

50376
1977
128-2

ETABLISSEMENT D'UNE RELATION GENERALE D'ECOULEMENT EN MILIEU
=====
POREUX, DONNANT Q_v ET Δp EN FONCTION DE LA POROSITE
=====

On part de la relation de FANNING donnant la perte de charge linéaire dans une conduite cylindrique :

$$\Delta p = \frac{\lambda \cdot \rho \cdot \bar{v}^2 \cdot L}{2 D} \quad (a1)$$

Transposée à un milieu poreux cylindrique traversé parallèlement à son axe, cette expression devient :

$$\Delta p = \frac{\lambda \cdot \rho \cdot \bar{v}^2}{2} \cdot \frac{L \cdot T}{d_h} \quad (a2)$$

- \bar{v} étant la vitesse moyenne du fluide dans les pores ;
- L la longueur (ou épaisseur) du tampon fibreux ;
- T la tortuosité moyenne des pores ;
- d_h le diamètre hydraulique moyen des pores ;
- λ le coefficient de perte de charge ;
- ρ la masse volumique du fluide.

Par ailleurs,

- Si Q_v est le débit volumique global,
- S la section du tampon fibreux cylindrique,
- et ϵ sa porosité,

on établit aisément que

$$\bar{v} = \frac{Q_v \cdot T}{S \cdot \epsilon} \quad (a3)$$

Enfin, à partir de la définition du diamètre hydraulique qui est :

$$d_h = \frac{4 \times \text{volume rempli de fluide}}{\text{surface mouillée}} \quad (a4)$$



il est possible d'établir que :

$$d_h = \frac{4}{\sigma} \cdot \frac{\epsilon}{1 - \epsilon} \quad (a5)$$

σ étant la surface spécifique des particules.

L'association des relations (a2), (a3) et (a5) conduit à :

$$\Delta p = \frac{\lambda \cdot T^3}{8} \cdot Q_V^2 \cdot \frac{L}{S^2} \cdot \frac{\rho \cdot \sigma \cdot (1 - \epsilon)}{\epsilon^3} \quad (a6)$$

en posant $k_1 = \frac{\lambda \cdot T^3}{8}$ ($\lambda = \text{cte}$ en régime turbulent)

il vient :

$$\Delta p = k_1 \cdot Q_V^2 \cdot \frac{L}{S^2} \cdot \frac{\rho \cdot \sigma \cdot (1 - \epsilon)}{\epsilon^3} \quad (a7)$$

Mise à part la définition de la constante k_1 , cette relation est absolument similaire à celle de BURKE-PLUMMER (12)

Au Chapitre I, § 1-4, l'expression (a7) est présentée en (10), sous la forme :

$$\frac{Q_V^2}{\Delta p} = \frac{S^2}{L} \cdot \frac{\epsilon^3}{k_1 \cdot \rho \cdot \sigma \cdot (1 - \epsilon)} \quad (a8)$$

En régime laminaire, compte tenu que $\lambda = \frac{64}{Re}$

on passe aisément de la relation (a6) à :

$$\Delta p = 2\gamma \cdot T^2 \cdot \eta \cdot Q_V \cdot \frac{L}{S} \cdot \frac{\sigma^2 (1 - \epsilon)^2}{\epsilon^3} \quad (a9)$$

qui, après arrangement peut s'écrire :

$$\frac{Q_V}{\Delta p} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{S}{L} \cdot \frac{\epsilon^3}{h_K \cdot \sigma^2 (1 - \epsilon)^2} \quad (a10)$$

h_K étant la constante de KOZENY ($h_K = 2 \cdot \gamma \cdot T^2$)

et η la viscosité dynamique du fluide de circulation.

CALCUL DU NOMBRE DE REYNOLDS EN MILIEU POREUX FIBREUX

On part de l'expression générale donnant le Nombre de Reynolds, dans laquelle D est remplacé par le diamètre hydraulique ;

$$R_e = \frac{\rho \cdot \bar{v} \cdot d_h}{\eta} \quad (a11)$$

Le diamètre hydraulique moyen (d_h) des interstices est donné par la relation (a5) dans laquelle nous allons remplacer σ ,

Soit d , le diamètre de la fibre supposée cylindrique ; en négligeant ses extrémités, sa surface spécifique est donnée par :

$$\sigma = \frac{\pi \cdot d \cdot h}{\frac{\pi d^2}{4} \cdot h} = \frac{4}{d} \quad (a12)$$

En portant dans la relation (a5), la valeur de σ ainsi obtenue, il vient :

$$d_h = \frac{d \cdot \epsilon}{1 - \epsilon} \quad (a13)$$

On va maintenant porter dans la relation (a11), la valeur de d_h ainsi que celle de \bar{v} donnée en (a3).

$$R_e = \frac{\rho \cdot Q_v \cdot T \cdot d \cdot \epsilon}{S \cdot \epsilon \cdot \eta (1 - \epsilon)}$$

finalement

$$R_e = \frac{Q_v \cdot \rho \cdot d \cdot T}{S \cdot \eta \cdot (1 - \epsilon)} \quad (a14)$$

Remarque.

Tous les paramètres de la relation (a14) peuvent être connus avec suffisamment de rigueur sauf T. Néanmoins, il est admis que la valeur de ce dernier varie très souvent entre 1 et 2 (12). Pour l'interprétation de nos travaux expérimentaux, nous adopterons $T = 1,5$.

DETERMINATION DE LA VISCOSITE DE DIFFERENTS BAINS UTILISES
=====

EN BLANCHIMENT ET EN TEINTURE
=====

Les mesures ont été réalisées avec un viscosimètre à capillaire dont le principe est basé sur la loi de POISEUILLE.

1) Viscosité de solutions alcalines à différentes concentrations,

On a expérimenté des solutions de soude caustique à 4 concentrations : 80 g/l - 40 g/l - 10 g/l - 0 g/l (eau pure) et des solutions de carbonate de sodium à 4 concentrations : 40 g/l - 20 g/l - 10 g/l - 0 g/l (eau pure).

Les viscosités mesurées à 5 températures (20 - 25 - 40 - 60 et 85°C) et exprimées en centipoises sont présentées graphiquement aux Fig. 1 a et 2 a. Il faut surtout y remarquer l'influence de la température, alors que la concentration joue très peu sur la viscosité lorsqu'elle se situe entre 0 et 10 g/l.

2) Evolution de la viscosité du bain au cours du lessivage.

Nous avons expressément choisi une matière textile qui freinte beaucoup et qui est donc susceptible de faire varier notablement la viscosité du bain : le LIN.

Deux lins ont été expérimentés :

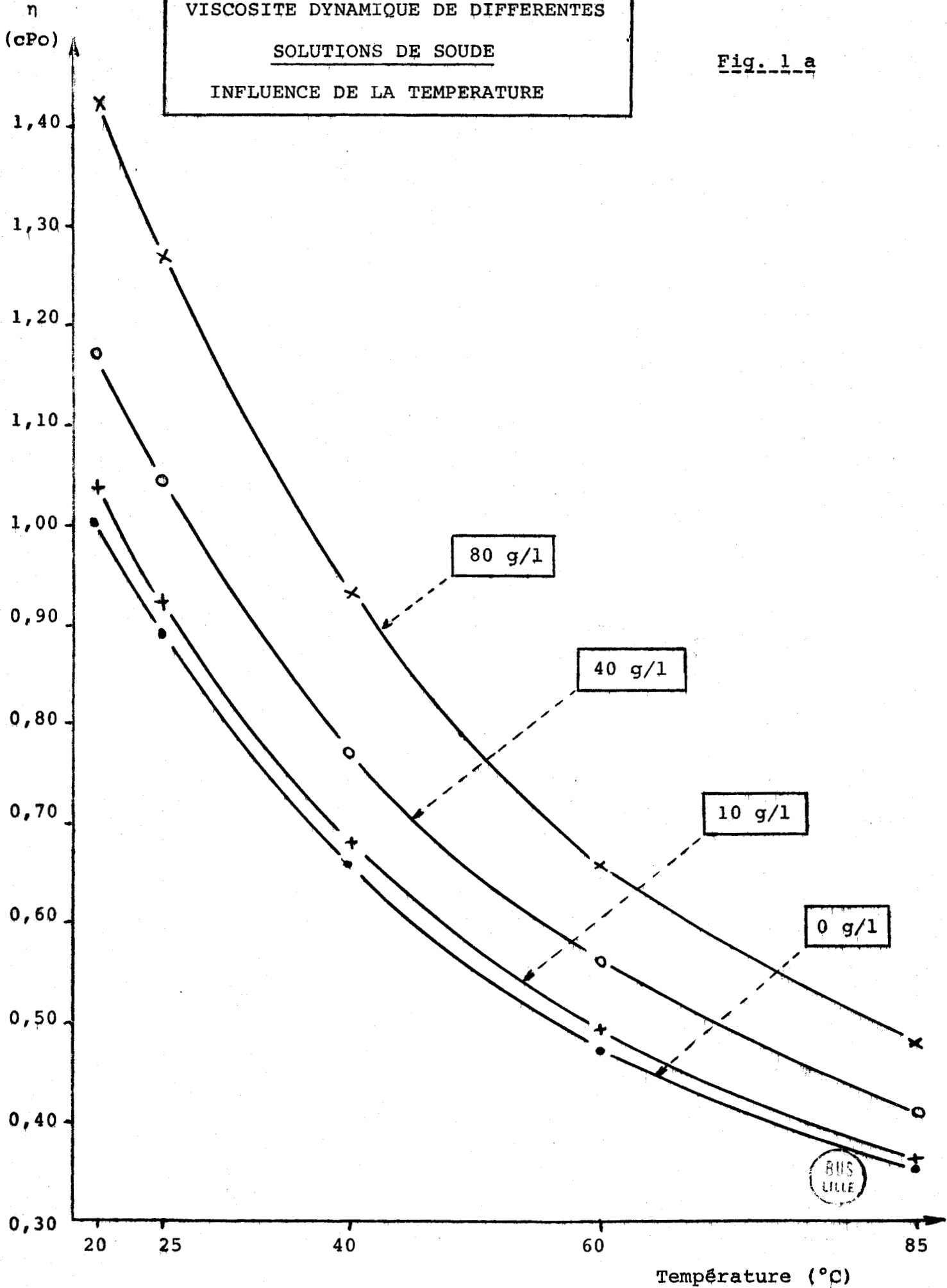
- un lin sous-roui de 1973 ;
- un lin normalement roui de 1973.

Deux types de lessivages ont été pratiqués :

- l'un à l'eau pure durant 1 heure à 90°C ; (voir Fig. 3a)
- l'autre avec une solution de carbonate de sodium à 10 g/l durant 1 heure à 90°C ; (voir Fig. 4a)

VISCOSITE DYNAMIQUE DE DIFFERENTES
SOLUTIONS DE SOUDE
INFLUENCE DE LA TEMPERATURE

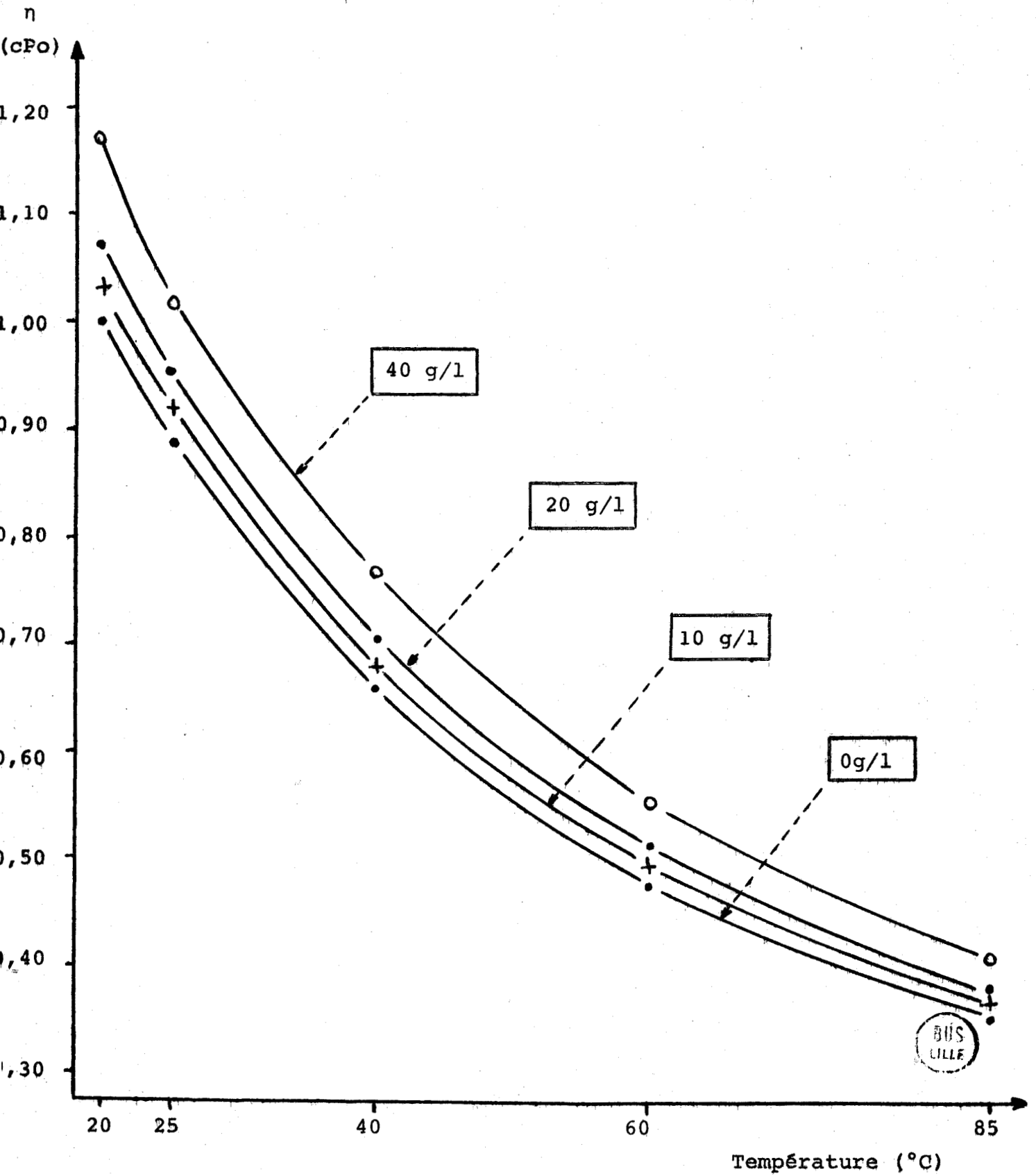
Fig. 1 a



BUS
LILLE

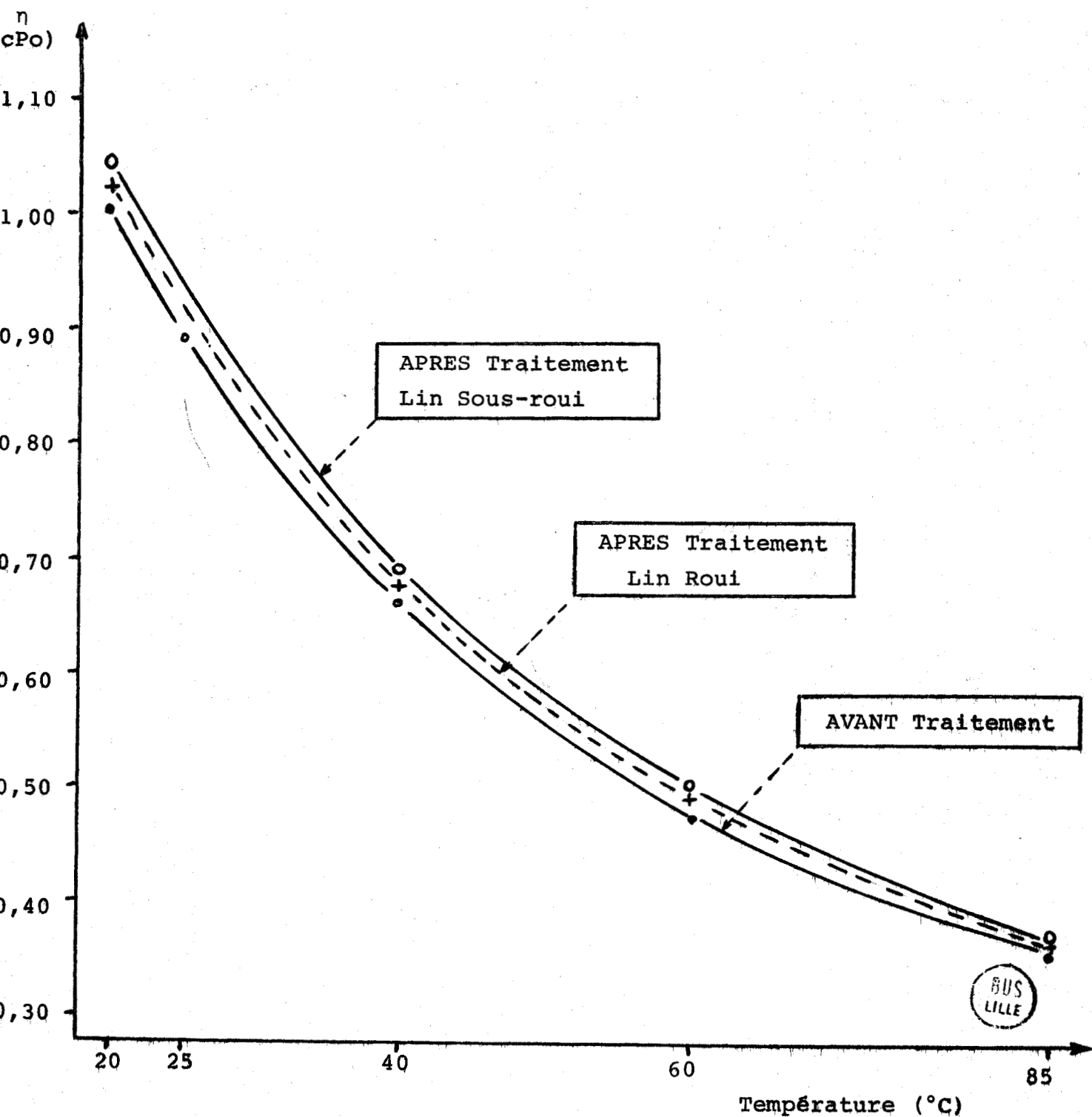
VISCOSITE DYNAMIQUE DE DIFFERENTES
SOLUTIONS DE CARBONATE
INFLUENCE DE LA TEMPERATURE

Fig. 2a



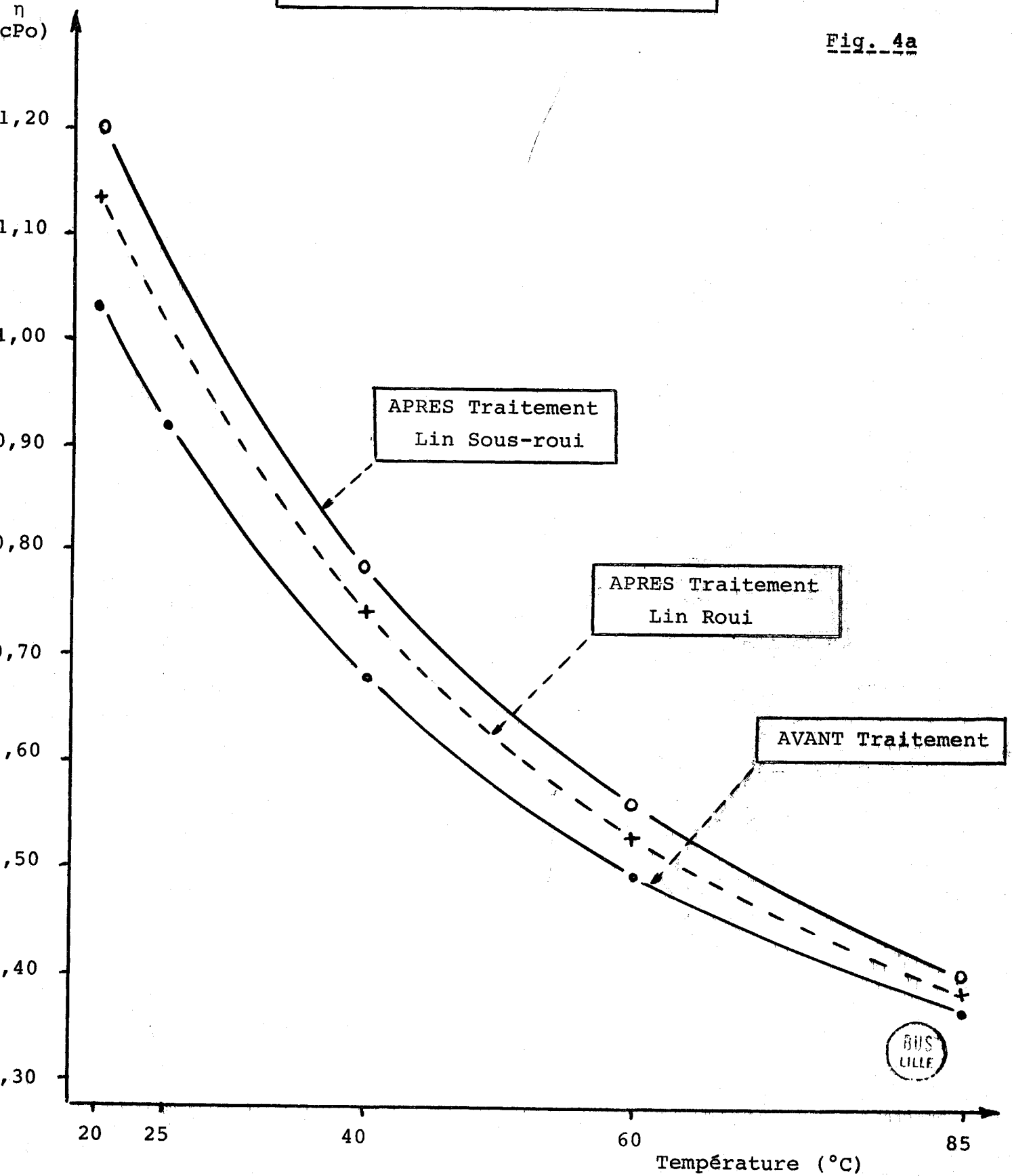
LESSIVAGE DU LIN A L'EAU CHAUDE, VISCOSITE DYNAMIQUE
DU BAIN AVANT ET APRES TRAITEMENT

Fig. 3a



LESSIVAGE DU LIN AU CARBONATE
VISCOSITE DYNAMIQUE DU BAIN
AVANT ET APRES TRAITEMENT

Fig. 4a



Des résultats présentés graphiquement aux Fig. 3a et 4a il ressort que :

- la viscosité du bain est systématiquement plus élevée après traitement qu'avant traitement ;
- elle est plus élevée en traitement au carbonate qu'en traitement à l'eau chaude ;
- elle est plus élevée en traitement du lin sous-roui qu'en traitement du lin normalement roui.

Ces trois constatations sont liées aux substances non cellulosiques du lin (surtout hémicelluloses et substances pectiques) qui sont plus abondantes en lin sous-roui qu'en lin normalement roui et s'éliminent davantage par traitement au carbonate que par traitement à l'eau chaude.

Mais il faut surtout remarquer aux Fig.3a et 4a que l'influence de la température sur la viscosité est bien plus importante que celle des facteurs précédemment cités.

3) Viscosité de différents bains de teinture.

A titre de documentation, nous avons pour 6 bains de teinture différents, déterminé avant et après traitement, la viscosité dynamique et la tension superficielle, et ceci pour 2 températures. L'examen des valeurs portées au tableau la permet les constatations suivantes :

- la viscosité dynamique du bain et la tension superficielle sont systématiquement plus faibles à tiède qu'à froid ; on retrouve ici l'influence prépondérante de la température sur la viscosité.
- il y a très peu de différence de viscosité d'un bain à l'autre et pratiquement pas de différence entre le début et la fin du traitement.
- la tension superficielle est systématiquement plus faible après traitement qu'avant traitement et la différence est assez importante.

VISCOSITE DYNAMIQUE ET TENSION SUPERFICIELLE DE DIFFERENTS BAINS DE TEINTURE

Tableau 1 a

Type de Traitement	Composition des Bains	Avant ou Après teinture	Viscosité dynami- que (cPo)		Tension superfi- cielle dynes/cm	
			20°C	60°C	20°C	55°C
Teinture laine (en laboratoire)	- brun foncé lanachrome G.R. 3,5 %	AVANT	1,03		54	46
	- acide acétique à 80 % 1,2 ml/l					
	- albégal A 0,8 %	APRES	1,04		51	40
Teinture laine (en atelier)	- bleu marine Cibalane R.L. 4 %	AVANT	1,02	0,50	57	46
	- acide acétique 1,0 ml/l					
	- albégal A 1 %	APRES	1,01	0,48	47	40
Teinture acryli- que (en atelier)	- bleu Astrazon FRR 2 %	AVANT	1,02	0,50	69	65
	- acide acétique 1,0 ml/l	APRES	1,02	0,50	53	44
Teinture acrylique (en atelier)	- bleu Astrazon FRR 2,0 %	AVANT	1,04		71	65
	- acide acétique 1,0 ml/l	APRES	1,03		48	32
Colorant direct sur coton (en atelier)	- bleu diazol R 0,8 %	AVANT	1,03	0,50	73	68
	- sulfate de sodium anhydre 8,0 g/l	APRES	1,02	0,51	34	31
Colorant dispersé (en atelier)	- brun jaune FORON S2RFL 0,21 %	AVANT	1,02	0,51	72	65
	- rubine FORON S2GFL 0,06 %					
	- bleu FORON SBGL 0,40 %					
	- protégal N (dispersant) 1 g/l	APRES	1,02	0,49	58	49
	- acide acétique					
	- sulfate d'ammonium 1 g/l					

THEORIE D'UNE DETERMINATION PERMEAMETRIQUE DE
=====

LA FINESSE MOYENNE DES ELEMENTS FIBREUX DE LIN
=====

Le principe de cette détermination est d'utiliser la relation de KOZENY-CARMAN pour en tirer la valeur de 2 paramètres qui, en lin, sont susceptibles de varier d'un lot à l'autre et aussi d'un stade de fabrication à l'autre :

- la surface spécifique (σ) qui caractérise la finesse de l'élément fibreux ;
- la masse volumique (ρ_f) de l'élément fibreux que l'on ne connaît pas à priori.

Nous partons de la relation (3) :

$$\frac{Q_v}{\Delta p} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{S}{L} \cdot \frac{\varepsilon^3}{h_K \cdot \sigma^2 \cdot (1 - \varepsilon)^2}$$

dans laquelle, par transformations successives, nous ferons apparaître les 2 paramètres qui nous intéressent : σ et ρ_f .

Rappelons la définition de la porosité :

$$\varepsilon = 1 - \frac{V_f}{V_t} = 1 - \frac{m}{V_t \cdot \rho_f} = 1 - \frac{m}{S \cdot L \cdot \rho_f} \quad (a15)$$

$$\text{et son corollaire : } 1 - \varepsilon = \frac{m}{S \cdot L \cdot \rho_f} \quad (a16)$$

ainsi que la relation (6) donnant la résistance totale opposée par le tampon fibreux :

$$R = \frac{\Delta p}{Q_v}$$

L'utilisation de la relation (a15) et de son corollaire, transforme comme suit, l'expression (3) :

$$\frac{Q_V}{\Delta p} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{S}{L} \cdot \frac{1}{h_K \cdot \sigma^2} \cdot \frac{S^2 \cdot L^2 \cdot \rho_f^2}{m^2} \cdot \left(1 - \frac{m}{V_t \cdot \rho_f}\right)^3 \quad (\text{a17})$$

que l'on peut encore écrire :

$$\frac{m^2}{R} = \frac{S^3 \cdot L^3 \cdot \rho_f^3}{\eta \cdot h_K \cdot L^2 \cdot \sigma^2 \cdot \rho_f} \left(1 - \frac{m}{V_t \cdot \rho_f}\right)^3 \quad (\text{a18})$$

En extrayant la racine cubique, on obtient :

$$\left(\frac{m^2}{R}\right)^{1/3} = \frac{V_t \cdot \rho_f}{(\eta \cdot h_K \cdot L^2 \cdot \sigma^2 \cdot \rho_f)^{1/3}} \left(1 - \frac{m}{V_t \cdot \rho_f}\right) \quad (\text{a19})$$

$$\text{ou } \left(\frac{m^2}{R}\right)^{1/3} = \frac{V_t \cdot \rho_f}{(\eta \cdot h_K \cdot L^2 \cdot \sigma^2 \cdot \rho_f)^{1/3}} - \frac{m}{(\eta \cdot h_K \cdot L^2 \cdot \sigma^2 \cdot \rho_f)^{1/3}} \quad (\text{a20})$$

La relation (a20) est ainsi de la forme :

$$y = - a \cdot x + b$$

$$\text{avec } y = \left(\frac{m^2}{R}\right)^{1/3}$$

$$x = m$$

$$a = \frac{1}{(\eta \cdot h_K \cdot L^2 \cdot \sigma^2 \cdot \rho_f)^{1/3}}$$

$$b = a \cdot V_t \cdot \rho_f$$

Théoriquement, il suffit donc de connaître les valeurs de 2 couples de x, y (en expérimentant par exemple 2 tampons fibreux de masses différentes) pour déterminer les valeurs de a et de b, d'où l'on déduit ρ_f et σ , respectivement par :

$$\rho_f = \frac{b}{a \cdot V_t} \quad (\text{a21})$$

$$\text{et } \sigma = \sqrt{\frac{1}{a^3 \cdot \eta \cdot h_K \cdot L^2 \cdot \rho_f}} \quad (\text{a22})$$

Pratiquement, on effectue plus de 2 mesures (entre 5 et 10) sur des tampons fibreux présentant des masses différentes. On obtient ainsi, entre 5 et 10 couples de valeurs dont il est aisé de tirer une droite de régression (ajustement linéaire). Cela permet d'une part, d'obtenir les valeurs des paramètres a et b et conséquemment ρ_f et σ avec bien plus de précision et d'exactitude, d'autre part, de vérifier, par le calcul du coefficient de corrélation, que la relation entre les 2 variables est bien linéaire et par là même, que la relation de KOZENY est bien applicable.

DETERMINATION DU TAUX DE GONFLEMENT DE L'ELEMENT FIBREUX
=====

PAR LA VARIATION DE PERMEABILITE.
=====

La méthode que nous présentons ci-après et qui est basée sur des mesures de perméabilité, oblige à poser quelques hypothèses :

- 1 - La relation de KOZENY-CARMAN est rigoureusement applicable, en ce qui concerne l'influence de la porosité.
- 2 - Le gonflement est bi-directionnel et il n'y a pas de variation de longueur de la fibre (cela est d'autant plus vrai que l'élément fibreux est long par rapport à sa section).
- 3 - La forme de la section de la fibre ne varie pas au cours du gonflement.

Soient :

V_{f_1}	le volume moyen de l'élément fibreux AVANT gonflement ;
V_{f_2}	" " " " APRES "
S_1	la section moyenne " " AVANT "
S_2	" " " " APRES "
σ_1	la surface spécifique moyenne de l'élément fibreux AVANT gonflement
σ_2	" " " " " APRES "
ϵ_1	la porosité du tampon fibreux AVANT gonflement ;
ϵ_2	" " " " APRES "
K_{t_1}	la perméabilité du tampon fibreux AVANT "
K_{t_2}	" " " " APRES "

$$\text{(avec } K_t = \frac{Q_v}{\Delta p}\text{)}$$

Le taux de gonflement (G) est défini comme suit :

$$G = \frac{V_{f_2}}{V_{f_1}} \quad (a23)$$

Appelons $\frac{K_{t_1}}{K_{t_2}}$ le taux de réduction de la perméabilité (facile à mesurer) et essayons d'établir une relation entre $\frac{K_{t_1}}{K_{t_2}}$, G et ϵ_1 .

$$\text{L'hypothèse 2 conduit à : } G = \frac{S_2}{S_1}$$

ce qui, compte tenu de l'hypothèse 3, permet d'établir aisément que :

$$G = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad (a24)$$

$$\epsilon_2 = 1 - \frac{V_{f_2}}{V_t} \quad \text{d'où} \quad 1 - \epsilon_2 = \frac{V_{f_2}}{V_t}$$

$$\epsilon_1 = 1 - \frac{V_{f_1}}{V_t} \quad \text{d'où} \quad 1 - \epsilon_1 = \frac{V_{f_1}}{V_t}$$

il en résulte $\frac{1 - \epsilon_2}{1 - \epsilon_1} = \frac{V_{f_2}}{V_{f_1}}$, ce qui, compte tenu de la relation (a23) conduit à :

$$G = \frac{1 - \epsilon_2}{1 - \epsilon_1} \quad (a25)$$

$$\text{ou encore : } \epsilon_2 = 1 - G (1 - \epsilon_1) \quad (a26)$$

En vertu de l'hypothèse 1, le taux de réduction de perméabilité $\frac{K_{t_1}}{K_{t_2}}$ dû au gonflement, est uniquement en relation avec la variation de porosité ($\epsilon_1 \rightarrow \epsilon_2$) et avec la variation de surface spécifique ($\sigma_1 \rightarrow \sigma_2$). On peut donc écrire :

$$\frac{K_{t_1}}{K_{t_2}} = \frac{\epsilon_1^3}{\epsilon_2^3} \cdot \frac{(1 - \epsilon_2)^2}{(1 - \epsilon_1)^2} \cdot \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \quad (a27)$$

Si l'on transforme l'expression (a27), au moyen des relations (a24), (a25) et (a26), on obtient :

$$\boxed{\frac{K_{t_1}}{K_{t_2}} = \frac{G \cdot \epsilon_1^3}{[1 - G (1 - \epsilon_1)]^3}} \quad (a28)$$

CALCUL DE LA POROSITE D'UN FIL OU D'UNE MECHE

CONNAISSANT SON TITRE ET SON DIAMETRE

(le fil ou la mèche sont supposés cylindriques)

Soient :

D le diamètre du fil ou de la mèche (en cm)

T_t le titre " " en Tex (g/cm.10⁵)

ρ_f la masse volumique des fibres constitutives (en g/cm³)

L une longueur de référence quelconque (en cm)

Raisonnons sur la longueur L

Masse de fibres dans cette longueur L : $T_t \cdot 10^{-5} \cdot L$

Volume occupé par les fibres : $V_f = \frac{T_t \cdot 10^{-5} \cdot L}{\rho_f}$

Volume total du fil ou de la mèche (considérés comme cylindriques) pour la longueur L :

$$V_t = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot L$$

$$1 - \epsilon = \frac{V_f}{V_t} = \frac{T_t \cdot 10^{-5} \cdot L}{\rho_f} \cdot \frac{4}{\pi \cdot D^2 \cdot L} = \frac{4 \cdot 10^{-5} \cdot T_t}{\pi \cdot D^2 \cdot \rho_f} \quad (\text{a29})$$

$$\text{Porosité : } \left[\epsilon = 1 - \frac{4 \cdot 10^{-5} \cdot T_t}{\pi \cdot D^2 \cdot \rho_f} \right] \quad (\text{a30})$$