

50 376
1 976
165

N° d'ordre 615

50376
1976
165

THESE
présentée à
L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE I
pour obtenir
le grade de DOCTEUR de 3ème cycle
en
MECANIQUE
par

Chantal DUCRUET née CHANTREUX



**INFLUENCE DES DIMENSIONS DES ORIFICES SUR LA MESURE DE LA PRESSION
ET SUR LA DETERMINATION DE LA TRAINEE DE FORME.
CAS DU CYLINDRE.**

Membres du JURY : MM. GONTIER, Président
DYMENT, Rapporteur
Directeur du travail
ZEYTOUNIAN, Examineur
THERY, Invité

Soutenue le 16 Décembre 1976

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur Gontier qui me fait l'honneur de présider le jury, ainsi que Monsieur le Professeur Zeytounian et Monsieur Théry, ingénieur en chef de l'armement, qui ont accepté d'en faire partie.

Ma reconnaissance va à Monsieur Dymont, Maître de Conférences, pour le sujet de recherche qu'il a bien voulu me proposer. Les conseils précieux qu'il n'a pas cessé de me prodiguer ont été pour moi un constant encouragement.

Le matériel d'essais et les photographies ont été réalisés par Monsieur Lampre à qui j'adresse de vifs remerciements.

Mes remerciements vont également à Madame Bérat qui a assuré la frappe du manuscrit ainsi qu'au personnel de la photocopie.

Enfin, que tous ceux, parents, famille et amis, qui m'ont aidée et encouragée, trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

TABLE DES MATIERES

=====

	Pages
Nomenclature des figures.	
Nomenclature des planches.	
Nomenclature des notations principales.	
INTRODUCTION.	1
CHAPITRE 1 : <u>ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.</u>	3
1 - Ecoulement sans gradient de pression transversal.	4
1.1. - Influence de la géométrie du trou.	4
1.1.1. - Diamètre, profondeur, cavité arrière.	4
1.1.2. - Inclinaison de l'axe de perçage.	4
1.1.3. - Forme des bords.	5
1.2. - Influence de la forme de la paroi.	6
1.3. - Influence des facteurs aérodynamiques.	6
1.3.1. - Ecoulement autour et à l'intérieur d'une prise.	6
1.3.2. - Influence de l'écoulement extérieur.	9
2 - Ecoulement avec gradient de pression transversal.	14
2.1. - Résultats de Rainbird.	14
2.2. - Résultats de Morrisson, Sheppard et Williams.	15
2.3. - Travaux de Pugh, Peto et Ward.	18
2.4. - Résultats de Defecques et Fréhaut.	18
CHAPITRE 2 : <u>ETUDE THEORIQUE.</u>	20
1 - Nature de l'écoulement dans une cavité.	20
1.1. - Approximation des équations de Navier-Stokes.	20
1.1.1. - Normalisation des variables.	20
1.1.2. - Formes limites des équations de Navier-Stokes.	22
1.2. - Conditions sur une surface de séparation.	25
1.2.1. - Calcul de la contrainte.	25
1.2.2. - Différents cas possibles.	30

1.3. - Application au problème de la cavité.	32
1.3.1. - Hypothèses.	32
1.3.2. - Schéma.	33
1.3.3. - Expression des conditions de raccord.	38
1.3.4. - Cavité située loin du bord d'attaque.	43
1.3.5. - Cas où la cavité est près du point d'arrêt.	46
2 - Etude par similitude.	48
2.1. - Inventaire des paramètres.	48
2.2. - Forme réduite de l'erreur sur la pression.	49
2.3. - Ecoulements dans une conduite.	50
CHAPITRE 3 : <u>ETUDE EXPERIMENTALE.</u>	52
1 - Installation expérimentale.	52
1.1. - Soufflerie.	52
1.2. - Choix du modèle et de ses dimensions.	53
1.3. - Choix des dimensions des prises.	55
1.3.1. - Choix de d/D .	55
1.3.2. - Choix de h/d .	58
1.4. - Matériel d'expérimentation.	59
1.4.1. - Examen des cylindres et des prises.	59
1.4.2. - Instruments de mesure.	60
1.4.3. - Calcul d'erreur sur K .	62
1.4.4. - Correction de blocage.	63
2 - Essais.	63
3 - Résultats expérimentaux.	65
3.1. - Coefficient de pression.	65
3.1.1. - Influence de d/D .	65
3.1.2. - Influence de h/d .	67
3.2. - Etude des coefficients de traînée.	71
3.2.1. - Calcul du C_X .	71
3.2.2. - Influence de d/D .	71
3.2.3. - Influence de h/d .	74

CONCLUSION.	76
BIBLIOGRAPHIE.	78
ANNEXE A : COMPLEMENT DE BIBLIOGRAPHIE.	80
ANNEXE B : DESSIN DES CYLINDRES, VALEURS NUMERIQUES ET COURBES.	93

Nomenclature des figures

=====

Chapitre 1

- Fig. 1 - Schéma de l'écoulement autour et à l'intérieur d'une prise.
- Fig. 2 - Visualisation de l'écoulement dans une rainure.
- Fig. 3 - Comparaison des courbes $\Delta p^* = f(d^*)$ obtenues par Shaw et par Ray.
- Fig. 4 - Comparaison des résultats de Shaw, de Franklin et Wallace et de Livesey, Jackson et Southern.
- Fig. 5 - Courbe $\Delta p^* = f(d^*)$ selon Rainbird.
- Fig. 6 et 7 - Résultats de Morrisson, Sheppard et Williams.

Chapitre 2

- Fig. 8 - Croquis du modèle et de la cavité.
- Fig. 9 - Schéma proposé de l'écoulement à l'intérieur d'une cavité.
- Fig. 10 - Schéma de la partition de la couche limite.
- Fig. 11 - Cavité située loin du bord d'attaque.

Chapitre 3

- Fig. 12 - Schéma des axes Ox , Oy et Oz de la veine d'expérience.
- Fig. 13 - Différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre de longueur infinie quand on fait varier R_e .
- Fig. 14 - Photo d'un cylindre.
- Fig. 15 - Photo d'une prise.
- Fig. 16 - Photo du matériel d'expérimentation.
- Fig. 17, 18 et 19 - Courbes $K - K_0 = f(h/d)$ pour différentes valeurs de θ .
- Fig. 20 - Courbe $K = f\left(\frac{\sin \theta}{2}\right)$.

Annexe A : bibliographie.

Fig. 21 - Influence de h/d d'après Myadzu.

Fig. 22 - Schéma des différentes inclinaisons de l'axe de perçage.

Fig. 23 et 24 - Influence de l'inclinaison de l'axe de perçage selon Myadzu.

Fig. 25 - Influence de h/d d'après Shaw.

Fig. 26 - Influence de h/d d'après Livesey, Jackson et Southern.

Fig. 27 - Technique de Franklin et Wallace.

Fig. 28 - Schéma d'une protubérance.

Fig. 29 - Résultats de Zogg et Thomann.

Fig. 30 - Orifices chanfreinés et arrondis d'après Rayle.

Fig. 31 - Irrégularité de type sinusoïdale.

Fig. 32 et 33 - Résultats de Townes et Sabersky.

Fig. 34 - Résultats de Franklin et Wallace.

Nomenclature des Planches

=====

Annexe B

- Planches 1 et 2 - Dessin des cylindres et des prises.
- Planches 3 à 6 - Valeurs numériques des coefficients de pression.
- Planches 7 à 20 - $K = f(d/D)$ et Extrapolation pour différentes valeurs de θ .
- Planches 21 - Valeurs numériques des coefficients de pression obtenus par extrapolation.
- Planche 22 à 26 - $K = f(\theta)$ pour le cylindre n° 1
- 27 à 31 - $K = f(\theta)$ n° 2
- 32 à 36 - $K = f(\theta)$ n° 3
- Planches 37 à 39 - Courbes $K = f(\theta)$ corrigées pour $20^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$.
- Planches 40 à 44 - $K = f(\theta)$ pour le cylindre n° 4.
- Planches 45 à 56 - $K = f(h/d)$ pour différentes valeurs de θ .
- Planches 57 et 58 - $C_X = f(d/D)$.
- Planches 59 - $C_X = f(h/d)$.

Nomenclature des notations principales

=====

d	diamètre d'une prise.
h	profondeur d'une prise.
D	diamètre d'un cylindre.
s	abscisse curviligne.
θ	azimut.
p_0	pression statique.
p_∞	pression dans l'écoulement au loin.
p_i	pression indiquée par la prise d'indice i .
u_∞	vitesse au loin.
K_i	coefficient de pression donné par la prise d'indice i .
K_0	coefficient de pression obtenu par extrapolation.
ρ	masse volumique.
μ	viscosité.
ν	viscosité cinématique.
R_e	nombre de Reynolds.
M	nombre de Mach.
τ_0	contrainte tangentielle à la paroi.
u_τ	vitesse de frottement.
δ	épaisseur de la couche limite.
δ^*	épaisseur de déplacement de la couche limite.
\vec{n}	vecteur unitaire normal à une courbe ou à une surface.
\vec{T}	la contrainte.

Les symboles en majuscule dans la première partie du chapitre 2 servent à désigner des grandeurs normalisées.

INTRODUCTION

L'objet des travaux exposés ci-après concerne l'étude des difficultés inhérentes à la mesure de la pression à l'aide d'un orifice relié à un manomètre.

En effet, la présence d'un trou dans une paroi solide produit une perturbation locale de l'écoulement et se traduit par une erreur sur la pression mesurée. Cette erreur dépend à la fois des dimensions de la prise, des caractéristiques locales de l'écoulement extérieur et de la couche limite.

De nombreuses études ont été effectuées pour la plupart dans des écoulements d'air et d'eau à faible vitesse, sans gradient de pression transversal, avec un gradient longitudinal constant et en présence de couches limites turbulentes épaisses à l'égard du diamètre des prises. Elles ont établi que l'erreur due à une prise de pression est une fonction croissante du diamètre de la prise. L'idéal serait donc d'utiliser des orifices très petits comparés aux dimensions des maquettes, mais le perçage soigneux de trous de moins de deux dixièmes de millimètre est techniquement impossible et par ailleurs les maquettes sont nécessairement petites pour des raisons d'encombrement. L'erreur ainsi introduite peut avoir des conséquences importantes en particulier dans le cas où les mesures sont utilisées pour déterminer une quantité elle-même petite, par exemple le coefficient de traînée d'un solide élancé.

Nous nous proposons en premier lieu de faire une synthèse des principales études réalisées sur ce sujet en notant certaines contradictions parmi les résultats obtenus.

Dans la seconde partie, nous présentons un calcul théorique concernant la nature de l'écoulement dans une cavité, en application des méthodes de C. François.

Nous envisageons également, à l'aide de la similitude, une étude globale du problème posé.

L'étude expérimentale décrite dans la troisième partie a pour but de déterminer les effets produits par un orifice sur le coefficient de pression et sur la traînée d'un solide en écoulement incompressible. Pour des raisons de commodité, le modèle choisi est un cylindre ; la géométrie de ce solide permet en effet d'utiliser une seule prise que l'on porte à toutes les incidences par simple rotation. Les essais ont nécessité un soin extrême tant dans la réalisation des cylindres et des prises que dans le relevé des mesures. Ils ont consisté essentiellement à étudier séparément l'influence des paramètres géométriques, à savoir les rapports du diamètre de la prise au diamètre du cylindre et du diamètre de la prise à sa profondeur, pour des conditions données à l'extérieur de l'orifice. L'ensemble des résultats obtenus illustre l'influence importante que peuvent avoir ces paramètres, en particulier sur la contribution à la traînée de forme apportée par la face avant seule du cylindre.

CHAPITRE 1

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

L'erreur sur la pression statique dépend à la fois de la géométrie propre de la prise, de celle du solide, de l'écoulement extérieur et de la couche limite (voir 2, chapitre 2).

Les paramètres géométriques définissant la prise sont les suivants :

le diamètre, la profondeur, les proportions de la cavité arrière le cas échéant, l'inclinaison de l'axe de perçage par rapport à la normale à la surface, les malfaçons des bords (bourelets, chanfreins, arrondis, etc...).

La géométrie de la paroi au voisinage de la prise fait intervenir le rayon de courbure local.

Les facteurs aérodynamiques sont les suivants :

- l'écoulement extérieur défini par la pression cinétique locale, le nombre de Mach local, le gradient de pression.
- la couche limite définie par sa nature (laminaire, de transition ou turbulente), son épaisseur, le taux de cisaillement à la paroi.

Dans l'étude bibliographique qui suit, nous ne ferons qu'une brève synthèse de l'ensemble des nombreux travaux effectués sur ce sujet. On trouvera en Annexe A une étude bibliographique détaillée qui avait été déjà présentée lors de notre DEA. Elle complète celles qui ont été faites par Barat [1] et par Defecques et Fréhaut [2]. A ce propos, on peut signaler également la parution récente d'un article de Chue [3].

1 - Écoulement sans gradient de pression transversal et avec gradient longitudinal presque constant et petit.

La plupart des recherches relatives à ce problème sont restreintes à des écoulements turbulents dans des tuyaux ; les diamètres des prises sont en général petits comparés à l'épaisseur de la couche limite.

1.1. - Influence de la géométrie du trou.

1.1.1. - Diamètre, profondeur, cavité arrière.

Des expériences ont été réalisées principalement par Myadzu [4] en 1936, Shaw [5] en 1959, Ray [6] en 1956. Il apparaît dans ces travaux que l'erreur est une fonction croissante du diamètre de la prise et décroissante du rapport h/d . La profondeur n'intervient plus pour des rapports h/d supérieurs à 2 selon Myadzu et pour des rapports h/d supérieurs à 1,5 selon Shaw. Ray ne note aucune valeur asymptotique. Des erreurs négatives sont indiquées par Myadzu lorsque les rapports h/d sont inférieurs à 0,25 et par Ray lorsque les prises ont à la fois un rapport h/d inférieur à 0,06 et une cavité arrière considérable. Ray indique également que, pour des trous présentant une grande cavité arrière, la réduction de la profondeur a pour effet de produire une réduction de l'erreur ; pour des trous qui se terminent par un rétrécissement, le comportement est inversé.

Livesey, Jackson et Southern [7] ont utilisé des prises ayant un élargissement arrière égal à $14d$. Pour eux, la profondeur n'intervient plus dès que h/d est supérieur à 5.

Les conditions d'expériences et les courbes obtenues par ces auteurs sont détaillées en Annexe A.

1.1.2. - Inclinaison de l'axe de perçage.

Les effets de l'inclinaison de l'axe de perçage par rapport à la normale à la surface ont été étudiés par Myadzu dans le cas d'un écoulement

turbulent. Les résultats obtenus sont détaillés en Annexe A. Il y apparaît que la variation de l'erreur due à une prise de 3mm dont l'axe est incliné de 2,5 degrés n'excède pas 4 % de l'erreur indiquée par une prise dont l'axe est normal à la paroi.

L'usinage d'une prise est suffisamment précis pour que cette valeur 2°5 soit un maximum. Par conséquent et du fait de la précision avec laquelle l'erreur due à une prise est évaluée, on peut s'affranchir de l'erreur due à l'inclinaison.

1.1.3 - Forme des bords.

En ce qui concerne les malfaçons éventuelles des bords, des expériences ont été menées par Shaw [5], Franklin et Wallace [8] et plus récemment par Zogg et Thomann [9].

Shaw a étudié les effets d'aspérités de hauteur ϵ sur la pression mesurée. Il trouve que, lorsque ϵ/d est de l'ordre de 1/32, l'erreur est 7 fois plus grande que celle obtenue dans le cas d'une prise parfaite. Dès que ϵ/d est inférieur à 1/100, l'influence des aspérités est négligeable.

Etant donné qu'on ne peut pas éviter les aspérités quand on perce un trou, il apparaît nécessaire de ne pas utiliser des prises trop petites.

Notons que, dans le cas de nos essais, la prise la plus petite a un diamètre de 3/10 mm ; cette valeur tolère des aspérités de l'ordre de 3/1000 mm, ce qui est techniquement réalisable.

Franklin et Wallace ont développé une technique de perçage décrite en Annexe A. Cette méthode permet d'obtenir des prises excellentes mais elle ne peut pas être utilisée dans le cas de petits diamètres.

Zogg et Thomann ont étudié l'erreur due à une protubérance - malfaçon qui peut se produire lorsque la prise de pression est constituée par un tube

soudé sur la paroi ou par une érosion de la paroi. Les expériences sont décrites en Annexe A.

Des orifices de forme particulière - chanfreinés ou arrondis - ont été étudiés par Allen et Hooper, cités dans [7] et par Rayle [10]. Les résultats de ce dernier sont développés en Annexe A. Rayle conclut que les orifices chanfreinés produisent une diminution de l'erreur et les orifices à bord arrondi l'augmentent. Quant à Allen et Hooper, ils constatent qu'un arrondi de 3,2 mm de rayon sur une prise de 3,2 mm de diamètre provoque une augmentation de la pression, mais des arrondis de plus petits rayons donnent la même lecture que des prises à bord vif de même diamètre.

1.2. - Influence de la forme de la paroi.

Seule intervient la géométrie de la paroi au voisinage de la prise.

Barat [1] a étudié l'influence d'une irrégularité de type sinusoidale en écoulement plan (voir Annexe A).

1.3. - Influence des facteurs aérodynamiques.

1.3.1. - Écoulement autour et à l'intérieur d'une prise.

Shaw [5] et Ray [6] ont visualisé des écoulements visqueux et incompressibles autour et à l'intérieur d'une prise à deux dimensions. Il apparaît une déflexion du courant incident vers l'intérieur de l'orifice occupé par un tourbillon ou un système de tourbillons (fig. 1) et un effet de pitot dû à la présence d'un point d'arrêt, près du bord aval de la prise.

La déflexion des lignes de courant confirmée par le calcul théorique de Thom et Apelt [11] provoque un ralentissement local de l'écoulement et par conséquent une élévation de la pression.

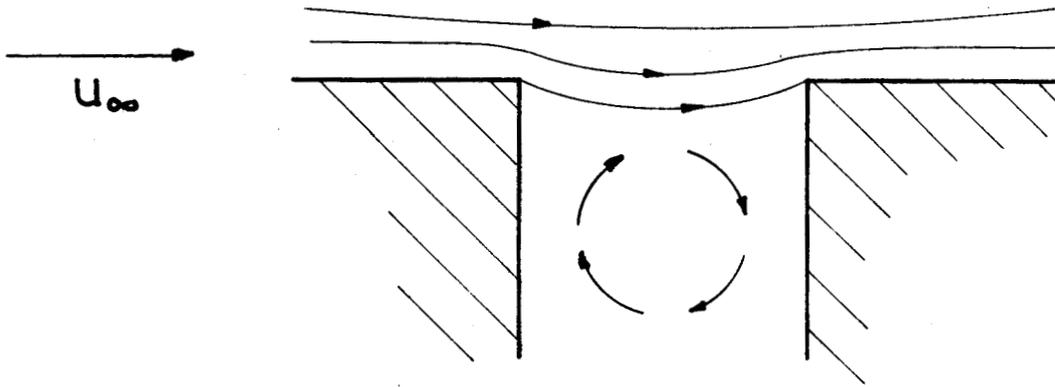


Figure 1

Wieghardt cité dans [12] a visualisé des écoulements dans des rainures ; le nombre de Reynolds varie de 3 à $7 \cdot 10^6$ et la largeur de la rainure varie de 2 à 10 mm.

Lorsque h , d et l'épaisseur δ de la couche limite sont du même ordre de grandeur, un seul tourbillon se forme dans la rainure (fig. 2a) ; lorsque h est notablement plus grand que d plusieurs tourbillons peuvent se former (fig. 2b).

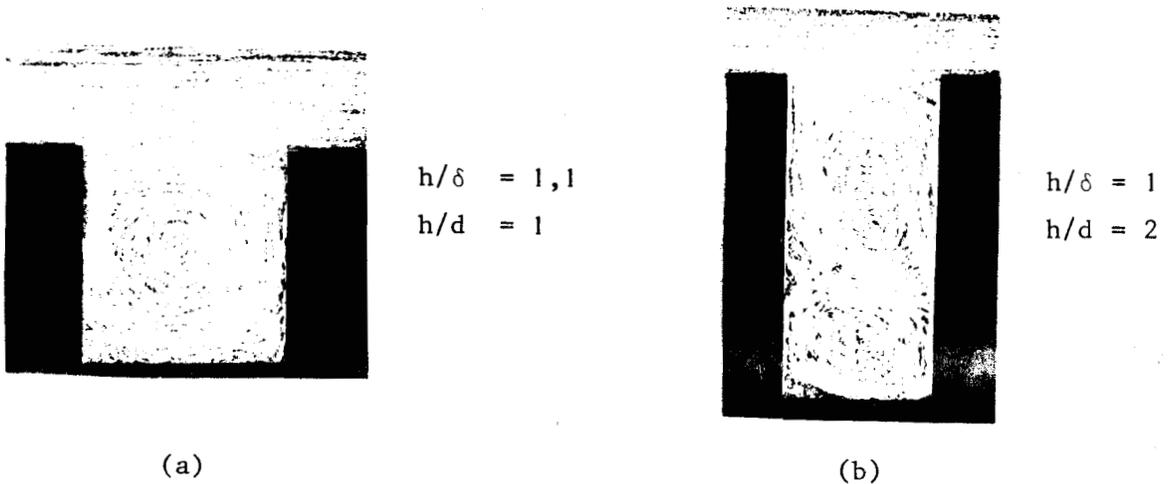


Figure 2

Thom et Apelt considèrent le cas où R_e est très petit.

Ils obtiennent des solutions approchées lorsque $R_e = 0$ et $R_e = 1$ à l'aide de développements en série suivant les puissances de R_e .

Pour $R_e = 0$, ils trouvent que la ligne de séparation entre l'écoulement dans la cavité et l'écoulement extérieur est symétrique et a une forme elliptique ; la symétrie est détruite lorsque R_e est différent de 0.

Notons que cette étude est faite en écoulement plan, ce qui n'est pas conforme à la réalité physique. De plus, elle suppose des nombres de Reynolds très petits, ce qui en restreint l'intérêt pratique.

Défecques et Fréhaut [2] ont déterminé la forme de la ligne de séparation entre l'écoulement à l'extérieur et l'écoulement à l'intérieur d'une fente de largeur ℓ dans le cas d'un fluide idéal, en utilisant la théorie des profils d'ailes minces. Soit $y = s(x)$ pour $|x| \leq \frac{\ell}{2}$ l'équation de la ligne de séparation, ϕ le potentiel de perturbation, u_∞ et p_∞ la vitesse et la pression au loin, p la pression dans la fente où le fluide est au repos.

Il s'agit d'un problème inverse classique : déterminer la répartition linéique de sources sur $y = 0$, $|x| \leq \frac{\ell}{2}$, qui fournit une pression constante sur le profil [13]. Le profil obtenu est elliptique. On a :

$$s = \alpha \frac{\ell}{2} \sqrt{1 - \frac{4x^2}{\ell^2}} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{p_\infty - p}{\rho u_\infty^2} .$$

Il est curieux de remarquer que cette forme elliptique est semblable à celle trouvée par Thom et Apelt.

Dans le cas d'une prise cylindrique, il faudrait envisager le problème à 3 dimensions (théorie de la surface portante). Ceci donnerait lieu à des calculs complexes qui, étant donné l'irréalisme du schéma, ne présenteraient que peu d'intérêt.

Torrance, Davis, Eike, Gill, Gutmann, Hsui, Lyons et Zien [14] étudient l'écoulement plan dans une cavité rectangulaire en supposant la ligne de séparation rectiligne. Ils font varier la vitesse et la profondeur. Ils trouvent, dans certains cas, des tourbillons contrarotatifs - résultat qui confirme les travaux de Kawaguti et de Mills cités dans [1].

Ces résultats n'ont qu'une valeur qualitative puisqu'en général la ligne de séparation n'est pas rectiligne et que l'écoulement réel est à 3 dimensions.

Mauil et East [15] ont effectué des travaux de visualisation dans le cas d'un écoulement à 3 dimensions. Ils montrent que le système de tourbillons à l'intérieur d'une cavité est très complexe ; il existe également un système tourbillonnaire dans les sections parallèles à la surface solide.

Townes et Sabersky [16] ont réalisé des clichés relatifs à des rainures de forme carrée, disposées perpendiculairement à l'écoulement. Ils introduisent le nombre de Reynolds $k^* = k \frac{u}{v}$ où k est une dimension caractéristique de la rainure. Ils observent deux types d'écoulement suivant les valeurs de k^* . Leurs résultats sont détaillés en Annexe A.

1.3.2. - Influence de l'écoulement extérieur.

A la suite de ses travaux de visualisation, Ray [6] émet l'hypothèse suivante : l'erreur sur la pression statique due à une prise est proportionnelle à la pression cinétique régnant en un point situé à la distance y de la paroi. Cette distance y est elle-même proportionnelle au diamètre d du trou.

Les résultats expérimentaux valident cette hypothèse et donnent une valeur de y égale à $d/20$.

1.3.2.1. - Résultats de Shaw et Ray.

Shaw a réalisé une étude par la similitude détaillée en Annexe A.

Il obtient le résultat suivant :

$$\Delta p^* = f(d^*)$$

où

$$\Delta p^* = \frac{\Delta p}{\tau_0} \quad \text{et} \quad d^* = \frac{du_{\tau}}{\nu} .$$

Dans les conditions d'expériences décrites en Annexe A, Shaw obtient les résultats :

$$\Delta p^* = 0,023 d^{*0,76} \quad \text{pour} \quad \frac{h}{d} = 4$$

$$\Delta p^* = 0,031 d^{*0,73} \quad \text{pour} \quad \frac{h}{d} = 2 .$$

Les points expérimentaux présentant une importante dispersion, Shaw a repris ses expériences et dans une seconde publication il fournit les résultats présentés en Annexe A sur la figure 25.

Le détail des expériences réalisées par Ray est donné en Annexe A. Il obtient notamment les résultats :

$$\Delta p^* = 0,29 d^{*1/2} \quad \text{pour} \quad \frac{h}{d} = 1$$

$$= 0,24 d^{*1/2} \quad \text{pour} \quad \frac{h}{d} = 2 .$$

Ray conclut que l'erreur est une fonction croissante du nombre de Reynolds.

Les résultats de Shaw et de Ray sont comparés sur la figure 3.

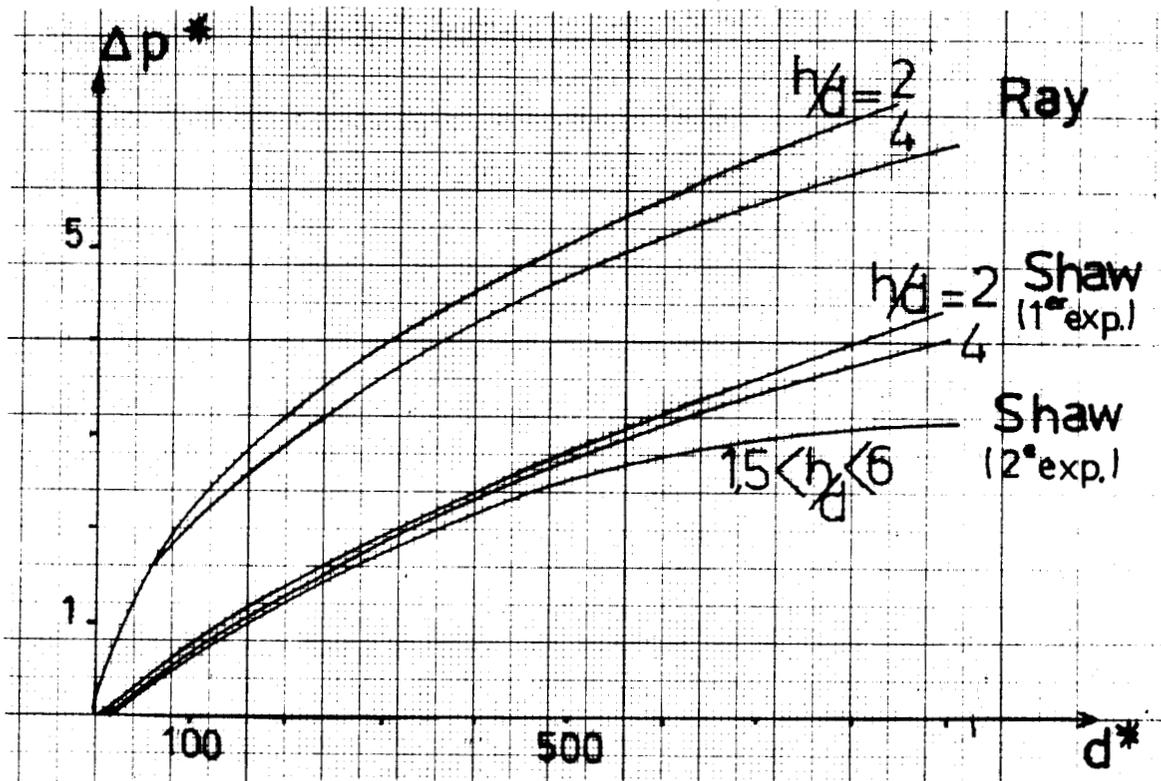


Figure 3

1.3.2.2. - Résultats de Livesey, Jackson et Southern et de Franklin et Wallace.

Livesey, Jackson et Southern utilisent un résultat expérimental de Deissler, cité dans [7], qui a obtenu un profil universel de répartition de vitesse en écoulement turbulent.

Leur hypothèse est la suivante : l'erreur Δp sur la pression statique est proportionnelle à la moyenne de la pression cinétique entre la paroi et un point situé à une distance, proportionnelle à d , de la paroi ($y_1 = k_2 d$).

Leurs résultats sont obtenus en écoulement de fluide turbulent, incompressible, à l'aide d'orifices petits comparés à l'épaisseur de la couche limite,

$$\frac{\Delta p}{k_1} = \frac{1}{k_2 d} \int_0^{k_2 d} \rho u^2 dy$$

ou, en posant $u^* = u \sqrt{\frac{\rho}{\tau_0}}$ et $y^* = \frac{y}{v} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$,

$$\frac{\Delta p^*}{k_1} = \frac{1}{k_2 d^*} \int_0^{k_2 d^*} u^{*2} dy^*.$$

En comparant la courbe représentative de l'intégrale $\frac{1}{y^*} \int_0^{y^*} u^{*2} dy^*$

obtenue par Deissler et les mesures expérimentales, ils obtiennent les valeurs $k_1 = 1$ et $k_2 = 0,05$;

on a alors :
$$\Delta p = \frac{20}{d} \int_0^{d/20} \rho u^2 dy = \rho u^2(y_1).$$

On retrouve le résultat de Shaw, mais la fonction f est explicitée.

Franklin et Wallace ont effectué des mesures de pression entre une prise de référence (r) et la prise testée et entre la même prise de référence et une capsule manométrique. Leurs calculs sont détaillés en Annexe A.

Ils obtiennent la fonction suivante :

$$\Delta p \frac{d^2}{\rho v} = f\left(\tau \frac{d^2}{\rho v^2}, \frac{d}{dr}\right).$$

La comparaison de ces différents résultats avec ceux de Shaw est donnée sur la figure 4.

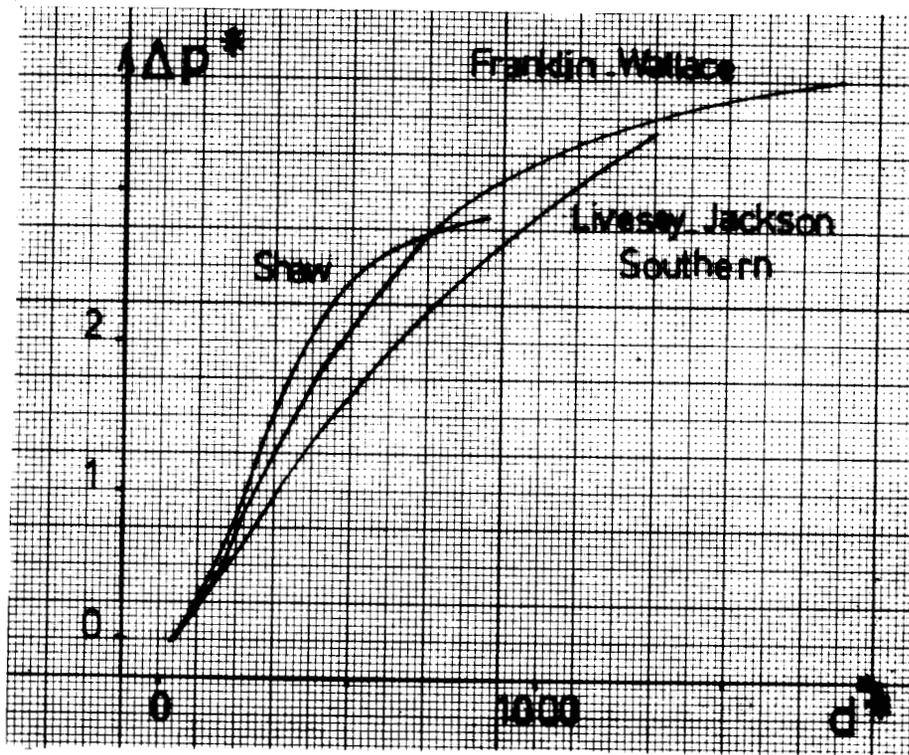


Figure 4

Les résultats ne sont donc pas identiques ; ceci peut s'expliquer de différentes manières : les hypothèses utilisées pour relier l'erreur aux paramètres caractéristiques de l'écoulement extérieur et le procédé d'extrapolation dont est dérivée la vraie pression statique diffèrent d'un auteur à l'autre. De plus, les conditions expérimentales et les matériaux utilisés ne sont pas les mêmes.

1.3.2.3. - Autres résultats.

Rayle [10] conclut également que l'erreur est une fonction croissante du nombre de Mach.

Signalons aussi les travaux de Billington, cité dans [17] qui étudie l'influence de la nature de la couche limite. Il conclut que les valeurs obtenues dans le cas d'un écoulement laminaire excèdent celles obtenues pour un écoulement

turbulent à la même valeur de $\frac{u}{v} \frac{d}{r}$ et que l'erreur est une fonction croissante du nombre de Reynolds.

Rappelons que dans les expériences décrites ci-dessus le diamètre des prises est petit devant l'épaisseur de la couche limite, alors que dans le cadre de nos essais, d est au moins de l'ordre de grandeur de δ (voir 1.4.2. chap. 3).

2 - Écoulement avec gradient de pression transversal.

L'influence du gradient de pression a été très peu étudiée ; seuls les travaux de Rainbird [17], de Morrisson, Sheppard et Williams [18], de Pugh et Peto [19] et plus récemment de Defecques et Fréhaut [2] en rendent compte. L'essentiel de leurs résultats est présenté ici ; les conditions d'expériences sont décrites en Annexe A.

2.1. - Résultats de Rainbird [17].

Rainbird [17] a réalisé des expériences en écoulement supersonique avec un cône de $12^\circ 1/2$ d'angle au sommet à l'incidence 0.

L'écoulement étant conique, il n'y a pas de gradient longitudinal. Rainbird conclut que, pour des nombres de Mach élevés et pour des grands trous, l'erreur sur Δp^* peut être de 5 à 6 fois celle trouvée par Shaw pour des petits trous.

Pour des valeurs faibles de d^* et pour toutes les vitesses, il retrouve la courbe de Franklin et Wallace, mais dès que d^* est supérieur à 400, les points sont éparpillés. Il suggère que cet éparpillement peut être dû à l'influence d'un paramètre non dimensionné d/δ^* , δ^* étant l'épaisseur de déplacement de la couche limite.

On a alors : $\Delta p^* = f(d^*, \frac{d}{\delta^*})$.

La courbe serait celle de la figure 5.

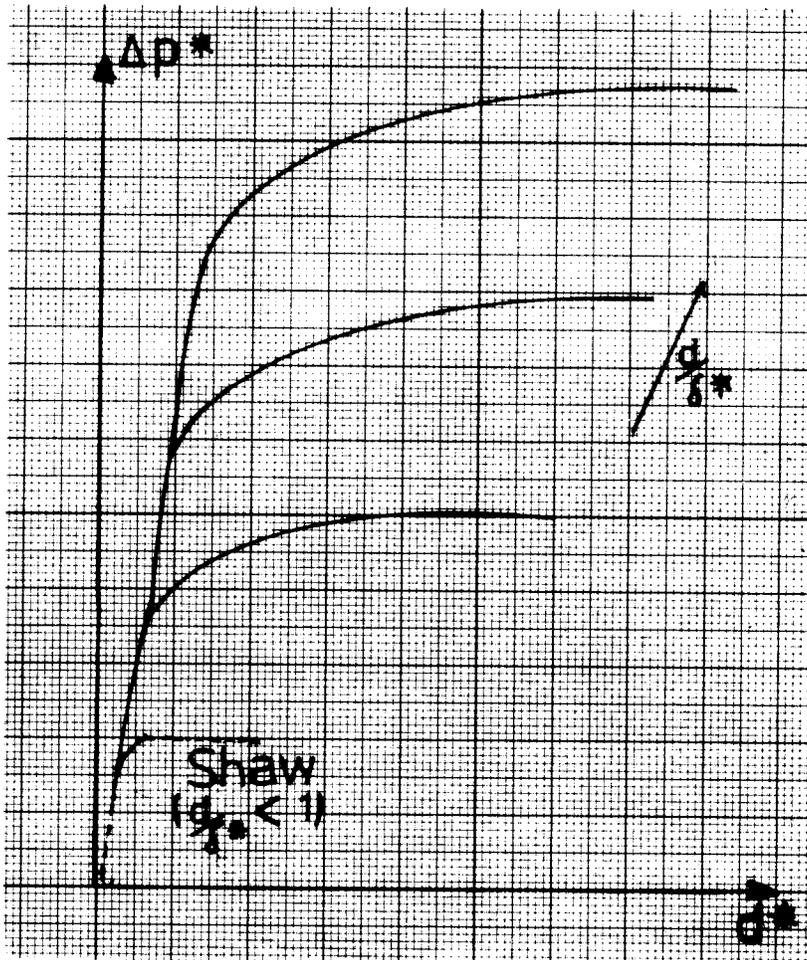


Figure 5

Mais ces résultats ne sont pas vérifiés par les valeurs expérimentales de Rainbird qui fait varier $\frac{d}{\delta^*}$ de 0,7 à 10,9 ni par celles de Franklin et Wallace qui font varier ce paramètre de 0,15 à 4.

2.2. - Résultats de Morrison, Sheppard et Williams [18].

Ces auteurs étudient la répartition de pression sur un hémisphère en écoulement subsonique, supersonique et hypersonique.

Les prises sur l'hémisphère sont repérées par 2 variables :

- la position angulaire θ par rapport à la vitesse en amont.
- l'angle sous-tendu par la prise $\eta = \frac{d}{R}$, R étant le rayon de l'hémisphère.

Ils tentent d'établir une relation entre la dimension du trou et le gradient de pression, c'est-à-dire de relier $\frac{\partial p}{\partial \eta}$ à $\frac{\partial p}{\partial \theta}$.

Les résultats obtenus sont les suivants :

- l'erreur sur la pression croit avec η et avec θ .
- $\frac{\partial p}{\partial \eta}$ s'annule lorsque $\theta = 0$.

En portant sur un graphe les valeurs de $-\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial \theta}$ et $\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial \eta}$,

la majorité des résultats pour $0 < -\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial \theta} < 2$ peut être représentée par :

$$\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial \eta} + 0,37 \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 \quad \text{lorsque } M < 1$$

et

$$\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial \eta} + 0,37 \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial \theta} + 0,19(M^2 - 1) = 0 \quad \text{lorsque } M > 1,1.$$

Les courbes obtenues sont représentées sur les figures 5 et 6.

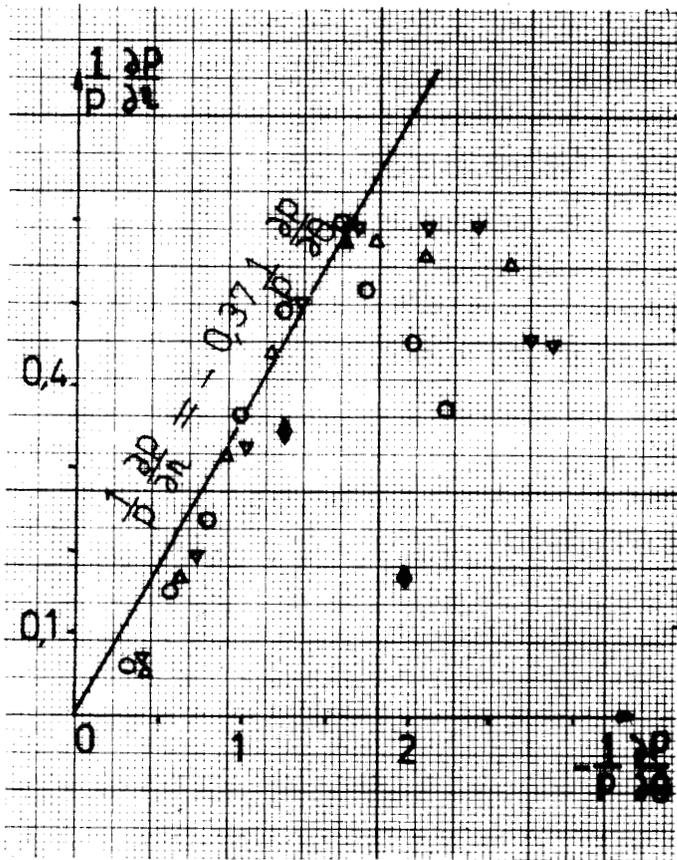


Figure 6

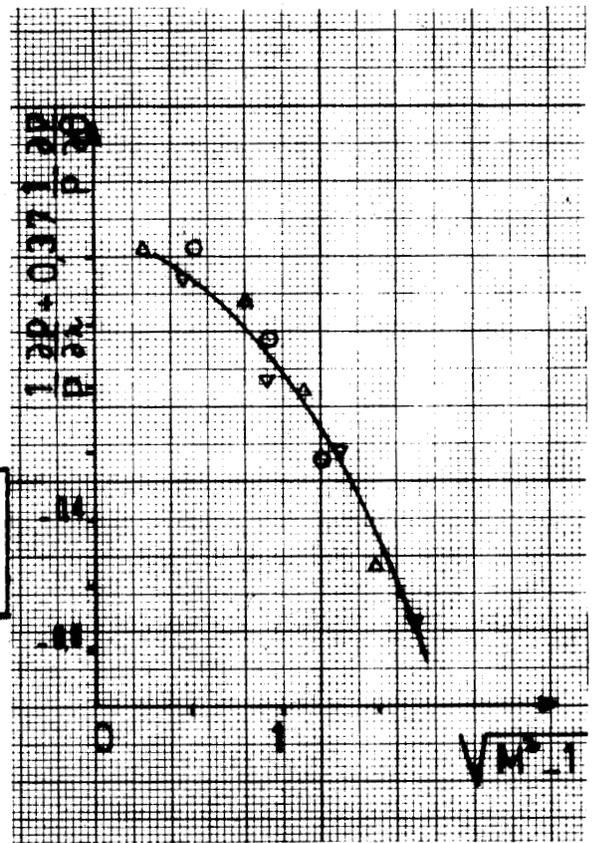


Figure 7

Morrison, Sheppard et Williams comparent leurs résultats à ceux obtenus par Rainbird.

Dans le cas d'un écoulement supersonique, Rainbird [16] obtient $\frac{\Delta p}{p} = 0,02$ pour $\frac{d}{\delta^*} = 30$. Pour les mêmes nombres de Mach et la même valeur de $\frac{d}{\delta^*}$, Morrison indique des valeurs de $\frac{\Delta p}{p}$ allant de 0,002 à 0,02.

En écoulement subsonique, pour des nombres de Mach inférieurs à 0,8 et $d/\delta^* = 2$, Morrison trouve $\frac{\Delta p}{p} = 0,4$, soit environ trente fois la valeur obtenue par Rainbird dans des expériences sans gradient de pression longitudinal citées en [18].

L'ensemble de ces résultats conduit à penser que le gradient de pression a une influence considérable sur la mesure de la pression tant en écoulement supersonique qu'en écoulement subsonique.

2.3. - Travaux de Pugh, Peto et Ward [19].

Pugh, Peto et Ward ont utilisé un cône surmonté d'un hémisphère.

Ils cherchent à déterminer l'erreur de position par rapport au centre de la prise ou encore à déterminer le point où la pression mesurée est vraie.

Ils reprennent la même représentation que Morrisson.

Pour $M < 1$ et $0 < -\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial \theta} < 2$, les formules de Morrisson donnent, en

remarquant que $\Delta p = 0$ lorsque $\eta = 0$,

$$\Delta p = - 0,37 \eta \frac{\partial p}{\partial \theta} .$$

Pugh et Peto appliquent cette correction aux valeurs expérimentales pour $2^{\circ}5 < \theta < 65^{\circ}$ et pour des nombres de Mach inférieurs à 1 ; ils constatent que les points représentatifs se placent presque sur une courbe unique à condition de remplacer la constante 0,37 par 0,35. Par contre, lorsque le nombre de Mach est supérieur à 1,1, le terme additif $0,19(M^2 - 1)$ de la correction de Morrisson n'est plus valable ; il tend à éparpiller les valeurs expérimentales.

2.4. - Résultats de Defecques et Fréhaut [2].

Defecques et Fréhaut ont effectué des essais à l'aide d'un cylindre de 6 mm de diamètre placé dans un écoulement d'air à un nombre de Mach de 0,592. Les rapports $\frac{h}{d}$ étaient de l'ordre de 5. Le nombre de Reynolds formé avec le diamètre du cylindre était d'environ 77 000.

K étant le coefficient de pression sur le cylindre, Defecques et Fréhaut ont tracé les courbes $K = f(\theta)$ à partir des valeurs mesurées à l'aide de 5 trous de diamètres différents.

Ils concluent que lorsque θ est compris entre 20° et 50° , les courbes sont parallèles, les plus grandes prises donnant les plus grandes valeurs de K. A partir de 55° , les courbes se croisent pour se présenter vers 90° dans l'ordre inverse. Ils déduisent de ces résultats que l'erreur est du signe opposé au gradient de pression le long du cylindre.

Ils essaient d'appliquer la correction de Morrison qui s'avère trop forte et concluent que c'est une correction de $0,15 \eta \frac{\partial p}{\partial \theta}$ qu'il y a lieu de prendre et qu'elle s'applique pour $-\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial \theta} < 2$ et non plus pour $0 < -\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial \theta} < 2$. Il apparaît donc possible d'étendre le domaine d'application de cette méthode de correction.

Notons aussi les expériences réalisées par Jaivin, cité dans [17], faites avec un jet d'eau uniforme arrivant normalement sur une plaque plane où sont percés des orifices. Sans chercher à analyser l'influence du gradient de pression sur l'erreur, Jaivin conclut que pour des trous de diamètre inférieur à 4 % du diamètre du jet, l'erreur est négligeable.

CHAPITRE 2

ETUDE THEORIQUE

1 - Nature de l'écoulement dans une cavité.

1.1. - Approximation des équations de Navier-Stokes.

Nous envisageons ici l'étude d'écoulements bidimensionnels d'un fluide visqueux incompressible autour d'un solide dont on désigne par l une dimension caractéristique. Nous noterons $R_e = \frac{u_\infty l}{\nu}$ le nombre de Reynolds, u_∞ étant la vitesse à l'infini amont et ν la viscosité cinématique.

1.1.1. - Normalisation des variables.

Le domaine \mathcal{D} de l'écoulement est caractérisé par les données suivantes : l_x et l_y ses dimensions suivant les axes Ox et Oy , u_o et v_o les ordres de grandeur des composantes u et v de la vitesse dans \mathcal{D} , ψ_o l'ordre de grandeur de la fonction de courant dans \mathcal{D} .

On introduit de plus trois paramètres sans dimension qui permettent de relier les dimensions du domaine \mathcal{D} à celle du solide et la vitesse dans \mathcal{D} à la vitesse au loin :

$$(1) \quad \theta = \frac{l_x}{l}, \quad \lambda = \frac{l_y}{l_x} \quad \text{et} \quad \varepsilon \quad \text{tel que} \quad \frac{u_o}{u_\infty} = \frac{1}{\lambda^2 \theta R_e \varepsilon} \quad \text{et} \quad \frac{v_o}{u_\infty} = \frac{1}{\lambda \theta R_e \varepsilon} .$$

ε mesure l'ordre de grandeur de la vitesse dans \mathcal{D} .

On remarque que l'on a tenu compte déjà de ce que $\frac{v_o}{u_o} \sim \frac{l_y}{l_x}$

puisque $\frac{v_o}{u_o} = \lambda$.

Les notations utilisées ici sont celles de C. François [20] de manière à pouvoir appliquer directement les résultats obtenus par cet auteur.

Introduisons des quantités dites normalisées qui sont à la fois sans dimension et d'ordre unité.

Ces grandeurs seront représentées par des lettres majuscules.

Posons :

$$(2) \quad X = \frac{x}{l_x} = \frac{x}{l\theta}, \quad Y = \frac{y}{l_y} = \frac{y}{l\theta\lambda}, \quad U = \frac{u}{u_0} = \frac{u \lambda^2 \theta R_e \epsilon}{u_\infty}$$

$$V = \frac{v}{v_0} = \frac{v \lambda \theta R_e \epsilon}{u_\infty}, \quad \Psi = \frac{\psi}{\psi_0} = \frac{\psi \lambda R_e \epsilon}{l u_\infty} \quad \text{et} \quad P = \frac{p \lambda^4 \theta^2 R_e^2 \epsilon^2}{\gamma \rho u_\infty^2}.$$

γ est un paramètre qui détermine l'ordre de grandeur de la pression ; en effet, on a

$$p \sim \frac{\gamma \rho u_\infty^2}{\frac{u_0^2}{\frac{u_\infty^2}{2}}}$$

Compte tenu des expressions de u_0 et de v_0 , il vient

$$u = \frac{u_\infty}{\lambda^2 \theta R_e \epsilon}, \quad v = \frac{u_\infty}{\lambda \theta R_e \epsilon}, \quad p = \frac{\gamma \rho u_\infty^2}{\lambda^4 \theta^2 R_e^2 \epsilon^2} P.$$

Avec les variables normalisées, les équations générales s'écrivent

$$(3) \quad U_X + V_Y = 0$$

$$(4) \quad UU_X + VU_Y + \gamma P_X = \epsilon \lambda^2 U_{XX} + \epsilon U_{YY}$$

$$(5) \quad UV_X + VV_Y + \frac{\gamma}{\lambda^2} P_Y = \epsilon \lambda^2 V_{XX} + \epsilon V_{YY}$$

Comme il est remarqué dans [20], le paramètre θ a disparu ; il en résulte que les dimensions relatives du domaine \mathcal{D} à l'égard du solide ne jouent aucun rôle dans la nature des formes limites possibles des équations ci-dessus.

Par le choix des axes, on peut toujours faire en sorte que $\lambda \sim 1$ ou $\lambda \ll 1$.

1.1.2. - Formes limites des équations de Navier-Stokes.

1.1.2.1. - Mouvements à contraintes visqueuses prépondérantes ($\varepsilon \gg 1$).

Les forces de viscosité sont équilibrées par les forces de pression et elles sont grandes devant les forces d'inertie.

a) $\lambda = 1$.

Les équations (4) et (5) s'écrivent sous la forme

$$(6) \quad \gamma P_X = \varepsilon (U_{XX} + U_{YY})$$

$$(7) \quad \gamma P_Y = \varepsilon (V_{XX} + V_{YY}) .$$

On doit donc avoir $\gamma = \varepsilon$. Ce sont les équations de Stokes.

b) $\lambda \ll 1$.

On a dans ce cas un écoulement de Stokes "presque" par droites parallèles.

Les équations simplifiées sont

$$(8) \quad U_{YY} = P_X .$$

$$(9) \quad P_Y = 0 .$$

1.1.2.2. - Mouvements à contraintes visqueuses négligeables ($\epsilon \ll 1$)

Les forces de viscosité sont négligeables devant les forces de pression et d'inertie. On a $\gamma = 1$.

a) $\lambda = 1$.

On obtient les équations d'Euler :

$$(10) \quad UU_X + VU_Y + P_X = 0$$

$$(11) \quad UV_X + VV_Y + P_Y = 0 \quad .$$

b) $\lambda \ll 1$.

On a un écoulement par tranches décrit par les équations simplifiées :

$$(12) \quad UU_X + VU_Y + P_X = 0$$

$$(13) \quad P_Y = 0.$$

1.1.2.3. - Mouvements où les effets de la viscosité et de l'inertie sont équivalents ($\epsilon = 1$).

a) $\lambda = 1$.

Il n'apparaît dans ce cas aucune simplification possible pour les équations (4) et (5).

Avec $\gamma = 1$, on obtient les équations classiques de Navier-Stokes.

Notons que [20] dans ce cas on a : $u_o = \frac{u_\infty}{\theta R_e} = \frac{\nu}{\theta \ell}$; il en résulte,

puisque $\ell_x = \theta \ell$, que $u_o \ell_x = \nu$.

Il apparaît donc ici que pour des fluides faiblement visqueux les domaines \mathcal{D} décrits par les équations de Navier-Stokes complètes sont nécessairement de très petites dimensions ou à très faibles vitesses caractéristiques.

b) $\lambda \ll 1$.

Le système d'équations simplifiées devient :

$$(14) \quad UU_X + VU_Y + \gamma P_X = U_{YY}$$

$$(15) \quad P_Y = 0.$$

Avec $\gamma = 1$, on retrouve les équations de Prandtl qui décrivent la couche limite laminaire.

Ces résultats sont résumés dans le tableau (I) :

λ ϵ	$\lambda = 1$	$\lambda \ll 1$
$\epsilon \gg 1$ contraintes visqueuses prépondérantes	$\gamma = \epsilon$ $P_X = U_{XX} + U_{YY}$ $P_Y = V_{XX} + V_{YY}$ Equations de Stokes	$\gamma = \epsilon$ $U_{YY} = P_X$ $P_Y = 0$ mouvement "presque" par droites parallèles
$\epsilon \ll 1$ contraintes visqueuses négligeables	$\gamma = 1$ $UU_X + VU_Y + P_X = 0$ $UV_X + VV_Y + P_Y = 0$ Equations d'Euler	$\gamma = 1$ $UU_X + VU_Y + P_X = 0$ $P_Y = 0$ Ecoulement par tranches
$\epsilon = 1$ contraintes visqueuses \sim inertie	$UU_X + VU_Y + \gamma P_X = U_{XX} + U_{YY}$ $UV_X + VV_Y + \gamma P_Y = V_{XX} + V_{YY}$ $\gamma = 1$ - Equations de Navier-Stokes	$UU_X + VU_Y + \gamma P_X = U_{YY}$ $P_Y = 0$ $\gamma = 1$ - Equations de Prandtl

- Tableau (I) -

1.2. - Conditions sur une surface de séparation.

1.2.1. - Calcul de la contrainte.

Supposons qu'il existe une surface de séparation entre deux domaines D_1 et D_2 . Localement on peut toujours faire en sorte qu'en tout point la surface de séparation soit presque parallèle à Ox .

De plus, il est toujours possible de subdiviser les domaines de part et d'autre de la surface de séparation en sous-domaines adjacents à cette surface et tels que λ_1 et λ_2 soient très petits devant 1. Nous n'avons donc pas à envisager d'écoulements de Navier-Stokes.

A la traversée de la surface de séparation, la vitesse et la contrainte doivent être continues.

En ce qui concerne la vitesse, les relations (2) donnent :

$$\frac{U_1}{\lambda_1^2 \theta_1 R_e \varepsilon_1} = \frac{U_2}{\lambda_2^2 \theta_2 R_e \varepsilon_2} \quad \text{et} \quad \frac{V_1}{\lambda_1 \theta_1 R_e \varepsilon_1} = \frac{V_2}{\lambda_2 \theta_2 R_e \varepsilon_2}$$

d'où, puisque $U_1 \sim U_2 \sim 1$ et $V_1 \sim V_2 \sim 1$ par définition,

$$\lambda_1^2 \theta_1 \varepsilon_1 = \lambda_2^2 \theta_2 \varepsilon_2 .$$

$$\lambda_1 \theta_1 \varepsilon_1 = \lambda_2 \theta_2 \varepsilon_2 .$$

On obtient :

$$(16) \quad \lambda_1 = \lambda_2 .$$

$$(17) \quad \theta_1 \varepsilon_1 = \theta_2 \varepsilon_2 .$$

La condition sur la contrainte, de composantes T et N sur Ox et Oy , s'écrit :

$$T_1 = T_2 \quad \text{et} \quad N_1 = N_2.$$

Pour exprimer ces quantités, il est nécessaire d'introduire l'équation de la surface de séparation. Soit $y = s(x)$ cette équation.

Puisque $s_x^2 \ll 1$, les composantes de la contrainte sont

$$(18) \quad T = (p - 2\mu u_x) s_x + \mu(u_y + v_x) \quad ,$$

$$(19) \quad N = -\mu(u_y + v_x) s_x - p + 2\mu v_y \quad .$$

Introduisons de plus une grandeur normalisée relative à s en tenant compte du fait que s_x doit être d'ordre $\frac{v_0}{u_0}$ des deux côtés de la surface de séparation. Il faut donc $s_x \sim \lambda_1$, puisqu'on a trouvé $\lambda_2 = \lambda_1$.

Plaçons-nous d'un côté de la surface de séparation, par exemple du côté 1 et supposons que s soit d'ordre ℓy_1 (le cas où s est très petit devant ℓy_1 est un cas particulier du précédent).

$$\text{Posons donc : } S = \frac{s}{\ell y_1} = \frac{s}{\lambda_1 \theta_1 \ell} \quad \text{avec} \quad S \sim 1.$$

$$\text{On a } s = \ell \theta_1 \lambda_1 S \quad \text{et} \quad s_x = \lambda_1 S_{X_1} = \lambda_1 \frac{\theta_1}{\theta_2} S_{X_2}.$$

Comme il faut $s_x \sim \lambda_1$, on a $S_{X_1} \sim 1$ (mais S_{X_2} peut ne pas être d'ordre 1).

On utilisera par la suite S_{X_1} qui est d'ordre 1.

Exprimons la contrainte du côté 1 à l'aide des variables normalisées :

$$T_1 = \left(\frac{\rho u_\infty^2 \gamma_1 P_1}{\lambda_1^4 \theta_1^2 R_e^2 \epsilon_1^2} - 2\mu \frac{u_\infty}{\ell} \frac{U_{1X_1}}{\lambda_1^2 \theta_1^2 R_e \epsilon_1} \right) \lambda_1 S_{X_1} + \mu \frac{u_\infty}{\ell} \left(\frac{U_{1Y_1}}{\lambda_1^3 \theta_1^2 R_e \epsilon_1} + \frac{V_{1X_1}}{\lambda_1 \theta_1^2 R_e \epsilon_1} \right)$$

soit

$$(20) \quad \frac{T_1}{\mu \frac{u_\infty}{\ell}} = \left(\frac{\gamma_1 P_1}{\lambda_1^3 \theta_1^2 R_e \epsilon_1^2} - \frac{2 U_{1X_1}}{\lambda_1 \theta_1^2 R_e \epsilon_1} \right) S_{X_1} + \frac{U_{1Y_1}}{\lambda_1^3 \theta_1^2 R_e \epsilon_1} + \frac{V_{1X_1}}{\lambda_1 \theta_1^2 R_e \epsilon_1}$$

et

$$(21) \quad \frac{N_1}{\mu \frac{u_\infty}{\ell}} = - \frac{\gamma_1 P_1}{\lambda_1^4 \theta_1^2 R_e \epsilon_1^2} + \frac{2 V_{1Y_1}}{\lambda_1^2 \theta_1^2 R_e \epsilon_1} - \left(\frac{U_{1Y_1}}{\lambda_1^2 \theta_1^2 R_e \epsilon_1} + \frac{V_{1X_1}}{\theta_1^2 R_e \epsilon_1} \right) S_{X_1}$$

Du côté 2 on obtient, en tenant compte de $\lambda_2 = \lambda_1$,

$$(22) \quad \frac{T_2}{\mu \frac{u_\infty}{\ell}} = \left(\frac{\gamma_2 P_2}{\lambda_1^3 \theta_2^2 R_e \epsilon_2^2} - \frac{2 U_{2X_2}}{\lambda_1 \theta_2^2 R_e \epsilon_2} \right) S_{X_1} + \frac{U_{2Y_2}}{\lambda_1^3 \theta_2^2 R_e \epsilon_2} + \frac{V_{2X_2}}{\lambda_1 \theta_2^2 R_e \epsilon_2}$$

$$(23) \quad \frac{N_2}{\mu \frac{u_\infty}{\ell}} = - \frac{\gamma_2 P_2}{\lambda_1^4 \theta_2^2 R_e \epsilon_2^2} + \frac{2 V_{2Y_2}}{\lambda_1^2 \theta_2^2 R_e \epsilon_2} - \left(\frac{U_{2Y_2}}{\lambda_1^2 \theta_2^2 R_e \epsilon_2} + \frac{V_{2X_2}}{\theta_2^2 R_e \epsilon_2} \right) S_{X_1}$$

On peut immédiatement procéder à des approximations dans les expressions ci-dessus. En effet, dans T (T_1 ou T_2) le 2ème et le 4ème termes sont négligeables à l'égard du 3ème terme puisqu'ils sont dans un rapport d'ordre $\frac{1}{\lambda^2}$.

On a :

$$(24) \quad \frac{T_1}{\mu \frac{u_\infty}{\ell}} \approx \frac{\gamma_1 P_1 S_{X_1} + \epsilon_1 U_1 Y_1}{\lambda_1^3 \theta_1^2 R_e \epsilon_1^2}$$

$$(25) \quad \frac{T_2}{\mu \frac{u_\infty}{\ell}} \approx \frac{\gamma_2 P_2 S_{X_1} + \epsilon_2 U_2 Y_2}{\lambda_1^3 \theta_2^2 R_e \epsilon_2^2}$$

Considérons l'expression (24). Si l'écoulement est de Stokes, il faut retenir la formule complète ; de même si l'écoulement est de Prandtl.

Par contre, pour un écoulement d'Euler, on a :

$$(26) \quad \frac{T_1}{\mu \frac{u_\infty}{\ell}} = \frac{P_1 S_{X_1}}{\lambda_1^3 \theta_1^2 R_e \epsilon_1^2}$$

On retrouve bien le fait que la viscosité est négligeable pour un écoulement de fluide idéal.

Dans les expressions (21) et (23) de N, le dernier terme est manifestement négligeable devant le 2ème et le 3ème termes qui sont équivalents entre eux. De plus, le rapport du 1er terme au second est d'ordre $\frac{\gamma}{\lambda^2 \epsilon}$; or γ est soit de l'ordre de ϵ , soit d'ordre unité. Par conséquent

$\frac{\gamma}{\lambda^2 \epsilon}$ est toujours très grand devant 1 et le premier terme est prépondérant.

On a :

$$(27) \quad \frac{N_1}{\mu \frac{u_\infty}{\ell}} \approx \frac{-\gamma_1 P_1}{\lambda_1^4 \theta_1^2 R_e \epsilon_1^2}$$

$$(28) \quad \frac{N_2}{\mu \frac{u_\infty}{\ell}} \approx - \frac{\gamma_2 P_2}{\lambda_1^4 \theta_2^2 R_e \varepsilon_2^2} .$$

D'après la condition (17), on obtient :

$$(29) \quad \frac{N_2}{\mu \frac{u_\infty}{\ell}} \approx - \frac{\gamma_2 P_2}{\lambda_1^4 \theta_1^2 R_e \varepsilon_1^2}$$

Exprimons maintenant les conditions de continuité de la contrainte.

La continuité de N impose

$$(30) \quad \gamma_1 = \gamma_2 ,$$

et de là, la continuité de la pression.

Pour la contrainte tangentielle, on voit, compte tenu de ce qui précède, que l'on doit distinguer différents cas :

a) Si dans les domaines 1 et 2 l'écoulement n'est pas d'Euler, la condition s'écrit : $\varepsilon_1 U_{1Y_1} = \varepsilon_2 U_{2Y_2}$. Cela entraîne $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, donc la continuité de u_y .

b) Si on a un écoulement d'Euler d'un côté (par exemple 1), il reste pour l'autre côté la condition : $(u_y)_2 = 0$.

c) Si on a un écoulement d'Euler des deux côtés, il n'y a pas de condition.

1.2.2. - Différents cas possibles.

Nous allons envisager successivement tous les cas possibles en utilisant le tableau (I) et les conditions de continuité à la surface de séparation.

1.2.2.1. - Supposons que \mathcal{D}_2 soit un domaine de Stokes : $\varepsilon_2 = \gamma_2 \gg 1$.

a) Si \mathcal{D}_1 est également un domaine de Stokes : $\varepsilon_1 = \gamma_1 \gg 1$,

la condition $\gamma_1 = \gamma_2$ donne : $\varepsilon_2 = \varepsilon_1$,

de là $\theta_2 = \theta_1$.

Sur la surface de séparation, les conditions sur la contrainte sont :
continuité de p et de u_y .

b) Si \mathcal{D}_1 est un domaine d'Euler : $\gamma_1 = 1$, $\varepsilon_1 \ll 1$,

il apparaît immédiatement que la condition $\gamma_2 = \gamma_1$ n'est pas réalisable ; par conséquent ce cas est impossible.

c) Si \mathcal{D}_1 est un domaine de Prandtl : $\gamma_1 = 1$ et $\varepsilon_1 = 1$,

on aboutit à une impossibilité pour la même raison.

1.2.2.2. - Supposons que \mathcal{D}_2 soit un domaine d'Euler : $\varepsilon_2 \ll 1$

et $\gamma_2 = 1$.

a) Si \mathcal{D}_1 est un domaine de Stokes : $\gamma_1 = \varepsilon_1 \gg 1$,

la condition $\gamma_2 = \gamma_1$ est encore irréalisable.

b) Si \mathcal{D}_1 est un domaine d'Euler : $\gamma_1 = 1$, $\varepsilon_1 \ll 1$,

la condition $\gamma_2 = \gamma_1$ est remplie ; il reste $\theta_1 \varepsilon_1 = \theta_2 \varepsilon_2$.

A la surface de séparation, p doit être continue.

c) Si \mathcal{D}_1 est un domaine de Prandtl : $\gamma_1 = 1$ et $\varepsilon_1 = 1$,
la condition $\gamma_1 = \gamma_2$ est remplie ; il reste $\varepsilon_2 \theta_2 = \theta_1$. Les
conditions sur la contrainte sont : continuité de p et $(u_y)_1 = 0$.

1.2.2.3. - Supposons que \mathcal{D}_2 soit un domaine de Prandtl : $\varepsilon_2 = \gamma_2 = 1$.

a) Si \mathcal{D}_1 est un domaine de Stokes : $\gamma_1 = \varepsilon_1 \gg 1$,
on ne peut pas avoir $\gamma_1 = \gamma_2$; ce cas est impossible.

b) Si \mathcal{D}_2 est un domaine de d'Euler : $\gamma_1 = 1$ et $\varepsilon_1 \ll 1$,
on a bien $\gamma_2 = \gamma_1$. Il reste $\theta_1 \varepsilon_1 = \theta_2$ et les conditions sont :
continuité de p , $(u_y)_2 = 0$.

c) Si \mathcal{D}_1 est un domaine de Prandtl : $\gamma_1 = 1$, $\varepsilon_1 = 1$,
la condition $\gamma_1 = \gamma_2$ est satisfaite ; on a de plus $\theta_1 = \theta_2$.
Les conditions sont : continuité de p et de u_y .

En résumé, on peut dresser le tableau (II) :

$\mathcal{D}_2 \backslash \mathcal{D}_1$	Stokes $\gamma_1 = \varepsilon_1 \gg 1$	Euler $\gamma_1 = 1, \varepsilon_1 \ll 1$	Prandtl $\gamma_1 = \varepsilon_1 = 1$
Stokes $\gamma_2 = \varepsilon_2 \gg 1$	$\theta_1 = \theta_2, \varepsilon_1 = \varepsilon_2$ Continuité de u, v, p et u_y	impossible	impossible
Euler $\gamma_2 = 1, \varepsilon_2 \ll 1$	impossible	$\varepsilon_2 \theta_2 = \varepsilon_1 \theta_1$ Continuité de u, v et p	$\varepsilon_2 \theta_2 = \theta_1$ Continuité de u, v, p et $(u_y)_1 = 0$
Prandtl $\gamma_2 = \varepsilon_2 = 1$	impossible	$\theta_2 = \varepsilon_1 \theta_1$ Continuité de u, v, p et $(u_y)_2 = 0$	$\theta_2 = \theta_1$ Continuité de u, v, p et u_y

- Tableau (II) -

Remarque :

Les conditions de continuité de la vitesse et de la contrainte sont à écrire pour $y = s$, c'est-à-dire pour

$$Y_1 = S \quad \text{du côté 1}$$

et

$$Y_2 = \frac{\theta_1}{\theta_2} S \quad \text{du côté 2.}$$

On voit que ces conditions ne peuvent pas en général être ramenées sur l'axe des x du côté 1, et qu'elles peuvent l'être du côté 2 lorsque $\theta_1 \ll \theta_2$.

1.3. - Application au problème de la cavité.

L'application qui nous intéresse, en vue du problème de la prise de pression, est l'étude de la nature de l'écoulement dans une cavité.

1.3.1. - Hypothèses.

On suppose que :

- la cavité est petite devant les dimensions du solide et elle a les mêmes dimensions dans toutes les directions (figure 8);
 - il existe une surface de séparation entre le fluide dans la cavité et le fluide dans la couche limite extérieure ;
 - la cavité perturbe peu l'écoulement, ce qui signifie que l'écoulement extérieur à la cavité est très voisin de celui qui existerait en l'absence de cavité ;
 - dans la cavité, les vitesses sont très petites devant u_∞ ;
 - $\frac{u_\infty l_2}{\nu} \gg 1$, l_2 étant la dimension de la cavité :
- cette hypothèse est dictée par les conditions habituelles d'expérimen-

tation lorsqu'on utilise des orifices pour mesurer la pression sur un solide.

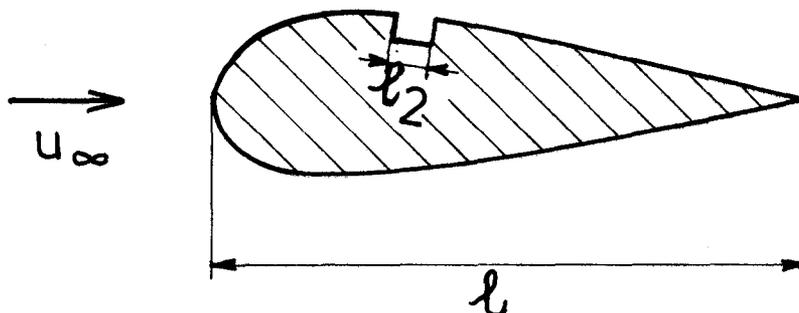


Figure 8

1.3.2. - Schéma.

D'après les résultats obtenus, puisque l'extérieur est une couche limite (domaine de type Prandtl), le domaine adjacent du côté intérieur par rapport à la surface de séparation est un domaine de Prandtl également, ou bien un domaine d'Euler.

En fait, s'il y a une couche limite intérieure qu'on appellera sous-couche limite, elle ne peut remplir toute la cavité car elle ne posséderait pas les caractères propres à une couche limite. Cette couche limite va se prolonger le long des parois solides de la cavité constituant un domaine cyclique et laissant à son intérieur un domaine qui ne peut être que de type Euler (voir [20]). On retrouve ainsi un schéma analogue à celui proposé par C. François pour l'étude de sillages de longueur finie [20]. Le cas où le domaine intérieur d'Euler est en contact direct avec la couche limite extérieure correspond au cas où la sous-couche limite proche de la surface de séparation disparaît ; c'est un cas particulier du schéma envisagé ci-dessus.

L'épaisseur de la couche limite doit être petite devant les dimensions du domaine d'Euler. Aux points anguleux et également aux points où la surface

de séparation touche la paroi, on introduit, comme C. François, des petits domaines de Navier-Stokes englobés dans les couches limites (Figure 9).

Le schéma proposé suppose donc que les dimensions des domaines de Navier-Stokes (notés NS) sont très petites devant l'épaisseur de la couche limite (CL) et que l'épaisseur de la sous-couche limite (SCL) est à la fois très grande comparée aux dimensions des domaines de Navier-Stokes et très petite devant ℓ_2 , soit :

$$(31) \quad \text{dim NS} \ll \text{épaisseur CL}$$

$$(32) \quad \text{dim NS} \ll \text{épaisseur SCL} \ll \ell_2 .$$

On désigne par \mathcal{D}_2 le domaine intérieur d'Euler et par \mathcal{D}_1 le domaine extérieur de couche limite (Figure 9)

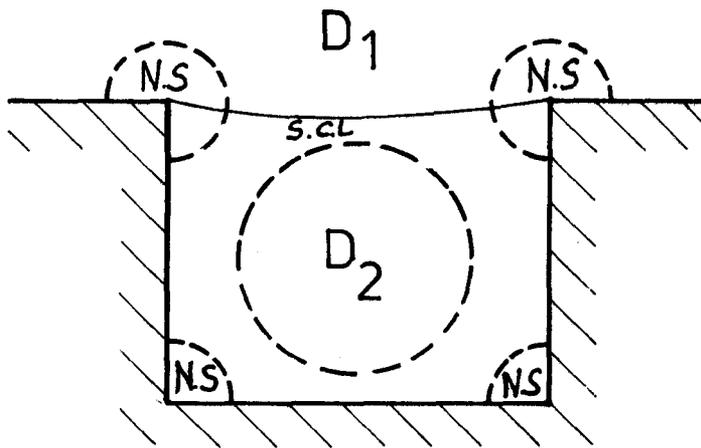


Figure 9

On suppose connues les propriétés du domaine \mathcal{D}_1 ; près de la paroi ou de la surface de séparation, on admet que la fonction de courant a un comportement algébrique en variables normalisées de la forme :

$$\psi_1 = X_1^{\alpha_1} Y_1^{\beta_1} ,$$

x_1 et y_1 étant les coordonnées habituelles dans l'étude d'une couche limite (x_1 est l'abscisse mesurée à partir du point d'arrêt du solide et y_1 l'ordonnée mesurée à partir de la paroi).

Remarque :

Pour respecter notre étude des conditions de raccord à travers la surface de séparation, il faut subdiviser D_1 de manière à considérer une partie située face à la paroi (Figure 10, en pointillé).

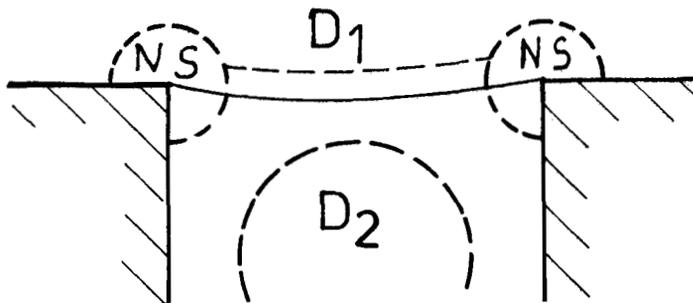


Figure 10

Le raccord entre cette partie et le reste de la couche limite ne pose pas de problème. On peut donc écrire directement les résultats de raccord entre la sous-couche limite et la couche limite sans procéder à cette partition formelle.

Remarque :

Entre la couche limite et la sous-couche limite, on a conformément au tableau (II) : $\theta_1 = \theta_{SCL}$ et les conditions à écrire sur la surface de

séparation du côté de la cavité ne peuvent pas être ramenées à $Y_{SCL} = 0$.

Dans le cas particulier où la sous-couche limite disparaît, on a à écrire les conditions pour le domaine d'Euler D_2 . Comme dans ce cas $\theta_1 \ll \theta_2$, les conditions sur la surface de séparation du côté cavité peuvent être ramenées à $Y_2 = 0$.

Pour effectuer les raccords entre les différents domaines adjacents, il est commode de poser avec C. François [20]

$$(33) \quad \lambda = \frac{1}{R_e^p}, \quad \theta = \frac{1}{R_e^q}, \quad \varepsilon = \frac{1}{R_e^r}.$$

(Aucune confusion n'est possible entre l'exposant p et la pression qui n'intervient pas dans les calculs ci-dessous).

Puisque D_2 est un domaine d'Euler, on doit avoir

$$\frac{u_{o2} \ell_2}{\nu} \gg 1 ;$$

de plus, $p_2 = 0$ (car $\lambda_2 = 1$) et $u_{o2} \ll u_\infty$.

Il s'ensuit que l'on doit avoir

$$(34) \quad \frac{u_\infty \ell_2}{\nu} \gg \frac{u_{o2} \ell_2}{\nu} \gg 1$$

or

$$(35) \quad \frac{u_\infty \ell_2}{\nu} = R_e \theta_2 = R_e^{1-q_2}$$

$$(36) \quad \frac{u_{o2} \ell_2}{\nu} = \frac{u_\infty \ell}{\lambda_2^2 \theta_2 \varepsilon_2 R_e} \frac{\ell_2}{\ell} = \frac{1}{\lambda_2^2 \varepsilon_2} = \frac{1}{\varepsilon_2} = R_e^{r_2}$$

Les conditions (34) s'écrivent donc sous la forme :

$$(37) \quad 1 - q_2 > r_2 > 0.$$

De plus, les relations (31) et (32) et $l_2 \ll l$ imposent :

$$(38) \quad l_{NS} \ll l \sqrt{\frac{v}{u_\infty l}}$$

$$(39) \quad l_{NS} \ll l_2 \sqrt{\frac{v}{u_{o2} l}} \ll l_2 \ll l$$

soit

$$(40) \quad \theta_{NS} \ll \frac{1}{\sqrt{R_e}}$$

$$(41) \quad \theta_{NS} \ll \theta_2 \sqrt{\frac{v}{u_{o2} l_2}} \ll \theta_2 \ll 1.$$

Les deux dernières inégalités de (41) sont vérifiées puisque r_2 et q_2 sont positifs. Il reste :

$$(42) \quad R_e^{q_{NS}} \gg \sqrt{R_e}$$

$$(43) \quad R_e^{q_{NS}} \gg R_e^{q_2} + \frac{r_2}{2}$$

soit

$$(44) \quad q_{NS} > \frac{1}{2}$$

$$(45) \quad q_{NS} > q_2 + \frac{r_2}{2}$$

1.3.3. - Expression des conditions de raccord.

Dans le schéma envisagé (Figure 9), on a quatre frontières communes :

$$D_1 \longleftrightarrow \text{SCL}$$

$$D_2 \longleftrightarrow \text{SCL}$$

$$\text{NS} \longleftrightarrow D_1$$

$$\text{NS} \longleftrightarrow D_2 .$$

On doit donc exprimer les conditions pour quatre raccords. Le premier, concernant la surface de séparation, a déjà été fait. Pour les trois autres, on utilisera les résultats de C. François [20].

Considérons chaque domaine séparément. D_1 étant un domaine de couche limite de type Prandtl, il apparaît immédiatement que $p_1 = \frac{1}{2}$ (car $\frac{l_{y_1}}{l_{x_1}} = \frac{1}{\sqrt{R_e}}$), $q_1 = 0$ (car $l_{x_1} \sim l$) et $r_1 = 0$. De plus, la condition d'adhérence à la paroi impose $\beta_1 = 2$.

Dans les domaines NS, on a $\lambda = \epsilon = 1$, soit $p_{\text{NS}} = r_{\text{NS}} = 0$.

Dans le domaine SCL, on pose $\Psi_{\text{SCL}} \sim X_{\text{SCL}}^{\alpha_{\text{SCL}}} Y_{\text{SCL}}^{\beta_{\text{SCL}}}$ avec $\beta_{\text{SCL}} = 2$ comme pour D_1 ; de plus on a $r_{\text{SCL}} = 0$.

Ecrivons maintenant les conditions de raccord. Nous utiliserons la planche II et les résultats des pages 28 et 89 de [20].

Le raccord $\text{NS} \longleftrightarrow D_1$ s'écrit :

$$q_{\text{NS}} = q_1 + \frac{p_1(1 + \beta_1)}{\alpha_1 + \beta_1}$$

soit

$$(46) \quad q_{NS} = \frac{3}{2(2 + \alpha_1)} .$$

Le raccord NS \leftrightarrow SCL, identique au précédent, impose la condition

(47) :

$$(47) \quad q_{NS} = q_{SCL} + \frac{3 P_{SCL}}{2 + \alpha_{SCL}} .$$

Enfin le raccord $D_2 \leftrightarrow$ SCL ([20], page 27) impose :

$$(48) \quad q_{SCL} = q_2$$

$$(49) \quad r_{SCL} = 0$$

$$(50) \quad P_{SCL} = \frac{r_2}{1 + \beta_2} = \frac{r_2}{2} .$$

Le schéma n'est cohérent que si les deux valeurs obtenues pour q_{NS} , soit (46) et (47), sont identiques.

On doit donc avoir

$$\frac{3}{2(2 + \alpha_1)} = q_2 + \frac{r_2}{2} \frac{3}{2 + \alpha_{SCL}} .$$

De là,

$$(51) \quad r_2 = (\alpha_{SCL} + 2) \left(\frac{1}{2 + \alpha_1} - \frac{2 q_2}{3} \right) .$$

Exprimons les conditions de validité de notre schéma en rappelant leur provenance.

- D'après l'hypothèse, on a $l_2 \ll l$, c'est-à-dire $q_2 > 0$.

Compte tenu de (37), on doit donc avoir

$$(52) \quad 0 < q_2 < 1.$$

- Exprimons les conditions (37) :

$r_2 > 0$ donne

$$(53) \quad (\alpha_{\text{SCL}} + 2) \left(\frac{1}{2 + \alpha_1} - \frac{2 q_2}{3} \right) > 0 \quad ;$$

$1 - q_2 > r_2$ donne

$$(54) \quad \alpha_{\text{SCL}} \left(\frac{3}{2 + \alpha_1} - 2 q_2 \right) < q_2 + \frac{3 \alpha_1}{2 + \alpha_1} .$$

- La condition (44) s'écrit

$$\frac{3}{2(2 + \alpha_1)} > \frac{1}{2}, \text{ c'est-à-dire :}$$

$$(55) \quad -2 < \alpha_1 < 1 .$$

- La condition (45) s'écrit

$$(56) \quad 2(1 - \alpha_{\text{SCL}})q_2 < \frac{3}{2 + \alpha_1} (1 - \alpha_{\text{SCL}}).$$

Supposons $\alpha_{\text{SCL}} > 1$.

Les conditions (53) et (56) s'écrivent $2 q_2 < \frac{3}{2 + \alpha_1}$ et

$2 q_2 > \frac{3}{2 + \alpha_1}$. Ces deux inégalités étant contradictoires, on a nécessairement

$$(57) \quad \alpha_{\text{SCL}} \leq 1 .$$

Pour $\alpha_{\text{SCL}} < 1$, la relation (56) est remplacée par

$$(58) \quad 2 q_2 < \frac{3}{2 + \alpha_1} .$$

Pour $\alpha_{\text{SCL}} = 1$, (53) s'écrit : $2 q_2 < \frac{3}{2 + \alpha_1}$ et (54) donne :

$$\frac{1 - \alpha_1}{2 + \alpha_1} < q_2, \text{ mais on ne peut rien dire de (56), c'est-à-dire des dimensions}$$

relatives des domaines de Navier-Stokes et de l'épaisseur de la couche limite.

De plus, la condition (58) étant vérifiée, il reste pour (53)

$\alpha_{\text{SCL}} > -2$. Mais puisque $\alpha_{\text{SCL}} < 1$ on a finalement :

$$(59) \quad -2 < \alpha_{\text{SCL}} < 1 .$$

En résumé, le schéma de la Figure 9 est cohérent si :

$$(52) \quad 0 < q_2 < 1$$

$$(59) \quad -2 < \alpha_{\text{SCL}} < 1$$

$$(55) \quad -2 < \alpha_1 < 1$$

$$(54) \quad \alpha_{\text{SCL}} \left(\frac{3}{2 + \alpha_1} - 2 q_2 \right) < q_2 + \frac{3 \alpha_1}{2 + \alpha_1}$$

$$(58) \quad 2 q_2 < \frac{3}{2 + \alpha_1} .$$

Remarques :

1) Le domaine d'Euler disparaît lorsque $r_2 = 0$, soit

$q_2 = \frac{3}{2(2 + \alpha_1)}$. On a alors $q_{NS} = q_2 = q_{SCL}$ et toute la cavité est un

domaine de Navier-Stokes.

2) Le domaine de Navier-Stokes devient de dimensions comparables à l'épaisseur de la couche limite lorsque $q_{NS} = \frac{1}{2}$, soit $\alpha_1 = 1$.

Il vient alors pour (58) :

$$(60) \quad q_2 < \frac{1}{2} ;$$

et la condition (54) s'écrit : $\alpha_{SCL} (1 - 2 q_2) < q_2 + 1$.

Or pour $0 < q_2 < \frac{1}{2}$, on a $\frac{q_2 + 1}{1 - 2 q_2} > 1$; la condition $\alpha_{SCL} < 1$ entraîne donc (54).

Les conditions sont ainsi restreintes à :

$$(59) \quad - 2 < \alpha_{SCL} < 1$$

$$(61) \quad 0 < q_2 < \frac{1}{2} .$$

Remarques :

L'étude ci-dessus a été faite en supposant l'existence d'une surface de séparation. Des expériences réalisées en canal hydraulique, au cours de notre DEA, ont montré que cette surface de séparation existe lorsque $\frac{l_2 u}{\nu}$ est inférieur à une valeur comprise entre 35 et 40 (u est la vitesse locale en dehors de la couche limite). Il faut donc en général que u soit assez petit ; c'est ce qui se produit au voisinage du point d'arrêt. Ailleurs on aura un échange de

fluide entre la cavité et l'extérieur (zone de mélange). Si l'on adopte encore le schéma de la figure 9, les conditions de raccord restent les mêmes [20] et les résultats obtenus demeurent valables.

Notons encore que cette étude concerne un écoulement laminaire. En pratique, sur un profil d'aile par exemple, elle ne s'applique donc que pour une faible partie du profil en amont de la zone de transition. En fait, on peut considérer qu'il s'agit là de la partie la plus importante car c'est elle qui apporte la plus grande contribution à la traînée [21].

1.3.4. - Cavité située loin du bord d'attaque.

Le cas le plus fréquemment rencontré est celui d'une cavité située à une distance du bord d'attaque d'ordre l (Figure 11). Comme $l_2 \ll l$, on peut légitimement admettre que la vitesse dans la couche limite au-dessus de la cavité varie très peu en fonction de x_1 ; de là, $\alpha_1 = 0$

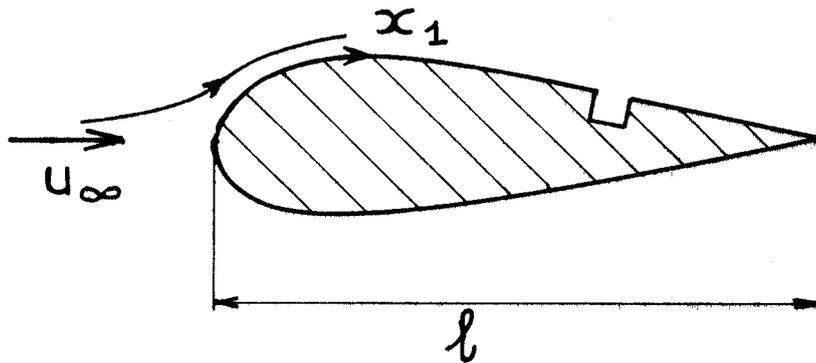


Figure 11

Ecrivons les résultats obtenus avec $\alpha_1 = 0$.

La relation (51) s'écrit : $r_2 = (\alpha_{SCL} + 2) \left(\frac{1}{2} - 2 \frac{q_2}{3} \right)$.

La condition (55) est satisfaite ;

(58) et (52) donnent :

$$(62) \quad 0 < q_2 < \frac{3}{4} ;$$

(54) devient :

$$(63) \quad \alpha_{SCL} < \frac{q_2}{\frac{3}{2} - 2 q_2} ;$$

$$(59) \text{ demeure : } -2 < \alpha_{SCL} < 1 .$$

De plus, on constate que :

pour $0 < q_2 < \frac{1}{2}$, si la condition (63) est vérifiée, on a $\alpha_{SCL} < 1$;

pour $\frac{1}{2} < q_2 < \frac{3}{4}$, la condition $\alpha_{CL} < 1$ suffit.

Il en résulte que le schéma proposé est valable si :

$$(62) \quad 0 < q_2 < \frac{3}{4}$$

$$(64) \quad -2 < \alpha_{SCL} < \frac{q_2}{\frac{3}{2} - 2 q_2} \quad \text{pour } 0 < q_2 < \frac{1}{2}$$

$$(65) \quad -2 < \alpha_{SCL} < 1 \quad \text{pour } \frac{1}{2} < q_2 < \frac{3}{4} .$$

La condition (62) signifie que le schéma proposé est valable si :

$$(66) \quad \frac{1}{R_e^{3/4}} \ll \frac{\ell_2}{\ell} \ll 1 .$$

Prenons quelques exemples :

R_e	10^2	10^4	10^6	10^7	10^8
$R_e^{-3/4}$	$3 \cdot 10^{-2}$	10^{-3}	$3 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	10^{-6}

Dans les expériences que Wieghardt a faites avec des rainures (1.3.1., chapitre 1), $\frac{\ell_2}{\ell}$ varie de 0,4 à $2,2 \cdot 10^{-3}$ et $R_e^{-3/4}$ varie de 1,3 à $0,7 \cdot 10^{-5}$ de sorte que la relation (66) est vérifiée. Or le schéma d'écoulement obtenu expérimentalement par Wieghardt est celui de la figure 2 ; il y a donc accord entre l'expérience et les résultats de nos calculs.

On admet que les résultats précédents restent valables pour des prises cylindriques. En effet, puisque les dimensions des prises sont les mêmes dans toutes les directions, l'introduction de la troisième dimension ne change pas les ordres de grandeur.

Dans le cadre de nos essais (voir chapitre 3), le nombre de Reynolds est d'environ $5 \cdot 10^4$ et le diamètre du cylindre est de 30 mm ; il faut donc que l'on ait d'après (66)

$$3 \cdot 10^{-4} \ll \frac{\ell_{2\text{mm}}}{30} \ll 1 .$$

Cela est vérifié pour toutes les prises puisque les diamètres extrêmes sont 0,3 et 3 mm.

Admettons que les relations entre les ordres de grandeur soient encore valables en fluide compressible, ce qui semble indiqué par les résultats de Rayle [10].

Appliquons nos résultats à la soufflerie transsonique de l'IMFL où le nombre de Reynolds est d'environ 10^6 . Les dimensions des modèles et des

orifices sont respectivement de l'ordre de 80 mm et 0,3 mm.

La condition (66) qui s'écrit

$$3 \cdot 10^{-5} \ll \frac{3}{800} \ll 1$$

est vérifiée ; par conséquent, le schéma d'écoulement proposé convient ici.

Remarquons encore que, l'épaisseur de la couche limite, notée δ , étant de l'ordre de grandeur de $\ell R_e^{-1/2}$, la condition sur q_2 peut s'écrire

$$R_e^{-1/4} \ll \frac{\ell_2}{\delta} \ll R_e^{1/2} ;$$

on voit donc que ℓ_2 peut être grand devant δ .

1.3.5. - Cas où la cavité est près du point d'arrêt.

On a dans ce cas, d'après [22], $\alpha_1 = 1$;

par conséquent, on a :

$$q_{NS} = \frac{1}{2} ,$$

et la dimension de NS devient de l'ordre de l'épaisseur de la couche limite.

Les conditions sont celles que nous avons indiquées en remarque page 42.

Bien que le schéma d'écoulement ne convienne plus, il est intéressant d'étudier ce cas limite.

La condition (61) s'écrit :

$$(67) \quad R_e^{-1/2} \ll \frac{\ell_2}{\ell} \ll 1 .$$

Par exemple, si $R_e = 10^6$, on doit avoir : $10^{-3} \ll \frac{\ell_2}{\ell} \ll 1$.

Prenons les mêmes cas concrets que précédemment :

- Dans le cas de nos cylindres, les conditions sont

$$4,4 \cdot 10^{-3} \ll \frac{\ell_{2\text{mm}}}{30} \ll 1 \quad ;$$

Or on a

$$\frac{1}{100} \ll \frac{\ell_2}{\ell} < \frac{1}{10} .$$

Donc pour les trous les plus petits, la première inégalité est à peine vérifiée.

- Dans le cas des essais dans la soufflerie transsonique de l'IMFL, la condition (67) s'écrit

$$10^{-3} \ll \frac{3}{800} \ll 1 .$$

La première inégalité est encore à peine vérifiée.

Remarquons également que, comme $\delta \sim \ell R_e^{-1/2}$, on a

$$\frac{\delta}{\ell} \ll \frac{\ell_2}{\ell} \ll 1 ,$$

c'est-à-dire que ℓ_2 doit être grand devant δ . Ceci est presque toujours vérifié puisque la couche limite est très mince au bord d'attaque.

2 - Etude par similitude.

Etudions par similitude l'écoulement permanent d'un fluide visqueux incompressible dans une cavité cylindrique.

2.1. - Inventaire des paramètres.

Les paramètres cherchés sont constitués par les données qui figurent dans les équations générales et dans les conditions aux frontières.

Dans les équations générales de l'écoulement dans la cavité figurent les deux données constantes ρ et μ .

La condition d'adhérence sur les parois solides introduit, pour des prises géométriquement semblables, une seule longueur soit d .

Les conditions le long de la surface de séparation ont été étudiées en mouvement plan (tableau II). Si on admet que les surfaces de séparation sont semblables, on voit que ces conditions supposent connu l'état de la couche limite au-dessus de la cavité. Comme précédemment, on admet que la couche limite n'est pas perturbée par la présence de la cavité.

En un point du solide, la couche limite est déterminée par sa nature, son épaisseur δ et le profil des vitesses que l'on exprimera, avec Polhausen, par

$$\frac{u_{CL}}{u} = f\left(\frac{y}{\delta}, \lambda\right)$$

où u est la vitesse à l'extérieur de la couche limite et où

$$\lambda = \frac{\rho \delta^2 u_x}{\mu} .$$

Il faut tenir compte de l'évolution de la couche limite entre l'amont et l'aval de la cavité. Cela introduit le rayon de courbure de la paroi

que l'on désignera par $D/2$.

Dans ce qui suit, on supposera de plus que la couche limite est toujours de même nature, soit laminaire, soit turbulente.

Il est à noter que la pression dans la couche limite au-dessus de la cavité n'intervient pas dans l'inventaire car, le fluide étant isovolume, seules les différences de pression ont un sens.

D'après ce qui précède, les paramètres qui entrent en jeu sont :

$$\rho, \mu, d, \delta, u, \lambda, D.$$

Pour des prises qui ne sont pas géométriquement semblables, nous ajoutons la profondeur h et le diamètre de la cavité arrière d_c .

L'erreur Δp est donc de la forme

$$(68) \quad \Delta p = F(\rho, \mu, d, u, \delta, \lambda, D, h, d_c) .$$

2.2. - Forme réduite de l'erreur sur la pression.

Prenons ρ, μ, D pour grandeurs primaires.

On obtient, par application du théorème de Vaschy, la forme réduite

$$(69) \quad \Delta p \frac{\rho D^2}{\mu^2} = f\left(\frac{\rho D u}{\mu}, \lambda, \frac{\delta}{D}, \frac{d}{D}, \frac{h}{D}, \frac{d_c}{D}\right) .$$

Introduisons le coefficient de pression K :
$$K = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho u_\infty^2}{2}}$$

Posons $\Delta K = K - K_0$, où K_0 est le coefficient de pression en absence d'orifice.

Avec ces notations, l'expression (69) s'écrit :

$$(70) \quad \left(\frac{\rho u_{\infty} D}{\mu}\right)^2 \Delta K = f\left(\frac{\rho Du}{\mu}, \lambda, \frac{\delta}{D}, \frac{d}{D}, \frac{h}{D}, \frac{d_c}{D}\right),$$

ou bien

$$(71) \quad \Delta K = \left(\frac{u}{u_{\infty}}\right)^2 \psi\left(\frac{\rho Du}{\mu}, \lambda, \frac{\delta}{D}, \frac{d}{D}, \frac{h}{D}, \frac{d_c}{D}\right).$$

Dans l'expression (71) $\frac{u}{u_{\infty}}$, $\frac{\rho Du}{\mu}$, λ et $\frac{\delta}{D}$ sont des grandeurs indépendantes de la prise ; par conséquent, si on se place en un endroit déterminé sur un solide donné, avec une vitesse au loin donnée, il reste

$$(72) \quad \Delta K = \psi\left(\frac{d}{D}, \frac{h}{D}, \frac{d_c}{D}\right).$$

Ce résultat sera utilisé dans l'étude expérimentale (chapitre 3).

2.3. - Écoulements dans une conduite.

Si on considère un écoulement établi par droites parallèles dans une canalisation, le rayon de courbure disparaît. Il en est de même de δ et de λ car u est indépendant de x . Le profil des vitesses ne dépend que du rapport de la distance à la paroi au diamètre. Si on désigne par D ce diamètre et par u une vitesse de référence, par exemple la vitesse de débit, on a à la place de (69) :

$$(73) \quad \Delta p \frac{\rho D^2}{\mu^2} = f\left(\frac{\rho Du}{\mu}, \frac{d}{D}, \frac{h}{D}, \frac{d_c}{D}\right).$$

Il est commode de rapporter Δp à une pression cinétique et d'écrire

$$(74) \quad \frac{\Delta p}{\rho \frac{u^2}{2}} = f' \left(\frac{\rho D u}{\mu}, \frac{d}{D}, \frac{h}{D}, \frac{d}{c} \right)$$

Dans cette expression, on peut remplacer $\frac{\rho D u}{\mu}$ par le coefficient de frottement à la paroi.

CHAPITRE 3

ETUDE EXPERIMENTALE

1 - Installation expérimentale.

1.1. - Soufflerie.

Les essais se sont déroulés dans une soufflerie à retour à parois pleines dont la section de la veine d'expérience est carrée, de 0,45 m de côté. Cette soufflerie avait été déjà utilisée lors des essais préliminaires faisant l'objet de notre DEA. Elle permet d'atteindre des vitesses de l'ordre de 35 m/s. Nous avons en premier lieu cherché à déterminer le domaine de la veine où la répartition de vitesse était uniforme. Dans ce but, nous avons exploré la pression dans 4 plans transversaux $x = \text{cte}$ (Figure 12).

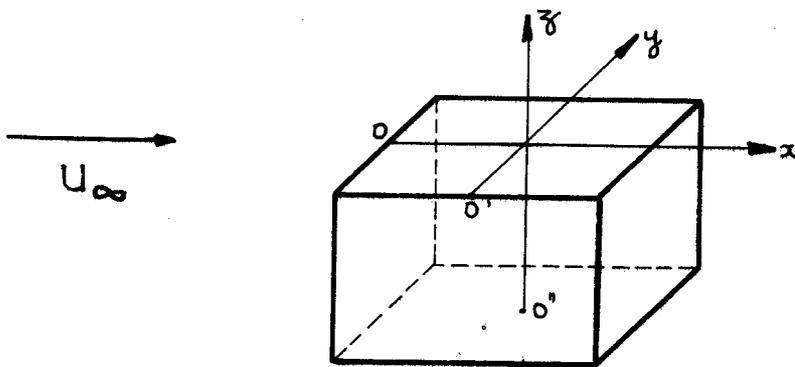


Figure 12

Soit q' la pression cinétique au point exploré ; q la pression cinétique au loin prise comme référence ; x , y et z sont les coordonnées

du point exploré mesurées sur les axes de la figure 12.

Nous avons trouvé que la répartition de pression est uniforme dans le domaine défini par :

$$0,14 \text{ m} \leq x \leq 0,44 \text{ m} ; 0,14 \text{ m} \leq y \leq 0,27 \text{ m} \text{ et } 0,11 \text{ m} \leq z \leq 0,35 \text{ m}.$$

Comme nous le verrons par la suite, la région qui nous intéresse pour la réalisation de nos essais est intérieure à ce domaine.

Nous avons également vérifié à l'aide d'un clinomètre que la vitesse du vent était bien parallèle à Ox.

Nous avons mesuré la turbulence de la veine à l'aide d'un anémomètre à fil chaud avec une sonde DISA, SSP11. Les résultats expérimentaux indiquent une valeur de l'intensité de la turbulence de 0,37 % pour une vitesse moyenne de 25 m/s.

1.2. - Choix du modèle et de ses dimensions.

Comme il a été indiqué dans l'introduction, le modèle choisi est un cylindre.

Rappelons brièvement les différents régimes d'écoulement sans circulation que l'on observe autour d'un cylindre lorsque l'on fait varier le nombre de Reynolds $R_e = \frac{u_\infty D}{\nu}$ (Figure 13).

Lorsque $R_e < 0,2$, il n'y a pas de décollement (Figure 13 a).

Lorsque $0,2 < R_e < 1$, il apparaît derrière le cylindre deux tourbillons cylindriques d'axes parallèles à celui du cylindre (figure 13 b). Ces tourbillons augmentent de volume et occupent toute la face aval lorsque $R_e \approx 10$.

A partir de $R_e \approx 50$, les tourbillons, tout en conservant une structure laminaire, se détachent alternativement d'un côté et de l'autre

constituant une allée de tourbillons alternés (figure 13 c). Cette structure se maintient jusqu'à $R_e \approx 5\ 000$.

Lorsque $5\ 000 < R_e < 200\ 000$, la couche limite est laminaire, mais la turbulence apparaît dès le décollement. Il existe un sillage turbulent à partir des génératrices d'un azimuth voisin de 80° (figure 13 d). Dans ce régime de sillage dit subcritique, C_x reste constant et égal à 1,2.

Lorsque $200\ 000 < R_e < 500\ 000$, le décollement s'effectue plus en aval sur des génératrices d'un azimuth voisin de 110° ; C_x passe de 1,2 à 0,3 (figure 13 e). C'est le régime dit supercritique où le décollement de la couche limite est turbulent.

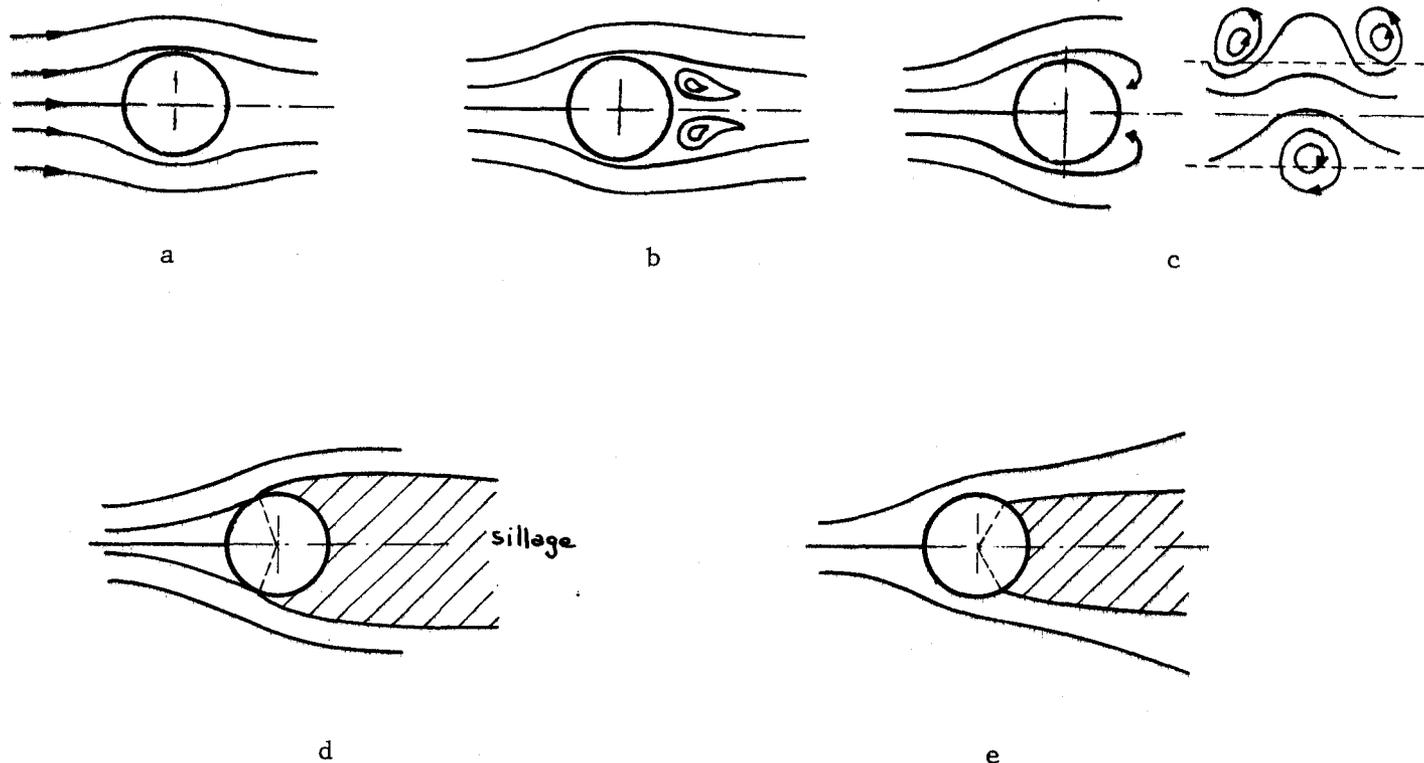


Figure 13

Afin d'éviter une importante correction de blocage, nous avons fixé le diamètre des cylindres à 0,03 m.

En effet, si Δu_∞ désigne la correction de vitesse au loin, la théorie de Lock [23] donne $\frac{\Delta u_\infty}{u_\infty} = \frac{D^2}{H^2}$, où H est la hauteur de la veine. Quant à la méthode d'Allen et Vincenti [24], elle indique dans le cas du cylindre circulaire $\frac{\Delta u_\infty}{u_\infty} = \frac{4\pi^2}{48} \frac{D}{H} (-)^2$.

La correction indiquée par Lock étant la plus importante, c'est elle que nous utiliserons.

Imposons-nous $\frac{\Delta u_\infty}{u_\infty} < \frac{5}{1\ 000}$, nous obtenons $D < 0,031$ m ; de là,

le choix du diamètre des cylindres. A cette valeur correspond un $\frac{\Delta u_\infty}{u_\infty}$ égal à $\frac{4,3}{1\ 000}$.

1.3. - Choix des dimensions des prises.

Les expériences consistent à étudier séparément l'influence des paramètres $\frac{d}{D}$ et $\frac{h}{d}$. La cavité située à l'arrière de la prise est toujours grande par rapport au diamètre de la prise (planches 1 et 2).

1.3.1. - Choix de d/D .

On maintient h/d constant. Il apparaît d'après les résultats antérieurs que la profondeur ne doit plus intervenir dès que h/d est suffisamment grand. Nous avons donc fixé dans un premier temps h/d égal à 7, ce qui correspond à la valeur maximale permise, dans notre cas, par les dimensions du cylindre. Les premiers résultats obtenus avec ce cylindre nous ont conduit à réaliser d'autres cylindres avec h/d égal à 3, puis à 5. Mais des difficultés de perçage ne nous ont pas permis d'obtenir les valeurs exactes souhaitées des diamètres, c'est-à-dire 0,3 mm - 0,75 mm - 1,5 mm et 3 mm. Par conséquent, les valeurs de h/d ne sont pas rigoureusement constantes ; nous donnons les valeurs

réelles dans les tableaux (III), (IV) et (V).

En ce qui concerne le choix du nombre des prises, nous avons dû tenir compte de deux impératifs : les dimensions du domaine uniforme de la veine et le fait que les prises devaient être disposées sur une génératrice d'un même cylindre pour que les mesures soient relevées simultanément. L'intervalle entre deux trous devait être suffisamment grand pour que la mesure de la pression dans un trou ne soit pas influencée par la présence des autres trous. Pour ces raisons, nous avons limité le nombre de trous à 4 (voir photo de la figure 14 et schéma en annexe B).

Les dimensions des prises sont :

- cylindre n° 1

numéro des prises	d_{mm}	h_{mm}	h/D	h/d
1	0,34	0,9	0,011	2,65
2(r)	0,77	2,25	0,026	2,92
3	1,54	4,5	0,051	2,92
4	3,03	9	0,101	2,96

- TABLEAU III -

- cylindre n° 2

numéro des prises	d_{mm}	h_{mm}	d/D	h/d
1	0,32	1,5	0,011	4,70
2(r)	0,78	3,75	0,026	4,81
3	1,58	7,5	0,053	4,75
4	3,05	15	0,102	4,92

- TABLEAU IV -

- cylindre n° 3

numéro des prises	d_{mm}	h_{mm}	d/D	h/d
1	0,31	2,1	0,010	6,77
2(r)	0,77	5,25	0,026	6,81
3	1,54	10,5	0,051	6,82
4	3,05	21	0,102	6,88

- TABLEAU V -

Les mesures des différences de pression seront faites par rapport aux prises n° 2 que nous appellerons prises de référence (r).

Les distances entre trous successifs sont indiquées sur les schémas présentés en annexe B.

Nous avons vérifié, en bouchant successivement chaque trou, qu'il n'y avait pas d'influence d'un trou sur les trous voisins.

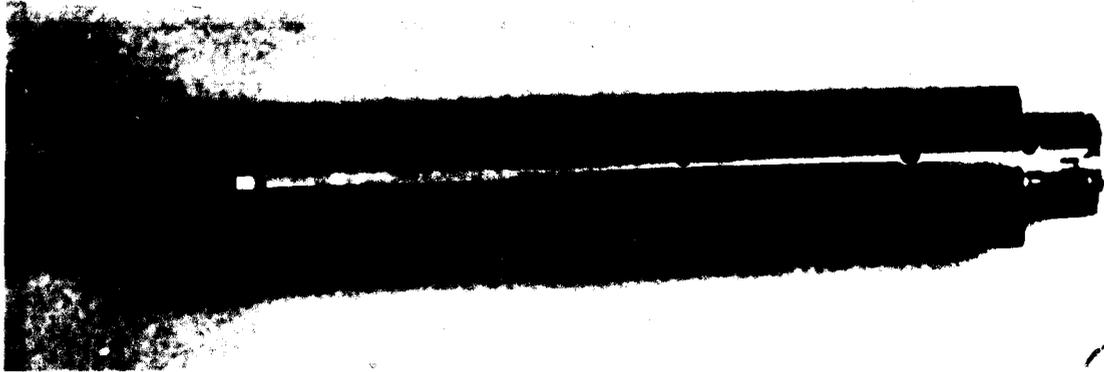


Figure 14

1.3.2. - Choix de h/d .

On maintient d/D constant. L'idéal serait de prendre d aussi petit que possible. Pour éviter les difficultés d'usinage qui interviennent pour des trous très petits, nous avons choisi de prendre d égal à 0,75 mm. Ainsi, pour une valeur de h/d égale à 7, nous aurions pu comparer nos résultats avec ceux obtenus avec la prise 2 du cylindre 3. Mais, comme on l'a vu précédemment, il n'a pas été possible de réaliser exactement les diamètres souhaités et la comparaison entre les prises ne pourra pas être rigoureuse.

Dimension des prises sur le cylindre n° 4 :

numéro des prises	d_{mm}	h_{mm}	h/d
1	0,80	7,5	9,37
2(r)	0,80	5,25	6,56
3	0,80	1,5	1,88
4	0,80	0,3	0,37

$d/D = 0,027$

1.4. - Matériel d'expérimentation.

1.4.1. - Examen des cylindres et des prises.

Les cylindres d'une longueur de 150 mm sont en duralumin AU4G. Ils ont été usinés au tour avec une précision de 0,005 mm. Ils sont emboîtés dans deux cylindres de même diamètre (Figure 16).

Les prises de pression ont été percées avec des mèches en acier au cobalt.

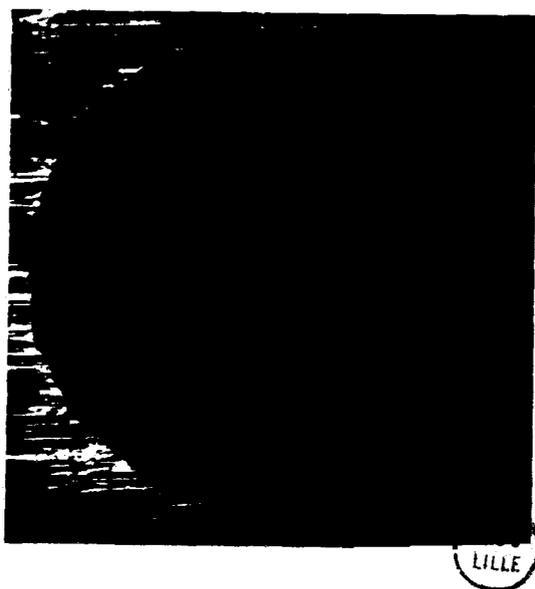


Figure 15

Pour l'étude des malfaçons éventuelles des bords, nous avons procédé de la manière suivante :

d'abord un examen au microscope grossissant 200 fois (figure 15) a mis en évidence les anomalies des prises (quelques légers chanfreins et petites bavures) ; ensuite nous avons cherché à déterminer l'influence de ces anomalies sur la mesure

de la pression. Pour cela, nous disposons de deux méthodes fondées sur le fait que le modèle choisi est un cylindre :

a) Utilisation de la symétrie du cylindre. En effet, s'il y a une bavure sur une prise, la mesure de la pression relevée par cette prise sera différente pour deux valeurs symétriques de l'incidence.

b) Utilisation des différentes prises sur la même génératrice. Supposons qu'il y ait une bavure sur une prise n° 2(r). Nous relevons alors pour différentes valeurs de θ $p_2 - p_\infty$, $p_1 - p_2$, $p_3 - p_2$ et $p_4 - p_2$, puis $p_1 - p_\infty$, $p_3 - p_1$ et $p_4 - p_1$. En comparant alors les valeurs de K_1 , K_2 , K_3 et K_4 obtenues dans les deux séries d'expériences, nous en déduisons l'ordre de grandeur de l'erreur due à la malfaçon.

Lorsqu'il y a une malfaçon sur deux prises d'un même cylindre, il suffit de prendre successivement chaque prise comme référence et de comparer les différentes valeurs obtenues pour les quatre coefficients de pression.

Ces deux méthodes ont été appliquées aux prises dont la qualité d'usinage s'est révélée la moins bonne à l'examen microscopique. Nous avons trouvé que l'erreur introduite dans la valeur du coefficient de pression ne dépassait pas en ordre de grandeur celle de la précision des mesures.

1.4.2. - Instruments de mesure.

Les appareils utilisés sont présentés sur la figure 16.

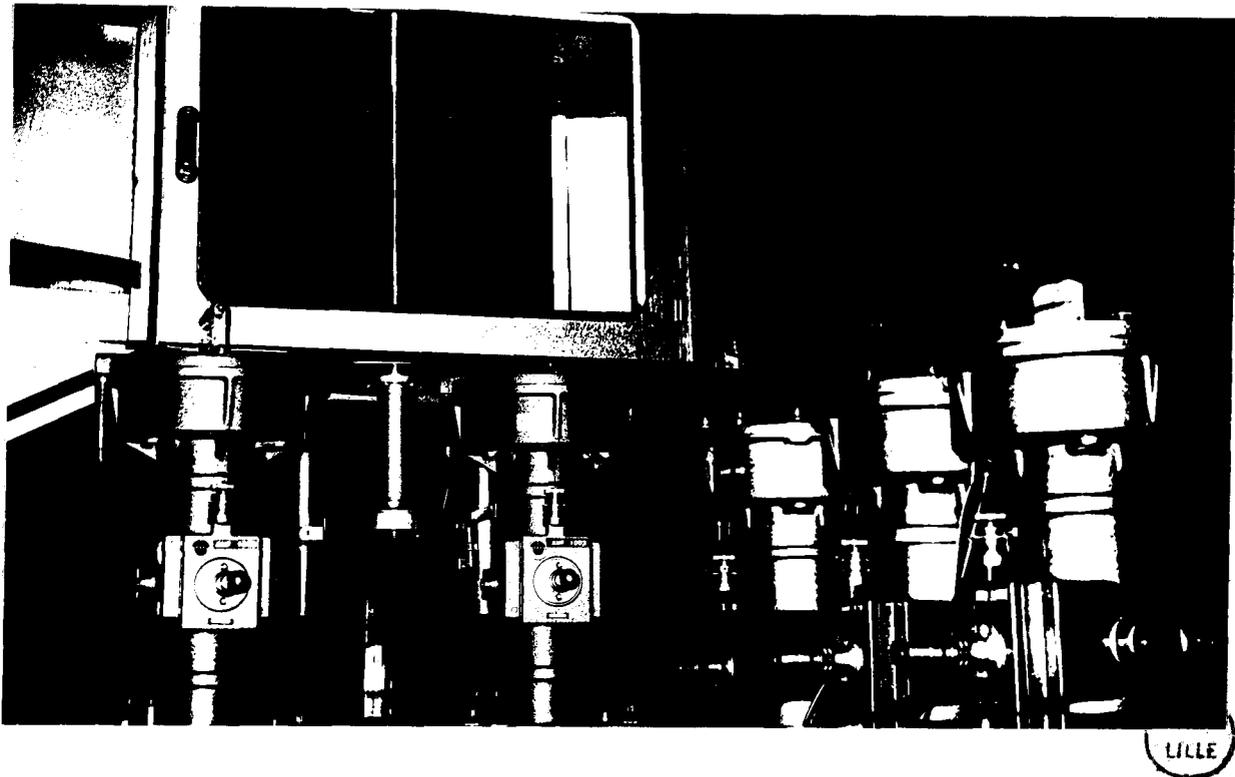


Figure 16

Nous avons utilisés des manomètres miniscopes de type DEBRO qui permettent d'obtenir, selon le constructeur, une précision de $\pm 0,01$ mm d'eau. Il nous a paru raisonnable de nous en tenir à une précision de $\pm 0,02$ mm.

Les deux manomètres de gauche indiquaient respectivement la valeur de $p_r - p_\infty$ et de $p_o - p_\infty$, les trois autres donnaient la valeur des différences entre les pressions dans les trois prises et la prise de référence. Un cadran solidaire du cylindre permettait de fixer l'incidence des prises. La température à la sortie de la veine était indiquée par un thermomètre avec une précision de 0,1 degré.

1.4.3. - Calcul d'erreur sur K.

Soit K_i le coefficient de pression mesuré par la prise d'indice i ($i = 1, 2, 3, 4$) et $\Delta p_i = p_i - p_r$.

$$K_i = \frac{p_i - p_\infty}{p_o - p_\infty} = \frac{p_r - p_\infty}{p_o - p_\infty} \quad \text{si } i = r$$

$$= \frac{p_r - p_\infty + \Delta p_i}{p_o - p_\infty} \quad \text{si } i \neq r .$$

De là l'erreur sur K_i :

$$dK_i = \frac{1}{p_o - p_\infty} d(p_r - p_\infty + \Delta p_i) + (p_r - p_\infty + \Delta p_i) d\left(\frac{1}{p_o - p_\infty}\right)$$

$$= \frac{1}{p_o - p_\infty} \{d(p_r - p_\infty) + d(\Delta p_i)\} + \frac{|p_i - p_\infty|}{(p_o - p_\infty)^2} d(p_o - p_\infty)$$

de là,

$$\Delta K_i = \frac{1}{|p_o - p_\infty|} \{\Delta(p_r - p_\infty) + \Delta(\Delta p_i)\} + \frac{|p_i - p_\infty|}{(p_o - p_\infty)^2} \Delta(p_o - p_\infty) .$$

Ordre de grandeur :

Avec $\Delta(p_r - p_\infty) = \Delta(p_o - p_\infty) = \Delta(\Delta p_i) = 0,02$ mm d'eau,

nous obtenons en général, $\Delta K \approx \pm 0,001$.

Cette valeur représente l'erreur calculée sur K ; il est évident que l'erreur réelle sur K est supérieure à cette dernière. Nous avons constaté en réalisant la même mesure dans des conditions atmosphériques différentes que l'incertitude sur K restait inférieure à 0,002.

Il en résulte que les différences entre les valeurs de K mesurées par les quatre prises n'auront de sens que si elles sont supérieures à 0,004.

1.4.4. - Correction de blocage.

Le coefficient de pression de la prise d'indice i est :

$$K_i = \frac{p_i - p_\infty}{p_o - p_\infty} .$$

Notons $(p_o - p_\infty)_c$ la valeur de $p_o - p_\infty$ corrigée selon la théorie de Lock.

Nous avons

$$\begin{aligned} (p_o - p_\infty)_c &= \frac{1}{2} \rho (u_\infty + \Delta u_\infty)^2 \\ &= \frac{1}{2} \rho u_\infty^2 (1 + 2\Delta u_\infty) \\ &= 1,0086(p_o - p_\infty) . \end{aligned}$$

De là :

$$K_i = \frac{p_i - p_\infty}{1,0086(p_o - p_\infty)} .$$

2 - Essais.

Les essais ont consisté à relever les valeurs indiquées par les cinq manomètres en faisant tourner le cylindre de 5 en 5° depuis 0 jusqu'à 360°. Nous insistons une fois encore sur le soin et la précision extrêmes nécessaires à la réalisation de ces essais. Il est évident que le réglage de l'incidence θ doit être extrêmement précis ; de même, la moindre erreur sur l'incidence peut avoir une influence très importante sur la valeur de K surtout là où K varie rapidement en fonction de θ .

Afin d'éliminer ce type d'erreur, nous avons fait deux séries d'essais pour chaque cylindre.

De plus, chaque série d'essais devait être réalisée dans le temps le plus bref possible afin d'éliminer l'influence des variations de température, de pression atmosphérique, de tension électrique, etc...

Toutefois l'établissement de l'équilibre dans les manomètres exigeait un délai assez long ; nous laissons s'écouler quinze minutes avant d'enregistrer les mesures. De ce fait, chaque série d'essais s'est étalée sur deux ou trois jours et les conditions atmosphériques ont inévitablement varié. Au cours des essais, la température variait de 25 à 34° et la pression atmosphérique de 753 à 761 mm.

Quant aux variations de tension, elles ne nous ont pas permis de maintenir la vitesse rigoureusement constante ; en fait, cela n'a pas d'influence sur les valeurs du coefficient de pression puisque nous relevions pour chaque θ la valeur de la vitesse au loin. Cette dernière étant restée voisine de 25 m/s, le nombre de Reynolds formé avec le diamètre du cylindre est de l'ordre de 50 000 ; le régime d'écoulement est alors celui du cas d de la figure 13.

Il est intéressant d'évaluer les épaisseurs de couche limite rencontrées dans nos conditions d'expérience. Sur un cylindre de diamètre D , on a au point

d'arrêt $u = \frac{4 u_{\infty} x}{D}$ et δ est presque constant [22] :

$$\frac{\delta}{D} = 1,2 R_e^{-1/2}, \text{ avec } R_e = \frac{u_{\infty} D}{\nu}.$$

Avec nos données numériques, il vient : $\delta = 0,15$ mm.

Pour $\alpha = 60^\circ$, on a $\frac{\delta}{D} = 1,65 R_e^{-1/2}$, soit $\delta = 0,22$ mm.

Le diamètre de nos prises varie de 0,3 à 3 mm. Ainsi, comme il a été dit en 1.3.2.3., dans nos expériences, l'épaisseur de la couche limite n'est pas grande devant le diamètre des orifices.

3 - Résultats expérimentaux.

3.1. - Coefficient de pression.

Le fluide, la vitesse au loin et le diamètre sont des données.

De plus u , λ et δ ne dépendent que de la position angulaire ou incidence θ .

Il en résulte que (70) peut s'écrire :

$$\Delta K = g\left(\theta, \frac{d}{D}, \frac{h}{d}, \frac{d}{c}\right).$$

Les valeurs numériques de K sont portées dans les planches 3 à 6 de l'annexe B : pour chaque incidence, nous avons calculé les valeurs de K données par les quatre prises de chaque cylindre.

Les courbes $K = f(\theta)$ sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées ; c'est pourquoi seules les parties relatives aux incidences comprises entre 0 et 180° ont été tracées. On trouvera les courbes $K = f(\theta)$ en annexe B. Pour chaque cylindre, nous les avons tracées à la fois à petite échelle et à grande échelle (planches 22 à 36 et 40 à 44).

3.1.1. - Influence de d/D .

Nous avons tracé les courbes $K = f(d/D)$ pour θ donné et pour chaque cylindre (planches 7 à 20). Il y apparaît que K est une fonction croissante de d/D pour θ donné sauf dans les intervalles $0 \leq \theta \leq 5^\circ$ et $65^\circ \leq \theta \leq 85^\circ$ où le sens de variation est inversé. Ce dernier intervalle des valeurs de θ correspond au début du domaine décollé. Ce sont les courbes obtenues avec h/d de l'ordre de 3 qui ont l'aspect le plus régulier.

Désignons par K_0 la valeur exacte de K , c'est-à-dire celle obtenue en l'absence d'orifice. Pour déterminer K_0 , nous extrapolons les courbes $K = f(d/D)$. Nous disposons de 3 cylindres, donc de trois courbes $K = f(d/D, \frac{h}{D} = \text{cte})$ pour chaque valeur de θ . Les valeurs extrapolées devant être les mêmes, les trois courbes doivent passer par le même point pour $d = 0$. Compte tenu de l'échelle choisie, nous obtenons les valeurs extrapolées avec une bonne précision.

Nous estimons que l'incertitude sur K_0 est de l'ordre de $\pm 0,002$.

Nous avons porté les valeurs extrapolées sur toutes les courbes $K = f(\theta)$; les valeurs numériques sont données sur la planche 21.

On constate que les valeurs extrapolées sont toujours très proches de celles obtenues avec d de l'ordre de 0,3 mm et h/d égal à 2,65.

On remarque de plus que la courbe $K_0 = f(\theta)$ déduite des extrapolations précédentes ne présente pas d'anomalies.

Dans la partie linéaire des courbes $K = f(\theta)$, nous avons essayé de donner une formule de correction s'inspirant de celle de Pugh, Peto et Ward ([19] et 2.3. chapitre 1).

Pour un cylindre, on trouve que la pente de la partie linéaire de la courbe $K_0 = f(\theta)$ qui est obtenue pour $20^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$ est égale à - 2,9.

- Pour le cylindre où $\frac{h}{d}$ est de l'ordre de 3, nous avons trouvé que les valeurs de θ doivent être corrigées par retrait d'un angle égal à $0,44 \frac{d}{D}$ (planche 37). Nous avons donc

$$\Delta K = - 0,152 \frac{d}{D} \frac{\partial K}{\partial \theta} .$$

- Pour le cylindre où $\frac{h}{d}$ est de l'ordre de 5, la correction à effectuer sur l'incidence est égale à $-0,50 \frac{d}{D}$ (Planche 38) ; ce qui donne

$$\Delta K = -0,174 \frac{d}{D} \frac{\partial K}{\partial \theta} .$$

- Pour le cylindre où $\frac{h}{d}$ est de l'ordre de 7, c'est une correction de $-0,56 \frac{d}{D}$ qu'il faut appliquer à θ (Planche 39).

Il vient :

$$\Delta K = -0,192 \frac{d}{D} \frac{\partial K}{\partial \theta} .$$

Il est évident que la constante figurant dans l'expression proposée de ΔK dépend de $\frac{h}{d}$; elle doit dépendre également du nombre de Reynolds et du nombre de Mach comme semblent l'indiquer les expériences de Pugh, Peto et Ward [19] et celles de Defecques et Fréhaut [2] .

3.1.2. - Influence de h/d .

Rappelons que ces expériences ont été faites avec $d = 0,80$ mm. Nous avons tracé les courbes $K = f\left(\frac{h}{d}\right)$ (Planches 45 à 56) et nous avons procédé à un recoupement avec les résultats obtenus en 3.1.1. sur les cylindres 1, 2 et 3 où $\frac{h}{d}$ était constant.

Pour cela, nous avons retenu les valeurs de K qui concernent les mesures faites aux prises n° 2. Ces prises ont en effet un diamètre de 0,77 ou 0,78 mm et on constate sur les courbes $K = f(d/D)$ que l'écart entre les coefficients de pression obtenus avec $d = 0,77$ mm et $d = 0,80$ mm est en

général inférieur à 0,04. On peut donc utiliser ces mesures, compte tenu de la précision que nous nous sommes imposée.

On vérifie que les points correspondant aux mesures faites avec les cylindres 1, 2 et 3 se placent assez bien sur la courbe obtenue avec le cylindre 4 (h variable).

Les planches 45 à 56 montrent que les variations de K en fonction de $\frac{h}{d}$ ne sont pas en général monotones ; il faut distinguer différents cas suivant les valeurs de l'incidence.

- Pour $\theta < 55^\circ$, les résultats sont schématisés sur la figure 17. Pour $\theta < 10^\circ$, l'erreur peut s'annuler pour plusieurs valeurs de h/d. Pour $10^\circ < \theta < 55^\circ$, l'erreur est toujours positive ; on obtient un minimum lorsque $\frac{h}{d}$ est de l'ordre de 1,5 ou 2 et un maximum lorsque $\frac{h}{d}$ est de l'ordre de 7.

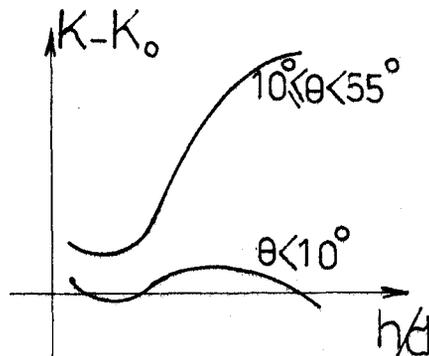


Figure 17

- Pour $55^\circ \leq \theta \leq 85^\circ$, la variation est monotone croissante (figure 18). Cette zone correspond au début du domaine décollé.

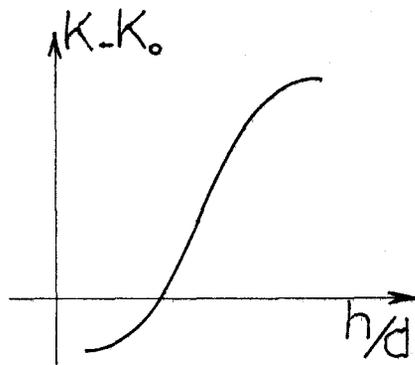


Figure 18

Il existe dans cet intervalle une valeur de h/d pour laquelle l'erreur s'annule ; ce résultat apparaît aussi sur les courbes $K = f(d/D)$ des planches 13 à 15.

Pour $55^\circ \leq \theta \leq 70^\circ$, c'est-à-dire en amont du décollement, la valeur qui annule ΔK est comprise entre 2 et 3.

Pour $\theta = 80^\circ$ et $\theta = 85^\circ$, elle est de l'ordre de 4.

Pour $\theta = 75^\circ$, c'est-à-dire au voisinage du décollement, cette valeur augmente brusquement et est de l'ordre de 7.

- Pour θ compris entre 90° et 180° , la variation est encore monotone croissante mais l'erreur est toujours positive (figure 19)

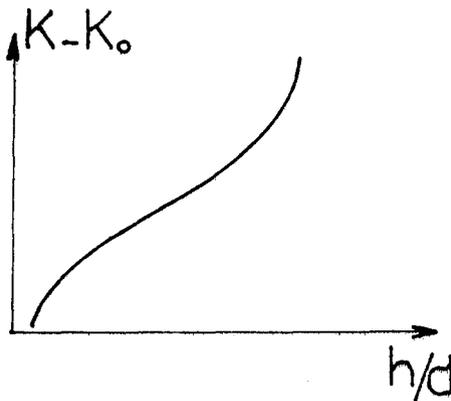


Figure 19

Il semble donc préférable dans cet intervalle de choisir des valeurs de d/D et de h/d aussi petites que possible.

Sur les figures 17, 18 et 19, les parties de courbes correspondant à $2,6 < \frac{h}{d} < 7$ sont confirmées par les résultats obtenus avec les prises n° 2 des cylindres 1, 2 et 3. On constate en effet que ces parties sont croissantes ; or la correction qui a été appliquée à K pour $d = 0,80$ mm en 3.1.1. augmente lorsque h/d augmente.

Tout ce qui précède concerne $d = 0,80$ mm.

Essayons d'étendre ces résultats à des diamètres différents en utilisant à nouveau les expériences faites avec les cylindres 1, 2 et 3 à d variable.

Ces expériences ne nous permettent de conclure que pour $2,6 < \frac{h}{d} < 7$.

Lorsque $d \leq 1,5$ mm, les planches 7 à 20 montrent que l'erreur est une fonction croissante de $\frac{h}{d}$ pour toutes les valeurs de θ .

Lorsque $1,5 \text{ mm} < d < 3 \text{ mm}$, l'erreur est une fonction croissante de $\frac{h}{d}$ pour $15^\circ < \theta \leq 55^\circ$; pour les autres valeurs de θ les résultats ne sont pas aussi simples.

On rencontre donc des cas très différents les uns des autres quand θ varie ; cela peut s'expliquer par le fait qu'au voisinage des prises, l'écoulement diffère beaucoup suivant qu'il y a une couche limite, un décollement ou un sillage.

Notons de plus que, lorsque à θ donné d varie, le rapport $\frac{\delta}{d}$ varie de sorte que, pour une position donnée de la prise, on peut observer divers types d'interaction entre la couche limite et l'orifice.

Dans l'intervalle $20^\circ \leq \theta \leq 55^\circ$ où il existe une couche limite et où $\frac{\partial P}{\partial \theta}$ est constant, on peut essayer de faire un parallèle avec les résultats obtenus dans les tuyaux. Pour cela, nous avons représenté nos résultats avec les variables utilisées par Livesey, Jackson et Southern [7]. La transformation a été faite en prenant les caractéristiques théoriques de la couche limite sur un cylindre données en [22]. Les courbes obtenues ne présentent aucun caractère commun avec celles de Livesey, Jackson et Southern. Cela n'est pas étonnant car, dans les expériences réalisées en [7], l'écoulement est turbulent et se fait par droites parallèles.

3.2. - Etude des coefficients de traînée.

3.2.1. - Calcul des coefficients de traînée.

Dans le cas d'un cylindre, le coefficient de traînée C_X dû aux efforts de pression est donné par l'aire intérieure à la courbe $K = f\left(\frac{\sin \theta}{2}\right)$ parcourue dans le sens indiqué sur la figure 20. Sur cette figure, l'écoulement étant symétrique, seule la partie correspondant à $\theta > 0$ a été représentée.

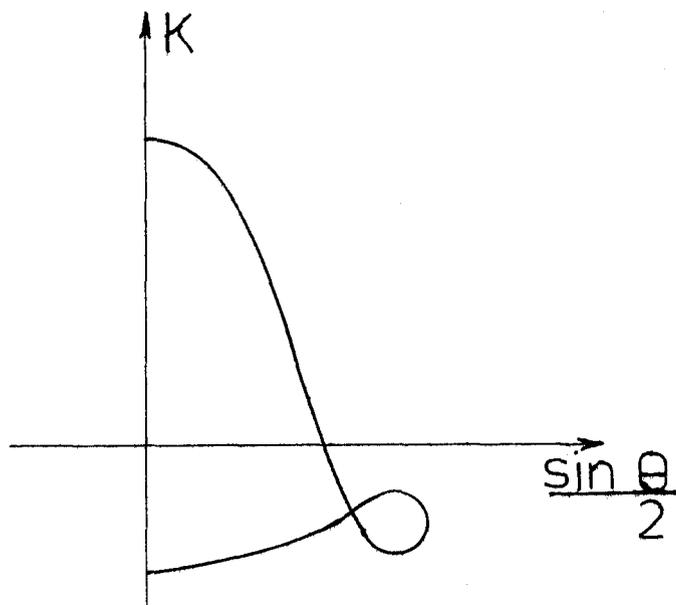


Figure 20

Le calcul a été effectué sur ordinateur.

Nous avons calculé pour chaque couple de valeurs de $\frac{d}{D}$ et $\frac{h}{d}$ les résultats d'intégration partielle correspondant aux intervalles $|\theta| \leq 30^\circ$, $|\theta| \leq 60^\circ$ et $|\theta| \leq 90^\circ$. Ces résultats sont désignés respectivement par $C_X(30)$, $C_X(60)$ et $C_X(90)$.

3.2.2. - Influence de d/D.

Les résultats des intégrations sont portés dans les tableaux ci-dessous et sur les planches 57 et 58.

Les valeurs $C_{X_0}(30)$, $C_{X_0}(60)$, $C_{X_0}(90)$ et C_{X_0} qui correspondent à $d = 0$ ont été calculées à partir de K_0 .

1) Cylindre 1 ($\frac{h}{d} \approx 3$).

numéro des prises		1	2	3	4
caractéristiques des prises	$d = 0$	$d = 0,34$ $\frac{h}{d} = 2,65$	$d = 0,77$ $\frac{h}{d} = 2,92$	$d = 1,54$ $\frac{h}{d} = 2,92$	$d = 3,03$ $\frac{h}{d} = 2,96$
$C_X(30)$	0,374	0,377	0,381	0,390	0,399
$C_X(60)$	0,170	0,182	0,194	0,214	0,250
$C_X(90)$	- 0,012	- 0,0003	0,012	0,028	0,055
C_X	1,118	1,191	1,194	1,198	1,204

2) Cylindre 2 ($\frac{h}{d} \approx 5$).

numéro des prises		1	2	3	4
caractéristiques des prises	$d = 0$	$d = 0,32$ $\frac{h}{d} = 4,69$	$d = 0,78$ $\frac{h}{d} = 4,81$	$d = 1,58$ $\frac{h}{d} = 4,75$	$d = 3,05$ $\frac{h}{d} = 4,92$
$C_X(30)$	0,374	0,379	0,384	0,395	0,402
$C_X(60)$	0,170	0,188	0,209	0,224	0,252
$C_X(90)$	- 0,012	0,006	0,026	0,042	0,059
C_X	1,188	1,194	1,199	1,207	1,212

3) Cylindre 3 ($\frac{h}{d} \approx 7$).

numéro des prises		1	2	3	4
caractéristiques des prises	d = 0 valeur extrapolée	d = 0,31 $\frac{h}{d} = 6,77$	d = 0,78 $\frac{h}{d} = 6,81$	d = 1,54 $\frac{h}{d} = 6,82$	d = 3,05 $\frac{h}{d} = 6,88$
$C_X(30)$	0,374	0,382	0,388	0,397	0,406
$C_X(60)$	0,170	0,193	0,216	0,230	0,261
$C_X(90)$	- 0,012	0,012	0,034	0,048	0,064
C_X	1,188	1,197	1,202	1,209	1,214

On constate que les résultats d'intégration de K_0 correspondent bien aux valeurs obtenues par extrapolation des courbes des planches 57 et 58 lorsqu'on fait tendre d vers zéro.

L'ensemble des résultats montre que l'erreur est toujours par excès et qu'elle augmente avec $\frac{d}{D}$ pour toutes les valeurs de $\frac{h}{d}$ examinées. On remarque que l'erreur absolue sur C_X est faible. L'erreur relative est inférieure à 3 %. Cela vient du fait que C_X est une quantité d'ordre 1. Pour un profil d'aile non décroché, C_X serait petit et la contribution principale viendrait des prises situées au voisinage du bord d'attaque, là où la pente du profil est grande. On voit que, pour établir une analogie avec le cas des profils, il faut examiner $C_X(90)$.

Les tableaux ci-dessus montrent que les erreurs sur $C_X(90)$ dues à $\frac{d}{D}$ sont très importantes en valeur absolue et encore davantage en valeur relative, pouvant atteindre 200 % pour la plus petite prise.

Ce résultat illustre l'influence importante que peut avoir le diamètre des prises sur la mesure de la traînée d'un profil d'aile.

3.2.3. - Influence de h/d .

Les résultats obtenus à l'aide du cylindre 4 où $\frac{h}{d}$ est variable et où $d = 0,80$ mm sont (planche 59) :

numéro des prises		1	2	3	4
caractéristiques des prises	$d = 0$	$\frac{h}{d} = 9,37$	$\frac{h}{d} = 6,56$	$\frac{h}{d} = 1,88$	$\frac{h}{d} = 0,37$
$C_X(30)$	0,374	0,384	0,392	0,378	0,381
$C_X(60)$	0,170	0,209	0,218	0,176	0,189
$C_X(90)$	- 0,012	0,031	0,036	- 0,008	- 0,005
C_X	1,188	1,209	1,206	1,92	1,189

On peut compléter ces résultats par ceux tirés des 3 autres cylindres à la prise de diamètre voisin de 0,80 mm.

numéro des prises	2 du cylindre n°3	2 du cylindre n°2	2 du cylindre n°1
caractéristiques des prises	$\frac{h}{d} = 6,81$	$\frac{h}{d} = 4,81$	$\frac{h}{d} = 2,92$
$C_X(30)$	0,388	0,384	0,381
$C_X(60)$	0,216	0,209	0,194
$C_X(90)$	0,034	0,026	0,012
C_X	1,202	1,199	1,194

On voit sur la planche 59 qu'il y a un accord satisfaisant avec les résultats du cylindre n° 4.

On constate que les variations compliquées de $K - K_0$ en fonction de $\frac{h}{d}$ se répercutent sur les variations des résultats d'intégration.

Pour $C_X(30)$, $C_X(60)$ et $C_X(90)$, ce sont évidemment les variations de la figure 17 qui l'emportent : on trouve une valeur optimale de $\frac{h}{d}$ voisine de 2. Cela explique pourquoi sur les planches 57 et 58 plus $\frac{h}{d}$ est grand, plus l'erreur est grande : en effet, sur ces planches $\frac{h}{d}$ est toujours supérieur à 2.

Par contre C_X est une fonction croissante de $\frac{h}{d}$; C_X est donc déterminé avec une précision d'autant plus grande que $\frac{h}{d}$ est petit.

CONCLUSION

Notre étude bibliographique a mis en évidence les difficultés de l'évaluation de l'erreur sur la pression lorsque celle-ci est mesurée par un orifice à la paroi. En effet, les paramètres dont dépend l'erreur sont nombreux et ils interviennent simultanément.

Un calcul d'approximation nous a permis d'établir la nature de l'écoulement autour et à l'intérieur d'une cavité. Le schéma d'écoulement adopté est confirmé par des visualisations et il correspond à la plupart des cas rencontrés dans la pratique.

Les paramètres qui interviennent dans le problème posé sont déterminés à l'aide d'une étude globale par similitude physique. Pour un orifice sur un solide placé dans un écoulement donné, l'erreur sur la pression ne dépend que des rapports d/D , h/d et d_c/d où d est le diamètre de l'orifice, h sa profondeur, d_c le diamètre de la cavité arrière et $D/2$ le rayon de courbure local du solide.

Les expériences en soufflerie ont consisté à évaluer l'influence des paramètres d/D et h/d sur le coefficient de pression et sur la traînée d'un cylindre pour des prises présentant une grande cavité arrière. La vraie répartition de pression a été obtenue par extrapolation jusqu'à $d = 0$.

Nous avons établi que l'erreur sur la pression et sur la traînée est une fonction croissante de d/D . Dans l'intervalle où le coefficient de pression est une fonction linéaire de l'incidence, nous proposons une formule empirique de correction. En ce qui concerne le résultat de l'intégration des pressions relative à la face avant seule, l'erreur est énorme. Cela illustre les difficultés que l'on peut rencontrer dans les mesures de la traînée de forme d'un

profil d'aile.

L'influence de h/d est plus complexe. Lorsque h/d est compris entre 3 et 7, l'erreur est une fonction croissante de h/d ; pour les autres valeurs de h/d , il faut distinguer suivant trois intervalles des valeurs de l'incidence de l'orifice.

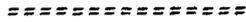
Nos expériences ont été réalisées dans un écoulement incompressible et pour une seule valeur de la vitesse. Il serait intéressant de déterminer l'influence sur le phénomène étudié des paramètres régissant l'écoulement extérieur, à savoir le nombre de Mach et le nombre de Reynolds. On pourrait envisager de faire des expériences analogues avec un profil d'aile, de manière à se rapprocher des applications aéronautiques. Enfin, pour compléter cette étude, on pourrait également examiner l'influence mutuelle de prises voisines.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BARAT - Techniques de mesure dans les écoulements,
EYROLLES - pages 245 à 280 (1973).
- [2] DEFECQUES et FREHAUT - DEA - Université de Lille I (1972).
- [3] CHUE - Progress in Aerospace Sciences - Vol. 16 - n° 2 -
(1975).
- [4] MYADZU - Uber den Einfluß der Bohrungen auf die Drückanzuge,
Ing. Arch. 7, 35 (1936).
- [5] SHAW - The influence of hole dimensions on static pressure
measurements,
J. Fluid. Mech. 7, 550 (1959).
- [6] RAY - On the effect of orifice size on static pressure
reading,
ARC. Rep. TP 498 - (1956).
- [7] LIVESEY, JACKSON et SOUTHERN - The static-hole errors problem,
Aircr. Eng. 34, 43 - (1962).
- [8] FRANKLIN et WALLACE - Absolute measurements of static-hole error using flush
transducers,
J. Fluid. Mech. 42, 33 - (1939).
- [9] ZOGG et THOMANN - Errors in static pressure measurements due to
protruding pressure taps,
J. Fluid. Mech. 54, 489 - (1972).
- [10] RAYLE - An investigation of the influence of orifice geometry
on static pressure measurements,
MS Thesis MIT - (1949).
- [11] THOM et APELT - The pressure in a two-dimensionnal static-hole at low
Reynolds numbers,
ARC, R et M 3090 - (1957).
- [12] CHANG - Separation of flow,
Pergamon Press - (1970).

- [13] DYMENT - Cours polycopié DEA - chapitre 1.
- [14] TORRANCE, DAVIS, EIKE - Cavity flows driven by buoyancy and shear,
J. Fluid. Mech. 51, 221 - (1971).
- [15] MAULL et EAST - Three dimensionnal flow in cavities,
J. Fluid. Mech. 16, 620 - (1963).
- [16] TOWNES et SABERSKY - Experiments on the flow over a rough surface,
Int. J. of Heat and Mass Transfer 9, 729 - (1966).
- [17] RAINBIRD - Errors in measurements of mean static pressure of a
moving fluid due to pressure holes,
Canada Report DME/NAE - (1967).
- [18] MORRISSON, SHEPPARD et WILLIAMS - Hole size effect on hemisphere pressure
distributions,
J. Roy Aero. Soc. 71, 317 - (1966).
- [19] PUGH, PETO et WARD - Experimental verification of predicted hole size effect
on a model with a large streamwise pressure gradient,
ARC 31, 900 - (1970).
- [20] FRANCOIS - Emploi des méthodes de perturbation pour l'étude
d'écoulements laminares,
ONERA - Publ. n° 128 - (1969).
- [21] DYMENT - Cours polycopié DEA - chapitre 9.
- [22] SCHLICHTING - Boundary layer theory.
- [23] LOCK - R et M, n° 1275, ARC - (1929).
- [24] ALLEN et VINCENTI - NACA, Report n° 782 - (1944).

A N N E X E A



COMPLEMENTS DE BIBLIOGRAPHIE

Pour alléger le texte de notre mémoire, nous donnons dans cet annexe des renseignements bibliographiques complémentaires.

1) Expériences de Myadzu (1.1.1. et 1.1.2.).

Myadzu utilise des prises de 3,93 mm de diamètre et de profondeur variant de 0,5 à 22 mm, placées dans un tuyau de laiton, de section carrée de 27 mm de côté et de 234 cm de longueur, parcouru par de l'eau à une vitesse d'environ 4 m/s. Les mesures sont rapportées à la vitesse sur l'axe et à une prise de référence de 0,86 mm de diamètre.

L'écoulement est turbulent. Myadzu ne donne aucune information sur la cavité arrière des prises. La figure 21 donne l'influence de la profondeur selon Myadzu.

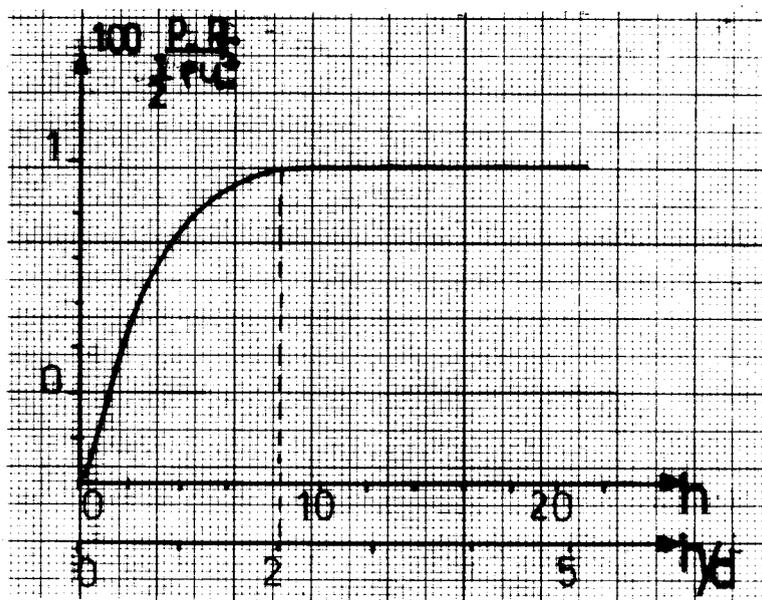


Figure 21

Dans d'autres expériences, Myadzu étudie l'influence de l'inclinaison de l'axe de perçage par rapport à la normale à la paroi. Soit α cette inclinaison.

Il considère 3 cas (figure 22), suivant que l'axe de perçage est incliné dans le sens opposé à l'écoulement (I), dans le sens de l'écoulement (III) ou dans un plan perpendiculaire à l'écoulement (II)

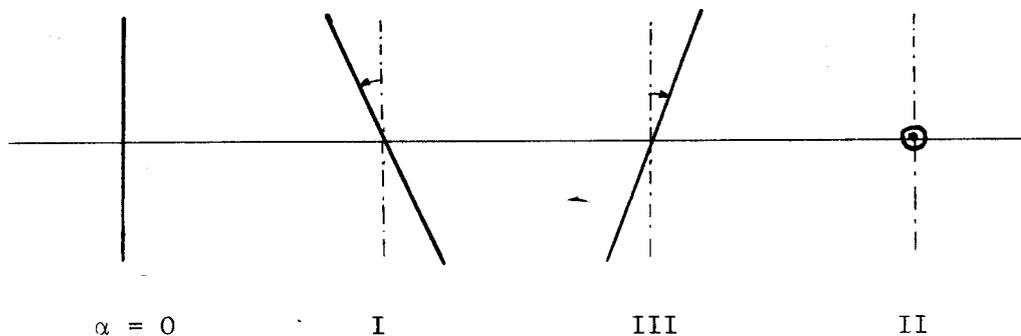


Figure 22

Dans chacun des cas, l'inclinaison variait de 0 à 45°.

Il constate qu'une inclinaison de l'axe de perçage dans le sens opposé à l'écoulement (I) a pour effet d'augmenter la pression alors qu'une inclinaison dans les cas (II) et (III) la réduit.

Les écarts entre la pression indiquée dans le cas $\alpha = 0$ et la pression dans le cas $\alpha \neq 0$ croissent avec l'angle d'inclinaison et avec le diamètre (figures 23 et 24).

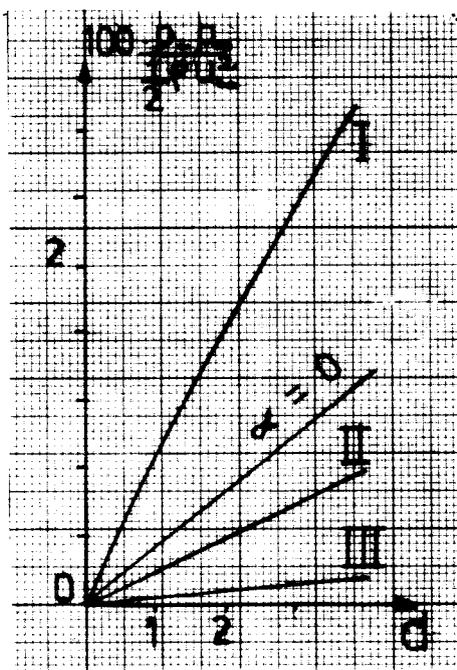


Figure 23

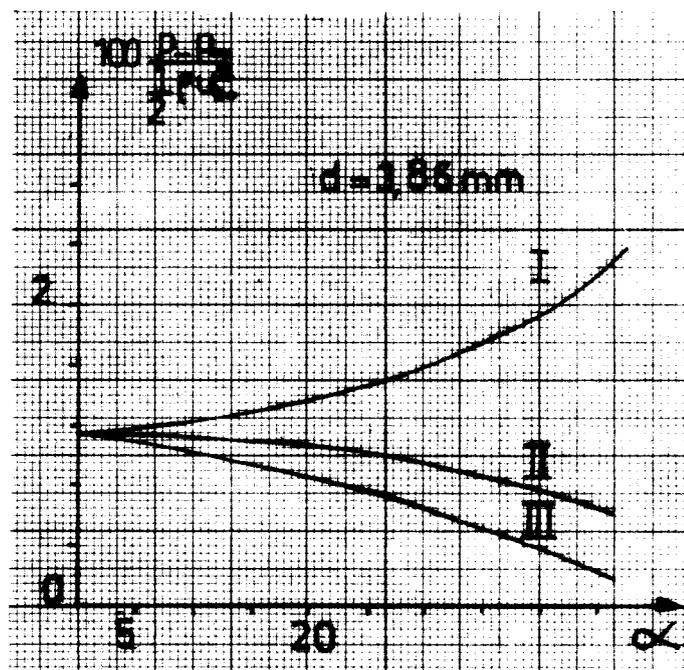


Figure 24

2) Expériences de Shaw (1.1.1. et 1.3.2.1.).

Shaw a repris les expériences de Myadzu en soufflerie et en multipliant le nombre de prises. Les diamètres des orifices sont inférieurs au cinquième de la couche limite. Les rapports h/d sont compris entre 0,5 et 6, la cavité arrière ayant un diamètre d'environ $2d$. L'écoulement dans le tuyau est turbulent. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 25.

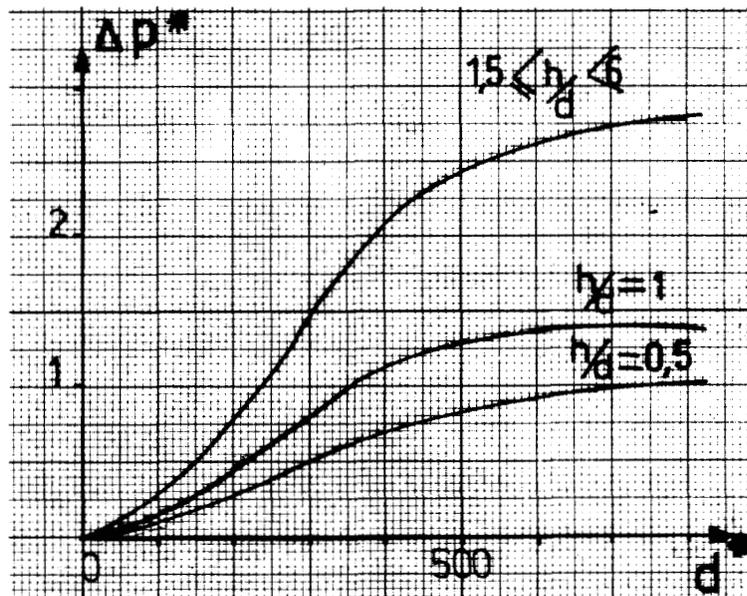


Figure 25

3) Expériences de Ray (1.1.1. et 1.3.2.1.).

Ray étudie l'influence de la profondeur et de la cavité arrière de prises percées dans la paroi d'un canal de section rectangulaire mesurant 71,1 mm sur 40,6 mm. Le diamètre des trous varie de 1 à 10 mm ; les rapports hauteur/diamètre sont compris entre 0,1 et 3. La prise de référence a un diamètre et une profondeur de 0,1 mm.

Ray utilise une solution de sucre dont il fait varier la concentration afin d'obtenir des viscosités cinématiques allant de $3 \cdot 10^{-5}$ à 10^{-4} m²/sec ; les vitesses moyennes dans le canal sont comprises entre 0,2 et 3,5 m/s ; l'écoulement est turbulent.

Ray présente ses résultats sous la forme non dimensionnelle :

$$\Delta p^* = C d^{*1/2}$$

où C est une constante qui ne dépend que de $\frac{h}{d}$.

Pour des valeurs de d^* comprises entre 1,7 et 32, le tableau suivant indique les valeurs du coefficient C pour différentes valeurs de h/d :

h/d	C
0,1	0,54
0,25	0,38
0,50	0,33
1	0,29
2	0,24
3	0,22

4) Travaux de Livesey, Jackson et Southern (1.3.2.2.).

Ces auteurs étudient les erreurs sur la pression relevée à l'aide de prises percées dans la paroi d'un tuyau parcouru par de l'air. Les prises ont un élargissement arrière de diamètre égal à $14d$.

L'effet de profondeur obtenu est différent de celui décrit par Shaw (figure 26). Les auteurs expliquent ces contradictions par les différences de qualité des bords des trous et par le procédé d'extrapolation utilisé. Ils insistent sur le fait qu'une simple poussière sur le bord d'un trou peut introduire une erreur significative sur la mesure de la pression.

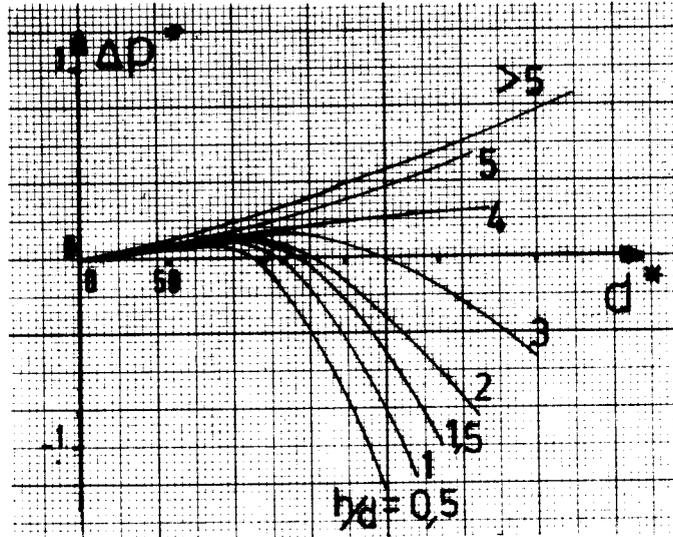


Figure 26

5) Technique de Franklin et Wallace (1.1.3.)

Ces auteurs notent qu'un perçage , même très soigné, provoque des aspérités (figure 27 a), qu'un ébarbage au papier de verre rabote les bords et les abaisse (figure 27 b) et qu'un polissage les arrondit (figure 27 c).

Pour éviter ces aspérités, ils développent alors la technique suivante : une cheville est introduite dans la prise avant la finition et chassée après celle-ci vers l'intérieur, laissant les bords vifs et sans bavure (figure 27 d).

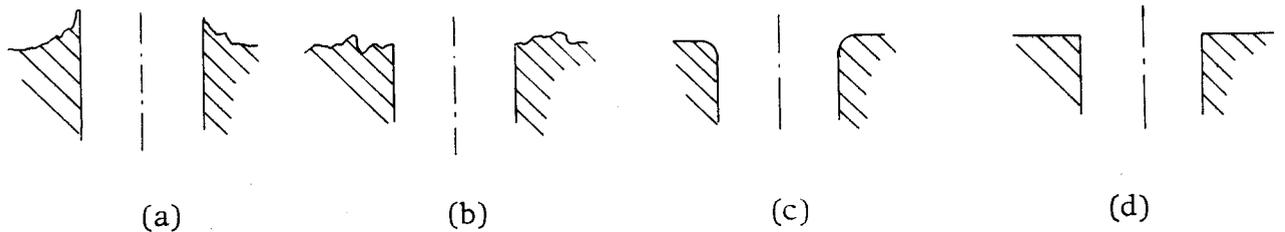


Figure 27

6) Résultats de Zogg et Thomann (1.1.3.)

Zogg et Thomann étudient les effets d'une protubérance. Ils utilisent un conduit de section rectangulaire (0,2 x 0,1 m). Le diamètre extérieur D

de la protubérance a pour valeurs successives 1 - 2 - 2,5 - 5 - 10 et 20 mm, le diamètre intérieur d étant tel que $d/D = 0,6$ (figure 28). La profondeur h est supérieure à $2d$. La valeur de la contrainte tangentielle τ_0 est mesurée à l'aide de la méthode de Preston.

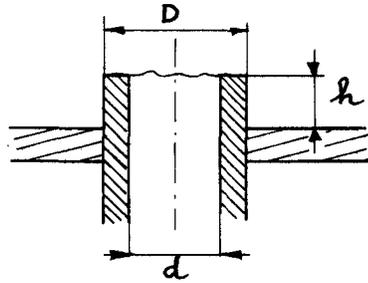


Figure 28

Δp_e étant la différence entre l'indication d'une prise de référence à bord vif et celle d'une prise comportant une protubérance, ils trouvent, pour $\frac{hu}{\tau} < 300$

$$\frac{\Delta p_e}{\rho} \left(\frac{h}{2v}\right)^2 = f\left(\frac{\tau_0}{\rho} \left(\frac{h}{2v}\right)^2, \frac{h}{D}\right).$$

Ils trouvent que, lorsque $\frac{hu}{\tau} < 10$, le rapport h/D semble sans influence notable ; seule la hauteur de la protubérance intervient (figure 29).

Pour des écoulements d'air de quelques dizaines de mètres/seconde, cela correspond à des protubérances de l'ordre du dixième de millimètre.

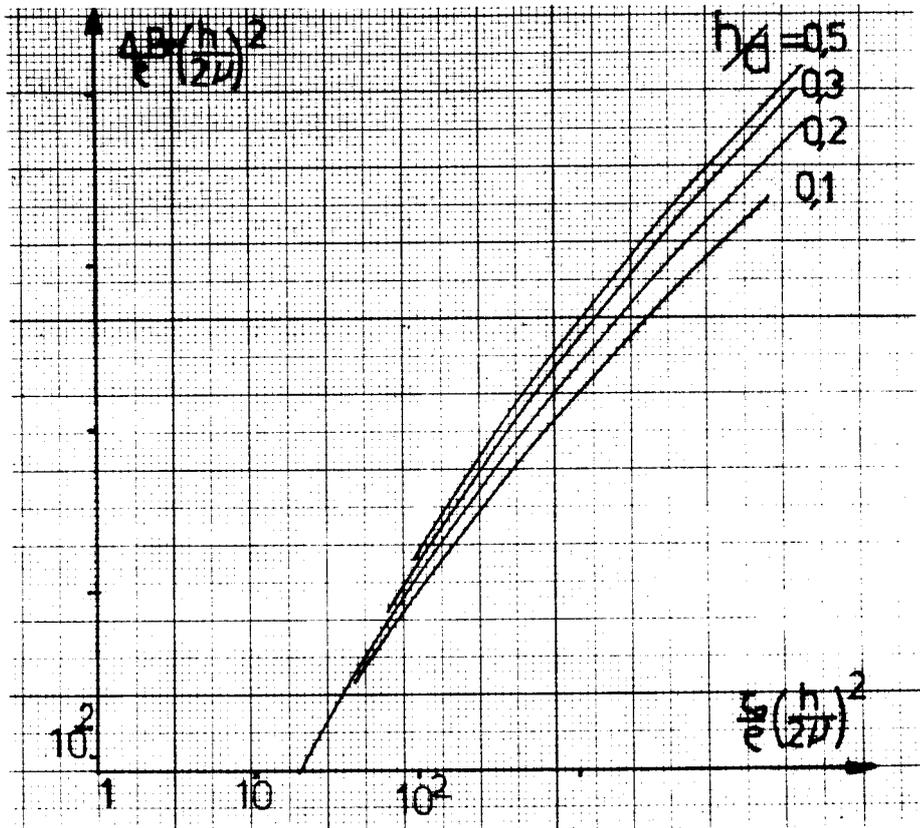


Figure 29

7) Résultats de Rayle (1.1.3.)

Rayle étudie les orifices chanfreinés et arrondis. L'essentiel de ses résultats est représenté sur la figure 30.

Le pourcentage indiqué représente le rapport de l'écart entre la pression mesurée par une prise et celle mesurée par une prise à bord vif de même diamètre à la pression cinétique calculée à l'aide de la vitesse de débit.

Il conclut que les orifices chanfreinés diminuent l'erreur et que les orifices à bord arrondi l'augmentent.

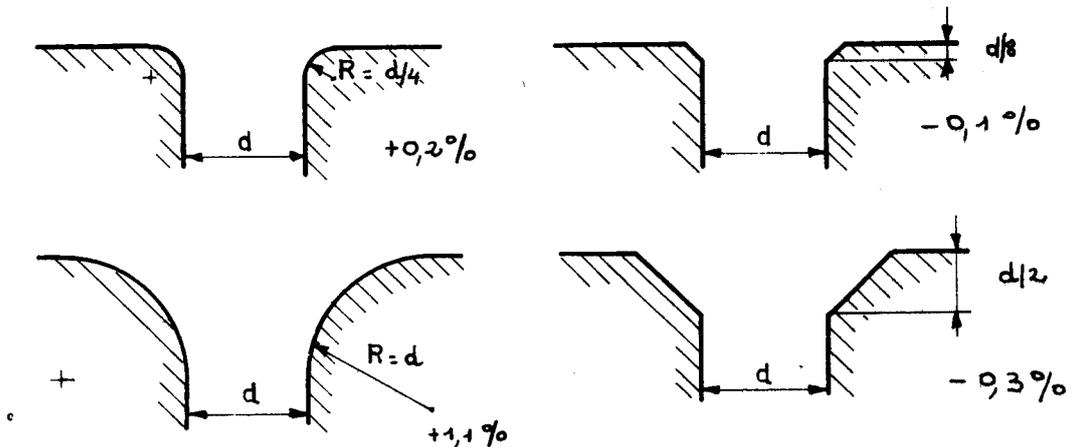


Figure 30

8) Travaux de Barat (1.2.).

Barat étudie l'influence d'une irrégularité sinusoïdale en écoulement plan (figure 31).

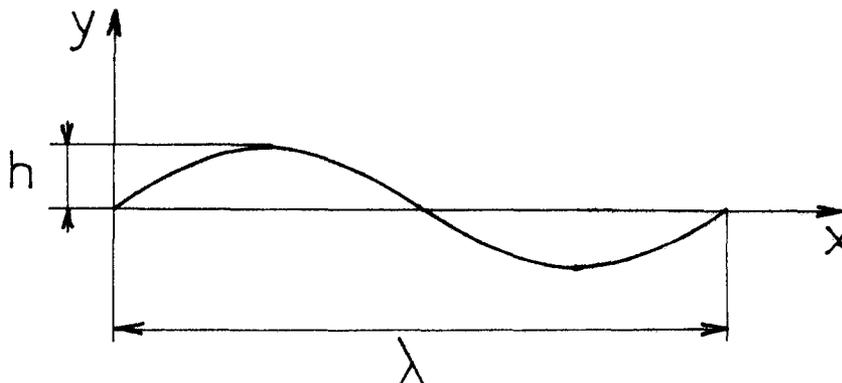


Figure 31

Un calcul classique, fait en supposant que la paroi sinusoïdale est indéfinie et que le fluide est idéal, montre que l'erreur maximale ΔK sur le coefficient de pression est égale en valeur absolue à $4\pi \frac{h}{\lambda}$.

Barat a fait quelques expériences avec $h = 1 \text{ mm}$ et $\lambda = 300 \text{ mm}$. Il a relevé des valeurs maximales de ΔK de l'ordre de 4 à 5 % alors que le calcul conduit à 6 %.

9) Travaux de Townes et Sabersky (1.3.1.).

Ces auteurs étudient l'influence des dimensions de rainures carrées, disposées perpendiculairement à l'écoulement.

k étant une dimension caractéristique de la rainure, ils introduisent

$$k^* = \frac{ku_{\tau}}{\nu}$$

Ils distinguent deux types d'écoulement suivant les valeurs de k^* :

a) $k^* < 150$:

L'écoulement au voisinage de la perturbation se modifie périodiquement et l'on distingue 4 phases (figure 32) :

- Les lignes de courant pénètrent à l'intérieur de la cavité [a₁] ;
- Un tourbillon s'installe dans la cavité [a₂] ;
- Ce tourbillon s'échappe en perturbant l'écoulement général [a₃] ;
- Ce phénomène diminue [a₄] .

En introduisant le nombre de Strouhal $S = \frac{kf}{u_\tau}$, les résultats montrent que l'on a $S = 0,0062 k^*$.

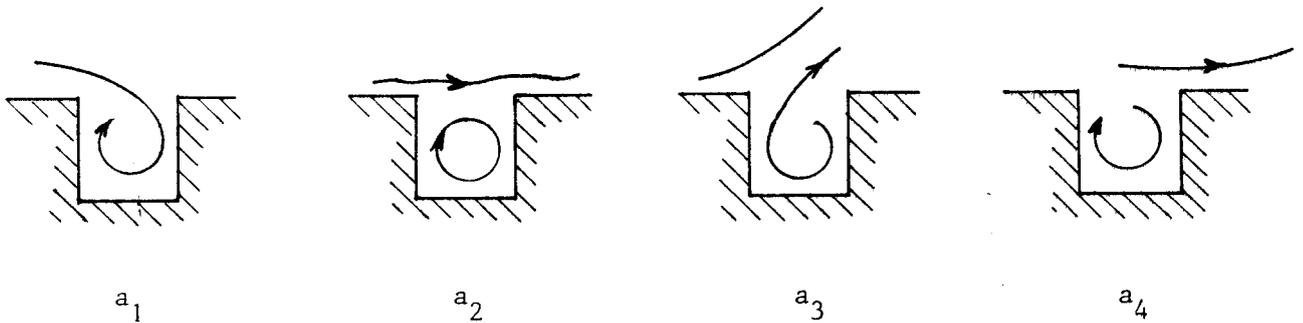


Figure 32

b) $k^* > 150$.

Un tourbillon relativement stable s'installe dans la cavité (figure 33) ; un échange d'énergie a lieu au niveau de la ligne de séparation qui semble pénétrer périodiquement dans la cavité [b₁ et b₂].

Townes et Sabersky obtiennent que S est indépendant de k^* et est voisin de 10.

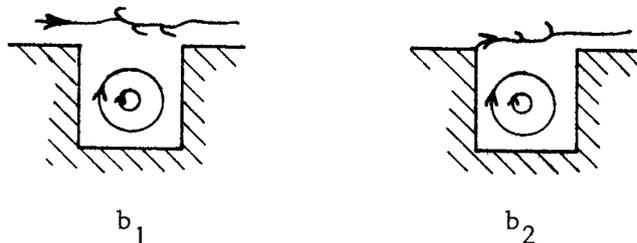


Figure 33

Notons une fois encore que l'écoulement réel au voisinage de la cavité n'est pas purement bi-dimensionnel et par conséquent la description précédente est une approximation.

10) Etude de Shaw (1.3.2.1.).

Nous complétons ici la description des travaux de Shaw par quelques indications sur ses formules de similitude.

Shaw suppose que l'erreur Δp dépend de ρ , de μ , des dimensions de l'orifice, de la cavité arrière, du diamètre D du tuyau et de la vitesse locale u .

En remarquant qu'à une distance y de la paroi égale au cinquième du diamètre du tuyau la vitesse u de l'écoulement turbulent est de la forme :

$$\frac{u}{\sqrt{\tau_o/\rho}} = g\left(\frac{y}{\nu} \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}\right),$$

Shaw obtient :

$$\Delta p = F(d, h, d_c, D, \tau_o, \rho, \mu).$$

En prenant ρ, μ, d pour grandeurs primaires, il vient :

$$\frac{\Delta p}{\tau_o} = f\left(\frac{d}{\nu} \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}, \frac{h}{d}, \frac{d_c}{d}, \frac{D}{d}\right).$$

Pour des trous géométriquement semblables, petits à l'égard de D et qui ne font pas intervenir le diamètre de la cavité arrière, on a :

$$\frac{\Delta p}{\tau_o} = f\left(\frac{d}{\nu} \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}\right).$$

En posant $\frac{\Delta p}{\tau_0} = \Delta p^*$ et $\frac{d}{v} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = d^*$,

on retrouve la forme $\Delta p^* = f(d^*)$ écrite dans le chapitre 1.

11) Expériences de Franklin et Wallace (1.3.2.2.).

Les prises de pression sont percées dans un cylindre de laiton inséré dans un orifice percé dans la paroi ; le surfaçage de la paroi est réalisé après cette opération.

Les diamètres des prises sont compris entre 0,5 et 6,4 mm et les rapports $\frac{h}{d}$ voisins de 15.

Les vitesses d'écoulement de l'air varient entre 15 et 150 m/s.

La pression dans la section d'essai est mesurée à l'aide de capteurs à membrane.

Soit p_0 la pression indiquée par la capsule,

p_r " " par la prise de référence, de diamètre d_r ,

p par la prise testée, de diamètre d .

On pose :

$$\delta p = (p_r + \Delta p_r) - (p + \Delta p)$$

$$\delta p_0 = (p_r + \Delta p_r) - p_0 = p_r + \Delta p_r - p.$$

L'erreur Δp introduite par la prise est :

$$\Delta p = \delta p_0 - \delta p.$$

On a alors :

$$\Delta p = f_1(\rho, v, \tau_0, d_r) - f_1(\rho, v, \tau_0, d)$$

soit :
$$\Delta p = f_2(\rho, v, \tau_0, d_r, d).$$

Sous forme réduite, on obtient :

$$\frac{\Delta p}{\tau_0} = f_3 \left(u_\tau \frac{d_r}{v}, \frac{d}{d_r} \right)$$

Cette représentation ne convient pas, car on n'obtient pas une courbe unique.

Franklin et Wallace constate qu'en utilisant la représentation suivante :

$$\Delta p \frac{d_r^2}{\rho v^2} = f_4 \left(\tau_0 \frac{d_r^2}{\rho v^2}, \frac{d}{d_r} \right),$$

l'éparpillement est éliminé (figure 34)

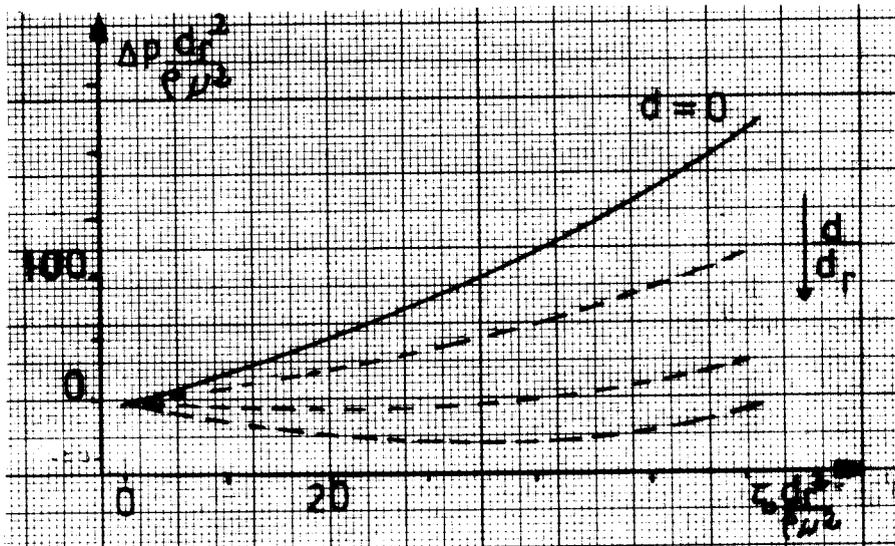


Figure 34

12) Expériences de Morrisson, Sheppard et Williams (2.2.).

Morrisson utilise un nombre de Reynolds, formé avec le diamètre de l'hémisphère, de $6,1 \cdot 10^5$ et des nombres de Mach variant de 1,6 à 2,8.

Williams effectue ses travaux à des nombres de Reynolds de 1,7 à $8,6 \cdot 10^4$ et à un nombre de Mach de 7,1.

L'épaisseur de déplacement de la couche limite était petite, égale à environ 10^{-3} fois le diamètre à des nombres de Mach bas et $3 \cdot 10^{-3}$ fois à $M = 7,1$. La contrainte τ_0 était en général égale à $10^{-3} p_0$ où p_0 est la pression mesurée au pitot statique.

13) Travaux de Pugh, Peto et Ward (2.3.).

Le modèle utilisé est un cône surmonté d'un hémisphère de 6,6 mm de diamètre.

Le diamètre du trou est fixé à 0,51 mm, la hauteur du trou est égale à 10 d. Les essais en supersonique sont menés à un nombre de Mach de 3,05.

14) Travaux de Defecques et Fréhaut (2.4.).

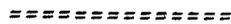
Les prises percées dans le cylindre ont pour diamètre approximatif 0,17 ; 0,20 ; 0,30 ; 0,40 et 0,50 mm. La différence $p_0 - p$ entre la pression génératrice et la pression indiquée par une prise est mesurée à l'aide d'un manomètre en U ; le liquide manométrique est du bromoforme coloré par du bleu de méthylène.

Defecques et Fréhaut mesurent pour chaque incidence p_a , $p_a - p_0$ et $p_a - p_\infty$, p_a étant la pression atmosphérique et p_∞ la pression à l'infini amont ; de là, p_0 et p_∞ . p_0 servait ensuite de référence pour la mesure des pressions sur le cylindre.

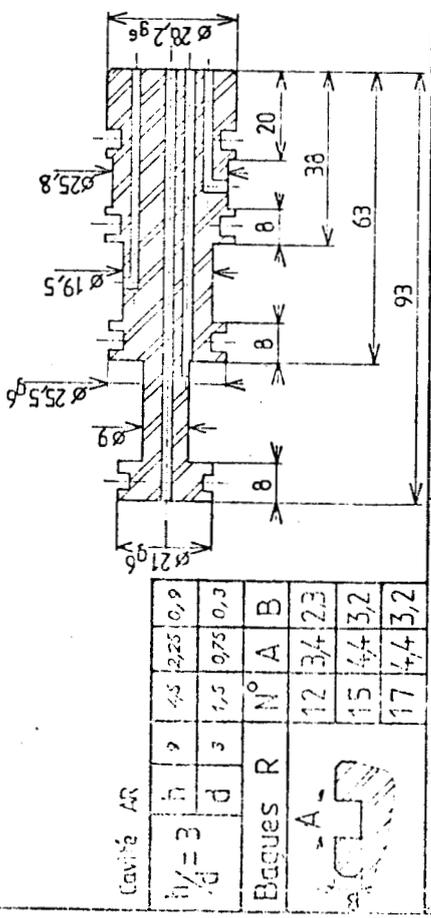
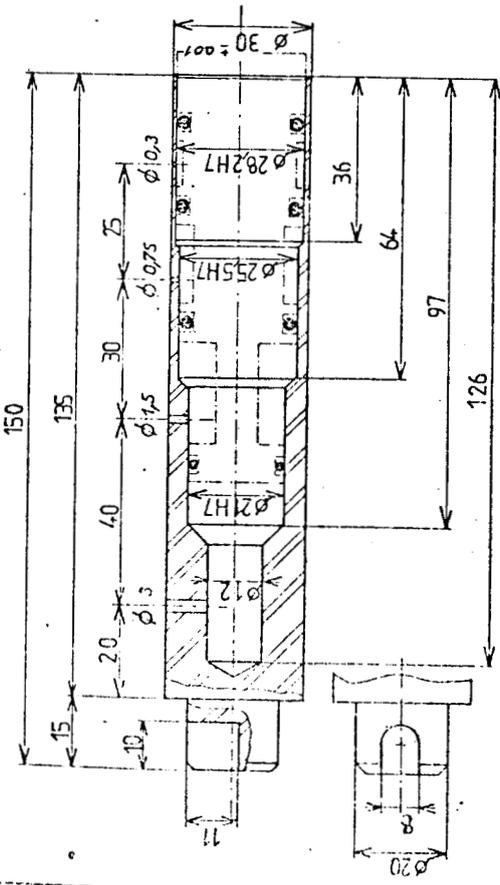
Defecques et Fréhaut pouvaient alors en déduire $K = \frac{2(p - p_\infty)}{\gamma p_\infty M_\infty^2}$ pour chaque incidence.

Ils signalent quelques imperfections des bords qui, du fait de la valeur relativement petite des diamètres, ont pu avoir des conséquences importantes sur l'erreur. Etant donné les conditions expérimentales difficiles, les résultats sont peu précis.

A N N E X E B

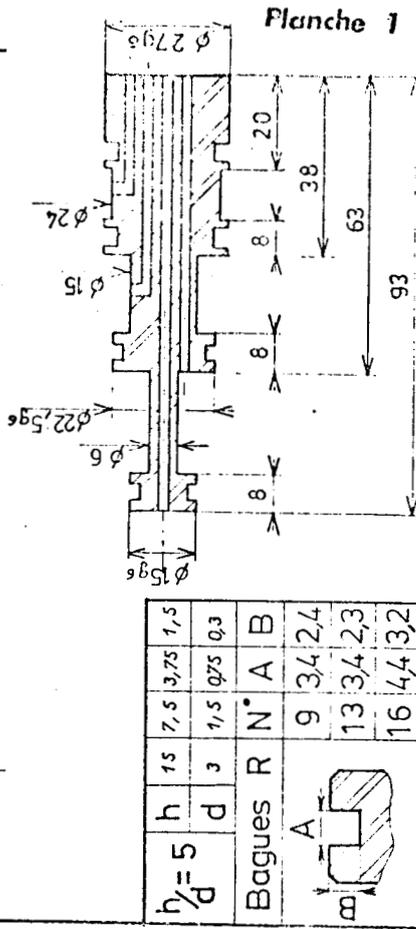
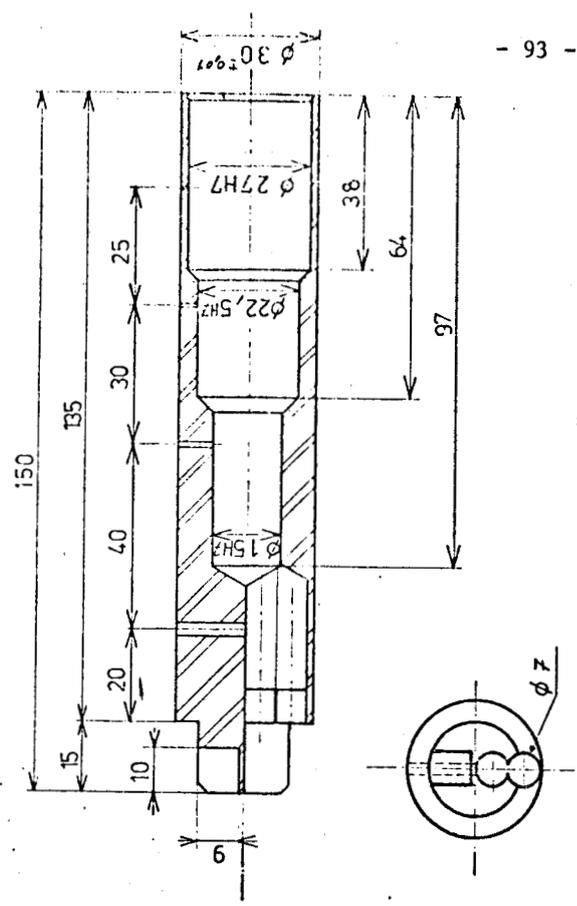


DESSINS DES CYLINDRES, VALEURS NUMERIQUES
ET COURBES



P/h	1/5	2/5	10,9
h	9	15	12,3
d	3	1,5	0,3
Bagues R N°	A	B	
	12	3/4	2,3
	15	4/4	3,2
	17	4/4	3,2

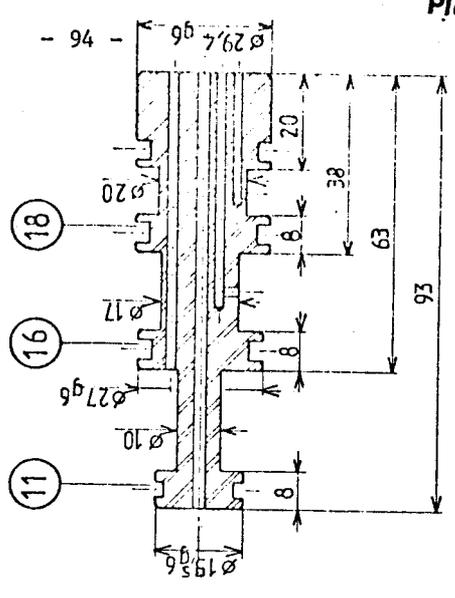
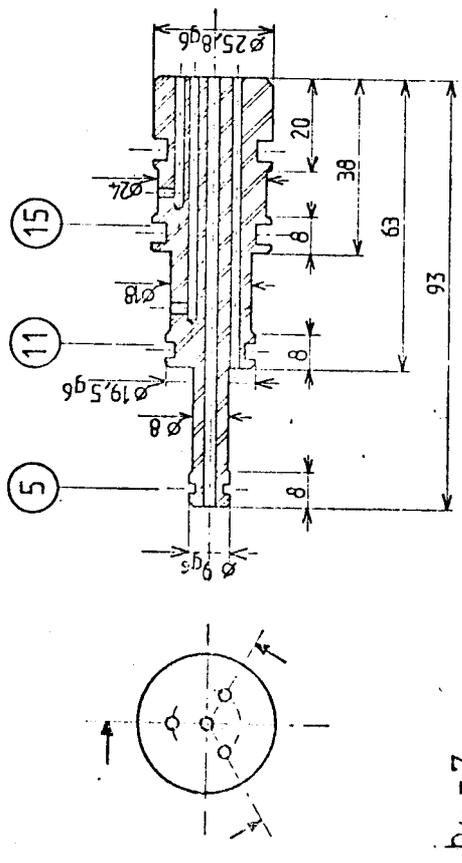
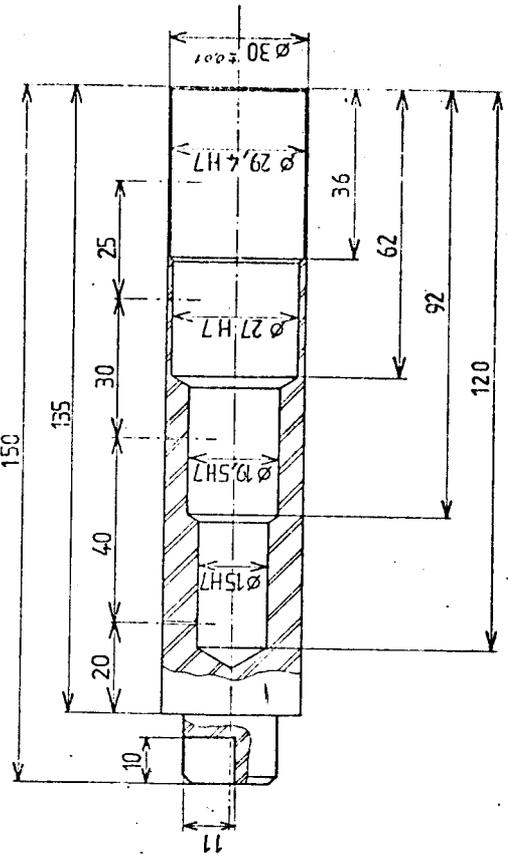
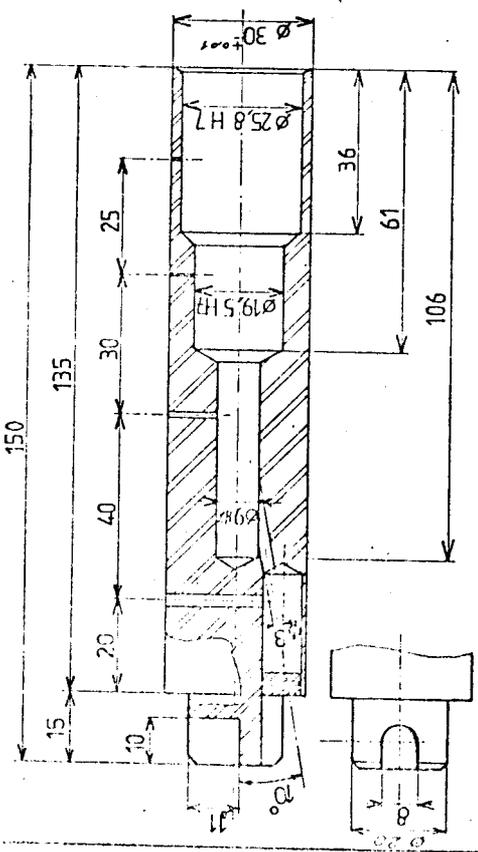
Matière : AU4G
 Echelle : 1
 U.E.R. de Mathématiques
 C.L.
 Date : 10-11-75
 M3



P/h	5	7,5	3,75	1,5
h	15	7,5	3,75	1,5
d	3	1,5	0,75	0,3
Bagues R N°	A	B		
	9	3/4	2,4	
	13	3/4	2,3	
	16	4/4	3,2	

Matière : AU4G
 Echelle : 1
 UER de Mathématiques
 C.L.
 Date : 1.4.76
 M3





$h/d = 7$

Bagues R	N°	A	B
	5	25	155
	11	34	23
	15	44	32
	16	44	32
18	44	32	

∅ des prises de pression
 cylindre 3 : ∅ 3 - ∅ 15 - ∅ 0,75 - ∅ 0,3
 cylindre 4 : ∅ 0,8

Planche 2

h/d variable
 $d = 0,8$

Matière : AU4G	Echelle : 1	U.E.R.
D.E.A. de Mathématiques		S.C.E. Mécanique M3
dessin par : C.L. Date : 11.2.75.		



INFLUENCE de d/D

CYLINDRE n° 1 - h/d compris entre 2,7 et 2,9

θ degré	K_1	K_2	K_3	K_4
0	1,005	1,003	1,003	0,989
3	0,993	0,993	0,995	0,979
5	0,982	0,982	0,985	0,974
10	0,902	0,910	0,919	0,919
15	0,787	0,796	0,810	0,825
20	0,615	0,632	0,650	0,682
25	0,429	0,448	0,471	0,513
30	0,199	0,218	0,245	0,304
35	- 0,063	- 0,042	- 0,014	0,053
40	- 0,310	- 0,293	- 0,265	- 0,195
45	- 0,564	- 0,545	- 0,518	- 0,445
50	- 0,816	- 0,789	- 0,762	- 0,694
55	- 1,026	- 1,012	- 0,985	- 0,938
60	- 1,182	- 1,172	- 1,144	- 1,104
65	- 1,275	- 1,276	- 1,260	- 1,242
70	- 1,324	- 1,330	- 1,320	- 1,351
75	- 1,268	- 1,277	- 1,280	- 1,398
80	- 1,195	- 1,204	- 1,212	- 1,279
85	- 1,140	- 1,141	- 1,136	- 1,144
90	- 1,061	- 1,042	- 1,021	- 0,978
95	- 1,047	- 1,037	- 1,014	- 0,976
100	- 1,051	- 1,037	- 1,014	- 0,982
105	- 1,069	- 1,049	- 1,026	- 0,995
110	- 1,073	- 1,059	- 1,036	- 1,007
115	- 1,082	- 1,068	- 1,042	- 1,017
120	- 1,091	- 1,080	- 1,055	- 1,026
125	- 1,104	- 1,092	- 1,065	- 1,035
130	- 1,113	- 1,100	- 1,076	- 1,040
135	- 1,122	- 1,105	- 1,081	- 1,043
140	- 1,133	- 1,119	- 1,092	- 1,052
145	- 1,146	- 1,129	- 1,102	- 1,060
150	- 1,190	- 1,175	- 1,151	- 1,108
155	- 1,202	- 1,188	- 1,164	- 1,122
160	- 1,225	- 1,216	- 1,199	- 1,171
165	- 1,263	- 1,260	- 1,249	- 1,216
170	- 1,281	- 1,276	- 1,264	- 1,237
175	- 1,287	- 1,283	- 1,271	- 1,247
180	- 1,291	- 1,289	- 1,275	- 1,256



INFLUENCE de d/D

CYLINDRE n° 2 - h/d compris entre 4,7 et 4,9

θ degré	K_1	K_2	K_3	K_4
0	1,006	1,004	1,004	0,995
3	0,997	0,998	0,999	0,990
5	0,981	0,984	0,988	0,980
10	0,909	0,918	0,928	0,930
15	0,792	0,808	0,822	0,839
20	0,627	0,650	0,667	0,692
25	0,434	0,460	0,481	0,516
30	0,205	0,237	0,260	0,306
35	- 0,052	- 0,018	0,005	0,061
40	- 0,308	- 0,275	- 0,248	- 0,187
45	- 0,564	- 0,523	- 0,504	- 0,447
50	- 0,805	- 0,772	- 0,744	- 0,703
55	- 1,019	- 0,989	- 0,968	- 0,938
60	- 1,177	- 1,147	- 1,137	- 1,129
65	- 1,277	- 1,259	- 1,244	- 1,243
70	- 1,318	- 1,307	- 1,302	- 1,391
75	- 1,258	- 1,264	- 1,268	- 1,409
80	- 1,186	- 1,194	- 1,211	- 1,260
85	- 1,135	- 1,136	- 1,130	- 1,148
90	- 1,055	- 1,039	- 1,012	- 0,975
95	- 1,048	- 1,026	- 1,004	- 0,971
100	- 1,050	- 1,030	- 1,004	- 0,971
105	- 1,058	- 1,040	- 1,017	- 0,984
110	- 1,069	- 1,050	- 1,026	- 0,993
115	- 1,079	- 1,058	- 1,035	- 0,999
120	- 1,089	- 1,070	- 1,046	- 1,009
125	- 1,101	- 1,081	- 1,057	- 1,020
130	- 1,111	- 1,090	- 1,064	- 1,028
135	- 1,121	- 1,098	- 1,071	- 1,034
140	- 1,132	- 1,107	- 1,080	- 1,038
145	- 1,145	- 1,118	- 1,088	- 1,045
150	- 1,182	- 1,156	- 1,131	- 1,088
155	- 1,200	- 1,177	- 1,153	- 1,111
160	- 1,224	- 1,206	- 1,191	- 1,154
165	- 1,262	- 1,254	- 1,243	- 1,212
170	- 1,281	- 1,271	- 1,261	- 1,232
175	- 1,286	- 1,279	- 1,266	- 1,246
180	- 1,290	- 1,282	- 1,270	- 1,250



INFLUENCE de d/D

CYLINDRE n° 3 - h/d compris entre 6,8 et 6,9

θ degré	K_1	K_2	K_3	K_4
0	1,005	1,004	1,003	0,991
3	0,992	0,995	0,995	0,983
5	0,980	0,983	0,986	0,978
10	0,912	0,919	0,926	0,933
15	0,793	0,807	0,819	0,838
20	0,625	0,650	0,665	0,702
25	0,441	0,464	0,491	0,530
30	0,209	0,243	0,260	0,322
35	- 0,046	- 0,012	0,011	0,075
40	- 0,299	- 0,255	- 0,239	- 0,161
45	- 0,554	- 0,506	- 0,489	- 0,414
50	- 0,798	- 0,758	- 0,739	- 0,665
55	- 1,001	- 0,971	- 0,959	- 0,893
60	- 1,157	- 1,124	- 1,122	- 1,082
65	- 1,271	- 1,246	- 1,256	- 1,249
70	- 1,300	- 1,283	- 1,305	- 1,373
75	- 1,250	- 1,253	- 1,278	- 1,437
80	- 1,188	- 1,188	- 1,199	- 1,406
85	- 1,129	- 1,124	- 1,122	- 1,171
90	- 1,048	- 1,027	- 1,007	- 1,005
95	- 1,037	- 1,009	- 0,987	- 0,965
100	- 1,042	- 1,011	- 0,992	- 0,970
105	- 1,050	- 1,025	- 1,006	- 0,981
110	- 1,058	- 1,034	- 1,016	- 0,989
115	- 1,069	- 1,045	- 1,027	- 0,999
120	- 1,079	- 1,055	- 1,036	- 1,012
125	- 1,092	- 1,066	- 1,048	- 1,020
130	- 1,104	- 1,077	- 1,058	- 1,028
135	- 1,114	- 1,085	- 1,066	- 1,036
140	- 1,125	- 1,095	- 1,074	- 1,042
145	- 1,134	- 1,103	- 1,083	- 1,047
150	- 1,180	- 1,149	- 1,130	- 1,091
155	- 1,187	- 1,158	- 1,141	- 1,106
160	- 1,210	- 1,197	- 1,188	- 1,163
165	- 1,256	- 1,248	- 1,243	- 1,226
170	- 1,273	- 1,267	- 1,262	- 1,251
175	- 1,273	- 1,268	- 1,262	- 1,246
180	- 1,279	- 1,272	- 1,268	- 1,249



INFLUENCE de h/d

CYLINDRE n° 4 - $d = 0,80$ mm.

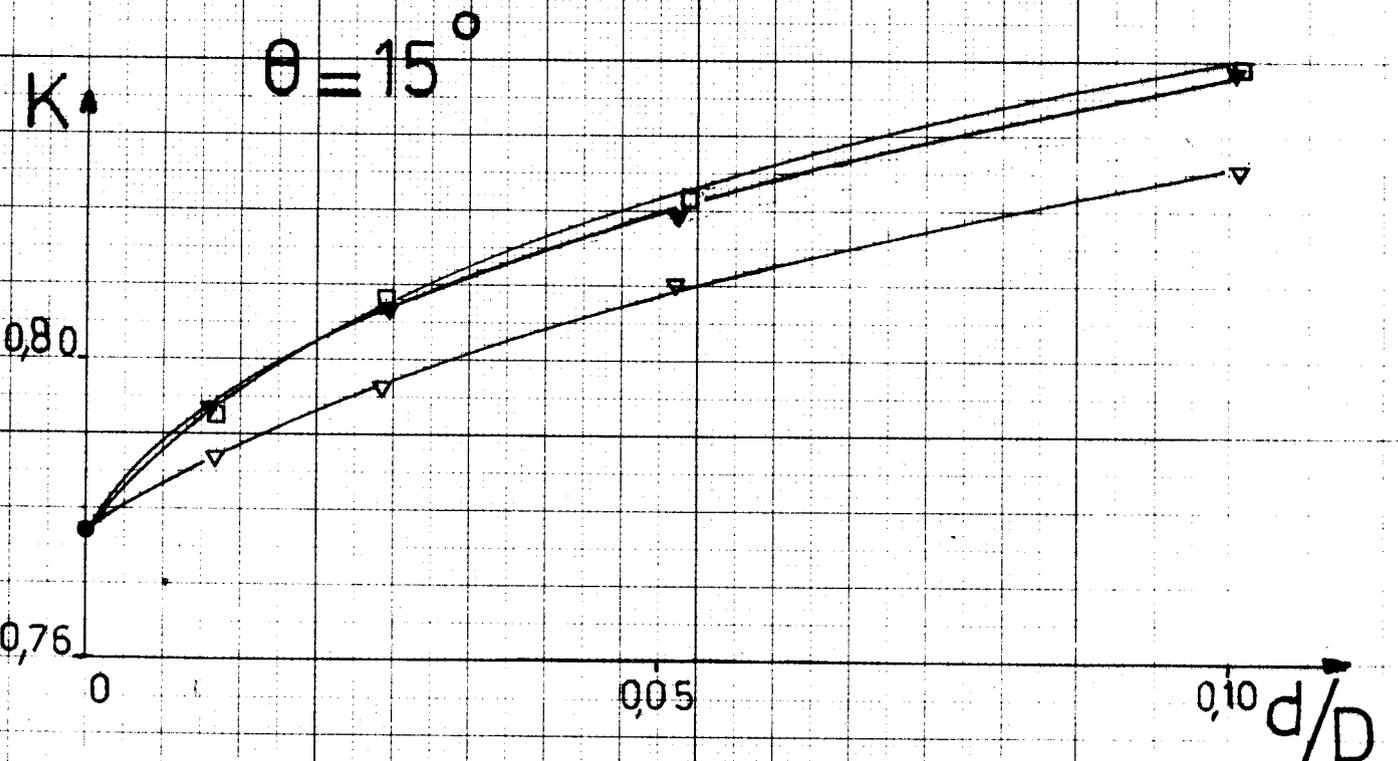
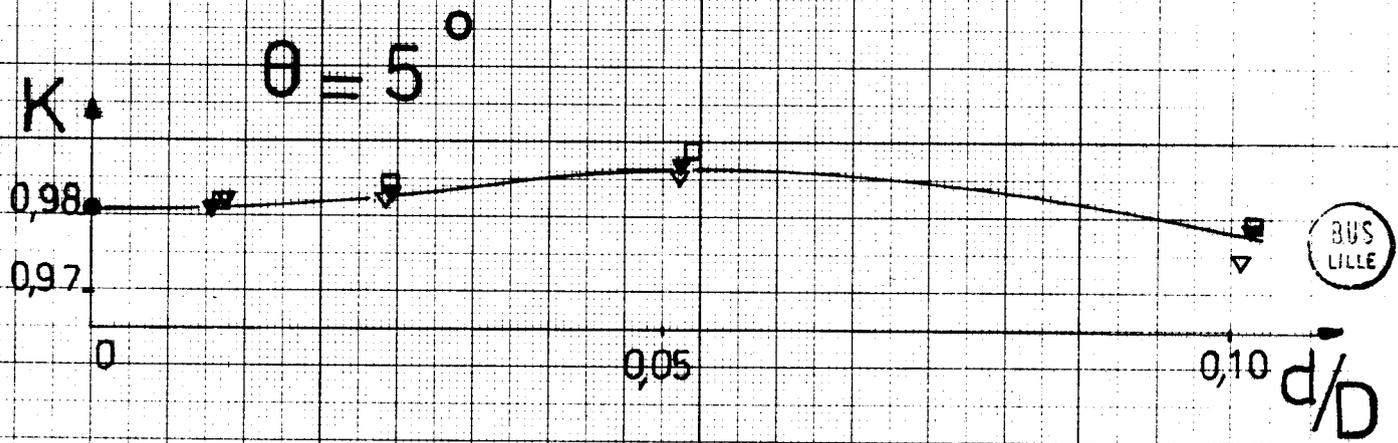
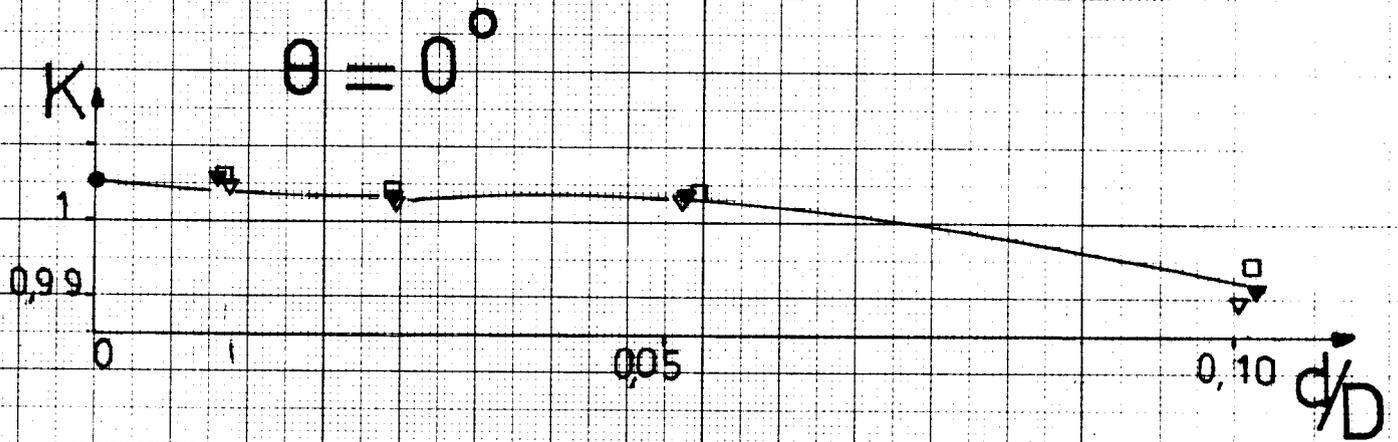
θ degré	K_1	K_2	K_3	K_4
0	0,991	1,001	0,997	1,001
3	0,979	0,994	0,989	0,995
5	0,970	0,984	0,978	0,985
10	0,902	0,919	0,907	0,913
15	0,791	0,810	0,788	0,798
20	0,638	0,655	0,626	0,636
25	0,449	0,469	0,425	0,436
30	0,233	0,248	0,195	0,207
35	- 0,010	- 0,008	- 0,058	- 0,049
40	- 0,258	- 0,250	- 0,316	- 0,307
45	- 0,500	- 0,500	- 0,566	- 0,559
50	- 0,754	- 0,755	- 0,829	- 0,826
55	- 0,975	- 0,978	- 1,053	- 1,055
60	- 1,120	- 1,124	- 1,198	- 1,209
65	- 1,235	- 1,239	- 1,307	- 1,327
70	- 1,283	- 1,287	- 1,343	- 1,372
75	- 1,257	- 1,261	- 1,298	- 1,330
80	- 1,185	- 1,195	- 1,215	- 1,236
85	- 1,126	- 1,130	- 1,153	- 1,166
90	- 0,982	- 1,018	- 1,051	- 1,070
95	- 0,974	- 1,008	- 1,041	- 1,059
100	- 0,975	- 1,009	- 1,040	- 1,059
105	- 0,989	- 1,023	- 1,054	- 1,073
110	- 1,005	- 1,036	- 1,067	- 1,084
115	- 1,008	- 1,043	- 1,074	- 1,095
120	- 1,017	- 1,052	- 1,085	- 1,103
125	- 1,028	- 1,063	- 1,096	- 1,115
130	- 1,036	- 1,074	- 1,108	- 1,127
135	- 1,041	- 1,079	- 1,112	- 1,133
140	- 1,051	- 1,091	- 1,128	- 1,152
145	- 1,054	- 1,098	- 1,136	- 1,161
150	- 1,104	- 1,148	- 1,185	- 1,208
155	- 1,108	- 1,153	- 1,190	- 1,213
160	- 1,135	- 1,191	- 1,220	- 1,236
165	- 1,227	- 1,249	- 1,263	- 1,273
170	- 1,250	- 1,266	- 1,279	- 1,293
175	- 1,263	- 1,275	- 1,288	- 1,301
180	- 1,264	- 1,277	- 1,289	- 1,303



$K = f(d/D)$ Planche 7

Extrapolation

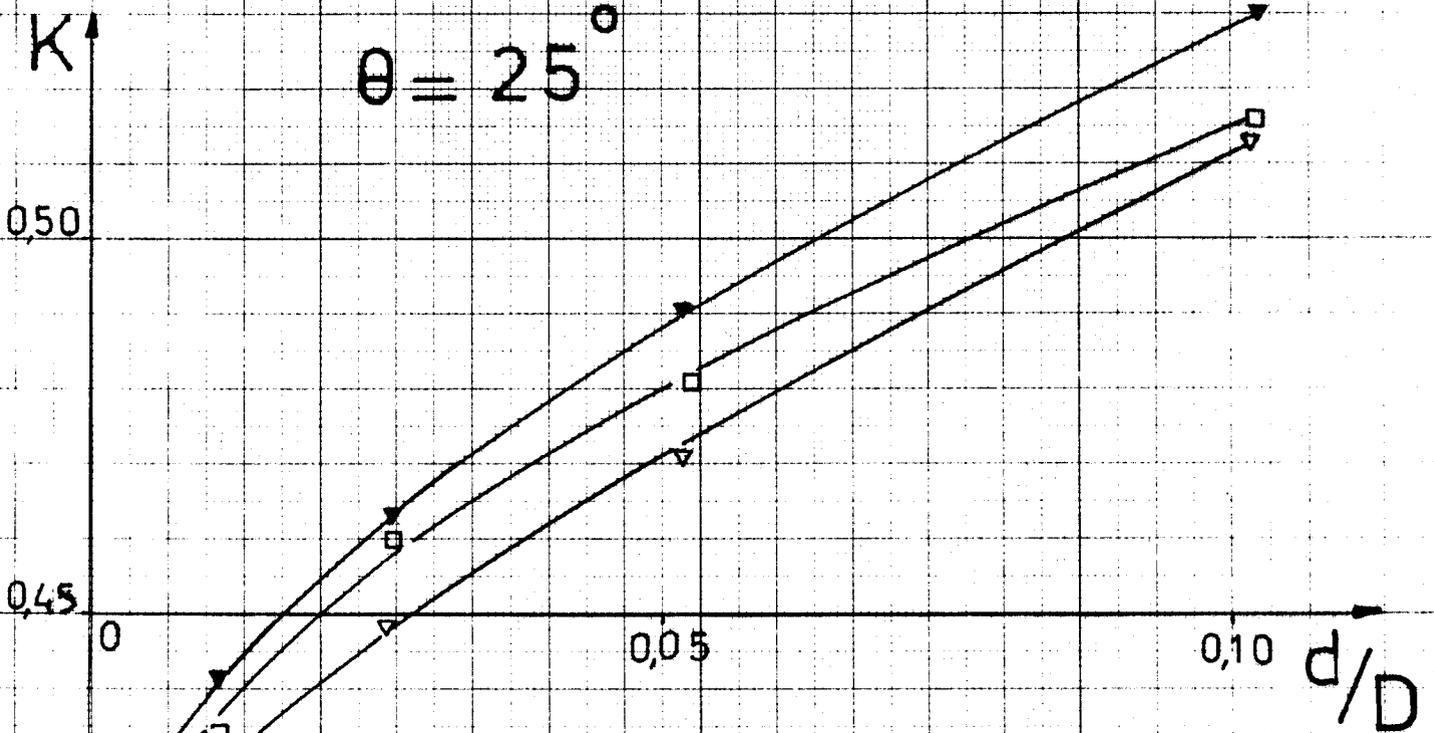
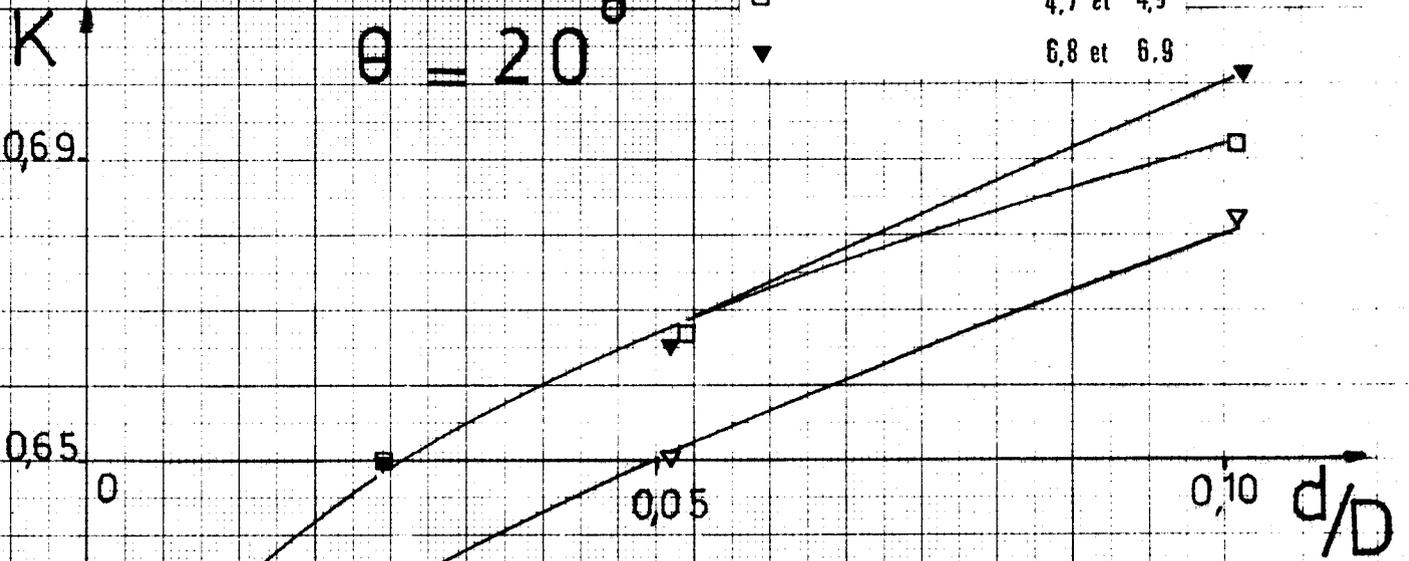
- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9



$K = f(d/D)$ Planche 8

Extrapolation

- ▽ l/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9

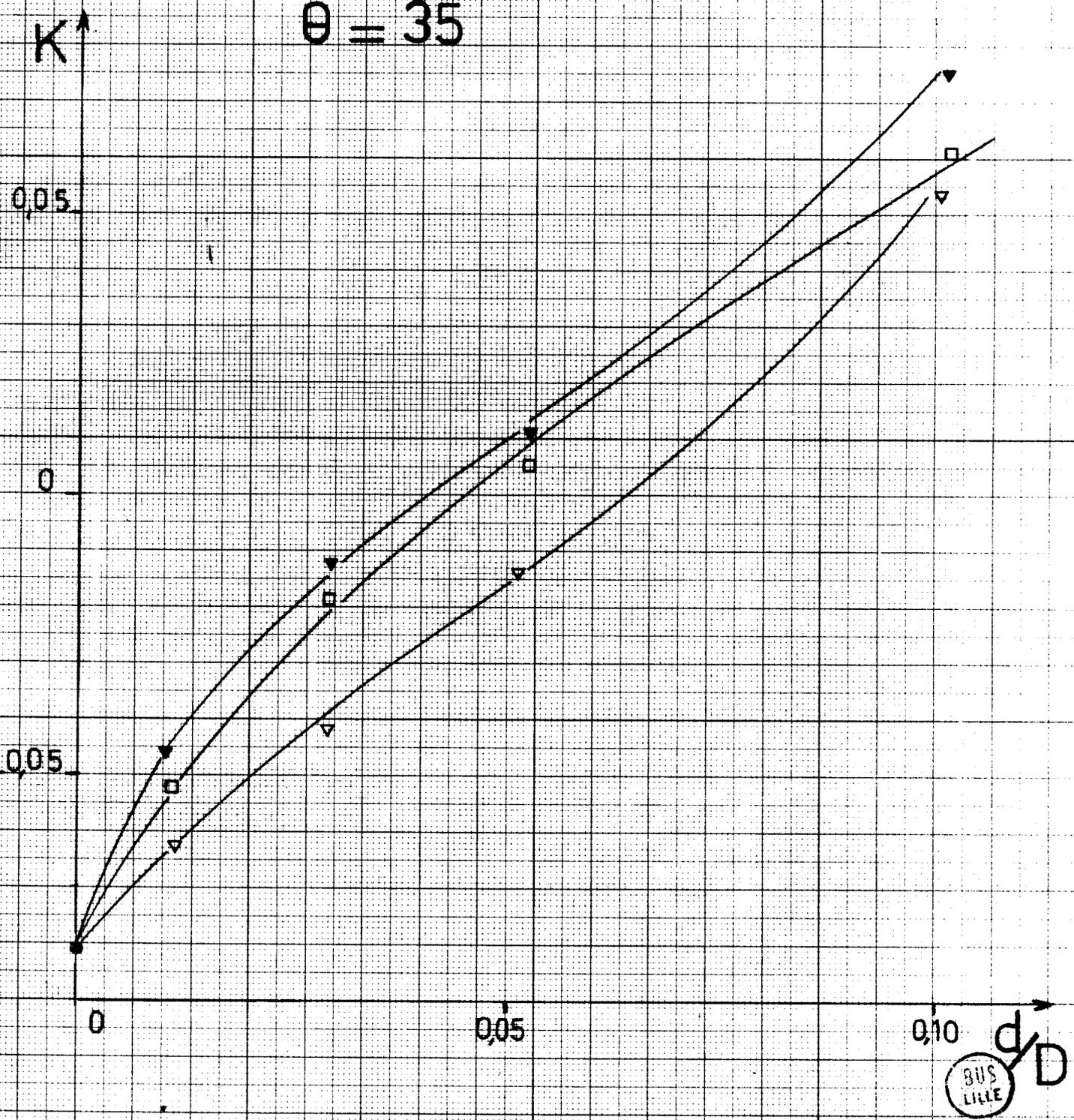


$$K = f(d/D)$$

Extrapolation

- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9

$\theta = 35^\circ$



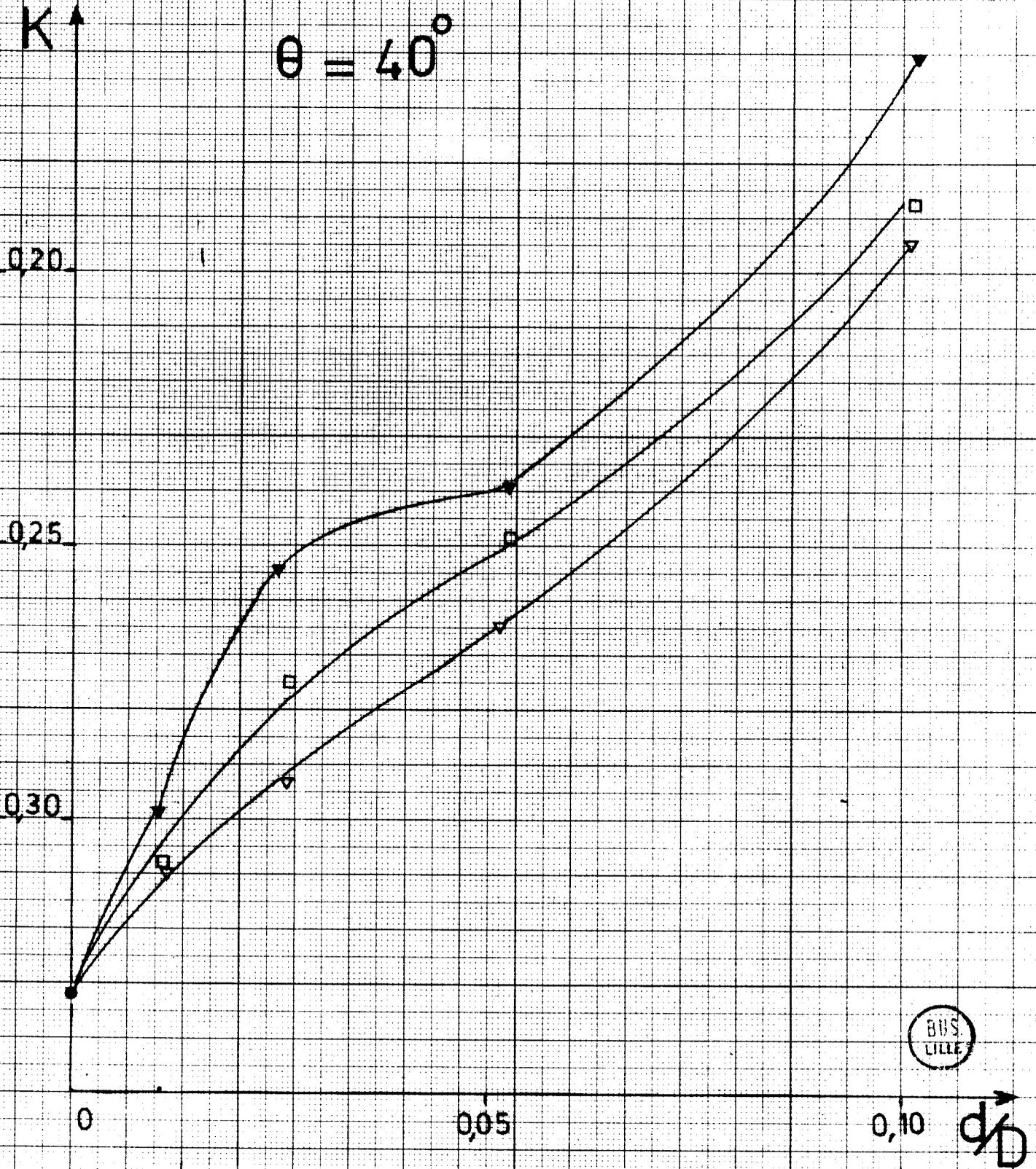
BUS LILLE

$$K = f(d/D)$$

Extrapolation

- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9

$\theta = 40^\circ$

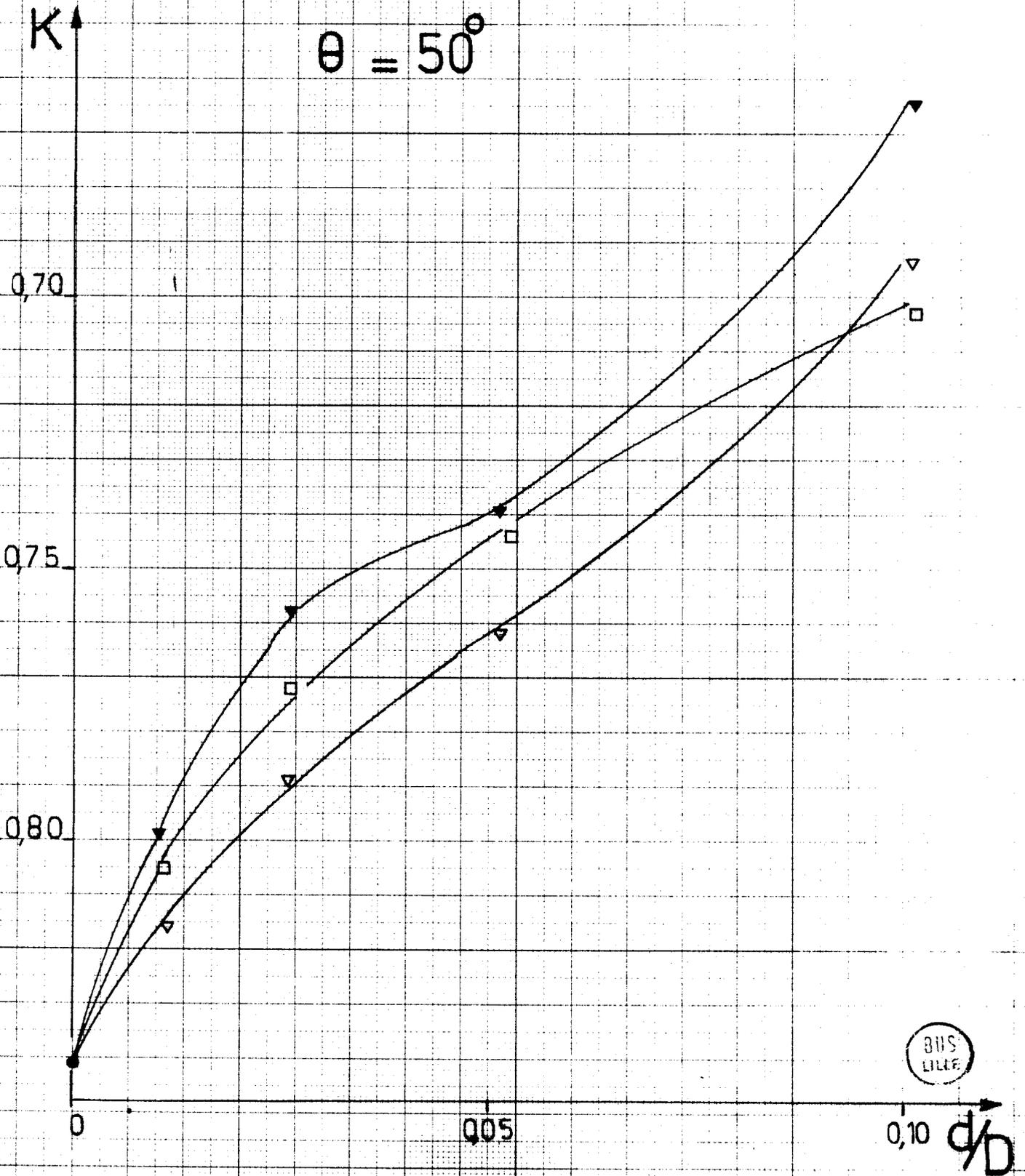


$K = f(d/D)$ Planche 11

Extrapolation

- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9

$\theta = 50^\circ$

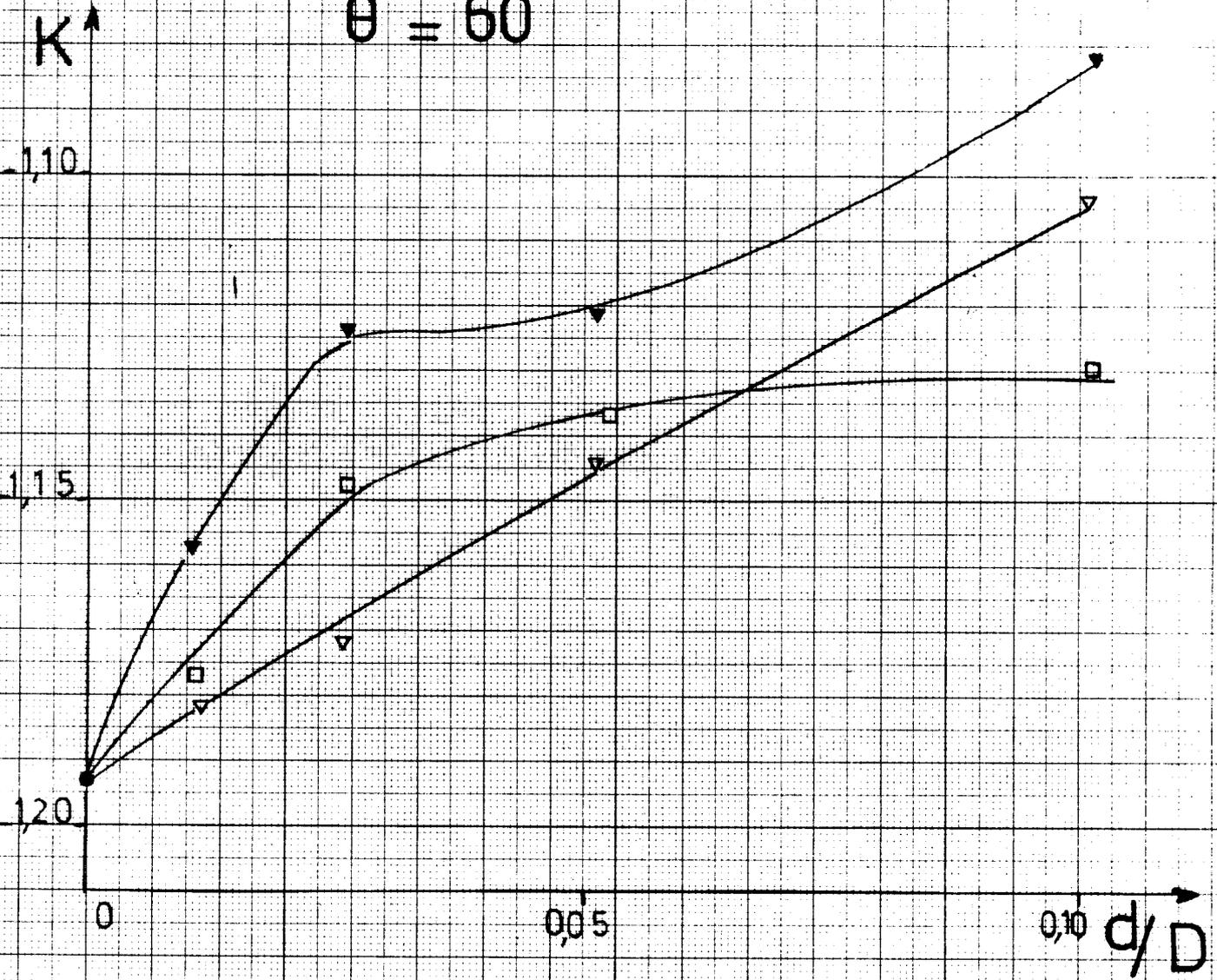


$$K = f(d/D)$$

Extrapolation

- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9

$\theta = 60^\circ$

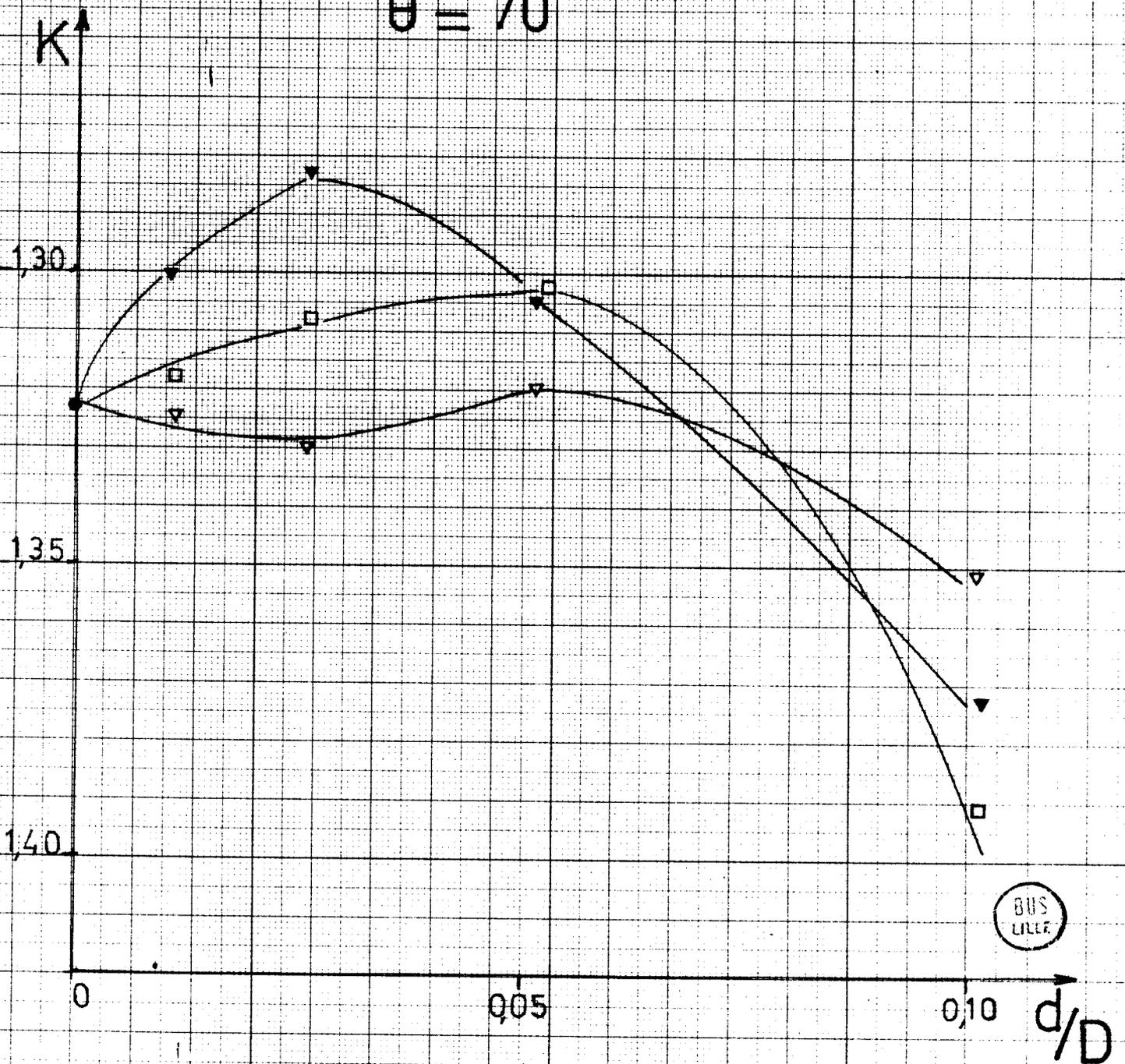


$$K = f(d/D)$$

Extrapolation

- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9

$\theta = 70^\circ$

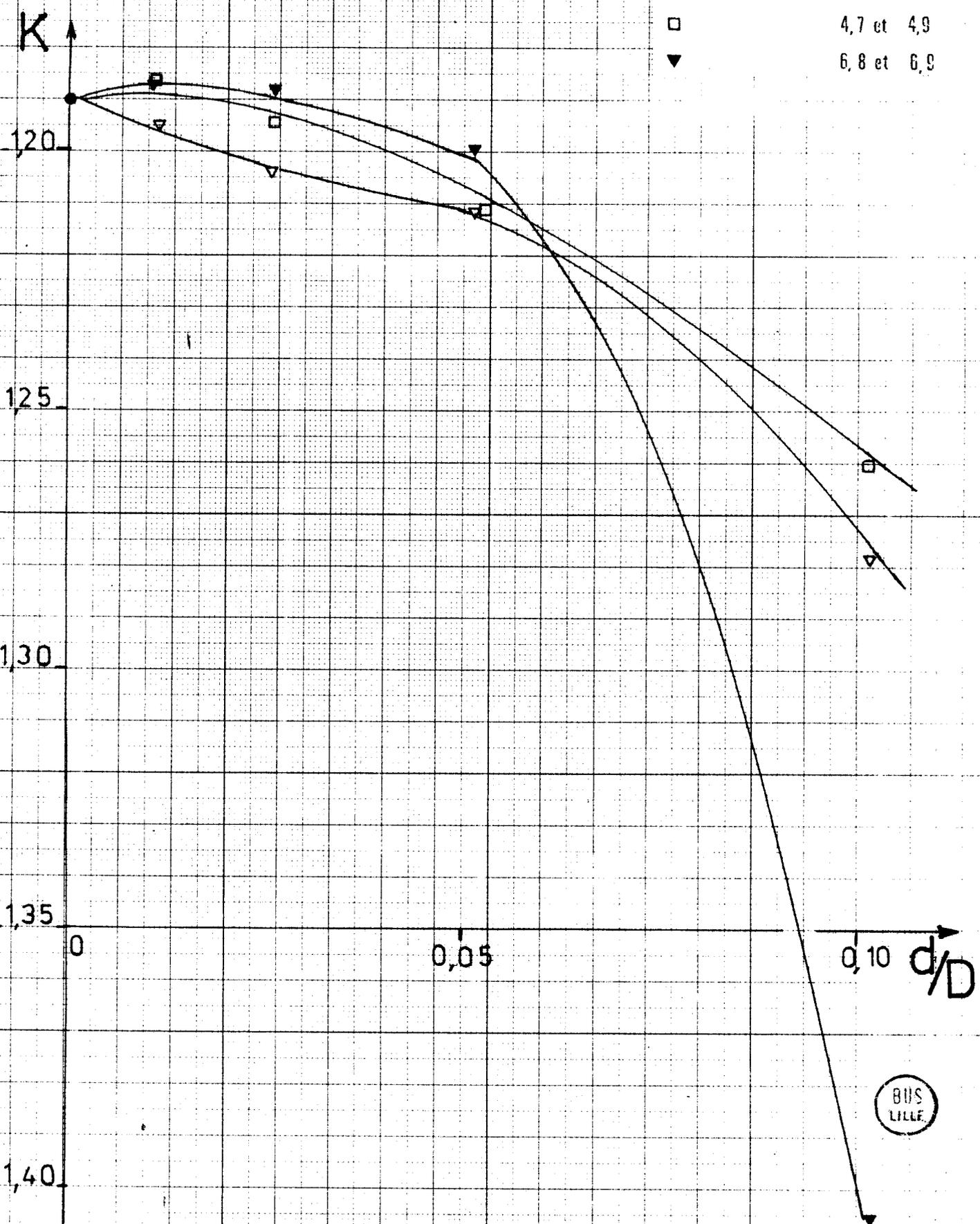


$$K = f(d/D)$$

Extrapolation

- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9

$\theta = 80^\circ$



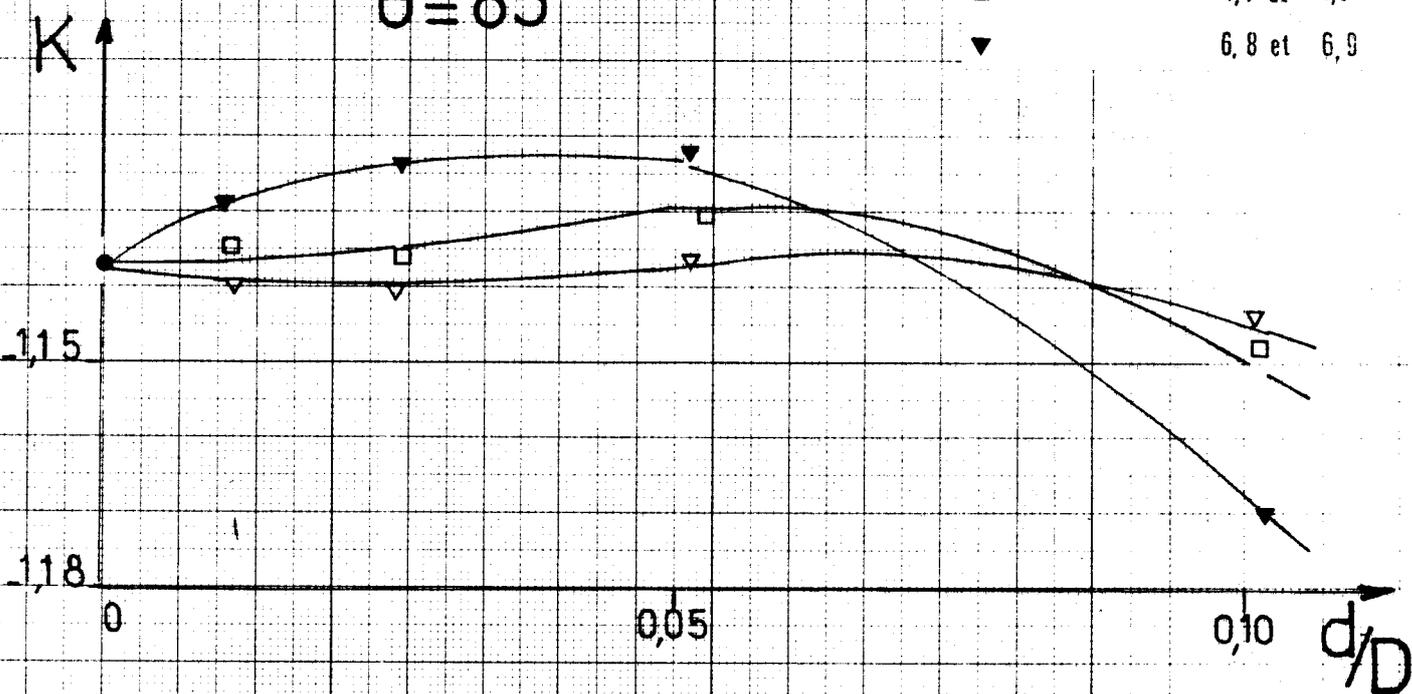
BUS
LILLE

$$K = f(d/D)$$

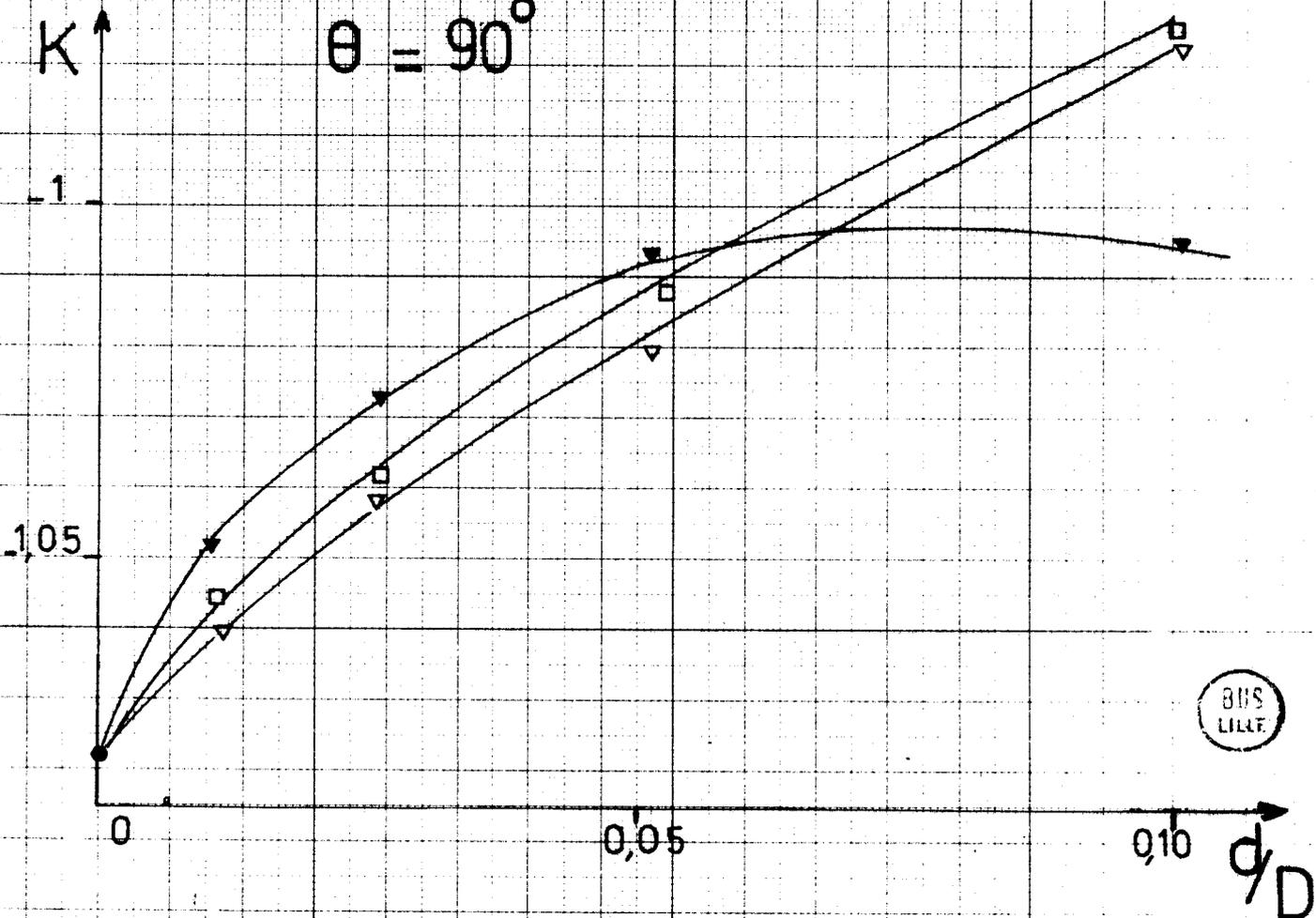
Extrapolation

- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9

$\theta = 85^\circ$



$\theta = 90^\circ$

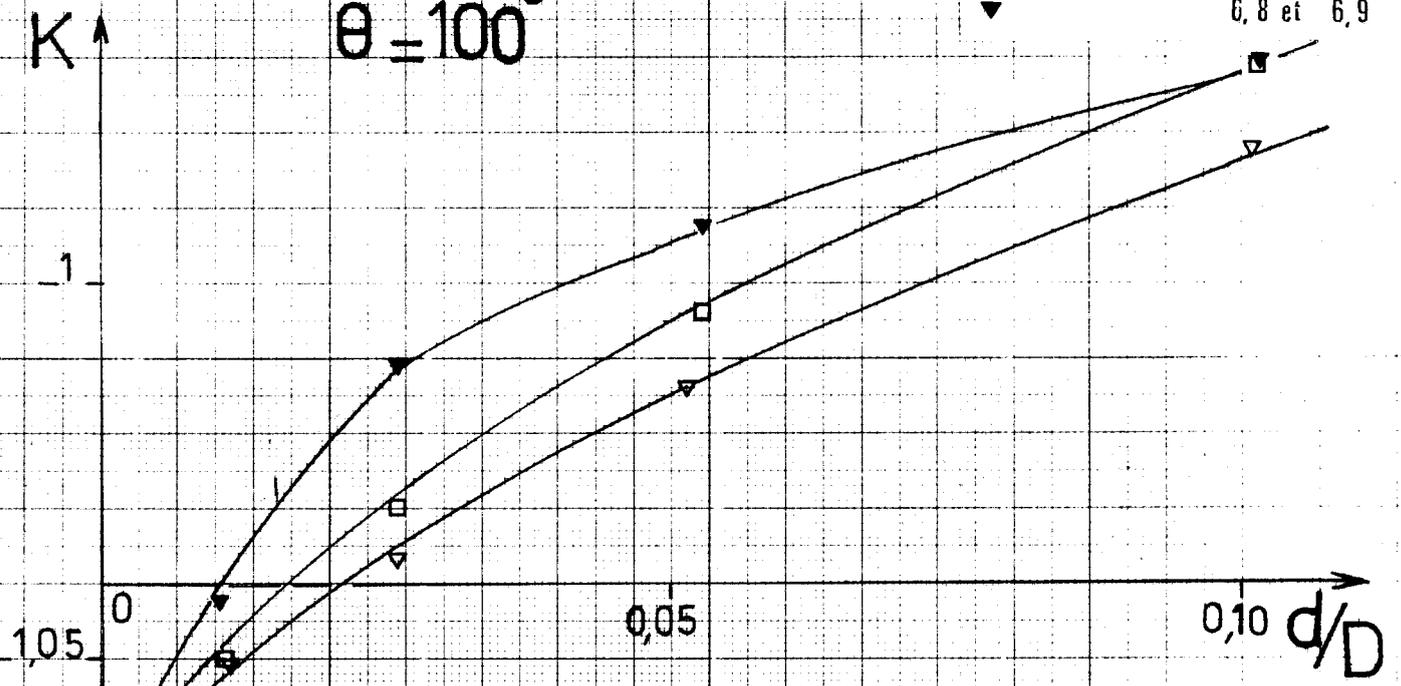


$$K = f(d/D)$$

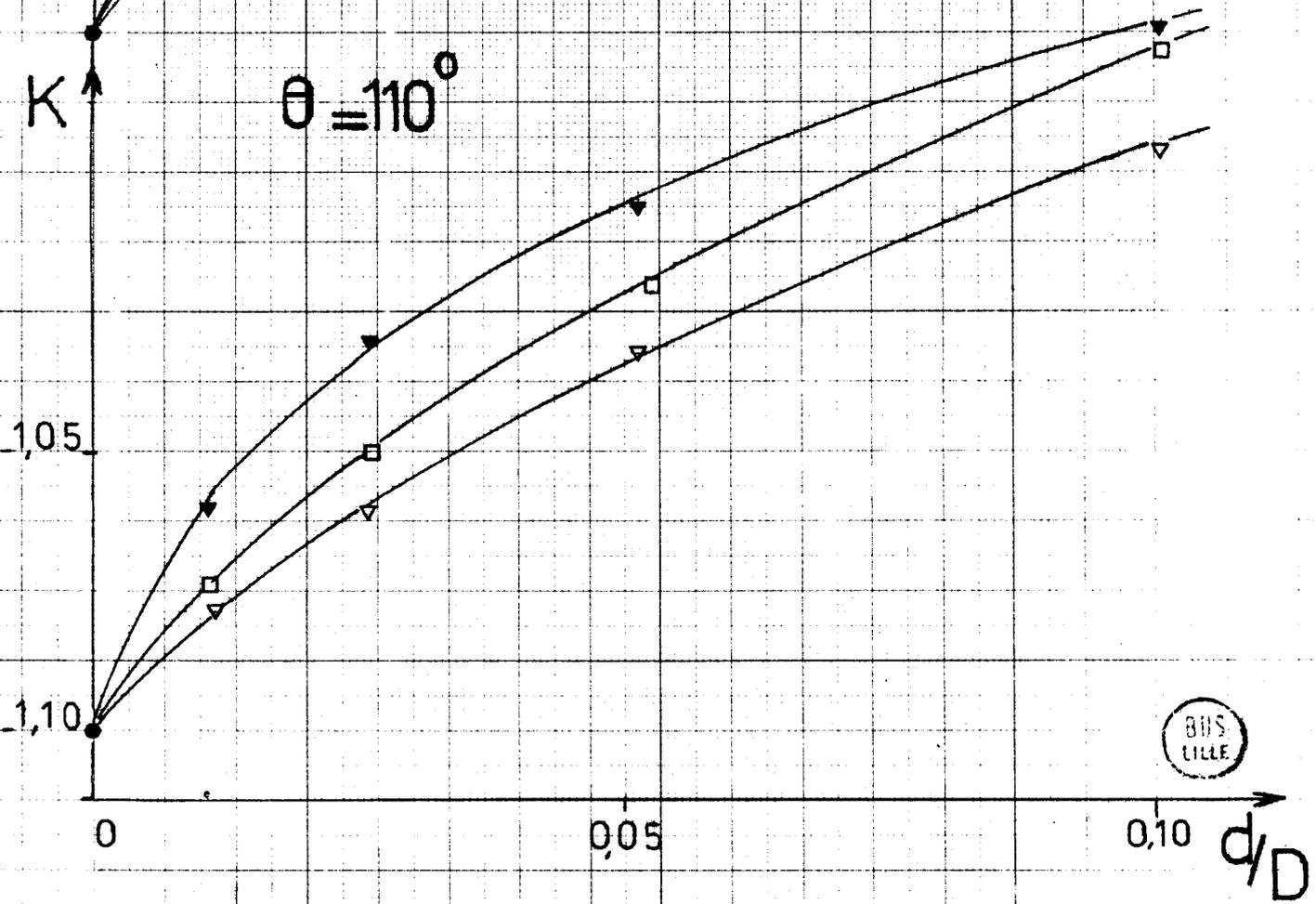
Extrapolation

- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9

$\theta = 100^\circ$



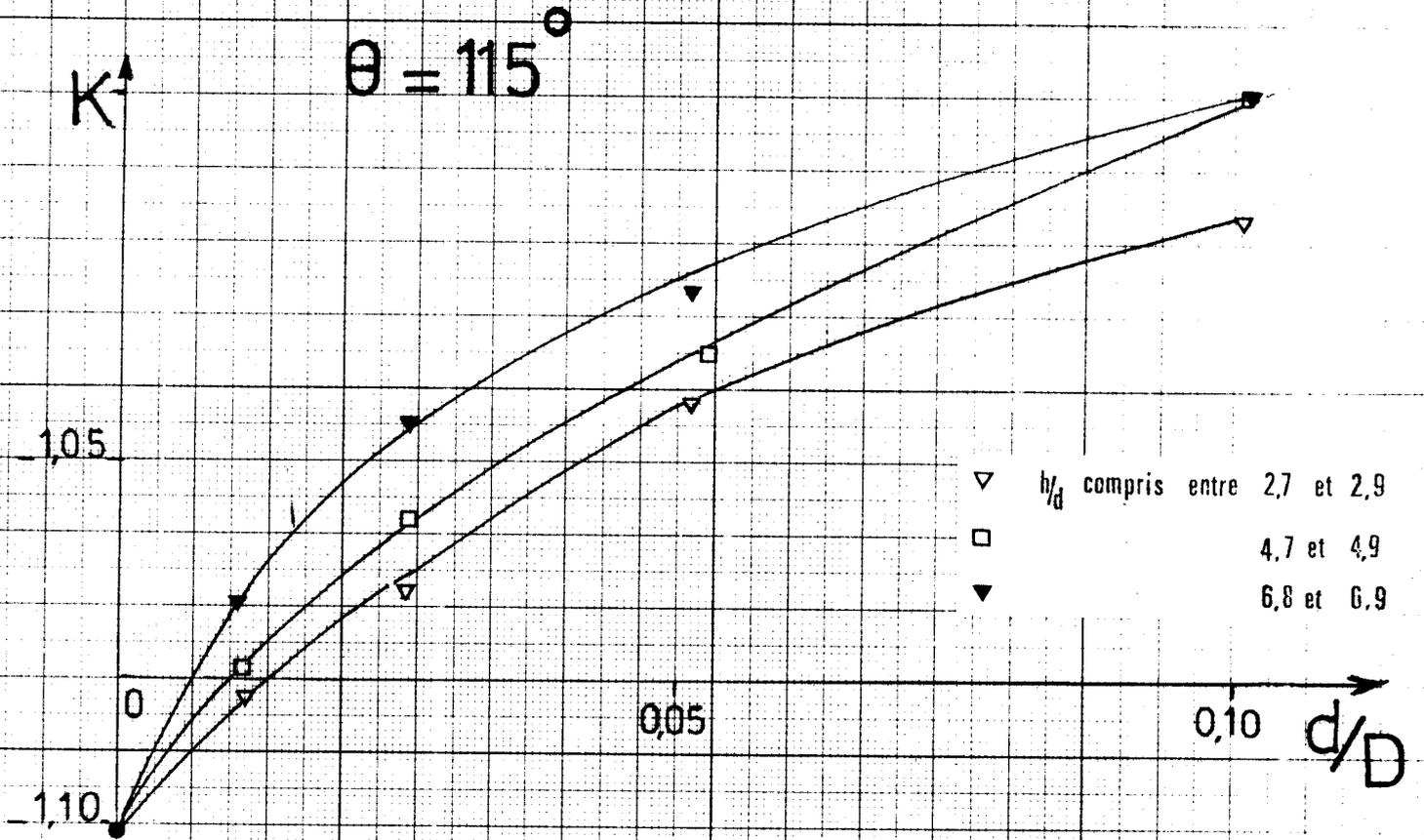
$\theta = 110^\circ$



$$K = f(d/D)$$

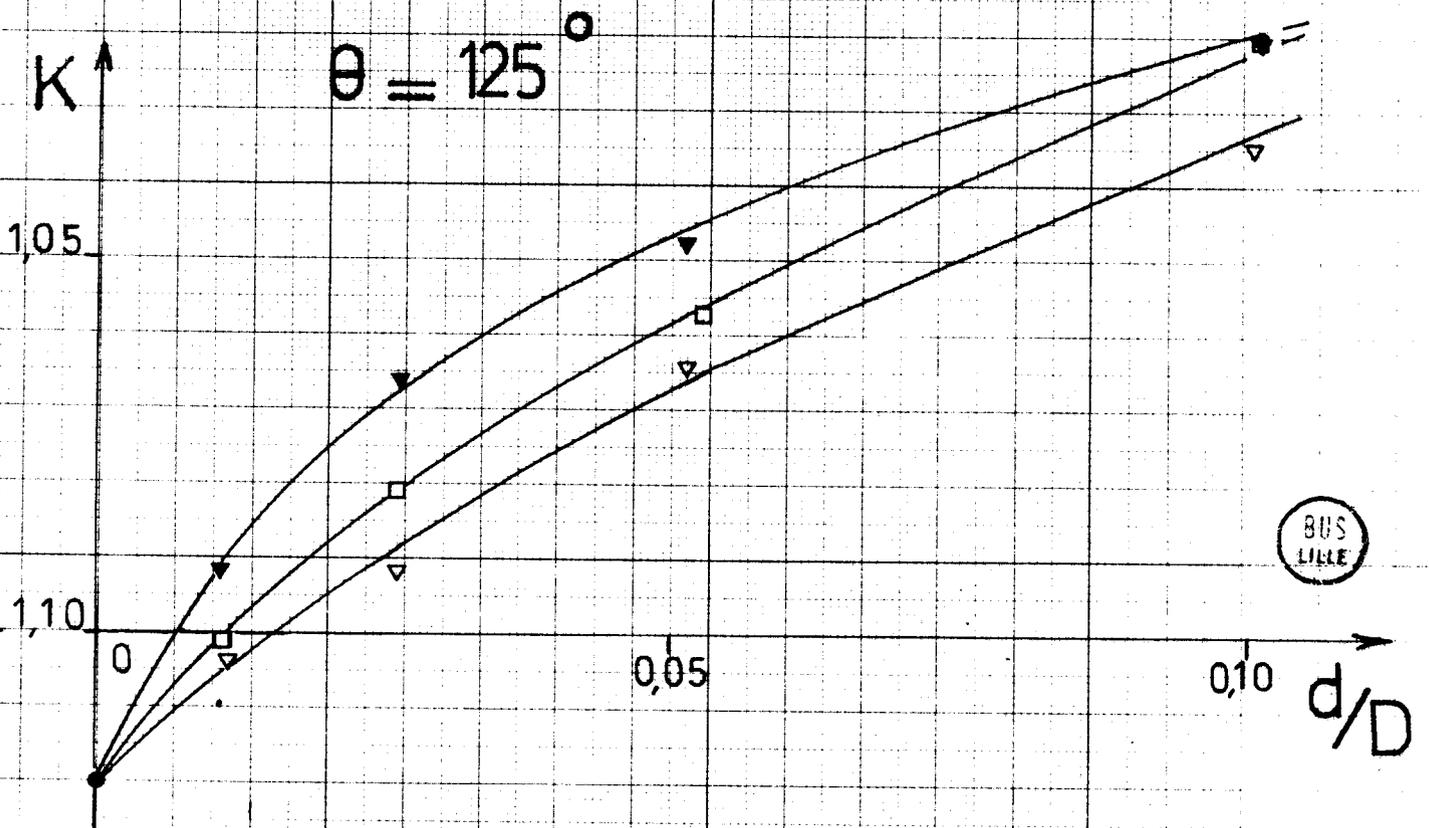
Extrapolation

$\theta = 115^\circ$



- ∇ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- \square 4,7 et 4,9
- \blacktriangledown 6,8 et 6,9

$\theta = 125^\circ$

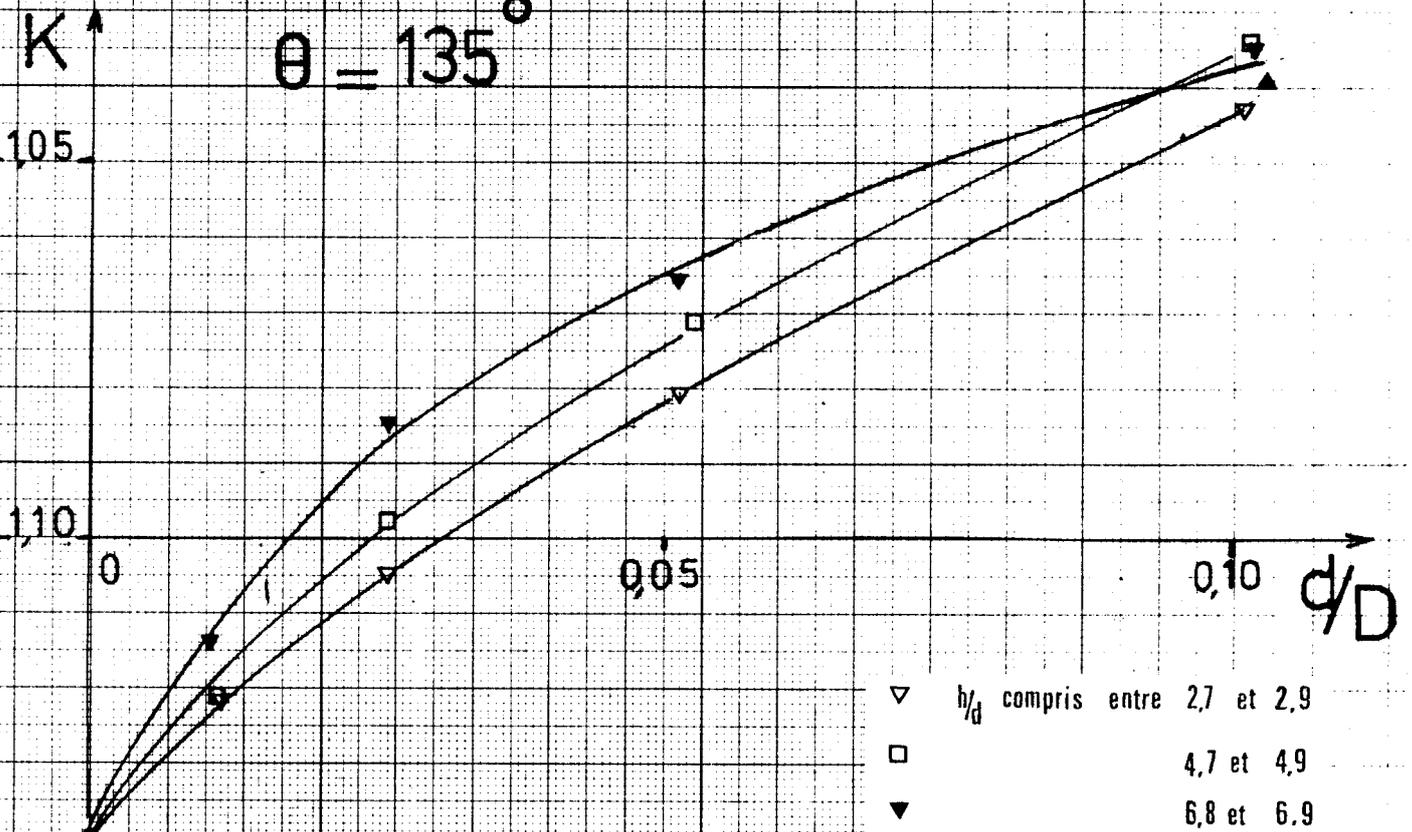


BUS
LILLE

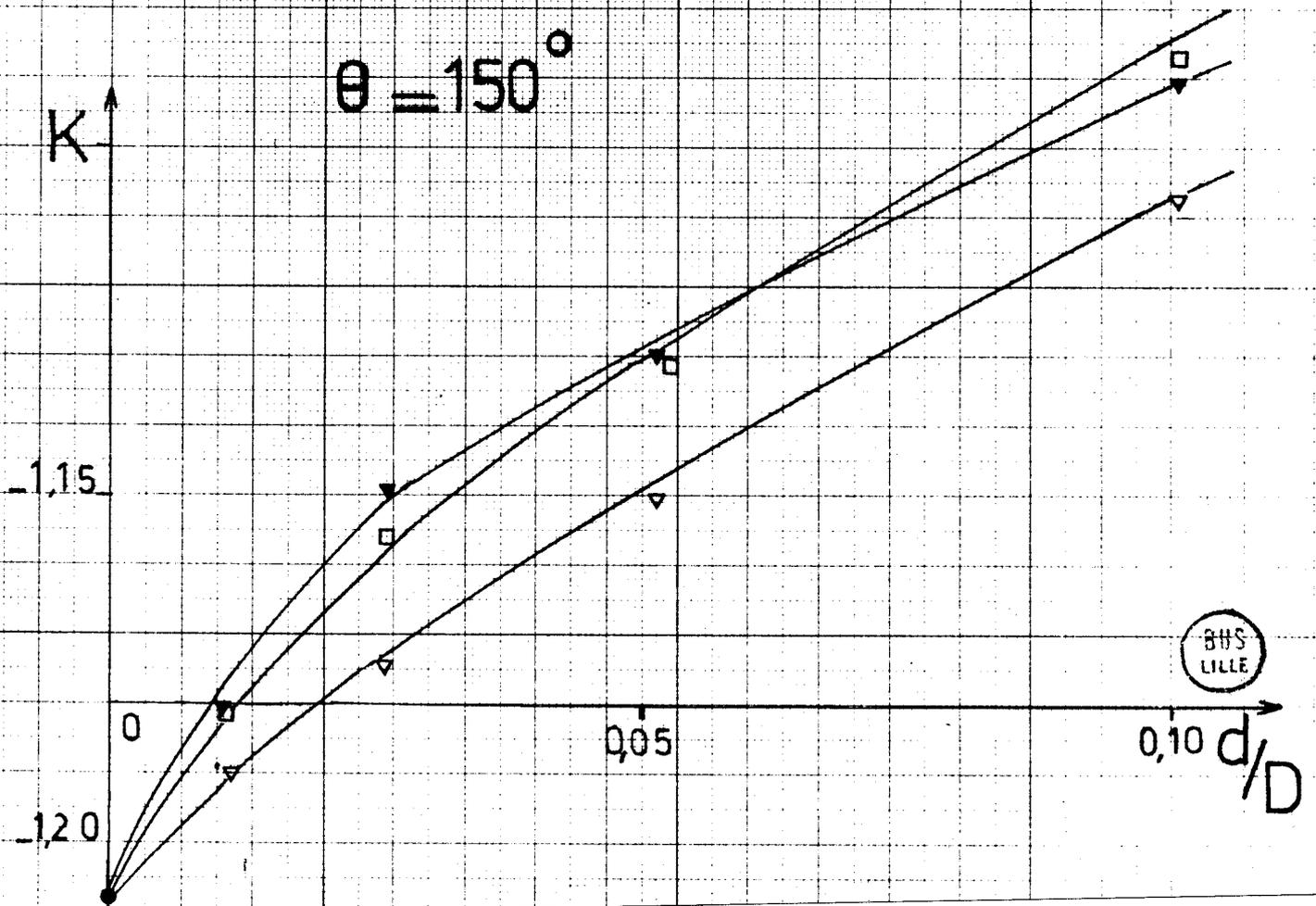
$K = f(d/D)$

Extrapolation

$\theta = 135^\circ$



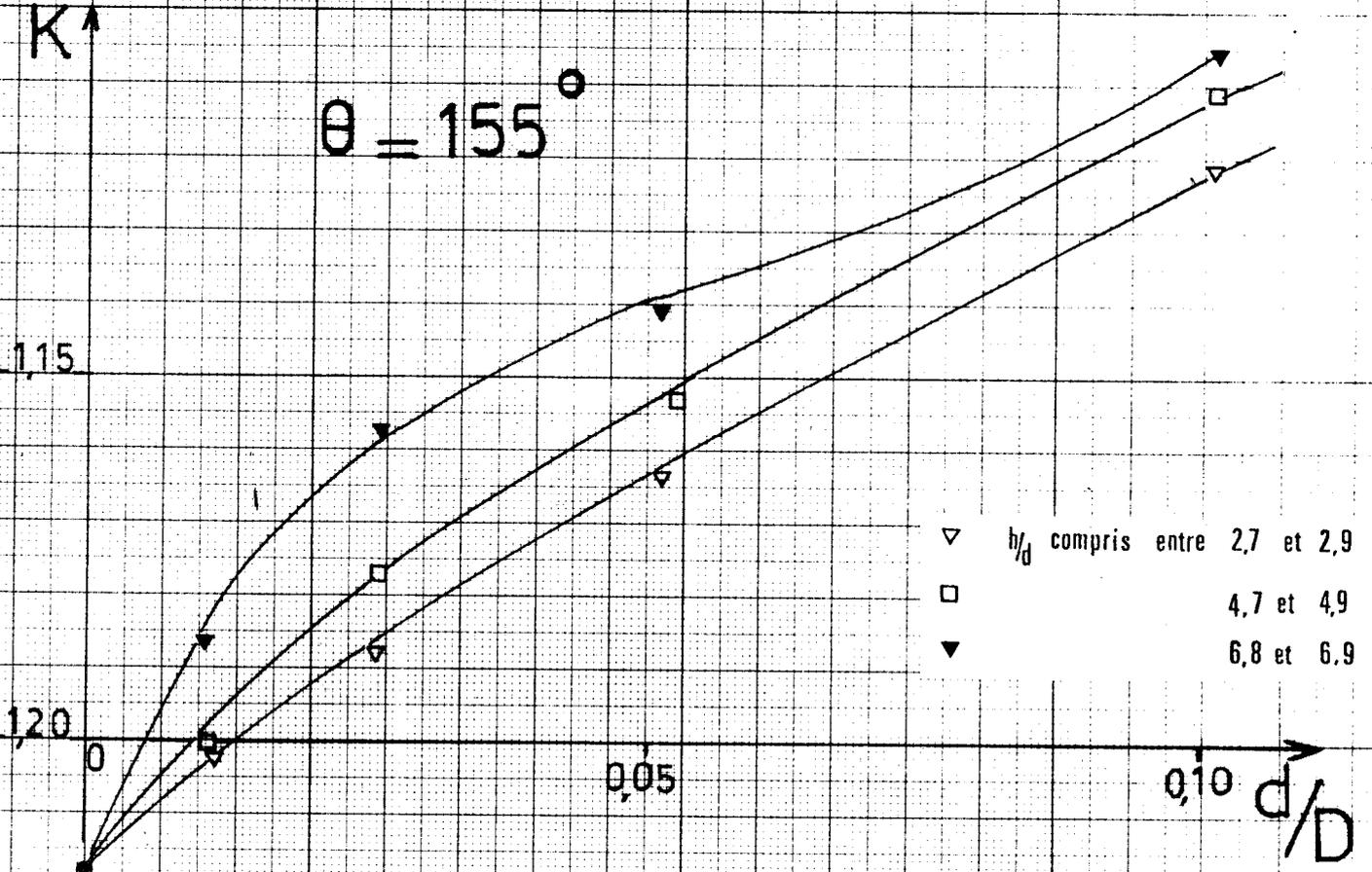
$\theta = 150^\circ$



$$K = f(d/D)$$

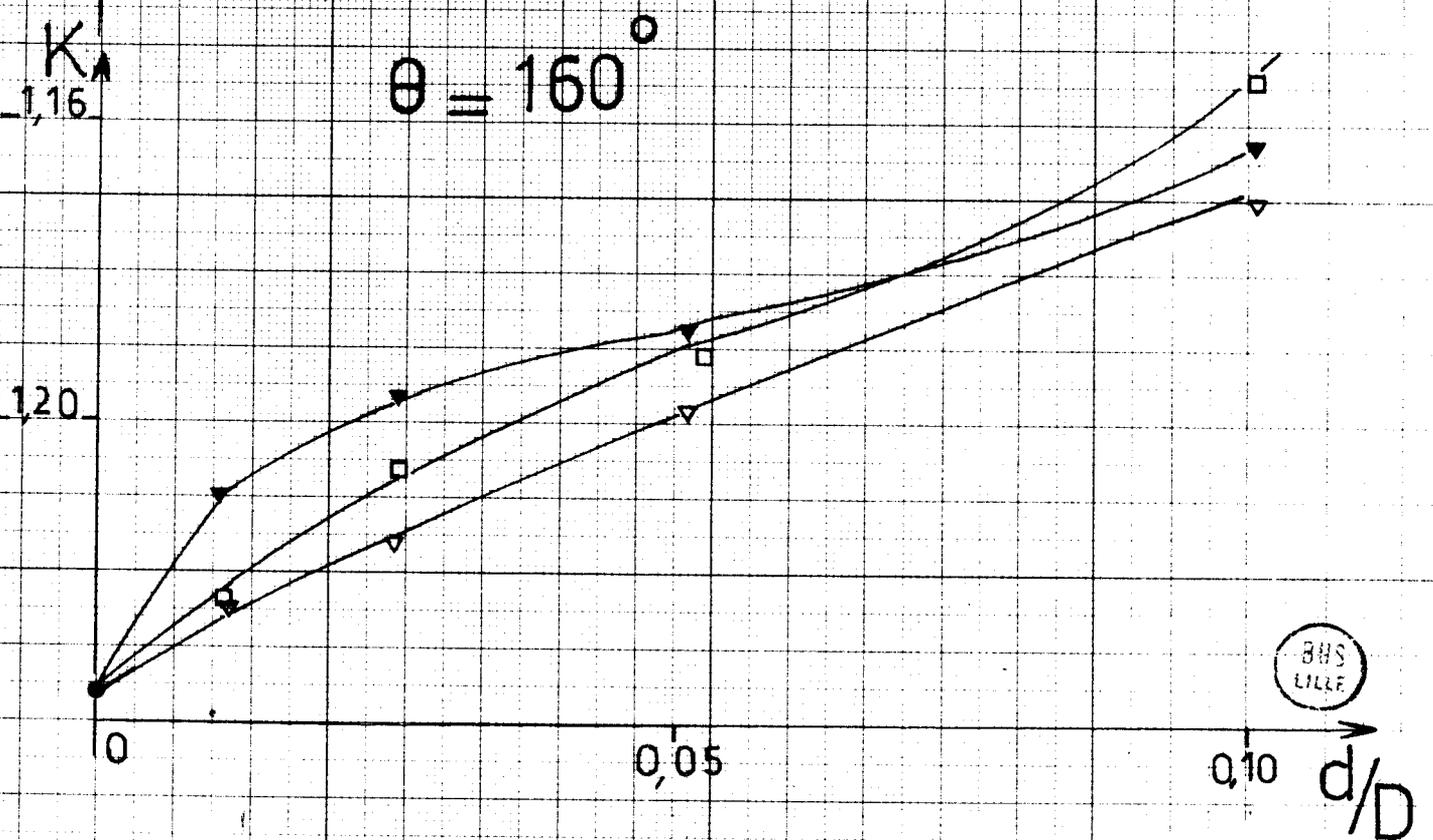
Extrapolation

$\theta = 155^\circ$



- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9

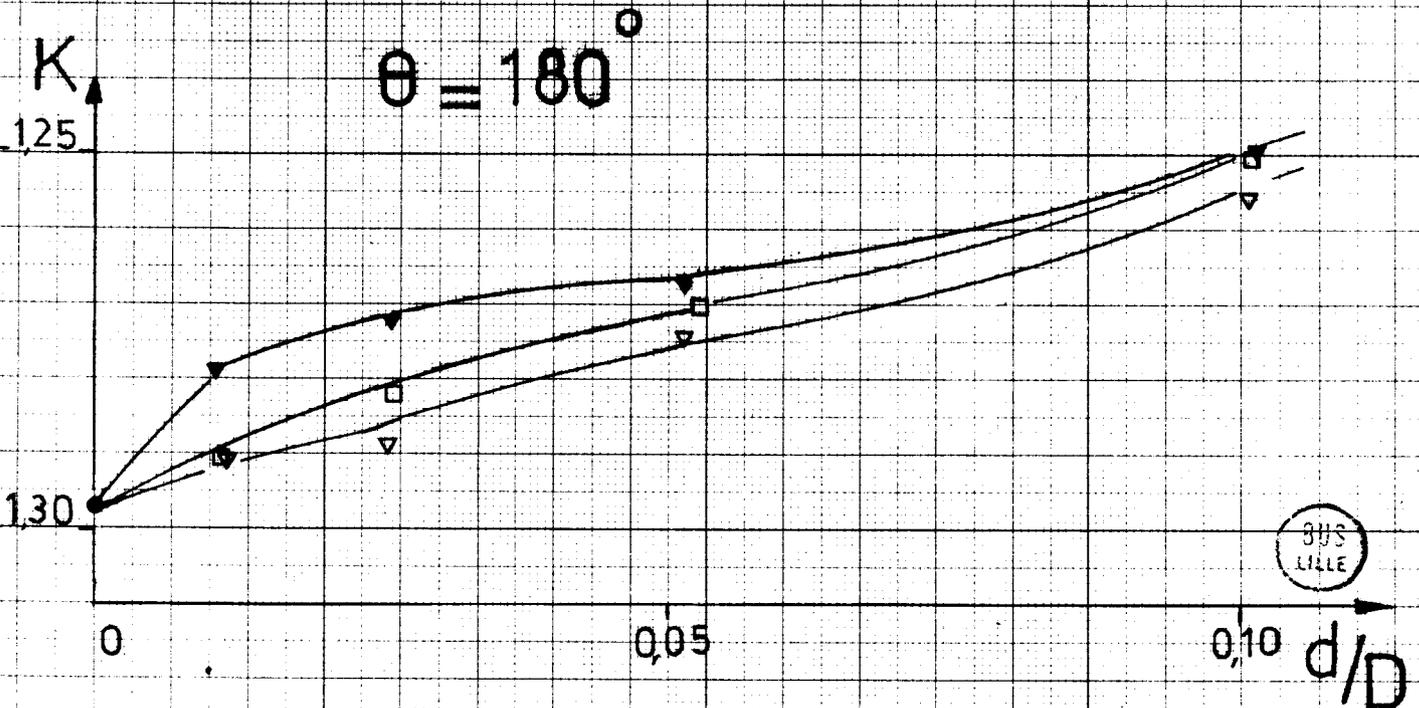
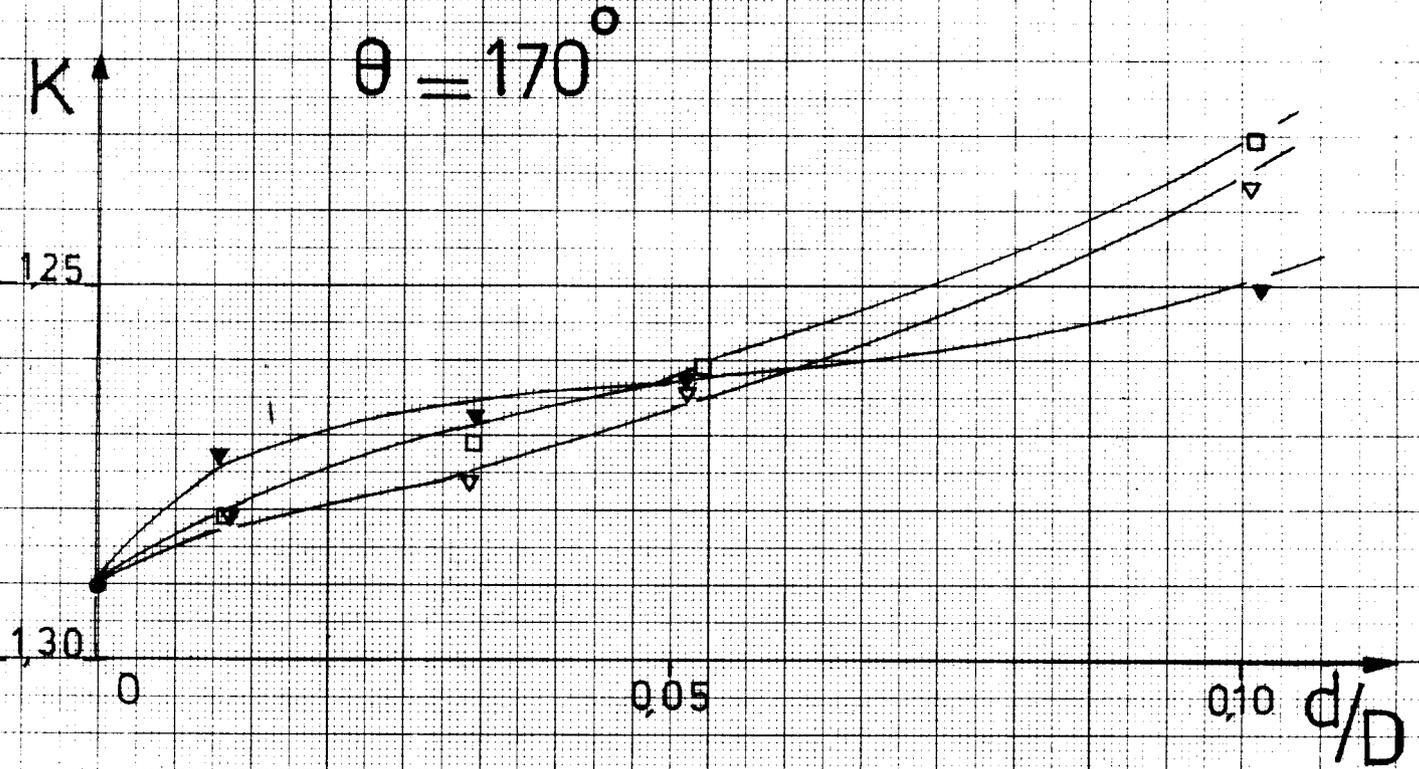
$\theta = 160^\circ$



$$K = f(d/D)$$

Extrapolation

- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9



BOIS
LILLE

Valeurs numériques des coefficients de pression
obtenus par extrapolation

θ	K_o
0	1,005
3	0,995
5	0,980
10	0,895
15	0,777
20	0,602
25	0,413
30	0,183
35	- 0,081
40	- 0,332
45	- 0,588
50	- 0,841
55	- 1,037
60	- 1,193
65	- 1,290
70	- 1,323
75	- 1,258
80	- 1,190
85	- 1,137
90	- 1,078

θ	K_o
95	- 1,060
100	- 1,070
105	- 1,080
110	- 1,090
115	- 1,101
120	- 1,108
125	- 1,120
130	- 1,128
135	- 1,140
140	- 1,150
145	- 1,165
150	- 1,208
155	- 1,218
160	- 1,236
165	- 1,270
170	- 1,290
175	- 1,293
180	- 1,297



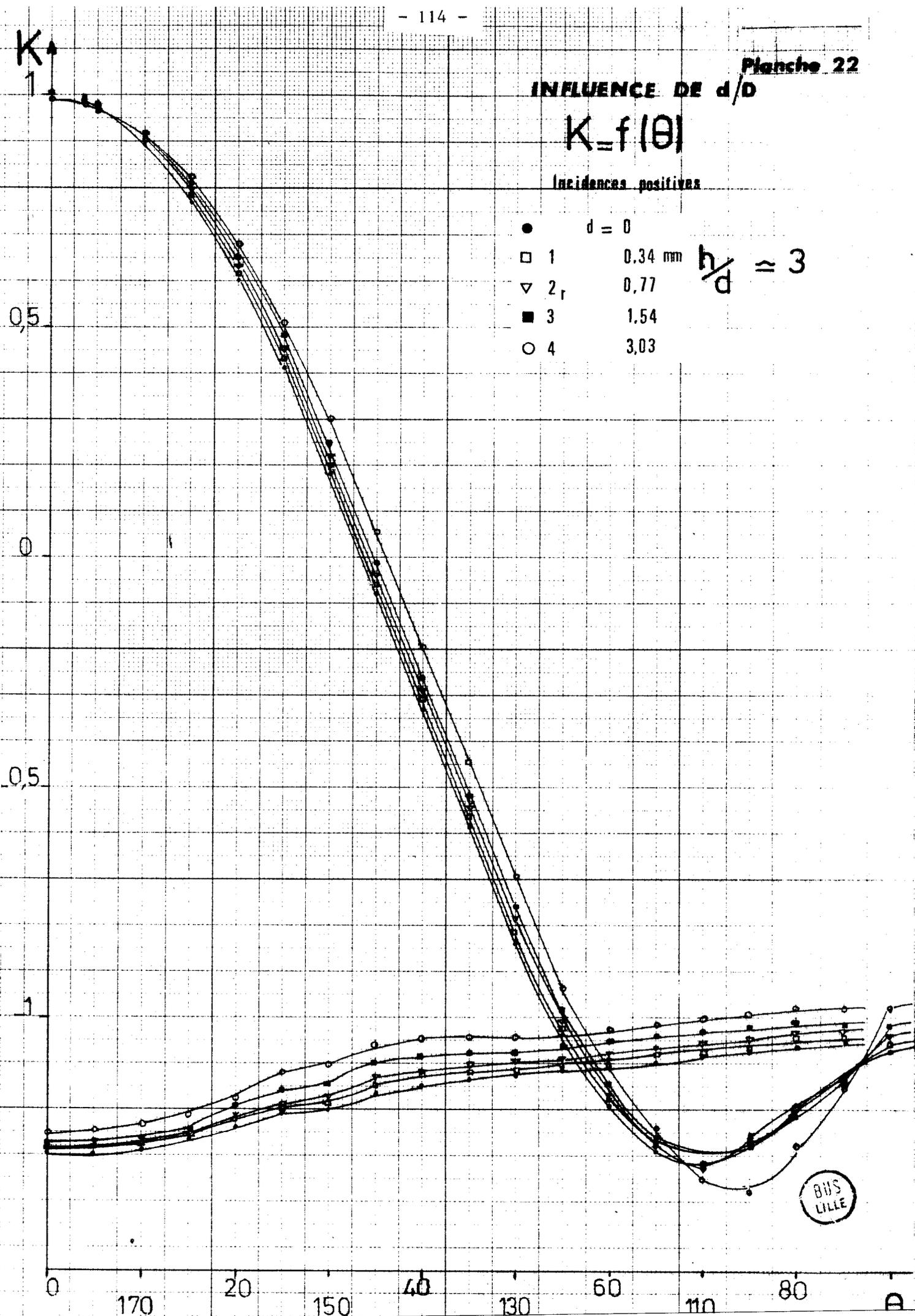
INFLUENCE DE d/D

$K = f(\theta)$

Incidences positives

- $d = 0$
- 1 0,34 mm
- ▽ 2_r 0,77
- 3 1,54
- 4 3,03

$h/d \approx 3$



BUS LILLE

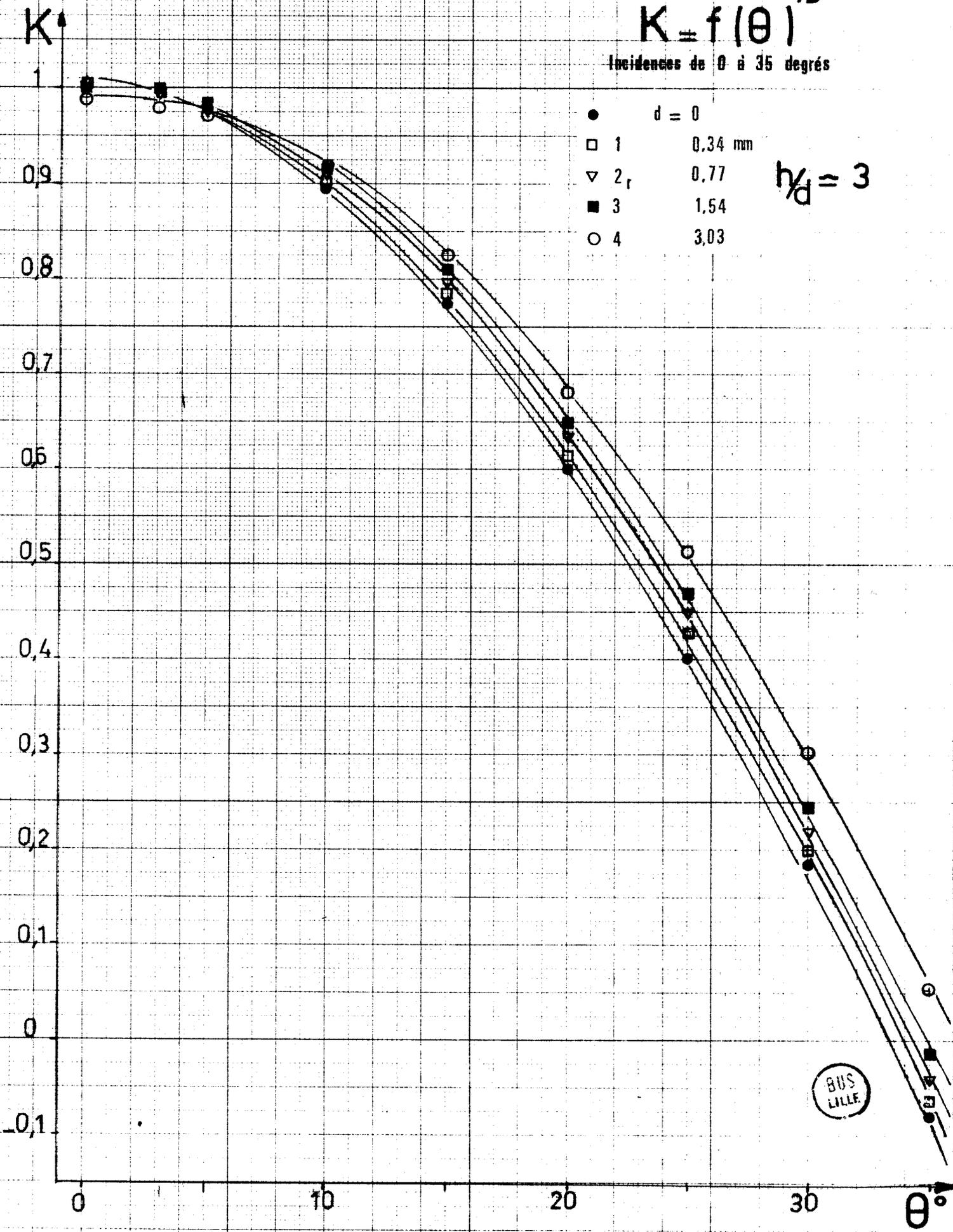
INFLUENCE DE d/b

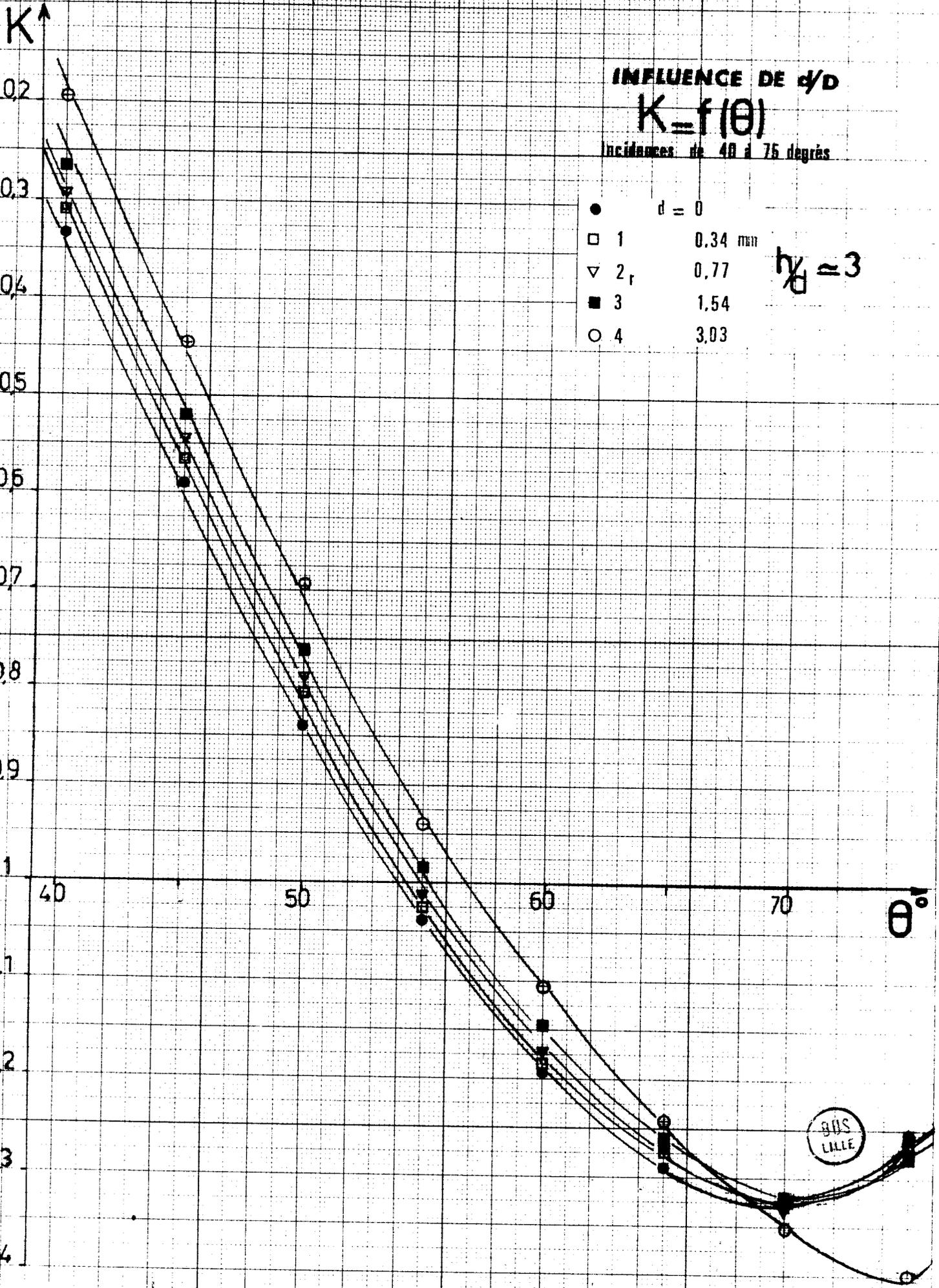
$K = f(\theta)$

Incidences de 0 à 35 degrés

- $d = 0$
- 1 0,34 mm
- ▽ 2, 0,77
- 3 1,54
- 4 3,03

$h/d = 3$





BIS
LILLE

INFLUENCE DE λ/d

$K = f(\theta)$

Incidence de 80° à 130° degrés

● $d = 0$

□ 1 0.34 mm

▽ 2 0.77

■ 3 1.54

○ 4 3.03

$\lambda/d = 3$

$K \uparrow$
0.9

1

11

12

13

80

90

100

110

120

θ°

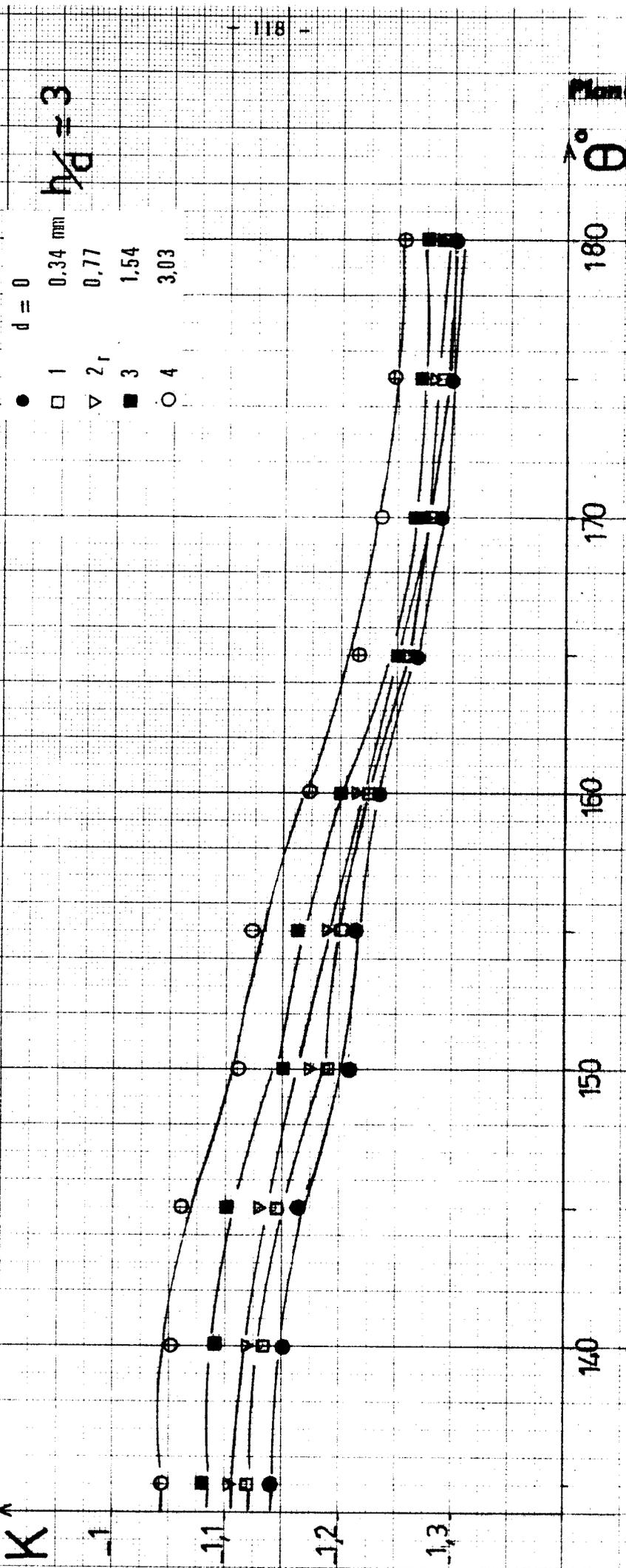


117

INFLUENCE DE d/D

$K=f(\theta)$

incidences de 135 à 180 degrés



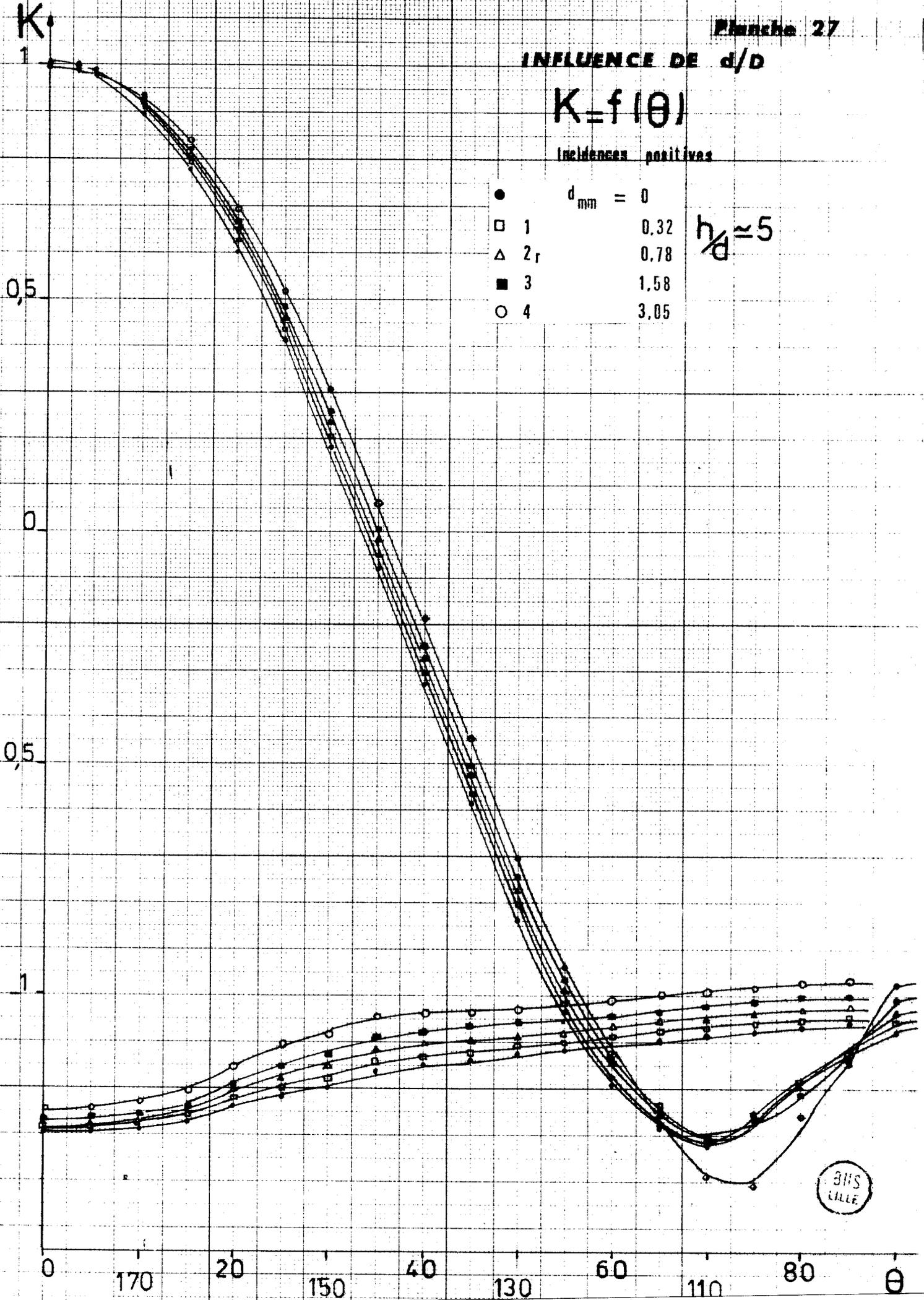
INFLUENCE DE d/D

$K = f(\theta)$

Incidences positives

●	$d_{mm} = 0$
□	1 0,32
△	2 _r 0,78
■	3 1,58
○	4 3,05

$h/d \approx 5$

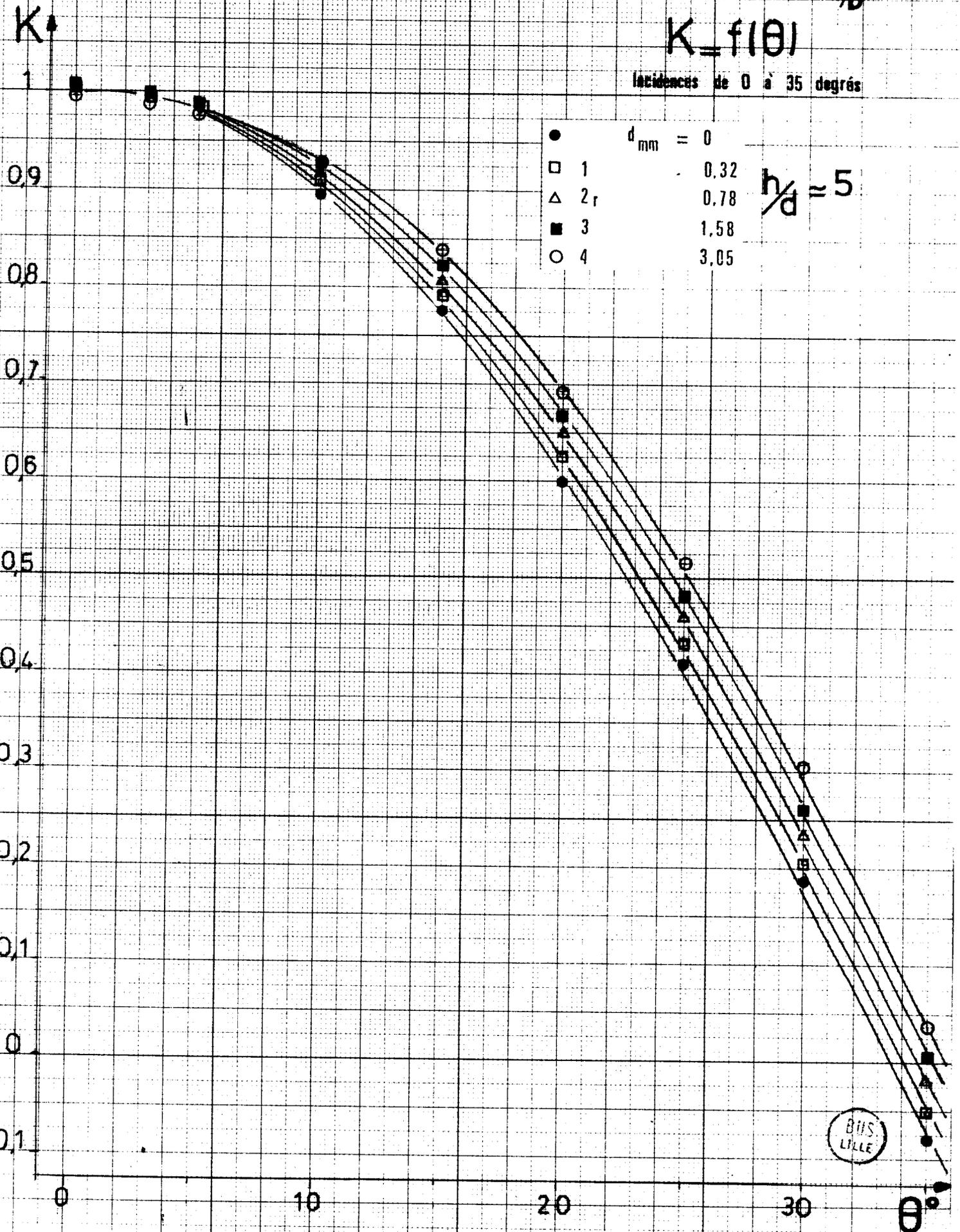


3115
LILLE

INFLUENCE DE d/D

$K = f(\theta)$

Incidences de 0 à 35 degrés



8115
LILLE

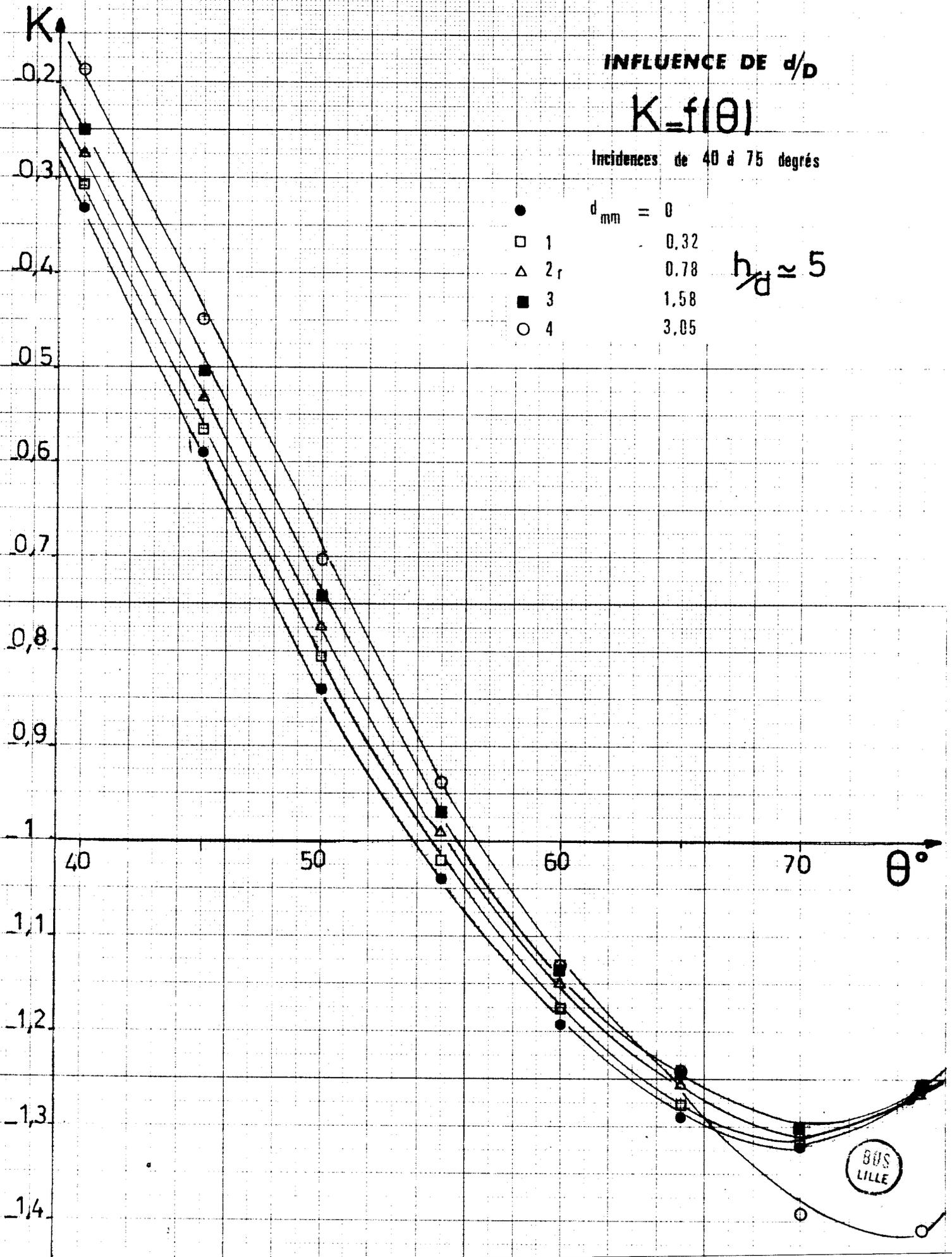
INFLUENCE DE d/D

$K = f(\theta)$

Incidences de 40 à 75 degrés

- | | |
|---|----------------|
| ● | $d_{mm} = 0$ |
| □ | 1 |
| △ | 2 _r |
| ■ | 3 |
| ○ | 4 |

$h/D \approx 5$



BUS LILLE

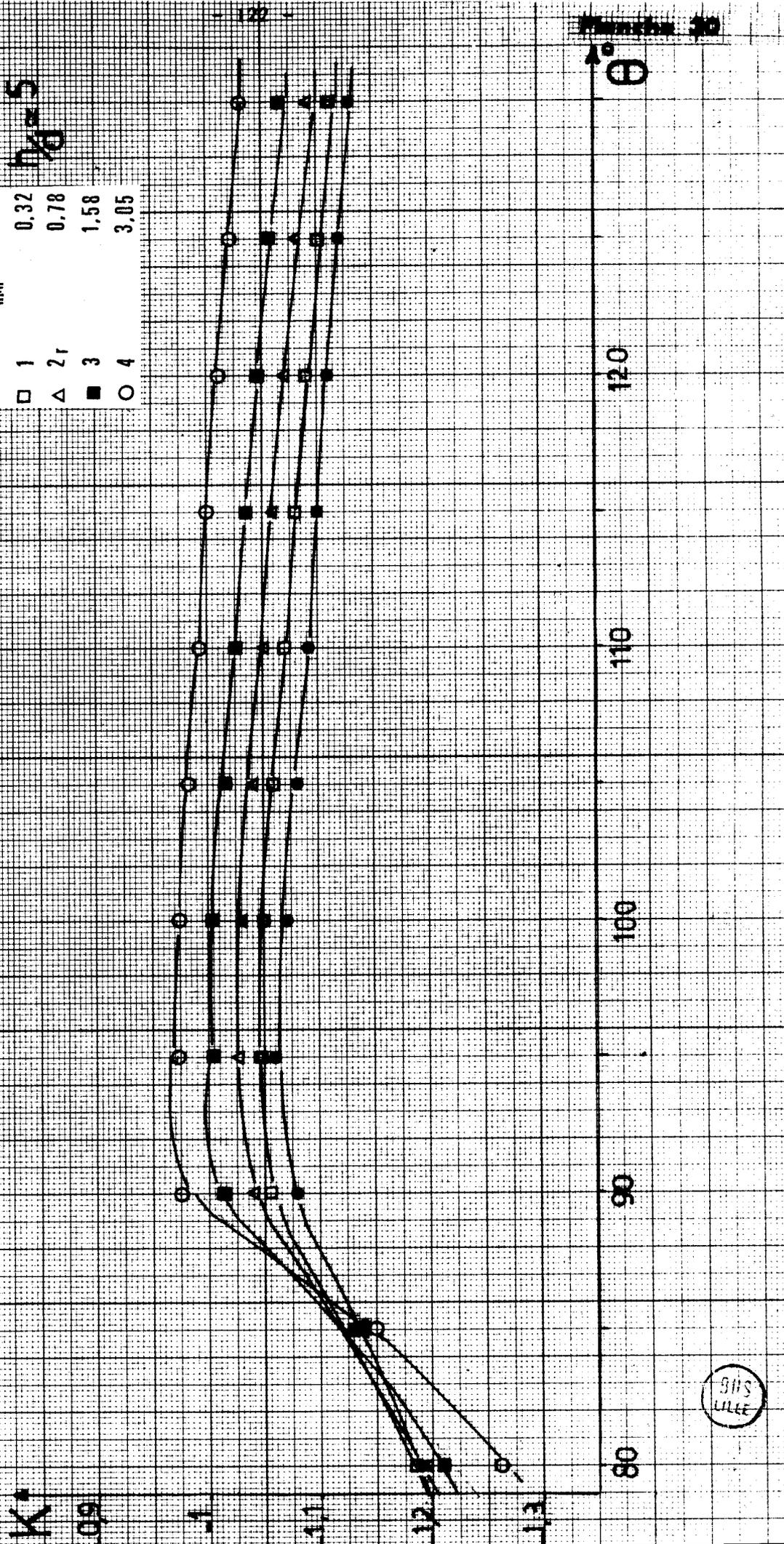
INFLUENCE DE ψ_0

$K = f(\theta)$

Incidence de 0 à 120 degrés

- $d_{mm} = 0$
- 1
 - 2
 - △ 3
 - 4
 - 5

$\eta = 5$

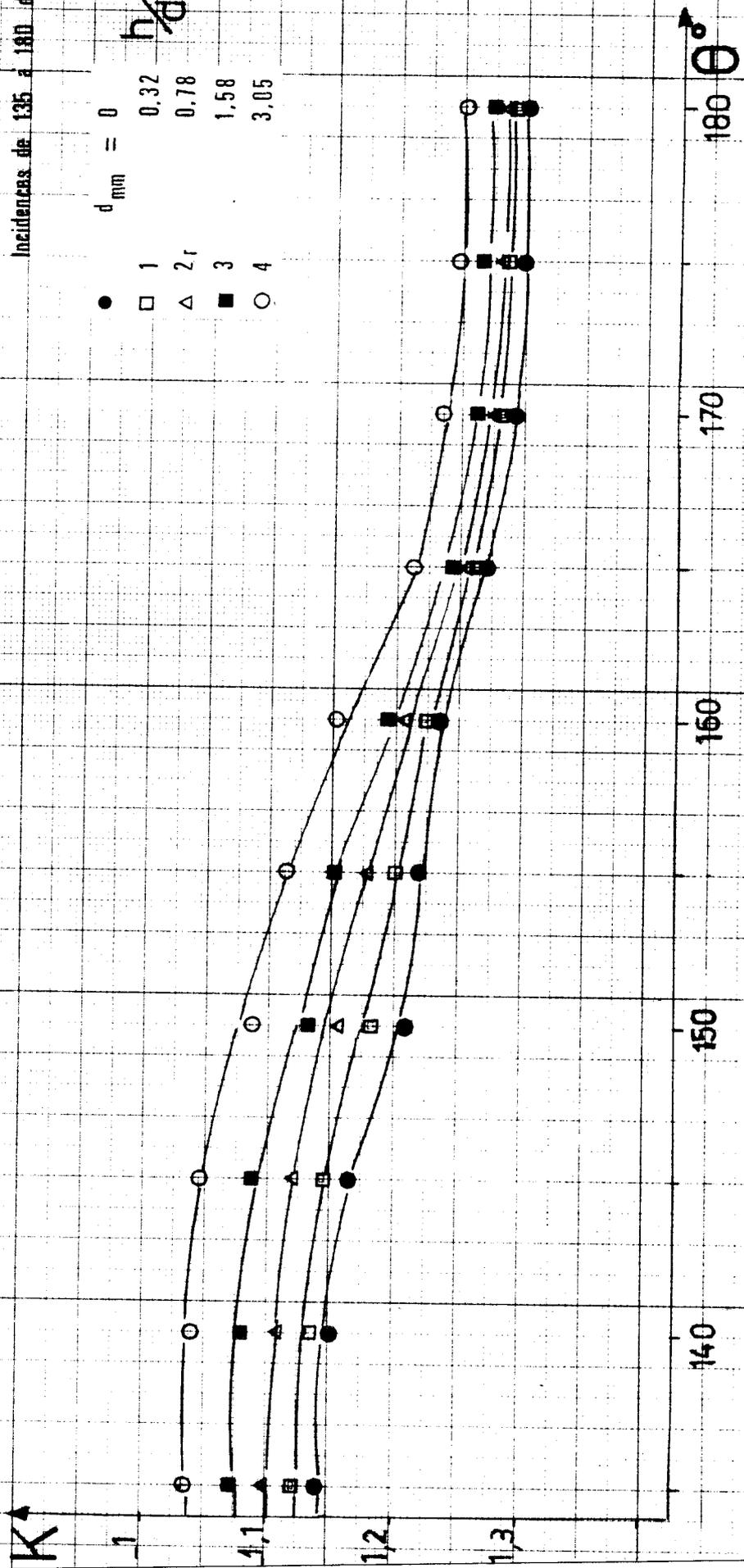


INFLUENCE DE d/D

$K = f(\theta)$

Incidences de 135 à 180 degrés

- $d_{mm} = 0$ $h/D = 5$
- 1
 - 2 r
 - △ 3
 - 4
 - 5



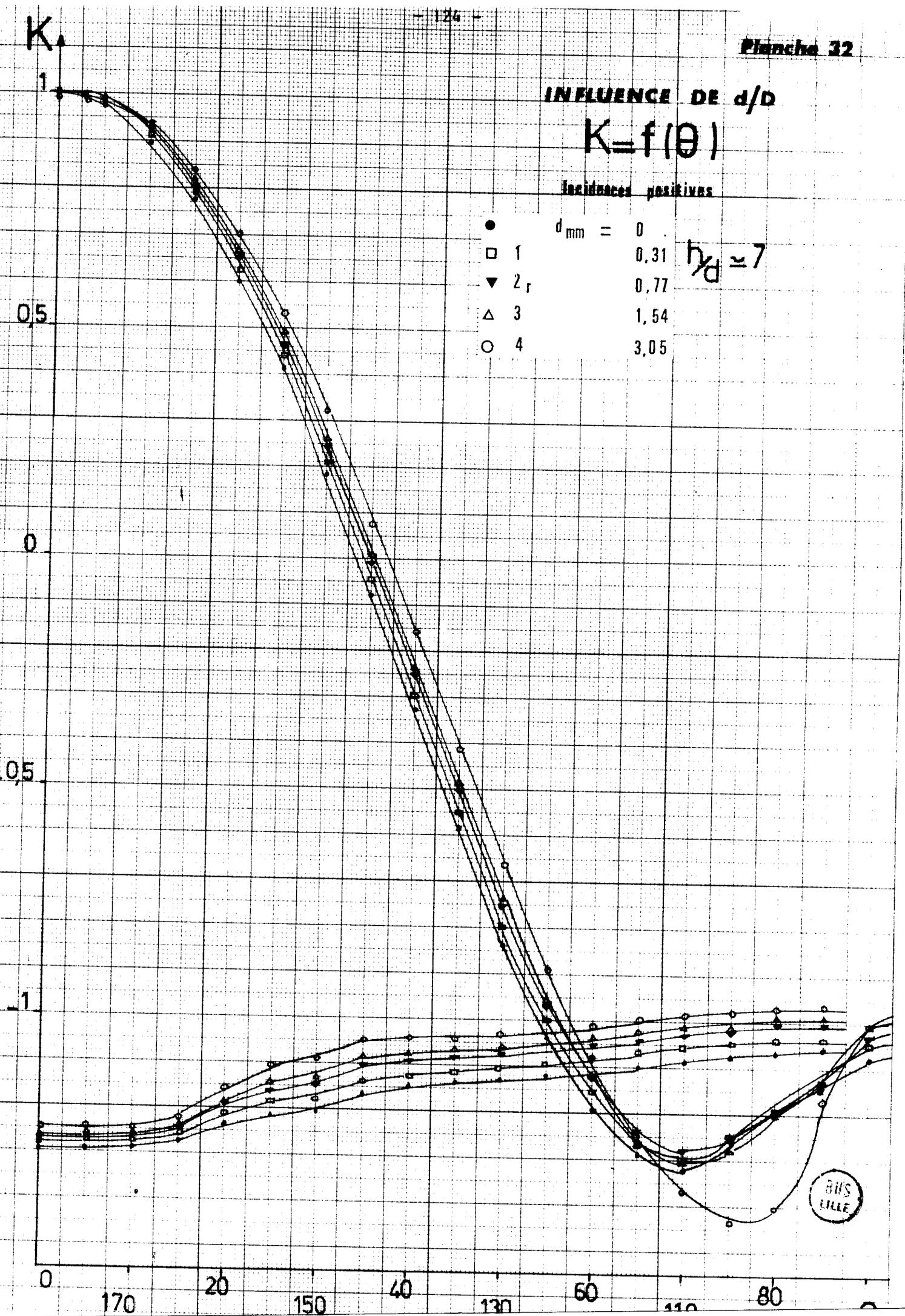
INFLUENCE DE d/D

$$K = f(\theta)$$

Incidences positives

●	$d_{mm} = 0$
□	1
▼	2 _r
△	3
○	4

$h/D \approx 7$



BUS LILLE

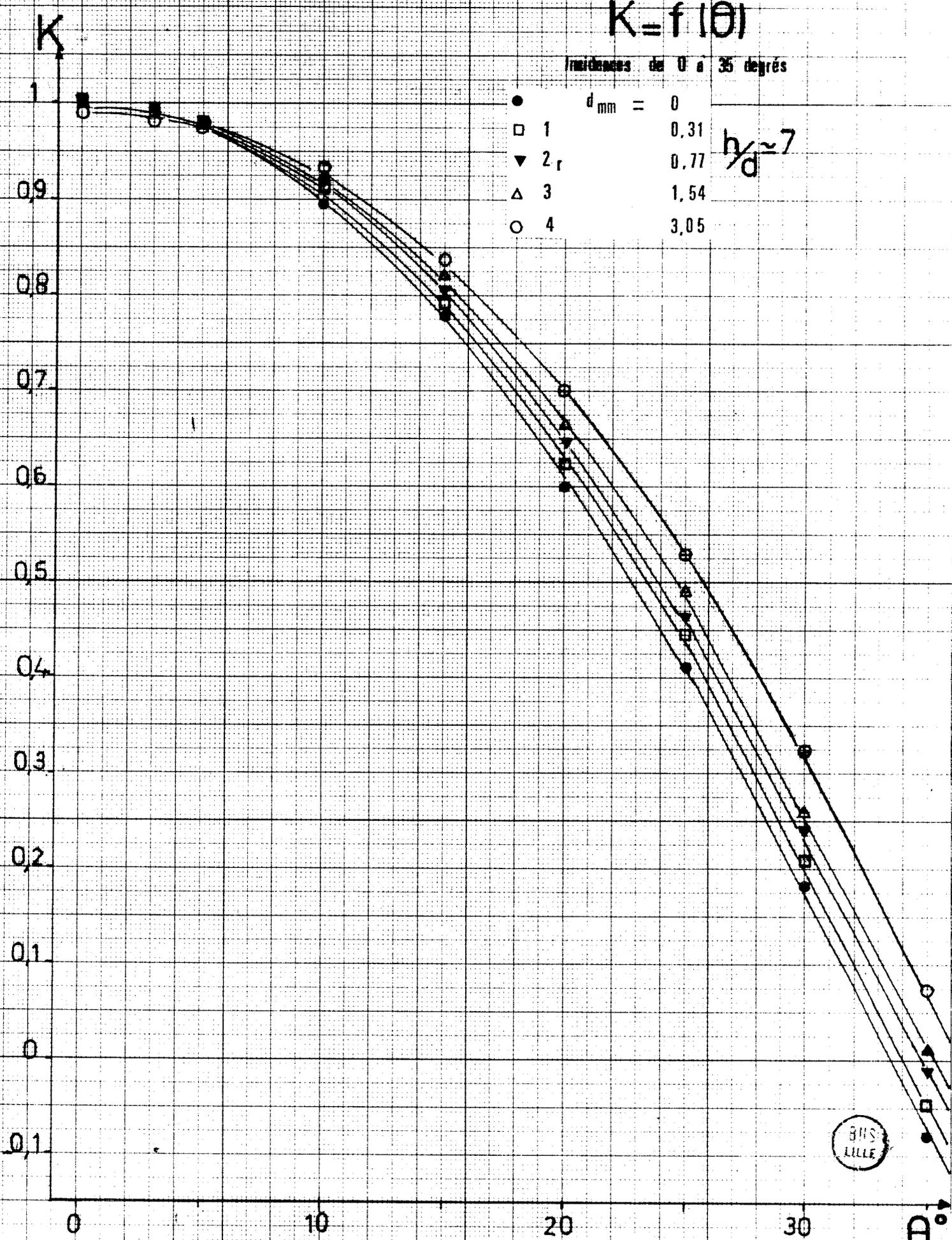
INFLUENCE DE d/D

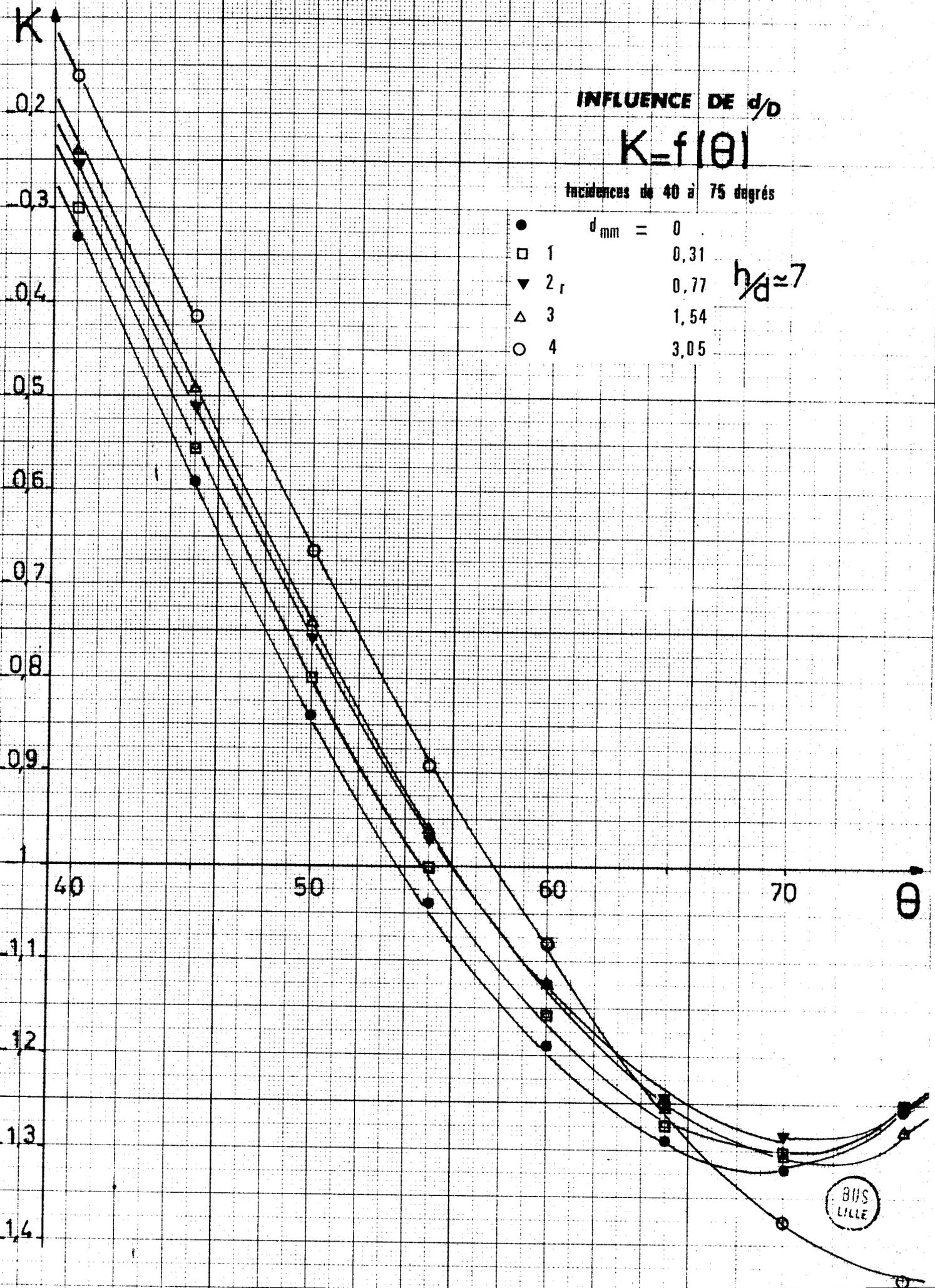
$K = f(\theta)$

Incidences de 0 à 35 degrés

- $d_{mm} = 0$
- 1 0,31
- ▼ 2, 0,77
- △ 3 1,54
- 4 3,05

$h/d \approx 7$





INFLUENCE DE d/D

$$K = f(\theta)$$

Incidences de 80 à 130 degrés

- $d_{mm} = 0$
- 1
- ▼ 2,1
- △ 3
- 4

$$p/d = 7$$

K

1

1,1

1,2

1,3

1,4

80

90

100

110

120

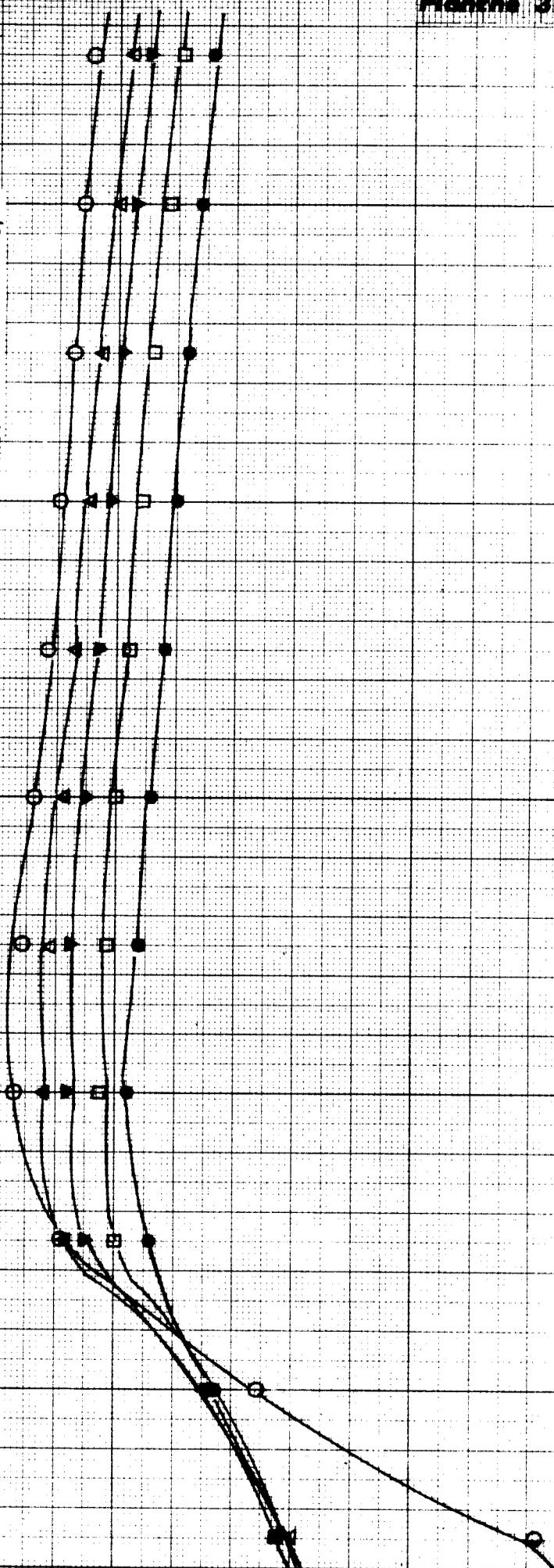
130

θ

Marche 35



127

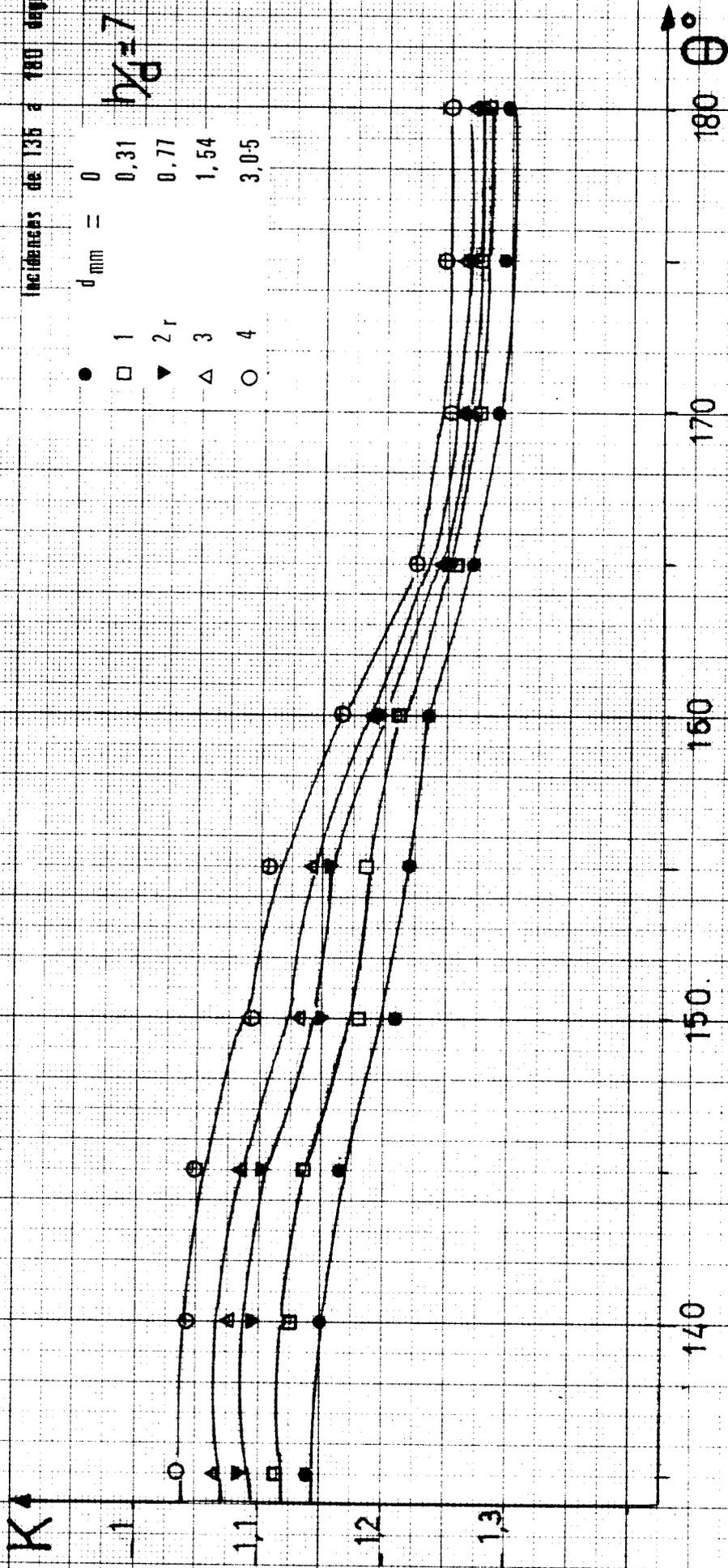


INFLUENCE DE ϕ/D

$K = f(\theta)$

Incidences de 135 à 180 degrés

- $d_{mm} = 0$ $\mu\phi = 7$
- 1
 - 2 r
 - ▼ 3
 - △ 4
 - 5

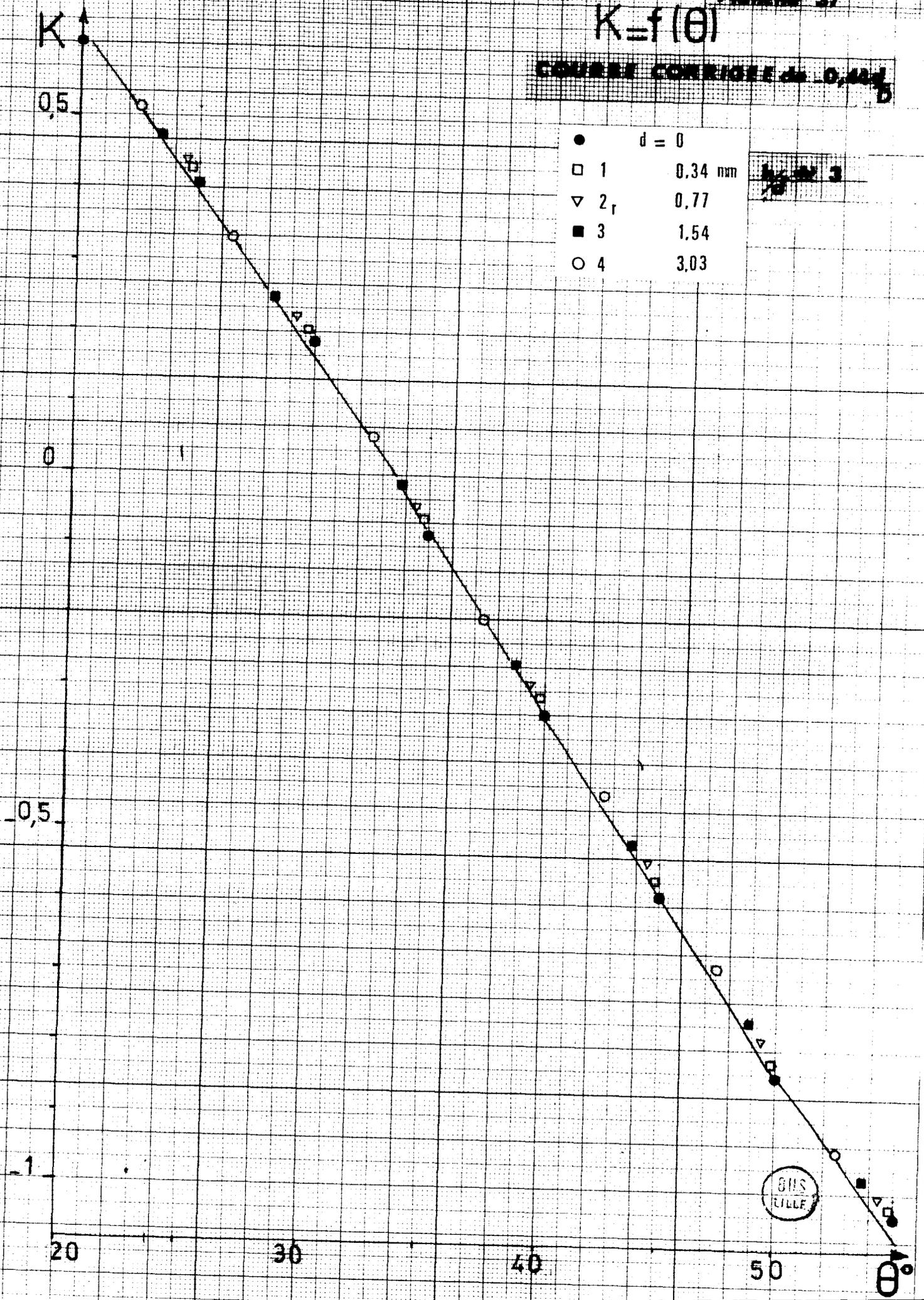


$K = f(\theta)$

COURS CORRIGÉ de 0,421 D

- d = 0
- 1 0,34 nm
- ▽ 2_r 0,77
- 3 1,54
- 4 3,03

1/2 3



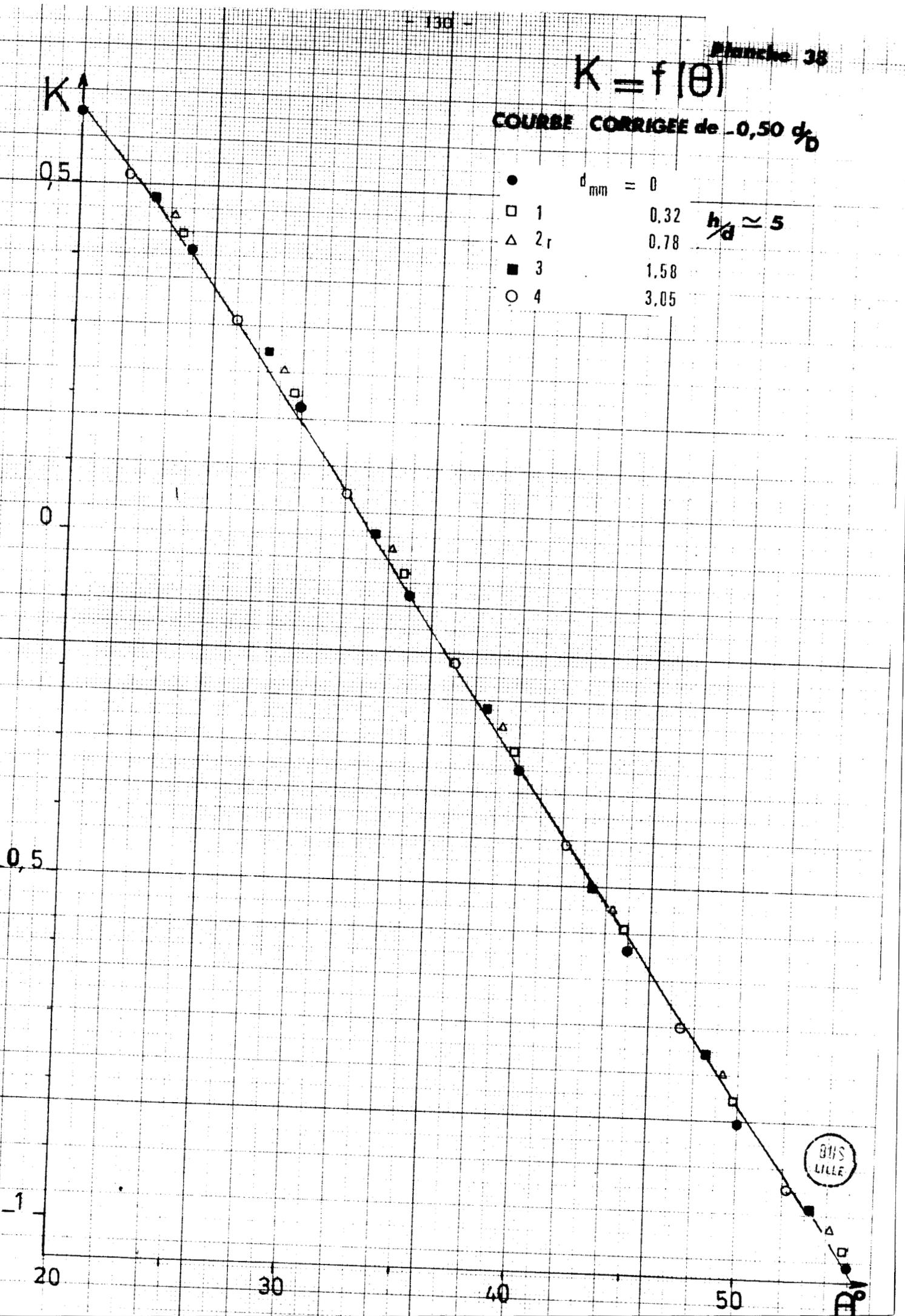
ENS LILLE

$K = f(\theta)$

COURBE CORRIGEE de -0,50 %

- $d_{mm} = 0$
- 1 0,32
- △ 2_r 0,78
- 3 1,58
- 4 3,05

$h/d \approx 5$



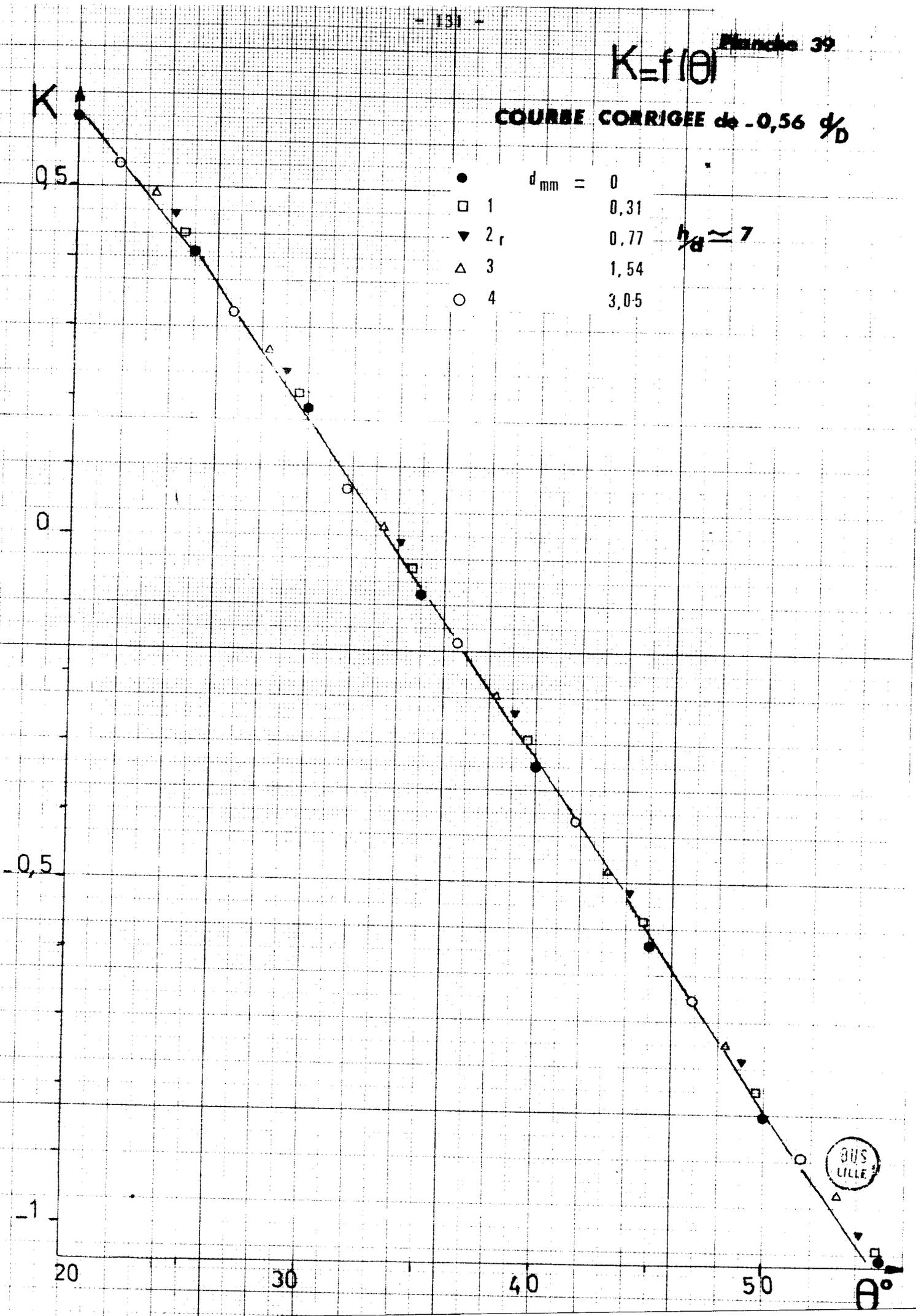
BIS LILLE

$K=f(\theta)$

COURBE CORRIGEE de -0,56 %/D

●	$d_{mm} =$	0
□		0,31
▼		0,77
△		1,54
○		3,05

$h_B \approx 7$



BUS LILLE

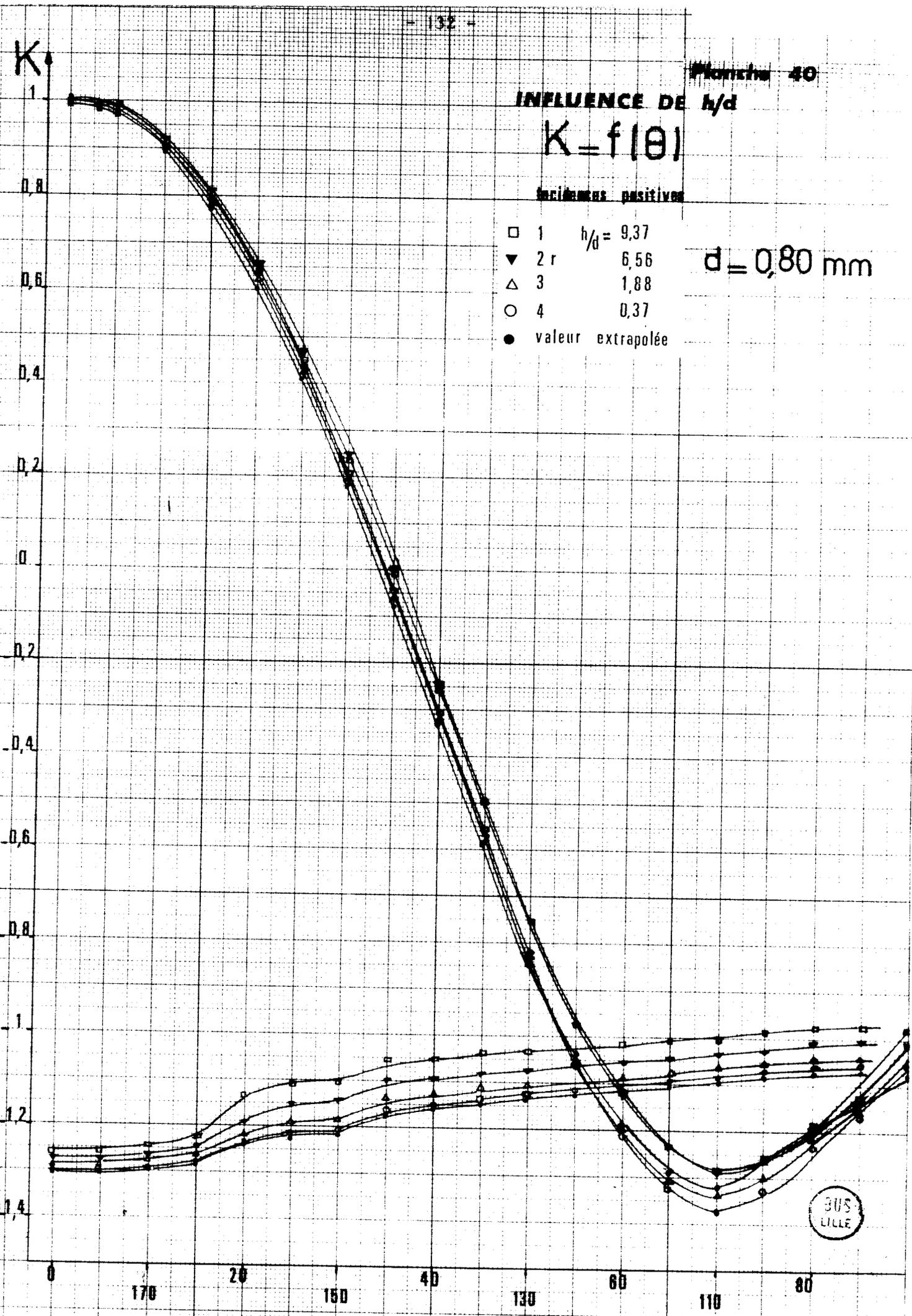
INFLUENCE DE h/d

$K = f(\theta)$

incidents positifs

- 1 $h/d = 9,37$
- ▼ 2 $h/d = 6,56$
- △ 3 $h/d = 1,88$
- 4 $h/d = 0,37$
- valeur extrapolée

$d = 0,80$ mm



BUS LILLE

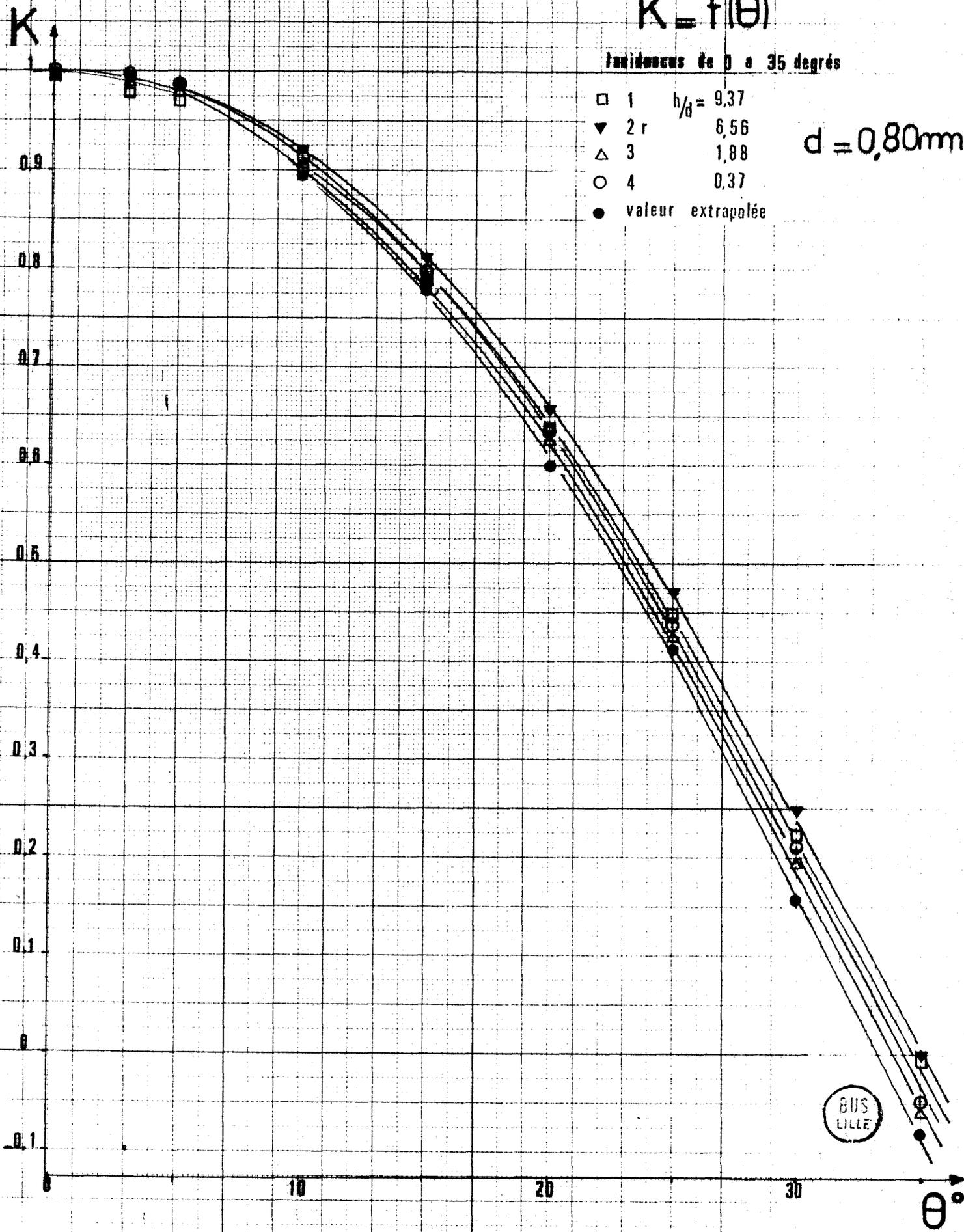
INFLUENCE DE h/d

$$K = f(\theta)$$

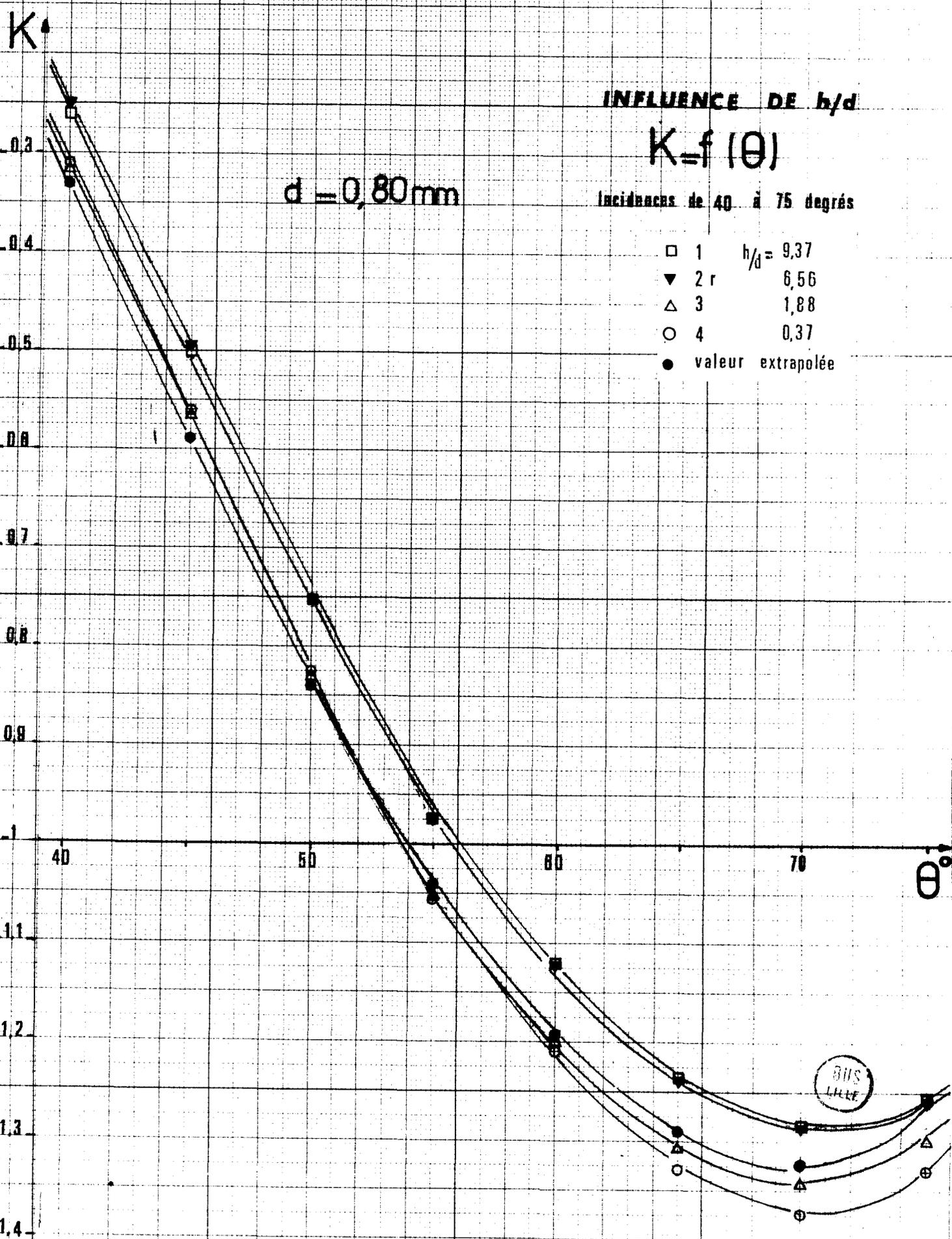
Incidence de 0 à 35 degrés

- 1 $h/d = 9,37$
- ▼ 2 $h/d = 6,56$
- △ 3 $h/d = 1,88$
- 4 $h/d = 0,37$
- valeur extrapolée

$d = 0,80\text{mm}$



BUS LILLE



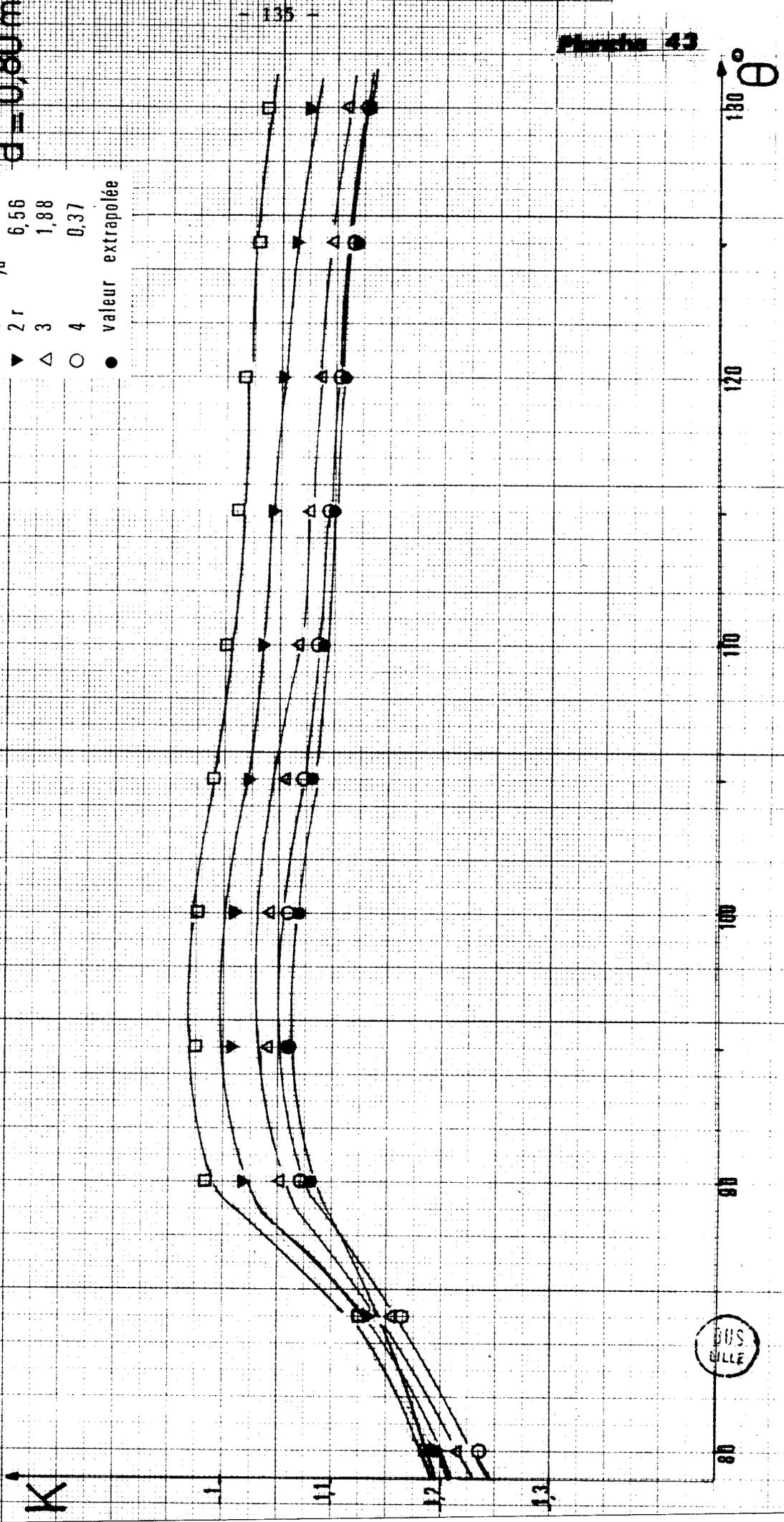
INFLUENCE DE h/d

$K f(\theta)$

incidences de 80 à 130 degrés

- 1 $h/d = 9,37$
- ▼ 2 $r = 6,56$
- △ 3 $r = 1,88$
- 4 $r = 0,37$
- valeur extrapolée

$d = 0,80 \text{ mm}$



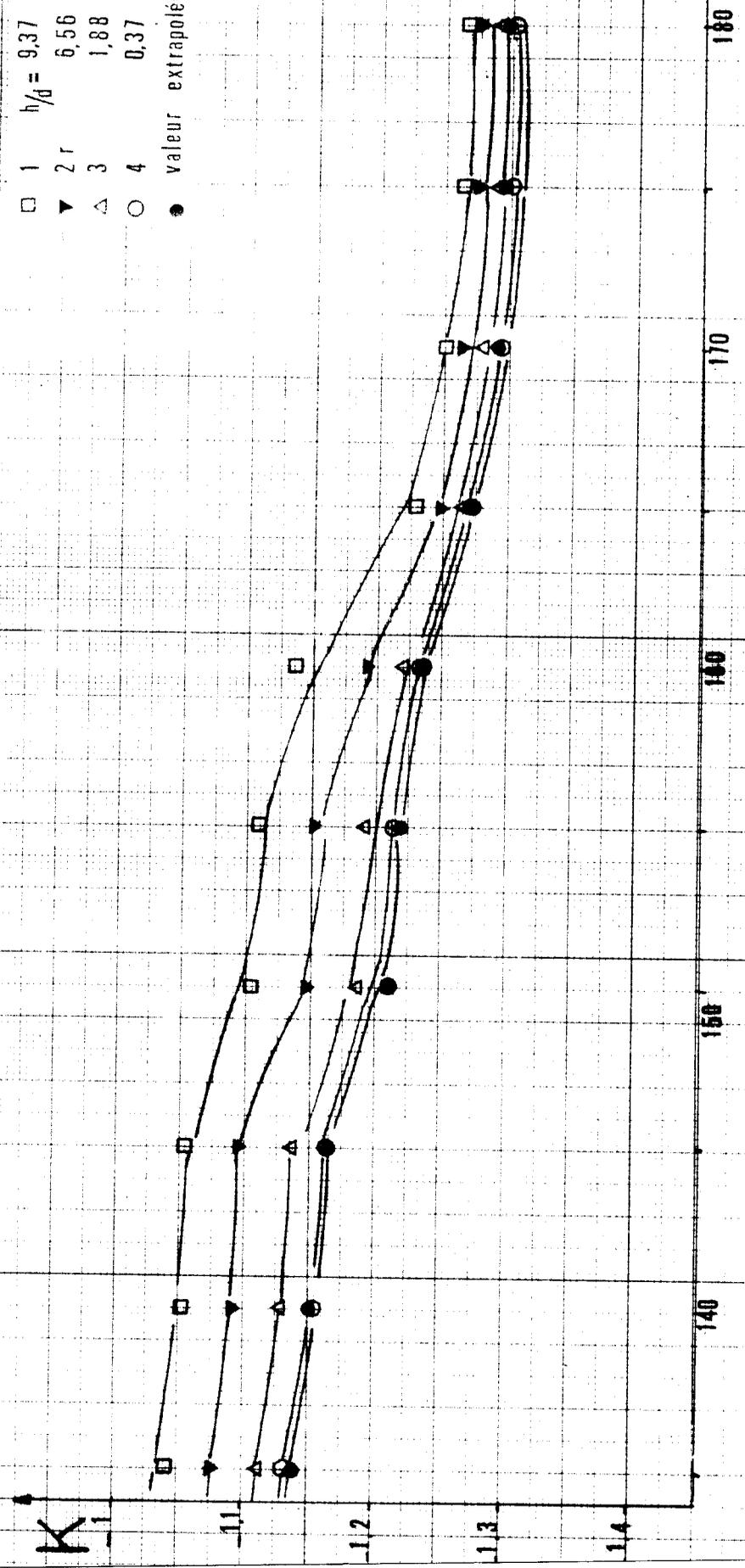
INFLUENCE DE h/d

$$K = f(\theta)$$

Incidences de 135 à 180 degrés

- $h/d = 9,37$
- ▼ $h/d = 6,56$
- △ $h/d = 1,88$
- $h/d = 0,37$
- valeur extrapolée

$d = 0,80 \text{ mm}$



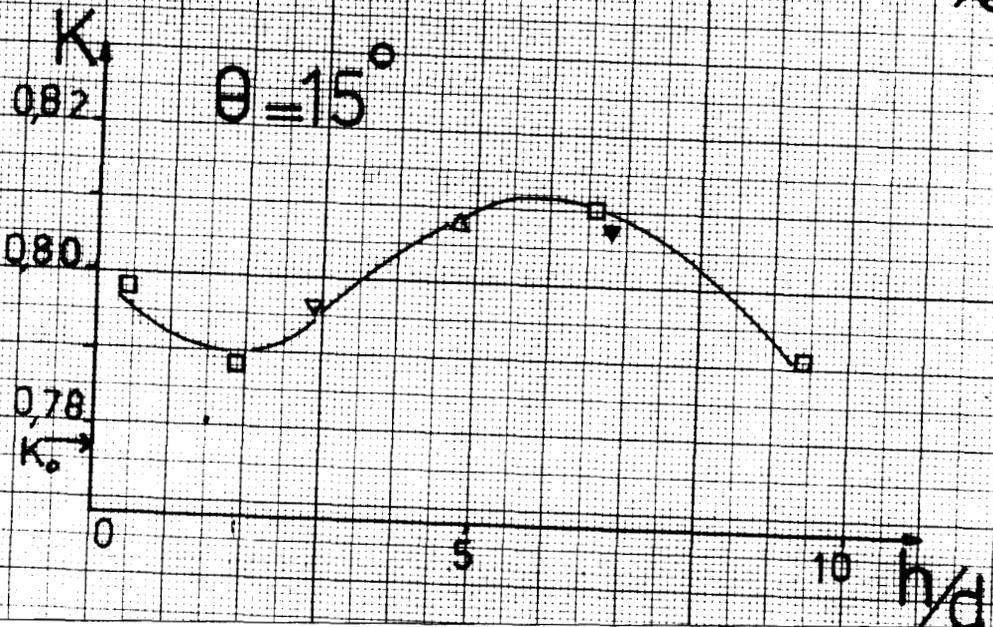
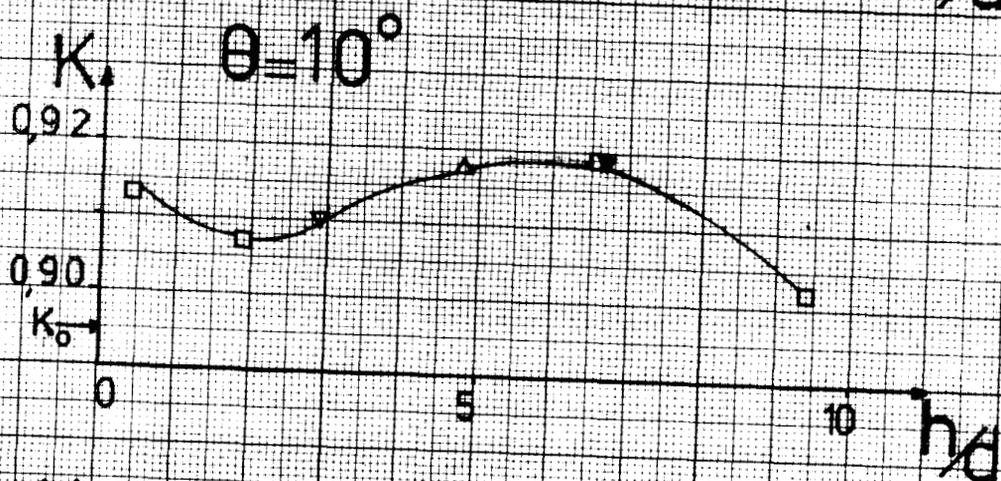
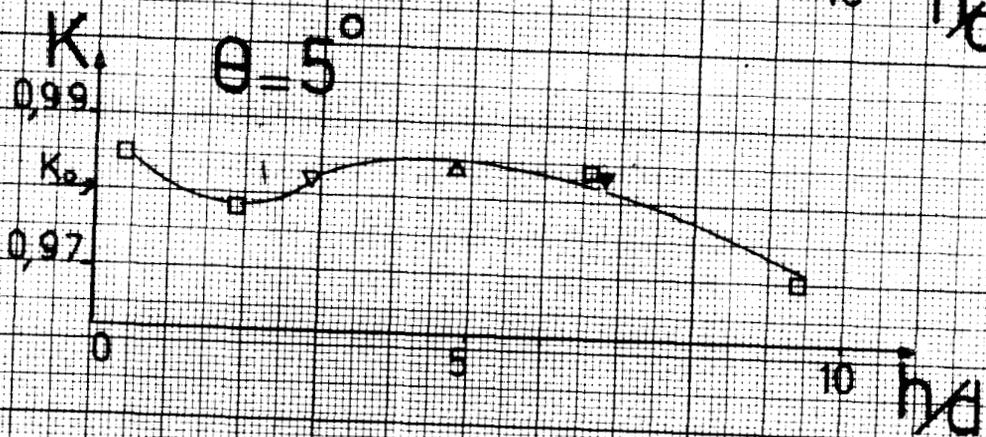
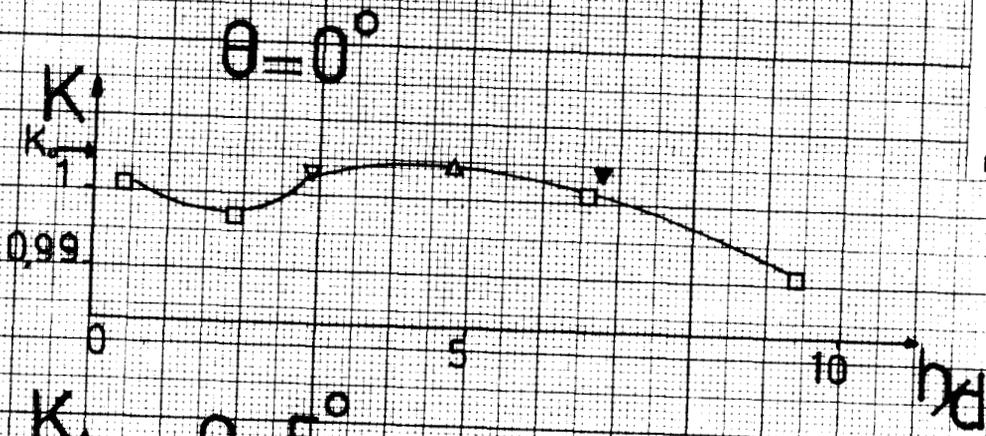
θ



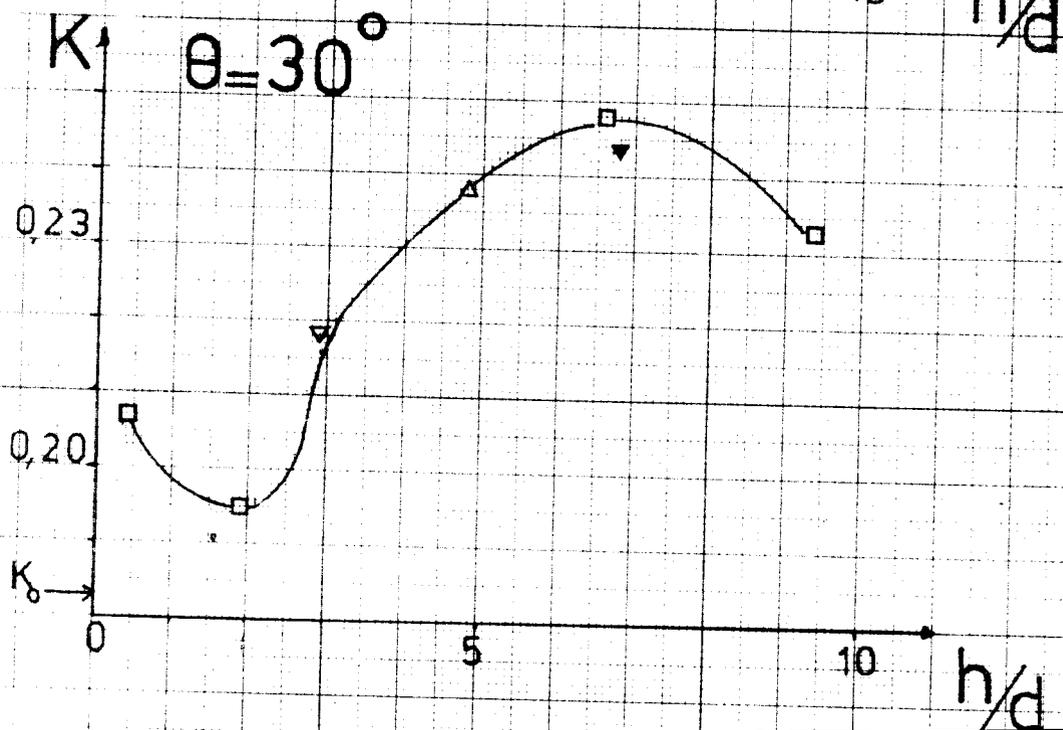
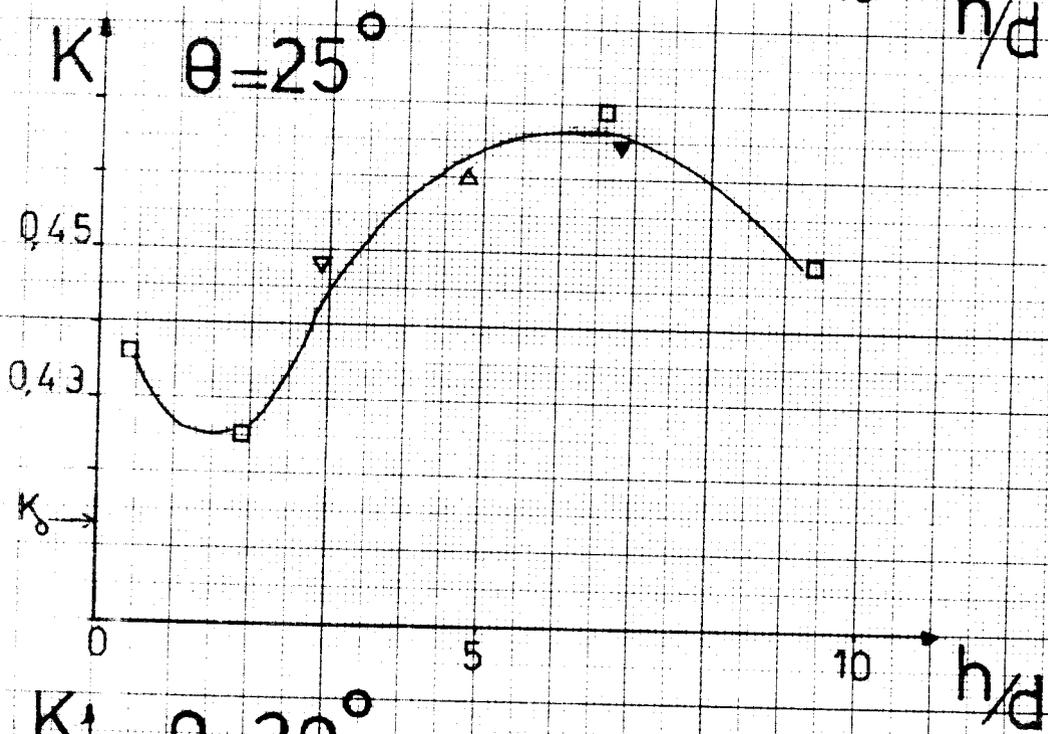
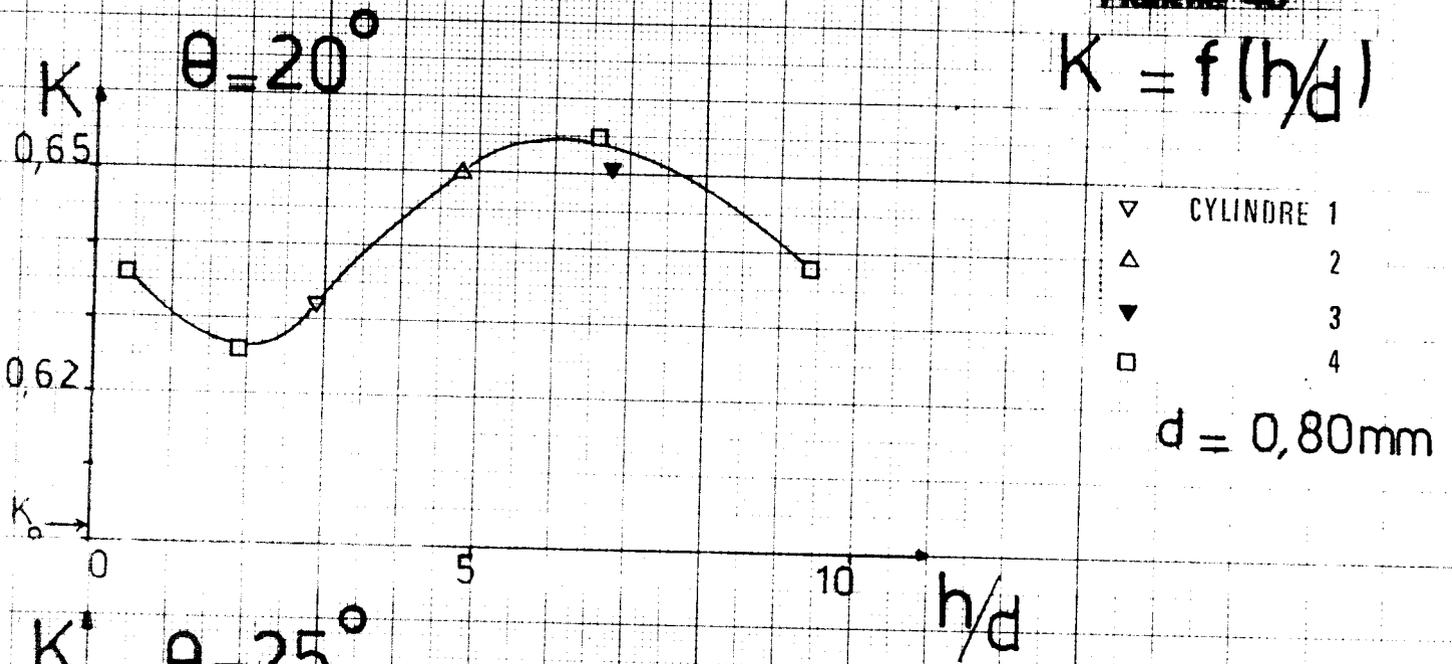
d = 0,80 mm

$K = f(h/d)$

- ▽ CYLINDRE 1
- △ 2
- ▼ 3
- 4

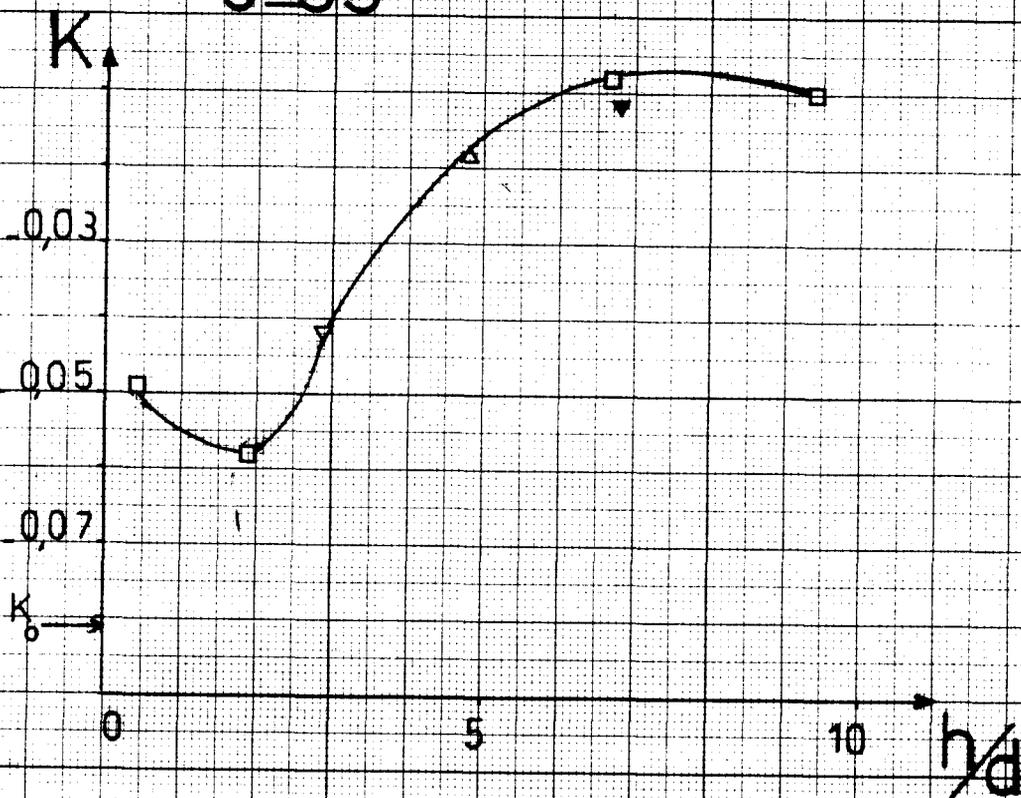


$K = f(h/d)$



$\theta = 35^\circ$

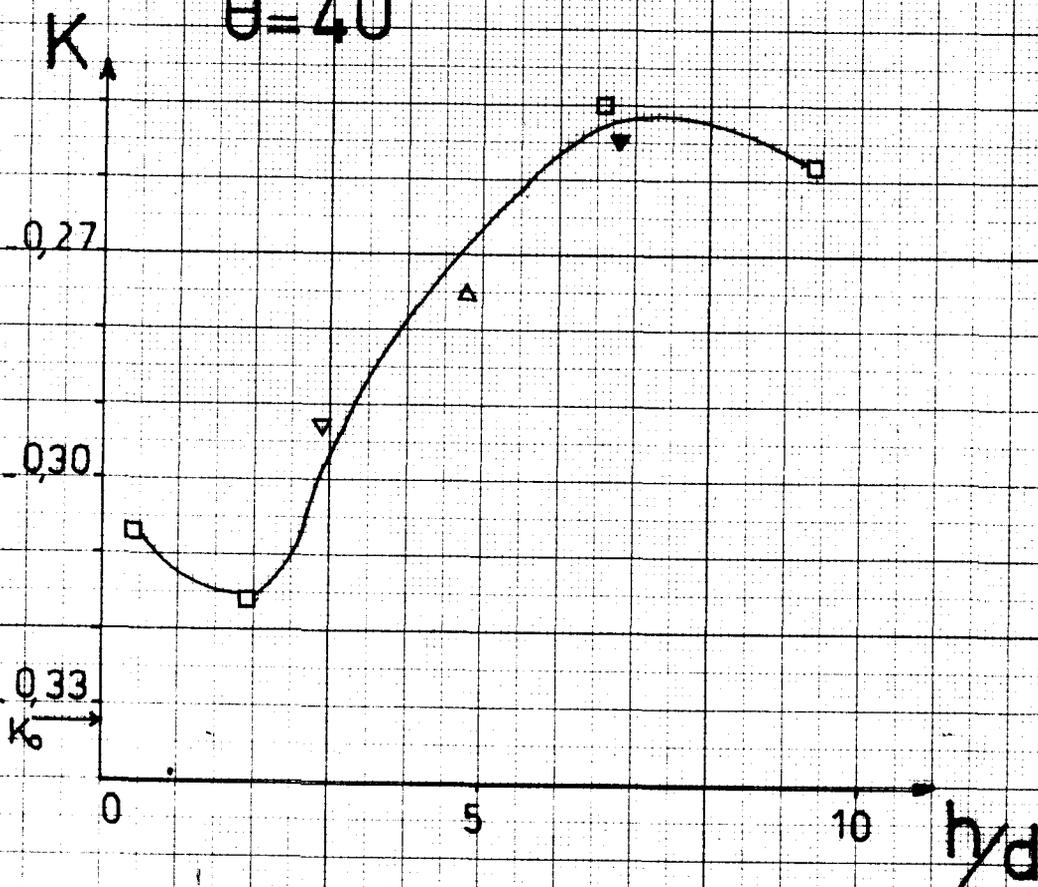
$K = f(h/d)$

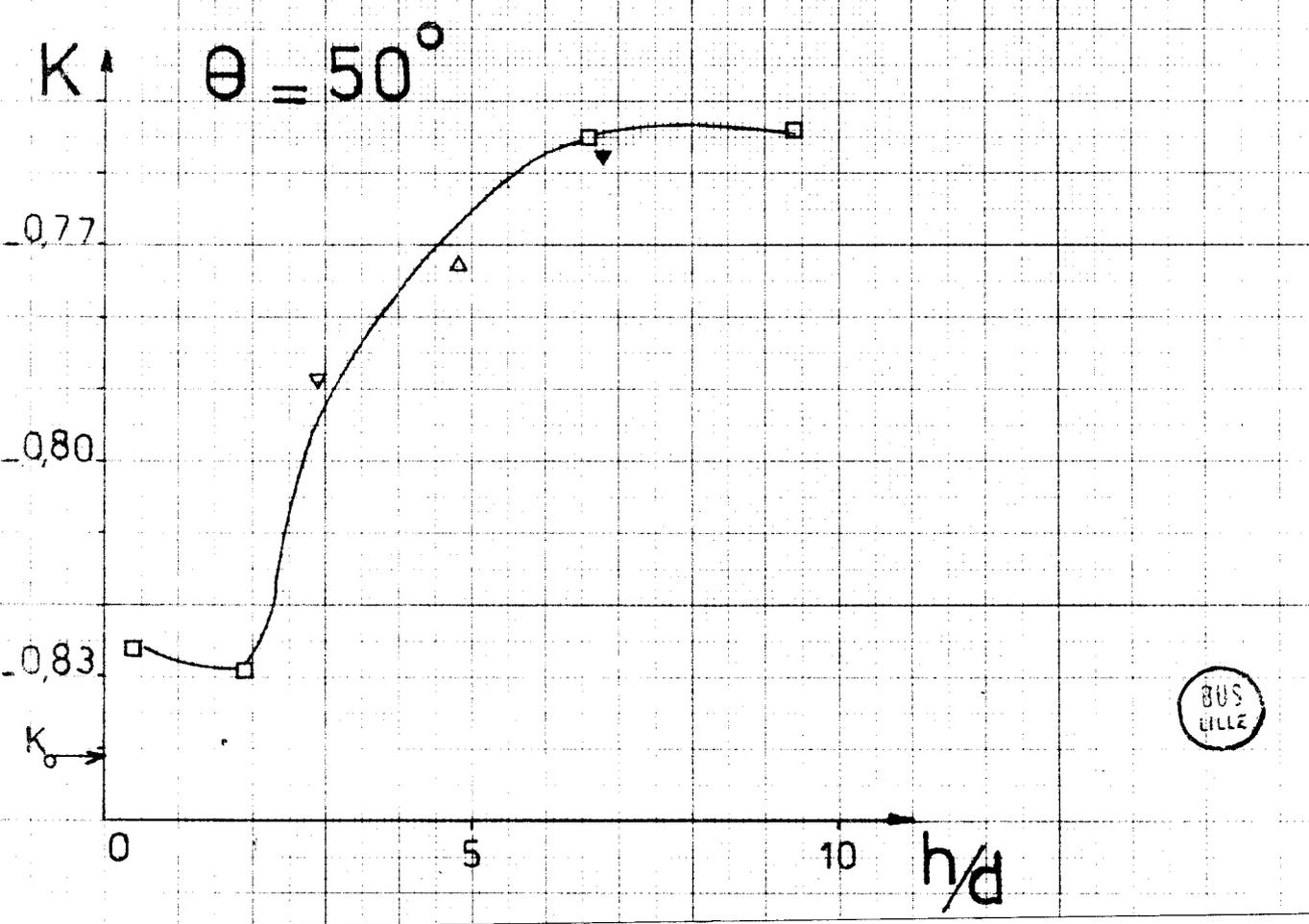
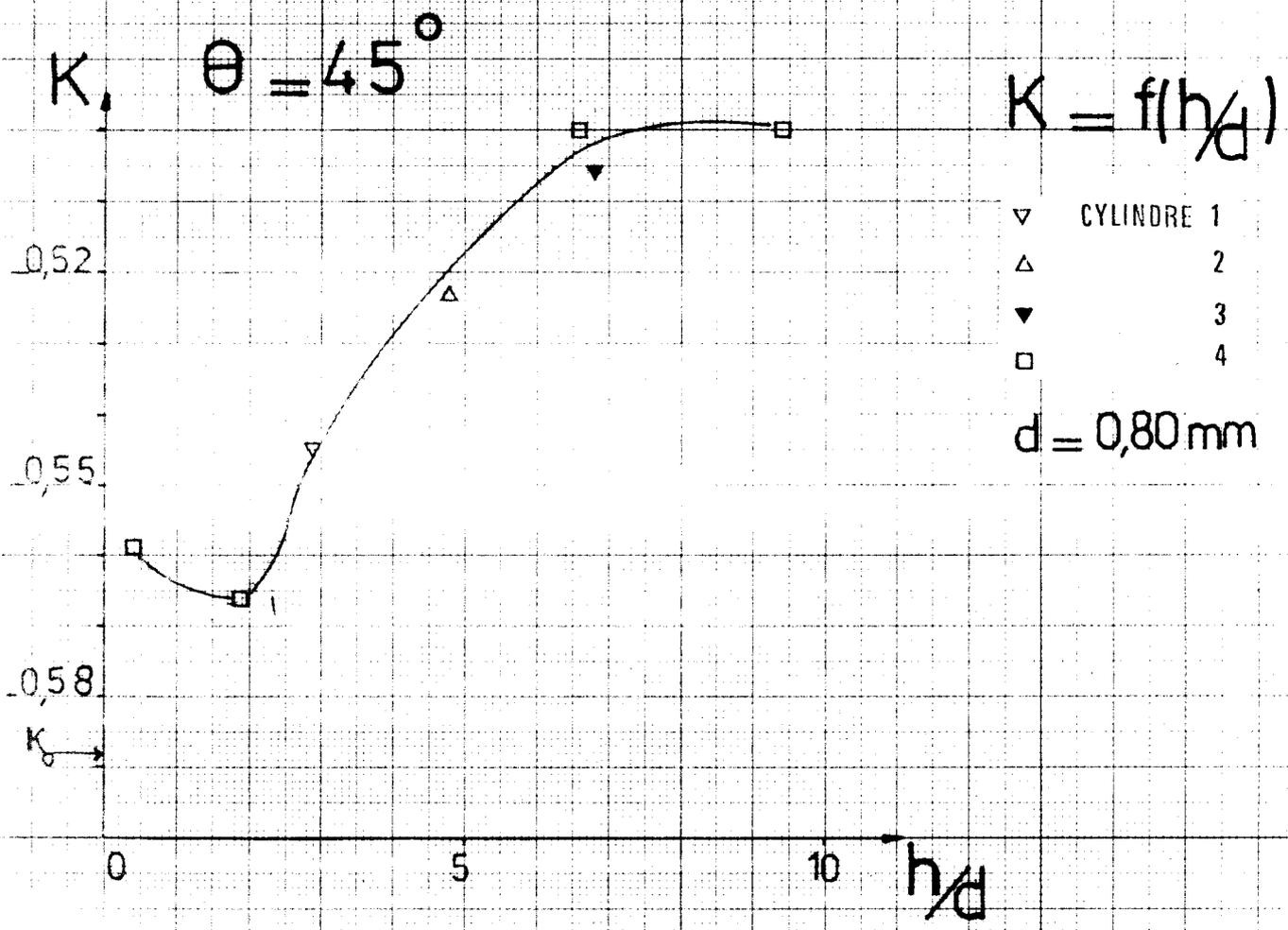


- ▽ CYLINDRE 1
- △ 2
- ▼ 3
- 4

$d = 0,80 \text{ mm}$

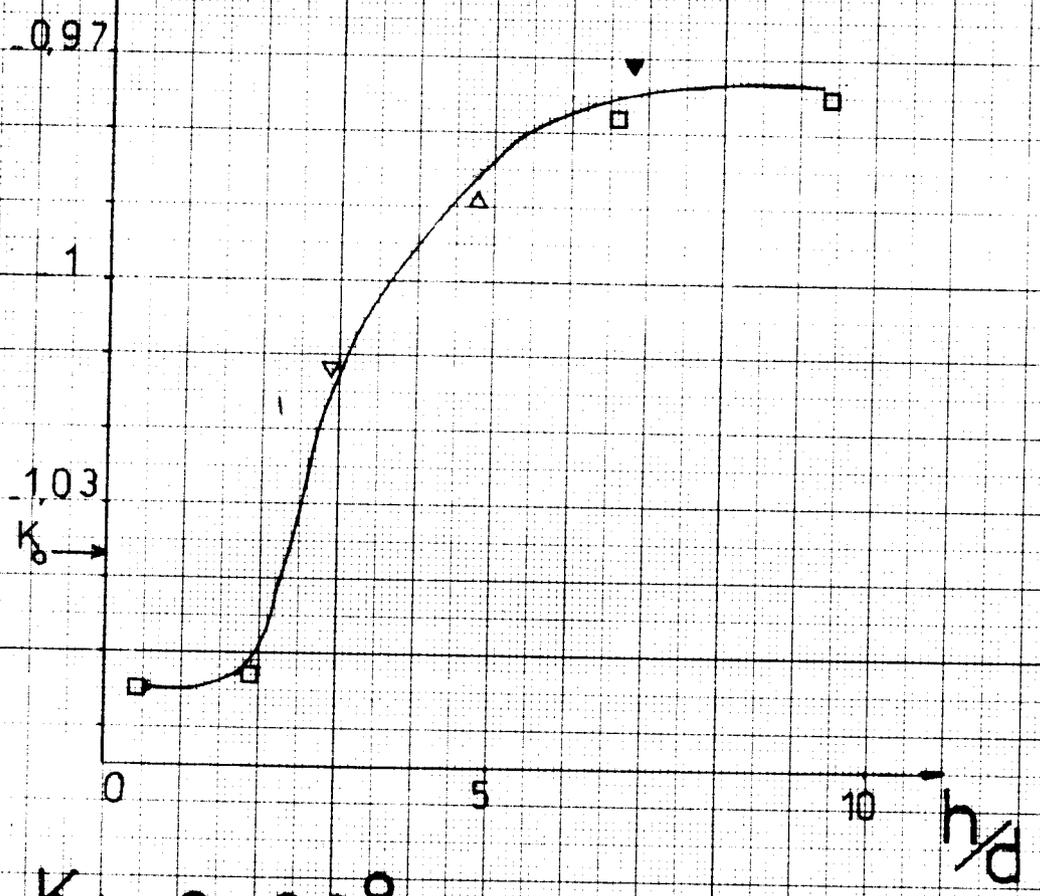
$\theta = 40^\circ$





$K, \theta = 55^\circ$

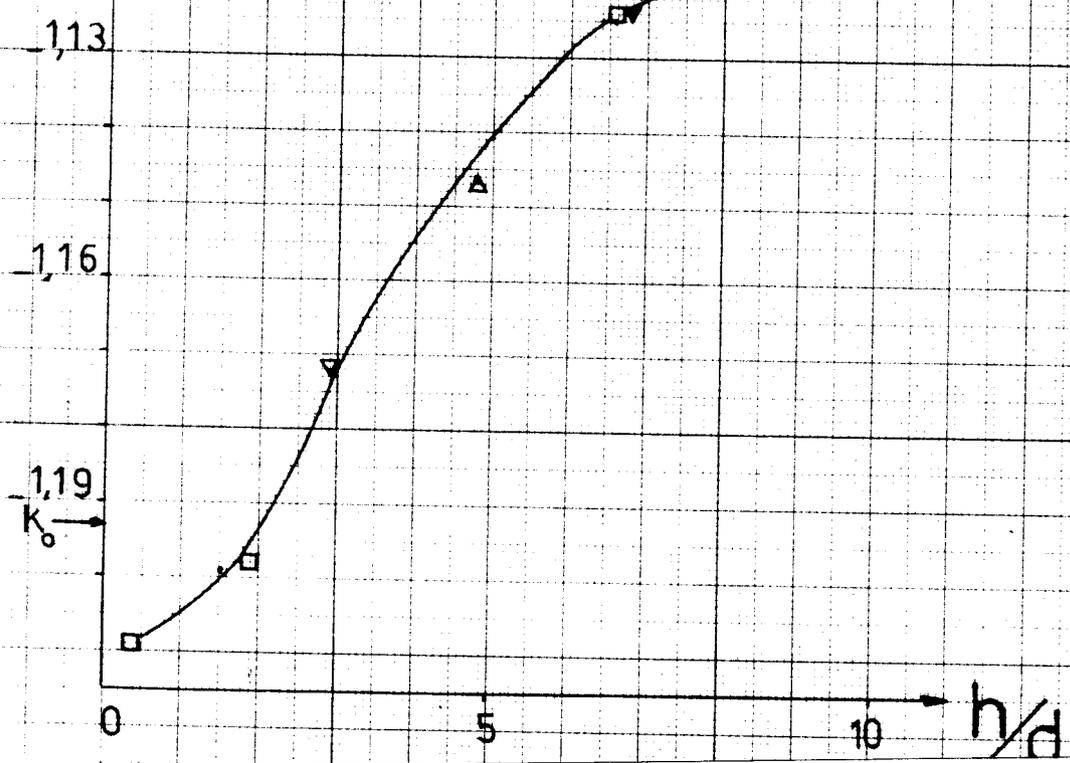
$K = f(h/d)$

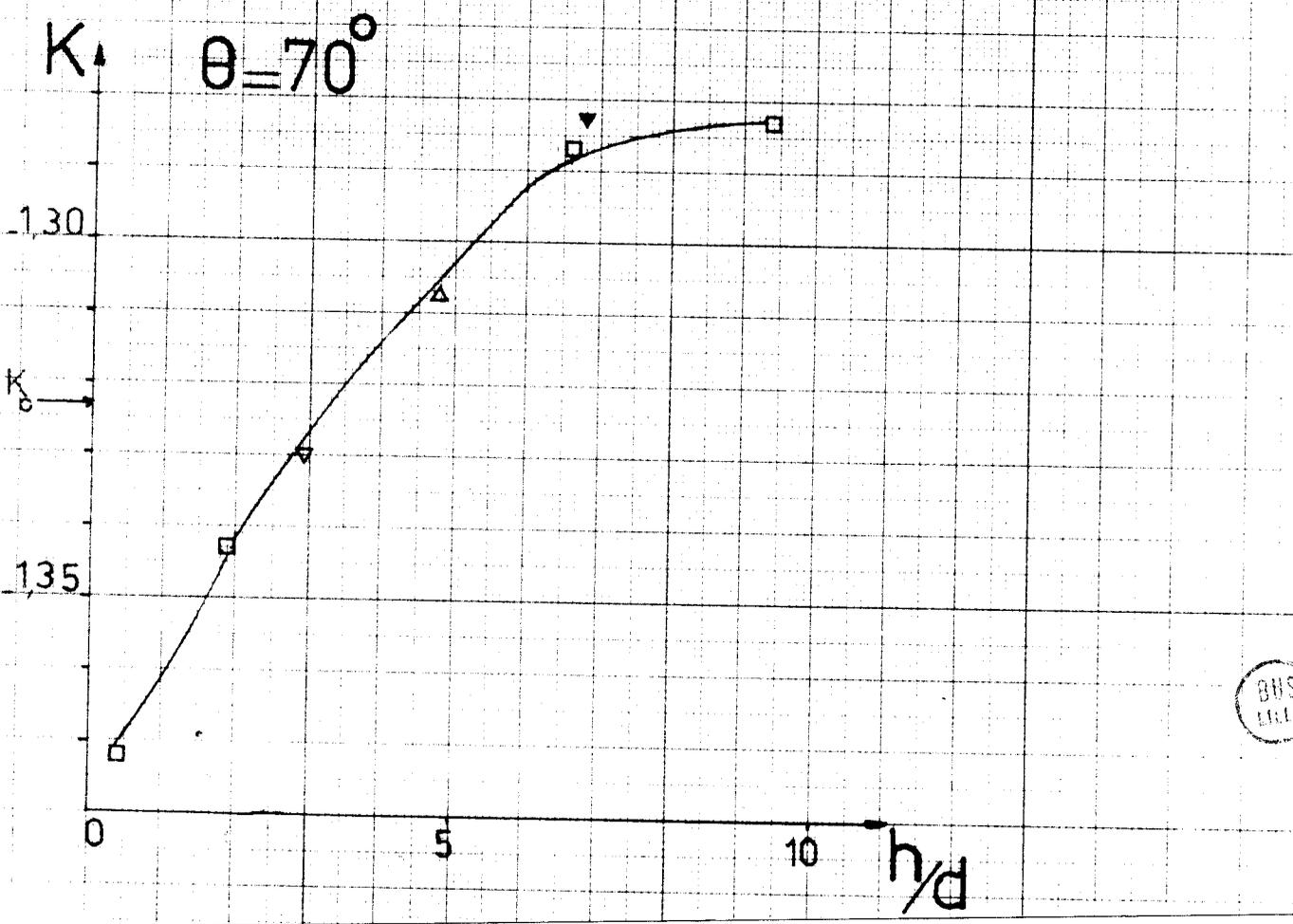
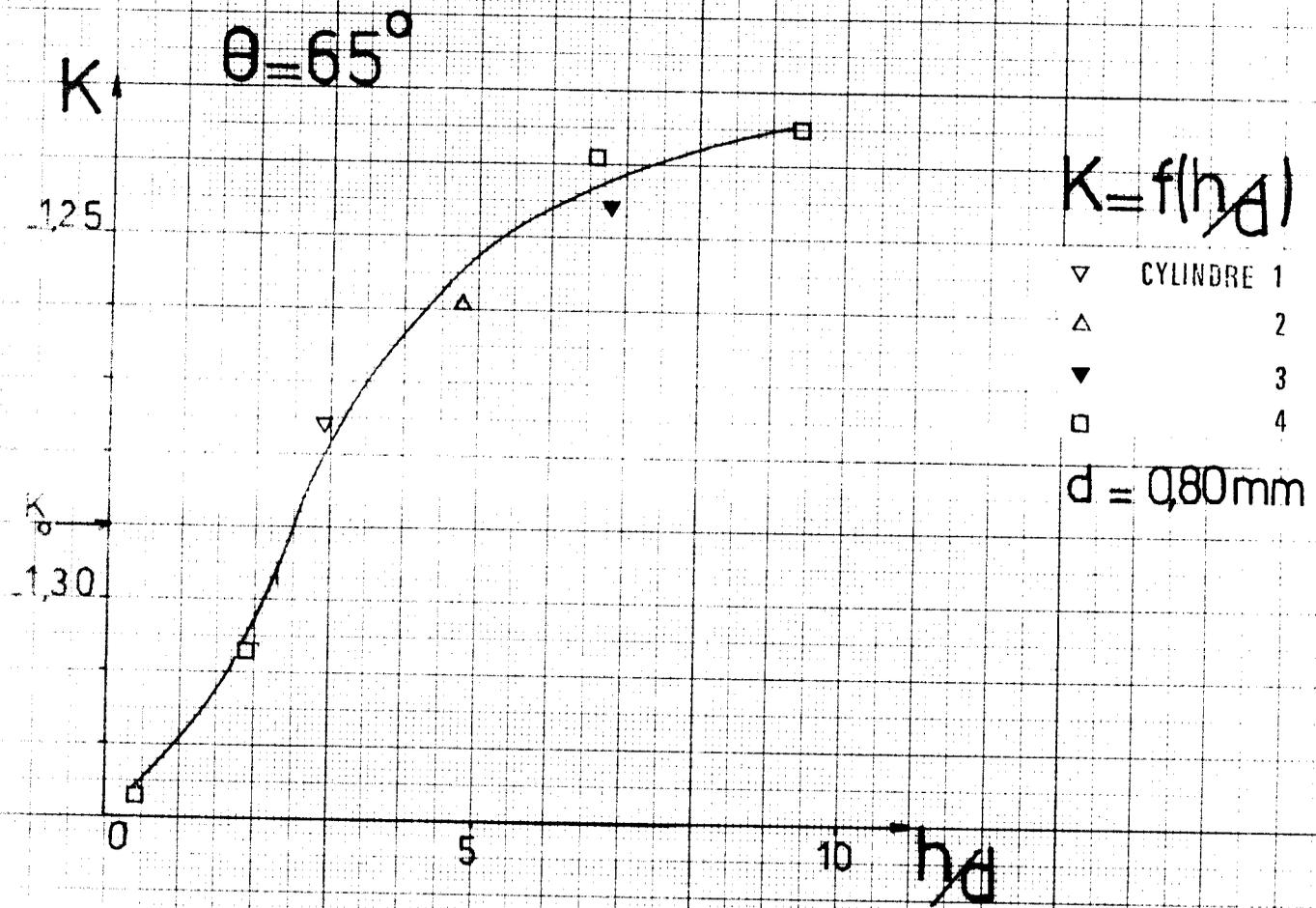


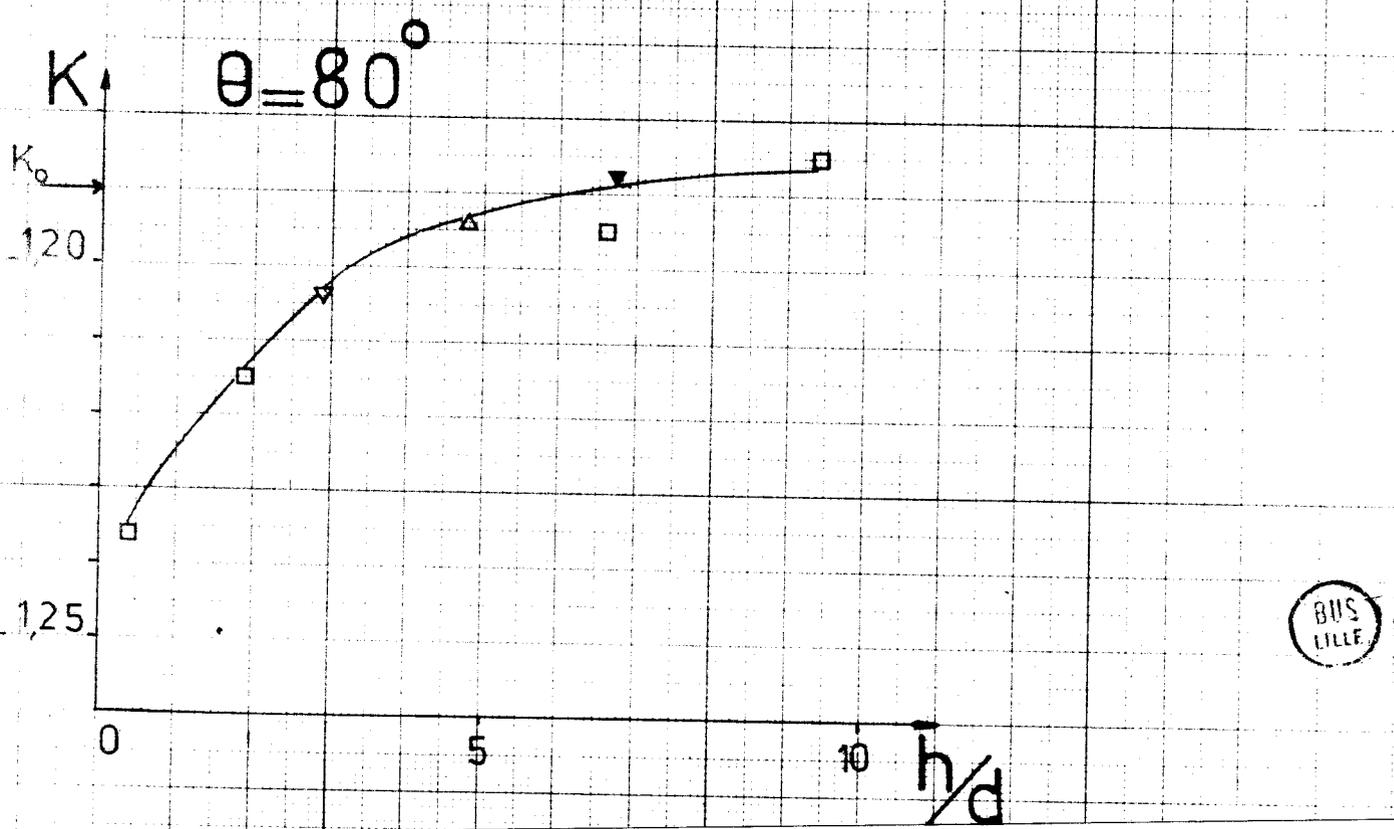
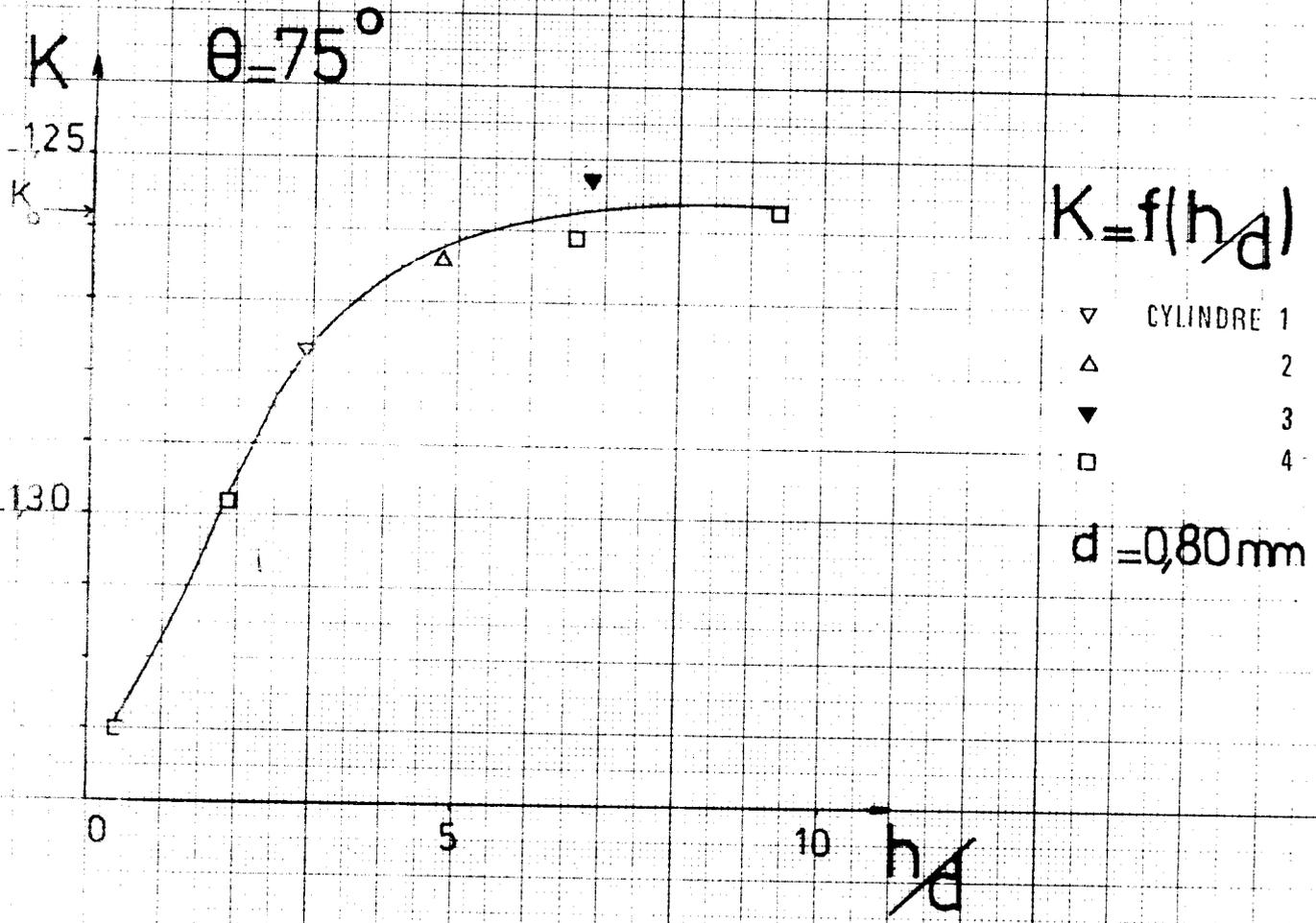
- ▽ CYLINDRE 1
- △ 2
- ▼ 3
- 4

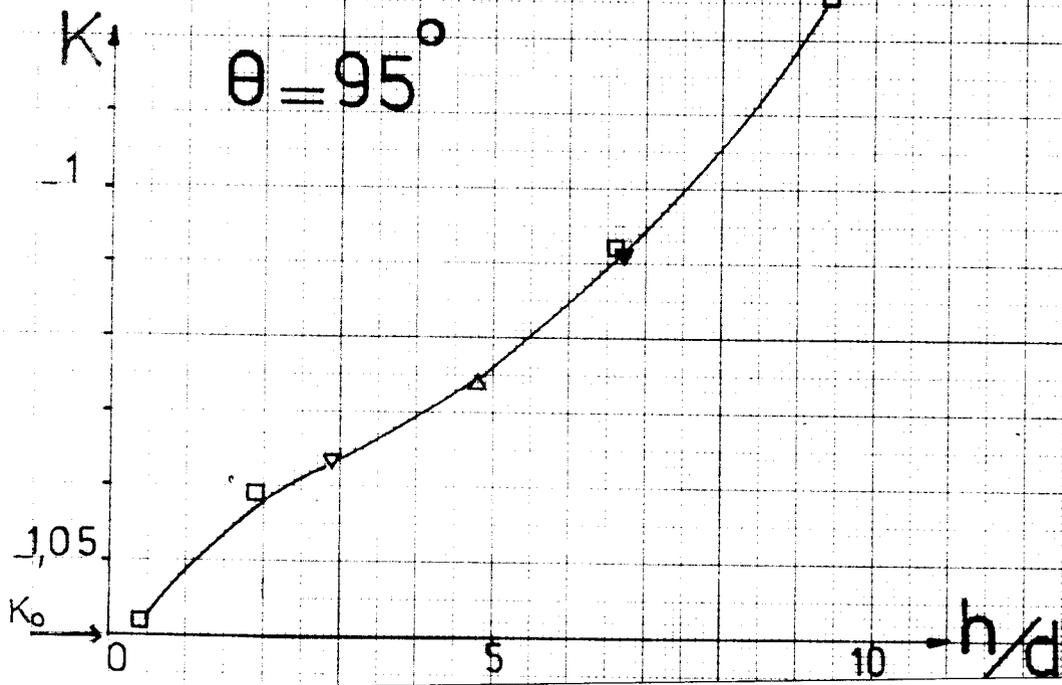
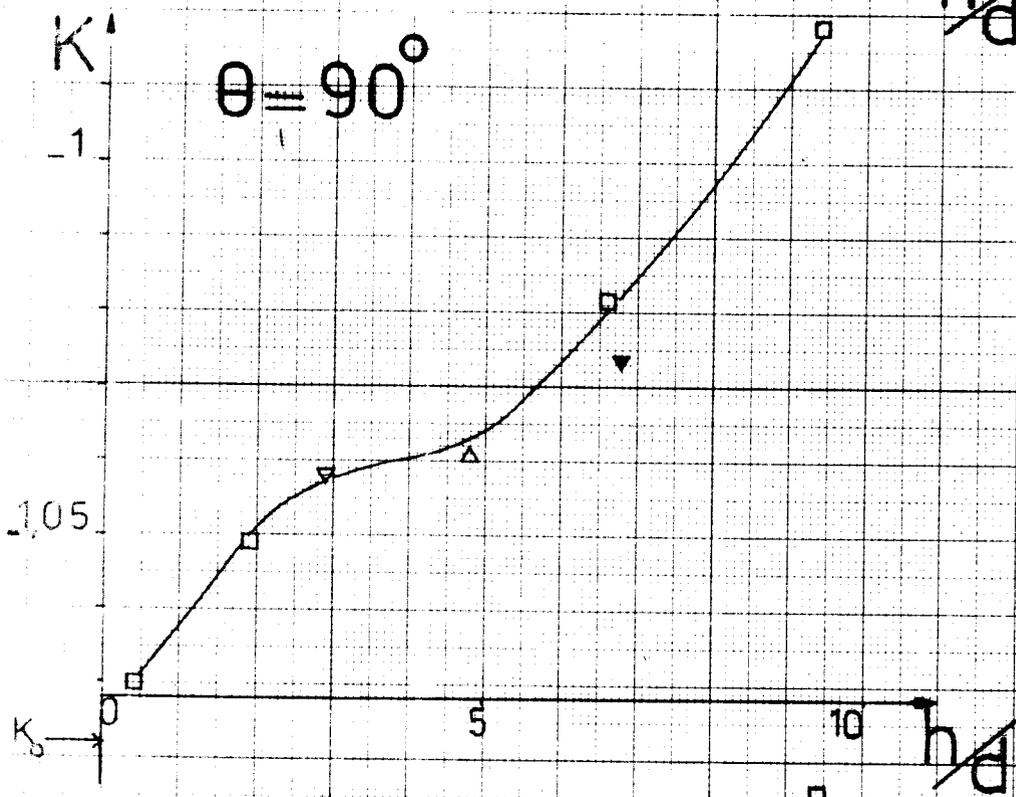
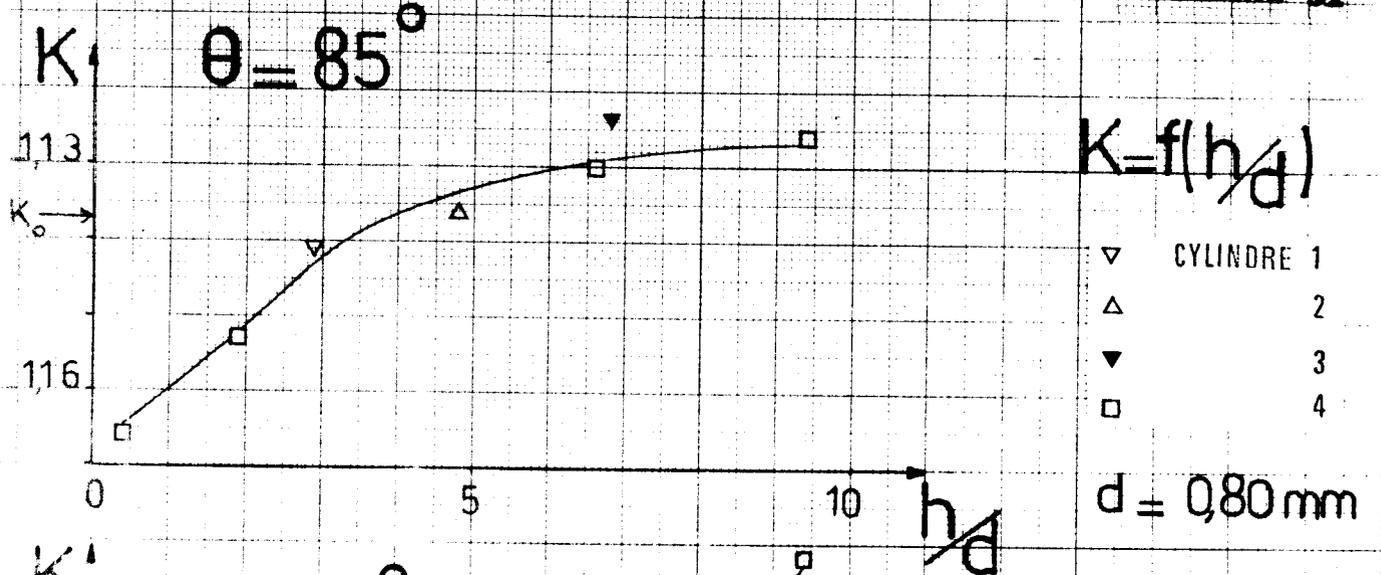
$d = 0,80 \text{ mm}$

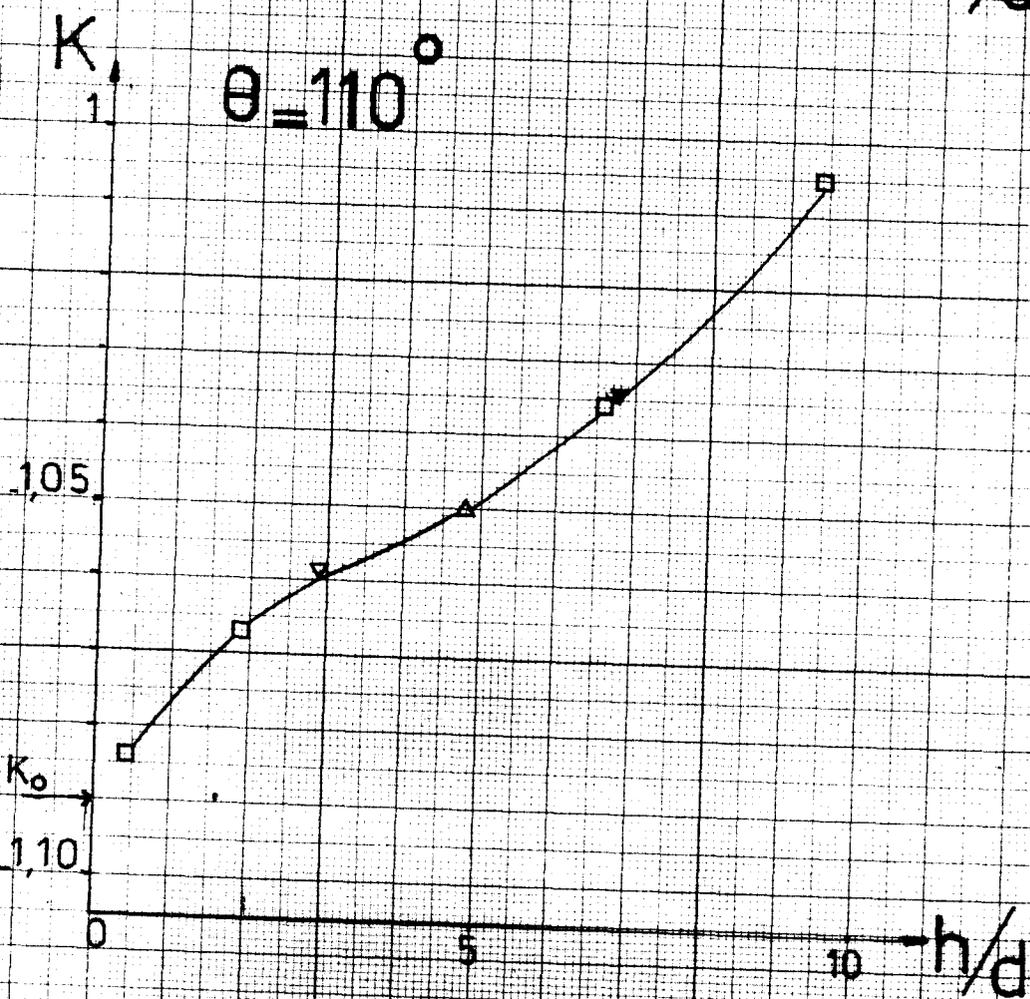
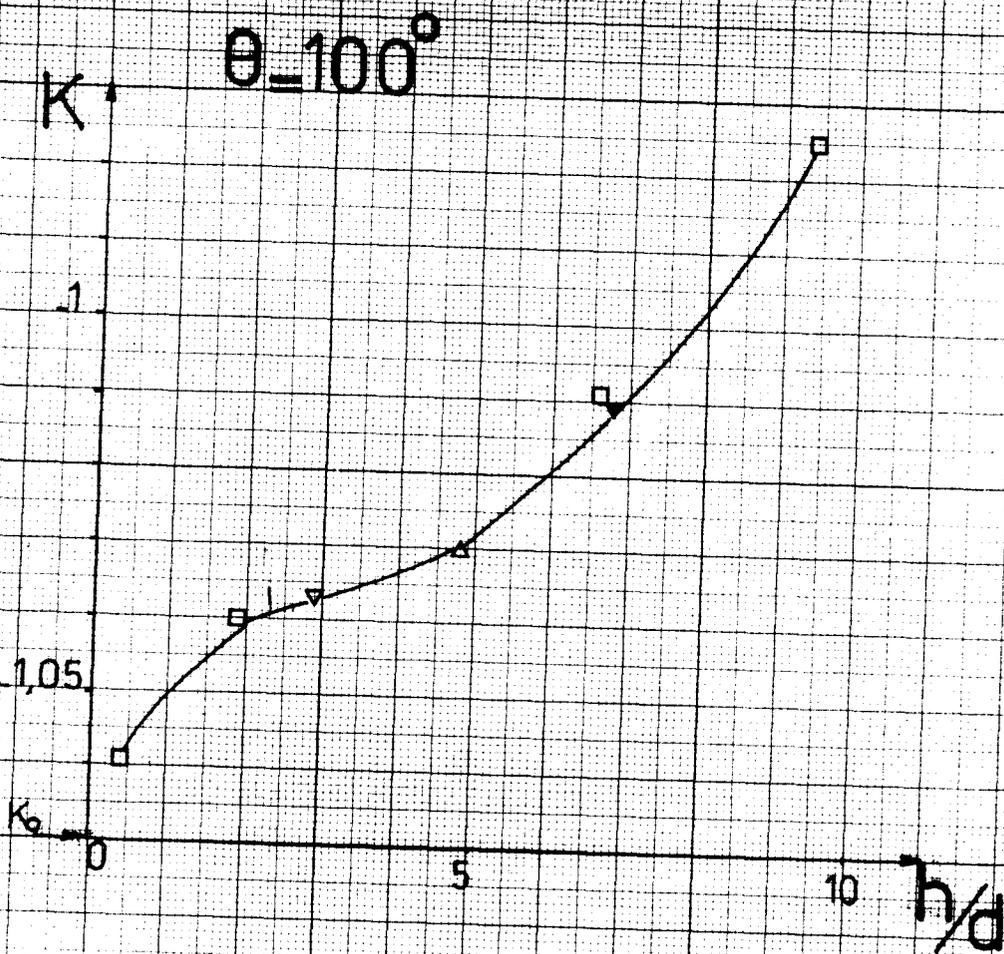
$K, \theta = 60^\circ$

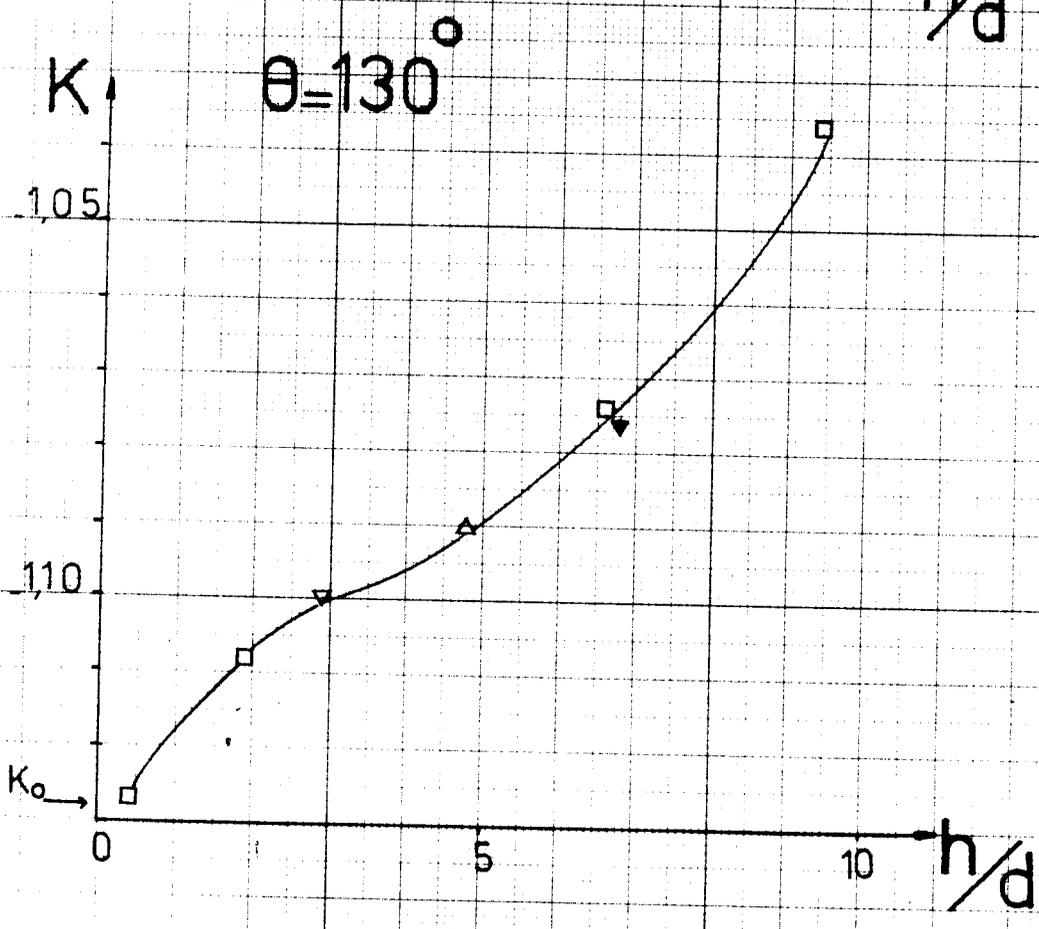
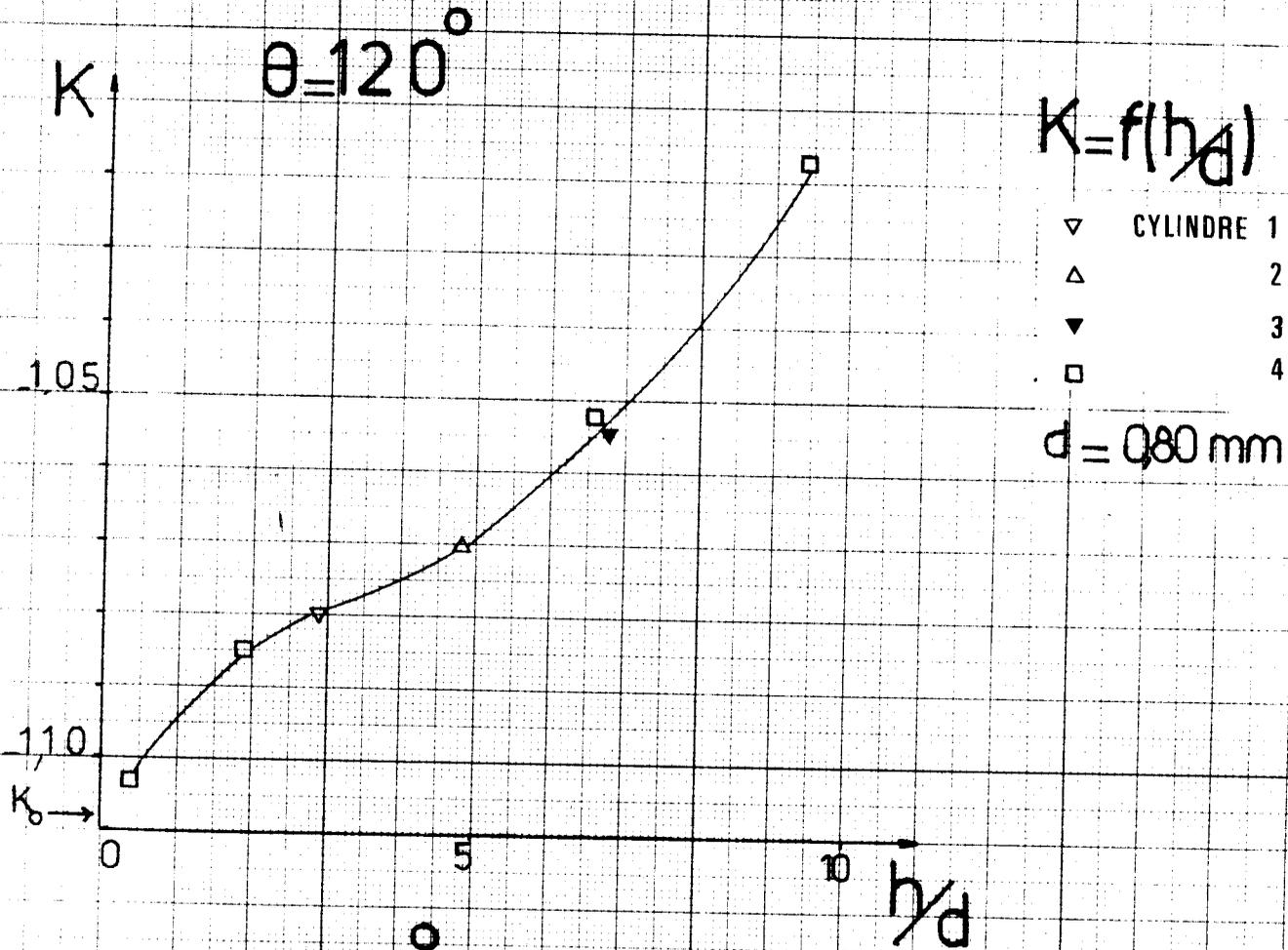


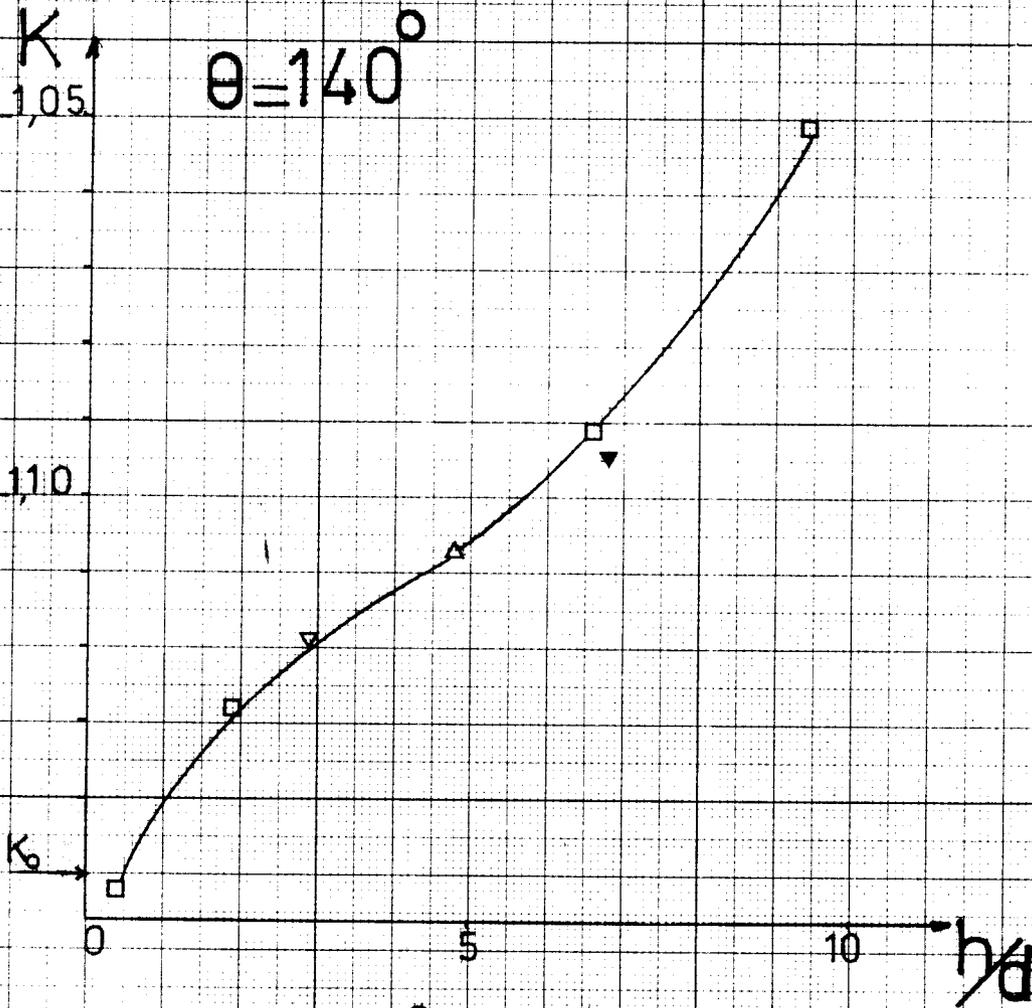








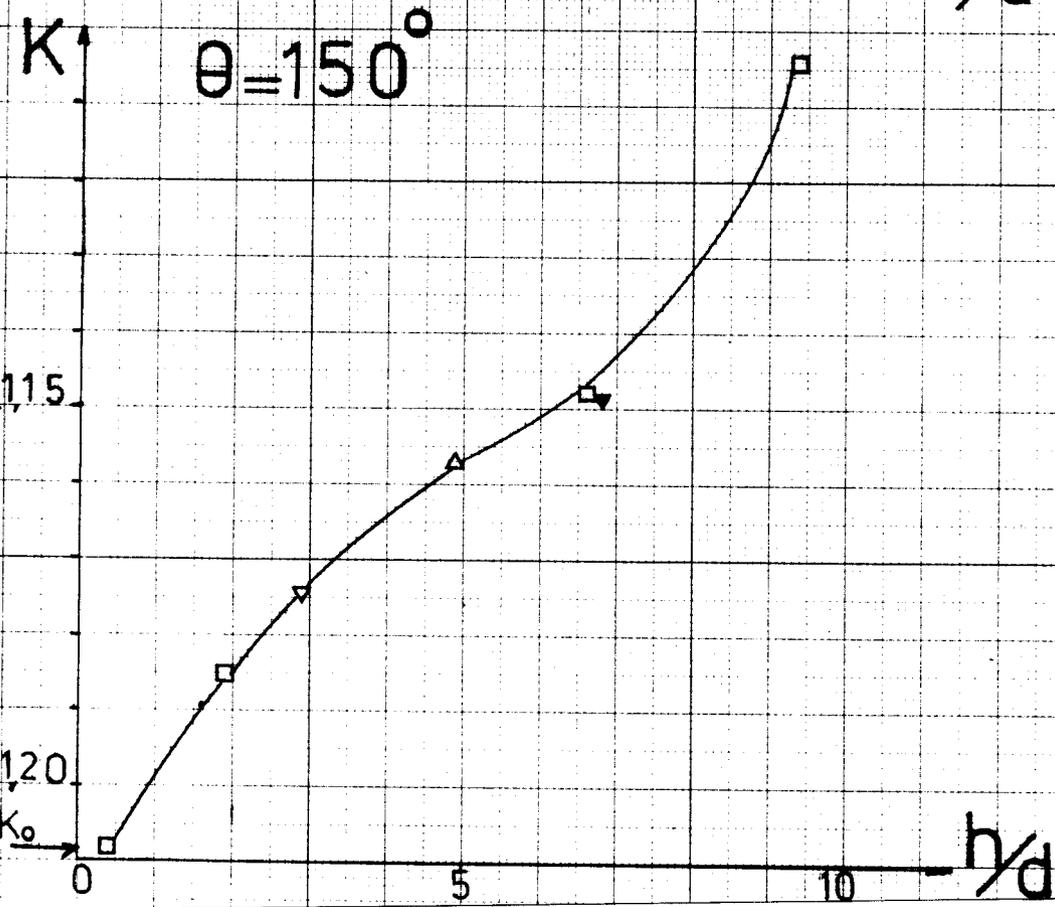


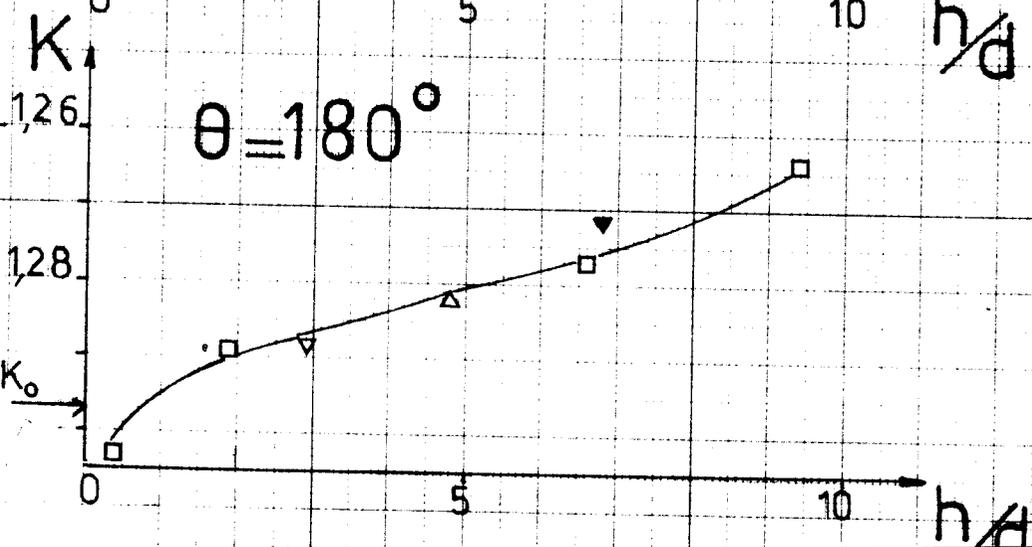
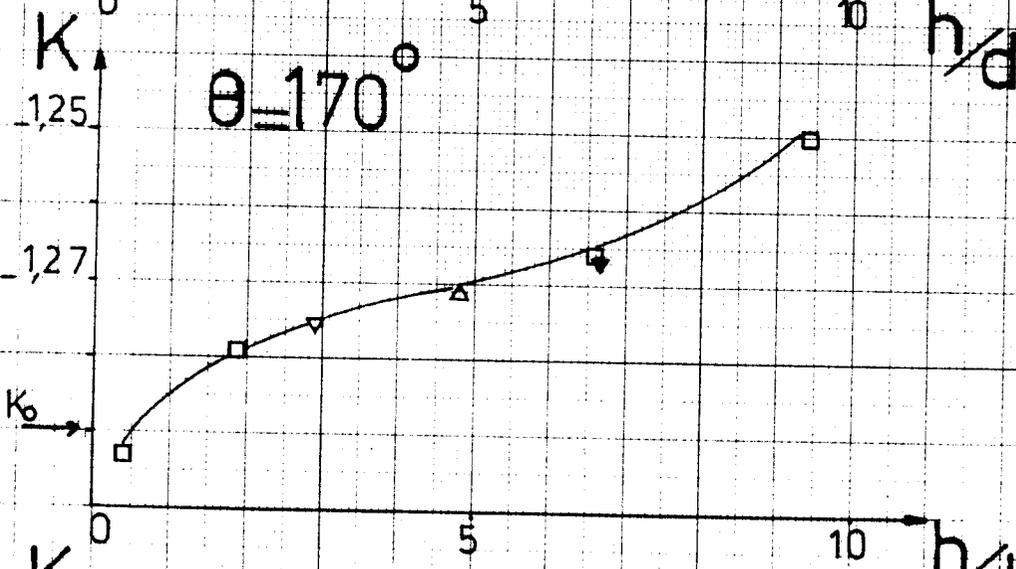
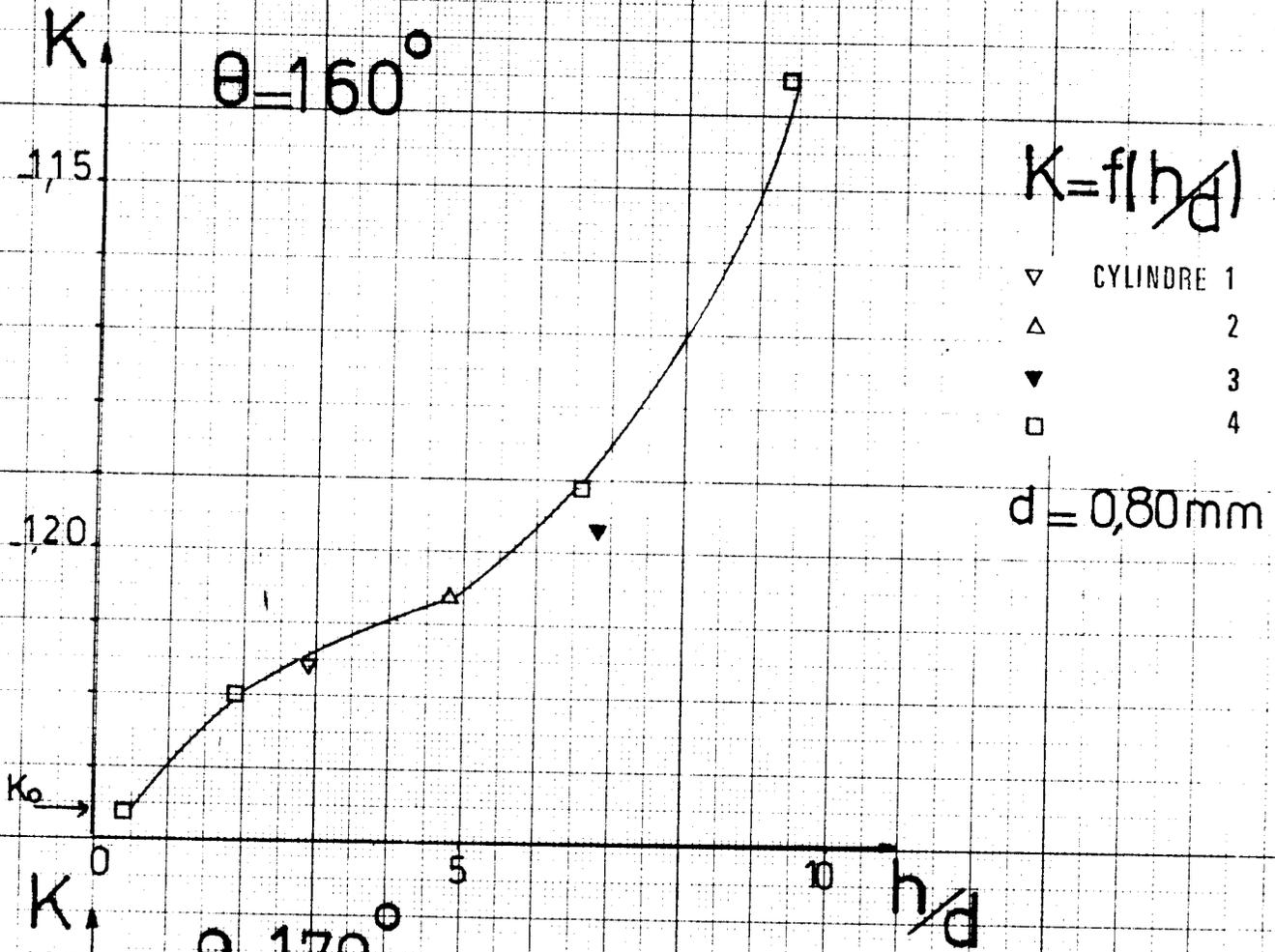


$K = f(h/d)$

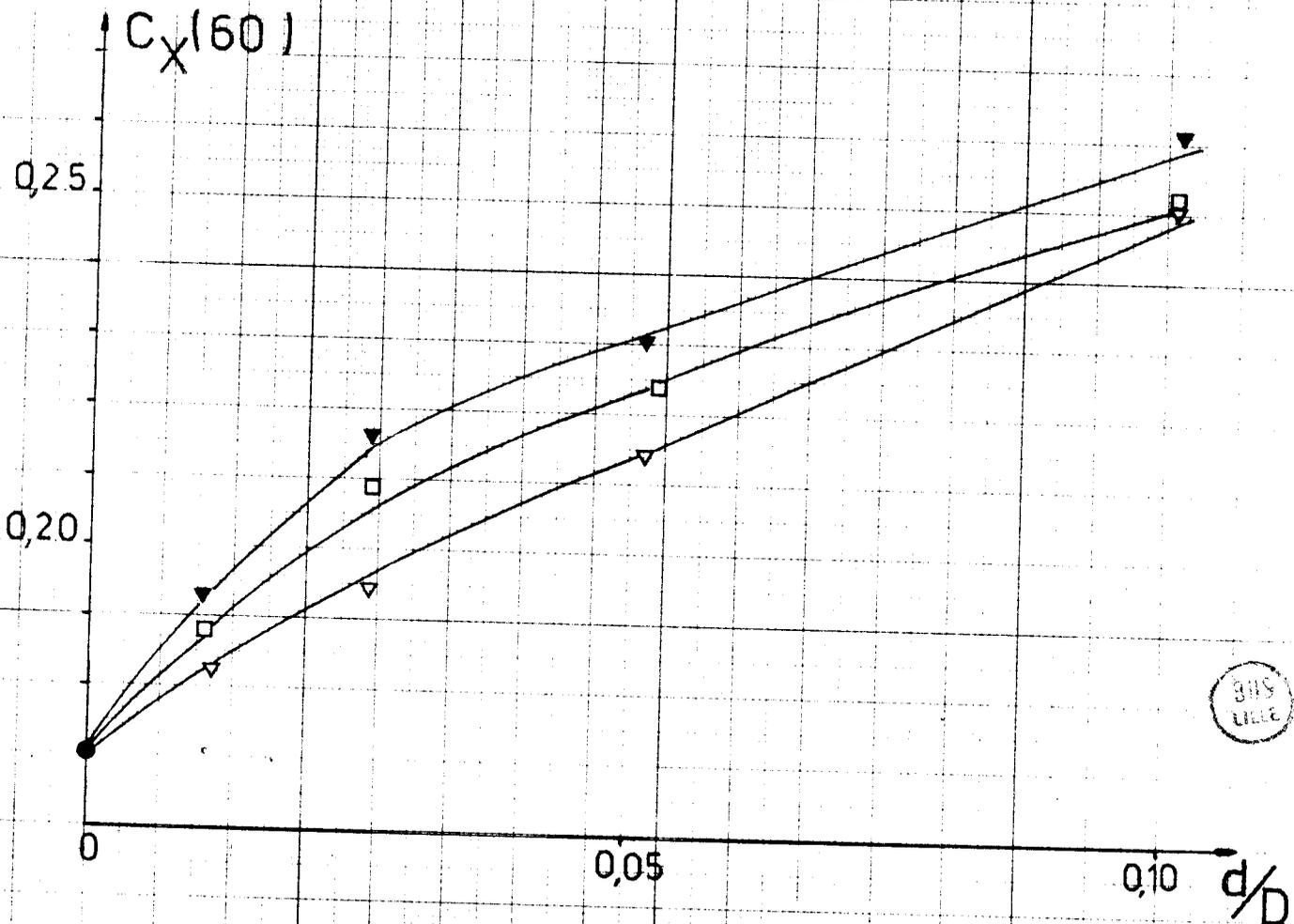
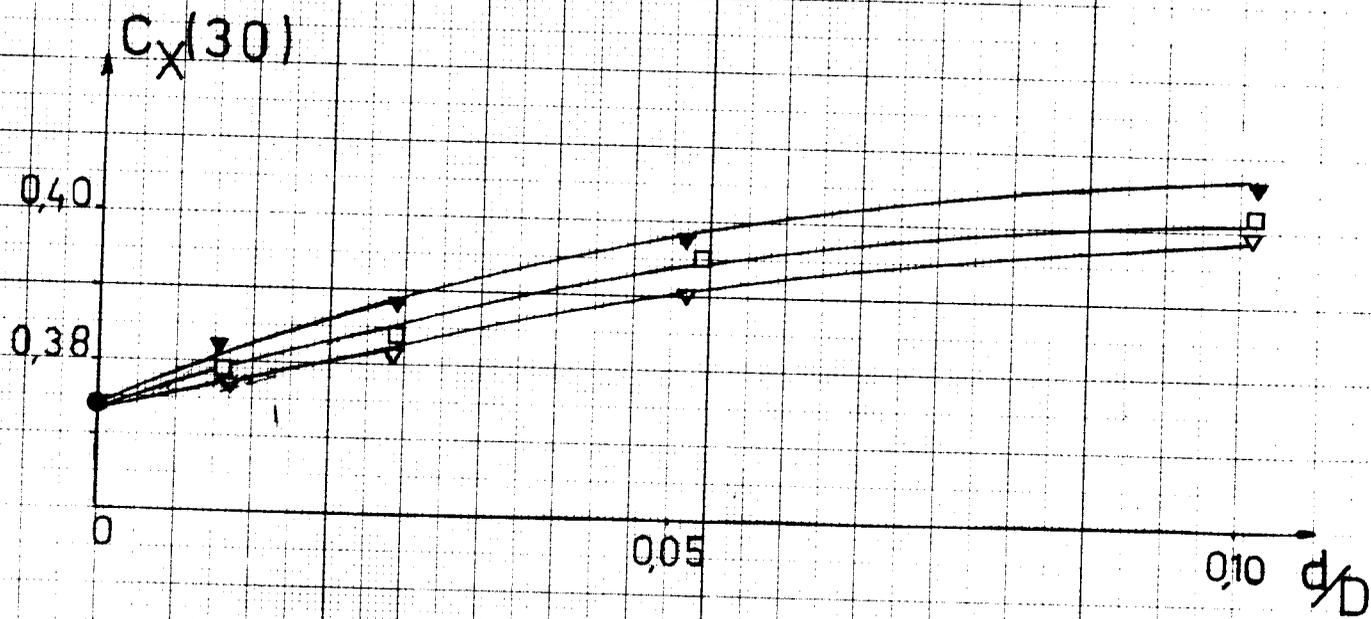
- ▽ CYLINDRE 1
- △ 2
- ▼ 3
- 4

$d = 0,80 \text{ mm}$

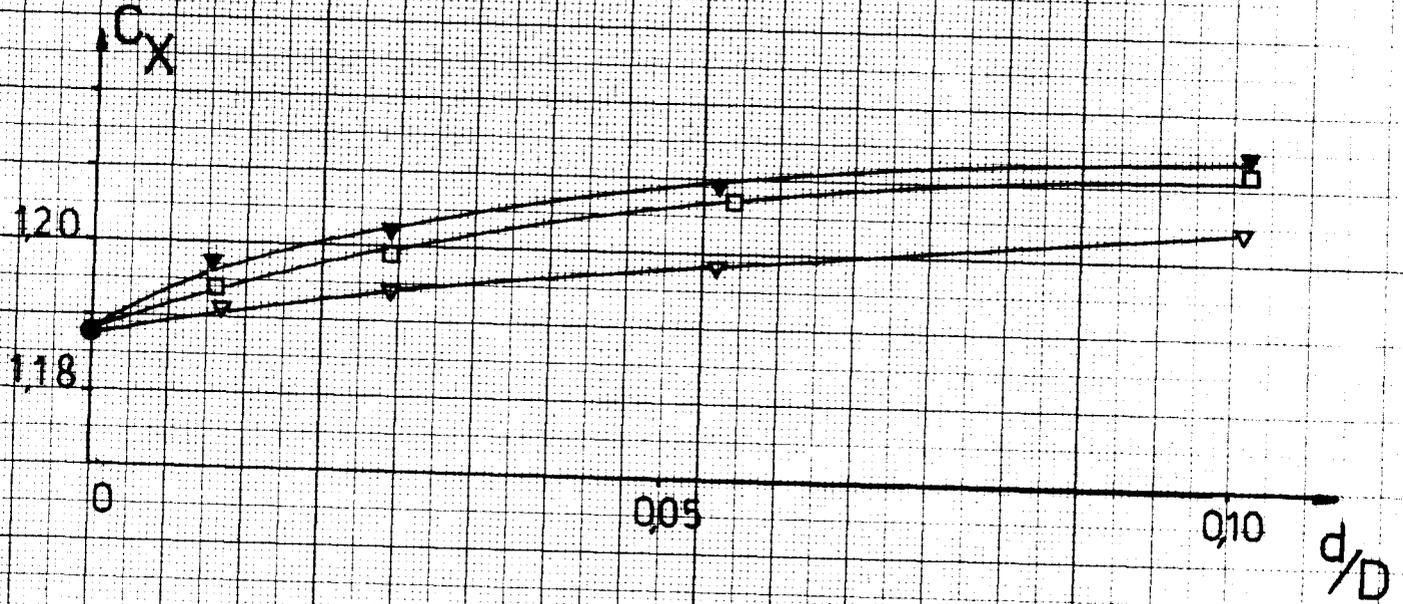
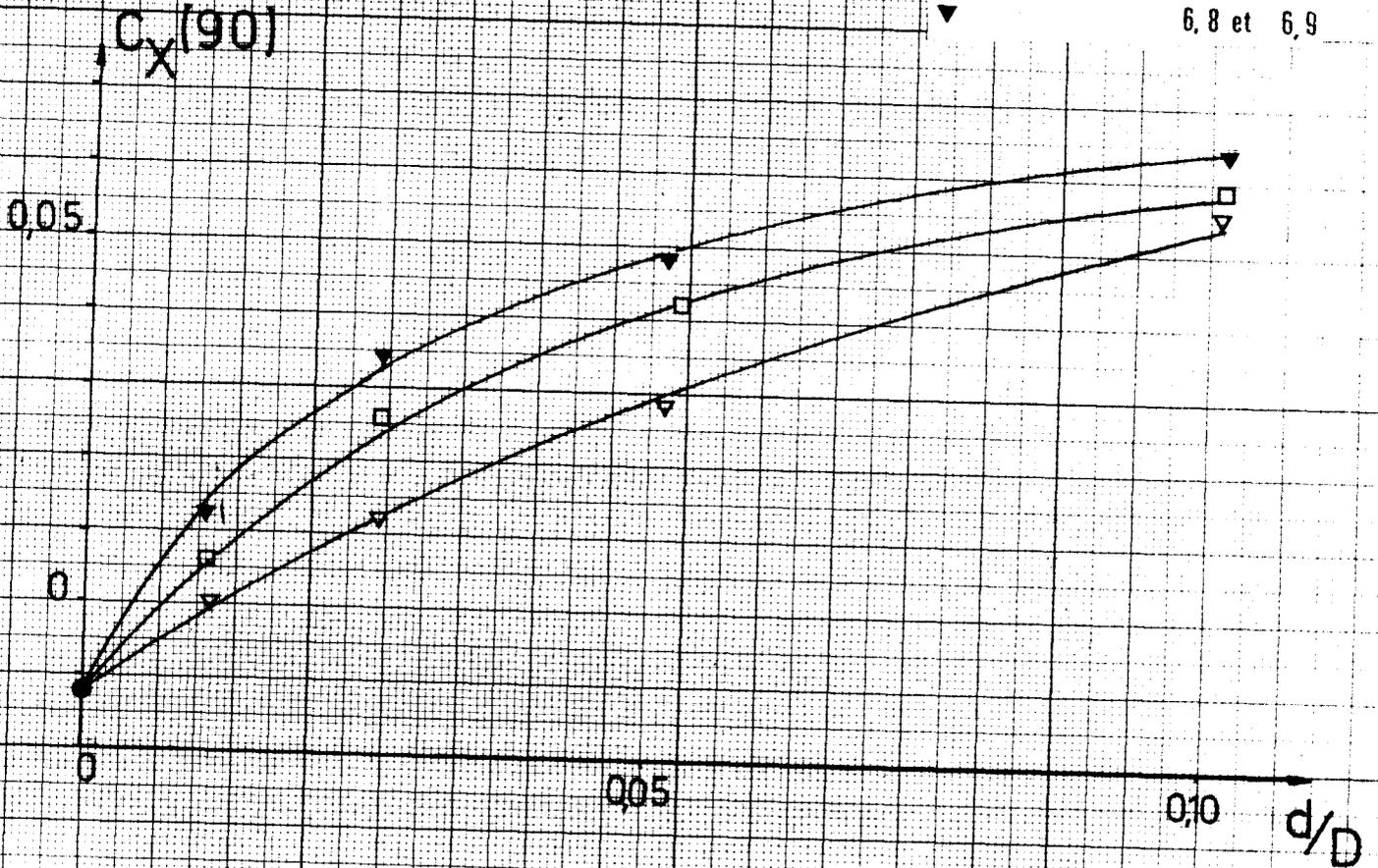


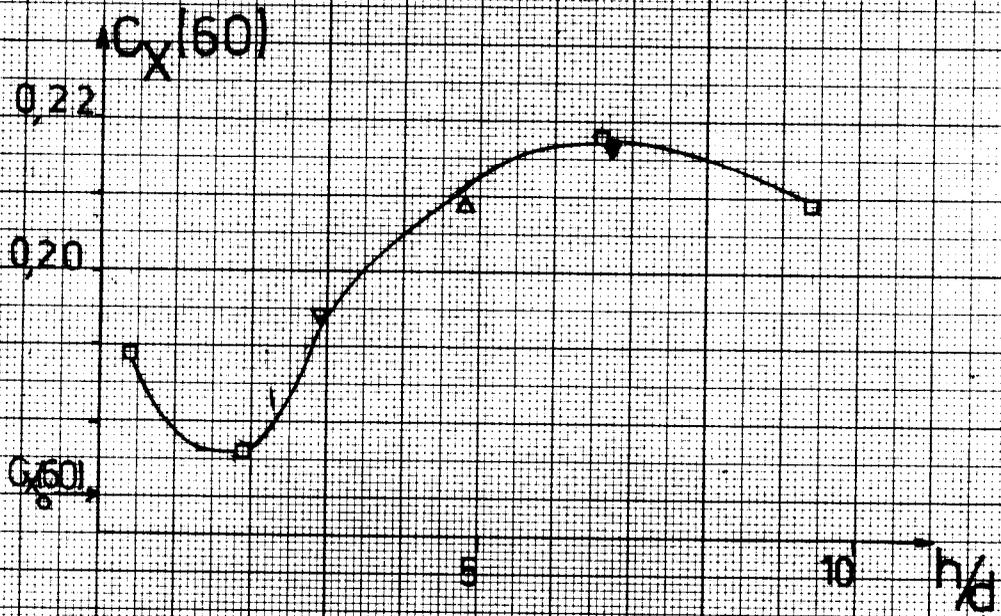
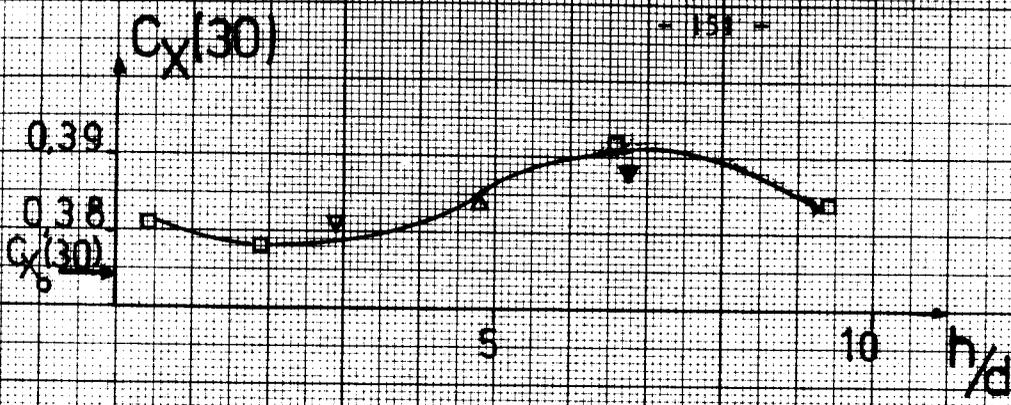


- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9



- ▽ h/d compris entre 2,7 et 2,9
- 4,7 et 4,9
- ▼ 6,8 et 6,9





▽ CYLINDRE 1
 △ 2
 ▼ 3
 □ 4
 d = 0,80mm

