UNIVERSITÉ DES SCIENCES & TECHNIQUES DE LILLE

50376

1976



+ **

and and

THESE

pour obtenir le titre de DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE

présentée par

P. Gelin

ETUDE DE LA PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS UNE STRUCTURE BICOUCHE (diélectrique-ferrite) EXCITEE PAR

UNE LIGNE MICROFENTE



Soutenue le 9 MARS 1976

Membres du Jury : E

- E. CONSTANT Président
 L. RACZY Rapporteur
 L. COURTOIS Rapporteur
 G. SALMER Examinateur
 M. DE VECCHIS Invité
 - Ingénieur aux L.T.T.



à ma femme,

à mes parents,

Cette étude a été entreprise au "CENTRE HYPERFREQUENCES ET SEMICONDUCTEURS" de l'Université des Sciences et Techniques de LILLE.

Je remercie M. le Professeur CONSTANT pour la confiance qu'il m'a accordée en m'accueillant dans son Centre et qui me fait l'honneur de présider mon jury.

Je remercie M. le Professeur RACZY qui m'a guidé et conseillé utilement dans ce travail.

J'exprime ma reconnaissance à M. COURTOIS, Maître de Recherches au C.N.R.S., dont les conseils ont permis d'orienter cette étude et de la faire aboutir. Les séjours qu'il m'a permis de faire au C.N.R.S. m'ont été très profitables.

M. le Professeur SALMER a suivi mon travail avec intérêt et a accepté de le juger, qu'il en soit ici remercié.

Mes remerciements vont également à M. DE VECCHIS, Ingénieur aux L.T.T., avec qui j'ai eu de nombreux contacts et qui me fait le plaisir de participer à mon Jury.

Je tiens aussi à exprimer ma gratitude à M.DESCHAMPS, Ingénieur aux L.T.T., pour l'aide qu'il m'a apportée dans la compréhension des phénomènes physiques liés au ferrimagnétisme.

A tous les Membres de l'Equipe, Merci.

J'adresse enfin mes remerciements à tout le Personnel Technique et Administratif et particulièrement à MM. JENNEQUIN, MICHON, ANDRIES, LEMAIRE, DEHORTER, PLUQUET et à Mlles MATHON ET HANNON pour leur aimable et compétente collaboration.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

CHAPITRE I : ETUDE DE LA STRUCTURE DE PROPAGATION

- I₁ Généralités
- I₂. Etude analytique de la propagation sur une ligne microfente.
- CHAPITRE II : ETUDE DE LA PROPAGATION SUR UNE LIGNE MICROFENTE GRAVEE SUR UN SUBSTRAT A DEUX COUCHES (alumine ferrite).
 - II_{1.} Généralités
 - II₂. Etude des modes "magnétiques" liés au ferrite dans le système cartésien de coordonnées.
 - II_{3.} Etude du cas "mur électrique"
 - ^{II}_{3.1}. Ondes propres susceptibles de se propager dans les différents milieux.
 - II3,2 Condition de continuité entre les différents milieux
 - II₄ Cas du "mur magnétique"
 - II₅. Résultats de l'étude théorique

II_{5.1} Etude des modes fondamentaux

- $II_{5,2}$. Modes supérieurs (n = 1)
- $II_{5.3}$. Modes supérieurs (n = 2)

CHAPITRE III : DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX

III, Technologie de réalisation

III₂. Les transitions

III₃. Etude expérimentale de la propagation sur les structures microfentes.

III_{3.1}. Méthodes de mesure en ondes progressives

III3.2. Mesures en cavité

III3.3. Dispositif experimental

CHAPITRE IV : RESULTATS EXPERIMENTAUX

IV Etude de la structure "a"

IV_{1.1.} Généralités
IV_{1.2.} Analyse des résultats
IV_{1.2.1.} Mode (ferrite-air) ou (ferrite-absorbant)
IV_{1.2.2.} Etude des modes magnétostatiques

IV2. Etude de la structure "b"

CONCLUSION

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXES

NOTATIONS EMPLOYEES

•	
ω	pulsation de l'onde
Ŷ	rapport gyromagnétique
Mo	aimantation à saturation $\omega_{M} = \gamma M_{O}$
Ho	champ extérieur appliqué
^H i	champ interne
H _d	champ démagnétisant
Nz	coefficient de désaimantation
Han	champ d'anisotropie magnétocristalline
h	champ magnétique hyperfréquence
е	champ électrique hyperfréquence
^ε d	permittivité relative du milieu diélectrique
^ε b	permittivité relative du milieu "b"
μp	perméabilité relative du milieu "b"
μo	perméabilité du vide
٤f	permittivité relative du ferrite
μ.	tenseur de Polder (perméabilité)
μ et K	élément du tenseur de Polder
ko'kxd'kxb'kxf	vecteurs d'onde suivant ox
ку	vecteur d'onde suivant oy
k _z	vecteur d'onde suivant oz
L	épaisseur du substrat diélectrique
X	longueur de la plaquette
S	épaisseur de la plaquette de ferrite
W = 2 q	largeur de la fente
l	largeur de la plaquette

INTRODUCTION

Depuis quelques années, l'un des objectifs de la recherche en Electronique, tant en basse fréquence que dans le domaine des hyperfréquences, est la miniaturisation des circuits.

En hyperfréquence, cette orientation a eu pour conséquence dans le domaine des circuits passifs, l'apparition de nouvelles lignes de transmission beaucoup moins encombrantes que les guides métalliques et lignes classiques utilisées dans les mêmes gammes de fréquence.

C'est ainsi que sont apparues les lignes microbande, microfente, microguide, coplanaire etc. Toutes ces lignes sont généralement plaquées sur un substrat diélectrique de permittivité relativement élevés afin de concentrer les lignes de champs. Toutefois, pour des applications spécifiques, d'autres types de substrats peuvent être envisagés (semi-conducteurs, ferrites, plasmas, etc.). Dans cette optique sont apparus de nouveaux types de circuits non réciproques utilisant les modes de surface dans les ferrites.

L'isolateur en ligne microbande réalisé par HINES [04] représenté sur la figure (01) est l'exemple le plus connu de l'utilisation de ces modes.



FIGURE (01)

Parallèlement, des travaux se sont développés sur la ligne microfente gravée sur un substrat bicouche diélectriqueferrite en vue d'utiliser les propriétés de non réciprocité du matériau ferrimagnétique [02] [03], figure (02). En effet, la configuration des champs du mode fondamental de la ligne microfente plaquée sur un substrat diélectrique est telle que le champ magnétique est polarisé elliptiquement dans et sous le substrat. Cette propriété montre que l'on peut espérer une bonne intéraction onde-matière assortie de propriétés non réciproques dans un milieu magnétique placé sous le substrat diélectrique, et réaliser ainsi des isolateurs à ondes de surface dans une bande de fréquence assez large (de l'ordre de l'octave).

Cette configuration a donné lieu à des réalisations intéressantes illustrées par la figure (03).

L'interprétation des phénomènes observés en bout de bande, suppose la propagation d'un mode magnétostatique de surface sur le côté du ferrite non en contact avec le milieu absorbant.

Ces modes, qui semblent être relativement peu connus et peu exploités, méritent une attention particulière; c'est pourquoi l'objectif essentiel de notre travail a pour objet une meilleure connaissance des modes de propagation dans la structure microfente bicouche et en particulier du mode magnétostatique qui semble limiter fortement la bande de fréquence utilisable de l'isolateur décrit précédemment.

Dans la première partie de notre travail, nous rappelons les travaux fondamentaux qui ont permis le tracé du diagramme de dispersion et des cartes de champ de la structure microfente sur substrat diélectrique.

Puis dans la deuxième partie, nous étudions théoriquement la ligne microfente plaquée sur un substrat bicouche. Cette étude théorique est menée à partir d'une modélisation convenable de la structure, ce qui permet le traitement des modes fondamentaux et des modes supérieurs.

Dans le troisième chapitre, nous précisons les conditions expérimentales dans lesquelles nous avons vérifié les résultats théoriques.



FIGURE (02)



FIGURE(03)

Enfin le quatrième chapitre traite des résultats expérimentaux obtenus et la comparaison avec les résultats théoriques.

5 • 5 • 5 • 5 • 5 • 5 • 5 • 5 • 5 • 5

I - ETUDE DE LA STRUCTURE DE PROPAGATION

I - ETUDE DE LA STRUCTURE DE PROPAGATION

I₁ <u>Généralités</u>

La structure microfente dissymétrique que nous utilisons est représentée figure (1). Elle se compose de deux plans métalliques, distants de W, plaqués sur un substrat diélectrique d'épaisseur L, de permittivité relative ε_d .



FIGURE (1) MICROFENTE DISSYMETRIQUE

La première étude sur le sujet est due à J. GALEJS [1]. En 1961, cet auteur détermine la constante de propagation pour une fente de longueur infinie pratiquée dans un plan métallique, les milieux diélectriques de part et d'autre de ce plan étant infinis (figure (2)).



FIGURE (2) MODELE DE GALEJS

Cette constante de propagation est reliée directement aux constantes de propagation k_1 et k_2 dans chacun des milieux :

$$k_{y}^{2} = \frac{k_{1}^{2} + k_{2}^{2}}{2}$$

C'est à partir de 1967 que l'étude de la propagation sur les structures microfentes dissymétriques a été véritablement entreprise. S.B. COHN [2] détermine le diagramme de dispersion de la structure en considérant que la ligne microfente fait partie d'un système de propagation connu. Il l'assimile en fait à un obstacle capacitif dans un guide d'onde rectangulaire, figure (3).

Les modes susceptibles de se propager dans la fente sont alors construits à partir de la collection des modes du guide rectangulaire métallique. Ceux-ci sont choisis en tenant compte des symétries du système.



Cette méthode d'étude donne le diagramme de dispersion du mode fondamental et la carte des champs \vec{E} et \vec{H} . Nous présentons figure (4) la configuration des lignes de champ dans la structure.

Si cette méthode est très intéressante pour le mode fondamental, elle ne permet pas de mettre en évidence les modes supérieurs susceptibles de se propager. De plus, les hypothèses du calcul sont telles, qu'il n'est pas possible d'introduire la notion d'atténuation, concept fondamental pour toute structure.

- 2 -



En 1971, ITOH et MITTRA ont développé une théorie de la propagation sur les lignes microbandes [3] et l'ont adaptée à l'étude de la propagation sur la ligne microfente dissymétrique [4]. De nombreux auteurs on repris cette étude en essayant d'introduire les paramètres physiques réels des structures [5] [6]. Pour le mode fondamental, les diagrammes de dispersion obtenus confirment l'étude de COHN. A notre connaissance, aucune de ces méthodes n'a permis à ce jour la publication de résultats concernant les modes supérieurs

- 3 -

Ce bref historique montre qu'il n'existe pas jusqu'à présent de théorie suffisamment générale pour que l'on puisse statuer sur l'intérêt présenté par les lignes microfentes dans la réalisation de composants microondes.

Dans le cadre d'une équipe de recherche, il nous a paru intéressant de définir un modèle de la ligne microfente permettant l'étude analytique complète et d'obtenir en particulier :

- le diagramme de dispersion
- la carte des champs.

Nous ne rappelons que brièvement les bases de cette étude et précisons les seuls aspects utiles au développement de nos travaux. Des publications partielles ont été faites sur ce sujet [7] [8], le développement complet de cette théorie fera l'objet de la thèse d'état de M. CITERNE [9].

I₂ Etude analytique de la propagation sur une ligne microfente

Pour une ligne microfente comme pour toute structure ouverte, les modes de propagation sont hybrides. Leur détermination est faite en résolvant dans chacun des milieux constituant la structure deux équations de Helmoltz :

$$\begin{cases} \nabla^2 Ey + k^2 Ey = 0 \\ \nabla^2 Hy + k^2 Hy = 0 \end{cases}$$
 (propagation suivant Oy)
- $k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu - ky^2$
- μ est la perméabilité du milieu
- ε est la permittivité du milieu

- ky est la constante de propagation.

où :

Les conditions de propagation sont entièrement définies si l'on adjoint à ces équations les conditions de continuité des composantes des champs aux interfaces.

Pour les lignes microfentes, il n'existe aucun système de coordonnées orthogonales permettant de décrire complètement les structures, on ne peut donc pas avoir de théorie analytique exacte. Toutefois, un modèle approché suggéré par l'étude de structures de propagation connues telles :

- les guides diélectriques elliptiques

- les guides métalliques à nervure

permet une description analytique convenable des propriétés de la ligne microfente.

Nous présentons sur la figure (5) la structure réelle et sur la figure (6) son modèle d'étude.



Ce modèle est entièrement décrit en coordonnées elliptiques. Dans ce système les variables :

5, n, Y'

sont reliées aux coordonnées cartésiennes x y z par :

 $\begin{cases} x = q \ sh \ \xi \ sin \ \eta \\ y = y' \\ z = q \ ch \ \xi \ cos \ \eta \end{cases}$ où: $0 < \xi < \infty$ et $0 < \eta < \pi$ avec: $q = \frac{W}{2}$ et $L = q \ sh \ \xi_0$

- 4 -

La surface de coordonnées $\begin{vmatrix} \xi = 0 \\ 0 < \eta < 2\pi \end{cases}$ représente le plan de la

Les surfaces de coordonnées $\eta = 0$ et $\eta = \pi$ représentent les deux $0 < \xi < \infty$ demi-plans conducteurs.

Pour ce modèle, l'équation de propagation en coordonnées elliptiques s'écrit :

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial\eta^2} + q \left(k^2 - ky^2\right) \left(ch^2\xi - cos^2\eta\right)\right] \wedge (\eta, \xi) = 0$$

 $\Lambda(\eta,\xi)$ représentant Ez ou Hz.

Les variables η et ξ sont séparables et nous cherchons des solutions de la forme :

 $\Lambda (\eta, \xi) = \Theta(\eta) . R (\xi)$

Soit n la constante de séparation, $\Theta(n)$ et $R(\xi)$ sont alors solutions du système d'équation différentielle :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial n^2} + (n^2 - \delta^2 \cos 2n) & \Theta(n) = 0 \\ \\ \frac{\partial^2 R}{\partial \xi^2} - (n^2 - \delta^2 ch 2\xi) & R(\xi) = 0 \end{cases}$$

où $\delta^2 = q^2 (\omega^2 \mu \epsilon - ky^2)$

L'équation en n est une équation de Mathieu. L'équation en ξ est une équation de Mathieu modifiée. Les solutions mathématiques de ces équations doivent être acceptables du point de vue physique. Pour le modèle choisi , les solutions dans chacun des milieux s'écrivent :

$$\frac{\text{Région 0}}{(\text{air})} \begin{cases} \tau_{0} \leq \xi < \infty & 0 < \eta < \Pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} Hy_{0} = \prod_{n=0}^{\infty} N_{n} \operatorname{Ce}_{n} (\eta, -\gamma_{0}^{2}) \operatorname{FEK}_{n} (\xi, -\gamma_{0}^{2}) \\ Ey_{0} = \prod_{n=1}^{\infty} N_{n} \operatorname{Se}_{n} (\eta, -\gamma_{0}^{2}) \operatorname{Gek}_{n} (\xi, -\gamma_{0}^{2}) \end{cases}$$

- 5 -

$$\frac{\underline{\text{Region}}_{-1}}{(\text{difelectrique})} \begin{cases} 0 \leq \zeta \leq \xi_{0} & 0 < \eta < 2\pi \\ \\ \text{Hy}_{1} = n^{\frac{\infty}{2}} O^{C}_{n} Ce_{n}(\xi,\gamma_{1}^{2}) \pm A_{n} Fe_{n}(\eta,\gamma_{1}^{2})Ce_{n}(\eta,\gamma_{1}^{2}) \\ \\ \text{Ey}_{1} = n^{\frac{\omega}{2}} D_{n}Se_{n}(\xi,\gamma_{1}^{2}) \pm B_{n}Ge_{n}(\eta,\gamma_{1}^{2})Se_{n}(\eta,\gamma_{1}^{2}) \end{cases}$$

$$\frac{\text{Région}_2}{(\text{air})} \begin{cases} \xi_0 \leq \xi < \infty & \Pi < \eta < 2\Pi \\ \\ Hy_2 = n \stackrel{\infty}{=} 0 P_n Ce_n(\eta, -\gamma_0^2) Fek_n (\xi, -\gamma_0^2) \\ \\ Ey_2 = n \stackrel{\infty}{=} 1 Q_n Se_n(\eta, -\gamma_0^2) Gek_n (\xi, -\gamma_0^2) \end{cases}$$

où les fonctions Ce_n , Se_n , Fek_n , Gek_n , Fe_n , Ge_n sont les solutions des équations de Mathieu simples et modifiées.

Le signe \oplus correspond à $\pi > \eta > 0$

Le signe Θ correspond à $\pi < \eta < 2\pi$

Les conditions de continuité s'écrivent sous forme de déterminant. La résolution de celui-ci (recherche des valeurs propres) détermine les constantes M_n , N_n , C_n , D_n , A_n , B_n , P_n , Q_n , et la constante de phase.

Dans les bandes de fréquence où nous travaillons, et pour les substrats utilisés, deux modes peuvent se propager :

- a) le mode fondamental de la microfente qui est hybride à caractère électrique, sans fréquence de coupure.
- b) le premier mode supérieur qui est hybride a caractère magnétique.

La figure (7) donne le diagramme de dispersion pour une structure telle que W = 0,8 mm, L = 8 mm, ε_r = 13.

La figure (8) présente les cartes de champ pour ces deux premiers modes.

C'est en fait à partir de cette représentation des champs que nous développerons ultérieurement une théorie concernant la présence et



la possibilité d'exciter des modes particuliers dans le substrat ferrite.

Avant d'aborder ce problème, il est intéressant de faire quelques remarques concernant la structure réelle à partir de laquelle a été menée l'étude expérimentale.

. § • § • § • § • § • § • § • § • § • §







- 7 -

ŕ

II - ETUDE DE LA PROPAGATION SUR UNE LIGNE MICROFENTE GRAVÉE SUR UN SUBSTRAT À DEUX COUCHES (ALUMINE - FERRITE)

II, <u>Généralités</u>

Dans ce chapître, nous nous proposons de décrire la propagation sur la ligne représentée sur la figure (9).



Plusieurs travaux ont été publiés sur ce sujet [10] mais ne conduisent pas à des interprétations physiques simples des phénomènes.

Deux systèmes de coordonnées sont possibles pour décrire la géométrie de la structure mais ne conduisent pas à des solutions analytiques rigoureuses. On peut envisager soit un système de coordonnées elliptiques soit un système cartésien.

Dans le système de coordonnées elliptiques, les deux plans de la structure sont assimilables dans leur section droite, aux deux hyperboles dégénérées d'un système de coordonnées elliptiques ; les dioptres ferrite-diélectrique et ferrite-air ne sont pas des surfaces de coordonnées.

Par contre, les dioptres ferrite-air et ferrite-diélectrique sont des surfaces de coordonnées dans un système d'axes cartésiens mais la fente ne correspond à aucune surface de coordonnée simple.

Nous n'avons pas retenu le système de coordonnées elliptiques car celui-ci présente les inconvénients suivants :

- 9 -
- . ce système nécessite en premier lieu la transformation du tenseur de Polder sans pertes décrivant les propriétés magnétiques du ferrite. Ce nouveau tenseur se révèle être beaucoup plus compliqué que le précédent, ses éléments n'étant plus uniquement fonction de la fréquence mais encore des trois variables de position (n, y, ξ).
- D'autre part, un modèle elliptique n'est valable que lorsque l'énergie est localisée au voisinage de la fente [9]. Or, nous verrons par la suite que ce n'est absolument pas le cas.
- . Enfin, les différents dioptres ne sont pas des surfaces à coordonnées constantes.

Par contre, l'emploi du système de coordonnées cartésien ne présente aucun des inconvénients du système elliptique, mais il ne donne pas une description simple des conditions aux limites dans le plan de la fente.

II₂ <u>Etude des modes "magnétiques" liés au ferrite dans le sys-</u> tème cartésien de coordonnées.

Nous appelons modes magnétiques tous les modes dont l'existence dépend de la présence du ferrite. Dans ce système, nous repérons la structure comme indiqué sur la figure (10).



L'étude dans ce système d'axe pose le problème des conditions de continuité sur la surface de coordonnée x = -L.

Celle-ci est constituée de deux plans métalliques séparés d'une distance W. Les champs magnétiques sont normaux du plan de la fente de largeur W qui constitue un plan de court-circuit magnétique (mur magnétique).

Les plans métalliques sont bien entendu des murs électriques - figure (11) -.



Il est impossible analytiquement, de tenir compte de différentes conditions aux limites pour une même surface de coordonnées. Nous nous proposons donc d'étudier séparément deux modèles extrêmes. Dans le premier, la surface x = -L (plan de la fente)sera considérée comme un mur électrique, figure (12) ; dans le second modèle, la surface x = -L sera considérée comme un mur magnétique, figure (13).



II3 Etude du cas "mur électrique"

Pour déterminer le diagramme de dispersion et la carte des champs de la structure, nous utilisons le formalisme développé par BARZILAI et GEROSA [11] sur les ferrites en guide d'onde. La plaquette de ferrite est aimantée dans son plan par un champ magnétique continu dirigé suivant oz.

Le comportement du ferrite est décrit par le tenseur de Polder sans pertes : 2 M = 4

↔ μ =	jk	-jk μ	0	$\mu = 1 + \frac{\gamma^2 \mathbf{M}_0 \mathbf{H}_1}{\gamma^2 \mathbf{H}_1^2 - \omega^2}$
	o	0	1	$k = \frac{\gamma^2 M_0 \omega}{\omega}$
				γ^2 $\mu_i^2 - \omega^2$

- Ondes de surface, ondes de volume

-soit un dioptre plan séparant deux milieux, figure (14). Les ondes propres de chacun des milieux de vecteur d'onde respectif $\vec{k_1}$ et $\vec{k_2}$ se combinent pour satisfaire les conditions de continuité sur le dioptre.

Il en résulte que toutes les ondes se propageant le long du dioptre ont même vecteur d'onde k// (lois de Descartes).

$$k_1^2 = k//2 + k \frac{1}{2}^2$$

 $k_2^2 = k//2 + k \frac{1}{2}^2$



Figure (14)

- 11 -

- Pour chacun des milieux, 2 cas peuvent être envisagés :
 . Si k//² < k_i (i = lou 2), k est réel, l'onde est dite de
 volume dans le milieu considéré.
- . Dans le cas contraire $k//2 > k^2$, $k \perp$ est imaginaire, l'onde est dite "de surface".

D'après la définition proposée par COURTOIS [12], le mode peut être soit : Volume - Volume Volume - Surface Surface - Surface

Notons que les ondes de volume ne peuvent exister dans un milieu, que si ce milieu est borné par deux dioptres.

II_{3.1}. <u>Ondes propres susceptibles de se propager dans les</u> différents milieux.

Nous nous proposons d'inventorier les différents types d'ondes susceptibles de se propager dans les milieux supposés infinis (ferrite diélectrique air).

a) Milieu ferrite infini

Tous les milieux obéissent aux équations de Maxwell,

$$\vec{rot} \vec{e} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \vec{rot} \vec{h} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{\partial e}{\partial t}$$
$$\vec{avec} \vec{B} = \mu_0 \overleftarrow{\mu} \vec{h}$$

La relation de dispersion s'obtient en faisant :

$$\vec{rot}$$
 (\vec{rot} \vec{h}) = \vec{rot} ($\varepsilon_r \varepsilon_o \frac{\partial e}{\partial t}$) = $\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_r \varepsilon_o) \vec{rot} e$

ceci entraine :

$$\Delta^2 \vec{h} - g\vec{r} \vec{a} div \vec{h} = \epsilon_r \epsilon_o \mu_o \mu \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$$

Sachant que toute onde peut se décomposer en une somme d'ondes planes de la forme :

$$\vec{h} = h e^{j(\omega t - \vec{k}, \vec{r})}$$
 $\vec{r} (x y z)$
 $\vec{k} (kx ky kz)$

- 12 -

- 13 -

Nous obtenons (()) :

$$\mu t^{4} + [(\mu+1)kz^{2} - \omega^{2}\varepsilon_{0}\mu_{0}\varepsilon f (\mu^{2}-K^{2}+\mu)]t^{2} + kz^{4} - 2 \omega^{2}\mu_{0}\varepsilon_{0}\varepsilon f \mu kz^{2} + \omega^{4}\varepsilon_{0}^{2}\mu_{0}^{2}\varepsilon f^{2} (\mu^{2}-K^{2}) = 0$$

avec $t^2 = ky^2 + kx^2$ ϵf étant la permittivité relative du ferrite.

L'équation de dispersion étant du deuxième degré en t^2 , nous obtenons 4 ondes propres deux à deux opposées, les deux solutions t_1^2 et t_2^2 donnant lieu à 4 solutions. $\pm kx_1$ et $\pm kx_2$.

> Par ailleurs, ces ondes sont soit de volume $kx^2 > 0$ soit de surface $kx^2 < 0$

La géométrie du système permet l'écriture des champs sous la forme d'ondes planes :

$$\left\{ \begin{array}{c} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \\ 1 \end{array} \right\} \mathbf{F} \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{ef} \\ \mathbf{hf} \end{array} \right\} \mathbf{e}^{\mathbf{j} (\mathbf{k} \mathbf{x} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{k} \mathbf{y} \cdot \mathbf{y} + \mathbf{k} \mathbf{z} \cdot \mathbf{z})} \mathbf{e}^{\mathbf{j} \omega \mathbf{t}}$$

avec

 $e\vec{f} = efx \vec{i} + ef\vec{y} \vec{j} + efz \vec{k}$

 $h\vec{f} = hfx\vec{l} + hfy\vec{l} + hfz\vec{k}$

où F est une constante, et i, j et k les vecteurs unitaires sur chacun des axes.

Les grandeurs efx, efy ... hfz sont obtenues en développant les équations de Maxwell. Les ondes propres sont alors tous calculs faits :

$$\begin{aligned} &\mathbf{efx} = \mathbf{kz} \ [\mathbf{kz}^{2} - \mu(\omega^{2}\varepsilon_{o}\mu_{o}\varepsilon\mathbf{f} - t^{2}) - \mathbf{ky}^{2} (\mu-1) - \mathbf{jK}.\mathbf{kx}.\mathbf{ky}] \\ &\mathbf{efy} = \mathbf{kz} \ [(\mu-1) \ \mathbf{kx}.\mathbf{ky} + \mathbf{jK} (\omega^{2}\varepsilon_{o}\mu_{o}\varepsilon\mathbf{f} - \mathbf{ky}^{2})] \\ &\mathbf{efz} = -\mathbf{jK}.\mathbf{ky}(\omega^{2}\varepsilon_{o}\mu_{o}\varepsilon\mathbf{f} - t^{2}) - \mathbf{kx} \ [\mathbf{kz}^{2} - \mu(\omega^{2}\varepsilon_{o}\mu_{o}\varepsilon\mathbf{f} - t^{2})] \\ &\mathbf{hfx} = \mathbf{ky}.\mathbf{kx} \ [\mathbf{kz}^{2} - (\omega^{2}\varepsilon_{o}\mu_{o}\varepsilon\mathbf{f} - t^{2})] + \mathbf{jK} \ \omega^{2}\varepsilon_{o}\mu_{o}\varepsilon\mathbf{f} (\omega^{2}\varepsilon_{o}\mu_{o}\varepsilon\mathbf{f} - t^{2}) \\ &\mathbf{hfy} = \mathbf{ky}^{2}[\mathbf{kz}^{2} - (\omega^{2}\varepsilon_{o}\mu_{o}\varepsilon\mathbf{f} - t^{2})] - \omega^{2}\varepsilon_{o}\mu_{o}\varepsilon\mathbf{f} [\mathbf{kz}^{2} - \mu \ \omega^{2}\varepsilon_{o}\mu_{o}\varepsilon\mathbf{f} - t^{2})] \\ &\mathbf{hfz} = -\mathbf{kz} \ [\mathbf{ky}(\omega^{2}\varepsilon_{o}\mu_{o}\varepsilon\mathbf{f} - t^{2}) + \mathbf{jK} \ \omega^{2}\varepsilon_{o}\mu_{o}\varepsilon\mathbf{f} \cdot \mathbf{kx})] \end{aligned}$$

b) Milieu diélectrique infini

La relation de dispersion (2) s'obtient facilement à partir de la relation (1) avec :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{d} = \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{f} ; \mathbf{K} = \mathbf{O} \\ \boldsymbol{\mu} = \mathbf{1}. \end{cases}$$

$$kxd^{2} + ky^{2} + kz^{2} = \omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0} \varepsilon d \qquad ((2))$$

Les champs ont la même forme que précédemment.

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{r}}_{d} \\ Hd \end{pmatrix} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\mathbf{r}_{o}}{\varepsilon_{o}}} \\ 1 \end{cases} D \begin{cases} \frac{\mathbf{r}}{ed} \\ \frac{\mathbf{r}}{hd} \end{cases} = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{j}^{(kxd.x + ky.y + kz.z)} \\ e^{j\omega t} \end{cases}$$

avec $\vec{ed} = edx \vec{k} + edy \vec{j} + edz \vec{k}$

$$hd = hdx \vec{i} + hdy \vec{j} + hdz \vec{k}$$

ou D est une constante

Les ondes propres sont TM et TE

MODE TM

MODE TE

$$ed_{1}x = \frac{-ky kxd}{\omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0} \varepsilon d}$$

$$ed_{1}y = 1 - \frac{ky^{2}}{\omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0} \varepsilon d}$$

$$ed_{1}z = \frac{-ky kz}{\omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0} \varepsilon d}$$

$$ed_{2}z = kxd$$

 $\begin{aligned} hd_1 x &= kz \\ hd_1 y &= 0 \\ hd_1 z &= -kxd \end{aligned} \qquad \begin{aligned} hd_2 x &= -ky \ kxd \\ hd_2 y &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon d - ky^2 \\ hd_2 z &= -ky \ kz \end{aligned}$

Suivant ky le diélectrique pourra être le siège d'onde de surface : $kxd^2 < 0$ ou de volume : $kxd^2 > 0$

c) Milieu air infini

L'air étant un diélectrique de permittivité relative l toutes les relations précédentes sont valables avec $\varepsilon d = 1$. La relation de dispersion devient :

$$kx_0^2 + ky^2 + kz^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$$
 ((3))

Ondes propres.

Comme dans le cas du diélectrique, ces ondes sont soit TM soit TE

MODE TM	MODE TE
$e_1 x = \frac{-ky kx}{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0}$	$eo_2 x = -kz$
$eo_1 y = 1 - \frac{ky^2}{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0}$	eo ₂ y = 0
$eo_{1}z = - \frac{ky kz}{\omega^{2}\varepsilon_{0}\mu_{0}}$	$eo_2 z = kx_0$
$ho_1 x = kz$	$ho_2 x = -ky kx_0$
$ho_1 y = 0$	$ho_2 y = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 - ky^2$
$ho_1 z = -kx_0$	$ho_2 z = -ky kz$

Grâce aux relations de dispersion dans chacun des milieux ((1)) ((2)) ((3)), nous pouvons préciser les zones du diagramme de dispersion dans lesquelles peuvent exister des modes de volume ou de surface soit dans le diélectrique soit dans le ferrite. Ceci est illustré par la figure (15) dans les trois cas $kz = \frac{n\pi}{e}$ avec n = 0,1,2.



II 3.2. Conditions de continuité entre les différents milieux

Pour écrire ces conditions, il faut expliciter les champs dans les différents milieux.

$$\begin{cases} Ed \\ Hd \end{pmatrix} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \\ 1 \end{cases} \begin{cases} D_1^+ \begin{pmatrix} ed_1^+ \\ hd_1^+ \end{pmatrix} e^+ \frac{jkxd\cdot x}{p_1^-} + D_1^- \begin{pmatrix} ed_1^- \\ hd_1^- \end{pmatrix} e^{-\frac{jkxd\cdot x}{p_1^-}} \\ + D_2^+ \begin{pmatrix} ed_2^+ \\ hd_2^+ \end{pmatrix} e^+ \frac{jkxd\cdot x}{p_2^-} + D_2^- \begin{pmatrix} ed_2^- \\ hd_2^- \end{pmatrix} e^{-\frac{jkxd\cdot x}{p_1^-}} \end{bmatrix}$$

$$\cdot e^{j(ky\cdot y + kz\cdot z)} e^{j\omega t}$$

 $-0 \le x \le S$ (milieu ferrimagnétique)

$$\begin{cases} Eg \\ Hg \end{pmatrix} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \\ 1 \end{cases} \begin{bmatrix} F_1^+ \begin{cases} ef_1^+ \\ hf_1^+ \end{cases} & e^{\pm j kx_1 x} \\ e^{\pm j kx_2 x} \\ + F_2^+ \end{cases} \begin{bmatrix} ef_2^+ \\ hf_2^+ \end{cases} e^{\pm j kx_2 x} + F_e^{-} \begin{pmatrix} ef_2^- \\ hf_2^- \end{cases} e^{\pm j kx_2 x} \end{bmatrix} e^{j (ky \cdot y + kz \cdot z + \omega t)}$$

 $- x \ge S$ (milieu air)

L'onde dans l'air doit être localisée sur le dioptre ferriteair. Cette onde est donc de surface $kx_0^2 < 0$,

donc : $kx_0 = + j k_0$

- 16 -

- 17 -

$$\begin{cases} E_{o} \\ B_{o} \\ H_{o} \end{cases} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\mu_{o}}{\epsilon_{o}}} \\ B_{1} \\ 1 \end{cases} \begin{bmatrix} A_{1}^{+} \begin{pmatrix} eo_{1}^{+} \\ A_{1}^{+} \end{pmatrix} e^{-k_{o}x} + A_{2}^{+} \begin{cases} eo_{2}^{+} \\ A_{2}^{+} \end{pmatrix} e^{-k_{o}x} e^{-k_{o}x} \\ e^{-k_{o}x} \end{bmatrix} e^{j(ky.y+kz).z+\omega t}$$

Les conditions de continuité sont :

- Edy = Edz = 0 pour x = -L- Continuité des champs tangentiels \vec{E} et \vec{H} en x = 0 et x = S

Ceci nous donne un système de 10 équations à 10 inconnues $D_1^{\pm} D_2^{\pm} F_1^{\pm} F_2^{\pm} A_1^{+} A_2^{+}$

dont le déterminant D doit s'annuler.

ef _l y ⁺	ef _l y ⁻	ef ₂ y ⁺	ef ₂ y	-ed _l y ⁺	-ed _l y	0	0	0	0
ef_1z^+	ef _l z	ef2z+	ef ₂ z	$-ed_1z^+$	-ed ₁ z	-ed ₂ z ⁺	-ed ₂ z ⁻	0	0
hf ₁ y ⁺	hf _l y ⁻	hf ₂ y ⁺	hf ₂ y	0	0	-hd ₂ y ⁺	-hd ₂ y	0	0
hf ₁ z ⁺	hf _l z ⁻	hf2 ^{z+}	hf ₂ z-	-hd _l z ⁺	-hd _l z	-hd ₂ z ⁺	-hd ₂ z ⁻	0	0
0	0	0	0	$\frac{1}{y} ed_1 y^+$	yed _l y	0	0	0	0
0	0	0	0	$\frac{1}{y} ed_1 z^+$	yed _l z	$\frac{1}{y}ed_2z^+$	yed ₂ z	Q	0
$x_1 ef_1 y^+$	¹ xef ₁ y ⁻	$x_2^{ef}_2^{y^+}$	$\frac{1}{x_2}$ ef ₂ y	0	0	Q	0	e ₀₁ y ⁺	0
Xleflz+	$\frac{1}{x_1} e_1^{f_1^{z}}$	$x_2^{ef}2^{z^+}$	$\frac{1}{x_2}$ ef 2^z	0	0	0	0	e ₀₁ z ⁺	e ₀₂ z ⁺
x ₁ hf ₁ y ⁺	$\frac{1}{x_1}$ hf ₁ y	x ₂ hf ₂ y ⁺	$\frac{1}{x_2}$ hf ₂ y	0	0	0	0	0	h _{o2} y ⁺
$x_1^{hf_1z^+}$	$\frac{1}{x_1} hf_1 z^-$	$x_{2^{hf}2}z^{+}$	$\frac{1}{X_2}$ hf ₂ z	0	0	0	0	$h_{01}z^+$	h ₀₂ z ⁺

avec
$$\begin{array}{c} jkx_1S \\ X_1 = e \\ jkx_2S \\ X_2 = e \end{array}$$
 jkxd.L

La recherche des zéros de ce déterminant a fait l'objet d'un programme numérique exposé dans l'annexe [1].

II₄ <u>Cas_du "mur_magnétique</u>"

L'étude est semblable à la précédente, seules deux conditions aux limites diffèrent :

- pour le mur électrique Edy = Edz = 0 x = -L- pour le mur magnétique Hdy = Hdz = 0 x = -L

Le déterminant D' s'écrit :

ef _l y ⁺	ef _l y ⁻	ef2y+	ef ₂ y	-ed _l y ⁺	-ed _l y	0	0	0	0
ef_1z^+	ef ₁ z ⁻	ef2z+	ef ₂ z	-ed ₁ z ⁺	-ed ₁ z⁺	-ed2z+	-ed ₂ z ⁻	0	0
hf ₁ y ⁺	hf _l y ⁻	hf ₂ y ⁺	hf ₂ y	0	0	-hd ₂ y ⁺	-hd ₂ y-	0	0
hf _l z ⁺	hf _l z ⁻	hf2 ^{z+}	hf ₂ z	-hd ₁ z ⁺	-hd ₁ z ⁻	-hd ₂ z ⁺	-hd ₂ z ⁻	0	0
0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{y}$ hd ₂ y ⁺	yhd ₂ y-	0	0
0	0	0	0	$\frac{1}{y}$ hd ₁ z ⁺	yhd ₁ z	$\frac{1}{y}$ hd ₂ z ⁺	yhd ₂ z	0	0
x ₁ ef ₁ y ⁺	$\frac{1}{X_1}$ of 1^{y}	$x_2^{ef_2y^+}$	$\frac{1}{x_2}$ ef ₂ y	0	0	0	0	eo _l y+	0
X ₁ ef ₁ z ⁺	$\frac{1}{X_1}$ ef ₁ z	$x_2^{ef}z^{z^+}$	$\frac{1}{x_2}$ ef 2^z	0	0	Q	0	eo ₁ z ⁺	eo2 ^{z+}
x ₁ hf ₁ y ⁺	$\frac{1}{x_1}$ hf ₁ y	x ₂ hf ₂ y ⁺	$\frac{1}{x_2}$ ^{hf} 2 ^y	0	0	0	0	0	ho2y+
X ₁ hf ₁ z ⁺	$\frac{1}{X_1}$ hf ₁ z ⁻	X2 ^{hf} 2 ^{z+}	$\frac{1}{x_2}$ hf ₂ z ⁻	0	0	0	0	ho ₁ z ⁺	ho2z+

- 18 -

Nous allons étudier successivement les modes fondamentaux et supérieurs de la structure.

II 5.1. <u>Etude des modes fondamentaux</u>

La structure étant de largeur finie, la constante de propagation suivant cette direction est quantifiée et s'exprime simplement en fonction de la largeur l :

$$kz = \frac{n\pi}{\ell}$$

Les modes (n = 1,2,3 etc.) sont dus à la largeur finie de la structure, mais il convient de s'assurer de l'existence des modes correspondants à n = 0.

Ceux-ci existent seulement si les composantes ey et ex du champ électrique sont nulles dans tous les milieux.

Nous allons chercher ces modes à partir du modèle suivant : Au lieu d'étudier séparément le cas du mur électrique et celui du mur magnétique qui apparaissent comme deux cas extrêmes, il est préférable d'étudier la structure représentée sur la figure (16).

Le milieu "b" ayant un indice $N = \sqrt{\epsilon b \ \mu b} = 1$ et une impédance d'onde $Z = \sqrt{\frac{\mu b}{\epsilon b}}$ variable entre 0 et + ∞ . L'intérêt de ce modèle est de pouvoir faire varier continuement la nature du dioptre au niveau du plan de la fente (x = -L)

Z = 0 mur électrique (conditions aux limites de court-circuit).

Z = 1 dioptre diélectrique-air.

Z = ∞ mur magnétique (conditions aux limites de circuit ouvert).

- 19 -

Nous établissons comme précédemment la relation de dispersion dans les différents milieux puis nous dressons le catalogue des ondes propres pour chacun de ces milieux.

RELATIONS DE DISPERSION

Les relations ((1)), ((2)) et ((3)) deviennent, puisque kz = 0:

$$(t_{1}^{2} - \omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0} \varepsilon f) (t_{2} - \omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0} \varepsilon f. \frac{\mu^{2} - k^{2}}{\mu}) = 0 \qquad \text{ferrite}$$

$$ky^{2} + kxd^{2} = \omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0} \varepsilon d \qquad \text{diflectrique}$$

$$ky^{2} - k_{0}^{2} = \omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0} \qquad \text{air}$$

$$ky^{2} + kxb^{2} = \omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0} \varepsilon b \ \mu b \qquad \text{milieu "b"}$$

Pour le ferrite, la solution $t_1^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon f$ correspond à des modes TM indépendants des paramètres magnétiques du matériau. La solution $t_2^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon f$. $\frac{\mu^2 - k^2}{\mu}$ correspond à des modes TE qui dépendent de la perméabilité tensorielle du matériau. Les modes TM ont entre autres particularités une composante de champ électrique longitudinale ey incompatible avec la condition d'existence des modes fondamentaux (n = 0). Ces modes TM sont à éliminer. Reste la possibilité que ces modes fondamentaux soient du type TE.

ONDES PROPRES

Ondes propres du ferrite
efx = efy = hfz = 0
efz = A [μ kxf - jK ky]
hfx = A [jK ω²ε₀μ₀εf - ky kxf]
hfy = A [ω²ε₀μ₀ε μ - ky²]
Ondes propres dans le milieu "b"

ebx = eby = hbz = 0
ebz =
$$\mu b \ kxb$$

hbx = - ky kxb
hby = $\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon b \ \mu b - ky^2 = kxb^2$

· Ondes propres du diélectrique

Il suffit de remplacer εb par εd μb par l et kxb par kxd

edx = edy = hdz = 0 edz = kxd hdx = -ky kxd $hdy = \omega^{2} \varepsilon_{0} \mu_{0} \varepsilon d - ky^{2} = kxd^{2}$

. Ondes propres dans l'air

Par rapport au cas précédent, il suffit de faire $\varepsilon d = 1$ et kxd = jk eox = eoy = hoz = 0 eoz = jk_0 hox = -jk_0ky hoy = $\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - ky^2 = k_0^2$

Nous voyons que les champs électriques suivant ox et oy sont nuls dans tous les milieux. Les modes fondamentaux sont donc des modes TE et correspondent à la détermination n = 0.

Les conditions de continuité des champs au niveau des dioptres nous donnent le déterminant suivant :

0	0	<u>1</u> ץ	У	0	$-\frac{kd}{kxd}$
Q	0	$-\frac{1}{y}$	У	0	jµb
γ Χ	γ /Χ	0	0	+ k _o	0
(β-α)X	$\frac{\beta + \alpha}{X}$	0	0	+ j	0
Υ	Ŷ	-kxd	-kxd	0	0
βτα	β + α	+ 1	- 1	0	0
jkxd.L jkxf.S avec Y = e et X = e et les trois grandeurs $\gamma = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon f \mu - ky^2$ $\beta = \mu kxf$ $\alpha = j K ky$

La condition de compatibilité donne la relation de dispersion non normalisée qui s'écrit :

$$0 = [-\mu b \text{ kxd } \sin(\text{kxd.L}) + \text{ kb } \cos(\text{kxd.L})].[\text{kxd}].$$

$$[(k_0(\mu^2 - K^2) - K \cdot \text{ky}) \sin(\text{kxf.S}) + \mu \text{kxf } \cos(\text{kxf.S})]$$

$$+ [\text{kb } \sin(\text{kxd.L}) + \mu b \text{ kxd } \cos(\text{kxd.L})].$$

$$[(k_0 K \cdot \text{ky} + \text{ky}^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon f \mu) \sin(\text{kxf.S}) + k_0 \mu \text{kxf } \cos(\text{kxf.S})]$$

avec :
$$kb = \sqrt{ky^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon b \mu b}$$

 $k_0 = \sqrt{ky^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0}$
 $kxd = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon d - ky^2}$ si $ky < \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon d}$
ou $kxd = j kd = j\sqrt{ky^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon d}$ si $ky < \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon d}$
 $kxf = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon f \frac{\mu^2 - K^2}{\mu} - ky^2}$ si $ky < \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon f \sqrt{\frac{\mu^2 - K^2}{\mu}}}$
 $kxf = jkf = j \sqrt{ky^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon f \frac{\mu^2 - k^2}{\mu}}$ si $ky > \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon f \frac{\mu^2 - K^2}{\mu}}$

L'exploitation de la relation de dispersion se fait numériquement (annexe 2)

Les diagrammes de dispersion des modes fondamentaux TE₀₁ sont représentés pour deux structures dont les caractéristiques figurent sur les courbes.

Structure "a" Le plan de la fente étant considéré :
soit comme un mur électrique (figure 17)
soit comme un mur magnétique (figure 18)
Structure "b" Le plan de la fente étant considéré :
soit comme un mur électrique (figure 19)
soit comme un mur magnétique (figure 20)









INTERPRETATION DES DIAGRAMMES DE DISPERSION

Les modes de propagation sont de deux natures :

- . les modes d₁ et d₂, appelés modes dynamiques se propagent dans la zone de coupure du ferrite.
- . les modes notés m_1 et m_2 appelés "magnétostatiques" ont été étudiés par DAMON et ESCHBACH [13] dans l'approximation magnétostatique.

Cette approximation consiste à négliger l'énergie électrique devant l'énergie dipolaire magnétique et se traduit par une simplification des équations de Maxwell.

$$\vec{rot} \vec{H} = 0$$

div $\vec{B} = 0$

Ces modes se caractérisent par l'existence d'un pôle à la fréquence :

$$f_p = \gamma [H_i + \frac{M_o}{1 + \mu_a}]$$
 avec $H_i = H_o - NzM_o$

où μ_{α} est la perméabilité du milieu α directement en contact avec la face du ferrite propageant le mode magnétostatique ; ainsi, les deux modes m₂ se propageant sur le dioptre ferrite-air ont pour pôle

$$E_p = \gamma (H_i + \frac{M_o}{2}) \quad car \mu_{\alpha} = 1$$

et le mode magnétostatique m₁ de la structure "b" qui se propage le long du dioptre ferrite métal ($\mu_{\alpha} = 0$) a pour pôle :

$$f_p = \gamma (Hi + M_0)$$

Physiquement, la fréquence f_p est la fréquence de résonance du ferrite pour le mode considéré.

Nous savons que lorsque les longueurs d'onde deviennent petites devant les dimensions de l'échantillon ferrimagnétique, la fréquence de résonance n'obéit plus à la formule de Kittel :

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{(H_{i} + N_{x}M_{o}) (H_{i} + N_{y}M_{o})}$$

où N_x et N_y sont les coefficients de désaimantation suivant les directions 0x et 0y de l'échantillon. L'aimantation radiofréquence n'est plus uniforme et les coefficients de désaimantation de la formule de KITTEL s'en trouvent modifiés et perdent leur sens.

Lorsque le plan de la fente est un mur électrique (W=O), la structure "a" propage un mode magnétostatique direct à onde inverse figure (17). L'existence d'un tel mode n'est pas surprenant. En effet, pour des grandes longueurs d'onde, la rapport L/λ est très faible, le mode m₁ est donc sensible à la présence du métal et se propage pratiquement sur le dioptre ferrite-métal ($\mu_{\alpha} = 0$, la fréquence du pôle est f_p = $\gamma(H_1+M_0)$).

Lorsque ky augmente, le rapport L/ λ augmente, le métal perd de son influence, le mode va donc se propager sur le dioptre ferritediélectrique dont le pôle est à la fréquence $f_p = \gamma (H_1 + \frac{M_0}{2})$.

Ces deux pôles "vus" successivement par les modes qui se propagent, selon les ky croissants, expliquent la forme de la courbe de dispersion.

La nature de la surface (x = -L) étant comprise entre le mur magnétique et le mur électrique, il nous a semblé intéressant de tracer l'évolution de ce mode direct à onde inverse en fonction de la perméabilité µb du milieu "b", figure (21). Cette étude montre que le mode m₁ devient dans sa totalité un mode direct à onde directe pour µb supérieur ou égal à l (pour cette valeur il n'y a plus qu'un seul pôle à la fréquence $f_p = \gamma (H_i + \frac{M_0}{2})$.

LOCALISATION DES MODES

Les modes magnétostatiques de vecteur d'onde \vec{ky} se propagent sur la face du ferrite pour laquelle le trièdre $(\vec{H_o}, \vec{H_y}, \vec{N})$ est inverse. où $\vec{H_o}$ est le champ magnétique extérieur appliqué et \vec{N} la normale à la surface considérée. Les modes dynamiques se propagent sur la face du ferrite pour laquelle le trièdre $(\vec{H_o}, k_v, \vec{N})$ est direct.

CARTE DES CHAMPS

La figure (22) représente la carte des champs des modes fondamentaux. La similitude avec la carte des champs du mode fondamental de la microfente (figure (23)), laisse prévoir une bonne excitation des modes fondamentaux.







II 5.2. Modes supérieurs (n = 1)

Nous allons vérifier que la propagation des modes (n=1) n'est pas affectée par la présence de la fente car celle-ci ne coupe aucune ligne de courant.

- DEMONSTRATION

11

Dans la théorie générale, nous avons construit des champs de la forme :

$$\begin{cases} E \\ H \end{cases} = \begin{cases} \sqrt{\frac{r_0}{\epsilon_0}} \\ 1 \end{cases} \alpha \begin{cases} e_i \\ h_i \end{cases} e^{j(kxx + kyy + kzz) j\omega t} \\ e & e \end{cases}$$

i pouvant désigner le diélectrique ou le ferrite ou l'air.

Dans le cas où n est différent de zéro, il existe une périodicité suivant l'axe z et dans l'expression précédente, il faudra tenir compte des deux valeurs (kz et -kz) dues aux réflexions sur les plans métalliques en z = 0 et z = ℓ .

Les champs se composent de huit termes, compte tenu des quatre valeurs possibles de kx dans chacun des milieux et des deux valeurs kz et - kz. Dans le milieu diélectrique (0 ≥ x ≥ -L) nous avons :

 $\begin{cases} \overset{\text{Ed}}{\text{Hd}} = \left\{ \frac{\sqrt{\mu d}}{1} \right\} \begin{bmatrix} p_1 + \left\{ \overset{\text{ed}_1}{\text{hd}_1} + \right\} & e^{jkxdx} + p_1 - \left\{ \overset{\text{ed}_1}{\text{hd}_1} - \right\} & e^{-jkxdx} \\ + p_2 + \left\{ \overset{\text{ed}_2}{\text{hd}_2} + \right\} & e^{jkxdx} + p_2 - \left\{ \overset{\text{ed}_2}{\text{hd}_2} - \right\} & e^{-jkxdx} \end{bmatrix} & e^{j(kyy + kzz)} \\ + \left\{ \sqrt{\frac{\mu d}{\epsilon d}} \right\} \begin{bmatrix} \varphi_1 + \left\{ \overset{\text{ed}_1}{\text{hd}_1} + \right\} & e^{+jkxdx} + \varphi_1 - \left\{ \overset{\text{ed}_2}{\text{hd}_2} - \right\} & e^{-jkxdx} \\ + \left\{ \sqrt{\frac{\mu d}{\epsilon d}} \right\} \begin{bmatrix} \varphi_1 + \left\{ \overset{\text{ed}_1}{\text{hd}_1} + \right\} & e^{+jkxdx} + \varphi_1 - \left\{ \overset{\text{ed}_1}{\text{hd}_1} - \right\} & e^{-jkxdx} \\ + \left\{ \sqrt{\frac{\epsilon d}{\epsilon d}} \right\} \begin{bmatrix} \varphi_1 + \left\{ \overset{\text{ed}_1}{\text{hd}_1} + \right\} & e^{+jkxdx} + \left\{ \sqrt{\frac{\epsilon d}{\epsilon d}} \right\} & e^{-jkxdx} \\ + \left\{ \sqrt{\frac{\epsilon d}{\epsilon d}} \right\} & e^{jkxdx} + \left\{ \sqrt{\frac{\epsilon d}{\epsilon d}} \right\} & e^{j(kyy - kzz)} \\ e^{j(kyy - kzz)} \end{bmatrix} \end{cases}$

où $Ed_1 Hd_1$ etc. sont les champs correspondants à - kz.

Les conditions aux limites sur les parois métalliques à z = 0 et $z = \ell$ vont nous permettre d'exprimer plus simplement ces champs.

En effet, nous avons quels que soient x et y en z = 0 et z = ℓ :

$$Edy = Edx = 0$$

La condition Edy = 0 entraine les relations :

$$D_{1}^{+} ed_{1}y^{+} e^{jkzz} + \partial_{1}^{+} Ed_{1}y^{+} e^{-jkzz} = 0$$
$$D_{1}^{-} ed_{1}y^{-} e^{+jkzz} + \partial_{1}^{-} Ed_{1}y^{-} e^{-jkzz} = 0$$

pour z = 0 et $z = \ell$, ces relations deviennent :

$$\mathscr{B}_1^+ = - \mathfrak{D}_1^+$$
$$\mathscr{P}_1^- = - \mathfrak{D}_1^-$$

La condition Edx = 0 entraine de la même façon :

$$\mathscr{P}_2^+ = \mathsf{D}_2^+$$

 $\mathscr{P}_2^- = \mathsf{D}_2^-$

Ces relations nous permettent d'écrire l'expression du champ magnétique Hy au milieu de la fente (x = - L ; z = $\frac{1}{2}$).

$$\begin{aligned} Hdy &= [D_2^{+} hd_2y^{+} e^{-jkxd L} e^{+jkz} \frac{p}{2} + D_2^{-}hdey^{-} e^{+jkxdL} e^{jkz} \frac{p}{2} \\ &+ D_2^{+} Hd_2y^{+} e^{-jkxd L} e^{-jky} \frac{p}{2} + D_2^{-} Hd_2y^{-} e^{+jkxd L} e^{jkz} \frac{p}{2} \\ &\text{sachant que : } hd_2y^{+} = hd_2y^{-} = Hd_2y^{+} = Hd_2y^{-} = h \end{aligned}$$

l'expression se réduit à :

Hdy =
$$\left[\left(D_2^+ h e^{-jkxd L} + D_2^- h e^{+jkxd L}\right) 2 \cos kz \frac{\ell}{2}\right]$$

Les modes supérieurs n = 1 correspondent à la valeur $kz = \frac{\pi}{\rho}$ ce

qui entraine cos kz $- = \cos \frac{\pi}{2} = 0$ 2 2

Le champ Hdy est nul au niveau de la fente, il en est de même pour le courant iz, traversant celle-ci puisque :

$$iz = Hdy \wedge \vec{n}$$

 $(\vec{n} \text{ est la normale au plan de la fente})$

La fente ne perturbe donc pas les modes supérieurs n = 1 de la structure métallisée en x = -L (mur électrique). Ce résultat est très important car il prouve que les conditions aux limites sur la surface x = -L (mur électrique).

Ce résultat est très important car il prouve que les conditions aux limites sur la surface x = -L varient avec l'ordre des modes propagés. Le diagramme de dispersion des modes (n=1) est obtenu par annulation du déterminant D correspondant au mur électrique.

Excitation_des_modes_:_carte_des_champs

Les champs sont de la forme :

 $\begin{aligned} & \text{Edx} = 4.j.\cos \left[\text{kxd}(x-L) \right] \cdot \sin(\text{kz.z}) e^{j.\text{kxd.L}} \left[D_1^{+}\text{ed}_1^{}x^{+} + D_2^{}ed_2^{+}x \right] \\ & \text{Edy} = -4 D_1^{+} ed_1^{}y^{+} e^{j\text{kxd.L}} \sin\left[\text{kxd}(x-L) \right] \sin(\text{kz.z}) \\ & \text{Edz} = 4.j. \sin \left[\text{kxd}(x-L) \right] \cos(\text{kz.z}) e^{j.\text{kxd.L}} \left[D_1^{+}\text{ed}_1^{}z^{+} + D_2^{+}ed_2^{}z^{+} \right] \\ & \text{Hdx} = 4.j. \sin \left[\text{kxd}(x-L) \right] \cos(\text{kz.z}) e^{j.\text{kxd.L}} \left[D_1^{+}\text{hd}_1^{}x^{+} + D_2^{+}hd_1^{}x^{-} \right] \\ & \text{Hdy} = +4D_2^{+}hd_2^{}y^{+} e^{j\text{kxd.L}} \cos\left[\text{kxd.}(x-L) \right] \cos(\text{kz.z}) \\ & \text{Hdz} = 4.j.\cos\left[\text{kxd}(x-L) \right] \sin(\text{kz.z}) e^{j\text{kxd.L}} \left[D_1^{+}\text{hd}_1^{}z^{+} + D_2^{+}hd_2^{}z^{+} \right] \\ & \text{(dans le diélectrique).} \end{aligned}$

Les champs dans les autres milieux ont la même périodicité en z.

Pour
$$n = 1$$

 $kz = \frac{\pi}{\rho}$

La figure (24) représente les champs \vec{E} et \vec{H} dans un plan de section droite.

Les modes (n=1) sont antisymétriques en champ \vec{h} et symétriques en champ \vec{e} par rapport à un plan parallèle à xoy et passant par la fente, le mode fondamental de la microfente est symétrique en champ \vec{h} et antisymétrique en champ e par rapport à ce même plan. L'excitation est donc impossible, il en sera de même pour tous les modes supérieurs d'ordre impair.



Mode supérieur (n = 1)



Mode fondamental de la microfente

FIGURE 24 : Carte des champs.

Représentation dans un plan de section droite.,



II 5.3. Modes supérieurs (n = 2)

L'expression du champ Hdy pour n = 2 en x = -L et $z = \frac{\ell}{2}$ s'écrit :

 $Hdy = (D_2^{+}h e^{-jkxd L} + D_2^{-}h e^{+jkxd L}) \alpha \cos kz \frac{p}{2}$

kz étant égal à $\frac{2\pi}{e}$ le champ Hdy est non nul en cet endroit. Les conditions aux limites sur la surface x = -L ne sont donc pas aussi bien définies pour ces modes (n = 2) que pour les modes (n = 1).

Nous avons représenté les courbes de dispersion, le plan de la fente étant considéré comme un mur électrique pour la structure "a" figure (25) et pour la structure "b" figure (26).

Excitation_des_modes_carte_de_champs.

Les champs ont la même périodicité en z que les champs des modes supérieurs n = 1, mais avec kz = $\frac{2\pi}{c}$.

Nous avons représenté figure (27) les champs dans un plan de section droite pour les modes supérieurs n = 2 et pour le mode fondamental de la microfente.

La similitude des cartes de champs au niveau de la fente laisse prévoir une bonne excitation de la part de la structure microfente.

Conclusion

Si les modes supérieurs n = 1 vérifient des conditions aux limites de court-circuit parfait dans le plan de la fente, il n'en est pas de même pour les modes fondamentaux et les modes supérieurs (n = 2). L'étude expérimentale va nous permettre de lever l'indétermination sur la nature des conditions aux limites dans le plan de la fente pour ces modes.







modes supérieurs(n = 2)

- dans le cas du mur magnétique les lignes de champs électriques se courbent au voisinage de la surface (x = -L) et deviennent parallèles à cette surface.
- dans le cas du mur électrique, le même phénomène se produit pour les lignes de champs magnétiques.

FIGURE 27



mode fondamental de la microfente

III - DISPOSITIFS EXPÉRIMENTAUX

III - DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX

Les structures réelles étudiées sont représentées sur les figures (28) et (23).



Structure a W = 0,8 mm S = 0,725 cm L = 0,0635 cm L = 2,4 cm X = 4,2 cm Ferrite 47775 = 1780 g (YIG)



figure (29)

Structure "b"

$$W = 1 mm$$

 $S = 0.4 cm$
 $L = 0$
 $l = 1.2 cm$
 $S = 4.7 cm$
Ferrite 4TMS = 1500 g

- 29 -

III, <u>Technologie de réalisation</u>

Le substrat est recouvert d'une couche métallique mince obtenue sous vide par pulvérisation cathodique ou évaporation. En général, il est nécessaire de déposer une couche d'accrochage (titane, tantale, chrome etc.) avant de faire le dépôt définitif. La couche est ensuite épaissie par dépôt électrolytique jusqu'à 10 µ environ.

La fente est réalisée par photogravure. Les substrats utilisés sont de deux types :

* Substrat céramique

- alumine $\varepsilon_r = 9,6$ épaisseur L = 0,0635 cm

^{*} Substrats ferrimagnétiques

- Substrat YIG (Yttrium Iron Garnet) pur polycristallin dont les caractéristiques sont :

 $4 \text{IIM}_{S} = 1780 \text{ Gauss}$ $\Delta \text{Heff} = 0,5 \text{ oe}$ $\epsilon \text{rf} = 14,5$

- Substrat YIG substitué partiellement par des ions Gd (Gadolinium)

 $(4 \Pi M_s = 1500 \text{ Gauss})$

III, Les_transitions

Celles-ci sont de deux types :

transition coaxiale-microfente (figure (30)). Cette transition définie par COHN consiste en une demi-boucle circulaire shuntant la fente. Cette boucle est réalisée au moyen de l'âme centrale du coaxial, la gaine étant soudée sur l'une des arêtes métalliques de la microfente.

S. TOUTAIN [8] a montré que ces transitions sont du type passe-bande. Elles sont limitées en basse fréquence par la variation très rapide de l'impédance de la microfente et en haute fréquence par l'éloignement de l'excitation au plan de

- 30 -

la fente.



Transition microbande-microfente (figure (31)). Le principe est le même que précédemment, la microbande remplaçant l'âme centrale du coaxial. L'étude expérimentale de cette transition [8] a montré des performances nettement supérieures par rapport à la précédente en particulier la bande de fréquence utilisable est plus étendue.



III₃ <u>Etude expérimentale de la propagation sur les structures</u> microfentes

Afin de vérifier les caractéristiques de la propagation des ondes électromagnétiques sur les structures proposées, nous déterminons expérimentalement les diagrammes de dispersion. Deux méthodes peuvent être envisagées :

- Mesures en ondes progressives
- Mesures en cavité.

- 31 -

III3.1. Méthodes de mesure en ondes progressives

Il est possible de connaitre la différence de phase $\Delta \phi$ entre l'entrée et la sortie de la structure d'où l'on peut tirer :

$$ky = \frac{\Delta\phi}{\Lambda I_{\star}} = f(\omega)$$

L'inconvénient de cette méthode est due essentiellement au fait que l'on ne peut pas s'affranchir d'un certain nombre d'erreurs systématiques dues aux imperfections du montage en particulier des rotations de phase dans les transitions, et du TOS d'entrée.

D'autre part, pour une même fréquence plusieurs modes sont susceptibles de se propager ; dans ce cas, la caractérisation de l'un d'eux n'est possible que si l'on peut atténuer correctement les autres.

III3 2 Mesures en cavité

Les difficultés d'adaptation des transitions entrainent l'apparition de réflexions au niveau de celles-ci ; la structure étudiée ("a" ou "b") peut alors être considérée comme une cavité en transmission.

Tous les modes propagés dans la structure sont non réciproques, en effet aucun diagramme de dispersion ne présente une symétrie par rapport à l'axe des fréquences.Après réflexion, l'énergie ne peut donc être véhiculée sur un mode ayant les mêmes caractéristiques de dispersion que le mode qui amène cette énergie jusqu'à l'extrêmité de la ligne.

Nous nous proposons donc d'étudier dans divers cas, d'une façon très simplifiée, les fréquences de résonance de cette cavité.

a) <u>Cas de modes réciproques</u>

Les vitesses de phase, d'énergie et de groupe se conservent en module mais changent de sens.

- 32 -



L'état électrique d'une ligne de transmission propageant de tels modes est :

$V(y) = A e^{-\gamma y}$	+	ве ^{+үу}
K		6
propagation vers les 0y positifs		propagation vers les 0y négatifs

avec $\gamma = \alpha + j$ ky où α représente les pertes et ky $= \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{|v\phi|}$

Si l'on place à y = 0 et y = \mathscr{L} des murs électriques, les conditions V(o) = V(\mathscr{L}) = 0 entraine la relation :

$$\left[e^{-\gamma x} - e^{+\gamma x}\right] = 0$$

où

 $\sin ky \chi = 0$ si les pertes sont nulles.

Ceci nous donne la relation entre la constante de phase ky et la longueur de la cavité.

$$ky = \frac{n\pi}{\chi}$$

b) <u>Cas de modes non réciproques directs</u> à ondes directes



1~91 # 1 N921 |Ne1 | # [Ne2 |

<u>figure (33)</u>

Dans ce cas, l'état de la ligne de transmission est donné par :

$$V(y) = A e^{-\gamma_1 y} + B e^{+\gamma_2 y}$$

avec $\gamma_1 = \alpha_1 + j k y_1$

or,

 $\gamma_2 = \alpha_2 + j ky_2$

Pour la même cavité de longueur $\mathcal X$ les conditions aux limites

 $V(0) = V(\vec{X}) = 0 \qquad \text{s'écrivent};$ $\begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 \vec{X}} & e^{+\gamma_2 \vec{X}} \end{bmatrix} = 0$

En considérant des pertes nulles :

 $\begin{bmatrix} e^{-j k y_1 x} - e^{+j k y_2 x} \end{bmatrix} = 0$ ky_2 = $\frac{k y_1 + k y_2}{2} - \frac{k y_1 - k y_2}{2}$

 $ky_{1} = \frac{ky_{1} + ky_{2}}{2} + \frac{ky_{1} - ky_{2}}{2}$

La relation précédente serait alors :

$$-2 e^{-j(\frac{ky_1 - ky_2}{2})\lambda} sin\left[(\frac{ky_1 + ky_2}{2})\lambda'\right] = 0$$

- 34 -

Cette équation s'annule pour :

$$\frac{ky_1 + ky_2}{2} = \frac{n\pi}{\varkappa}$$

c) Le dernier cas à envisager est celui des modes directs à ondes inverses



Le diagramme de dispersion comporte deux branches, la première que l'on peut appeler directe à onde directe et la seconde directe à onde inverse. Ces deux branches du diagramme de dispersion donnent deux valeurs de la constante de phase ky pour une même fréquence $(ky_1 et ky_2)$.

L'onde de fréquence f et de constante ky₁ véhicule l'énergie dans le sens de la vitesse de phase. Une onde de même fréquence mais de constante ky₂ peut véhiculer l'énergie mais en sens inverse, la vitesse de phase restant positive. Ce mode peut donc à lui seul assurer le transport de l'énergie dans la cavité.

Pour une cavité de longueur χ' les conditions aux limites $V(o) = V(\chi') = 0$ s'écrivent :

 $\begin{bmatrix} e^{-\gamma} \mathbf{1}^{\mathbf{X}} - e^{\gamma} \mathbf{2}^{\mathbf{X}} \end{bmatrix} = 0$

avec

$$\gamma_1 = \alpha_1 + j k y_1$$

 $\gamma_2 = \alpha_2 - j ky_2$

Pour des pertes nulles, l'expression précédente devient :

$$e^{-jky_{1}x} - e^{-jky_{2}x} = 0$$

$$ky_{1} = \frac{ky_{1} + ky_{2}}{2} + \frac{ky_{1} - ky_{2}}{2}$$

or

et

 $ky_2 = \frac{ky_1 + ky_2}{2} + \frac{ky_1 - ky_2}{2}$

La relation précédente devient :

$$-2 e^{-j(\frac{ky_1+ky_2}{2})^2} \sin\left[(\frac{ky_1-ky_2}{2})^2\right] = 0$$

Celle-ci s'annule pour :

$$\frac{|\mathbf{k}\mathbf{y}_1 - \mathbf{k}\mathbf{y}_2|}{2} = \frac{\mathbf{n}\mathbf{I}}{\mathbf{k}}$$

III3.3. Dispositif Expérimental

Nous utilisons exclusivement l'analyseur de réseau Hewlett Packard. L'emploi de cet appareil nous permet de tracer directement le module et la phase des coefficients de transmission dans les deux sens de propagation en fonction de la fréquence sur une bande variant de 0,1 à 12 GHz.



Le champ interne H_i est évalué à partir de :

 $H_{i} \vec{k} = H_{o} \vec{k} - N_{Z} (xyz) M_{o} \vec{k} + Han (xyz)$

Pour un ferrite polycristallin les champs d'anisotropie \overrightarrow{Han} orientés "au hasard", vont avoir un effet dispersif sur la valeur du champ interne H_i.

La théorie au ler ordre de JOSEPH et SCHLOMAN [14] permet d'évaluer la valeur du champ H_i. Tous les paramètres sont fixes, seul ce champ H_i sera adapté pour ajuster la théorie. Néanmoins, nous avons vérifié que les valeurs pratiques adoptées dans nos mesures sont très voisines des valeurs théoriques.

IV - Résultats Expérimentaux

;

IV - RESULTATS EXPERIMENTAUX

IV₁ <u>Etude de la structure "a"</u>



IV_{1,1} <u>Généralités</u>

Avant de présenter des résultats spécifiques à l'un ou l'autre des modes de propagation, il nous a semblé utile de tracer sur analyseur de réseau les variations des deux coefficients de transmission S_{12} et S_{21} en fonction de la fréquence de 3 à 8 GHz figure (36).

La courbe $S_{21}(f)$ présente entre 3 et 4 GHz une succession de résonances très rapprochées. Par contre dans la même bande de fréquence le coefficient $S_{12}(f)$ correspondant à l'autre sens de propagation ne présente pas ces particularités.

Pour chacune des fréquences de résonance, la cavité en transmission absorbe de l'énergie.

L'écart de fréquence δf séparant chacun des pics d'absorption est très faible, cela implique que le mode ou l'un des modes responsables (cf chapitre 3) ne peut être qu'un mode magnétostatique présentant au voisinage de son pôle fp = $\gamma (H_i + \frac{M_O}{1+\mu_{\alpha}})$ des vitesses de phase et de groupe très faibles.

La courbe S₁₂(f) montre que ces modes ne sont pas excités ou ne peuvent exister dans l'autre sens de propagation.



 Il est intéressant de voir ce que deviennent ces résonances lorsque l'on ajoute en-dessous du substrat ferrimagnétique une plaquette de matériau absorbant. La nouvelle structure ainsi définie figure (37), est identique à l'isolateur décrit dans l'introduction.



Nous avons tracé comme précédemment les deux coefficients S_{12} et S_{21} en fonction de la fréquence (figure (3g)). Les fréquences de résonance de la cavité en transmission sont très peu affectées par la présence du milieu absorbant, par contre audelà de 4 GHz, l'énergie est fortement absorbée, ce qui confirme la présence d'un mode de surface sur la face du ferrite en contact avec l'absorbant.

Ces résonances qui n'apparaissent en fait dans nos expériences que par une mauvaise adaptation des transitions aux extrêmités de la structure se traduisent dans l'isolateur étudié par COURTOIS et DE VECCHIS []par un accident de la courbe de dispersion.

Les modes résonnants de la cavité qui sont également responsables de la chute d'isolation et qui limitent la bande de fréquence du composant non réciproque se propagent le long du dioptre ferrite-diélectrique car ils sont peu affectés par la présence du milieu absorbant.

IV1.2. Analyse des résultats

Nous allons successivement étudier le mode de surface se propageant le long du dioptre ferrite-air (lère expérience) ou ferrite absorbant (2e expérience) et les modes magnétostatiques se propageant sur l'autre coté du ferrite (dioptre ferrite-diélectrique).

- 39 -

Il est intéressant de voir ce que deviennent ces résonances lorsque l'on ajoute en-dessous du substrat ferrimagnétique une plaquette de matériau absorbant. La nouvelle structure ainsi définie figure (37), est identique à l'isolateur décrit dans l'introduction.



Nous avons tracé comme précédemment les deux coefficients S_{12} et S_{21} en fonction de la fréquence (figure (3g)). Les fréquences de résonance de la cavité en transmission sont très peu affectées par la présence du milieu absorbant, par contre audelà de 4 GHz, l'énergie est fortement absorbée, ce qui confirme la présence d'un mode de surface sur la face du ferrite en contact avec l'absorbant.

Ces résonances qui n'apparaissent en fait dans nos expériences que par une mauvaise adaptation des transitions aux extrêmités de la structure se traduisent dans l'isolateur étudié par COURTOIS et DE VECCHIS []par un accident de la courbe de dispersion.

Les modes résonnants de la cavité qui sont également responsables de la chute d'isolation et qui limitent la bande de fréquence du composant non réciproque se propagent le long du dioptre ferrite-diélectrique car ils sont peu affectés par la présence du milieu absorbant.

IV_{1.2}. <u>Analyse des résultats</u>

Nous allons successivement étudier le mode de surface se propageant le long du dioptre ferrite-air (lère expérience) ou ferrite absorbant (2e expérience) et les modes magnétostatiques se propageant sur l'autre coté du ferrite (dioptre ferrite-diélectrique).

- 39 -



IV 1.2.1. Mode (ferrite-air) ou (ferrite-absorbant)

Ces modes de surface dynamiques ont été étudiés par COURTOIS et DE VECCHIS [15]. En effet, pour la réalisation de composants non réciproques (isolateurs circulateurs) en structure microfente ou autre, les modes intéressants sont ceux qui se propagent sur une surface dans une large bande de fréquence. Ceci explique pourquoi ces modes ont fait l'objet d'autres publications [16] [17] [18].

Les diagrammes de dispersion pour les deux sens de propagation ont été tracés point par point à partir d'une mesure de déphasage entre l'entrée et la sortie du dispositif, figure (39). Les valeurs théoriques reportées sur la même figure tiennent compte de la permittivité relative complexe de l'absorbant $\varepsilon = \varepsilon' + j \varepsilon''$. Les auteurs ont ainsi pu identifier les modes dans les deux sens de propagation comme étant des modes TE_{01} ; toutefois, les courbes ne sont en bon accord avec les courbes expérimentales que dans la mesure où l'on assimile la surface x = -L (plan de la fente) à un mur magnétique.

IV_{1.2.2}, <u>Etude des modes magnétostatiques</u>

Nous avons tracé sur la figure (4o) la courbe S₂₁ en fonction de la fréquence entre 3 et 4 GHz. Pour chacune des résonances, il existe une relation entre les constantes de propagation et le longueur de la plaquette.

- Si les modes sont directs à ondes directes
 - nous avons : $\frac{|\mathbf{k}\mathbf{y}_1 + \mathbf{k}\mathbf{y}_2|}{2} = \frac{\mathbf{n}\mathbf{I}}{\varphi}$
- Si le mode est direct à onde inverse nous avons :

$$\frac{|\mathbf{k}\mathbf{y}_1 - \mathbf{k}\mathbf{y}_2|}{2} = \frac{\mathbf{n}\boldsymbol{\Pi}}{\mathbf{X}}$$

Pour vérifier ces équations, il convient de déterminer l'ordre n de chacune des résonances. Ceci peut être réalisé par visualisation des cartes de champ.




- Visualisation des cartes de champ (détermination de 0)

Nous avons essayé la méthode de visualisation des champs mise au point aux L.T.T. par J. PUYAUBERT []. Cette méthode met en oeuvre des cristaux liquides (substances mésomorphes cholestériques) mais nécessite une densité d'énergie électromagnétique relativement élevée pour échauffer les substances cholestériques.

Dans notre structure, le mode magnétostatique est localisé sur le dioptre ferrite-diélectrique et non au niveau de la fente où sont déposés les cristaux liquides. Les puissances disponibles sont alors insuffisantes pour une visualisation correcte de la répartition d'énergie électromagnétique.

- Méthode de perturbation

Un élément résistif non magnétique perturbe peu une cavité s'il est placé dans un noeud de champ électrique. Par contre, la perturbation est importante s'il est placé dans un ventre de champ électrique.

Nous avons utilisé cette propriété pour relever la périodicité des champs électriques pour chacune des résonances Θ , $\Theta+1$, $\Theta+2$... etc. figure (40). Le montage utilisé est représenté figure (41).



figure (41)

La courbe S₂₁ est visualisée sur un oscilloscope par wobulation rapide en fréquence. Nous balayons la surface de la microfente avec la lamelle de matériau résistif et nous observons la déformation de chaque résonance.

La déformation observée dépend de l'amplitude des champs électriques Ex et Ez, on peut alors relever la position des minimas et des maximas de ces champs, donc leur périodicité spaciale (figure (42)).

- 41 -









> POINTS EXPERIMENTAUX

Figure (42) <u>Methode de Perturbation</u> BUS Visualisation de l'amplitude des champs Exet Ez en fonction de y

Nous mettons ainsi en évidence que les extrêmités de la plaquette de ferrite sont équivalentes en lère approximation à des parois de court-circuit magnétique.

- Interprétation

Contrairement à ce qui se passe pour les modes classiques, l'ordre des résonances croît lorsque la fréquence décroit. Ce phénomène est caractéristique d'un mode direct à onde inverse. Pour ce mode, nous avons :

$$\frac{1}{2} |\mathbf{k}\mathbf{y}_1 - \mathbf{k}\mathbf{y}_2| = \frac{\mathbf{n}\mathbf{I}}{\mathcal{L}}$$

COURTOIS et DE VECCHIS ont montré que les modes fondamentaux TE_{01} "voient" un mur magnétique en x = -L. Le mode magnétostatique ne peut donc être le mode fondamental TE_{01} (celui-ci n'apparaît pas sur la figure (18) du chapitre 2 mais existe à des fréquences très inférieures aux fréquences de travail). En effet, les modes magnétostatiques directs à ondes inverses n'existent que si le "mur" constitué par la surface x = - L est à "dominante" électrique (cf chapitre 3 figure (21)).

Afin d'identifier ce mode, nous avons tracé sur la figure (43) le coefficient de transmission S_{21} en fonction de la fréquence pour différents champs internes H_i . En utilisant la méthode de perturbation pour numéroter chacune des résonances, nous avons construit les courbes expérimentales $\frac{1}{2} |ky_1 - ky_2| = \frac{n\pi}{\varkappa}$ en fonction de la fréquence (figure (44)).

- Comparaison avec la théorie

Le mode magnétostatique fondamental étant exclu ainsi que le mode sup**é**rieur d'ordre l non excité, nous construisons à partir du diagramme de dispersion du mode magnétostatique d'ordre 2 la courbe théorique $\frac{1}{2} |ky_1 - ky_2|$ en fonction de la fréquence. Sur la même figure, nous reportons les valeurs expérimentales obtenues pour différentes valeurs du champ interne :

> figure (45) $H_{i} = 250$ e figure (46) $H_{i} = 250$ e

- 42 -









Nous constatons un bon accord entre les valeurs théorique et expérimentale sauf pour les faibles valeurs de $\frac{1}{2}|ky_1 - ky_2|$. Nous pensons que les écarts constatés dans cette zone peuvent s'expliquer de la façon suivante :

Nous avons déterminé les points expérimentaux en supposant que les extrêmités de la plaquette de ferrite constituent des courts-circuits magnétiques parfaits.

En réalité, les conditions aux limites sur les extrêmités de la plaquette de ferrite sont loin d'être des conditions de circuit ouvert parfait, les champs évanescents en deçà de y = 0 et au-delà de y = \mathcal{L} peuvent être importants. De ce fait, la plaquette présente une longueur électromagnétique effective supérieure à la longueur réelle. La différence $\left(\mathcal{L}_{eff} - \mathcal{L}\right)$ étant inversement proportionnelle à l'ordre des résonances, les erreurs faites sur les résonances d'ordres élevés sont faibles tandis que celles-ci deviennent importantes lorsque l'ordre diminue.

IV, Etude de la structure "b"

La structure "b" est un cas particulier de la structure "a" et seuls, les modes supérieurs (n = 2) se propageant sur le coté du ferrite en contact avec l'excitation subissent une modification de leur caractéristique de dispersion due à l'influence prépondérante du métal.

Ainsi, le mode magnétostatique supérieur (n = 2) évolue d'un mode direct à onde inverse lorsque L # 0 à un mode direct à onde directe lorsque pour L = 0.

$IV_{2,1}$ Mode magnétostatique (n = 2)

Nous donnons figure (47) les variations du coefficient S_{21} en fonction de la fréquence pour différents champs internes H_1 . La méthode de perturbation ne permet pas de déterminer l'ordre des résonances de la cavité en transmission. En effet, les mesures sont rendues très imprécises du fait de l'ordre élevé de ces résonances. Nous vérifions sur les courbes de la figure (47) que la fréquence du pôle du mode magnétostatique est supérieure à toutes les fréquence ces de résonance ; ceci prouve que nous sommes en présence d'un mode directe.

Ceci nous a permis de tracer les courbes de la figure (48). Il est impossible de faire une comparaison absolue avec la théorie; toutefois, une comparaison des allures respectives des courbes expérimentale et théorique est possible.

Deux modes de propagation sont nécessaires pour véhiculer l'énergie d'une extrêmité à l'autre de la cavité. Le mode magnétostatique amène l'énergie dans le sens positif de l'axe Oy. Le seul mode capable de ramener cette énergie est un mode hybride (cf chapitre 2, figure 26) se propageant en sens inverse. Nous avons donc construit la courbe théorique $\frac{1}{2}$ (ky₁ + ky₂) en fonction de la fréquence figure (49). Sur la même figure, les points expérimentaux (correspondant à la courbe (50)), sont placés de façon à permettre une comparaison aisée de l'allure des courbes théorique et expérimentale. Le bon accord de ces courbes prouve que l'hypothèse de la propagation d'un mode magnétostatique et d'un mode hybride est justifiée et permet la numération des résonances ($\alpha = 8$).







CONCLUSION

Nous avons présenté une étude théorique et expérimentale de la propagation des ondes électromagnétiques dans une structure bicouche (diélectrique-ferrite) excitée par une ligne microfente.

L'étude théorique a été menée à partir de deux modèles simplifiés de la structure :

- dans le premier, nous négligeons l'influence de la fente (W = 0 mur électrique)
- dans le second, au contraire, nous appliquons sur toute la surface(x = -L) les conditions aux limites de circuit ouvert valables uniquement dans la fente.

L'étude de ces deux modèles a permis de tracer les diagrammes de dispersion des modes fondamentaux et des modes supérieurs susceptibles de se propager. Divers programmes numériques ont été mis au point au cours de ce travail ; en particulier nous evons élaboré un programme donnant les caractéristiques de dispersion d'une ligne à quatre couches (métal-diélectrique-ferrite-air) qui n'avait à ce jour été étudiée que dans l'approximation magnétostatique par BONGIANNI [20] et sans approximation pour le milieu "b" par COURTOIS [18].

L'étude expérimentale a permis de vérifier les modèles et les hypothèses proposées pour interpréter les phénomènes de propagation. L'existence des modes magnétostatiques directs à ondes inverses prévue théoriquement, a pu être vérifiée par une méthode de résonance.

C'est enfin à l'existence de ces modes que l'on peut attribuer la chute d'isolation du dispositif non réciproque qui a motivé cette étude.

5 • 5 • 5 • 5 • 5 • 5 • 5 • 5 • 5

BIBLIOGRAPHIE

- [01] <u>M.E. HINES</u> "Reciprocal and nonreciprocal modes of propagation in ferrite stripline and microstrip devices". I.E.E.E. Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-19, pp. 442-451, may 1971.
- [02] <u>M. DE VECCHIS, L. RACZY AND P. GELIN</u> "A new slot line broadband isolator", Proc. European Microwave Conf. (Brussels, Belgium 1973).
- [03] L. COURTOIS AND M. DE VECCHIS "A new class of non-reciprocal components using Slot-Line". I.E.E. Trans. Microwave Theory and Tech. vol. MTT-23, pp. 511-516. June (1975).
- [1] J. GALEJS "Excitation of slots in a conducting screen above a lossy dielectric half space". I.R.E. Trans. on Antennas and Propagation. vol. AP 10, pp. 436-443, juillet 1962.
- [2] <u>S.B. COHN</u> "Slot line on a dielectric substrate" I.E.E.E. T.MTT, vol. 17, n°10, pp. 768-778, oct. 1969.
- [3] ITOH ET MITTRA "Advances in Microwaves". Vol. 8, pp. 67 à 139, 1974.
- [4] <u>ITOH ET MITTRA</u> "Dispersion characteristic of slot lines". Electronic Letters, vol. 7, n°13, juillet 1971.
- [5] <u>KITASAWA, FUJIKI, HAYASHI, SUZUKI</u> "Slot line with thick metal coating" *I.E.E.E. MTT*, pp. 580-582, sept. 1973.
- [6] MANGIN "Thèse de 3e cycle" Toulouse, 1974.
- [7] J. CITERNE, S. TOUTAIN AND L. RACZY "Fundamental and Higher order modes in microslot lines" 5th European Microwave Conf. Proc., pp. 273-275, Hamburg 1975.

.../...

- [8] S. TOUTAIN thèse de 3e cycle, Lille, 1975.
- [9] J. CITERNE thèse de doctorat, à paraître.

- [10] J.C. MINOR "Modes in the shielded microstrip and microslot on a ferrite substrate magnetized transverse to the direction of propagation and in the plane of the substrate". Thesis, Brown University (June 1971).
- [11] <u>G. BARZILAI AND G. GEROSA</u> Monographie. "Propagation of electromagnetic waves in rectangular guides loaded with magnetized ferrite" 1964.
- [12] L. COURTOIS Conference D.R.M.E., 5 déc. 1969, non publié.
- [13] R.W. DAMON AND J.R. ESCHBACH J. Phys. Chim. Solids, 19, p. 308, (1961),
- [14] R.I. JOSEPH AND E. SCHLOMANN J. Appl. Phys., vol. 36, p. 1579, (1965).
- [15] L. COURTOIS AND M. DE VECCHIS "A new class of non-reciprocal components using slot-Line" I.E.E.E. Trans. Microwave Theory and Tech. vol. MTT-23, pp. 511-516, june 1975.
- [16] L. COURTOIS, B. CHIRON AND G. FORTERRE "Propagation dans une laine de ferrite aimantée. Application à de nouveaux dispositifs non réciproques à large bande". Cables transmission, pp. 416-435, oct. 1973.
- [17] L. COURTOIS, G. DECLERCQ, M. PEURICHARD "A.I.P. Conf. Proc. Magnetism on Magnetic materials, (Amer. Inst. of Phys. New-York) Chicago, n°5, (1971).
- [18] L. COURTOIS Propagation oblique des ondes électromagnétiques dans une lame de ferrite aimantée parallèlement à ses faces" Elect. Fis. apl. vol. 16, pp. 286-294, apr./june.
- [19] J. PUYHAUBERT "Visualisation des ondes électromagnétiques hyperfréquences à l'aide de cristaux liquides" Onde Elec., vol. 52, p. 213, may 1972.
- [20] W.L. BONGIANNI J. appl. Phys. vol. 43, p. 2541, (1972).

ANNEXE I

PROGRAMME NUMERIQUE DE RECHERCHE

DES ZEROS DU DETERMINANT

Le déterminant de dimension (10x10) peut être réduit a un déterminant (8x8) après les opérations suivantes :

$C'_8 = C_8 - C_7$	$C'_{5} = C_{5} + \frac{C'_{6}}{2}$	$L'_{5} = L_{5} \left(Y + \frac{1}{Y} \right)$
$C'_7 = C_7 + \frac{C'_8}{2}$	$L_{6} = L_{6} / - (Y + \frac{1}{Y})$	L'1 = L+ + L'5
$c_6' = c_6 - c_5$	$L'_{2} = L_{2} - L'_{6}$	$C_6' = C_6'/W$

Ce dernier se présente sous la forme ci-dessous :

efay+	efay ⁻	efzy ⁺	efzy-	ed₁y	0	٥	0
ef-13+	ef.z	e fz 3 ^t	e fzz ⁻	edi3	Wedzz	o	a
hgay	hf ₁ y	hfey	hfzy	0	hdzy	0	0
h f-13 ⁺	hf13-	hfz3t	hfz 3-	W ⁻¹ hdiz	hdzz	0	Ö
Xn efnyt	<u>eliy</u> X1	X2 efzyt	efry Xz	0	0	eo4yt	ن
X = ef = 3 ⁺	ef13- ×1	$X_2 e f_2 z^+$	efz3 Xz	o	0	eorzt	eozt
Xa hfay	h.F.y X-1	Xz hfzy	h Fzy X z	o	O	0	h ozy
X1 h f13	h f13- X1	Xzhfzj	HF23- X2	O	O	honzt	hozz

Les termes du déterminants sont soit imaginaires purs soit réels ou encore complexes (champ dans le ferrite).

Afin de pouvoir utiliser les sous programmes DETERM (résolution de déterminants à termes réels) sur l'ordinateur CII 10070 nous avons transformé le déterminant (8x8) à termes complexes en un déterminant (16x16) à termes réels.

En effet :

$$[\mathcal{P}][\vec{v}] = 0$$

$$[\mathcal{P}]=[R] + j[I] \quad \vec{v} = \vec{v}_{R} + j\vec{v}_{I}$$

$$([R] + j[I]) \quad ([v_{R}] + j[v_{I}])$$

$$= [R][v_{R}] - [I][\vec{v}_{I}] + j[I][v_{R}] + j[R][v_{I}]$$

Ce qui est équivalent à :

$$\begin{bmatrix} [R] [-I] \\ [I] [R] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_R^*] \\ [V_I] \end{bmatrix}$$
$$| = 0 \iff \begin{bmatrix} R & -I \\ I & R \end{bmatrix} = 0$$

<u>Remarque</u> : Lorsqu'il n'existe plus aucun terme complexe (zone ou tous les modes sont soit de surface soit de volume dans le ferrite), le déterminant (16x16) se réduit a :

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \quad 0 \\ 0 \quad \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \quad = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix}^2$$

Le déterminant est toujours positif et le test sur le changement de signe de celui-ci n'est plus valable. Dans ce cas il faut soit tester un minimum du déterminant, soit utiliser un sous programme dans les zones des modes surface surface ou volume volume du ferrite.

```
DIMENSION TDET(256)
    REAL M
    COMPLEX JJ
    REAL KZER2, KZER3, NI, N2, KY, LAMB, NZ, NZ2
    REAL MR, MR2, KR, KR2, MEF
    COMPLEX KXF1, KXF2, KZER1
    COMPLEX EFY1, EFY1, EFY2, EFY2, EFZ1, EFZ1,
   SFFZ2, EFZ22, HFY1, HFY2, HFZ1, HFZ11, HFZ2,
   SHFZ22,X1,X2,X3,W1
    DIMENSION T(16,16), INPUT(0:80), DT(10), DS(10)
600 FORMAT(3/+45X+ MODES DYNAMIQUES SANS PERTES++
   S/+45X+291-1+/)
601 FORMAT(53X, 'ED] = ', F10.4, /, 51X, 'EPSF=', F10.4,
   52/+53X+ 'AA='+F11+4+2/+49X+ 'H='+F7+0+/+54X+ 'M='+
   SF7+0+/,54X,'G='+F8+1+/,54X,'B='+F8+4,20X,'N=++12+3/)
602 FORMAT(/,126'*',2/,'F=',F9+3,/)
603 FORMAT(2/+10X++S=+,E12+5+10X++S1=++E13+7+10X++SF=++E12+5+2/)
605 FORMAT(2/+126***+,/+126***)
606 FORMAT(2/+126'+'+/+126'+'+2/+'F='+F9+3+10X+
   S+PF=+,E13+5,/)
609 FORMAT(2/,X, 'KY=',E13.7,4X, 'EQ2=',E13.7,10X,
   S'SOLUTION',2/)
709 FORMAT(X,E11+4+ ***+ 10E11+4+/+ 3X+ ***)
    tNPUT(0)=0
    7=0.
    JJ=CMPLX(Z,I)
    GOTO 109
100 1F(F+EQ+2+)GOTO 999
109 FD1=DATA(INPUT)
    FPSF=DATA(INPUT)
    \Delta A = DATA(INPUT)
        = DATA(INPUT)
    н
        = DATA(INPUT)
    м
    G
        # DATA(INPUT)
        = DATA(INPUT)
    R
    N=DATA(INPUT)
    PYI = DATA(INPUT)
    WRITE(108,600)
    WRITE(108,601) EDI, EPSF, AA, H, M, G, B, N
    G=G*6.28318E-3
    HC=H
    F=DATA (INPUT)
    PF=DATA(INPUT)
    FMIN=2+5
    FMAX=4.7
    WRITE(108,606)F,PF
    1F(F.LT.Z)G0T0 100
  | WRITE(108+602)F
    OME=6.28318*F
    0ME2=0ME**2
    S=0ME/30.
```



		ν.
52.		YI=1.001+5
53.		SF=S+SQRT(EPSF)
54.		SI=S*SQRT(EDI)
55.		D0G=(G+HC)++2-0MF2
56.		MR=G**2*HC*M/D0G+1.
57.		MR2=MP**2
58.		KR=OMF*G*M/DOG
59.		KR2=KD**2
60.		
61.		VMAX=15.
62.		VMINEC
63.		WRITE/108+60315+51-5E
64.	,	V=V1
65.	70	
66.	12	
67.	នក	
68.	ų ų	
69.		CFVC+CF2_VC2
70.		
71.		
72.		
73.		1F(k7FD2,GT,7)k7FD1=SODT(k7FD2)
74.		1F(K7FR2+LT+7)K7FD(=).(+S0RT(+K7FR2))
75.		K7FR2=YC2=S**2+N72
76.		KZER3=SORT(KZER2)
77.	•	R1=SF2*(MEF+1)+(MD+1)*N72/MR
78.		C1=SF2+(SF2+MFF=2++N72)+N72++2/MR
79.		
80.		1F(D-1 T-7)6070990
81.		
82.		
81.		
84.		cFN1=cF2=N1
85.		cfNo4cfo_No
86.		
87.		
88.		TE(11, GT, Z)KXEL=SORT(11)
89.		$t \in (11, 1, 7, 7) \times S = 1 + S \cap S = 1 + $
90.		1F(112,GT,Z)KXF2=SORT(112)
91.		1F(112.1T.7)KXF2=1.1+SQRT(-112)
92.		EFVI-N7+((MP-1.)+KVF1+V+11+KP+SEVC)
91.		EFV11=N7+{{1}_=M0}+VXF1+V4_L(+VP+SFVC)
94.		FFY2=N7+((MR+1+)+KYF2+V+JJ+KR+SFYC)
95.		EFY22-N7*((1,MR)+KXF2+V+.1.1*KR*SFVC)
96.		FF71==.JJ=KR=Y=SFN1=KYF1=/N72=MR=SFN1)
97.		FF711
98.		FF70=_JJ=KR=Y=SFN0=KYF0=/N70_MD=SFN0
99.		FF700++,1,1+KR+V±SFN0+KYF0±/N70-MD±SFN01
00.		HFY1=YC2=(N72=SFN1)=SF0=(N72=MR=SFN1)
01.		
~, ·		
U / B		

80. • 44

1)

	·
103.	HF711=N7*(Y*(SF2*MR=N72=N1)=JJ*KR*SF2*KXF1)
104	11570- N7+/V+/SE0+N0-N70-N01+11+KD+SE0+KVE01
106	HIL/24HILF(IF()FC, HD HTO HO) II+KD+CCO+KVCO)
105.	HF 2223+N2*(1+(5F2*MK+N22+N2)+UU+NR+5F2+NXF2)
106+	XI=CEXP(JJ=KXFI=AA)
107.	X2=CEXP(JJ+KXF2+AA)
108.	x3=CFXP(JJ+KZERI+R)
109.	W = U = V = U = U = U = U = U = U = U = U
	T(1,1) = I(9,9) = REAL(EFYI)
111.	T(1,2)=T(9,10)=REAL(EFY11)
112.	T(1,3)=T(9,11)=REAL(EFY2)
113.	T(1,4)=T(9,12)=RFAL(EFY22)
114.	T(1.5)=T(9.13)=1.+YC2/S1++2
115.	T(Q. L) = AIMAG(FEYL)
11	
110+	T(1, 9) = I(9, 1)
117.	T(9,2) = AIMAG(EFY(1))
118.	T(1,10) = -T(9,2)
119.	T(9,3)=AIMAG(EFY2)
120 •	T(1,11) = -T(9,3)
121.	TIQ. 41-AIMAGIEEVOON
122	T(1) = T(0) = T(0) = T(0)
107	
1231	$T(2)T) \neq T(TU) \neq T \neq KEAL(EEZT)$
124.	T(2,2) = T(10,10) = REAL(EFZ(1))
125.	T(2,3)=T(10,11)=REAL(EFZ2)
126,	T(2,4)=T(10,12)=REAL(EFZ22)
127.	T(2,5)=T(10,13)=-Y+NZ/S1++2
128.	T(2,6)=T(10,14)=RFAL(WI*KZERI)
129.	T(10.1)=A1MAG(EF71)
130.	T(2,0) = T(10,1)
171.	
	T(TU)27#AIMAG(EF2)17
1.52+	T(2,10)==1(10,2)
133.	t(10,3) = AIMAG(EFZ2)
134.	T(2,[])==T(]0,3)
135+	T(10,4) = AIMAG(EFZ22)
136.	T(2, 12) = T(10, 4)
137.	T(10.6)=A1MAG(W1+K7ER1)
1.38	T(2, 14) = T(10.6)
130	
1.59.	1(J;])=1(1);9)=)();2)=1(]])0)=PEAL/UEVOA
140.	1(););;);](););););]);;);]);]);];];];];];
141.	T(3,6)=T(11,14)=51++2-YC2
142.	T([],])=T([],2)=AIMAG(HFY])
143.	T(3,9)=T(3,10)=-T(11,1)
144.	T(11,3)=T(11,4)=A1MAG(HFY2)
145.	T(3,11)=T(3,12)=T(11,3)
146 .	T(4,1)=T(12,9)=RFAI(HF71)
147.	T(4.2)=T(12.10)=DFA1(HE711)
148.	T(A, R)=T(10, 11)=DEA1 (4E70)
140	1 / 4 # J / - 1 / 1 6 # / 1 / - KC A 6 / 17 6 6 /
1471	1/4/4/4/#1/1////*KCAL/MCZZ/
10U•	T(4,5)=T(12,13)=REAL(=KZER1/W1)
151.	T(4,6) = T(12,14) = -Y = NZ
152.	T(12,1) = AIMAG(HFZ1)
153.	T(4,9) = T(12,1)

. T

L.



154. τ(12,2)=ΔΙΝΔG(ΗΕ711) 155+ T(4, 10) = T(12, 2)156. T(12,3)=AIMAG(HE72) 157. T(4,11) = = T(12,3)T(12,4) = ATHAG(HF722)158. T(4, 12) = T(12, 4)159. 160. T(12,5) = AIMAG(-K7ER1/W1)161. T(4, 13) = T(12, 5)T(5,1)=T(13,9)=REAL(X1*EFY1)162. 163. T(5,2)=T(13,10)=REAL(EFY11/X1)164. $T(5,3)=T(13,11)=RFAL(X_2*EFY_2)$ 165. T(5, A) = T(13, 12) = REAL(EEY22/X2)T(5,7)=T(13,15)=1-YC2/S**2166. T(13,1) = A IMAG(X | *EFYL)167. $\tau(5,9) = -\tau(13,1)$ 168. 169. T(13,2) = AIMAG(EFY1|/X|)170. T(5, 10) = -T(13, 2)171. T(13,3)=AIMAG(X2*EFY2) 172. T(5,11)=+T(13,3) T(13+4) = A IMAG(EFY22/X2)173. 170. T(5,12)==T(13,4) T(6,1)=T(14,9)=RFAL(X1*EFZ1) 175. 176. T(6,2)=T(14,10)=REAL(EEZ11/X1)177. T(6,3)=T(14,11)=REAL(X2*EFZ2) 178. T(6,4)=T(14,12)=REAL(EFZ22/X2)179. T(6,7)=T(14,15)=-Y*NZ/5**2T(14,1) = AIMAG(EEZ1 + X1)180. 181. T(6,9) = -T(14,1)T(14.2)=AIMAG(EF711/X1) 182. T(6, 10) = T(14, 2)183. $T(14,3) = AIMAG(EF72 \times X2)$ 184 . 185+ T(6, 11) = -T(14, 3)186. T(14,4)=AIMAG(EF722/X2) T(6, 12) = T(14, 4)187. 188. T(14,8)=KZER3 189. T(6, 16) = -T(14, 8)T(7,1)=T(15,9)=REAL(HFY1*X1)190. T(7,2)=T(15,10)=REAL(HFY1/X1)191. 192. T(7,3)=T(15,11)=PEAL(HFY2*X2) 193. T(7,4)=T(15,12)=REAL(HFY2*X2) 194 . T(7,8)=T(15,16)=S**2-YC2 195. $\tau(15, 1) = AIMAG(HFY1 * XI)$ 196. T(7,9) = T(15,1)197. T(15, 2) = AIMAO(HEY| ZXI)198. T(7,10) = -T(15,2)199. $T(15,3) = A I MAG(HEY2 \times X2)$ 200. T(7,11) = -T(15,3)201. T(15,4)=AIMAG(HEY2/X2) 202. T(7, 12) = -T(15, 4)T(8,1)=T(16,9)=REAL(HF71*X1) 203. 204. T(3,2) = T(16,10) = REAL(HEZI / XI)



```
T(8,3)=T(16,11)=PEAL(HFZ2=X2)
    T(8,4)=T(16,12)=REAL(HFZ22/X2)
    T(8,8) = T(16,16) = -Y + NZ
    T(16,1) = AIMAG(HFZ(*X))
    T(8,9) = -T(|6,|)
    T(16,2) = AIMAG(HFZII/XI)
    T(8, 10) = T(16, 2)
    T(16.3)=AIMAG(HFZ2*X2)
    T(8,11)=+T(16,3)
    T(16,4) = AIMAG(HF722/X2)
    T(8, 12) = T(16, 4)
    T(8,15)=KZER3
    Ť(16,7)=-T(8,15)
    T(1,6)=T(1,7)=T(1,8)=T(1,13)=T(1,14)=T(1,15)=T(1,16)=T(2,7)=0
    T(2,8)=T(2,13)=T(2,15)=T(2,16)=T(3,5)=T(3,7)=T(3,8)=T(3,13)=0
    T(3,14)=T(3,15)=T(3,16)=T(4,7)=T(4,8)=T(4,14)=T(4,15)=T(4,16)=0
    T(5,5)=T(5,6)=T(5,8)=T(5,13)=T(5,14)=T(5,15)=T(5,16)=T(6,5)=0
    T(6,6)=T(6,8)=T(6,13)=T(6,14)=T(6,15)=T(7,5)=T(7,6)=T(7,7)=0
    T(7,13)=T(7,14)=T(7,15)=T(7,16)=T(8,5)=T(8,6)=T(8,7)=T(8,13)=0
    T(8,14)=T(9,5)=T(9,6)=T(9,7)=T(9,8)=T(9,14)=T(9,15)=0
    +(9,16)=+(10,5)=+(10,7)=+(10,8)=+(10,15)=+(10,16)=+(11,5)=0
    T(11,6)=T(11,7)=T(11,B)=T(11,13)=T(11,15)=T(11,16)=T(12,6)=C
    T(12,7)=T(12,8)=T(12,15)=T(12,16)=T(13,5)=T(13,6)=T(13,7)=0
    T(13,8)=T(|3,13)=T(|3,14)=T(|3,16)=T(|4,5)=T(|4,6)=T(|4,7)=0
    T(14,13)=T(14,14)=T(14,16)=T(15,5)=T(15,6)=T(15,7)=T(15,8)=D
    T(15,13)=T(15,14)=T(15,15)=T(16,5)=T(16,6)=T(16,8)=T(16,13)=D
    T(16,14) #T(16,15) #0
    κ=0
    D0 70 I=1+16
    no 70 J=1,16
    K = K + 1
 70 TDET(K)=T(J,1)
    CALLDETERM(TDET, 16,EQ2,1,E-30)
    IF(INDIC.EQ.D.) GOTO 75
    1F(EQ2/EQ3+LT+0+) GOTO 76
 75 [NDIC=1
    Y = Y + PY
    IF (Y.LT.YMIN.OR.Y.GT.YMAX)GOTO 78
    FQ3=FQ2
    COTO 80
 76 WRITE(108,609)Y,EQ2
    Y=Y+PY*2,
    GOTO 79
78 F=F+PF
    IF (F.LT.FMAX.AND.F.GT.FMIN)GOTO I
999
   WRITE(108+605)
    STOP
    FND
```

۶.

ķ.

7.

β.

þ.

þ.

1.

2.3.

4 .

5.

6.

7.

Β.

9.

p.

1.2.

3.

4. 5.

۴.

7. 8.

9.

p.

2.

₿٠

4. 5.

6 . 7 .

8.

þ.

þ. 1.

2.3.

4.

5.

6 • 7 •

в. 9.

þ.

1 • 2 •





PROGRAMME DE RESOLUTION DE L'EQUATION CARACTERISTIQUE

$$0 = \begin{bmatrix} -\mu b & kxd & sin & (kxd & L) + kb & cos & (kxd & L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} kxd \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (k_o (\mu^2 - K^2) - K & ky & sin & (kxf & S) + \mu kxf & cos & (kxf & S) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} kb & sin & (kxd & L) + \mu b & kxd & cos & (kxd & L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (k_o & K & ky + & ky^2 - \omega^2 & \epsilon_o & \mu_o & \epsilon f \mu \end{pmatrix} \sin ksf & S + k_o & \mu kxf & cos & (kxf & S) \end{bmatrix}$$

٠ HERTES/55X . . ×0. •E15.8///) 0 • 4/53 H= + F 7 • = .Fl0.4/b3X,5HEU2= .Fl0 b3X.3HAA=.Fl1.4//49X.2HH b3X.3HAA=.Fl1.4//49X.2HH r5E.FX.4/53X,5FMH= .Fl0. .3HYl=.Fe.3/46X. 3+10X+3HPF=+E13+5/) +*+10X+2HW=+E15+8+10X 5°. -112 SENS • 5 X • 6HKZEK3= Ħ n X \$ MUMINIM NUL 1H4.X11.5. • АА • Н • № • (- • Н • МВ ジメエロン・ • AA • H • M • G • H • MB ŝ ----51 • 3HY 1: 1 * I 1 * × 20 5. 1. 1. CUMPLETE.=0 PARTIELLE 54ו5⊓®Ù]= •F10•4//53 ž Ň 1 11 × Υ 11 11 Ϋ́, T. Э́н Т • MU1+ED>+MD2+EPSF ل ل • أ ٢٠٪ 1 1 **1** • No UYNAM WU •FX - 1/54× 200 ਼ D FF(F=F0.-2.)GO TU 999 READ(5.*)F01.M01.EU2,M02.EPSF.A READ(5.*)PY.FR.0Y READ(5.*)PY.FR.0Y READ(5.*)TMP IMP=1 FCMTTUKE CUMPLETE.=0 PART WRITE(5.500) WRITE(5.500) READ(5.*)F.PF FMIN=2. FMAX=2.9 WRITE(5.505)F.PF FMIN=2. FMAX=2.9 WRITE(5.505)F.PF FMIN=2. FMAX=2.9 WRITE(5.505)F.PF FMIN=2. FMAX=2.9 WRITE(5.502)F.PF FMIN=2. FMAX=2.9 FMIN=2. FMIN=2. FMAX=2.9 FMAX=2.9 FMIN=2. FMAX=2.9 FMIN=2. FMAX=2.9 FMAX .8.10×.04/ () () () É.T. 4X • 4HH · · · · TUNSHE AL I + 1/ (*1 5,**1 • 1** 1, • H 3 1 ~ •••2641•50 1 н 11 \sim <u>د</u> در t іл Г Ϋ́ /~~~~~~~ . 0 /54×+21(0# • 5 HE T. 0. 5) ーンファリ エビット アメ・スト・スティー ロス SUX •]6HMUUE <u>م</u> **ディーン・**入してい 「ア・12・ 2(1) ſ ([(]w.* N (ED2*402) H × $\boldsymbol{\mathcal{N}}$ 53×+54EUl= +F10+4/51x |M=+F7+0/54 • XXF F7.0/5/ 0% 0T (10) • 08.0184F FORMATIL//PANADA 4 -* 24 5.5 × 5 u. 412 ₩ Σ I 5 Г, 5 716 × ٠ OME P=OME . × Z=n. JJ=CMPL **x x** UTMENST) 41 I COMPLE -٨ S. x FORMAT ٠ i. FOPMAT 10 15HMD2 COMP. NFAL OMF=6 <! 09 $\mathbf{\hat{x}}$ ir T 3 3 501 101 004 115 **0**00 ×()[+ ---- \circ

HUNAIAN X – D CHNWAR CHCDCHNWA RCHCDCHNWARCHCDCDCHNWARCHCDCCCC

```
WHITE (K. ROA) SE. SHEF
5
           LF01=0
           Y = Y
7
           L = 0
         5 YC2=Y**>
Í4
9
           K7FP2=51++2-+C2
n
            IF (KJEP2.GT.Z) NZERI=SQNI (NZENZ)
            IF (K7FP2.LT.Z)K7ER)=JJ*SURT(-NZERZ)
1
2
            K7F82=Y02-S3**2
3
            KZER3=SORT(KZER2)
4
            KXE2=SE**2*MFE-YC2
5
            TF (KXF2.GT.7) KXF=SURT (KXFR)
            IF (KXFP+LT+7) KXF=JJ+5(P-1(-K*F*)
6
7
            EO=(KZFQ3+MEF*MR-NR*Y)*C5IV(KXN*AA)+KXF*MR*CCOS(KXF*AA)
            EQ=FO*(K2FH3*CCUS(K2EH140)*K2EH1-MO*K2EH1**2*CSIN(K2ER1*0))
, <del>2</del>
            EQ=E0+KZER3**2*CSIN(KZE~1*3)**********CCUS(KXE*AA)
9
            EQ=EO+ (KZER3*KR*Y+Y**Z=SE **Z*MX) *KZER3*CSIN(KZER1*B) *CSIN(KXE*AA)
^{\circ}
            EQ=FO+MP*CCOS (KZER1*H) *KZEP1*KZER3*MR*KXE*CCUS (KXE*AA)
1
            EQ=FQ+(KZFR3*KR*Y+Y**Z)*C51N(KKF*AA)*MA*KZER1*CC05(KZER1*B)
2
'3
            EQ=EQ-SF**2*/R*CSIN(KXF*AA)*/3*KZERI*CCUS(KZER1*H)
4
            EQ2=REAL (FQ) + AIMAG (EW)
            ANNULATION DE EUR.
    С
5
            1E(IVB)51+51+50
'5
        20 L=1+1
7
            DT(L)=F02
            IF(L.FO.1)PKY=Y
8
'9
            IF (L. NF. 10) GU TU 21
            WRITE (6.709) PKY. (UF(L).L=1.10)
0.
1
            L=0
        21 IF (Y-Y1) 23+22+23
22
33
        22 EG=E02
14
            PY1=Y*PY
35
            EH=PY1
            EI=PR*ARS(PY1)
16
37
        23 TR=E02/EG
18
            IF (TR) 25.26.24
19
        24 IF (EH-PY1) 28+27+28
90
        27 EG=F02
1
            EJ=Y
56
            PY1=Y*PY
33
            EH=PY1
)4
            EJ = PR * ABS(PY1)
15
        29 Y=Y+FH
•6
            IF (AHS (EH) -E1) 26.60.60
7 (
        28 FG=FK
99
            EJ=FL
39
        25 EK=F02
10
            EL=Y
1
            TR=FK-FG
12
            EH=(FJ-EL)*EN/TR
3
            GO TO 29
14
        26 IF (IMP) 31.31.32
15
        32 TE(L.EA.0)60 TO 31
16
            WRITE (K \cdot 704) \rightarrow KY \cdot (0[(NN) \cdot NN=] \cdot L)
)7
      31
            LAMB=6,283] H/Y
14
        51 (0=)
            WRITE (A.KAU) Y. HU.U
19
A
            WRTTF (K + 701) NXF + KZEEL + KZEEK
1
            FH=Y*PY
ج
            Y=Y+FH
```

4

ń

\$., · · · ·

13		YI=Y		. •		
14						
15	5 A	κ γ=γ				
15		IF (Y.LT.YME K. AND.Y.GI.YMIN)	ыÜ	10	<	
17		F=F*(1+2F)				
18		IF (F. LT. FMAX. AWAR . GI. HMIN)	οU	í O	1	
19	999	WPTTF(6.604)				
20		STOP				
21		END				

SENTRY

BUS

ANNEXE III

ETUDE DE LA STRUCTURE REPRESENTEE FIG. (A1)

EN MAGNETOSTATIQUE

Cette approximation consiste à négliger la densité d'énergie diélectrique du matériau. Les équations de maxwell se simplifient et l'on obtient :

$$\vec{rot} \cdot \vec{H} = 0$$

div $\vec{B} = 0$

Dans ces conditions la structure équivalente est représentée fig. (A_2) . Nous allons étudier la structure simple (fig. A3) où l'on néglige l'influence de la fente (W = 0).

Dans cette configuration le tenseur perméabilité s'écrit :

$$\begin{vmatrix} \mathbf{b}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{b}_{\mathbf{y}} \\ \mathbf{b}_{\mathbf{z}} \end{vmatrix} = \mu \qquad \begin{bmatrix} \mu & -\mathbf{j}\mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{j}\mathbf{K} & \mu & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{h}_{\mathbf{y}} \\ \mathbf{h}_{\mathbf{z}} \end{bmatrix}$$

Dans l'approximation magnétostatique $\vec{rot} \vec{h} = 0$ est équivalente à $\vec{h} = \text{grad} \phi$. D'autre part div $\vec{b} = 0$ soit div $\{\mu_0, \vec{h} + \mu_0, \vec{h}\} = 0$

Sachant que div grad $\phi = \Delta \phi$ nous avons :

 $\mu_{o} \Delta \phi + div \mu_{o} \vec{M} = 0$











En développant :

$$o\left(\frac{\partial^{2}\phi}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}\phi}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}\phi}{\partial z^{2}}\right) + \mu_{o}\left(\frac{\partial Mx}{\partial x} + \frac{\partial My}{\partial y} + \frac{\partial Mz}{\partial z}\right) = 0$$

En tenant compte du tenseur susceptibilité

$$\vec{M} = \overleftarrow{\chi} \quad \vec{h} \quad \text{avec} \qquad \overleftarrow{\chi} \quad = \frac{\vec{\mu}}{\mu_0} \quad -\vec{I}$$

$$\frac{\partial Mx}{\partial x} = \chi \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + jK \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$$

$$\frac{\partial My}{\partial y} = -jK \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + \chi \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial Mz}{\partial z} = 0$$

Pour le ferrite nous avons donc :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad \mu + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad \mu + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

Pour les milieux non ferromagnétiques nous avons :

 $\overleftarrow{\mu} = \mu_{o} \rightarrow K = 0 \quad \mu = 1$

Donc :

_∂ ² φ	+ $\frac{\partial^2 \phi}{\partial \phi}$	+ $\frac{\partial^2 \phi}{\partial \phi}$	= 0
<u> </u>	∂y ²	dz ²	

Nous prendrons les champs sous forme d'ondes planes. Soit pour le milieu ferromagnétique :

$$\phi_{f} = \beta e^{j (kxx + kyy + kzz)}$$

En utilisant la relation de dispersion pour le ferrite on obtient :

+ μkx^{2} + μky^{2} + kz^{2} = 0

pour les autres milieux :

 $\phi = \alpha e^{j(kxx + kyy + kzz)}$ $kx_{0}^{2} + ky^{2} + kz^{2} = 0$

Nous nous intéresserons aux modes de surface, c'est-à-dire kx o et kx imaginaires.

> Les potentiels magnétostatique se mettent sous la forme : Pour le ferrite :

$$\phi_{f} = \{A_{1} \text{ sh } kxx + A_{2} \text{ ch } kxx\} e^{j(kyy + kzz)}$$

et $kx^{2} = ky^{2} + \frac{kz^{2}}{\mu}$

Pour l'air et le diélectrique :

$$\phi_2 = \{B_2^+ e^{kx}o^x + B_2^- e^{-kx}o^x\} e^{j(kyy + kzz)}$$
 milieu (2)

$$\phi_{1} = \{B_{1}^{+} e^{kx} e^{x} + B_{1}^{-} e^{-kx} e^{x}\} e^{j(kyy + kzz)}$$
 milieu (1)
et $kx_{0}^{2} = ky^{2} + kz^{2}$

Conditions aux limites aux interfaces

- Continuité de la composante normale de \vec{b} en x = $-b_2$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial x} = 0 \qquad x = -b_2$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial x} = 0 \qquad x = -b_2$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial x} = 0$$

ŝi

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y} = 0$$

et en x = ∞

$$\frac{\partial x}{\partial \phi} = 0$$

$$x \to \infty \to B_1^+ = 0$$

- Continuité de la composante tangentielle hy et hz en x = 0

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y} = \frac{\partial \phi_f}{\partial y}$$
$$\mathbf{x} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{B}_2^+ + \mathbf{B}_2^- - \mathbf{A}_2^- = \mathbf{0}$$

et en x = S

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial y} = \frac{\partial \phi_f}{\partial y} \\ x = S \rightarrow \begin{bmatrix} B_1 & e^{-kx} & S \\ B_1 & e^{-kx} & S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & S \\ A_2 & C \\ A_2 & C \\ A_2 & C \end{bmatrix}$$

- Continuité de la composante normale b_x en x = 0

$$\mu \frac{\partial \phi_{f}}{\partial x} - jK \frac{\partial \phi_{f}}{\partial y} = \frac{\partial \phi_{2}}{\partial x} \qquad x = 0$$

$$\mu A_{1} kx + K hy A_{2} = kx_{0} B_{2}^{+} - kx_{0} B_{2}^{-}$$

en x = S

$$\mu \frac{\partial \phi_{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{x}} - \mathbf{j} \mathbf{K} \frac{\partial \phi_{\mathbf{f}}}{\partial \mathbf{y}} = \frac{\partial \phi_{\mathbf{1}}}{\partial \mathbf{x}} \qquad \mathbf{x} = \mathbf{S}$$

$$-kx_{0}B_{1}^{-}e^{-kx_{0}S} = kxA_{1} ch kxS + A_{2}sh kxS + K kyA_{1}sh kxS + A_{2}ch kxS$$

Nous obtenons un système d'ordre R en $B_1 B_2$ et A_{12} dont la solution sera obtenue en annulant le déterminant D

 $e^{-kx}o^{b}2$ $+e^{+kx}o^{b}2$ 0 0 0 1 1 0 0 -1 0 0 $e^{-kx}o^{S}$ -sh kxS -ch kxS $-kx_{o}$ kx_{o} 0 μkx Kky0 0 $kx_{o} e^{-kx}o^{S}$ $\mu kx ch kxS$ $\mu kx sh kxS$ $-Kx_{o}$ $-kx_{o}$ μkx -kxS $\mu kx sh kxS$ $-kx_{o}$ kx_{o} $-kx_{o}S$ $\mu kx ch kxS$ $\mu kx sh kxS$ $-kx_{o}$ $kx_{o} e^{-kx}o^{S}$ $\mu kx ch kxS$ $\mu kx sh kxS$ -Kky sh kxS + Kky ch kxS-Kky sh kxS + Kky ch kxS

Celui-ci se réduit après les manipulations suivantes 1°) $\frac{4^{\circ}ligne}{kx_{o}}$ 2°) $\frac{3^{\circ} colonne}{e^{-kx_{o}}S}$

3°) 4° ligne + 2° ligne \rightarrow 4° ligne

$$\frac{\mu^2 kx^2}{kx_o^2} - \frac{K^2 ky^2}{kx_o^2} + \frac{th kx_o b_2}{kx_o} \quad (\mu kx coth kxS + Kky + kx_o)$$

$$(\mu \text{ kx coth kxS} - Ky) = \frac{1}{kx}$$

ou

à

$$\frac{\mu^2 kx^2}{kx_o} - \frac{K^2 ky^2}{kx_o} + \text{th } kx_o b_2 (\mu \text{ kx coth } kxS + Kky + kx_o)$$
$$+ (\mu \text{ kx coth } kxS - Ky) = 0$$

L'exploitation de cette expression se fait numériquement.

Nous présentons sur les figures (A4) et (A5) les courbes théoriques obtenues pour un champ interne de 585 œ sur la structure "a"

