

50376  
1976  
84  
N° d'ordre 188

50376  
1976  
84

# THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE I

pour obtenir le titre de

DOCTEUR INGENIEUR

par

**KHOURY Maher**

## ETUDE EXPERIMENTALE ET THEORIQUE DU COMPORTEMENT DE STRUCTURES SUR SOL EN FONCTION DE LEUR RIGIDITE



soutenue le 9 Juillet 1976 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury

MM. GONTIER, Président  
PARSY, Examineur  
FLAMME, Examineur  
BASSAL, Rapporteur  
NUYENS, Invité  
DE LA FOUCHARDIERE, Invité

A mes parents,

Le présent mémoire est consacré à l'étude d'interaction sol-structures ; il présente les résultats d'un travail effectué au Laboratoire de Mécanique des Sols de l'Ecole Nationale des Techniques Industrielles et des Mines de Douai sous la direction de Monsieur BASSAL.

Toute ma gratitude s'adresse à Monsieur le Professeur GONTIER qui a bien voulu suivre ce travail avec une bienveillante attention ; il m'a accordé de nombreux entretiens très fructueux sur le plan scientifique ce dont je le remercie très sincèrement.

Je suis très sensible à l'intérêt que Monsieur PARSY, Maître de Conférence à l'Université de Lille, a manifesté pour ce travail en me permettant, avec Monsieur le Professeur GONTIER, de mettre au point et de faire réaliser des capteurs de contraintes d'un type particulier en me prodiguant des conseils éclairés.

Il m'est très agréable de dire combien les remarques judicieuses de Monsieur FLAMME, Maître de Conférence à l'Université de Lille, m'ont guidé dans l'élaboration de cette thèse.

Monsieur le Professeur NUYENS, de l'Université Libre de Bruxelles, me fait l'honneur de participer au Jury, qu'il trouve ici l'expression de ma grande reconnaissance.

La participation au Jury de Monsieur DE LA FOUCHARDIERE, qui met au service de l'enseignement à l'Université et dans les Ecoles d'Ingénieurs sa grande compétence d'ingénieur de bureau d'étude, me réconforte dans l'idée que mon travail puisse avoir des applications pratiques directes ; je tiens à le remercier chaleureusement d'avoir bien voulu m'entourer de ses conseils de praticien.

Monsieur BASSAL, Professeur de Mécanique des Sols à l'Ecole Universitaire d'Ingénieurs de Lille et à l'Ecole Nationale des Techniques Industrielles et des Mines de Douai, qui a bien voulu accepter d'être le rapporteur de cette thèse m'a guidé dans ma recherche par des conseils journaliers et de précieuses directives. Sa compétence et son dévouement m'ont beaucoup apporté tant sur le plan scientifique que sur le plan humain ; je lui en exprime ici toute mon amicale gratitude.

J'ai trouvé, à l'Ecole Nationale des Techniques Industrielles et des Mines de Douai, un appui scientifique et matériel sans lequel ce travail n'aurait pu être fait.

Je tiens à remercier Monsieur LACOSTE, Ingénieur en Chef des Mines, Directeur de l'Ecole, Monsieur CASCIOLA, Sous-Directeur, Monsieur DEFRANCE, Secrétaire Général pour le souci avec lequel ils m'ont ménagé toutes les facilités matérielles et le grand plaisir que j'ai trouvé à travailler dans le cadre de l'Ecole.

C'est pendant ma période d'étude à l'Ecole Universitaire d'Ingénieurs de Lille que ce travail a été amorcé. Que Monsieur PAQUET, Directeur de l'Institut de Géotechnique, et tous les enseignants trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Monsieur FREMERY, Ingénieur au Centre de Calcul de l'Ecole Nationale des Techniques Industrielles et des Mines de Douai, m'a beaucoup aidé sur le plan informatique, il sait toute l'amicale reconnaissance que je lui conserve ainsi que Monsieur BROILLIARD, Professeur à l'Ecole des Mines, avec lequel les discussions en matière de Mécanique des structures m'ont beaucoup apporté.

La dextérité de Monsieur ADAMIEC, Chargé du Laboratoire de Mécanique des Sols, a grandement facilité l'exécution des essais en modèles réduits, je le remercie pour la réelle collaboration qu'il m'a consacrée.

J'exprime toute ma reconnaissance à Monsieur HENRY, Maître-assistant à l'E.U.D.I.L. qui m'a beaucoup aidé dans la conception des mesures extensométriques.

Enfin, mes remerciements vont à Mesdames MARTIN, ANCELLE, MEUNIER et LAMENDIN qui ont bien voulu assurer la tâche de frappe de cette thèse, ainsi que Messieurs DRECOURT et MRUK pour la reproduction.

## INTRODUCTION

-----

La stabilité de toute construction reposant sur un massif de sol est assurée par l'intermédiaire d'une fondation, constituant l'infrastructure, la partie hors-sol constituant la superstructure.

Le sol oppose une réaction aux charges appliquées qu'il mobilise au prix de certaines déformations qui doivent être compatibles avec celles de l'infrastructure. Cette compatibilité suppose donc une redistribution des efforts internes de la structure et par conséquent des descentes de charges. On peut alors dire que la réaction et les déformations du sol sont à la fois causes et effets des efforts et des déformations de la structure.

Cet aspect du fonctionnement des fondations tenant compte des rigidités très différentes du sol et de la structure n'a pas reçu jusqu'à présent de solution complète. En particulier les méthodes de calcul les plus habituelles n'offrent pas la possibilité de respecter la continuité de la structure en admettant tout à la fois un comportement rhéologique non linéaire du sol et la prise en compte d'un cisaillement à l'interface sol-infrastructure.

Le premier chapitre est consacré à un bref exposé des méthodes de calcul usuelles ; pour chacune d'entre elles nous avons tenté de mettre en évidence les hypothèses les moins justifiées et les erreurs qu'elles induisent.

Désirant confronter la méthode de calcul que nous serons amenés à préconiser avec l'expérience, nous avons effectué des essais en modèles réduits. A cette fin nous avons équipé une station d'essais où le massif de sol, un sable fin propre pulvérulent pur, est contenu dans une cuve de dimensions importantes : 3,4 x 2,2 x 1,75 m qui permet d'éviter les effets de parois et de mener les expériences en conditions de massif quasi-infini.

Les mesures extensométriques ont consisté en l'équipement des modèles réduits en jauges de déformations à fil résistant et en l'immersion de capteurs de contrainte totale dans le massif.

La description de la station d'essais est détaillée au chapitre II.

La méthode de calcul employée est fondée sur la technique des matrices transferts ; cette dernière fait l'objet d'un bref rappel au chapitre III.

Nous nous sommes plus particulièrement attachés à l'étude des cadres fermés ; l'intérêt de l'analyse de ce type de structure réside dans le fait que le radier, et éventuellement les deux piedroits, sont en contact avec le sol dont la déformabilité influe dans une large mesure sur le comportement de la structure, d'autant plus que celle-ci constitue un système intérieurement hyperstatique. Ce type de construction trouve de multiples applications en Génie Civil : passages inférieurs routiers et autoroutiers en béton armé, certains types de bâtiments industriels, mini-tunnels, etc...

...

Le chapitre IV concerne l'adaptation de la méthode des matrices transferts aux cadres fermés et l'extension à la notion de matrice de structure. Cette adaptation a été faite en prenant en considération un comportement non linéaire du sol vis-à-vis des déplacements normaux aux interfaces et un comportement linéaire vis-à-vis des déplacements tangentiels, en outre nous avons inclus la possibilité de grandes déformations ce qui permet de mieux décrire le fonctionnement de radiers particulièrement minces.

Nous décrivons au chapitre V les essais effectués sur trois cadres fermés dont nous avons fait varier la rigidité en modifiant l'inertie des radiers ; chaque cadre a été testé sous trois différents cas de chargement. Les diagrammes expérimentaux des moments fléchissants et des contraintes dans le sol ainsi obtenus confirment de façon satisfaisante les résultats issus de la méthode exposée au chapitre précédent mais font par contre apparaître des écarts importants avec les méthodes usuelles.

En fin de ce chapitre une application de la méthode préconisée est proposée pour une structure en vraie grandeur et une comparaison est menée, pour des cas de charge réalistes, entre les résultats ainsi obtenus et ceux fournis par l'utilisation d'une méthode spécifique aux cadres fermés décrite au chapitre I.

Nous nous sommes également intéressés au cas des portiques ouverts à trois travées fondés sur pieux ; une analyse du comportement de ce type de structure est exposée au chapitre VI.

Nous avons pris dans cette étude en considération le développement d'un effort tangentiel le long des pieux ainsi que l'existence d'un effort tranchant et d'un moment fléchissant non nul à leur extrémité inférieure. La fin de ce chapitre est consacrée à une comparaison, pour une construction en vraie grandeur, entre les résultats issus de cette méthode et ceux qui découlent d'une méthode habituellement utilisée.

## CHAPITRE I

-----

L'étude d'une structure hyperstatique, dont une partie en contact avec le sol constitue l'infrastructure, est actuellement incertaine. En effet, l'ingénieur de bureau d'étude a le choix entre : la méthode statique, la méthode par approximations successives et la méthode de dissociation de l'étude de la structure en deux parties : étude de la superstructure et étude de l'infrastructure sans tenir compte de la continuité existante entre elles. En plus de ces trois méthodes applicables à l'étude de toute construction en contact avec le sol, une méthode de calcul spécifique au cadre fermé à une seule travée est souvent employée pour l'étude de ce type de construction. Ces méthodes sont insuffisamment précises et peuvent conduire à des résultats éloignés de la solution exacte.

Dans ce chapitre, nous donnerons le principe de ces méthodes et les critiques qui pourront être formulées à leur encontre.

### A - LA METHODE STATIQUE

Cette méthode est fondée sur l'hypothèse que la répartition de la réaction du sol le long de l'infrastructure est linéaire. Analytiquement, cette hypothèse conduit à l'écriture de l'expression suivante :

$$R = ax + b$$

dans laquelle R est la densité de réaction par unité de longueur, x l'abscisse définie au contact infrastructure - superstructure, a et b sont deux coefficients caractéristiques de la géométrie de la structure et du mode de son chargement. Ils sont déterminés par les conditions d'équilibre.

Dans la méthode statique, on suppose que l'infrastructure est infiniment rigide (réf. I). En effet, la condition nécessaire pour que le sol puisse fournir une réaction est le contact du sol avec l'infrastructure, ce qui s'exprime par la coïncidence entre la surface libre du sol et la ligne élastique de l'infrastructure. Si on admet un comportement linéaire élastique du sol et tenant compte de l'hypothèse de base de la méthode, la déformée de la surface libre du sol varie linéairement sous l'infrastructure ; il en découle que la ligne élastique déformée de l'infrastructure doit être également linéaire. Cette dernière hypothèse ne peut être vérifiée que si la rigidité de l'infrastructure est infinie.

...

La méthode statique ne nous paraît pas satisfaisante et peut conduire à des résultats complètement erronés pour certains types de structures, essentiellement pour les raisons suivantes :

- 1°) L'influence de la rigidité de la structure sur la répartition des réactions du sol est négligée.

La déformation d'une structure est naturellement fonction de sa rigidité. Le fait que la déformée de l'infrastructure doit coïncider avec la surface libre du sol -sauf pour la partie en décollement d'une semelle filante- implique que la surface libre du massif, donc aussi la réaction du sol, sont fonction de la rigidité de la structure. Supposer que la structure a une rigidité infinie nous donne une répartition des réactions du sol nécessairement fausse.

- 2°) L'influence de la nature et de l'état du sol sur la répartition de la réaction est également négligée.

Il est bien évident qu'un sol mou réagit autrement qu'un sol rigide. En particulier un très grand nombre d'essais ont montré que le sable et l'argile ont un comportement nettement dissemblable et que le degré de consolidation de l'argile ou de serrage du sable influe sur leur comportement mécanique. Or, cette méthode suppose que, quelle que soit la nature du sol, la répartition de sa réaction est linéaire.

- 3°) La réaction du sol est supposée se manifester avec un signe quelconque.

Cette hypothèse n'est pas valable pour une semelle filante puisque la réaction du sol est nulle dans la partie en décollement. Or, la droite  $R = ax + b$  peut couper l'axe des abscisses dans l'intervalle  $[0, L]$ ,  $L$  étant la longueur de la semelle filante. Certains auteurs tentent de remédier à cette critique en supposant que seule une partie  $L' < L$  de la semelle fournit une réaction.  $L'$  est déterminée par la condition que la réaction doit toujours être positive, c'est-à-dire que le sol ne peut fournir une réaction que le long des zones où il est en état de butée.

- 4°) La résistance au cisaillement que le sol peut fournir pour équilibrer la structure vis-à-vis des déplacements dans le sens longitudinal de l'infrastructure est négligée.

Ainsi, par exemple, pour un cadre fermé sollicité par des forces horizontales non symétriques la méthode statique ne peut être appliquée parce que le fait de négliger le frottement latéral ne permet pas de satisfaire à la condition d'équilibre des forces horizontales.

- 5°) L'effet tranchant au droit du contact de la limite de l'infrastructure et du sol est supposé nul.

Le déplacement du bord de l'infrastructure induit inévitablement une réaction de la part du sol. Cette dernière croît avec le déplacement et conduit à des erreurs non négligeables quand le déplacement du bord de l'infrastructure est important.

...



En conclusion, on peut dire que cette méthode conduit à des résultats erronés parce qu'elle ne se soucie que des conditions d'équilibre en négligeant complètement les conditions de déformabilité de la structure et du sol. On ne peut choisir arbitrairement la répartition de la réaction du sol puisque celle-ci dépend, en effet, des effets réciproques entre la structure et le sol et de la déformabilité de ces éléments.

## B - METHODE PAR APPROXIMATIONS SUCCESSIVES

Pour prendre en considération l'influence de la rigidité de la structure, certains auteurs ont essayé d'appliquer une méthode d'approximation successive qui respecte les conditions d'équilibre extérieur et assure la proportionnalité entre la ligne élastique de l'infrastructure et la répartition de la réaction du sol. On continue donc à admettre dans ces méthodes que le comportement rhéologique du sol est linéaire élastique. En particulier, la méthode de MEYER - PETER (réf. I) consiste à choisir une répartition arbitraire de la réaction du sol vérifiant les conditions d'équilibre extérieur, ce qui permet de déduire la ligne élastique de la structure et de vérifier l'hypothèse de la proportionnalité entre la répartition choisie pour la réaction et la ligne élastique de l'infrastructure. Si cette proportionnalité n'est pas vérifiée, on recommence le calcul avec une autre répartition de la réaction jusqu'à l'obtention d'une vérification satisfaisante.

Il est bien évident que l'obtention d'une solution par la méthode MEYER - PETER est hasardeuse. Pour réduire dans une large mesure le caractère arbitraire du choix de la répartition de la réaction du sol Popov (1950), d'après Scheuch (réf. I), propose un procédé empirique pour le choix des répartitions successives. La faiblesse des méthodes par approximations successives réside dans les remarques suivantes :

- La répartition de la réaction du sol dépend de la nature de celui-ci ; or on ne tient pas compte ici des caractéristiques mécaniques du sol. On peut donc obtenir une infinité de diagrammes de répartition de la réaction du sol vérifiant les conditions d'équilibre extérieur et la coïncidence entre la ligne élastique de l'infrastructure et la surface libre du massif.
- Cette méthode, ne garantissant pas l'unicité de la solution, peut conduire à un résultat très différent de la solution exacte correspondante au comportement réel de la structure.

Notons en outre que dans les méthodes par approximations successives tout comme dans la méthode statique :

- on néglige le frottement latéral que le sol peut fournir pour équilibrer la structure
- on suppose qu'au droit du contact de la limite de l'infrastructure et du sol, l'effort tranchant est nul. De plus, un inconvénient supplémentaire des méthodes par approximations successives est de nécessiter le calcul de la structure plusieurs fois de suite, ce qui est long, fastidieux et coûteux.

### C - METHODE DE DISSOCIATION DE L'ETUDE DE LA STRUCTURE EN DEUX PARTIES :

l'infrastructure et la superstructure sans tenir compte de la continuité existante entre elles.

Cette méthode consiste à étudier séparément la superstructure et l'infrastructure.

Pour étudier la superstructure on suppose qu'au droit de la liaison infrastructure-superstructure, il existe des conditions aux limites de la superstructure du type : appuis simples, articulations, encastrement. Moyennant cette hypothèse, la superstructure peut être étudiée par une des méthodes courantes de la résistance des matériaux (méthode de MULLER - BRESLAU, CROSS, etc...).

Pour étudier l'infrastructure on suppose qu'elle est complètement indépendante de la superstructure. On peut ainsi l'étudier comme une poutre isolée en contact avec le sol. Dans cette voie, trois possibilités nous sont donc offertes :

- l'assimiler à une poutre continue sur appuis élastiques identiques infiniment rapprochés, et l'étudier par une méthode analytique.
- l'assimiler à une poutre continue sur appuis élastiques non identiques, infiniment rapprochés, et l'étudier par une méthode de différence finie.
- employer des méthodes approchées.

Cette méthode de calcul est la plus courante, pourtant, son application peut conduire à des résultats douteux. La différence entre le comportement réel de la structure et les résultats obtenus en appliquant cette méthode, provient :

1. de la dissociation artificielle entre superstructure et infrastructure.
2. de l'application des méthodes de calcul des poutres isolées en contact avec le sol

Nous allons examiner en détail et successivement la cause des erreurs dues à ces deux hypothèses.

#### 1. La dissociation artificielle entre superstructures et infrastructure induit des erreurs pour les raisons suivantes

- a) Parce que les hypothèses classiques des conditions aux limites de la superstructure ne sont pas adaptées pour décrire une liaison avec la fondation.

En effet, si on appelle  $\vec{W}$  le vecteur dont les 6 composantes sont les éléments de réduction des forces intérieures (M, N, T) et les déformations (u, v,  $\omega$ ) au point de liaison infrastructure - superstructure ; on remarque que les différentes hypothèses classiques des conditions aux limites de la superstructure ont le point commun d'admettre que les 3 composantes du vecteur  $\vec{W}$  sont nulles. En effet :

- |                         |              |         |         |
|-------------------------|--------------|---------|---------|
| - pour un appui simple  | $T = 0$      | $M = 0$ | $v = 0$ |
| - pour une articulation | $M = 0$      | $u = 0$ | $v = 0$ |
| - pour un encastrement  | $\omega = 0$ | $u = 0$ | $v = 0$ |

...

Or, le sol ne peut mobiliser une réaction qu'au prix d'un certain déplacement il est donc illusoire de considérer que trois composantes de réaction ou de déplacement sont nuls.

- b) Parce que le fait d'imposer a priori la valeur de 3 composantes du vecteur  $\vec{W}$  induit obligatoirement une discontinuité au droit de la liaison superstructure - infrastructure.

En effet, appelons  $W_i$  avec  $i \in \{1,2,3\}$  les composantes imposées a priori aux limites de la superstructure et  $W_j$  avec  $j \in \{4,5,6\}$  les composantes inconnues de  $\vec{W}$ .

L'étude de la superstructure nous permet de calculer les  $W_i$  qui seront fonction des  $W_j$ , de la géométrie de la superstructure, de la rigidité de ses éléments, des coordonnées des sollicitations extérieures.

Une fois les  $W_i$  déterminées, on les impose comme étant des sollicitations extérieures constituant 3 conditions à la limite de l'infrastructure. L'étude de l'infrastructure nous permet de déterminer les éléments de réductions des forces intérieures et les déformations en tout point y compris aux limites où on aura nécessairement des valeurs différentes de celles qui ont été imposées à  $W_i$ .

Ceci vient du fait que les valeurs de  $W_i$  déterminées par l'étude de l'infrastructure sont fonction des  $W_j$ , de la géométrie de l'infrastructure, de sa rigidité, et de la nature des sols ; par contre, les valeurs des  $W_i$  imposées ont été choisies qualitativement.

- c) Parce qu'une discontinuité en un point d'une structure hyperstatique induit une redistribution des efforts et des déformations le long de cette structure.

La structure hyperstatique est continue, le fait d'aboutir par les calculs à une discontinuité dans un point implique que le calcul de toute la structure est erronée. Ceci est dû au fait qu'une discontinuité des déplacements induit une erreur cumulée ; en effet si on appelle :

$\vec{W}_1$  le vecteur dont les composantes sont les valeurs exactes de la déformation et des efforts intérieurs au point de la liaison superstructure-infrastructure

$\vec{W}_2$  le vecteur dont les composantes sont les valeurs calculées de la déformation et des efforts intérieurs au point de la liaison superstructure-infrastructure

$\vec{V}_1$  le vecteur dont les composantes sont les valeurs exactes de la déformation et des efforts intérieurs dans un point quelconque de la structure

$\vec{V}_2$  le vecteur dont les composantes sont les valeurs calculées de la déformation et des efforts intérieurs dans un point quelconque de la structure.

La discontinuité au droit de la liaison superstructure-infrastructure implique que  $\vec{W}_1 \neq \vec{W}_2$

Posons  $\vec{\Delta W} = \vec{W}_1 - \vec{W}_2$

...

Le vecteur  $\vec{\Delta W}$  induit en chaque point de la structure des efforts intérieurs et des déplacements, composant le vecteur  $\vec{\Delta V}$ , qu'il faut ajouter au vecteur  $\vec{V}_2$  calculé pour obtenir le vecteur  $\vec{V}_1$  correspondant au comportement réel de la structure.

Notons que pour une structure isostatique, seules les composantes des forces de  $\vec{\Delta W}$  engendrent le vecteur  $\vec{\Delta V}$ ; par contre les composantes des forces ainsi que les déplacements de  $\vec{\Delta W}$  engendrent le vecteur  $\vec{\Delta V}$  dans une structure hyperstatique. Ceci veut dire qu'une structure hyperstatique est plus sensible à ce genre de discontinuité qu'une structure isostatique. Or, du fait que l'infrastructure est un système infiniment hyperstatique (poutre sur appuis élastiques infiniment rapprochés) et que les superstructures que nous nous proposons d'étudier sont hyperstatiques, on conçoit que l'influence des composantes de  $\vec{\Delta W}$  est loin d'être négligeable dans l'étude de la structure.

Le raisonnement fait dans ce paragraphe ne nous permet pas d'introduire des corrections sur les valeurs de  $\vec{V}_2$  car  $\vec{W}_1$  étant inconnu,  $\vec{\Delta W}$  et  $\vec{\Delta V}$  le sont aussi ; mais il nous permet de mettre en relief le phénomène de la redistribution des effets le long d'une structure causée par une erreur sur la valeur des composantes des forces et des déplacements au droit de la liaison superstructure-infrastructure.

2. L'application des méthodes de calcul des poutres en contact avec le sol induit des erreurs car chacune de ces méthodes admet des hypothèses propres qui ne sont pas justifiées.

Etudions ces méthodes en détail :

2.1. Méthode de résolution analytique d'une poutre continue sur appuis élastiques identiques infiniment rapprochés.

Cette méthode consiste à assimiler le comportement du sol à celui d'un ensemble d'appuis élastiques identiques infiniment rapprochés. La poutre en contact avec le sol est soumise aux forces qui comprennent d'une part les forces directement appliquées à la poutre, d'autre part les réactions des appuis équivalents, par hypothèse, à une densité de réaction  $r$  proportionnelle au déplacement  $v$  d'une section de la poutre dans la direction orthogonale à son axe. Nous avons donc,  $r$  et  $v$  étant comptés positivement dans le même sens.

$$r = -k.B.v. = -Kv$$

$B$  étant la largeur de la poutre et  $K = k.B$

La constante  $K$ , caractéristique des appuis, est appelée module de réaction ; elle a les dimensions d'une contrainte, soit  $FL^{-2}$

Les forces directement appliquées comprennent des charges  $P$  et des densités de charge  $p$  dans la direction orthogonale à l'axe de la poutre, des couples  $\Gamma$  concentrés et des densités de couples  $c$ . En comptant  $P$  et  $p$  positivement dans le sens contraire à celui de  $v$ , et  $\Gamma$  et  $c$  positivement dans le sens trigonométrique, nous avons donc,  $M$  et  $T$  désignant respectivement le moment fléchissant et l'effort tranchant dans une section de la poutre.

$$\frac{dM}{dx} = T - c$$

$$\frac{dT}{dx} = - (p - r) = - p - Kv$$

...

Or si EI désigne la rigidité constante à la flexion de la poutre

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} = M$$

En éliminant M et T entre les trois équations précédentes, nous voyons que v est une intégrale de l'équation différentielle :

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} + Kv = -p - \frac{dc}{dx}$$

L'intégrale générale de cette équation est la somme d'une intégrale particulière de l'équation complète et de l'intégrale de l'équation sans second membre. L'intégrale particulière a pour équation :

$$v = -\frac{1}{K} \left( p + \frac{dc}{dx} \right)$$

L'intégrale générale de l'équation sans second membre a la forme :

$$v = A e^{\gamma x} \cos \gamma x + B e^{\gamma x} \sin \gamma x + C e^{-\gamma x} \cos \gamma x + D e^{-\gamma x} \sin \gamma x$$

Dans cette expression A, B, C, D sont des constantes d'intégration déterminées par les conditions aux limites,  $\gamma$  est une caractéristique de la poutre appelée l'inverse de la longueur élastique et définie par l'équation

$$\gamma = \sqrt[4]{\frac{kB}{4EI}}$$

Le professeur Courbon a consacré une étude détaillée au problème d'une poutre continue sur appuis élastiques infiniment rapprochés (réf. II).

L'assimilation du comportement du sol à celui d'un ensemble d'appuis élastiques infiniment rapprochés implique qu'on admet trois hypothèses qui sont loin d'être justifiées. A savoir :

- a) Que le comportement rhéologique du sol est linéairement élastique, ce qui n'est certainement pas réaliste. En éliminant, le facteur temps, donc l'influence de la viscosité, on peut estimer que le comportement rhéologique du sol est élasto-plastique. La courbe force - déplacement a l'allure présentée à la figure I. Considérer que le comportement du sol est linéairement élastique peut être justifié tant que les déplacements sont petits. Une schématisation élasto-plastique (figure 2) est sans doute possible une approximation meilleure que celle de l'élasticité linéaire.
- b) Que l'effort et le déplacement, dans la direction de l'axe de la poutre, sont nuls.

L'effort normal ne peut être nul que dans le cas d'une superstructure en liaison avec une semelle filante, par l'intermédiaire d'appuis simples sur rouleaux. Dans tous les autres cas un effort normal ainsi qu'un déplacement dans le sens de l'axe de l'infrastructure existent. Ce déplacement induit un frottement latéral entre le sol et l'infrastructure, qui engendre une force extérieure à la structure. Cette force n'est pas prise en compte dans l'étude d'une poutre sur appuis élastiques infiniment rapprochés, ce qui exclut l'étude des pieux flottants et des cadres fermés par cette méthode.

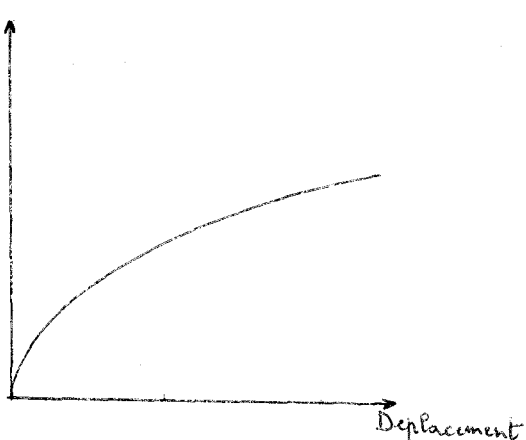


Figure 1

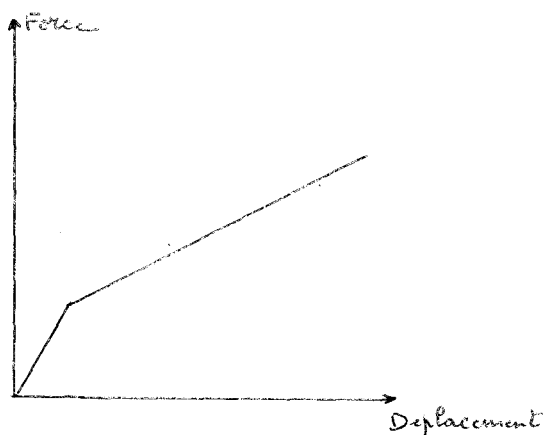


Figure 2

c) Que chaque appui représentant le sol, fournit une réaction quel que soit le sens du déplacement dans la direction perpendiculaire à celle de l'axe de l'infrastructure. Si cette hypothèse est vérifiée, pour une infrastructure, constituée par des pieux, elle ne l'est pas pour une semelle filante. En effet, l'étude analytique d'une poutre continue sur appuis élastiques infiniment rapprochés, est fondée sur l'hypothèse de WESTERGARD-WINKLER, qui exprime que la réaction de la poutre est proportionnelle au déplacement de la poutre :  $r = -k B v$ . Or, si une semelle filante se décolle du sol, en certains points, la réaction de celle-ci, ne peut être que nulle. Et l'hypothèse de calcul que l'on doit prendre pour exprimer ce phénomène physique est :

$$\begin{aligned} r &= -k B v && \text{si } v > 0 \\ r &= 0 && \text{si } v < 0 \end{aligned}$$

Cette hypothèse n'étant pas prise en compte, le comportement réel de la semelle filante sera différent de celui de la poutre sur appuis élastiques infiniment rapprochés.

Pour résoudre analytiquement l'équation différentielle,

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} + K v = -p - \frac{dc}{dx}$$

on est amené à admettre des hypothèses dont la validité dépend du type de l'infrastructure. De façon courante ces hypothèses sont :

1. Que les conditions aux limites de la poutre soient l'annulation du moment fléchissant et de l'effort tranchant.

Cette hypothèse n'est pas vérifiée car elle suppose qu'au droit du contact de la limite de l'infrastructure avec le sol, un déplacement et une rotation existe, tandis que l'effort tranchant et le moment fléchissant sont nuls. Or, le déplacement et la rotation amènent des réactions inévitables du sol dues au frottement infrastructure-pieux. Ce phénomène a été mis en relief par les essais en vraie grandeur sur pieux sollicités horizontalement effectués par KERIZEL et ADAM en 1967 (réf. III). L'hypothèse de la nullité de l'effort tranchant et du moment fléchissant à la limite de l'infrastructure peut entraîner de graves erreurs sur le calcul de l'infrastructure dans le cas où le déplacement et la rotation ont une valeur importante.

2. Que la section de la poutre ainsi que module de YOUNG soient constants.

Cette condition est vérifiée en général pour les infrastructures courantes. Mais on peut rencontrer quelque fois des infrastructures dont la section varie d'une manière continue ou non. De même, des infrastructures peuvent être formées par l'ensemble de poutres de matériaux différents. Dans ce cas, l'étude d'une poutre sur appuis élastiques n'est plus applicable.

3. Que le module de réaction est constant le long de l'infrastructure.

Si cette condition peut à la limite être justifiée pour une semelle filante, il n'en est pas de même pour les pieux. En effet, un pieu traverse des couches de sol de nature différentes donc de modules réactions différentes. Considérer que le module de réaction est constant induit des erreurs énormes. A cause de l'importance de ce problème, on lui a consacré une étude détaillée en annexe I.

## 2.2. Méthode de résolution par différences finies d'une poutre sur appuis élastiques non identiques infiniment rapprochés

Cette méthode consiste à résoudre l'équation :

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} + Kv = -p - \frac{dc}{dx}$$

par la méthode des différences finies. Elle a été appliquée par ADAM et LEJAY en 1971, pour l'étude d'un pieu sollicité horizontalement (réf. IV).

La résolution de l'équation différentielle par la méthode des différences finies nous dispense d'admettre les hypothèses exigées pour la résolution analytique ; et de ce fait elle permet :

- de considérer que le moment fléchissant et l'effort tranchant ne s'annulent pas au droit du contact de la limite de l'infrastructure avec le sol
- d'étudier une infrastructure dont la section et le module de YOUNG varient d'une manière continue ou discontinue le long de l'infrastructure.
- de considérer que le module de réaction du sol varie le long de l'infrastructure

ADAM et LEJAY ne se contentent pas de résoudre l'équation différentielle par la méthode des différences finies, mais indiquent le moyen de tenir compte du frottement latéral le long de l'infrastructure.

Du fait que ces auteurs étudient dans leur article le comportement des pieux sollicités horizontalement, l'hypothèse que le sol fournit une réaction quel que soit le sens de déplacement de l'infrastructure est vérifiée. Mais l'application de cette méthode pour l'étude d'une semelle filante est critiquable.

Notons que cette méthode admet un comportement rhéologique linéairement élastique du sol ; donc donne des résultats erronés si le sol atteint le seuil plastique. Mais l'inconvénient majeur de cette méthode est qu'elle

...

considère que les efforts sur l'infrastructure sont connus ; donc elle admet la dissociation de la superstructure et de l'infrastructure et l'existence d'une discontinuité au droit de la liaison superstructure-infrastructure. Or, comme on l'a déjà vu une discontinuité dans un point de la structure induit une redistribution des efforts et des déformations aussi bien le long de la superstructure que de l'infrastructure.

### 2.3. Méthodes approchées

La littérature est abondante de méthodes approchées de calcul d'une semelle filante. On les appelle approchées parce que la condition exigée par toutes ces méthodes est la coïncidence entre la ligne élastique de la poutre et la surface libre du sol en certains points seulement de la poutre. Le comportement réel de la structure exigeant une coïncidence parfaite entre elles il en résulte que ces méthodes approchent la résolution exacte.

Il s'agit de découper la semelle filante en plusieurs intervalles de remplacer le contact continu de la poutre avec le sol, par un contact ponctuel, au milieu de chaque intervalle. Pour résoudre le problème, c'est-à-dire déterminer la valeur de la réaction du sol au droit du contact ponctuel plusieurs auteurs ont donné des solutions qui sont fondées sur :

- l'hypothèse que le sol est un demi-espace élastique et isotrope.
- celle que le sol peut être représenté par un ensemble de ressort.

Parmi les méthodes fondées sur la 1ère hypothèse, citons :

- la méthode de JEMOTCHINE et SINITSINE (réf. V) qui consiste à résoudre le problème pour une méthode mixte de force et de déplacement.
- la méthode de KROL (réf. V) qui consiste à résoudre le problème par la méthode des forces.
- la méthode de OHDE (réf. I) qui consiste à résoudre le problème en se servant de l'équation de CLAPEYRON des trois moments.

Parmi les méthodes fondées sur la deuxième hypothèse, citons la méthode de GRASSHOFF qui est la plus importante.

Toutes les méthodes approchées sont susceptibles des mêmes critiques formulées à l'égard de la méthode de résolution analytique de la poutre sur appuis élastiques infiniment rapprochés. En plus, le fait d'exiger la concordance entre la ligne élastique de la poutre et la surface libre du sol en certains points seulement, induit des erreurs supplémentaires. Le seul avantage de ces méthodes est de nous éviter la résolution analytique d'une poutre sur appuis élastiques infiniment rapprochés, qui est longue et fastidieuse ou la résolution par la méthode des différences finies qui exigent l'emploi d'un ordinateur.

En conclusion, on constate que toutes les méthodes d'étude de poutre libre en contact avec le sol sont incertaines.

...

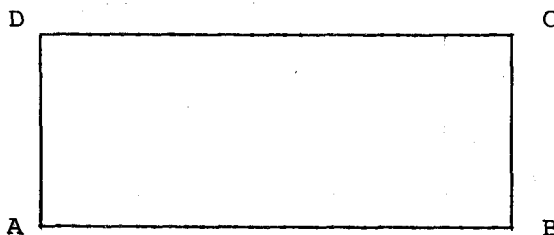


En plus toutes ces méthodes supposent que quel que soit le comportement mécanique de l'infrastructure les efforts transmis à celle-ci restent les mêmes. Or, puisque l'infrastructure et la superstructure forment un ensemble continu qui est la structure, les déformations et les efforts de l'une influent sur les déformations et les efforts de l'autre. Du fait que le comportement de l'infrastructure est fonction de sa géométrie, de sa rigidité et de la nature du sol, ces éléments influent sur la distribution des efforts et des déformations le long de la superstructure, y compris à ses points de liaison avec l'infrastructure. En d'autres termes, les efforts transmis à l'infrastructure sont fonction aussi bien du comportement de la superstructure que de celui de l'infrastructure. Le comportement de l'infrastructure est à la fois une cause et un effet des efforts qui lui sont appliqués.

#### D - METHODE SPECIFIQUE AU CADRE FERME

Monnert (réf. VI) propose une méthode de calcul d'un cadre fermé à une seule travée. Constatant l'erreur induite par la méthode de dissociation de l'infrastructure et de la superstructure, il y introduit une amélioration en exigeant la continuité des rotations aux noeuds reliant la traverse inférieure aux piedroits.

Ainsi soit le cadre fermé A B C D. On appelle :  $P_{AD}$  et  $\Gamma_{AD}$  respectivement l'effort vertical et le moment fléchissant transmis par le piedroit AD à l'extrémité A de la traverse inférieure,  $P_{BC}$  et  $\Gamma_{BC}$  respectivement l'effort vertical et le moment fléchissant transmis par le piedroit BC à l'extrémité B de la traverse inférieure.



$\gamma$  l'inverse de la longueur élastique défini au paragraphe (C, 2.1) par

$$\gamma = \sqrt[4]{\frac{kB}{4EI}}$$

l la portée du cadre fermé soit la longueur AB.

Monnert, en se basant sur l'étude de Courbon (réf.II), étudie analytiquement la traverse inférieure AB comme étant une poutre sur appuis élastiques infiniment rapprochés. Il exprime les rotations des noeuds A et B, soient  $\omega_A$  et  $\omega_B$ , en fonction des caractéristiques géométriques et mécaniques de la traverse inférieure, des sollicitations appliquées à son extrémité et du module de réaction du sol. Soient

$$\omega_A = f (P_{AD}, \Gamma_{AD}, P_{BC}, \Gamma_{BC}, \gamma, l)$$

$$\omega_B = g (P_{AD}, \Gamma_{AD}, P_{BC}, \Gamma_{BC}, \gamma, l)$$

...

L'auteur ramène ainsi le cas du cadre fermé à une seule travée à celui d'un portique ouvert partiellement encastré aux noeuds A et B. L'étude de ce dernier pouvant être faite, alors, par une méthode classique de résistance des matériaux soit la méthode des rotations.

Cette méthode, quoiqu'elle présente l'avantage de la prise en considération de la continuité des rotations est susceptible des critiques suivantes.

- 1°) Elle admet une discontinuité du déplacement vertical au droit du contact des piedroits et de la traverse inférieure.

Lors de l'étude du cadre fermé, en tant que portique ouvert, par la méthode des rotations, on est amené à considérer que les appuis A et B sont fixes. Or on admet par ailleurs que ces mêmes points subissent un déplacement comme points appartenant à une poutre sur appuis élastiques infiniment rapprochés. Cette incompatibilité des déplacements est négligée dans l'analyse du comportement du cadre fermé par cette méthode.

- 2°) Elle néglige la réaction fournie par l'existence éventuelle d'un massif en contact avec les piedroits.

Dans les applications les plus fréquentes du cadre fermé en génie civil, il existe un massif en contact avec les piedroits. La méthode des rotations comme toute autre méthode de résistance de matériaux employée pour l'étude du portique ouvert, exclut la possibilité de la prise en considération d'une réaction fournie par un tel massif.

- 3°) Cette méthode, basée sur l'étude analytique d'une poutre sur appuis élastiques infiniment rapprochés, admet, par ce fait, les mêmes hypothèses non justifiées, propres à cette dernière méthode et exposées au paragraphe (C, 2.1), à savoir :

- a) que le comportement rhéologique du sol est linéairement élastique
- b) que l'effort et le déplacement, dans la direction de l'axe de l'infrastructure, sont nuls
- c) que chaque appuis, représentant le sol, fournit une réaction quelque soit le sens du déplacement vertical.

De plus l'étude analytique d'une poutre sur appuis élastiques infiniment rapprochés n'étant applicable qu'aux cas des poutres à rigidité flexionnelle constante fondée sur un sol de module de réaction constant, la portée de la méthode spécifique au cadre fermé est limitée aux cas très usuels de ce type de construction.

En conclusion à ce chapitre nous pouvons dire que l'analyse du comportement des structures sur sol, par les méthodes habituellement utilisées, n'est pas satisfaisante ; principalement parce que ces méthodes ne peuvent pas concilier la prise en considération d'une loi de comportement non linéaire du sol et de la continuité de la structure.

...

REFERENCE

==-----==

- I SCHEUCH : Etude de la répartition des contraintes sous les dalles reposant sur le sol, Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air 1962
- II COURBON : Résistance de matériaux, Dunod 1971
- III KERISEL et ADAM : Calcul des forces horizontales applicables aux fondations profondes dans les argiles et limons, Annales I.T.B.T.P. novembre 1967 n° 239
- IV ADAM et LEJAY : Etude des pieux sollicités horizontalement, détermination du module de réaction dans un sol donné, Annales I.T.B.T.P. avril 1971 n° 280
- V KROL : Statique des fondations en béton armé, Dunod 1971
- VI Service spécial des autoroutes. Méthode de calcul des passages inférieurs en cadre fermé de béton armé, Publication du Ministre de l'Equipement novembre 1966

## CHAPITRE II

=====

Afin d'étudier expérimentalement le comportement des structures sur sol, nous avons effectué des essais en modèles réduits. Le but de ces essais est de mesurer les contraintes aussi bien dans la structure qu'au sein du sol.

Le type de structures que nous avons testé est le cadre fermé. Les résultats expérimentaux seront confrontés ultérieurement avec ceux fournis par l'application de la méthode de calcul que nous proposons.

Nous consacrons ce chapitre à la description de la station d'essai en modèles réduits en accordant une attention particulière au problème de mesure expérimentale des contraintes dans le sol.

Ainsi ce chapitre sera divisé en :

### A - LE DISPOSITIF D'ESSAIS, QUI COMPREND :

- I. La cuve
- II. Le matériau de remplissage de la cuve
- III. Le système d'application des forces
- IV. La charpente métallique
- V. Le système de mesure.

### B - L'ETUDE DU PROBLEME DE MESURE EXPERIMENTALE DES CONTRAINTES DANS LE SOL

...

## A - DESCRIPTION DU DISPOSITIF D'ESSAIS

---

### I. LA CUVE

La cuve est parallélipipédique, de dimensions intérieures  
 $a = 3,4 \text{ m}$  ;  $b = 2,2 \text{ m}$  ;  $h = 1,75 \text{ m}$  (photo 1)

Ces dimensions assez grandes ont été choisies dans le souci de s'abstraire des effets de parois. Les parois latérales ainsi que le fond sont en béton et ont une épaisseur de 10 cm. Elle est enterrée dans le sol sur une profondeur de 1,2 m (fig II, 1)

Pour éviter l'influence de l'humidité du terrain extérieur sur le matériau de remplissage de la cuve, on a ajouté un adjuvant d'étanchéité au béton et on a tapissé les parois et le fond avec une feuille de polyuréthane.

### II. LE MATERIAU

Le sol de remplissage de la cuve est un sable de verrerie, provenant de la région de Compiègne. Purement silicieux, il est constitué de grains arrondis.

Ce sable livré à une teneur en eau d'environ 4 %, a été complètement séché et tamisé. Il a été mis en place sans compactage.

Les essais de laboratoire suivants ont été exécutés en vue d'en déterminer les principales caractéristiques :

1°) Courbe granulométrique (fig II, 2)

On remarque que ce sable est très homogène. Il peut être rangé dans la catégorie L.P.C. du sable moyen.

2°) Caractéristiques intrinsèques à la rupture  $c$  et  $\phi$  (fig II, 3)

Le cisaillement rectiligne à la boîte de Casagrande conduit à une cohésion nulle et à un angle de frottement interne de  $28^{\circ} 20'$  pour une compacité moyenne.

3°) Courbe contrainte - déformation (fig II, 4)

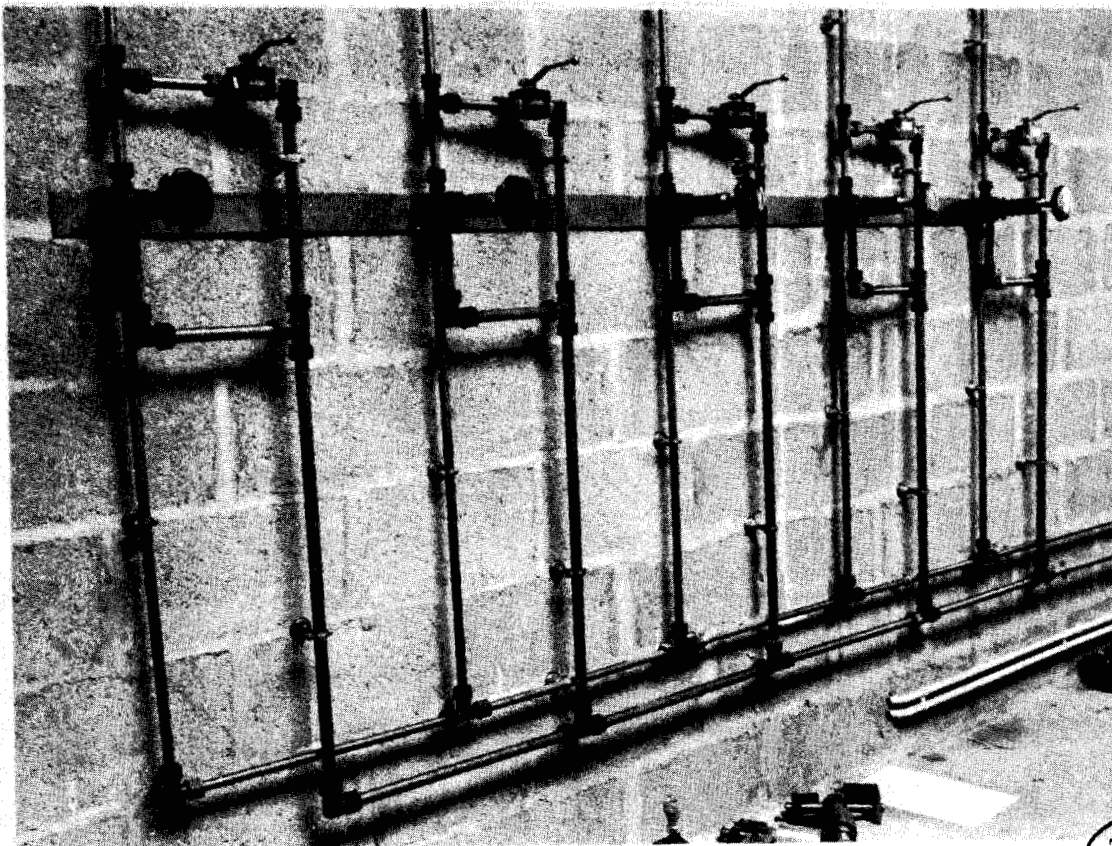
Nous avons procédé à un essai de chargement de plaque rigide  $30 \times 30 \text{ cm}$  recevant une force centrée.

Il s'agit d'un essai peu satisfaisant d'approche du comportement contrainte - déformation du milieu qui n'a été choisi que parce qu'il est assez classique et utilisé habituellement pour la détermination d'un module de réaction et de la loi du comportement du sol.

...



PHOTO 1 . La cuve d'essais avant remplissage



BHS  
LILLE

PHOTO 2. Le dispositif des tuyaux rigides

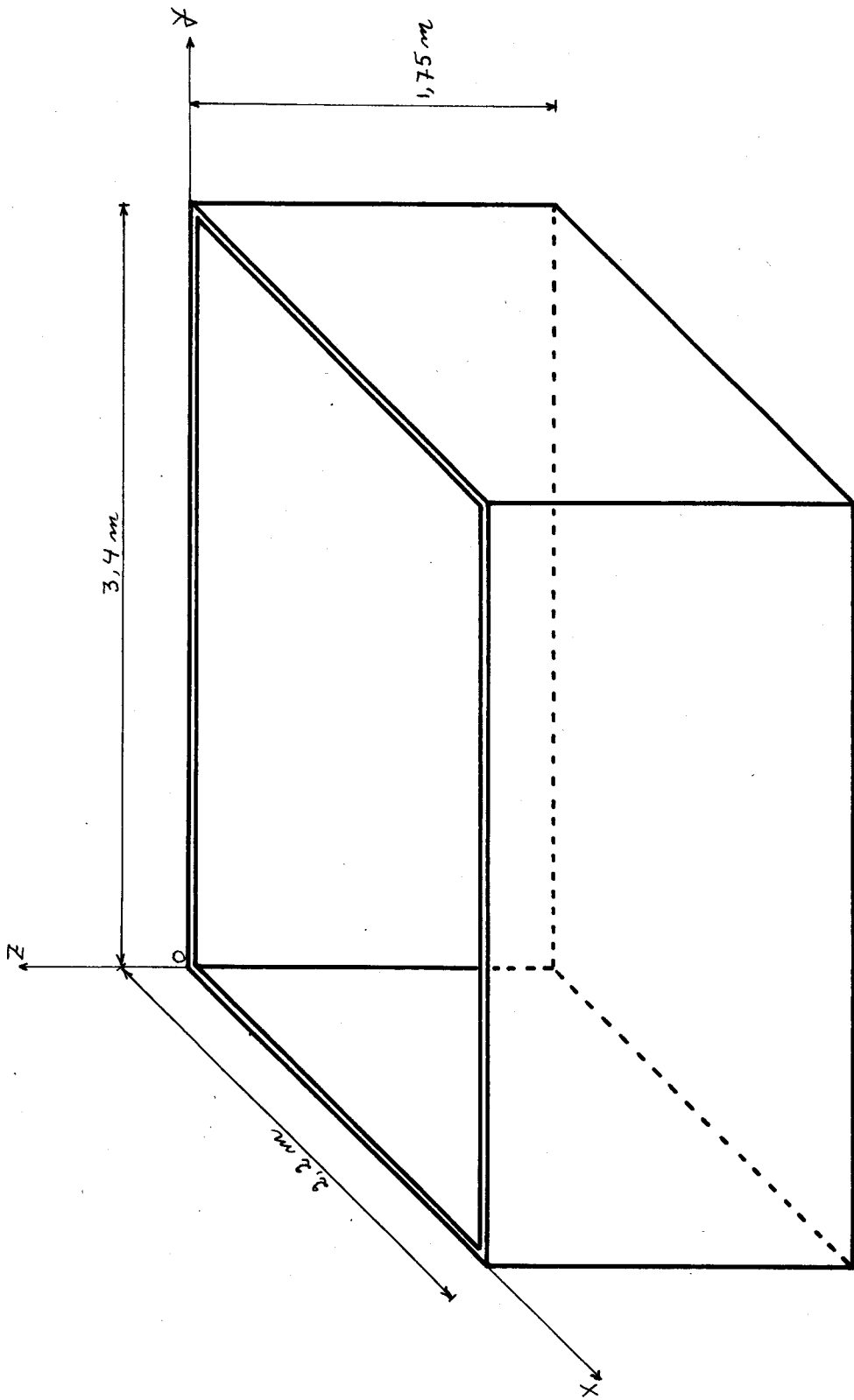
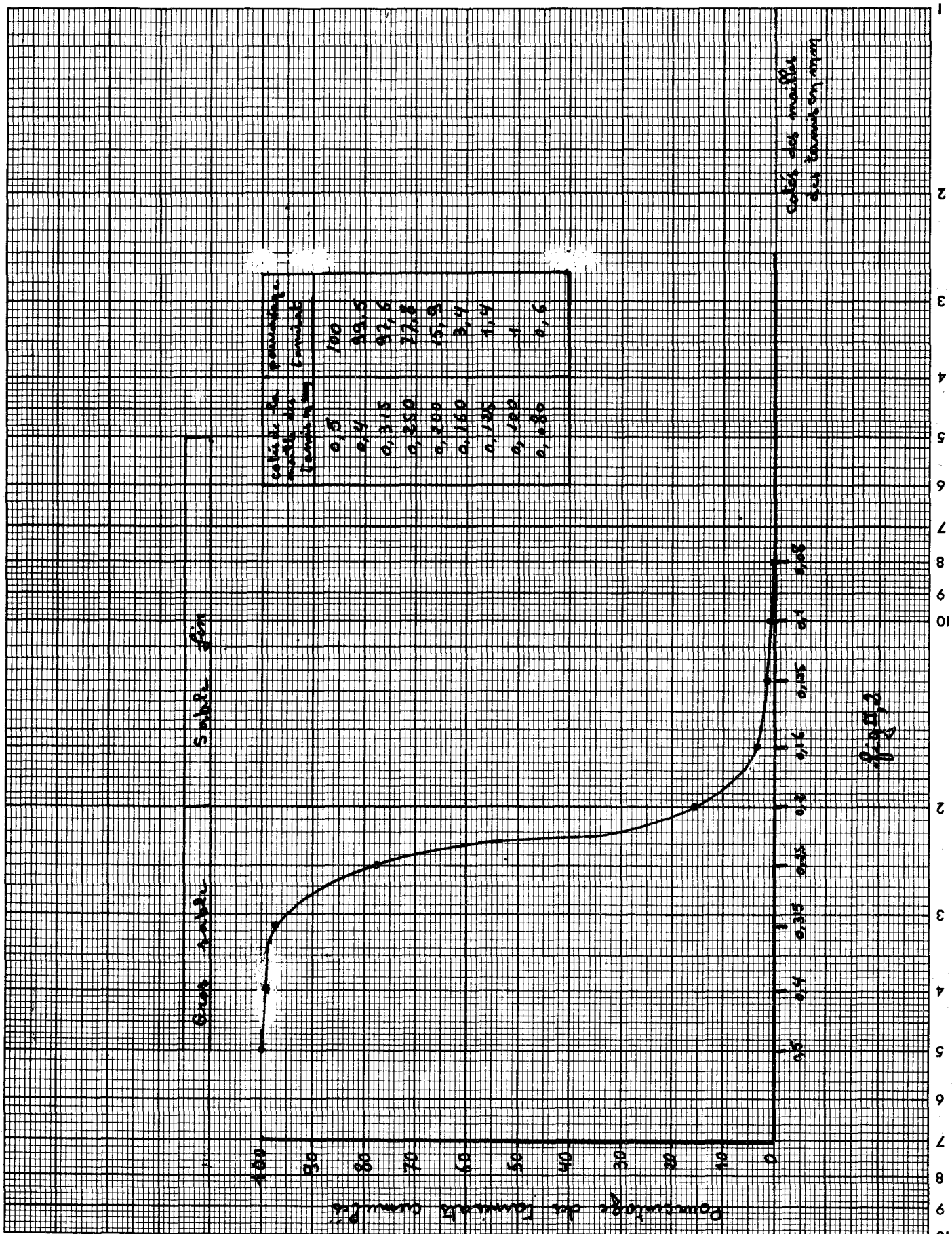


fig II, 1





Sable fin

Sable fin

fig. 2





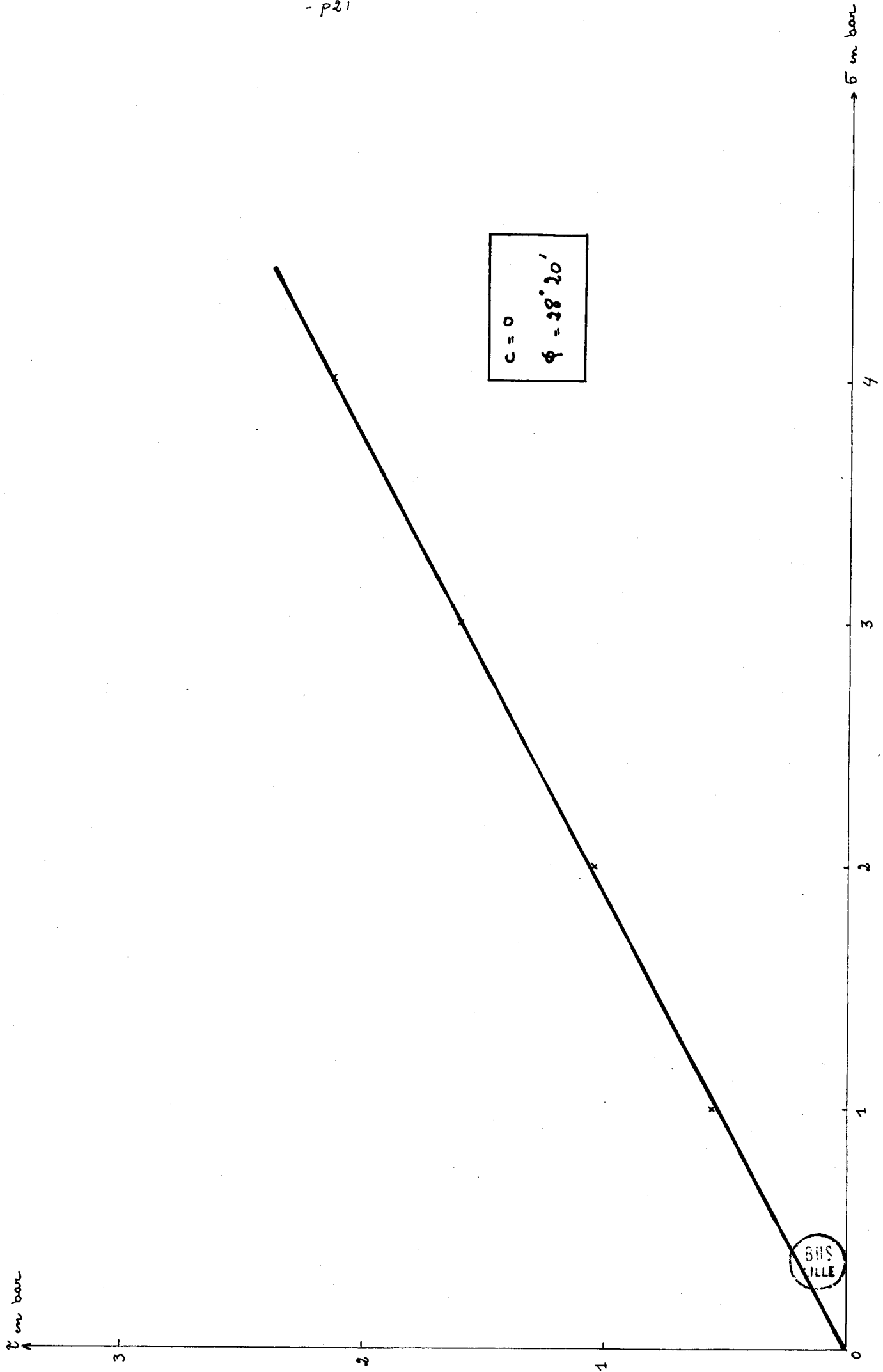


fig II, 3

BUSVILLE

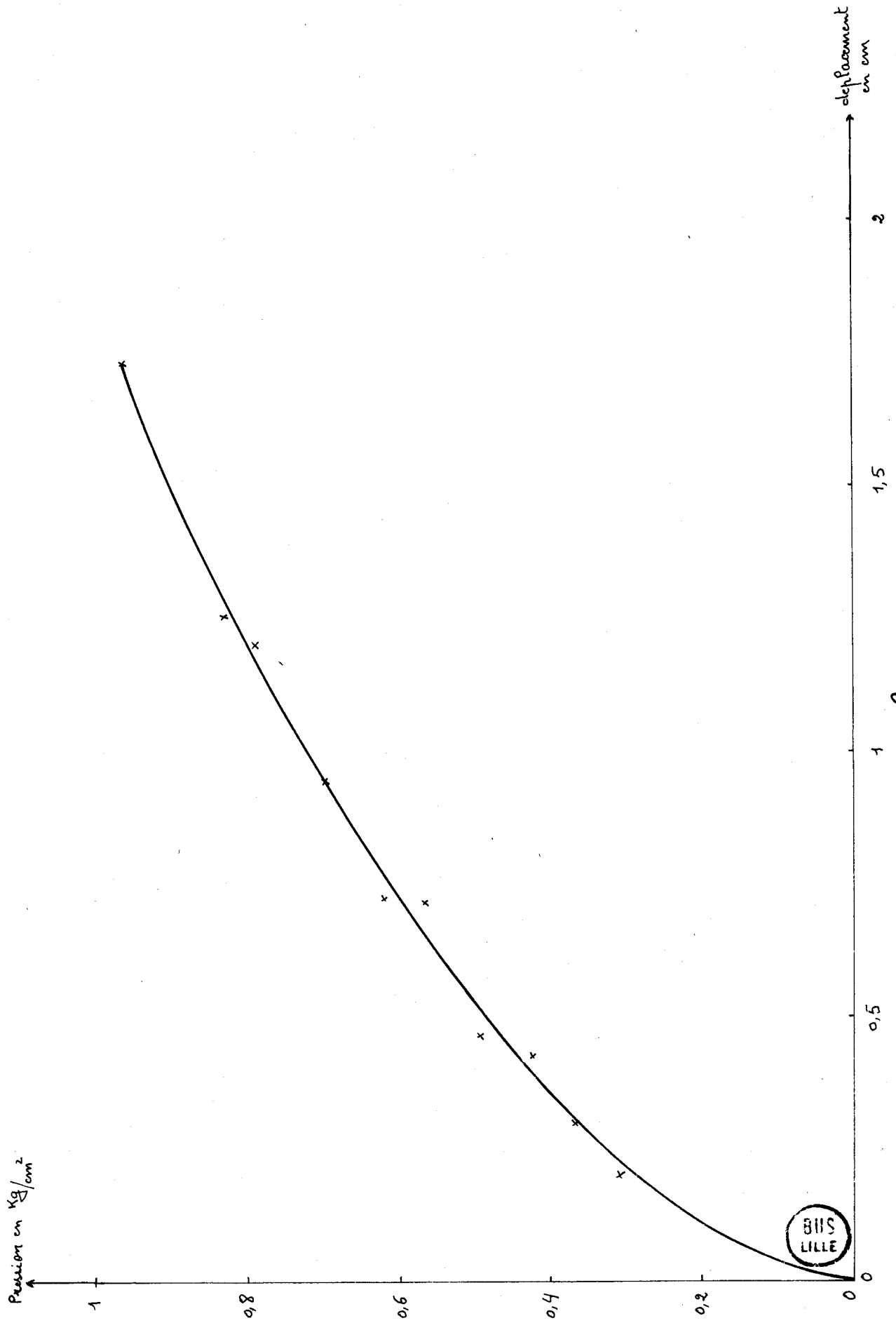


fig II, 4

### III. SYSTEME D'APPLICATION DES FORCES

Le système d'application des forces, qui trouve sa réaction dans une charpente métallique qui sera décrite au paragraphe suivant, est constitué par un ensemble de 15 vérins hydrauliques reliés à un groupe moto-pompe par un circuit hydraulique composé de tuyaux rigides et de tuyaux souples.

#### III.a) Groupe moto pompe

C'est un groupe moto-pompe électrique de puissance 5 ch. qui fournit un débit unique de 9,91/min. et une pression variable de 20 à 200 bars.

#### III.b) Tuyaux rigides (photo 2)

La sortie de la pompe est reliée à un tuyau principal qui alimente 5 branches indépendantes ; chacune de ces dernières est équipée de :

- 1) un réducteur de pression réglable par volant qui assure une pression stabilisée à sa sortie et allant de 20 à 200 bars
- 2) un robinet relié au tuyau de retour qui permet de fermer ou d'ouvrir le circuit hydraulique
- 3) une prise de manomètre
- 4) une déviation en croix située à son extrémité qui permet d'avoir trois prises de pression destinées à recevoir les tuyaux souples.

#### III.c) Tuyaux souples (photo 3)

Les vérins pouvant changer de position d'un essai à l'autre, leur alimentation se fait par des tuyaux souples.

On dispose de deux types de ces tuyaux ; le premier destiné à alimenter les vérins  $\varnothing$  70 et le second à alimenter les vérins  $\varnothing$  40 ; leurs diamètres intérieurs respectifs sont 15,9 mm et 10,3 mm.

Chaque extrémité d'un tuyau souple est équipé d'un dispositif qui permet de relier rapidement et facilement ce tuyau soit :

- 1) à l'orifice du vérin
- 2) à une prise de pression
- 3) à un autre tuyau souple

L'intérêt de ce dispositif réside dans la possibilité d'avoir une gamme assez étendue de longueur de tuyaux souples.

Les caractéristiques des tuyaux sont résumées dans le tableau suivant :

NOMBRE	LONGUEUR	DIAMETRE
9	1,5 m	15,2 mm
6	1,5 m	10,3 mm
3	1,1 m	10,3 mm
3	0,9 m	10,3 mm
3	0,5 m	10,3 mm

#### III.d) Vérins

On emploie des vérins à simple effet de pression de service de 200 bars ; on dispose de 9 vérins de diamètre 40 mm et 6 vérins de diamètre 70 mm. Chaque vérin du premier type peut exercer une force maximale de 2,5 tonnes, et chaque vérin du second type une force maximale de 7,7 tonnes.

#### IV. CHARPENTE METALLIQUE

La réaction des vérins est reprise par une charpente métallique constituée de deux portiques situés dans deux plans parallèles au plan OYZ. (fig II, 5 et fig II, 6)

Chaque portique est composé de deux poteaux en IPN 200 de 330 cm de longueur dont 90 cm enterrés dans le sol, et d'une traverse en IPE 500 de 427 cm de longueur (photo 4), une soudure assure la liaison de ces deux éléments (photo 5).

Sur les semelles inférieures des deux traverses viennent prendre appui cinq poutres IPE 300 dont les axes sont parallèles au plan OXZ et sur lesquelles s'appuient les différents vérins (photo 6).

D'un essai à un autre les points d'application des forces sur le modèle réduit peuvent changer de coordonnées x et y ; donc le positionnement des vérins doit pouvoir être effectué indépendamment dans deux plans parallèles à OXZ et OYZ.

Le positionnement dans un plan parallèle à OXZ est assuré par la possibilité de coulissement de la poutre IPE300 sur les semelles inférieures des deux traverses IPE 500 des deux portiques (photo 7).

Le positionnement des vérins dans un plan parallèle à OYZ est assuré par le mode de fixation du vérin à la poutre IPE 300 (photo 8)

En effet, ce dispositif assume les trois fonctions suivantes :

1. le coulissement du vérin suivant l'axe OX
2. la verticalité de l'axe du vérin, ceci à l'aide des trois vis ABC
3. la coïncidence de l'axe du vérin avec celui de l'âme de la poutre IPE 300, ceci à l'aide des deux vis D et E.

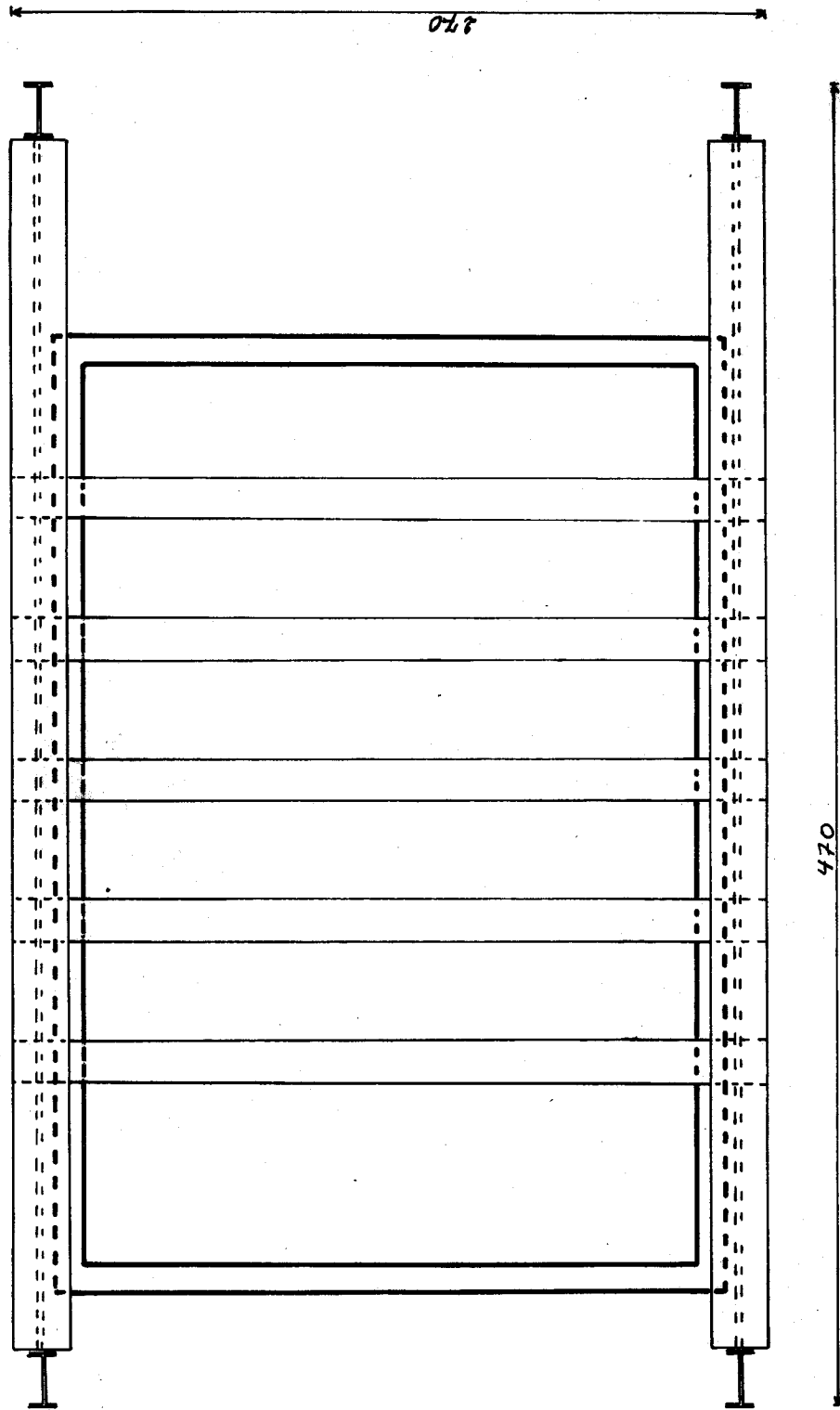


fig II, 5



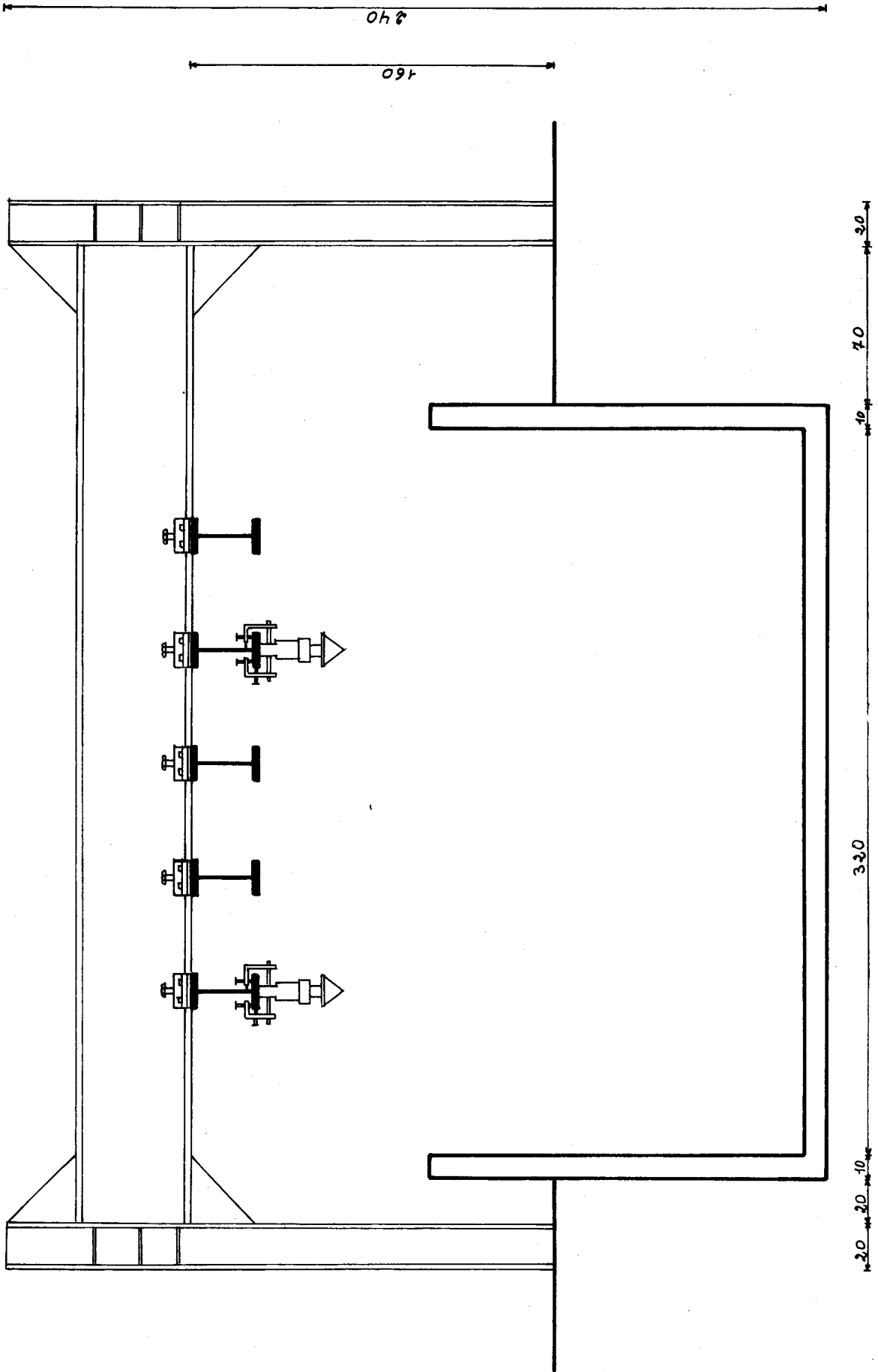


fig II, 6



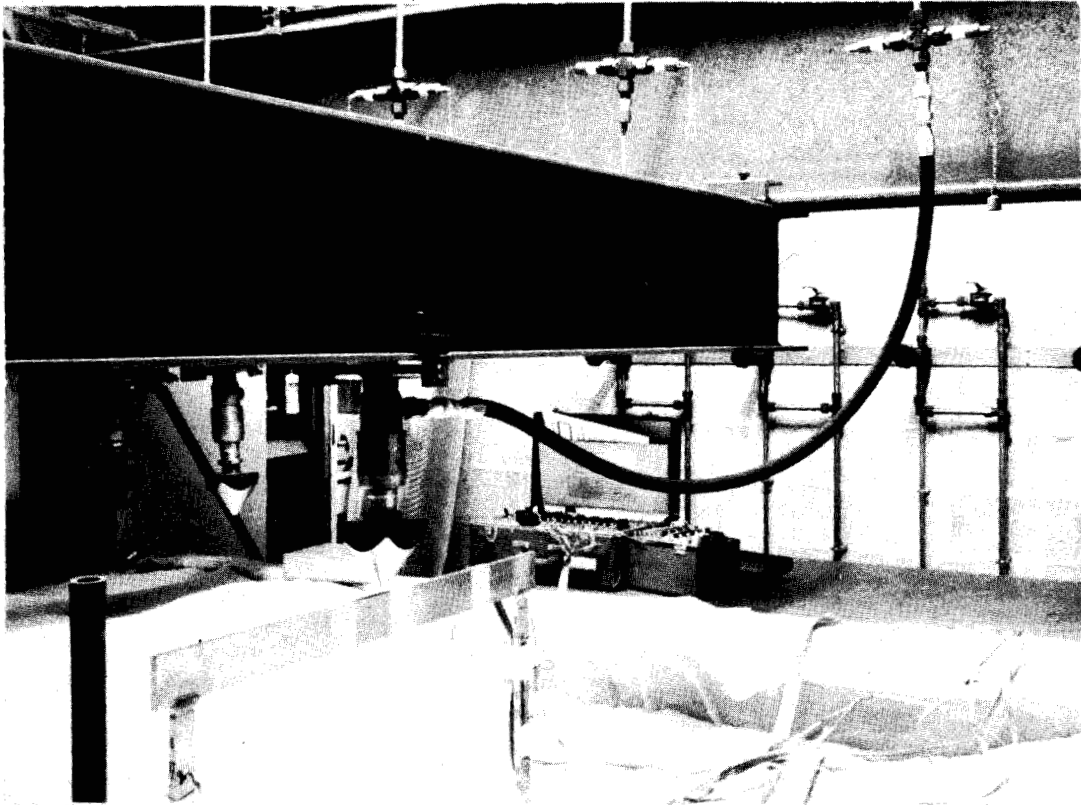


PHOTO 3. Dispositif de tuyau souple

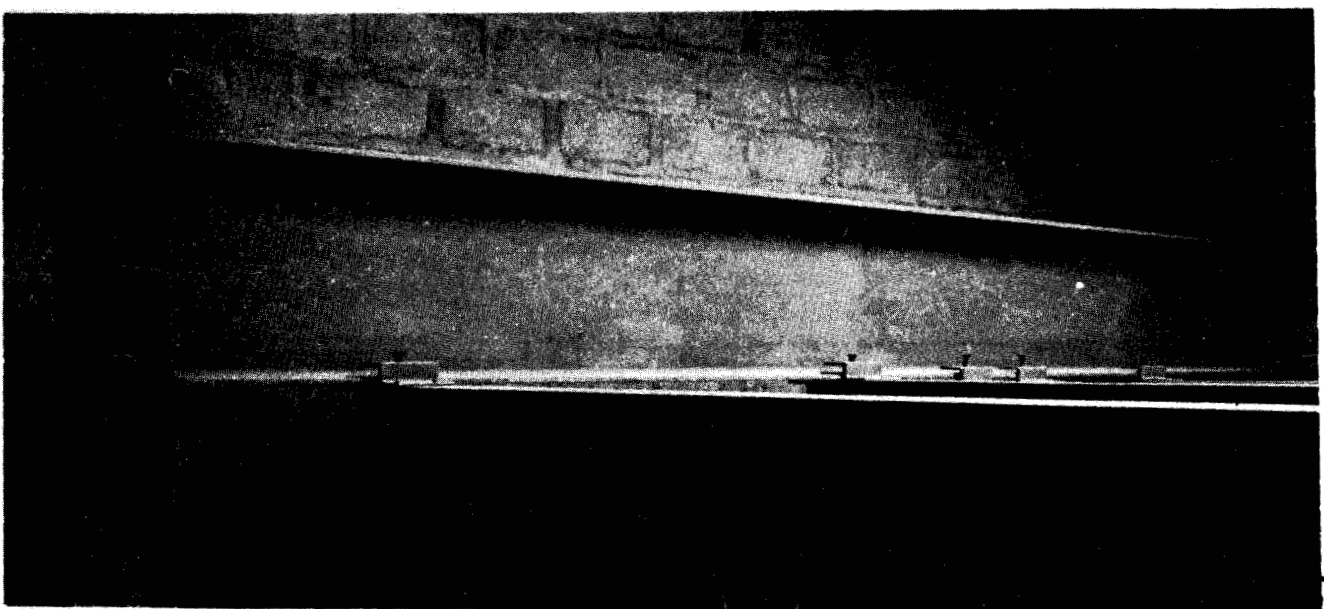


PHOTO 4. Charpente métallique

S  
LILLE

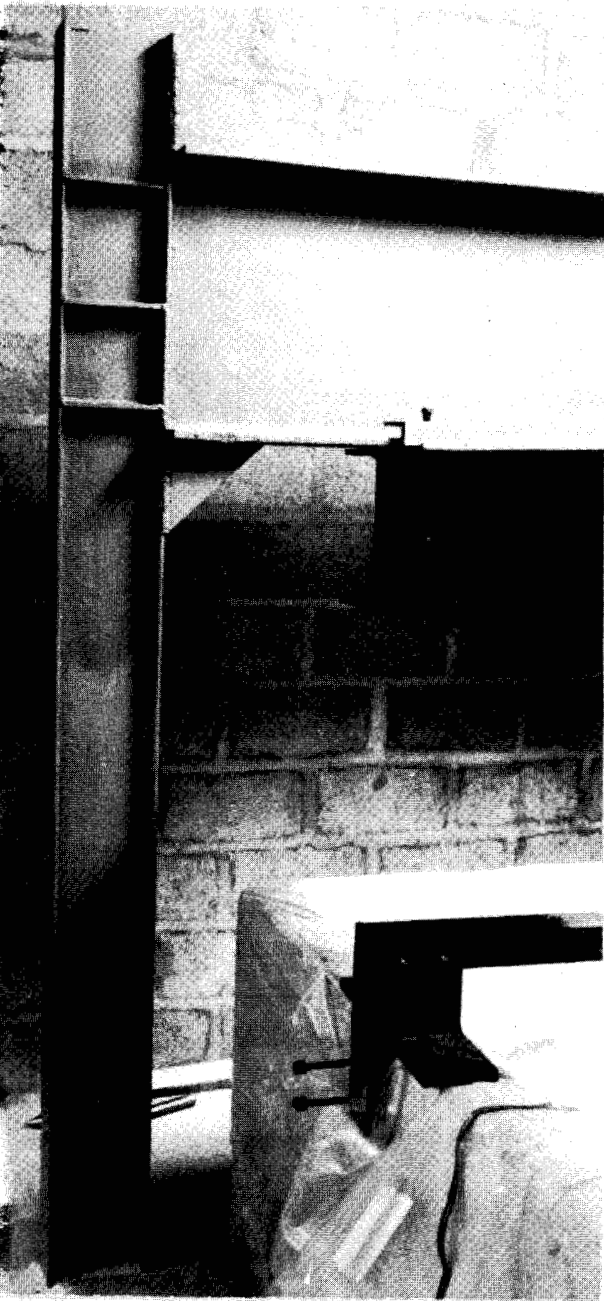
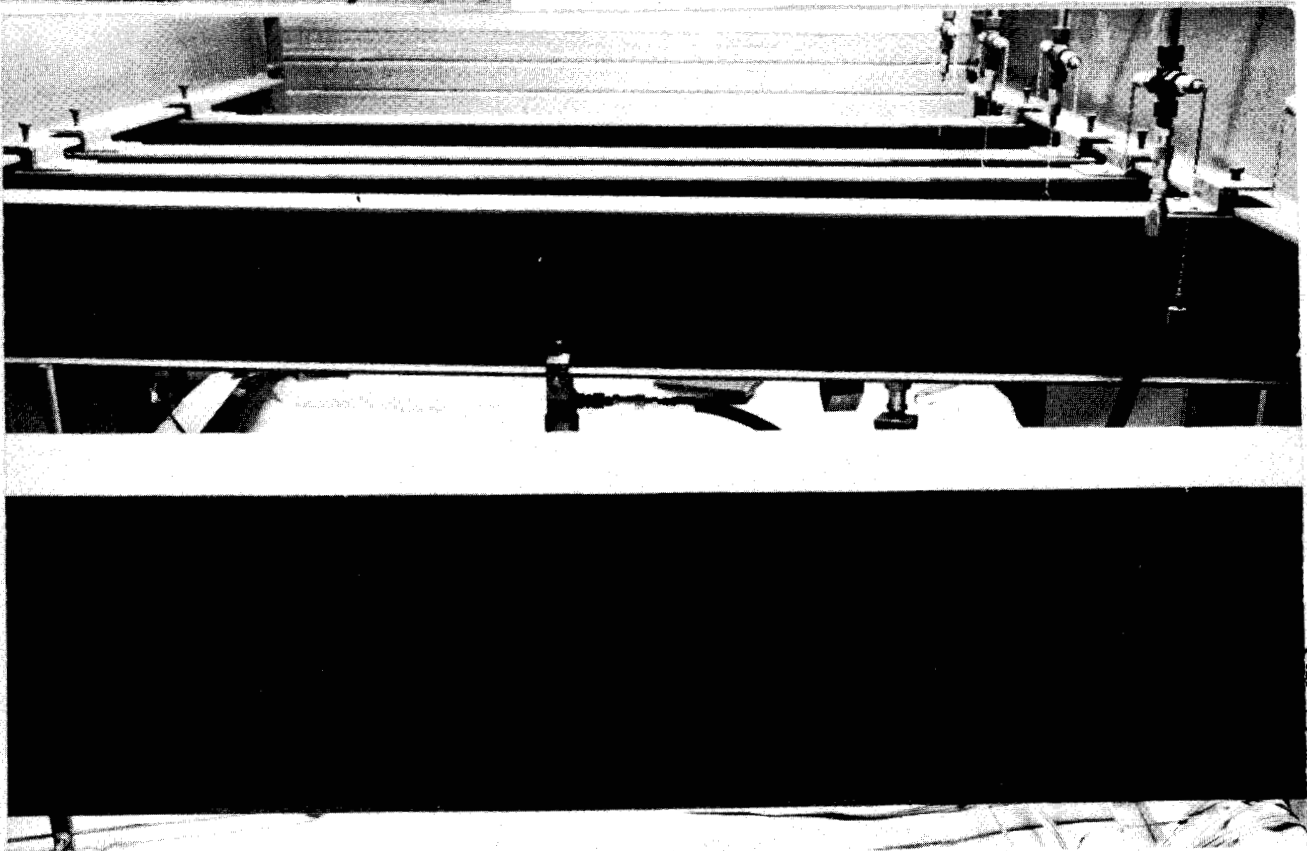


PHOTO 5. Charpente métallique  
(liaison - traverse longitudinale et poteau)

PHOTO 6. Charpente métallique  
(poutres transversales)



3115  
VILLE



PHOTO 7. Charpente métallique  
(liaison traverse longitudinale et  
poutre transversalle)

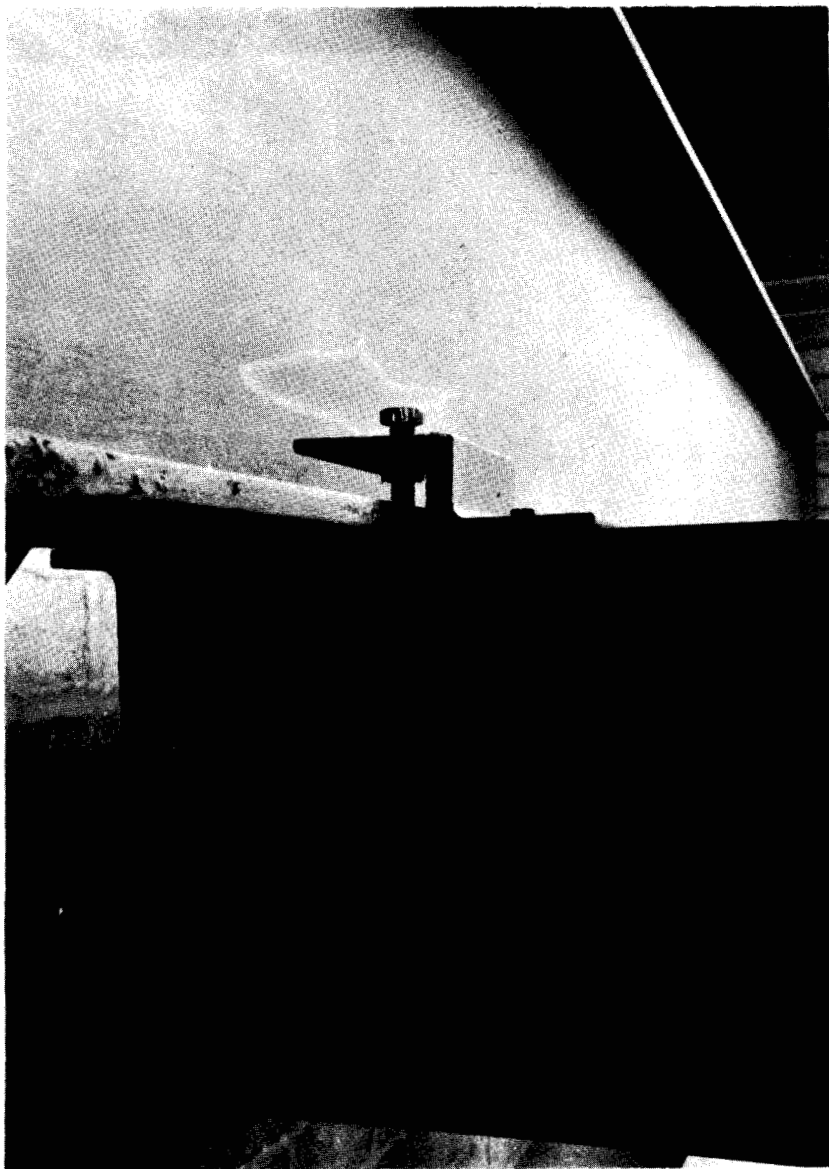


PHOTO 8. Charpente métallique  
(liaison poutre transversalle et vérin)

## V. SYSTEME DE MESURE

### v.a) Système de mesure du déplacement du modèle réduit

Les déplacements du modèle réduit sont mesurés à l'aide de comparateurs à 1/100 mm. Ces comparateurs sont supportés par une structure complètement indépendante de la charpente métallique, du modèle réduit, et du matériau de la cuve. Elle est en effet portée par un tube carré prenant appui sur les bords de la cuve (photo 9).

Les comparateurs peuvent effectuer une rotation quelconque autour de leur support ce qui permet de faire coïncider les palpeurs avec la direction selon laquelle la mesure est effectuée (photo 10).

### v.b) Système de mesure des déformations dans le modèle réduit

L'emploi des jauges électriques d'extensométrie permet de mesurer les déformations planes dans le modèle réduit et d'en déduire les contraintes.

Sur chaque modèle réduit est collé un nombre suffisant de jauges unidirectionnelles et des rosettes pour la détermination du tenseur de déformation planes en plusieurs points.

## B - ETUDE DU PROBLEME DE MESURES EXPERIMENTALES DES CONTRAINTES DANS LE SOL

Pour déterminer expérimentalement les contraintes dans le sol, il faudrait pouvoir mesurer toutes les composantes du tenseur des contraintes effectives. Mais un tel capteur, en dépit des recherches de nombreux expérimentateurs, n'existe pas. (réf. I)

Les capteurs que nous avons fabriqués sont destinés à la mesure de la composante normale de la contrainte.

Le corps d'épreuve est en bronze au béryllium, matériau linéairement élastique, il a la forme d'un disque creux dont la base supérieure, ayant une épaisseur de 4/10 mm sert de membrane affleurante.

Sur cette dernière et sur la face intérieure est collée une jauge de déformation circulaire ayant une configuration qui permet de donner un signal de sortie maximal (réf. II) (fig II, 7)

La pression dans le sol, déprimant le capteur, modifie les résistances électriques de la jauge de déformation. Le signal de sortie est donc fonction de la pression mesurée.

On a étalonné le capteur sous une pression hydraulique connue. Dans ce but, on a employé la cellule de l'appareil triaxial. (photo 11 et 12)

...



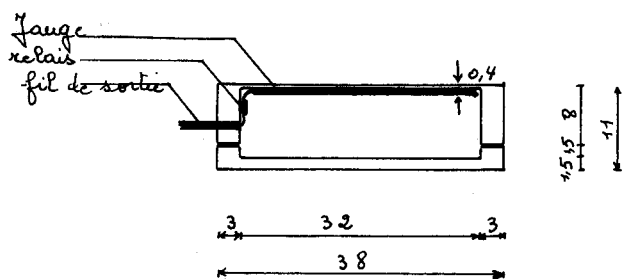
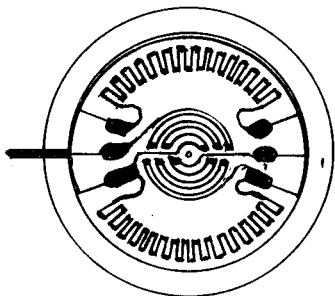


fig II, 7

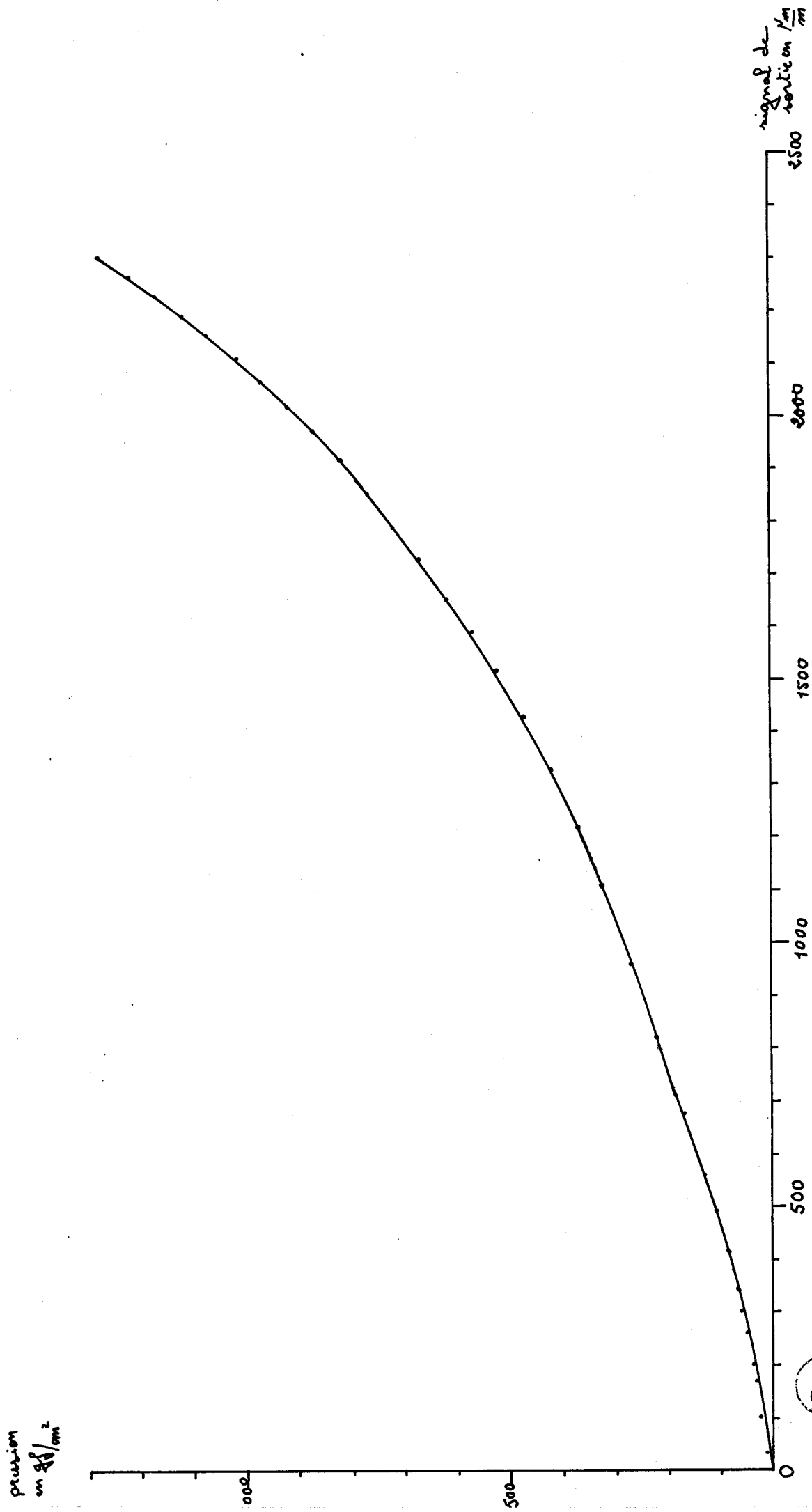


fig II, 8

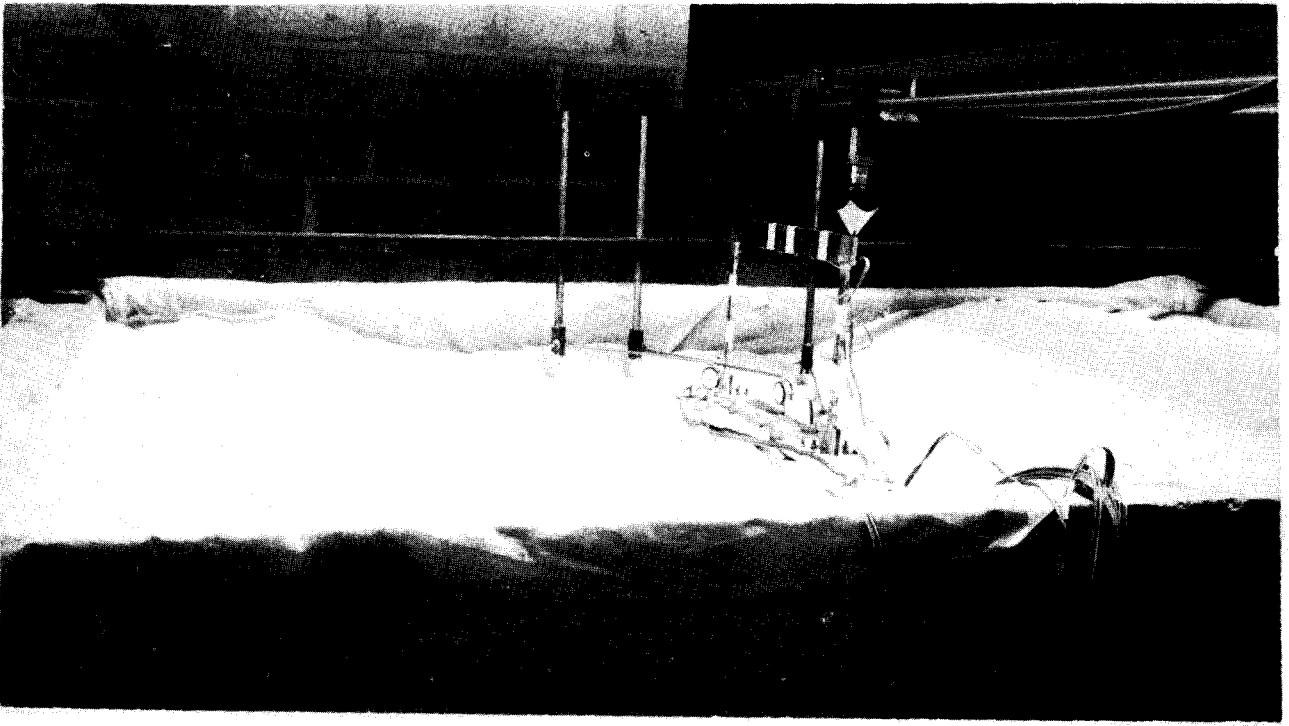


PHOTO 9. Système de mesure des déplacements

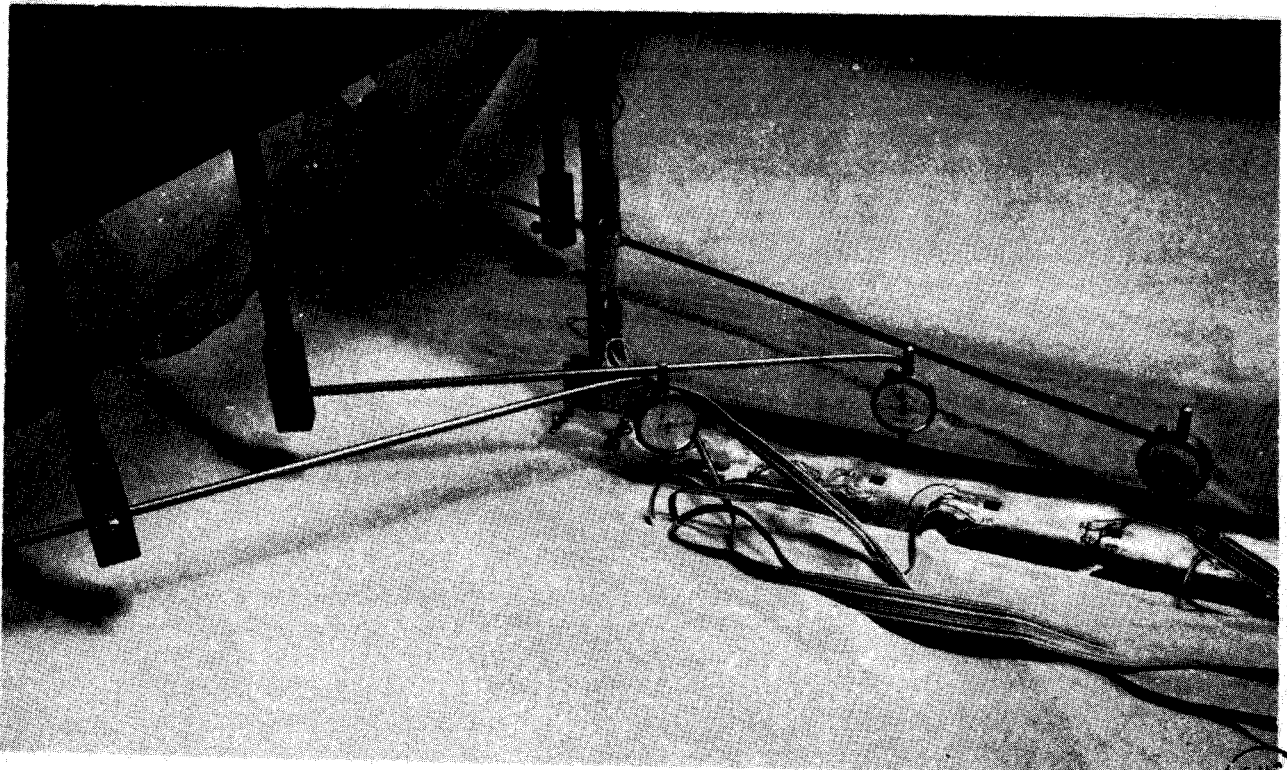


PHOTO 10. Système de mesure des déplacements

BUS  
LILLE

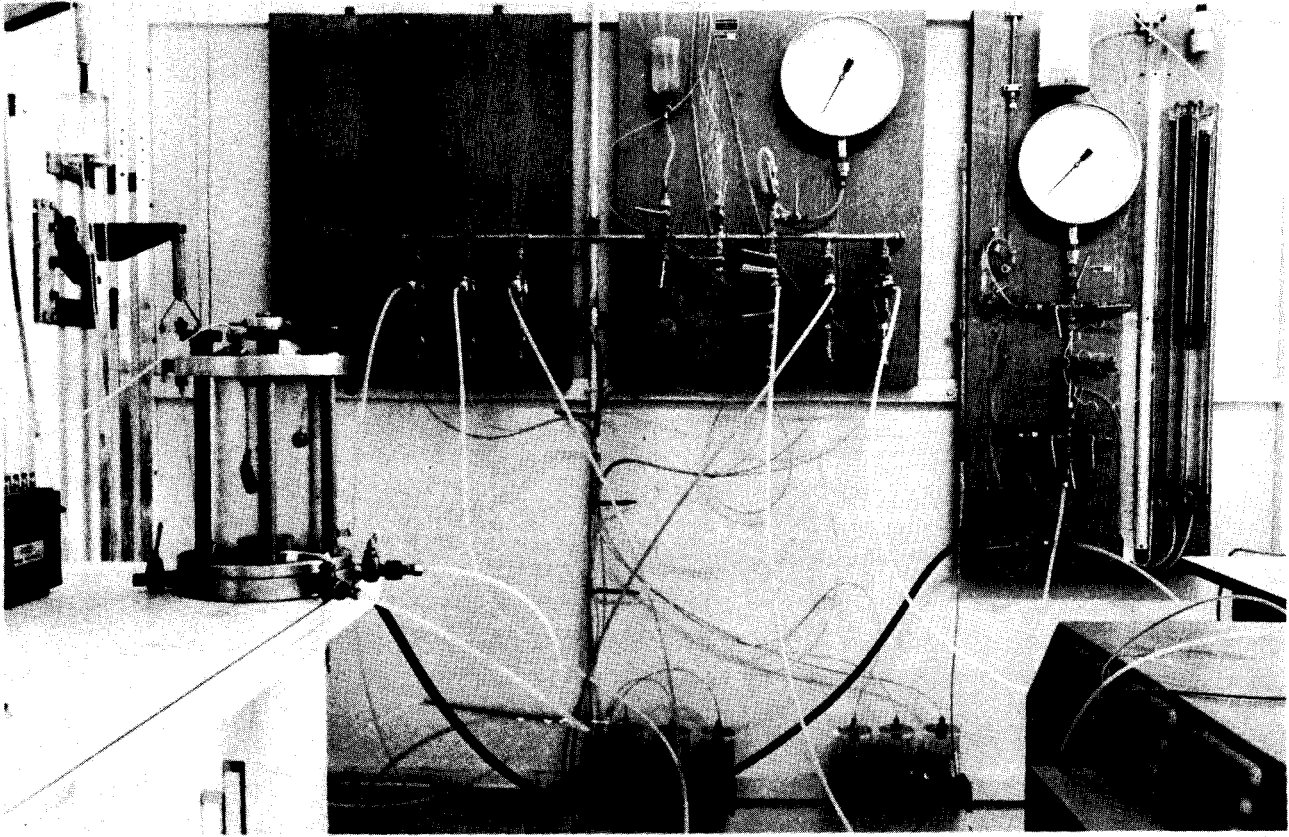


PHOTO 11. Dispositif de l'essai triaxial employé pour l'étalonnage des capteurs

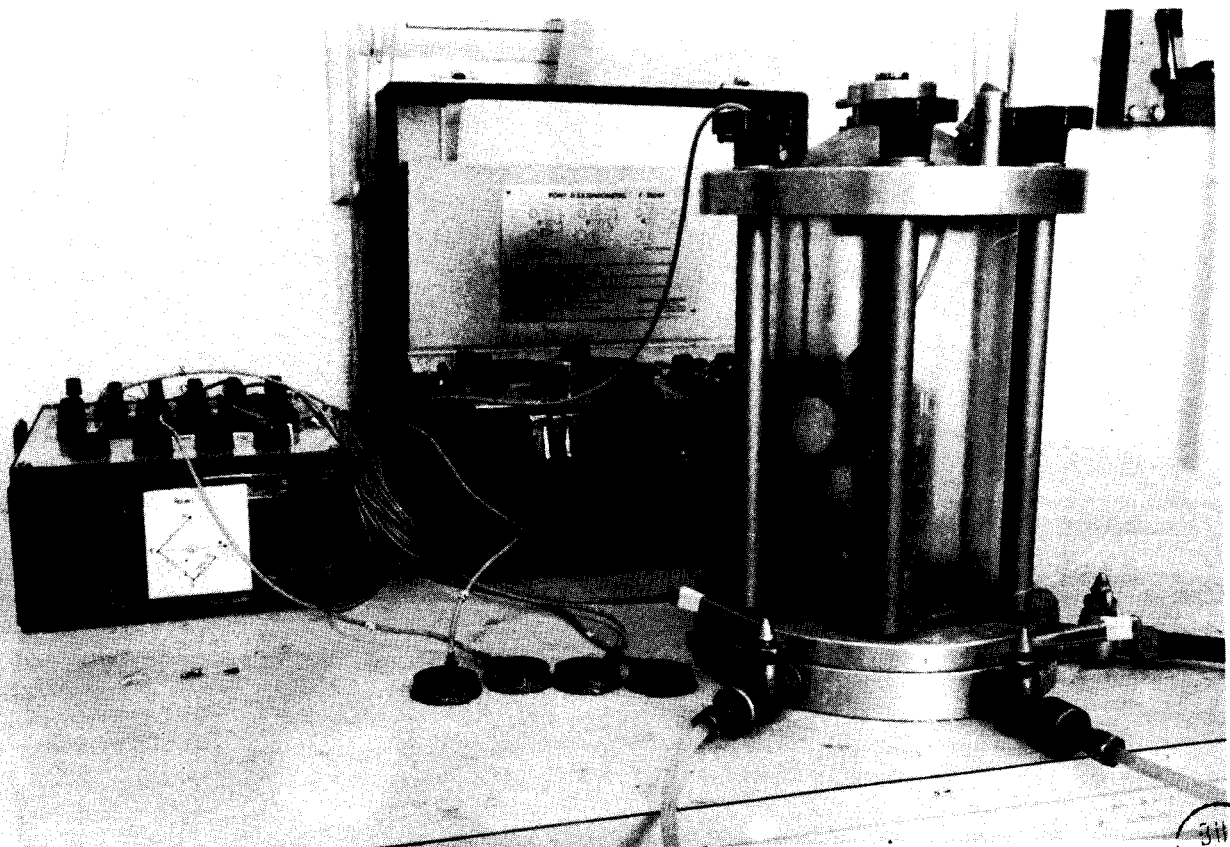


PHOTO 12. Etalonnage d'un capteur

SWS  
LILLE

Cet étalonnage a été effectué avec des paliers de pression de 50 gf/cm<sup>2</sup>. On obtient ainsi la courbe spécifique à chaque capteur (fig II, 8).

Notons que l'on dispose de 15 capteurs étalonnés pour être immergés dans le sol à des endroits différents.

Résumons les caractéristiques essentielles de ce capteur :

#### 1. Etendue de mesure

Elle est définie comme étant la différence algébrique entre les valeurs extrêmes pouvant être prises par la grandeur à mesurer pour laquelle les caractéristiques métrologiques du capteur définies par ailleurs sont garanties (réf. III). La valeur maximale que la contrainte à mesurer peut prendre est 1 300 gf/cm<sup>2</sup>, la minimale est de 40 gf/cm<sup>2</sup>. L'étendue de mesure est donc de 1 260 gf/cm<sup>2</sup>.

#### 2. Sensibilité

C'est le quotient d'une variation du signal de sortie par la variation correspondante du signal d'entrée. Mais, puisque la courbe d'étalonnage n'est pas linéaire, la sensibilité du capteur dépend de la valeur de la contrainte à mesurer. En outre, la sensibilité diffère d'un capteur à un autre. Pour donner un ordre de grandeur, notons que cette sensibilité est de l'ordre de  $1,5 \frac{\mu\text{m/m}}{\text{gf/cm}^2}$

#### 3. Précision

C'est la qualité qui caractérise l'aptitude d'un instrument à donner des indications proches de la valeur vraie de la grandeur mesurée. Il nous paraît difficile de chiffrer la précision de ce capteur. Dans un paragraphe ultérieur, nous étudierons qualitativement les facteurs qui peuvent introduire des erreurs sur la valeur exacte de la contrainte à mesurer. Mais notons dès maintenant que c'est la comparaison entre les contraintes mesurées en différents points du sol qui nous intéresse en premier lieu.

#### 4. Erreur de mobilité

C'est la variation maximale de la grandeur mesurée qui ne provoque pas de variation décelable de l'indication du capteur. On constate lors de l'étalonnage qu'une différence de pression de 10 gf/cm<sup>2</sup> est décelable par le capteur. L'erreur de mobilité est donc inférieure à 0,8 % de l'étendue de mesure.

#### 5. Erreur d'hysteresis

Pour chaque valeur de la grandeur d'entrée, il existe deux valeurs de l'indication du capteur dans le cycle d'hysteresis. L'écart maximal constaté sur ces deux valeurs pendant l'étalonnage de tous les capteurs est de 20  $\mu\text{m/m}$ . L'erreur d'hysteresis est donc inférieure à 1,3 % de l'étendue de mesure.

...



## 6. Influence de la variation de température

Il est évident qu'une variation de température influe sur le signal de sortie. Mais du fait que la température est quasiment constante, aussi bien lors de l'étalonnage que de l'essai, la variation de température est insignifiante.

## 7. Finesse

C'est la qualité exprimant l'aptitude du capteur à donner la valeur de la grandeur à mesurer sans modifier celle-ci par sa présence. Pour les capteurs de précision, la finesse est indiquée par son volume mort et son volume de respiration.

Volume mort : 8,14 cm<sup>3</sup>

Volume de respiration : 0,040 cm<sup>3</sup>

## 8. Domaine de non détérioration

Il est défini par les valeurs limites que peuvent atteindre d'une part la grandeur d'entrée, d'autre part les grandeurs étrangères sans que les caractéristiques métrologiques soient altérées après disparition des surcharges appliquées. Nous avons déterminé ce domaine pour deux des quinze capteurs : il est supérieur à 1,5 x l'étendue de mesure.

## 9. Fidélité

On a étalonné trois fois chaque capteur dans la cellule hydrostatique. La courbe d'étalonnage a été tracée d'après la moyenne arithmétique des trois étalonnages. On définit la fidélité comme étant l'écart maximal entre le signal de sortie lors d'un étalonnage et la moyenne arithmétique des 3 signaux de sortie correspondant à la même pression. Cet écart vaut 8  $\mu\text{m/m}$  pour le capteur le moins fidèle.

On constate que les caractéristiques de ce capteur sont bonnes, néanmoins la mesure faite dans le sol, est susceptible des critiques suivantes :

1°) Le capteur introduit une discontinuité au sein du massif de sol.

En effet, tout instrument de mesure modifie la grandeur mesurée, le problème est de rendre cette modification minimale. Il est évident que le capteur introduit une discontinuité dans le milieu continu constitué par le sol. Cette discontinuité est due à la différence de compressibilité entre le sol et le capteur, ce dernier étant peu compressible. On réduit au minimum cette différence en prenant pour le capteur des caractéristiques géométriques et mécaniques adéquates.

2°) La direction de la contrainte mesurée est incertaine :

Pour mesurer la contrainte dans une direction  $n$  on place le capteur de manière à avoir la membrane affleurante orthogonale à cette direction. Cette mise en place du capteur est assez délicate et demande une attention particulière lors de la préparation de l'essai.

En outre, la déformation du sol au cours de l'essai influe sur l'orientation du capteur.

3°) La courbe d'étalonnage établie ne traduit pas fidèlement la loi entre contrainte à mesurer et signal de sortie lorsque le capteur est placé dans le sol.

Le fait que l'étalonnage du capteur est effectué dans un liquide et que la contrainte mesurée lors d'un essai s'exerce dans un massif de sol, modifie la loi d'étalonnage pour les raisons suivantes :

- a) si le capteur est mis dans le sol, la déflexion du centre de la membrane, si petite soit-elle, provoque un effet de voûte avec report de contrainte de sorte que les contraintes normales sont plus fortes que les contraintes à mesurer. Par contre, ce phénomène n'existe pas si le capteur est mis dans une cellule hydraulique.
- b) en supposant dans ce paragraphe, que la contrainte normale à la membrane du capteur soit principale, on constate que le rapport entre la contrainte supposée principale  $\sigma_1$  et les autres contraintes principales n'est pas le même lorsqu'il s'agit d'un liquide ou du sol. En effet, dans le 1er cas, ce rapport est égal à l'unité, dans le deuxième cas, les autres contraintes principales sont supposées égales entre elles et, sans doute possible, inférieures à l'unité. Donc pour la même valeur de la contrainte normale  $\sigma_1$  existant dans un point, le tenseur de contrainte n'est pas le même si ce point est dans un massif de sol ou s'il est dans une cellule hydrostatique. La déformabilité du capteur donc le signal de sortie, étant, en toute généralité, fonction du tenseur de contrainte le même capteur se déforme différemment sous la même contrainte normale  $\sigma_1$  selon qu'il est placé au sein du sol ou dans une cellule hydrostatique.
- c) si la contrainte à mesurer  $\sigma_x$  qui est normale à la membrane du capteur, n'est pas principale, l'influence du phénomène évoqué au paragraphe précédent s'aggrave. En effet, le tenseur de contrainte au sein du massif de sol aura la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

Par contre, le tenseur de contrainte au sein de la cellule hydrostatique aura la forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \sigma_H & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_H & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_H \end{pmatrix}$$

...

Il est évident que même si  $\sigma_x = \sigma_H$  la déformabilité du capteur ne serait pas la même, si on lui applique l'un ou l'autre tenseur. Le signal de sortie est donc différent lorsque pour la même contrainte normale  $\sigma_x$  le capteur est mis dans la cellule hydrostatique ou dans le sol.

d) Le signal de sortie dépend de la nature du sol où il est placé.

La déformabilité du capteur ne dépend pas seulement du tenseur de contrainte qui lui applique mais aussi de ses caractéristiques de déformabilité. Ceux-ci sont fonction - entre autres- de la nature du matériau qui l'entoure. Donc le même capteur ne donne pas le même signal s'il est mis dans deux sols de caractéristiques différentes. D'après CAQUOT (réf. IV) les facteurs qui influent sur le signal de sortie pour un sable :

- le degré de son serrage
- la forme de ses grains
- sa fraction fine
- sa courbe granulométrique
- sa teneur en eau.

Cette critique ne modifie pas les valeurs relatives des contraintes obtenues lors de nos essais, car le sol ne change pas d'un essai à un autre.

En conclusion, on constate que ce genre de capteur est loin d'être parfait, mais nous estimons que sa précision est suffisante. En effet, pour répondre sommairement à ces critiques, notons que :

1. La discontinuité créée par l'existence du capteur est inévitable, et commune à tous les instruments de mesure. Son influence peut être négligeable en choisissant des caractéristiques adéquates.
2. L'incertitude sur la direction de la contrainte mesurée peut être négligeable en portant une attention particulière à la mise en place des capteurs. La contrainte à mesurer lors de nos essais étant souvent verticale, l'emploi d'une nivelle de précision assure d'une manière satisfaisante l'horizontalité de la membrane. De plus, une vérification de cette horizontalité après la fin de plusieurs essais nous montre que le changement de l'orientation du capteur est insignifiante.
3. L'influence de la différence entre le tenseur de contrainte dans la cellule hydrostatique et celui existant dans le sol, à contrainte normale  $\sigma_x$  égale, est négligeable. En effet, la modification des résistances électriques de la jauge est due à la déformation de la membrane. Or, si cette déformation dépend en toute généralité, du tenseur de contrainte appliqué sur le capteur, il est évident que c'est essentiellement la contrainte normale qui cause la déformation, car l'épaisseur relative de la membrane à celle des parois nous permet de considérer que la paroi est pratiquement indéformable. Donc, que l'influence des composantes du tenseur de contrainte outre  $\sigma_x$  est négligeable. D'autre part, l'effet de voûte causé par la déflexion de la membrane est négligeable car la déformation de la membrane est très petite : inférieure à  $\frac{1}{10}$  de mm.

En résumé, on peut estimer que ce capteur est très satisfaisant pour le genre d'essais que nous avons effectué et que si la valeur absolue de la contrainte mesurée est contestée, c'est surtout la comparaison entre les contraintes mesurées en plusieurs points du sol, qui nous intéresse.

REFERENCE

-----

- I. Capteurs français - Publication de la commission interministérielle des appareils de mesure électrique et électronique - MAI 1972
- II. Manuel d'analyse expérimentale des contraintes - Publication de Vishay - Micromesures - MAI 1970
- III. Capteurs de mesure - Publication de la commission télésurveillance télécopération et automatisation des Charbonnages de France
- IV. Caquot et Kerizel - Traité de Mécanique des Sols - Dunod 1966

## CHAPITRE III

=====

La méthode que nous proposons pour étudier les structures sur sol est fondée sur la méthode des matrices - transfert. Cette dernière est applicable à des structures planes de géométrie quelconque ; cependant, pour notre propos, nous nous limiterons au cas des structures planes décomposables en éléments assimilables à des poutres droites (travées).

### I. DEFINITION

On appelle travée tout élément de la structure formant une poutre droite (réf. I)

On appelle tronçon une portion de la travée vérifiant les conditions suivantes :

- a) être soumise à une surcharge linéaire
- b) avoir un module de Young  $E$  constant
- c) avoir une section constante
- d) ne présentant aucune discontinuité de déplacement, de rotation, de moment fléchissant, d'effort tranchant, d'effort normal.

On appelle frontière une partie infiniment petite de la travée séparant deux tronçons et qui permet d'introduire des discontinuités de surcharges, de modules de Young, de section, de déplacement, de rotation, de moment fléchissant, d'effort tranchant, d'effort normal.

### II. HYPOTHESE DE CALCUL

Les hypothèses de calcul sont celles admises en résistance des matériaux pour l'étude des structures planes ; elles se résument en :

- a) le matériau de la structure est linéairement élastique
- b) une section plane reste plane après le fléchissement
- c) l'énergie de déformation due à l'effort tranchant est négligeable
- d) les efforts de torsion sont négligeables.

### III. CONVENTION DE SIGNE ET NOTATION

#### a) Choix des repères

On rapporte la structure à un repère fixe quelconque défini par le couple de vecteurs orthogonaux  $(X, Y)$ .

On associe à chaque travée un repère propre défini par le couple des vecteurs orthogonaux  $(x_i, y_i)$  tel que : (fig III, 1)

...

- 1° Le vecteur  $\vec{x}_i$  soit porté par la fibre moyenne de la travée
- 2° L'angle  $\alpha$ , défini comme étant l'angle mesuré à partir de  $\vec{x}_i$  jusqu'à  $\vec{y}_i$  dans le sens trigonométrique, soit égal à  $\frac{\pi}{2}$
- 3° L'angle  $\theta$ , défini comme étant l'angle mesuré à partir de  $\vec{x}$  jusqu'à  $\vec{x}_i$  dans le sens trigonométrique, ainsi que l'origine de chaque travée seront définis ultérieurement pour chaque type de structure.

b) Notation

Dans une section courante de centre d'inertie  $G_0$  et d'abscisse  $x_0$ , on adopte les notations et les conventions de signe suivantes :

1° Pour les déformations :

- $u$  l'allongement élastique, compté positivement suivant l'axe  $G_0 \vec{x}_i$
- $v$  l'ordonnée de la ligne élastique, comptée positivement suivant l'axe  $G_0 \vec{y}_i$
- $\omega$  l'angle de rotation, compté positivement dans le sens trigonométrique en étant mesuré à partir de l'axe  $\vec{x}_i$  jusqu'à la ligne élastique déformée.

2° Pour les éléments de réduction des forces intérieures, définis comme étant la résultante des efforts appliqués par la partie de la travée correspondant aux abscisses  $x$  telles que  $x < x_0$  sur la partie correspondant aux abscisses  $x$  telles que  $x > x_0$ .

- $N$  l'effort normal compté positivement suivant l'axe  $G_0 \vec{x}$
- $T$  l'effort tranchant compté positivement suivant l'axe  $G_0 \vec{y}$
- $M$  le moment fléchissant compté positivement dans le sens trigonométrique

La figure (III, 2 a) résume les conventions de signe adoptées pour les déformations, la figure (III, 2 b) résume les conventions de signe adoptées pour les éléments de réduction des forces intérieures.

IV. VECTEUR ETAT

A chaque section  $m$  de la structure située dans un tronçon on associe un vecteur à 7 composantes, nommé vecteur état et désigné par  $\vec{v}_m^n$ , l'indice inférieur étant celui de la section l'indice supérieur étant celui du tronçon auquel appartient cette section les 3 premières composantes de ce vecteur sont les composantes de déformation de la section  $m$ , les 3 composantes suivantes sont les éléments de réduction de forces intérieures et la 7e composante étant l'unité. L'expression de ce vecteur sous forme d'une matrice colonne est la suivante :

$$\begin{pmatrix} v_m^n \\ \vdots \\ v_m^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ N \\ T \\ M \\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} n \\ \\ \\ \\ \\ m \end{matrix} \quad \dots$$

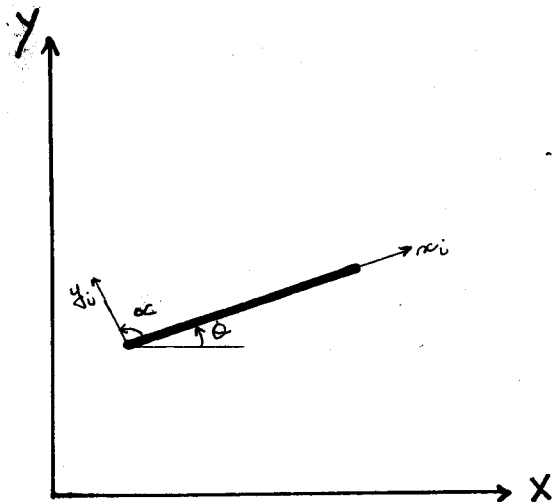


fig. III, 1

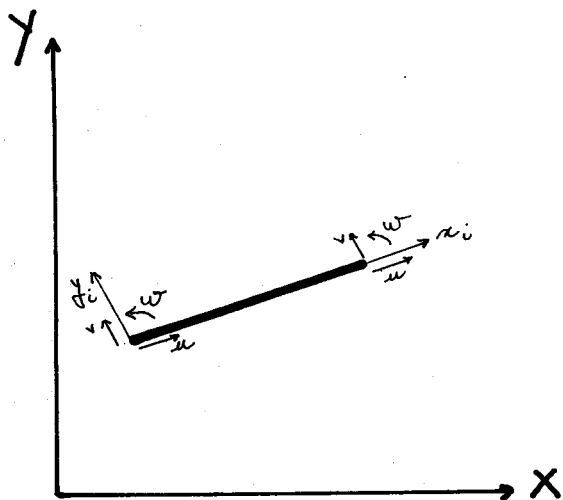


fig. III, 2a

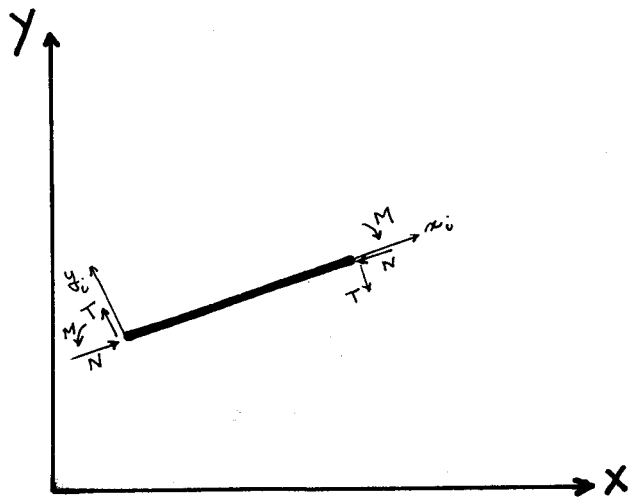


fig. III, 2b



V. MATRICE TRONCON

A l'aide des équations d'équilibre statique et des formules de Bresse, on peut relier les composantes du vecteur Etat  $\vec{V}_m^n$ , associé à la section  $m$  située à l'origine d'un tronçon  $n$ , et les composantes du vecteur Etat  $\vec{V}_{m+1}^n$ , associé à la section  $m+1$  située à l'extrémité du même tronçon  $n$ .

Entre deux sections d'abscisses  $x_0$  et  $x$  d'une poutre droite à plan moyen les 3 équations de Bresse s'écrivent (réf. II)

$$\omega = \omega_0 - \int_{x_0}^x \frac{M}{EI} d\xi$$

$$u = u_0 - \omega_0 (v - v_0) + \int_{x_0}^x \frac{M}{EI} (v - \eta) d\xi - \int_{x_0}^x \frac{N}{ES} d\xi$$

$$v = v_0 + \omega_0 (x - x_0) - \int_{x_0}^x \frac{M}{EI} (x - \xi) d\xi$$

$\xi$  et  $\eta$  étant respectivement l'abscisse et l'ordonnée d'une section courante.

Si on admet l'hypothèse des déformations petites la deuxième équation de Bresse devient :

$$u = u_0 - \int_{x_0}^x \frac{N}{ES} d\xi$$

On exposera ultérieurement le moyen que nous employerons pour prendre en considération les grandes déformations.

En appliquant ces équations, ainsi que les équations d'équilibre statique, à un tronçon et en désignant par :

- $l_n$  la longueur du tronçon  $n$
- $E_n$  le module de Young du matériau du tronçon  $n$
- $S_n$  la surface d'une section courante du tronçon  $n$
- $a_n$  la densité de la charge à l'origine du tronçon  $n$
- $b_n$  la densité de la charge à l'extrémité du tronçon  $n$

Les équations qui relient les composantes de  $\vec{V}_m^n$  et  $\vec{V}_{m+1}^n$  sont :

$$u_{m+1} = u_m - \frac{N_m l_n}{E_n S_n}$$

$$v_{m+1} = v_m + \omega_m l_n - M_m \frac{l_n^2}{2 E_n I_n} + T_m \frac{l_n^3}{6 E_n I_n} + \frac{(4a_n + b_n) l_n^4}{120 E_n I_n}$$

$$\omega_{m+1} = \omega_m - M_m \frac{l_n}{E_n I_n} + T_m \frac{l_n^2}{2 E_n I_n} + \frac{(3a_n + b_n) l_n^3}{24 E_n I_n}$$

$$N_{m+1} = N_m$$

...



$$T_{m+1} = T_m + \frac{(a_n + b_n) l_n}{2}$$

$$M_{m+1} = M_m - T_m l_n - \frac{(2a_n + b_n) l_n^2}{6}$$

Ces équations peuvent être mises sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_{m+1}^n \end{bmatrix} = [A_n] \begin{bmatrix} V_m^n \end{bmatrix}$$

avec

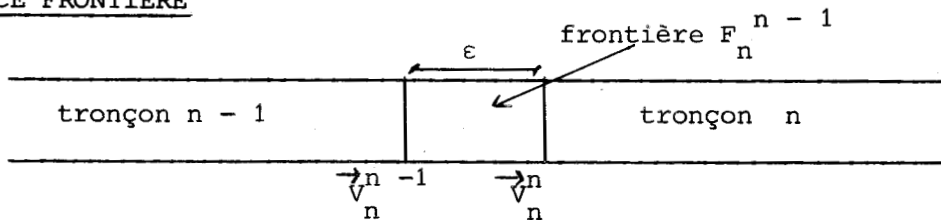
$$[A_n] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{ES} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \frac{l^3}{6EI} & -\frac{l^2}{2EI} & \frac{(4a+b)l^4}{120EI} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{l^2}{2EI} & -\frac{l}{EI} & \frac{(3a+b)l^3}{24EI} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{(a+b)l}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -\frac{(2a+b)l^2}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_n$$

On appelle  $[A_n]$  matrice tronçon

On remarque que la matrice tronçon est uniquement fonction des caractéristiques géométriques de la section, de son module de Young et de la surcharge extérieure qui lui est appliquée.

Notons que la 7e ligne de la matrice tronçon a toujours les 6 premiers termes nuls et le 7e terme égale à l'unité.

## VI. MATRICE FRONTIERE



Une frontière  $F_n^{n-1}$  est, par définition, une partie infiniment petite de la travée séparant deux tronçons consécutifs n-1 et n. On associe à chaque frontière  $F_n^{n-1}$  une matrice carrée de dimensions 7 x 7 nommée matrice frontière désignée par  $[F_n]$ , et dont le rôle est de relier les deux vecteurs états  $\vec{V}_n^{n-1}$  et  $\vec{V}_n^n$ , situés respectivement en amont et en aval de la frontière, par l'équation matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_n^n \end{bmatrix} = [F_n] \begin{bmatrix} V_n^{n-1} \end{bmatrix}$$

...

Les éléments de la matrice frontière sont obtenus à l'aide de l'équation précédente en exprimant d'une part que la travée est continue donc que les composantes de déplacement des vecteurs  $\vec{V}_n^{n-1}$  et  $\vec{V}_n^n$  sont égaux, et d'autre part, que la partie infiniment petite  $\frac{1}{n}$  de la travée constituant la frontière est en équilibre statique sous l'action des forces extérieures ponctuelles appliquées à la frontière et des composantes de force des vecteurs  $\vec{V}_n^{n-1}$  et  $\vec{V}_n^n$

On distingue deux types de frontières selon qu'il s'agit de l'existence ou non d'une discontinuité de l'une des composantes de force des vecteurs  $\vec{V}_n^{n-1}$  et  $\vec{V}_n^n$

A - Aucune discontinuité n'existe entre les vecteurs états  $\vec{V}_n^{n-1}$  et  $\vec{V}_n^n$

Ce type de frontière sépare en général deux tronçons consécutifs qui diffèrent par l'une ou plusieurs des caractéristiques suivantes :

- la section
- la rigidité à la flexion EI
- la sollicitation linéaire appliquée le long de chacun des deux tronçons.

Comme on le verra ultérieurement nous serons amenés, pour les besoins de calcul numérique, à insérer une frontière de ce type entre deux tronçons ayant les mêmes caractéristiques précédentes.

Les vecteurs états en amont et en aval de la frontière étant égaux, la matrice frontière est la matrice unité I de Kroncker définie par

$$\begin{aligned} \delta_{ij} &= 1 && \text{si } i = j \\ \delta_{ij} &= 0 && \text{si } i \neq j \end{aligned}$$

B - Une discontinuité existe entre les composantes de force des vecteurs Etats  $\vec{V}_n^{n-1}$  et  $\vec{V}_n^n$

La nature de la discontinuité nous permet de déduire la matrice frontière  $[F_n]$ . Par exemple la matrice frontière associée à une frontière  $F_n^{n-1}$  due à l'existence d'un moment fléchissant extérieur  $m_0$  a la forme

$$[F_n] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & m_0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

...

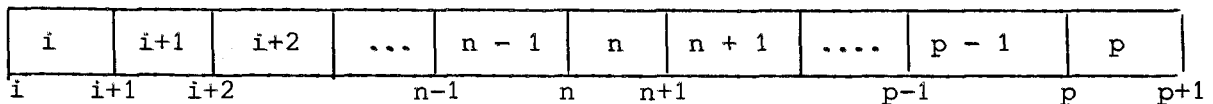
Dans l'étude d'une structure dont une partie est en contact avec le sol on a des discontinuités, donc des frontières dues à l'appui schématisant le sol. La matrice frontière associée à ce type de frontière sera déterminée ultérieurement.

Notons que du fait que la 7e ligne de la matrice état est toujours égale à l'unité on a obligatoirement la 7e ligne de la matrice frontière composée de 6 premiers termes nuls et de 7e terme égale à l'unité.

VII. MATRICE TRAVEE

Une travée est composée d'une succession alternative de tronçons et de frontières. Numérotons les tronçons de  $i$  à  $p$  en ordre croissant dans la direction  $\vec{x}$ .

$$\text{On a : } \begin{cases} \begin{bmatrix} v_{n+1}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_n^n \end{bmatrix} & n \in \{i, p\} \\ \begin{bmatrix} v_n^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{n-1}^n \end{bmatrix} & n \in \{i, p+1\} \end{cases}$$



Ces relations nous permettent par un procédé de récurrence de relier  $v_{p+1}^p$  à  $v_i^i$  par l'équation matricielle

$$\begin{bmatrix} v_{p+1}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i^i \end{bmatrix}$$

avec

$$\begin{bmatrix} T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{p+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{p-1} \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} F_{i+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{i+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_i \end{bmatrix}$$

On appelle  $\begin{bmatrix} T \end{bmatrix}$  matrice travée.

La matrice travée étant le produit de matrices possédant sous la propriété d'avoir la 7e ligne composée de 6 premiers termes nuls et de 7e terme égale à l'unité, elle possède elle aussi cette propriété.

VIII. MATRICE NODALE (réf. III)

On associe à chaque noeud  $i$  reliant 2 travées  $n-1$  et  $n$  une matrice carrée de dimension  $7 \times 7$  nommée matrice nodale, désignée par  $\begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_i$ , et dont le rôle est de relier le vecteur état associé à la section située à l'origine de la travée  $n$  au vecteur état associé à la section située à l'extrémité de la travée  $n-1$ .

La matrice nodale  $\begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_i$  est déterminée en exprimant :

1° Les conditions d'équilibre statique du noeud  $i$

...

2° Les conditions de continuité de la structure c'est-à-dire l'égalité dans le repère général des composantes de déplacement des 2 vecteurs états étudiés.

Ces conditions nous permettent de déterminer les termes des 6 premières lignes. La 7e ligne est toujours composée de 6 premiers termes nuls et de 7e terme qui vaut l'unité.

#### IX. MATRICE STRUCTURE

On associe à chaque structure une matrice carrée de dimensions 7 x 7 nommée matrice structure, désignée par  $[S]$ , et dont le rôle est de relier deux vecteurs états -distincts ou non- de manière à pouvoir déterminer les valeurs de leurs composantes. La matrice structure est déterminée en assemblant les matrices travées et les matrices nodales et, le cas échéant, en exprimant les conditions aux limites de la structure.

REFERENCE

=====

- I. KERGUIGNAS      Cours de résistance des matériaux professé à l'EUDIL
- II. COURBON        Elément de résistance des matériaux - Dunod, 1970
- III. GERY et CALGARO - Les matrices transfert dans le calcul des structures  
Eyrolles 1973

## CHAPITRE IV

=====

Un cadre fermé est une construction fréquemment utilisée en génie civil. Les passages inférieurs des autoroutes et des routes, les mini-tunnels, les ossatures des bâtiments industriels en sont les principales applications. On a choisi d'étudier expérimentalement et théoriquement ce type de construction à cause de l'incertitude des résultats obtenus par l'application des méthodes de calcul usuelles à l'étude de cette structure. Cette incertitude s'aggrave dans le cas du cadre fermé du fait que :

- 1° La liaison entre les éléments de cette construction étant assurée par des noeuds rigides, et compte tenu de la géométrie de cette structure, le cadre fermé forme un système intérieurement hyperstatique, donc sensible vis-à-vis des déformations (voir paragraphe C, 1 chapitre I).
- 2° Toute structure en contact avec le sol forme un système extérieurement hyperstatique, par conséquent le cadre fermé est une structure intérieurement et extérieurement hyperstatique ; il en découle que le comportement de cette construction est très influencé par les conditions de sa déformabilité.
- 3° Plusieurs éléments, constituant cette construction, pouvant être en contact avec le sol, l'influence de la déformabilité de celui-ci sur le comportement d'un cadre fermé devient particulièrement importante.

Un cadre fermé peut avoir une ou plusieurs travées. Notons que le terme travée est employé ici non au sens qui lui a été donné dans la méthode des matrices-transfert mais dans celui employé en génie civil pour désigner une partie horizontale entre deux points d'appuis.

On se propose d'étudier dans ce chapitre le comportement d'un cadre fermé à une seule travée en fournissant une méthode adéquate. Cette méthode de calcul peut être généralisée pour l'étude d'un cadre fermé à travées multiples ; mais si on a choisi d'étudier un cadre fermé à une seule travée c'est pour pouvoir comparer les résultats fournis par cette méthode avec les résultats des essais que nous avons effectués sur un cadre fermé à une seule travée.

La structure étudiée est présentée à la figure IV, 1.

On appelle : traverse supérieure, semelle, piedroit gauche, piedroit droit respectivement les éléments CD, AB, AD, BC de la structure

La figure IV 1.a illustre un cadre fermé dont seule la semelle est en contact avec le sol.

La figure IV 2.b illustre un cadre fermé dont la semelle et la totalité des deux piedroits sont en contact avec le sol.

Ce chapitre sera divisé en sept parties, à savoir :

...

- A - Schématisation du comportement mécanique du sol
- B - Précis de la méthode de calcul
- C - Calcul de matrices travées et des matrices nodales
- D - Prise en compte des grandes déformations
- F - Procédé de calcul
- G - Organigramme du programme
- H - Les données nécessaires à introduire dans le programme.

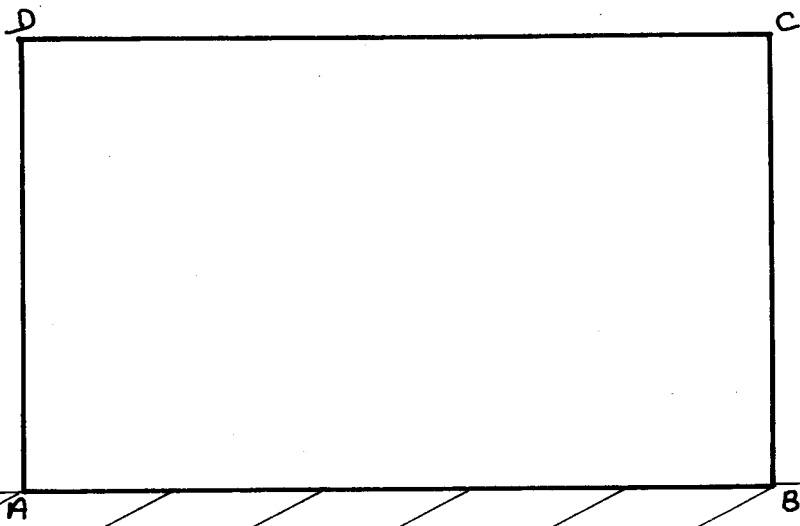


fig. IV, 1 a

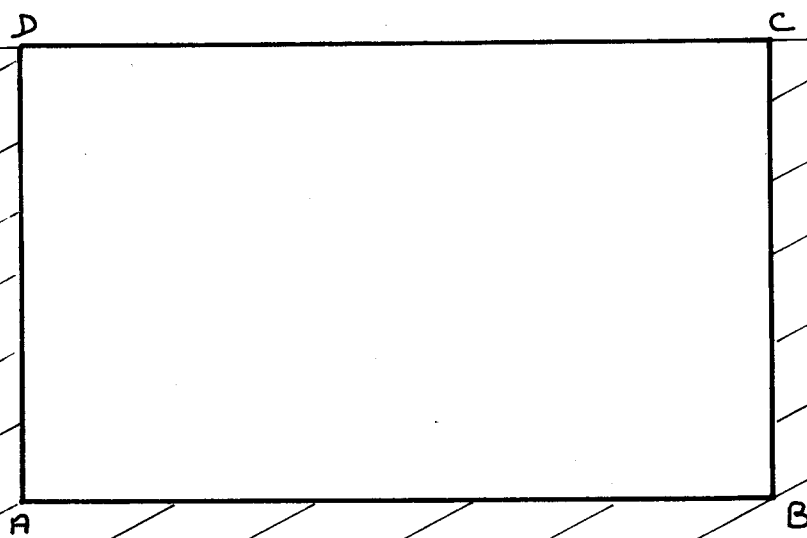


fig. IV, 1 b





A - SCHEMATISATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE DU SOL

Le but du calcul d'un cadre fermé est la détermination des contraintes et des déformations le long de la structure ainsi que la répartition de la réaction du sol sous la semelle au cours du fonctionnement de l'ouvrage. Ce n'est donc pas un problème de rupture du massif sous-adjacent à la structure mais un problème de déformation.

Il est normal dans ce cas, de caractériser le sol non pas par ses caractéristiques à la rupture (angle de frottement interne,  $\phi$  et cohésion,  $c$ ) mais par sa courbe force-déplacement à l'interface structure-sol. D'après les essais faits par plusieurs chercheurs (Kubo, Kerizel, Adam) et d'après nos propres essais sur le sable, on constate que la courbe force-déplacement a l'allure présentée à la figure (IV, 2a),  $\epsilon$  et  $F$  étant respectivement le déplacement du sol et la force qui lui est appliqué, ils sont comptés positivement s'ils mettent le sol en butée. Il nous a paru satisfaisant d'assimiler cette courbe à un ensemble de deux droites : la droite AB qui représente le comportement du sol vis-à-vis des faibles déplacements et la droite BC qui le représente pour des déplacements d'amplitudes importantes.

Ainsi le massif peut être caractérisé par trois paramètres (fig IV, 2b) à savoir :

- $K_1$  le premier module du sol
- $K_2$  le second module du sol
- $\delta$  le seuil

les 3 grandeurs sont toujours positives.

La relation qui relie le déplacement de la surface libre du sol à la force appliquée à cette face sera donc :

- si  $\epsilon \leq \delta$        $F = K_1 \epsilon$
- si  $\epsilon > \delta$        $F = (K_1 - K_2) \delta + \epsilon K_2$

La structure est en contact avec le massif non pas seulement le long de la semelle mais aussi -dans certains cas- le long d'une partie ou de la totalité des piedroits BC et CD.

Du fait qu'une seule face de la section de la semelle est en contact avec le sol, et que par contre une ou deux faces de la section des piedroits peuvent être en contact avec le massif et aussi du fait qu'on estime que les caractéristiques du massif en contact avec les piedroits, varient linéairement avec la hauteur de ces dernières, contrairement aux caractéristiques du massif sous-adjacent à la semelle qui sont généralement constantes, nous allons distinguer dans notre étude les équations qui relient le déplacement d'une section de la structure à la réaction fournie par le massif selon qu'il s'agit d'une section qui appartient à la semelle ou d'une section qui appartient aux piedroits.

...

### 1. Schématisation du massif sous-adjacent à la semelle

On peut déduire des équations force-déplacement du sol, la relation entre le déplacement vertical de la semelle appelée  $v$ , et la réaction du sol dans la direction verticale appelée  $R$  comptés tous les deux négatifs s'ils mettent le sol en butée.

Pour cela, on distingue deux cas :

- a) si  $v < 0$  c'est-à-dire au droit où la semelle s'enfonce dans le sol, dans ce cas la surface libre du sol coïncide avec la déformée de la ligne élastique de la semelle et le sol fournit une réaction égale en valeur absolue et de signe opposé à la force qui lui est appliquée. Mais du fait que l'axe de  $\varepsilon$  et  $R$  est de sens opposé à celui de  $v$  et  $R$  on a :

$$\text{si } v < 0 \quad v = -\varepsilon \quad R_y = +F$$

- b) Si  $v > 0$  c'est-à-dire au droit où la semelle se décolle du sol, dans ce cas le sol n'étant pas en contact avec la semelle il n'est pas sollicité en ces points et sa réaction est donc nulle

$$\text{si } v > 0 \quad R_y = 0$$

Ainsi les relations reliant le déplacement vertical  $v$  de la semelle à la réaction du sol sont :

$$\text{si } v > 0 \quad R_y = 0$$

$$\text{si } v < 0 \text{ et si } |v| \leq \delta \quad R_y = -K_1 v$$

$$\text{si } v < 0 \text{ et si } |v| > \delta \quad R_y = + (K_1 - K_2)\delta - K_2 v$$

Quant à l'équation qui relie le déplacement horizontal de la semelle, appelée  $u$ , et la réaction dans la direction horizontale appelée  $R_x$ , on a considéré qu'elle est linéaire.

$$R_x = -K_3 u \quad \forall u$$

Il est évident que quel que soit le sens du déplacement horizontal celui-ci induit un frottement latéral entre la semelle et le sol. Cette mise en équation revient à considérer que le comportement du sol est :

- dans la direction OY : non linéaire défini pour des déplacements mettant le sol en butée.

- dans la direction OX : linéaire

Notons que nous aurions pu considérer que le comportement du sol est non linéaire dans la direction OX aussi, mais on estime que pratiquement cela présente peu d'intérêt, car les sollicitations horizontales appliquées au cadre fermé sont généralement modérées et le sol restera toujours dans le domaine de faible déplacement ; en plus, il est très difficile de déterminer un second module et un seuil pour le sol dans la direction horizontale.

...

Une analogie mécanique existe entre le comportement du sol décrit ci-dessus et celui d'un modèle rhéologique, appelé modèle T, et composé de (fig IV, 3) :

1°) dans la direction OY :

Par une butée dont les caractéristiques limites sont 0, +∞ mise en série avec un modèle à deux branches mises en parallèles : la 1ère branche est un modèle de Saint-Venant c'est-à-dire un modèle comportant un ressort de module  $H_1$  mis en série avec un patin de seuil  $d$  ; la 2e branche comporte un ressort de module  $G_2$ .

2°) dans la direction horizontale OX :

Par un ressort de module  $G_3$ .  
Les grandeurs  $G_1, G_2, G_3$  et  $d$  sont toujours positives.

Si on considère que la longueur et la section de ces trois ressorts valent l'unité, le déplacement imposé à ce modèle T est lié à la réaction fournie par celui-ci.

En appelant :

$v$  le déplacement vertical imposé

$R_y$  la réaction verticale fournie par le modèle

$u$  le déplacement horizontal imposé

$R_x$  la réaction horizontale fournie par le modèle

on a :

a) dans la direction OY :

- si  $v > 0$ , la butée se décolle du reste du modèle et ce dernier ne fournit aucune réaction donc si  $v > 0$   $R_y = 0$

- si  $v < 0$  et  $|v| \leq d$  la butée est en contact avec le reste du modèle ; le patin n'ayant pas atteint son seuil  $d$  ne glisse pas et les deux ressorts  $H_1$  et  $G_2$  s'allongent linéairement ; dans ce cas on a  $R_y = -(H_1 + G_2)v$

Posons  $(H_1 + G_2) = G_1$

On a donc :

si  $v < 0$  et  $|v| \leq d$   $R_y = -G_1 v$

- si  $v < 0$  et  $|v| > d$  la butée est en contact avec le reste du modèle ; le patin glisse donc quelle que soit la valeur du déplacement imposé supérieur à  $d$ , le ressort  $H_1$  s'allonge d'une valeur constante  $d$  ; la première branche du modèle fournit donc une réaction constante égale en valeur absolue à  $H_1 d$ . Dans la 2e branche le ressort  $G_2$  s'allonge linéairement en fournissant une réaction égale à  $G_2 v$ . Mais puisque  $v$  est négatif tandis que  $d$  est toujours positif l'ensemble du modèle fournit donc une réaction égale à  $R_y = +H_1 d - G_2 v$

...

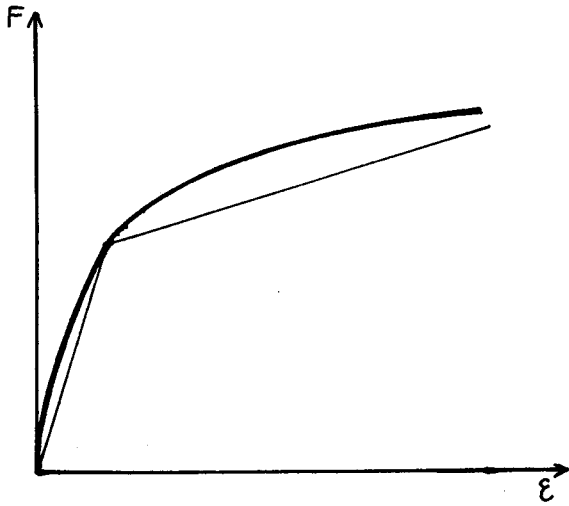


fig. IV, 2a

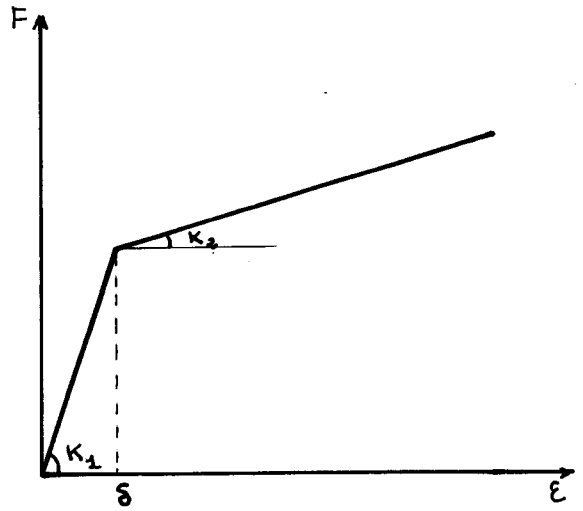


fig. IV, 2b

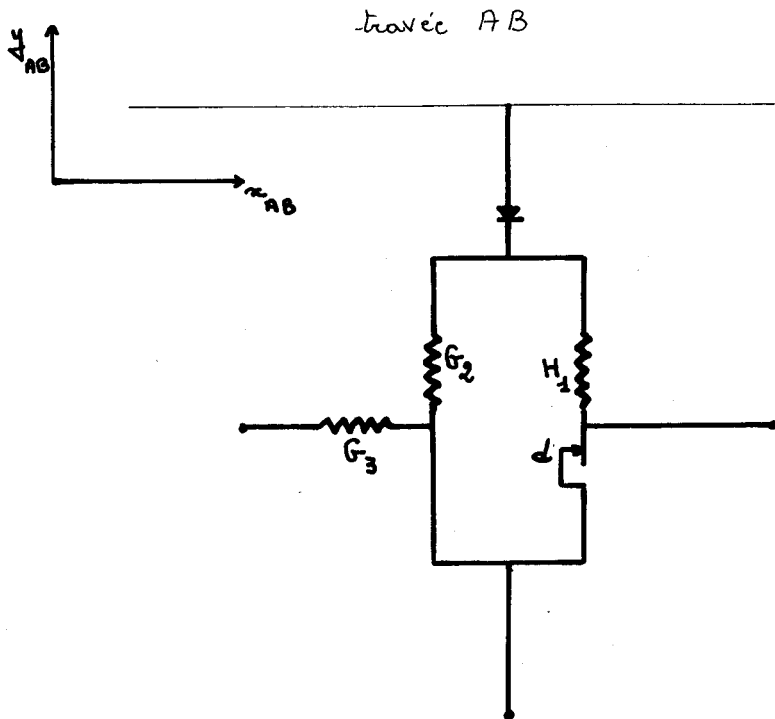


fig. IV, 3



On a posé  $H_1 + G_2 = G_1$  soit  $H_1 = G_1 - G_2$

d'où  $R_y = + (G_1 - G_2) d - G_2 v$

Donc,

$v < 0$  et  $|v| \geq d$   $R_y = + (G_1 - G_2) d - G_2 v$

b) dans la direction OX :

Le ressort  $G_3$ , s'allonge linéairement quel que soit le sens ou la valeur du déplacement qui lui est imposé :

donc  $\forall u$   $R_x = - G_3 u$

Le comportement mécanique du sol sous-adjacent à une section courante de la semelle étant identique à celui d'un modèle T ; on peut substituer le massif sous-adjacent à la structure par un ensemble comportant une infinité de modèle T.

Une discrétisation de l'action des modèles T sur la semelle nous permet d'approcher la solution exacte du calcul du cadre fermé.

Cette approche est d'autant plus valable que le nombre de modèles T est grand.

On estime qu'un ensemble constitué par une centaine de modèles T est satisfaisant pour simuler le massif sous-adjacent à la structure. Cette estimation est due aux résultats de l'étude exposée dans l'annexe (II) sur l'influence du paramètre : nombre de modèles T sur la distribution des contraintes le long de la structure et sur la distribution de la réaction du sol.

Du fait qu'un modèle T remplace une tranche de sol de longueur  $l$  et de largeur  $B$ ,  $l$  étant la distance entre les deux modèles T et  $B$ , la largeur de la semelle, les relations entre les caractéristiques du modèle T et celle du sol sont :

$$G_1 = K_1 B l$$

$$G_2 = K_2 B l$$

$$d = \delta$$

$$G_3 = K_3 B l$$

Remarque :

Notons qu'en toute généralité, on peut prendre en considération une hétérogénéité du sol sous-adjacent à la semelle. Dans ce cas, les caractéristiques du sol donc celles du modèle T varient d'un point à un autre.

Pour étudier un cadre fermé reposant sur un sol hétérogène, on introduit dans le programme -en tant que données- les valeurs  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$ ,  $d$  soit point par point le long de la semelle soit en assimilant la variation des caractéristiques des modèles T à une courbe définie par:

...

$$G_1 = f_1 (K'_1, x)$$

$$G_2 = f_2 (K'_2, x)$$

$$G_3 = f_3 (K'_3, x)$$

$$d = f_4 (\delta, x)$$

x étant l'abscisse d'un modèle T par rapport au point A qui est l'origine de la semelle dans le repère local.  $K'_1, K'_2, K'_3$ , sont les caractéristiques du sol à un point choisi comme référence. Les fonctions  $f_1, f_2, f_3, f_4$  sont calculées à partir des résultats des sondages effectués le long du massif.

Le cas d'un sol hétérogène sous une semelle filante ne se présente que rarement car l'étendue de l'emplacement de la structure étant de l'ordre d'une dizaine de mètres, il est peu courant que la nature du sol change le long de cette étendue si petite à l'échelle géologique. Par contre, le recours à ce procédé de variation de  $K_1, K_2, K_3, \delta$  le long de la semelle peut s'avérer très précieux pour certains cas particuliers tels que l'existence de points durs dans le sol (anciennes fondations par exemple).

## 2. Schématisation du massif en contact avec les piedroits :

Il est fréquent d'avoir un massif -généralement un remblai- qui est en contact avec les piedroits. Ce remblai amène non seulement une surcharge horizontale mais aussi -en s'opposant aux déplacements de la structure- une réaction qu'il faut prendre en compte pour mieux approcher le comportement réel de la structure.

Le massif peut être en contact avec une partie du piedroit ou sur toute la hauteur de ce dernier. Appelons BE et AH les parties des piedroits BC et AD en contact avec le massif.

D'autre part, le massif peut être en contact avec une seule face -en général la face extérieure- d'une section appartenant à la partie BE ou DH (fig IV, 4a) ou bien avec la totalité de la section (fig IV, 4b).

Notons que la 1ère configuration n'est qu'un cas particulier de la 2e d'après ce qui va être exposé à la fin de ce paragraphe. Etudions donc le cas général où le massif existe de part et d'autre des piedroits.

La nature et la compacité du massif situé à l'intérieur du cadre fermé sont différentes de celles du massif extérieur. Affectons l'indice supérieur  $i$  aux caractéristiques du sol en contact avec la face intérieure d'une section courante du piedroit, et l'indice supérieur  $e$  aux caractéristiques du sol en contact avec la face extérieure.

De même que pour la semelle on considère que le comportement du sol est :

- dans la direction orthogonale à la travée : non linéaire défini pour les déplacements mettant le massif en butée ;
- dans la direction de l'axe de la travée : linéaire.

...

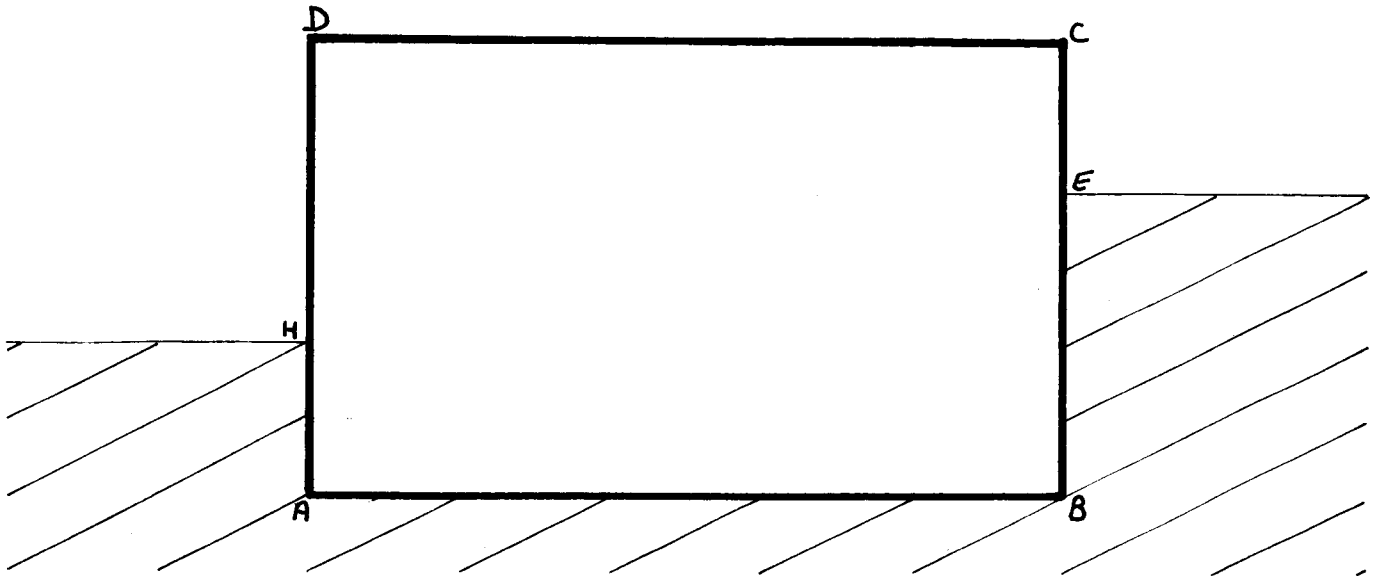


fig. IV, 4 a

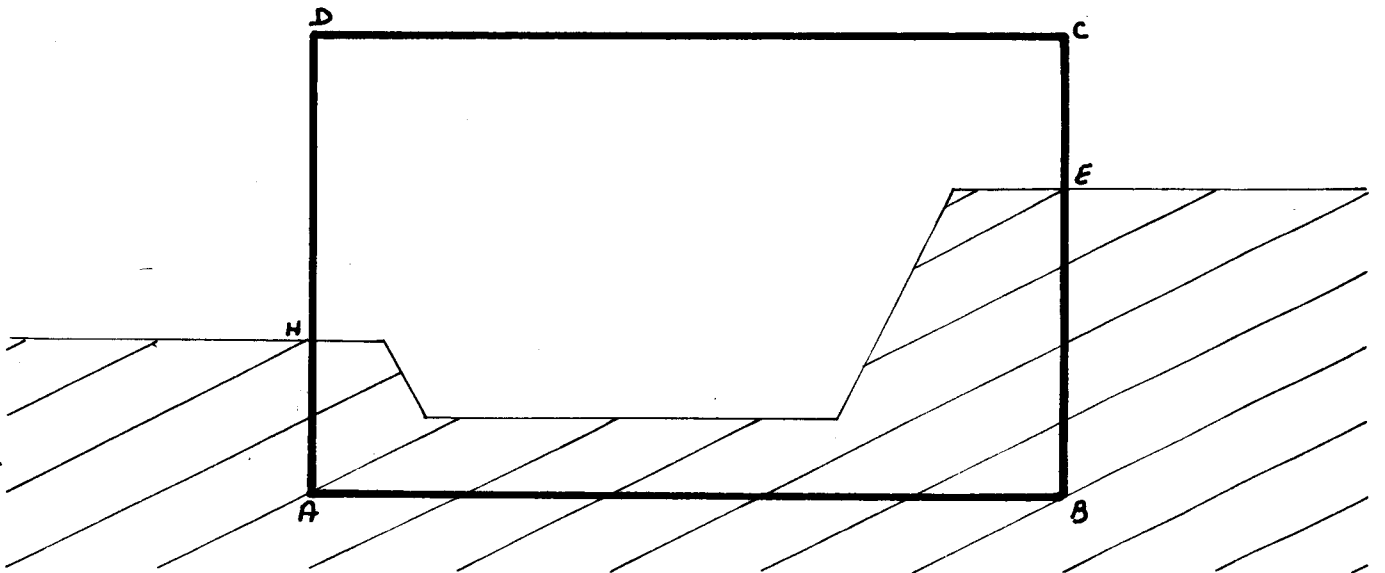


fig. IV, 4 b



Selon le signe du déplacement c'est le massif intérieur ou extérieur qui est en butée. Dans le cas où c'est le massif intérieur qui fournit la réaction c'est-à-dire pour un déplacement positif on a  $v$  et  $\delta$  du même signe ; dans l'autre cas  $v$  et  $\delta$  sont de signe opposés puisque, rappelons-le,  $\delta$  est toujours positif.

Ainsi on a :

$$\begin{aligned}
 & \text{- si } v > 0 \quad \text{et} \quad v \leq \delta^i & R_y &= -K_1^i v \\
 & \text{- si } v > 0 \quad \text{et} \quad v \geq \delta^i & R_y &= - (K_1^i - K_2^i) \delta^i - K_2^i v \\
 & \text{- si } v < 0 \quad \text{et} \quad |v| \leq \delta^e & R_y &= - K_1^e v \\
 & \text{- si } v < 0 \quad \text{et} \quad |v| \geq \delta^e & R_y &= + (K_1^e - K_2^e) \delta^e - K_2^e v \\
 & \text{et } \forall u & R_x &= - K_3 u \\
 & \text{avec } K_3 = K_3^i + K_3^e
 \end{aligned}$$

L'hypothèse du comportement linéaire vis-à-vis du frottement latéral est dû au fait qu'il est extrêmement délicat de déterminer les caractéristiques du sol vis-à-vis du frottement latéral et que s'il est possible d'estimer une valeur du premier module, il n'en sera pas de même pour le second module et pour le seuil.

Une analogie mécanique existe entre les deux massifs juxtaposant les piedroits et un ensemble de modèles  $T^e$  et  $T^i$ . Le modèle  $T^e$  schématisant le massif extérieur est composé d'une manière identique au modèle  $T$  décrit précédemment.

Quant au modèle  $T^i$  du fait qu'il schématise le massif intérieur il diffère du modèle  $T$  par les caractéristiques limitées de la butée qui deviennent  $0, -\alpha$ .

La figure IV,5 illustre un ensemble de modèle  $T^e$  et  $T^i$ .

Ainsi dans la direction orthogonale à l'axe du piedroit, l'ensemble des modèles  $T^e$  et  $T^i$  fournit une réaction  $R_y$  égale à :

$$\begin{aligned}
 & \text{si } v < 0 \quad \text{et} \quad |v| \leq d^e & R_y &= - G_1^e v \\
 & \text{si } v < 0 \quad \text{et} \quad |v| \geq d^e & R_y &= + (G_1^e - G_2^e) d - G_2^e v \\
 & \text{si } v > 0 \quad \text{et} \quad v \leq d^i & R_y &= - G_1^i v \\
 & \text{si } v > 0 \quad \text{et} \quad v \geq d^i & R_y &= - (G_1^i - G_2^i) d - G_2^i v
 \end{aligned}$$

Quant à la direction de l'axe du piedroit l'ensemble des modèles  $T^e$  et  $T^i$  fournit une réaction  $R_x$  égale à  $-(G_3^i + G_3^e)u$

En posant  $G_3 = G_3^i + G_3^e$

on a  $\forall u \quad R_x = - G_3 u$

...



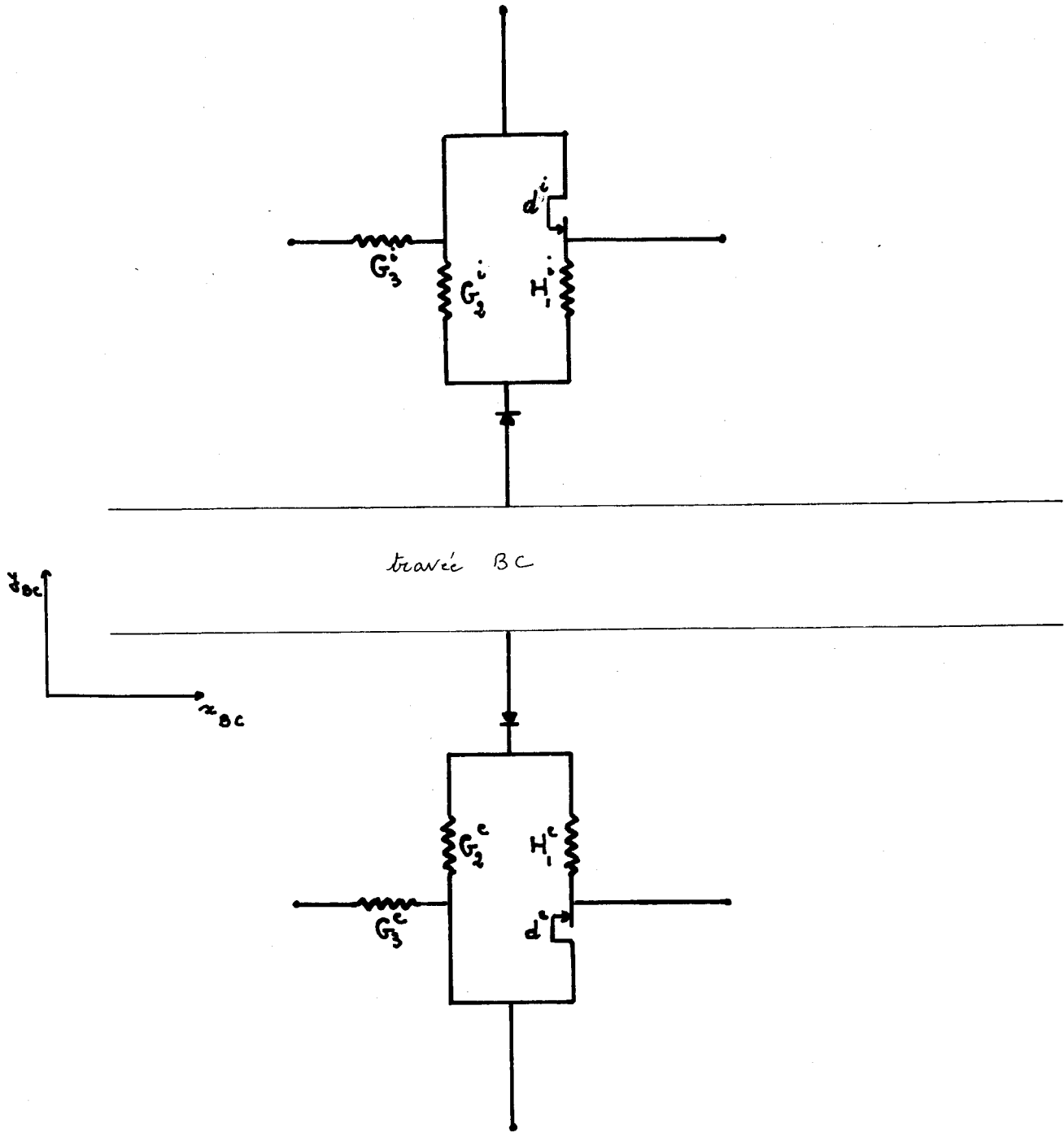


fig. IV, 5



Comme pour la schématisation du sol sous-adjacent à la semelle on discrétise le massif juxtaposant les piedroits en le remplaçant par une centaine d'ensembles de modèle  $T^e$  et  $T^i$ .

Un modèle  $T^e$  ou  $T^i$  substitue donc une tranche de massif en contact avec une partie du piedroit de longueur  $l$  et de largeur  $B$ . Les relations entre les caractéristiques des modèles  $T^e$  et  $T^i$  et celles du massif sont :

$$G_1^e = K_1^e B l$$

$$G_2^e = K_2^e B l$$

$$d^e = \delta^e$$

$$G_1^i = K_1^i B l$$

$$G_2^i = K_2^i B l$$

$$d^i = \delta^i$$

$$G_3 = K_3 B l$$

Eventuellement si la totalité du périmètre du piedroit est immergé dans le massif, on a  $G_3 = K_3 (B + h) l$   $h$  étant l'épaisseur du piedroit.

Abordons maintenant le problème de la variation des caractéristiques du massif en fonction de la profondeur.

L'expérience quotidienne (essais pressiométrique, par exemple) jointe aux résultats de plusieurs recherches (Kubo, Kerizel, Adam) nous amène à considérer que les caractéristiques d'un massif constitué par un matériau de même nature varient avec la profondeur. A plus forte raison cette variation est plus importante pour un massif constitué de matériau stratifié de nature différente.

En effectuant un sondage et des essais à différentes profondeurs, on obtient pour chaque profondeur les valeurs de  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $\delta$ . On peut assimiler la variation de chaque grandeur caractéristique du massif à une fonction  $f_i$ . Ainsi on aura :

$$K_1 = f_1(K'_1, x)$$

$$K_2 = f_2(K'_2, x)$$

$$K_3 = f_3(K'_3, x)$$

$$\delta = f_4(\delta', x)$$

$x$  étant l'abscisse de la section étudiée par rapport à l'origine qui est la surface libre du massif,  $K'_1$ ,  $K'_2$ ,  $K'_3$  étant respectivement le premier module, le second et le module transversal d'une section arbitraire choisie comme référence,  $\delta'$  étant le seuil du sol au droit de la section choisie comme référence.

...

Pour notre programme de calcul, on a relié chaque grandeur caractéristique du massif à une section d'abscisse  $x$  par rapport à la surface libre du massif, à la même grandeur à une section d'abscisse unité par les relations :

$$K_1 = K'_1 x$$

$$K_2 = K'_2 x$$

$$K_3 = K'_3 x$$

$$\delta = \delta'$$

Ce choix est fondé, quant au premier module, sur les résultats de plusieurs recherches sur la variation du module élastique en fonction de la profondeur qui aboutissent à la conclusion que, pour un massif de même nature, cette variation a la forme :

$$K_1 = K'_1 x^\lambda$$

$\lambda$  étant un facteur caractérisant le massif avec  $0 \leq \lambda \leq 1$ . On estime que pour un massif tel qu'un remblai  $\lambda = 1$ . Quant au choix de la loi exprimant la variation de  $K_2$  et  $K_3$ , en fonction de la profondeur on a estimé -faute de recherches faites sur ce sujet- qu'elle est de la même forme que celle régissant le premier module  $K_1$ .

Le choix de  $\delta$  constante en fonction de la profondeur est fondé sur l'expérience d'interprétation d'essais in situ. On remarque que la force limite de la première zone, soit  $F_{el}$ , c'est-à-dire la force correspondante à un déplacement égal au seuil  $\delta$ , varie selon la même loi que le premier module. En admettant donc une variation linéaire en fonction de la profondeur pour  $K_1$  et pour  $F_{el}$  on aura  $\delta$  constant le long de la profondeur (fig IV,6). En effet, on a :

$$\delta = \frac{F_{el}}{K_1} \quad \text{et} \quad \delta' = \frac{F'_{el}}{K'_1}$$

Mais puisque  $K_1 = x.K'_1$  et  $F_{el} = x.F'_{el}$

$$\text{on aura : } \delta = \frac{x F'_{el}}{x K'_1} = \frac{F'_{el}}{K'_1} = \delta'$$

A l'aide des relations reliant les caractéristiques du massif à celles de l'ensemble  $T^e$  et  $T^i$  et à l'aide des équations exprimant la variation des caractéristiques du massif en fonction de la profondeur et en indiquant par un signe "prime" les caractéristiques du massif associé à une section située à une profondeur unité par rapport à la surface libre du massif on a les relations :

$$G_1^i = K'_1{}^i x B l$$

$$G_2^i = K'_2{}^i x B l$$

$$d^i = \delta'{}^i$$

$$G_1^e = K'_1{}^e x B l$$

...

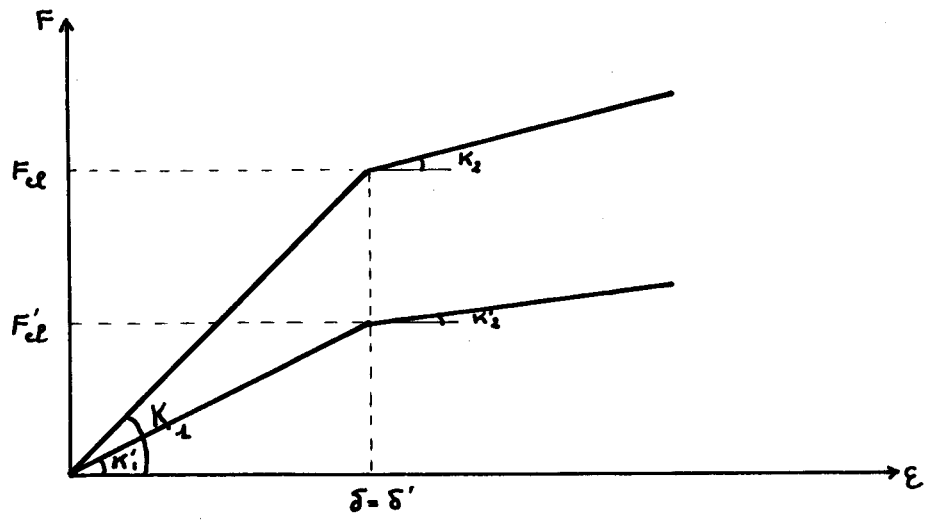


fig. IV, 6



$$G_2^e = K_2^e \times B_1$$

$$d^e = \delta^e$$

$$G_3 = G_3^x$$

La géométrie ainsi que le découpage du piedroit étant connus il suffit donc d'entrer dans le programme de calcul des valeurs de  $K_1^i$ ,  $K_2^i$ ,  $G_3^i$ ,  $\delta^i$ ,  $K_1^e$ ,  $K_2^e$ ,  $\delta^e$  pour que les caractéristiques des modèles  $T^e$  et  $T^i$  soient connues dans chaque section du massif. L'étude précédente a été faite dans le cas général où un massif intérieur et un autre extérieur juxtaposent les piedroits du cadre fermé.

Dans le cas où un massif extérieur seulement est en contact avec les piedroits on doit avoir :

$$\text{si } v > 0 \quad R_y = 0$$

Pour cela on donne à  $G_1^i$ , à  $G_2^i$  et à  $G_3^i$  la valeur zéro et à  $\delta^i$  une valeur arbitraire.

Dans le cas où les piedroits ne sont pas en contact avec un massif on doit avoir

$$\forall v \quad R_y = 0 \quad R_x = 0$$

Pour cela, on donne à  $G_1^i$ ,  $G_2^i$ ,  $G_3^i$ ,  $G_1^e$ ,  $G_2^e$  la valeur zéro et pour  $\delta^i$  et  $\delta^e$  des valeurs arbitraires.

Remarque :

On peut considérer la schématisation du sol en contact avec la semelle comme un cas particulier de celle du massif en contact avec les piedroits. En effet, le module T est équivalent à un ensemble de modèles  $T^e$  et  $T^i$  dont les caractéristiques du modèle  $T^i$  ont pour valeur  $K_1^i = K_2^i = K_3^i = 0$  et  $\delta^i$  un nombre arbitraire.

3

De plus si on prend l'unité comme facteur multiplicateur exprimant la variation des caractéristiques du sol le long de son contact avec la semelle, au lieu de prendre x comme c'est le cas pour le massif en contact avec le piedroit, la schématisation du sol en contact avec la semelle revient à un cas particulier de celle du massif en contact avec le piedroit.

## B - PRECIS DE LA METHODE

Soit le cadre fermé ABCD composé des 4 travées AB, BC, CD, DA. Adoptons pour le repère général le repère  $(\vec{X}, \vec{Y})$  (fig IV, 7). On détermine les quatre repères locaux  $(\vec{x}_i, \vec{y}_i)$  à l'aide de l'angle  $\theta$  défini comme étant l'angle mesure à partir de  $\vec{X}$  jusqu'à  $\vec{x}_i$  dans le sens trigonométrique.

...

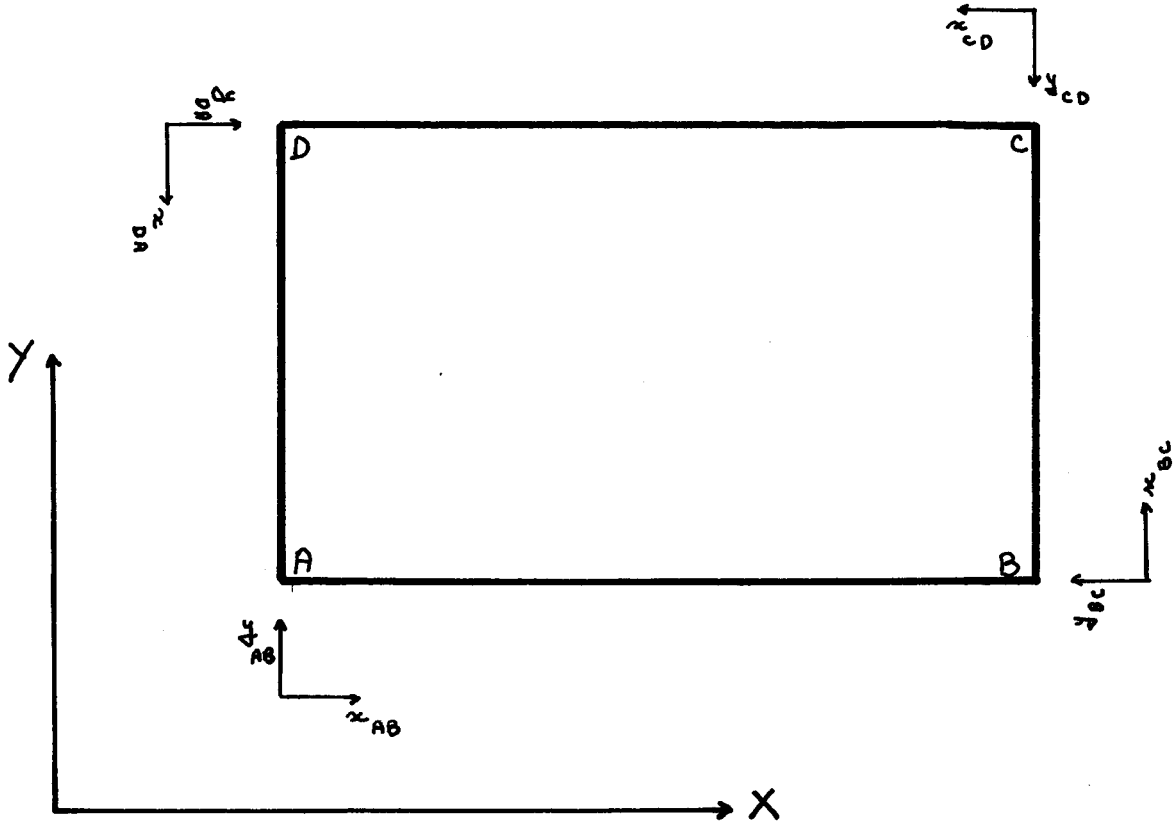


fig IV, 7

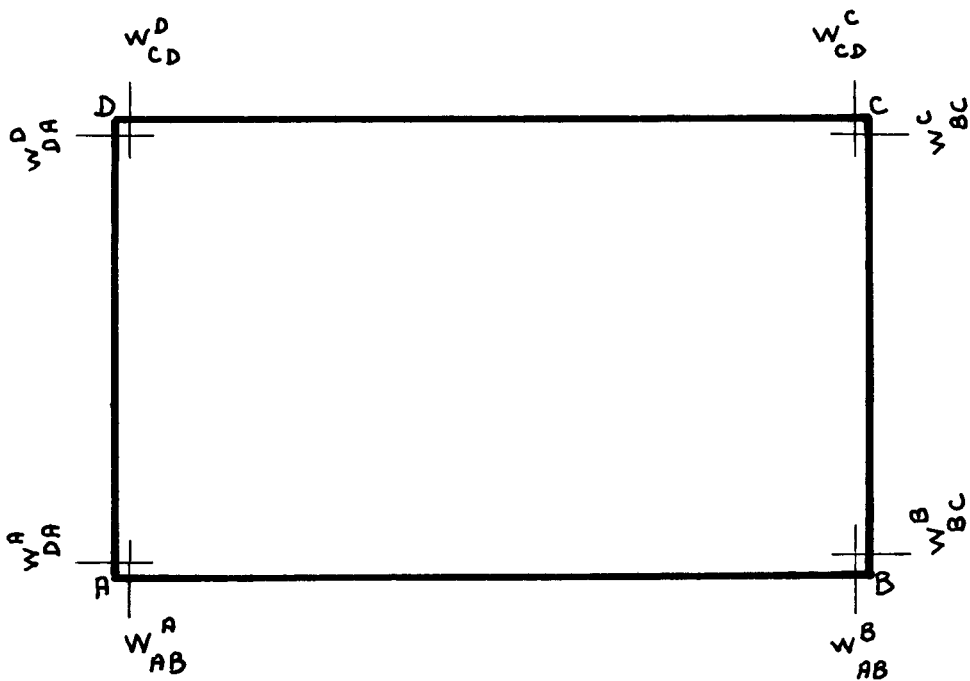


fig IV, 8



On se fixe pour chaque travée une origine et une extrémité.  
Pour cela, on prend :

pour la travée	AB	$\theta = 0$	origine A	extrémité B
pour la travée	BC	$\theta = \frac{M}{2}$	" B	" C
pour la travée	CD	$\theta = M$	" C	" D
pour la travée	DA	$\theta = \frac{3M}{2}$	" D	" A

La méthode de calcul consiste à déterminer d'abord les valeurs des composantes d'un seul vecteur état de la structure, soit celui associé à la section située à l'origine de la travée AB ; ensuite de déterminer les valeurs des composantes des vecteurs état associés à une section quelconque de la structure d'après les valeurs du vecteur état déjà calculées.

1. Détermination des composantes du vecteur état associées à la section située à l'origine de la travée AB

Appelons  $\vec{w}_{jk}^1$  le vecteur état associé à la section située à la limite de la travée j k aboutissant au noeud 1 (fig IV, 8).

Avec  $l = j$  si la section est située à l'origine de la travée  
 $l = k$  si la section est située à l'extrémité de la travée, on a donc 8 vecteurs état  $\vec{w}_{jk}^1$

On peut relier les différents vecteurs état par deux types de relation :

a) en exprimant le vecteur état associé à la section située à l'extrémité de chaque travée  $\vec{w}_{jk}^k$  en fonction du vecteur état à l'origine de cette travée  $\vec{w}_{jk}^j$ , à l'aide des matrices travées comme cela a été exposé au paragraphe (III, 7)

$$[w_{AB}^B] = [T]_{AB} [w_{AB}^A]$$

$$[w_{BC}^C] = [T]_{BC} [w_{BC}^B]$$

$$[w_{CD}^D] = [T]_{CD} [w_{CD}^C]$$

$$[w_{DA}^A] = [T]_{DA} [w_{DA}^D]$$

b) en exprimant le vecteur état à l'origine d'une travée jk issue du noeud j soit  $\vec{w}_{jk}^j$  par rapport au vecteur état à l'extrémité d'une travée i j aboutissant au noeud j, soit  $\vec{w}_{ij}^j$  à l'aide des matrices nodales comme cela a été exposé au paragraphe (III,8)

...

$$[w_{BC}^B] = [N]_B [w_{AB}^B]$$

$$[w_{CD}^C] = [N]_C [w_{BC}^C]$$

$$[w_{DA}^D] = [N]_D [w_{CD}^D]$$

$$[w_{AB}^A] = [N]_A [w_{DA}^A]$$

Ces équations matricielles permettent par des relations de récurrence d'avoir le vecteur  $\vec{w}_{AB}^A$  en fonction de lui-même.

$$[w_{AB}^A] = [N]_A [T]_{DA} [N]_D [T]_{CD} [N]_C [T]_{BC} [N]_B [T]_{AB} [w_{AB}^A]$$

soit :  $[w_{AB}^A] = [S] [w_{AB}^A]$

avec  $[S] = [N]_A [T]_{DA} [N]_D [T]_{CD} [N]_C [T]_{BC} [N]_B [T]_{AB}$  (1)

on appelle  $[S]$  la matrice structure du cadre fermé.

La matrice  $[S]$  est une matrice carrée 7 x 7.

Puisque les matrices nodales et les matrices travées possèdent la propriété d'avoir la 7e ligne composée de telle sorte que les 6 premiers termes sont nuls, et que le 7e terme est égal à l'unité, la matrice  $[S]$  possède la même propriété.

L'équation matricielle  $[w_{AB}^A] = [S] [w_{AB}^A]$  se traduit par le système d'équation suivant :

$$u = s_{11}u + s_{12}v + s_{13}\omega + s_{14}N + s_{15}T + s_{16}M + s_{17}$$

$$v = s_{21}u + s_{22}v + s_{23}\omega + s_{24}N + s_{25}T + s_{26}M + s_{27}$$

$$\omega = s_{31}u + s_{32}v + s_{33}\omega + s_{34}N + s_{35}T + s_{36}M + s_{37}$$

$$N = s_{41}u + s_{42}v + s_{43}\omega + s_{44}N + s_{45}T + s_{46}M + s_{47}$$

$$T = s_{51}u + s_{52}v + s_{53}\omega + s_{54}N + s_{55}T + s_{56}M + s_{57}$$

$$M = s_{61}u + s_{62}v + s_{63}\omega + s_{64}N + s_{65}T + s_{66}M + s_{67}$$

$$1 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1$$

...



Soit sous la forme :

$$\begin{aligned}
 -s_{17} &= (s_{11} - 1)u + s_{12}v + s_{13}\omega + s_{14}N + s_{15}T + s_{16}M \\
 -s_{27} &= s_{21}u + (s_{22} - 1)v + s_{23}\omega + s_{24}N + s_{25}T + s_{26}M \\
 -s_{37} &= s_{31}u + s_{32}v + (s_{33} - 1)\omega + s_{34}N + s_{35}T + s_{36}M \\
 -s_{47} &= s_{41}u + s_{42}v + s_{43}\omega + (s_{44} - 1)N + s_{45}T + s_{46}M \\
 -s_{57} &= s_{51}u + s_{52}v + s_{53}\omega + s_{54}N + (s_{55} - 1)T + s_{56}M \\
 -s_{67} &= s_{61}u + s_{62}v + s_{63}\omega + s_{64}N + s_{65}T + (s_{66} - 1)M
 \end{aligned}$$

Soit sous la forme matricielle :

$$[K] = [S'] [w_{AB}^A] \quad (2)$$

K est une matrice colonne 6 x 1 définie par l'égalité :

$$[K] = \begin{bmatrix} -s_{17} \\ -s_{27} \\ -s_{37} \\ -s_{47} \\ -s_{57} \\ -s_{67} \end{bmatrix}$$

[S'] est une matrice carrée 6 x 6 définie par l'égalité :

$$[S'] = \begin{bmatrix} s_{11} - 1 & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} - 1 & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} - 1 & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} - 1 & s_{45} & s_{46} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} - 1 & s_{56} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} - 1 \end{bmatrix}$$

Puisque les termes de la matrice [S] ont été déterminés d'après l'équation (1), on peut en déduire les termes de la matrice [K] et ceux de la matrice [S'] .

En multipliant à gauche par  $S'^{-1}$  les deux termes de l'équation (2) on aura :

$$[S']^{-1} [K] = [S']^{-1} [S'] [w_{AB}^A]$$

soit

$$[w_{AB}^A] = [S']^{-1} [K] \quad (3)$$

...

L'équation (3) nous permet d'obtenir les valeurs des composantes du vecteur état au point A origine de la travée AB.

2. Détermination des valeurs des composantes du vecteur état d'une section quelconque de la structure

Appelons :

$S_{jk}$  une section frontière quelconque d'une travée  $jk$

$Q_{jk}$  la section située à l'origine de la travée  $jk$  dans le repère local

Selon la position de la section  $S_{jk}$  par rapport à la frontière  $s + 1$ , deux cas peuvent se présenter pour la  $jk$  détermination du vecteur état associé à la section  $S_{jk}$ .

a) La section  $S_{jk}$  est à l'amont de la frontière  $s + 1$  (fig IV, 9). Dans ce cas la section  $S_{jk}$  est séparée de la section  $Q_{jk}$  par un nombre  $s$  de tronçons et un  $jk$  nombre  $s$  de frontières.

On a les relations :

$$[V_{s+1}^s] = [A_s] [V_s^s]$$

$$[V_s^s] = [F_s] [V_s^{s-1}]$$

$$[V_s^{s-1}] = [A_{s-1}] [V_s^{s-2}] \text{ et ainsi de suite jusqu'à :}$$

$$[V_2^1] = [A_1] [V_1^1]$$

$$[V_1^1] = [F_1] [w_{jk}^j]$$

soit :

$$[V_{s+1}^s] = [A_1] [F_1] [A_{s-1}] \dots [F_2] [A_1] [F_1] [w_{jk}^j]$$

b) La section  $S_{jk}$  est à l'aval de la frontière  $s + 1$  (fig IV, 10). Dans ce cas la section  $S_{jk}$  est séparée de la section  $Q_{jk}$  par un nombre  $s$  de tronçons de un nombre  $s + 1$  de frontières :

On a la relation :

$$[V_{s+1}^{s+1}] = [F_{s+1}] [V_{s+1}^s]$$

mais on connaît d'après le premier cas la relation qui relie  $[V_{s+1}^s]$  à  $[w_{jk}^j]$

d'où on déduit :

$$[V_{s+1}^{s+1}] = [F_{s+1}] [A_s] [F_s] [A_{s-1}] [F_{s-1}] \dots [F_2] [A_1] [F_1] [w_{jk}^j]$$

...

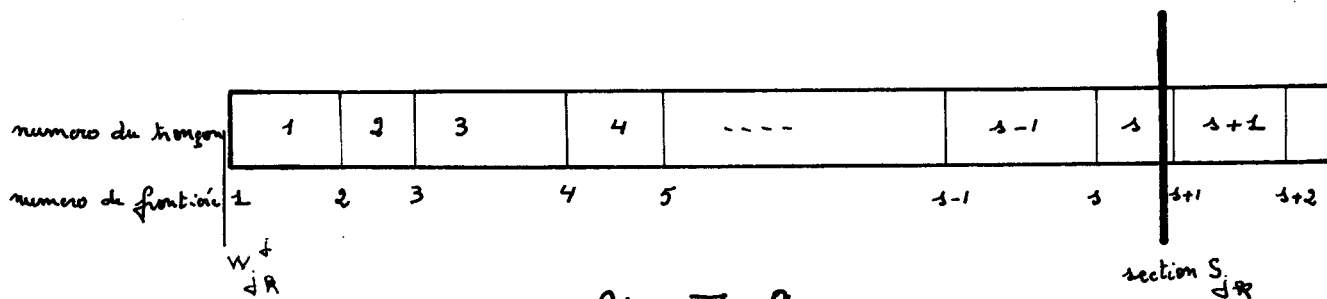


fig. IV, 9

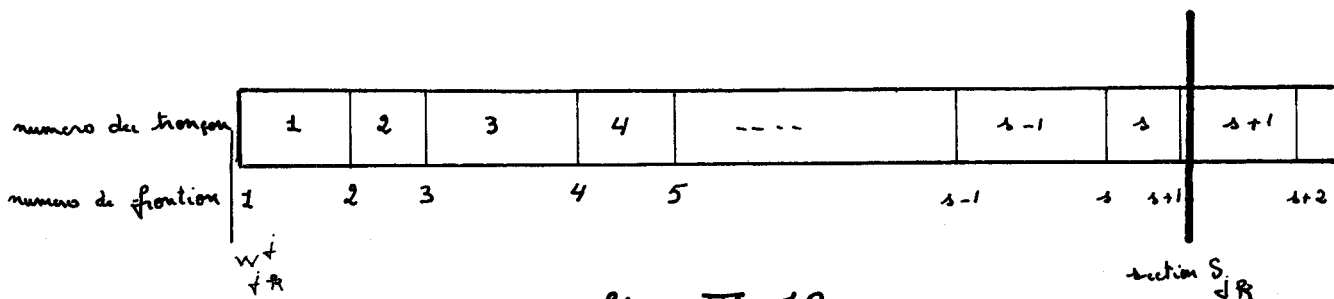


fig. IV, 10



Cette équation nous permet de déterminer les valeurs des composantes du vecteur état associé à une frontière quelconque d'une travée  $jk$  en fonction du vecteur état associé à la section située à l'origine de cette travée  $w_{jk}^j$

Or, le vecteur état  $w_{jk}^j$  peut être exprimé en fonction du vecteur  $w_{AB}^A$ , des matrices travées et des matrices nodales.

En effet, d'après les séries d'équations (1) et (2) on a :

$$[w_{BC}^B] = [N]_B [T]_{AB} [w_{AB}^A]$$

$$[w_{CD}^C] = [N]_C [T]_{BC} [N]_B [T]_{AB} [w_{AB}^A]$$

$$[w_{DA}^D] = [N]_D [T]_{CD} [N]_C [T]_{BC} [N]_B [T]_{AB} [w_{AB}^A]$$

Ces matrices travées et nodales étant calculées ainsi que les différentes matrices tronçons et frontières entre la section étudiée et l'origine de la travée à laquelle cette section appartient, on peut déterminer les valeurs des composantes du vecteur associé à cette section en fonction de celles du vecteur état  $w_{AB}^A$ . Mais puisque celles-ci sont déjà connues, d'après le paragraphe précédent, il nous est possible de déterminer les valeurs des composantes du vecteur état associé à une section quelconque de la structure.

### C - CALCUL DES DIFFERENTES MATRICES TRAVEES ET MATRICES NODALES

#### 1. Calcul de la matrice $[T]_{AB}$

Pour calculer la matrice travée  $[T]_{AB}$  on divise la travée en une certaine de tronçons séparés par des frontières. Ces frontières peuvent être en toute généralité dues à divers facteurs induisant une discontinuité d'un ou plusieurs éléments du vecteur état au droit de la frontière. Pratiquement, les seules discontinuités qui existent le long de la travée sont celles dues à l'existence des modèles T, simulant le sol. Dans notre programme de calcul, on considère que toutes les frontières de la semelle sont de ce type.

La travée est donc divisée en un nombre  $n$  de tronçons ( $n$  est de l'ordre de 100). Ces tronçons ont les mêmes caractéristiques mécaniques et géométriques, et sont numérotés de 1 à  $n$ , en ordre croissant dans le sens positif de l'axe X.

Ces tronçons sont limités par un nombre  $n + 1$  de frontières constituées par des modèles T simulant le sol (fig IV, 11).

Chaque tronçon est sollicité par une charge uniformément répartie  $p$  représentant le poids propre de la semelle, et le cas échéant, le poids des terrains situés au-dessus de la semelle.

Les éléments de la matrice tronçon ont donc la même valeur pour tous les tronçons appartenant à la travée. La matrice tronçon est :

...

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1/ES & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & l^3/6EI & -l^2/2EI & pl^4/24EI \\ 0 & 0 & 1 & 0 & l^2/2EI & -l/EI & pl^3/6EI \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & pl \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -pl^2/6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Une frontière appartenant à la semelle étant due à l'existence d'un modèle T, elle est caractérisée par une réaction liée au déplacement de la structure en cette section par l'équation :

$$\begin{aligned} \forall u & \quad R_x = -G_3 u \\ \text{si } v > 0 & \quad R_y = 0 \\ \text{si } v < 0 \text{ et } |v| \leq d & \quad R_y = -G_1 v \\ \text{si } v < 0 \text{ et } |v| \geq d & \quad R_y = -(G_1 - G_2)d - G_2 v \end{aligned}$$

La réaction dans la direction OX induit exclusivement une discontinuité d'effort normal, tandis que la réaction dans la direction OY, induit exclusivement une discontinuité d'effort tranchant.

Pour déterminer la matrice frontière, on exprime les composantes du vecteur état  $V_n$  situé en aval de la frontière, en fonction des composantes du  $n$  vecteur état  $V_{n-1}$ , situé en amont de la frontière et ceci à l'aide des :

- conditions de continuité de la travée :

$$\begin{aligned} \text{d'où } u_n & = u_{n-1} \\ v_n & = v_{n-1} \\ \omega_n & = \omega_{n-1} \end{aligned}$$

- équations d'équilibre statique appliquées à la frontière n isolée de la travée :

$$\begin{aligned} \text{d'où } N_n & = N_{n-1} + R_x \\ T_n & = T_{n-1} + R_y \\ M_n & = M_{n-1} \end{aligned}$$

...

Soit pour l'effort normal

$$N_n = N_{n-1} - G_3 u$$

et pour l'effort tranchant :

$$\text{si } v > 0 \quad T_n = T_{n-1}$$

$$\text{si } v < 0 \text{ et } |v| \leq d \quad T_n = T_{n-1} - G_1 v$$

$$\text{si } v < 0 \text{ et } |v| > d \quad T_n = T_{n-1} + (G_1 - G_2)d - G_2 v$$

Des équations précédentes, on déduit la matrice frontière associée à une frontière due à l'existence d'un modèle T simulant le sol. Mais du fait que l'équation exprimant  $T_n$  en fonction de  $T_{n-1}$  dépend du sens et de la valeur de  $v$ , la matrice  $T_n$  frontière a l'une des trois formes suivantes :

-si  $v > 0$

$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -G_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Appelons cette forme de la matrice frontière la forme  $f'$

-si  $v < 0$  et  $|v| \leq d$

$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -G_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Appelons cette forme de la matrice frontière  $f_1$

-si  $v < 0$  et  $|v| > d$

$$[F] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -G_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_2 & 0 & 0 & 1 & 0 & (G_1 - G_2)d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Appelons cette forme de la matrice frontière  $f_2$

...

En associant à chaque frontière la matrice frontière adéquate d'après le sens et la valeur de  $v$  et en associant à chaque tronçon la matrice tronçon définie ci-dessus on peut en déduire la matrice travée de la semelle d'après l'équation (voir paragraphe III,7)

$$[T]_{AB} = [F_{n+1}] [A] [F_n] [A] [F_{n-1}] \dots [F_3] [A] [F_2] [A] [F_1]$$

2. Calcul de la matrice nodale  $[N]_B$

On peut exprimer les composantes du vecteur état  $w_{BC}^{\rightarrow B}$  par rapport aux composantes du vecteur état  $w_{AB}^{\rightarrow B}$  à l'aide des équations exprimant :

- la compatibilité des déplacements du noeud B
- l'équilibre statique du noeud B

Du fait que le repère local de la travée BC se déduit du repère local de la travée AB, par une rotation de  $\frac{\pi}{2}$  dans le sens trigonométrique, on a :

pour les déformations (fig IV, 12 a)

$$\begin{aligned} u_{BC}^B &= v_{AB}^B \\ v_{BC}^B &= -u_{AB}^B \\ \omega_{BC}^B &= \omega_{AB}^B \end{aligned}$$

pour les éléments de réduction des forces intérieures (fig IV, 12 b)

$$\begin{aligned} N_{BC}^B &= T_{AB}^B \\ T_{BC}^B &= -N_{AB}^B \\ M_{BC}^B &= M_{AB}^B \end{aligned}$$

Ces six équations peuvent être mises sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ \omega \\ N \\ T \\ M \\ 1 \end{bmatrix}_{BC}^B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ \omega \\ N \\ T \\ M \\ 1 \end{bmatrix}_{AB}^B$$

Soit  $[w_{BC}^B] = [N]_B [w_{AB}^B]$

...

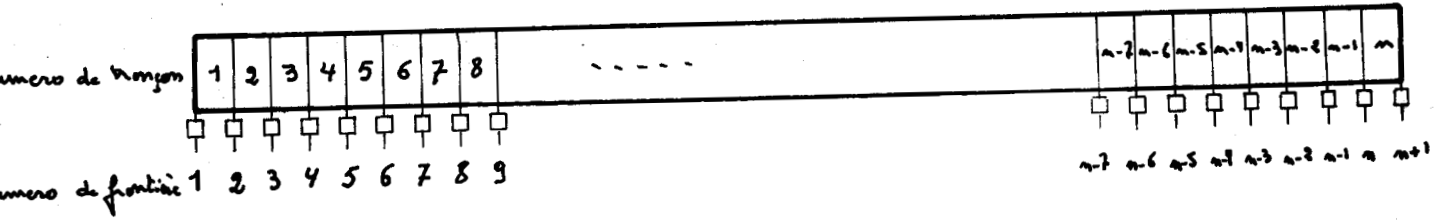


fig. IV, 11

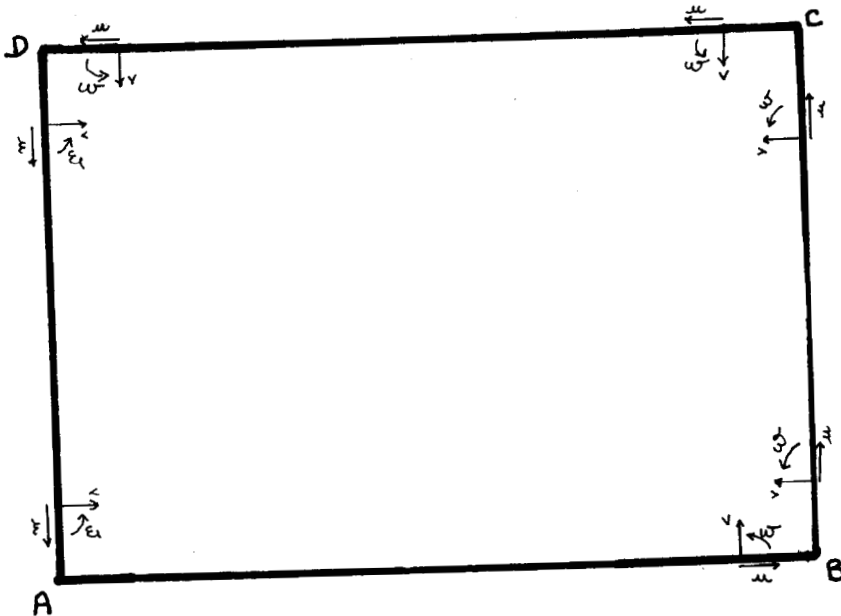


fig. IV, 12 a

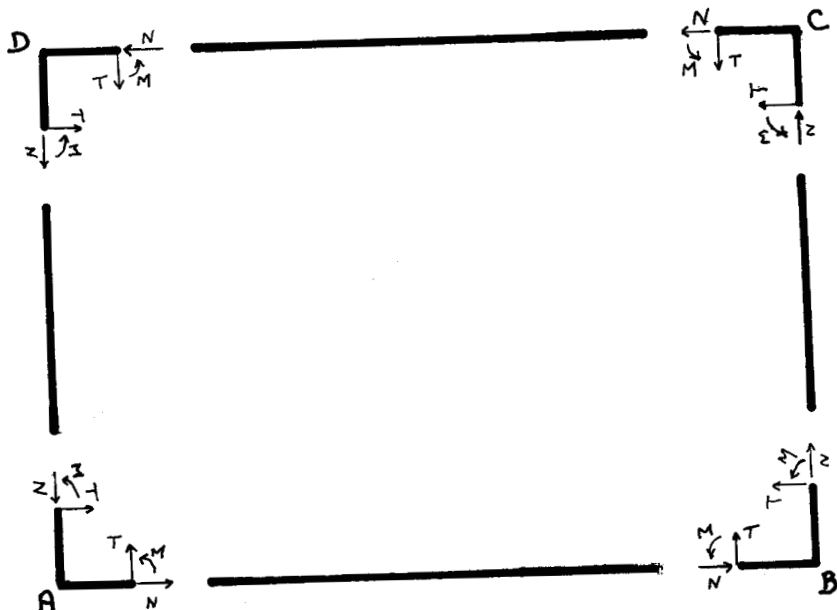


fig. IV, 12 b





avec

$$[N_B] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Calcul de la matrice travée  $[T]_{BC}$

On divise le piedroit BC en p tronçons, dont q tronçons appartenant à la partie BE du piedroit, c'est-à-dire en contact avec le massif et r tronçons appartenant à la partie EC, c'est-à-dire sans contact avec le massif.

Soit  $p = q + r$  (fig IV, 13)

Les p tronçons sont limités par p + 1 frontières, ils sont numérotés de n+2 à p + n + 1 par ordre croissant dans le sens positif de l'axe des x, dans le repère local. De même les frontières sont numérotées dans le même sens de n + 2 à p + n + 2. Ainsi chaque tronçon i est limité par les frontières i et i + 1.

Tous les tronçons q ont les mêmes caractéristiques mécaniques et géométriques. Du fait que la partie BE du piedroit peut supporter sur toute sa hauteur une surcharge linéaire due à l'existence du massif, chaque tronçon i (avec  $n + 2 \leq i \leq q + n + 1$ ) est sollicité par une surcharge linéaire variant de  $a_i$  jusqu'à  $b_i$ .

En appelant :

- a" l'intensité de la surcharge extérieure à une distance de la surface libre du massif.
- b" l'intensité de la surcharge extérieure au pied du piedroit
- $a_i$  l'intensité de la surcharge à l'origine d'un tronçon i
- $b_i$  l'intensité de surcharge à l'extrémité d'un tronçon i
- l la longueur d'un tronçon.

on aura :

$$a_i = a'' + \frac{(b'' - a'')(q + n + 2 - i)}{q}$$

$$b_i = a'' + \frac{(b'' - a'')(q + n + 1 - i)}{q}$$

La matrice tronçon associée à un tronçon appartenant à la partie BE du piedroit a la forme :

...

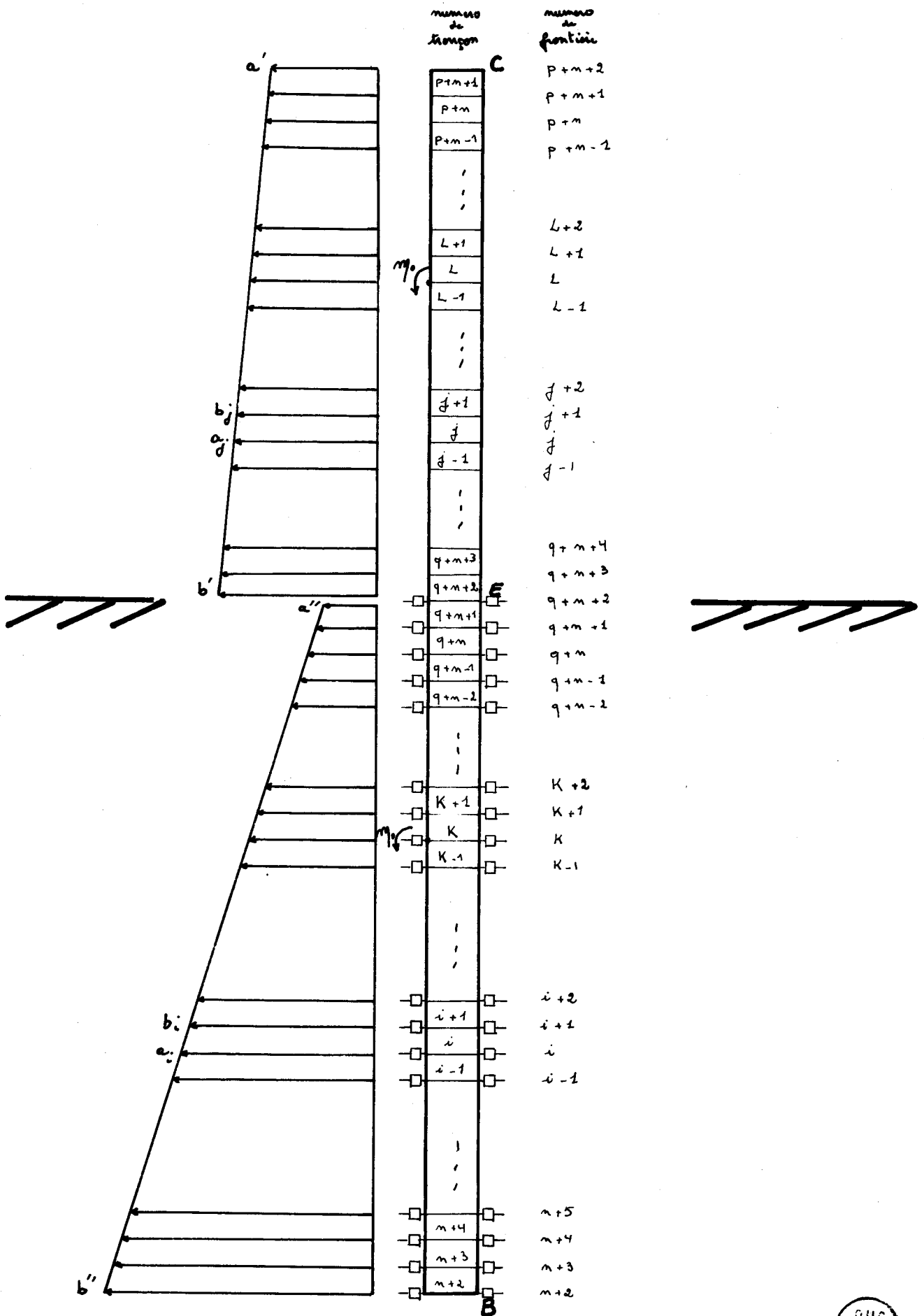


fig. IV, 13



$$[A_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{-1}{ES} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \frac{l^3}{6EI} & \frac{-l^2}{2EI} & \frac{(4a_i + 3b_i) l^4}{120 EI} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{l^2}{2EI} & \frac{-l}{EI} & \frac{(3a_i + b_i) l^3}{24 EI} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{(a_i + b_i) l}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & \frac{-(2a_i + b_i) l^2}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les frontières de  $n + 2$  à  $q + n + 2$  sont des frontières au droit desquelles existe une discontinuité d'effort tranchant et d'effort normal due à l'action de l'ensemble des modèles  $T^e$  et  $T^i$  simulant le sol.

Mais de plus, pour prendre en compte l'action d'un ou de plusieurs moments fléchissants extérieurs le long de la partie BE, notons que la frontière K, avec  $n + 2 \leq K \leq q + n + 2$ , située au point d'application d'un moment fléchissant, possède une discontinuité de moment fléchissant de plus d'une discontinuité d'effort tranchant et d'effort normal.

La matrice frontière appelée  $F_i$ , associée à une frontière  $i$  où existe exclusivement un ensemble de modèle  $T^e$  et  $T^i$  soit  $n + 2 \leq i \leq q + n + 2$  et  $i \neq K$  est déterminée par l'équation reliant le déplacement d'un point de la partie DE à la réaction fournie par l'ensemble des modèles  $T^e$  et  $T^i$  situé en ce point.

Du fait que cette équation dépend du sens et de la valeur du déplacement  $v$ , la matrice frontière associée à une frontière  $i$  peut avoir une des quatre formes suivantes :

- si  $v < 0$  et  $|v| \leq d$

$$[F_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -G_3^e & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_1^e & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0^1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Appelons cette forme la forme  $f_1$

...

- si  $v < 0$  et  $|v| > d$

$$[F_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -G_3^e & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_2^e & 0 & 0 & 1 & 0 & (G_1 - G_2)d \\ 0 & 0^2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0^1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Appelons cette forme la forme  $f_2$

- si  $v > 0$  et  $v \leq d$

$$[F_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -G_3^i & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_1^i & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0^1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Appelons cette forme la forme  $f_3$

- si  $v > 0$  et  $v > d$

$$[F_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -G_3^i & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_2^i & 0 & 0 & 1 & 0 & -(G_1 - G_2)d \\ 0 & 0^2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Appelons cette forme la forme  $f_4$

Pour une frontière K, située au point d'application d'un moment fléchissant extérieur d'intensité  $m_0$  et d'un ensemble de modèle  $T^e$  et  $T^i$ , les conditions d'équilibre statique appliquées à la frontière K isolée de la travée nous donnent :

$$N_k = N_{k-1} + R_x$$

$$T_k = T_{k-1} + R_y$$

$$M_k = M_{k-1} + m_0$$

La matrice frontière associée à une telle frontière, appelée  $[F_k]$ , est donc différente de la matrice frontière associée à une frontière où existe exclusivement un ensemble de modèles  $T^e$  et  $T^i$ , appelée  $[F_i]$ , par un seul terme à savoir le 7e terme de la 6e colonne. Il suffit de remplacer la valeur nulle du terme  $f_{6,7}$  de la matrice  $[F_i]$  par la valeur  $m_0$  pour avoir la matrice  $[F_k]$

...

Par exemple, si  $v > 0$  et  $v > d$  la matrice frontière associée à une frontière associée à une frontière K sera

$$[F_k] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -G_3^1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_2^1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -(G_1 - G_2)d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & m_0^1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ainsi toutes les matrices tronçons et les matrices frontières de la partie BE sont déterminées.

Quant à la partie EC, elle est composée de r tronçons ayant les mêmes caractéristiques mécaniques et géométriques. La matrice tronçon associée à un tronçon j avec  $q + n + 2 \leq j \leq p + n + 1$  a la forme  $[A_j]$  qui est la même que celle de la matrice tronçon associée à un tronçon  $i$  appartenant à la partie BE mais la valeur de  $a_i$  et  $b_i$  seront remplacées respectivement par  $a_j$  et  $b_j$  qui sont données par l'équation :

$$a_j = a' + \frac{(b' - a')(p + n + 2 - j)}{p - q}$$

$$b_j = a' + \frac{(b' - a')(p + n + 1 - j)}{p - q}$$

$a'$  et  $b'$  étant respectivement la valeur de l'intensité de la surcharge extérieure au sommet du piedroit et à une distance  $+e$  de la surface libre du massif.

Les frontières appartenant à la partie EC, soit les frontières numérotées de  $q + n + 3$  jusqu'à  $p + n + 2$ , ne correspondent à aucune discontinuité sauf celles qui existent au point d'application d'un moment fléchissant extérieur. Pour une telle frontière soit la frontière L avec  $q + n + 3 \leq L \leq p + n + 2$  la matrice frontière à la forme :

$$[F_L] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1^0 \end{bmatrix}$$

Pour les autres frontières j avec  $j \neq L$ , la matrice frontière est la matrice unité. Ayant déterminé toutes les matrices frontières et tronçons de la travée BC, on peut en déduire la matrice travée  $[T]_{BC}$  d'après l'équation :

$$[T]_{BC} = [F_{p+n+2}] [A_j] [F_{p+n+1}] \dots [A_j] [F_j] \dots [A_j] [F_L] \dots [A_j] [F_{q+n+4}] [A_j] [F_{q+n+3}] [A_j] [F_{q+n+2}] [A_i] [F_{q+n+1}] \dots [A_i] [F_i] \dots [A_k] [F_k] \dots [A_{n+3}] [F_{n+3}] [A_{n+2}] [F_{n+2}]$$

...

4. Calcul de la matrice nodale  $[N]_C$

Le rôle de la matrice nodale  $[N]_C$  est de relier les composantes du vecteur état  $w_{CD}^C$  aux composantes du vecteur état  $w_{CD}^B$  (fig IV, 12). Du fait que le repère local de la travée CD se déduit du repère local de la travée BC par une rotation de  $\frac{\pi}{2}$  dans le sens trigonométrique, juste comme le repère local de la travée CD se déduit de celui de la travée AB ; on a la matrice nodale  $[N]_C$  égale à la matrice nodale  $[N]_B$

$$[N]_C = [N]_B$$

5. Calcul de la matrice travée  $[T]_{CD}$

Les seules discontinuités qui existent le long de la travée BC sont des discontinuités dues aux sollicitations extérieures. Elles peuvent être dues :

- soit à une discontinuité de la linéarité de la surcharge. Le nombre total de ces discontinuités est appelé  $\alpha$
- soit à l'existence d'un moment fléchissant extérieur. Le nombre total de ces moments fléchissants extérieurs est appelé  $\beta$

Le nombre des tronçons de la travée supérieure, appelée  $s$ , sera égal en général à  $s = \alpha + \beta + 1$

Il sera diminué d'autant de fois qu'il y a coïncidence entre le point d'application du moment extérieur et le droit de discontinuité de surcharge.

On numérote ces tronçons de 1' à  $s'$  en ordre croissant dans le sens positif de l'axe des  $x$  dans le repère local. Ces  $s$  tronçons sont limités par  $s + 1$  frontières numérotées de la même manière (fig IV, 14).

Si la frontière est due à une discontinuité de la surcharge, le vecteur état étant le même en amont et en aval de la frontière, la matrice frontière sera la matrice unité.

Par contre si une frontière est due à l'existence d'un moment fléchissant extérieur, la matrice frontière aura la forme :

$$[F]_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice tronçon a toujours la même forme décrite précédemment.

...

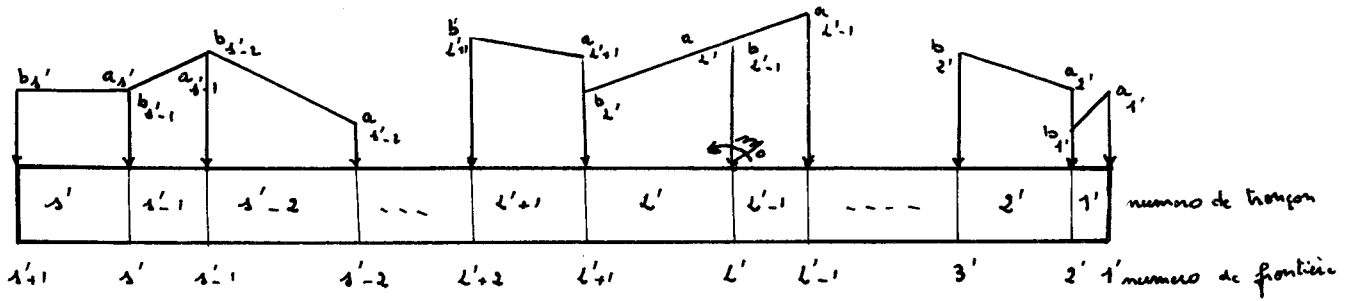


fig. IV, 14

Les matrices tronçons et frontières étant déterminées, la matrice travée  $T_{BC}$  est calculée d'après l'équation :

$$[T]_{BC} = [F_{s'+1}] [A_1] [F_1] \dots [F_2] [A_1] [F_1]$$

6. Calcul de la matrice nodale  $[N]_D$

Le repère local associé à la travée DA étant déduit de celui associé à la travée CD par une rotation de  $\frac{\pi}{2}$  dans le sens trigonométrique (fig IV, 12) on a :

$$[N]_D = [N]_C = [N]_B$$

7. Calcul de la matrice travée  $[T]_{DA}$

L'étude menée au paragraphe 3. concernant la travée BC peut être appliquée à la travée DA pour la détermination de la matrice travée  $[T]_{DA}$ .

Cette étude nous amène à diviser le piedroit DA en p tronçons dont u tronçons appartenant à la partie DH et v tronçons appartenant à la partie HA, qui est en contact avec le sol.

Ces p tronçons sont limités par p + 1 frontières, les tronçons appartenant à la partie DH sont numérotés en ordre croissant dans le sens de l'axe des x du repère local, de p + n + u + 3 à p + n + u + v + 2 soit 2 p + n + 2.

De même les frontières sont numérotées de p + n + 3 à p + n + u + 2 en ce qui concerne la partie DH et de p + n + u + 3 à 2 p + n + 3 en ce qui concerne la partie HA (fig IV, 15).

Notons qu'en toute généralité, la géométrie et les caractéristiques mécaniques de la structure ainsi que celles du massif sont asymétriques ; il en résulte que les matrices tronçons et frontières appartenant à la travée DA ont les mêmes formes que celles rencontrées dans l'étude de la travée BC ; mais que le nombre et les valeurs numériques de ces termes ne sont pas les mêmes pour la travée DA et la travée BC.

Toutefois la matrice  $[T]_{DA}$  peut être déterminée dès lors qu'on connaît la géométrie et les caractéristiques de la travée DA et du massif juxtaposant en appliquant la même démarche que celle exposée au paragraphe 3.

8. Calcul de la matrice nodale  $[N]_A$

Le repère local associé à la travée AB étant déduit de celui associé à la travée CD par une rotation de  $\frac{\pi}{2}$  dans le sens trigonométrique (fig IV, 12)

$$[N]_A = [N]_D = [N]_C = [N]_B$$

...



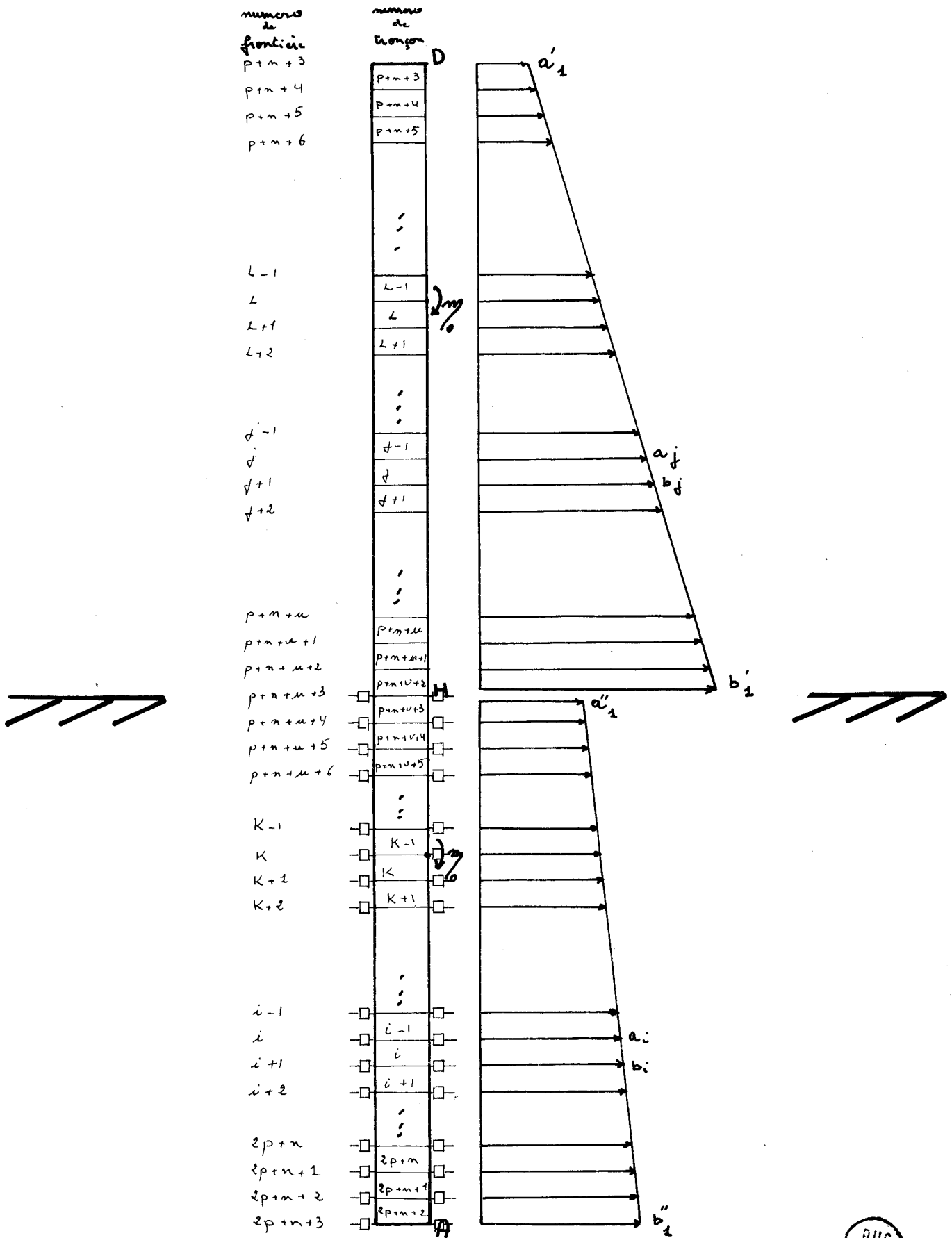


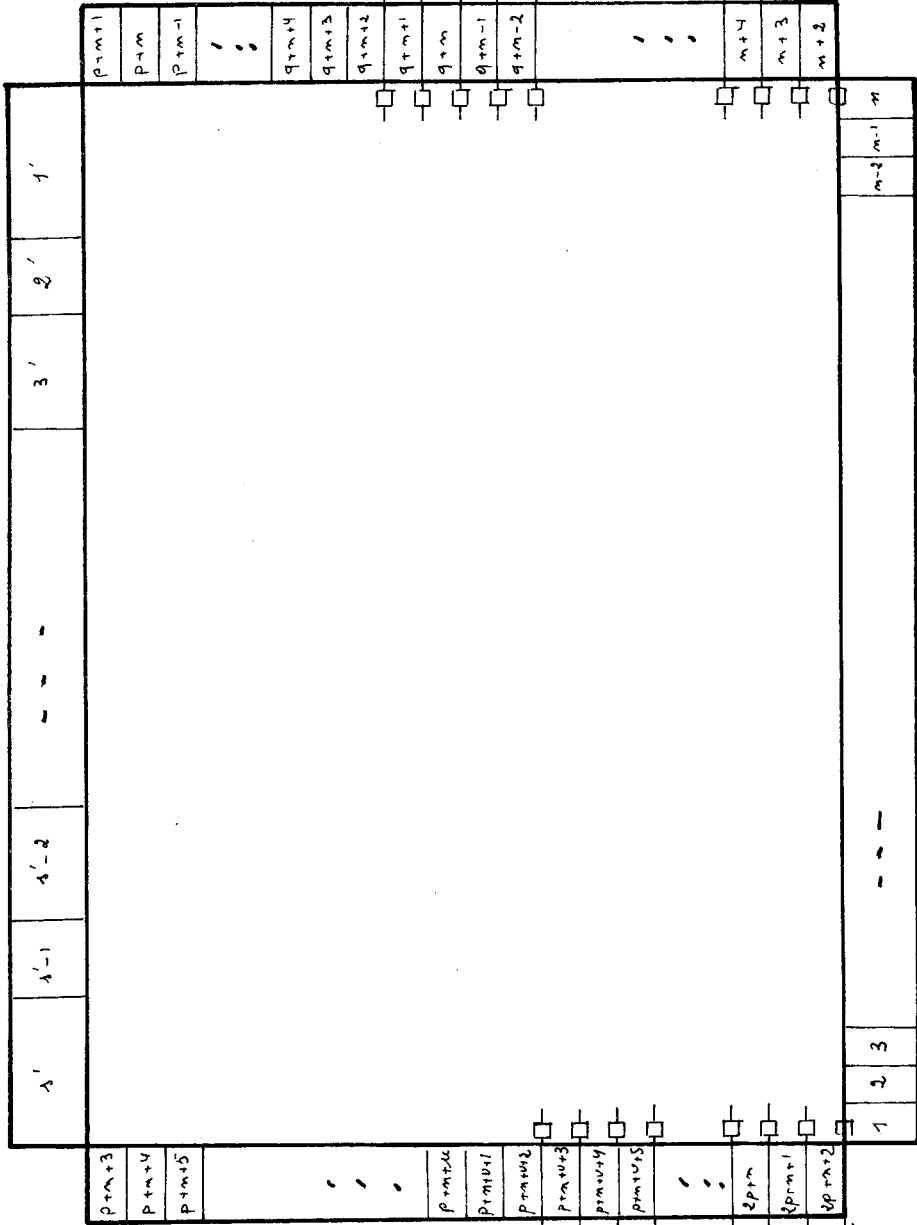
fig. IV, 15



208  
2113

$s'$  tronsons

$\lambda'_{s+1}$   $\lambda'_{s-1}$   $\lambda'_{s-2}$  - - -  $\lambda'_1$   $\lambda'_2$   $\lambda'_3$   $\lambda'_4$   $\lambda'_1$   $\lambda'_2$   $\lambda'_3$   $\lambda'_4$   $\lambda'_1$



$p+m+3$   
 $p+m+4$   
 $p+m+5$   
 $p+m+6$

$p+m+u$   
 $p+m+u+1$   
 $p+m+u+2$   
 $p+m+u+3$   
 $p+m+u+4$   
 $p+m+u+5$

$2p+m$   
 $3p+m+1$   
 $2p+m+2$   
 $3p+m+3$

$p+m+1$   
 $p+m$   
 $p+m-1$

$q+m+5$   
 $q+m+4$   
 $q+m+3$   
 $q+m+2$   
 $q+m+1$   
 $q+m$   
 $q+m-1$   
 $q+m-2$

$m+5$   
 $m+4$   
 $m+3$   
 $m+2$

$x = p - q$  tronsons

$q$  tronsons

$u$  tronsons

$v = p - u$  tronsons

1 2 3 4  $\dots$   $m-2$   $m-1$   $m$   $m+1$

$m$  tronsons

Fig. IV, 16



Remarque :

La numérotation adoptée pour les tronçons et les frontières du cadre fermé (fig IV, 16) a l'intérêt de nous permettre de calculer la matrice structure d'après la formule :

$$\begin{aligned}
 [S] = & [N]_A [F_{2p+n+3}] [A_{2p+n+2}] [F_{2p+n+2}] \dots [F_{p+n+4}] [A_{p+n+3}] \\
 & [F_{p+n+3}] [N]_D [F_{s'+1}] [A_{s'}] [F_{s'}] \dots [F_{2'}] [A_{2'}] [F_{1'}] [N]_C [F_{p+n+2}] \\
 & [A_{p+n+1}] [F_{p+n+1}] [A_{p+n}] \dots [F_{n+3}] [A_{n+2}] [F_{n+1}] [N]_B [F_{n+1}] [A_n] [F_n] \dots \\
 & [F_2] [A_1] [F_1]
 \end{aligned}$$

D - PRISE EN COMPTE DES GRANDES DE FORMATIONS

Lors du rappel des équations de base dans la méthode des matrices-transfert au chapitre III nous avons fait remarquer que la 2e équation de Bresse a été simplifiée en admettant l'hypothèse des déformations petites pour devenir :

$$u = u_0 - \int_{x_0}^x \frac{N}{ES} d\xi$$

Afin d'éviter cette dernière hypothèse il faut écrire la 2e équation de Bresse, entre deux sections d'abscisse  $x_0$  et  $x$ , sous la forme :

$$u = u_0 - \omega_0 (v - v_0) + \int_{x_0}^x \frac{M}{EI} (v - \eta) d\xi - \int_{x_0}^x \frac{N}{ES} \cos\alpha d\xi$$

$\xi$  et  $\eta$  étant les coordonnées d'une section courante.  
 $\alpha$  l'angle entre la fibre moyenne et l'axe  $ox$ .

Appliquons cette équation entre les deux sections  $m$  et  $m + 1$  délimitant un tronçon  $n$ .

$$u_{m+1} = u_m - \omega_m (v_{m+1} - v_m) + \frac{1}{E I_n} \int_{x_0}^x M (v_{m+1} - \eta) d\xi - \frac{1}{E S_n} \int_{x_0}^x \cos\alpha d\xi$$

Calculons l'intégrale :  $\int_{x_0}^x M (v_{m+1} - \eta) d\xi$

En admettant que la variation des déplacements verticaux soit linéaire entre les deux sections  $m$  et  $m+1$  d'abscisse  $x_0$  et  $x$  on aura :

$$\eta = v_m + (v_{m+1} - v_m) \frac{\xi}{l_n}$$

$l_n$  étant la longueur du tronçon  $n$

cette hypothèse est d'autant plus valable que la longueur  $l_n$  est petite. D'où :

$$\begin{aligned}
 \int_{x_0}^x M (v_{m+1} - \eta) d\xi &= \int_{x_0}^x M (v_{m+1} - v_m) \left(1 - \frac{\xi}{l_n}\right) d\xi \\
 &= (v_{m+1} - v_m) \int_{x_0}^x M \left(1 - \frac{\xi}{l_n}\right) d\xi
 \end{aligned}$$

...

Le moment fléchissant au droit d'une section  $\xi$  est donné par l'équation :

$$M = M_m - T_m \xi - \frac{a \xi^2}{2} + \frac{\xi^3}{6l_n} (a - b)$$

a et b étant l'intensité de la surcharge linéaire respectivement à l'origine et à la fin du tronçon n.

Soit en effectuant le calcul :

$$\int_{x_0}^x M (v_{m+1} - \eta) d\xi = \frac{v_{m+1} - v_m}{1} \left[ M_m \frac{l_n^2}{2} - T_m \frac{l_n^3}{6} - \frac{l_n^4}{120} (4a + b) \right]$$

D'autre part puisque N est constante le long du tronçon et  $\alpha$  est très petite soit  $\cos \alpha \approx 1$  on a :

$$\int_{x_0}^x N \cos \alpha d\xi = N_m l$$

Finalement la deuxième équation de Bresse devient :

$$(1) \quad u_{m+1} = u_m - \omega_m (v_{m+1} - v_m) + \frac{1}{E I_n} \cdot \frac{v_{m+1} - v_m}{l_n} \left[ M_m \frac{l_n^2}{2} - T_m \frac{l_n^3}{6} - (4a+b) \frac{l_n^4}{120} \right] - \frac{N l}{E S_n}$$

Ainsi on constate que la prise en considération de l'influence des déformations grandes implique que la déformation suivant la direction parallèle à l'axe de la poutre avant déformation est fonction de la déformation dans la direction orthogonale à celle-ci.

Du fait que  $u_{m+1}$  est fonction de  $v_{m+1}$  il n'est pas possible d'éviter l'hypothèse des déformations petites lors de l'établissement de la matrice tronçon  $[A]$ .

Afin de prendre en considération l'influence des déformations grandes on est amené à procéder numériquement. Ainsi après avoir déterminé -en admettant l'hypothèse des déformations petites- les déformations dans la direction orthogonale à l'axe de la poutre on introduit les valeurs numériques de  $v_{m+1}$  et  $v_m$  dans l'équation (1). En posant  $\alpha_n = \frac{v_{m+1} - v_m}{l_n}$ , la matrice tronçon aura la forme donnée ci-après et appelée la forme  $[A']_n$ .

$$[A']_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\alpha & -\frac{1}{ES} & -\alpha \frac{l^2}{6EI} & +\alpha \frac{l}{2EI} & -\alpha \frac{(4a+b) l^3}{120EI} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \frac{l^3}{6EI} & -\frac{l^2}{2EI} & \frac{(4a+b) l^4}{120EI} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{l^2}{2EI} & -\frac{l}{EI} & \frac{(3a+b) l^3}{24EI} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{(a+b) l}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -\frac{(2a+b) l^2}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_n$$

...

En prenant la forme  $[A'_n]$  de la matrice tronçon, au lieu de la forme  $[A_n]$  donnée au chapitre III, les grandes déformations sont prises en compte.

#### E - PROCEDE DE CALCUL

Le calcul d'un cadre fermé par la méthode des matrices de transfert en considérant que le sol a un comportement non linéaire est un calcul itératif.

En effet, la forme de la matrice frontière associée à un modèle T, ou à un ensemble de modèles  $T^e$  et  $T^i$  simulant le sol, à un point donné, est fonction du sens et de la valeur du déplacement dans la direction orthogonale à la travée en ce point. Le calcul de la matrice structure s'effectuant d'après les valeurs et la forme de chaque matrice frontière il en résulte que les valeurs des éléments des vecteurs état associés aux différentes sections de la structure dépendent de la forme de la matrice frontière associée à un modèle simulant le sol. Or, le choix de celle-ci est déterminé par la valeur d'un élément du vecteur état associé à cette frontière à savoir le déplacement dans la direction orthogonale à la travée.

On constate que le vecteur état associé à chaque section en contact avec le sol est à la fois une cause et un effet du choix de la forme de la matrice frontière ; ceci nous amène à résoudre le problème par une méthode itérative.

Pour cela, dans une première étape, on associe à toutes les frontières simulant le sol et qui appartiennent aussi bien à la semelle qu'aux deux piedroits BC et DA la matrice frontière dont la forme a été appelée  $f_1$ , c'est-à-dire qu'on suppose que le comportement du sol est linéaire et que tous les déplacements sont de signe négatif dans le repère local, d'autre part on admet l'hypothèse des petites déformations c'est-à-dire on prend la forme  $[A_n]$  de la matrice tronçon.

La forme de ces matrices frontières étant déterminée, on peut appliquer la méthode des matrices de transfert pour calculer les éléments des vecteurs état dans toute la structure, d'après ce qui a été exposé aux paragraphes B et C. On en déduit la valeur des déplacements dans la direction orthogonale à la travée des sections appartenant à la partie de la structure en contact avec le sol. On vérifie la valeur de ces déplacements aussi bien pour la semelle que pour les parties des travées BC et CD, qui sont en contact avec le sol. Si tous les déplacements sont négatifs dans le repère local de chaque travée, et inférieurs au seuil  $\delta$  du massif en ce point, le calcul, en admettant l'hypothèse des petites déformations, est terminé. Sinon, on entame la 2e étape qui consiste à associer à chaque frontière la forme adéquate, tout en conservant la forme  $[A_n]$  de la matrice tronçon.

Ainsi :

1° Si le déplacement de la section associée à cette frontière est négatif dans le repère local :

- la forme  $f_1$  si le déplacement est inférieur ou égal au seuil  $\delta$  du sol en ce point.
- la forme  $f_2$  si le déplacement est supérieur au seuil  $\delta$  du sol en ce point.

...

2° Si le déplacement de la section associée à cette frontière est positif dans le repère local on distingue deux cas :

- s'il s'agit d'une section appartenant à la semelle on associe à la frontière la matrice frontière de forme  $f'$ .

- s'il s'agit d'une section appartenant aux parties BE et HA des piedroits on associe :

- . la forme  $f_3$  si le déplacement est inférieur ou égal au seuil  $\delta$  du massif en ce point
- . la forme  $f_4$  si le déplacement est supérieur au seuil  $\delta$  du massif en ce point.

Après avoir associé à chaque frontière, la forme adéquate, on calcule la matrice structure et on en déduit les valeurs du vecteur état à chaque section de la structure. Le déplacement dans la direction orthogonale à la travée étant déterminé dans chaque frontière de la structure on associe à chacune de ces dernières la forme adéquate si cette forme est la même pour chaque frontière que celle qui lui a été associée au début de la 2e étape, le calcul est terminé. Sinon, on entame une 3e étape où la forme de la matrice frontière associée à une frontière simulant le sol est déduite d'après le signe et la valeur du déplacement obtenu à la fin de la 2e étape. Et ainsi de suite ...

Notons qu'en général, il suffit d'un nombre très limité d'itération -de trois à cinq fois- pour obtenir la stabilisation.

Les valeurs numériques des déplacements orthogonaux à l'axe de chaque travée étant déterminées à l'origine et à l'extrémité de chaque tronçon on peut calculer la valeur de  $\alpha$  pour chaque tronçon, ce qui nous permet de prendre en considération la matrice tronçon de la forme  $[A']$  au lieu de  $[A]$ . Ainsi en affectant à chaque frontière la forme de la matrice frontière de l'étape précédente et à chaque matrice tronçon la forme  $[A']$  on peut calculer la matrice structure et en déduire la valeur des composantes du vecteur état en tout point de la structure.

Notons que l'influence des grandes déformations sur la valeur des déplacements  $v$  est insignifiante ; ce qui justifie le fait de conserver la forme des matrices frontières de la dernière étape avant la prise en considération des grandes déformations.

Remarque :

1° La capacité ainsi que le temps calcul de l'ordinateur d'une part, et les considérations pratiques d'autre part, nous ont amené à limiter le découpage de la structure de la manière suivante :

- le nombre total des tronçons appartenant à la semelle et aux deux piedroits BC et DA est inférieur à 500. Ainsi si on appelle :

n le nombre des tronçons de la semelle

p le nombre des tronçons du piedroit BC ou du piedroit DA

on a  $2p + n \leq 500$

...

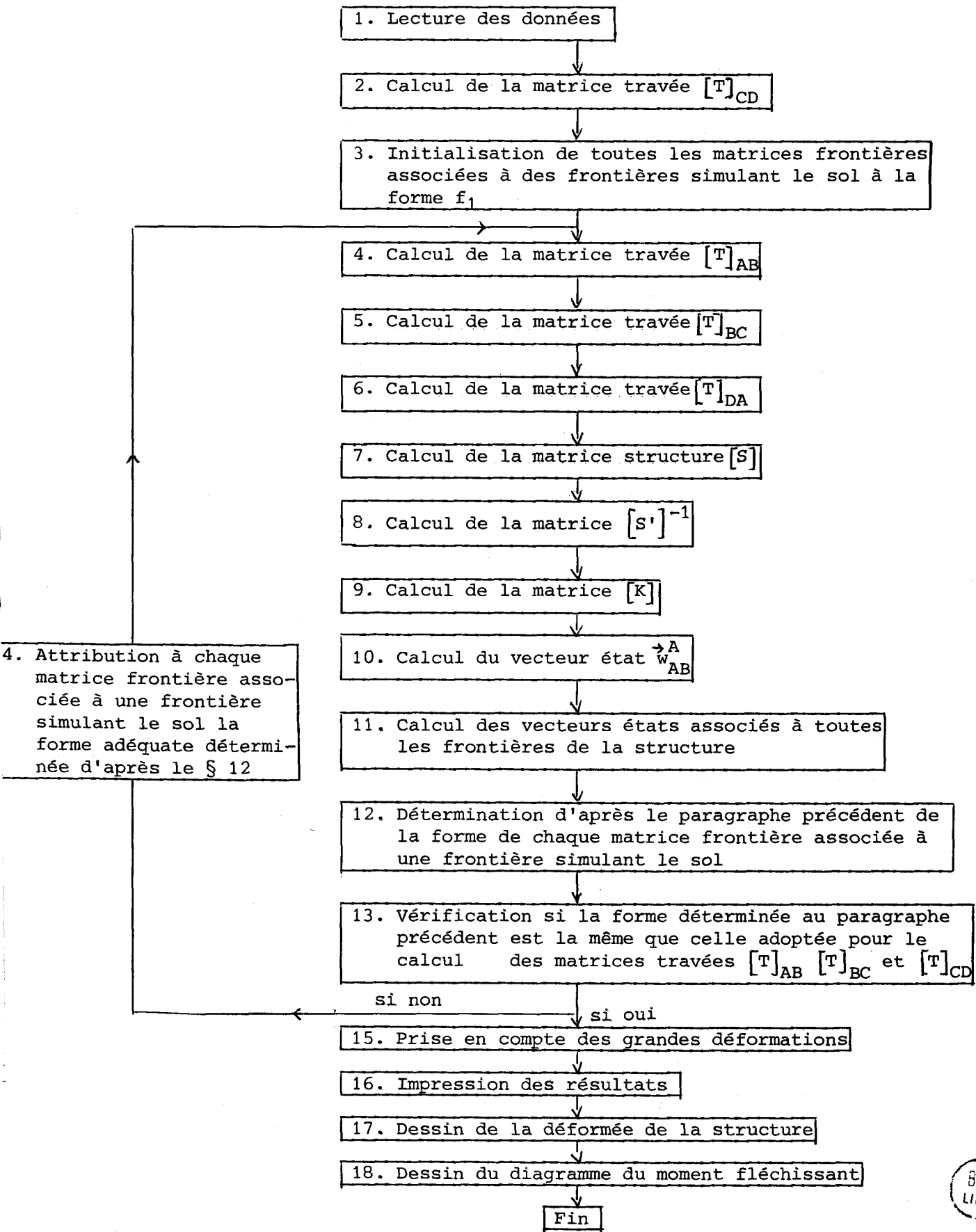
- le nombre total des tronçons de la traverse supérieure est inférieur à 10 ;

En effet, on estime qu'il est très rare d'avoir plus de dix discontinuités dans la linéarité de la surcharge appliquée à la traverse supérieure CD.

- 2° Le nombre maximal des moments fléchissants extérieurs est limité à 2 pour la traverse supérieure et à 5 pour les piedroits BC et DA ; mais notons que ce nombre a été choisi arbitrairement et peut être changé facilement pour traiter le cas des structures soumis à un nombre de moments supérieurs à ces valeurs.



F - ORGANIGRAMME DU PROGRAMME



G - DONNEES NECESSAIRES A INTRODUIRE DANS LE PROGRAMME

On dresse ci-après le tableau des données nécessaires à introduire dans le programme et la correspondance entre la nomenclature employée dans l'exposé précédent et celle employée dans le programme de calcul ainsi que les unités à employer pour la rentrée des données.

<u>Nomenclature</u>		<u>Unité</u>	
<u>de l'exposé</u>	<u>du programme</u>		
s	NTR	/	Nombre des tronçons de la traverse supérieure
$E \times 10^6$	E	$\frac{T}{mm^2}$	Module élastique du matériau de la structure en $\frac{T}{mm^2}$
l	ALTR (1)	m	Longueur du tronçon (NTR + 1 - I) de la traverse supérieure
S	S (I)	$m^2$	Section du tronçon (NTR + 1 - I) de la traverse supérieure
$I \times 10^4$	ENI(I)	$dm^4$	Moment d'inertie du tronçon (NTR + 1 - I) de la traverse supérieure en $dm^4$
b	P(1,I)	$\frac{T}{m}$	Intensité de la surcharge à l'extrémité du tronçon (NTR + 1 - I) de la traverse supérieure
a	P(2,I)	$\frac{T}{m}$	Intensité de la surcharge à l'origine du tronçon (NTR + 1 - I) de la traverse supérieure
h	AH(1)	m	Hauteur de la partie HA du piedroit
h	AH(2)	m	Hauteur de la partie DA du piedroit
h	AH(3)	m	Hauteur de la partie CE du piedroit
h	AH(4)	m	Hauteur de la partie BE du piedroit
S	SB(1)	$m^2$	Section de la partie HA du piedroit
S	SB(2)	$m^2$	Section de la partie DA du piedroit
S	SB(3)	$m^2$	Section de la partie CE du piedroit
S	SB(4)	$m^2$	Section de la partie BE du piedroit
$I \times 10^4$	EBI(1)	$dm^4$	Moment d'inertie de la partie HA du piedroit en $dm^4$
$I \times 10^4$	EBI(2)	$dm^4$	Moment d'inertie de la partie DA du piedroit en $dm^4$
$I \times 10^4$	EBI(3)	$dm^4$	Moment d'inertie de la partie CE du piedroit en $dm^4$

...

<u>Nomenclature</u>		<u>Unité</u>	
<u>de l'exposé</u>	<u>du programme</u>		
$I \times 10^4$	EBI(4)	dm <sup>4</sup>	Moment d'inertie de la partie BE du piedroit en dm <sup>4</sup>
$b_1''$	PB(1,1)	$\frac{T}{m}$	Intensité de la surcharge au pied du piedroit DA
$a_1''$	PB(2,1)	$\frac{T}{m}$	Intensité de la surcharge à une distance + $\epsilon$ de la section H
$b_1'$	PB(1,2)	$\frac{T}{m}$	Intensité de la surcharge à une distance - $\epsilon$ de la section H
$a_1'$	PB(2,2)	$\frac{T}{m}$	Intensité de la surcharge au sommet du piedroit BA
$a'$	PB(1,3)	$\frac{T}{m}$	Intensité de la surcharge au sommet du piedroit BC
$b'$	PB(2,3)	$\frac{T}{m}$	Intensité de la surcharge à une distance + $\epsilon$ de la section E
$a''$	PB(1,4)	$\frac{T}{m}$	Intensité de la surcharge à une distance - $\epsilon$ de la section E
$b''$	PB(2,4)	$\frac{T}{m}$	Intensité de la surcharge au pied du piedroit BC
$\delta^e \cdot 10^{-3}$	SP(1,1)	mm	Seuil du massif extérieur juxtaposant la partie HA en mm
$\delta^i \cdot 10^{-3}$	SP(2,1)	mm	Seuil du massif intérieur juxtaposant la partie HA en mm
$\delta^e \cdot 10^{-3}$	SP(1,4)	mm	Seuil du massif extérieur juxtaposant la partie BC en mm
$\delta^i \cdot 10^{-3}$	SP(2,4)	mm	Seuil du massif intérieur juxtaposant la partie BC en mm
$K_1^e \cdot B$	AK(1,1)	$\frac{T}{m^2}$	Premier module du massif extérieur juxtaposant la partie HA, donné à une profondeur de 1 m de la section H et multiplié par la largeur de la partie HA
$K_1^i \cdot B$	AK(2,1)	$\frac{T}{m^2}$	Premier module du massif intérieur juxtaposant la partie HA, donné à une profondeur de 1 m de la section H et multiplié par la largeur de la partie HA
$K_1^e \cdot B$	AK(1,4)	$\frac{T}{m^2}$	Premier module du massif extérieur juxtaposant la partie BE, donné à une profondeur de 1 m de la section E et multiplié par la largeur de la partie BE

Nomenclature		Unité	
de l'exposé	du programme		
$K'_1{}^i.B$	AK(2,4)	$\frac{T}{m^2}$	Premier module du massif intérieur juxtaposant la partie BE, donné à une profondeur de 1 m de la section E et multiplié par la largeur de la partie BE
$K'_2{}^e.B$	AKP(1,1)	$\frac{T}{m^2}$	Deuxième module du massif extérieur juxtaposant la partie HA, donné à une profondeur de 1 m de la section H et multiplié par la largeur de la partie HA
$K'_2{}^i.B$	AKP(2,1)	$\frac{T}{m^2}$	Deuxième module du massif intérieur juxtaposant la partie HA, donné à une profondeur de 1 m de section H et multiplié par la largeur de la partie HA
$K'_2{}^e.B$	AKP(1,4)	$\frac{T}{m^2}$	Deuxième module du massif extérieur juxtaposant la partie BE, donné à une profondeur de 1 m de la section E et multiplié par la largeur de la partie BE
$K'_2{}^i.B$	AKP(2,4)	$\frac{T}{m^2}$	Deuxième module du massif intérieur juxtaposant la partie BE, donné à une profondeur de 1 m de la section E et multiplié par la largeur de la partie BE
$K_3.B$	ASS(1)	$\frac{T}{m^2}$	Module transversal moyen du massif extérieur et intérieur juxtaposant la partie HA, donné à une profondeur de 1 m de la section H et multiplié par la largeur de la partie HA.
$K_3.B$	ASS(4)	$\frac{T}{m^2}$	Module transversal moyen du massif extérieur et intérieur juxtaposant la partie BE, donné à une profondeur de 1 m de la section E et multiplié par la largeur de la partie BE
l	XL	m	Longueur d'un tronçon courant de la semelle ou des piedroits
S	SB(5)	m <sup>2</sup>	Section d'un tronçon courant de la semelle
$I \times 10^4$	EBI(5)	dm <sup>4</sup>	Moment d'inertie d'un tronçon courant de la semelle en dm <sup>4</sup>
p	PB(1,5)	$\frac{T}{m}$	Intensité de la surcharge extérieure appliquée à un tronçon courant de la semelle
$\delta \cdot 10^{-3}$	SP(1,5)	mm	Seuil du massif de sol sous la semelle en mm

...

Nomenclature		Unité	
de l'exposé	du programme		
$\frac{G_1}{1}$	AK(5)	$\frac{T}{m^2}$	Premier module du sol sous la semelle multiplié par la largeur de la semelle
$\frac{G_2}{1}$	AKP(1,5)	$\frac{T}{m^2}$	Deuxième module du sol sous la semelle multiplié par la largeur de la semelle
$\frac{G_3}{1}$	ASS(5)	$\frac{T}{m^2}$	Module transversal du sol sous la semelle multiplié par la largeur de la semelle
L	NM1 et NM2	/	Point d'application du moment fléchissant extérieur appliqué à la traverse supérieure ; il est désigné par la numéro du tronçon I qui suit le point d'application et est donné par $NM1=NTR+1-I$
$m_o$	NOM1 et NOM2	T.m	Intensité respective des couples de moment fléchissant appliqués aux points NM1 et NM2
K	NUM(j)	/	Point d'application du moment fléchissant extérieur appliqué aux piedroits BC et DA, il est désigné par le numéro du tronçon K qui suit le point d'application et est donné par $NUM(j) = 2p + n + 4 - K$
$m_o$	NUM(j)	T.m	Intensité du couple de moment fléchissant appliqué au point NUM(j)

## CHAPITRE V

Afin d'étudier expérimentalement le comportement des structures du type cadre fermé ~~indées~~ sur sol, nous avons effectué des essais en modèle réduit dans la station d'essais décrite du chapitre II. Trois modèles réduits qui diffèrent par l'épaisseur - donc la rigidité - de la traverse inférieure ont été testés sous trois cas de chargement. Les résultats expérimentaux seront confrontés dans ce chapitre avec ceux obtenus d'une part par l'application de la méthode exposée au chapitre IV et d'autre part par l'application de la méthode statique.

La fin de ce chapitre est consacrée à une comparaison sur une structure en vraie grandeur entre la méthode proposée et la méthode de Monneret spécifique au cadre fermée et ceci afin de mettre en relief l'influence des facteurs que cette dernière méthode néglige.

Ainsi ce chapitre sera divisé en :

- A - Etude expérimentale de cadres fermés
- B - Comparaison des résultats pour le modèle réduit
- C - Application de la méthode proposée sur une structure en vraie grandeur.

### A - ETUDE EXPERIMENTALE DE CADRES FERMES.

#### 1. Description des modèles réduits étudiés

Les modèles réduits sont constitués par l'assemblage des poutres en alliage d'aluminium. Notre choix s'est porté sur ce matériau à cause de la valeur relativement faible, soit  $7\ 200\ \text{kg/mm}^2$ , de son module de young qui permet de mesurer à l'aide de jauges à fils résistifs et de manière satisfaisante les déformations de la structure correspondantes à des contraintes modérées.

La différence des caractéristiques mécaniques des trois modèles réduits étudiés résidant exclusivement dans la rigidité de la traverse inférieure, les autres éléments du cadre fermé sont communs à tous les modèles étudiés. Leurs caractéristiques géométriques sont données dans le tableau ci-après :

	Longueur en cm	Largeur en cm	épaisseur en cm
Traverse inférieure	80	1	6
Piédroit gauche	40	1	3
Piédroit droit	40	1	3

Quant aux caractéristiques géométriques de la traverse inférieure, le tableau suivant les résume pour chacun des trois modèles réduits étudiés

	Longueur en cm	Largeur en cm	Épaisseur en mm
Modèle réduit I	80	15	2
Modèle réduit II	80	15	5
Modèle réduit III	80	15	10

Pour que les noeuds formés entre les éléments constituant le modèle réduit soient du type rigide, deux cordons de soudure assurent la liaison entre chaque piédroit et la traverse supérieure. En raison de l'interchangeabilité de la traverse inférieure d'un modèle réduit à un autre nous avons assuré la liaison entre cette dernière et chacun des deux piédroits par l'intermédiaire de deux cornières à ailes égales soudées sur les piédroits et boulonnées sur la traverse inférieure.

Les caractéristiques géométriques retenues dans l'étude expérimentale du modèle réduit sont les distances entre - axes de ces éléments, soit pour la portée  $L = 72$  cm et pour la hauteur  $h = 43$  cm.

Sur le cadre fermé ainsi constitué nous avons collé des jauges à fil résistif "strain gages" de la manière suivante (fig.V,1)

1° sur le piédroit gauche :

6 jauges unidirectionnelles collées sur les faces intérieures et extérieures de trois sections situées respectivement à 10, à 22 et à 34 cm de l'extrémité supérieure du cadre fermé.

2° sur la traverse supérieure

5 jauges unidirectionnelles collées sur la face intérieure de cinq sections situées respectivement à 20, à 40, à 50 à 60 et à 70 cm de l'extrémité gauche du cadre fermé

3° sur le piédroit droit

6 jauges unidirectionnelles collées sur les faces intérieures et extérieures de trois sections situées respectivement à 10, à 22 et à 34 cm de l'extrémité supérieure du cadre fermé

4° sur la traverse inférieure

7 rosettes, du type rosette à 45°, collées sur la face intérieure de 7 sections situées respectivement à 10, 20, 30, 40, 50, 60 et 70 cm de l'extrémité gauche du cadre fermé

La distinction établie entre la forme des jauges équipant la traverse inférieure d'une part et les autres éléments constituant le cadre fermé d'autre part est due à la largeur relativement petite de ces derniers, 1 cm, qui nous permet de considérer que pratiquement l'état de contraintes développé dans ces éléments est un état unidirectionnel tandis que la géométrie de chacune des 3 traverses inférieures implique l'existence, dans celle-ci, d'un état de contraintes planes.

L'équipement d'une section étudiée du piédroit par deux jauges l'une collée sur la face intérieure, l'autre sur la face extérieure, nous permet de dissocier les contraintes dues à l'effort normal et celles dues aux moments fléchissants. A cause de la géométrie du modèle réduit et du mode de son chargement nous nous estimons en droit de négliger expérimentalement les déformations dues à l'effort normal dans les traverses supérieures et inférieures.

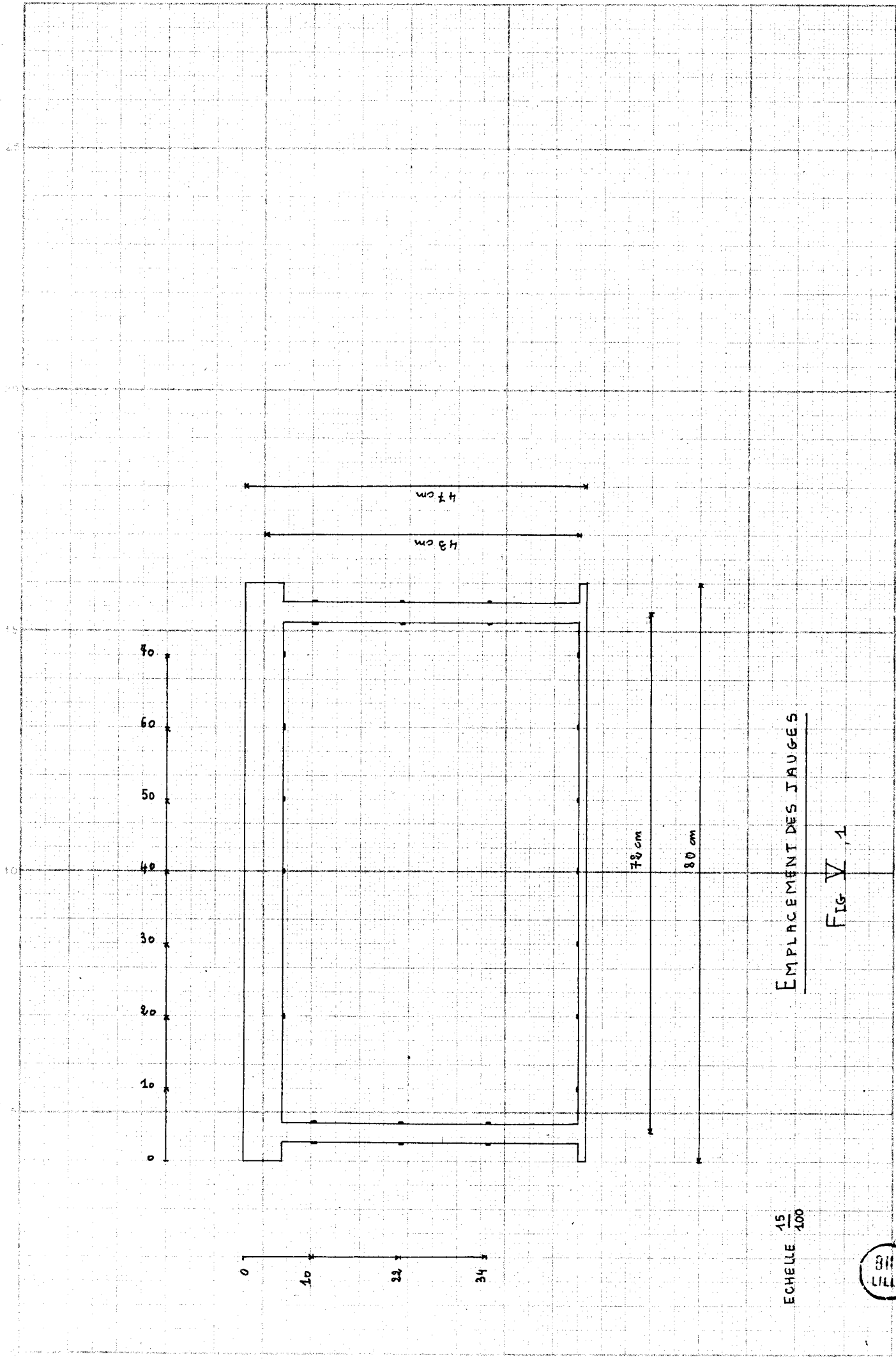
La longueur de chacune des jauges unidirectionnelles est de 1 cm, celle d'une des trois jauges unidirectionnelles formant la rosette est de 0,6 cm. Toutes ces jauges sont compensées thermiquement.

Le nombre total des voies de mesure nécessaires pour étudier expérimentalement la répartition des contraintes dans le modèle réduit est de 38.

## 2. Description des essais.

Nous avons effectué trois essais sur chacun des trois modèles réduits étudiés. La différence d'un essai à un autre - pour le même modèle réduit - consiste dans le point d'application et l'intensité de la charge ponctuelle appliquée ; en effet chaque modèle réduit est testé sous une charge ponctuelle appliquée approximativement au quart, au milieu et aux trois quarts de la traverse supérieure. Cette charge étant appliquée par l'intermédiaire d'un vérin, et à cause de la non-orthogonalité parfaite entre l'axe de ce dernier et celui de la traverse supérieure, la force appliquée peut être décomposée selon 2 directions : l'une parallèle à l'axe de la traverse supérieure et l'autre orthogonale à ce dernier.





EMPLACEMENT DES JAUGES

Fig. V, 1

ECHELLE 1/100



Afin de pouvoir mener à bien l'interprétation de ces neuf essais il faut que le sol de fondation, c'est-à-dire le sable remplissant la cuve d'essais, ait les mêmes caractéristiques mécaniques. Pour cela, avant chaque essai, nous remettons la partie du massif sollicitée par un essai précédent dans ses conditions initiales.

La mesure des contraintes dans le sol est effectuée, rappelons-le, à l'aide des capteurs de contraintes décrits au chapitre II. Afin de mesurer les contraintes à l'interface structure-sol, nous avons placé, à chaque essai, des capteurs à une distance de 2 cm de la surface libre de massif et sous l'axe de la traverse inférieure. La contrainte à mesurer étant verticale, nous nous sommes assurés de l'horizontalité de la membrane affleurante à l'aide d'une nivelle de précision.

Le modèle réduit étant fondé sur le sol nous mesurons les signaux de sortie des jauges et des capteurs avant l'application des sollicitations, soit  $S_i$ . Après avoir mis le vérin à l'emplacement adéquat, nous appliquons la force et ensuite nous mesurons les signaux de sortie des jauges et des capteurs, soit  $S_F$ . La différence  $S_F - S_i$  nous donne pour chaque jauge la déformation due à l'application de la force ponctuelle.

Afin de s'assurer que les jauges ne dérivent pas nous avons mesuré les signaux de sortie  $S_F$  deux fois en effectuant deux tours de mesures. La différence maximale enregistrée est de 10  $\mu\text{m/m}$  ce qui est satisfaisant.

On appelle :

- e l'épaisseur de la traverse inférieure du modèle réduit étudié
- F l'intensité de la composante, selon la direction orthogonale à l'axe de la traverse supérieure, de la force appliquée.
- H l'intensité de la composante, selon la direction de l'axe de la traverse supérieure, de la force appliquée
- d la distance entre la force appliquée et le point D situé à l'intersection des axes du piédroit gauche et de la traverse supérieure

.../.

Le tableau ci-dessous résume les caractéristiques de chacun des neuf essais

	e en cm	d en cm	F en kg	H en kg
essai 1	0,2	18	202,95	33,94
essai 2	0,2	36,5	249,50	2,33
essai 3	0,2	53,5	174,07	32,09
essai 4	0,5	17	210,71	44,13
essai 5	0,5	35,5	268,32	5,00
essai 6	0,5	53,5	228,94	36,31
essai 7	1,0	17	253,50	49,20
essai 8	1,0	35,5	282,7	0,00
essai 9	1,0	53,5	247,5	35,00



### 3. Interprétation des résultats

Les signaux de sortie de chaque jauge et de chaque capteur étant mesurés avant et après application de la surcharge ponctuelle, leur différence correspond à la déformation due à la sollicitation extérieure.

Les capteurs étant étalonnés, il suffit de revenir à la courbe d'étalonnage spécifique à chaque capteur pour déterminer la valeur de la contrainte normale à la membrane du capteur c'est à dire la contrainte verticale dans le sol à l'interface sol-structure.

Quant au signal de sortie d'une jauge, il est reconverti directement par le pont de mesure en microdéformation soit  $\frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$ .

Les conventions de signe adoptées pour les déformations sont :

- positives pour les allongations
- négatives pour les raccourcissements.

Pour le modèle réduit, on distingue, à cause de la forme et de la disposition des jauges, l'étude de chaque élément constituant la structure.

1° Piedroit droit

Numérotons de 1 à 6 les jauges collées sur les faces intérieures et extérieures des 3 sections étudiées a, b, c.

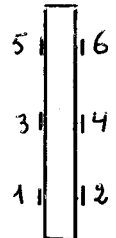
On désigne par  $\epsilon$  la déformation et on lui affecte l'indice inférieur correspondant au numéro de la jauge et l'indice "prime" lorsqu'il s'agit d'une déformation due à l'effort normal et l'indice "seconde" lorsqu'il s'agit d'une déformation due au moment fléchissant.

Sous une contrainte normale, les déformations des deux jauges collées sur la même section sont du même signe soit :

$$\epsilon_1 = \epsilon_2$$

$$\epsilon_3 = \epsilon_4$$

$$\epsilon_5 = \epsilon_6$$



Par contre, sous l'influence du moment fléchissant la déformation d'une jauge collée sur la face intérieure est égale en valeur absolue et de signe opposé à la déformation d'une jauge collée sur la face extérieure de la même section :

$$\epsilon_1 = - \epsilon_2$$

$$\epsilon_3 = - \epsilon_4$$

$$\epsilon_5 = - \epsilon_6$$

Mais puisque  $\epsilon_i = \epsilon_i' + \epsilon_i''$  avec  $i \in [1, 6]$

Soit pour l'étude de la section a :

$$\epsilon_1 = \epsilon_1' + \epsilon_1''$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_2' + \epsilon_2''$$

En additionnant ces 2 équations, on a :

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 = \epsilon_1' + \epsilon_2' + \epsilon_1'' + \epsilon_2''$$

et en les retranchant, on a :

$$\epsilon_1 - \epsilon_2 = \epsilon_1' - \epsilon_2' - \epsilon_1'' - \epsilon_2''$$

Mais puisque :

$$\epsilon_1' = \epsilon_2' \quad \text{et} \quad \epsilon_1'' = -\epsilon_2''$$

On aura :

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 = 2 \epsilon_1'$$

$$\epsilon_1 - \epsilon_2 = 2 \epsilon_1''$$

Finalement :

$$\varepsilon_1' = \varepsilon_2' = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}$$

$$\varepsilon_1'' = -\varepsilon_2'' = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}$$

De même pour les sections b et c :

$$\varepsilon_3' = \varepsilon_4' = \frac{\varepsilon_3 + \varepsilon_4}{2}$$

$$\varepsilon_3'' = -\varepsilon_4'' = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_4}{2}$$

$$\varepsilon_5' = \varepsilon_6' = \frac{\varepsilon_5 + \varepsilon_6}{2}$$

$$\varepsilon_5'' = -\varepsilon_6'' = \frac{\varepsilon_5 - \varepsilon_6}{2}$$

Ayant mesuré les  $\varepsilon_i$  avec  $i \in [1,6]$  nous pouvons déduire les déformations dues à l'effort normal et celles dues au moment fléchissant pour les sections étudiées du piedroit et ceci à l'aide des équations précédentes.

Ces déformations étant déterminées, nous pouvons déduire l'effort normal et le moment fléchissant dans une section d'après les formules de résistance des matériaux et compte tenu de la géométrie de la section :

$$N = \varepsilon' E b h$$

$$M = \varepsilon'' \frac{E b h^2}{6}$$

avec :

E le module de Young du matériau

b la largeur de la section

h l'épaisseur de la section

Soit pour le modèle réduit étudié :

$$N = 2,16 \varepsilon'$$

$$M = 1,08 \varepsilon''$$

Avec :

N en Kg

M en Kg cm

$\varepsilon'$  et  $\varepsilon''$  en  $\frac{\mu m}{m}$

## 2° - Traverse supérieure

On numérote de 7 à 11 les cinq jauges collées sur la face intérieure de la traverse supérieure. Nous estimons que la valeur de la déformation due à l'effort normal est négligeable par rapport à la déformation due au moment fléchissant.

Le moment fléchissant dans une section est donné -donc- par la formule :

$$M = E \varepsilon \frac{b h^2}{6}$$

En remplaçant E, b et h par leurs valeurs numériques :

$$M = 4,32 \varepsilon$$

Avec =

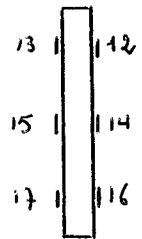
M en Kg cm

$\varepsilon$  en  $\frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$

### 3° - Piedroit gauche

On numérote de 12 à 17 les six jauges collées sur les faces intérieures et extérieures des 3 sections étudiées.

On interprète les résultats de ces jauges d'une manière identique à celle développée au paragraphe 2° pour l'interprétation des jauges collées sur le piedroit droit



### 4° - Traverse inférieure

Chacune des 7 rosettes collées sur la traverse inférieure nous permet de déterminer aussi bien les directions que les contraintes principales dans la section correspondante ; en effet, l'étude en élasticité linéaire plane nous fournit l'équation :

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varepsilon_I + \varepsilon_{II}}{2} + \frac{\varepsilon_I - \varepsilon_{II}}{2} \cos 2 \alpha$$

dans laquelle :

$\varepsilon_{\alpha}$  est la déformation selon une direction quelconque

$\varepsilon_I$  et  $\varepsilon_{II}$  les déformations principales

$\alpha$  l'angle entre la direction principale I et la direction de la déformation  $\varepsilon_{\alpha}$

Les 3 jauges d'une rosette nous fournissant 3 valeurs de déformation selon 3 directions différentes, et en appliquant l'équation précédente pour chacune des 3 valeurs mesurées on aboutit à un système de 3 équations à 3 inconnues qui nous permet de déterminer  $\varepsilon_I$ ,  $\varepsilon_{II}$  et  $\alpha$ .

Pour faciliter l'interprétation des mesures fournies par une rosette, des abaques ont été établis pour éviter de résoudre le système d'équation précédent.

Les déformations principales étant déterminées, on peut calculer les contraintes principales d'après les formules :

$$\sigma_I = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_I + \nu \varepsilon_{II})$$

$$\sigma_{II} = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_{II} + \nu \varepsilon_I)$$

dans lesquelles  $\nu$  est le coefficient de Poisson.

Le calcul du moment fléchissant dans une section est effectué, en négligeant les contraintes dues à l'effort normal, d'après la relation classique de résistance du matériau :

$$M = \sigma_I \frac{b h^2}{6}$$

$\sigma_I$  étant la contrainte principale qui forme un angle  $\psi$  avec l'axe de la traverse inférieure tel que  $\psi < 45^\circ$ .

En remplaçant  $b$  et  $h$  par leurs valeurs numériques dans l'équation précédente pour les 3 modèles réduits étudiés on aura :

- Pour la traverse inférieure la plus fine (modèle réduit I)  
 $M = 0,1 \sigma_I$
  - Pour la traverse inférieure d'épaisseur moyenne (modèle réduit II)  
 $M = 0,625 \sigma_I$
  - Pour la traverse inférieure la plus épaisse (modèle réduit III)  
 $M = 2,5 \sigma_I$
- $M$  étant en Kg cm et  $\sigma$  en Kg/cm<sup>2</sup>.

Notons qu'après avoir interprété tous les essais, on remarque que l'angle  $\psi$  entre la direction principale et l'axe de la traverse inférieure varie, pour tous les essais, entre  $\pm 3^\circ$ , ce qui signifie que pratiquement l'axe de la traverse inférieure était une direction principale.

La détermination expérimentale des moments fléchissants dans 18 sections du modèle réduit nous autorise à tracer, avec une précision suffisante, le diagramme des moments fléchissants le long de la structure. On le trace pour la fibre intérieure de chaque élément afin que les conventions de signes expérimentaux correspondent à celles admises au chapitre IV.

L'intensité de la composante horizontale de la force appliquée est calculée d'après ce diagramme en exprimant que la structure est un équilibre statique soit :

$$H = \frac{M_B - M_C + M_D - M_A}{h}$$

$h$  est la hauteur comprise entre les fibres moyennes des traverses supérieure et inférieure.

$H$  est compté positivement dans le sens des  $x$  du repère local de la travée CD.

Quant à la composante verticale de la force appliquée, elle est calculée en sommant les efforts normaux des deux piedsroits.

Nous fournissons, en annexe III, un exemple d'interprétation d'un essai.

## B. COMPARAISON DES RESULTATS CONCERNANT LE MODELE REDUIT

Nous comparons dans ce paragraphe les résultats expérimentaux avec ceux fournis d'une part par l'application de la méthode que nous avons exposée au chapitre IV et d'autre part par l'application de la méthode statique exposée au chapitre I.

Dans les deux méthodes les caractéristiques géométriques du cadre fermé retenues pour le calcul sont les distances entre-axe des éléments de la structure, soient  $L = 72$  cm,  $h = 43$  cm. Le cadre fermé a été étudié par l'une et l'autre méthode sous les mêmes sollicitations qui lui ont été appliquées à chacun des neuf essais à savoir une charge ponctuelle  $F$  dans la direction orthogonale à l'axe de la travée appliquée à une distance  $d$  du noeud D et une charge ponctuelle  $H$  dans la direction de l'axe de la travée.

Les caractéristiques du sol prises en compte dans la méthode proposée sont celles qui découlent de l'essai de la plaque rigide décrit au chapitre II. Ainsi nous prenons :

- pour le premier module  $k_1 = 1,33$  Kg/cm<sup>3</sup> soit  $K_1 = k_1B = 20$  kg/cm<sup>2</sup>
- pour le second module  $k_2 = 0,66$  kg/cm<sup>3</sup> soit  $K_2 = k_2B = 10$  kg/cm<sup>2</sup>
- pour le seuil du massif de sol  $\delta = 0,4$  cm

D'autre part, on a estimé que pour le module transversal  $K_3$ , on a :  $K_3 = K_2$ . Afin de pouvoir comparer les résultats nous avons pris la même échelle pour tous les diagrammes des moments fléchissants, à savoir :

- pour l'échelle des longueurs 1 cm représente 6,66 cm,
- pour l'échelle des moments fléchissants 1 cm représente 400 Kgcm

Quant au diagramme des répartitions des contraintes on a conservé la même échelle de longueur ; l'échelle des contraintes étant :

. lorsqu'il s'agit d'un modèle réduit ayant une traverse inférieure d'épaisseur 2 mm on prend 1 cm représente 200 gr/cm<sup>2</sup>.

. lorsqu'il s'agit d'un modèle réduit ayant une traverse inférieure de 5 ou 10 mm on prend 1 cm représente 100 gr/cm<sup>2</sup>

### 1 - Essai concernant le modèle réduit I :

On constate que la concordance entre les résultats expérimentaux et ceux fournis par l'application de la méthode proposée est très satisfaisante. Par contre la divergence entre les résultats expérimentaux et ceux qui découlent de l'application de la méthode statique est flagrante.

Nous indiquons dans les tableaux suivants les moments aux noeuds A, B, C, et D de la structure d'après l'essai, d'après la méthode proposée et d'après la méthode statique.

- a) Force appliquée à une distance  $d = 18$  cm (fig.V,2 et V,3 et V,4)



	d'après l'essai	d'après la méthode proposée	d'après la méthode statique
Noeud A	- 580	- 450	- 1 438
Noeud B	- 320	- 210	- 993
Noeud C	- 1 320	- 1 251	- 372
Noeud D	- 120	- 84	+ 642

b) Force appliquée à une distance  $d = 36,5$  cm (fig. V,5 et V,6 et V,7)

	d'après l'essai	d'après la méthode proposée	d'après la méthode statique
Noeud A	- 560	- 406	- 1 434
Noeud B	- 520	- 419	- 1 503
Noeud C	- 1 000	- 1 119	- 27,4
Noeud D	- 940	- 1 009	+ 91

c) Force à une distance  $d = 53,5$  cm (fig. V,8 et V,9 et V,10)

	d'après l'essai	d'après la méthode proposée	d'après la méthode statique
Noeud A	- 420	- 184	- 872
Noeud B	- 520	- 374	- 1 212
Noeud C	o	+ 75	+ 630
Noeud D	- 1 280	- 1 066	- 408





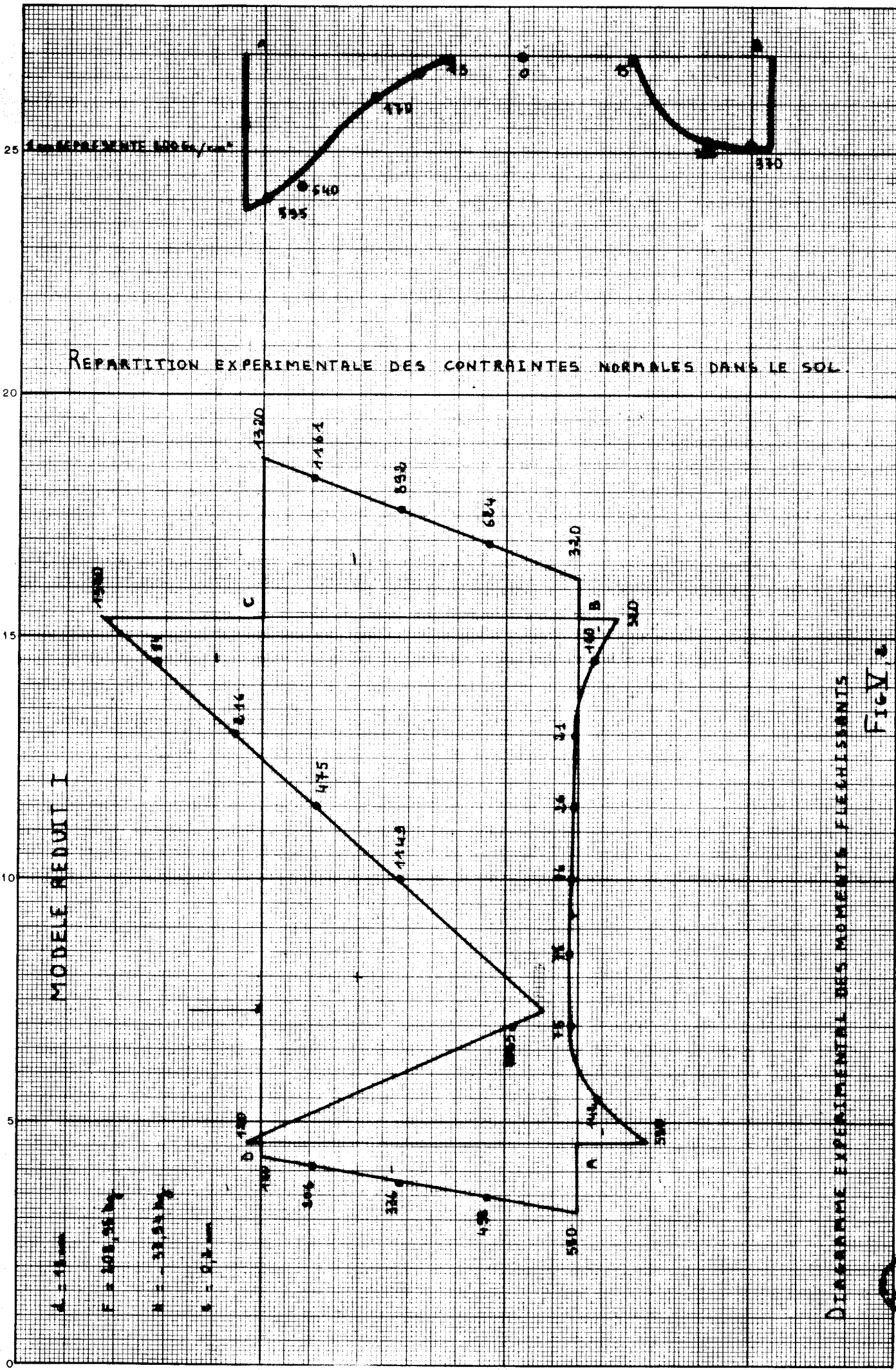


DIAGRAMME EXPERIMENTAL DES MOMENTS FLECHISSANTS

Fig. 3

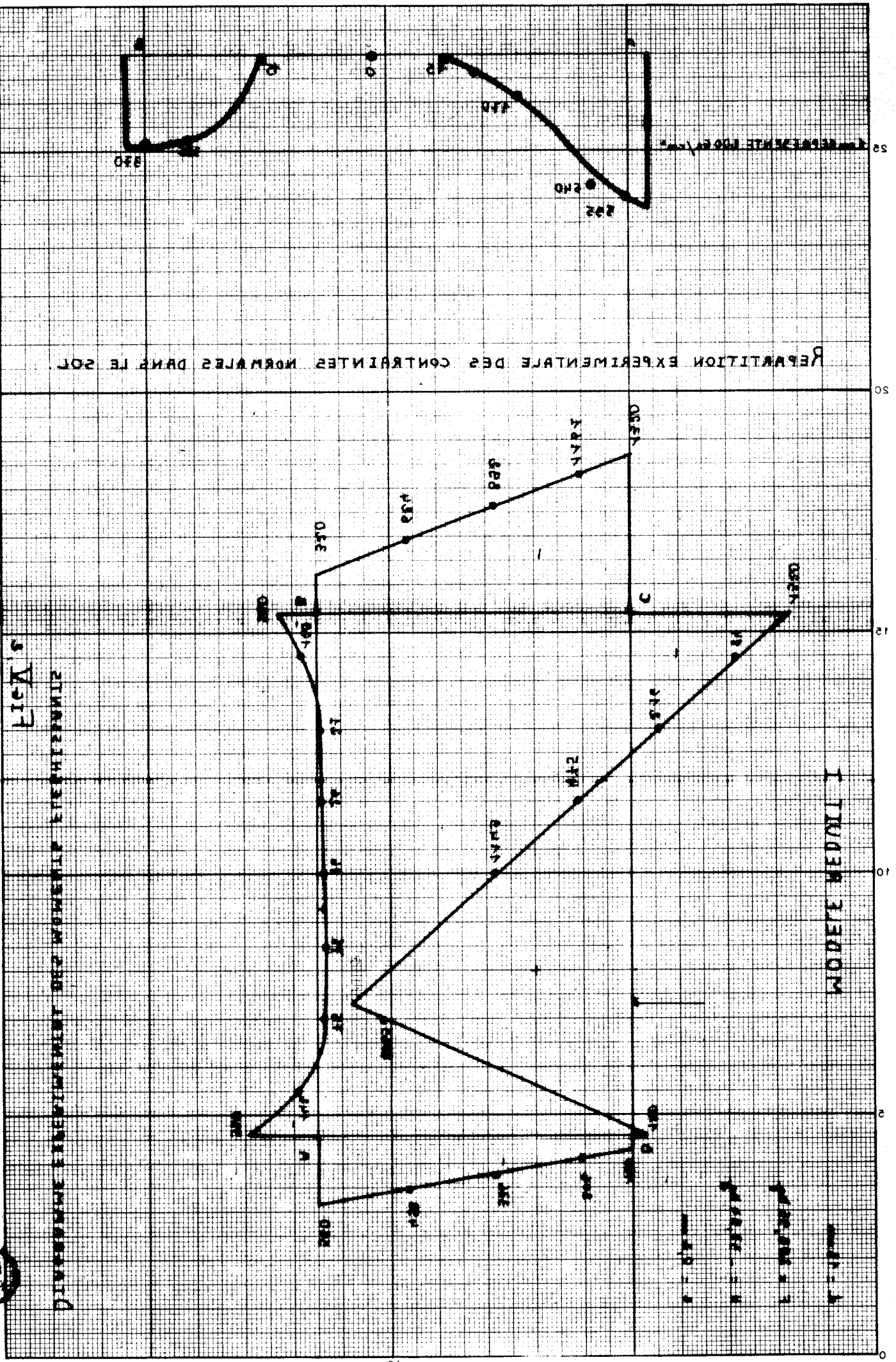


REPARTITION EXPERIMENTALE DES CONTRAINTEES NORMALES DANS LE SOL

Fig. 2

DIVISION DE LA REPARTITION DES CONTRAINTEES NORMALES EXPERIMENTALES

MODELE THEORIQUE



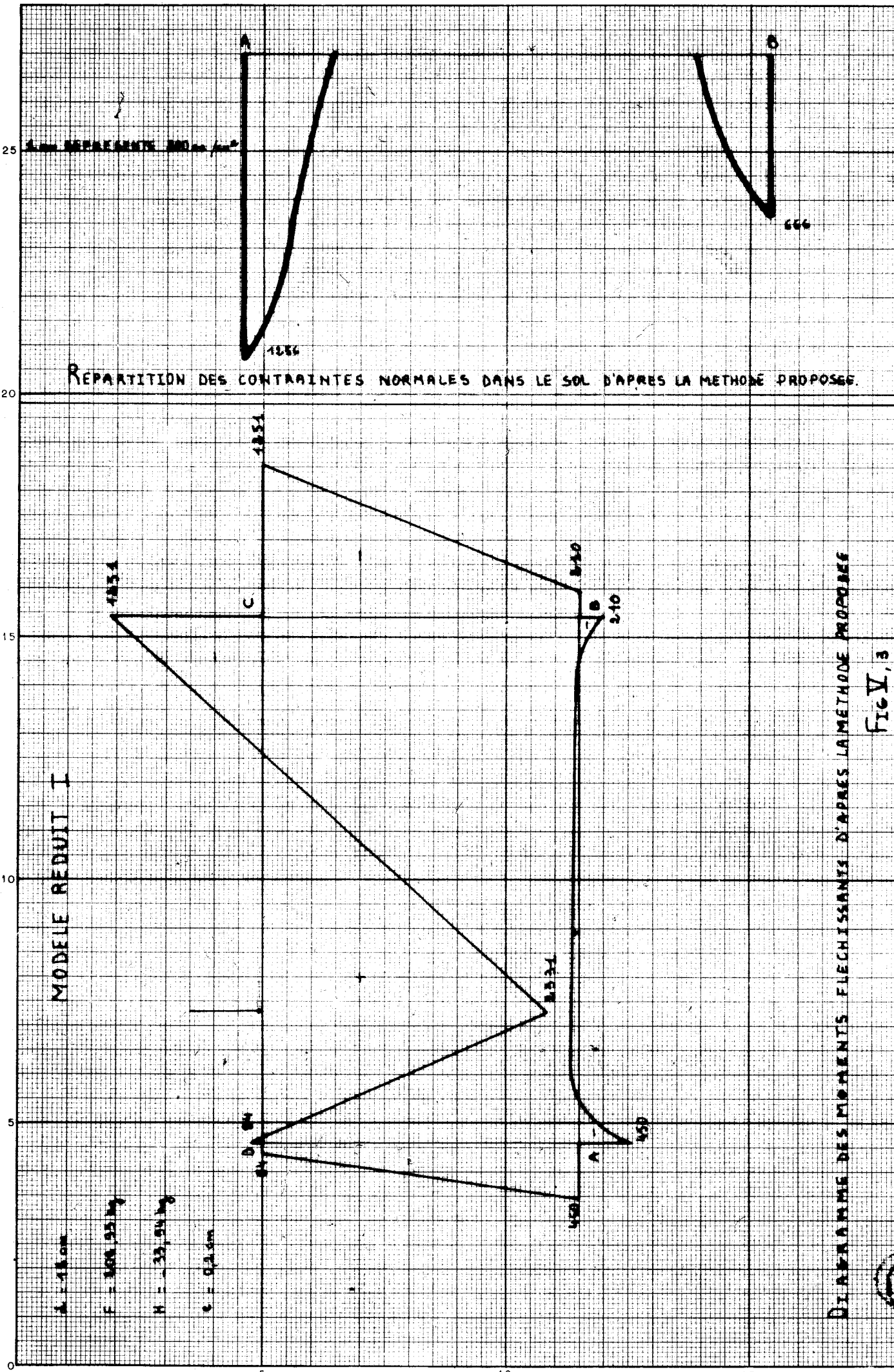


DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS D'APRES LA METHODE PROPOSEE  
FIG. 3



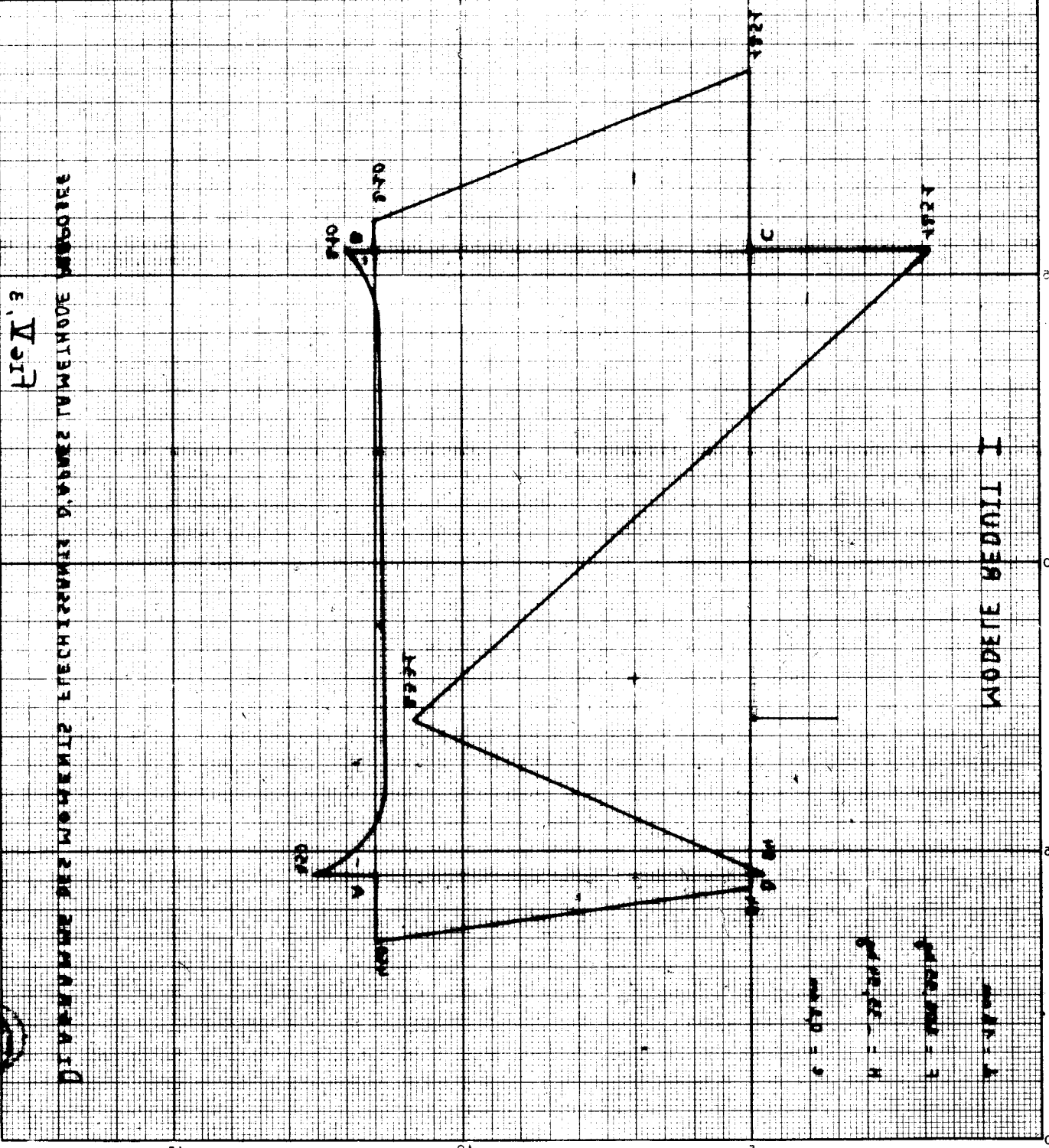
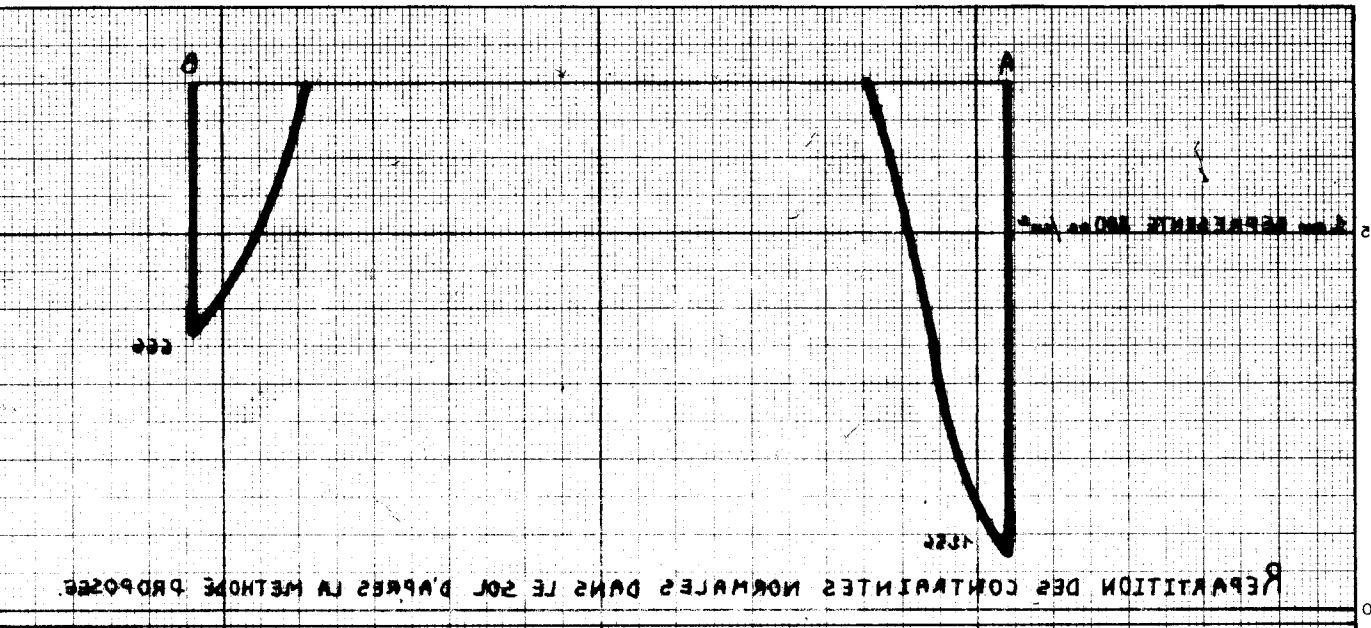
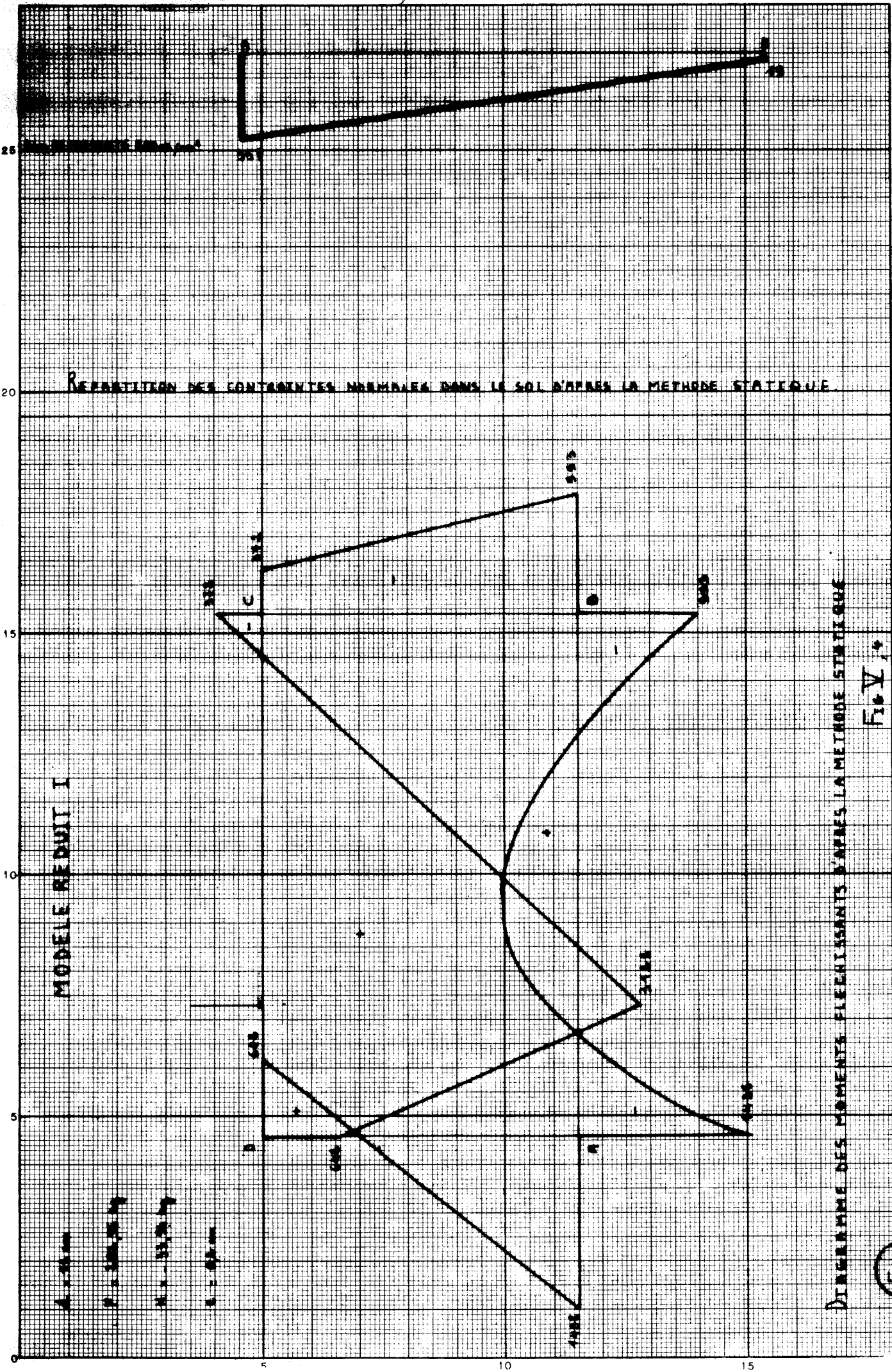


FIG. 13  
 DIMENSIONNEMENT DES MOMENTS ET RECHERCHES D'APRES LA METHODE PROPOSEE





MODELE REDUIT I

REPARTITION DES CONTRAINTEES NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE STATIQUE

DIMENSIONNEMENT DES MOMENTS FLECHISSANTS D'APRES LA METHODE STATIQUE

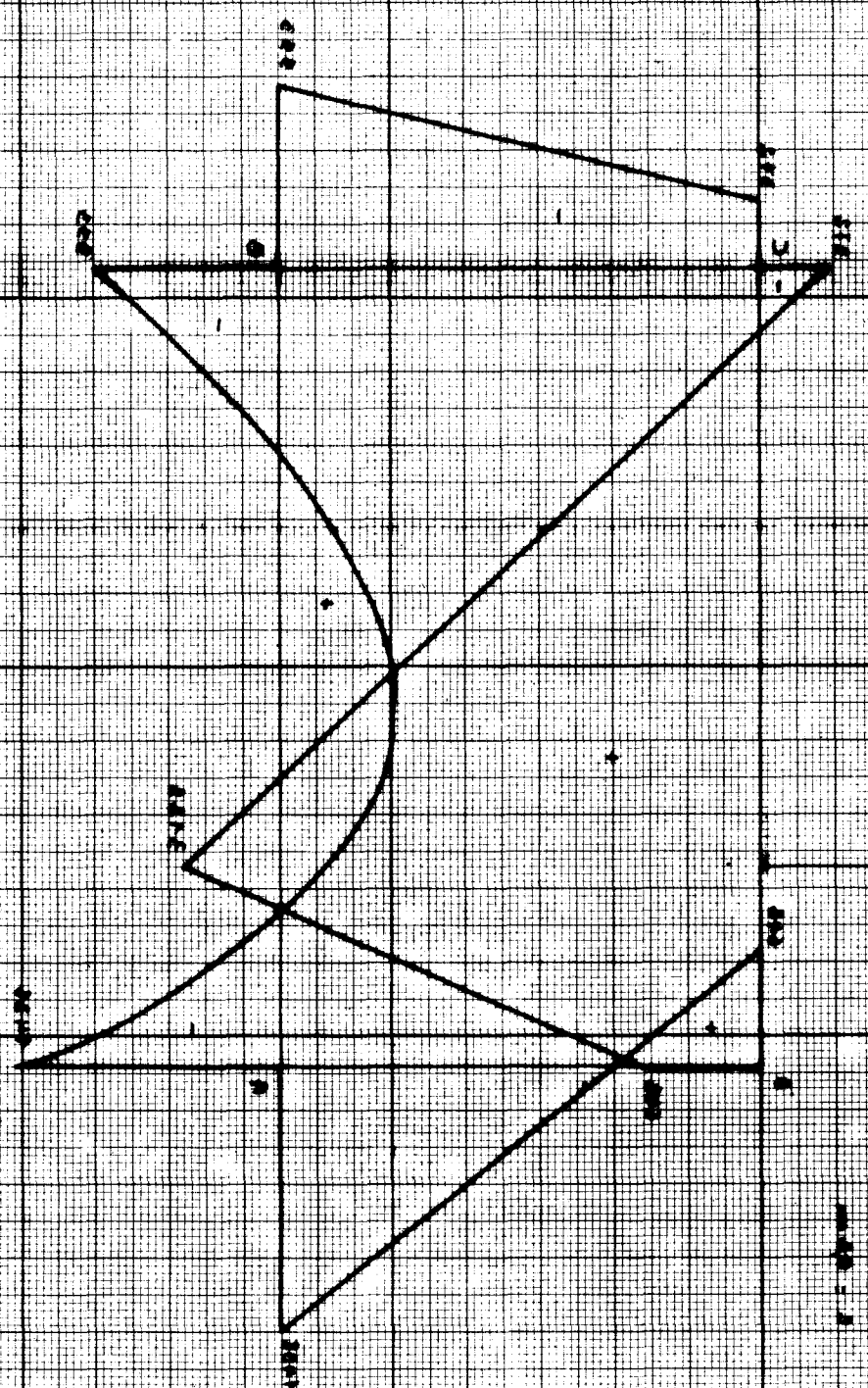
Fig V

LES PAPIERS CANSON - FRANCE



RESOLUTION DES CONTINGENTS NORMALES DANS LE SOL N'EST LA METHODE STATIQUE

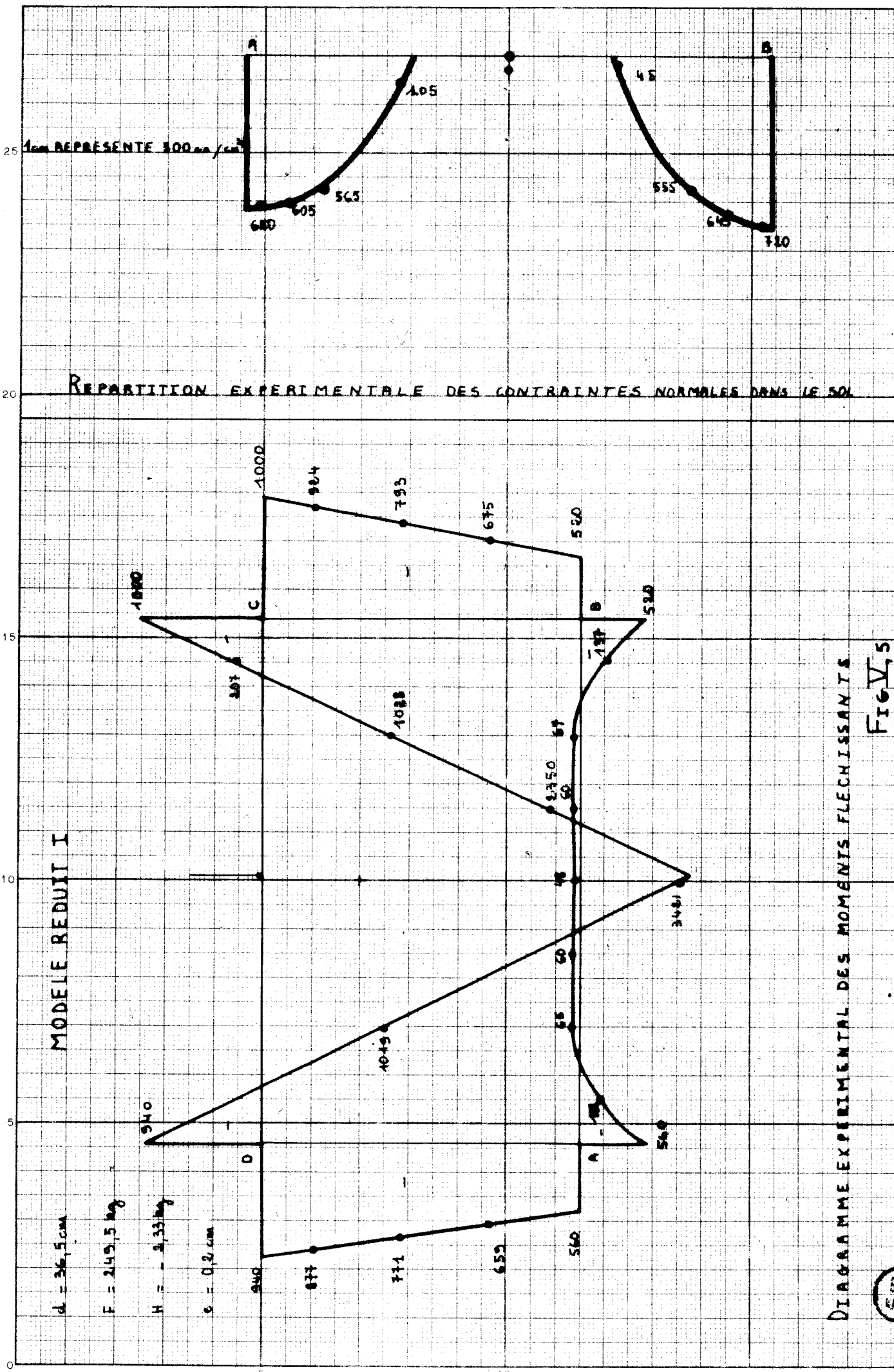
RESOLUTION DES CONTINGENTS NORMALES DANS LE SOL N'EST LA METHODE STATIQUE



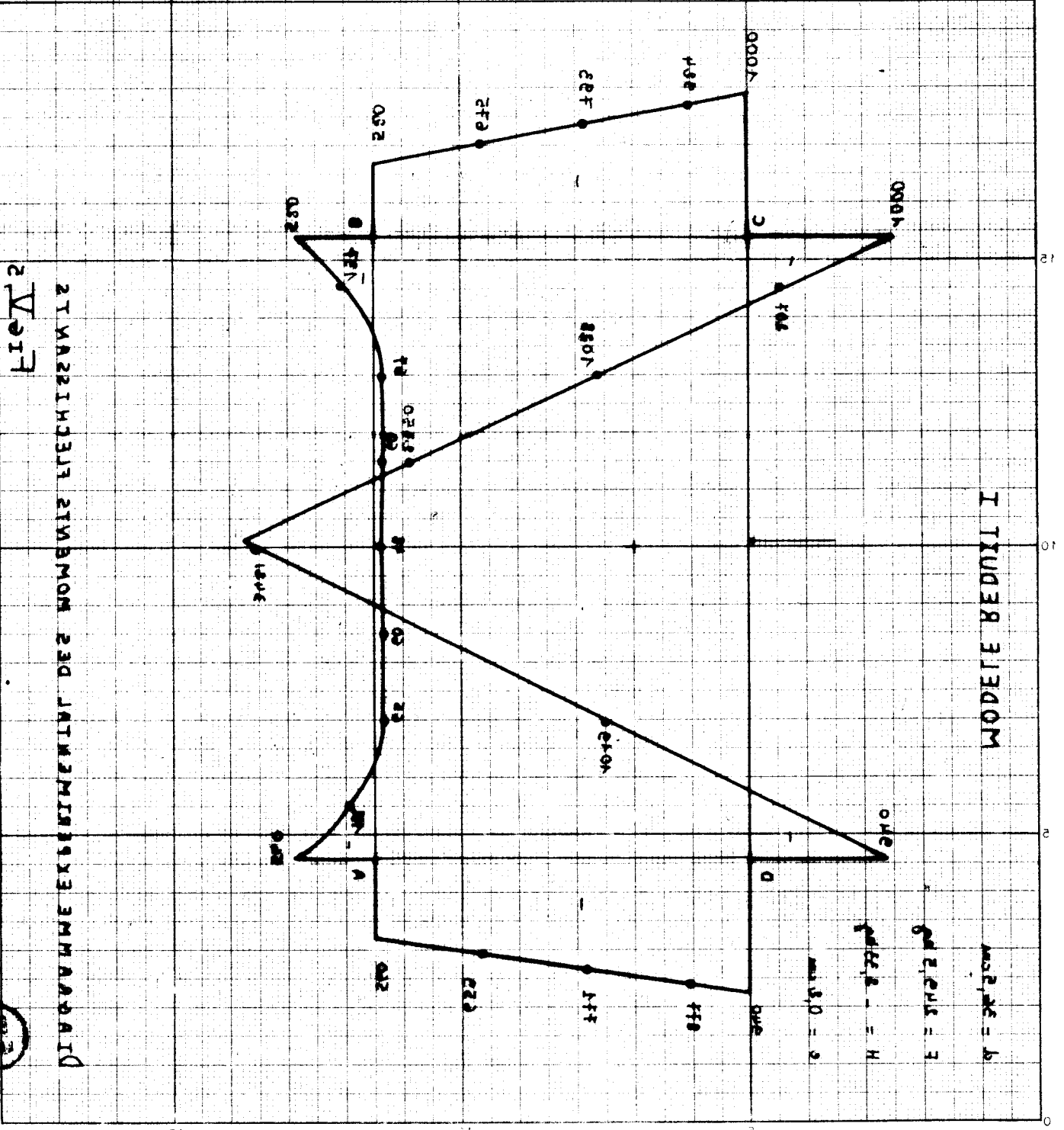
WIDETE BEDRIL I





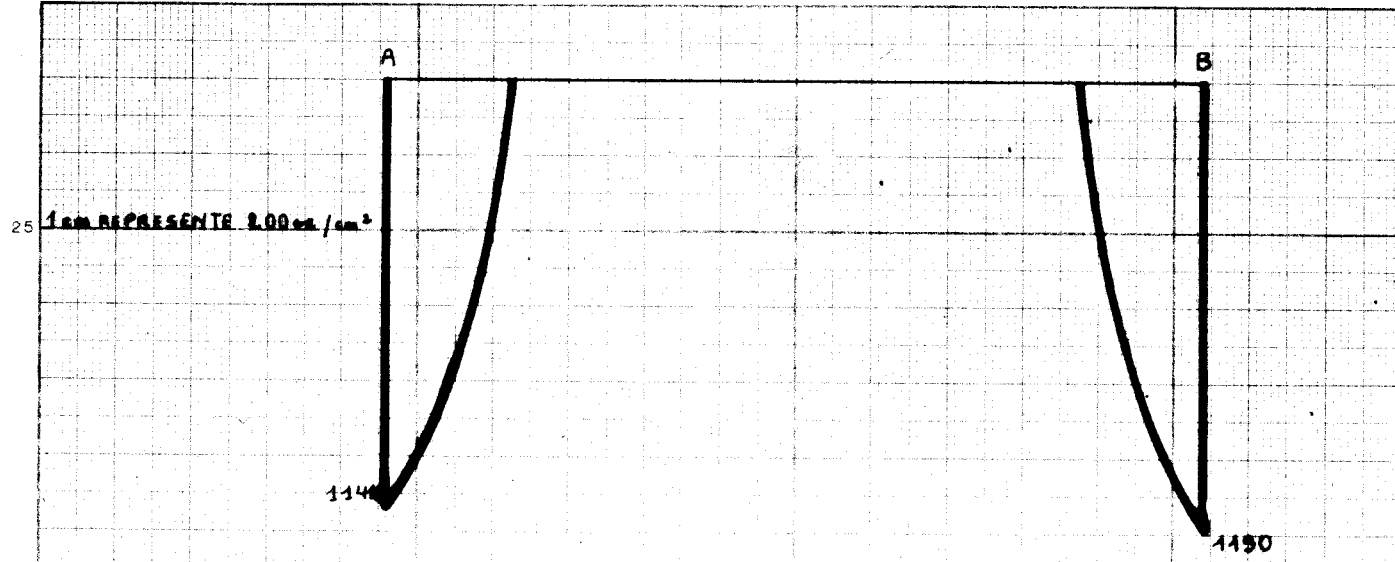


REPARTITION EXPERIMENTALE DES CONTRAINTEES NORMALES DANS LE SOL

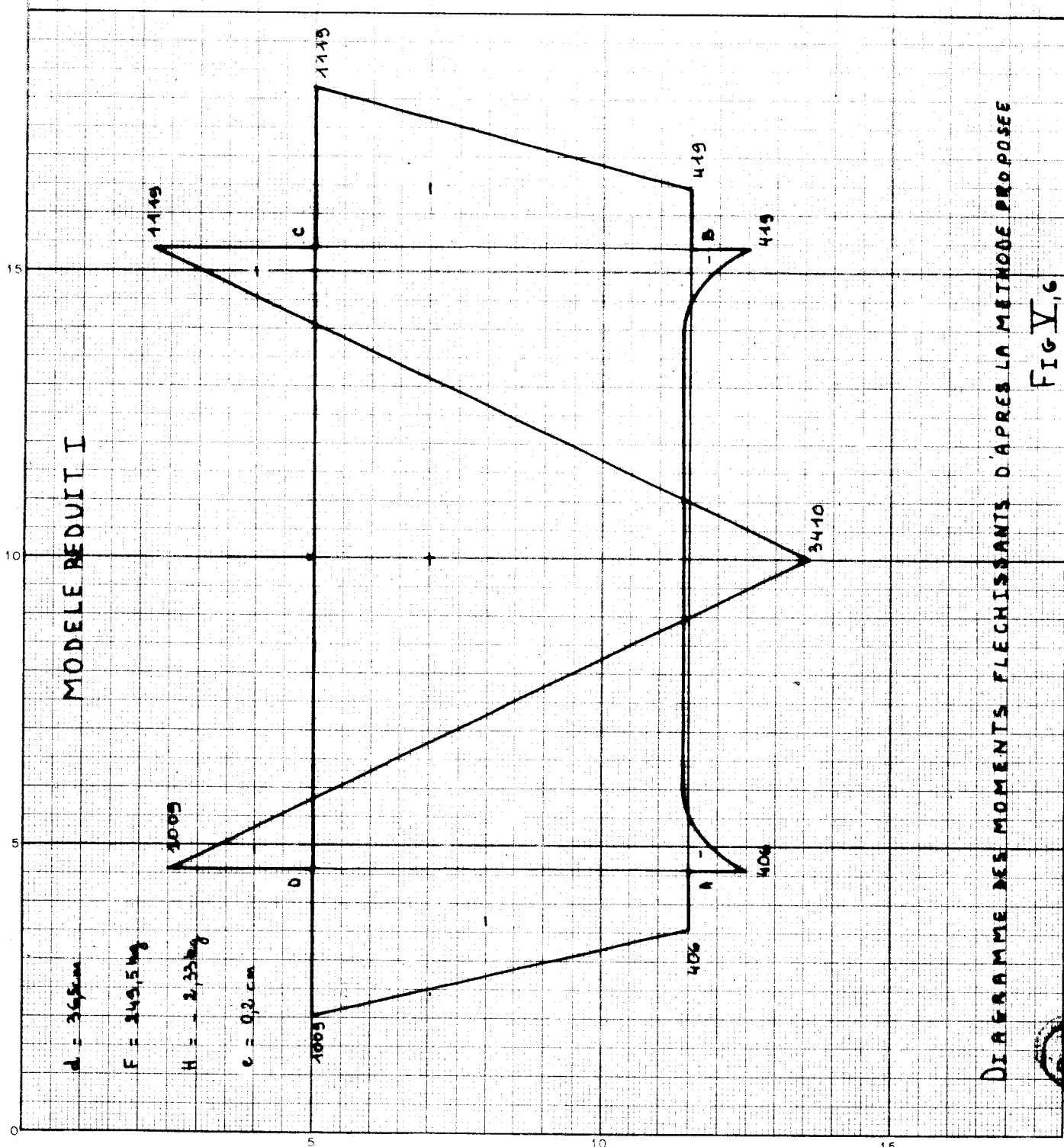


21 MAR 22 1937 STATION DE JATIMINIERES EN ALGERIE  
 2 VERT





REPARTITION DES CONTRAINTES NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE PROPOSEE



$d = 36.5 \text{ cm}$   
 $F = 249.5 \text{ kg}$   
 $H = 2.33 \text{ kg}$   
 $e = 0.2 \text{ cm}$

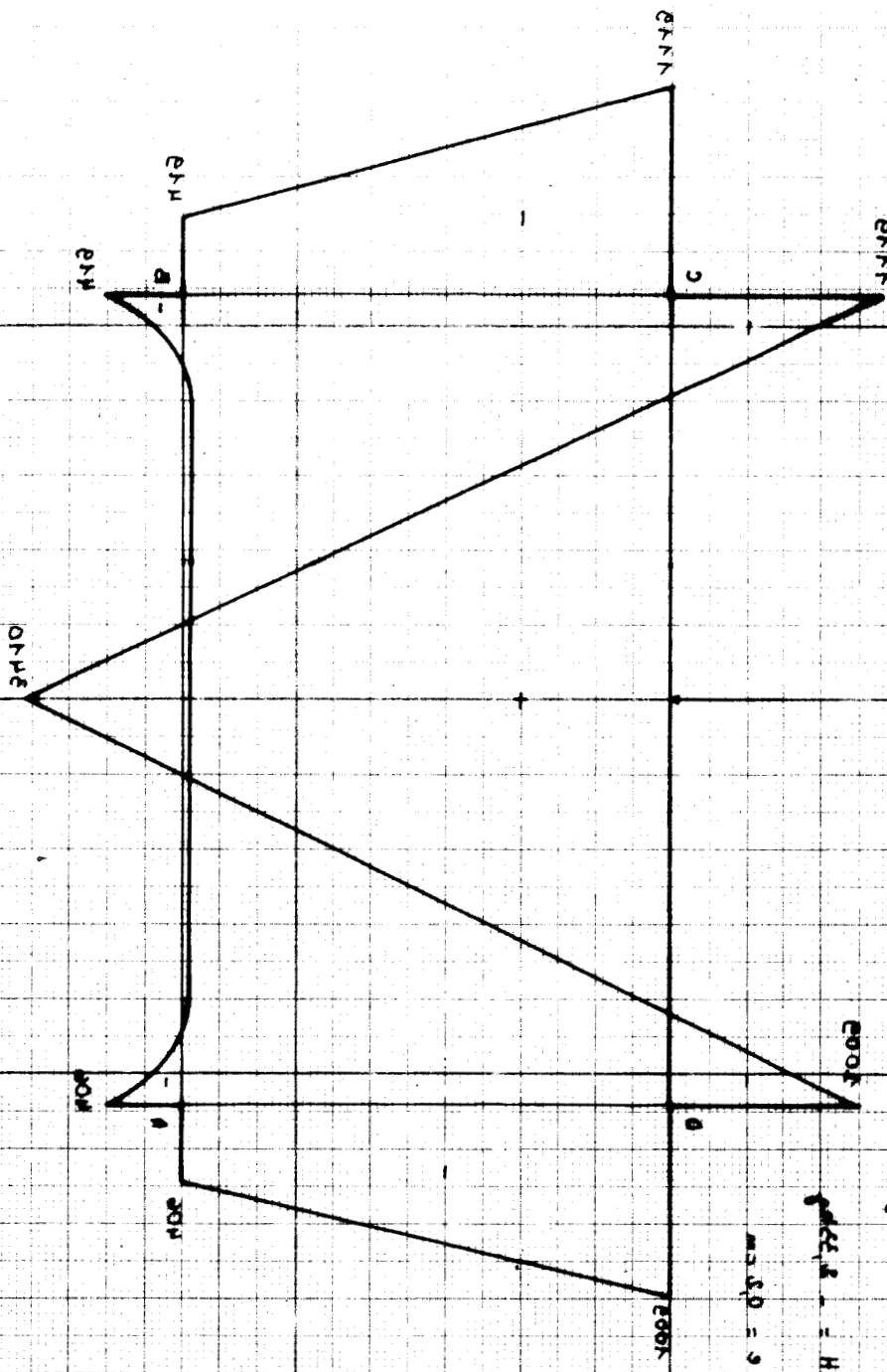
DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS D'APRES LA METHODE PROPOSEE

FIG. V. 16



ДИЯВЛЯНИЕ МОМЕНТА СТИМАНІЯ ДІЯВЛЯНІЯ НА ДІЯВЛЯНІЯ У ВІСІМІ ПЛОЩИНІ

Fig. 10



МОМЕНТИ ВІСІ

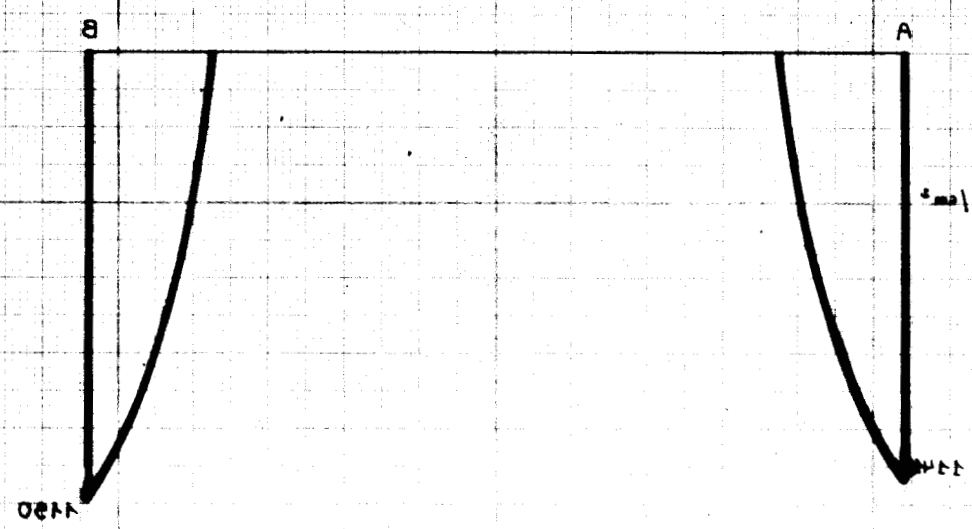
МОМЕНТИ ВІСІ

$q_{max} = 10$

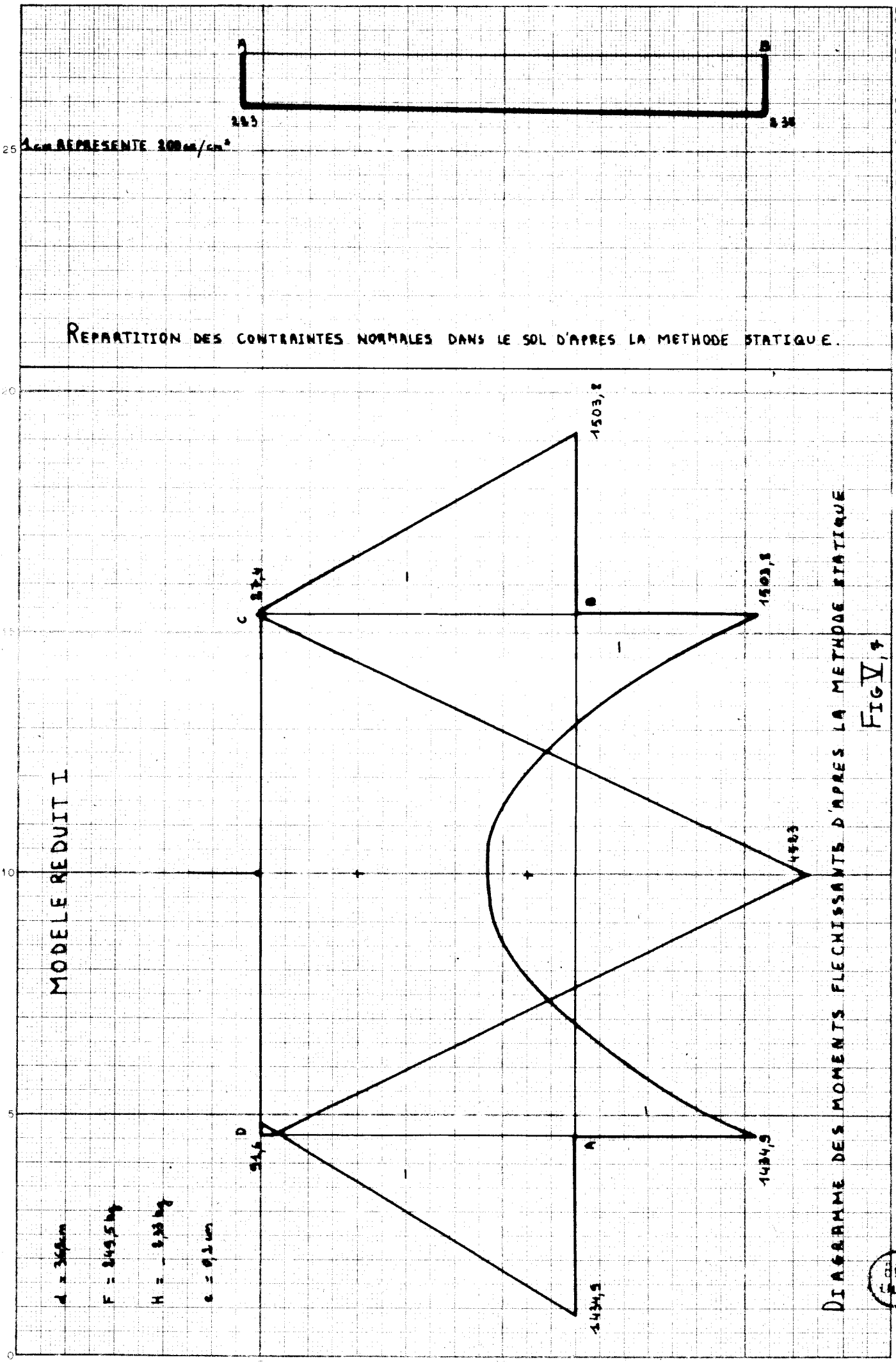
$q_{min} = 0$

$q_{avg} = 5$

РЕПАТИОН ДЕС КОНТРАЙНЕС НОРМАЛЕС ДАНТЕ СОН Д'АБРЕС Л'АМЕТОДЕ ПРОПОЗЕ



LES BÂTIMENTS D'INGÉNIEUR - LIVRE 2



REPRESENTATION 3000/cm<sup>2</sup>

REPARTITION DES CONTRAINTE NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE STATIQUE.

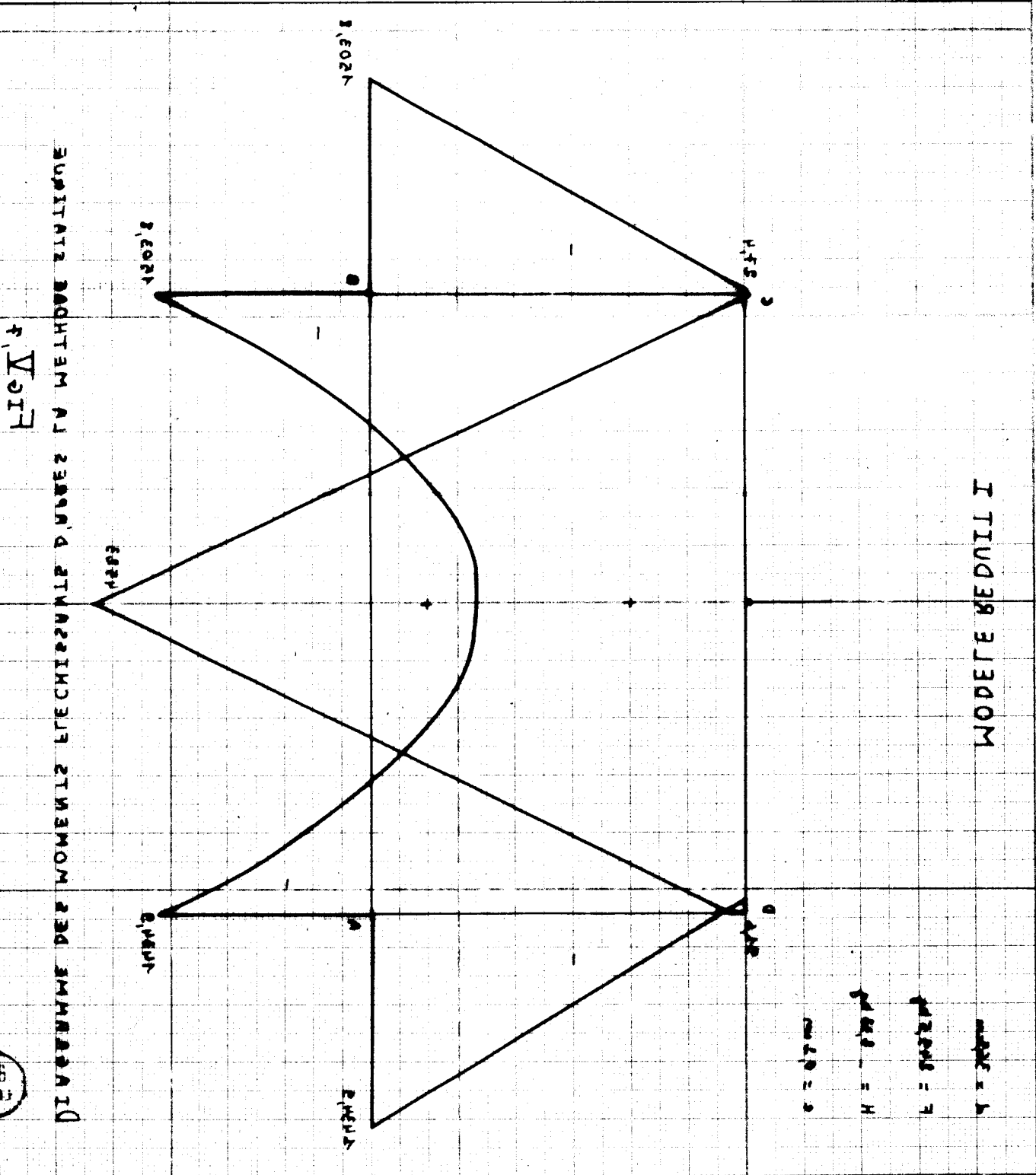


DIAGRAMME DES MOMENTS ETCHASSANTE D'APRES LA METHODE STATIQUE

FIG. 4

2116 9112

MODELE MEDII I

MOYENNE = 1  
MAXIMUM = 7  
MINIMUM = 0

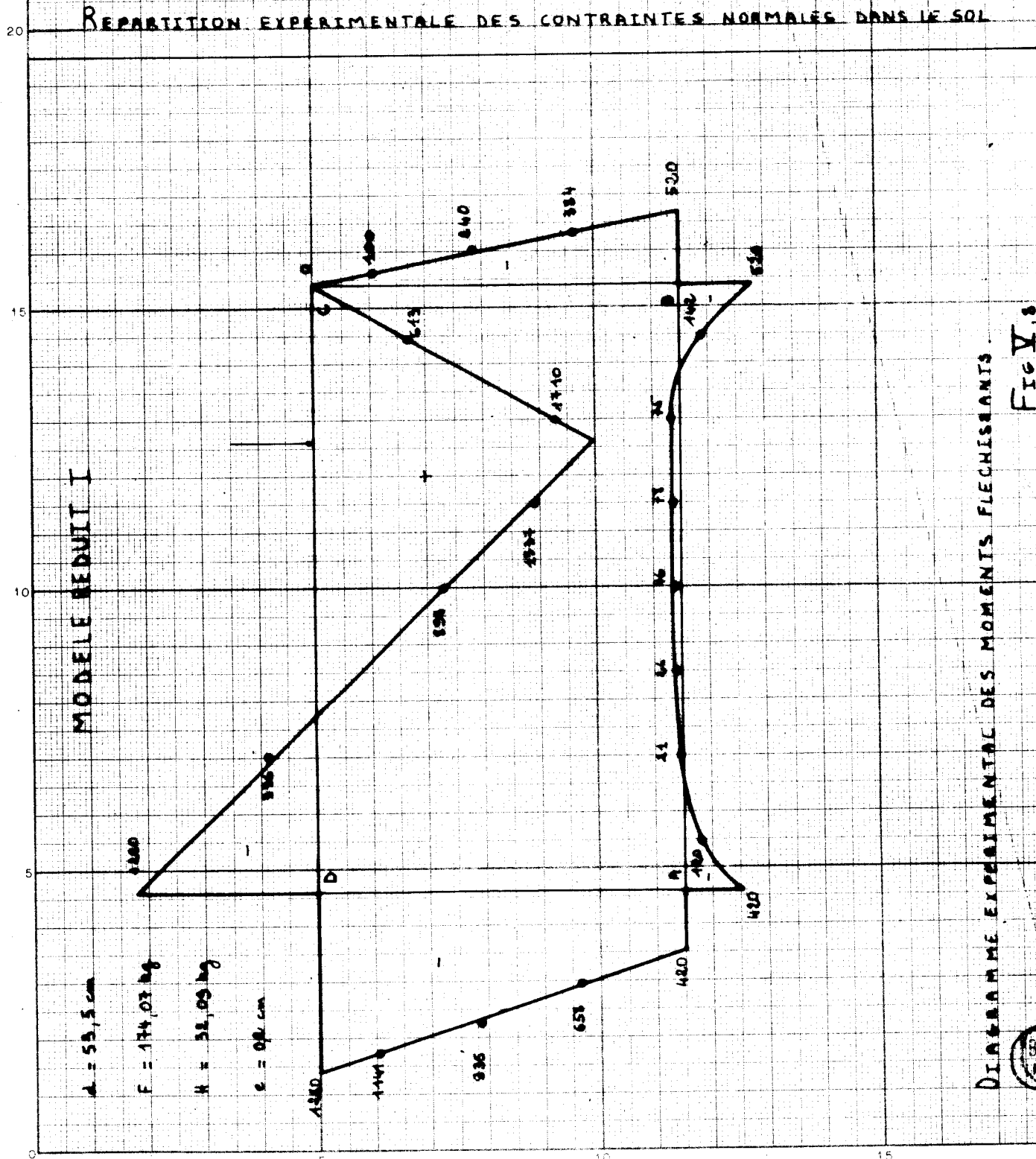
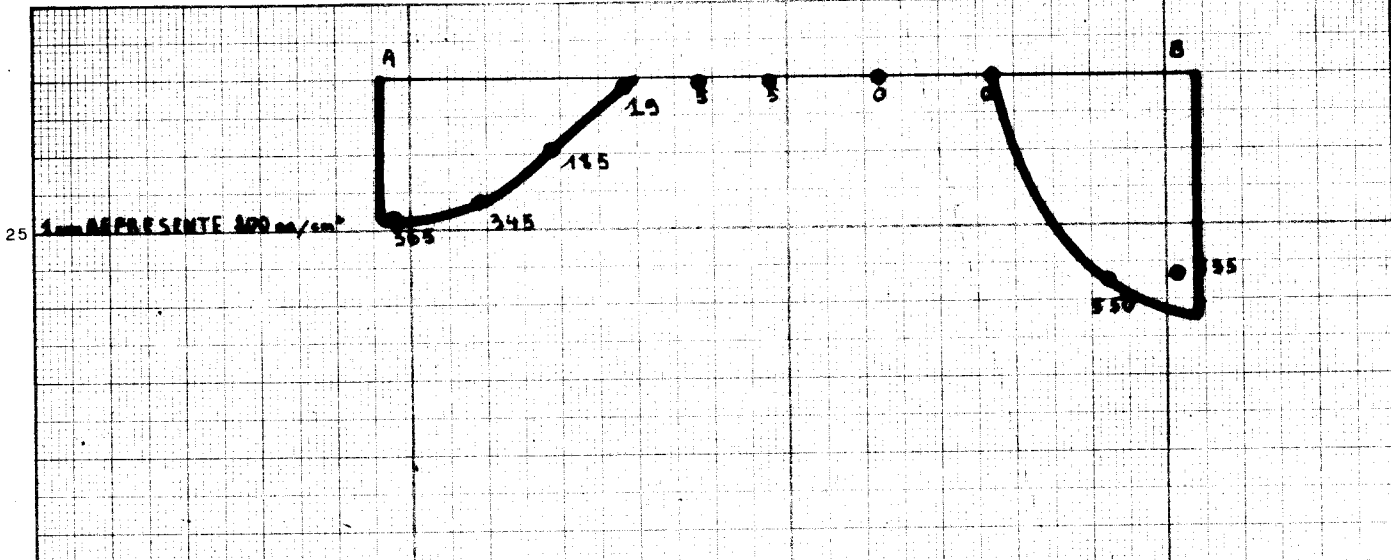


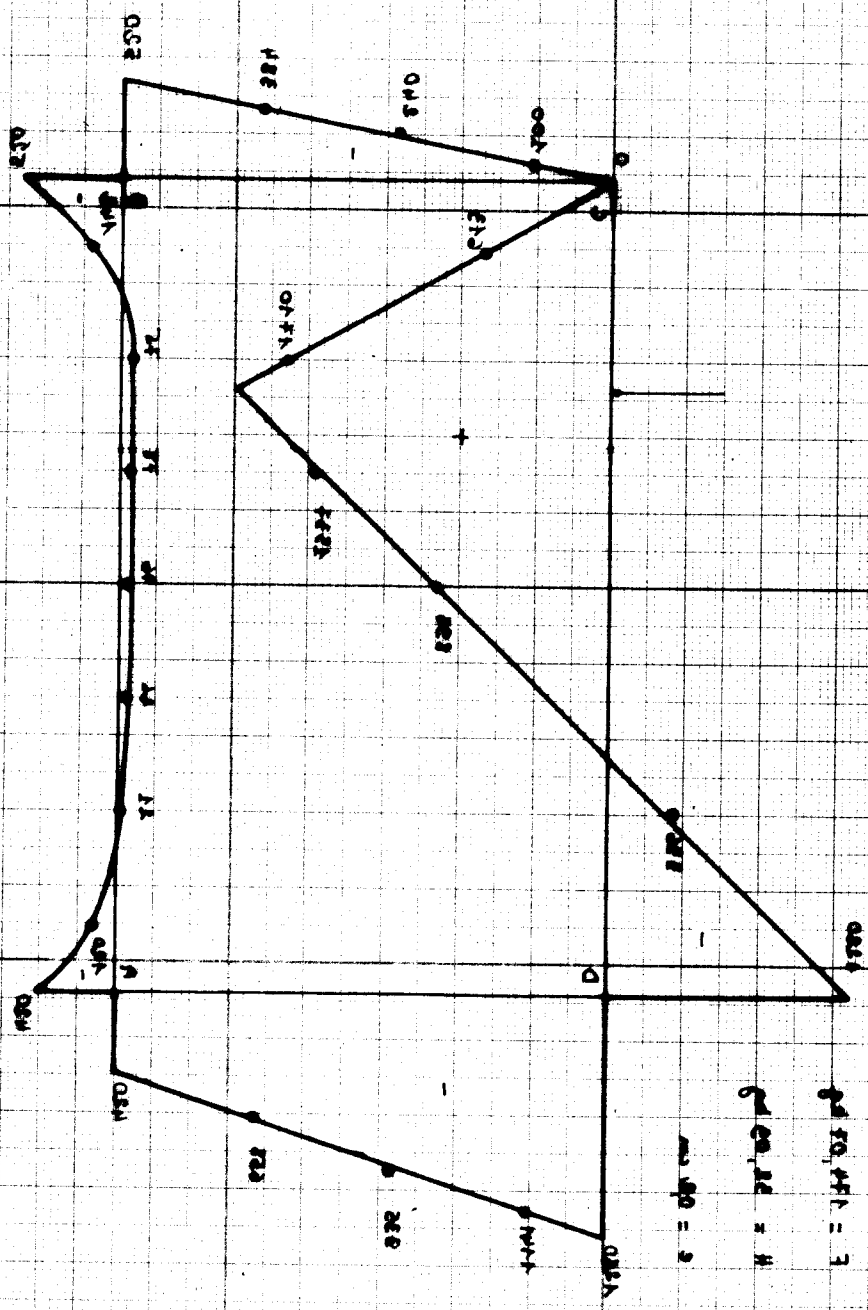
DIAGRAMME EXPERIMENTAL DES MOMENTS FLECHISSANTS. FIG. 5



Fig 18

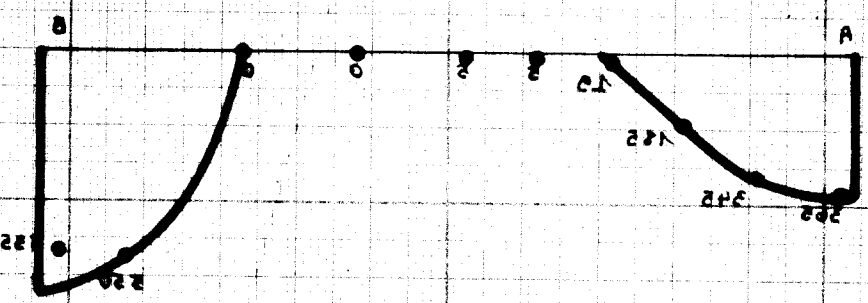
DISTRIBUTION EXPERIMENTALE DES MOMENTS RECHISSEMENTS

REPARTITION EXPERIMENTALE DES CONTRAINTE NORMALES DANS LE SOL



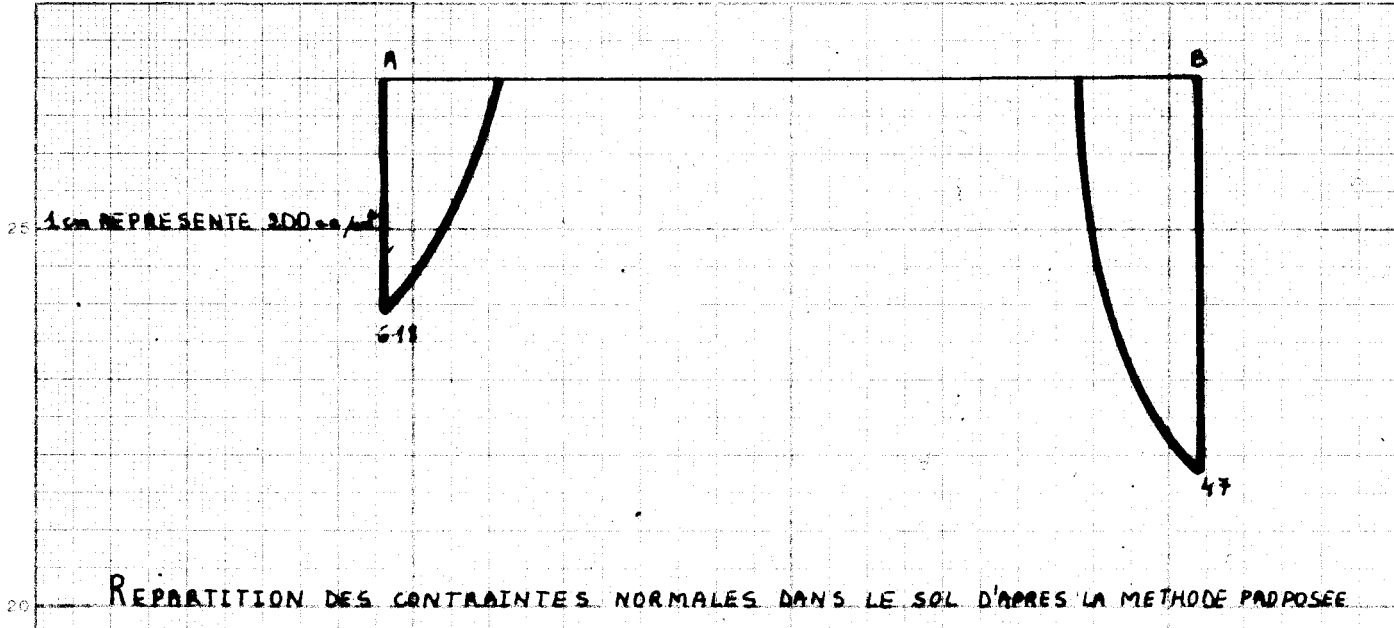
MODELE REPAILLI

$\sigma = 0,01 \text{ cm}$   
 $\mu = 0,1 \text{ cm}$   
 $\rho = 1,44 \text{ g/cm}^3$   
 $\gamma = 22,2 \text{ kN/m}^3$



REPARTITION EXPERIMENTALE DES CONTRAINTE NORMALES DANS LE SOL





REPARTITION DES CONTRAINTES NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE PROPOSEE

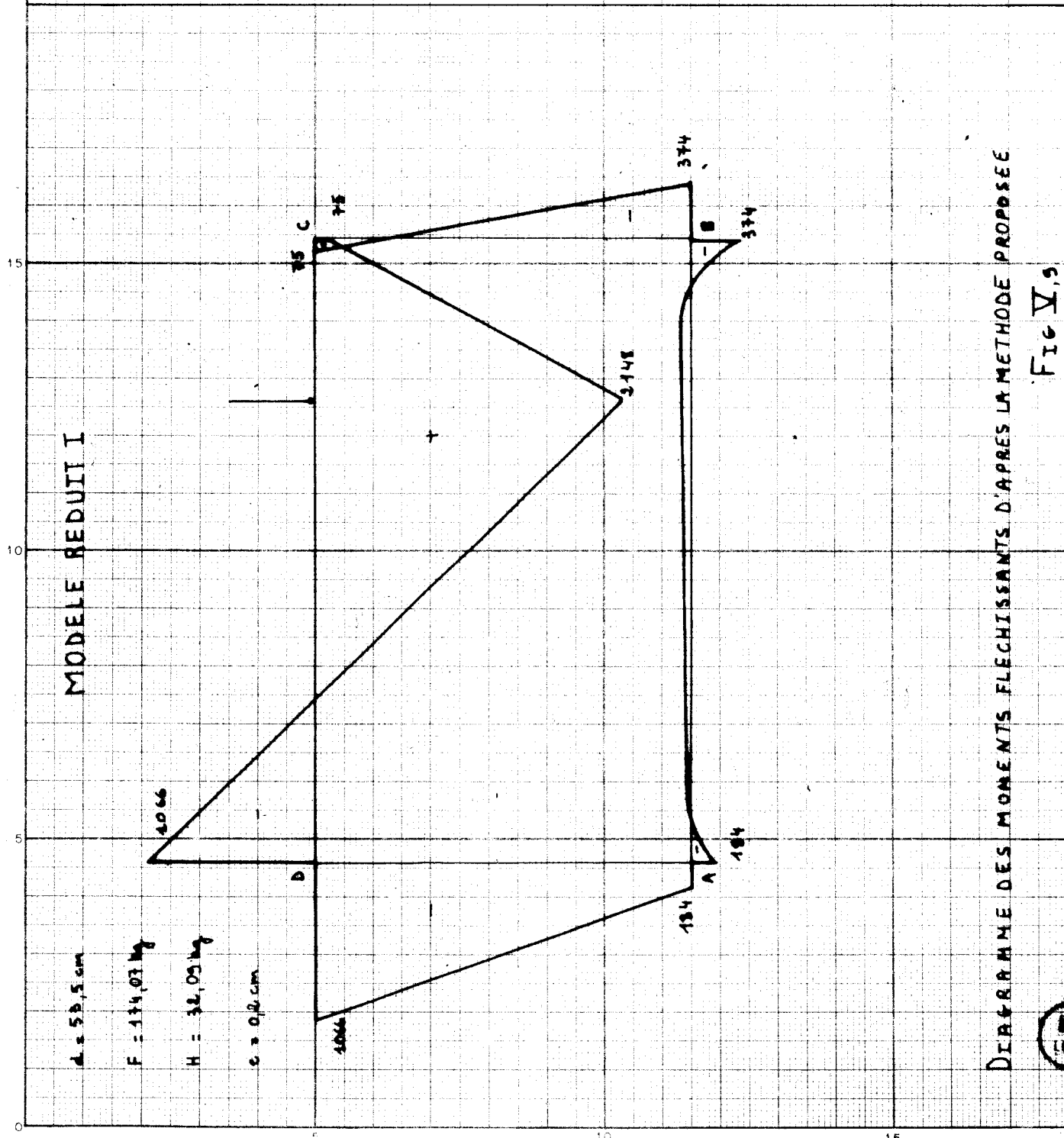


DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS D'APRES LA METHODE PROPOSEE

Fig V, 9



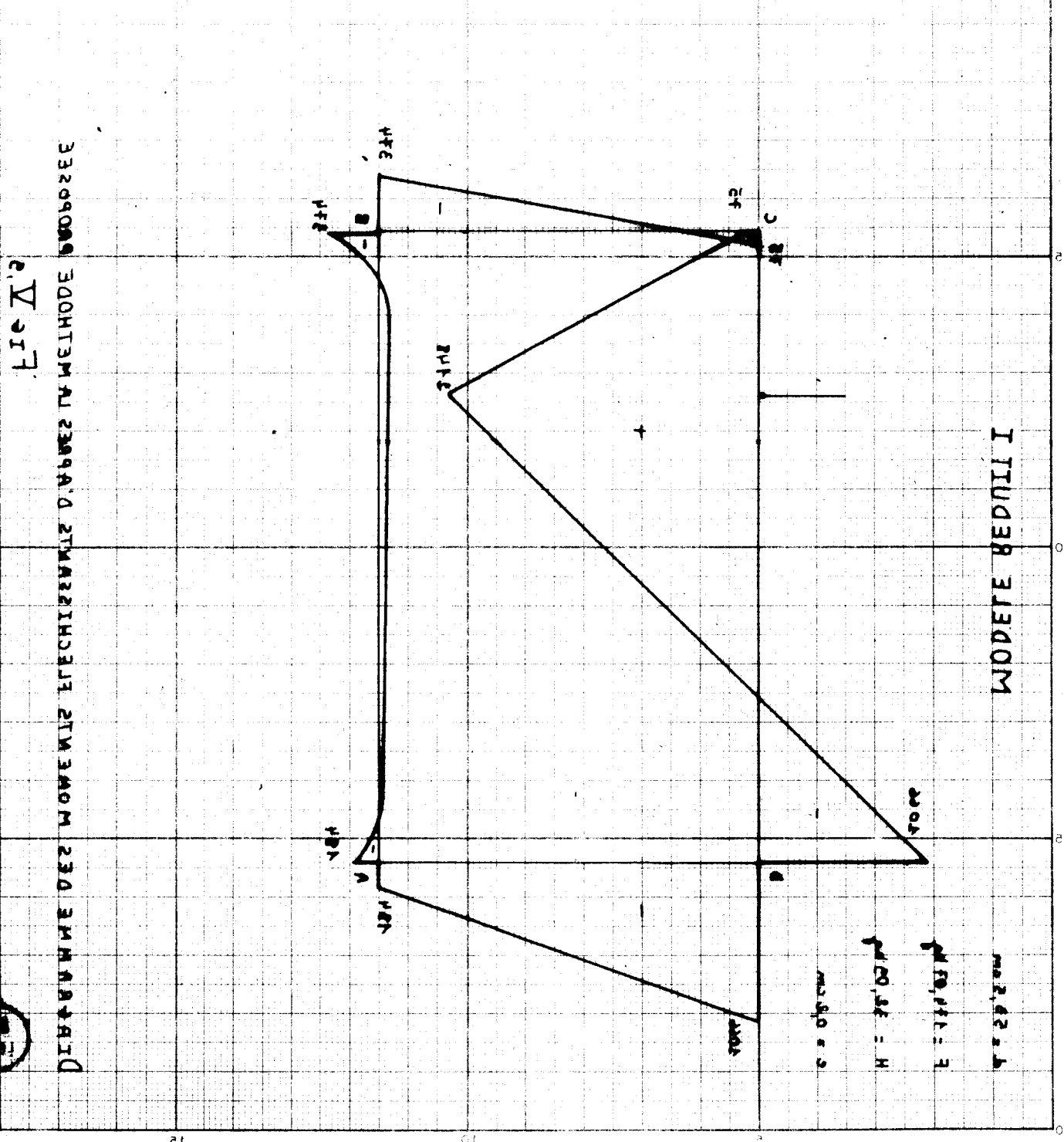
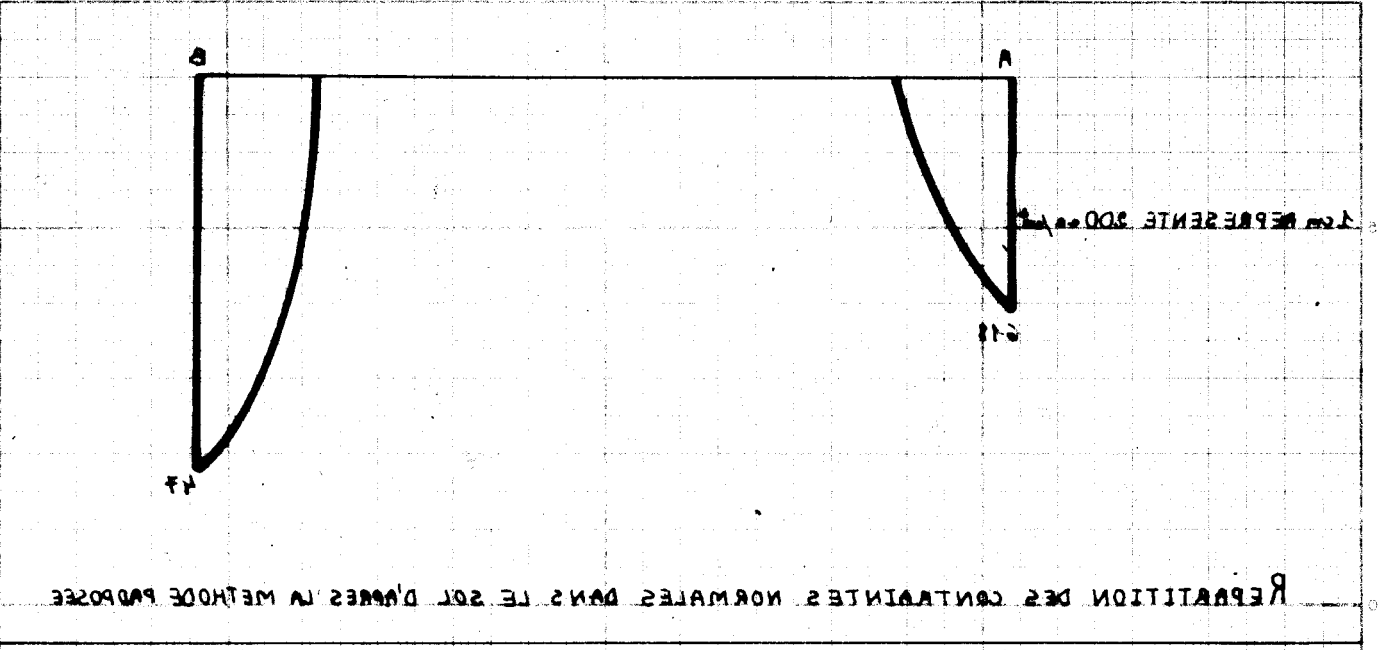


DIAGRAMME DES MOMENTS ETCHISSEMENTS D'APRES LA METHODE PROPOSEE

Fig 217



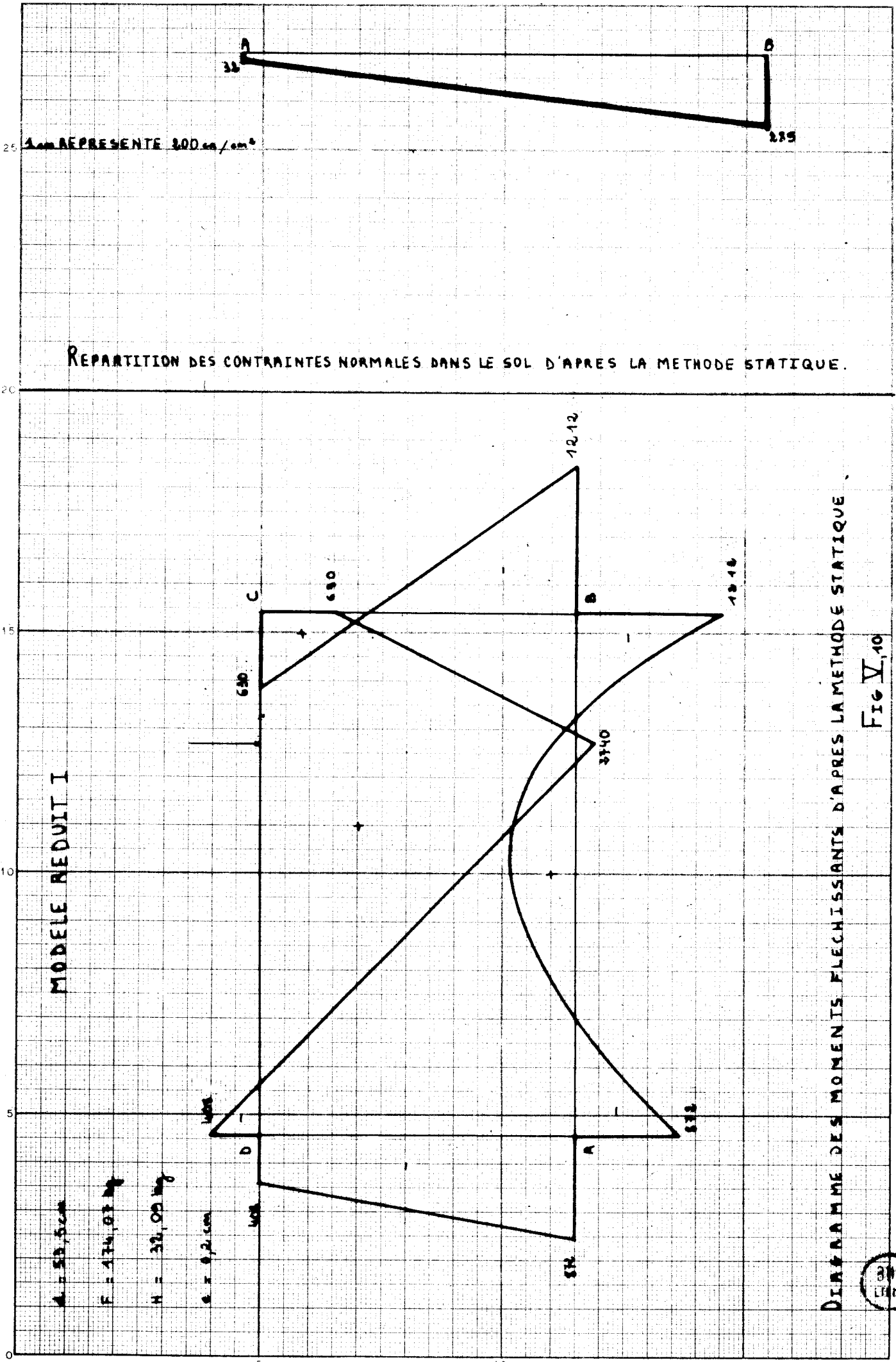


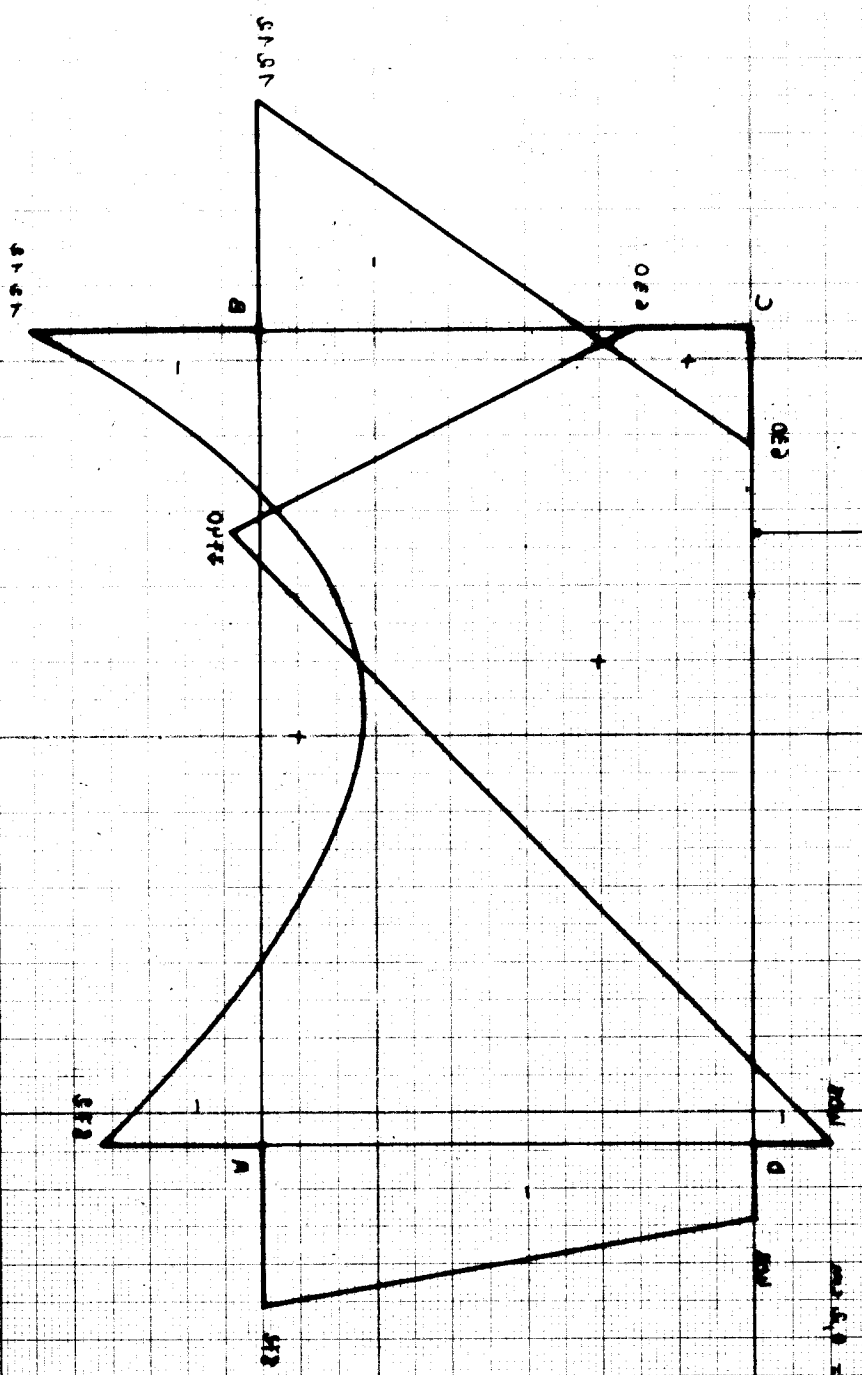
DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS D'APRES LA METHODE STATIQUE

Fig V,10



REPARTITION DES CONTRAINTE NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE STATIQUE

FIGURE 10  
DISTRIBUTION DES MOMENTS ET DES REACTIONS D'APRES LA METHODE STATIQUE



MODELE MEDIANE

$M_A = 3.22$   
 $M_B = 0.44$   
 $M_C = 0.22$   
 $M_D = 0.22$   
 $H_B = 0.22$   
 $V_B = 0.22$   
 $H_C = 0.22$   
 $V_C = 0.22$



On constate que pour plusieurs sections de la structure le moment fléchissant d'après la méthode statique est du signe opposé au moment fléchissant expérimental pour la même section ; ce qui est particulièrement grave pour des constructions en béton armé.

Par ailleurs la méthode statique conduit à une variation du moment dans les piedroits de sens opposé à ce qu'on obtient expérimentalement.

Notons qu'une concordance satisfaisante entre les essais et la méthode proposée n'a été obtenue -particulièrement pour ce type de semelle- qu'après avoir pris en considération les grandes déformations. Nous fournissons en annexe I, un exemple de comparaison entre la méthode proposée -en admettant l'hypothèse des petites déformations- et les résultats expérimentaux.

2 - Essai concernant le modèle réduit II :

La comparaison des résultats expérimentaux et ceux obtenus en appliquant la méthode proposée est toujours satisfaisante, par contre la méthode statique fournit des résultats assez éloignés des résultats expérimentaux.

Dans les tableaux suivants on indique les moments aux noeuds A, B, C, et D de la structure d'après l'essai, d'après la méthode proposée et d'après la méthode statique.

a) Force appliquée à une distance  $d = 17$  cm (fig. V, II et V, 12 et V, 13)

	d'après l'essai	d'après la méthode proposée	d'après la méthode statique
Noeud A	- 1 120	- 881	- 1 505
Noeud B	- 540	- 348	- 959
Noeud C	- 720	- 788	- 534
Noeud D	+ 620	+ 509	+ 818

.../...

b) Force appliquée à une distance  $d = 35,5$  cm (fig. V,14 et V,15 et V,16)

	d'après l'essai	d'après la méthode proposée	d'après la méthode statique
Noeud A	- 1 120	- 797	- 1 561
Noeud B	- 1 020	- 770	- 1 572
Noeud C	- 340	- 412	- 93
Noeud D	- 220	- 232	+ 32

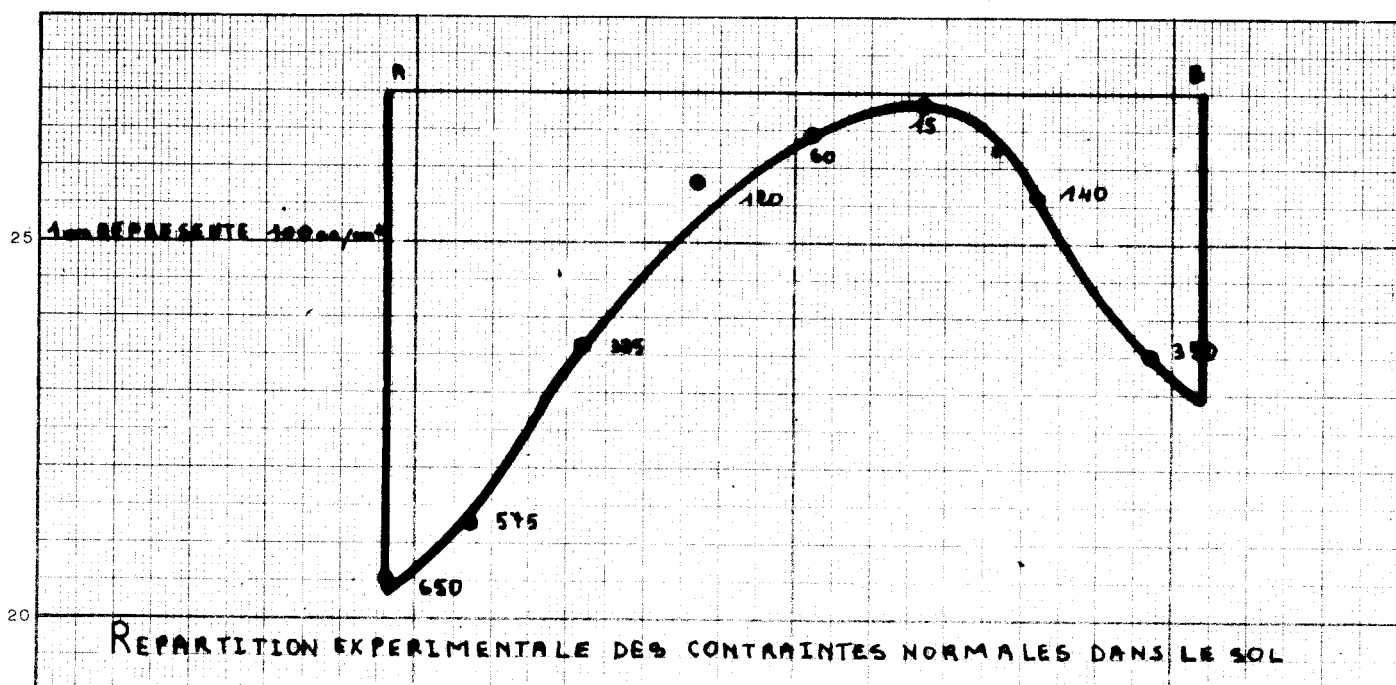
c) Force appliquée à une distance  $d = 53,5$  cm (fig. V,17 et V,18 et V,19)

	d'après l'essai	d'après la méthode proposée	d'après la méthode statique
Noeud A	- 520	- 407	- 1 056
Noeud B	- 1 080	- 944	- 1 620
Noeud C	+ 400	+ 316	+ 631
Noeud D	- 640	- 654	- 365

### 3 - Essai concernant le modèle réduit III :

Pour ce modèle réduit aussi, la comparaison des résultats expérimentaux et ceux fournis par l'application de la méthode proposée est satisfaisante. La différence entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par l'application de la méthode statique est moins importante que pour les deux modèles précédents.

On dresse ci-après les tableaux des moments fléchissants aux noeuds A,B,C et D d'après l'essai, d'après la méthode proposée et d'après la méthode statique.



REPARTITION EXPERIMENTALE DES CONTRAINTES NORMALES DANS LE SOL

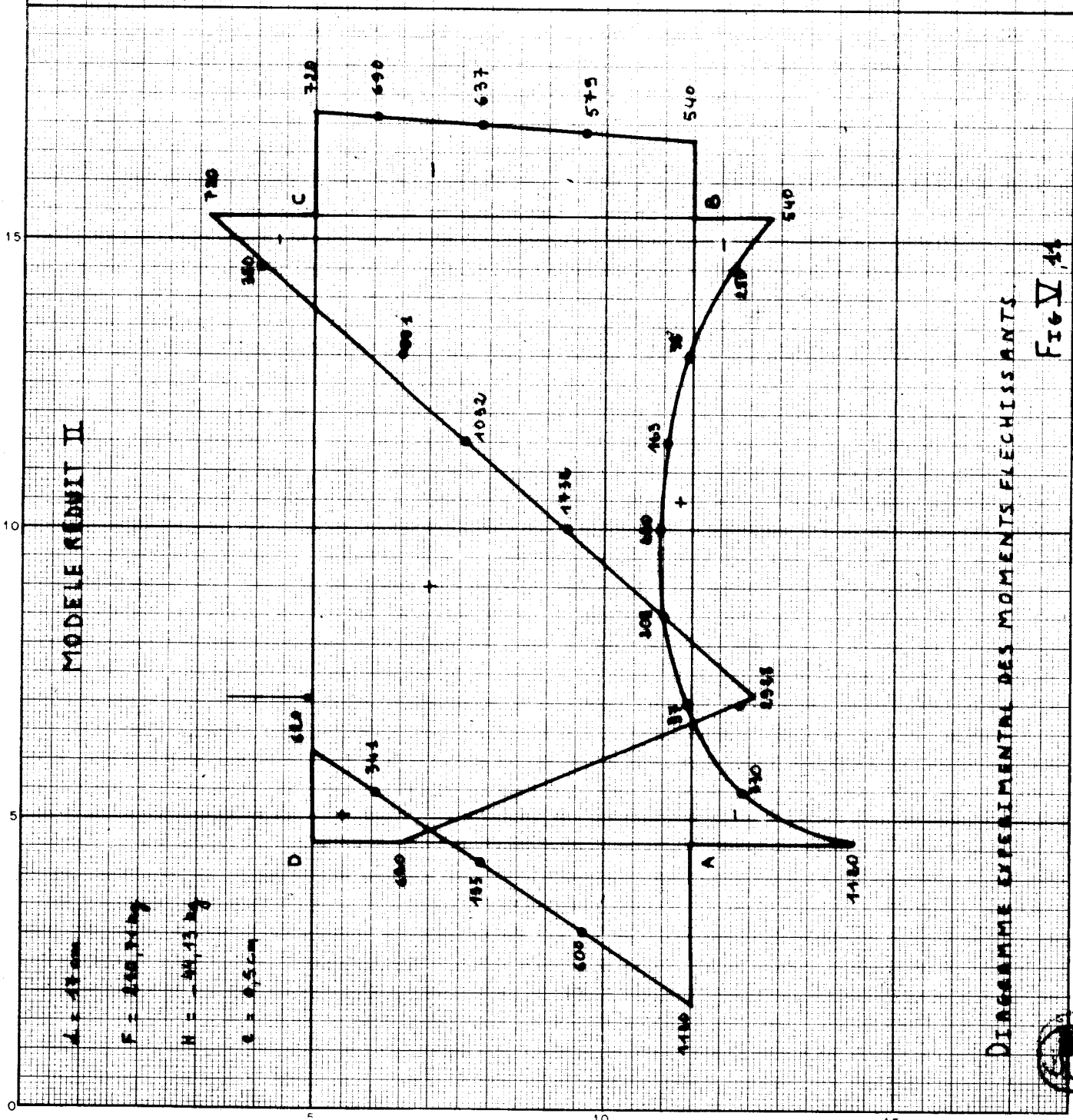


DIAGRAMME EXPERIMENTAL DES MOMENTS FLECHISSANTS

Fig V 44



REPARTITION EXPERIMENTALE DES CONTRAINTEES NORMALES DANS LE SOL

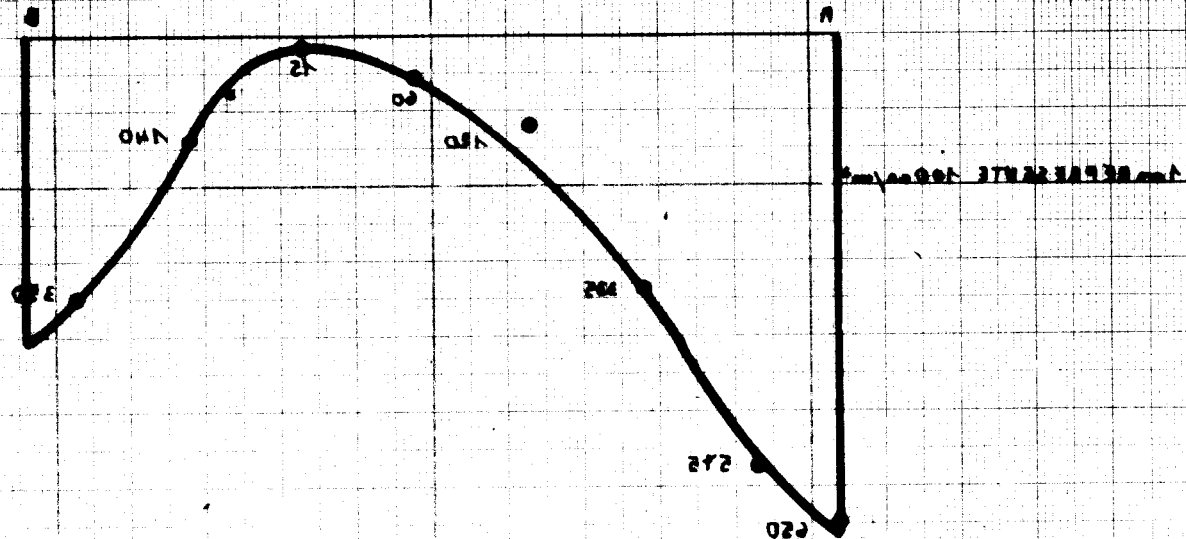
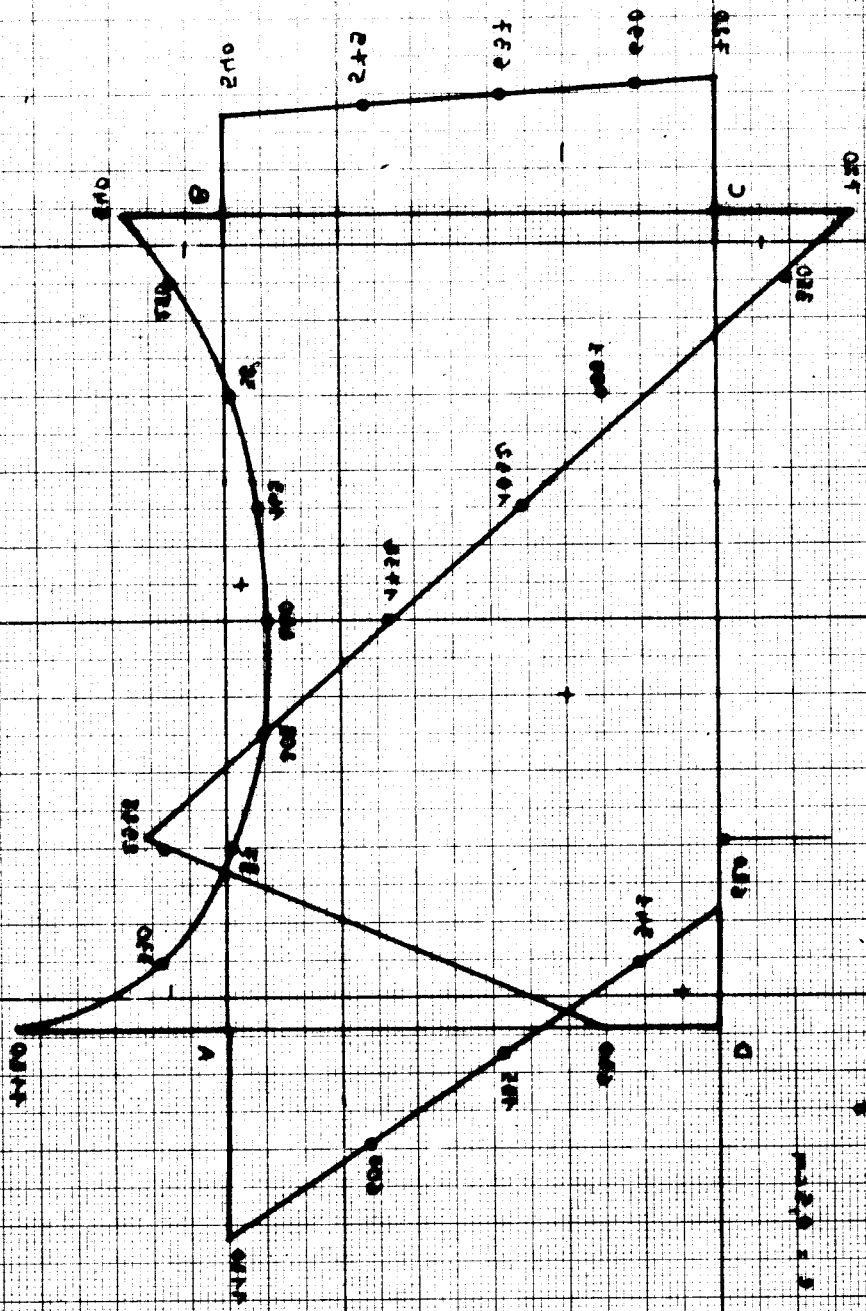


Fig. 11

ДИСТРИБУЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ НОРМАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОЧВЕ



МОДЕЛЬ ВЕЩАК II

$\sigma_x = 0$   
 $\sigma_y = 0$   
 $\tau_{xy} = 0$





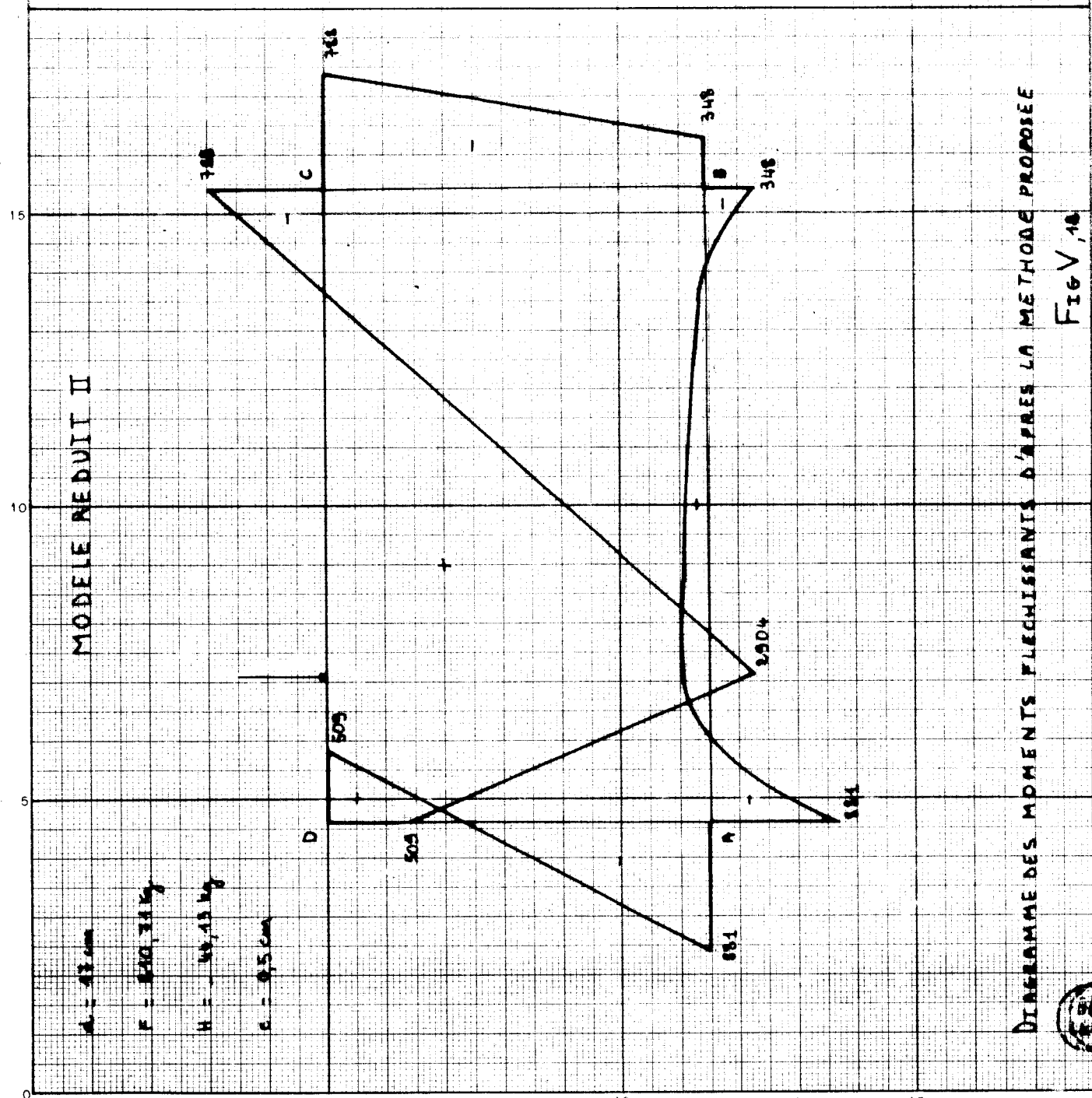
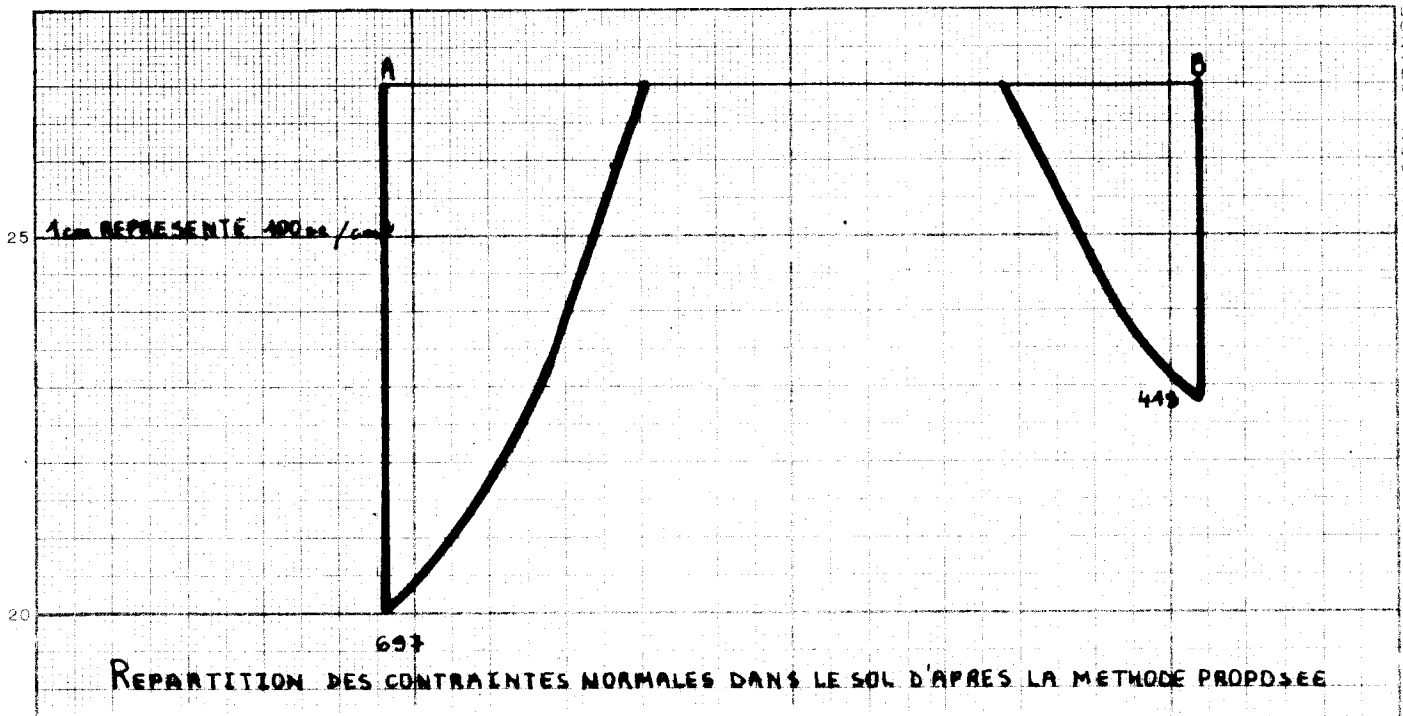
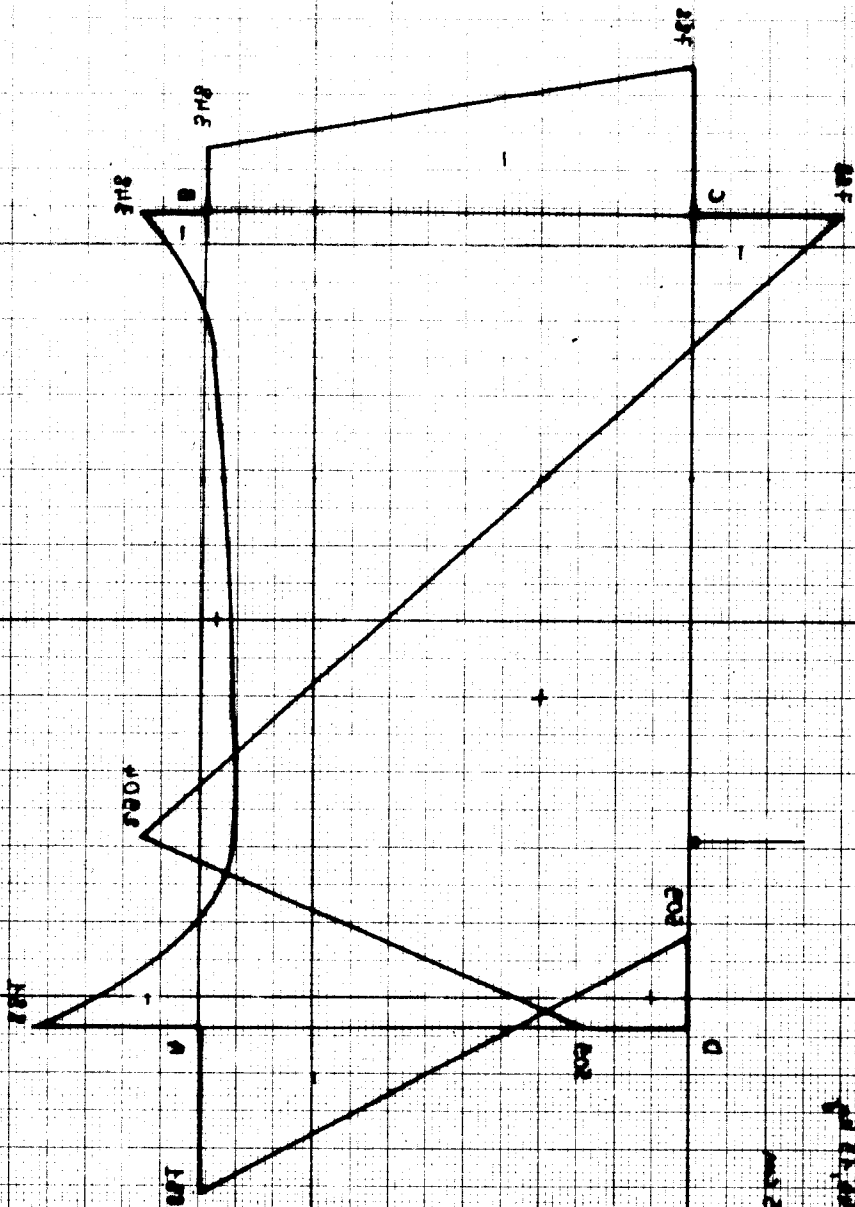




DIAGRAMME DES MOMENTS TECHNIQUES D'UNER TU METHODE PROPOSEE

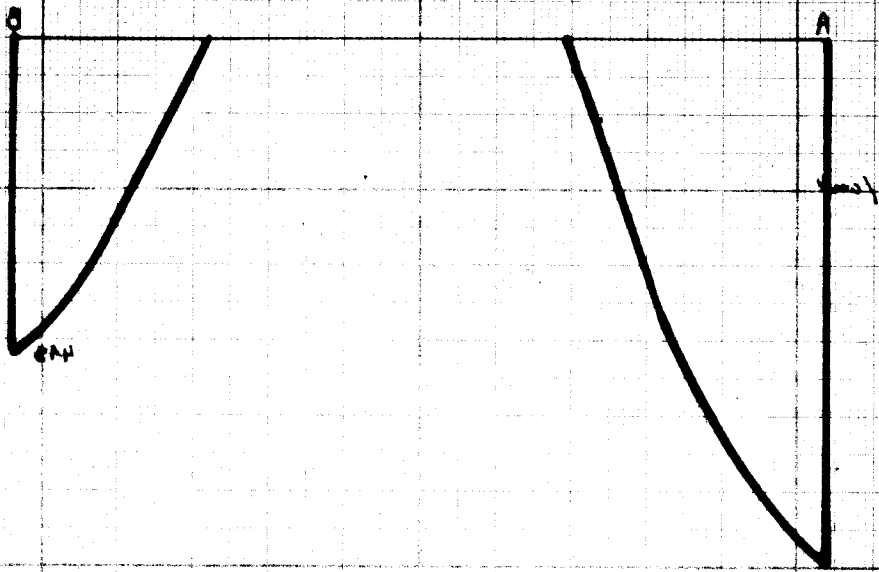
Fig 10

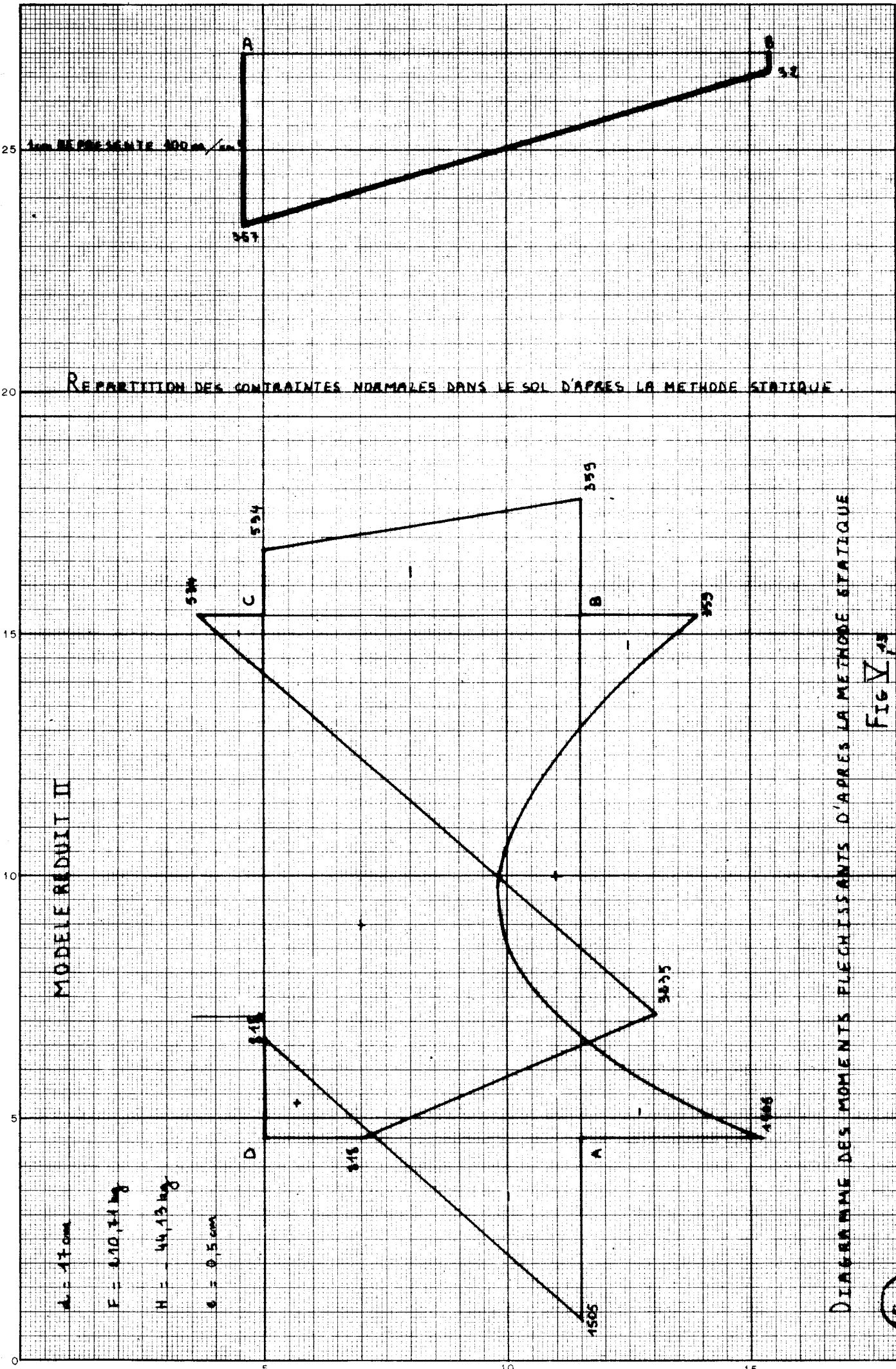


MODELE MERRIL II

- 1 - 1000
- 2 - 1000
- 3 - 1000
- 4 - 1000

REPARTITION DES CONTRAINTE NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE PROPOSEE





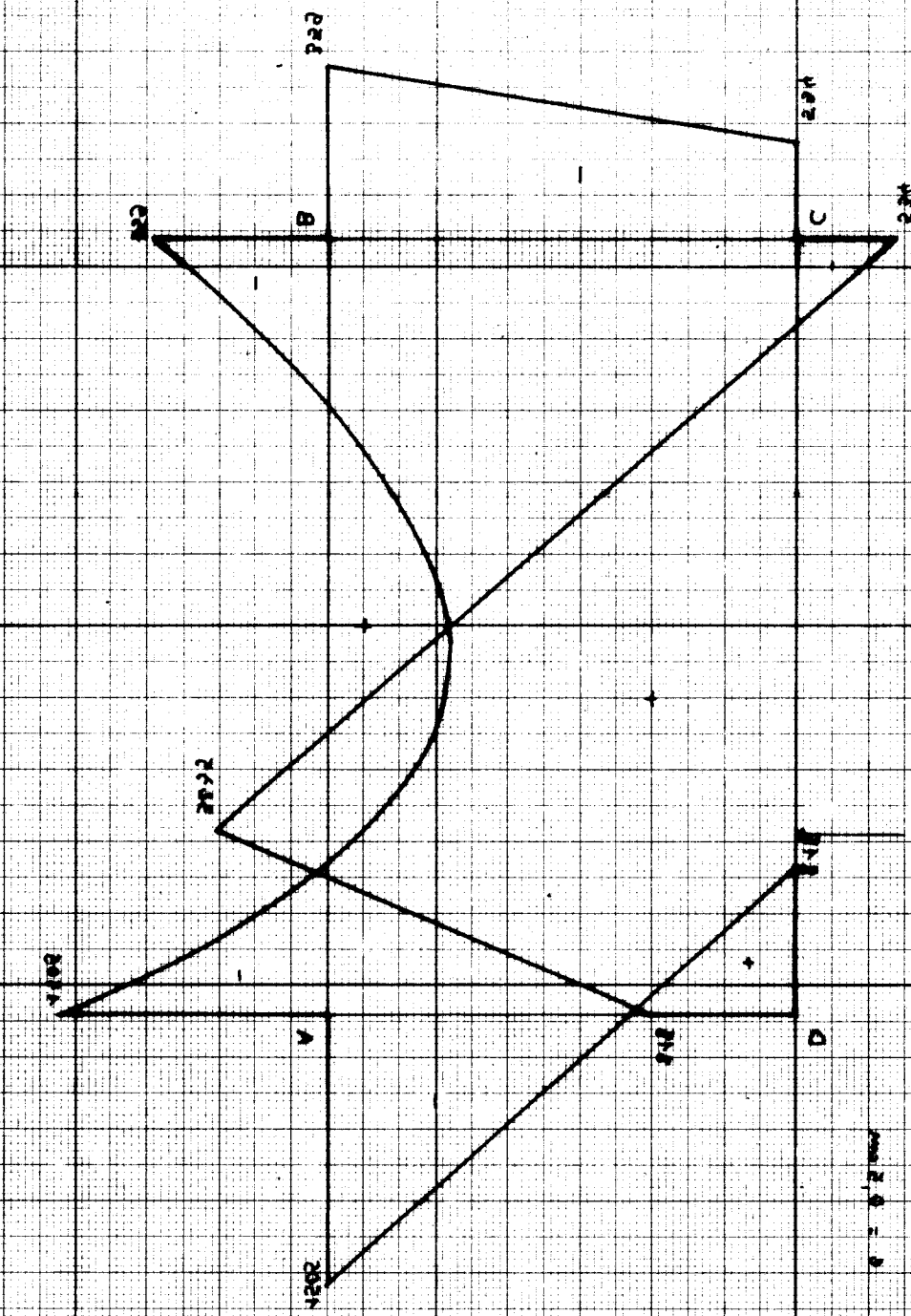
$d = 17 \text{ cm}$   
 $F = 610,34 \text{ kg}$   
 $H = 44,13 \text{ kg}$   
 $\theta = 0,5 \text{ cm}$

DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS D'APRES LA METHODE STATIQUE



DIAGRAMME DES MOMENTS BRESLETTIENS D'UNER TO WELHORE ELATIONE

Fig 1



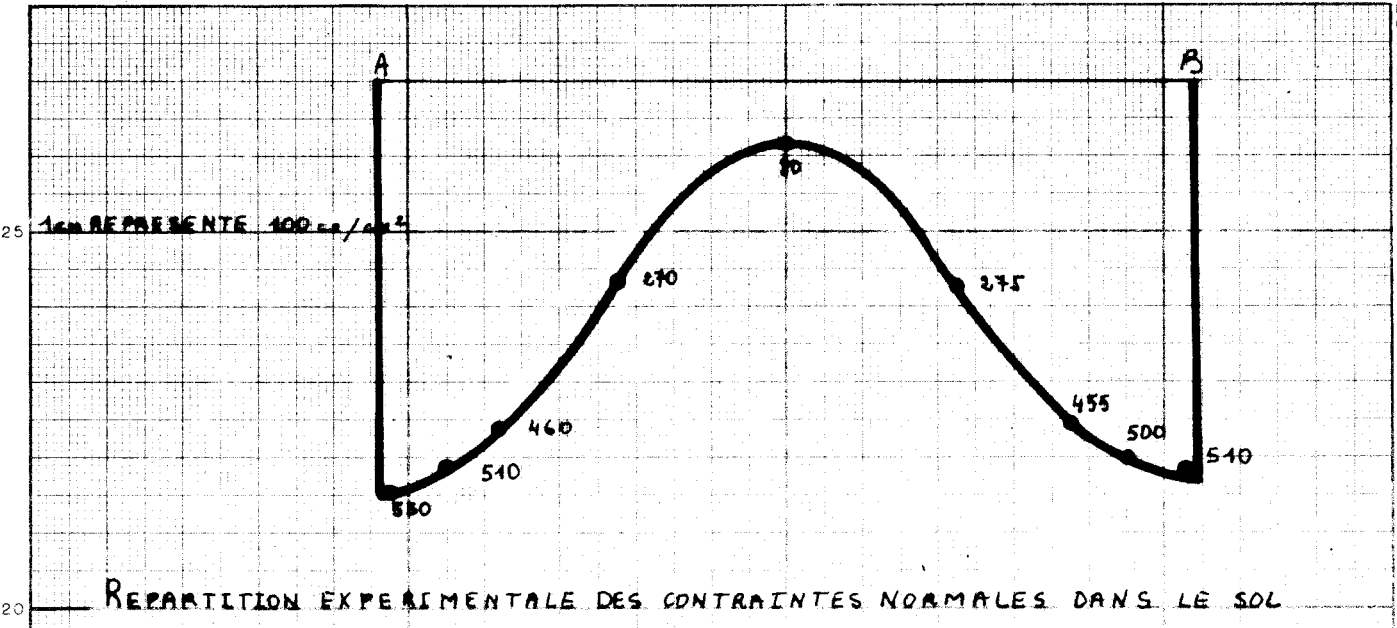
$\sigma = 0.2 \text{ mm}$   
 $H = 11.15 \text{ m}$   
 $E = 0.30 \times 10^6$   
 $\nu = 0.15$

MODELE BDD01 I II

REPARTITION DES CONTRAINTE NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE STATIQUE



2118  
1118



REPARTITION EXPERIMENTALE DES CONTRAINTES NORMALES DANS LE SOL

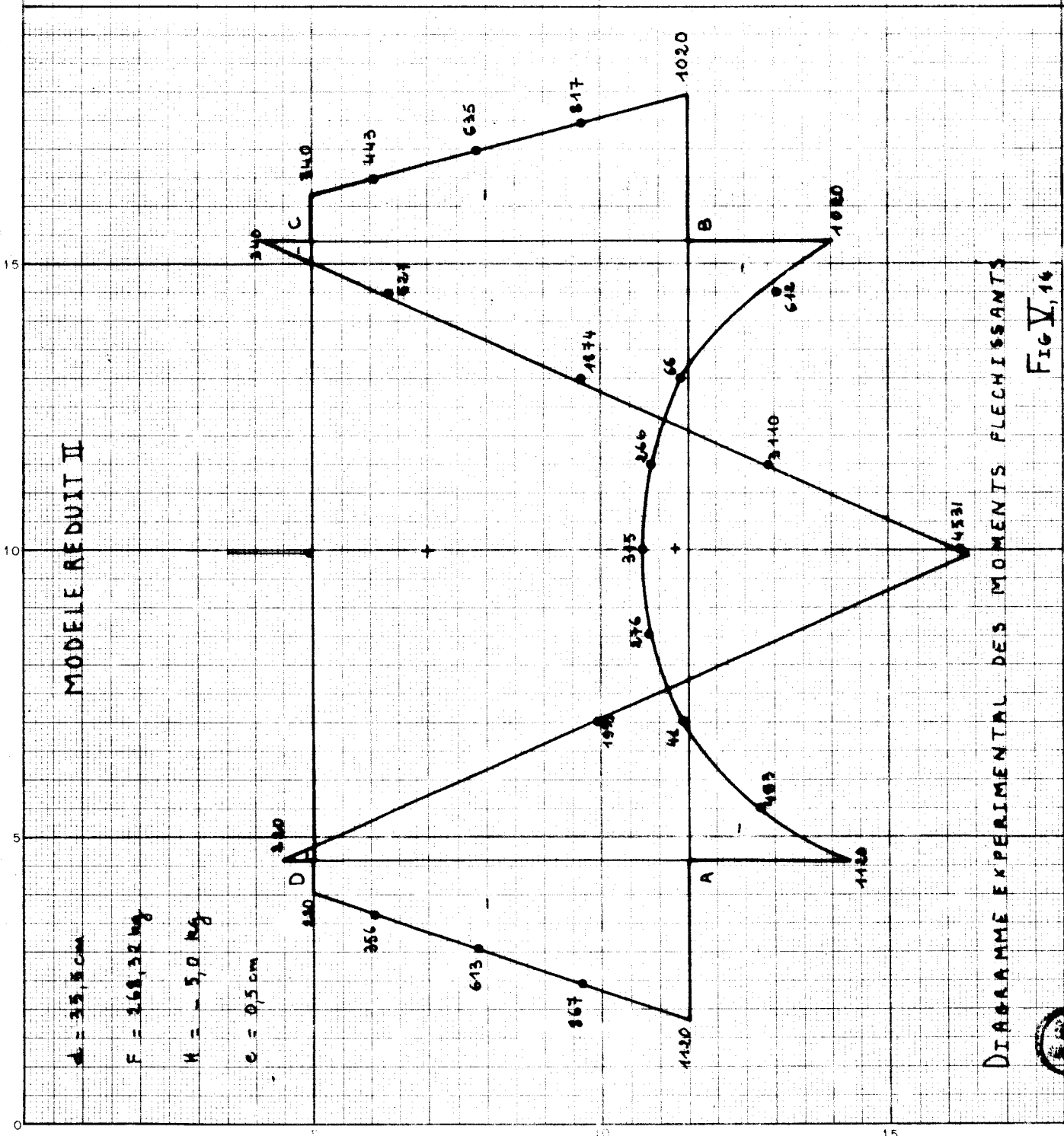


DIAGRAMME EXPERIMENTAL DES MOMENTS FLECHISSANTS

Fig V, 16



REPARTITION EXPERIMENTALE DES CONTRAINTEES NORMALES DANS LE SOL

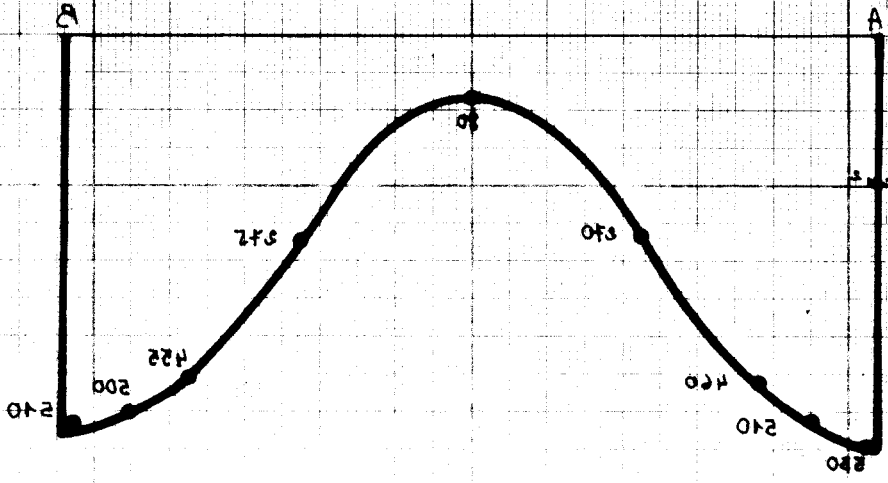
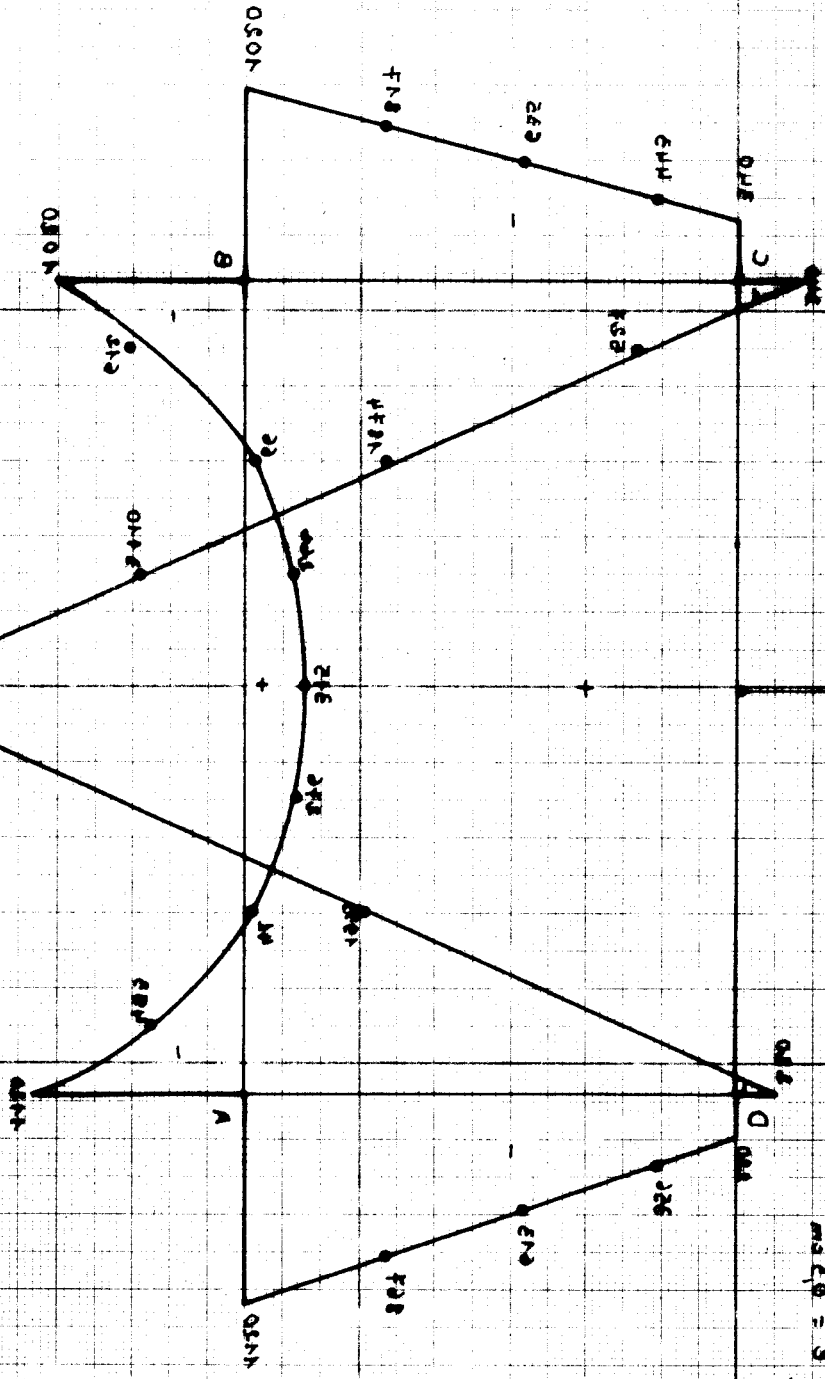


FIG. 14

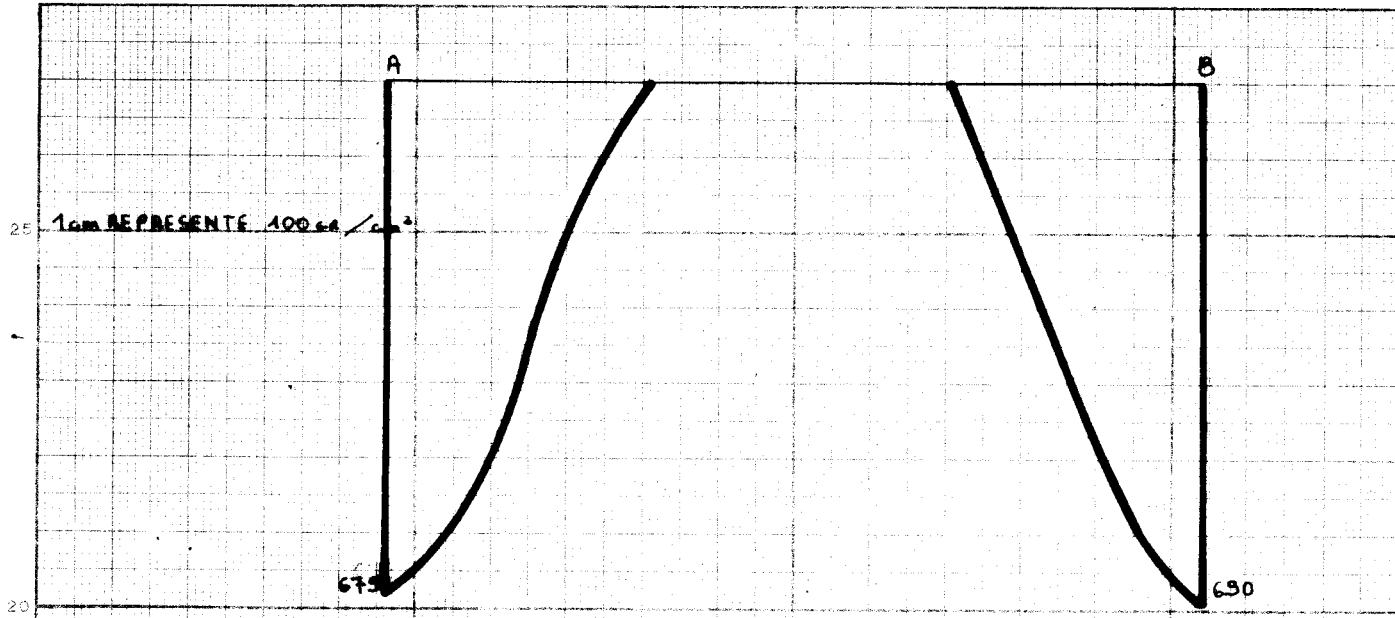
DIAGRAMME EXPERIMENTAL DES MOMENTS STRESSANTS



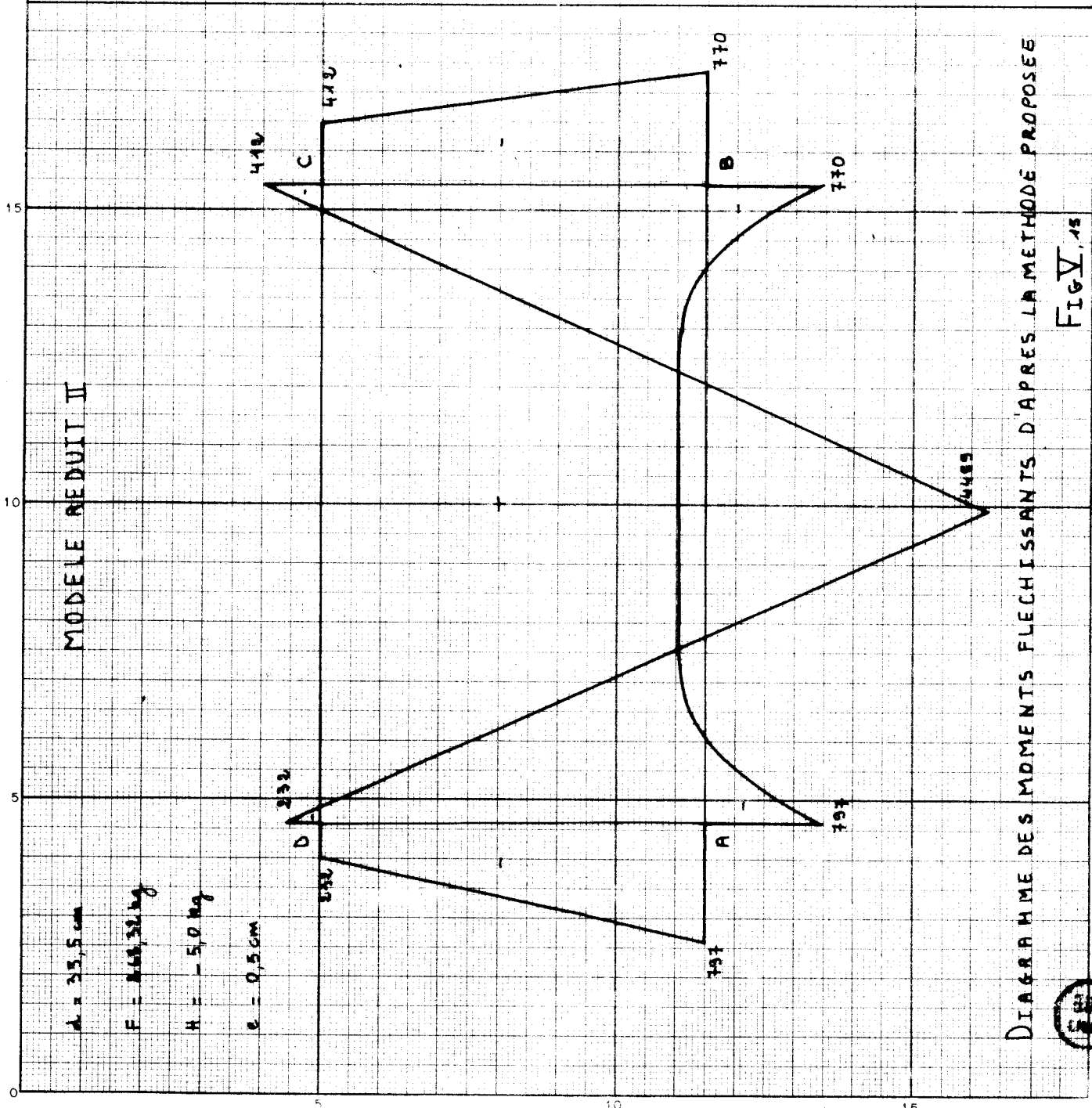
MODELE VEUIL II

$M_{0.2} = 0$   
 $M_{0.2} = 0$   
 $M_{0.2} = 0$





REPARTITION DES CONTRAINTES NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE PROPOSEE.



$L = 35,5 \text{ cm}$   
 $F = 268,32 \text{ kg}$   
 $H = -5,0 \text{ kg}$   
 $e = 0,50 \text{ cm}$

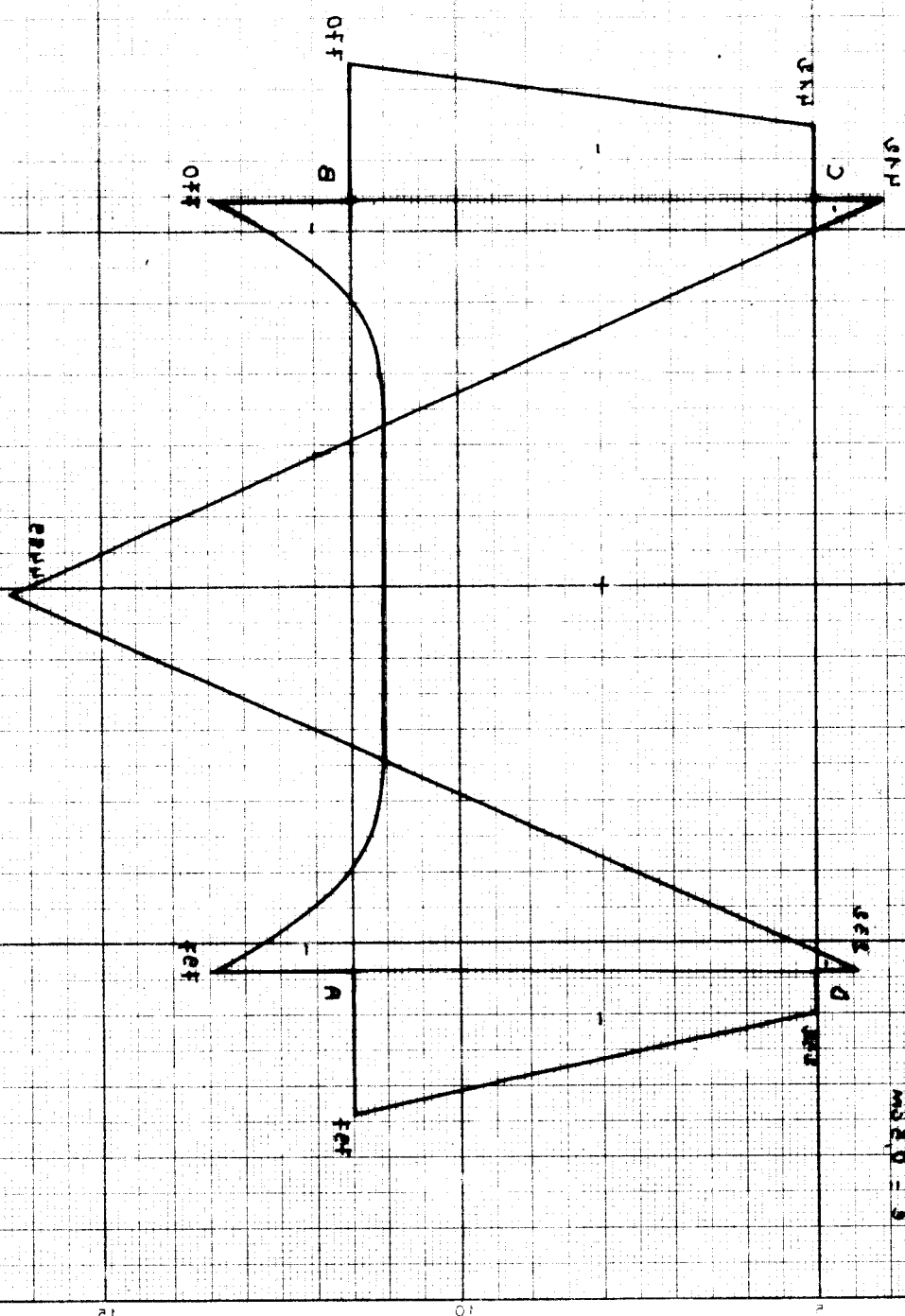
DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS D'APRES LA METHODE PROPOSEE

FIG. 15



DIAGRAMME DES MOMENTS FLÉCHISSEMENTS D'APRES LA METHODE PROPOSEE

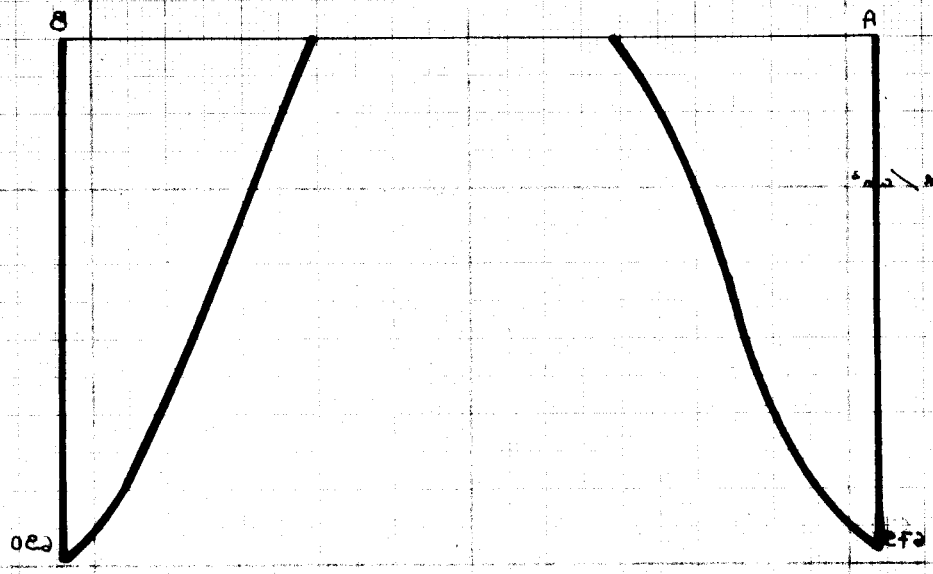
FIG. 1017



$M_{max} = 0.20 \cdot q \cdot l^2$   
 $M_{min} = -0.10 \cdot q \cdot l^2$   
 $\delta_{max} = 0.001 \cdot q \cdot l^4$   
 $\delta_{min} = -0.001 \cdot q \cdot l^4$

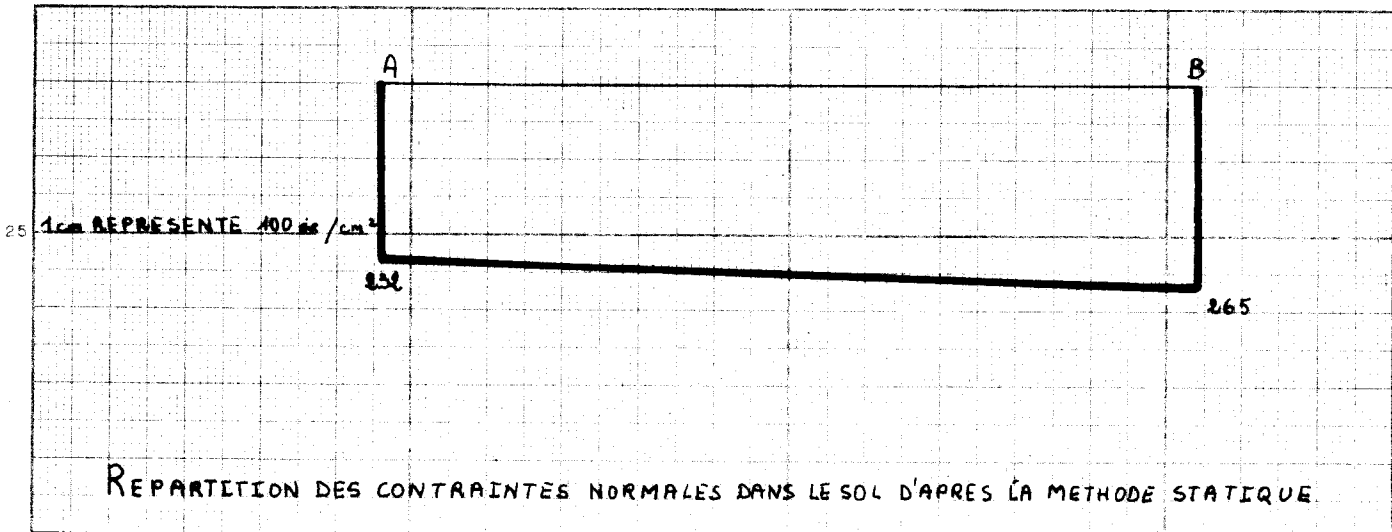
MODELE BECILL II

REPARTITION DES CONTRAINTE NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE PROPOSEE.

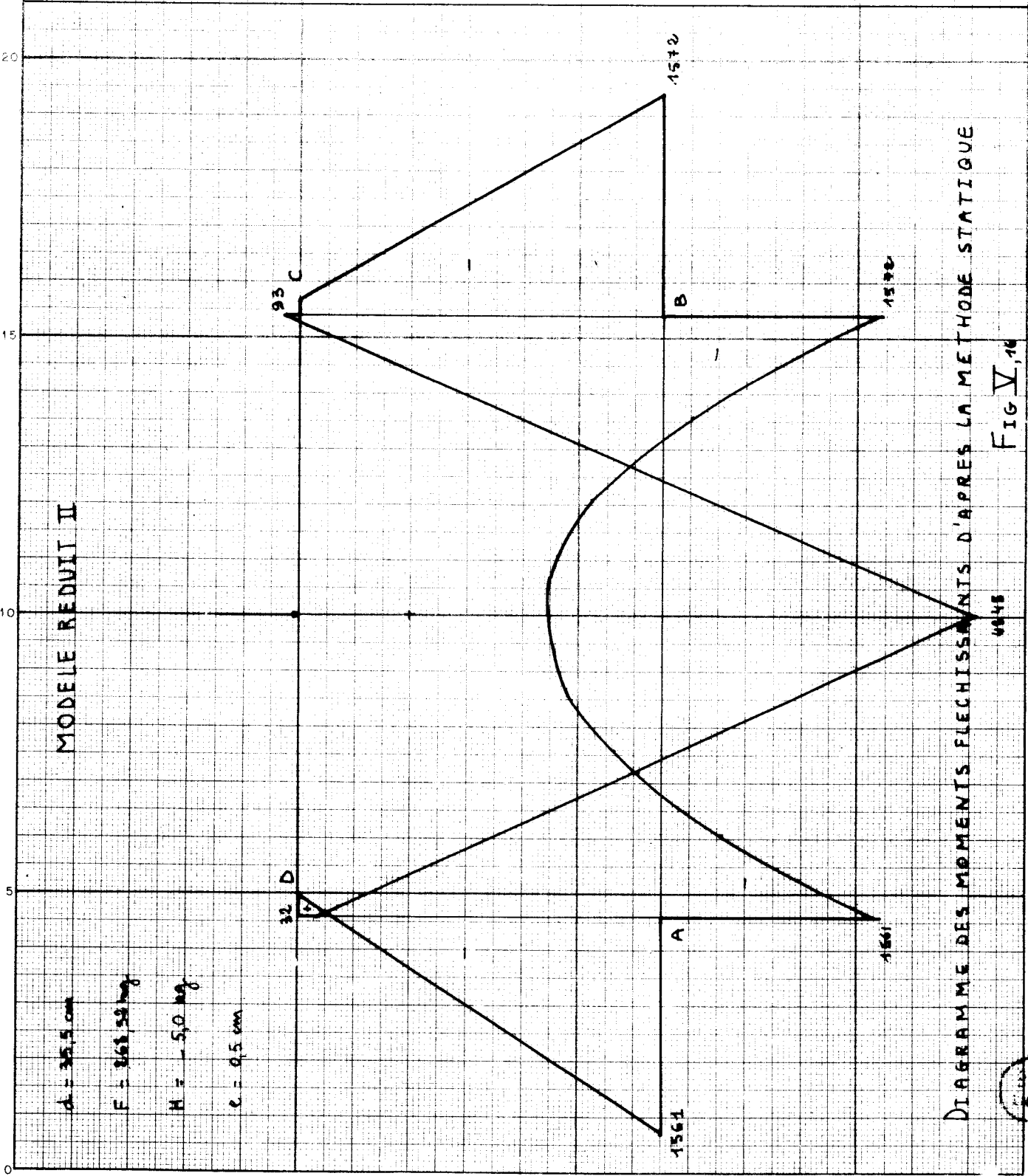


1 cm REPRESENTE 100 kg/cm<sup>2</sup>





REPARTITION DES CONTRAINTES NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE STATIQUE



$d = 35.5 \text{ cm}$   
 $E = 262.50 \text{ kg}$   
 $H = -5.0 \text{ kg}$   
 $e = 0.5 \text{ cm}$

DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSEMENTS D'APRES LA METHODE STATIQUE

FIG V, 16



REPARTITION DES CONTRAINTES NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE STATIQUE

DIAGRAMME DES MOMENTS ET RECHERCHES D'APRES LA METHODE STATIQUE

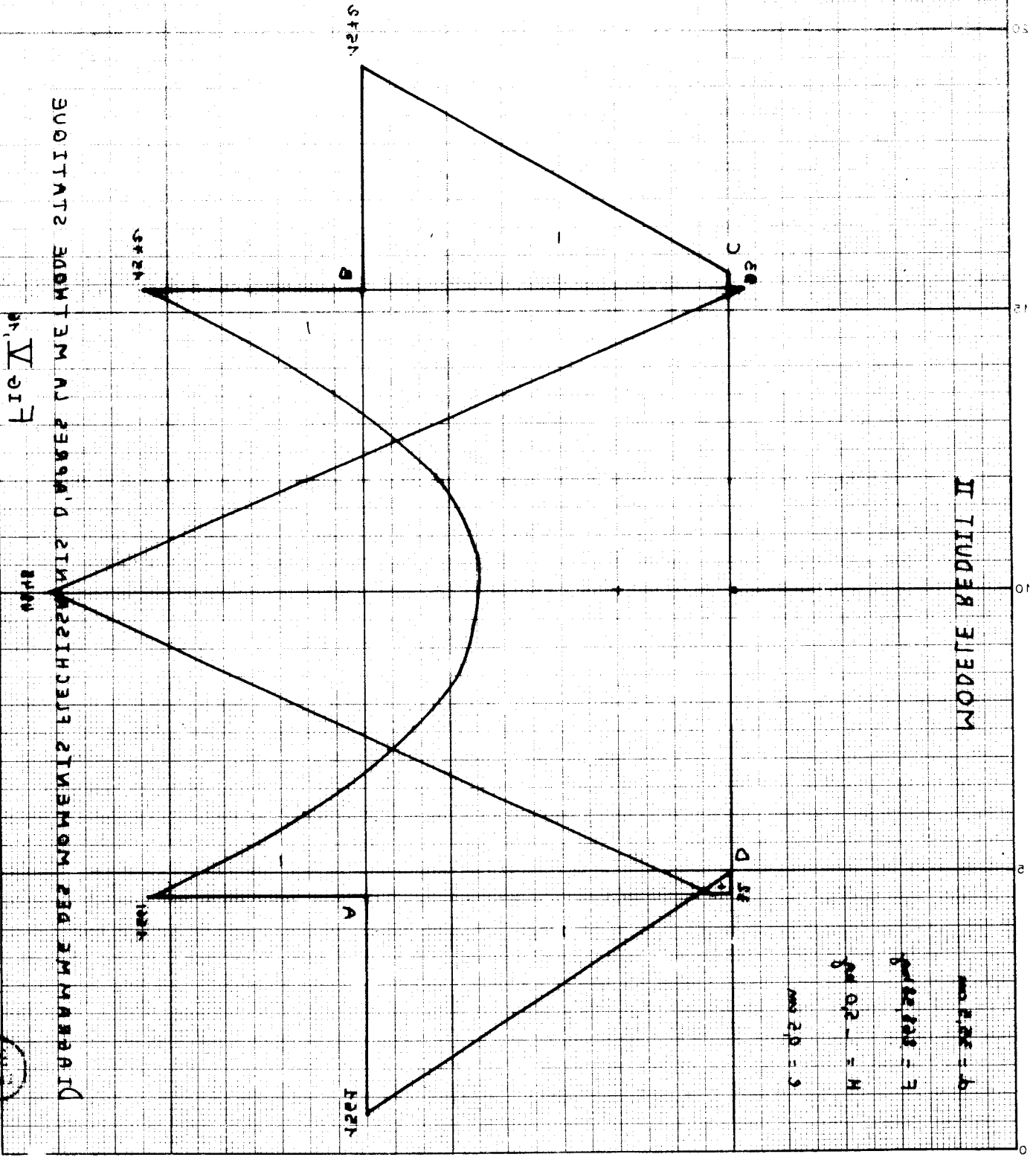


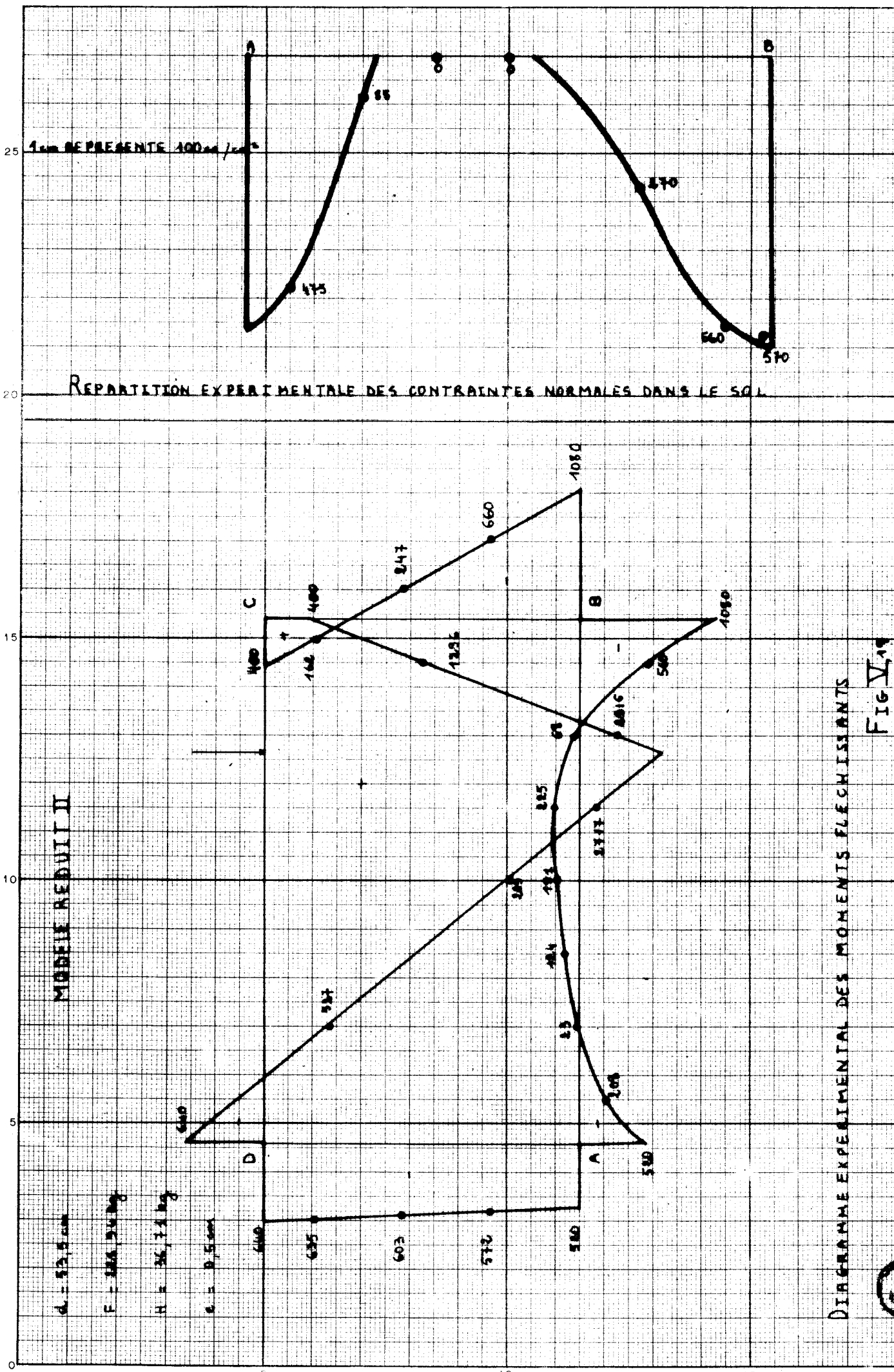
FIG. 1

$q = 2.0 \text{ t/m}$   
 $l = 10 \text{ m}$   
 $h = 4 \text{ m}$

MODELE BEDVII II

1 cm REPRESENTE 400 kg/cm<sup>2</sup>





REPARTITION EXPERIMENTALE DES CONTRAINTE NORMALES DANS LE SOL

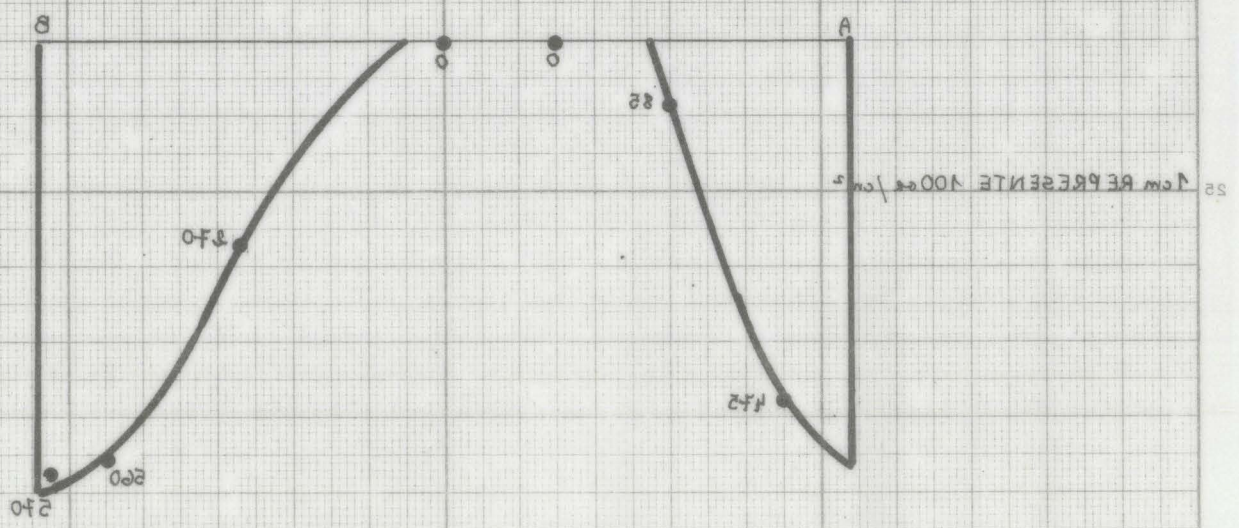
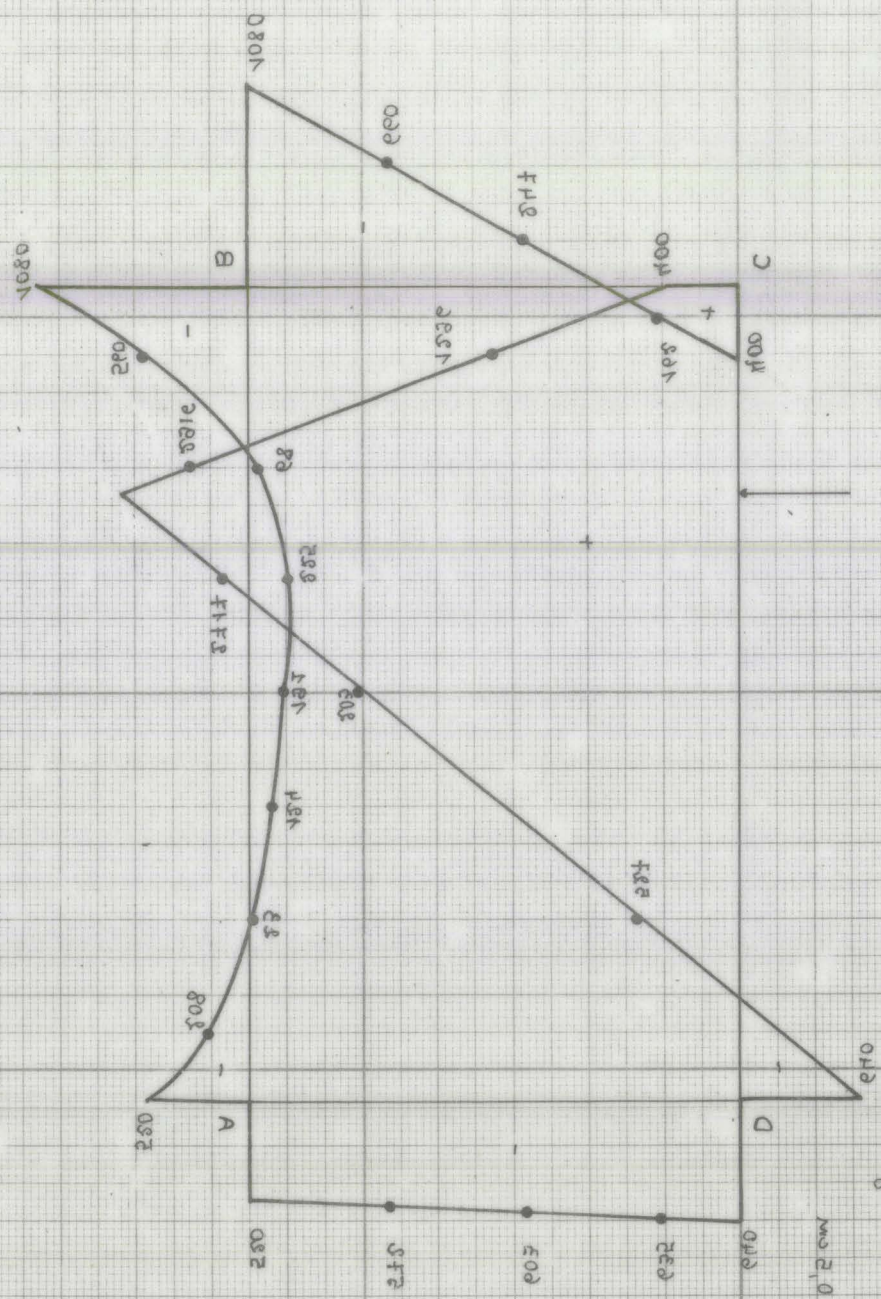


Fig 11

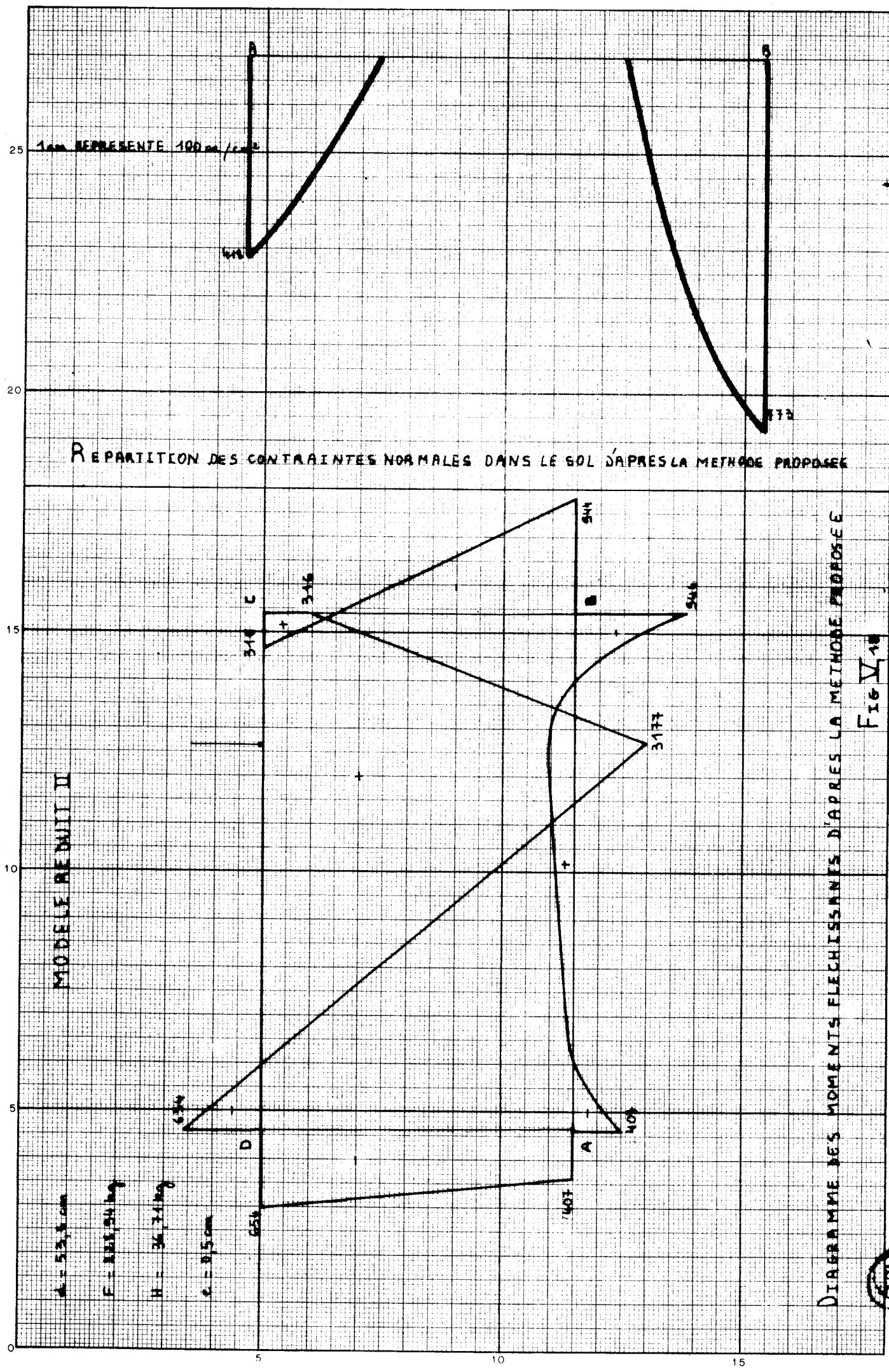
DIAGRAMME EXPERIMENTAL DES MOMENTS FLEXIONNANTS



MODELE REDUITS II

$l = 10$   
 $h = 2,5$   
 $E = 2 \cdot 10^6$   
 $P = 1000$





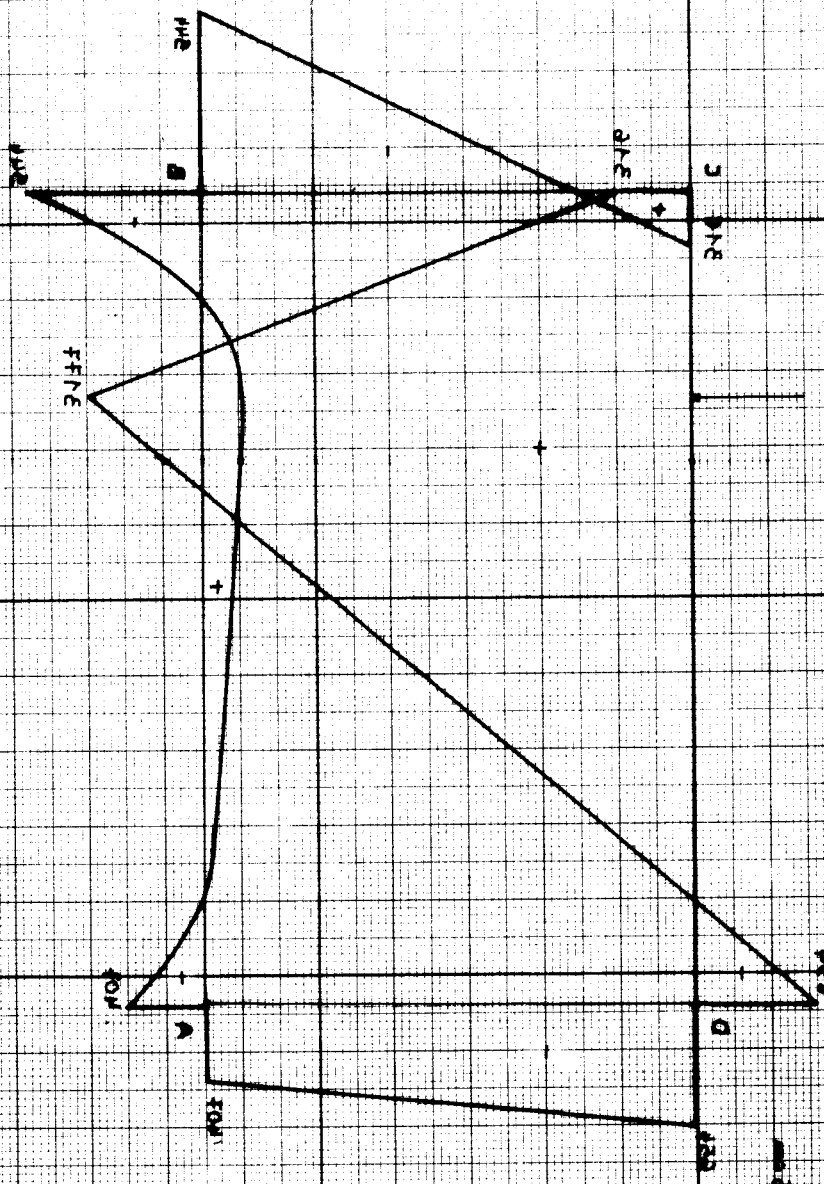
$d = 53,5 \text{ cm}$   
 $F = 222,54 \text{ kg}$   
 $H = 36,74 \text{ kg}$   
 $e = 8,5 \text{ cm}$



REPARTITION DES CONTRAINTES NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE PROPOSEE

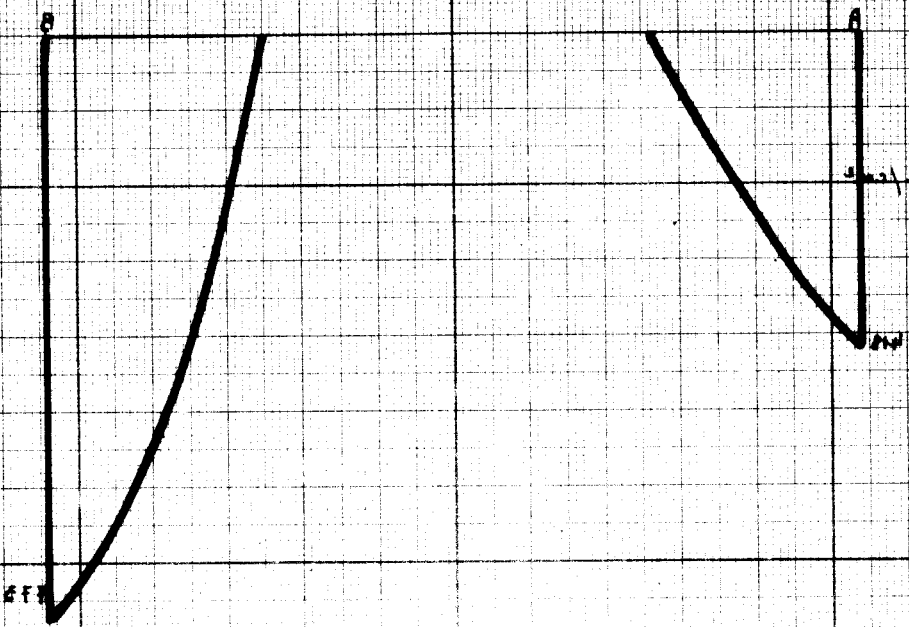
DIAGRAMME DES MOMENTS ET RECHERCHES D'APRES LA METHODE PROPOSEE

Fig 1

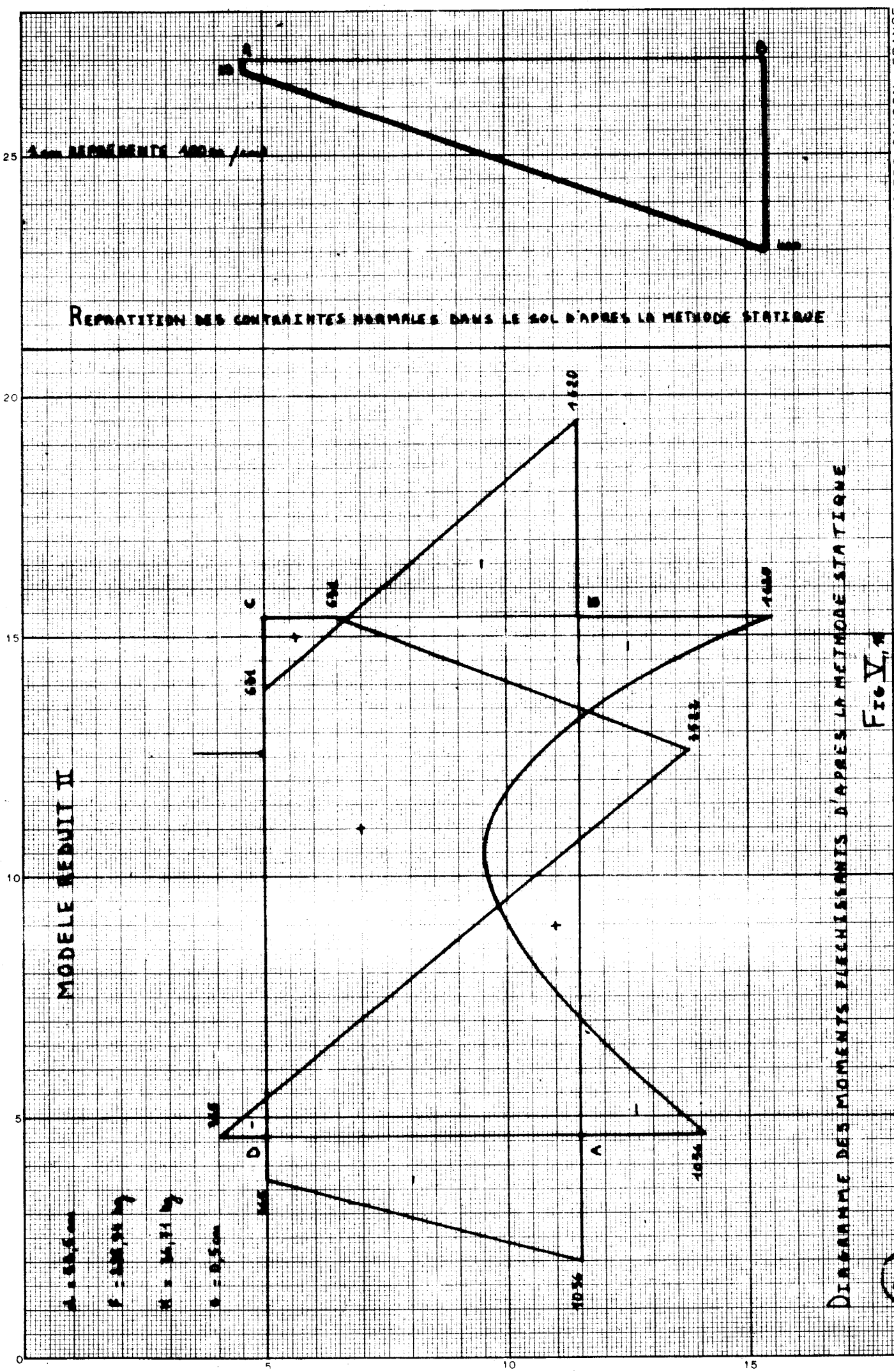


MODELE N° 111

1000000000  
 1000000000  
 1000000000  
 1000000000



1000000000



REPRATITION DES CONTRAINTES NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE STATIQUE

25

20

15

10

5

0

5

10

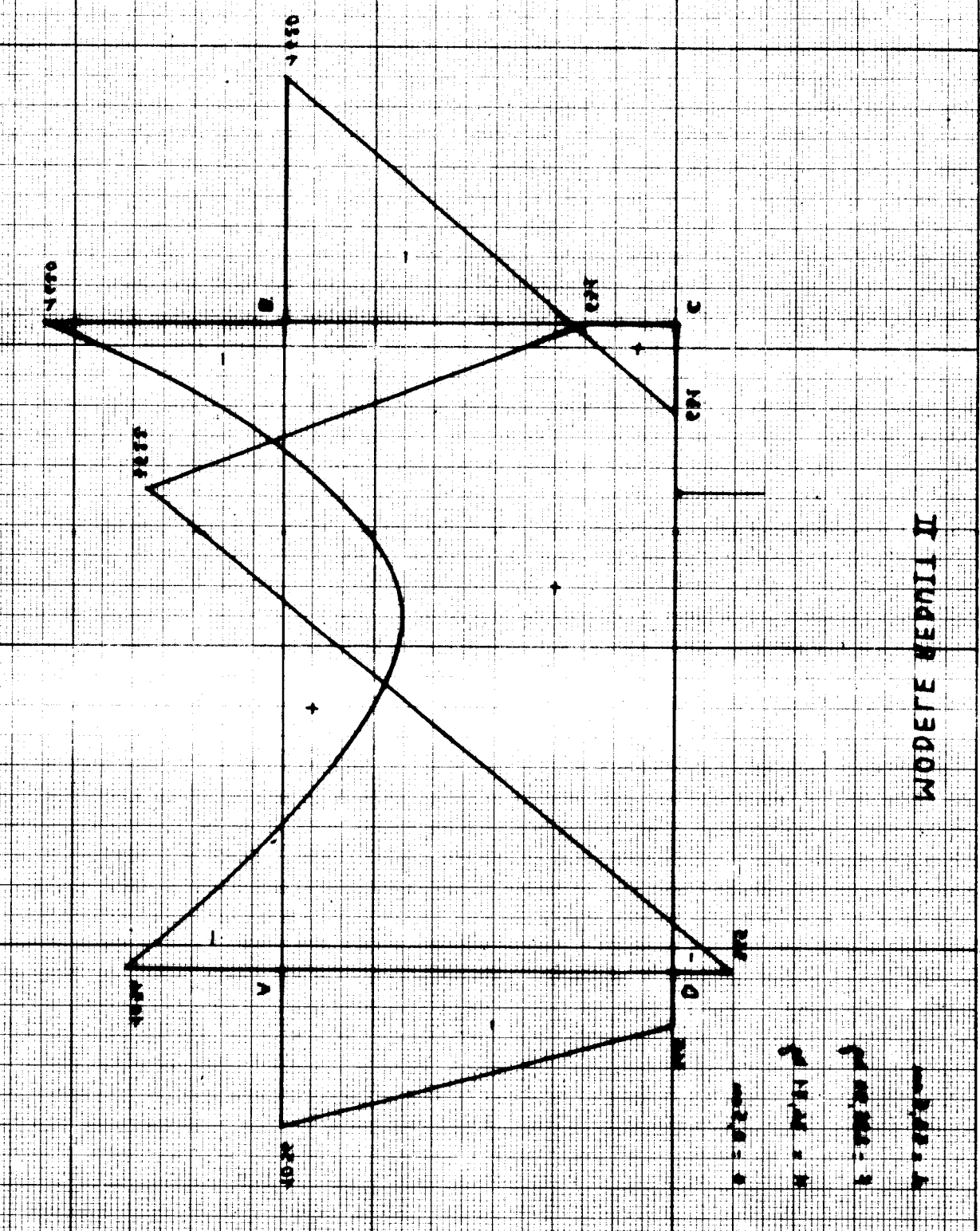
15

3175  
ALLE

REPATITION DES CONTRAINTES NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE STIRONE

DIAPHRAGME DES MURURES RECTANGULAIRES A BASES INEQUILIBREES

Fig. 1



MODELE N°1111 II

1111 0112

REPATITION DES CONTRAINTES NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE STIRONE



a) Force appliquée à une distance  $d = 17$  cm (fig. V,20 et V,21 et V,22)

	d'après l'essai	d'après la méthode proposée	d'après la méthode statique
Noeud A	- 1 440	- 1 390	- 1 729
Noeud B	- 540	- 431	- 777
Noeud C	- 600	- 618	- 498
Noeud D	+ 640	+ 464	+ 665

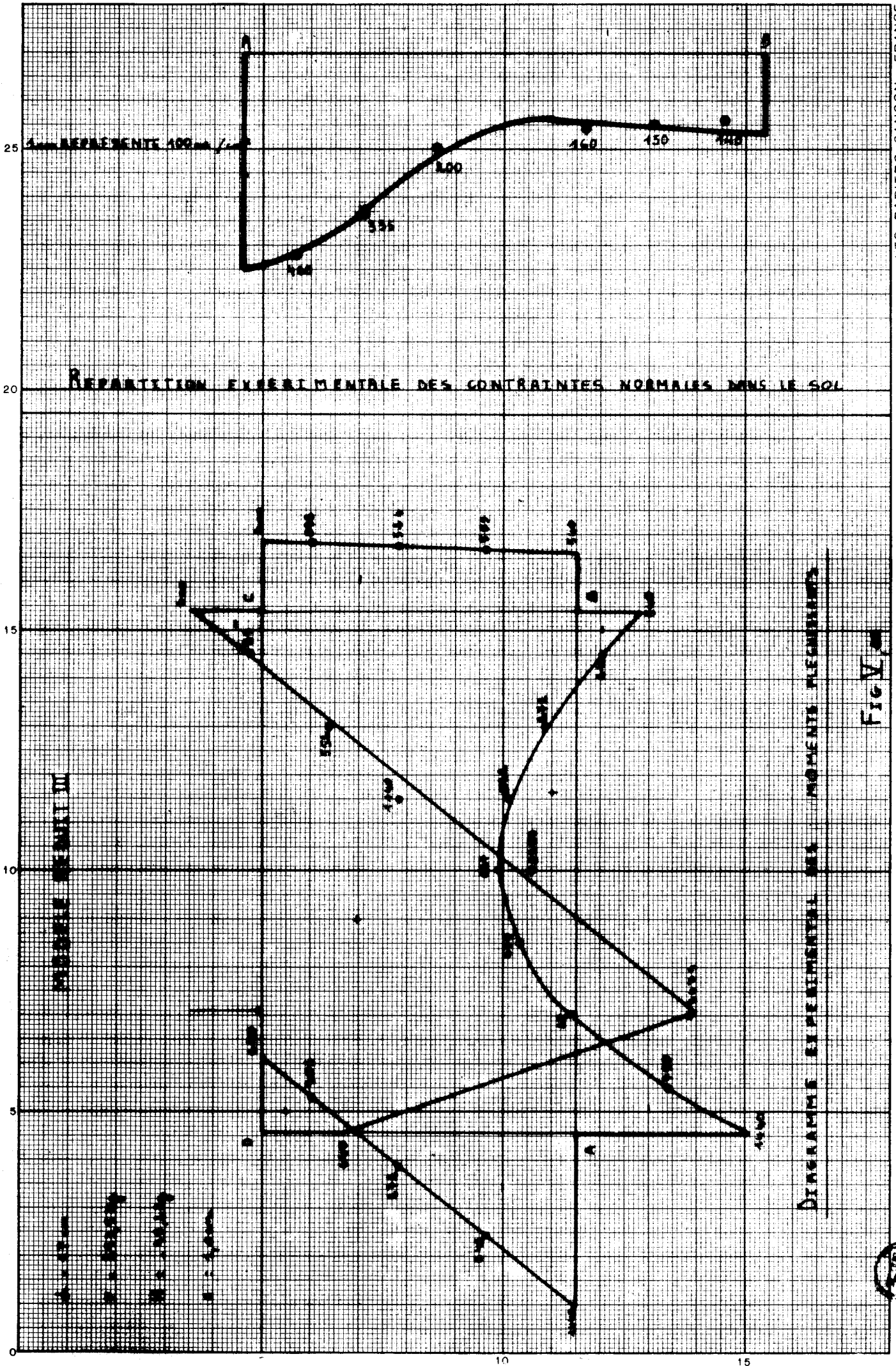
b) Force appliquée à une distance  $d = 35,5$  cm (Fig. V,23 et V,24 et V,26)

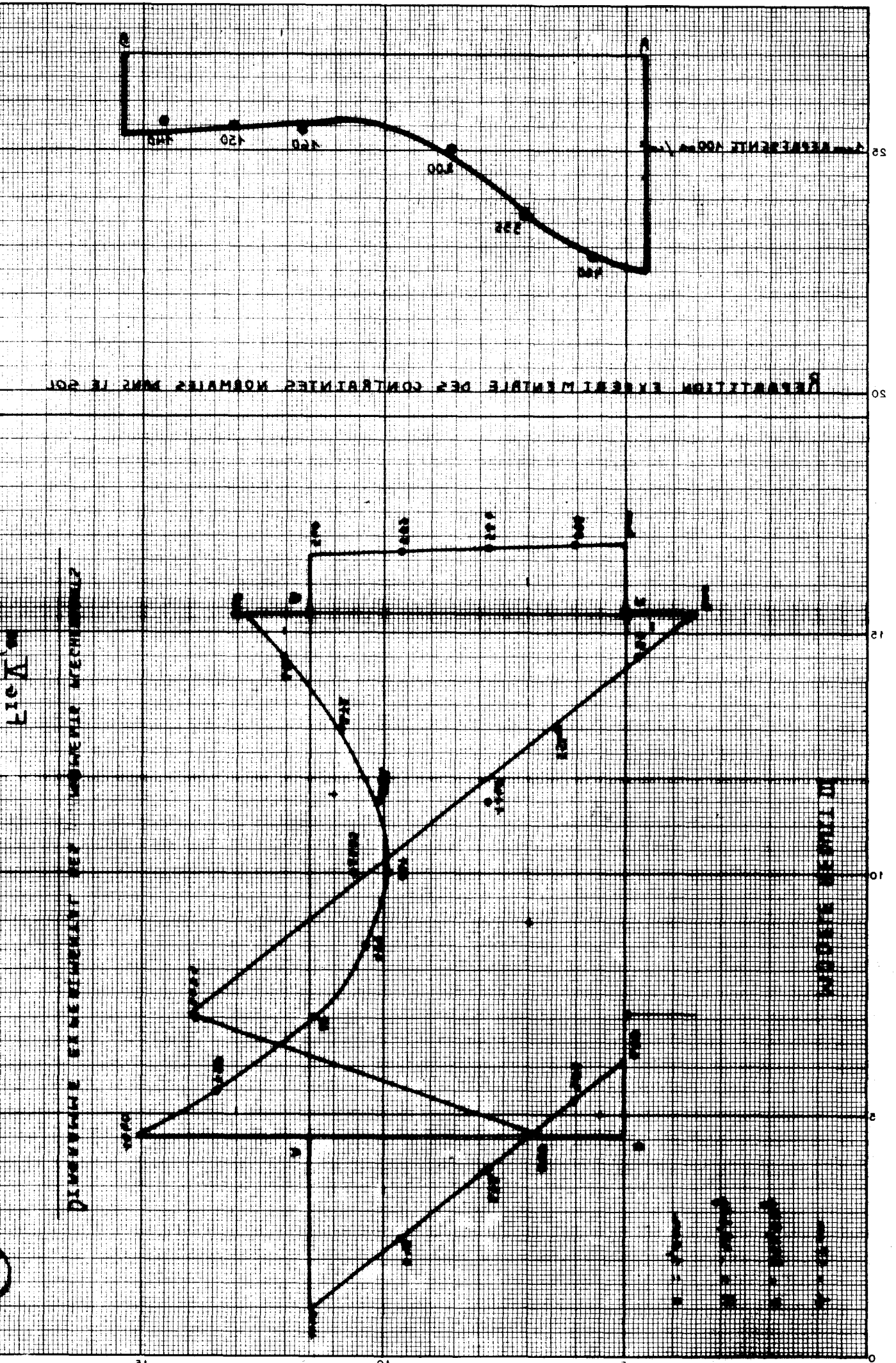
	d'après l'essai	d'après la méthode proposée	d'après la méthode statique
Noeud A	- 1 240	- 971	- 1 381
Noeud B	- 1 240	- 971	- 1 381
Noeud C	- 200	- 250	- 82
Noeud D	- 200	- 250	- 82

c) Force appliquée à une distance  $d = 53,5$  cm (fig. V,26 et V,27 et V,28)

.../...







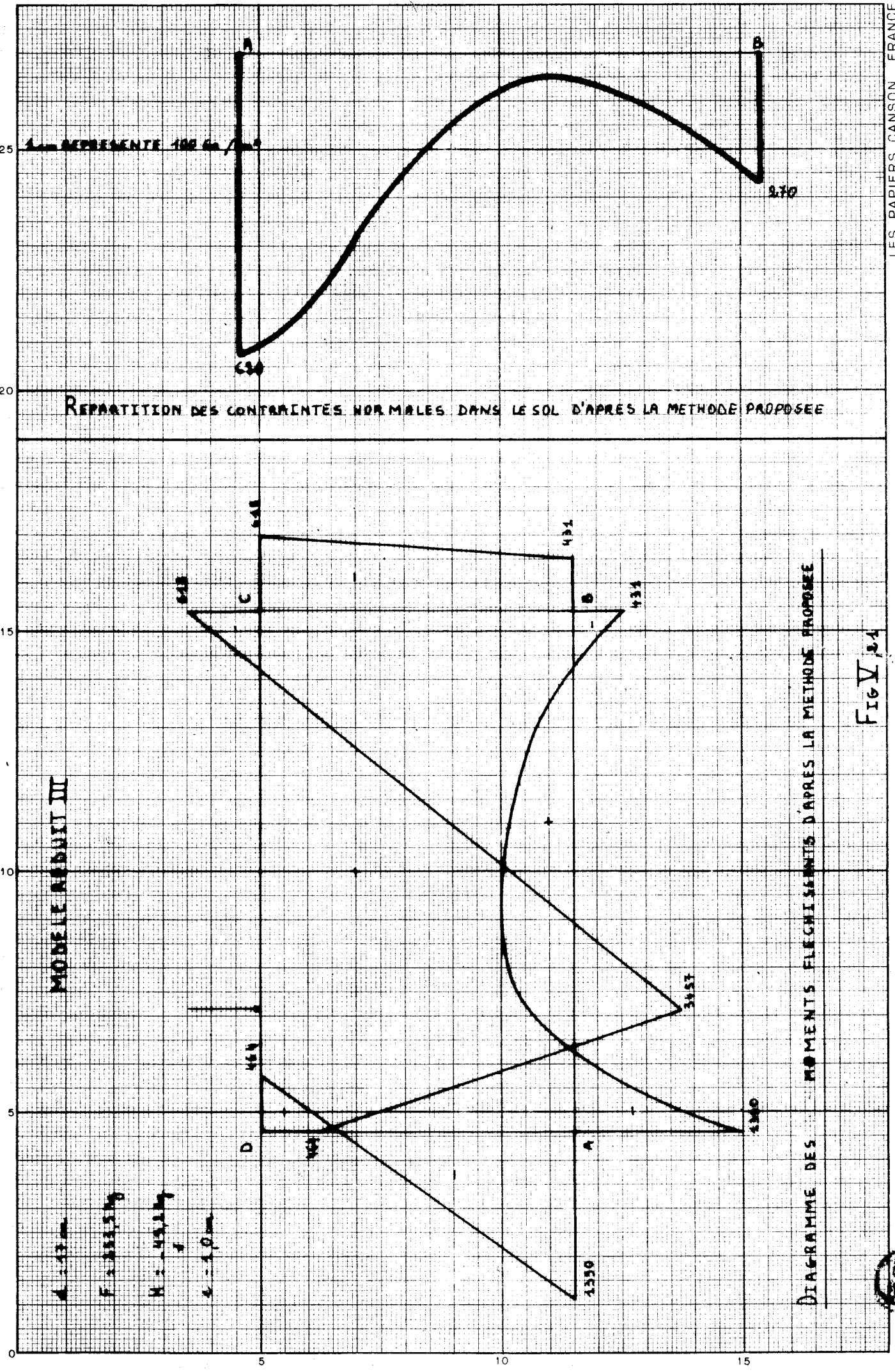
DÉFORMATION ÉLASTIQUE DES CONTRAINES NORMALES DANS LE SOL

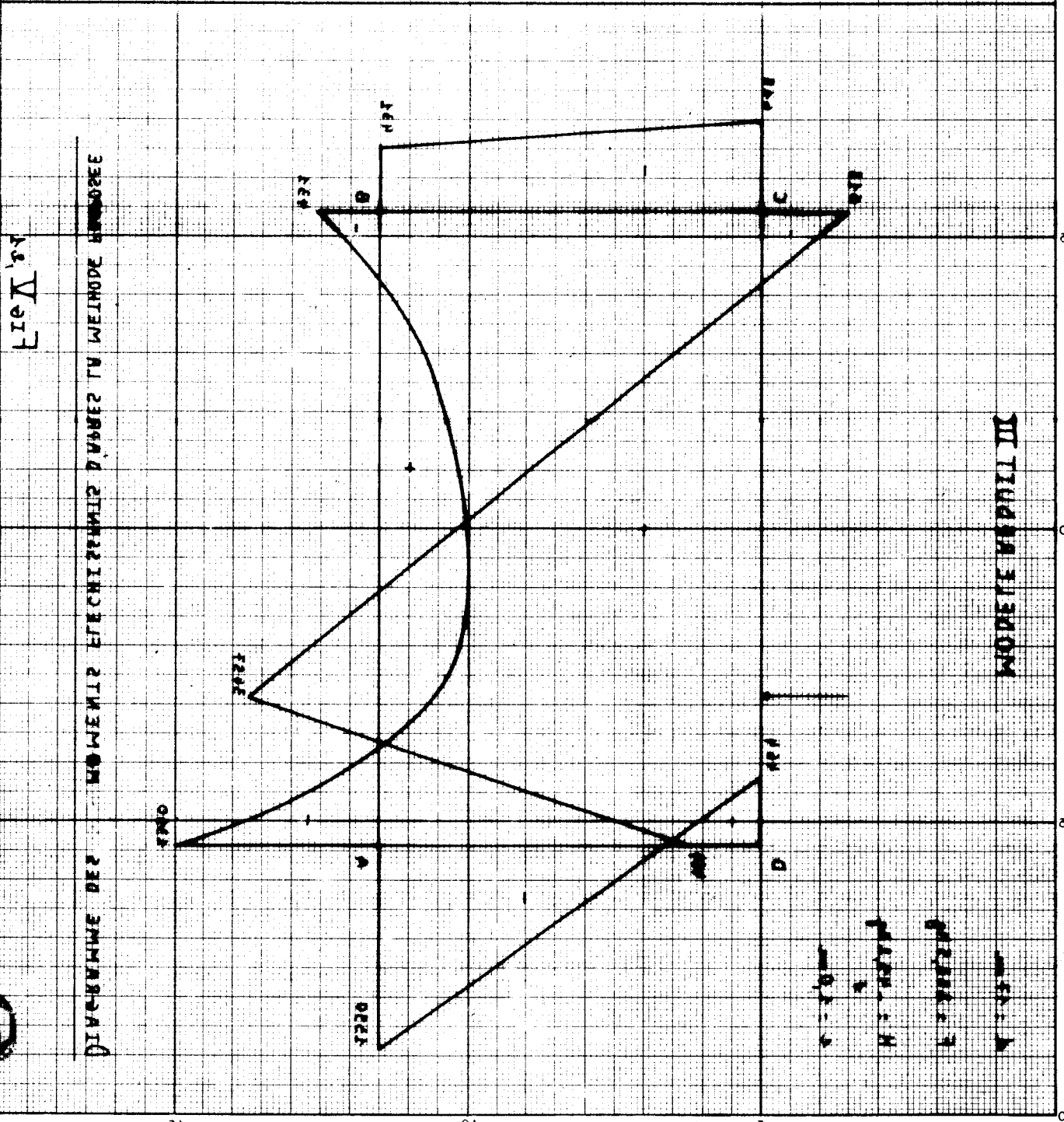
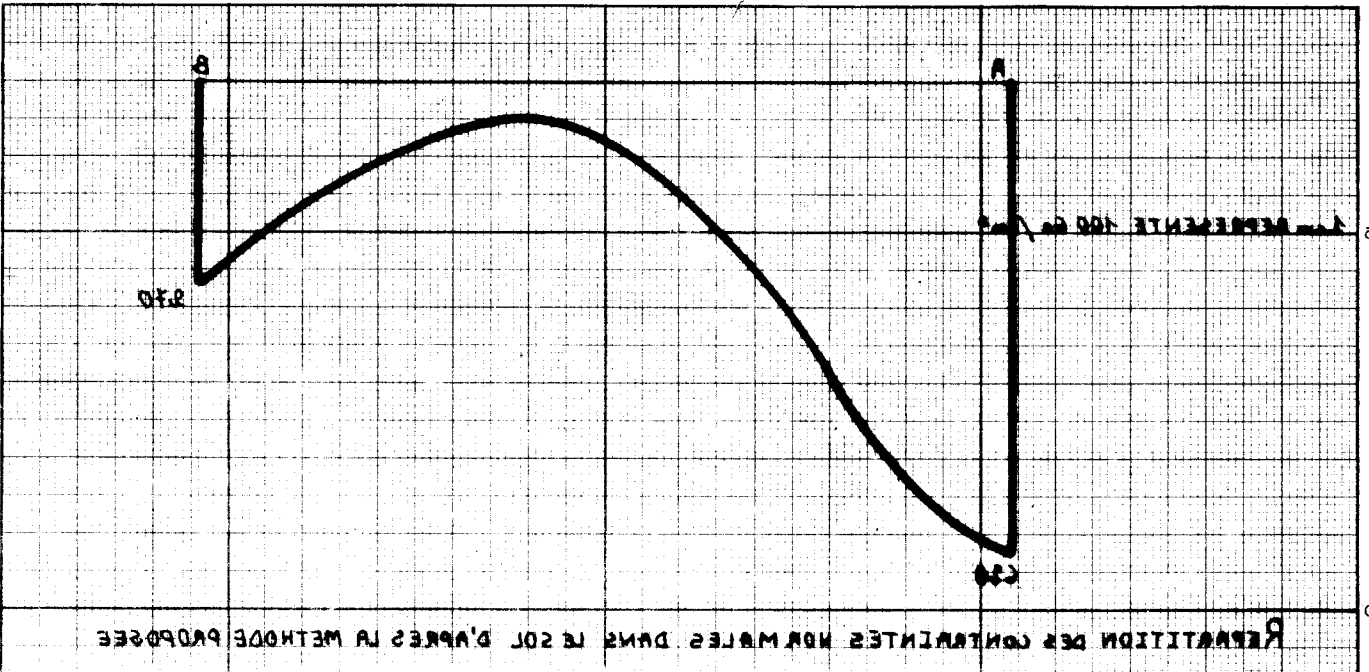
Fig. 1

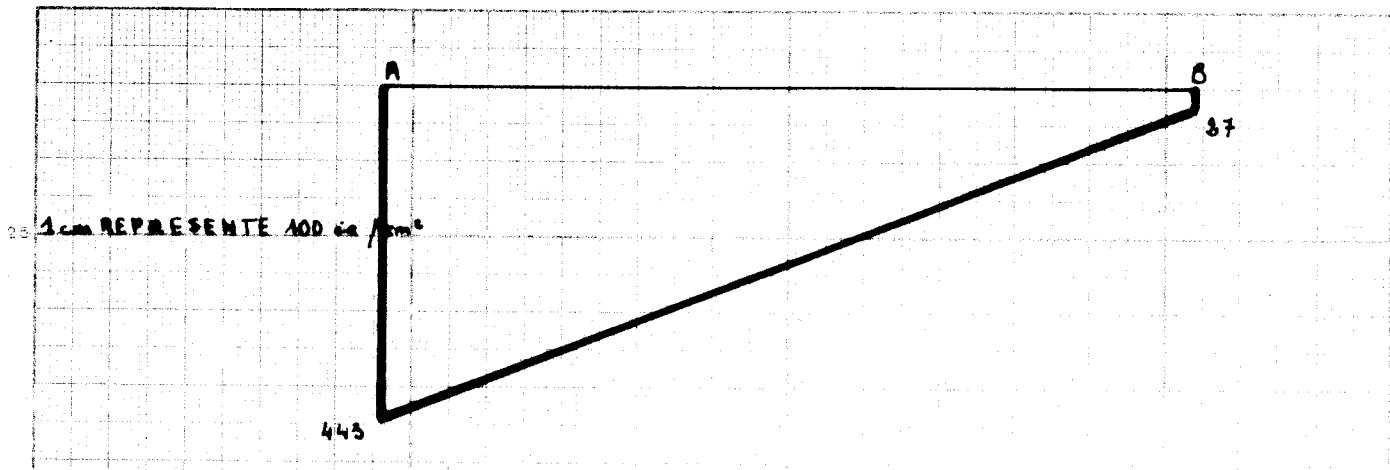
DÉFORMATION ÉLASTIQUE DES CONTRAINES NORMALES

DÉFORMATION ÉLASTIQUE DES CONTRAINES NORMALES









REPARTITION DES CONTRAINTES NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE STATIQUE

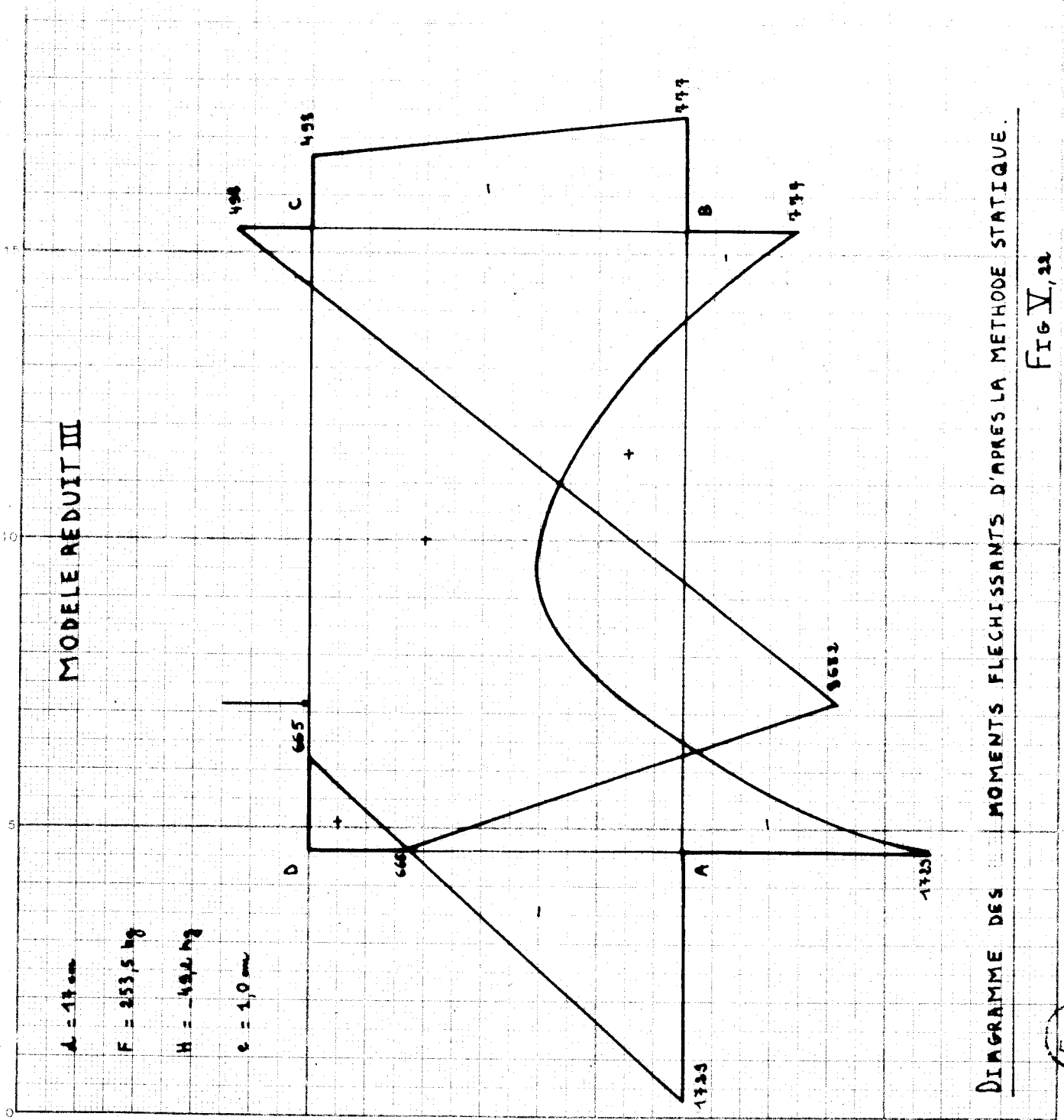


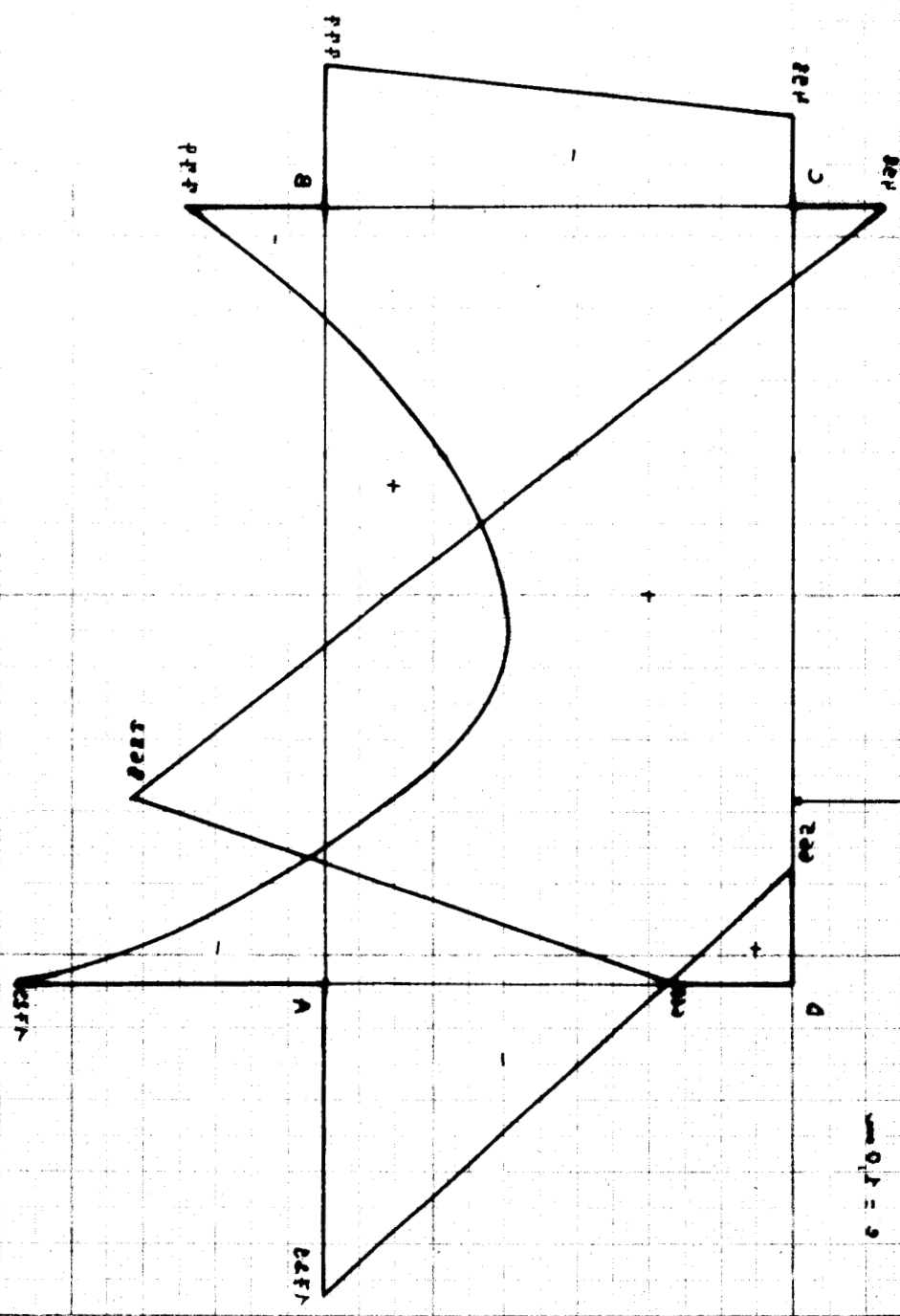
DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS D'APRES LA METHODE STATIQUE. FIG V, 22



FIGURE 258

DIAGRAMME DES MOMENTS ET DES DEPLACEMENTS D'UN CAS DE LA METHODE STATIQUE

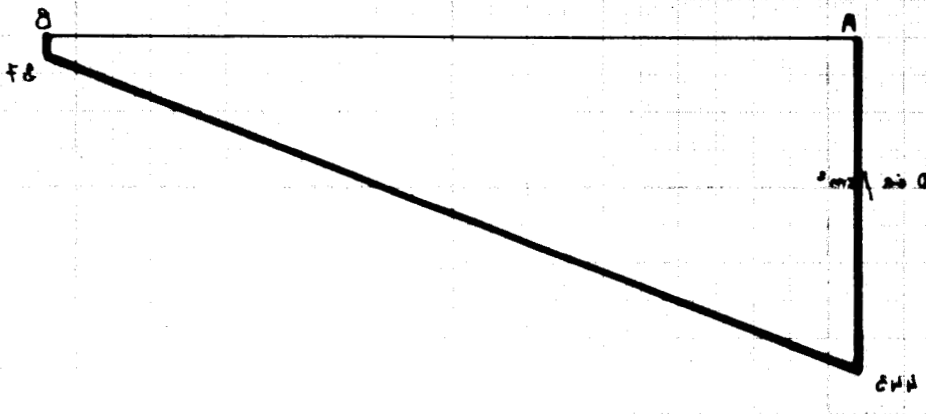
Fig 258



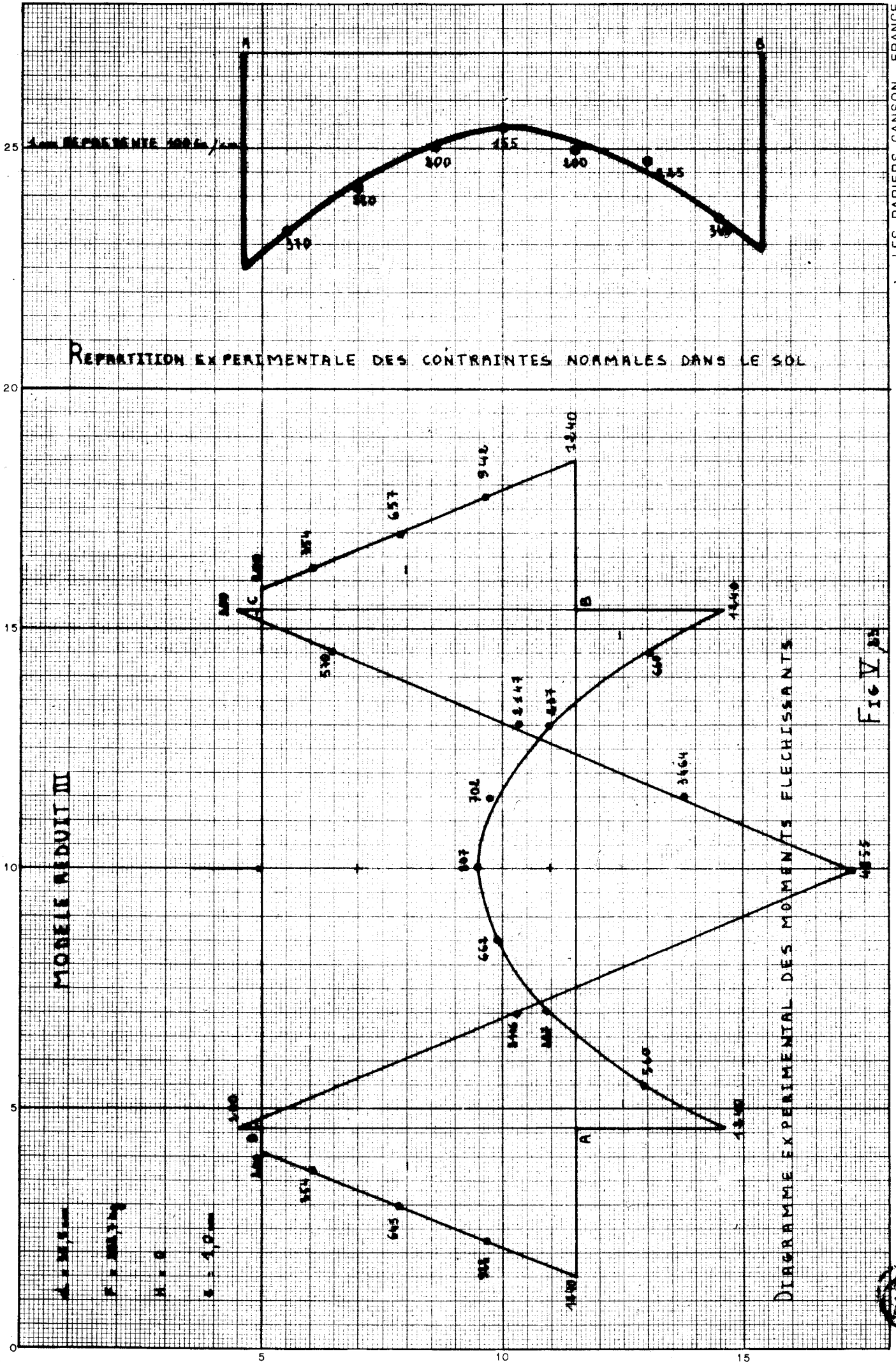
$c = 1.0$   
 $H = 1.0$   
 $L = 2.0$   
 $A = 1.0$

MODELE VEUIL III

REPARTITION DES CONTRAINTE NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE STATIQUE

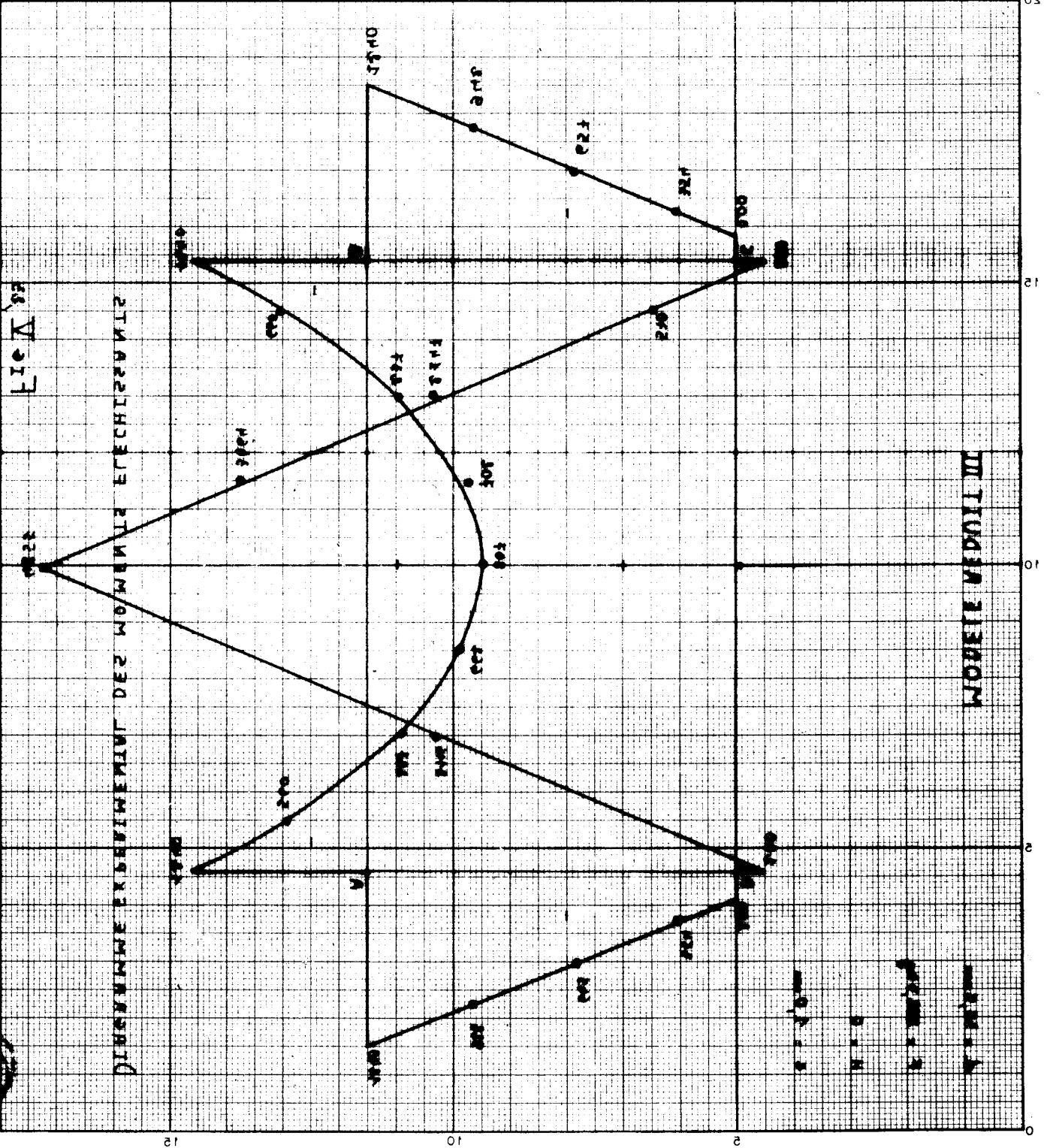


REPARTITION DES CONTRAINTE NORMALES





REPARTITION EXPERIMENTALE DES CONTRAINTEES NORMALES DANS LE SOL



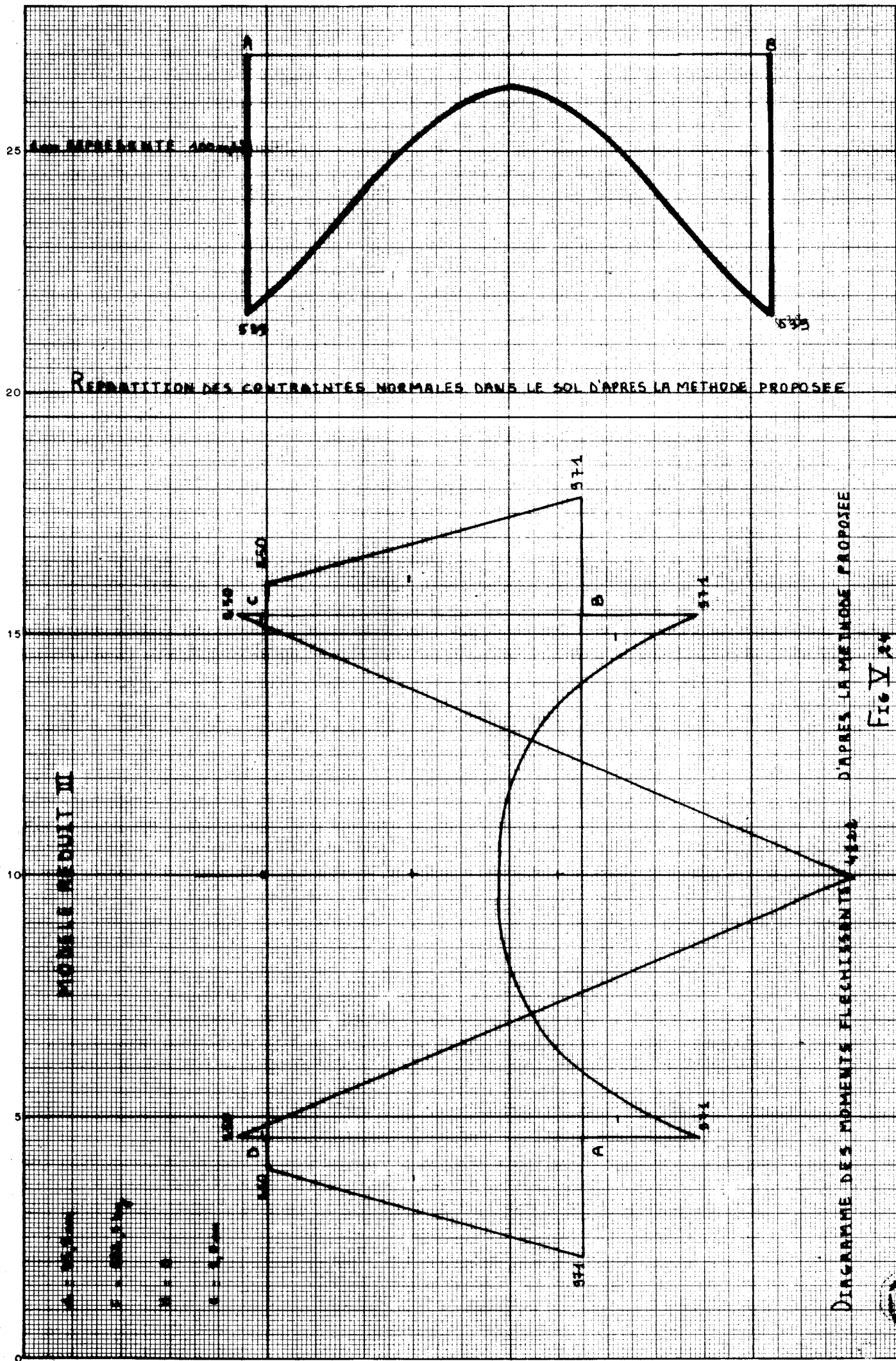


DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSEMENTS D'APRES LA METHODE PROPOSEE

Fig V 29





DISCOURS DE M. LE MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE ET DES BEAUX-ARTS

Fig. 1

RESOLUTION DES CONTRAINES NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE PROPOSEE

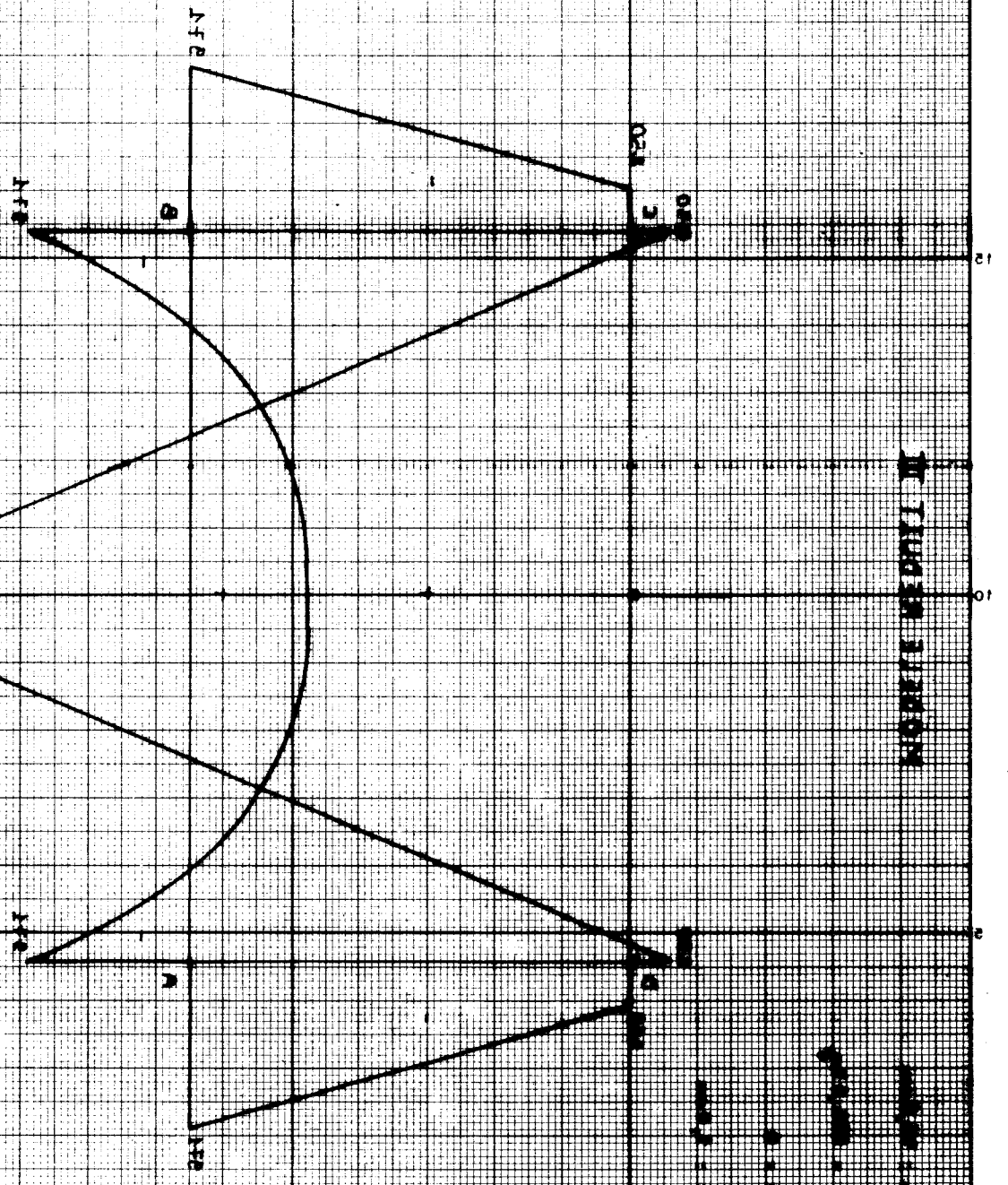
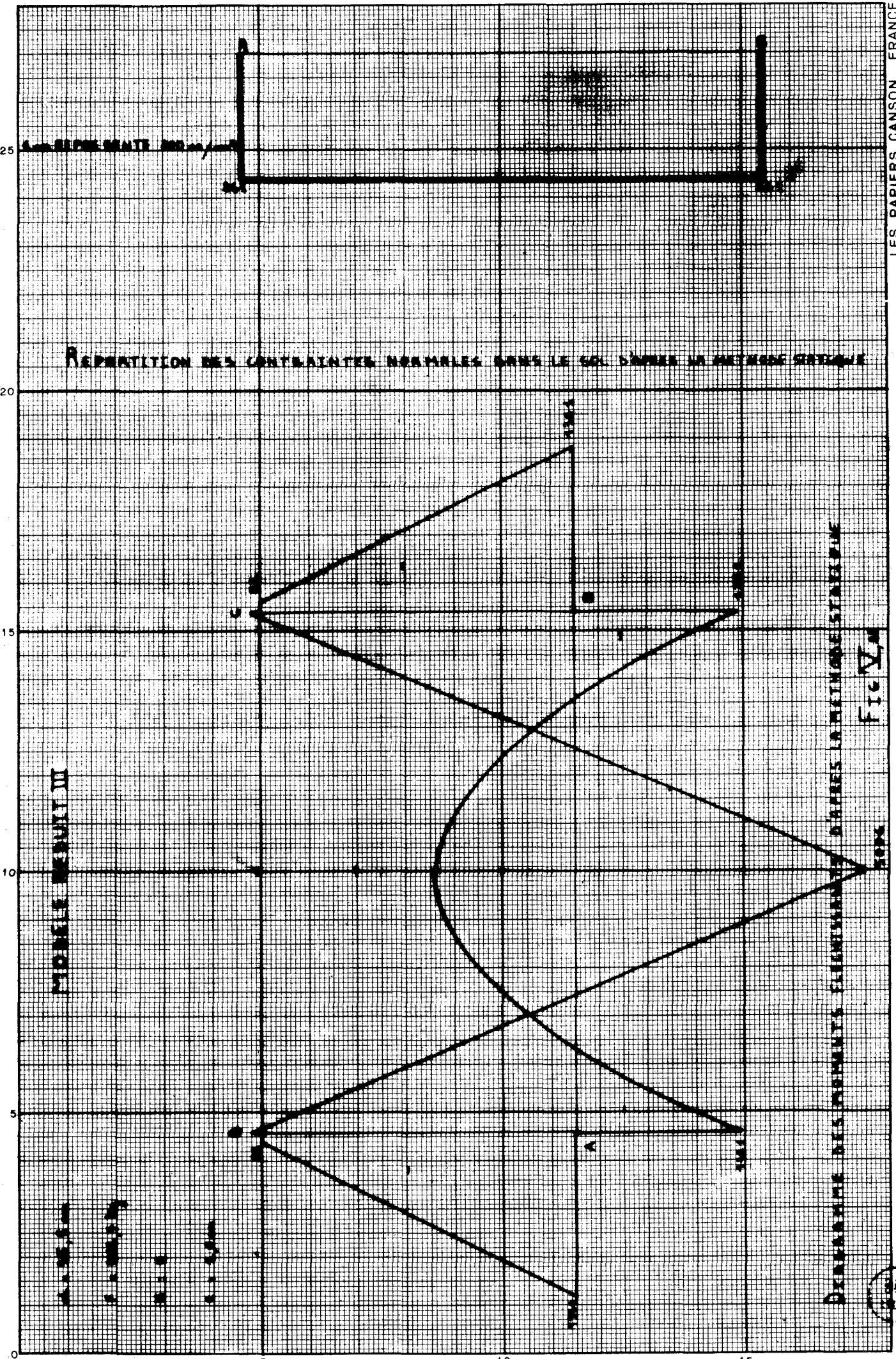


FIGURE PREMIERE



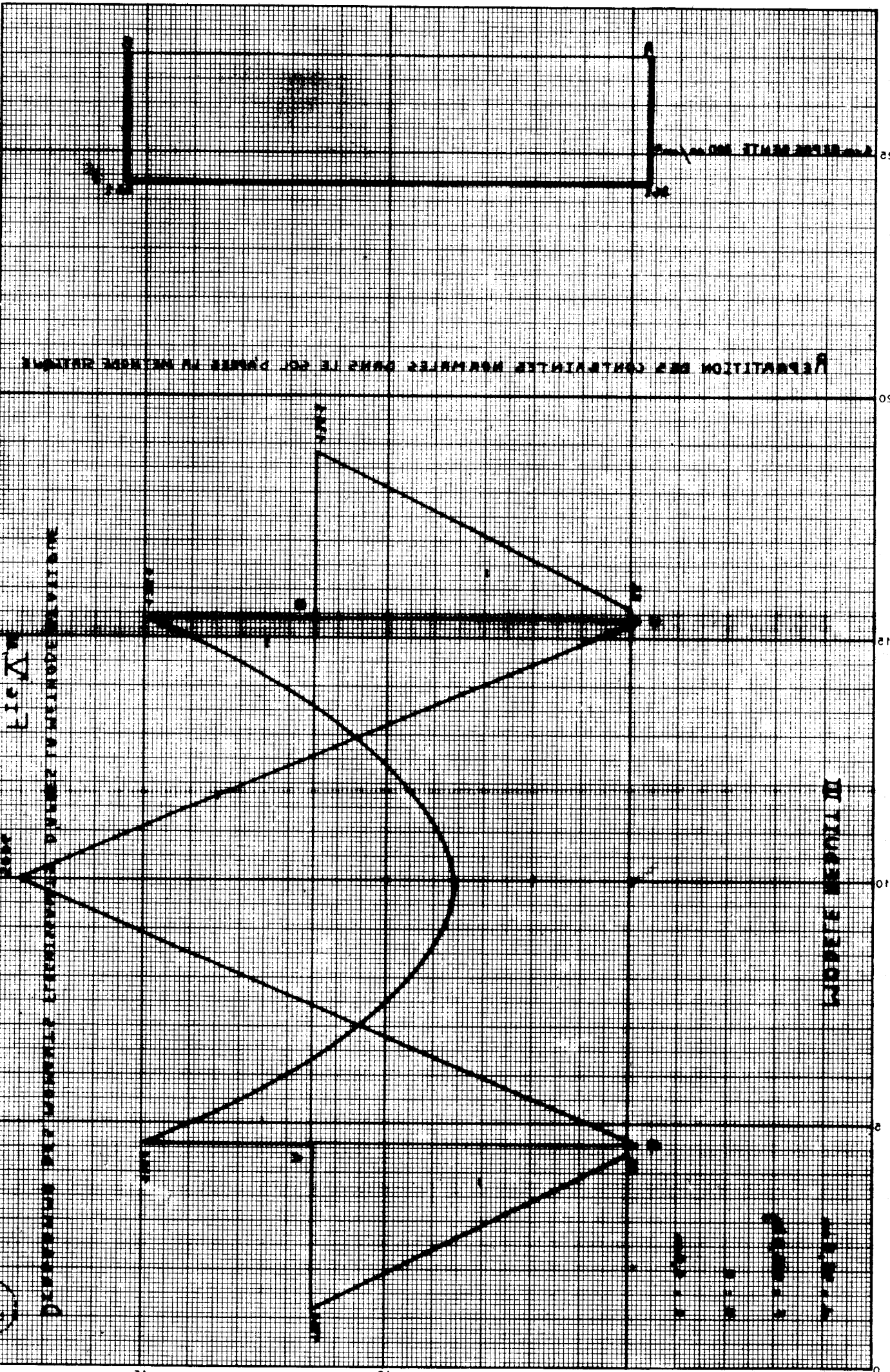
REPARTITION DES CONTRAINTES NORMALES SOUS LE SOL D'APRES LA METHODE SERRAULT

PROFOND. RESULT III

DIAGRAMME DES MOMENTS ELEMENTAIRES D'APRES LA METHODE SERRAULT

Fig. V. a





DEVELOPPEMENT DES CONES ET DES TRONCS DE CONES

Lic. A

DEVELOPPEMENT DES CONES ET DES TRONCS DE CONES

DEVELOPPEMENT DES CONES ET DES TRONCS DE CONES

28  
11

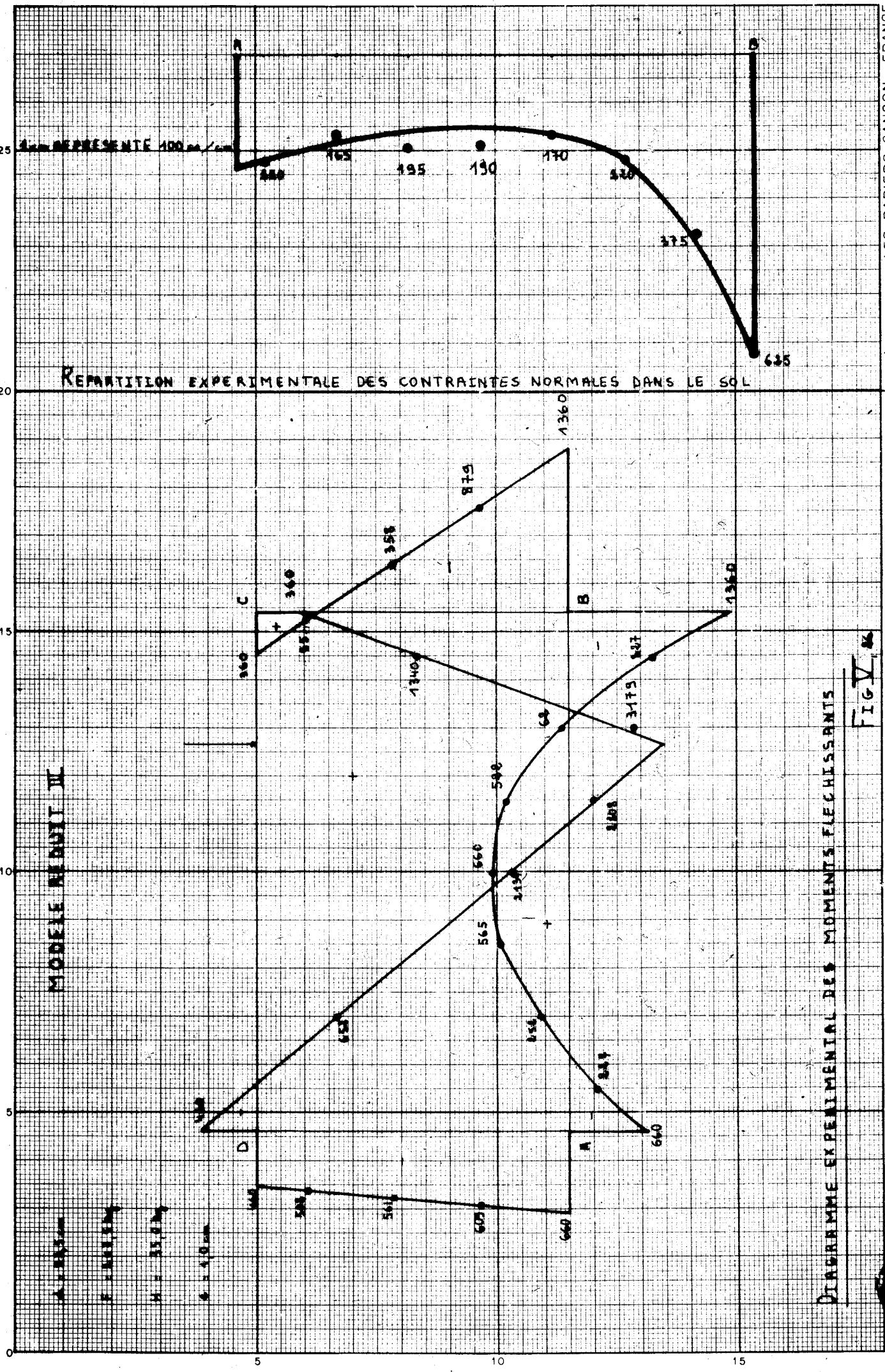


DIAGRAMME EXPERIMENTAL DES MOMENTS FLECHISSANTS

FIG. V



REPARTITION EXPERIMENTALE DES CONTRAINTE NORMALES DANS LE SOL

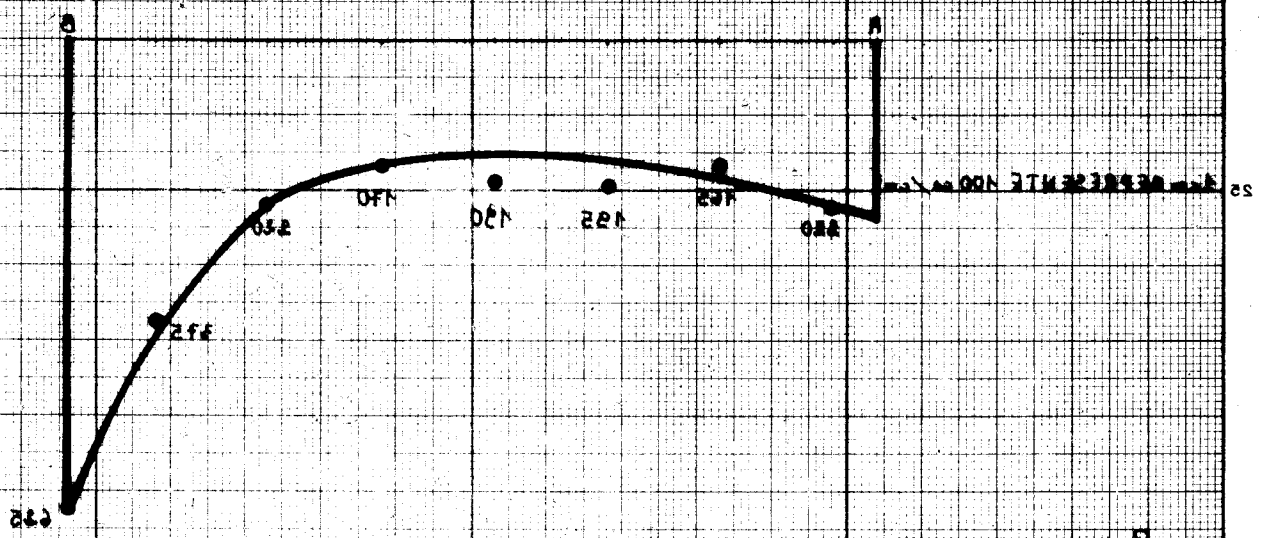


FIGURE 1

STRESSING OF THE SOIL UNDER THE FOUNDATION OF A BUILDING

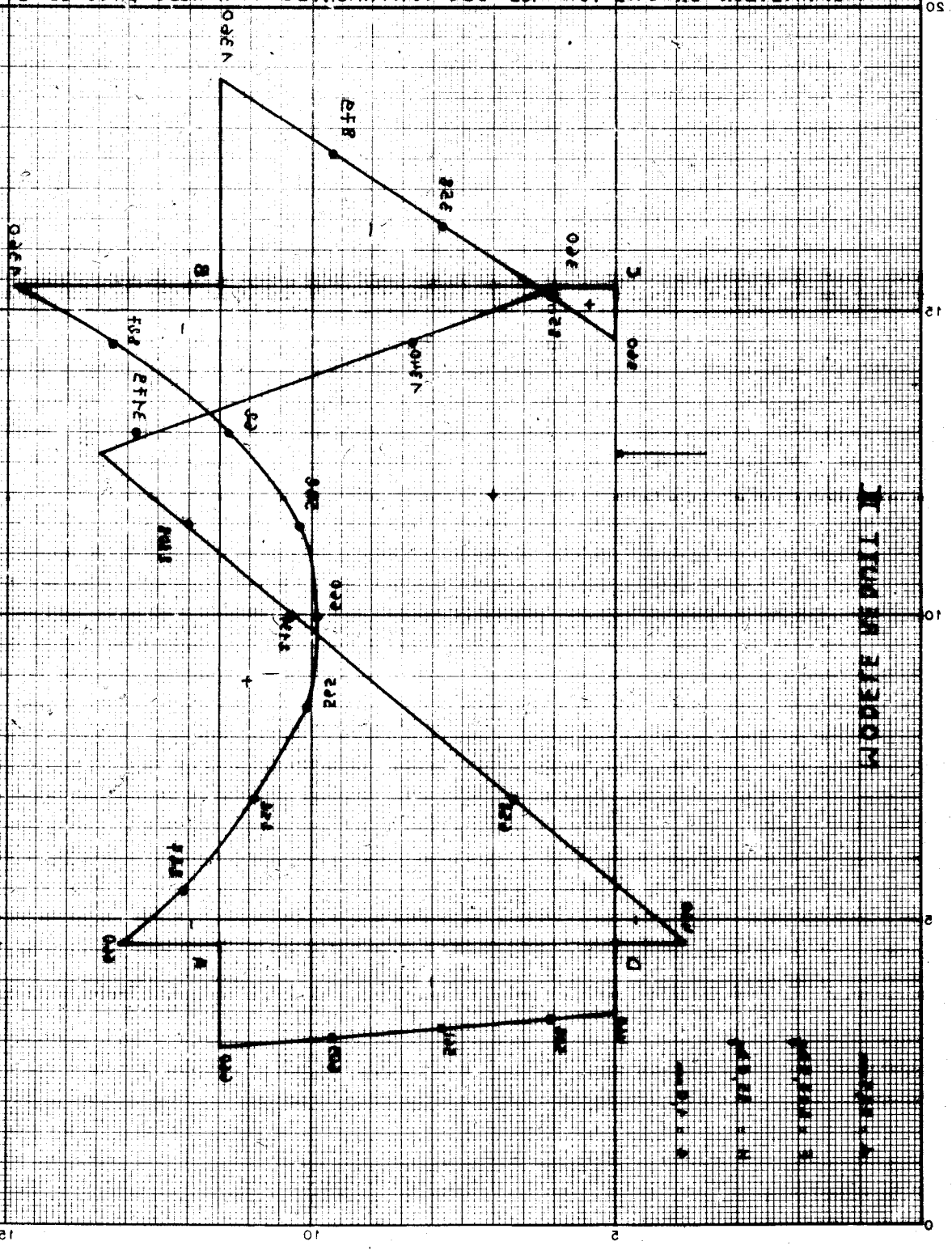
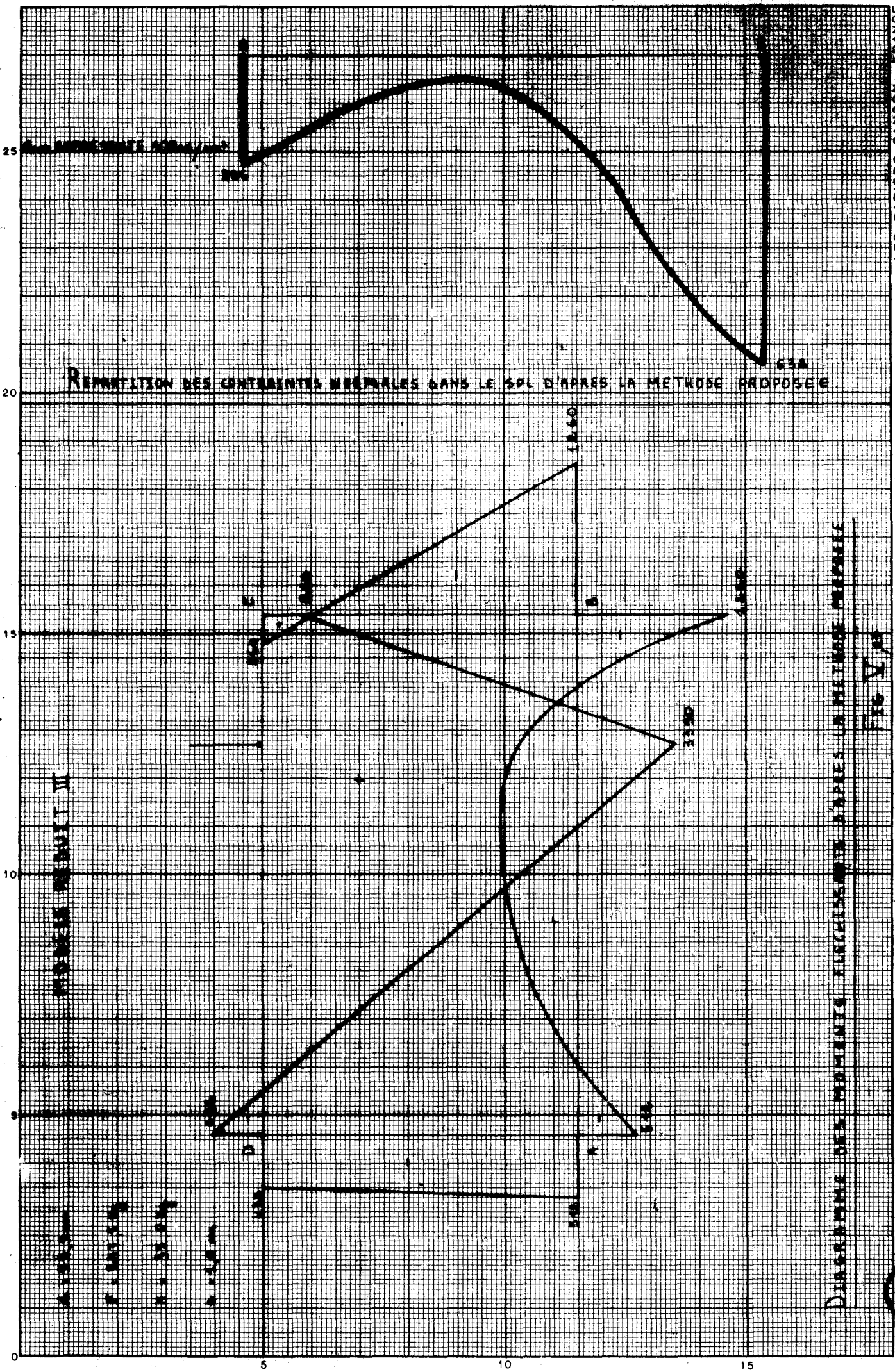


DIAGRAM OF STRESS



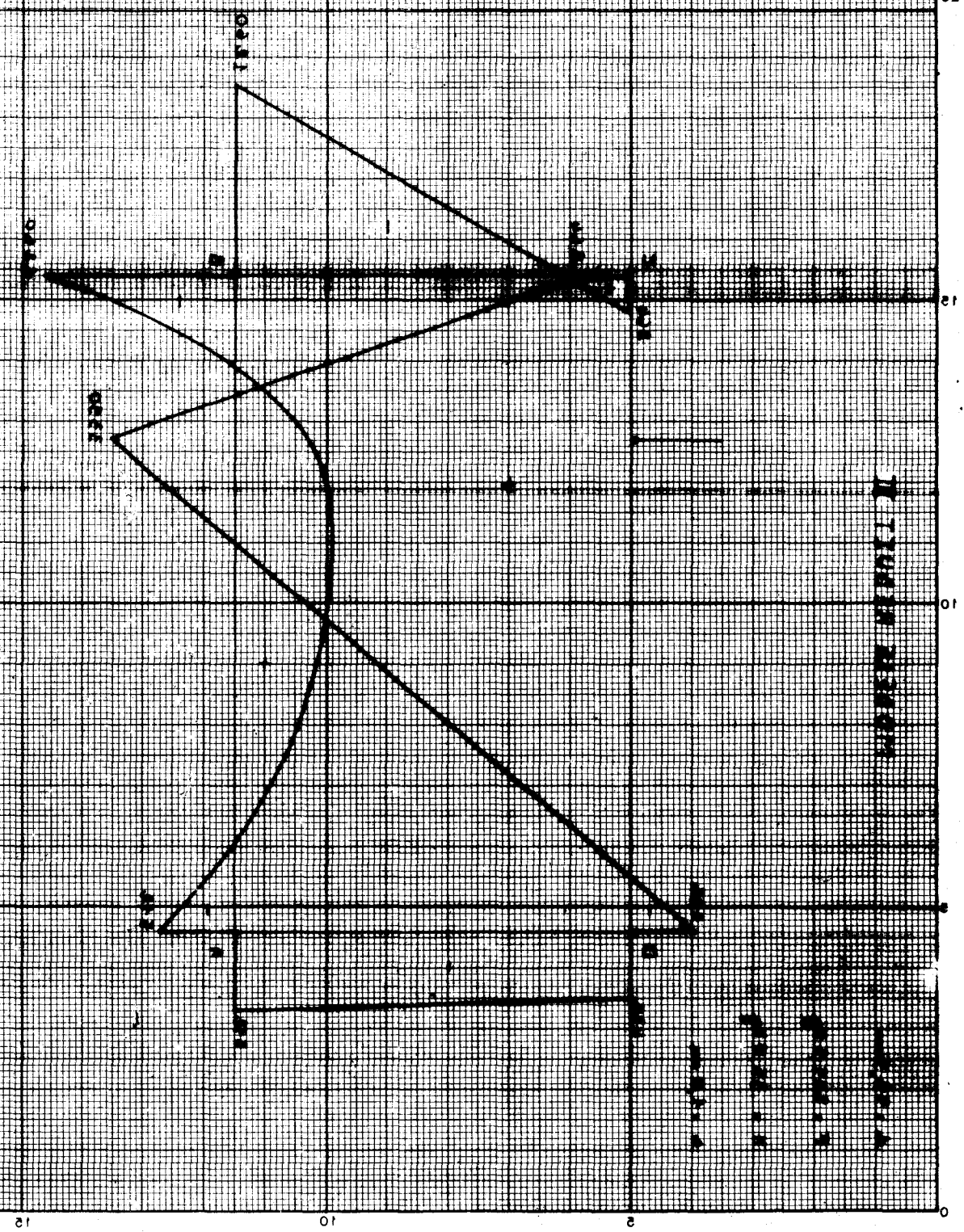




REPÉTITION DES CONTRAINTES MÉCANIQUES DANS LE SOL D'APRÈS LA MÉTHODE PROPOSÉE

DETERMINATION DES CONTRAINTES MÉCANIQUES DANS LE SOL D'APRÈS LA MÉTHODE PROPOSÉE

TRACÉ DES CONTRAINTES MÉCANIQUES



2112  
1942

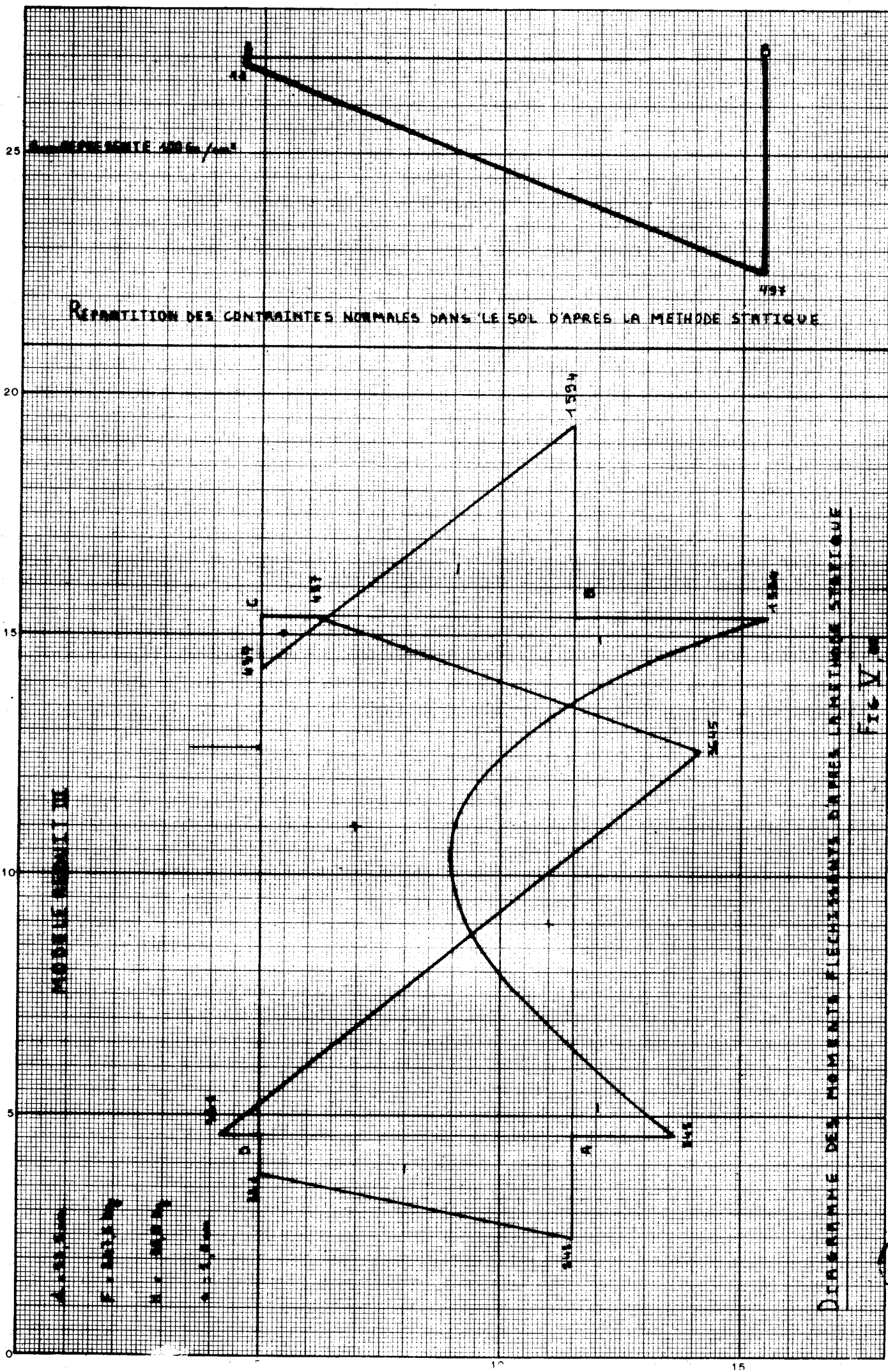


DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSEMENTS D'APRES LA METHODE STATIQUE

Fig. V, 20

208  
3111

REPARTITION DES CONTRAINTE NORMALES DANS LE SOL D'APRES LA METHODE STATIQUE

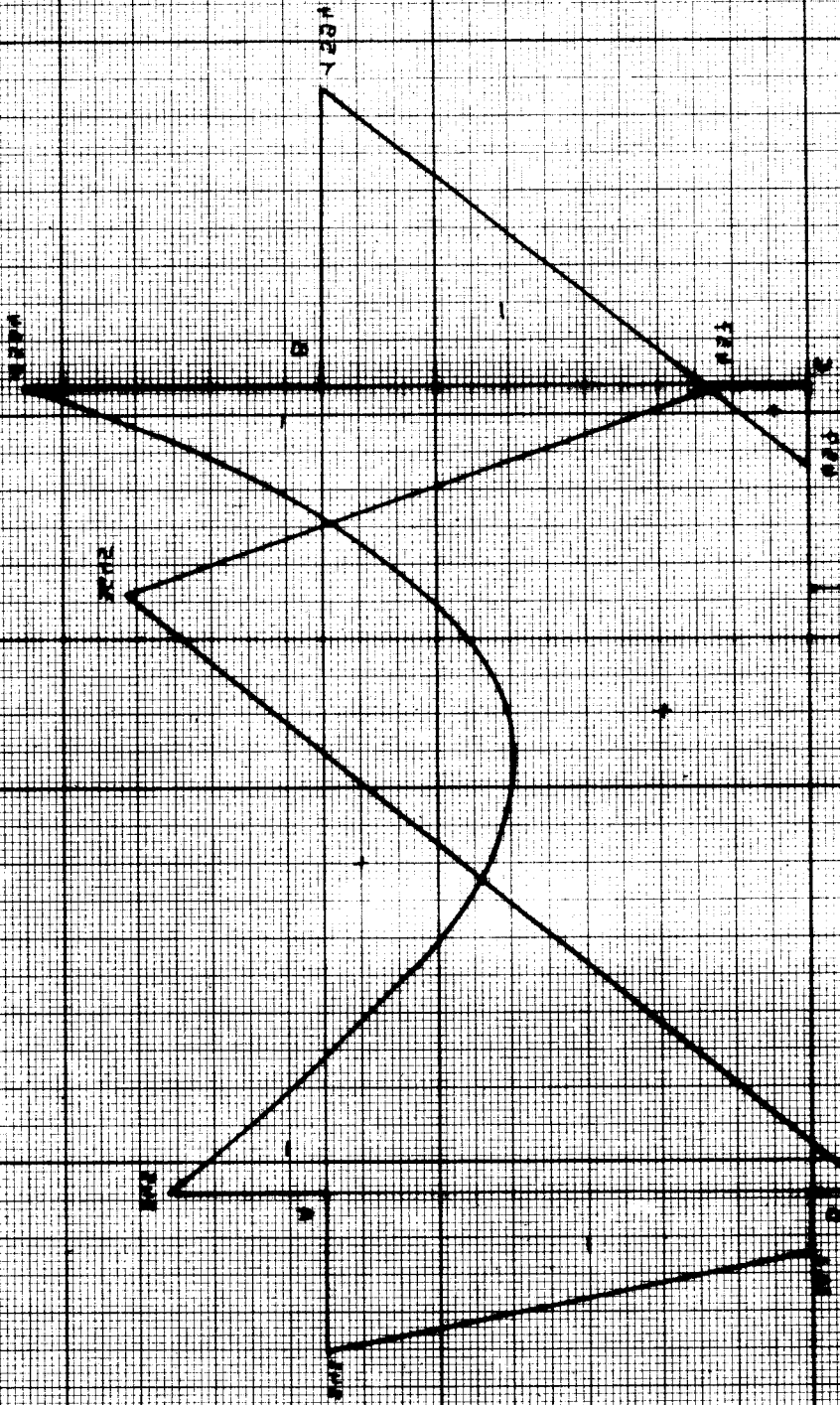
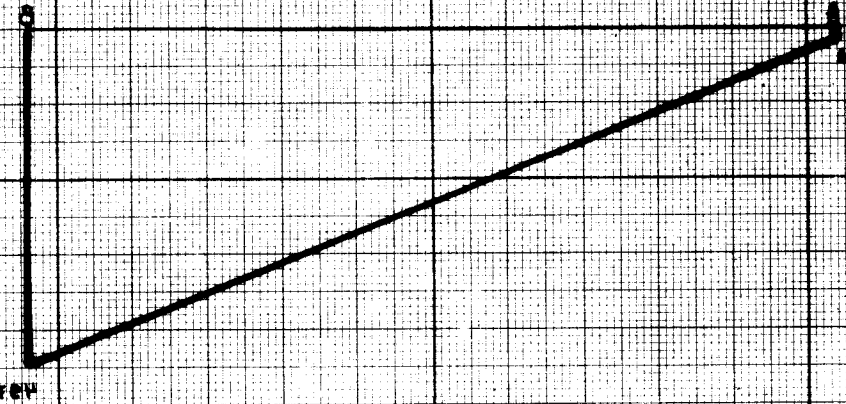


Fig. 1

DIAPHRAGME DES MACHINES A TECHNIQUE DE CONSTRUCTION CIVILE

DIAPHRAGME DES MACHINES A TECHNIQUE DE CONSTRUCTION CIVILE

815 LILLE

	d'après l'essai	d'après la méthode proposée	d'après la méthode statique
Noeud A	- 660	- 512	- 848
Noeud B	- 1 360	- 1 260	- 1 594
Noeud C	+ 360	+ 264	+ 437
Noeud D	- 460	- 432	- 321

En conclusion, à toutes ces comparaisons on estime que la méthode exposée au chapitre IV est vérifiée d'une manière très satisfaisante par des essais en modèles réduits ; ces derniers mettant en défaut les résultats obtenus par l'application de la méthode statique et ceci plus particulièrement pour les cadres possédant un radier de faible inertie.

#### C - APPLICATION DE LA METHODE PROPOSEE SUR UNE STRUCTURE EN VRAIE GRANDEUR

Nous avons appliqué la méthode exposée au chapitre IV pour étudier une structure d'un pont d'une autoroute en cadre fermé en béton armé.

Les caractéristiques géométriques de cette structure sont indiquées à la figure V,29.

Les deux piedroits de ce cadre fermé sont en contact avec un remblai.

Cette structure a été calculée d'après la méthode spécifique au cadre fermé décrite au chapitre I, rappelons que les critiques les plus importantes qu'on a formulées à l'égard de cette méthode sont les suivantes :

- cette méthode ne respecte pas la continuité des déplacements verticaux et horizontaux aux noeuds A et B reliant les deux piedroits à la traverse inférieure.

- elle suppose que le sol fournit une réaction sous les sections en décollement de la traverse inférieure.

- elle néglige l'influence de la réaction fournie par le massif du sol en contact avec les piedroits.

- elle admet un comportement rhéologique linéaire du sol.

CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DU CADRE FERME

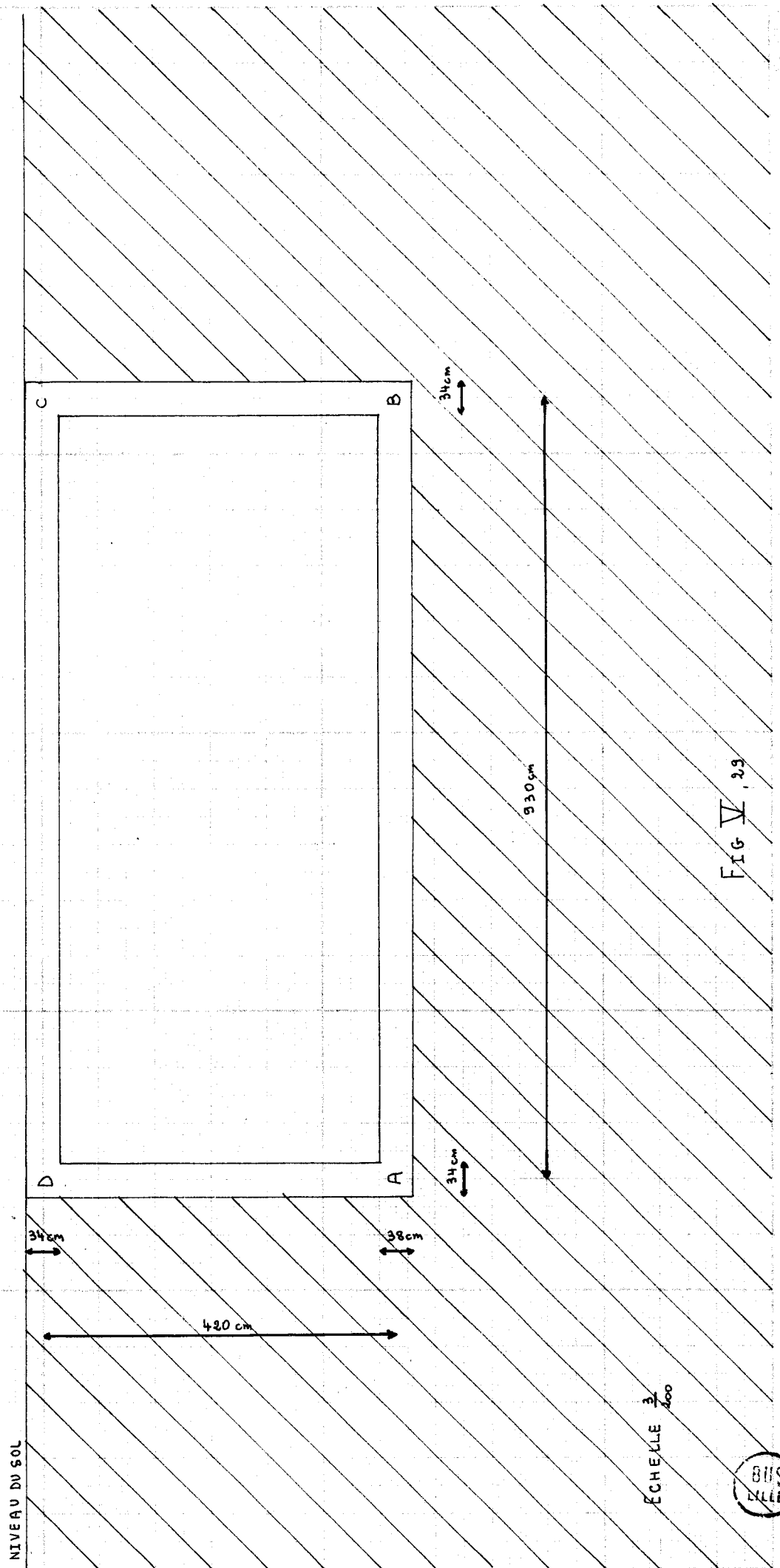


FIG V, 23

Nous consacrons ce paragraphe à montrer sur un exemple l'influence de chacune de ces approximations sur la répartition des moments fléchissants dans la structure.

1 - Influence du fait que l'on néglige les conditions de continuité aux noeuds A et B d'une part et de l'hypothèse que le sol fournit une réaction quelque soit le sens du déplacement de la traverse inférieure d'autre part.

Ces deux approximations sont admises dans le principe même de la méthode spécifique du cadre fermé ; il n'est donc pas possible de dissocier leur influence.

Afin de mettre en évidence l'influence de ces deux facteurs, nous avons appliqué la méthode proposée en supposant que le remblai n'existe pas et en prenant le premier module pris en compte lors du calcul par la méthode de Bonneret, à savoir  $530,28 \text{ T/m}^3$ , et un seuil  $\delta$  égal à l'infini. Quant au module transversal  $K_3$ , faute d'information, on lui a donné une valeur quasiment nulle soit  $K_3 = 10 \text{ T/m}^3$ .

On appelle :

↔ surcharge A une sollicitation réglementaire pour l'étude des ponts définie comme étant une surcharge uniformément répartie appliquée à la traverse supérieure et donnée en  $\text{Kg/m}^2$  par la formule

$$A = 350 + \frac{3\ 200\ 000\ 00}{L^3 + 60\ L^2 + 225\ 000}$$

L étant la portée du cadre fermé en mètre.

Soit pour le pont étudié et pour un mètre de largeur,

$$A = 1\ 735 \text{ Kg/ml}$$

↔ surcharge P, la surcharge due à la poussée du remblai, causée par son poids, sur le piedroit. Il s'agit d'une surcharge triangulaire dont l'intensité est nulle au sommet du piedroit et égale à  $P_0$  au pied du piedroit.

$$P_0 = K_0 \gamma h$$

$K_0$  étant le coefficient de RANKINE

$\gamma$  le poids spécifique du remblai

h la hauteur du remblai

Pour notre propos, en prenant  $K_0 = 0,4$  ;  $\gamma = 2/\text{m}^3$  et  $h = 4,2 \text{ m}$  ; on a pour un mètre de largeur

$$P_0 = 3,36 \text{ T/ml}$$

Les diagrammes des moments fléchissants sont tracés :

- à la figure V,30 sous une surcharge uniformément répartie sur la traverse supérieure représentant le poids propre de cette dernière soit 0,85 T/ml,
- à la figure V,31 sous le poids propre de la structure,
- à la figure V,32 sous le poids propre de la structure et la surcharge P sur les piedroits,
- à la figure V,33 sous le poids propre de la structure, la surcharge A sur la traverse supérieure et la surcharge P sur les deux piedroits.

Ces 4 figures nous montrent que, pour le pont en cadre fermé étudié et sous ces cas de charge, l'influence de ces deux facteurs n'est pas importante.

Une remarque s'impose quant à la figure V,31 :

Le poids propre de la traverse inférieure -ou en général une surcharge uniformément répartie sur cette dernière- n'induit pas des moments dans la structure d'après la méthode spécifique au cadre fermé ; il n'en est pas de même pour la méthode proposée.

## 2 - Influence de la réaction fournie par le remblai

Afin de mettre en évidence l'influence de la déformabilité du remblai sur la répartition des moments fléchissants dans la structure -et pour éliminer les autres facteurs d'approximation dans la méthode spécifique au cadre fermé- nous avons appliqué la méthode proposée, pour un cas de charge donné deux fois : la première en attribuant une valeur nulle pour le premier et le second module du remblai et une valeur arbitraire pour  $\delta$ , la seconde en attribuant une valeur non nulle au premier module du remblai, une valeur nulle au second module et une valeur infinie au seuil  $\delta$ .

Faute d'information sur la nature du remblai, on a estimé que la valeur du premier module à une distance de 1 m de la surface libre du remblai est égale à celle du sol sous la traverse supérieure. On rappelle (voir chapitre IV, paragraphe A,2) qu'on considère dans notre programme de calcul que les modules du remblai varient linéairement en fonction de la profondeur.

On a tracé les diagrammes des moments fléchissants :

- à la figure V,34 sous le poids propre de la structure et sous la surcharge P sur les piedroits,
- à la figure V,35 sous le poids propre de la structure, la surcharge P sur les piedroits et la surcharge A sur la traverse supérieure.

On remarque, dans ces diagrammes que le moment fléchissant dans les sections situées au milieu du piedroit est très influencé par la prise en compte de la réaction fournie par le remblai.

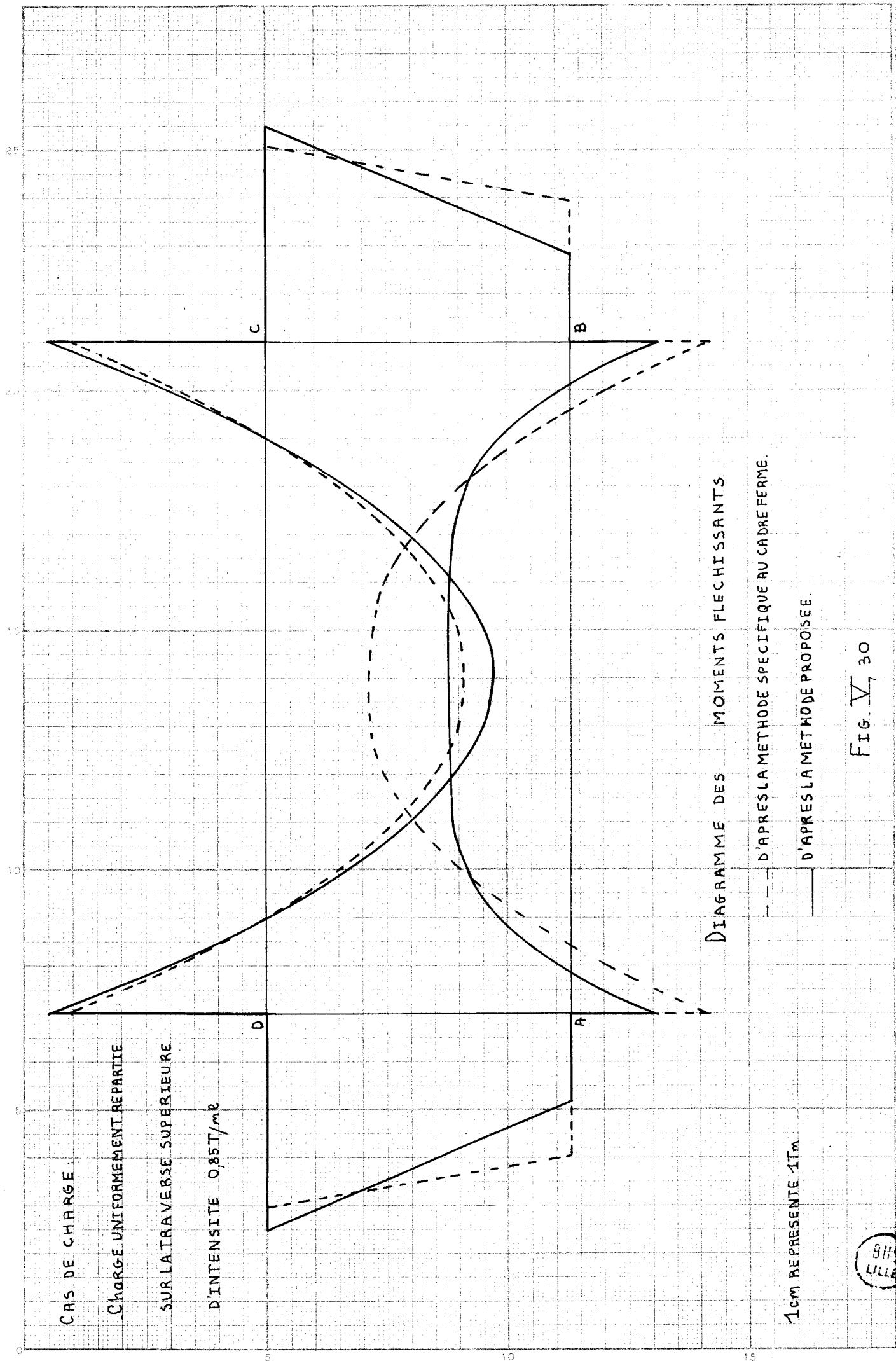


FIG. V, 30





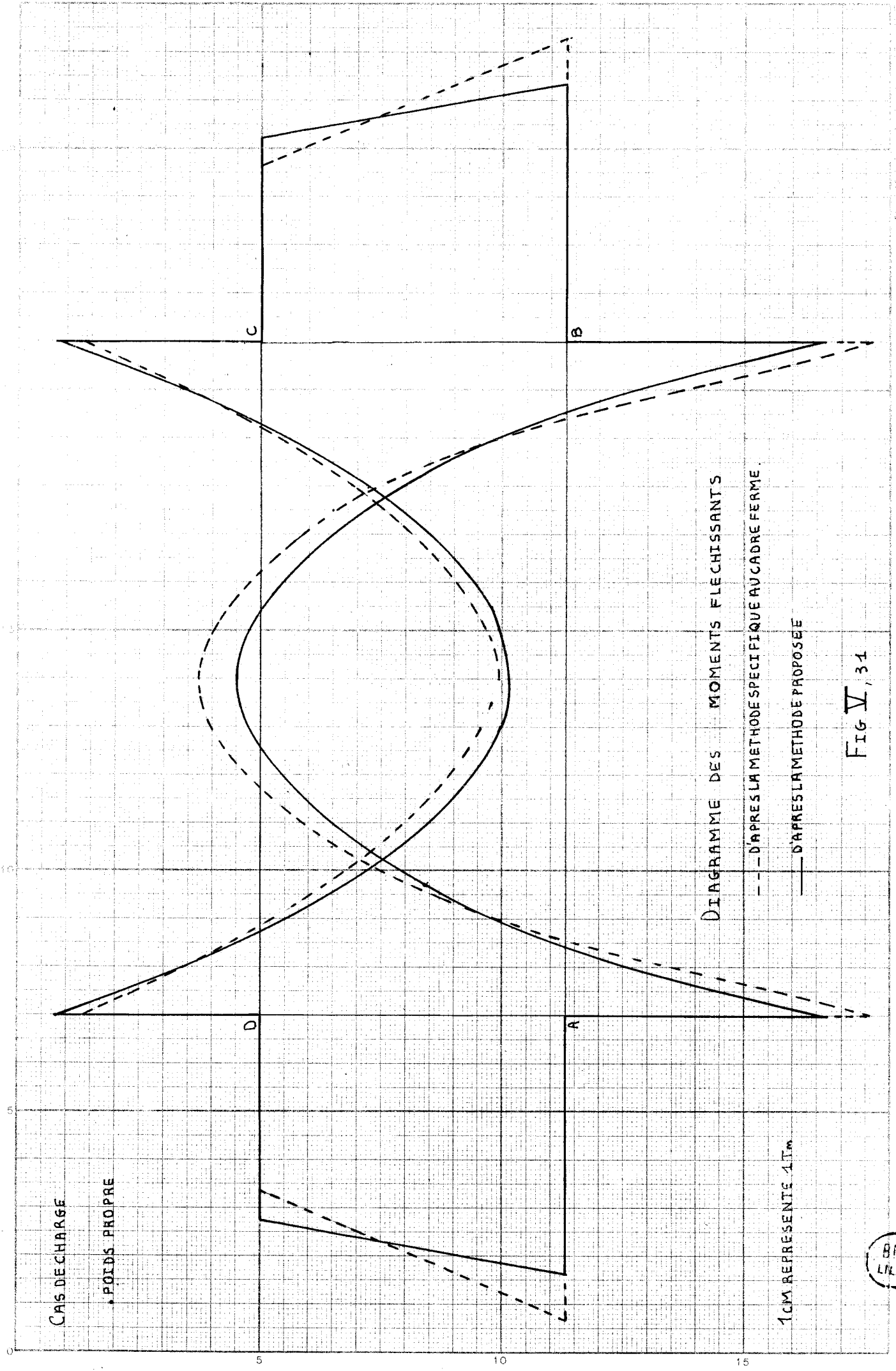
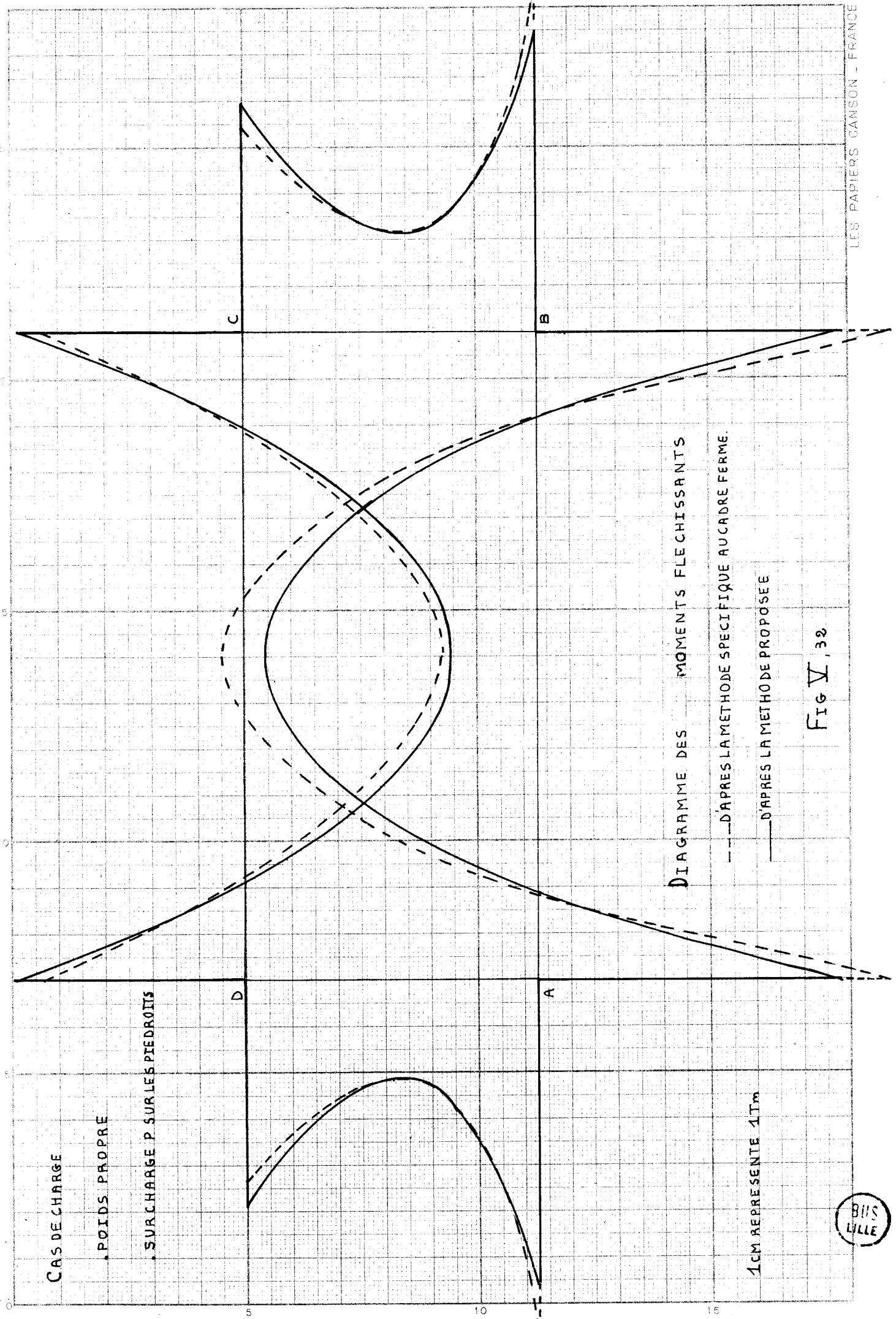


DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS  
 -- D'APRES LA METHODE SPECIFIQUE AU CADRE FERME.  
 — D'APRES LA METHODE PROPOSEE

1CM REPRESENTE 4Tm

Fig V, 31





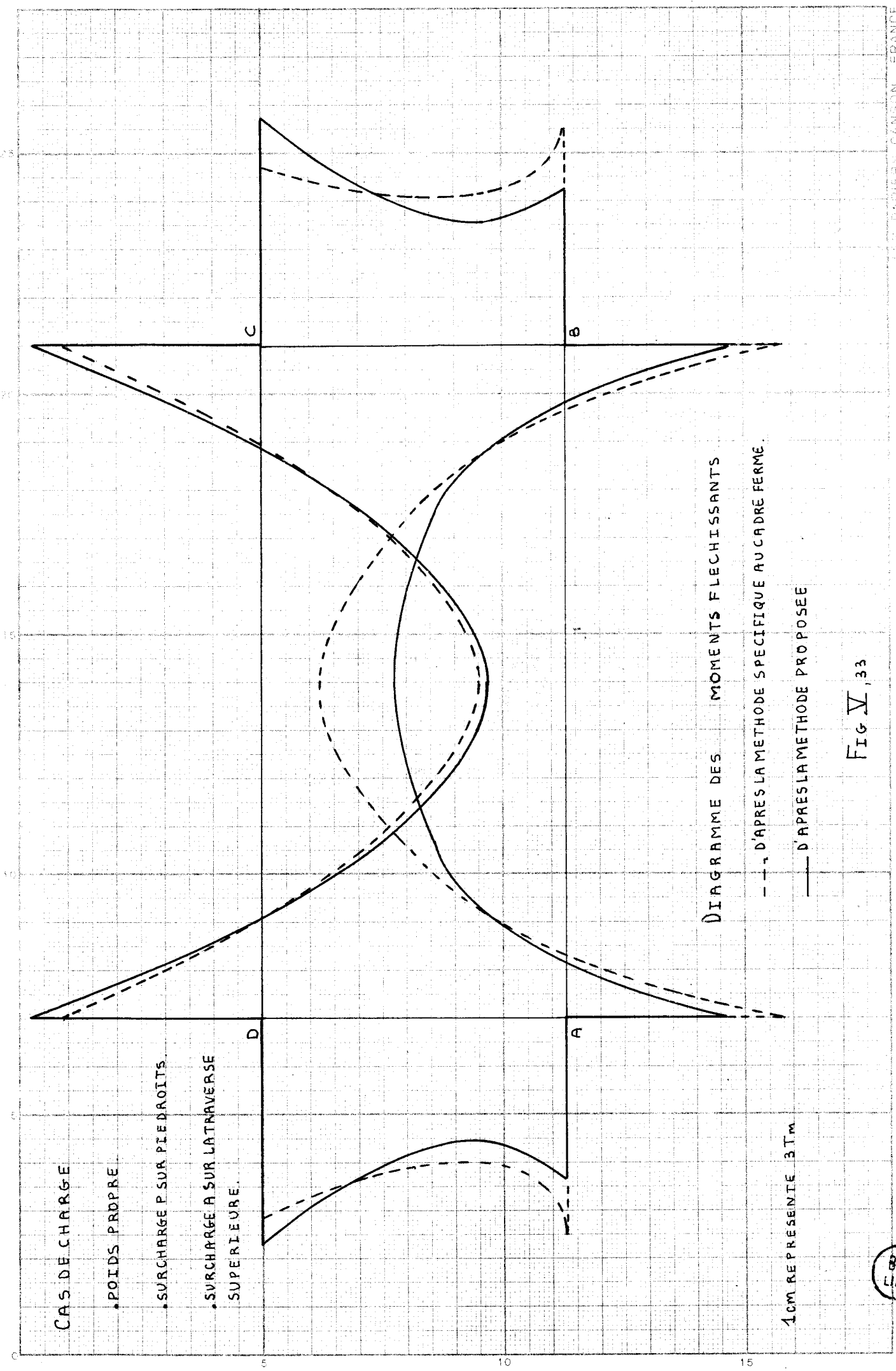
CAS DE CHARGE  
 POIDS PROPRE  
 SURCHARGE P SUR LES PIEDROITS

DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS  
 --- D'APRES LA METHODE SPECIFIQUE AUCADRE FERME.  
 — D'APRES LA METHODE PROPOSEE

1CM REPRESENTE 1TM

Fig V, 32





CAS DE CHARGE

• POIDS PROPRE

• SURCHARGE P SUR PIEDRACIS

• SURCHARGE A SUR LA TRAVERSE SUPERIEURE.

DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS

--- D'APRES LA METHODE SPECIFIQUE AU CADRE FERME

— D'APRES LA METHODE PROPOSEE

1CM REPRESENTE 3TM

FIG V, 33



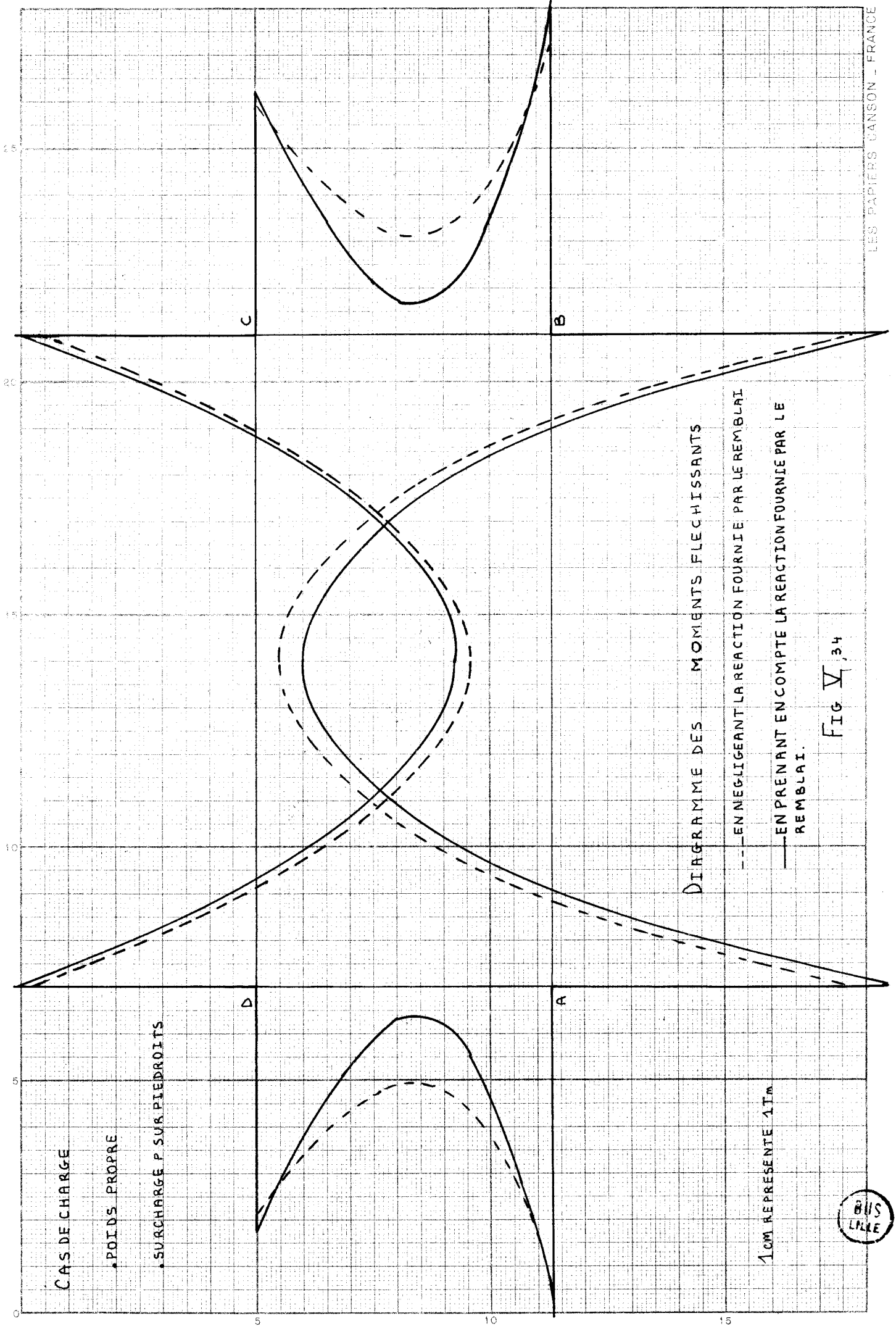
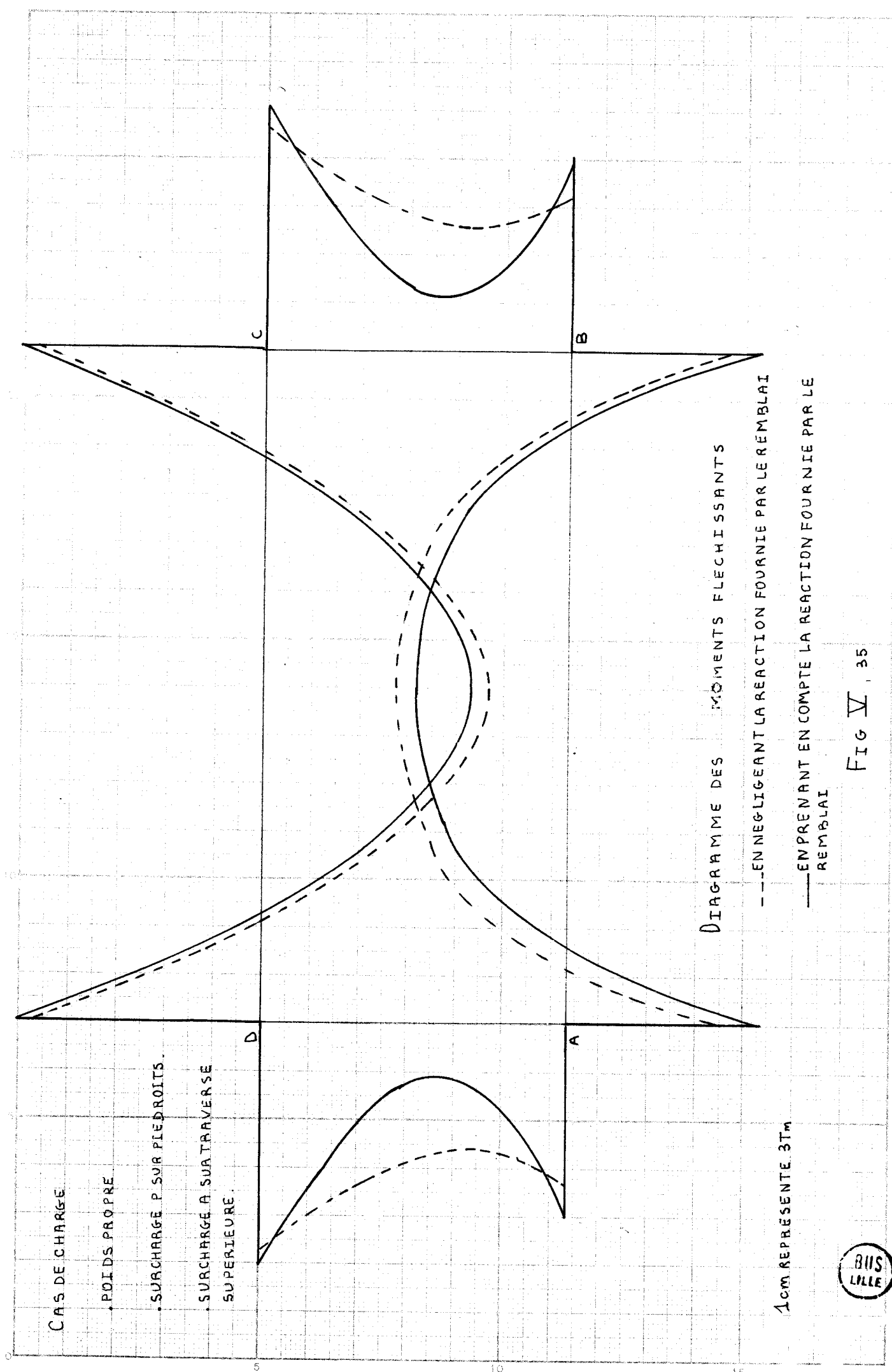


FIG V, 34

BUS  
LIME



CAS DE CHARGE

POIDS PROPRE

SURCHARGE P. SUR PIEDROITS

SURCHARGE A SA TRAVERSE SUPERIEURE

DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS

--- EN NEGLIGEANT LA REACTION FOURNIE PAR LE REMBLAI

— EN PRENANT EN COMPTE LA REACTION FOURNIE PAR LE REMBLAI

1cm REPRESENTE 3Tm



FIG V , 35

### 3 - Influence de la non-linéarité du comportement du sol

Faute d'information suffisante sur la nature du sol sous ce cadre fermé, nous étions amenés à prendre en compte des valeurs réalistes mais arbitraires des caractéristiques du sol ; et ceci afin de montrer l'influence que peut avoir l'hypothèse du comportement linéaire du sol.

En négligeant la réaction fournie par le remblai, nous avons calculé le cadre fermé fondé :

- sur un sol de comportement linéaire de module  $k = 530,28 \text{ T/m}^2$

- sur un sol, appelé sol 1, dont les caractéristiques sont les suivantes :

$$k_1 = 530,28 \text{ T/m}^2$$

$$k_2 = 176,76 \text{ T/m}^2$$

$$\delta = 0,27 \text{ cm}$$

- sur un sol, appelé sol 2, qui diffère du sol 1 par le second module qui prend la valeur  $10 \text{ T/m}^2$  pour le sol 2.

La pression correspondante au seuil de ces deux sols est de  $2,12 \text{ T/m}^2$ .

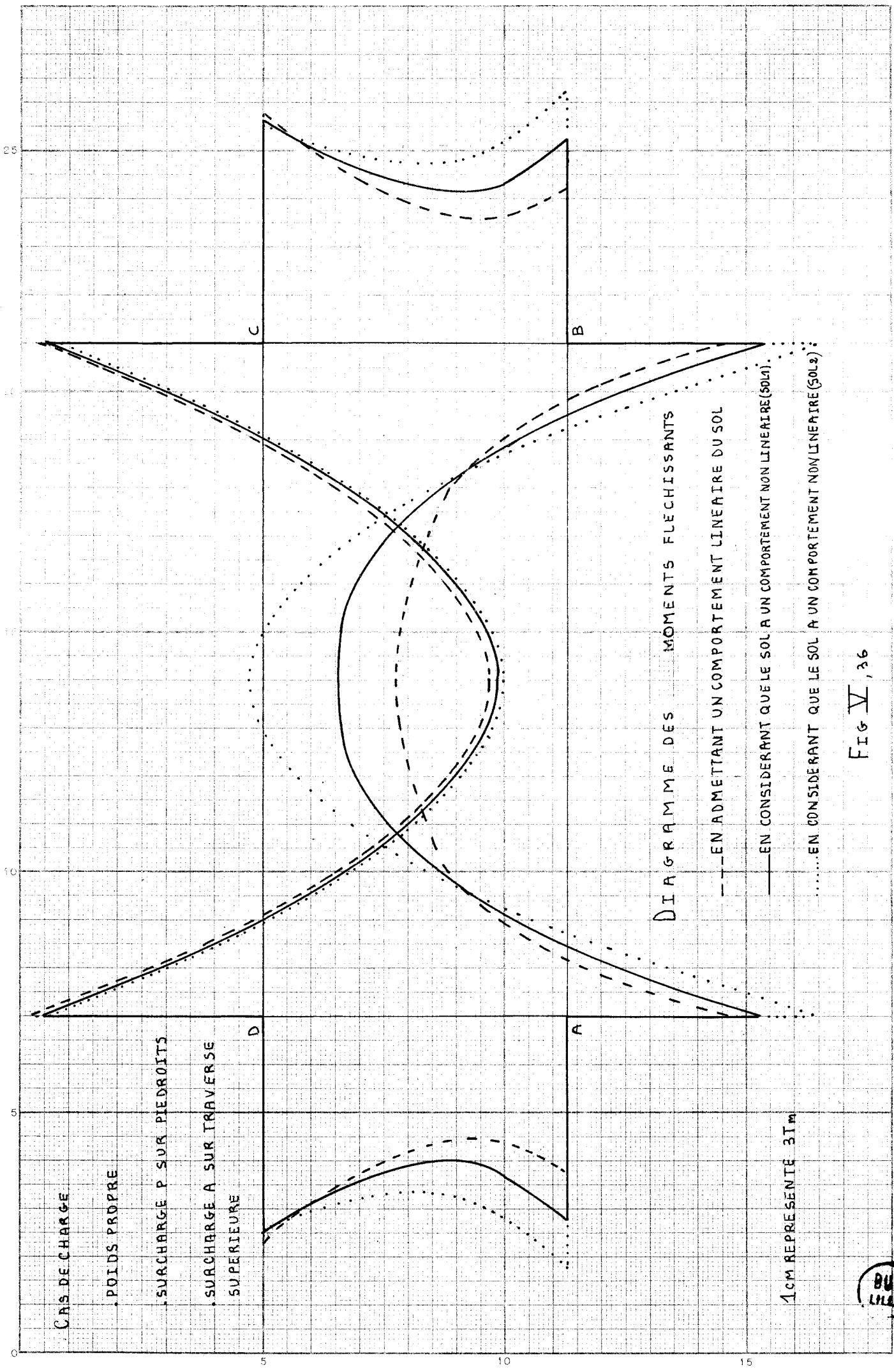
La figure V,36 montre l'influence que peut avoir une méconnaissance du seuil et du deuxième module du sol sous le poids propre, la surcharge P sur les piedsroits et la surcharge A sur la traverse supérieure. On remarque que le moment fléchissant au milieu de la traverse inférieure double dans le cas du sol 2 par rapport à un sol linéairement élastique ; ce qui est particulièrement grave pour la stabilité de la construction.

La figure V,37 montre l'influence de la valeur du module de YOUNG du béton sur la répartition des moments fléchissants dans la structure sous le poids propre, la surcharge P sur les piedsroits et la surcharge A sur la traverse supérieure et ceci en prenant en compte la réaction fournie par le remblai. Notons que dans tous les calculs précédents, on a pris en compte la valeur d'un module élastique différé du béton soit  $1,15 \times 10^6 \frac{\text{T}}{\text{m}^2}$ .

Pour les charges instantanées, il y a lieu de prendre en compte un module instantané du béton soit  $3,45 \times 10^6 \frac{\text{T}}{\text{m}^2}$ .

Dans l'étude d'une construction fondée sur sol, les déformations et les efforts intérieurs dans la structure étant une cause et un effet des déformations du sol, le module élastique du matériau de construction influe sur les unes et les autres.

Enfin, nous comparons la méthode spécifique au cadre fermé et la méthode proposée en intégrant toutes les influences des paramètres exposées précédemment et ceci sous les deux cas de charge suivants :



CAS DE CHARGE

POIDS PROPRE

SURCHARGE P SUR PIEDROITS

SURCHARGE A SUR TRAVERSE SUPERIEURE

DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS

--- EN ADMETTANT UN COMPORTEMENT LINEAIRE DU SOL

— EN CONSIDERANT QUE LE SOL A UN COMPORTEMENT NON LINEAIRE (SOL1)

..... EN CONSIDERANT QUE LE SOL A UN COMPORTEMENT NON LINEAIRE (SOL2)

1cm REPRESENTE 31m

FIG V, 36



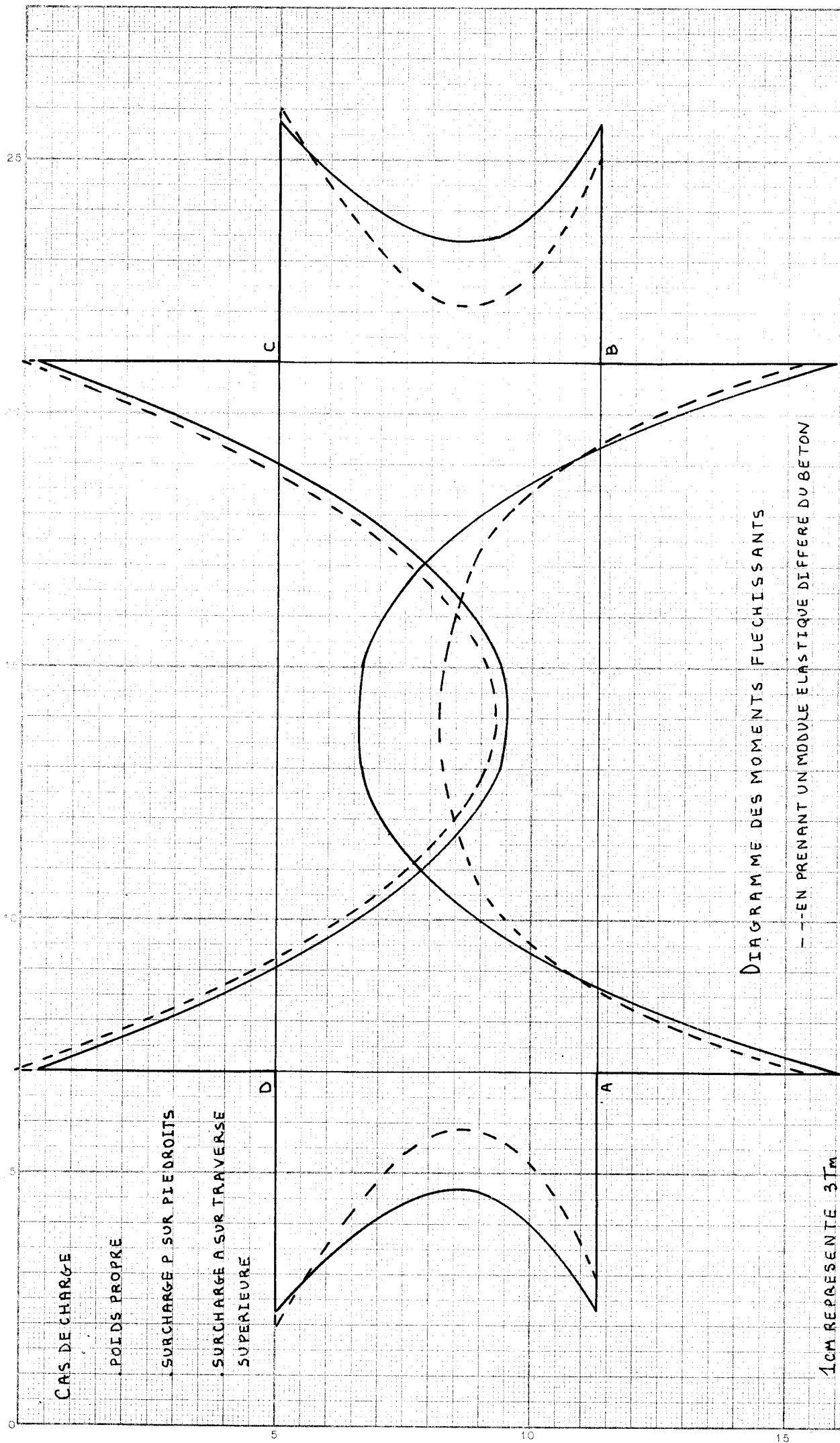
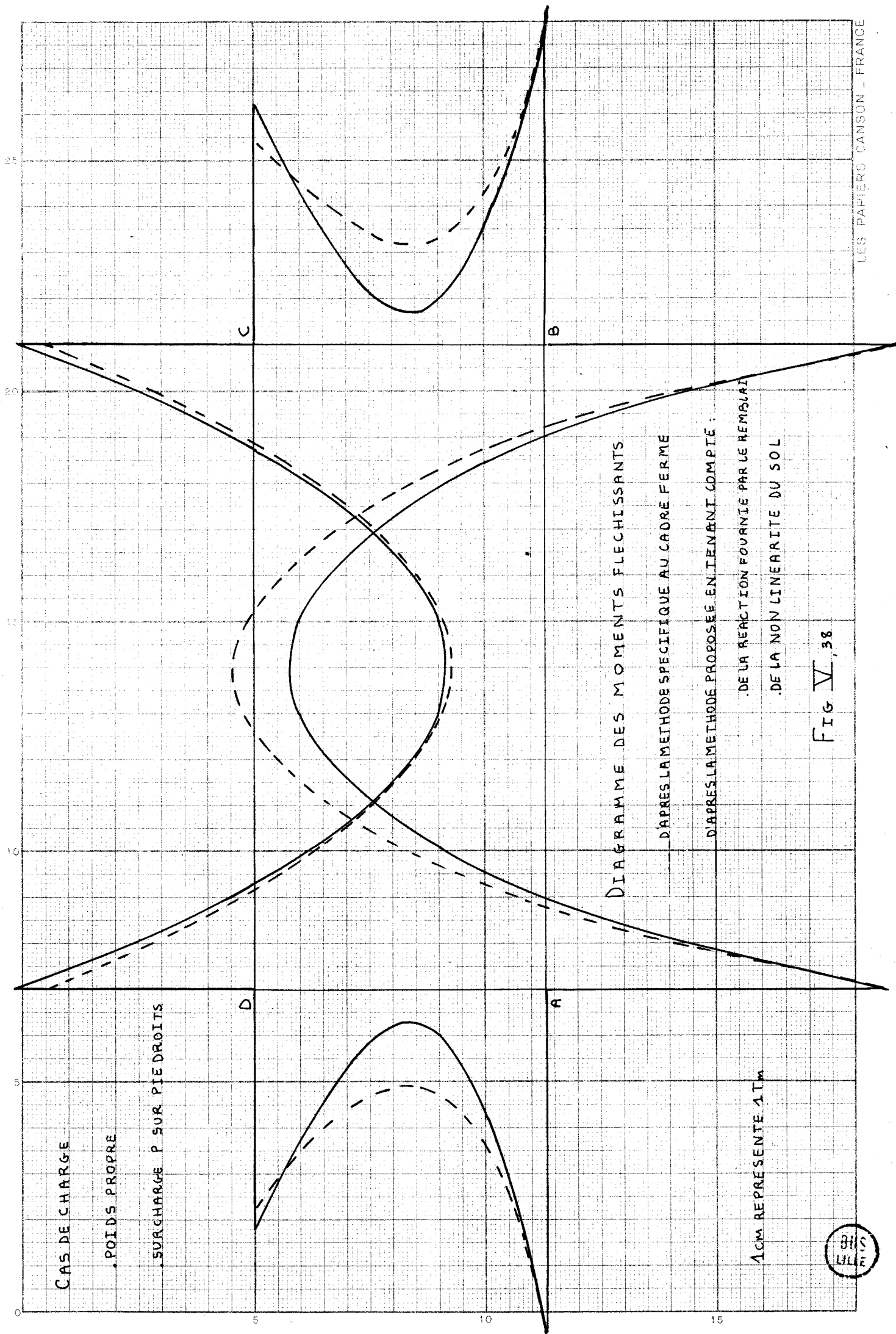


FIG V 37







CAS DE CHARGE

POIDS PROPRE

SURCHARGE P SUR PIEDROITS

DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS

--- D'APRES LA METHODE SPECIFIQUE AU CADRE FERME

— D'APRES LA METHODE PROPOSEE EN TENANT COMPTE :

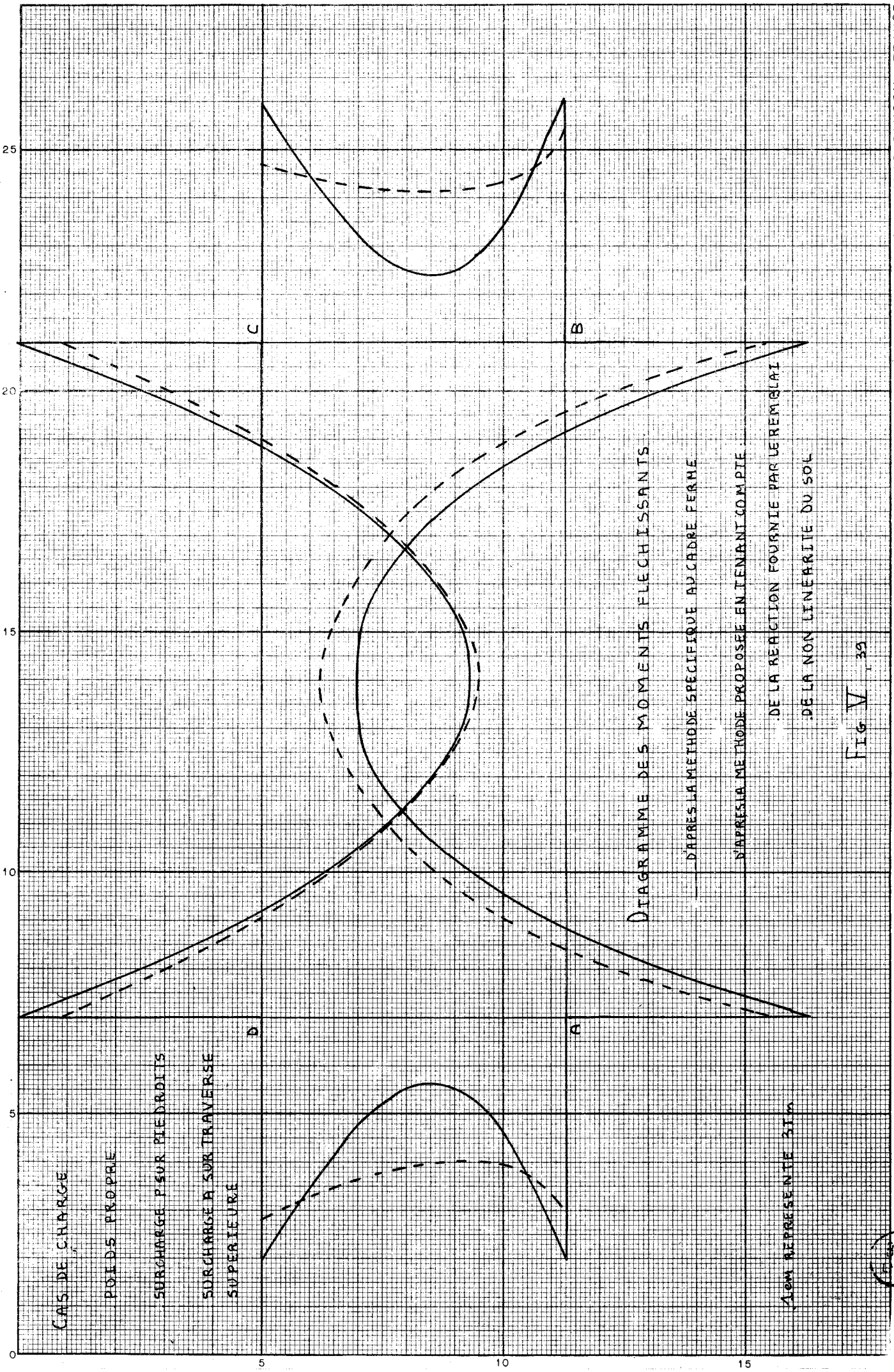
. DE LA REACTION FOURNIE PAR LE REMBLAI

. DE LA NON LINEARITE DU SOL

1CM REPRESENTE 1TM

FIG. V, 38





CAS DE CHARGE

POIDS PROPRE

SURCHARGE P SUR PIEDRITS

SURCHARGE A SUR TRAVERSE  
SUPERIEURE

DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS

— D'APRES LA METHODE SPECIFIQUE AU CADRE FERME

- - - N'APRES LA METHODE PROPOSEE EN TENANT COMPTE

DE LA REACTION FOURNIE PAR LE REMBLAI

DE LA NON LINEARITE DU SOL

1/100 REPRESENTE 25 KN

Fig V 39



= poids propre, fig. V,38

= poids propre et surcharge P sur les piedroits et surcharge A sur la traverse supérieure, fig. V,39

On constate que pour certaines sections l'influence de ces paramètres se retranche et pour d'autres, elle s'ajoute.

On remarque aussi qu'en appliquant la méthode spécifique au cadre fermé, certaines sections sont surdimensionnées et d'autres sous-dimensionnées par rapport aux résultats fournis par la méthode proposée.

## CHAPITRE VI

Les constructions du type portique ouvert fondé sur pieux sont très fréquentes en Génie Civil. Ces structures sont particulièrement adaptées lorsque les caractéristiques mécaniques du sol de fondation sont assez faibles. Comme les cadres fermés, ce type de construction trouve son application dans les ponts de routes et d'autoroutes, dans certains bâtiments industriels, dans les ponts de chemin de fer etc...

Nous consacrons ce chapitre à l'étude théorique du comportement d'un portique à trois travées. Le mot travée est employé ici dans le sens qui lui est donné en Génie Civil. Il s'agit de la construction présentée à la figure VI, 1, et composée de :

- 4 pieux soit les éléments AB, DE, GH, JK
- 4 piedsroits soit les éléments BC, EF, HI, KL
- 3 traverses supérieures soit les éléments CF, FI, IL.

Les noeuds reliant ces éléments sont du type rigide.

Cette étude consiste à fournir une méthode de calcul basée sur la technique des matrices-transfert, qui nous permet de mieux approcher le comportement réel de la structure. Notons que la méthode exposée permet d'étudier les portiques ouverts fondés sur pieux à une ou deux travées ; ces dernières étant des cas particuliers du portique ouvert à trois travées.

La fin de ce chapitre est consacrée à l'application de la méthode exposée pour l'étude d'une structure en vraie grandeur du type portique ouvert fondé sur pieux à une seule travée et ceci afin de mettre en évidence l'influence des hypothèses, non justifiées, admises dans la méthode classique d'étude de ce genre de construction qui consiste à dissocier la structure en superstructure et infrastructure sans tenir compte de leur continuité.

Ainsi, ce chapitre sera divisé en deux parties :

- A - Etude d'un portique ouvert à trois travées fondé sur pieux
- B - Application de la méthode proposée sur une structure en vraie grandeur.

### A - ETUDE D'UN PORTIQUE OUVERT A TROIS TRAVEES FOND SUR PIEUX

#### 1 - Schématisation du comportement mécanique du sol

Comme, pour l'étude de cadre fermé, le sol est caractérisé par la relation force-déplacement à l'interface de la structure et du sol. Néanmoins, trois remarques s'imposent en ce qui concerne la structure étudiée :

- les seuls éléments en contact avec le sol étant les pieux, et du fait que ces derniers sont immergés dans le massif, le sol fournit une réaction quelque soit le sens du déplacement de l'infrastructure.
- Les surcharges appliquées à la structure ayant, en général, une composante verticale, prépondérante, le cisaillement développé à l'interface pieu-sol est loin d'être négligeable.

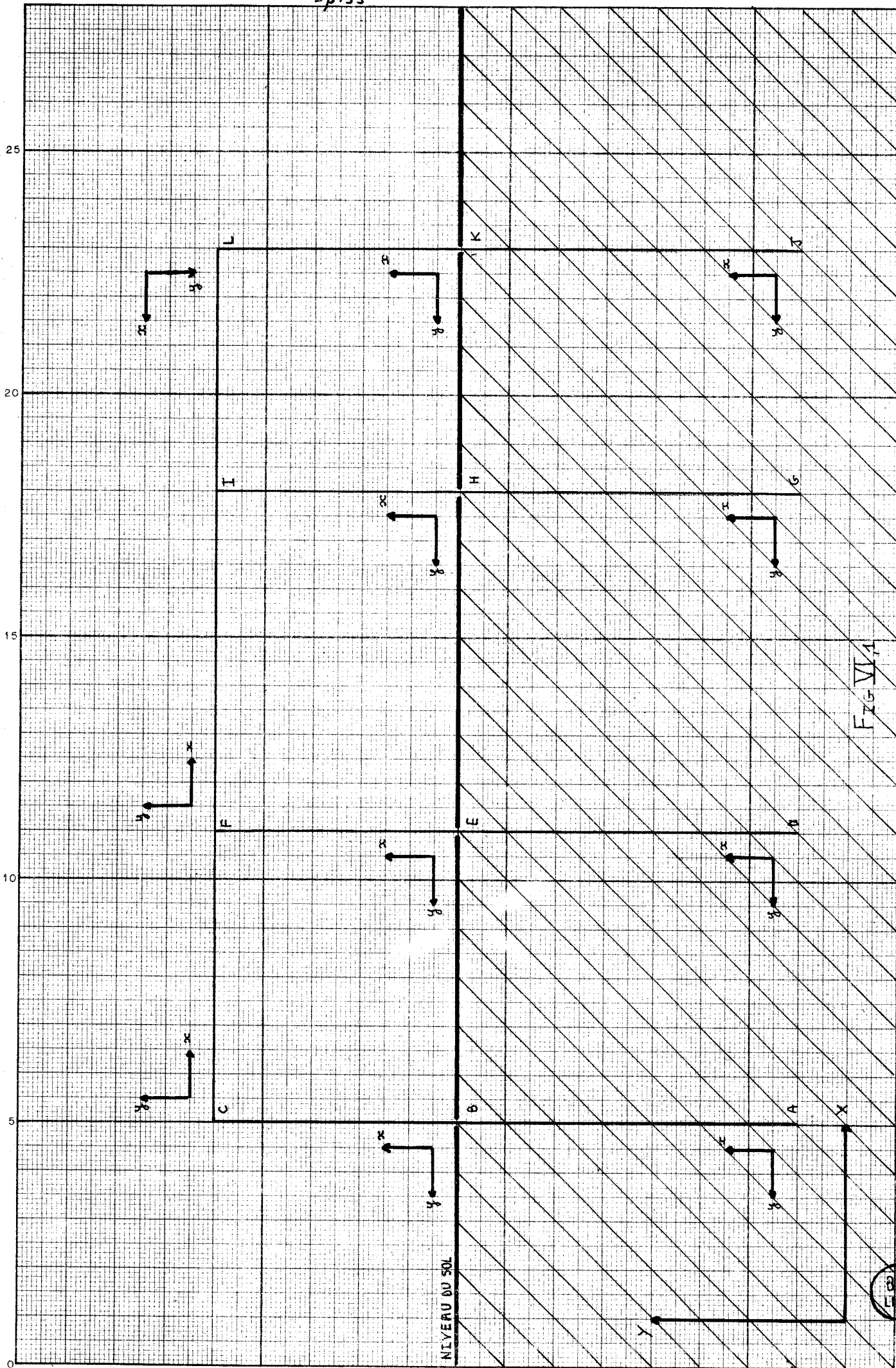


FIG. VI/1



- la totalité de la section à l'extrémité inférieure de l'infrastructure tant en contact avec le sol, une schématisation réaliste du comportement de ce dernier exige la prise en considération d'une relation entre les composantes de forces et celles de déplacements au pied du pieux.

En effet, un déplacement d'une section quelconque du pieu - y compris la section extrême - induit une réaction du sol et réciproquement; il est donc illusoire d'imposer des conditions à la limite du pieu du type  $M = 0$  et  $T = 0$  et  $u = 0$  fréquemment admise dans les calculs classiques du pieu. L'existence d'un moment fléchissant et d'un effort tranchant aux pieds des pieux a été mise en évidence par les essais en vraie grandeur effectués par KERIZEL et ADAM (voir référence III et IV du chapitre I).

Nous admettons dans notre étude que la relation est linéaire entre le déplacement au pied du pieu et l'effort correspondant soit :

$$N = \alpha u$$

$$T = \beta v$$

$$M = \gamma u$$

$\alpha, \beta, \gamma$  étant des paramètres caractérisants le sol, leur dimension est  $FL^{-1}$ .

## 2 - Introduction à la méthode

### a - Convention de signe et nomenclature

On rapporte la structure étudiée au repère général XY (fig. VI, 1).

Chaque travée, au sens matricielle du terme, est associée à un repère local déterminé à l'aide de l'angle  $\theta$  définie au chapitre III. On se fixe pour chaque travée une origine et une extrémité. Le tableau suivant indique les valeurs retenues pour  $\theta$  ainsi que l'origine et l'extrémité des 11 travées constituant la structure.

Travée	$\theta$	Origine	Extrémité
AB	$\frac{\pi}{2}$	A	B
BC	$\frac{\pi}{2}$	B	C
DE	$\frac{\pi}{2}$	D	E
EF	$\frac{\pi}{2}$	E	F
GH	$\frac{\pi}{2}$	G	H
HI	$\frac{\pi}{2}$	H	I

Travée	$\theta$	Origine	Extrémité
JK	$\frac{\pi}{2}$	J	K
KL	$\frac{\pi}{2}$	K	L
CF	0	C	F
FI	0	F	I
IL	0	I	L

On appelle :

$W_{ij}^i$  le vecteur état associé à la section située à l'origine de la travée ij

$W_{ij}^j$  le vecteur état associé à la section située à l'extrémité de la travée ij

b - Forme du vecteur état aux pieds des pieux

D'après la schématisation admise pour le comportement du sol au pied du pieu, le vecteur état associé à cette section n'a que trois composantes indépendantes, soit les composantes de déplacement  $u$ ,  $v$  et  $\omega$ . Au pied du pieu AB, par exemple, le vecteur état a la forme :

$$[W_{AB}^A] = \begin{bmatrix} u \\ v \\ \omega \\ \alpha u \\ \beta v \\ \gamma \omega \\ 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} A \\ \\ \\ \\ \\ \\ AB \end{matrix}$$

c - Calcul des matrices travées

Il ne nous paraît pas souhaitable de fournir en détail les équations permettant de calculer les différentes matrices travées, on sait que chacune de ces dernières est le produit ordonné des différentes matrices tronçons et frontières appartenant à la travée étudiée (voir chapitre III). Nous nous contenterons de donner ci-après la décomposition adoptée dans notre programme de calcul pour chaque type de travée.

Pour les travées AB, DE, GH, JK ; du fait que celles-ci constituent l'infrastructure et afin de discrétiser l'action du sol sur elles, on les décompose en une centaine de tronçons séparés par des frontières dues aux modèles P simulant le sol. On considère dans notre programme le calcul qu'un modèle P est composé d'un ensemble d'un ressort vertical et un autre horizontal.

- Pour les travées BC, EF, HI, JK. Chacune de ces travées est décomposée en deux tronçons dont chacun peut être sollicité par une surcharge linéaire. Les matrices frontières de ces travées sont égales à la matrice unité car il n'existe aucune discontinuité entre les éléments des vecteurs états situés en amont et un aval de ces frontières.

- Pour les travées CF, FI, IL. Chacune de ces travées est décomposée en cinq tronçons dont chacun peut être sollicité par une surcharge uniformément répartie.

Pour les mêmes raisons évoqués au paragraphe précédent les matrices frontières de ces travées sont égales à la matrice unité.

La décomposition de chaque travée étant connue, on peut calculer les différentes matrices travée, ce qui nous permet d'exprimer le vecteur état à la fin de chaque travée en fonction du vecteur état à l'origine de la même travée à l'aide de l'équation matricielle :

$$[W_{ij}^j] = [T]_{ij} [W_{ij}^i]$$

#### d - Calcul des matrices nodales

Nous avons défini au chapitre III la matrice nodale  $(N)_i$  comme étant une matrice associée à un noeud  $i$  reliant 2 travées. Pour la structure étudiée, on n'associe pas donc une matrice nodale au noeud F et au noeud I puisque chacune de ces dernières relie 3 travées.

Compte tenu de la géométrie de la structure, les matrices nodales associées aux noeuds B, E, H et K sont égales à la matrice unité. En effet, les repères locaux associés aux piedroits sont les mêmes que ceux associés aux pieux.

Le rôle de la matrice  $[N]_C$  est de relier le vecteur état  $\vec{W}_{CF}^C$  au vecteur état  $\vec{W}_{BC}^C$  par l'équation matricielle :

$$[\vec{W}_{CF}^C] = [N]_C [\vec{W}_{BC}^C]$$

elle est déterminée par les équations exprimant d'une part l'équilibre statique du noeud C et la continuité des deux travées BC et CF d'autre part ; on a donc :

$$u_{CF}^C = -v_{BC}^C$$

$$v_{CF}^C = u_{BC}^C$$

$$\omega_{CF}^C = \omega_{BC}^C$$

$$N_{CF}^C = -T_{BC}^C$$

$$T_{CF}^C = N_{BC}^C$$

$$M_{CF}^C = M_{BC}^C$$



soit :

$$[N]_C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Quant à la matrice nodale  $[N]_L$ , on la détermine d'une manière analogue à la matrice nodale  $[N]_C$ .

On aboutit ainsi à avoir :

$$[N]_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### 3 - Précis de la méthode

La méthode que nous proposons consiste à déterminer les valeurs des composantes des vecteurs états dans 10 sections de la structure à savoir :

- les 3 sections aboutissant au noeud F
- les 3 sections aboutissant au noeud I
- les 4 sections situées au pied de chaque pieu.

Ces composantes étant calculées, on peut en déduire les composantes des vecteurs états dans toute la structure.

Rappelons que chaque vecteur état possède 6 composantes indépendantes et significatives, la 7ème étant égale toujours à l'unité, et que le vecteur état associé à la section située au pied d'un pieu possède 3 composantes indépendantes seulement. Il en résulte que le nombre des composantes indépendantes des vecteurs états dans les 10 sections étudiées est de 48.

Afin de pouvoir calculer la structure, on relie ces 48 inconnues par 48 équations linéaires indépendantes ; et cela :

- en déterminant un vecteur état associé à une section aboutissant au noeud F (ou I) en fonction d'un vecteur état associé à une section située au pied d'un pieu.

- en déterminant le vecteur état situé à l'extrémité de la travée FI en fonction du vecteur état situé à son origine.
- en étudiant l'équilibre des noeuds F et F

Dans ce qui suit, nous exposons cela en détail :

a - Détermination du vecteur état  $\vec{W}_{CF}^F$  en fonction du vecteur état  $\vec{W}_{AB}^A$

A l'aide des matrices travées, on a :

$$\begin{bmatrix} W_{AB}^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{AB} \begin{bmatrix} W_{AB}^A \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W_{BC}^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{BC} \begin{bmatrix} W_{BC}^B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W_{CF}^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{CF} \begin{bmatrix} W_{CF}^C \end{bmatrix}$$

Et à l'aide des matrices nodales, on a :

$$\begin{bmatrix} W_{BC}^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_B \begin{bmatrix} W_{AB}^B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W_{CF}^C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_C \begin{bmatrix} W_{BC}^C \end{bmatrix}$$

En reliant ces équations, on a :

$$\begin{bmatrix} W_{CF}^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{CF} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_C \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{BC} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_B \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{AB} \begin{bmatrix} W_{AB}^A \end{bmatrix}$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} W_{CF}^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{AB}^A \end{bmatrix}$$

Les matrices travées et les matrices nodales étant des matrices carrées 7 x 7 possédant la propriété d'avoir la 7ème ligne composée de 6 premiers termes nuls et de 7ème terme égal à l'unité, la matrice  $\begin{bmatrix} S_1 \end{bmatrix}$  est une matrice carrée 7 x 7 et a la même propriété.

L'équation matricielle précédente nous fournit donc 6 équations indépendantes.

b - Détermination du vecteur état  $\vec{W}_{EF}^F$  en fonction du vecteur état  $\vec{W}_{DE}^D$

A l'aide des matrices travées, on a :

$$\begin{bmatrix} W_{DE}^E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{DE} \begin{bmatrix} W_{DE}^D \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W_{EF}^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{EF} \begin{bmatrix} W_{EF}^E \end{bmatrix}$$

Et à l'aide des matrices nodales, on a :

$$\begin{bmatrix} W_{EF}^E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_E \begin{bmatrix} W_{DE}^E \end{bmatrix}$$

En reliant ces équations, on a :

$$\begin{bmatrix} W_{EF}^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{EF} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_E \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{DE} \begin{bmatrix} W_{DE}^D \end{bmatrix}$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} W_{EF}^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{DE}^D \end{bmatrix}$$

Pour les mêmes raisons évoquées au paragraphe précédent, cette équation matricielle nous fournit 6 équations indépendantes

c - Détermination du vecteur état  $\vec{W}_{HI}^I$  en fonction du vecteur état  $\vec{W}_{GH}^G$

A l'aide des matrices travées, on a :

$$\begin{bmatrix} W_{GH}^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{GH} \begin{bmatrix} W_{GH}^G \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W_{HI}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{HI} \begin{bmatrix} W_{HI}^H \end{bmatrix}$$

Et à l'aide des matrices nodales, on a :

$$\begin{bmatrix} W_{HI}^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{HG}^H \end{bmatrix}$$

En reliant ces équations, on a :

$$\begin{bmatrix} W_{HI}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{HI} \begin{bmatrix} N_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{GH} \begin{bmatrix} W_{GH}^G \end{bmatrix}$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} W_{HI}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{GH}^G \end{bmatrix}$$

Cette équation matricielle nous fournit 6 équations indépendantes.

d - Détermination du vecteur état  $\vec{W}_{IL}^I$  en fonction du vecteur état  $\vec{W}_{JK}^J$

A l'aide des matrices travées, on a :

$$\begin{bmatrix} W_{JK}^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{JK} \begin{bmatrix} W_{JK}^J \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W_{KL}^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{KL} \begin{bmatrix} W_{KL}^K \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W_{IL}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{IL} \begin{bmatrix} W_{IL}^L \end{bmatrix}$$

et à l'aide des matrices nodales, on a :

$$\begin{bmatrix} W_{LK}^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} W_{JK}^K \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W_{IL}^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_L \begin{bmatrix} W_{KL}^L \end{bmatrix}$$

En reliant ces équations, on a :

$$\begin{bmatrix} W_{IL}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{IL} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_L \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{KL} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{JK} \begin{bmatrix} W_{JK}^J \end{bmatrix}$$

soit :

$$\begin{bmatrix} W_{IL}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{JK}^J \end{bmatrix}$$

Cette équation matricielle nous fournit un système de 6 équations indépendantes.

e - Détermination du vecteur état  $\vec{W}_{IF}^I$  en fonction du vecteur état  $\vec{W}_{IF}^F$

Ces deux vecteurs états peuvent être reliés par la matrice de la travée IF, soit :

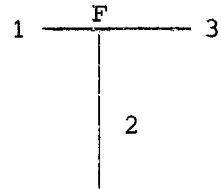
$$\begin{bmatrix} W_{IF}^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}_{IF} \begin{bmatrix} W_{IF}^F \end{bmatrix}$$

Cette équation nous fournit 6 équations indépendantes.

f - Détermination des composantes des vecteurs états  $\vec{W}_{IF}^F$  en fonction des composantes des deux vecteurs états  $\vec{W}_{CF}^F$  et  $\vec{W}_{EF}^F$

Afin d'alléger la notation, nous affectons les indices inférieurs 1 et 2 et 3 respectivement aux composantes des vecteurs état  $\vec{W}_{CF}^F$  et  $\vec{W}_{EF}^F$  et  $\vec{W}_{FI}^F$ .

L'étude de l'équilibre statique du noeud F nous permet d'établir les équations suivantes :



$$N_3 = N_1 - T_2$$

$$T_3 = T_1 + N_2$$

$$M_3 = M_1 + M_2$$

La condition de continuité des 2 travées CF et FI nous fournit les 3 équations suivantes :

$$u_3 = u_1$$

$$v_3 = v_1$$

$$\omega_3 = \omega_1$$

De même, la condition de continuité des 2 travées EF et FI nous fournit les 3 équations :

$$u_3 = -v_2$$

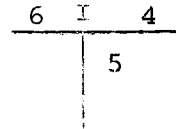
$$v_3 = u_2$$

$$\omega_3 = \omega_2$$

L'étude du noeud F nous fournit donc 9 équations indépendantes entre les composantes des vecteurs états  $\vec{W}_{CF}^F$ ,  $\vec{W}_{EF}^F$  et  $\vec{W}_{FI}^F$ .

g - Détermination des composantes du vecteur état  $\vec{W}_{IF}^I$  en fonction des composantes des deux vecteurs états  $\vec{W}_{IH}^I$  et  $\vec{W}_{IL}^I$

Nous affectons dans ce paragraphe les indices inférieurs 4 et 5 et 6 respectivement aux composantes des vecteurs états  $\vec{W}_{IF}^I$  et  $\vec{W}_{IH}^I$  et  $\vec{W}_{IL}^I$



Les conditions d'équilibre du noeud I et de la continuité des travées FI, HI et IL nous fournissent les équations suivantes compte tenu des conventions de signes adoptés au paragraphe 2 a :

$$N_6 = N_4 + T_5$$

$$T_6 = T_4 - N_5$$

$$M_6 = -M_4 - M_5$$

$$u_6 = -u_4$$

$$v_6 = -v_4$$

$$\omega_6 = \omega_4$$

$$u_6 = -v_5$$

$$v_6 = +u_5$$

$$\omega_6 = \omega_5$$

Ainsi, nous constatons que l'étude de la structure nous a fourni :

- 30 équations à l'aide des matrices  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$
- 18 équations à l'aide des conditions d'équilibre et de continuité des noeuds I et F.

Rappelons que nous avons les inconnues suivantes :

- les 18 composantes des trois vecteurs états aboutissant au noeud F.
- les 18 composantes des trois vecteurs états aboutissant au noeud I.
- les 12 composantes indépendantes des vecteurs états situées aux pieds des 4 pieux.

Nous avons donc un système linéaire de 48 équations indépendantes à 48 inconnues.

Les composantes de déplacement aux pieds des différents pieux étant calculées, on peut en déduire celles de forces à l'aide des facteurs  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

Ayant déterminé les vecteurs états aux points A, D, G et J de la structure, on peut calculer les composantes du vecteur état associé à un point quelconque de la structure en effectuant la multiplication matricielle ordonnée les différentes matrices tronçon, frontières, et éventuellement nodales, situées entre la section étudiée et le pied d'un pieu.

B - APPLICATION DE LA METHODE PROPOSEE SUR UNE STRUCTURE EN VRAIE GRANDEUR

Nous avons appliqué la méthode exposée dans la première partie de ce chapitre à la structure représentée à la figure VI, 2. Il s'agit d'un pont à trois travées fondé sur des pieux dont la distance entre-axe dans le sens longitudinal est de 3,75 m. Faute d'information, on a retenu dans le calcul des valeurs arbitraires mais réalistes des caractéristiques du sol. On a considéré qu'elles ne sont pas constantes pour tous les pieux. Le tableau suivant les résume :

	K en T/m <sup>2</sup>	S en T/m <sup>2</sup>
Pieu AB	10	5
Pieu DE	10	5
Pieu GH	8	4
Pieu JK	6	3

K étant le module dans la direction orthogonale à l'axe du pieu.

S étant le module dans la direction parallèle à l'axe du pieu.

A la figure VI, 3, nous avons tracé le diagramme des moments fléchissants.

Afin de comparer la méthode proposée à une méthode usuelle à savoir la méthode de dissociation de la structure en deux parties : la superstructure d'une part et les pieux d'autre part en supposant l'existence d'une articulation parfaite au niveau du sol, nous avons étudié un portique à une seule travée de portée  $L = 14$  m, de hauteur hors sol  $h = 7,4$  m fondée sur des pieux de longueur 10 m.

L'épaisseur des éléments constituant la superstructure est 70 cm, tandis que les pieux ont un diamètre  $\phi = 80$  cm. Les caractéristiques du sol retenues dans le calcul sont  $K = 10$  T/m<sup>2</sup> et  $S = 5$  T/m<sup>2</sup>.

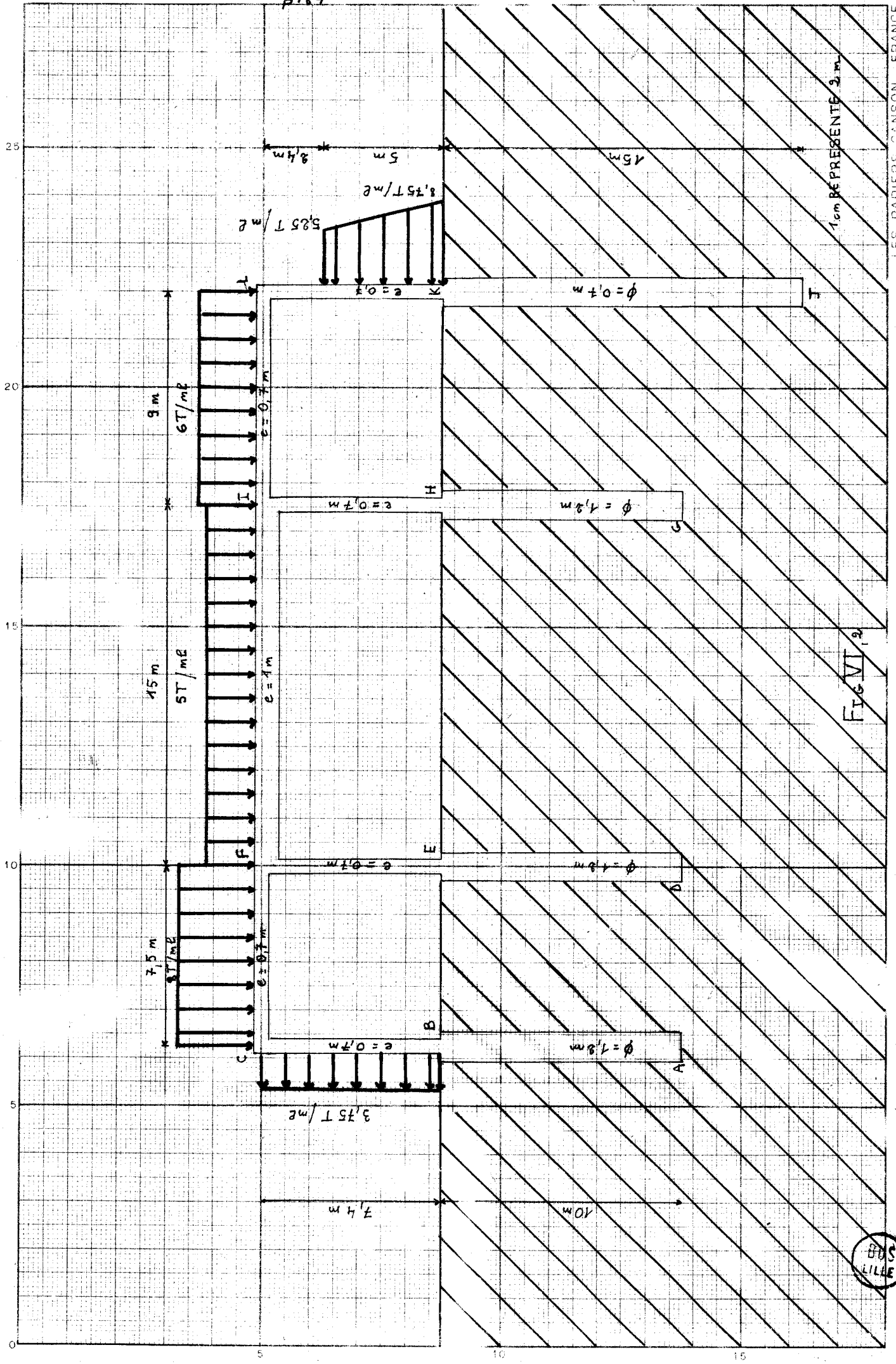


FIG. VI, 2



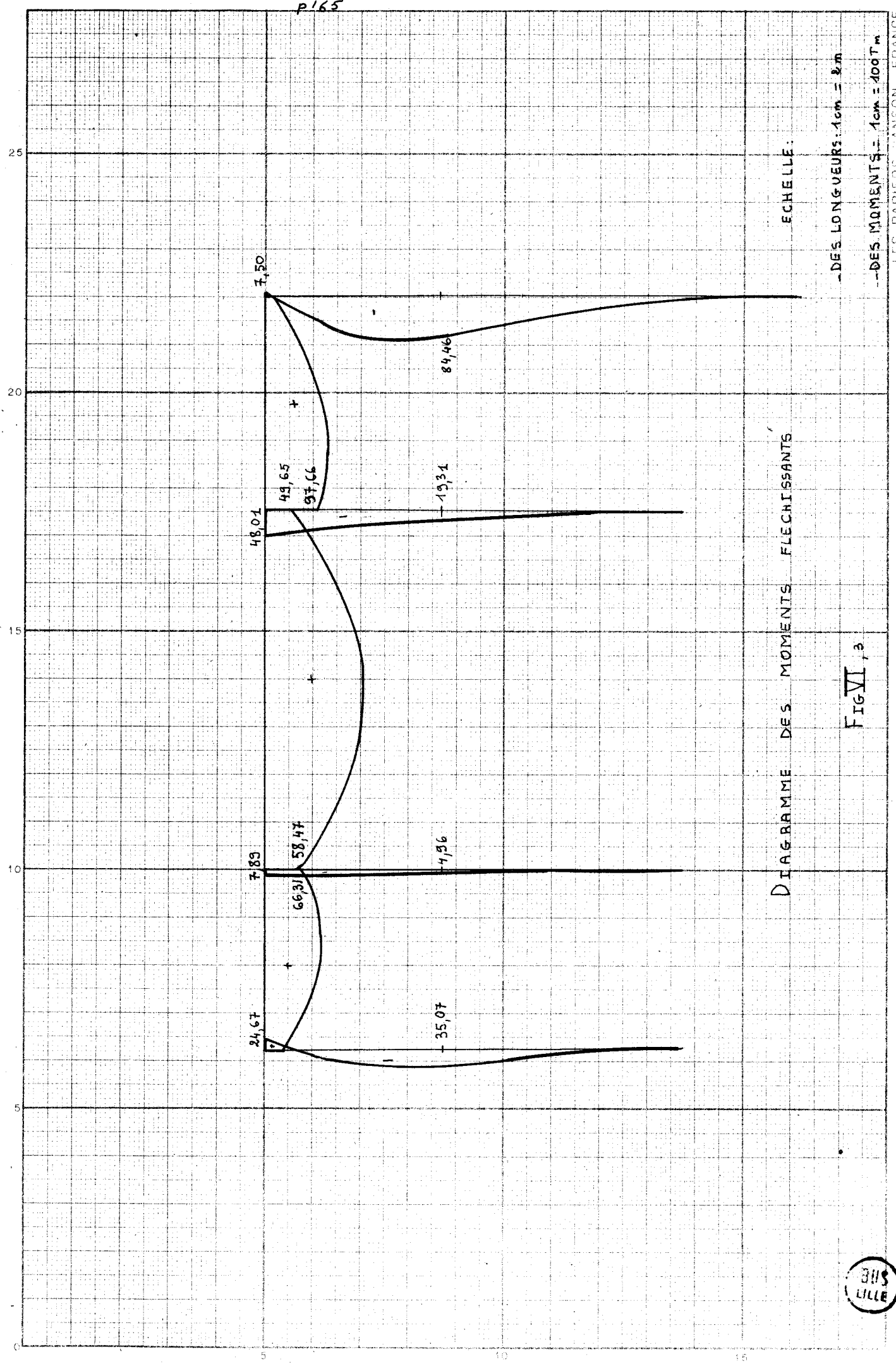


DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS

ECHELLE:

--DES LONGUEURS: 1cm = 2m

--DES MOMENTS: 1cm = 400 Tm

FIG VI, 3





A la figure VI, 4, nous avons tracé le diagramme des moments fléchissants d'après les deux méthodes sous une surcharge uniformément répartie de 4,68 T/ml représentant le poids propre de la traverse supérieure. On constate que la différence est supérieure à 30 % au milieu de la traverse supérieure et aux noeuds C et F. Notons ainsi qu'à la liaison des piedroits et des pieux la divergence entre les deux méthodes est flagrante.

A la figure VI, 5, nous avons tracé le diagramme des moments fléchissants sous le poids propre de la structure, tandis qu'à la figure VI, 6 nous l'avons tracé pour une sollicitation composée du poids propre et de la surcharge A évoquée au chapitre V et qui prend la valeur 6,31 T/ml dans le cas de la structure étudiée. Les remarques précédentes sont toujours valables dans ces deux cas.

Quant à la figure VI, 7, les sollicitations appliquées sont le poids propre et une surcharge uniformément répartie sur 5,5 m de la traverse supérieure. Une remarque supplémentaire s'impose dans ce cas : la méthode de dissociation de la structure nous fournit des valeurs identiques des moments pour les noeuds C et F tandis que la méthode proposée nous donne des valeurs différentes pour les moments dans ces noeuds et ceci à cause de la dissymétrie des surcharges.

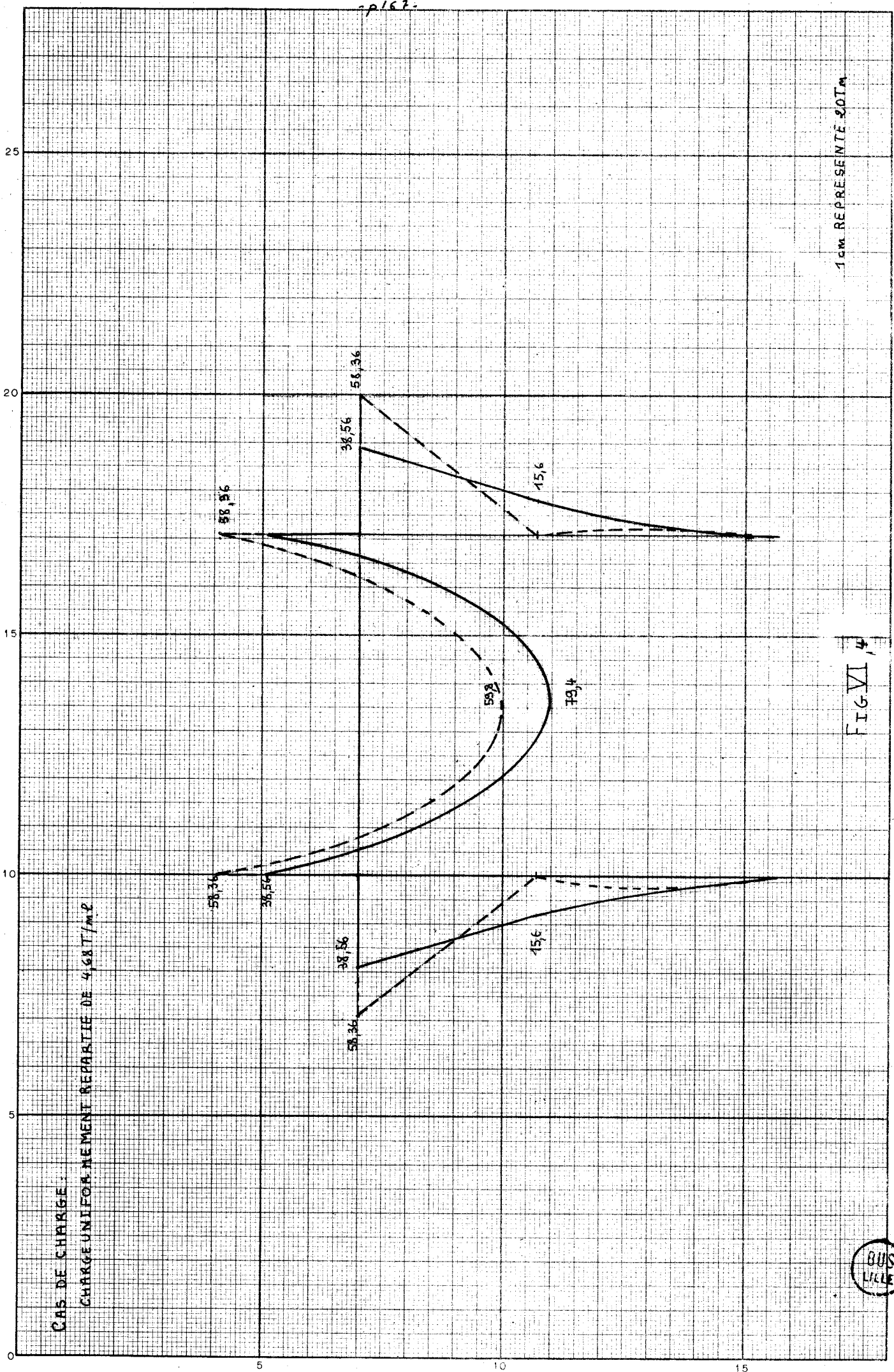
Pour montrer l'influence de la méconnaissance des caractéristiques du sol, nous avons tracé à la figure VI, 8 le diagramme des moments fléchissants en retenant dans les calculs  $K = 10 \text{ T/m}^2$  pour le premier cas et  $K = 5 \text{ T/m}^2$  pour le second cas. On constate que les moments fléchissants aux noeuds C et F changent de signe d'un cas à l'autre, et que le moment au milieu de la traverse supérieure varie de 15 %.

Si la valeur du module de Young du béton n'influence pas les valeurs des moments dans la structure dans la méthode classique, il n'en est pas de même pour la méthode proposée et ceci à cause de l'interaction entre la déformabilité de la structure et la réaction du sol.

On a tracé à la figure VI, 9 le diagramme des moments fléchissants en prenant en compte pour le premier cas un module instantané du béton et un module différé pour le second.

Enfin, la figure VI, 10 montre l'influence des diamètres des pieux. Le calcul a été effectué pour 3 cas où les diamètres des pieux prennent respectivement les valeurs 60 et 80 et 100 cm. La différence entre les diagrammes des moments fléchissants nous prouve que le calcul de la structure sans connaître parfaitement les caractéristiques de l'infrastructure est un calcul erroné.

-P.162-



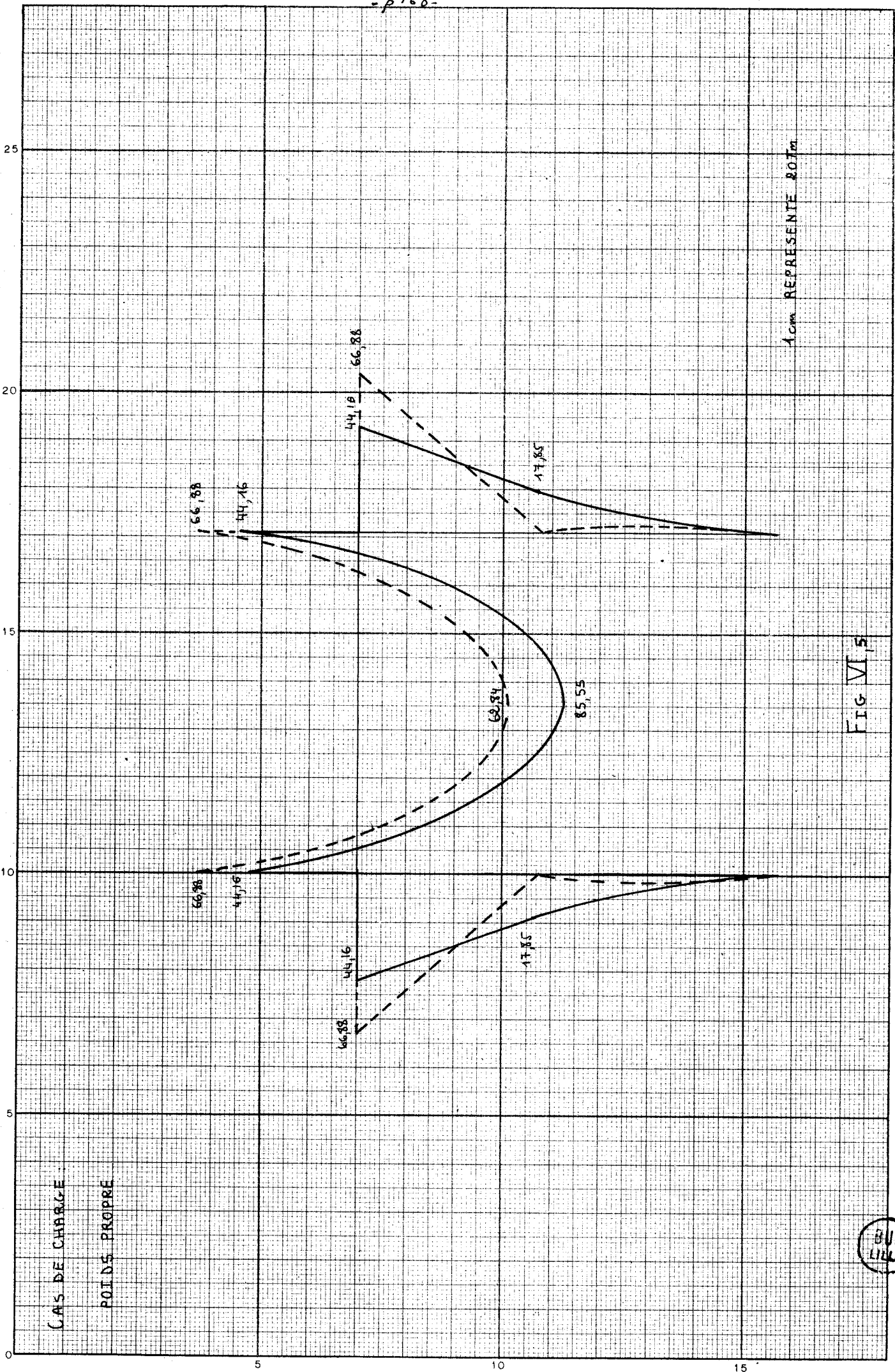
CAS DE CHARGE.

CHARGE UNIFORMEMENT REPARTIE DE 4,68 T/m.l

FIG. VI

1 cm REPRESENTE 20 Tm





1.0m REPRESENTE 207m

FIG VI,5

CAS DE CHARGE  
POIDS PROPRE



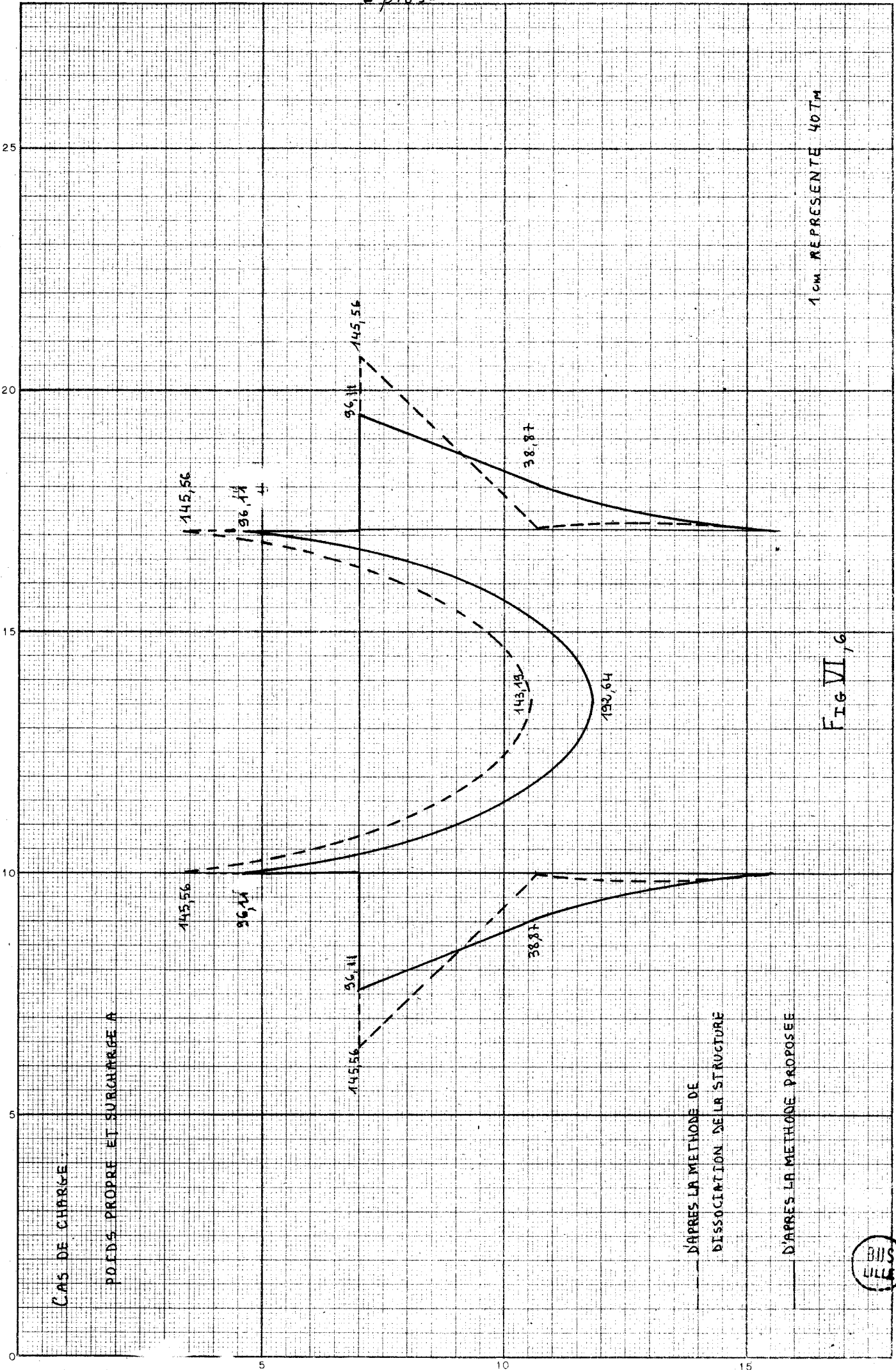


Fig VI, 6

1 cm. REPRESENTE 40 TM

CAS DE CHARGE

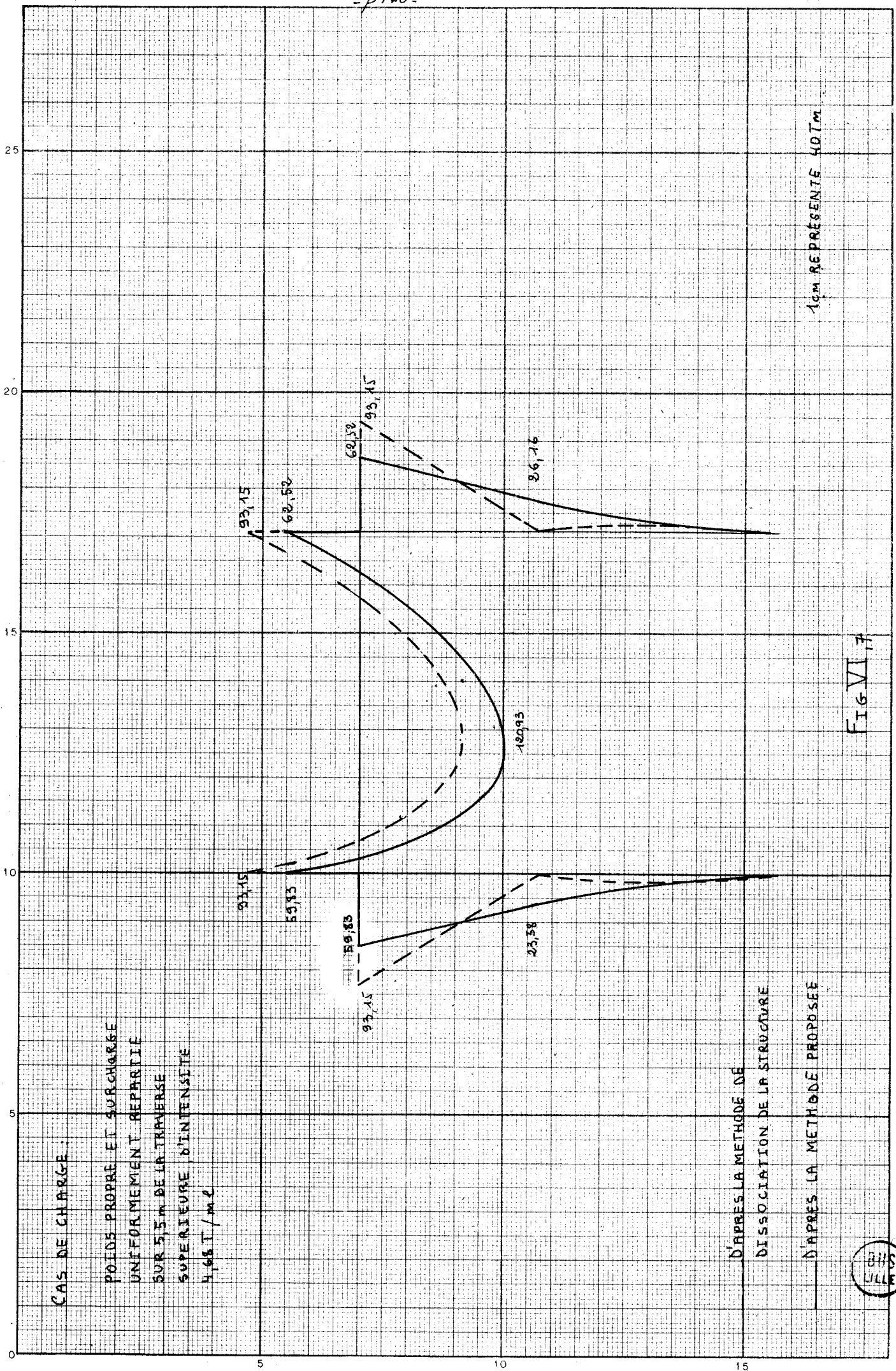
POIDS PROPRE ET SURCHARGE A

D'APRES LA METHODE DE

DISSOCIATION DE LA STRUCTURE

D'APRES LA METHODE PROPOSEE





CAS DE CHARGE

POIDS PROPRIÉ ET SURCHARGE  
 UNIFORMEMENT RÉPARTIE  
 SUR 5,5 m DE LA TRAVERSE  
 SUPÉRIEURE D'INTENSITÉ  
 4,68 T/m<sup>2</sup>

— D'APRÈS LA MÉTHODE DE  
 DISSOCIATION DE LA STRUCTURE  
 — D'APRÈS LA MÉTHODE PROPOSÉE

FIG VI, 7

1cm REPRÉSENTE 40Tm



En conclusion à ce chapitre, nous estimons que le calcul d'une structure en contact avec le sol ne peut être valable que si les conditions de déformabilité du sol sont prises en compte car ces derniers sont à la fois cause et effet des efforts et des déformations de la structure.

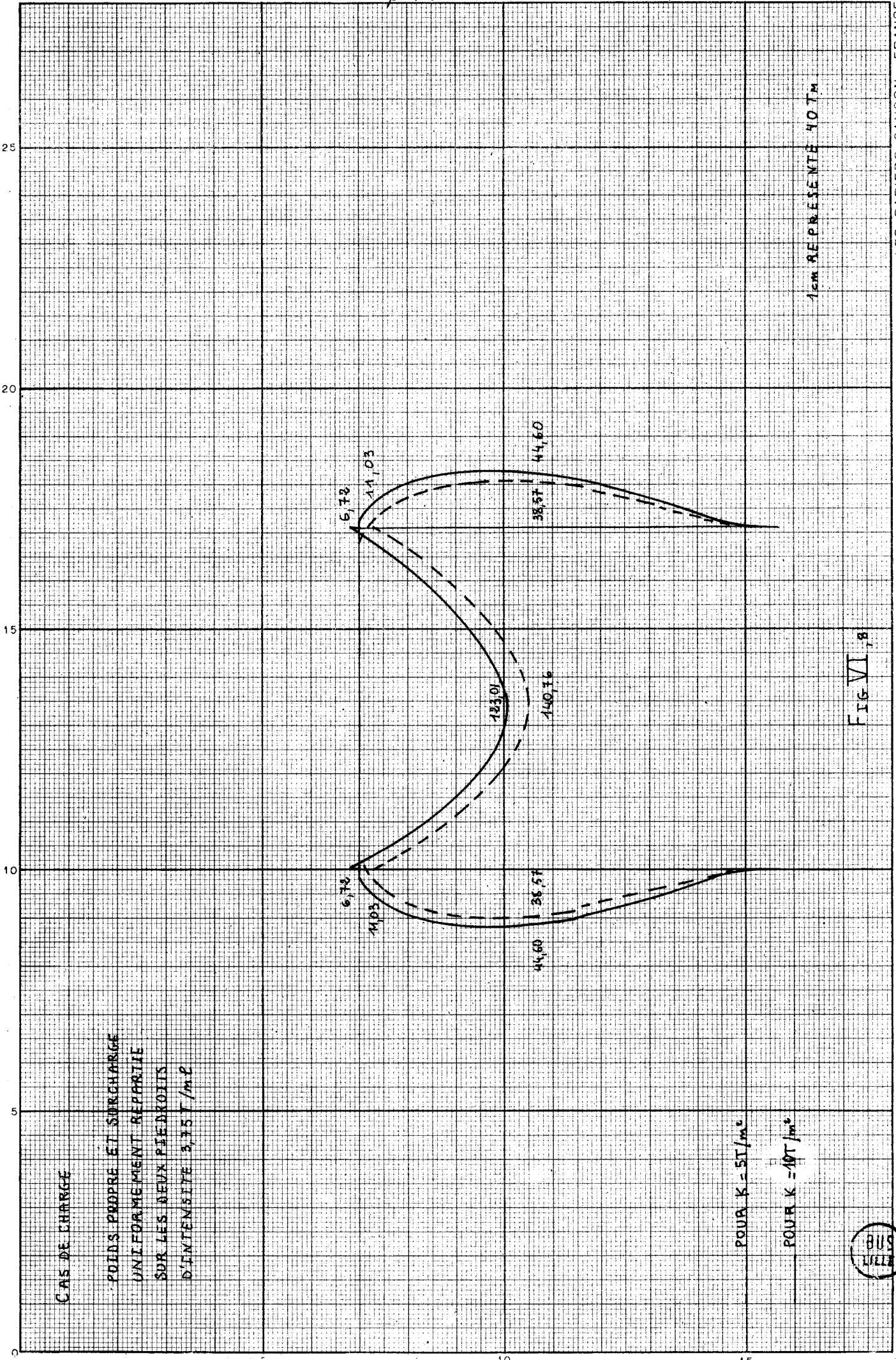
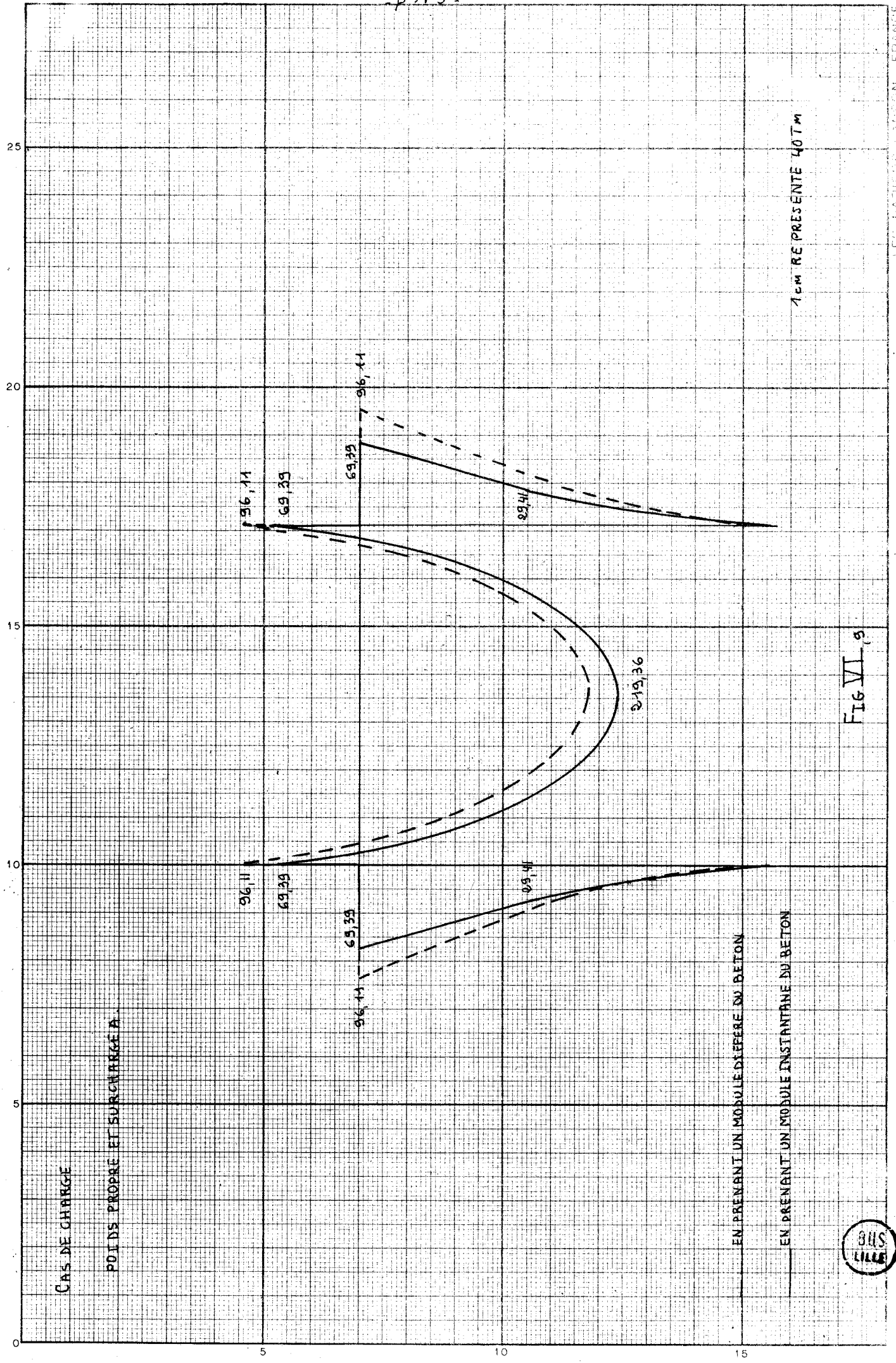


FIG VI 8

1 cm REPRESENTE 40 Tm





CAS DE CHARGE

POIDS PROPRE ET SURCHARGE A.

EN PRENANT UN MODULE DIFFERE DU BETON

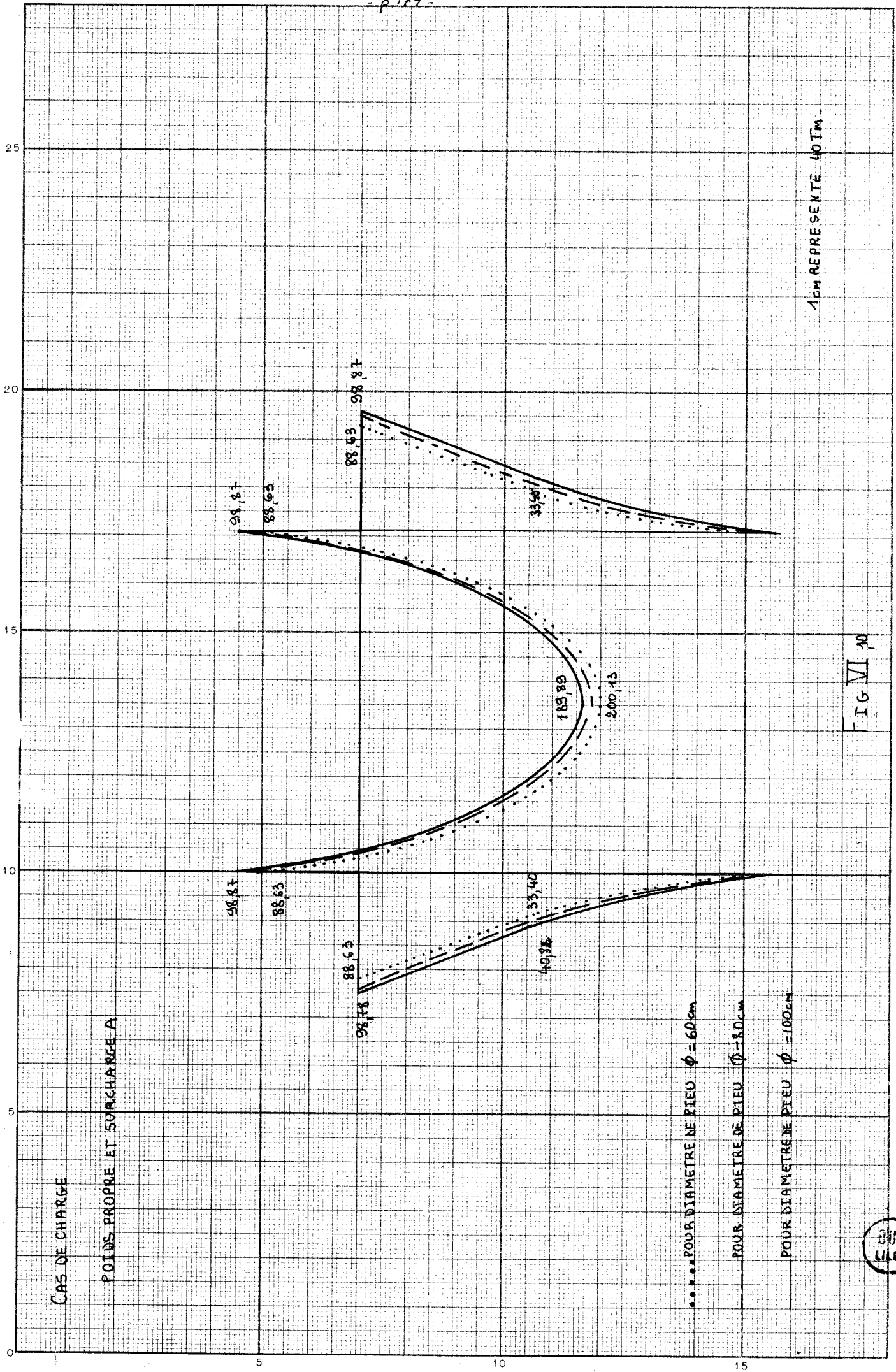
EN PRENANT UN MODULE INSTANTANE DU BETON

1cm RE PRESENTE 40Tm



Fig VI - 9





CAS DE CHARGE

POIDS PROPRE ET SURCHARGE A

..... POUR DIAMETRE DE PIEU  $\phi = 60\text{cm}$

— POUR DIAMETRE DE PIEU  $\phi = 80\text{cm}$

- - - - - POUR DIAMETRE DE PIEU  $\phi = 100\text{cm}$

FIG VI 10

1cm REPRESENTE 40TM.



ANNEXE I

INFLUENCE D'UNE HETEROGENEITE  
CONTINUE DU SOL SUR LE COMPORTEMENT  
DE PIEUX SOLLICITES PAR DES EFFORTS HORIZONTALS  
ET DES MOMENTS EN TETE

---

Nous fournissons dans cette annexe un article devant paraître dans la revue Sol-Soil. Ce travail a été effectué en collaboration avec Monsieur BASSAL.

## 1 - INTRODUCTION

Les fondations, et plus particulièrement les pieux, reçoivent habituellement des charges de force composante verticale. La conception moderne des ouvrages, tant sur le plan fonctionnel que sur celui des procédés constructifs, impose cependant la prise en compte dans les calculs de dimensionnement d'efforts horizontaux et de moments en tête des pieux qui, loin d'être négligeables vis-à-vis de l'effort axial, sont parfois prépondérants. Il en va ainsi des culées de pont, des murs berlinois, des ducs d'Albe, des appuis de pylônes, etc...

On sait que les méthodes de calcul les plus courantes font l'hypothèse d'un comportement élastique du sol, au moins jusqu'à un certain seuil. La détermination du diagramme des efforts tranchants et des moments fléchissants le long du pieu ainsi que de la ligne élastique - donc du diagramme des pressions appliquées au sol compte tenu de l'hypothèse de WINCKLER - est particulièrement simple dans le cas d'un pieu élancé flexible fiché en terrain homogène car on dispose là de solutions analytiques. Le cas des pieux courts semi-flexibles ou raides peut être traité à l'aide de méthodes analogues à celle de BLEICH ou à partir de considérations relevant de la statique.

Si l'hypothèse d'un comportement linéairement élastique du sol peut être acceptée en première approximation dans la mesure où les déplacements restent faibles, celle de l'uniformité des caractéristiques mécaniques avec la profondeur est démentie par l'expérience quotidienne. Les mesures de modules pressiométriques, par exemple, montrent de façon courante une croissance continue de cette grandeur avec la profondeur dans des formations décrites comme "homogènes", c'est-à-dire dont la nature pétrographique reste constante.

C'est ce dernier point qui a été examiné ici. Nous avons voulu estimer l'erreur commise lorsque le module de réaction variant continuellement avec la profondeur on en prend la valeur moyenne comme base de calcul, et ceci pour différentes longueurs de pieux dans une gamme de grande amplitude.

Nous avons étudié le comportement d'un pieu en béton armé, de section circulaire, dans les conditions suivantes :

- module du béton :  $10^{10}$  Pa
- diamètre : 100 cm
- longueur : 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 et 15 m
- module de réaction du sol : variable suivant une loi qui sera décrite plus loin mais de valeur moyenne sur la hauteur du pieu égale à  $1.10^7$  N/m<sup>3</sup> ou  $5.10^7$  N/m<sup>3</sup>
- effort horizontal en tête :  $10^3$  daN
- moment en tête :  $10^3$  m.daN

...

## 2 - METHODE MISE EN OEUVRE - MODE DE CALCUL

Nous avons adopté la méthode des matrices de transfert. La hauteur des tronçons a été prise égale au centième de celle des pieux, ce qui conduit à une valeur maximale de 15 centimètres bien inférieure à celle qui est nécessaire à la précision de la méthode, ce qui du reste a été vérifié, la réduction de hauteur des tronçons effectués dans quelques exemples n'ayant pas modifié les résultats de façon significative.

Nous avons utilisé uniquement dans le cas particulier de la phase élastique un programme qui nous permet habituellement le calcul des pieux de flexibilité quelconque en milieu élasto-plastique à hétérogénéité discontinue.

Les calculs ont été réalisés sur l'ordinateur I.B.M. 1130 de l'Ecole des Mines de Douai avec visualisation des résultats sur table traçante BENSON 230.

Le temps calcul pour un cas est de l'ordre de deux minutes ainsi que le temps de traçage.

L'étude a nécessité le passage de 200 cas environ.

## 3 - CHOIX DES CARACTERISTIQUES DU SOL

Nous avons adopté une loi de variation du module de réaction en fonction de la profondeur de la forme :

$$k(z) = k(1) \cdot z^C$$

car elle correspond bien aux variations du module pressiométrique standard qui sont ordinairement observées.

Par ailleurs, au stade pratique la détermination de  $k(1)$  et de  $C$  à partir de résultats d'essais se révèle extrêmement commode puisqu'elle se ramène à la recherche des éléments d'une droite de régression en coordonnées bilogarithmiques.

...

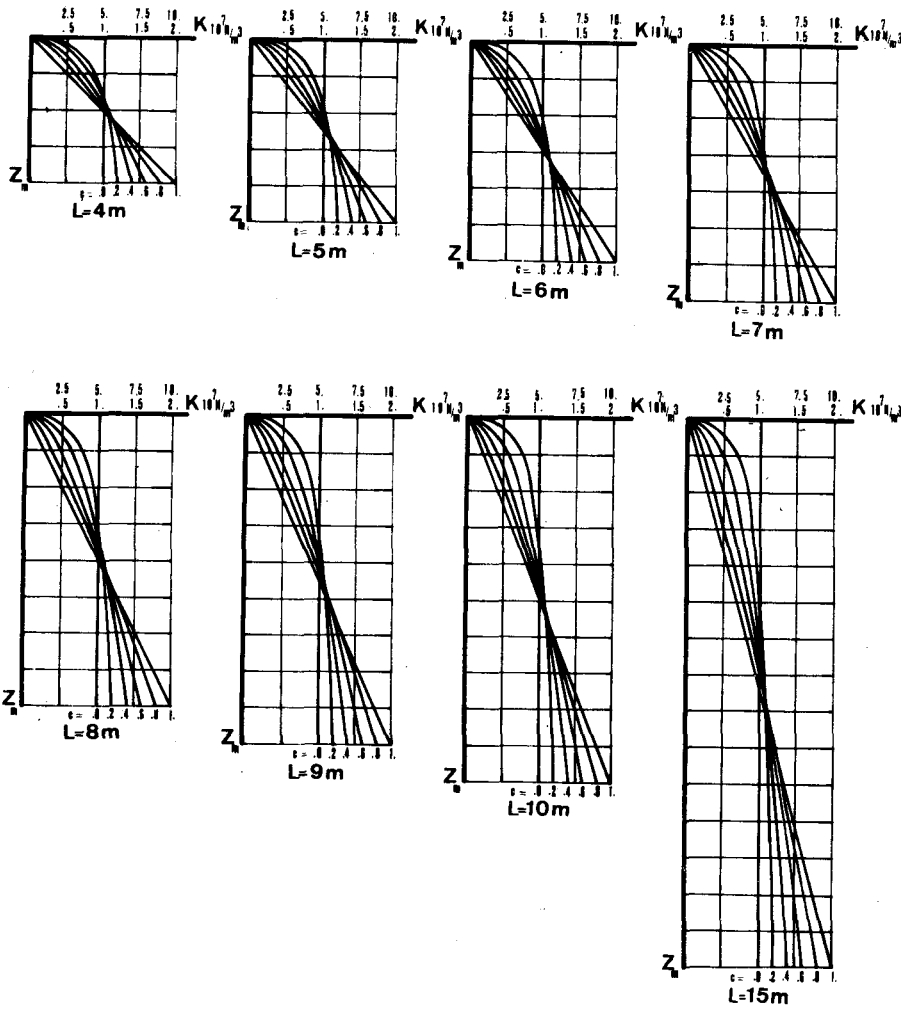


Fig.1

Nous avons choisi de faire varier  $C$  entre  $C$  et 1 par pas de 0,2 en nous fixant une valeur moyenne de  $k(z)$  entre la surface et la pointe de chaque pieu égale à  $10^7$  ou  $5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$  ; le cas particulier  $C = 0$  correspond à un sol homogène sur le plan mécanique.

On trouvera à la figure 1 les courbes  $k(z)$  en fonction du paramètre  $C$  pour chacune des longueurs de pieux étudiés.

#### 4 - RESULTATS

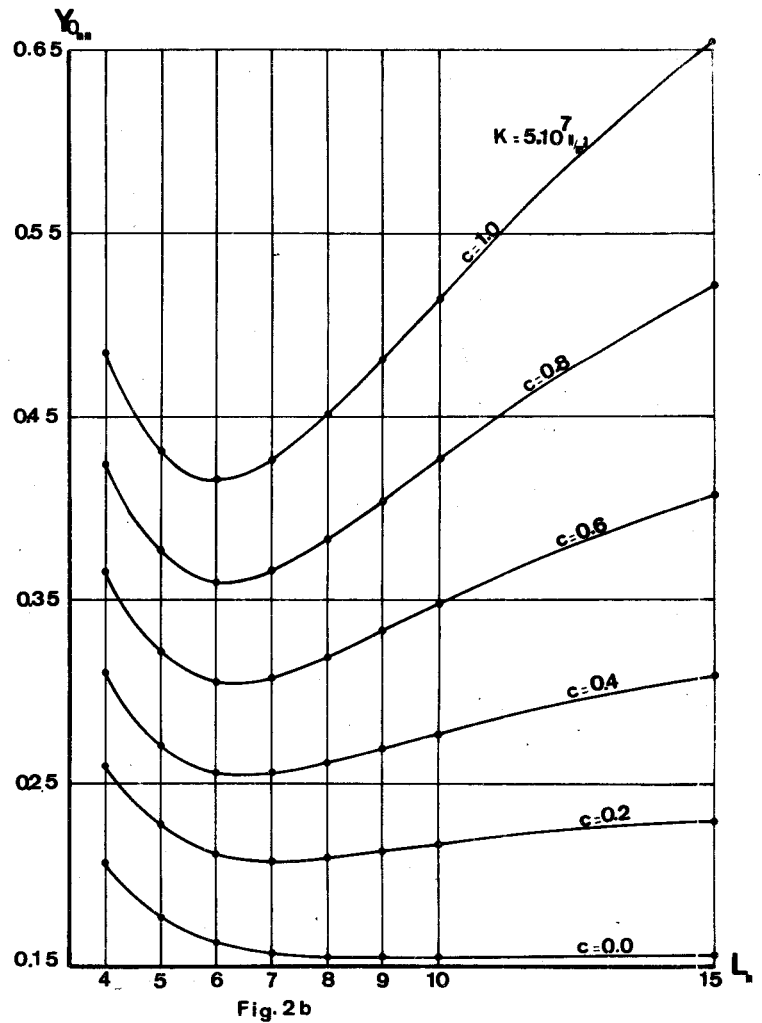
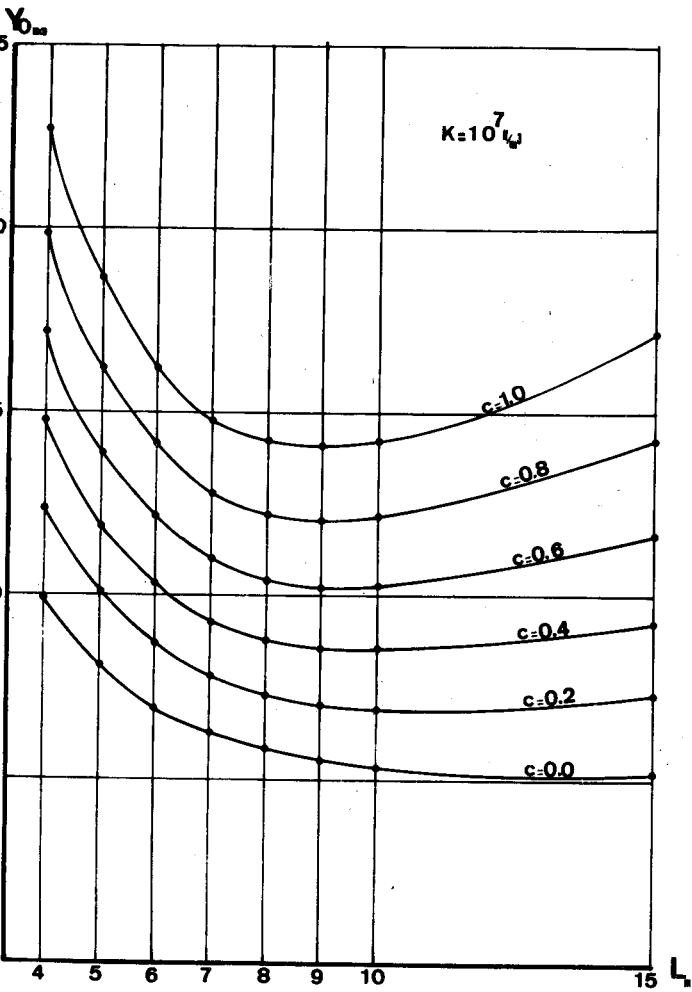
##### 4.1. - Action d'un effort tranchant pur appliqué en tête du pieu

##### 4.1.1. - Déplacement en tête

Les figures 2a et 2b représentent, pour un module de réaction moyen respectivement de  $10^7$  et de  $5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$  les variations du déplacement en tête en mm en fonction de la longueur du pieu en m, les courbes étant paramétrées en  $C$ .

On constate que ces courbes présentent un minimum qui traduit le compromis entre le déplacement résultant du renversement d'un pieu court rigide et celui qui représente l'intégration des déformations d'un pieu long flexible. Ce phénomène est mieux marqué pour les fortes valeurs de  $C$ , celles qui traduisent le plus grand contraste entre les caractéristiques mécaniques en surface et en profondeur.

L'interprétation de ces courbes à  $L$  constant en étudiant les variations de  $y_o$  en fonction de  $C$  conduit à des remarques intéressantes.



Le déplacement horizontal  $y_o$  est considérablement affecté par les variations de  $C$ , et ceci suivant une loi croissante quasi linéaire.

On peut alors assimiler l'influence du paramètre  $C$  au rapport

$$\frac{(y_o)_C = 1}{(y_o)_C = 0}$$

dont les valeurs sont portées dans le



tableau ci-dessous :

	Longueur du pieu							
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	15 m
$k = 10^7 \text{ N/m}^3$	2,30	2,32	2,35	2,40	2,46	2,56	2,68	3,30
$k = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$	2,23	2,43	2,55	2,71	2,91	3,13	3,32	4,24

L'incidence de C apparaît donc plus forte pour le sol où  $k = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$  que pour celui où  $k = 10^7 \text{ N/m}^3$ , et ceci est plus vrai pour les pieux longs.

Il est assez significatif de comparer les valeurs précédentes, qui reflètent l'écart résultant d'une mauvaise estimation du mode de variation de  $k(z)$ , la valeur moyenne en étant parfaitement connue, aux valeurs prises par le rapport  $\frac{(y_o)_k = 10^7}{(y_o)_k = 5 \cdot 10^7}$  qui traduit l'écart

$$\frac{(y_o)_k = 10^7}{(y_o)_k = 5 \cdot 10^7}$$

résultant d'une erreur dans la proportion de 1 à 5 sur la moyenne du module de réaction et qui sont reportées dans le tableau ci-dessous :

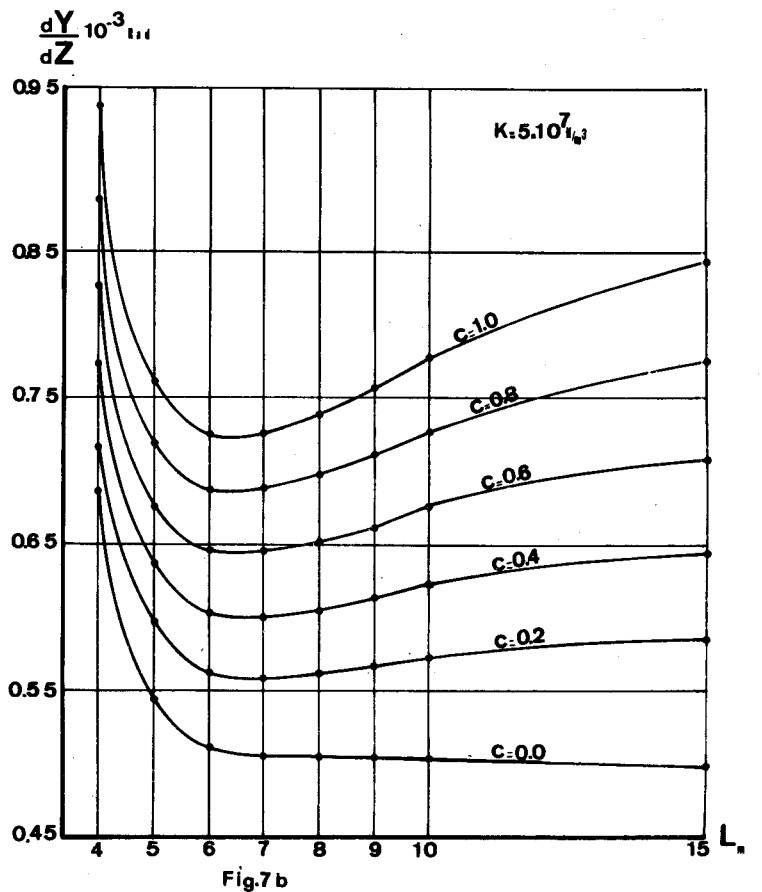
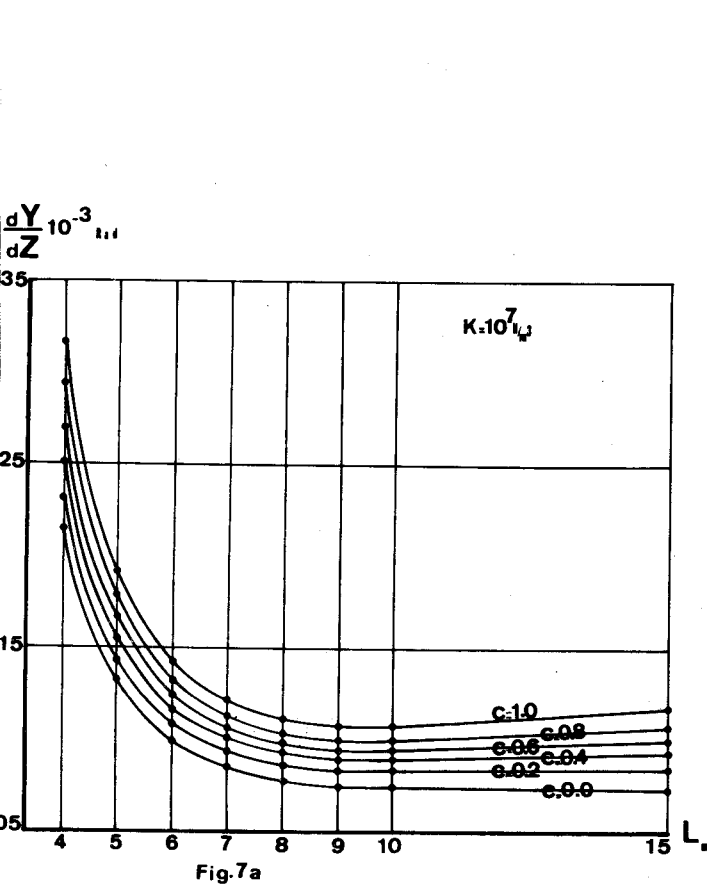
	Longueur du pieu							
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	15 m
C = 0	4,76	4,54	4,23	3,93	3,69	3,54	3,45	3,38
C = 1	4,69	4,32	3,89	3,46	3,12	2,89	2,75	2,63

Le mode de variation de  $k(z)$  entraîne donc, plus particulièrement pour les pieux les plus longs, des différences sur  $y_o$  qui sont du même ordre que celle qui résultent de la valeur moyenne de  $k$ .

4.1.2. - Rotation en tête

Les figures 3a et 3b représentent les courbes de variation de la rotation en tête  $\left(\frac{dy}{dz}\right)_0$  suivant les mêmes principes qu'au paragraphe précédent.

Les remarques concernant l'existence d'un minimum dans ces courbes restent les mêmes que celles qui ont été formulées à propos du déplacement en tête.



La rotation est également sensible aux variations de  $C_r$  à  $L$  constant, suivant une loi quasi-linéaire ; cette sensibilité est bien représentée par le rapport

$$\frac{\left(\frac{dy}{dz}\right)_0 \text{ à } C = 1}{\left(\frac{dy}{dz}\right)_0 \text{ à } C = 0}$$

Dont les valeurs sont portées dans le

...



tableau ci-dessous :

	Longueur du pieu							
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	15m
$k = 10^7 \text{ N/m}^3$	2,03	2,03	2,05	2,06	2,09	2,13	2,19	2,53
$k = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$	2,04	2,09	2,13	2,13	2,31	2,46	2,57	3,02

Les valeurs du rapport  $\frac{dy}{dz} \circ k = 10^7 \text{ N/m}^3$   
 $\frac{dy}{dz} \circ k = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$   
sont reportées dans le tableau ci-dessous :

	Longueur du pieu							
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	15 m
$C = 0$	4,26	3,70	3,09	2,61	2,44	2,34	2,30	2,28
$C = 1$	4,25	3,61	2,98	2,49	2,20	2,03	1,95	1,91

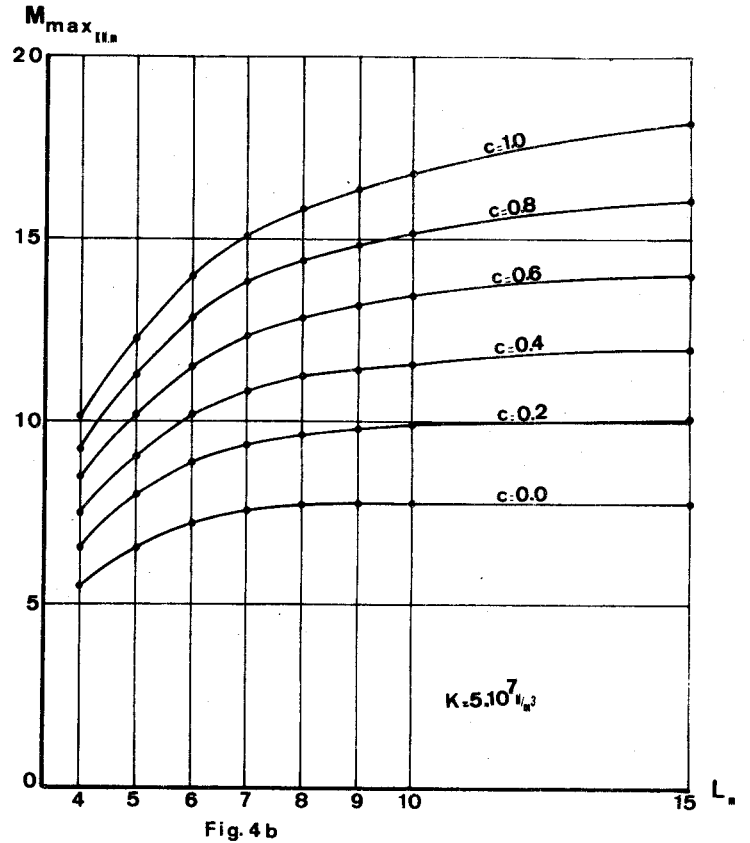
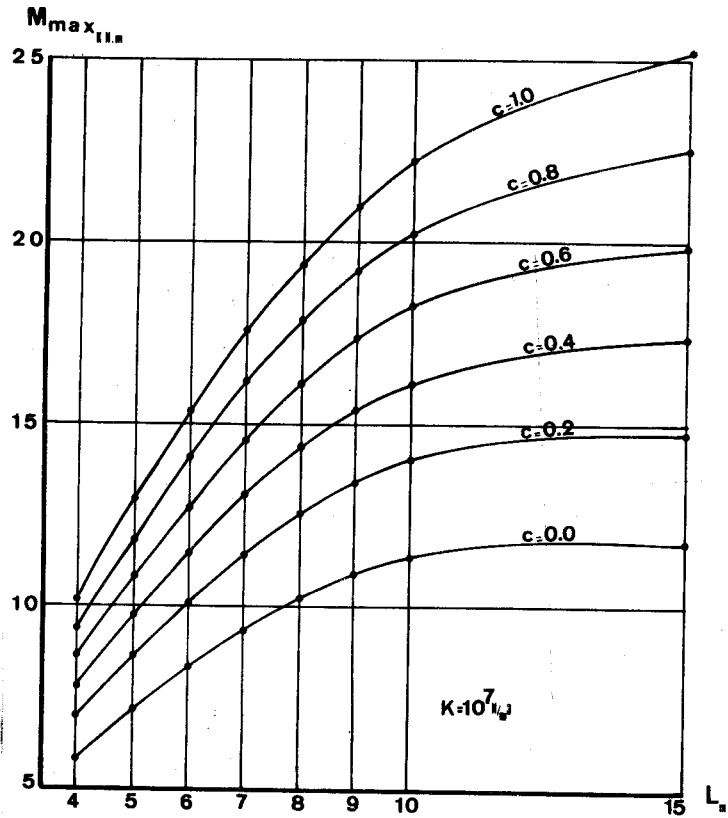
Les remarques faites pour le déplacement en tête restent donc valables pour la rotation.

#### 4.1.3. - Moment fléchissant maximal

Les figures 4a et 4b représentent les variations du moment maximal en kNm, pour un module de réaction moyen respectivement de  $10^7$  et de  $5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$ , en fonction de la longueur du pieu en m, les courbes étant paramétrées en C.

On constate que ces courbes sont toutes croissantes, avec cependant une dérivée d'autant plus forte que C est grand. Les deux courbes correspondant à  $C = 0$  présentent un palier pour des longueurs de 11 mètres et de 7,50 m qui sont effectivement égales au triple des longueurs étalon-transfert. ( $l_0 = 3,75 \text{ m}$  pour  $k = 10^7 \text{ N/m}^3$  et  $2,50 \text{ m}$  pour  $k = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$ ) ; on rejoint là une

...



hypothèse connue selon laquelle au-delà d'une certaine longueur critique, environ égale à trois fois la longueur étalon-transfert, l'amortissement sinusoïdal de tous les éléments constitutifs du vecteur état permet de considérer le pieu comme parfaitement flexible relativement au terrain dans lequel il est fiché et assimilable à un pieu infiniment long. Il est alors important de constater que ce palier est atteint pour des longueurs d'autant plus grandes que le paramètre C augmente, et ceci à module de réaction moyen constant.

Par ailleurs, l'interprétation des courbes à L constant en prenant le paramètre C comme variable montre que le moment maximal est lui aussi fortement fonction de C, et ceci suivant une loi croissante quasi-linéaire. L'influence du paramètre C est bien mise en évidence par le rapport  $\frac{(M \text{ max})_{C=1}}{(M \text{ max})_{C=0}}$  dont les valeurs sont portées

...

	Longueur du pieu							
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	15 m
$k = 10^7 \text{ N/m}^3$	1,78	1,80	1,82	1,84	1,87	1,91	1,96	2,14
$k = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$	1,82	1,86	1,91	1,98	2,05	2,11	2,17	2,35

Une variation du paramètre C de 0 à 1 induit donc pratiquement un doublement du moment fléchissant maximal.

Le tableau ci-dessous contient la valeur du rapport  $\frac{(M \text{ max})_{k = 10^7 \text{ N/m}^3}}{(M \text{ max})_{k = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3}}$

	Longueur du pieu							
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	15 m
C = 0	1,03	1,08	1,15	1,24	1,33	1,41	1,46	1,51
C = 1	1,02	1,05	1,09	1,15	1,22	1,28	1,32	1,38

Il est important de noter que le moment maximal est nettement plus sensible à la façon dont k (z) varie, à module moyen constant, qu'à la valeur même de ce module moyen.

Nous avons appelé z max la profondeur du point où se développe le moment fléchissant maximal et z<sub>1</sub> celle du point où le moment fléchissant résiduel est égal à la moitié du moment maximal.

Les figures 5a et 5b représentent les courbes de variation des quantités  $\frac{z \text{ max}}{L}$  et  $\frac{z_1}{L}$  en fonction de la longueur du pieu en m. Les faisceaux de courbes supérieurs correspondent à  $\frac{z \text{ max}}{L}$ . Ces graphiques révèlent le peu d'incidence des variations de C sur l'allure de la distribution des moments fléchissants le long des pieux.

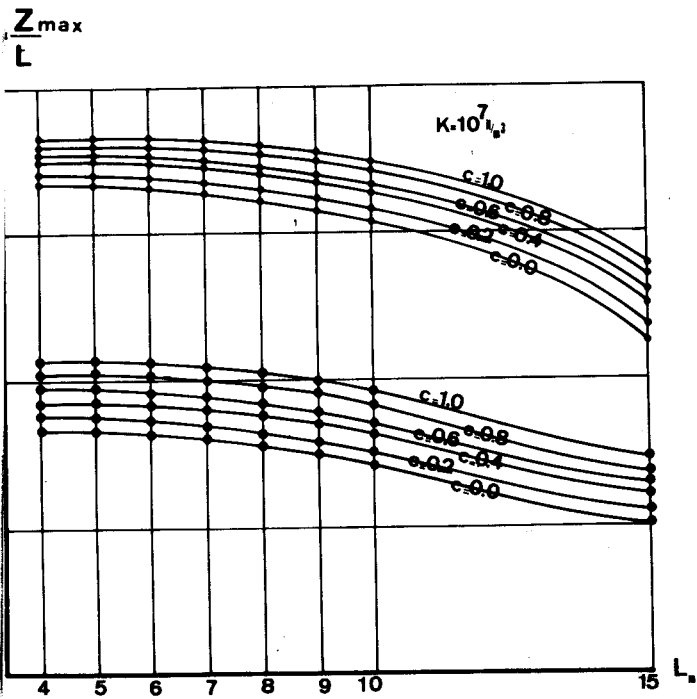


Fig. 5a

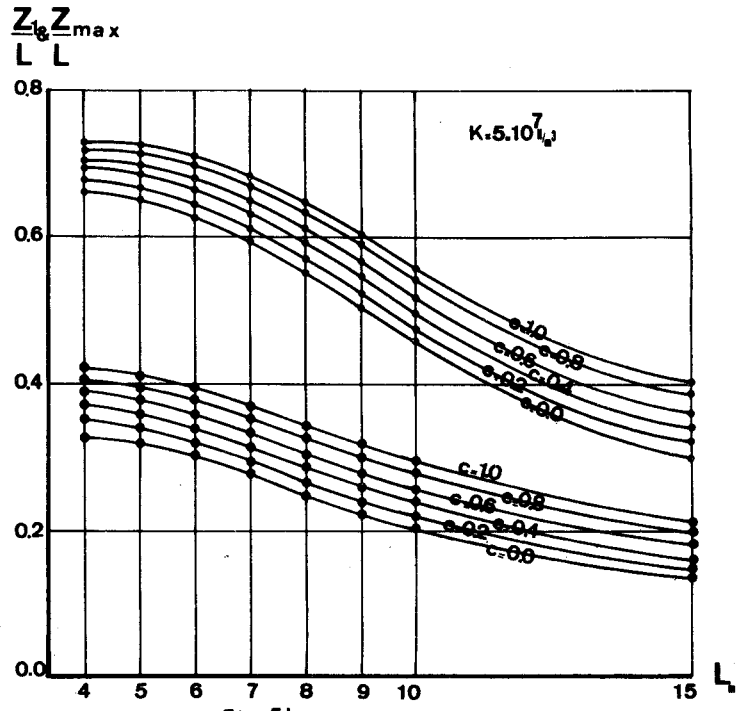


Fig. 5b

4.2. - Action d'un moment fléchissant pur appliqué en tête du pieu

4.2.1. - Déplacement en tête

Les figures 6a et 6b représentent, pour chacun des deux modules de réaction moyens de  $10^7$  et de  $5 \cdot 10^7$  N/m<sup>3</sup> les variations du déplacement en tête en mm en fonction de la longueur en m et du paramètre C.

Les observations à faire rejoignent celles qui ont fait l'objet du paragraphe 4.1.1. en ce qui concerne l'existence d'un minimum dans les courbes.

Là encore l'exploitation de ces graphiques à L constant en fonction de C montre que  $y_0$  est une fonction quasi-linéaire croissante de C dont la rapidité d'accroissement peut être décrit par la quantité  $\frac{(y_0)_{C=1}}{(y_0)_{C=0}}$  dont on trouvera les valeurs dans le tableau ci-après :

...

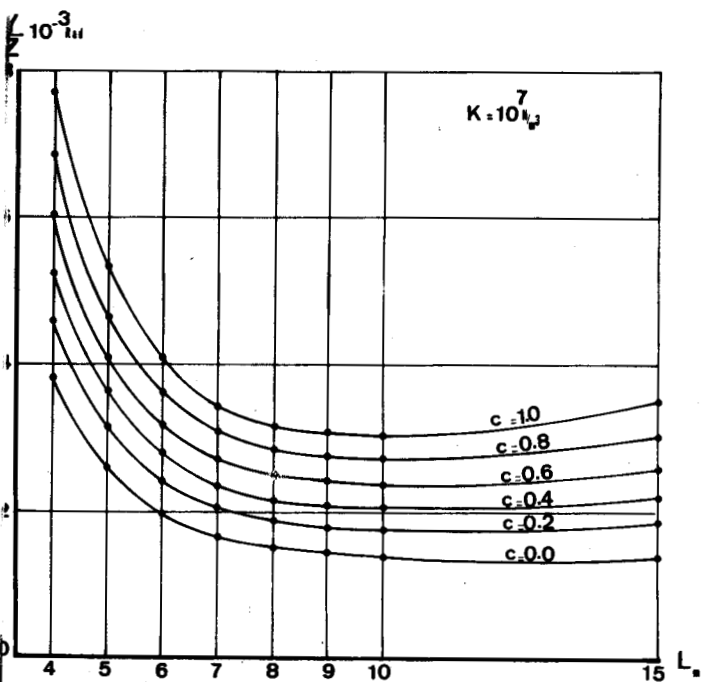


Fig. 3a

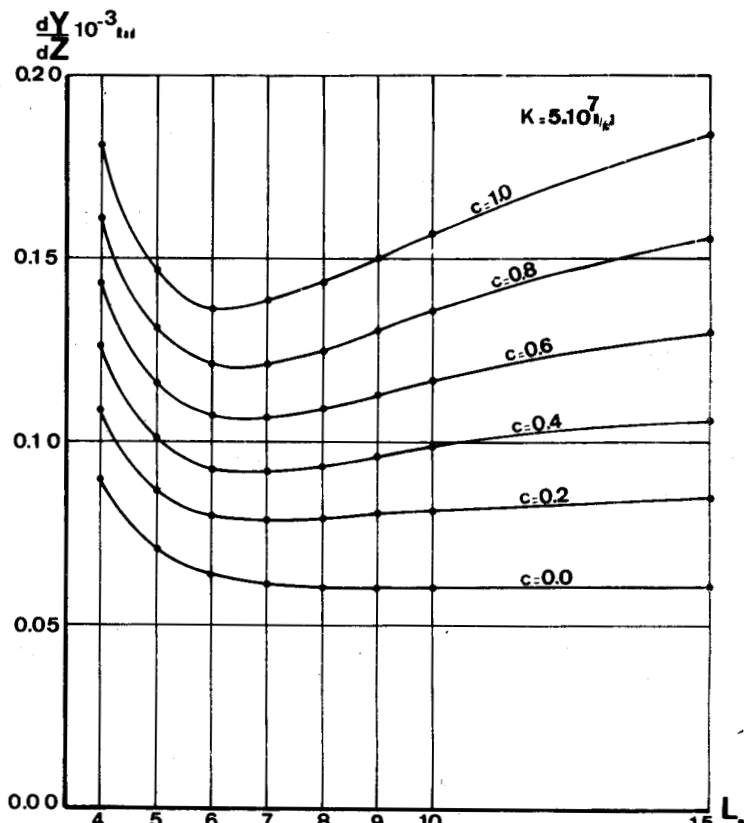


Fig. 3b

	Longueur du pieu							
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	15m
$k = 10^7 \text{ N/m}^3$	2,03	2,03	2,04	2,05	2,07	2,13	2,18	2,52
$k = 5.10^7 \text{ N/m}^3$	2,04	2,08	2,12	2,21	2,32	2,43	2,55	3,01

Ces chiffres sont à comparer au rapport  
 $\frac{(y_0)_{k=10^7}}{(y_0)_{k=5.10^7}}$  dont les valeurs sont portées dans le tableau ci-dessous :

	Longueur du pieu							
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	15 m
$c = 0$	4,28	3,70	3,09	2,68	2,44	2,32	2,28	2,26
$c = 1$	4,25	3,61	2,98	2,50	2,20	2,03	1,95	1,90



On constate encore que le mode de variation de  $k(z)$  importe plus sur les valeurs atteintes par le déplacement en tête que la valeur moyenne elle-même.

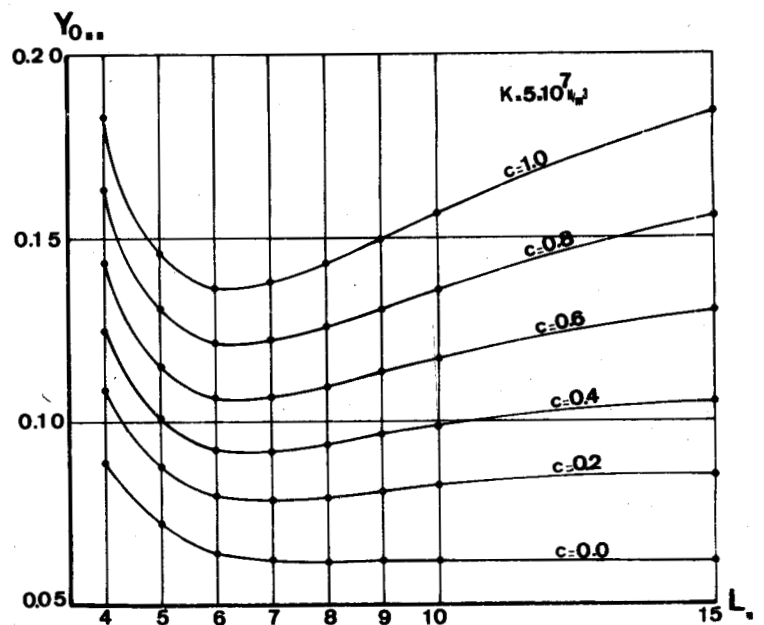
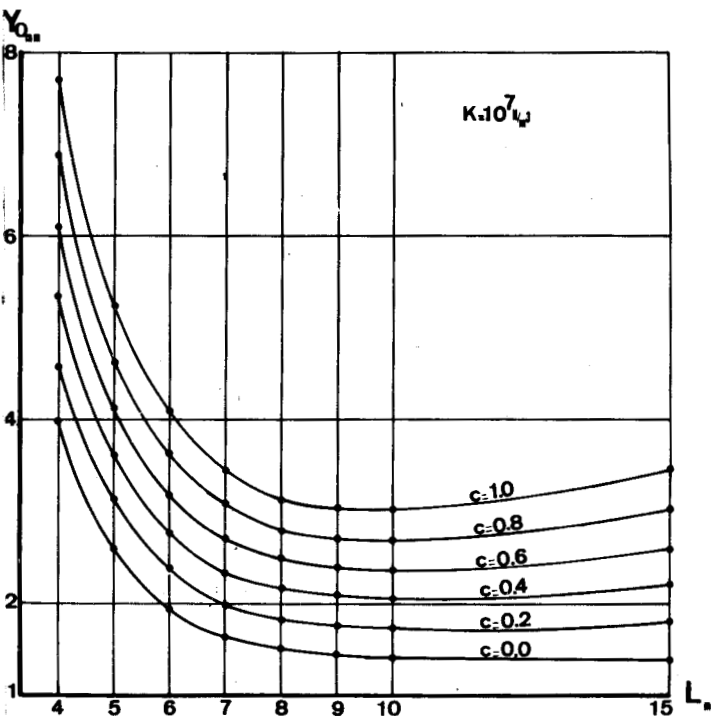
4.2.2. - Rotation en tête

Les figures 7a et 7b donnent les variations de la rotation en tête en fonction de la longueur des pieux et du paramètre C.

A L constant  $\left(\frac{dy}{dz}\right)_0$  varie quasi-linéairement avec les valeurs du rapport

$$\frac{\left(\frac{dy}{dz}\right)_0 \quad C = 1}{\left(\frac{dy}{dz}\right)_0 \quad C = 0}$$

sont portées dans le tableau ci-dessous :



	Longueur du pieu							
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	15m
$k = 10^7 \text{ N/m}^3$	1,48	1,47	1,44	1,42	1,41	1,42	1,42	1,41
$k = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$	1,46	1,41	1,41	1,44	1,47	1,52	1,55	1,69

La comparaison de ces chiffres avec les valeurs du rapport  $\frac{dy}{dz}$

o  $k = 10^7 \text{ N/m}^3$  qui sont reportées dans le tableau ci-dessous

o  $k = 5 \cdot 10^7 \text{ N/m}^3$

montre une fois de plus que la rotation en tête, comme toutes les grandeurs vues jusqu'ici, est, spécialement pour les pieux longs, autant fonction de la façon dont  $k(z)$  varie que de la valeur moyenne  $k$  le long du pieu.

	Longueur du pieu							
	4 m	5 m	6 m	7 m	8 m	9 m	10 m	15 m
$C = 0$	3,22	2,40	1,92	1,66	1,57	1,50	1,49	1,50
$C = 1$	3,34	2,50	1,95	1,64	1,49	1,42	1,39	1,26

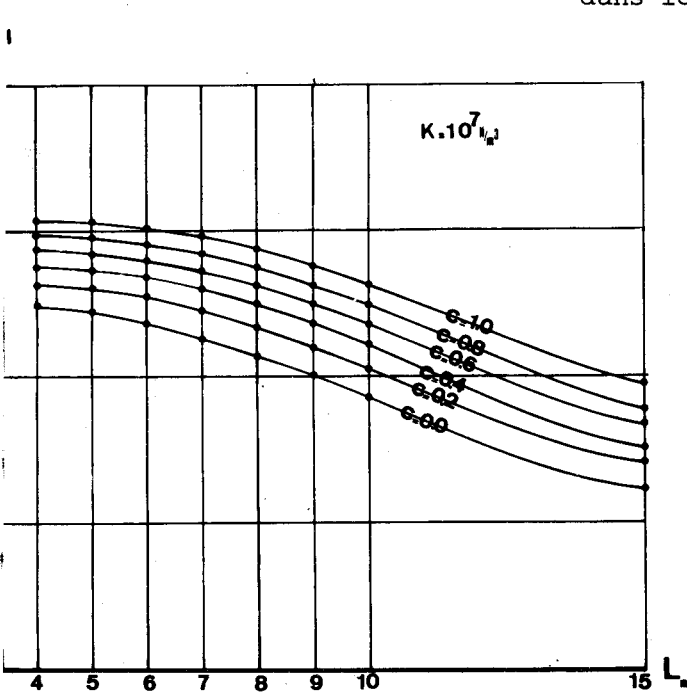
#### 4.2.3. - Distribution du moment fléchissant

Le moment fléchissant maximal se développe bien entendu en tête du pieu ; il apparaît cependant intéressant de juger de la distribution des moments fléchissants, par exemple en étudiant les variations de profondeur du point où subsiste un moment fléchissant égal à la moitié de celui qui est appliqué en tête du pieu.

...

Ainsi les figures 8a et 8b représentent les variations de  $\frac{z_1}{L}$  ( $z_1$  est la profondeur du point décrit L plus haut) en fonction de la longueur en m et paramètres en C.

Tout comme dans le cas de l'application d'un effort tranchant pur, la distribution des moments est peu affectée pour les variations de C ; il est toutefois à noter qu'elle l'est encore moins par des écarts dans le rapport de 1 à 5 du module moyen.



5 - CONCLUSIONS

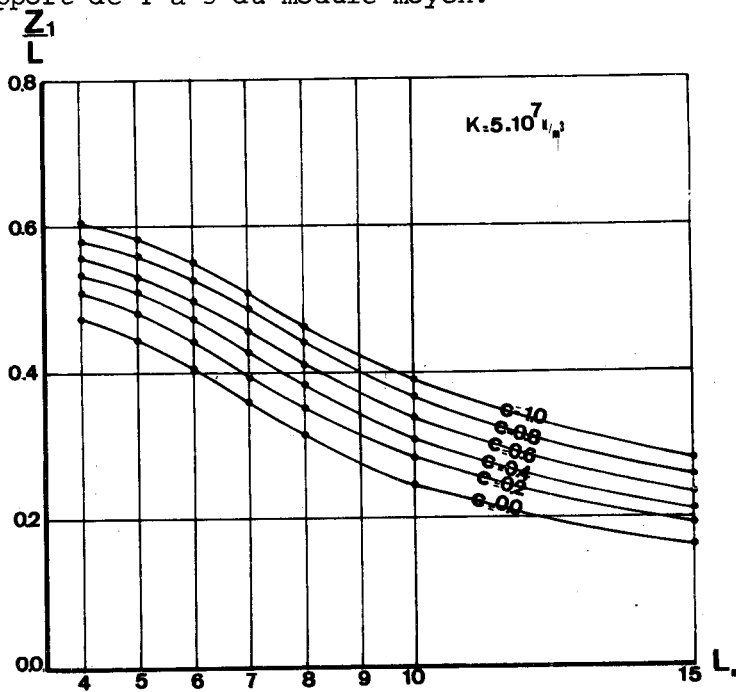


Fig.8b

L'ingénieur-conseil ou le bureau d'études confronté à un problème de fondation profonde sollicitée par un effort horizontal ou un moment en tête doit faire un certain nombre de choix :

- choix de la méthode générale de calcul, à la rupture ou en déformation; le calcul en déformation est dans la plupart des cas mieux adapté ;
- choix d'un modèle de comportement mécanique du sol ; le modèle élasto-plastique est le plus fréquemment utilisé, la phase élastique étant caractérisée par un module de réaction et la limite élastique par un seuil de déplacement ou de contrainte à l'interface sol-pieu ; le module de réaction n'est pas un paramètre intrinsèque du sol puisqu'il dépend des dimensions du pieu, difficulté mineure, mais également comme certains l'ont montré, des déplacements ; il est cependant relativement aisé de lever cette dernière difficulté en prenant en compte une phase élastique non-linéaire ;

...



- choix d'une instrumentation pour la mesure des caractéristiques de comportement du sol ; l'essai pressiométrique, par l'analogie qu'offre le processus même de l'essai avec le phénomène réel, par la possibilité qu'il donne de mesurer à tout niveau à la fois un module et l'étendue de la phase élastique, apporte une solution satisfaisante, bien que les problèmes de similitude restent entiers ;
- choix d'une schématisation de l'hétérogénéité verticale ; ce choix n'est pas à faire lorsqu'on utilise des moyens de calcul puissants ;
- choix d'un instrument de calcul, ordinateur, calculatrice programmable ou encore le calcul manuel lorsqu'il existe des méthodes approchées adaptées.

Dans le cas où le calculateur ne dispose pas de moyens de calcul importants, il doit se livrer à un certain nombre de simplifications dans les hypothèses, il est en particulier amené d'une part à ne considérer la plasticité du sol que comme critère de validité à posteriori de son calcul et d'autre part à homogénéiser le sol quant à son comportement mécanique.

Un premier écueil se présente lorsqu'il s'agit de ranger le pieu dans une catégorie de flexibilité. Il est effectivement apparu que pour  $C = 0$  (sol homogène) les différentes grandeurs étudiées deviennent stationnaires dès que la longueur du pieu atteint  $3 \times l_0$ ,  $l_0$  étant la longueur étalon-transfert, le pieu pouvant alors être considéré comme parfaitement flexible ; il n'en est plus du tout de même lorsque  $C$  est différent de zéro car pour les mêmes longueurs le pieu manifeste un comportement beaucoup plus raide, l'erreur d'estimation de la flexibilité du pieu pouvant avoir des conséquences importantes dans la mesure où il existe des méthodes spécifiques aux pieux flexibles.

Par ailleurs, l'écart sur les grandeurs les plus intéressantes, (déplacement et rotation en tête, moment fléchissant maximal) est important puisqu'il est en moyenne du simple au double dans le sens d'une sous-estimation lorsque  $C$  varie de 0 à 1 ; il est à noter que cet écart est d'autant plus fort que le pieu est plus long alors que c'est justement dans ce cas où la variation de  $k(z)$  par mètre de profondeur est la plus modérée et où donc on se sent le plus autorisé à utiliser la valeur moyenne de  $k(z)$ . On a vu que l'erreur ainsi commise est du même ordre que celle qui résulte d'une incertitude sur  $k$  dans le rapport de 1 à 5. Cette dernière constatation est propre au choix particulier des valeurs numériques qui a été fait, il n'en reste pas moins qu'il n'est pas utile d'essayer de cerner avec précision la valeur de  $k$  si l'on n'a pas la possibilité de prendre en considération dans les calculs la variation  $k(z)$ .

Enfin, on a remarqué que l'allure de la distribution du moment fléchissant, et plus précisément la cote du point de moment maximal semble peu affectée par l'hétérogénéité.

NOMENCLATURE

$k(z)$	valeur du module de réaction du sol fonction de la profondeur
$k(1)$	valeur du module de réaction à une profondeur de 1 m
$z$	profondeur d'un point quelconque du pieu
$C$	indice exprimant la façon dont le module de réaction varie avec la profondeur
$k = \frac{0 \int_0^L k(z) dz}{L}$	valeur moyenne du module de réaction
$L$	longueur du pieu
$y_0$	déplacement en tête
$\left(\frac{dy}{dz}\right)_0$	rotation en tête
$M_{\max}$	moment fléchissant maximal
$z_1$	profondeur du point du pieu où il subsiste un moment fléchissant égal à la moitié du moment maximal
$z_{\max}$	profondeur du point du pieu où le moment fléchissant est maximal

## ANNEXE II

### INFLUENCE DU NOMBRE DES MODELES T SIMULANT LE SOL sur la répartition des contraintes dans la structure et dans le sol

Pour approcher le comportement réel du sol et étudier l'interaction de ce dernier avec la structure, un découpage fin s'impose pour les travées en contact avec le sol. Afin de mettre en relief ce phénomène, nous donnons dans cette annexe un exemple de calcul d'un cadre fermé étudié sous les mêmes sollicitations pour différents découpages de la traverse inférieure.

Il s'agit d'une construction en béton armé de portée  $L = 10$  m de hauteur  $h = 6$  m, et dont les éléments ont la même épaisseur  $e = 40$  cm. Les sollicitations appliquées à cette structure se résument en une surcharge uniformément répartie de  $3$  T/ml sur la traverse supérieure. Les caractéristiques du sol retenues dans le calcul sont :

$$K_1 = 530 \text{ T/m}^3 \quad K_2 = 0 \quad K_3 = 10 \text{ T/m}^3$$

Nous avons calculé cette structure cinq fois avec un seul paramètre variant d'un calcul à un autre à savoir le nombre des tronçons de la traverse inférieure, donc celui des modèles T simulant le sol. Pour établir une comparaison entre les différents résultats, nous dressons le tableau ci-après dans lequel :

$l$  est la longueur d'un tronçon de la traverse inférieure,

$M_A$  est le moment fléchissant au noeud A situé à l'intersection du piedroit et de la traverse inférieure,

$M_D$  est le moment fléchissant au noeud D situé à l'intersection du piedroit et de la traverse supérieure,

$M_1$  est le moment fléchissant au milieu de la traverse supérieure,

$M_2$  est le moment fléchissant au milieu de la traverse inférieure,

$R_A$  la réaction du sol sous le noeud A.

	$M_A$ enT.m	$M_D$ enT.m	$M_1$ enT.m	$M_2$ enT.m	$R_A$ enT/m <sup>2</sup>
l = 2m	- 1,91	- 17,57	19,92	5,85	5,52
l = 1m	- 4,65	- 17,19	20,17	7,53	7,01
l = 50cm	- 6,18	- 16,97	20,38	8,53	7,94
l = 10cm	- 7,51	- 16,80	20,57	9,44	8,82
l = 5cm	- 7,67	- 16,76	20,73	9,56	8,91

On constate que, entre le cas où l = 2 m et celui où l = 5 cm, la divergence est flagrante surtout en ce qui concerne le moment fléchissant au noeud A qui passe du simple au quadruple. Ceci met en évidence l'inexactitude des méthodes approchées évoquées au chapitre I.

La figure II donne le diagramme des moments fléchissants pour ces deux cas limites.

On remarque que pour les deux derniers cas (l = 10 cm et l = 5 cm) la différence est insignifiante. A cause, d'une part, que le fait de doubler le nombre des tronçons induit une différence inférieure à 2 % et d'autre part, de l'allure des variations des moments fléchissants dans la structure et des contraintes dans le sol dues à des découpages différents de la traverse inférieure, nous estimons qu'un nombre de modèle T de l'ordre d'une centaine est suffisant pour simuler le sol.

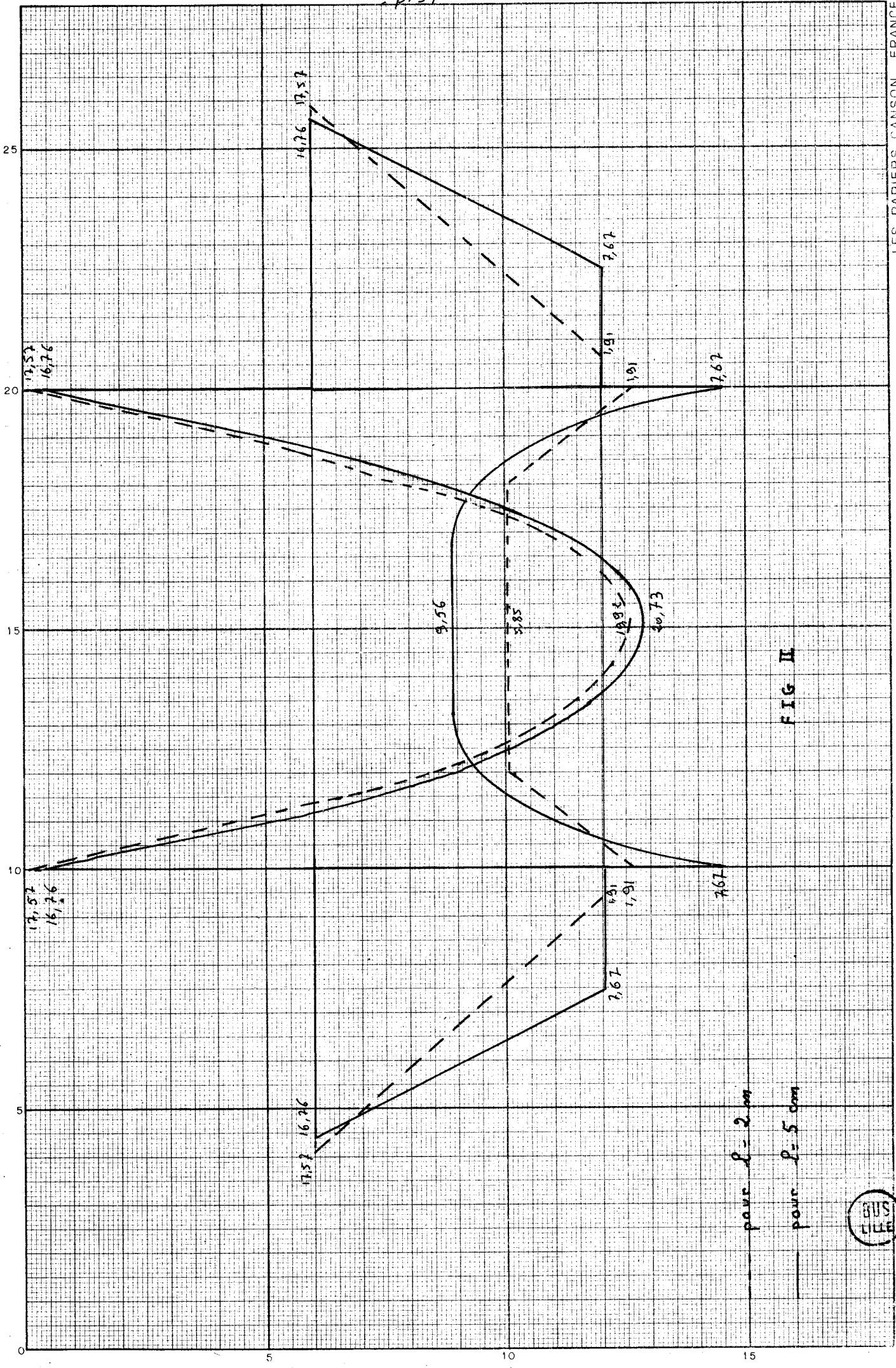


FIG II

pauce l = 2 cm

pauce l = 5 cm



ANNEXE III

EXEMPLE D'INTERPRETATION D'UN ESSAI

Nous donnons, ci-après, à titre d'exemple, les résultats ainsi que l'interprétation d'un des essais que nous avons effectué sur le cadre fermé en modèle réduit.

La numérotation des jauges et des sections étudiées est indiquée à la figure III.

Nous désignons par :

- n le numéro d'une jauge
- $S_I$  l'indiquation d'une jauge avant l'application de la charge
- $S_F$  l'indication d'une jauge après l'application de la charge
- $\epsilon$  la déformation d'une jauge en  $\mu\text{m}/\text{m}$  due à l'application de la charge
- $\epsilon'$  la déformation d'une jauge en  $\mu\text{m}/\text{m}$  due à l'effort normal N dans le piedroit
- $\epsilon''$  la déformation d'une jauge en  $\mu\text{m}/\text{m}$  due au moment fléchissant M dans le piedroit
- $\epsilon_I$  et  $\epsilon_{II}$  les déformations principales dans la traverse inférieure
- $\sigma_I$  et  $\sigma_{II}$  les contraintes principales dans la traverse inférieure
- $\Psi$  l'angle formé entre une direction principale et l'axe de la traverse inférieure tel que  $\Psi < 45^\circ$ .

Les tableaux suivants résument les résultats

1 - Piedroit droit

section	n	$S_I$ en $\mu\text{m}/\text{m}$	$S_F$ en $\mu\text{m}/\text{m}$	$\epsilon$ en $\mu\text{m}/\text{m}$	$\epsilon'$ en $\mu\text{m}/\text{m}$	$\epsilon''$ en $\mu\text{m}/\text{m}$	N en Kg	M en Kf cm
a	1	26 927	26 249	- 678	- 66,5	+611,5	-143,64	+660,42
	2	27 595	28 140	+ 545				
b	3	28 594	28 295	- 299	- 69,5	+229,5	-150,12	+247,86
	4	27 535	27 695	+ 160				
c	5	31 061	31 137	+ 76	- 74,5	±150,5	-160,92	±162,54
	6	27 550	27 325	-225				

2 - Traverse supérieure

Section	n	$S_I$	$S_F$	$\epsilon$	M
d	7	27 138	27 438	+ 300	+ 1 296,00
e	8	27 060	27 735	+ 675	+ 2 916,00
f	9	27 360	27 989	+ 629	+ 2 717,28
g	10	27 636	28 102	+ 466	+ 2 031,12
h	11	27 346	27 468	+ 122	+ 527,04

3 - Piedroit gauche

Section	n	$S_I$ en m/m	$S_F$ en m/m	$\epsilon$ en m/m	$\epsilon'$ en m/m	$\epsilon''$ en m/m	N en Kg	M en Kg cm
i	12	27 369	26 746	- 623	- 35	+ 588	-75,60	+635,04
	13	27 311	27 864	+ 553				
j	14	26 988	26 394	- 594	- 35	+ 559	-75,60	+603,72
	15	27 032	27 556	+ 524				
k	16	26 612	26 044	- 568	- 37,5	+530,5	-81,00	+572,94
	17	27 458	27 951	+ 493				

On en déduit que :

- l'effort normal moyen dans le piedroit droit est égal à 151,54 Kg
- l'effort normal moyen dans le piedroit gauche est égal à 77,40 Kg

La force appliquée par le vérin est donc égal à 228,94 Kg.

En traçant le diagramme des moments fléchissants, on obtient les valeurs des moments aux noeuds de la structure ; d'où on en déduit la valeur de la force horizontale appliquée par le vérin. Soit  $H = 36,31$  Kg.



4 - Traverse inférieure

Section	n	S <sub>I</sub>	S <sub>F</sub>	ε en μm/m	ψ en degré	ε <sub>I</sub> en μm/m	ε <sub>II</sub> en μm/m	σ <sub>I</sub> en Kg/mm <sup>2</sup>	σ <sub>II</sub> en Kg/mm <sup>2</sup>	M en Kg cm
l	18	+ 1 274	+ 250	- 1 024	0,3	- 1 024,01	- 262,01	- 4,87	- 8,97	- 560,6
	19	+ 2 306	+ 1680	- 646						
	20	+ 2 154	+ 1892	- 262						
m	21	+ 2 140	+ 2300	+ 160	0,7	+ 160,03	- 74,03	+ 1,09	- 0,16	+ 68,1
	22	- 250	- 210	+ 40						
	23	+ 2 390	+ 2315	- 74						
n	24	+ 1 494	+ 1984	+ 490	2,9	+ 491,56	- 131,56	+ 3,60	+ 0,26	+ 225,0
	25	+ 2 316	+ 2528	+ 212						
	26	- 230	- 360	- 130						
o	27	51 205	51 624	+ 419	1,4	+ 419,31	- 115,31	+ 3,07	+ 0,20	+ 191,8
	28	49 806	49 971	+ 165						
	29	50 155	50 040	- 115						
p	30	- 522	- 246	+ 276	0,3	+ 276,02	- 89,02	+ 1,99	+ 0,02	+ 124,3
	31	26 282	26 374	+ 92						
	32	27 552	27 463	- 89						
q	33	27 064	27 124	+ 60	2,8	+ 60,30	- 39,30	+ 0,38	- 0,15	+ 23,7
	34	28 522	28 506	- 16						
	35	26 582	26 543	- 39						
r	36	27 327	26 944	- 383	0,4	- 383,03	- 93,03	- 1,78	- 3,34	- 208,7
	37	27 071	26 831	- 240						
	38	27 285	27 192	- 93						





5 - LES CAPTEURS

On appelle :

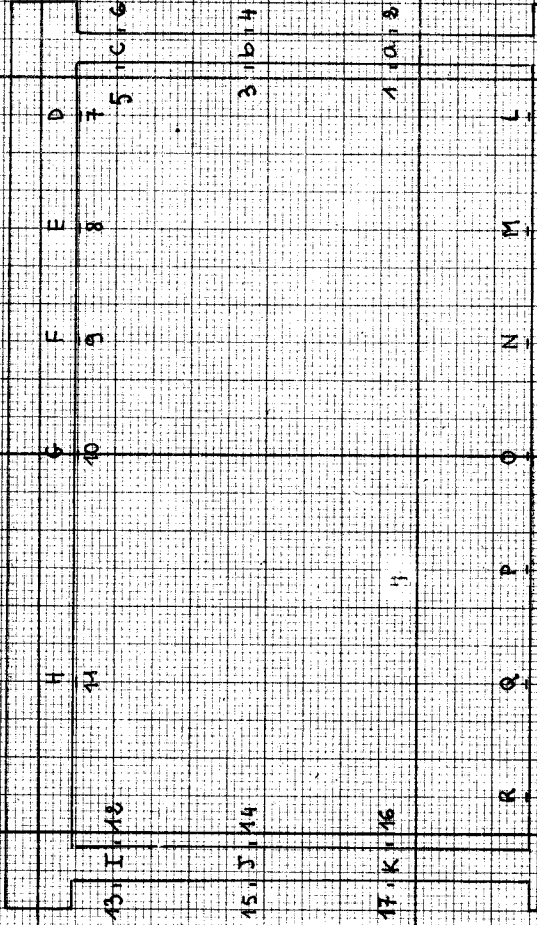
- a - L'absence du centre du capteur par rapport au milieu de la traverse inférieure ; le sens positif étant de A vers B.
- n - Le numéro du capteur
- S - Le signal donné par le capteur dû à l'application de la surcharge
- P - La contrainte dans le sol

n	a	S <sub>I</sub>	S <sub>F</sub>	S	P en gr/cm <sup>2</sup>
1	- 47	- 2	- 2	0	0
2	- 30	-10	-478	- 468	475
3	- 20	-76	-306	- 230	85
4	- 10	- 8	- 10	2	0
5	0	-16	- 18	2	0
6	+ 18	-14	-324	- 310	270
7	+ 30	-46	-832	- 786	560
8	+ 35	50141	51215	1074	570
9	+ 45	49998	49998	0	0

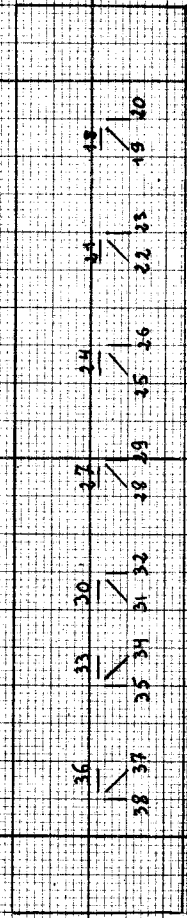
...



NUMEROTATION DES JAUGES



ELEVATION



VUE DU DESSUS

FIG III



25

20

15

10

5

0

10

15

ANNEXE IV

EXEMPLE de l'INFLUENCE de la NON PRISE  
EN COMPTE DES GRANDES DEFORMATIONS POUR  
LES ESSAIS EN MODELES REDUITS

---

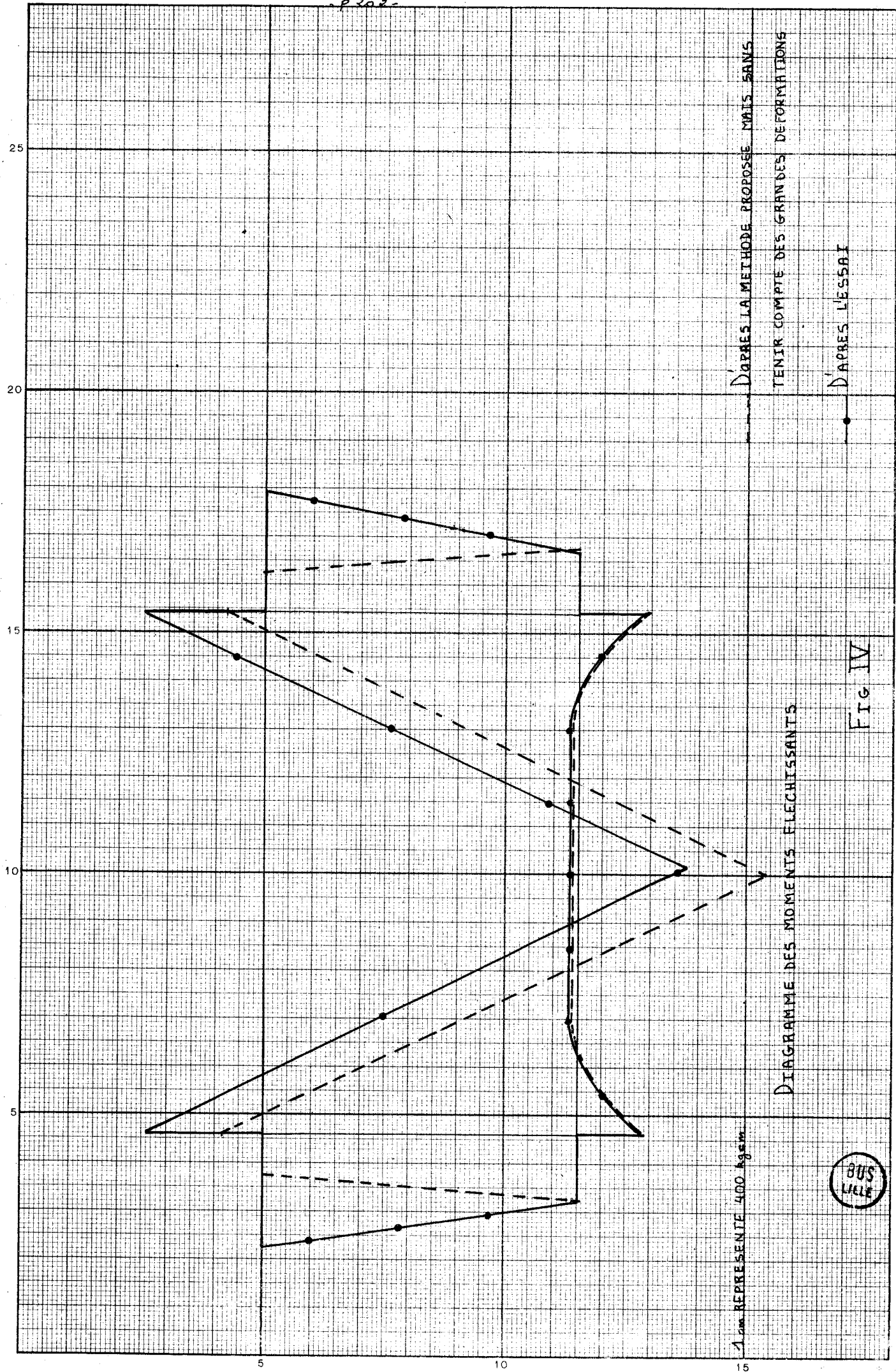
La concordance entre les essais en modèles réduits et la méthode proposée n'a été satisfaisante qu'après avoir pris en compte les grandes déformations, et ceci plus particulièrement pour le modèle réduit I possédant la traverse inférieure la plus fine, donc la plus déformable.

Nous fournissons dans cette annexe, une comparaison entre la méthode proposée en admettant l'hypothèse des petites déformations et l'essai dans le cas d'une force appliquée au milieu de la traverse supérieure du modèle réduit I.

On constate, d'après la variation des moments fléchissants dans les piedroits, que l'effort normal dans la traverse inférieure change de signe d'un cas à l'autre.

Notons enfin qu'aucune des méthodes habituellement utilisée ne nous permet pas de prendre en compte les grandes déformations.

p. 202



D'APRES LA METHODE PROPOSEE MAIS SANS

TENIR COMPTE DES GRANDES DEFORMATIONS

D'APRES L'ESSAI

DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANTS

Fig IV

1 cm REPRESENTE 400 kgcm



## BIBLIOGRAPHIE

---

- BASSAL J.L Polycoopié de Mécanique des Sols - E.U.D.I.L.
- BONVALET C Les applications de la similitude physique à l'étude des structures du génie civil  
Eyrolles 1971
- CAQUOT A et KERISEL J Traité de Mécanique des Sols  
4ème édition Gauthier - Villard 1966
- CHARRON P Calcul pratique des poutres, portiques et cadres  
Eyrolles 1974
- COMITE FRANCAIS DE MECANIQUE DES SOLS ET DES FONDATIONS  
Le comportement des sols avant la rupture  
in "Bulletin de Liaisons des Laboratoires des Ponts et  
Chaussées".  
Numéro spécial de Juin 1972
- COSTET J. et SANGLERAT G Cours pratique de Mécanique des Sols  
Tomes 1 et 2  
Dunod 1975
- COURBON J Eléments de Résistance des Matériaux  
Dunod 1970
- COURBON J Résistance des Matériaux  
Tomes 1 et 2  
Dunod 1971
- COURBON J Structure hyperstatiques d'ordre infini in "Annales  
de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics"  
N° 334 - Décembre 1975
- DAMITIO C Bases de calcul des fondations profondes encastrées dans  
un sol élastique et soumises à des efforts horizontaux  
in "Travaux" n° 435 - 436  
Juin - Juillet 1971
- DEHOUSSE N.M et  
ARNOULD R Les modèles réduits de structures en Génie Civil  
Dunod 1971
- ELLYN F et AYOUB J.J Poutre reposant sur une fondation élasto-plastique  
in "Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des  
Travaux Publics" n° 290 - Février 1972
- GEO BLANCHARD L Fondations profondes sur puits en sols de caractéristiques  
élasto-plastique  
in "Travaux" n° 407 Février 1969
- GERY P M et CALGARO J.A Les matrices transferts dans le calcul des structures  
Eyrolles 1973
- GONTIER G Mécanique des milieux déformables  
Dunod 1969
- HARR M.E Foundations of théoretical soil mechanincs  
Mc Graw-Hill 1966

- KERGUINAS M                    Cours de Résistance des Matériaux - E.U.D.I.L.
- KERISEL J, TCHENG Y            Transmission des surcharges à travers un massif in  
REIMBERT M.                    "Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des  
                                  Travaux Publics"  
                                  N° 121 - Octobre 1975
- KROL W                            Statique des fondations en béton armé  
                                  Dunod 1971
- LAREDO M                        Résistance des Matériaux  
                                  Dunod 1970
- MARCHALL J, PERRIN J            Détermination des contraintes totales dans le sol in  
et OLLIER B                    "Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées".  
                                  Mars - Avril 1975
- MARSSARSCH R                    Application de la théorie de la similitude à la  
                                  géotechnique  
                                  Traduction 73/27 de l'Union Technique Inter :  
                                  Professionnel de der Anwendung der Ähnlichkeitstheorie in der  
                                  Géotechnik, in "Statens Géotekniska Institut, Swedish  
                                  Géotechnical Institute"
- MENARD L                        Le tassement des fondations et les techniques pressiométriques  
                                  Bilan après dix ans de résultats expérimentaux  
                                  in "Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des  
                                  Travaux Publics"  
                                  N° 288 - Décembre 1971
- MENARD L, BOURDON G            Méthode générale de calcul d'un rideau ou d'un pieu sollicité  
et GAMBIN M                    horizontalement en fonction des résultats pressiométriques  
                                  in "Sols-Soils" n° 22 - 23
- MENARD L                        Comportement d'une fondation profonde soumise à des efforts  
                                  de renversement  
                                  in "Sols-Soils" n° 3
- PARSY F                        Polycopié d'Elasticité  
                                  Maîtrise de Mécanique
- SCHEUCH G                        Etude de la répartition des contraintes sous les dalles  
                                  reposant sur le sol : Fondations, routes, pistes d'aérodromes  
                                  Publications scientifiques et techniques du Ministère de  
                                  l'Air 1961
- TCHENG Y                        Mesure expérimentale en milieu pulvérulent in "Annales  
                                  de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics  
                                  N° 121 - Octobre 1975

- TERZACHI K et PECK R B    Mécanique des Sols appliquée  
Dunod 1965
- VERDEYEN J, ROISIN V    Application de la Mécanique des Sols  
et NUYENS J            Dunod 1971
- WAYNE G TENG            Calcul des fondations et murs de soutènement  
Eyrolles 1966
- WEBER J                Les applications de la similitude physique aux problèmes  
de la Mécanique des Sols  
Eyrolles 1971

TABLE DES MATIERES

	<u>Page</u>
<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>Chapitre I : Les méthodes de calcul habituellement utilisées</u>	3
A - Méthode statique	3
B - Méthode par approximations successives	5
C - Méthode de dissociation de l'étude de la structure en deux parties l'infrastructure et la superstructure	6
D - Méthode spécifique au cadre fermé	13
<u>Chapitre II : Description de la station d'essais en modèle réduit</u>	16
A - Description du dispositif d'essais	17
B - Etude du problème de mesures expérimentales des contraintes dans le sol	30
<u>Chapitre III : Généralité sur les matrices-Transferts</u>	40
<u>Chapitre IV : Etude théorique d'un cadre fermé</u>	49
A - Schématisation du comportement mécanique du sol	52
B - Précis de la méthode de calcul	64
C - Calcul des matrices travées et des matrices nodales	71
D - Prise en compte des grandes déformations	84
E - Procédé de calcul	86
F - Organigramme	89
G - Données nécessaires à introduire dans le programme	90
<u>Chapitre V : Etude expérimentale de cadres fermés et comparaison des résultats</u>	94
A - Etude expérimentale de cadres fermés	94
B - Comparaison des résultats pour le modèle réduit	104
C - Application de la méthode proposée sur une structure en vraie grandeur	136



	<u>Page</u>
<u>Chapitre VI : Portiques ouverts fondés sur pieux</u>	152
A - Etude d'un portique ouvert à trois travées fondés sur pieux	152
B - Application de la méthode proposée sur une structure en vraie grandeur	163
<u>Annexe I : Influence d'une métérogénéité continue du sol sur le comportement des pieux sollicités horizontalement</u>	175
<u>Annexe II : Influence des modèles T simulant le sol</u>	192
<u>Annexe III : Exemple d'interprétation d'un essai</u>	195
<u>Annexe IV : Exemple de l'influence de la non prise en compte des grandes déformations pour les essais en modèles réduits</u>	200
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	202

