

50376  
1976  
19

50376  
1976  
19

# THESE

présentée à

l'Université des Sciences et Techniques de Lille

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR DE SPECIALITE**

Traitement de l'information

par

**Raymond H. GOUSIN**

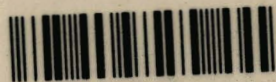


**Etude et Définition d'un Processeur Modulaire de  
Communications à Haut Niveau de Parallélisme**

\*

Soutenue le 8 Janvier 1976 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury	MM. P. BACCHUS	Président
	G. BOULAYE	Invité
	C. CARREZ	Examineur
	N. MALVACHE	Invité
	V. CORDONNIER	Rapporteur



030 020534 4

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à  
Monsieur le Professeur P. BACCHUS qui me fait l'honneur de présider  
le jury de cette thèse.

Je remercie vivement le Professeur V. CORDONNIER qui n'a  
cessé de m'encourager et m'a guidé de ses conseils ; qu'il soit  
assuré de ma plus grande reconnaissance et de mon plus cher désir  
de continuer à travailler sous sa direction.

Je remercie également Messieurs les Professeurs G. BOULAYE,  
C. CARREZ, N. MALVACHE qui se sont intéressés à ce travail et ont  
accepté de le juger.

Je remercie vivement Monsieur le Professeur M. MORIAMEZ, Président du Centre Universitaire de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, qui a autorisé mes essais pratiques de recherche à Valenciennes et n'a cessé de m'encourager à travailler cette thèse ; qu'il soit assuré de ma reconnaissance et de mon profond dévouement au Centre Valenciennois.

Je tiens à remercier Monsieur P. JACOB, Maître-assistant à Valenciennes, qui m'a aidé et éclairé sur les questions relevant de la théorie des processus aléatoires.

Enfin, je remercie Madame N. SADOT et Mademoiselle A.M. MONNEUSE qui toutes deux, avec gentillesse, ont assuré la réalisation matérielle de cette thèse.

I N T R O D U C T I O N



Les performances d'un système de traitement dépendent de la vitesse de ses organes essentiels et du nombre moyen d'entre eux qui se trouvent en activité. Un organe sera en activité s'il se trouve à l'intersection d'un flot de données et d'un flot d'instructions. Une classification présentée par M. J. FLYNN [18] permet de regrouper les organisations de systèmes informatiques à l'aide de ces notions de flots de données et de flots d'instructions. Ce sont les organisations Single Instruction stream - Single Data stream (S.I.S.D.), Single Instruction stream - Multi Data stream (S.I.M.D.), Multi Instruction stream - Single Data stream (M.I.S.D.), Multi Instruction stream - Multi Data stream (M.I.M.D.). L'avantage théorique de cette dernière organisation est que les performances peuvent croître linéairement avec les dimensions adoptées, c'est-à-dire le nombre d'intersections entre les flux.

La diversité croissante des applications fait que les critères usuels, basés sur des références aux calculs ou aux traitements logiques, ne sont pas toujours significatifs du travail que peut assurer un système. Il semble plus général d'observer les flux d'ordres et de données en supposant que les uns et les autres ne sont composés que d'informations utiles à la progression du traitement.

Dans presque tous les systèmes actuels à plusieurs processeurs, les ordres proviennent de l'emplacement le plus proche de l'endroit où ils doivent être exécutés ; dans le cas contraire ils sont transférés comme des données. Si tous les processeurs sont actifs et si l'on peut connaître les performances individuelles des processeurs, on peut évaluer le flux d'ordres.

Les mouvements que subissent les données sont moins prévisibles : dans certains langages de description de machines, les transferts suffisent à décrire totalement la progression du traitement. La mise en oeuvre d'opérateurs cablés se traduit simplement par l'obligation pour les données d'emprunter les chemins qui y conduisent. Il apparaît alors que le traitement élémentaire se représente par le déplacement de une ou plusieurs données depuis un emplacement d'origine jusqu'à un emplacement d'arrivée. Ces emplacements ainsi que le chemin parcouru sont caractéristiques de l'opération effectuée.

Dans cette optique, les performances d'un système s'évaluent par le nombre de mouvements qu'il peut assumer dans un intervalle de temps donné.

Pour obtenir un ensemble puissant, il faut permettre de nombreux mouvements d'ordres ou de données simultanés et rapides (parallélisme des communications).

Les réseaux multi-processeurs (parallélisme d'exécutions) répondent à cette exigence du parallélisme des communications, à condition que ces processeurs soient capables de gérer ces communications avec une autonomie compatible avec l'application envisagée, c'est-à-dire sans dégradation des performances de traitement, ce qui n'est pas souvent le cas.

Nous en venons donc à l'idée d'un processeur spécialisé de communications entre processeurs composants d'un réseau (réseau d'ordinateurs, de mini ou micro-processeurs, hiérarchisés, distribués ou non).

Sur ce sujet une variété de techniques de communications est couramment exploitée utilisant l'une ou l'autre les concepts de bus, de commutation de lignes, de commutation de messages, de multiplexage, de concentration de messages.

Pour notre part nous avons considéré ce problème de communications entre éléments d'un réseau comme un problème d'architecture avec son critère performance/prix, sans souci réel de la technologie utilisée, problème qui répond à la question suivante : comment faire fonctionner simultanément un nombre confortable de processeurs composants selon des conditions spécifiées par un cahier de charges (voir fin chapitre I) comportant notamment la contrainte d'une recherche d'une simultanéité maximale d'échanges rapides entre ces processeurs composants.

Nous nous sommes donc attachés à l'étude d'un processeur spécialisé de communications appelé Processeur Cellulaire de Communications (P.C.C.) développant le concept de pipe-line bi-dimensionnel.

Cette étude se présente en quatre chapitres :

- le chapitre I ; il a pour but de positionner la recherche, c'est-à-dire de justifier l'étude d'un processeur de communications. Ce chapitre expose rapidement les différents concepts et techniques utilisés dans le développement des performances d'un ordinateur. Cet exposé débouche sur l'établissement d'un cahier de charges répondant à l'axe de recherche précisé ci-dessus et à l'élaboration d'un projet de processeur de communications.

- le Chapitre II ; il formule les hypothèses de réalisation du processeur de communications et montre mathématiquement son existence. L'intérêt informatique de ce chapitre est de prouver qu'un processeur cellulaire de communications peut être effectivement construit par la connexion "uniforme" de cellules identiques. Enfin ce chapitre présente les modèles de cellule et de processeur choisis, modèle de cellule évidemment perfectible mais qui nous permettra de porter un jugement sur ce type de processeur de communications.

- le Chapitre III ; il présente le modèle de simulations du processeur cellulaire de communications (PCC). Il définit le but de la simulation, la construction du modèle et ses performances. Il spécifie les conditions des expériences ou essais et analyse les observations du modèle (Pour des détails complets sur ce modèle il faut se référer au document annexe : SPCC et Mesures).

- le Chapitre IV ; il présente et commente les résultats des différentes simulations dont le but est de découvrir les performances et les mécanismes du comportement des PCC.

## TABLE DES MATIERES

---

### CHAPITRE I : LES DIFFERENTES TECHNIQUES ET ARCHITECTURES APPLIQUEES AU DEVELOPPEMENT DES PERFORMANCES D'UN CALCULATEUR.

I.A.- INTRODUCTION : LA RECHERCHE DES PERFORMANCES.....	I. 1
I.B.- LA REALISATION DU PARALLELISME .....	I. 3
I.B.1.- Premier concept de parallélisme .....	I. 3
I.B.2.- Deuxième concept de parallélisme .....	I. 4
I.B.3.- Interactions introduites par le parallélisme.....	I. 4
I.B.4.- La réalisation du parallélisme.....	I. 5
I.C.- LE CONCEPT D'ANTICIPATION .....	I. 7
I.C.1.- L'anticipation explicite .....	I. 7
I.C.2.- L'anticipation implicite .....	I.10
I.D.- CLASSIFICATION DES SYSTEMES INFORMATIQUES.....	I.10
I.D.1.- La classification, idée générale.....	I.10
I.D.2.- L'organisation des calculateurs et leur efficacité .....	I.12
I.E.- LES RESEAUX DE COMMUNICATIONS.....	I.21
I.E.1.- Les réseaux : définitions.....	I.21
I.E.2.- Les techniques utilisées.....	I.23
I.E.3.- Architecture des réseaux.....	I.28
I.E.4.- Propriétés informatiques d'un réseau de communications...	I.30
I.F.- LES ORDINATEURS RESEAUX .....	I.31
I.F.1.- Deuxième concept du parallélisme.....	I.31
I.F.2.- Performances d'un système de traitement.....	I.31
I.F.3.- Stratégies de communications.....	I.32
I.F.4.- Les ordinateurs réseaux.....	I.40
I.G.- CONCLUSION .....	I.40



## CHAPITRE II : LE PROCESSEUR CELLULAIRE DE COMMUNICATIONS (PCC)

II.A.- STRUCTURE ALGEBRIQUE DU PROCESSEUR DE COMMUNICATIONS.....	II. 1
II.A.1.- Les hypothèses de réalisation.....	II. 1
II.A.2.- Le graphe des connexions.....	II. 3
II.A.3.- Etude algébrique. Généralisation et description automatique de G.....	II. 9
II.B.- CHOIX D'UN PROCESSEUR CELLULAIRE DE COMMUNICATIONS .....	II.19
II.B.1.- Choix de p : nombres d'arêtes issues d'un sommet.....	II.19
II.B.2.- Utilisation des liens de communications.La cellule du PCC.....	II.21
II.B.3.- La cellule : "échangeur autoroutier".....	II.31
II.C.- FONCTIONNEMENT DE LA CELLULE .....	II.36
II.C.1.- Les processus d'échange P1 et P2 .....	II.36
(II.C.2.- Interblocage .....	II.39
II.C.3.- Caractère pipe-line bidimensionnel du PCC.....	II.42

## CHAPITRE III : LE MODELE DE SIMULATION SPCC .....

III.A.- DEFINITION ET CARACTERISTIQUES.....	III. 1
III.A.1.- Généralités.....	III. 1
III.A.2.- Le modèle de simulation SPCC.....	III. 3
III.B.- LE FICHIER DISQUE RESØ1 .....	III. 4
III.B.1.- Caractéristiques générales.....	III. 4
III.B.2.- Description du fichier RESØ1 .....	III. 5
III.C.- TECHNIQUES DE PROGRAMMATION UTILISEES .....	III.11
III.C.1.- Les messages : émission - transfert - extraction.....	III.11
III.C.2.- Techniques diverses .....	III.18
III.D.- LES PROGRAMMES DU SPCC.....	III.19
III.D.1.- L'ensemble des programmes .....	III.19
III.D.2.- Description de la zone COMMON et des programmes .....	III.20

CHAPITRE IV : ETUDE STATISTIQUE ET COMPORTEMENT DES PCC.

INTRODUCTION .....	IV.1
IV.A.- DEFINITIONS, GENERALITES.....	
IV.A.1.- Définitions, notations,.....	IV.3
IV.A.2.- Relations entre $\Phi_{\gamma}^{\ell}(\omega_{\gamma}, t)$ .....	IV.5
IV.A.3.- Interprétation de ces relations et introduction de boucles de rétroaction.....	IV.7
IV.A.4.- Hypothèses simplificatrices : stationnarité et ergodicité	IV.7
IV.A.5.- Objectifs des essais. Généralités.....	IV.8
IV.A.6.- Métrique dans les PCC (réseau ouvert).....	IV.9
IV.B.- PERFORMANCES ET COMPORTEMENT DU PCC .....	IV.11
IV.B.1.- Impossibilité du phénomène d'interblocage.....	IV.11
IV.B.2.- Vérification $R_1$ et $R_2$ . Stationnarité et ergodicité.....	IV.18
IV.B.3.- Relations $R_3, R_4, R_5, R_6$ .....	IV.28
IV.B.4.- Influence du rapport $n_{\ell}/n_c$ . Domaine D.....	IV.31
IV.B.5.- Distribution de probabilité de la variable aléatoire $M_{\gamma}$ .	IV.37
IV.B.6.- Calcul de la probabilité $s$ de transfert hors de l'émetteur	IV.40
IV.B.7.- Performances des PCC en fonction de $n$ .....	IV.66
IV.B.8.- Dialogues à travers le PCC.....	IV.70
CONCLUSION GENERALE .....	IV.76

## CHAPITRE I

### LES DIFFERENTES TECHNIQUES ET ARCHITECTURES APPLIQUEES AU DEVELOPPEMENT DES PERFORMANCES D'UN CALCULATEUR

---

#### I.A.- INTRODUCTION : LA RECHERCHE DES PERFORMANCES

Les progrès technologiques ne nous permettent plus de gagner de temps, autant qu'il serait nécessaire, dans l'exécution des traitements ; la seule issue à cette limitation est donc de développer la recherche en organisation de machines et, en particulier, de développer le parallélisme dans l'exécution de ces traitements.

Deux ou plusieurs traitements s'exécutent en parallèle lorsque leur exécution se fait simultanément d'une manière apparente ou réelle.

Plusieurs raisons peuvent être citées pour justifier la recherche et le développement des traitements en parallèle et des techniques sous-jacentes :

- la nécessité de traiter des problèmes de plus en plus volumineux, dans un délai donné, a amené les utilisateurs de systèmes informatiques à accroître les débits des unités arithmétiques et logiques, de mémoire, d'entrée-sortie, soit par la technologie même (jusqu'à certaines limites [35]) soit par le parallélisme en faisant travailler simultanément ces diverses unités, redondantes ou non, du système sur différents ensembles de données et d'instructions plutôt que de faire traiter séquentiellement ces données et instructions dans la même unité.

- apparition du parallélisme d'une manière naturelle dans les données (tableaux) ou les programmes.

- multiprogrammation et "multiutilisation" d'un système informatique : la multiprogrammation permet une utilisation plus efficace des capacités d'un ordinateur puisque les parties à haut rendement (vitesse, débit) de cet ordinateur peuvent être utilisées par un programme dès qu'elles ne sont pas utilisées par d'autres programmes présents ; le système "multi-utilisateur" (ex : Temps partagé) n'est en fait qu'un cas spécial de système en multiprogrammation. Dans un système monoprocesseur le parallélisme ne peut être, au niveau des tâches, qu'apparent, il deviendra réel dans un système multiprocesseurs.

- fiabilité des systèmes informatiques : une panne, un défaut quelconque dans une unité spécifique d'un système peut paralyser partiellement ou totalement le fonctionnement de ce système jusqu'à remise en état correct de l'unité. Dans une organisation où certaines unités redondantes sont placées en parallèle, un défaut sur une de ces unités n'interfère pas nécessairement sur les autres unités parallèles. La fiabilité du système s'en trouve accrue surtout si cette organisation a été étudiée pour détecter automatiquement un mauvais fonctionnement et pouvoir se reconfigurer (fonctionnement en mode dégradé).

- raisons économiques : d'une part les raisons précédentes sont évidemment des raisons économiques ("Time is money" ; coûts distribués), d'autre part l'apparition de technologies telles que L.S.I. ont facilité la réalisation de ces organisations parallèles (ex : utilisation de mémoires à semi-conducteur distribuées dans différentes unités d'un système afin de rendre ces dernières semi-autonomes).

## I.B.- LA REALISATION DU PARALLELISME

### I.B.1.- Premier concept du parallélisme

Le concept le plus général de tâches s'exécutant en parallèle inclut les deux notions |1| :

- de plusieurs processeurs travaillant ensemble sur une tâche ou sur des tâches différentes ;
- d'un processeur exécutant plusieurs tâches en même temps.

Une situation de parallélisme amène nécessairement les éléments essentiels suivants :

- les tâches à exécuter
- les processeurs
- les ressources
- le temps
- l'univers

avec toutes les difficultés que présentent les définitions de ces éléments.

Ainsi :

- la définition d'une tâche a une influence critique sur l'appréciation des situations de parallélisme (une tâche est généralement formée de sous tâches qui peuvent être, elles-mêmes, considérées comme tâches, etc... et à ce niveau final ces situations de parallélisme n'existent peut être plus).

- durant sa vie, un objet, programme, données ou processeur peut être soit ressource ou processeur |2|.

- la référence au temps est nécessaire à toute notion de parallélisme, mais là encore la définition de l'échelle de temps est fondamentale pour la compréhension, l'analyse, l'évaluation de n'importe quel système de travail. Deux activités observées à l'échelle de la seconde peuvent être parallèles, ce parallélisme peut n'être qu'apparent si l'on observe ces mêmes activités à l'échelle de la microseconde.

- enfin, déterminer l'ampleur de l'univers dans lequel on se préoccupe d'observer les parallélismes possibles est une opération soumise aux définitions précédentes et aux objectifs de l'observation entreprise.

#### I.B.2.- Deuxième concept du parallélisme

Nous annonçons ici, sans le préciser (voir paragraphe I.F.1.) l'existence d'un deuxième concept du parallélisme, concept que nous considérons comme la condition nécessaire à toute situation de parallélisme, quelle qu'elle soit, dans l'optique d'une augmentation des performances. Il se découvrira par la suite.

#### I.B.3.- Interactions introduites par le parallélisme

Les interactions introduites par l'exécution en parallèle de tâches se manifestent par le partage des ressources, par les niveaux auxquels ces ressources sont partagées, par l'ordonnement des tâches.

- le partage des ressources introduit deux facteurs, lesquels agissent sur le coût, le parallélisme réel, le rendement du système ; ce

sont les retards à l'exécution pour conflits, la présence de règles régissant l'accès et le partage de ces ressources (processeurs privilégiés, hiérarchie, niveaux, algorithmes câblés ou programmés de choix et de protection, etc..).

- l'ordonnement des tâches demande un travail préparatoire au parallélisme, donc une réelle pénalisation au temps d'exécution. Il s'agit ici d'ordonnement de tâches généralement non identiques mais ayant même finalité [3]. (tâches concourantes)

D'une manière générale le parallélisme introduit des communications supplémentaires entre éléments travaillant en parallèle pour régler les problèmes d'accès, de partage de ressources, d'asynchronisme (voir interaction en I.D.1.b) [17]).

Ainsi, la parcimonie des ressources et des processeurs restreint, a priori, les performances des éléments les partageant mais il y a, certes, des avantages opérationnels et économiques à mettre en commun ces ressources.

#### I.B.4.- La réalisation du parallélisme

La réalisation du parallélisme demande de considérer un processeur comme une collection de fonctions ou blocs fonctionnels et ainsi d'observer les opportunités du parallélisme tout en déterminant les travaux à accomplir. Nous pouvons remarquer que la portée de la définition d'un travail précise notre image de la taille d'un bloc fonctionnel. (La taille de ce bloc détermine la nature et le nombre des interfaces et, en conséquence, la flexibilité et la complexité du processeur). Cette considération d'un processeur nous amène à cerner les différents niveaux d'activités parallèles :

- a - parallélisme entre "jobs" ou trains de programmes,
- b - parallélisme entre programmes dans un job,
- c - parallélisme entre tâches dans un même programme,
- d - parallélisme entre instructions dans une tâche,
- e - parallélisme entre phases d'élaboration et d'exécution d'une instruction. (microinstructions)

Ces termes "job", "programme", "tâche", "instruction" s'appliquent aux éléments de traitement de l'utilisateur comme du système d'exploitation.

De nombreuses études et développements de mécanismes ont été entrepris pour atteindre le maximum de simultanéité en ces différents niveaux.

Pour mémoire nous pouvons citer :

- aux niveaux a, b, c les développements de la multiprogrammation, des systèmes multiprocesseurs, des machines parallèles et particulièrement pour les monoprocesseurs l'application des techniques d'anticipation : anticipation explicite dont l'aboutissement est l'architecture pipeline (voir I.C.1., 2), anticipation implicite dont l'aboutissement est l'architecture à mémoires hiérarchisées [5], [7], [9], [16].

- au niveau d, les développements des langages et des techniques de compilation avec recherche du parallélisme inhérent et minimisation du nombre des conflits. [10], [11], [12], [13], [14], [15].

- au niveau e, les techniques de l'électronique et de la microprogrammation horizontale [4], [6].



De ces différents niveaux d'activités parallèles se dégage la notion de flots d'instructions ou de données traversant des unités, plus ou moins autonomes, séquentiellement ou simultanément. Cela nous amènera à présenter en I.D. une classification des systèmes présentée par M.J. FLYNN [18] et s'appuyant sur la notion de flots circulant entre les parties d'un système.

En conclusion la recherche des performances sous des contraintes de limitations technologiques (et de coût) a poussé les recherches dans le domaine de l'organisation des machines et notamment du parallélisme :

- au niveau des monoprocesseurs (anticipation, multimicroprocessing),
- au niveau des multiprocesseurs (programmes indépendants, calculs collatéraux),
- au niveau des machines parallèles (programmes dépendants, calculs parallèles).

## I.C.- LE CONCEPT D'ANTICIPATION

Nous présentons rapidement dans ce paragraphe les concepts d'anticipation explicite et implicite lesquels seront repris ultérieurement pour développer les idées de pipeline multidimensionnel (voir II.C.) et de principe de localité (voir I.G.).

### I.C.1.- L'anticipation explicite

a) La structure pipeline

Dans les machines puissantes le temps d'exécution d'une instruction devient faible devant le temps de recherche en mémoire de cette instruction et de ses opérandes. Les techniques d'anticipation ont pour but de fournir à l'instruction toutes les informations qui lui sont nécessaires au moment de son exécution effective.

L'anticipation explicite consiste à aller chercher à l'avance non seulement l'instruction suivante mais également ses opérandes. Elle débouche sur la structure pipeline.

Si on appelle :

- largeur de bande, le nombre de tâches élémentaires qui peuvent être accomplies par unité de temps,
- latence, l'intervalle de temps nécessaire pour accomplir une tâche élémentaire,

alors la technique pipeline a pour effet d'augmenter la largeur de bande sans modifier nécessairement la latence. (voir remarque FLYNN - I.D.).

La base de l'idée du pipeline est le fait que chaque instruction ou tâche élémentaire soit divisible en des phases de même durée où chaque phase engage une séquence de micro-ordres. Le pipeline est accompli à l'intérieur des phases en divisant une phase en "pas" et en exécutant les actions à l'intérieur de chaque pas sur un processeur spécialisé. Ainsi chaque processeur spécialisé est un segment du pipeline. Le parallélisme existe au niveau de ces pas. Un flot d'instructions s'écoule alors au travers des processeurs en séquence durant chaque phase d'instruction. Le nombre de flots ou degré de simultanéité est le nombre de pas par phase puisqu'un nouveau flot peut être initialisé à chaque pas. Ce "recouvrement" est rendu possible en associant un registre de sortie à chacun des processeurs spécialisés du pipe-



### I.C.2.- L'anticipation implicite

L'anticipation implicite consiste à charger dans une mémoire rapide (antémémoire) le voisinage des informations recherchées en mémoire principale. Cette technique est née de la constatation que les informations qui devront être traitées prochainement ont de fortes chances d'être situées, en mémoire centrale, au voisinage des informations actuellement en traitement. (principe de localité).

## I.D.- CLASSIFICATION DES SYSTEMES INFORMATIQUES

### I.D.1.- La classification, idée générale.

#### a) Les classes de systèmes

Il est assez difficile de classer les systèmes informatiques car chacun d'eux présente des propriétés et applications spécifiques. Cependant de ce qui précède se dégage la notion de flots d'instructions ou de données traversant des unités, plus ou moins autonomes, séquentiellement ou simultanément. Nous retiendrons la classification présentée par M. J. FLYNN [18] laquelle permet de regrouper les systèmes informatiques et d'en mesurer l'efficacité selon cette notion de flots :

1. Flot simple d'instructions, flot simple de données,  
(SISD : single instructions stream, single data stream) ;
2. Flot simple d'instructions, flot multiple de données,  
(SIMD : single instructions stream, multi data stream) ;
3. Flot multiple d'instructions, flot simple de données,  
(MISD : multi data stream, single data stream) ;

#### 4. Flot multiple d'instructions, flot multiple de données,

(MIMD : multi data stream, multi instruction stream) ;

##### b) Les types de systèmes :

Nous relevons les différents types de systèmes suivants :

- type 1 : les ordinateurs conventionnels (monoprocesseurs), lesquels appartiennent à la classe 1 ;
- type 2 : les multi calculateurs (ensemble de calculateurs interconnectés) et multi-processeurs (ensemble de processeurs se partageant en général la mémoire centrale) permettant le multitraitement avec différents degrés d'interactions entre processeurs (|17|) appartiennent aux classes 2, 3, 4 :
  - au degré moindre d'interactions, chaque processeur traite un job indépendant sans partage de mémoire, mais partage de fichiers avec d'autres processeurs.
  - à un degré plus élevé d'interactions, existence d'un superviseur unique lequel contrôle les travaux qu'il assigne aux processeurs ; mémoire et unités d'entrée-sortie sont partagées.
  - au degré suivant, les processeurs deviennent des unités centrales et sont alloués à des tâches particulières d'un flot de jobs par un superviseur. C'est le "multitasking". L'avantage de ce type de multitraitement est la possibilité d'allouer plus rationnellement des ressources à des tâches.
  - degré supérieur d'interaction , plusieurs unités de traitement peuvent coopérer à traiter un flot unique d'instructions (ex.: multimicroprocessing). Cette fois c'est par câblage ou par microprogrammes que la fonction d'allocation des unités de traitement est accomplie. Cette technique évite d'avoir à partager les programmes en tâches et de gérer des "verrous".

- type 3 : Les processeurs associatifs appartiennent à la classe 2. Un processeur associatif utilise les techniques des mémoires associatives mais avec l'inclusion de logique de traitement à chaque cellule ou mot mémoire afin de permettre des opérations de traitement sur chaque mot ou donnée. Un processeur associatif accomplit une opération sur  $N$  opérands simultanément. Dans un système de processeurs associatifs chacune des positions binaires de chaque mot mémoire est simultanément lue et traitée par la logique commune à chaque position mot. Le traitement est séquentiel sur chaque position binaire (fig. I.8.).
- type 4 : Les réseaux ou tableaux de processeurs appartiennent à la classe 4. Les réseaux de processeurs comprennent un grand nombre d'unités de traitements interconnectées en forme de réseau, généralement de forme géométrique simple. Habituellement chaque élément de traitement communique avec ses voisins immédiats ou quelquefois communique avec des unités éloignées mais d'une manière générale chaque élément ne peut communiquer directement avec tous les éléments du réseau.

#### I.D.2.- L'organisation des calculateurs et leur efficacité |18|

Chaque classe de structure (SISD, MISD, SIMD, MIMD) peut être résumée par :

- le nombre de flots d'instructions et le nombre de flots de données ;
- la matrice des communications appropriée ;
- le facteur d'inertie  $J$  (i.e : le nombre d'instructions en recouvrement)
- le nombre  $L$  d'unités de temps  $\Delta t$  pour le décodage et l'exécution (en moyenne) d'une instruction.

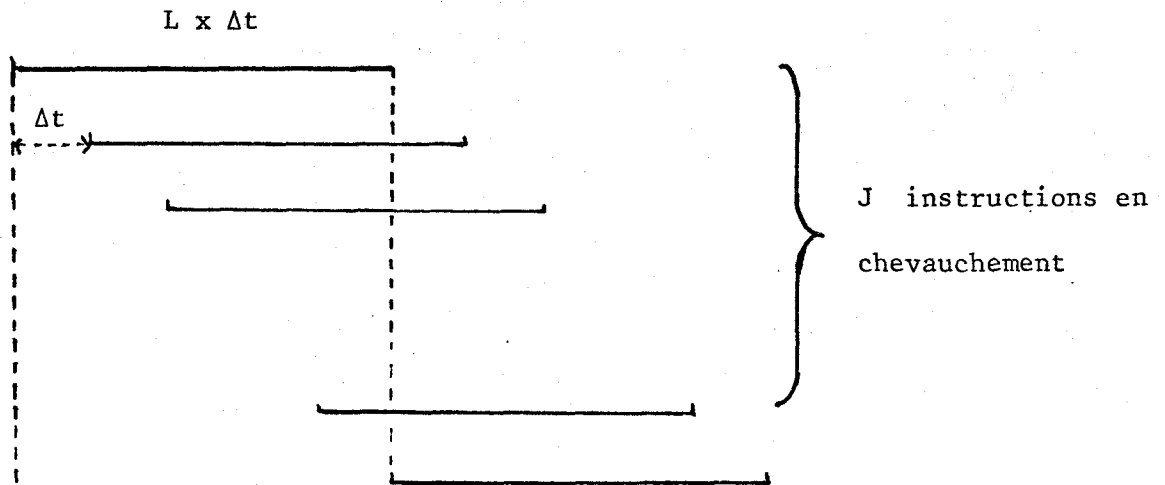


fig. I.4.

En fait des interactions possibles entre flots d'instructions et de données entraînent des délais, des dégradations possibles des performances des ressources. D'une manière générale ces interactions sont dues aux "turbulences générées" par la rencontre des flots. (Ainsi par exemple une instruction peut réclamer une donnée non disponible momentanément ; une instruction de saut peut annihiler les avantages du pipeline).

#### a) Structure SISD

L'hypothèse suivante a été retenue afin de simplifier l'étude : les délais et dégradations sont dus exclusivement aux instructions de branchement. Ainsi :

- si  $N$  est le nombre moyen d'instructions séparant une instruction établissant une condition de test et l'instruction de saut (comprise dans  $N$ ) alors :

- si  $N \geq \frac{J}{L}$  aucune turbulence, donc aucun délai supplémentaire,
- si  $N < \frac{J}{L}$  alors turbulence et délai de  $= (L - \frac{NJ}{L}) \Delta t$

Etant donné un bloc de  $M$  instructions avec une probabilité  $p$  de rencontrer une "turbulence", le temps total d'exécution de ces  $M$  instructions est de :

$$T = \left( \frac{L}{J} M (1 - p) + 1 + p M \left( L - \frac{NJ}{L} \right) \right) \Delta t$$

Si nous définissons la performance comme le nombre d'instructions exécutées par unité de temps, nous obtenons :

$$\text{perf.} = \frac{M}{T} = \frac{J}{L \cdot \Delta t} \times \frac{1}{(1 + p(J - N - 1))}$$

Le graphe ci-dessous montre l'effet d'une probabilité  $p$  de turbulence pour des valeurs  $J$ , avec  $N = 2$ ,  $L = 20$ , sur la performance

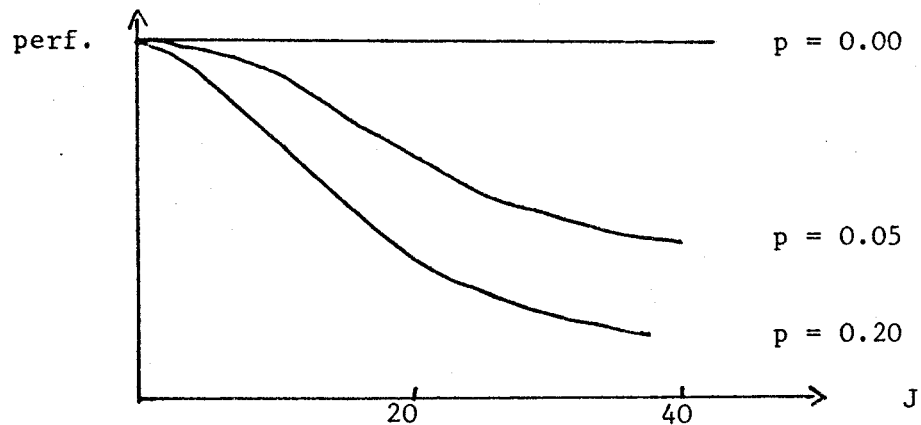


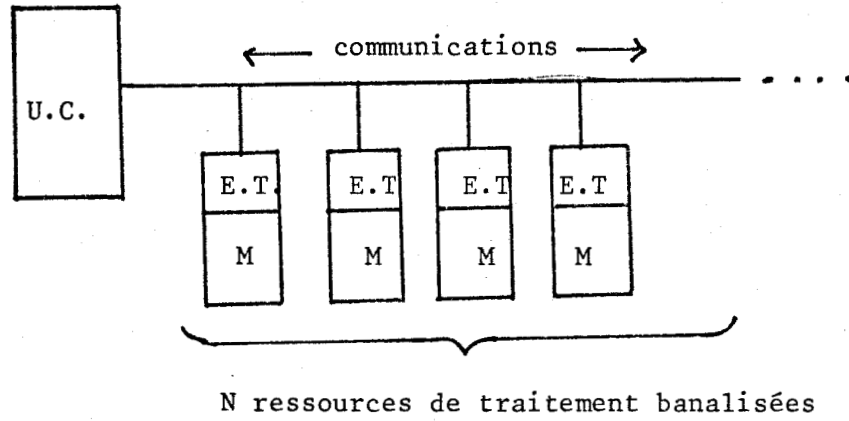
fig. I.5.

Une cause importante de dégradation dans les programmes en écriture conventionnelle est donc le branchement conditionnel. Cette caractéristique n'est pas propre à la structure SISD.



b) Structure SIMD

Il y a trois types de structures SIMD : les tableaux de processeurs, le processeur pipeline, le processeur associatif.



U.C. : unité de Contrôle

E.T. : Elément de traitement

M : mémoire

fig. I.6. : tableau de processeurs

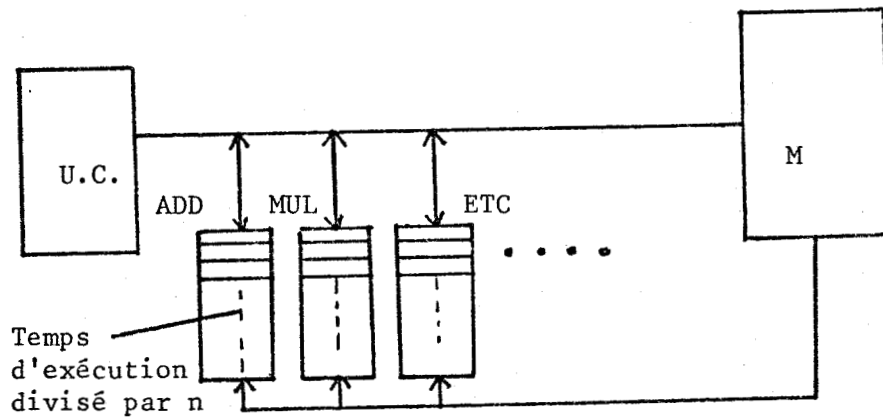


fig. I.7. : Processeur "pipeline".



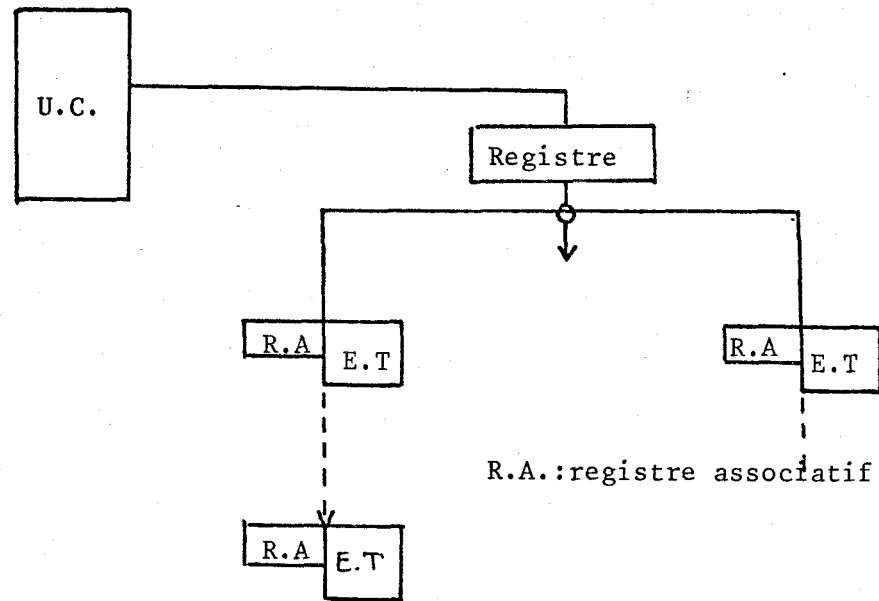


fig. I.8. : Processeur associatif.

Les difficultés inhérentes à ces structures viennent des problèmes suivants :

- α) communications entre éléments de traitement ;
- β) correspondances de taille entre la taille du traitement à effectuer (m éléments logiques) et la taille de la structure SIMD (M processeurs) ;
- γ) manque de parallélisme dans le programme source ;
- δ) dégradation due aux instructions de branchement : la raison en est que toutes les unités doivent traiter la même instruction au même instant. Or quand les décisions "emboîtées" sont traitées certains éléments sont dans un état et le reste dans un autre état.

Considérons un système SIMD avec  $M$  flots de données et un temps moyen d'élaboration d'exécution d'instruction de  $L \times \Delta t$  (par flot de données). Une instruction agit sur  $M$  paires d'opérandes. Dans un système SISD sans chevauchement une instruction exécutant le même traitement réclamerait  $M \times L \times \Delta t$  unité de temps. Dans le système SIMD pour atteindre cette borne de  $1/M$  le problème (données) doit être partitionnable en  $M$  segments identiques. La difficulté se présente alors au sujet des instructions de branchement lesquelles partageront en deux sous-ensembles l'ensemble des données.

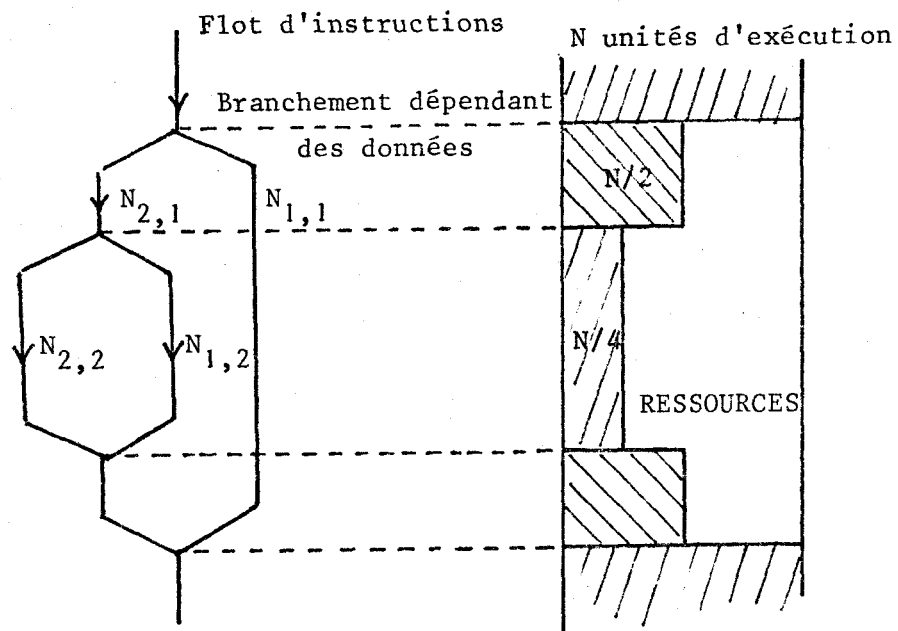


fig. I.9.

Sous les hypothèses simplificatrices suivantes :

- le nombre d'instructions à la source est le même dans chaque branche d'un branchement ;
- un branchement identifiant deux tâches séparées demandera deux fois le temps nécessaire aux instructions appartenant à une branche ;
- l'ensemble des données correspondant aux branchements successifs se partage en deux sous-ensembles de même cardinalité (voir figure I.9) ;

M.J. FLYNN démontre que le temps total pour exécuter un bloc de  $N$  instructions est :

$$T = L \sum_j \sum_i N_{i,j} 2^j \Delta t$$

où  $j$  est le niveau d' "emboîtement" des instructions de branchements et

$N_{ij}$  est le nombre d'instructions source dans la  $i^{\text{ème}}$  branche du branchement de niveau  $j$ .

$$\text{perf.} = \frac{N}{T}$$

En fait il est couramment retenu que les performances d'une structure SIMD sont :

$$\text{perf.} \approx \log_2(m) \text{ (conjoncture de MINSKY)}$$

où  $m$  est le nombre d'éléments de traitement , ce qui signifie que les performances de ce type de structure ne sont pas proportionnelles au nombre d'éléments de traitement .

### c) Structure MIMD

Ce type de structure inclut deux groupes de configurations :

- les vrais multiprocesseurs : c'est-à-dire des configurations dans lesquelles plusieurs processeurs (à flot simple d'instructions) complets et indépendants se partagent la mémoire à certains niveaux pour l'exécution d'un programme multi-tâches ;
- les multiprocesseurs à ressources partagées.

Les problèmes inhérents à ces organisations MIMD sont traditionnellement :

- des problèmes de communications et de structuration ;

- des problèmes de coûts lesquels s'accroissent linéairement contrairement aux performances ;
- des problèmes de reconfiguration dynamique ;
- des problèmes de mise en oeuvre : langages.

En fait une des premières sources de dégradation des performances tient à ces problèmes de communications et de structuration. Ainsi, quand plusieurs flots d'instructions traitent leurs flots de données concernant un même traitement, le passage sur des données communes (dans l'univers espace-temps) est inévitable et ceci malgré un bon parallélisme.

Des processeurs se trouvent donc oisifs. Nous pouvons, sur ce sujet rapporter le modèle de MADNICK [18] où chaque processeur pris individuellement à un temps d'exécution pour une tâche déterminée de E unités de temps et reste dans cet état d'oisiveté L unité de temps.

Le nombre  $\epsilon$  de processeurs oisifs parmi n processeurs est :

$$\epsilon = \frac{\sum_{i=2}^n \frac{(i-1)}{(E/L)^i (n-i)!}}{\sum_{i=0}^n \frac{1}{(E/L)^i (n-i)!}}$$

d'où la performance :  $\text{perf.} = n - \epsilon$

et la performance normalisée :  $\text{perf}_n = \frac{n-\epsilon}{n}$

La figure suivante présente les graphes des relations "performances normalisées" en fonction de n pour différentes valeurs de L/E

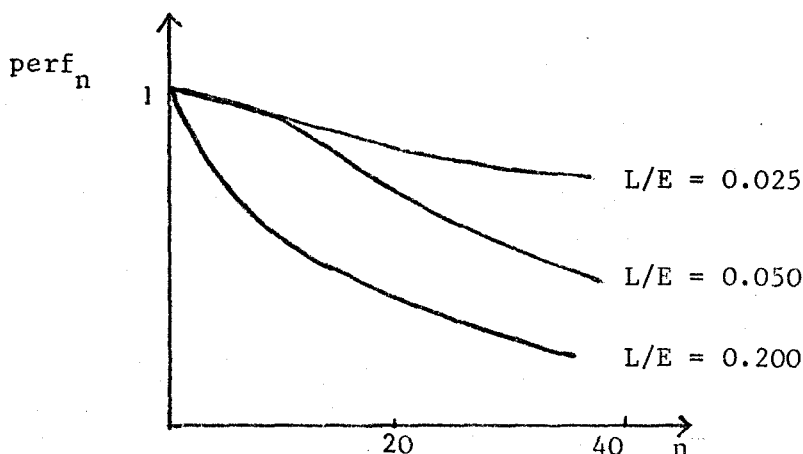


fig. I.10

En fait certains arrangements des structures MIND atténuent cette dégradation des performances. Ces arrangements sont basés sur deux concepts : le partage des ressources dans l'espace ou dans le temps.

Le partage des ressources dans l'espace oblige la présence d'un système de commutation assez gênant. Quant au partage dans le temps (temps multiplexé) il présente l'inconvénient d'une seule des  $m$  ressources disponibles utilisées à chaque instant. Un arrangement possible est une combinaison de ces deux concepts.

Exemple : Machine de FLYNN |20|

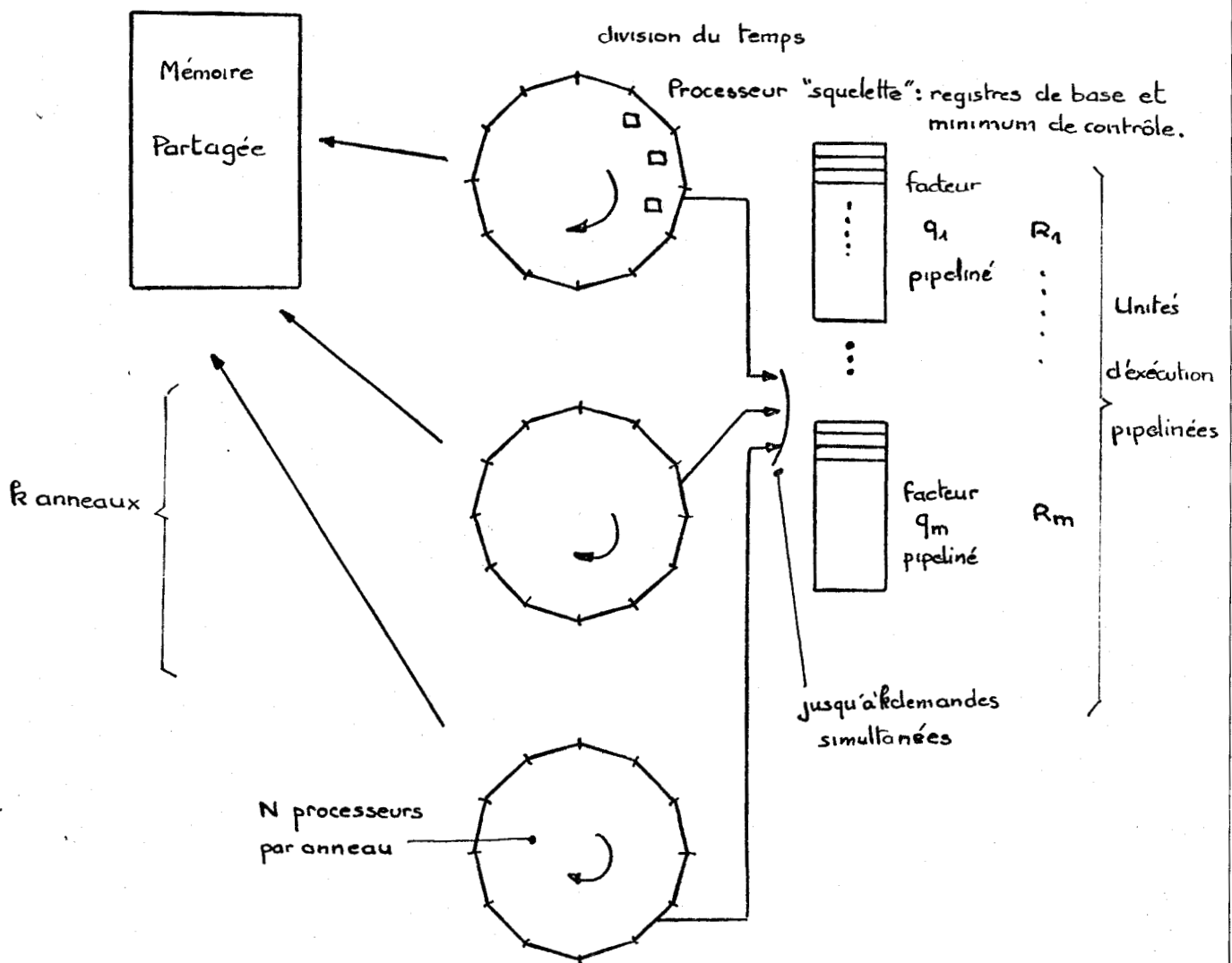


fig. I.11

Dans ce système 32 "squelettes" de processeurs individuels se partagent les moyens d'exécution les plus importants lesquels sont pipelinés. Ce partage est fait d'une manière synchrone et multiplexé dans le temps. La mémoire est partagée |20| .

d) En résumé

Dans ces organisations rapides le potentiel d'exécution des unités dépasse largement la demande résultant des flux d'instructions. Cette décroissance est due :

- aux turbulences entre flots de données et d'instructions ;
- aux communications permettant le partage des ressources dans le temps et l'espace.

Le phénomène de "turbulence" peut en fait se ramener à un problème de communications. Nous découvrons donc l'importance de ce concept de communications dans la conception et la réalisation de systèmes informatiques, et sommes amenés à considérer la notion de réseau de communications.

## I.E.- LES RESEAUX DE COMMUNICATIONS

### I.E.1.- Les réseaux : définitions

|21| , |22| , |23| , |24|

a) définition ensembliste : un réseau informatique est un ensemble fini d'éléments en relation entre eux pour une certaine finalité. Ces éléments sont de nature matérielle ou logicielle. La finalité d'un réseau

est l'ensemble des règles qui définissent l'association et les relations entre ses éléments.

Les interactions entre les éléments sont très diverses. D'une manière générale une interaction représente n'importe quelle influence ou autorité exercée par un élément du système sur un autre élément avec la seule restriction que cette influence ait un sens dans la finalité du système. Ces interactions peuvent donc être physiques ou causales et sont explicitées par les structures organique et fonctionnelle définies sur le réseau.

D'un point de vue global ce sont les flux d'informations qui constituent les liaisons entre les différents éléments du réseau et lui permettent de se gouverner lui-même. Ainsi un réseau informatique peut-il être considéré comme un système dynamique dont le comportement est fonction de ses objectifs, de ses structures internes, de l'environnement qu'il subit.

En fait un réseau informatique est formé de deux systèmes plus ou moins imbriqués l'un dans l'autre :

- le système formé des unités chargées d'échanger ou de faire circuler les informations : réseau de communications proprement dit ;
- le système formé des autres unités du réseau lesquelles peuvent être des "puits" ou des "sources" de flots d'informations, des unités de contrôle des unités de traitement.

b) Définition par objectifs : les objectifs d'un réseau sont de natures diverses :

- récolte et diffusion d'information en divers endroits répartis géographiquement,
- partage des ressources informatiques entre plusieurs utilisateurs tant sur le plan matériel que sur le plan logiciel,



- accroissement de la fiabilité d'un système informatique,
- accroissement de la puissance des moyens informatiques et ainsi apparition de nouvelles structures de machines (voir I.F.).

### I.E.2.- Les techniques utilisées |38|

Un réseau informatique est considéré comme un assemblage d'éléments de traitement et de terminaux avec entre eux des facilités de communications ou liens de communications. Ces liens utilisent des techniques variées telles que liaisons hertziennes, par câbles, liaisons par satellite, etc...

Dans le contexte de cette étude, les paramètres intéressants et caractéristiques d'un lien de communications sont :

- le débit binaire (bits par seconde ou bauds) ou la fréquence de modulation,
- le débit d'information (caractères par seconde ; variable selon le code employé),
- les caractéristiques sur les erreurs,
- les caractéristiques sur les délais (disponibilité du lien),
- la limitation directionnelle (half duplex, full duplex, simplex),
- la disponibilité d'allocation du canal,
- la logique de transmission (assemblage des bits en caractères, assemblage des caractères en messages, sérialisation des caractères, etc...),
- le mode de transmission (synchrone ou asynchrone),
- la nécessité de moyens assurant la compatibilité entre les équipements terminaux du lien,
- les protocoles d'établissement des échanges.

Rappelons que de nos jours, les vitesses de transmission se situent dans les classes,

- basse vitesse : 50 à 200 bauds (Télex, liaison télégraphique louée)  
200 à 1200 bauds (réseau téléphonique commuté),
- vitesse moyenne : 2400 - 9600 bauds (caducée, liaisons 4 fils),
- grande vitesse : 72 Kilobauds à 2 Mégabauds (liaisons louées et par satellite).

a) L'allocation des liens pour transmission se fait de différentes manières. Si un trafic volumineux d'informations doit se dérouler d'un point à un autre, le canal est alloué définitivement à cette transmission. Dans d'autres cas des procédés de partage de canaux sont appliqués. On peut rappeler ici les techniques de multiplexage et de concentration [26].

- multiplexage par partage de fréquence (FDM, fig.1. II, a, page I.26)
- multiplexage par division synchrone du temps (STDM ; fig. I.11,b,c)
- multiplexage par division asynchrone du temps (ATDM ; fig. I.11,d)
- concentration par commutation de messages (MSC)
- commutation de lignes ou de circuits (space division multiplexage).

Les motivations pour le partage de lignes sont issues du désir d'économiser les disponibilités en largeur de bande acceptée et de "lisser" le trafic. Le multiplexage, généralement, se rattache à des schémas de dérivation statique des canaux dans lesquels des tranches de temps et de fréquences, pour un canal partagé, sont allouées sur une base déterminée et fixée a priori. Ainsi un multiplexeur a des débits instantanés, d'entrée et de sortie, identiques.

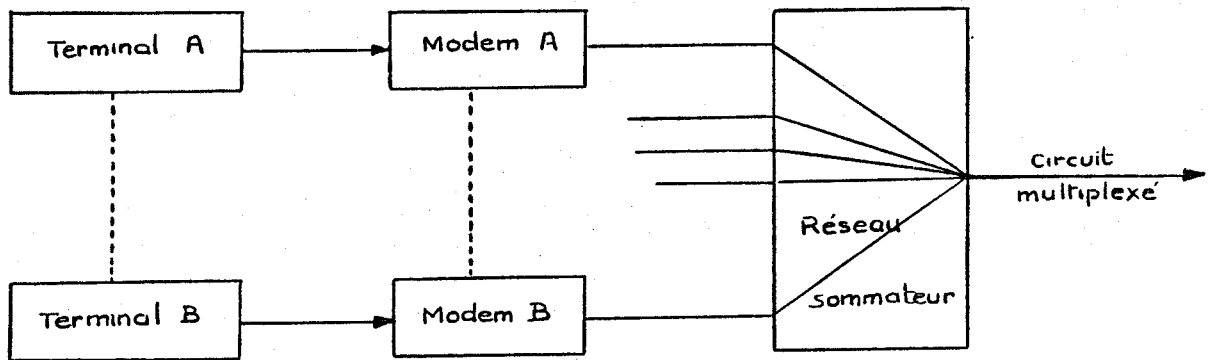
La concentration se rattache aux schémas du partage dynamique, par un certain nombre de canaux d'entrée, d'un plus petit nombre de canaux de sortie sur la base de la demande (aspect dynamique). Ici les files d'attente jouent un rôle important.

La commutation de messages et la commutation de circuits illustrent le concept de concentration. FDM et STDM sont des exemples de multiplexage alors qu' ATDM est un schéma hybride rassemblant les deux concepts de multiplexage et de concentration ; pour cette raison un multiplexeur par division asynchrone du temps est souvent appelé un multiplexeur statique ou multiplexeur concentrateur.

b) Les noeuds du réseau de communications accomplissent diverses fonctions internes du réseau et sont l'interface avec le monde extérieur. Un noeud contrôle le trafic sur une partie ou la totalité des canaux qui lui sont connectés à travers un mécanisme d'allocation de canal. Si le noeud est un multiplexeur, la fonction est accomplie par le câblage (multiplexage en fréquence ou dans le temps). Si le noeud est un concentrateur avec des canaux d'entrée synchrones ou asynchrones alors un programme enregistré et quelques registres sont nécessaires pour la gestion de ces canaux d'entrée.

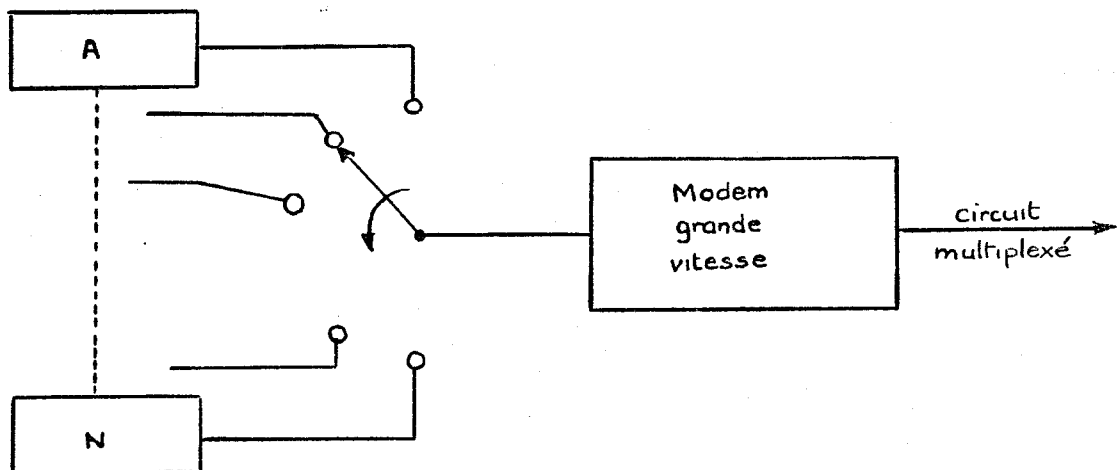
Quand il y a plus d'un canal en sortie le noeud doit accomplir une fonction supplémentaire à la fois de sélection du canal approprié et du "groupage" des données pour une utilisation efficace de ce canal. La méthode utilisée pour remplir cette fonction est une caractéristique essentielle du réseau.

Ces types de fonctions s'appliquent plus particulièrement aux communications par commutation de messages et commutation par paquets (technique du "store and forward").



Chaque suite de bits sortis des terminaux est convertie en fréquences par un modem ; toutes les fréquences sont ensuite électriquement sommées et connectées au circuit.

Figure I.11.a. - Principe de multiplexage en fréquence (FDM)



Chaque suite de bits sortis des terminaux est convertie en un message à grande vitesse ; sur cette figure on suppose que l'on multiplexe les trafics bit à bit. Le commutateur se déplace de la position A à la position N assez vite pour être à nouveau en A lors de l'apparition du bit suivant.

Figure I.11.b. - Principe de multiplexage en temps (STDM)

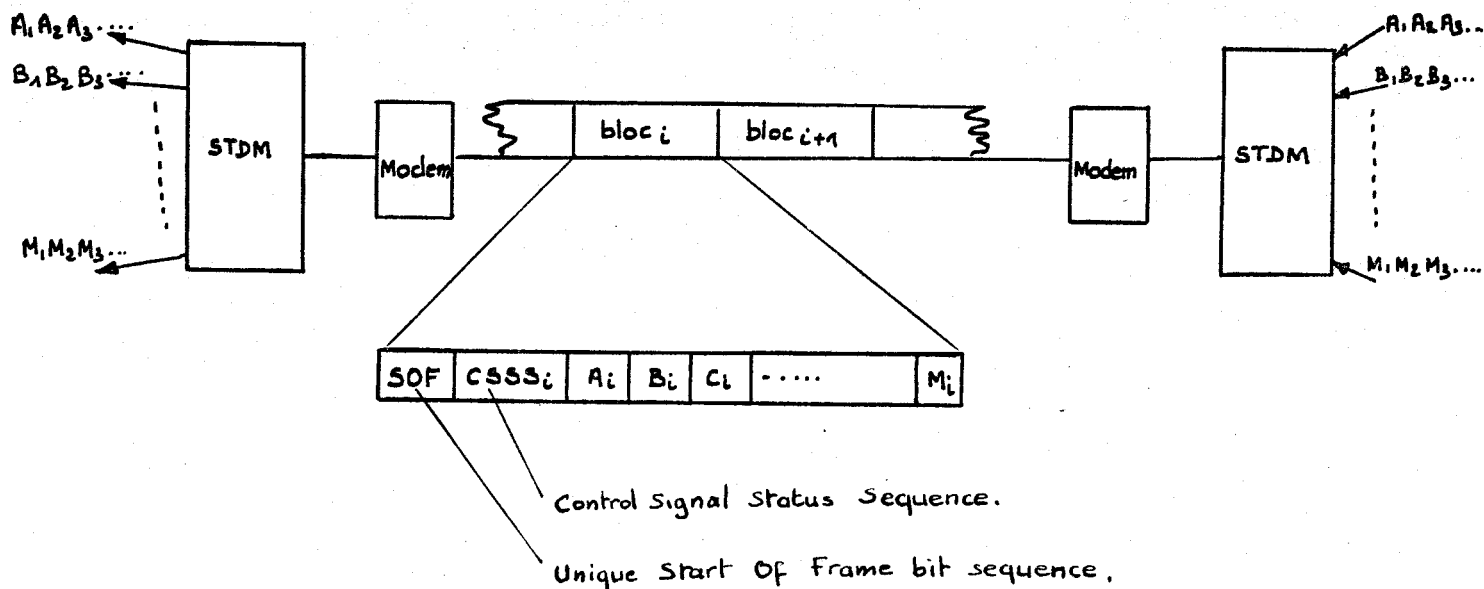


Figure II.c.- Format des messages en STM. | 26 |

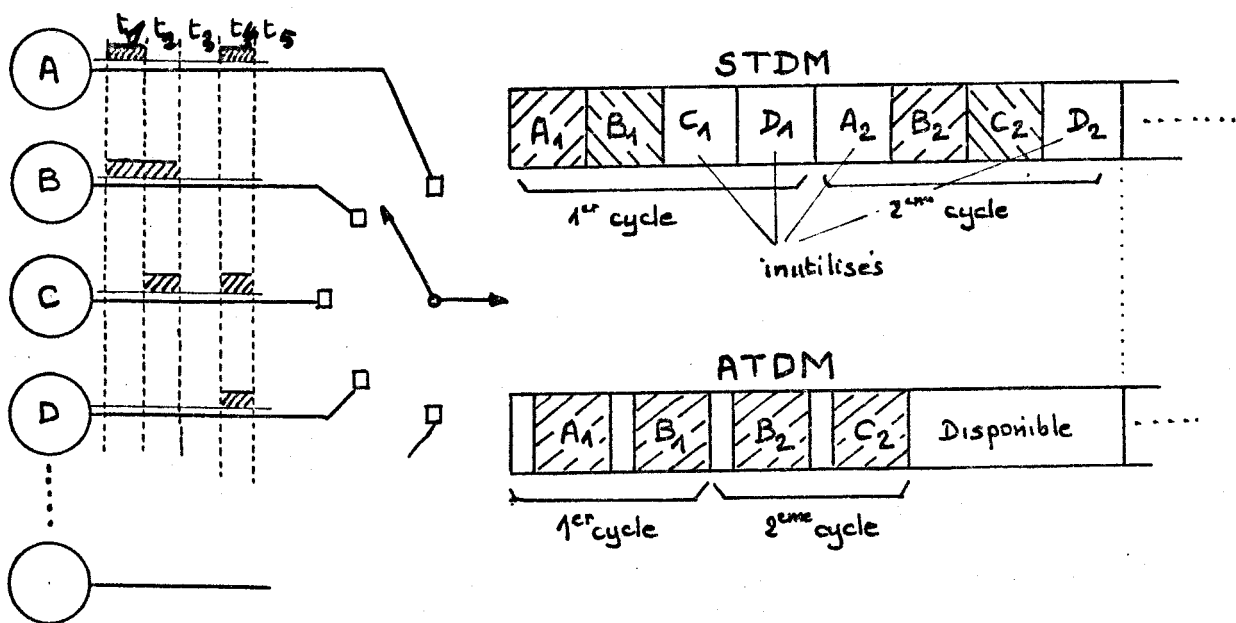


Figure II.d.- Comparaison STM et ATDM



Des fonctions supplémentaires peuvent être assurées par un noeud, fonctions concernant le contrôle d'erreur dans la transmission, la mesure du trafic des communications passant par ce noeud. Enfin certains noeuds permettent l'accès au réseau et doivent contenir des interfaces matériels et logiciels.

On s'aperçoit ici du rôle important que peuvent jouer les mini et micro calculateurs dans l'accomplissement des fonctions décrites ci-dessus, cependant il est économique de limiter le nombre et les genres de fonctions accomplies par les noeuds.

### I.E.3.- Architecture des réseaux

Un réseau informatique peut être considéré comme un système dynamique ; définir l'architecture d'un réseau c'est donc :

- créer une structure qui engendre des interactions et des flux d'informations ;
- contrôler en vue d'un ou plusieurs objectifs.

Les caractéristiques de base de l'architecture d'un réseau sont sa topologie, sa composition, sa taille, ses types de liens de communications, la stratégie d'utilisation de ces liens, les mécanismes de contrôle.

a) Topologie : cette caractéristique concerne la répartition et les relations (liens et interactions) entre les éléments du réseau. Exprimer la topologie d'un réseau c'est faire appel à des notions de théorie des graphes et de relation dans un ensemble. Ainsi un réseau de communications peut être représenté par un graphe ou un multigraphe dont l'ensemble C des sommets représente les noeuds et l'ensemble U des arcs représente les liaisons entre ces noeuds.

Il est donc naturel d'établir des structures possibles sur les ensembles C et U ou les deux à la fois, ce qui entraîne les réalisations courantes de chemins, circuits ou sous-réseaux de niveaux supérieurs, moyens ou inférieurs, de sommets responsables (hiérarchie), de sommets ou d'arcs jouant des rôles particuliers ou subissant des influences spécifiques (ex : sommet point d'articulation, p-racine d'un réseau, etc...), de réseaux en structure d'arbre, de réseaux fortement connexes, de réseaux partitionnés, de réseaux symétriques, de boucles, de réseaux étoilés, etc ... |25|.

b) Composition : la composition d'un réseau peut être hétérogène ou homogène. Ce caractère dépend surtout de la similarité des noeuds et des calculateurs ou processeurs qui leurs sont connectés. Il est évident que la complexité des communications est accrue à travers un réseau hétérogène.

c) Taille : nombre de noeuds ou le nombre de calculateurs ou terminaux connectés. La taille d'un réseau ne peut s'accroître que dans des limites fixées par la technique d'adressage des unités et la stratégie de communication utilisée (avantage des réseaux hiérarchisés ou partitionnés).

d) Type de canaux et utilisation de ces canaux : un réseau peut être homogène en regard de ses canaux de communications, ou hétérogène si ses canaux présentent différentes techniques de conception ou d'utilisation. La présence de canaux de diverses capacités peut entraîner quelques problèmes de saturation et de files d'attente. L'utilisation d'un canal peut se résumer dans le choix entre le multiplexage et plus généralement la commutation de message ou la commutation de circuit. Le souci est ici la création d'un chemin à travers le réseau. Ce chemin peut être réalisé physiquement

(commutation de circuit) ou virtuellement (commutation de message) pour la durée de la transmission.

L'une ou l'autre de ces techniques peut être adaptive et dynamique.

e) Contrôle du réseau : le contrôle du réseau est soit hautement centralisé, soit distribué plus ou moins complètement. Dans une topologie centralisée le contrôle est assuré par le centre du réseau. Dans un réseau distribué tel ARPANET, le contrôle est complètement distribué et réside dans des algorithmes explicitement ou implicitement contenus dans les noeuds du réseau. Les fonctions de contrôle à exercer comprennent l'établissement et la rupture des connexions entre des entités externes ou internes du réseau, la mise en oeuvre de ces connexions, c'est-à-dire notamment la fonction stratégie d'acheminement de l'information. Ces fonctions sont réalisées par câblage et programmation à travers le réseau.

#### I.E.4.- Propriétés informatiques d'un réseau de communications

La première propriété informatique d'un réseau de communications est de répondre aux objectifs qui ont dirigé sa mise en oeuvre.

Les propriétés supplémentaires suivantes sont généralement souhaitées :

- transparence vis à vis des utilisateurs (externes ou internes) ;
- modularité (adjonction ou suppression d'éléments du réseau) ;
- flexibilité (adaptation et connexion faciles de divers composants du réseau) ;
- fiabilité.



## I.F.- LES ORDINATEURS RESEAUX

### I.F.1.- Deuxième concept du parallélisme.

Il y a parallélisme ou simultanéité d'actions si plusieurs blocs fonctionnels peuvent être activés simultanément, c'est-à-dire, et ce sera notre deuxième concept du parallélisme, si nous pouvons acheminer conjointement vers plusieurs blocs fonctionnels des ordres (programmes, instructions, micro-instructions) ou des données.

Le terme "conjointement" n'est a priori pas nécessaire, il le devient en regard des performances obtenues ou recherchées.

Ainsi la recherche du parallélisme aboutit, en partie, si les problèmes de communications efficaces entre blocs fonctionnels sont résolus (l'autre partie reste l'ordonnement des traitements et les problèmes d'autorité).

### I.F.2.- Performances d'un système de traitement.

Les performances d'un système de traitement dépendent de la vitesse de ses organes essentiels et surtout du nombre moyen d'entre eux qui se trouve en activité. Un organe sera en activité s'il se situe à l'intersection d'un flot de données et d'un flot d'instructions. De ce point de vue un ordinateur monoprocesseur ou multiprocesseur peut être considéré comme un réseau plus ou moins centralisé dans lequel des communications interviennent entre différentes unités ou blocs fonctionnels. Ces communications supportent soit des ordres, lesquels proviennent d'emplacements très proches de l'endroit où ils doivent être exécutés (dans le cas contraire ils sont transférés comme des données) soit des données dont les mouvements sont moins prévisibles.

Dans cette optique l'ordinateur apparaît comme un réseau dont le nombre de mouvements d'informations qu'il peut assumer en un temps donné est la base de sa performance.

Pour obtenir un ensemble puissant il faut permettre de nombreux mouvements simultanés et rapides (c'est une condition nécessaire mais non suffisante ; voir en I.D.2. : dégradation des performances par conflits entre flots d'instructions et flots de données).

### I.F.3.- Stratégies de communications.

Nous avons considéré l'ordinateur comme un réseau car cette approche répond à deux objectifs liés : parallélisme et performances.

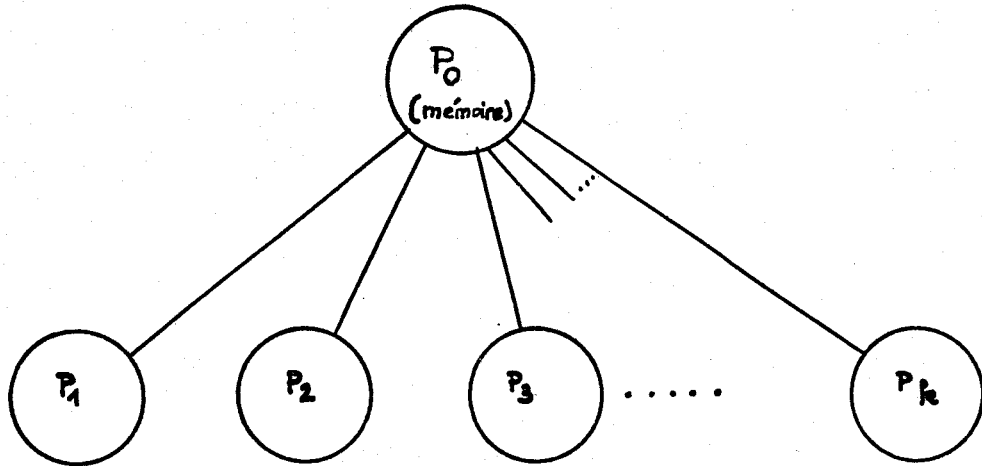
Encore faut-il que le réseau intérieur de communications d'un ordinateur soit efficace. En fait ces communications entre blocs fonctionnels ou processeurs répondent à deux nécessités :

- communications concernant la conduite ou l'état d'un processus,
- communications concernant l'information à traiter.

Ces communications s'exécutent généralement par la mémoire centrale commune ou par des bus d'interconnexions avec toutes les variantes et complexité que ces techniques présentent selon la taille des parties terminales mises en oeuvre.

Nous présentons ici quelques stratégies classiques de communications.

Il s'agit ici de présenter quelques répartitions dans l'espace de liens de communications sans pour autant présumer des techniques d'utilisation de ces liens. (Les  $P_i$  peuvent être des blocs fonctionnels ou processeurs, des mémoires ou banks de mémoires, des unités d'échange, des unités d'E/S).

a) liaison étoile par boîte aux lettres (mémoire)b) liaisons par Bus à une dimension et à un niveau, la stratégie

la plus utilisée :

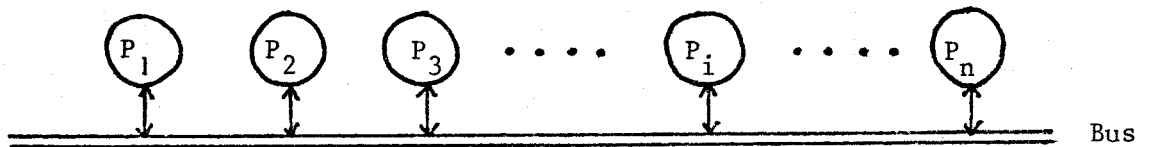


fig. I.12

Les processeurs  $P_i$  sont reliés à un seul bus : une seule connexion possible par unité de temps (rapport :  $\frac{1}{n}$ ). Exemples : minibus du MITRA 15 ; PDP 11 ; ECLYPSE avec un bus de 2,5 millions d'octets par seconde).

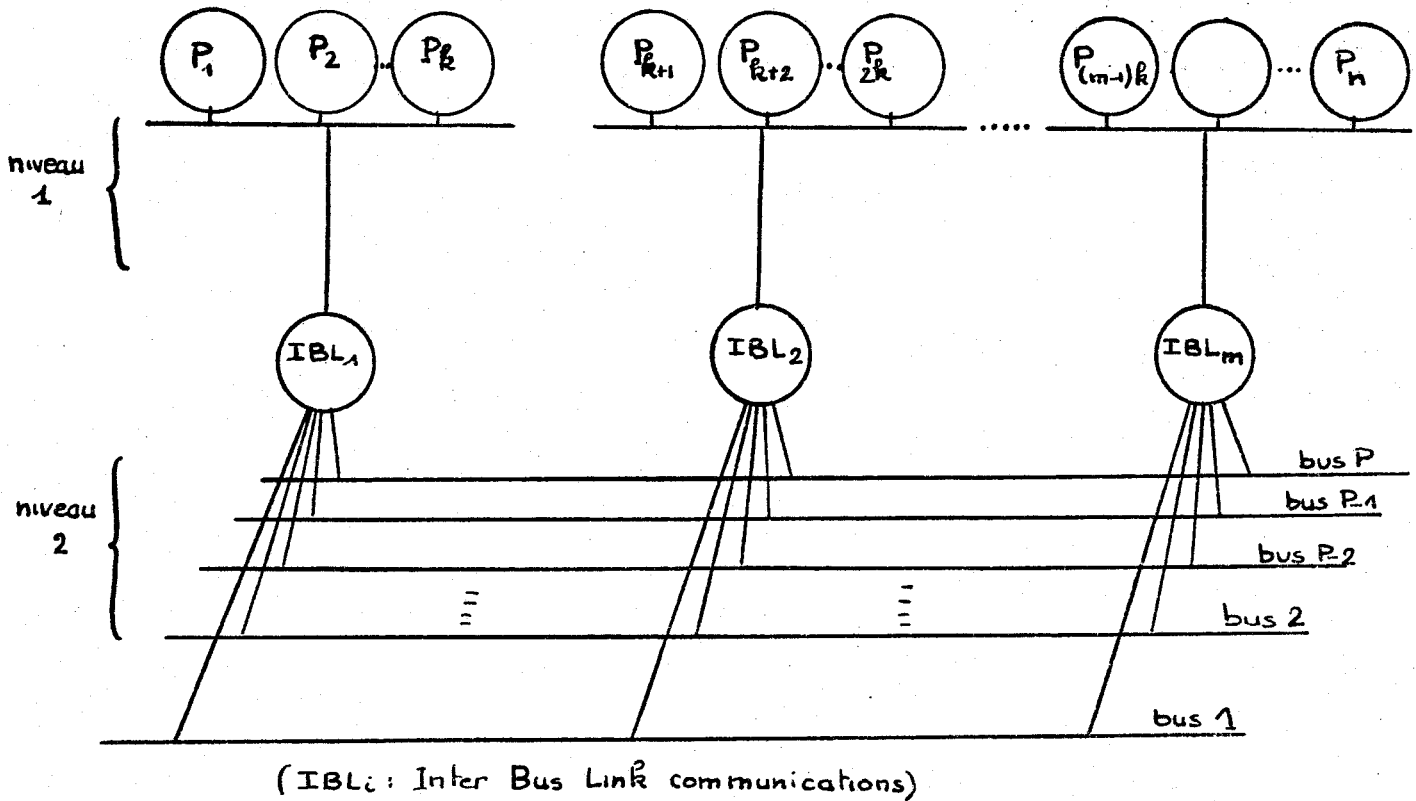
c) liaisons par bus à une dimension et à deux niveaux :

fig. I.13

Les communications se font

- soit par un seul bus de niveau 1,
- soit par un bus niv. 1, puis bus niv. 2 et bus niv. 1

Dans le meilleur des cas il y aura  $m$  communications possibles (pour un investissement matériel important) (rapport :  $\frac{m}{n}$ ).

Exemple : le SEL 32 de Systems Engineering Laboratories.



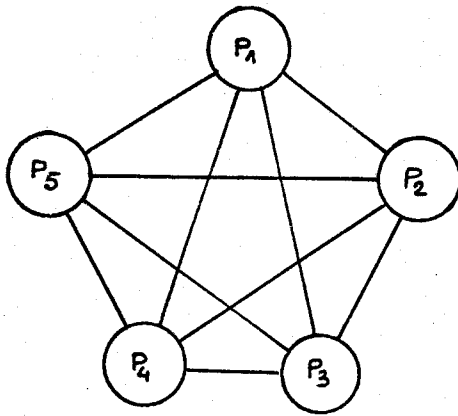
d) liaisons totales

fig. I.14

Chaque processeur est connecté directement aux autres. Pour  $n$  processeurs, il existe donc  $n-1$  lignes de connexion par processeur.  $\frac{n(n-1)}{2}$  lignes au total.

Le nombre de connexions simultanées est :  $\frac{n}{2}$  si  $n$  est pair

$\frac{n-1}{2}$  si  $n$  est impair

(rapport :  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2n}$ )

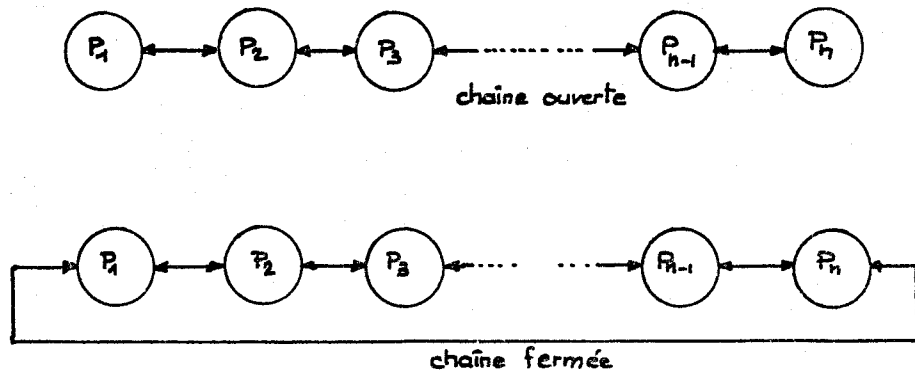
e) liaisons en chaîne

fig. I.15

Les communications entre deux processeurs  $P_i$  et  $P_k$  se font par les processeurs intermédiaires  $P_\ell$  ( $i \leq \ell \leq k$  ou  $\ell \leq i$  et  $k \leq \ell$ ).

Remarques : 1 - d'une manière générale ces systèmes de communications ne pourront qu'affaiblir les performances des processeurs par des conflits d'accès, d'attente, par des interruptions.

2 - Ces processeurs ainsi connectés doivent assumer deux rôles :

- . exécution de leurs tâches assignées,
- . contrôle et échange de l'information.

f) liaisons matricielles

L'idée est la suivante : les processeurs  $P_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  et  $P_j$ ,  $j = n+1, \dots, n+m$  sont reliés grâce aux noeuds  $N_{i,j}$  :

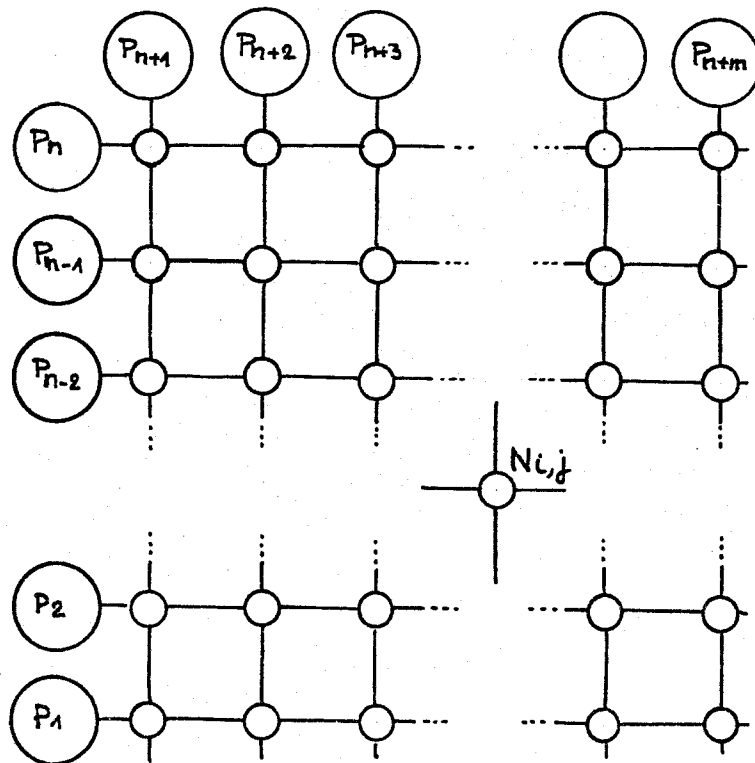


Fig. I.16

Une étude d'une liaison semblable a été faite par B.DESCOTTES-GENON, étude dans laquelle la structure matricielle comporte des noeuds à quatre liens de communications. Ce réseau de communications est du type : commutation de circuits. Il y a recherche et établissement d'un chemin (succession de noeuds) entre processeurs appelés et appelants. Ces noeuds seront libérés à la fin du dialogue entre les processeurs. [37]

g) liaisons "multi-bus"

Cette structure de liaisons est de type matriciel quant à la disposition mais cette fois les connexions entre deux processeurs se font par aiguillage  $A_{ij}$  d'un bus classique vers un autre bus.

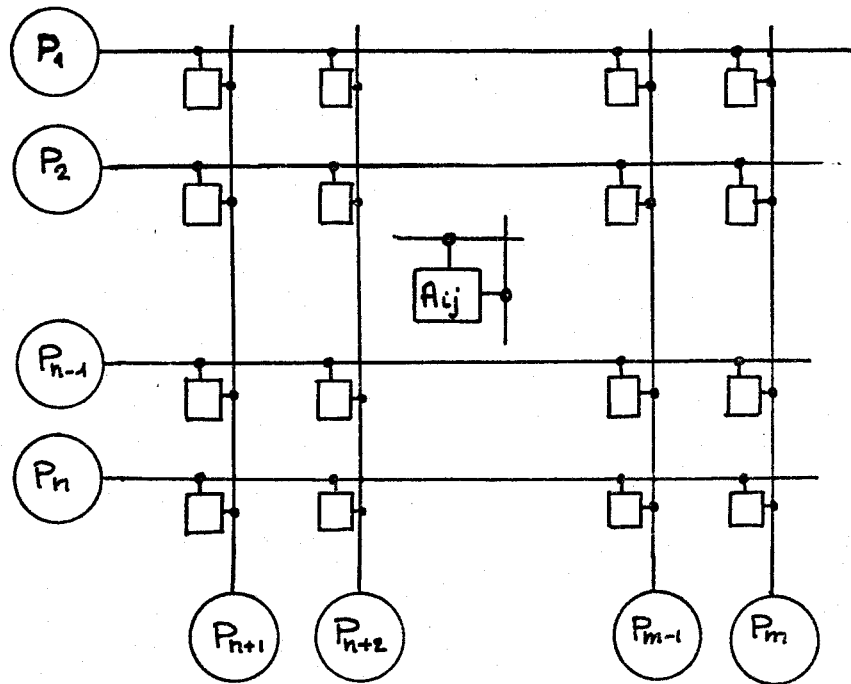


Fig. I.47

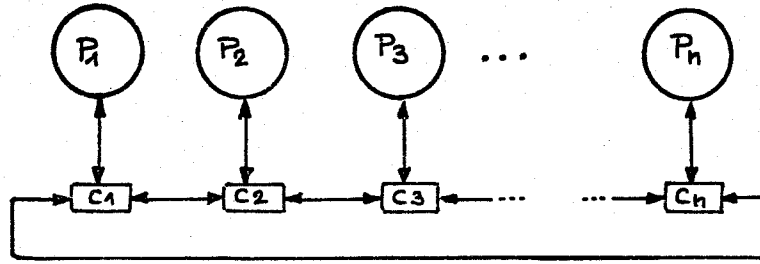
Un noeud  $A_{ij}$  sert de pont entre deux bus.

h) liaisons "wagons"

- liaisons "wagons" à une dimension :

Chaque processeur  $P_i$  accède au réseau de communications par sa propre cellule  $c_i$ . Les cellules  $c_i$  communiquent entre elle par la méthode du "routing"

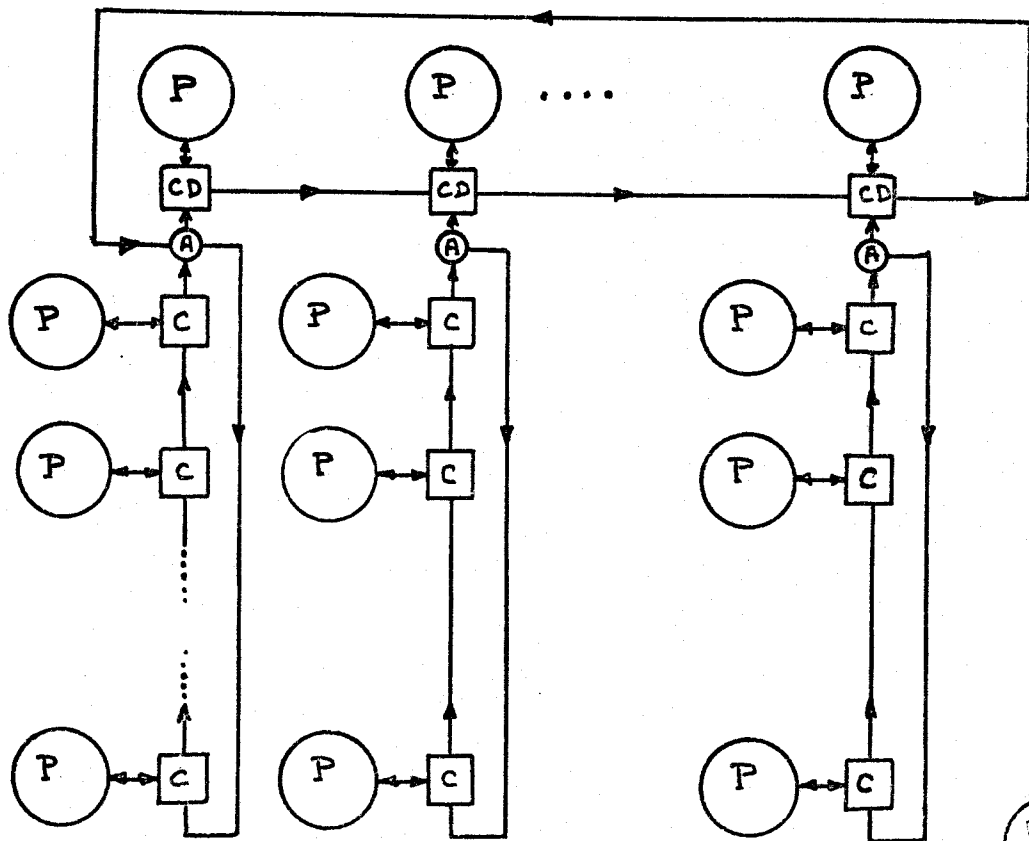




A chaque top d'horloge les messages déposés dans les registres  $R_i$  des cellules  $c_i$  se déplacent uniformément vers une cellule voisine.

- liaisons "wagons" à deux dimensions :

Ce type de réseau comporte en plus des cellules "wagons" des aiguilleurs et un concentrateur diffuseur.



CD: concentrateur-diffuseur  
 A: aiguillage  
 P: Processeur

fig I.19





i) liaisons à structure arborescente

Dans une telle structure chaque processeur  $P_j^i$  situé à un niveau  $i$  dispose d'un seul lien de communications bidirectionnel avec le processeur situé au niveau  $i + 1$  ; il dispose de  $P$  liens de communications bidirectionnels avec  $P$  processeurs situés au niveau inférieur  $i - 1$ .

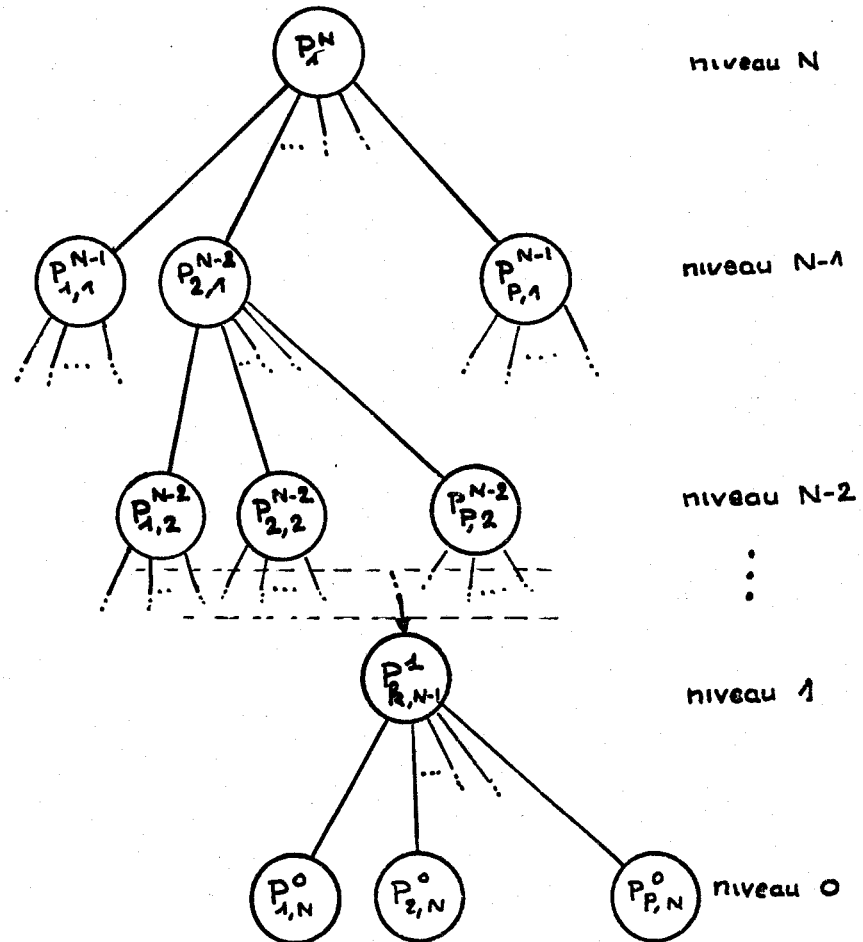


fig.I.20

j) liaisons mixtes , à plusieurs niveaux, combinaisons des solutions précédentes.



#### I.F.4.- Les ordinateurs réseaux

Cette appellation d' "ordinateur réseau" d'un système informatique recouvre pour nous, toute une gamme d'ordinateurs dans lesquels la fonction de communications est très largement développée dans l'un ou l'autre ou les deux contextes suivants :

- spécialisation ou banalisation des processeurs et unités d'échanges.

ex.: Honeywell H632, GE 600, IRIS 80, CDC 6500, Modular One.

- contrôle centralisé ou décentralisé

ex.: -ILLAC IV |27|,

-Machine de SOLOMON |28|,

-Machine de HOLLAND |29|,

La notion de fonction de communications est très largement exploitée lorsque les deux notions de tâche élémentaire et de processeur élémentaire sont développées.

#### I.G.- CONCLUSION

Nous avons d'une part précisé le rôle important d'un système de communications dans un réseau, que ce soit un réseau au sens général du terme ou encore un "ordinateur réseau", lequel terme regroupe toutes les notions et appellations de multiprocesseurs, processeurs modulaires, systèmes informatiques répartis, etc.... Nous avons d'autre part montré que l'augmentation de la vitesse de calcul passe par les systèmes multiproces-

seurs (ou multimicroprocesseurs). Cependant ces techniques ne sont pas suffisantes pour obtenir les performances espérées. La dégradation des performances tient essentiellement à l'autonomie et l'asynchronisme des traitements : asynchronisme puisque les tâches d'un système sont naturellement asynchrones et le fait de repasser par les processeurs entraîne des conflits ; autonomie car les traitements réclament des ressources privées.

Développer les performances d'un système c'est donc :

- développer l'autonomie et respecter l'asynchronisme en permettant aux traitements de s'exécuter sous forme de tâches qui puissent se faire localement (hiérarchie d'espaces d'exécutions et de communications). Cette conséquence entraîne l'augmentation du nombre de processeurs lesquels deviendront élémentaires, spécialisés, peu coûteux car les tâches à exécuter sont simples (d'où problème de surveillance des processeurs oisifs non nécessaire ; puissance adaptable) ; cependant la multiplicité des processeurs entraîne un problème de communications et c'est notre deuxième point (I.F.2).

- développer un moyen de communications (processeur de communications) permettant de nombreux échanges simultanés et rapides et qui, lui aussi, devra être élémentaire et devra notamment posséder les propriétés de :

- transparence : ou libération maximale des processeurs connectés de la charge de gestion des communications. Le réseau de communications n'est qu'un intermédiaire entre les unités qu'il relie. Nous pouvons le considérer comme un processeur dont la fonction est l'établissement et la maintenance de liens de communications entre ces unités ou processeurs composants. (réseau STUD. |30|) .

Les échanges entre les processeurs composants doivent se faire via le processeur de communications à l'exclusion des autres processeurs composants non concernés par ces échanges.

- modularité : le nombre de processeurs composants connectés au processeur de communications en des "points d'entrée" doit pouvoir s'accroître ou décroître sans contrainte ou modification notable de ce qui existe déjà. La connexion ou la déconnexion d'un processeur composant peut s'accompagner de l'ajout ou du retrait d'un point d'entrée.
- simultanéité : maximum des communications (satisfaction du critère de performance).
- flexibilité : chaque processeur composant doit pouvoir, via le processeur de communications échanger des informations avec n'importe quel autre processeur composant.
- asynchronisme : les processeurs composants sont a priori de nature très différente voire totalement indépendants et asynchrones ; le processeur de communications doit pouvoir supporter directement ou indirectement (interface) ces caractéristiques.
- reconfiguration, évolutivité : les processeurs composants peuvent être mis en oeuvre pour présenter une configuration de traitement à unités distribuées ; cette configuration peut se modifier, évoluer dans le temps. Le processeur de communications doit pouvoir supporter cette caractéristique. Une conséquence importante est que chaque "point d'entrée" du processeur doit être apte à recevoir les mêmes types et trafics d'informations (uniformité).
- coûts : évidemment le processeur de communications doit être de coût raisonnable ce qui peut se réaliser par l'application de technologie LSI-MOS et la répétition de cellules identiques, éléments de ce processeur.

L'objet des chapitres qui vont suivre est l'étude de ce processeur de communications.

Ces quelques propriétés précédentes, transformées en hypothèses seront à la base de la structure algébrique de processeur de communications.

CHAPITRE IILE PROCESSEUR CELLULAIRE DE COMMUNICATIONS (P.C.C.)II.A.- STRUCTURE ALGEBRIQUE DU PROCESSEUR DE COMMUNICATIONS.II.A.1.- Les hypothèses de réalisation.

D'après ce qui précède (I.G.), nous pouvons regrouper les contraintes ou hypothèses concernant le processeur de communications (P.C.) en deux groupes :

a) Hypothèse d'utilisation du P.C. :

H-1 - N processeurs composants doivent communiquer entre eux d'une manière asynchrone en développant une simultanéité maximale des échanges ;

H-2 - Les communications entre deux processeurs composants quelconques ne doivent concerner que ceux-ci. L'acheminement des communications se fera donc à l'intérieur du processeur spécialisé de communications ;

H-3 - Chaque processeur communique avec le processeur de communications par un seul point d'entrée. Il y aura donc au moins N points d'entrée au P.C. ;

H-4 - La valeur N du nombre de processeurs composants connectés au P.C. est variable (modularité, reconfiguration, évolutivité) ;

H-5 - Le processeur de communications doit être "vu" de la même manière quel que soit l'un des points de connexion (uniformité) ;

Ces hypothèses impliquent des hypothèses supplémentaires sur la réalisation du P.C.

b) Hypothèses de réalisation du P.C. :

H-6 - Le P.C. est formé de N points d'entrée et d'une "circuiterie" permettant les échanges d'informations entre processeurs ;

H-7 - L'hypothèse H-4 impose une modularité de conception du P.C., c'est-à-dire une facilité d'ajouts ou de retraits de ces points d'entrée ;

H-8 - Chacun de ces points d'entrée ainsi que leurs dispositifs de connexions doivent constituer un élément du P.C. ou cellule de coût de réalisation peu élevé, donc de réalisation et de fonctionnement uniforme (cellules toutes identiques) ;

H-9 - Le processeur de communications doit pouvoir supporter en n'importe quelle de ses cellules une charge de travail identique (uniformité, H-5).

PREMIERE CONCLUSION

Le processeur de communications sera formé de N cellules toutes identiques et d'une "circuiterie" permettant les échanges d'information entre cellules.

A la limite nous pouvons supposer que cette "circuiterie" est un ensemble de connexions ou liaisons entre les cellules ; le contrôle, la sélection des liaisons sont des fonctions internes à chaque cellule.

La cellule est donc d'une part, un point d'entrée, un point de sortie d'information pour le processeur composant qui lui est connecté, d'autre part, un moyen de transfert d'information, contenue en elle, vers les cellules voisines, c'est-à-dire qui lui sont directement connectées.

Avant d'étudier la structure possible d'une cellule, il nous est donc nécessaire de rechercher le graphe des connexions entre ces N cellules satisfaisant aux hypothèses précédentes. Nous pensons que la découverte de ce graphe des connexions nous permettra :

- de mieux concevoir l'utilisation de ces connexions ou liaisons entre les N cellules ;
- de justifier une structure de cellule.
- de justifier un choix de stratégie d'acheminement des informations à travers le P.C.

REMARQUE :

Nous appellerons désormais ce processeur spécialisé de communications : PROCESSEUR CELLULAIRE DE COMMUNICATIONS noté P.C.C. (ou encore Processeur modulaire de communications).

II.A.2.- Le graphe des connexions |25|

a) Nous entendons par connexion un lien, une liaison (bus, câble...) entre deux cellules.

Soit G ce graphe des connexions :  $G = (C, U)$  où :

- U est l'ensemble des arcs représentant chacun une connexion entre deux cellules (dans un seul sens).  $U = \{(c_i, c_j) \mid (c_i, c_j) \in C \times C\}$
- C est l'ensemble des cellules.  $C = \{c_i \mid i = 1, 2, \dots, N\}$

Le processeur de communications est représenté par le graphe  $G = (C, U)$  possédant les propriétés suivantes :



P-0 -  $G = (C, U)$  est un 1 - graphe (propriété formulée a priori), d'ordre  $N$ , sans boucle ; c'est-à-dire que d'un sommet  $c_i$  il ne part, au plus, qu'un seul arc vers le sommet  $c_j$  ; il y a  $N$  sommets (cellules) ; il n'existe pas d'arc  $(c_i, c_i)$   $i = 1, 2 \dots N$  ;

P-1 -  $G$  est un graphe symétrique, (Cette propriété n'est pas forcément nécessaire et peut être remplacée par p-2) c'est-à-dire si l'arc  $(c_i, c_j)$  existe, l'arc  $(c_j, c_i)$  existe.

P-2 -  $G$  est un graphe fortement connexe :  $\forall c_i$  et  $c_j$  de  $C$ ,  $\exists$  un chemin (suite d'arcs) de  $c_i$  à  $c_j$  et un chemin de  $c_j$  à  $c_i$  (hypothèses H-1 et H-2).

P-3 - Soit  $d^+(c_i)$  le nombre d'arcs issus du sommet  $c_i$  ( $d^+$  = demi degré extérieur) et  $d^-(c_i)$  le nombre d'arcs entrant dans le sommet  $c_i$  ( $d^-$  = demi degré intérieur) alors d'après H-8 et H-9 :

$$d^+(c_i) = \text{constante}, d^-(c_i) = \text{constante} \quad (\text{H.9})$$

P-4 - Si p-1 est vérifiée :  $d^+(c_i) = d^-(c_i) = d(c_i) = d$ .  
En chaque sommet, il y a autant d'arcs qui entrent et qui sortent.  
(uniformité, H-9).

#### REMARQUES :

1 - D'après H-8, ce nombre  $d(c_i)$  (ou  $d^+(c_i)$ ,  $d^-(c_i)$ ) doit être minimal.

2 - D'après H-1, ce nombre  $d(c_i)$  (ou  $d^+(c_i)$ ,  $d^-(c_i)$ ) doit être suffisamment grand.

3 - Les chemins entre deux sommets quelconques du graphe doivent être le plus court possible.

Ces deux premières remarques examinées seules entraîneraient la réalisation d'un graphe du type  $N - c l i q u e$ , dont la distance entre deux sommets quelconques est 1.

Exemple :  $N = 6$ .

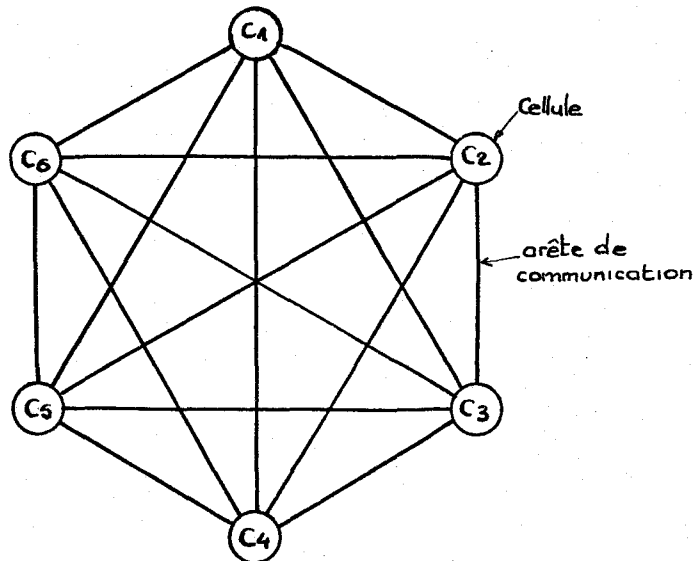


fig II.1

Cette réalisation du graphe  $G$  est à rejeter car ne satisfait pas l'hypothèse de modularité précisée par H-4 et H-7 (et P-4).

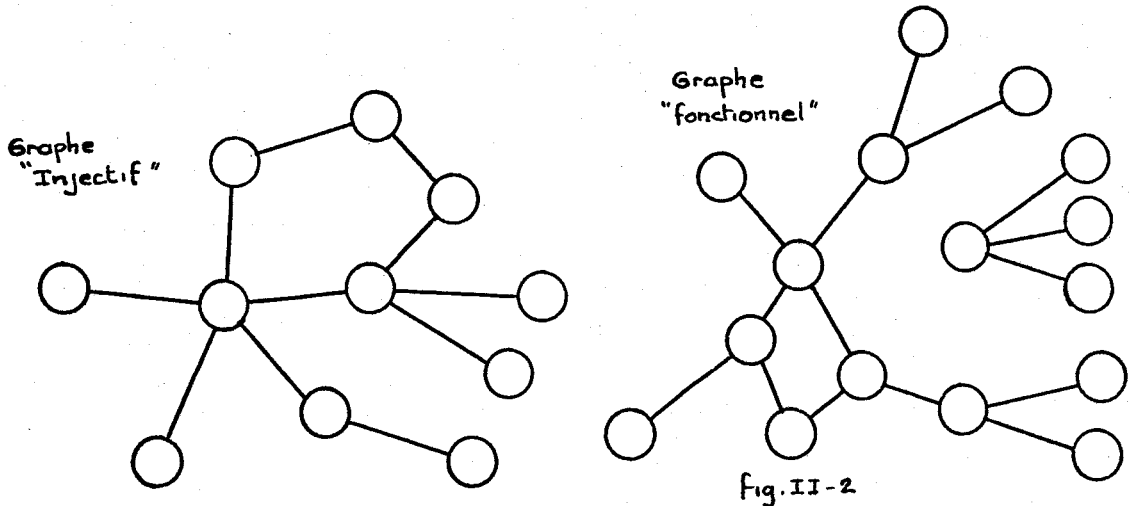
Par conséquent, il sera nécessaire de rechercher des graphes permettant la communication entre deux sommets quelconques  $c_i$  et  $c_j$  de  $C$  soit directement (chemin à un arc) soit par l'intermédiaire d'autres sommets de  $G$  (chemin à plusieurs arcs).

Cette conséquence :

- pèse sur le choix du mode d'utilisation des liens de communications entre cellules ;
- précise déjà le rôle de carrefour de communications des cellules ;
- impose la nécessité de tenir compte de la notion de distance séparant deux sommets de  $C$ .

REMARQUE

La propriété P-2 et les hypothèses H-1, H-5, H-9 excluent les graphes injectifs, les graphes fonctionnels ou semi-fonctionnels (généralisation de l'arborescence). Exemple :



b) Rappels sur les notions de distance dans un graphe et application au P.C.C. (Processeur Cellulaire de Communications).

b-1 - La distance  $d(c_i, c_j)$  entre deux sommets  $c_i$  et  $c_j$  de  $C$  est la longueur du plus court chemin (nombre d'arcs) allant de  $c_i$  à  $c_j$ . Cette notion de distance est une distance au sens topologique du mot pour les graphes symétriques.

Application au P.C.C. : il serait intéressant que :  $\forall c_i, c_j \in C$   
 $d(c_i, c_j) = d(c_j, c_i)$  ce qui entraîne p-2  
 (uniformité du P.C.C.).

b-2 - Ecartement d'un sommet  $c_i$  au graphe  $G = (C, U)$ , c'est le nombre :

$$e(c_i) = \max d(c_i, c_j)$$

$$c_j \in C$$

$$c_j \neq c_i$$

Application au P.C.C. : l'hypothèse H-5 entraîne que :

$$\forall c_i \in C, e(c_i) = \text{constante.}$$

b-3 - Un centre d'un graphe est un sommet  $c_i$  d'écartement minimal ; cet écartement minimal  $e(c_i)$  est appelé rayon du graphe G et est noté  $\rho(G)$ .

Application au P.C.C. : H-5  $\Rightarrow \forall c_i \in C, e(c_i) = \rho(G)$

b-4 - Quelques autres définitions non essentielles :

- diamètre :  $\delta(G) = \max d(c_i, c_j), \forall c_i, c_j \in C, c_i \neq c_j$
- graphe planaire : s'il est possible de le représenter sur un plan de sorte que les sommets soient des points distincts, les arcs des courbes simples et que deux arcs ne se rencontrent pas en dehors de leurs extrémités.
- ensemble d'articulation d'un graphe : c'est un ensemble de sommets tels que sa suppression (et les arcs y aboutissant) rende le graphe non connexe. Un ensemble d'articulation peut être réduit à un point. Dans G aucun sommet ne doit être point d'articulation.

b-5 - Théorème de Goldberg : Si G est un 1 - graphe fortement connexe avec N sommets et m arcs, son rayon vérifie :

$$\rho(G) \geq \left[ \frac{N-1}{m-N+1} \right]^*$$

ou  $[r]^*$  dénote le plus petit entier  $\geq r$ . En outre, pour tout m et tout n, il existe un 1 - graphe G fortement connexe de N sommets et m arcs pour lequel :

$$\rho(G) = \left[ \frac{N-1}{m-N+1} \right]$$

Exemple : N = 15, m = 18

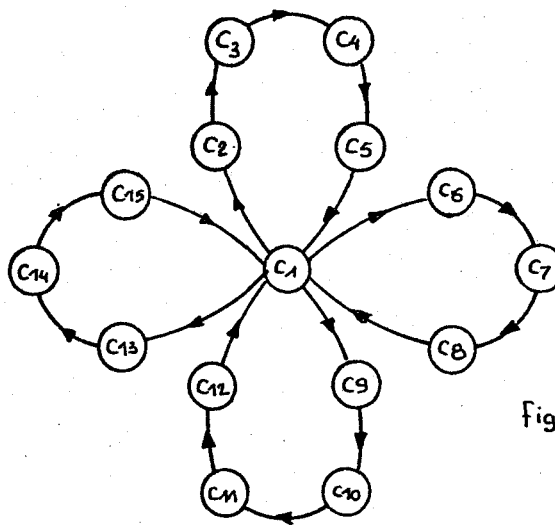


fig. II. 3 Rosace.

En fait ce type de graphe présente un point d'articulation  $C_1$  néfaste et ne satisfait pas l'hypothèse H-5.

### c) Conclusion

Les précisions et remarques précédentes nous amènent donc à la recherche d'un graphe de connexions  $G = (C, U)$  possédant les propriétés suivantes :

- $G$  est un 1 - graphe sans boucle ;
- $G$  est fortement connexe ;
- $d^+(c_i) = d^-(c_i) = p, \forall c_i \in C$  (graphe régulier) ;
- $e(c_i) = \rho(G) = \delta(G) \forall c_i \in C$  ;
- $G$  est symétrique.

c'est-à-dire à la recherche d'un graphe de connexions uniformes de cellules (identiques).

Nous rechercherons tout d'abord (II.A.3) un graphe de connexions  $G = (C, U')$  où  $U'$  est l'ensemble des arêtes reliant les sommets  $c_i$  du graphe ; une arête représente une possibilité de communications bidirectionnelles, c'est-à-dire deux arcs de sens opposés. Ensuite nous présenterons une utilisation de ces arêtes ainsi qu'une structure de cellule. (II.B, II.C).

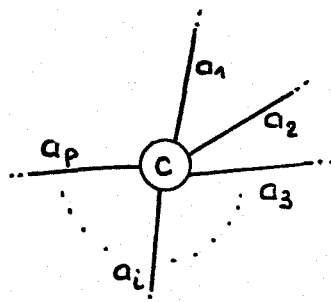


fig II.4

Les  $a_i$  représentent des arêtes de communications bidirectionnelles permettant à la cellule  $c$  d'échanger de l'information avec voisinage cellulaire.

II.A.3.- Etude algébrique - Généralisation et description  
automatique de G.

Soit  $C$  l'ensemble des cellules ou sommets du graphe et soit  $U'$  l'ensemble des arêtes reliant les sommets. Pour tout couple de sommets  $c$  et  $c'$  nous noterons  $(c, c')$  l'arête unique les reliant ;

Le caractère d'uniformité des connexions a été traduit ci-dessous. Nous le compléterons en associant à chaque arête  $a_i$  son point d'attache ou terminal  $t_i$  :

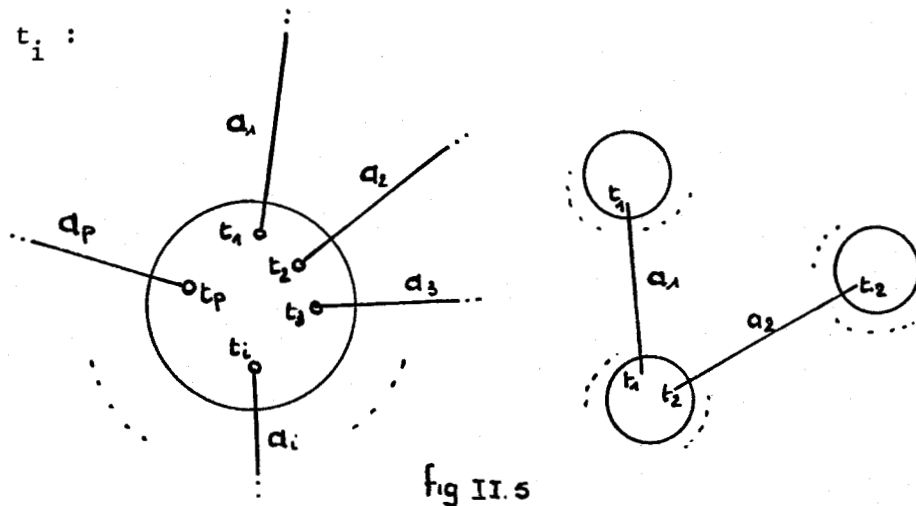


fig II.5

Il s'agit de traduire algébriquement ce caractère d'uniformité des connexions des cellules afin de montrer l'existence des graphes respectant les hypothèses émises en II.A.2.

a) Définitions

- Soit  $\mathcal{R}$  la relation binaire définie dans  $C$  par :

$$\forall c, c' \in C, \quad c \mathcal{R} c' \Leftrightarrow (c, c') \in U'$$

- Soit  $i(c)$  l'ensemble des arêtes incidentes à la cellule  $c$

$$i(c) = \{(c, c') \mid (c, c') \in U' \text{ et } c' \in C\}$$

- Soit  $f_c$  une fonction définie par :

$$f_c : i(c) \longrightarrow \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_p\}$$

qui à  $(c, c') \in i(c)$  associe son terminal  $t_i$ . Nous appellerons ces fonctions : fonction "label" de la cellule  $c$ . Remarque: au lieu de prendre l'ensemble d'index  $\{t_1, t_2, t_3, \dots, t_p\}$  nous pouvons prendre tout autre ensemble à  $p$  éléments par exemple  $\{1, 2, 3, \dots, p\}$

$$f_c((c, c')) = f_{c'}((c', c)) \quad (\text{voir fig. II.6, page II.14})$$

b) Traduction du caractère d'uniformité des connexions des cellules.

L'idée est la suivante : quelle que soit la cellule  $c \in C$ , le voisinage de celle-ci (ou sa "vue sur le réseau") doit être identique à celui de toute autre cellule de  $C$ .

C'est-à-dire :  $\forall c_i, c_j \in C$  il existe une bijection  $\alpha_{ij}$  dans  $C$  telle que :

- $\alpha_{ij}(c_i) = c_j$
- $\alpha_{ij}$  est compatible avec  $\mathcal{R}$  :

$$(\forall c, c' \in C : c \mathcal{R} c') \Leftrightarrow (\alpha_{ij}(c) \mathcal{R} \alpha_{ij}(c'))$$

soit encore :

- si  $(c, c')$  arête de  $U' \Leftrightarrow (\alpha_{ij}(c), \alpha_{ij}(c'))$  arête de  $U'$
- $\alpha_{ij}$  préserve les fonctions "label" :

$$f_c((c, c')) = f_{\alpha_{ij}(c)}((\alpha_{ij}(c), \alpha_{ij}(c')))$$

c) Conclusion

Si ces fonctions  $\alpha_{ij}$  existent, elles forment un groupe  $A$  transitif d'automorphismes de  $C$  préservant les fonctions "label"  $f_c$ .

d) Groupe  $A$  transitif d'automorphismes de  $C$  préservant les fonctions  $f_c$

d-1 - Soit  $G_0 = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$  l'ensemble des types d'arêtes associées à chaque cellule  $c \in C$ . Quel que soit  $a_i \in G_0$  associons une

application de  $C$  dans  $C$  notée également  $a_i$  définie par :

$a_i(c) = c'$  où  $c'$  est la cellule reliée à  $c$  par l'arête  $a_i$ .

$$a_i^{-1}(c') = c \quad (a_i = a_i^{-1}).$$

Les applications  $a_i$ ,  $i = 1 \dots p$ , sont des applications bijectives de  $C$ , en effet :

-  $\forall c \in C$ ,  $a_i(c)$  est défini puisque chaque cellule possède une et une seule arête de connexion  $a_i$  ;

-  $\forall c_1, c_2 \in C$ ,  $c_1 \neq c_2 \Rightarrow a_i(c_1) \neq a_i(c_2)$  donc  $a_i$  injective, sinon, soit les cellules  $c_1$  et  $c_2$  sont confondues, soit  $c' = a_i(c_1) = a_i(c_2)$  possède deux arêtes du type  $a_i$ , ce qui est impossible ;

-  $\forall c \in C$ ,  $\exists c' \in C$  tel que  $a_i(c') = c$  donc  $a_i$  surjective, car dans le cas contraire, cette cellule  $c$  n'est pas connectée uniformément ne possédant pas d'arête  $a_i$ .

Conclusion : les  $a_i$  sont des bijections dans  $C$ .

d-2 - Soient  $a_0$  l'application identité de  $C$  ( $a_0(c) = c$ ,  $\forall c \in C$ ) et  $G_1$  l'ensemble engendré à partir de  $G_0 \cup \{a_0\}$  par la loi de composition des applications notée  $\circ$ .

$G_1$  est un groupe de transformations (bijections) de  $C$  pour la loi de composition des applications.

$G_1$  est un groupe transitif de transformations, en effet :

$$\forall c, c' \in C, \exists x \in G_1 \text{ tel que } c' = x(c)$$

Il suffit de prendre  $x = a_{i_k} \circ a_{i_{k-1}} \circ \dots \circ a_{i_1}$  correspondant à une chaîne (suite d'arêtes) de  $G$ ,  $a_{i_j} \in G_0 \cup \{a_0\}$

#### REMARQUE

$$x^{-1} = a_{i_1} \circ a_{i_2} \circ \dots \circ a_{i_k}$$



d-3) Définissons sur  $G_1$  une relation binaire  $\mathcal{R}_1$

$$x, x' \in G_1, \quad (x \mathcal{R}_1 x') \iff (\exists a_i \in G_0 \text{ tel que } x' = x \circ a_i)$$

$G_1$  et  $G$  forment un "groupe graphe" [36]. Les éléments de  $G_1$  peuvent être identifiés aux éléments de  $G$ .

En effet, d'une part,  $G_1$  est transitif d'où : si  $c_0 \in C$  est pris comme élément origine, quel que soit  $c \in C$ ,  $\exists x \in G$ , non forcément unique, tel que  $c = x(c_0)$  ; d'autre part soient  $c$  et  $c' \in C$  tels que :

$$c \mathcal{R} c' \iff (\exists a_k \in G_0 \text{ tel que } c = a_k(c'))$$

alors, si  $c_1 \in C$  tel que  $c_1 = x(c)$ ,

$$c_1 = x \circ a_k(c') = x'(c') \text{ avec } x' = x \circ a_k$$

d'où finalement si  $c_1 = x(c) = x'(c')$

$$\text{avec } c \mathcal{R} c' \implies x \mathcal{R}_1 x' \text{ et réciproquement}$$

d-4) Construction d'un groupe transitif d'automorphismes de  $C$   
à partir de  $G_1$

$$\forall c_i, c_j \in C, \exists x_i \text{ et } x_j \in G_1 \text{ tels que : } c_i = x_i(c_0), c_j = x_j(c_0)$$

Soit  $\alpha_{ij}$  une bijection définie par :  $\alpha_{ij} = x_j \circ x_i^{-1}$  alors :

$$\alpha_{ij}(c_i) = c_j$$

L'ensemble  $A$  des  $\alpha_{ij}$  pour la loi de composition des applications est un groupe transitif d'automorphismes qui préservent les fonctions "label"  $f_c$ .

En effet :

- A est un groupe transitif opérant sur C :

$\forall c, c' \in C, \exists \alpha \in A$  tel que  $c' = \alpha(c)$  il suffit en effet de poser

$$\alpha = x' \circ x^{-1} \text{ où } x : c_0 \rightarrow x(c_0) ; x' : c_0 \rightarrow x'(c_0) = c' .$$

- A est un groupe transitif d'automorphismes de C :

En effet :  $\forall \alpha_{ij}$  tel que :  $\alpha_{ij}(c_i) = c_j$  ,

$$\alpha_{ij} = x_j \circ x_i^{-1}$$

$\forall c, c' \in C$  tels que  $c \mathcal{R} c' \iff \exists a_k \in G_0, c' = a_k(c)$

$$\alpha_{ij}(c) = x_j \circ x_i^{-1}(c)$$

$$\alpha_{ij}(c') = x_j \circ x_i^{-1}(c') = x_j \circ x_i^{-1} \circ a_k(c)$$

d'où  $x_j \circ x_i^{-1} \mathcal{R} x_j \circ x_i^{-1} \circ a_k$

donc  $\alpha_{ij}(c) \mathcal{R} \alpha_{ij}(c')$

- A est un groupe transitif d'automorphismes de C préservant les  $f_c$  , en effet :

Soit  $(c, c') \in G' \iff c \mathcal{R} c'$

Soit  $f_c$  une fonction "label" relative à la cellule c. Par définition, on peut poser :

$$f_c((c, c')) = f_c((x, x')) = f_c((x, x \circ a_k)) = a_k$$

où  $x \mathcal{R} x'$ .

Soit  $\alpha_{ij} \in A$  et  $\alpha_{ij}(c) \mathcal{R} \alpha_{ij}(c')$

alors :

$$f_{\alpha_{ij}(c)}((\alpha_{ij}(c), \alpha_{ij}(c'))) = f_{\alpha_{ij}(c)}((x_j \circ x_i^{-1}, x_j \circ x_i^{-1} \circ a_k)) = a_k$$

e) Conclusion

e-1) Les groupes - graphes peuvent être employés pour décrire la connexion uniforme des cellules du processeur cellulaire de communications selon les hypothèses formulées en II.A.2-c.

e-2) Vérifications des hypothèses de II.A.2-c.

- Ces types de graphes sont des 1 - graphe sans boucle
- Ils sont fortement connexes :  $\forall c \text{ et } c' \in C, \exists x \in G_1 \text{ (ou } \alpha_{ij} \in A)$  tel que  $c' = x(c)$  et  $x'$  tel que  $c = x'(c')$  (ou transitivité du groupe A)
- Les applications  $a_i \in G_0$  entraînent que :

$$d^+(c_i) = d^-(c_i), \forall c_i \in C \quad (\text{si une arête représente 2 arcs opposés})$$

- Dernière hypothèse :  $\rho(c_i) = \rho(G) = \delta(G), \forall c_i \in G$  ;

Cette hypothèse nous amène à considérer deux types de graphes :

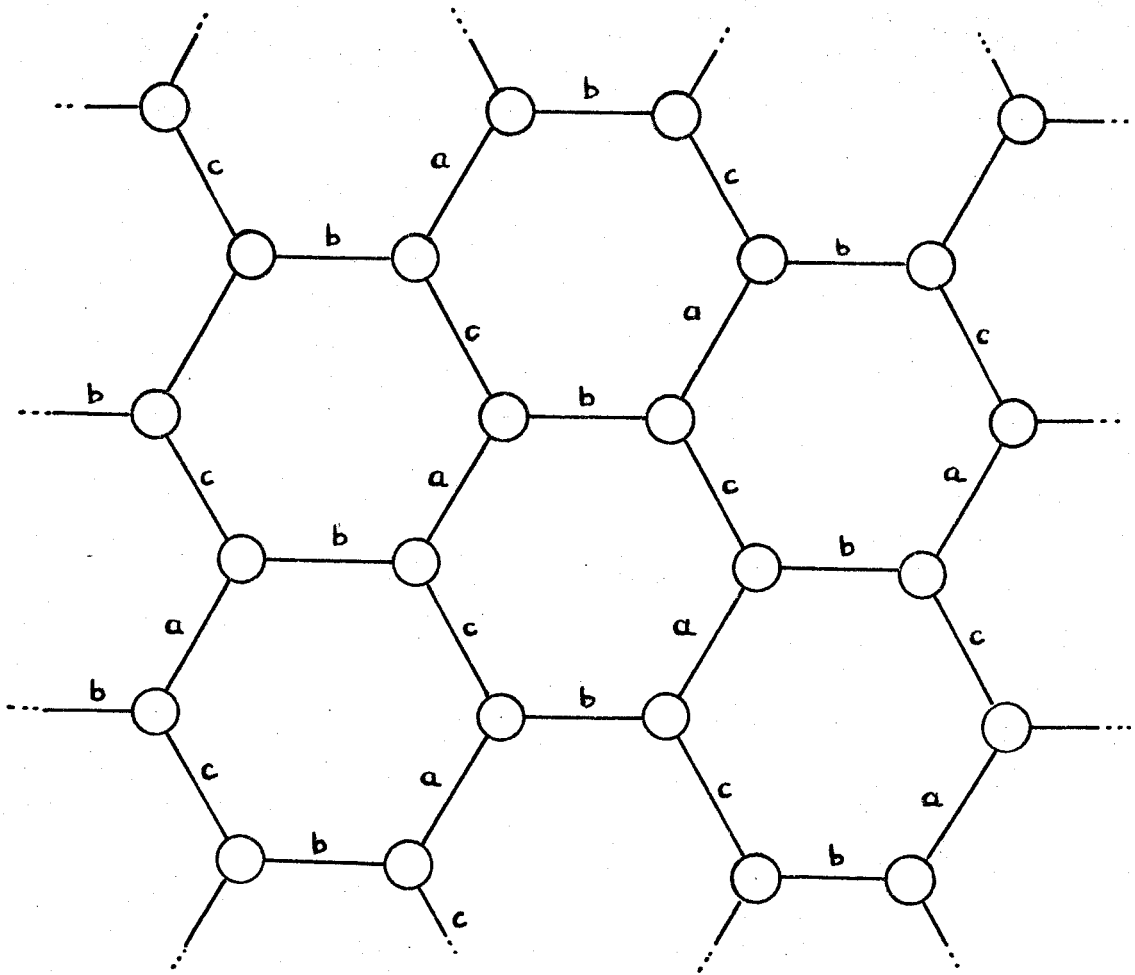
- Les graphes (ou groupes - graphes)  $G$  à une infinité d'éléments; auquel cas l'hypothèse précédente est vérifiée (cas d'un processeur cellulaire de communications à infinité d'éléments  $\delta(G) = \infty$ )

- Les graphes (ou groupes - graphes) à un nombre fini d'éléments; Ce cas correspond aux groupes - graphes abéliens générés finiment, c'est-à-dire pour lesquels quelques règles supplémentaires de composition des  $a_i$  indiquent que certaines séquences de ces  $a_i$  ramènent au point de départ. (cas des processeurs cellulaires fermés). Voir exemple fig. II.8.

e-3) Exemples :

fig. II.6.

p=2



$G_0 = \{a, b, c\}$  ;  $abcabc = 1, aa = 1, bb = 1, cc = 1$  .

fig. II. 7

$p = 3$

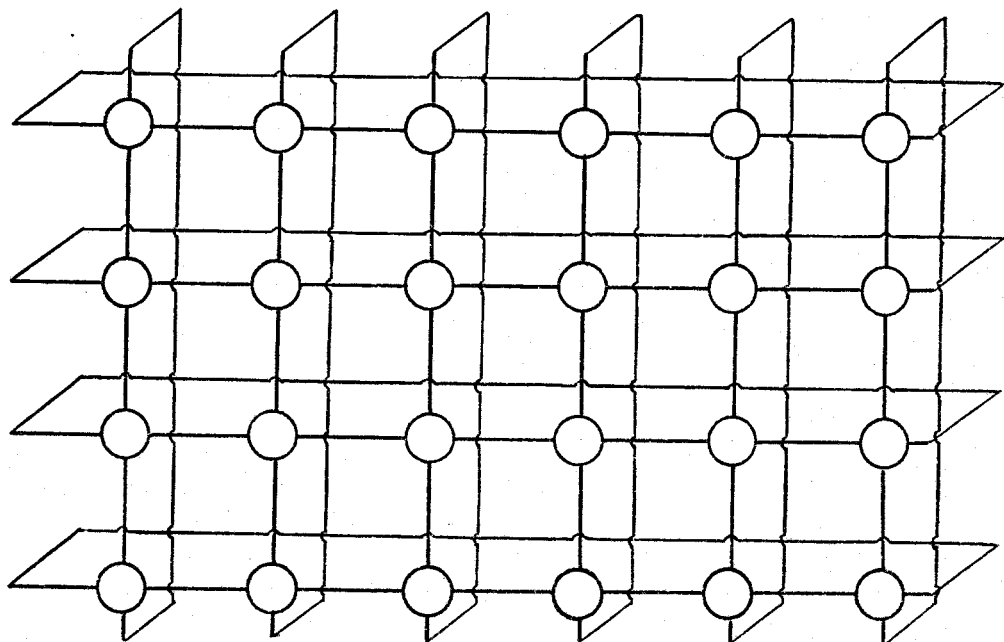


fig. II.8

$p = 4$

graphe à nombre fini d'éléments.



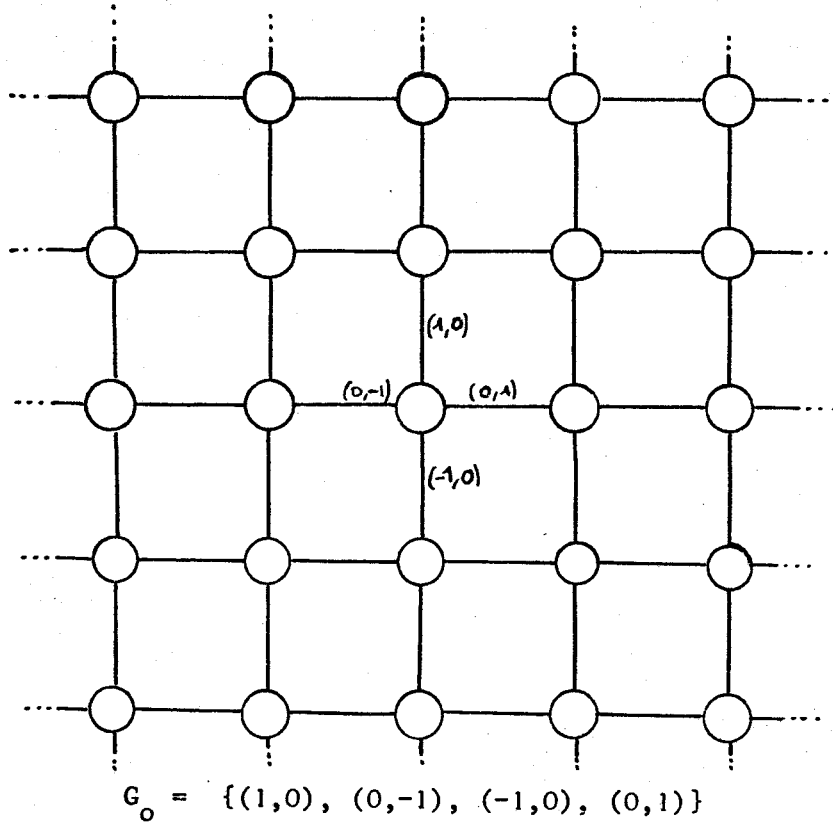


fig. II.9  $p = 4$

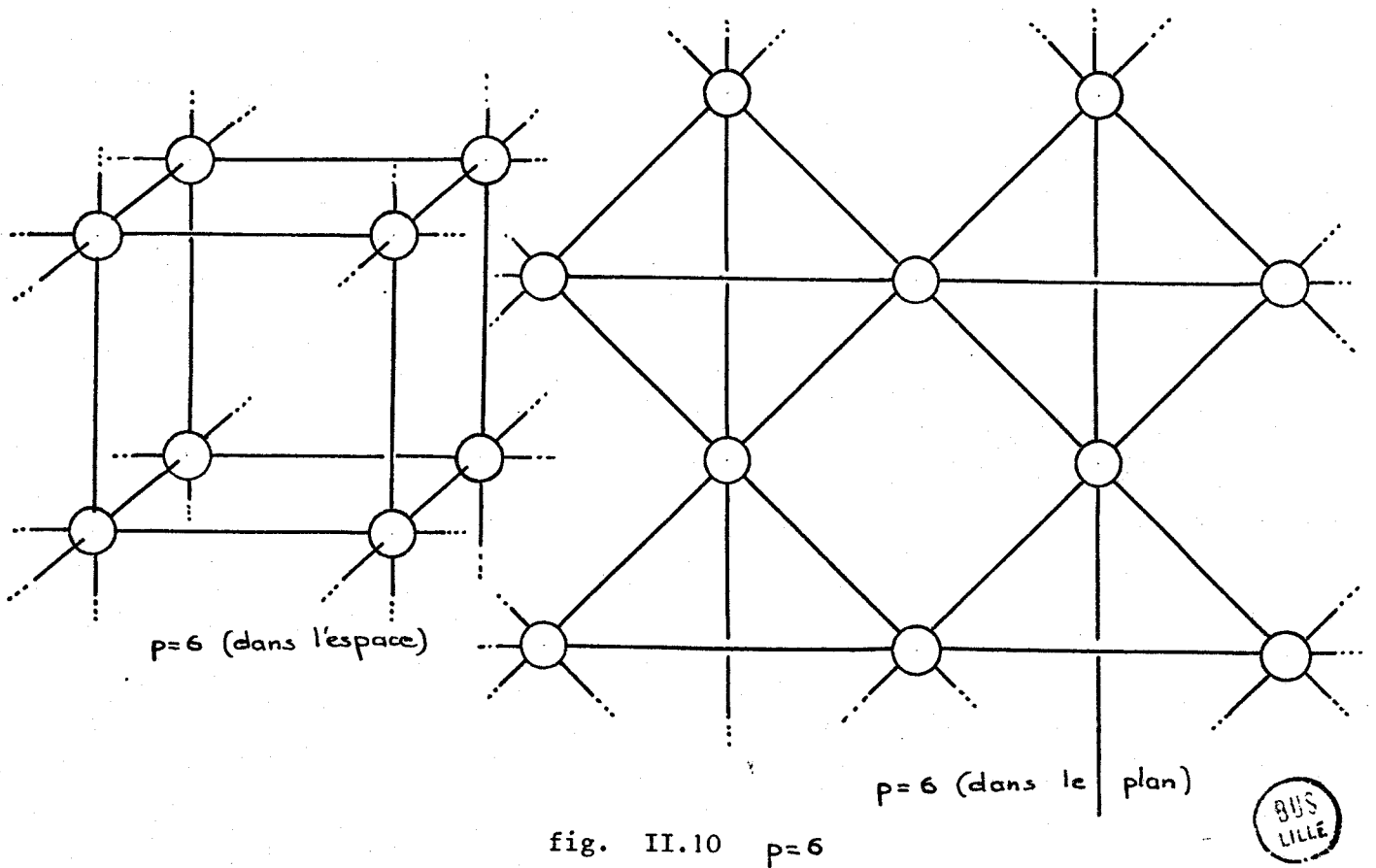
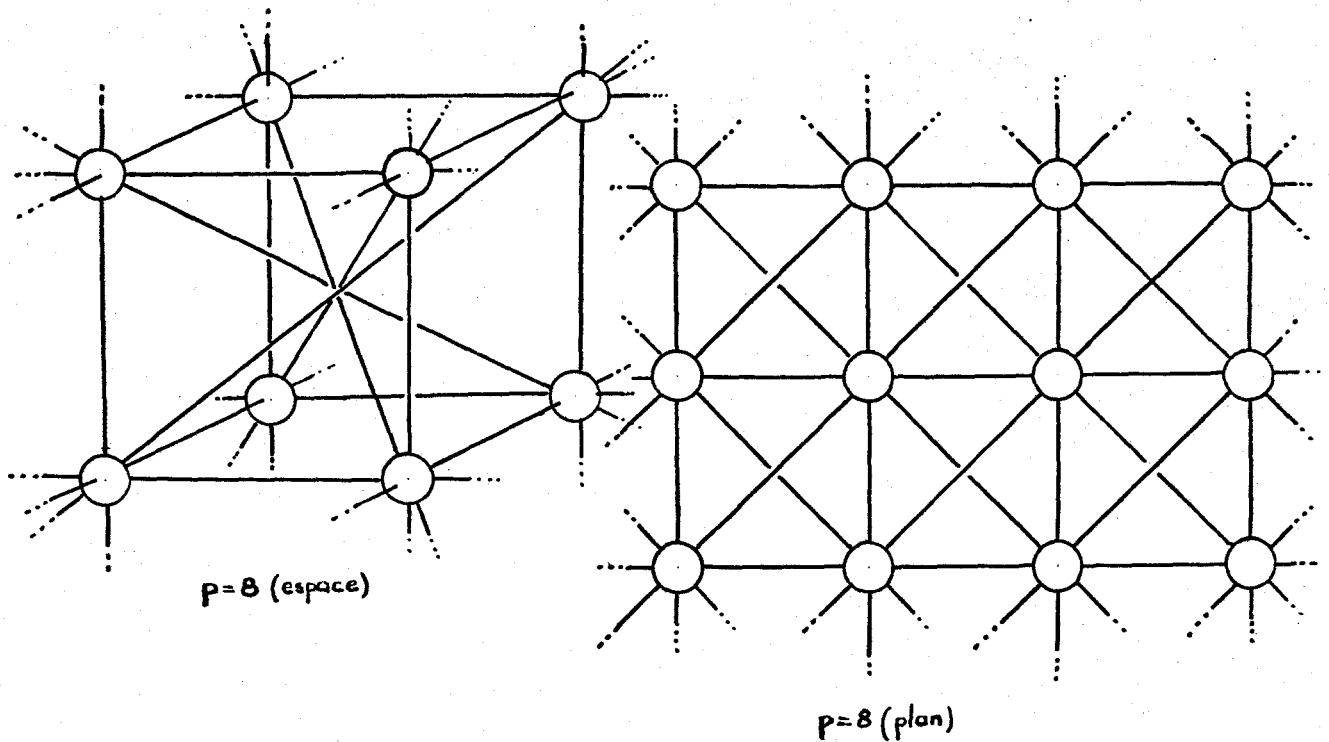


fig. II.10  $p=6$



fig. II.11  $p=8$ 

e-4) Application de  $G_1$  à la génération et description automatique de  $G$ .

- Génération automatique : Les bijections éléments de  $G_1$  (ou les automorphismes de  $A$ ), permettent de générer automatiquement les P.C.C. de degré  $p$  car il est généralement possible de les assimiler à des transformations simples du plan (cas des graphes représentables sur un plan, ou des graphes planaires) et de l'espace à trois dimensions.

- Description automatique : Il s'agit ici de donner un outil qui permette d'adresser n'importe quelle cellule de  $C$  à partir d'une cellule origine  $c_0$  de  $C$  ( $c_0$  quelconque dans  $C$ ). En effet, un message émis dans la cellule  $c_0$  devra connaître le nom (l'adresse) de la cellule destinataire et peut-être

des indications sur la route à suivre à travers le P.C.C. pour atteindre sa cellule destinataire.

Considérons pour cela l'alphabet  $G_0 = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  formé des noms des applications bijectives  $a_i$  précédentes.

On appellera mot défini sur  $G_0$ , de longueur  $k$ , un  $k$ -uple, formé de  $k$  éléments de  $G_0$ , obtenu par l'opération de concaténation :

$$a_{i_1} a_{i_2} a_{i_3} \dots a_{i_k} \quad \text{ou} \quad a_{i_j} \in G_0, \quad j = 1, \dots, k$$

Un mot  $a_{i_1} a_{i_2} a_{i_3} \dots a_{i_k}$  correspond à l'application bijective

$$a_{i_k} \circ a_{i_{k-1}} \circ a_{i_{k-2}} \dots \circ a_{i_2} \circ a_{i_1} \quad \text{et correspond aussi à un cheminement}$$

(suite d'arêtes  $a_{i_j}$ ) sur le graphe  $G$ . Inversement toute application de  $G_1$

correspond à un mot et puisque  $G_1$  a pu être identifié (avec des redondances !)

à  $G$ , l'ensemble  $G_0^*$  des séquences finies formées par des occurrences d'éléments

de  $G_0$  (C ensemble fini ou infini dénombrable d'éléments) donne un moyen

d'adressage des éléments de  $G$ . ( $G_0^*$  est un semi groupe, par symétrisation

$$G_0^* = G_1).$$

Remarque : Si cette technique d'adressage est retenue pour le P.C.C. étudié,

il faudra prendre garde aux séquences palindromes et vraisemblablement

développer quelques règles de calcul associatif sur les mots (écritures

équivalentes, redondantes, etc...). L'établissement de ces quelques règles de

calcul associatif peut être la source d'une stratégie spécifique d'acheminement

des messages dans le P.C.C.. Enfin nous remarquerons que l'avantage de

l'adressage par des mots, concaténation de symboles  $\in G_0$ , peut être détruit

par l'inconvénient de disposer, dans le message, d'un emplacement de longueur fixée a priori et suffisamment grand pour contenir n'importe quel mot de  $G_0^*$ .

## II.B.- CHOIX D'UN PROCESSEUR CELLULAIRE DE COMMUNICATIONS

### II.B.1.- Choix de p : nombre d'arêtes issues d'un sommet.

Ainsi les groupes - graphes (de degré  $p$ ,  $p \in \mathbb{N}^*$ ,  $p \geq 2$ ) répondent à notre problème de graphe de connexions uniformes. La question posée maintenant est la valeur à donner à  $p$  pour la réalisation de notre P.C.C.. En fait, la valeur à donner à  $p$  (degré de chaque sommet du graphe) se précise par les critères de sélection suivants :

a) le coût de réalisation des cellules ; rappelons le rôle de chaque cellule : centre de commutation (de messages ou de lignes) permettant les transferts des messages à travers le réseau. Plus le nombre de lignes ou arêtes (ce nombre est égal à  $p$ ) connectées à chaque cellule sera grand, plus le coût de la cellule sera élevé, et plus les systèmes de contrôle, de gestion de ces lignes seront complexes, donc chers, et peut-être, néfastes à l'efficacité du P.C.C. (Rappelons, (I.G.), que le P.C.C. doit être élémentaire, exécution de tâches simples : transferts de messages). Il faut donc  $p$  de valeur faible.

b) L'efficacité de la structure d'un point de vue rapidité de transfert d'une cellule à une autre, non forcément voisine, s'en trouvera accrue si  $p$  est élevé. En effet si chaque cellule est de degré  $p$  :

- à partir d'une cellule, on peut atteindre, en un pas :  $p$  autres cellules ;
- à partir de ces  $p$  cellules, on peut atteindre en un pas :  $p^2$  autres cellules, etc...



En m pas, on peut donc atteindre :  $1 + p + p^2 + \dots + p^m = \frac{p^{m+1} - 1}{p - 1}$   
 cellules (voir théorème II.A.2.b-5).

On démontre que : si G est un l-graphe, sans boucle, d'ordre N avec

$\forall c \in C : \max d^+(C) = p > 1$  alors son rayon  $\rho(G)$  vérifie :

$$\rho(G) \geq \frac{\text{Log} (N_p - N + 1)}{\text{Log } p} - 1$$

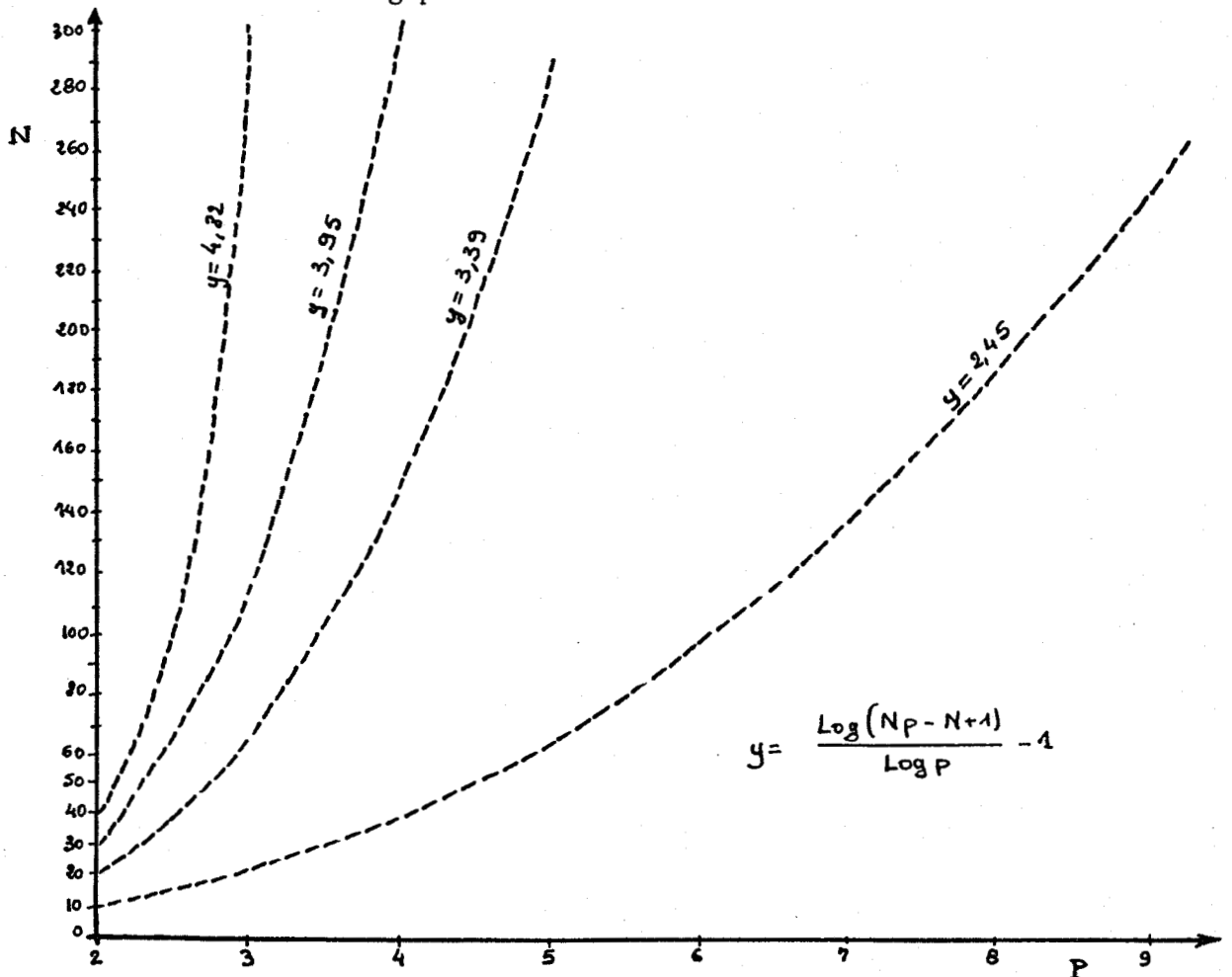


fig. II.12 Abaque:  $\min \rho(G)$  en fonction de p et N.

c) Problème d'adressage des cellules : comme nous l'avons vu précédemment, un moyen général et commode d'adressage emploie la concaténation des symboles représentant les types d'arêtes ; Or, plus p sera élevé, plus le rayon du graphe G sera petit et plus le mot d'adressage (de longueur k) sera court. (La longueur maximum des adresses est une fonction linéaire de  $\rho(G)$ )

d) Conclusion : La valeur  $p = 2$  est exclue (boucle) ; nous pensons raisonnables les valeurs de  $p$  égales à 3, 4, 5, 6 ou 8. Cependant, la découverte et le contrôle des mécanismes du comportement d'un réseau de degré  $p > 5$  ainsi que son pilotage nous paraissent délicats à réaliser d'autant plus que  $p$  lignes peuvent correspondre à  $2p$  liaisons unidirectionnelles. (Nous pourrions prendre des liaisons half duplex plutôt que duplex intégral !)

Ne connaissant pas le comportement général d'un réseau de degré  $p$  nous nous arrêtons arbitrairement à la valeur  $p = 4$ . Les idées d'un réseau plan, d'un système à commutation de messages, d'un adressage simple ne sont pas étrangères à ce choix.

#### II.B.2.- Utilisation des liens de communications. La cellule du P.C.C.

a) Le graphe de connexions du P.C.C. retenu est donc :  $p = 4$

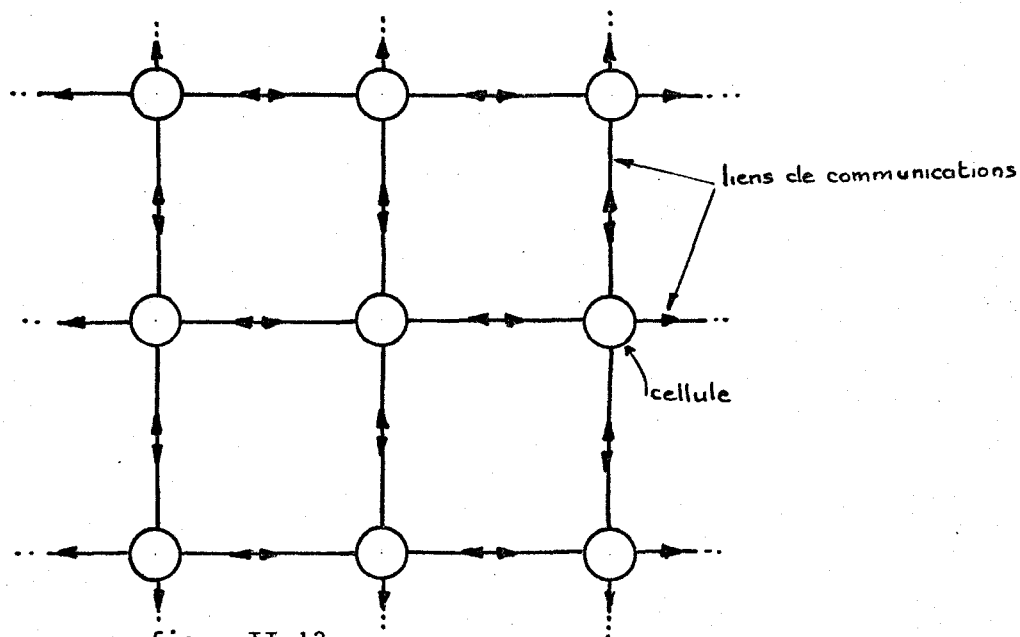
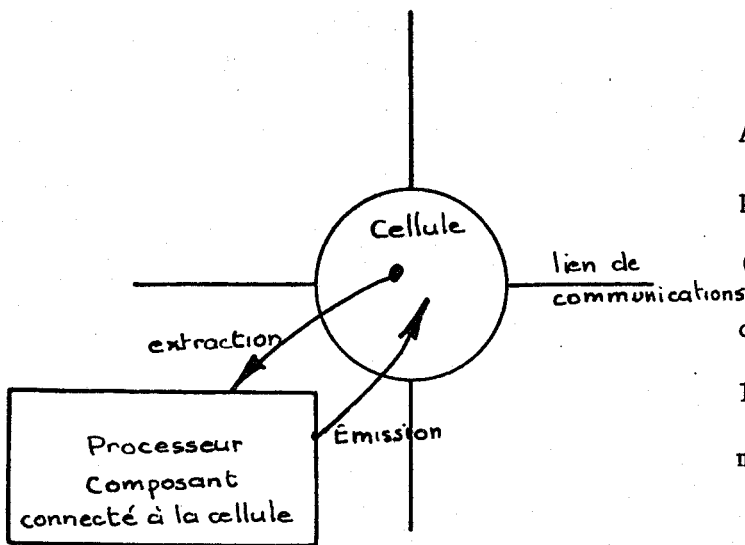


fig. II.13



A chaque cellule est connecté un processeur composant lequel dépose (émission) un message à destination d'un autre processeur composant via le P.C.C., ou retire (extraction) un message qui lui est destiné.

b) Remarque : réseau de communications ouvert ou fermé.

Comme nous l'avons vu en II.A., le P.C.C. peut être engendré par le groupe A des automorphismes. Celui-ci peut produire une infinité de sommets de G ou un nombre fini N de sommets (dans le cas de limitations des séquences  $a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_k}$ ). Dans ce dernier cas, nous obtenons un réseau de communications fermé d'ordre N (et de degré  $p = 4$ )

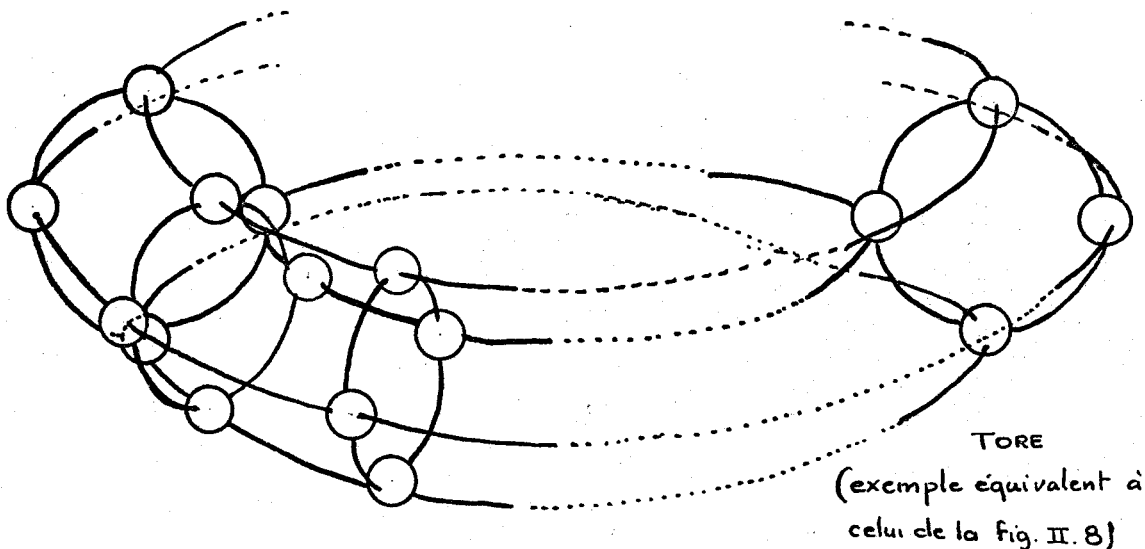


fig. II.14

Dans la réalité, il nous sera impossible de réaliser un P.C.C. à une infinité de sommets ; le cas d'un P.C.C. non fermé correspond à une troncature d'un réseau infini. Il sera qualifié de réseau ouvert d'ordre N (et de degré  $p = 4$ )

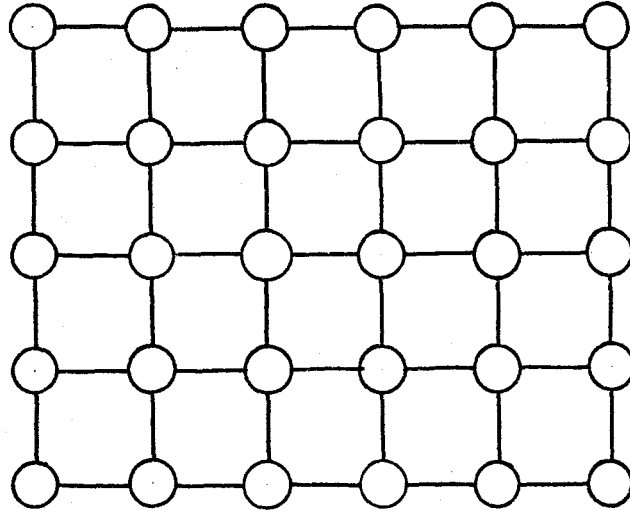


fig. II.15 réseau ouvert (à 30 cellules).

c) L'établissement des liens de communications entre cellules étant décidé, il reste à préciser la méthode d'utilisation de ces liens. Deux idées se présentent ici : la commutation de circuits et la commutation de messages.

La commutation de circuits ou de lignes est évidemment possible sur un P.C.C.. WAGNER [36] a étudié la possibilité du support par le réseau de type P.C.C. d'activités de communications simultanées par commutation de lignes. Nous ne pensons pas que cette technique soit efficace ici compte tenu des rapports des "vitesses des échanges" du P.C.C. et des processeurs composants.

Nous évaluons ce rapport :

$$\frac{\text{Vitesse des échanges du P.C.C.}}{\text{Vitesse des échanges des processeurs comp.}} = 5 \text{ à } 10$$

Nous entendons ici par vitesse des échanges le nombre d'échanges possibles par unité de temps ( $\mu\text{s}$ ), entre deux cellules pour le P.C.C., entre deux processeurs composants (moyenne). Il n'est donc pas question, sous cette évaluation, de construire et d'allouer (temporairement ou non) des chemins physiques dans le P.C.C. à des échanges entre processeurs composants. D'autre part, le caractère aléatoire de ces échanges et la difficulté (matérielle et logicielle) de mettre en place un dispositif d'allocation dynamique et de gestion de ces chemins physiques nous éloignent de l'idée de transfert de messages par commutation de lignes.

En fait, le rapport estimé précédemment sur les vitesses des échanges nous montre qu'il y aura des "trous" c'est-à-dire des arêtes inoccupées sur ces lignes de communications (cas de la commutation par lignes). (Exemple : comparaison entre multiplexage STDM et ATDM. figure I.11.d).

Nous présentons ici un résultat  $|25|$  qui n'a qu'un intérêt de réflexion sur l'utilisation des arêtes de communications.

Soit  $G = (C, U)$  le graphe d'un P.C.C. (fermé ou ouvert) d'ordre  $N = n^2$  ( $p = 4$ ) et  $B = ((b_{ij}^i))$  sa matrice associée ( $b_{ij}^i = 1$  si  $(c_j, c_i) \in U$ ,  $b_{ij}^i = 0$  sinon)

$B$  est une matrice carrée ( $N = n^2$ ) et le déterminant de  $B$  est

$$\det B = \sum_{\sigma} \epsilon(\sigma) b_{\sigma(1)}^1 b_{\sigma(2)}^2 \dots b_{\sigma(n)}^n$$

où  $\sigma$  : permutation de degré  $n$  et  $\epsilon(\sigma)$  sa signature.

On appelle permanent de  $B$

$$\text{perm } B = \sum_{\sigma} b_{\sigma(1)}^1 b_{\sigma(2)}^2 \dots b_{\sigma(n)}^n$$

- A chaque terme non nul du permanent correspond un système de circuits :
- un ou plusieurs circuits deux à deux disjoints par un ou plusieurs arcs.
  - Sur ces parties disjointes pourront s'effectuer des transferts simultanés.
  - Sur les parties communes, un choix de transfert devra être opéré.

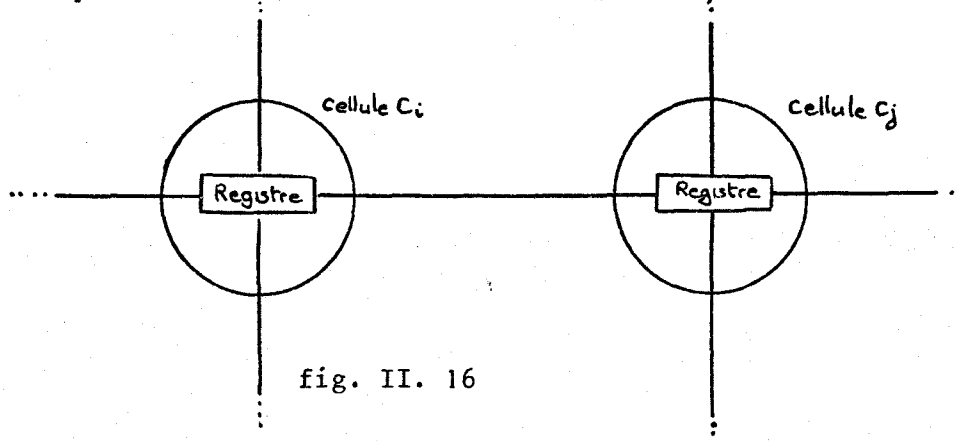
Ce nombre, perm B, représente le nombre de systèmes de circuits deux à deux disjoints qui partitionnent C. Ce nombre, fonction de n, est assez grand et justifie avec, d'une part, le rapport précédent sur les vitesses des échanges, d'autre part, qu'un circuit peut-être le résultat de plusieurs échanges simultanés, l'idée d'appliquer au P.C.C. la technique de commutation de messages.

d) La définition des liens de communications et la définition de la technique de commutation vont nous permettre de définir une structure possible de cellule.

La commutation de messages nous impose :

- un format fixe de quantité de message (bloc de message ou message tout entier) à transférer ;
- la présence d'un registre à chaque extrémité d'un lien de communication.

D'où une première idée de structure de cellule :



Dans ce cas, à chaque sommet correspond un registre, or, pour effectuer un échange, il faut deux registres : un registre dans la cellule expéditrice (d'où part le message), un registre dans la cellule réceptrice (où arrive un message). Ainsi un échange sur un arc neutralise 6 arêtes, c'est-à-dire 6 possibilités de transferts. Garder cette caractéristique, c'est détruire les performances du P.C.C. (voire même paralyser le P.C.C. par le phénomène d'interblocage).

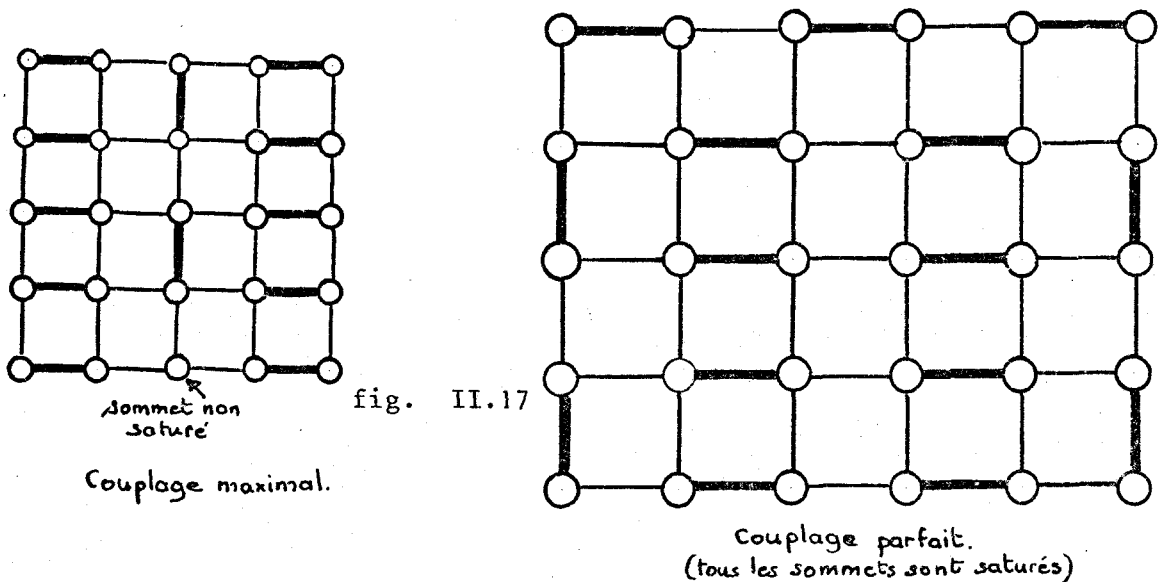
Nous améliorons cette structure de cellule par le biais de la recherche d'un couplage maximal dans un graphe.

e) Etant donné un graphe simple (1 arête au plus entre deux sommets)  $G = (C, U')$  on appelle couplage un ensemble d'arêtes  $U'_0$  tel que deux quelconques des arêtes de  $U'_0$  sont non-adjacentes. On dit qu'un sommet  $c$  est saturé par un couplage s'il existe une arête de  $U'_0$  attachée à  $c$ . Un couplage qui sature tous les sommets du graphe est un couplage parfait donc maximal.

Remarques :

- Notre problème s'apparente à la recherche d'un couplage maximal.

Exemples: Recherche de couplage maximal ou parfait



- Le caractère aléatoire des trajets (origine, destination) des messages nous rend sceptiques sur une telle organisation du P.C.C., cependant, il serait intéressant que cette organisation puisse offrir la possibilité d'un couplage maximal.

f) Notion de x - couplage.

Considérons un multigraphe  $G = (C, U)$  avec des sommets  $c_1, c_2, \dots, c_n$  et considérons un n-uple  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  d'entrées, avec  $0 \leq x_i \leq d_G(c_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  où  $d_G(c_i)$  est le degré du sommet  $c_i$ . Nous dirons qu'un ensemble  $U_0 \subset U$  est un x-couplage si, pour tout  $i$ , l'ensemble  $U_0(c_i)$  des arêtes de  $U_0$  incidentes à  $c_i$  vérifie :

$$\text{Cardinal } U_0(c_i) = |U_0(c_i)| \leq x_i$$

Un sommet  $c_i$  avec  $|U_0(c_i)| = x_i$  sera dit saturé dans le x-couplage  $U_0$ .

Un x-couplage est maximal si  $\forall i, |U_0(c_i)| = x_i$ .

La technique de recherche d'un x-couplage maximal amène à remplacer l'ensemble des sommets  $C$  par deux ensembles  $A$  et  $B$  définis par :

-  $\forall c_i \in C$ , on associe les ensembles de sommets :

$$A_i = \{ c_i^e \mid e \in U(c_i) \}$$

$$B_i = \{ b_i^k \mid k = 1, 2, \dots, d_G(c_i) - x_i \}$$

-  $\forall i$ , relier de toutes les façons possibles les points de  $A_i$  à ceux de  $B_i$  ;

Pour toute arête  $e = (c_i, c_j)$  de  $U$ , relier les points  $c_i^e$  et  $c_j^e$  (voir figure II.16) ;  $A = \bigcup_1^n A_i$ ,  $B = \bigcup_1^n B_i$ .

On obtient ainsi un graphe simple  $\bar{G} = (A \cup B, U'')$ .

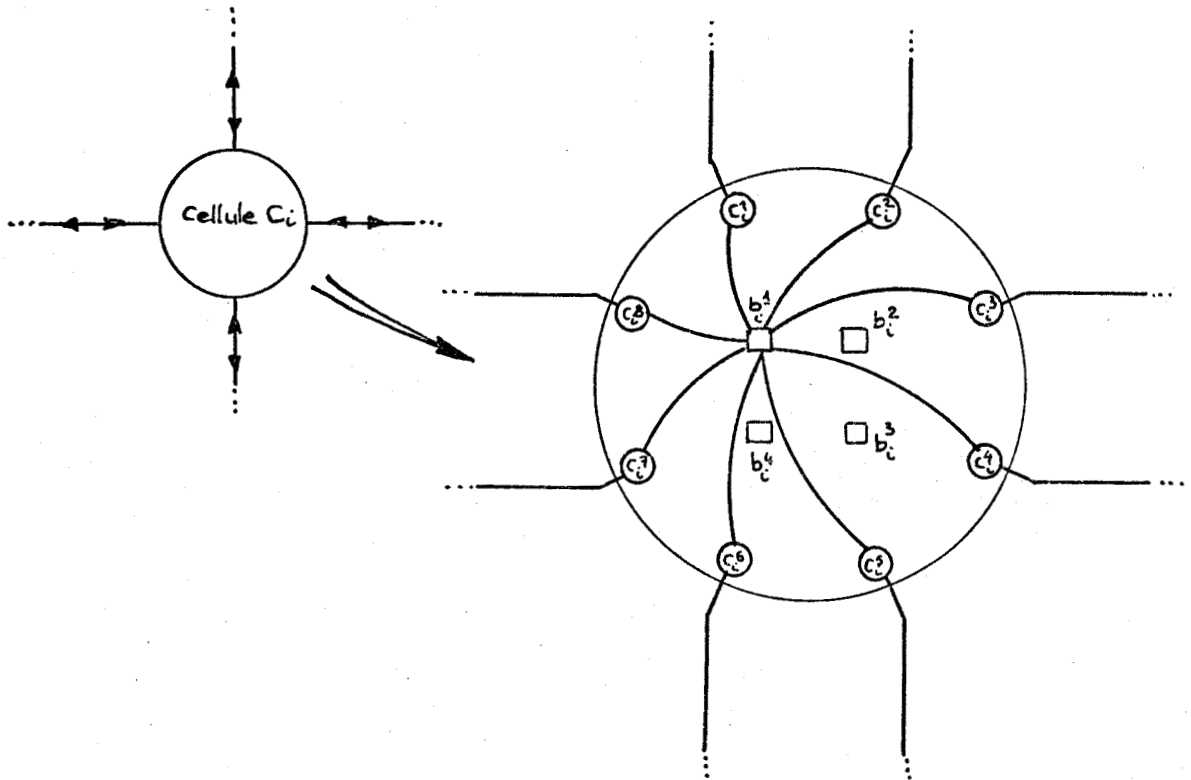


Théorème : Un couplage maximal  $\bar{E}_0$  du graphe  $\bar{G}$  qui sature les points de

$\bigcup_{i=1}^{i=n} B_i$  induit dans  $G$  un  $x$ -couplage maximal  $E_0$ , et vice versa.

Considérons un couplage  $U_0$  : on appelle chaîne alternée une chaîne simple (c'est-à-dire n'utilisant pas deux fois la même arête) dont les arêtes sont alternativement dans  $U_0$  et dans  $U - U_0$ . Une chaîne alternée réalise un couplage de  $G$ .

Ces quelques résultats appliqués localement à une cellule du P.C.C. nous amènent à la réalisation suivante où  $x_i = 4$ ,  $d_G(c_i) = 8$



(toutes les liaisons  $(b_i^j, c_i^k)$  n'ont pas été représentées)

fig. II.18

L'établissement d'une chaîne alternée nous amène au couplage suivant (traits doubles ou traits forts) : (fig. II.19)

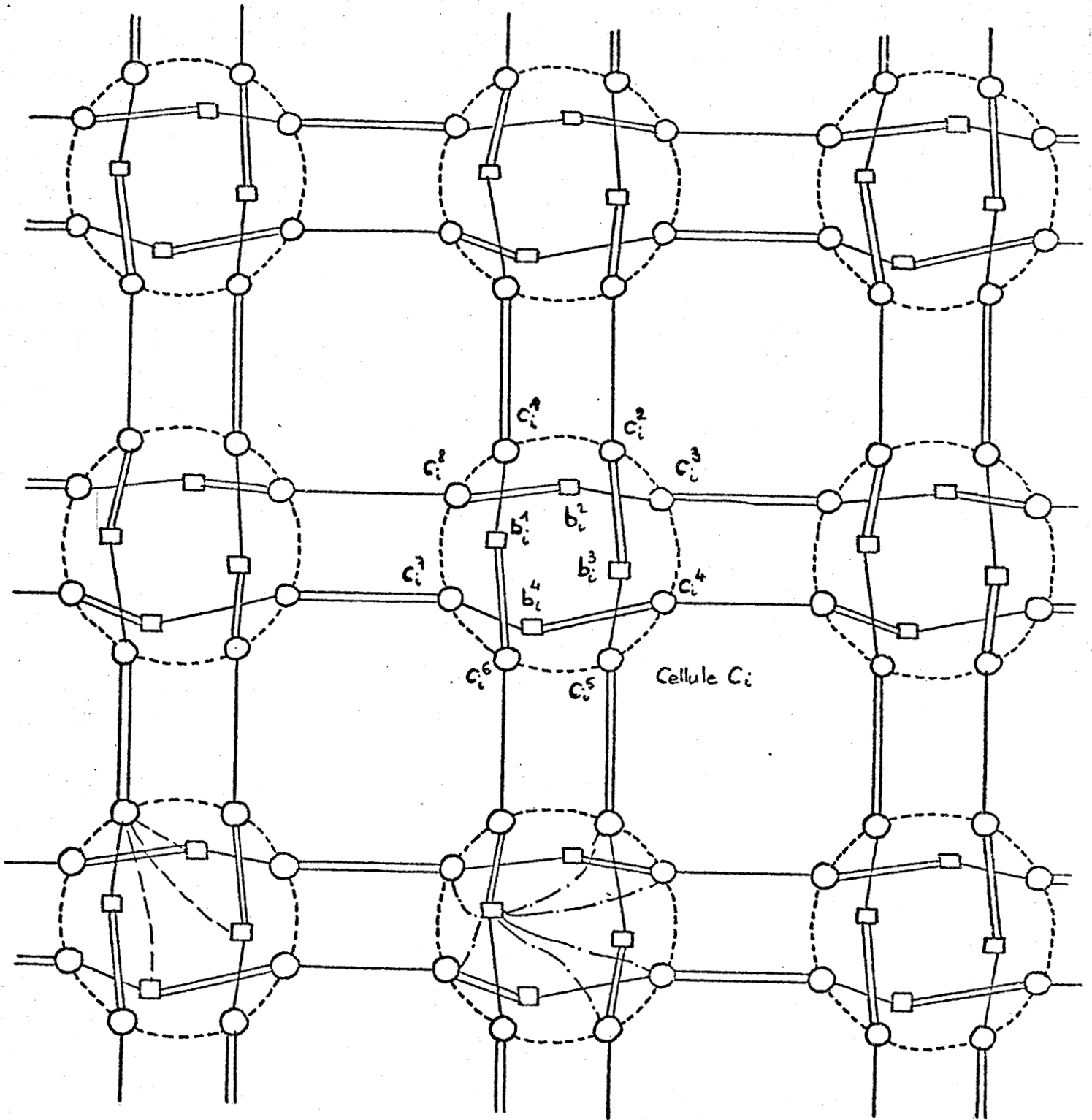


fig. II.19

- Remarques : - chaque  $b_i^l$  ( $l = 1, 2, 3, 4$ ) est relié à tous les  $c_i^j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  ;  
 - les  $b_i^l$  ne sont pas reliés entre eux ;  
 - chaque  $c_i^j$  reçoit 4 arêtes internes à la cellule.



La symétrie de la configuration présentée en fig.II.19 entraîne que tous les sommets  $c_i^j$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $j = 1, 2, \dots, 8$  sont saturés par le couplage  $U_0$  (ensemble des arêtes en traits forts ou doublés).

On appelle transfert le long d'une chaîne alternée (succession d'arêtes en traits forts ou doublés et d'arêtes en traits fins) l'opération qui consiste à interchanger les arêtes fines et fortes le long de la chaîne.

Tout couplage maximal  $U_1$  peut s'obtenir à partir de  $U_0$  par une séquence de transferts le long de chaînes alternées deux à deux disjointes (au sens des sommets) et qui sont pour  $U_0$  soit des cycles alternés élémentaires soit des chaînes alternées paires élémentaires commençant par un point insaturé.

Exemples :

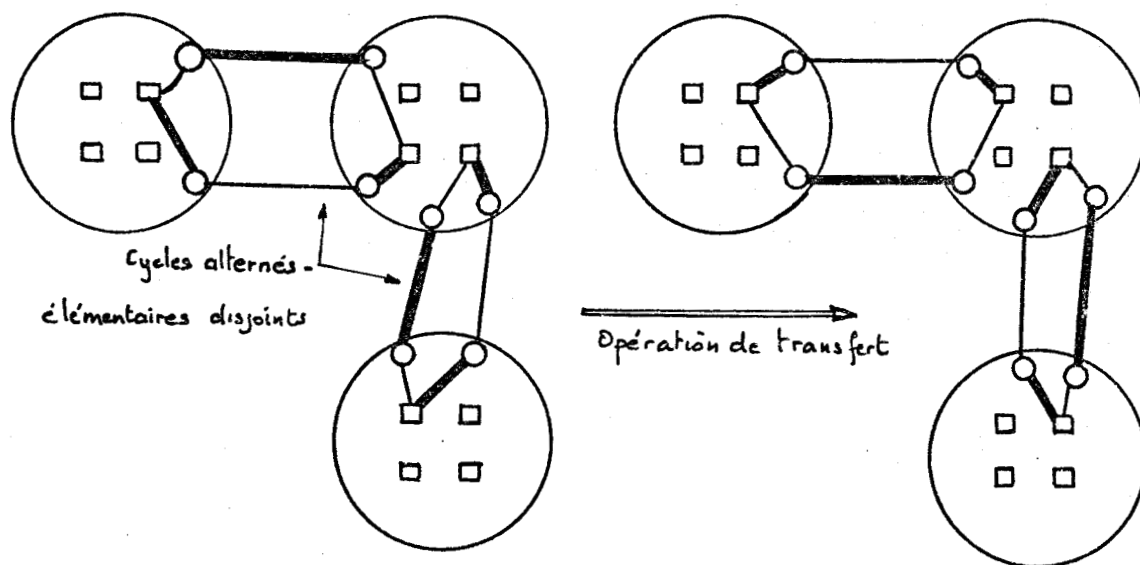


fig. II.20

On en déduit qu'un dispositif de commutation synchrone et alterné placé dans chaque cellule garderait le couplage maximal donc une simultanéité maximale des échanges (sans soucis dans ce chapitre d'existence de conflits au niveau d'utilisation des liens par plusieurs messages).

Cependant, chaque  $b_i^l$  et  $c_i^j$  représente un registre (de 16 bits par exemple) ; d'autre part, dans chaque cellule ne sont pas représentés les registres (et connexions) en liaison avec le processeur composant par lesquels, ce dernier peut déposer (émission ; registre émetteur) un message ou retirer (réception ; registre récepteur) un message qui lui est destiné.

Ainsi, chaque registre  $b_i^l$  est connecté à 8 registres  $c_i^j$  plus, éventuellement, les registres "émetteurs" et "récepteurs" précédents (lesquels peuvent être des  $b_i^l$ ).

Enfin, la manière d'acheminer les messages à travers le réseau, (fonction interne du P.C.C. d'après les hypothèses) vu le nombre de liaisons intérieures aux cellules, entraînera, quelle qu'elle soit, des conflits, des attentes donc des dégradations de performances du P.C.C.. Nous sommes donc amenés à entreprendre une simplification de la structure cellulaire tout en gardant pour objectif le couplage maximal.

### II.B.3.- La cellule : "échangeur autoroutier"

#### a) Choix d'une stratégie globale d'acheminement des messages

Chercher une stratégie d'acheminement des messages dans le P.C.C. consiste à minimiser le temps de transfert de chaque message dans le P.C.C. . Si l'on considère qu'il faut une unité de temps pour qu'un message parcoure un arc (quand cela lui est possible), une stratégie d'acheminement revient à rechercher le chemin le plus court (nombre minimal d'arcs) reliant la cellule où le message a été émis, cellule origine, à la cellule destinataire.

Notation : les sommets du graphe des connexions d'un P.C.C. d'ordre  $N$  peuvent être assimilés aux éléments d'un tableau matriciel à  $n$  lignes et  $m$  colonnes comme le montre la fig. II.19 d'où la notation matricielle d'un P.C.C..

$$\text{P.C.C.} = (c_{ij}), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad ; \quad j = 1, 2, 3, \dots, m$$

où  $c_{ij}$  représente la cellule située à la  $i^{\text{ème}}$  ligne,  $j^{\text{ème}}$  colonne,  $n \times m = N$

Sachant ainsi que tous les déplacements élémentaires (1 arc), à l'extérieur des cellules sont soit horizontaux, soit verticaux, tous les chemins minimaux reliant la cellule  $c_{ij}$  à la cellule  $c_{kl}$  sont de longueur :

$$|l - j| + |k - i|$$

et consiste à passer de la cellule  $c_{ij}$  à la cellule  $c_{kl}$  avec à chaque pas une "convergence" du couple  $(i, j)$  vers le couple  $(k, l)$ .

On en déduit donc :

1°) une spécialisation des arêtes en lignes de communications simplex :

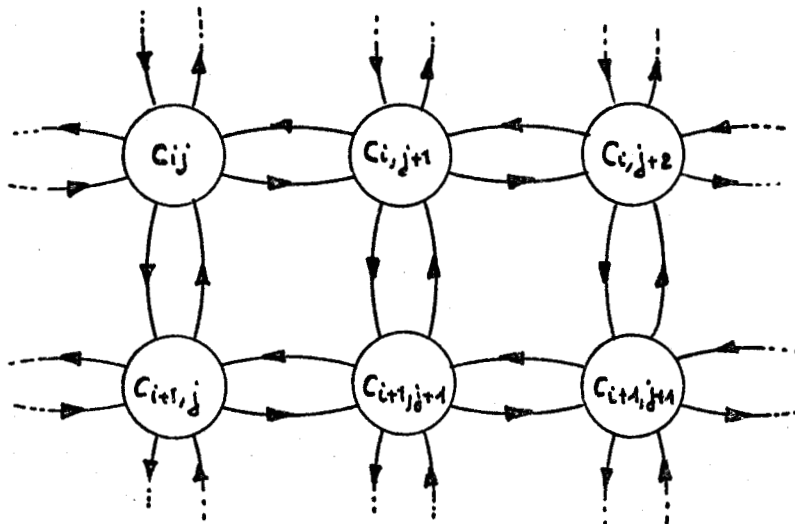


fig. II.21

2°) La transformation de la cellule en "échangeur autoroutier" d'où la suppression de certaines arêtes du type  $(b_{ij}^k, c_{ij}^l)$  devenues inutiles

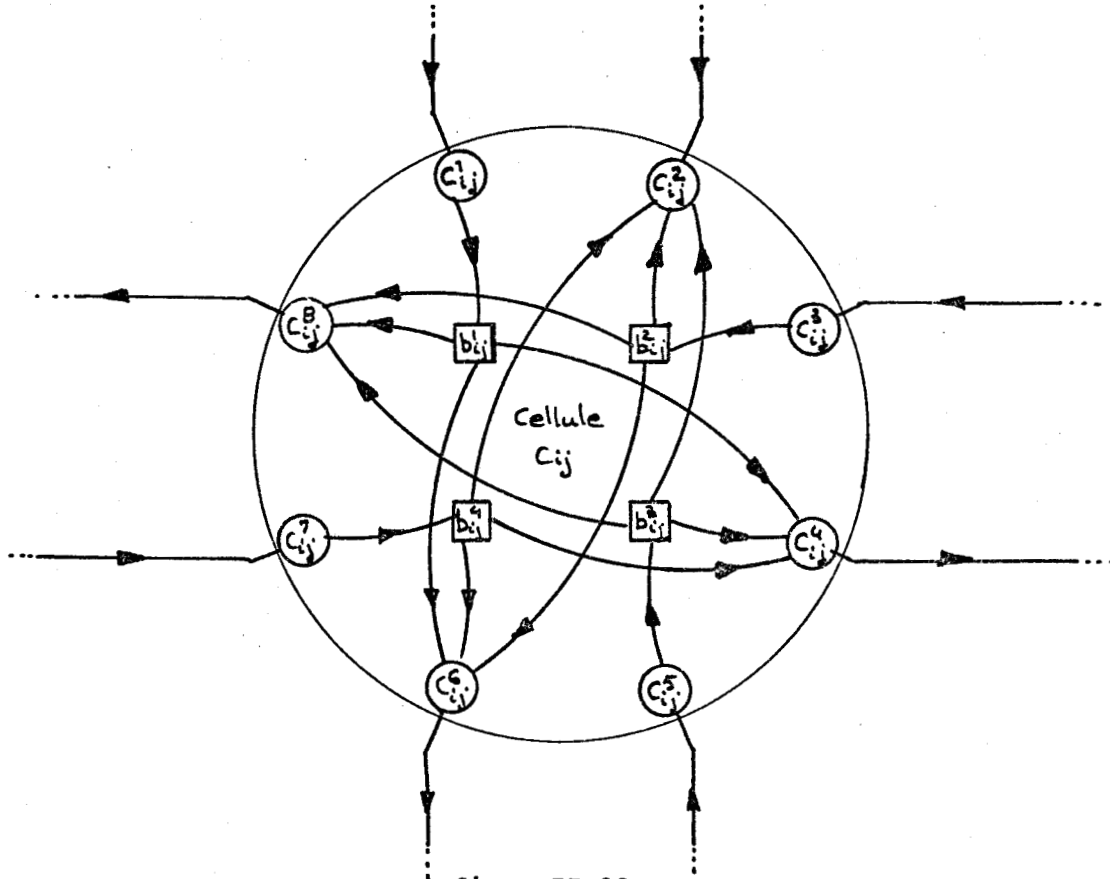


fig. II.22

b) Exemple de "réalisation" de cette cellule :

Il s'agit d'une réalisation en vue de l'élaboration d'un modèle de simulation sur ordinateur (chapitre III) d'un P.C.C. avec les modifications suivantes de structure de la cellule :

b.1) chaque  $b_{ij}^k$  a été divisé en 3 dispositifs rattachés aux registres :

$$\Gamma(b_{ij}^k) = \{ c_{ij}^r \mid r = 2, 4, 6 \text{ ou } 8 \} \quad (\text{sommet successeur de } b_{ij}^k)$$

b.2) suppression dans la cellule  $c_{ij}$  des registres  $c_{ij}^r$ , où  $r$  est pair, pour les rattacher aux registres  $c_{ij}^{r'}$ , où  $r'$  impair, des cellules voisines.

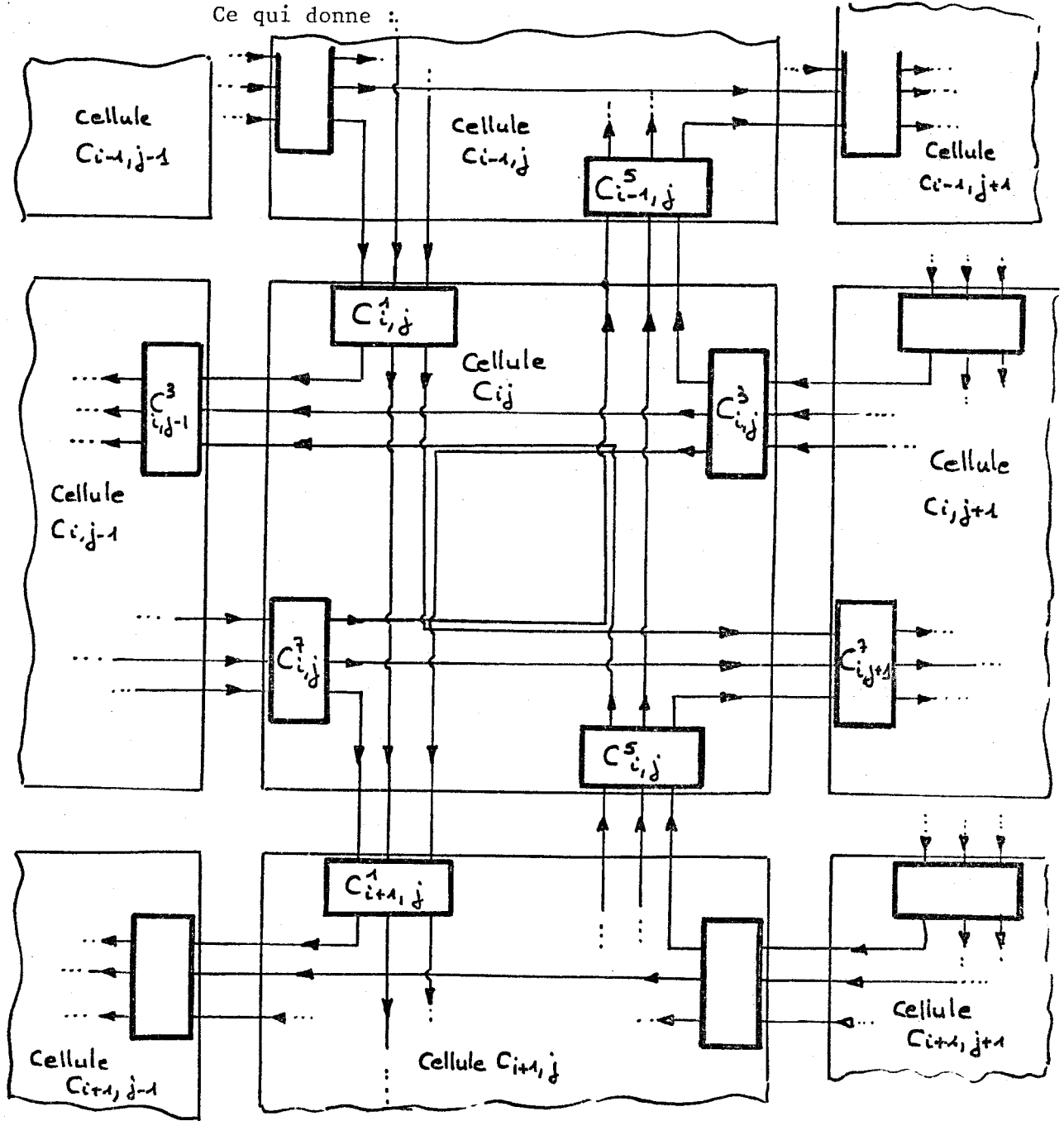


fig. II.23



Remarque : ne sont pas représentés ici les registres émetteurs et récepteurs

b.3) Introduction des points d'entrée dans le P.C.C. par le placement, dans chaque cellule de deux registres :

- le registre émetteur par lequel le processeur peut déposer (émettre), un par un, ses messages destinés à d'autres processeurs composants.
- le registre récepteur par lequel le processeur peut recevoir (extraire), un par un, des messages qui lui sont destinés.

Nous supposons qu'un registre peut contenir un message (format fixe). Nous pensons efficaces les connexions suivantes de ces registres à la cellule  $c_{ij}$  et à son voisinage : (nouvelle notation des registres)

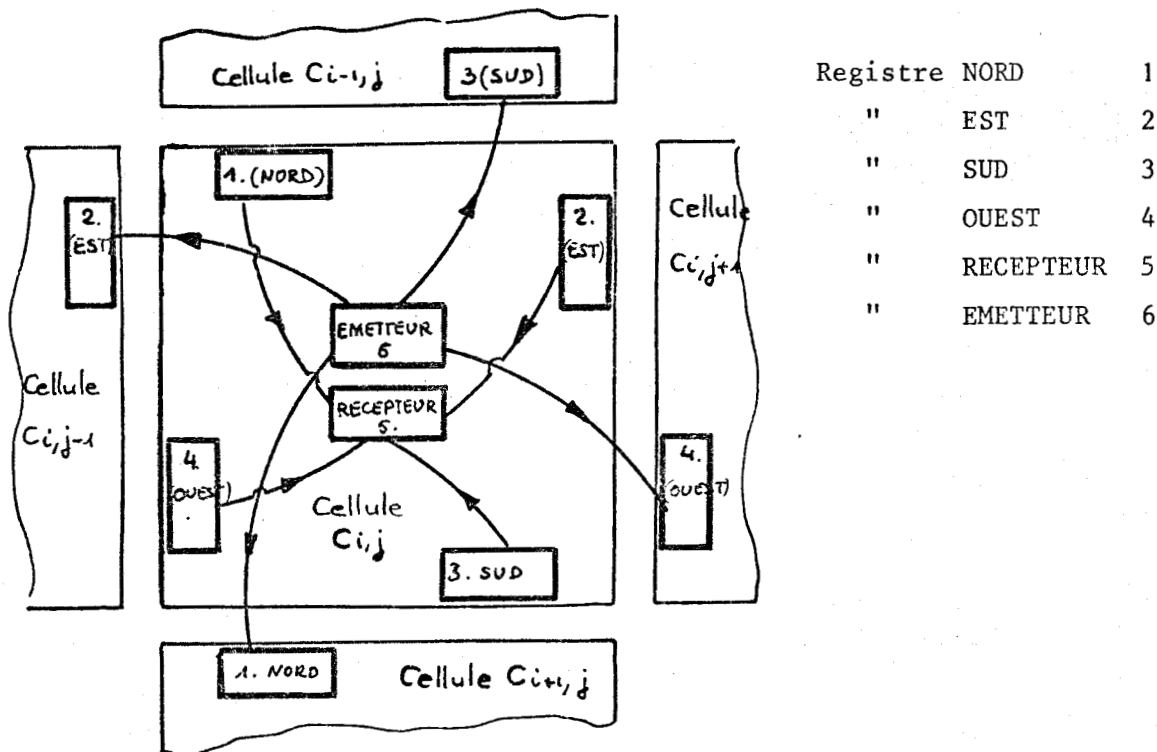


fig. II.24

b.4) Conclusion : d'une manière générale un message déposé dans le registre émetteur  $c_{ij}^6$  de la cellule  $c_{ij}$  à destination du registre récepteur  $c_{kl}^5$  de la cellule  $c_{kl}$  transitera de  $c_{mn}^r$  à  $c_{m'n'}^{r'}$  tels que :

- $(c_{mn}^r, c_{m'n'}^{r'})$  est un arc autorisé,  $r, r' \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
  - $|k - m'| + |\ell - n'| < |k - m| + |\ell - n|$
- (choix d'une stratégie en II.C.2.c).



## II.C.- FONCTIONNEMENT DE LA CELLULE

### II.C.1.- Les processus d'échange P1 et P2

#### a) Présentation de P1 et P2

Le transit d'un message à travers le P.C.C. est un processus P qui évolue dans le temps et géographiquement.

En effet le transfert d'un message d'un registre expéditeur à un registre successeur constitue un processus déterminé par l'exécution d'instructions cablées de tests, de contrôles, et de demande de passage au registre successeur ; le processeur est le sous-ensemble cellulaire qui supporte le registre et les circuits électroniques qui assurent la fonction précédemment énoncée.

Le processus d'échange naît au moment de l'émission du message et meurt à son extraction.

Il y a parallélisme dans le mécanisme d'émission et de transfert des messages, il y a donc présence d'une famille de processus notés  $P_{ijk}$  avec  $i, j$  indices de la cellule support du processus,  $k$  indice du registre contenant le message à transférer.

Les points observables d'un processus sont les points  $P_i$  de la figure II.25.

Pour évoluer, un processus a besoin des ressources suivantes :

1. les procédures de tests, de contrôles, de demandes de transfert, lesquelles procédures permettent d'engendrer la route des messages. Nous supposons ces procédures attachées (cablées) à chaque registre du P.C.C. ;
2. les données ou informations sur la route à suivre, lesquelles sont placées dans le message à transférer ;

Ces ressources procédures et données sont toujours acquises par le processus  $P_{ijk}$  durant son existence.

3. le registre successeur  $c_{ij}^{\ell}$  ( $\ell = 1, 2, 3, 4, 5$ ) nécessaire à la réalisation du transfert du message.

Ce registre successeur est en général une ressource commune et critique à plusieurs processus :

$$P_{ijk}, P_{ijl} \dots P_{i+\epsilon, j, 6} \quad P_{i, j+\epsilon, 6} \quad (\epsilon = \pm 1)$$

lesquels réclament le même registre successeur appartenant à la cellule  $C_{ij}$ .

Lorsque cette ressource est acquise par l'un des processus précédents celui-ci est dans l'état actif : transfert du message, sinon il est dans l'état bloqué. Ainsi plusieurs processus  $P_{ijk}$  peuvent être en exclusion mutuelle.

Il est à remarquer d'une part, que dans la famille  $\{P_{ijk}\}$  beaucoup d'entre eux sont en relation durant un ou plusieurs cycles puisqu'ils peuvent se priver l'un l'autre de leur ressource critique qu'est ce registre successeur, donc changer d'état ; d'autre part, dès qu'un processus évolue, il y a libération d'une ressource : le registre occupé avant le transfert.

Deux aspects fondamentaux sont donc à examiner ici :

- synchronisation entre les processus,
- communication d'information entre processus, relative à l'acquisition de la ressource critique.

Par la décomposition d'un processus  $P_{ijk}$ , transfert d'un message situé dans le registre  $k$  de la cellule  $c_{ij}$ , en deux processus  $P_{ijk}^1$  et  $P_{mnl}^2$  les deux aspects précédents seront considérés :

- le processus de type  $P_{ijk}^1$ , attaché au registre  $C_{ij}^k$  (expéditeur) est chargé d'analyser et de demander le transfert du message contenu dans  $C_{ij}^k$  vers le registre  $C_{mn}^\ell$  (ressource critique) où :  $\ell = 1, 2, 3, 4, 5$  et  $((m,n) = (i,j))$  ou  $((m,n) = (i + \epsilon, j))$  et  $\ell \neq 5$  ou  $((m,n) = (i,j+\epsilon))$  et  $\ell \neq 5$  ;  $\epsilon = \pm 1$

- le processus de type  $P_{mn\ell}^2$ , attaché au registre destinataire  $C_{mn}^\ell$  (registre inoccupé) est chargé d'analyser les demandes, de sélectionner une de ces demandes de transfert et d'exécuter le transfert.

C'est  $P_{mn\ell}^2$  qui réalise l'exclusion mutuelle des processus  $P_{ijk}^1$  réclamant la même ressource critique  $C_{mn}^\ell$ .

Les processus  $P_{ijk}^1$  désireux d'acquérir la ressource  $C_{mn}^\ell$  activent le processus  $P_{mn\ell}^2$ . Ces signaux d'activation seront mémorisés (synchronisation indirecte) dans un registre consulté par  $P_{mn\ell}^2$ .

La description de ces différents types de processus, du mode de synchronisation et de communication est développée en III.C.1.

b) Chronogramme

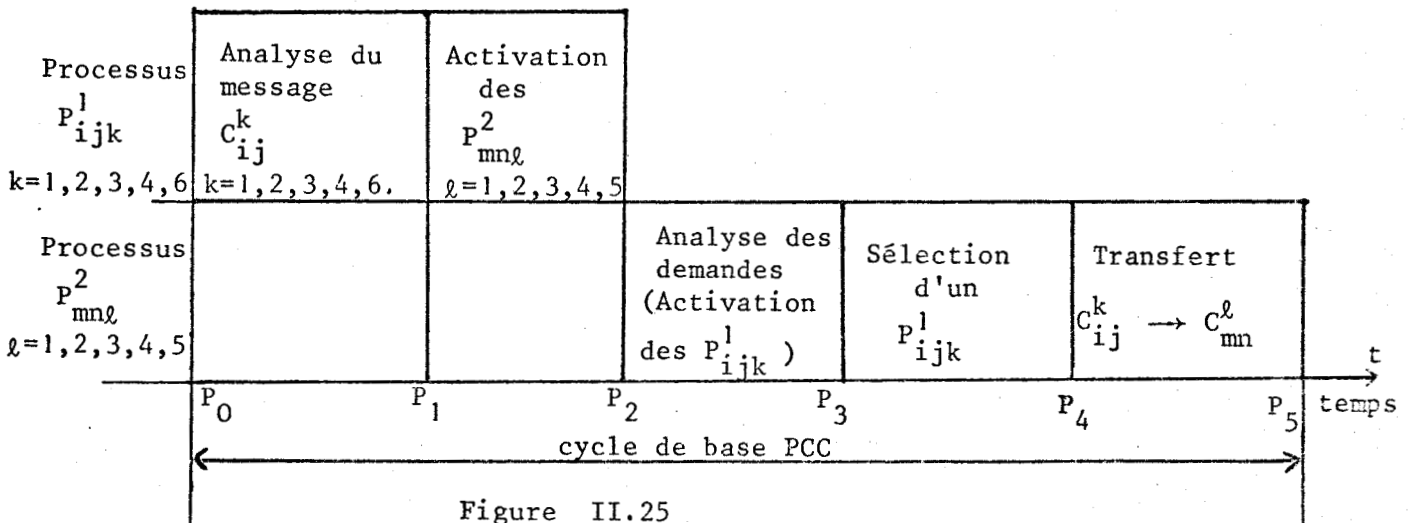


Figure II.25

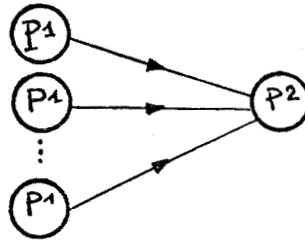
## II.C.2. - Interblocage

### a) Situations de blocage (conflits)

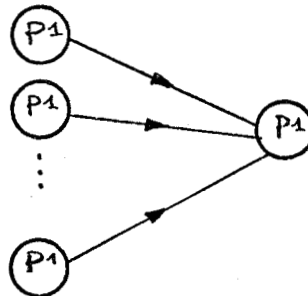
Il y a situation de blocage ou de conflits quand :

a.1) plusieurs processus de type  $P^1$  réclament la même ressource critique  $C_{ij}^l$  ;

Le processus  $P_{ijl}^2$ , allocateur de cette ressource, alloue  $C_{ij}^l$  à l'un des  $P^1$ , les autres sont bloqués pour conflits.



a.2) un ou plusieurs processus de type  $P^1$  réclament la même ressource critique  $C_{ij}^l$ , laquelle est inaccessible pour être possédée par un processus de type  $P^1$ .



### b) Interblocage ou blocage mutuel

Il y a situation d'interblocage des processus  $P^1$  dans trois cas :

b.1) existence d'un circuit de demandes de processus  $P^1$ , c'est-à-dire le cas classique où chaque processus de type  $P^1$  occupe une ressource réclamée par un autre.

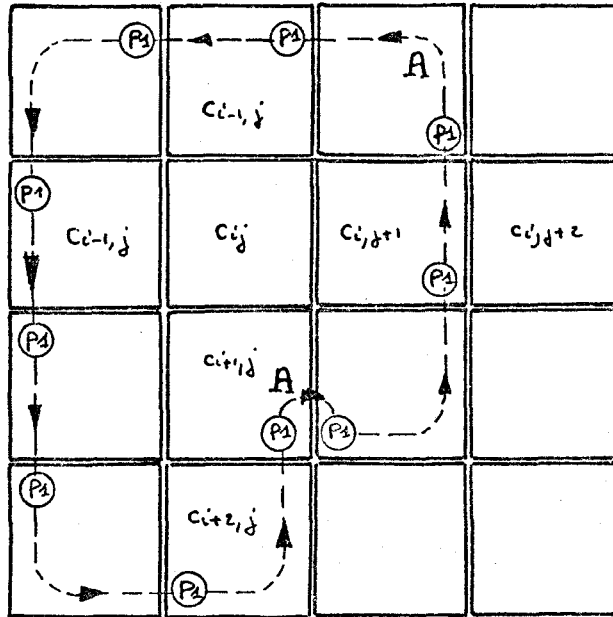


fig. II.26

b.2) cas où le processeur composant connecté à une certaine cellule n'extraie plus les messages qui lui sont destinés (processeur composant saturé ou en panne).

b.3) cas d'une cellule en panne.

c) Remèdes à l'interblocage : choix d'une stratégie d'acheminement des messages - réseau ouvert.

c.1) Un remède au cas b.3 n'est pas envisagé ici ; de même le cas b.2 devra trouver remède dans l'établissement de protocoles d'échanges entre processeurs composants.

c.2.) Trouver un remède au cas b.1, c'est empêcher que se produise un tel circuit de demandes. Cette idée est réalisable en évitant, par exemple, des transferts du type A (figure II.26) c'est-à-dire qu'un message situé sur un axe vertical (registres NORD ou SUD) ne peut être transféré sur un axe horizontal (registres EST ou OUEST).

c.3.) Choix d'une stratégie d'acheminement ou routage des messages.

Chaque message se déplace par une succession de transferts élémentaires (registre à registre) ; définir une stratégie d'acheminement des messages c'est organiser ces successions de transferts élémentaires afin d'accroître les performances des PCC :

- nombre d'échanges de messages maximal,
- durée de vie des messages à l'intérieur du PCC minimale.

Cette organisation des transferts peut se faire au niveau du PCC, dans son ensemble, ou au niveau du message pris individuellement. Une organisation de routage au niveau du PCC est trop lourde à mettre en place et risque de dégrader les performances car elle nécessite :

- un supplément de circulation d'information sur l'état d'occupation des registres du PCC et des messages y transitant,
- un algorithme câblé ou programmé (contenu dans un des processeurs composants) qui détermine les routes à suivre en minimisant les conflits,
- un flot d'ordres de routage à acheminer en chaque cellule.

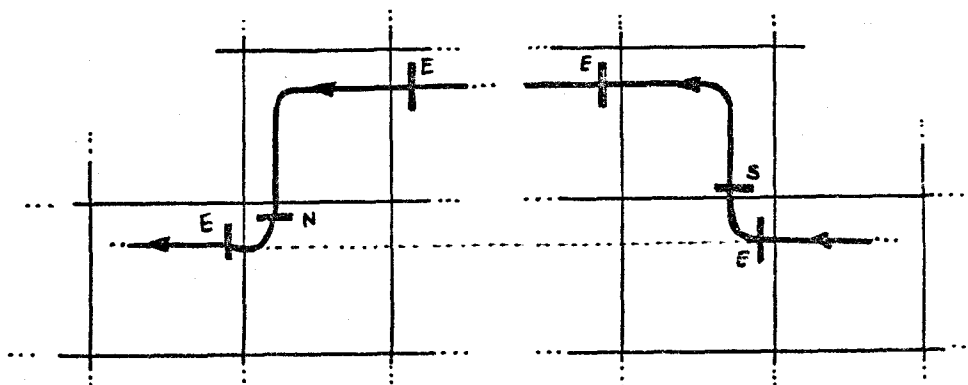
Par contre une organisation de routage au niveau message nous paraît aller dans le sens des hypothèses placées en début de ce chapitre.

Au niveau message le routage peut être :

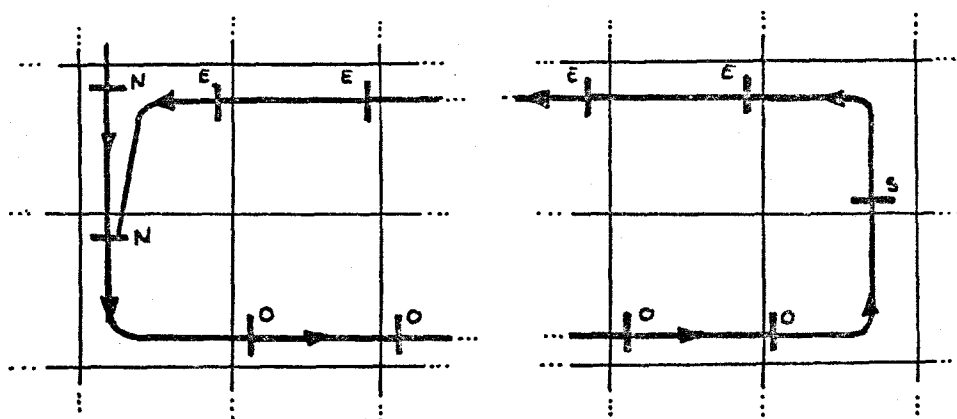
- adaptatif,
- non adaptatif : c'est-à-dire déterminé par une logique d'acheminement indépendante du temps, du lieu, du message.

Le routage adaptatif au niveau message présente de sérieux inconvénients :

- routage minimal non respecté : en effet dans ce cas de routage adaptatif le message ne connaît que l'état des cellules voisines, il peut donc s'engager sur une route (libre) qui l'écarte de sa route minimale (occupée momentanément) ;



- situation de blocage possible : le message exécute plusieurs fois le même circuit ;



- transmission des messages par paquets impossible : en effet l'ordre d'émission des messages peut ne pas être le même ordre d'extraction des messages ce qui oblige le processeur composant destinataire à exécuter un tri des messages arrivés, tri exécuté avec toutes les difficultés matérielles, logicielles et de fiabilité que cela implique ;
- complexité accrue de la logique des cellules.

Nous avons donc retenu le routage non adaptatif déterminé par la règle suivante :

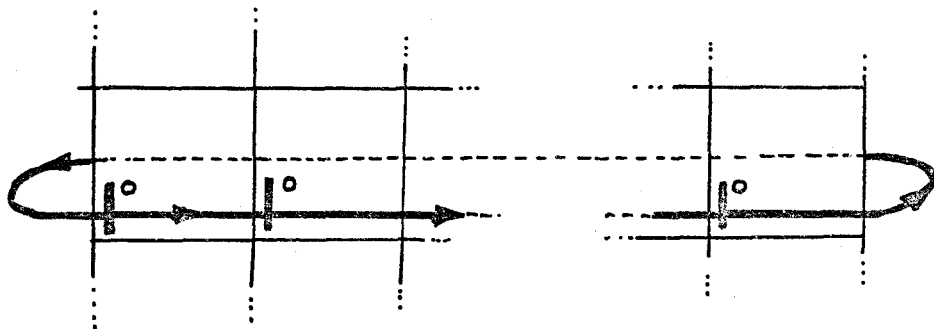
Tout déplacement de message émis d'une cellule  $C_{ij}$  vers une cellule  $C_{kl}$  est une succession de transferts élémentaires

- d'abord horizontaux : de  $C_{ij}$  à  $C_{il}$ ,
- puis verticaux : de  $C_{il}$  à  $C_{kl}$ .

Ce choix de routage évite l'interblocage dans le cas des réseaux ouverts :

Il ne l'évite pas dans le cas des réseaux fermés.

Exemple :

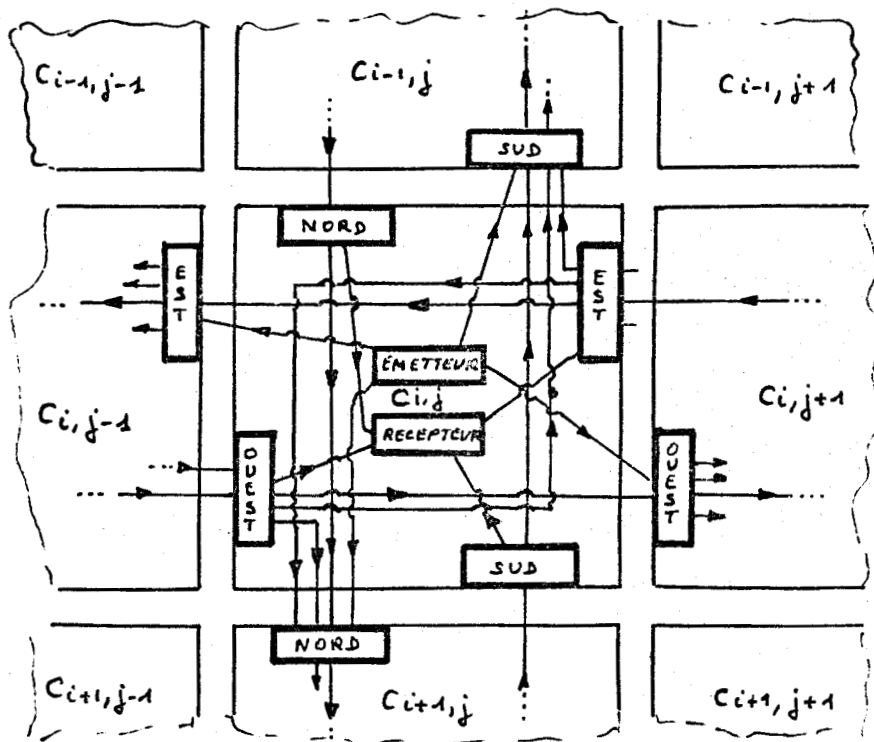


Remarques :

1. Un autre avantage de ce routage non adaptatif présenté ci-dessus est la possibilité d'une gestion simple des PCC (par exemple : facilité de reprise après une panne)
2. nous n'avons pas trouvé de remède efficace à l'interblocage dans le cas du réseau fermé (lequel a l'avantage de diminuer les distances entre les cellules).

d) Conclusion : Le type de réseau de communications retenu pour notre étude est le P.C.C., plan, où  $p=4$  et stratégie d'acheminement des messages suivant une route d'abord horizontale puis verticale.



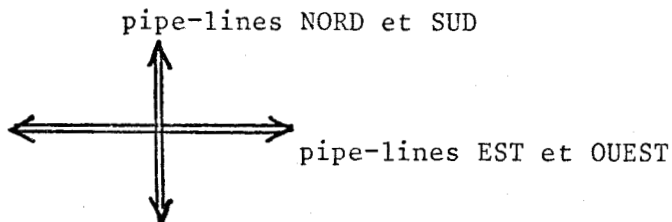


II.C.3.- Caractère pipe-line bi-dimensionnel des PCC.

à

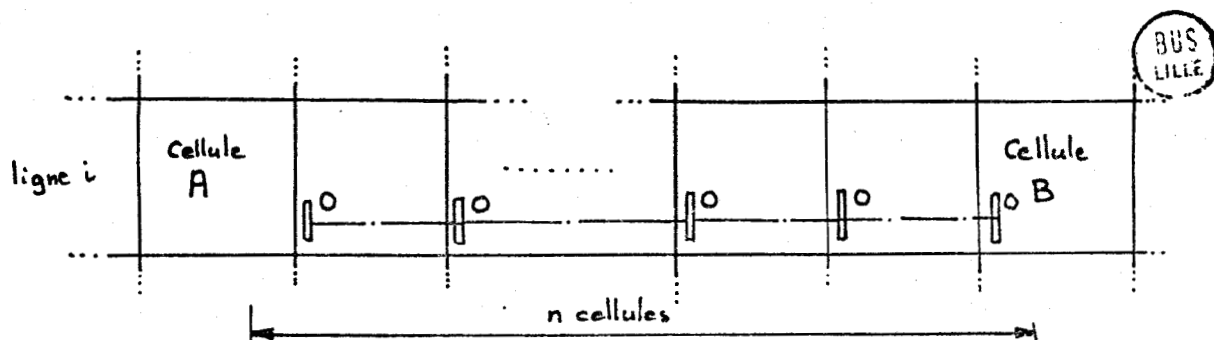
a) Aspect pipe-line bi-dimensionnel

Deux ensembles de pipe-lines coexistent et recouvrent le plan :



où chaque pipe-line est l'ensemble des registres qui composent une colonne (registres NORD ou registre EST) ou une ligne (registres EST ou registre OUEST).

ex.: pipe-line OUEST



Le traitement à effectuer est l'acheminement des messages émis en A vers B. Cet acheminement se décompose, pour chaque message, en une succession de transferts élémentaires accomplis simultanément par chaque processeur spécialisé qu'est une cellule.

Si chaque acheminement de message dure  $n \theta$  nanosecondes, (pour  $n$  transferts en moyenne), le pipe-line formé des  $n$  registres "OUEST" situés de A à B peut prendre en charge un nouveau message toutes les  $\theta$  nanosecondes. Globalement le pipe-line AB exécute un transfert de A vers B toutes les  $\theta$  nanosecondes.

b) Haut degré de parallélisme.

---

- au niveau du PCC :  $N$  cellules travaillent simultanément et d'une manière synchrone permettant à  $N$  processeurs composants de dialoguer entre eux et traiter de l'information en parallèle.

- au niveau de la cellule : il y a parallélisme d'actions entre chaque unité logique attachée à chaque registre (cardinal, émetteur ou récepteur) pour les actions suivantes :

1. analyse de la route à suivre du message contenu dans le registre (analyse de la partie "destination" de ce message),

2. émission d'une demande de transfert vers le registre successeur (par exemple en positionnant un bit à "1" dans la logique de ce registre successeur ; voir III.B.2.a.2.)

3. Analyse des demandes de transfert vers la cellule (par exemple : par analyse des bits des demandes).

4. Sélection d'une demande (par exemple : sélection selon une priorité tournante)

5. Exécution des transferts

c) Caractéristique ATDM des PCC

Chaque processeur composant est connecté au reste du réseau des processeurs composants par le pipe-line bi-dimensionnel qu'est le PCC ; autrement dit chaque processeur composant possède un pipe-line bi-dimensionnel pour dialoguer avec les autres processeurs. Si l'un de ces processeurs composants n'utilise pas les capacités du PCC, celles-ci peuvent être employées par un autre processeur composant. Par ce fait le PCC présente la caractéristique d'un multiplexeur asynchrone par partage de temps (ATDM).

## CHAPITRE III

---

### LE MODELE DE SIMULATION SPCC

---

#### III.A.- DEFINITIONS ET CARACTERISTIQUES

##### III.A.1.- Généralités | 31 |

Le modèle de simulation (SPCC) est l'ensemble des programmes et données simulant sur ordinateur le projet du processeur cellulaire de communications (PCC) et dont le but est de permettre l'étude des relations entre la structure du PCC et son comportement.

Comme tout modèle, SPCC est une représentation d'une certaine réalité : réseau de communications entre processeurs. Ce modèle possède donc les caractéristiques premières suivantes :

- idéalisation et simplification de la réalité représentée ;
- ressemblance maximum avec cette réalité ;

Ainsi tous les processeurs composants, c'est-à-dire les processeurs connectés au PCC, auront un comportement identique, quant au PCC, de structure certainement perfectible, l'étude de la structure définie au chapitre II et de coefficients d'amélioration sera suffisante pour la connaissance de ce PCC.

SPCC est un modèle logique (puisqu'il est programmé) et dynamique (la variable temps y est simulée). Il est conçu pour être un modèle intégré (observation globale des communications, donc indépendance du temps) ou un modèle de transition (observations des communications se déroulant à un moment spécifique ou de courte durée).

D'autre part, nous avons recherché à faire un modèle convaincant, pratiquement réalisable, donc ne comprenant rien de plus que ce qui est strictement nécessaire à l'étude. Les mesures des paramètres et variables du modèle sont assez aisées ce qui nous permettra de préciser les domaines de variation de ces paramètres pour lesquels les conclusions sur le modèle resteront crédibles. Enfin le modèle est souple :

- on peut modifier très facilement les paramètres d'entrée de façon à faire décrire, par le modèle, différents types de comportements ;
- les points d'observabilité sont faciles à mettre en place.

Il est évident que l'emploi de la simulation ne devrait pas avoir lieu là où la théorie des files d'attente permettrait d'expliquer les comportements du PCC. En fait la modélisation mathématique n'est pas simple et d'autre part la réalisation "réelle" sur ordinateur du PCC est d'un intérêt certain (ouverture vers la simulation des processeurs composants).

Il nous a été nécessaire de définir l'environnement du PCC ce qui revient à étudier et préciser ce qui se passe aux frontières du PCC. Il suffira pour nous de préciser le comportement des processeurs composants, c'est-à-dire leur manière de se servir du PCC. A priori, ne connaissant pas les caractéristiques du PCC et pour la découverte de ses caractéristiques, les processeurs composants auront tous un comportement identique.

Deux structures coexistent dans le PCC :

- une structure organique (cellules) figée (et perfectible !)
- une structure fonctionnelle assimilable à un superviseur câblé précisant les stratégies de transit des messages dans le PCC. (seule cette structure pourrait changer au cours des simulations).

### III.A.2.- Le modèle de simulation SPCC

Le modèle SPCC est formé d'un ensemble de programmes et données comprenant :

- un fichier disque noté RESØ1 (voir III.B. et fig. III.1)
- un ensemble de programmes lesquels puisent et déposent leurs informations dans RESØ1. (voir III.D.)
- l'utilisation de techniques de programmation spécifiant des règles de simulation nécessaires à la transcription du "caractère pipeline" du PCC (voir III.C.).

SPCC permet de faire des "essais", c'est-à-dire des observations de NCYCL cycles du PCC en fonctionnement simulé ; le cycle de base étant le cycle du processeur PCC considéré comme unité de temps.

L'horloge du PCC (synchrone) est représentée par une variable notée IT laquelle s'incrémente de 1 à chaque cycle pour varier de 1 à NCYCL (cycles).

Le PCC est formé de LIMS cellules disposées sous la forme d'un tableau à NLIG lignes et NCOL colonnes.

Les processeurs composants ont des cycles de base multiples de celui du PCC.

Les relevés statistiques s'effectuent pour des valeurs de IT supérieures à MCYCL (généralement MCYCL = 200) et inférieures à NCYCL.

Le désir de travailler sur un PCC suffisamment grand (maximum 1024 cellules) a nécessité l'emploi d'un fichier disque pour des simulations sur ordinateur ne donnant pas une disponibilité de mémoire centrale au moins égale à 70 K mots.

### III.B.- LE FICHER DISQUE RESØ1

#### III.B.1.- Caractéristiques générales

Ce fichier disque RESØ1 est formé de 1600 enregistrements de 40 mots chacun. Cette taille du fichier permet d'étudier des processeurs cellulaires de communications, de dimension  $n \times p$ , ou  $1 \leq n \leq 1024$ ,  $1 \leq p \leq 1024$  et  $n \times p \leq 1024$ .

RESØ1 contient :

- à un instant donné IT, l'état, l'occupation et le comportement des  $n \times p$  cellules ;
- les données statistiques engendrées jusqu'à cet instant IT ;
- à la fin de la période d'observation de NCYCL cycles, toutes les données statistiques sur les mouvements dans le PCC ;
- enfin à tout instant IT, l'essai peut être stoppé temporairement ou définitivement et l'état du PCC mémorisé dans RESØ1.

Ce fichier RESØ1 comporte donc deux parties (fig. III.1) :

- une partie consacrée à la simulation des  $n \times p$  cellules du processeur ;
- une partie statistiques générales et état général du PCC.

### III.B.2.- Descriptions du fichier RESØ1

#### a) description de la partie consacrée à la simulation des cellules :

a.1) Chaque cellule de communications, élément du PCC, est simulée pour sa structure organique, par un enregistrement de 40 mots (de 16 bits) du RESØ1, pour sa structure fonctionnelle, par l'utilisation des programmes du SPCC. A chaque traitement impliquant cette cellule (émission, transfert, extraction) son enregistrement disque sera placé en mémoire centrale dans une zone de 40 mots (tableau FØRTAN de 40 mots).

Le PCC possède LIMS cellules (LIMS = NLIG x NCOL); les cellules de numéros 1, 2, 3, 4, ..., LIMS correspondent aux enregistrements disques de numéros 1, 2, 3, 4, ..., LIMS et vice-versa. Le numérotage des cellules se fait en partant de la ligne supérieure de la matrice représentant les cellules du PCC et ligne par ligne.

Ainsi la N<sup>ième</sup> cellule se trouve aux ligne et colonne d'indices respectifs :

$I = \text{partie entière de } \left\lfloor \frac{(N - 1)}{NCOL} + 1 \right\rfloor$  où NCOL = nombre de colonnes

$J = \text{partie entière de } \left\lfloor N - (I - 1) * NCOL \right\rfloor$

et réciproquement, la cellule  $C_{IJ}$  est la N<sup>ième</sup> cellule où :

$$N = (I - 1) \times NCOL + J$$





a.2) Chaque cellule comporte (voir fig. III.3)

- quatre registres cardinaux : nommés NORD, EST, SUD, OUEST ;
- un registre "Emetteur" (dépôt des messages) ;
- un registre "Récepteur" (extraction des messages) ;

Ces six registres sont représentés chacun par 3 mots consécutifs dans l'enregistrement cellulaire.

- cinq registres de priorités tournantes (1 mot chacun, un par registre cardinal et registre récepteur) ;
- un mot d'état des demandes (III.C)
- un mot d'état des occupations de registres (III.C)

(ces mots d'état sont situés, durant la simulation, en mémoire centrale respectivement dans les tableaux IDEMD et IOCC au même rang que celui occupé par l'enregistrement cellulaire correspondant de la cellule dans RESØ1).

a.3) Chaque enregistrement cellulaire comporte :

- évidemment les parties simulées précédentes ;
- quelques compteurs statistiques propres à la cellule :
  - . le compteur des injections, lequel totalise, tant que :
 

MCYCL < IT ≤ NCYCL, le nombre de demandes d'émissions de la part du processeur composant, acceptées par la cellule (injections) ;
  - . le compteur des refus, lequel totalise, tant que
 

MCYCL < IT ≤ NCYCL, le nombre de demandes effectives vers la cellule mais refusées pour cause d'occupation du registre émetteur ;
  - . le compteur des arrivées, lequel totalise, tant que
 

MCYCL < IT ≤ NCYCL, le nombre des messages arrivés à destination en cette cellule.

a.4) Remarques

α) Dans chaque enregistrement, des mots supplémentaires ont été réservés selon les essais à diverses utilisations ; par exemples :

- le 19<sup>ème</sup> mot peut servir parfois à placer le taux d'injection, c'est-à-dire le rapport des temps de cycle de base du processeur composant connecté à la cellule et du PCC. La possibilité offerte est la suivante : donner à chaque processeur composant un taux de demandes différent selon la position géographique de son point de connexion au PCC.
- le 31<sup>ème</sup> mot : mot de priorité tournante globale ; si ce mot est non nul (dans certaines versions de CYCL) il annihile les effets des mots de priorité tournante précédents. La possibilité offerte est la possibilité d'une observation d'un autre type de couplage (ou essai de couplage) maximum par une organisation générale de la priorité (voir mécanisme des transferts III.C.1.c).
- le 40<sup>ème</sup> mot cumule les temps d'attente des messages dans le registre émetteur avant leur transfert dans la cellule voisine.

β) D'une manière générale, lorsqu'un traitement portera sur une cellule (émission, transfert, extraction, etc...) toutes les informations concernant cette cellule, seront extraites de RESØ1 et placées en mémoire centrale.

b) description de la partie consacrée aux statistiques et état du PCC.

b.1) Partie état général du PCC : cette partie du fichier reçoit les tableaux IDEMD, IOCC, IDUR, IEMS, lesquels contiennent respectivement les mots d'état des demandes de chaque cellule, les mots d'état d'occupation des registres de chaque cellule, la distribution des effectifs du temps de vie des messages dans le PCC, la distribution des effectifs du temps de stationnement dans les émetteurs.

Cette partie reçoit également les valeurs des différents paramètres et variables situés en zone "COMMON" pour sauvegarde en cas d'arrêt temporaire ou définitif de l'essai.

b.2) Partie statistique ; cette partie comporte des tableaux statistiques découpés en enregistrements de 40 mots. Ces tableaux présentent tous la même organisation. Ils possèdent chacun NNN enregistrements où  $NNN = \text{partie entière de } (LIMS/20 + 1)$ . (voir remarques) :

- le tableau de la distribution des effectifs de la variable aléatoire : nombre d'injections par cycle sur l'ensemble des cellules du PCC. (adresse disque de début du tableau : NNJEC)
- le tableau de la distribution des effectifs de la variable aléatoire : nombre d'arrivées par cycle sur l'ensemble des cellules du PCC. (adresse disque de début du tableau : NARRI)
- le tableau de la distribution des effectifs du nombre de conflits par cycle sur l'ensemble des cellules PCC. (adresse disque de début du tableau : NCFLI)
- le tableau de la distribution des effectifs de la variable aléatoire : nombre de transferts par cycle sur l'ensemble des cellules du PCC (adresse disque de début du tableau : NBTRA).

Remarques :

1. Le premier mot de chacun de ces tableaux correspond à la valeur 0 de la variable aléatoire correspondante, le deuxième mot à la valeur 1, le troisième mot à la valeur 2, etc...

2. Chaque enregistrement (de 40 mots) correspond à 20 valeurs différentes des variables aléatoires, car chaque couple de mots correspond à un compteur de valeurs.

3. Il existe des possibilités d'extension et d'exploitation de ces tableaux ou de nouveaux tableaux. (voir plan de RESØ1).

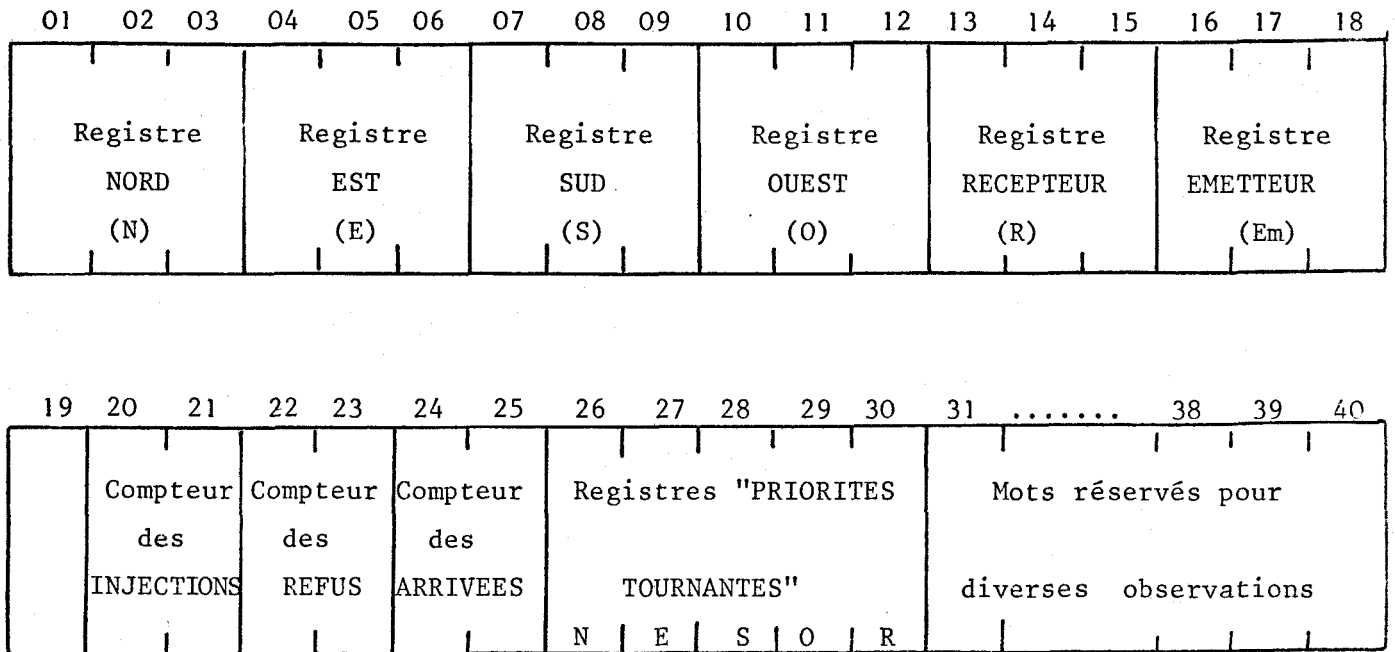


Figure III.2.- PLAN D'UN ENREGISTREMENT CELLULAIRE

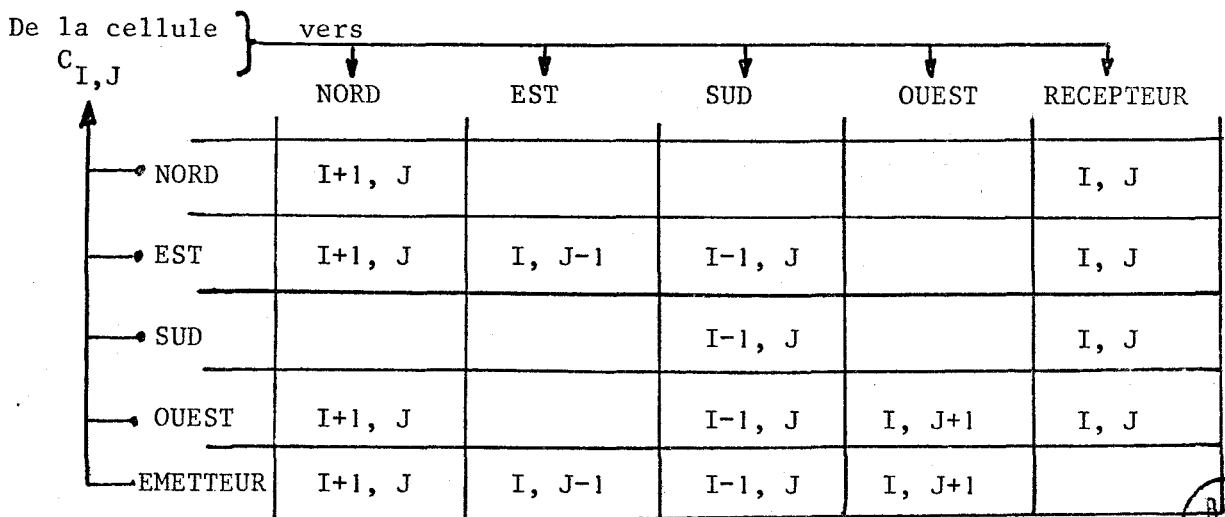


Figure III.3.- TABLEAU DES ECHANGES AUTORISES

### III.C.- TECHNIQUES DE PROGRAMMATION UTILISEES

Il s'agit ici de préciser quelques règles de simulation auxquelles obéit le modèle SPCC et notamment les dispositifs qui permettent de passer de la "réalité parallèle" à la simulation séquentielle, au respect du synchronisme et des communications entre les processus  $P_{ijk}^1$  et  $P_{ijl}^2$  (II.C.1.a)

D'autre part, des contraintes de place mémoire et de temps d'accès disque de l'ordinateur prévu pour les simulations (IBM 1130), nous obligent à rechercher quelques techniques ou "astuces" de programmation sans pour autant nous éloigner des deux objectifs suivants :

- facilité de mise au point,
- Transportabilité des programmes.

#### III.C.1.- Les messages : émissions - transfert - extraction

##### a) Format d'un message

Un message est supporté par trois mots mémoire consécutifs :

indigage de la cellule d'origine	numéro d'ordre de la cellule destina- taire	Contenu du message
-------------------------------------	---	-----------------------

fig. III.4

où : - le repère de la cellule origine est de la forme :  $I * 1000 + J$   
où I et J sont les indices de la cellule dans le tableau cellulaire (à 2 dimensions) représentant le PCC ;

- le numéro de la cellule destinataire est le numéro ou rang de l'enregistrement disque correspondant ;
- le contenu du message représente le top horloge relevé au moment de l'émission du message ;

Les messages sont créés dans le sous-programme INSR \* selon un mécanisme d'émission des messages.

b) Mécanisme d'émission des messages :

Pour chaque cellule  $C_{I,J}$ , par cycle  $IT$ , se déroule le mécanisme suivant :

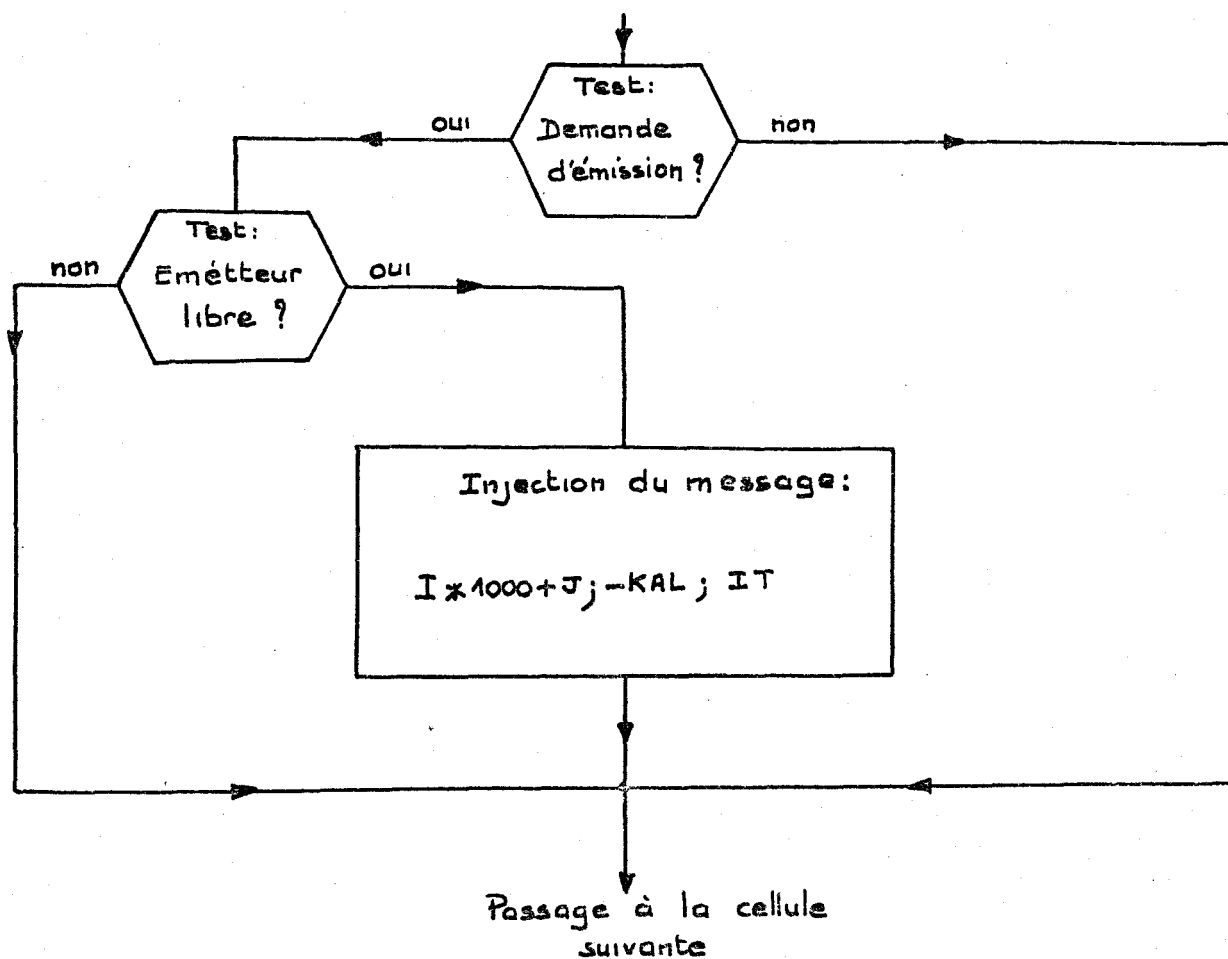


fig. III.5.

b.1) Le test d'une demande d'émission consiste en :

- appel du générateur aléatoire ALEA3 lequel délivre deux nombres ALEA et KAL  
 si :  $ALEA \leq TAUX$  (où TAUX est un paramètre de l'essai) il y a création  
 d'une demande d'émission, c'est-à-dire demande de dépôt d'un message dans  
 la cellule  $C_{IJ}$  en direction de la cellule n° KAL.

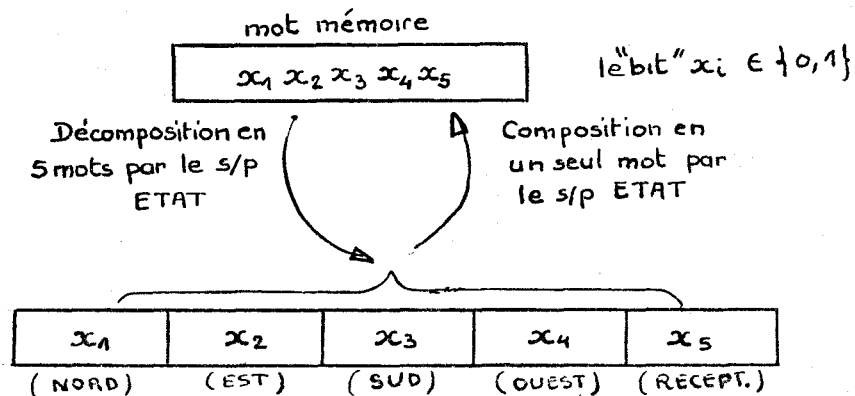
b.2) Le test "Registre émetteur libre" consiste simplement  
 à vérifier si celui-ci est nul (0,0,0).

b.3) La partie "destination" du message est rendue négative  
 (-KAL). Ce procédé a pour but de "geler le registre émetteur" durant ce  
 cycle IT d'émission du message et empêcher tout transfert par CYCL\*. Le  
 registre émetteur sera "dégelé" à la fin du cycle IT par le programme EXTR\*  
 et son contenu pourra être acheminé vers son destinataire.

c) le mécanisme de transfert des messages :

Chaque cellule contient deux mots d'état : demandes et occupation.

c.1) Plan du mot d'état des demandes d'une cellule  $C_{IJ}$   
 (synchronisation indirecte)





Pour un message situé dans une cellule voisine de  $C_{IJ}$  formuler une demande de transfert consiste (processus type  $P^1$ ) :

- à préciser par quel registre il désire entrer dans  $C_{IJ}$
  - à positionner à 1 le "bit"  $x_i$  correspondant au registre
- } exécuté par EXTR \*

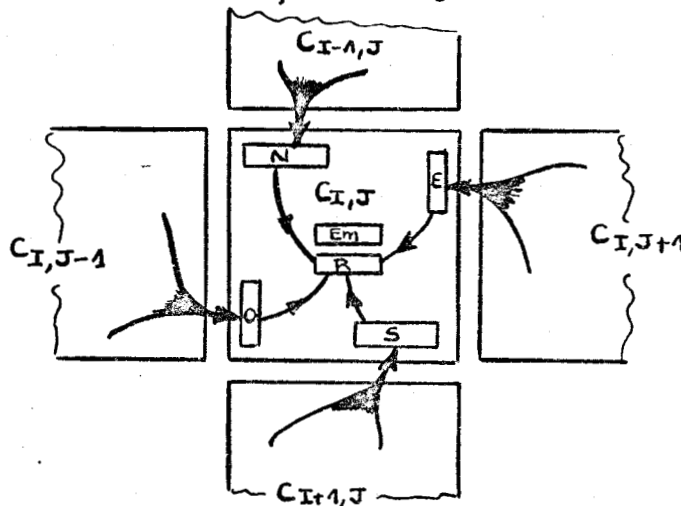
de  $C_{I-1,J}$  vers  $C_{I,J}$   $\Longrightarrow$   $x_1$  positionné à 1 (registre NORD)

de  $C_{I,J+1}$  vers  $C_{I,J}$   $\Longrightarrow$   $x_2$  positionné à 1 (registre EST)

de  $C_{I+1,J}$  vers  $C_{I,J}$   $\Longrightarrow$   $x_3$  positionné à 1 (registre SUD)

de  $C_{I,J-1}$  vers  $C_{I,J}$   $\Longrightarrow$   $x_4$  positionné à 1 (registre OUEST)

de  $C_{I,J}$  vers récepteur  $C_{I,J}$   $\Longrightarrow$   $x_5$  positionné à 1 (registre Récepteur)

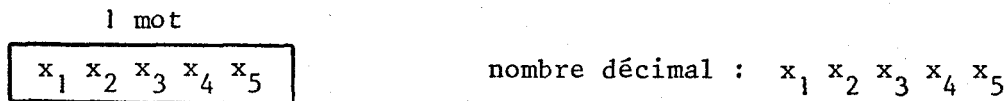


Ce dispositif de mot d'état permet :

- de synchroniser les processus de type  $P^1_{ijk}$
- d'activer les processus de type  $P^2_{ijl}$

Les demandes étant effectuées au cycle  $IT-1$ , les transferts auront lieu au cycle  $IT$  (CYCL \*)

## c.2) Plan du mot d'occupation des registres d'une cellule :



même caractéristiques que le mot d'état des demandes mais  $x_i \in \{0,1,2\}$  ;  
 $i \in \{\text{NORD, EST, SUD, OUEST, RECEPTEUR}\}$ .

$(x_i = 0) \iff$  (registre libre)

$(x_i = 1) \iff$  registre occupé par un message "transférable"

$(x_i = 2) \iff$  registre occupé et gelé

## c.3) Mécanisme du gel d'un registre

Lors d'un transfert de message, deux registres sont concernés :

- le registre expéditeur, qui de ce fait se libère ;
- le registre destinataire, qui de ce fait se trouve occupé.

Afin que, durant le même cycle IT : (cycle du transfert en cours)

- le registre expéditeur ne soit réutilisé pour un nouveau transfert,
  - le message arrivé dans le registre destinataire ne soit à nouveau transféré :
- Ces deux registres sont gelés  $\iff$  leur "bit"  $x_i$  correspondant à la valeur 2 .  
 Ces deux registres sont dégelés à la fin du cycle IT (par EXTR \*)

- pour le registre expéditeur  $x_i \longrightarrow x_i = 0$  (registre libre)

- pour le registre destinataire  $x_i \longrightarrow x_i = 1$  (registre occupé mais transfert possible)

Le rôle des mots d'occupation est donc double :

faire respecter le synchronisme du PCC ;

éviter des appels disques inutiles.

## c.4) Procédure de transfert

Cette procédure s'exécute pour chaque cellule comme suit :

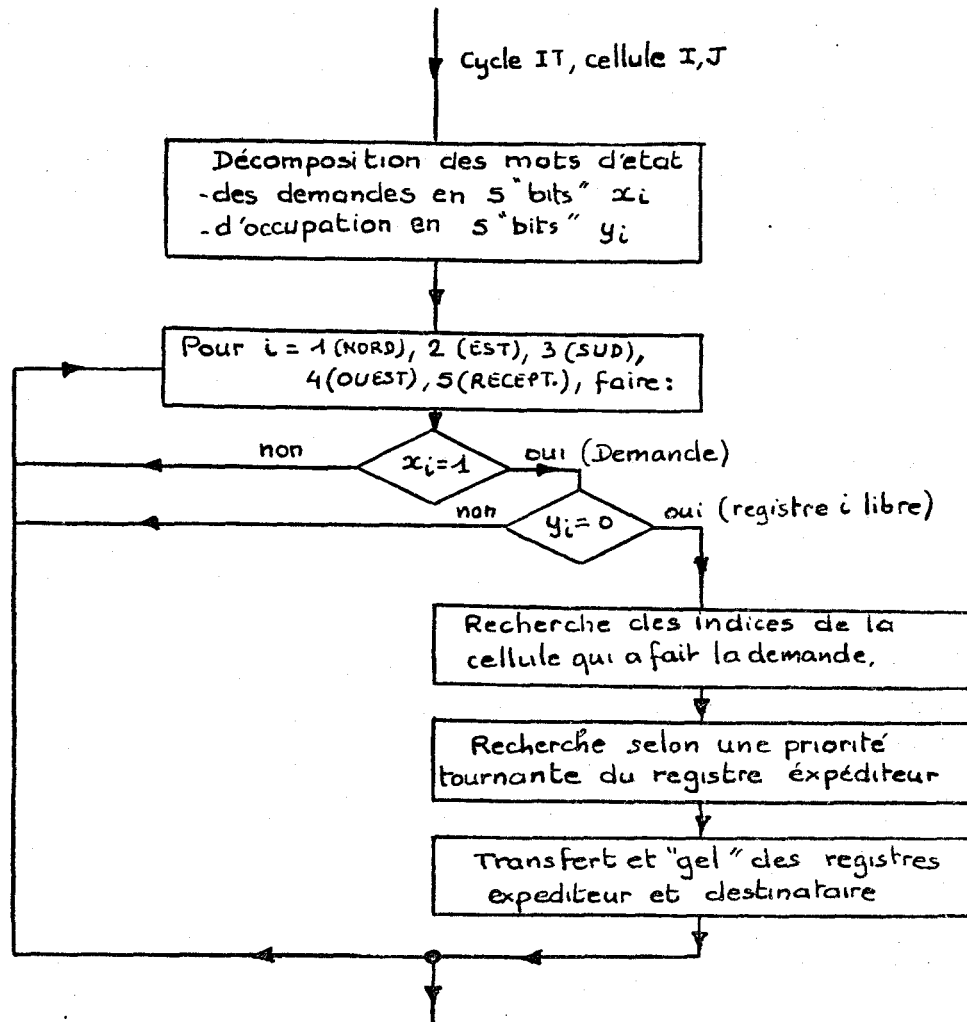


Fig. III.7

\* Remarques au sujet de la "priorité tournante" :

A chaque registre (NORD, EST, SUD, OUEST, RECEPTEUR) est associé un compteur modulo 6 (avec saut de la valeur 5). Chaque valeur possible du compteur correspond aux numéros des registres : 1-NORD, 2-EST, 3-SUD, 4-OUEST, 6-EMETTEUR, Initialisé à 1, ces compteurs prendront successivement les valeurs 1, 2, 3, 4, 6 lors de la recherche et de l'analyse du registre expéditeur. Les transferts autorisés sont ceux présentés dans la figure III.3.

d) Extraction d'un message :

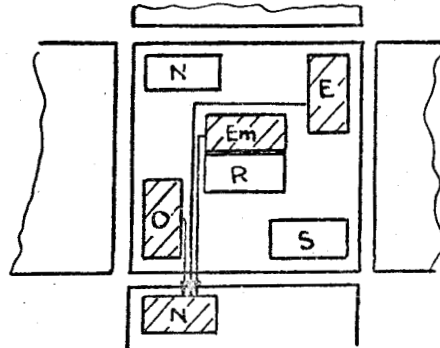
Arrivé dans sa cellule destinataire le message est placé dans un des registres cardinaux. Il doit alors :

- demander à chaque cycle son transfert vers le récepteur (attente active)
- quand cette demande est satisfaite (transfert effectué) attendre un cycle supplémentaire pour extraction.

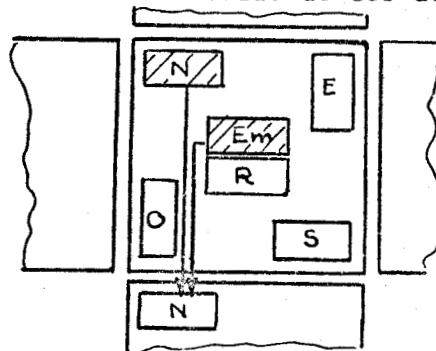
e) Conflits

Il y a situation de conflit quand il y a un empêchement de transfert de message et ceci peut se produire dans deux cas :

- registre destination occupé (vide et "gelé", ou occupé) et une ou plusieurs demandes de transferts existent pour ce registre.



- registre destinataire est inoccupé (vide et "dégelé") et plusieurs demandes existent pour ce registre or une seule de ces demandes sera sélectionnée.



Observabilité des conflits : par les compteurs S2 et KCFLI ; d'une manière globale (cumul) par S2, cumul du nombre de conflits par cycle par KCFLI et distribution dans le tableau d'adresse disque NCFLI.

### III.C.2- Techniques diverses

#### a) Relevé des temps de parcours des messages

A l'émission, un message comporte en son troisième mot le top (IT) horloge relevé au moment de son émission.

Deux cas d'observation du temps de vie d'un message dans PCC existent :

1er cas : On s'occupe du temps de stationnement dans l'émetteur. Ainsi dès que le message quitte l'émetteur au cycle IT' cette quantité IT' moins la valeur IT contenue dans le 3ème mot, plus 1 cycle:  $(IT' - IT + 1)$  représente le temps de stationnement dans l'émetteur. (Elle est cumulée dans le mot n° 40 de l'enregistrement cellulaire et distribuée dans le tableau IEMS ; voir nécessité du "+" tableau statistique).

A l'arrivée, au top  $IT_1$ , la quantité  $(IT_1 - IT + 1)$ , distribuée dans le tableau IDUR, représente la durée du transfert du message.

2eme cas : On ne s'occupe pas du temps de stationnement dans l'émetteur. A l'arrivée au top  $IT_1$ , la quantité  $(IT_1 - IT + 1)$  représente la durée de vie du message dans le PCC.

#### b) Remarque sur la simulation de l'aléatoire

Il existe deux variables aléatoires simulées dans le SPCC (variables considérées comme variables exogènes) ce sont :

- l'existence ou la non-existence d'une demande d'une émission (voir mécanisme d'émission) ;
- la destination d'un message.

Ces variables aléatoires sont simulées par ALEA3 (sous-programme) (voir document annexe) lequel applique la méthode des congruences :

$$x_{n+1} = a x_n \pmod{m} \text{ où } x_n, a, m \text{ sont des entiers.}$$

c) durées des observations

La durée des observations a été fixée arbitrairement à 1000 cycles réseau. C'est certainement suffisant pour des réseaux (PCC) de petite taille (exemple 8 x 8), c'est insuffisant pour de grands PCC (par exemple : 400 cellules = 20 x 20) où le temps moyen de parcours d'un message est assez important relativement à 1000. Cependant nous avons estimé qu'une simulation d'un PCC 20 x 20 durant 1000 cycles sur le matériel utilisé réclamerait un temps d'utilisation machine déjà important.

d) choix d'un réseau PCC ouvert ou fermé

D'un point de vue programmation, nous avons choisi de programmer un modèle SPCC de PCC ouvert. Il serait cependant possible d'observer un PCC fermé (assez grossièrement) en appliquant un principe de localité c'est-à-dire choisir un PCC de grande taille (ex. : 16 x 16) et n'admettre que des messages ne s'éloignant pas trop de la cellule où ils ont été émis.

e) remarque sur la simulation

La simulation donne, en général, des résultats meilleurs que dans la réalité. Nous nous placerons donc dans des conditions assez défavorables : taux des demandes identiques pour tous les processeurs composants, échanges possibles entre tout couple de processeurs composants.

III.D.- LES PROGRAMMES DU S.P.C.C.III.D.1.- L'ensemble des programmes

Ces programmes ou sous-programmes simulent et mesurent le compor-

tement du processeur cellulaire de communications (PCC). Ces programmes sont écrits pour l'IBM 1130 en FØRTRAN IV et ne comprennent que quelques spécifications langages propres à cette machine (n° d'unités E/S ; accès disque) et sont de ce fait exécutables aisément sur d'autres ordinateurs.

L'ensemble de ces programmes se divisent en 6 parties. Dans chacune d'elles peuvent exister plusieurs versions d'un même type de programme. Ces différentes versions représentent différents modes d'observation ou de pilotage du PCC. (Pour chaque version d'un type de programme, il existe une lettre remplaçant l'astérisque ; voir document annexe).

- 1ère partie : programmes d'initialisation (INIT\*) et de lancement d'un essai (PRPL\*) ;
- 2ème partie : injection des messages ;
- 3ème partie : programmes de transfert d'un "pas" des messages en transit dans le PCC (CYCL\*) ;
- 4ème partie : programmes d'extraction du PCC des messages arrivés dans leurs cellules destinataires (EXTR\*) ;
- 5ème partie : programmes de servitude (ex : génération de nombres aléatoires, listing du fichier disque, contrôle, etc...)
- 6ème partie : programmes de statistiques.

Ces programmes ou sous-programmes utilisent :

- le fichier RESØ1
- une zone de COMMON

### III.D.2- Description de la zone COMMON et des programmes

a) la description de la zone COMMON est placée dans le document annexe.

b) les descriptions et utilisations des programmes et sous-programmes sont développées dans le document annexe, nous ne rappelons que quelques caractéristiques du programme PRPL\*

- but de PRPL\* : lancer et contrôler un essai
- c'est le programme principal qui appelle tous les autres sous-programmes de fonctionnement du PCC selon l'organigramme suivant :

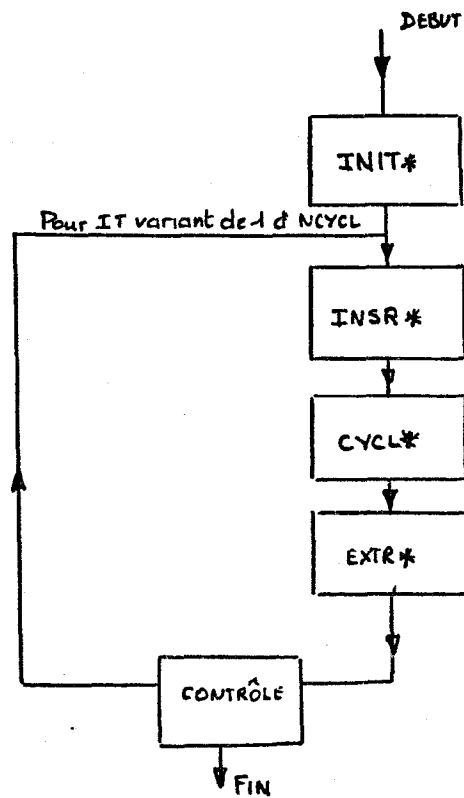


Fig. III.8

- l'impression des résultats statistiques s'exécute après l'achèvement de l'essai à l'aide des programmes et sous-programmes du sixième groupe (voir document annexe).



## CHAPITRE IV

---

### ETUDES STATISTIQUES ET COMPORTEMENTS DES P.C.C.

---

#### INTRODUCTION.

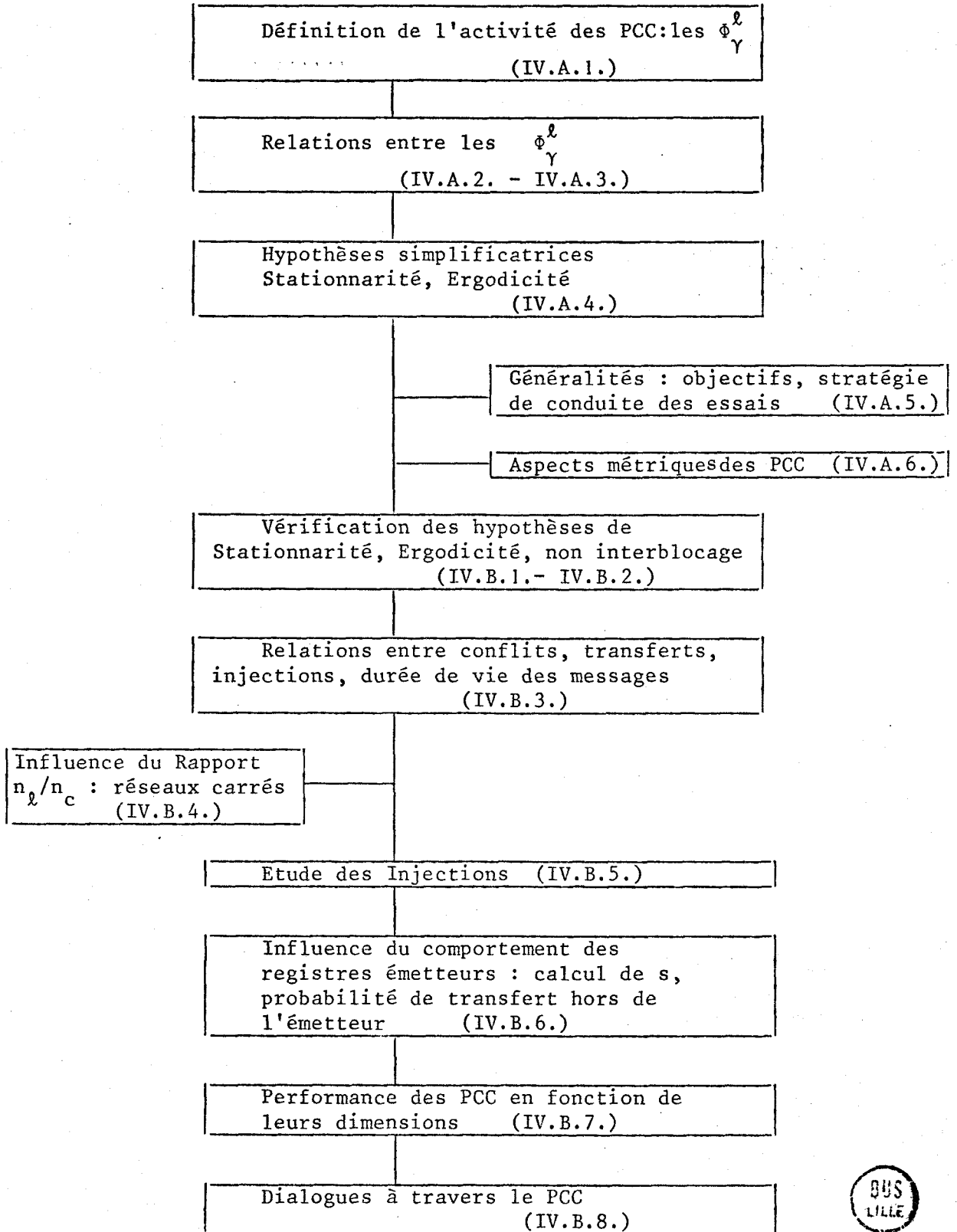
Le but des études présentées dans ce chapitre est de découvrir les mécanismes du comportement des PCC sous un certain mode d'utilisation (utilisation uniforme : IV.A.5.b).

Nous ne chercherons pas à donner une formulation mathématique complète de ces mécanismes mais simplement à découvrir comment, statistiquement, les éléments mesurables de l'activité des PCC s'enchevêtrent entre eux, mettant ainsi en évidence des critères de choix ou de comparaison des PCC.

Par conséquent, après avoir précisé quelques notations et hypothèses simplificatrices nous montrons qu'il est possible de mesurer cette activité des PCC par des quantités notées  $\bar{\Phi}_\gamma^l$  et d'exprimer celles-ci à partir des deux paramètres caractéristiques d'un PCC : sa dimension et le taux de demande d'injection de messages.

Tout au long de ce chapitre nous passons alternativement du modèle mathématique, qui s'élabore peu à peu, aux observations et résultats des simulations de fonctionnement du PCC.

## Organigramme du déroulement des études :



IV.A.- DEFINITIONS, GENERALITES.IV.A.1.- Définitions, Notations.

a) Essai : nous appellerons essai une observation du fonctionnement simulé d'un PCC de dimensions :  $n_\ell$  lignes et  $n_c$  colonnes, soumis à un taux  $\lambda$  de demandes d'injection de messages, par unité de temps, sur une période  $P$  de  $T$  unités de temps ;

L'unité de temps est le cycle du PCC.

Un essai est paramétré par le quadruplet  $\gamma = (n_\ell ; n_c ; \lambda ; T) ;$

Un essai se note  $\omega_\ell$

Remarques :

- 1)  $1 \leq n_\ell \times n_c \leq 1024$  ; ce nombre 1024 est arbitrairement choisi comme une limite supérieure réalisable au nombre de cellules d'un PCC ;
- 2)  $\lambda$  représente le taux de demandes d'injection de messages, par une unité de temps, de chaque processeur composant  $P_{ij}$ , associé à chaque cellule  $c_{ij}$ ,  $1 \leq i \leq n_\ell$ ,  $1 \leq j \leq n_c$  ;
- 3)  $\lambda$  appartient à l'intervalle  $[0, 1]$  ;
- 4) les quadruplets  $\gamma = (n_\ell ; n_c ; \lambda ; T)$  forment l'ensemble  $\Gamma$  ;
- 5) L'ensemble de tous les essais possibles paramétrés par  $\gamma \in \Gamma$  se note  $\Omega_\ell$  ; ( $\omega_\ell \in \Omega_\ell$ ).

b) Description du fonctionnement d'un PCC

Le PCC, paramétré par  $\gamma$ , mis en activité, forme un système de transmission dont le fonctionnement évolue dans le temps d'une manière aléatoire.

Pratiquement ce fonctionnement peut être décrit par quelques fonctions aléatoires du temps, notées  $\Phi_\gamma^\ell$ , mesurant certains aspects de la transmission des messages (voir IV.A.1.c).

Rappelons que si  $\Phi_Y^l$  est une fonction aléatoire définie sur  $\Omega_l \times P$  :

$$\text{alors : } \begin{array}{ccc} \Omega_l \times P & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (\omega_Y, t) & \longrightarrow & \Phi_Y^l(\omega_Y, t) \end{array}$$

et  $\forall t, \omega_Y \xrightarrow{\Phi_Y^l(\cdot, t)} \Phi_Y^l(\omega_Y, t)$  est une variable aléatoire.

Nous appellerons trajectoire ou réalisation du point  $\omega_Y$  (fixé), la fonction :

$$\begin{array}{ccc} P & \xrightarrow{\Phi_Y^l(\omega_Y, \cdot)} & \mathbb{R} \\ t & \longrightarrow & \Phi_Y^l(\omega_Y, t) \end{array}$$

### c) Notation et définition des $\Phi_Y^l$

Remarques préalables :

1) Les changements de valeur des  $\Phi_Y^l$  se font à des instants discrets. Nous pouvons cependant considérer ces fonctions aléatoires  $\Phi_Y^l$  comme des fonctions étagées continues sur les intervalles de temps successifs  $]t_k, t_{k+1}]$ , (égaux chacun à un cycle PCC) et discontinues à droite des  $t_k$  ;

2)  $\forall t, \exists k$ , numéro de cycle tel que  $t \in ]t_k, t_{k+1}]$ .

Pour tout essai  $\omega_l$  nous définissons et notons les  $\Phi_Y^l$  de la manière suivante :

$\Phi_Y^1(\omega_Y, t)$ , noté  $\boxed{M_Y(\omega_Y, t)}$  représente le nombre de messages en cours d'injection dans le PCC au temps  $t$ ,

$\Phi_Y^2(\omega_Y, t)$ , noté  $\boxed{x_Y(\omega_Y, t)}$  représente le nombre de messages en cours de transit dans le PCC au temps  $t$  ; sont comptés comme messages en transit, les messages en cours de transfert, en conflit (attente pour transfert), en cours de dépôt dans les registres émetteurs (injections), en cours d'extraction du PCC au temps  $t$  ;

$\Phi_Y^3(\omega_Y, t)$ , noté  $\boxed{c_Y(\omega_Y, t)}$  représente le nombre de messages en conflits pour transfert présents dans le PCC au temps  $t$  ;

$\phi_Y^4(\omega_Y, t)$ , noté  $\boxed{\text{tr}_Y(\omega_Y, t)}$ , représente le nombre de transferts de messages (déplacements registre à registre) en cours d'exécution, dans le PCC, au temps  $t$  ;

$\phi_Y^5(\omega_Y, t)$ , noté  $\boxed{\text{ex}_Y(\omega_Y, t)}$ , représente le nombre d'extractions de messages du PCC, en cours d'exécution au temps  $t$  ;

$\phi_Y^6(\omega_Y, t)$ , noté  $\boxed{v_Y(\omega_Y, t)}$ , représente la moyenne des durées de transit (durée de vie dans le PCC, y compris les cycles d'injection et les cycles d'extraction) des messages en cours d'extraction du PCC au temps  $t$  ;

Remarques :

- 1)  $\phi_Y^l(\omega_Y, t) \geq 0, \forall t \in P, l = 1, 2, \dots, 6, \forall \gamma \in \Gamma \quad \forall \omega_l \in \Omega_l$
- 2)  $\phi_Y^l(\omega_Y, t) \in \mathbb{N}$  pour  $l = 1, 2, 3, 4, 5$ .

#### IV.A.2.- Relations entre $\phi_Y^l(\omega_Y, t)$

##### a) Relation $R_1$

Nous obtenons directement de la définition de  $x_Y(\omega_Y, t)$  la relation suivante

$$\textcircled{R_1} \quad \forall t \in P \quad \boxed{x_Y(\omega_Y, t) = \text{tr}_Y(\omega_Y, t) + c_Y(\omega_Y, t) + M_Y(\omega_Y, t) + \text{ex}_Y(\omega_Y, t)}$$

l'unité est le message.

Remarque : l'unité peut encore être le registre ou le cycle PCC (sous l'aspect dépense de temps pour l'acheminement des messages).

##### b) Relation $R_2$

Etablissons le graphe des mutations possibles des messages où, par exemple

la notation  $\text{tr}_\gamma(\omega_\gamma, t-1)$  représente l'ensemble des messages en transfert au temps  $t-1$  :

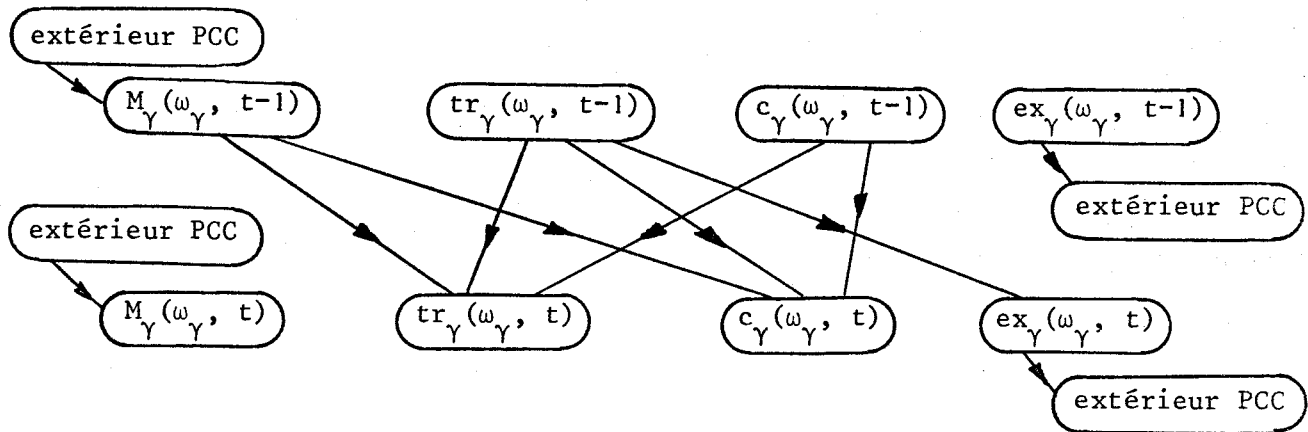


Figure IV.1.

D'après  $R_1$  et la figure IV.1 nous obtenons

$$\text{tr}_\gamma(\omega_\gamma, t) + c_\gamma(\omega_\gamma, t) + \text{ex}_\gamma(\omega_\gamma, t) = M_\gamma(\omega_\gamma, t-1) + \text{tr}_\gamma(\omega_\gamma, t-1) + c_\gamma(\omega_\gamma, t-1)$$

$$x_\gamma(\omega_\gamma, t) - M_\gamma(\omega_\gamma, t) = x_\gamma(\omega_\gamma, t-1) - \text{ex}_\gamma(\omega_\gamma, t-1)$$

d'où  $\textcircled{R_2}$   $x_\gamma(\omega_\gamma, t) - x_\gamma(\omega_\gamma, t-1) = M_\gamma(\omega_\gamma, t) - \text{ex}_\gamma(\omega_\gamma, t-1)$

Remarques :

1)  $x_\gamma(\omega_\gamma, t)$  est borné :  $0 \leq x_\gamma(\omega_\gamma, t) \leq X_\gamma$ ,  $\forall t \in P$ ,  $\forall \gamma \in \Gamma$

où  $X_\gamma$  est une valeur maximale évaluée à :

$X_\gamma = \frac{1}{2} (6 n_\ell \times n_c - 2(n_\ell + n_c))$ , c'est-à-dire la moitié du nombre total de registres, non compris les registres situés sur les bords du PCC. (Il y a 6 registres par cellule : NORD, EST, SUD, OUEST, RECEPTEUR, EMETTEUR).

2) De la figure IV.1 nous déduisons également :

$$M_\gamma(\omega_\gamma, t-1) - \text{ex}_\gamma(\omega_\gamma, t-1) = (\text{tr}_\gamma(\omega_\gamma, t) - \text{tr}_\gamma(\omega_\gamma, t-1)) + (c_\gamma(\omega_\gamma, t) - c_\gamma(\omega_\gamma, t-1))$$

IV.A.3.- Interprétation de ces relations et introduction de boucles de rétroaction.

Le système PCC est décrit par les fonctions  $\phi_Y^\ell$  lesquelles paraissent dépendantes d'après  $R_1$  et  $R_2$ . Ces deux relations nous permettent de supposer l'existence de boucles de rétroaction, traduction de cette dépendance. Elles se découvriront par la suite.

IV.A.4.- Hypothèses simplificatrices : stationnarité et ergodicité.

Un essai  $\omega_Y$  est un tirage au hasard dans  $\Omega_Y^\ell$  d'une trajectoire  $\phi_Y^\ell(\omega_Y, \cdot)$  de chaque processus stochastique  $p_Y^\ell = (\Omega_Y^\ell, A_Y^\ell, P_Y^\ell)$  avec  $\Omega_Y^\ell$  ensemble des trajectoires,  $A_Y^\ell$  tribu sur  $\Omega_Y^\ell$ ,  $P_Y^\ell$  probabilité sur  $A_Y^\ell$  ;  $\ell = 1, 2, \dots, 6$ ).

Le problème qui nous intéresse dans ce chapitre consiste à acquérir de l'information sur ces processus  $P_Y^\ell$ . Ce problème se simplifie si ces processus sont stationnaires et ergodiques car dans ce cas toutes les propriétés statistiques sont indépendantes d'une translation dans le temps et l'on peut substituer aux moyennes, au sens des probabilités, des moyennes temporelles correspondantes sur un essai unique.

Nous supposons ces hypothèses de stationnarité et d'ergodicité vérifiées (nous appuierons cette supposition par des observations présentées en IV.B.2.). d'où

$$1) \quad \phi_Y^\ell(\omega_Y, t) = \phi_Y^\ell(t) \quad (\text{essai unique})$$

et  $\phi_Y^\ell$  devient la notation d'une variable aléatoire ;

$$2) \quad \bar{\phi}_Y^\ell = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} \phi_Y^\ell(t_j),$$

où  $\phi_Y^\ell(t_j)$  représente la valeur observée de  $\phi_Y^\ell(t)$  durant le  $j^{\text{ème}}$  cycle ;  $1 \leq j \leq n$  ;

3) Nous noterons un essai  $\omega_Y$  par son paramètre  $\gamma$ .

#### IV.A.5.- Objectifs des essais. Généralités.

a) Objectifs : Ce sont :

- la vérification des hypothèses d'impossibilité d'interblocage, de stationnarité et d'ergodicité ;
- la vérification des relations  $R_1$  et  $R_2$  ;
- la recherche d'un domaine d'utilisation performante du PCC. Il s'agit ici de rechercher un sous-ensemble  $D$  de  $\Gamma$  sur lequel les variables aléatoires  $\Phi_\gamma^k$  donnent des valeurs meilleures, pour  $\gamma \in D$  que pour  $\gamma \notin D$ , selon certains critères à définir ;
- l'établissement et la vérification de formules précisant et expliquant le comportement des PCC en activité ;
- la recherche des caractéristiques d'utilisation des PCC.

b) Généralités : stratégies de conduite des essais

L'objectif global des essais est de mesurer le fonctionnement (volume, rapidité, simultanément) des dialogues possibles entre processeurs composants via le PCC. Cependant ne connaissant pas les distributions statistiques des naissances, durées, cadences d'émission des messages de ces dialogues nous avons conduit l'ensemble des essais suivant deux stratégies :

- première stratégie : elle se caractérise essentiellement par une demande d'émission de messages, durant toute la durée, de l'essai de la part de chaque processeur  $P_{ij}$ , sous la forme d'une rafale de messages à envoyer. Les numéros des cellules  $c_{k\ell}$ , destinations de ces messages acceptés par le PCC, sont tirés au hasard parmi les nombres  $1, 2, 3, \dots, n_\ell \times n_c$ . La distribution des fréquences d'apparition de ces numéros est une distribution uniforme. Ainsi, durant un essai  $\gamma = (n_\ell ; n_c ; \lambda)$  de  $T$  cycles, chacun des  $n_\ell \times n_c$  processeurs composants  $P_{ij}$  tente d'introduire  $\lambda T$  messages dans le PCC ;



les messages injectés parcourent en moyenne  $\bar{d}_{n_\ell, n_c}$  cellules (voir en IV.A.6 cette notion de distance moyenne).

Cette stratégie de conduite des essais a été appliquée pour l'obtention des résultats présents dans ce chapitre, sauf cas particuliers mentionnés pour lesquels la deuxième stratégie suivante a été adoptée (IV.B.8).

- deuxième stratégie : elle concerne quelques essais ayant pour but d'estimer les performances d'un dialogue entre deux processeurs composants séparés par  $d$  cellules, dialogue établi parmi un mouvement de messages créé par la première stratégie maintenue sur l'ensemble du PCC.

#### IV.A.6.- Métrique dans les PCC (réseau ouvert)

##### a. Distance dans un PCC ouvert.

a.1. Définition : soit  $d_{ij}^{kp} = d(C_{ij}, C_{kp})$  le nombre minimal d'arcs séparant la cellule  $C_{ij}$  à la cellule  $C_{kp}$  ; ce nombre correspond à la longueur du chemin reliant  $C_{ij}$  à  $C_{kp}$  selon la stratégie précisée en II.C.2.c.

$$d(C_{ij}, C_{kp}) = d(C_{kp}, C_{ij}) = |i - k| + |j - p|$$

le nombre réel  $\bar{d}_{ij}$ , moyenne arithmétique des distances  $d_{ij}^{kp}$  séparant la cellule  $C_{ij}$  aux diverses cellules  $C_{kp}$  du réseau est :

$$\bar{d}_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{n_\ell} \sum_{p=1}^{n_c} d(C_{ij}, C_{kp})}{(n_\ell \times n_c - 1)} = \frac{n_c \sum_{k=1}^{n_\ell} |i-k| + n_\ell \sum_{p=1}^{n_c} |j-p|}{(n_\ell \times n_c - 1)}$$

Dans le cas particulier où  $n_\ell = n_c = n$  ( $n > 1$ ) :

$$\bar{d}_{ij} = \frac{n}{n^2 - 1} \times \sum_{k=1}^{n-1} (|i - k| + |j - k|)$$

a.2. Distance moyenne dans un PCC ouvert :

$$\text{C'est le nombre } \bar{d}_{n_\ell, n_c} = \frac{\sum_{i=1}^{n_\ell} \sum_{j=1}^{n_c} \bar{d}_{ij}}{n_\ell \times n_c} = \frac{n_\ell + n_c}{3}$$

$$\text{Cas particulier, si } n_\ell = n_c = n \text{ alors } \bar{d}_{n,n} = \boxed{\bar{d}_n = \frac{2n}{3}}$$

Remarques :

1. Pour un essai  $\gamma = (n_\ell ; n_c ; \lambda)$ ,  $\bar{d}_{n_\ell, n_c}$  est encore noté  $\bar{d}_\gamma$
2. la notion d'arc correspond à la notion de transfert ;
3. la métrique utilisée par la suite est la métrique précisée ci-dessous.

L'unité de longueur est l'arc ou transfert (lequel nécessite un cycle PCC)

### b. Cellules équivalentes de C.

Nous présentons ici quelques résultats sur l'équivalence de positionnement des cellules. Il est certain que certaines cellules ont des emplacements privilégiés quant à leurs possibilités de transfert de messages.

Définissons sur C, ensemble des cellules, la relation binaire  $\mathcal{R}$  :

$$c_{ij} \mathcal{R} c_{kp} \iff \bar{d}_{ij} = \bar{d}_{kp}$$

Cette relation  $\mathcal{R}$  est une relation d'équivalence sur C et définit une partition de C :  $\mathcal{C} = (\mathcal{C}_k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, K_{n_\ell, n_c}$  de  $K_{n_\ell, n_c}$  classes d'équivalence  $\mathcal{C}_k$ .

Si le réseau est carré ( $n_\ell = n_c = n$ ) le nombre  $K_{n,n}$  de classes d'équivalence  $\mathcal{C}_k$  est :

$$K_{n,n} = \begin{cases} \frac{n(n+2)}{8} & \text{si } n \text{ est pair ;} \\ \frac{(n+1)(n+3)}{8} & \text{si } n \text{ est impair.} \end{cases}$$

Le cardinal de chaque classe  $\mathcal{C}_k$  se déduit par l'observation des formules  $\bar{d}_{ij}$  :

$$\bar{d}_{ij} = \frac{1}{2} \times \frac{n}{n^2-1} ( (i-1)i + (n-i)(n+1-i) + (j-1)j + (n-j)(n+1-j) )$$

Toutes les cellules d'une même classe d'équivalence ont la même distance moyenne au reste du réseau et se situent, dans le cas d'un réseau carré, sur des emplacements symétriques par rapport aux médianes et aux diagonales du carré.

Ainsi l'ensemble des cellules :

$$\left\{ C_{ij} ; C_{ji} ; C_{(n+1-i), j} ; C_{j, (n+1-i)} ; C_{i, (n+1-j)} ; \right. \\ \left. C_{(n+1-j), i} ; C_{(n+1-i), (n+1-j)} ; C_{(n+1-j), (n+1-i)} \right\}$$

forme une classe de 8 éléments pour des valeurs  $i$  et  $j$  données sauf :

- si  $n$  est pair et  $i = j$ , auquel cas il y a 4 cellules dans ces classes ;
- si  $n$  est impair et  $\left\{ \begin{array}{l} \text{soit } i=j \text{ et } i \neq \frac{n+1}{2} \rightarrow 4 \text{ cellules dans cette classe ;} \\ \text{soit } i=j = \frac{n+1}{2} \rightarrow 1 \text{ cellule dans cette classe ;} \\ \text{soit } i \text{ ou } j = \frac{n+1}{2} \rightarrow 4 \text{ cellules dans cette classe ;} \end{array} \right.$

Les cellules d'une même classe devraient donc présenter le même comportement quant au transfert des messages.

#### IV.B.- PERFORMANCES ET COMPORTEMENT DU PCC

##### IV.B.1.- Impossibilité du phénomène d'interblocage.

Nous avons affirmé en II.C.2. la non existence du phénomène d'interblocage sauf dans deux cas de fonctionnement anormal du système PCC et  $\{P_{ij}\}$  :

- une (ou plusieurs) cellule  $C_{ij}$  hors fonction ,
- un (ou plusieurs) processeur  $P_{ij}$  hors fonction ou simplement n'assurant plus (momentanément) l'extraction du message qui lui est destiné et présent dans le registre récepteur de la cellule associée  $C_{ij}$ .

Le phénomène d'interblocage,  $\forall \omega_Y$ , peut s'observer dans le temps par :

- 1) une décroissance rapide des valeurs  $M_Y(\omega_Y, t)$ ,  $ex_Y(\omega_Y, t)$ ,  $tr_Y(\omega_Y, t)$  et par l'existence d'une valeur  $t_0$  telle que :

$$\forall t > t_0, \quad M_Y(\omega_Y, t) = ex_Y(\omega_Y, t) = tr_Y(\omega_Y, t) = 0$$

- 2) l'existence d'une valeur  $t_0$  telle que :

$$\forall t > t_0, \quad x_Y(\omega_Y, t) = c_Y(\omega_Y, t)$$

L'impossibilité de l'existence de ce phénomène,  $\forall \omega_Y$ , se caractérise par :

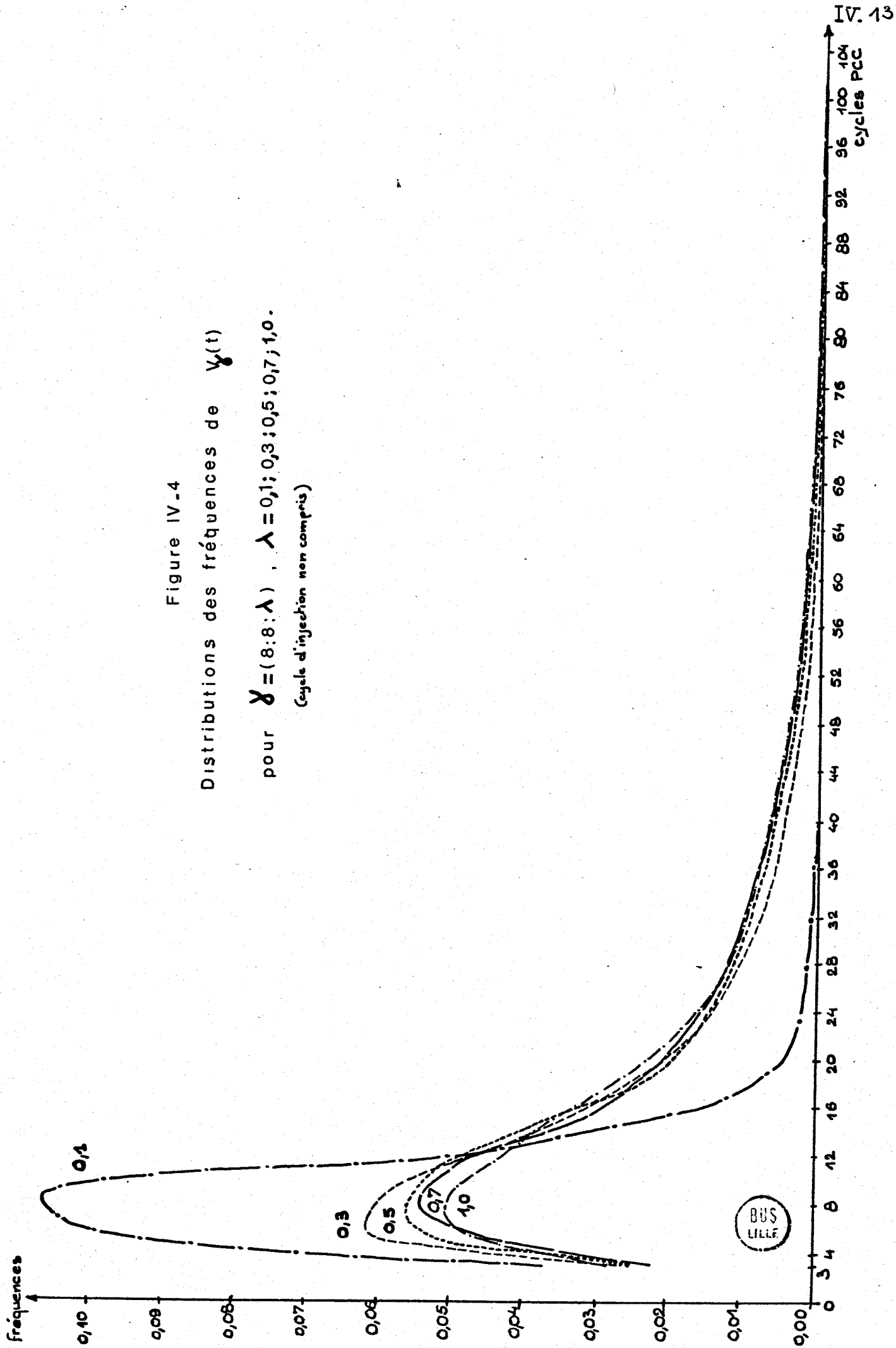
- 1)  $\forall t \in P, \quad x_Y(\omega_Y, t) - c_Y(\omega_Y, t) > 0$

or  $x_Y(\omega_Y, t) - c_Y(\omega_Y, t) \geq M_Y(\omega_Y, t)$  d'après  $R_1$ , il suffit donc d'observer  $M_Y(\omega_Y, t)$  pour prouver la non existence d'interblocage, c'est-à-dire : la probabilité de trouver  $M_Y(\omega_Y, t) = 0, \forall t \in \tau$ , intervalle de temps, tend vers 0 quand  $\tau$  grandit.

- 2)  $\forall t \in \bar{R}, \quad v_Y(\omega_Y, t)$  est borné.

Nous présentons ici quelques résultats de simulation appuyant nos hypothèses.

a) Non interblocage : cas d'un système PCC et  $\{P_{ij}\}$  en fonctionnement normal.



Nous avons établi d'une part les distributions des fréquences des durées de transit de chaque message (figure IV.4.) sur des essais  $\gamma_i = (8 ; 8 ; \lambda_i)$  avec  $\lambda_i = 0, 1 ; 0, 3 ; 0, 5 ; 0, 7 ; 0, 9$  ; d'autre part le tableau IV.5. des étendues des séries: durée de transit des messages. Enfin nous avons contrôlé que les messages encore en transit dans le PCC à la fin des essais avaient été émis, au maximum, trois ou quatre dizaines de cycles avant l'achèvement de chaque essai. Chaque essai a duré 1000 cycles.

$\lambda_i$	$v_{\gamma_i}(\omega, t)$ borné		$v_{\gamma_i}(\omega_i, t)$ , intervalles interquartiles				Ensemble $\{t   M_{\gamma_i}(\omega, t) = 0\}$
	mini	maxi	0-25%	25-50%	50-75%	75-100%	
0,1	3	35	3 - 5	6 - 7	8 - 10	11 - 35	vide
0,3	3	120	3 - 6	7 - 11	12 - 18	19 - 120	vide
0,5	3	116	3 - 7	8 - 12	13 - 21	22 - 116	vide
0,7	3	205	3 - 7	8 - 12	13 - 22	23 - 205	vide
0,9	3	192	3 - 7	8 - 13	14 - 23	24 - 192	vide
1,0	3	212	3 - 8	8 - 14	14 - 25	25 - 212	vide

(non compris le cycle d'injection)

TABLEAU IV.5.

(T = 1000 cycles ;  $n_l = 8$  ;  $n_c = 8$ )

Remarque : La valeur médiane de cette distribution varie assez peu avec  $\lambda$ . (critère de qualité)

b) Interblocage : cas d'un processeur composant hors fonction.

Nous avons observé les variables  $\phi_Y^l(\omega_Y, t)$  durant un essai  $\gamma = (8 ; 8 ; 0,2)$  correspondant à un PCC avec deux processeurs hors fonction : les processeurs  $P_{4,3}$  et  $P_{6,5}$  choisis arbitrairement; ( $t=0,1,2,\dots T ; T=1000$ ).  
 Conséquence : en moins de 110 cycles il y a interblocage (voir fig. IV.6),  
 - le nombre d'injections  $M_Y(\omega_Y, t)$  décroît et  $M_Y(\omega_Y, t) = 0, \forall t > 110$  ;  
 - le nombre  $x_Y(\omega_Y, t)$  de messages en transit tend vers la valeur 136 et  
 $\forall t > 110, x_Y(\omega_Y, t) = c_Y(\omega_Y, t) = 136$  ;  
 -  $tr_Y(\omega_Y, t) = M_Y(\omega_Y, t) = ex_Y(\omega_Y, t) = 0 \quad \forall t > 110$  ; (interblocage strict).

Remarques.

- 1) Nous n'avons pas trouvé d'explication à cette valeur 136. Un interblocage peut se présenter avec un nombre de messages présents dans le PCC supérieur ou inférieur à 136. Cette variation dépend des routes suivies par les messages et de leurs rencontres, des processeurs hors fonction.
- 2) L'interblocage arrive très rapidement. Il arriverait plus lentement (et serait peut être évité) si les échanges s'accomplissaient sous forme de dialogues.
- 3) Ce cas d'interblocage illustre :
  - la nécessité de placer entre les processeurs composants et leurs cellules associées des mémoires tampons ou des piles,
  - la nécessité d'une extraction quasi immédiate de tout message arrivé dans un registre récepteur.

c) Interblocage : cas d'une cellule hors fonction

La même observation a été faite sur un PCC comportant deux cellules hors fonction : les cellules  $C_{4,3}$  et  $C_{6,5}$  d'un réseau  $\gamma = (8 ; 8 ; 0,2)$ .





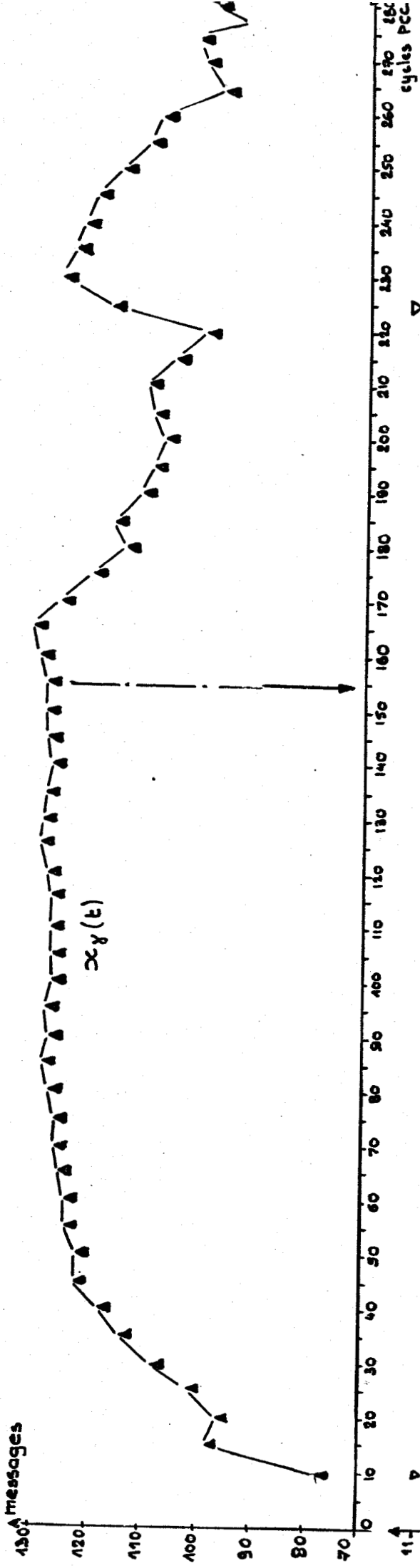
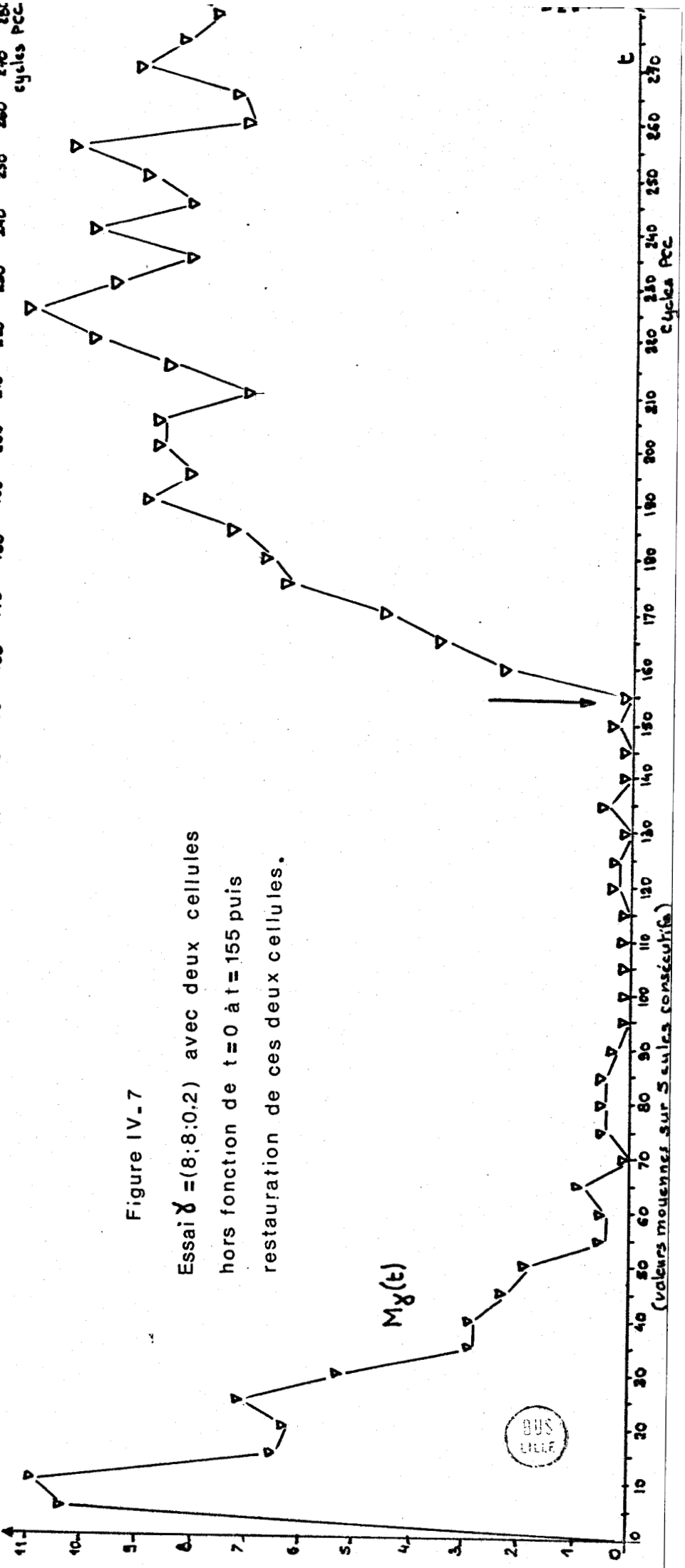


Figure IV.7  
 Essai  $\chi = (8; 8; 0.2)$  avec deux cellules  
 hors fonction de  $t=0$  à  $t=155$  puis  
 restauration de ces deux cellules.



Dans ce cas il y a aussi constitution d'un "bouchon" qui s'étend très rapidement sur les autres cellules jusqu'à l'interblocage.

d) Conclusion : vérification de l'impossibilité du phénomène d'interblocage en fonctionnement normal mais PCC rapidement mis hors fonction en cas de panne d'une des cellules et de son dispositif d'extraction (processeur composant ou autre dispositif).

Nous ne nous sommes pas intéressés, dans le cadre de cette étude, aux remèdes possibles à l'interblocage et à sa prévention. Si un remède existe et peut s'appliquer rapidement il n'y aura pas d'effet de retard important et d'interblocage. (voir figure IV.7).

#### IV.B.2.- Vérification de $R_1$ et $R_2$ . Stationnarité et ergodicité.

a) Vérification de  $R_1$  et  $R_2$  : pour un essai quelconque  $\omega_\gamma$

$$R_1 : x_\gamma(\omega_\gamma, t) = tr_\gamma(\omega_\gamma, t) + c_\gamma(\omega_\gamma, t) + ex_\gamma(\omega_\gamma, t) + M_\gamma(\omega_\gamma, t)$$

$$R_2 : x_\gamma(\omega_\gamma, t) - x_\gamma(\omega_\gamma, t-1) = M_\gamma(\omega_\gamma, t) - ex_\gamma(\omega_\gamma, t-1)$$

Cette vérification s'est effectuée simplement par l'impression à chaque fin de cycle  $t_k$  des valeurs de  $\Phi_\gamma^l(\omega_\gamma, t_k)$

Exemple :  $\gamma = (8 ; 8 ; 0,2 ; T)$  pour  $t_k = 60, 61, 62, 63, 64$

$$\textcircled{1} = M_\gamma(\omega_\gamma, t_k) + c_\gamma(\omega_\gamma, t_k) + ex_\gamma(\omega_\gamma, t_k) + tr_\gamma(\omega_\gamma, t_k)$$

$$\textcircled{2} = x_\gamma(\omega_\gamma, t_k) - x_\gamma(\omega_\gamma, t_k-1)$$

$$\textcircled{3} = M_\gamma(\omega_\gamma, t_k) - ex_\gamma(\omega_\gamma, t_k-1)$$

$t_k$	$x_Y(\omega_Y, t_k)$	$M_Y(\omega_Y, t_k)$	$tr_Y(\omega_Y, t_k)$	$c_Y(\omega_Y, t_k)$	$ex_Y(\omega_Y, t_k)$	①	②	③
60	117	8	60	40	9	117		
61	115	7	52	47	9	115	-2	-2
62	114	8	54	43	9	114	-1	-1
63	114	9	51	43	11	114	0	0
64	113	• 10	48	47	8	113	-1	-1

b) Stationnarité et ergodicité :

b.1. Stationnarité :

Différents essais  $\omega_Y$  ( $\gamma$  constant) peuvent se réaliser par modification de la suite des nombres au hasard utilisés dans le procédé d'injection des messages (voir en III.C.2. et IV.A.5.b) et par l'état initial des registres (occupés ou inoccupés) du PCC.

Répétés dans des conditions apparemment identiques ( $\gamma$  constant, distributions uniformes) les essais  $\omega_Y$  donnent des résultats  $\phi_Y^l(\omega_Y, t)$  plus ou moins différents aux instants  $t$  correspondants.

Les graphes de ces résultats ne sont pas superposés. (voir figure IV.8.). Ils dessinent une sorte de chevelure qui met en évidence une évolution moyenne.

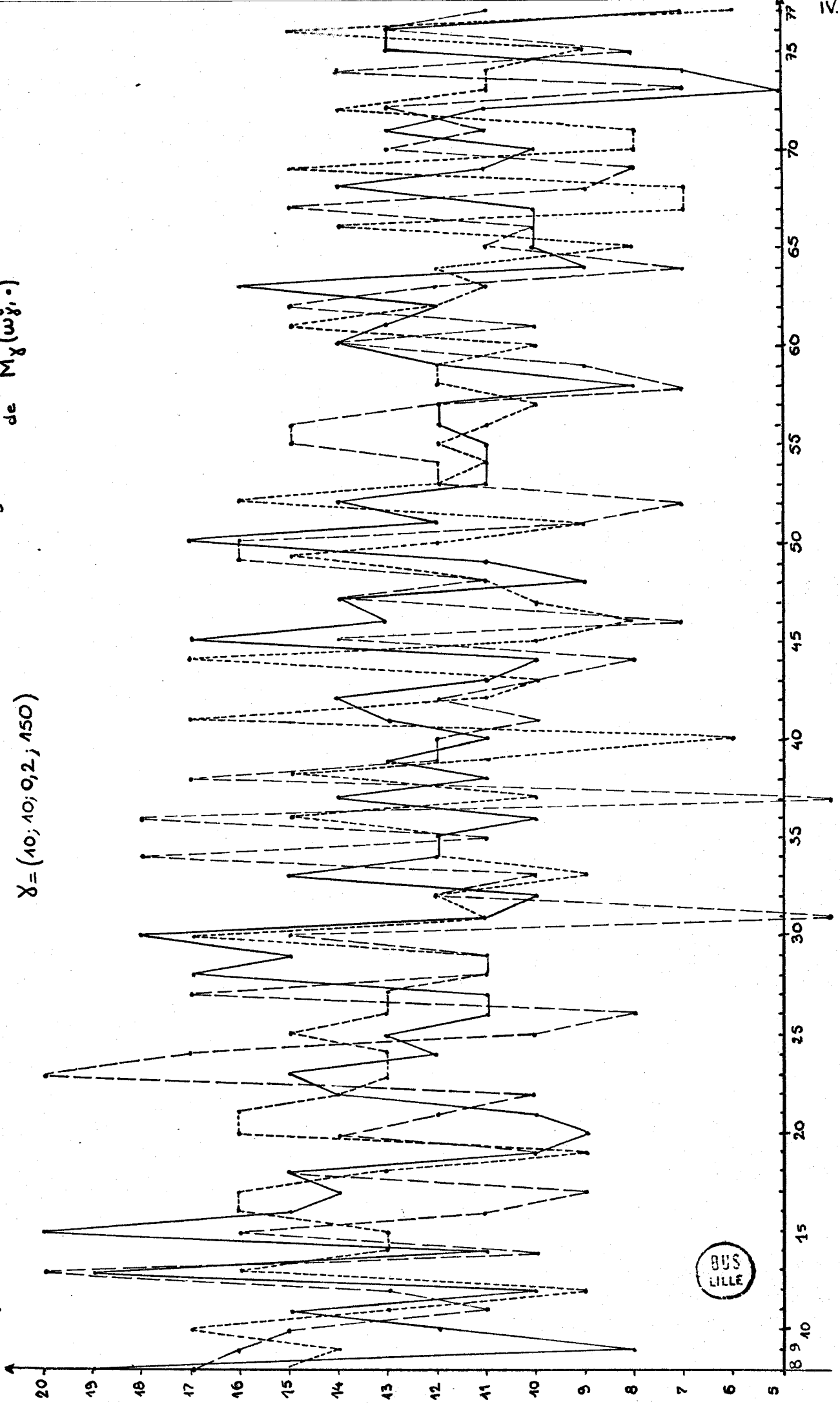
Fixons un instant  $t_0$  : sur l'observation de  $N$  essais  $\omega_Y^i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , nous disposons de  $N$  résultats pour chaque  $\phi_Y^l$ , d'où les éléments statistiques :

$M_{\gamma}(\omega_{\gamma}^i, t)$

$i=1$  ———  
 $i=2$  - - -  
 $i=3$  - - -

$\chi = (10; 10; 0,2; 150)$

Fig IV 8. Différentes trajectoires de  $M_{\gamma}(\omega_{\gamma}^i, \cdot)$



$$m_{\phi_Y^l}(t_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} \phi_Y^l(\omega_Y^i, t_0)$$

$$\sigma_{\phi_Y^l}^2(t_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} [\phi_Y^l(\omega_Y^i, t_0) - m_{\phi_Y^l}(t_0)]^2$$

N étant grand, un échantillon de taille N, donne une bonne idée de la loi de probabilité d'une variable aléatoire  $\phi_Y^l(\cdot, t_0)$  dont l'espérance et l'écart type sont estimés respectivement par  $m_{\phi_Y^l}(t_0)$  et  $\sigma_{\phi_Y^l}^2(t_0)$ .

Sur la figure IV.8 trois des 10 essais effectués (N = 10) ont été représentés. Pour des instants  $t_0, t_1, \dots$  pris arbitrairement (voir tableau ci-dessous) nous avons calculé les valeurs  $m(t_0), m(t_1) \dots, \sigma^2(t_0), \sigma^2(t_1), \dots$  pour  $M_Y$ , avec  $\gamma = (10 ; 10 ; 0,2 ; T)$ .

$t_k \backslash i$	$\omega_Y^1$	$\omega_Y^2$	$\omega_Y^3$	$\omega_Y^4$	$\omega_Y^5$	$\omega_Y^6$	$\omega_Y^7$	$\omega_Y^8$	$\omega_Y^9$	$\omega_Y^{10}$	$m(t_k)$	$\sigma(t_k)$
58	8	7	12	14	7	10	11	11	8	11	9,9	2,21
70	10	13	8	7	9	13	11	8	10	10	9,9	1,92
100	11	8	9	8	8	13	13	7	11	12	10	2,14
102	11	12	10	7	13	8	8	9	7	12	9,7	2,15

Nous remarquons, par cet exemple présenté sur ce tableau, que les échantillons de mesure  $\phi_Y^l(\omega_Y^i, t_k)$  ont des répartitions assez voisines et que nous avons :

$$m_{\phi_Y^l}(t_0) \approx m_{\phi_Y^l}(t_1) \approx \dots \approx m_{\phi_Y^l}(t_k) \approx \bar{m}_{\phi_Y^l}$$

$$\sigma_{\phi_Y^l}^2(t_0) \approx \sigma_{\phi_Y^l}^2(t_1) \approx \dots \approx \sigma_{\phi_Y^l}^2(t_k) \approx \bar{\sigma}_{\phi_Y^l}^2$$

d'où par extension la notion de processus (ou fonction) aléatoire stationnaire dont toutes les propriétés statistiques sont indépendantes d'une translation dans le temps.

Remarque : nous avons observé ces  $\Phi_Y^l(\omega_Y^i, t_k)$  pour  $t_k > 50$ , c'est-à-dire après l'établissement de ce régime stationnaire.

### b.2. Ergodicité

Il est assez intuitif, dans le cas de la stationnarité, que si l'un quelconque des N enregistrements  $\Phi_Y^l(\omega_Y^i, t)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , est découpé en tronçons de longueur de temps T, chacun de ceux-ci "ressemblera" à un morceau de longueur de temps T emprunté aux différents enregistrements ; d'où l'idée d'utiliser des échantillons à partir d'un enregistrement unique  $\Phi_Y^l(\omega_Y^o, t)$  à des instants  $t_k = t + (k-1) T$ ,  $k = 1, \dots, n$ .

Importance pratique : substituer aux moyennes au sens des probabilités des moyennes temporelles correspondantes sur un essai unique  $\omega_Y^o$

Si nous notons :

$$\bar{\Phi}_Y^l(\omega_Y^o) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} \Phi_Y^l(\omega_Y^o, t_k)$$

$$\sigma_{\Phi_Y^l}^2(\omega_Y^o) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} [\Phi_Y^l(\omega_Y^o, t_k) - \bar{\Phi}_Y^l(\omega_Y^o)]^2$$

Il y a ergodisme si :

$$\bar{\Phi}_Y^l(\omega_Y^o) \approx \bar{m}_{\Phi_Y^l}$$

$$\sigma_{\Phi_Y^l}^2(\omega_Y^o) \approx \bar{\sigma}_{\Phi_Y^l}^2$$

Pour justifier cette hypothèse d'ergodicité nous avons observé sur un essai  $\omega_Y^o$  avec  $\gamma = (10 ; 10 ; 0,2 ; 300)$  les valeurs de  $M_Y(\omega_Y^o, t)$  suivantes :

$t_k$	70	90	110	130	150	170	190	210	230	250	270	290
$M_Y^l(\omega_Y^o, t_k)$	15	6	10	12	7	6	10	14	10	8	11	9

moyenne : 9,83 , écart-type : 2,76 → valeurs voisines des valeurs  $\bar{m}_{\Phi_Y^l}$  et  $\bar{\sigma}_{\Phi_Y^l}$  observées précédemment.

c) Conclusion :

Nous admettons les hypothèses de stationnarité et d'ergodicité du fonctionnement des PCC pour  $t$  suffisamment grand ( $t >$  quelques dizaines de cycles après le démarrage de l'essai).

Les figures IV.9, 10, 11, 12 présentent les oscillations des processus  $\Phi_Y^l$  autour de leur position d'équilibre pour un essai  $\omega_Y^o$  avec  $\gamma = (8 ; 8 ; \lambda ; T)$ .

Notation : Désormais chaque simulation paramétrée par  $\gamma = (n_\ell ; n_c ; \lambda ; T)$  se fera par un essai unique  $\omega_Y^o$ .

De ce fait nous noterons :

- un essai par  $\gamma = (n_\ell ; n_c ; \lambda ; T)$  ou encore  $\gamma = (n_\ell ; n_c ; \lambda)$  quand l'information sur la durée de l'essai n'est pas utile ;

-  $\Phi_Y^l(\omega_Y, t)$  par  $\Phi_Y^l(t)$  ;

-  $\Phi_Y^l$  la variable aléatoire  $\Phi_Y^l(t)$  ;

-  $\bar{\Phi}_Y^l$  l'espérance mathématique de la variable aléatoire  $\Phi_Y^l$ .

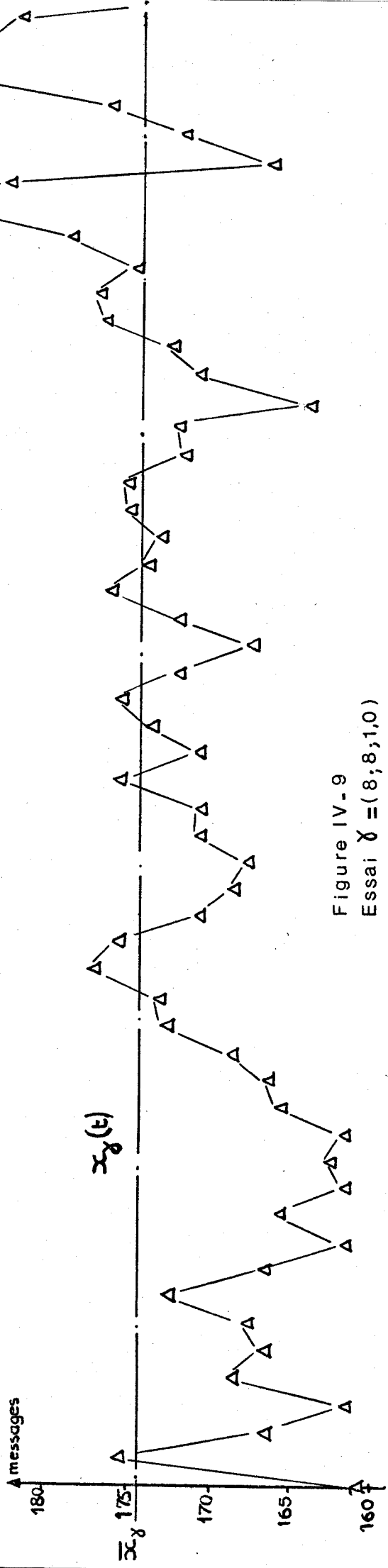
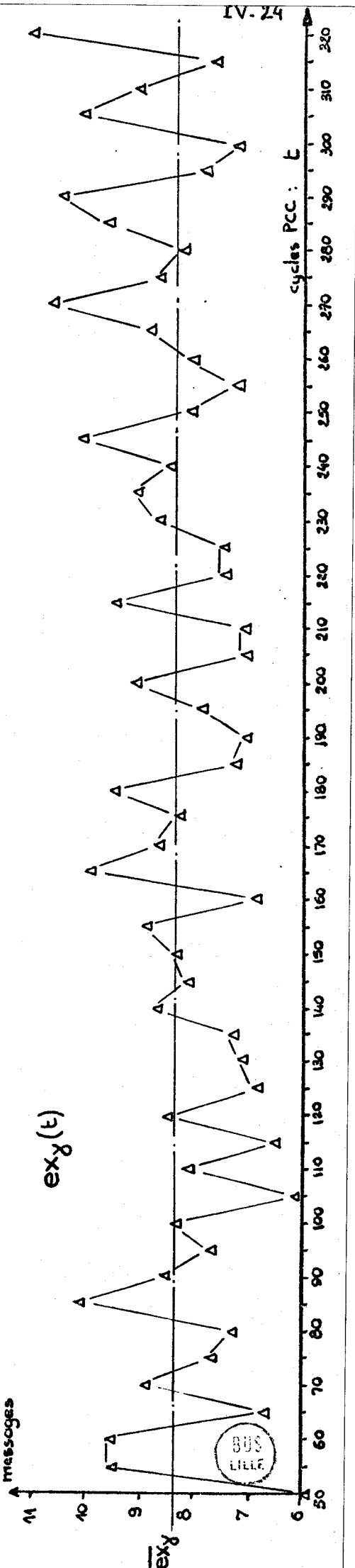
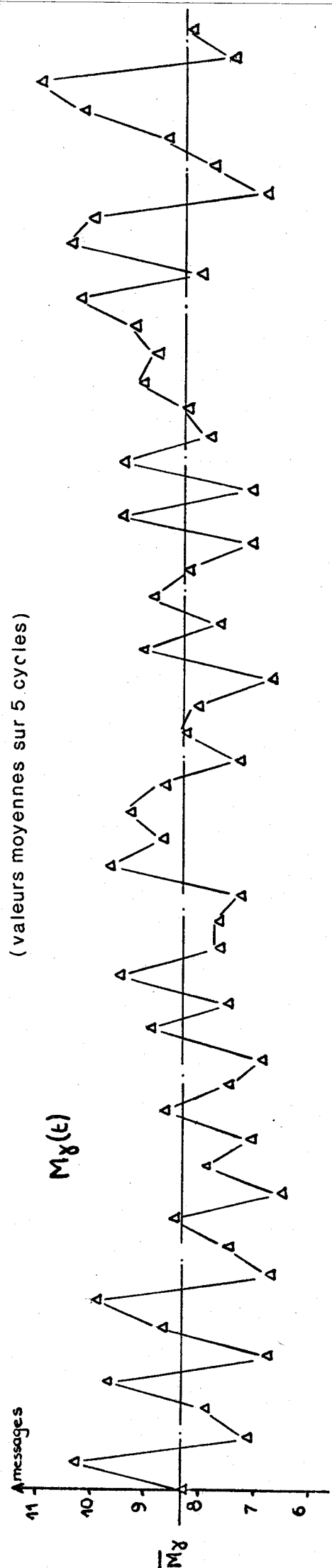


Figure IV-9  
Essai  $\chi = (8; 8; 1,0)$   
(valeurs moyennes sur 5 cycles)





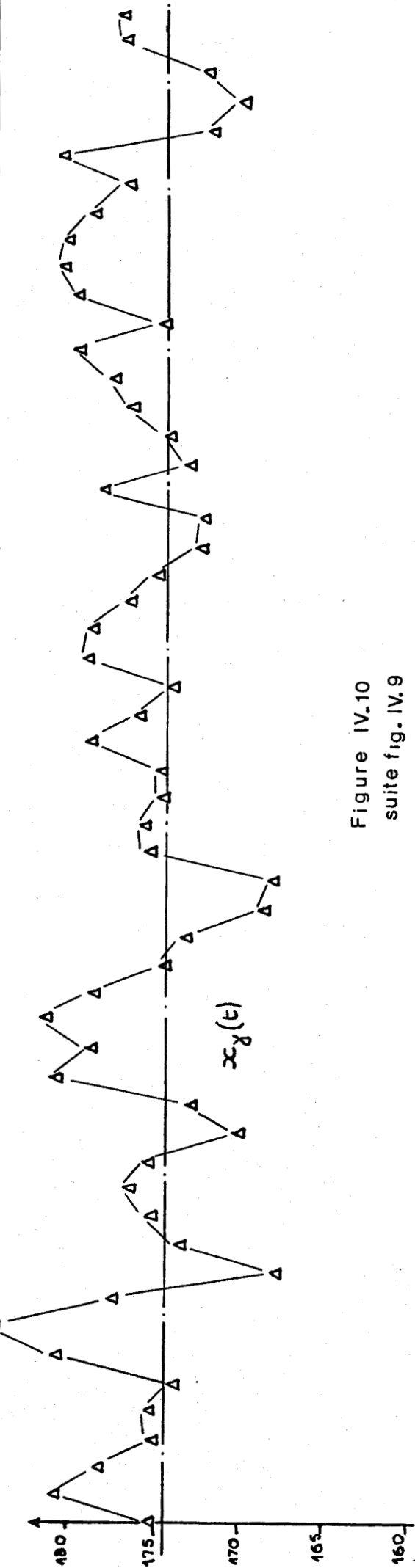
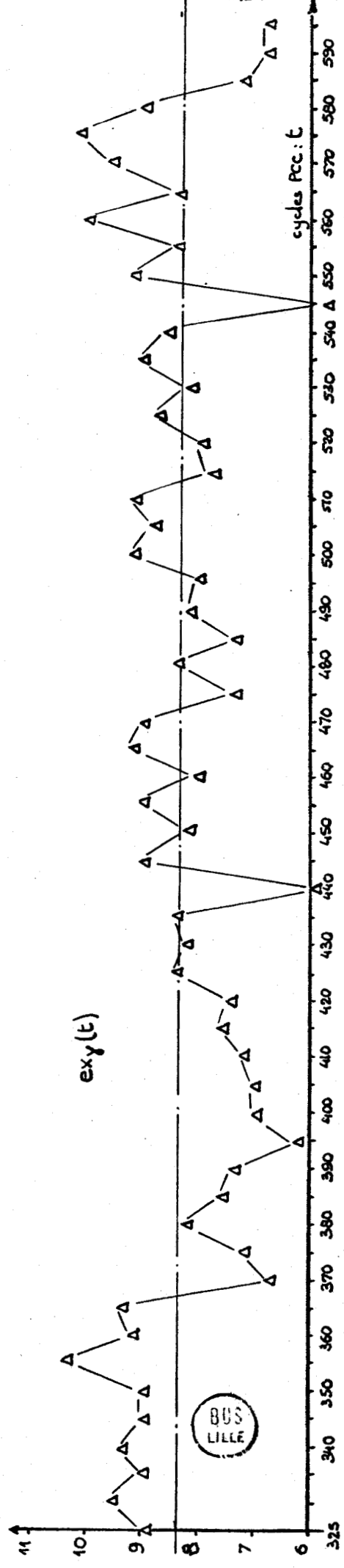
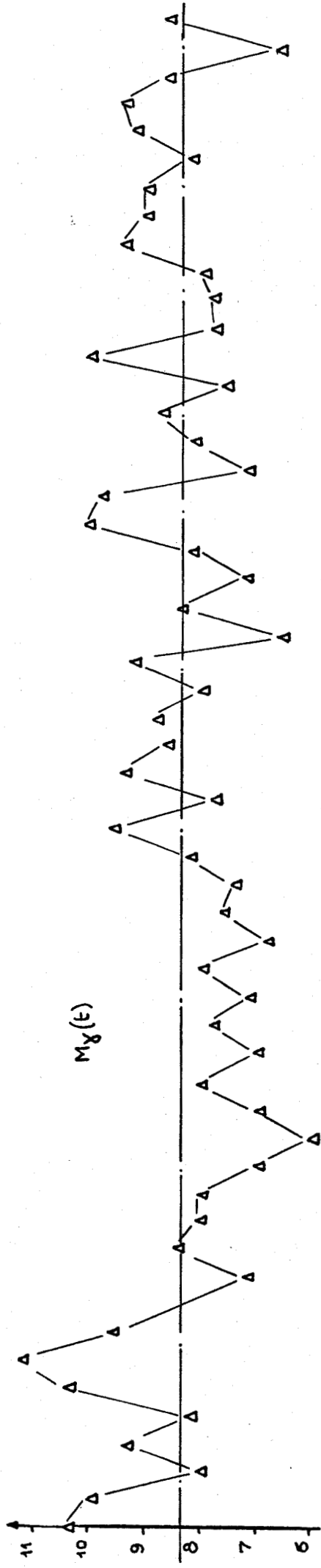


Figure IV.10  
suite fig. IV.9



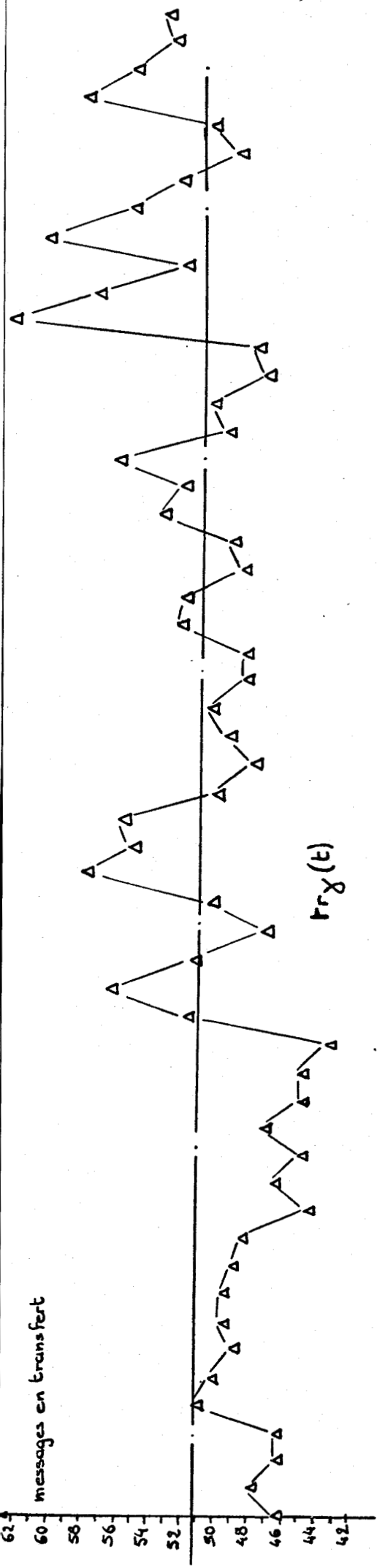
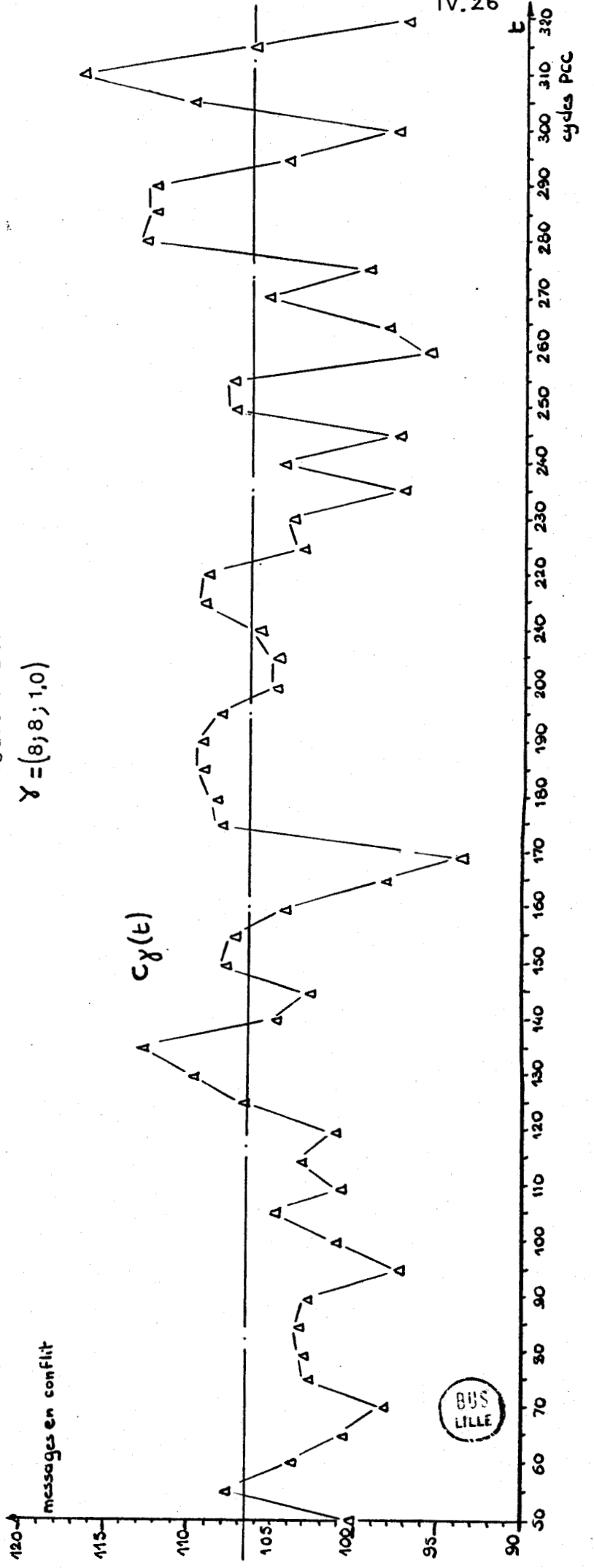


Figure IV.11  
 $\gamma = (8; 8; 1, 0)$



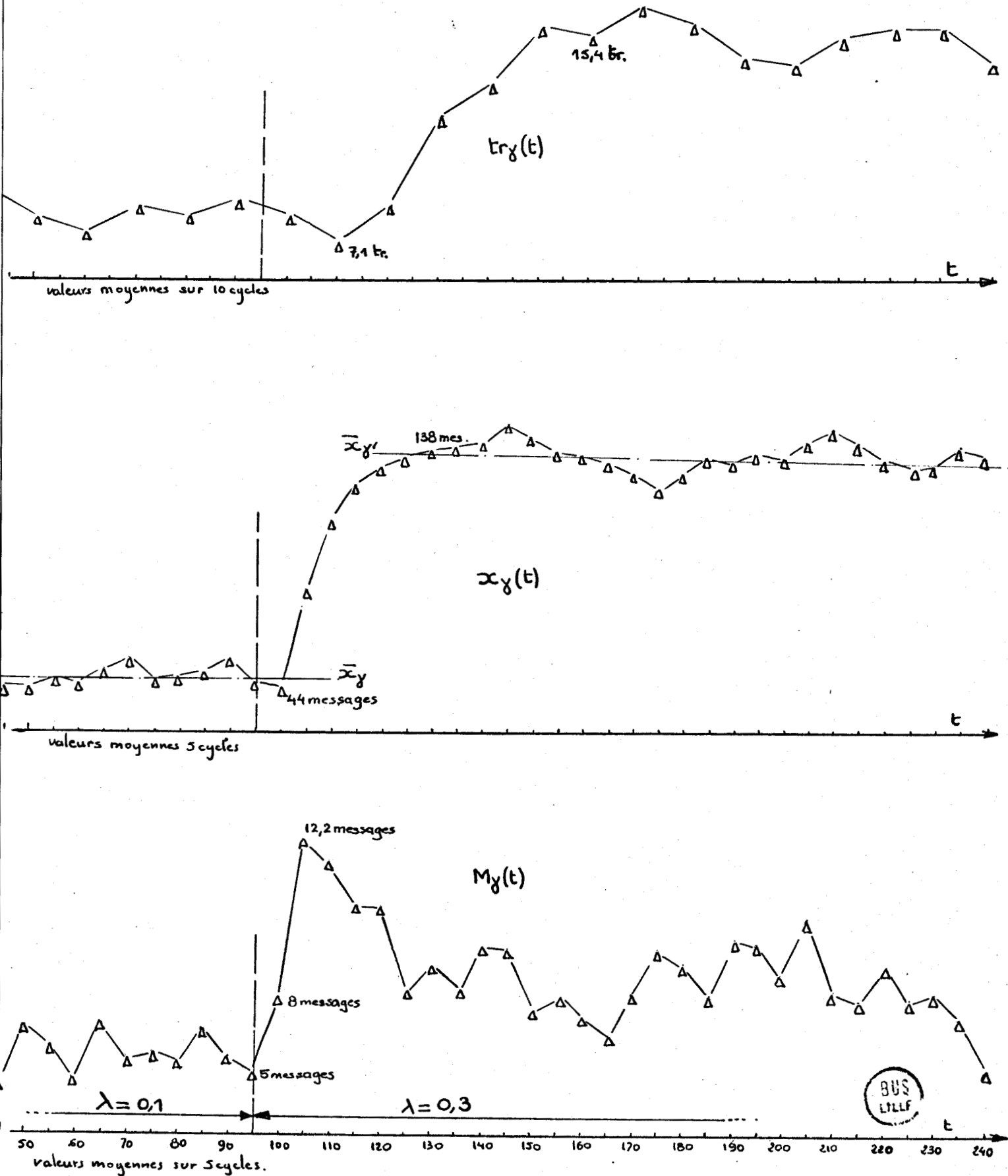


Figure IV.12 Essai  $\gamma = (8; 8; \lambda)$  avec une variation brusque de  $\lambda$ .  
 Retour des  $\Phi_y(t)$  vers une position d'équilibre

IV.B.3.- Relations  $R_3, R_4, R_5, R_6$ .a) Expressions de  $\bar{tr}_Y$  (R<sub>3</sub>),  $\bar{x}_Y$  (R<sub>4</sub>).

Les hypothèses de stationnarité et d'ergodicité faites sur le fonctionnement du PCC nous permettent de prendre pour espérances mathématiques des  $\phi_Y^l$  les moyennes arithmétiques des valeurs observées  $\phi_Y^l(t_{j_k})$  sur un long intervalle de temps de  $n$  cycles:  $j_1, j_2, \dots, j_n$ ,  $t_{j_k}$  appartenant au cycle  $j_k$ .

D'après  $R_1$  :  $x_Y(t) = tr_Y(t) + c_Y(t) + M_Y(t) + ex_Y(t)$

$$\text{d'où : } \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} x_Y(t_{j_k}) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} (tr_Y(t_{j_k}) + c_Y(t_{j_k}) + M_Y(t_{j_k}) + ex_Y(t_{j_k}))$$

$$\text{soit : } \bar{x}_Y = \bar{tr}_Y + \bar{c}_Y + \bar{M}_Y + \bar{ex}_Y$$

Or, d'une part, d'après  $R_2$  :  $x_Y(t) - x_Y(t-1) = M_Y(t) - ex_Y(t-1)$  ; nous en déduisons, en régime stationnaire :  $\bar{M}_Y = \bar{ex}_Y$ , d'autre part, à chaque cycle PCC, il entre, en moyenne,  $\bar{M}_Y$  messages et il sort, en moyenne,  $\bar{ex}_Y$  messages ( $\bar{ex}_Y = \bar{M}_Y$ ) ; à chaque cycle il entre autant de messages qu'il en sort et chaque message doit effectuer, en moyenne,  $\bar{d}_Y + 1$  transferts pour arriver à destination. Nous découvrons ainsi l'aspect pipeline du PCC, aspect caractérisé par la relation :

$$\textcircled{R_3} \quad \bar{tr}_Y = \bar{M}_Y (\bar{d}_Y + 1)$$

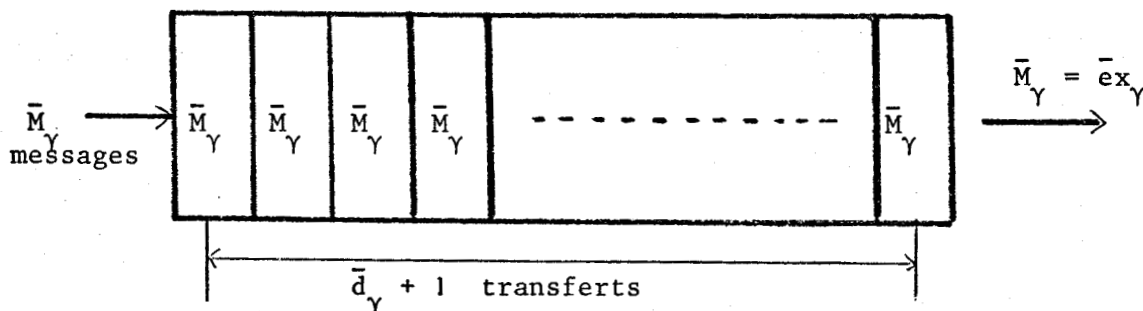


Figure IV.13 - Aspect pipeline du PCC

Conséquences de  $R_3$  :

$$1) \quad \bar{x}_Y = \bar{M}_Y (\bar{d}_Y + 1) + \bar{c}_Y + \bar{M}_Y + \bar{M}_Y$$

$$\text{d'où } \textcircled{R_4} \quad \bar{x}_Y = \bar{M}_Y (\bar{d}_Y + 3) + \bar{c}_Y$$

$$2) \quad R_3 \rightarrow \frac{\bar{tr}_Y}{\bar{d}_Y + 1} = \bar{M}_Y$$

Si nous appliquons le principe de localité, c'est-à-dire si tous les messages parcourent de petites distances (processeur destinataire voisin du processeur émetteur au sens de la métrique du PCC), en moyenne  $\bar{d}'_Y < \bar{d}_Y$ , alors nous pouvons obtenir un  $\bar{M}'_Y$  supérieur à  $\bar{M}_Y$ , sous réserve que  $\bar{tr}_Y$  reste le même ou possède une valeur supérieure.

Vérification par simulation de  $R_3$  et  $R_4$  :

Exemple :  $\gamma = (8 ; 8 ; 0,2)$ ,  $\bar{d}_Y = 5,333$  ; les moyennes arithmétiques des  $\Phi_Y^k(t)$  observés pour  $t$  variant de 200 à 500 cycles PCC sont :

$$\bar{x}_Y = 116,8 ; \bar{c}_Y = 48,39 ; \bar{M}_Y = 8,2 ; \bar{tr}_Y = 51,85 ; \bar{ex}_Y = 8,2 .$$

$$R_3 : \quad 8,2 \times 6,333 = 51,93 = \bar{tr}_Y \text{ calculé}$$

$$R_4 : \quad 8,2 \times 8,333 + 48,39 = 116,72 = \bar{x}_Y \text{ calculé}$$

b) Coefficient de rendement  $\bar{r}_Y$ ,  $\textcircled{R_5}$

Alors qu'il y a  $\bar{x}_Y$  messages dans le PCC dont :  $\bar{x}_Y - \bar{M}_Y - \bar{ex}_Y$  messages doivent être transférés, seuls  $\bar{tr}_Y$  messages sont transférés en un cycle ; nous pouvons alors définir le coefficient de rendement du PCC paramétré par  $\gamma$ , par la quantité :

$$\bar{r}_Y = \frac{\bar{tr}_Y}{\bar{x}_Y - \bar{M}_Y - \bar{ex}_Y} = \frac{\bar{tr}_Y}{\bar{tr}_Y + \bar{c}_Y}$$

$$\textcircled{R_5} \quad \bar{r}_Y = \frac{\bar{M}_Y (\bar{d}_Y + 1)}{\bar{M}_Y (\bar{d}_Y + 1) + \bar{c}_Y}$$

$$0 \leq \bar{r}_Y \leq 1 ; \quad \bar{r}_Y = 1 \text{ si } \bar{c}_Y = 0 .$$

c) Expression de  $\bar{v}_Y$ ,  $\textcircled{R_6}$ .

Si  $\bar{v}_Y$  est la durée de vie moyenne des messages injectés dans le PCC,  $\bar{v}_Y = \bar{d}_Y + 1 + \text{temps moyen perdu en conflits} + 1 \text{ cycle injection} + 1 \text{ cycle extraction}$ .

Les pertes de temps en conflits sont présentes lors des transferts lesquels sont réalisés avec un rendement de  $\bar{r}_Y$  d'où :

$$\bar{v}_Y = \frac{\bar{d}_Y + 1}{\bar{r}_Y} + 2 ; \quad (\text{il y a en effet } \bar{d}_Y + 1 \text{ transferts à exécuter plus}$$

deux cycles : un d'injection et un cycle d'extraction).

La durée de vie moyenne est donc :

$$\textcircled{R_6} \quad \bar{v}_Y = \frac{\bar{d}_Y + 1}{\bar{r}_Y} + 2 \text{ cycles PCC}$$

$$R_6 \text{ avec } R_5 \text{ donne : } \bar{v}_Y = (\bar{d}_Y + 3) + \frac{\bar{c}_Y}{\bar{M}_Y} \quad (R_6 \text{ bis})$$

d) Remarques :

1)

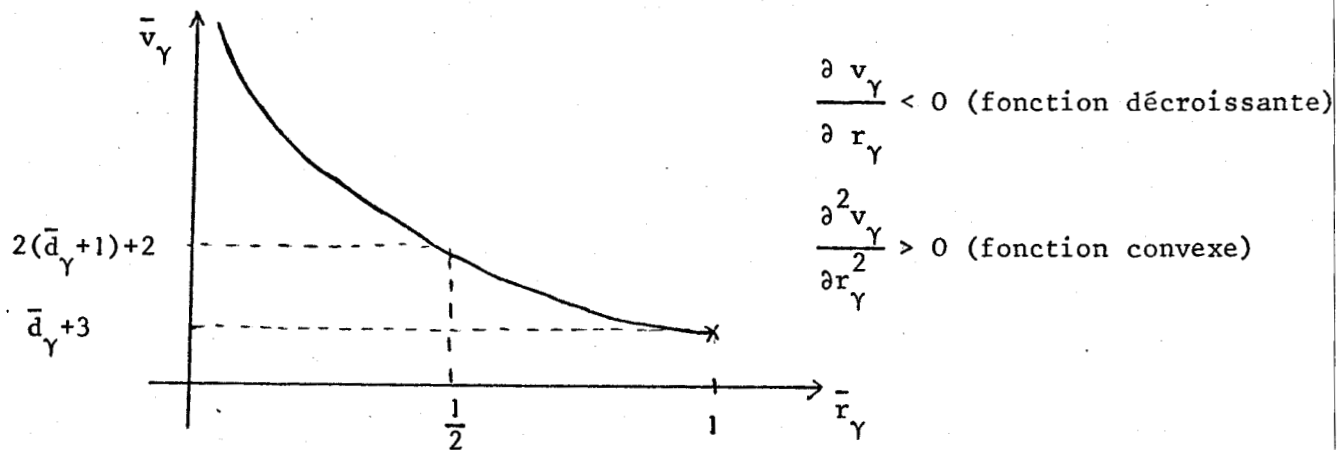


Figure IV.15 .  $\bar{v}_\gamma$  fonction de  $\bar{r}_\gamma$

2) Les relations  $R_4$  et  $R_6$  bis entraînent :  $\bar{x}_\gamma = \bar{M}_\gamma \times \bar{v}_\gamma$   
 (Cette égalité ne signifie pas que le produit des moyennes est égal à la moyenne des produits  $x_\gamma = M_\gamma \times v_\gamma$ , égalité non vérifiée)

Cette relation nous donne  $\bar{x}_\gamma$  connaissant  $\bar{M}_\gamma$  et  $\bar{v}_\gamma$ , variables qui ne sont pas indépendantes. Or si nous supposons  $\bar{x}_\gamma$  tel que  $0 \leq \bar{x}_\gamma \leq \bar{X}_\gamma$ ,  $\forall \lambda$  où  $\bar{X}_\gamma = \frac{1}{2} [6 n_\ell \times n_c - 2(n_\ell + n_c)]$  (c'est-à-dire : le nombre maximal de messages est égal à la moitié du nombre total de registres (6 par cellules) diminué du nombre de registres situés sur les bords du PCC, donc inactifs).

Alors connaissant  $\bar{v}_\gamma$  et  $\bar{M}_\gamma$  il est possible de déterminer le réseau carré  $n$  minimal tel que  $\bar{v}_\gamma \times \bar{M}_\gamma = \bar{x}_\gamma \leq \bar{X}_\gamma = \frac{1}{2} [6 n^2 - 2n]$ .

IV.B.4.- Influence du rapport  $n_\ell/n_c$  . Domaine D .

a) Objectif poursuivi et observations.

Il s'agit ici de rechercher une première limitation aux variations de  $\gamma \in \Gamma$  en mesurant l'influence du rapport  $n_\ell/n_c$  sur les variables  $\bar{M}_\gamma$  (critère :  $\bar{M}_\gamma$  maximal) et  $\bar{v}_\gamma$  (critère :  $\bar{v}_\gamma$  minimal) sous les conditions

$$\begin{cases} N = n_\ell \times n_c = \text{constant} , \\ \lambda \text{ constant} \end{cases}$$

Nous avons observé ces valeurs  $\bar{M}_\gamma$  et  $\bar{v}_\gamma$  pour différentes valeurs de  $\gamma = (n_\ell ; n_c ; \lambda ; 1000)$  avec  $n_\ell \times n_c = N = 144$  et  $\lambda = 0,1 ; 0,3 ; 0,5$ . Les figures IV.16 et IV.17 présentent les résultats pour  $\lambda = 0,5$ . Ces résultats sont semblables pour les autres valeurs de  $\lambda$ .

$n_\ell ; n_c$	$\bar{M}_\gamma$	moyenne refus	$\bar{tr}_\gamma$	$\bar{c}_\gamma$	$\bar{v}_\gamma$	$\bar{d}_{n_\ell, n_c}$
2 ; 72	2,461	69,543	44,237	146,126	40,859	24,666
3 ; 48	3,639	68,361	47,837	145,135	34,474	17,000
4 ; 36	4,830	66,102	53,732	142,250	31,800	13,333
6 ; 24	7,759	64,548	68,483	139,921	28,409	10,000
8 ; 18	9,792	62,173	84,428	137,147	27,900	8,666
9 ; 16	11,298	60,705	95,584	135,741	27,719	8,333
11 ; 13	13,262	58,261	111,289	143,813	26,687	8,000
12 ; 12	13,058	58,906	111,124	152,301	26,833	8,000
13 ; 11	13,114	58,403	110,548	159,748	28,123	8,000
24 ; 6	7,739	64,265	71,299	217,723	44,374	10,000

Figure IV.16 : Influence du rapport  $n_\ell/n_c$  ( $\lambda = 0,5 ; T = 1000$  cycles)



Remarques :  $11 \times 13 = 143$  ; "moyenne des refus" signifie le nombre moyen de demandes d'injection de messages refusées par cycle PCC.

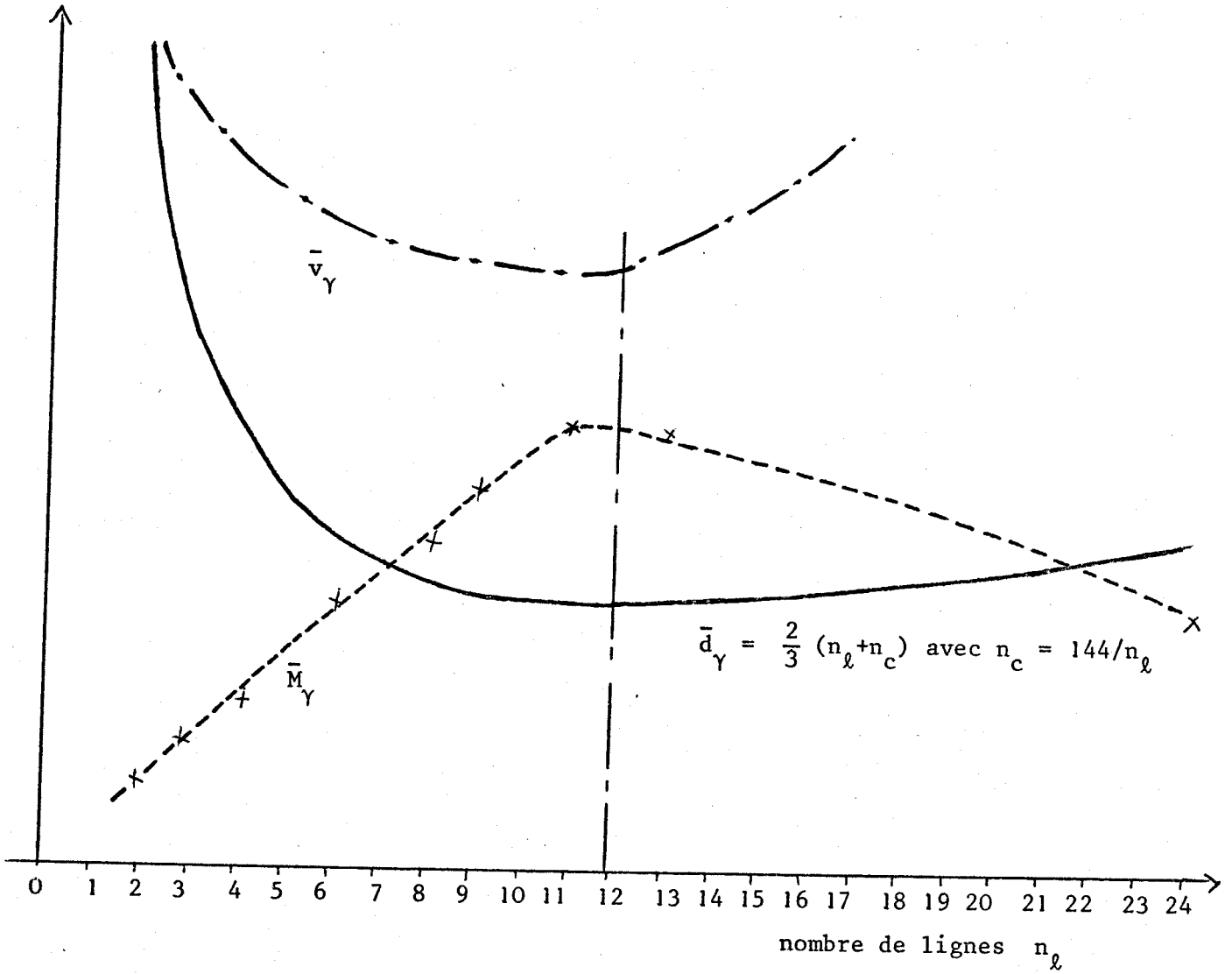


Figure IV.17. Allures générales des courbes  $\bar{d}_Y$ ,  $\bar{M}_Y$ ,  $\bar{v}_Y$ .



Le choix de  $N = 144$  cellules tient simplement à ce que ce nombre peu élevé et carré parfait, possède de nombreux diviseurs.

Pour les différents essais correspondant aux diviseurs de 144 nous avons dressé les figures IV.16 et IV.17. De ces figures nous pouvons en conclure que :

1. la valeur  $\bar{M}_\gamma$  est maximale pour  $n_\ell/n_c = 1$  (ou voisin de 1). Ce résultat s'explique par le fait que  $\bar{d}_\gamma = \frac{n_\ell + n_c}{3}$  est minimal, sous la condition  $n_\ell \times n_c = \text{constante}$ , quand  $n_\ell = n_c$  ;
2. La stratégie d'acheminement des messages choisie favorise les échanges dans les PCC à structure rectangulaire avec  $n_c > n_\ell$ , c'est-à-dire les échanges avec les registres EST et OUEST. En effet les probabilités théoriques de demande de transfert vers les registres cardinaux à partir des registres émetteurs sont, pour  $\gamma = (n_\ell ; n_c ; \lambda)$ , pour un registre émetteur quelconque :

$$\text{probabilité de demander le NORD : } E_N = \frac{1}{n_\ell} \times \frac{\sum_{k=1}^{n_\ell} (n_\ell - k)}{n_\ell \times n_c - 1} = \frac{1}{2} \times \frac{n_\ell - 1}{n_\ell \times n_c - 1}$$

$$\text{probabilité de demander le SUD : } E_S = E_N ;$$

$$\text{probabilité de demander l'EST : } E_E = \frac{1}{n_c} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n_c} n_\ell (n_c - k)}{n_\ell \times n_c - 1} = \frac{1}{2} \times \frac{n_\ell \times (n_c - 1)}{n_\ell \times n_c - 1}$$

$$\text{probabilité de demander l'OUEST : } E_O = E_E .$$

$$\text{Si } n_\ell \times n_c = 144 : E_N = \frac{n_\ell - 1}{286} ; E_E = \frac{144 - n_\ell}{286}$$

pour  $n_\ell < 72$ ,  $E_N < E_E$ , c'est-à-dire qu'une forte demande de transfert existe toujours vers les registres EST et OUEST.

Cette forte demande, issue des émetteurs, sera mieux acceptée si le pipeline formé des registres EST-OUEST est grand c'est-à-dire si  $n_c > n_l$ . Cet effet se remarque dans les cas suivants :

$$\gamma = (11 ; 13 ; 0,5) \rightarrow \bar{M}_\gamma = 13,262 ; \bar{v}_\gamma = 26,687 ;$$

$$\gamma = (13 ; 11 ; 0,5) \rightarrow \bar{M}_\gamma = 13,114 ; \bar{v}_\gamma = 28,123 ;$$

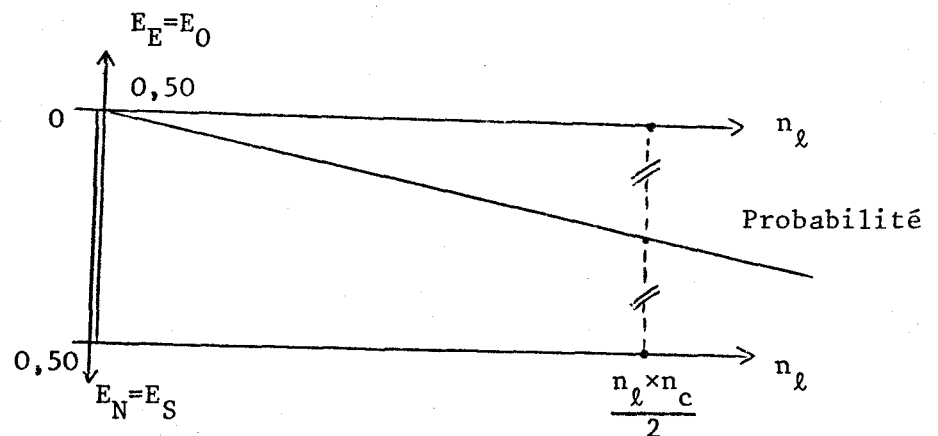
$$\gamma = (6 ; 24 ; 0,5) \rightarrow \bar{M}_\gamma = 7,759 ; \bar{v}_\gamma = 28,409 ;$$

$$\gamma = (24 ; 6 ; 0,5) \rightarrow \bar{M}_\gamma = 7,739 ; \bar{v}_\gamma = 44,374 ;$$

Cependant cette amélioration de  $\bar{M}_\gamma$  (augmentation) et  $\bar{v}_\gamma$  (diminution) se dégrade au fur et à mesure que  $\bar{d}_\gamma$  s'éloigne de sa valeur minimale atteinte pour  $n_l = n_c = n$ , dans le cas où  $n_l \times n_c = \text{constante}$ .

Remarques :

1.



2. si  $n_l = n_c$

$$E_N = E_S = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n+1}$$

$$E_E = E_O = \frac{1}{2} \cdot \frac{n}{n+1}$$

3. La stratégie d'acheminement des messages utilisée n'équilibre pas l'utilisation des registres comme le montre le tableau IV.18 ci-dessous représentant les nombres de demandes (D) et de transferts (T) réalisés au cours d'un essai  $\gamma = (8 ; 8 ; 0,4 ; 120)$  entre les divers registres :

		NORD	EST	SUD	OUEST	RECEPT
NORD	D	1478	0	0	0	534
	T	882	0	0	0	454
EST	D	407	3117	386	0	62
	T	197	852	199	0	52
SUD	D	0	0	1318	0	526
	T	0	0	837	0	464
OUEST	D	427	0	390	2856	77
	T	206	0	209	905	65
EMET	D	127	2514	122	2263	0
	T	54	446	60	491	0

TABEAU IV.18 : Effectifs des demandes de transferts et transferts réalisés entre registres origines, situés en colonne, et registres destinataires situés en ligne.

b) Conclusions :

1. Les réseaux carrés (ouverts) sont plus performants que les réseaux rectangulaires à nombre égal de cellules et sous la stratégie de communication précisée en IV.A.5.
2. Ce résultat précise le sous ensemble D de F :  

$$D = \{ (n ; n ; \lambda) \mid 1 \leq n \leq 32 ; 0 \leq \lambda \leq 1 \}$$
 Pour tous les essais présentés par la suite,  $\gamma \in D$ .

IV.B.5.- Distribution de probabilité de la variable aléatoire  $M_Y$ .

a) Expression de la variable aléatoire  $M_Y$ .

Soit  $q_{ij}$  la probabilité de trouver libre, au moment d'une demande d'utilisation, le registre émetteur de la cellule  $C_{ij}$ .

Soit  $D_{ij}$  une variable de Bernouilli associée à la cellule  $C_{ij}$  et prenant les valeurs :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ avec une probabilité } 1-\lambda, \text{ valeur correspondante à l'évènement "non} \\ \text{existence d'une demande d'émission pour } C_{ij} \text{ " ;} \\ 1, \text{ avec une probabilité } \lambda, \text{ valeur correspondante à l'évènement} \\ \text{"existence d'une demande d'émission pour } C_{ij} \text{ " .} \end{array} \right.$$

Soit  $L_{ij}$  une variable de Bernouilli associée à chaque cellule  $C_{ij}$  et prenant les valeurs :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ avec une probabilité } 1-q_{ij}, \text{ valeur correspondante à l'évènement} \\ \text{"émetteur occupé" ;} \\ 1, \text{ avec une probabilité } q_{ij}, \text{ valeur correspondante à l'évènement} \\ \text{"émetteur libre" .} \end{array} \right.$$

Hypothèse : ces deux variables  $D_{ij}$  et  $L_{ij}$  sont supposées indépendantes.

$$\text{Alors : } M_Y = \sum_{i=1}^{i=n_\lambda} \sum_{j=1}^{j=n_c} D_{ij} \times L_{ij}$$

$$D_{ij} \times L_{ij} \text{ prend les valeurs } \left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ avec une probabilité : } 1 - \lambda q_{ij} \\ 1 \text{ avec une probabilité : } \lambda q_{ij} \end{array} \right.$$

Hypothèses supplémentaires simplificatrices.

1. Réseau ouvert carré de dimension  $n$  ;
2.  $D_{ij} = D, \forall i, j, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$  ;
3.  $q_{ij} = q_k, \forall C_{ij} \in \mathcal{C}_k$  classe d'équivalence,  $1 \leq k \leq K_n$  ;  
notons :  $I_k = D \times L_k$  où  $L_k = L_{ij}$  pour  $C_{ij} \in \mathcal{C}_k$   
( $I_k$  est une variable de Bernouilli)

alors :  $M_Y = \sum_{k=1}^{K_n} \left( \sum_{\ell=1}^{\ell=n_k} I_k \right)$ , où  $n_k = \text{cardinal de } \mathcal{C}_k$

La variable aléatoire :  $\sum_{\ell=1}^{\ell=n_k} I_k$ , somme de variables de Bernouilli de

mêmes paramètres suit une loi binomiale de paramètres  $n_k$  et  $\lambda q_k$ ,

notée  $\mathcal{B}(n_k, \lambda q_k)$ .

$M_Y$  suit donc une somme de lois binomiales de paramètres  $n_k, \lambda q_k, 1 \leq k \leq K_n$ .

Le seul intérêt de ce résultat est de connaître  $\bar{M}_Y$ , espérance mathématique de  $M_Y$  :

$$\bar{M}_Y = \sum_{k=1}^{K_n} n_k \lambda q_k = \lambda \sum_{k=1}^{K_n} n_k q_k$$

Si nous faisons l'hypothèse suivante :  $q_k = q, \forall k = 1, 2, \dots, K_n$ .

alors :  $\bar{M}_Y = \lambda q n^2$  R<sub>7</sub>

Remarque : si  $q_{ij} = q, \forall i, \forall j, M_Y$  suit une binomiale  $\mathcal{B}(n^2, \lambda q)$

b) Estimation de la loi de probabilité de  $M_Y$  par une loi de Poisson.

---

$M_Y$  suit une somme de lois binomiales. Or de ce résultat nous ne pouvons tirer une loi de probabilité connue pour  $M_Y$ .

Nous avons donc cherché à estimer  $M_Y$  par une loi de Poisson dont le modèle mathématique se rapproche de celui des injections.

Rappelons que si  $X$  est une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre  $\alpha$  alors  $\bar{X}$  est égal à l'écart type  $\sigma(X) = \sqrt{\alpha}$ . Sur les résultats de simulation nous trouvons des valeurs  $\bar{M}_Y$  et  $\sigma(M_Y)$  souvent différents. Nous pensons que ces écarts sont dus aux méthodes de mesure de  $\bar{M}_Y$  sur des échantillons.

Nous avons ainsi ajusté les distributions observées des  $M_Y$  pour diverses valeurs de  $\gamma$  par une loi de Poisson de paramètre  $\bar{M}_Y$  où  $\bar{M}_Y$  est la moyenne arithmétique observée. A chaque ajustement, la valeur du  $\chi^2$  correspondant nous permet d'accepter ce modèle de loi de Poisson en ce qui concerne le modèle des injections.

Exemple d'ajustement :  $\gamma = (8 ; 8 ; 0,3)$  ;  $\bar{M}_Y = 8,859$  ;  $T = 1000$  .

$M_Y$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectifs observés	0	1	3	13	37	53	88	148	150	129
Effectifs théoriques ( $\bar{M}_Y$ )	0,1	1,2	5,5	16,4	36,4	64,6	95,4	120,7	133,7	131,6

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
118	92	60	47	29	19	8	5	3	1	1	0	0
116,5	93,8	69,3	47,2	29,8	17,6	9,7	5	2,5	1,1	0,5	0,2	0

La valeur du  $\chi^2$  est de 16,039 ; ( $\chi^2$  à  $k-2 = 20$  degrés de liberté).

IV.B.6.- Calcul de la probabilité s de transfert hors de l'émetteur.

a) Introduction

Le calcul de cette probabilité s de transfert hors de l'émetteur au cyclé suivant la demande de transfert nous est apparu nécessaire pour les raisons et suppositions suivantes :

- importance des files d'attente de messages à émettre, files placées dans les processeurs composants,
- performances du PCC lesquelles paraissent conséquentes de la disponibilité des registres émetteurs ; en effet ces registres apparaissent comme des "goulots d'étranglement" des pipeline vituels bi-dimensionnel placés devant chaque processeur composant,
- s est caractéristique de la stratégie d'acheminement des messages dans le PCC,
- s n'est pas une constante mais fonction de n,  $\lambda$ , i, j indices de la cellule observée.

a.1. - Importance des files d'attente :

La connaissance de s nous permet de calculer le temps de stationnement moyen, pour attente de transfert, d'un message placé dans un registre émetteur d'une cellule  $C_{ij}$  ; soit  $E_{ij}^l$  ce temps :

$$E_{ij}^l = \sum_{l=1}^{\infty} l \times (1-s)^{l-1} \times s = s(1-s) \sum_{l=1}^{\infty} l \times (1-s)^{l-1}$$

$$E_{ij}^l = s(1-s) (-1) \left[ \sum_{l=1}^{\infty} (1-s)^l \right]' = \frac{1-s}{s}$$

(unité : le cycle PCC)



Si nous totalisons ce temps  $E_{ij}^1$  avec le cycle d'injection du message et le cycle de transfert hors de l'émetteur nous obtenons  $E_{ij}$ , temps total moyen d'occupation du registre émetteur de  $C_{ij}$ .

$$E_{ij} = \frac{1 + s}{s}$$

et  $Tx_{ij} = \frac{1}{E_{ij}} = \frac{s}{1 + s}$  représente le taux moyen

de service du registre émetteur de  $C_{ij}$ .

Conclusion : si pour  $n$  et  $\lambda$  fixés et si pour la cellule  $C_{ij}$  il existe une probabilité  $s$  de transfert hors de l'émetteur au cycle suivant la demande (en régime stationnaire), il existe de ce fait un taux de service  $Tx_{ij}$  tel que :

si  $\lambda < Tx_{ij}$ , il y a présence d'un état d'équilibre du nombre de messages en attente d'injection dans le processeur composant  $P_{ij}$ .

si  $\lambda \geq Tx_{ij}$ , il y a engorgement dans le  $P_{ij}$ . (la file d'attente augmenterait indéfiniment)

Remarque : par la suite  $s$  représentera la probabilité moyenne de transfert sur l'ensemble des émetteurs. De ce fait  $s$  devient une fonction de  $n$  et  $\lambda$  et :

$$\textcircled{R_8} \quad E(n, \lambda) = \frac{1 + s(n, \lambda)}{s(n, \lambda)}, \text{ temps total moyen d'occupation d'un émetteur.}$$

$$\textcircled{R_9} \quad T_x(n, \lambda) = \frac{s(n, \lambda)}{1 + s(n, \lambda)}, \text{ taux moyen de service d'un registre émetteur.}$$

a.2.- Performances du PCC et registres émetteurs.

Il est évident que les performances des PCC sont liées, entre autres, au comportement de leurs registres émetteurs : si ceux-ci présentent un taux de service  $T_x(n, \lambda)$  faible, peu de messages entreront dans le PCC.

Nous avons observé les conflits (et attentes) qui apparaissent dans les divers types de transferts possibles suivants :

registres émetteurs  $\longrightarrow$  registres cardinaux : type  $\textcircled{1}$ ,  
 registres cardinaux  $\longrightarrow$  registres cardinaux : type  $\textcircled{2}$ ,  
 registres cardinaux  $\longrightarrow$  registres récepteurs : type  $\textcircled{3}$ ,

Sur 100 cycles d'observation de divers essais  $\gamma = (n ; n ; \lambda)$  nous avons relevé les quotients (voir tableau IV.19) :

$$\frac{\text{nombre de transferts réalisés}}{\text{nombre de demandes de transferts effectuées}}$$

pour  $n = 6 ; 10 ; 16$  et  $\lambda = 0,05 ; 0,3 ; 0,8$  .

Nous observons sur ce tableau IV.19 une rapide décroissance des quotients correspondants aux échanges du type  $\textcircled{1}$  ; cette décroissance est plus douce pour les échanges du type  $\textcircled{2}$  et n'existe pratiquement pas pour ceux du type  $\textcircled{3}$ .

En résumé nous pouvons dire que, lorsque  $\lambda$  augmente ( $n$  constant), il se produit une "bousculade" autour des émetteurs entraînant une

rapide décroissance du nombre de transferts réalisés par rapport aux demandes, un affaiblissement normal des performances des pipe-lines bi-dimensionnels (registres cardinaux), une extraction quasi régulière aux récepteurs.

Echanges du type :		①	②	③
n = 6	$\lambda = 0,05$	$\frac{166}{182} = 0,912$	$\frac{503}{539} = 0,933$	$\frac{169}{173} = 0,976$
	$\lambda = 0,30$	$\frac{606}{1523} = 0,397$	$\frac{1801}{3492} = 0,516$	$\frac{610}{749} = 0,814$
	$\lambda = 0,80$	$\frac{642}{2787} = 0,230$	$\frac{1852}{4515} = 0,410$	$\frac{646}{810} = 0,798$
n = 10	$\lambda = 0,05$	$\frac{472}{523} = 0,902$	$\frac{2632}{2865} = 0,918$	$\frac{471}{492} = 0,957$
	$\lambda = 0,30$	$\frac{1102}{6221} = 0,177$	$\frac{5827}{13876} = 0,420$	$\frac{1071}{1181} = 0,907$
	$\lambda = 0,80$	$\frac{1122}{8549} = 0,131$	$\frac{7038}{15145} = 0,465$	$\frac{1104}{1227} = 0,900$
n = 16	$\lambda = 0,05$	$\frac{1181}{1416} = 0,834$	$\frac{11398}{13131} = 0,868$	$\frac{1196}{1258} = 0,950$
	$\lambda = 0,30$	$\frac{1577}{18030} = 0,087$	$\frac{14310}{36733} = 0,390$	$\frac{1581}{1683} = 0,939$
	$\lambda = 0,80$	$\frac{1790}{23629} = 0,076$	$\frac{15719}{41723} = 0,376$	$\frac{1800}{1922} = 0,937$



TABLEAU IV.19. quotients  $\frac{\text{nombre de transferts réalisés}}{\text{nombre de demandes de transferts}}$   
(sur 100 cycles)

a.3.-  $s$  est caractéristique de la stratégie d'acheminement des messages dans le PCC : en effet un message déposé dans un registre émetteur  $a$ , en moyenne, une probabilité :

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{n+1} \quad \text{de demander le registre NORD,}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{n+1} \quad \text{de demander le registre SUD,}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{n}{n+1} \quad \text{de demander le registre EST,}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{n}{n+1} \quad \text{de demander le registre OUEST.}$$

De ce fait les demandes vers l'EST et l'OUEST à la sortie de l'émetteur sont plus fréquentes. L'occupation de ces registres EST, OUEST influera sur  $s$ , principalement par la présence du facteur  $\frac{n}{n+1}$ .

b) modèle mathématique de  $s$  et établissement de l'expression de  $s$ .

D'une manière générale nous noterons les registres cardinaux  $R_\alpha$  avec  $\alpha = \text{NORD, EST, SUD, OUEST}$ .

Un message se trouvant dans le registre émetteur  $R_{em}$  de la cellule  $C_{ij}$  demande, à chaque cycle, à être transféré dans un registre successeur  $R_s$ , registre  $R_\alpha$  situé dans une cellule voisine de  $C_{ij}$ , avec une probabilité :

$$E_\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n+1} \quad \text{pour } \alpha = \text{NORD, SUD ;}$$

$$E_\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{n}{n+1} \quad \text{pour } \alpha = \text{EST, OUEST .}$$

Nous nous plaçons sous les hypothèses suivantes :

1. Ce registre  $R_S$  peut être occupé, avec une probabilité  $y_\alpha$ , ou inoccupé, avec une probabilité  $1-y_\alpha$ , et sollicité par zéro, un ou plusieurs registres  $R_\alpha$  de  $C_{ij}$  ;
2. Ce registre  $R_S$  possède un système de sélection des demandes ( bit de sélection avec priorité tournante) lequel autorise, si  $R_S$  est inoccupé, le transfert du message du registre  $R_{em}$  ou cardinal  $R_\alpha$  sélectionné ; nous supposons que si  $r$  registres  $R_\alpha$  demandent  $R_S$ ,  $R_{em}$  a une probabilité  $\frac{1}{r+1}$  d'être sélectionné ;
3. soit la matrice des probabilités des demandes de transferts :

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} N \\ E \\ S \\ O \\ em \end{array}
 \left( \begin{array}{ccccc}
 N & E & S & O & R \\
 P_{NN} & 0 & 0 & 0 & P_{NR} \\
 P_{EN} & P_{EE} & P_{ES} & 0 & P_{ER} \\
 0 & 0 & P_{SS} & 0 & P_{SR} \\
 P_{ON} & 0 & P_{OS} & P_{OO} & P_{OR} \\
 P_{emN} & P_{emE} & P_{emS} & P_{emO} & 0
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Hypothèses :

- nous admettrons qu'en régime d'équilibre chaque  $P_{\alpha\alpha}$ , et  $P_{em\alpha}$ , est fonction de  $n$  et de  $\lambda$  .

(notation :  $P_{\alpha\alpha}, (n, \lambda)$  ,  $P_{em\alpha}, (n, \lambda)$  ).

- nous supposons vraies les relations fonctionnelles suivantes, observées par simulation (voir figure IV.20 à IV.25)

$$P_{EN}(n, \lambda) = P_{ON}(n, \lambda) = P_{ES}(n, \lambda) = P_{OS}(n, \lambda) ,$$

$$P_{NN}(n, \lambda) = P_{SS}(n, \lambda) ,$$

$$P_{EE}(n, \lambda) = P_{OO}(n, \lambda) ,$$

$$P_{OO}(n, \lambda) = f(n, \lambda) \times P_{NN}(n, \lambda) ,$$

$$P_{EN}(n, \lambda) = g(n, \lambda) \times P_{NN}(n, \lambda) ,$$

$$\text{Notons : } P_{NN}(n, \lambda) = h(n, \lambda) .$$

- enfin les  $y_\alpha$  sont supposés fonctions de  $n$  et de  $\lambda$  :  
 $y_\alpha(n, \lambda)$  , probabilité de trouver occupé le registre  $R_\alpha$  .  
 et  $y_N(n, \lambda) = y_S(n, \lambda)$  ;  $y_E(n, \lambda) = y_O(n, \lambda)$

	NORD	EST	SUD	OUEST	RECEPT	TOTAUX
NORD	1169	0	0	0	401	1570
EST	383	2308	318	0	59	3068
SUD	0	0	1091	0	411	1502
OUEST	340	0	309	2286	65	3000
EMETT	101	1766	76	1616	0	3559
TOTAUX	1993	4074	1794	3902	936	12699

TABLEAU IV.20

Exemple de matrices des effectifs de demandes de transferts pour un essai  $\gamma = (8 ; 8 ; 0,1)$  sur 100 cycles en régime stationnaire.

	NORD	EST	SUD	OUEST	RECEPT	TOTAUX
NORD	5886	0	0	0	939	6825
EST	717	9444	792	0	52	11005
SUD	0	0	5439	0	867	6306
OUEST	780	0	648	9342	64	10834
EMETT	103	3783	96	3084	0	7066
TOTAUX	7486	13227	6975	12426	1922	42036

TABLEAU IV.20 (bis)

Idem que IV.20. avec  $\gamma = (8 ; 8 ; 0,3)$

Supposons que le message situé dans le registre émetteur demande le registre  $R_\alpha$ , la probabilité que ce message soit transféré au cycle suivant sa demande est :

$s_\alpha = (\text{probabilité que le registre } \alpha \text{ soit libre}) \times (\text{probabilité que l'émetteur soit sélectionné})$

$s_\alpha = P_{1\alpha} \times P_{2\alpha}$  où  $P_{1\alpha} = 1 - y_\alpha$  et  $P_{2\alpha}$  s'obtient par le calcul de l'expression suivante dans laquelle  $R_{\alpha\alpha}$  signifie l'évènement "le registre  $\alpha$  demande le registre  $\alpha$ ",  $\bar{R}_{\alpha\alpha}$  signifie l'évènement contraire de  $R_{\alpha\alpha}$  et  $R_{em}$  signifie l'évènement "sélection du registre émetteur". Alors :

$$\begin{aligned}
P_{2\alpha} = & p(R_{em} / \overline{R_{N\alpha}} \quad \overline{R_{E\alpha}} \quad \overline{R_{S\alpha}} \quad \overline{R_{O\alpha}}) \times p(\overline{R_{N\alpha}} \quad \overline{R_{E\alpha}} \quad \overline{R_{S\alpha}} \quad \overline{R_{O\alpha}}) \\
& + p(R_{em} / \overline{R_{N\alpha}} \quad \overline{R_{E\alpha}} \quad \overline{R_{S\alpha}} \quad R_{O\alpha}) \times p(\overline{R_{N\alpha}} \quad \overline{R_{E\alpha}} \quad \overline{R_{S\alpha}} \quad R_{O\alpha}) \\
& + p(R_{em} / \overline{R_{N\alpha}} \quad \overline{R_{E\alpha}} \quad R_{S\alpha} \quad \overline{R_{O\alpha}}) \times p(\overline{R_{N\alpha}} \quad \overline{R_{E\alpha}} \quad R_{S\alpha} \quad \overline{R_{O\alpha}}) \\
& + p(R_{em} / \overline{R_{N\alpha}} \quad \overline{R_{E\alpha}} \quad R_{S\alpha} \quad R_{O\alpha}) \times p(\overline{R_{N\alpha}} \quad \overline{R_{E\alpha}} \quad R_{S\alpha} \quad R_{O\alpha})
\end{aligned}$$

-  
-  
-  
16 termes au total (voir tableau de calcul en annexe)  
-  
-  
-

$$+ p(R_{em} / \overline{R_{N\alpha}} \quad R_{E\alpha} \quad R_{S\alpha} \quad R_{O\alpha}) \times p(R_{N\alpha} \quad R_{E\alpha} \quad R_{S\alpha} \quad R_{O\alpha})$$

Si  $\alpha = \text{NORD, SUD}$  nous trouvons :

$$\begin{aligned}
P_{2\alpha} = & (1-h(n,\lambda))(1-h(n,\lambda) \cdot g(n,\lambda))^2 + (1-h(n,\lambda))(1-h(n,\lambda) \cdot g(n,\lambda))h(n,\lambda) \cdot g(n,\lambda) \\
& + \frac{1}{3}(1-h(n,\lambda))(h(n,\lambda) \cdot g(n,\lambda))^2 + \frac{1}{2}h(n,\lambda)(1-h(n,\lambda)g(n,\lambda))^2 \\
& + \frac{2}{3}h^2(n,\lambda) \cdot g(n,\lambda)(1-h(n,\lambda)g(n,\lambda)) + \frac{1}{4}h(n,\lambda)(h(n,\lambda) \cdot g_n(\lambda))^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{soit } P_{2\alpha} = & 1 - \frac{h(n,\lambda)}{2} - h(n,\lambda) \cdot g(n,\lambda) + h^2(n,\lambda) \cdot g(n,\lambda) \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3}g(n,\lambda) \right) + \\
& + \frac{1}{12}h^3(n,\lambda) \cdot g^2(n,\lambda)
\end{aligned}$$

Si  $\alpha = \text{EST, SUD}$  nous obtenons :

$$P_{2\alpha} = 1 - \frac{5}{2}h(n,\lambda) \cdot f(n,\lambda) + 3h^2(n,\lambda) \cdot f^2(n,\lambda) - h^3(n,\lambda) \cdot f^3(n,\lambda) .$$

De ces expressions nous obtenons  $s(n,\lambda)$  :



$$s(n, \lambda) = \frac{1}{2} \frac{1}{n+1} \cdot s_N(n, \lambda) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n+1} \cdot s_S(n, \lambda) + \frac{1}{2} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot s_E(n, \lambda) + \frac{1}{2} \frac{n}{n+1} \cdot s_O(n, \lambda)$$

$$s(n, \lambda) = \frac{1}{n+1} (1 - y_N(n, \lambda)) \times P_{2N} + \frac{n}{n+1} (1 - y_E(n, \lambda)) \times P_{2E}$$

En posant :  $t(n, \lambda) = h(n, \lambda) \cdot g(n, \lambda) = P_{NN}(n, \lambda) \times \frac{P_{EN}(n, \lambda)}{P_{NN}(n, \lambda)} = P_{EN}(n, \lambda)$

$$u(n, \lambda) = h(n, \lambda) \cdot f(n, \lambda) = P_{NN}(n, \lambda) \times \frac{P_{OO}(n, \lambda)}{P_{NN}(n, \lambda)} = P_{OO}(n, \lambda)$$

$$h(n, \lambda) = P_{NN}(n, \lambda)$$

la quantité  $s(n, \lambda)$  devient :

$$s(n, \lambda) = \frac{1}{n+1} \left[ \left(1 - \frac{h(n, \lambda)}{2}\right) + \left(\frac{h(n, \lambda)}{2} - 1\right)t(n, \lambda) + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{h(n, \lambda)}{4}\right)t^2(n, \lambda) \right] \times$$

$R_{10}$

$$(1 - y_N(n, \lambda)) + \frac{n}{n+1} \left[ 1 - \frac{5}{2} u(n, \lambda) + 3u^2(n, \lambda) - u^3(n, \lambda) \right] (1 - y_E(n, \lambda))$$

Cette formule  $R_{10}$  caractérise la stratégie d'acheminement des messages appliquée sur les PCC puisqu'on y trouve les différents types de transferts possibles :

$h(n, \lambda)$  : déplacement vertical ( $N \rightarrow N, S \rightarrow S$ ),

$u(n, \lambda)$  : déplacement horizontal ( $O \rightarrow O, E \rightarrow E$ ),

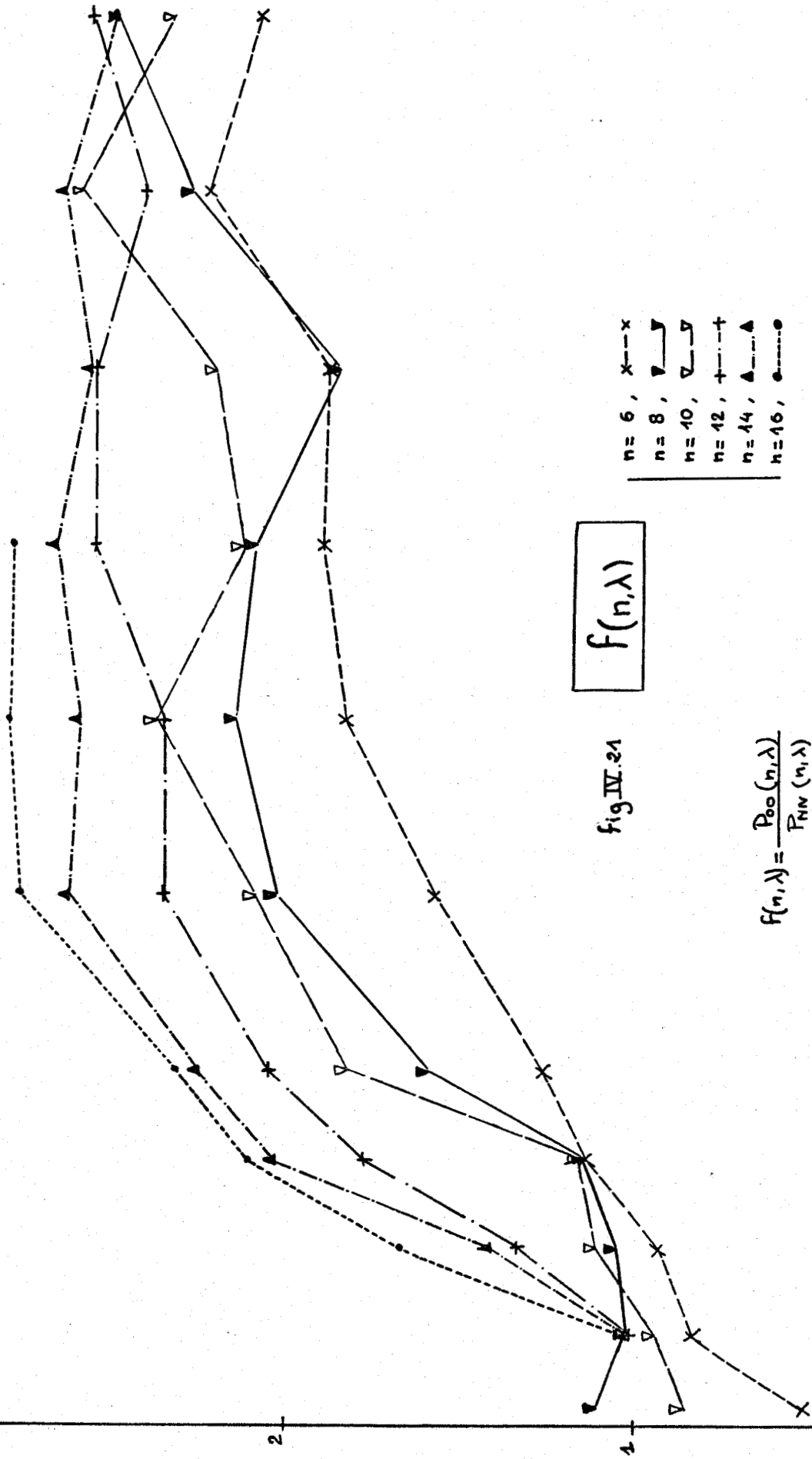
$t(n, \lambda)$  : déplacement avec changement de direction.

c) Résultats de simulation : estimation partielle de  $s(n, \lambda)$

c.1. Nous avons interprété les figures IV.21 à 26 de la manière suivante :

pour :  $6 \leq n \leq 16$

$f(n, \lambda)$



$f(n, \lambda)$

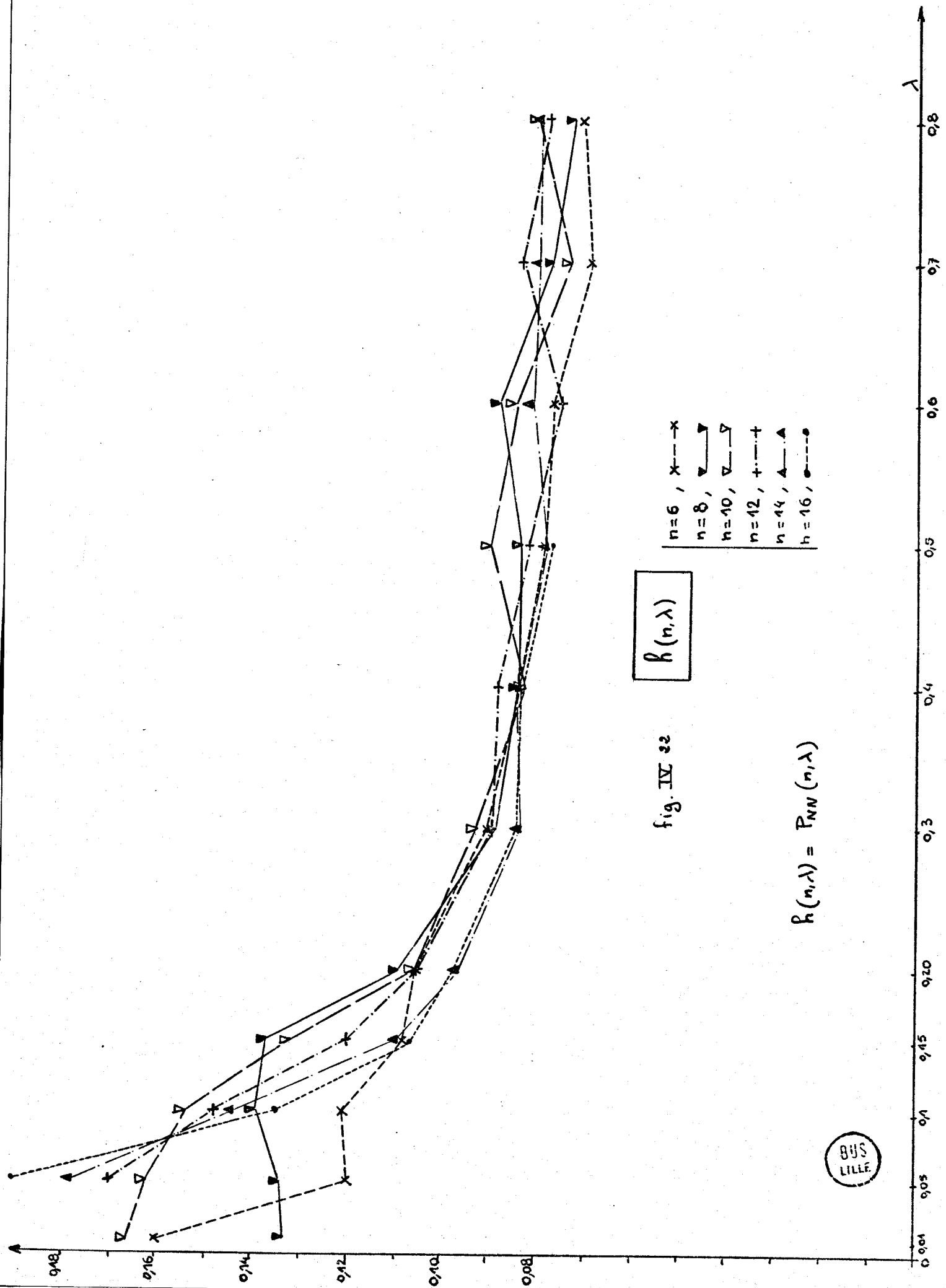
fig. IV.21

$$f(n, \lambda) = \frac{P_{00}(n, \lambda)}{P_{NW}(n, \lambda)}$$

- $n=6, \quad x \text{---} x$
- $n=8, \quad \nabla \text{---} \nabla$
- $n=10, \quad \nabla \text{---} \nabla$
- $n=12, \quad + \text{---} +$
- $n=14, \quad \blacktriangle \text{---} \blacktriangle$
- $n=16, \quad \bullet \text{---} \bullet$



$\lambda$



$h(n, \lambda)$

fig. IV 22

$$h(n, \lambda) = P_{NW}(n, \lambda)$$



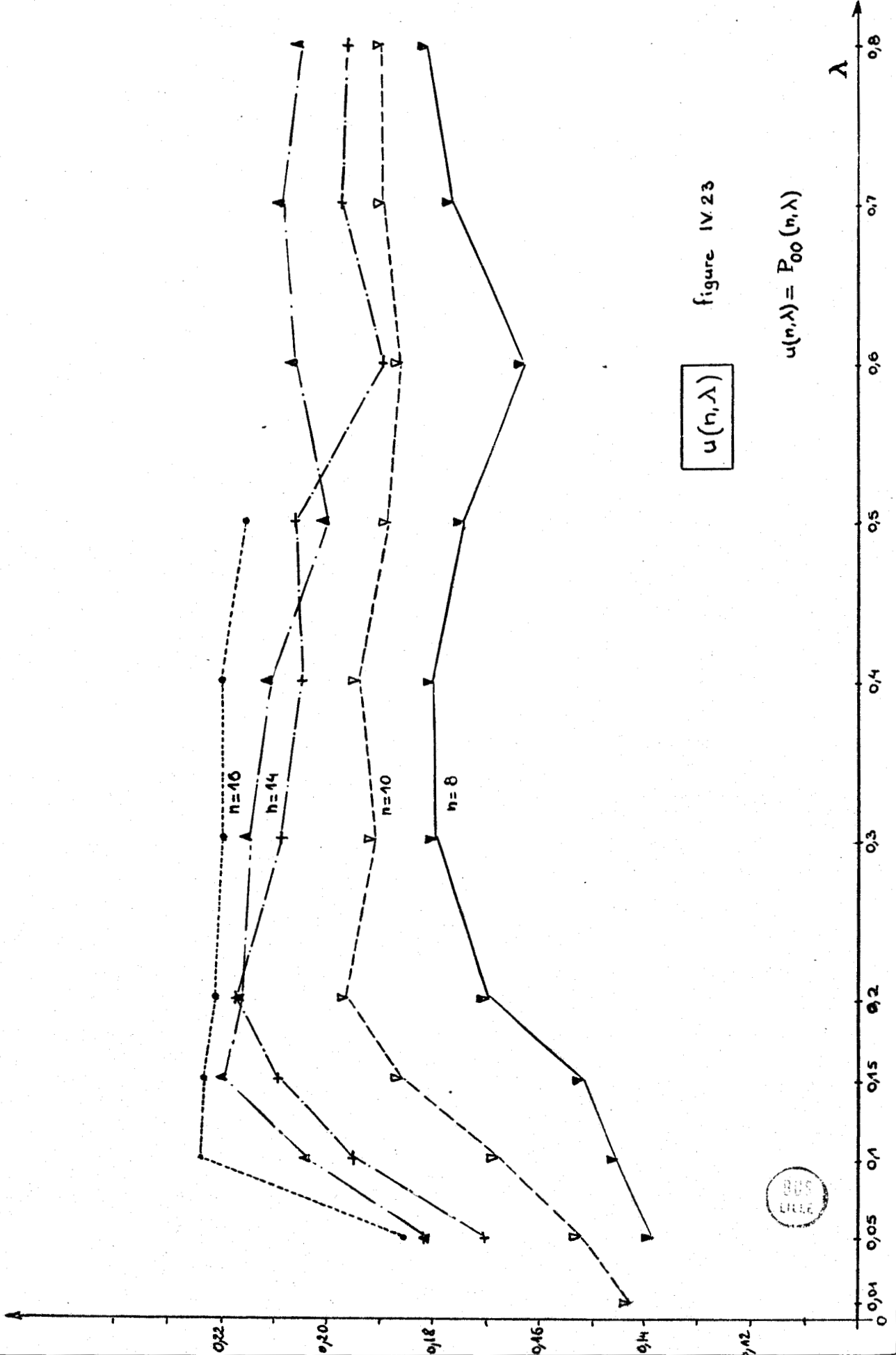


figure IV.23

$u(n, \lambda)$

$u(n, \lambda) = P_{00}(n, \lambda)$



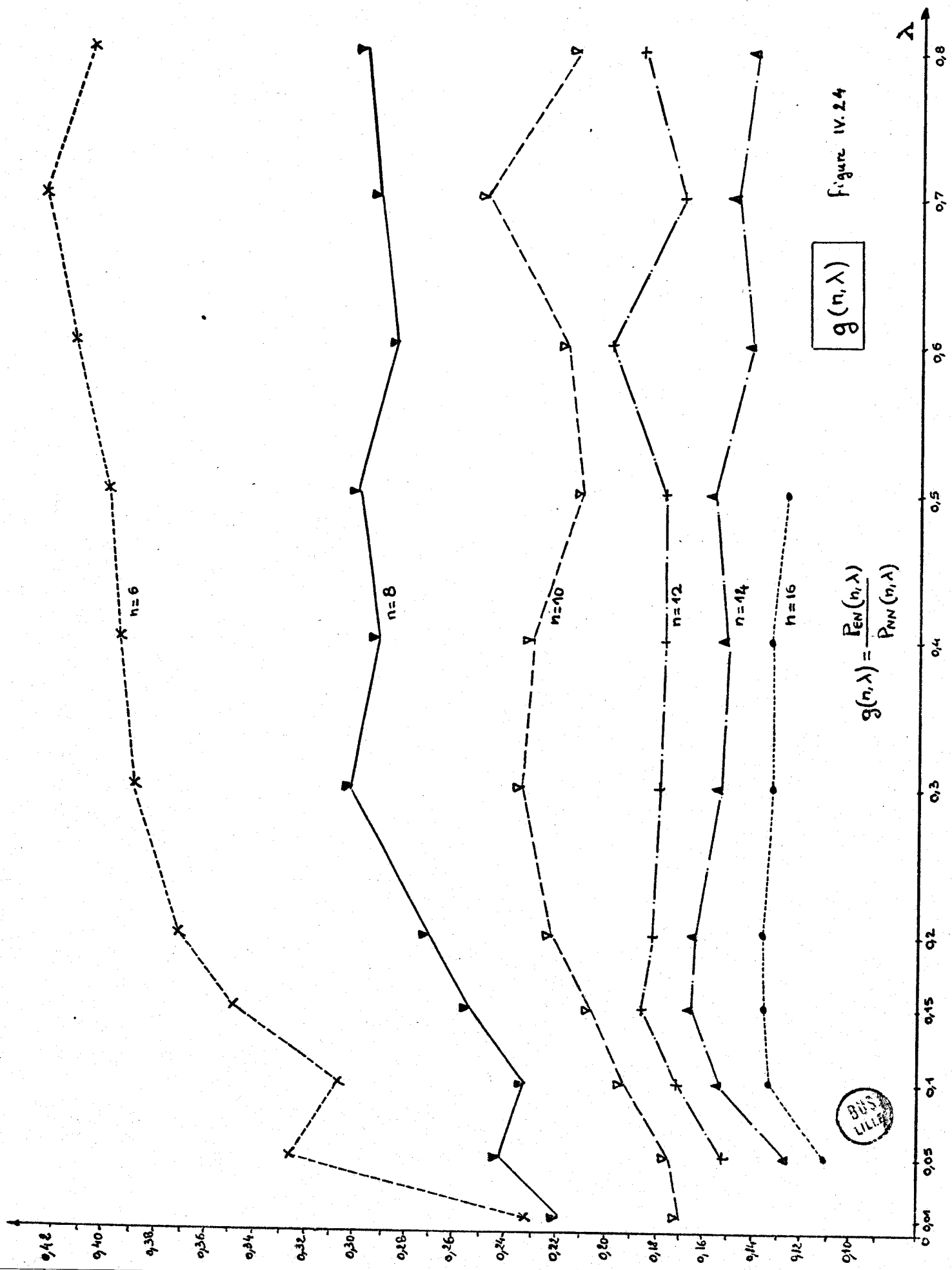
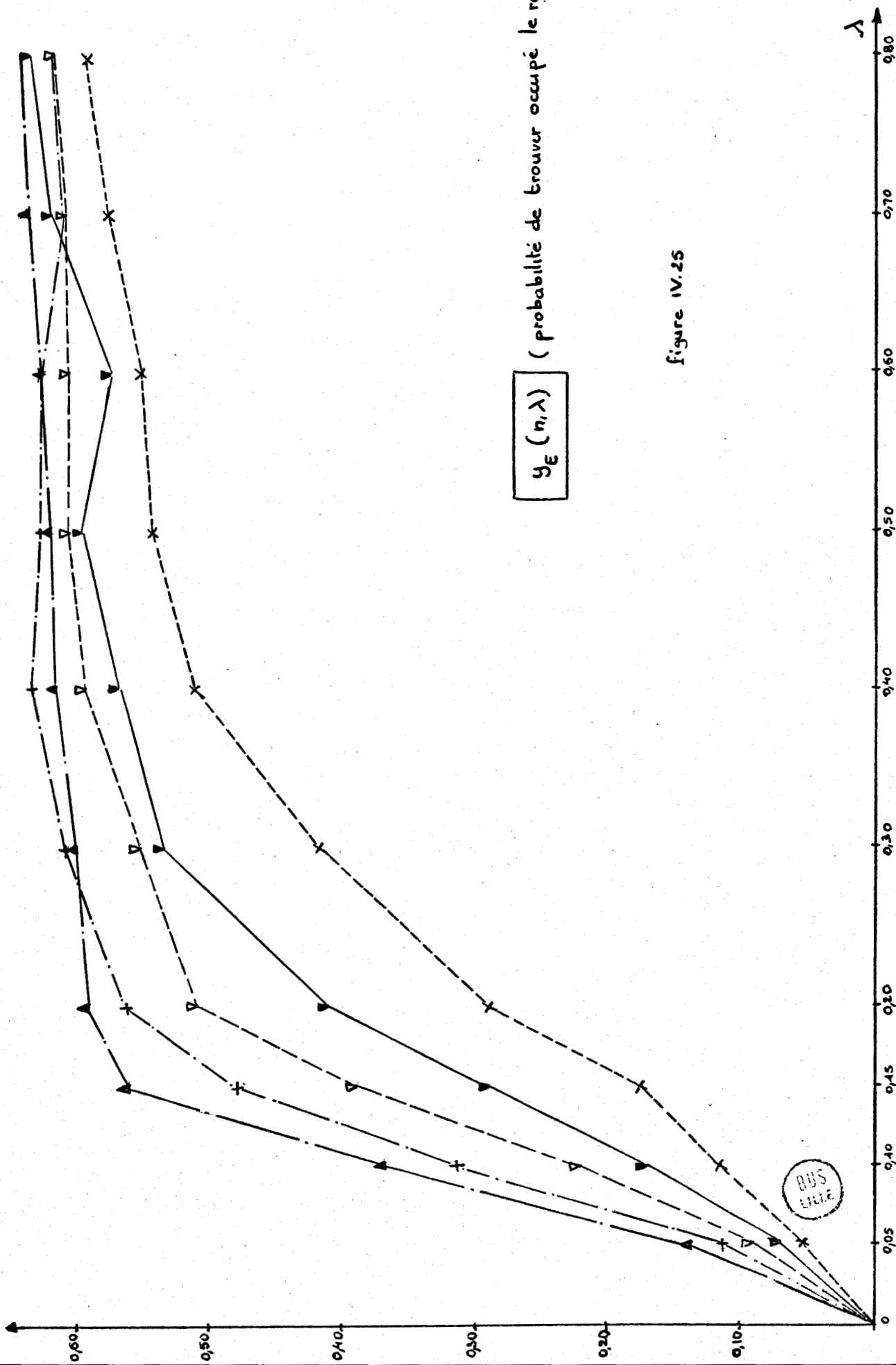
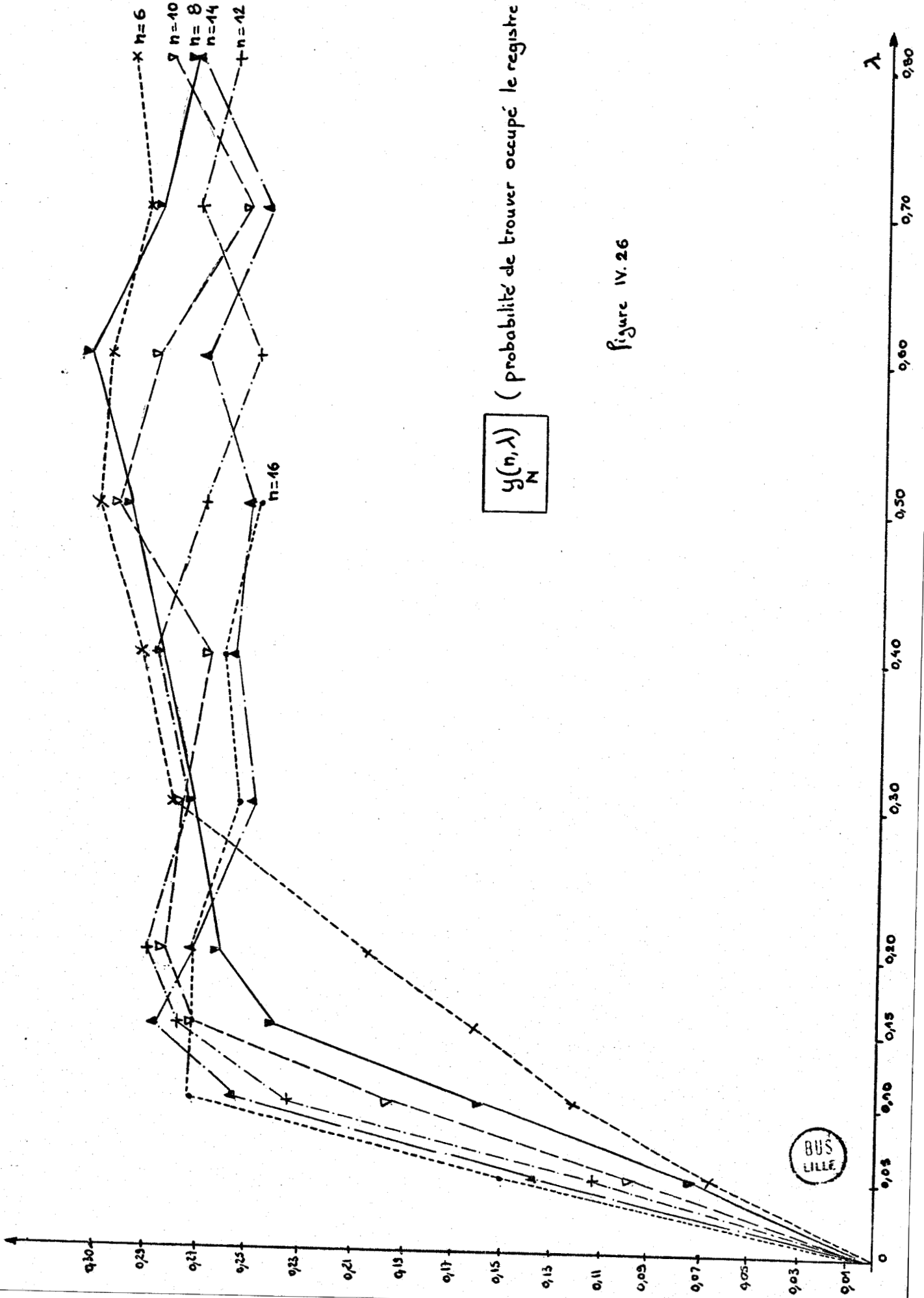


Figure IV.24



$y_E(n, \lambda)$  (probabilité de trouver occupé le registre EST)

figure IV.25



$\frac{y(n, \lambda)}{N}$  (probabilité de trouver occupé le registre NOED)

Figure IV. 26

- $h(n, \lambda) = h(\lambda)$ , indépendance par rapport à  $n$ , surtout pour  $\lambda \geq 0,2$  (figure IV.21) ;
- $g(n, \lambda) = g(n)$ , indépendance par rapport à  $\lambda$  (figure IV.22) ; nous avons évalué  $g(n)$  par la quantité :  $\frac{2}{n-1}$  ;
- existence d'une valeur  $\hat{\lambda}_n$  au delà de laquelle des fonctions  $f, h, g, y, u$  changent de comportement ; par exemple pour :  $y_N(6, \lambda)$  (figure IV.26), il y a croissance linéaire pour  $0 < \lambda < 0,3$  puis, approximativement,  $y_N(6, \lambda)$  reste constant au delà de  $\hat{\lambda}_6 = 0,3$ .

c.2. Des interprétations précédentes nous avons estimé  $s(n, \lambda)$  sur le domaine

$$\begin{cases} 6 \leq n \leq 16 & \text{(c'est-à-dire pour des réseaux de 36 à 256 cellules)} \\ 0,1 \leq \lambda \leq 0,3 \end{cases}$$

en remplaçant  $h(\lambda)$  par  $0,186 e^{-2,85 \lambda}$  (estimation)

$u(n, \lambda)$  par  $-0,001 n^2 + 0,029 n$  (estimation)

$y_N(n, \lambda)$  par  $y_N(\lambda) = 1,38 \lambda$  (estimation)

$y_E(n, \lambda)$  par  $y_E(\lambda) = 3,02 \lambda$  (estimation)

Les calculs, sur machine, des valeurs de  $s(n, \lambda)$  nous ont permis d'établir la figure IV.27 laquelle présente le faisceau de courbes

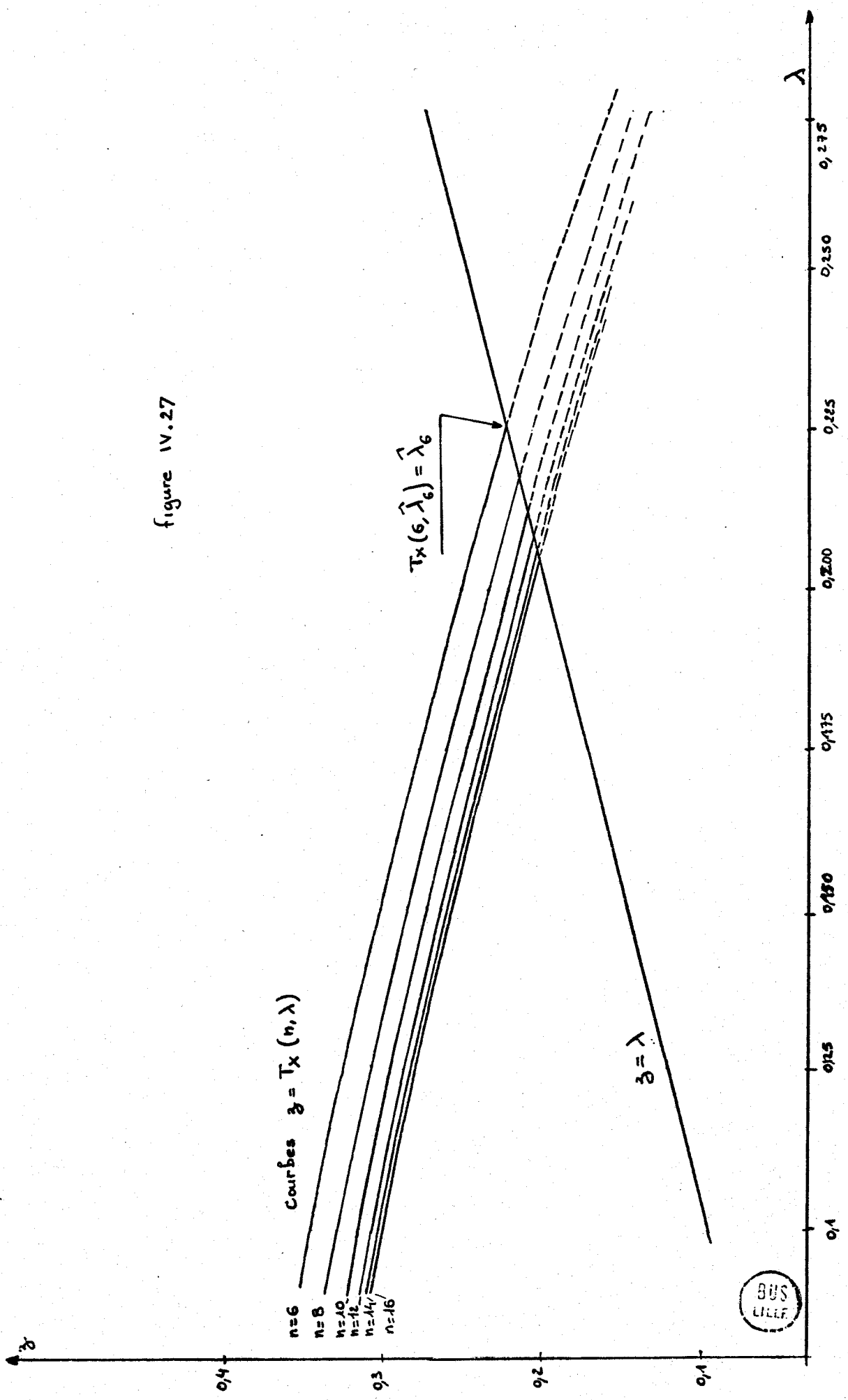
$$Tx(n, \lambda) = \frac{s(n, \lambda)}{1 + s(n, \lambda)} \quad \text{pour } 6 \leq n \leq 16 ; 0,1 \leq \lambda \leq 0,3$$

L'intérêt de cette figure est de montrer l'existence des valeurs critiques  $Tx(n, \hat{\lambda}_n) = \hat{\lambda}_n$  telles que :

$$\begin{cases} \text{si } \lambda < \hat{\lambda}_n & \text{équilibre statistique de la file d'attente des} \\ & \text{messages à injecter,} \\ \text{si } \lambda \geq \hat{\lambda}_n & \text{engorgement.} \end{cases}$$



figure IV.27



Remarque : Nous n'avons pas trouvé, à ce jour, une expression exacte des points critiques  $\hat{\lambda}_n$  en fonction de  $n$ . Cependant les résultats de simulation montrent que : (tableau IV.30)

$$\textcircled{R_{11}} \quad \hat{\lambda}_n \approx \frac{1}{\bar{d}_\gamma + 3} = \frac{1}{\frac{2n}{3} + 3}$$

(Ce qui est nettement inférieur aux valeurs présentées en fig. IV.27)

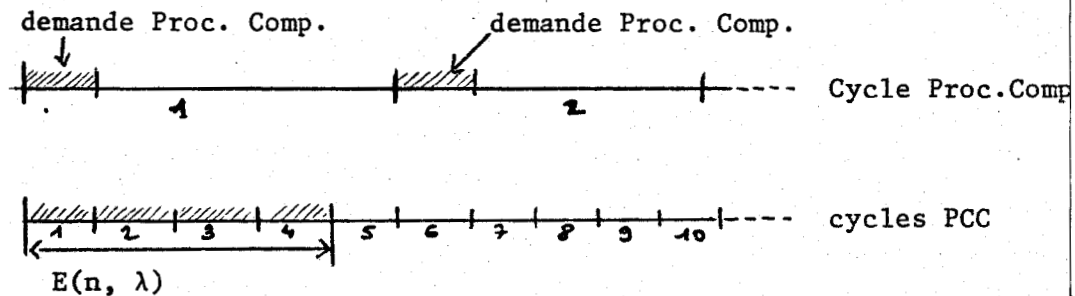
c.3. Retour sur  $\bar{M}_\gamma$  :

Nous avons vu par estimation que :

$$R_7 : \quad \bar{M}_\gamma = \lambda q n^2 \quad \text{avec } q \text{ probabilité de trouver libre le registre émetteur.}$$

De ce qui précède nous complétons cette expression de  $\bar{M}_\gamma$  en faisant intervenir ces points  $\hat{\lambda}_n$  :

Si les demandes se font en moyenne au taux  $\lambda$   
par exemple :



$$\lambda = \frac{2}{10} = 0,2 .$$

alors l'intervalle de temps moyen entre deux demandes consécutives

$$\text{est : } \frac{1}{\lambda} .$$

Or pour  $\lambda$  déterminé, le temps de stationnement dans l'émetteur est  $E(n, \lambda)$

- si  $\frac{1}{\lambda} > E(n, \lambda)$ , c'est-à-dire si  $T_x(n, \lambda) > \lambda \iff \lambda < \hat{\lambda}_n$   
alors l'émetteur "absorbe" les demandes et :

$$\textcircled{R_{12}} \quad \bar{M}_Y = \lambda n^2$$

- si  $\frac{1}{\lambda} \leq E(n, \lambda) \iff \lambda > \hat{\lambda}_n$  alors :

$$\textcircled{R_{12}} \text{ bis} \quad \bar{M}_Y = T_x(n, \hat{\lambda}_n) \cdot n^2 = \hat{\lambda}_n n^2$$

$$\text{Si on admet que : } \hat{\lambda}_n = \frac{1}{\frac{d_Y}{3} + 3} = \frac{1}{\frac{2n}{3} + 3}$$

$$\text{la valeur maximale de } \bar{M}_Y \text{ est : } \frac{n}{\frac{2}{3} + \frac{3}{n}}$$

#### d). Conséquences :

##### d.1. Expression de $\bar{c}_Y$ :

Le nombre moyen de conflits par cycle est la somme :  $\bar{c}_{Y1} + \bar{c}_{Y2} + \bar{c}_{Y3}$

où :  $\bar{c}_{Y1}$  est le nombre de messages en conflits et situés dans les émetteurs,

$\bar{c}_{Y2}$  est le nombre de messages en conflits, situés dans les registres cardinaux et en attente de transfert vers d'autres registres cardinaux

$\bar{c}_{Y3}$  est le nombre moyen de messages en conflits de transfert vers les registres récepteurs.

Ce dernier nombre  $\bar{c}_{\gamma 3}$  est négligeable vis à vis de  $\bar{c}_{\gamma 1} + \bar{c}_{\gamma 2}$  comme le montrent les observations faites sur le tableau IV.19.

Le premier nombre  $\bar{c}_{\gamma 1}$  s'obtient par :

$$\bar{c}_{\gamma 1} = \sum_{k=1}^{k=\infty} \bar{M}_{\gamma} (1 - s(n, \lambda))^k = \bar{M}_{\gamma} \times \left( \frac{1 - s(n, \lambda)}{s(n, \lambda)} \right)$$

Le second nombre  $\bar{c}_{\gamma 2}$  s'obtient à l'aide du raisonnement suivant : il y a en moyenne  $\bar{x}_{\gamma}$  messages, par cycle, dans le PCC ; ces messages se répartissent, par cycle, en

$\bar{M}_{\gamma}$  messages en cours d'injection,

$\bar{c}_{\gamma 1}$  messages en attente dans les émetteurs,

$\bar{c}_{\gamma 2}$  messages en attente dans les cardinaux pour transfert vers d'autres cardinaux,

$\bar{c}_{\gamma 3}$  messages en attente de transfert vers les récepteurs,

$\bar{tr}_{\gamma}$  messages en transfert,

$\bar{ex}_{\gamma}$  messages en cours d'extraction.

Si  $\bar{c}_{\gamma 3}$  est négligeable :

$$\bar{c}_{\gamma 2} = (\bar{x}_{\gamma} - 2 \bar{M}_{\gamma} - \bar{c}_{\gamma 1}) (1 - \beta(n, \lambda))$$

où  $\beta(n, \lambda)$  est la probabilité de transfert d'un registre cardinal vers un autre registre cardinal ( $\beta(n, \lambda)$  est pour les registres cardinaux ce qu'est  $s(n, \lambda)$  pour les registres émetteurs) .

D'après  $R_1 : \bar{x}_{\gamma} = \bar{M}_{\gamma} + \bar{c}_{\gamma} + \bar{tr}_{\gamma} + \bar{ex}_{\gamma}$  et  $R_2 : \bar{tr}_{\gamma} = \bar{M}_{\gamma} (\bar{d}_{\gamma} + 1)$

$$\bar{c}_{\gamma 2} = (\bar{tr}_{\gamma} + \bar{c}_{\gamma} - \bar{c}_{\gamma 1}) (1 - \beta(n, \lambda))$$

$$\bar{c}_{\gamma 2} = (\bar{tr}_{\gamma} + \bar{c}_{\gamma 2}) (1 - \beta(n, \lambda))$$

$$\bar{c}_{\gamma 2} = \bar{tr}_{\gamma} \left( \frac{1 - \beta(n, \lambda)}{\beta(n, \lambda)} \right)$$

donc  $\textcircled{R_1 3} \bar{c}_{\gamma} = \bar{M}_{\gamma} \left[ \frac{1 - s(n, \lambda)}{s(n, \lambda)} + (\bar{d}_{\gamma} + 1) \frac{1 - \beta(n, \lambda)}{\beta(n, \lambda)} \right]$

d.2. Conclusion :

Arrivé à ce point d'avancement de l'étude du comportement des PCC, nous sommes en mesure de préciser :

1. que toutes les quantités  $\bar{\Phi}_Y^l$  s'expriment en fonction de  $n$  et  $\lambda$

Rappel :

$$\textcircled{R_{12}} \quad \bar{M}_Y = \begin{cases} \lambda n^2 & \text{si } \lambda < \frac{1}{\bar{d}_Y + 3} \\ \frac{n^2}{\bar{d}_Y + 3} & \text{si } \lambda \geq \frac{1}{\bar{d}_Y + 3} \end{cases}$$

$$\textcircled{R_5} \quad \bar{tr}_Y = \bar{M}_Y (\bar{d}_Y + 1) ,$$

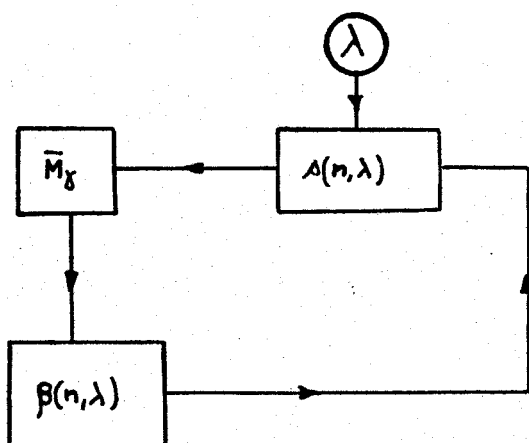
$$\textcircled{R_{13}} \quad \bar{c}_Y = \bar{M}_Y \left[ \frac{1-s(n,\lambda)}{s(n,\lambda)} + (\bar{d}_Y + 1) \frac{1 - \beta(n,\lambda)}{\beta(n,\lambda)} \right] ,$$

$$\textcircled{R_4} \quad \bar{x}_Y = \bar{M}_Y (\bar{d}_Y + 3) + \bar{c}_Y$$

$$\textcircled{R_5} \quad \bar{r}_Y = \frac{\bar{M}_Y (\bar{d}_Y + 1)}{\bar{M}_Y (\bar{d}_Y + 1) + \bar{c}_Y}$$

$$\textcircled{R_6} \quad \bar{v}_Y = \frac{\bar{d}_Y + 1}{\bar{r}_Y} + 2$$

2. la boucle de rétroaction suivante



Pour un  $\lambda$  déterminé il se crée dans les registres émetteurs une probabilité  $s(n, \lambda)$  de transfert et, par cycle,  $\bar{M}_\gamma$  acceptations (injections) de messages, lesquels créent dans le cycle PCC un état d'occupation des registres cardinaux caractérisé par  $\beta(n, \lambda)$  qui réagit à son tour sur  $s(n, \lambda)$ .

### 3. Performances des PCC en fonction de $\lambda$ . (n constant)

Pour n fixé, le taux d'injection maximal est estimé à :  $\hat{\lambda}_n = \frac{1}{\bar{d}_\gamma + 3}$

Cette estimation des résultats observés (fig. IV. 30, 32) est basée sur le fait que devant chaque processeur composant est placé un pipeline virtuel uni-dimensionnel de  $\bar{d}_\gamma + 3$  "pas" ou "phases" de transfert, qui permet à ce processeur de communiquer avec le reste du réseau. Le tableau IV.28 présente des résultats de simulation des essais  $\gamma = (10 ; 10 ; \lambda)$ , de durée d'observation de  $t = 100$  à  $t = 600$  cycles, permettant de donner de la crédibilité aux relations théoriques obtenues précédemment.

Les valeurs calculées de  $\bar{M}_\gamma$ ,  $\bar{r}_\gamma$ ,  $\bar{c}_\gamma$ ,  $\bar{v}_\gamma$  ont été obtenues avec

- $\bar{d}_\gamma = 6,666$ ,
- $s(10, \lambda)$  évalué avec les temps de stationnement des messages dans les émetteurs,
- $\beta(10, \lambda)$  évaluée par le quotient : nombre de transferts entre cardinaux et récepteurs/nombre de demandes de ces échanges. (cette méthode d'évaluation de  $\beta(10, \lambda)$  surestime  $\beta(10, \lambda)$ ).

Le calcul de  $\bar{v}_\gamma$  s'obtient par la relation suivante obtenue de  $R_5, R_6, S_3$  :

$$\bar{v}_\gamma = \frac{\bar{d}_\gamma + 1}{\bar{r}_\gamma} + 2 = \frac{\bar{M}_\gamma (\bar{d}_\gamma + 1) + \bar{c}_\gamma}{\bar{M}_\gamma} + 2$$

$$\bar{v}_\gamma = \underbrace{\bar{d}_\gamma + 1}_{\text{longueur moyenne du trajet}} + \underbrace{\frac{1 - s(n, \lambda)}{s(n, \lambda)}}_{\text{perte de temps en conflit pour transfert hors du registre émetteur}} + \underbrace{(\bar{d}_\gamma + 1) \left( \frac{1 - \beta(n, \lambda)}{\beta(n, \lambda)} \right)}_{\substack{\text{cycle d'injection et cycle d'extraction} \\ \text{perte de temps en conflits pour transfert hors d'un registre cardinal}}} + 2$$

$$\bar{v}_\gamma = (\bar{d}_\gamma + 1) \frac{1}{\beta(n, \lambda)} + \frac{1 - s(n, \lambda)}{s(n, \lambda)} + 2$$



	$\lambda = 0,05$	$\lambda = 0,10$	$\lambda = 0,15$	$\lambda = 0,20$	$\lambda = 0,25$	$\lambda = 0,30$	$\lambda = 0,35$
s, observé	0,891	0,716	0,352	0,225	0,170	0,129	0,126
$\beta$ , observé	0,918	0,777	0,578	0,503	0,467	0,444	0,447
$\bar{M}_\gamma$ , observé	4,748	8,732	10,630	10,998	10,792	10,568	11,089
$\bar{tr}_\gamma$ , observé	36,660	67,260	81,136	82,794	81,4	78,316	82,380
$\bar{tr}_\gamma / \bar{M}_\gamma$ observé	7,721	7,702	7,633	7,528	7,542	7,411	7,429
$\bar{c}_\gamma$ , observé	3,374	20,128	69,824	105,178	126,206	138,882	145,780
$\bar{v}_\gamma$ , observé	10,416	11,985	16,164	19,163	21,124	22,557	22,639
$\bar{M}_\gamma$ , calculé	5	10	10,344	10,344	10,344	10,344	10,344
$\bar{tr}_\gamma$ , calculé	38,333	76,666	79,297	79,297	79,297	79,297	79,297
$\bar{c}_\gamma$ , calculé	4,009	25,969	76,737	113,982	141,001	169,128	169,844
$\bar{v}_\gamma$ , calculé	10,467	12,262	17,084	20,685	23,297	24,264	26,084

TABLEAU IV.28.-  $\gamma = (10 ; 10 ; \lambda) ; \bar{d}_\gamma = 7,666 ; \hat{\lambda}_n = 0,103$

Remarque : retour sur la notion de pipe-line virtuel uni-dimensionnel.

La tableau IV.29 concerne un réseau carré de 100 cellules. Sur ce tableau nous avons représenté une cellule de chaque classe  $\mathcal{G}_k$  de cellules équivalentes (relation d'équivalence: : distance moyenne au reste du réseau ; IV.A.6.b).

Dans chacun des carrés représentatif d'une cellule nous avons porté :

- . un exemple de numéro de cellule concernée (ex :  $(C_{11})$ ),
- . la distance moyenne qui sépare cette cellule au reste du réseau (ex :  $d=41$ ),
- . le nombre moyen d'injections de messages observées par cellule, sur les



cellules d'une même classe, lors d'un essai  $\gamma = (10 ; 10 ; 0,2)$  de 500 cycles d'observation en régime stationnaire ( $\lambda > \hat{\lambda}_{10} \implies \bar{M}_{\gamma}$  maximal)  
(ex :  $M_{\gamma} = 44,5$ ).

Ce tableau fait apparaître le caractère de pipe-line virtuel uni-dimensionnel de l'ensemble des cellules vu de chaque processeur composant. Ainsi à chaque processeur composant  $P_{ij}$  est "connecté", un pipe-line virtuel uni-dimensionnel, de dimension  $\bar{d}_{ij}(n)$ , lui permettant de communiquer avec le réseau de processeurs. (Le PCC, globalement, se présente comme un pipe-line bi-dimensionnel).

Nous ne pouvons que remarquer l'importance du lieu de connexion d'un processeur composant sur sa possibilité d'injection de messages.

(C <sub>11</sub> ) d = 41 M <sub>γ</sub> = 44,5	(C <sub>12</sub> ) d = 44,3 M <sub>γ</sub> = 43,5	(C <sub>13</sub> ) d = 46,8 M <sub>γ</sub> = 49,7	(C <sub>14</sub> ) d = 48,6 M <sub>γ</sub> = 50,7	(C <sub>15</sub> ) d = 49,6 M <sub>γ</sub> = 58,6
	(C <sub>22</sub> ) d = 47,7 M <sub>γ</sub> = 43,5	(C <sub>23</sub> ) d = 50,7 M <sub>γ</sub> = 49	(C <sub>24</sub> ) d = 52,8 M <sub>γ</sub> = 54,1	(C <sub>25</sub> ) d = 54 M <sub>γ</sub> = 55,6
		(C <sub>33</sub> ) d = 54 M <sub>γ</sub> = 52,7	(C <sub>34</sub> ) d = 56,5 M <sub>γ</sub> = 59,3	(C <sub>35</sub> ) d = 57,8 M <sub>γ</sub> = 62,6
			(C <sub>44</sub> ) d = 59,1 M <sub>γ</sub> = 66,7	(C <sub>45</sub> ) d = 60,6 M <sub>γ</sub> = 66,8
				(C <sub>55</sub> ) d = 62,1 M <sub>γ</sub> = 69,5

TABLEAU IV.29 - Pipe-lines virtuels uni-dimensionnels  
attachés à chaque Processeur Composant.

#### IV.B.7.- Performances des PCC en fonction de n

Les figures IV. 30, 31, 32 présentent des valeurs  $\bar{\Phi}_\gamma^l$  pour diverses valeurs de n avec une valeur  $\lambda$  élevée ( $\lambda = 0,50$ ) ce qui entraîne des observations de  $\bar{M}_\gamma$  maximales ;

Nous observons ainsi quand n augmente que :

- . L'estimation de  $\bar{M}_\gamma$  par la quantité  $\frac{n^2}{\bar{d}_\gamma + 3}$  est assez correcte notamment pour  $8 \leq n \leq 16$  ,
- . le nombre moyen d'injections par cellule  $\bar{M}_\gamma/n^2$  diminue,
- . la durée moyenne de vie des messages  $\bar{v}_\gamma$  augmente et se comporte sensiblement comme  $3n$ , en effet :

$$\bar{v}_\gamma = (\bar{d}_\gamma + 1) \frac{1}{\beta(n, \lambda)} + \frac{1 - s(n, \lambda)}{s(n, \lambda)} + 2$$

or pour  $\lambda = \hat{\lambda}_n$ ,  $T_x(n, \hat{\lambda}_n) = \hat{\lambda}_n = \frac{1}{\bar{d}_\gamma + 3}$  d'où  $\frac{1 - s(n, \hat{\lambda}_n)}{s(n, \hat{\lambda}_n)} = \bar{d}_\gamma + 1$

si  $\lambda > \hat{\lambda}_n$ ,  $s(n, \lambda) < s(n, \hat{\lambda}_n)$  et  $\beta(n, \lambda) < 0,5$

d'où l'estimation de  $\bar{v}_\gamma$  par  $3n$  au voisinage de  $\hat{\lambda}_n$  .

- . enfin le rendement  $\bar{r}_\gamma = \frac{\bar{tr}_\gamma}{\bar{tr}_\gamma + \bar{c}_\gamma} = \frac{1}{\bar{v}_\gamma - 2}$  baisse ce qui précise

que l'activité des cellules (nombre de transferts par cycle) diminue,

en effet  $\bar{tr}_\gamma$  est maximal (par  $R_5$ ) alors que  $\bar{c}_\gamma$  augmente avec n ( $R_{13}$ ) .

n	$\bar{M}_\gamma$	Refus sur 1000 cy- cles	$\bar{tr}_\gamma$	$\bar{M}_\gamma/n^2$	$\bar{tr}_\gamma/\bar{M}_\gamma$	$\bar{v}_\gamma$	$\bar{d}_\gamma+1$	$\frac{n^2}{\bar{d}_\gamma+3}$
2	1,18	814	2,74	0,2955	2,32	4,30	2,33	0,92
3	2,57	1918	7,70	0,2856	2,99	5,49	3,00	1,80
4	3,82	4079	14,67	0,2388	3,84	7,64	3,66	2,82
5	5,26	7250	22,94	0,2105	4,36	10,04	4,33	3,94
6	6,47	11534	32,14	0,1798	4,96	12,46	5,00	5,14
7	7,81	16693	43,47	0,1594	5,57	14,85	5,66	6,39
8	8,87	23106	55,07	0,1387	6,20	17,34	6,33	7,68
9	9,75	30752	66,11	0,1204	6,77	20,47	7,00	8,99
10	11,19	38814	81,61	0,1119	7,29	22,91	7,66	10,34
11	12,42	48066	98,25	0,1027	7,90	24,58	8,33	11,71
12	13,05	58905	111,12	0,0906	8,51	26,83	9,00	13,09
13	14,34	70158	128,51	0,0848	8,95	29,57	9,66	14,48
14	15,18	82812	146,37	0,0774	9,63	31,92	10,33	15,89
16	17,73	109848	193,17	0,0692	10,89	34,80	11,66	18,73
18	19,78	142290	233,20	0,0610	11,78	40,10	13,00	21,59
20	21,95	177858	287,06	0,0548	13,07	43,84	14,33	24,49

TABLEAU IV.30 -  $\gamma = (n ; n ; 0,50)$ , observation sur 1000 cycles

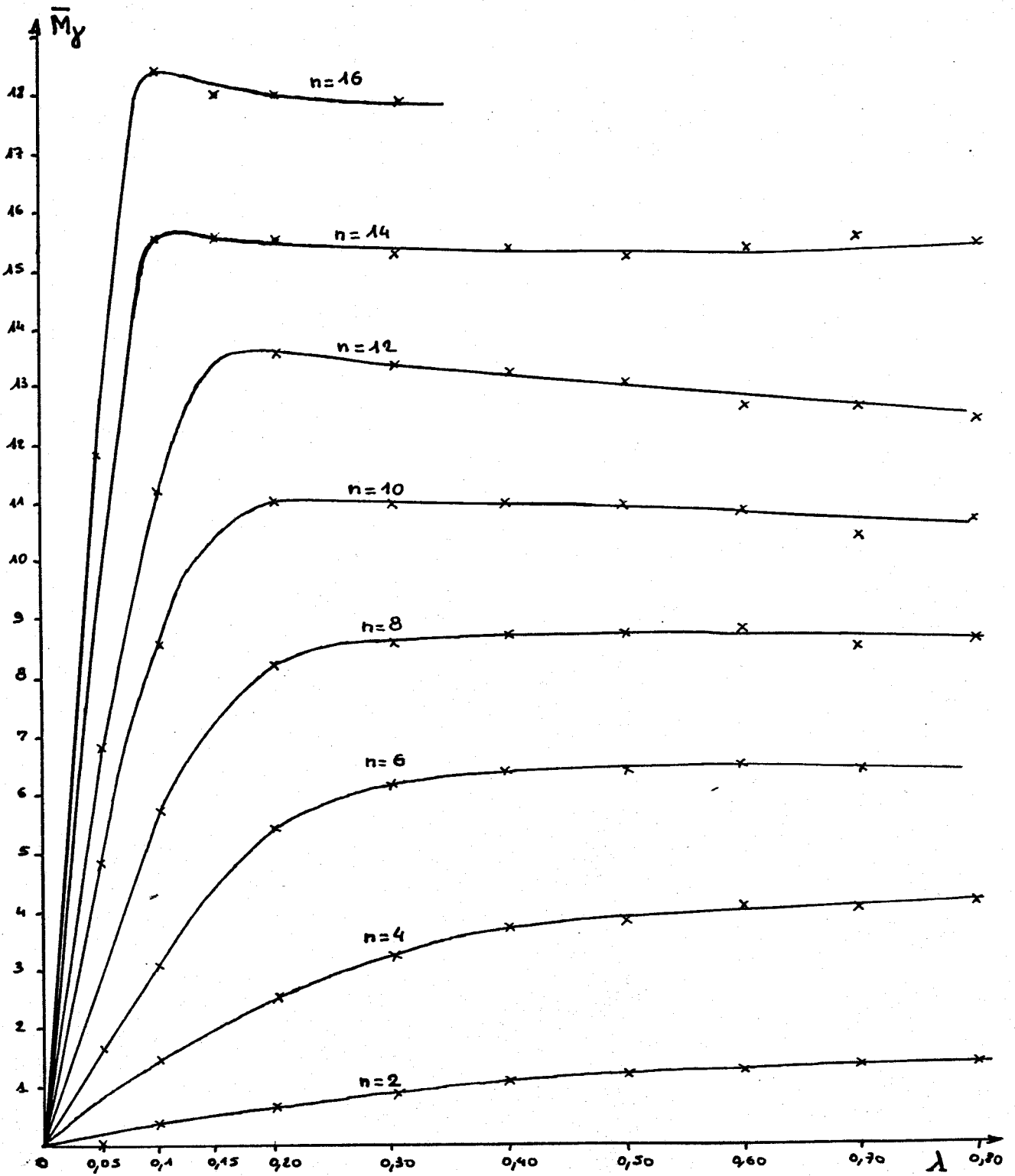


Figure IV.34 -  $\bar{M}_y$  en fonction de  $n$  et  $\lambda$ .

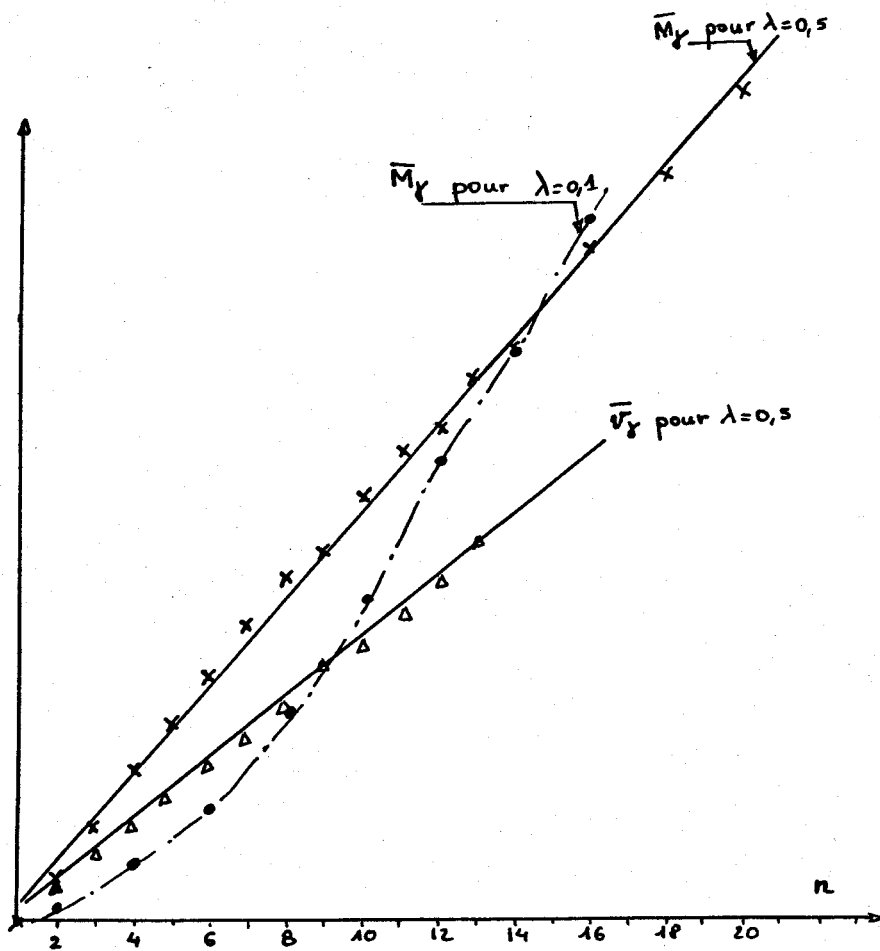


Figure IV.32 - Accroissements de  $\bar{M}_y$  et  $\bar{v}_y$  en fonction de  $n$   
( $\lambda$  constant)

#### IV.B.8. - Dialogues à travers le PCC

Le but de ce paragraphe est de présenter quelques résultats sommaires sur les performances des dialogues entre processeurs composants connectés à un PCC ; il n'est pas d'élucider tous les problèmes attachés aux échanges d'information entre ces processeurs de traitement.

a) Définition : un dialogue est, dans le cadre de cette étude, un échange de messages entre deux processeurs composants  $P_{ij}$  et  $P_{kl}$  sous la forme suivante :

- . dialogue du type système "en bascule" (question - réponse),
- . aucun processeur  $P_{mn}$ , différent de  $P_{ij}$  ou  $P_{kl}$ , dialogue avec ces deux derniers et réciproquement,
- . la quantité d'information échangée est le message, capacité d'un registre cardinal, récepteur ou émetteur,
- . les échanges de messages se font parmi un "bruit" ou mouvement uniforme de messages créé par la stratégie de conduite des essais utilisée précédemment et évoquée en IV.A.5., laquelle établit les probabilités  $s(n, \lambda)$  (émetteurs) et  $\beta(n, \lambda)$  (cardinaux).

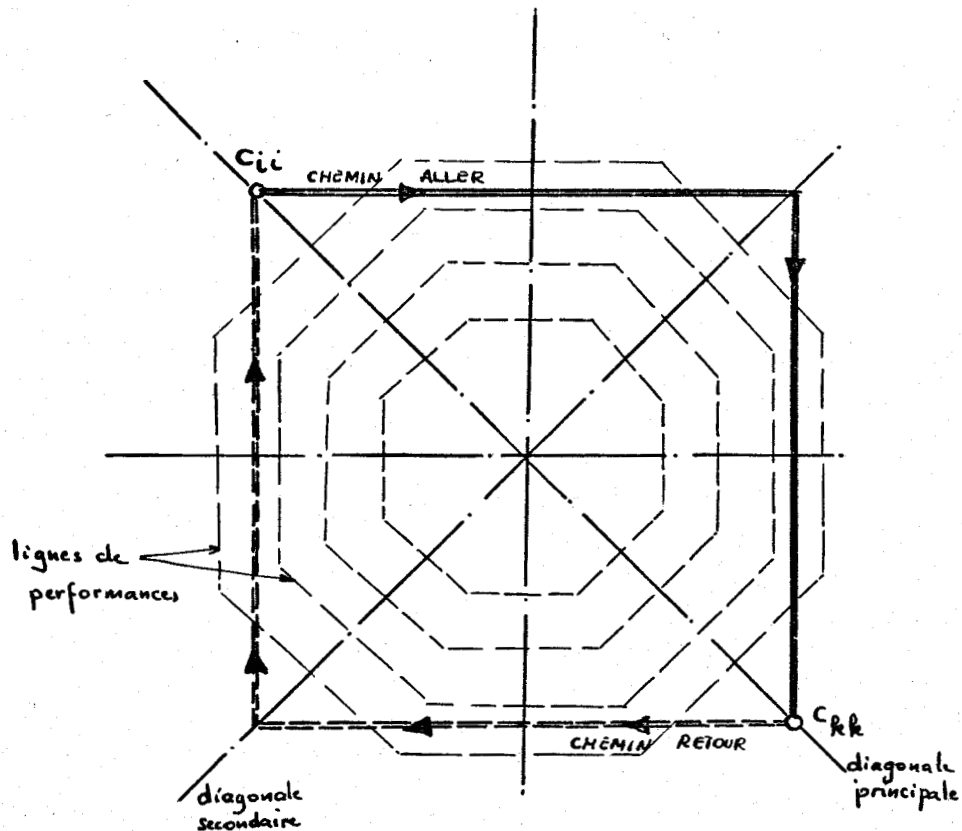
Sous cette forme simple de dialogue nous ramenons le nombre de configurations possibles de dialogues au nombre de quadruplet  $(n, \lambda, (i,j), (k,l))$ .

En fait le choix des couples  $(i,j)$  et  $(k,l)$  s'est simplifié par l'observation du tableau IV.33 qui présente, semblablement au tableau IV.29, les performances de transfert des différentes cellules d'un PCC soumis à un taux  $\lambda$  de demandes ; en effet si nous calculons pour chaque cellules la valeur du rapport :

$$\frac{\text{nombre total de transferts réalisés par cycle}}{\text{nombre total de demandes de transferts par cycle}} \quad (\text{par exemple})$$

établiant un critère de performance, nous observons que les cellules situées vers le centre du PCC sont plus performantes, quant au transfert des messages, que les cellules éloignées de ce centre et que la dégradation de cette performance s'accroît régulièrement quand on s'écarte du centre.

Ainsi, si nous plaçons nos cellules en dialogue sur une diagonale, symétriquement à l'autre diagonale du carré représentant le PCC, les messages échangés traversent des cellules ayant approximativement la même performance de transfert :



0,27	0,25	0,64	0,32	0,82	0,27	0,94	0,23	0,99	0,20
0,30	3,67	0,46	4,60	0,59	3,83	0,69	3,27	0,74	2,96
0,06	0,16	0,27	0,23	0,32	0,18	0,35	0,13	0,35	0,10
		1,11	0,41	1,28	0,35	1,34	0,30	1,37	0,28
		0,60	5,80	0,71	5,18	0,82	4,02	0,85	3,71
		0,59	0,33	0,64	0,28	0,62	0,20	0,62	0,18
				1,45	0,33	1,53	0,27	1,55	0,26
				0,84	4,88	0,98	3,64	1,02	3,51
				0,69	0,25	0,65	0,11	0,63	0,16
						1,60	0,21	1,64	0,22
						1,10	3,02	1,15	3,02
						0,60	0,11	0,60	0,11
								1,66	0,21
								1,19	2,95
								0,58	0,10

Demands des cardinaux par cycle	Demands de l'émetteur par cycle
Nombre total de transferts par cycle	Temps moyen de stationnement d'un message, émetteur
Nombre de conflits cardinaux par cycle	Nombre de conflits émetteur par cycle

TABLEAU IV.33 -  $\gamma = (10 ; 10 ; 0,15)$ , observation sur 500 cycles

Performances des cellules.





ce qui a pour effet de caractériser le dialogue à la fois selon  $d$  (distance qui sépare les cellules),  $n$ ,  $\lambda$  et la position géographique des cellules.

b) Mesures et interprétations : les mesures des dialogues portent, dans cette étude, sur le nombre de messages échangés par unité de temps, les durées de transit de ces messages en fonction des seuls paramètres  $n$ ,  $\lambda$ ,  $d$ .

Remarques :

1. Il n'y a pas d'interférence du dialogue sur lui-même puisque les routes "aller" et "retour" sont distinctes.
2. Nous supposons que le dialogue instauré ne modifie pas  $s(n, \lambda)$  et  $\beta(n, \lambda)$ .
3. La durée de transit moyenne des messages est égale à l'intervalle de temps séparant deux échanges consécutifs de messages puisqu'il s'agit d'un dialogue "en bascule".

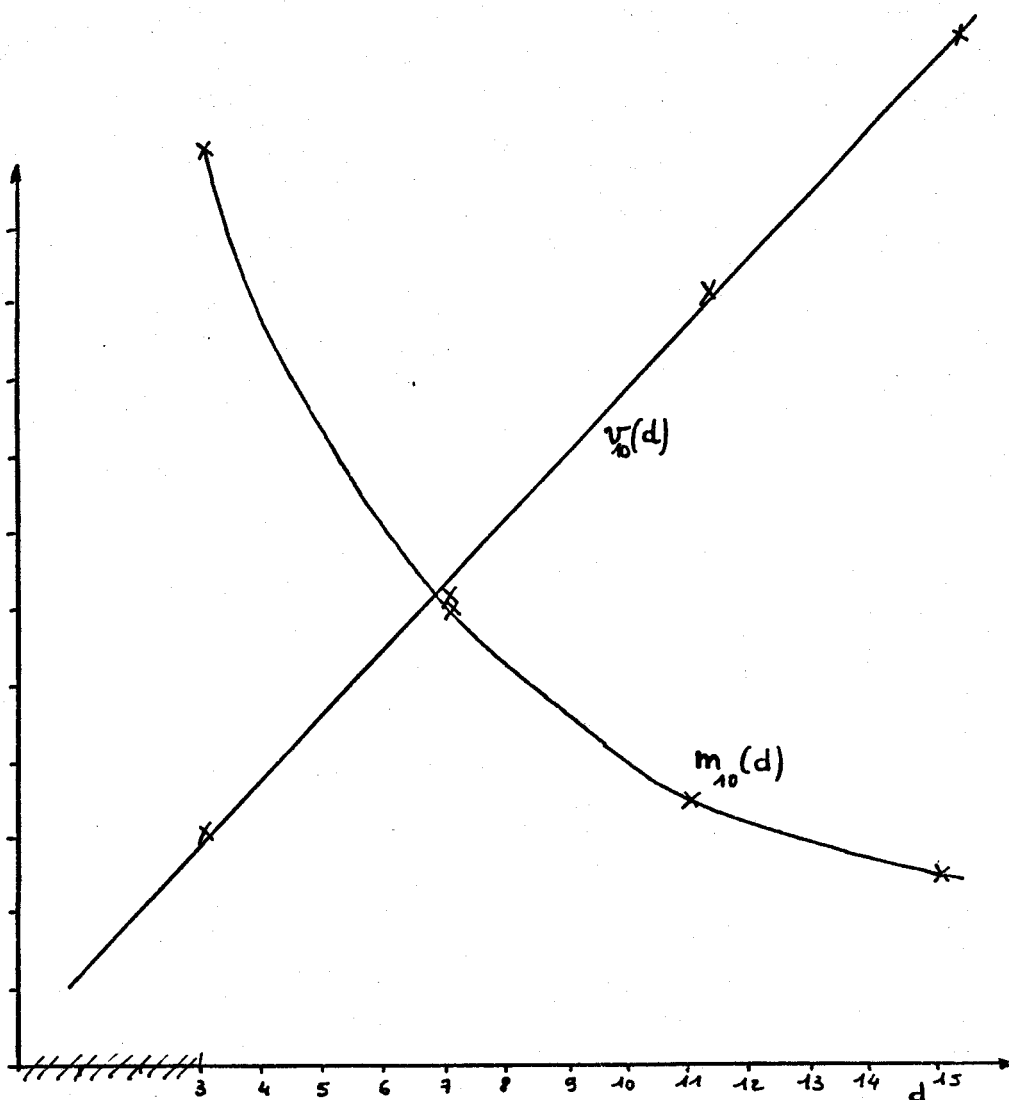
b.1.-  $n, \lambda$  constants,  $d$  variable :

exemple :  $\gamma = (10 ; 10 ; 0,15)$  sur 300 cycles d'observation ;  $\bar{d}_\gamma = 6,66$

	$d=15$	$d=11$	$d=7$	$d=3$
$m =$ nombre de messages échangés	10	14	24	48
$D =$ durée totale des échanges	273	284	296	296
$v =$ durée moyenne de transit d'un message	27,3	20,28	12,33	6,16
$\frac{1}{d+3} \times D$	13,65	19,8	29,6	47,36
$v/d$	1,82	1,84	1,76	2,05

$$y = v_0(d)/2$$

$$y = m_{10}(d)/4$$



Conclusions :

- la ligne : " $\frac{1}{d+3} \times D$ " montre que le caractère pipe-line des échanges se garde sensiblement ,
- la ligne : " $v/d$ " montre que, sous l'hypothèse que les cellules traversées ont approximativement la même performance de transfert, le rapport durée de transit/distance de transit est meilleur sur des trajets situés à mi-distance entre le centre et les bords du PCC.
- principe de localité : plus la distance à parcourir est courte et plus le nombre de messages échangés est élevé (il se comporte comme  $1/d+3$ ).



b.2.- n, d constants,  $\lambda$  variable.

exemple :  $d = \bar{d}_\gamma + 1$  ;  $\gamma = (10 ; 10 ; \lambda)$  ;  $\bar{d}_\gamma = 6,66$  ;  $m = \frac{1}{v}$   
(300 cycles d'observation)

$\lambda$	0,05	0,1	0,15	0,20	0,25	0,50
$\bar{v}_\gamma$ (global)	10,46	11,98	16,18	19,16	21,12	22,91
V (dialogue)	10,05	11,27	12,12	16,51	18,55	21,81

Cet exemple montre l'évidence suivante : le transfert des messages d'un dialogue subit l'influence des possibilités de transfert (caractérisées par  $s(n, \lambda)$  et  $\beta(n, \lambda)$ ) du réseau soumis à un taux global de demandes d'injection de messages de  $\lambda$ .

Remarque : le fait que  $v$  soit inférieur à  $\bar{v}_\gamma$  est dû à la position géographique des routes suivies par les messages sur des cellules à bonne performance  $v/d$ . (voir conclusion précédente).

b.3.-  $\lambda, d$  constants,  $n$  variable

A ce jour nous n'avons pas d'information complète sur  $\beta(n, \lambda)$  lequel joue un rôle important ici puisqu'il s'agit de traverser  $d$  cellules présentant un comportement caractérisé par  $\beta(n, \lambda)$  avec  $n$  variable.

Des résultats de simulation nous ont montré que  $\beta(n, \lambda)$  (valeur moyenne sur le PCC) varie assez peu avec  $n$  ; cependant dans la mesure d'un dialogue est apparu l'aspect "zone" traversée par les trajets des messages (zone des cellules centrales, zone "couronné", zone des cellules situées sur les bords du PCC), or quand  $n$  varie les trajets des échanges peuvent se déplacer virtuellement vers des zones qualifiées de "centrale" ou de "couronne" ou de zones "situées" sur les bords au critère de performance  $v/d$  différent.

Une conclusion globale sur les performances d'un dialogue avec  $\lambda$  et  $d$  constant est difficile à formuler avec le paramètre  $n$ .

CONCLUSION GENERALE

-----

Rappelons que les performances d'un système de communications ou de traitement s'évaluent par le nombre de mouvements d'ordres ou de données que ce système peut assurer dans un intervalle de temps donné et par le temps de transit dans le système.

Notre étude a été d'étudier un moyen de communications puissant qui permette de faire fonctionner simultanément un nombre élevé de processeurs composants.

Ce moyen de communications (PCC) est construit sur le concept de pipe-line bi-dimensionnel par lequel chaque processeur composant peut échanger et traiter en parallèle de l'information avec les autres processeurs composants tout en respectant le cahier de charges précisé à la fin du chapitre I.

Comme nous l'avons montré les performances des PCC sont fonctions de la taille du réseau et du taux d'utilisation  $\lambda$ . D'une manière globale ces performances varient approximativement avec cette taille (dimension du PCC carré) ce qui est peut être un résultat un peu décevant en rapport au nombre  $n^2$  de cellules utilisées. Cependant il est moins coûteux d'utiliser  $n^2$  éléments très modestes plutôt qu'un seul élément qui soit  $n^2$  fois plus performant que les précédents ; c'est-à-dire que les PCC devraient offrir un très bon rapport performance/prix.

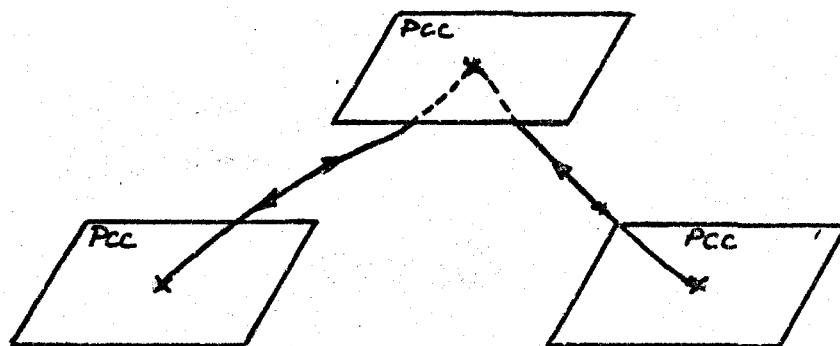
Sur ce sujet un des prolongements intéressants de l'étude serait d'établir des programmes d'optimisation du prix, respectivement d'une performance ( $\bar{M}_\gamma$  ou  $\bar{v}_\gamma$ , etc...) sous des contraintes de performances, respectivement, d'autres performances et de prix.

Il est certain que les PCC sont perfectibles et, au vu des relations traduisant leurs comportements, qu'une recherche supplémentaire, d'une part au niveau de la structure et du fonctionnement de la cellule, d'autre part au niveau de la stratégie d'acheminement des messages, peut être entreprise dans le but d'une augmentation des performances.

Par exemple une étude possible aurait pour objectif l'amélioration des valeurs de  $s(n, \lambda)$  lequel décroît très rapidement quand  $n$  ou  $\lambda$  augmente (alors que  $\beta(n, \lambda)$  décroît moins rapidement) et est un facteur important dans les expressions de  $\bar{c}_Y, \bar{r}_Y, \bar{v}_Y$ .

Une autre possibilité serait de développer une nouvelle stratégie d'acheminement de messages qui, tout en respectant l'ordre d'émission de ces messages et le principe de non interblocage, permettrait de mieux équilibrer l'utilisation des registres cardinaux.

Enfin un élément essentiel dans ces performances est la distance moyenne  $\bar{d}_Y$  à parcourir. Diminuer cette distance c'est augmenter les performances et notamment la valeur du point critique  $\hat{\lambda}_n$  lequel crée une file d'attente chez les processeurs composants lorsque cette valeur est dépassée. Cette possibilité de diminution de  $\bar{d}_Y$  peut se réaliser en appliquant le principe de localité ou en recherchant à exploiter des PCC fermés, des PCC à trois dimensions (pipe-line tri-dimensionnel) ou encore des PCC ouverts hiérarchisés :



La possibilité de connecter, d'adjoindre, de supprimer des unités indépendantes et de natures diverses à un PCC ouvre à ce système de communications des applications très importantes dans le domaine des architectures parallèles. En effet on peut considérer un système de traitement comme un ensemble d'unités fonctionnelles, chacune de ces unités est douée d'une autonomie et de communications avec d'autres unités fonctionnelles suffisantes pour mener à bien une tâche qui lui est confiée. Ces unités peuvent être des mémoires, des unités arithmétiques et logiques, des unités de contrôle et de commande, des unités d'entrée-sortie, des opérateurs spécialisés. Les temps de communications doivent être faibles en regard des temps de fonctionnement afin de ne pas pénaliser les performances des éléments de traitement.

Ainsi trouve-t-on de l'intérêt à l'application des PCC dans des structures parallèles très diverses telles que :

- des groupements de processeurs (pour traitements parallèles),
- des systèmes coopérants (langage à assignation unique),
- des systèmes spécialisés,
- des systèmes à grand débit de communications (centraux informatisés téléphoniques),
- des systèmes à grande fiabilité (substitution d'éléments).

## BIBLIOGRAPHIE

---

- | 1| Parallelism in hardware and software. Real apparent concurrency - HAROLD LORIN - Prentice Hall Inc.
- | 2| Systèmes d'exploitation des ordinateurs - CROCUS - Ecole d'hiver à AURON (NICE) - Février 1973.
- | 3| Optimal scheduling : Strategies in a multiprocesseur system - C.V. RAMAMOORTHY - IEEE TRANS. COMP., Vol. C-21, n° 2, FEV.72.
- | 4| Micromultiprocessing : An approach to multiprocessing at the level of very small tasks - J.L. ROSENFELD - IEEE TRANS. COMP., Vol. C-22, n° 2, FEV. 73.
- | 5| A survey of problems and preliminary results concerning parallel processing and parallel processors - M. LEHMAN - PROC. IEEE., Vol. 51, n° 12, p. 1889-1901, DEC. 66.
- | 6| The effects of multiplexing on a computer. Communications System - C.D. PACK - Communications of the ACM., MARS 75, Vol. 16, n° 3.
- | 7| Survey of parallel processor. Approaches and Techniques. - L.C. HOBBS - Parallel processor Systems, technologies and applications.
- | 8| A multimicroprocessor system implemented through pipelining - L.E. SHAR, E.S. DAVIDSON - Computer FEV. 74.
- | 9| Super computer architecture - L.C. HIGBIE - Computer DEC.73.
- | 10| Elaboration d'un automate destiné à transformer les organigrammes quelconques - organigrammes méthodologiques - A. SITBON - UER Inf. PARIS IX Dauphine.
- | 11| Une méthode de restructuration et de réduction de programmes - F. COSTES et B. WATRELOT - Métra 1973.



- |12| Programmes séquentiels et parallélisme  
G. ROUCAIROL et A. WIDORY - RAIRO - Juin 1973.
- |13| Un langage de programmation sans branchement  
J. ARSAC - AFIRO - Juin 1972.
- |14| Detection and parallel execution of independent instructions  
G.S. TJADEN et M.J. FLYNN - IEEE Transactions on computers - Vol. C-19,  
n° 10, OCT.1970.
- |15| Analysis of program for parallel processing  
A.J. BERNSTEIN - IEEE Transactions on computers, Vol. EC-15, n° 5, OCT.66.
- |16| Asymétric Memory Hierarchies  
J.G. WILLIAMS, Communications ACM, April 1973, Vol. 16, n° 4.
- |17| Interférence between Communicating Parallel Processes.  
P. GILBERT et W.J. CHANDLER - Communications ACM, June 1972, Vol. 15, n° 6.
- |18| Some Computer Organization and their effectiveness  
M.F. FLYNN - IEEE Transactions on computers, Vol. C-21, n° 9, SEPT.72.
- |19| A balanced Pipelining Approach to multiprocessing on a instruction  
Stream level  
J.M. KURTBERG et R.D. VILLANI, IEEE transactions on computers, Vol. C-22,  
n° 2, feb. 73.
- |20| A multiple instruction stream processor with shared ressources  
M.J. FLYNN, Chapitre 13, livre : "Parall Processor System Technology and  
applications" - Spartan Books, NEW YORK.
- |21| Architecture et variétés de réseau - POUZIN - I.R.I.A..
- |22| The three faces of computer networks - Computer Aug. 73.
- |23| Computer Networks. Exemples divers : papiers IRIA, IEEE, NETWORKS, COMPUTER.
- |24| Colloques IRIA - 1972 à 1974

- | 25| Graphes et Hypergraphes - C.BERGE - Monographies Universitaires de Mathématiques - DUNOD.
- | 26| Multiplexing and Concentration.  
D.R. DOLL - Proceeding of the IEEE, Vol. 60, n° 11, NOV.1972.
- | 27| Illiac IV - Mc INTYRE - IEEE Vol 17, April 1968.
- | 28| The Solomon computer.  
J. GREGORY et R. Mc REYNOLDS - IEEE Transactions on Elect. comp. 1963.
- | 29| A universal computer capable of executing an arbitrary number of sub-programs simultanealy.  
J. HOLLAND - Proceeding of the castern joint computer conference 1959.
- | 30| Le réseau STUD - M.V. CORDONNIER - Université des Sciences et Techniques de Lille.
- | 31| Techniques de simulations. Séminaires R.O. Marine Nationale 1970.
- | 32| Signaux Aléatoires - R. ROUBINE - Masson.
- | 33| Routing in Computer Networks  
H. FRANCK, W. CHOV - Networks 1 : 99-112 - 1972.
- | 34| Survey of analytical méthodes in queuing networks - L. KLEINROCK -  
Volume : "Optimal Design of computer Networks".
- | 35| Electronique - Mars 1975 ; Mini-ordinateur, micro-processeur -  
LILEN - Editions Radio - 1975.
- | 36| On connecting modules together uniformly to form a modular computer  
E.G. WAGNER - IEEE Transactions on electronic computers - Vol EC 15,  
n° 6, December 1966.
- | 37| Réseaux modulaires d'interconnexions entre organes de calculateurs -  
DESCOTES - GENON - Labo Automatique INP Grenoble 1973.
- | 38| Théorie et technique de la transmission des données  
CLAVIER, COFFINET, NIQUIL, BEHR - Masson.