

N^b d'ordre : 169

376
976
161

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE 50376

1976

161

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR INGENIEUR

par

Guy VANNESTE

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES TRANSFERTS DE MASSE
ET DE CHALEUR DANS UNE COLONNE DE VAPORISATION
A FILM LIQUIDE



Membres du Jury : MM. P. BONNEMAN

Président

PARSY

Examineur

PONSOLLE

Examineur

Soutenue, le 12 Octobre 1976



0300074896

DOYENS HONORAIRES de l'Ancienne Faculté des Sciences

MM. R. DEFRETIN, H. LEFEBVRE, M. PARREAU.

PROFESSEURS HONORAIRES des Anciennes Facultés de Droit
et Sciences Economiques, des Sciences et des Lettres.

M. ARNOULT, Mme BEAUJEU, MM. BROCHARD, CHAPPELON, CHAUDRON, CORDONNIER, CORSIN, DEHEUVELS,
DEHORS, DION, FAUVEL, FLEURY, P. GERMAIN, HEIM DE BALSAC, HOCQUETTE, KAMPE DE FERIET,
KOUGANOFF, LAMOTTE, LASSERRE, LELONG, Mme LELONG, MM. LHOMME, LIEBAERT, MARTINOT-LAGARDE,
MAZET, MICHEL, NORMANT, PEREZ, ROIG, ROSEAU, ROUBINE, ROUELLE, SAVART, WATERLOT, WIEMAN,
ZAMANSKI.

PRESIDENTS HONORAIRES DE L'UNIVERSITE
DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

MM. R. DEFRETIN, M. PARREAU.

PRESIDENT DE L'UNIVERSITE
DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

M. J. LOMBARD.

PROFESSEURS TITULAIRES

M. BACCHUS Pierre	Astronomie
M. BEAUFILS Jean-Pierre	Chimie Physique
M. BECART Maurice	Physique Atomique et Moléculaire
M. BILLARD Jean	Physique du Solide
M. BIAYS Pierre	Géographie
M. BONNEMAN Pierre	Chimie Appliquée
M. BOMNOT Ernest	Biologie Végétale
M. BONTE Antoine	Géologie Appliquée
M. BOUGHON Pierre	Algèbre
M. BOURIQUET Robert	Biologie Végétale
M. CÉLET Paul	Géologie Générale
M. CONSTANT Eugène	Electronique
M. DECUYPER Marcel	Géométrie
M. DELATTRE Charles	Géologie Générale
M. DELHAYE Michel	Chimie Physique
M. DERCOURT Michel	Géologie Générale
M. DURCHON Maurice	Biologie Expérimentale
M. FAURE Robert	Mécanique
M. FOURET René	Physique du Solide
M. GABILLARD Robert	Electronique
M. GLACET Charles	Chimie Organique
M. GONTIER Gérard	Mécanique
M. GRUSON Laurent	Algèbre
M. GUILLAUME Jean	Microbiologie
M. HEUSEL Joseph	Chimie Minérale
M. LABLACHE-COMBIER Alain	Chimie Organique
M. LANSRAUX Guy	Physique Atomique et Moléculaire
M. LAVEINE Jean-Pierre	Paléontologie
M. LEBRUN André	Electronique
M. LEHMANN Daniel	Géométrie

Mme	LENOBLE Jacqueline	Physique Atomique et Moléculaire
M.	LINDER Robert	Biologie et Physiologie Végétales
M.	LOMBARD Jacques	Sociologie
M.	LOUCHEUX Claude	Chimie Physique
M.	LUCQUIN Michel	Chimie Physique
M.	MAILLET Pierre	Sciences Economiques
M.	MONTARIOL Frédéric	Chimie Appliquée
M.	MONTREUIL Jean	Biochimie
M.	PARREAU Michel	Analyse
M.	POUZET Pierre	Analyse Numérique
M.	PROUVOST Jean	Minéralogie
M.	SALMER Georges	Electronique
M.	SCHILTZ René	Physique Atomique et Moléculaire
Mme	SCHWARTZ Marie-Hélène	Géométrie
M.	SEGUIER Guy	Electrotechnique
M.	TILLIEU Jacques	Physique Théorique
M.	TRIDOT Gabriel	Chimie Appliquée
M.	VIDAL Pierre	Automatique
M.	VIVIER Emile	Biologie Cellulaire
M.	WERTHEIMER Raymond	Physique Atomique et Moléculaire
M.	ZEYTOUNIAN Radyadour	Mécanique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M.	BELLET Jean	Physique Atomique et Moléculaire
M.	BODARD Marcel	Biologie Végétale
M.	BOILLET Pierre	Physique Atomique et Moléculaire
M.	BOILLY Bénoni	Biologie Animale
M.	BRIDOUX Michel	Chimie Physique
M.	CAPURON Alfred	Biologie Animale
M.	CORTOIS Jean	Physique Nucléaire et Corpusculaire
M.	DEBOURSE Jean-Pierre	Gestion des entreprises
M.	DEPREZ Gilbert	Physique Théorique
M.	DEVRAINNE Pierre	Chimie Minérale
M.	GOUDMAND Pierre	Chimie Physique
M.	GUILBAULT Pierre	Physiologie Animale
M.	LACOSTE Louis	Biologie Végétale
Mme	LEHMANN Josiane	Analyse
M.	LENTACKER Firmin	Géographie
M.	LOUAGE Francis	Electronique
Mlle	MARQUET Simone	Probabilités
M.	MIGEON Michel	Chimie Physique
M.	MONTEL Marc	Physique du Solide
M.	PANET Marius	Electrotechnique
M.	RACZY Ladislas	Electronique
M.	ROUSSEAU Jean-Paul	Physiologie Animale
M.	SLIWA Henri	Chimie Organique

MAITRES DE CONFERENCES (et chargés d'Enseignement)

M.	ADAM Michel	Sciences Economiques
M.	ANTOINE Philippe	Analyse
M.	BART André	Biologie Animale
M.	BEQUIN Paul	Mécanique
M.	BROUCHE Rudolphe	Algèbre
M.	BONNELLE Jean-Pierre	Chimie
M.	BONNEMAIN Jean-Louis	Biologie Végétale
M.	BOSCQ Denis	Probabilités
M.	BREZINSKI Claude	Analyse Numérique
M.	BRUYELLE Pierre	Géographie

M. CARREZ Christian	Informatique
M. CORDONNIER Vincent	Informatique
M. COQUERY Jean-Marie	Psycho-Physiologie
M ^{lle} DACHARRY Monique	Géographie
M. DEBENEST Jean	Sciences Economiques
M. DEBRADANT Pierre	Géologie Appliquée
M. DE PARIS Jean-Claude	Mathématiques
M. DHAINAUT André	Biologie Animale
M. DELAUNAY Jean-Claude	Sciences Economiques
M. DERIEUX Jean-Claude	Microbiologie
M. DOUKHAN Jean-Claude	Physique du Solide
M. DUBOIS Henri	Physique
M. DYMENT Arthur	Mécanique
M. ESCAIG Bertrand	Physique du Solide
M ^{lle} EVRARD Micheline	Chimie Appliquée
M. FONTAINE Jacques-Marie	Electronique
M. FOURNET Bernard	Biochimie
M. FORELICH Daniel	Chimie Physique
M. GAMBLIN André	Géographie
M. GOBLOT Rémi	Algèbre
M. GOSSELIN Gabriel	Sociologie
M. GRANELLE Jean-Jacques	Sciences Economiques
M. GUILLAUME Henri	Sciences Economiques
M. HECTOR Joseph	Géométrie
M. HERMAN Maurice	Physique Spatiale
M. JOURNEL Gérard	Physique Atomique et Moléculaire
M ^{lle} KOSMAN Yvette	Géométrie
M. KREMBEL Jean	Biochimie
M. LAURENT François	Automatique
M ^{lle} LEGRAND Denise	Algèbre
M ^{lle} LEGRAND Solange	Algèbre
M. LEROY Jean-Marie	Chimie Appliquée
M. LEROY Yves	Electronique
M. LHENAFF René	Géographie
M. LOCQUENEUX Robert	Physique Théorique
M. LOUCHET Pierre	Sciences de l'Education
M. MACKE Bruno	Physique
M. MAHIEU Jean-Marie	Physique Atomique et Moléculaire
M ^{lle} N'GUYEN VAN CHI Régine	Géographie
M. MAIZIERES Christian	Automatique
M. MALAUSSENA Jean-Louis	Sciences Economiques
M. MESSELYN Jean	Physique Atomique et Moléculaire
M. MONTUELLE Bernard	Biologie Appliquée
M. NICOLE Jacques	Chimie Appliquée
M. PAQUET Jacques	Géologie Générale
M. PARSY Fernand	Mécanique
M. PECQUE Marcel	Chimie Physique
M. PERROT Pierre	Chimie Appliquée
M. PERTUZON Emile	Physiologie Animale
M. PONSOLLE Louis	Chimie Physique
M. POVY Lucien	Automatique
M. RICHARD Alain	Biologie
M. ROGALSKI Marc	Analyse
M. ROY Jean-Claude	Psycho-Physiologie
M. SIMON Michel	Sociologie
M. SOMME Jean	Géographie
M ^{lle} SPIK Geneviève	Biochimie
M. STANKIEWICZ François	Sciences Economiques
M. STEEN Jean-Pierre	Informatique

M.	THERY Pierre	Electronique
M.	TOULOTTE Jean-Marc	Automatique
M.	TREANTON Jean-René	Sociologie
M.	VANDORPE Bernard	Chimie Minérale
M.	VILLETTE Michel	Mécanique
M.	WALLART Francis	Chimie
M.	WERNIER Georges	Informatique
M.	WATERLOT Michel	Géologie Générale
Mme	ZINN-JUSTIN Nicole	Algèbre

A MON MAITRE

Monsieur Pierre BONNEMAN

Professeur à l'Université des Sciences et Techniques de LILLE.

A MES PARENTS,

A MA FEMME,

A MA FILLE.

Ce travail a été effectué dans le laboratoire de Monsieur BONNEMAN, Professeur à l'Université des Sciences et Techniques de LILLE. Nous tenons à lui exprimer notre profonde gratitude pour la direction qu'il a donnée à nos travaux et les nombreux encouragements qu'il nous a prodigués.

Nous sommes très reconnaissants à Messieurs PARSY et PONSOLLE, Professeurs à l'Université des Sciences et Techniques de LILLE, d'avoir accepté de faire partie du Jury.

Nous adressons nos remerciements à Messieurs les Professeurs MARTINOT-LAGARDE et GONTIER pour l'intérêt qu'ils ont porté à nos recherches.

Que les Maître-Assistant, Assistant et Technicien du laboratoire trouvent mention ici du plaisir que nous avons eu à travailler parmi eux.

Nos remerciements vont également à Madame THOMAS qui a effectué la frappe du manuscrit.

Laboratoire de Chimie Analytique et Industrielle.

S O M M A I R E

SYMBOLES

INTRODUCTION

CHAPITRE I - APPAREILLAGE ET MODE OPERATOIRE

- I.1) Conditions expérimentales
- I.2) Caractéristiques des fluides
- I.3) Appareillage
- I.4) Analyse gazeuse

CHAPITRE II - VAPORISATION D'UN LIQUIDE N'OPPOSANT PAS DE RESISTANCE AU
TRANSFERT DE CHALEUR

- II.1) Calcul des coefficients de transfert
 - II.11) Equations de base
 - II.12) Résolution par intégration numérique
- II.2) Résultats expérimentaux du transfert de masse
 - II.21) Régimes de vaporisation
 - II.22) Coefficients de transfert de matière
 - II.23) Expression des résultats expérimentaux . Nombres sans dimension
 - II.24) Relations générales relatives au transfert de masse
 - II.241) Influence de la vitesse relative et de l'état de surface du liquide
 - II.242) Influence des propriétés physiques du film gazeux sur la vitesse du transfert de masse
- II.3) Résultats expérimentaux du transfert de chaleur
 - II.31) Influence du transfert de masse
 - II.32) Transfert de chaleur en phase gazeuse

CHAPITRE III - RESISTANCE AU TRANSFERT DE CHALEUR DANS LA PHASE LIQUIDE

- III.1) Détermination des coefficients réels de transfert
 - III.11) Méthode de MICKLEY
 - III.12) Méthode de MODINE et PARRISH

III.2) Méthode générale de calcul des coefficients réels de transfert

III.21) Equations de transfert

III.22) Résolution par intégration numérique

III.23) Relation expérimentale

III.24) Solution par optimisation

III.3) Résistance au transfert de chaleur dans le liquide - coefficients réels de transfert

III.31) Détermination des rapports R_g , R_l

III.32) Coefficients de transfert h_l

III.33) Corrélations finales

III.4) Analogie transfert de masse-transfert de chaleur

CONCLUSION

TABLE DES ANNEXES

ANNEXE I	- Théories du transfert de masse
ANNEXE II	- Psychrométrie
ANNEXE III	- Analyse dimensionnelle
ANNEXE IV	- Propriétés du film liquide
ANNEXE V	- Méthodes de détermination des coefficients de film liquide
ANNEXE VI	- Méthodes numériques de recherche des racines d'un système surabondant d'équations différentielles non linéaires - Programme général d'intégration
ANNEXE VII	- Analogie entre les transferts de masse et de chaleur

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

S Y M B O L E S

a	Surface de contact par unité de hauteur	L
A_k, B_k, C_k	Constantes pour l'expérience k dans équation III 9	$L^2 T^{-2}/^{\circ}C$
B	Facteur modifié de chaleur de vaporisation massique	-
B	Nombre de transfert $B = (\omega_1 - \omega) / (1 - \omega_1)$	-
C_A	Concentration du composé diffusant dans le liquide	$M L^{-3}$
C_A^*	Concentration du composé diffusant dans le liquide en équilibre avec l'air	"
c_{pg}	Chaleur spécifique à pression constante de l'air	$L^2 T^{-2}/^{\circ}C$
c_{pH}	Chaleur spécifique à pression constante de l'air humide	"
c_{pl}	Chaleur spécifique à pression constante de liquide	"
c_{pv}	Chaleur spécifique à pression constante de la vapeur du liquide	"
d	Diamètre de la colonne	L
\mathcal{D}	Coefficient de diffusion	$L^2 T^{-1}$
e_g, e_l	Epaisseurs des films laminaires du gaz et du liquide	L
$Fr - Fc$	Nombre de FROUDE - Facteur correctif p32	-
g	Accélération de la pesanteur	$L T^{-2}$
G	Débit massique d'air	$M T^{-1}$
\mathcal{H}	Humidité en vapeur de l'air	-
h_g, h_g	Coefficients réel et global de transfert de chaleur dans le film gazeux	$M T^{-3}/^{\circ}C$
h_l	Coefficient réel de transfert de chaleur dans le liquide	"
I_g, I_l	Enthalpies massiques de l'air et du liquide	$L^2 T^{-2}$
I'_g, I'_l	Enthalpies massiques modifiées de l'air et du liquide	"
J_A^*	Flux molaire de A	$M L^{-2} T^{-1}$
J_D, J_H	Nombres de CHILTON et COLBURN de masse et de chaleur	-
k	Coefficient de conductibilité thermique	$M L T^{-3}/^{\circ}C$
k_g, k_g	Coefficients réel et global de transfert de masse dans le film gazeux	$L^{-1} T$
k_l, k_l	Coefficients réel et global de transfert de masse dans le liquide	$L T^{-1}$
k'_g, k'_g	Coefficients réel et global de transfert de masse dans le film gazeux exprimés à partir des humidités	$M L^{-2} T^{-1}$
k_x, k_y	Coefficients de transfert de masse dans le gaz et le liquide exprimés à partir des fractions molaires	$M T^{-1} L^{-2}$
L	Débit massique du liquide	$M T^{-1}$
m	Epaisseur du liquide	L

M_A, M_B	Masses molaires du liquide et de l'air	M
N_A, N_B	Vitesses de transfert de la vapeur et de l'air par unité de surface	$M T^{-1} L^{-2}$
N_{sh}	Nombre de SHERWOOD	-
Nu_g, Nu_l	Nombre de NUSSELT dans l'air et le liquide	-
NOT	Nombre d'unités de transfert	-
p et p_A	Pression partielle de A dans l'air	$M L^{-1} T^{-2}$
P	Pression Totale	"
p_A^*	Pression partielle de A dans le gaz en équilibre avec le liquide	"
p_B	Pression partielle de l'air	"
P_{EM}	Moyenne logarithmique des pressions partielles de l'air	"
Pr	Nombre de PRANDTL	-
q_g, q_l	Débits de quantités de chaleur dans le gaz et liquide	$M L^2 T^{-3}$
$q(\beta)$	Flux de chaleur selon MODINE	$M T^{-3}$
R	Constante des gaz parfaits	$L^2 T^{-2}/^{\circ}C$
Re_g, Re_l	Nombre de REYNOLDS pour le gaz et liquide	-
R_D, R_H	Rapports de diffusion de masse et de chaleur	-
R_g	Rapport h_g / k'_g	$L^2 T^{-2}$
R_l	Rapport h_l / k'_g	"
Re'_g	Nombre de REYNOLDS modifié pour le gaz	-
r	Constante de MODINE	-
S	Surface Totale	L^2
Sc	Nombre de SCHMIDT	-
St	Nombre de STANTON	-
$\lambda / C_p \Delta t$	Nombre de KUTATELADZE	-
T	Température du gaz	$^{\circ} K$
t_H	Température humide de l'air	$^{\circ} C$
t_i	Température de l'interface	"
t_g	Température du gaz	"
t_l	Température du liquide	"
u_g, u_l	Vitesse de débit du gaz et du liquide	$L T^{-1}$
\bar{u}_l	Vitesse moyenne du liquide	"
US	Coefficient de perte de chaleur pour la surface S	$M L^{-2} T^{-3}/^{\circ}C$
W	Quantité de liquide vaporisé	$M T^{-1}$
We	Nombre de WEBER	-
x	Directions perpendiculaires à l'écoulement liquide	L
x_A	Fraction molaire dans le gaz	-
y	Direction du transfert	L
y_A	Fraction molaire dans le liquide	-
z	Direction de l'écoulement du liquide et du gaz	L

Z

Hauteur totale de la colonne

L

LETTRES GRECQUES

$\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$	Exposants dans les expressions de R_g et R_l	
β	Altitude réduite de MODINE $x / m Re_1 Pr_1$	-
λ	Chaleur de vaporisation massique	$L^2 T^{-2}$
λ'	Chaleur de vaporisation massique modifiée	"
λ_M	Chaleur de vaporisation molaire	"
ν_g, ν_l	Viscosités cinématiques du gaz et du liquide	$L^2 T^{-1}$
ρ_g, ρ_l	Masses volumiques du gaz et du liquides	$M L^{-3}$
σ	Tension superficielle	$M T^{-2}$
μ_g, μ_l	Viscosités dynamiques du gaz et du liquide	$M L^{-1} T^{-1}$
ω	Fractions massiques	-
$(\Delta_{PA})_{ml}$	Moyenne logarithmique des pressions partielles de A	$M L^{-1} T^{-2}$
ΔS	Pourcentage d'accroissement de surface	-
Γ_g, Γ_l	Débits massiques du gaz et du liquide par unité de périmètre mouillé	$M T^{-1} L^{-1}$
θ	Temps de contact	T
θ_D, θ_H	Termes correctifs pour le transfert de masse et de chaleur	-

INDICES

i	désigne l'interface
1 et 2	désigne le bas et le haut de colonne
g, l	se rapportent au gaz et au liquide

INTRODUCTION

Le transfert de matière effectué par passage de vapeur d'une phase gazeuse à une phase liquide est une opération courante dans l'industrie et intervient notamment dans des cas tels que : récupération d'un produit de valeur dans les vapeurs formées lors d'une réaction chimique , séparation de gaz nocifs dans un courant gazeux pour éviter pollution ou corrosion .

Aussi l'absorption gazeuse a-t-elle fait l'objet de nombreuses études pour sélectionner les solvants et pour fournir les données numériques nécessaires au calcul des appareils utilisés (tours d'absorption , d'humidification etc ...) .

Le facteur principal à déterminer est la vitesse de transfert du phénomène , exprimée soit sous forme de flux molaire ou massique d'une espèce , soit à l'aide d'un coefficient de transfert de matière . Cette vitesse dépend en général de la surface de contact entre les deux phases fluides (qu'on appellera interface) , du mouvement des phases , de leurs propriétés physiques . Il arrive que le coefficient de transfert de matière lui-même dépende de l'importance du transfert , ceci parce que les profils des vitesses et des concentrations sont modifiés lorsque les transferts sont importants : il faut donc distinguer le cas des grands transports de celui des faibles transports de matière . Le fait que parfois les phases ne sont pas en équilibre physique (par exemple lors des transferts importants) complique encore le problème .

Si un gradient de concentration existe au sein d'une même phase , le processus de diffusion crée un transport de matière . La loi de FICK (voir annexe I) donne l'expression de la vitesse de transfert du corps A en régime permanent .

$$J_A^* = - D \frac{dC_A}{dy} \quad (1)$$

relation dans laquelle J_A^* (mole/cm².s) est le flux molaire de A résultant de la diffusion superposée au mouvement d'ensemble du fluide ; D est le coefficient de diffusivité , C_A est la concentration du corps diffusant au sein de la phase.

En régime variable la vitesse de transfert est donnée par la deuxième loi de FICK .

$$\frac{dC_A}{dt} = D \nabla^2 C_A \quad (2)$$

Lorsque deux fluides sont en contact comme c'est le cas dans

l'absorption gazeuse ou la vaporisation, les vitesses de transfert sont exprimées par diverses théories (voir annexe I), dont la plus ancienne, dite du film laminaire, est encore la plus utilisée dans la pratique; des études assez récentes (1) ont montré qu'elle rendait aussi bien compte des phénomènes que d'autres théories plus complexes; elle suppose que la vitesse de transfert est proportionnelle à la surface de contact et à un gradient de concentration ou de pression résultant du fait que la concentration du corps transféré n'est pas la même dans la masse du fluide et à l'interface; elle admet enfin une hypothèse simplificatrice: l'équilibre thermodynamique est réalisé immédiatement de part et d'autre de l'interface (hypothèse de LEWIS pratiquement toujours vérifiée pour les transports peu importants).

- Coefficients de transfert.

Lors de l'absorption d'une vapeur A par un liquide, le flux molaire (par rapport à un repère fixe) de la vapeur du constituant A à travers

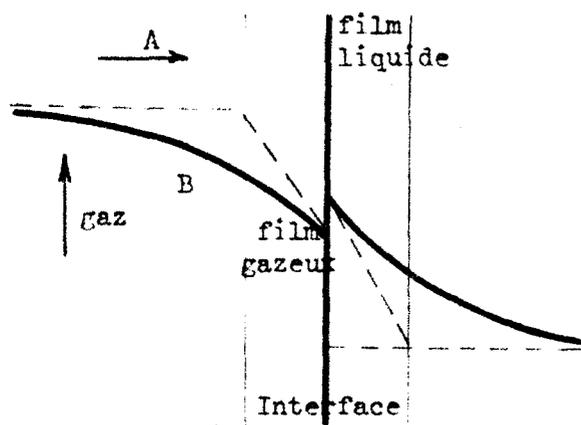


Fig. 1.

le gaz B normalement à l'interface s'écrit suivant la théorie du film (voir annexe I) :

$$N_{AG} = k_G (p_A - p_{Ai}) \quad (3)$$

relation dans laquelle p_A et p_{Ai} représentent les pressions partielles du corps diffusant A dans le courant gazeux et à l'interface. De même le

flux molaire de A depuis l'interface vers l'intérieur du liquide est :

$$N_{Al} = k_L (C_{Ai} - C_A) \quad (4)$$

C_A et C_{Ai} représentent les concentrations de A au coeur du liquide puis à l'interface. Les mêmes équations sont valables pour la désorption, mais les gradients de pression et de concentration étant inversés les flux N_{AG} et N_{Al} seraient négatifs.

Les équations (3) et (4) définissent ainsi les coefficients de transfert de matière dans les films laminaires gazeux et liquide, k_G et k_L exprimés avec des unités différentes :

k_g : (masse ou moles / temps . surface . pression)

k_l : (masse ou moles / temps . surface . concentration)

k_g et k_l sont supposés constants , ce qui est vrai lorsqu'il s'agit d'un faible transfert . Puisqu'il n'y a pas d'accumulation de matière à l'interface , les deux flux sont égaux et l'on peut écrire :

$$N_{Ag} = N_{Al} = N_A = k_g (p_A - p_{Ai}) = k_l (C_{Ai} - C_A) \quad (5)$$

Les termes $\Delta p_A = p_A - p_{Ai}$ et $\Delta C_A = C_{Ai} - C_A$ sont les forces agissantes responsables du transfert . On peut aussi les exprimer en fonction des fractions massiques ou molaires du corps transférable dans le gaz B et le liquide ce qui revient à modifier les dimensions du coefficient de transfert ; les équations (3) et (4) s'écrivent alors :

$$N_A = k_x (x_A - x_{Ai}) = k_y (y_{Ai} - y_A) \quad (6)$$

x_A et y_A représentent les fractions molaires de A dans la phase gaz et dans la phase liquide .

En réalité , au transfert par diffusion créé par l'existence d'un gradient de concentration s'en superpose un autre par convection et de sens inverse . Le transfert définitif est la résultante des deux mouvements ; en termes de flux molaires par rapport à un repère fixe l'équation (6) s'écrira dans le cas où le transfert entre phases concerne les seules molécules de A (voir annexe I) :

$$N_A = x_A N_A = k_x \Delta x_A \quad (7)$$

Flux de A par	flux de A dû au
rapport à un	mouvement d'ensem-
repère fixe	ble du fluide

Les coefficients k_x ou k_y définis par l'équation (7) représentent donc le transfert net et se distinguent en cela des coefficients k_g et k_l plus largement utilisés dans la pratique et rendant compte d'un processus plus global . Dans les cas les plus fréquents de transfert de matière (faibles débits) les relations entre ces divers coefficients sont les suivantes :

$$k_x = k_g^{P_{BM}} \quad k_y = k_l^{C_{BM}} \quad (8)$$

P_{BM} et C_{BM} étant les moyennes logarithmiques de P_B et C_B prises entre les

conditions à l'interface et dans la masse du fluide .

Le coefficient k_x de l'équation (7) est d'autant plus différent de celui de l'équation (6) que le transfert de matière est plus élevé ; le terme de convection $x_A N_A$ prend une importance croissante et les propriétés physiques du fluide en sont elles-mêmes modifiées (c'est le cas du coefficient de diffusion \mathcal{D} , de la viscosité μ , de la masse volumique ρ ainsi que les profils des vitesses et des concentrations) . On est alors amené à définir un coefficient de transfert k_x selon l'équation :

$$k_x = \lim_{N_{Ai} \rightarrow 0} \frac{N_{Ai} - x_{Ai} N_{Ai}}{\Delta x_A} = \lim (k'_x) \tag{9}$$

L'indice i se rapporte aux conditions à l'interface et le coefficient réel de transfert k'_x est ainsi noté pour indiquer qu'il dépend de l'importance du transfert . La théorie du film permet le calcul de k'_x/k_x ; si l'on pose $R_D = \Delta x_A / (1 - x_{Ai})$ rapport de diffusion , et $\theta = k'_x/k_x$ on peut établir la relation (voir annexe I) :

$$\theta_D = \frac{k'_x}{k_x} = \frac{\ln(1 + R_D)}{R_D} \tag{10}$$

Enfin dans beaucoup de cas (faibles transferts) les corrections à apporter à ces coefficients sont faibles et si l'on considère pour un interface de surface S finie des propriétés physiques moyennes , on utilise alors des coefficients de transfert moyens k_x définis par l'expression :

$$W_A - x_{Ai} W_A = k_x S \Delta x_A \tag{11}$$

W_A étant la vitesse molaire de A à travers la surface totale S . Cette dernière relation montre que la connaissance des concentrations à l'interface et dans la masse du fluide permet le calcul des coefficients de transfert tels que k_x .

- Coefficients globaux de transfert .

La détermination des coefficients de transfert k_g , k_l ou k_x indispensables pour le calcul des appareils tels que les absorbeurs ou les

humidificateurs, est difficile car l'on ne dispose pas de toutes les données souhaitables, en particulier les concentrations (C_{Ai} , p_{Ai} , ou x_{Ai}) à l'interface. C'est pourquoi on se contente souvent de calculer des coefficients globaux de transfert analogues à ceux utilisés pour les échangeurs de chaleur.

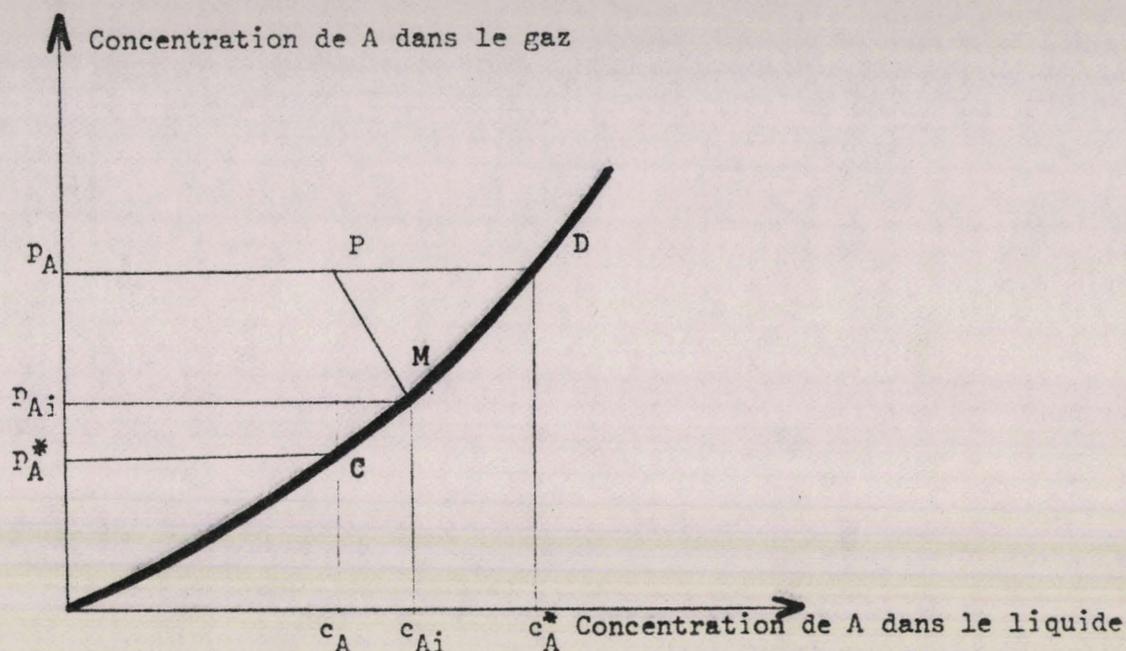


Figure 2

Il est possible en se servant de la courbe d'équilibre (fig.2) $p_{Ai} = f(C_{Ai})$ du composé diffusant partagé entre deux phases (par exemple liquide-gaz dans le cas de l'absorption gazeuse), d'apprécier approximativement les forces agissantes Δp_A et ΔC_A des équations (5) ; on écrit alors en introduisant les coefficients globaux K_G et K_L (voir annexe I) :

$$N_A = K_G (p_A - p_A^*) = K_L (C_A^* - C_A) \quad (12)$$

p_A^* représente la composition d'un gaz en équilibre avec un liquide de concentration C_A , tandis que C_A^* représente un liquide en équilibre avec un gaz de concentration p_A .

En identifiant les équations (12) et (5) on obtient les relations entre les divers coefficients avec m représentant la pente de la courbe d'équilibre dans un faible intervalle de température

$$\frac{1}{K_G} = \frac{1}{k_G} + \frac{m}{k_L} \quad (13a)$$

$$\frac{1}{K_L} = \frac{1}{k_L} + \frac{1}{mk_G} \quad (13b)$$

Expérimentalement il est facile d'évaluer les différences $p_A - p_A^*$ ou $C_A^* - C_A$

puis de calculer les coefficients globaux moins précis K_g et K_l ; ces derniers étant connus ainsi que m les équations (13) permettent de calculer les coefficients de transfert dans chaque phase sans pour cela connaître les propriétés physiques à l'interface .

- Phénomènes accompagnant le transfert de matière .

Le transfert de matière s'accompagne nécessairement de ceux de la quantité de mouvement et de l'enthalpie liés à cette masse . Dans le cas simple où il n'y a pas de transfert de matière le flux de chaleur q_g cédé par un fluide (gaz à température t_g) est égal au flux de chaleur q_l reçu par l'autre (liquide à température t_l) ; ils s'expriment par les relations (pour une surface unitaire):

$$q_g = h_g (t_g - t_i) \quad (14a)$$

$$q_l = h_l (t_l - t_i) \quad (14b)$$

dans lesquelles t_i est la température interfaciale . Les flux de chaleur q_g et q_l traversent les films laminaires dont les coefficients de film sont h_g et h_l .

S'il y a transfert simultané de matière , il faut compter avec les chaleurs de vaporisation , de dissolution ou de réaction et aussi avec la chaleur sensible des molécules transférées . Cette dernière est faible et l'on en tient compte en définissant autrement le coefficient de film : si N_A molécule de A (de chaleur spécifique moléculaire C_{pA}) passent dans une phase à température moyenne on écrira :

$$q = h (t - t_i) + N_A C_{pA} (t - t_i) = h' (t - t_i) \quad (15)$$

h est aussi la limite de h' lorsque N_A tend vers zéro et la théorie du film permet le calcul du terme θ_H pour le transfert de chaleur suivant l'équation (voir annexe I) ,

$$\theta_H = \frac{h'}{h} = \frac{\ln(1+R_H)}{R_H} \quad (16)$$

dans laquelle le rapport $R_H = N_A C_{pA} / h$ de diffusion de la chaleur , est analogue au rapport R_D pour le transfert de matière . Suivant l'importance du transfert de masse le terme θ_H est considéré comme égal à l'unité ou au contraire conviendra-t-il de calculer sa valeur exacte .

L'analogie des transferts de chaleur et de matière a amené quelques auteurs dont CHILTON et COLBURN (2) à rechercher des relations quantitatives entre les vitesses des deux phénomènes . Elles font intervenir les coefficients de transfert dans des nombres sans dimension et aussi les nombres de REYNOLDS , PRANDTL et SCHMIDT caractéristiques des propriétés physiques des fluides ; mais ces relations ne sont vraiment satisfaisantes que dans le cas des faibles transferts de matière (3) .

- But de la présente étude .

En se rapportant à l'équation (13a) on voit que si k_1 est très supérieur à k_g , K_g devient pratiquement égal à k_g ; de même d'après (13b) si k_g est supérieur à k_1 , $1/mk_g$ est négligeable et K_1 pratiquement égal à k_1 . Dans le premier cas on peut dire que la résistance au transfert ($1/K_g$) est concentrée dans la phase gazeuse et dans le deuxième cas ($1/K_1$) est concentrée dans la phase liquide .

Dans le premier cas il s'agit d'un gaz soluble , la pente m est faible ce qui réduit encore le terme m/k_1 . Dans le deuxième cas le gaz est peu soluble , la pente m forte et le terme $1/mk_g$ est encore réduit . On dit que dans le premier cas le film gazeux contrôle le transfert tandis que c'est le film liquide dans le deuxième cas .

Quand on absorbe un gaz pur , la résistance est nécessairement concentrée dans la phase liquide donc $K_1 = k_1$; quand on vaporise un liquide pur la résistance du transfert est uniquement concentrée dans la phase gazeuse et $K_g = k_g$. La mesure des coefficients k_1 et k_g peut donc s'effectuer en deux fois : par absorption de la vapeur pure dans le solvant choisi , et par vaporisation du liquide pur dans un gaz lequel diluera la vapeur.

- La deuxième opération est facile à réaliser pratiquement dans un appareil assez simple , la colonne de vaporisation à film liquide avec laquelle on se propose de déterminer les coefficients de transfert de matière k_g dans la phase gazeuse pour divers systèmes liquide-air ayant des propriétés physiques aussi différentes que possible . La connaissance du coefficient k_g permettra de déterminer ultérieurement le coefficient k_1 en étudiant l'absorption ou la désorption gazeuse dans divers solvants , à partir du coefficient global K_g .

La mesure de la quantité de liquide vaporisé est faite par chromatographie gazeuse ou par une méthode simplifiée dérivée , utilisant un détecteur à ionisation de flamme ; elle renseigne sur la composition gazeuse

presque instantanément et permet de réduire la durée des expériences . La résolution par calcul numérique sur ordinateur des équations de transfert grâce à un programme général ne faisant appel à aucune hypothèse de départ , donne des résultats satisfaisants et comparables à ceux obtenus par les méthodes existantes .

- La méthode de résolution des moindres carrés permet d'établir les corrélations optimales explicitant au mieux les divers résultats expérimentaux .

C H A P I T R E I

APPAREILLAGE ET MODE OPERATOIRE

La colonne de vaporisation à film liquide qui a été montée est d'utilisation simple et s'adapte à la mesure des coefficients de transfert de matière pour des liquides organiques même corrosifs, ceux-ci n'étant en contact qu'avec des éléments en verre, téflon ou acier inoxydable. Une méthode de mesure de concentration en continu, très sensible, utilisant un détecteur chromatographique en phase gazeuse permet de déterminer la quantité de liquide vaporisé même lorsqu'il s'agit d'un liquide peu volatil. Les dimensions de l'appareillage et les propriétés physiques des fluides utilisés imposent certaines conditions expérimentales.

I 1) - Conditions expérimentales.

On a préconisé ⁽⁴⁾, pour l'étude des transferts de matière, l'emploi de colonnes à film liquide de courte longueur - elle est en général égale à la zone d'entrée du liquide, exempte de rides et en écoulement laminaire - afin d'éliminer, surtout en absorption, l'influence d'un mixage important, sous-jacent aux rides apparaissant dans les colonnes plus longues. Seule la variation d'aire ΔS de l'interface due aux rides, peut influencer sur le transfert dans le cas de la vaporisation, et il semble que cette influence soit encore moindre que celle prédite par PORTALSKI ⁽⁵⁾. La variation de l'aire interfaciale ne serait pas supérieure à 2 % et il est donc inutile d'utiliser des agents tensio-actifs qui bien que supprimant les rides ne font qu'augmenter l'incertitude sur les coefficients de transfert à cause de la résistance supplémentaire qu'ils introduisent. Il y a donc avantage à utiliser une colonne longue afin d'éviter les erreurs de bouts car la quantité vaporisée dans le même temps est plus importante et la précision sera meilleure; de plus la durée de contact entre gaz et liquide étant plus longue, l'équilibre de transfert sera plus vite atteint et l'expérience moins longue encore.

Le fluide gazeux vaporisant les liquides étudiés est l'air fourni par un compresseur. Dans presque toutes les expériences l'air est chauffé tandis que liquide est refroidi avant d'entrer dans la colonne; de cette façon les gradients de température de liquide-gaz sont appréciables ainsi que la vitesse

de vaporisation .

Les liquides utilisés étaient des liquides organiques au nombre de huit . Leur volatilité et leur viscosité varient dans des limites assez larges comme l'indiquent leurs propriétés physiques ci-dessous .

La gamme des débits d'air et de liquide utilisée était imposée par deux phénomènes qu'il fallait absolument éviter pour obtenir des mesures correctes : - 1) la saturation de l'air en vapeur du liquide à la sortie de la colonne car dans ce cas les mesures deviennent très imprécises à cause de la faiblesse du gradient de pression . - 2) l'engorgement de la colonne ; ce dernier se produit en effet pour des débits de liquide et d'air tels que le liquide n'arrive plus à s'écouler vers le bas ; en outre ce phénomène est précédé par un entraînement de gouttelettes arrachées à la surface du liquide .

Pour ces raisons on a ajusté différemment suivant les cas les températures et les débits des fluides ; la gamme des débits d'air était entre 145 mole/hr et 760 mole/hr où 4,2 k_g/hr et 22 k_g/hr (correspondant à des nombres de REYNOLDS Re_g de 20000 et 12000) , tandis que celle des débits de liquide allait de 8 k_g/hr à 73 k_g/hr (correspondant à des nombres de REYNOLDS Re_l de 20 et 1200 , c'est-à-dire un régime d'écoulement laminaire) .

1 2) - Caractéristiques des fluides .

Tous les liquides utilisés , qui étaient de qualité technique , ont été auparavant distillés dans une colonne à plateau afin de ne conserver que les fractions passant à température bien fixe .

Pressions de vapeur en mm de mercure					
	10	20	40	60	100
Températures en ° C					
Benzène	- 11,5	- 2,6	7,6	15,4	26,1
Méthanol	- 16,2	- 6,0	5,0	12,1	21,1
Heptane	- 2,1	9,5	22,3	30,6	41,8
Butanol	30,2	41,5	53,4	60,3	70,1
Chlorobenzène	22,2	35,3	49,7	58,3	70,7
Acétate de n butyle	22,0	34,0	45,0		
Trichloréthylène	- 12,4	- 1,0	11,9	20,0	31,4
Tétrachlorure de carbone	- 19,6	- 8,2	4,3	12,3	23,0

- Tableau I 1 : Pressions de vapeur en f (t°C)

Le tableau (I 1) donne les pressions de vapeur en fonction de la température pour les divers liquides .

Ces valeurs sont tirées des ouvrages suivants: HOUGEN et WATSON (6) - Int , Critical , Tables (7) - LANGE (8) - READ et SHERWOOD (9) - PERRY (10) - Handboock of Chemistry (11) - IEC - AICHE Journal .

Le tableau (I 2) résume les données physiques nécessaires pour la résolution des systèmes d'équations à intégrer ainsi que pour le calcul des nombres sans dimension . Dans l'expression de certaines constantes physiques l'exposant porté en haut et à droite de la valeur indique la température , en degrés centigrades à laquelle est mesurée la constante . Les valeurs de ρ_1 , D , c_{pl} , c_{pv} , λ , sont également tirées des ouvrages cités précédemment .

Certaines données physiques telles que le coefficient de diffusion D , la capacité calorifique de la vapeur du liquide , c_{pv} n'ont pu être trouvées dans la littérature . Elles ont été alors déterminées par le calcul . L'équation proposée par HIRSCHFELDER , BIRD , SPOTZ (12) , dans la théorie cinétique des gaz a été utilisée pour le calcul de D .

D étant proportionnel à $T^{3/2}P$, on pourra calculer pour chaque expérience (soit à la température moyenne de l'air et à la pression totale P) la valeur adéquate du coefficient de diffusion . La méthode de DOBRATZ (13) permet avec une précision de l'ordre de 5 % le calcul de c_{pv} . Les valeurs de D et c_{pv} calculées par les méthodes précédentes présentent un astérisque dans le tableau (I 2) .

Enfin les viscosités μ_1 et les tensions superficielles σ du liquide ont été mesurées expérimentalement à l'aide d'un viscosimètre thermo-régulé et d'un tensiomètre "DOGNON ABRIBAT" qui opère par arrachement d'une lame de platine . Les résultats des mesures pour chaque liquide sont rassemblés sur les courbes μ_1 et $\sigma = f(t_1)$ qui permettent , en s'y rapportant , de connaître les propriétés physiques des liquides aux diverses conditions de température (fig. 3,4) .

	D cm ² /s	ρ_L g/cm ³	μ_L cPo à 20°C	$Sc = \frac{\mu_g}{\rho_L D}$	$Pr = \frac{cp \mu}{k}$ air	cp_L kcal/kg°C	cp_V kcal/kg°C	λ kcal/kg	σ dyne/cm
Benzène	0,077*	0,879 ²⁰	0,652	1,71	0,71	0,408 ²⁰	0,25	105,0 ¹⁵	28,55 ²⁰
Méthanol	0,132° ¹ atm	0,791 ²⁰	0,597	1,00	"	0,601	0,31	277,4 ¹⁵	22,66 ²⁶
Heptane	0,061° ¹ atm	0,684 ²⁰	0,409	2,24	"	0,490 ²⁰	0,38	90,6 ¹⁵	20,31 ²⁰
Butanol	0,070° ¹ atm	0,809 ²⁰	2,948	1,95	"	0,563	0,32	167,6	24,60 ²⁰
Chlorobenzène	0,075 ³⁰ ¹ atm	1,106 ²⁰	0,799	2,14	"	0,308	0,22	90,2 ²⁰	32,97 ²⁴
Acétate de n Butyle	0,058° ¹ atm	0,882 ²⁰	0,732	2,35	"	0,458	0,28*	87,7 ²⁰	24,33 ²⁴
Trichloréthylène	0,067° ¹ atm	1,462 ²⁰	0,570	2,05	"	0,223	0,15	64,3 ¹²	28,63 ²²
Tétrachlorure de carbone	0,062° ¹ atm	1,594 ²⁰	0,969	2,20	"	0,201	0,13*	52,1 ⁰	26,05 ²⁰

Tableau I 2 . - Propriétés physiques des liquides organiques



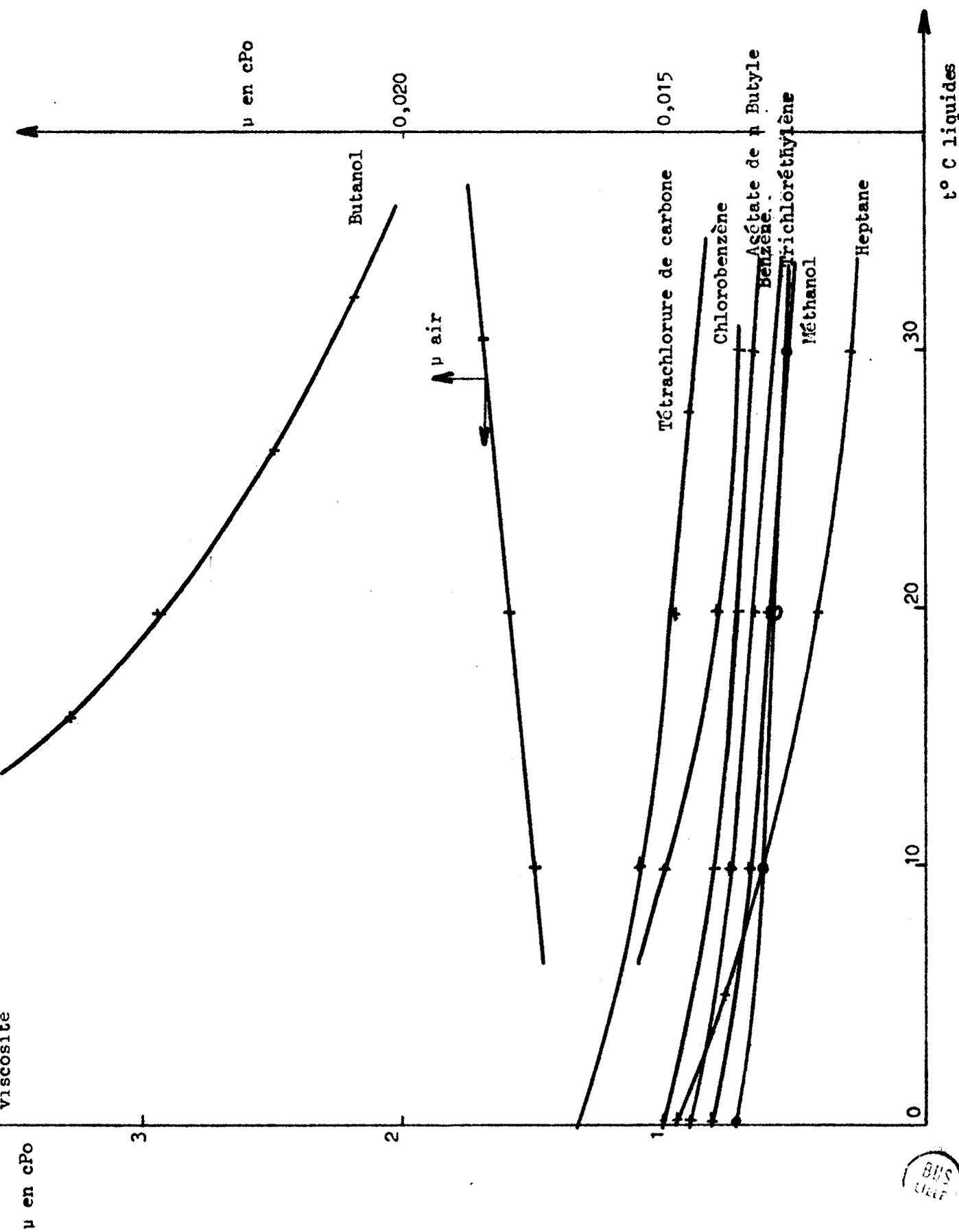


Figure 3



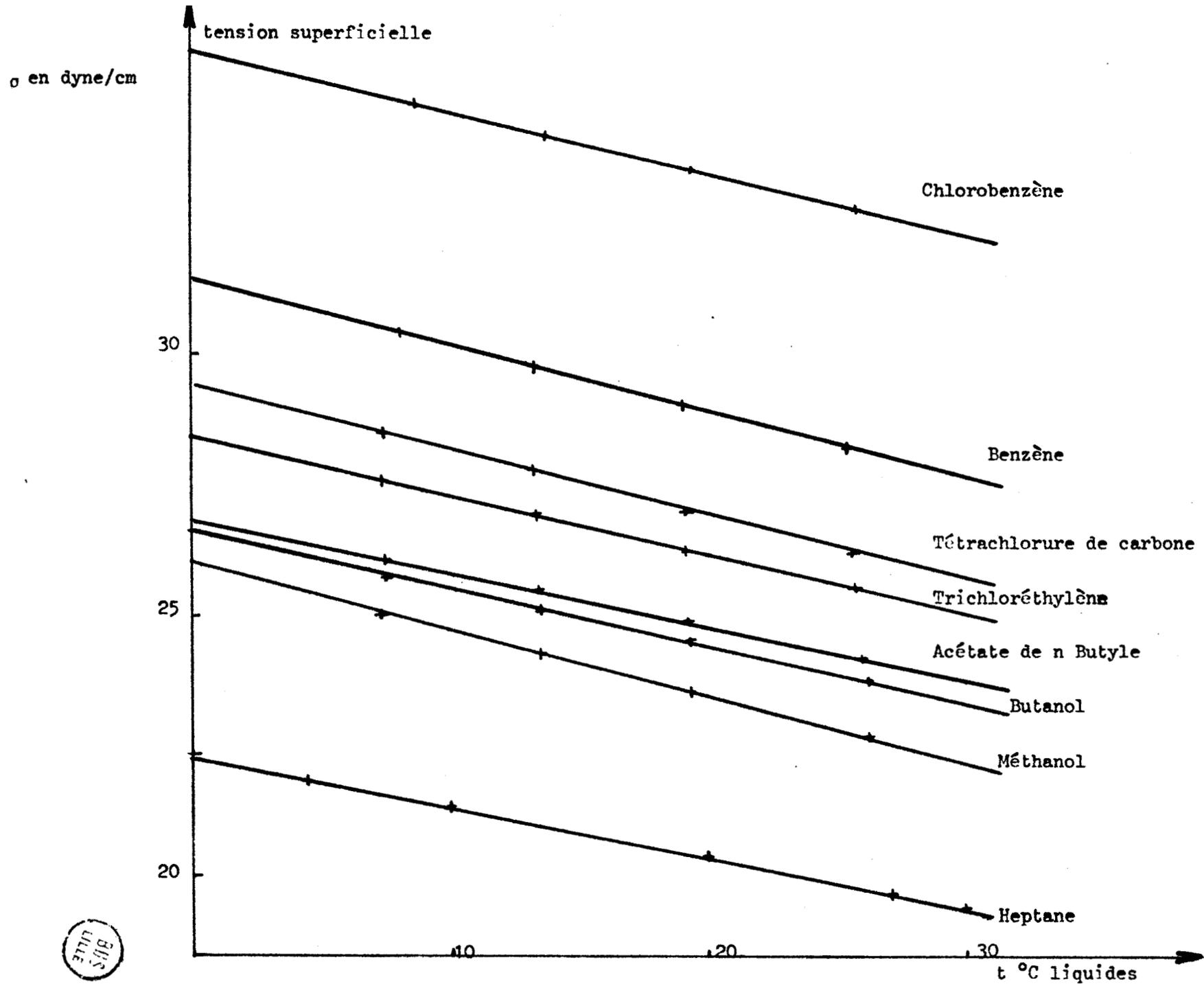


Figure 4

La colonne utilisée était en verre pyrex (M) de 1,26 m de hauteur utile et de diamètre moyen intérieur de 3,84 cm (fig. 5) . L'extrémité supérieure de ce tube avait été soigneusement usinée de manière à présenter un chanfrein aussi fin que possible et dont le plan fût bien perpendiculaire à l'axe du tube . Dans ces conditions le déversement du liquide se fait uniformément sur tout le pourtour de la circonférence .

Un soin particulier fut apporté à la mise en place de la colonne car une légère déviation de son axe par rapport à la verticale donne une répartition irrégulière de l'épaisseur du liquide sur la surface intérieure .

A chaque extrémité de la colonne et dans le prolongement de celle-ci sont placées les zones calmantes (L , N) entrante et sortante de longueurs respectives 1 m et 0,75 m ; ce sont des tubes cylindriques en acier inoxydable qui servent à minimiser les effets de turbulence dans l'air , leur diamètre intérieur est identique à celui de la colonne .

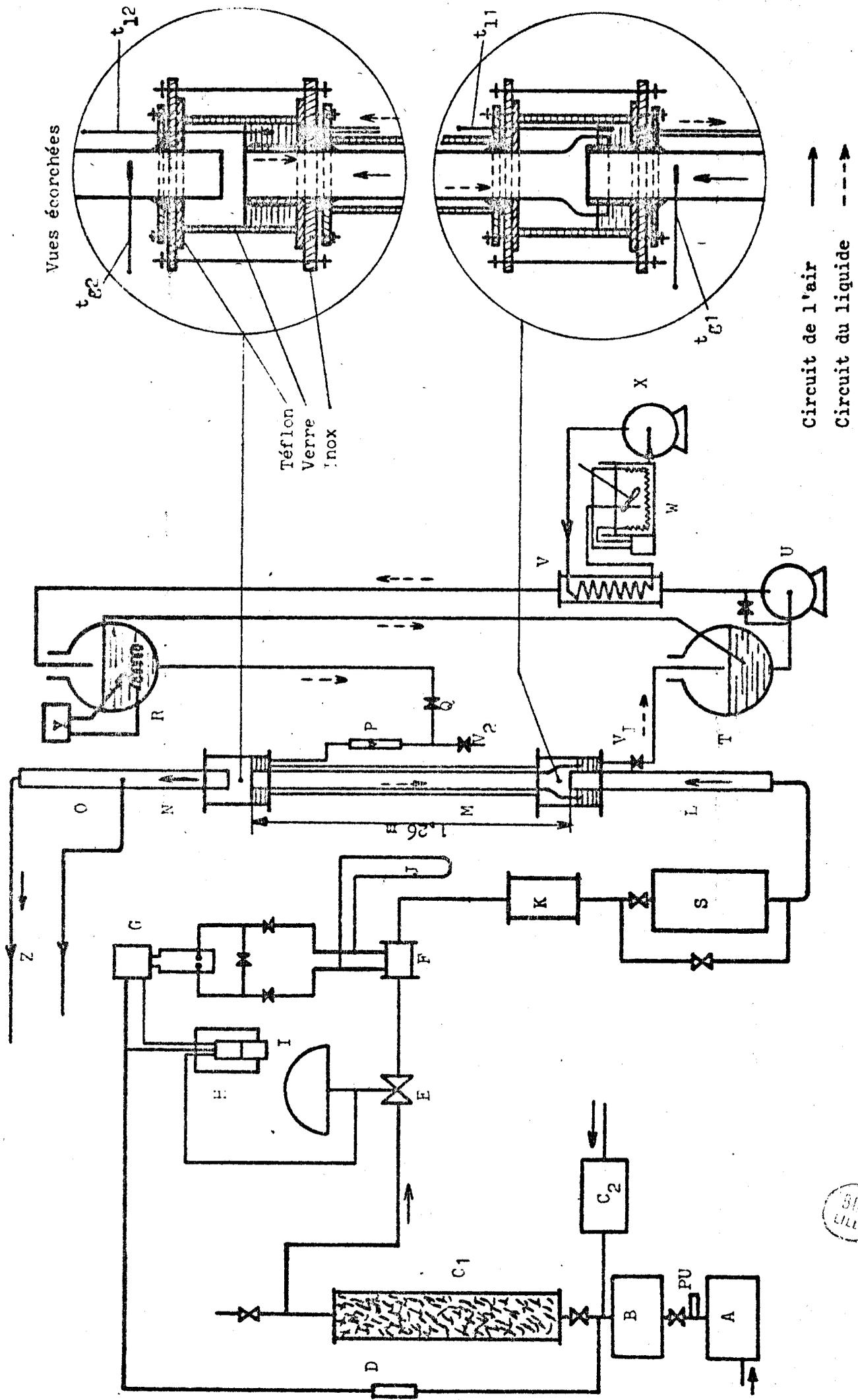
Afin de réduire au maximum les pertes de chaleur entre l'entrée et la sortie de la colonne celle-ci a été chemisée par un tube de verre pyrex de 5 mm d'épaisseur . L'isolation consiste donc en une épaisseur d'air d'environ 10 mm comprise entre deux épaisseurs de verre .

Les réceptacles d'entrée et de sortie du liquide (voir vues écorchées à la fig. 5) étaient constitués chacun par un cylindre creux de verre épais et de deux flasques en acier inoxydable à travers lesquelles pouvaient coulisser à l'aide de joints de téflon , la colonne de vaporisation et les sections calmantes . Des semelles de téflon permettaient d'éviter tout contact liquide-métal afin d'éviter les pertes de chaleur par conductibilité . Enfin les zones calmantes et les conduites d'amenée et de sortie du liquide et de l'air étaient isolées au moyen d'un épais cordon d'amiante .

- Alimentation en fluides .

Le liquide s'écoulant dans la colonne venait d'un ballon en verre de 5 litres à niveau constant (R) et alimenté en permanence par une pompe de circulation centrifuge en acier inoxydable (U) placée au dessous d'un autre ballon identique ; celui-ci recevait le liquide après son passage dans la colonne (T) ou le trop plein du ballon alimenteur . Il y a donc circulation en circuit fermé du liquide étudié .

Un compresseur pouvant fournir 5 bars de pression (A) alimente la colonne en air . Afin d'éliminer autant que possible l'humidité un sécheur déshuileur (B) était placé dans le circuit ; par compression puis réfrigération il condensait la vapeur d'eau contenue dans l'air . Une colonne desséchante remplie de silicagel (C₁) située en aval (la coloration variable du silicagel



Légende de la Figure N° 5

A Compresseur	O Prise d'échantillon
B Sécheur déshuileur	P Rotamètre
C 1 Colonne desséchante (silicagel)	PU Purgeur
C 2 Chauffeur régénérateur de la colonne C 1	Q Vanne de précision
D Filtre détenteur	R Ballon à niveau constant
E Vanne pneumatique	S Groupe réfrigérant
F Diaphragme	T Ballon receveur
G Transmetteur de pression différentielle	U Pompe circulation
H Régulateur pneumatique	V Echangeur à glycol
I Poste régulation	V 1 Vanne
J Manomètre	V 2 Vanne
K Résistances chauffantes	W Groupe réfrigérant glycol
L Zone calmante	X Pompe circulation
M Colonne à film liquide chemisée	Y Régulation chauffage
N Zone calmante	Z Evacuation



permettait de fixer le moment où il convenait de le régénérer au moyen d'air chaud envoyé par un chauffeur C_2) achevait d'éliminer les traces d'eau . Cet appareillage permettait d'obtenir un air dont l'humidité absolue était de l'ordre de $0,001 \frac{k}{g} / \frac{k}{g}$.

- Régulation et mesure des débits .

Une vanne à aiguille réglable (Q) placée sous le ballon d'alimentation permettait d'afficher un débit déterminé lu sur un rotamètre (P) préalablement étalonné pour chaque liquide et placé entre le ballon précédent et le déversoir .

Un système de régulation pneumatique dit "isodyne" alimenté par de l'air sec sous 1,4 bar de pression et comportant une vanne pneumatique (E) , un transmetteur de pression différentielle (G) un régulateur pneumatique (H) , et un poste de régulation (I) pouvant être commandé manuellement et automatiquement , assurait la constance du débit d'air . En aval de cet ensemble un diaphragme normalisé branché sur un rotamètre à eau (J) servait à mesurer le débit d'air donné par l'expression suivant la norme AFNOR - X 10 - 101 (Septembre 1949) :

$$G = 0,547 \epsilon \sqrt{\Delta p \frac{P}{T}} \quad (I 1)$$

G débit d'air en g/s

ϵ correction donnée par des abaques

Δp dénivellation lue sur le manomètre en cm d'eau

P pression totale en mm Hg

T température en amont du diaphragme °K

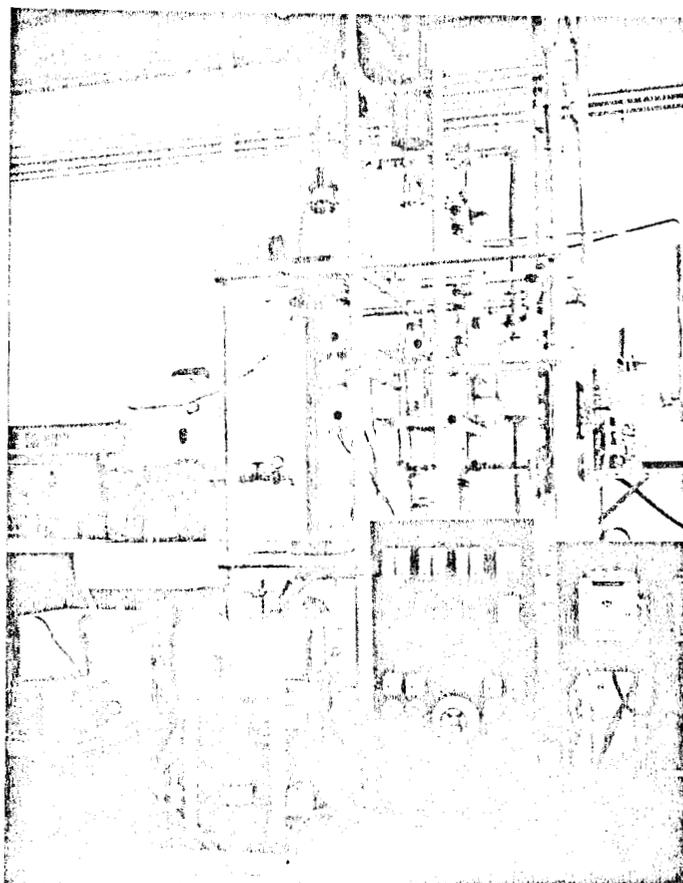
Pour les faibles débits d'air un compteur à gaz nous a permis de vérifier l'expression (I 1) .

Un dispositif de chauffage à résistances électriques (K) placé dans le courant d'air apportait les calories nécessaires tandis que les frigories provenaient du groupe de refroidissement d'air (S) , branché ou non au circuit . On pouvait ainsi avoir un débit permanent d'air chaud ou froid selon les besoins .

Un système de chauffage régulation (Y) comportant une canne en silice plongée dans le liquide du ballon alimenteur , un thermomètre à contact de mercure et un relais électrique permettait de chauffer le liquide et de le maintenir à la température voulue . Un serpentin (V) intercalé entre les deux ballons et parcouru par du glycol froid servait au contraire à refroidir le liquide .

L'ensemble de l'appareillage , assez encombrant , était supporté

par un bâti tubulaire tenu rigidement entre le sol et le plafond à l'aide de vérins . La vue générale de l'appareillage est donnée par la photographie ci-contre .



L'écoulement du film liquide était perturbé par les pompes en fonctionnement , génératrices de vibrations parasites . Afin de supprimer leur influence ces pompes ont été désolidarisées du bâti et les raccordements avec les canalisations de verre se faisaient au moyen de tuyaux souples en téflon.

Les relevés des températures des fluides étaient effectués au moyen de thermomètres de précision (graduation $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$, lecture à $0,05\text{ }^{\circ}\text{C}$ près) placés dans les réceptacles d'entrée et de sortie pour le liquide et à proximité des zones calmantes pour l'air (voir fig.5) . Dans ce dernier cas les corrections dues aux rayonnements étaient inutiles , car les bulbes de mercure des thermomètres étaient entourés par les masses métalliques des "zones calmantes"; de plus l'air circulait en régime turbulent . Afin d'éviter une lecture fautive due au mouillage des thermomètres par l'entraînement possible de gouttelettes aux grands débits d'air , ceux-ci étaient protégés par de petits écrans métalliques .

I 4) - Analyse gazeuse .

Après avoir mesuré les températures et les débits , il convenait de déterminer la quantité de liquide vaporisé . Dans ce but on prélevait un échantillon représentatif du mélange air et vapeur du liquide à la sortie de la colonne (Fig. 5 en O) et déterminait sa composition par chromatographie quantitative en phase gazeuse , ce qui donnait la quantité du liquide vaporisé par unité de temps quand le régime permanent était atteint .

Cette méthode rapide et reproductible est d'intérêt plus général que les mesures de vaporisation utilisées précédemment ^{(14) (15) (16)} , et qui consistaient à observer la baisse de niveau du liquide dans une burette graduée faisant partie du circuit parcouru par le liquide .

Si l'on prend le cas du tétrachlorure de carbone en supposant qu'il en circule un volume de 10 litres dans l'appareil , il est difficile de concevoir que le liquide garde une température fixe même si le circuit est calorifugé , car il est réchauffé par la pompe et il se refroidit dans la colonne de vaporisation . Si la température varie seulement de 0,25 °C aux environs de 20°C par exemple , il s'en suit une variation de volume de :

$$V_{20,25^{\circ}\text{C}} - V_{20^{\circ}\text{C}} = 3,22 \text{ cm}^3$$

Pour une précision de 1 pour cent il faudrait vaporiser cent fois plus de liquide soit 322 cm³ de tétrachlorure de carbone où une masse de 0,52 kg , ce qui dans de telles conditions nécessite des expériences de vaporisation d'une durée de plus d'une heure .

La chromatographie donne la composition du mélange gazeux à l'instant de la mesure et ne nécessite pas à précision égale des durées de vaporisation aussi longue : quinze à vingt minutes suffisent pour établir la stabilité des températures et noter les différentes mesures .

Mais dans le cas présent il est intéressant de tirer profit du fait que , dans la vaporisation d'un liquide pur dans l'air , le mélange gazeux à analyser ne contient qu'un seul constituant autre que l'air . C'est la raison pour laquelle on a également employé une méthode d'analyse en phase gazeuse simplifiée . On utilisait bien un chromatographe classique GIRDEL , à ionisation de flamme mais la colonne de rétention était court-circuitée ; l'échantillon gazeux aspiré et envoyé directement dans l'ionisateur de flamme donnait une réponse instantanée sur l'enregistreur sous forme d'une hauteur de palier proportionnelle à la concentration en vapeur ; de plus l'aspiration de l'échantillon étant continue ; cette méthode "directe" permet de suivre l'évolution de la concentration dans le temps et d'apprécier le moment où

l'équilibre de transfert est atteint c'est-à-dire quand la hauteur du palier sur l'enregistreur reste constante .

Les tracés relevés sur l'enregistreur se présentaient sous la forme suivante :

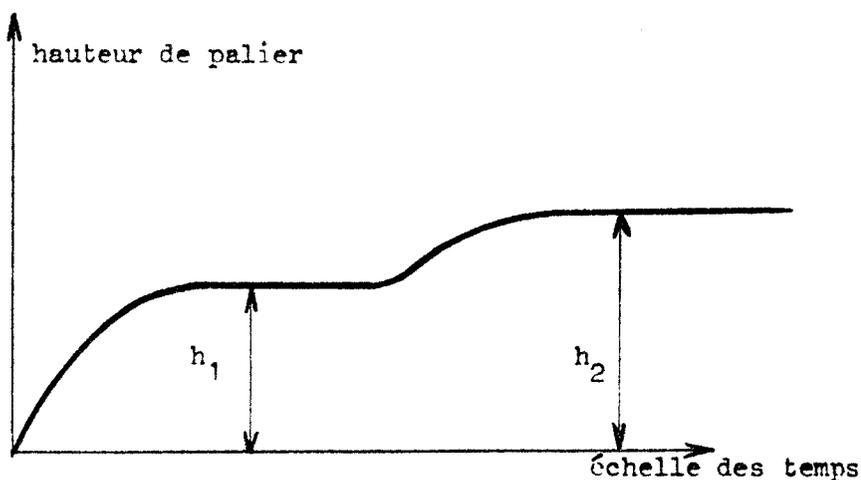


Figure 6

A l'équilibre de transfert , les hauteurs de palier h_1 et h_2 etc ... sont proportionnelles aux concentrations C_1 et C_2 des vapeurs de liquide dans l'air .

La fig. 7 donne le principe de fonctionnement de l'analyseur : la flamme de l'ionisateur était alimentée par le mélange air + hydrogène , tandis que le gaz vecteur est l'air prélevé en même temps que la vapeur . Un restricteur permet de régler l'alimentation en gaz . Cette méthode de mesure s'est révélée très satisfaisante et le signal de la réponse de l'ionisateur de flamme est très stable .

L'étalonnage était effectué en injectant dans l'analyseur un gaz de concentration connue (préparé comme indiqué ci-dessous), la réponse donnée permettait de tracer les courbes : concentration en vapeur = f (hauteur de palier) .

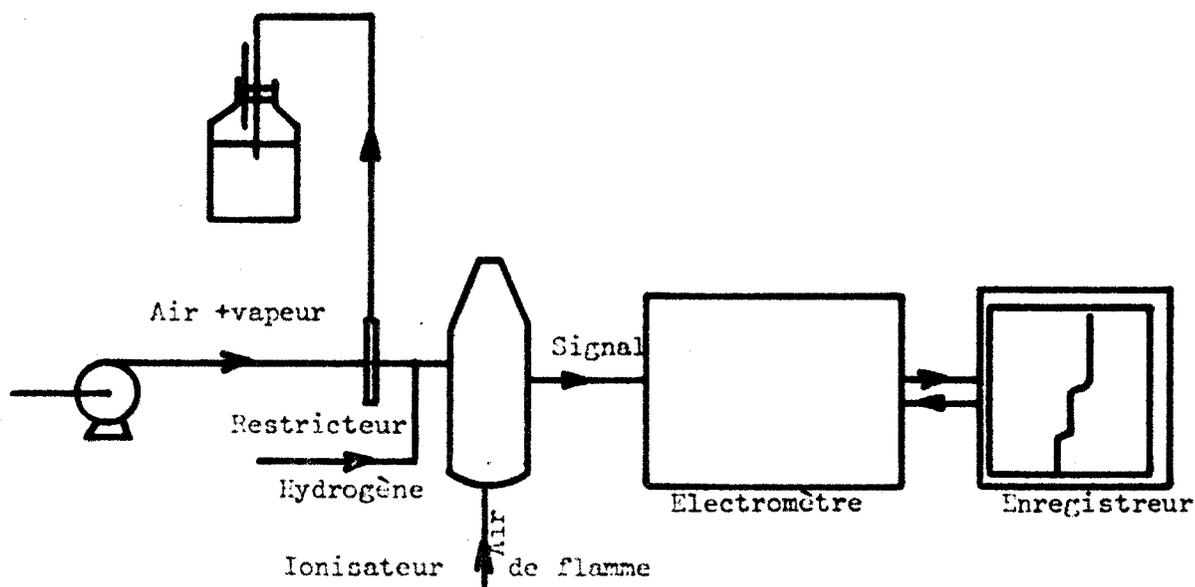


Figure 7

L'ensemble d'étalonnage schématisé dans la fig. 8 servait à établir de telles courbes . La même pompe d'aspiration que celle utilisée lors des mesures aspirait de l'air sec (à travers une colonne desséchante) barbotant dans le liquide chauffé à étudier ; cet air se chargeait de la vapeur du liquide puis passait dans un serpentin refroidi par du glycol . L'excès de vapeur entraînée se condensait au fond du serpentin et de l'air saturé sortait de celui-ci à une température t_s relevée bien connue . La pression partielle de la vapeur dans l'air saturé est en fait la pression de vapeur du liquide à cette température . La simple mesure de t_s permet donc de connaître la concentration en vapeur de l'air .

Il était indispensable , pour éviter la condensation dans les tuyaux de raccords (constitués de matériaux inattaquables : verre-inox) , de les chauffer sur toute leur longueur à l'aide de cordon chauffant et d'avoir partout la même section . Moyennant ces précautions la reproductibilité des mesures étaient assurée .

Le prélèvement du gaz à analyser se faisait vers le haut de la zone calmante supérieure de manière à prendre un gaz bien homogène .

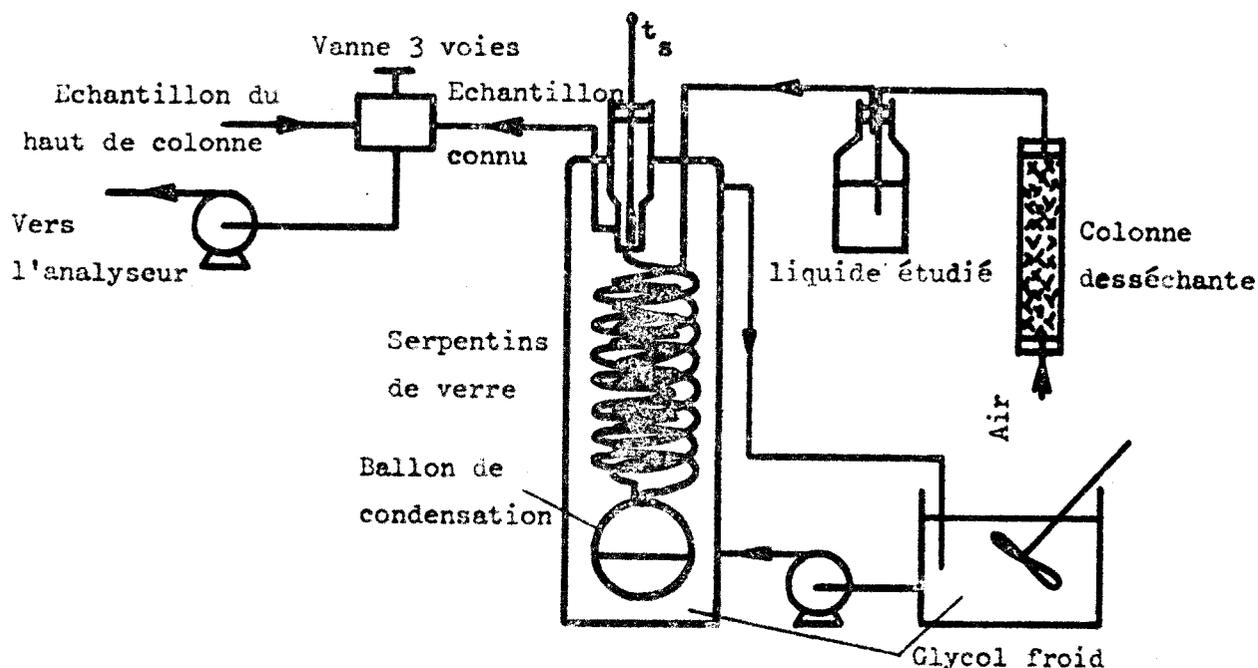


Figure 8

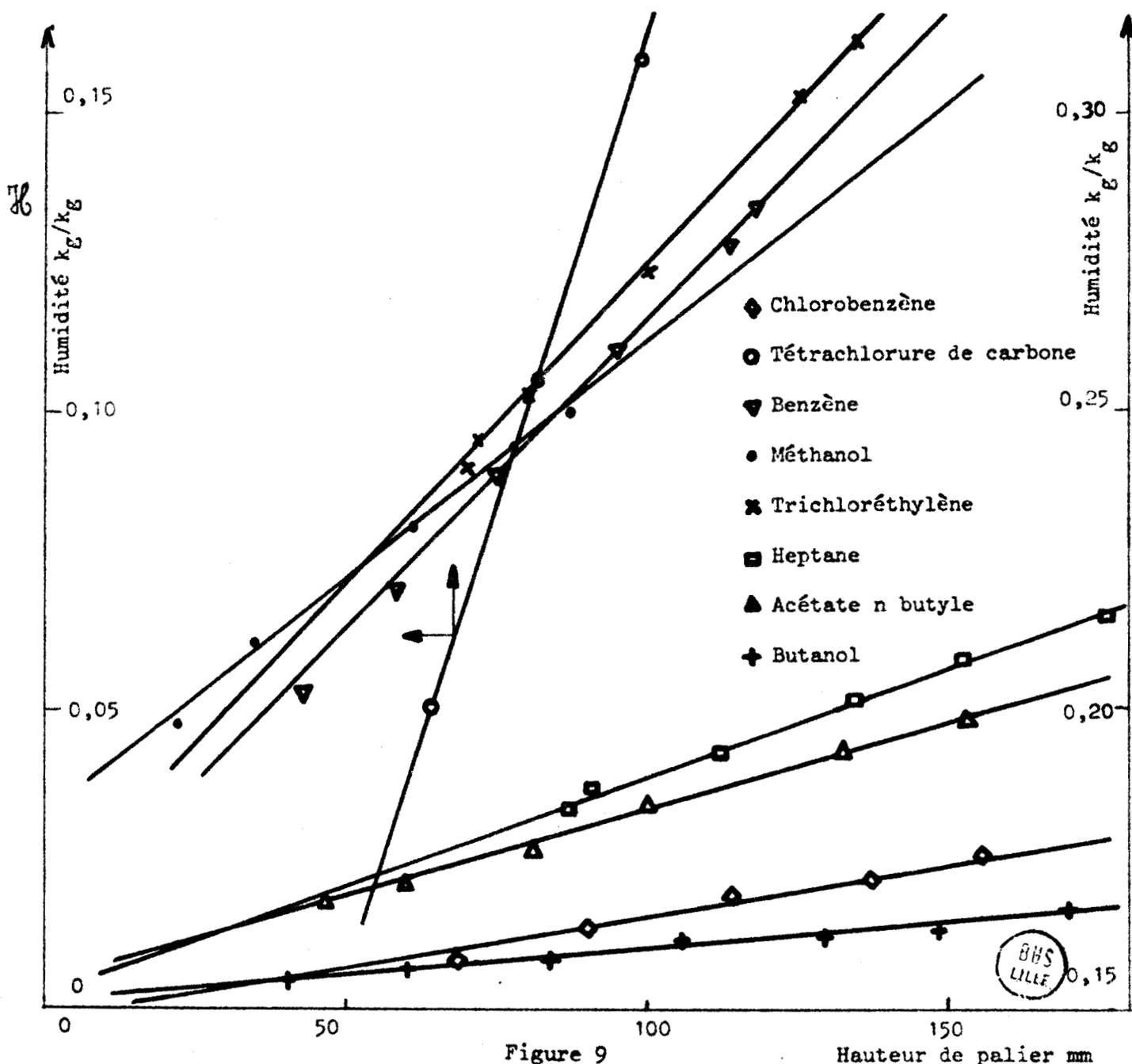
Un tuyau en acier inoxydable entouré d'une gaine chauffante conduisait le gaz aspiré vers l'analyseur . Grâce à un robinet d'acier inoxydable à trois voies l'analyseur recevait soit le gaz à analyser , soit le gaz de concentration connue , ce qui permettait d'utiliser la même pompe d'aspiration de gaz et de disposer d'une installation fixe ; en outre l'étalonnage pouvait se faire en cours de mesures , il était donc possible de vérifier à chaque instant les

courbes d'étalonnage donc de s'affranchir des déviations .

Il est commode quand on trace les courbes d'étalonnage de porter en ordonnée ce que par analogie avec un air humide , nous convenons d'appeler "l'humidité" \mathcal{H} , définie par le rapport de la masse de vapeur du liquide contenue dans un certain volume , à la masse d'air sec se trouvant dans le même volume . Si p_A est la pression partielle de la vapeur (soit la pression de vapeur du liquide à t_s) nous avons :

$$\mathcal{H} = \frac{p_A M_A}{(P-p_A)M_B} \quad (I.2)$$

Les courbes d'étalonnages donnant \mathcal{H} en fonction de la hauteur de palier sont reproduites à la fig. 9 .



Si cette méthode d'analyse est simple et rapide , elle n'est cependant plus applicable au cas d'un mélange de plusieurs gaz . Or notre étude n'était qu'un préliminaire devant être complété par des mesures relatives à la vaporisation de mélanges liquides et à l'absorption de mélanges gazeux . Il est indispensable alors de se placer dans les conditions habituelles de la chromatographie (c'est à dire d'envoyer le gaz sur une colonne de rétention avant le passage dans le détecteur) pour obtenir une séparation sous forme de pics distincts pour chaque composé . On pourra obtenir les concentrations des composés du mélange gazeux par la méthode classique de l'étalon interne .

Cette méthode a été exploitée pour les mélanges binaires air-vapeur de benzène , air-tétrachlorure de carbone , à l'aide d'un chromatographe PERKIN-ELMER F 11 à détecteur catharométrique ; le gaz vecteur était de l'hélium et l'injection du mélange gazeux se faisait par une vanne à gaz . Il était particulièrement commode dans ces conditions d'utiliser l'air comme étalon interne ; les courbes d'étalonnage donnant les concentrations (sous forme d'humidité \mathcal{H}) en vapeurs organiques en fonction du rapport des surfaces de pics sont reproduites à la figure 10 .

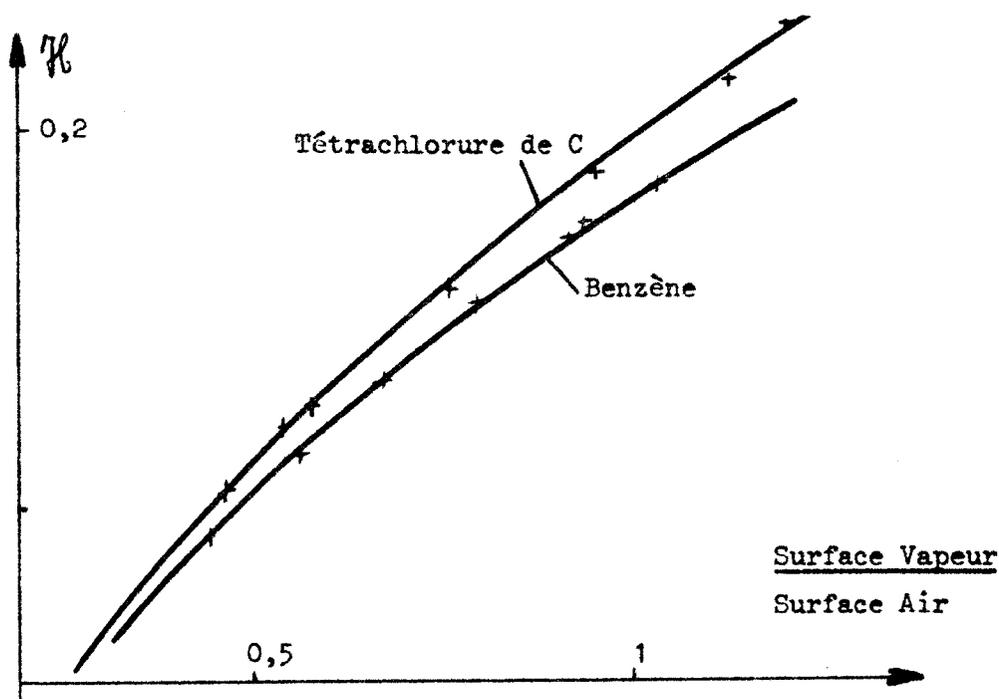


Figure 10

Cette méthode plus générale nécessite cependant un intégrateur numérique car son absence rend l'estimation des surfaces des pics assez pénible et imprécise .

- Conduite d'une expérience .

On fixe tout d'abord le débit gazeux voulu G à l'aide de la régulation automatique et on attend que la température de l'air se stabilise . Le liquide est ensuite mis en circulation à débit L constant ; les températures des deux fluides évoluent jusqu'à un équilibre défini par les conditions opératoires puis restent constantes au bout d'un intervalle de temps qui était environ trente minutes . On effectue ensuite les relevés des températures du liquide et de l'air et l'on détermine à l'aide de l'analyseur chromatographique , la concentration du mélange gazeux obtenu en sortie de colonne . On explore ainsi une gamme complète de débits d'air . Après une série de mesures quelques points de la courbe d'étalonnage sont vérifiés de manière à s'affranchir de toute déviation possible, la précision des dosages ainsi réalisés était de l'ordre de 4%.

C H A P I T R E II

VAPORISATION D'UN LIQUIDE N'OPPOSANT PAS DE RESISTANCE AU TRANSFERT DE CHALEUR

Dans les études relatives à la colonne de vaporisation⁽¹⁴⁾⁽¹⁶⁾ on considère que, par suite de son écoulement sous forme de film, la température du liquide est uniforme dans toute section droite. Ceci revient à admettre qu'il ne présente pas de résistance au transfert de chaleur, hypothèse justifiée, au moins en partie, par l'effet de mixage produit par les rides et qui explique aussi pourquoi la résistance du liquide au transfert de matière peut être considérée comme négligeable dans l'absorption gazeuse et la rectification⁽¹⁷⁾.

Il s'ensuit que le coefficient de transfert de chaleur utilisé est un coefficient global, il en est de même pour le transfert de matière puisqu'il s'agit ici d'une simple vaporisation et que le liquide a donc une composition fixe.

II 1) Calcul des coefficients de transfert.

II 11) Equations de base.

- Quand le transfert de masse est faible on utilise comme il a été dit plus haut, le coefficient de transfert k_g défini par la relation suivante et qui représente un bilan de matière dans un élément de colonne de hauteur dz (*):

$$\frac{Gdx}{M} = \frac{Gdp}{MP} = k_g (p_i - p) adz \quad (\text{II } 1)$$

Dans cette équation, a représente la surface de contact entre phases par unité de hauteur, x est la fraction molaire dans l'air du corps vaporisé, p et p_i sont les pressions partielles de la vapeur dans l'air au coeur du courant gazeux et à l'interface, M est la masse molaire du mélange gazeux. k_g est exprimé en : moles/temps x surface x pression, généralement en moles/hr x m² x atm; ce coefficient est relié aux coefficients k_x défini plus

(*) L'indice A relatif au liquide a été supprimé pour simplifier l'écriture.

haut par la relation $k_x = k_g P_{BM}$, où P_{BM} représente la moyenne logarithmique entre la pression de l'air dans le film gazeux et la masse du gaz. Dans l'équation (II 1) P_{BM} est incorporé au coefficient k_g parce qu'il varie peu dans les faibles transferts de masse. Dans le cas contraire on écrit l'équation connue de GILLILAND (14) :

$$\frac{Gdp}{MP} = k_g \frac{(p_i - p)}{P_{BM}} dz \quad (\text{II } 2a)$$

où k_g est exprimé en mole/hr.m². L'intégration de cette équation entre les extrémités (1) et (2) de la colonne de hauteur Z conduit à l'expression :

$$k_g = \frac{GP_{BM}}{aZPM} \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p_i - p} \quad (\text{II } 2b)$$

l'intégrale $\int \frac{dp}{p_i - p}$ représente le nombre "d'unité de transfert" NUT, correspondant à la colonne utilisée, tandis que le terme $\frac{G}{aM} \frac{P_{BM}}{P} / k_g$ représente la hauteur de l'unité de transfert HUT ; nous avons en effet :

$$Z = \text{NUT} \times \text{HUT}$$

Dans le cas présent p_i est connu puisqu'on suppose que la température de l'interface t_i est également celle du liquide t_1 ; p_i est donc la pression de vapeur du liquide à température t_1 et l'équation (II 2b) donne un coefficient global K_g .

L'intégrale NUT peut être calculée dans le cas où p_i reste constant ou varie linéairement avec la hauteur ; on obtient alors :

$$K_g = \frac{G}{aZM} \frac{P_{BM}}{P} \ln \frac{(p_i - p)_1}{(p_i - p)_2} \quad (\text{II } 3)$$

Si $(\Delta p)_{ml} = ((p_i - p)_1 - (p_i - p)_2) / \ln \frac{(p_i - p)_1}{(p_i - p)_2}$ représente la moyenne logarithmique entre les gradients de pression aux deux extrémités l'équation (II 3) s'écrit :

$$K_g = \frac{(\Delta p_1 - \Delta p_2) G P_{BM}}{aZ M P (\Delta p)_{ml}}$$

le terme $(\Delta p_1 - \Delta p_2) G / MP$ représente le débit molaire w de liquide vaporisé dans la colonne ; on obtient finalement :

$$K_g = \frac{w_{BM}}{aZ (\Delta p)_{ml}} \quad (\text{II } 4)$$

La mesure de w permet de calculer le coefficient K_g à partir de la moyenne logarithmique $(\Delta p)_{ml}$. Cependant l'emploi de la formule précédente est assujéti aux conditions citées plus haut pour résoudre l'intégrale NUT ; dans la majorité des cas, ces hypothèses n'étant pas vérifiées, K_g ne représentera qu'une approximation du coefficient k_g défini par l'équation (II 2b).

- L'équation du transfert de masse peut également s'écrire en utilisant, comme force de transfert, des gradients de fractions massiques ω (voir annexe I) ; suivant l'équation (II 1) on a pour un élément de colonne de hauteur dz :

$$dW = K_\omega \frac{\omega_i - \omega}{1 - \omega_i} adz \quad (\text{II } 5)$$

W représente le débit massique de liquide vaporisé, le coefficient K_ω ainsi défini est exprimé en $k_g/\text{hr.m}^2$.

Par analogie avec les calculs effectués en psychrométrie on a souvent l'habitude de prendre comme variable, non la fraction massique ω , mais l'humidité \mathcal{H} de l'air, c'est-à-dire le rapport de la masse de vapeur contenue dans un kilogramme d'air sec. On a les relations :

$$\mathcal{H} = \frac{\omega}{1 - \omega} \quad \omega = \frac{\mathcal{H}}{1 + \mathcal{H}} \quad (\text{II } 6)$$

En substituant ω dans l'équation (II 5), il vient l'équation de transfert de masse :

$$dW = G d\mathcal{H} = K'_g \frac{\mathcal{H}_i - \mathcal{H}}{1 + \mathcal{H}} adz \quad (\text{II } 7)$$

Le coefficient de transfert de masse K'_g ($k_g/\text{hr.m}^2$) ainsi défini est analogue aux coefficients de transferts utilisés dans les études psychrométriques⁽¹⁸⁾ (19). L'avantage d'introduire des forces de transfert définies à partir des fractions massiques et des humidités, est qu'elles peuvent varier dans de plus grandes proportions que lorsqu'on utilise les pressions partielles, et notamment pour les grands transferts de masse. Le terme $(1 + \mathcal{H})$ a dans de tels cas un poids important ; il est négligeable au contraire quand \mathcal{H} est faible l'équation (II 7) se réduit alors à :

$$G d\mathcal{H} = K'_g (\mathcal{H}_i - \mathcal{H}) adz \quad (\text{II } 8)$$

- Dans le même élément de hauteur dz , l'équation du transfert de chaleur s'écrit en introduisant le coefficient global de transfert de chaleur dans le film gazeux, H_g (kcal/hr x m^2 x $^{\circ}C$) :

$$Gc_{pg} dt_g + Gc_{pv} d\mathcal{H} dt_g = H_g a (t_1 - t_g) dz \quad (\text{II } 9)$$

Le premier membre de cette expression représente le débit de chaleur perdue par l'air plus l'humidité qu'il contient. c_{pg} et c_{pv} étant respectivement les chaleurs spécifiques de l'air et de la vapeur du liquide ; la quantité $c_{pg} + c_{pv} d\mathcal{H} = c_{pH}$ représente la capacité calorifique de l'air humide, où encore sa chaleur humide.

L'équation du bilan thermique (exact à 5%) pour le cas d'une expérience de vaporisation adiabatique (pertes de chaleur à l'extérieur nulles) permet d'écrire :

$$Lc_{pl} dt_1 = Gc_{pH} dt_g + G\lambda d\mathcal{H} \quad (\text{II } 10)$$

équation dans laquelle λ représente la chaleur de vaporisation massique du liquide à température t_1 . Nous obtenons en définitive le système (S 1) d'équations différentielles à résoudre pour calculer les coefficients de transfert K'_g et H_g .

$$\text{S}_1 \left\{ \begin{array}{l} G d\mathcal{H} = K'_g a \left(\frac{\mathcal{H}_i - \mathcal{H}}{1 + \mathcal{B}} \right) dz \\ Gc_{pH} dt_g = H_g a (t_1 - t_g) dz \\ Lc_{pl} dt_1 = Gc_{pH} dt_g + G\lambda d\mathcal{H} \end{array} \right.$$

Dans une colonne à garnissage le facteur a n'est pas connu, car la surface de contact dépend d'une manière complexe de la mouillabilité du liquide et des propriétés physiques des fluides en présence. C'est pourquoi l'on calcule et utilise les produits $K'_g a$, $K'_g a$, $H_g a$ plus commodes à déterminer ; dans le cas de la colonne à film liquide a est cependant assez bien connu et en principe égal à πd si l'on néglige l'épaisseur du film liquide et les modifications de l'aire interfaciale créée par les rides et les ondes de pesanteur.

II 12) Résolution par intégration numérique.

Dans le système différentiel (S 1) l'équation du bilan thermique

est en fait une équation implicite car elle donne t_1 si par exemple \mathcal{H} et t_g sont connus. On peut écrire cette équation entre une extrémité de la colonne, par exemple le bas de la colonne où les conditions expérimentales sont $(\mathcal{H}, t_g, t_1)_1$, et un point quelconque (\mathcal{H}, t_g, t_1) d'altitude z , soit :

$$t_1 = t_{11} + \frac{G}{Lc_{pl}} \lambda (\mathcal{H} - \mathcal{H}_i) + c_{pH} (t_g - t_{g1}) \quad (\text{II } 11)$$

L'équation (I 2) dans laquelle p_A sera la pression de vapeur du liquide vaporisé à température t_1 indique que \mathcal{H}_i l'humidité de saturation à l'interface, sera de même que t_1 fonction de t_g et \mathcal{H} . En conséquence le système (S 1) se réduit à un système de deux équations différentielles où les inconnues auxiliaires sont t_g et \mathcal{H} . En divisant membre à membre les deux premières équations de (S 1); on obtient l'équation différentielle de premier ordre dans laquelle la variable indépendante n'est plus z , mais \mathcal{H} :

$$\frac{dt_g}{d\mathcal{H}} = \frac{H_g a}{K'_{ac} c_{pH}} \frac{(t_1 - t_g)(1 + \mathcal{H})}{\mathcal{H}_i - \mathcal{H}} = \frac{R_g}{c_{pH}} \frac{(t_1 - t_g)(1 + \mathcal{H})}{\mathcal{H}_i - \mathcal{H}} \quad (\text{II } 12)$$

Le rapport $R_g = H_g a / K'_{ac}$ est constant pour une expérience donnée car H_g et K'_{ac} sont eux-mêmes constants; R_g n'est autre que le rapport psychrométrique caractéristique du couple liquide-air étudié.

Résoudre le système (S 1) revient donc à intégrer l'équation différentielle (II 12) afin de calculer les coefficients de transfert de chaleur et de masse ainsi que leur rapport R_g en respectant les contraintes suivantes : 1) - $(\mathcal{H}, t_g, t_1)_1$ et $(\mathcal{H}, t_g, t_1)_2$ conditions expérimentales aux deux extrémités 2) - équations implicites (II.11) et (I.2).

- L'intégration ne pouvant se faire que lorsque R_g est connu, on donne à celui-ci une première valeur approchée de départ; le calcul d'intégration entrepris à partir d'une extrémité donnera à l'autre extrémité des valeurs de (\mathcal{H}, t_g, t_1) qu'il conviendra de comparer aux valeurs expérimentales. S'il y a coïncidence la valeur R_g de départ est bonne, et cette solution est unique car il n'existe, pour une expérience donnée, qu'une seule valeur possible pour les coefficients H_g et K'_{ac} . Dans le cas contraire les comparaisons des valeurs calculées et expérimentales déterminent des corrections sur la valeur R_g de départ; le calcul est alors relancé jusqu'à coïncidence satisfaisante des températures. On détermine ainsi la valeur optimale de R_g .

- L'équation différentielle (II 12) du type $dt_g/d\mathcal{H} = f(\mathcal{H}, t_g)$

est intégrée numériquement par la méthode de RUNGE-KUTTA . Cette méthode calcule successivement les t_{gj} correspondant à des \mathcal{H}_j également espacés par un increment $\Delta \mathcal{H} = (\mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_1) / M$ si la colonne est divisée en M parties , la solution est donnée par les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{gj+1} = t_{gj} + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ k_1 = \Delta \mathcal{H} f(\mathcal{H}_j, t_{gj}) \\ k_2 = \Delta \mathcal{H} f(\mathcal{H}_j + \frac{\Delta \mathcal{H}}{2}, t_{gj} + \frac{k_1}{2}) \\ k_3 = \Delta \mathcal{H} f(\mathcal{H}_j + \frac{\Delta \mathcal{H}}{2}, t_{gj} + \frac{k_2}{2}) \\ k_4 = \Delta \mathcal{H} f(\mathcal{H}_j + \Delta \mathcal{H}, t_{gj} + k_3) \end{array} \right.$$

A chaque pas j , les valeurs calculées t_{gj} et \mathcal{H}_j sont injectées dans l'équation (II 11) de manière à calculer t_1 ; puis la valeur \mathcal{H}_{ij} correspondante . La distribution des températures et des humidités étant connue , les coefficients de transfert de masse et de chaleur seront donnés en résolvant par la méthode de SIMPSON les intégrales :

$$K'_g a = \frac{G}{Z} \int_{\mathcal{H}_1}^{\mathcal{H}_2} \frac{d\mathcal{H}(1+\mathcal{H})}{\mathcal{H}_i - \mathcal{H}} \quad (\text{II } 13)$$

$$H_g a = \frac{Gc_{pH}}{Z} \int_{t_{g1}}^{t_{g2}} \frac{dt_g}{t_1 - t_g}$$

Compte tenu de la relation (I.2) entre \mathcal{H} et p , le coefficient $K_g a$ est donné par l'intégrale :

$$K_g a = \frac{G}{Z} \left(\frac{PM_A}{M_B} \right)^2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{(p_i - p)(P - p)^3} \quad (\text{II } 14)$$

On vérifie notamment que le rapport $H_g a / K'_g a$ est bien égal à R_g trouvé par optimisation .

Les programmes de calcul furent mis au point pour être utilisés successivement sur les ordinateurs M 40 et CII 10070 du laboratoire de calcul de l'Université des Sciences et Techniques de LILLE .

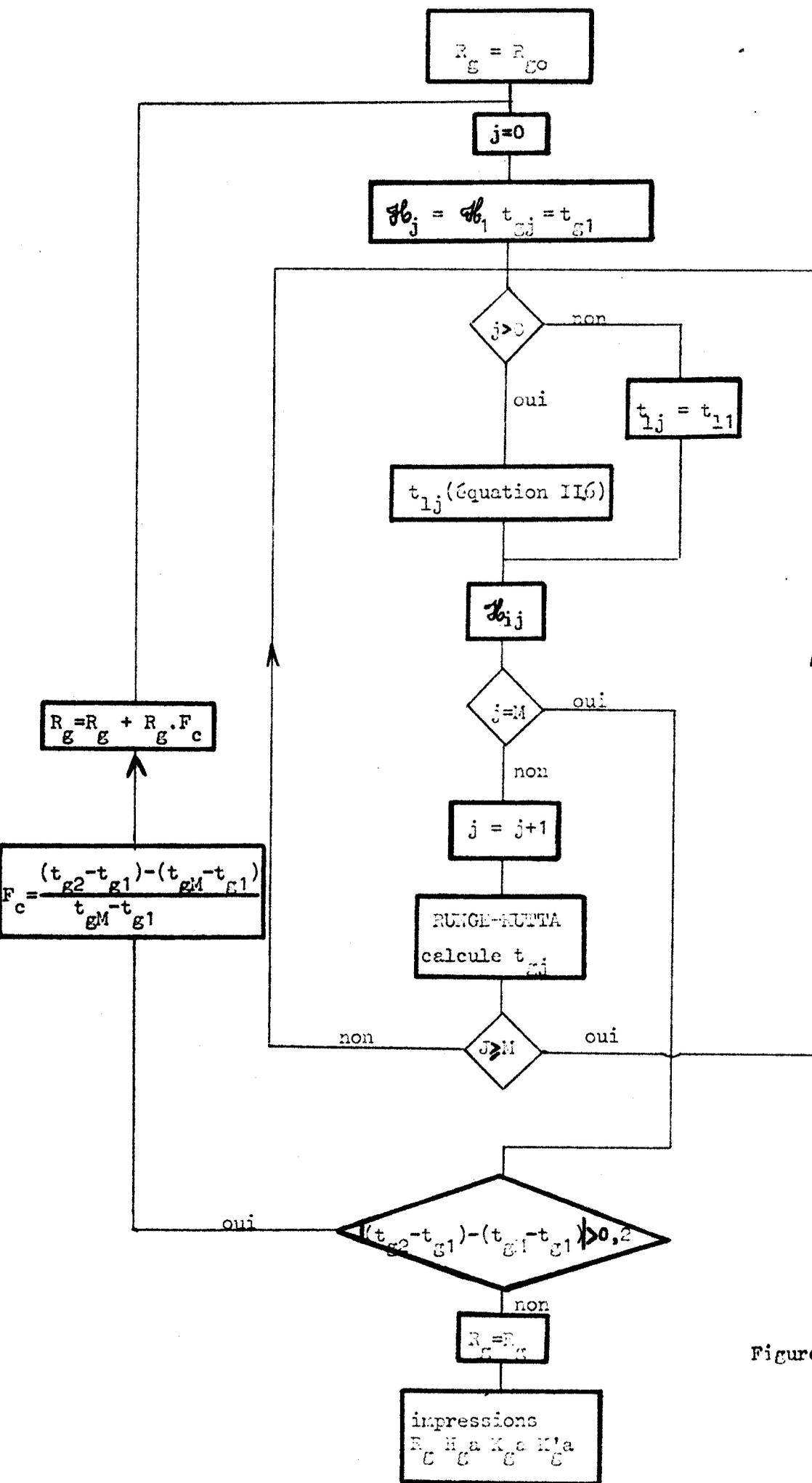


Figure 11



- Remarque :

Les pertes de chaleur vers l'extérieur n'étaient pas tout à fait négligeables et les expériences de vaporisation n'étaient donc pas rigoureusement adiabatiques . Un coefficient de perte de chaleur US pour la surface S a été déterminé en observant entre les extrémités de la colonne la chute de température d'air chauffé ($US = 0,67 \text{ kcal/hr.}^\circ\text{C}$) . L'équation du bilan thermique s'écrit alors :

$$Lc_1 dt_1 = Gc_{pH} dt_g + G\lambda d\mathcal{H} + Ua (t_1 - t_{e_x}) \quad (\text{II } 15)$$

où $Ua = US/Z$ représente le coefficient de perte de chaleur vers l'extérieur par unité de hauteur - t_{e_x} représente la température ambiante extérieure . L'équation (II 15) a été utilisée de préférence à l'équation (II 11) lors de l'intégration numérique dont l'ordinogramme est donné ci-contre .

II 2) Résultats expérimentaux du transfert de masse .

II 21) Régimes de Vaporisation .

L'ensemble des mesures représentant 104 expériences figure dans les tableaux (II 1 à II 8) , dont un premier examen montre qu'elles peuvent être classées en trois groupes selon qu'il y ait refroidissement , réchauffement ou vaporisation isotherme du liquide . Pour chacun de ces cas , les figures 12 représentent , dans une section droite , en un point de la colonne , les profils des températures et des humidités ; la chaleur sensible qui est la chaleur effectivement apportée par l'air à l'interface est notée q_g et q_λ représente la chaleur nécessaire à la vaporisation .

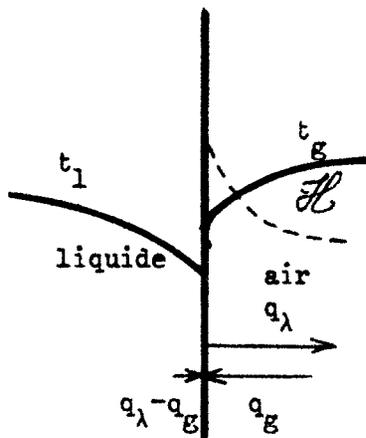


Fig.12 a Refroidissement
de liquide

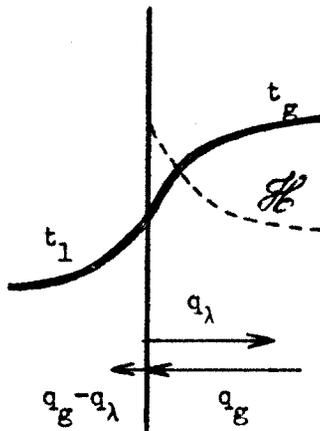


Fig.12 b Réchauffement
de liquide

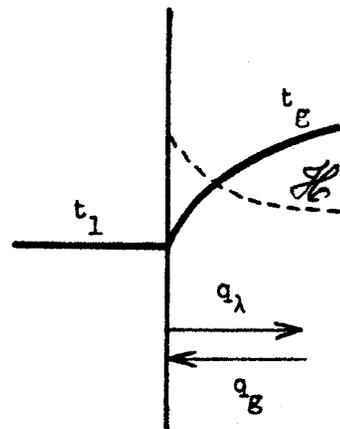


Fig.12 c Vaporisation
isotherme

T_{11} °C	T_{G1} °C	T_{12} °C	T_{G2} °C	G kg/hr	L kg/hr	W kg/hr	Re_G	Re_l	$(K_G)_{ml}$ k $\frac{g}{hr}$ m ² .atm	R_G H $\frac{a}{g}$ K $\frac{a}{g}$	K_G kg hr.m ² .atm	H_G kcal hr.m ² .°C	R_G h $\frac{a}{g}$ k $\frac{a}{g}$	R_l h $\frac{a}{g}$ k $\frac{a}{g}$	k_G kg hr.m ² .atm	h_G kcal hr.m ² .°C	h_l kcal hr.m ² .°C
9,8	43,9	13,8	23,2	15,7	65,2	2,908	8472	548	318,5	0,416	332,7	23,5	0,411	83,5	332,0	23,2	4720
9,1	44,9	14,2	23,6	15,7	44,7	2,760	8412	374	297,7	0,419	320,1	22,9	0,428	81,0	320,9	23,3	4418
10,8	46,2	14,3	23,9	12,2	65,2	2,430	6593	554	259,7	0,419	269,5	19,1	0,406	82,2	268,5	18,5	3748
10,2	46,9	14,6	24,0	12,2	44,7	2,316	6593	379	245,0	0,429	259,3	18,9	0,423	79,7	258,7	18,6	3501
9,8	47,8	15,5	24,0	12,2	14,1	1,900	6467	120	185,3	0,482	222,4	18,3	0,478	72,5	222,3	18,2	2764
12,5	43,0	14,8	21,5	5,4	65,2	1,350	3008	563	147,7	0,398	150,2	10,0	0,390	78,2	150,2	9,8	1964
12,0	43,9	15,2	21,8	5,4	44,7	1,300	2988	386	139,7	0,410	143,1	9,8	0,406	75,8	143,2	9,7	1816
10,3	44,6	16,3	21,4	5,4	14,1	1,120	2943	121	113,6	0,462	127,2	10,0	0,459	68,9	128,3	9,9	4485
9,6	41,2	14,9	23,6	20,0	65,2	3,480	10770	551	361,5	0,419	381,4	27,9	0,416	84,8	382,0	27,0	3497
8,6	38,0	15,0	21,8	20,0	44,7	3,207	10754	374	355,5	0,439	365,0	27,4	0,433	82,2	366,5	27,0	5131

Tableau (II 1) - Vaporisation du Tétrachlorure de Carbone .



T_{11} °C	T_{g1} °C	T_{12} °C	T_{g2} °C	G kg/hr	L kg/hr	W kg/hr	Re_g	Re_l	$(K_g)_{ml}$ kg/hr. $m^2 \cdot atm$	R_g H_g^a K_g^a	K_g kg $hr \cdot m^2 \cdot atm$	H_g kcal $hr \cdot m^2 \cdot °C$	R_g h_g^a k_g^a	R_l h_l^a k_l^a	k_g kg $hr \cdot m^2 \cdot atm$	h_g kcal $hr \cdot m^2 \cdot °C$	h_l kcal $hr \cdot m^2 \cdot °C$
15,2	44,5	15,5	25,0	18,6	44,9	1,00	9383	841	236,3	0,434	240,7	29,1	0,434	1164	240,3	29,1	s.s
15,4	45,7	15,8	26,3	18,6	21,6	0,93	9337	409	209,5	0,434	217,5	26,3	0,434	959	216,3	26,3	"
15,5	45,6	16,3	26,6	18,6	15,7	0,90	9332	302	197,2	0,434	207,0	25,0	0,434	798	206,0	25,0	"
16,0	46,6	16,2	26,4	14,9	21,6	0,76	7486	417	166,4	0,456	171,4	21,8	0,449	877	171,0	21,4	"
15,9	47,8	16,0	26,3	14,9	44,9	0,81	7496	864	182,4	0,447	185,2	23,1	0,446	1339	184,6	23,0	"
15,7	45,5	16,4	26,1	14,9	15,7	0,74	7481	303	161,7	0,451	168,5	21,9	0,449	729	168,6	21,1	"
15,9	46,9	15,8	25,0	10,1	44,9	0,57	5090	858	131,8	0,477	133,4	17,7	0,475	1144	133,3	17,6	"
16,0	47,5	16,0	25,5	10,1	21,6	0,54	5080	415	121,7	0,465	124,3	16,1	0,475	750	124,3	16,4	"
16,0	48,0	16,1	25,8	10,1	15,7	0,53	5075	302	118,7	0,461	122,4	15,7	0,476	624	122,2	16,2	"
16,5	46,2	16,1	24,4	7,2	44,9	0,43	3642	873	98,5	0,491	99,4	13,6	0,499	1000	99,3	13,8	"
16,6	46,2	16,0	24,6	7,2	21,6	0,40	3635	420	91,0	0,517	92,6	13,3	0,500	654	92,5	12,9	"

Tableau (II.2) - Vaporisation de l'Heptane .



T_{11} °C	T_{12} °C	T_{g2} °C	G kg/hr	L kg/hr	W kg/hr	Re_g	Re_l	R_g H a K' a g	K g kg hr.m ² .atm	H g kcal hr.m ² .°C	R_g h a k' a g	R_l h ₁ a k' a g	k g kg hr.m ² .atm	h g kcal hr.m ² .°C	h_l kcal hr.m ² .°C
13,3	16,8	25,2	19,7	55,0	1,69	10095	723	0,547	166,0	30,3	0,533	407	166,0	29,6	s.s
12,4	17,0	25,6	19,7	41,4	1,57	10045	540	0,538	158,0	28,5	0,531	365	157,6	28,1	"
11,0	17,3	25,4	19,7	25,1	1,43	9996	325	0,523	153,0	27,0	0,527	300	152,0	27,2	"
13,8	17,1	25,8	17,1	55,0	1,54	8755	727	0,537	147,8	26,4	0,533	396	147,1	26,2	"
13,0	17,2	26,2	17,1	41,4	1,43	8725	543	0,532	139,7	24,8	0,531	355	139,2	24,8	"
12,4	17,8	27,7	17,1	25,1	1,39	8715	330	0,517	139,8	24,3	0,527	293	138,4	24,7	"
11,4	17,9	27,2	17,1	15,9	1,25	8638	208	0,517	134,3	23,5	0,523	246	134,9	23,8	"
15,1	17,8	27,0	13,1	55,0	1,37	6718	737	0,534	122,3	21,6	0,534	377	121,6	21,6	"
14,4	17,8	27,2	13,1	41,4	1,24	6686	551	0,536	115,7	20,6	0,532	338	114,7	20,4	"
13,6	18,8	27,7	13,1	25,1	1,19	6636	335	0,539	111,1	19,9	0,528	279	110,3	19,5	"
12,4	19,1	27,3	13,1	15,9	1,09	6629	211	0,530	109,2	19,4	0,524	234	108,6	19,9	"
13,3	19,1	25,8	8,7	15,9	0,84	4445	212	0,533	80,4	14,2	0,525	217	80,0	14,0	"
14,5	19,1	26,2	8,7	25,1	0,92	4464	339	0,533	83,6	14,7	0,528	258	83,0	14,5	"
15,8	18,9	26,5	8,7	41,4	1,00	4484	562	0,528	88,0	15,2	0,532	313	87,7	15,3	"

Tableau (II.3) - Vaporisation du Benzène .



T_{l1} °C	T_{g1} °C	T_{l2} °C	T_{g2} °C	G kg/hr	L kg/hr	W kg/hr	Reg	Rel	$(K_g)_{ml}$ kg/hr	$\frac{R_g}{H_g}$ $\frac{K_g}{K_g}$	K_g kg hr.m ² .atm	H_g kcal hr.m ² .°C	$\frac{R_g}{h_g}$ $\frac{K_g}{K_g}$	R_{l1} $\frac{h_{l1}a}{K_g}$	k_g kg hr.m ² .atm	h_g kcal hr.m ² .°C	h_{l1} kcal hr.m ² .°C
20,4	51,6	16,4	31,8	19,8	31,0	0,147	9609	93	229,6	0,300	227,4	26,5	0,293	250	227,0	25,8	s.s
23,2	51,8	16,6	33,0	19,8	17,3	0,155	9585	54	222,4	0,314	214,1	26,1	0,306	212	214,0	25,4	"
27,0	51,6	17,5	34,9	19,8	9,0	0,178	9566	30	220,8	0,325	196,7	24,7	0,321	178	196,6	24,4	"
17,8	49,5	14,8	28,6	15,8	31,0	0,105	7725	88	191,0	0,297	190,2	21,5	0,306	237	190,2	22,1	"
20,1	49,6	14,9	29,7	15,8	17,3	0,109	7706	50	182,0	0,313	178,7	21,3	0,320	202	178,4	21,8	"
23,8	49,8	15,3	31,4	15,8	9,0	0,122	7689	28	181,0	0,326	167,1	20,7	0,396	170	166,8	21,3	"
16,5	47,8	14,3	26,6	11,8	31,0	0,073	5759	86	139,4	0,311	139,4	16,6	0,325	220	140,0	17,4	"
18,5	48,2	14,3	27,8	11,8	17,3	0,075	5744	49	133,6	0,329	132,8	16,8	0,340	189	132,7	17,3	"
21,9	48,8	14,6	29,4	11,8	9,0	0,081	5746	27	129,0	0,350	123,1	16,5	0,357	158	121,6	16,8	"
17,0	50,2	14,9	27,0	8,3	31,0	0,053	4033	87	96,8	0,361	96,9	13,4	0,350	204	96,4	13,0	"
18,4	50,0	14,9	27,5	8,3	17,3	0,054	4033	49	93,5	0,364	93,3	13,0	0,365	174	93,1	13,1	"
21,5	50,1	15,4	28,7	8,3	9,0	0,058	4024	27	90,2	0,386	88,0	13,0	0,383	146	87,6	12,9	"

Tableau (II.4) - Vaporisation du Butanol .



T_{11} °C	T_{g1} °C	T_{12} °C	T_{g2} °C	G kg/hr	L kg/hr	W kg/hr	Re_g	Re_l	$(K_g)_{ml}$ kg/hr $m^2 \cdot atm$	R_g $\frac{H_a}{g}$ $\frac{K'a}{g}$	K_g kg hr. $m^2 \cdot atm$	H_g kcal hr. $m^2 \cdot ^\circ C$	R_g $\frac{h_a}{g}$ $\frac{k'a}{g}$	R_l $\frac{h_{1a}}{g}$ $\frac{k'_{1a}}{g}$	k_g kg hr. $m^2 \cdot atm$	h_g kcal hr. $m^2 \cdot ^\circ C$	h_l kcal hr. $m^2 \cdot ^\circ C$
20,3	47,9	18,4	30,4	19,6	61,3	0,383	9620	698	305,9	0,318	306,9	24,8	0,336	17,2	306,9	26,2	1342
21,3	49,1	18,4	31,5	19,6	44,0	0,372	9566	506	283,1	0,337	283,1	24,3	0,348	18,4	283,4	25,0	1324
23,3	49,6	18,6	32,4	19,6	27,3	0,387	9571	322	278,5	0,358	276,1	25,1	0,366	20,3	275,9	25,7	1424
23,6	51,4	18,8	33,0	17,0	27,3	0,343	8281	324	244,1	0,369	242,4	22,7	0,373	20,5	242,5	22,9	1261
21,5	51,5	18,5	32,2	17,0	44,0	0,326	8276	508	246,9	0,350	247,6	22,0	0,354	18,6	247,5	22,3	1170
20,6	51,4	18,5	31,6	17,0	61,3	0,331	8321	701	260,5	0,332	261,1	22,0	0,342	17,4	261,1	22,7	1155
20,2	51,6	18,4	31,0	12,9	61,3	0,251	6339	696	200,1	0,348	201,1	17,8	0,354	17,8	201,1	18,1	910
21,1	52,4	18,6	31,7	12,9	44,0	0,250	6305	508	191,3	0,360	192,0	17,6	0,367	19,0	191,9	17,9	927
22,9	52,7	18,7	32,7	12,9	27,3	0,259	6308	321	188,8	0,375	188,2	17,9	0,386	20,9	188,5	18,5	1000
19,4	49,8	18,0	28,4	8,6	61,3	0,176	4234	687	150,6	0,373	151,3	14,4	0,372	18,3	151,3	14,3	704
20,0	50,5	18,2	29,0	8,6	44,0	0,172	4211	497	141,7	0,375	142,0	13,6	0,386	19,6	142,0	14,0	708
21,0	50,8	18,2	29,6	8,6	27,3	0,173	4211	312	137,7	0,375	138,1	13,2	0,406	21,6	138,3	14,2	757
23,4	51,2	18,4	30,4	8,6	16,0	0,181	4212	195	133,8	0,420	133,1	14,2	0,428	23,9	132,5	14,7	808

Tableau (II.5) - Vaporisation du Chlorobenzène .



T_{11} °C	T_{g1} °C	T_{12} °C	T_{g2} °C	G kg/hr	L kg/hr	W kg/hr	Re_g	Re_l	$(K)_{g/ml}$ kg/hr $m^2 \cdot atm$	R_g H a g K'a g	K_g kg hr.m ² .atm	H_g kcal hr.m ² .°C	R_g h a g k'a g	R_l h a l k'a g	k_g kg hr.m ² .atm	h_g kcal hr.m ² .°C	h_l kcal hr.m ² .°C
23,4	38,5	23,4	28,7	13,5	66,4	0,367	6740	877	220,7	0,385	221,3	20,5	0,369	5700	221,1	19,7	s.s
23,7	38,7	23,8	29,1	13,5	49,0	0,357	6737	651	206,4	0,393	207,3	19,6	0,380	4300	207,2	19,0	"
24,4	40,5	24,4	30,2	13,5	24,7	0,358	6719	331	196,5	0,405	198,0	19,3	0,408	2280	198,0	19,5	"
25,2	39,4	25,4	29,8	9,3	66,4	0,302	4630	902	167,5	0,358	167,8	14,5	0,358	5040	167,8	14,5	"
25,8	40,5	25,8	30,4	9,3	49,0	0,302	4618	669	162,6	0,378	163,2	14,8	0,370	3800	163,0	14,5	"
25,7	41,9	26,1	31,0	9,3	24,7	0,278	4600	340	142,2	0,408	143,4	14,1	0,397	2000	143,0	13,7	"
25,6	42,0	25,9	31,0	9,3	16,0	0,265	4597	219	134,8	0,425	136,3	13,9	0,415	1350	136,1	13,6	"
25,2	41,1	25,4	30,4	9,3	8,8	0,252	4593	120	131,0	0,442	133,7	14,2	0,441	777	133,4	14,2	"
23,9	38,9	24,0	29,3	16,4	66,4	0,472	8194	885	272,9	0,371	273,8	24,8	0,374	6008	273,8	25,0	"
24,7	40,8	24,9	30,6	16,4	49,0	0,470	8171	660	254,5	0,376	255,8	23,5	0,386	4600	255,6	24,1	"
24,6	40,7	24,8	30,7	16,4	24,7	0,426	8161	333	225,2	0,398	227,2	22,1	0,414	2430	226,9	25,0	"
26,0	42,8	26,2	32,4	16,4	16,0	0,449	8123	220	217,4	0,415	221,1	22,4	0,433	1630	220,9	23,3	"
26,2	35,4	26,6	28,2	4,2	66,4	0,159	2119	915	85,0	0,322	85,1	6,7	0,338	3900	85,1	7,0	"

Tableau (II.6) - Vaporisation de l'Acétate de n Butyle



T_{11} °C	T_{g1} °C	T_{12} °C	T_{g2} °C	G kg/hr	L kg/hr	W kg/hr	Re_g	Re_l	$(K_g)_{ml}$ kg/hr $m^2 \cdot atm$	R_g $\frac{H_a}{K_a}$	K_g kg $hr \cdot m^2 \cdot atm$	H_g kcal $hr \cdot m^2 \cdot °C$	R_g $\frac{h_a}{g}$	R_l $\frac{h_a}{g}$	k_g kg $hr \cdot m^2 \cdot atm$	h_g kcal $hr \cdot m^2 \cdot °C$	h_l kcal $hr \cdot m^2 \cdot °C$
14,7	41,8	24,3	25,5	16,8	53,7	1,34	8628	825	98,1	0,375	105,2	30,8	0,371	1170	105,2	30,5	s.s
13,0	43,7	24,0	26,5	16,8	42,7	1,23	8555	644	92,1	0,328	100,7	26,1	0,359	1130	100,7	28,6	"
8,8	43,7	24,0	25,8	16,8	24,4	1,02	8502	357	79,4	0,305	94,3	23,3	0,330	1030	94,3	25,9	"
6,2	43,7	23,8	24,6	16,8	16,8	0,86	8486	242	69,2	0,314	89,2	23,1	0,312	970	89,2	22,9	"
15,6	41,3	24,4	26,3	13,5	53,7	1,13	6921	829	81,7	0,329	86,3	22,0	0,359	960	86,3	24,0	"
14,4	42,2	24,1	26,5	13,5	42,7	1,03	6879	655	75,6	0,331	80,9	21,0	0,347	924	80,8	22,0	"
10,2	42,4	24,2	25,6	13,5	24,4	0,88	6841	363	67,3	0,311	77,3	19,3	0,319	844	77,2	19,8	"
7,2	42,5	24,0	24,6	13,5	16,8	0,74	6825	242	58,5	0,312	72,5	18,5	0,301	796	72,5	17,8	"
17,7	39,6	24,3	26,0	9,2	53,7	0,63	4724	839	59,1	0,336	61,0	15,7	0,339	681	60,9	15,8	"
16,4	40,5	24,2	26,2	9,2	42,7	0,79	4714	660	57,8	0,311	60,3	14,6	0,327	656	60,2	15,2	"
12,5	40,6	24,3	25,5	9,2	24,4	0,69	4690	369	52,4	0,290	57,5	13,2	0,301	600	57,4	13,7	"
9,3	40,5	24,0	24,4	9,2	16,8	0,60	4680	246	48,1	0,282	55,9	12,7	0,284	565	55,9	12,8	"
19,3	35,8	24,4	25,0	6,0	53,7	0,63	3144	853	45,6	0,300	46,4	10,5	0,318	468	46,4	11,1	"
18,3	36,5	24,6	25,2	6,0	42,7	0,60	3128	672	43,4	0,296	44,5	10,0	0,307	451	44,5	10,4	"
15,2	36,8	24,4	24,8	6,0	24,4	0,54	3112	375	40,3	0,270	42,5	8,9	0,282	412	42,5	9,3	"
11,8	36,3	24,0	23,6	6,0	16,8	0,48	3107	252	38,7	0,244	42,7	8,2	0,267	388	42,8	9,0	"

Tableau (II.7) - Vaporisation de Méthanol .



T_{l1} °C	T_{g1} °C	T_{l2} °C	T_{g2} °C	G kg/hr	L kg/hr	W kg/hr	Re_g	Re_l	R_g H _g K _g	K _g kg hr.m ² .atm	H _g kcal hr.m ² .°C	R_g h _g k _g	R_l h _l k _g	k _g kg hr.m ² .atm	h_g kcal hr.m ² .°C	h_l kcal hr.m ² .°C
16,5	48,6	19,5	28,6	19,6	72,8	2,98	10278	1156	0,430	368,4	32,1	0,424	18,4	368,4	31,7	1374
15,2	49,2	19,2	28,8	19,6	53,3	2,80	10234	842	0,430	355,8	31,2	0,423	14,1	355,2	30,6	1019
15,0	49,0	19,4	28,5	19,6	32,9	2,60	10185	518	0,436	340,6	30,4	0,423	9,3	337,7	29,2	641
14,3	49,2	19,9	28,2	19,6	17,2	2,45	10148	271	0,420	342,6	29,6	0,422	5,3	338,8	29,4	365
16,3	49,8	18,4	28,3	16,0	72,8	2,42	8406	1148	0,439	308,9	27,6	0,430	20,1	308,9	27,0	1261
16,0	49,8	18,7	28,6	16,0	53,3	2,34	8387	841	0,439	297,4	26,6	0,429	15,4	297,3	26,0	932
15,6	50,4	19,1	28,8	16,0	32,9	2,25	8343	519	0,442	289,8	26,1	0,429	10,2	288,5	25,3	600
14,8	49,5	19,8	28,1	16,0	17,2	2,12	8333	271	0,435	288,3	25,7	0,428	5,8	285,8	25,1	339
15,2	48,6	19,9	27,5	12,1	17,2	1,66	6327	272	0,448	219,6	20,1	0,438	6,8	218,3	19,6	304
16,1	49,5	19,2	28,1	12,1	32,9	1,76	6335	521	0,450	222,7	20,4	0,439	11,8	222,2	19,8	533
16,7	49,6	18,8	28,1	12,1	53,3	1,84	6335	845	0,450	230,8	21,1	0,439	17,9	230,6	20,5	837
17,0	50,1	18,6	28,0	12,1	72,8	1,89	6367	1154	0,450	238,1	21,7	0,440	23,4	238,0	21,2	1129
17,3	48,4	18,6	26,6	8,6	72,8	1,43	4551	1156	0,453	181,2	16,6	0,451	27,8	181,3	16,5	989
17,0	49,2	18,8	27,0	8,6	53,3	1,38	4539	847	0,454	174,8	16,1	0,451	21,3	175,0	16,0	754
16,6	49,3	19,2	27,2	8,6	32,9	1,33	4527	522	0,461	168,0	15,7	0,451	14,0	168,0	15,4	477

Tableau (II.8) - Vaporisation du Trichloréthylène .



Dans le cas de l'Acetate de n-Butyle la vaporisation du liquide s'effectue à température constante du liquide ; la chaleur sensible est alors exactement égale à la chaleur latente de vaporisation .

Les données expérimentales , ainsi qu'une première valeur de R_g sont injectées dans le programme intégrant numériquement l'équation différentielle (II 12) . Au départ R_g sera par exemple la valeur donnée par la

théorie psychrométrique , $R_g = C_{pH} \left(\frac{Sc}{Pr} \right)^{2/3}$ (voir annexe II) ; pour chacun des liquides étudiés cette valeur est très proche de 0,5 . Les tableaux II 1 à II 8 rassemblent les coefficients de transfert globaux K_g et H_g calculés par intégration , ainsi que les coefficients $(K_g)_{ml}$ calculés à partir de la moyenne logarithmique .

II 22) Coefficients de transfert de matière .

- En refroidissement de liquide (trichloréthylène , benzène , etc...) , une partie de la chaleur nécessaire à la vaporisation est fournie par le liquide . Suivant les conditions expérimentales (débits , températures) , l'évolution des températures du liquide peut être linéaire ou présenter l'aspect d'une courbe comme l'indique la figure 13 donnant les profils des températures et humidités le long de la colonne .

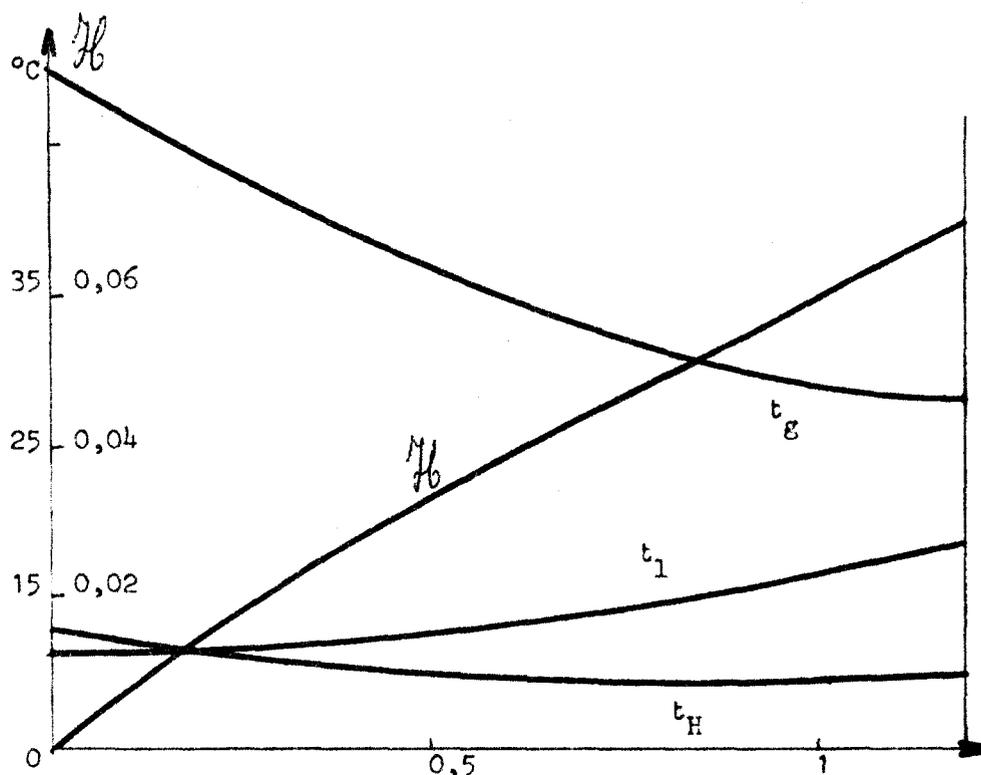


Figure 13 . Distance en m à partir du bas de colonne

Les conditions expérimentales ne justifient pas la méthode de détermination des coefficients de transfert à partir de la moyenne logarithmique ; les

coefficients K_g calculés sont donc différents des coefficients globaux $(K_g)_{ml}$ (tableaux II 1 à II 8) . Dans tous les cas de refroidissement de liquide K_g est supérieur à $(K_g)_{ml}$. L'écart peut atteindre 10 % en moyenne pour le méthanol , il est de 6 à 7 % pour le trichloréthylène , le benzène (voir tableaux II 1 à II 8) .

- En réchauffement de liquide (chlorobenzène , butanol) , l'évolution des températures du liquide s'effectue en sens inverse et présente un aspect identique à celui indiqué figure 14 .

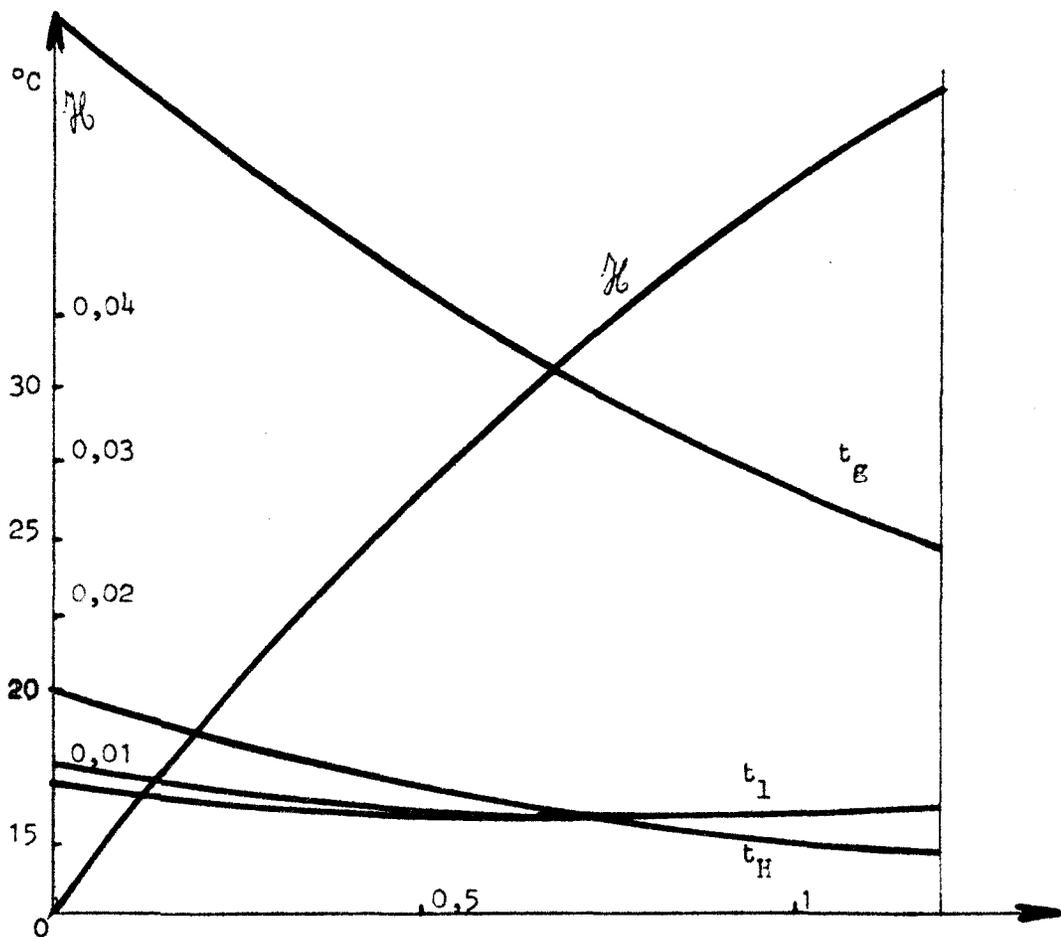


Figure 14 . Distance en m à partir du bas de colonne

Les coefficients K_g calculés sont ici inférieurs à $(K_g)_{ml}$; les écarts sont d'environ 5 % en moyenne pour le butanol et de 1 % pour le chlorobenzène , (voir tableaux II 1 à II 8) .

- Les cas particuliers de l'acétate de n butyle et de l'heptane pour lesquels la plupart des expériences de vaporisation laissent la température t_l du liquide constante est représentée sur la figure 15 ; t_l étant constant le long de la colonne , le calcul des coefficients de transfert de masse par la moyenne logarithmique est correcte et $(K_g)_{ml}$ doit , en principe , être indentifiable aux K_g calculés . On observe effectivement des écarts entre K_g et $(K_g)_{ml}$ à peine supérieurs à 0,6 % . Cette légère différence s'explique

par le fait que bien que $t_{11} = t_{12}$, la courbe t_1 en fonction de l'altitude peut ne pas être rigoureusement droite.

Les calculs ayant été faits en supposant que l'interface se trouve à la même température que le liquide, le calcul de la température humide t_H effectué au pas à pas permet de vérifier qu'en tous points de la colonne on a bien $t_i = t_1 = t_H$ (annexe II).

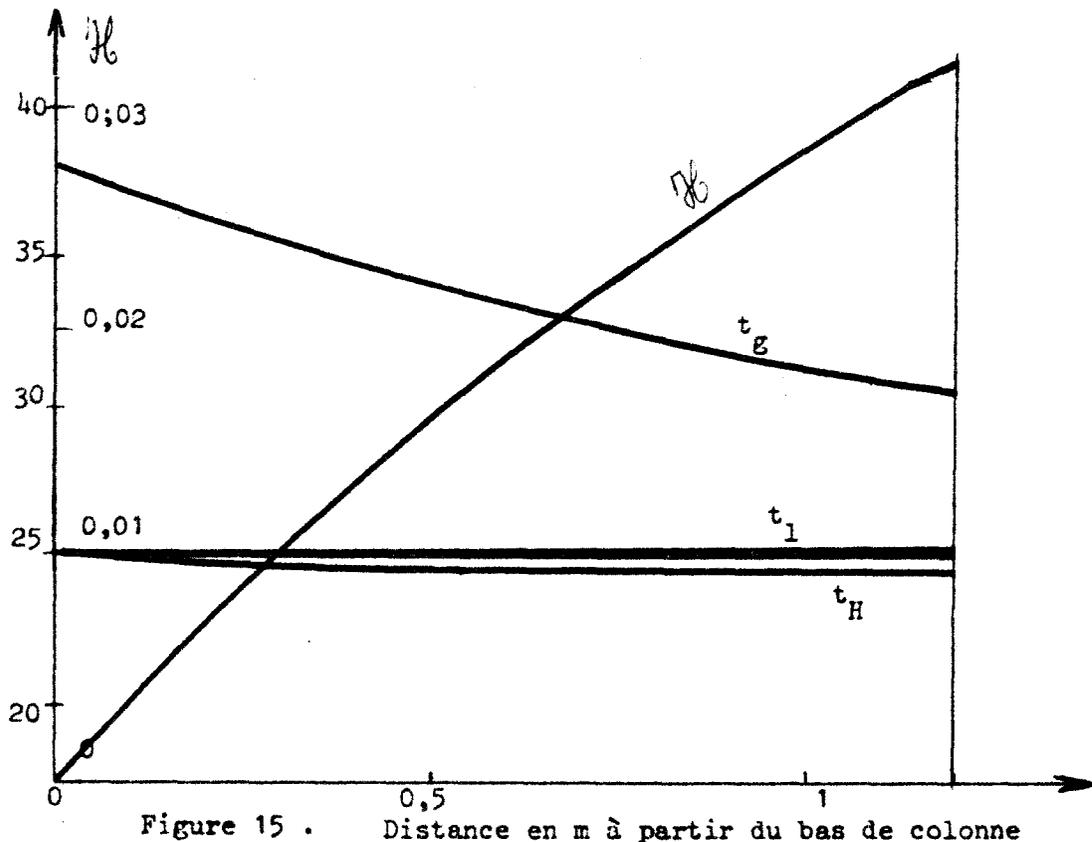


Figure 15 . Distance en m à partir du bas de colonne

- Les profils des températures précédemment indiqués, permettent de déterminer les coefficients de transfert de masse en tous points de l'interface, tels K_x représentant le transfert par diffusion seule, ainsi que les facteurs correctifs R_D et θ_D pour le transfert de masse (voir annexe I). Les termes θ_D sont calculés précisément dans le cas des expériences (1) pour le méthanol, (9) pour le tétrachlorure de carbone et représentant les transferts de masse les plus importants (quantités vaporisées 42 et 22,6 moles/hr). Le tableau (II 9) donne pour ces deux expériences, les valeurs des concentrations à l'interface et au sein du gaz, ainsi que les valeurs de R_D et θ_D en divers points de la colonne.

p_i mm Hg	p mm Hg	$R_D = \frac{x_i - x_\infty}{1 - x_i}$	θ_D
Tétrachlorure de Carbone exp (9)			
51,85	0	0,074	0,98
53,81	7,21	0,067	0,99
57,34	14,41	0,052	0,99
65,34	24,02	0,060	0,99
Méthanol exp (1)			
66,08	0	0,094	0,96
75,09	15,6	0,086	0,97
87,05	31,2	0,082	0,97
108,77	52,0	0,086	0,97

Tableau II 9 . R_D et θ_D

La correction maximale à apporter au coefficient de transfert de matière local K_x est de 4 % (0,96) pour l'expérience de vaporisation du méthanol indiquant que l'on ne peut guère parler de transfert de matière élevé pour l'ensemble des expériences ; tout au plus dans le cas du méthanol l'importance du transfert commence-t-elle à modifier légèrement le coefficient de transfert K_x calculé à partir de l'équation (8) .

$$K_x = K_g P_{BM}$$

Ce cas excepté , et pour l'ensemble des expériences , les variations des coefficients de transfert de masse imputables au transfert lui-même sont négligeables (θ_D pratiquement toujours égal à 1) ; il est donc justifié de considérer que le coefficient K_g représentant le transfert de masse , d'une manière plus courante que le coefficient K_x , est constant le long de la colonne . Dans les tableaux II 1 à II 8 les coefficients de transfert sont donnés en tenant compte des corrections dues à l'importance du transfert lui-même (équation II7).

II 23) Expression des résultats expérimentaux . Nombres sans dimension .

Au lieu d'exprimer les coefficients de transfert de masse ou de chaleur avec des unités qui ne sont pas toujours cohérentes (soit des $k_g/\text{hr} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{atm}$, soit des $k_g/\text{hr} \cdot \text{m}^2$) , il est plus avantageux de les incorporer ainsi que les variables dont ils dépendent dans des grandeurs réduites sans dimension moins nombreuses qui permettent de comparer directement les résultats issus de sources différentes . Dans le cas où l'écoulement liquide n'influence pas le transfert de masse , l'inventaire des données établit que K_g est pour le moins

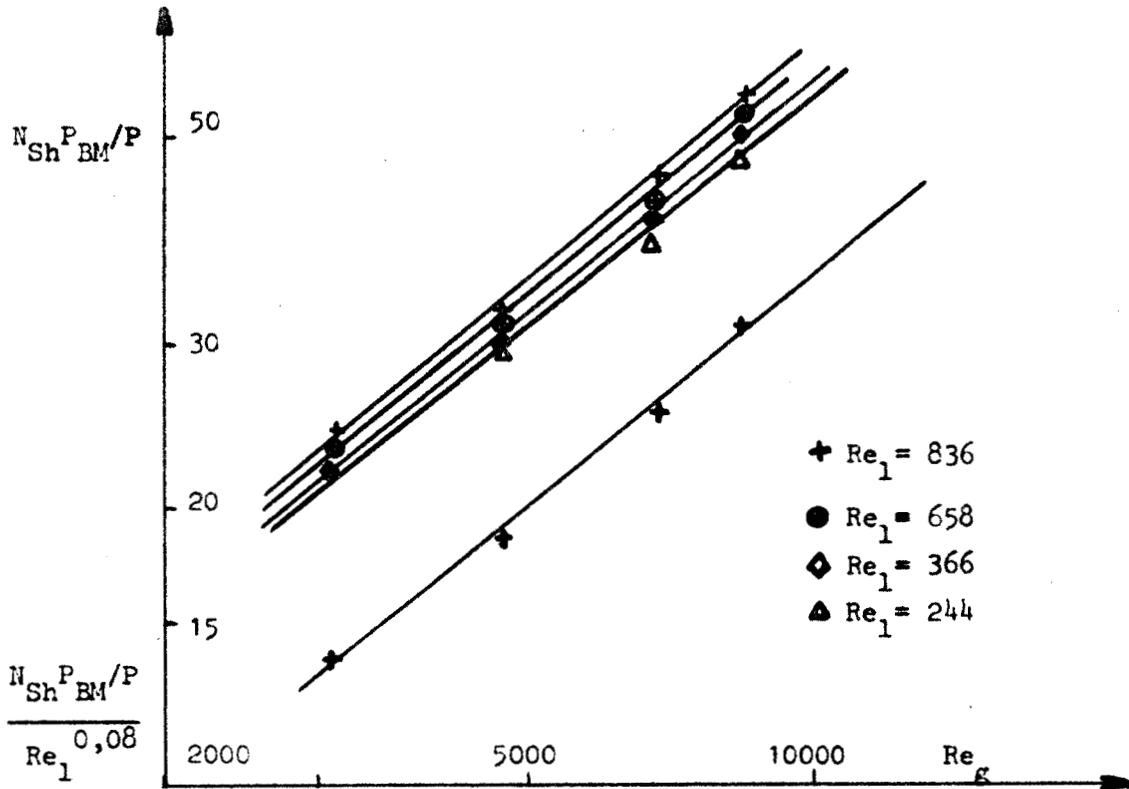


Figure 16 a Vaporisation du Méthanol

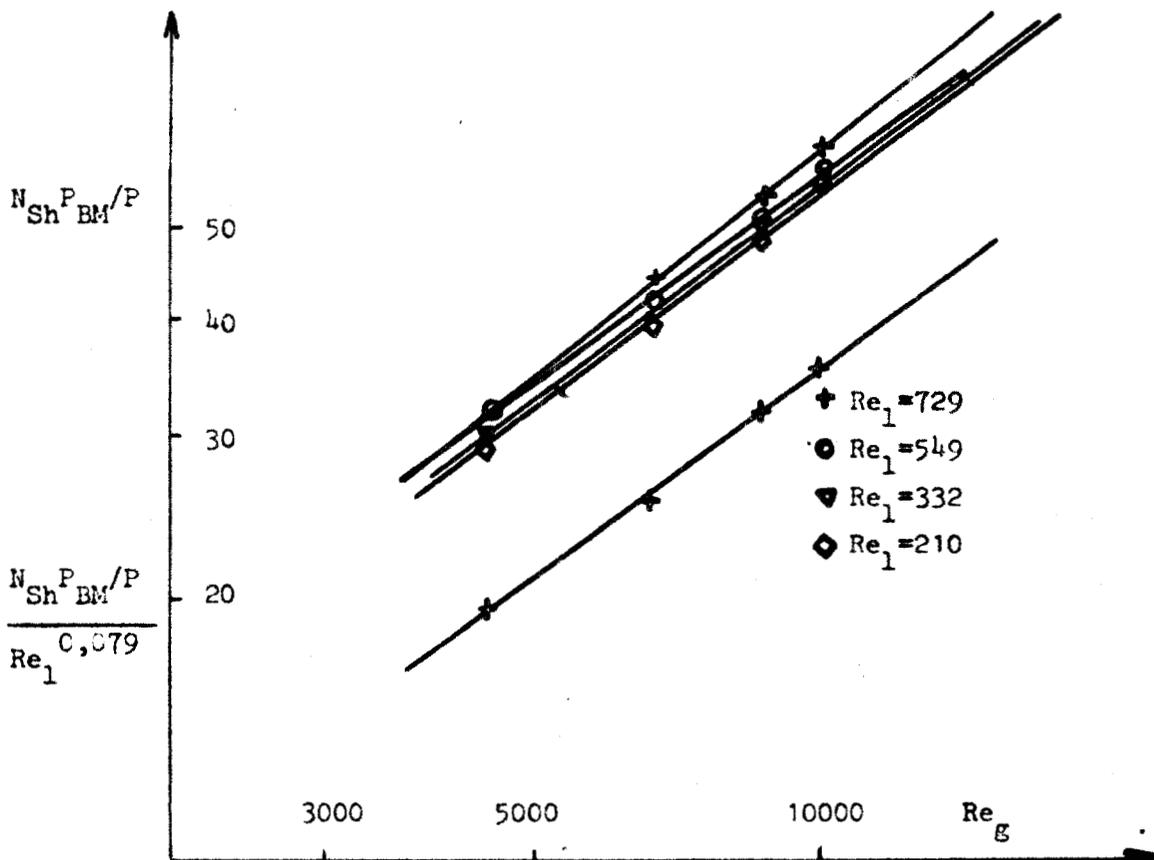


Figure 16 b Vaporisation du Benzène

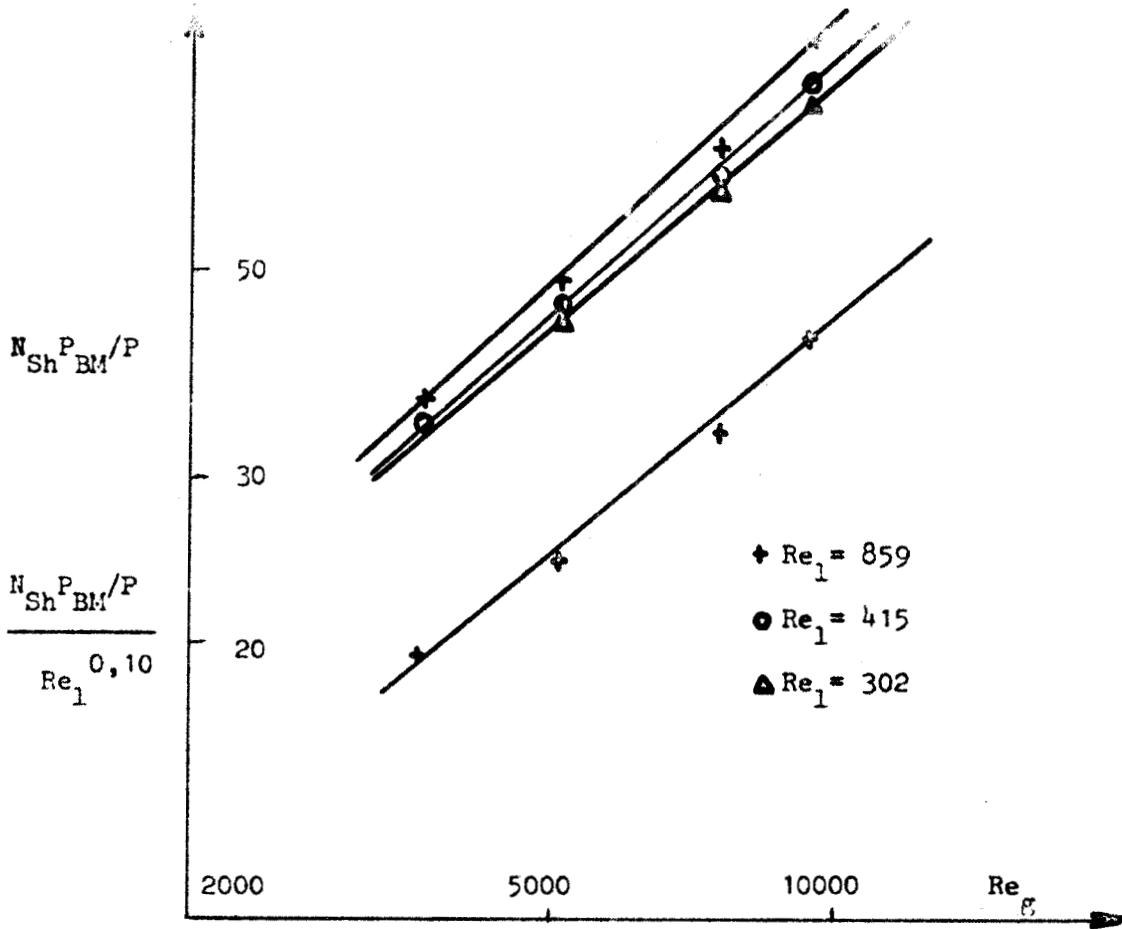


Figure 16 c Vaporisation de 1' Heptane

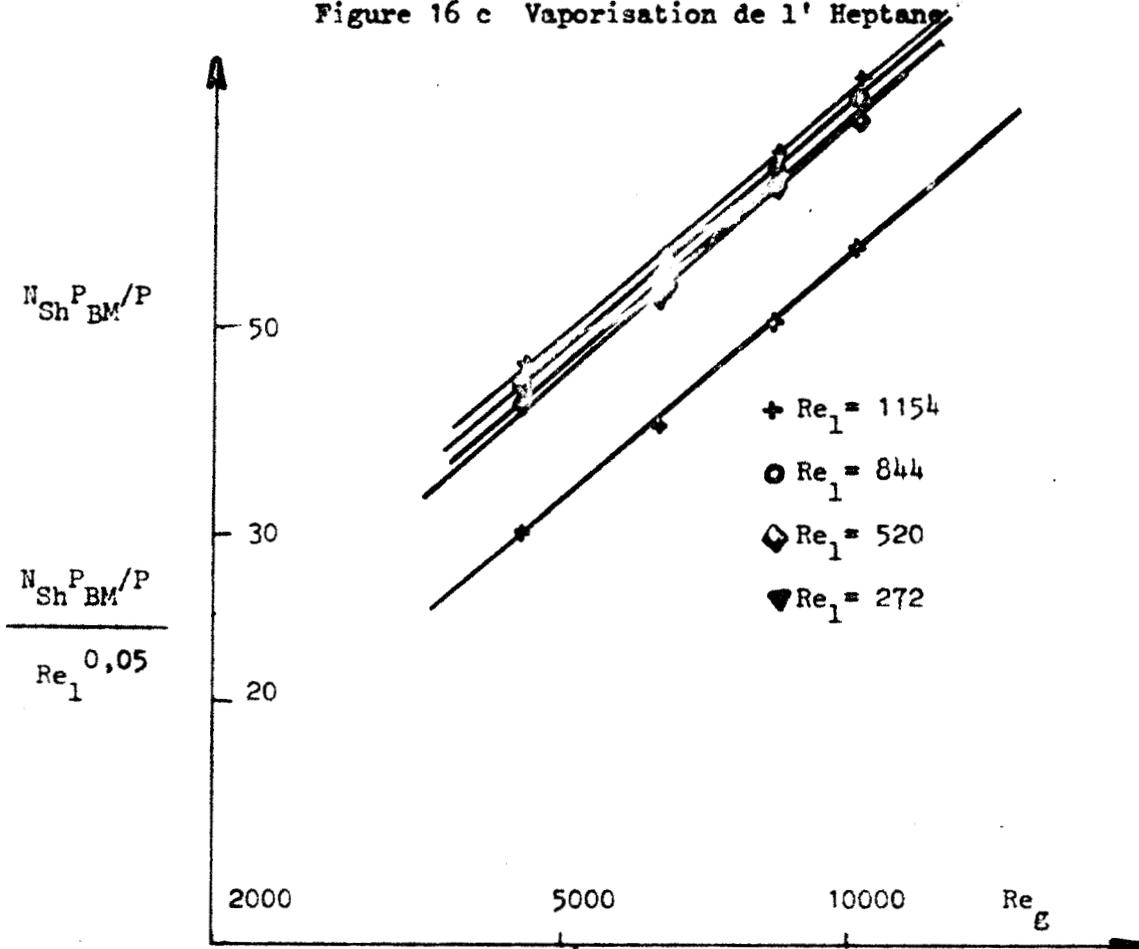


Figure 16 d Vaporisation du Trichloréthylène



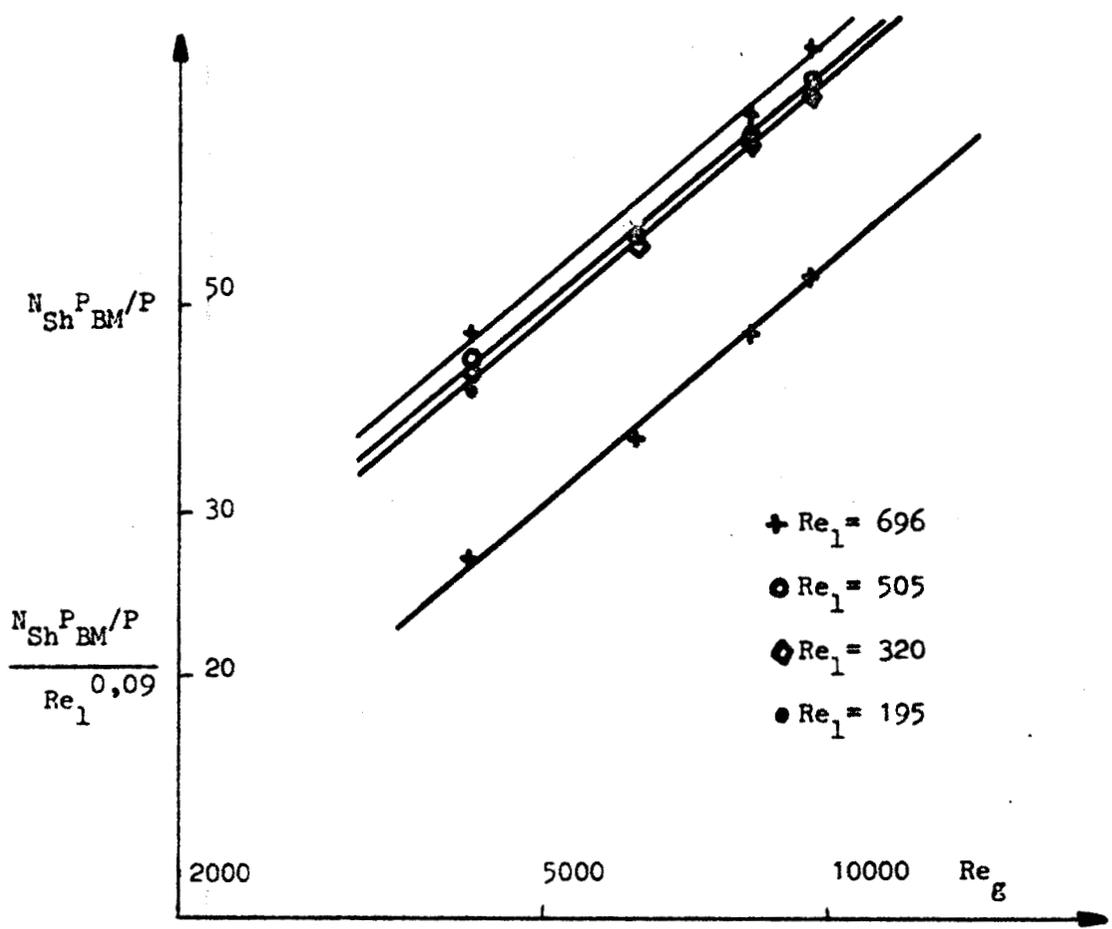


Figure 16 e Vaporisation du Chlorobenzène

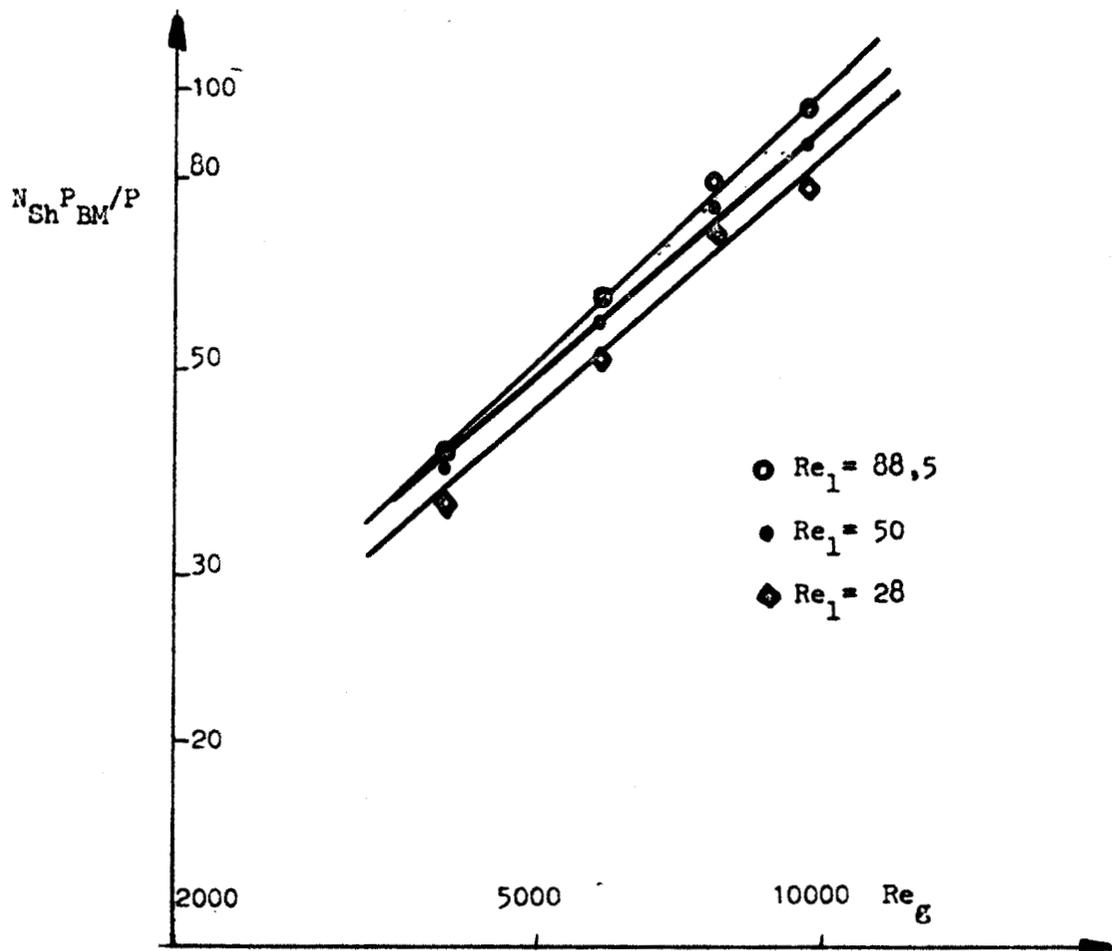


Figure 16 f Vaporisation du Butanol



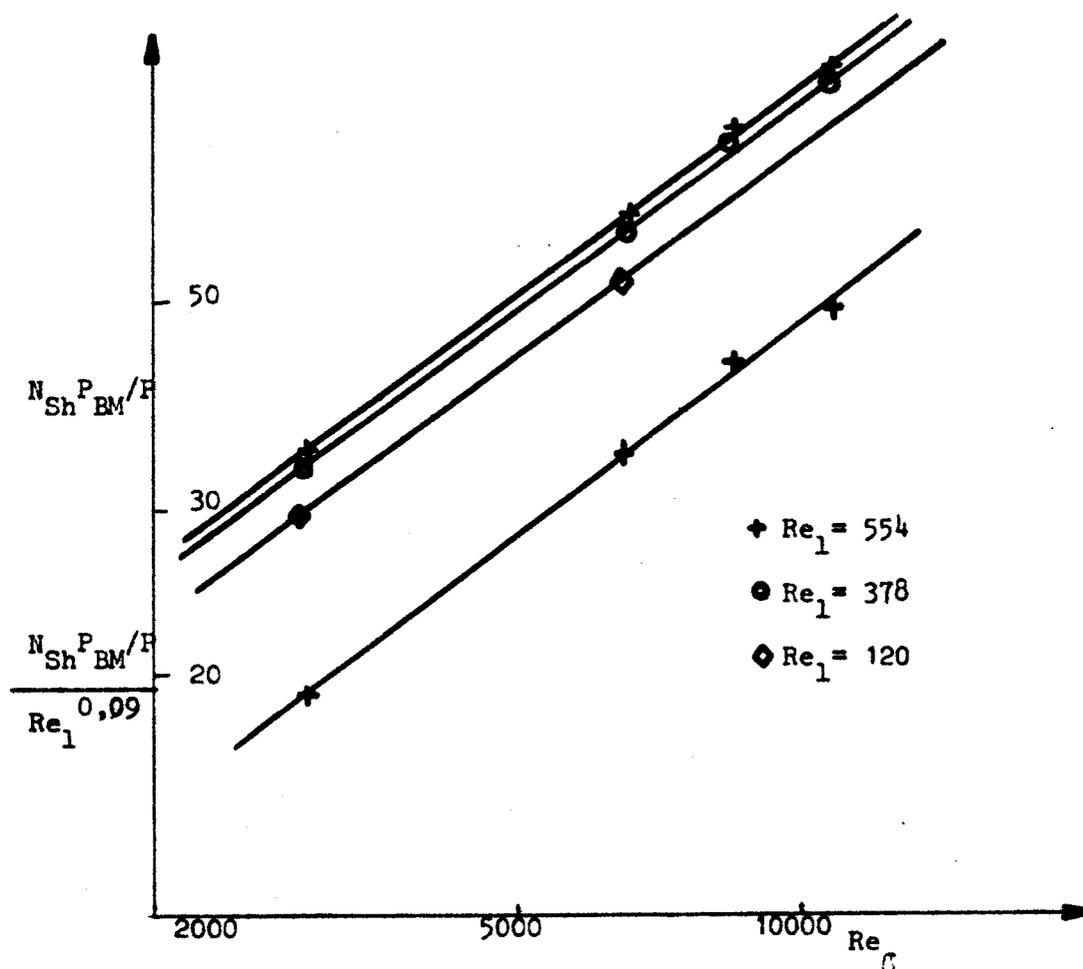


Figure 16 g Vaporisation du Tétrachlorure de Carbone

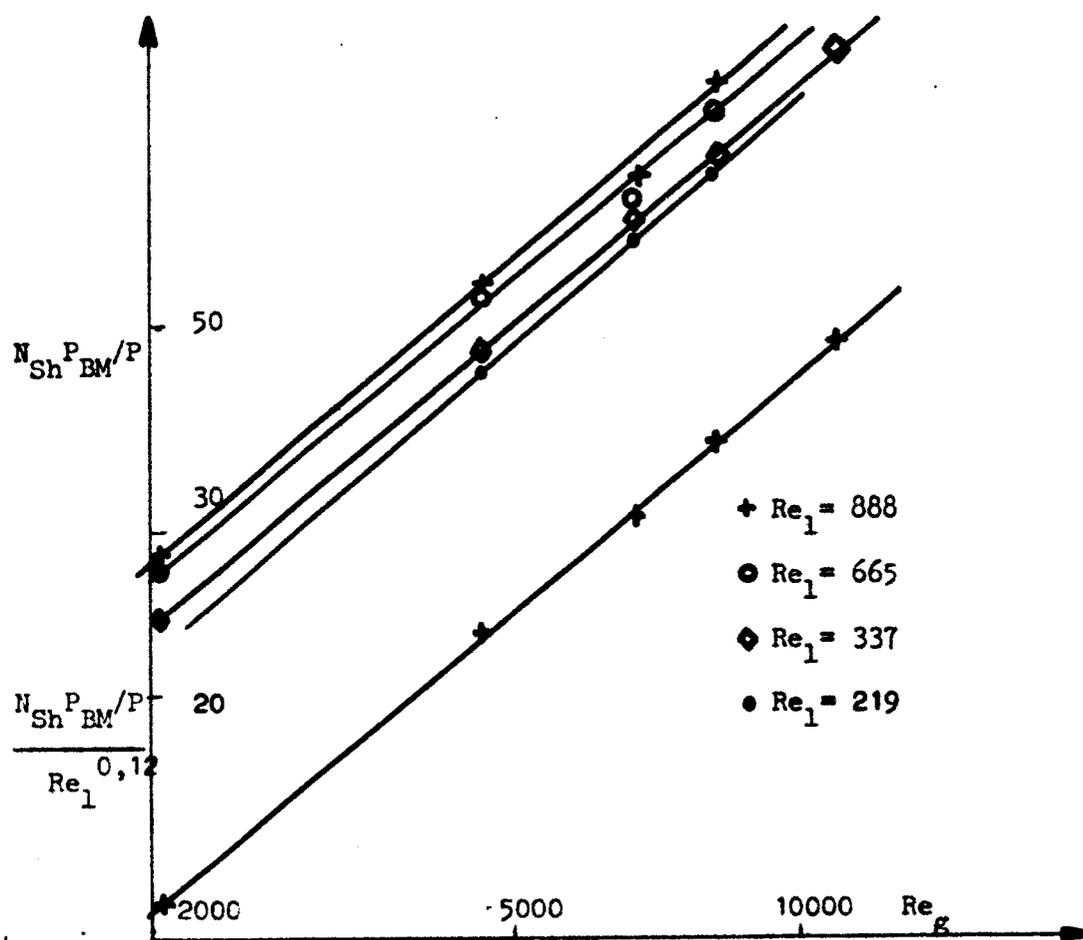


Figure 16 h Vaporisation de l'Acétate de n Butyle



fonction des cinq grandeurs u_g , μ_g , ρ_g , \mathcal{D} , d qui sont respectivement la vitesse de l'air, sa viscosité, sa masse volumique, le coefficient de diffusivité de la vapeur du liquide dans l'air, et le diamètre de la colonne. On a donc :

$$K_g = f(u_g, \mu_g, \rho_g, \mathcal{D}, d) \quad (\text{II } 16)$$

L'analyse dimensionnelle (voir annexe III), conduit alors à la relation correspondante entre les (6 - 3) grandeurs réduites :

$$N_{Sh} \frac{P_{BM}}{P} = \mathcal{F}(Re_g, Sc) \quad (\text{II } 17)$$

Le nombre de SHERWOOD $N_{Sh} = K_g dRT / \mathcal{D}$ représente le transfert de masse dans un gaz à température moyenne T ; le terme P_{BM}/P est un terme correctif représentant l'influence retardatrice du gaz non diffusant (air) sur le transfert. Le nombre de REYNOLDS $Re_g = u_g d \rho_g / \mu_g$, caractérise l'écoulement de l'air dans la colonne, le nombre de SCHMIDT $Sc = \mu_g / \rho_g \mathcal{D}$ est significatif des vapeurs diffusantes en présence. Ces nombres sans dimension se calculent pour les propriétés physiques moyennes de l'air entre les deux extrémités de la colonne.

Si l'on essaye de traduire les résultats des expériences relatives à un seul liquide par une relation de la forme (II 17) il faut se limiter à l'expression $N_{Sh} P_{BM}/P = f(Re_g)$ car le nombre de SCHMIDT caractéristique de la vapeur diffusante, est constant dans un tel cas. Or si l'on représente les courbes correspondantes en coordonnées logarithmiques (figure 16), on obtient des points qui se placent sur des droites parallèles, proches les unes des autres et cotées suivant les débits de liquide; le coefficient angulaire de ces droites varie entre 0,75 et 0,96, sa moyenne 0,84 est très proche de la valeur 0,83 trouvée par GILLILLAND⁽¹⁴⁾. Ces courbes montrent bien qu'il convient de tenir compte d'autres facteurs généralement négligés et en particulier des propriétés physiques du liquide pour représenter correctement les résultats expérimentaux.

De même que pour la phase gazeuse, la vitesse u_l , la masse volumique ρ_l , la viscosité μ_l du liquide sont des variables qui caractérisent l'écoulement du liquide sur la paroi de la colonne. La tension superficielle σ à l'interface du liquide-gaz et l'accélération de la pesanteur g ont un rôle important sur le comportement de celui-ci en déterminant par exemple la formation de rides. C'est ainsi que diverses études (WHITAKER⁽²⁰⁾, LIGHTFOOT⁽²¹⁾; EMMERT-PIGFORD⁽¹⁷⁾) indiquent une variation de coefficient de transfert K_g avec l'accroissement du débit de liquide L ; il se créerait alors simultanément une augmentation de l'aire interfaciale ainsi que des tourbillons à proximité immédiate de l'interface et au sein du liquide.

STIRBA (22) a montré que ces tourbillons existaient même pour un écoulement laminaire du liquide. En tenant compte des propriétés physiques du liquide, l'inventaire des données dont dépend maintenant K_g établit que :

$$K_g = f(u_g, \mu_g, \rho_g, d, \mathcal{D}, u_l, \rho_l, \mu_l, \sigma, g) \quad (\text{II } 18)$$

En conservant le système, vitesse, masse volumique, longueur comme système de grandeurs primaires, le théorème de VASCHY conduit à l'équation équivalente entre les 6 grandeurs réduites, (u, μ, ρ ont les mêmes dimensions pour les deux fluides en présence) soit :

$$N_{Sh} \frac{P_{BM}}{P} = \mathcal{F}(Re_g, Re_l, Sc, We, Fr) \quad (\text{II } 19)$$

Dans cette expression : $Re_l = u_l \rho_l / \mu_l$ est le nombre de REYNOLDS caractérisant l'écoulement du liquide ; en réalité on utilise un nombre quatre fois plus grand par analogie avec un nombre de REYNOLDS défini pour un fluide s'écoulant dans une conduite cylindrique, soit $Re_l = 4 \Gamma_l / \mu_l$ ($\Gamma_l =$ débit massique par unité de périmètre mouillé) - $We = u_l / \sqrt{\sigma / \rho_l}$ est le nombre de WEBER - $Fr = u_l / \sqrt{gm}$ est le nombre de FROUDE (il représente ici le rapport de la vitesse de débit du liquide à la célérité d'une onde de pesanteur).

On est alors conduit à rechercher des expressions de type II 19 pour exprimer les résultats expérimentaux et plus généralement, si y, x_1, x_2, \dots, x_k désignent les variables réduites de corrélation possibles, on recherche des formules telles que :

$$y = a_0 x_1^{a_1} \dots x_k^{a_k} \quad (\text{II } 20)$$

où les coefficients a_0, a_1, \dots, a_k sont à déterminer. Si l'on dispose des résultats de n mesures différentes, la linéarisation des n relations (II 20) se traduit par le système d'équations ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} \ln y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \ln y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \ln x_{11} & \dots & \ln x_{1k} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ 1 & \ln x_{n1} & \dots & \ln x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln a_0 \\ a_1 \\ \cdot \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ e_n \end{bmatrix} \quad (\text{II } 21)$$

$$Y = XA + E$$

Y étant le vecteur des logarithmes des observations, X la matrice des logarithmes des variables, A le vecteur des exposants et E le vecteur des écarts

entre les valeurs calculées \hat{y} et les valeurs expérimentales y . Pour obtenir A le vecteur des exposants, on résout le système $Y = XA + E$ au moyen de la méthode des moindres carrés (voir annexe III).

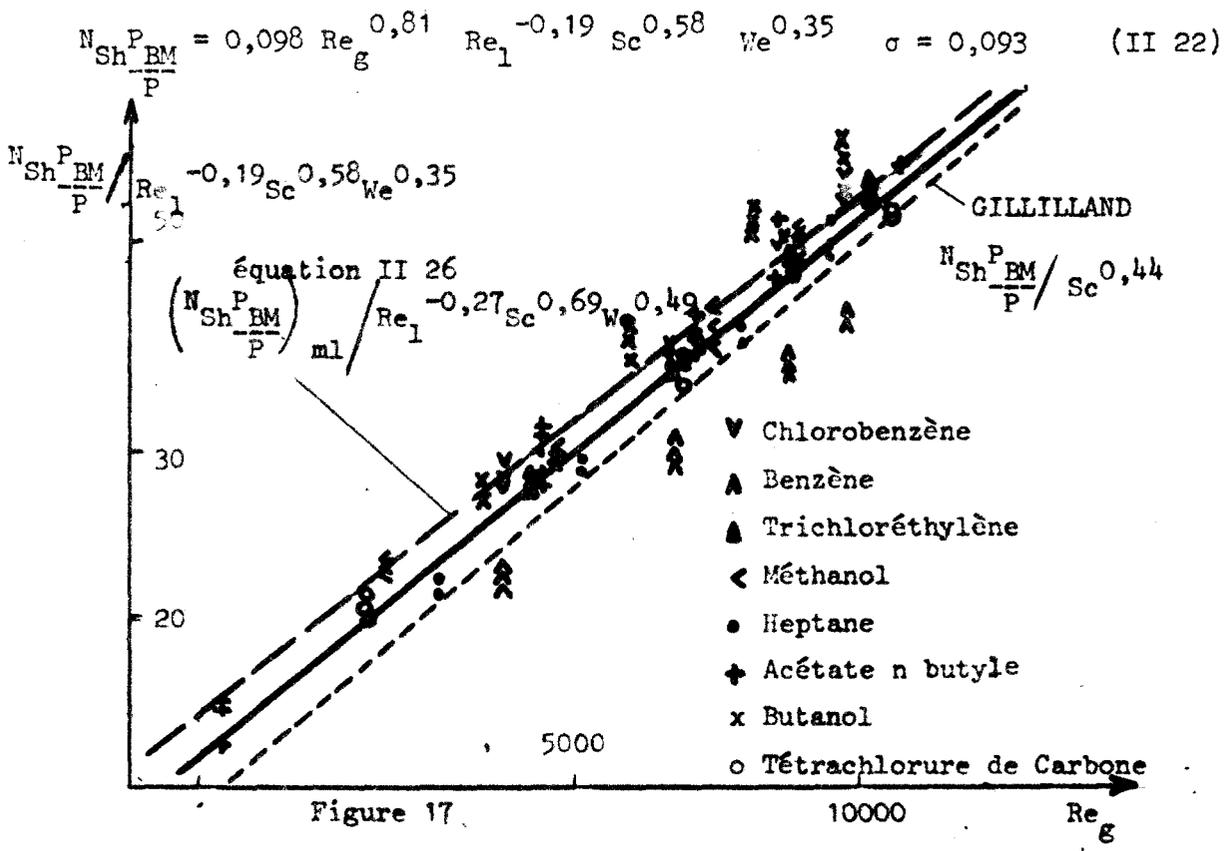
Certains auteurs dont STRUMILLO ⁽¹⁵⁾, KAFESJIAN ⁽¹⁶⁾ et GERHARD ⁽²³⁾ expriment leurs résultats expérimentaux en n'utilisant que Re_g et Re_1 comme variables de corrélation négligeant ainsi les nombres de WEBER et de FROUDE de la relation II 19. Quelques uns de leurs résultats partiels ainsi que les résultats expérimentaux exprimés de cette manière et traités par la méthode des moindres carrés sont portés dans le tableau II 10. Il apparaît que les exposants de Re_1 sont du même ordre de grandeur pour les huit liquides étudiés (en moyenne $0,09 \pm 0,03$) et sont plus faibles que dans les expériences de STRUMILLO et de KAFESJIAN. Ces résultats s'expliquent selon eux par l'influence négligée des rides interfaciales sur le transfert de masse. Cependant leurs conditions opératoires, c'est-à-dire les mesures de vaporisation par lecture d'une burette graduée et l'insuffisance des écarts de température entre les deux fluides, constituaient des sources d'erreurs très possibles pour le calcul des coefficients globaux.

	$N_{Sh} \frac{P_{BM}}{P} =$	écart type σ
Chlorobenzène	$0,023 Re_g^{0,84} Re_1^{0,09}$	0,027
Butanol	$0,009 Re_g^{0,96} Re_1^{0,11}$	0,016
Heptane	$0,011 Re_g^{0,90} Re_1^{0,10}$	0,021
Trichloréthylène	$0,018 Re_g^{0,89} Re_1^{0,05}$	0,016
Méthanol	$0,024 Re_g^{0,79} Re_1^{0,08}$	0,026
Benzène	$0,036 Re_g^{0,75} Re_1^{0,08}$	0,015
Acétate de n butyle	$0,022 Re_g^{0,83} Re_1^{0,12}$	0,028
Tétrachlorure de carbone	$0,044 Re_g^{0,75} Re_1^{0,11}$	0,019
Tétrachlorure de carbone (STRUMILLO)	$0,0093 Re_g^{0,68} Re_1^{0,34}$	
Eau (KAFESJIAN)	$0,0065 Re_g^{0,83} Re_1^{0,15}$	

Tableau II 10. Résultats expérimentaux $N_{Sh} \frac{P_{BM}}{P} = f(Re_g, Re_1)$.

II 24) Relations générales relatives au transfert de masse .

Les nombres sans dimension Re_1 , We , Fr permettent de prendre en compte l'influence de l'écoulement du liquide sur le transfert de masse . Cependant la zone de transition laminaire-turbulent étant comprise pour l'écoulement du liquide dans l'intervalle $Re_1 = 1000-2000$ (voir annexe IV) , on observe tableaux II 1 à II 8 que toutes les expériences sont réalisées pour le cas d'un film liquide laminaire . Or dans ce cas entre les nombres Re_1 et Fr la relation $Re_1 = 12 Fr^2$ est valable (voir annexe IV) , donc l'une des variables considérées , par exemple Fr , peut être éliminée dans l'expression (II 19) qui se limitera pour chaque liquide à des relations entre les variables sans dimension $N_{Sh}^{P_{BM}}/P$, Re_g , Re_1 , We , Sc . Le nombre de celles-ci est ainsi diminué ; il importe en effet d'exprimer les résultats expérimentaux au moyen de formules aussi simples que possible mais donnant la meilleure approximation pour le calcul des coefficients de transfert . Re_1 et We sont calculés pour les propriétés physiques du liquide prises à sa température moyenne (We varie dans l'intervalle 0,30-1,77) ; la régression des résultats par la méthode des moindres carrés conduit avec un écart type $\sigma = 0,093$, à la relation générale représentée en coordonnées logarithmiques figure 17 .



L'erreur sur chaque exposant a_0, a_1, \dots, a_k est indiqué ci-dessous pour une probabilité de 95 % correspondant à la valeur du test "t de STUDENT" ($t_{v,0,05} = 1,978$ pour $v = 104 - 5 = 99$ degrés de liberté) .

k	$\sigma_{a_k} = \sqrt{\sigma^2 (X^T X)^{-1}_{kk}}$	$a_k \pm \sigma_{a_k} t_{v,0.05}$
0	0,0268	0,098 \pm 0,053
1	0,0253	0,81 \pm 0,05
2	0,0253	- 0,19 \pm 0,05
3	0,0354	0,58 \pm 0,07
4	0,0455	0,35 \pm 0,09

L'hypothèse zéro sur l'exposant de Re_1 n'est pas vérifiée car au niveau de confiance 95 % ; on observe que $(\frac{a_3}{\sigma_{a_3}}) > t_{v,0.05}^2$. Cependant l'exposant négatif de Re_1 apparaît en contradiction avec le fait observé précédemment (figures 16) et indiquant que pour un même nombre de REYNOLDS Re_g , les nombres de SHERWOOD sont proportionnels à Re_1 . Les facteurs de corrélation Re_1 et We n'expliquent donc pas correctement l'influence du liquide sur le transfert de masse ; de plus il existe une certaine dispersion des points de la figure 17 caractérisée par un écart type $\sigma = 0,093$.

II 241) . Influence de la vitesse relative et de l'état de surface du liquide .

- La vitesse relative de l'air par rapport au liquide , est selon KAFESJIAN (16) , GERHARD (23) , STRUMILLO (15) partiellement responsable des déviations observées sur les diverses relations employées pour expliciter les résultats expérimentaux du transfert de masse . Ils ont proposé de substituer à Re_g un nombre de REYNOLDS modifié $R'e_g$ basé sur cette vitesse relative pour s'affranchir de l'influence du liquide et donc d'éliminer Re_1 . Si m représente l'épaisseur moyenne du film liquide , u_g et u_l étant respectivement les vitesses de débit de l'air et du liquide , l'expression de $R'e_g$ est :

$$R'e_g = \frac{(u_g + u_l)(d - 2m)\rho_g}{\mu_g}$$

Quand les deux fluides s'écoulent à contre-courant . L'écoulement du liquide étant laminaire , l'équation de NUSSELT donne m ainsi que u_l (voir annexe IV)

$$m = \left(\frac{3v_l \Gamma_1}{\rho_g g} \right)^{1/3} \quad u_l = \frac{gm^2}{3v_l}$$

m est assez faible et varie généralement de 0,15 à 0,54 mm ; u_1 varie dans les limites 0,13 à 0,75 m/s . De la même manière que précédemment la régression pour l'ensemble des résultats en prenant Re_g comme variable donne la relation :

$$N_{\frac{Sh_{BM}}{P}} = 0,0258 Re_g^{0,96} Sc^{0,60} We^{0,27} Re_1^{-0,21} \sigma = 0,103 \quad (II\ 23)$$

Les nombres de WEBER et de REYNOLDS interviennent à peu près comme dans la relation II 22 et , l'écart type $\sigma = 0,103$ étant supérieur , cette régression est plutôt moins bonne que la précédente . Le fait d'utiliser la vitesse relative de l'air par rapport au liquide dans l'expression de Re_g est donc peu intéressant et n'améliore pas la relation générale .

- Selon PORTALSKI⁽⁵⁾ et STRUMILLO⁽¹⁵⁾ ce sont les rides à l'interface et déterminant ainsi un accroissement de l'aire interfaciale qui sont à l'origine des écarts observés dans les corrélations du transfert de masse . Pour étudier l'effet de ce phénomène sur le transfert , PORTALSKI a traité mathématiquement la question à partir des équations de KAPITSA⁽²⁴⁾ ; l'expression finale obtenue exprime l'accroissement relatif ΔS de l'aire interfaciale , en fonction des propriétés physiques du liquide (viscosité dynamique μ_1 , tension superficielle σ) soit :

$$\Delta S = 0,721 Re_1^{5/3} (gv_1)^{1/3} \mu_1/\sigma \quad (II\ 24)$$

Mais les valeurs ΔS données par cette relation sont très supérieures aux mesures expérimentales réalisées par plusieurs auteurs dont BRAUER⁽²⁵⁾ , BELKIN⁽²⁶⁾ , SHIROTSUKA⁽²⁷⁾ , JEPSEN⁽²⁸⁾ . Les enregistrements photographiques de JEPSEN , en rapport avec les enregistrements par capacitométrie de SHIROTSUKA affirment que pour $Re_1 = 1000$, ΔS ne dépasse pas 3 % . Les valeurs de ΔS calculées pour les présentes expériences sont généralement très supérieures à la réalité .

Néanmoins si l'on fait intervenir le terme ΔS de PORTALSKI dans le transfert de masse , on obtient pour l'ensemble des expériences la relation :

$$N_{\frac{Sh_{BM}}{P}} = 0,031 Re_g^{0,81} Sc^{0,56} \Delta S^{0,022} \sigma = 0,117 \quad (II\ 25)$$

La faiblesse de l'exposant de ΔS confirmée par la validité de l'hypothèse zéro au niveau de 95 % permet d'affirmer que le terme $\Delta S^{0,022}$ ayant un poids très faible peut être négligé ; l'équation de PORTALSKI donne bien des valeurs par excès . Si effectivement il existe une certaine augmentation de l'aire interfaciale , celle-ci ne se traduit pas en réalité par un accroissement utile modifiant le coefficient de transfert K_g et ΔS ne peut être considéré comme une variable essentielle . La relation II 22 exprime plus correctement les

résultats expérimentaux du transfert de masse que les relations II 23 et II 25 , bien que l'écart type = 0,093 témoigne d'une certaine dispersion des points autour de la courbe figure 17 . Cette relation améliore de 2% celle établie à partir des coefficients globaux de transfert K_{gm} calculés à l'aide de la moyenne logarithmique soit:

$$\left(N_{Sh} \frac{P_{BM}}{P} \right)_{ml} = 0,184 Re_g^{0,78} Sc^{0,69} We^{0,49} Re_1^{-0,27} \sigma = 0,112 \quad (II\ 26)$$

Les divergences entre cette relation , la relation II 22 , ainsi que la relation de GILLILLAND⁽¹⁴⁾ sont mises en évidence sur la figure 17 .

II 242) - Influence des propriétés physiques du film gazeux sur la vitesse du transfert de masse .

Le phénomène du transfert de masse s'effectue à l'interface liquide-gaz ; or , dans le film gazeux où s'effectue la diffusion , les propriétés physiques sont différentes de celles de la phase gazeuse considérée dans son ensemble . Les différences de concentrations du fluide au voisinage de l'interface sont importantes et leurs effets sur certaines propriétés du fluide (masse volumique , viscosité , température) entre ces deux points doivent être pris en considération . La propriété physique la plus sensible aux variations des forces de transfert est la masse volumique ρ_g de l'air , sa viscosité μ_g est peu modifiée (pour une expérience de vaporisation du benzène , la masse volumique de la vapeur du benzène à l'interface mesure $\rho_i = 0,297\text{ g/dm}^3$, au coeur du courant gazeux ρ_i devient $\rho = 0,042\text{ g/dm}^3$ soit 7 fois moins) . Si l'on néglige les effets de ces propriétés variables sur la vitesse du transfert de masse , on ne peut donner une bonne interprétation de celle-ci ; on en tient compte en exprimant les forces motrices en terme de fraction massique $\omega_i - \omega$ entre l'interface et au coeur du gaz et non plus en terme molaire , ou de pression partielle tel $p_i - p$, conduisant à considérer P_{BM}/P comme variable supplémentaire. CAIRNS et ROPEL⁽²⁹⁾ puis ASANO⁽³⁰⁾ concluent que l'usage du terme correctif P_{BM}/P est incorrect car il représente mal les différences de concentration entre l'interface et le courant gazeux .

Les équations du transfert de masse ainsi modifiées amènent à essayer des relations du type utilisées par ASANO⁽³⁰⁾ , valables aussi bien pour des transferts de masse faibles ou importants , soit :

$$N_{Shi} (1 - \omega_i) = K Re_g , Sc_i , B , \frac{\rho_i}{\rho} \quad (II\ 27)$$

L'indice i désigne les conditions se rapportant à l'interface . Le terme correctif P_{BM}/P est remplacé par ρ_i/ρ variant dans des limites plus larges ,

de même que "le nombre de transfert" $B = (\omega_i - \omega)/(1 - \omega_i)$ employé par ASANO . Pour 57 l'ensemble des expériences les propriétés physiques à l'endroit de l'interface sont calculés à la température moyenne du liquide ; les divers termes calculés varient dans les limites :

B	0,01	-	0,73
$\frac{\rho_i}{\rho}$	3,43	-	7,07
Sc_i	0,89	-	2,18
$\frac{P_{BM}}{P}$	0,96	-	1

La régression par la méthode des moindres carrés entre les variables de corrélation de la relation (II 27) , auxquelles on ajoute les nombres de REYNOLDS Re_1 et de WEBER We pour prendre en compte l'influence du liquide donne :

$$N_{Shi} (1-\omega_i) = 0,0346 Re_g^{0,96} \frac{\rho_i^{-0,79}}{\rho} (1+B)^{-0,23} Sc_i^{0,76} \quad \sigma = 0,047 \quad (II\ 28)$$

Cette corrélation , la meilleure obtenue pour exprimer les résultats expérimentaux donne un écart type de 0,047 , nettement amélioré (l'écart moyen autour de la corrélation expérimentale d'ASANO est de 10,4 %). L'effet des propriétés variables sur le transfert de masse est donc important comme le montre le terme ρ_i/ρ à la puissance - 0,79 ; le rôle de l'interface en particulier puisqu'il fixe directement les valeurs de ρ_i/ρ , ω_i , Sc_i apparaît déterminant dans le transfert de masse même lorsque celui-ci est peu important . En fait c'est lui qui gouverne le transfert en fixant les gradients de concentration . Par contre l'influence de l'écoulement du liquide apparaît négligeable car l'hypothèse zéro est vérifiée au niveau de probabilité 95 % pour les exposants de Re_1 et We .

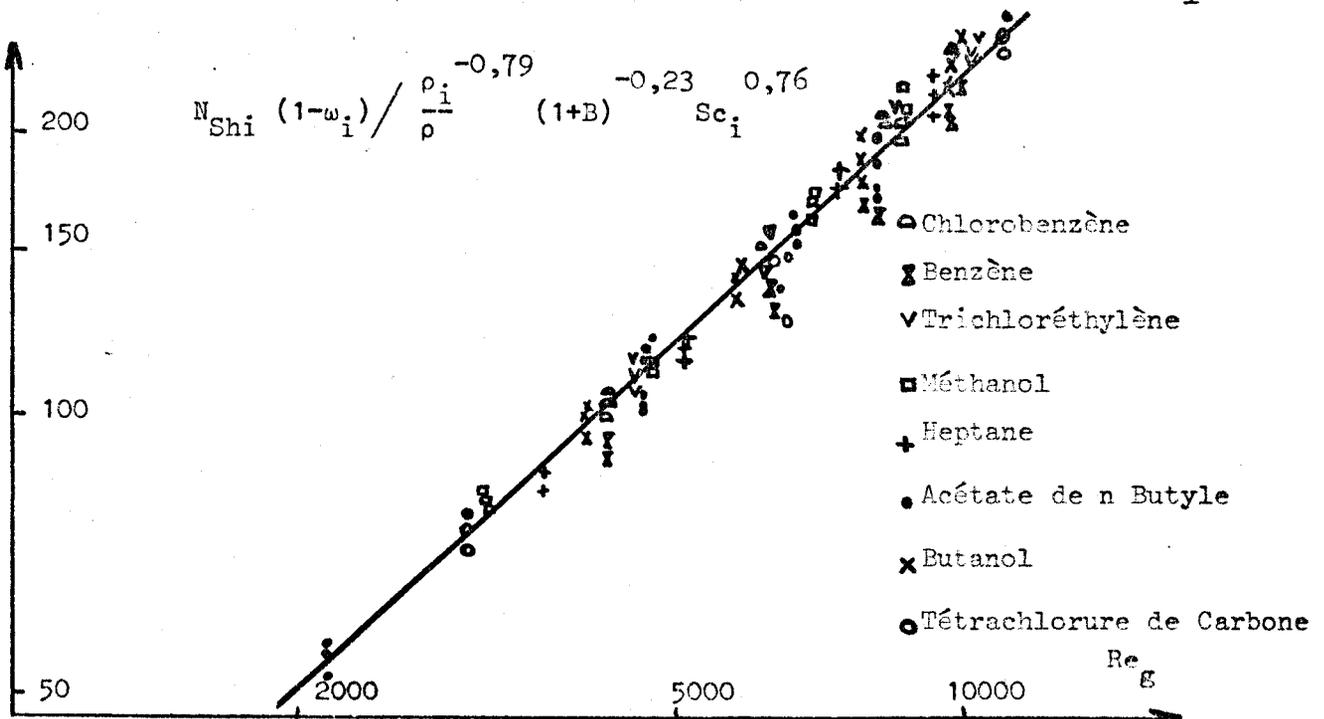


Figure 18

La relation (II 28) représentée figure 18 constitue donc pour cette étude la corrélation qui représente au mieux le transfert de masse ; les exposants correspondants trouvés par ASANO ne sont pas égaux à ceux obtenus ici car ses mesures de vaporisation ont été effectuées avec un principe et un appareillage tout différents (le liquide contenu dans un réservoir était agité en permanence ; le contact entre le gaz et le liquide se faisait par la fenêtre étroite d'un conduit placé au dessus de la surface) . Les écarts observés dans les corrélations précédentes (ainsi que pour celles de GILLILLAND , STRUMILLO , KAFESJIAN) , ne sont pas imputables seulement à l'écoulement du liquide , mais sont dûs pour une large part , aux propriétés variables de l'air directement en relation avec celle de l'interface liquide-gaz , et qui ont été négligées .

II 3) - Résultats expérimentaux du transfert de chaleur .

II 31) - Influence du transfert de masse .

Le transfert de chaleur accompagne nécessairement le transfert de masse au cours de la vaporisation ; en fait ce dernier est la conséquence du transfert de chaleur apportant les calories nécessaires à la vaporisation . L'hypothèse de départ supposant une résistance au transfert de chaleur nulle dans le liquide , revient à supposer que le coefficient de transfert de chaleur dans le liquide h_l , est infini ; la seule résistance opposée à la diffusion de la chaleur serait alors constituée par le film gazeux laminaire à proximité de l'interface et définissant le coefficient de transfert de chaleur H_g . Suivant les régimes de vaporisation , les quantités de chaleur $Gc_{PH} \Delta t_g$, $Lc_{pl} \Delta t_l$, $G\lambda \Delta T$ indiquent comment s'effectue le transfert de chaleur ; ainsi en réchauffement de liquide et en vaporisation à température de liquide constante , toute la chaleur est prise à l'air , en refroidissement de liquide la chaleur de vaporisation est prise à la fois à l'air et au liquide .

De la même manière que pour le transfert de masse , l'importance plus ou moins grande de celui-ci par la convection qu'il crée , peut modifier le coefficient local de transfert de chaleur H_g . Il y a lieu dans ce cas de tenir compte du terme correctif $\Theta_H = H'_g / H_g$ (voir annexe I) pour connaître le coefficient réel de transfert H_g . Comme pour le coefficient K_g , les calculs sont effectués pour l'expérience 1 du méthanol qui est celle concernant le plus

grand transfert de masse (tableau II 11) .

p_i	p	R_H	θ_H
mm H _g	mm H _g		
66,08	0	0,065	0,98
75,09	15,6	0,061	0,98
87,05	31,2	0,058	0,99
108,77	52,0	0,043	0,99

Tableau (II 11) - Coefficient θ_H (exp 1 du méthanol) .

Les corrections sont négligeables et en tous cas inférieures aux corrections correspondantes à apporter aux coefficients de transfert de masse K_g . L'importance du transfert de masse influe moins sur H_g que sur K_g ; une convection supplémentaire créée par un grand transfert de masse accélère en effet la part du transfert de chaleur due à cette convection . Les termes correctifs θ_H sont pratiquement égaux à l'unité et les coefficients H_g sont encore moins affectés par le transfert de masse ; ils restent constants dans toute la colonne .

II 32) - Transfert de chaleur en phase gazeuse .

L'analyse dimensionnelle permet d'exprimer le transfert de chaleur dans un fluide circulant par convection forcée à l'intérieur d'une conduite par la relation de DITTUS BOELTER ⁽³¹⁾ qui fait apparaître le nombre de GRASHOF ; celui-ci n'intervenant que dans la convection naturelle , cette relation se simplifie et s'écrit :

$$St_g = \frac{H_g}{c_{pg} \rho_g u_g} = 0,023 Re_g^{-0,20} Pr_g^{-0,66} \quad (II 29)$$

Le nombre de STANTON St_g pour l'air , est égal au rapport $Nu_g / Re_g Pr_g$ dans lequel $Nu_g = H_g d / k$ est le nombre de NUSSELT caractéristique du transfert de chaleur dans un fluide . $Pr_g = c_{pg} \mu_g / k$ est le nombre de PRANDTL caractéristique du fluide dans lequel a lieu le transfert de chaleur . La relation (II 29) peut également s'écrire sous une autre forme dite , équation de MAC ADAMS ⁽³²⁾ :

$$Nu_g = 0,023 Re_g^{0,80} Pr_g^{0,34} \quad (II 30)$$

Cependant si les gradients de température entre la paroi et le fluide sont

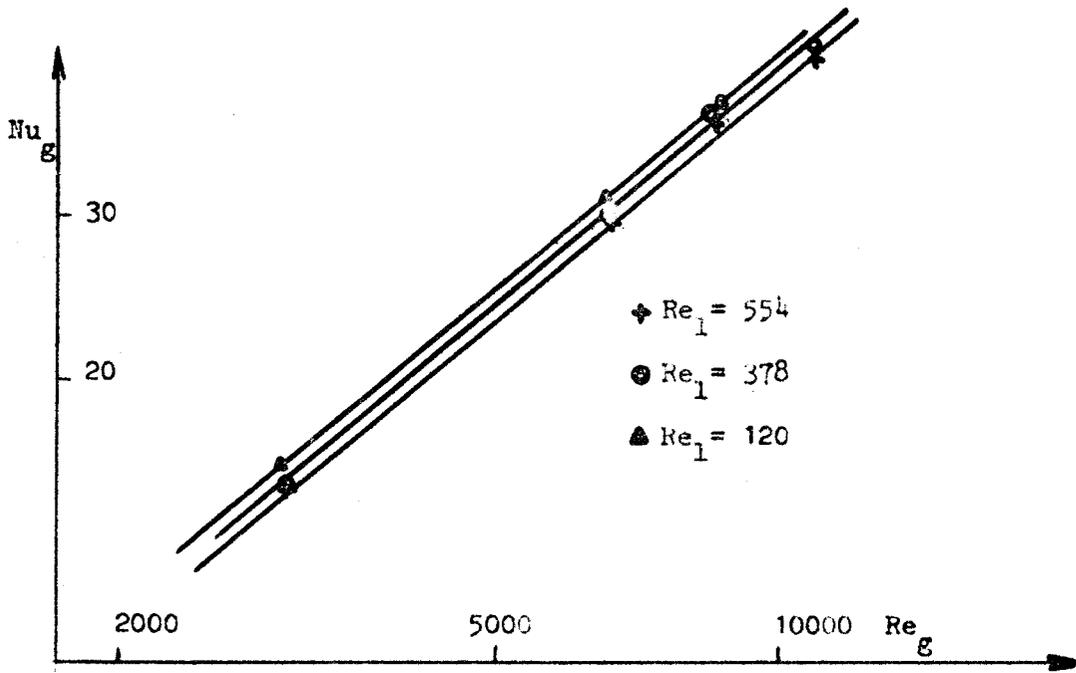


Figure 19 a Tétrachlorure de carbone

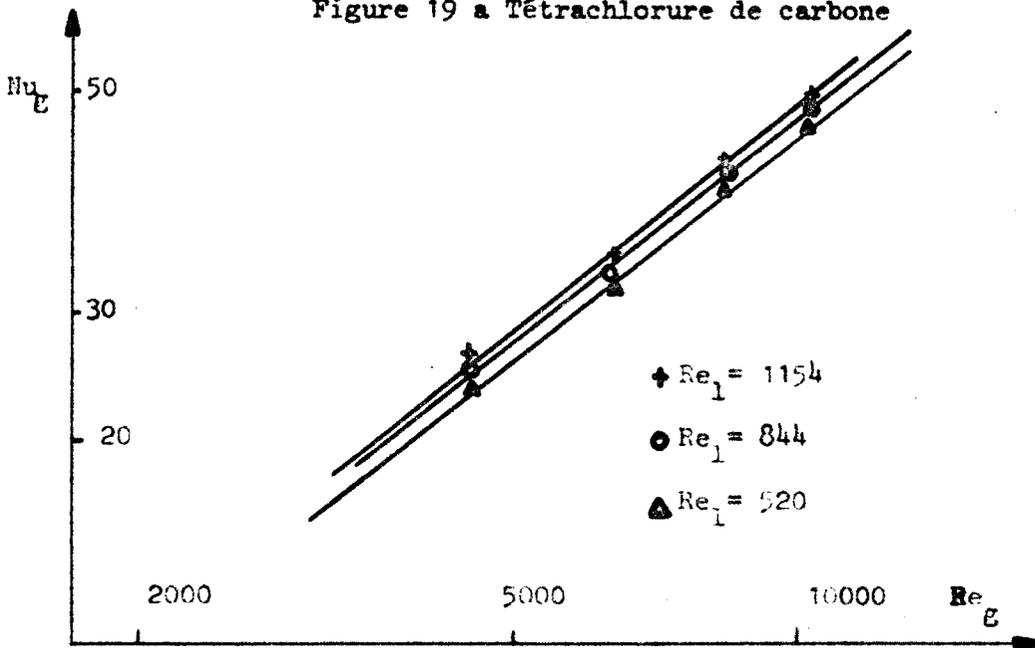


Figure 19 b Trichloréthylène

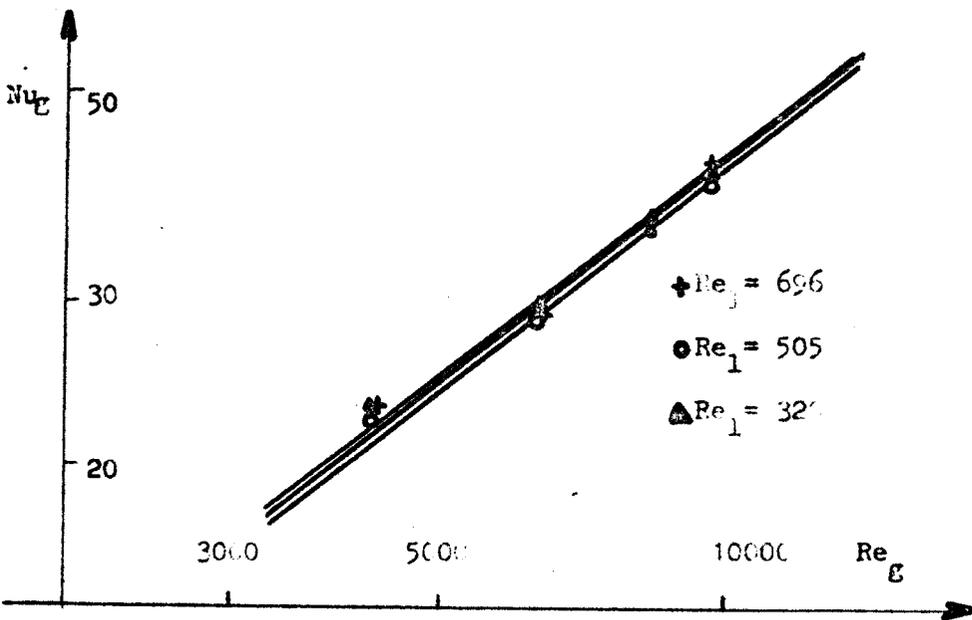


Figure 19 c Chlorobenzène



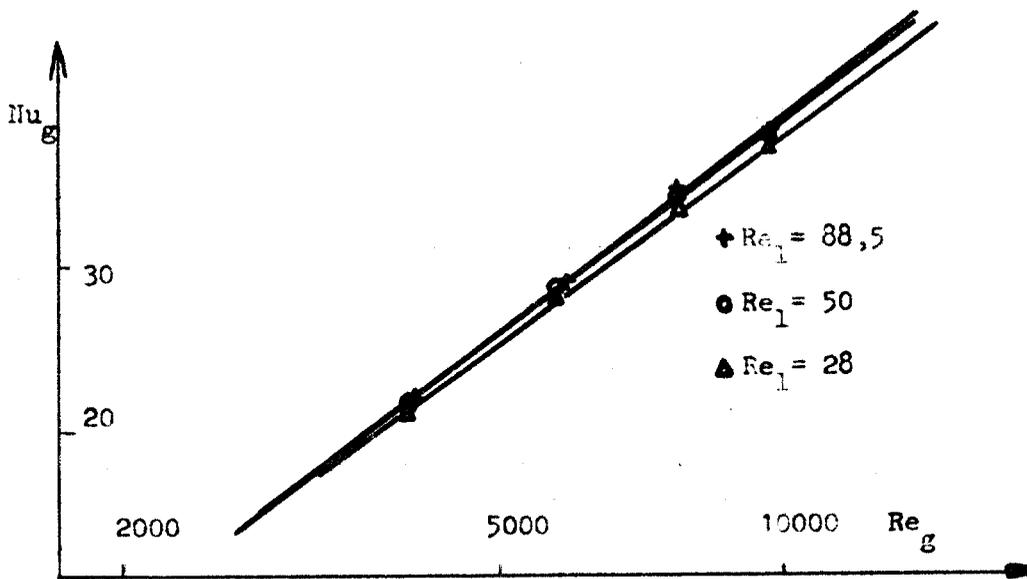


Figure 19 d Butanol

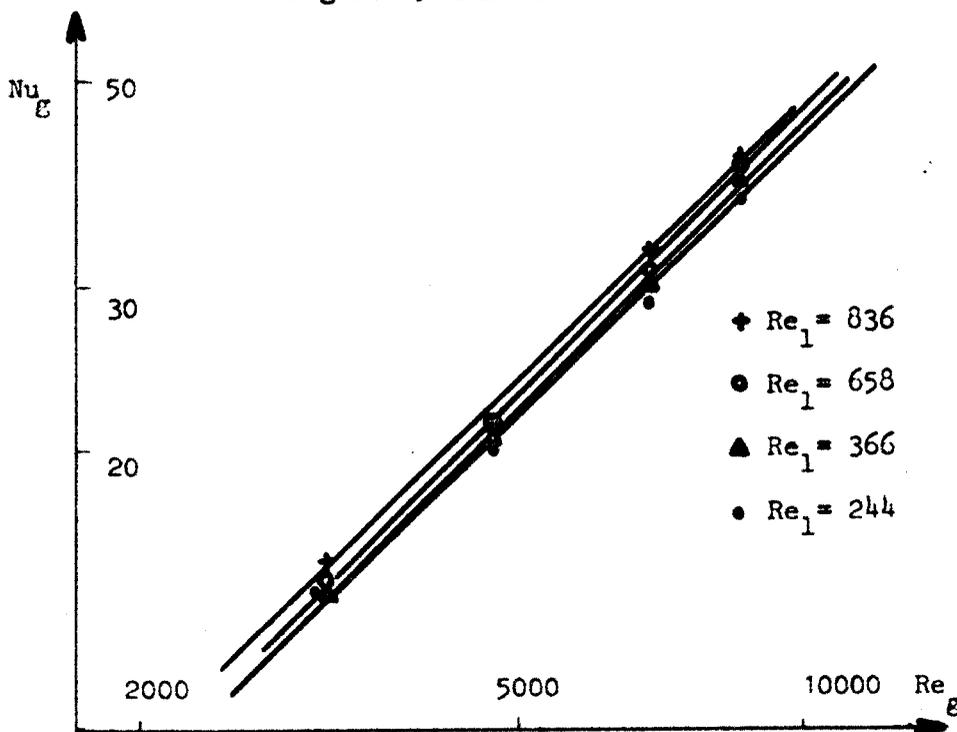


Figure 19 e Méthanol

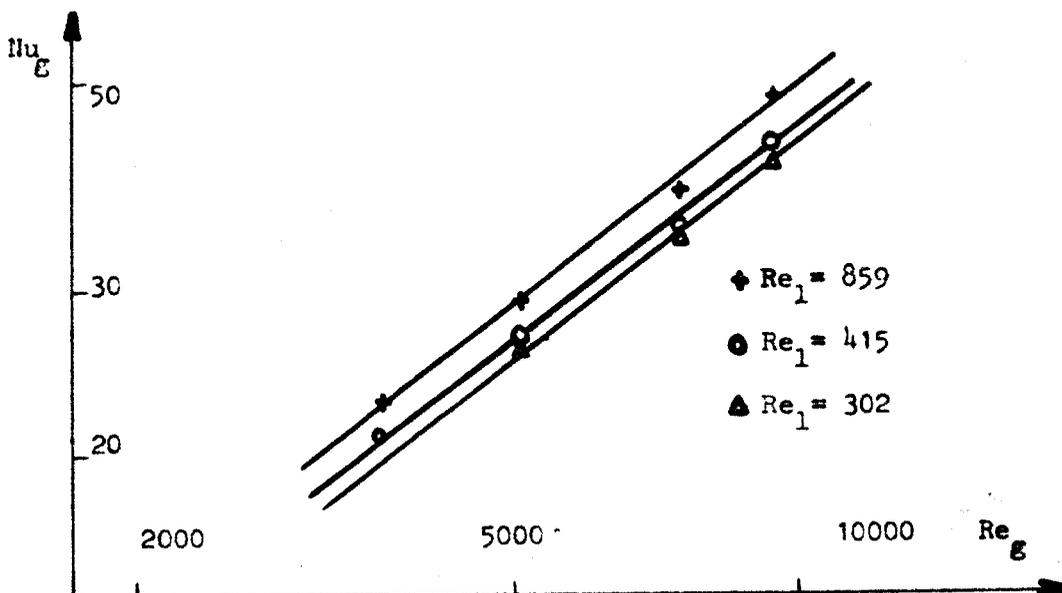


Figure 19 f Heptane



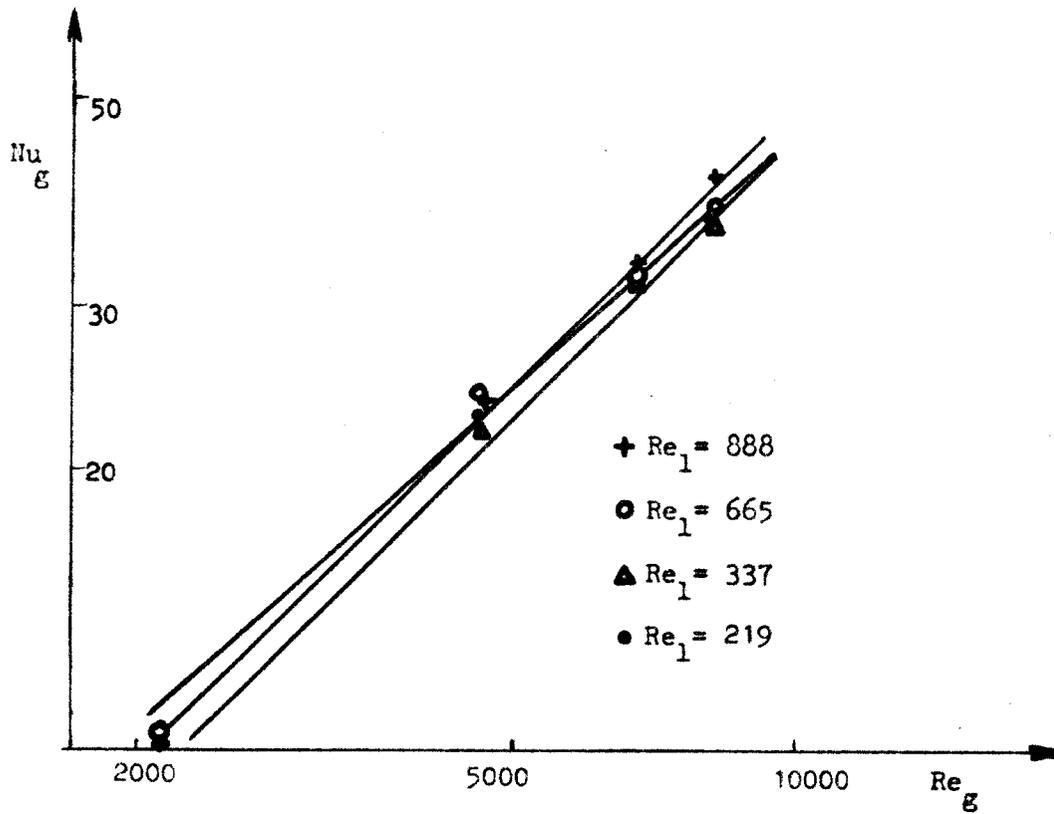


Figure 19 g Acétate de n Butyle

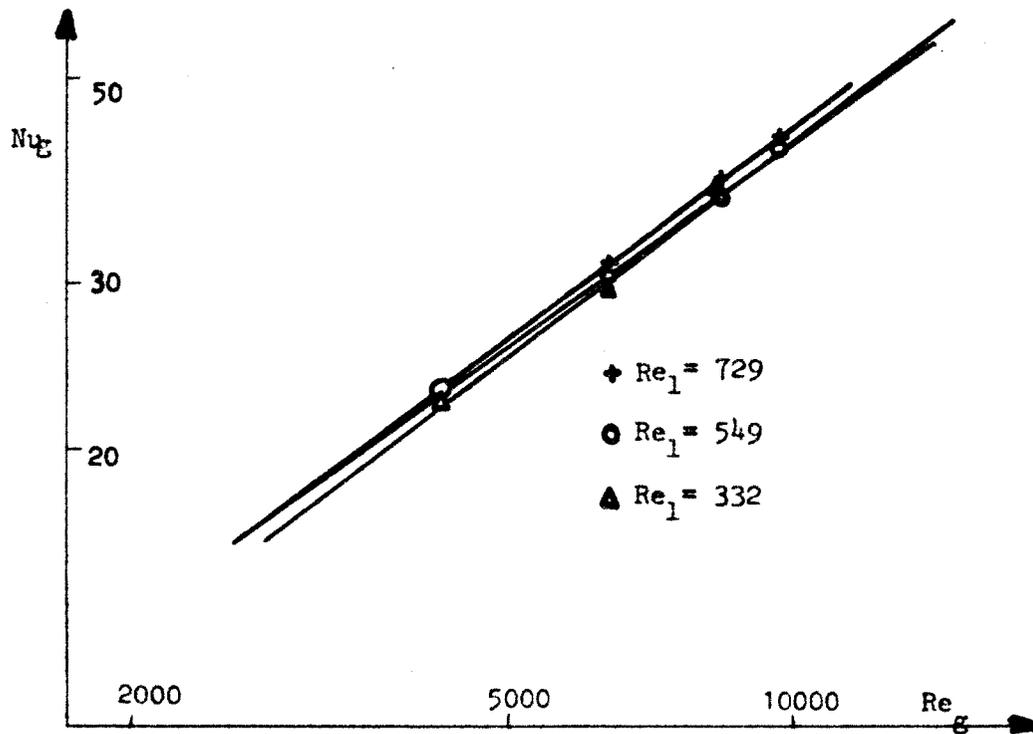


Figure 19 h Benzène



importants , il y a modification des profils de vitesse et la viscosité du gaz s'entrouve affectée de même que le transfert de chaleur . SIEDER et TATE (33) prennent en compte cet effet de viscosité en introduisant dans l'équation de Mc-Adams le terme, rapport des viscosités au coeur du gaz et à l'interface (μ_g/μ_{gi}) élevé à la puissance 0,14 :

$$Nu_g = 0,023 Re_g^{0,80} Pr_g^{0,34} \frac{\mu_g^{0,14}}{\mu_{gi}} \quad (II\ 31)$$

Dans toutes les expériences le nombre de PRANDTL conserve la même valeur $Pr_g = 0,724$, y compris à l'interface ; le nombre de NUSSELT doit alors en principe être uniquement fonction de Re_g et μ_g/μ_{gi} . Cependant il s'agit présentement d'une colonne à paroi liquide déformable et les relations expérimentales devront être plus complexes que la précédente (II 31) .

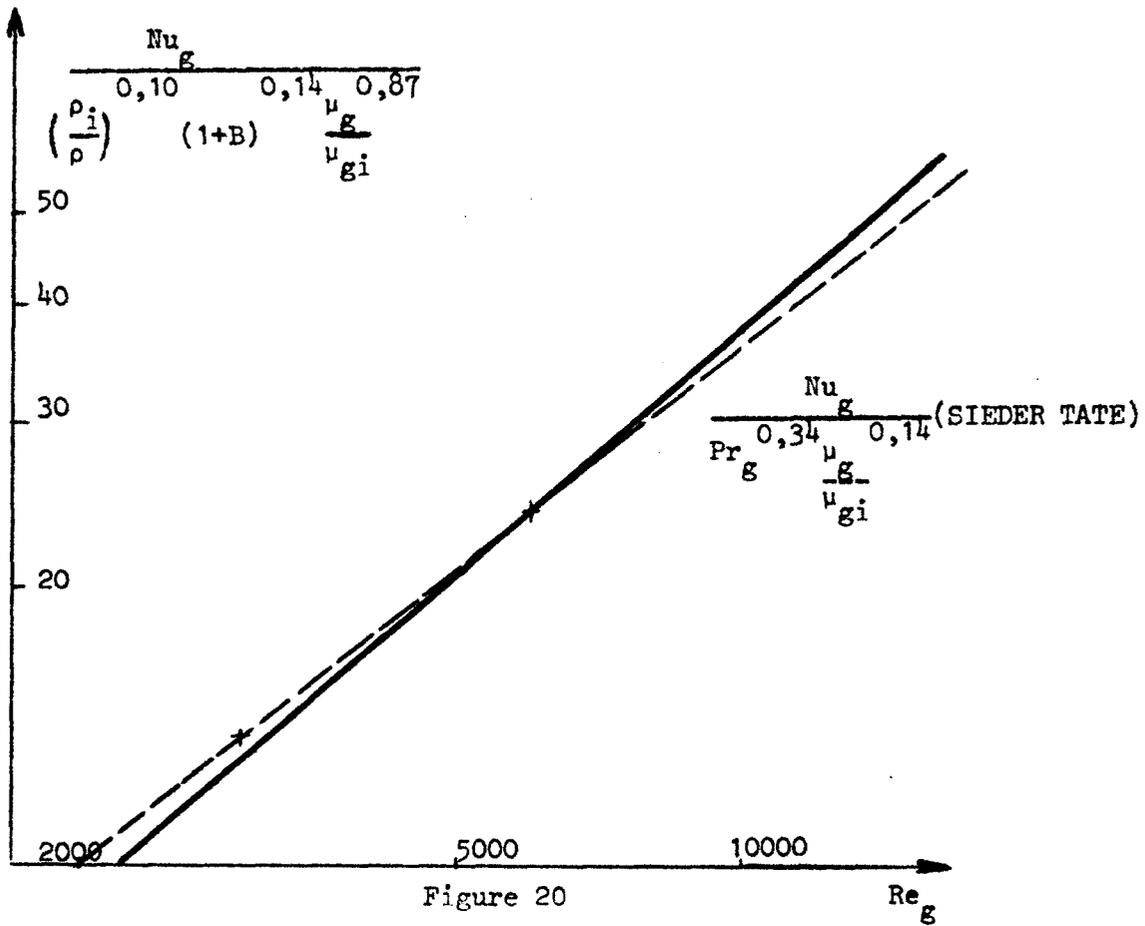
Les nombres de NUSSELT et de PRANDTL étant calculés pour les propriétés physiques de l'air pris à sa température moyenne , on peut encore représenter en coordonnées logarithmiques (figure 19) les courbes $Nu_g = f(Re_g)$, relatives à chacun des liquides vaporisés .

Ces courbes sont des droites parallèles cotées en débits de liquide, la pente moyenne 0.82 montre bien que les coefficients K_g et H_g varient de la même façon en fonction de Re_g .

Outre les facteurs de la relation II 31 , les nombres sans dimension Re_1 et We tenant compte de l'écoulement du liquide , les termes ρ_i/ρ et B représentant les effets des propriétés variables sur le transfert sont considérées comme variables de corrélation dans la relation générale du transfert de chaleur . La méthode des moindres carrés donne la relation générale :

$$Nu_g = 0,020 Re_g^{0,81} \left(\frac{\rho_i}{\rho}\right)^{0,10} (1+B)^{0,14} \frac{\mu_g^{0,87}}{\mu_{gi}} \quad \sigma = 0,064 \quad (II\ 32)$$

L'écart type $\sigma = 0,064$ indique une bonne concordance avec les résultats expérimentaux . Comme dans le transfert de masse , l'hypothèse zéro est vérifiée pour les exposants de Re_1 , We et confirme l'influence négligeable de l'écoulement du liquide . Cependant l'exposant de μ_g/μ_{gi} supérieur à 0,14 , montre bien l'effet de la température de l'interface sur la viscosité de l'air et par suite sur le transfert de chaleur . Les écarts entre la relation (II 32) et la relation de SIEDER et TATE sont mis en évidence à la figure 20 .



Il est évident que dans l'intervalle des nombres de REYNOLDS étudié ($2000 < Re_g < 20\ 000$) l'accord est satisfaisant entre les deux relations. L'équation de SIEDER et TATE pour le transfert de chaleur dans un fluide en convection forcée dans une conduite, reste donc valable pour le transfert de chaleur dans la colonne à film liquide, et permet de calculer les coefficients de transfert H_g au même titre que la relation II 32. On vérifie ainsi qu'en régime laminaire l'écoulement du liquide a peu d'influence sur le transfert de chaleur; les propriétés du film gazeux ont relativement moins d'importance que dans le cas du transfert de masse.

C H A P I T R E I I I

RESISTANCE AU TRANSFERT DE CHALEUR DANS LA PHASE LIQUIDE

Le but de l'étude était de déterminer les coefficients de transfert de masse entre une phase liquide et une phase gazeuse par vaporisation de la première .

Dans tout ce qui précède il a été admis , comme dans presque toutes les études antérieures, que la résistance au transfert de chaleur dans le liquide était négligeable car l'existence d'un film s'opposant efficacement au transfert dans le liquide n'est pas clairement établie . MAC ADAMS affirme que son influence n'est pas négligeable dans les calculs d'élaboration des tours de refroidissement et deux méthodes dites de MICKLEY⁽³⁴⁾ et de MODINE⁽³⁵⁾ permettent de déterminer le coefficient de transfert de chaleur qui lui est relatif .

Si l'affirmation de MAC ADAMS est correcte , on doit observer pour des débits d'air et de liquide donnés , des variations du coefficient global K_g en fonction des températures d'entrée du liquide t_{12} . CRIBB⁽³⁶⁾ a réalisé ces expériences pour l'eau et constate que K_g croît légèrement (environ 2 %) en même temps que t_{12} . Il faudrait donc tenir compte d'un coefficient h_l de transfert de chaleur dans le film liquide et K_g s'en trouverait évidemment modifié .

JACKSON⁽³⁷⁾ affirme au contraire qu'il y a suffisamment de preuves théoriques et expérimentales pour négliger cette résistance et d'après les études antérieures il est certain que les coefficients K_g ne seraient que légèrement modifiés si l'on en tient compte . Toutefois il a paru indiqué de perfectionner le programme de calcul utilisé précédemment et de mettre ainsi au point une troisième méthode de détermination des coefficients h_l . On a comparé ensuite les résultats qu'elle donne à ceux obtenus par les méthodes précédentes .

III 1) - Détermination des coefficients réels de transfert .

Les coefficients réels de transfert sont ceux obtenus lorsque l'on tient compte d'une résistance au transfert de chaleur dans le liquide .

III 11) - Méthode de MICKLEY .

La méthode originale était limitée au cas de l'eau mais LEWIS et WHITE (38) l'ont étendue à d'autres liquides ; on a ainsi une méthode de MICKLEY modifiée (voir annexe V) .

Cette construction, basée sur des diagrammes enthalpie-température donne, par mesure de la pente d'une droite, une valeur du coefficient h_1 pour un rapport psychrométrique R_g donné . Pour les systèmes liquides organiques-gaz, la relation de LEWIS ne s'applique pas et devient en introduisant la constante b pour un système donné :

$$\frac{h_g}{k'_g c_{pH}} = \frac{R_g}{c_{pH}} = b \quad (\text{III 1})$$

La définition de la chaleur latente de vaporisation modifiée $\lambda' = \lambda/b$, permet de calculer les enthalpies modifiées I'_g des diagrammes $I'_g = f(t^\circ\text{C})$. Connaissant b la construction graphique de Mickley a été effectuée ; elle est

donnée à titre d'exemple (fig. 21) pour l'expérience n° 1 du trichloréthylène ; la valeur de b correspondante est $b = 1,59$. Les pentes $-h_1/k'_g b = -R_1/b$ des droites de conjugaison telles AA_1 , BB_1 sont déterminées exactement lorsque la courbe de MICKLEY $I'_g = f(t_g)$ passe par le point $\bar{M} ((I'_g)_2, (t_1)_2)$ représentatif des conditions à l'extrémité supérieure de la colonne . $k'_g a$ peut être évalué en intégrant graphiquement l'équation .

$$\int_{(I'_g)_1}^{(I'_g)_2} \frac{dI'_g}{I'_g - I'_g} = \frac{k'_g a b Z}{G} \quad (\text{III 2})$$

De l'expression des droites de conjugaison on tire la valeur de h_1 . Pour l'exemple choisi, on détermine ainsi graphiquement :

exp 1 Trichlo $b = 1,59$	Méthode de MICKLEY	calcul au chapitre II
$-R_1/b$	- 10,1	-
$k'_g a$	8,3	9,0
$h_1 a$	137,2	-
R_1	16,5	-

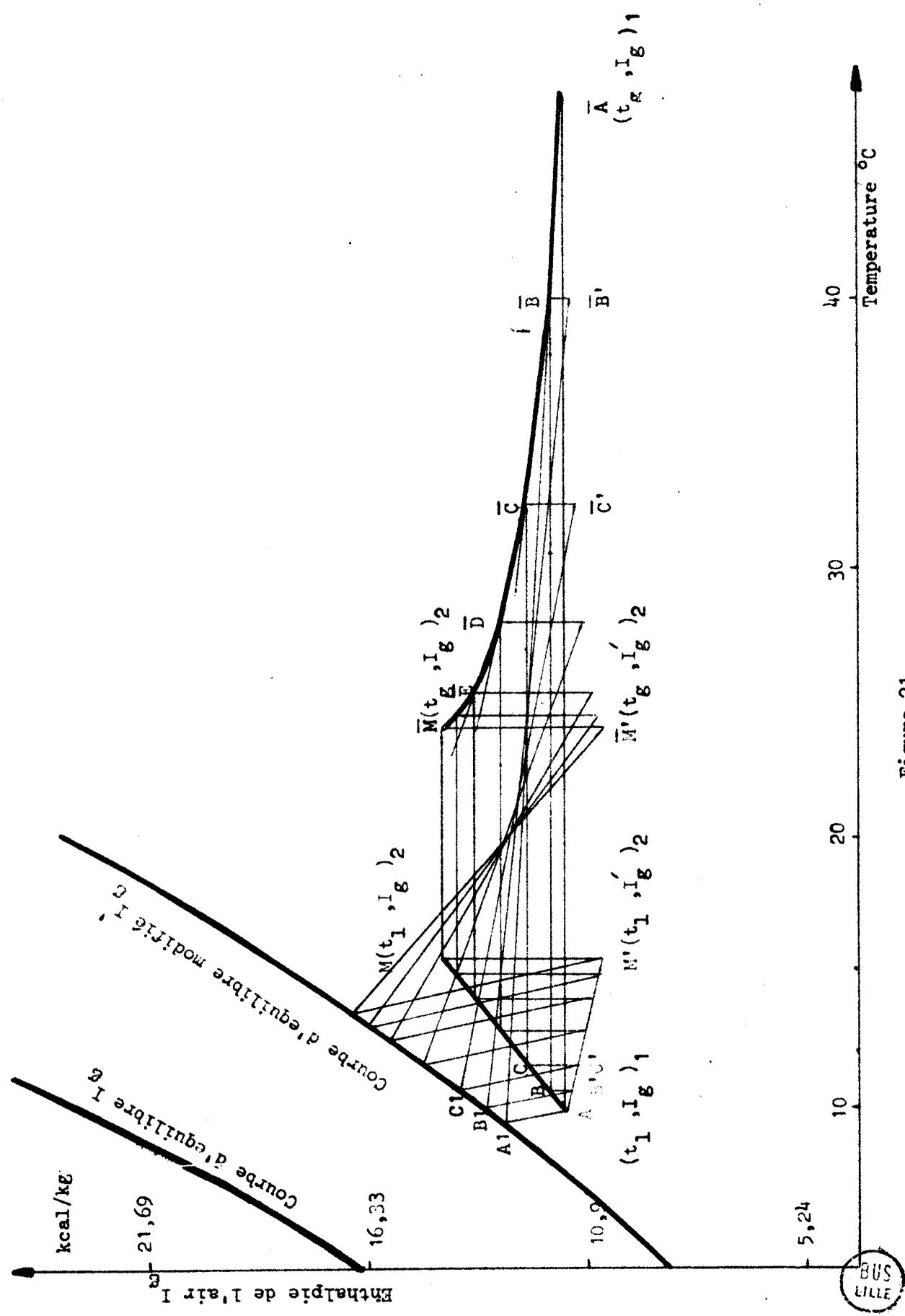


Figure 21



Dans le cas présent le coefficient de transfert h_1 et le rapport R_1 , ainsi déterminés aux erreurs de construction près, ont une valeur relativement faible et tendent à prouver qu'il y avait une certaine résistance au transfert de chaleur dans le liquide. Elle se traduit par une légère modification du coefficient de transfert de masse k'_a (8.3 au lieu de 9). Cette même construction entreprise pour toutes les expériences donnent des valeurs de R_1 en général importantes de l'ordre de 300 et même davantage ; la résistance au transfert de chaleur dans le liquide est donc négligeable dans la plupart des cas et ne devient apparente que pour les expériences du trichloréthylène, du chlorobenzène, dans une mesure moindre pour le tétrachlorure de carbone ; dans ces cas les coefficients h_1 ainsi déterminés sont de l'ordre de 2000 kcal/hr x m² x °C et les rapports R_1 correspondants de l'ordre de 20 (Tableau III 2 P. 83).

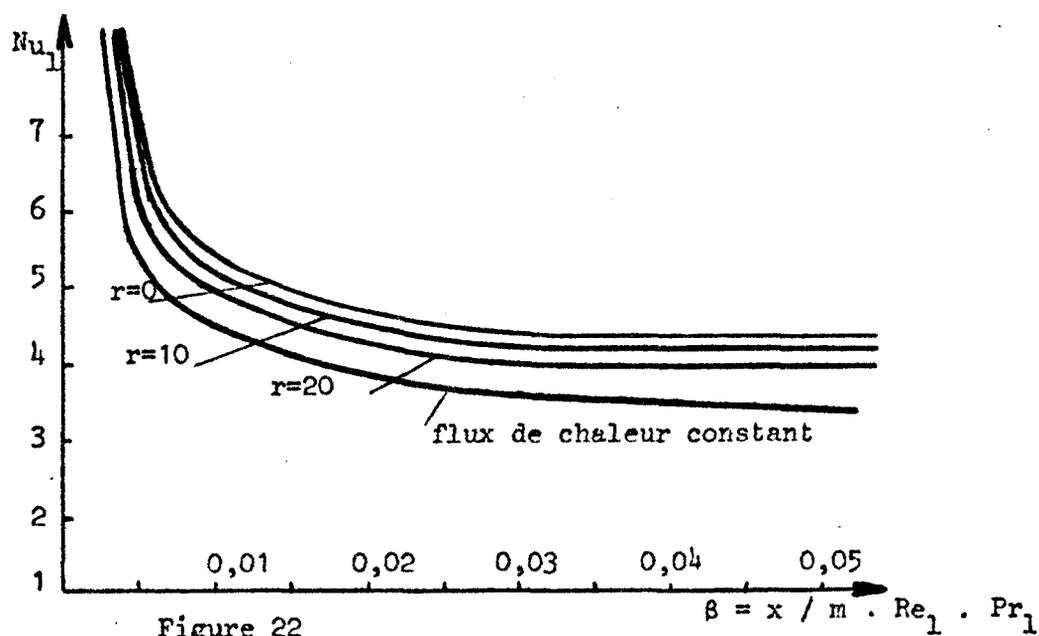
Par ailleurs lorsque la valeur de h_1 ou de R_1 est grande (résistance nulle), la méthode graphique de MICKLEY est très imprécise et même impossible à réaliser dans certains cas car les droites de liaison telles AA_1 , BB_1 ... deviennent verticales ; la valeur très grande de R_1 n'a plus alors de signification (pour une valeur $R_1 = 100$, la pente des droites AA_1 est déjà pratiquement infinie). L'intérêt est donc limité pour une telle construction par ailleurs fastidieuse et nécessitant au départ la connaissance de R_g . Elle s'applique d'autant mieux qu'il y a un transfert de chaleur plus grand dans le liquide.

Pour la plupart des cas nous concernant, elle marque une résistance négligeable dans la colonne à parois mouillées : le transfert de chaleur en phase liquide est proportionnellement bien moins important que dans les colonnes à garniture de GRAIG⁽³⁹⁾. Il faut donc s'adresser à un mode de calcul plus précis.

III 12) Méthode de MODINE et PARRISH.

Pour un écoulement laminaire du liquide sur un mur adiabatique, MODINE et PARRISH ont étudié théoriquement le transfert de chaleur dans le liquide (annexe V). Ils ont montré que le flux de chaleur à l'interface varie exponentiellement avec l'altitude réduite $\beta = \frac{x}{m Re_1 Pr_1}$, soit $q(\beta) = Ce^{-r\beta}$ (r étant une constante positive à déterminer). Il est possible de calculer le coefficient de transfert de chaleur $h_1(\beta)$ et le profil des températures dans le liquide. La figure 22 indique, selon MODINE⁽³⁵⁾ la variation du nombre de NUSSELT $Nu_1 = h_1 m / k$, en fonction de l'altitude

réduit β dans la colonne pour diverses valeurs du coefficient r . Pour $r = 0$ le flux de chaleur interfacial ne dépend plus de β mais est constant dans toute la colonne.



MODINE et PARRISH (35) appliquent leur théorie à des expériences de vaporisation du tétrachlorure de carbone, et du benzène dans l'hélium et l'azote. Les conditions expérimentales diffèrent de celles de la présente étude, en ce sens que les écarts de température entre les deux fluides sont plus importants; le liquide se refroidit par exemple de plus de 12 °C et dans ce cas il existe entre la masse du liquide et l'interface un écart $t_1 - t_i$ qui peut atteindre 2 °C et plus comme l'indique la figure 23.

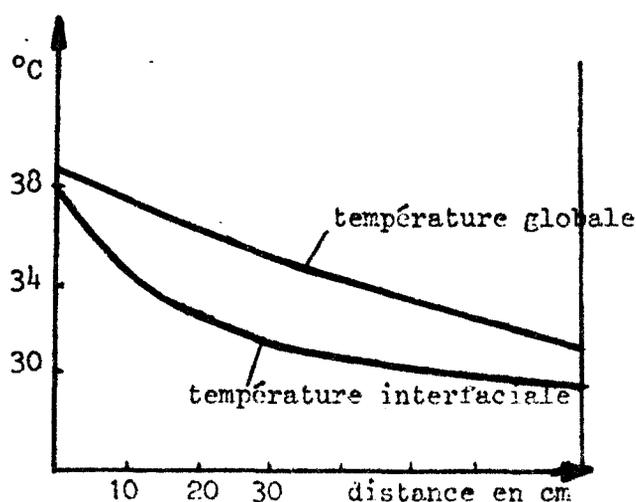


Figure 23. Profils des températures du liquide (exp. MODINE)
Benzène vaporisé dans azote.

On a utilisé la méthode de calcul suivante pour déterminer le coefficient r de MODINE dans l'expression du flux de chaleur q (β) ; les courbes de MODINE donneront alors Nu_1 et par conséquent le coefficient de transfert h_1 .

Pour une valeur de départ r donnée , Nu_1 et h_1 sont connus ; la relation entre les coefficients réels h_g et h_1 et le coefficient global H_g (obtenu au chapitre II) permet de calculer h_g .

$$\frac{1}{H_g} = \frac{1}{h_g} + \frac{1}{h_1}$$

Les coefficients de transfert étant connus , il est possible de calculer les profils de température t_g , t_1 , t_i le long de la colonne en intégrant numériquement les équations de transfert par la méthode de RUNGE-KUTTA . La comparaison des températures finales calculées t_g , t_1 avec les mesures expérimentales détermine ou non une nouvelle valeur de r ; l'itération est poursuivie jusqu'à coïncidence à 0,1 °C près des températures t_1 finales calculées et mesurées . On réalise en fait implicitement la coïncidence de deux courbes l'une correspondant aux n températures données par RUNGE-KUTTA le long de la colonne avec celle des n points donnés par l'intégration de $Lc_{pl} dt_1 = Ce^{-r\beta}$ pour la valeur de r déterminée .

Ces calculs sont faits sur ordinateur et en règle générale la convergence de r est obtenue assez rapidement au bout de deux ou trois itérations (r compris entre 2 et 0 tandis que MODINE dans ses expériences menées un peu différemment trouve un r moyen de 10) . Pour l'ensemble des expériences les valeurs h_1 calculées sont de l'ordre de 2000 kcal/hr.m².°C , ce qui correspond à un nombre de NUSSELT $Nu_1 = 4,5$ en accord avec les courbes de MODINE de la Figure 22 .

La méthode de calcul de MODINE est un peu différente en ce sens qu'elle détermine simultanément par une méthode itérative deux coefficients K et r , le premier figurant dans l'équation du bilan thermique ; il s'agit en fait d'une optimisation du bilan thermique . La méthode utilisée ici paraît plus sûre car elle se borne à intégrer les équations exactes du transfert .

Les résultats des calculs r , h_1 , $R_1 = h_1 a / k'_g$ sont présentés au tableau III 2 . Les valeurs R_1 cadrent en général avec les valeurs correspondantes obtenues par la méthode de MICKLEY pour les expériences du chlorobenzène , du trichloréthylène , du tétrachlorure de carbone , c'est à dire pour trois séries d'expériences assez distinctes du régime de refroidissement adiabatique et dans lesquelles la température d'entrée du liquide est la plus éloignée de la température adiabatique .

A titre d'exemple , effectuant le calcul suivant

MODINE pour l'expérience 1 du trichloréthylène on obtient le profil des températures représenté figure 24 ; l'écart moyen entre les températures est de $t_1 - t_i = 0,2 \text{ } ^\circ\text{C}$.

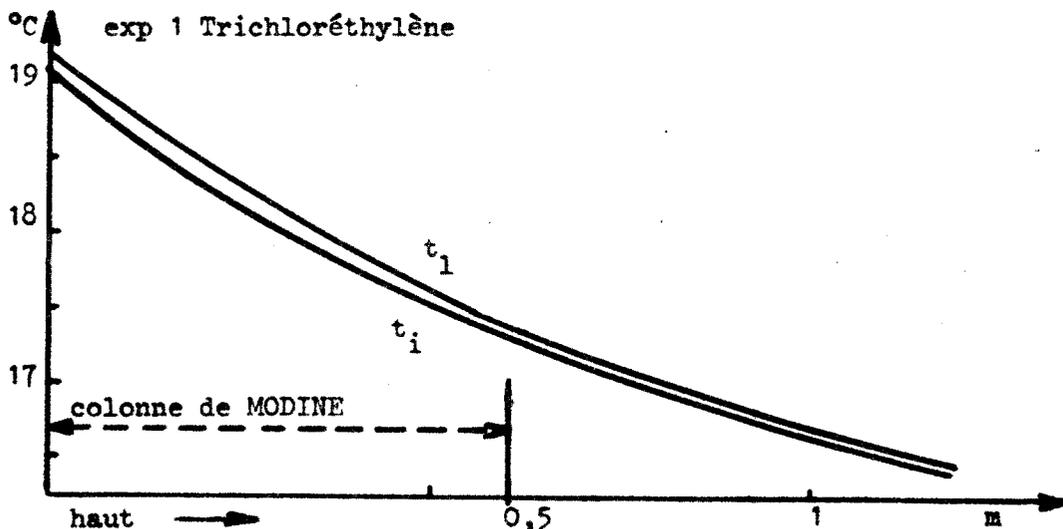


Figure 24 .

Si l'on effectue l'intégration numérique du système (S_1) en imposant comme données expérimentales , non plus les températures calculées à partir des coefficients globaux , mais celles données par le calcul de MODINE on obtient les valeurs $R_g = 0,423$, $h_g = 31,7 \text{ kcal/hr.m}^2.\text{ } ^\circ\text{C}$, $k_g = 370 \text{ k/hr.m}^2.\text{atm}$. Le tableau II 8 permet de comparer ces coefficients globaux ; les écarts sont peu importants et n'excèdent pas 1 % pour cette expérience .

La méthode de MODINE donne des résultats analogues à la méthode graphique de MICKLEY dans le cas où l'on a mis en évidence une résistance au transfert dans le liquide . Elle est aussi plus rapide et précise que cette dernière en même temps que d'une utilisation plus générale . Elle est exacte dans le cas des écoulements laminaires sur un mur adiabatique pour un flux de chaleur interfacial $q(\beta)$ basé sur un modèle expérimental (ce modèle se vérifie en intégrant les équations de transfert par la méthode de la transformée de LAPLACE) ; mais il importe de comparer ces résultats avec ceux donnés par une troisième méthode de calcul plus générale ne faisant appel à aucune hypothèse et développée ci-après .

Remarque : Si l'on se contente d'un r plus approximatif on peut opérer plus simplement avec les deux méthodes suivantes qui donnent des valeurs moins précises et différentes de 5 % environ de celles donnés par le premier mode de calcul .

1) le bilan de chaleur entre l'entrée et un point d'altitude β où $t_{1\beta}$ représente la température moyenne globale du liquide est :

$$Lc_{p1} (t_{12} - t_{1\beta}) = C \int_0^\beta e^{-r\beta} d\beta \quad (\text{III } 3)$$

soit différentiant :

$$\ln \frac{dt_1 \beta}{d\beta} = - r\beta + \text{Cst} \quad (\text{III } 4)$$

La pente de la droite d'équation (III 4) donne r . La première valeur de r est ainsi calculée à partir des valeurs de t_1 déjà obtenues ; les équations de MODINE permettent alors de recalculer un nouveau profil des températures . La construction de la droite (III 4) est recommencée et donne une nouvelle valeur de r ; le processus est repris jusqu'à ce qu'il y ait coïncidence entre les températures calculées et expérimentales à 0,2 °C près .

2) L'intégration de l'équation (III 3), entre les deux extrémités de la colonne donne directement le coefficient r ; la théorie de MODINE donne alors Nu_1 et h_1 ; l'intégration de cette même équation (III 3) suivant l'altitude de β donne le profil des températures t_1 et t_i .

III 2) Méthode générale de calcul des coefficients réels de transfert .

III 21) Equations de transfert .

En supposant t_1 différent de t_i , il faut tenir compte d'une équation supplémentaire relative au transfert de chaleur dans un élément de liquide de hauteur dz et qui s'écrit :

$$Lc_{pl} dt_1 = h_1 a (t_1 - t_i) dz \quad (\text{III } 5)$$

En un point donné de l'interface, la concentration en vapeur au contact du liquide est calculé à la température t_i . Les coefficients de transfert sont maintenant définis entre le coeur du courant gazeux et l'interface. On obtient le système de quatre équations :

$$(\mathcal{S}_2) \quad \begin{cases} Gd\mathcal{H} = k_g a (\mathcal{H}_i - \mathcal{H}) dz \\ Gc_{pH} dt_g = h_g a (t_i - t_g) dz + c_{pv} Gd\mathcal{H} (t_i - t_g) \\ Lc_{pl} dt_1 = h_1 a (t_1 - t_i) dz \\ Lc_{pl} dt_1 = Gc_{pH} dt_g + Gd\mathcal{H} \end{cases}$$

La résolution de ce système (\mathcal{S}_2) détermine les coefficients de transfert k_g , h_g , h_1 , les intégrations s'effectuent de l'entrée à la sortie de la colonne .

III 22) Résolution par intégration numérique .

On peut résoudre directement le système (\mathcal{S}_2) par la méthode

aux différences finies . Mais dans ce cas il convient de faire un hypothèse de départ sur t_i et il est impossible , dans certains cas , de faire converger la solution . Cela tient au fait qu'il y a trop de variables à ajuster en même temps . Au contraire l'intégration numérique par la méthode de RUNGE-KUTTA bien que plus longue donne des résultats satisfaisants . Le système (\mathcal{J}_2) s'écrit encore :

$$(\mathcal{J}_3) \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\mathcal{H}}{dz} = \frac{k'a}{G} (\mathcal{H}_i - \mathcal{H}) \\ \frac{dt_g}{dz} = \frac{h a}{Gc_{pH}} (t_i - t_g) + \frac{c_{pv}}{c_{pH}} (t_i - t_g) \frac{d\mathcal{H}}{dz} \\ \frac{dt_l}{dz} = \frac{h_1 a}{Lc_{pl}} (t_l - t_i) \\ \frac{dt_l}{dz} = \frac{Gc_{pH} dt_g}{Lc_{pl} dz} + \frac{G\lambda d\mathcal{H}}{Lc_{pl} dz} \end{array} \right.$$

En divisant membre à membre les deuxième et quatrième équations de (\mathcal{J}_3) par la première équation , on obtient le système (\mathcal{J}_4) de deux équations différentielles du premier ordre :

$$(\mathcal{J}_4) \left\{ \begin{array}{l} \frac{dt_g}{d\mathcal{H}} = \frac{(t_i - t_g)}{c_{pH}} (c_{pv} + \frac{R}{\mathcal{H}_i - \mathcal{H}}) \\ \frac{dt_l}{d\mathcal{H}} = \frac{G}{Lc_{pl}} (\lambda + c_{pv} (t_i - t_g) + \frac{R(t_i - t_g)}{(\mathcal{H}_i - \mathcal{H})}) \end{array} \right.$$

où les inconnues t_g et t_l sont exprimées en fonction de la variable indépendante qui n'est plus z mais \mathcal{H} . En égalant les deux dernières équations de (\mathcal{J}_2) , on obtient l'expression exacte de t_i :

$$h_1 a (t_l - t_i) \frac{dz}{d\mathcal{H}} = Gc_{pH} \frac{dt_g}{d\mathcal{H}} + G\lambda \quad (\text{III } 6)$$

Remplaçant $\frac{dz}{d\mathcal{H}}$ et $\frac{dt_g}{d\mathcal{H}}$ par leurs expressions , celle de t_i est en définitive :

$$t_i = \frac{R t_g + R_1 t_l - (\mathcal{H}_i - \mathcal{H}) (\lambda + c_{pv} (t_i - t_g))}{R_g + R_1} \quad (\text{III } 7)$$

Dans cette équation on pose $R_1 = h_1 a / k'a$ rapport constant pour une expérience donnée . L'équation (III 7) est en fait une équation implicite qui

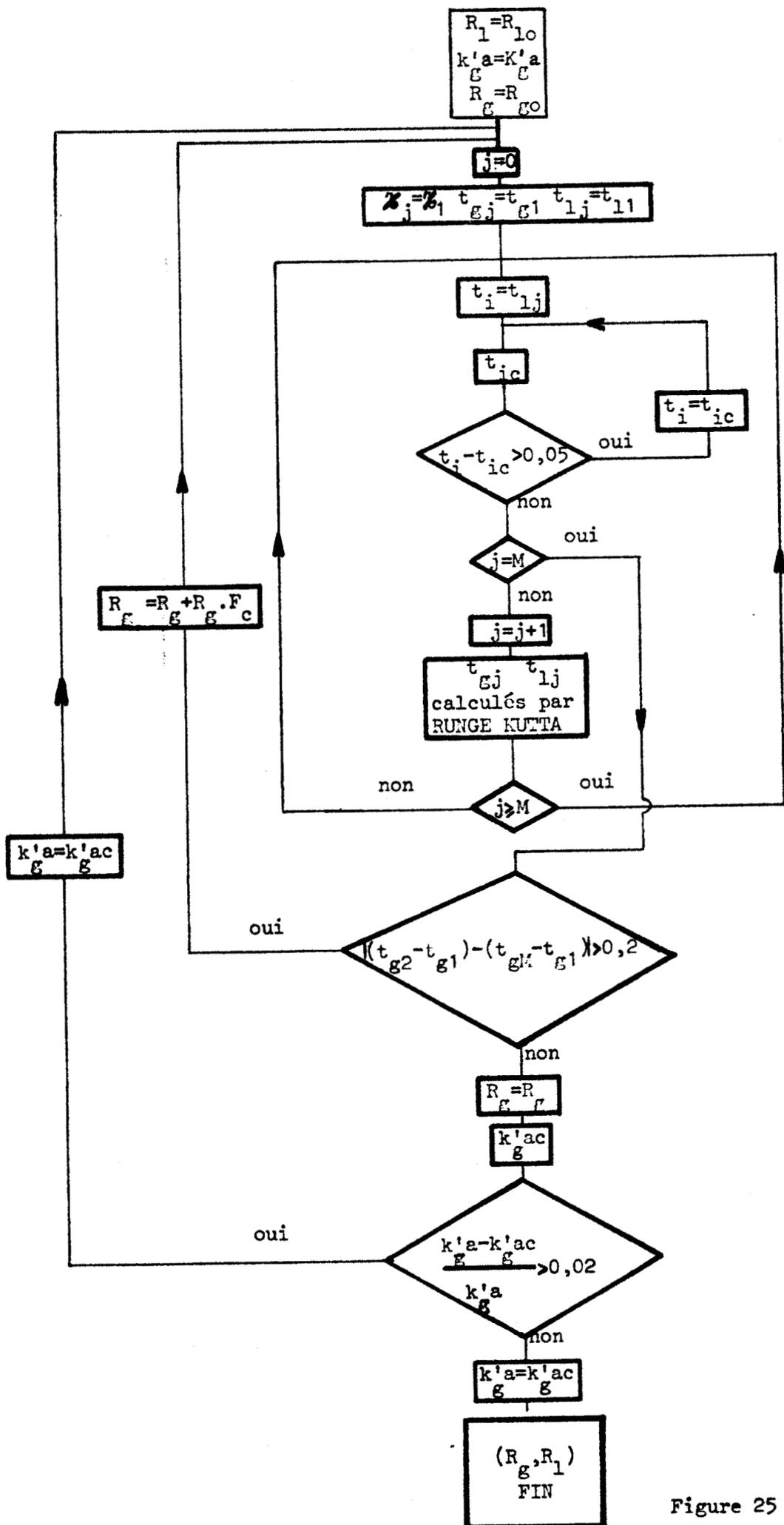


Figure 25

n'est guère utilisable autrement que sous une forme itérative ; une valeur de départ pour le calcul itératif sera par exemple $t_i = t_1$. Cette équation montre que t_i n'est fonction que de t_g , t_1 , \mathcal{H} pour des valeurs de R_g et R_1 fixées. On peut alors écrire le système (S_4) sous la forme simplifiée :

$$(S_4) \quad \begin{cases} \frac{dt_g}{d\mathcal{H}} = f(t_g, t_1, \mathcal{H}) \\ \frac{dt_1}{d\mathcal{H}} = g(t_g, t_1, \mathcal{H}) \end{cases}$$

système qu'il faut résoudre avec les conditions initiales $(t_{g1}, t_{11}, \mathcal{H}_1)$ ou $(t_{g2}, t_{12}, \mathcal{H}_2)$ qui sont les valeurs expérimentales mesurées respectivement en haut et en bas de la colonne à film. R_g et R_1 sont également des inconnues qu'il faudra déterminer. Pour un couple (R_g, R_1) donné, ce système est intégré numériquement par la méthode de RUNGE-KUTTA. Cette méthode calcule successivement les t_{ij} correspondants à des \mathcal{H}_j également espacés par un incrément $\Delta \mathcal{H} = (\mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_1) / M$ si la colonne est divisée en M parties, la solution est donnée par les équations de RUNGE-KUTTA (voir annexe VI). A chaque pas les valeurs t_{gj} et t_{1j} calculées sont injectées dans l'équation itérative (III 7) de manière à calculer t_{ij} correspondant et par suite \mathcal{H}_{ij} . Lorsque $j = M$ les comparaisons des valeurs calculées, t_{gM} et t_{1M} , avec les valeurs expérimentales déterminent des corrections pour les valeurs de départ de R_g et R_1 . Le calcul est alors relancé jusqu'à ce qu'il y ait coïncidence satisfaisante ; on a alors déterminé le couple (R_g, R_1) solution. L'ordinateur de ce programme est présenté ci-contre : figure 25.

III 23) Relation expérimentale .

Donnant à R_1 diverses valeurs de départ et effectuant le calcul précédent, on s'aperçoit qu'il existe une infinité de couples (R_g, R_1) solutions pour une expérience donnée.

Pour chacune des expériences les points représentatifs, en coordonnées cartésiennes, de ces couples $(R_g = f(R_1))$, semblent coïncider avec des courbes d'allure bien déterminée. Bon nombre d'essais de régressions avec divers modèles de courbes, montrent que les couples (R_g, R_1) vérifient commodément avec le maximum de précision des relations du type :

$$\frac{1}{R_g} = A + \frac{B}{R_1} + \frac{C}{R_1^2} \quad (\text{III } 8)$$

Il s'agit d'équations de paraboles dont une partie est représentée ci-dessous (figure 26) . Dans ces équations A est toujours positif tandis que B et C sont du même signe , positif ou négatif ; lorsque $B > 0$ la vaporisation du liquide provoque son refroidissement par contre il y a réchauffement du liquide pour $B < 0$. Le facteur C de concavité de la parabole est toujours assez faible et devient nul en même temps que B lorsqu'il y a vaporisation isotherme du liquide (voir figure 26) .

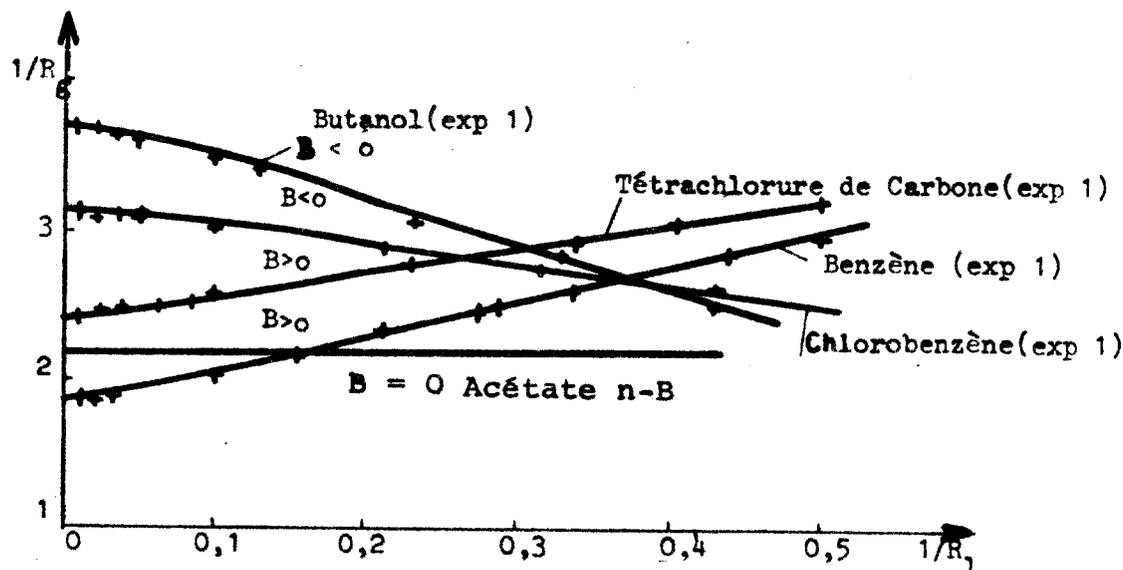


Figure 26 .

Les domaines de définition pour R_g et R_l sont imposés par les conditions : $R_g > 0$, $R_l > 0$. La psychrométrie indique que R_g est de l'ordre de 0,5 ; une résistance au transfert de chaleur dans le liquide se traduit par un coefficient h_1 faible , c'est à dire par une valeur de R_l faible .

Si l'on dispose de n expériences , on vérifie n relations du type (III 8) et la k^{ème} relation s'écrit :

$$\frac{1}{R_g} = A_k + \frac{B_k}{R_l} + \frac{C_k}{R_l^2} \quad (\text{III } 9)$$

En résumé la résolution du système (\mathcal{J}_4) par la méthode d'intégration numérique permet de calculer les températures t_g , t_l satisfaisant aux conditions expérimentales mais ne donne pas le couple (R_g , R_l) solution puisqu'il en existe une infinité . Or un seul couple (R_g , R_l) est une solution pour une expérience donnée correspondant à des conditions déterminées de débits , températures , etc ... Pour les déterminer il faudrait connaître à priori , soit R_g soit R_l et intégrer numériquement (\mathcal{J}_4) . Une autre possibilité consisterait à mesurer en un point de la colonne (par exemple en son milieu) , les

températures et concentrations ; on disposerait ainsi d'une contrainte supplémentaire pour l'intégration de (\mathcal{J}_4) . Il suffirait par exemple de placer au travers de la colonne une petite sonde ne modifiant pas l'écoulement du liquide ; cependant l'appareil utilisé n'était pas conçu pour effectuer de telles mesures .

- Remarque : dans (III 8) C est faible et R_1 est toujours grand semble-t-il $\frac{C}{R_1^2}$ est généralement petit devant $\frac{B}{R_1}$ et l'arc de parabole est alors assimilable à une droite :

$$\frac{1}{R_g} = A + \frac{B}{R_1}$$

soit encore :

(III 10)

$$\frac{1}{h_g} - \frac{B}{h_1} = \frac{A}{k'_g}$$

L'équation (III 10) montre que la résistance au transfert de masse (localisée dans la phase gazeuse) est approximativement proportionnelle à la différence ou à la somme des résistances au transfert de chaleur suivant que le liquide se refroidit ou se réchauffe pendant la vaporisation . Ceci rappelle l'analogie de CHILTON-COLBURN que l'on verra plus loin .

III 24) Solution par optimisation .

On peut tirer partie de la relation générale (III 9) , car pour un liquide donné les expériences faites se différencient par les valeurs des débits de liquide et de gaz qui varient dans un large intervalle , R_g et R_1 sont alors liés à L et G par des relations du type :

$$R_g = \alpha G^\beta L^\gamma \qquad R_1 = \alpha' G^{\beta'} L^{\gamma'} \qquad \text{(III 11)}$$

où α , β , γ , α' , β' , γ' sont des constantes à déterminer . La relation (III 9) s'écrit :

$$f_k(\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma') = 1 = \frac{1}{A_k \alpha G_k^\beta L_k^\gamma} - \frac{B_k}{A_k \alpha' G_k^{\beta'} L_k^{\gamma'}} - \frac{C_k}{A_k (\alpha' G_k^{\beta'} L_k^{\gamma'})^2} \qquad \text{(III 12)}$$

f_k désigne une fonction de six variables réelles . L_k et G_k sont données pour l'expérience numéro k et A_k , B_k , C_k sont déterminés lorsque l'on connaît au moins trois couples (R_g, R_1) . On est donc amené à rechercher les racines d'un système de n équations simultanées et il est possible de résoudre

un tel système n'admettant que des racines réelles , en minimisant la fonction F hypersurface de réponse .

$$F = \sum_{k=1}^n (f_k(\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma') - 1)^2 \quad (\text{III } 13)$$

Si $n = 6$, on a six équations à six inconnues , le minimum de F est alors nul à la solution .

Si $n > 6$, le minimum de F n'est pas nul et la solution représente alors une approximation par la méthode des moindres carrés ; la recherche des racines du système d'équations simultanées peut alors se traiter par des méthodes d'optimisation . Réciproquement la recherche d'un extrémum d'une fonction peut se traiter à l'aide des techniques de recherches des racines d'un système d'équations .

Cependant la surface réponse doit être unimodale , c'est-à-dire qu'elle ne doit présenter qu'un seul extrémum (ici un minimum) . Il n'existe pas de solution dans le cas multimodal et il faut alors chercher l'extrémum dans un domaine bien défini .

- La méthode employée pour déterminer les racines α_i (i de 1 à 6) correspondant au minimum de F , était tout d'abord la méthode d'optimisation aux dérivées partielles , ou méthode de RAPHSON-NEWTON généralisée (voir annexe VI) . Cependant elle n'a donné de bons résultats que dans quelques cas ; pour les autres il n'y a pas de convergence et une autre méthode plus performante , celle du "Gradient" a été utilisée (voir annexe VI) ; elle est applicable dans tous les cas traités et converge plus rapidement .

- En résumé pour chaque expérience on détermine pour diverses valeurs de R_1 les valeurs de R_g correspondantes en intégrant (\mathcal{J}_4) (RUNGE-KUTTA) ; avec les couples (R_g, R_1) obtenus on établit les relations (III 12), puis la méthode d'optimisation du gradient donne les valeurs α_i qui permettent de calculer R_g, R_1 pour chaque expérience . L'ordinogramme général et le programme de cette méthode de calcul figurent dans l'annexe VI . Avec ces dernières réinjectées dans le programme la répartition finale des températures et concentrations est établie . On calcule notamment par l'intégration de SIMPSON :

$$k'_g a = \frac{G}{Z} \int_{h_1}^{h_2} \frac{d h}{h_i - h} \quad , \quad k_g a = \frac{GPM_A}{Z M_B} \int_{P_1}^{P_2} \frac{dp}{(p_i - p)(P - p)^2} \quad (\text{III } 14)$$

Les coefficients h_g et h_1 se déduisent des définitions de R_g et R_1 .

- Remarque : le système (\mathcal{S}_4) s'écrit avec l'équation du bilan thermique corrigé en tenant compte des pertes de chaleur :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dt_g}{d\mathcal{H}} = \frac{t_i - t_g}{c_{pH}} \left[c_{pv} + \frac{R_g}{\mathcal{H}_i - \mathcal{H}} \right] \\ \frac{dt_l}{d\mathcal{H}} = \frac{G}{Lc_{pl}} \left[\lambda + c_{pv}(t_i - t_g) + \frac{R_g(t_i - t_g)}{\mathcal{H}_i - \mathcal{H}} + \frac{Ua(t_l - t_{ex})}{k'_a(\mathcal{H}_i - \mathcal{H})} \right] \end{array} \right.$$

avec

$$t_i = \frac{R_l t_l + R_g t_g - (\mathcal{H}_i - \mathcal{H})(\lambda + c_{pv}(t_i - t_g) - Ua(t_l - t_{ex})/k'_a)}{R_l + R_g}$$

Pour résoudre ce système il est nécessaire de connaître une première valeur de k'_a figurant dans les équations ; la valeur de K'_a correspondant constitue une bonne approximation .

III 3) Résistance au transfert de chaleur dans le liquide - coefficients réels de transfert.

III 31) Détermination des rapports R_g , R_l .

La méthode d'optimisation du gradient permet avec A_k , B_k , C_k déterminés comme précédemment de calculer les exposants α_i de R_g et R_l ; Le point de départ $\{\alpha_i\}_0$ choisi arbitrairement pour les itérations étant :
 $\alpha = 0,5$ $\beta = \gamma = 0$ $\alpha' = 50$ $\beta' = 0$ Les valeurs des coefficients α et α' correspondent approximativement aux valeurs moyennes prises par R_g et R_l .
 Le tableau III 1 donne les valeurs α , β , γ , α' , β' , γ' , calculées avec le degré de précision $\sigma^{(*)}$, ainsi que les valeurs moyennes des rapports R_g et R_l pour chaque liquide et les valeurs moyennes des écarts de température $t_l - t_i$ (voir aussi tableaux (II 1) à (II 8) et (III 2)) . La résistance au transfert de chaleur dans le liquide est du même ordre de grandeur dans le cas des méthodes de MODINE et de MICKLEY pour le chlorobenzène , le trichloréthylène , le tétrachlorure de carbone ; c'est à dire pour les liquides ayant une faible capacité calorifique; pour un même flux de chaleur à débit

(*) -si pour l'expérience k le résidu est représenté par r_k , σ a pour expression:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^n r_k^2}{(n-6)}}$$

égal la variation Δt_1 de température entre les extrémités de la colonne est dans ce cas plus importante, et une partie (2 à 4 %) de la résistance totale au transfert est alors offerte par le liquide. Dans les autres cas la méthode d'optimisation comme la construction de MICKLEY donne des résistances pratiquement nulles, ne signifiant rien car le calcul devient trop imprécis, aussi ne peut-on les comparer aux résultats de MODINE car celui-ci a toujours opéré avec un fort refroidissement de liquide. Pour les trois cas cités les résultats de MODINE sont du même ordre de grandeur que ceux donnés par la méthode d'optimisation; ceci conduit à penser que les hypothèses de MODINE sont à peu près vérifiées par l'expérience et que les écoulements sont sensiblement laminaires, les rides de gravité ne paraissant pas avoir beaucoup d'importance, du moins en ce qui concerne les transferts de masse et de chaleur comme il a été dit au chapitre II.

	α	β	γ	α'	β'	γ'	σ	R_g moyen	R_l moyen	$t_1 - t_i$ moyen
Benzène	0.506	-0.003	0.015	50	0.188	0.384	0.016	0.529	300	négligeable
Méthanol	0.133	0.151	0.151	50	0.889	0.161	0.044	0.320	750	négligeable
Heptane	0.684	-0.149	-0.001	50	0.403	0.578	0.023	0.461	900	négligeable
Butanol	0.693	-0.203	-0.075	50	0.225	0.275	0.037	0.334	200	négligeable
Chlorobenzène	0.757	-0.125	-0.107	50	-0.078	-0.203	0.028	0.371	20	0.30
Acétate-butyle	0.466	0.076	-0.103	50	0.326	0.927	0.039	0.391	3300	négligeable
Trichloréthylène	0.540	-0.076	-0.002	50	-0.109	-0.089	0.010	0.434	15	0.30
Tétrachlorure de carbone	0.560	0.049	-0.107	50	0.062	0.082	0.016	0.425	80	0.10

Tableau III 1 . Détermination de R_g et R_l en fonction de G et L .

YOSHIDA (40) qui a étudié la vaporisation de l'eau, trouve h_g proportionnel à $L^{0,2}$, et h_l proportionnel à $L^{0,8}$; R_g/R_l est donc proportionnel à $L^{-0,6}$; l'exposant trouvé ici est bien plus faible, mais il faut tenir compte du fait que YOSHIDA expérimentait sur un garnissage à surface de

contact dépendant du débit de liquide et la méthode utilisée pour mesurer l'influence de ce dernier était basée implicitement sur l'hypothèse que les variables aléatoires étaient indépendantes ce qui est inexact puisque la matrice des covariances n'est pas diagonale .

D'après les écarts types (maximum 4,4 % pour le méthanol) la détermination des exposants de α_i est satisfaisante ; en règle générale les étapes du calcul d'optimisation indiquent une convergence rapide des exposants de R_g , tandis que ceux de R_l sont ajustés moins vite tout en abaissant très peu l'écart type σ . Quelque soit le point de départ $\{\alpha_i\}_0$ choisi, la solution pour les exposants de R_g reste la même alors qu'elle varie pour ceux de R_l tout en conservant à R_l la même valeur finale .

Les rapports R_g sont déterminés avec plus de précision que les rapports R_l . Ceci est lié au fait qu'ils ont dans les relations (III 9) un poids supérieur à ces derniers . De même que dans la méthode de MODINE les fortes valeurs de R_l ont peu d'influence sur le transfert ; elles correspondent à des coefficients de transfert h_l élevés dans le liquide donc à des résistances au transfert de chaleur sans valeur pour un Δt_l faible .

Parallèlement les valeurs de R_g déterminées sont pratiquement égales à celles déjà obtenues (tableaux II 1 à II 8) les exposants β et γ étant faibles, la valeur de R_g est donc fixée à peu près par le seul coefficient α .

III 32) - Coefficients de transfert h_l .

- Les coefficients h_l possèdent en moyenne de fortes valeurs variant entre 1000 kcal/hr.m² °C et des valeurs très élevées signifiant que la résistance dans le liquide serait très faible (tableaux (II 2) 3,4,6,7) .

Ces résultats assez dispersés s'expliquent par les différents régimes de vaporisation . Il est normal par exemple qu'en vaporisation isothermique (heptane, acétate de butyle) il n'y ait plus de transfert de chaleur dans le liquide et la valeur très grande de h_l n'a plus alors de signification . Le rapport des flux de chaleur dans chaque phase

$Lc_{pl} \Delta t_l / Gc_g \Delta t_g$ est nul dans ce cas .

Dans les cas de refroidissement ou de réchauffement du liquide, les valeurs de h_l varient suivant les liquides jusqu'à un minimum de 760 kcal/hr.m² °C pour le trichloréthylène soit une valeur de plus de trente fois supérieure aux coefficients h_g correspondants . Donc s'il existe bien une résistance au transfert de chaleur dans le liquide son importance est faible par rapport à celle qui existe dans l'air, comme il était prévu .

Dans le cas où la résistance au transfert dans le liquide

est la plus importante , les écarts de température $t_1 - t_i$ vont de 0,7 à 0,2 °C (trichloréthylène , chlorobenzène) . Ils ne sont plus que de 0,1°C environ pour le tétrachlorure de carbone , et pratiquement nuls pour les autres liquides . Pour les corps autres que les trois premiers cités il est alors justifié d'éliminer ces expériences dans les régressions à venir ; on ne tient compte ainsi que de celles pour lesquelles l'écart de température $t_1 - t_i$ a vraiment une signification .

- Le nombre de NUSSELT Nu_1 est défini d'une manière analogue à Nu_g par la quantité $h_1 m/k$ où m et k sont respectivement l'épaisseur moyenne du liquide et sa conductibilité thermique , les courbes de la Figure 27 donnent les variations de Nu_1 en fonction de Re_1 .

Les résultats obtenus par la théorie de MODINE sont dans l'ensemble assez proches pour les trois liquides cités (tableau III 2) et sont représentés figure 27 . La méthode d'optimalisation donne des résultats encadrant ceux de MODINE et les écarts observés peuvent être dûs à notre méthode de détermination de r qui n'est pas celle utilisée par lui . L'étude ne pourrait être complète qu'en comparant avec la "méthode" originale de celui-ci , mais le temps nous a manqué pour le faire et nous n'avons utilisé que les résultats fournis par les calculs théoriques de MODINE basés sur l'hypothèse d'un écoulement liquide laminaire .

Sur la figure 27 la dispersion des points pour un liquide donné montre que Nu_1 dépend non seulement de Re_1 mais sans doute aussi d'autres facteurs que l'on a cherché à déterminer .

- L'inventaire des données physiques dont dépend le coefficient h_1 indique que celui-ci est au minimum fonction des grandeurs :

$$h_1 = f(u_1 , \mu_1 , \rho_1 , c_{pl} , k , m , \lambda) \quad (\text{III } 15)$$

Dans le système des grandeurs primaires m , ρ_1 , μ_1 , k , le théorème de VASCHY établit que l'équation (III 15) est équivalente à l'équation (III 16) entre les 8-4 grandeurs réduites :

$$Nu_1 = \frac{h_1 m}{k} = \mathcal{F}_1 \left(\frac{u_1 \rho_1 m}{\mu_1} , \frac{c_{pl} \mu_1}{k} , \frac{\lambda}{C_{pl} \Delta t} \right) \quad (\text{III } 16)$$

Le nombre de NUSSELT Nu_1 est donc fonction des nombres de REYNOLDS Re_1 , de PRANDTL Pr_1 caractéristique de chaque liquide (tableau I 2) et du nombre $Ku = \lambda/C_{pl} \Delta t$ appelé nombre de KUTATELADZE également utilisé dans l'étude de la condensation d'un liquide sur une paroi . Δt représente l'écart

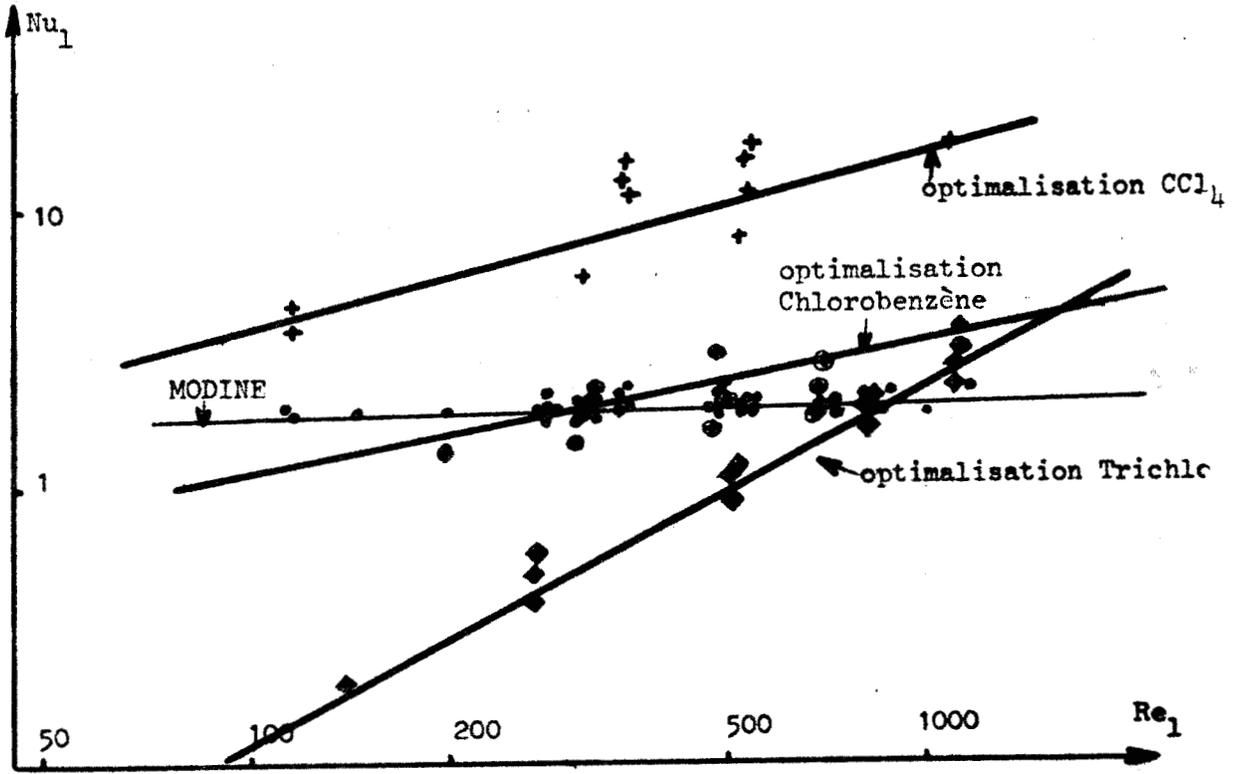


Figure 27

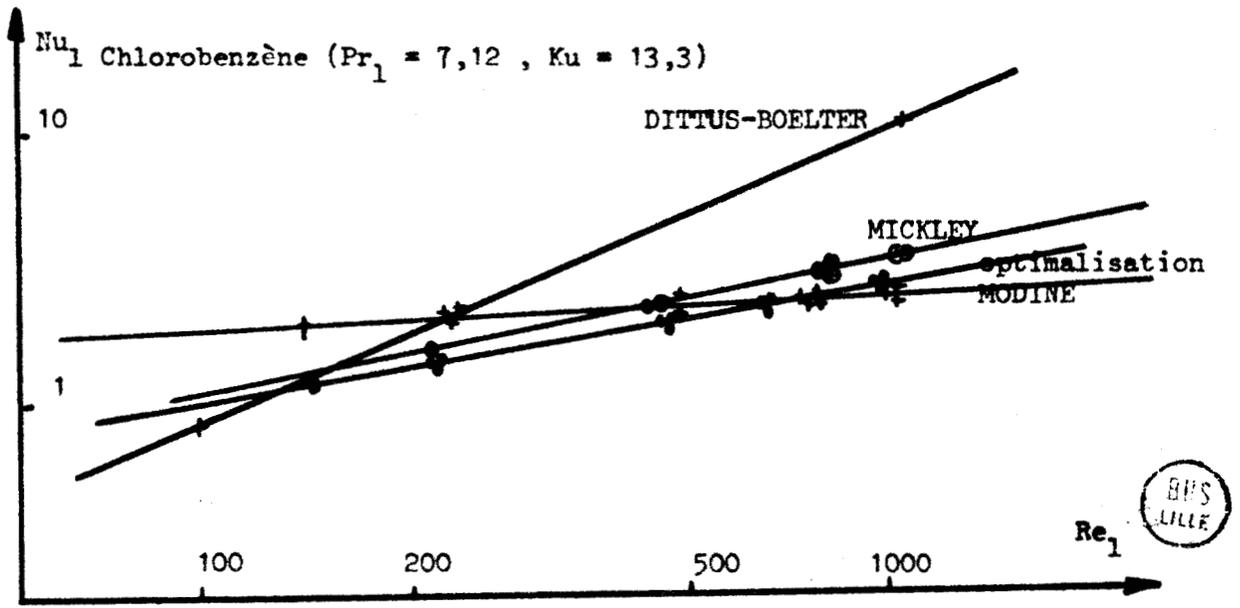


Figure 28 .

entre la température moyenne de l'air et la température moyenne du liquide .

	Optimalisation			MODINE		MICKLEY	
	CHLOROBENZENE						
Exp	R_1	$h_1 \times 10^{-2}$	r	R_1	$h_1 \times 10^{-2}$	R_1	$h_1 \times 10^{-2}$
1	17	13,4	0,92	29	22,4	14	10,9
2	18	13,2	0,44	35	25,5	16	11,5
3	20	14,2	0,10	43	29,8	25	17,5
4	21	12,6	0,13	49	29,8		
5	19	11,7	0,47	41	25,5		
6	17	11,5	0,94	34	22,4		
7	18	9,1	1	44	22,4		
8	19	9,2	0,57	52	25,6		
9	21	10,0	0,19	63	29,9		
12	22	7,5	0,30	85	29,9	30	10,5
13	24	8,0	0,08	102	34,3	32	10,8
	TETRACHLORURE DE CARBONE						
1	84	47,2	0,79	45	25,4	20	11,3
2	81	44,1	0,71	55	30,3	30	16,3
3	82	37,4	0,64	56	25,5		
4	80	35,0	0,62	68	30,3		
5	73	27,6	0,32	97	37,5		
6	78	19,6	0,10	97	24,4	28	7,0
7	76	18,1	0,17	127	30,5	26	6,2
8	69	44,8	0,27	173	37,5	41	26,6
9	85	34,9	0,81	39	25,4		
10	82	51,3	0,64	48	30,3		
	TRICHLORETHYLENE						
1	18	13,7	1,44	30	22,4	17	12,6
2	14	10,1	1,48	34	24,4	19	13,7
5	20	12,6	1,78	36	22,3		
6	15	9,3	1,67	40	24,3		
7	10	6,0	1,80	47	28,1		
11	23	11,2	1,42	52	24,4		
12	28	9,8	1,74	46	22,3	21	7,4
13	21	7,5	0,89	70	24,6	16	5,6

Tableau III 2 . R_1 , h_1 par différentes méthodes .

La régression par la méthode des moindres carrés entre les variables sans dimension de l'équation (III 16) donne l'équation :

$$Nu_1 = 0,014 Re_1^{0,68} Pr_1^{1,52} (Ku)^{0,76} \quad \sigma = 0,17 \quad (\text{III } 17)$$

et par suite du petit nombre de données de précision médiocre la constante



de proportionnalité n'est déterminé qu'à .007 près .

Dans cette expression les propriétés physiques du liquide sont prises à sa température moyenne .

Les corrélations analogues à (III 17) , établies respectivement avec les valeurs h_1 données en utilisant les résultats de MODINE ou la construction de MICKLEY sont les suivantes :

$$\text{MODINE : } Nu_1 = 14,2 Re_1^{0,08} Pr_1^{0,53} Ku^{-0,90} \quad \sigma = 0,11 \quad (\text{III } 18)$$

$$\text{MICKLEY : } Nu_1 = 0,0164 Re_1^{0,56} Pr_1^{1,72} Ku^{-0,53} \quad \sigma = 0,26$$

La meilleure corrélation est la première des deux , dans celle ci Nu_1 ne dépend pratiquement pas de Re_1 ; puisque selon la théorie de Modine Nu_1 ne dépend que de r et β (nombre sans dimension défini à partir de Re_1) on vérifie ainsi que Nu_1 dépend essentiellement de r comme l'indique la figure 22.

Le chlorobenzène étant le liquide pour lequel les nombres de NUSSELT Nu_1 obtenus par les méthodes d'optimalisation et de MODINE sont les plus proches , on a représenté figure 28 à titre de comparaison pour ce seul liquide les courbes $Nu_1 = f(Re_1)$ correspondantes aux trois méthodes : optimalisation , MODINE , MICKLEY , la droite représentative de la relation de DITTUS-BOELTER $Nu_1 = 0,023 Re_1^{0,80} Pr_1^{0,44}$ est également représentée ; cette relation ne constitue qu'une approximation de la corrélation (III 17) .

En résumé les trois méthodes de détermination de h_1 s'accordent assez bien et donnent des résultats d'ordre de grandeur comparables ; la précision est meilleure pour les expériences de vaporisation effectuées en refroidissement de liquide et présentant une résistance appréciable au transfert de chaleur dans celui-ci ($h_1/h_g = 30$) . Lorsqu'elle devient négligeable , c'est à dire lorsque t_1 est pratiquement égale à la température de saturation adiabatique , la méthode de MICKLEY donne des approximations grossières et doit être abandonnée pour la méthode d'optimalisation ou celle de MODINE . Mais ce dernier n'a fait que des expériences de vaporisation avec refroidissement de liquide (gradient $\Delta t_1 = 10$ °C) et il conviendrait de l'utiliser dans d'autres cas pour faire une comparaison correcte avec la méthode d'optimalisation d'application plus générale ; il serait par exemple indiqué de mesurer les coefficients h_1 dans des expériences de refroidissement d'huiles non volatiles dans la colonne à film . Il n'y a pas dans ce cas de transfert de masse et les équations exprimant l'échange de chaleur entre l'huile et l'air se réduisent à :

$$Gc_{pH} dt_g = h_g a (t_i - t_g) dz = Lc_{pl} dt_l = h_l a (t_l - t_i) dz \quad (\text{III } 19)$$

Une infinité de couples (h_g, h_l) satisfont à l'équation ci-dessus, il serait donc nécessaire de procéder par optimisation selon le schéma décrit (page 77) pour déterminer le couple (h_g, h_l) pour une expérience donnée.

- Il conviendrait en premier lieu d'intégrer numériquement les équations (III 19) par la méthode de RUNGE-KUTTA pour une série d'expériences afin de rechercher les couples (h_g, h_l) solutions; on poserait comme point de départ pour chaque intégration que l'un des coefficients est connu (par exemple h_g) l'autre étant déterminé en conséquence.

- Pour chaque expérience on étudierait la distribution autour d'une courbe, des couples (h_g, h_l) calculés, c'est à dire que l'on établirait les relations expérimentales $h_g = f(h_l)$.

- En posant par définition $h_g = \alpha G^\beta L^\gamma = \alpha' G^{\beta'} L^{\gamma'}$, l'ensemble des relations $h_g = f(h_l)$ pour chaque expérience se ramène à un ensemble d'équations $F = F(\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma')$ résoluble comme précédemment par la méthode du gradient. Les coefficients α_i ainsi optimisés permettraient de calculer les coefficients de transfert de chaleur h_g et surtout h_l . L'ordinogramme correspondant serait analogue à l'ordinogramme page 19 annexe VI.

III 33) - Corrélations finales.

- D'après les résultats précédents les coefficients de transfert h_l ont des valeurs telles que la résistance au transfert de chaleur dans le liquide est très faible pour la plupart des expériences effectuées. C'est pourquoi les coefficients réels k_g calculés en injectant R_g et R_l dans le programme de calcul général sont très sensiblement égaux aux coefficients K_g calculés auparavant (à 2 % près maximum).

Pour les plus faibles h_l , les coefficients k_g et K_g ne diffèrent que de 2 ou 3 % ce qui explique la décision de JACKSON qui proposait de négliger la résistance au transfert de chaleur dans le liquide. La corrélation générale II 28 devient, avec les coefficients réels k_g :

$$N_{Shi} (1-w_i) = 0,035 Re_g^{0,96} \left(\frac{\rho_i}{\rho_g}\right)^{-0,79} (1+B)^{0,23} Sc_i^{0,76} \sigma = 0,047 \quad (\text{III } 20)$$

les écarts entre les deux relations sont très faibles (environ 1 %) et pour la présente étude elles représentent l'une comme l'autre les résultats expérimentaux du transfert de masse.

- A l'inverse des coefficients K_g , les coefficients globaux

de transfert de chaleur dans l'air H_g , sont corrigés plus sensiblement (5 à 6 %) ; la modification des profils de températures à l'interface due à la résistance $1/h_1$ au transfert de chaleur dans le liquide modifie les équations de transfert de chaleur et par conséquent H_g . La relation (II 32) établie avec les coefficients h_g devient avec un écart type σ amélioré (.059 au lieu de .064) :

$$Nu_g = 0,020 Re_g^{0,82} \left(\frac{\mu_g}{\mu_i} \right) \quad \sigma = 0,059 \quad (\text{III } 20)$$

Les propriétés variables de l'air représentées par ρ_i/ρ et le terme B dans la corrélation II 32 n'interviennent plus ici car l'hypothèse zéro est vérifiée pour ces exposants montrant ainsi que, pour un nombre de PRANDTL donné, le transfert de chaleur dans l'air ne dépend que de Re_g et μ_g/μ_i , c'est à dire du débit gazeux et de la température de l'interface. La bonne correspondance entre la relation (III 21) et l'équation de SIEDER et TATE demeure car les écarts par rapport à la relation (II 32) sont relativement peu importants (5 % au plus).

III 4) Analogie transfert de masse - transfert de chaleur .

Cette analogie a été depuis longtemps mise en évidence et pour comparer l'intensité des deux transferts, CHILTON et COLBURN ⁽²⁾ ont introduit les nombres sans dimension J_H et J_D définis à partir des coefficients de transfert de chaleur et de masse suivant les équations (annexe VII) .

$$J_{Hg} = \frac{h_g}{c_p \rho_g u_g} (Pr_g)^{2/3}$$

$$J_D = \frac{k}{u_g} \frac{RT}{P} \frac{P_{EM}}{P} (Sc)^{2/3}$$

Pour les faibles transferts de masse les études relatives à divers systèmes gaz-liquide vérifient approximativement l'égalité $J_{Hg} = J_D$ et confirment qu'il existe bien une analogie entre les deux transferts. Les expressions générales de J_{Hg} et J_D sont analogues à celles qui donnent le transfert de masse ou de chaleur ; elles font intervenir les mêmes nombres sans dimension Re_g , Sc , Pr_g . Ainsi les équations de GILLILLAND :

$$J_D = 0,023 \quad Re_g^{-0,17} \quad Sc^{0,10}$$

$$J_{Hg} = 0,023 \quad Re_g^{-0,20}$$

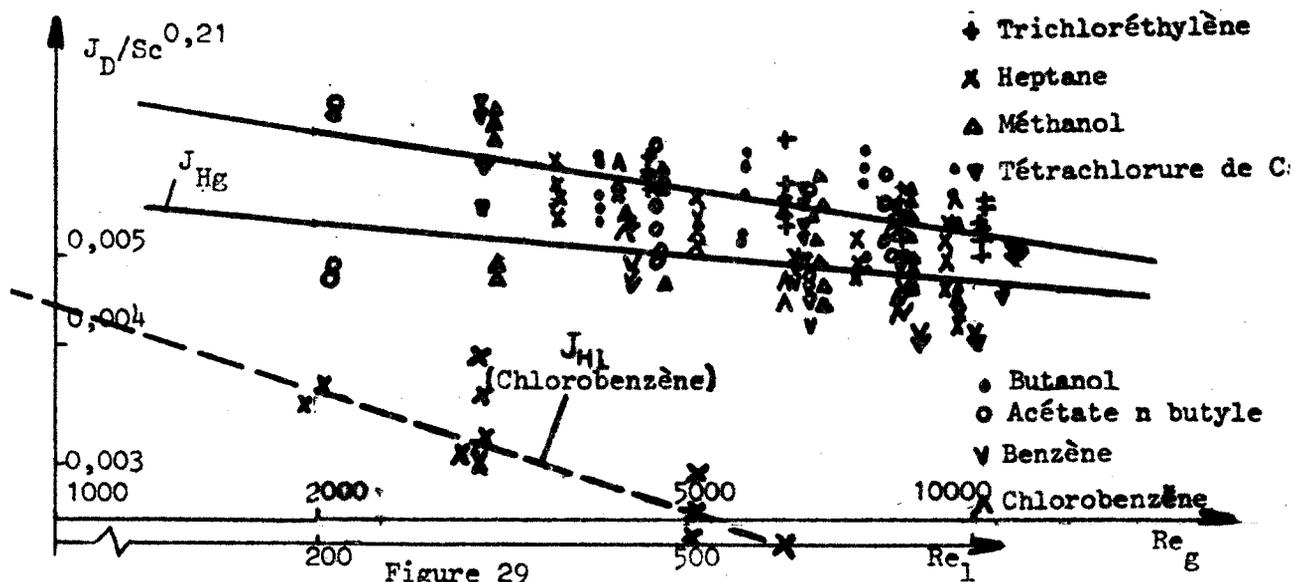
Il est donc possible de calculer l'un des coefficients de transfert lorsque l'autre est connu . Dans le but de vérifier cette analogie pour les expériences précédentes , on calcule aux conditions moyennes de l'air les nombres J_{Hg} et J_D ; l'ordre de grandeur moyen de ces nombres est de 0,006 .

Lorsque les coefficients globaux H_g et K_g sont utilisés , on obtient les corrélations :

$$J_D = 0,030 \quad Re_g^{-0,19} \quad Sc^{0,21} \quad \sigma = 0,115 \quad (\text{III } 22)$$

$$J_{Hg} = 0,020 \quad Re_g^{-0,18} \quad \sigma = 0,070 \quad (\text{III } 23)$$

Ainsi on observe figure 29 que l'analogie de CHILTON-COLBURN n'est qu'approximativement vérifiée les courbes représentatives n'étant pas confondues . Les résultats de transfert de masse sont en général légèrement plus élevés que ceux du transfert de chaleur ($J_D > J_{Hg}$) , ces derniers concordant bien avec l'équation de GILLILLAND .



Les mêmes corrélations établies cette fois en tenant compte

des nombres J_D et J_H calculés avec les coefficients réels de transfert h_g et k_g donnent :

$$J_D = 0,030 \operatorname{Re}_g^{-0,19} \operatorname{Sc}^{0,21} \quad \sigma = 0,114 \quad (\text{III } 24)$$

$$J_{Hg} = 0,022 \operatorname{Re}_g^{-0,19} \quad \sigma = 0,068 \quad (\text{III } 25)$$

L'analogie est un peu mieux vérifiée dans ce cas et l'on obtient une correspondance plus étroite entre la corrélation donnant J_{Hg} et la corrélation de GILLILLAND .

En résumé si l'analogie de CHILTON-COLBURN n'est pas très exacte , deux causes principales peuvent être invoquées (abstraction faite des erreurs systématiques imputables aux déterminations expérimentales).

- L'exposant $2/3$ dans les expressions de J_{Hg} et J_D n'est pas exact pour que l'on ait à priori $J_{Hg} = J_D$. Cet exposant représente en effet un compromis entre la diffusion moléculaire (k_g proportionnel à \mathcal{D}) et la diffusion turbulente (k_g proportionnel à $\sqrt{\mathcal{D}}$) . (Annexe I et VII) .

- Dans quelques expériences la vaporisation est importante et peut modifier légèrement les coefficients de transfert , de même que pour celles dans lesquelles il existe une résistance non négligeable au transfert de chaleur dans le liquide .

L'analogie de CHILTON-COLBURN revient à dire que le rapport J_{Hg}/J_D , ou ce qui revient au même que h_g/k_g , est une constante ; cette dernière propriété étant plus connue sous le nom de relation de LEWIS . L'équation (III 10) $1/h_g - B/h_1 = A/k'_g$ exprime une relation du même genre entre les trois coefficients de transfert k_g , h_g , h_1 ; elle peut être considérée comme une extension de la relation de LEWIS pour les expériences dans lesquelles $1/h_1$ n'est pas négligeable . On a vérifié que pour une expérience donnée , le coefficient de transfert , k_g ou h_g calculé à partir de la relation de COLBURN en supposant l'autre connu est le même à 10 % près que celui donné par la relation expérimentale (III 10) .

Ces considérations amènent à comparer les nombres sans dimension J_D , J_{Hg} au dernier nombre J_{H1} , celui-ci étant défini d'une manière analogue à J_{Hg} , c'est à dire par :

$$J_{H1} = \frac{h_1}{c_{p1} \rho_1 u_1} (\operatorname{Pr}_1)^{2/3}$$

On a calculé J_{H1} pour les expériences où $1/h_1$ n'est pas négligeable (chlorobenzène , tétrachlorure de carbone , trichloréthylène) . La figure 29 permet de comparer l'allure des courbes J_D , $J_{Hg} = f(\operatorname{Re}_g)$ avec la courbe $J_{H1} = f(\operatorname{Re}_1)$ pour le chlorobenzène ; la pente de la courbe est du même ordre de grandeur ce qui confirme la relation générale établie pour les

trois liquides :

$$J_{HI} = 8,10^{-5} Re_1^{-0,25} Pr_1^{2,10} \quad (III\ 26)$$

Cependant le nombre d'expériences étant faible, l'écart probable est bien plus élevé que pour les expressions analogues J_D et J_{Hg} . Il y a donc analogie de forme entre les trois équations donnant les J en fonction des nombres sans dimension, mais il ne peut y avoir quelque proportionnalité entre les coefficients de transfert de chaleur relatifs aux deux phases car ils dépendent des nombres de REYNOLDS différents. L'équation (III 9) exprime simplement une relation additive linéaire entre les résistances de transfert.

- Remarque :

La relation de LEWIS s'écrit d'une manière générale lorsque l'analogie de CHILTON-COLBURN n'est pas vérifiée (Annexe II) :

$$R_g = \frac{J_{HG}}{J_D} c_{pH} \left(\frac{Sc}{Pr}\right)^{2/3}$$

Sur la figure 30 sont portées pour chaque liquide les valeurs moyennes de R_g en fonction des nombres de Sc ; les résultats expérimentaux de BEDINGFIELD (41) DREW ($R_g = 0,294 Sc^{0,56}$) sont également représentés (résultats relatifs à la sublimation dans l'air de divers corps solides).

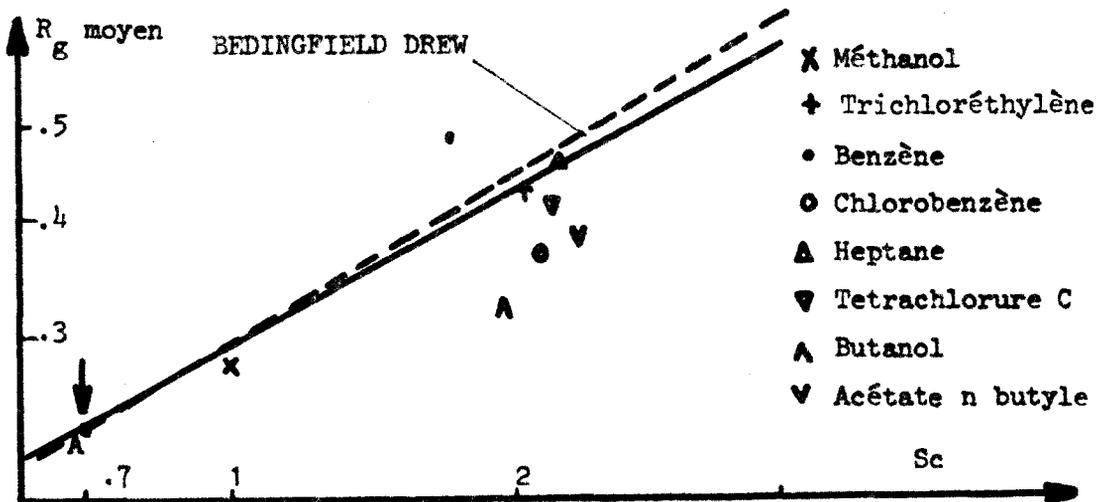


Figure 30 .

Ces résultats ne concordent qu'assez grossièrement sauf pour la vaporisation de l'eau ($Sc = Pr_g = 0,70$) représentée par le point A pour lequel on a $R_g = 0,244$; la relation de LEWIS donne $R_g = 0,245$, B.DREW obtiennent $R_g = 0,241$. Cette relation de LEWIS ne paraît pas présenter d'avantage sur celle de CHILTON-COLBURN.

C O N C L U S I O N .

Un appareil comportant une colonne à parois mouillées avec circulation d'air sec a été mis au point afin de mesurer , lors de l'évaporation de liquides organiques , les coefficients de transferts de masse et de chaleur pour des transferts de masse de moyenne importance ; les analyses en phase gazeuse ont été effectuées par chromatographie et à l'aide d'un détecteur à ionisation de flamme .

Les expériences concernaient huit liquides organiques de propriétés physiques très différentes (viscosité , tension superficielle notamment) , et les écoulements des fluides correspondaient à des nombres de REYNOLDS s'échelonnant dans l'intervalle $2000 < Re_g < 12.000$ pour les gaz et $100 < Re_l < 1000$ pour les liquides .

- L'exploitation des résultats expérimentaux sur ordinateur en négligeant toute résistance au transfert de chaleur dans le liquide a nécessité la mise au point d'un programme donnant les coefficients globaux H_g et K_g par intégration numérique des équations de transfert . Ces coefficients ne sont sensiblement modifiés ni par la vitesse tangentielle du liquide ni par la tension superficielle ou les rides , **mais dépendent nettement des propriétés physiques du film gazeux** (masse volumique ρ , viscosité μ) , comme le soulignent les diverses théories , quand le transfert de masse devient important . Bien que les expériences réalisées soient relatives à des transferts d'importance faible ou moyenne , l'ensemble des mesures est représenté avec la précision la meilleure (écarts moyens 4,7 %) par les équations suivantes :

$$N_{Sh_i}(1-w_i) = 0,0346 \quad Re_g^{0,96} \frac{\rho_i}{\rho}^{-0,79} \quad (1+B)^{-0,23} \quad Sc_i^{0,76}$$

$$Nu_g = 0,020 \quad Re_g^{0,82} \left(\frac{\mu_g}{\mu_i} \right)$$

analogues dans la forme mais non pour les exposants et les coefficients de proportionnalité à certaines relations qui ont été proposées pour d'autres types d'appareils , et mettant en relief le rôle de l'interface qui par sa température fixe directement les propriétés physiques du film gazeux .

- Un programme général de calcul résolvant les équations de transfert permet de déterminer les coefficients de transfert de chaleur h_l dans le liquide . On a ainsi montré qu'il existe bien une résistance au

transfert de chaleur dans le liquide mais qu'elle est faible dans les expériences réalisées à l'exception de celles relatives à trois liquides; dans ces expériences la température d'entrée du liquide s'écarte le plus de la température de saturation adiabatique. Les corrections qui en résultent quant aux coefficients globaux de transfert sont faibles (environ 2%) quand il s'agit de la masse et de l'ordre de 5 à 6% au plus pour ceux de la chaleur. Cette dernière correction doit être beaucoup plus appréciable pour des expériences de refroidissement non adiabatiques comme celles réalisées par MODINE.

La méthode de calcul par optimisation est alors plus précise et donne des résultats du même ordre de grandeur que ceux qui furent signalés par MODINE ; cet accord permet de penser que l'écoulement du liquide est à peu de chose près laminaire et que les rides de gravité observées n'ont pas une grande importance, du moins en ce qui concerne les échanges de chaleur.

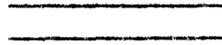
Comme il fallait s'y attendre les écarts sont beaucoup plus considérables avec les coefficients tirés de l'équation de DITTUS-BOELTER. L'accord est meilleur avec celle de MICKLEY ; mais la méthode d'optimisation est plus rapide et plus précise. Enfin elle ne nécessite aucune hypothèse quant à la nature de l'écoulement du liquide contrairement à celle de MODINE.

L'utilisation des coefficients réels de transfert de chaleur permet d'améliorer la précision des relations générales proposées et aussi par suite leur calcul théorique en se basant sur l'analogie de CHILTON et COLBURN.

Le présent travail constitue une préface pour de nouvelles études qui peuvent s'entreprendre avec l'appareil et les méthodes de calcul qui ont été utilisées ; elles devraient porter sur :

- a) la détermination des coefficients h_g et h_l dans le cas de liquides non volatils.
- b) l'étude de la vaporisation de mélanges de liquides volatils.
- c) l'absorption ou la désorption de vapeurs organiques dans des liquides non volatils.
- d) l'étude de la vaporisation de mélanges binaires liquides.

ANNEXES



ANNEXE I

THEORIES DU TRANSFERT DE MASSE

A - Diffusion de la Masse .

La diffusion , processus spontané d'homogénéisation des fluides en contact , est responsable du transfert de matière d'une phase à l'autre ou à l'intérieur d'une même phase . L'égalisation des concentrations qui se produit dans un mélange fluide immobile ou en mouvement assez lent s'effectue par diffusion moléculaire ; au delà d'une certaine vitesse critique il se superpose , la diffusion turbulente qui dépend de l'agitation des fluides et non des dimensions et de la vitesse des molécules . Si deux composés diffusent avec un apport continu de composé frais et élimination des produits diffusés on arrive à un état d'équilibre avec des gradients de concentration constants ; c'est la diffusion en régime stable permanent .

Les flux massiques et molaires de diffusion peuvent indifféremment se définir par rapport à la vitesse massique moyenne locale v où par rapport à la vitesse molaire moyenne locale v^* . On utilise souvent le flux molaire d'une espèce par rapport à un repère fixe de coordonnées .

- Première loi de diffusion de FICK ⁽⁴²⁾

Pour un système binaire dans lequel A est le composé diffusant la première loi de FICK s'écrit en terme de flux de diffusion molaire par rapport à un repère se déplaçant à la vitesse v^* :

$$J_A^* = C_A (v_A - v^*) = - \mathcal{D}_{AB} \nabla C_A \quad (1)$$

\mathcal{D}_{AB} coefficient de diffusion de A dans B , est caractéristique des composés en présence , il est aussi égal à \mathcal{D}_{BA} ; on a par ailleurs l'expression $J_A^* + J_B^* = 0$, indiquant que les flux de diffusion molaires J_A^* et J_B^* sont égaux , mais de sens opposés . L'équation (1) s'écrit également par rapport à un repère fixe de coordonnées (x_A fraction molaire, C_A concentration) :

$$N_A - x_A (N_A + N_B) = - \mathcal{D} \nabla C_A \quad (2)$$

Cette relation montre que le flux de diffusion N_A est la somme de deux quantités : le flux molaire J_A^* résultant de la diffusion se superposant au mouvement d'ensemble .

N_A	=	$-\mathcal{D} \nabla C_A$	+	$x_A (N_A + N_B)$	(3)
flux molaire de A par		flux de A dû à la		flux de A dû au	
rapport à un repère fixe		diffusion		mouvement d'ensemble	
				du fluide	

La loi de la diffusion de FICK s'applique dans le cas d'un fluide au repos mais également en régime d'écoulement laminaire dans une direction perpendiculaire au mouvement .

- Deuxième loi de diffusion de FICK .

En régime instable de diffusion la concentration de chaque composé varie avec le temps . Puisque la vitesse d'accumulation de A dans chaque élément de volume est égale à la différence de vitesse de diffusion entrante et sortante de l'élément , la vitesse de changement de concentration $\frac{\partial C_A}{\partial \theta}$, est donnée par l'équation de continuité .

$$\frac{dC_A}{d\theta} + \frac{dN_A}{dy} = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{dC_A}{d\theta} = \mathcal{D} \frac{d^2 C_A}{dy^2} \quad (4)$$

et plus généralement :

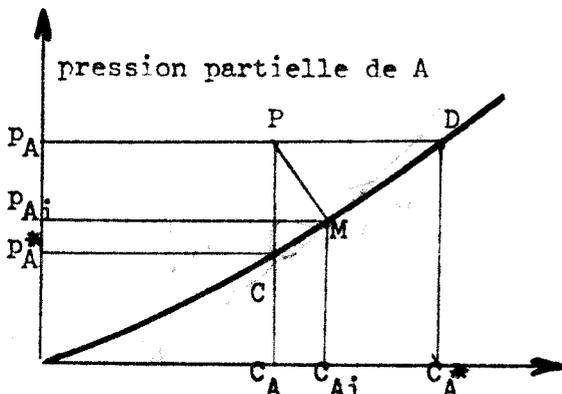
$$\frac{dC_A}{d\theta} = \mathcal{D} \nabla^2 C_A \quad (5)$$

B - Transferts de masse peu importants .

Les théories proposées pour expliquer le mécanisme du transfert de masse supposent toutes que son intensité est proportionnelle à la "force agissante" , c'est à dire à une différence de pression partielle ou de concentration du corps transférable entre phases contigües .

- Théorie du film (WHITMAN⁽⁴³⁾)

En première approximation le flux molaire du composant A (par unité de surface et de temps) à travers l'interface est $N_A = k_g (p_A - p_{Ai})$ ou $k_l (C_{Ai} - C_A)$, les indices i se rapportant aux valeurs de p ou C à l'interface . Comme ces dernières ne sont pas toujours connues on écrit aussi : $N_A = K_g (p_A^* - p_A)$ ou $K_l (C_A^* - C_A)$; les valeurs de p_A^* et de C_A^* se déduisent de la concentration C_A et de la pression partielle p_A de A , les points de coordonnées (p_A^* , C_A) et (p_A , C_A^*) se trouvant sur la courbe de vaporisation de A (fig. 1).



On en déduit sans peine les relations:

$$\frac{1}{K_g} = \frac{1}{k_g} + \frac{m}{k_l} \quad \text{et} \quad \frac{1}{K_l} = \frac{1}{k_l} + \frac{1}{mk_g} \quad (6)$$

m étant la pente de la courbe ci-contre dans la région considérée .

Figure 1 .

Les coefficients ci-dessus dépendent des propriétés physiques des phases en présence et de leur mouvement relatif ; le coefficient de diffusion \mathcal{D}_{AB} du corps transférable intervient dans leur expression , mais de façon différente

suivant les théories .

Dans la théorie du double film , on suppose que de part et d'autre de l'interface séparant deux fluides existe un film laminaire d'épaisseur e_g (pour le gaz) et e_l (pour le liquide) au travers desquels le transfert de masse rencontre la plus grande résistance . D'après la théorie de la diffusion moléculaire on a :

$$N_{Ag} = \frac{D_{AB}}{e_g} \frac{\Delta p_A}{RT} \quad N_{Al} = \frac{D_{AL}}{e_l} \Delta C_A \quad (7)$$

D_{AB} et D_{AL} sont respectivement les coefficients de diffusion de A dans le gaz B et dans le liquide L . En comparant les équations (7) avec les équations définissant les coefficients de transfert , on voit que ceux-ci sont proportionnels aux coefficients de diffusion . Les équations (6) permettent de calculer les coefficients réels k_g et k_l à partir des coefficients globaux K_g et K_l déterminés expérimentalement .

- Théorie de la pénétration .

HIGBIE⁽⁴⁴⁾ et DACKWERTS⁽⁴⁵⁾ suggèrent que le transfert de masse est dû pour une large part aux tourbillons à proximité immédiate de l'interface . Ils supposent qu'au travers de la surface fraîche apportée par le tourbillon un transfert de matière non permanent s'établit pendant un très court instant (temps de contact) puis le tourbillon disparaît vers le coeur du courant gazeux où il y a diffusion turbulente pendant que de la surface fraîche est de nouveau apportée . A partir de cette hypothèse on obtient les expressions suivantes pour la vitesse de transfert moyenne pour un élément de surface exposé pendant un temps θ_m soit :

$$N_A = 2 (C_i - C_o) \sqrt{\frac{D}{\pi \theta_m}} = k_g (p_i - p_o) \quad (8)$$

C_o et C_i sont respectivement la concentration au coeur du gaz , la concentration à l'équilibre à l'interface. Dans cette théorie k_g est proportionnel à \sqrt{D} .

- Théorie pénétration - film .

TOOR et MARCHELO⁽⁴⁶⁾ ont proposé une théorie plus générale et ont montré que les théories précédentes sont en fait deux cas limites de leur théorie . Toute la résistance au transfert est supposée se trouver dans le film laminaire à l'interface comme dans la théorie des "deux films" mais le transfert a lieu par un processus de diffusion en régime instable comme dans la théorie de pénétration .

Pour des temps courts d'exposition le corps diffusant n'a pas le temps de traverser le film laminaire le processus est identique à celui de la théorie de la pénétration . Par contre quand le temps d'exposition est plus important un gradient de concentration stable s'est établi et les conditions

sont celles de la théorie "des deux films".

- Théorie de la couche limite (SCHICHTLING⁽⁴⁷⁾).

Elle consiste à extrapoler aux transferts de chaleur et de masse les données de la mécanique des fluides en définissant de manière analogue des couches limites pour des transferts de chaleur et de masse et supposant en outre qu'il existe des rapports fixes entre les épaisseurs des couches considérées. Dans cette théorie le coefficient de transfert de masse k_g est proportionnel au produit de \mathcal{D}_{AB} et d'une fonction complexe dépendant aussi de \mathcal{D}_{AB} .

- Théorie de KISHINEVSKY⁽⁴⁸⁾.

Un modèle est développé pour le transfert de matière à travers un interface dans lequel il n'y a pas de diffusion moléculaire. On considère que l'élément de surface apporté en contact avec la deuxième phase atteint l'équilibre avec elle avant d'être mélangé dans la masse du fluide. Aucun résultat expérimental n'est valable pour tester cette théorie.

- Théorie de BAKOWSKI⁽⁴⁹⁾.

La vitesse de transfert est supposée proportionnelle au nombre de molécules du composé diffusant dans le film gazeux en contact avec le liquide. Comme la vitesse de renouvellement des molécules diffusantes dans le cas de la vaporisation est instantanée c'est la vitesse de disparition de ces molécules dans le film gazeux qui est le facteur déterminant. C'est donc la vitesse du courant gazeux au dessus de la surface du liquide qui influence la vitesse du transfert de matière.

C - Transferts de masse importants.

Dans l'expression de la première loi de la diffusion de FICK par rapport à un repère fixe :

$$N_A - x_A (N_A + N_B) = - \mathcal{D} \nabla C_A \quad (9)$$

(à travers un gaz B ne diffusant pas dans la direction de A, $N_B = 0$ et cette relation se réduit à : $N_A - x_A N_A = - \mathcal{D} \nabla C_A$), le flux molaire de A dû au mouvement d'ensemble du fluide ($x_A (N_A + N_B)$ où x_A est la fraction molaire de A dans le gaz), n'est plus négligeable lorsque le transfert de masse est important. La distribution des vitesses et des concentrations est alors modifiée de même que les coefficients de transfert. En un point de l'interface l'équation du transfert s'écrit (k'_x coefficient de transfert local qui dépend de l'importance du transfert) :

$$N_{Ai} - x_{Ai} N_{Ai} = k'_x \Delta x_A \quad (10)$$

k_x étant la limite de k'_x lorsque le transfert de masse tend vers zéro. On est ainsi amené à définir les termes correctifs Θ_D et Θ_H pour les coefficients de transfert de masse et de chaleur :

$$\Theta_D = \frac{k'_x}{k_x} \quad \Theta_H = \frac{h'_g}{h_g} \quad (11)$$

La résolution de l'équation de transfert dans le film gazeux en tenant compte des conditions aux frontières et de l'équation de continuité donne le profil des concentrations, en particulier pour $y = e_G$, l'épaisseur du film gazeux on a :

$$1 + \frac{N_{Ai}}{k'_x} = \exp \left(N_{Ai} \frac{e_G}{C \mathcal{D}} \right) \quad (12)$$

Cette équation montre que k'_x dépend de N_{Ai} , donc du transfert de masse. L'équation (12) donne lorsque N_{Ai} tend vers zéro :

$$\frac{e_G}{C \mathcal{D}} = \frac{1}{k'_x} \quad \text{et} \quad \frac{N_{Ai}}{k'_x} = \ln \left(1 + \frac{N_{Ai}}{k'_x} \right)$$

Posant $R_D = \frac{N_{Ai}}{k'_x}$ il vient :

$$\theta_D = \frac{k'_x}{k_x} = \frac{\ln(R_D + 1)}{R_D} \quad (13)$$

Cette équation est représentée figure 2 en fonction de $1 + R$; la courbe indique que la correction θ_D à apporter au coefficient de transfert k_x donne un coefficient plus petit pour R positif c'est à dire lorsque le transfert s'effectue vers une phase (cas de la vaporisation). On a de même pour le transfert de chaleur :

$$\theta_H = \frac{\ln(R_H + 1)}{R_H} \quad (14)$$

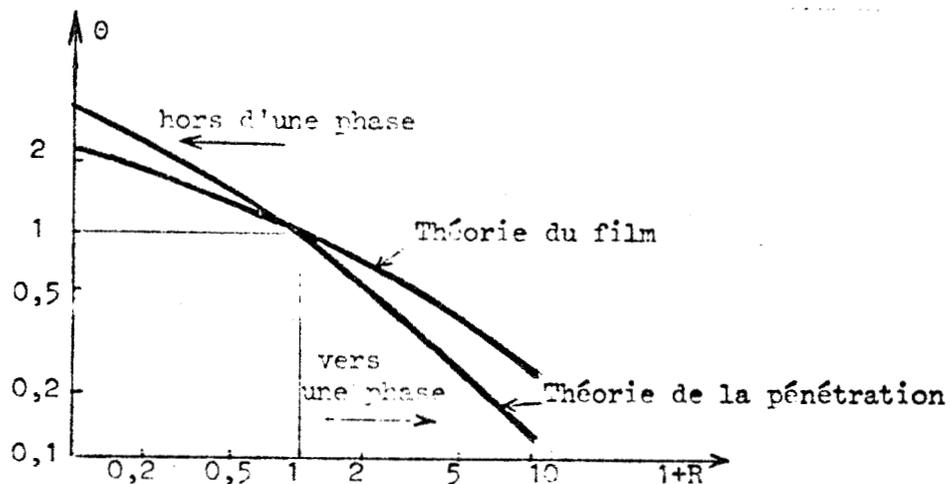


Figure 2 .

ANNEXE II

PSYCHROMETRIE

- A - Température humide .

Si l'on place dans un courant gazeux non saturé un thermomètre dont le bulbe est entouré d'une mèche imprégnée d'un liquide il se produit une vaporisation du liquide au niveau de la mèche . Il s'établit à la longue un équilibre adiabatique et le thermomètre indique une température t_H inférieure à la température sèche du gaz t_g . t_H est appelée température humide de l'air. A cette température d'équilibre pour laquelle $t_i = t_l = t_H$ les équations de transfert déterminent la relation :

$$\frac{\mathcal{H}_i - \mathcal{H}}{t_g - t_H} = \frac{h_g}{k'_g \lambda} = \frac{R}{\lambda} \quad (1)$$

Cette équation indique que la température humide t_H , ne dépend que de la température t_g de l'air , ainsi que de son humidité \mathcal{H} . t_H est également indépendante de la vitesse du gaz à condition qu'elle soit suffisamment grande pour négliger les effets de radiation .

Lorsque l'équilibre n'est pas atteint $t_i \neq t_l$ et il y a donc une résistance au transfert de chaleur dans le liquide . Dans ce cas l'équation (1) est remplacée par l'équation du bilan thermique .

$$h_l (t_l - t_i) = h_g (t_i - t_g) + \lambda k'_g (\mathcal{H}_i - \mathcal{H}) \quad (2)$$

L'observation des écarts $t_l - t_H$, indiquera donc si l'équilibre tend vers un équilibre adiabatique ($t_l - t_H$ devient alors nul) , ou au contraire s'en éloigne ($t_l - t_H$ alors différent de 0) .

- B - Rapport psychrométrique - Relation de LEWIS .

Transferts de masse et de chaleur sont simultanés et si l'un des coefficients de transfert est connu , l'autre peut l'être également en supposant par exemple l'égalité de CHILTON COLBURN $J_H = J_D$ (Annexe VII) . Dans le cas d'une vaporisation adiabatique , on a l'expression :

$$h_g (t_g - t_i) = \lambda k'_g (\mathcal{H}_i - \mathcal{H}) = \lambda_M k_g (p_i - p) \quad (3)$$

D'après l'analogie de CHILTON COLBURN , les définitions de J_H et J_D permettent d'écrire :

$$\frac{h}{k_g} = c_{pg} M_B P_{BM} \left(\frac{Sc}{Pr} \right)^{2/3} \tag{4}$$

Dans l'intervalle normal des températures p_i et p_g sont petits de vant P et l'on a donc :

$$h_i - h = \frac{p_i - P}{P_{BM}} \frac{M_A}{M_B} \tag{5}$$

De l'équation (3) il vient en appelant $h_g/k'_g = R_g$ le rapport psychrométrique :

$$\frac{h}{k'_g} = \frac{p_i - P}{t_g - t_i} \frac{\lambda}{P_{BM}} \frac{M_A}{M_B} = \frac{\lambda}{P_{BM} M_B} \frac{h}{k_g M} \tag{6}$$

En tenant compte de la relation (4) , on obtient :

$$\frac{h}{k'_g} = c_{pg} \left(\frac{Sc}{Pr} \right)^{2/3} \tag{7}$$

Pour le cas de la vaporisation de l'eau dans l'air les nombres de SCHMIDT et de PRANDTL sont pratiquement égaux à 0,70 ; l'équation (7) se réduit alors à la relation connue de LEWIS :

$$\frac{h}{k'_g} = c_{pg} \tag{8}$$

Si l'un des coefficients de transfert est connu , la relation de LEWIS permet de calculer l'autre simplement . En réalité l'air étant rarement sec , il y a lieu d'utiliser la chaleur spécifique de l'air humide c_{pH} , plutôt que c_{pg} dans la relation (8) . Pour une humidité moyenne on aura alors :

$$R_g = c_{pH} = \frac{h}{k'_g} = 0,245$$

- Remarque -

Dans le cas de liquides autres que l'eau , le rapport psychrométrique R_g peut être calculé en substituant dans la relation (7) les propriétés physiques des fluides en présence . Pour les liquides organiques courants , R_g varie dans les limites 0,3 - 0,6 . Cependant la relation (7) a été établie en supposant l'égalité $J_H = J_D$ vérifiée ; si cette hypothèse n'est pas exacte , le rapport psychrométrique R_g aura pour expression :

$$R_g = \frac{J_H}{J_D} c_{pH} \left(\frac{Sc}{Pr} \right)^{2/3} \tag{9}$$

A N N E X E III

ANALYSE DIMENSIONNELLE

A - Transfert de masse.

Soit l'expression du coefficient de transfert de masse K_g en fonction des variables physiques du gaz dont il dépend (vitesse u , masse volumique ρ , viscosité μ , coefficient diffusion \mathcal{D} , diamètre d):

$$K_g = f(u, \mu, \rho, d, \mathcal{D}) \quad (1)$$

les trois variables u, ρ, d peuvent être choisies comme système de grandeurs primaires car le déterminant des exposants obtenus en exprimant ces variables dans le système L M T n'est pas nul.

$$\begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \neq 0$$

D'après le théorème de VASCHY: l'équation exprimant K_g en fonction des données est équivalente à une équation exprimant une inconnue réduite K_g^* en fonction des données réduites.

- Si d est le nombre de données ($d = 5$)
- Si p est l'ordre de l'invariance ($p = 3$)

Le nombre de données réduites est $d-p=2$. L'inconnue réduite K_g^* est le quotient de l'inconnue par le produit de puissance des grandeurs primaires qui a la même formule de dimension. Les données réduites se forment de façon analogue à partir des $d - p$ données non primaires.

Les grandeurs réduites sont obtenues en écrivant les formules de dimension correspondant à K_g, μ, \mathcal{D} dans le système de grandeurs primaires; on a schématiquement:

grandeurs	système M L T	système u, ρ, d
K_g	$L^{-1} T$	u^{-1}
μ	$ML^{-1} T^{-1}$	$\rho u d$
\mathcal{D}	$L^2 T^{-1}$	$u d$

L'équation (1) devient en fonction des grandeurs réduites :

$$K_g u = \mathcal{F} \left(\frac{u}{\rho u d}, \frac{D}{u d} \right) \quad (2)$$

soit également : $K_g u = \mathcal{F} (Re_g, Sc)$

en tenant compte des définitions du nombre de REYNOLDS Re_g et du nombre de SCHMIDT Sc caractéristique des vapeurs diffusantes en présence .

$$Re_g = \frac{\rho u d}{\mu} \quad Sc = \frac{\mu}{\rho D}$$

A la grandeur réduite $K_g u$, on préfère substituer l'expression sans dimension

$K_g \frac{dT}{z} \frac{P}{P_{BM}}$ utilisée dans la théorie de la diffusion dans un film gazeux et qui a reçu le nom de nombre de SHERWOOD $N_{Sh} \frac{P_{BM}}{P}$. Dans cette expression T est la température moyenne de l'air ; P_{BM}/P représente l'influence retardatrice du gaz non diffusant (air) sur le transfert et a reçu à cet effet le nom de terme correctif . Plus le transfert de masse sera élevé , plus l'importance de P_{BM}/P sera grande .

Le résultat de l'analyse dimensionnelle s'exprime par :

$$N_{Sh} \frac{P_{BM}}{P} = \mathcal{F} (Re_g, Sc) \quad (3)$$

B - Régression linéaire .

Soit à calculer les exposants a_0, a_1, \dots, a_k de n relations expérimentales du type :

$$y = a_0 x_1^{a_1} \dots x_k^{a_k}$$

La linéarisation de ces n relations permet d'écrire :

$$Y \begin{vmatrix} \ln y_1 \\ \vdots \\ \ln y_n \end{vmatrix} = X \begin{vmatrix} 1 & \ln x_{11} & \dots & \ln x_{1k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \ln x_{n1} & \dots & \ln x_{nk} \end{vmatrix} A \begin{vmatrix} \ln a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_k \end{vmatrix} + E \begin{vmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{vmatrix}$$

E représente le vecteur des écarts entre les valeurs calculées \hat{y} et les valeurs expérimentales y . Il faut résoudre le système $Y = XA + E$ de manière que

$\sum_{i=1}^n e_i^2$ soit minimal . D'après le théorème de GAUSS MARKOV la meilleure estimation

de A par les moindres carrés, est le vecteur défini par $A = (X^T X)^{-1} X^T Y$;
 les valeurs calculées de Y sont alors données par $\hat{y} = XA$, et les écarts par
 $E = Y - XA = Y - \hat{Y}$. Si \bar{y} représente la valeur moyenne des y, le coefficient
 de régression r^2 permet d'apprécier la qualité de la régression.

$$r^2 = \frac{\sum(\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2}$$

La régression est parfaite lorsque $r^2 = 1$, nulle pour $r^2 = 0$. La variance
 est notée :

$$\sigma^2 = \frac{\sum e^2}{n - (k+1)}$$

La variance des exposants a_k s'exprime par l'équation :

$$\sigma_{a_k}^2 = \sigma^2 (X^T X)^{-1}_{kk}$$

Le test "t" de STUDENT donnant la probabilité d'être à l'intérieur d'un intervalle
 de confiance permet de juger de la précision des divers coefficients ; l'erreur
 sur la détermination de a_k est alors $\pm t_{v,0.05} \sigma_{a_k}$ pour une probabilité de 95 %
 d'être dans l'intervalle d'erreur et pour un nombre v ($v = n - k - 1$) de degrés
 de liberté.

L'hypothèse 0 sur l'exposant a_k est vérifiée lorsque l'on a $\left(\frac{\hat{a}_k}{\sigma_{a_k}} \right)^2 < t_{v,0.05}^2$
 par exemple au niveau de confiance 95 %.

A N N E X E IV

LE FILM LIQUIDE

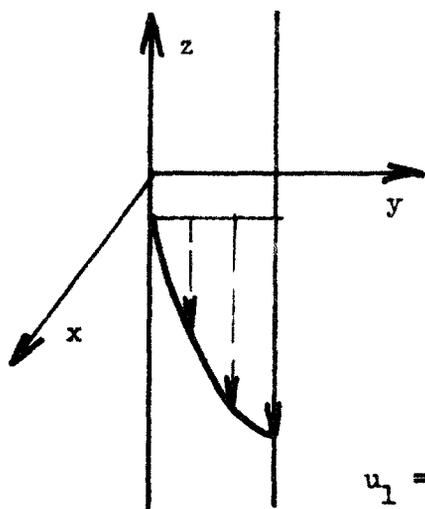
L'analyse dimensionnelle de l'écoulement d'un film liquide montre qu'en général, les propriétés du film dépendent des nombres de REYNOLDS Re_1 , WEBER We , et de FROUDE Fr . Si u_1 , ρ_1 , μ_1 , σ , représentent respectivement, la vitesse moyenne, la masse volumique, la viscosité, la tension superficielle du liquide, m étant l'épaisseur du film et Γ_1 le débit massique par unité de périmètre mouillé on a :

$$Re_1 = \frac{u_1 m \rho_1}{\mu_1} = \frac{\Gamma_1}{\mu_1} \quad We = u_1 / \sqrt{\sigma / \rho_1 m} \quad Fr = u_1 / \sqrt{gm} \quad (1)$$

En fait, comme pour un fluide circulant dans une conduite circulaire

$$(Re_g = \frac{4 \Gamma_g}{\mu_g}) , \text{ on utilise un nombre de RENOLDS } Re_1 = 4 \frac{\Gamma_1}{\mu_1} .$$

Le type d'écoulement le plus courant dans la colonne à film, en dehors de la zone d'accélération, est l'écoulement uniforme, stable, en régime permanent. La transition laminaire-turbulent n'est pas aussi tranchée que pour les écoulements dans les tuyaux; elle est généralement comprise entre $Re_1 = 1000$ et $Re_1 = 2000$.



A partir des équations de la mécanique des fluides, NUSSELT⁽⁵⁰⁾ obtient l'équation :

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} = \frac{g}{\nu_1} \quad (2)$$

Avec les conditions aux frontières l'équation (2) donne l'expression de la distribution des vitesses soit :

$$u_1 = \frac{g}{\nu_1} \left(\frac{y^2}{2} - mg \right) \quad (3)$$

Il s'agit d'une distribution parabolique et le maximum de vitesse est atteint à l'interface pour $y = m$. L'intégration sur l'épaisseur du film de l'expression de u_1 donne la vitesse moyenne :

$$\bar{u}_1 = -\frac{gm^2}{3\nu_1} \quad (4)$$

Γ_1 est donné par l'équation $\Gamma_1 = \rho_1 \bar{u}_1 m = \rho_1 g m^3 / 3v_1$ et l'on a : $m = \left(\frac{3v_1 \Gamma_1}{\rho_1 g} \right)^{1/3}$

En utilisant l'équation de NUSSELT on a en substituant u_1 dans l'expression du nombre de FROUDE :

$$Fr = \frac{gm^2}{3v_1 \sqrt{gm}} \quad (5)$$

soit en portant la valeur de m : $Fr^2 = \frac{\Gamma_1}{3v_1 \rho_1} = Re_1 / 12$

$$Re_1 = 12 Fr^2 \quad (6)$$

A N N E X E V

METHODES DE DETERMINATION DES COEFFICIENTS DE FILM LIQUIDE

A - Méthode de MICKLEY modifiée .

- Il s'agit de la construction classique de MICKLEY (diagrammes enthalpie-température) pour l'eau appliquée aux liquides organiques . La relation de LEWIS n'étant plus appliquée on pose la constante b :

$$b = \frac{h_g}{k'_g c_{pH}} \quad (1)$$

On pose également $\lambda' = \lambda/b$ chaleur latente de vaporisation modifiée . La variation d'enthalpie massique du gaz pour un élément de volume unité est :

$$G dI'_g = G c_{pH} dt_g + G \lambda' dz = L c_{pl} dt_l \quad (2)$$

Les équations fondamentales du transfert de chaleur et de masse permettent d'établir les relations suivantes dans lesquelles I'_g représente l'enthalpie massique modifiée du gaz :

$$G dI'_g = k'_{gab} (I'_{gi} - I'_g) dz = L c_{pl} dt_l \quad (3)$$

$$I'_g = \frac{1}{b} \left[I_g + (b-1) c_{pH} t_g \right] \quad (4)$$

$$\frac{I'_{gi} - I'_g}{t_i - t_l} = - \frac{h_l a}{k'_{gab}} \quad (5)$$

$$\frac{dI'_g}{dt_g} = \frac{I'_{gi} - I'_g}{t_i - t_g} \quad (6)$$

- Construction graphique . La figure 21 page 67 représente la construction de MICKLEY modifiée pour le système air - tétrachlorure de carbone

L'équation (5) représente la pente des droites de conjugaison $B B_1$, $C C_1$, ... joignant un point de la droite opératoire à un point de la courbe enthalpie modifiée représentant les conditions à l'interface . L'équation (6) dite relation de MICKLEY permet de construire graphiquement la courbe $I_g = f(t_g)$.

A partir de chaque point (I_g, t_g) et (I_g, t_l) , on détermine les points (I'_g, t_g) et (I'_g, t_l) . Partant de A (I_{g1}, t_{l1}) à la base de la colonne , on place A' (I'_{g1}, t_{l1}) ici confondu avec A car $(I'_{g1}) = (I_{g1})$. De A' on trace la droite de conjugaison de pente $- h_l a / k'_{gab}$ coupant la courbe d'équilibre

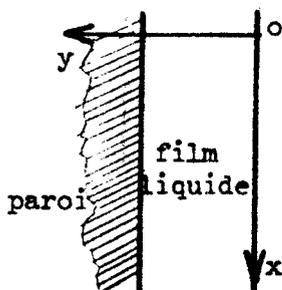
modifiée en A_1 . Du point $\bar{A} (I_{g1}, t_{g1})$ on déduit $\bar{A}' (I'_{g1}, t_{g1})$ et on trace la droite $A_1 \bar{A}'$. De \bar{A} on trace une droite $\bar{A} \bar{B}$ parallèle à $A_1 \bar{A}'$. Cette droite est tangente à la courbe représentative $I_g = f(t_g)$. On assimile courbe et tangente au segment $\bar{A} \bar{B}$. De \bar{B} on déduit B , puis B' puis B_1 en traçant la droite de conjugaison $B' B_1$ parallèle à $A' A_1$... etc. On continue la construction jusqu'à ce que l'on arrive au point final $\bar{M} (I_{g2}, t_{g2})$ en haut de la colonne. Si la courbe $I_g(t_g)$ constituée par les points $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$ etc... ne passe pas par \bar{M} il faut reprendre la construction en imposant aux droites de conjugaison une pente $-h_1 a / k'_{ab}$ différente.

B - Méthode de MODINE et PARRISH.

Supposant laminaire et non ridé l'écoulement du film liquide, il est possible, moyennant une hypothèse supplémentaire, de calculer le coefficient de transfert de chaleur h_1 et le profil des températures dans une section droite du film.

Dans un élément de colonne cylindrique d'épaisseur dy , de hauteur dx et dont la base correspond à l'unité de périmètre mouillé; la différence des flux de chaleur en régime permanent traversant par unité de temps les surfaces cylindriques (direction oy) est égale à la différence des chaleurs sensibles traversant les deux bases (direction Ox).

Le premier transfert s'effectue par conduction et le deuxième grâce à l'écoulement du liquide.



$$k dx \left(\frac{\partial t}{\partial y} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dy \right) - \frac{\partial t}{\partial y} = \rho c u_y dy \left(t + \frac{\partial t}{\partial x} dx - t \right)$$

$$u_y \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{k}{\rho c} \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = \alpha \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad (7)$$

Si k est le coefficient de conductibilité du liquide, c sa chaleur spécifique, ρ sa masse spécifique et $u(y)$ la vitesse d'écoulement au point y .

L'écoulement étant laminaire u ne dépend que de y suivant :

$$u(y) = \frac{3}{2} \bar{u} \left(1 - \left(\frac{y}{b} \right)^2 \right) \quad (8)$$

\bar{u} étant la vitesse moyenne d'écoulement du liquide, b l'épaisseur du film.

Prenant des variables réduites η, β, T définies par :

$$\eta = \frac{y}{b} \quad \beta = \frac{x}{b Re Pr} \quad T = \frac{t - t_i}{t_o - t_i}$$

L'équation (7) devient :

$$\frac{3}{8} \frac{\partial T}{\partial \beta} = \frac{1}{1 - \eta^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \quad (9)$$

t_i étant la température au point (x, b) c'est à dire à l'interface, t_0 la température du fluide pour $\beta = 0$, au sommet de la colonne.

L'équation (9) a déjà été résolue notamment par PIGFORD (51) et SELLARS (52) utilisant leurs résultats et supposant encore que le flux de chaleur dans la direction Oy varie exponentiellement en fonction de β ($q(\beta) = Ce^{-r\beta}$), MODINE donne pour le nombre de NUSSELT l'expression :

$$Nu_1 = \frac{-1}{\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-(\gamma^2 m - r)\beta}}{\gamma^2 m (\gamma^2 m - r)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{a_i}{\left(\frac{8}{3} \lambda_i^2 - \gamma^2 m\right)^2}} \quad (10)$$

Les constantes a_i , λ_i , $\gamma^2 m$ sont données par la résolution de l'équation (9) soit :

$\gamma_1^2 = 51,914$	$\lambda_0 = 2,333$	$a_0 = -2,687$
$\gamma_2^2 = 196,140$	$\lambda_1 = 6,333$	$a_1 = -2,579$
$\gamma_3^2 = 436,840$	$\lambda_2 = 10,333$	$a_2 = -2,560$
	$\lambda_3 = 14,333$	$a_3 = -2,383$

La température $t_i(\beta)$ à l'interface est par suite :

$$\frac{t_i - \bar{t}(\beta)}{t_0 - \bar{t}(\beta)} = - \frac{e^{-r\beta}}{1 - e^{-r\beta}} \frac{r}{4Nu_1} \quad (11)$$

$\bar{t}(\beta)$ étant la température moyenne du liquide à la hauteur β . La constante r correspond à une expérience donnée ; elle est déterminée d'après le profil des températures moyennes du liquide qui peut s'exprimer par la relation où βf représente la hauteur totale réduite de la colonne :

$$\frac{t_0 - \bar{t}(\beta)}{t_0 - \bar{t}(\beta f)} = \frac{1 - e^{-r\beta}}{1 - e^{-r\beta f}}$$

Une valeur approchée de r se calcule à partir des résultats expérimentaux en supposant $t_i = \bar{t}(\beta)$. A partir de r connu, Nu_1 donc h_1 sont déterminés.

L'équation (11) permet ensuite de calculer t_i ou le profil interfacial des températures ce qui détermine une nouvelle valeur de r . Le calcul est ainsi poursuivi jusqu'à convergence c'est à dire lorsque la température calculée de sortie du liquide, soit égale à la température mesurée à 0,2 °C près. La convergence est rapidement obtenue au bout de trois itérations ; on obtient ainsi h_1 définitif.

ANNEXE VI

METHODES NUMERIQUES DE RECHERCHE DES RACINES D'UN SYSTEME SURABONDANT D'EQUATIONS NON LINEAIRES - PROGRAMME GENERAL D'INTEGRATION .

- A - Méthode de RAPHSON-NEWTON .

Soit à rechercher les racines réelles d'un système de n équations simultanées : $f_k(\alpha) = 1, \alpha \in \mathbb{R}^6$. On résout un tel système en minimisant la fonction $F(\alpha)$ hypersurface de réponse :

$$F(\alpha) = \sum_{k=1}^n (f_k(\alpha) - 1)^2$$

La méthode de RAPHSON-NEWTON utilise les dérivés partielles qui sont supposées définies et calculables au point α_i . Le développement en série de TAYLOR au premier ordre de la fonction de f_k donne :

$$f_k(\alpha_i + \Delta\alpha_i) = f_k(\alpha_i) + \sum_i \left(\frac{\partial f_k}{\partial \alpha_i} \right) \Delta\alpha_i + \epsilon$$

Si on impose au point d'arrivée $\alpha_i + \Delta\alpha_i$ d'être solution, $f_k(\alpha_i + \Delta\alpha_i)$ est alors égal à 1 et l'on a :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_i} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_6} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial f_n}{\partial \alpha_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\alpha_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta\alpha_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta\alpha_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-f_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1-f_n \end{bmatrix}$$

Il s'agit d'un système de n équations linéaires à 6 inconnues que l'on résout algébriquement par une méthode des moindres carrés pour déterminer les inconnues $\Delta\alpha_i$. On progresse par approximations successives en remplaçant les valeurs de α_i à l'itération j , α_{ij} par :

$$\alpha_{ij+1} = \alpha_{ij} + \Delta\alpha_{ij}$$

Le calcul est poursuivi jusqu'à ce que les α_{ij+1} sont très peu différents des

α_{ij} c'est à dire pour $\Delta\alpha_{ij}$ voisins de zéro . Autrement dit , à chaque itération j , on calcule la quantité

$$F_j = \sum_{k=1}^n (f_k(\alpha_{ij}) - 1)^2$$

et le calcul est poursuivi jusqu'à ce que l'on ait trouvé F_j minimum . La convergence est assez rapide lorsque le point de départ est proche de la solution , dans le cas contraire on peut utiliser la sous-incrémentation :

$$\alpha_{i,j+1} = \alpha_{ij} + \delta\Delta\alpha_{ij} \quad 0 < \delta < 1$$

Cependant dans ce cas la convergence est très ralentie .

- B - Méthode du "Gradient".

Cette méthode consiste à se déplacer dans la direction du gradient de l'hypersurface de réponse $F(\alpha)$ et à chercher dans cette direction l'optimum de la fonction $F(\alpha)$ à minimiser . Les cosinus directeurs du vecteur gradient perpendiculaire au point α à l'hypersurface $F(\alpha)$ sont :

$$l_i = \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} / \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial \alpha_i} \right)^2}$$

En appelant α_{ij} les coordonnées des n variables à l'itération j , les équations paramétriques de la ligne de déplacement passant par le point de surface des coordonnées α_{ij} sont :

$$\alpha_{i,j+1} = \alpha_{ij} + \lambda l_{ij}$$

Pour chercher le minimum de F dans cette direction , il faut déterminer λ pour que :

$$F(\alpha_{i,j+1}) = F(\lambda)$$

soit minimum . On est donc ramené à la recherche d'un extrémum d'une fonction de la variable indépendante λ . Pour rechercher cet extrémum on peut utiliser les méthodes directes d'optimisation , soit dans ce cas résoudre l'équation

$$\frac{dF}{d\lambda} = 0$$

λ ainsi calculé , les coordonnées $\alpha_{i,j+1}$ sont déterminées . Le calcul est poursuivi jusqu'à ce que la distance entre deux points successifs soit compatible avec la précision demandée (ordinogramme ci-après) .

C - Programme général d'intégration .

- Equations de RUNGE-KUTTA

Soit à intégrer numériquement le système d'équations différentielles :

$$\frac{dt_g}{d\mathcal{H}} = f(t_g, t_l, \mathcal{H})$$

$$\frac{dt_l}{d\mathcal{H}} = g(t_g, t_l, \mathcal{H})$$

La méthode de RUNGE-KUTTA permet de calculer les variables à chaque pas d'intégration $\Delta \mathcal{H}$, à l'aide des équations suivantes :

$$t_{g_{j+1}} = t_{g_j} + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$t_{l_{j+1}} = t_{l_j} + \frac{1}{6} (p_1 + 2p_2 + 2p_3 + p_4)$$

avec

$$k_1 = \Delta \mathcal{H} f(\mathcal{H}_j, t_{g_j}, t_{l_j})$$

$$k_2 = \Delta \mathcal{H} f\left(\mathcal{H}_j + \frac{\Delta \mathcal{H}}{2}, t_{g_j} + \frac{k_1}{2}, t_{l_j} + \frac{p_1}{2}\right)$$

$$k_3 = \Delta \mathcal{H} f\left(\mathcal{H}_j + \frac{\Delta \mathcal{H}}{2}, t_{g_j} + \frac{k_2}{2}, t_{l_j} + \frac{p_2}{2}\right)$$

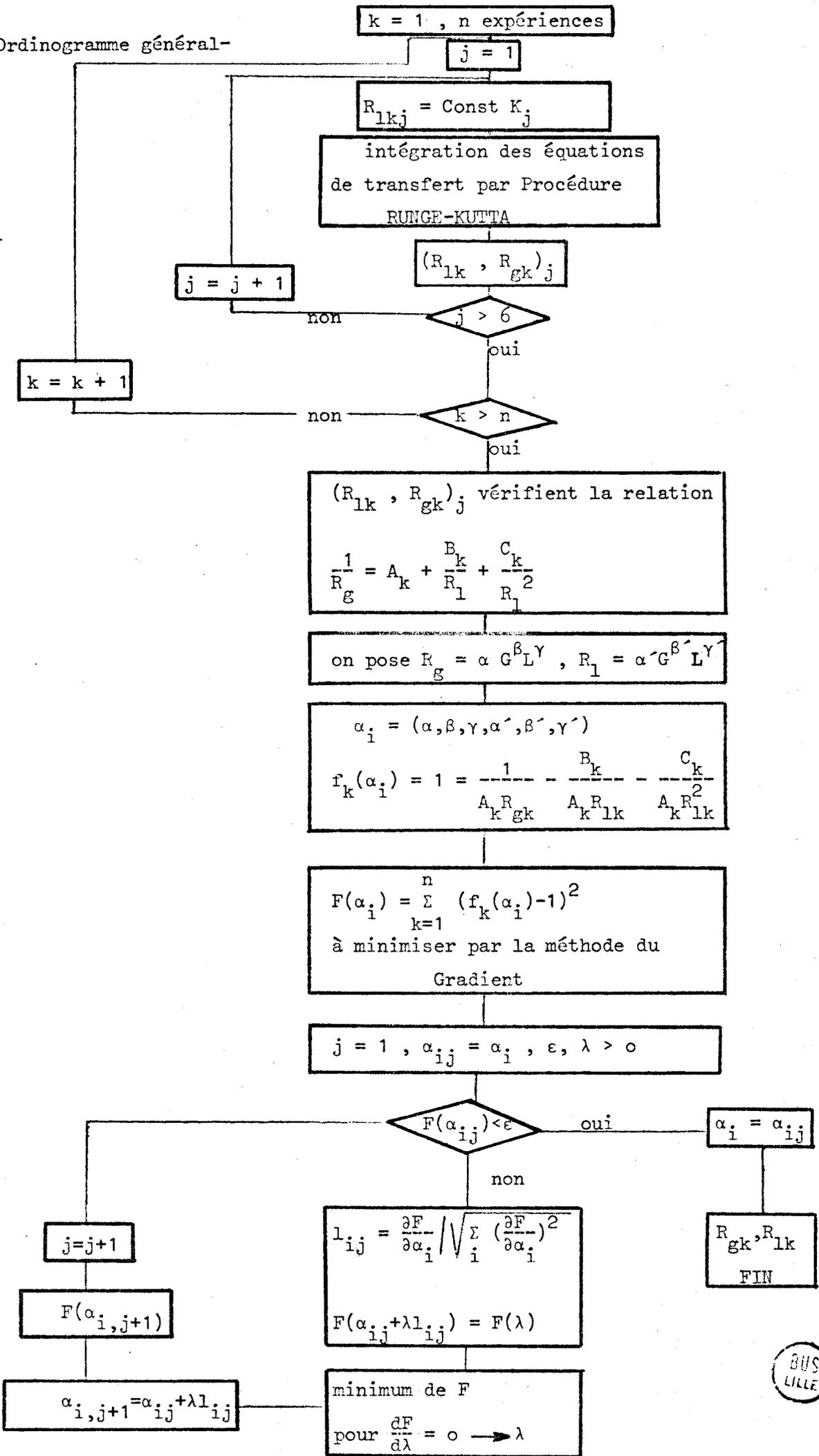
$$k_4 = \Delta \mathcal{H} f(\mathcal{H}_j + \Delta \mathcal{H}, t_{g_j} + k_3, t_{l_j} + p_3)$$

$$p_1 = \Delta \mathcal{H} g(\mathcal{H}_j, t_{g_j}, t_{l_j})$$

$$p_2 = \Delta \mathcal{H} g\left(\mathcal{H}_j + \frac{\Delta \mathcal{H}}{2}, t_{g_j} + \frac{k_1}{2}, t_{l_j} + \frac{p_1}{2}\right)$$

$$p_3 = \Delta \mathcal{H} g\left(\mathcal{H}_j + \frac{\Delta \mathcal{H}}{2}, t_{g_j} + \frac{k_2}{2}, t_{l_j} + \frac{p_2}{2}\right)$$

$$p_4 = \Delta \mathcal{H} g(\mathcal{H}_j + \Delta \mathcal{H}, t_{g_j} + k_3, t_{l_j} + p_3)$$



- PROGRAMME GENERAL D'INTEGRATION

COMPILATION ALGOL M 40

```

'BEGIN' 'INTEGER' M, N, L, K, IOTA, NU, C, NB, MU;
'REAL' PO, PAS, TG, TL, KC, PP2, PP1, KGA, PHI, KPGA, CAZ, LIQ, PT, RG, TEX, T1SURF,
THUM, RL, RI, R2, PHIHT, KPGAM, KPGAC, TLAM, P11, P12, TGE, YOE, RAP;
'BOOLEAN' BO, BOL;
'ARRAY' DOE[1:13];
M:=10;
N:=2;
'FOR' K:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 13 'DO' DOE[K]:=DATA;
'BEGIN' 'ARRAY' YO[1:N], PP[0:M], V[1:N, 0:M], SIMP, SIMH[0:M], R[1:N], HT[0:
K], CO[1:2, 1:2], ME[1:2], CST[0:2];
'PROCEDURE' GRESOLPIV;
'CODE';
'REAL' 'PROCEDURE' PI(T11);
'VALUE' T11;
'REAL' T11;
'BEGIN' PI:=EXP(-DOE[3]/(273.2+T11)+DOE[4]);
'END';
'REAL' 'PROCEDURE' TI(X, Y);
'VALUE' X;
'REAL' X;
'ARRAY' Y;
'BEGIN' 'REAL' TIC, TIF, TIFI;
TIF:=Y[2];
ETIQ1:TIFI:=TIF+1;
TIC:=(DOE[12]*Y[2]+DOE[7]*Y[1]-((CST[2]+DOE[9]*(TIF-Y[1]))*(PI(TIF)/
(PT-PI(TIF))-X/(PT-X))*DOE[5])/DOE[6]+(TIF*CST[2]*(PI(TIFI)/(PT-PI(T
IFI))-PI(TIF)/(PT-PI(TIF)))*DOE[5])/DOE[6]-DOE[11]*(Y[2]-TEX)/KPGA)/
(DOE[12]+DOE[7]+(CST[2]*(PI(TIFI)/(PT-PI(TIFI))-PI(TIF)/(PT-PI(TIF)
))*DOE[5])/DOE[6]);
'IF' ABS(TIF-TIC)>.05 'THEN' 'BEGIN' TIF:=(TIF+TIC)/2;
'GOTO' ETIQ1;
'END';
TI:=TIC;
'END' TI;
'REAL' 'PROCEDURE' TH(X, Y);
'VALUE' X;
'REAL' X;
'ARRAY' Y;
'BEGIN' 'REAL' TIC, TIF, TIFI;
TIF:=Y[2];
ETIQ2:TIFI:=TIF+1;
TIC:=(DOE[7]*Y[1]-((CST[2]+DOE[9]*(TIF-Y[1]))*(PI(TIF)/(PT-PI(TIF))-
X/(PT-X))*DOE[5])/DOE[6]+(TIF*CST[2]*(PI(TIFI)/(PT-PI(TIFI))-PI(TIF)
/(PT-PI(TIF)))*DOE[5])/DOE[6]/(DOE[7]+(CST[2]*(PI(TIFI)/(PT-PI(TIFI)
))-PI(TIF)/(PT-PI(TIF)))*DOE[5])/DOE[6]);
'IF' ABS(TIF-TIC)>.05 'THEN' 'BEGIN' TIF:=(TIF+TIC)/2;
'GOTO' ETIQ2;
'END';
TH:=TIC;
'END' TH;
'PROCEDURE' P(X, Y, G, N);
'VALUE' X;
'REAL' X;
'INTEGER' N;
'ARRAY' Y, G;
'BEGIN' 'REAL' PPTI, TLIQ;
'IF' BO 'THEN' TLIQ:=TI(X, Y) 'ELSE' TLIQ:=Y[2];

```

```

PPTI:=PI(TLIQ);
G[1]:=PT*(TLIQ-Y[1])*(DOE[9]*DOE[5]/DOE[6]+DOE[7]/(PPTI/(PT-PPTI)-X/
(PT-X)))/((PT-X)*(PT-X)*(CST[1]+DOE[9]*X*DOE[5]/(DOE[6]*(PT-X))));
'IF'BO1'THEN'G[2]:=GAZ*PT*(DOE[5]*(CST[2]+DOE[9]*(TLIQ-Y[1]))/DOE[6]
+(DOE[7]*(TLIQ-Y[1])+DOE[11]*(Y[2]-TEX)/KPGA)/(PPTI/(PT-PPTI)-X/(PT-
X)))/(LIQ*CST[1]*(PT-X)*(PT-X))'ELSE'G[2]:=GAZ*PT*(DOE[5]*(CST[2]+DOE
[9]*(TLIQ-Y[1]))/DOE[6]+DOE[7]*(TLIQ-Y[1]))/(PPTI/(PT-PPTI)-X/(PT-X)
)+DOE[11]*(TLIQ-TEX)/(KPGA*(PPTI/(PT-PPTI)-X/(PT-X)))/(LIQ*CST[1]*(
PT-X)*(PT-X));
'END'P;
'PROCEDURE'RK(XO,YO,H,M,N,Q,TETA,A,X,V,P);
'VALUE'XO,H,M,N;
'REAL'XO,H;
'INTEGER'M,N,Q;
'ARRAY'YO,TETA,A,X,V;
'PROCEDURE'P;
'BEGIN''INTEGER'I,J,K,P;
'ARRAY'Y[1:N,0:Q],U[0:Q],Z[1:N,0:Q-1],W,TRAV[1:N];
'FOR'J:=0'STEP'1'UNTIL'M'DO''BEGIN''FOR'I:=0'STEP'1'UNTIL'Q'DO''BEGI
N''IF'J=0'AND'I=0'THEN''BEGIN'X[0]:=U[0]:=XO;
'FOR'K:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO'V[K,0]:=Y[K,0]:=YO[K];
'END''ELSE''IF'I=0'THEN''BEGIN'X[J]:=U[0]:=U[Q];
'FOR'K:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO'V[K,J]:=Y[K,0]:=Y[K,Q];
'IF'BO'THEN''BEGIN''IF'V[2,J]>TL'THEN''BEGIN'BO:='TRUE';
MU:=H;
'END''ELSE'MU:=M;
'END';
'IF'J=M'THEN''GOTO'ETIQ'END''ELSE''BEGIN''FOR'K:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO
'W[K]:=Y[K,I-1];
P(U[I-1],W,TRAV,N);
'FOR'K:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO'Z[K,I-1]:=TRAV[K];
U[I]:=U[0]+H*TETA[I];
'FOR'K:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO''BEGIN'Y[K,I]:=Y[K,0];
'FOR'R:=0'STEP'1'UNTIL'I-1'DO''IF'A[I,R]#0'THEN'Y[K,I]:=Y[K,I]+H*A[I
,R]*Z[K,R];
'END';
'END';
'END';
SIMP[J]:=1/((PI(V[2,J])-X[J])*(PT-X[J])*(PT-X[J]));
SIMH[J]:=1/((PI(V[2,J])/(PT-PI(V[2,J]))-X[J]/(PT-X[J]))*(PT-X[J])*(P
T-X[J]));
'END';
ETIQ:SIMP[M]:=1/((PI(V[2,M])-X[M])*(PT-X[M])*(PT-X[M]));
SIMH[M]:=1/((PI(V[2,M])/(PT-PI(V[2,M]))-X[M]/(PT-X[M]))*(PT-X[M])*(P
T-X[M]));
'END'RK;
'PROCEDURE'INTEGR01(XO,YO,H,M,N,X,V);
'VALUE'XO,H,M,N;
'REAL'XO,H;
'INTEGER'M,N;
'ARRAY'YO,X,V;
'BEGIN''INTEGER'Q;
Q:=4;
'BEGIN''ARRAY'TETA[1:Q],A[1:Q,0:Q-1];
TETA[1]:=TETA[2]:=1/2;
TETA[3]:=TETA[4]:=1;
A[1,0]:=A[2,1]:=1/2;
A[2,0]:=A[3,0]:=A[3,1]:=0;

```

```

A[3,2]:=1;
A[4,0]:=A[4,3]:=1/6;
A[4,1]:=A[4,2]:=1/3;
RK(X0,Y0,H,M,N,Q,TETA,A,X,V,P);
'END';
'END';
'REAL' 'PROCEDURE' RGTEST(X);
'VALUE' X;
'REAL' X;
'BEGIN' 'REAL' VA,F,D,FA,FEXP,COMP;
FEXP:=TG-Y0[1];
VA:=F:=FA:=0;
DOE[7]:=X;
COMP:=0;
INT:DOE[7]:=DOE[7]+FA;
EDIT("F12.3\,DOE[7]);
PRINT(1);
COMP:=COMP+1;
'IF' COMP>10 'THEN' 'GOTO' SORTIE;
INTEGROI(P0,Y0,PAS,M,N,PP,V);
D:=(V[1,M]-Y0[1]-F)/(DOE[7]-VA);
F:=V[1,M]-Y0[1];
VA:=DOE[7];
FA:=(FEXP-F)/D;
'IF' ABS(FEXP-F)>.2 'THEN' 'GOTO' INT;
SORTIE:RGTEST:=DOE[7];
'END' RGTEST;
NB:=DATA;
C:=0;
DEPART:C:=C+1;
'IF' C>NB 'THEN' 'GOTO' FIN;
B0:='TRUE';
BOL:='TRUE';
PP2:=DATA;
PC:=0;
PAS:=PP2/M;
GAZ:=DATA;
LIQ:=DATA;
PT:=DATA;
TCE:=DATA;
TL:=DATA;
YOE:=DATA;
Y0[2]:=DATA;
TEX:=DATA;
TLAM:=(Y0[2]+TL)/2;
Y0[1]:=YOE-DOE[13]*(YOF-TEX)/GAZ/DOE[11];
TG:=DOE[13]*(TCE-TEX)/GAZ/DOE[11]+TCE;
RAP:=GAZ/LIQ/DOE[2]/(TL-Y0[2]);
CO[1,1]:=RAP*RAP*(TG-Y0[1])*(TG-Y0[1])+1/(DOE[1]*DOE[1]);
CO[1,2]:=CO[2,1]:=RAP*RAP*(TG-Y0[1])*DOE[5]*PP2/DOE[6]/(PT-PP2);
CO[2,2]:=1/DOE[8]/DOE[8]+CO[2,1]*DOE[5]*PP2/(DOE[6]*(PT-PP2)*(TG-Y0[1]));
ME[1]:=RAP*(TG-Y0[1])+1/DOE[1]-RAP*(TG-Y0[1])*DOE[11]*DOE[10]*(TLAM-TEX)/(LIQ*DOE[2]*(TL-Y0[2]));
ME[2]:=RAP*DOE[5]*PP2/(DOE[6]*(PT-PP2))+1/DOE[8]-RAP*DOE[11]*DOE[10]*(TLAM-TEX)*DOE[5]*PP2/(LIQ*DOE[2]*(TL-Y0[2])*DOE[6]*(PT-PP2));
GRESOLPIV(CO,ME,CST,2,IMPOSSIBLE);
CST[0]:=(GAZ*CST[1]*(TG-Y0[1])+CST[2]*GAZ*DOE[5]*PP2/(DOE[6]*(PT-PP2
)))+DOE[11]*DOE[10]*(TLAM-TEX)/LIQ/(TL-Y0[2]);

```

```

TEXT("GAZ\");
SPACE(24);
TEXT("LIQUIDEN");
PRINT(3);
SPACE(20);
TEXT("HAUT?COLONNEN");
SPACE(10);
EDIT("F9.2\,TGE);
SPACE(5);
EDIT("F9.2\,TG);
SPACE(15);
EDIT("F9.4\,TL);
PRINT(3);
SPACE(20);
TEXT("BAS??COLONNEN");
SPACE(10);
EDIT("F9.2\,YOE);
SPACE(5);
EDIT("F9.2\,Y0[1]);
SPACE(15);
EDIT("F9.4\,Y0[2]);
PRINT(3);
SPACE(20);
TEXT("PRESSION?PARTIELLE?HAUT?DE?COLONNEN");
SPACE(10);
EDIT("F9.4\,PP2);
PRINT(3);
PI1:=PI(Y0[2]);
PI2:=PI(TL);
KPGAM:=(GAZ*(PP2/(PT-PP2))*LN((PI2/(PT-PI2)-PP2/(PT-PP2))/(PI1/(PT-PI1))))/DOE[10]/(PI2/(PT-PI2)-PP2/(PT-PP2)-PI1/(PT-PI1));
TEXT("KPGAM=\");
EDIT("F12.3\,KPGAM);
PRINT(5);
'FOR'DOE[12]:=15,10,5'DO'BEGIN'KPGA:=KPGAM;
LABA:PI:=DOE[12];
DOE[7]:=RGTEST(DOE[7]);
RL:=DOE[12];
TEXT("RL=\");
EDIT("F12.3\,DOE[12]);
PRINT(1);
TEXT("RESOLUTION?APRES?MINIMUM");
PRINT(2);
SUITE:IOTA:=2;
PHI:=SIMP[0];
'FOR'NU:=1'STEP'1'UNTIL'MU'DO'BEGIN''IF'IOTA=2'THEN'IOTA:=4'ELSE'IOTA:=2;
'IF'NU=MU'THEN'IOTA:=1;
PHI:=PHI+IOTA*SIMP[NU];
'END';
PHI:=PHI*PAS/3;
KGA:=PHI*760*GAZ*DOE[5]*PT/(DOE[6]*DOE[10]);
KG:=8.28932*KGA;
TEXT("KGA=\");
EDIT("F18.6\,KGA);
SPACE(10);
TEXT("KG=\");
EDIT("F18.6\,KG);

```

```

PRINT(2);
IOTA:=2;
PHI:=SINH[0];
'FOR'NU:=1'STEP'1'UNTIL'MU'DO''BEGIN''IF'IOTA=2'THEN'IOTA:=4'ELSE'IO
TA:=2;
'IF'NU=NU'THEN'IOTA:=1;
PHI:=PHI+IOTA*SINH[NU];
'END';
PHI:=PHI*PAS/3;
KPGAC:=PHI*GAZ*PT/DOE[10];
'IF'ABS((KPGAC-KPGA)/KPGA)>.02'THEN''BEGIN'KPGA:=KPGAC;
'GOTO'LABA;
'END';
KPGA:=KPGAC;
TEXT("KPGA=\");
EDIT("F18.6\,KPGA);
PRINT(2);
'GOTO'CONTI;
'IF'BOL'THEN''BEGIN'BOI:='FALSE';
'END''ELSE''GOTO'CONTI;
CONTI:SPACE(6);
TEXT("PP\");
SPACE(20);
TEXT("TC\");
SPACE(10);
TEXT("TL\");
SPACE(10);
TEXT("TI\");
SPACE(10);
TEXT("TH\");
SPACE(10);
TEXT("PI\");
SPACE(10);
TEXT("HAUTEUR\");
PRINT(3);
'FOR'K:=0'STEP'1'UNTIL'M'DO''BEGIN'EDIT("F12.3\,PP[K]);
SPACE(10);
'FOR'L:=1'STEP'1'UNTIL'N'DO''BEGIN'EDIT("F12.3\,V[L,K]);
'END';
R2:=PP[K];
R[1]:=V[1,K];
R[2]:=V[2,K];
TISURF:=TI(R2,R);
EDIT("F12.3\,TISURF);
THUM:=TH(R2,R);
EDIT("F12.3\,THUM);
PPI:=PI(TISURF);
EDIT("F12.3\,PPI);
'IF'K=0'THEN''BEGIN'HT[0]:=0;
EDIT("F12.3\,HT[0]);
'GOTO'ICI;
'END';
PHIHT:=SINH[0];
'FOR'NU:=1'STEP'1'UNTIL'K'DO''BEGIN''IF'IOTA=2'THEN'IOTA:=4'ELSE'IOY
A:=2;
'IF'NU=K'THEN'IOTA:=1;
PHIHT:=PHIHT+IOTA*SINH[NU];
'END';
HT[K]:=DOE[10]*PHIHT/PHI;
EDIT("F12.3\,HT[K]);
ICI:PRINT(1);
'END';
REC:'GOTO'DEPART;
FIN:'END';
'END'

```

```

BEGIN 'REAL' 'PROCEDURE' DATA(IN);
'ARRAY' IN('FORTRAN');
'ARRAY' IN(1:80);
'INTEGER' N,I,COMP,J,P,APP,RESET;
'REAL' S,A,B,C,D,FB,FC,FD,FG,FRS1,PAS,ALPHA,RG,RL;
'BOOLEAN' BBL1,BBL2;
BBL1:=.TRUE;BBL2:=.FALSE;
I(1/0):=0;
N:=8;P:=DATA(IN);FRS1:=DATA(IN);
RESET:=0;APP:=0;
BEGIN 'ARRAY' FB,FC(1:P)/X,B,CC(1:80),DBN(1:P,1:5);
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' P 'DO'
F(1/I):=1;
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 6 'DO'
X(1/I):=DATA(IN);
WRITE(1-B,F1)'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 6 'DO'
(X(1/I));
F1:=FORMAT(1H,2X,6F15.4);
'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' P 'DO'
'FOR' I:=1,2,3,4,5 'DO' DBN(J,I):=DATA(IN);
END;
'REAL' 'PROCEDURE' F(X);
'ARRAY' X;
BEGIN 'INTEGER' I;'REAL' RGI,RLI,S;
S:=0;
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' P 'DO' 'BEGIN'
R1:=1/X(1/1)/(DBN(1/1,1))+X(2/1));
R2:=R1/(DBN(1/1,2))*X(3/1));
R3:=R2/(DBN(1/1,3))*X(4/1));
R4:=R3/(DBN(1/1,4))*X(5/1));
R5:=R4/(DBN(1/1,5))*X(6/1));
FC(1/1):=(R1-DBN(1/1,4))*R5-DBN(1/1,5);
S:=S+(FC(1/1)*FC(1/1))*2;
END;
APP:=APP+1;
F1:=S;
END;
'PROCEDURE' GRAD(S);
'ARRAY' S;
BEGIN 'INTEGER' I,J;
'ARRAY' AA(1:P,1:6);
'REAL' ID1,ID2,ID3;
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' P 'DO' 'BEGIN'
ID1:=DBN(1/1,3)*(DBN(1/1,1))*X(2/1));
ID2:=ID1*(DBN(1/1,2))*X(3/1));
ID3:=ID2*(DBN(1/1,4))*X(5/1));
ID4:=ID3*(DBN(1/1,2))*X(6/1));
ID5:=(DBN(1/1,4)+2*DBN(1/1,5))*DBN(1/1,3)/ID2/X(4/1)/
ID3/X(5/1);
AA(1/1,1):=1/ID1/X(1/1)/X(1/1);
AA(1/1,2):=LD(DBN(1/1,1))/ID1/X(1/1);
AA(1/1,3):=LD(DBN(1/1,2))/ID1/X(1/1);
AA(1/1,4):=-ID5/X(4/1);
AA(1/1,5):=-ID3*LD(DBN(1/1,1));
AA(1/1,6):=-ID5*LD(DBN(1/1,2));
END;
'FOR' J:=1 'STEP' 1 'UNTIL' 6 'DO' 'BEGIN'
G(1/J):=0;
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' P 'DO'
G(1/J):=G(1/J)+2*(1-FC(1/1))*AA(1/1,J);
END;
WRITE(1-B,F1)G(1/1),G(4/1);
WRITE(1-B,F1)G(2/1),G(5/1);
WRITE(1-B,F1)G(3/1),G(6/1);

```

```

F1:=FORMAT(1H,2F16.5);
1END; GRAN;
1PROCEDURE ECART;
1BEGIN 1DEAL F;
S:=0;
1FOR I:=1 1STEP 1 1UNTIL P 1DB 1BEGIN
F1:=F1(1/I)-F1(1/J); S:=S+F*F;
1END;
S:=SQRT(S/(P-0));
1WRITE(1H,8,F2)S;
F2:=FORMAT(1H,10.5);
1END ECART;
1REAL 1PROCEDURE NOR2(T);
1ARRAY T;
1BEGIN 1REAL S; 1INTEGER I;
S:=0;
1FOR I:=1 1STEP 1 1UNTIL N 1DB
S:=S+T(1/I)*T(1/I);
NOR2:=S;
1END;
1PROCEDURE INTERVALLE;
1BEGIN 1REAL L,L1,L2,LP,L4;
1INTEGER I,J,J1,EPS;
1ARRAY Y(1:N);
L:=P;
1FOR I:=1 1STEP 1 1UNTIL N 1DB Y(1/I):=X(1/I)+PAS*CC(1/I);
L2:=F(Y);
1IF L>L2 1THEN 1BEGIN 1FOR I:=1 1STEP 1 1UNTIL N 1DB
Y(1/I):=X(1/I)-PAS*CC(1/I);
L4:=F(Y);
1IF L4<L 1THEN 1BEGIN A:=-PAS;
C:=PAS;FA:=L4;FB:=L2;
1GOTO 1SUITE; 1END 1ELSE 1BEGIN EPS:=1;
1WRITE(1H,8,F3);F3:=FORMAT(1H,10.5
L'AUTRE SENS');
1GOTO 1P;
1END; 1END 1ELSE EPS:=1;
1P:=J:=2;
L1:=1IF EPS=1 1THEN L2 1ELSE L4;
C:=EPS*PAS;
1FOR I:=1 1STEP 1 1UNTIL N 1DB
Y(1/I):=Y(1/I)+EPS*J*PAS*CC(1/I);
L2:=F(Y);
A:=1IF J=2 1THEN C 1ELSE B=EPS*J1*PAS;
B:=C+EPS*J*PAS;
1IF L2>L 1THEN 1BEGIN J1:=J;
C:=B*J;LP:=L1;L1:=L2;
1GOTO 1ETI;
1END;
FA:=1IF J=2 1THEN L 1ELSE LP;
FB:=L2;
1SUITE; 1END;
1PROCEDURE MAX;
1BEGIN 1REAL C,D,L,FC,FD,FE,EPS;
1INTEGER N,I;
1ARRAY C(1:N),E1(1:N);
C:=1TOE1;
E0:=1-C*PAS*(B-A);
1IF ABS(E0-A)<EPS 1THEN 1GOTO
ACROUT;
C:=(A+E)/2;
1FOR I:=1 1STEP 1 1UNTIL N 1DB C1(1/I):=X(1/I)+C*CC(1/I);
FC:=F(C1);
1IF FC<FA 1THEN 1BEGIN B:=C;

```

```

F0:=FC;
B1:=!FALSE!;
!GOTO! RET; !END! !ELSE! !BEGIN! !IF! B1 !THEN!
!BEGIN! !IF! FC<FI !THEN! !BEGIN! A:=C;
F0:=FC;
B1:=!FALSE!;
!GOTO! RET; !END!;
!END! !END!;
RET1: !IF! ABS(b-A)>EPS !THEN! !BEGIN!
D:=(A+C)/2;
!FOR! I:=1 !STEP! 1 !UNTIL! N !DO! D1(/I/):=x(/I/)+D*
CC(/I/);
F0:=F(D1);
!IF! F0>FA !THEN! !BEGIN! !IF! FD>FC !THEN!
!BEGIN! B:=C;FB:=FC;
C:=D;
F0:=FB; !END! !ELSE! !BEGIN!
E:=(B+C)/2;
!FOR! I:=1 !STEP! 1 !UNTIL! N !DO!
E1(/I/):=x(/I/)+E*CC(/I/);
F0:=F(E1);
!IF! F0>FC !THEN! !BEGIN! A:=C;FA:=FC;
F0:=FE;
C:=E;
!END! !ELSE! !IF! FE<FB !THEN! !GOTO! AUBOUT
!ELSE! !BEGIN! A:=D;
B:=E;FA:=FD;
F0:=FE; !END! !END!;
!GOTO! RET1; !END! !END!;
AUBOUT: !END!;
F0:=F(A);
GRAD(b); BGR:=NBR*2(b);
A:=BRN(NBR);
Ecart;
!IF! A<=EPS1 !THEN! !BEGIN!
!WRITE! (1-8,F4);
F0:=F0; !AT! (10 , 'MAXIMUM!);
!GOTO! RET1; !END!;
!FOR! I:=1 !STEP! 1 !UNTIL! N !DO!
CC(/I/):=F0(/I/)/A;
C000:=1;
FAS:=A+D1/A:=0;
RETOUR: INTERVALLE;
RESIT:=C000+1;
COMP:=C000+1;
!WRITE! (108,F5)COMP;
F5:=F0; !AT! (10 , 'NB ITERATIONS! ,F5.0);
!WRITE! (108,F6)APP;
F6:=F0; !AT! (10 , 'APP=!',F5.0);
APP:=0;A:=1;
!WRITE! (108,F6)APP;
APP:=0;
!WRITE! (108,F7)FA;
F7:=F0; !AT! (10 , 'FUNCTION =!',F16.7);
!FOR! I:=1 !STEP! 1 !UNTIL! N !DO!
X(/I/):=X(/I/)+A*CC(/I/);
!WRITE! (108,F8);
F8:=F0; !AT! (10 , 'VARIABLE X!);
!WRITE! (1-8,F9)!FOR! I:=1 !STEP! 1 !UNTIL! N
!DO! (X(/I/)); F9:=F0; !AT! (10 , 'X',F15.5);
B:=F(X); Ecart;GRAD(b);
!IF! Ecart>=EPS !THEN! !BEGIN! B0L2:=!TRUE!;
!GOTO! RET1; !END!;
B0L2:=!FALSE!;
!IF! S-AT(b0L2)<EPS1 !THEN! !GOTO! FINFIN;

```

```

FC:=0;
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
NC:=MU+3(/I/)*CC(/I/);
NR:=MU/SQRT(NCRG);
'WRITE'(1-8,F1)MU;
F10:'FORMAT'(1H , 'PRG0 SCALAIRE',F15.5);
NR:=NPAR/IG;
'IF' DEL 'THEN' ALPHA:=SQRT(NCR);
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
CC(/I/):=3(/I/)+MU*CC(/I/)*ALPHA;
PAR:=ALPHA*.7;
ALPHA:=SQRT(NCRH2(CC));
DEL:=FALSE;
REINIT:FF:=FA;
'IF' DEL2 'THEN' 'BEGIN'
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N
'DO' CC(/I/):=3(/I/);
NR:=SQRT(NCRH2(CC));
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
CC(/I/):=CC(/I/)/NR;
DEL:=TRUE;
CNR:=1;
DEL2:=FALSE;
'END' 'ELSE' 'BEGIN'
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
CC(/I/):=CC(/I/)/ALPHA;
NR:=NR; 'END';
A:=0;
'GOTO' RETOUR;
F1:F1;
EDART;
'WRITE'(1-8,F11);F11:'FORMAT'(1H ,10X,IRG      RL      F');
'FOR' I:=1 'STEP' 1 'UNTIL' P120 'BEGIN'
R0:=X(/1/)*(D00(/I,1/)**X(/2/));
R1:=R0+(D00(/I,2/)**X(/3/));
R2:=X(/4/)*(D00(/I,1/)**X(/5/));
R3:=R2+(D00(/I,2/)**X(/6/));
'WRITE'(1-8,F12)R0,R1,FC(/I/);F12:'FORMAT'(1H ,5X,3F15.4);
'END';
'END'; 'END'; 'END';

```

A N N E X E V I I

ANALOGIE ENTRE TRANSFERT DE MASSE ET DE CHALEUR .

Le transfert de masse s'accompagne nécessairement de ceux des énergies thermiques et mécaniques, et les relations exprimant les vitesses de transfert à l'intérieur d'un fluide ont la même forme dans les trois cas, soit pour une direction oz normale à la direction de l'écoulement :

$$N_A = -D \frac{\partial C_A}{\partial z} \quad q = - \frac{k}{c_p \rho} \frac{\partial (c_p \rho \theta)}{\partial z} \quad \tau = - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial (\rho u)}{\partial z} \quad (1)$$

Ces trois équations expriment que les flux de matière N_A , de chaleur q , ainsi que la force de frottement surfacique τ sont tous trois proportionnels aux gradients suivant z des quantités de matière, de chaleur et de mouvement ; les facteurs multiplicatifs D , $k/c_p \rho$, μ/ρ qui sont respectivement les coefficients de diffusivité massique, thermique et la viscosité cinématique ont la même dimension $L^2 T^{-1}$. Cette analogie d'expression a conduit à rechercher entre ces vitesses de transfert, des relations quantitatives qui permettraient de calculer l'une à partir de l'autre déjà connue. CHILTON COLBURN (2)

Étudiant ces phénomènes pour des gaz circulant en régime turbulent dans des conduites cylindriques et supposant qu'entre deux sections droites, la même fraction de l'énergie mécanique, de l'énergie thermique et de la masse entrantes sont perdues par transfert aux parois latérales de la conduite, ont trouvé que, le coefficient de frottement à la paroi ou facteur de friction de FANNING :

$$\frac{1}{2} C_f = \frac{\tau_p}{\rho u^2} \quad (2)$$

où u est la vitesse de débit, et τ_p la contrainte de frottement à la paroi est à peu près égal aux expressions sans dimensions :

$$J_H = \left(\frac{h}{c_p \rho u} \right) \left(\frac{c_p \mu}{k} \right)^{2/3} \quad (3)$$

$$J_D = \left(\frac{k P_{BM}}{G M} \right) \left(\frac{\mu}{\rho D} \right)^{2/3} \quad (4)$$

où les nombres de SCHMIDT et de PRANDTL interviennent à la puissance $2/3$; G_M représente le débit molaire par unité de section droite. J_H et J_D sont appelés respectivement nombres sans dimension de COLBURN pour le transfert de chaleur et pour le transfert de matière ; L'analogie de CHILTON et COLBURN

s'exprime donc par la relation :

$$J_H = J_D = \frac{1}{2} C_f \quad (5)$$

Pour les mêmes conditions d'écoulement du gaz c'est-à-dire pour un même nombre de REYNOLDS les égalités ont été confirmées pour les cas : écoulements turbulents dans les tuyaux, écoulements à l'extérieur de cylindres, écoulements parallèles à des surfaces planes.

Si l'hypothèse de CHILTON COLBURN était exacte et si les transferts s'effectuaient uniquement par diffusion moléculaire les nombres de PRANDTL et de SCHMIDT devraient intervenir à la puissance unité pour que, conformément aux équations (1) k_g soit proportionnel à \mathcal{D} et h_g à k ; la puissance $2/3$ représente un compromis puisque la diffusion turbulente ne dépend ni de k ni de \mathcal{D} .

Il convient de noter que les expériences sur lesquelles sont basées ces résultats correspondent à des conditions telles (turbulent) que les nombres J étaient de la forme $0,023 Re^{-0,2}$ et qu'elles ont surtout porté sur le transfert de la vapeur d'eau. Elles ne représentent donc que des approximations bien que les conditions de turbulence soient à peu près celles que l'on rencontre ordinairement dans les appareils industriels.

h / c_p ou représente le nombre de STANTON ; le nombre de BIOT ou de NUSSELT étant défini par $Nu = h d / k$ on a également $St = \frac{Nu}{Re \times Pr}$. J_H s'écrit aussi sous la forme

$$J_H = Nu Re_g^{-1} Pr^{-1/3} \quad (6)$$

L'équation générale recommandée par MAC ADAMS ⁽³²⁾ pour le transfert de chaleur à des fluides circulant en régime turbulent à l'intérieur de tuyaux étant :

$$Nu = 0,0225 Re_g^{0,8} Pr^{0,44} \quad (7)$$

l'expression de J_H obtenue en portant Nu dans l'équation (6) est du type :

$$J_H = 0,023 Re_g^{-0,20} \quad (8)$$

De même l'équation obtenue par GILLILLAND pour le transfert de masse,

$$N_{Sh} \frac{P_{BM}}{P} = \frac{k d RT}{g \mathcal{D}} \frac{P_{BM}}{P} = 0,023 Re_g^{0,83} Sc^{0,44} \quad (9)$$

Conduit en multipliant l'équation (9) par $Re_g^{-1} \cdot Sc^{-0,34}$, à l'expression de J_D :

$$J_D = k_g \frac{RT}{u} \frac{P_{BM}}{P} (Sc)^{2/3} = 0,023 Re_g^{-0,17} Sc^{0,10} \quad (10)$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- 1) TOOR , SEBULSKY : A.I.C.H.E. J 1961 / 17 / 565 .
- 2) CHILTON , COLBURN : Ind. Eng. Chem . 26 (1934) 1183 .
- 3) BARNET and KOBE : Ind.eng. Chem.April 1941 , p.436 .
COLBURN : Ind. Eng. Chem. 22, 967 (1930) .
- 4) LYNN and STRAATERMEIER : Chem. Eng. Sci , 4,49 - 59-64 (1955).
- 5) PORTALSKI , 5 : Ph.D. Thèses , Univ , London (1960) .
- 6) HOUGEN - WATSON : Ind. Eng. Chem. Vol. 35 .
- 7) Int-Crit-Tables : International Critical Tables MGH - N - Y .
- 8) LANGE : Handbook of Chemistry , 10th éd.
- 9) REID - SHERWOOD : "Properties of Gases and Liquids" MGH - N - Y 1958 .
- 10) PERRY , J-H : Chem. Eng. Handbook (MGH) 4th édition 1963 .
- 11) Handbook of Chemistry : Chem. Rubber . Publishing Co - 40th éd.
- 12) HIRSCHELDER - BIRD - SPOTZ : Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. 71,921 (1949) .
- 13) DOBRATZ : Ind. Eng. Chem. 33,759 (1941) .
- 14) GILLILLAND and SHERWOOD : Ind. Eng. Chem. May 1934 p. 516 .
- 15) STRUMILLO , C and PORTER , K . E : A.I.C.H.E. 11 (1965) 6. 1139 .
- 16) KAFESJIAN , R - PLANK - GERHARD : A.I.C.H.E. 3,463 (1961) .
- 17) EMMERT - PIGFORD : Chem. Eng. Progress 50,87 (1954) .
- 18) SUROSKY and DODGE : Ind. Eng. Chem, 42,1112 (1950).
- 19) WEISMAN and BONILLA : Ind. Eng. Chem, 42,1099 (1950).
- 20) WHITAKER : Ind. Eng. Chem. Furdam . 3,132 (1964) .
- 21) LIGHFOOT - MASSAT - IRAM : A.I.C.H.E. J Vol 12 N° 3 , 445 .
- 22) STIRBA C and HURT : Am. Inst. Chem. Engrs. J 1955 1,178 .
- 23) GERHARD and REKER - PLANK : A.I.C.H.E. J Sept. 1966 p. 1008.
- 24) KAPITSA , P.L : Zh , Eksperim , i Teor. Fiz.18 3 (1948) .
- 25) BRAUER , H : V D I - Forschungshaft , 1956 , 457 .
- 26) BELKIN and MAC LEOD : A.I.C.H.E. J , 5 , 245 (1959).
- 27) SHIROTSUKA and HIRATA KAGAKU KOGAKU (Chem.Eng.Japan) 1970 , 34 , 904.
- 28) JEPSEN : A.I.C.H.E. 1966, 12 , 186 .
- 29) CAIRNS - ROPER : Chem. Eng. Sci 1954 , 4 , 937 .
- 30) ASANO : Chem. Eng. Science 1971 , 1187 - 1194
- 31) DITTUS BOELTER : Univ. of Cahf. Eng. Pub. 2,443 (1930)
- 32) MAC ADMS : Heat transmission M^c GRAW - HILL , N - Y 1933 .
- 33) SIEDER - TATE : Ind. Eng. Chem. 28, 1429 - 1436 (1936) .
- 34) MICKLEY , MS : Chem. Eng. Prog. 45 (1949) 739 .
- 35) MODINE - PARRISH - TOOR : A.I.C.H.E. May 1963 p. 348 .
- 36) GRIBB,G : Brit. Chem. Eng. 4 (1959) 264 .
- 37) JACKSON : Brit. Chem. Eng. 1958 , 3 , 598 .

- 38) LEWIS and WHITE : Ind. Eng. Chem. 45 (1953) 486 .
- 39) CRAIG : Ind. Eng. Chem, voir THOMAS HOUSTON Brit Chem Eng 1959 p160.
- 40) YASHIDA and TANAKA : Ind. Eng. Chem. 43 , 1467 (1951) .
- 41) BEDINGFIELD and DREW : Ind. Eng. Chem. 42 (1950) 1164 .
- 42) FICK , A : Am. Phys. 94 (1855) 59 .
- 43) WHITMAN , WG : Chem. and Met. Eng. 29 (1923) 147 .
- 44) HIGBIE , R : Trans. Am. Inst. Chem. Eng. 31 (1935) 365 .
- 45) DANCKWERTS , PV : Ind. Eng. Chem. 43 (1951) 1460 .
- 46) TOOR - MARCHELLO : A.I.C.H.E. 4 (1958) 97 .
- 47) SCHLICHTING , H : "Baoundary Layer Theory" MGH - N - Y 1960 .
- 48) KISHINERESKY , MK : J. Appl. Chem. USSR 24593 .
- 49) BAKOWSKI , S : Trans. I. Chem. E 32 (1954) 5 . 37 .
- 50) NUSSELT , W : V D I (Ver. Dent. Ingr) Z 60 , 549 , 569 (1916) .
- 51) PIGFORD : Thèses , Univ of Illinois , Urbana , Illinois (1941) .
- 52) SELLARS : Trans. Am. Soc. Mech. Engr 78 , 441 (1956) .

