1} J'_n(\gamma_1 r_1) \\
 \frac{j\beta}{\gamma_1} \frac{J_n(\gamma_1 r_1)}{r_1^2} \\
 \\
 J_n(\gamma_2 r_1) - \frac{J'_n(\gamma_2 r_2)}{N'_n(\gamma_2 r_2)} N_n(\gamma_2 r_1) \\
 \frac{\omega \epsilon_{r2}}{\gamma_2} [J'_n(\gamma_2 r_1) - \frac{J'_n(\gamma_2 r_2)}{N'_n(\gamma_2 r_2)} N'_n(\gamma_2 r_1)] \\
 \frac{j\beta}{\gamma_1^2} [J_n(\gamma_2 r_1) - \frac{J'_n(\gamma_2 r_2)}{N'_n(\gamma_2 r_2)} N_n(\gamma_2 r_1)] \\
 \\
 0 \\
 J_n(\gamma_1 r_1) - \frac{j\beta}{\gamma_1} \frac{J_n(\gamma_1 r_1)}{r_1^2} \\
 \frac{j\beta}{\gamma_2} \frac{J_n(\gamma_1 r_1)}{r_1^2} \\
 \\
 0 \\
 \frac{j\beta}{r_1^2} J_n(\gamma_1 r_1) - \frac{J_n(\gamma_2 r_2)}{N'_n(\gamma_2 r_2)} N_n(\gamma_2 r_1) \\
 \\
 0 \\
 \frac{\omega \mu_0}{\gamma_1} J'_n(\gamma_1 r_1) - \frac{\omega \mu_0}{\gamma_2} [J'_n(\gamma_2 r_1) - \frac{J'_n(\gamma_2 r_2)}{N'_n(\gamma_2 r_2)} N'_n(\gamma_2 r_1)] \\
 \\
 0 \\
 J_n(\gamma_1 r_1) - \frac{j\beta}{r_1^2} J_n(\gamma_1 r_1) \\
 \\
 0 \\
 J_n(\gamma_2 r_1) - \frac{j\beta}{r_1^2} J_n(\gamma_2 r_1) - \frac{J_n(\gamma_2 r_2)}{N'_n(\gamma_2 r_2)} N_n(\gamma_2 r_1) \\
 \\
 0 \\
 J_n(\gamma_2 r_1) - \frac{j\beta}{r_1^2} J_n(\gamma_2 r_1) - \frac{J_n(\gamma_2 r_2)}{N'_n(\gamma_2 r_2)} N_n(\gamma_2 r_1) \\
 \\
 0 \\
 J_n(\gamma_1 r_1) - \frac{j\beta}{r_1^2} J_n(\gamma_1 r_1) \\
 \\
 0 \\
 J_n(\gamma_2 r_1) - \frac{j\beta}{r_1^2} J_n(\gamma_2 r_1) - \frac{J_n(\gamma_2 r_2)}{N'_n(\gamma_2 r_2)} N_n(\gamma_2 r_1)
 \end{array} \right]
 \end{array}$$



pour $n = 0$ ce déterminant s'écrit :

$$\begin{bmatrix}
 J_0(\gamma_1 r_1) & J_0(\gamma_2 r_1) - \frac{J'_0(\gamma_2 r_2)}{N'_0(\gamma_2 r_2)} N_0(\gamma_2 r_1) & 0 & 0 \\
 \frac{\omega \epsilon_{r1}}{\gamma_1} J_0(\gamma_1 r_1) & \frac{\omega \epsilon_{r2}}{\gamma_2} [J_0(\gamma_2 r_1) - \frac{J'_0(\gamma_2 r_2)}{N'_0(\gamma_2 r_2)} N_0(\gamma_2 r_1)] & 0 & 0 \\
 0 & 0 & J_0(\gamma_1 r_1) & J_0(\gamma_2 r_1) - \frac{J_0(\gamma_2 r_2)}{N_0(\gamma_2 r_2)} N_0(\gamma_2 r_1) \\
 0 & 0 & \frac{-\omega \mu_{r1} J'_0(\gamma_1 r_1)}{\gamma_1} & \frac{-\omega \mu_{r2} [J'_0(\gamma_2 r_1) - \frac{J_0(\gamma_2 r_2)}{N_0(\gamma_2 r_2)} N'_0(\gamma_2 r_1)]}{\gamma_2}
 \end{bmatrix} = 0$$

montrant clairement la décomposition en un produit de deux déterminants :



$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} J_0(\gamma_1 r_1) & J_0(\gamma_2 r_1) - \frac{J'_0(\gamma_2 r_2)}{N'_0(\gamma_2 r_2)} N_0(\gamma_2 r_1) \\ \frac{\omega \epsilon r_1}{\gamma_1} J'_0(\gamma_1 r_1) & \frac{\omega \epsilon r_2}{\gamma_2} \left[J'_0(\gamma_2 r_1) - \frac{J'_0(\gamma_2 r_2)}{N'_0(\gamma_2 r_2)} N'_0(\gamma_2 r_1) \right] \end{pmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} J_0(\gamma_1 r_1) & J_0(\gamma_2 r_1) - \frac{J_0(\gamma_2 r_2)}{N_0(\gamma_2 r_2)} N_0(\gamma_2 r_1) \\ \frac{-\omega \mu_0 J'_0(\gamma_1 r_1)}{\gamma_1} & \frac{-\omega \mu_0}{\gamma_2} \left[J'_0(\gamma_2 r_1) - \frac{J_0(\gamma_2 r_2)}{N_0(\gamma_2 r_2)} N'_0(\gamma_2 r_1) \right] \end{pmatrix}$$

tels que : $\Delta = \Delta_1 \cdot \Delta_2 = 0$

Le cas $\Delta_1 = 0$, $\Delta_2 \neq 0$ implique la nullité des constantes B_1 et B_2 et l'existence des composantes A_1 et A_2 : étant donnée la trivialité des modes i $TM_{0,m}$ et p $TE_{0,m}$, les résultats précédents montrent que les conditions $\Delta_1 = 0$ et $\Delta_2 = 0$ fournissent respectivement les équations caractéristiques des modes p $TM_{0,m}$ et i $TE_{0,m}$.

Nous nous intéresserons particulièrement au mode i $TE_{0,1}$. Ses caractéristiques de dispersion (γ_1, γ_2) seront obtenues à partir de la première racine différente de zéro de l'équation $\Delta_2 = 0$ que l'on explicite sous la forme :

$$\frac{J_0(\gamma_1 r_1)}{\gamma_2} \left(J'_0(\gamma_2 r_1) N_0(\gamma_2 r_2) - J_0(\gamma_2 r_2) N'_0(\gamma_2 r_1) \right) - \frac{J'_0}{\gamma_1}(\gamma_1 r_1) \left(J_0(\gamma_2 r_1) N_0(\gamma_2 r_2) - J_0(\gamma_2 r_2) N_0(\gamma_2 r_1) \right) = 0$$

que l'on peut encore modifier en tenant compte des relations :

$$J'_0(z) = -J_1(z)$$

$$N'_0(z) = -N_1(z)$$

On obtient :

$$\begin{aligned}
 [21] \quad & \frac{J_0(\gamma_1 r_1)}{\gamma_2} \left(J_0(\gamma_2 r_2) N_1(\gamma_2 r_1) - J_1(\gamma_2 r_1) N_0(\gamma_2 r_2) \right) \\
 & + \frac{J_1(\gamma_1 r_1)}{\gamma_1} \left(J_0(\gamma_2 r_1) N_0(\gamma_2 r_2) - J_0(\gamma_2 r_2) N_0(\gamma_2 r_1) \right) = 0
 \end{aligned}$$

Il est à remarquer que cette équation caractéristique est aussi valable pour les modes i $TE_{0,m}$ dans le cas 2 a) ($\epsilon < 1$; $k_1^2 > 0$; $k_2^2 > 0$).

II_{4.2}. Equations caractéristiques des modes iTE_{0m} dans le cas (1) b)

$$(\epsilon > 1 ; k_1^2 > 0 ; k_2^2 < 0).$$

Dans ce cas, le déterminant des équations de continuité s'obtient en réalisant dans le déterminant () les substitutions :

$$I_n(\gamma_2 r_i) \longrightarrow J_n(\gamma_2 r_i)$$

$$K_n(\gamma_2 r_i) \longrightarrow N_n(\gamma_2 r_i)$$

avec $i = 1, 2$

Il s'écrit ;

$$[22] \left[\begin{array}{cccc}
 J_n(\gamma_1 r_1) & I_n(\gamma_2 r_1) - \frac{I'_n(\gamma_2 r_2)}{K'_n(\gamma_2 r_2)} K_n(\gamma_2 r_1) & 0 & 0 \\
 \frac{\omega \epsilon r_1}{\gamma_1} J'_n(\gamma_1 r_1) & \frac{\omega \epsilon r_2}{\gamma_2} \left(I'_n(\gamma_2 r_1) - \frac{I'_n(\gamma_2 r_2)}{K'_n(\gamma_2 r_2)} K'_n(\gamma_2 r_1) \right) & \frac{j\beta n}{r_1 \gamma_1^2} J_n(\gamma_1 r_1) & \frac{j\beta n}{r_1 \gamma_1^2} \left(I_n(\gamma_2 r_1) - \frac{I_n(\gamma_2 r_2)}{K_n(\gamma_2 r_2)} K_n(\gamma_2 r_1) \right) \\
 \frac{j\beta n}{r_1 \gamma_1^2} J_n(\gamma_1 r_1) & \frac{j\beta n}{r_1 \gamma_1^2} \left(I_n(\gamma_2 r_1) - \frac{I'_n(\gamma_2 r_2)}{K'_n(\gamma_2 r_2)} K_n(\gamma_2 r_1) \right) & - \frac{\omega \mu_0}{\gamma_1} J'_n(\gamma_1 r_1) & - \frac{\omega \mu_0}{\gamma_2} \left(I'_n(\gamma_2 r_1) - \frac{I_n(\gamma_2 r_2)}{K_n(\gamma_2 r_2)} K'_n(\gamma_2 r_1) \right)
 \end{array} \right] = 0$$



L'équation caractéristique des modes i TE_{om} s'obtient de la façon décrite précédemment. Elle s'écrit :

$$\frac{J_0(\gamma_1 r_1)}{\gamma_2} \left(I_0(\gamma_2 r_2) K_1(\gamma_2 r_1) + I_1(\gamma_2 r_1) K_0(\gamma_2 r_2) \right) + \frac{J_1(\gamma_1 r_1)}{\gamma_1} \left(I_0(\gamma_2 r_1) K_0(\gamma_2 r_2) - I_0(\gamma_2 r_2) K_0(\gamma_2 r_1) \right) = 0 \quad [23]$$

Pour arriver à cette expression, nous avons utilisé les relations :

$$I'_0(z) = I_1(z)$$

$$K'_0(z) = -K_1(z)$$

II 4.3. Equation caractéristique des modes i TE_{om} dans le cas (2) b)

$$(\epsilon < 1 ; k_1^2 < 0 ; k_2^2 > 0)$$

Elle s'obtient simplement en réalisant dans l'équation caractéristique se rapportant au cas 1 a), la substitution :

$$\gamma_1 \longrightarrow j\gamma_1$$

et en tenant compte des relations :

$$J_0(j \gamma_1 r_1) = I_0(\gamma_1 r_1)$$

$$J_1(j \gamma_1 r_1) = j I_1(\gamma_1 r_1)$$

Ainsi :

$$\frac{I_0(\gamma_1 r_1)}{\gamma_2} \left(J_0(\gamma_2 r_2) N_1(\gamma_2 r_1) - J_1(\gamma_2 r_1) N_0(\gamma_2 r_2) \right) + \frac{I_1(\gamma_1 r_1)}{\gamma_1} \left(J_0(\gamma_2 r_1) N_0(\gamma_2 r_2) - J_0(\gamma_2 r_2) N_0(\gamma_2 r_1) \right) = 0 \quad [24]$$

Nous pouvons passer maintenant à la résolution numérique.

II₄. Exploitation Numérique

Nous cherchons à tracer le diagramme de dispersion (β, f) du mode TE_{01} du guide coaxial. Nous avons pour cela les trois équations caractéristiques à résoudre, chaque équation ayant son domaine de définition propre selon la fréquence f . On recherche donc les couples (k_1 et k_2) qui annulent les équations caractéristiques (21), (23) et (24).

On détermine ensuite β et f à partir de :

$$k_1^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r1} - \beta^2$$

$$k_2^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r2} - \beta^2$$

Les valeurs de β , solutions de (21), (23) et (24) dépendent à première vue de 5 paramètres, à savoir r_1 et r_2 , ϵ_{r1} et ϵ_{r2} . Cependant, ces paramètres sont combinés de telle sorte que seulement trois sont suffisants pour une complète description du spectre des ondes électromagnétiques guidées par le système. La fréquence peut être exprimée en fonction de λ_0 ou de préférence en fonction de $\lambda_2 = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_{r2}}$; r_2 peut être normalisé par rapport à λ_2 ; r_1 s'exprime en fonction du rapport r_1/r_2 .

Les trois paramètres fréquence, r_1 et r_2 s'incluent dans les deux nouveaux paramètres r_2/λ_2 et r_1/r_2 . Nous écrivons ensuite les équations caractéristiques de telle sorte que r_1 , r_2 et la fréquence n'interviennent que sous la forme r_2/λ_2 et r_1/r_2 . Nous normalisons β par rapport à $\beta_0 = \frac{1}{\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ et recherchons les solutions des équations caractéristiques en :

$$\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon_{r2}}} \quad \text{avec} \quad \bar{\beta} = \frac{\beta}{\beta_0}$$

Enfin, nous remplaçons les quantités ϵ_{r1} et ϵ_{r2} par le seul paramètre $\epsilon = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}}$

Les équations de dispersion s'expriment elles aussi uniquement en fonction de ces trois paramètres $\frac{r_1}{r_2}$, $\frac{r_2}{\lambda_2}$ et $\epsilon = \frac{r_1}{r_2}$.

$$\text{en effet, nous avons} \quad k_1^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r1} - \beta^2 \quad (25a)$$

$$k_2^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r2} - \beta^2 \quad (25b)$$

En posant $C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ vitesse de phase de la lumière dans le vide,

(25a) et (25b) deviennent :

$$k_1^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon r_1 - \beta^2 \quad (26 a)$$

$$k_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon r_2 - \beta^2 \quad (26 b)$$

Or, à partir de :

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon r_2}} \quad \text{et} \quad \bar{\beta} = \frac{\beta c}{\omega}$$

$$\beta^2 = \frac{\omega^2 \bar{\beta}^2}{c^2 \epsilon r_2} \epsilon r_2 = \left(\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}} \right)^2 \epsilon r_2 \frac{\omega^2}{c^2}$$

permettant une nouvelle écriture des relations (26a) et (26b) :

$$k_1^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon r_2 \left[\frac{\epsilon r_1}{\epsilon r_2} - \left(\frac{\bar{\beta}}{\epsilon r_2} \right)^2 \right]$$

$$k_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon r_2 \left[1 - \left(\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}} \right)^2 \right]$$

où

$$k_1^2 = \left(\frac{\omega}{\lambda_2} \right)^2 \epsilon \left[1 - \frac{\bar{\beta}^2}{\epsilon \epsilon r_2} \right]$$

$$k_2^2 = \left(\frac{\omega}{\lambda_2} \right)^2 \left[1 - \frac{\bar{\beta}^2}{\epsilon r_2} \right]$$

Les trois variables $k_1 r_1$, $k_2 r_1$ et $k_2 r_2$ qui interviennent dans les équations (21), (23) et (24) s'expriment :

$$k_1 r_1 = 2\pi \frac{r_2}{\lambda_2} \frac{r_1}{r_2} \sqrt{\epsilon} \sqrt{1 - \frac{\bar{\beta}^2}{\epsilon \epsilon r_2}} \quad (a)$$

$$k_2 r_1 = 2\pi \frac{r_2}{\lambda_2} \frac{r_1}{r_2} \sqrt{1 - \frac{\bar{\beta}^2}{\epsilon r_2}} \quad (b)$$

[27]

$$k_2 r_2 = 2\pi \frac{r_2}{\lambda_2} \sqrt{1 - \frac{\bar{\beta}^2}{\epsilon r_2}} \quad (c)$$

Nous allons voir que les deux cas $\epsilon > 1$ et $\epsilon < 1$ s'étudient de la même façon et pour cette raison nous étudions plus en détail le cas $\epsilon > 1$; nous rappelons que ce cas concerne les équations (21) et (23).

Nous procédons en 3 étapes successives ; les deux premières étapes sont très générales, elles mettent en oeuvre des grandeurs normalisées, ce qui permet de retarder le plus possible la particularisation du problème. Cette particularisation se fait dans une troisième étape conduisant au tracé du diagramme de dispersion du mode TE_{01} pour un guide coaxial dont les dimensions géométriques r_1 , r_2 et les caractéristiques électriques ϵr_1 , ϵr_2 sont complètement précisées.

II 4.4.1 Première étape : Fréquence de coupure du mode $i TE_{01}$

La première information qu'il est nécessaire de connaître lorsqu'on étudie un mode guide par une structure est la fréquence de coupure. La structure étudiée ici est fonction de trois paramètres géométriques ; nous allons donc construire le lieu des fréquences de coupure en fonction de ces trois paramètres.

En d'autres termes, cela revient à résoudre les équations (21) et (23) en considérant la condition de coupure dans un tel guide, qui s'exprime par $\beta = 0$ ou encore $\frac{\beta}{\sqrt{\epsilon_2}} = 0$.



Les équations (27) s'écrivent alors :

$$k_1 r_1 = 2\pi \frac{r_2}{\lambda_2} \frac{r_1}{r_2} \sqrt{\epsilon} \quad (a)$$

$$k_2 r_1 = 2\pi \frac{r_2}{\lambda_2} \frac{r_1}{r_2} \quad (b) \quad [28]$$

$$k_2 r_2 = 2\pi \frac{r_2}{\lambda_2} \quad (c)$$

Le problème se simplifie puisque la constante k_2^2 est positive, nous n'avons donc qu'une seule équation à résoudre, l'équation (21). Les valeurs de $k_1 r_1$, $k_2 r_1$ et $k_2 r_2$ sont données par (28).

La recherche du lieu des fréquences de coupure est simplifiée en considérant le cas $r_1 = r_2$.

L'équation ⁽²¹⁾ s'écrit en pareil cas :

$$\frac{J_0(k_1 r_1)}{k_2} [J_0(k_2 r_1) N_1(k_2 r_1) - J_1(k_2 r_1) N_0(k_2 r_1)] = 0 \quad (29)$$

Le wronskien entre crochets vaut $\frac{2}{k_2 \pi r_1}$ et il ne s'annule jamais.

L'équation (29) se réduit à $J_0(k_1 r_1) = 0$ (30) qui n'est autre que l'équation de coupure du mode TE_{01} du guide à un seul diélectrique, dont les parois sont des courts-circuits magnétiques parfaits (voir chapitre I.33).

Nous traçons maintenant les courbes $\frac{r_1}{r_2}$ en fonction de $\epsilon = \frac{\epsilon r_1}{\epsilon r_2}$ pour diverses valeurs de $\frac{r_2}{\lambda_2}$ en prenant comme valeur ϵ de départ la solution de (30).

Ceci est encore valable dans le cas $\epsilon < 1$ puisqu'à la coupure les deux constantes k_1^2, k_2^2 sont positives et le lieu des fréquences de coupures est encore décrit par l'équation (29), les arguments des fonctions de Bessel étant toujours donnés par (28). L'organigramme est donné figure (7)

Sur la figure (8) nous avons tracé ce lieu des fréquences de coupure dans les deux cas $\epsilon > 1$ et $\epsilon < 1$. Le réseau de courbes obtenu est tout à fait universel. A partir de ce réseau de courbes, nous pouvons faire plusieurs remarques :

- pour $\epsilon = 1$ il existe des valeurs de $\frac{r_2}{\lambda_2}$ pour lesquelles le mode TE_{01} n'a pas de coupure.
- Aucune courbe ne coupe la droite $\epsilon = 1$. Ce qui se conçoit aisément, puisque pour $\epsilon r_1 = \epsilon r_2$, l'interface disparaît et le rapport $\frac{r_1}{r_2}$ peut prendre n'importe quelle valeur.

Dans la deuxième étape, nous particulieriserons déjà un peu le problème puisque nous fixons le paramètre $\epsilon = \epsilon r_1 / \epsilon r_2$.

II 4.4.2 Deuxième étape :

Elle consiste à tracer les courbes décrivant les variations de la constante de phase $\frac{\beta}{\sqrt{\epsilon r_2}}$ en fonction du rapport $\frac{r_1}{r_2}$ pour diverses valeurs du paramètre $\frac{r_2}{\lambda_2}$.

Le fait de fixer le rapport $\epsilon = \frac{\epsilon r_1}{\epsilon r_2}$, nous permet à l'aide du

DETERMINATION DES FREQUENCES DE COUPURE

Problème : trouver r_2/λ_2 pour un r_1/r_2 donné (R1S R2D)

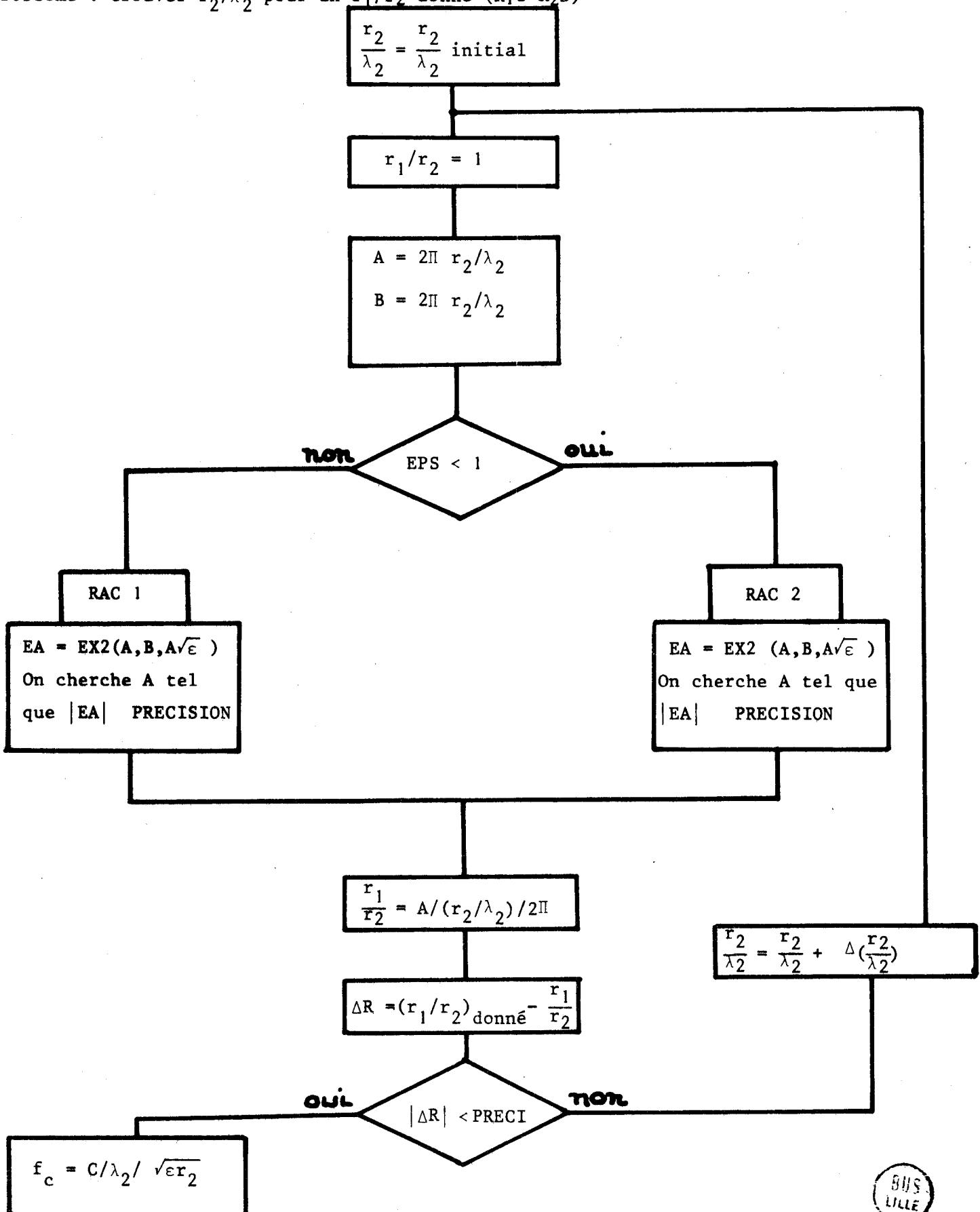


fig 7 II

Courbes $\frac{f_2}{f_1}$ en fonction de $\frac{r_2}{r_1}$

Lieu des fréquences de coupure

Mode TE₀₁

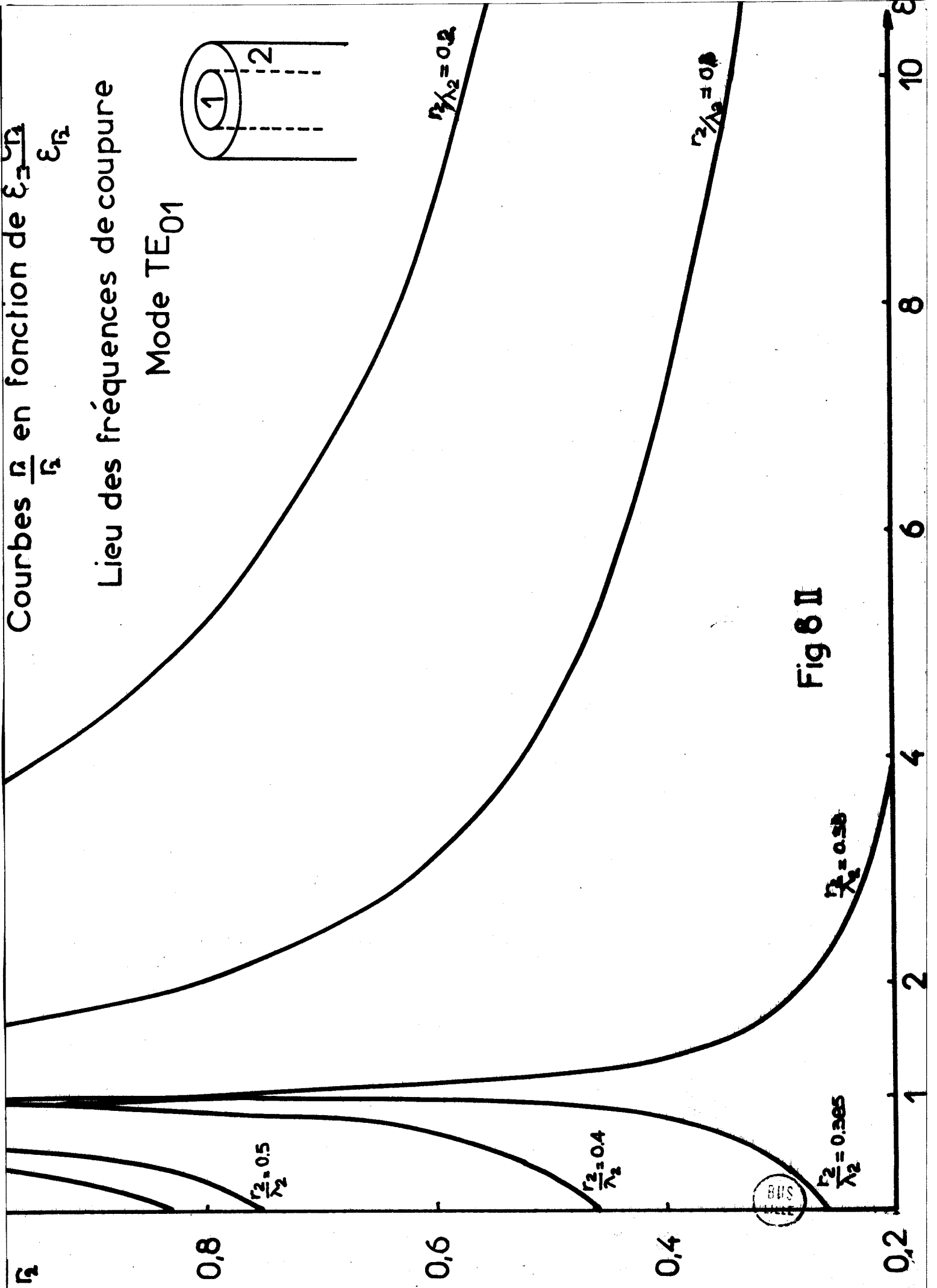
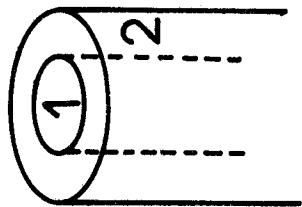


Fig 8 II

réseau de courbes précédent, de déterminer les valeurs initiales de r_1/r_2 à partir desquelles les équations caractéristiques (21), (23) et (24) auront une solution en β réelle caractérisant la propagation possible du mode TE_{01} dans le guide.

Pour n'importe quel point $(r_1/r_2, \epsilon)$ il existe une valeur de r_2/λ_2 correspondant à une courbe passant par ce point. Cette valeur de r_2/λ_2 permet de déterminer la fréquence de coupure de la structure considérée.

- Cas $\epsilon > 1$

La constante k_1^2 étant toujours positive, cela impose, si l'on se reporte aux expressions (27), que la quantité $1 - \frac{\bar{\beta}^2}{\epsilon \epsilon r_2}$ soit positive.

La quantité $\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}}$ a donc une valeur limite égale à $\sqrt{\epsilon}$

Toutes les courbes seront donc asymptotes à la droite d'équation $\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}} = \sqrt{\epsilon}$

La constante k_2^2 peut être soit positive, soit négative. Lorsque k_2^2 est positif, c'est l'équation (21) qui intervient. Au contraire, lorsque k_2^2 est négatif, nous sommes dans le domaine d'intervention de l'équation (23). Le passage de l'une à l'autre des équations caractéristiques s'opère pour la valeur de $\bar{\beta}$ qui annule k_2 soit :

$$1 - \frac{\bar{\beta}^2}{\epsilon r_2} = 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}} = 1$$

La figure (9) donne l'organigramme de calcul de cette 2ème étape.

Les figures (10) et (11) donnent les réseaux de courbes obtenu pour la valeur $\epsilon = 1,86$ et $\epsilon = 10$.

On envisage maintenant les modifications à apporter dans le

Cas $\epsilon < 1$.

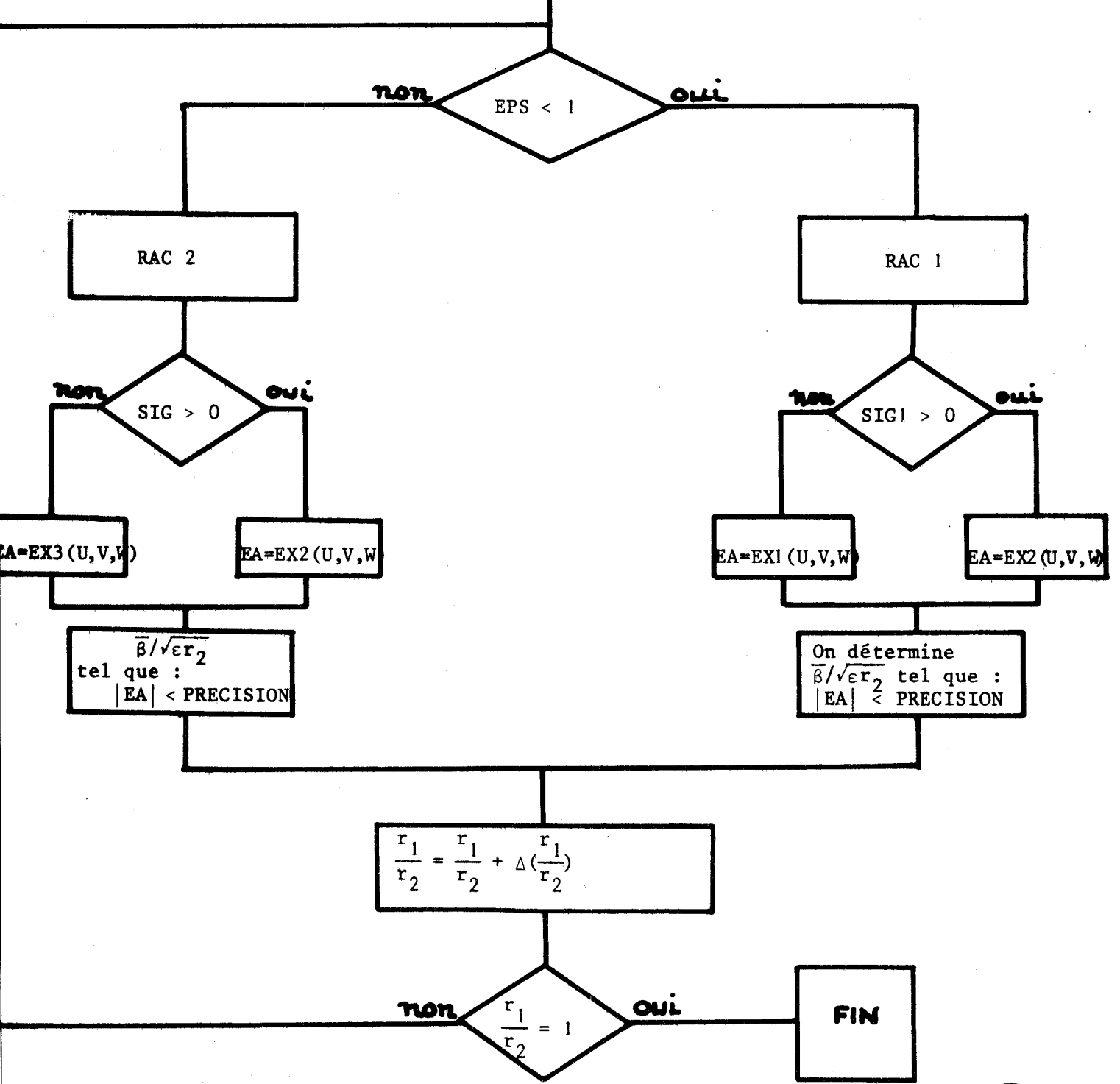
C'est dans ce cas la constante k_2^2 qui est toujours positive, ce qui impose cette fois la relation $1 - \frac{\bar{\beta}^2}{\epsilon r_2} < 0$.

La valeur limite de $\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}}$ est alors égale à 1. Toutes les courbes seront donc asymptotes à la droite d'équation $\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}} = 1$.

La constante k_1^2 quant à elle, change de signe pour la valeur

$$\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}} = \sqrt{\epsilon}$$

Données $r_1, r_2, \epsilon r_1, \epsilon r_2, f$
 $\lambda_2 = C/f/\sqrt{\epsilon r_2}$
 $A = 2\pi r_1/\lambda_2$
 $B = 2\pi r_2/\lambda_2$
 $EPS = r_1/r_2$
 $r_1/r_2 = \frac{\epsilon r_1}{\epsilon r_2}$ initial



DETERMINATION DES COURBES $\bar{\beta}/\sqrt{\epsilon r_2}$ FONCTION r_1/r_2



fig 9II

Courbes $\frac{P}{\sqrt{\epsilon r_2}}$ en fonction du rapport des rayons $\frac{r_1}{r_2}$
 $\epsilon = 1.86$

Paramètre $\frac{r_2}{\lambda_2}$

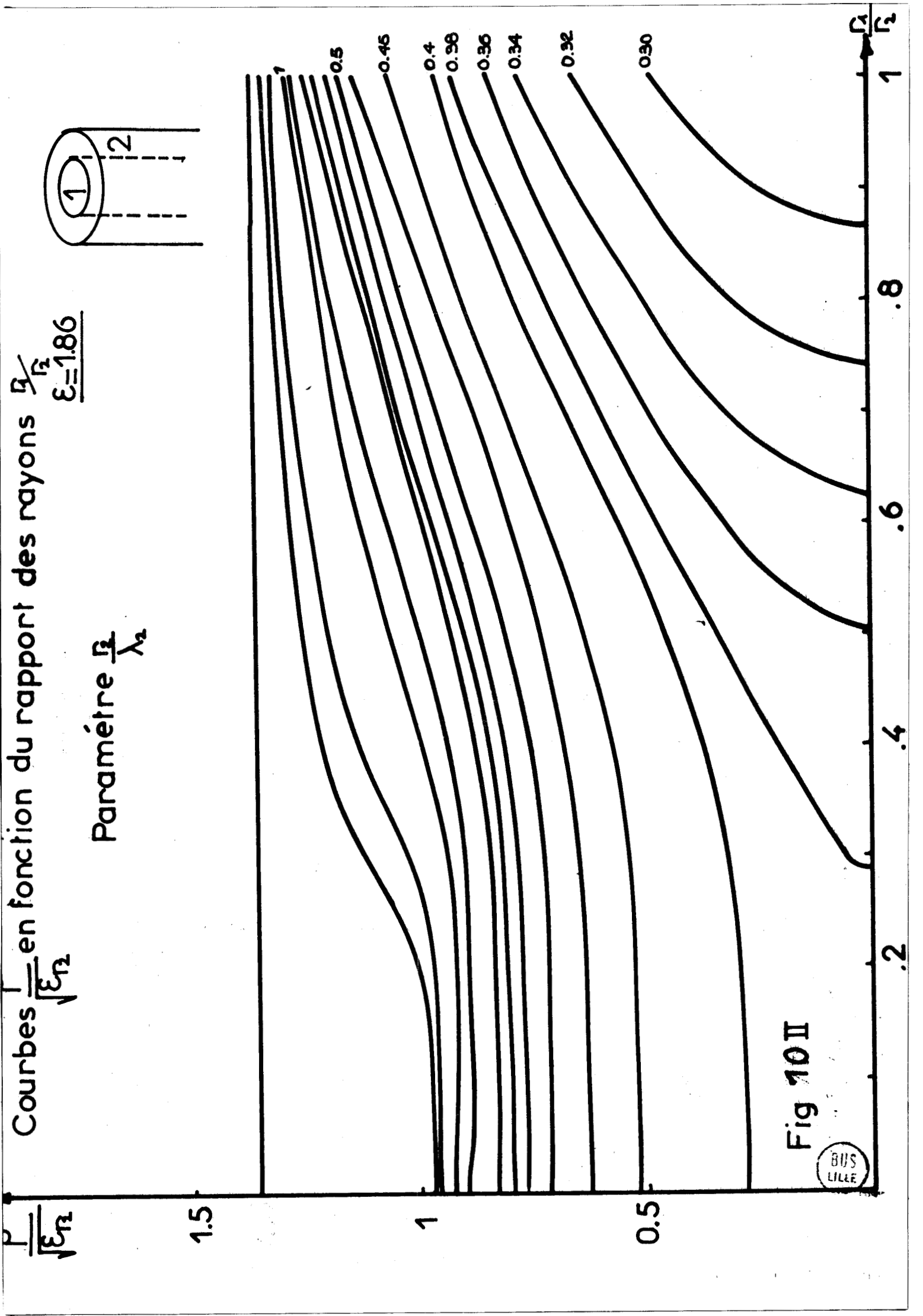
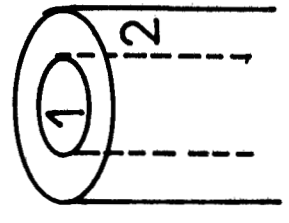


Fig 10II



Courbes $\frac{\beta}{\sqrt{\epsilon r_2}}$ en fonction du rapport des rayons $\frac{r_1}{r_2}$

Paramètre $\frac{r_2}{\lambda_2}$

$\epsilon = 10$

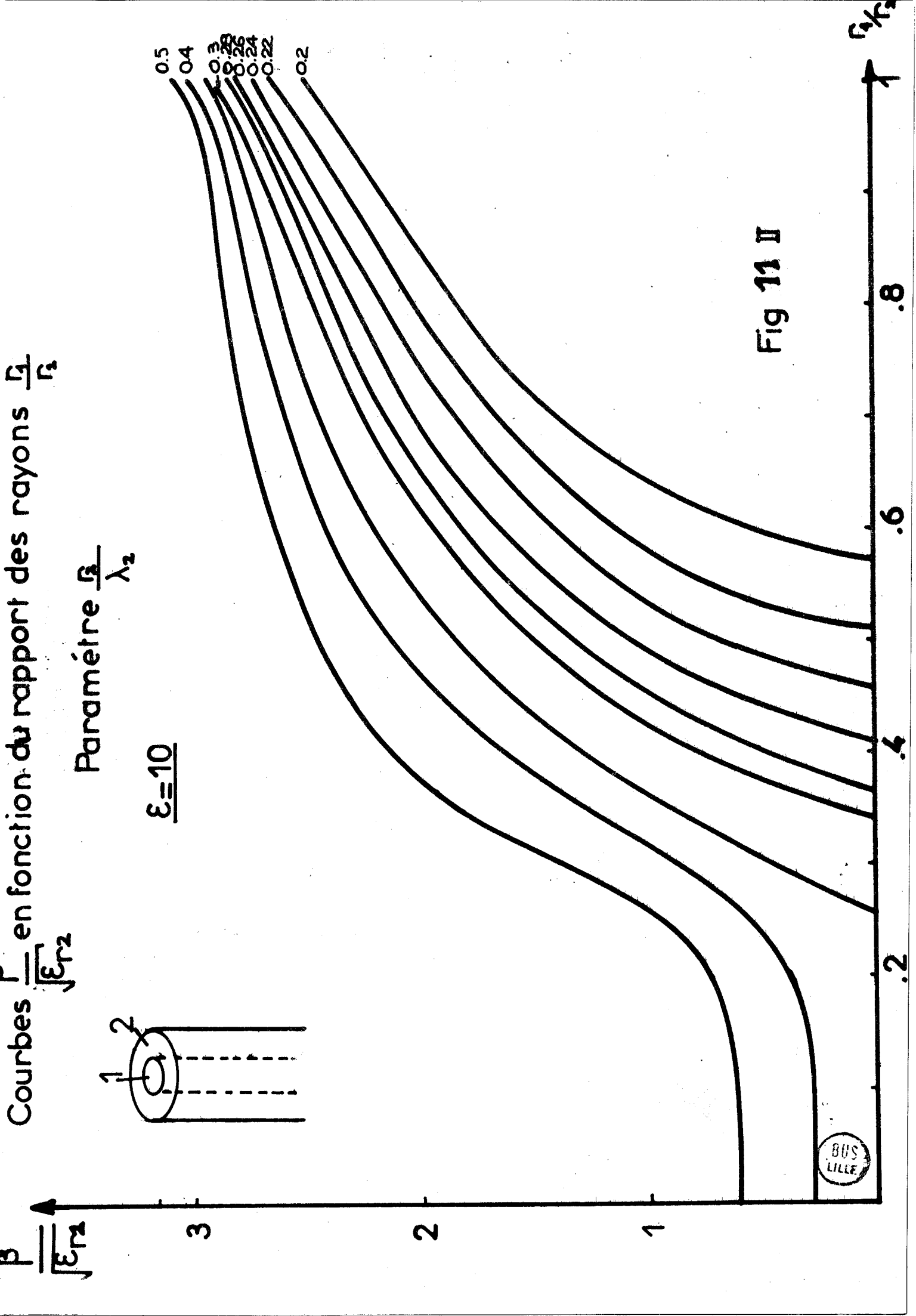
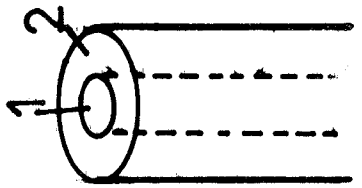


Fig 11 II

BUS LILLE

- Pour $\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}} < \sqrt{\epsilon}$ nous recherchons les solutions de l'équation (21).
- Pour $\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}} > \sqrt{\epsilon}$ nous recherchons les solutions de l'équation (24).

Les figures (12) et (13) donnent deux exemples pour $\epsilon = 0,54$ et $\epsilon = 0,9$.

Nous possédons maintenant tous les éléments pour construire le diagramme de dispersion (β , f) d'un guide diélectrique coaxial à deux milieux dont les dimensions sont données.

C'est l'objet de la troisième étape.

II_{4.4.3} Troisième étape : Diagramme de dispersion du mode $i-TE_{01}$.

Nous avons précédemment fixé le paramètre $\epsilon = \frac{\epsilon r_1}{\epsilon r_2}$. Il nous reste à fixer le rapport $\frac{r_1}{r_2}$, les valeurs de r_2 et de ϵr_2 , pour que le guide soit complètement défini. Si nous nous reportons au réseau de courbes $\frac{\beta}{\sqrt{\epsilon r_2}}$ fonction de r_1/r_2 , paramètre r_2/λ_2 . L'intersection de ces courbes avec la droite $r_1/r_2 = cte$ fournissent deux informations : la première information se rapporte à la constante de phase sous la forme $\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}}$, la seconde concerne la fréquence sous la forme r_2/λ_2 . Puisque :

$$\beta = \left(\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}} \right) \sqrt{\epsilon r_2} = \frac{2\pi f}{c} \quad [31]$$

et

$$f = \left(\frac{r_2}{\lambda_2} \right) \frac{\sqrt{\epsilon r_2}}{c \cdot r_2} \quad [32]$$

Nous recherchons donc numériquement les intersections du réseau de courbes $\frac{\bar{\beta}}{\sqrt{\epsilon r_2}}$ fonction de r_1/r_2 avec la droite r_1/r_2 que l'on s'est fixé pour calculer ensuite f et β par (31) et (32).

Nous donnons figures (14) et (15) les diagrammes de dispersion du mode TE_{01} pour deux guides coaxiaux correspondant à deux valeurs du rapport r_1/r_2 pour la même valeur de r_2 et ϵ .

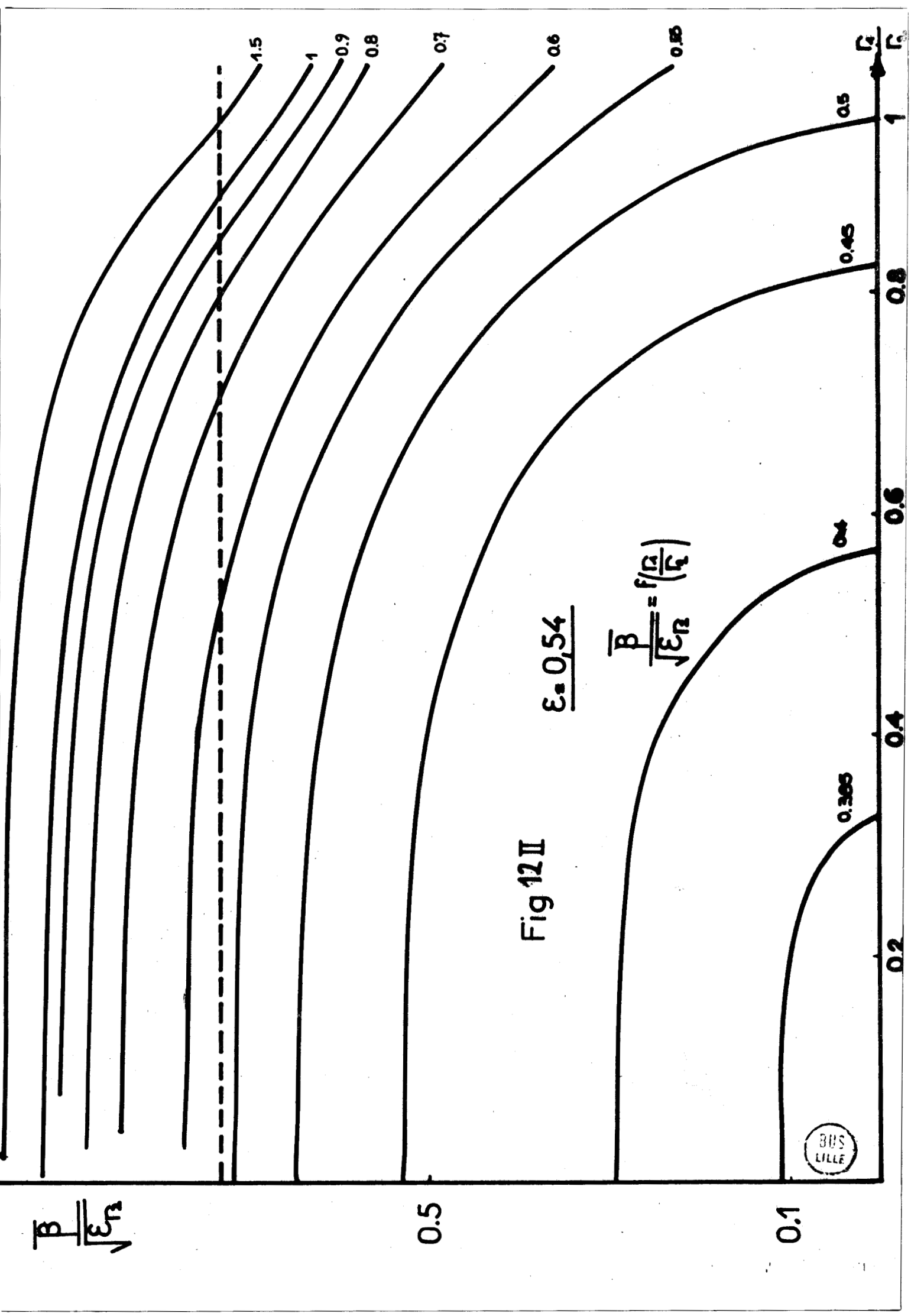


Fig 12II

$$\frac{B}{\sqrt{\epsilon r_2}}$$

0.5

0.6

0.6

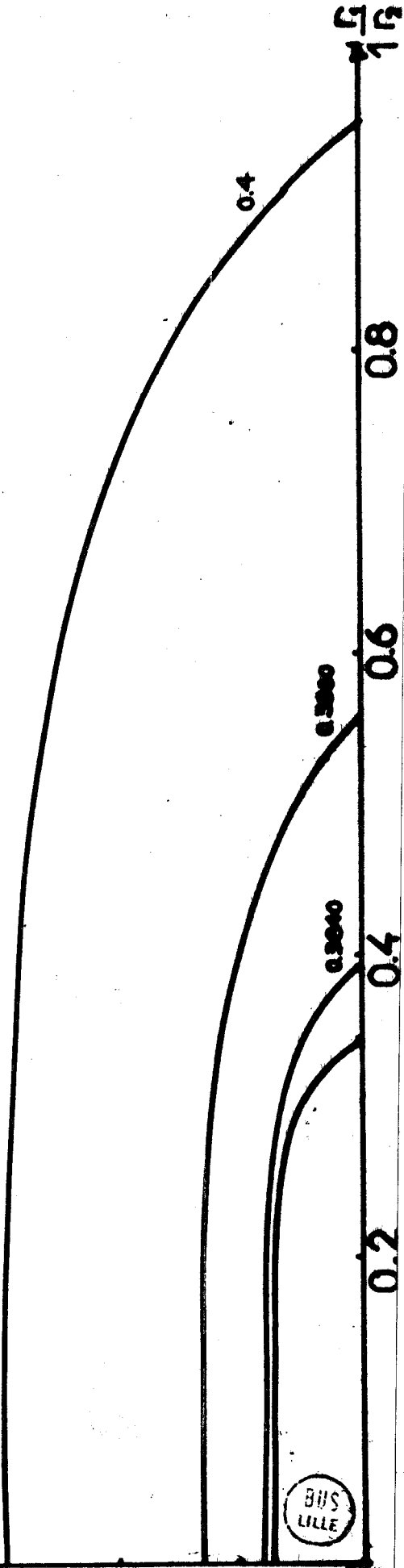
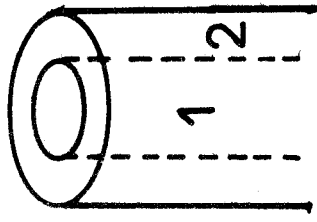
$\frac{B}{\sqrt{\epsilon r_2}}$ en fonction de $\frac{r_1}{r_2}$

0.5

0.5

Fig 13 II

Paramètre $\frac{r_1}{\lambda_2}$



BUS
LILLE

Diagramme de Dispersion du Guide Coaxial Mode TE₀₁

$\epsilon = 1,86$ $\frac{r_1}{r_2} = 0,75$ $r_2 = 8 \text{ mm}$

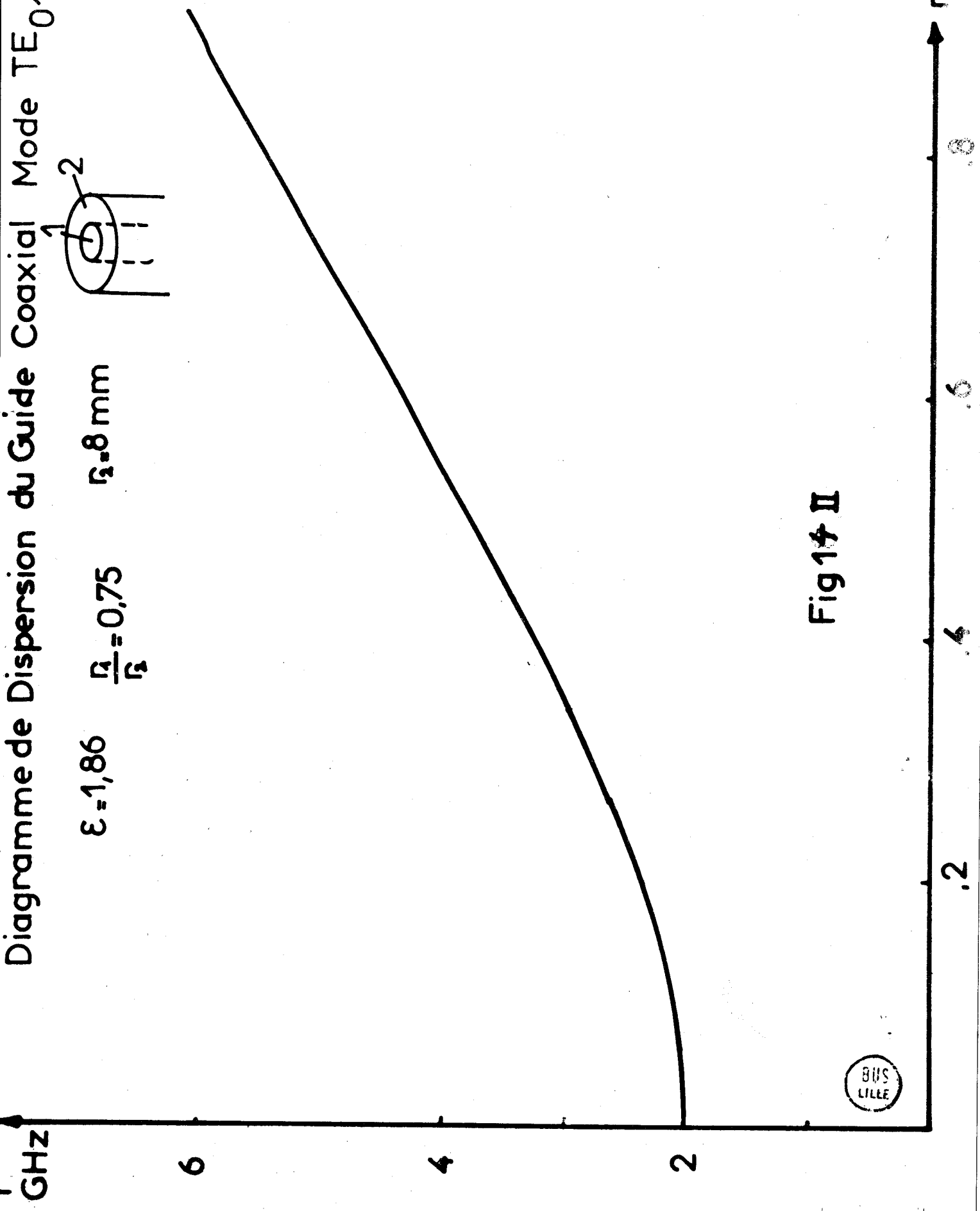
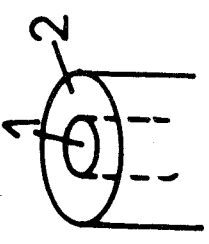


Fig 14 II



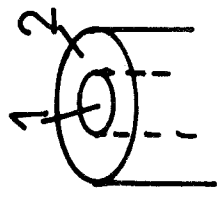
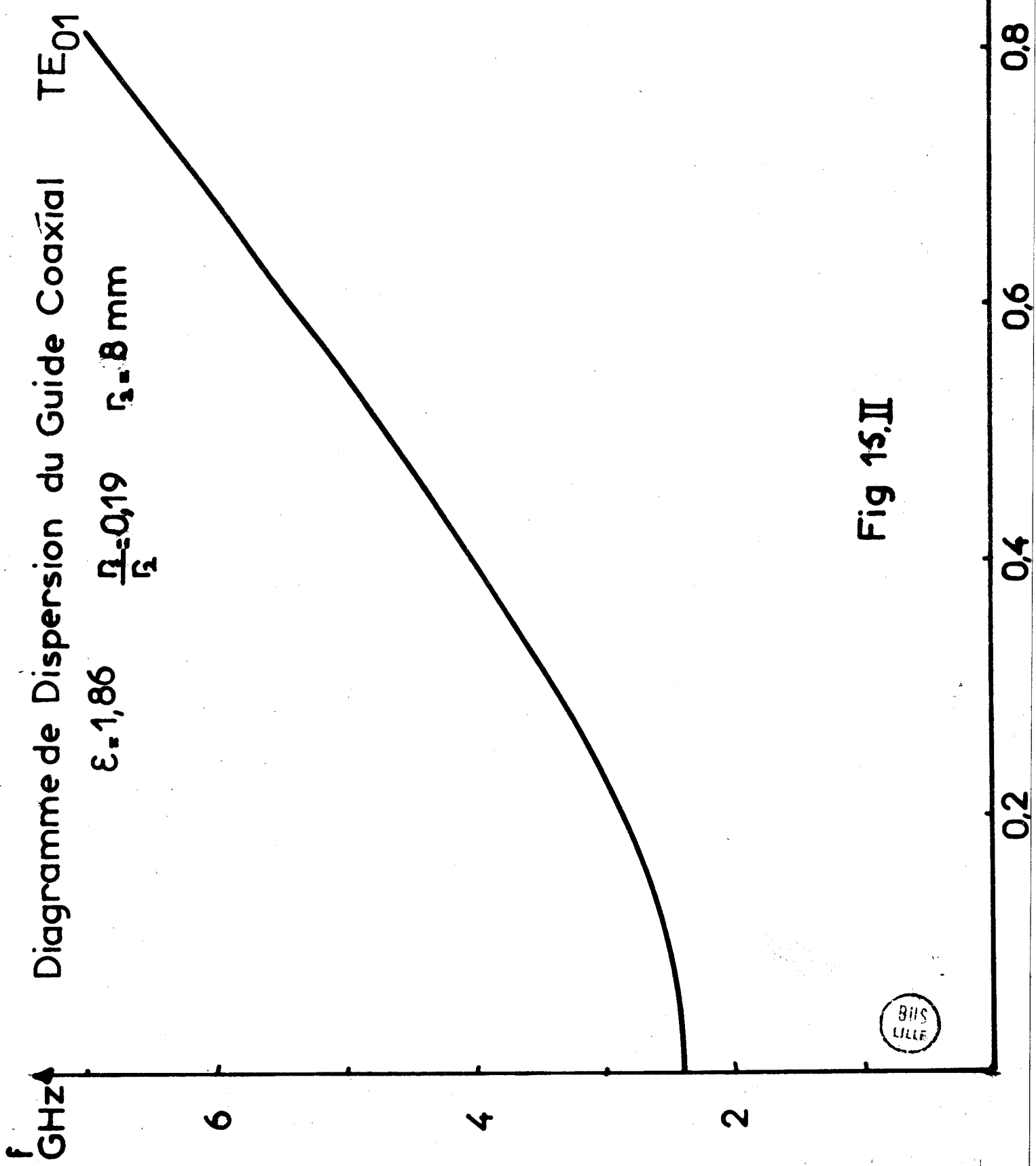
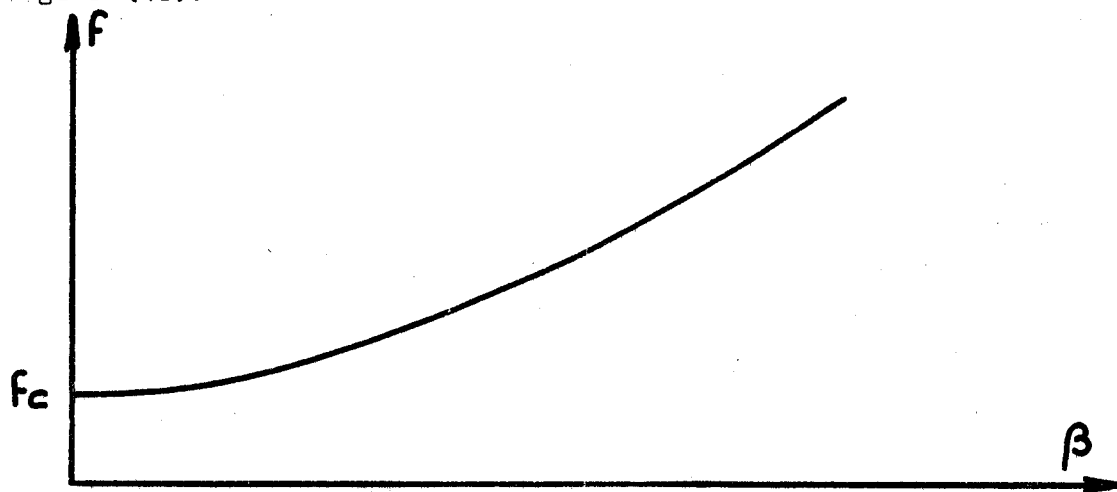


Fig 15.II

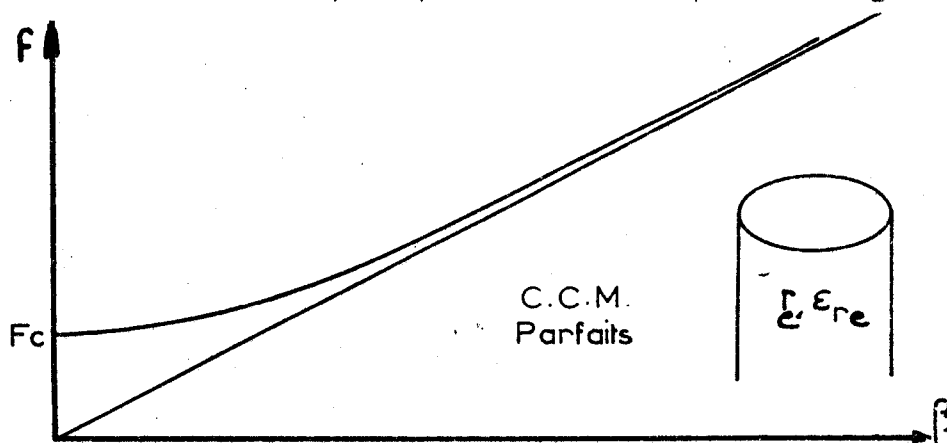
BIIS
LILLE

II₅. CONSTRUCTION DU GUIDE FERME HOMOGENE EQUIVALENT AU GUIDE FERME COAXIAL.

Les diagrammes de dispersion obtenus ont la forme suivante :
(figure (16)).



La courbe démarre au point $\beta = 0, f = f_c$ fréquence de coupure avec une tangente horizontale, puis elle devient linéaire quand la fréquence augmente. Nous pouvons comparer ces diagrammes avec ceux obtenus pour le mode TE_{01} du guide à un seul diélectrique à parois de c.c.m. parfaits (figure (17)).



Nous mettons également en évidence une fréquence de coupure f_c pour un β nul et une partie quasi linéaire, puisque la courbe est asymptote à la droite $\beta = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\epsilon_r}$ lorsque f devient très grand.

L'intérêt de cette comparaison est immédiat étant donné la grande analogie qui existe entre les diagrammes de dispersion de ces deux types de guides. Appelons β_1, f_1 un point quelconque du diagramme de dispersion du guide coaxial, nous allons rechercher la courbe correspondant au diagramme de dispersion d'un guide simple qui passe par le même point. En d'autres termes, nous allons rechercher les caractéristiques d'un guide simple ayant même fréquence de coupure que le guide composite et dont le diagramme de dispersion passe par le point f_1, β_1 . Ces caractéristiques sont le rayon équivalent a_e et la permittivité équivalente $\epsilon_r e$ du guide simple.

L'équation de dispersion du guide simple est :

$$\beta^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{re} \mu_0 - \frac{x_{01}^2}{a_e^2}$$

Exprimons les deux conditions de comparaison :

. Le diagramme passe par le point β_1, f_1

$$\text{soit : } \beta_1^2 = 4\pi^2 f_1^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_{re} - \frac{x_{01}^2}{a_e^2} \quad (33)$$

. Même fréquence de coupure

$$\text{soit : } 4\pi^2 f_c^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_{re} = \frac{x_{01}^2}{a_e^2} \quad (34)$$

Remplaçons (34) dans (33), nous déduisons :

$$\beta_1^2 = 4\pi^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_{re} (f_1^2 - f_c^2)$$

en posant :

$$C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Il vient :

$$\epsilon_{re} = \left(\frac{\beta_1 C}{2\pi} \right)^2 \frac{1}{f_1^2 - f_c^2} \quad (35)$$

Par ailleurs, de (34) nous déduisons :

$$a_e = \frac{x_{01} C}{2\pi f_c \sqrt{\epsilon_{re}}} \quad (36)$$

Nous arrivons au résultat suivant, à savoir que connaissant le diagramme de dispersion du guide coaxial à parois de court-circuit magnétique parfait, il est possible de déterminer, autour d'une certaine fréquence fixée arbitrairement, les caractéristiques (a_e, ϵ_{re}) d'un guide homogène équivalent.

II₆. FREQUENCE DE RESONANCE DU RESONATEUR COAXIAL.

Nous pouvons maintenant très aisément faire intervenir l'imperfection des courts-circuits magnétiques latéraux du guide coaxial en raisonnant sur le guide homogène équivalent. Nous appliquons l'amélioration du modèle en recherchant les caractéristiques a'_e, ϵ'_{re} d'un guide diélectrique équivalent sur lequel on tient compte de l'évanescence de l'onde en dehors du support diélectrique.

La théorie au deuxième ordre détermine la fréquence d'un résonateur simple de hauteur H , de rayon a'_e , de permittivité ϵ'_{re} . Le tableau figure (19) récapitule les différentes phases du calcul.

Nous donnons figure (18) des valeurs calculées et mesurées des fréquences de résonance de quelques résonateurs coaxiaux. L'écart est de l'ordre de 2 à 3 %. L'étude des résonateurs coaxiaux par la recherche de résonateurs simples équivalents donne donc d'excellents résultats en bon accord avec les valeurs expérimentales.

II₇. ETUDE EN TEMPERATURE

Nous traduisons l'influence de la température sur le résonateur uniquement par des variations de permittivité. Des variations fictives de permittivité prennent en compte les phénomènes de dilatation géométrique. Nous introduisons donc dans le programme de calcul $\epsilon_{r1}(t), \epsilon_{r2}(t)$ comme fonction de la température, et nous déterminons la caractéristique $\epsilon'_{re}(t)$ du guide équivalent. L'application du 2nd ordre permet alors de déterminer la fréquence corrigée du résonateur et son évolution avec la température.

Pour des matériaux donnés, il est possible de déterminer le rapport r_1/r_2 optimal donnant la compensation théorique de la fréquence de résonance du résonateur composite coaxial.

Nous donnons figure (19) l'organigramme du calcul.

Sur les figures (20) et (21) on peut voir les résultats obtenus pour divers géométries et matériaux.

Résonateurs	$D_1 = 4,74$ $\epsilon_{r1} = 66,5$ $D_2 = 13$ $\epsilon_{r2} = 32,5$ $H = 7$ mm	$D_1 = 3$ mm $\epsilon_{r1} = 66,5$ $D_2 = 16$ mm $\epsilon_{r2} = 36$ $H = 7$ mm	$D_1 = 8$ mm $\epsilon_{r1} = 66,5$ $D_2 = 16$ mm $\epsilon_{r2} = 36$
$f_{\text{mesurée}}$	3970 MHz	3263 MHz	3056 MHz
$f_{\text{calculée}}$	3883 MHz	3199 MHz	2992 MHz
écart %	2,84	2,1 %	2,1 %

FIGURE 18. II



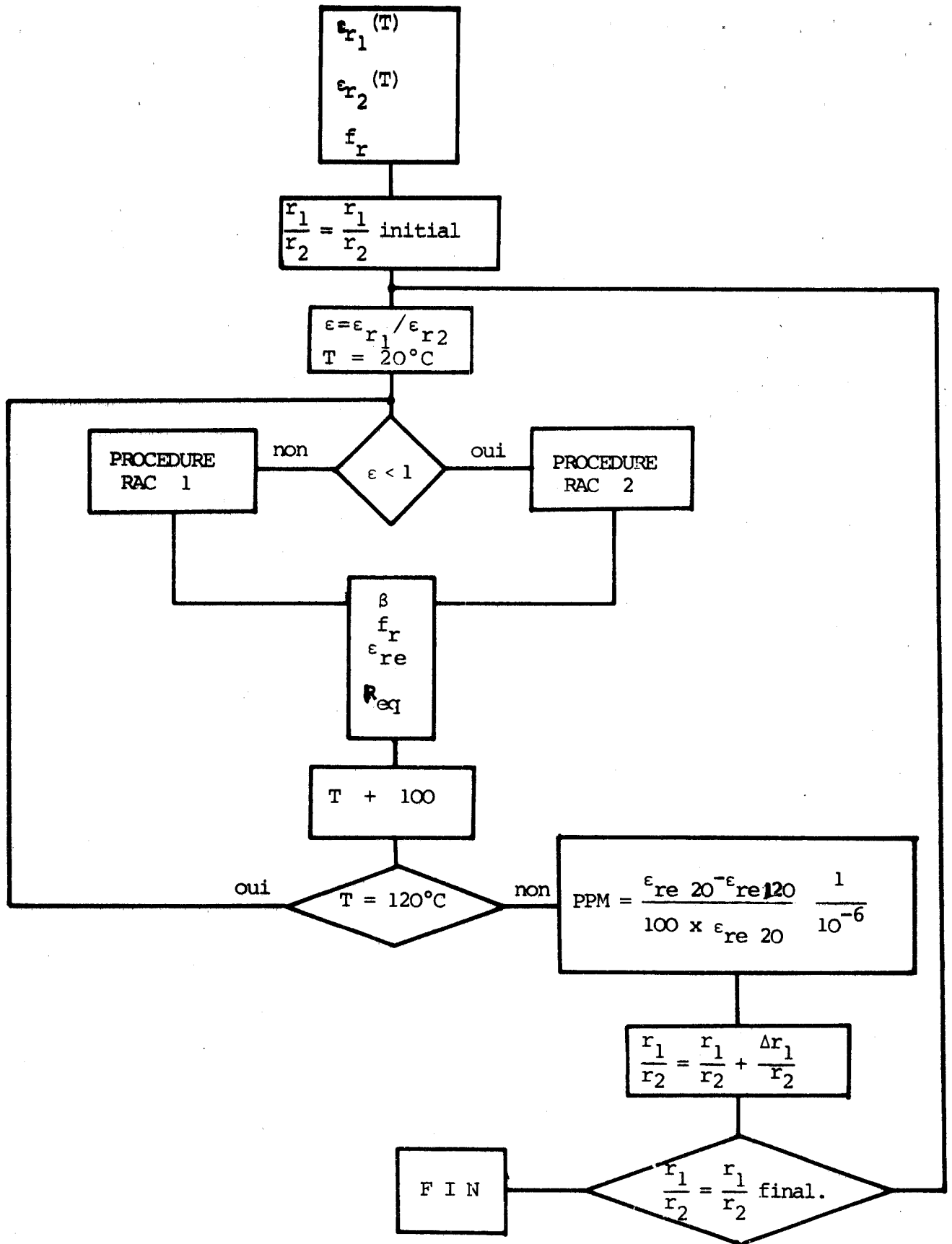


Fig 19 II. Résonateur composite coaxial
organigramme de calcul

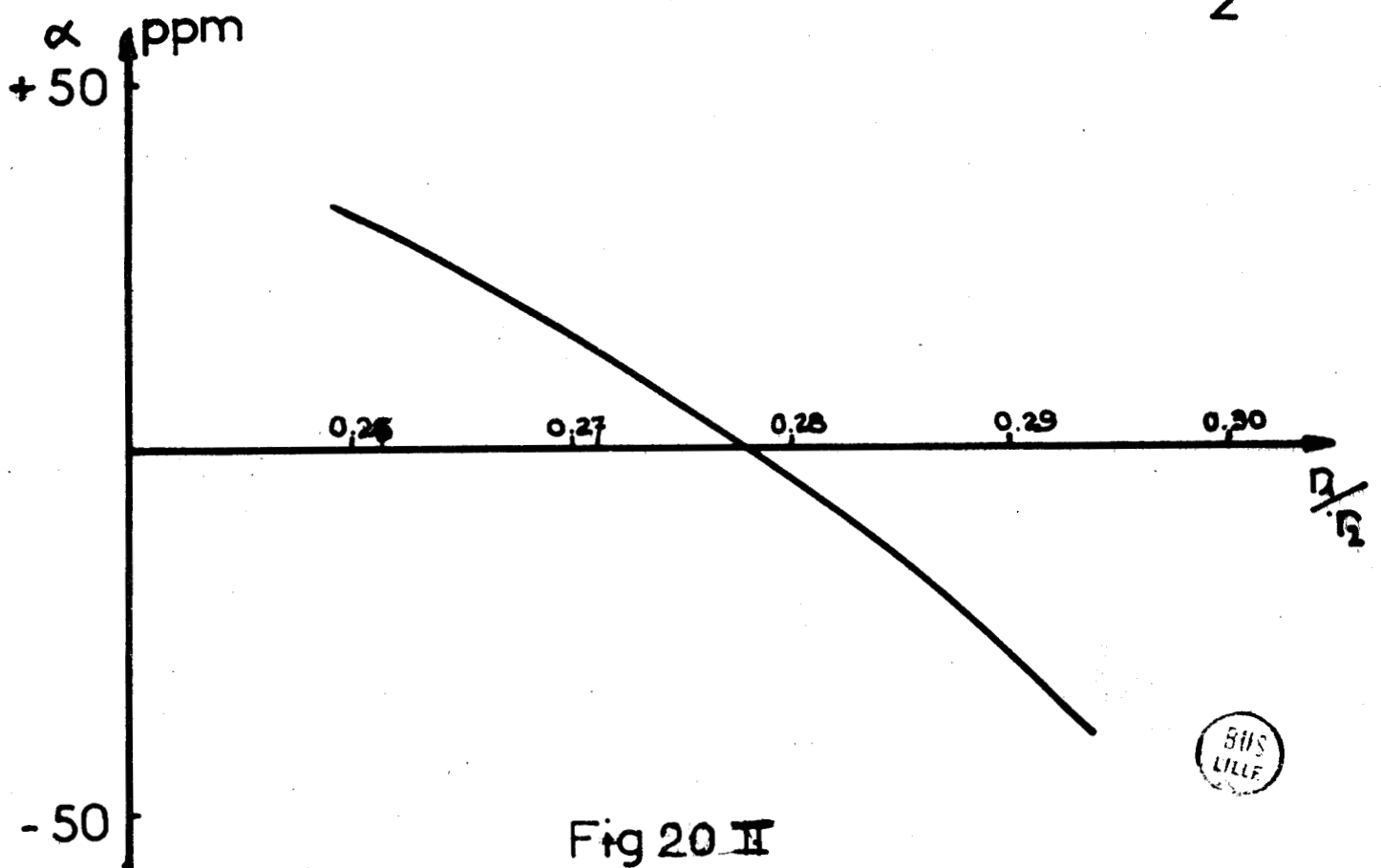
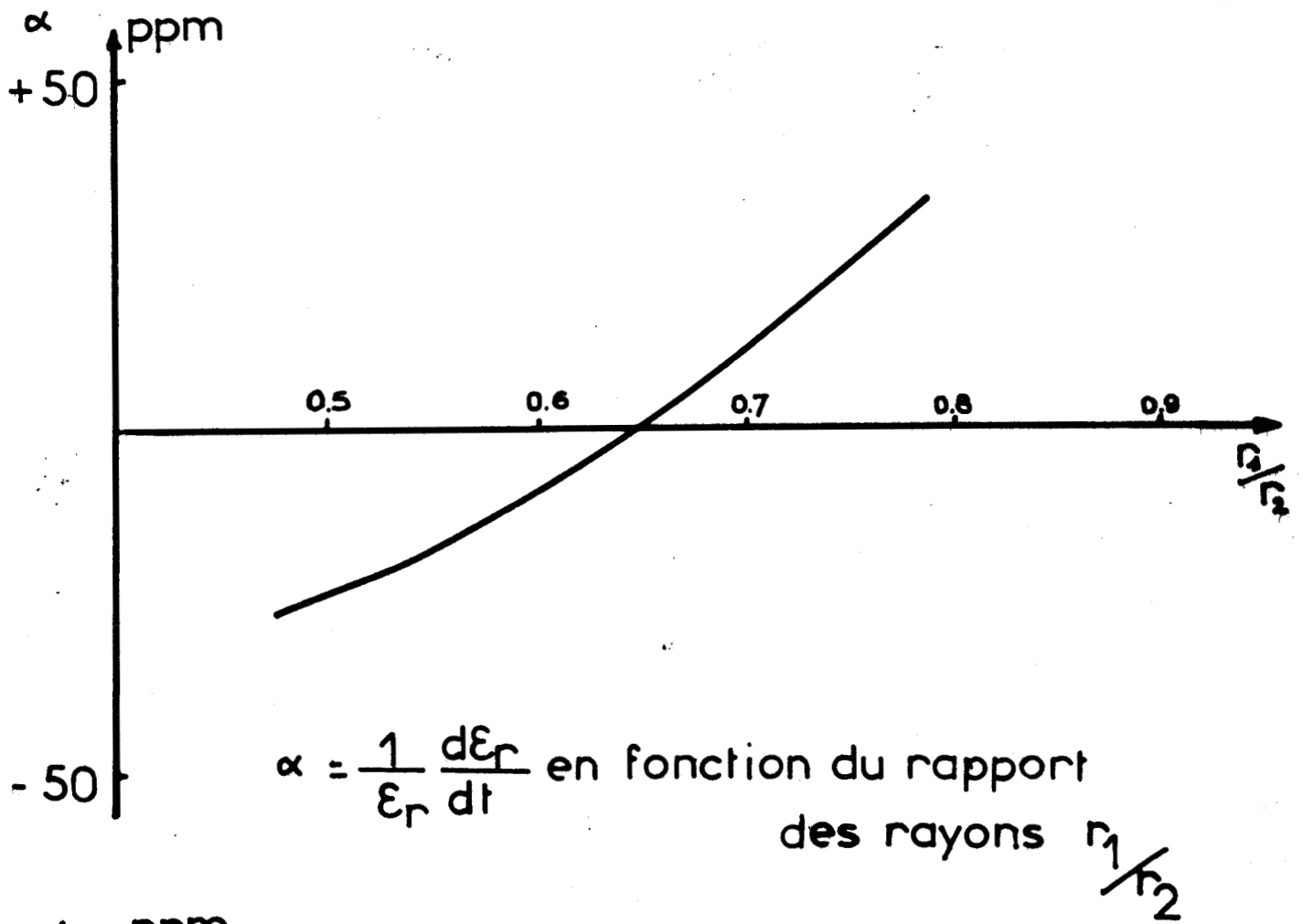


Fig 20 II

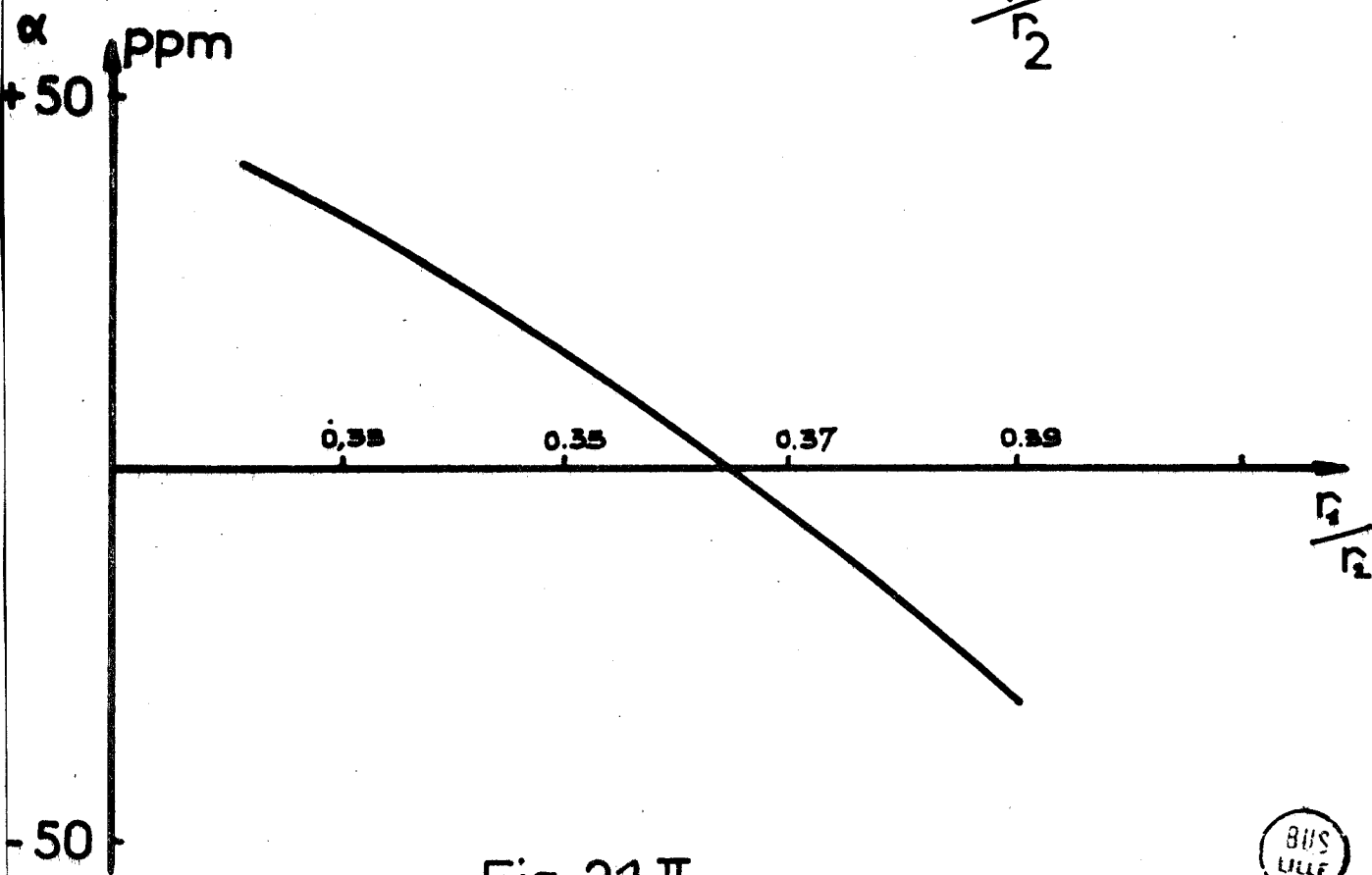
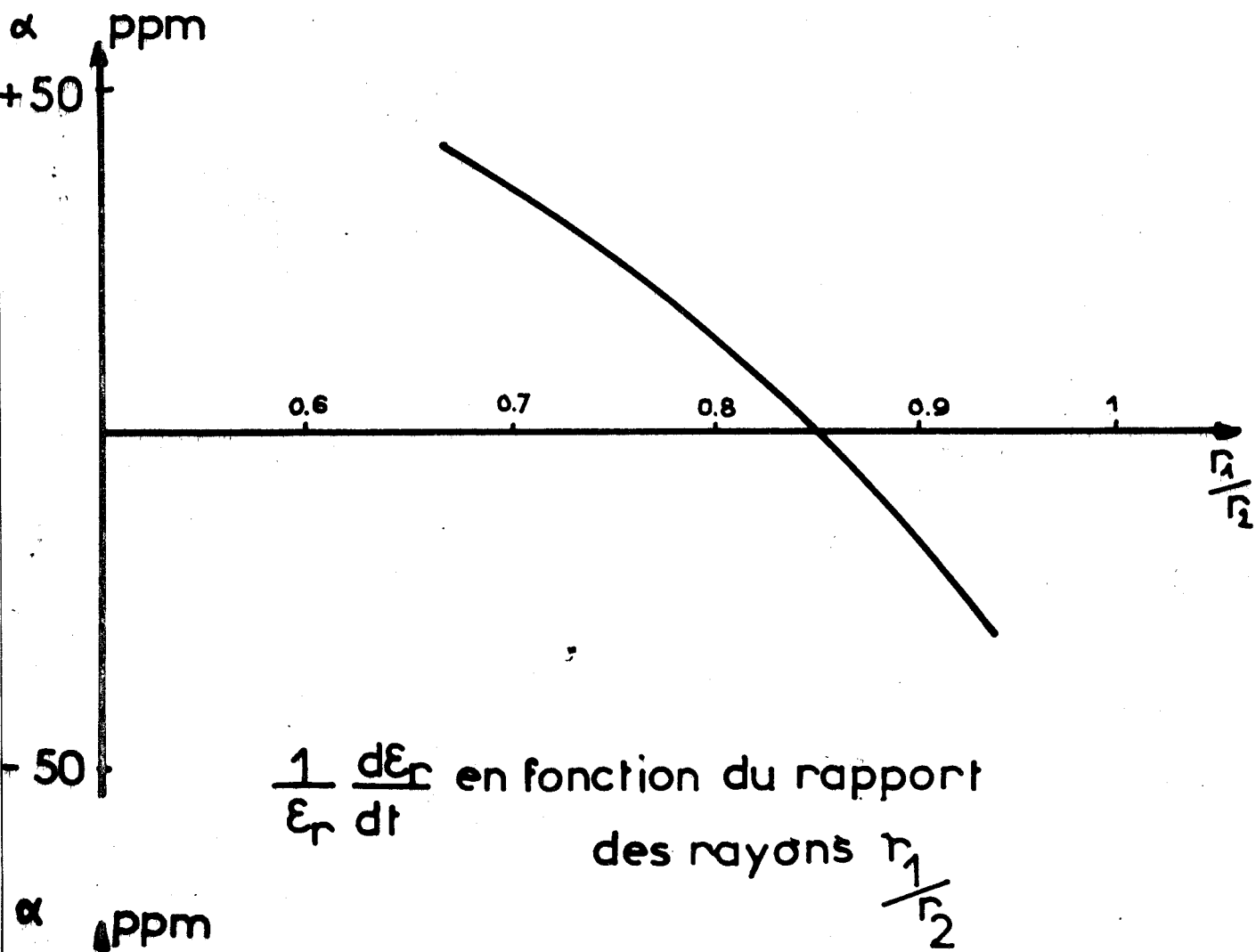


Fig 21 II



III - CARACTÉRISATION DES MATÉRIAUX
ET RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.

III₁. GENERALITES

Avant de décrire les différentes méthodes de mesures utilisées, pour caractériser les matériaux existants, il nous faut donner quelques précisions sur leurs caractéristiques puisque les céramiques à partir desquelles sont construits les résonateurs diélectriques doivent satisfaire à certains critères, parmi ceux-ci un coefficient de qualité à vide élevé, une dérive en température faible inférieure à 10 ppm° C dans la gamme - 50°C, + 100°C ; enfin la constante diélectrique doit être supérieure à 30.

La plupart des céramiques existant à l'état naturel, comme le rutile et présentent des permittivités élevées et des coefficients de température négatifs. Il apparaît donc intéressant d'élaborer des matériaux de forte permittivité mais dont le coefficient de température soit positif, ce qui permet, en les associant aux matériaux précédents de constituer des solutions homogènes ou inhomogènes dont les coefficients de température globaux sont proches de zéro. Nous rappelons que le coefficient de température est défini par $\frac{\Delta \epsilon_r}{\epsilon_r} \cdot \frac{1}{dt}$. On l'exprime généralement en ppm par °C.

Les matériaux les plus intéressants ayant une constante diélectrique élevée et des faibles pertes, sont des composés binaires d'oxyde de Baryum BaO et de rutile TiO_r ou des composés ternaires types $BaO.ZrO_2.TiO_2$ ou $BaO.ZrO_2.TiO_2$. Le tableau suivant (fig 1) donne les caractéristiques de quelques uns de ces composés.

On peut constater sur ce tableau que les matériaux à coefficient de température négatif sont les plus nombreux. Les matériaux ferroélectriques forment quant à eux une catégorie à part, puisqu'ils présentent une constante diélectrique très élevée (~ 1500). En contre partie leurs pertes sont importantes et le coefficient de qualité à vide faible. L'utilisation de ces matériaux ferroélectriques dans la réalisation de résonateurs diélectriques reste donc très limitée.

On peut relier le coefficient de température d'un matériau à la permittivité et aux pertes par la relation :

<u>MATERIAU</u>	<u>PERMITTIVITE</u>	<u>COEFFICIENT DE TEMPERATURE ppm/2</u>	$\text{tg } \delta \times 10^4$
Al_2O_3	9,5	+ 120	3
MgTiO_3	16	+ 100	2
BaTi_4O_9	38	- 50	4
BaZrO_3	40	- 300	6
TiO_2	90	- 800	3
CaTiO_3	150	- 1850	3
SrTiO_3	200	- 3000	5
BaTiO_3	1500	Ferroélectrique	150
CaZrO_3	30	+ 40	3
SrZrO_3	38	+ 120	3
CaTiSiO_5	45	+ 1200	5

FIGURE 1 III



$$\frac{d\epsilon_r}{\epsilon_r dT} \neq A + 0,05 \operatorname{tg} \delta - \alpha \epsilon_r \quad (1)$$

où α désigne le coefficient linéaire de dilatation du matériau qui est de l'ordre de $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ et A le coefficient de température de la polarisabilité. Pour des matériaux comme les zirconates de Borium BaZrO_3 ou Titane de Strontium SrTiO_3 , les deux premiers termes sont négligeables, si bien que l'équation (1) s'écrit

$$\frac{d\epsilon_r}{\epsilon_r dT} \neq - 10 \epsilon_r \text{ en ppm } ^{\circ}\text{C}$$

Peu de matériaux possèdent une permittivité élevée alliée à la fois à des pertes faibles et à un coefficient de température positif.

Pour de tels matériaux, la constante A doit prendre des valeurs importantes.

Il apparaît que dans les zirconates orthorhombiques comme les zirconates de calcium CaZrO_3 ou zirconates de strontium SrZrO_3 , il se produit un basculement de l'octaèdre d'oxygène avec la température qui provoque une modification de la polarisabilité des ions avec la température.

Des valeurs élevées de A et donc des coefficients de température positifs sont ainsi obtenus.

Il est alors possible, en faisant varier la composition de certains matériaux, d'obtenir des coefficients de température positif ou négatif. C'est le cas par exemple, lorsqu'on fait varier le pourcentage de molécule de Baryum dans les zirconates de Baryum et Strontium.

Les matériaux que nous avons utilisés nous ont été fournis par la Société L.T.T.. Ce sont des matériaux Rutile TiO_2 , tetratitanate de Baryum $\text{BaO}(\text{TiO}_2)_4$ et zirconates de strontium et rutile ; ces derniers ont des propriétés intéressantes, puisque leur coefficient de température est ajustable suivant la composition, ce qui permet l'association de tels matériaux de permittivité voisine, mais avec des coefficients de température opposés.

Nous nous proposons maintenant d'exposer les méthodes de caractérisation des matériaux qui nous ont servi aux vérifications expérimentales. Les grandeurs qui nous intéressent sont la permittivité relative ϵ_r du matériau, ses variations avec la température ainsi que les variations des dimensions géométriques avec la température. Les mesures ont été faites en fonction de la fréquence depuis 1 MHz jusqu'aux fréquences d'utilisation de 10 GHz.

III₂. CARACTERISATION EN BASSES FREQUENCES

La permittivité complexe d'un diélectrique peut toujours s'écrire sous la forme :

$$\epsilon_r = \epsilon' + j \epsilon''$$

où ϵ' désigne la constante diélectrique
 ϵ'' " les pertes du matériau

ϵ'' est fonction de la fréquence f et de la conductivité σ du diélectrique.

$$\epsilon'' = \frac{\sigma}{2\pi f}$$

Les matériaux utilisés pour réaliser les résonateurs sont à faibles pertes et nous ne nous sommes intéressés qu'à la détermination de la constante diélectrique ϵ' .

III_{2.1}. Principe de la mesure

Nous avons utilisé les méthodes mises au point dans le Laboratoire de M. le Professeur LEBRUN et qui s'adaptent parfaitement à notre problème. Elles consistent à mesurer la capacité entre deux disques plans en présence et en l'absence de diélectrique. Selon le schéma suivant (fig. 2).

Entre les deux plaques, est appliquée la tension $v = v_0 \sin \omega t$.

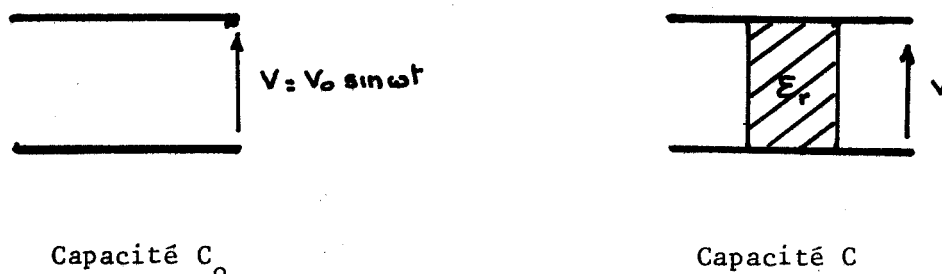


Fig. 2 III

Les mesures de capacité se font soit au pont de Wheatstone General Radio jusqu'à des fréquences de 100 kHz, soit au pont à résonateurs pour les fréquences supérieures jusque 10 MHz. Dans le premier cas, on mesure directement la capacité inconnue, et dans le deuxième cas, on mesure la fréquence d'accord d'un circuit oscillant, il est alors nécessaire d'effectuer un étalonnage préalable.

Deux types de cellules ont été utilisés et la quantité mesurée n'est pas la même dans les deux cas. Dans la première cellule (Général radio) le diamètre des plateaux est beaucoup plus grand que celui de l'échantillon. Dans le cas de la cellule coaxiale, les plateaux conducteurs sont de la taille des échantillons utilisés.

III_{2.2}. Les cellules de mesures, description et utilisation.

a) Cellule "General Radio" (figure 3)

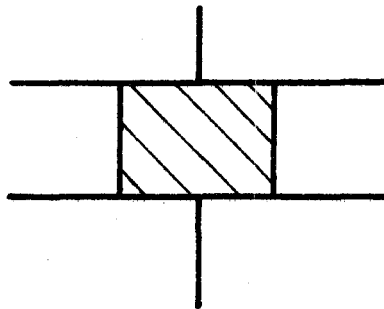


Fig. 3 III

Les échantillons utilisés sont des cylindres de diamètre d . Ces diamètres sont de l'ordre de 10 à 15 mm.

Appelons :

S_0 leur section $S_0 = \frac{\pi d^2}{4}$

ϵ_r la permittivité réelle

h leur hauteur.

Nous définissons alors une capacité active $C_a = \frac{\epsilon_0 S_0}{h}$ qui représente la capacité d'un volume d'air de mêmes dimensions que l'échantillon.

Définissons de même : D le diamètre

S la section des plaques du condensateur

Sa capacité est $C = \frac{\epsilon_0 S}{H}$ où H désigne l'écartement des plateaux.

Appelons C_p l'ensemble des capacités parasites présentées par les effets de bord et les connexions.

La mesure se fait en deux étapes :

1°) - on positionne l'échantillon (on relève alors la position de la vis micrométrique) et l'on mesure la capacité de l'ensemble, soit :

$$C_1 = C_p + \epsilon_r C_a + \epsilon_0 \frac{(S - S_0)}{h}$$

2°) - On retire l'échantillon et l'on replace la vis micrométrique dans la même position que précédemment ; on mesure la capacité :

$$C_2 = C_p + C_a + \frac{\epsilon_0 (S - S_0)}{h}$$

Par différence entre ces deux mesures on obtient :

$$C_1 - C_2 = (\epsilon_r - 1) C_a$$

Soit :

$$\epsilon_r = 1 + \frac{C_1 - C_2}{C_a}$$

Remarque : Pour C_a nous avons pris la capacité géométrique de l'échantillon. En fait, il existe des effets aux extrémités, les lignes de champs électriques se déformant au niveau de l'interface air-diélectrique (figure 4).

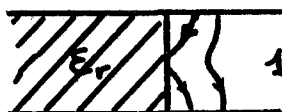


Fig. 4 III

Nos échantillons ont des permittivités relatives supérieures à 35, nous avons donc négligé cet effet.

Au-delà des 500 KHz, les capacités parasites des fils deviennent importantes et limitent l'emploi de cette cellule.

b) Cellule coaxiale

Description

Elle est constituée d'un tronçon de ligne coaxiale d'impédance caractéristique 50Ω ouvert à une extrémité et délimité de l'autre par un mica qui en détermine le plan d'entrée. La figure 5 montre le schéma de cette cellule.

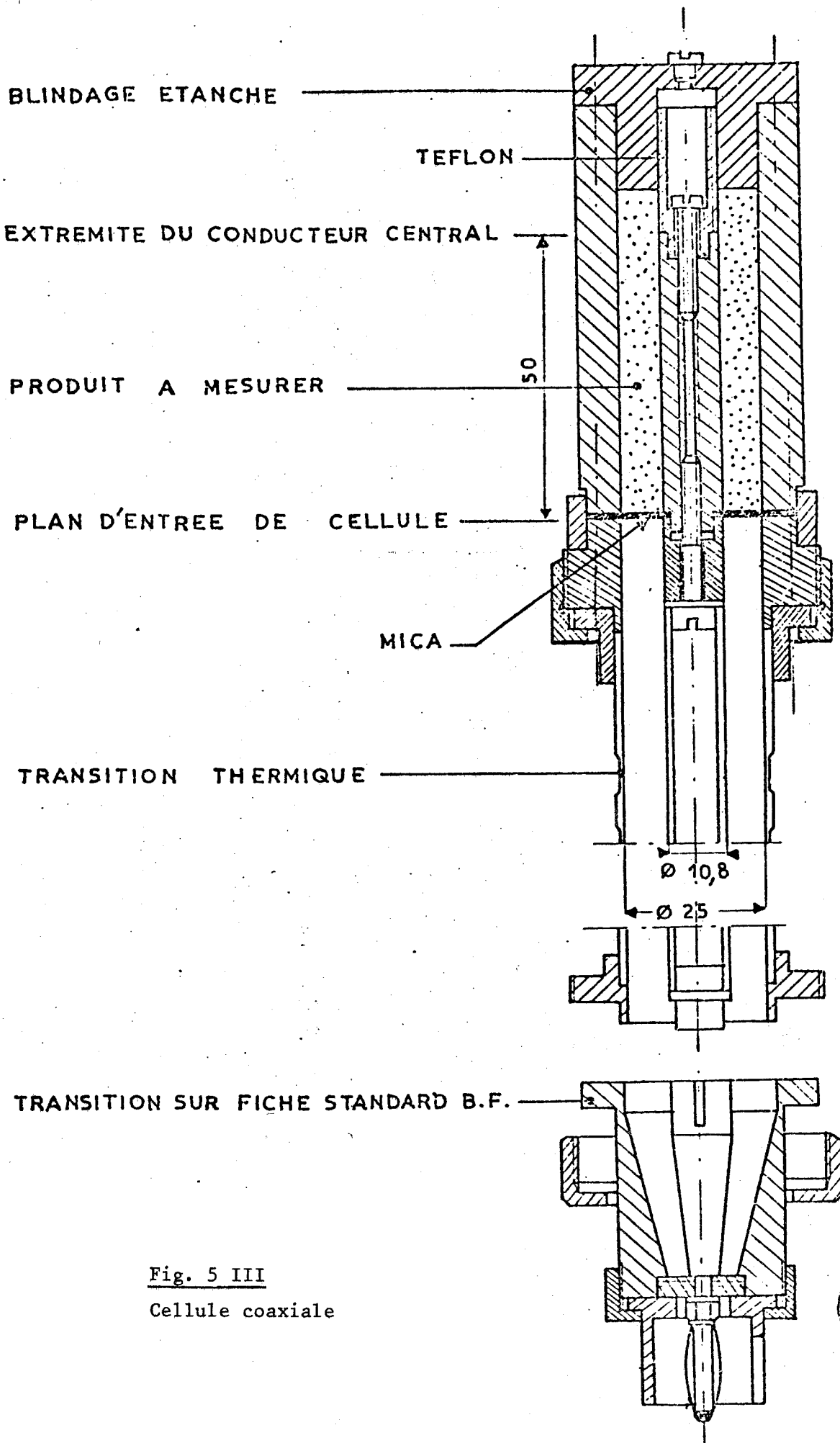


Fig. 5 III
 Cellule coaxiale



Elle est solidaire d'une transition thermique en acier inoxydable destiné à isoler thermiquement la cellule du dispositif de mesure et à éviter par conséquent, les pertes thermiques lors des manipulations en fonction de la température.

Remarque : pour un tel type de cellule, toutes les dimensions sont possibles à condition de respecter le rapport des diamètres des conducteurs interne et externe pour conserver l'impédance caractéristique de 50 Ω.

Le circuit équivalent d'une telle cellule est le suivant en basses fréquences (figure) :

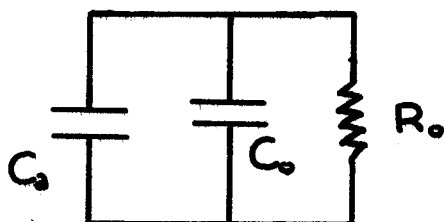


Fig. 6 III

Lorsque la cellule est vide, nous pouvons définir :

- la capacité mesurée C_v qui se compose des capacités active C_a et résiduelle C_o .

$$C_v = C_a + C_o$$

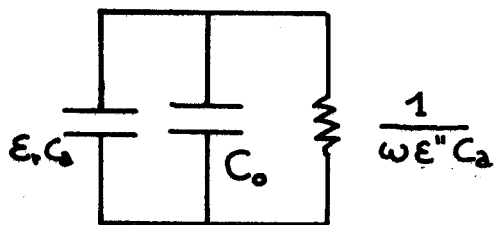
- la conductance de la cellule vide G_o : $G_o = 1/R_o$ qui est de l'ordre de 10^{-12} Siemens et que nous négligerons.

L'admittance de la cellule vide s'écrit :

$$Y_v = G_o + j\omega (C_a + C_o) \parallel j\omega (C_a + C_o)$$

L'admittance de la cellule remplie d'un diélectrique de permittivité complexe $\epsilon = \epsilon_r + j \epsilon''$ s'écrit :

$$Y_m = G_m + j B_m$$



$$Y_m = \omega \epsilon'' C_a + j\omega (\epsilon' C_a + C_o)$$

Les composantes réelle et imaginaire de la permittivité complexe sont obtenues à partir de la mesure des éléments G_m et B_m du dipôle équivalent à la cellule.

$$\epsilon'' = \frac{G_m}{\omega C_a}$$

$$\epsilon_r = \left(\frac{B_m}{\omega} - C_o \right) \frac{1}{C_a} \quad [1]$$

Ces schémas sont valables en basses fréquences et pour une cellule idéale.

Dans le cas contraire, il faut tenir compte de l'effet d'extrêmité et de l'influence de la fréquence et des connexions.

- EFFET D'EXTREMITE

Au niveau du circuit ouvert de la cellule, il y a déformation des lignes de champ électrique (figure 7). L'effet d'extrêmité qui s'y produit est fonction de la permittivité réelle ϵ_r du diélectrique mesuré.

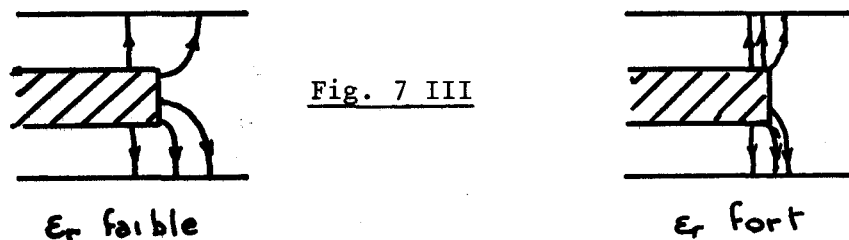


Fig. 7 III

ϵ_r faible

ϵ_r fort

Si h désigne la longueur géométrique du conducteur central de la cellule, sa longueur électrique h' est donnée par la relation :

$$h' = h + \Delta h$$

dans laquelle Δh est une fonction décroissante de ϵ_r . Il est nécessaire d'étalonner la cellule.

Le schéma équivalent de la cellule est valable jusqu'à des fréquences de 100 MHz. Nous sommes restés en deçà de cette limite, donc dans le domaine d'application de l'équation (1).

- EFFET DE CONNEXIONS

La cellule est connectée aux différents dispositifs de mesure par l'intermédiaire d'une transition thermique équivalente à un tronçon de ligne de longueur l (figure 8).

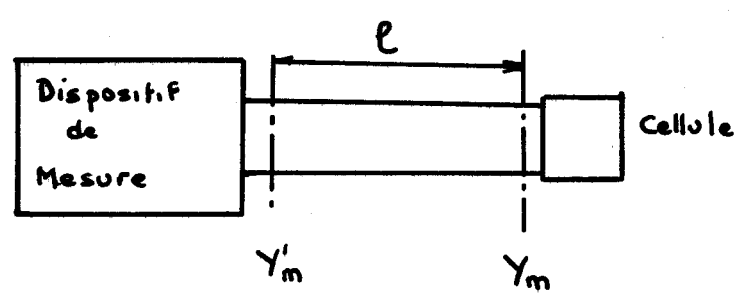


FIGURE 8 III

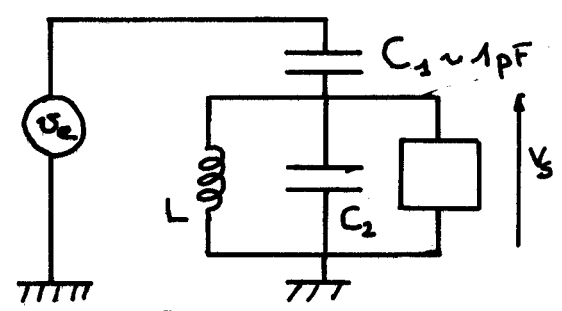
On mesure en fait Y'_m .

Pour des fréquences inférieures à 10 MHz, le tronçon de ligne équivaut à une capacité C_s qui vient se mettre en parallèle sur Y_m .

Pour des fréquences de 10 à 100 MHz, on ramène un dipôle en parallèle sur Y_m et il est nécessaire de tracer des abaques.

Utilisation

Nous avons utilisé cette cellule coaxiale en liaison avec un pont de mesure à résonateurs dans la gamme 100 KHz - 100 MHz. Le schéma du résonateur est donné figure 9.



On mesure v_e et v_s qui sont directement reliés aux éléments du circuit résonant moyennant un étalonnage préalable.

FIGURE 9 III

Dans ce cas, nous avons vu que les dimensions des échantillons étaient plus grandes que celles du conducteur central de la cellule (figure 10).

De plus, la permittivité des diélectriques mesurés est importante, par conséquent, pratiquement toutes les lignes de champ sont concentrées dans le volume occupé par l'échantillon.

On peut donc considérer qu'on mesure directement la capacité présentée par l'échantillon à la fréquence de travail auquel s'ajoute bien sûr la capacité C_0 des différentes transitions qu'il importe de déterminer en utilisant des matériaux connus.

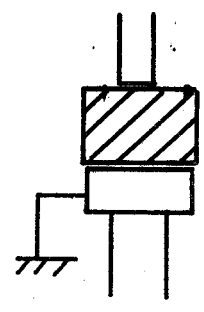


FIGURE 10 III

Soit :

$$C = C_o + \epsilon_r C_a$$

[2]

$$\epsilon_r = \frac{C - C_o}{C_a}$$

qui n'est autre que l'équation (1) écrite différemment.

III_{2.3}. Résultats critiques

Les mesures en basses fréquences ont été faites dans le cadre d'un projet de fin d'études d'un ingénieur de l'EUDIL.

Il a testé les différentes cellules utilisées des échantillons métallisés et tenté d'expliquer les divergences enregistrées.

Nous reportons ici les résultats qu'il a obtenus au cours des différentes expériences (figure 11) [27]

L'intérêt de métalliser l'échantillon sur ces deux parois de section droite apparait clairement ; on élimine ainsi l'influence d'un éventuel mauvais état de surface. Cette métallisation se fait par évaporation d'aluminium sous vide ou plus simplement avec de la laque d'argent.

III₃. MESURES EN HAUTES FREQUENCES

III_{3.1}. Introduction

La plupart des méthodes de mesures des propriétés diélectriques et magnétiques des matériaux en microondes appartiennent aux catégories suivantes :

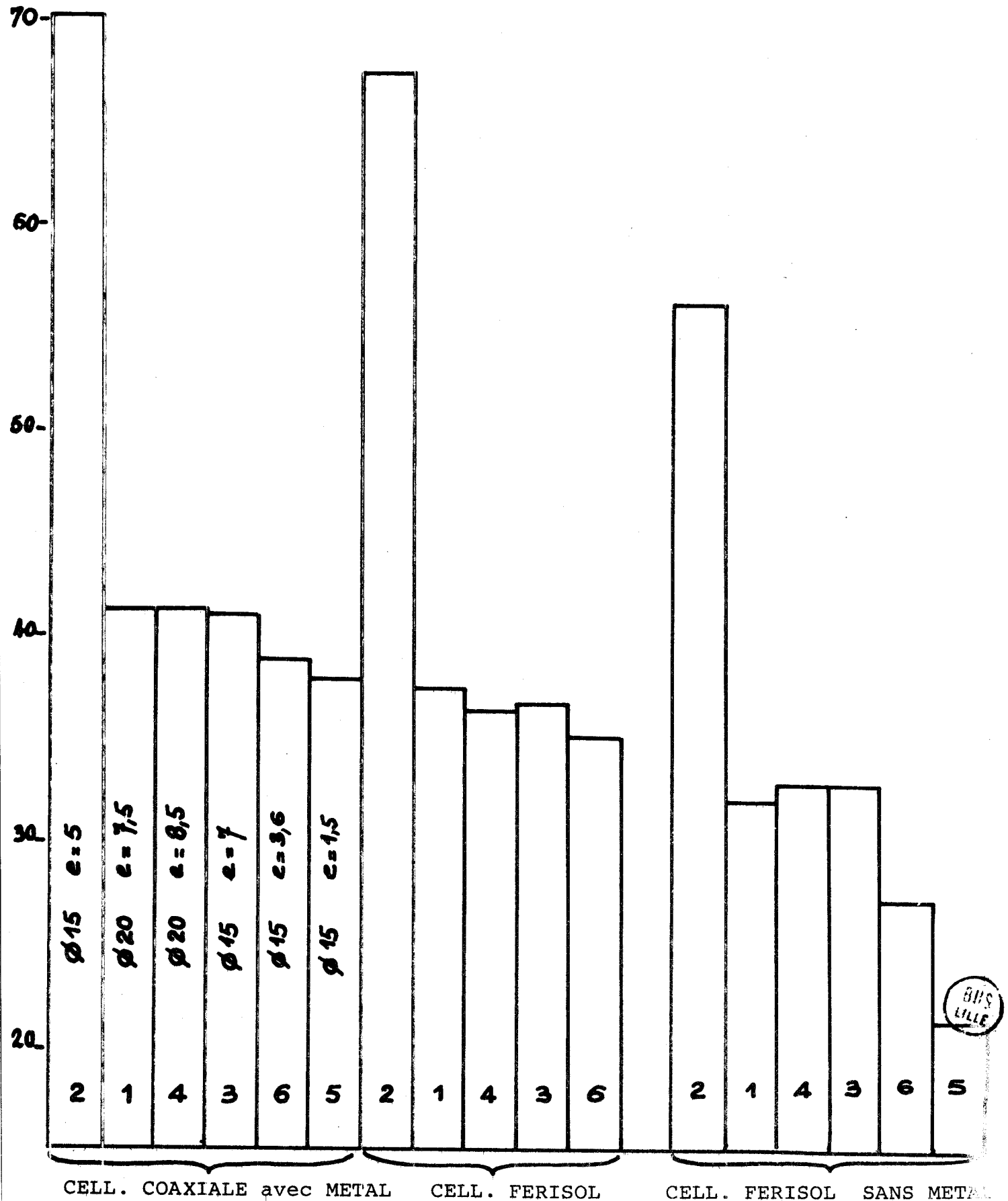
- méthodes de perturbation
- méthodes optiques
- méthodes de résonance.

Les techniques de perturbation sont utilisées surtout pour des mesures sur des matériaux ferrites ; elles consistent à mesurer la variation de la fréquence de résonance d'une cavité fonctionnant dans un mode connu. Les techniques optiques conviennent pour des mesures à des fréquences correspondant à des longueurs d'ondes

PERMITTIVITE = f (échantillons)
 = f (cellules)

Résonateur
 100 kHz , 5 MHz

FIGURE 11



BIPS
 LILLE

inférieures à 1 cm. Leur principal inconvénient réside dans le fait qu'il est nécessaire de disposer d'une grande quantité de matériau. Toutes ces méthodes permettent de mesurer les constantes diélectriques avec une précision de 1 %.

KARPOVA a proposé une méthode de résonance donnant une précision de 0,1 %. Elle consiste à insérer le matériau sous forme d'un disque cylindrique dans le "gap" d'une cavité de dimensions connues (figure 12).

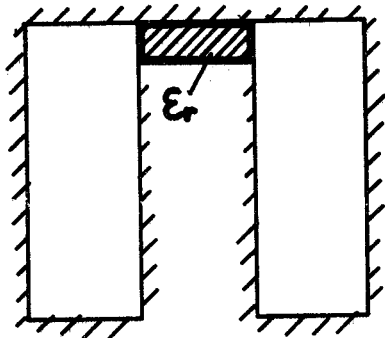


Fig. 12 III

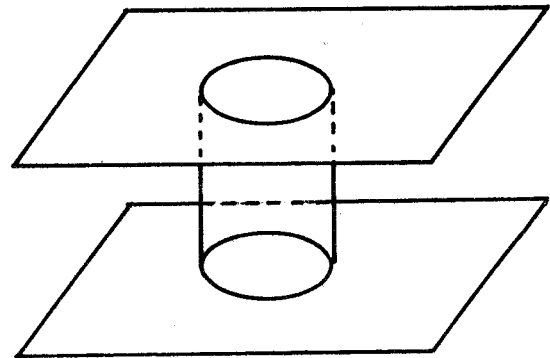


Fig. 13 III

La mesure de la fréquence de résonance et du Q de la structure fournit les informations nécessaires quant à la constante diélectrique et aux pertes du matériau. Cette méthode est très précise mais elle est limitée par les dimensions que doit prendre la structure résonnante aux fréquences millimétriques, à moins d'utiliser les modes supérieurs de la cavité.

Dans le but de contourner cette difficulté concernant les dimensions géométriques, tout en conservant une bonne précision, HAKKI et COLLEMAN ont utilisé la structure résonnante ouverte (figure 13). Elle est constituée d'un cylindre du matériau testé, placé entre 2 plans métalliques théoriquement infinis, dont on étudie les différentes résonances.

La précision de la méthode est sérieusement diminuée par la présence de gaps d'air entre le résonateur et les plans conducteurs lorsque la configuration des champs du résonateur est telle que les lignes de champ électrique peuvent passer de l'échantillon aux plans conducteurs. Cet effet est d'autant plus important que la permittivité de l'échantillon est élevée. Il se traduit par l'apparition de capacités parasites qui viennent s'ajouter à la capacité présentée par l'échantillon (figure 14).

Supposons la présence de gaps d'air d'épaisseur moyenne t_a . Appelons t_d l'épaisseur de l'échantillon du diélectrique.

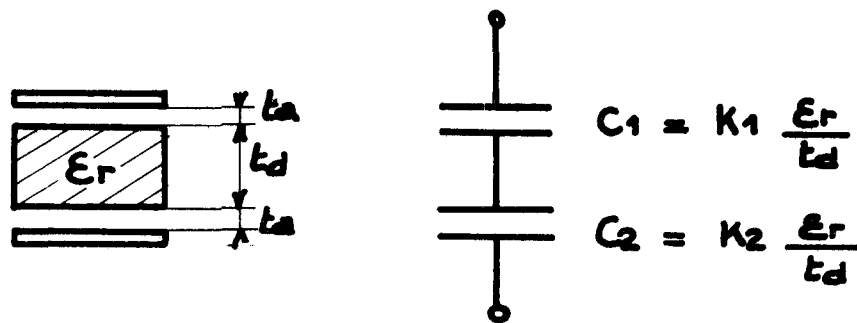


FIGURE 14 III

La capacité totale mesurée est proportionnelle à :

$$C_{\text{total}} = \frac{k\epsilon_r}{t_d + 2 t_a \epsilon_r} = \frac{k\epsilon'_r}{t_d}$$

où ϵ_r est la vraie valeur de la constante diélectrique et ϵ'_r la valeur apparente de la constante diélectrique qui donne le même C_{total} lorsque t_a est négligé.

Nous avons entre ϵ'_r et ϵ_r la relation :

$$\epsilon'_r = \frac{\epsilon_r}{1 + \frac{2t_a \epsilon_r}{t_d}} \quad [3]$$

Illustrons cet effet par un exemple numérique. Considérons t_a de l'ordre de 1 cm, ϵ_r de l'ordre de 100. Supposons l'état de surface tel que t_a soit d'environ 10^{-4} cm ce qui est déjà un excellent résultat.

L'équation (3) nous donne alors un rapport $\frac{\epsilon'_r}{\epsilon_r}$ de 0,83. Soit une erreur de 17 % sur la mesure de la permittivité ϵ_r . La précision est affectée de la même façon lorsque l'échantillon diélectrique est placé dans un résonateur ou une ligne de transmission.

Dans ce qui suit, nous allons décrire deux méthodes possibles utilisables aux hyperfréquences et permettant de s'affranchir de ces problèmes de gaps d'air. Dans les deux cas, on utilisera les modes de résonance des échantillons pour lesquels la configuration des lignes de champ impose $\vec{E}_n = 0$ sur les interfaces diélectrique-métal. \vec{E}_n désigne la composante normale du champ électrique.

Sur le métal, la composante tangentielle E_t est très petite, par conséquent, l'énergie stockée dans les gaps d'air s'annule virtuellement. Nous négligerons donc les effets parasites dus à la présence de ces gaps.

La première méthode consiste à faire résonner un échantillon cylindrique du matériau diélectrique dans un guide d'onde cylindrique métallique qui se trouve sous la coupure dans les régions remplies d'air. Dans la deuxième méthode qui est celle que nous avons choisie, un guide radial est utilisé. Ces deux méthodes permettent également de connaître les pertes des matériaux par une mesure du coefficient de qualité du résonateur

III_{3.2}. Le diélectromètre à guide d'onde circulaire

La figure (15) décrit schématiquement le principe du dispositif :

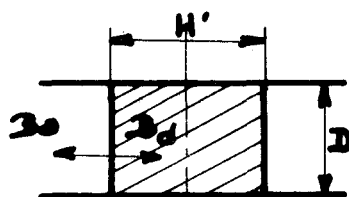


Fig. 15 III

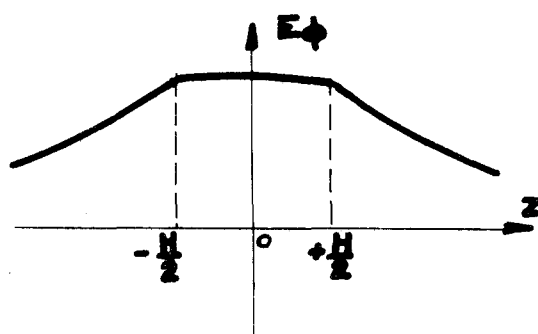


Fig. 16 III

Pour un mode guidé quelconque, il se produit une résonance dans l'échantillon de diélectrique lorsque le rapport diamètre du guide sur longueur d'onde D/λ a une valeur telle que ce mode est au-dessus de la coupure dans la région diélectrique et au-dessous à l'extérieur. Du fait de la décroissance exponentielle des champs à l'extérieur, l'énergie totale à la résonance est stockée pratiquement dans l'échantillon diélectrique.

Appelons B_a et B_d les susceptances, à l'interface air-diélectrique, vues du côté air pour B_a , du côté diélectrique pour B_d . La condition de résonance s'écrit $B_a + B_d = 0$. Le mode dont la fréquence de résonance est la plus basse

et pour lequel le champ électrique \vec{E}_n s'annule sur les interfaces diélectrique-métal est le mode TE_{011} .

Pour ce mode TE_{011} , le champ transverse E_ϕ est maximum en $z = 0$ comme le montre la figure (16), tandis que la composante tangentielle H_t est nulle en $z = 0$. Il existe donc un mur magnétique ou plan de circuit ouvert en $z = 0$.

Appelons Y_o l'admittance d'onde du guide circulaire, c'est une quantité réelle dans la région diélectrique, imaginaire dans la région air. La susceptance B_a s'écrit alors :

$$B_a = \frac{Y_{oa}}{j} = - \frac{1}{Z_o} \left[\left(\frac{\lambda}{0.820D} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \quad [4]$$

$Z_o = 377 \Omega$ représente l'impédance d'onde du vide
 D le diamètre du guide d'onde et de l'échantillon
 λ la longueur d'onde dans l'espace libre.

$$B_d = Y_{od} \operatorname{tg} \frac{\beta L}{2} = \frac{\lambda}{Z_o \lambda_{gd}} \operatorname{tg} \frac{\pi L}{\lambda_{gd}} \quad [5]$$

avec :

$$\lambda_{gd} = \frac{\lambda}{\left[\epsilon_r - \left(\frac{\lambda}{0.820D} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad [6]$$

Remplaçons (6) dans (5), nous obtenons :

$$\left[\epsilon_r - \left(\frac{\lambda}{0.820D} \right)^2 \right]^{1/2} \operatorname{tg} \left[\frac{\pi L}{\lambda} \left(\epsilon_r - \left(\frac{\lambda}{0.820D} \right)^2 \right)^{1/2} \right] = \left[\left(\frac{\lambda}{0.820D} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \quad [7]$$

(7) est une équation transcendante qui donne la valeur de ϵ_r en fonction des dimensions de l'échantillon et de la fréquence de résonance mesurée. Le problème réside dans l'identification du mode TE_{011} parmi les autres résonances TE_{111} , TM_{011} , TM_{111} etc. qui apparaissent également.

Cette séparation se fait très simplement si on se rappelle que tous les modes, mis à part ceux dont le champ électrique présente une symétrie circulaire comme le TE_{011} , engendrent un courant longitudinal sur les murs conducteurs du guide circulaire. Par conséquent, si l'on écarte légèrement les deux parties de la cellule (figure 17), la fréquence de résonance des modes $TE_{0,m,n}$ est très peu

affectée, tandis que les résonances des autres modes le sont fortement.

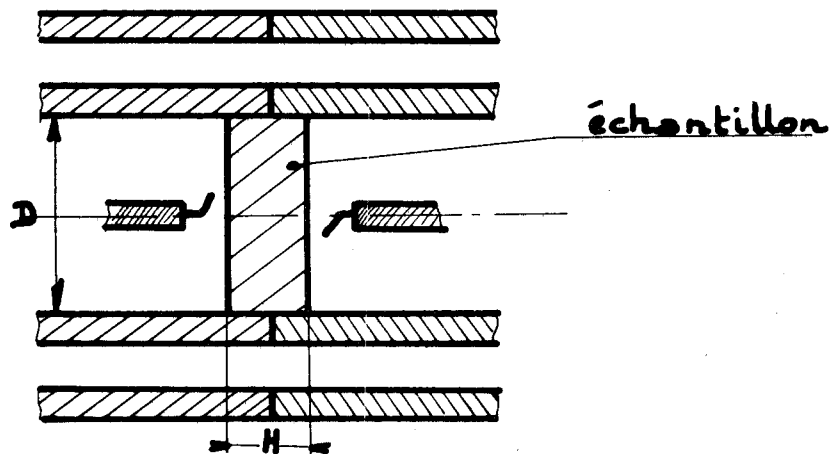


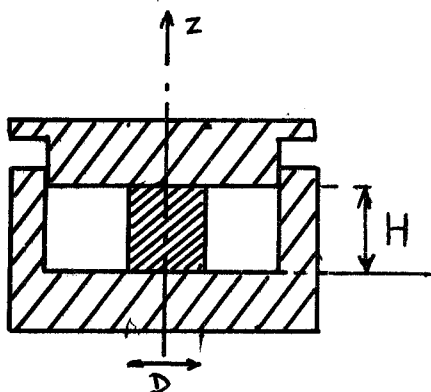
FIGURE 17 III

L'excitation se fait à l'aide d'une ou deux antennes selon que l'on utilise la réponse en réflexion ou en transmission.

III_{3.3}. Le diélectromètre radial

La méthode précédente impose que les échantillons soient du diamètre de la structure cylindrique utilisée. Dans ce cas par contre, aucune restriction n'est imposée sur les dimensions géométriques des échantillons.

Comme le montre la figure suivante, la structure est constituée schématiquement d'une cavité cylindrique dont on peut faire varier la dimension longitudinale (selon Oz).



L'échantillon est placé au centre de la cavité.

Un système constitué de deux antennes assure un couplage et permet d'exciter les différents modes de résonance du cylindre diélectrique.

L'équation caractéristique pour tous les modes pouvant se propager dans un guide diélectrique cylindrique est donnée par :

$$(\epsilon_r \frac{r\gamma^2}{K} \frac{J'_n(Kr)}{J_n(Kr)} + j\gamma r \frac{H'_n(j\gamma r)}{H_n(j\gamma r)}) (\frac{r\gamma^2}{K} \frac{J'_n(Kr)}{J_n(Kr)} + j\gamma r \frac{H'_n(j\gamma r)}{H_n(j\gamma r)}) = n(\epsilon_r - 1) \frac{\beta k_1^2}{K^2}$$

$$K^2 = k_1^2 - \beta^2 ; \quad \gamma^2 = -k_2^2 + \beta^2 ; \quad D = 2r$$

La constante de propagation β est ici déterminée par la présence de deux courts-circuits en $z = 0$ et $z = H$ puisque la longueur d'onde dans le résonateur diélectrique ne peut prendre que des valeurs discrètes telles que $\frac{\lambda_g}{2} = pH$ avec P entier soit :

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{P\pi}{H}$$

Les fonctions $J_n(Kr)$, $H_n(\gamma r)$ sont respectivement les fonctions de Bessel et de Hankel de première espèce.

COURTNEY, qui a décrit complètement cette méthode de mesure donne un exemple de "carte" des différents modes existants dans la structure figure (18)!!!

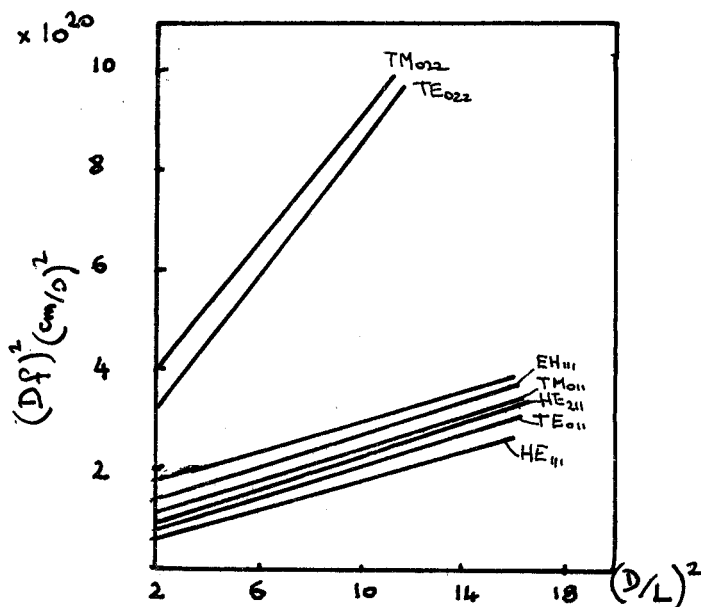


Fig. 18 III

Cette carte montre l'ordre dans lequel apparaissent les différentes résonances de l'échantillon de matériau diélectrique.

Comme dans la méthode précédente, nous recherchons le premier mode pour lequel la composante normale ici E_z à l'interface diélectrique métal s'annule afin de pouvoir négliger les effets dus aux gaps d'air, il s'agit du TE_{011} , premier mode supérieur de la structure.

L'équation caractéristique pour le mode TE_{011} s'écrit :

$$\frac{\gamma J_1(Kr)}{K J_0(Kr)} + \frac{K_1(\gamma r)}{K_0(\gamma r)} = 0$$

Appelons K_1 et γ_1 les premières solutions de cette équation correspondante au mode TE_{01} , nous avons :

$$K_1^2 = \omega_1^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - \frac{\pi^2}{H^2} = k_1^2 - \frac{\pi^2}{H^2}$$

$$\gamma_1^2 = -\omega_1^2 \mu_0 \epsilon_0 + \frac{\pi^2}{H^2} = -k_2^2 + \frac{\pi^2}{H^2}$$

En ajoutant ces deux dernières expressions on obtient :

$$\epsilon_r = 1 + \left(\frac{C}{\pi D f_1}\right)^2 (K_1^2 + \gamma_1^2) \quad [8]$$

où f_1 est la fréquence de résonance mesurée du mode TE_{011} .

Aussi, la connaissance de la fréquence f_1 et des dimensions de l'échantillon nous permet de calculer la partie réelle de la permittivité.

L'équation (8) est résolue numériquement, ϵ_r est déterminée en fonction des données : r , H , f_1 .

III_{3.4.} Résultats

A. DESCRIPTION DE LA CELLULE DE MESURE (figure 19).

Nous avons repris le schéma de la cellule utilisée par COURTNEY en lui ajoutant 4 ressorts sur les 4 piliers assurant ainsi une pression uniforme et constante du plateau mobile de l'échantillon. Cette précaution s'avèrera très utile lors des manipulations en température puisqu'elle permet de s'affranchir des problèmes de dilatation différente des matériaux pouvant provoquer l'apparition de lames d'air.

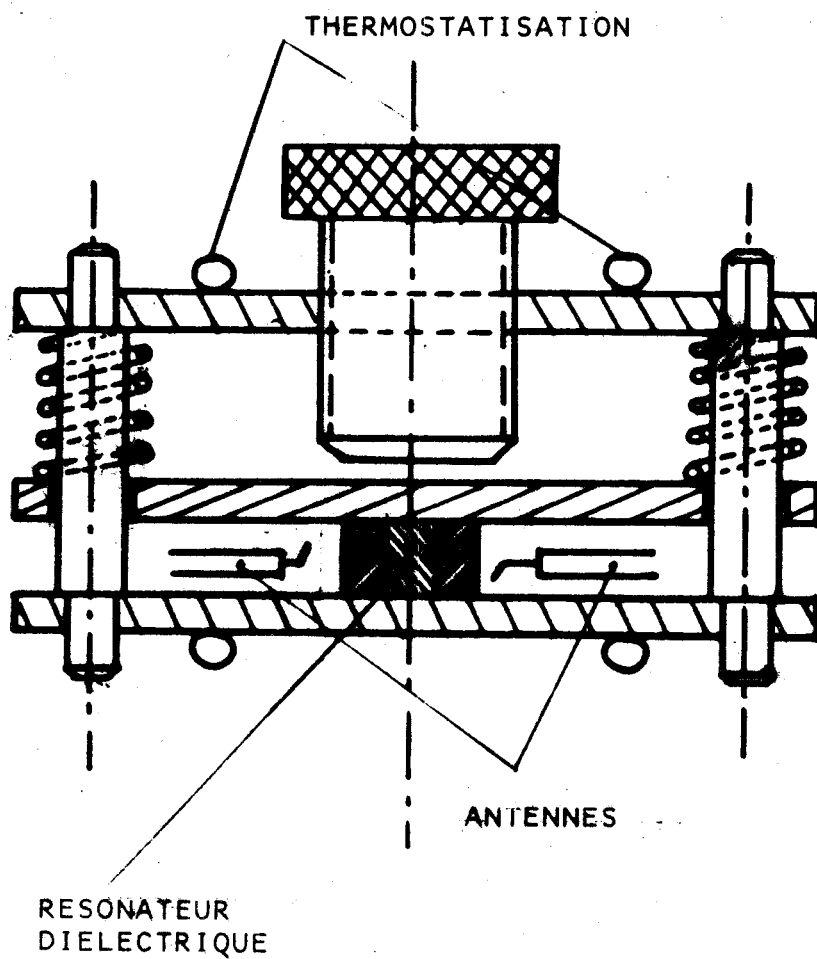


FIGURE 19 : CELLULE DE COURTNEY

Caractérisation des matériaux diélectriques
de forte permittivité.

Les antennes excitatrices peuvent coulisser dans leur support, ce qui permet d'ajuster le couplage suivant la taille de l'échantillon.

B. UTILISATION

L'échantillon est placé plus symétriquement possible par rapport aux deux antennes, à une distance telle que le couplage n'affecte plus la fréquence de résonance. Un espacement antenne-échantillon de l'ordre de λ a donné de bons résultats dans tous les cas.

L'identification du mode TE_{011} se fait sans ambiguïté. Il est caractérisé de trois façons différentes :

- c'est la deuxième résonance visible sur l'écran de l'oscilloscope.
- il n'est pas affecté lorsqu'on modifie la pression du plateau mobile sur l'échantillon, alors que les modes les plus voisins sont perturbés.
- De plus, il est toujours possible connaissant un ordre de grandeur de la permittivité ϵ_r de déterminer, en utilisant le programme de calcul, la valeur approximative de sa fréquence.

Les mesures de fréquence se font à l'analyseur de réseaux en visualisant la courbe du coefficient de transmission soit sur table traçante, soit sur l'écran d'un oscilloscope. On se fixe ensuite sur la fréquence intéressante qu'on mesure soit à l'ondemètre, soit au fréquencemètre numérique.

C. RESULTATS

Nous disposons de deux types de matériaux de permittivités et de dimensions différentes, ce qui est un excellent moyen pour vérifier la validité des manipulations. Les résultats à la température ambiante sont reportés figure (20).

La précision sur le résultat est bien sûr essentiellement fonction de l'erreur faite sur le pointé de la fréquence de résonance que nous pourrions estimer à 5 %. Ce qui conduit à une précision de 2 % environ sur la mesure de la permittivité.

De plus, les mesures effectuées par M. GUILLON du Laboratoire d'Electronique des Microondes de LIMOGES sur les mêmes échantillons avec une cellule analogue sont en parfaite concordance avec les nôtres.

Cette méthode de mesure s'avère donc parfaitement fiable.

Remarque : Il est possible de mesurer par cette méthode les pertes de matériaux. Malheureusement, il est indispensable de pouvoir disposer d'échantillons chauffés puis séchés en atmosphère déshydratante et d'effectuer ensuite les mesures dans une enceinte à air conditionné afin de s'affranchir des perturbations extérieures. Nous ne disposons pas du matériel nécessaire au Laboratoire, nous n'avons donc pu effectuer ces mesures de pertes.

r_{mn}	H_{mn}	f_{mHz}	ϵ_r
2,43	2,49	8.934	90,4
4	4	6.392	67,6
4	4	8.626	36,7
6	7	5.388	35,3
5	7	5.927	36
5	7	5.817	36,4
5	7	4.327	65,9
5	4	5.916	66
5	4	7.946	36,6
7,5	7	4.870	35,6
7,5	5	4.528	65
7,5	15	3.392	35,7
7,5	8,4	4.389	35,4
10	7,5	4.190	36

Fig. 20 III

III₄. MESURE EN TEMPERATURE

III_{4.1}. Introduction

Nous avons utilisé deux méthodes pour mesurer les variations de la fréquence avec la température :

- la première consiste à utiliser la cellule de Courtney et à mesurer l'évolution de la fréquence du mode TE_{011} avec la température. Nous disposons pour cela de deux "serpentins" de cuivre soudés sur les deux plateaux fixes de la cellule afin d'assurer un bon contact thermique. Dans ces serpentins circule de l'eau provenant d'une cuve thermostatée dont la température est contrôlée.

La prise de température se fait au niveau du plateau mobile qui repose directement sur l'échantillon à mesurer. La figure (21) donne la courbe d'étalonnage de la sonde de platine utilisée, en fonction de la température.

La cellule a été placée dans une enceinte de bois dont les parois sont recouvertes de polystyrène expansé, afin de minimiser les échanges thermiques avec l'air ambiant.

- la seconde méthode consiste à faire directement la mesure de la fréquence de résonance de mode TE_{011} sur le résonateur isolé excité par une antenne "boucle". Le résonateur et le dispositif de couplage sont placés dans une enceinte à double paroi dans laquelle on fait circuler de l'azote sec. Comme précédemment, on contrôle la température de l'enceinte à l'aide d'une sonde au platine. La figure 23 montre schématiquement le dispositif utilisé [25].

Le premier dispositif présente l'avantage de permettre une mise en température beaucoup plus rapide de l'échantillon, du fait de la présence d'une masse métallique importante.

III_{4.2}. Mode Opérateur

Dans les deux cas, le banc de mesure est le même, il est représenté figure 22 .

III_{4.2.1}. CELLULE DE COURTNEY

Les variations de fréquence de résonance avec la température résultent d'une part de la variation de la permittivité et d'autre part de la variation des dimensions géométriques. L'expression analytique de la fréquence montre que la permittivité intervient au premier ordre, tandis que les paramètres géométriques inter-

Etalonnage de la sonde au platine

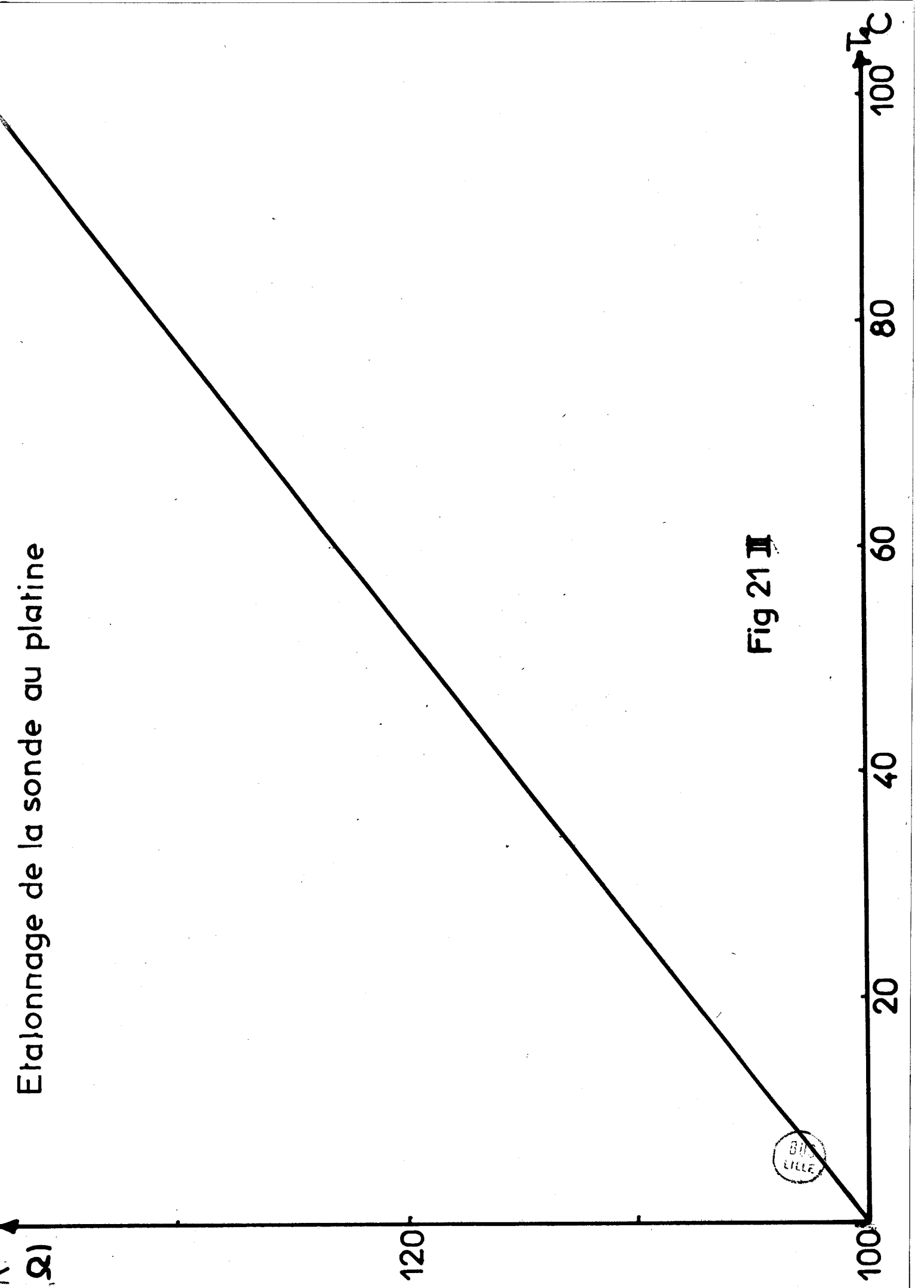


Fig 21 II

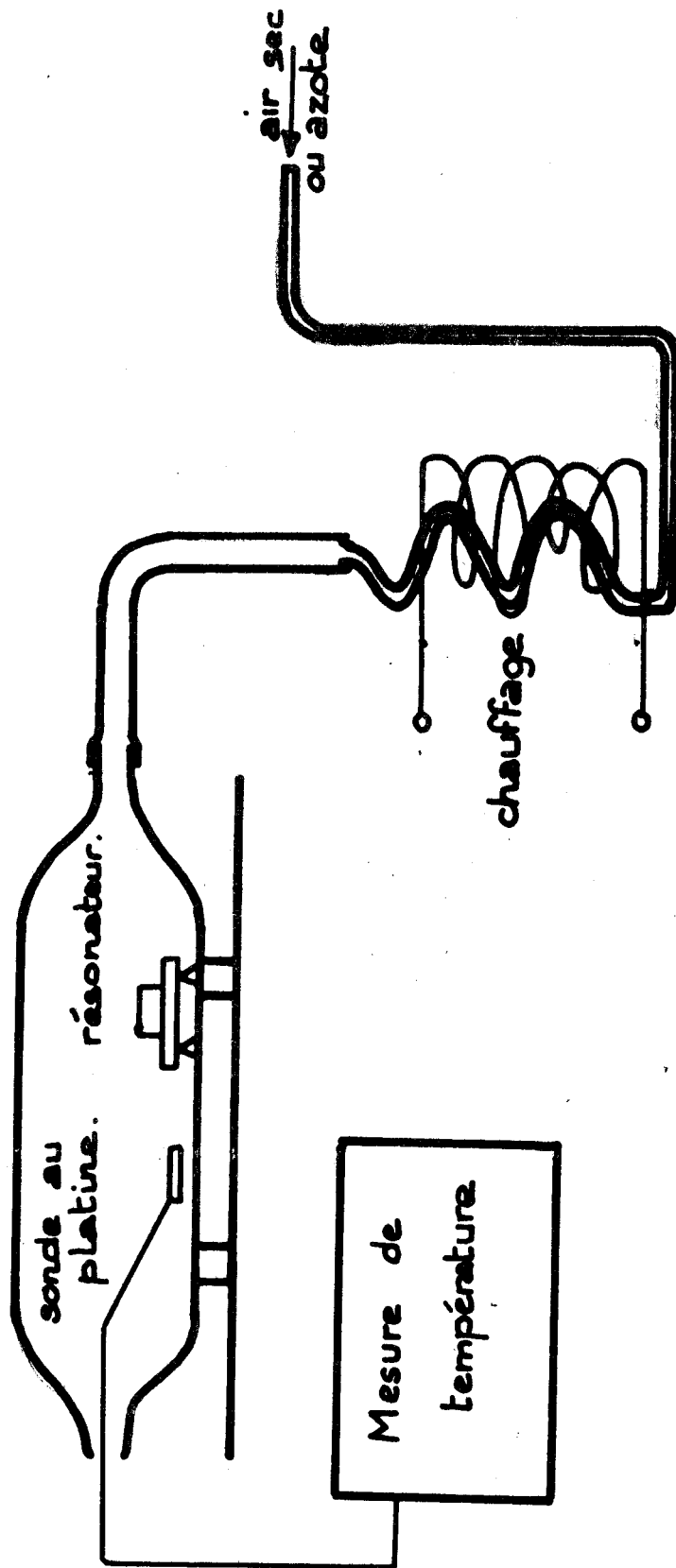


FIG 23 III

viennent au second ordre.

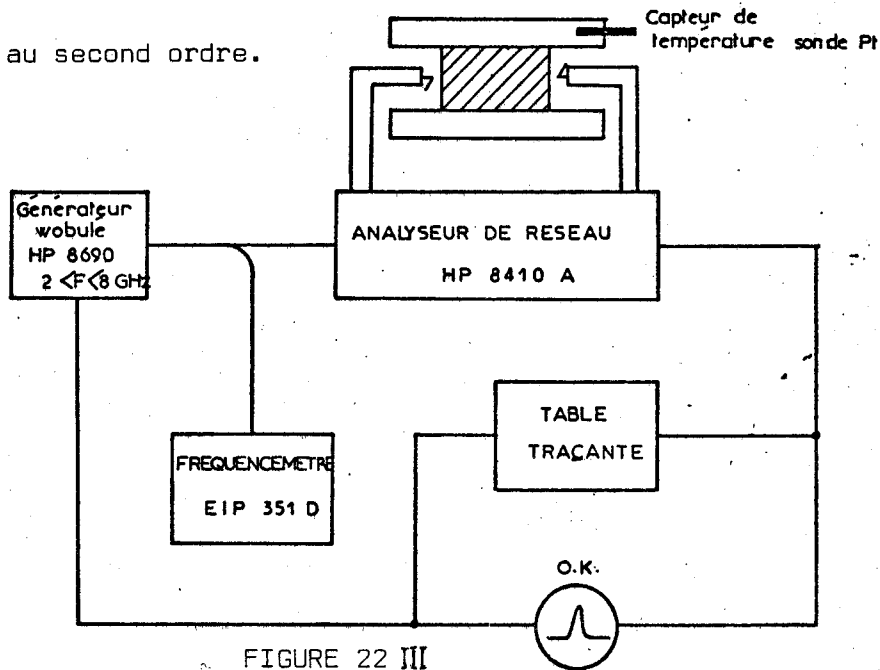


FIGURE 22 III

On peut donc inclure tous ces effets thermiques dans un coefficient de température global portant uniquement sur la permittivité suivant l'équation suivante :

$$\frac{df}{dT} = \frac{\partial f}{\partial \epsilon_r} \cdot \frac{\partial \epsilon_r}{\partial T} + \frac{\partial f}{\partial H} \cdot \frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial T} = \frac{\partial f}{\partial \epsilon_r^*} \cdot \frac{\partial \epsilon_r^*}{\partial T} \quad (9)$$

Ce coefficient de température introduit dans les programmes de calcul, permet de calculer les variations de la fréquence de résonance du résonateur isolé en fonction de la température.

III 4.2.2. MESURE DIRECTE

Avec cette méthode, nous nous affranchissons de toutes les étapes intermédiaires, puisque nous mesurons directement la grandeur finale et son évolution avec la température.

III 4.3. Résultats

III 4.3.1. CARACTERISATION EN TEMPERATURE

Nous nous sommes efforcés dans un premier temps, de caractériser en température les matériaux à notre disposition.

Les résultats sont présentés sous forme de courbes figures 24, 25 et 26 et sous forme d'un tableau récapitulatif (figure 27).

Les variations mesurées sont linéaires dans tous les cas.

fréquence de résonance en fonction de la température

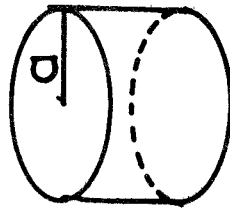
Courtney

$a = 7,5 \text{ mm}$

$H = 5 \text{ mm}$

$\epsilon_r = 66$

$$\frac{\Delta f}{\Delta T \cdot f} = 320 \text{ ppm}$$



MHZ

4540

4500

T.°C

20

40

60

80

Fig 24a II



permittivité du résolvant en fonction de la

Température (Courtney)

a = 7,5 mm

H = 7 mm

$$\frac{\Delta \epsilon_r}{\Delta T \cdot \epsilon_r} = -40 \text{ ppm}$$

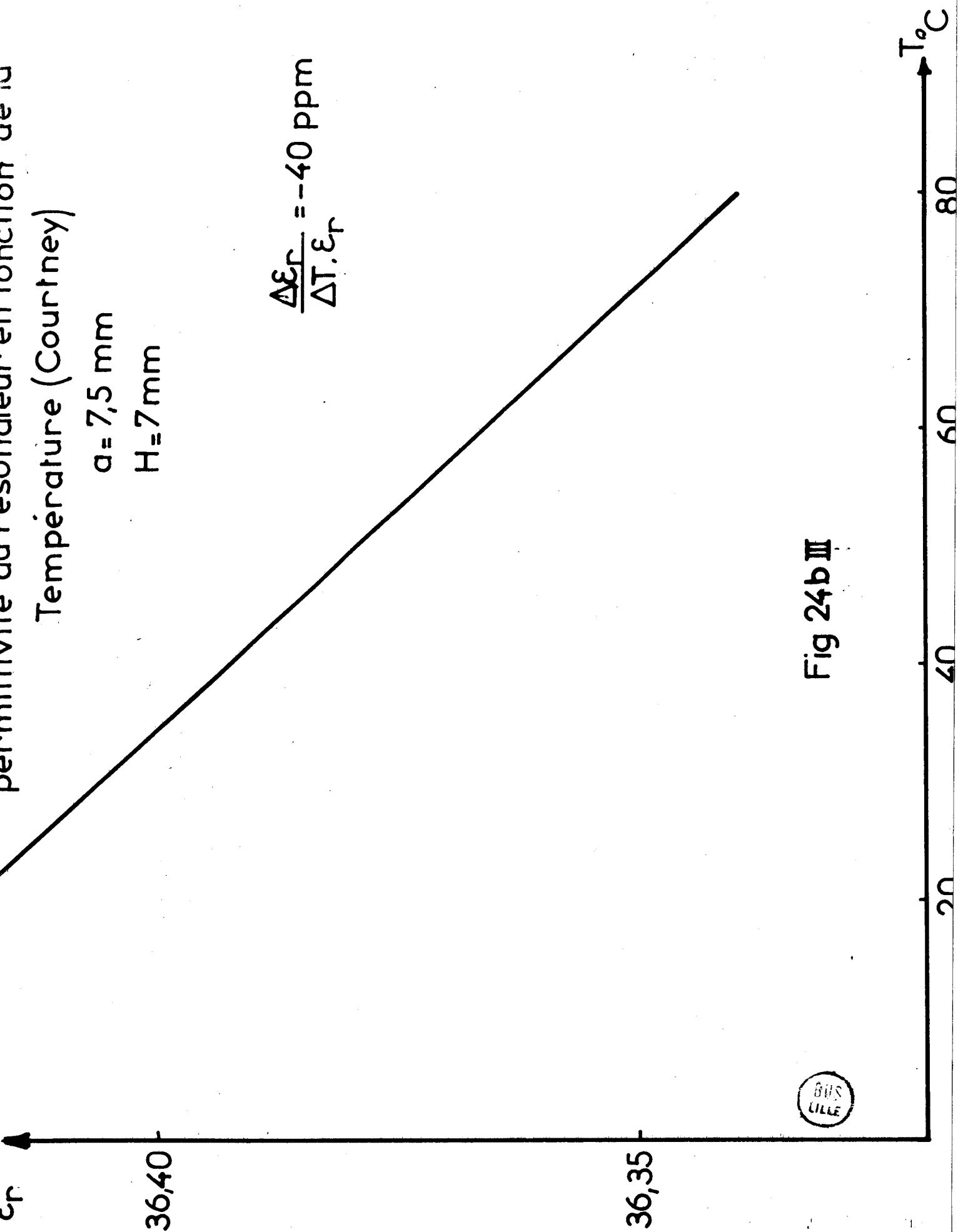
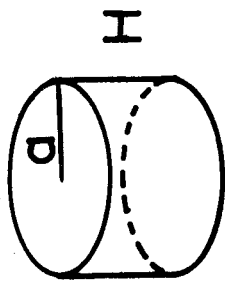


Fig 24b III

Permittivite du resonateur en fonction de la temperature
(Courtney)



$a = 7,5 \text{ mm}$
 $H = 5 \text{ mm}$

$$\frac{\Delta \epsilon_r}{\Delta T \cdot \epsilon_r} = -700 \text{ ppm}$$

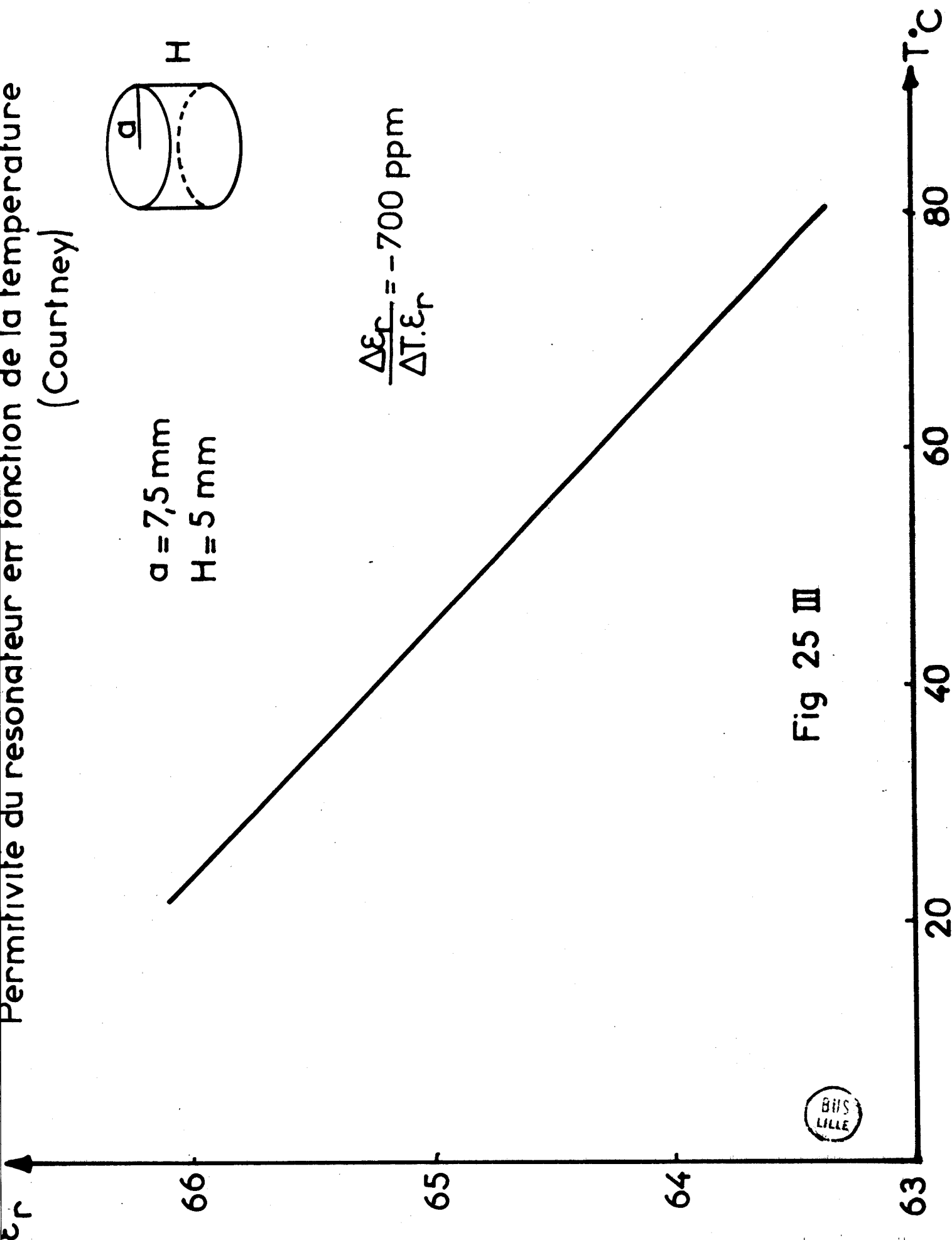
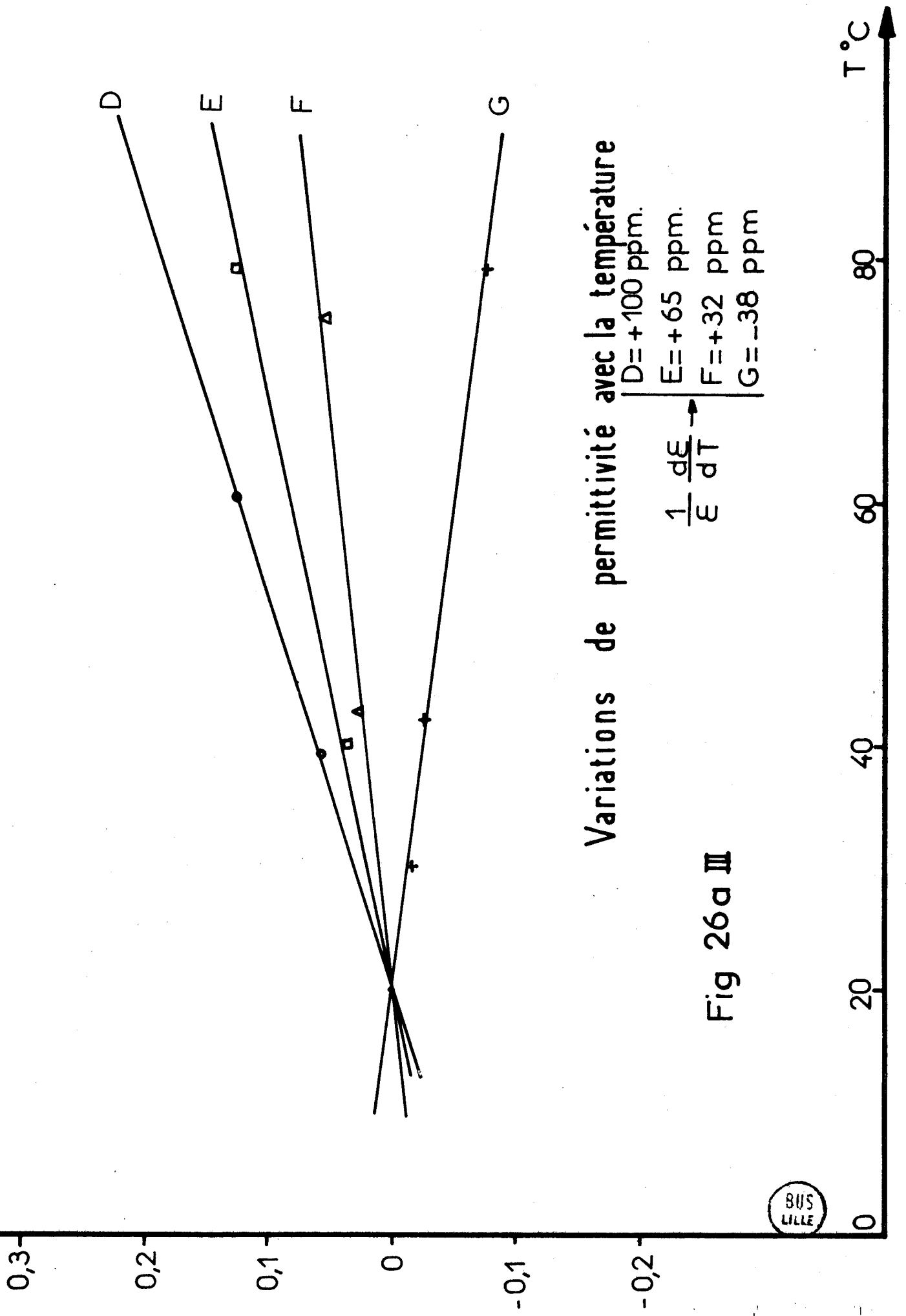


Fig 25 III





Variations de permittivité avec la température

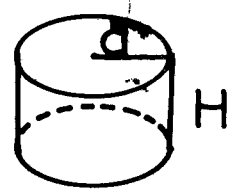
D = +100 ppm.
 E = +65 ppm.
 F = +32 ppm.
 G = -38 ppm.

Fig 26a III



MHz

fréquence de résonance (Courtney)
en fonction de la température



$a = 7,5 \text{ mm}$
 $H = 7 \text{ mm}$
 $\epsilon_r = 35,5$

$$\frac{\Delta f}{\Delta T \cdot f} = 20 \text{ ppm}$$

4875

4873

4871

4869

20

40

60

80

T °C

Fig 26 b III



matériau	r (mm)	H (mm)	f (MHz)	ϵ_r	$\frac{1}{\epsilon} \frac{\Delta \epsilon}{\Delta T}$ (p.p.m.)	ϵ_r (mesure BF)
A	4	4	6392	67,6	- 700	67,9
B	4	4	5181	101	- 890	99
C	5	7	5817	36,4	- 40	36,9
D	4	7	7029	32,2	+ 100	31
E	4	7	6980	32,6	+ 65	-
F	4	7	6981	32,6	+ 32	-
G	4	7	6749	34,9	- 38	-

TABLEAU II

Fig 27 III

Nous avons ensuite comparé les deux méthodes de mesure en les appliquant successivement aux mêmes résonateurs. Les figures 24b, 29 permettent de se rendre compte de la bonne concordance entre les résultats. L'écart est au maximum de 10% ce qui peut être considéré comme acceptable compte tenu des différentes sources d'erreur :

- précision des appareils de mesure
- stabilité en fréquence du générateur utilisé
- précision sur le pointage de la fréquence sur l'oscilloscope ou la table traçante.

L'erreur due à la précision des appareils de mesure est rendue négligeable par l'emploi d'un fréquencesmètre numérique qui affiche la fréquence au Hertz près avec une stabilité de l'ordre de 10^{-9} .

Par contre, les deux autres causes d'erreur sont prépondérantes et notamment le pointé de la fréquence de résonance lorsque le coefficient de qualité de la résonance considérée est inférieur à 100. Ce qui souvent le cas pour les mesures "en isolé".

La figure 30 donne pour des résonateurs coaxiaux les résultats théoriques en fonction du rapport r_1/r_2 pour la même hauteur et les mêmes matériaux. Les figures 31,32 permettent de comparer les courbes théoriques et expérimentales pour deux configurations coaxiales données. Sur la figure 33 nous donnons un exemple concernant un résonateur superposé. Les écarts entre valeurs théoriques et expérimentales n'excèdent pas 3 %.

III 4.3.2. VERIFICATIONS EXPERIMENTALES DE LA STABILITE - CRITIQUES

Conformément aux résultats théoriques donnés à la fin du chapitre II, on se reportera pour cela aux figures 22 II, 23 II,

La Société L.T.T. a réalisé les résonateurs coaxiaux aux dimensions prévues par la théorie.

Ces dimensions calculées sont valables autour de la fréquence présumée du résonateur coaxial isolé. Il est donc important d'effectuer la vérification expérimentale à cette fréquence, donc sur le résonateur isolé. Nous avons pour cela utilisé la deuxième méthode de mesure.

Les résultats reportés figure 34 montrent que le rapport r_1/r_2 prévu par la théorie au voisinage de la stabilisation présente un écart maximum de 10 % avec ce qui est effectivement mesuré.

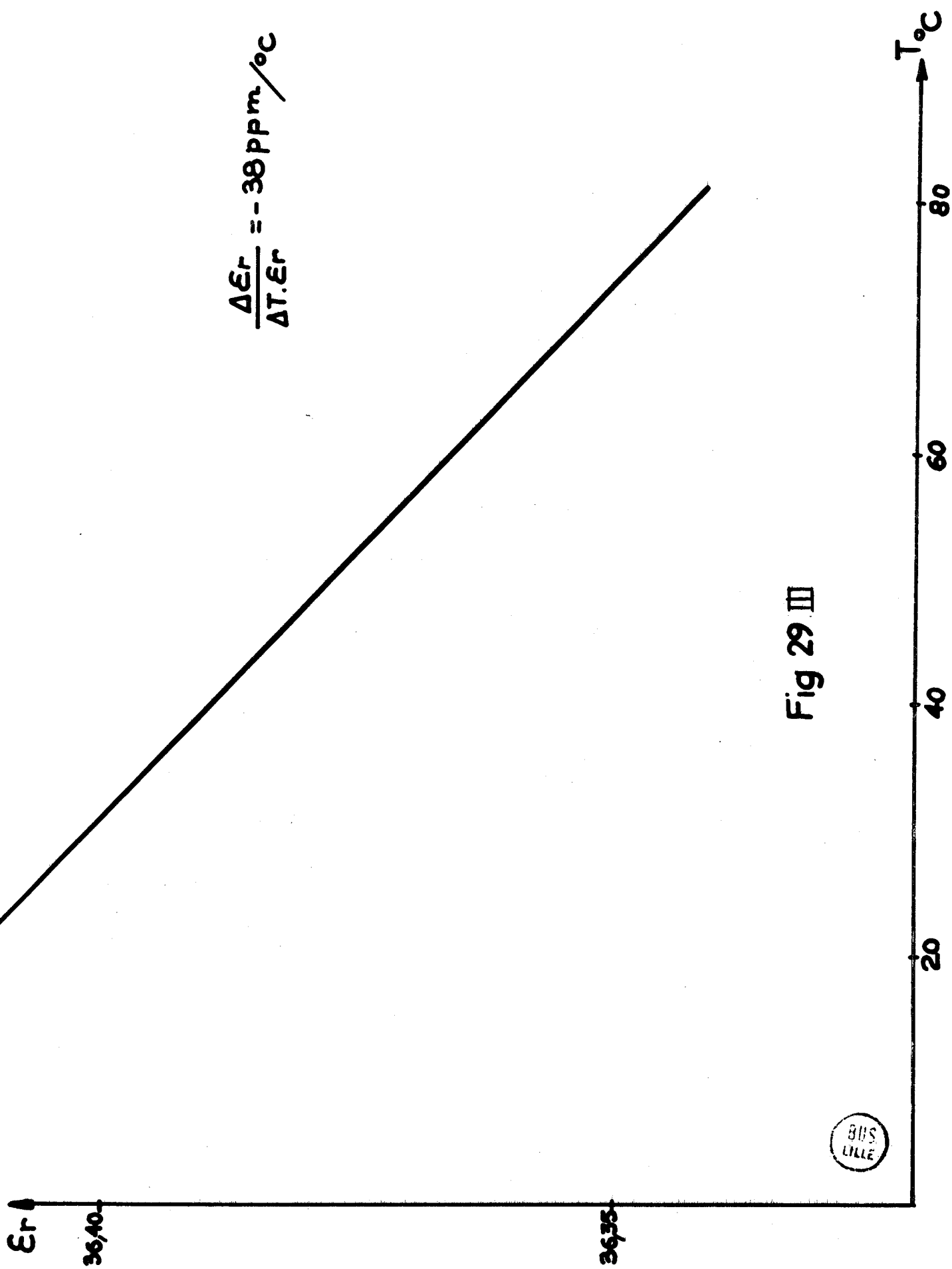


Fig 29 III

variations inductives de la permittivité équivalente

du résonateur coaxial

$\epsilon_{r1} = 36 - 40 \text{ ppm}$
 $\epsilon_{r2} = 66,5 - 700 \text{ ppm}$
 $H = 7 \text{ mm}$
 $r_2 = 8 \text{ mm}$

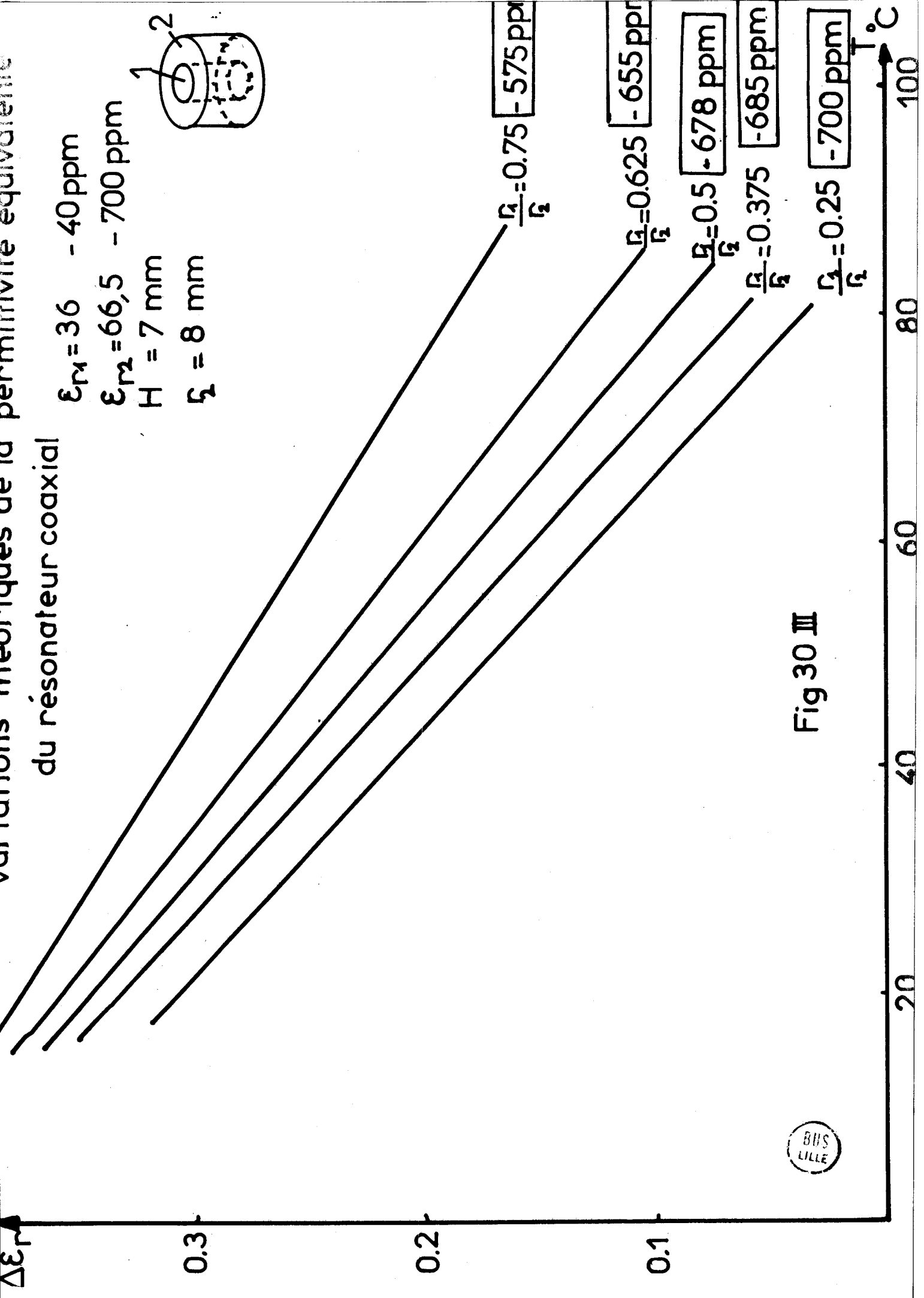
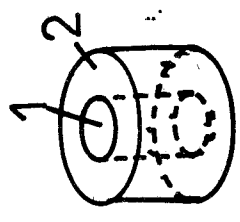


Fig 30 III

$\epsilon_{r1} = 36$ -40 ppm
 $\epsilon_{r2} = 66,5$ -700 ppm
 $H = 7$ mm
 $r_2 = 8$ mm

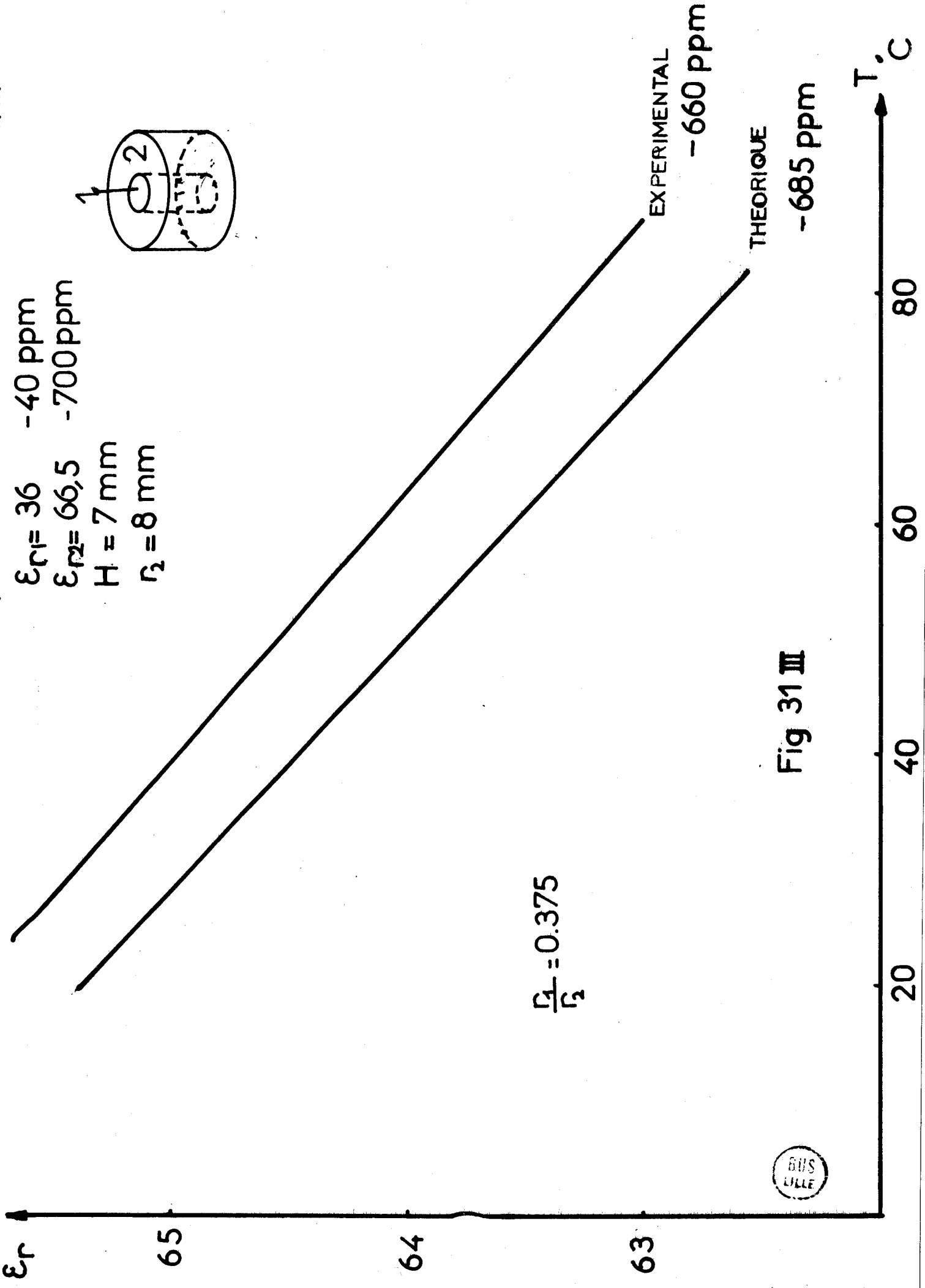
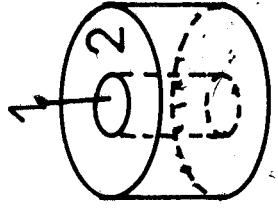


Fig 31 III



Permittivite equivalente du resonateur coaxial

$\epsilon_{r1} = 36 - 40$ ppm
 $\epsilon_{r2} = 66,5 - 700$ ppm
 $H = 7$ mm
 $r_2 = 8$ mm

$$\frac{r_1}{r_2} = 0,5$$

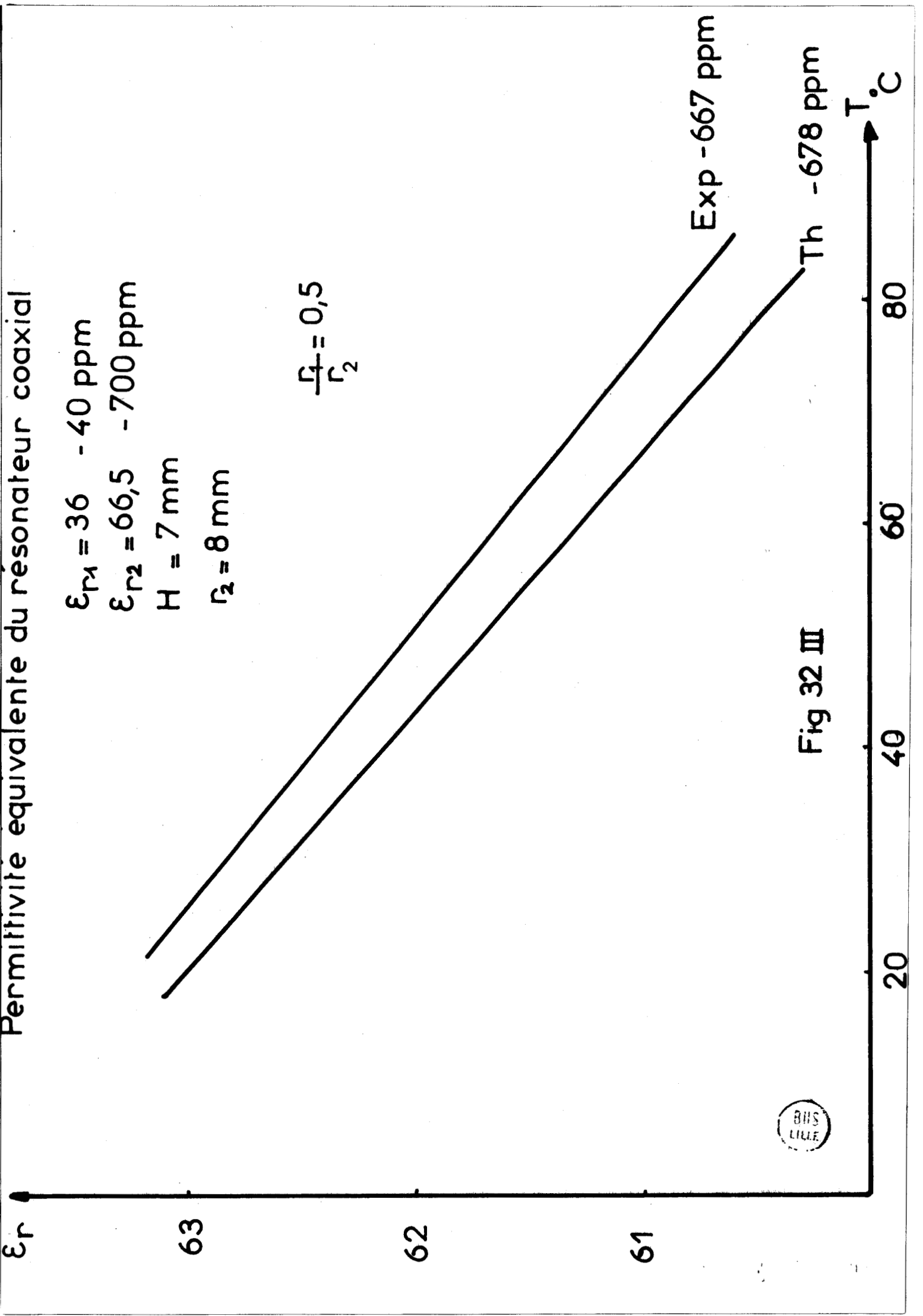


Fig 32 III



Fréquence du résonateur superposé en fonction de la Température

$a = 7,5 \text{ mm}$
 $H_1 = 5 \text{ mm} \quad \epsilon_{r1} = 66,5 \quad -40 \text{ ppm}$
 $H_2 = 8,4 \text{ mm} \quad \epsilon_{r2} = 36 \quad -700 \text{ ppm}$

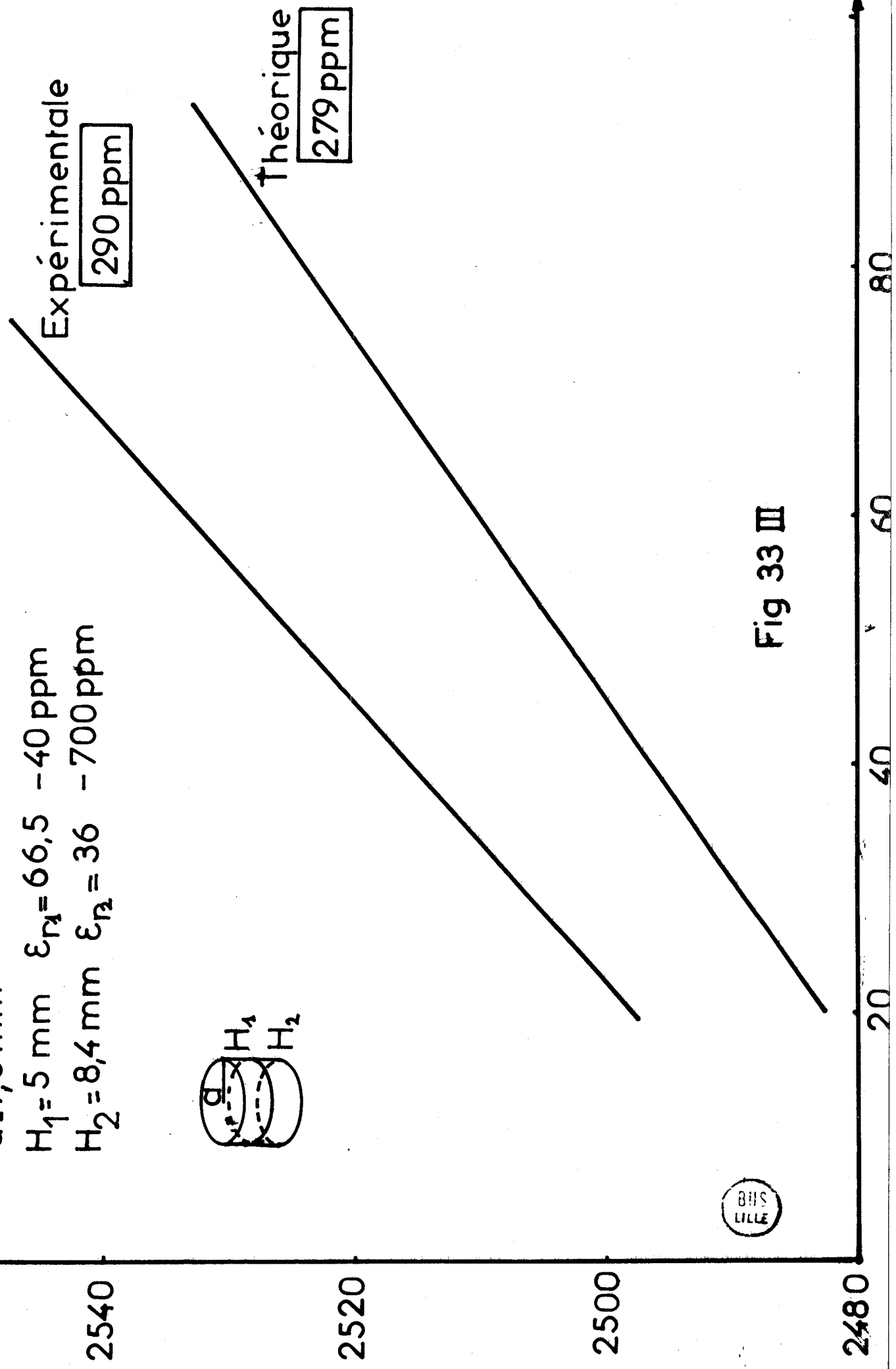
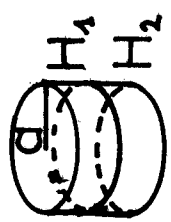


Fig 33 III



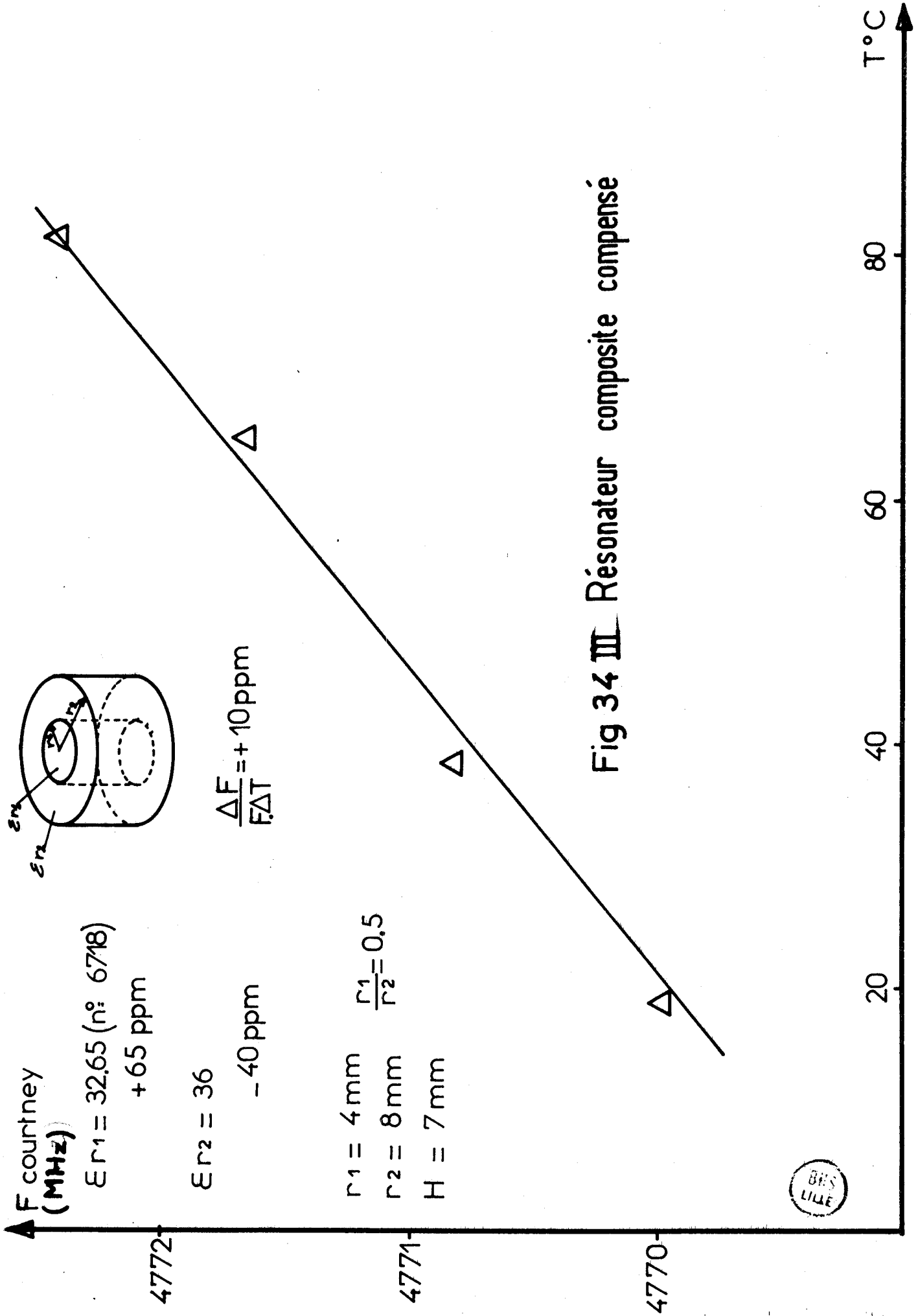


Fig 34 III Résonateur composite compensé



La figure 35 montre la meilleure réalisation obtenue, la dérive en fréquence est en effet de 1 MHz sur 85 °C, ce qui correspond à un coefficient de température de 2,4 ppm.

Il est intéressant de constater que le rapport r_1/r_2 calculé est toujours plus grand que celui qui donnerait une compensation rigoureuse. Nous constatons également que l'accord entre théorie et expérience est d'autant meilleur que les coefficients de température des matériaux sont voisins. Cela se comprend aisément puisque dans ce cas, la courbe donnant l'évolution du coefficient de température de la permittivité du résonateur coaxial en fonction du rapport r_1/r_2 , a une pente faible et une erreur sur la détermination du rapport optimal a moins de conséquence que dans le cas où les coefficients de température sont très différents (par exemple, - 700 ppm + 40 ppm) et où la pente de la courbe est beaucoup plus importante.

D'un point de vue purement pratique, on a donc intérêt, pour réaliser un résonateur composite stable en température, à utiliser des matériaux dont les coefficients de température sont des valeurs absolues voisines et des signes opposés.

Nous pouvons également remarquer que la concordance théorie-expérience est meilleure lorsqu'on se trouve loin de la compensation que lorsqu'on se trouve à son voisinage. On se référera pour cela aux courbes figures 31, 32 et 33. Nous pouvons fournir l'explication suivante :

Nous avons postulé (équation 9) qu'il était possible de traduire tous les effets de température uniquement par des variations d'une permittivité fictive :

$$\text{Soit : } \frac{\partial f}{\partial T} = \frac{\partial f}{\partial \epsilon_r} \cdot \frac{\partial \epsilon_r}{\partial T} + \frac{\partial f}{\partial H} \cdot \frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial T} = \frac{\partial f}{\partial \epsilon_r^*} \cdot \frac{\partial \epsilon_r^*}{\partial T}$$

Cette approximation est valable loin de la compensation ou effectivement l'influence de la permittivité est prépondérante par rapport à celle de la dilatation.

En toute rigueur, il faudrait, lors de la caractérisation d'un matériau, en mesurant sa fréquence de résonance à la cellule de Courtney, déterminer la contribution exacte du terme $\frac{\partial f}{\partial \epsilon_r} \cdot \frac{\partial \epsilon_r}{\partial T}$.

Nous avons représenté figures 36,37 les courbes $\frac{\partial f}{\partial H}$ et $\frac{\partial f}{\partial r}$ en fonction

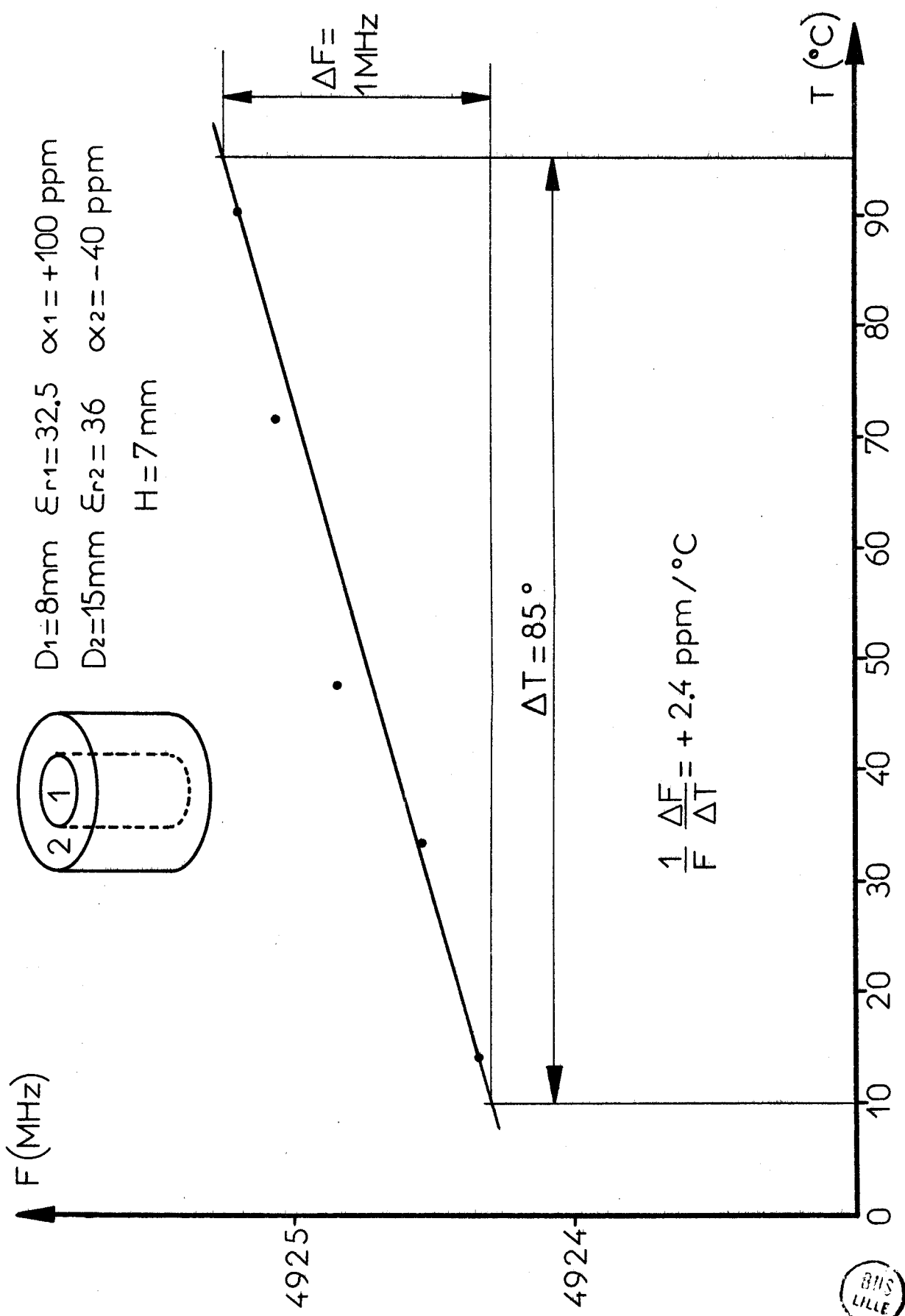


Fig. 35 III



Resonateur simple

$\frac{\Delta f}{\Delta r}$ en fonction de r $H = 10 \text{ mm}$
 $\epsilon_r = 35$

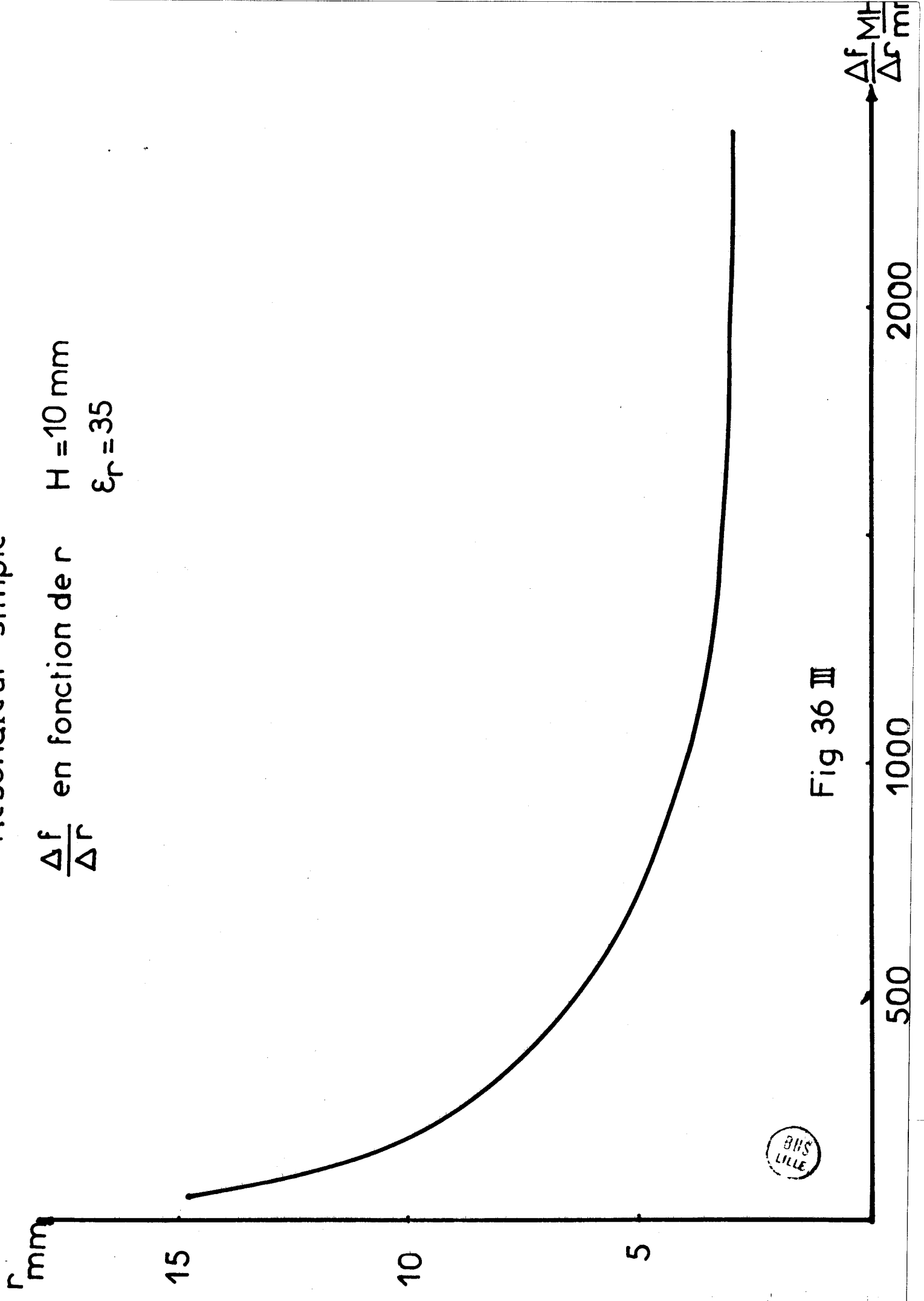


Fig 36 III

Resonateur simple

$\frac{\Delta f}{\Delta H}$ en fonction de H

$r = 5 \text{ mm}$

$\epsilon_r = 35$

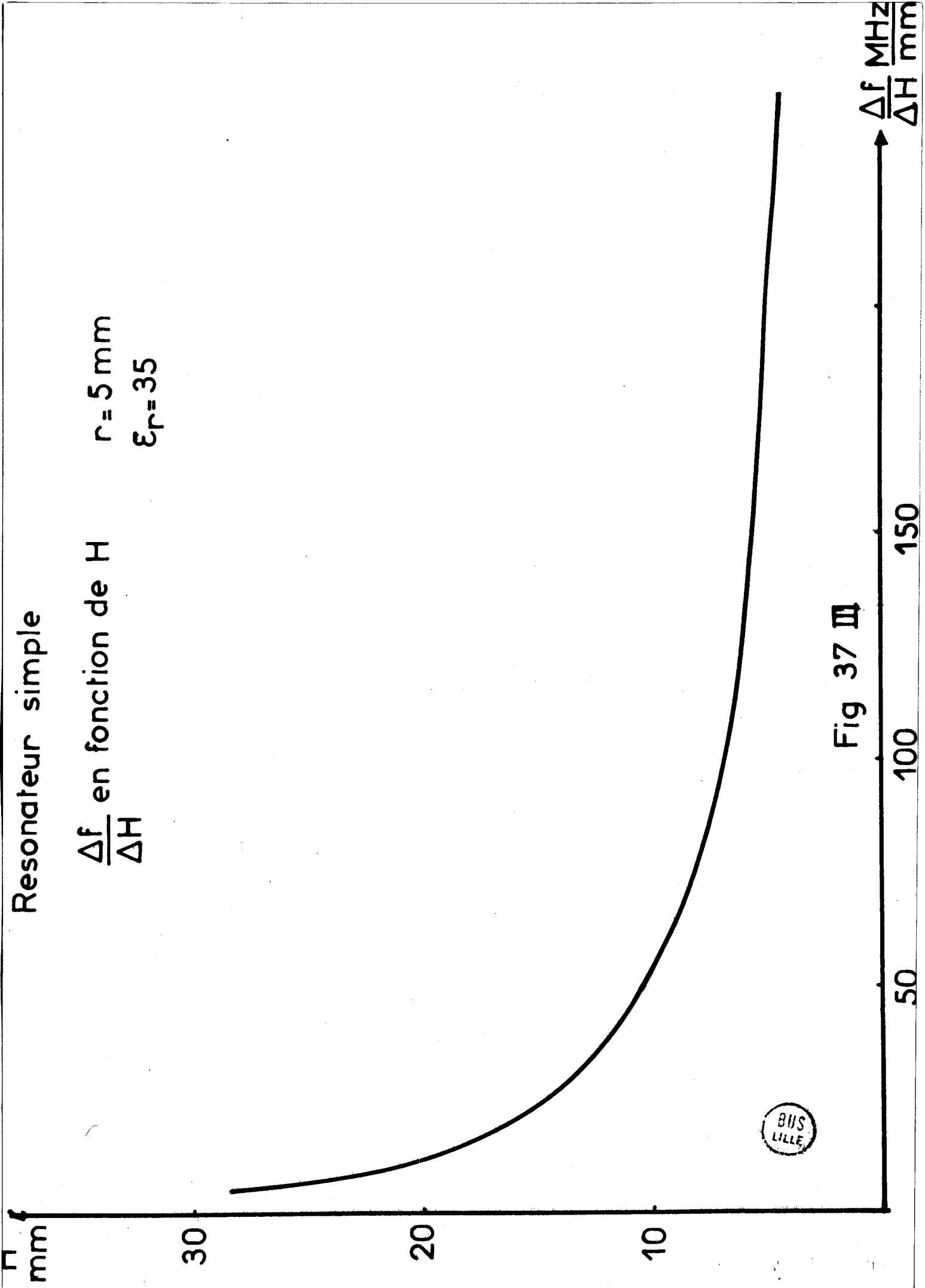


Fig 37 III

respectivement de la hauteur et du rayon, les autres paramètres étant fixés. Nous pouvons ainsi, connaissant le coefficient de dilatation linéique, déterminer la contribution des termes $\frac{\partial f}{\partial H} \cdot \frac{\partial H}{\partial T}$ et $\frac{\partial f}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial T}$ et donc, calculer le coefficient de température vrai de la permittivité ϵ_r dans le cas d'un résonateur simple, ϵ_{r_e} dans le cas d'un résonateur composite.

Cette méthode rigoureuse s'avère être longue et fastidieuse et n'apporte finalement qu'une correction infimè sur le calcul des variations de fréquence avec la température. Dans la majorité des cas, la méthode consistant à inclure les effets de dilatation dans le coefficient de permittivité est suffisante dans la conception d'un dispositif microonde à résonateurs diélectriques stables en température.

C O N C L U S I O N

Grâce au soutien de la D.G.R.S.T. et avec l'aide de la Société L.T.T., nous avons mené à terme le programme initialement fixé.

L'étude théorique, puis les vérifications expérimentales ont montré la faisabilité de résonateurs diélectriques composites isolés stables en température.

Les méthodes originales de traitement que nous proposons permettent de déterminer avec une précision meilleure que 1 %, la fréquence de résonance de résonateurs cylindriques homogènes et composites (coaxiaux et disques superposés). Les programmes de calcul élaborés permettent en outre une transposition aisée des résultats dans toutes les gammes de fréquences, en particulier dans les gammes millimétriques où de nombreuses applications peuvent être envisagées.

La compensation en température réalisée par l'association de matériaux à coefficients de température de signes opposés a pu être vérifiée dans la gamme de température + 20, + 80°C. Les écarts en fréquence mesurés sur des structures optimisées en bande C sont inférieurs à 2 ppm.

Enfin, pour que cette étude soit complète, un travail complémentaire nous paraît indispensable pour préciser les pertes par rayonnement, l'influence de l'environnement et éventuellement rechercher des nouvelles structures géométriques encore mieux adaptées.

B I B L I O G R A P H I E

- [1] H.M. O'BRYAN, J. THOMSON, J.K. PLOURDE
"A new BaO-TiO₂ compound with temperature-stable high permittivity and low microwave loss".
Journal of the American Ceramic Society, vol. 57, n°10, p. 450, oct. 1974.
- [2] D.J. MASSE, R.A. PUCEL AND COLL.
"A new low loss high K temperature compensated dielectric for microwave applications".
Proceedings of the I.E.E.E., p. 1628, nov. 1971.
- [3] R.C. KELL, A.C. GREENHAM, G.C.E. OLDS
"High permittivity temperature stable ceramic dielectrics with low microwave loss".
Journal of the American Ceramic Society, vol. 56, n° 7, p. 352, july 1973.
- [4] M.A. GERDINE
"A frequency stabilized microwave band-rejection filter using high dielectric constant resonator".
I.E.E.E. Transactions on M.T.T., vol. 17, n°7, july 1969.
- [5] S. FIEDZIUSZKO, A. JELENSKI
"Double dielectric resonator"
I.E.E.E. Trans. on M.T.T., vol. 9, p. 779, sept. 1971.
- [6] P. CHOTEAU, J. CITERNE, L. RACZY
"Stabilisation en température de résonateurs diélectriques de forte permittivité".
Colloque sous-groupe AMPERE "Optique Hertzienne et Diélectriques"
Clermont-ferrand, sept. 1975.
- [7] P. CHOTEAU, J. CITERNE, L. RACZY, P. GUILLON
"A quick accurate design of a frequency stabilized coaxial dielectric resonator"
Electronics Letters, vol. 11, n° 24, pp. 570-572, 27 nov. 1975.
- [8] R.A. WALDRON
"Theory of guided electromagnetic waves".
Van Nostrand. Reinhold Company, 1969.

- [9] R.D. RICHTMYER
"Dielectric Resonators"
Journal of Applied Physics, p. 391, vol. 10, june 1939.
- [10] P. AFFOLTER AND B. ELIASSON
"Electromagnetic resonances and Q factors of lossy dielectric spheres"
I.E.E.E. Trans. on M.T.T., vol. 21, n° 9, sept. 1973.
- [11] A. OKAYA AND L.F. BARASH
"The dielectric microwave resonator"
Proceedings of the I.R.E., vol. 50, n° 10, oct. 1962.
- [12] H.Y. YEE
"Natural resonant frequencies of microwave dielectric resonators"
I.E.E.E. Trans. on M.T.T., vol. 13, p. 256, mars 1965.
- [13] S.B. COHN
"Microwave bandpass filters containing high Q dielectric resonators"
I.E.E.E. trans. on M.T.T., vol. 16, n° 4, april 1968.
- [14] Y. GARAUULT, P. GUILLON
"Meilleure approximation pour la détermination des fréquences de résonance des résonateurs diélectriques cylindriques".
Electronics Letters, vol. 10, n° 24, nov. 1974.
- [15] Y. KONISHI
"Temperature compensated dielectric resonator" 1970.
- [16] J.K. PLOURDE
"Temperature stable microwave dielectric resonators utilizing ferro-electrics".
I.E.E.E. Trans. on M.T.T. Microwave Symposium Colorado, june 1973.
- [17] H. STEYSKAL ET COLL.
"Temperature stable dielectric microwave resonators for high power applications".
5th E.M.C. HAMBOURG, sept. 1975.
- [18] S.B. COHN AND K.C. KELLY
"Microwave Measurement of high dielectric-constant materials"
I.E.E.E. Trans. on M.T.T., vol. MTT 14, p. 406, sept. 1966.
- [19] B.M. HAKKI AND P.D. COLEMAN
"A dielectric resonator method of measuring inductive capacities in the millimeter range".
I.E.E.E. Trans. on M.T.T. vol. MTT 8, p. 402, july 1960.

- [20] W.E. COURTNEY
"Analysis and evaluation of a method of measuring the complex permittivity and permeability of microwave insulators"
I.E.E.E. Trans. on M.T.T., vol. MTT 18, n° 8, oct. 1970
- [21] T.D. IVELAND
"Dielectric resonator filters for application in microwave integrated circuits".
I.E.E.E. Trans on M.T.T., vol. 19, n° 7, july 1971
- [22] S. FIEDZIUSZKO AND A. JELENSKI
"The influence of conducting walls on resonant frequencies of the dielectric microwave resonator".
I.E.E.E. Trans, on M.T.T., P. 778, sept. 1971.
- [23] P. GUILLON
thèse 3e cycle, Université de LIMOGES, déc. 1973.
- [24] D. MARCUSE
"Light transmission Optics"
Van Nostrand. Reinhold Company, 1969.
- [25] Y. DRUELLE
"*Thèse 3e cycle*" LILLE, 7 décembre 1973
"Mesure de la permittivité complexe de matériaux à partir de lignes microfentes".
- [26] A. CHAPOTON
"Etude de la structure et des Propriétés des zéolithes synthétiques à partir de l'interprétation de leur polarisation électrique complexe".
Thèse d'Etat, LILLE, 22 février 1973.
- [27] LANAJ
"Rapport de projet Sciences des matériaux".
Juin 1975, Lille.