

0376
1976
132

N° d'ordre : 592

50376
1976
132

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

Centre de 3e cycle d'électronique

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE

par

Rahim BAVANDI

Ingénieur de l'école Polytechnique de Téhéran

ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DE METHODES
ELECTROMAGNETIQUES DE DETECTION DES CAVITES
SOUTERRAINES PERMETTANT DE VALORISER
LES INFORMATIONS OBTENUES
PAR DES SONDAGES MECANIQUES.



Présentée à Lille,

Membres du Jury : MM. R. GABILLARD Président
J.P. DUBUS Rapporteur
F. LOUAGE }
M. CAUTERMAN } Examineurs
P. DEBRABANT }
M. RAT Invité.

A ma Mère,

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire de Radiopropagation et d'Electronique de l'Université des Sciences et Techniques de LILLE.

Qu'il me soit permis d'exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Professeur GABILLARD qui a bien voulu m'accueillir dans son Equipe, pour la réalisation de cette étude et qui m'a soumis mon sujet de thèse.

J'exprime ma plus profonde gratitude à Monsieur DUBUS qui a dirigé ce travail. Les longs entretiens qu'il m'a accordés, les encouragements et conseils précieux qu'il m'a prodigués ont été déterminants pour mener à bien cette étude.

Cette thèse a été réalisée dans le cadre d'un contrat conclu entre l'Université des Sciences et Techniques de Lille et le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (L.C.P.C.). Je désire remercier cet organisme pour l'aide qu'il m'a ainsi apportée et pour son autorisation de publication de certains résultats figurant dans ma thèse.

Monsieur RAT, Directeur au L.C.P.C. a bien voulu me faire l'honneur de participer à mon Jury de thèse ; je lui en suis reconnaissant.

Je désire également remercier Monsieur LAGABRIELLE du L.C.P.C. pour l'aide qu'il m'a apportée dans l'exécution des essais sur le terrain.

Je remercie aussi Monsieur CAUTERMAN pour l'aide et les conseils précieux qu'il m'a apportés tout au long de mon travail et pour avoir bien voulu accepter de faire partie de mon Jury.

Messieurs les Professeurs LOUAGE et DEBRABANT m'ont fait l'honneur d'examiner ce mémoire. Qu'ils veuillent bien trouver ici l'expression de ma déférente gratitude.

Je désire enfin remercier les membres de l'Equipe du professeur GABILLARD de l'aide sympathique qu'ils m'ont constamment apportée, et, en particulier Messieurs MANGEZ, DEGAUQUE, DEMOULIN, BEAURENT, CLICQUE, BAUDET.

Enfin, mes remerciements vont au personnel administratif et de service qui ont assuré la réalisation matérielle de ma thèse, et, en particulier à Madame NGUYEN qui en a exécuté la dactylographie.

°°°°°°°°°°
°°°

S O M M A I R E

INTRODUCTION

PREMIERE PARTIE

"Etude théorique et expérimentale de la détection des cavités souterraines par une méthode électrique utilisant un sondage mécanique"

I.1. Avantages et limitations de la méthode électrique

I.1.1. Sonde électrostatique

I.1.2. Etude théorique des composantes magnétiques du champ créé par un dipôle électrique horizontal (DEH) en surface du sol

I.2. Les moyens d'obtention d'un bon contact électrique

I.3. Description des appareillages du procédé électrique

I.3.1. Emetteur

I.3.2. Sonde électrique et le dispositif de réception

I.4. Résultats expérimentaux

I.4.1. Les expériences de Valenciennes

I.4.2. Les expériences des Yvelines

I.5. Conclusion de la première partie

DEUXIEME PARTIE

"Etude théorique du comportement du champ magnétique, créé par un dipôle magnétique vertical (DMV) en surface, dans un terrain contenant une hétérogénéité résistive"

II.1. Etude théorique des composantes magnétiques du champ créé par DMV en surface, dans un terrain contenant une couche résistive

II.1.1. Mise en équation du problème dans le cas d'un demi-milieu homogène

II.1.1.1. Expressions générales

II.1.1.2. Etude des variations des composantes en fonction des positions relatives de l'émetteur et du récepteur, de la fréquence et de la conductivité du sous-sol

II.1.1.2.1. Méthode de calcul des intégrales décrivant le champ

II.1.1.2.1. Variations des composantes du champ

II.1.2. Mise en équation du problème dans le cas d'un milieu stratifié

II.1.2.1. Expressions intégrales des composantes

II.1.2.2. Calcul des amplitudes des ondes ascendantes et descendantes

II.1.2.3. Influence de la stratification d'un milieu tricoche sur le champ rayonné

II.1.3. Le procédé de mesure

II.2. Mise en équation de l'étude théorique du champ, créé par DMV, dans un milieu conducteur en présence d'une hétérogénéité locale

II.2.1. Recherche du potentiel vecteur

II.2.2. Expressions des composantes du champ

II.2.3. Coût du calcul numérique

II.3. Conclusion de la deuxième partie

CONCLUSION

°°°

BIBLIOGRAPHIE

°°°

ANNEXES

°°°

°°°°°°°°°°°°°°°°°°

I N T R O D U C T I O N

La recherche électrique d'hétérogénéité à partir d'un sondage mécanique a été utilisée par le Laboratoire de Radiopropagation pour la première fois ⁽¹⁾ en 1967. A cette époque on disposait l'émetteur dans un sondage et le récepteur était déplacé en surface.

L'application du théorème de réciprocité dans le cas d'un milieu homogène ⁽²⁾ permet d'obtenir le même résultat en inversant l'émetteur et le récepteur.

Plus récemment, à l'instigation du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC), une étude a été entreprise pour adapter un procédé électrique au cas de petits sondages dont la profondeur est < 30 m.

Dans le cas des petits sondages, étant donné les faibles distances séparant l'émetteur et le récepteur, il est toujours possible d'obtenir une intensité de champ électrique reçu dans le sondage, supérieure au niveau de bruit ambiant et d'utiliser des signaux dont la fréquence est suffisamment élevée pour filtrer facilement les signaux parasites.

Par contre, les parois sont souvent fissurées au point qu'il est pratiquement impossible d'y maintenir un niveau de boue suffisant et par suite d'assurer un bon contact électrique entre les

I N T R O D U C T I O N

La recherche électrique d'hétérogénéité à partir d'un sondage mécanique a été utilisée par le Laboratoire de Radiopropagation pour la première fois ⁽¹⁾ en 1967. A cette époque on disposait l'émetteur dans un sondage et le récepteur était déplacé en surface.

L'application du théorème de réciprocité dans le cas d'un milieu homogène ⁽²⁾ permet d'obtenir le même résultat en inversant l'émetteur et le récepteur.

Plus récemment, à l'instigation du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC), une étude a été entreprise pour adapter un procédé électrique au cas de petits sondages dont la profondeur est < 30 m.

Dans le cas des petits sondages, étant donné les faibles distances séparant l'émetteur et le récepteur, il est toujours possible d'obtenir une intensité de champ électrique reçu dans le sondage, supérieure au niveau de bruit ambiant et d'utiliser des signaux dont la fréquence est suffisamment élevée pour filtrer facilement les signaux parasites.

Par contre, les parois sont souvent fissurées au point qu'il est pratiquement impossible d'y maintenir un niveau de boue suffisant et par suite d'assurer un bon contact électrique entre les

électrodes de la sonde de mesure et le terrain.

Le travail que nous présentons montre dans quelles conditions il a été possible de détecter des cavités souterraines par la méthode électrique, à partir d'un petit sondage, et, comment il serait possible de s'affranchir définitivement du problème du contact électrique, en utilisant des boucles magnétiques à l'émission et à la réception.

Dans une première partie, après avoir étudié les divers moyens utilisables pour éliminer le contact électrique, dans le cas de l'injection du courant dans le sol à l'aide d'électrodes, nous présentons les résultats obtenus au cours de deux campagnes de détection de cavités.

Dans une seconde partie, nous proposons une méthode nouvelle utilisant la mesure du champ magnétique créé par une boucle de courant émettrice, qui permet de se passer de tout contact électrique à l'émission et à la réception. Nous montrons dans quelles conditions il est possible de détecter à l'aide de ce procédé une couche de terrain résistive qui simule une zone de carrière souterraine profonde.

Dans un dernier chapitre nous mettons en équation l'expression du champ magnétique créé en présence d'une zone isolante locale située à l'intérieur d'un milieu conducteur homogène.

°0°0°0°0°0°

P R E M I E R E P A R T I E

ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DE LA DETECTION

DES CAVITES SOUTERRAINES PAR UNE

METHODE ELECTRIQUE UTILISANT UN

SONDAGE MECANIQUE

I.1. AVANTAGES ET LIMITATIONS DE LA METHODE ELECTRIQUE

Le procédé électrique de détection d'hétérogénéités souterraines utilisant un sondage mécanique consiste, comme le montre la Figure (1.1.), à injecter un courant électrique sinusoïdal dans le sol à une distance horizontale r de l'axe d'un sondage mécanique et à relever la différence de potentiel entre deux points voisins de la paroi du forage à la profondeur z .

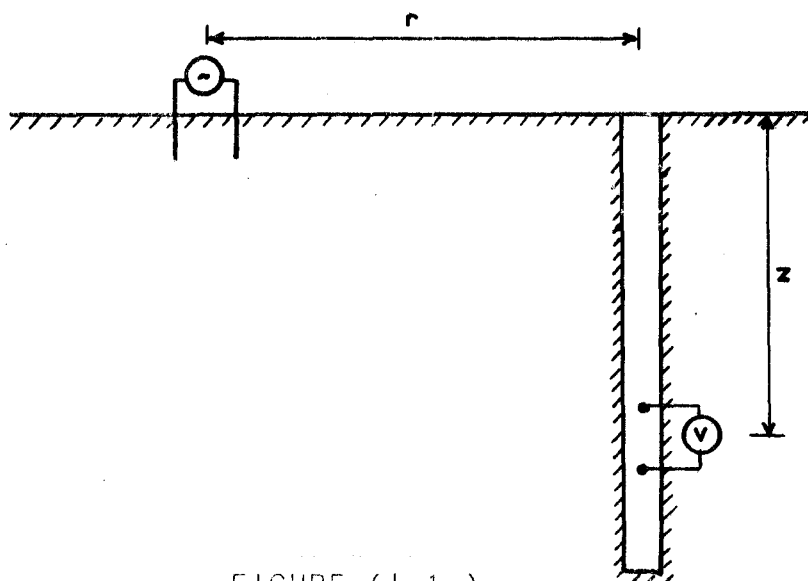


FIGURE (1.1.)

L'avantage de ce procédé est que cette ddp que l'on peut relier à la composante verticale E_z du champ électrique est très sensible à toute variation locale de la conductivité du terrain situé à proximité du sondage. Une étude expérimentale faite sur un modèle analogique à trois dimensions ⁽³⁾ a montré dans quelles conditions il était possible de détecter une hétérogénéité isolante de forme cylindrique d'axe horizontal simulant une galerie de carrière exploitée par chambres et pilliers.

La Figure (1.2.) représente, pour le modèle analogique, la zone à l'intérieur de laquelle un cylindre horizontal est détectable par cette méthode.

Sur cette figure, Δ représente ce que l'on appelle l'indice d'anomalie défini par la relation :

$$\Delta = \frac{|V_i - V_o|}{V_o} \quad (1.1)$$

V_i = différence de potentiel, mesurée à la profondeur de l'axe du cylindre lorsque l'injection du courant est faite à une distance R de l'axe du sondage = 40 cm dans la direction du cylindre.

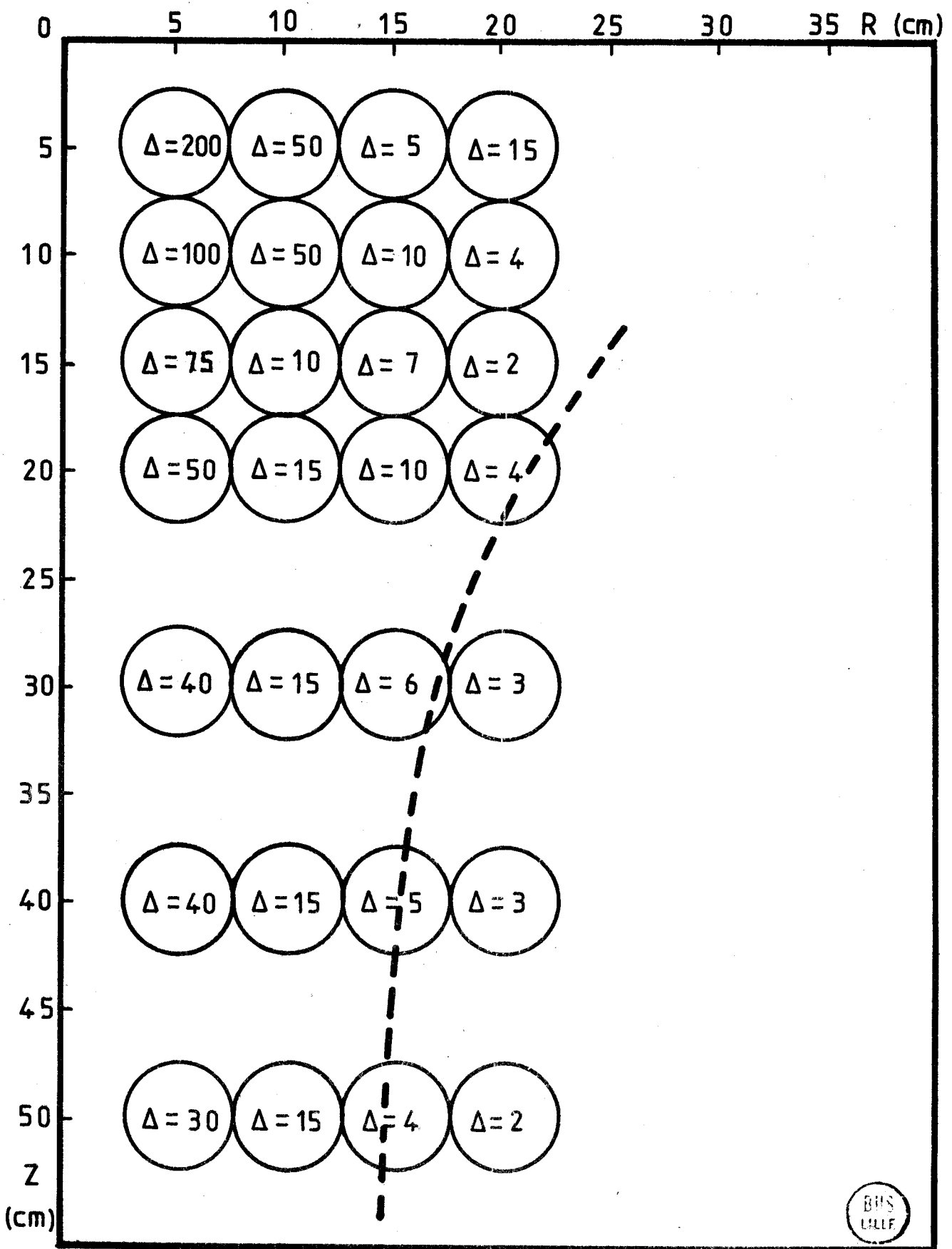
V_o = différence de potentiel, mesurée à la même profondeur lorsque l'injection du courant est faite à la distance R , dans la direction opposée à la précédente.

Cette figure montre la limitation du rayon d'investigation que procure cette méthode.

Sur le terrain, les cavités souterraines sont toujours situées dans des roches calcaires et les petits sondages utilisés pour détecter ces cavités ont la plupart du temps leurs parois très fissurées et il est parfois impossible de les maintenir remplies de boue conductrice. Dans ce cas, les mesures sont rendues difficiles et même impossibles, à cause de l'absence de contact électrique existant entre les électrodes de la sonde réceptrice et la paroi du forage.

Pour remédier à cet inconvénient pratique majeur, nous avons dans un premier temps envisagé la possibilité d'utiliser une sonde pouvant se passer de ce contact.

Pour cela, nous avons tout d'abord étudié une sonde électrostatique mesurant par capacité la composante E_z sans contact avec la paroi.



(fig 1-2)



1.1.1. LA SONDE ELECTROSTATIQUE

Le principe de la sonde électrostatique est basé sur la mesure de la différence de potentiel apparaissant entre les deux électrodes métalliques de la sonde considérée comme formant un condensateur. La figure (1.3) représente la position de la sonde dans le forage.

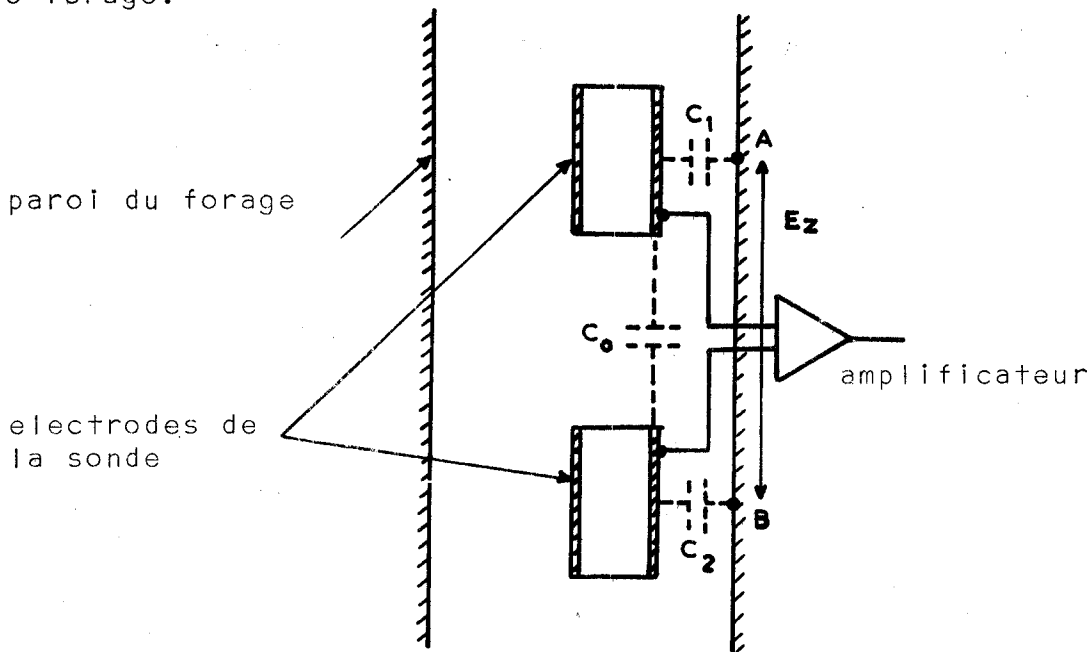


FIGURE (1.3)

E_z est la composante électrique à mesurer au voisinage de la sonde. Le schéma électrique d'un tel système est représenté figure (1.4.).

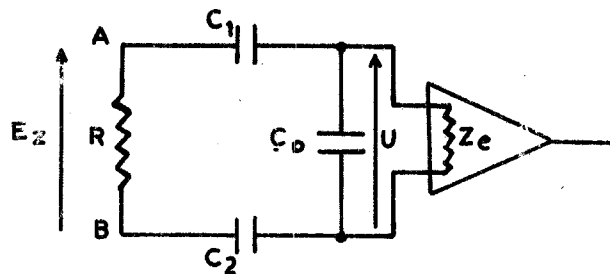


FIGURE (1.4)

Sur la paroi du sondage, la sonde doit capter la différence de potentiel apparaissant entre le Point A et le Point B, situés face aux électrodes conductrices de mesure. Entre ces points A et B, le milieu conducteur fait apparaître une résistance R.

La tension e qui est développée aux bornes d'entrée du récepteur provient de la ddp, $V_A - V_B$ par l'intermédiaire d'un diviseur de tension capacitif C_0 , C_1 et C_2 .

C_0 est la capacité interélectrodes

C_1 est la capacité du condensateur dont l'une des armatures est constituée par une électrode et, l'autre est constituée par la paroi du sondage.

C_2 est un condensateur identique à C_1 . (on pose : $C_1 = C_2$)

En première approximation, on peut négliger R devant les impédances capacitives, et, en obéissant à la loi de Thevenin, le schéma (1.4.) se modifie à la figure (1.5.).

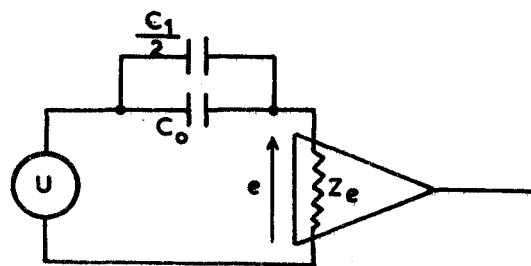


FIGURE (1.5.)

où :
$$U = \frac{Ez}{\frac{C_1 + 2C_0}{C_1}}$$
 représente le f.e.m. d'un générateur de tension.

La tension e aux bornes d'impédance d'entrée de l'amplificateur s'obtient :

$$e = \frac{Ez \times C_1}{C_1 + 2C_0} \cdot \frac{Ze}{Ze + \frac{1}{j\omega \frac{(C_1 + C_0)}{2}}} \quad (1.2)$$

Pour que la tension e aux bornes d'entrée de l'amplificateur soit très peu différente de l'amplitude de la composante E_z , il faut que :

$$1. \quad C_0 \ll C_1 \quad \text{et} \quad C_0 \ll C_2$$

$$2. \quad Z_e \gg \frac{1}{j \omega C_1}$$

La première condition peut facilement se réaliser si la distance interélectrodes est grande. Pour la deuxième condition, l'impédance d'entrée de l'amplificateur est :

$$Z_e < 100 \text{ M}\Omega$$

et pour la fréquence d'émission de l'ordre de 10 KHz, on trouve que C_1 doit être beaucoup plus grande que 1PF. En diminuant la distance électrode-paroi, il est possible d'atteindre la valeur de la capacité à rechercher.

Nous supposons que cette distance au minimum soit de l'ordre de 10 mm. Dans l'annexe (1), nous avons développé la méthode de calcul de la capacité d'un dispositif quelconque et nous avons trouvé la valeur : 10 PF pour la capacité d'un condensateur formé de l'électrode de la sonde et la paroi du forage :

$$\text{le diamètre de la sonde : } D_s = 70 \text{ mm}$$

$$\text{la différence de diamètre sonde-paroi : } \Delta\phi = 10 \text{ mm}$$

$$\text{la longueur de l'électrode : } l = 300 \text{ mm}$$

Dans ces conditions, la sonde, à l'intérieur du sondage, se trouve dans l'air de la permétabilité ϵ_0 . S'il y a de l'eau ou de la boue, dans le forage, la condition (2) se réalise encore.

Si la sonde est excentrée par rapport à l'axe du forage, il apparaît une nouvelle capacité $C'_1 > C_1$. La différence, $\Delta C'_1 = C'_1 - C_1$ provoque une $\frac{\Delta e}{e} = \frac{e' - e}{e}$.

Cette erreur de mesure de l'ordre de 1 % est acceptable. Mais, il faut tenir compte que la paroi du sondage est souvent fissurée et que cette différence de diamètre électrode-paroi peut varier de 10 mm à 20 mm. Ce qui provoque un $\frac{\Delta e}{e}$ bien supérieur à 1 %

Pour cette raison, nous avons abandonné ce type de sonde, et, nous avons recherché un autre procédé se passant du contact électrique, mais, toujours basé sur l'injection du courant électrique dans le sol.

Compte tenu des faibles distances émetteur-récepteur, et, des faibles profondeurs d'investigation, on peut augmenter la fréquence d'émission sans que la profondeur de pénétration δ soit petite vis à vis des distances.

Dans ces conditions, nous avons envisagé d'étudier le comportement des composantes magnétiques du champ créé par D.E.H.

Nous avons vérifié les variations de H_x , H_y , H_z pour savoir :

1. Quelle est l'ordre de grandeur de la variation de H
2. Quelle est la composante sensible à la conductivité du terrain.

1.1.2. ETUDE THEORIQUE DES COMPOSANTES MAGNETIQUES DU CHAMP CREE PAR UN DIPOLE ELECTRIQUE HORIZONTAL (D.E.H.) EN SURFACE DU SOL

Pour cette étude, nous supposons tout d'abord que le sol constitue un 1/2 milieu homogène et isotrope. La figure (1.6) représente la position de D.E.H. dans un système de coordonnées cartésiennes ; le point P de réception se trouve à la profondeur z et à l'azimut ϕ par rapport à l'axe ox . L'interface air-sol est présentée par le plan xoy .

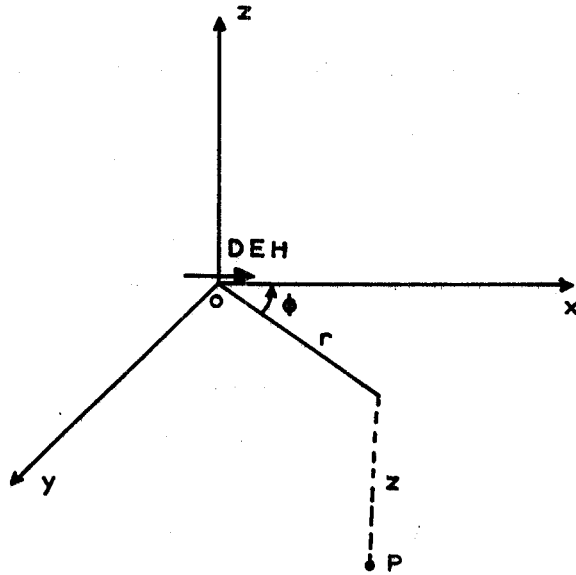


FIGURE (1.6)

Le champ au point p a trois composantes magnétiques dont les expressions intégrales établies dans l'annexe (2) sont données par les relations suivantes :

$$H_x = 2p_1 \cos \phi \sin \phi \int_0^{\infty} e^{u_1 z} \left(\frac{\lambda}{r} J_1(\lambda r) - \lambda^2 J_0(\lambda r) \right) d\lambda \quad (1.3)$$

$$H_y = 2p_1 \int_0^{\infty} \left\{ b_1 u_1 e^{u_1 z} J_0(\lambda r) + \cos^2 \phi g_1 e^{u_1 z} (\lambda^2 J_0(\lambda r) - \frac{\lambda J_1(\lambda r)}{r}) \right\} d\lambda \quad (1.4)$$

$$H_z = 2p_1 \sin \phi \int_0^{\infty} b_1 \lambda J_1(\lambda r) d\lambda \quad (1.5)$$

avec :

$$p_1 = \frac{i l}{4 \pi}$$

$$b_1 = \frac{\lambda}{u_1 + u_0}$$

$$g_1 = \frac{u_1 - u_0}{\gamma_0^2 u_1 + \gamma_1^2 u_0} \lambda$$

$$u_1 = (\gamma_1^2 + \lambda^2)^{1/2}, \quad u_0 = (\gamma_0^2 + \lambda^2)^{1/2}$$

γ_0 et γ_1 sont respectivement les facteurs de propagation dans l'air et dans le milieu conducteur.

Les calculs de ces expressions intégrales ont été menés de façon à étudier individuellement chaque composante dans un état lui donnant une amplitude optimale.

On s'aperçoit que par symétrie géométrique, la période de variation des composantes magnétiques en fonction de ϕ correspond à :

$$\frac{k\pi}{2} < \phi < \frac{k+1}{2}\pi \quad (k \text{ est un nombre entier}).$$

Dans le tableau n° 1, nous avons établi pour $\phi = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$, les valeurs des amplitudes des composantes :

ϕ	H_x	H_y	H_z
0	0	Max	0
$\frac{\pi}{4}$	Max	$\neq 0$	$\neq 0$
$\frac{\pi}{2}$	0	$\neq 0$	Max

TABLEAU n° 1

Donc, pour avoir l'amplitude optimale d'une composante, il faut choisir l'angle d'azimut convenable ; par exemple, pour la composante H_z , l'émetteur et le récepteur auront les positions relatives représentées par la figure (1.7)

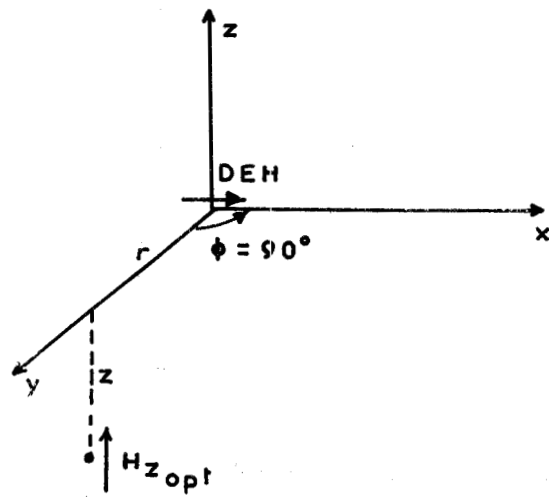


FIGURE (1.7.)

Pour étudier les variations des composantes du champ magnétique en fonction de la présence ou de l'absence de zones de carrières souterraines, nous avons assimilé, en première approximation, la carrière à une couche résistive horizontale située à l'intérieur d'un milieu conducteur. L'ensemble constitue un milieu stratifié tricouche dont la résistivité du substratum est égale à celle de la première couche. La figure (1.8) représente la coupe d'un tel terrain.

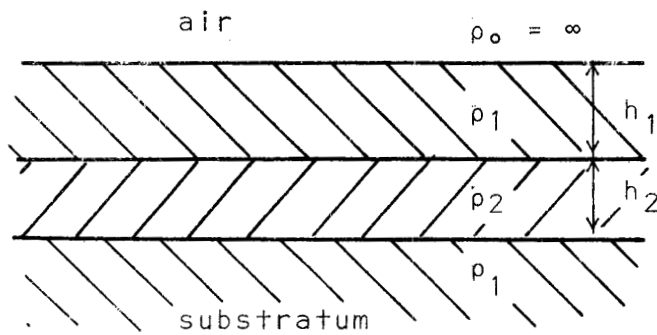


FIGURE (1.8)

Les expressions intégrales des composantes magnétiques du champ, créé par le DEH en surface du sol, en un point P situé dans la couche (m) sont : (annexe 2)

$$H_x = \sin \phi \cdot \cos \phi \cdot k_m \int_0^{\infty} \left| \frac{\lambda}{r} J_1(\lambda r) - \lambda^2 J_0(\lambda r) \right| \left| f_m e^{-u_m z} + g_m e^{u_m z} \right| d\lambda \quad (1.6)$$

$$H_y = k_m \int_0^{\infty} \{ (-\alpha_m e^{-u_m z} + b_m e^{u_m z}) U_m J_0(\lambda r) + \dots \\ \dots \dots \dots + \cos^2 \phi \left| \lambda^2 J_0(\lambda r) - \frac{\lambda}{r} J_1(\lambda r) \right| \left| f_m e^{-u_m z} + g_m e^{u_m z} \right| d\lambda \quad (1.7)$$

$$H_z = k_m \sin \phi \int_0^{\infty} \left| \alpha_m e^{-u_m z} + b_m e^{u_m z} \right| \lambda J_1(\lambda r) d\lambda \quad (1.8)$$

Les paramètres α_m , b_m , f_m , g_m , k_m , u_m sont donnés dans l'annexe 2.

Pour étudier l'influence de la résistivité du terrain sur ces composantes, nous comparons leurs amplitudes obtenues en un point P dans le 1/2 milieu homogène puis dans le milieu stratifié. Tous les calculs sont effectués par le programme de la référence (4).

Les figures (1.9) et (1.10) représentent les variations de la composantes H_x en fonction de la profondeur z , pour $f = 100$, 1 000 Hz ; $\phi = 45^\circ$; $\rho_1 = 30 \Omega m$; $\rho_2 = 3 000 \Omega m$ et la distance horizontale émetteur-recepteur $r = 10, 30, 50$ et 70 m.

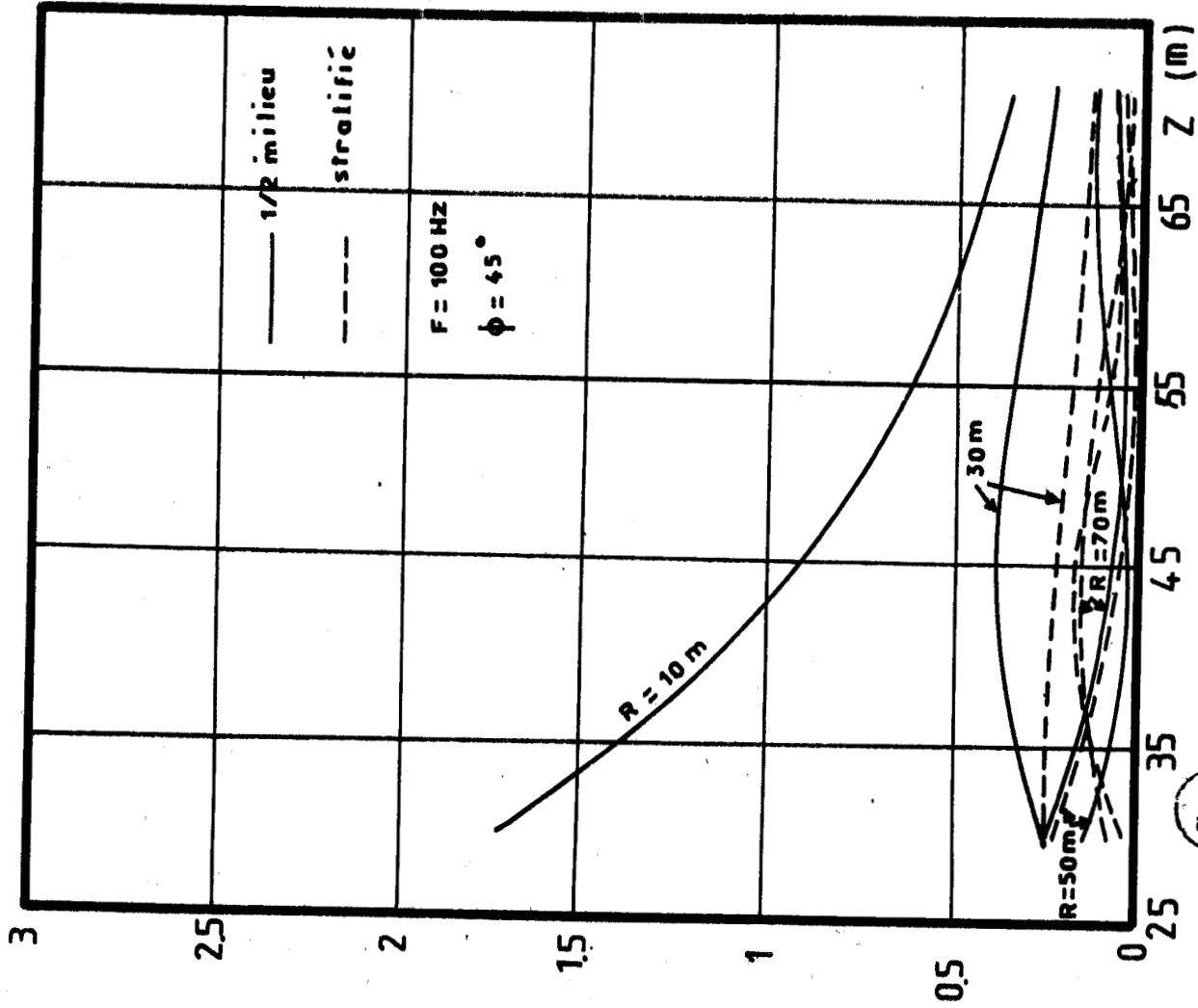
Les épaisseurs des couches dans le cas du tricouche sont respectivement $h_1 = 40$ m, $h_2 = 8$ m.

Les courbes en trait plein correspondent au cas de 1/2 milieu et ceux en pointillée au cas du milieu stratifié.

On constate qu'à la fréquence 100 Hz, il y a une légère différence d'allure des courbes. Par contre, à la fréquence 10 KHz, au dessus de la couche plus résistive, le champ H_x en milieu stratifié est plus faible qu'en demi-milieu mais pour les profondeurs supérieures à 40 m, elles se confondent.

Malgré cette distinction, on ne peut pas nettement déterminer les limites de la zone plus résistive dans le milieu stratifié.

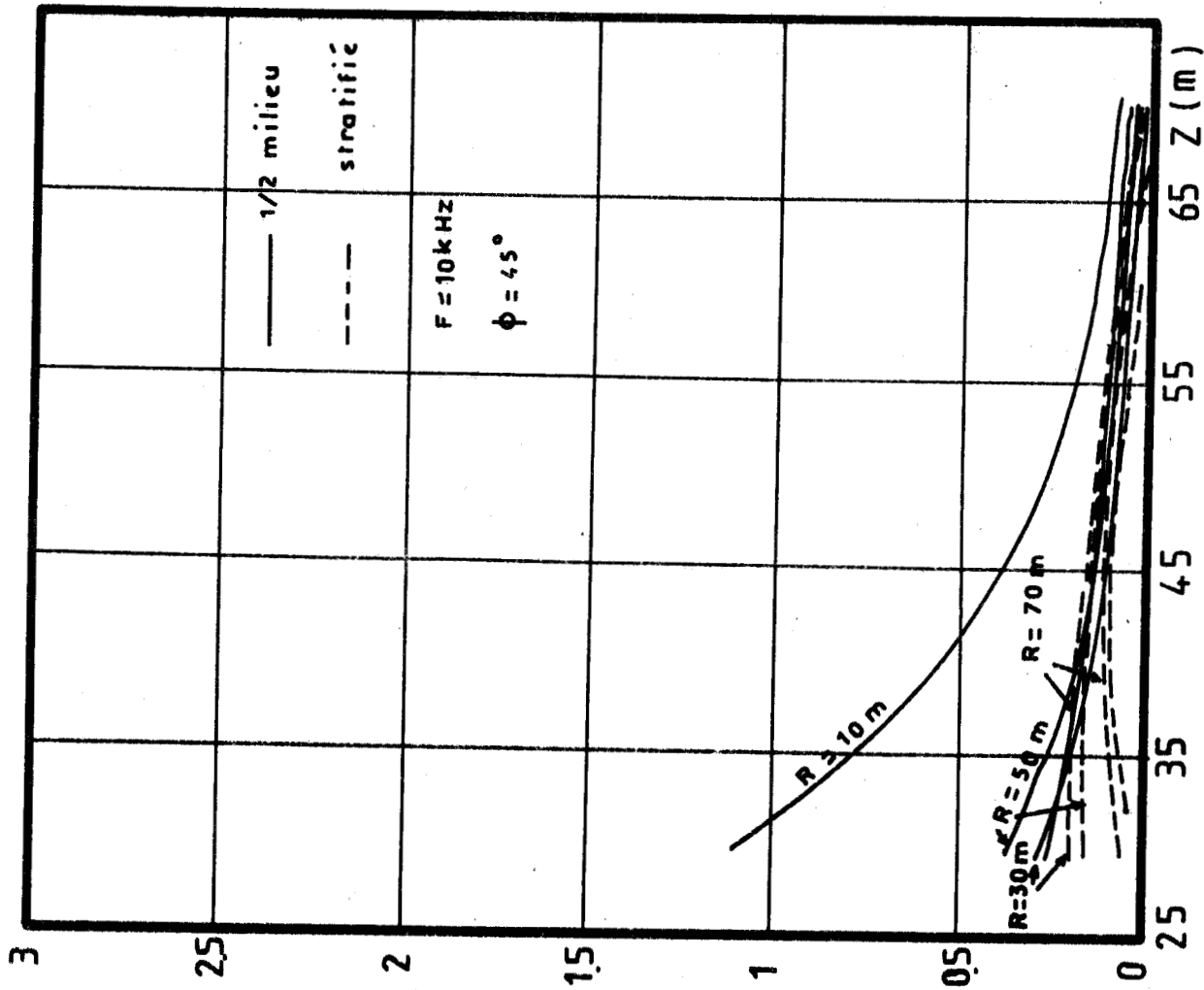
$H_x (10^{-3} \text{ A/m})$



(fig 1-9)



$H_x (10^{-3} \text{ A/m})$



(fig 1-10)

Par conséquent, l'on peut pratiquement considérer que l'influence de la stratification sur la composante Hx est négligeable et que, par suite, la mesure de cette composante, ne permettra pas de mettre en évidence la structure de cette stratification.

Les figures (1.11) et (1.12) montrent les variations de l'amplitude de la composante Hy du champ, en demi-milieu homogène et milieu stratifié, en fonction de la profondeur z. Les paramètres sont ceux identiques à la composante Hx mais pour $\phi = 0^\circ$.

On s'aperçoit qu'à la fréquence 10 KHz, il y a un écart entre les courbes relatives aux deux milieux. Mais, il est très faible et on peut encore énoncer les mêmes conclusions que pour la composante Hx.

Les figures (1.13) et (1.14) représentent les variations de l'amplitude de la composante Hz, en 1/2 milieu homogène et milieu stratifié, en fonction de z. Les épaisseurs des couches sont :

$$\begin{aligned} h_1 &= 40 \text{ m} && \text{pour } \rho_1 = 30 \text{ } \Omega\text{m} \\ h_2 &= 20 \text{ m} && \text{pour } \rho_2 = 3\,000 \text{ } \Omega\text{m} \end{aligned}$$

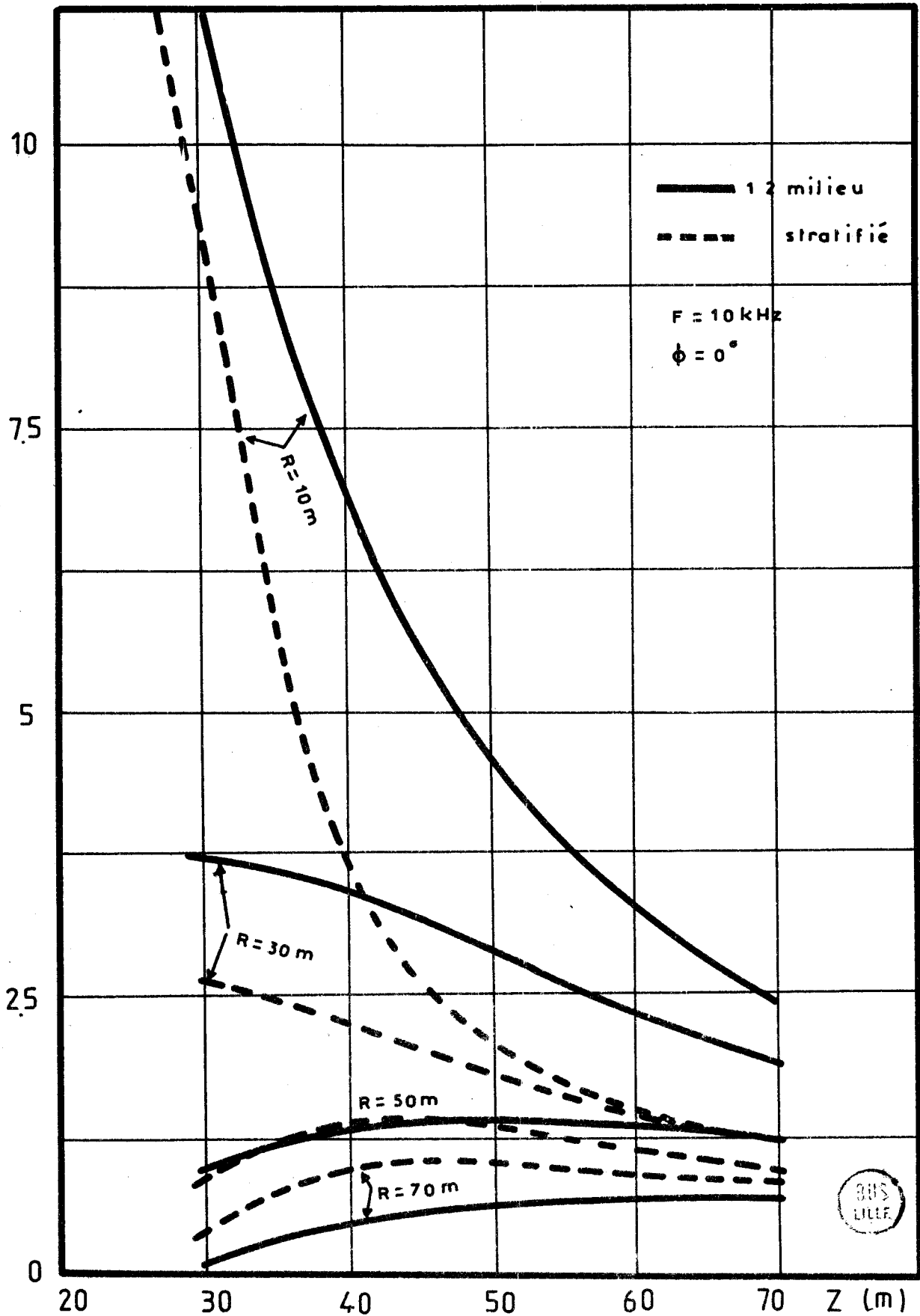
La fréquence d'émission $f = 100, 1\,000 \text{ Hz}$;

La distance horizontale r émetteur-récepteur est égale à 10, 30, 50 et 70 m ;

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

Sur ces figures, on ne distingue pratiquement pas d'effet dû à la stratification et les deux courbes relatives aux deux milieux se confondent. C'est dire qu'on ne peut encore moins utiliser la composante Hz pour déterminer les interfaces de la couche résistive que les deux autres composantes Hx et Hy.

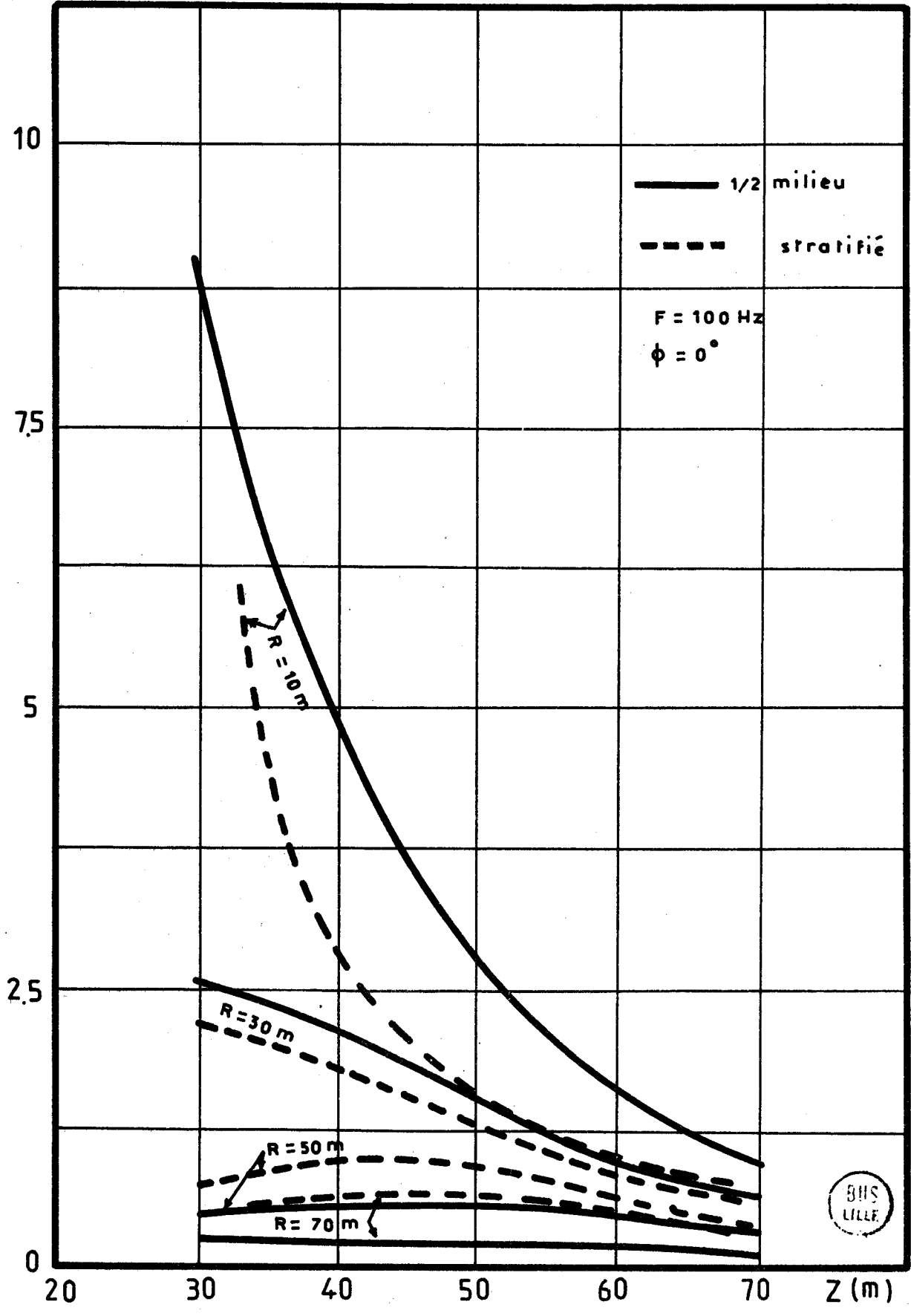
H_y ($10A/m$)⁻⁵



(fig 1-11)

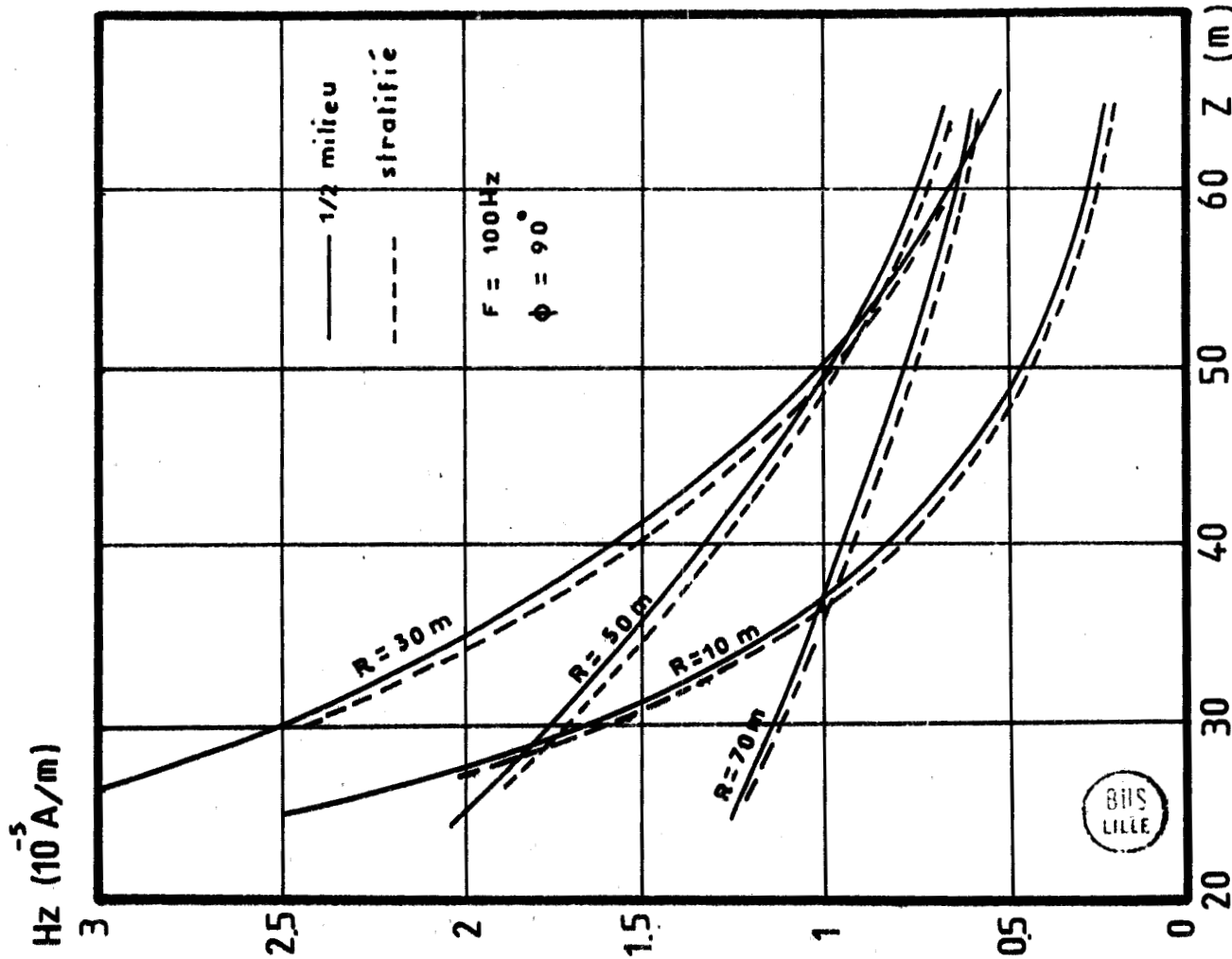


$H_y (10^{-5} \text{ A/m})$

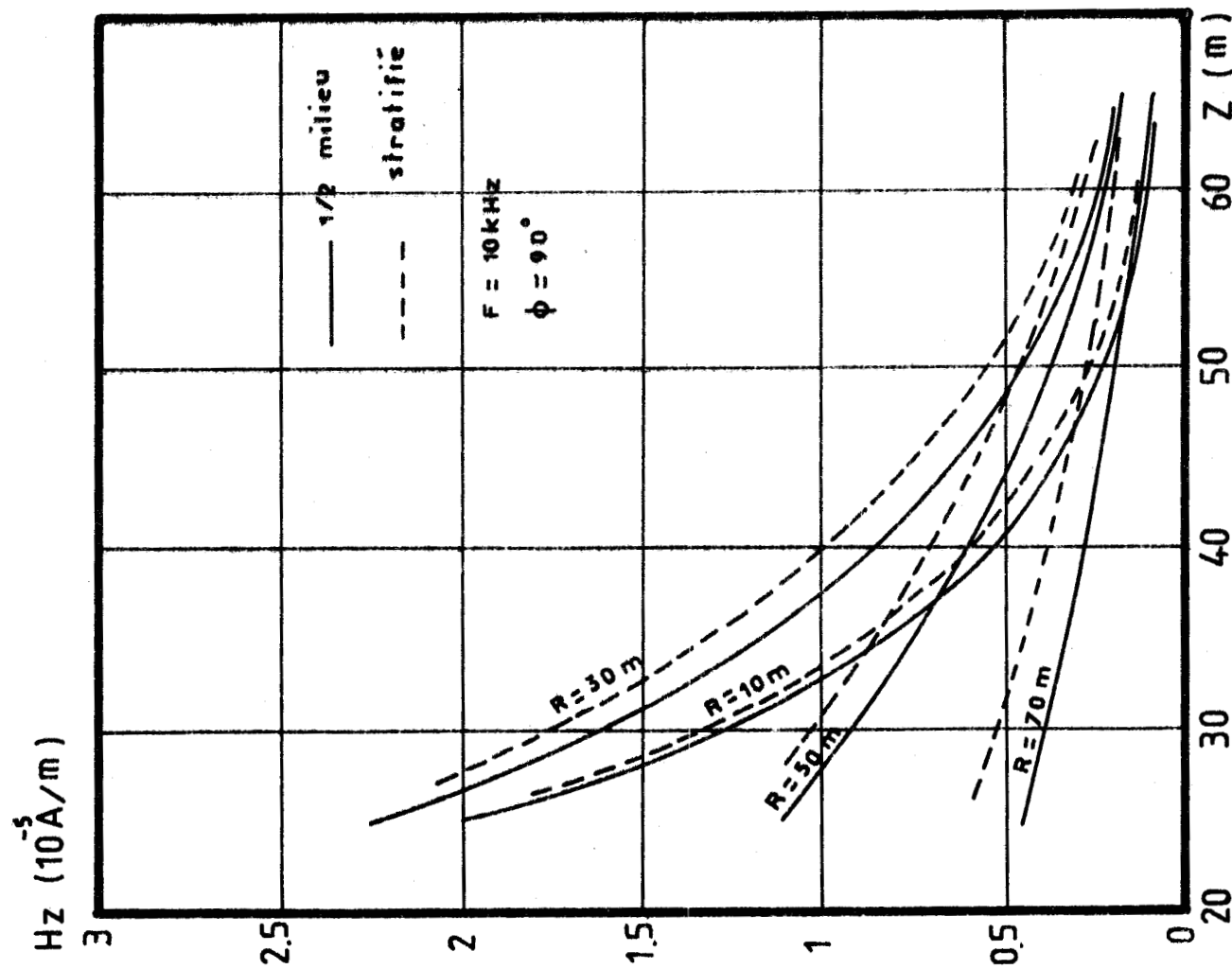


(fig 1-12)





(fig 1-13)



(fig 1-14)

C o n c l u s i o n

L'idée de l'étude du comportement des composantes magnétiques du champ rayonné par un dipôle électrique horizontal (DEH) en surface du sol, en présence d'une couche résistive dans le milieu conducteur, est basée sur le désir de s'affranchir de contact électrique. Au cours de ce paragraphe, nous avons vu que les deux composantes Hx et Hy sont un peu plus sensibles à la stratification du milieu que la composante Hz qui, elle, est presque totalement insensible à cette stratification.

Pour la composante Hx, l'axe de l'émetteur fait un angle :

$$\phi = \frac{\pi}{4} + \frac{k \pi}{2}$$

avec la direction émetteur-forage et pour Hy cet angle est :

$$\phi = k\pi$$

Dans ces conditions, pour $r = 50$ m, $z = 40$ m, et $f = 10\ 000$ Hz, lorsque la conductivité de la couche résistive varie de 30 à 3 000 Ωm , l'amplitude de Hx varie de :

$$0.20 \times 10^{-5} \quad \text{à} \quad 0.22 \times 10^{-5} \quad \text{A/m}$$

et celle de Hy varie de :

$$0.06 \times 10^{-5} \quad \text{à} \quad 0.09 \times 10^{-5} \quad \text{A/m}$$

Mais, il faut tenir compte que les mesures de ces composantes, par une sonde magnétique descendue dans le forage, ne peuvent pas s'effectuer sans difficulté, car, il est toujours possible que la sonde tourne sur elle-même et que l'angle ϕ perde sa valeur initiale.

D'autre part, la composante Hz qui est la plus accessible à la mesure, ne donne aucune information valable sur la conductivité du terrain.

Pour ces raisons, nous proposons d'abandonner l'utilisation de la sonde magnétique et nous revenons sur la sonde électrique à l'aide de laquelle nous pouvons mesurer la composante électrique E_z , à condition d'assurer un bon contact électrique.

Dans le paragraphe suivant, nous allons passer en revue les divers moyens permettant d'obtenir un bon contact électrique et les procédés à mettre en oeuvre pour y parvenir.

°°°°°°°°°°

I.2. LES MOYENS D'OBTENTION D'UN BON

CONTACT ELECTRIQUE

Parmi tous les moyens permettant d'obtenir un bon contact électrique, nous décrivons ceux que nous avons utilisé au cours des mesures sur le terrain.

a) ELECTRODE A PATINS

Elle est constituée de deux bagues métalliques : l'une est fixée sur l'électrode de la sonde électrique, l'autre possède une position réglable. Une lame métallique flexible est attachée aux deux bagues. Suivant la distance entre la sonde et la paroi du forage, on peut régler la distance interbagues de telle façon que la lame vienne en contact avec la paroi du sondage. (figure 1.15)

L'utilisation de ce type d'électrode est limitée, car, dans les forages faits dans les terrains sablonneux, il est toujours possible que des matériaux se coïncent entre la lame métallique et la sonde, et, empêchent le déplacement de la sonde dans le sondage.

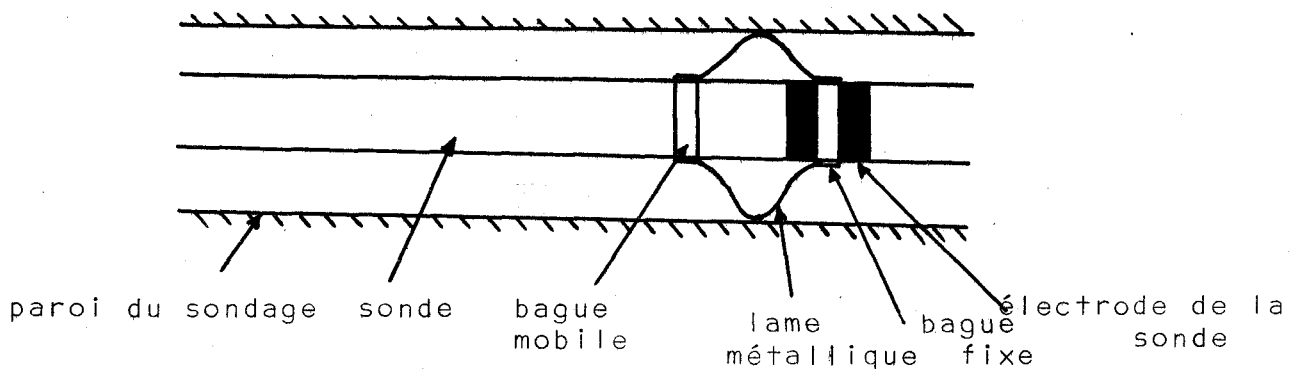


FIGURE (1.15)

b) LA BOUE CONDUCTRICE

Elle est un mélange d'eau et de bentonite qui réalise un bon contact électrique entre les électrodes de la sonde et la masse du terrain. Mais, les forages de faible profondeur ont généralement leurs parois fissurées et il est très difficile d'y maintenir un niveau de boue constant. On parvient néanmoins à pratiquer des mesures dans 60 % des sondages à condition que leur diamètre ne soit pas suffisamment visqueuse. Dans ce dernier cas, il arrive que l'on ait des difficultés à descendre la sonde au fond du forage.

Malgré ces difficultés, nous avons pu faire une campagne de mesures à Yvelynes avec l'aide de cette boue conductrice.

c) LA MOUSSE CONDUCTRICE

C'est un produit nouveau composé de deux parties :

- Un solvant à 62 %, d'une solution aqueuse à 17 % en volume d'alcool isopropylique
- Le soluté représente 36 %. Il est composé d'akyl-aryl sulfonate de sodium.

Après la préparation de la solution, une pompe électrique la mélange avec l'air et l'injecte sous la forme de mousse dans le forage (figure 1.16).

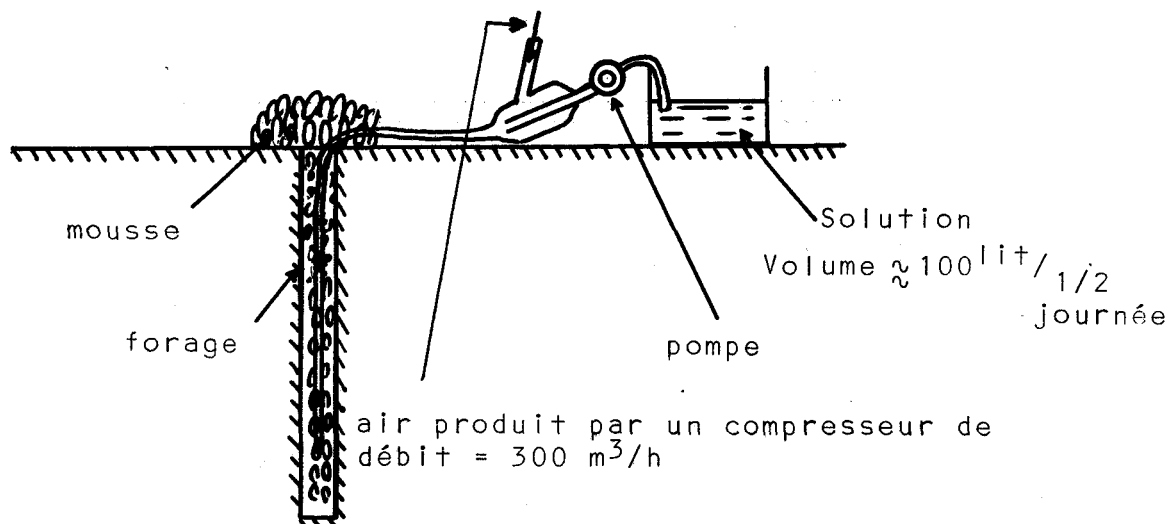


FIGURE (1.16)

La mousse ainsi formée se maintient dans le puits quelque soit l'état de fissuration de la paroi. Ce procédé offre en outre l'avantage de n'utiliser qu'une faible quantité d'eau. (environ 100 litres, par demi-journée).

La photo (1) représente un sondage rempli de mousse



PHOTO n° 1

Nous avons utilisé ce procédé au cours d'une campagne de mesures effectuée à Valenciennes. Au cours de ces mesures, nous avons pu constater que la mousse permettait d'obtenir de bons contacts électriques de façon permanente, mais, à condition d'immobiliser sur le terrain un compresseur d'air dont le débit est de l'ordre de $300\text{m}^3/\text{h}$.

L'utilisation d'un tel matériel, s'il se justifie lorsque le sondage est pratiqué avec l'air comprimé, augmente beaucoup le coût de la prospection. Pour cette raison, nous pensons que l'utilisation de la mousse ne doit se faire que dans des cas extrêmes.

I.3. DESCRIPTION DE L'APPAREILLAGE DU PROCÉDE

ELECTRIQUE - ELECTRIQUE

Le principe consiste à émettre un courant sinusoïdal entre deux prises de terre et mesurer la composante électrique verticale du champ, par une sonde électrique au long d'un sondage mécanique. (Figure 1.17)

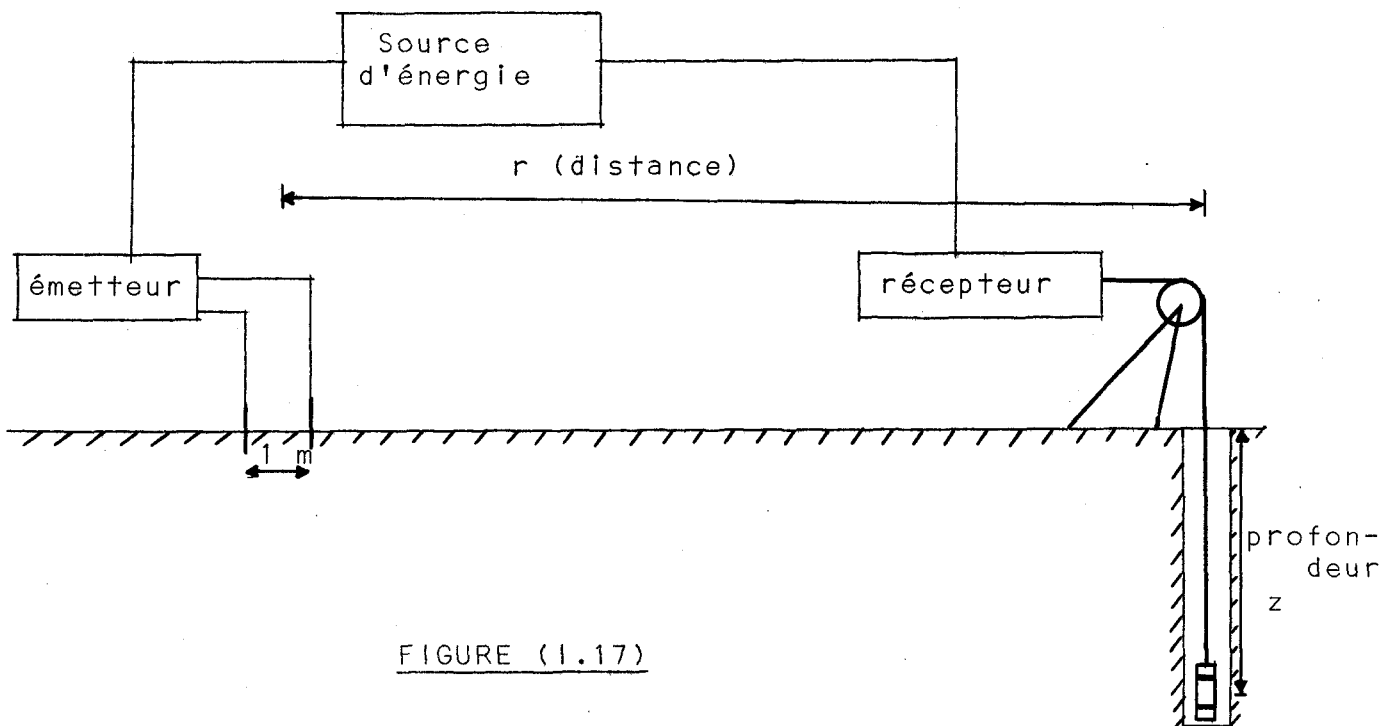


FIGURE (1.17)

L'appareillage de mesure comporte une station d'émission par laquelle on injecte un courant sinusoïdal dans le sol, et, une station de réception des signaux.

Les deux stations sont mobiles l'une par rapport à l'autre. Autour de la station de réception, on choisit quelques directions, dits profils, et le long de chaque profil, on déplace les prises du courant. Pour faciliter le travail, il y a plusieurs piquets

métalliques, enfoncés dans le sol, alignés dans une direction, et, pour changer la distance r , il suffit de commuter les fils du courant aux piquets relatifs.

Pour chaque campagne de mesures, on relève l'amplitude du champ électrique en fonction de la profondeur z de la sonde, pour plusieurs distances r .

La fréquence d'émission est égale à 1 024 Hz. Cette fréquence est choisie pour deux raisons essentielles :

elle est suffisamment basse pour que la profondeur de pénétration δ soit supérieure à la distance d'émetteur-récepteur.

Pour une conductivité globale du terrain de l'ordre de 0.05 S/m, on trouve :

$$\delta \approx \frac{500}{\sqrt{f \cdot \sigma}} \approx 70 \text{ m} \quad (1.9)$$

et elle est assez élevée pour que la polarisation instantanée des électrodes de la sonde ne puisse pas avoir une influence sur les mesures du champ électrique en déplaçant la sonde le long du forage.

Enfin, à cette fréquence, il est facile d'amplifier les signaux et de filtrer les parasites industriels ambiants.

1.3.1. EMETTEUR

L'émetteur est un générateur de courant sinusoïdal à la fréquence fixe de 1 024 Hz⁽⁵⁾. Ce courant injecté dans le sol circule entre deux piquets métalliques (acier ou laiton) espacés d'un ou deux mètres, et le champ produit se propage selon la loi de propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs.

En détection des cavités souterraines peu profondes, pour un courant d'amplitude égale à 1 A et, une distance interélectro-

des de station d'émission 1 m, le champ électrique produit au voisinage des électrodes de la sonde électrique espacées d'un mètre, aura une amplitude suffisante, peut-être supérieure au niveau de bruit ambiant. Cette valeur, pour une distance d'émetteur-récepteur $r = 25$ m et une résistivité $\rho = 10 \Omega\text{m}$, est de l'ordre de :

$$3 \times 10^{-4} \text{ V/m}$$

ce qui est très supérieur à la valeur minimale détectable par la sonde. (La sensibilité limite de la sonde est égale à $1 \mu\text{V/m}$)

1.3.2. SONDE ELECTRIQUE ET LE DISPOSITIF DE LA RECEPTION

La sonde réceptrice est composée des parties mécanique et électrique. La partie mécanique elle-même est constituée d'un tuyau isolant sur lequel se trouvent trois électrodes : les deux premières, espacées d'un mètre, sont les électrodes de mesures et la troisième est l'électrode servant de masse. (figure 1.18)

La photo n° 2 représente la sonde électrique

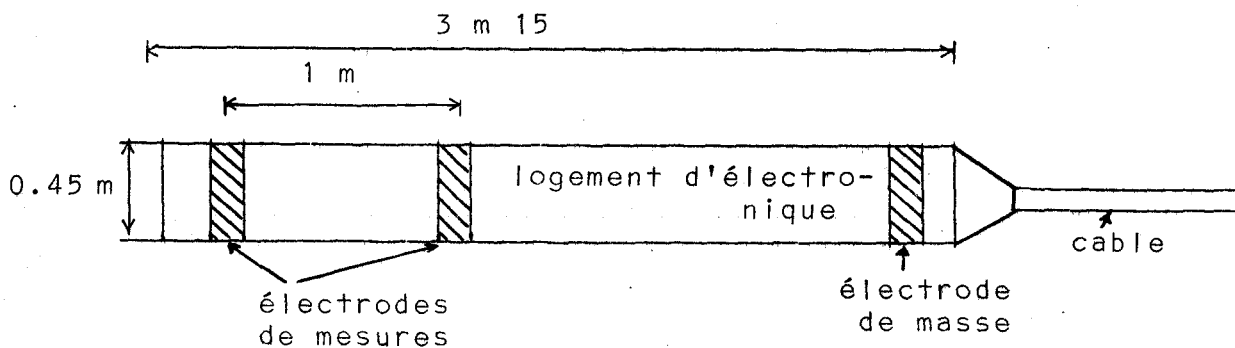


FIGURE (1.18)

Le signal disponible aux bornes des électrodes de mesures est amplifié à l'aide d'un amplificateur différentiel large bande. Le signal de sortie après filtrage est réamplifié à l'aide d'un étage à gain variable et est transmis à l'aide d'un câble à quatre conducteurs vers le dispositif de mesure.

Le câble est constitué par deux conducteurs blindés et deux conducteurs non blindés.

Un conducteur blindé du câble transmet le signal capté par la sonde au récepteur de surface et le deuxième conducteur blindé sert de masse électrique à l'ensemble de l'appareillage. Les deux autres sont utilisés pour l'alimentation des circuits du récepteur et pour la transmission d'un signal de commande du gain des étages d'entrée.

La figure (1.18bis) présente le synoptique de l'électronique de la sonde.

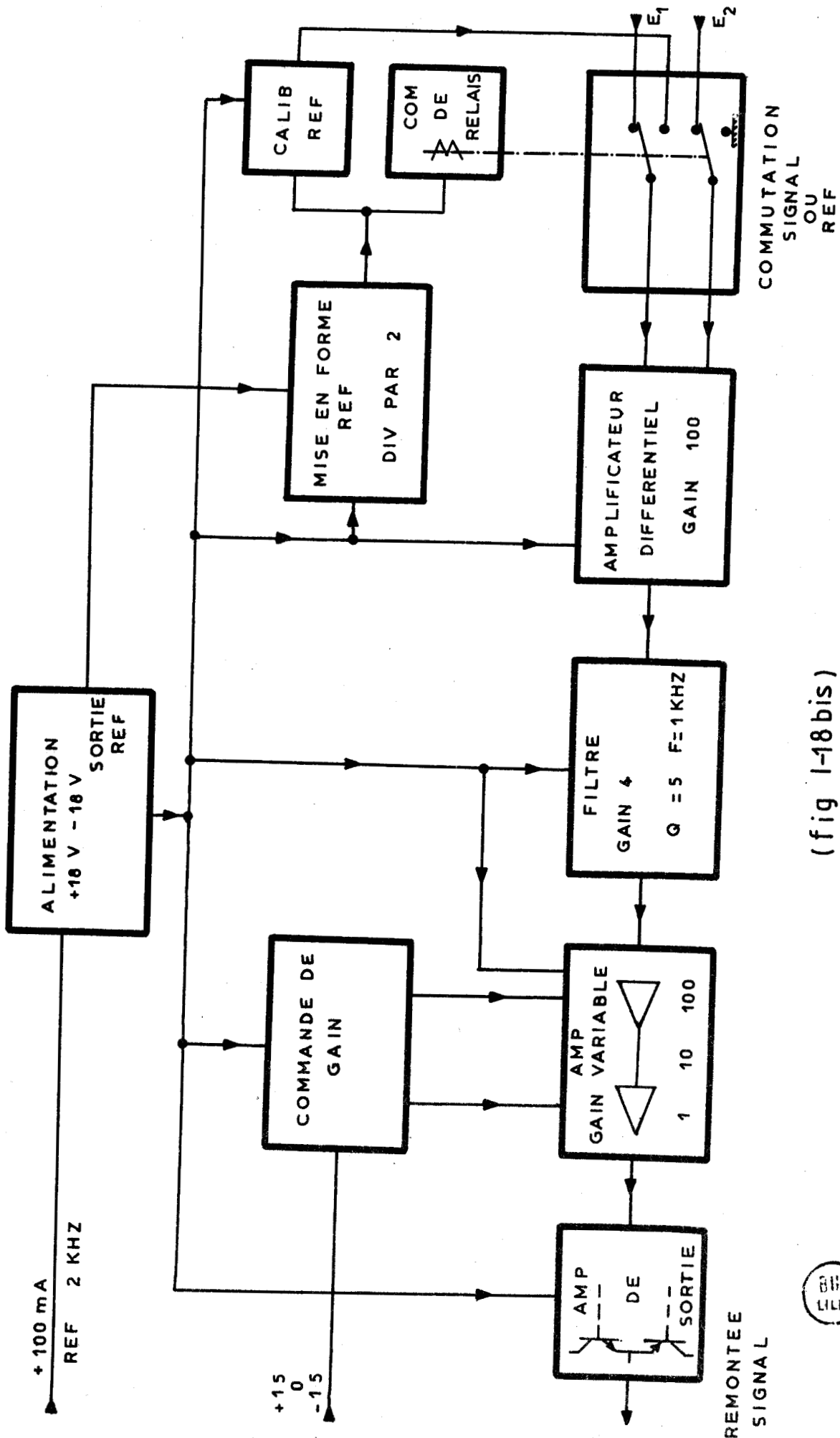
A l'aide du dispositif de réception, nous relevons les paramètres suivants :

- a) la différence de potentiel apparaissant aux bornes des électrodes de la sonde
- b) la profondeur z de la sonde
- c) la distance horizontale r d'émetteur-récepteur
- d) la direction d'émetteur-récepteur.

Sur le panneau de l'appareillage de surface, il y a divers dispositifs numériques qui nous permettent de visualiser les paramètres à mesurer :

- * l'amplitude du courant d'émission
- * l'amplitude du signal reçu
- * la profondeur z de la sonde
- * la distance horizontale r d'émetteur-récepteur.
- * la direction d'émetteur-récepteur

La photo n° 3 représente le panneau du dispositif de réception.



(fig I-18bis)



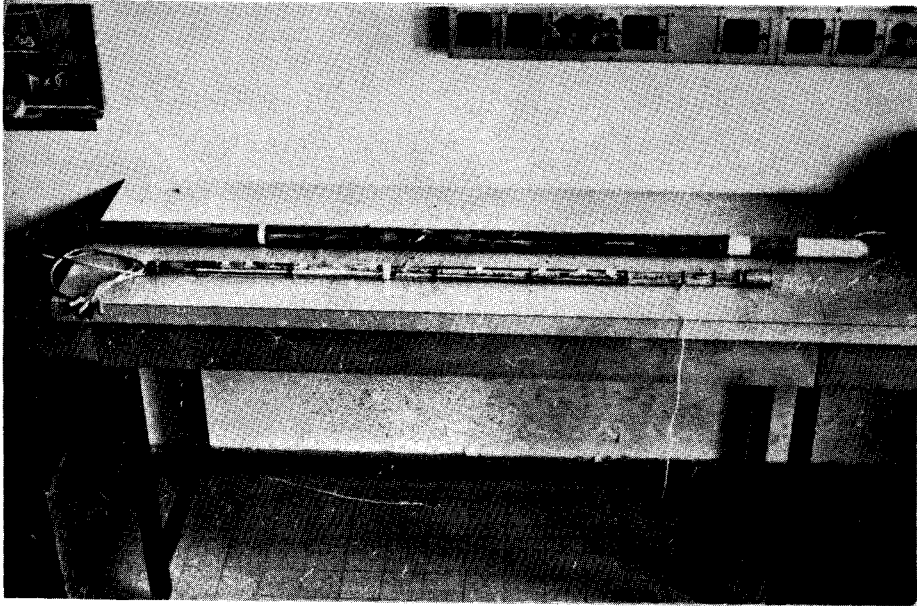


PHOTO n° 2 La sonde électrique

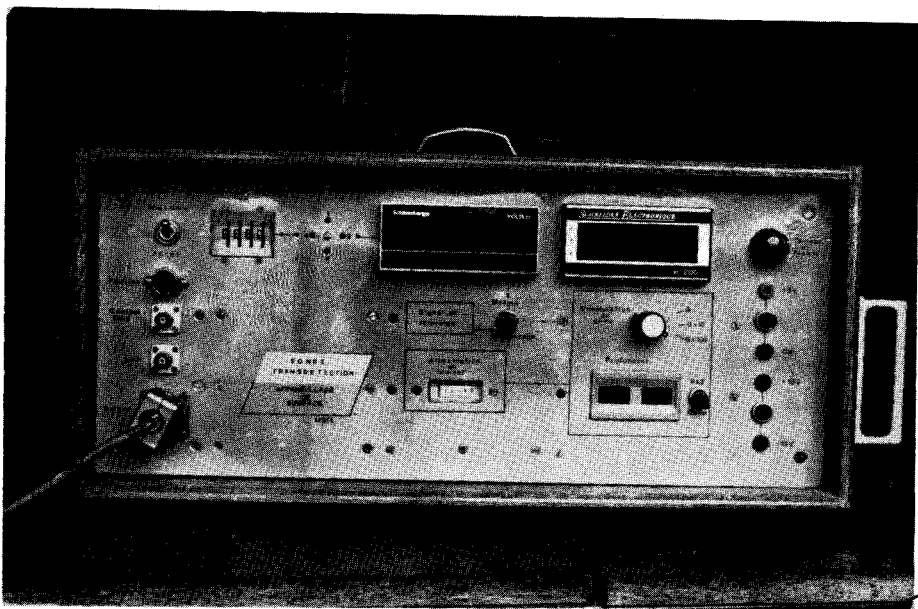


PHOTO n°3 Le dispositif de réception



I.4. RESULTATS EXPERIMENTAUX

I.4.1. LES EXPERIENCES DE VALENCIENNES (6)

Le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées nous a fourni cinq sondages sur le site de l'Hopital de Valenciennes, dans un terrain contenant des cavités souterraines dont la position était Inconnue. (plan de la figure 1.19). La profondeur moyenne de ces sondages est de l'ordre de 19 m.

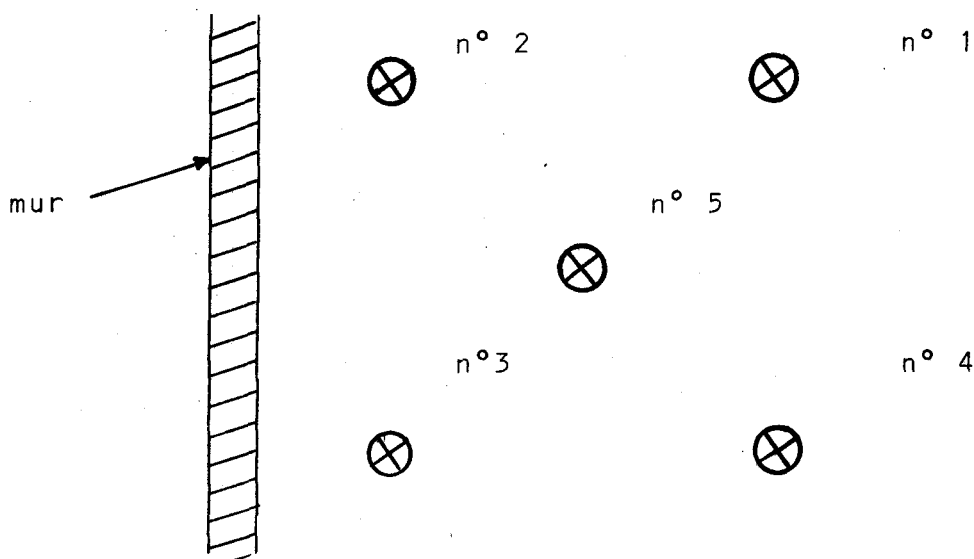


FIGURE (1.19)

Nous avons injecté dans les sondages de la mousse conductrice à l'aide de laquelle on peut maintenir, en permanence, le contact électrique entre les électrodes de la sonde et la masse de terrain.

Nous avons choisi le puits n° 5 (figure 1.20), comme station de réception et sur deux profils perpendiculaires, l'un dans la direction des puits n° 2.5.4, l'autre dans la direction 1.5.3, nous avons implanté les prises du courant d'émission sur 4 m de part et d'autre du puits, avec un espacement entre deux prises de 1 m.

En faisant varier la profondeur de la sonde électrique dans le puits, pour chaque distance horizontale r émetteur-récepteur,

nous avons relevé l'amplitude de la composante E_z .

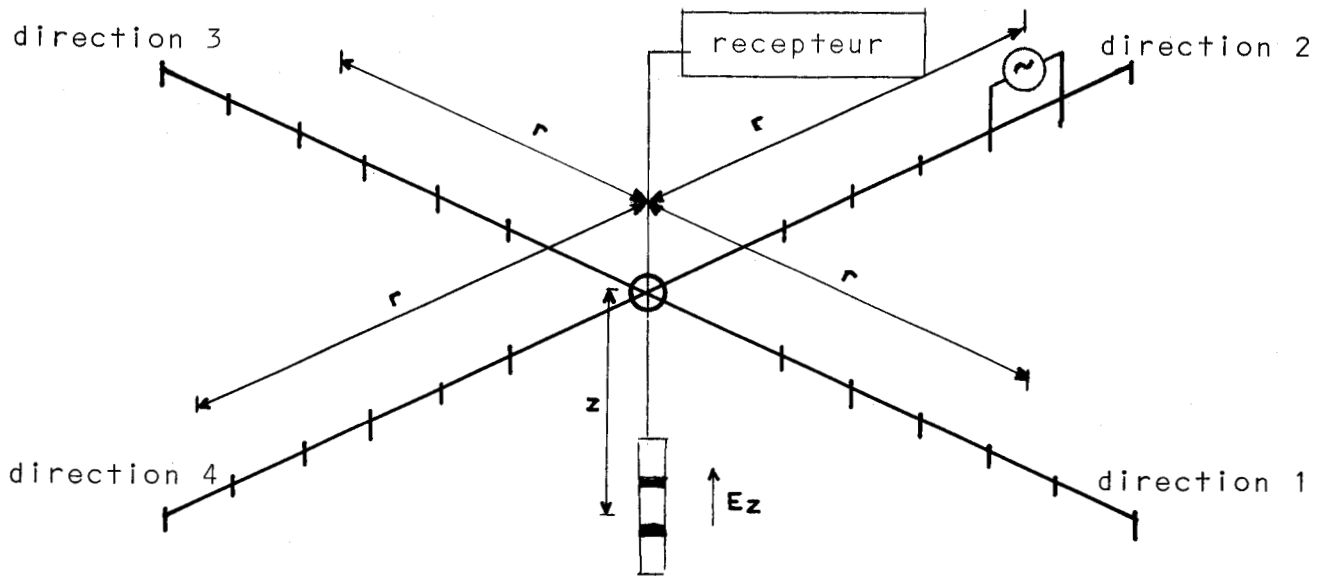


FIGURE (1.20)

La photo n° 4 représente la camionette Laboratoire et la chèvre du treuil installés au dessus d'un forage.

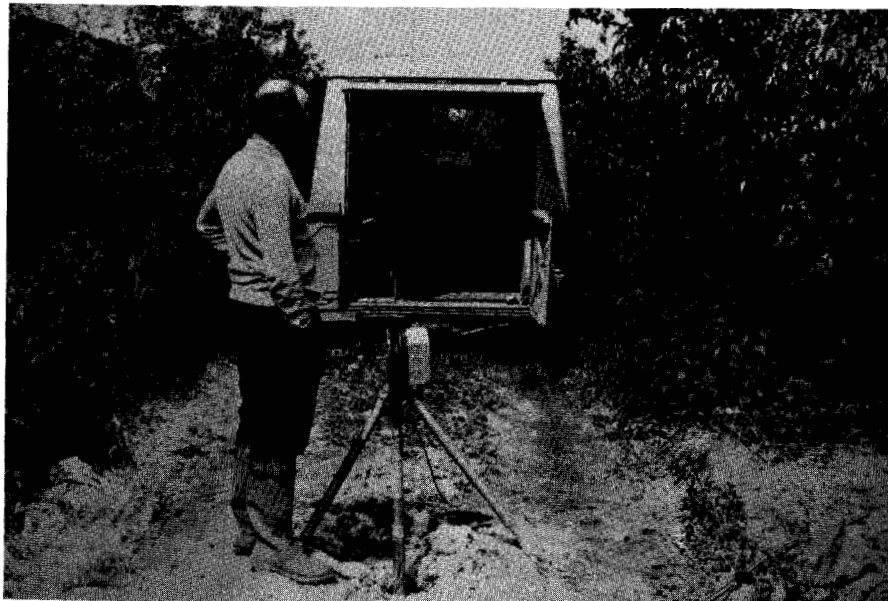


PHOTO n° 4

Les figures (1.21) et (1.22) représentent la variation de l'amplitude de E_z en fonction de la profondeur z pour la distance r .

Sur chaque figure l'on représente quatre courbes correspondant à quatre directions autour du puits n° 5. D'après la bonne régularité, que l'on observe sur les figures, nous constatons que les mesures effectuées sont correctes, c'est à dire que la mousse injectée dans le sondage maintient un bon contact électrique entre les électrodes et la masse du terrain.

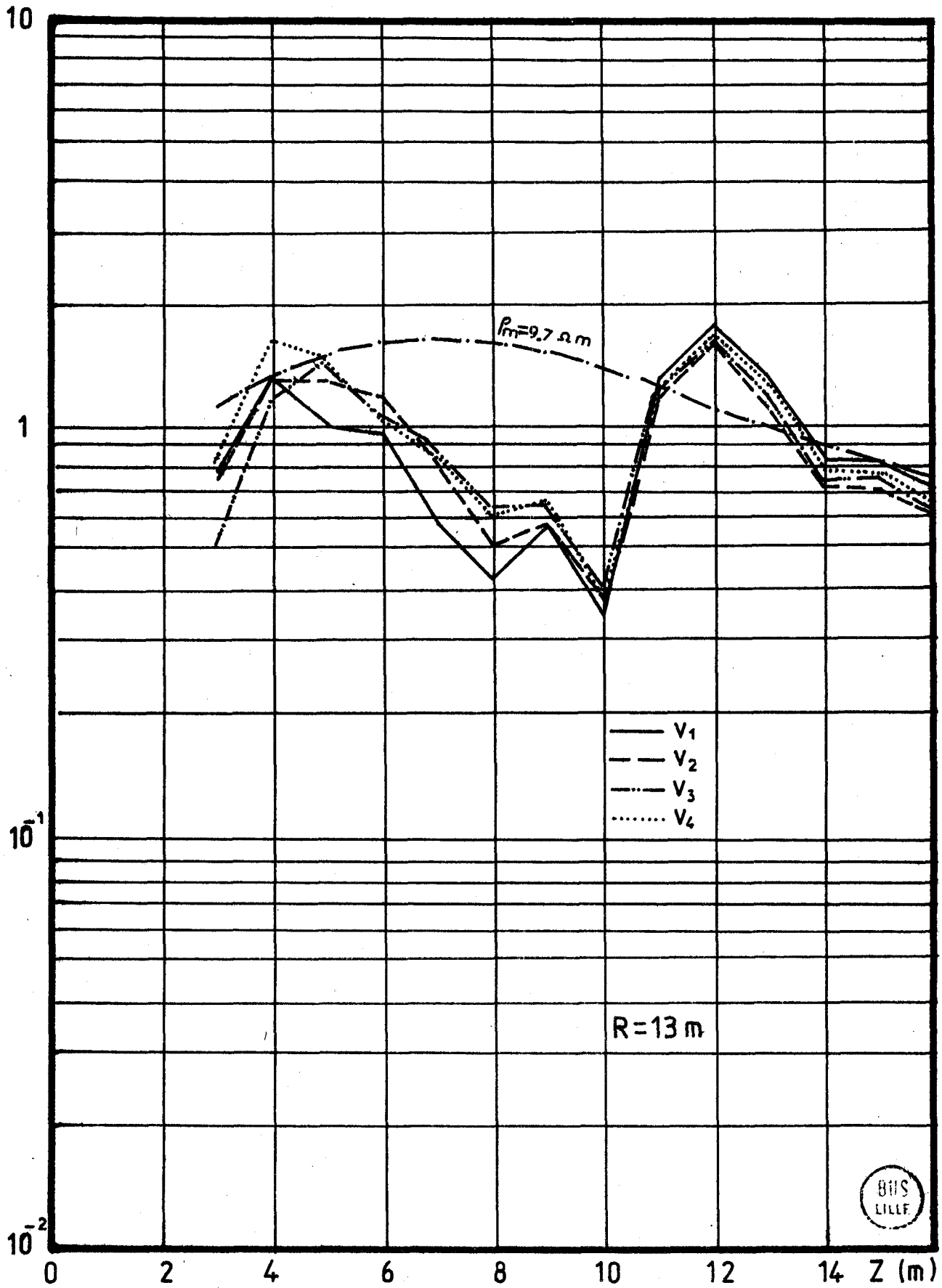
Pour interpréter les courbes, nous les comparons tout d'abord avec celles d'un 1/2 milieu homogène. Pour cela, nous avons calculé, pour chaque distance r , la valeur moyenne de la résistivité apparente. (annexe 3). Puis, nous avons recalculé l'amplitude du champ électrique E_z dans le cas d'un 1/2 milieu homogène dont la résistivité est la moyenne des résistivités obtenues précédemment, pour les différentes valeurs de z et r .

En traçant cette dernière variation sur les figures (1.21) (1.22), nous observons que les courbes expérimentales évoluent de part et d'autre de la courbe théorique du demi-milieu homogène.

Nous avons ensuite essayé d'interpréter les fluctuations des courbes expérimentales qui sont dûes à des variations de la résistivité du terrain. Pour cela, nous comparons les courbes $E_z = f(z)$ avec la coupe générale du terrain à étudier, fournie par le Laboratoire de l'Équipement de Lille, (figure 1.23) et nous constatons que les remontées du champ E_z correspondent bien aux endroits où il y a une zone de terrain résistive. Si le même raisonnement était fait, pour toutes les courbes, on pourrait dire que le terrain est composé de couches horizontales de résistivités différentes, mais, l'écart entre deux courbes relatives à deux directions opposées nous montre qu'il existe une hétérogénéité latérale dans l'une des deux directions.

Pour cela, nous introduisons l'indice d'anomalie défini par la relation :

$$V_z \left(\frac{V}{2750} \right)$$



(fig 1-21)

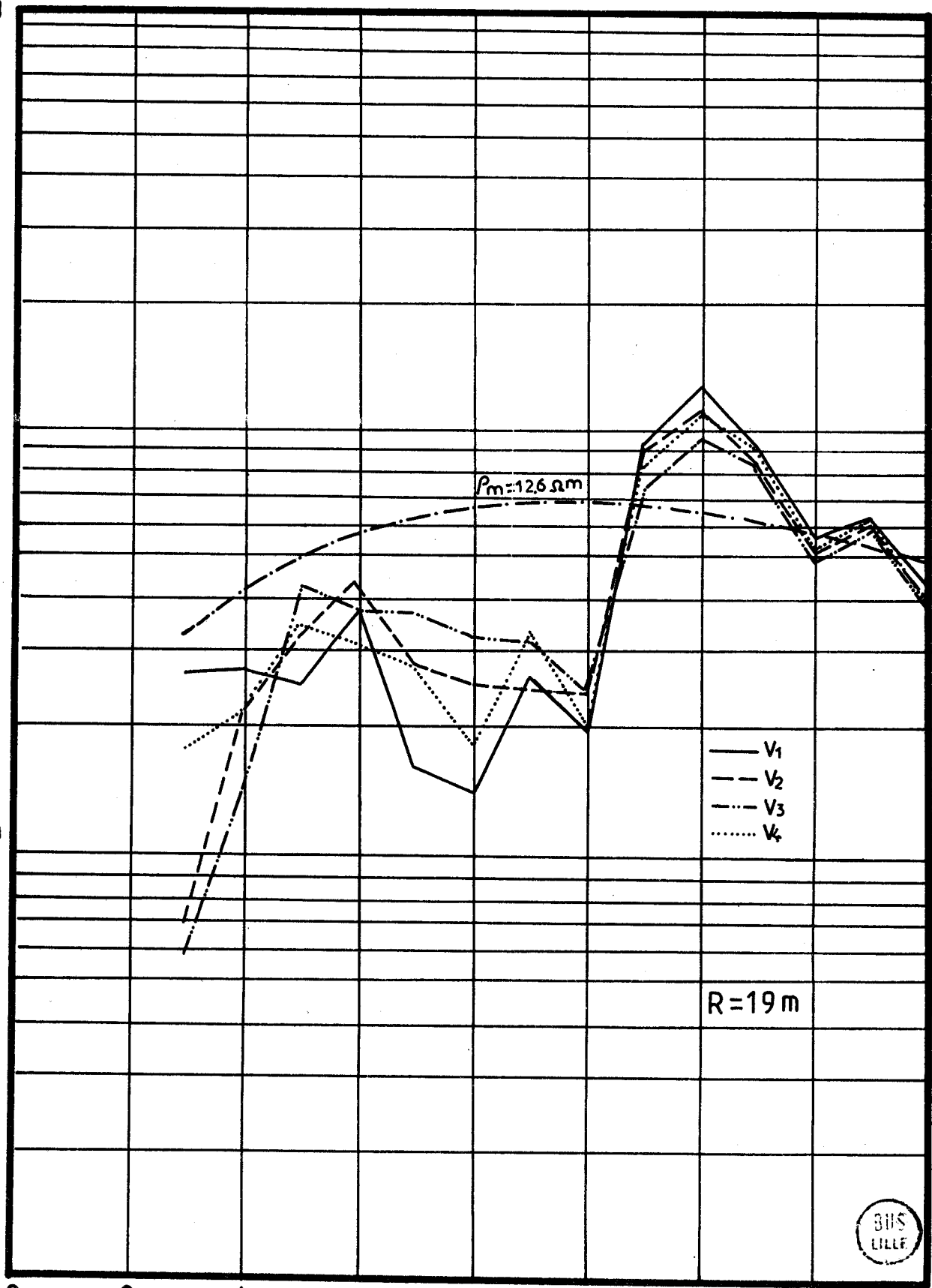
$V_z \left(\frac{V}{2750} \right)$

10

1

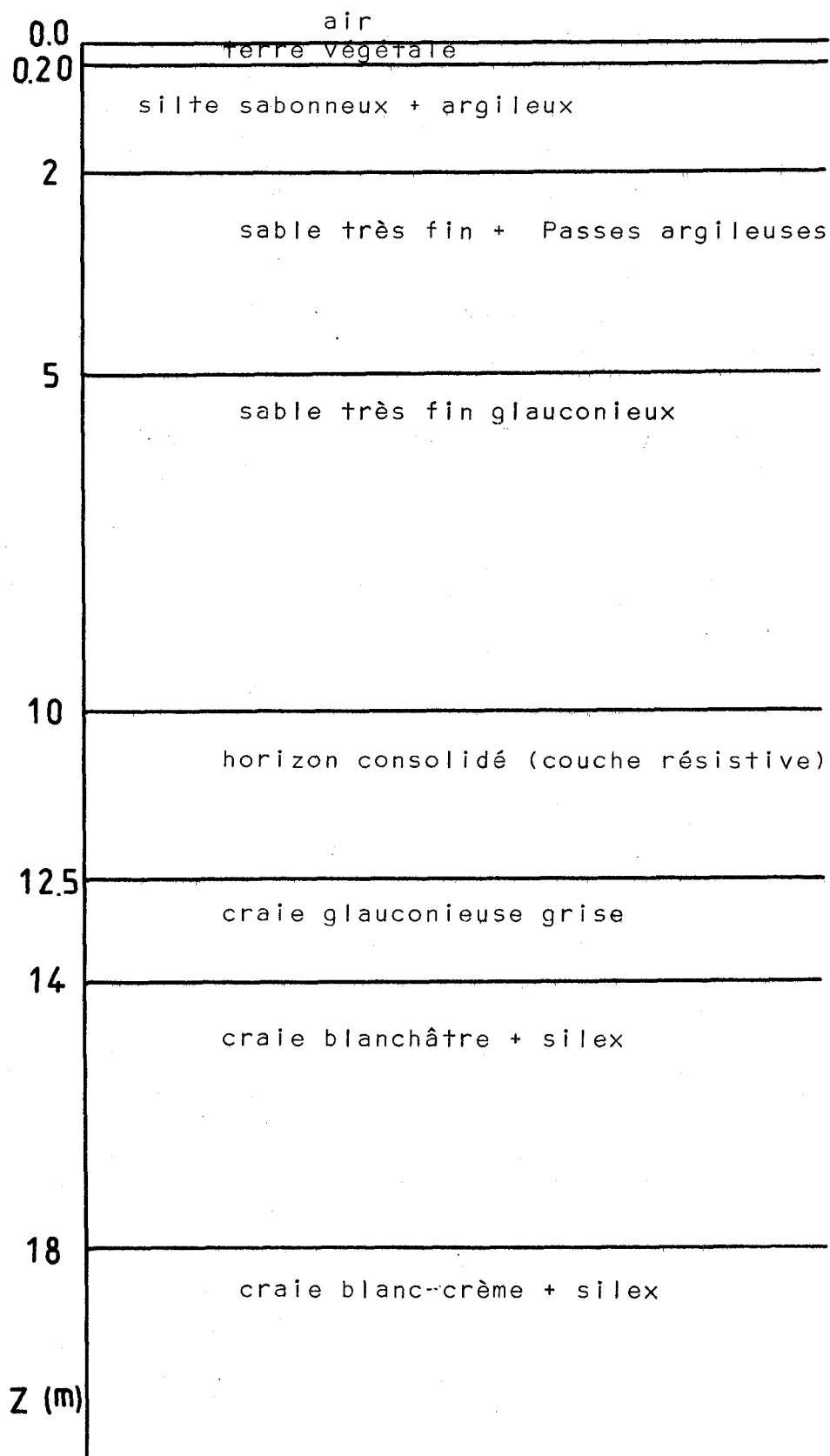
10^{-1}

10^{-2}



0 2 4 6 8 10 12 14 Z (m)

(fig 1-22)



(fig 1-23)



$$\Delta = \frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_1} \quad (1.10)$$

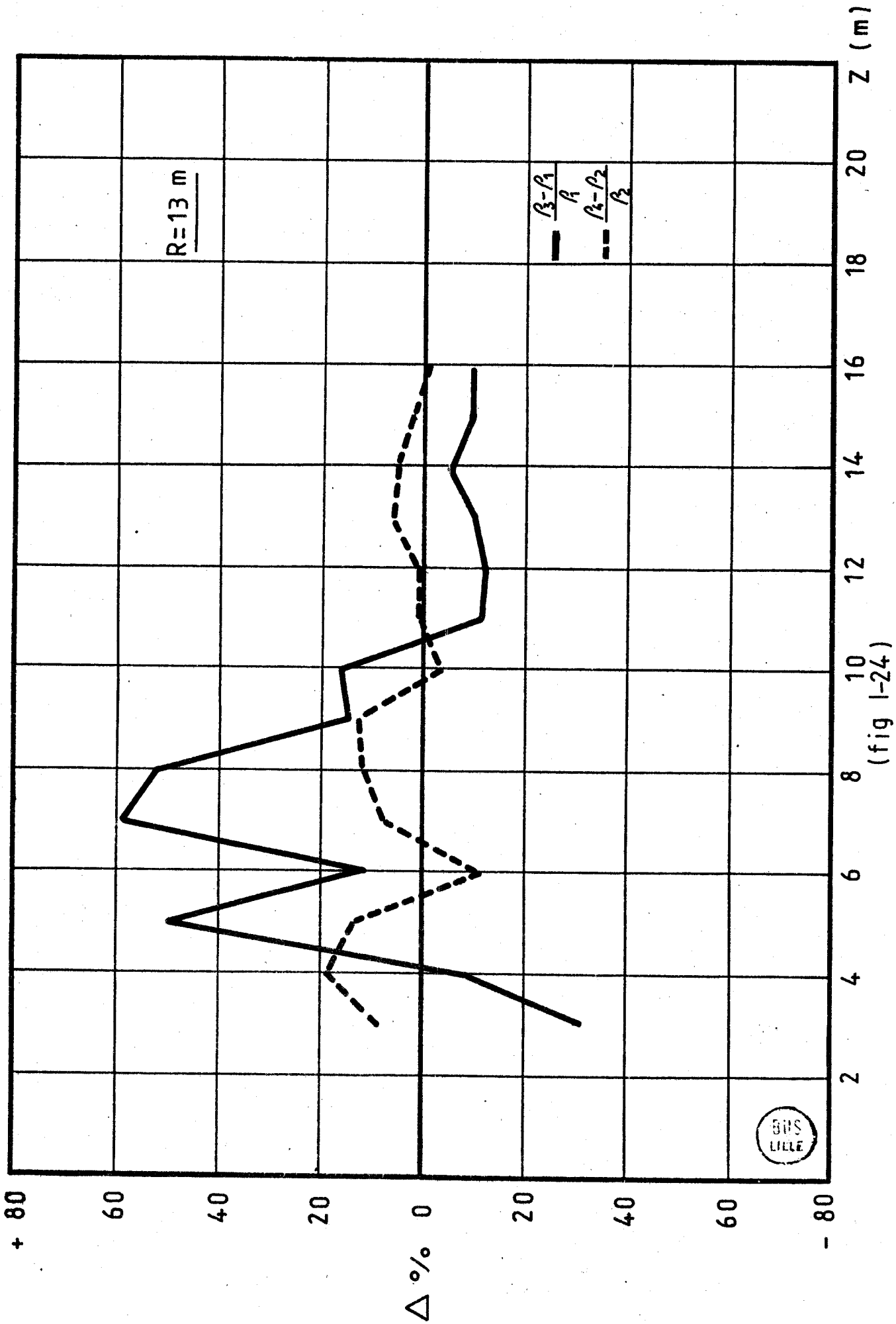
où ρ_1 et ρ_3 sont les résistivités apparentes, du 1/2 milieu équivalent, calculées pour une profondeur z et une distance r , lorsque l'émetteur se trouve d'abord dans la direction 1, puis, dans la direction 3.

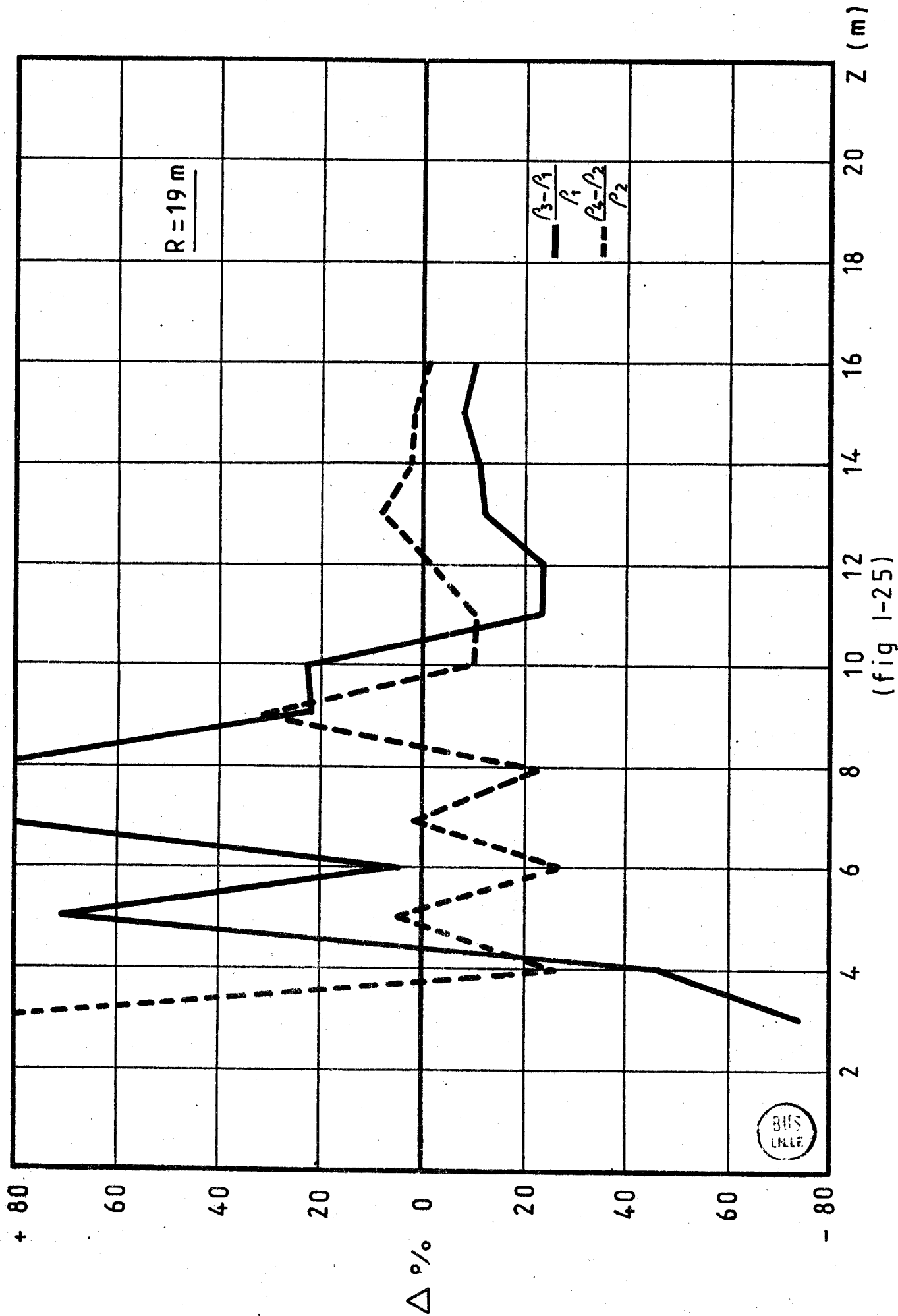
Les figures (1.24) et (1.25) représentent les variations de l'indice d'anomalie en fonction de z pour :

$$r = 13 \quad \text{et} \quad 19 \text{ m.}$$

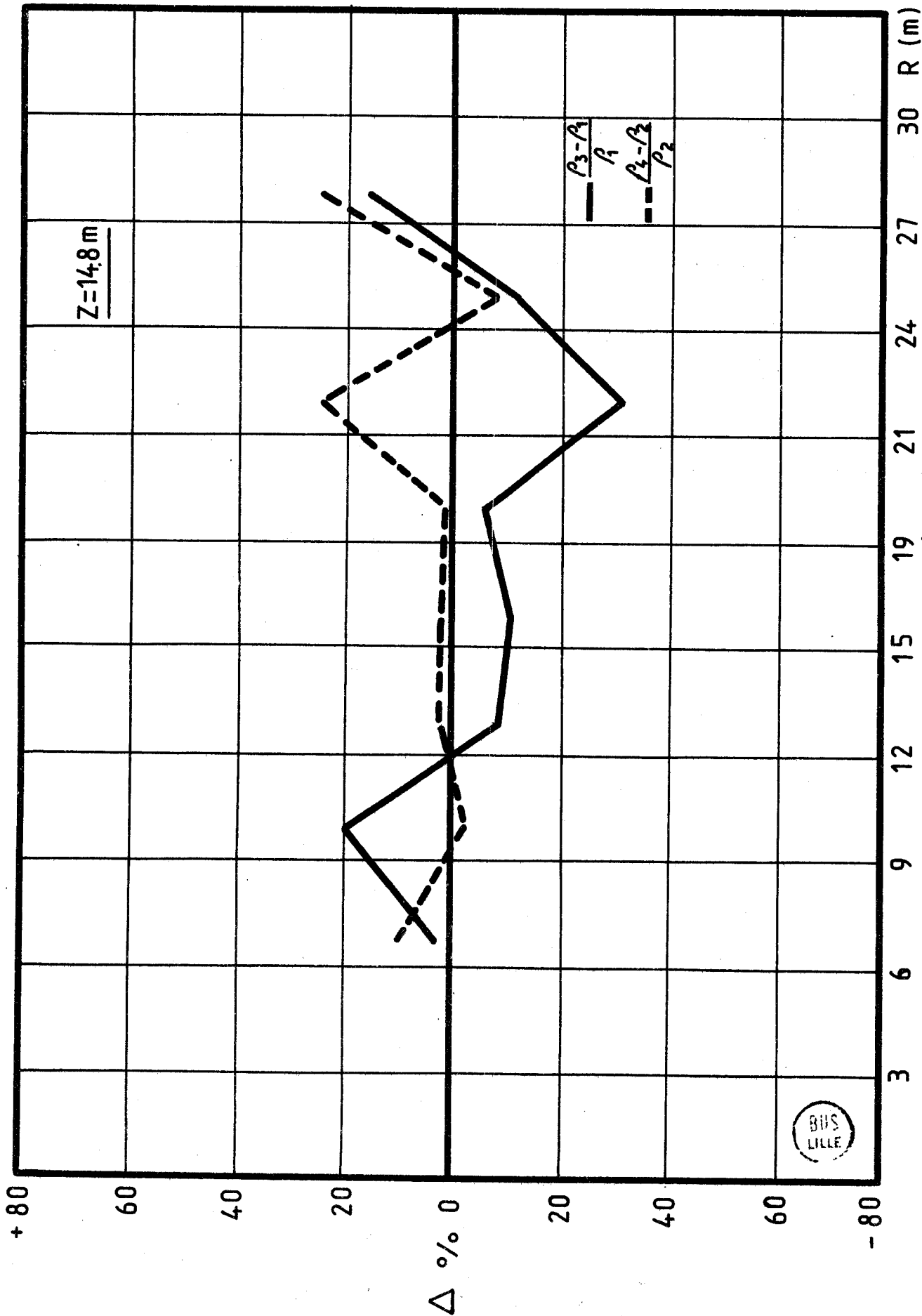
Nous avons choisi ces valeurs de r parce qu'à partir de $r = 19$ m, l'interprétation devient trop compliquée du fait de l'hétérogénéité latérale du terrain.

Sur ces figures, l'on peut constater que l'évolution de l'indice d'anomalie est nettement plus faible dans les directions 2, 4 que dans les directions 1, 3. Ainsi, on s'aperçoit que pour z compris entre 13,8 m et 14,8 m, les couches sont plus résistives. Pour cette zone, nous avons tracé la variation de l'indice d'anomalie en fonction de r . (figure 1.26).





(fig 1-25)



(fig 1-26)



On observe aussi que cet indice relatif aux directions 2 et 4 a une faible fluctuation autour de l'axe $\Delta = 0$. Cela signifie que la composition du milieu stratifié du côté 2 est la même que celle du côté 4. (courbe en pointillée). Tandis que la variation de Δ relative aux directions 1 et 3 est nettement différente (courbe en trait plein). Il est d'abord positif, puis, devient négatif et pour $r \approx 11$ m, il passe par zéro. Si maintenant, l'on se réfère au principe décrit dans les références (3) (7), l'on peut dire qu'il y a une hétérogénéité locale, plus résistive que le milieu encaissant, dans la direction 3.

Les variations de l'indice d'anomalie en fonction de r montrent, aussi, que pour $z \approx 11$ m, Δ passe par zéro ; or, d'après les expériences faites sur la cuve analogique, on peut dire que cette valeur de z correspond bien à la profondeur de l'anomalie à rechercher.

Finalement, on en déduit que l'hétérogénéité mise en évidence est située à une profondeur approximative de 11 m, dans la direction 3 et conformément à la coupe du terrain, à l'intérieur de l'horizon consolidé, où la craie a été très probablement exploitée.

Les résultats obtenus sur le site de Valenciennes nous montrent tout d'abord que la mousse conductrice réalise un contact électrique permanent qui permet de pratiquer des mesures précises que l'on peut ensuite interpréter sans difficultés.

La seule objection que l'on puisse faire est que ce procédé est coûteux au point que l'utilisation de la transdétection risque dans ce cas d'être peu rentable.

Par ailleurs, le site de Valenciennes comportait un réseau de cavités dont la position n'était pas connue à priori et constituait, pour une méthode d'interprétation en cours de mise au point, un terrain quelque peu compliqué.

Nous avons pratiqué, dans le département des Yvelines, deux autres séries de mesures, l'une sur le Stade de Guyancourt, l'autre sur le territoire de la commune de Trous.

Au cours de ces deux campagnes, le contact électrique entre les électrodes de la sonde et les parois des sondages sur lesquels nous sommes intervenus était assuré par de la boue.

1.4.2. LES EXPERIENCES DES YVELYNES⁽⁸⁾

Le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées nous avait fourni deux sondages mécaniques sur le Stade de Guyancourt et un sondage sur le territoire de la Commune de Trous. Pour chacun de ces sondages, nous avons effectué une série de mesures dont les résultats sont les suivants :

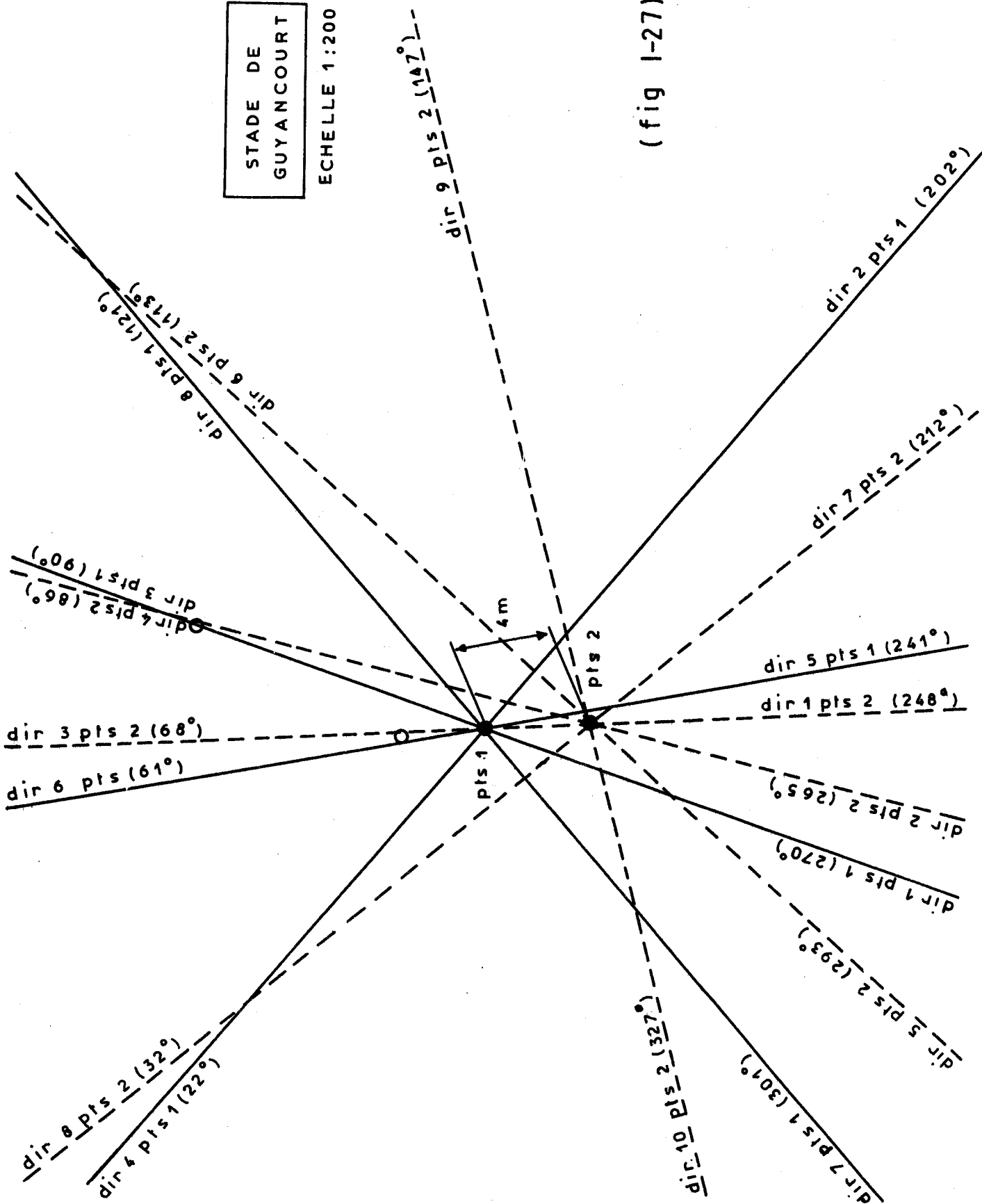
a) Les résultats de Guyancourt

La figure (1.27) représente le plan des deux sondages pratiqués sur le Stade de Guyancourt, que nous avons appelé n° 1 et n° 2. La distance entre ces deux sondages est de 4 m et leurs profon-

STADE DE
GUYANCOURT

ECHELLE 1:200

(fig 1-27)



BHS
LILLE

deurs est de l'ordre de 17 m.

Sur ce plan, les profils sur lesquels les piquets d'injection de courant sont implantés, sont représentés par leurs azimuts. Pour chaque profil, la distance entre le premier piquet et le puits est de 5 m et, l'espacement entre deux prises de courant est de 2 m.

Les profils des n° 1 à 8, en trait plein, correspondent au sondage n° 1, et, ceux de 1 à 10, en pointillé, sont relatifs au sondage n° 2.

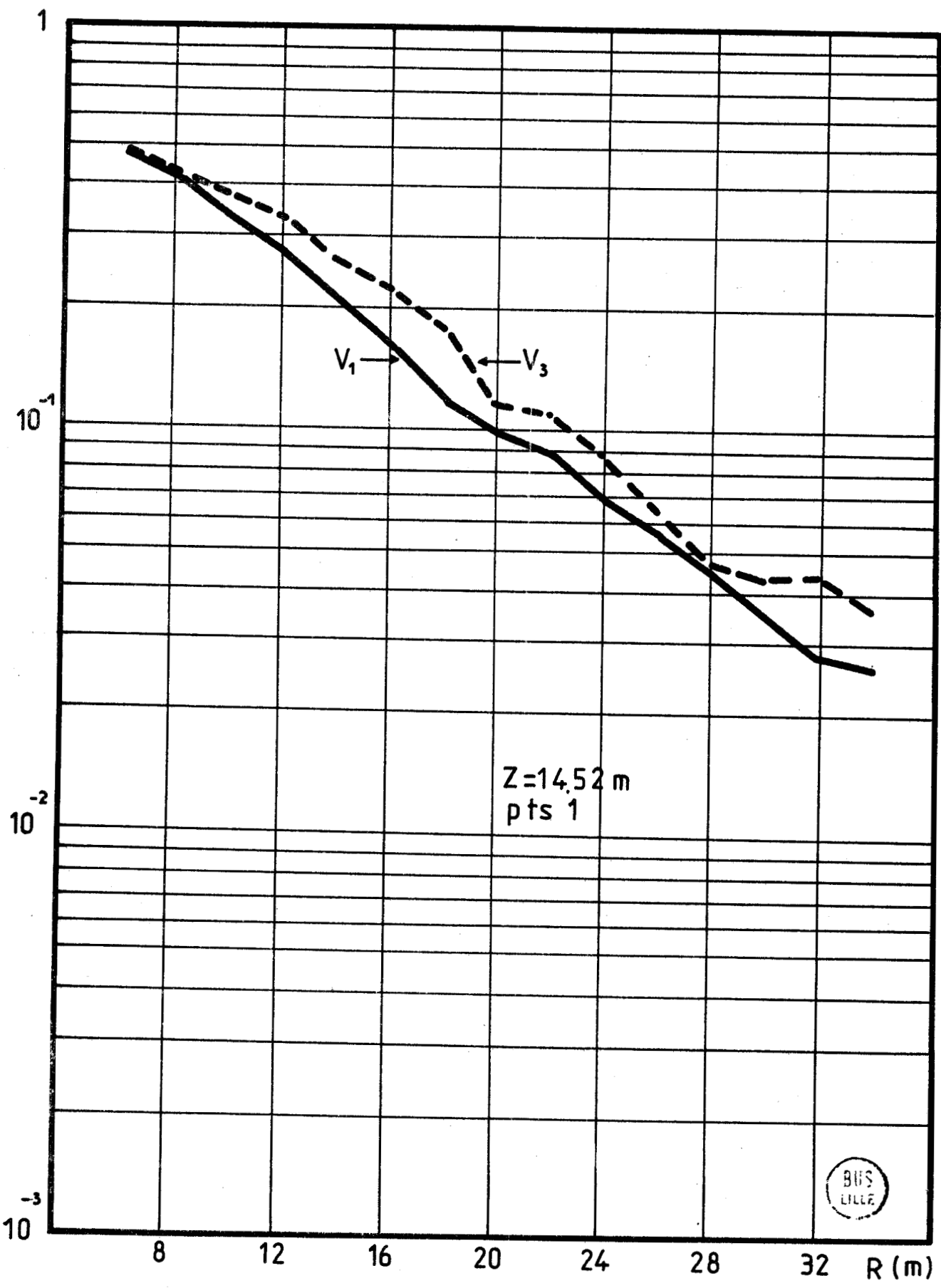
L'amplitude du courant d'injection est d'environ 1 A ; la fréquence d'émission est de 1 024 Hz et, le gain de la sonde est de 385.

Nous avons relevé le champ électrique E_z pour chaque profondeur et, pour chaque position d'émission. Ceci correspond pour chaque puits à un total de 520 mesures, en moyenne.

Toutes ces mesures ont été enregistrées au Laboratoire sur cassette magnétique, en même temps que les distances, les directions et les profondeurs. Il est possible à l'aide d'une calculatrice H.P., modèle 30, de calculer pour chaque valeur de E_z , la résistivité équivalente du terrain et de tracer automatiquement toutes les courbes de E_z , de résistivité ρ ou de l'indice d'anomalie Δ , en fonction de r ou z .

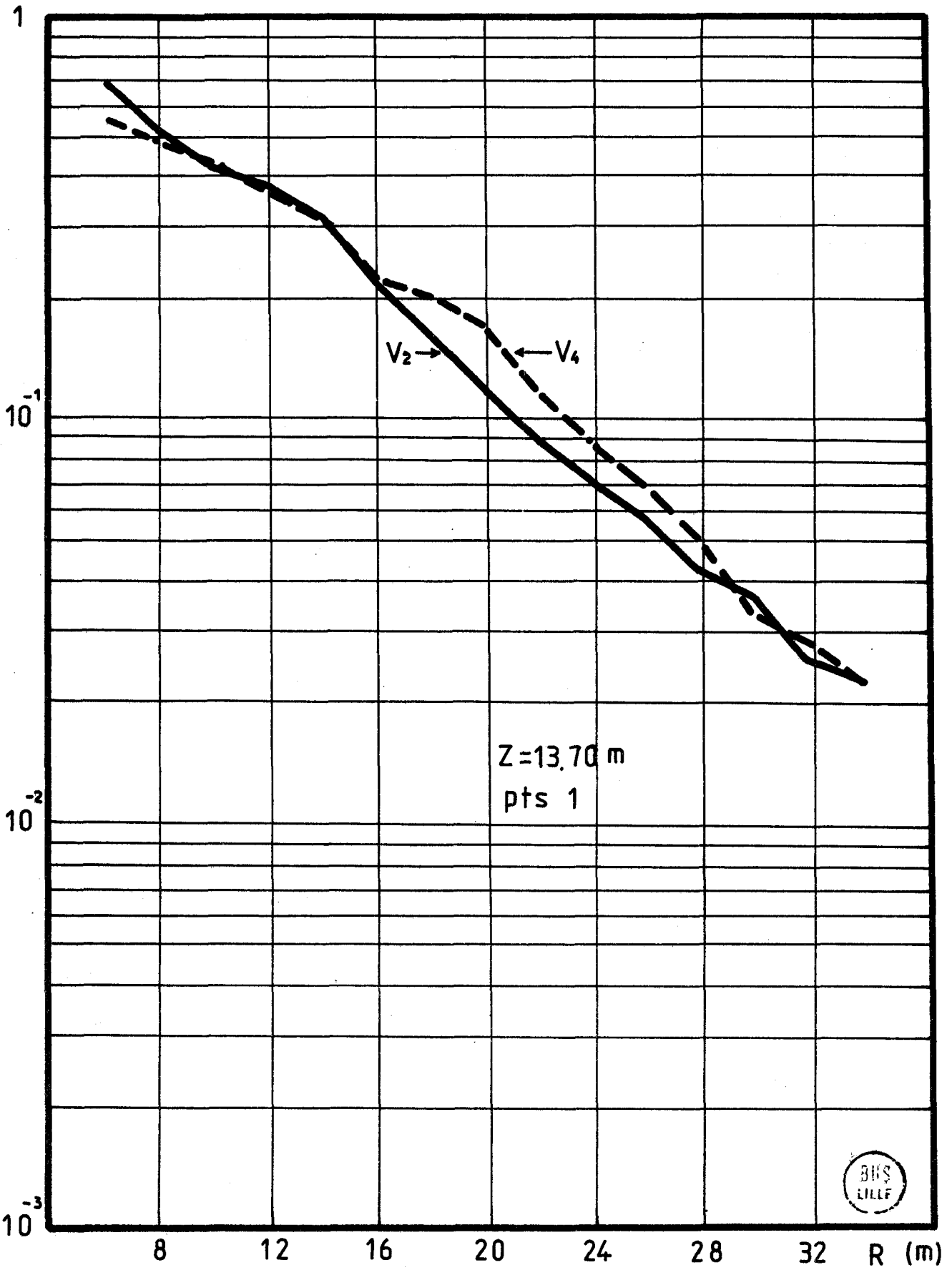
Les figures (1.28) à (1.31) représentent les variations de l'amplitude de la composante E_z , pour le puits n° 1, en fonction de la distance r "émetteur-forage". La profondeur de la sonde relative aux deux directions opposées est indiquée sur les figures (environ, 15,5 m pour toutes les directions).

$V \left(\frac{V}{385} \right)$

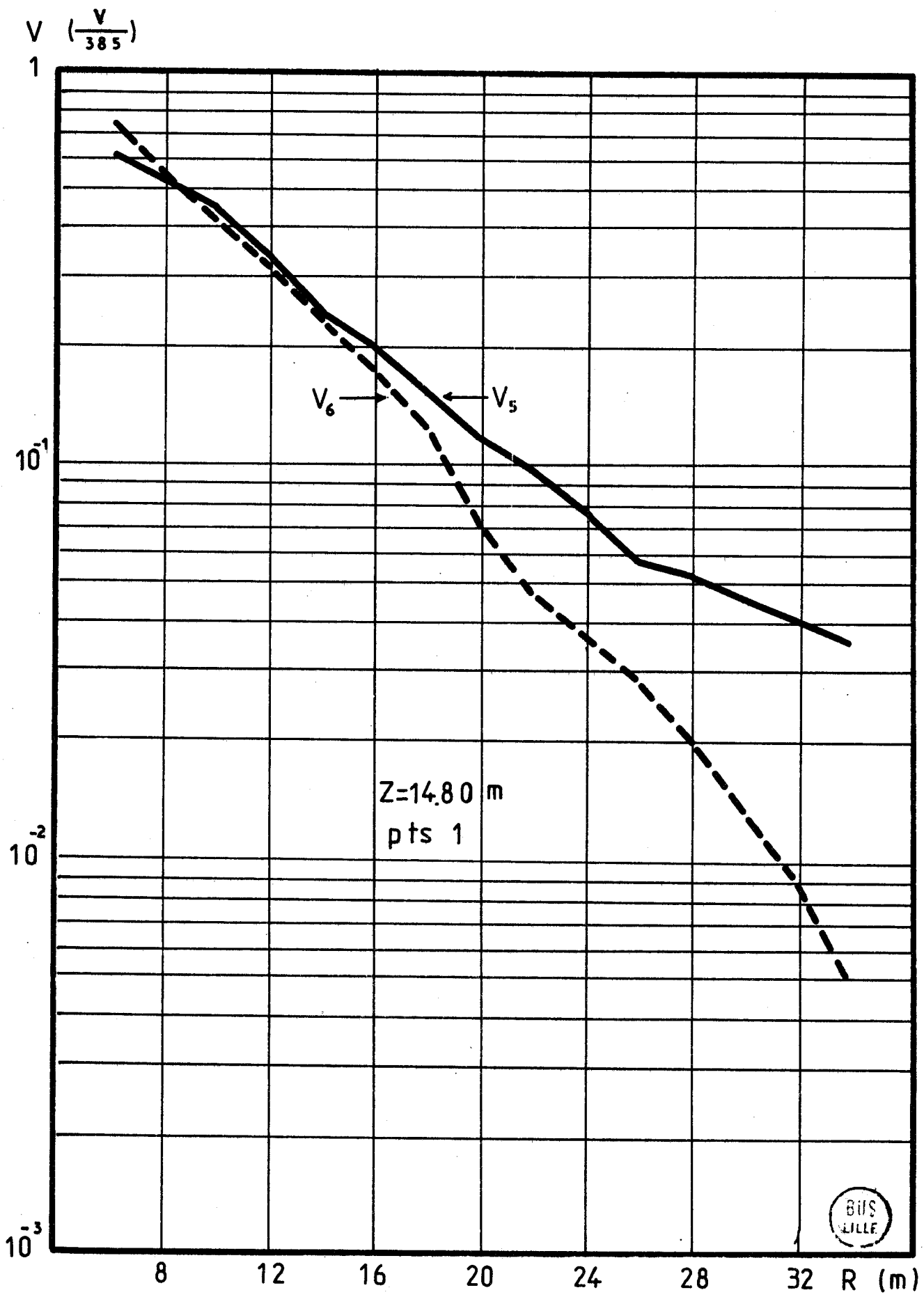


(fig 1-28)

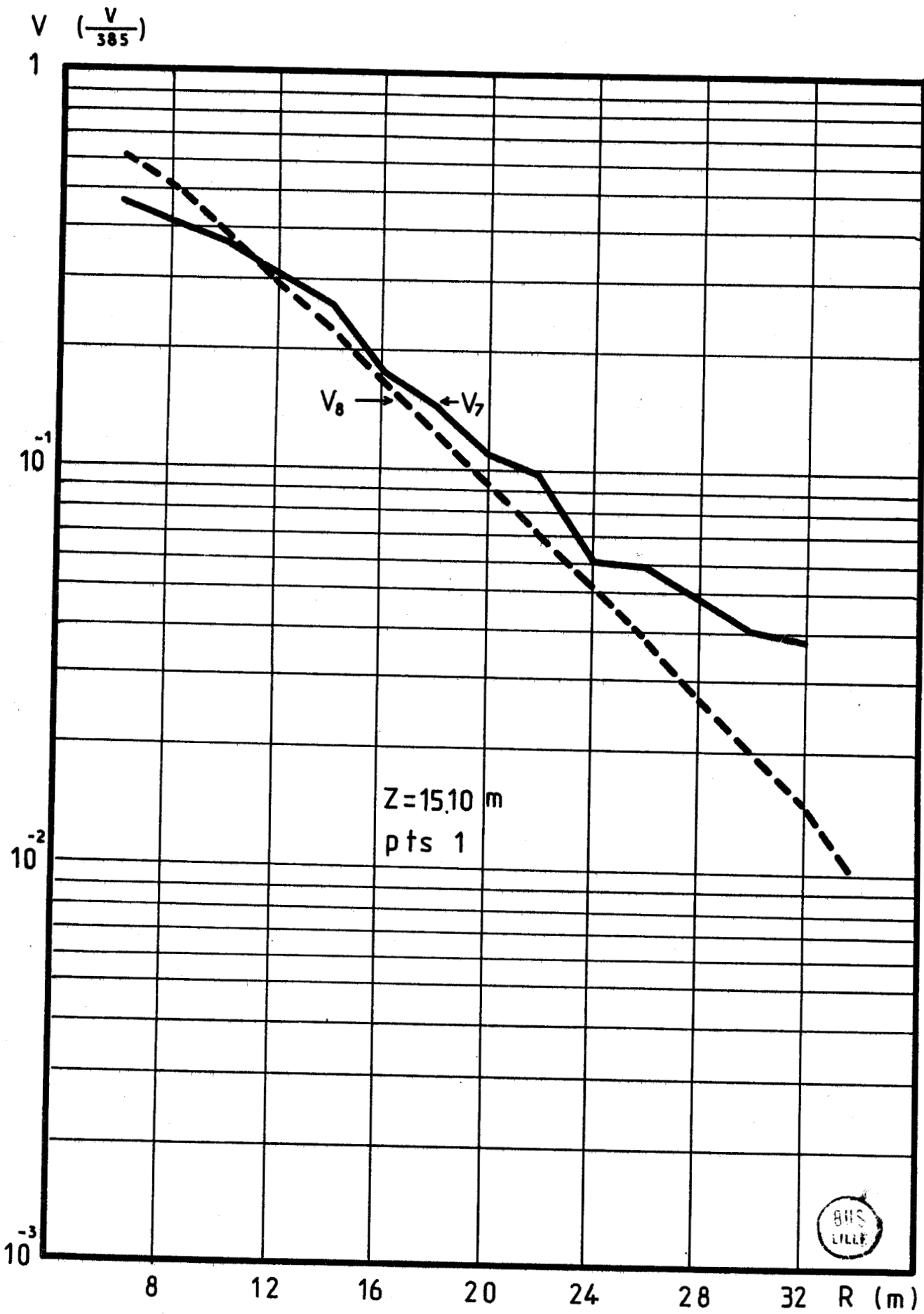
$V \left(\frac{V}{385} \right)$



(fig 1-29)



(fig 1-30)



(fig I-31)

Toutes ces figures montrent qu'il existe un écart entre les courbes relatives aux deux directions opposées. Ce qui traduit une dissymétrie de conductivité autour du puits n° 1.

Cette dissymétrie est accentuée pour les directions opposées 5 et 6.

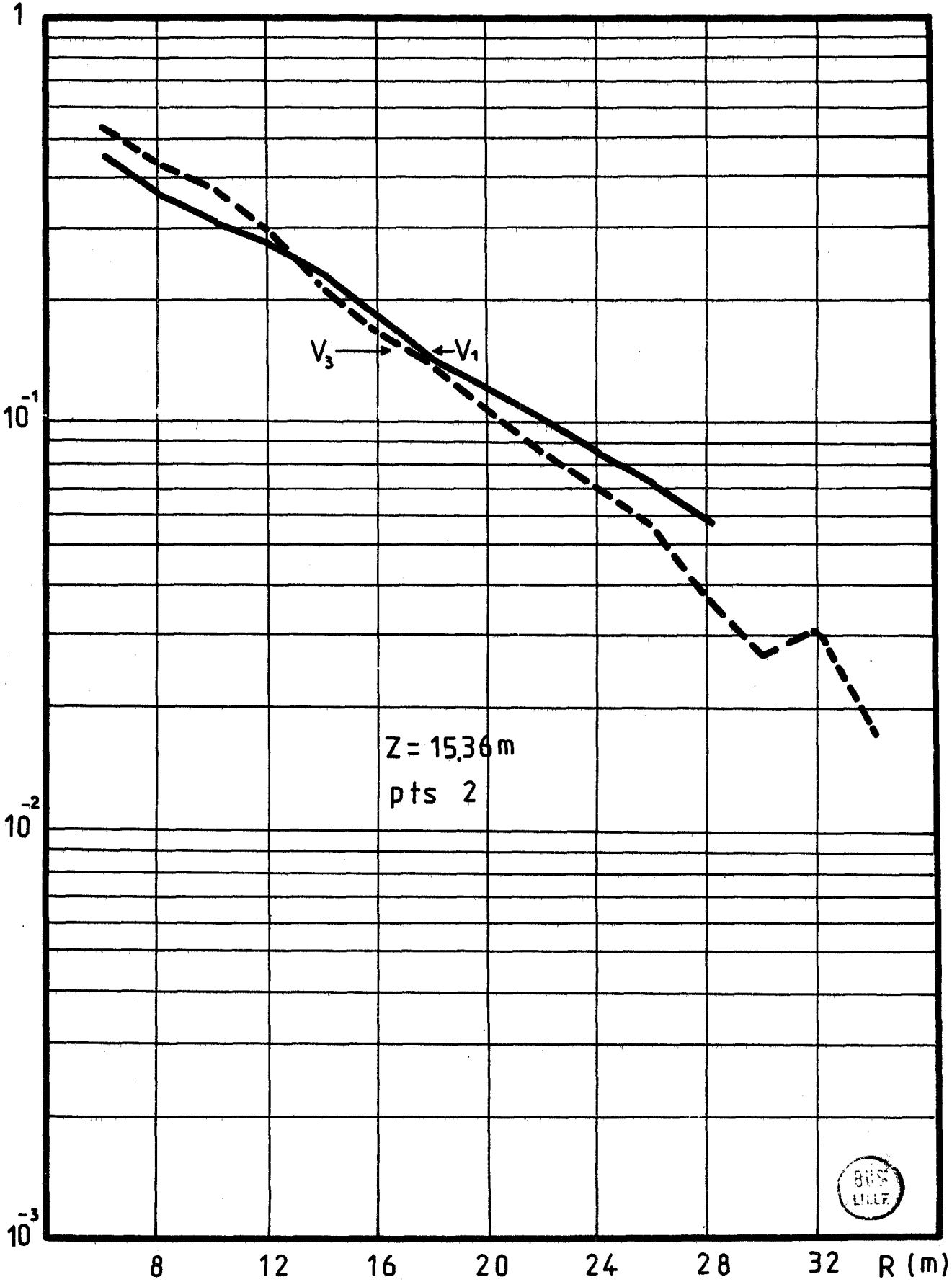
Les figures (1.32) à (1.36) représentent les mêmes variations de E_z dans le cas du puits n° 2. On constate également des différences notables entre les valeurs du champ, relevées dans des directions opposées, sauf pour les directions 7 et 8. On peut donc dire que la structure du terrain autour du puits n° 2 est pratiquement identique dans ces deux directions.

Pour rechercher la position de la cavité, à partir des résultats que nous venons d'exposer pour les deux sondages, nous avons calculé l'indice d'anomalie donné par la formule suivante :

$$\Delta = 2 \cdot \frac{\rho_r - \rho_o}{\rho_r + \rho_o} \quad (1.11)$$

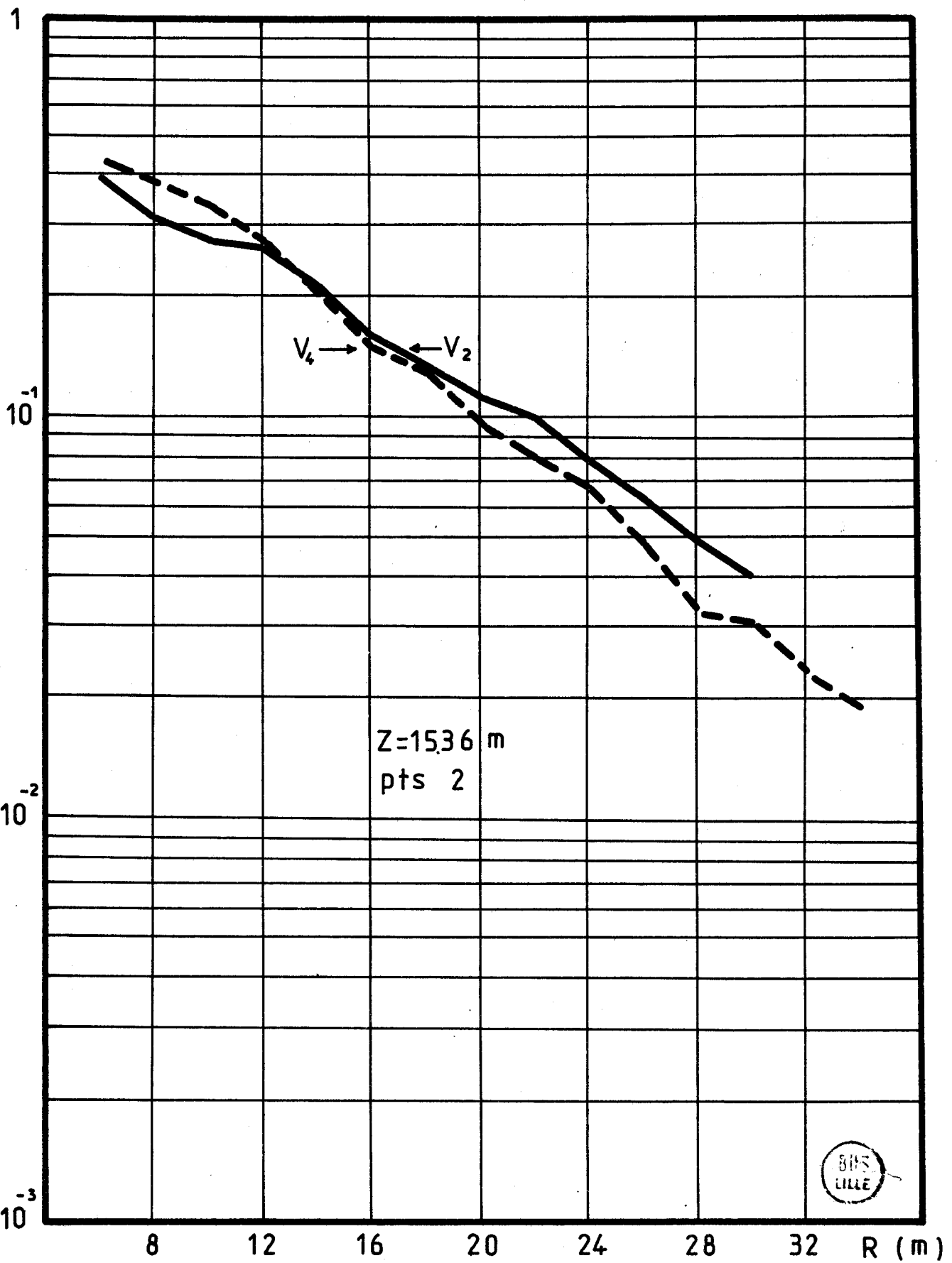
où ρ_r est la résistivité apparente du côté référence, ρ_o est celle du côté opposé. Cette formule est différente de celle donnée par (1.10), car, des relevés effectués récemment sur modèle analogique, dans le cas de la présence de cavité de section droite cylindrique, ayant la forme de la figure (1.37), montrent que la variation de E_z , relevée pour l'émetteur se déplaçant dans la direction opposée à la cavité n'était pas comparable à celle d'un demi-milieu. Il en résulte que pour déceler la présence d'une cavité de ce type, il est nécessaire de réferer la variation de la résistivité apparente calculée pour deux directions opposées à la valeur moyenne de ces deux résistivités, plutôt qu'à l'une d'entre elles. Ceci est d'autant plus justifié que l'on ne connaît pas à priori la direction dans laquelle se situe la cavité.

$V \left(\frac{V}{385} \right)$



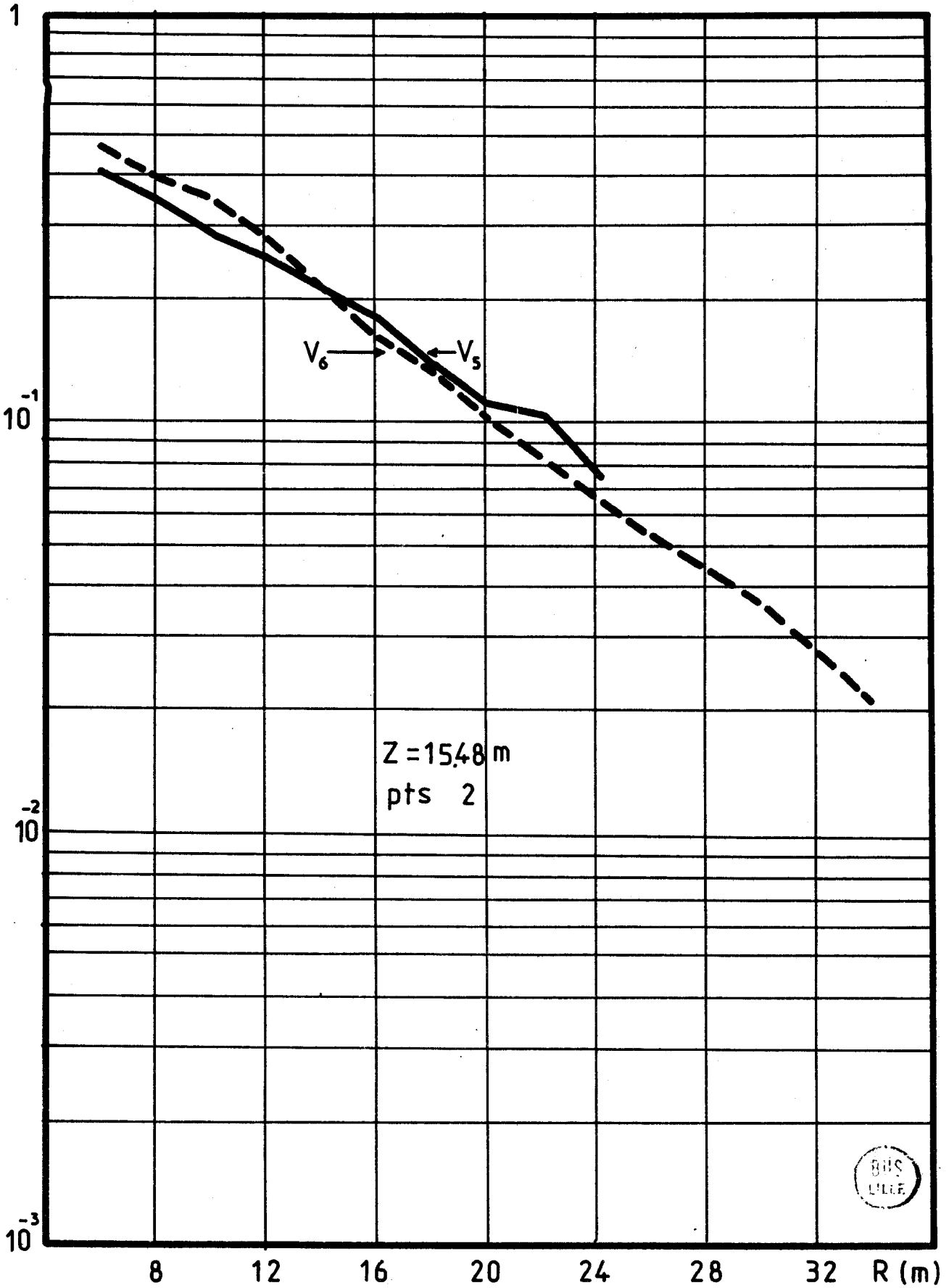
(fig 1-32)

$V \left(\frac{V}{385} \right)$



(fig 1-33)

$V \left(\frac{V}{385} \right)$



(fig 1-34)

$V \left(\frac{V}{385} \right)$

1

10^{-1}

10^{-2}

10^{-3}

8

12

16

20

24

28

32

R (m)

V_7 →

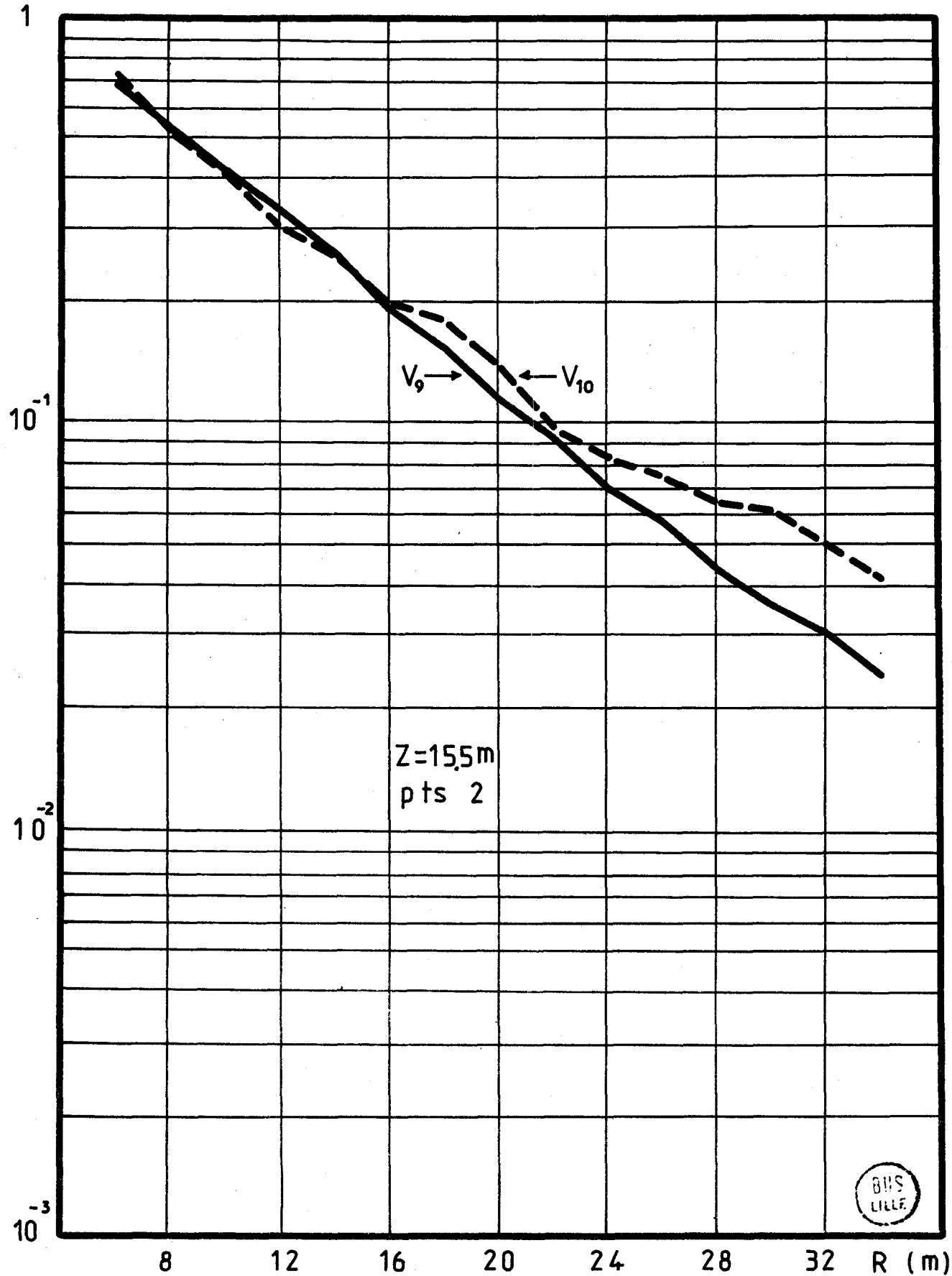
← V_8

Z = 1556 m
pts 2



(fig 1-35)

$V \left(\frac{V}{385} \right)$



(fig 1-36)

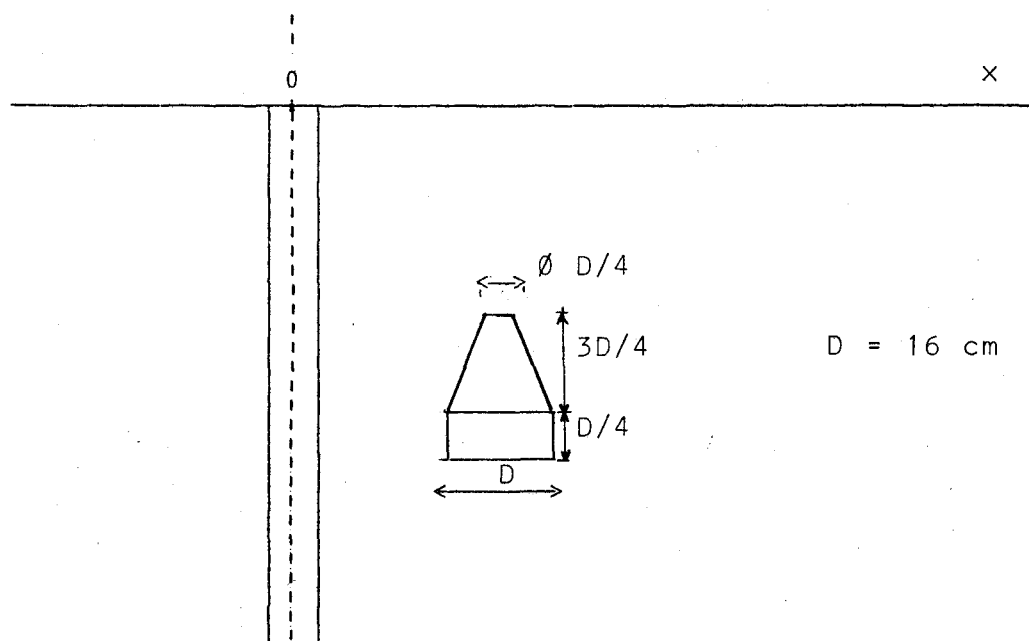
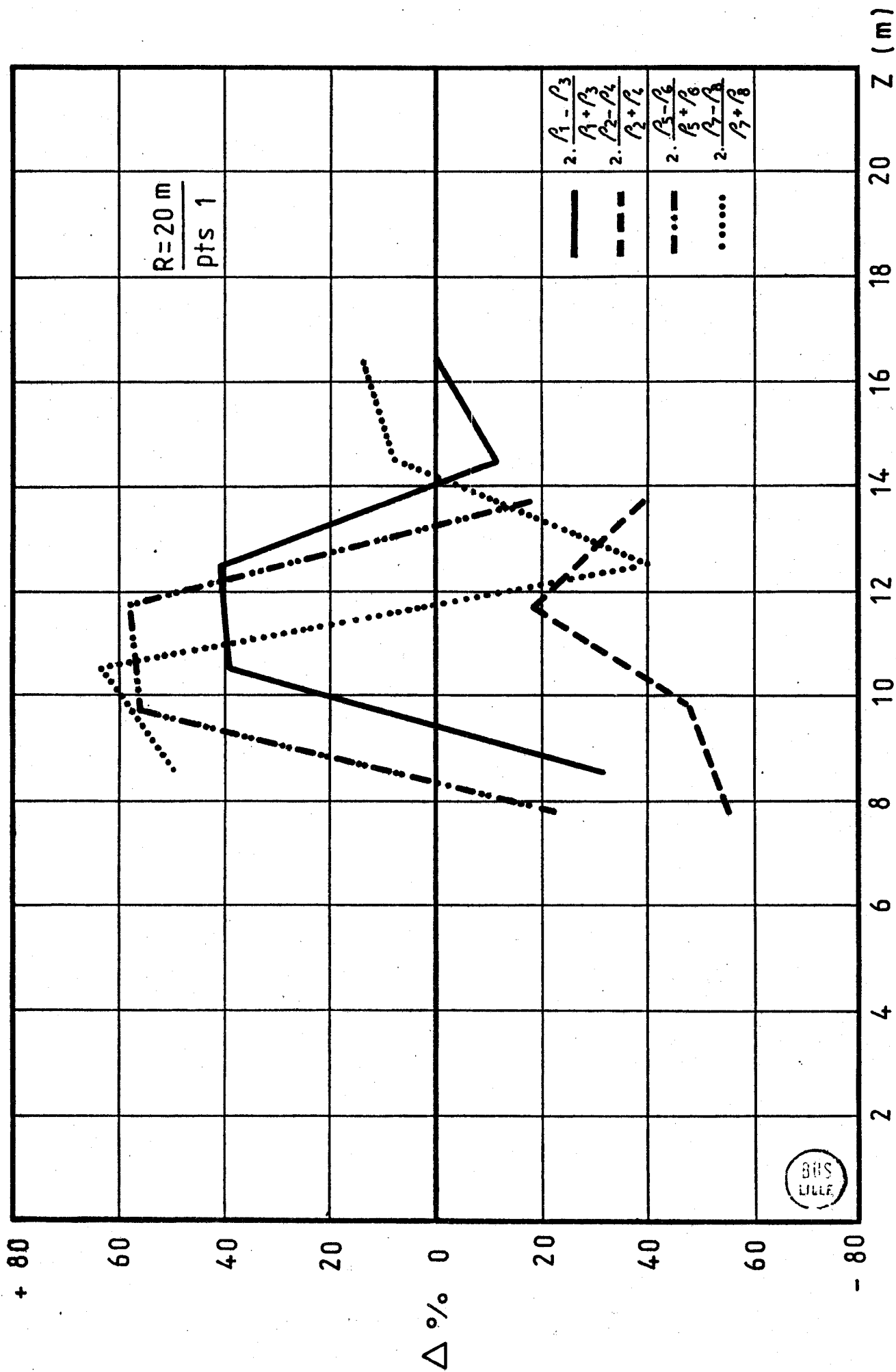


FIGURE (1.37)

Pour calculer ρ , nous avons utilisé les abaques de l'annexe (3). Mais, nous avons établi un programme sur calculatrice qui permet, à partir des mesures stockées sur cassette, de pratiquer le même calcul. Ce programme permet d'effectuer toute l'interprétation automatiquement.

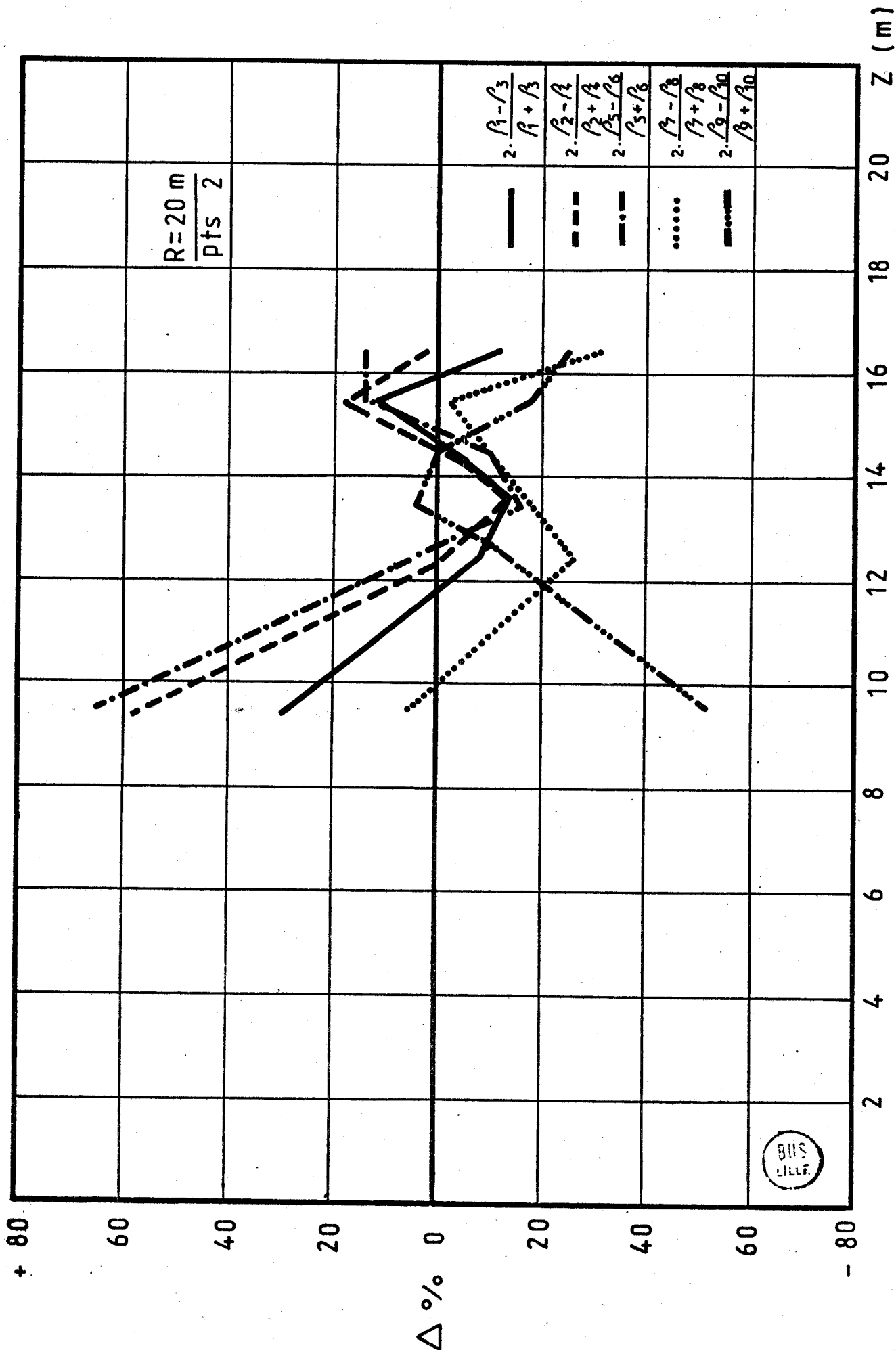
Les figures (1.38) et (1.39) représentent respectivement les variations de cet indice, en fonction de la profondeur z , pour toutes les directions des puits n° 1 et n° 2. La distance émetteur-récepteur est : $r = 20 \text{ m}$.

A l'aide de ces dernières courbes et du principe décrit ci-dessus, nous avons pu constater qu'il y avait une zone résistive limitée, en général, entre la direction n° 6 du puits n° 1 et la direction n° 7 du puits n° 2 ; mais, d'après les courbes de la figure (1.26), on peut estimer que l'écart dû à la différence de résistivité relative aux directions 5 et 6 est très faible, donc la zone résistive dans la direction 6 du puits n° 2 peut être divisée en deux chambres, l'une limitée par la direction 6 du puits n° 2 et la direction 6 du puits n° 1 et, l'autre limitée par la direction 6 du puits



(fig 1-38)





(fig 1-39)

n° 2 et la direction 7 du même puits.

La profondeur de ces zones résistives d'après les courbes d'indice d'anomalie est estimée entre 9 et 13 m pour la première chambre et entre 13 et 17 m pour la deuxième chambre.

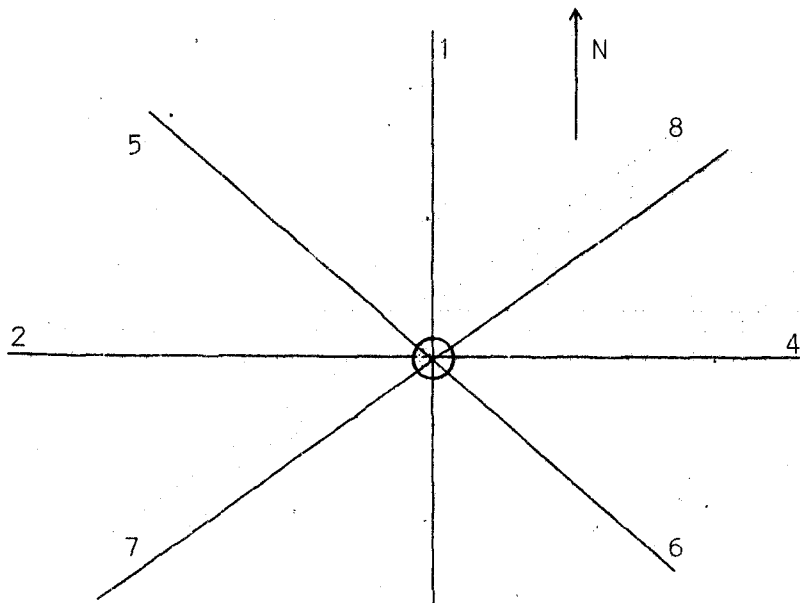
La distance minimale entre le bord de la première cavité et le puits n° 1 est de l'ordre de 2 m, et, celle entre la deuxième cavité et le puits n° 2 est de l'ordre de 1,5 m ; mais, ces distances devant être considérées comme approximatives.

Le croquis de ces cavités est représenté par la figure (1.40).

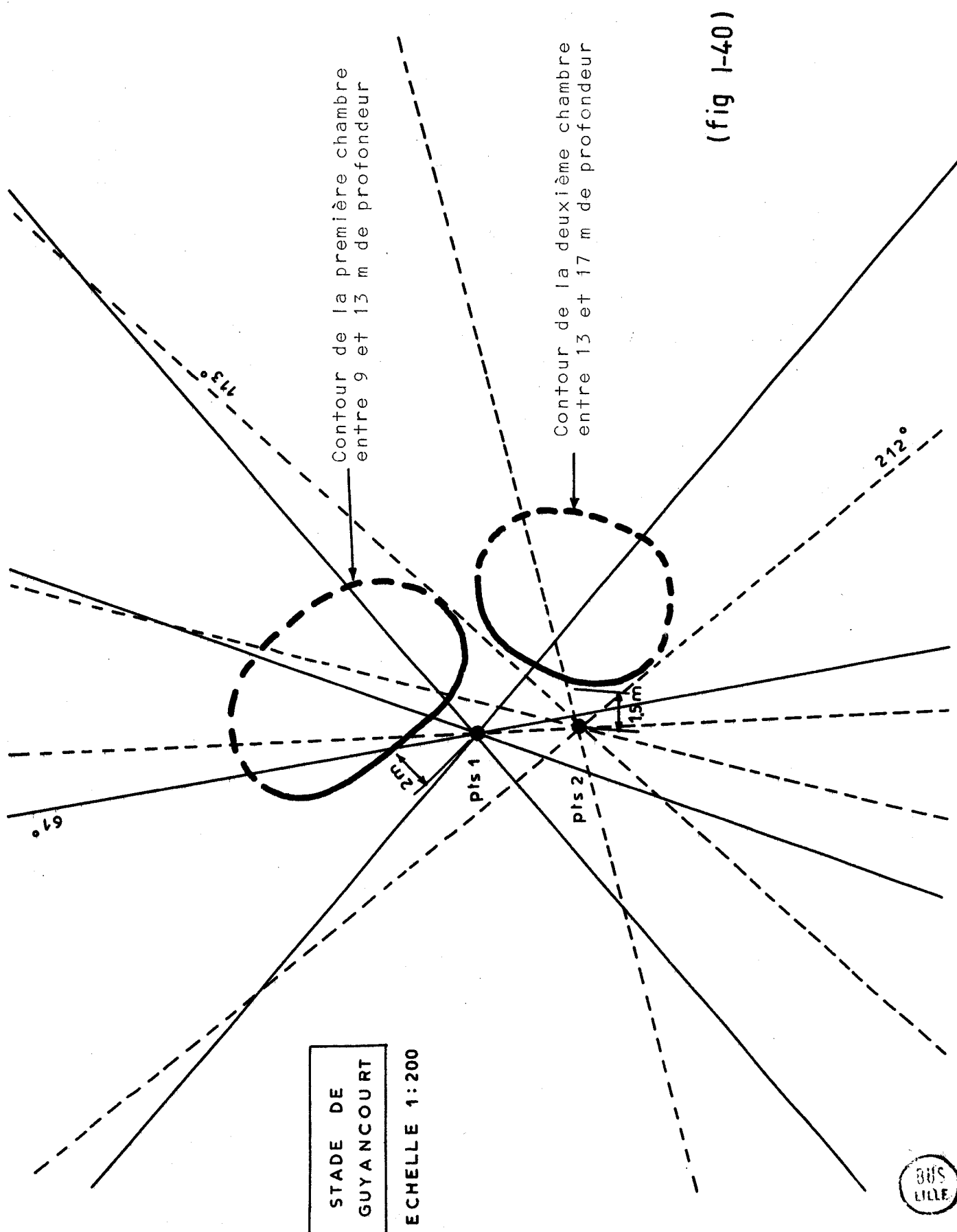
b) Les résultats de Trous

La figure (1.41) représente la position du sondage, appelé n° 3 sur la Commune de Trous. La profondeur de ce sondage est d'environ 22 m.

Nous avons effectué une série de mesures dans 8 directions sur lesquelles nous avons implanté des prises de courant espacées de 2 m, l'une de l'autre. La distance entre le puits et le premier piquet de chaque direction est de 5 m.



FIGURE(1.41)



(fig 1-40)

STADE DE
GUYANCOURT

ECHELLE 1:200



Nous avons tracé la variation de l'amplitude de la composante E_z en fonction de la distance r , (les figures (1.42) à (1.45)) ; pour diverses profondeurs voisines de la sonde (z moyen est égal à 13,5 m).

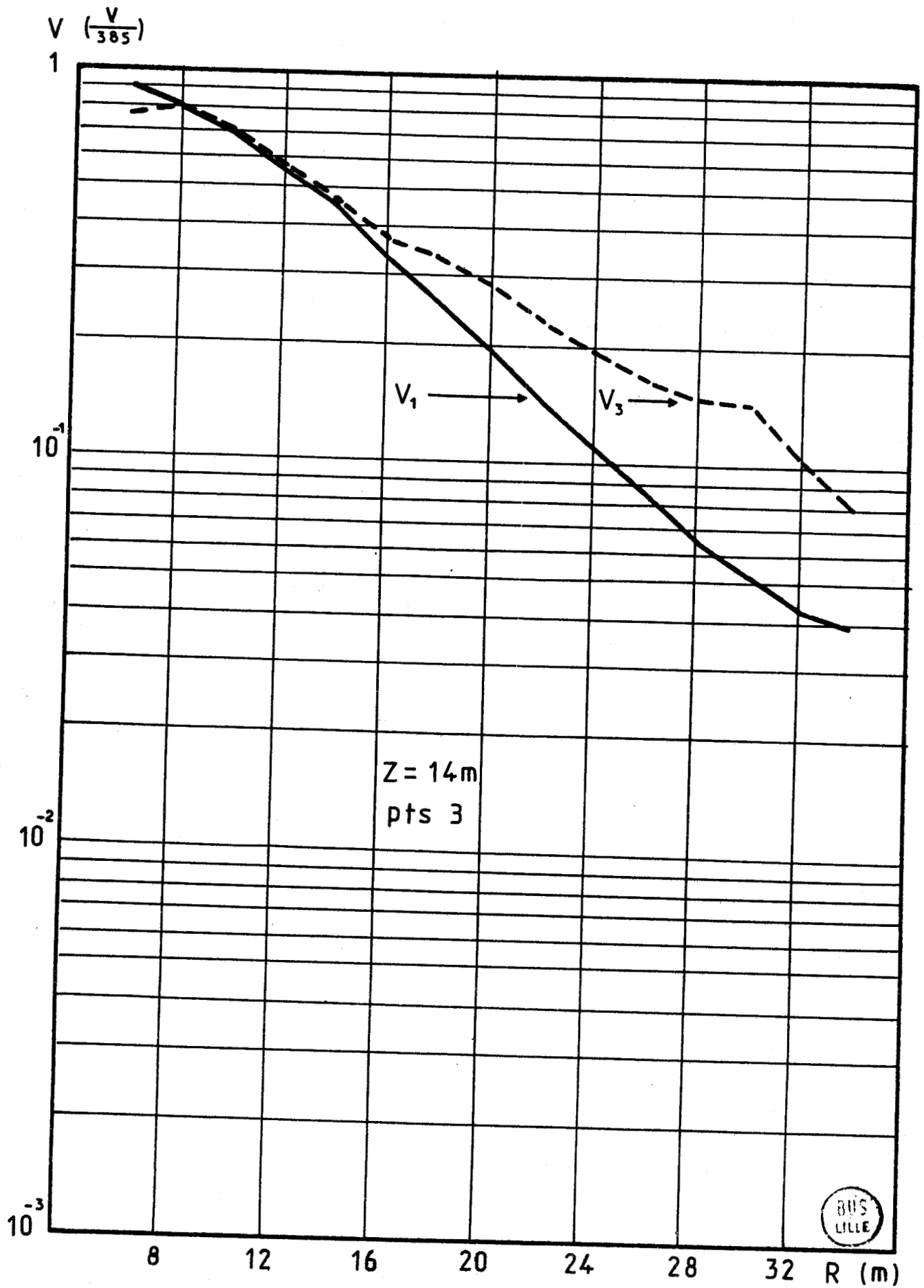
Sur ces figures, on s'aperçoit que pour les directions 2-4 et 7-8, les courbes se croisent plusieurs fois et l'écart entre elles est faible, tandis que, pour les directions 1-3 et 5-6, cet écart est important. (pour $r = 20$ m et $z = 14$ m, il est de l'ordre de 70 %).

Dans ces conditions, nous avons calculé, à partir des abaques de ρ apparent, les indices d'anomalie et nous avons tracé leurs variations en fonction de z . (figure 1.46).

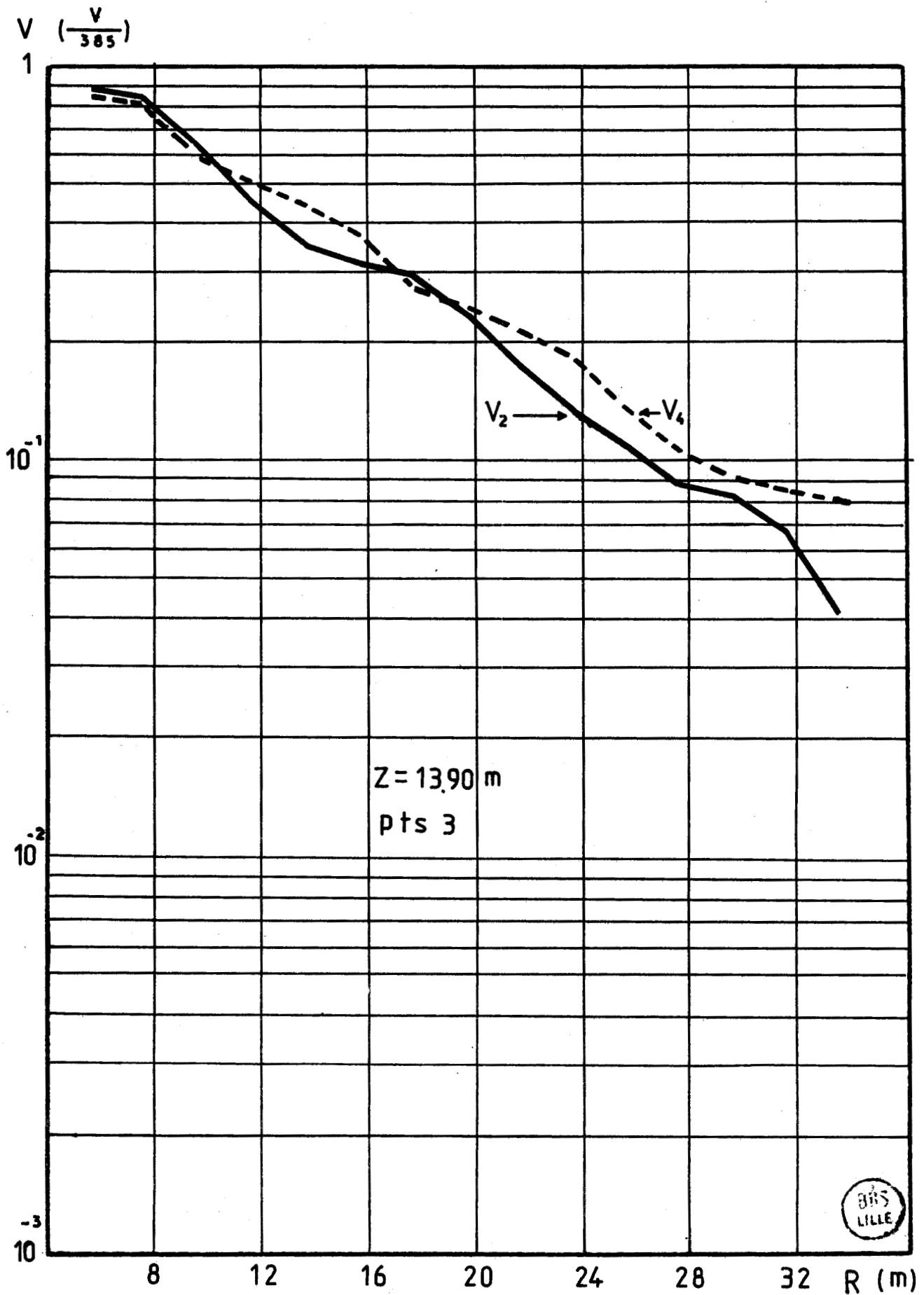
Sur cette figure, on s'aperçoit que les courbes relatives aux directions (2-4) et (7-8) fluctuent autour de $\Delta = 0$; c'est à dire que le milieu dans ces directions peut être considéré comme symétrique par rapport à l'axe du sondage. Par contre, la valeur de Δ calculée pour les directions 6 et 3 et pour $z = 14$ m montre qu'il existe une hétérogénéité résistive développée vers la direction 3.

Nous avons estimé également que la profondeur de cette anomalie est de l'ordre de 14 m, avec une distance entre son bord et le puits de l'ordre de 4 m. Toutefois, pour les mêmes raisons que précédemment, nous ne pouvons pas affirmer avec certitude la valeur de la distance du bord de la cavité à l'axe du forage. La figure (1.47) représente le croquis de la forme probable du fonds de la cavité.

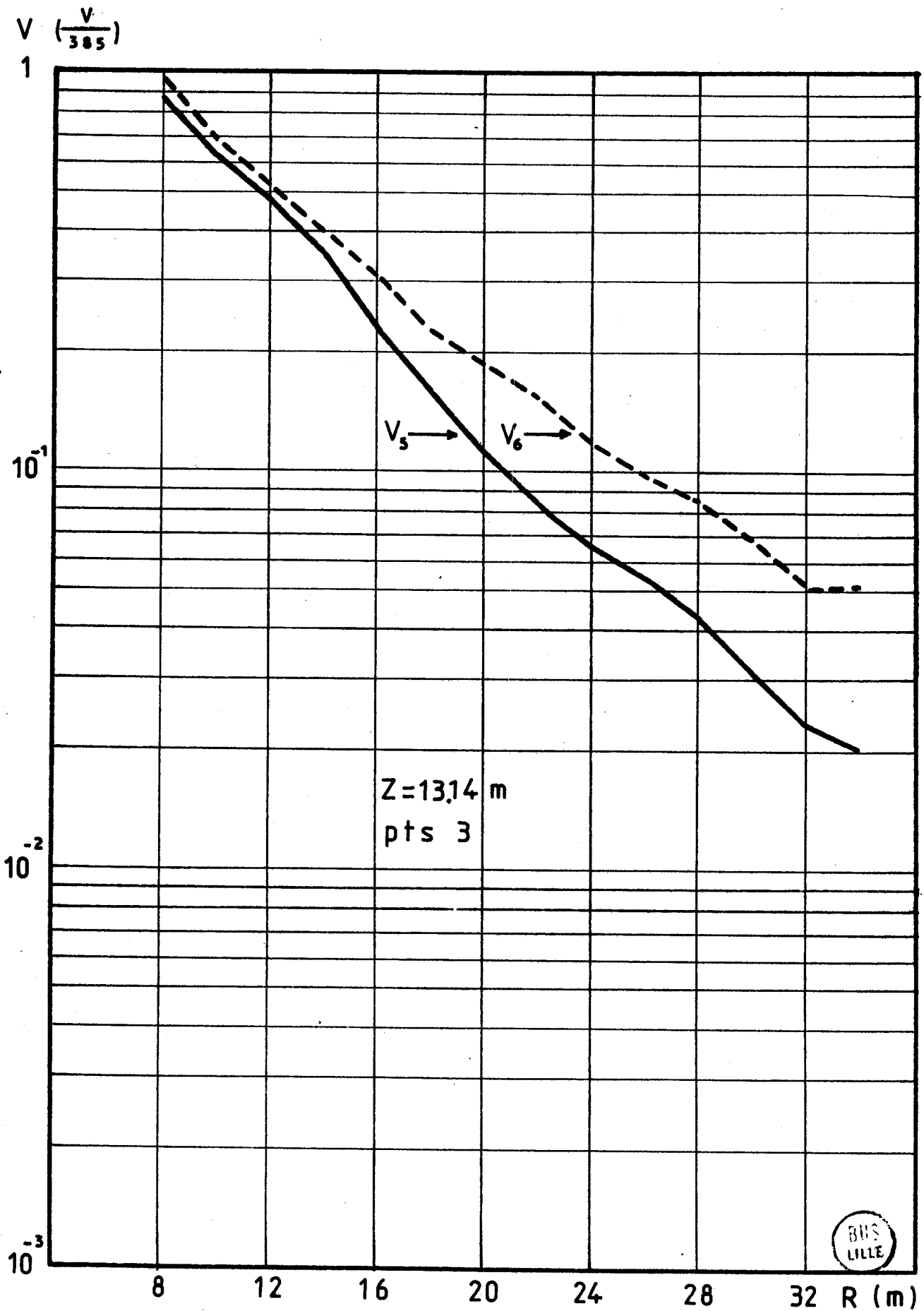
Une vérification récente faite par sondages mécaniques par le Laboratoire régional de l'Équipement de l'Ouest Parisien a confirmé l'existence et la position de cette cavité pratiquement à l'endroit où notre interprétation des mesures effectuées l'avait placée.



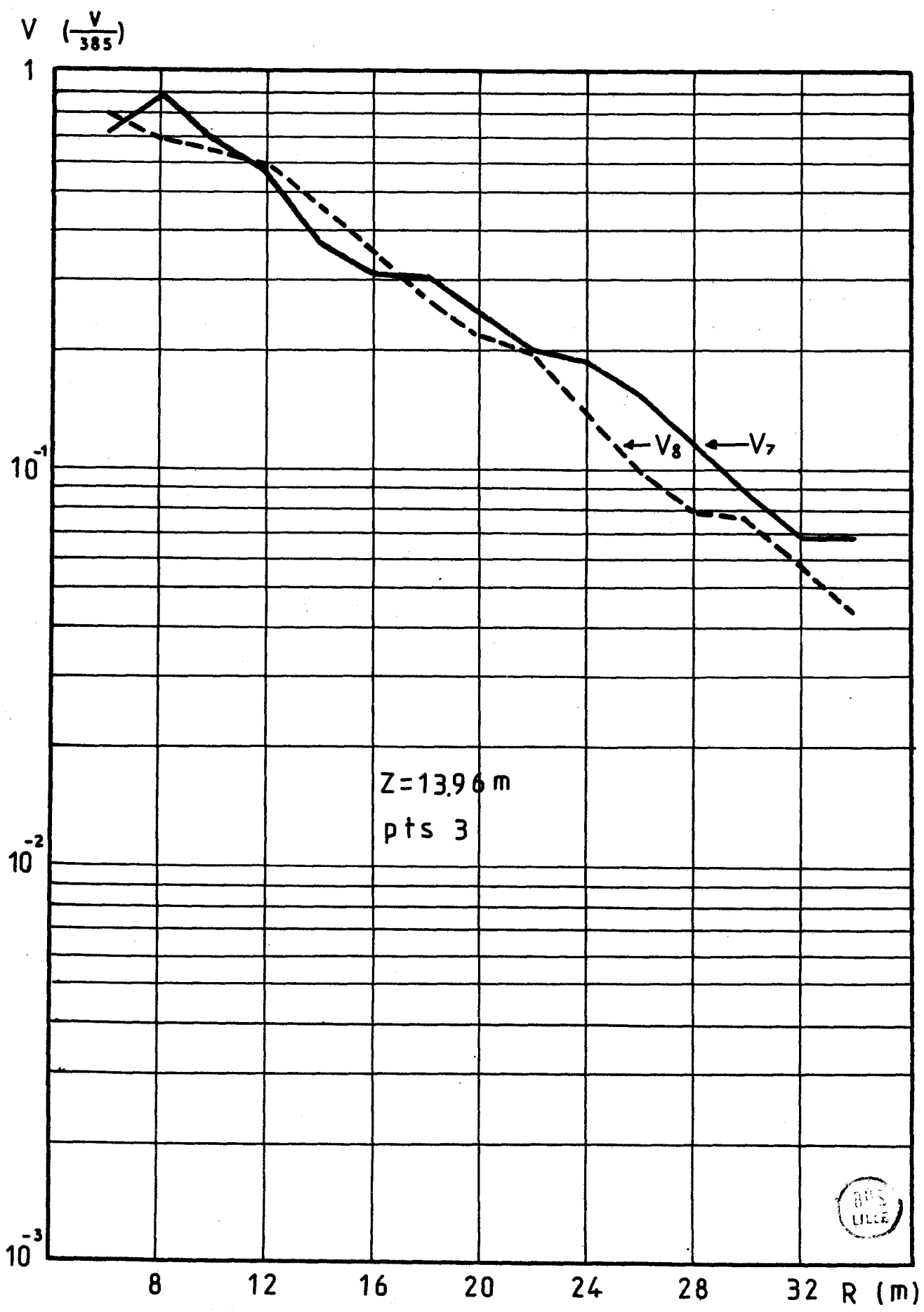
(fig 1-42)



(fig 1-43)



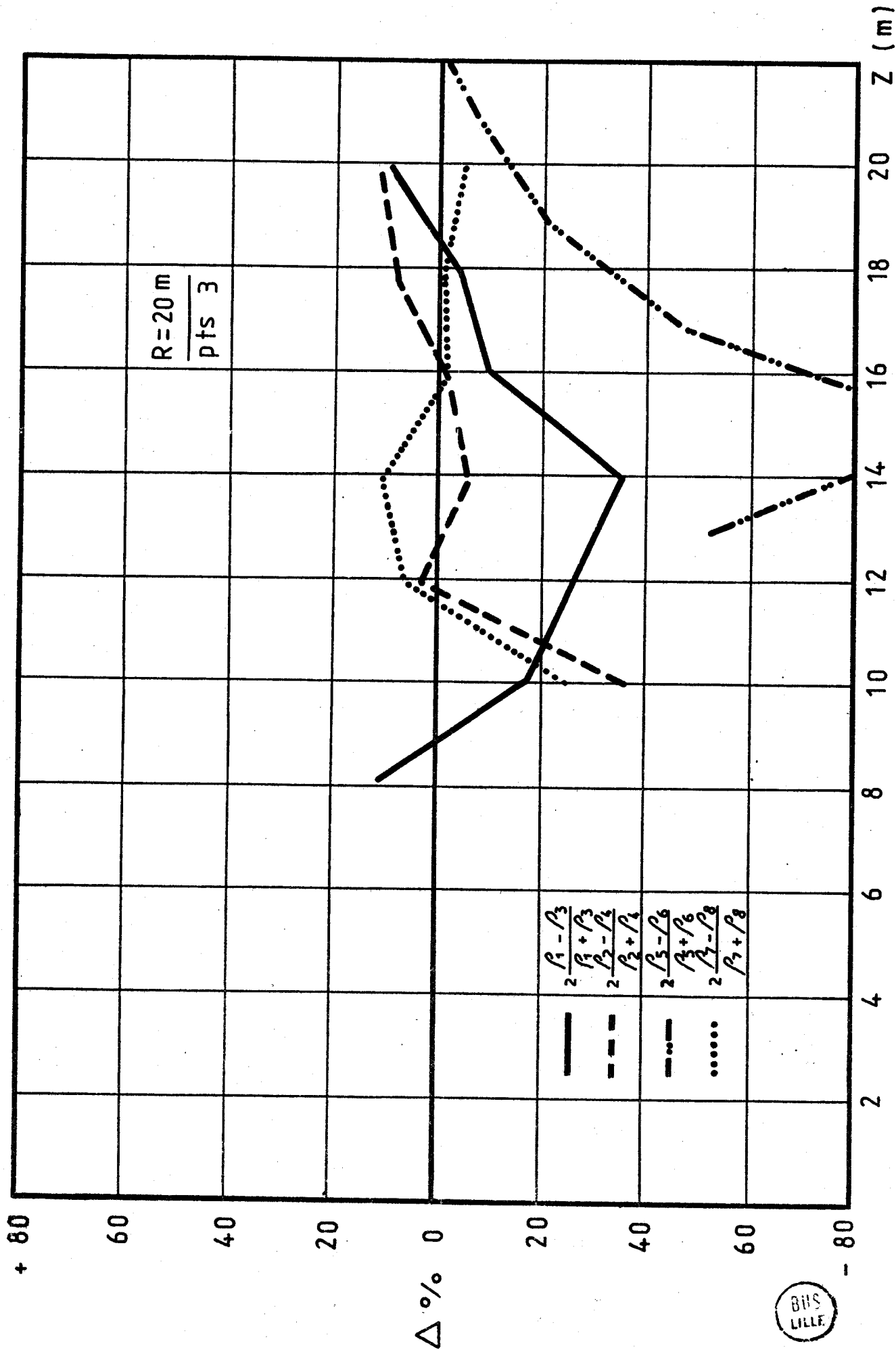
(fig 1-44)



Z=13.96 m
pts 3



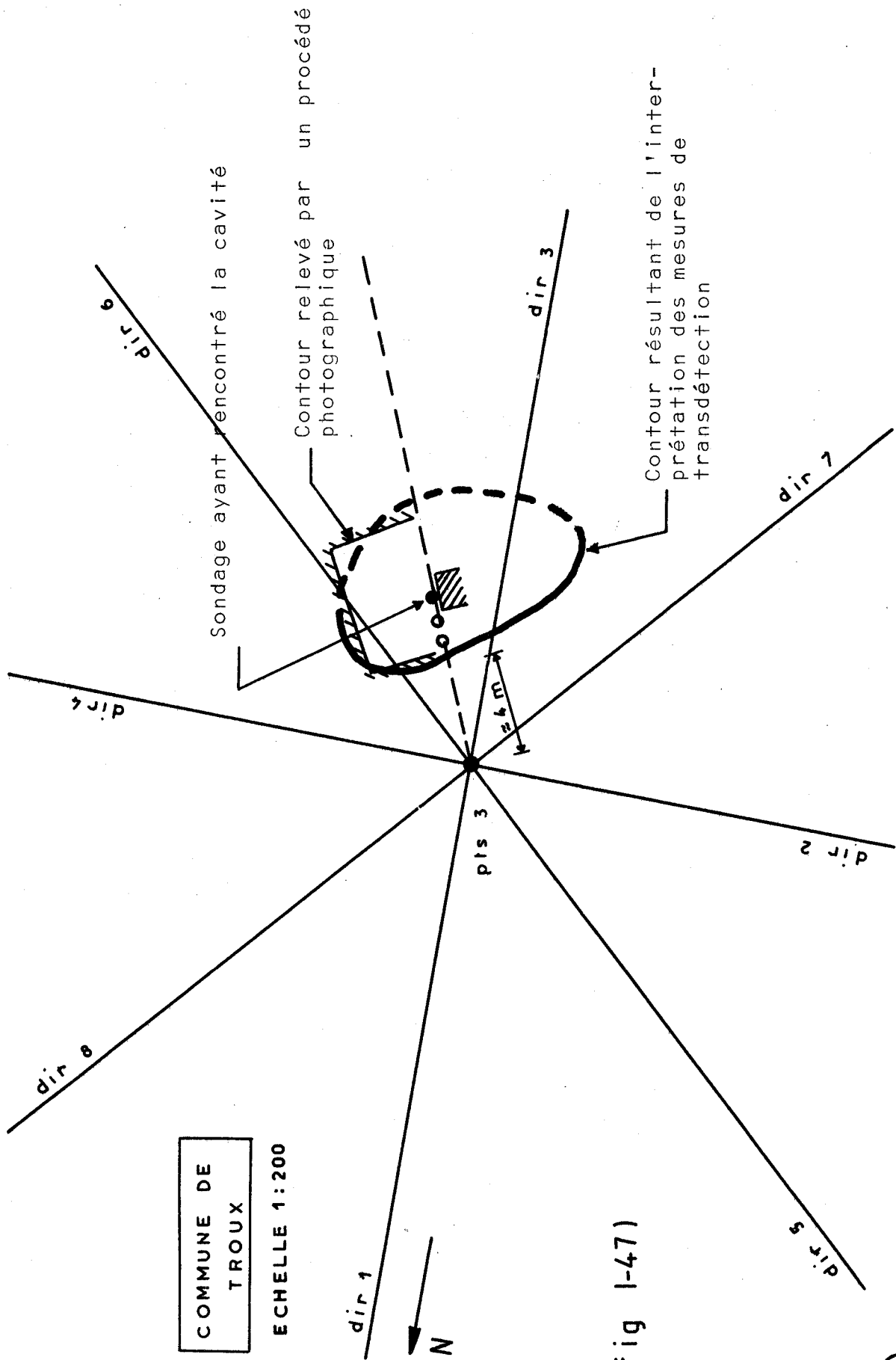
(fig 1-45)



(fig 1-46)



Cette vérification a consisté à pratiquer trois sondages suivant la ligne pointillée de la figure (1.47). Les deux sondages blancs n'ont rien révélé mais, au cours du forage du sondage noir, il est survenu une chute d'outil à 13 mètres, décelant la présence de la cavité à l'endroit et à la profondeur que nous avions prévus. Le contour bordé de hachures représente la forme exacte de la cavité reconnue par un procédé photographique. On peut constater que le sondage noir est "tombé" à proximité d'un pilier, de sorte que si la direction de la ligne de sondage avait été légèrement décalée, vers le sud, la cavité aurait pu ne pas être trouvée ; ce qui démontre la complémentarité de cette méthode à la pratique d'une campagne de sondages.



COMMUNE DE
 TROUX

ECHELLE 1:200

(fig 1-47)



I.5. CONCLUSION DE LA PREMIERE PARTIE

Nous avons montré, en présentant la première partie de notre Thèse, que, dans le cas de la transdétection utilisant un émetteur assimilable à un dipôle électrique horizontal, il était pratiquement impossible de se passer d'un bon contact électrique entre les électrodes de la sonde de réception et la paroi du forage.

Dans un premier cas, nous avons envisagé de capter le champ électrique E_z à l'aide d'une sonde électrostatique et nous avons pu montrer que l'excentrement inévitable entre la sonde et le forage provoquait des fluctuations des signaux reçus du même ordre de grandeur que celles provoquées par la présence d'une cavité située proche du puits. L'usage d'une sonde électrostatique doit donc être rejeté.

Dans un deuxième cas, nous avons montré que la seule composante du champ magnétique H_z , créée par DEH, accessible facilement à la mesure dans un forage, avait son amplitude pratiquement indépendante de toute variation de conductivité du sous-sol. L'usage d'une sonde mesurant la composante verticale du champ magnétique doit donc aussi être rejeté, lorsque l'on utilise un émetteur du type DEH.

Compte tenu de ces résultats, nous avons développé la méthode de transdétection à partir d'un sondage de génie-civil, en utilisant de la mousse ou de la boue conductrice.

L'utilisation de la mousse conductrice permet de pratiquer des mesures pour n'importe quelle qualité de paroi de sondage, mais, sa mise en oeuvre est coûteuse.

Nous avons montré que l'utilisation de la boue conductrice permettait de pratiquer de bonnes mesures à condition que le

diamètre du sondage soit le plus petit possible et que la viscosité de la boue soit la plus forte possible. Mais, dans ces conditions, quelques heures après le remplissage du sondage, compte tenu de la densité de la boue et de la formation du "mud-cake", il est difficile et pratiquement impossible de descendre la sonde de réception au fond du puits.

Pour ces raisons et par analogie avec un procédé de recherche de cavités opérant à partir de la surface du sol⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾⁽¹²⁾, nous avons étudié une autre méthode utilisant des boucles magnétiques à l'émission et à la réception. Cette étude fait l'objet de la deuxième partie de notre Thèse.

°°°°°°°°°°°°°°°°°°°°

DEUXIEME PARTIE

ETUDE THEORIQUE DU COMPORTEMENT DU CHAMP MAGNETIQUE, CREE
PAR UN DIPOLE MAGNETIQUE VERTICAL (D M V) EN SURFACE
DANS UN TERRAIN CONTENANT UNE ANOMALIE
RESISTIVE

Au cours de la première partie, nous avons montré que lorsque l'émetteur était du type électrique, la seule composante suffisamment sensible aux variations de conductivité, pour être pratiquement utilisable, était la composante verticale du champ électrique.

Dans ces conditions, les seuls paramètres que l'on puisse facilement faire varier sont la distance r de l'émetteur à l'axe du forage et la profondeur z de la sonde réceptrice.

Nous avons interprété toutes les mesures faites par cette méthode et nous avons vu que malgré tous les moyens possibles permettant d'établir un bon contact électrique entre la sonde et la paroi du sondage, dans certains cas, ce contact n'était pas assez régulier pour obtenir des mesures facilement interprétables.

Pour contourner la difficulté du contact électrique, nous avons cherché à utiliser une méthode tout à fait différente, utilisant des boucles magnétiques émettrices et réceptrices.

Ce procédé, qui s'avère aussi sensible à la présence des hétérogénéités que la méthode électrique, offre l'avantage supplémentaire d'être beaucoup plus dépendant de la fréquence du signal de mesure et par conséquent de permettre de trouver des bandes de fréquences pour lesquelles la détectabilité d'une cavité souterraine se trouve optimisée.

Dans cette deuxième partie, nous traitons théoriquement la méthode magnétique-magnétique, où l'émetteur est une boucle circulaire de courant assimilable à un dipôle magnétique d'axe vertical et le récepteur est un capteur de champ magnétique vertical ou horizontal.

Nous développons tout d'abord les expressions des champs, dans le cas d'un demi-milieu homogène puis, dans le cas d'un

milieu stratifié horizontalement. Puis, nous déterminons théoriquement à partir de la notion d'indice d'anomalie, les conditions optimales de distance et de fréquence, pour obtenir des résultats comparables à ceux de la méthode électrique et que nous pensons même susceptibles d'être meilleurs.

Le principal avantage de cette méthode (que nous n'avons eu le temps d'étudier que théoriquement) réside toutefois dans le fait qu'elle supprime totalement tous problèmes de contact électrique aussi bien à l'émission qu'à la réception.

°°°°°°°°°°°°°°°°

II.1. ETUDE THEORIQUE DES COMPOSANTES MAGNETIQUES DU CHAMP CREE
PAR UN D M V EN SURFACE, DANS UN TERRAIN CONTENANT
UNE COUCHE RESISTIVE

II.1.1. Mise en équation du problème dans le cas d'un demi-milieu
homogène

On considère un demi-milieu homogène de conductivité σ_1 , surmonté d'un demi-milieu isolant constituant l'atmosphère.

Le champ électromagnétique est créé dans ces deux demi-milieux par un dipôle magnétique vertical situé à l'interface de ces milieux à l'origine d'un système de coordonnées cylindriques. L'interface est le plan $r, \phi, z = 0$ (Figure II.1.)

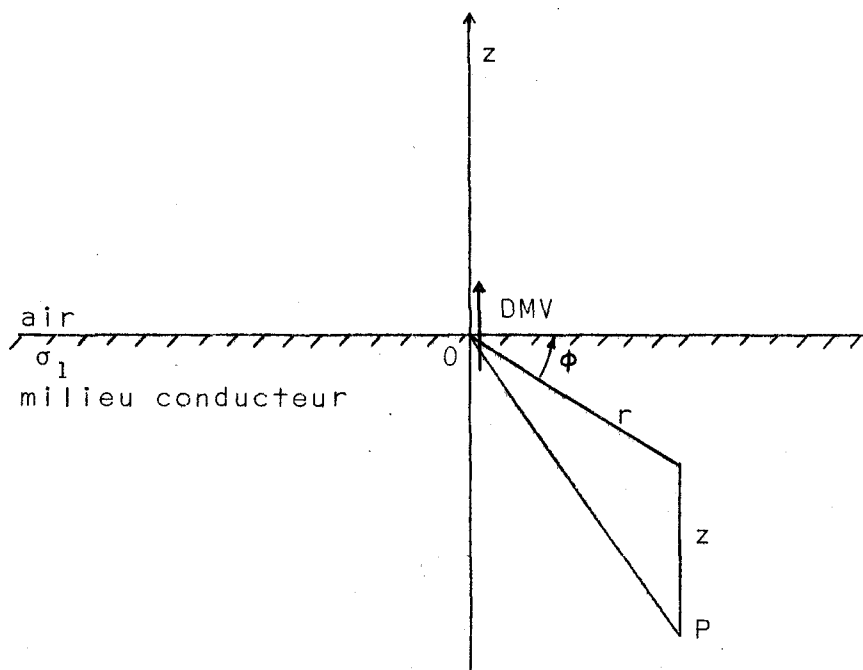


FIGURE II.1.

II.1.1.1. Expressions générales

Le calcul des composantes du champ rayonné, en un point P de coordonnées z, r, ϕ , se ramène à déterminer le potentiel de Hertz $\vec{\pi}$ dans ce demi-milieu. Ce dernier vérifie l'équation d'onde en régime harmonique où le courant circulant dans la bobine d'émission est de la forme :

$$i(t) = i_0 e^{j\omega t}$$

$$(\Delta - \gamma_1^2) \vec{\pi} = 0 \quad (11.1)$$

où $\gamma_1 = \sqrt{j\omega\mu_1(\sigma_1 + j\omega\epsilon_1)}$ est le facteur de propagation libre, $\sigma_1, \epsilon_1, \mu_1$, respectivement : la conductivité, la perméabilité et la perméabilité du milieu conducteur.

$$\omega = 2\pi f \quad \text{avec } f : \text{ la fréquence de l'émission}$$

Le facteur de propagation γ_1 varie en fonction de la fréquence et dans le cas où on néglige le courant de déplacement (en basse fréquence), $\omega\epsilon \ll \sigma$, on peut le mettre sous la forme :

$$\gamma_1 = \frac{1 + j}{\delta} \quad (11.2)$$

$$\text{avec : } \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega_1 \mu_1 \sigma_1}} \approx \frac{500}{\sqrt{f \cdot \sigma_1}} \quad (11.3)$$

δ s'appelle la profondeur de pénétration des ondes dans le milieu conducteur.

La définition du facteur de propagation est telle que la partie réelle est toujours positive.

$$R_e(\gamma_1) > 0$$

Par symétrie de révolution, le potentiel de Hertz $\vec{\pi}$ n'a

qu'une composante verticale $\vec{\pi}_z$ et les champs électrique et magnétique sont donnés par les expressions ⁽¹³⁾

$$\vec{E} = -j \omega \mu \operatorname{rot} \vec{\pi}_z \quad (11.4)$$

$$\vec{H} = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{\pi}_z \quad (11.5)$$

De (11.4) et (11.5), on tire les expressions suivantes :

$$\vec{H}_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \vec{\pi}_z}{\partial r} \right) \quad (11.6)$$

$$\vec{H}_r = \frac{\partial^2 \vec{\pi}_z}{\partial r \partial z} \quad (11.7)$$

$$\vec{E}_\phi = j \omega \mu \frac{\partial \vec{\pi}_z}{\partial r} \quad (11.8)$$

Le potentiel de Hertz, $\vec{\pi}_z$, dans le milieu conducteur (dans notre cas, le sol) peut s'exprimer sous la forme de l'intégrale ⁽¹³⁾ suivante :

$$\vec{\pi}_z = M \int_0^\infty \frac{2 \lambda}{u_1 + u_0} e^{u_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (11.9)$$

avec J_0 la fonction de Bessel de 1ère espèce d'ordre zéro.

Et :

$$u_1 = (\lambda^2 + \gamma_1^2)^{1/2}$$

$$u_0 = (\lambda^2 + \gamma_0^2)^{1/2}$$

$$M = \frac{I \cdot S \cdot n}{4\pi}$$

où M est le moment magnétique de la boucle émettrice, n le nombre de spires de la bobine magnétique, S, la surface d'une spire, et, I, le courant circulant dans la bobine.

γ_0 est le facteur de propagation libre dans l'air.

$$\gamma_0 = j\omega \left(\mu_0 \epsilon_0 \right)^{1/2}$$

En remplaçant les dérivés première et seconde de (II.9) dans les (II.6) à (II.8), on trouve les expressions intégrales classiques des trois composantes du champ dans le sol :

$$H_z = M \int_0^{\infty} \frac{2\lambda^3 e^{u_1 z}}{u_1 + u_0} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (II.10)$$

$$H_r = M \int_0^{\infty} \frac{-2u_1 \lambda^2 e^{u_1 z}}{u_1 + u_0} J_1(\lambda r) d\lambda \quad (II.11)$$

$$E_\phi = j\omega\mu M \int_0^{\infty} \frac{-2\lambda^2 e^{u_1 z}}{u_1 + u_0} J_1(\lambda r) d\lambda \quad (II.12)$$

J_1 est la fonction de Bessel de 1ère espèce d'ordre 1.

II.1.1.2. Etude des variations des composantes du champ en fonction des positions relatives de l'émetteur et du récepteur de la fréquence et de de la conductivité du sous-sol

Pour étudier les variations des composantes du champ électromagnétique, il suffit de calculer les intégrales données par les formules (II.10), (II.11) et (II.12).

Ces intégrales possèdent chacune une solution analytique dans le cas du rayonnement au dessus d'un demi-milieu conducteur homogène et dans le cas de l'approximation quasi-statique :

$$\gamma_0 r < 0.1$$

Mais, dans notre cas, nous envisageons de faire varier la fréquence jusqu'à des valeurs telles que dans certains cas, l'approximation quasi-statique ne sera plus vérifiée. Il en résulte que nous calculons les composantes du champ en intégrant numériquement les expressions (II.10) à (II.12), sans faire d'approximations.

II.1.1.2.1. Méthode de calcul des intégrales décrivant le champ

La méthode de calcul que nous décrivons a été utilisée aussi bien dans le cas où le milieu conducteur est homogène, que dans le cas du milieu stratifié.

L'intégrale à calculer dans chaque cas est de la forme :

$$I = \int_0^{\infty} f(\lambda) d\lambda \quad (II.13)$$

où λ est une variable réelle et $f(\lambda)$ est une fonction à coefficients complexes.

Numériquement, il est impossible de calculer une intégrale bornée à l'infini. Pour calculer numériquement les composantes du champ, on remplace dans le calcul de l'intégrale du type :

$$I = \int_0^{\infty} f(\lambda) d\lambda \quad \text{par celui d'une intégrale de type :}$$

$$I' = \int_0^{\lambda_1} f(\lambda) d\lambda \quad \text{pour } \lambda_1 \longrightarrow \infty$$

En procédant de cette manière, on peut écrire :

$$I = \int_0^{\infty} f(\lambda) d\lambda = \int_0^{\lambda_1} f(\lambda) d\lambda + \int_{\lambda_1}^{\infty} f(\lambda) d\lambda = J + E \quad (11.14)$$

Le premier terme du second membre représente le terme calculé, le second terme représente l'erreur faite sur la valeur de l'intégrale.

L'une des difficultés majeures de ce calcul numérique consiste à savoir jusqu'à quelle valeur de la borne λ_1 il faut poursuivre le calcul pour que l'erreur soit négligeable.

Au cours de nos discussions avec J.P. DUBUS et D. CLICQUE, nous avons mis au point une méthode de calcul d'un majorant de l'erreur faite sur la valeur de I . Il est donc nécessaire de connaître la valeur du deuxième terme d'une façon différente de celle de la méthode d'intégration. On fait l'hypothèse que l'on obtient la valeur de l'intégrale I à un infiniment petit près pour une valeur de λ_1 suffisamment grande pour pouvoir écrire :

$$\lambda_1 \gg |\gamma_1| \quad \text{soit} \quad u_1 \longrightarrow \lambda \quad \text{pour un milieu stratifié}$$

$$u_n \longrightarrow \lambda$$

Dans ces conditions, on peut remplacer, pour l'intégrale $\int_{\lambda_1}^{\infty} f(\lambda) d\lambda$, la fonction $f(\lambda)$ par $f_1(\lambda)$, obtenue en remplaçant dans $f(\lambda)$, u_1 et u_0 par λ . On obtient alors :

$$\text{pour } H_z : \quad E \neq \int_{\lambda_1}^{\infty} f_1(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\infty} \lambda^2 e^{\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (11.15a)$$

$$\text{pour } H_r : \quad E \neq \int_{\lambda_1}^{\infty} -\lambda^2 e^{\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad (11.15b)$$

pour E_ϕ : $E \neq \int_{\lambda_1}^{\infty} \lambda e^{\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda$ (11.15c)

or : $\int_{\lambda_1}^{\infty} f_1(\lambda) d\lambda = \int_0^{\infty} f_1(\lambda) d\lambda - \int_0^{\lambda_1} f_1(\lambda) d\lambda$ (11.16)

Le premier terme du second membre représente pour chacune des composantes une intégrale dont on connaît la solution analytique exacte.

Le majorant de l'erreur E s'obtient donc en calculant l'intégrale :

$$\int_0^{\lambda_1} f_1(\lambda) d\lambda$$

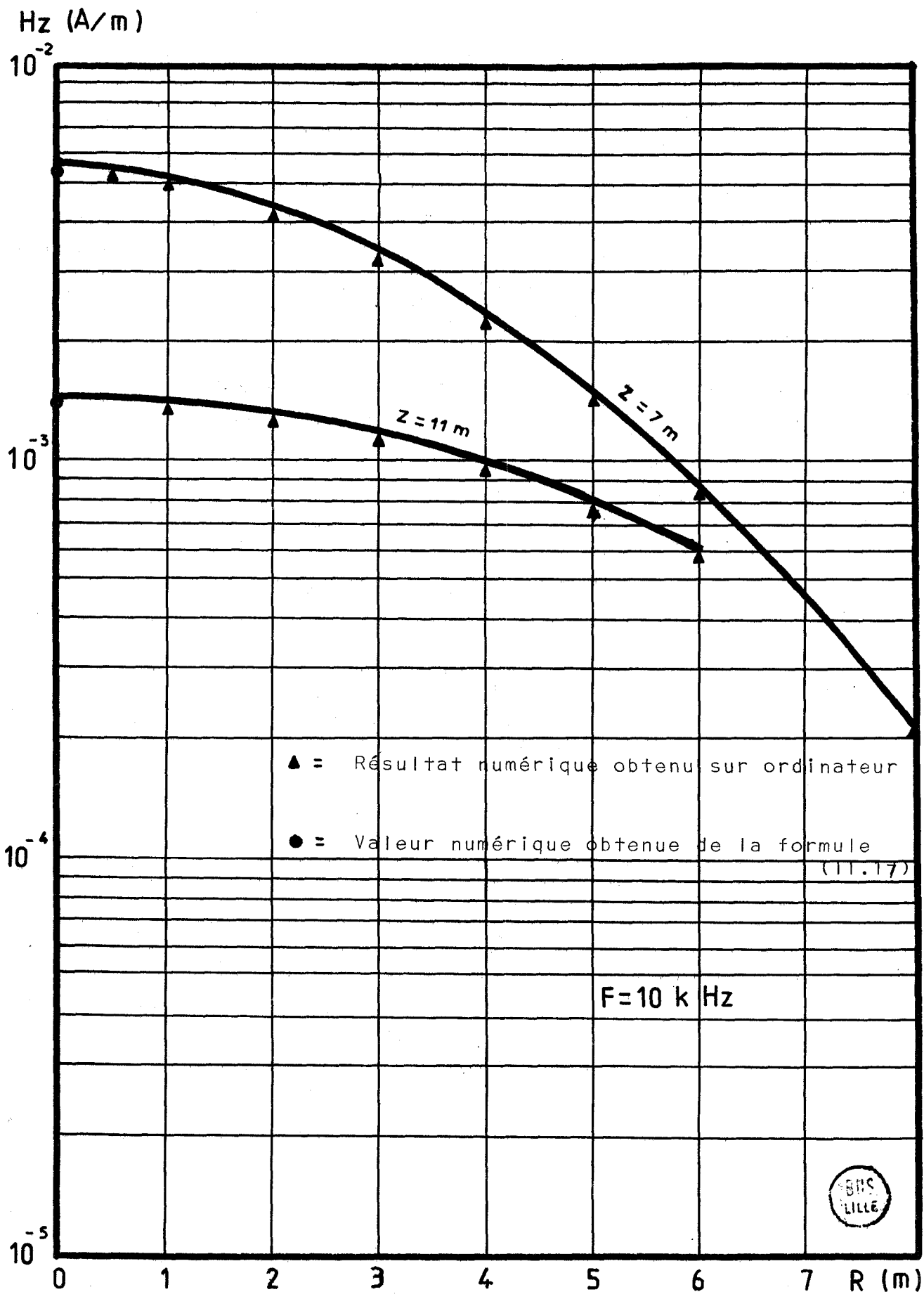
et en appliquant la formule (11.16).

Il faut remarquer que E est un nombre complexe et qu'on ne peut comparer $|E|$ avec son majorant calculé. (annexe 4).

11.1.1.2.2. Variation des composantes du champ électromagnétique dans le cas du demi-milieu conducteur

Nous avons, avant d'étudier l'effet d'une discontinuité du sous-sol sur les composantes du champ, vérifié l'exactitude du calcul numérique des intégrales. Pour cela, nous avons comparé les variations des composantes du champ, obtenues par notre intégration, avec celles que l'on obtient analytiquement dans quelques cas particuliers.

La figure (11.2) représente la variation de la composante H_z en fonction de la distance horizontale r pour deux valeurs de la



(fig II-2)

profondeur z du récepteur.

Nous voyons que lorsque r tend vers zéro, les courbes de variation de H_z passent par les points dont les valeurs peuvent être calculées directement à partir de la formule analytique⁽¹³⁾

$$H_z = \frac{2M}{z^3} \left[\frac{2}{\gamma_1^2 z^2} (12 + 12\gamma_1 z + 5\gamma_1^2 z^2 + \gamma_1^3 z^3) e^{-\gamma_1 z} - 12K_0(\gamma_1 z) - \frac{3}{\gamma_1 z} (8 + \gamma_1^2 z^2) \right] \cdot K_1(\gamma_1 z) \quad (11.17)$$

On constate une bonne concordance entre les valeurs calculées numériquement et celles obtenues à l'aide des expressions analytiques.

Nous donnons en annexe 4 les conditions d'intégration (valeur limite de la variable λ , ordre de la quadrature de l'approximation de la fonction, nombre d'arches de l'intégratant) qui permettent d'obtenir ce faible écart.

Enfin, étant donné que le but de cette partie de travail consiste à étudier le comportement des composantes magnétiques H_z et H_r du champ, nous le faisons en deux étapes qui sont les suivantes :

a) Variation des composantes magnétiques en fonction de z

Les figures (11.3) à (11.6) représentent les variations de l'amplitude de la composante H_z en fonction de z et pour diverses valeurs de r et de la fréquence f . Chaque figure représente H_z pour une valeur de r et pour diverses valeurs de la fréquence. La conductivité du sol est de 0.03 S/m.

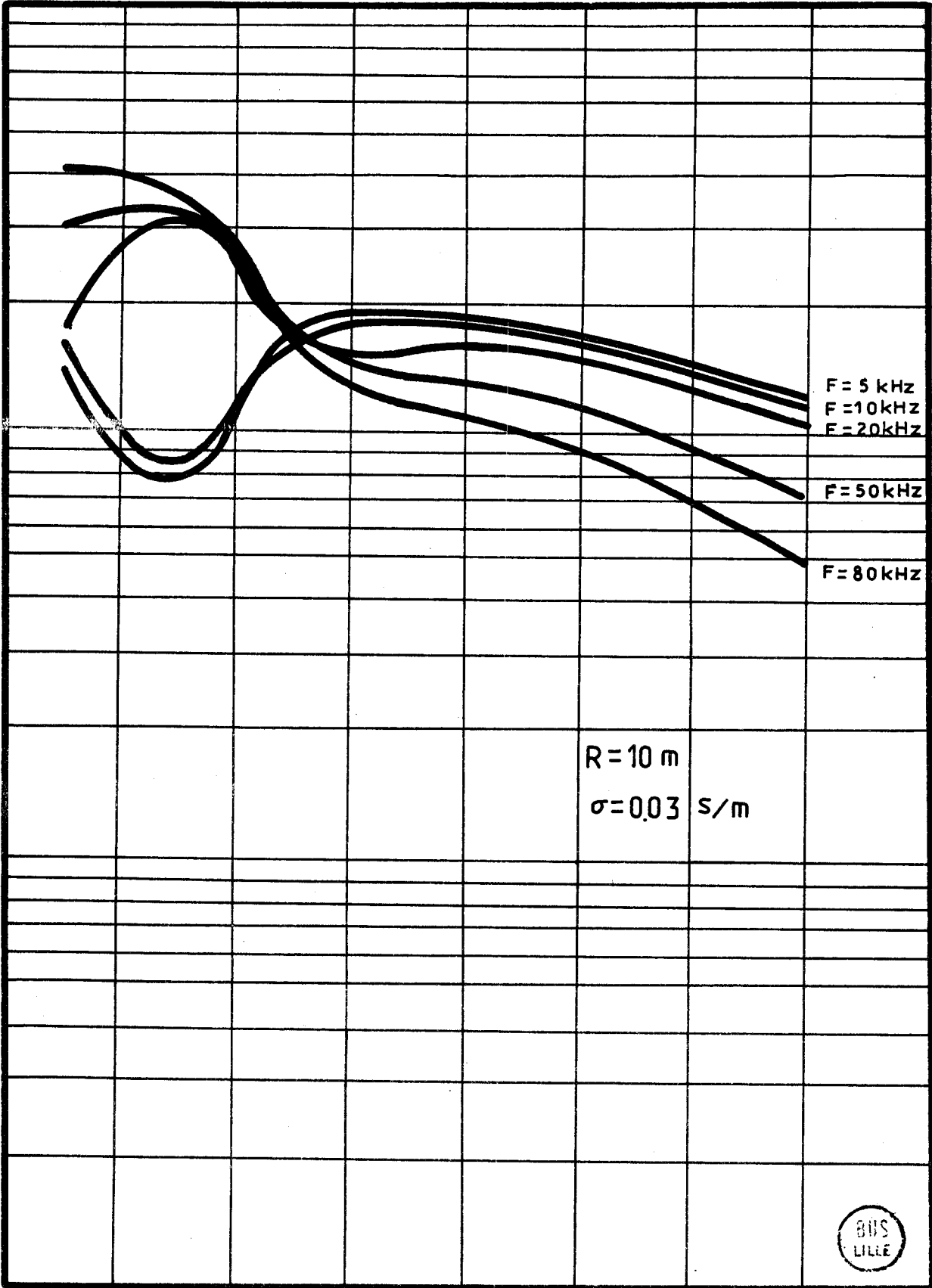
Hz (A/m)

10^{-3}

10^{-4}

10^{-5}

10^{-6}



(fig II-3)

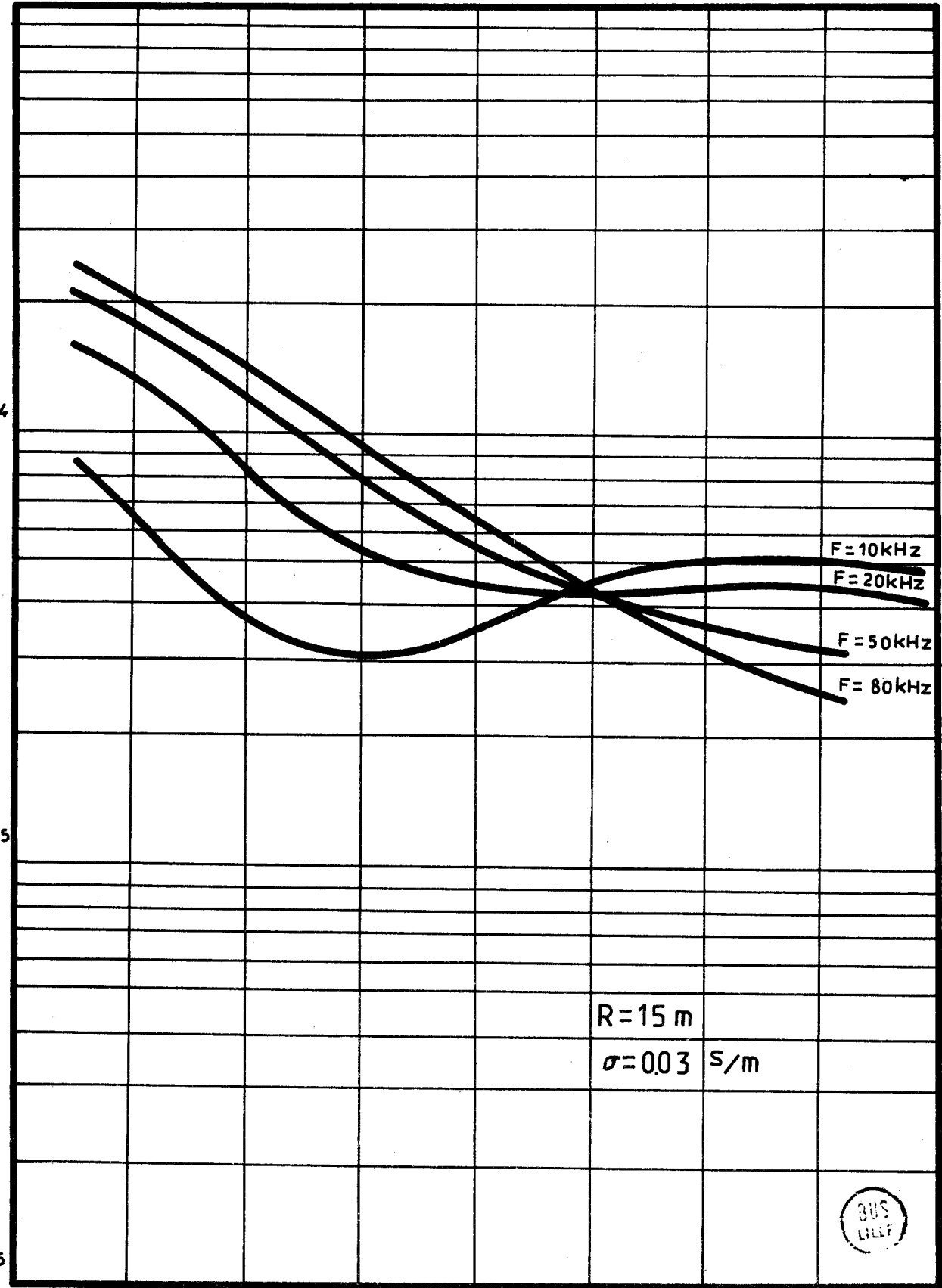
Hz (A/m)

10^{-3}

10^{-4}

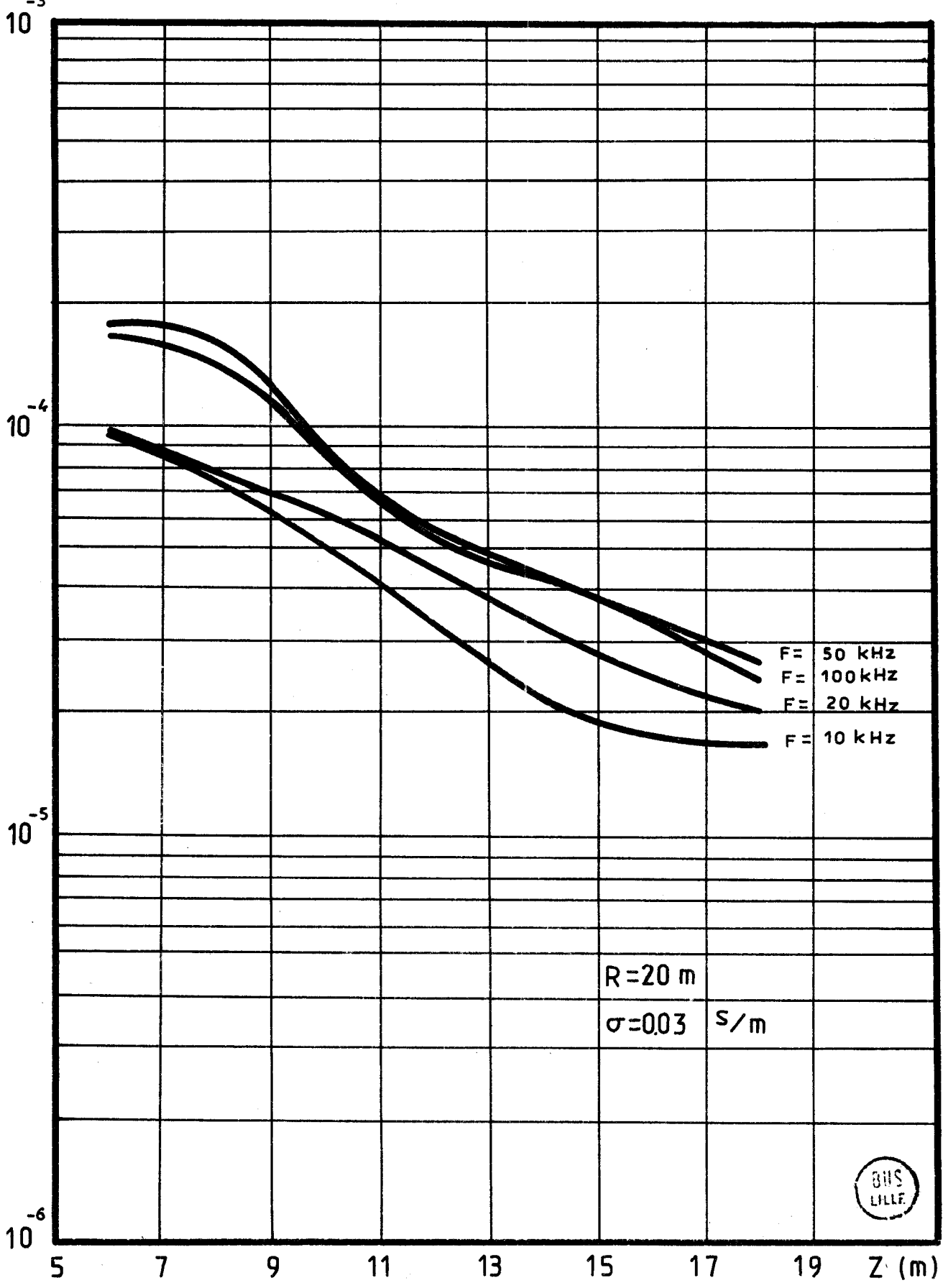
10^{-5}

10^{-6}



(fig II-4)

Hz (A/m)



(fig II-5)

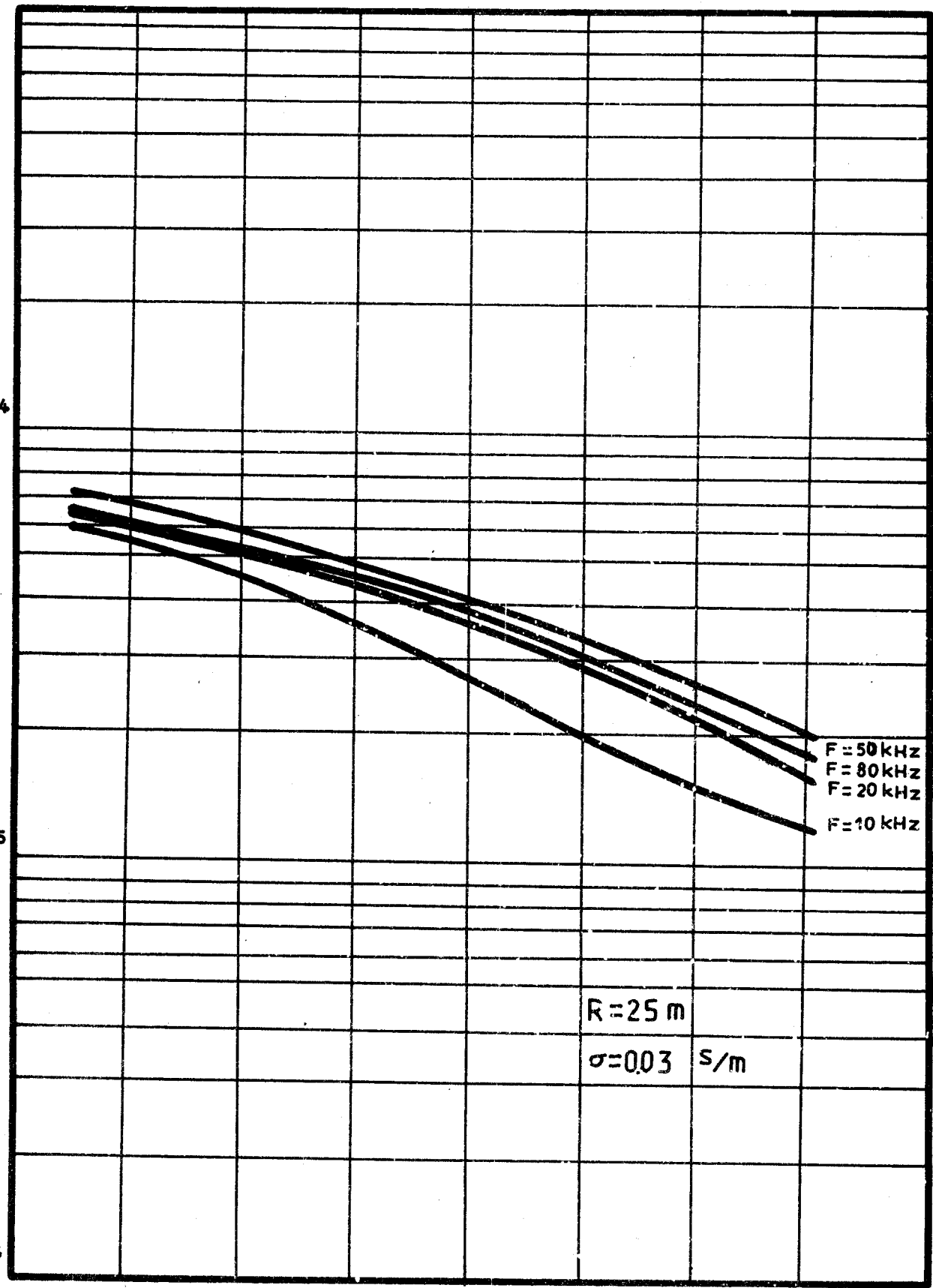
Hz (A/m)

10^{-3}

10^{-4}

10^{-5}

10^{-6}



F = 50 kHz
F = 80 kHz
F = 20 kHz
F = 10 kHz

R = 25 m
 $\sigma = 0.03$ S/m

5 7 9 11 13 15 17 19 Z (m)

(fig II-6)

On s'aperçoit qu'en basse fréquence, ($f < 20,000\text{Hz}$) et pour les valeurs de r inférieures à 15 m , lorsque la valeur absolue de z est comprise entre zéro et r , la courbe de H_z passe par un minimum.

Ce phénomène s'explique de la façon suivante : quelque soit la fréquence, en un point du sous-sol, le vecteur champ magnétique résulte de deux effets, l'un est un effet géométrique, l'autre, est un effet dû à la conductivité du sol.

En courant continu, dans un plan de section droite (figure 11.7), les lignes de force sont des cercles passant par l'émetteur et centrés sur l'axe $o r$ à l'altitude $z = 0$. La variation de H_z en fonction de z pour une distance r constante s'obtient en relevant l'amplitude de la projection du champ magnétique le long d'un axe vertical. On constate alors, grâce à la figure (11.7), que la composante H_z passe par une valeur nulle quand $z = r$.

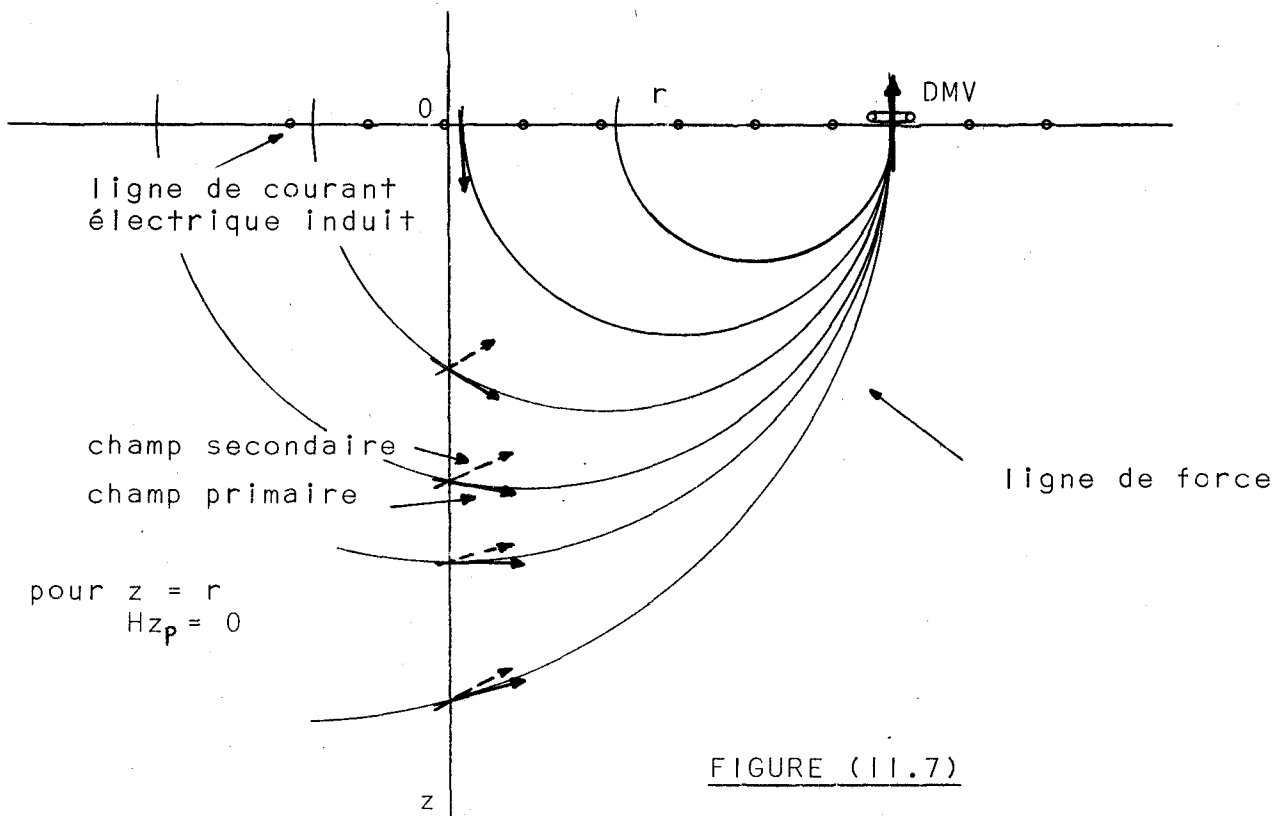


FIGURE (11.7)

Lorsque la fréquence augmente, le sous-sol est

parcouru par des courants induits suivant des cercles concentriques à la boucle circulaire d'émission. Ces courants induits créent un champ magnétique secondaire qui s'ajoute, en amplitude et en phase, en chaque point au champ magnétique obtenu en continu. En très basse fréquence, les lignes de force du champ magnétique se déforment et la composante H_z ne passe plus par une valeur nulle mais par un minimum pour une valeur de z inférieure à r .

Lorsque l'on augmente encore la fréquence, le champ magnétique secondaire prend de plus en plus d'importance et les courbes ne passent plus par un minimum comme en plus basse fréquence.

En fait, à 50000 Hz, on se trouve un peu au delà de la limite des très basses fréquences et l'effet du minimum de H_z est à peine visible. Pour les fréquences plus élevées, on constate sur les courbes (11.3) à (11.6) que pour $z = r$, le champ secondaire et celui qu'on aurait en continu se combinent de telle façon que la valeur de H_z est pratiquement indépendante de la fréquence.

Pour des raisons pratiques, il nous a semblé préférable de ne considérer que les cas où z est toujours inférieur à r .

Les figures (11.8) à (11.11) représentent les variations de la composante H_r en fonction de z . Les paramètres sont les mêmes que dans le cas de H_z . Pour $r = 10m$, la variation de H_r lorsque z varie est assez importante, mais, cette variation diminue au fur et à mesure que r croît.

On constate que dans notre cas, c'est la composante H_z qui varie le plus en fonction de la fréquence.

Ce qui nous semble d'un point de vue pratique être un résultat très intéressant, puisque c'est la composante que l'on mesure le plus facilement dans un forage.

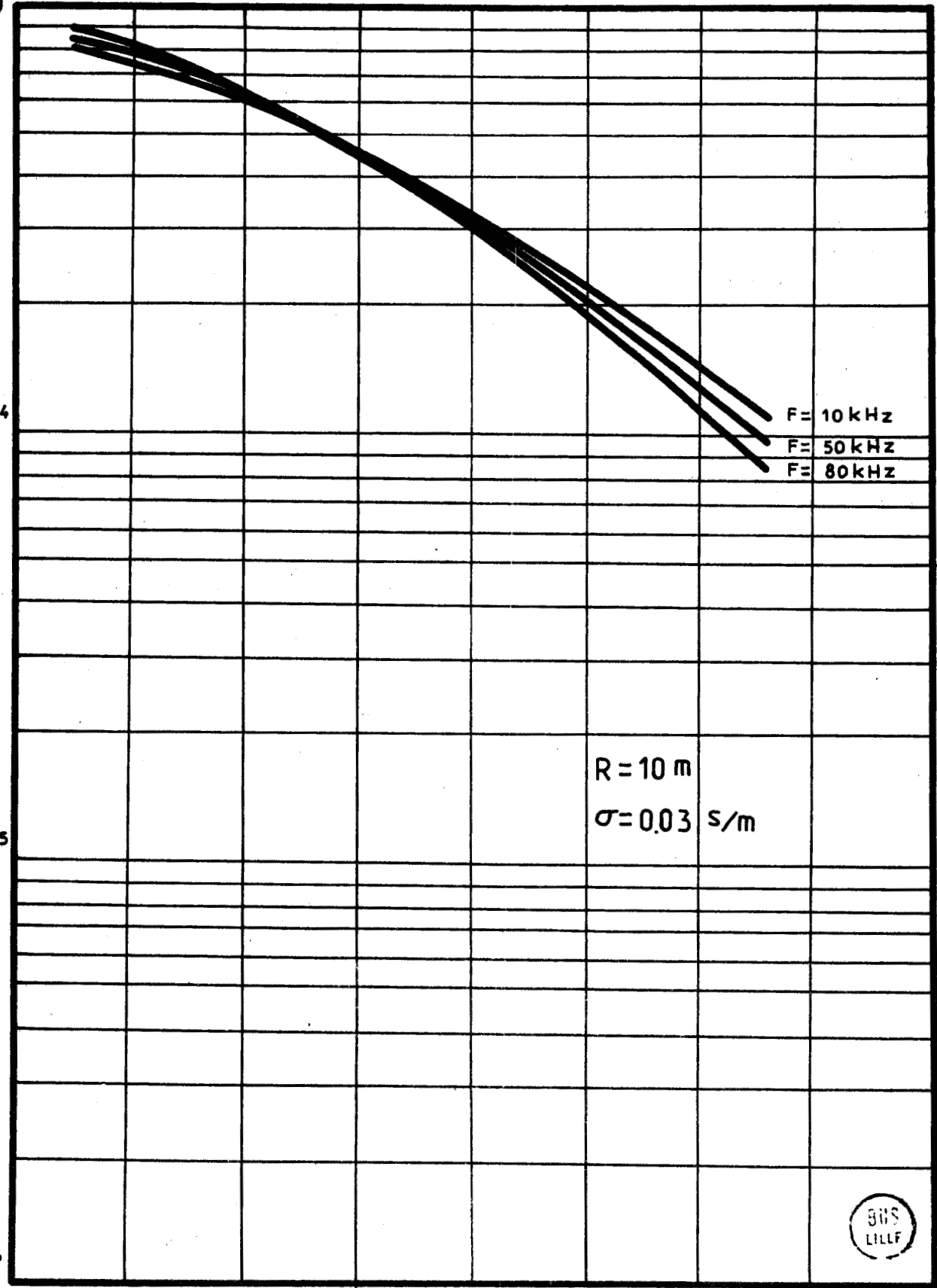
Hr (A/m)

10^{-3}

10^{-4}

10^{-5}

10^{-6}



F = 10 kHz
F = 50 kHz
F = 80 kHz

R = 10 m
 $\sigma = 0.03$ S/m



5 7 9 11 13 15 17 19 Z (m)

(fig II-8)

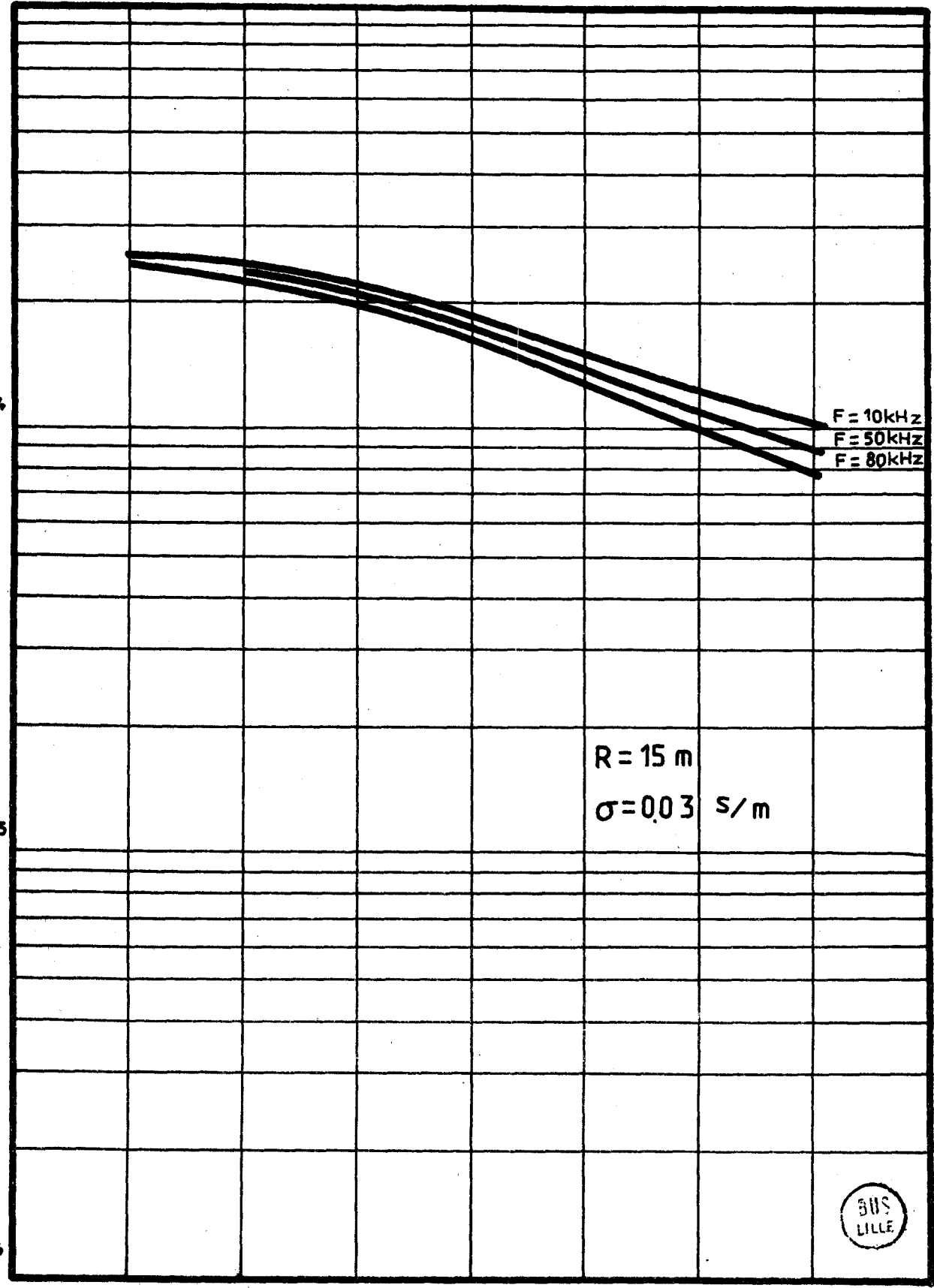
Hr (A/m)

10^{-3}

10^{-4}

10^{-5}

10^{-6}



R = 15 m

$\sigma = 0.03$ S/m

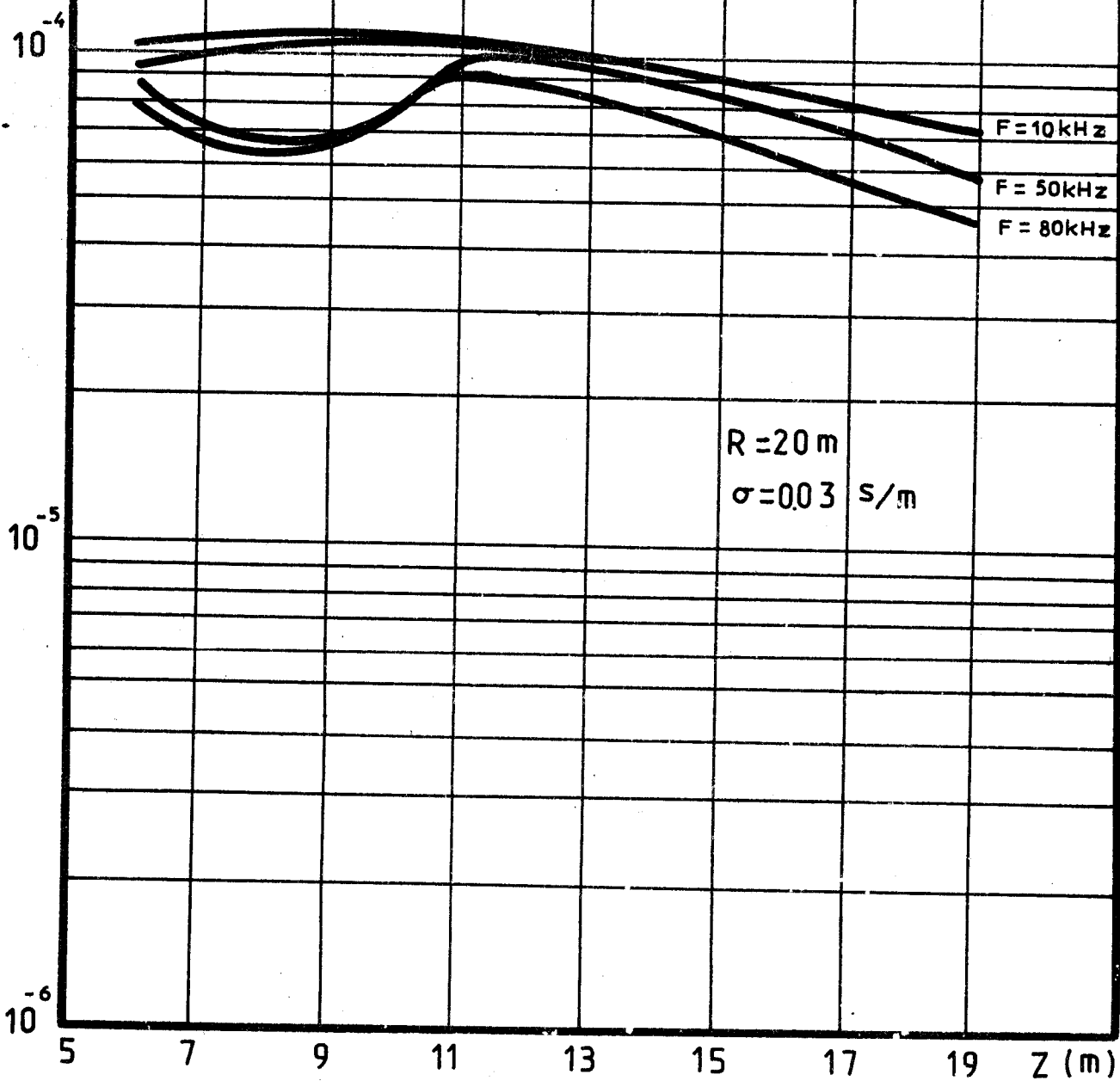


5 7 9 11 13 15 17 19 Z (m)

(fig.11-9)

Hr (A/m)

10^{-3}



(fig II-10)

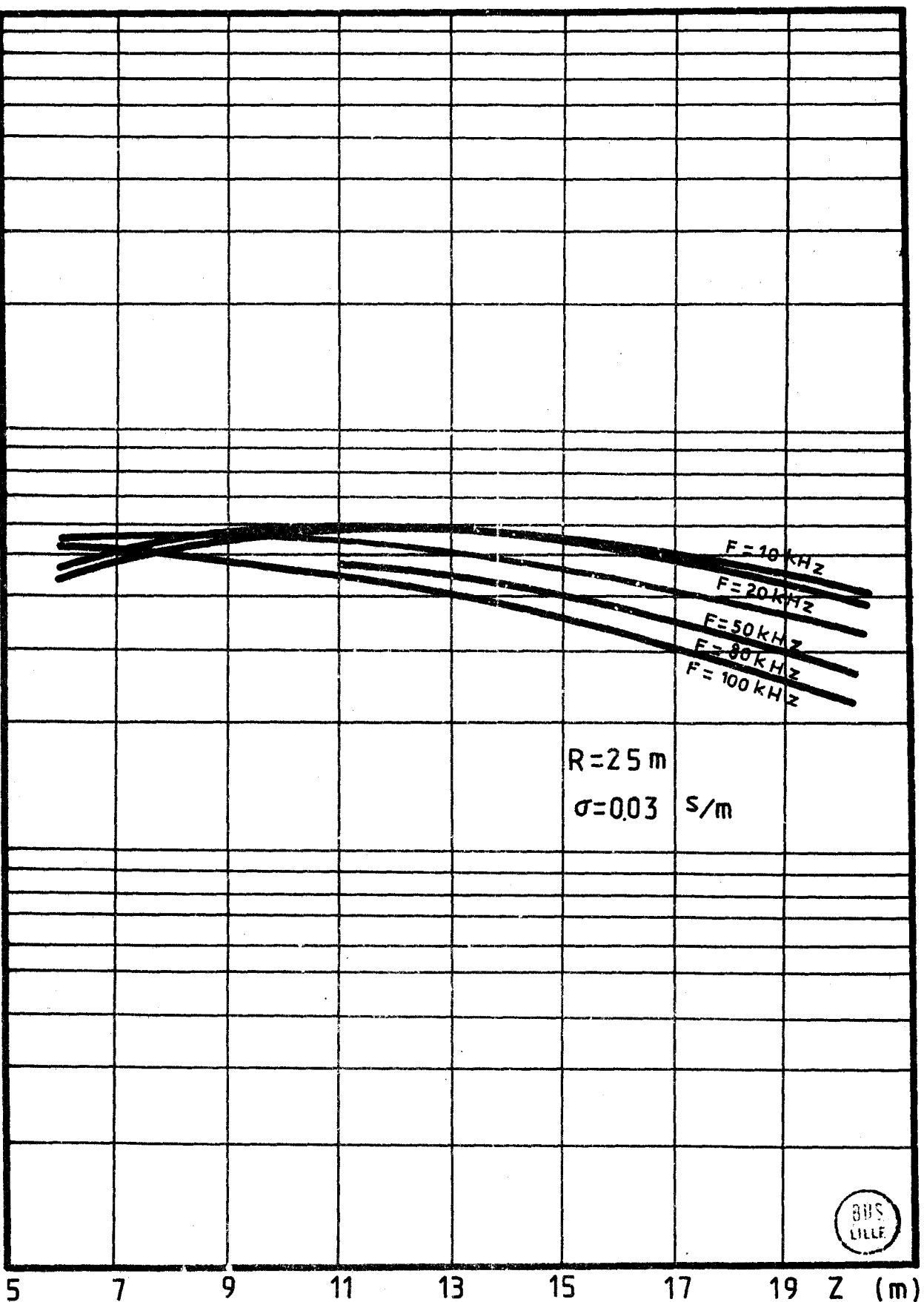
Hr (A/m)

10^{-3}

10^{-4}

10^{-5}

10^{-6}



R=25 m
 $\sigma=0.03$ S/m



(fig II-11)

Après avoir choisi les valeurs respectives de z et de r , c'est à dire $z < r$, nous avons étudié les variations des composantes H_z et H_r , en fonction de la conductivité et de la fréquence. Ces deux paramètres jouent le même rôle dans les expressions du champ, c'est pourquoi, nous avons pris comme variable le produit $(f.\sigma)$.

b) Variation des composantes magnétiques en fonction de $f.\sigma$

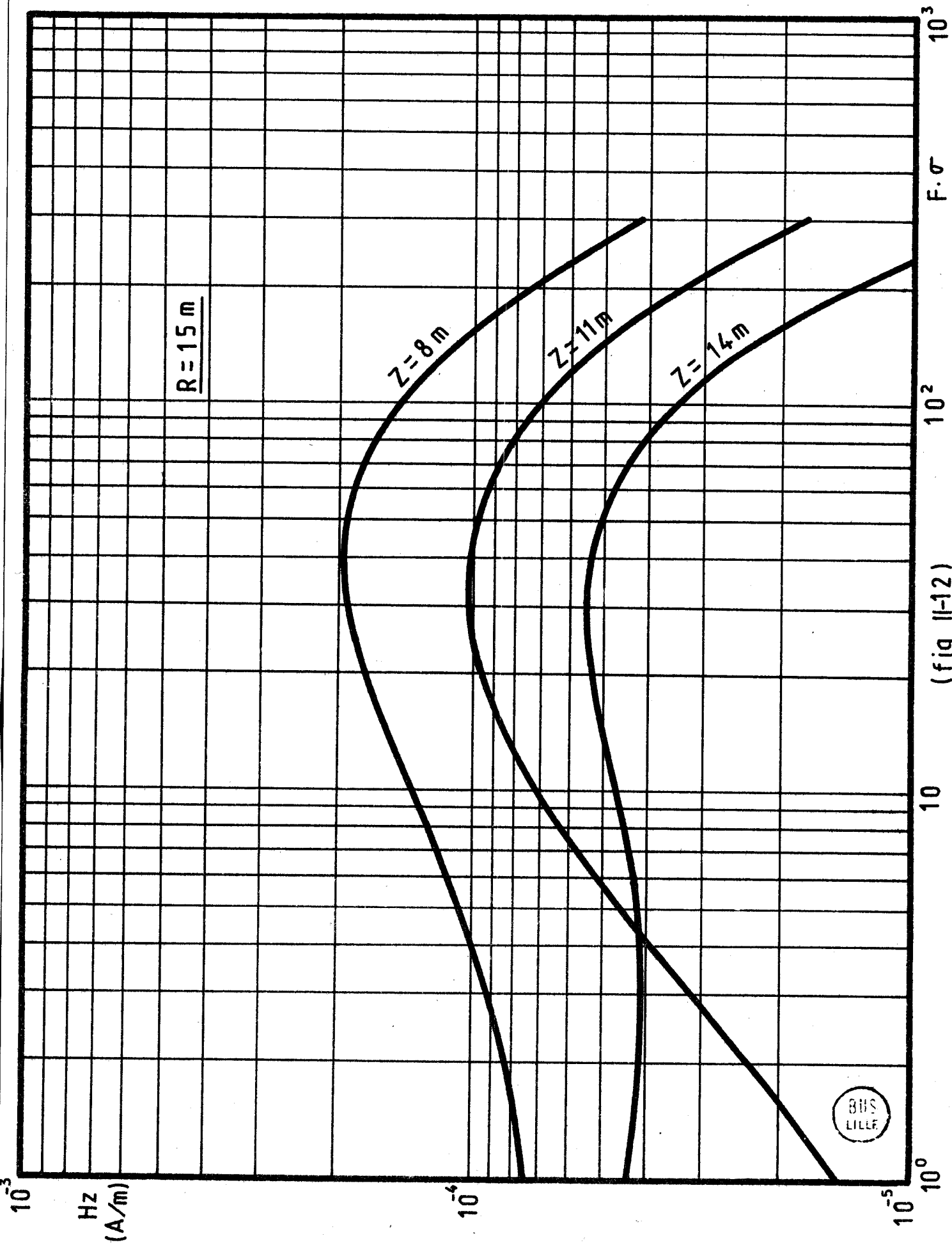
Les figures (11.12) et (11.13) représentent respectivement les variations des amplitudes des composantes H_z et H_r en fonction de $f.\sigma$, pour une distance horizontale émetteur-récepteur de $r = 15$ m, et, pour plusieurs profondeurs de réception : $z = 8, 11, \text{ et } 14$ m.

Sur ces figures, on s'aperçoit que la composante H_z est plus sensible à la variation de $f.\sigma$ que H_r . Ce résultat confirme ce que nous avons observé précédemment. Les courbes représentant H_z passent par un maximum, c'est à dire que pour chaque profondeur de réception, on a une bande optimale de valeurs du produit $f.\sigma$ pour laquelle l'amplitude de H_z est maximum.

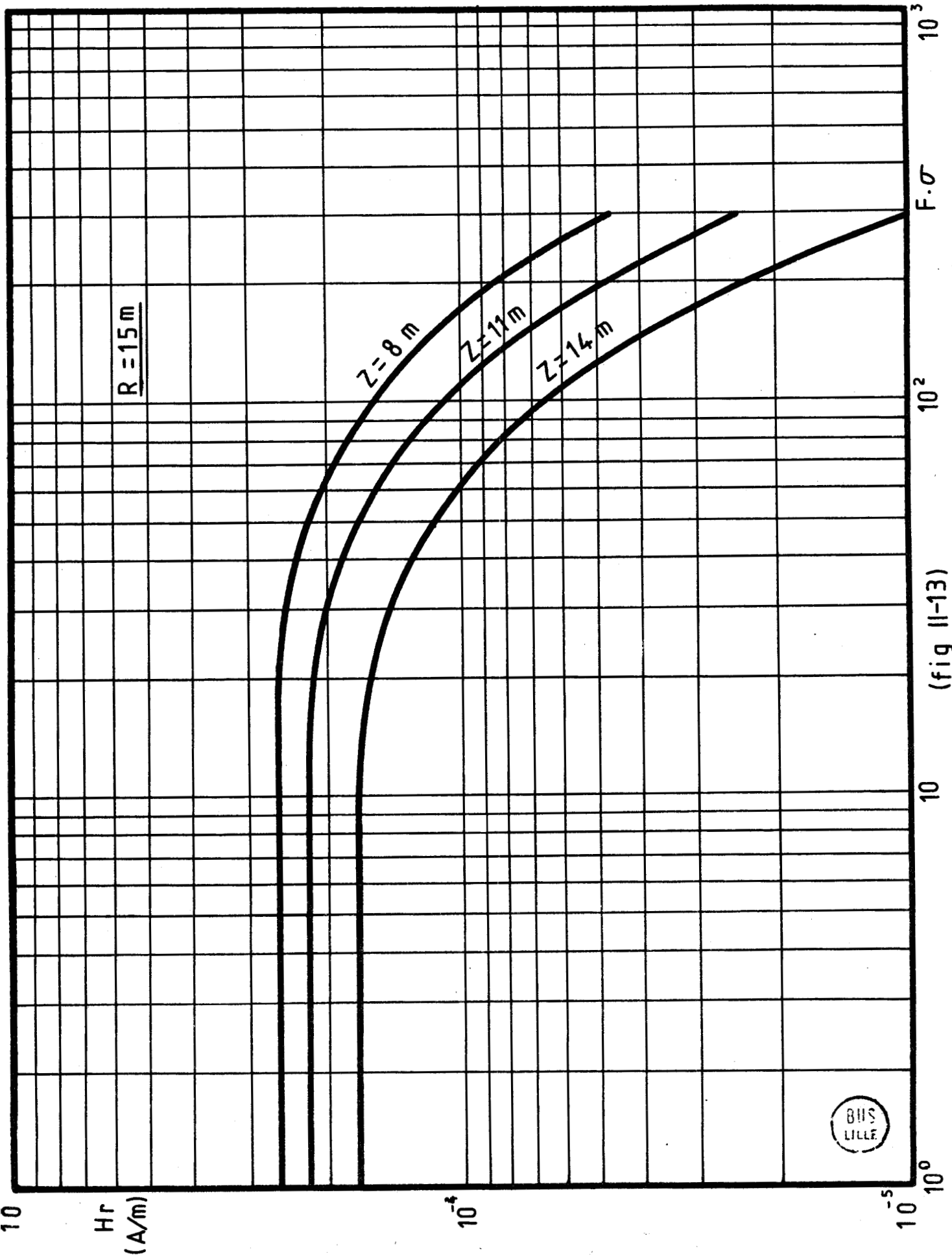
Par contre, sur la figure (11.13), on s'aperçoit que l'amplitude de H_r est d'abord constante puis, décroît lorsque $f.\sigma$ augmente.

On peut estimer la sensibilité de la composante H_z à la variation de la conductivité du milieu homogène en traçant son amplitude en fonction de z pour $r = \text{cte} = 15$ m et pour diverses valeurs de la profondeur de pénétration δ .

Ces courbes sont représentées figure (11.14). On constate par exemple, que pour une fréquence constante ($f = 20$ KHz), le module de H_z augmente d'environ 25 %, quand la conductivité passe



(fig II-12)



(fig II-13)

de 0.075 à 0.15 S/m ($z = 11$ m, $r = 15$ m).

Cette variation est importante et montre qu'il est possible d'envisager une méthode basée sur le relevé, dans un sondage, de la composante Hz du champ magnétique produit par une boucle de courant posée sur le sol, pour mesurer une variation de la conductivité du terrain.

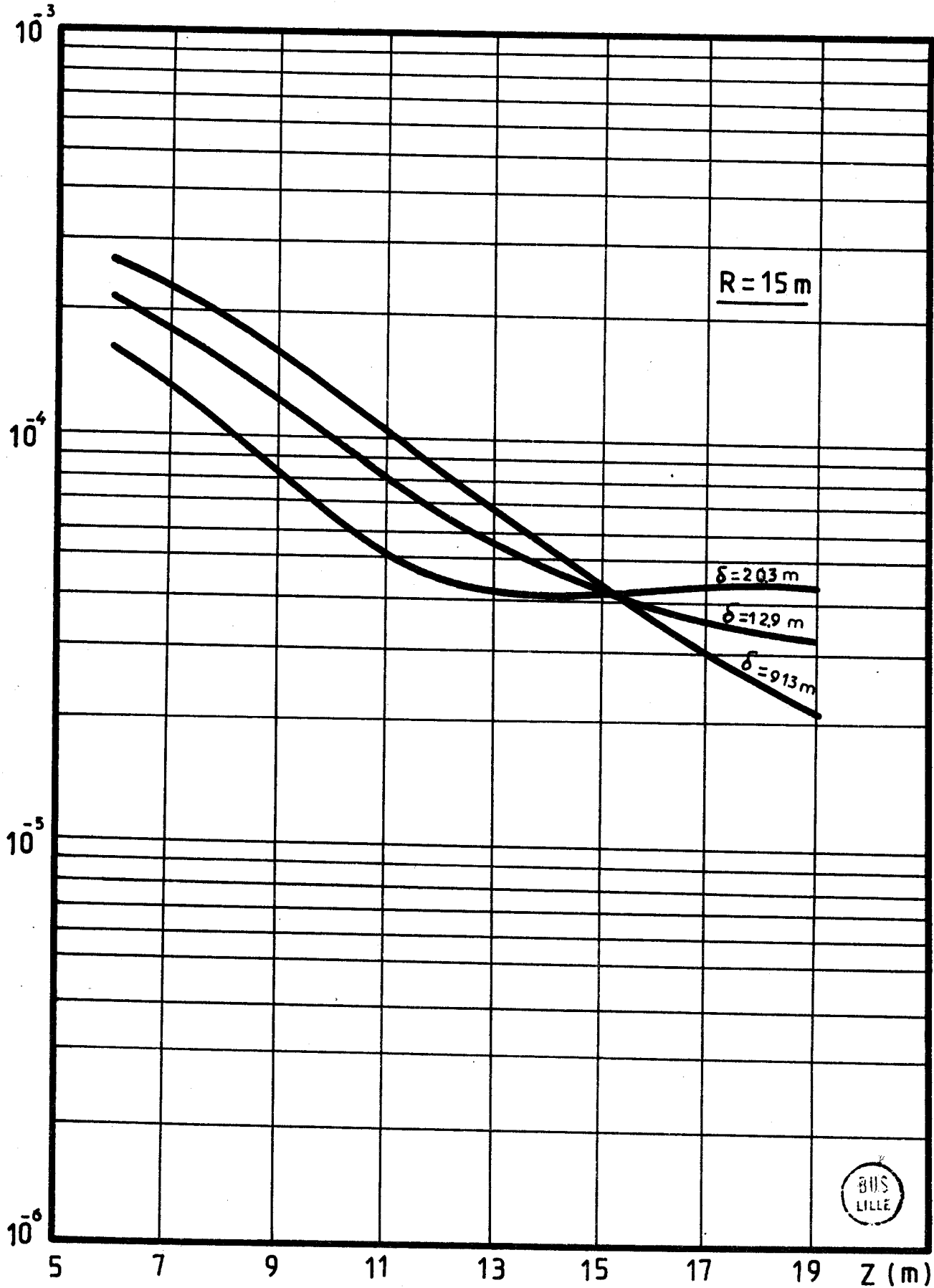
Mais, cette variation de Hz est due à une variation de la conductivité de tout le volume du terrain. Il reste à savoir si cette variation de Hz est encore appréciable lorsque la conductivité varie à l'intérieur d'un volume limité du milieu encaissant.

Pour étudier quantitativement cette variation de Hz, en fonction de l'évolution de la conductivité d'un volume limité de terrain, on peut, soit calculer le champ magnétique à l'intérieur d'un milieu stratifié horizontalement, soit, calculer ce champ dans un milieu conducteur homogène renfermant une hétérogénéité conductrice ou isolante, de volume limité et de forme quelconque.

Dans le premier cas, le milieu simulerait la présence d'une zone de carrière souterraine qui aurait été traversée par un sondage ; le deuxième cas correspondrait à une cavité que le sondage n'aurait pas rencontrée.

Nous avons fait l'étude complète, dans le chapitre suivant du premier cas et montré la faisabilité de la détection d'une zone de carrière souterraine à l'aide d'un tel procédé et dans un dernier chapitre nous présentons la mise en équation du problème du deuxième cas.

Hz (A/m)



(fig. II-14)

II.1.2. Mise en equation du problème dans le cas d'un milieu stratifié

II.1.2.1. Expressions intégrales des composantes

Pour étudier la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu stratifié, nous supposons que celui-ci est composé de $M-1$ couches, surmontant un substratum de très grande épaisseur et surmonté par l'atmosphère. Toutes les couches sont homogènes, isotropes et séparées les unes des autres par des interfaces horizontales planes et parallèles. La figure (II.15) représente la coupe d'un tel milieu dans lequel chaque couche est définie par σ_i sa conductivité, h_i , son épaisseur. Pour simplifier le travail, nous supposons que la perméabilité et la permittivité de toutes les couches sont respectivement celles de l'atmosphère. Les couches extrêmes : l'air et le substratum, sont des demi-milieus d'épaisseurs infinies.

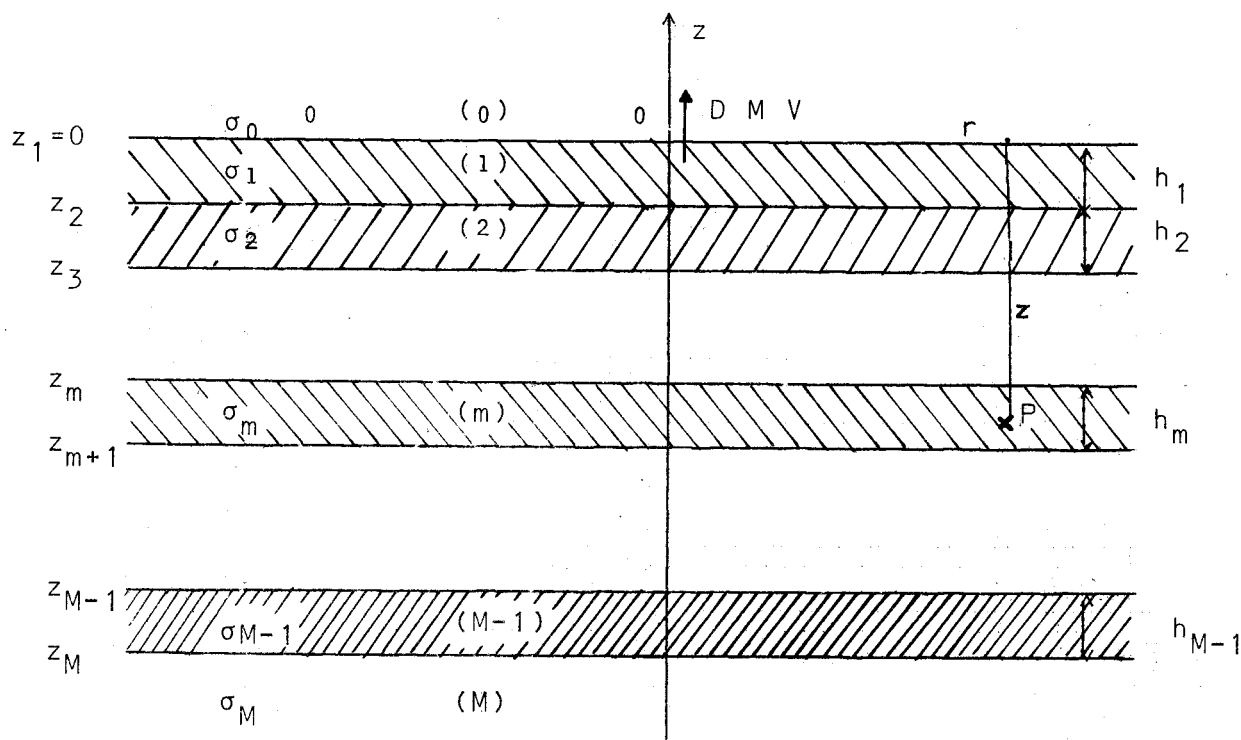


FIGURE (II.15)

Le dipôle magnétique vertical est situé à l'origine des coordonnées cylindriques et le point de réception P est dans la couche d'indice m.

On sait que, par symétrie de révolution, il n'y a qu'une composante verticale de potentiel de Hertz $\vec{\pi}_z$ qui, dans la couche m a, pour l'expression intégrale de Sommerfeld (14) :

$$\vec{\pi}_{z_m} = \int_0^{\infty} \left| a_m e^{-u_m z} + b_m e^{u_m z} \right| J_0(\lambda r) d\lambda \quad (11.18)$$

avec :

$$u_m = \sqrt{\lambda^2 + \gamma_m^2}$$

et γ_m le facteur de propagation libre dans la couche m
 a_m l'amplitude de l'onde ascendante
 b_m l'amplitude de l'onde descendante

D'après cette formule, on trouve facilement que dans une couche quelconque limitée par deux interfaces, le champ électromagnétique disponible est la somme des rayonnements des ondes réfléchies et transmises.

Dans l'air, $b_0 = 0$ et on a :

$$\vec{\pi}_{z_0} = \int_0^{\infty} \left| a_0 e^{-u_0 z} + \frac{M \lambda}{u_0} e^{-u_0 z} \right| J_0(\lambda r) d\lambda \quad (11.19)$$

$\frac{M \lambda}{u_0}$ est l'amplitude de l'onde incidente

Dans le substratum, $a_M = 0$ et, on a également :

$$\vec{\pi}_{z_M} = \int_0^{\infty} b_M e^{u_M z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (11.20)$$

De la même façon qu'on a traité dans le cas de demi-milieu, les composantes du champ rayonné auront, pour les expressions suivantes :

$$\vec{H}_{z_m}^> = - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \vec{\pi}_{z_m}^>}{\partial r} \right) \quad (11.21)$$

$$\vec{H}_{r_m}^> = \frac{\partial^2 \vec{\pi}_{z_m}^>}{\partial r \partial z} \quad (11.22)$$

$$\vec{E}_{\phi_m}^> = j \omega \mu_0 \frac{\partial \vec{\pi}_{z_m}^>}{\partial r} \quad (11.23)$$

En portant (11.18) dans chacune de ces dernières, on a les expressions intégrales des composantes :

$$\vec{H}_{z_m}^> = \int_0^{\infty} \left| a_m e^{-u_m z} + b_m e^{u_m z} \right| \lambda^2 J_0(\lambda r) d\lambda \quad (11.24)$$

$$\vec{H}_{r_m}^> = \int_0^{\infty} u_m \left| a_m e^{-u_m z} - b_m e^{u_m z} \right| \lambda J_1(\lambda r) d\lambda \quad (11.25)$$

$$\vec{E}_{\phi_m}^> = -j \omega \mu_0 \int_0^{\infty} \left| a_m e^{-u_m z} + b_m e^{u_m z} \right| \lambda J_1(\lambda r) d\lambda \quad (11.26)$$

11.1.2.2. Calcul des amplitudes des ondes ascendantes et descendantes

Pour calculer les coefficients a_0 , a_m , b_m et b_M , nous utilisons les conditions de continuité des composantes tangentielles du champ électromagnétique sur une interface m quelconque de profondeur z_m

$$E_{\phi m} = E_{\phi(m-1)} \quad (11.27)$$

$$H_{r m} = H_{r(m-1)} \quad (11.28)$$

Posons :

$$Z_m(z_m) = a_m e^{-u_m z_m} + b_m e^{u_m z_m} \quad (11.29)$$

$$\dot{Z}_m(z_m) = \frac{\partial}{\partial z} Z_m(z_m) \quad (11.30)$$

Dans les cas $m = 0$; $m = M$, nous avons :

$$Z_0(z_1=0) = a_0 + \frac{M \lambda}{u_0} \quad (11.31)$$

$$Z_M(z_m) = b_M e^{u_M z_M} \quad (11.32)$$

Si maintenant, nous développons les relations (11.25) et (11.26), pour toutes les interfaces, en tenant compte de (11.27) et (11.28), nous aurions un système de $2M$ équations à $2M$ inconnues, qui sont les coefficients à rechercher.

La résolution de ce système à $2M$ équations exige que nous recourions à la théorie matricielle mise en oeuvre par Monsieur le Professeur Gabillard, et, développée par son équipe au Laboratoire de Radioélectricité. (2)(15)

Suivant la position du récepteur, on peut établir les matrices suivantes :

$$A_0(z) = \begin{array}{c} \text{Dans l'air} \\ \left| \begin{array}{c} a_0 e^{-u_0 z} \\ \frac{M\lambda}{u_0} e^{u_0 z} \end{array} \right| \end{array} \quad (11.33)$$

Dans une couche

$$A_m(z) = \begin{vmatrix} a_m e^{-u_m z} \\ b_m e^{u_m z} \end{vmatrix} \quad (11.34)$$

Dans le substratum

$$A_M(z) = \begin{vmatrix} 0 \\ b_M e^{u_M z} \end{vmatrix} \quad (11.35)$$

R E M A R Q U E

Lorsque l'on cherche l'amplitude du champ en un point P à la surface du sol, on suppose que le récepteur est un peu en dessous de l'émetteur.

Les deux expressions (11.29) et (11.30) peuvent se mettre sous la forme matricielle :

$$Z_m(z) = \begin{vmatrix} Z_m^o(z) \\ Z_m(z) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -a_m u_m e^{-u_m z} + b_m u_m e^{u_m z} \\ a_m e^{-u_m z} + b_m e^{u_m z} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -u_m & u_m \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} a_m e^{-u_m z} \\ b_m e^{u_m z} \end{vmatrix}$$

$$= U_m \cdot A_m(z) \quad (11.36)$$

Et, à partir des conditions de continuité, nous avons :

$$Z_{m-1}(z_m) = Z_m(z_m) \quad (11.37)$$

En portant (11.36) dans (11.37), nous pouvons écrire :

$$U_{m-1} \cdot A_{m-1}(z_m) = U_m A_m(z_m) \quad (11.38)$$

De cette dernière, nous tirons :

$$A_{m-1}(z_m) = U_{m-1}^{-1} \cdot U_m \cdot A_m(z_m) \quad (11.39)$$

Posons,

$$D_m = \begin{vmatrix} e^{u_m h_m} & 0 \\ 0 & e^{-u_m h_m} \end{vmatrix} \quad (11.40)$$

avec : $h_m = z_m - z_{m+1}$

et à partir de (11.40), l'expression (11.34) pour $z = z_m$ se met sous la forme :

$$A_m(z_m) = \begin{vmatrix} a_m e^{-u_m z_{m+1}} \cdot e^{-u_m h_m} \\ b_m e^{u_m z_{m+1}} \cdot e^{u_m h_m} \end{vmatrix} = A_m(z_{m+1}) D_m^{-1} \quad (11.41)$$

De même,

$$A_{m-1}(z_{m-1}) = A_{m-1}(z_m) D_{m-1}^{-1} \quad (11.42)$$

En portant (11.42) dans (11.39), nous avons :

$$A_m(z_m) = U_m^{-1} U_{m-1} D_{m-1} A_{m-1}(z_{m-1}) \quad (11.43)$$

(11.43) est une relation matricielle entre deux couches adjacentes et si nous écrivons de telles relations pour toutes les interfaces au dessus du récepteur, une équation matricielle définitive s'obtient sous la forme suivante :

$$A_m(z_m) = M_{m0} A_0(z_1) \quad (11.44)$$

avec :

$$M_{m0} = \begin{vmatrix} U_m^{-1} U_{m-1} D_{m-1} U_{m-1}^{-1} U_{m-2} D_{m-2} \dots U_2^{-1} U_1 D_1 U_1^{-1} U_0 \\ M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{vmatrix} \quad (11.45)$$

De la même façon, pour les couches en dessous du récepteur, nous pouvons écrire l'équation matricielle suivante :

$$A_m(z_{m+1}) = M_{mM}^{-1} A_M(z_M) \quad (11.46)$$

avec :

$$M_{mM}^{-1} = \begin{vmatrix} U_m^{-1} U_{m+1} D_{m+1}^{-1} U_{m+1}^{-1} U_{m+2} D_{m+2}^{-1} \dots U_M \\ N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{vmatrix} \quad (11.47)$$

Maintenant à l'aide des relations (11.33), (11.34), (11.44) et (11.45), on peut écrire :

$$a_m = M_{11} a_o e^{u_m z_m} + M_{12} \frac{M\lambda}{u_o} e^{u_m z_m} \quad (11.48)$$

$$b_m = M_{21} a_o e^{-u_m z_m} + M_{22} \frac{M\lambda}{u_o} e^{-u_m z_m} \quad (11.49)$$

et à l'aide des relations (11.34), (11.35), (11.46) et (11.47), on a :

$$a_m = N_{12} b_M e^{u_m z_{m+1}} \cdot e^{u_M z_M} \quad (11.50)$$

$$b_m = N_{22} b_M e^{-u_m z_{m+1}} \cdot e^{u_M z_M} \quad (11.51)$$

Finalement, en regroupant les quatre dernières relations, nous en tirons les expressions des coefficients à rechercher :

$$a_m = \frac{M\lambda}{u_o} \cdot \frac{N_{12}}{N_{22}} \cdot \frac{(M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}) e^{u_m z_m - 2u_m h_m}}{M_{11} - \frac{N_{12}}{N_{22}} M_{21} \cdot e^{-2u_m h_m}} \quad (11.52)$$

$$b_m = \frac{M\lambda}{u_o} \cdot \frac{(M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}) e^{-u_m z_m}}{M_{11} - \frac{N_{12}}{N_{22}} M_{21} e^{-2u_m h_m}} \quad (11.53)$$

Dans l'annexe (5), nous avons démontré que pour chaque couche :

$$(M_{11} \cdot M_{22} - M_{12} \cdot M_{21}) = \frac{u_o}{u_m} \quad (11.53bis)$$

Cette simplification conduit à une économie importante de temps de calcul sur ordinateur. D'où :

$$a_m = \frac{M\lambda}{u_m} \cdot \frac{N_{12}}{N_{22}} \frac{e^{u_m z_m - 2u_m h_m}}{M_{11} - \frac{N_{12}}{N_{22}} M_{21} e^{-2u_m h_m}} \quad (11.54)$$

$$b_m = \frac{M\lambda}{u_m} \cdot \frac{e^{-u_m z_m}}{M_{11} - \frac{N_{12}}{N_{22}} M_{21} e^{-2u_m h_m}} \quad (11.55)$$

11.1.2.3. Influence de la stratification d'un milieu tricouche sur le champ rayonné

Pour vérifier l'influence de la stratification sur le champ électromagnétique rayonné, nous avons considéré un milieu de deux couches surmontant un substratum et surmonté par l'atmosphère. Les conductivités et les épaisseurs des couches sont respectivement σ_1 , σ_2 , h_1 et h_2 . la conductivité du substratum est égale à celle de la première couche. La couche de conductivité σ_2 simule la présence d'une carrière exploitée par chambres et piliers, située dans un milieu homogène de conductivité σ_1 .

Dans la plupart des cas, la profondeur des cavités souterraines est de l'ordre de 10 à 30 m ; nous choisissons donc :

$$h_1 = 10 \text{ m} \quad \text{et} \quad h_2 = 2 \text{ m}$$

La distance horizontale émetteur-récepteur est :

$$r = 15 \text{ m}$$

Le récepteur se trouve dans la deuxième couche, à une profondeur

$$z = -11 \text{ m}$$

par rapport à l'interface air-sol. L'émetteur est en surface. La figure (II.16) montre la coupe d'un tel terrain avec les positions du DMV et de la réception P.

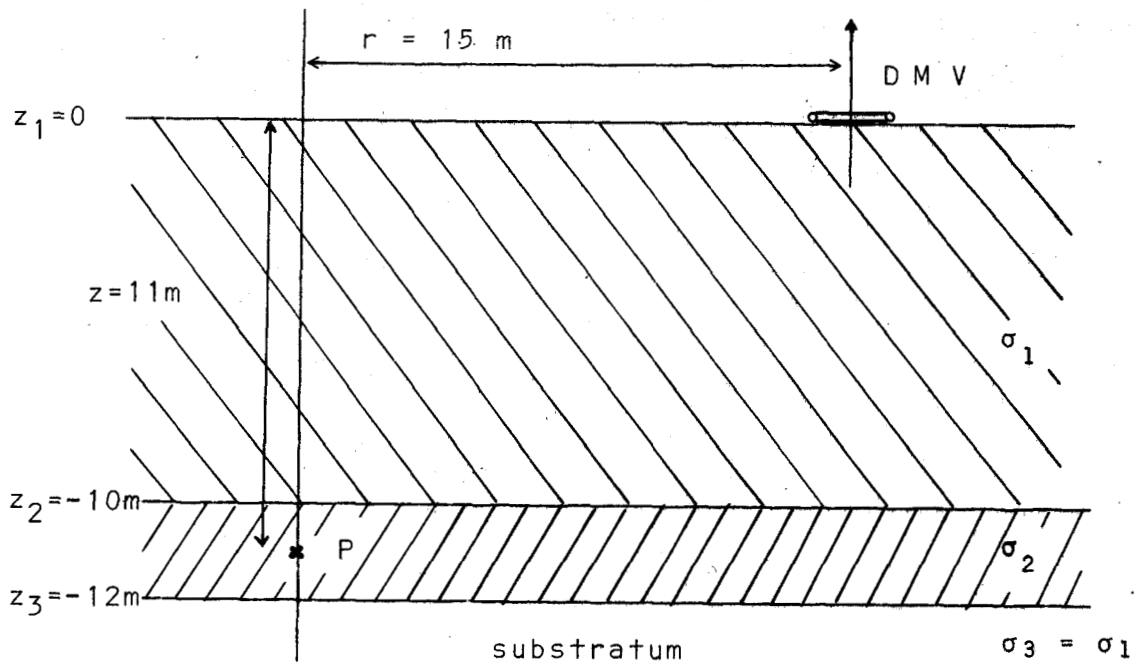


FIGURE (II.16)

A l'aide des expressions intégrales (II.24) et (II.25), nous calculons les valeurs des deux composantes H_z et H_r . Pour cela, nous avons développé, dans l'annexe (6), les deux relations (II.54) et (II.55) pour en tirer les expressions simples des coefficients a_2 et b_2 .

Enfin, pour observer l'effet de la stratification sur le champ rayonné, nous envisageons deux étapes : la variation du module des composantes du champ magnétique, d'une part, et, l'évolution de l'indice d'anomalie d'autre part.

a) Variation des composantes magnétiques

Le programme du calcul des composantes du champ magnétique est développé en annexe (8).

Les figures (II.17) et (II.18) représentent respectivement les variations de H_z et H_r , en fonction de la profondeur z . Les conductivités des couches sont respectivement $\sigma_1 = \sigma_3 = 0.1$ S/m $\sigma_2 = 0.01$ S/m. La distance horizontale est : $r = 15$ m et la fréquence f est égale à 10,20 et 50 KHz.

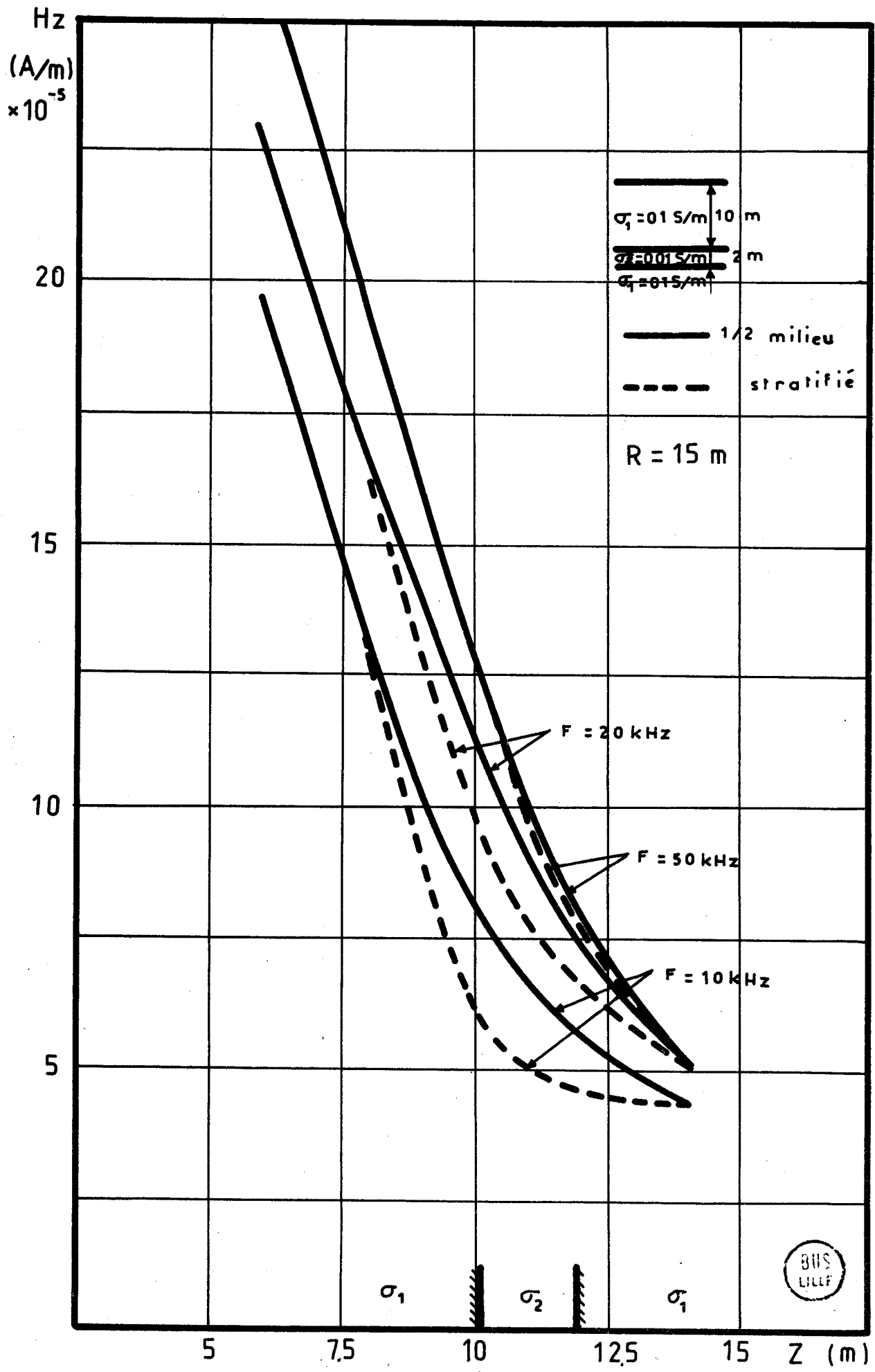
Pour faire apparaître l'influence de la stratification nous avons apporté sur les figures (II.17) et (II.18) les courbes relatives au demi-milieu homogène. Les courbes en trait plein correspondent au demi-milieu homogène et celles en pointillé à une tricouche.

On constate que les courbes correspondant au milieu stratifié se distinguent nettement des courbes obtenues dans le cas du milieu homogène. Notamment, lorsque le récepteur est placé à l'intérieur ou au voisinage de la couche isolante. Loin de cette couche, les courbes se confondent.

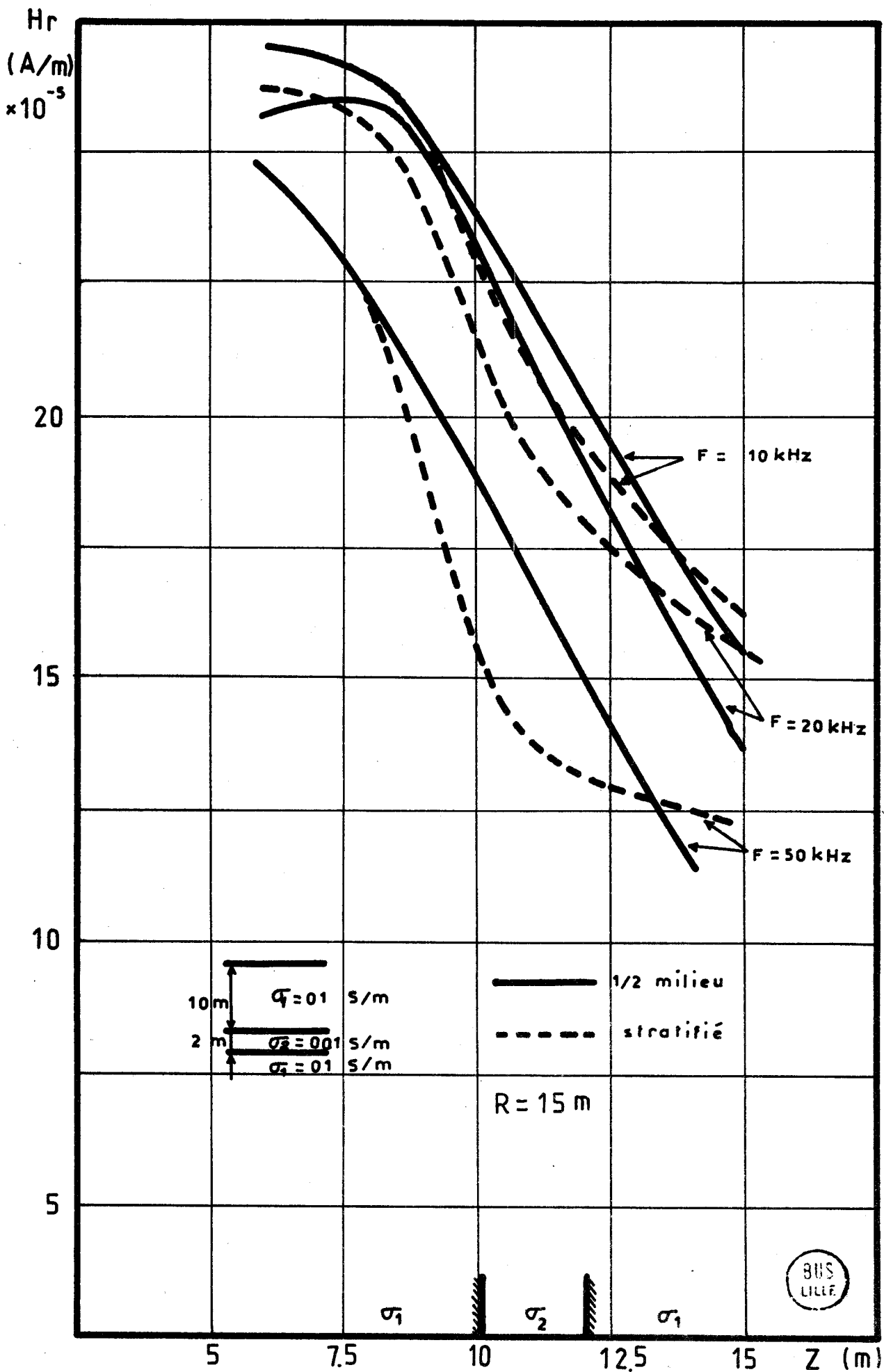
A nouveau, on constate qu'une variation locale de la conductivité influe d'une façon non négligeable sur l'amplitude de la composante H_z .

b) Variation de l'indice d'anomalie

Pour obtenir des résultats pouvant servir à l'interprétation des mesures, nous faisons apparaître un indice d'anomalie défini par la relation :



(fig II-17)



(fig II-18)

$$\Delta = \frac{\rho_s - \rho_h}{\rho_h} \quad (11.56)$$

ρ_s et ρ_h sont, respectivement, les résistivités relatives au milieu stratifié et au demi-milieu homogène. Cet indice montre uniquement les variations engendrées par la stratification par rapport au demi-milieu homogène ; il varie également en fonction de la distance horizontale r et la profondeur z . La valeur des ρ_s et ρ_h peut se déduire facilement de la valeur du champ reçu. Par conséquent, on peut mettre (11.56) sous la forme suivante :

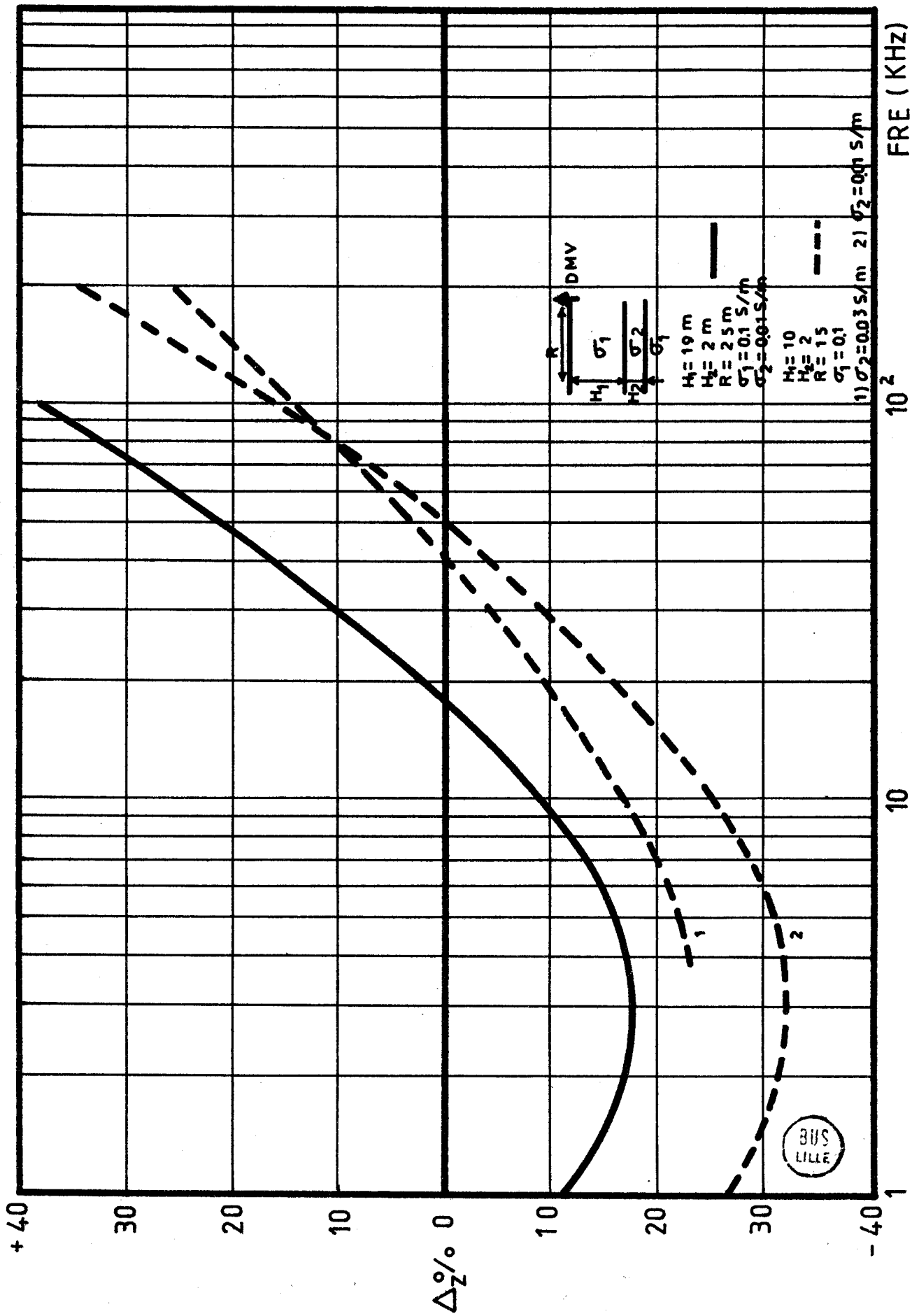
$$\Delta = \frac{H_s - H_h}{H_h} \quad (11.57)$$

où H_s est l'amplitude du champ en présence de l'hétérogénéité, H_h est l'amplitude du champ dans un demi-milieu homogène.

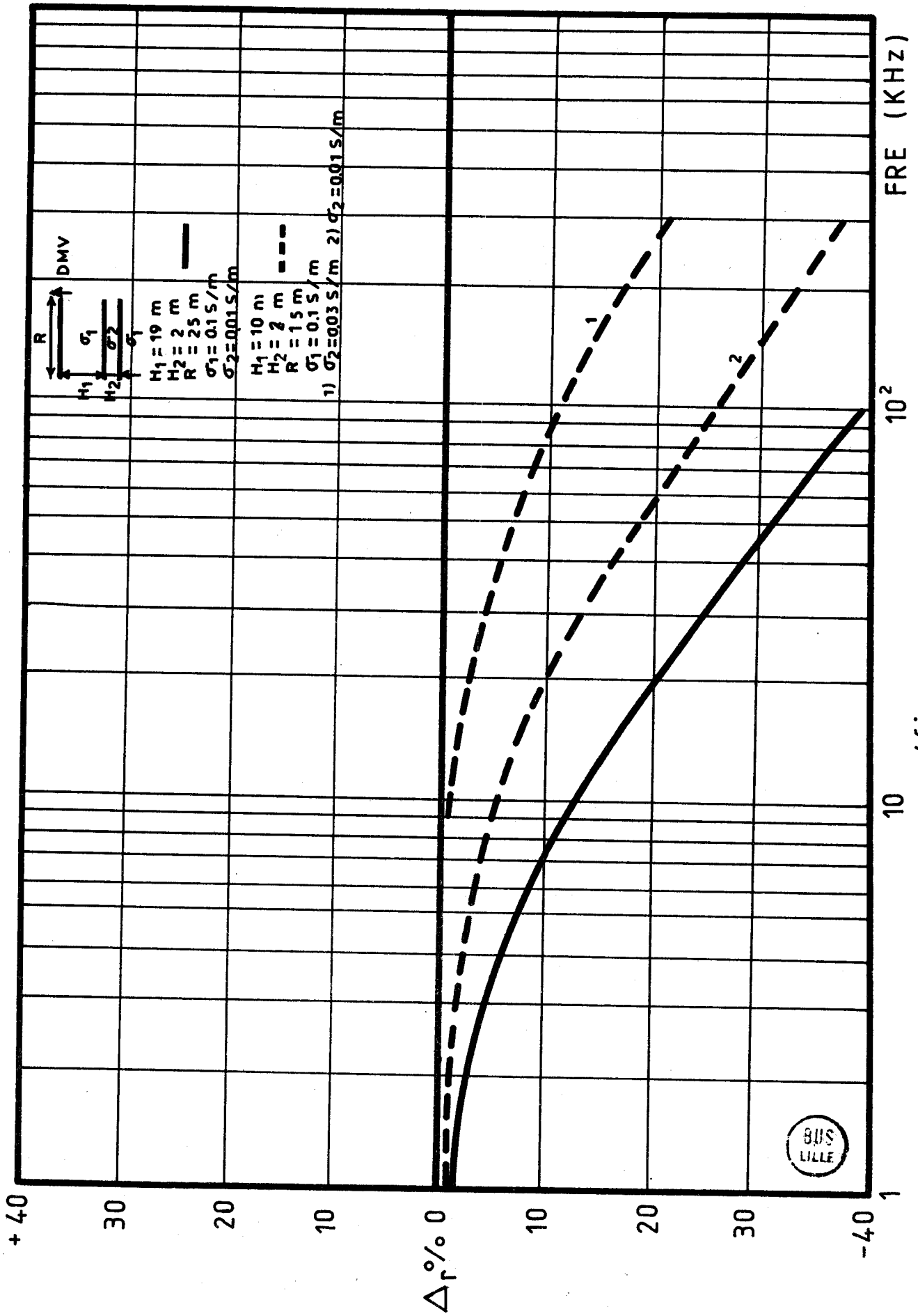
Sur les figures (11.19) et (11.20), nous avons tracé les variations de l'indice d'anomalie des composantes H_z et H_r en fonction de la fréquence d'émission f . Les courbes en trait plein représentent les variations de cet indice pour la distance horizontale $r = 25$ m, la profondeur $z = 20$ m et les épaisseurs des couches $h_1 = 19$ m, $h_2 = 2$ m ; et, celles en pointillé, pour $r = 15$ m, $z = 11$ m, $h_1 = 10$ m et $h_2 = 2$ m. On s'aperçoit que pour les mêmes résistivités de couche, lorsque la profondeur de la couche résistive augmente, la courbe de la variation de l'indice d'anomalie se décale vers les basses fréquences.

Pour une configuration géométrique donnée, $r = \text{cte}$ et $z = \text{cte}$; la courbe relative à l'indice d'anomalie, calculé pour H_z , en basse fréquence, passe par un minimum et augmente au fur et à mesure que la fréquence croît. Ce phénomène s'exprime par le fait qu'en un point quelconque de la couche résistive, le champ résulte de la somme vectorielle des ondes réfléchies, sur les interfaces et de l'onde transmise depuis la surface.

En basse fréquence, le coefficient de réflexion sur les interfaces est très faible et l'amplitude du champ est principalement



(fig 11-19)



(fig 11-20)

dûe à l'onde transmise, pratiquement identique à celle obtenue en demi-milieu. (figure 11.21)

Lorsque la fréquence augmente, l'amplitude des ondes réfléchies croît et en un point A de la couche résistive, elles se combinent à l'onde incidente de telle façon que l'amplitude du champ Hz devienne plus faible qu'en demi-milieu.

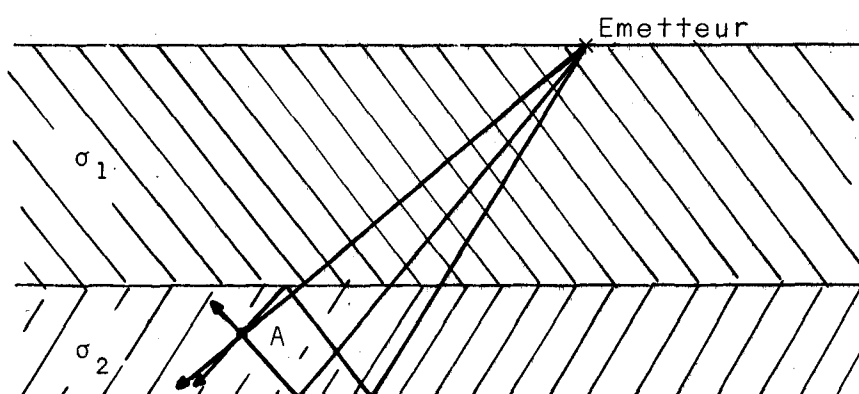


FIGURE (11.21)

Si la fréquence augmente encore, les ondes réfléchies sur les couches inférieures sont plus atténuées que l'onde directe venant de la surface, et, la composante H_z redéviert principalement dûe à l'onde transmise. On conçoit aisément que l'onde transmise à travers une couche très résistive est moins atténuée que celle qui serait transmise à travers le milieu conducteur homogène.

Ceci explique l'évolution vers les valeurs positives de l'indice d'anomalie pour les fréquences élevées.

La figure (11.20) montre qu'en basse fréquence, $|\Delta H_r|$ est plus faible que $|\Delta H_z|$. Lorsque l'on augmente la fréquence, on constate que $|\Delta H_r|$ augmente, tandis que, $|\Delta H_z|$ passe par un maximum, s'annule, puis, recroît.

D'après ces courbes, on voit qu'il semble préférable de travailler à la fréquence la plus élevée possible. Seulement, lorsque la fréquence croît, l'amplitude du champ magnétique diminue.

Pour obtenir des amplitudes du champ magnétique permettant de pratiquer des mesures avec précision, et, sans que l'émetteur délivre une puissance importante, il est préférable de limiter la bande de fréquence des signaux émis.

Nous avons reporté dans le tableau n° 2 les valeurs numériques des amplitudes et des variations des composantes H_r et H_z du champ magnétique en fonction de la fréquence pour diverses positions d'émetteur et de récepteur, en présence d'une couche résistive de $\rho = 100 \Omega\text{m}$, d'épaisseur 2 m, placée à la profondeur du récepteur dans un milieu homogène de $10 \Omega\text{m}$.

Ce tableau montre que pour une profondeur de récepteur de 20 mètres, l'amplitude des composantes du champ restent facilement mesurable pour des fréquences inférieures à 100 KHz. Cette limite diminuerait au fur et à mesure que la profondeur de la sonde augmenterait.

f (KHz)	r = 15 m ; z = 11 m				r = 25m ; z = 20 m			
	Hz	Hr	Hz %	Hr %	Hz	Hr	Hz %	Hr %
	$\times 10^{-5} \text{A/m}$				$\times 10^{-5} \text{A/m}$			
1	1,4	22,2	-27	- 0,5	0,6	4,4	- 10	- 0,8
2	2,2	22,2	-32	- 0,8	0,8	4,4	- 17	- 2
5	4,5	22,2	-32	- 2,5	1,4	4,3	- 16	- 7
10	6,7	22,1	-25	- 5	1,7	3,9	- 8	- 13
20	9	21,3	-16	- 9,5	1,6	3,1	+ 2	- 21
50	9,7	17,1	- 0,5	-19	0,9	1,4	+ 22,5	- 31
100	7,2	11,1	+14	-26	0,3	0,4	+ 42	- 38
300	1,7	2,3	+35	-34	0,04	0,03	+ 65	-46

TABLEAU N° 2

Par ailleurs, on constate sur ce tableau comme sur les courbes de la figure (II.19) que dans cette bande de fréquence limitée à 100 KHz, c'est principalement la composante verticale Hz, du champ magnétique qui évolue d'une façon notable en fonction de la conductivité de la couche résistive. Ce résultat est intéressant, car, c'est cette composante que l'on mesure avec le plus de facilité dans un sondage.

Ce résultat théorique est encourageant et peut être vérifié assez facilement dans un sondage. Pour cela, il est possible d'utiliser le procédé de mesure que nous décrivons dans le paragraphe suivant.

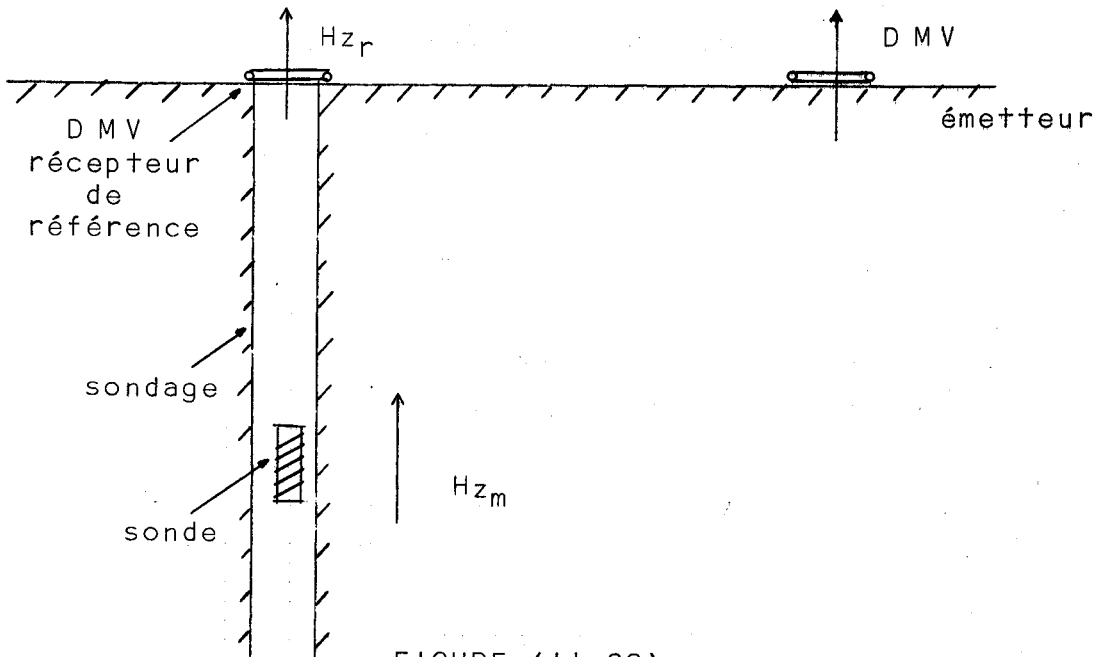
II.1.3. Le procédé de mesure

Pour effectuer ces mesures, il est nécessaire de posséder un dispositif d'émission et de réception. Le dispositif d'émission est celui utilisé⁽¹⁰⁾ pour rechercher des cavités souterraines à partir de la surface.

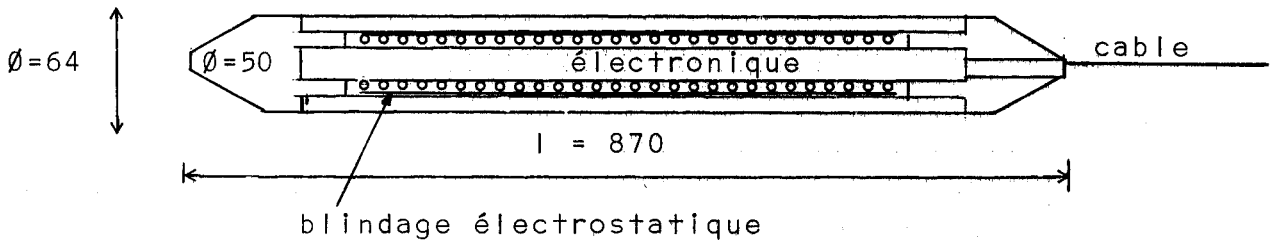
La réception du champ magnétique nécessite la construction d'une sonde que l'on peut descendre dans un forage. Dans l'état actuel de notre travail, la réalisation définitive et la mise au point de cette sonde ne sont pas achevées.

Il en résulte que nous allons décrire la méthode que nous pouvons utiliser pour vérifier nos résultats théoriques sans que nous ayons pu, pour les raisons exposées ci-dessus, la pratiquer sur le terrain.

Le principe de la mesure sur le terrain consiste à relever, en fonction de la profondeur z et pour plusieurs distances r émetteur-récepteur, l'amplitude de la composante magnétique Hz, créée par DMV placé à la surface. La fréquence d'émission varie entre 1 et 50 KHz. L'émission du champ peut s'effectuer à l'aide d'une boucle de courant de rayon $R \approx 2.5$ m. (Figure II.22).



La sonde magnétique est constituée par une bobine de $n = 1\ 000$ spires, bobinées sur un noyau isolant de $\varnothing = 50$ mm, sur une longueur de $l = 870$ mm. La figure (11.23) représente la coupe de cette sonde.



La difficulté de cette mesure réside dans le fait que l'on doit capter l'amplitude de la composante H_z , ce qui nécessite un étalonnage de la sonde.

Le rapport entre la tension mesurée aux bornes de la sonde et l'amplitude réelle du champ H_{z_m} , dépend de plusieurs paramètres dont on ne connaît pas exactement l'allure de la fonction :

$$e_m = f(H_{z_m}).$$

Pour éviter cette difficulté, nous pouvons mesurer, pour chaque relevé du H_{z_m} , l'amplitude de la composante H_z , comme une valeur de référence, à l'aide d'un D M V, situé dans le plan émetteur-forage, à la surface du sol $z = 0$ (Figure 11.22).

En considérant que les paramètres effectifs dans la transformation de H en e , pour ce récepteur de référence, sont les mêmes que ceux de la sonde, on peut écrire :

$$e_r = f(Hz_r)$$

A partir de ces valeurs mesurées, nous tirons le rapport :

$$\frac{e_m}{e_r} = \frac{Hz_m}{Hz_r} \quad (11.58)$$

Pour une fréquence f et une distance r constantes, e_r , en fonction de la profondeur z de la sonde est constant, donc, e_m / e_r , en fonction de z aura la même allure que $H_{z_m} = g(z)$.

Lorsque la profondeur z et la distance r sont constantes, les variations de e_m et e_r , en fonction de la fréquence donnent $e_m/e_r = P(f)$, ayant une allure identique à la figure (11.12), dans le cas où le milieu de propagation est homogène. Dans le cas du milieu contenant une hétérogénéité l'indice d'anomalie peut être écrit sous la forme :

$$\Delta = \frac{\left(\frac{e_m}{e_r}\right)_a - \left(\frac{e_m}{e_r}\right)_o}{\left(\frac{e_m}{e_r}\right)_o} \quad (11.59)$$

où l'indice a correspond au côté de l'anomalie et, celui de o , au côté opposé.

En l'absence de mesures, nous avons tenté d'exprimer théoriquement les variations de la composante H_z du champ magnétique, dans le cas où l'hétérogénéité de terrain n'est plus une couche isolante d'étendue horizontale illimitée, mais, en présence d'une

hétérogénéité locale située au voisinage de l'axe du sondage. Ce modèle simule théoriquement le cas où un sondage n'a pas rencontré une cavité.

II.2. MISE EN EQUATION DE L'ETUDE THEORIQUE

DU CHAMP, CREE PAR UN D M V, DANS UN MILIEU CONDUCTEUR EN PRESENCE

HETEROGENEITE LOCALE

Ce calcul qui est un procédé purement numérique de recherche de l'amplitude du champ électromagnétique, nécessite, dans le cas général, une occupation de temps d'ordinateur importante.(16)

Nous avons mis en équation le problème du rayonnement d'un dipôle magnétique vertical en présence d'une hétérogénéité locale pour, dans un premier temps, évaluer le temps d'ordinateur qu'il faudrait consacrer pour l'étude de l'influence, sur le champ d'une cavité localisée.

II.2.1. Recherche du potentiel vecteur secondaire créé par une anomalie

de résistivité dans un demi-milieu conducteur

Considérons un demi-milieu conducteur contenant une anomalie du volume V_2 et de la conductivité σ_2 , différente de celle du milieu encaissant. (figure II.24). L'interface de ce demi-milieu avec l'atmosphère est supposée le plan S à l'altitude $z = 0$, dans un système de coordonnées cartésiennes.

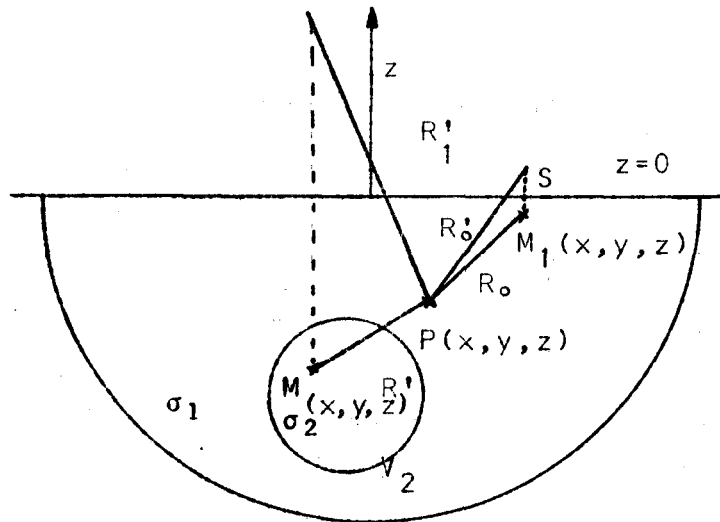


FIGURE (11.24)

Le demi-cercle de rayon $R = \infty$ représente la limite inférieure de ce demi-milieu.

Supposons que les deux milieux conducteurs ont même perméabilité magnétique et égale à celle de l'atmosphère,

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$$

Leurs conductivités sont respectivement σ_1 et σ_2 . Le potentiel vecteur \vec{A} qui résulterait d'une distribution du courant électrique $\vec{\rho}_V$ dans l'anomalie de résistivité de volume V_2 est la solution de l'équation d'onde (13).

$$(\Delta - \gamma_1^2) \vec{A} = -\mu_0 \vec{\rho}_V \delta(x', y', z') \quad (11.60)$$

avec :

$\delta = 1$	à l'intérieur du volume V_2
$\delta = 0$	à l'extérieur du volume V_2

D'autre part, l'équation de Maxwell pour le champ magnétique à l'intérieur du volume V_2 est :

$$\text{rot } \vec{H}_2 = (\sigma_2 + j\omega\epsilon_2) \vec{E}_2 \quad (11.61)$$

Dans le cas où l'on néglige les courants de déplacement, on peut écrire :

$$\operatorname{rot} \vec{H}_2 = \sigma_2 \vec{E}_2 \quad (11.62)$$

Pour faire apparaître un terme $\sigma_1 E_2$ dans l'équation ci-dessus, on peut toujours écrire :

$$\operatorname{rot} \vec{H}_2 = \sigma_1 \vec{E}_2 + (\sigma_2 - \sigma_1) \vec{E}_2 \quad (11.63)$$

Le premier terme du second membre représente la densité de courant qui existerait dans l'anomalie V_2 si on avait $\sigma_1 = \sigma_2$; c'est à dire, si V_2 n'existait pas, le deuxième terme exprimerait la distribution de courant $\vec{\rho}_V$ due à l'anomalie de conductivité σ_2 . Donc, on peut écrire :

$$\operatorname{rot} \vec{H}_2 = \sigma_1 \vec{E}_2 + \vec{\rho}_V \quad (11.64)$$

avec :

$$\vec{\rho}_V = (\sigma_2 - \sigma_1) E_2 \delta(x', y', z') \quad (11.65)$$

On peut dire qu'un demi-milieu contenant une anomalie est assimilable à un demi-milieu homogène contenant une distribution de courant $\vec{\rho}_V$ équivalente à l'hétérogénéité.

En portant (11.65) dans (11.60), le potentiel vecteur en un point P dans le milieu 1 s'obtient : (24)

$$A(P) = \frac{\mu(\sigma_2 - \sigma_1)}{4\pi} \int_{V_2} E_2(M) \left[\frac{e^{-\gamma_1 R'}}{R'} - \frac{e^{-\gamma_1 R'_1}}{R'_1} \right] dV - \frac{1}{4\pi} \int_S A(M_1) \frac{\partial}{\partial z_1} \left[\frac{e^{-\gamma_1 R_0}}{R_0} - \frac{e^{-\gamma_1 R'_0}}{R'_0} \right] dS \quad (11.66)$$

$z_1 = 0$

Le terme $\frac{e^{-\gamma_1 R_i}}{R_i}$ est la fonction Green ; et, nous avons supposé qu'en basse fréquence, le facteur de propagation dans l'air était :

$$\gamma_0 r \ll 1$$

Maintenant, supposons qu'un DMV est placé à l'interface S air-sol, (figure (II.25)). Dans ce cas, l'expression (II.66) devient :

$$\begin{aligned} \vec{A}(P) = \vec{A}^P + \frac{\mu(\sigma_2 - \sigma_1)}{4\pi} \int_{V_2} E_2(M) \left[\frac{e^{-\gamma_1 R'}}{R'} - \frac{e^{-\gamma_1 R'_1}}{R'_1} \right] dV - \frac{1}{4\pi} \int_S \vec{A}(M) \\ \left[\frac{\partial}{\partial z_1} \left(\frac{e^{-\gamma_1 R_o}}{R_o} - \frac{e^{-\gamma_1 R'_o}}{R'_o} \right) \right]_{z_1=0} dS \end{aligned} \quad (II.67)$$

où \vec{A}^P est le potentiel vecteur primaire dû à D M V.

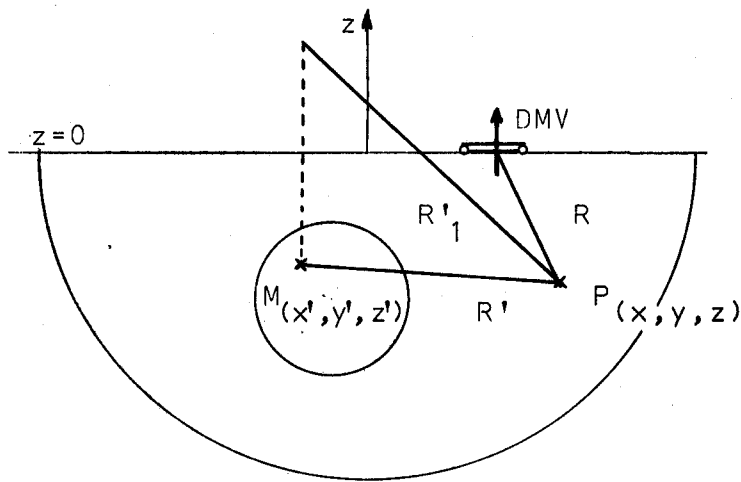


FIGURE (II.25)

11.2.2. Expressions des composantes du champ

La relation entre le potentiel vecteur et le champ électrique est la suivante : (13)

$$\vec{E}(P) = \frac{j\omega}{\gamma_1^2} (g \text{ rad div } \vec{A}(P) - \gamma_1^2 \vec{A}(P)) \quad (11.68)$$

En portant (11.67) dans (11.68), nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \vec{E}_x(P) = \vec{E}_x^P + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{4\pi\sigma_1} \left\{ \vec{E}_{2x}(M) \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} (P' - P'_1) - \gamma_1^2 (P' - P'_1) + \frac{2\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 N'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N'}{\partial z^2} \right. \right. \right. \\ \left. \left. - 2\gamma_1^2 \frac{\partial N'}{\partial z} - 2 \frac{\partial^2 P'_1}{\partial z^2} \right) \right] dV + \left[\vec{E}_{2y}(M) \left[\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} P' - \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} P'_1 + 2 \frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial z} N' \right] dV + \dots \right. \\ \left. \dots + \left[\vec{E}_{2z}(M) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} (P' - P'_1) dV \right] \right\} \quad (11.69) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_y(P) = \vec{E}_y^P + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{4\pi\sigma_1} \left\{ \vec{E}_{2x}(M) \left[\frac{\partial^2 P'}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial^3 N'}{\partial x \partial y \partial z} - \frac{\partial^2 P'}{\partial x \partial y} \right] dV + \left[\vec{E}_{2y}(M) \right. \right. \\ \left. \left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} (P' - P'_1) - \gamma_1^2 (P' - P'_1) + \frac{2\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 N'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 N'}{\partial z^2} \right) - 2\gamma_1^2 \frac{\partial N'}{\partial z} - 2 \frac{\partial^2 P'_1}{\partial z^2} \right] dV + \dots \right. \\ \left. \dots + \left[\vec{E}_{2z}(M) \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (P' - P'_1) dV \right] \right\} \quad (11.70) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_z(P) = \vec{E}_z^P + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{4\pi\sigma_1} \left\{ \vec{E}_{2x}^{(M)} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} (P' + P'_1) dV + \vec{E}_{2y}^{(M)} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (P' + P'_1) dV + \dots \right. \\ \left. \dots + \vec{E}_{2z}^{(M)} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} (P' - P'_1) - \gamma_1^2 (P' - P'_1) \right] dV \right\} \quad (11.71) \end{aligned}$$

où :

$$P' = \frac{e^{-\gamma_1 R'}}{R'}$$

$$P'_1 = \frac{e^{-\gamma_1 R'_1}}{R'_1}$$

$$N' = I_0 \left[\frac{\gamma_1 (R'_1 + (z+z'))}{2} \right] + K_0 \left[\frac{\gamma_1 (R'_1 - (z+z'))}{2} \right]$$

avec I_0 et K_0 , les fonctions modifiées de Bessel de 1ère et 2ème espèces.

$$R' = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \quad ; \quad R'_1 = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}$$

E_x^P , E_y^P , E_z^P sont les composantes électriques du champ primaire, dû au dipôle magnétique vertical. Elles sont données par les relations suivantes : (Annexe 7)

$$E_x^P = -j\omega\mu M \left[\frac{2}{\gamma_1^2} \left(\frac{\partial^3 P}{\partial y \partial z^2} - \frac{\partial^4 N}{\partial y \partial z^3} + \gamma_1^2 \frac{\partial^2 N}{\partial y \partial z} \right) \right] \quad (11.72)$$

$$E_y^P = +j\omega\mu M \left[\frac{2}{\gamma_1^2} \left(\frac{\partial^3 P}{\partial x \partial z^2} - \frac{\partial^4 N}{\partial x \partial z^3} + \gamma_1^2 \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial z} \right) \right] \quad (11.73)$$

$$E_z^P = 0 \quad (11.74)$$

où :

$$P = \frac{e^{-\gamma_1 R}}{R}$$

$$N = I_0 \left[\frac{\gamma_1}{2} (R + z) \right] \cdot K_0 \left[\frac{\gamma_1}{2} (R - z) \right]$$

M = $\frac{I \cdot S \cdot n}{4\pi}$ est le moment magnétique de la boucle émettrice.

La deuxième équation de Maxwell nous donne :

$$\overrightarrow{\text{rot}} E_{(P)} = -j\omega\mu_0 \overrightarrow{H}_{(P)} \quad (11.75)$$

et les composantes magnétiques s'obtiennent par :

$$H_x(P) = \frac{1}{j\omega\mu_0} \left(\frac{\partial}{\partial z} E_y(P) - \frac{\partial}{\partial y} E_z(P) \right) \quad (11.76)$$

$$H_y(P) = \frac{1}{j\omega\mu_0} \left(\frac{\partial}{\partial x} E_z(P) - \frac{\partial}{\partial z} E_x(P) \right) \quad (11.77)$$

$$H_z(P) = \frac{1}{j\omega\mu_0} \left(\frac{\partial}{\partial y} E_x(P) - \frac{\partial}{\partial x} E_y(P) \right) \quad (11.78)$$

avec : $E_{x(P)} = E_x^P + E_x^S$; $E_{y(P)} = E_y^P + E_y^S$; $E_{z(P)} = E_z^P + E_z^S$

L'indice S correspond au champ dû au volume V_2 .

Les relations (11.69) à (11.71) représentent un système de 3 équations avec 6 inconnues et pour trouver ces inconnues, nous calculons d'abord les composantes électriques du champ à l'intérieur du volume V_2 .

En tenant compte de :

$$(\Delta - \gamma_1^2)P' = -4\pi \delta(x', y', z') = -4\pi$$

Les relations (II.69) à (II.71) se modifient suivant

les formes :

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} E_{2x}(M) = E_{x(M)}^P + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{4\pi\sigma_1} \left\{ - \int_{V_2} E_{2x(M)} G_X^X dV + \int_{V_2} E_{2y(M)} G_Y^X dV + \int_{V_2} E_{2z(M)} G_Z^X dV \right\} \quad (II.79)$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} E_{2y}(M) = E_{y(M)}^P + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{4\pi\sigma_1} \left\{ \int_{V_2} E_{2x(M)} G_X^Y dV - \int_{V_2} E_{2y(M)} G_Y^Y dV + \int_{V_2} E_{2z(M)} G_Z^Y dV \right\} \quad (II.80)$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} E_{2z}(M) = E_{z(M)}^P + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{4\pi\sigma_1} \left\{ \int_{V_2} E_{2x(M)} G_X^Z dV + \int_{V_2} E_{2y(M)} G_Y^Z dV - \int_{V_2} E_{2z(M)} G_Z^Z dV \right\} \quad (II.81)$$

$$\text{où : } G_X^X = \frac{\partial^2}{\partial y^2} (P' - P'_1) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (P' + P'_1) + 2 \frac{\partial^3 N'}{\partial y^2 \partial z}$$

$$G_X^Y = G_Y^X = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[P' - P'_1 + 2 \frac{\partial N'}{\partial z} \right]$$

$$G_X^Z = \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} (P' - P'_1)$$

$$G_Y^Y = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (P' - P'_1) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (P' + P'_1) + 2 \frac{\partial^3 N'}{\partial x^2 \partial z}$$

$$G_Y^Z = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (P' - P'_1)$$

$$G_Z^X = \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} (P' + P'_1)$$

$$G_Z^Y = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (P' + P'_1)$$

$$G_Z^Z = \frac{\partial^2}{\partial x^2} (P' - P'_1) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (P' - P'_1)$$

Pour calculer les expressions intégrales (11.79) à (11.81), nous divisons le volume V_2 en n petits volumes à l'intérieur desquels le champ peut être considéré constant. Donc, pour un point M_i , à l'intérieur d'un des petits volumes, nous pouvons écrire :

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} E_{2x}(M_i) = E_{x(M_i)}^P + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{4\pi\sigma_1} \sum_{j=1}^n \left\{ -E_{2x}(M_j) \int_{\Delta V_j} G_x^x dV + E_{2y}(M_j) \int_{\Delta V_j} G_y^x dV + E_{2z}(M_j) \int_{\Delta V_j} G_z^x dV \right\} \quad (11.82)$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} E_{2y}(M_i) = E_{y(M_i)}^P + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{4\pi\sigma_1} \sum_{j=1}^n \left\{ E_{2x}(M_j) \int_{\Delta V_j} G_x^y dV - E_{2y}(M_j) \int_{\Delta V_j} G_y^y dV + E_{2z}(M_j) \int_{\Delta V_j} G_z^y dV \right\} \quad (11.83)$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} E_{2z}(M_i) = E_{z(M_i)}^P + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{4\pi\sigma_1} \sum_{j=1}^n \left\{ E_{2x}(M_j) \int_{\Delta V_j} G_x^z dV + E_{2y}(M_j) \int_{\Delta V_j} G_y^z dV - E_{2z}(M_j) \int_{\Delta V_j} G_z^z dV \right\} \quad (11.84)$$

Ces dernières équations peuvent se mettre sous la forme matricielle :

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \vec{E}_2 = \vec{E}^P + \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{4\pi\sigma_1} \left| A \right| \vec{E}_2 \quad (11.85)$$

On démontre que la matrice $[A]$ est symétrique^[16]

Pour obtenir les valeurs numériques des composantes du champ magnétique, on calcule le champ électrique à l'intérieur du volume V_2 ^[18], puis, on reporte les valeurs des composantes dans les expressions (11.69) à (11.71), et, avec l'aide des expressions (11.76) à (11.78), on recherche les composantes $H_x(P)$, $H_y(P)$ et $H_z(P)$ du champ magnétique existant dans le milieu encaissant.

11.2.3. Coût du calcul numérique

Pour connaître approximativement le coût du calcul numérique, à l'aide d'une telle méthode, nous avons choisi une hétérogénéité locale de forme géométrique parallélépipédique de conductivité $\sigma_2 = 0$, plongée dans un terrain homogène de conductivité $\sigma_1 = 0,03$ S/m.

La figure (11.26) représente la position de cette anomalie dans un système de coordonnées cartésiennes. Ses faces supérieure et inférieure sont parallèles au plan $x = 0$.

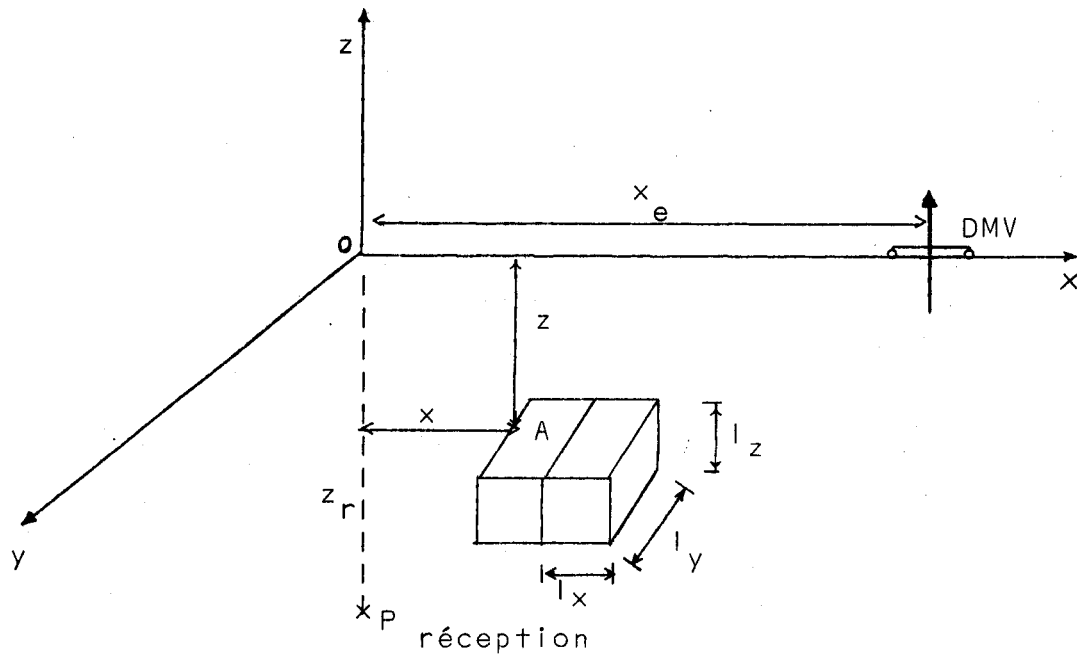


FIGURE (11.26)

La boucle magnétique est disposée en surface avec :

$$x_e = 15 \text{ m} \quad y_e = z_e = 0$$

Nous avons divisé le volume de l'anomalie en deux volumes élémentaires identiques avec :

$$l_x = 1 \text{ m} \quad l_y = 2 \text{ m} \quad l_z = 2 \text{ m}$$

Les coordonnées du point A dans ce système sont :

$$X = 9 \text{ m} \quad Y = 0 \quad Z = -7 \text{ m}$$

Nous écrivons la relation (11.85) sous la forme :

$$\vec{E}^P = \left\{ \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} - \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{4\pi\sigma_1} \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \right\} \vec{E}_2 \quad (11.86)$$

En utilisant la méthode de Choleski⁽¹⁶⁾, nous avons calculé les amplitudes des composantes électriques à l'intérieur de chaque volume élémentaire et à partir des relations (11.69) à (11.71) et (11.78), nous avons trouvé la valeur de l'amplitude de la composante Hz en point P de coordonnées :

$$x_r = y_r = 0 \quad \text{et } z_r = -11 \text{ m.}$$

La fréquence d'émission est $f = 20$ KHz.

$$H_z(P) = 0,6085 \times 10^{-4} \text{ A/m}$$

Tandis que pour un demi-milieu homogène sans anomalie, dans les mêmes conditions, l'amplitude de la composante H_z est :

$$H_z^P(P) = 0,51 \times 10^{-4} \text{ A/m}$$

On s'aperçoit que l'anomalie a une influence importante sur le champ magnétique.

Le temps du calcul en présence de l'anomalie est :

$$t = 1,96 \text{ minute.}$$

Ce calcul est basé sur le fait que le champ électrique à l'intérieur de chaque volume élémentaire est supposé constant, tandis que la variation du champ, en fonction de la distance, est continue, même à l'intérieur d'un volume élémentaire, et, plus les dimensions de ce volume sont grandes, plus l'erreur de calcul est grande. Donc, pour diminuer l'erreur du calcul, il faut augmenter le nombre des volumes élémentaires, mais, dans ce cas, on peut estimer que le temps de calcul augmente grossièrement, proportionnellement au carré du nombre N de volumes élémentaires.

11.3 CONCLUSION DE LA DEUXIEME PARTIE

Au cours de cette deuxième partie, nous avons montré que la méthode magnétique-magnétique, lorsque l'émetteur est disposé à la surface du sol et quand le récepteur se déplace dans le sondage mécanique, peut constituer un procédé électromagnétique efficace pour la détection des cavités souterraines, permettant de se passer de contacts électriques.

Dans le premier chapitre, après avoir mis au point une méthode, que nous pensons être originale, pour évaluer numériquement l'erreur de calcul des composantes du champ électromagnétique, nous avons montré que l'indice d'anomalie même pour les faibles contrastes de résistivité, entre la couche résistive et le milieu encaissant, était considérable.

Sa valeur, relative à la composante Hz du champ magnétique pour $\rho_2/\rho_1 = 3$ et la fréquence $f = 5$ KHz, est de l'ordre de 30 %, compte tenu d'une résistivité ρ_1 du milieu encaissant de 10 Ωm .

Par ailleurs, c'est la composante verticale du champ magnétique qui est la plus sensible à la variation de conductivité, ce qui constitue un résultat important car c'est cette composante qui est la plus accessible dans un sondage.

Nous avons également trouvé que la fréquence d'émission devait être plus élevée que celle de la méthode électrique et nous avons montré que sa valeur optimale, pour une profondeur de la couche résistive comprise entre 10 et 20 m était de l'ordre de 30 KHz.

Dans le deuxième chapitre, nous avons évalué le coût du calcul pour détecter une anomalie localisée placée au voisinage de

l'axe du sondage mécanique. (C'est le cas où le sondage n'a pas rencontré l'anomalie). Nous avons pu chiffrer, dans un cas particulier, le temps d'occupation ordinateur, ce qui peut servir de base au calcul du coût d'une étude théorique systématique de l'effet d'une cavité locale.

Enfin, puisque cette méthode ne nécessite pas de contact électrique entre les électrodes de la sonde et les parois des sondages, les mesures peuvent être pratiquées indifféremment dans des forages secs ou remplis de boue.

°0°0°0°0°

C O N C L U S I O N

L'étude de la transdétection à laquelle nous avons contribué montre que ce procédé électromagnétique permet de valoriser les informations obtenues à partir d'un sondage mécanique, pour déceler des cavités souterraines profondes.

Dans la première partie de notre travail, nous avons adapté un appareillage de détection électrique de cavités qui consiste à relever, dans un sondage mécanique de type génie-civil, le champ électrique vertical d'un émetteur électrique déplacé à la surface du sol.

Après avoir étudié et résolu le problème du contact électrique entre les électrodes de la sonde de réception et la paroi du sondage en utilisant soit de la mousse conductrice, soit de la boue, nous avons montré par des essais de l'appareillage sur le terrain, la possibilité de détecter la présence d'une cavité, située à cinq mètres de l'axe du sondage et à quatorze mètres de profondeur.

Des essais sur modèle analogique montrent qu'il est possible de détecter une cavité à une distance de l'ordre de la moitié de la profondeur du sondage. Des expressions seront très prochainement entreprises pour vérifier sur le terrain ces prévisions.

Nous mettons l'accent sur l'intérêt de cette méthode, capable de déceler la présence d'une cavité proche d'un sondage mécanique quelquesoit la profondeur de cette cavité.

A notre connaissance, aucune méthode électromagnétique de surface ne permet de déceler les cavités de faible volume, situées à plus de 20 mètres de profondeur.

Il peut néanmoins exister quelques cas de terrains où la paroi du sondage ne permet pas, quelquesoit le moyen utilisé, de réaliser un contact électrique suffisant pour relever des mesures interprétables.

Dans la deuxième partie de notre thèse, nous avons fait l'étude théorique de la faisabilité d'une méthode de détection de cavités pouvant se passer de contact électrique en mettant en oeuvre un émetteur et un récepteur magnétique.

Cette étude théorique montre, que la composante verticale du champ magnétique créée dans un sondage, par un émetteur magnétique d'axe vertical émettant à la surface du sol, est sensible à la présence d'une hétérogénéité isolante locale située au voisinage d'un sondage. La variation de l'intensité du champ magnétique créée par la présence de l'hétérogénéité est du même ordre de grandeur que celle que l'on observerait, avec le procédé électrique précédent, à condition d'utiliser des fréquences de 30 KHz pour des cavités à 11 mètres de profondeur. Une simple étude d'optimisation permettrait de déterminer les fréquences à utiliser en fonction de la profondeur de l'hétérogénéité et de la conductivité du milieu encaissant et, il reste à entreprendre une étude de la mise en oeuvre de ce procédé sur le terrain.

L'association de la méthode électrique mise au point dans la première partie et de la méthode magnétique dont nous avons jeté les bases dans la deuxième partie de notre mémoire, procurerait

un moyen de détection de cavités locales profondes, capable d'opérer dans n'importe quelles conditions de terrains.

Le procédé de transdétection électrique que nous avons développé dans la première partie est désormais opérationnel. Il peut être utilisé pour la recherche systématique des cavités, en pratiquant des sondages suffisamment espacés pour que le coût de la prospection ne soit pas prohibitif. Dans ce cas, il faut prévoir une dimension de maille, en moyenne égale à la profondeur d'un sondage divisée par $\sqrt{2}$.

Mais, nous pensons que l'application typique de ce procédé est la recherche des cavités sur une surface limitée de terrain destinée à supporter une lourde charge, telle une culée de pont ou un bâtiment. Dans ce cas, un ou deux sondages mécaniques suffiraient pour connaître la qualité du terrain sous-jacent, ce qui constituerait une économie de sondage non négligeable.

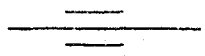
°0°0°0°0°

B I B L I O G R A P H I E

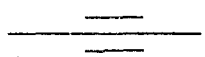
- [1] J.P. DUBUS
"Recherche théorique et expérimentale des possibilités d'adaptation de certaines méthodes de prospection électromagnétique à la détection des cavités souterraines"
Thèse de 3ème cycle, Lille 1968
- [2] Z. BASSIOUNI
"Contribution à la création et au développement d'une nouvelle méthode de diagraphie pétrolière". "Le Telelog"
Thèse d'état Lille 1972.
- [3] P. MANGEZ - D. VANLOOT
"Faisabilité d'un procédé de détection de cavités souterraines."
Convention n° 73/210 LCPC/USTL
- [4] L.P. DOCO
"Méthode d'interprétation des mesures de télédiagraphie dans un terrain stratifié présentant des contrastes de résistivité élevés."
Thèse de 3ème cycle, Lille 1974.
- [5] R. GABILLARD, J.P. DUBUS, F. LOUAGE
"Procédé électromagnétique de détection des carrières souterraines Simulation sur la cuve électrolytique."
Institut Radiotechnique, Lille 1969.
- [6] J.P. DUBUS, R. BAVANDI, J. BAUDET, Y. EMPIS, P. MANGEZ
"Etude et mise en oeuvre d'un procédé électromagnétique de détection de cavités souterraines à partir d'un sondage mécanique."
Convention n° LCPC/USTL, 1975
- [7] M. CAUTERMAN, J.P. DUBUS, R. GABILLARD
"Méthode permettant de déceler et de préciser le rayon et la profondeur d'un gisement de forme sphérique"
Université de Lille, 1973

- [8] J.P. DUBUS, R. BAVANDI, P. MANGEZ
"Rapport sur une campagne de détection de cavités souterraines pratiquée dans le département des Yvelines".
USTL/LCPC Avril 1976
- [9] J.P. DUBUS
"Théorie et mise en application d'une méthode de sondage électromagnétique utilisable en prospection géophysique à faible profondeur".
Thèse d'état, Lille 1974
- [10] D. CLICQUE
"Etude théorique et expérimentale d'un dispositif à localisation de champ pour la détection de carrières souterraines et méthode d'analyse de données de prospection géophysique".
Thèse de Docteur Ingénieur, Lille 1976
- [11] J.P. DUBUS, P. DEGAUQUE, M. CAUTERMAN
"Etude des possibilités de détection de cavités situées près des voûtes de tunnels à l'aide de procédés électromagnétiques."
Lille 1974
- [12] R. BAVANDI
"Etude des possibilités de détection des cavités situées près des voûtes de tunnel à l'aide d'un procédé électromagnétique utilisant une caténaire comme ligne d'émission".
D.E.A., LILLE 1975
- [13] R. GABILLARD
"Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs"
Institut de Radioélectricité, de Lille
- [14] A. BAÑOS
"Dipole Radiation in the presence of a conducting Half-space."
Pergamon press 1966
- [15] R. GABILLARD, F. LOUAGE, J. FONTAINE, J.P. DUBUS
"Théorie matricielle de la propagation dans un terrain stratifié d'une onde électromagnétique émise par une antenne verticale souterraine."
Symposium sur les ondes électromagnétique, STRESA, Juin 1968

- [16] M. CAUTERMAN
"Etude théorique de l'influence d'une anomalie de résistivité quelconque sur le champ électromagnétique créée par un dipôle en milieu absorbant. Application à l'évaluation in situ de l'étendue de gisements de gaz et hydrocarbures."
Thèse d'état, Lille 1975
- [17] G.W. HOHMANN
"Electromagnetic scattering by conductors in the earth near a line source of current."
Geophysics, Vol. 36, n° 1, February 1971, 101-131
- [18] E. DURAND
"Electrostatique. Problèmes généraux. Conducteurs."
Tome II, Masson et Cie 1966
- [19] E. DURAND
"Electrostatique. Méthodes de calcul. Diélectriques"
Tome III, Masson et Cie 1966
- [20] J. LEGRAS
"Méthode et techniques de l'analyse numérique".
Dunod 1971
- [21] Z. KOPAL
"A table of the coefficients of the Hermite quadrature formula."
J. Math and Phys. 27 : 259-261 (1949)
- [22] H. BATEMAN
"Tables of integral transforms".
Mc Graw Hill Book Company 1954
- [23] A. ANGOT
"Compléments de mathématiques".
Masson et Cie, 1972
- [24] MORS Ph., FESBACHH
"Méthode of theoretical physic".
Mc Graw-Hill Book company, 1953.



A N N E X E S



ANNEXE 1

CALCUL DE LA CAPACITE DE LA SONDE ELECTROSTATIQUE

Nous allons calculer la capacité d'une sonde électrostatique en considérant d'une part la capacité entre deux électrodes de la sonde, et, d'autre part entre l'électrode de la sonde et la paroi du forage.

a) CAPACITE ENTRE DEUX ELECTRODES DE LA SONDE

Considérons tout d'abord un dispositif composé de deux demi-plans en face d'un plan (figure A.1.1.)

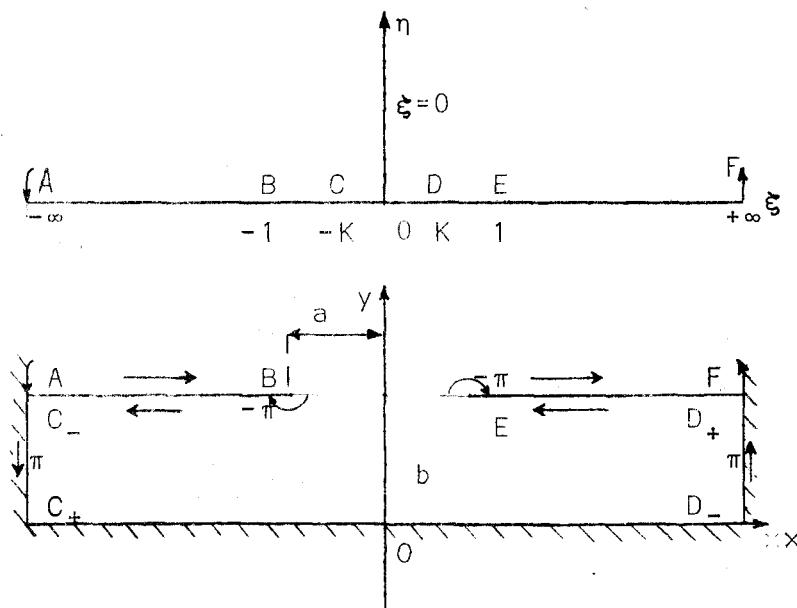


FIGURE (A.1.1.)

A.1.2.

Pour calculer la capacité de ce dispositif, nous appliquons la transformation de Schwarz - Christoffel⁽¹⁸⁾. Les coordonnées y ou x se transforment en plan $\eta\xi$. par cette transformation, le polygone, à la circonférence duquel se trouvent les charges électrostatiques, doit être fermé et on voit que les points D_- , D_+ et C_- , C_+ sont liés, entre eux, à l'infini et les points E et B sont liés par E, F, $+\infty$, $-\infty$, A et B.

Dans le plan $\eta\xi$, par symétrie, on peut choisir :

$$\xi_1 = K, \xi_2 = 1, \xi_3 = -1, \xi_4 = -K$$

Dans le plan xoy , les angles du polygone de dispositif sont :

$$\beta_1 = \pi, \beta_2 = -\pi, \beta_3 = -\pi, \beta_4 = \beta$$

La formule de transformation dans laquelle z , en un point quelconque de dispositif, présente le potentiel complexe, est la suivante :

$$\begin{aligned} z &= A \int^{\zeta} (t - K)^{-1} (t - 1)^{-1} (t + 1)^1 (t + K)^{-1} dt + B \\ &= A \int^{\zeta} \frac{(t^2 - 1)}{t^2 - K^2} dt + B \end{aligned} \quad (\text{A.1.1.})$$

où ζ présente la position d'un point dans le plan $\eta\xi$.

Après l'intégration :

$$z = A \left[\zeta + \frac{K^2 - 1}{2K} \log \frac{\zeta - K}{\zeta + K} \right] + B \quad (\text{A.1.2.})$$

En coordonnées z , nous pouvons également écrire :

$$D_+ - D_- = i b \quad (\text{A.1.3.})$$

A.1.3.

et d'après la référence (18), nous avons :

$$\left| z_{D_+} - z_{D_-} \right| = -i \pi A (K^2 - 1) \frac{1}{2K} \quad (\text{A.1.4.})$$

En comparant (A.1.3.) avec (A.1.4.), on obtient :

$$A = \frac{b}{\pi} \frac{2K}{1-K^2} \quad (\text{A.1.5.})$$

D'autre part, le point $z = 0$ correspond à $\zeta = 0$, dans ce cas, et, en portant (A.1.5.) dans (A.1.2.), nous trouvons :

$$B = i b \quad (\text{A.1.6.})$$

Enfin, $z = a + i b$ correspond à $\zeta = 1$ (le point E) ; ceci nous donne :

$$a + i b = \frac{b}{\pi} \cdot \frac{2K}{1-K^2} \left| 1 + \frac{K^2-1}{2K} \log \frac{1-K}{1+K} \right| + i b \quad (\text{A.1.7.})$$

ou :

$$\pi \frac{a}{b} = \frac{2K}{1-K^2} - \log \frac{1-K}{1+K} \quad (\text{A.1.8.})$$

Dans cette dernière, pour trouver la valeur de K , nous utilisons une méthode numérique (par exemple, la méthode de Newton).

Nous portons également (A.1.5.), (A.1.6.) dans (A.1.2.) pour en tirer l'expression finale de la transformation Schwartz-Christoffel.

$$z = \frac{b}{\pi} \left| i \pi + \frac{2K}{1-K^2} \zeta - \log \frac{\zeta-K}{\zeta+K} \right| \quad (\text{A.1.9.})$$

Cette relation nous permet de transformer toute la fonction dans le plan $\eta o \xi$ en coordonnées $x o y$, ou inversement.

Dans notre cas, les deux cylindres, l'un en prolongement de l'autre, portent des potentiels $+V$, $-V$ et sur une coupe longitudinale, on peut supposer que l'axe central et les parois des cylindres forment le polygone de Schwartz. (figure A.1.2.).

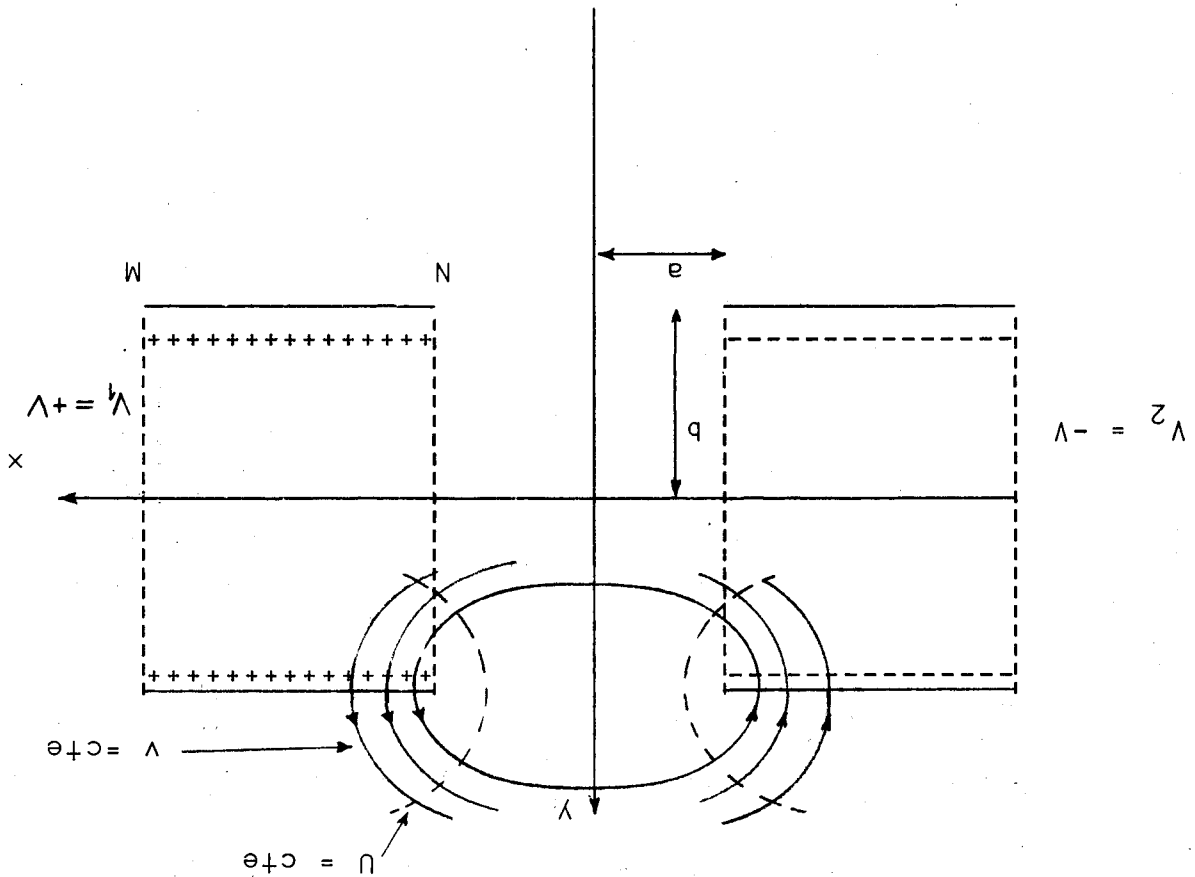


FIGURE (A.1.2.)

Le potentiel complexe w dans le plan Z s'écrit :

$$w = \frac{k}{2} \arccos \frac{z}{a} \quad (A.1.10)$$

On suppose que $V_1 - V_2 = 1$

qui varie entre 0 et π .

En le transformant dans le plan z , on trouve :

$$z = \frac{b}{\pi} \left| i\pi + \frac{2Kz}{1-K^2} \cos w - \text{Log} \cot \frac{w}{2} \right| \quad (\text{A.1.11.})$$

K s'obtient de (A.1.8.)

La charge accumulée sur le cylindre

$$Q = \lambda \cdot 2\pi b \quad (\text{A.1.12.})$$

$$\lambda = \int_{-b}^b \sigma \cdot dx \quad \text{avec :} \quad (\text{A.1.13.})$$

λ est la charge sur la ligne $x = MN$ et σ la densité

de charge sur λ .

$$\sigma = -\epsilon_0 \frac{dV}{dx} \quad (\text{A.1.14.})$$

d'où :

$$\lambda = -\epsilon_0 \int_{-b}^b dV = -\epsilon_0 (V_{x=a+\lambda} - V_{x=a}) = -\epsilon_0 \Delta V \quad (\text{A.1.15.})$$

A la surface du cylindre : $\Delta w = \Delta V$, car U est

constant.

$$|Q| = 2\pi \epsilon_0 b \Delta V \quad (\text{A.1.16.})$$

D'autre part :

$$Q = c \quad \text{pour } (V_1 - V_2) = 1$$

d'où :

$$c = 2\pi \epsilon_0 b \Delta V \quad (\text{A.1.17.})$$

Pour calculer ΔV il suffit de remplacer, dans (A.1.11), $z = a$ et $z = a + \lambda$ par leurs valeurs complexes et en sortir $V_{x=a}$ et $V_{x=a+\lambda}$

Dans toute l'explication de ce calcul, nous avons supposé que l'épaisseur du cylindre est petite devant son diamètre.

b) CAPACITE ENTRE UNE ELECTRODE DE LA SONDE ET LA MASSE DU TERRAIN

Supposons deux cylindres conducteurs O_1, O_2 , espacés l'un de l'autre d'une distance D . Leurs rayons sont respectivement R_1 et R_2 . Le cylindre O_2 est couvert par une couche diélectrique de la permétabilité ϵ et de l'épaisseur e . (figure A.1.3.)

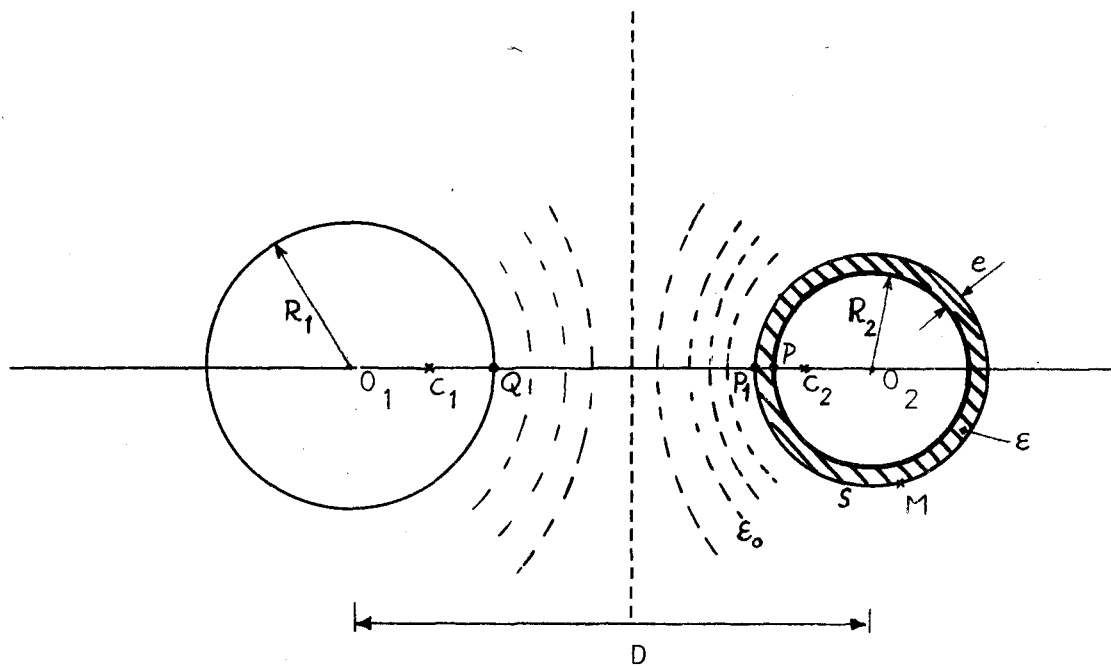


FIGURE (A.1.3.)

La capacité maximale, (la densité de charge maximale) entre les deux cylindres, s'obtient pour les deux points P et Q , situés respectivement sur O_2 et O_1 .

Pour calculer la capacité totale, il nous suffit de trouver les potentiels V_P et V_Q en considérant une charge accumulée sur les cylindres.

L'équation intégrale de Rolin⁽¹⁹⁾ nous permet de supposer que toute la charge à la surface d'un cylindre peut être accumulée, à une densité constante, sur un cylindre du rayon égal à l'unité. Dans ce cas, il faut chercher la position de l'axe de ce cylindre. (les points C_2 et C_1).

Maintenant, supposons que l'épaisseur e de diélectrique soit petite devant R_2 . Donc, on peut dire que la surface de cette couche constitue une surface équipotentielle et obéit à la loi de la variation du potentiel en dehors du conducteur.

A partir de cette considération, le potentiel en un point p à l'intérieur ou à l'extérieur de diélectrique a pour l'expression⁽¹⁹⁾

$$K V_{ip} = V_{oi(p)} - \frac{K-1}{4\pi} V_{s(M)} \int_S \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{\rho} \right) ds \quad (\text{A.1.18})$$

$$V_{ep} = V_{oe(p)} - \frac{K-1}{4\pi} V_{s(M)} \int_S \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{\rho} \right) ds \quad (\text{A.1.19})$$

avec :

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

n normal à la surface S

V_{ip} , le potentiel en p à l'intérieur de diélectrique

V_{ep} , le potentiel en p à l'extérieur de diélectrique

$V_{s(M)}$, le potentiel en M sur la surface S

ρ , la densité de la charge superficielle

$V_{oi(p)}$ et $V_{oe(p)}$ sont les potentiels primaires dûs aux charges situées aux points C_2 et C_1 . Ils ont pour les expressions :

$$V_{0e} = \frac{2\pi\lambda\epsilon_0}{Q} \log \frac{QC_1}{QC_2} \quad (\text{A.1.21})$$

$$V_{0i} = \frac{2\pi\lambda\epsilon_0}{Q} \log \frac{PC_1}{PC_2} \quad (\text{A.1.20})$$

avec Q , la charge totale et l , la longueur des cylindres.

Maïs,

$$\int_S \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{p} \right) dS = \begin{cases} 2\pi & p \text{ sur } S \\ 4\pi & p \text{ à l'intérieur de } S \\ 0 & p \text{ à l'extérieur de } S \end{cases} \quad (\text{A.1.22})$$

E_n portant (A.1.22) dans (A.1.18) et (A.1.19), pour les points p et Q , nous trouvons :

$$V_p = \frac{2\pi\epsilon_0\lambda}{Q} \left[\frac{1}{PC_1} \log \frac{PC_2}{PC_1} + \left(1 - \frac{1}{K}\right) \log \frac{P_1C_1}{P_1C_2} \right] \quad (\text{A.1.23})$$

$$V_Q = \frac{2\pi\epsilon_0\lambda}{Q} \log \frac{QC_1}{QC_2} \quad (\text{A.1.24})$$

De ces dernières, nous tirons la capacité à rechercher :

$$V_p - V_Q = \frac{C}{Q}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\lambda}{Q} \left[\frac{1}{PC_1} \log \frac{PC_2}{PC_1} + \left(1 - \frac{1}{K}\right) \log \frac{P_1C_1}{P_1C_2} - \log \frac{QC_1}{QC_2} \right] \quad (\text{A.1.25})$$

Calcul de PC_1 , PC_2 , P_1C_1 , P_1C_2 , QC_1 , QC_2

D'après la figure (A.1.3.), nous avons :

$$\frac{PC_1}{PC_2} = \frac{2R_2 + PC_1}{2R_2 - PC_2} \quad (\text{A.1.26})$$

car, la densité de charge est proportionnelle à l'inverse de la distance. De (A.1.26), il résulte :

$$PC_1 = \frac{R_2 \cdot PC_2}{R_2 - PC_2} \quad (\text{A.1.27})$$

De la même façon, pour le point Q, nous écrivons :

$$QC_2 = \frac{R_2 \cdot QC_1}{R_1 - QC_1} \quad (\text{A.1.28})$$

D'autre part, nous avons :

$$D = R_1 + R_2 + QC_2 - PC_2 = PC_1 + R_2 - QC_1 + R_1$$

$$P_1C_1 = PC_1 + e \quad (\text{A.1.29})$$

$$P_1C_2 = PC_1 - e$$

A partir des relations (A.1.27) à (A.1.29), nous pouvons calculer les inconnues PC_1 , PC_2 , P_1C_1 , P_1C_2 , QC_1 , QC_2 en fonction des paramètres R_1 , R_2 , D et e .

Cependant, pour les grandes valeurs de D et l'épaisseur e importante, le calcul de la capacité par cette méthode risque d'avoir des erreurs non négligeables. Pour éviter ces erreurs, il faut calculer

$$\int_S V_{S(M)} \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{\rho} \right) dS$$

où $V_{S(M)}$ n'est plus indépendant de ρ .

Le potentiel $V_{S(M)}$ à la surface de diélectrique, aussi, dépend de V_1 et V_2 . Donc, la résolution du problème consistera à déterminer, en tout point (M) de la surface de diélectrique, le potentiel de polarisation $V_{S(M)}$. Pour cela, nous préférons utiliser la méthode des réseaux et de transformer l'expression intégrale en une somme de telle manière que :

$$\int_S V_{S(M)} \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{\rho} \right) dS \approx \sum_{i=1}^n V_{M_i} \frac{\cos \theta}{\rho^2} \Delta S_i \quad (\text{A.1.30})$$

Le choix de n dépendra de la précision souhaitée.

CALCUL DE LA CAPACITE CONSTITUEE PAR LA SONDE ET LA

PAROI DU FORAGE

Dans ce cas, nous avons supposé que les deux électrodes constituant le condensateur sont concentrées et que l'épaisseur e de la couche diélectrique autour de l'électrode de la sonde est nulle. (voir figure A.1.4.).

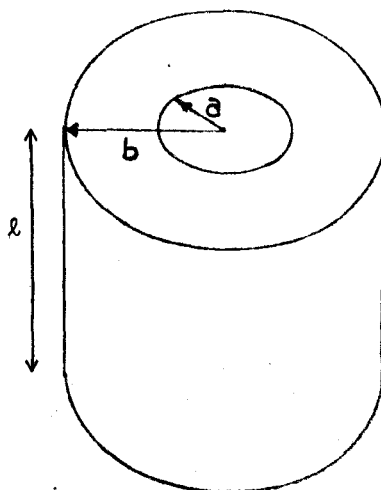


FIGURE (A.1.4.)

La relation (A.1.25) pour $k = 1$ se simplifie et prend la forme suivante :

$$C = \frac{\log \frac{PC_1}{PC_2} - \log \frac{QC_1}{QC_2}}{2\pi \epsilon_0 \epsilon} = \frac{\log U}{2\pi \epsilon_0 \epsilon} \quad (A.1.31.)$$

Avec : $U = \frac{PC_1}{PC_2} \cdot \frac{QC_2}{QC_1}$

A partir des relations (A.1.27) à (A.1.29), nous pouvons

écrire :

$$0_1C_1 \cdot 0_1C_2 + 0_1C_1 \cdot C_2^2 + 0_1C_1^2 \cdot C_2^2 = D^2$$

(A.1.32)

ou : $D^2 - R_1^2 - R_2^2 = 0_1C_1 \cdot 0_2C_2 + C_1^2 \cdot 0_1C_2$ (A.1.33)

Posons :

$$A = \frac{2 R_1 R_2}{D^2 - R_1^2 - R_2^2}$$

d'où :

$$U = \frac{PC_1 \cdot QC_2 \cdot PC_2 \cdot QC_1}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2} = \frac{D^2 - R_1^2 - R_2^2}{2A \cdot 0_1C_1 \cdot 0_2C_2} \quad (A.1.34)$$

D'après (A.1.32), cette dernière relation peut se mettre

sous la forme :

$$ZUA = \frac{0_1C_2 \cdot 0_2C_1}{0_1C_1 \cdot 0_2C_2} + 1 = U^2 + 1 \quad (A.1.35)$$

La solution de (A.1.35) est la suivante :

$$U = A \pm \sqrt{A^2 - 1} \quad (A.1.36)$$

Pour deux cylindres concentriques $D = 0$, nous avons :

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_1}{R_2} \right)$$

et :

$$C = \frac{2 \pi \epsilon_0 \lambda \log \frac{R_2}{R_1}}{2 \pi \epsilon_0 \lambda} \quad (\text{A.1.37})$$

et avec $R_1 = 40 \text{ mm}$; $R_2 = 35 \text{ mm}$; $\Delta \phi = 10 \text{ mm}$; $\lambda = 300 \text{ mm}$, nous

trouvons :

$$C \approx 10 \text{ PF}$$

0000000000

A N N E X E 2

CALCUL DES COMPOSANTES MAGNETIQUES DU CHAMP RAYONNE DANS UN MILIEU
STRATIFIE AVEC L'EMISSION EN SURFACE, PAR UN D E H

La figure (A.2.1.) représente les positions de l'émetteur et le point P de réception, en coordonnées cartésiennes. Le milieu de propagation est supposé homogène (le milieu 1).

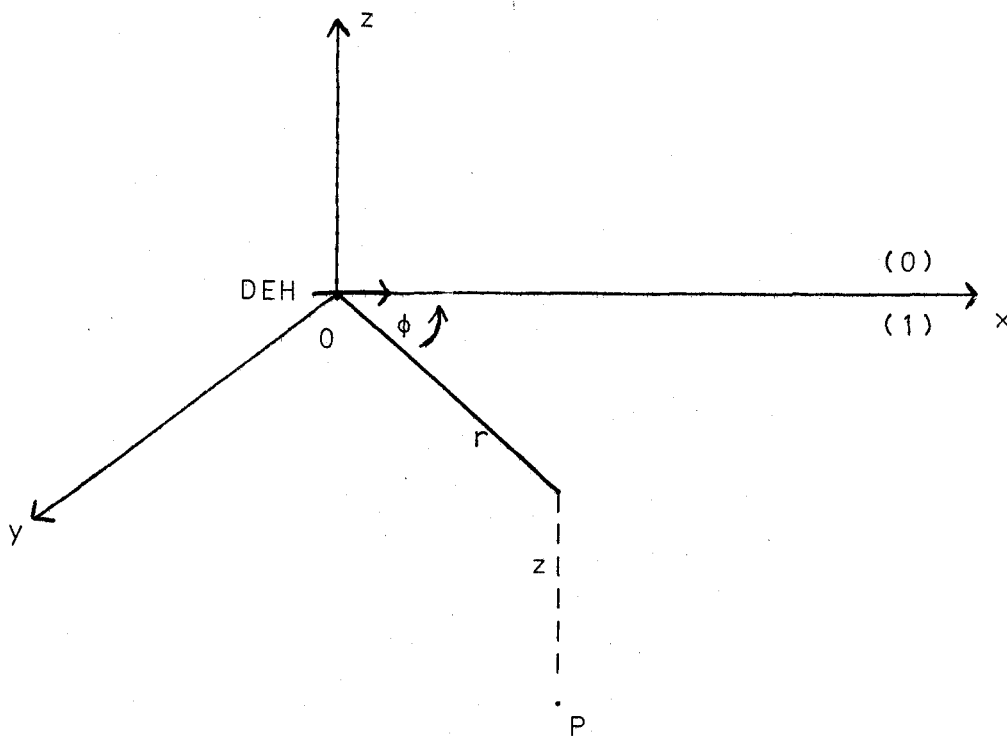


FIGURE (A.2.1.)

Les expressions des composantes H_x , H_y , H_z du champ s'obtiennent à partir du potentiel de Hertz, par la relation :

A.2.2.

$$\vec{H} = K_1 \operatorname{rot} \vec{\pi} \quad (\text{A.2.1.})$$

avec :

$$K_1 = \sigma_1 + j\omega \epsilon_1$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\vec{H}_x = K \frac{\partial}{\partial y} \vec{\pi}_z \quad (\text{A.2.2.})$$

$$\vec{H}_y = K_1 \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \vec{\pi}_x - \frac{\partial}{\partial x} \vec{\pi}_z \right\} \quad (\text{A.2.3.})$$

$$H_z = -K_1 \frac{\partial}{\partial y} \pi_x \quad (\text{A.2.4.})$$

(13)

où :

$$\pi_x = \frac{2p_1}{K_1} \int_0^{\infty} b_1 e^{u_1 z} J_0(r) dr \quad (\text{A.2.5.})$$

$$\pi_z = \frac{-2p_1 \cos \phi}{K_1} \int_0^{\infty} g_1 \lambda e^{u_1 z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad (\text{A.2.6.})$$

$$p_1 = \frac{l \ell}{4 \pi}$$

$$b_1 = \frac{\lambda}{u_1 + u_0}$$

$$g_1 = \frac{u_1 - u_0}{\gamma_0^2 u_1 + \gamma_1^2 u_0} \lambda$$

$$u_1 = (\gamma_1^2 + \lambda^2)^{1/2} ; \quad u_0 = (\gamma_0^2 + \lambda^2)^{1/2}$$

$$\gamma_1^2 = j\omega \mu_0 (\sigma_1 + j\omega \epsilon_0) ; \quad \gamma_0^2 = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0$$

(La composante π_y du potentiel de Hertz est nulle).

En portant (A.2.5.) et (A.2.6.) dans (A.2.2.) à (A.2.4.),
on trouve :

$$H_x = 2p_1 \cos \theta \sin \theta \int_0^{\infty} g_1 e^{u_1 z} \left(\frac{\lambda}{r} J_1(\lambda r) - \lambda^2 J_0(\lambda r) \right) d\lambda \quad (\text{A.2.7.})$$

$$H_y = 2p_1 \int_0^{\infty} \left\{ b_1 u_1 e^{u_1 z} J_0(\lambda r) + \cos^2 \theta g_1 e^{u_1 z} \left(\lambda^2 J_0(\lambda r) - \frac{\lambda}{r} J_1(\lambda r) \right) \right\} d\lambda \quad (\text{A.2.8.})$$

$$H_z = 2p_1 \sin \theta \int_0^{\infty} b_1 \lambda J_1(\lambda r) d\lambda \quad (\text{A.2.9.})$$

Dans un milieu stratifié composé de M couches horizontales
pour la couche d'indice m, nous pouvons écrire :

$$H_{x_m} = k_m \cdot \left[\frac{\partial}{\partial y} \pi_{z_m} \right] \quad (\text{A.2.10})$$

$$H_{y_m} = K_m \cdot \left[\frac{\partial}{\partial z} \pi_{x_m} - \frac{\partial}{\partial x} \pi_{z_m} \right] \quad (\text{A.2.11.})$$

$$H_{z_m} = -K_m \cdot \left[\frac{\partial}{\partial y} \pi_{x_m} \right] \quad (\text{A.2.12})$$

où :

$$\pi_{x_m} = \int_0^{\infty} \left[a_m e^{-u_m z} + b_m e^{u_m z} \right] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (\text{A.2.13})$$

$$\pi_{z_m} = -\cos \theta \int_0^{\infty} \left[f_m e^{-u_m z} + g_m e^{u_m z} \right] J_1(\lambda r) d\lambda \quad (\text{A.2.14})$$

A.2.4.

avec :

$$K_m = \sigma_m + j\omega \epsilon_m \quad ; \quad U_m = (\gamma_m^2 + \lambda^2)^{1/2} \quad ; \quad \gamma_m^2 = j\omega\mu_0(\sigma_m + j\omega\epsilon_0)$$

a_m, f_m sont respectivement les amplitudes des ondes ascendantes relatives aux composantes π_{x_m} et π_{z_m} . b_m, g_m sont celles des ondes descendantes. Pour calculer ces paramètres nous utilisons les conditions aux limites.

En portant les expressions (A.2.13) et (A.2.14) dans (A.2.12) on obtient :

$$H_{x_m} = \sin \phi \cdot \cos \phi \cdot k_m \int_0^{\infty} \left[\frac{\lambda}{r} J_1(\lambda r) - \lambda^2 J_0 \right] \left[f_m e^{-u_m z} + g_m e^{-u_m z} \right] d\lambda \quad (A.2.15)$$

$$H_{y_m} = k_m \int_0^{\infty} \left\{ (-a_m e^{-u_m z} + b_m e^{-u_m z}) u_m J_0(\lambda r) + \dots \right. \\ \left. \dots + \cos^2 \phi \left[\lambda^2 J_0(\lambda r) - \frac{\lambda}{r} \right] \left[f_m e^{-u_m z} + g_m e^{-u_m z} \right] \right\} d\lambda \quad (A.2.16)$$

$$H_{z_m} = k_m \sin \phi \int_0^{\infty} \left[a_m e^{-u_m z} + b_m e^{-u_m z} \right] \lambda J_1(\lambda r) d\lambda \quad (A.2.17)$$

A N N E X E 3

CALCUL DE LA RESISTIVITE APPARENTE

La résistivité apparente ρ_a est la valeur numérique de la résistivité qu'il faut introduire dans l'expression de la composante électrique E_z du champ pour trouver la même valeur de E_z mesurée sur le terrain. Dans le cas général cette expression est :

$$E_z = \frac{I \rho_a}{2\pi} \left[\frac{e^{-\gamma_1 R_{11}}}{R_{11}} - \frac{e^{-\gamma_1 R_{12}}}{R_{12}} - \frac{e^{-\gamma_1 R_{21}}}{R_{21}} + \frac{e^{-\gamma_1 R_{22}}}{R_{22}} \right] \quad (\text{A.3.1.})$$

où : I est le courant d'émission

$\gamma_1 = \frac{j\omega\mu}{\rho_a}$ est le facteur de la propagation libre dans le milieu à déterminer. On a négligé le courant de déplacement devant le courant de conduction. R_{11} , R_{12} , R_{21} , R_{22} sont respectivement les distances entre chaque extrême de l'antenne émettrice de celle de l'antenne receptrice.

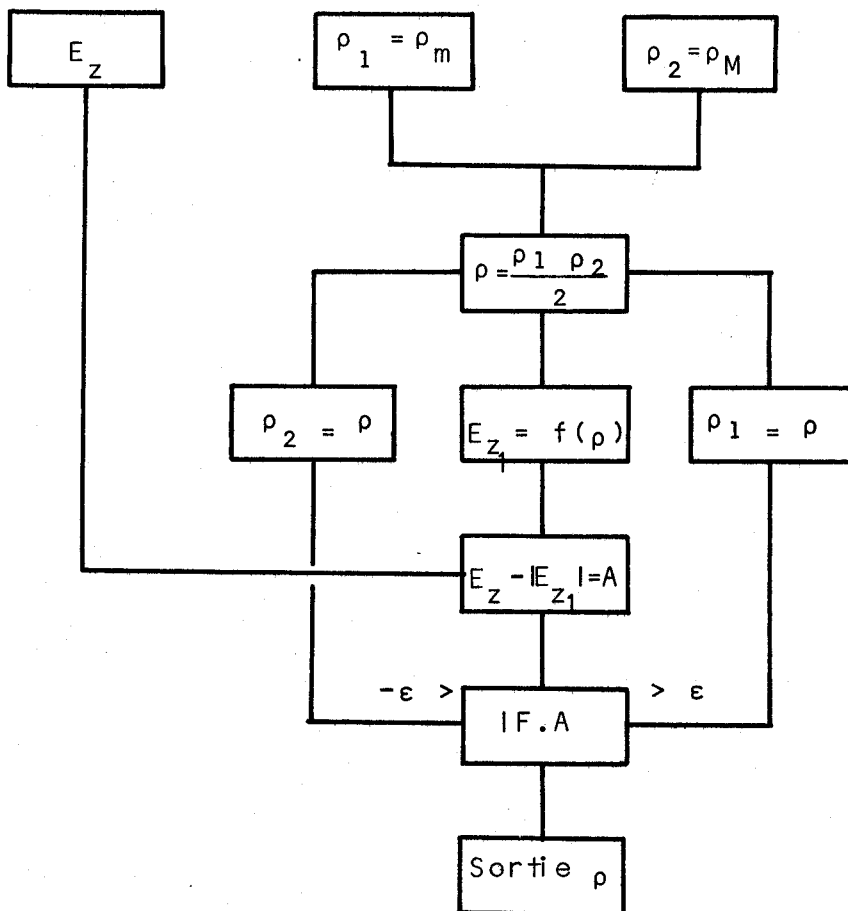
Calcul de ρ_a analytiquement est impossible, donc nous le faisons numériquement, en utilisant la méthode de Newton [20], à l'aide de la calculatrice HP modèle 10.

L'organigramme et le listing de cette procédure concernant le calcul de ρ_a sont écrits ci-dessous.

A partir de (A.3.1.) nous avons également tracé, les variations de E_z pour la distance horizontale émetteur-farage $r = \text{cte}$ en fonction de la profondeur z . Le paramètre ρ varie entre 1 et 22 Ωm . Ces abaques sont représentées dans les pages suivantes.

ORGANIGRAMME DE LA PROCEDURE DE LA RESISTIVITE

APPARENTE ρ_a



LE PROGRAMME DU CALCUL DE β SUR M10

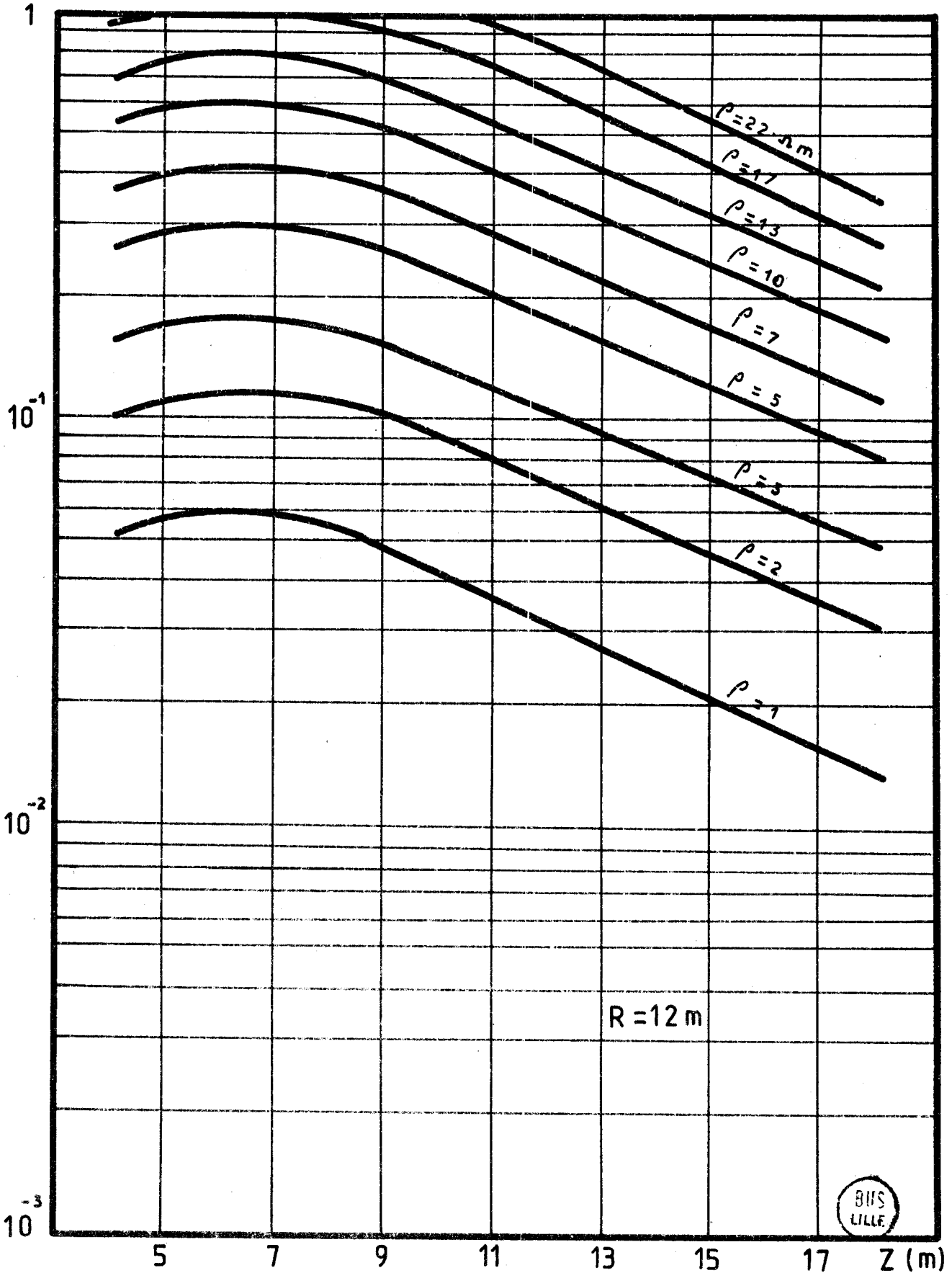
000--STP---41	0061--XFR---67	0122-- 0 ---00	0183-- 0 ---00
001-- r ---76	0062-- 0 ---00	0123-- 1 ---01	0184-- 0 ---00
002-- UP---27	0063-- 4 ---04	0124--X>Y---53	0185-- 0 ---00
003-- 5 ---05	0064--XTO---23	0125-- 0 ---00	0186-- 0 ---00
004-- 0 ---00	0065-- 2 ---02	0126-- 1 ---01	0187-- 0 ---00
005-- 0 ---00	0066-- 1 ---01	0127-- 7 ---07	0188-- 0 ---00
006--DIV---35	0067--GTO---44	0128-- 0 ---00	0189-- 0 ---00
007--YTO---40	0068--S/R---77	0129--XFR---67	0190-- 0 ---00
008-- 3 ---03	0069-- 2 ---02	0130-- 3 ---03	0191-- 0 ---00
009--STP---41	0070-- 0 ---00	0131-- 1 ---01	0192-- 0 ---00
010--XTO---23	0071-- 0 ---00	0132-- UP---27	0193-- 0 ---00
011-- 2 ---02	0072--YTO---40	0133--XFR---67	0194-- 0 ---00
012-- 5 ---05	0073-- 2 ---02	0134-- 3 ---03	0195-- 0 ---00
013--XTO---23	0074-- 3 ---03	0135-- 0 ---00	0196-- 0 ---00
014-- 4 ---04	0075--XFR---67	0136-- X ---36	0197-- 0 ---00
015--XFR---67	0076-- 2 ---02	0137-- 0 ---00	0198-- 0 ---00
016-- 4 ---04	0077-- 2 ---02	0138--X<Y---52	0199-- 0 ---00
017-- UP---27	0078-- - ---34	0139-- 0 ---00	0200--CLR---20
018-- 1 ---01	0079--YTO---40	0140-- 1 ---01	0201--XFR---67
019-- 0 ---00	0080-- 3 ---03	0141-- 5 ---05	0202-- 2 ---02
020-- 0 ---00	0081-- 0 ---00	0142-- 9 ---11	0203-- 1 ---01
021-- 0 ---00	0082--XFR---67	0143--XFR---67	0204-- r ---76
022-- X ---36	0083-- 2 ---02	0144-- 2 ---02	0205-- UP---27
023--YTO---40	0084-- 5 ---05	0145-- 1 ---01	0206--XFR---67
024-- 1 ---01	0085-- UP---27	0146--XTO---23	0207-- 3 ---03
025-- 6 ---06	0086--XFR---67	0147-- 1 ---01	0208-- X ---36
026--YTO---40	0087-- 1 ---01	0148-- 7 ---07	0209--YTO---40
027-- 1 ---01	0088-- 7 ---07	0149--XFR---67	0210-- 2 ---02
028-- 7 ---07	0089-- + ---33	0150-- 2 ---02	0211-- 0 ---00
029--STP---41	0090-- 2 ---02	0151-- 5 ---05	0212--XFR---67
030-- UP---27	0091--DIV---35	0152--XTO---23	0213-- 6 ---06
031-- 2 ---02	0092--YTO---40	0153-- 2 ---02	0214-- UP---27
032--DIV---35	0093-- 2 ---02	0154-- 1 ---01	0215--XFR---67
033--YTO---40	0094-- 1 ---01	0155--GTO---44	0216-- 2 ---02
034-- 1 ---01	0095--GTO---44	0156-- 0 ---00	0217-- - ---34
035--STP---41	0096--S/R---77	0157-- 6 ---06	0218-- DN---25
036-- r UP---27	0097-- 2 ---02	0158-- 7 ---07	0219--XSO---12
037-- 2 ---02	0098-- 0 ---00	0159--XFR---67	0220--XTO---23
038--DIV---35	0099-- 0 ---00	0160-- 2 ---02	0221-- 7 ---07
039--YTO---40	0100--YTO---40	0161-- 1 ---01	0222-- UP---27
040-- 2 ---02	0101-- 2 ---02	0162--XTO---23	0223--XFR---67
041--STP---41	0102-- 4 ---04	0163-- 2 ---02	0224-- 5 ---05
042--XTO---23	0103--XFR---67	0164-- 5 ---05	0225-- UP---27
043-- 1 ---01	0104-- 2 ---02	0165--CNT---47	0226--XFR---67
044-- 5 ---05	0105-- 2 ---02	0166--GTO---44	0227-- 1 ---01
045--STP---41	0106-- - ---34	0167-- 0 ---00	0228-- - ---34
046--XTO---23	0107--YTO---40	0168-- 6 ---06	0229-- DN---25
047-- 5 ---05	0108-- 3 ---03	0169-- 7 ---07	0230--XSO---12
048--STP---41	0109-- 1 ---01	0170--XFR---67	0231--XTO---23
049--XTO---23	0110--XFR---67	0171-- 2 ---02	0232-- 8 ---10
050-- 6 ---06	0111-- 2 ---02	0172-- 1 ---01	0233-- + ---33
051--STP---41	0112-- 4 ---04	0173--PNT---45	0234-- DN---25
052--XTO---23	0113-- UP---27	0174--GTO---44	0235-- r ---76
053-- 2 ---02	0114--XFR---67	0175-- 4 ---04	0236--XTO---23
054-- 2 ---02	0115-- 2 ---02	0176-- 1 ---01	0237-- 2 ---02
055--XFR---67	0116-- 2 ---02	0177--GTO---44	0238-- 6 ---06
056-- 1 ---01	0117-- - ---34	0178-- 0 ---00	0239-- UP---27
057-- 6 ---06	0118--DIV---35	0179-- 4 ---04	0240--XFR---67
058--XTO---23	0119-- G ---15	0180-- 0 ---00	0241-- 2 ---02
059-- 1 ---01	0120-- 0 ---00	0181-- 2 ---02	0242-- 0 ---00
060-- 7 ---07	0121-- . ---21	0182-- 0 ---00	0243-- X ---36

BIS
LILLE

0244---YTO---40	0305---UP---27	0366---XFR---67
0245---9---11	0306---XFR---67	0367---9---11
0246---XFR---67	0307---1---01	0368---CHS---32
0247---5---05	0308---2---02	0369---UP---27
0248---UP---27	0309---+---33	0370---J---75
0249---XFR---67	0310---DN---25	0371---UP---27
0250---1---01	0311---F---76	0372---XFR---67
0251---+---33	0312---XTO---23	0373---2---02
0252---DN---25	0313---2---02	0374---6---06
0253---XSO---12	0314---9---11	0375---DIV---35
0254---XTO---23	0315---UP---27	0376---DN---25
0255---1---01	0316---XFR---67	0377---B---66
0256---0---00	0317---2---02	0378---E---60
0257---UP---27	0318---0---00	0379---C---61
0258---XFR---67	0319---X---36	0380---A---62
0259---7---07	0320---YTO---40	0381---UP---27
0260---+---33	0321---1---01	0382---XFR---67
0261---DN---25	0322---4---04	0383---1---01
0262---F---76	0323---DN---25	0384---5---05
0263---XTO---23	0324---CHS---32	0385---X---36
0264---2---02	0325---UP---27	0386---A---56
0265---7---07	0326---J---75	0387---DIV---35
0266---UP---27	0327---UP---27	0388---2---02
0267---XFR---67	0328---XFR---67	0389---DIV---35
0268---2---02	0329---2---02	0390---XFR---67
0269---0---00	0330---9---11	0391---2---02
0270---X---36	0331---DIV---35	0392---1---01
0271---YTO---40	0332---DN---25	0393---DIV---35
0272---1---01	0333---B---66	0394---DN---25
0273---1---01	0334---E---60	0395---PNT---45
0274---XFR---67	0335---XFR---67	0396---UP---27
0275---8---10	0336---1---01	0397---PSE---57
0276---UP---27	0337---3---03	0398---S/R---77
0277---XFR---67	0338---CHS---32	0399---0---00
0278---6---06	0339---UP---27	0400---0---00
0279---UP---27	0340---J---75	0401---0---00
0280---XFR---67	0341---UP---27	0402---END---46
0281---2---02	0342---XFR---67	
0282---+---33	0343---2---02	
0283---DN---25	0344---8---10	
0284---XSO---12	0345---DIV---35	
0285---XTO---23	0346---DN---25	
0286---1---01	0347---B---66	
0287---2---02	0348---D---63	
0288---+---33	0349---XFR---67	
0289---DN---25	0350---1---01	
0290---F---76	0351---1---01	
0291---XTO---23	0352---CHS---32	
0292---2---02	0353---UP---27	
0293---8---10	0354---J---75	
0294---UP---27	0355---UP---27	
0295---XFR---67	0356---XFR---67	
0296---2---02	0357---2---02	
0297---0---00	0358---7---07	
0298---X---36	0359---DIV---35	
0299---YTO---40	0360---DN---25	
0300---1---01	0361---CNT---47	
0301---3---03	0362---CNT---47	
0302---XFR---67	0363---CNT---47	
0303---1---01	0364---B---66	
0304---0---00	0365---D---63	

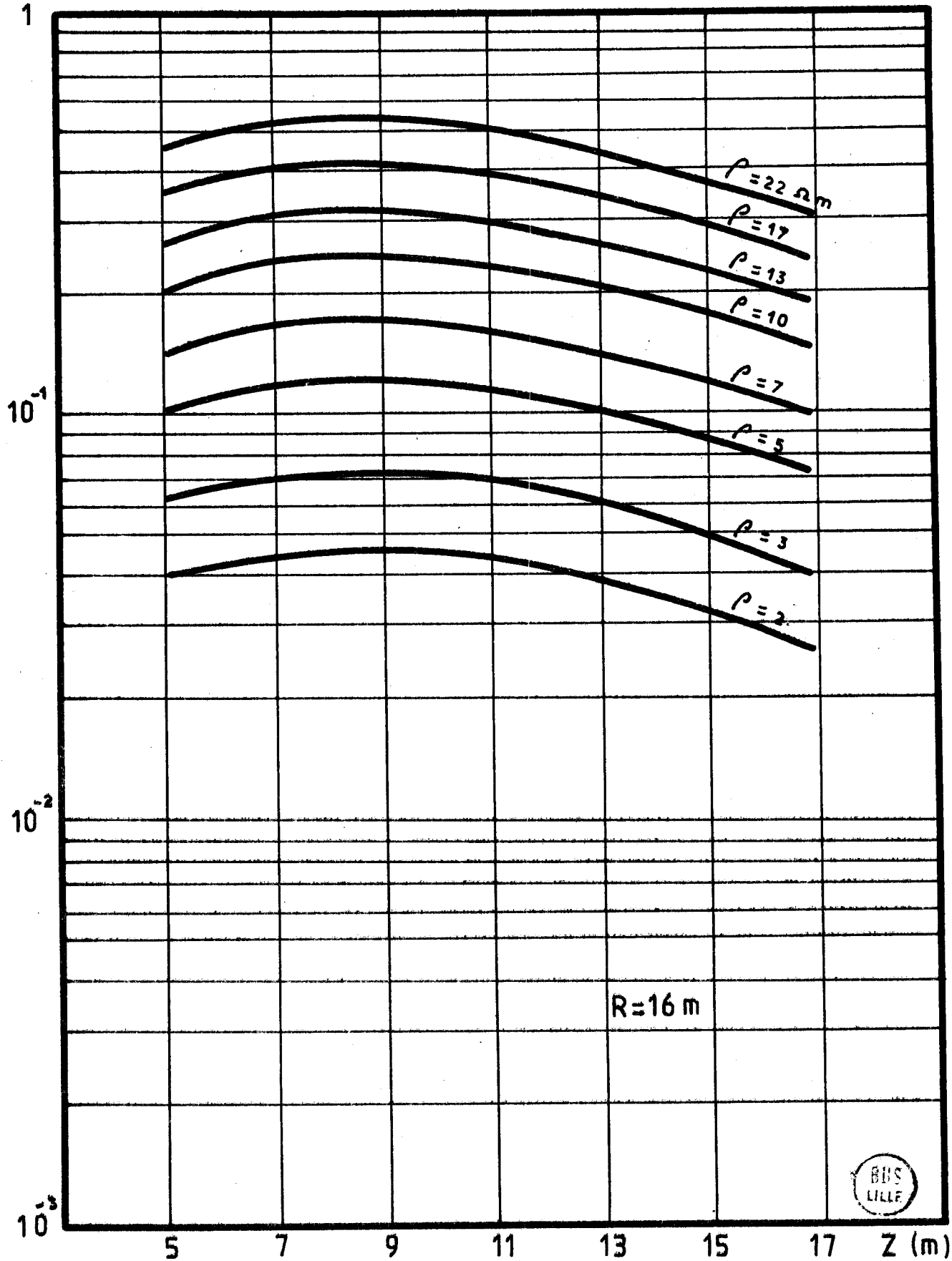


$V \left(\frac{V/m}{385} \right)$

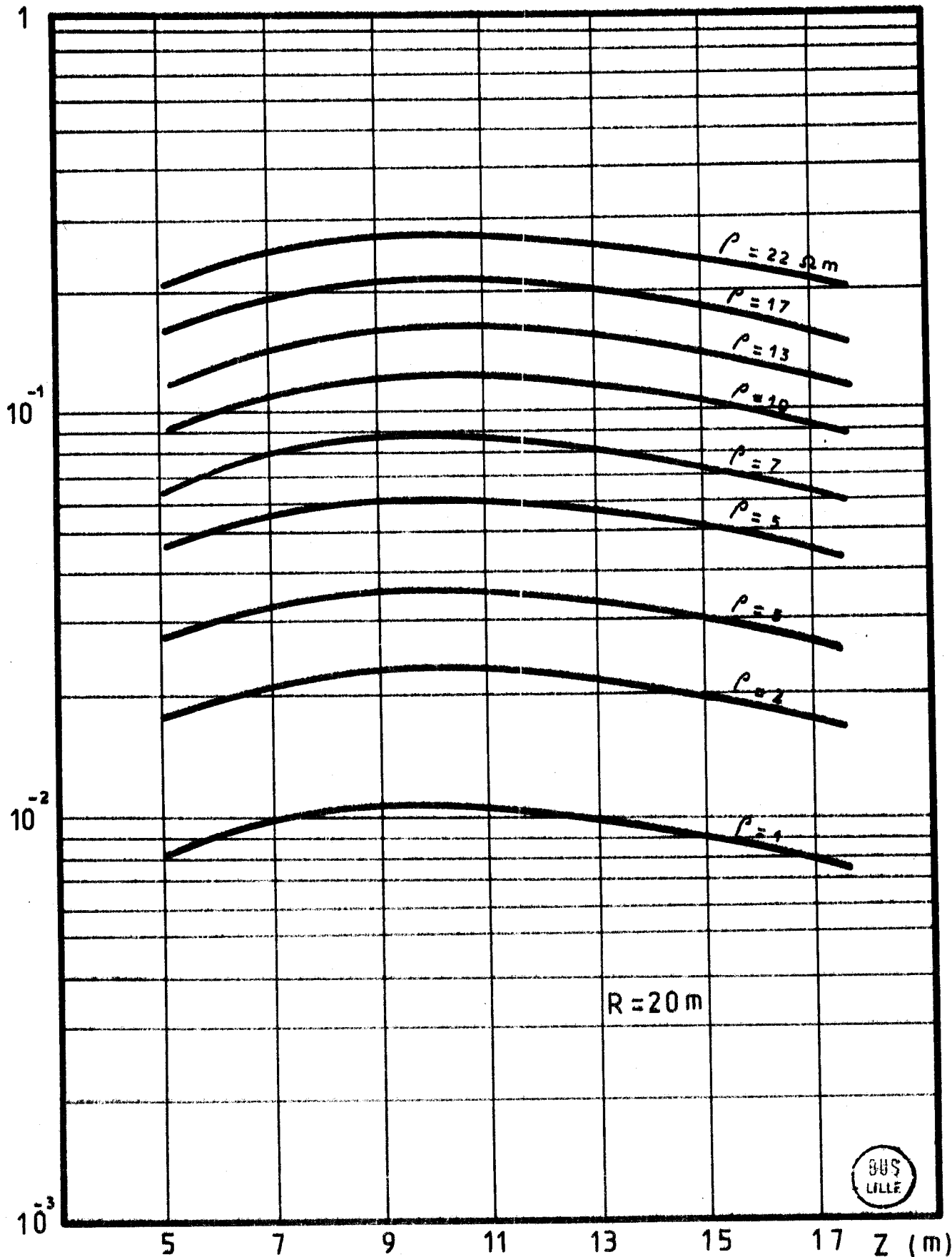


$V \left(\frac{V/m}{385} \right)$

1

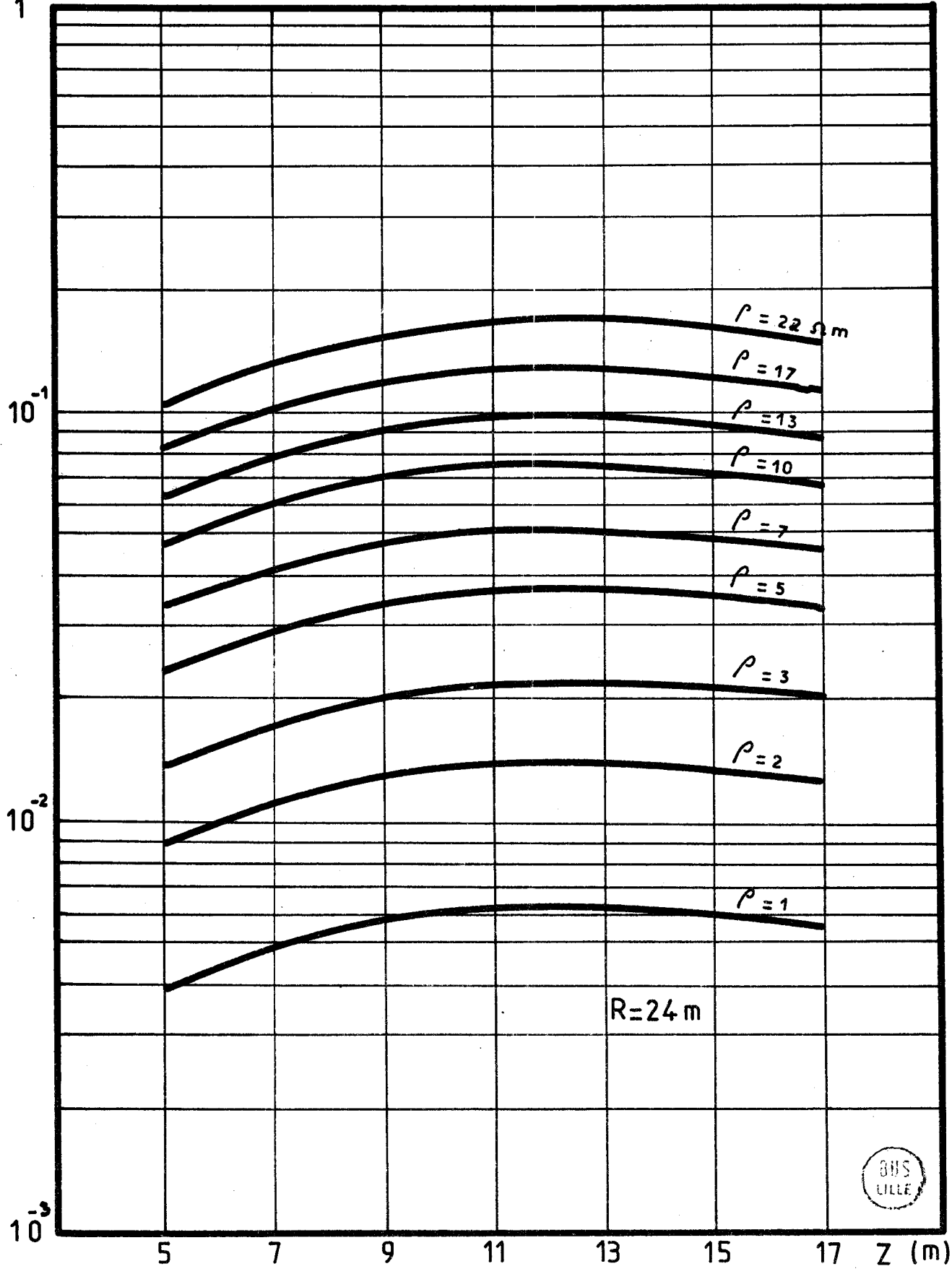


$V \left(\frac{V/m}{385} \right)$



$V \left(\frac{V/m}{385} \right)$

1



$V \left(\frac{V/m}{385} \right)$

1

10^{-1}

$\rho = 22 \text{ m}$

$\rho = 17$

$\rho = 13$

$\rho = 10$

$\rho = 7$

$\rho = 5$

$\rho = 3$

10^{-2}

$R = 30 \text{ m}$

10^{-3}



5

7

9

11

13

15

17

Z (m)

A N N E X E 4

 CALCUL DES ERREURS

Dans le cas général toute expression intégrale, comme (11.10), (11.11) et (11.12) peut avoir la forme $\int_0^{\infty} f(\lambda) d\lambda$. Pour calculer numériquement cette dernière nous l'écrivons en deux termes :

$$I = \int_0^{\infty} f(\lambda) d\lambda = \underbrace{\int_0^{\lambda_1} f(\lambda) d\lambda}_{\text{terme à calculer}} + \underbrace{\int_{\lambda_1}^{\infty} f(\lambda) d\lambda}_{\text{erreur absolue}} \quad (\text{A.4.1.})$$

D'autre part, on sait que les expressions intégrales du champ ont des allures exponentiellement décroissantes, donc à partir d'une certaine valeur du variable d'intégration λ_1 , la valeur de l'intégrand devient négligeable devant celle calculée pour $(0-\lambda_1)$. Par conséquent lorsque λ_1 est choisi assez grand, la partie d'erreur peut se mettre sous la forme :

$$\int_{\lambda_1}^{\infty} f(\lambda) d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\infty} f_1(\lambda) d\lambda = \int_0^{\infty} f_1(\lambda) d\lambda - \int_0^{\lambda_1} f_1(\lambda) d\lambda \quad (\text{A.4.2.})$$

$f_1(\lambda)$ est la fonction $f(\lambda)$ mais pour les valeurs élevées de λ . La figure (A.4.1.) représente l'allure schématisée de ces fonctions :

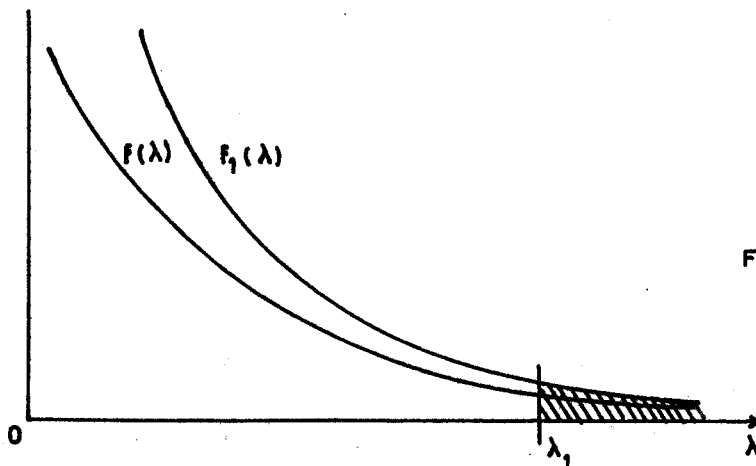


FIGURE (A.4.1)

Par exemple l'équation intégrale (11.21)

$$H_{zm}(\lambda) = \int_0^{\infty} (a_m e^{-u_m z} + b_m e^{-u_m z}) \lambda^2 J_0(\lambda r) d\lambda$$

lorsque λ est grand ($u_m = (\gamma_m^2 + \lambda^2)^{1/2} \rightarrow \lambda$) peut s'écrire sous la forme :

$$H_{1zm}(\lambda) = \int_0^{\infty} b_m e^{\lambda z} \lambda^2 J_0(\lambda r) d\lambda \quad (\text{A.4.3.})$$

où le coefficient b_m , après une simplification dans la formule (11.55.), est :

$$b_m = M \frac{2\lambda}{u_1 + u_0} \cdot \frac{2^{n-1} u_1 u_2 \dots u_{n-1} e^{h_1(u_m - u_1) + \dots + h_{n+1}(u_n - u_{n-1})}}{(u_1 + u_2)(u_2 + u_3) \dots (u_{n-1} + u_n)} \quad (\text{A.4.4.})$$

Comme λ est suffisamment grand, $u_n = u_{n-1} = \dots = u_1 = u_0 \rightarrow \lambda$

d'où $b_m = M \quad (\text{A.4.5.})$

et
$$H_{1zm}(\lambda) = M \int_0^{\infty} \lambda^2 e^{\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (\text{A.4.6.})$$

donc l'erreur du calcul numérique des expressions intégrales sera :

$$E = \int_{\lambda_1}^{\infty} f(\lambda) d\lambda = \underbrace{\int_0^{\infty} \lambda^2 e^{\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda}_F - \underbrace{\int_0^{\lambda} \lambda^2 e^{\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda}_G \quad (\text{A.4.7.})$$

$\lambda > \lambda_1$

Le terme F peut se transformer en une forme analytique dont la valeur numérique s'obtient facilement. Le terme G , en utilisant un polynôme d'interpolation, se calcule par une **méthode numérique**. Pour cela nous avons choisi la méthode de Gauss par laquelle nous avons fait interpoler le polynôme orthogonal de Legendre [20].

Par cette méthode nous sommes ramenés au calcul approché d'une fonction du type $J = \int_{-1}^{+1} g(x) dx$ par une somme du type

$$J = \int_{-1}^{+1} g(x) dx = \sum_{k=1}^m H_k g(x_k) + \epsilon \quad (\text{A.4.8.})$$

où x_k est la $k^{\text{ième}}$ racine du polynôme $P_m(x)$ de Legendre, H_k , le poids

donné par l'expression :

$$H_k = \frac{2}{m P_{m-1}'(x_k) P_m'(x_k)}$$

et ϵ , l'erreur, est :

$$\epsilon = \frac{2^{2m+1} (m!)^2}{(2m+1) [(2m)!]^3} \cdot f^{(2m)}(\xi)$$

L'indice m correspond au degré du polynôme et plus m est grand plus l'erreur ϵ est petite.

Le polynôme de Legendre lui-même est le suivant :

$$(1-x^2) P_m'(x) = -m x P_m'(x) + m P_{m-1}'(x)$$

A partir de ce polynôme on peut établir des tableaux représentant les valeurs de x_k et H_k pour diverses valeurs de m [21] [23].

Dans notre cas la variation de l'intégrant du terme G , en fonction de λ , a la forme de la figure (A.4.2.).

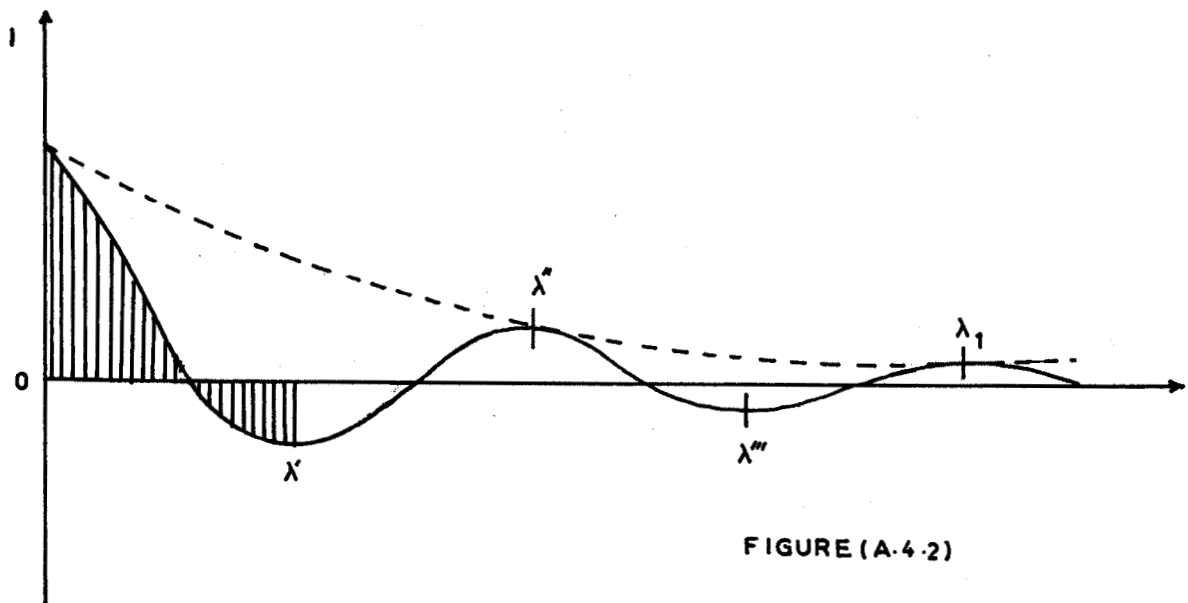


FIGURE (A.4.2)

Pour calculer G numériquement, nous divisons le domaine d'intégration $0 - \lambda_1$ en plusieurs parties de telle façon que l'intégrant entre ces intervalles soit limité par un maximum et un minimum ($0 - \lambda'$, $\lambda' - \lambda''$, ...) les valeurs

$\lambda', \lambda'', \lambda''' \dots$ sont les maximums et les minimums de la fonction de Bessel $J_0(\lambda r)$. Le nombre de ces intervalles pour valeur choisie de λ_1 dépend du paramètre r . Donc pour que à partir de λ_1 l'erreur E soit négligeable vis à vis $\int_0^{\lambda_1} |f(\lambda)| d\lambda$ il faut qu'on prenne pour la valeur minimale de r , le nombre maximale des arches.

D'après ce que nous venons de décrire dans le calcul numérique des expressions intégrales du champ il y a deux type d'approximations :

1ère correspond au choix de λ_1 c'est-à-dire le nombre des arches des fonctions de Bessel,

2ème correspond au nombre de la quadrature ou au nombre des racines du polynôme de Legendre.

Dans tous les calculs des composantes du champ nous avons choisi le nombre de la quadrature $N = 15$ et le nombre des arches $K = 19$.

L'erreur relative calculée était toujours inférieure à $10^{-3} \%$.

Calcul analytique de F

a) le terme F correspondant à la composante H_z :

$$F_{H_z} = \int_0^{\infty} \lambda^2 e^{\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (\text{A.4.9.})$$

D'après la référence (22) on trouve :

$$F_{H_z} = \frac{d^2}{d_z^2} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right] \quad (\text{A.4.10})$$

$$= \frac{d}{d_z} \left[-\frac{1}{2} (2z) (r^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}} \right]$$

$$= \left[-\frac{1}{(r^2 + z^2)^{3/2}} + 3 \frac{z^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \right]$$

si on pose $(r^2 + z^2)^{1/2} = R_0$ et $\frac{z}{R_0} = z_M$

On trouve :

$$F_{Hz} = -\frac{1}{R_0^3} \left[1 - 3z_M^2 \right] \quad (\text{A.4.11})$$

b) Le terme F relatif à la composante H_r :

$$F_{Hr} = \int_0^\infty -\lambda^2 e^{\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad (\text{A.4.12})$$

qui peut s'écrire (référence 22)

$$F_{Hr} = -(-1)^2 r^{-1} \frac{d^2}{dz^2} \left[\frac{\sqrt{r^2 + z^2} - z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right] \quad (\text{A.4.13})$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dz} \left[\frac{-(r^2 + z^2)^{1/2} + z^2 (r^2 + z^2)^{-1/2}}{r^2 + z^2} \right] \\ &= -\frac{1}{r} \frac{3r^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \end{aligned}$$

Finalement

$$F_{Hr} = -\frac{3}{R_0^3} z_M \sqrt{1 - z_M^2} \quad (\text{A.4.14})$$

c) Le terme F relatif à la composante E_ψ

$$F_{E\psi} = \int_0^\infty \lambda e^{\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad (\text{A.4.15})$$

D'après les formules de référence (22) on trouve

$$\begin{aligned} F_{E\psi} &= (-1)^1 r^{-1} \frac{d}{dz} \left[\frac{\sqrt{r^2 + z^2} - z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right] \\ &= \frac{r}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (\text{A.4.16})$$

en prenant $r^2 + z^2 = R_0^2$ et $\frac{z}{R_0} = z_M$, on a

$$F_{E\psi} = \frac{\sqrt{1 - z_M^2}}{R_0^2} \quad (\text{A.4.17})$$

Les trois termes (A.4.11) (A.4.14) et (A.4.17) présentent les erreurs absolues des calculs numériques des expressions intégrales des composantes,

A.4.6.

indépendants des bornes d'intégration. En choisissant la valeur de l'erreur relative on peut chercher λ_1 qui détermine la borne extrême de l'intégration.

A N N E X E 5

 CALCUL DU TERME $M_{11} \cdot M_{22} - M_{12} \cdot M_{21}$

Supposons que le milieu stratifié est composé de $M-1$ couches et que le récepteur se trouve dans la deuxième couche.

Dans ces conditions la relation (11.45) peut être :

$$M_{20} = \mathbf{u}_2^{-1} \mathbf{u}_1 D_1 \mathbf{u}_1^{-1} u_0 \quad (\text{A.5.1.})$$

et en remplaçant chaque terme par sa forme matricielle on a :

$$\begin{aligned}
 M_{20} &= \frac{1}{2 u_2} \times \begin{vmatrix} -1 & u_2 \\ 1 & u_2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} -u_1 & u_1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} e^{u_1 h_1} & 0 \\ 0 & e^{-u_1 h_1} \end{vmatrix} \times \frac{1}{2 u_1} \times \begin{vmatrix} -1 & u_1 \\ 1 & u_1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} -u_0 & u_0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{vmatrix} \quad (\text{A.5.2.})
 \end{aligned}$$

Après avoir développé (A.5.2.), les éléments M_{11} , M_{12} , M_{21} et M_{22} de la matrice M_{20} s'obtiennent :

$$M_{11} = \frac{-2 u_1 \operatorname{ch}(u_1 h_1) - 2 u_2 \operatorname{sh}(u_1 h_1)}{4 u_1 u_2} - \frac{2 u_1 u_2 \operatorname{ch}(u_1 h_1) + 2 u_1^2 \operatorname{sh}(u_1 h_1)}{4 u_1 u_2} \quad (\text{A.5.3.})$$

$$M_{12} = \frac{2 u_1 u_2 \operatorname{ch}(u_1 h_1) + 2 u_1^2 \operatorname{sh}(u_1 h_1)}{4 u_1 u_2} - \frac{2 u_1 \operatorname{ch}(u_1 h_1) + 2 u_2 \operatorname{sh}(u_1 h_1)}{4 u_1 u_2} (u_0) \quad (\text{A.5.4.})$$

A.5.2.

$$M_{21} = \frac{+ 2 u_1 \operatorname{ch}(u_1 h_1) - 2 u_2 \operatorname{sh}(u_1 h_1)}{4 u_1 u_2} (-u_0) + \frac{2 u_1 u_2 \operatorname{ch}(u_1 h_1) - 2 u_1^2 \operatorname{sh}(u_1 h_1)}{4 u_1 u_2} \quad (\text{A.5.5.})$$

$$M_{22} = \frac{2 u_1 u_2 \operatorname{ch}(u_1 h_1) - 2 u_1^2 \operatorname{sh}(u_1 h_1)}{4 u_1 u_2} + \frac{2 u_1 \operatorname{ch}(u_1 h_1) - 2 u_2 \operatorname{sh}(u_1 h_1)}{4 u_1 u_2} (u_0) \quad (\text{A.5.6.})$$

d'où

$$(M_{11} \cdot M_{22} - M_{12} \cdot M_{21})_2 = \frac{16 u_1^2 u_0 u_2 [\operatorname{ch}^2(u_1 h_1) - \operatorname{sh}^2(u_1 h_1)]}{16 u_1^2 u_2^2} = \frac{u_0}{u_2} \quad (\text{A.5.7.})$$

Nous avons également trouvé des expressions analogues à celle de (A.5.7.) dans le cas où le récepteur était situé successivement dans les couches 3 et 4.

Finalement pour une position du récepteur dans la couche m on peut écrire la relation suivante :

$$(M_{11} \cdot M_{22} - M_{12} \cdot M_{21})_m = \frac{u_0}{u_m} \quad (\text{A.5.8.})$$

A N N E X E 6

EXPRESSIONS SIMPLIFIEES DES COEFFICIENTS a_2, b_2

La figure (A.6.1.) représente la coupe d'un milieu tricoûche. Le point de réception se trouve dans la deuxième couche à la profondeur z . Les épaisseurs des couches sont respectivement h_1 et h_2 .

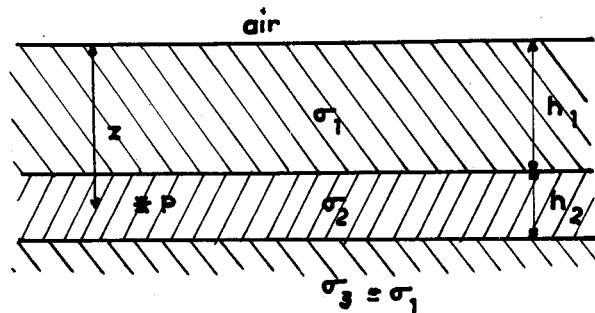


FIGURE (A.6.1)

Pour obtenir les expressions des coefficients a_2, b_2 nous utilisons la formule (11.45).

$$M_{20} = U_2^{-1} U_1 D_1 U_1^{-1} U_0 = \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{vmatrix} \quad (\text{A.6.1.})$$

D'après l'annexe 4 nous pouvons écrire :

$$M_{11} = \frac{(u_0 + u_1)(u_1 + u_2)e^{u_1 h_1} + (u_0 - u_1)(u_1 - u_2)e^{-u_1 h_1}}{4 u_1 u_2} \quad (\text{A.6.2.})$$

$$M_{12} = \frac{-(u_0 + u_1)(u_1 - u_2)e^{u_1 h_1} - (u_0 - u_1)(u_1 + u_2)e^{-u_1 h_1}}{4 u_1 u_2} \quad (\text{A.6.3.})$$

$$M_{21} = \frac{-(u_0 - u_1)(u_1 + u_2) e^{u_1 h_1} - (u_0 + u_1)(u_1 - u_2) e^{-u_1 h_1}}{4 u_1 u_2} \quad (\text{A.6.4.})$$

$$M_{22} = \frac{(u_0 - u_1)(u_1 - u_2) e^{u_1 h_1} + (u_0 + u_1)(u_1 + u_2) e^{-u_1 h_1}}{4 u_1 u_2} \quad (\text{A.6.5.})$$

$$M_{11} \cdot M_{22} - M_{12} \cdot M_{21} = \frac{u_0}{u_2} \quad (\text{A.6.5.})$$

et à partir de (II.47) nous avons :

$$M_{22}^{-1} = \mathbf{u}_2^{-1} \mathbf{u}_3 = \begin{vmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{vmatrix} \quad (\text{A.6.7.})$$

avec

$$\mathbf{u}_2^{-1} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -\frac{1}{u_2} & 1 \\ \frac{1}{u_2} & 1 \end{vmatrix}, \quad \mathbf{u}_3 = \begin{vmatrix} -u_3 & u_3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Ce qui nous donne :

$$N_{11} = N_{22} = \frac{u_2 + u_3}{2 u_2} \quad (\text{A.6.8.})$$

$$N_{12} = N_{21} = \frac{u_2 - u_3}{2 u_2} \quad (\text{A.6.9.})$$

Mais, nous avons supposé que le substratum a la même résistivité que la première couche, ou $u_3 = u_1$ donc,

$$N_{11} = N_{22} = \frac{u_2 + u_1}{2 u_2} \quad (\text{A.6.10})$$

$$N_{12} = N_{21} = \frac{u_2 - u_1}{2 u_2} \quad (\text{A.6.11})$$

D'autre part les relations (11.54) et (11.55) nous permettent d'avoir

$$a_2 = \frac{M\lambda}{u_2} \cdot \frac{N_{12}}{N_{22}} \cdot \frac{e^{u_2 z_2} - 2u_2 h_2}{M_{11} - \frac{N_{12}}{N_{22}} M_{21} e^{-2u_2 h_2}} \quad (\text{A.6.12})$$

$$b_2 = \frac{M\lambda}{u_2} \cdot \frac{e^{-u_2 z_2}}{M_{11} - \frac{N_{12}}{N_{22}} M_{21} e^{-2u_2 h_2}} \quad (\text{A.6.13})$$

En portant les quatres relations (A.6.2), (A.6.4), (A.6.10) et (A.6.11) dans (A.6.12) et (A.6.13) nous pouvons écrire :

$$a_2 = M\lambda \cdot \frac{-4 u_1 (u_1 - u_2) e^{u_2 (z_2 - 2h_2)}}{(u_1 + u_2) (u_0 + u_1) [(u_1 + u_2) e^{u_1 h_1} - (u_1 - u_2) e^{-u_1 h_1 - 2u_2 h_2}] + \dots} \quad (\text{A.6.14})$$

$$\dots + (u_0 - u_1) (u_1^2 - u_2^2) [e^{-u_1 h_1} - e^{u_1 h_1 - 2u_2 h_2}]$$

$$b_2 = M\lambda \cdot \frac{4 u_1 (u_1 + u_2) e^{-u_2 h_2}}{(u_1 + u_2) (u_0 + u_1) [(u_1 + u_2) e^{u_1 h_1} - (u_1 - u_2) e^{-u_1 h_1 - 2u_2 h_2}] \dots} \quad (\text{A.6.15})$$

$$\dots + (u_0 - u_1) (u_1^2 - u_2^2) [e^{-u_1 h_1} - e^{u_1 h_1 - 2u_2 h_2}]$$

A N N E X E 7

CALCUL DES COMPOSANTES ELECTRIQUES DU CHAMP CREE DANS UN DEMI MILIEU

PAR D.M.V. EN SURFACE

La figure (A.7.1.) représente les position de l'émetteur et le point P de réception, en coordonnées cartésiennes. Le milieu de propagation de conductivité σ_1 surmonté de l'atmosphère.

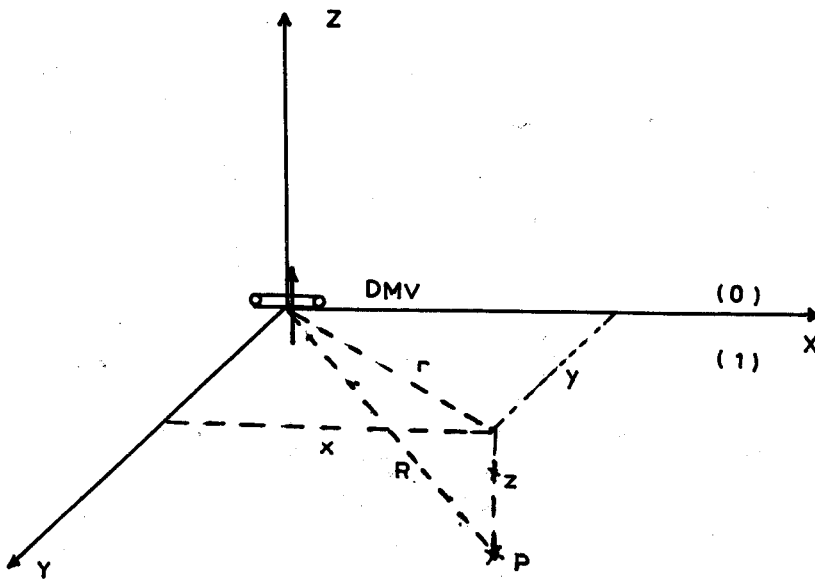


FIGURE (A-7.1)

Par symétrie de révolution, en point P, le potentiel de Hertz n'a qu'une composante verticale Π_z^{\rightarrow} donnée par la formule suivante [13]

$$\Pi_z = M.2 \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{u_1 + u_0} e^{u_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (\text{A.7.1.})$$

où $M = \frac{I.s.n}{4\pi}$ est le moment magnétique

$$u_1 = (\gamma_1^2 + \lambda^2)^{1/2}$$

$$u_0 = (\gamma_0^2 + \lambda^2)^{1/2}$$

En basse fréquence on peut supposer que le facteur de propagation dans l'air $\gamma_0 \ll 1$. donc on peut écrire

$$\Pi_z = M \cdot \frac{2}{\gamma_1} \left[\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{\partial^3 N}{\partial z^3} + \gamma_1^2 \frac{\partial N}{\partial z} \right] \quad (\text{A.7.2.})$$

avec

$$P = \int_0^{\infty} e^{u.z} \frac{J_0(\lambda r)}{u_1} \lambda d\lambda = \frac{e^{-\gamma_1 R}}{R}$$

$$N = I_0 \left[\frac{\gamma_1}{2} (R+z) \right] \cdot K_0 \left[\frac{\gamma_1}{R} (R-z) \right]$$

A partir du potentiel de Hertz, le champ électrique est

$$\vec{E} = -j \omega \mu \text{ rot } \vec{\Pi} \quad (\text{A.7.3})$$

d'où les composantes électriques s'obtiennent

$$E_x = -j \omega \mu M \left[\frac{2}{\gamma_1} \left(\frac{\partial^3 P}{\partial y \partial z^2} - \frac{\partial^4 P}{\partial y \partial z^3} + \gamma_1^2 \frac{\partial^2 N}{\partial y \partial z} \right) \right] \quad (\text{A.7.4})$$

$$E_y = j \omega \mu M \left[\frac{2}{\gamma_1} \left(\frac{\partial^3 P}{\partial x \partial z^2} - \frac{\partial^4 N}{\partial x \partial z^3} + \gamma_1^2 \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial z} \right) \right] \quad (\text{A.7.5})$$

$$E_z = 0 \quad (\text{A.7.6})$$

LE PROGRAMME DU CALCUL DES MODULES DES

Hr ET Hz

```

1.      COMMON/E1/X(15),H3(15),N
2.      COMMON/E2/KI(11),H(10),R,Z(10),CUD0,CUD,NC
3.      COMMON/E3/ZR,C0
4.      COMMON/E4/NEE,NEL
5.      INTEGER C0,CU,P,CUD
6.      DIMENSION SIGMA(11),KN(11),B0R(20),B0Z(20)
7.      COMPLEX KI,HR,HZ,FR,FZ,INT1,INT2,HZ!,HRT,ER,EKT,EPT
8.      REAL KD,KD1,PT,EPS0,MU,KN
9.      NEE=108
10.     NEL=105
11.     CUD0=0.
12.     PI=3.141592
13.     EPS0=1 E=09/(36.*PI)
14.     MU=4.*PI*1 E=07
15.     READ(NEL,104)KK
16.     100  FORMAT(F10.4)
17.     READ(NEL,101)Z
18.     WRITE(NEE,1011) Z(I),I=1,8
19.     WRITE(NEE,1012) Z(I),I=9,10
20.     1011  FORMAT(/,2X,'ZC',8(F10.4))
21.     1012  FORMAT(7X,2(F10.4))
22.     READ(NEL,101)SIGMA
23.     WRITE(NEE,1013) SIGMA(I),I=1,8
24.     WRITE(NEE,1014) SIGMA(I),I=9,11
25.     1013  FORMAT(/,2X,'SIGMA',8(F10.4))
26.     1014  FORMAT(7X,3(F10.4))
27.     READ(NEL,101)KN
28.     WRITE(NEE,1015)KN(I),I=1,8
29.     WRITE(NEE,1016)KN(I),I=9,11
30.     1015  FORMAT(/,2X,'KN',8(F10.4))
31.     1016  FORMAT(7X,3(F10.4))
32.     101  FORMAT(8(F10.4))
33.     READ(NEL,102)B0Z
34.     READ(NEL,102)B0R
35.     102  FORMAT(8(F10.4))
36.     READ(NEL,110) NAR
37.     WRITE(NEE,1017) NAR
38.     1017  FORMAT(/,2X,'NOMBRE DES ARCHES NAR=',I2)
39.     READ(NEL,103)H3
40.     READ(NEL,103)X
41.     READ(NEL,110) N
42.     WRITE(NEE,1018) N
43.     1018  FORMAT(/,2X,'L ORDRE QUADRATURE N=',I2)
44.     103  FORMAT(8(F10.4))
45.     READ(NEL,110) NC
46.     WRITE(NEE,1019) NC
47.     1019  FORMAT(/,2X,'NOMBRE DES COULMES NC=',I2)
48.     READ(NEL,100) R
49.     DO 501 I=1,NAR+1
50.     B0Z(I)=B0Z(I)/R
51.     501  B0R(I)=B0R(I)/R

```



```

52.      DO 138 NL=1,2
53.      READ(NEL,99) FRE
54.  99    FORMAT(F10.2)
55.      DO 138 NM=1,4
56.      READ(NEL,104)ZR
57.  110   FORMAT(I2)
58.  104   FORMAT(F10.4)
59.      DO 132 I=1,NC-1
60.      CU=0
61.      IF(Z(I)-ZR)130,131,132
62.  130   CU=I
63.      GO TO 133
64.  131   CU=I+1
65.      GO TO 133
66.  132   CONTINUE
67.      IF(CU)133,233,133
68.  233   CU=NC
69.  133   CO=CU
70.      KD=2.*PI*FRE*MU
71.      KD1=KD*2*PI*FRE*EPS0
72.      DO 300 I=1,NC
73.      A=KD1*KN(I)
74.      B=KD*SIGMA(I)
75.  300   KI(I)=CMPLX(A,B)
76.      DO 301 I=1,NC=2
77.  301   H(I+1)=Z(I)-Z(I+1)
78.      HR=(0.,0.)
79.      HZ=(0.,0.)
80.      HZT=(0.,0.)
81.      HRT=(0.,0.)
82.      ER=(0.,0.)
83.      ERT=(0.,0.)
84.      R0=SQRT(ZR*ZR+R*R)
85.      ZM=ZR/R0
86.      HZT1=ABS((1-3.*ZM*ZM)/(R0*R0*R0))
87.      HRT1=+3.*ZM*SQRT(1-ZM*ZM)/(R0*R0*R0)
88.      EPT1=SQRT(1-ZM*ZM)/(R0*R0)*KU
89.      CUD=0
90.      IF (KK)135,135,137
91.  135   DO 400 P=1,NAR
92.      CALL GAUSS(B0Z(P),B0Z(P+1),0,FZ,FR,INT1,INT2)
93.      HZ=HZ+INT1
94.      HZT=HZT+INT2
95.      CALL GAUSS(B0R(P),B0R(P+1),1,FZ,FR,INT1,INT2)
96.      HR=HR+INT1
97.  400   HRT=HRT+INT2
98.      BUT PUT HZ
99.      HDZ=CABS(HZ)
100.     HZ1=CABS(HZT)
101.     ERZ=HZT1-HZ1
102.     HDR=CABS(HR)

```



```

103.      HR1=CABS(HRT)
104.      ERR=HRT1-ERR1
105.      WRITE(NEE,1001)FRE,R,ZR
106. 1001  FORMAT(/,2X,'FRE=',F10.2,6X,'R=',F10.4,6X,'ZR=',F10.4)
107.      WRITE(NEE,1002)HDR,HDZ,ERR,ERZ
108. 1002  FORMAT(/,2X,'HR=',E12.6,4X,'HZ=',E12.6,4X,'ERR=',E12.6,4X,'ERZ=
109.      1E12.6,/)
110.      GOTO 138
111. 137  D6+01 P=1,NAR
112.      CALL GAUSS(B0Z(P),B0Z(P+1),0,FZ,FR,INT1,INT2)
113.      HZ=HZ+INT1
114.      HZT=HZT+INT2
115.      CALL GAUSS(B0R(P),B0R(P+1),1,FZ,FR,INT1,INT2)
116.      HR=HR+INT1
117.      HRT=HRT+INT2
118.      CALL GAUSS(B0R(P),B0R(P+1),2,FZ,FR,INT1,INT2)
119.      ER=ER+INT1
120. 401  ERT=ERT+INT2
121.      HDZ=CABS(HZ)
122.      HZ1=CABS(HZT)
123.      ERZ=HZT1-HZ1
124.      HDR=CABS(HR)
125.      HR1=CABS(HRT)
126.      ERR=HRT1-HR1
127.      EPT=CMPLX(0.,KD)
128.      EDP=CABS(ER+EPT)
129.      ED1=CABS(ERT)
130.      EER=EPT1-ED1
131.      WRITE(NEE,1001)FRE,R,ZR
132.      WRITE(NEE,1008)HDR,HDZ,EDP,ERR,ERZ,ER
133. 1008  FORMAT(/,2X,'HR=',E12.6,4X,'HZ=',E12.6,4X,'EPH=',E12.6,4X,'ERR=
134.      1 E12.6,4X,'ERZ=',E12.6,4X,'ERP=',E12.6,/)
135. 138  CONTINUE
136.      STOP
137.      END

```



```

1.  SUBROUTINE F(LA,L,ZR,CB,UHZ,UHR)
2.  DIMENSION UM(11),U(2,2,11),D(2,2,11),UU(2,2),DD(2,2)
3.  COMPLEX DHZ,CHR,UM,U,UH,D,UU,DD,PP,UP,PD,PW,PT,UI,MM,NN,UN
4.  DIMENSION PP(2,2),UP(2,2),PD(2,2),PW(2,2),PT(2,2),UI(2,2),MM(2,
5.  DIMENSION NN(2,2),UN(2,2)
6.  COMPLEX BMN,BMD,BM,AM,KI
7.  REAL JB,J1,LA
8.  COMMON/E2/KI(11),H(10),R,Z(10),CUD0,CUD,NC
9.  COMMON/E4/NEE,NEL
10. INTEGER CB,CUD
11. LA=LA*LA
12. DO 550 I=1,NC
13.  UM(I)=CSQRT(LA+KI(I))
14.  U(1,1,I)=-UM(I)
15.  U(1,2,I)=UM(I)
16.  U(2,1,I)=(1.,0.)
17. 550 U(2,2,I)=(1.,0.)
18.  DO 450 I=2,NC-1
19.  UH=UM(I)*H(I)
20.  D(1,1,I)=CEXP(UH)
21.  D(1,2,I)=(0.,0.)
22.  D(2,1,I)=(0.,0.)
23. 450 D(2,2,I)=1/D(1,1,I)
24.  IF(CB=3) 580,582,582
25. 582 K1=2
26.  K2=CB-1
27.  CBND=1.
28. 551 DO 552 K=K1,K2
29.  IF (CBND)553,554,555
30. 553 M=K2-K+2
31.  GET0555
32. 554 M=K
33.  IF(CBND)555,556,556
34. 556 DO 4 I=1,2
35.  DO 4 J=1,2
36.  UU(I,J)=U(I,J,M)
37. 4 DD(I,J)=D(I,J,M)
38.  CALL INVMAT(DD,DD)
39.  GET0 558
40. 555 DO 2 I=1,2
41.  DO 2 J=1,2
42.  UU(I,J)=U(I,J,M)
43. 2 DD(I,J)=D(I,J,M)
44. 1011 FORMAT('CBND=',F10.4)
45. 558 CALL PR0DMAT(UU,DD,PP)
46.  CALL INVMAT(UU,UP)
47. 6010 FORMAT(1X,2(E10.4),2X,2(E10.4),2X,2(E10.4),2X,2(E10.4))
48.  CALL PR0DMAT(PP,UP,PD)
49.  IF(K=K1)559,559,560
50. 559 DO 561 I=1,2
51.  DO 561 J=1,2

```



```

52.
53.
54.
55.
56.
57.
58.
59.
60.
61.
62.
63.
64.
65.
66.
67.
68.
69.
70.
71.
72.
73.
74.
75.
76.
77.
78.
79.
80.
81.
82.
83.
84.
85.
86.
87.
88.
89.
90.
91.
92.
93.
94.
95.
96.
97.
98.
99.
00.
01.
02.

561 PG(I,J)=PD(I,J)
562 GOTO 552
563 CALL PR8DMAT(PQ,PD,PT)
564 DO 562 I=1,2
565 DO 562 J=1,2
566 PG(I,J)=PT(I,J)
1012 FORMAT('COND1=',F10.4)
552 CONTINUE
563 IF(COND)563,564,564
564 DO 565 I=1,2
565 DO 565 J=1,2
566 UU(I,J)=U(I,J,CB)
567 CALL INVMT(UU,UI)
568 DO 566 I=1,2
569 DO 566 J=1,2
570 UU(I,J)=U(I,J,1)
571 CALL PR8DMAT(UI,PG,PT)
572 CALL PR8DMAT(PT,UU,MM)
573 IF(CUD) 583,583,584
580 MM(1,1)=(1+(UM(1)/UM(2)))*.05
581 MM(1,2)=(1-(UM(1)/UM(2)))*.05
582 MM(2,1)=MM(1,2)
583 MM(2,2)=MM(1,1)
584 IF(CUD) 583,583,584
585 K1=CB+1
586 K2=NC-1
1013 FORMAT('CONC=',F10.4)
564 GOTO 551
565 DO 567 I=1,2
566 DO 567 J=1,2
567 UU(I,J)=U(I,J,NC)
568 CALL PR8DMAT(UI,PG,PT)
569 CALL PR8DMAT(PT,UU,NN)
570 IF(CABS(MM(1,1)).GT.1000*CABS(MM(2,1)))CABS(NN(1,2))*EXP(
1 -2*CABS(UM(CB))*H(CB))/CABS(NN(2,2))) CUD=1
584 LA=SQRT(LA)
585 BMN=LA*UM(1)/UM(CB)*CEXP(UM(1)*Z(1)-UM(CB)*(Z(CB)-1)-4R)
586 BMD=( (-NN(1,2))*MM(2,1)*CEXP(-2*UM(CB)*H(CB))/NN(2,2))*MM(1,1)
587 1 *UM(1)
588 BM=BMN/BMD
589 IF(CUD)520,520,521
590 AM=BM*NN(1,2)*CEXP(2*UM(CB)*(Z(CB)-ZR))/NN(2,2)
591 GOTO 522
592 AM=(0.0)
593 G=LA*R
594 IF(L=1) 602,603,601
595 CALL BESJY(G,J8,1,C8D)
596 DHZ=LA*LA*(AM+BM)*J8
597 DHR=LA*LA*CEXP(LA*ZK)*J8
598 GOTO 604

```

815
LITTLE

```
103. 601 CALL BESJY(G,J1,2,C0D)
104.     DHZ=LA*(AM+BM)*J1
105.     DHR=LA*CEXP(LA*ZR)*J1
106.     GOT0 604
107. 603 CALL BESJY(G,J1,2,C0D)
108.     DHZ=-LA*UM(C0)*(BM-AM)*J1
109.     DHR=-LA*LA*CEXP(LA*ZR)*J1
110. 604 RETURN
111.     END
```



```

1. SUBROUTINE GAUSS(A,B,L,FZ,FR,INTZ,INTR)
2. COMMON/E1/X(15),H3(15),N
3. COMMON/E3/ZR,C0
4. COMMON/E4/NEE,NEL
5. COMPLEX HGR,HGZ,HG1,HG2,FZ,FR,INTZ,INTR,HG3,HG4,FZ1,FR1
6. DIMENSION TP(15)
7. INTEGER C0,P
8. HG1=(0.,0.)
9. HG2=(0.,0.)
10. HG3=(0.,0.)
11. HG4=(0.,0.)
12. IF(L) 302,302,303
13. 302 DO 200 P=1,N
14. TP(P)=(A+B)/2+(B-A)*X(P)/2
15. CALL F(TP(P),0,ZR,C0,FZ,FR1)
16. HG1=HG1+H3(P)*FZ
17. 200 HG2=HG2+H3(P)*FZ1
18. INTZ=HG1*(B-A)/2
19. INTR=HG2*(B-A)/2
20. GO TO 304
21. 303 DO 203 P=1,N
22. TP(P)=(A+B)/2+(B-A)*X(P)/2
23. CALL F(TP(P),1,ZR,C0,FR,FR1)
24. HG3=HG3+H3(P)*FR
25. 203 HG4=HG4+H3(P)*FR1
26. INTZ=HG3*(B-A)/2
27. INTR=HG4*(B-A)/2
28. 304 RETURN
29. END

```

```

1. SUBROUTINE INVMAT(A,C)
2. DIMENSION A(2,2),C(2,2)
3. COMPLEX A,C,DELTA
4. DELTA=A(1,1)*A(2,2)-A(1,2)*A(2,1)
5. C(1,1)=A(2,2)/DELTA
6. C(1,2)=-A(1,2)/DELTA
7. C(2,1)=-A(2,1)/DELTA
8. C(2,2)=A(1,1)/DELTA
9. RETURN
10. END

```

```

1. SUBROUTINE PRDMAT(A,B,C)
2. DIMENSION A(2,2),B(2,2),C(2,2)
3. COMPLEX A,B,C
4. DO 5 I=1,2
5. DO 5 J=1,2
6. C(I,J)=(0.,0.)
7. DO 5 L=1,2
8. 5 C(I,J)=C(I,J)+A(I,L)*B(L,J)
9. RETURN
10. END

```

