

576
1976
72

Numero d'Ordre 589

50376
1976
72

THESE

présentée à
L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le titre de
DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE

par

Geneviève BOSVIEUX - COILLIOT

METHODE FACILITANT L'ETUDE
DES MONTAGES DE L'ELECTRONIQUE DE PUISSANCE



Membres du Jury : MM. P. VIDAL , Président
G. SEGUIER , Rapporteur
Ch. MAIZIERES , Examineur
Ch. CARREZ , Examineur

en affectueux hommage

à François

Jean-François et Marc

à nos parents.

Ce travail a été effectué au Laboratoire d'Applications des Redresseurs de Puissance de l'Université des Sciences et Techniques de Lille.

Je remercie très vivement Monsieur le Professeur VIDAL d'avoir accepté de présider le Jury chargé d'examiner ce mémoire.

Monsieur le Professeur SEGUIER a bien voulu m'associer aux travaux de son équipe de chercheurs en me confiant un travail touchant à la fois à l'informatique et à l'électronique de puissance. Je lui suis extrêmement reconnaissante des encouragements et des conseils qu'il m'a sans cesse prodigués.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Messieurs les Professeurs MAIZIERES et CARREZ qui se sont intéressés aux deux aspects de mon étude et qui m'ont fait l'honneur de participer à ce Jury.

Que tous ceux du Service Electrotechnique de l'U.E.R. d'I.E.E.A., du Centre de Calcul et de l'I.U.T. de Béthune qui m'ont aidé au cours de ce travail trouvent ici l'expression de ma gratitude.

Je n'aurais garde d'oublier Madame MATHIEU et Monsieur LEROY qui ont tant contribué à la réalisation matérielle de ce mémoire.

S O M M A I R E

I. INTRODUCTION	1
I. Difficultés de l'étude des montages à redresseurs	1
I.1 Schématisation des caractéristiques	2
I.2 Méthode d'étude usuelle	3
I.3 Difficultés de cette méthode	4
II. Méthodes de calcul antérieurement proposées	5
II.1 Approximation mathématique de la caractéristique	5
II.2 Simulation numérique	6
II.3 Simulation analogique	9
III. Le procédé d'étude proposé	10
III.1 Caractéristique de la méthode	10
III.2 La méthode proposée	11
III.3 Plan de l'étude	12
II. ETUDE DE MONTAGES A DETERMINATION DES CHANGEMENTS DE PHASE AISEE	13
I. Débit d'une source de tension sinusoïdale, à travers une diode, sur une résistance et un condensateur en parallèle	13
I.1 Mise en équations	13
I.2 Etude des conditions initiales	14
I.3 Résolution des équations	17
- Solution globale	17
- Application de la solution globale	18
- Solution diversifiée	20
- Comparaison des deux méthodes	20
II. Etude du circuit "roue libre"	21
II.1 Equations. Modes de fonctionnement	21
- Diode D_1 conductrice	22
- Diode D_2 passante	22
II.2 Exemples de tracés	23
II.3 Emploi d'une meilleure approximation des diodes	25

III. ETUDE DE MONTAGES SIMPLES AVEC DETERMINATION DES CHANGEMENTS DE PHASE SUCCESSIFS	27
I. Débit d'une source de tension sinusoïdale, à travers une résistance et une diode, sur un condensateur shunté par une résistance	27
I.1 Mise en équations. Solution globale	28
- Solution globale	28
- Application aux deux modes de fonctionnement	29
- Conditions initiales	30
I.2 Application	31
- Conduite des calculs	31
- Exemples de résultats obtenus	33
I.3 Critique de la méthode utilisée	34
II. Etude d'un ensemble montage redresseur-filtre-charge	38
II.1 Etude en régime permanent	40
- Montage à diodes	40
- Montage à thyristors	42
II.2 Etude du montage à diodes	44
- Mise en équations. Etude globale	44
- Application aux deux modes de conduction	46
- Conduite des calculs	50
- Exemples de résultats obtenus	52
II.3 Etude du montage à thyristors	55
- Equations de fonctionnement	55
- Conduite des calculs	57
- Résultats obtenus	58
IV. ETUDE DE MONTAGES COMPTANT DE NOMBREUX REDRESSEURS	65
I. Le pont symétrique à quatre diodes	65
I.1 Modes de fonctionnement	66
- Identité des états des diodes D_1 et D_4 , D_2 et D_3	66
- Les quatre modes de fonctionnement	67
- Cas de circuits purement résistants	68
I.2 Fonctionnement en commutateur	70
II. Le montage fréquentométrique	71
II.1 Les divers modes de fonctionnement	72
II.2 Propriétés du montage	78
II.3 Calcul de la précision dans le cas des tensions sinusoïdales	78
- Expressions de la tension u_c	79
- Conditions des changements de modes	81
- Conduite des calculs	82
- Exemples de résultats obtenus	85
V. CONCLUSIONS	89
BIBLIOGRAPHIE	92

I. INTRODUCTION

"Le propre de toute forme, de toute morphologie est de s'exprimer par une discontinuité du milieu : or, rien ne met plus mal à l'aise le mathématicien qu'une discontinuité".

René THOM

Modèles mathématiques de la morphogénèse

Les diodes semi-conductrices sont utilisées, dans le domaine des courants faibles à cause de la non linéarité de leur caractéristique tension-courant. D'autres applications font intervenir les zones à résistance apparemment négative.

En courants forts, les amplitudes des tensions et des courants sont telles que l'on utilise la majeure partie des caractéristiques des diodes ; la zone décrite par le point de fonctionnement diffère peu de deux segments linéaires de pentes très différentes. Avec les thyristors, à ce brusque changement de pente vient s'ajouter le phénomène du déblocage qui se traduit par le passage d'une branche de la caractéristique à une autre nettement distincte.

Cette non linéarité des diodes et cette possibilité d'un brusque changement d'état des thyristors sont à la base de toute cette branche de l'électricité appelée l'électronique de puissance. Mais elles entraînent inévitablement des difficultés de raisonnement et de calcul pour l'électricien qui, comme tout physicien, est plus à son aise dans les domaines où tout est linéaire ou peut être linéarisé.

Nous plaçant dans l'optique de l'électronique de puissance et plus particulièrement dans celle de l'utilisation dans les circuits des semi-conducteurs, nous nous sommes attachée aux possibilités de faciliter un peu l'étude de ces circuits.

Après d'autres essais, nous avons été conduite à considérer diodes et thyristors comme des sources de discontinuité et à introduire ces éléments dans la mise en équation des circuits, nous engageant dans la voie avancée par R. THOM (1) dans son ouvrage déjà cité *"Le mathématicien ... parfois ... sera tenté d'introduire un nouveau symbole pour condenser cette expression en une seule, et reprendre ainsi le calcul sur de nouvelles bases."*

Avant de présenter notre procédé d'étude des circuits à diodes ou à thyristors, il nous a semblé nécessaire de rappeler les difficultés rencontrées par les spécialistes de cette étude et leur façon d'opérer, puis

(1) Les chiffres entre crochets se rapportent à la bibliographie annexée à ce mémoire.

les procédés de "mise en équation" des montages à semi-conducteurs antérieurement proposés.

I. DIFFICULTES DE L'ETUDE DES MONTAGES A REDRESSEURS (1)

En électronique de puissance, pour l'étude des circuits dès que ceux-ci sont un peu compliqués, on utilise une représentation schématique des caractéristiques des redresseurs et on effectue les calculs à partir d'une description "intuitive" du fonctionnement du montage.

I.1 Schématisation des caractéristiques

La diode, dont la figure 1.1 donne la représentation symbolique, est constituée par une jonction PN.

Quand la tension v , entre son anode A et sa cathode K, est positive, la diode est passante, c'est-à-dire que le courant i , positif même s'il est important, ne provoque qu'une chute de tension réduite.

Quand la tension v est négative, la diode est bloquée, c'est-à-dire que, même si v a une valeur négative élevée, le courant i a une valeur négative faible.

Dans l'étude des circuits on suppose la diode parfaite, négligeant ainsi la chute de tension directe et le courant inverse (fig. 1.1). Son rôle dans un circuit s'énonce alors ainsi :

- quand le courant veut passer dans le sens direct, de A vers K, la diode est conductrice et équivaut à un interrupteur fermé ;
- quand, sous l'effet d'une tension négative à ses bornes, le courant veut passer en sens inverse, la diode est isolante et équivaut à un interrupteur ouvert.

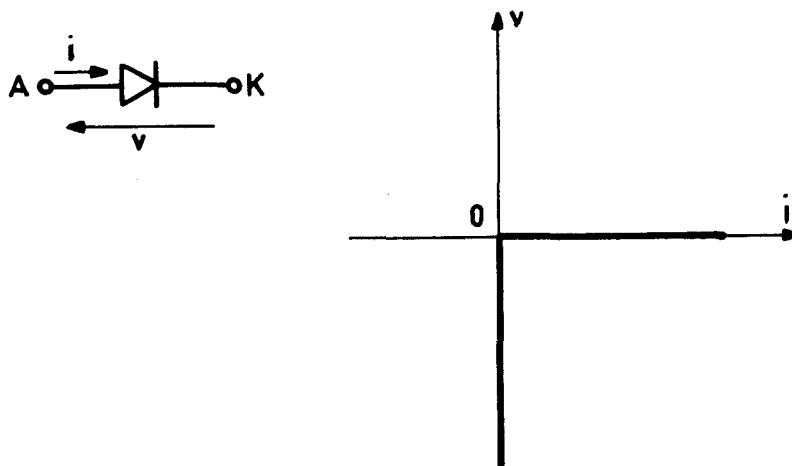


Fig. 1.1 - Diode : représentation symbolique ; caractéristique de la diode parfaite

Le thyristor (fig. 1.2), semi-conducteur à trois jonctions, est muni, en plus d'une anode A et d'une cathode K, d'une électrode de déblocage appelée gâchette G.

(1) Dans ce paragraphe nous avons largement utilisé les remarques faites par G. SEGUIER au début de son ouvrage sur "L'électronique de puissance". Ce sont d'ailleurs ces remarques qui l'ont conduit à nous confier le travail de réflexion dont rend compte le présent mémoire.

Quand la tension v est négative, le thyristor est bloqué.

Quand v devient positif, le redresseur reste bloqué, jusqu'au moment où on envoie une impulsion de déblocage sur la gâchette. Il devient alors conducteur et se comporte comme une diode.

Après un intervalle de conduction, le thyristor redevient isolant dès que le courant direct s'annule.

Si l'on suppose le thyristor parfait, négligeant la chute de tension directe et les courants de fuite direct et inverse, son rôle dans un circuit peut s'énoncer ainsi :

- quand le courant veut passer dans le sens inverse, le thyristor équivaut à un interrupteur ouvert.

- quand le courant veut *ensuite* passer dans le sens direct, l'interrupteur reste ouvert. Il ne se ferme que si l'on envoie un signal de déblocage.

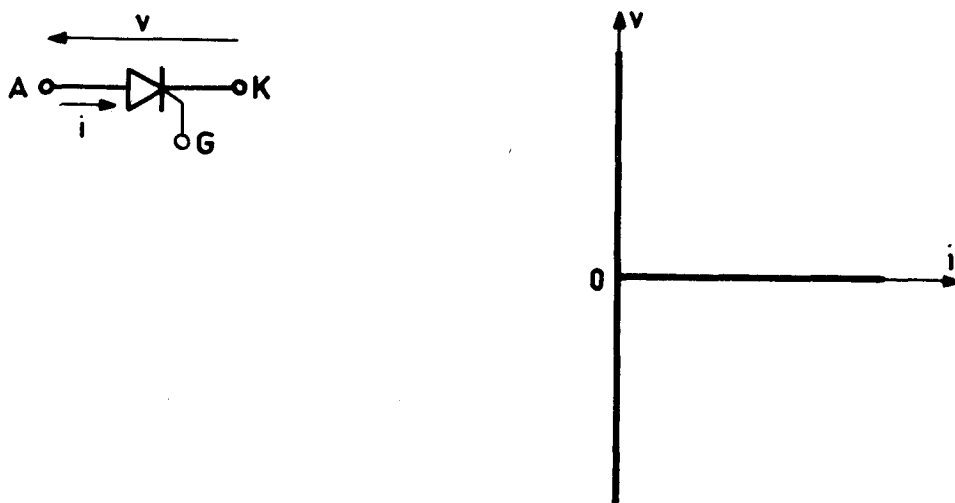


Fig. 1.2 - Thyristor : représentation ; caractéristique du thyristor parfait.

I.2 Méthode d'étude usuelle

G. SEGUIER {2}, avant de l'appliquer aux fonctions de base de l'électronique de puissance, a clairement schématisé la façon dont les spécialistes des montages à redresseurs étudient le fonctionnement de ces derniers :

- Ils s'intéressent à la marche en régime *établi*, les diverses variables retrouvant les mêmes valeurs à chaque période.

- Ils *décrivent* le fonctionnement, c'est-à-dire qu'ils imaginent l'évolution des courants et des tensions pendant les phases successives qui forment une période. Une "phase" correspond à la configuration que donne au montage l'état passant ou bloqué des divers redresseurs.

- Pour chaque phase on trace le schéma équivalent en éliminant la ou les branches du circuit ouvertes par le blocage d'un redresseur. Supposant les redresseurs conducteurs parfaits et caractérisant

par des constantes les éléments des circuits fermés grâce à ces conductions, on écrit les *équations différentielles linéaires* liant les variables.

La résolution de ces équations donne les expressions des variables aux constantes d'intégration près.

On détermine l'instant où la phase considérée se termine à partir de ces expressions qui montrent quand le courant dans un redresseur passant s'annule ou quand la tension aux bornes d'une diode bloquée cesse d'être négative.

- On passe alors à l'examen de la nouvelle phase, et ainsi de suite, jusqu'à la fin de la période.

On élimine les constantes introduites dans ces calculs successifs en notant qu'à chaque changement de phase certaines valeurs ne peuvent pas subir de discontinuité et qu'à la fin de la période certaines variables ont la même valeur qu'au début de la période.

Cette façon de procéder est celle qu'on trouve dans tous les ouvrages consacrés à l'étude des circuits à redresseurs dans le domaine des courants forts. Certains auteurs se limitent surtout à la description du déroulement des phénomènes durant une période. D'autres, notamment G. SEGUIER {2}, B.D. BEDFORD et R.G. HOFT {3}, T.J. TAKEUCHI {4} effectuent les calculs pour arriver jusqu'à la détermination des caractéristiques.

I.3 Difficultés de cette méthode

Cette méthode présente deux types de difficultés, l'une liée à l'hypothèse sur les redresseurs, l'autre au principe même utilisé.

● Supposer les redresseurs parfaits est une hypothèse d'autant moins admissible que les courants inverses sont moins négligeables devant les courants directs mis en jeu dans les circuits, que les chutes de tension directes sont moins faibles devant les tensions intervenant dans le montage.

Souvent inacceptable dans les montages à courants et tensions faibles, l'hypothèse des redresseurs parfaits fausse d'ordinaire très peu l'étude des circuits en courants forts. Dans ce dernier cas, les auteurs procèdent parfois ainsi :

- ils effectuent l'étude en supposant les redresseurs parfaits.
- ils corrigent les résultats obtenus pour tenir compte de l'imperfection des redresseurs, notamment de leur chute de tension directe.

C'est ainsi qu'a opéré G. SEGUIER {5} dans son étude systématique des montages redresseurs.

● Les principales difficultés viennent du principe utilisé qui repose sur une certaine ambiguïté. On pourrait, en effet, le schématiser ainsi :

"Un redresseur est conducteur si, quand on le suppose conducteur, le courant qui passe est positif.

Un redresseur est bloqué si, quand on le suppose bloqué, on trouve une tension à ses bornes négative."

Les habitués de l'étude des circuits savent partir d'une description correcte du fonctionnement et montrent qu'elle seule permet le "bouclage" du régime établi sur une période.

Mais cette façon de procéder est très déconcertante pour les nouveaux venus à cette technique. Elle est difficile à mettre en oeuvre pour les circuits compliqués comportant un grand nombre de redresseurs. Quand, d'après la valeur des paramètres caractéristiques du montage, plusieurs modes de fonctionnement distincts peuvent se présenter, il est difficile de les situer a priori et on risque d'en oublier certains. Enfin étudiant les régimes établis, on n'est pas assuré que le régime permanent possible s'établisse effectivement.

C'est pour réduire un peu cette dernière série de difficultés que nous proposons une nouvelle façon d'étudier les montages à redresseurs. Toutefois, au préalable, nous rappellerons les procédés antérieurement envisagés pour faciliter l'étude de ces circuits.

II. METHODES DE CALCUL ANTERIEUREMENT PROPOSEES

Notons d'abord l'introduction par T.J. TAKEUCHI {4} dans l'étude des circuits à redresseurs supposés parfaits de ce qu'il appelle les fonctions ϕ . Elles permettent de trouver d'une façon plus rapide l'expression du courant redressé dans des circuits régis par une équation différentielle du premier ou du second ordre et attaqués par des tensions sinusoïdales. Mais sa façon de procéder ne diffère pratiquement pas de celle que nous venons de caractériser.

Rappelons également les méthodes numériques et graphiques de calcul utilisées en automatique pour l'étude des systèmes non linéaires. P. NASLIN {6} y consacre un chapitre dans l'un de ses ouvrages. Il s'agit de sa méthode numérique de calcul pas à pas par différences utilisant un schéma fonctionnel, de la méthode graphique des directrices de K.J. DE JUHASZ. Il rappelle le calcul de la réponse indicielle d'un circuit comportant une diode effectuée par STOUT.

Ces méthodes utilisables pour les régimes transitoires, intéressantes quand la caractéristique de l'élément non linéaire ne peut être schématisée conduisent à des calculs très pénibles dès qu'il s'agit de circuits complexes attaqués par des tensions périodiques quelconques.

Les méthodes actuellement préconisées font appel aux calculateurs numériques ou analogiques.

II.1 Approximation mathématique de la caractéristique

La caractéristique tension-courant de la diode ne présentant pas de discontinuité, on peut chercher une expression approchée de la courbe $i(v)$. On la décrit le plus souvent {7} par la relation

$$i = I_S \left(e^{\frac{qv}{KT}} - 1 \right)$$

I_S désignant le courant de saturation inverse,
 K la constante de Boltzmann,
 T la température absolue de la jonction.

Dans les applications on prend souvent

$$i = I_S \left(e^{\frac{3}{2} v} - 1 \right)$$

On trouve des programmes préétablis qui permettent d'étudier les circuits comprenant des éléments linéaires, des diodes et des transistors. {8}

Après une analyse topologique du circuit permettant sa mise en équations, on résout ces dernières par inversion de matrice puis par intégration par une méthode de RUNGE-KUTTA améliorée.

Ces procédés sont utilisables en continu et en alternatif pour les faibles signaux car on linéarise les caractéristiques des semi-conducteurs autour de leurs points moyens de fonctionnement.

Au début de nos travaux, nous avons essayé d'utiliser des procédés de ce type pour l'étude de circuits simples à diodes travaillant avec des signaux larges utilisant une grande partie des caractéristiques. Les équations ne peuvent plus être linéarisées, les calculs effectués par la méthode de RUNGE-KUTTA ne convergent pas.

Ces procédés ne peuvent donc être utilisés en électronique de puissance pour les circuits à diodes et, a fortiori à cause de la discontinuité correspondant au déblocage, pour les circuits à thyristors.

II.2 Simulation numérique

- Plusieurs auteurs utilisent l'ordinateur pour l'étude des circuits à *redresseurs supposés parfaits*. C'est l'ordinateur qui détermine directement le passage d'une phase de fonctionnement à la suivante et qui, pour chaque phase, exploite pas à pas les équations différentielles linéaires régissant le circuit équivalent.

Le programme utilise des tests de passage :

- pour une diode, on vérifie quand elle est conductrice que son courant direct est positif, quand elle est bloquée que sa tension aux bornes est négative. Quand la condition correspondant à son état n'est plus vérifiée, elle passe à son autre mode de fonctionnement.
- pour les thyristors, l'amorçage suppose une tension aux bornes positive et la présence du signal de commande sur la gâchette ; la conduction nécessite la présence d'un courant i supérieur au courant de maintien.

La figure 1.3 schématise l'organigramme du test de conduction.

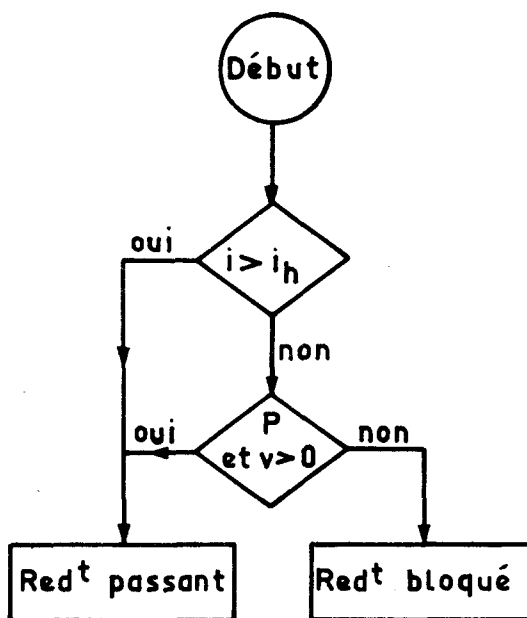


Fig. 1.3 - Test de détermination de l'état d'un thyristor

P désigne la présence du signal sur la gâchette pour un thyristor (pour une diode on suppose la condition présence de P toujours vérifiée), i_h le courant de maintien.

Ce test est utilisé à chaque pas de calcul et pour chaque redresseur.

Tous ces procédés conduisent à la résolution d'équations différentielles par une méthode d'EULER ou de RUNGE-KUTTA améliorée. Les plus performantes utilisent un pas variable pour réduire l'erreur inévitablement induite à chaque pas.

J.S.C. HTSUI et W. SHEPHERD {9} analysent avant de débiter les calculs, les diverses phases possibles et établissent les équations différentielles correspondant à chacune d'elles. Ils appliquent leur méthode à l'étude d'un montage redresseur triphasé à six thyristors.

- Raisonnant également sur des redresseurs parfaits, G.N. REVANKAR reprend l'idée de la variable logique valant 0 ou 1 suivant qu'un redresseur est bloqué ou passant. Mais toutes les diodes et tous les thyristors interviennent dans les équations des tensions du montage ; chacun apparaît dans celles-ci par la tension v à ses bornes multipliée par un facteur multiplicatif booléen (D_j^* pour la diode j , S_j^* pour le thyristor j). Il arrive ainsi pour un montage donné à un *système unique d'équations*.

Chaque redresseur est représenté par un module logique (fig. 1.4), l'ordinateur avançant pas à pas détermine l'état passant ou bloqué des re-

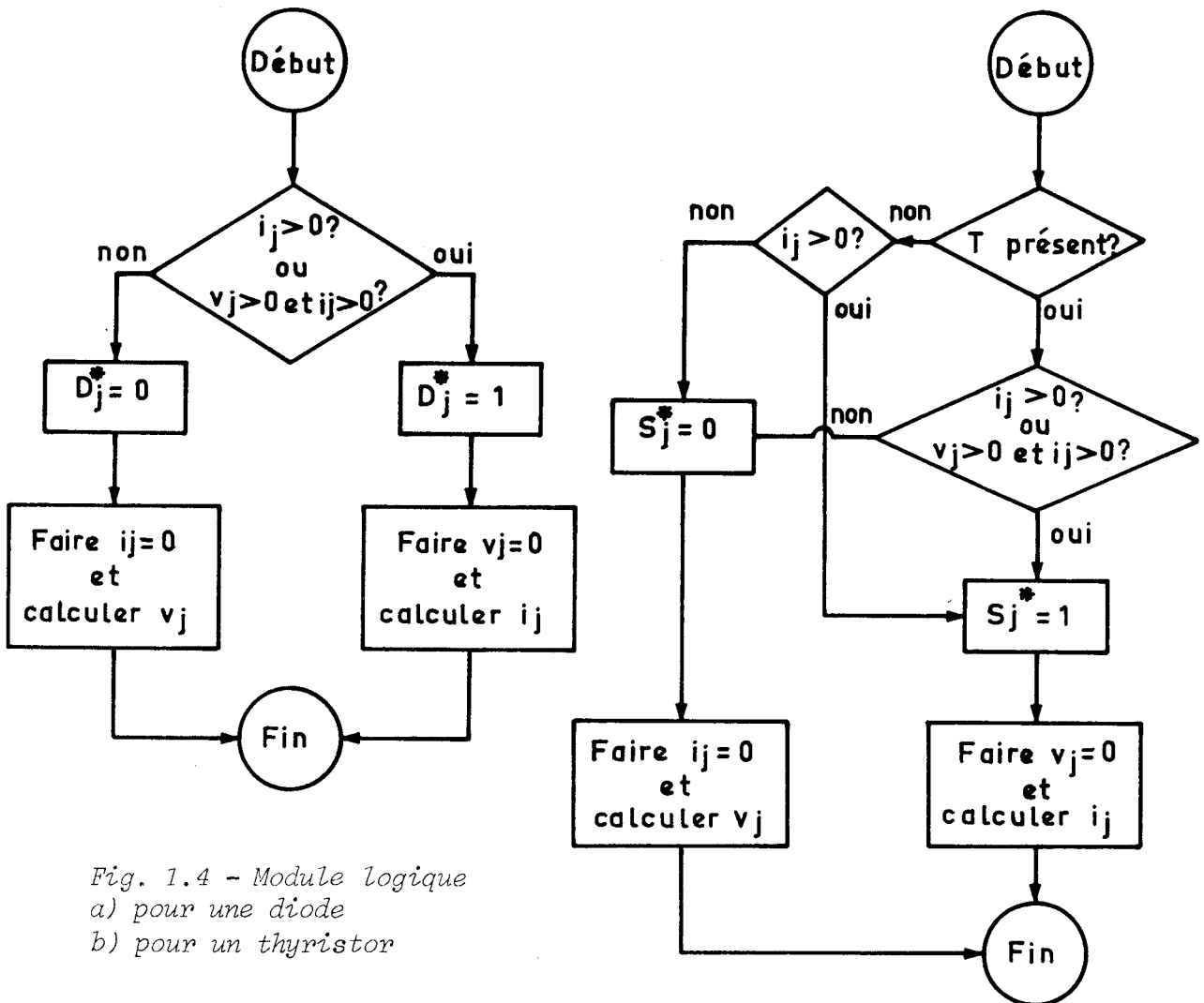


Fig. 1.4 - Module logique
a) pour une diode
b) pour un thyristor

dresseurs et la valeur des diverses variables. Il n'y a pas d'étude préalable des phases successives.

G.N. REVANKAR, avec S.A. MAHAJAN {10} ou seul {11}, a consacré plusieurs articles à la présentation de la méthode de calcul. Il a donné des applications pour l'étude du hacheur {12}, du cycloconvertisseur {13}.

Récemment avec P.K. SRIVASTAVA et R.J. JAWLE {14}, G.N. REVANKAR a complété l'exposé de sa méthode en présentant les équations du circuit complet sous forme matricielle. Avec D.S. SABNIS {15}, il calcule ainsi le courant de circulation entre deux ponts à six thyristors montés en anti-parallèle aux bornes d'un moteur à courant continu.

- T. KUTMAN {16} fait une simulation numérique sur un modèle de redresseur non parfait.

S'appuyant sur les travaux de J. MILLMAN et H. TAUB {17}, il utilise une approximation linéaire par morceaux valable pour les signaux larges.

Les caractéristiques schématisées (fig. 1.5) correspondent au schéma équivalent de la figure 1.6.

v_0 désigne la tension de seuil,
 R_c la résistance du redresseur bloqué,
 R_s la résistance du redresseur passant,
 i_H le courant de maintien.

Les contacts S et S' sont complémentaires et indiquent l'état passant ou bloqué du redresseur.

En négligeant le courant de maintien, il utilise le modèle mathématique suivant :

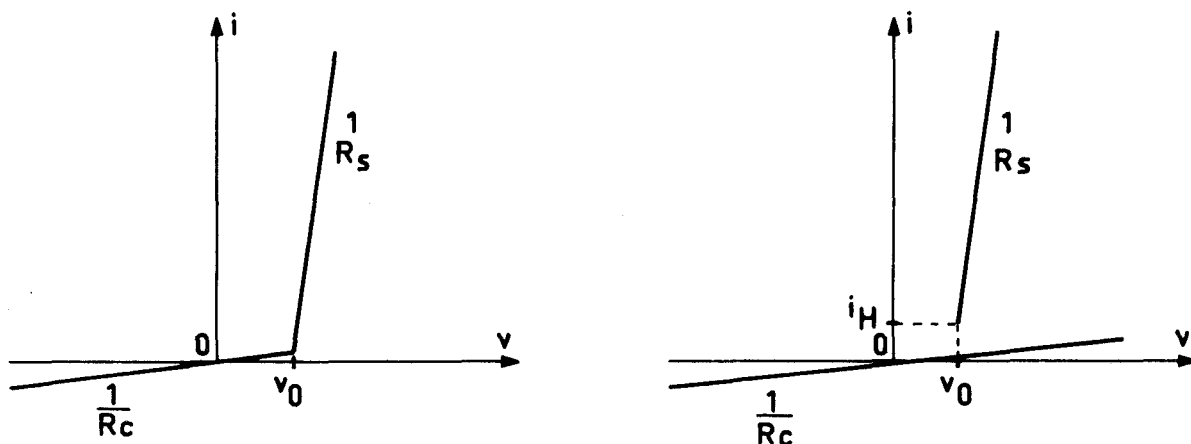


Fig 1.5 - Approximation des caractéristiques
 a) de la diode b) du thyristor

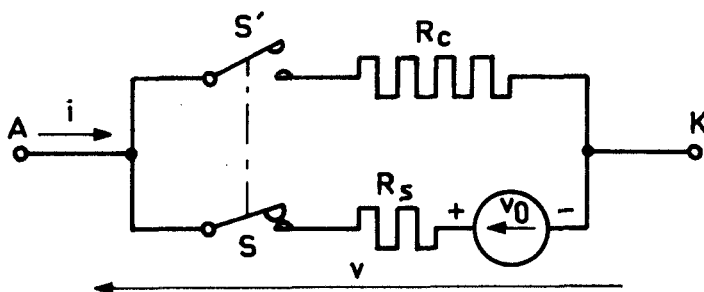


Fig. 1.6 - Schéma équivalent à un redresseur

$$v = (R_S S + R_C S')i + v_O S$$
$$\text{ou } i = \left(\frac{S}{R_S} + \frac{S'}{R_C}\right)v - \frac{v_O}{R_S} S.$$

La valeur 0 ou 1 de S est elle-même fonction de trois variables booléennes représentant

- l'état actuel - conducteur ou non - du redresseur, s
- la présence ou l'absence de signal sur la gâchette, s_g
- la tension aux bornes du redresseur, s_u ($s_u = 1$, si $v > 0$)

$$S = s_u (s_g + s)$$

(Pour une diode s_g égale toujours 1).

Introduisant cette représentation il conserve pour chaque étape des équations différentielles linéaires. Il les intègre pas à pas.

Comme G.N. REVANKAR, qu'il cite et dont il améliore simplement la méthode en tenant mieux compte du caractère imparfait des redresseurs, il utilise une mise en équation globale ne présupposant pas l'étude des diverses phases. Il donne un exemple d'application à l'onduleur monophasé à deux thyristors en série avec source à point milieu.

H. FOCH {18} utilise le même modèle que T. KUTMAN en sous-entendant comme G.N. REVANKAR les valeurs logiques S et S' puisque l'ordinateur peut effectuer lui-même l'affectation.

Il s'est attaché à jouer sur la variation du pas de calcul pour réduire au maximum l'erreur due aux intégrations successives.

II.3 Simulation analogique

La simulation analogique a été très utilisée pour l'étude des circuits comportant cet autre élément non linéaire que constituent les inductances saturables. Citons en particulier les travaux effectués à Lille par C. MAIZIERES {19} et J.P. HENRY {20}. Ils seraient aisément transposables à l'étude des circuits à redresseurs.

Comme en simulation numérique on peut effectuer une simulation analogique par séquences après avoir préparé les équations régissant les diverses phases et les conditions d'enchaînement des phases successives.

H. FOCH {18} pour l'étude des régimes transitoires a proposé une simulation globale par cablage direct sans étude préalable des phases. Chaque redresseur est représenté par son schéma équivalent, le même d'ailleurs que celui servant à la simulation numérique, et il explicite une fonction logique de passage de l'état conducteur à l'état bloqué ou inversement.

Cela le conduit à un ensemble électronique très important dès qu'il s'agit d'un montage assez complexe. En fait, comme il le signale lui-même, il s'agit d'un expérimentation "à échelle réduite" permettant d'étaler dans le temps l'évolution du circuit et de visualiser l'évolution des courants et des tensions.

La simulation numérique permet une précision supérieure et une plus grande souplesse pour la recherche de l'optimisation des paramètres.

III. LE PROCÉDE D'ETUDE PROPOSE

III.1 Caractéristiques de la méthode

Entrée avec une tournure d'esprit plus mathématique au sein d'une équipe de physiciens spécialisés dans l'étude des montages à redresseurs, nous nous sommes efforcée de développer une méthode donnant des résultats aussi *précis* que possible et limitant la place faite à l'intuition.

1° Nous travaillons avec des *redresseurs supposés parfaits*. Il n'y aurait aucune difficulté à affecter deux résistances à chaque redresseur, l'une constante et faible lorsqu'il est passant, l'autre constante et élevée lorsqu'il est bloqué. Ce serait intéressant pour l'étude d'un montage dont les éléments sont bien déterminés. L'hypothèse faite sur les redresseurs tient au fait que nous voulons pouvoir explorer toutes les caractéristiques d'un montage donné pour de larges variations de ses paramètres caractéristiques.

2° Pour un montage nous donnons une *formulation globale* des équations qui le régissent. C'est possible à condition de considérer un redresseur comme une résistance constante, nulle ou infinie suivant son état passant ou bloqué, qui est introduite dans l'écriture de la loi d'Ohm pour la maille où il est placé.

3° Nous *résolvons mathématiquement les équations différentielles obtenues*. C'est là la principale caractéristique de notre méthode. Au lieu de demander à l'ordinateur d'effectuer l'intégration pas à pas des équations, ce qui est inévitablement une source d'erreur, nous *établissons les expressions littérales des variables*. Ces expressions nous permettent d'ailleurs de déterminer les conditions de passage d'une phase de fonctionnement à la suivante.

4° *Le travail demandé à l'ordinateur* consiste, pour des valeurs données des paramètres, à chercher les valeurs numériques des variables, à déterminer les instants où se réalisent les conditions des changements de phases.

Le rôle de l'ordinateur est donc beaucoup plus réduit que dans les procédés antérieurs, la *précision* obtenue est nettement meilleure.

5° *Nous partons du début du régime transitoire* marqué par la mise sous tension du montage au repos et les calculs sont menés jusqu'à ce que la périodicité des valeurs obtenues montre que le régime permanent est atteint. Cela présente un double avantage.

- on peut étudier les régimes transitoires
- on peut détecter des fonctionnements permanents qui - s'ils étaient établis - se renouvelleraient bien identiquement à eux-mêmes à chaque période mais qui ne peuvent s'établir à partir de la mise sous tension du montage au repos.

Le temps d'emploi de l'ordinateur n'est pas augmenté. En effet il est plus long de rechercher, par itérations successives, les valeurs en début de période des diverses variables lors du régime établi que de suivre à partir du repos l'établissement du régime permanent.

En contrepartie d'un effort mathématique de résolution d'équations, la méthode proposée permet une analyse fine et une meilleure compréhension des phénomènes.

III.2 La méthode proposée

1° Lors de la mise en équations d'un circuit, on *considère une diode comme une résistance D*. La tension aux bornes du redresseur sera

$$v = D i$$

en désignant par i le courant qui le traverse.

D prend la valeur 0 quand la diode est passante,
D prend la valeur infinie quand elle est bloquée.

Cette façon de représenter une diode par une résistance constante pour un mode de fonctionnement mais dont la valeur subit une discontinuité lors du changement de mode correspond bien à la diode parfaite.

$v = Di = 0$, quand i est positif quelle que soit la valeur de i .

$i = \frac{v}{D} = 0$, quand v est négatif quelle que soit la valeur de v .

Pour les *thyristors* on adoptera la notation T, avec $v = T i$.

$T = \infty$ quand v est négatif,

et quand v est positif avant l'apparition du signal de déblocage.

$T = 0$ quand le redresseur débloqué, i est positif.

2° On met en équations le montage, avec à côté des résistances normales celles D ou T représentant les redresseurs. On obtient ainsi un *système global d'équations*.

3° On résout ce système d'équations sous sa forme littérale en conservant la notation globale ou, si c'est plus commode, en utilisant les formes diversifiées correspondant aux divers modes. On obtient ainsi les expressions des diverses variables.

On cherche, à partir de ces expressions, les conditions qui caractérisent les changements de phase.

4° Il reste alors à demander à l'ordinateur de calculer, pour diverses valeurs des paramètres caractéristiques du montage étudié, les valeurs des variables jugées intéressantes et les valeurs des instants de changements de phase.

On pourra s'intéresser aux valeurs des variables à partir de l'instant initial, où les calculs débutent, le montage étant au repos, ou simplement quand les résultats atteignant des valeurs cycliques le régime permanent est établi.

On pourra en régime établi demander à l'ordinateur de donner les valeurs instantanées permettant le tracé de formes d'ondes ou simplement les valeurs extrémales, ou les valeurs moyennes ou efficaces de certaines grandeurs.

Tous les résultats seront obtenus avec un maximum de précision puisque les intégrations ont été effectuées au préalable.

III.3 Plan de l'étude

Ce sont des exemples de complexité croissante qui permettront de préciser et d'illustrer la méthode que nous venons de présenter.

Nous commencerons par des montages simples, où le calcul des instants des changements de phase est aisé.

- d'abord celui du débit d'une source de tension sinusoïdale, à travers une diode, sur une résistance shuntée par une capacité. Le régime permanent est atteint au maximum au bout d'une période de la tension d'alimentation.

- puis celui de la "roue libre" où le régime permanent ne s'établit qu'après plusieurs périodes.

Nous poursuivrons par l'étude de circuits où la détermination des changements de phase doit être opérée. Nous examinerons notamment un montage ayant fait récemment l'objet d'un travail de recherche par la méthode classique. Nous montrerons comment notre méthode permet de simplifier l'étude, d'améliorer la précision des résultats et même, dans certains cas, de mettre la méthode classique en défaut.

Nous terminerons par l'étude d'un montage comportant un grand nombre de redresseurs. Nous arriverons à donner des résultats précis sur un schéma où le fonctionnement même en régime établi est difficile à suivre intuitivement et pour lequel on avait renoncé à la recherche précise de résultats quantitatifs.

II. ETUDE DE MONTAGES A DETERMINATION DES CHANGEMENTS DE PHASE AISEE

Pour montrer les possibilités de la mise en équations *globale* nous reprendrons d'abord l'étude de deux montages où la détermination des instants de changements de phase ne présente pas de grosse difficulté.

I. DEBIT D'UNE SOURCE DE TENSION SINUSOÏDALE, A TRAVERS UNE DIODE, SUR UNE RESISTANCE ET UN CONDENSATEUR EN PARALLELE

La figure 2.1 représente le montage étudié. La source de tension $v = V_m \sin \omega t$ débite à travers la diode D sur le condensateur de capacité C shunté par la résistance R,

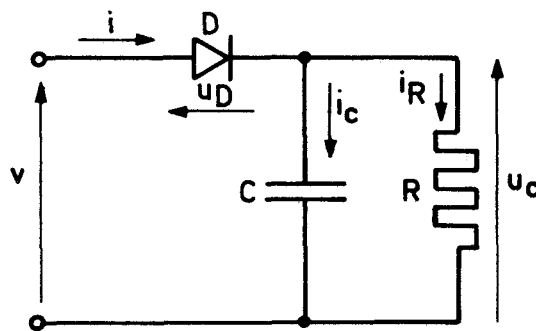


Fig. 2.1 - Schéma du montage.

I.1 Mise en équations

On prend la tension u_c aux bornes du condensateur comme variable principale.

Après l'application de la tension v , l'équation des tensions s'écrit

$$v = V_m \sin \omega t = u_D + u_c \quad (1)$$

$$\text{ou } v = V_m \sin \omega t = Di + u_c ,$$

en désignant par D la résistance nulle ou infinie de la diode parcourue par le courant i ,

Celui-ci est donné par

$$i = i_c + i_R = C \frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{R}$$

On pose $\theta = \omega t$, le montage est régi par les équations

$$\left. \begin{aligned} Di + u_c &= V_m \sin \theta \\ i &= C \omega \frac{du_c}{d\theta} + \frac{u_c}{R} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

I.2 Etude des conditions initiales

A partir de θ_0^+ où la tension v est appliquée au montage, u_c ne peut plus subir de discontinuité car

- si i est positif, Di est nul et $u_c = V_m \sin \theta$
- si i est nul, $C \omega \frac{du_c}{d\theta} + \frac{u_c}{R} = 0$, une discontinuité de u_c rendrait $du_c/d\theta$ infini et cette égalité ne pourrait être vérifiée.

Mais u_c peut subir une discontinuité quand, pour $\theta = \theta_0$, on applique v . Comme on va suivre l'évolution de u_c il est nécessaire de préciser la valeur initiale u_{c0} de u_c quand débute l'intervalle de validité des équations générales.

Lorsque le redresseur est conducteur, $i = C \omega \frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{R}$ peut s'écrire, en posant

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{i}{V_m/R} \\ \text{et } K &= RC\omega, \\ I &= \sin \theta + K \cos \theta. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

I s'annule pour

$$\theta_1 = \text{arc tg}(-K) \quad (4)$$

D'après la valeur de θ_0 par rapport à θ_1 il y a ou n'y a pas de discontinuité de u_c pour $\theta = \theta_0$.

1er cas : $0 < \theta_0 < \theta_1$ (fig. 2.2.a)

Pour $\theta = \theta_0^-$, le condensateur étant supposé déchargé, $u_c = 0$.

Pour $\theta = \theta_0^+$, $u_{c0} = V_m \sin \theta_0$.

u_c passe donc instantanément de 0 à $V_m \sin \theta_0$ présentant une discontinuité. Le courant i présente une pointe de valeur infinie puisque en un temps supposé nul il porte au condensateur une quantité d'électricité $C u_{c0}$.

A partir de $\theta = \theta_0$, D conduit, $v = u_c$,

$$I = \sin \theta + K \cos \theta.$$

Pour $\theta = \theta_1$, D se bloque.

Pour $\theta_1 < \theta < \theta_2$, C se décharge dans R, i est nul.

Pour $\theta = \theta_2$, tel que $(u_c)_{\theta_2} = V_m \sin \theta_2$, D redevient passant, le fonctionnement en régime établi commence. Ce régime correspond à la conduction de D entre $\theta_2 + 2k\pi$ et $\theta_1 + 2k\pi$, à son blocage durant le reste de la période de v .

2ème cas : $\theta_1 < \theta_0 < \pi$ (fig. 2.2.b)

Si θ_0 est compris entre θ_1 et π , la tension v à l'instant où on l'applique au circuit est positive, la diode D doit entrer en conduction. Mais cette conduction correspondrait à un courant i négatif.

Pour $\theta = \theta_0$, u_c passe brusquement de zéro à $V_m \sin \theta_0$, cela s'accompagne d'une pointe de courant i infinie.

Pour $\theta = \theta_0^+$, la diode est bloquée, i est nul.

Le condensateur se décharge ensuite dans la résistance. La diode ne redevient conductrice que pour θ_2' . Elle se bloque ensuite pour $\theta = \theta_1 + 2\pi$ qui marque le début du régime établi.

3ème cas : $\pi < \theta_0 < 2\pi$ (fig. 2.2.c)

Lorsqu'on applique v au montage, la tension v_D apparaissant aux bornes de la diode est négative ; D reste bloqué et u_c nul.

Pour $\theta = 2\pi$, le redresseur devient conducteur, u_c devient égal à v . Il y a un à coup de courant, I passant de zéro à K , mais pas de discontinuité.

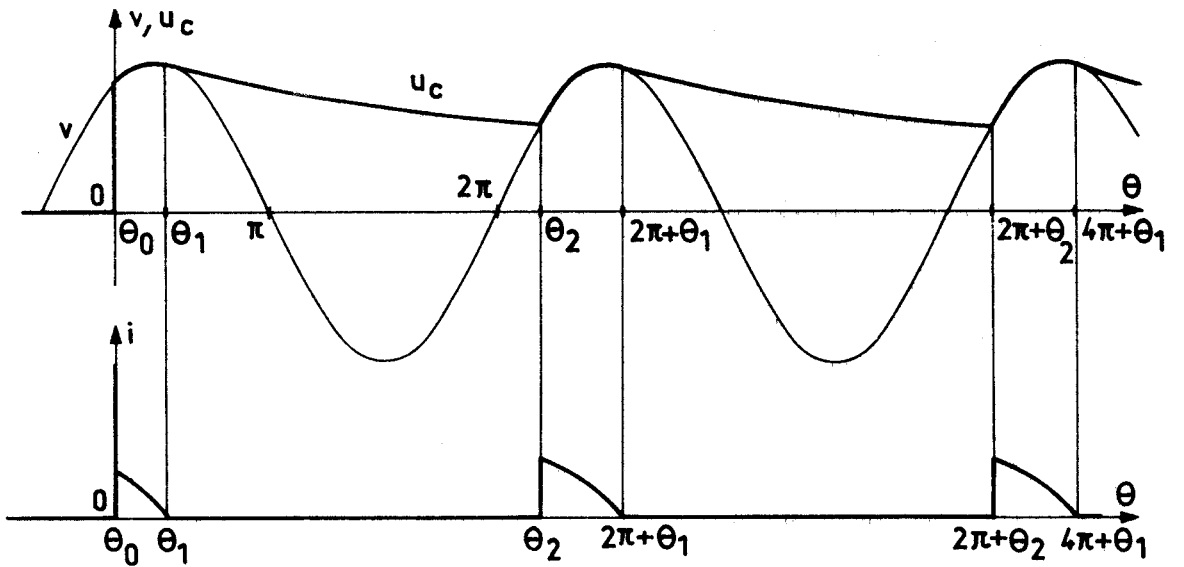
Le débit de D cesse pour $2\pi + \theta_1$; le montage fonctionne ensuite en régime établi.

Remarque

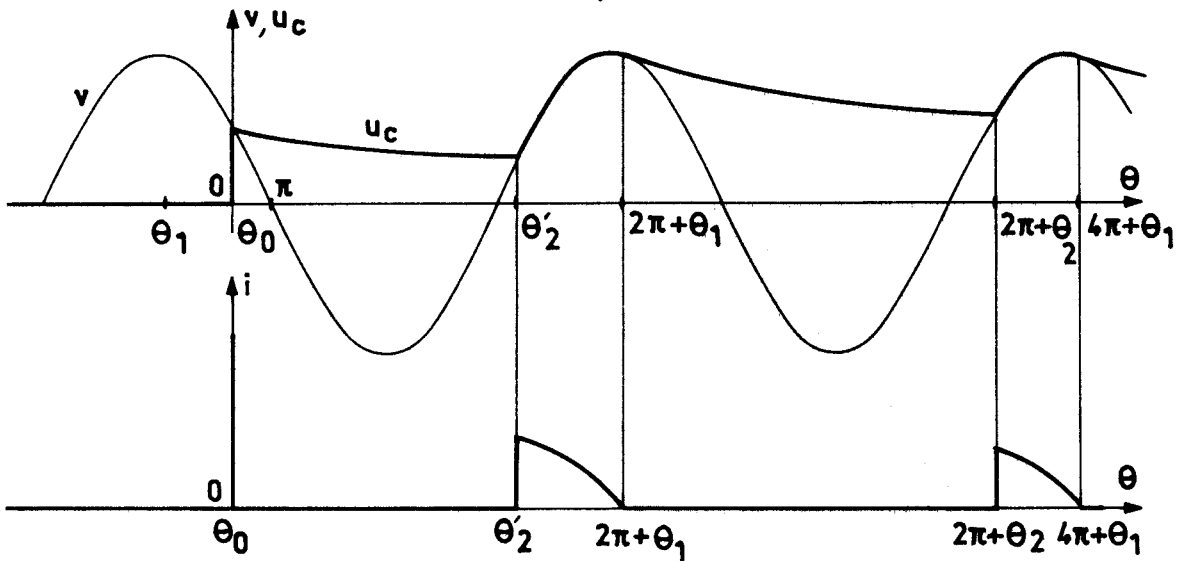
Cette étude des conditions initiales montre l'intérêt d'un examen préalable du fonctionnement d'un montage avant de demander à l'ordinateur de faire les calculs numériques.

En effet ici au départ, suivant la valeur de θ_0 , trois possibilités se présentent :

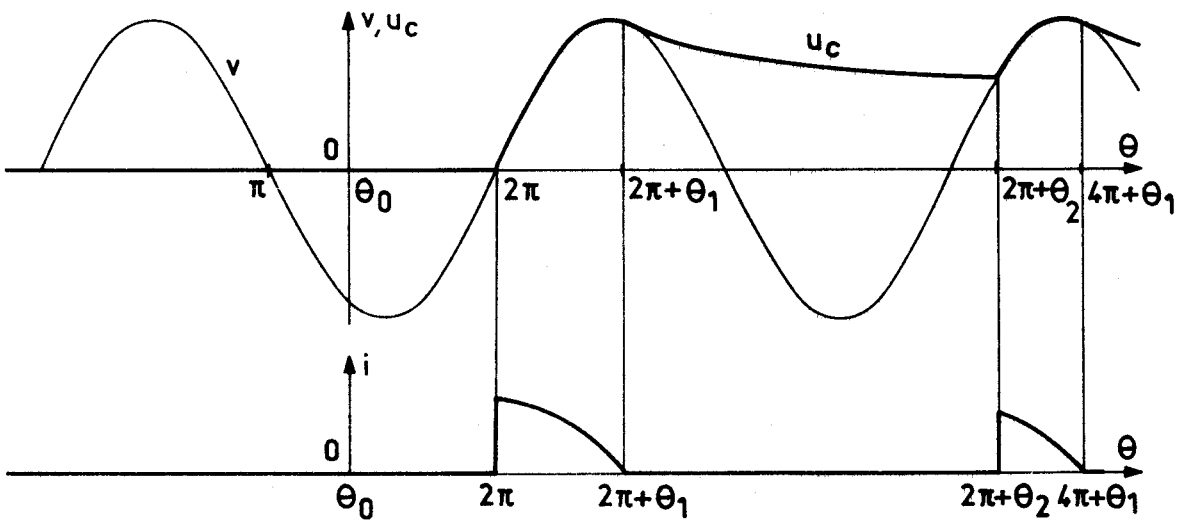
- discontinuité de la tension u_c suivie d'un intervalle de conduction



a)



b)



c)



Fig. 2.2 - Formes d'ondes de u_c et de i d'après les conditions initiales

- discontinuité de u_c suivie d'un arrêt immédiat de la conduction
- entrée en conduction retardée sans discontinuité de u_c .

Une étude pas à pas confiée à l'ordinateur nécessiterait un programme relativement complexe vu la simplicité du montage, avec risque de difficultés dans le second cas puisqu'il y a conduction pendant un intervalle nul. De plus, quelle que soit la valeur de θ_0 , l'étude préalable montre qu'il est inutile de poursuivre les calculs au-delà de $4\pi + \theta_1$.

I.3 Résolution des équations

Le système d'équations (2) donne

$$V_m \sin \omega t = D i + u_c = D \left(\frac{u_c}{R} + C \omega \frac{du_c}{d\theta} \right)$$

donc

$$DC\omega \frac{du_c}{d\theta} + \left(1 + \frac{D}{R}\right)u_c = V_m \sin \theta, \quad (5.a)$$

équation unique ou globale permettant de suivre l'évolution de u_c quel que soit l'état de la diode, c'est-à-dire la valeur de D.

Dans le cas où D est infini, pour éviter d'avoir une équation à coefficients infinis, on peut diviser tous les termes par D ou $DC\omega$.

$$\frac{du_c}{d\theta} + \left(\frac{1}{DC\omega} + \frac{1}{RC\omega}\right)u_c = \frac{V_m}{DC\omega} \sin \theta \quad (5.b)$$

Pour résoudre cette équation différentielle, sous l'une ou l'autre de ses formes, il y a deux possibilités :

- donner la solution *globale*, valable quel que soit D,
- donner une solution directe ou *diversifiée* en affectant à D la valeur zéro ou la valeur infinie directement dans l'équation 5.

I.3.1 Solution globale

On ne considère pas D comme une variable sinon l'équation différentielle ne serait plus à coefficients constants.

D est constant et nul durant l'intervalle de temps où la diode est passante.

D est constant et infini pendant l'intervalle où elle est bloquée.

Les intervalles sont *disjoints*. La valeur de u_c à la fin d'un intervalle donne la valeur initiale au début du suivant.

La tension u_c solution de l'équation 5a est donnée par

$$u_c = u_{c\ell} + u_{cf}.$$

Le terme libre $u_{c\ell}$, solution de l'équation sans second membre, est de la forme

$$u_{c\ell} = C_n V_m e^{-\left(\frac{1+D/R}{DC\omega}\right)(\theta-\theta_n)}$$

ou, puisque on a posé $RC\omega = K$,

$$u_{c\ell} = C_n V_m e^{-\frac{1}{K}\left(1+\frac{R}{D}\right)(\theta-\theta_n)}$$

C_n désignant la constante d'intégration pour la phase n , θ_n la valeur de θ au début de celle-ci.

Le terme forcé u_{cf} est la solution particulière de l'équation avec second membre.

$$u_{cf} = \frac{V_m}{\sqrt{\left(1+\frac{D}{R}\right)^2 + (DC\omega)^2}} \sin(\theta-\varphi)$$

$$\text{avec } \operatorname{tg} \varphi = \frac{DC\omega}{R}$$

ou

$$u_{cf} = \frac{V_m}{\left(1+\frac{D}{R}\right)^2 + (DC\omega)^2} \left[\left(1+\frac{D}{R}\right) \sin \theta - DC\omega \cos \theta \right]$$

En groupant $u_{c\ell}$ et u_{cf} il vient

$$\frac{u_c}{V_m} = \frac{\left(1+\frac{D}{R}\right) \sin \theta - DC\omega \cos \theta}{\left(1+\frac{D}{R}\right)^2 + D^2 C^2 \omega^2} + C_n e^{-\frac{1}{K}\left(1+\frac{R}{D}\right)(\theta-\theta_n)} \quad (6)$$

avec

$$C_n = \frac{u_{c_n}}{V_m} - \frac{\left(1+\frac{D}{R}\right) \sin \theta_n - DC\omega \cos \theta_n}{\left(1+\frac{D}{R}\right)^2 + D^2 C^2 \omega^2},$$

u_{c_n} désignant la valeur de u_c pour θ_n^+ .

1.3.2 Application de la solution globale

Appliquons la solution globale au *premier cas* déduit de l'examen des conditions initiales, celui où $0 < \theta_0 < \theta_1$.

Phase 1 : la diode est passante, D est nul, i positif.

L'expression générale (6) devient

$$u_c = V_m \sin \theta \quad (6)_1$$

De plus $I = \frac{i}{V_m/R} = \frac{1}{V_m/R} \left(\frac{u_c}{R} + C\omega \frac{du_c}{d\theta} \right)$

$$= \sin \theta + K \cos \theta$$

Cette phase se termine lorsque i s'annule, donc pour $\text{tg } \theta_1 = -1/K$,
alors $u_c = V_m \sin \theta_1$.

Phase 2 : la diode est bloquée, D infini, i nul.

L'expression générale (6) devient

$$u_c = C_n V_m e^{-\left(\frac{\theta-\theta_n}{K}\right)} \quad (6)_2$$

avec $C_n V_m = u_{cn} = V_m \sin \theta_1$ et $\theta_n = \theta_1$

donc $u_c = V_m \sin \theta_1 e^{-\left(\frac{\theta-\theta_1}{K}\right)}$

Durant ce fonctionnement

$$u_D = v - u_c = V_m \left[\sin \theta - \sin \theta_1 e^{-\left(\frac{\theta-\theta_1}{K}\right)} \right]$$

La tension aux bornes de la diode cesse d'être négative pour θ_2
tel que

$$\sin \theta_2 = \sin \theta_1 e^{-\left(\frac{\theta_2-\theta_1}{K}\right)}$$

Phase 3 : D est conducteur, u_c est donné par la relation (6)₁ et la conduction de fin de ce mode de fonctionnement est la même que pour la phase 1. La diode se bloque pour $2\pi + \theta_1$.

Donc à partir de θ_2 le fonctionnement périodique est atteint.

Pour les deux autres cas on utilise l'équation générale de la même façon, en remarquant que

si $\theta_1 < \theta_0 < \pi$ on commence par une phase de blocage avec valeur initiale de u_c non nulle car égale à $V_m \sin \theta_0$.

si $\pi < \theta_0 < 2\pi$, on débute encore par une phase de blocage mais avec valeur initiale de u_c nulle.

I.3.3 Solution diversifiée

Avant de suivre l'évolution des variables, on écrit directement les équations qui servent pour l'un ou l'autre des modes de fonctionnement.

Quand la diode est passante (D nul)

$$\begin{cases} u_c = V_m \sin \theta \\ I = \sin \theta + K \cos \theta \end{cases}$$

Quand la diode est bloquée (D infini)

$$\begin{cases} u_c = u_{c_n} e^{-\left(\frac{\theta - \theta_n}{K}\right)} \\ I = 0 \\ u_D = V_m \sin \theta - u_c \end{cases}$$

Puis on avance d'étape en étape comme précédemment.

I.3.4 Comparaison des deux méthodes

Pour cette étude simple la solution diversifiée évite le calcul de l'expression générale (6) de u_c , elle est donc plus rapide.

Mais la solution globale présente deux avantages :

- elle donne une formulation unique de u_c
- cette formulation reste indépendante de la valeur affectée à D à condition que cette valeur soit constante pendant chaque phase. Si, au lieu de faire D nul quand la diode est passante, on avait pris $D = R_1$, résistance de valeur faible, puis au lieu de D infini quand le redresseur est bloqué, $D = R_2$, R_2 étant une résistance élevée, la formulation (6) simplifie les calculs et permet un traitement automatique par ordinateur.

Pour chaque étude on aura la possibilité d'utiliser l'une ou l'autre des méthodes et on adoptera la plus commode (1).

(1) Il nous a semblé inutile pour ce montage très simple, de reproduire les résultats obtenus. Le rôle de l'ordinateur est en effet ici très limité et tous les calculs envisageables peuvent être assez facilement effectués sans avoir recours à lui.

II. ETUDE DU CIRCUIT "ROUE LIBRE"

Le montage à deux diodes destiné à réduire l'ondulation du courant redressé fourni par une source monophasée à un récepteur résistant et inductif est représenté par la figure 2.3.

L'étude du fonctionnement en régime établi est bien connue, notamment grâce aux travaux de M. LECORGUILLIER {23}. L'ordinateur permet de suivre le régime transitoire donnant la montée vers le fonctionnement permanent.

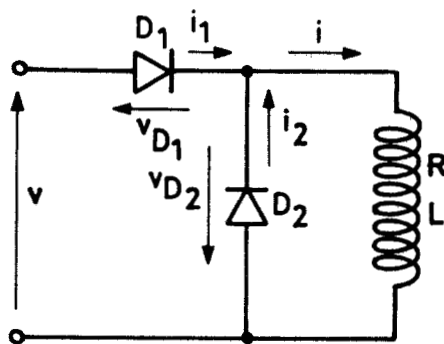


Fig. 2.3
Circuit roue libre

II.1 Equations. Modes de fonctionnement

En désignant par D_1 et D_2 les résistances de deux diodes, par R et L la résistance et l'inductance du récepteur, on peut écrire

$$\left. \begin{aligned} D_1 i_1 - D_2 i_2 &= v = V_m \sin \omega t = V_m \sin \theta \\ i &= i_1 + i_2 \\ -D_2 i_2 &= Ri + L \frac{di}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

En éliminant i_1 et i_2 il vient

$$L \left(1 + \frac{D_1}{D_2}\right) \frac{di}{dt} + \left(R + R \frac{D_1}{D_2} + D_1\right) i = V_m \sin \theta, \quad (2)$$

équation différentielle donnant i pour toutes les phases de fonctionnement.

Les tensions aux bornes des deux diodes sont

$$v_{D_1} = D_1 i_1 = v - \left(Ri + L \frac{di}{dt}\right) \quad (3)$$

$$v_{D_2} = D_2 i_2 = -\left(Ri + L \frac{di}{dt}\right) \quad (4)$$

Si les diodes sont parfaites, on peut déduire de ces relations les conditions délimitant les modes de fonctionnement et les expressions des diverses variables pour chacun d'eux.

II.1.1 Diodes D_1 conductrice

Supposons que la diode D_1 conduise, cela entraîne d'après les relations (3) et (4)

$$Ri + L \frac{di}{dt} = v$$

$$v_{D_2} = -v.$$

Si v est positif, la conduction de D_1 entraîne le blocage de D_2 .

Si v étant négatif, on supposait la conduction de D_1 donc v_{D_1} nul, la diode D_2 aurait une tension aux bornes $(-v)$ positive, elle serait passante. Si D_2 conduit, d'après (4), $Ri + L \frac{di}{dt} = 0$, et (3) donne alors $v_{D_1} = v$. La diode D_1 ne pourrait conduire car sa tension aux bornes serait négative.

Donc la diode D_1 est passante *quand v est positif* et son débit entraîne le blocage de D_2 .

En faisant D_1 nul et D_2 infini dans l'équation différentielle globale (2) elle devient

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V_m \sin \omega t$$

Puisque i ne peut subir de discontinuité

$$i = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t - \varphi) + \left(i_n - \sin(\omega t_n - \varphi) \right) e^{-\frac{R}{L}(t-t_n)}$$

$$\text{avec } Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}, \quad \text{tg } \varphi = \frac{L\omega}{R},$$

t_n valeur de t au début de l'intervalle de conduction de D_1 considéré,

i_n valeur de i pour $t = t_n$.

En posant $\omega t = \theta$ et $\frac{L\omega}{R} = Q$, ce mode de fonctionnement est caracté-

risé par

$$i = \frac{V_m}{R} \frac{1}{1+Q^2} (\sin\theta - Q\cos\theta) + \left(i_n - \frac{V_m}{R} \frac{1}{1+Q^2} (\sin\theta_n - Q\cos\theta_n) \right) e^{-\left(\frac{\theta-\theta_n}{Q}\right)} \quad (5)$$

$$i_1 = i \quad ; \quad i_2 = 0 \quad ; \quad v_{D_2} = v$$

II.1.2 Diode D_2 passante

Un raisonnement identique à celui effectué pour le mode précédent montre que D_2 conduit *quand v est négatif* et bloque ainsi l'autre diode.

Lorsque $D_2 = 0$ et D_1 est infini, l'équation différentielle (2) devient

$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

Donc quand v est négatif

$$\left. \begin{aligned} i &= i_p e^{-\frac{(\theta - \theta_p)}{Q}} ; \\ i_2 &= i ; \quad i_1 = 0 ; \quad v_{D_1} = v \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

en désignant par i_p la valeur de i quand débute, pour $\theta = \theta_p$, la $p^{\text{ième}}$ phase de fonctionnement.

II.2 Exemples de tracés

On peut aisément avec un ordinateur suivre l'établissement du courant i à partir de l'instant θ_0 d'application de la tension v au circuit.

Si θ_0 est compris entre 0 et π , on commence par une phase de conduction de D_1 , suivie pour $\theta = \pi$ d'une phase de débit de D_2 , puis pour $\theta = 2\pi$ de la conduction de D_1 , etc ...

Si θ_0 est compris entre π et 2π , i reste nul jusqu'à ce que v devienne positif. La montée en courant a la même forme que si θ_0 était nul.

Pour $Q = 1$ et quatre valeurs de θ_0 , la figure 2.4 montre le régime transitoire du courant i . Le régime permanent, qui correspond à

$$\frac{V_m}{R} \frac{Q}{1+Q^2} \frac{e^{-\frac{\pi}{Q}}}{1 - e^{-\frac{\pi}{Q}}} \quad \text{au début des conductions de } D_1,$$

$$\frac{V_m}{R} \frac{Q}{1+Q^2} \frac{1}{1 - e^{-\frac{\pi}{Q}}} \quad \text{au début des conductions de } D_2,$$

est atteint très rapidement, au bout de trois périodes environ.

Pour $Q = 10$ au contraire la montée est très lente, une vingtaine de périodes est nécessaire pour atteindre à 10^{-6} près les valeurs du régime permanent. Sur la figure 2.5 on a simplement reporté les valeurs de i lors des changements de phase en les joignant par des segments rectilignes.

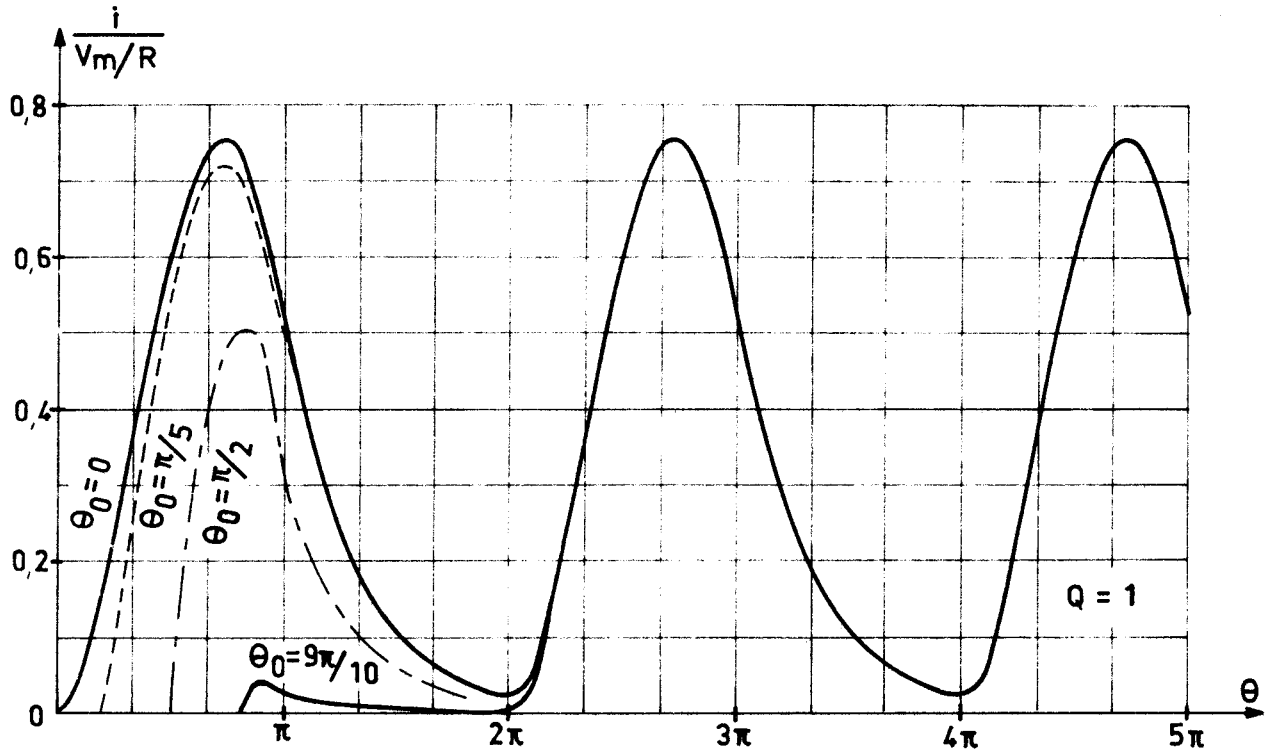


Fig. 2.4 - Etablissement du courant pour $Q = 1$

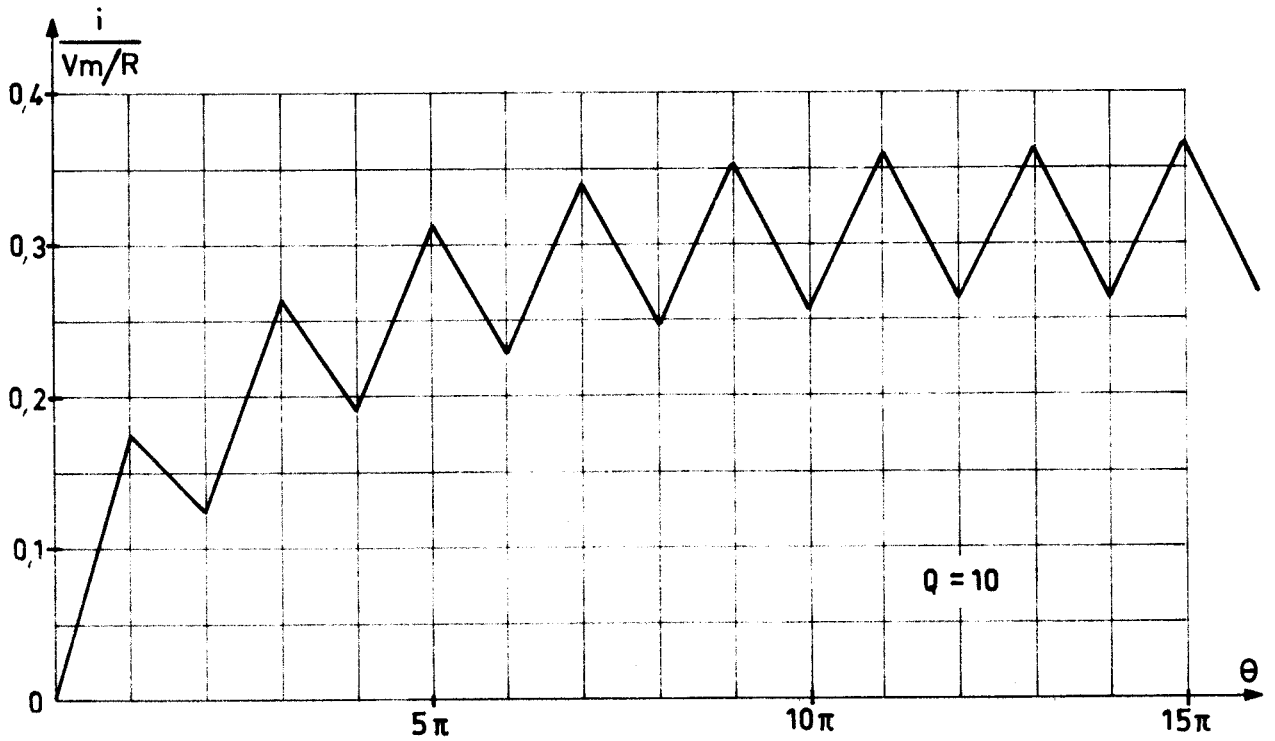


Fig. 2.5 - Schématisation de la montée en courant pour $Q = 10$



II.3 Emploi d'une meilleure approximation des diodes

Si au lieu d'effectuer les calculs avec des diodes parfaites, on suppose que celles-ci présentent une résistance faible mais constante R_d lorsqu'elles sont conductrices, même en négligeant le courant inverse, le fonctionnement est modifié. Les changements de diode s'opèrent avant les changements de signe de la tension v (fig. 2.6).

Si on applique la tension v au montage pour $\theta = 0$, la diode D_1 devient conductrice, i s'établit. A partir de $\theta = 0$, on a

$$i = i_1 \quad v_{D_1} = R_d i \quad v_{D_2} = -v + R_d i$$

Pour $\theta = \theta_1$, où $v = R_d i$, la tension v_{D_2} s'annule, la diode D_2 entre en conduction. Il ne peut y avoir transfert instantané du courant i de D_1 à D_2 , sinon v_{D_2} prendrait la valeur $R_d i$ et v_{D_1} la valeur $v + R_d i$ soit $2 R_d i$.

Il apparaît donc un intervalle de transition durant lequel les deux diodes débitent simultanément. Si D_1 est parcouru par i_1 , D_2 est traversé par $i - i_1$.

De $v - R_d i_1 = -R_d(i - i_1)$, on déduit

$$i_1 = \frac{v}{2R_d} + \frac{i}{2} \quad ; \quad i_2 = i - i_1 = \frac{i}{2} - \frac{v}{2R_d}$$

Le débit simultané cesse pour i_1 nul, donc pour $\theta = \theta_2$, lorsque $v = -R_d i$.

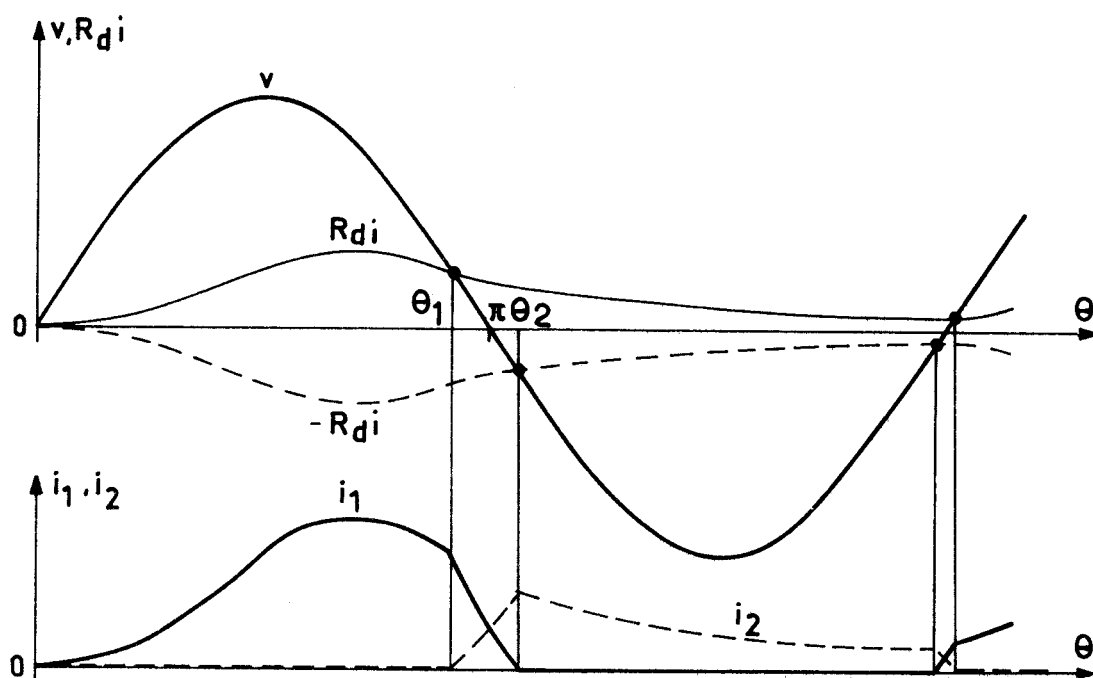


Fig. 2.6 - Forme d'onde des tensions et des courants lorsqu'on tient compte de la résistance des diodes passantes.

Entre les intervalles à une seule diode conductrice, il faut prévoir des intervalles avec débit simultanément des diodes. Lors de l'étude de chacune des phases il devient nécessaire de calculer, outre l'expression du courant, la valeur de θ où cette phase se termine :

$$\begin{aligned} \text{Phase 1 : } D_1 \text{ seul conducteur,} \\ \left\{ \begin{array}{l} L \frac{di_1}{dt} + (R + R_d)i = V_m \sin \theta \\ v_{D_2} = V_m \sin \theta - R_d i \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Phase 2 : } D_1 \text{ et } D_2 \text{ conducteurs,} \\ \left\{ \begin{array}{l} 2L \frac{di}{dt} + (2R + R_d)i = V_m \sin \theta \\ i_1 = \frac{i}{2} + \frac{V_m \sin \theta}{2R_d} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Phase 3 : } D_2 \text{ seul conducteur,} \\ \left\{ \begin{array}{l} L \frac{di}{dt} + (R + R_d)i = 0 \\ v_{D_1} = v + R_d i \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Phase 4 : } D_1 \text{ et } D_2 \text{ conducteurs,} \\ \left\{ \begin{array}{l} 2L \frac{di}{dt} + (2R + R_d)i = V_m \sin \theta \\ i_2 = \frac{i}{2} - \frac{V_m \sin \theta}{2R_d} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Phase 5 : D_1 seul conducteur
mêmes calculs que pour la phase 1. etc ...

On arrive à des calculs du même type que ceux que nous effectuons au chapitre suivant.

Nous avons pris R_d commun à D_1 et D_2 ; mais on peut considérer $R_{d_1} \neq R_{d_2}$.

III. ETUDE DE MONTAGES SIMPLES AVEC DETERMINATION DES CHANGEMENTS DE PHASE SUCCESSIFS

Restant dans les montages simples nous allons examiner des régimes où la détermination des instants où se produisent les changements de phase doit être effectuée pour chacun d'eux.

Le premier montage nous permettra de souligner l'importance d'une détermination très précise par dichotomie de ces instants et l'erreur qu'on commettrait en adoptant une méthode de pas à pas.

Le second exemple montrera l'intérêt de l'étude du fonctionnement d'un montage à partir de son régime transitoire car il mettra en évidence des régimes permanents possibles qui en fait ne peuvent s'établir.

I. DEBIT D'UNE SOURCE DE TENSION SINUSOÏDALE, A TRAVERS UNE RESISTANCE ET UNE DIODE, SUR UN CONDENSATEUR SHUNTE PAR UNE RESISTANCE

Nous avons repris (fig. 3.1) le montage étudié au début du chapitre précédent en ajoutant une résistance R' en série avec la diode.

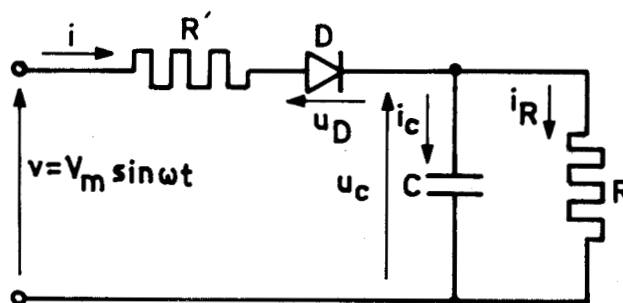


Fig 3.1 : Schéma du montage étudié

Si l'on suppose la diode parfaite, deux paramètres sont maintenant nécessaires pour caractériser le circuit

$$\left. \begin{aligned} K &= RC\omega \\ m &= R'/R \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

I.1 Mise en équations. Solution globale

De $v = R'i + u_D + u_c$, on déduit, en posant $u_D = Di$

$$(R'+D)i + u_c = v = V_m \sin \omega t$$

$$\text{or } i = i_c + i_R = C \frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{R}$$

$$(R'+D)C\omega \frac{du_c}{d\theta} + \left(1 + \frac{D+R'}{R}\right)u_c = V_m \sin \theta \quad (2)$$

Dans l'équation différentielle globale, on remarque que D intervient toujours dans la somme $R'+D$. Si D est infini R' ne joue aucun rôle ; si D est nul, $R'+D$ est égal à R' . L'addition de cette résistance conduit au même problème que celui qu'on aurait avec le montage de la figure 2.1 si on assimilait la diode passante à une résistance constante.

De u_c on passe au courant i dans le redresseur par

$$i = C\omega \frac{du_c}{d\theta} + \frac{u_c}{R} . \quad (3)$$

I.1.1 Solution globale

La solution particulière de l'équation (2) est donnée par

$$u_{cf} = \frac{V_m}{\left(1 + \frac{D+R'}{R}\right)^2 + \left[(D+R')C\omega\right]^2} \left[\left(1 + \frac{D+R'}{R}\right) \sin \theta - (D+R')C\omega \cos \theta \right]$$

La tension u_c ne pouvant pas subir de discontinuité, le terme libre pendant la phase n a pour expression

$$u_{cl} = u_{c_n} - (u_{cf})_{\theta_n} e^{-\left[\frac{1}{(D+R')C\omega} + \frac{1}{RC\omega}\right] (\theta - \theta_n)}$$

en désignant par θ_n la valeur de θ au début de la phase n ,

u_{c_n} , la valeur correspondante de u_c ,

$(u_{cf})_{\theta_n}$, la valeur correspondante de u_{cf} .

D'où l'expression générale de u_c

$$u_c = \frac{V_m}{A} \left[\left(1 + \frac{D+R'}{R}\right) \sin \theta - (D+R')C\omega \cos \theta \right] + \left\{ u_{c_n} - \frac{V_m}{A} \left[\left(1 + \frac{D+R'}{R}\right) \sin \theta_n - (D+R')C\omega \cos \theta_n \right] \right\} e^{-\left[\frac{\theta - \theta_n}{(D+R')C\omega} + \frac{\theta - \theta_n}{RC\omega}\right]} \quad (4)$$

$$\text{avec } A = \left(1 + \frac{D+R'}{R}\right)^2 + \left[(D+R')C\omega\right]^2$$

I.1.2 Application aux deux modes de fonctionnement

Lorsque la diode est conductrice, $D = 0$. La relation (4) devient

$$u_c = V_m \frac{(1 + \frac{R'}{R}) \sin \theta - R' C \omega \cos \theta}{(1 + \frac{R'}{R})^2 + R'^2 C^2 \omega^2} + V_m \left(\frac{u_{cn}}{V_m} - \frac{(1 + \frac{R'}{R}) \sin \theta_n - R' C \omega \cos \theta_n}{(1 + \frac{R'}{R})^2 + R'^2 C^2 \omega^2} \right) e^{-\left(\frac{\theta - \theta_n}{RC\omega} + \frac{\theta - \theta_n}{R'C\omega}\right)}$$

ou, en introduisant les paramètres m , K et la valeur relative de la tension u_c , soit

$$U = u_c / V_m, \tag{5}$$

$$U = \frac{1}{(1+m)^2 + m^2 K^2} \left\{ (1+m) \sin \theta - m K \cos \theta + \left[U_n (1+2m+m^2+m^2 K^2) - (1+m) \sin \theta_n + m K \cos \theta_n \right] e^{-\frac{1+m}{Km}(\theta - \theta_n)} \right\} \tag{4.1}$$

en notant U_n la valeur de U au début de la phase n .

Pour le courant, la valeur relative

$$I = \frac{i}{V_m / R} \tag{6}$$

a pour expression générale

$$I = U + K \frac{dU}{d\theta} .$$

Lorsque la diode est passante, compte tenu de la relation (4.1)

I devient

$$I = \frac{1}{(1+m)^2 + m^2 K^2} \left\{ (1+m+mK^2) \sin \theta + K \cos \theta - \frac{1}{m} \left[U_n (1+2m+m^2+m^2 K^2) - (1+m) \sin \theta_n + m K \cos \theta_n \right] e^{-\frac{1+m}{Km}(\theta - \theta_n)} \right\} \tag{7.1}$$

Lorsque la diode est bloquée, D est infini. La relation (4) se simplifie et donne

$$U = U_n e^{-\left(\frac{\theta - \theta_n}{K}\right)} \tag{4.2}$$

On vérifie que $U + K \frac{dU}{d\theta}$ donne bien I nul. ⁽¹⁾

(1) On arriverait aux expressions de U et de I durant les deux modes de fonctionnement par la solution diversifiée par des calculs d'une complexité comparable.

I.1.3 Conditions initiales

Supposons le condensateur préalablement déchargé et désignons par θ_0 la valeur de θ à l'instant d'application de la tension v au montage.

$$\text{1er cas : } 0 < \theta_0 < \pi$$

A l'instant initial, la tension positive $V_m \sin \theta_0$ est appliquée au condensateur par l'intermédiaire de la diode et de la résistance R' . La diode devient conductrice, sinon la tension à ses bornes serait $V_m \sin \theta_0$.

u_c ne peut subir de discontinuité sinon $\frac{du_c}{dt}$ et i , qui est donné par $\frac{u_c}{R} + C \frac{du_c}{dt}$, seraient infinis, or i égal à $(v - u_c)/R$ ne peut avoir qu'une valeur finie.

Donc, pour θ_0^+ , $U = 0$, $I = \sin \theta_0$.

Il y a une discontinuité pour le courant, non pour la tension.

$$\text{2ème cas : } \pi < \theta_0 < 2\pi$$

A l'instant initial, la tension v est négative, la diode reste bloquée.

Donc pour θ_0^+ , $U = 0$, $I = 0$.

A partir de $\theta = \theta_0$, $u_D = v - R'i - u_c = v$. La diode reste donc bloquée tant que v est négatif ou θ inférieur à 2π .

Pour $\theta = 2\pi$, le redresseur devient passant, la tension u_c et le courant i se mettent à croître à partir de zéro ; ni l'un ni l'autre ne présentent de discontinuité.

Lorsque θ_0 est compris entre π et 2π la forme d'onde des courants est la même que pour $\theta_0 = 0$.

Remarque

Lors des changements de phases, U égale $\sin \theta$.

En effet

- quand la diode se bloque, c'est que i , cessant d'être positif, s'annule ; alors

$$v = Ri + Di + u_c$$

avec i et D nuls, donne $u_c = v$.

- quand la diode entre en conduction, c'est que u_D cessant d'être négatif s'annule ; alors

$$v = Ri + u_D = u_c$$

avec i et u_D nuls donne $u_c = v$.

I.2 Application

I.2.1 Conduite des calculs

Supposons qu'on parte de θ_0 tel que θ_0 soit compris entre 0 et π .

1ère phase : conduction

Pour θ_0 , $U = U_0 = 0$, on calcule les expressions de U et de I par les relations (4.1) et (7.1).

On avance d'un pas P , l'ordinateur calcule alors U et I . Si I est positif on avance du même pas P .

Lorsque I est négatif on cherche par dichotomie la valeur de θ qui rend I inférieur à l'erreur ε tolérée sur les zéros.

2ème phase : blocage

La valeur θ_1 de θ qui rend $|I| < \varepsilon$ sert à calculer U pour la seconde phase. Au début de celle-ci $\theta = \theta_1$, $U_1 = \sin \theta_1$.

On avance ensuite pas à pas, calculant chaque fois U par la relation (4.2) et $u_D/V_m = \sin \theta - U$.

Quand u_D trouvé devient positif, on cherche par dichotomie la valeur θ_2 de θ qui annule u_D .

3ème phase : conduction

θ_2 ainsi trouvé, rapporté dans (4.1) et (7.1) permet d'obtenir U et I pour la phase suivante et on continue de la même façon.

On arrête les calculs quand le régime permanent est atteint, c'est-à-dire quand on trouve à la précision cherchée près les mêmes valeurs qu'à la période précédente. On pourra prendre par exemple comme critère

$$\theta_n - 2\pi - \theta_{n-2} < \varepsilon.$$

On imprime les résultats donnant U , I et θ lors des changements de phase. Puisqu'on procède par dichotomie le pas de calcul P peut être quelconque. Le pas d'affichage P_1 peut être plus grand que P .

La figure 3.2 schématise l'organigramme des calculs.

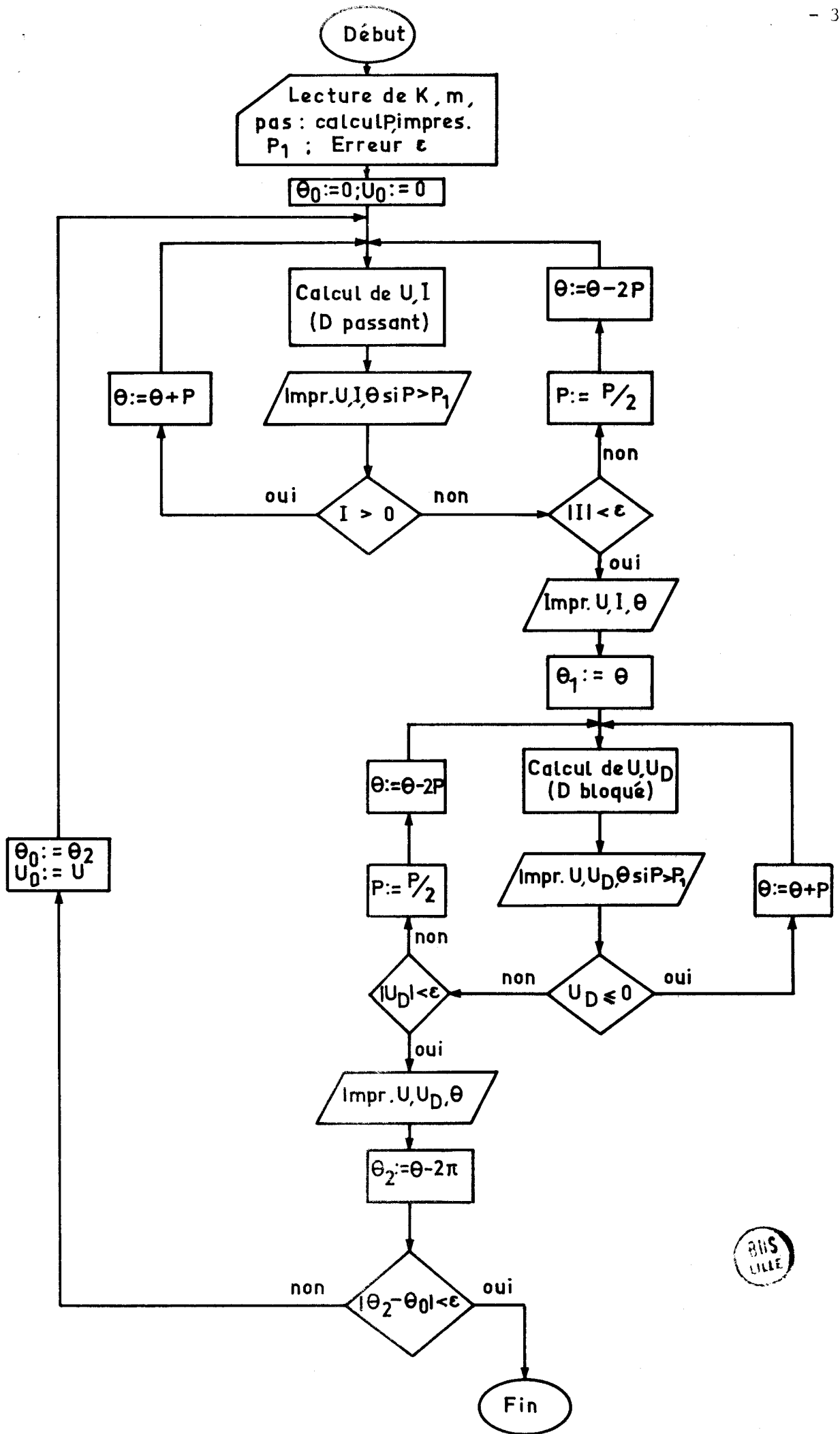


Fig. 3.2 - Organigramme des calculs

I.2.2 Exemples de résultats obtenus

Pour diverses valeurs de K et m on a suivi l'établissement, à partir de l'instant initial, du régime permanent. Celui-ci est d'autant plus long à s'établir que K est plus grand ; l'augmentation de m intervient dans le même sens mais de façon moins sensible.

Ainsi, pour $K = 1$ et $m = 1$,

le régime permanent établi à 10^{-8} près donne

$$\begin{array}{l} \text{début de la phase de conduction,} \\ \text{début de la phase de blocage,} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \theta = 0,00983219 \text{ rad} \\ U = 0,009832034 \\ \theta = 2,81865936 \text{ rad} \\ U = 0,31734958 \end{array} \right.$$

Le régime transitoire, suivi à partir de $\theta_0 = 0$, en prenant $\varepsilon = 10^{-7}$, conduit aux résultats suivants

$$\begin{array}{l} \text{premier blocage,} \\ \text{deuxième entrée en conduction,} \\ \text{deuxième blocage,} \\ \text{troisième entrée en conduction,} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \theta = 2,81872 \text{ rad} \\ U = 0,317296 \\ \theta = 2\pi + 0,00983110 \text{ rad} \\ U = 0,00983095 \\ \theta = 2\pi + 2,81866 \text{ rad} \\ U = 0,317350 \\ \theta = 4\pi + 0,0098322 \text{ rad} \\ U = 0,0098320 \end{array} \right.$$

Le régime permanent est donc atteint au bout de 2 périodes à 10^{-7} près.

Pour $K = 100$ et $m = 0,1$

Le régime permanent correspond à

$$\begin{array}{l} \text{début des conductions} \\ \text{fin des conductions} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \theta = 0,68230332 \text{ rad} \\ U = 0,63058235 \\ \theta = 2,42090586 \text{ rad} \\ U = 0,65990008 \end{array} \right.$$

Voici les valeurs qu'on trouve, à $2k\pi$ près, pour les angles de début et de fin de conduction en partant de $\theta_0 = 0$:

1ère période ,	$\theta = 0$	$\theta = 2,97028$
2ème période ,	$\theta = 0,165402$	$\theta = 2,84577$
3ème période ,	$\theta = 0,284704$	$\theta = 2,75223$
5ème période ,	$\theta = 0,441427$	$\theta = 2,62503$
10ème période ,	$\theta = 0,610023$	$\theta = 2,48320$
20ème période ,	$\theta = 0,675555$	$\theta = 2,42676$
30ème période ,	$\theta = 0,681670$	$\theta = 2,42146$
40ème période ,	$\theta = 0,682243$	$\theta = 2,42096$
50ème période ,	$\theta = 0,682297$	$\theta = 2,42091$
60ème période ,	$\theta = 0,682302$	$\theta = 2,42091$

On voit que dans ce cas l'approche du régime permanent est très lente.

I.3 Critique de la méthode utilisée

1° *La méthode utilisée conduit à une détermination du régime permanent aussi précise que la détermination directe de ce dernier.*

L'imprécision sur les valeurs des angles successifs de changement de phase n'affecte pas la précision du régime final obtenu. En effet on arrête les calculs quand, à l'erreur ϵ tolérée près, on retrouve les mêmes résultats pour deux périodes consécutives. Or c'est précisément là le critère adopté pour la détermination du régime permanent.

Pour le calcul de celui-ci on est conduit à utiliser un organigramme très voisin de celui de la figure 3.2. Partant, par exemple, de θ_0 nul, on calcule θ_2 en fin de période de la même façon. Si θ_2 est supérieur à θ_0 on recommence avec $\theta_0 + P$. Quand θ_0 trouvé est inférieur à θ_0 , on approche la valeur exacte de θ_2 par dichotomie.

La recherche du régime permanent par l'étude du régime transitoire est équivalente au calcul du seul régime permanent, où on utiliserait un pas continuellement variable, se réduisant au fur et à mesure des calculs.

Les essais effectués avec un certain nombre de valeurs de K et de m montrent qu'en régime transitoire on arrive au régime permanent avec un *temps de calcul comparable* et même souvent inférieur à celui nécessité par la recherche du seul régime permanent.

2° La précision obtenue est évidemment très liée à l'erreur ϵ tolérée sur les zéros du courant direct et de la tension inverse.

Procédant toujours par dichotomie et pour $K = 100$, $m = 0,1$, on a relevé les valeurs de θ en début et en fin de conduction obtenues à la douzième période pour diverses valeurs de ϵ .

$\epsilon = 10^{-7}$, $\theta = 0,637377$, $\theta = 2,47008$
$\epsilon = 10^{-6}$, $\theta = 0,637363$, $\theta = 2,47008$
$\epsilon = 10^{-5}$, $\theta = 0,637358$, $\theta = 2,47010$
$\epsilon = 10^{-4}$, $\theta = 0,637181$, $\theta = 2,47024$
$\epsilon = 10^{-3}$, $\theta = 0,594102$, $\theta = 2,51609$
$\epsilon = 10^{-2}$, impossible, les calculs n'ont plus de sens : au bout de 5 périodes, θ_2 devient négatif.	

La réduction de ϵ est nécessaire pour obtenir une précision acceptable, mais une valeur extrêmement faible de ϵ est souvent inutile vu la précision des résultats souhaitée.

3° Il est nécessaire de précéder par dichotomie. Si l'on utilisait la méthode pas à pas, même en réduisant la valeur des pas donc en allongeant le temps de calcul on arrive à une précision minimale.

La figure 3.3 schématise l'organigramme de la méthode pas à pas.

On utilise les expressions de U et I correspondant à la phase conductrice jusqu'à ce que l'avancement d'un pas rende I négatif. On passe alors aux expressions de U et U_D du montage avec redresseur bloqué et on avance pas à pas jusqu'à ce que l'on trouve U_D positif. On compare alors θ_2 à θ_0 , si cette différence est inférieure à l'erreur ϵ on admet qu'on est en régime établi ; sinon on étudie la phase de conduction suivante.

Pour $K = 100$ et $m = 0,1$, en adoptant un pas réduit puisque pris égal à $\pi/100$ on a suivi le régime transitoire. Nous reproduisons ici, à $2k\pi$ près, les valeurs de θ trouvées pour les changements de phase, avec $\epsilon = 10^{-6}$.

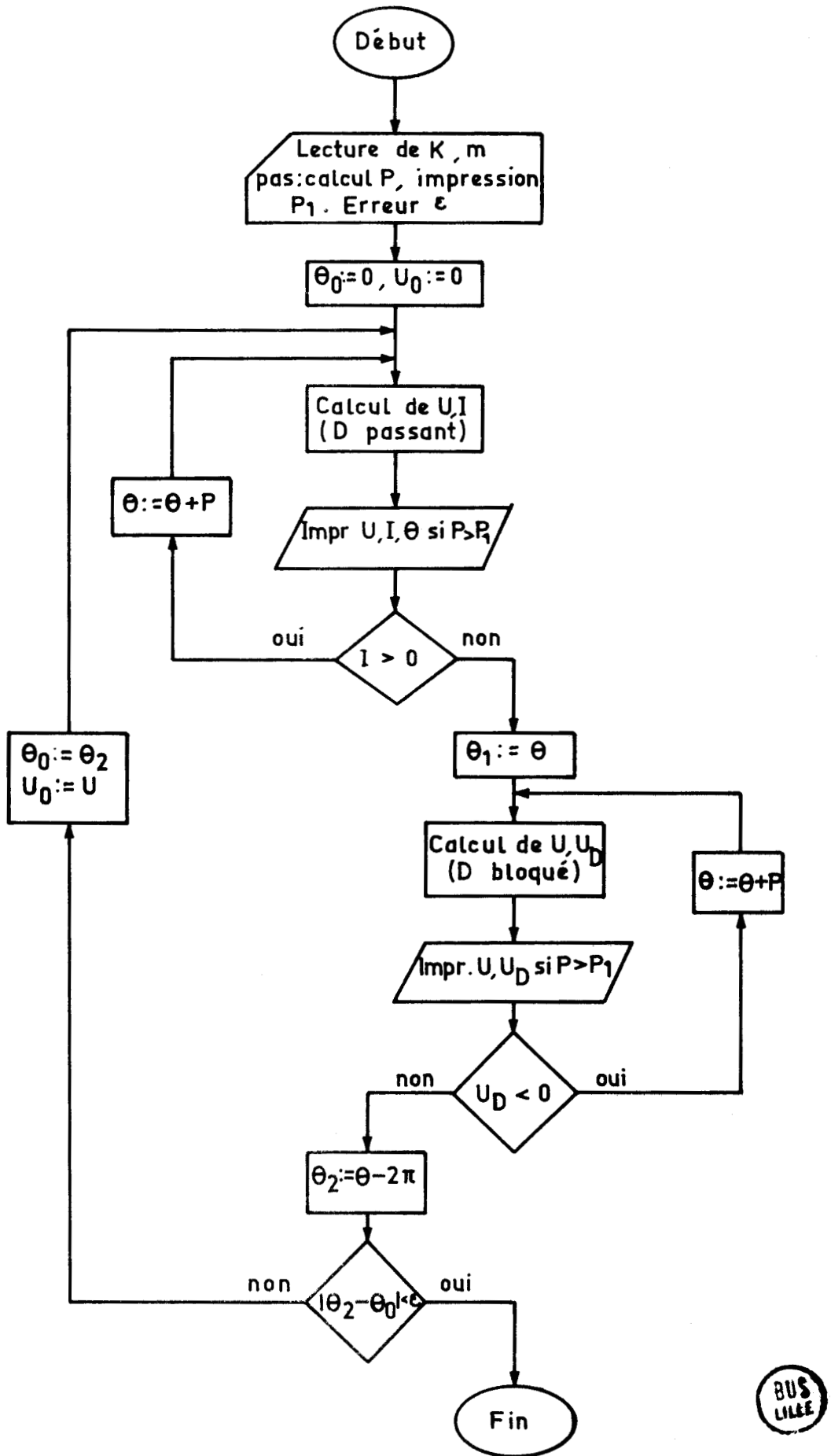


Fig. 3.3 - Organigramme du calcul par la méthode pas à pas

début phase de conduction	début phase de blocage
0	3,0031
0,2071	2,8960
0,3199	2,7889
0,4013	2,7447
0,4513	2,7004
0,5013	2,6562
0,5513	2,6119
0,5699	2,5991
0,5885	2,5863
0,6070	2,5734
0,6256	2,5292
0,6442	2,5164
0,6628	2,5035
0,6814	2,4907
0,6999	2,4778
0,7185	2,4650
0,7057	2,4836
0,6929	2,4708

En comparant avec les résultats obtenus par dichotomie on voit que les valeurs trouvées sont nettement erronées. Surtout, à moins de prendre pour ϵ une valeur relativement élevée, les calculs ne "convergeant" pas, l'ordinateur ne s'arrête pas tout seul.

La méthode pas à pas ne saurait être retenue car elle entraîne des calculs onéreux et imprécis.

Nous n'évoquerons même pas le cas de calculs faits pas à pas en demandant à l'ordinateur d'effectuer lui-même les intégrations car alors chaque pas est source d'erreur.

II. ETUDE D'UN ENSEMBLE MONTAGE REDRESSEUR-FILTRE-CHARGE

Pour mettre en évidence l'influence du filtre sur les caractéristiques et parfois même sur le fonctionnement du montage redresseur aux bornes duquel il est monté, M. GOLDBERG et G. SEGUIER {22}, {23} ont étudié l'ensemble redresseur-filtre-charge représenté sur la figure 3.4.

Un redresseur monophasé double alternance, à quatre redresseurs en pont ou avec transformateur à point milieu comme sur le schéma, utilisant des diodes ou des thyristors, débite sur un récepteur formé par une simple résistance R par l'intermédiaire d'un filtre comprenant une bobine d'inductance L et un condensateur de capacité C.

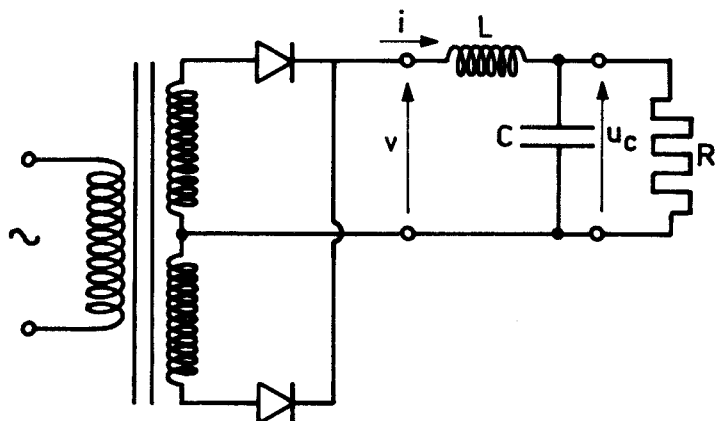


Fig. 3.4 - Schéma de l'ensemble montage redresseur-filtre-charge

Le transformateur, alimenté par une tension sinusoïdale de pulsation ω , est supposé parfait. On néglige les pertes dans les redresseurs, la bobine et le condensateur.

Deux paramètres m et K ainsi définis

$$\left. \begin{aligned} m &= L C \omega^2 \\ K &= R C \omega \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

suffisent à caractériser le montage

Pour l'étudier les auteurs précités utilisent le schéma équivalent de la figure 3.5 où v désigne la tension à l'entrée du filtre, v' la tension que tend à fournir le montage redresseur. v égale v' lorsque le redresseur équivalent D ou Th conduit, c'est-à-dire quand le courant redressé est positif autrement dit quand le débit de l'un ou l'autre des redresseurs du montage réel impose la tension à l'entrée du filtre.

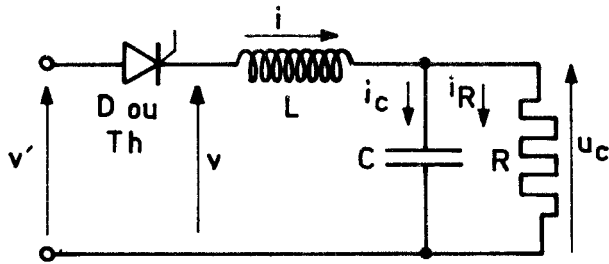


Fig. 3.5 - Schéma équivalent utilisé pour l'étude du montage

Si les redresseurs sont des diodes, la tension v' a pour expressions

$$v' = V_m \sin \omega t, \text{ pour } 2k\pi < \omega t < (2k+1)\pi$$

$$v' = -V_m \sin \omega t, \text{ pour } (2k+1)\pi < \omega t < (2k+2)\pi$$

(k nombre entier positif ou nul)

Si les redresseurs sont des thyristors,

$$v' = V_m \sin \omega t, \text{ pour } \psi + 2k\pi < \omega t < \psi + (2k+1)\pi$$

$$v' = -V_m \sin \omega t, \text{ pour } \psi + (2k+1)\pi < \omega t < \psi + (2k+2)\pi,$$

avec ψ angle de retard au débloqué.

La figure 3.6 montre la forme d'onde de la tension v' . Dans les deux cas, v' a pour période $\frac{\pi}{\omega}$. Il en est de même des tensions v et u_c à

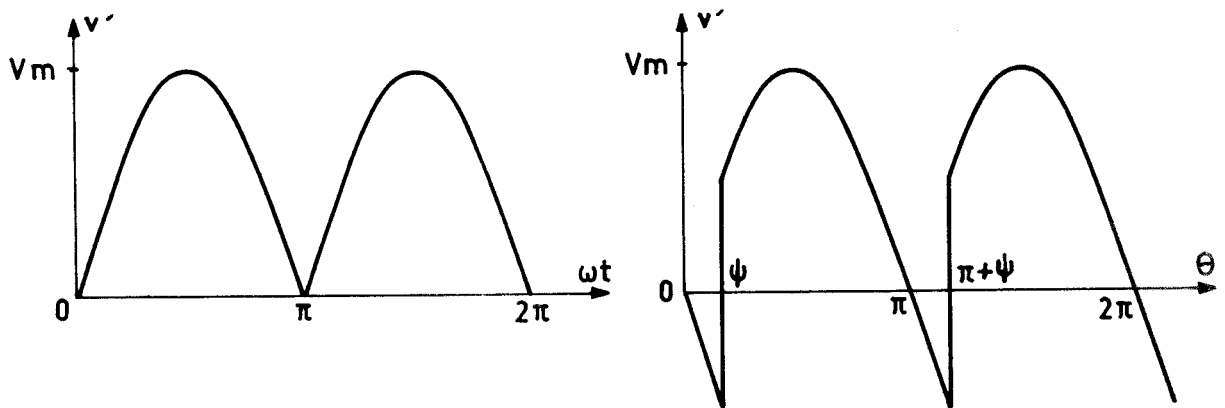


Fig. 3.6 - Forme d'onde de la tension que tend à donner le montage redresseur
a) cas des diodes; b) cas des thyristors

l'entrée et à la sortie du filtre, des courants i , i_c et i_R dans L , C et R .

II.1 Etude en régime permanent

M. GOLDBERG et G. SEGUIER ont étudié le fonctionnement du montage en régime permanent en suivant l'évolution des variables le long d'une période π/ω .

Deux groupes d'éventualités peuvent se produire :

- *La conduction peut être continue ou discontinue.* Pendant une période quand le redresseur équivalent conduit, v égale v' , le courant i est positif. Si l'évolution de i est telle que tout au long de la période il reste positif, le redresseur débite en permanence, la conduction est continue. Si i tend après un intervalle où il est positif à devenir négatif, lors de son passage par zéro le redresseur se bloque, v' cesse d'être égal à v ; par période il y a un intervalle où i est positif, un intervalle à i nul, la conduction est discontinue.

- Pendant la phase de conduction, les variables sont solutions d'équations différentielles du second ordre à coefficients constants. Suivant la valeur relative des paramètres m et K , les racines de l'équation caractéristique peuvent être réelles ou complexes. Le régime libre du circuit peut donc être apériodique ou pseudo-périodique.

Il y a donc quatre modes possibles de fonctionnement :

- conduction continue avec régime libre apériodique (mode 1)
- conduction continue avec régime libre pseudo-périodique (mode 2)
- conduction discontinue avec régime libre apériodique (mode 3)
- conduction discontinue avec régime libre pseudo-périodique (mode 4)

II.1.1 Montage à diodes

Il se révèle que pour le montage à diodes, lorsque le régime libre est apériodique, la conduction est toujours continue.

Indiquons ici simplement comment sont conduits les calculs.

- Conduction continue avec régime libre apériodique (mode 1)

Tout au long de la période, soit pour $0 < \theta < \pi$

$$u_c + L \frac{di}{dt} = V_m \sin \theta$$

$$\text{avec } i = \frac{u_c}{R} + C \frac{du_c}{dt}$$

La tension u_c est donc donnée par l'équation différentielle

$$m \frac{d^2 u_c}{d\theta^2} + \frac{m}{K} \frac{du_c}{d\theta} + u_c = V_m \sin \theta ;$$

et on passe à i par

$$i = \frac{1}{R} \left(K \frac{du_c}{d\theta} + u_c \right).$$

u_c est de la forme

$$u_c = u_{c\ell} + u_{cf}$$

en désignant par u_{cf} le terme forcé et par $u_{c\ell}$ le terme libre qui est apériodique si m est supérieur à $4K^2$.

L'expression de $u_{c\ell}$ fait intervenir deux constantes A_1 et A_2 . On les élimine en tenant compte du fait que ni u_c ni sa dérivée ne peuvent subir de discontinuité. En effet u_c est la tension aux bornes du condensateur et $C \omega du_c/d\theta + u_c/R$ est le courant dans l'inductance.

Pour chaque couple de valeurs de m et K , on détermine A_1 et A_2 en résolvant le système d'équations

$$\begin{aligned} (u_c)_{\theta=0} &= (u_c)_{\theta=\pi} \\ \left(\frac{du_c}{d\theta}\right)_{\theta=0} &= \left(\frac{du_c}{d\theta}\right)_{\theta=\pi} \end{aligned}$$

- Conduction continue avec régime libre pseudo-périodique (mode 2)

Le raisonnement est identique, seule diffère la forme des termes donnant le régime libre.

Il faut, après la détermination des constantes et leur report dans les expressions de u_c et de i , vérifier que la valeur minimum du courant est bien positive.

Comme dans le cas précédent les calculs sont assez long en pratique.

- Conduction discontinue avec régime libre pseudo-périodique (mode 4)

Quand, à m donné, K augmente, on trouve successivement la conduction continue avec régime apériodique ($4K^2 < m$), puis avec régime pseudo-périodique ($i_{\min} > 0$), enfin la conduction discontinue.

Il faut dans ce dernier cas suivre l'évolution de u_c et de i , de θ_0 , début de la phase de conduction, à $\pi+\theta_0$ fin de la phase de blocage.

Phase de conduction, $\theta_0 < \theta < \theta_1$

Les expressions de u_c et de i se déduisent de l'équation différentielle de second ordre indiquée précédemment et introduisent deux constantes A_1 et A_2 .

Au début de cet intervalle i et $\frac{di}{dt}$ sont nuls. En effet, le courant dans L ne peut subir de discontinuité, la tension $L \frac{di}{dt}$, égale à $v'-u_c$, non plus, puisque ni v' ni u_c n'en subissent.

$$\begin{aligned} \text{Les relations } i_{\theta_0} &= 0 & \text{ou} & (i_\ell)_{\theta_0} = -(i_f)_{\theta_0} \\ \text{et } \left(\frac{di}{d\theta}\right)_{\theta_0} &= 0 & \text{ou} & \left(\frac{di_\ell}{d\theta}\right)_{\theta_0} = -\left(\frac{di_f}{d\theta}\right)_{\theta_0} \end{aligned}$$

permettent d'exprimer A_1 et A_2 en fonction de l'angle inconnu θ_0 .

Le courant s'annule pour $\theta = \theta_1$, ce qui donne une première relation entre les angles θ_0 et θ_1 .

Phase de blocage, $\theta_1 < \theta < \pi+\theta_0$

Le condensateur se décharge dans la résistance suivant la relation

$$u_c = (u_c)_{\theta_1} e^{-\left(\frac{\theta-\theta_1}{K}\right)}$$

Cette décharge s'arrête pour $\theta = \pi+\theta_0$ quand $-V_m \sin \theta$ devient égal à u_c . D'où la seconde relation entre θ_0 et θ_1

$$(u_c)_{\theta_1} e^{-\left(\frac{\pi+\theta_0-\theta_1}{K}\right)} = V_m \sin \theta_0$$

Pour un couple de valeurs de K et m donné, on part de $\theta_0 = 0$ et on recherche $(u_c)_{\pi+\theta_0}$, on augmente θ_0 jusqu'à ce qu'on trouve

$$(u_c)_{\pi+\theta_0} = (u_c)_{\theta_0}$$

Après un balayage rapide on procède par dichotomie sur le pas pour déterminer avec précision θ_0 et θ_1 .

I.1.2 Montage à thyristors

Ici les quatre modes de fonctionnement peuvent être rencontrés. La

façon de conduire les calculs pour diverses valeurs de ψ est la même que pour le montage à diodes. Toutefois quelques remarques s'imposent

- Si $\pi/2 < \psi < \pi$, la conduction ne peut être que discontinue. En effet la conduction continue donnerait à u_c une valeur moyenne égale à $\frac{2}{\pi} V_m \cos \psi$ donc négative ; or cette valeur égale aussi à $R i_{\text{moy}}$ ne peut être négative puisque i est toujours positif ou nul.

Pour $\psi > \pi/2$, le problème de l'amorçage des redresseurs ne se pose pas, car, au moment où les impulsions de gâchette sont envoyées, la tension v' égale à $V_m \sin \psi$ présente sa valeur la plus forte durant l'intervalle de conduction. La conduction est donc discontinue avec régime libre apériodique ou pseudo-périodique suivant que $4K^2$ est inférieur ou supérieur à m .

- Si $\psi < \pi/2$, la conduction peut être continue ou discontinue.

En conduction continue on doit calculer i_{min} et veiller à ce qu'il soit effectivement positif.

En conduction discontinue, la tension aux bornes du thyristor équivalent lorsque, pour $\theta = \psi$, il reçoit l'impulsion sur sa gâchette, est $V_m \sin \psi - (u_c)_{\theta=\psi}$. Le redresseur n'entre en conduction que si cette tension est positive.

Pour certaines valeurs de K , m et ψ , supposer la conduction continue entraîne i_{min} négatif, supposer la conduction discontinue donne $V_m \sin \psi - (u_c)_{\theta=\psi}$ également négatif. D'où l'apparition d'un *fonctionnement anormal* (mode 5). A m et K donnés, si on réduit l'angle ψ on peut obtenir un régime où après une ou plusieurs impulsions débloquent bien les redresseurs, une ou plusieurs autres soient inopérantes.

Les calculs effectués en supposant un régime permanent établi ne peuvent pas permettre de suivre ces fonctionnements anormaux.

Dans le système d'axes K , m , les auteurs de l'étude en régime permanent ont délimité, pour le montage à diodes puis pour diverses valeurs de ψ , les zones correspondant aux cinq modes possibles de fonctionnement. Pour les régimes normaux ils ont établi les familles de courbes donnant la valeur moyenne et les valeurs extrêmes de la tension u_c , les valeurs efficace, maximum et minimum du courant i .

II.2 Etude du montage à diodes

Le montage de la figure 3.5 nous a semblé intéressant, vu la complexité de l'étude par la méthode des régimes permanents, pour montrer l'intérêt de la méthode que nous préconisons.

Suivant l'établissement progressif du régime permanent, nous devons utiliser un seul programme pour ordinateur sans avoir à connaître au départ le caractère continu ou discontinu de la conduction. En effet pour certaines valeurs des paramètres m et K la conduction est continue au départ puis devient discontinue.

La donnée de m et K permet d'indiquer à l'ordinateur quel choix il doit opérer entre les deux types d'expressions donnant le régime libre pendant les intervalles de conduction.

On peut ainsi arriver à un *programme unique* simplifiant notablement la présentation du problème.

Nous avons examiné le cas où la tension v_o appliquée à l'entrée du filtre à l'instant de fermeture du circuit diffère de zéro, ce qui correspond à la réalité. Suivant la valeur de θ_o , telle que $v_o = V_m \sin \theta_o$, et la précision admise pour caractériser l'obtention du régime permanent le nombre de périodes nécessaire pour atteindre celui-ci pourra varier d'une ou de quelques unités.

II.2.1 Mise en équations. Etude globale

Nous utilisons le schéma équivalent de la figure 3.5 en prenant $v' = V_m |\sin \theta|$ comme tension d'entrée, en assimilant la diode équivalente à une résistance D , tantôt nulle et tantôt infinie, et en désignant par u_D la tension à ses bornes.

$$\text{De} \quad u_D + L \omega \frac{di}{d\theta} + u_C = L \omega \frac{di}{d\theta} + D i + u_C = V_m |\sin \theta|$$

$$\text{et} \quad i = C \omega \frac{du_C}{d\theta} + \frac{u_C}{R}$$

on déduit

$$L C \omega^2 \frac{d^2 u_C}{d\theta^2} + \left(\frac{L\omega}{R} + DC\omega \right) \frac{du_C}{d\theta} + \left(1 + \frac{D}{R} \right) u_C = V_m |\sin \theta|$$

Puisqu'on a choisi comme paramètres $\left[\text{relations (1)} \right]$
 $m = LC\omega^2 \quad \text{et} \quad K = RC\omega$,

la tension u_c est donnée par

$$m \frac{d^2 u_c}{d\theta^2} + \left(\frac{m}{K} + K \frac{D}{R} \right) + \left(1 + \frac{D}{R} \right) u_c = V_m |\sin \theta|, \quad (2)$$

le courant i s'en déduit par

$$i = \frac{1}{R} \left(u_c + K \frac{du_c}{d\theta} \right) \quad (3)$$

La solution de l'équation différentielle donnant u_c est de la forme

$$u_c = u_{c\ell} + u_{cf},$$

$u_{c\ell}$, désignant le terme libre, solution générale de l'équation sans second membre,

u_{cf} , le terme forcé, solution particulière de l'équation avec second membre.

II.2.1.1 Régime libre

Les racines r_1 et r_2 de l'équation caractéristique sont

$$r_{1,2} = \frac{-\left(\frac{m}{K} + K \frac{D}{R}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{m}{K} + K \frac{D}{R}\right)^2 - 4m\left(1 + \frac{D}{R}\right)}}{2m} \quad (4)$$

- Si r_1 et r_2 sont réels et distincts

$$u_{c\ell} = C_1 e^{r_1 \theta} + C_2 e^{r_2 \theta} \quad (5)$$

- Si $r_1 = r_2 = r = -\left(\frac{1}{2K} + \frac{K D}{2m R}\right)$

$$u_{c\ell} = (C'_1 + C'_2 \theta) e^{r\theta} \quad (6)$$

- Si r_1 et r_2 sont des nombres complexes, pour que les constantes d'intégration soient des quantités réelles, on prendra

$$\left. \begin{aligned} u_{c\ell} &= (A_1 \cos L_o \theta + A_2 \sin L_o \theta) e^{-\left(\frac{1}{2K} + \frac{KD}{2mR}\right)\theta} \\ \text{avec } L_o &= \frac{1}{2m} \sqrt{4m\left(1 + \frac{D}{R}\right) - \left(\frac{m}{K} + K \frac{D}{R}\right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

II.2.1.2 Régime forcé

Ici se pose le problème de la *valeur absolue de la tension appliquée* au montage. On a vu que

$$\text{pour } 2k\pi < \theta < (2k+1)\pi, \quad v' = V_m \sin \theta$$

$$\text{pour } (2k+1)\pi < \theta < (2k+2)\pi, \quad v' = -V_m \sin \theta$$

Or nous devons effectuer une étude intervalle par intervalle s'étendant sur une variation de θ très supérieure à π .

Nous supposerons que θ_0 est compris entre 0 et π . Nous prendrons donc au départ $v' = V_m \sin \theta$ et montrerons comment on procède pour $\theta > \pi$.

Plaçons-nous dans le cas où $v' = V_m \sin \theta$.

Alors u_{cf} est de la forme

$$u_{cf} = A \cos \theta + B \sin \theta$$

En reportant dans l'équation différentielle (2) il vient

$$-m(A \cos \theta + B \sin \theta) + (-A \sin \theta + B \cos \theta) \left(\frac{m}{K} + K \frac{D}{R} \right) + (A \cos \theta + B \sin \theta) \left(1 + \frac{D}{R} \right) = V_m \sin \theta$$

On en tire un système de deux équations à deux inconnues qui donne A et B. Le terme forcé a pour expression

$$u_{cf} = \frac{-V_m \left(\frac{m}{K} + K \frac{D}{R} \right) \cos \theta + V_m \left(1 + \frac{D}{R} - m \right) \sin \theta}{\left(\frac{m}{K} + K \frac{D}{R} \right)^2 + \left(1 + \frac{D}{R} - m \right)^2} \quad (8)$$

Pour $(2k+1)\pi < \theta < (2k+2)\pi$, $v = -V_m \sin \theta$, $u_{cf} = -A \cos \theta - B \sin \theta$. Le plus simple, plutôt que changer de signe pour u_{cf} , est de changer de variable dès que θ est supérieur à π pour le ramener dans l'intervalle $0, \pi$. Chaque fois que θ deviendra supérieur ou égal à π on lui retranchera une quantité égale à π .

II.2.2 Application aux deux modes de conduction

II.2.2.1 Remarques préliminaires sur les conditions initiales

La tension u_c ne peut subir de discontinuité. Il en est de même du courant i et, puisque $i = C \frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{R}$, de la dérivée $\frac{du_c}{d\theta}$.

A la mise sous tension du montage, pour θ_0 présentant une valeur quelconque entre 0 et π , la tension v' est positive.

Si on suppose le circuit préalablement au repos et le condensateur déchargé, l'application de v' entraîne l'entrée en conduction du redresseur équivalent.

$$\begin{aligned} \text{Pour } \theta_0^+ , \text{ le redresseur conduit} \\ , u_c = 0 , du_c/d\theta = 0 \\ , i = 0 \end{aligned}$$

Le courant part de zéro avec une pente initiale non nulle, puisque

$$(L \omega \frac{di}{d\theta})_{\theta_0} = V_m \sin \theta_0 ,$$

sauf dans le cas particulier où θ_0 est nul.

Lors de chaque changement de phase, on déduit les deux constantes, intervenant dans la nouvelle expression du terme libre, de la continuité de u_c et de celle de i .

II.2.2.2 Intervalles de conduction

Quand le redresseur équivalent conduit, D égale zéro.

Régime libre : r_1 et r_2 deviennent

$$\begin{aligned} r_1 \\ r_2 \end{aligned} = -\frac{1}{2K} \pm \sqrt{\frac{1}{4K^2} - \frac{1}{m}} ;$$

les racines sont réelles et distinctes si $m > 4K^2$

réelles et confondues si $m = 4K^2$

imaginaires si $m < 4K^2$

Dans ce dernier cas la pseudo-pulsation L_0 devient $\sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4K^2}}$

Régime forcé : A et B deviennent

$$A = -\frac{m}{K} \frac{V_m}{\left(\frac{m}{K}\right)^2 + (1-m)^2} ; B = \frac{(1-m)V_m}{\left(\frac{m}{K}\right)^2 + (1-m)^2}$$

En posant

$$p^2 = \left(\frac{m}{K}\right)^2 + (1-m)^2 \tag{9}$$

le terme forcé de u_c s'écrit

$$u_{cf} = \frac{V_m}{p^2} \left[(1-m) \sin \theta - \frac{m}{K} \cos \theta \right]$$

Pour chacune des formes que prend u_{cl} , d'après la valeur de m par rapport à $4K^2$, on passe de l'expression de u_c à celle de i par la relation (3).

En résumé, pour les trois cas possibles, en introduisant les valeurs relatives

$$U = \frac{u_c}{V_m} \quad I = \frac{i}{V_m/K} \quad , \quad (10)$$

on obtient :

1er cas : $\underline{m > 4K^2}$

$$\left. \begin{aligned} U &= C_1 e^{r_1(\theta-\theta_o)} + C_2 e^{r_2(\theta-\theta_o)} + \frac{1}{p^2} \left[(1-m)\sin\theta - \frac{m}{K} \cos\theta \right] \\ I &= C_1 (K r_1 + 1) e^{r_1(\theta-\theta_o)} + C_2 (K r_2 + 1) e^{r_2(\theta-\theta_o)} \\ &+ \frac{1}{p^2} \left[(K - Km - \frac{m}{K}) \cos\theta + \sin\theta \right] \\ &\text{avec } \begin{matrix} r_1 \\ r_2 \end{matrix} = -\frac{1}{2K} \pm \sqrt{\frac{1}{4K^2} - \frac{1}{m}} \end{aligned} \right\} (11)_a$$

2e cas : $\underline{m = 4K^2}$

$$\left. \begin{aligned} U &= \left[C'_1 + C'_2(\theta-\theta_o) \right] e^{r(\theta-\theta_o)} + \frac{1}{p^2} \left[(1-m)\sin\theta - \frac{m}{K} \cos\theta \right] \\ I &= C'_1 (K r + 1) e^{r(\theta-\theta_o)} + C'_2 \left[K + (1+Kr)(\theta-\theta_o) \right] e^{r(\theta-\theta_o)} \\ &+ \frac{1}{p^2} \left[(K - Km - \frac{m}{K}) \cos\theta + \sin\theta \right] \\ &\text{avec } r = -\frac{1}{2K} \end{aligned} \right\} (11)_b$$

3e cas : $\underline{m < 4K^2}$

$$\left. \begin{aligned} U &= \left[A_1 \cos L_o(\theta-\theta_o) + A_2 \sin L_o(\theta-\theta_o) \right] e^{-\left(\frac{\theta-\theta_o}{2K}\right)} + \frac{1}{p^2} \left[(1-m)\sin\theta - \frac{m}{K} \cos\theta \right] \\ I &= \left[\left(\frac{1}{2} A_2 - K L_o A_1\right) \sin L_o(\theta-\theta_o) + \left(\frac{1}{2} A_1 + K L_o A_2\right) \cos L_o(\theta-\theta_o) \right] e^{-\left(\frac{\theta-\theta_o}{2K}\right)} \\ &+ \frac{1}{p^2} \left[(K - Km - \frac{m}{K}) \cos\theta + \sin\theta \right] \\ &\text{avec } L_o = \sqrt{\frac{1}{m} - \frac{1}{4K^2}} \end{aligned} \right\} (11)_c$$

Pour déterminer les constantes C_1 et C_2 ou C'_1 et C'_2 ou A_1 et A_2 on utilise les valeurs U_o et I_o de U et de I au début de l'intervalle de conduction considéré. Dans chacun des cas, les relations (11) donnent en faisant $U = U_o$ et $I = I_o$ pour $\theta = \theta_o$ deux relations dont on déduit

1er cas : $m > 4K^2$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= A - C_2 \\ C_2 &= \frac{1}{K(r_2 - r_1)} \left(I_o - \frac{(K - Km - \frac{m}{K}) \cos \theta_o + \sin \theta_o}{p^2} - A(1 + Kr_1) \right) \end{aligned} \right\} (12)_a$$

avec $A = U_o + \frac{1}{p^2} \left((m-1) \sin \theta_o + \frac{m}{K} \cos \theta_o \right)$

2e cas : $m = 4K^2$

$$\left. \begin{aligned} C'_1 &= U_o + \frac{1}{p^2} \left((m-1) \sin \theta_o + \frac{m}{K} \cos \theta_o \right) \\ C'_2 &= \frac{I_o}{K} - C'_1(1+r) - \frac{1}{Kp^2} \left((K - Km - \frac{m}{K}) \cos \theta_o + \sin \theta_o \right) \end{aligned} \right\} (12)_b$$

3e cas : $m < 4K^2$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= U_o + \frac{1}{p^2} \left((m-1) \sin \theta_o + \frac{m}{K} \cos \theta_o \right) \\ A_2 &= \frac{I_o}{KL_o} - \frac{A_1}{2KL_o} + \frac{1}{KL_o p^2} \left((Km - k + \frac{m}{K}) \cos \theta_o - \sin \theta_o \right) \end{aligned} \right\} (12)_c$$

A la mise sous tension $U_o = 0$, $I_o = 0$

Lors d'un intervalle de conduction précédé, jusqu'à $\theta = \theta_o$, d'un intervalle de blocage, on prend pour U_o et I_o les valeurs de U et de I à la fin de ce dernier.

II.2.2.3 Intervalles de blocage

Quand, pour $\theta = \theta_1$, le courant I s'annule, une phase à redresseur équivalent bloqué débute.

Durant celle-ci, D est infini.

Si on fait tendre D vers l'infini, la relation (4) montre que r_1 tend vers $-1/K$ et r_2 tend vers moins l'infini.



Donc
$$u_{c\ell} = C_1 e^{-\left(\frac{\theta-\theta_1}{K}\right)}$$

Le terme forcé de u_c est nul, comme A et B.

Si U_1 est la valeur de U au début de l'intervalle de blocage, durant celui-ci

$$\left. \begin{aligned} U &= U_1 e^{-\left(\frac{\theta-\theta_1}{K}\right)} \\ I &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

La phase de blocage se termine pour $\theta = \theta_2$ lorsque $u_D = V_m |\sin\theta| - u_c$ cesse d'être négatif. θ_2 est donc donné par

$$(U)_{\theta_2} = \sin \theta_2$$

II.2.3 Conduite des calculs

On part de $\theta = \theta_0$, sachant qu'alors débute une phase de conduction ; U et I sont donnés par celles des trois relations (11) correspondant à m supérieur, égal ou inférieur à $4K^2$ dans lesquelles on fait $U_0 = 0$ et $I_0 = 0$. On avance d'un pas P , les valeurs de U et de I sont calculées. Si I est positif on augmente θ d'un nouveau pas P et ainsi de suite.

Si I ne s'annule pas lorsqu'on atteint $\theta = \pi$, on donne dans les relations (11) à U_0 et I_0 les valeurs $U(\pi)$ et $I(\pi)$ et on recommence, avec $\theta_0 = 0$, le calcul pas à pas de U et de I .

Si I s'inverse, soit pendant le premier intervalle (θ_0, π) , soit pendant l'un ou l'autre des intervalles suivants, on détermine avec précision, par dichotomie la valeur de θ_1 qui rend la valeur absolue de I inférieure à ϵ , en désignant par ϵ l'erreur tolérée sur la précision des zéros.

A partir de cette valeur θ_1 de θ , étant dans une phase de blocage, I est nul ; U est donné par la relation (13). On avance pas à pas, en calculant chaque fois U et $\sin\theta - U$. On continue tant que $\sin\theta - U$ est négatif, en effectuant si c'est nécessaire - parce que θ atteint la valeur π - le même changement de variable que lors de la phase de conduction.

Quand on trouve $U_D = \sin\theta - U$ positif, on détermine par dichotomie la valeur θ_2 de l'angle θ qui rend $|U_D|$ inférieur à ϵ . On calcule U_2 correspondant. A partir de θ_2 débute une nouvelle phase de conduction donnée par les relations (11) dans lesquelles on fait $\theta_0 = \theta_2$, $U_0 = U(\theta_2)$, $I_0 = 0$.

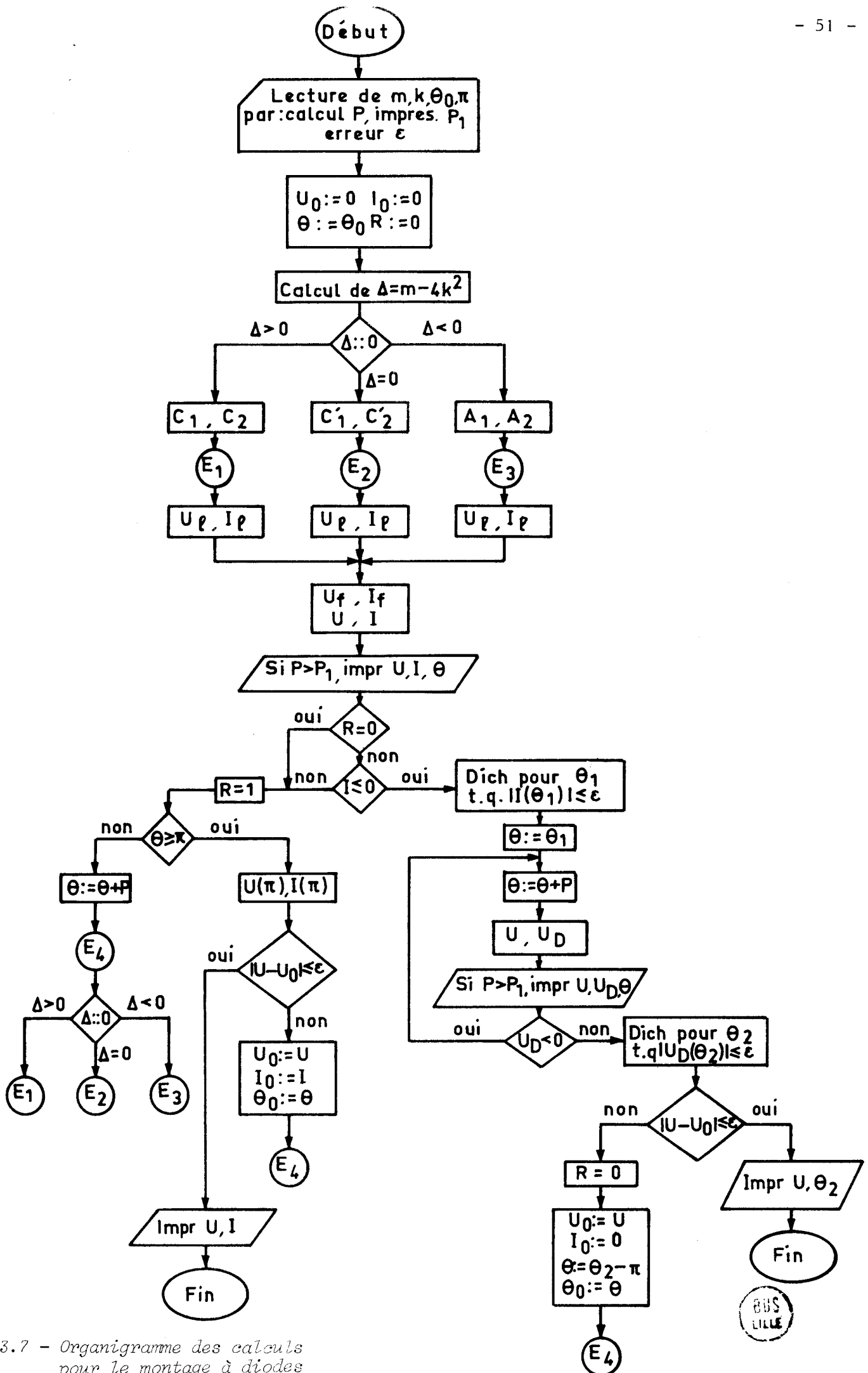


Fig. 3.7 - Organigramme des calculs pour le montage à diodes

On poursuit ainsi les calculs tant que le régime permanent n'est pas atteint, c'est-à-dire

- tant que $|U(\theta_2) - U_0|$ est plus grand que ε en conduction discontinue

- tant que $|U(\pi) - U_0|$ est plus grand que ε en conduction continue.

Nous avons schématisé (fig. 3.7) l'organigramme des calculs. Nous avons ajouté une variable R pour éviter le blocage du déroulement dans le cas où on trouverait une valeur négative très faible (de l'ordre de -10^{-8} ou -10^{-9}) correspondant à la précision de l'ordinateur au début des phases de conduction.

II.2.4 Exemples de résultats obtenus

La figure 3.8 donne trois exemples d'établissements du régime de la tension u_c et du courant i , un pour chacun des modes de fonctionnements possibles pour le montage à diodes :

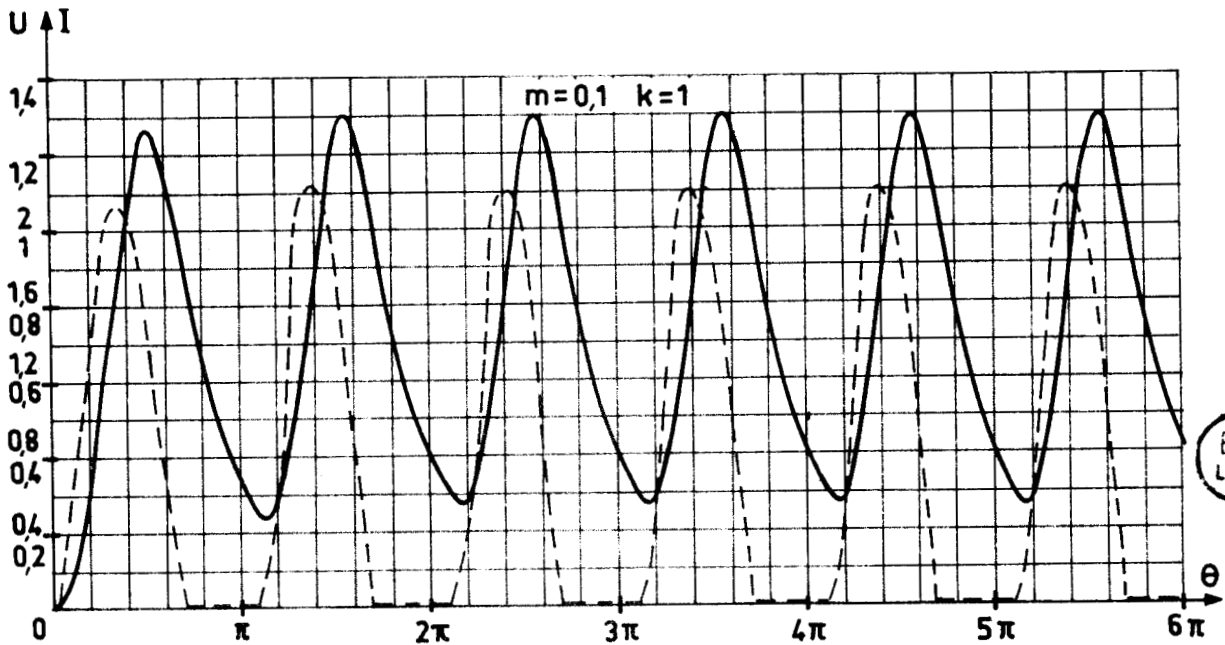
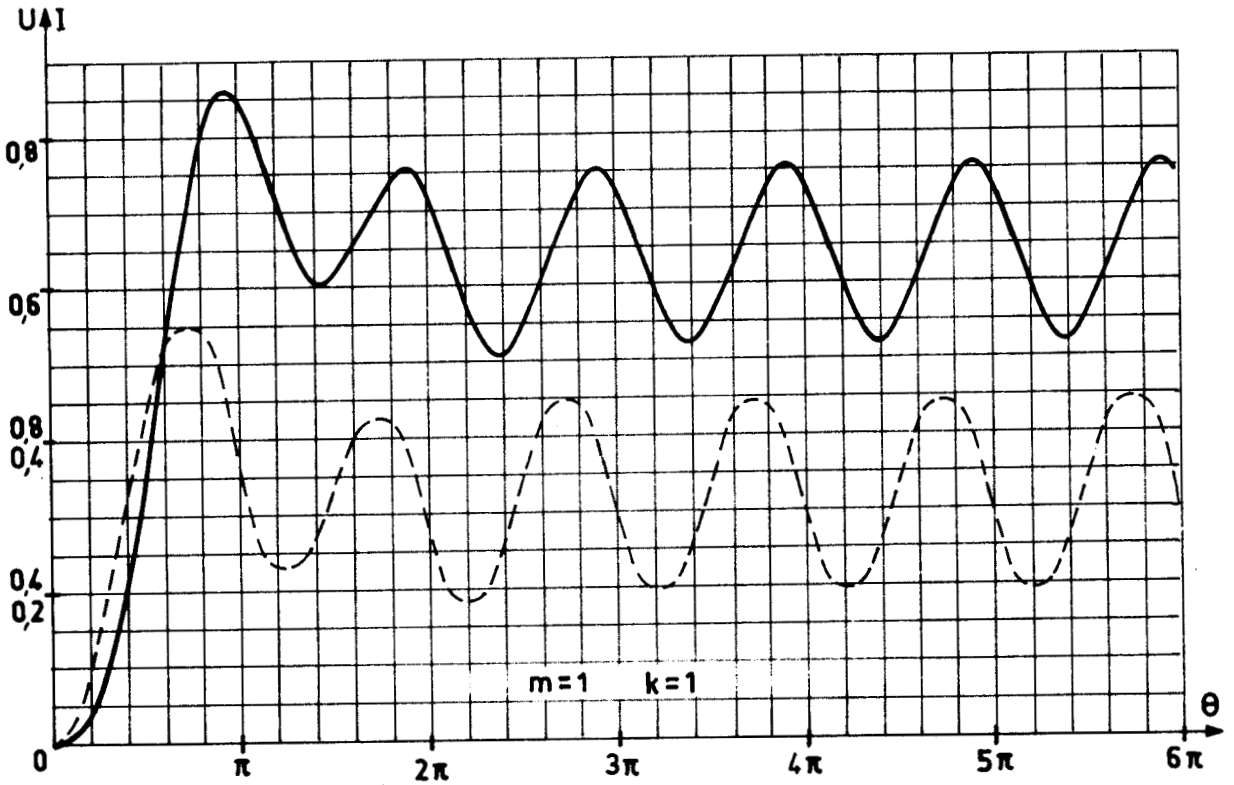
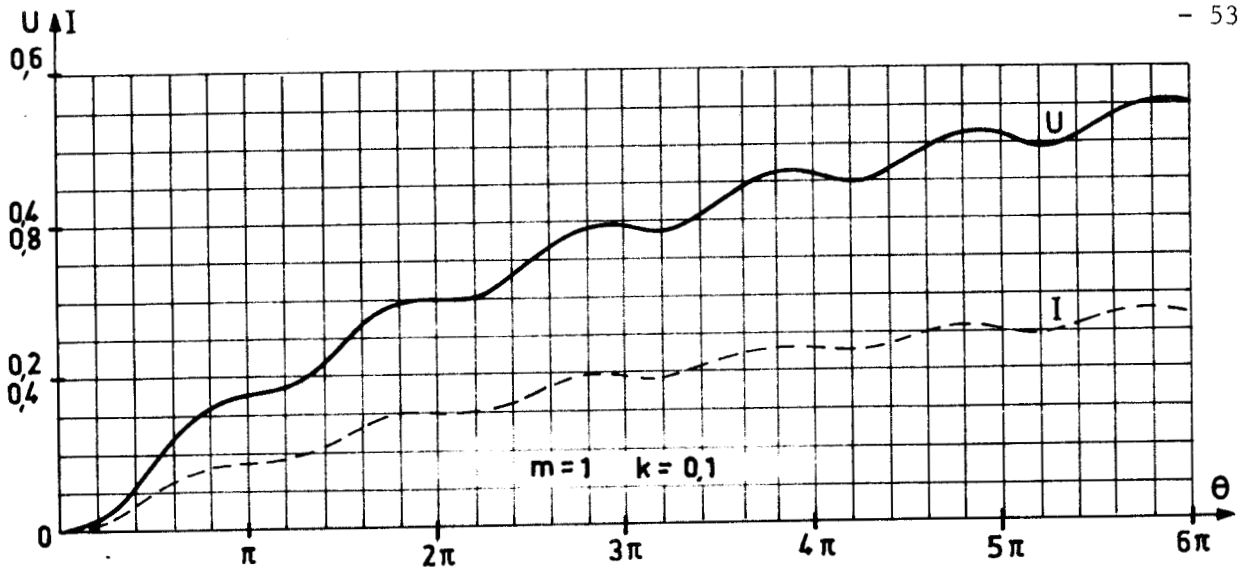
$m = 1 ; K = 0,1$: conduction continue avec régime libre apériodique,

$m = 1 ; K = 1$: conduction continue avec régime libre pseudo-périodique

$m = 0,1 ; K = 1$: conduction discontinue avec régime libre pseudo-périodique.

Ces exemples montrent qu'on tend rapidement vers le régime permanent, atteint à 10^{-4} près au bout de 7 périodes de la tension v' pour le second tracé, au bout de 5 pour le troisième. Ce n'est que pour les faibles valeurs de K et quand la tension u_c en régime établi est peu ondulée que l'établissement de celle-ci est plus lent ; pour le premier tracé il faut 14 périodes de v' pour trouver à 10^{-4} près le régime permanent.

Pour montrer l'influence de l'instant (θ_0) d'application de la tension au montage on a suivi (fig. 3.9) l'établissement de u_c pour trois valeurs de θ_0 dans le troisième cas ($m = 0,1 ; K = 1$). Au bout de quelques périodes, les courbes sont pratiquement confondues. Le seul effet important de θ_0 est que, pour certaines valeurs de cet angle, il peut apparaître peu après l'application de la tension une pointe de courant i très élevée ; ainsi, pour $\theta_0 = 1$, on a noté une valeur instantanée de i atteignant $3,3 V_m/R$.



BUS LILLE

Fig. 3.8 - Exemples de formes d'ondes de u_c et de i (Montage à diodes, $\theta_0 = 0$)

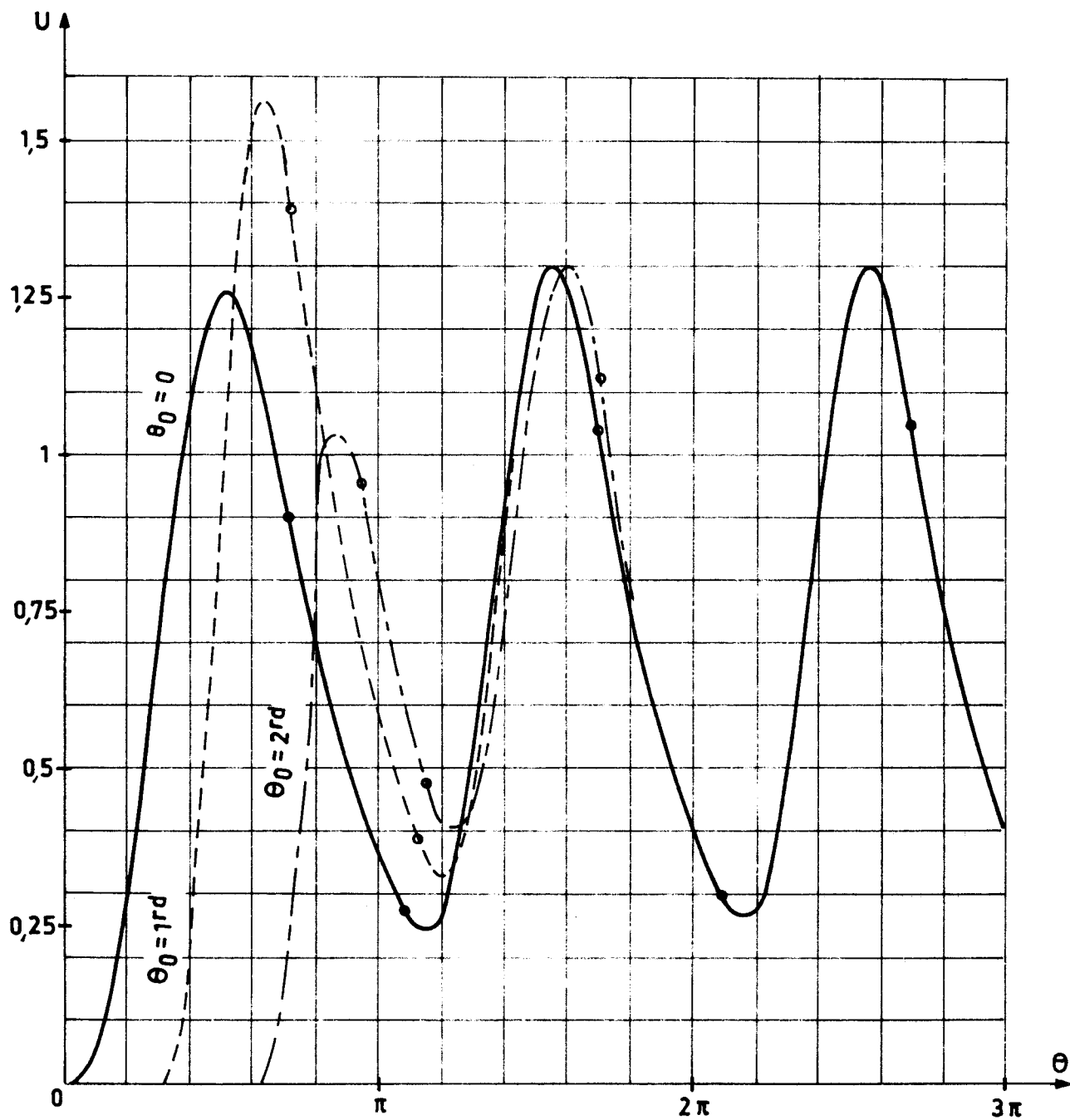


Fig 3.9 - Forme d'onde de la tension u_θ , à m et K donnés,
pour diverses valeurs de θ_0
($m = 0,1$; $K = 1$; $\theta_0 = 0$, puis 1 puis 2)



Pour le montage à diodes, la supériorité de l'étude proposée par rapport à celle qui consiste à rechercher directement le régime permanent est plus réduite que lorsqu'il s'agira du montage à thyristors. Toutefois l'étude effectuée

- a) montre avec quelle rapidité on tend vers le fonctionnement établi
- b) permet d'évaluer les contraintes instantanées maximales pouvant se produire en début de régime transitoire
- c) conduit à une détermination du régime permanent avec un temps de calcul d'ordinaire plus bref car à chaque période on resserre automatiquement l'écart par rapport au régime final
- d) supprime les difficultés rencontrées lorsque les valeurs de m et K sont telles que l'on se trouve très près de la limite séparant le domaine de la conduction continue de celui où elle est discontinue. En effet on n'a plus à présumer le mode de conduction et, si l'on passe de l'un à l'autre lors de l'établissement du régime final, cela ne nécessite aucune modification du programme.

II.3 Etude du montage à thyristors

L'étude du montage de la figure 3.5, où la diode équivalente D est remplacée par un thyristor Th recevant une impulsion sur sa gâchette pour $\theta = \psi + k\pi$, diffère assez peu de celle qui précède.

A cause de la forte ondulation que présente la tension v' lorsque ψ s'écarte de zéro, on trouve pour certaines valeurs de m , K et ψ un régime permanent avec conduction discontinue alors que le régime libre est apériodique (mode 3).

La méthode proposée permet de mieux suivre les fonctionnements anormaux (mode 5) et de mieux préciser, pour chaque valeur de ψ , le domaine des valeurs de m et K où ils se produisent.

II.3.1 Equations de fonctionnement

Les équations globales (2) et (3) restent utilisables, à condition de remplacer D par T (T étant nul ou infini suivant que le thyristor équi-

valent est conducteur ou bloqué) et de remplacer $V_m |\sin\theta|$ par $V_m \sin\theta$ en précisant que l'on ne fera varier θ qu'entre ψ et $\psi+\pi$.

Durant cet intervalle la relation (8) donne le régime forcé de la tension u_c .

II.3.1.1 Conditions initiales

- Le montage étant au repos, $U_o = 0$, $I_o = 0$, quel que soit l'instant d'application de la tension au montage, le circuit reste au repos jusqu'à ce que θ égale ψ . Alors $v' = V_m \sin\psi$, le thyristor devient conducteur. Donc le fonctionnement *débute toujours par une phase de conduction, partant de θ_o égale ψ .*

- Lors des changements de phase, on déduit les deux constantes intervenant dans la nouvelle expression du terme libre de la continuité de u_c et de i .

- Dans l'étude pas à pas, on se situera toujours dans l'intervalle ψ , $\pi+\psi$ en réinitialisant l'angle θ à ψ chaque fois qu'il atteint la valeur $\pi+\psi$.

La fin d'une phase de conduction peut se situer n'importe où à l'intérieur de cet intervalle ψ , $\pi+\psi$.

Le début d'une phase de conduction sur
 $\theta = \psi$ ou, ce qui revient au même, pour $\theta =$ ue
le thyristor équivalent reçoit une impulsio

II.3.1.2 Intervalles de conduction

Les relations (11) donnent U et I d n-
duction. Il suffit de remplacer θ_o par ψ . Le ti-
lisation des expressions (12) des constantes

Un intervalle de conduction cesse le ant
 i de positif s'annule pour devenir négatif

$$I(\theta_1) = 0$$

II.3.1.3 Intervalles de blocage

Quand le thyristor équivalent est bloqué, le condensateur se décharge suivant la relation (13) $-\left(\frac{\theta-\theta_1}{K}\right)$

$$U = U_1 e$$

La tension aux bornes du thyristor, rapportée à V_m , est

$$U_{Th} = \sin \theta - U$$

La phase de blocage cesse pour $\theta = \pi + \psi$, si l'impulsion alors envoyée au thyristor le trouve avec une tension aux bornes $\sin \psi - U(\pi + \psi)$, positive. Pour l'intervalle de conduction suivant on fera $\theta_o = \psi$;

$$U_o = U(\pi + \psi) ; I_o = 0.$$

Si pour $\theta = \pi + \psi$, $\sin \psi$ est inférieur à $U(\pi + \psi)$, la décharge du condensateur se poursuit suivant la relation (13), où on fait repartir θ de ψ , après avoir fait $\theta_1 = \psi$ et $U_1 = U(\pi + \psi)$.

II.3.2 Conduite des calculs

On part de $\theta_o = \psi$, avec $U_o = 0$ et $I_o = 0$, en utilisant celles des trois expressions (11) qui correspondent aux valeurs relatives de m et K . On avance pas à pas, en calculant chaque fois U et I .

Si I ne s'est pas annulé lorsque θ atteint $\pi + \psi$, on donne à U_o et I_o les valeurs $U(\pi + \psi)$ et $I(\pi + \psi)$ et on recommence à suivre, à partir de $\theta = \psi$, l'évolution de U et I .

Si I s'annule, pendant le premier intervalle ψ , $\pi + \psi$ ou l'un des suivants, on détermine avec précision la valeur θ_1 de l'angle θ pour lequel cette annulation se produit. Puis on suit pas à pas l'évolution de U donnée par la relation (13) et celle de U_{Th} .

Pour $\theta = \pi + \psi$, si $\sin \theta$ est supérieur à U , on passe d'une phase de blocage à une phase de conduction : $\theta_o = \psi$, $U_o = U(\pi + \psi)$, $I_o = 0$.

Si pour $\theta = \pi + \psi$, $\sin \theta$ est inférieur à U , on reste en phase de blocage ; après avoir fait $U_1 = U(\pi + \psi)$ et $\theta_1 = \psi$, on avance d'une nouvelle période. A la fin de celle-ci, la comparaison de U et de $\sin \theta$ indique si un intervalle de conduction débute ou si une nouvelle impulsion de déblocage est perdue.

On poursuit les calculs

- soit jusqu'à ce que le régime permanent soit atteint, c'est-à-dire que l'on obtienne $|U(\pi+\psi) - U(\psi)| < \epsilon$.

- soit jusqu'à ce que l'anomalie de fonctionnement (mode 5) se confirme ; c'est-à-dire qu'au bout de 20 périodes de v' , par exemple, apparaissent des impulsions perdues.

La figure 3.10 schématise le déroulement des calculs. Il ne diffère de celui utilisé pour le montage à diodes que par le fait que l'angle d'entrée en conduction est imposé et qu'il faut vérifier que cette entrée en conduction s'opère effectivement.

II.3.3 Résultats obtenus

L'emploi de la méthode de calcul préconisée permet de *retrouver les résultats* de l'étude basée sur la recherche directe du régime permanent :

Pour ψ nul, dès qu'on s'écarte des valeurs de m et K correspondant au domaine où la conduction est continue (modes 1 et 2), le fonctionnement devient anormal (mode 5) car $U(\pi+\psi)$ est forcément positif alors que $\sin \psi$ est nul.

Quand ψ augmente, le domaine à fonctionnement normal s'étend ; la zone à conduction continue diminue, mais celle où la conduction est discontinue (modes 3 et 4) devient de plus en plus importante.

Quand ψ atteint $\pi/2$, le fonctionnement anormal disparaît car le maximum de la tension v' se situe à l'instant du déblocage du thyristor donc $\sin \psi$ est toujours supérieur à $U(\pi+\psi)$. De même il ne peut plus y avoir conduction continue, sinon I et U auraient une valeur moyenne nulle ou négative. Pour $\pi/2 < \psi < \pi$, le fonctionnement est toujours normal et la conduction discontinue (modes 3 ou 4 suivant que m est supérieur ou inférieur à $4K^2$).

La méthode de calcul employée présente *deux avantages* :

- Elle est plus commode pour l'étude des points voisins de la limite d'un mode de fonctionnement car le programme ne présuppose pas la nature de celui-ci. La méthode par dichotomie comparant la valeur de U au dé-

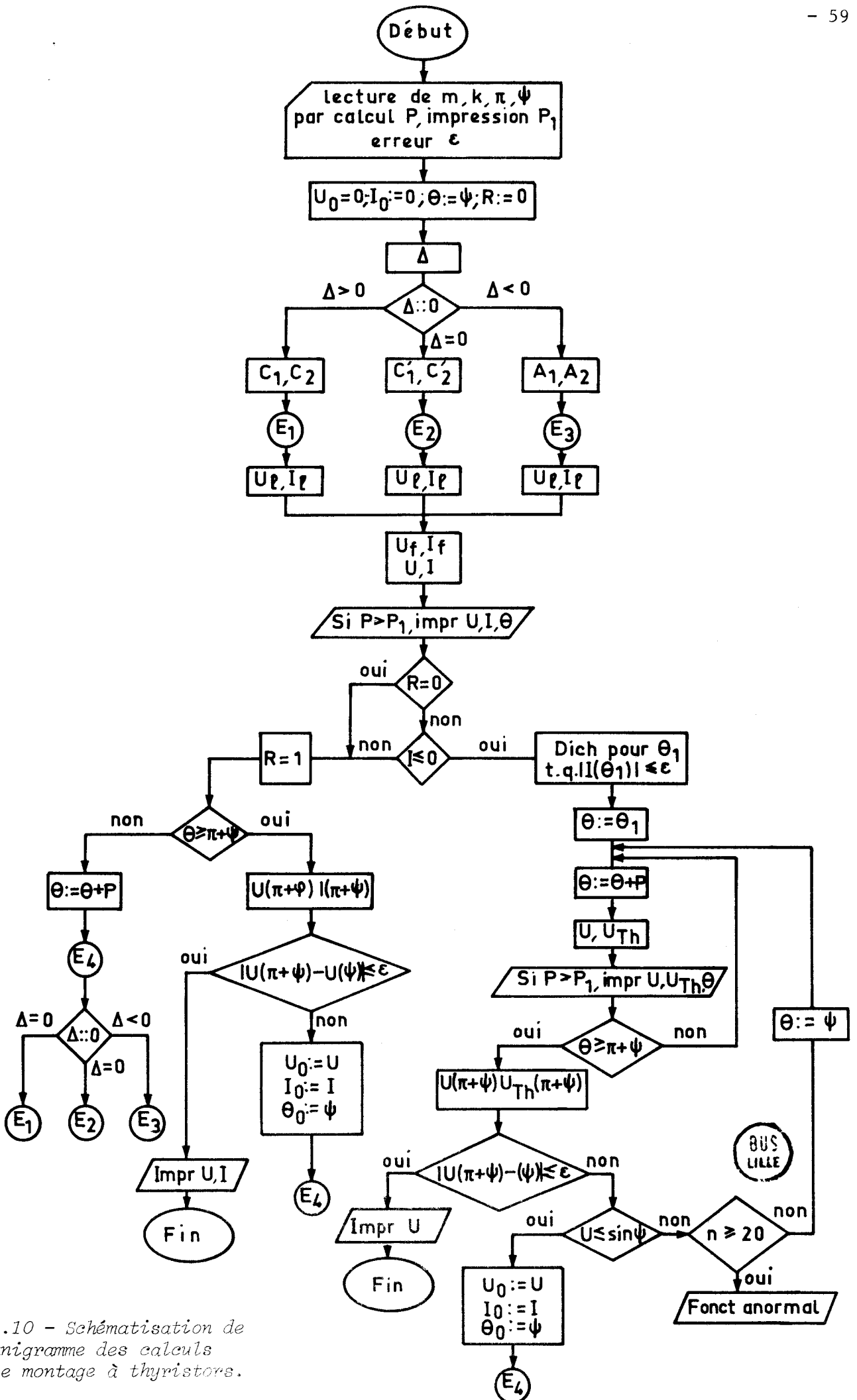


Fig. 3.10 - Schématisation de l'organigramme des calculs pour le montage à thyristors.

but et à la fin d'une période peut, par exemple, conduire au blocage du programme utilisé supposant la conduction continue, parce qu'on est parti d'une valeur de U erronée, alors qu'en régime permanent la conduction est bien continue mais que ce fonctionnement ne s'établit qu'après une ou plusieurs périodes où apparaissent des intervalles à courant nul. La méthode proposée en éliminant ces difficultés permet une délimitation plus précise des divers domaines de fonctionnement.

- Pour la plupart des régimes étudiés, le temps de calcul est plus bref comme nous l'avions signalé pour le montage à diodes.

Enfin le calcul du régime permanent montre, en suivant son établissement à partir de la mise sous tension, pour certaines valeurs de ψ , m et K , des *régimes permanents normaux mais qui ne peuvent s'établir*. Par la méthode de la recherche directe du fonctionnement établi, on trouve, à condition de partir de la bonne valeur de U , la même valeur au bout d'une période ; donc si ce régime s'établissait il se maintiendrait. Mais lorsqu'on suit l'établissement progressif de la tension et du courant on voit qu'on ne peut atteindre cette valeur de U , en début de période, qui donnerait une valeur identique lorsque θ aurait augmenté de π .

Entre la zone à conduction continue normale et celle à fonctionnement anormal se situe cette zone où le fonctionnement normal ne peut s'établir à partir de la mise sous tension du montage, le condensateur étant déchargé.

Pour illustrer ces remarques nous avons reproduit quelques tracés :

- La figure 3.11 montre, pour $\psi = \pi/6$ et $m = 0,3$, l'établissement de trois types de fonctionnement normaux :

continu avec régime libre aperiodique (mode 1) pour $K = 0,2$

continu avec régime libre pseudo-périodique (mode 2) pour $K = 0,3$

discontinu avec régime libre pseudo-périodique (mode 4) pour

$K = 0,5$.

L'obtention du régime permanent est très rapide. $U(\pi+\psi)$ égale $U(\psi)$ à 10^{-4} près respectivement au bout de 5, 4 et 3 périodes.

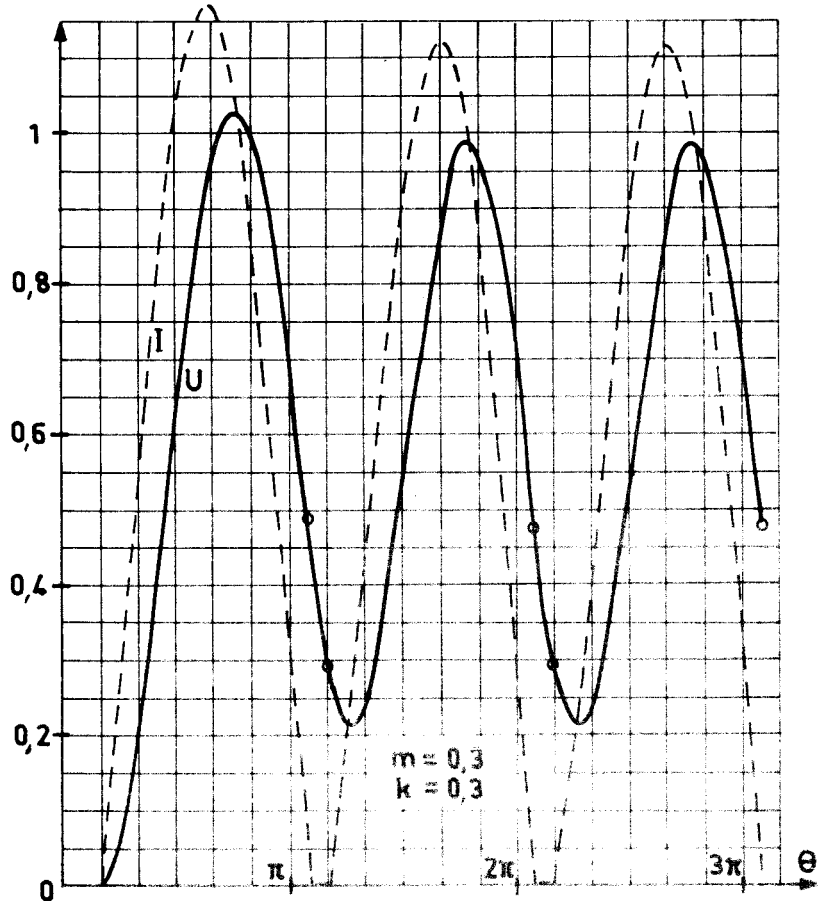
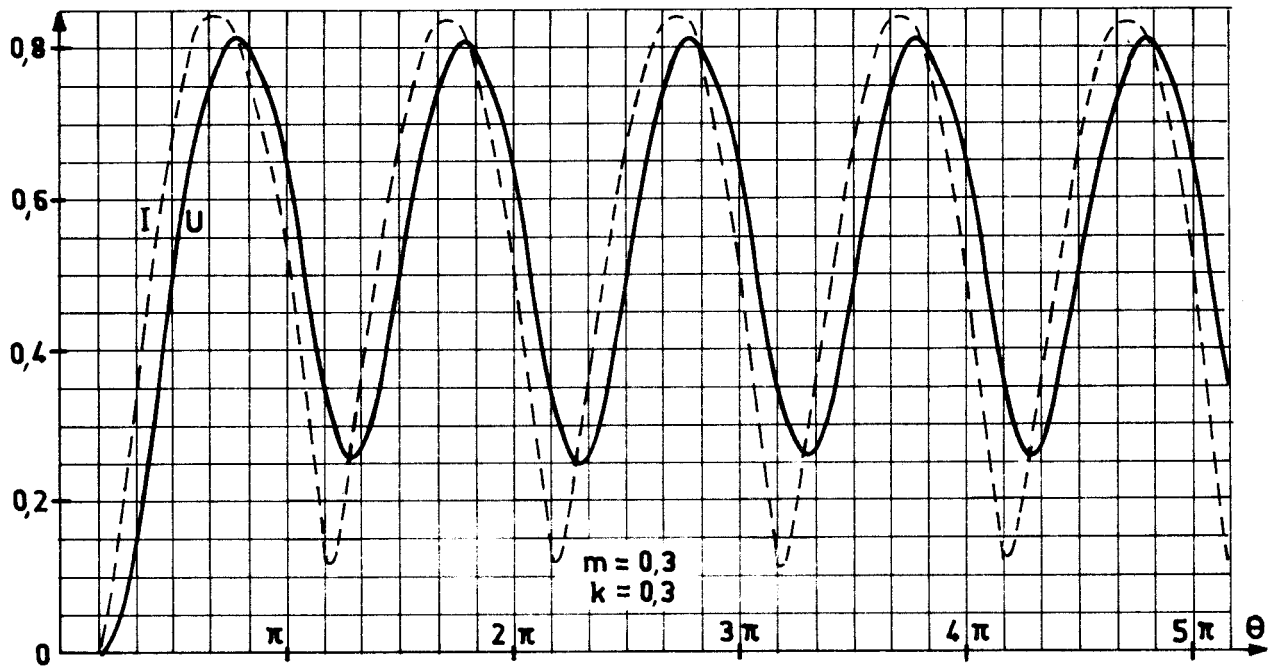
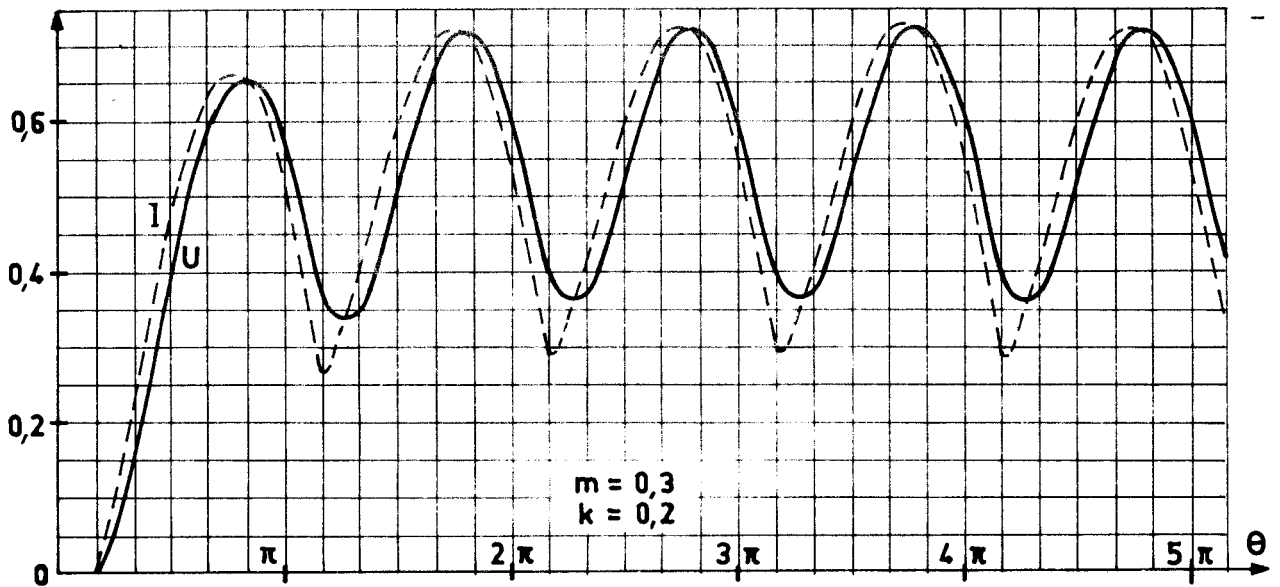


Fig. 3.11 - Formes d'ondes de U et I pour $\psi = \pi/6$ et $m = 0,3$
K étant successivement égal à 0,2 ; 0,3 et 0,5



- La figure 3.12 donne un régime apériodique à conduction discontinue (mode 3). Le tracé est relatif à $m = 0,2$; $K = 0,2$; $\psi = \pi/3$. Pour ces valeurs de m et K , la conduction est continue pour $\psi = 0$ et $\psi = \pi/6$. Nous voyons qu'au fur et à mesure que ψ se rapproche de $\pi/2$ le domaine de la conduction discontinue s'étend pour correspondre à la totalité des valeurs de m et K lorsque ψ atteint $\pi/2$.

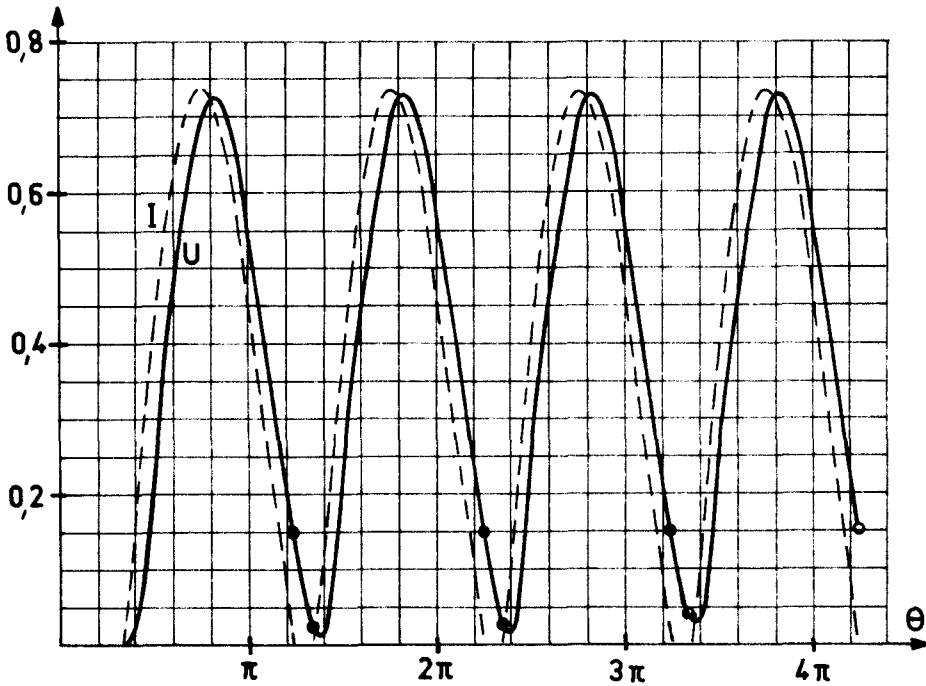


Fig. 3.12 - Formes d'ondes de U et de I pour $m = 0,2$; $K = 0,2$; $\psi = \pi/3$.

- La figure 3.13 a trait à un fonctionnement normal au voisinage de la séparation entre les modes 3 et 5. Le régime permanent ne s'établit que lentement ; il faut 18 périodes pour retrouver $U(\psi)$ se reproduisant à 10^{-4} près ; aussi n'avons-nous indiqué que les valeurs de U lors des impulsions de déblocage en fonction du rang n de ces impulsions et avons-nous joint par des segments de droites ces valeurs successives de $U(\psi)$. Pendant la troisième période de v' le courant i s'annule ; la quatrième impulsion trouvant $U(\psi)$ supérieur à $\sin \psi$ et i nul est inopérante. Par la suite, i ne s'annule plus et la valeur de $U(\psi)$ se stabilise progressivement.

- La figure 3.14 correspond aux mêmes valeurs de ψ et de m que la précédente, mais à K supérieur. Le régime transitoire, dont le début seul

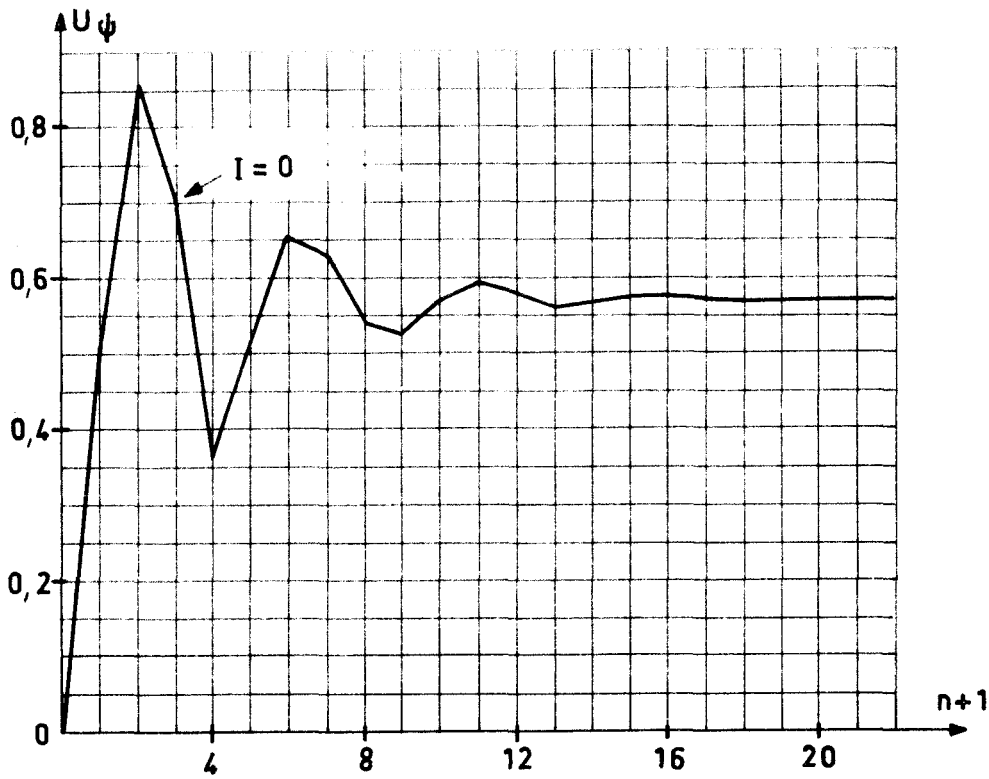
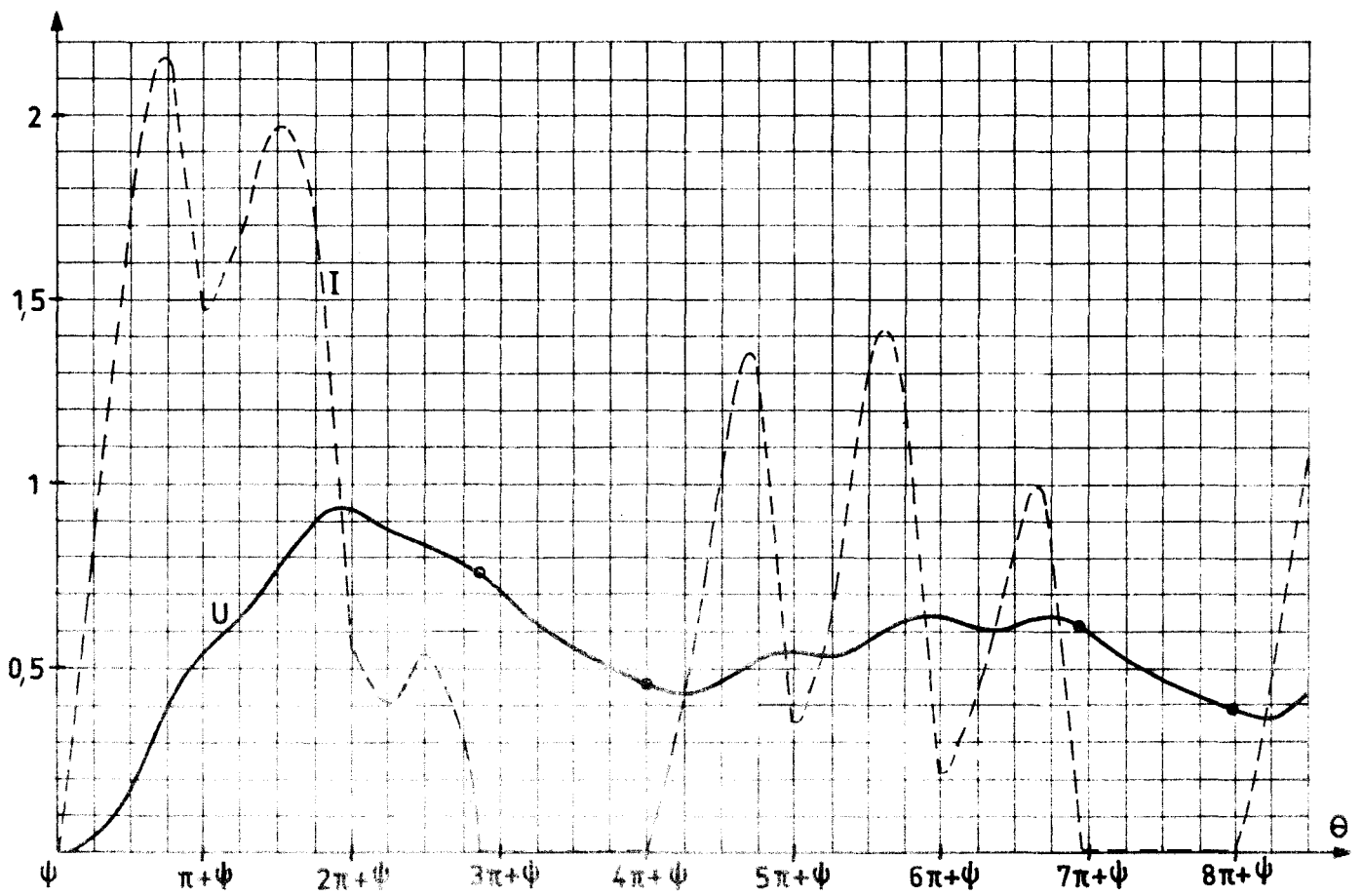


Fig. 3.13 - Valeurs de U lors des envois des impulsions de déblocage. $m = 5$; $K = 5$; $\psi = \pi/6$



dispositif de déblocage de la tension à partir de la prise sous tension (le point de départ est normal, l'établissement permanent anormal)

a été reproduit, ne conduit pas à un régime permanent normal. Après 3 impulsions efficaces, la quatrième arrive I étant nul, U supérieur à $\sin \psi$. Ce régime anormal ne réussit même pas à se stabiliser.

Or pour $m = 5$, $K = 7$ et $\psi = \pi/6$, M. GOLDBERG et G. SEGUIER avaient signalé un régime permanent normal avec conduction continue. Effectivement, par un choix convenable de la valeur de U en début de période, on retrouve à la fin de celle-ci le même U . Il s'agit donc d'un exemple de régime normal mais qui ne peut s'établir à partir de l'état au repos du système.

La méthode proposée appliquée à l'étude de l'ensemble montage redresseur-filtre-charge permet non seulement de simplifier la présentation de l'étude, d'en faciliter le déroulement, mais aussi d'apporter plus de précision dans l'examen de certains régimes voisins de deux domaines de fonctionnement et de montrer l'existence de régimes particuliers que les travaux antérieurs n'avaient pas permis de déceler.

IV. ETUDE D'UN MONTAGE COMPTANT DE NOMBREUX REDRESSLURS

Pour terminer il nous a semblé intéressant d'appliquer la méthode de calcul préconisée à un montage comptant de nombreux redresseurs, de montrer comment l'on détermine les passages d'un mode de fonctionnement au suivant et comment l'on peut obtenir des résultats quantitatifs.

Nous avons pris le cas des ponts à diodes fonctionnant en commutateurs, montages auxquels G. SEGUIER {24} a consacré de nombreuses études. Après en avoir rappelé le principe, nous examinerons l'assemblage de huit diodes qu'il a utilisées pour la réalisation d'un fréquencesmètre {25}.

I. LE PONT SYMETRIQUE A QUATRE DIODES

Le pont symétrique à quatre redresseurs (fig. 4.1) est formé de 4 diodes identiques D_1, D_2, D_3 et D_4 . La source de *tension de commande* u est appliquée par l'intermédiaire de l'impédance Z , qui limite le débit du courant i , entre les sommets A et D. La *tension asservie* v débite le courant i' dans l'impédance d'utilisation ξ par l'intermédiaire du "contact" BC.

Quand i est suffisant, les quatre diodes débitent, les points B et C sont pratiquement au même potentiel, le commutateur est fermé. Quand u est suffisamment négatif, les quatre diodes sont bloquées, le circuit asservi est ouvert.

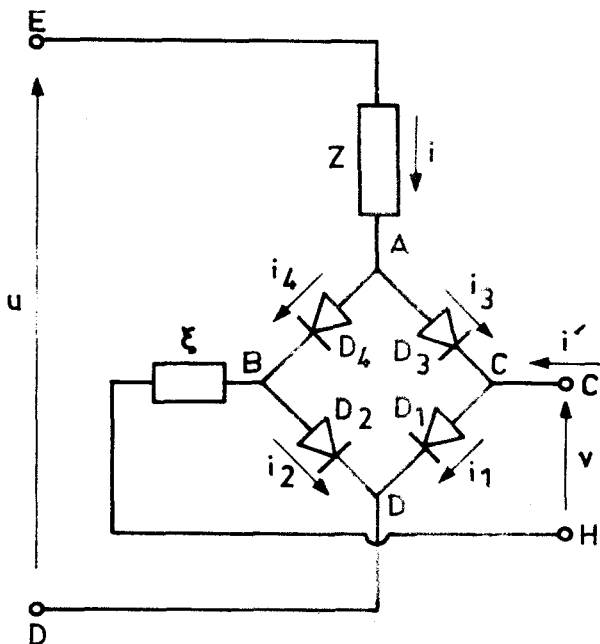


Fig. 4.1 - Pont symétrique à quatre diodes utilisé en commutateur.

I.1 Modes de fonctionnement

Une étude topologique seule ne permet pas de résoudre le système d'équations relatif à ce pont car on ne dispose que de deux équations indépendantes pour déterminer les quatre courants inconnus. D'où la nécessité d'une démonstration préalable montrant que les diodes sont deux à deux dans le même état.

I.1.1 Identité des états des diodes D_1 et D_4 , des diodes D_2 et D_3

On peut prévoir intuitivement que les diodes D_1 et D_4 d'une part, D_2 et D_3 d'autre part, sont parcourues par le même courant. La source de tension u tend à débiter le même courant $i/2$ dans chacune des diodes. La source de tension v tend à débiter $i'/2$ dans le groupe formé par D_3 et D_4 , $i'/2$ dans le groupe formé par D_1 et D_2 ; ce courant $i'/2$ s'ajoutant à celui dû à u pour D_1 et D_4 , s'en retranchant pour D_2 et D_3 .

D_1 et D_4 sont donc dans la même situation tant par rapport à u qu'à v . Il en est de même pour D_2 et D_3 .

Toutefois, le principe de superposition n'étant pas applicable aux circuits comportant des éléments non linéaires, il est préférable de démontrer que $i_1 = i_4$ et $i_2 = i_3$ pour des diodes réelles à conditions qu'elles soient identiques.

Les courants i_1 , i_2 , i_3 et i_4 dans les diodes sont liés à i et i' par

$$\begin{cases} i_4 + i_3 = i \\ i_1 + i_2 = i \end{cases} \quad \begin{cases} i_1 - i_3 = i' \\ i_4 - i_2 = i' \end{cases}$$

Donc

$$i_3 = i - i_4 = i_1 - i' = \frac{1}{2}(i - i_4) + \frac{1}{2}(i_1 - i')$$

$$i_2 = i - i_1 = i_4 - i' = \frac{1}{2}(i - i_1) + \frac{1}{2}(i_4 - i')$$

Si on désigne par D_1 , D_2 , D_3 , D_4 la résistance des diodes,

$$D_4 i_4 + D_2 i_2 = D_3 i_3 + D_1 i_1$$

$$\text{ou } D_1 i_1 - D_4 i_4 = D_2 i_2 - D_3 i_3$$

Or la résistance D d'une diode est une fonction non linéaire $f(i_D)$ du courant i_D qui la traverse. On aura donc

$$f(i_1) - f(i_4) = f\left(\frac{i-i_1 + i_4 - i'}{2}\right) - f\left(\frac{i - i_4 + i_1 - i'}{2}\right)$$

La seule façon de vérifier cette égalité, quels que soient i et i' , est de faire

$$i_1 = i_4 ;$$

ce qui entraîne

$$i_2 = i_3 .$$

En reportant dans (1) il vient

$$\left. \begin{aligned} i_1 = i_4 &= \frac{i+i'}{2} \\ i_2 = i_3 &= \frac{i-i'}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

On peut étendre ce résultat au cas de diodes parfaites. Toutefois il serait alors préférable, mais plus long, d'établir ce résultat en examinant successivement les 16 états possibles correspondant à la conduction ou au blocage de chacune des diodes. On montre alors que seuls sont compatibles les 4 états où D_1 et D_4 d'une part, D_2 et D_3 d'autre part présentent la même résistance, nulle ou infinie.

I.1.2 Les quatre modes de fonctionnement

Les redresseurs étant deux par deux parcourus par le même courant, quatre modes de fonctionnement sont possibles suivant l'état passant ou bloqué des diodes de chacun des deux groupes.

1er mode : D_1 et D_4 , D_2 et D_3 conducteurs.

Le "contact" BC est fermé. Pour que i_1 et i_2 soient positifs il faut

$$i > |i'|$$

2e mode : D_1 et D_4 conducteurs, D_2 et D_3 bloqués.

Puisque $i_2 = 0$, $i = i'$ et $i_1 = i$ ou i' , ce qui suppose $i' > 0$.

Les sources des tensions u et v sont en série dans le circuit passant par E A B H, C, D.

3^e mode : D_1 et D_4 bloqués, D_2 et D_3 conducteurs.

Puisque $i_1 = 0$, $i = -i'$ et $i_2 = i$ ou $-i'$, ce qui suppose $i' < 0$.

Les sources des tensions u et v sont en opposition dans le circuit fermé E A C H B D.

4^e mode : D_1 et D_4 , D_2 et D_3 bloqués.

Les courants i et i' sont nuls, le "contact" BC est ouvert.

Les tensions u et v étant appliquées directement aux bornes du pont, les diodes ont à leurs bornes des tensions v_{D_1} , v_{D_2} , v_{D_3} , v_{D_4} telles que

$$\begin{cases} v_{D_1} + v_{D_3} = u \\ v_{D_2} + v_{D_4} = u \end{cases} \quad \begin{cases} v_{D_1} - v_{D_2} = v \\ v_{D_4} - v_{D_3} = v \end{cases}$$

On en déduit

$$v_{D_1} + v_{D_4} = u + v$$

$$v_{D_2} + v_{D_3} = u - v$$

Pour que les deux groupes de diodes soient bloqués il faut

$$u < |v|$$

I.1.3 Cas de circuits purement résistants

Si l'impédance Z se réduit à une résistance R , l'impédance ζ à une résistance ρ , la mise en équations de l'ensemble du montage de la figure 4.1 est aisée.

Puisque $i_4 = i_1$ et $i_3 = i_2$,

$$\begin{cases} u = R i + D_1 i_1 + D_2 i_2 \\ v = \rho i' + D_1 i_1 - D_2 i_2 \\ i = i_1 + i_2 \\ i' = i_1 - i_2 \end{cases}$$

On en déduit

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{(\rho+D_2)u + (R+D_2)v}{(R+D_1)(\rho+D_2) + (R+D_2)(\rho+D_1)} \\ i_2 &= \frac{(\rho+D_1)u - (R+D_1)v}{(R+D_1)(\rho+D_2) + (R+D_2)(\rho+D_1)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

1^{er} mode : D_1 et D_2 passants

Si on fait $D_1 = D_2 = 0$ dans les relations (3), elles donnent

$$i_1 = \frac{u}{2R} + \frac{v}{2\rho} \quad ; \quad i_2 = \frac{u}{2R} - \frac{v}{2\rho}$$

$$\text{D'où } i = i_1 + i_2 = \frac{u}{R} \quad ; \quad i' = i_1 - i_2 = \frac{v}{\rho}$$

$$i_1 \text{ s'annule pour } u = -v \frac{R}{\rho}$$

$$i_2 \text{ s'annule pour } u = +v \frac{R}{\rho}$$

2^e mode : D_1 passant, D_2 bloqué

Les relations (8) dans lesquelles on fait $D_1 = 0$ et $D_2 = \infty$ deviennent

$$i_1 = \frac{u+v}{R+\rho} \quad ; \quad i_2 = 0$$

$$\text{Donc } i = i' = i_1 = \frac{u+v}{R+\rho}$$

$$i_1 \text{ s'annule pour } u = -v$$

3^e mode : D_2 passant, D_1 bloqué

Si $D_2 = 0$ et $D_1 = \infty$,

$$i_1 = 0 \quad ; \quad i_2 = \frac{u-v}{R+\rho}$$

$$\text{Donc } i = -i' = i_2 = \frac{u-v}{R+\rho}$$

$$i_2 \text{ s'annule pour } u = v$$

4^e mode : D_1 et D_2 bloqués

Si D_1 et D_2 sont infinis,

$$i_1 = 0 \quad ; \quad i_2 = 0 \quad ; \quad i = 0 \quad ; \quad i' = 0$$

$$v_{D_1} = D_1 i_1 = \frac{u+v}{2} \quad ; \quad v_{D_2} = D_2 i_2 = \frac{u-v}{2}$$

Le blocage de D_1 cesse dès que u est supérieur à $-v$, celui de D_2 dès que u est supérieur à $+v$.

Dans le système d'axes v, u on peut délimiter les 4 zones de fonctionnement correspondant aux quatre modes.

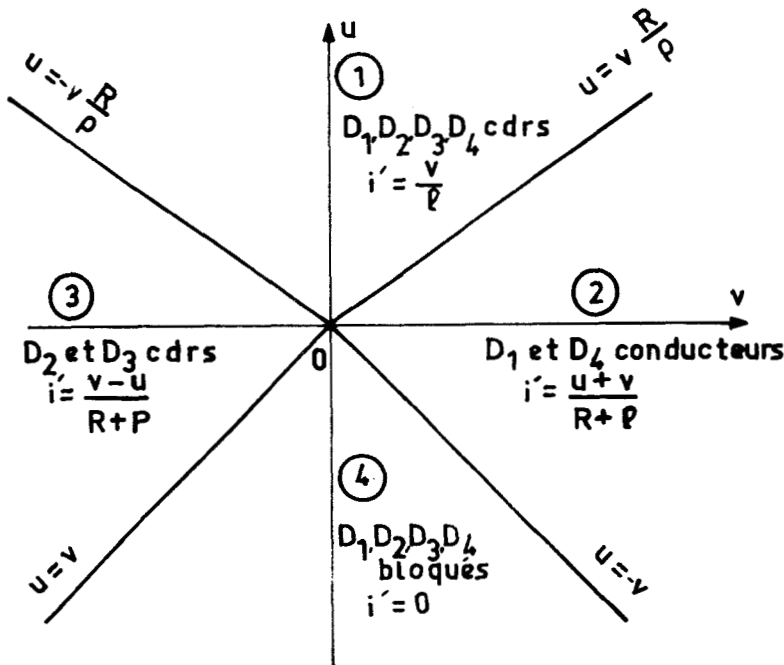


Fig. 4.2 - Délimitation des quatre zones de fonctionnement du pont à quatre diodes alimenté par des circuits purement résistants.

I.2 Fonctionnement en commutateur

Pour de nombreuses applications, on souhaite que le circuit de commande ouvre et ferme *très rapidement* le "contact" BC.

On obtient facilement ce résultat en augmentant l'amplitude de la tension u de commande, en augmentant son débit $\frac{u}{R}$ pendant la phase de conduction du pont. On abrège ainsi la durée des traversées des zones de transition 2 et 3.

Si v est positif le passage de 4 à 1 dure pendant le temps mis par u pour passer de $-v$ à vR/p . Si v est négatif le temps de fermeture du contact correspond au passage de u de la valeur v à la valeur $-vR/p$.

Durant les transitions le courant i' s'établit ou s'éteint linéairement en fonction de u et de v .

Même si on tient compte de la chute de tensions des diodes, la

"résistance du contact" BC lorsqu'il est fermé est très faible

$$v_C - v_B = v_{D_1} - v_{D_2}$$

La chute de tension est égale à la différence des chutes de tension directes de deux diodes parcourues l'une par $\frac{u}{2R} + \frac{v}{2\rho}$, l'autre par $\frac{u}{2R} - \frac{v}{2\rho}$. Si u/R est nettement supérieur à v/R la chute de tension entre B et C est très faible.

Ces deux avantages, possibilité des temps de fermeture et d'ouverture très brefs, chute de tension au contact très faible, expliquent que cet interrupteur statique ait pu trouver de nombreuses applications dans les mesures par commutation électronique.

II. LE MONTAGE FREQUENCIMETRIQUE

Pour mesurer la fréquence d'un signal de forme quelconque, G. SEGUIER a utilisé le montage de la figure 4.3.

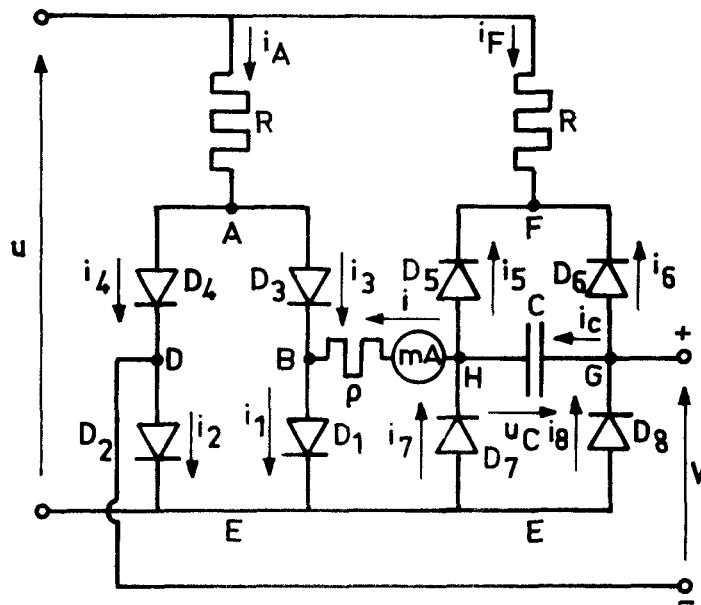


Fig. 4.3 - Montage destiné à la mesure de la fréquence de la tension u

Schématiquement le fonctionnement est le suivant :

- Pendant l'alternance positive de la tension u , le pont formé par D_1, D_2, D_3 et D_4 est conducteur, le contact "BC" est fermé. Au contraire le pont formé par D_5, D_6, D_7 et D_8 est bloqué. La source de tension continue V débite dans le circuit formé par le condensateur C , le milliampère-

mètre mA, la résistance ρ et le "contact" BD. Si ρC est faible devant l'alternance positive de u , C se charge à la tension V , le milliampère-mètre est traversé par la quantité d'électricité cV .

- Pendant l'alternance négative de u , le premier pont est bloqué, le second est conducteur. Le condensateur se décharge mais le courant correspondant ne traverse pas le milliampère-mètre.

A chaque période mA est parcouru par CV . Si f est la fréquence de la tension u , la valeur moyenne de i , soit

$$i_0 = C v f,$$

indique la fréquence.

Cette description simple du principe n'indique pas tous les modes de fonctionnement que peut présenter le montage, de plus il faut établir les conditions nécessaires pour que la charge et la décharge du condensateur soient complètes.

II.1 Les divers modes de fonctionnement

La mise en équations du montage utilisant la représentation par leurs résistances des 8 diodes conduit à un système indéterminé car on ne dispose que de six équations pour trouver les courants dans les huit diodes.

Une étude préalable, analogue à celle effectuée au § I.1.1 pour montrer que D_2 et D_3 d'une part, D_5 et D_8 d'autre part sont toujours dans le même état.

L'examen, à partir des équations, des compatibilités possibles donne alors les divers modes de fonctionnement que peut présenter le montage.

Il est ici plus simple, au lieu de résoudre l'ensemble des équations, d'étudier les modes de fonctionnement possibles, un par un, et de déterminer en fonction de u , V , u_c , R et ρ les conditions de passage aux modes voisins.

1er mode : D_1, D_2, D_3 et D_4 seuls conducteurs

$$i_A = \frac{u}{R} ; i = i_c = \frac{V-u_c}{\rho} ; C \text{ se charge si } u_c < V$$

$$\text{donc } i_1 = i_4 = \frac{u}{2R} + \frac{V-u_c}{2\rho}$$

$$i_2 = i_3 = \frac{u}{2R} - \frac{V-u_c}{2\rho}$$

$$v_{D_7} = -\rho i = u_c - V ; v_{D_8} = -V$$

$$v_{D_5} = V - u_c - u ; v_{D_6} = V - u$$

Quand u décroît, les premiers courants s'annulant sont i_2 et i_3 ; la condition $u = \frac{R}{\rho}(V-u_c)$ marque le passage du mode 1 au mode 2.

Toutefois le premier mode de fonctionnement peut aussi cesser par l'amorçage de D_6 quand $u = V$ (passage de 1 à 4).

2e mode : D_1 et D_4 seuls conducteurs

Les tensions V et u sont en série dans le circuit comportant $V, C, \rho, D_1, u, R, D_4$.

$$i_1 = i_4 = i = i_c = \frac{V+u-u_c}{R+\rho} , C \text{ se charge}$$

$$v_{D_2} = u - \frac{R}{R+\rho} (V+u-u_c) ; v_{D_3} = u - \frac{R}{R+\rho} (V+u-u_c)$$

$$v_{D_5} = \frac{\rho}{R+\rho} (V+u-u_c) - u ; v_{D_6} = \frac{R}{R+\rho} (V+u-u_c) + u_c - u$$

$$v_{D_7} = -\frac{\rho}{R+\rho} (V+u-u_c) ; v_{D_8} = -\frac{\rho}{R+\rho} (V+u-u_c) - u_c$$

Si u augmente on passe dans la zone 1.

Si u diminue v_{D_6} cesse d'être nul pour $u = \frac{R}{\rho} V + u_c$ (passage en 3)

3e mode : D_1, D_4 et D_6 seuls conducteurs

$$i = i_c = i_1 = \frac{2u+V-2u_c}{2\rho+R} , C \text{ se charge}$$

$$i_4 = \frac{V}{2R} + \frac{i_1}{2} ; i_6 = \frac{V}{2R} - \frac{i_1}{2}$$

$$v_{D_2} = v_{D_3} = u - R i_4 = u - \frac{V}{2} - \frac{R}{2\rho+R} (u + \frac{V}{2} - u_c)$$

$$v_{D_5} = -u_c ; v_{D_7} = -\rho i = -\frac{\rho}{2\rho+R} (2u+V-2u_c) ; v_{D_8} = v_{D_7} - u_c$$

Si u augmente on passe dans la zone 2 quand i_6 s'annule, ou dans la zone 4 quand D_2 et D_3 deviennent passants soit pour

$$u = \frac{(\rho+R)V - R u_c}{2\rho}$$

Si u diminue, i s'annule, la diode D_1 se bloque alors que D_7 entre en conduction. Cela se produit pour u devenant inférieur à $u_c - \frac{V}{2}$ et marque le passage à la zone 5.

4^e mode : D_1, D_2, D_3, D_4 et D_6 seuls conducteurs

$$i = i_c = \frac{V - u_c}{\rho}, \quad C \text{ se charge si } u_c \text{ est inférieur à } V$$

$$i_1 = \frac{V - u_c}{2\rho} + \frac{2u - V}{2R} \quad i_2 = i_3 = \frac{2\rho u + R u_c - V(\rho + R)}{2R\rho}$$

$$i_4 = \frac{V - u_c}{2\rho} + \frac{V}{2R} \quad i_6 = \frac{V - u}{R}$$

$$v_{D_5} = -u_c \quad ; \quad v_{D_7} = V - u_c \quad ; \quad v_{D_8} = -V$$

Ce fonctionnement cesse soit parce que u devient supérieur à V (passage dans 1) soit parce que u devient inférieur à $\frac{(\rho+R)V - R u_c}{2}$ (passage dans 3).

5^e mode : D_4, D_6 et D_7 seuls conducteurs

i est nul

$$i_c = -i_7 = \frac{2u + V - 2u_c}{R} \text{ est négatif, } C \text{ se décharge}$$

$$i_4 = \frac{V - u_c + u}{R} \quad ; \quad i_6 = \frac{u_c - u}{R}$$

$$v_{D_1} = 0 = (-v_{D_7}) \quad v_{D_2} = -V + u_c \quad v_{D_3} = -V + u_c$$

$$v_{D_5} = -u_c \quad v_{D_8} = -u_c$$

Si u_c s'annule on passe dans la zone 6 où D_4, D_6, D_7 et D_5 et D_8 sont conducteurs.

Si u diminue, i_4 s'annule pour $u = u_c - V$ ce qui marque le passage dans la zone 7.

6^e mode : D_4, D_5, D_6, D_7 et D_8 seuls conducteurs

i, i_c et u_c sont nuls, C reste déchargé.

$$i_4 = \frac{u+V}{R}, \quad i_5 = i_6 = -\frac{u}{2R}$$

$$i_7 = i_8 = -\frac{u}{R} - \frac{V}{2R}$$

$$v_{D_1} = 0 = -v_{D_7} \text{ ou } -v_{D_8}; \quad v_{D_2} = -V \quad v_{D_3} = -V$$

7^e mode : D_6 et D_7 seuls conducteurs

$i = 0$,

$$i_c = -i_6 = -i_7 = \frac{u - u_c}{R}, \quad C \text{ se décharge.}$$

$$v_{D_1} = 0 = (-v_{D_7}); \quad v_{D_2} = u_c - V, \quad v_{D_3} = u; \quad v_{D_4} = u + V - u_c$$

$$v_{D_8} = -u_c; \quad v_{D_5} = -u_c$$

A u_c non nul, plus u est négatif, plus le blocage de D_3 et D_4 se confirme.

A u_c nul, D_5 et D_8 entrent en conduction (mode 8)

8^e mode : D_5, D_6, D_7 et D_8 seuls conducteurs

i, i_c et u_c sont nuls, C reste déchargé

$$i_5 = i_6 = i_7 = i_8 = -\frac{u}{2R}$$

$$v_{D_1} = 0 = (-v_{D_7}), \quad v_{D_2} = -V, \quad v_{D_3} = u, \quad v_{D_4} = u + V$$

Les résultats relatifs aux huit modes de fonctionnement sont groupés dans le tableau I. Sur la figure 4.4 on a délimité, dans le système d'axes u_c, u les huit zones correspondant aux huit modes. Au cours d'une période de la tension u , le point figuratif du fonctionnement décrit une courbe fermée traversant plusieurs de ces zones.

Zone	Diodes passantes	Conditions de passage	Relations donnant i et i_c
1	D_1, D_2, D_3, D_4	$u < \frac{R}{\rho}(V-u_c)$ et $u > V$	C se charge ; $i = i_c = \frac{V-u_c}{\rho}$
2	D_1, D_4	$\frac{R}{\rho}(V-u_c) > u > \frac{\rho}{R}V+u_c$	C se charge ; $i = i_c = \frac{V+u-u_c}{R+\rho}$
3	D_1, D_4, D_c	$\frac{\rho}{R}V+u_c > u > u_c - \frac{V}{2}$ et $u < \frac{(\rho+R)V-Ru_c}{2\rho}$	C se charge ; $i = i_c = \frac{2u+V-u_c}{2\rho+R}$
4	D_1, D_2, D_3, D_4, D_6	$V-u > \frac{(\rho+R)V-Ru_c}{2\rho}$	C se charge ; $i = i_c = \frac{V-u_c}{\rho}$
5	D_4, D_6, D_7	$u_c - \frac{V}{2} > u > u_c - V$	C se décharge ; $i = 0$; $i_c = \frac{2u+V-2u_c}{R}$
6	D_4, D_5, D_6, D_7, D_8	$u_c = 0$ et $-\frac{V}{2} > u > -V$	C reste déchargé ; $i = 0$; $i_c = 0$
7	D_6, D_7	$u_c - V < u$	C se décharge ; $i = 0$; $i_c = \frac{u-u_c}{R}$
8	D_5, D_6, D_7, D_8	$u_c = 0$ et $-V > u$	C reste déchargé ; $i = 0$; $i_c = 0$

Tableau I

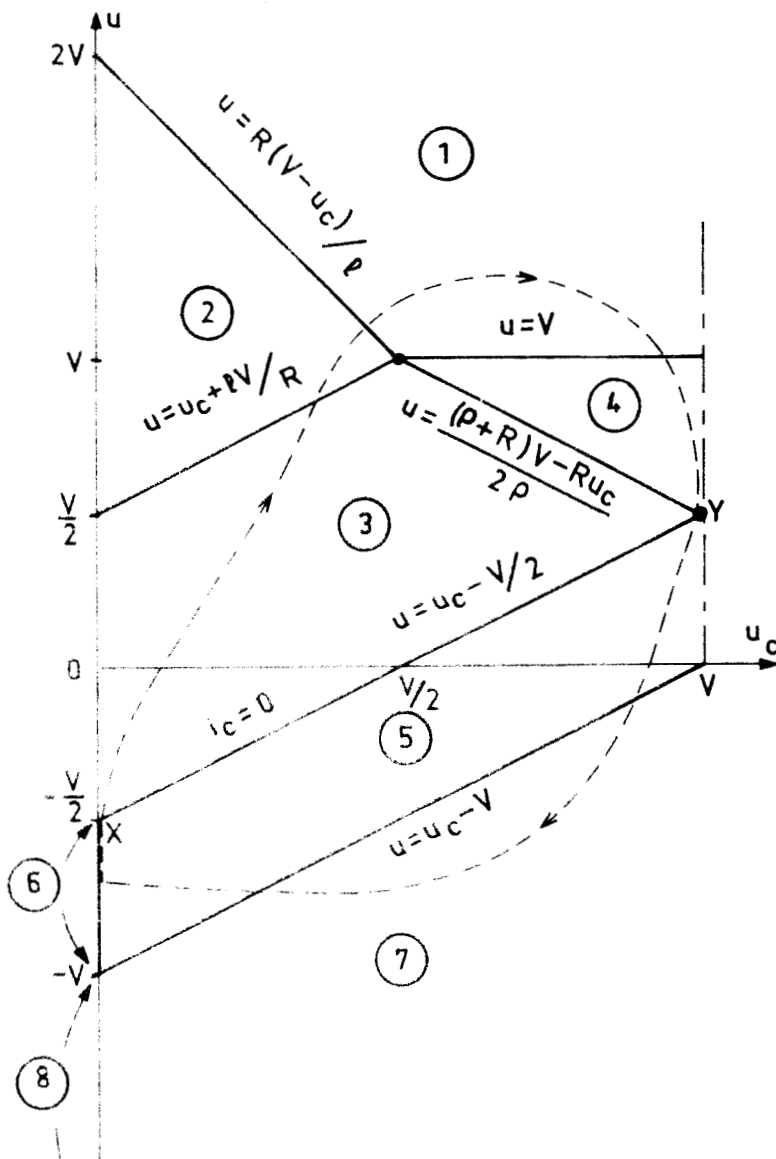


Fig. 4.4 - Délimitation des huit zones de fonctionnement correspondant aux huit modes de fonctionnement

(cas où $R = 2\rho$)

En traits interrompus, exemple de trajectoire décrite par le point de fonctionnement si la charge et la décharge étaient complètes.

BUS
LILLE

Remarque

La partie inférieure du diagramme de la figure 4.4 est indépendante du rapport R/ρ . Si le condensateur se charge jusqu'à la tension V , la décharge débute quand le point de fonctionnement quitte le point Y . De même, après une décharge complète, la charge débute en X . La décharge ne peut être totale si $u_{\min} > -\frac{V}{2}$.

Au contraire la partie du diagramme située au-dessus du segment XY dépend de R/ρ .

Quand ce rapport est très grand la zone 2 est très développée, les zones 1 et 4 très réduites.

Au fur et à mesure que R/ρ diminue, 1 et 4 augmentent, 2 diminue et disparaît quand R égale ρ .

Sur la figure 4.5 on a représenté la délimitation des zones pour R/ρ successivement égal à 10, à 1 et à 0,1.

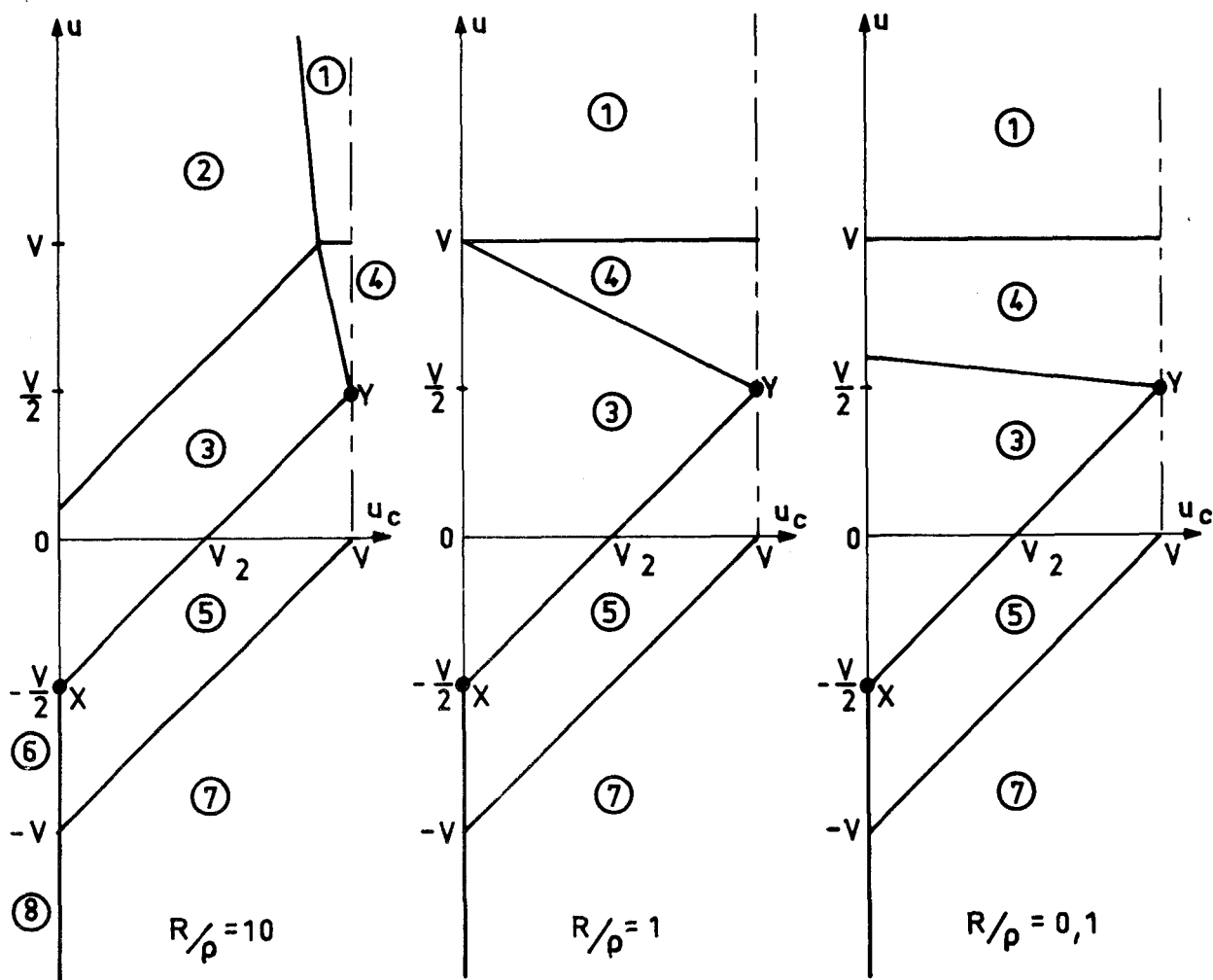


Fig 4.5 - Evolution des zones de fonctionnement avec le rapport R/ρ .

II.2 Propriétés du montage

Le fonctionnement est plus complexe que lorsqu'on le décrivait en disant que le pont formé par les diodes D_1 , D_2 , D_3 et D_4 conduisait pendant l'alternance positive de u , l'autre pont pendant l'alternance négative. Mais le montage présente toutes les propriétés nécessaires pour donner la fréquence de u par la mesure de la valeur moyenne du courant i traversant la résistance ρ :

1° Quand le condensateur se charge (mode 1, 2, 3 ou 4), la résistance ρ est parcourue par le courant i_c .

2° Lorsque le condensateur se décharge (mode 5 ou 7), le courant i est nul.

3° La tension de charge u_c ne peut excéder V car, pour les deux zones de fonctionnement où u_c peut atteindre V (zones 1 et 4), le courant i_c est donné par $i_c = (V - u_c) / \rho$.

4° La tension u_c en fin de décharge ne peut s'inverser. Les deux zones de décharge, 5 et 7, aboutissent aux zones 6 et 8 à tension u_c constante et nulle.

D'où l'intérêt de ce montage pour mesurer la fréquence de tensions alternatives de formes d'ondes quelconques, à condition toutefois qu'elles ne passent par zéro que deux fois par période. Il suffit que, à chaque période C se charge à une tension très voisine de V puis de décharge complètement.

Il est évident que i_{moy} se rapproche d'autant plus de CVf que le rapport de l'amplitude de la tension de commande à la tension V asservie est plus grand, que le débit relatif de la première est plus important et que la constante de temps ρC du circuit de charge est plus faible devant la période $1/f$ de la tension u . Mais ce n'est que lorsqu'on précise la forme d'onde de celle-ci que l'on peut évaluer l'erreur due au montage.

II.3 Calcul de la précision dans le cas des tensions sinusoïdales

Pour calculer l'écart entre i_{moy} et CVf , il suffit de déterminer les valeurs extrêmes $u_{c \text{ max}}$ et $u_{c \text{ min}}$ de la tension u_c ; le courant de charge de C passant dans l'appareil de mesure de i on a en effet

$$\frac{i_{\text{moy}}}{C V f} = \frac{u_{c \text{ max}} - u_{c \text{ min}}}{V}$$

Nous envisageons le cas où la tension à mesurer est sinusoïdale

$$u = U_m \sin \omega t = U_m \sin \theta, \quad (4)$$

en prenant comme paramètres

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{R}{\rho} \\ K &= \rho C \omega \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

II.3.1 Expressions de la tension u_c

A partir des expressions de i_c pour les divers modes de fonctionnement (tableau I), on peut établir celles de la tension u_c puisque

$$i_c = C \frac{d u_c}{dt} = C \omega \frac{d u_c}{d \theta}$$

Modes 1 et 4

Ces deux modes peuvent être traités simultanément car les zones correspondantes sont jointes et que i_c y est donné par la même relation.

Puisque $i_c = -\frac{V - u_c}{\rho}$

la tension u_c est telle que

$$u_c + \rho C \frac{d u_c}{dt} = V$$

Donc

$$u_c = V + (u_{c0} - V) e^{-\left(\frac{\theta - \theta_0}{\rho C \omega}\right)}$$

ou

$$\frac{u_c}{V} = 1 + \left(\frac{u_{c0}}{V} - 1\right) e^{-\left(\frac{\theta - \theta_0}{K}\right)}, \quad (6)_1$$

en désignant par u_{c0} la valeur de u_c quand, pour $\theta = \theta_0$, le point de fonctionnement pénètre dans les zones 1, 4.

Mode 2

L'expression du courant i_c , soit $i_c = \frac{V + u - u_c}{R + \rho}$,

donne $u_c + (R + \rho) C \omega \frac{d u_c}{d \theta} = U_m \sin \theta + V$

On en déduit

$$u_c = A e^{-\frac{(\theta-\theta_2)}{(R+\rho)C\omega}} + \frac{U_m}{1 + (R+\rho)^2 C^2 \omega^2} \left(\sin \theta - (R+\rho)C\omega \cos \theta \right) + V$$

La continuité de la tension u_c égale à u_{c2} quand, pour $\theta = \theta_2$, on pénètre dans la zone 2, permet de déterminer A. En introduisant les paramètres m et K , u_c s'écrit

$$\frac{u_c}{V} = 1 + \frac{U_m}{V} \frac{\sin \theta - (m+1)K \cos \theta}{1 + (m+1)^2 K^2} + \left(\frac{u_{c2}}{V} - 1 - \frac{U_m}{V} \frac{\sin \theta_2 - (m+1)K \cos \theta_2}{1 + (m+1)^2 K^2} \right) e^{-\frac{(\theta-\theta_2)}{(1+m)K}} \quad (6)_2$$

Mode 3

Le courant i_c valant $\frac{2u + V - 2u_c}{2\rho + R}$, u_c est solution de

$$u_c + \left(\frac{R}{2} + \rho\right)C\omega \frac{d u_c}{d\theta} = u + \frac{V}{2}$$

Donc

$$u_c = \frac{U_m}{1 + \left(\frac{R}{2} + \rho\right)^2 C^2 \omega^2} \left(\sin \theta - \left(\frac{R}{2} + \rho\right)C\omega \cos \theta \right) + \frac{V}{2} + B e^{-\frac{(\theta-\theta_2)}{\left(\frac{R}{2} + \rho\right)C\omega}}$$

En désignant par u_{c3} la valeur de u_c quand, pour $\theta = \theta_3$, le point de fonctionnement pénètre dans la zone 3

$$\frac{u_c}{V} = \frac{1}{2} + \frac{U_m}{V} \frac{\sin \theta - \left(\frac{m}{2} + 1\right)K \cos \theta}{1 + \left(\frac{m}{2} + 1\right)^2 K^2} + \left(\frac{u_{c3}}{V} - \frac{1}{2} - \frac{U_m}{V} \frac{\sin \theta_3 - \left(\frac{m}{2} + 1\right)K \cos \theta_3}{1 + \left(\frac{m}{2} + 1\right)^2 K^2} \right) e^{-\frac{(\theta-\theta_3)}{\left(1 + \frac{m}{2}\right)K}} \quad (6)_3$$

Mode 5

Le condensateur se décharge suivant la relation

$$i_c = C\omega \frac{d u_c}{d\theta} = \frac{u + \frac{V}{2} - u_c}{\frac{R}{2}}$$

$$u_c + \frac{R}{2} C\omega \frac{d u_c}{d\theta} = u + \frac{V}{2}$$

D'où l'expression de u_c :

$$\frac{u_c}{V} = \frac{1}{2} + \frac{U_m}{V} \frac{\sin \theta - \frac{mK}{2} \cos \theta}{1 + \frac{m^2 K^2}{4}} + \left(\frac{u_{c5}}{V} - \frac{1}{2} - \frac{U_m}{V} \frac{\sin \theta_5 - \frac{mK}{2} \cos \theta_5}{1 + \frac{m^2 K^2}{4}} \right) e^{-\frac{2(\theta-\theta_5)}{mK}}, \quad (6)_5$$

avec u_{c5} valeur de u_c quand, θ égalant θ_5 , on pénètre dans la zone 5.

Mode 7

Le courant i_c étant donné par

$$i_c = \frac{u - u_c}{R}$$

la tension u_c est telle que

$$u_c + RC\omega \frac{d u_c}{d\theta} = U_m \sin \theta$$

Donc

$$\frac{u_c}{V} = \frac{U_m \sin \theta - mK \cos \theta}{1 + m^2 K^2} + \left(\frac{u_{c7}}{V} - \frac{U_m \sin \theta_7 - mK \cos \theta_7}{1 + m^2 K^2} \right) e^{-\left(\frac{\theta - \theta_7}{mK}\right)}, \quad (6)_7$$

u_{c7} désignant la valeur de u_c pour $\theta = \theta_7$ quand le fonctionnement suivant le mode 7 débute.

Modes 6 et 8

Les modes 6 et 8 correspondent à une tension u_c nulle et restant nulle.

Pour $u_c = 0$ et $u < -\frac{V}{2}$,

$$u_c = 0 \quad (6)_{6,8}$$

II.3.2 Conditions des changements de modes

A partir du diagramme de la figure 4.4 on peut prévoir les *trajectoires possibles du point de fonctionnement* (u_c, u) au cours d'une période de la tension u , tant pour le régime établi que lors de l'établissement de celui-ci.

Quand l'augmentation de u fait débiter la charge, celle-ci commence dans la zone 3 puisqu'elle est au-dessus du segment XY (qui correspond à i_c nul) sur toute sa longueur. Le point peut ensuite passer dans 2 ou 1, 4, d'une de ces zones à l'autre, ou à la zone 3. De toutes façons la charge se termine dans la zone 3 car le point Y par lequel 4 touche XY correspond à $u_c = V$, valeur de u_c qu'on ne peut jamais atteindre complètement.

La décharge débute dans la zone 5, située au-dessous de XY sous toute longueur de celui-ci. Elle se poursuit dans cette zone ou dans la zone 7, avec des passages possibles de l'une à l'autre.

Si la décharge est complète elle se termine lors du passage de 5 à 6, ou de 7 à 8. La charge à la période suivante débute au point X dans la zone 3.

Si la décharge est incomplète, c'est de la zone 5 qu'on passera en 3 à la fin de la phase de décharge.

La figure 4.6 schématise le passage du point de fonctionnement dans les zones successives, quelles que soient la forme d'onde et l'amplitude relative de la tension u .

Même dans le cas d'une forme d'onde simple de la tension u , par exemple l'onde sinusoïdale que nous envisageons ici, il serait très pénible de prévoir toutes les trajectoires correspondant à toutes les valeurs possibles du rapport U_m/V et des paramètres m et K .

Il est préférable de laisser à l'ordinateur le soin de déterminer à chaque instant de la période, en fonction de u et u_c , dans quelle zone se trouve le point de fonctionnement et à quels instants ce point change de zone. Il suffit pour chaque zone d'indiquer les *tests à effectuer* pour voir si le point reste dans la zone où il était précédemment, ou s'il quitte celle-ci et dans quelle zone il pénètre alors.

Les tests à effectuer sont indiqués sur la figure 4.7 ; ils sont directement déduit du tableau I.

II.3.3 Conduite des calculs

Si $U_m > \frac{V}{2}$, on débute à l'instant θ_3 où le point de fonctionnement pénètre en X dans la zone 3. On prend comme conditions initiales $u_{c3} = 0$ et θ_3 tel que $\sin \theta_3 = -V/2 U_m$. Ce départ correspond à la première période, si on applique au montage la tension u à un instant tel que u soit inférieur à $-V/2$, en effet alors le point décrit les zones 6 et 8 et la charge commence en X avec $u_c = 0$. Il correspond surtout *au début de toute charge suivant une décharge complète*.

- Si, parti de X, au bout de la période on trouve, à la fin de la phase de décharge, u_c égale 0, il est inutile de poursuivre les calculs. Dès la première période on a décrit le cycle correspondant au régime permanent.

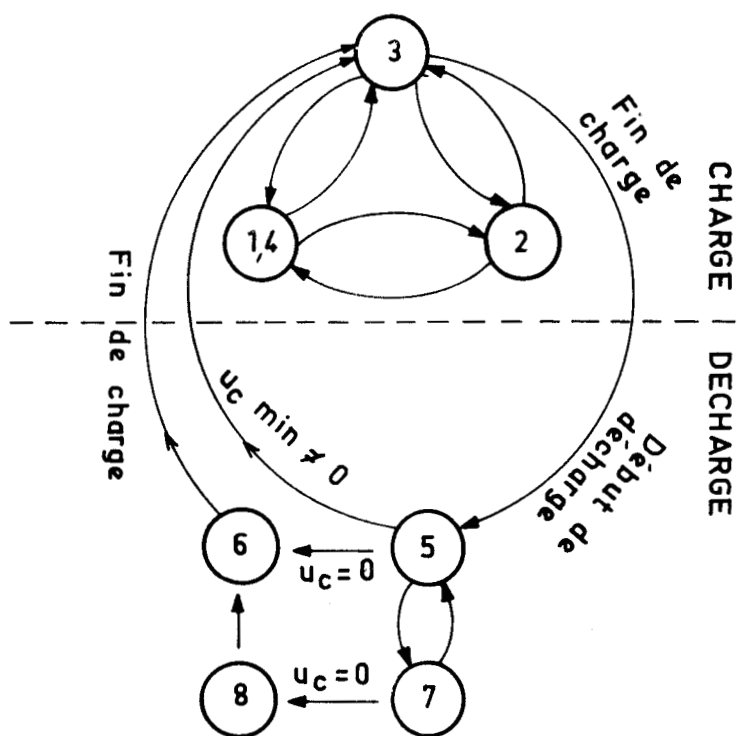


Fig. 4.6 - Schéma montrant le processus des changements successifs de modes de fonctionnement

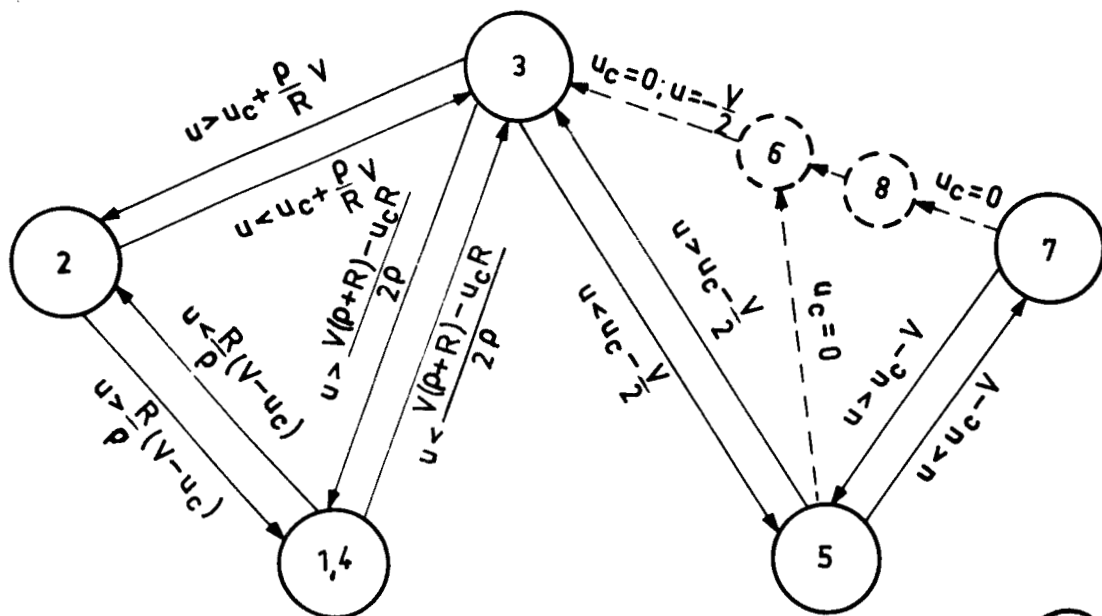


Fig. 4.7 - Schéma montrant les tests effectués par l'ordinateur pour la détermination des changements de modes.



- Si, au bout d'une période, on repasse dans la zone 3 avec u_c supérieur à 0, c'est que la décharge n'est pas complète. Il faut poursuivre les calculs jusqu'à ce que lors du passage de 3 à 5 on retrouve, avec la précision exigée, la même valeur que lors du passage précédent.

Si $U_m < \frac{V}{2}$, on peut partir d'un instant quelconque, $u = 0$ et $u_c = 0$ par exemple. Le suivi de plusieurs périodes est nécessaire pour atteindre le régime permanent car la décharge du condensateur ne saurait être complète.

La figure 4.8 schématise l'organigramme utilisé pour suivre l'évolution de u_c à l'intérieur d'une zone de fonctionnement.

A l'entrée dans une zone, on calcule u_c en utilisant celle des relations (6) correspondant au mode de fonctionnement. On avance d'un pas P et on examine si aucun des tests de passage dans une zone voisine n'est satisfait. Si c'est le cas on avance d'un autre pas. Si un des tests de passage est satisfait par dichotomie on précise l'angle θ correspondant au changement de mode et la valeur que présente alors u_c , ce qui permet d'amorcer l'étude du fonctionnement dans la zone suivante.

Pour chaque état, il y a deux ou trois tests à vérifier.

On indique, au départ, les valeurs des trois valeurs U_m/V , m et K, le pas de calcul P et le pas d'affichage P_1 . Les tensions u et u_c sont rapportées à V. On affiche la précision ϵ exigée pour qu'un test de passage soit considéré comme satisfait.

Plusieurs essais ont montré qu'une valeur de ϵ égale à 10^{-3} pouvait conduire à des résultats erronés. Pour obtenir une précision élevée nous avons pris ϵ égal à 10^{-6} .

Comme indiqué au début de ce paragraphe on part de l'état 3 avec, lorsque c'est possible, $u/V = -1/2$; on arrête les calculs lorsqu'on trouve $u_c = 0$ après un cycle complet ou lorsqu'on trouve u_{c5} , égal à 10^{-4} près, à la valeur obtenue lors du cycle précédent.

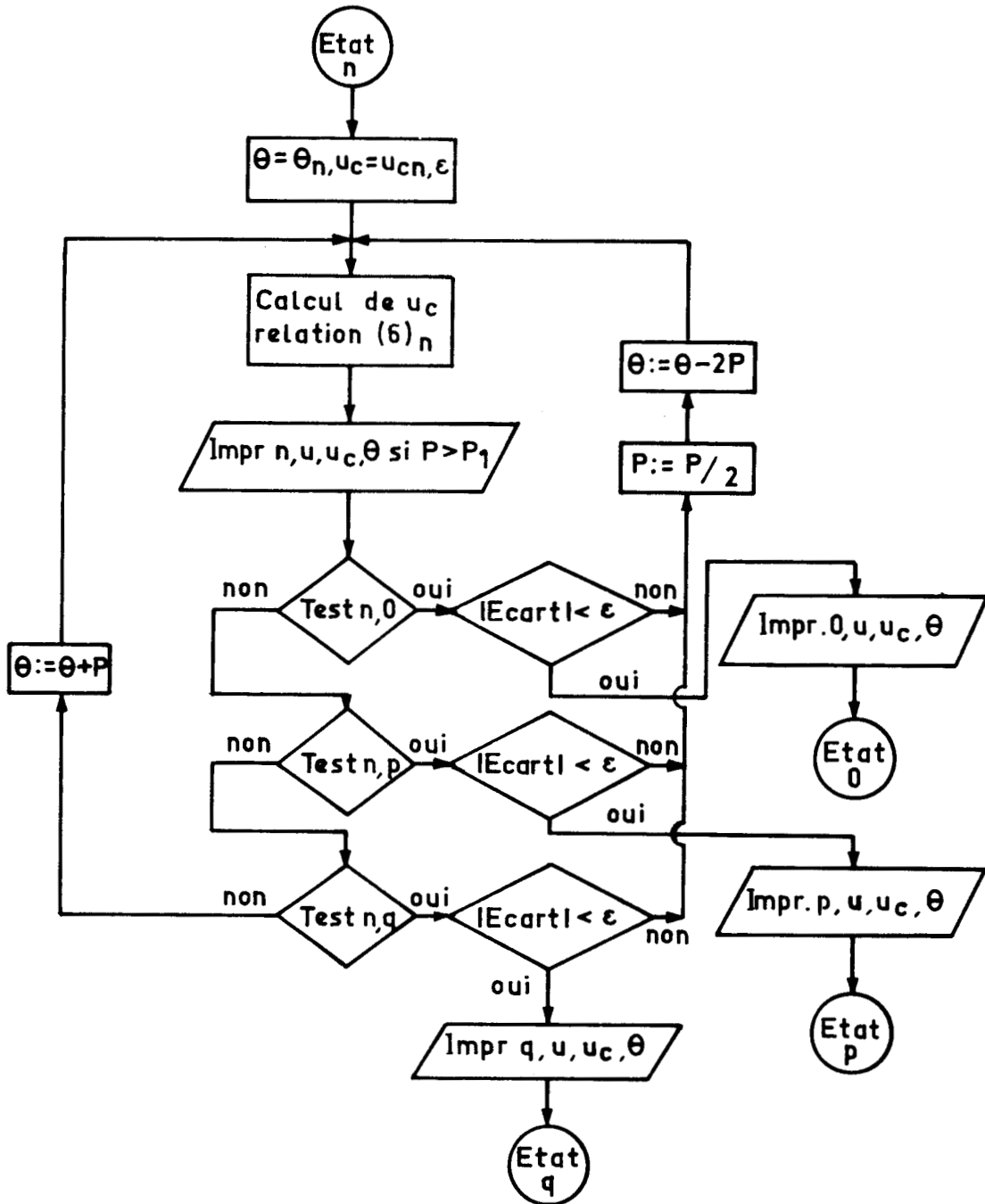


Fig 4.8 - Organigramme des calculs pour l'état n et le passage à l'un des états 0, p ou q.

II.3.4 Exemples de résultats obtenus

Pour montrer l'intérêt que présente l'étude du fonctionnement à partir du point $u = -V/2, u_c = 0$, nous avons d'abord reproduit (fig 4.9) le cycle décrit par le point de fonctionnement dans le système d'axes u_c, u pour $U_m/V = 1 ; m = 1 ; K = 1$.



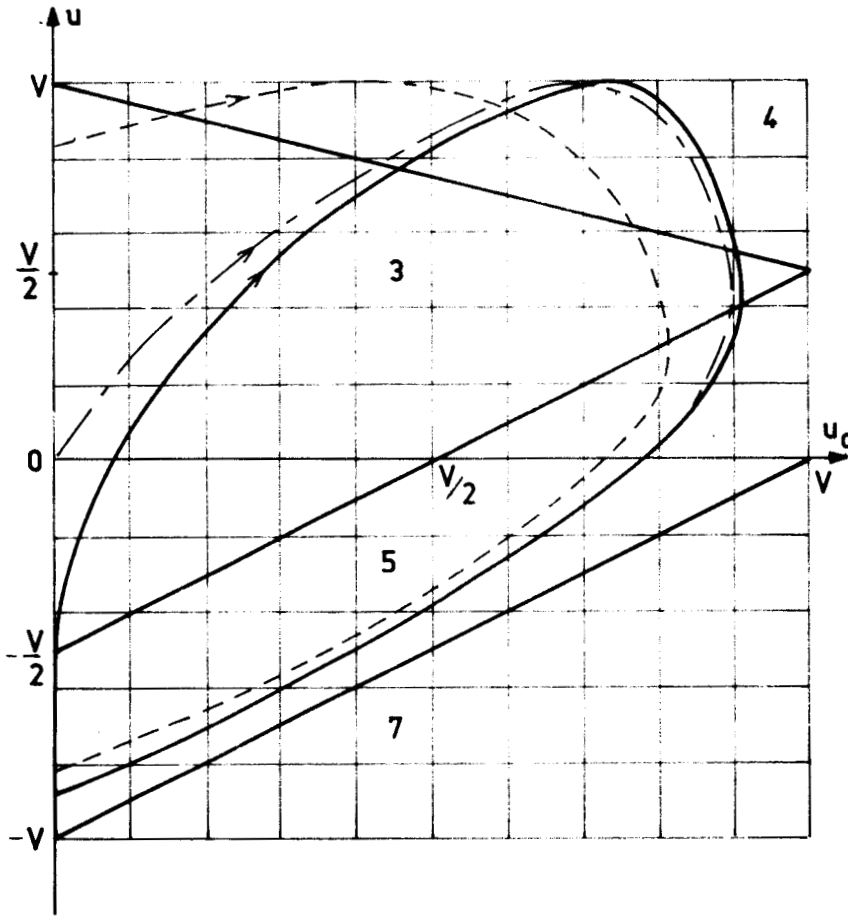


Fig. 4.9 - Trajectoire du point de fonctionnement durant la première période (Cas de la décharge complète)

$\frac{U_m}{V} = 1, \frac{R}{\rho} = 1, \rho C\omega = 1$
 — $\sin \theta_3 = -V/2 U_m$
 (régime permanent)
 --- $\theta_3 = 1 \text{ rad}$
 -.- $\theta_3 = 0$

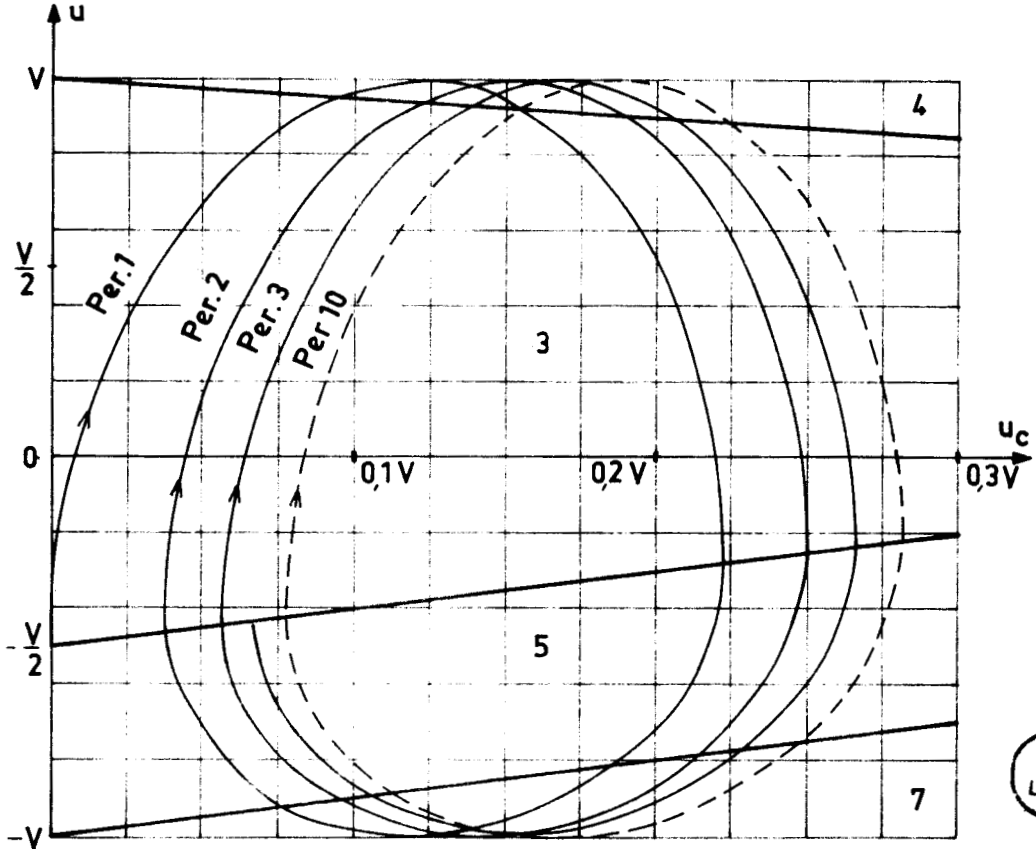


Fig. 4.10 - Trajet du point de fonctionnement au cours des premières périodes (Cas de la décharge incomplète)

$U_m/V = 1, R/\rho = 1, \rho C\omega = 10$

En traits interrompus, cycle en régime établi.



Si l'on part du point indiqué, dès le premier cycle on obtient le régime permanent. En effet la décharge étant complète, après s'être déplacé sur le segment à u_c nul compris entre $-V/2$ et $-V$ en descendant puis en remontant, le point de fonctionnement, à la période suivante, quittera l'axe à u_c nul pour $u = -V/2$.

Si on part d'un autre point (par exemple sur la figure, on a pris θ_3 égal à zéro puis à 1 radian), lors de la première période le maximum de u_c est moins important, la décharge complète obtenue plus vite, le trajet descendant sur le segment à u_c nul plus important. A la seconde période la charge débute au point de départ ($u_c = 0$, $u = -V/2$) du cycle donnant le régime permanent.

La figure 4.10 montre le début de l'établissement d'un régime à décharge incomplète car $\rho C\omega$, égal à 10, est trop fort. Le régime permanent ne s'établit que lentement ; ce n'est qu'à la dixième période qu'on trouve $u_{c \max}/V$ égal, à 10^{-4} près, à la valeur obtenue à la période précédente. Les constantes de temps tant pour la décharge que pour la charge de C étant excessives, le condensateur ne peut se décharger complètement et la valeur maximum de la tension à ses bornes est très inférieure à V .

Pour montrer l'influence de l'amplitude U_m nous avons reproduit (fig. 4.11) les formes d'ondes de la tension u_c pour trois valeurs du rapport U_m/V , en laissant m et K constants. On voit que l'amélioration due à la croissance de U_m sur la réduction de l'écart entre $u_{c \max}$ et V est assez limitée ; accroître U_m revient à charger plus rapidement C au début lors de la traversée des zones 3 et 2, mais, ensuite, la charge se situe dans les zones 1 ou 4 et là le courant i_c est indépendant de u . Plus U_m est grand, plus la décharge complète du condensateur est rapidement obtenue.

L'ensemble des calculs effectués pour diverses valeurs de U_m/V , m et K permet de formuler les *remarques générales* suivantes :

a) S'il est assez aisé de réaliser, à chaque période, la décharge complète du condensateur, l'obtention d'une tension en fin de charge très voisine de V est beaucoup plus difficile.

b) Pour réduire cet écart, l'accroissement de la puissance fournie par la source de commande donc de U_m/V et de $(U_m/R)/(V/\rho)$ ne joue pas un

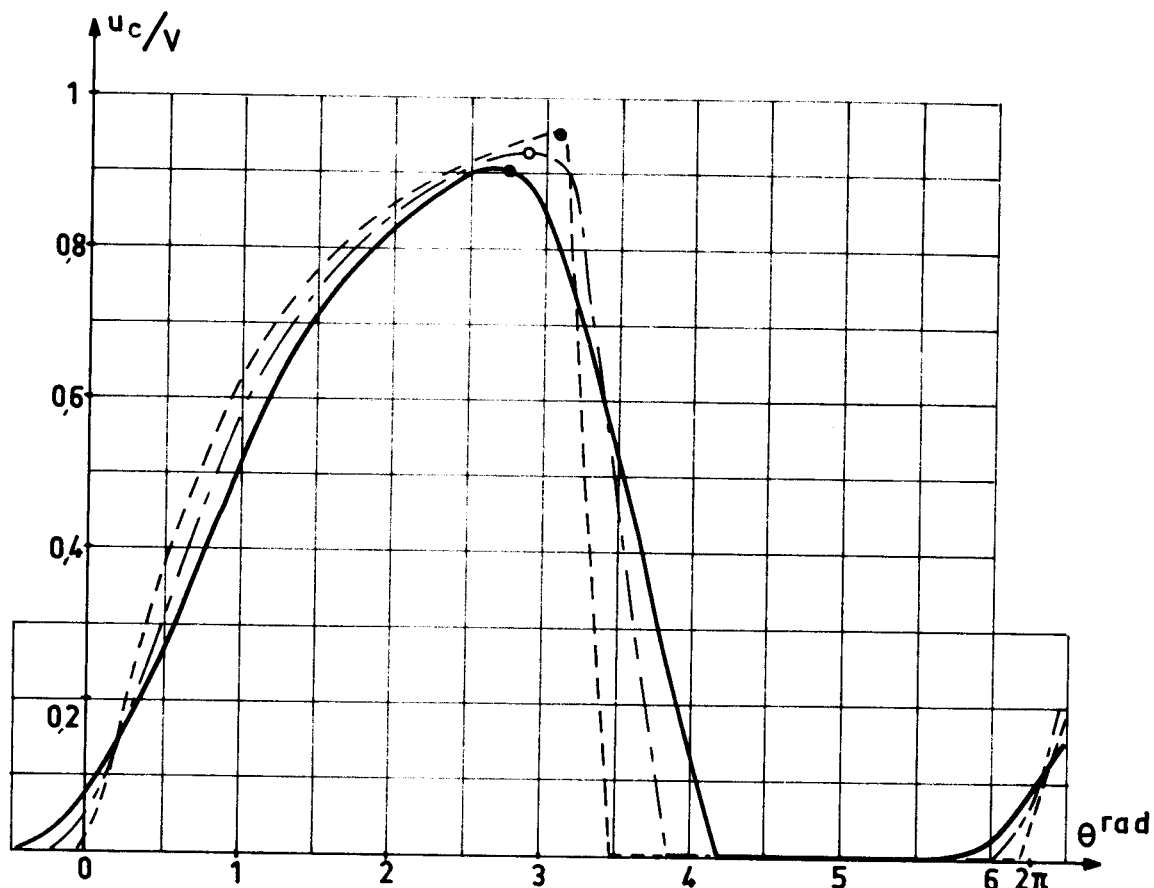


Fig. 4.11 - Influence de l'amplitude de la tension u sur la forme d'onde de la tension u_c .

— $U_m = V$; - - - $U_m = 2V$; - · - · $U_m = 10V$
 $R/\rho = 1$; $\rho C\omega = 1$

rôle capital. Il faut que U_m/V soit plus grand que 1, que R/ρ soit inférieur à 1 mais augmenter fortement U_m/V et rendre R/ρ très faible n'ame- nuisent que lentement la différence $V - u_{c \text{ max}}$.

c) Pour diminuer cette différence, il faut surtout que la cons- tante de temps ρC , avec laquelle le condensateur se charge pendant la phase finale de l'intervalle de charge, soit faible devant la période de la tension u .

Si $R/\rho = 1$, pour tous les signaux sinusoïdaux tels que U_m/V soit supérieur à 1 et $\rho C\omega$ inférieur à 0,10, l'écart entre $u_{c \text{ max}}$ et V est inférieur à 0,5 %.

V. CONCLUSIONS

Nous avons, dans ce mémoire, présenté et illustré par des exemples, une méthode permettant de simplifier la présentation des problèmes de circuits rencontrés en électronique de puissance et la conduite des calculs auxquels ils donnent lieu.

Jusqu'ici on s'attache le plus souvent à décrire la succession des phases qui composent une période du fonctionnement du montage en régime établi, puis pour chaque phase on établit les équations différentielles liant les variables et on en déduit les expressions de celles-ci, enfin à l'aide de l'ordinateur et pour diverses valeurs des paramètres caractéristiques on suit l'évolution au long de la période de ces variables et on en déduit, suivant le cas, leurs valeurs extrêmes ou moyennes ou efficaces.

Nous proposons une *méthode consistant en la mise en équation "globale" du montage et à la détermination du régime permanent par son établissement progressif à partir de l'instant où le montage est mis sous tension.*

- La mise en équation globale revient à poser des équations différentielles valables quel que soit l'état passant ou bloqué des diodes ou des thyristors. Dans ces relations et dans leurs solutions les redresseurs interviennent sous forme de résistances. Ces résistances sont constantes pendant une phase de fonctionnement mais changent brusquement de valeur quand on change de phase.

Ce premier aspect du procédé a l'avantage de ne pas présupposer connu le fonctionnement avant même d'en aborder l'étude.

- Ayant les solutions globales, il faut ensuite examiner très attentivement les conditions initiales pour voir par quel mode de fonctionnement le phénomène débute, quelles valeurs prennent alors les résistances des divers redresseurs, quand sera réalisée la condition marquant le passage de cette phase à la suivante. Pour celle-ci, on procède de la même façon et ainsi de suite pour les diverses phases possibles.

Cette étude des conditions initiales et des conditions de passage dans les modes successifs permet de ne pas oublier des modes de fonctionnement possibles pour certaines valeurs des paramètres caractéristiques du montage ; elle constitue une préparation directe au travail confié à l'ordinateur.

- Il reste alors à demander à ce dernier de calculer les valeurs des variables lors de la phase qui suit la mise sous tension, de chercher à quel instant on passe dans la phase suivante et, s'il y a plusieurs possibilités, de préciser quelle est celle-ci. Pour le mode de fonctionnement suivant, à l'aide des nouvelles expressions que prennent les solutions générales, on calcule les valeurs des variables et cela jusqu'au moment où on passe dans la phase suivante.

Si l'on cherche le régime permanent, on arrête les calculs quand, à la précision désirée près, les variables retrouvent la même valeur qu'à la période précédente. Même pour la recherche du régime permanent, on obtient d'ordinaire un temps de calcul inférieur à celui nécessité par la méthode usuelle car on se rapproche de l'état final avec un écart qui se rétrécit automatiquement à chaque période.

La méthode proposée ne réduit pas la place faite aux calculs littéraux lors de l'étude d'un montage. Nous avons en effet montré qu'il fallait essayer d'éviter le recours à l'ordinateur pour l'intégration des équations différentielles. Elle a l'avantage de faciliter la présentation des problèmes et de faire moins appel à l'intuition pour trouver leur solution.

Nous l'avons appliquée à l'étude de montages de difficulté croissante : montages comptant peu de redresseurs et où la détermination des instants de changement de phase est aisée, montages à peu de redresseurs mais où cette détermination est plus difficile, enfin montages à grand nombre de redresseurs.

Bien que nous nous soyons limitée à l'étude des régimes permanents, nous avons pu, dans le second cas, mettre en évidence un nouveau type de fonctionnement ; il correspond à un régime qui se reproduit périodiquement s'il réussit à s'établir mais qui, en fait, ne peut s'établir à partir de

la mise sous tension du montage au repos. Dans le troisième cas nous avons pu établir des résultats quantitatifs pour un montage au fonctionnement assez complexe.

Cette façon d'étudier les montages à redresseurs, dont nous avons montré l'intérêt pour l'examen des régimes permanents, trouvera évidemment son principal domaine d'applications dans l'étude des régimes transitoires : comportement des montages à la mise sous tension, lors des à-coups de la tension d'alimentation ou de la charge, lors de l'apparition de défauts internes ou externes.

B I B L I O G R A P H I E

- {1} R. THOM Modèles mathématiques de la morphogénèse
Union Générale d'Editions, Paris, 1974
- {2} G. SEGUIER L'électronique de puissance
Dunod éditeur, 1974
- {3} B.D. BEDFORD, R.G. HOFT Principles of inverters circuits
New York, Wiley éditeur, 1964
- {4} T.J. TAKEUCHI Theory of S.C.R. circuit and application
to motor control
*Tokyo Electrical Engineering College Press,
1968*
- {5} G. SEGUIER Les montages redresseurs
Dunod éditeur, 1970
- {6} P. NASLIN Les régimes variables dans les systèmes
linéaires et non linéaires
Dunod éditeur, 1962
- {7} G. REY, P.H. LETURCQ Théorie approfondie du transistor bipolaire
Masson et Cie éditeurs, 1972
- {8} Sté PHILIPS Etude des circuits en régime alternatif
petits signaux. Programme E I CRAPS
- {9} J.S.C. HTSUI, W. SHEPHERD Method of digital computation of thyristor
switching circuits
*Proc. Inst. Elec. Eng., vol. 118, Août 1971,
p. 993-998*
- {10} G.N. REVANKAR, S.A. MAHAJAN Digital simulation for mode identification
in thyristors circuits
*Proc. Inst. Elec. Eng., vol. 120, Fév. 1973,
p. 269-273*
- {11} G.N. REVANKAR Topological approach to thyristor circuit
analysis
*Proc. Inst. Elec. Eng., vol. 120, Nov. 1973,
p. 1403-1407*
- {12} G.N. REVANKAR Digital computation of S.C.R. circuits
*I.E.E.E. Trans. Ind. Electron. Contr.
Instrum., vol. IECI-20, Fév. 1973, p. 20-23*
- {13} G.N. REVANKAR Digital computation of cycloconverter
operation
*I.E.E.E. Trans. Ind. Electron. Contr.
Instrum., vol. IECI-20, Mai 1973, p. 81-85*

- {14} G.N. REVANKAR, P.K. SPIVASTAVA, R.N. JAWLE. Computer analysis of S.C.R. circuits
I.E.E.E. Trans. Ind. Electron. Contr. Instrum., vol. IECI-22, Fév. 1975, p. 48-55
- {15} G.N. REVANKAR, D.S. SABNIS Analysis of dual converter system
I.E.E.E. Trans. Ind. Electron. Contr. Instrum., vol. IECI-22, Fév. 1975, p. 55-61
- {16} T. KUTMAN A method of digital computation for S.C.R. circuits
I.E.E.E. Trans. Ind. Electron. Contr. Instrum., vol. IECI-21, Mai 1974, p. 80-83
- {17} J. MILLMAN, H. TAUB Pulse, digital and switching waveforms
New-York, Mc Graw-Hill éditeur, 1965
- {18} H. FOCH Les convertisseurs statiques à commutation forcée
Thèse de Doctorat-ès-Sciences, Toulouse, 74
- {19} C. MAIZIERES Sur quelques méthodes d'étude des systèmes continus non linéaires
Thèse de Doctorat-ès-Sciences, Lille, 1968
- {20} J.P. HENRY Contribution à la simulation des non-linéarités des systèmes et amplificateurs magnétiques
Thèse de Docteur-Ingénieur, Lille, 1965
- {21} M. LECORGUILLIER Les redresseurs en simple alternance
Eyrolles éditeur, 1953
- {22} M. GOLDBERG Contribution à l'étude de l'ensemble montage redresseur-filtre-charge
Thèse de Docteur-Ingénieur, Lille, 1972
- {23} M. GOLDBERG, G. SEGUIER Effets du filtre sur le montage redresseur amont. Etude d'un ensemble simple redresseur-filtre-charge
Revue Générale de l'Electricité, Mai 1975, p. 393-398
- {24} G. SEGUIER Fonctionnement et applications du pont symétrique à quatre diodes
Revue Générale de l'Electricité, Janv. 1962, p. 35-50
- {25} G. SEGUIER Fréquence-mètre électronique pour signaux électriques de basse fréquence
C.R. Acad. Sc., T. 257, 1963, p. 5083-5085