

50376 1977 130

# THESE

#### présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour l'obtention du titre de

# **DOCTEUR-INGENIEUR**

par

Hadi ARAFI

Ingénieur Université d'ALEP

# CONTRIBUTION A LA MODELISATION DU SYSTEME

OCULO-MOTEUR DE VERGENCE DE L'OPERATEUR HUMAIN



Soutenue le 2 novembre 1977, devant la COMMISSION D'EXAMEN

Membres du Jury: MM. P. VIDAL L. POVY

G. MILBLED

N. MALVACHE

Rapporteur Examinateur Examinateur

Président



A la mémoire de mon Père

A ma Mère

# AVANT PROPOS

Le travail que nous présentons dans ce mémoire a été effectué au Centre d'Automatique de l'Université des Sciences et Techniques de Lille 1 et au Laboratoire de Bionique du service de Neurophysiologie de la Faculté de Médecine de Lille.

Nous adressons notre plus grande reconnaissance à Monsieur le Professeur VIDAL qui a bien voulu nous accueillir à Lille. Nous sommes particulièrement sensibles à l'honneur qu'il nous fait en acceptant la présidence de notre jury.

Que Monsieur POVY, Maître de Conférences à l'Université de Lille 1, soit assuré de notre profonde gratitude pour l'intérêt qu'il nous a témoigné dans notre travail et pour les facilités qu'il nous a accordées tout au long de notre étude.

Nous tenons à remercier vivement Monsieur le Professeur MILBLED, qui nous a accueilli dans son service en mettant à notre disposition des moyens matériels importants pour l'accomplissement de ce travail. Nous sommes en outre sensibles à l'honneur qu'il nous fait en acceptant de participer à notre jury.

Nos remerciements vont également à Monsieur MALVACHE, Maître de Conférences au Centre Universitaire de Valenciennes, pour ses précieux conseils et sa bienveillan**t**e attention.

L'ensemble de nos travaux n'a pu être mené à bien que grâce à la coopération et l'aide amicale de tout le personnel et de nos collègues chercheurs du Centre d'Automatique et du Laboratoire de Bionique, auxquels nous tenons à adresser nos plus vifs remerciements.

Enfin nous ne saurions terminer cet avant-propos sans remercier Madame LELONG, Monsieur VEINNANT et Monsieur HOUZE qui ont collaboré à la réalisation matérielle de ce mémoire, ainsi que nos amis qui ont passé un temps précieux à nous relire.

INTRODUCTION

La représentation mathématique des comportements dynamiques des systèmes sensoriels chez l'homme, et les applications de cette représentation sont devenues depuis une vingtaine d'années l'un des domaines de La science où plusieurs disciplines se croisent et s'enrichissent.

Le meilleur exemple se trouve dans la collaboration entre l'autometique.

L'automatique à pour but essentiel de trouver la meilleure estimation de l'état d'un ou de plusieurs systèmes et la commande la plus adaptée aux objectifs donnés en respectant certaines contraintes. Dans le domaine de la recherche des modèles de comportement dynamique des différents systèmes sensoriels, l'automatique peut aider à comprendre les performances de ces systèmes, à vérifier la validité de certaines lois physiologiques, et parfois à anticiper le fonctionnement de quelques éléments sensoriels / <sup>1</sup> /.

Par ailleurs l'automatique peut améliorer ses méthodes d'asservissement yráce à la connaissance des méthodes de réqulation des systèmes humains. La résolution des problèmes concernant le dialoque entre l'homme et les machines qu'il a créé est essentiel au développement des applications scientifiques. L'ensemble de ces problèmes sont traités dans les systèmes dits "homme-machine", systèmes qui apparaissent dans diverses activités et disciplines. Les meilleurs exemples se trouvent dans le pilotage des véhicules spatiaux, et des avions à grande vitesse,la commande semi-automatique des processus industriels, la blocybernétique et l'exploitation des mesures biomédicales. Dans la compréhension des systèmes "homme-machine", les propriétés des systèmes sensoriels constituent un des facteurs essentiels.

•••/•••

Parmi ces systèmes, la vision est de loin la plus importante et la plus riche. Elle nous permet d'enrichir nos connaissances sur l'organisation fonctionnelle du cerveau humain et sur ses capacités de traitement de l'information, dans un but de communication et de commande, par le moyen de l'étude de la motricité oculaire.

Plusieurs aspects de cette motricité dans le cas d'un stimulus dans le plan frontal ont été étudiés et analysés par différents auteurs, / <sup>2</sup> /, / 3 /, / 4 /; tandis que le problème de la motricité dans le plan sagittal ( convergence des yeux), dans des tâches de localisation spatiale d'une cible ponctuelle, est généralement moins bien traité. Le but de nos travaux est de contribuer à une meilleure connaissance de cet aspect des mouvements des yeux.

# CHAPITRE I

# DIVERSES ETUDES DU REGULATEUR OCULAIRE ET

MOYENS EXPERIMENTAUX.

# CHAPITRE I

#### I.1 - INTRODUCTION A LA MODELISATION DU SYSTEME OCULO-MOTEUR.

## I.1.1. - Physiologie de la vision

La perception et le traitement des informations visuelles se produisent partiellement / <sup>5</sup> / au niveau de la rétine et de ses cellules nerveuses associées ( cônes, batonnets et couches profondes ), qui sont considérées comme une extension du cerveau. Après ce prétraitement dans la rétine l'information visuelle transite par le nerf optique vers le cerveau où elle est traitée essentiellement dans le cortex visuel : cette information est traitée dans le cerveau avec d'autres données sensorielles, comme les mouvements de la tête et fait effectuer à chaque oeil dans son orbite, un ou plusieurs mouvements à l'aide de trois paires de muscles antagonistes qui travaillent de manière coordonnée.

La stabilité des images reçue sur la rétine exige un mouvement permanent des yeux afin d'empêcher un conditionnement local des cellules rétiniennes. Les images sont continuellement régénérées et ceci permet d'intégrer les informations dans le temps. Les mouvements oculaires sont générés par le système oculomoteur qui englobe : les muscles et le globe de l'oeil, la rétine, le nerf optique et le système nerveux central.

Le système oculomoteur chez l'homme peut agir, dans le cas de détection d'une cible mobile quelconque, par deux modes essentiels des mouvements oculaires (figure 1). Le premier est appelé "version" qui est un mouvement conjugué. Ce mouvement représente une rotation parallèle et dans le même sens des deux yeux, permettant un changement de point de fixation dans le plan frontal : c'est la perception en deux dimensions. Le second mouvement est appelé "vergence" (convergence et divergence ) qui est un mouvement disjonctif. Ce mouvement représente une rotation horizontale de sens opposé pour les deux yeux. Ceci permet de capter la troisième dimension : la profondeur.

. . . / . . .



Figure 1 - Différents modes des mouvements oculaires.

- 3 -

Les mouvements de version ( conjugués ) peuvent être divisés en deux classes distinctes / 6 / de mouvements oculaires : le mouvement saccadé ( sauts discontinus ) qui est un mouvement rapide de courte durée ( durée de 60 m sec. pour un déplacement angulaire de 10° ), et le mouvement de poursuite souple ( réponse à un stimulus dont le déplacement est continu ) qui est relativement lent par rapport au mouvement saccadé.

Le mouvement disjonctif des yeux, ( vergence ), qui fait l'objet de notre étude, permet au système oculomoteur de suivre une cible se déplaçant dans le plan sagittal. Ce mouvement est dû essentiellement à la disparité binoculaire qui est considérée comme le principal stimulus de commande du système de vergence chez l'homme.

Ces types de mouvements oculaires qui sont générés par le sous système oculomoteur agissent séparément ou ensemble.

# I.1.2. - Modèles de description des mouvements de "version"

Westheimer a montré en 1954 (2) que le mouvement saccadé peut être assimilé convenablement à la réponse d'un système du second ordre en boucle ouverte, où l'entrée est un échelon. Il propose comme paramètres du système : l'inertie et le frottement des yeux dans l'orbite, les muscles antagonistes agissant comme un ressort, avec une entrée en échelon venant des muscles agonistes. Les constantes du modèle sont : la fréquence naturelle ( $\omega_n = 120 \text{ rad/sec}$ ) et ( $\zeta = 0,7$ ).

De même en 1960, VOSSIUS (7) a proposé un modèle bouclé comprenant dans la chaîne de retour, un élément proportionnel et un élément dérivé. Plus récemment ROBINSON (8) montre que la fréquence naturelle de l'oeil est plus petite que ce qui avait été considéré auparavant (environ 6 rad/sec) et que la durée très courte des saccades peut être expliquée par un comportement préprogrammé des neurones mis en jeu, qui donnent l'impulsion initiale.

Le modèle le plus discuté par les auteurs dans le domaine de modélisation des mouvements des yeux, est celui de YOUNG et STARK ( 4 ) (voir figure 2).

- 4 -



= 120 rad/sec  $\delta_2 = 30 \text{ deg/sec } \xi = 0,7$ з<sup>с</sup>  $\delta_3 = 100 \text{ deg/sec}$ constantede temps ( poursuite )  $T_3 = 40 \text{ ms}$ (poursuite)  $T_2 = 134$  ms : ÷ I

: Modèle de Young, Forster et Van Houtte des mouvements oculaires (tracking) pour les mouvements en version (saccadé et poursuite) Figure 2

où ils proposent dans un premier travail (1962) un modèle échantillonné des mouvements de saccade et de poursuite souple, en utilisant deux chaînes distinctes mais complémentaires. L'élément essentiel est un échantillonneur d'erreur à période constante ( 200 ms ), la sortie de cet échantillonneur est l'entrée des deux chaînes. Bien que le fonctionnement du modèle soit satisfaisant dans le cas du mouvement purement saccadé, il l'est moins dans le cas des saccades combinées avec des mouvements de poursuite souple ( 9 ); de plus le mouvement de poursuite souple est de nature continue. Pour ces raisons YOUNG, FORSTER, et VAN HOUTTE ont modifié ultérieurement la chaîne du mouvement souple et conservé la chaîne du mouvement saccadé.

Les limitations du modèle échantillonné de YOUNG ont été démontrées par FUCH (9), à l'aide de l'expérience de Weeless (11) dans le cas d'un stimulus se déplaçant comme une impulsion dans une direction donnée puis comme un échelon dans la direction opposée. D'autres auteurs (12) ont démontré que le temps d'échantillonnage est limité, tandis que l'échantillonneur du modèle de YOUNG est de temps infiniment petit (impulsion). Pour ces raisons FUCH a été amené à proposer le remplacement de l'échantillonneur du modèle de YOUNG par un autre de temps fini dont la fréquence dépend des caractéristiques de la cible à suivre.

Un autre modèle important est celui de Dallos ( 13 ), qui introduit un retard variable et fait intervenir un " élément de prévision"et un " élément de mémoire ". (Figure 3 ).



Figure 3

Modèle de Dallos

- 6 -

Enfin d'autres travaux sont à souligner et concernent les mouvements des yeux en vision frontale et périphérique dans une tâche de commande manuelle d'engin. Dans ces travaux les diverses analyses expérimentales montrent la difficulté d'interpréter le processus de mise en action de l'opérateur à l'aide d'opérations mathématiques rigoureuses et conduisent à proposer un modèle basé non seulement sur une imprécision de la " prise " d'information mais encore sur un traitement " flou " des données s'effectuant au niveau du cerveau ( 14, 15, 16 ).

#### 1.2 - MOUVEMENT DE VERGENCE (CONVERGENCE ET DIVERGENCE)ET PERCEPTION SPATIALE

Dans les modèles mentionnés, les mouvements des deux yeux sont identiques et vont dans la même direction (version). Ce type de mouvement correspond à des tâches de poursuite d'un stimulus visuel se déplaçant dans le plan frontal. Le mode de mouvement des yeux qui a été le moins étudié est la vergence ou mouvement disjonctif, où les yeux se déplacent de façon légèrement différente et de sens opposé. Le type de tâche correspondant est la poursuite d'un stimulus visuel se déplaçant dans le plan sagittal.

Ce mode de mouvement procure au système binoculaire un degré de liberté supplémentaire et permet la fixation des différents points dans l'espace.

Si l'opérateur humain fixe un point arbitraire (A) dans son espace (figure 4), la fixation d'un autre point (B) plus proche exige un mouvement de convergence. Par contre la fixation d'un point (C) plus éloigné que le premier (A), nécessite un mouvement de divergence.

- 7 -







Le changement de la distance entre un stimulus visuel et les yeux d'un sujet induit deux modifications de l'image reçue sur la rétine. La première est la variation de la courbure de la face antérieure du cristallin /  $^{18}$  / en vue de ramener l'image sur la rétine, à cause du changement du point local : c'est la vergence accomodative monoculaire. La seconde est dûe à la disparité binoculaire : l'image projetée est décalée par rapport à la zone fovéale ce qui incite les deux yeux à effectuer des mouvements horizontaux de sens inverse afin de maintenir cette image sur la fovéa. Cette disparité binoculaire est la cause essentielle de vergence binoculaire et fusionnelle./  $^{19}$  /.

## I.2.1. - Caractéristiques fondamentales de la convergence.

Les expériences de DUANE / 20 / montrent que l'angle de convergence maximum pour 60% des sujets normaux de 16 à 40 ans varie entre 21° et 27°, et que cette valeur est peu influencée par l'âge des sujets.

Les résultats expérimentaux de certains auteurs comme WESTHEIMER et MITCHELL ( 21 ), ALPEM ( 22 ), et RIGGS et NIEHL ( 23 ) ne sont pas concordants sur la valeur moyenne de l'erreur statique des mouvements des yeux après la convergence. Ces valeurs vont de 2' à 2°. La variance peut être dûe essentiellement à la différence qui peut exister entre les techniques de mesures des mouvements oculaires utilisées.

D'après WESTHEIMER et MITCHELL ( 21 ) le temps de retard du mouvement de convergence se situe entre 150 et 200 ms. YARBUS ( 24 ) et RASHBASS ont démontré que le mouvement de convergence est très lent : la durée totale d'un mouvement de convergence pour une entrée de 1° à 6° se situe dans la fourchette de 500 à 800 ms.

Certains auteurs (17) (21) ont suggéré que la vitesse de la convergence est un peu plus grande que celle de divergence tandis que dans certains cas ils ont trouvé le contraire. Néanmoins, ils ont tous affirmé la non symétrie (non-linéarité) entre convergence et divergence.

.../...

- 9 -

Les expériences faites par ZUBER et STARK / 19 / montrent l'influence de la prédiction (anticipation) des sujets sur les résultats de la convergence. Les sujets anticipent les déplacements des stimuli sinusoidaux simples jusqu'à2 Hz (YOSHIDA / 25 /) et répondent plus vite que dans les cas des stimuli composés des 3 sinusoïdes de fréquences différentes. ZUBER ( 26 ) conclut que les différences entre les deux graphes de gain de système ( fig. 5 ) sont dûes à la non-linéarité du gain du système ( gain dépendant de l'entrée ).



Graphes de gain et de phase de la réponse moyenne du système de convergence en boucle fermée

- 10 -

# I.2.2. - Les mouvements composés de vergence et de version

Les mouvements des yeux entre deux points arbitraires sont composés dans le cas général des mouvements de version ( saccades et poursuites souples ) et de vergence ( convergence et divergence ). Dans le cas particulier

où ces deux points sont sur la ligne bissectrice de deux axes visuels, les mouvements des yeux sont de vergence simple (symétrique). Dans le cas général d'un stimulus qui se déplace entre deux points arbitraires YARBUS (24) et WESTHEIMER et MITCHELL (21) ont montré que le mouvement de vergence commence avant le mouvement saccadé de version. Dans l'expérience de YARBUS (fig. 6) le mouvement de vergence simple se déclenche le premier et se poursuit un certain temps sur la ligne bissectrice AC des deux axes visuels (fig. 6).

Le mouvement saccadé de version (C-D) se produit ensuite jusqu'au point (D) situé sur la nouvelle bissectrice des deux axes visuels liés au point B. Enfin un mouvement de vergence se déclenche à nouveau sur cette nouvelle bissectrice (D-B) pendant un certain temps jusqu'au point de fixation final.

- 11 -



Représentation schématique des mouvements combinés de vergence simple et de saccade de A vers B.

a) divergence de A vers B

b) convergence de A vers B



#### 1.3 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Rappelons que le but de nos expériences consiste à modéliser le système oculomoteur de convergence. La présente partie porte sur le dispositif de mesure des mouvements oculaires et le dispositif de présentation des signaux d'entrée (stimulus).

# I.3.1. - Dispositif de mesure des mouvements oculaires

I.3.1. a) - Différentes techniques utilisées

On peut classer les principales méthodes de mesures des mouvements de l'oeil en trois catégories : l'enregistrement des potentiels biologiques, l'utilisation des verres de contact et les méthodes optiques de réflexion par la cornée.

La méthode de l'enregistrement des potentiels biologiques a été mise au point par MARG et JAMPOLSKY / 28 /. Cette technique consiste à enregistrer les potentiels produits par les muscles oculaires lors de leurs contractions; elle est utilisée essentiellement dans des examens cliniques qualitatifs, et rarement employée dans le domaine de modélisation des mouvements oculaires à cause de son imprécision.

La technique des verres de contact / 29 / placés sur l'oeil consiste à se servir de la surface du verre soit pour réfléchir un faisceau lumineux, soit pour y placer une miniscule source de lumière dont la variation de position est convertie en signal électrique par un ensemble photo-électrique. Cette méthode fournit une sensibilité moyenne; son inconvénient réside dans le placement d'une source même minuscule peu commode pour l'oeil et influence le fonctionnement normal de l'oeil.

Enfin la technique basée sur la réflexion de lumière sur la cornée, consiste à recueillir l'image réfléchie par la cornée, d'une source lumineuse de forme appropriée. Cette image impressionne un dispositif photo-électrique (ou photographique) et fournit un enregistrement fidèle des mouvements du globe oculaire.

Cette technique a été employée par STARK /  $^{30}$  / DALLOS et JONES /  $^{13}$  / et elle leur a permis d'obtenir des résultats importants. Cette méthode présente certains avantages sur les autres techniques. Elle fournit des mesures assez fidèles des mouvements oculaires, sans nécessiter un contact direct avec les yeux du sujet. Cependant, on trouve un faible niveau de bruit de mesure non négligeable sur la mesure enregistrée qui peut être dû à la variance des coefficients de réflexion des diverses parties de la surface de l'oeil. Actuellement, cette technique est utilisée par la majorité des auteurs.

I.3.1. b) - Méthode adoptée

En raison des avantages et des inconvénients de chaque technique mentionnée auparavant, notre choix s'est porté sur la méthode optique de réflexion sur la cornée.

Nous avons choisi l'oculométre binoculaire (prototype) mis au point par le LETI ( CEN GRENOBLE ) et adapté dans notre laboratoire. Le dispositif complet comporte trois parties essentielles : un capteur, un dispositif électronique de décodage et un appareillage de contention et de positionnement de la tête ( figure 7 ).

Le principe de mesure repose sur la détection du reflet cornéen, l'image étant obtenue à partir d'une source infrarouge. Une diode émet un faisceau infrarouge réfléchi par deux lames transparentes qui reflétent l'infrarouge, puis par la cornée du sujet; ce faisceau est alors renvoyé par les lames semiréfléchissantes, et concentré par un système optique sur une matrice de photodiodes ( 32 x 32 Reticon ).

L'élément essentiel de l'électronique de décodage est une matrice de photodiodes balayée 500 fois par seconde électroniquement suivant une technique vidéo. Le signal obtenu est ensuite analysé pour déterminer les coordonnées du barycentre de la tâche lumineuse. On obtient ainsi les coordonnées du mouvement des yeux avec une précision de 20' pour un champ visuel de 40° x 40°.



FIG 7 SCHEMA de l'OCULOMETRE

- 15 -

L'oculomètre est monté sur banc et nécessite la contention de la tête , en vue de réduire les erreurs dûes aux mouvements de la tête des sujets. Ce système est relativement satisfaisant, cependant il exige une immobilisation totale des sujets qui nous parait très contraignante. Dans certains cas, nous avons observé une très nette dérive dûe probablement à un changement de la position de la tête du sujet.

# I.3.2. - Dispositif de présentation des signaux (figure 8)

Nous avons choisi un système optique pour la présentation des signaux d'entrée. La projection est effectuée à l'aide d'un oscilloscope équipé de lentilles à grande ouverture. Afin de permettre la reproduction de l'expérience, les séquences sont générées par un enregistreur magnétique. Le point lumineux (spot) ainsi généré est projeté sur un écran semi transparent placé dans le plan sagittal du sujet.

Les systèmes optiques choisis sont à grande ouverture (1.2) de focale (80 mm) et permettent ainsi un agrandissement de facteur 15. Le champ utile de ces objectifs (8,5 cm) autorise une course du point lumineux de 127 cm sur l'écran avec un minimum de perte de luminosité. Le point lumineux obtenu mesure environ 1 cm de diamètre sur l'écran; il se déplace sur l'horizontale passant par les yeux du sujet dans le plan sagittal.

L'écran de projection (figure 8 ) s'étend jusqu'à 140 cm en profondeur et sa hauteur est de 80 cm. Il est tendu sur un cadre métallique rigide de manière à présenter une surface parfaitement plane. Le cadre est interrompu du côté de l'observateur par une "fenêtre" d'observation de 65 cm de large. Il est donc possible de le déplacer latéralement sans gêner le champ visuel du sujet. Une fixation murale sur glissières permet à la fois le déplacement et le repèrage de la position de l'écran. Un faisceau lumineux placé exactement dans l'axe de l'appareillage, derrière le sujet permet de déterminer la position médiane de l'écran en recherchant l'ombre minimale projetée sur la paroi opposée. De même un point lumineux projeté latéralement sur l'écran sert de référence pour les réglages du dispositif de projection.



- 17 -

L'écran lui-même est constitué d'une matière plastique spéciale, d'aspèct dépoli. Nous avons sélectionné cette matière par comparaison avec d'autres produits, en effectuant des mesures de luminosité au nitomètre.

#### I.3.3. - Difficultés de mise en oeuvre

# a) repérage du plan horizontal

Un problème important est le positionnement du point lumineux sur l'horizontale HH' figure 8 ) passant par les yeux du sujet dans le plan sagittal. Cette horizontale HH' n'est pas la même pour tous les sujets. Ce problème est résolu par le positionnement vertical du sujet sur son siège et par le fait que la tête de celui-ci est bien positionnée.

#### b) positionnement symétrique des yeux par rapport au capteur

Le positionnement revêt une particulière importance dans l'étude comparative des deux yeux dans un mouvement de convergence. La résolution de ce problème nécessite un repérage géométrique du point médian interoculaire puis par le positionnement relatif de la tête et de l'écran.

#### 1.4 - PROTOCOLE EXPERIMENTAL

#### I.4.1. - Choix des stimuli

En vue d'identifier le système de vergence des yeux chez l'homme et de modéliser ce système, nous avons été amenés à choisir les signaux d'entrée ( stimuli visuels ) selon les critères suivants :

- exploitation commode sur calculateur numérique

- compatibilité avec les théories modernes de l'identification

- capacité de révéler certaines caractéristiques du système

 ne pas dépasser la capacité visuelle des sujets, et ne pas prolonger
 l'expérience plus de quelques minutes afin d'éviter le phénomène de "fatigue", ou la diminution de volonté chez les sujets.

- avoir des caractéristiques imprévisibles pour les sujets en vue d'éliminer le phénomène d'apprentissage.
  - être déterministes et faciles à générer suivant des lois prédéterminées.

En raison des critères mentionnés, notre choix s'est porté sur des stimuli visuels générés par deux séquences : la séquence binaire- pseudo aléatoire ( deux états ) ( PRBS) (SPBA) et la séquence Gaussienne pseudo aléatoire ( continue ) (SGPA) (annexe I )

# I.4.1. a) <u>Séquence binaire pseudo-aléatoire (S.B.P.A.)</u> et séquence Gaussianne pseudo-aléatoire (S.G.P.A.) ( voir Annexe I )

Le bruit est un signal de test très utile pour deux raisons. Il a un spectre des fréquences constant et très étendu, et rassemble d'une façon réaliste les phénomènes imprévus qui peuvent influencer le fonctionnement normal des systèmes. Malheureusement son caractère aléatoire le rend peu commode pour étudier les fonctionnements de systèmes. Théoriquement, il faut un signal de bruit d'une durée de temps T ( $T \rightarrow \infty$ ) pour que la variance des résultats des expériences sur le même système soit nulle.

Compte tenu des raisons mentionnées, nous avons été amenés à utiliser les séquences pseudo aléatoires (S.B.P.A.) et (S.G.P.A.). La valeur moyenne d'une séquence pseudo aléatoire peut être considérée comme nulle, et les évènements successifs de la séquence sont pratiquement non corrélés. Néanmoins la séquence est cyclique et a une durée de temps T définie. De plus la courbe de spectre des fréquences peut être considérée comme constante jusqu'à une certaine fréquence déterminée.

La séquence binaire pseudo-aléatoire (fig. <sup>9</sup>) est constituée des signaux binaires logiques (deux états). Cette séquence peut être utilisée pour l'identification et l'étude de systèmes. La séquence Gaussianne pseudoaléatoire (plusieurs états) est utilisée essentiellement dans le cas des systèmes continus (analogiques).



(9.a) séquence binaire pseudo-aléatoire (p.r.b.s.)  $\Delta$  t : temps d'horloge



#### Figure 9

#### I.4.1. b) Production des signaux d'entrée

Nous avons utilisé, pour la production des signaux d'entrée (stimulus) un générateur de bruit ( H.P 3722 A NOISE GEN. ) cablé avec un calculateur analogique.

Le calculateur sert à centraliser et à choisir les points de fonctionnement et à varier les amplitudes des signaux d'entrée. La durée de protocole est environ 7 minutes.

# I.4.2. - Points des fonctionnements et succession des séquences ( voir figure 10 )

Compte tenu de la non linéarité du système (26) de vergence, nous avons envisagé l'étude du système autour de plusieurs points de fonctionnement de l'espace visuel étudié. Cet espace correspond à une variation de l'angle de vergence de 2.7° à 15.3° (écart moyen des yeux 6.35 cm), ces limitations ont été dictées par les données matérielles.

.../...

- 20 -



: Pc : fc	oints des onctionnements	: : · Stimulus	:Amplitude des :stimulus			: Spectre de : fréquence : constant	Fréquence
• • •	:Dist.: Conver. :(cm) : degré Θ°	: : :	: Dist. : (cm)	:Angle : :degré :	:Durée :(sec.)		
1	: : :85,38: 4,26°	: : p.r.b.s.	: :48,38	$\Delta \Theta = \pm 1,272^{\circ}$	: 31	0,45 Hz	1,0 Hz
2	: :55,69: 6,53°	: "	: :17,09	$\Delta \Theta = \pm 0,977^{\circ}$	: "	"	11
3	: : :45,45: 7,99°	: "	: :11,32	: "	: "	11	"
4	: : :34,70: 10,46°	: : "	: : 6,58	: "	: "	11	"
5	: : :28,00: 12,94°	: "	: : 4,30	: · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	: "	: :	11
	: : :85,38: 4,26°	: : p.r.G.S.	: :48,32	: : ∆0° < 1,27°	: :34.066	: : 1,5 Hz	: : 30,03 Hz
2	: : :55,69: 6,53°	: "	: :17,09	: : ∆0 < 0,97°	: "	:	11 1
4	: : :45,45: 7,99°	: " : "	: :11,32	: "	: : "	: :	:
4	: : :34,70: 10,46°	: "	: : 6,52	: :	: : "	: <sup>11</sup>	1 11
5	: : :28,00: 12,94°	: "	: : 4,30	: : ·	: "	: " : "	: 
==	·	:	: <sub>01</sub>	:15 2°<6< 3° 0	···===================================	: 0 15 Hg	·
c		: " 	:	: "	:		: 10.0
6		:	:		25,5	0,50 Hz	10,0 HZ :
6	• н • н • т	- +1 -	• •	• • 1	34,066	1,5 Hz	30,03 Hz

(b) tableau de présentation des stimulus Figure 10.

์ 811' นาน

L'espace visuel est divisé en cinq angles égaux ( fig. 10 ). Dans le cas de S.B.P.A. chaque séquence dure 31 sec. avec les caractéristiques suivantes: la fréquence de horloge est de 1 Hz, le spectre de fréquence est constant jusque 0.45 Hz, et l'angle de vergence de l'entrée (cible) est  $\pm$  1° autour de chaque point (angle) de fonctionnement, ce qui implique l'utilisation des S.B.P.A. d'amplitudes (électriques) différentes;pour que le sujet voit les mêmes variations de l'angle ( $\pm \Delta \Theta$ ) pour les points (angle) choisis.

Dans le cas de S.G.P.A. l'expérience se déroule en deux parties : la première est constituée aussi de cinq séquences en respectant les mêmes divisions de l'espace mentionné pour le S.B.P.A. Chaque S.G.P.A. dure 34.066 sec avec une courbe de spectre des fréquences constante jusque 1,5 Hz. L'angle de vergence de l'entrée (cible)est variable de -  $\Delta 0$  jusque  $\Delta 0^{\circ}$  autour des angles de fonctionnements choisis. La deuxième partie est constituée de trois S.G.P.A. de fréquences différentes. Dans chacune de ces séquences le stimulus se déplace tout au long de l'écran (vergence de 3,0° à 15,2°). La première S.G.P.A. dure 20 sec. avec une courbe de spectre des fréquences constante jusque 0,15 Hz, la deuxième dure 25.5 avec un spectre constant jusque 0,5 Hz et la dernière dure 34.066 sec avec un spectre constant jusque 1,5 Hz.

- 23 -

#### CHAPITRE II

REPONSE IMPULSIONNELLE ET

ANALYSE STATISTIQUE.

L'analyse des signaux de l'expérience nécessite un stockage numérique des données. Une chaine de mesure A R 11 est utilisée pour échantillonner ces signaux.

Différentes méthodes classiques de détermination de la réponse impulsionnelle sont supposées, ainsi qu'une méthode plus simple, que nous avons mis au point adaptée à notre problème.

Une analyse statistique est ensuite effectuée.

#### Introduction

Le système oculomoteur en vergence chez l'homme est un système de très grande complexité pour le nombre élevé d'organes mis en jeu ( rétine, nerf optique, système nerveux central, muscles et globe des yeux ... etc ).

De plus les mesures des mouvements oculaires sont en général entachés par différents bruits : un bruit physiologique dû aux

> clignotements des yeux et au tremblement de la tête des bruits physiques qui viennent des différents appareils utilisés lors de l'expérience.

> > .../...

Compte tenu des raisons mentionnées auparavant, nous avons été amenés à développer un traitement des signaux adapté au système étudié.

Les objectifs essentiels de l'analyse des signaux expérimentaux sont : la détermination des caractéristiques propres de ces signaux et la recherche des relations qui peuvent exister entre les signaux d'entrée et de sortie.

#### II.1 - ACQUISITION DES DONNEES

Afin de trouver le signal de vergence des yeux (figure 2.1), les signaux des mouvements oculaires horizontaux des yeux sont additionnés par un sommateur analogique. Après un filtrage préalable de type passe-bas destiné à atténuer les bruits de mesure, le signal de vergence est ensuite converti par une chaîne d'acquisition analogique digitale type ARII du calculateur PDPII, (figure 2.2).



~ 27 ~

Les autres signaux convertis par la chaîne de mesures sont : le signal d'entrée ( cible ) et le signal de sortie logique de l'oculomètre qui indique la validité des mesures ou l'existance d'erreur pendant le déroulement de l'expérience, ( clignotement des yeux, déréglage du zéro de l'appareil etc ... ).

Après quelques essais préalables, nous avons choisi une fréquence d'échantillonnage de 50 Hz. Cette fréquence a été choisie en tenant compte de la capacité de mémoire libre du calculateur utilisé dans l'analyse des données (T 1600) et des caractéristiques fréquentielles du phénomène étudié. La fréquence de décrochage du système de vergence est inférieure à 2 Hz ( 31 ).

Le premier front montant du signal d'entrée ( cible ) est utilisé comme signal de commande de la chaîne des mesures.

Les signaux ainsi convertis sont stockés sur bande perforée et traités en temps différé par des programmes en langage évolué. Les principaux programmes mis au point concernent le filtrage et la reconversion des valeurs électriques en valeur réelle (angle) et la corrélation. Les organigrammes sont présentés en annexe (A.2).

#### II.2 - METHODE DE CORRELATION ET REPONSE IMPULSIONNELLE

II.2.1. - Méthode de corrélation

II.2.1. (a) : Fonction de corrélation

Considérons deux signaux X (t) et Y (t) fonction du temps. Si la valeur d'un de ces signaux à n'importe quel moment, dépend de la valeur de l'autre, alors les deux signaux sont corrélés.

La valeur actuelle d'un signal X (t) influencera sa valeur au temps ( $t + \tau$ ). En général X ( $t + \tau$ ) est dépendant de X (t). La mesure statistique de la dépendance des valeurs d'un signal dans le futur et dans le passé sur sa valeur actuelle est donnée par la fonction d'autocorrélation du signal.

La fonction de corrélation d'un signal X (t) est notée par le symbole  $\phi_{XX}$  (t). La fonction de corrélation est définie par la valeur moyenne statistique X (t), x (t +  $\tau$ ).

$$\phi_{\mathbf{x}\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{E}\left[\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t+\tau)\right]$$
(2.1)

Si l'hypothèse d'ergodicité est vérifiée, on peut substituer aux moyennes statistiques, deux moyennes temporelles. Dans le cas ou X (t) est un signal continu.

$$\phi_{\mathbf{x}\mathbf{x}} \quad (\tau) = \lim_{T \to \infty} \quad \frac{1}{2T} \quad \int_{-T}^{T} \mathbf{x} \ (t) \cdot \mathbf{x} \ (t+\tau) \ dt \qquad (2.2)$$

Si le signal x (t) est échantillonné et bloqué de période T

$$\phi_{XX} \quad (KT) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} x (nT) \cdot x (nT + KT) \quad (2.3)$$

$$\tau = KT$$

Il convient de remarquer que  $\phi_{xx}$  ( $\tau$ ) est une fonction paire  $\begin{bmatrix} \phi_{xx} & (\tau) = \phi_{xx} & (-\tau) \end{bmatrix}$ . Cela peut être démontré en écrivant de nouveau l'équation (2.2).

$$\phi_{XX}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T-\tau}^{T-\tau} x(t-\tau) \cdot x(t) dt \dots \qquad (2.4)$$
$$= \phi_{XX}(-\tau) \quad \text{quand } T \to \infty$$

.../...

- 29 -

III.2.1.(b) Fonction d'intercorrélation

Il est possible qu'une variable x (t) puisse influencer dans le futur la valeur d'une autre variable y (t). Dans ce cas les deux variables sont associées ou corrélées. La mesure quantitative de cette association où interdépendance est donnée par la fonction d'intercorrélation des deux signaux.

Cette fonction est définie par la valeur moyenne statistique :

$$\phi_{xy}(t) = E \left[ x(t). y(t+\tau) \right]$$
(2.5)

Si x (t) et y (t) sont stationnaires et vérifient, dans le cas où les deux signaux sont continus, l'hypothèse d'ergodicité, alors :

$$\phi_{xy} (t) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2 T} \int_{-T}^{T} x (t) y (t+\tau) dt \qquad (2.6)$$

Dans le cas où les deux signaux x (t) et y (t) sont échantillonnés et bloqués de période T, alors

$$\phi_{XY} (KT) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} x (nT) y (nT+KT)$$
(2.7)

En considérant que le nombre de mesures est limité (N), et que la fonction d'intercorrélation est paire

$$\phi_{XY} (K\Gamma) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^{N} x (nT) \cdot y (nT + KT)$$
(2.8)

.../...

Si  $\phi_{xy}$  (KT) est complètement aléatoire, on commet une erreur d'estimation qui devient nulle pour un très grand nombre (N) d'échantillons.

- 30 -
## II.2.1.c)

# L'atténuation de l'effet du bruit de mesure par la fonction d'intercorrélation.

Supposons que l'on cherche une relation entre deux phénomènes x (t) et y (t). Ces deux phénomènes sont mesurés pendant une expérience quelconque.

En réalité, la mesure obtenue correspond aux véritables phénomènes et aux bruits de mesure.

$$y_1(t) = y(t) + b_y(t)$$
 (2.9)

$$x_1 (t) = x (t) + b_y (t)$$
 (2.10)

où b (t) et b (t) sont des bruits à large spectre.

De l'équation (2.8)

$$\phi x_1 y_1 (\mathbf{r}) = \frac{1}{T} \int_{\mathbf{o}}^{T} \mathbf{x}_1 (\mathbf{t}) y_1 (\mathbf{t} + \tau) d\mathbf{t}$$
$$= \frac{1}{T} \int_{\mathbf{o}}^{T} \left[ \mathbf{x} (\mathbf{t}) + \mathbf{b}_{\mathbf{x}} (\mathbf{t}) \right] \left[ \mathbf{y} (\mathbf{T} + \tau) + \mathbf{b}_{\mathbf{y}} (\mathbf{t} + \tau) \right] d\mathbf{t}$$
$$= \phi_{\mathbf{x}} \mathbf{y}^{-} (\tau) + \phi_{\mathbf{x}} \mathbf{b} \mathbf{y}^{-} (\tau) + \phi_{\mathbf{b}} \mathbf{b} \mathbf{y}^{-} (\tau) + \phi_{\mathbf{b}} \mathbf{b} \mathbf{b} \mathbf{y}^{-} (\tau)$$
(2.11)

Les fonctions  $\phi_{b \times y}$  (T) et  $\phi_{x,by}$  ( $\tau$ ) sont nulles, étant donné que les bruits b (t) et b (t) sont indépendants de x (t) et y (t). D'autre part, compte tenu de la largeur du spectre de bruit,  $\phi_{b \ b}$  (t) tend rapidement vers zéro si t croit pour T suffisamment grand, nous avons  $\dot{Y}$ 

 $\phi \mathbf{x}_{1} \mathbf{y}_{1} \quad (t) \stackrel{\circ}{\longrightarrow} \phi_{\mathbf{x}} \mathbf{y} \quad (t) \tag{2.12}$ 

On constate que la méthode d'intercorrélation permet de déceler les relations entre deux signaux noyés dans le bruit de mesure.

II.2.2. - La réponse impulsionnelle

Considérons le système linéaire invariant de la figure ( 2.3 ), d'entrée x (t) et de sortie s (t). Soit n (t) un bruit additif sur la sortie.



La sortie mesurée est y (t).

X (T) et Y (T) sont stationnaires et vérifient l'hypothèse d'ergodicité



Figure 2.3.

Vu la linéarité du système, l'intégrale de convolution / 32 / qui relie la sortie à l'entrée est donnée par l'équation suivante :

$$Y (t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\theta) x (t - \theta) d\theta + n(t)$$
(2.13)

Une estimation de la réponse impulsionnelle pourrait être faite en appliquant une méthode de déconvolution aux valeurs observées de Y (t) et X (t).

Dans ce cas, le bruit peut représenter une partie appréciable de la sortie Y (t) et l'erreur sur la réponse estimée n (t) sera importante.

Cette influence de l'erreur peut être minimisée à l'aide de la technique de corrélation.

En multipliant les deux membres de l'équation 2.3 par X (t -  $\tau$ ) et en prenant l'espérance mathématique associée à chaque membre, on a :

$$E \left[ X (t-\tau) y (t) \right] = \int_{-\infty}^{\infty} h (\Theta) E \left[ X (t-\tau) X (t-\Theta) \right] d\Theta$$
$$+ E \left[ X (t-\tau) n (t) \right]$$
(2.14)

Compte tenu de l'hypothèse d'ergodicité, de la définition de la fonction de corrélation [ équation (2.1.2.5) ], et de l'indépendance du bruit n (t) et du signal X (T), on a :

$$\phi_{\mathbf{x}\mathbf{y}}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h} (\Theta) \phi_{\mathbf{x}\mathbf{x}} (\mathbf{t} - \Theta) \, \mathbf{d} \, \Theta + \mathbf{O}$$
(2.15)

ce qui représente l'équation de Wiener-Hopf / 33 /.

Cette équation peut être simplifiée en considérant que l'intégrale de convolution est représentée par le symbole (**\***) entre h et  $\phi_{xx}$ , alors

$$\phi_{xx}(t) = h(t) \pm \phi_{xx}(\tau)$$
 (2.16)

II.2.3. - Techniques d'estimation de h  $(\Theta)$ 

Cas des signaux d'entrée quelconques.

Une estimation de la réponse impulsionnelle h(t) pourrait être faîte par la déconvolution de l'équation de Wiener-Hopf (2.13), en utilisant les valeurs observées de  $\phi_{xx}$  (t) et  $\phi_{xy}$  (t). Pourtant, il faut noter que dans le cas des signaux d'entrée normaux ( spectre variable ), la technique de la déconvolution devient très difficile.

Nous exposons ici deux méthodes qui peuvent être utilisées dans le cas de signaux d'entrée quelconques.

La première méthode / 34 / consiste à changer les paramètres d'un modèle de façon à ce que la différence entre la sortie  $\hat{\phi}_{xy}$  (t) du modèle et la sortie  $\phi_{xy}$  (t) du système soit minimale. Cette méthode est basée sur l'utilisation d'un écran de visualisation relié à un calculateur. Un opérateur change les paramètres du modèle jusqu'à ce que  $\hat{\phi}_{xy}$  (t) calculé, ressemble à  $\phi_{xy}$  (t) du système.

Cette méthode est seulement proposée pour trouver une structure générale du système, mais non pour déterminer les paramètres.

La deuxième méthode / 35 / consiste à approximer l'intégrale de convolution par une somme de convolution. Dans le cas de signaux échantillonnés et bloqués de période T, en utilisant l'équation (2.15), et en considérant que h ( $\theta$ ) = 0 pour  $\theta$  < 0, on a :

 $\phi_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}(\tau) = \int_{0}^{\infty} \mathbf{h} (\Theta) \phi_{\mathbf{X}\mathbf{X}}(\tau-\Theta) d\Theta$  $= \int_{0}^{1/2} \mathbf{T}_{\mathbf{S}} \mathbf{h} (\Theta) \phi_{\mathbf{X}\mathbf{X}}(\tau-\Theta) d\Theta +$  $\sum_{i=1}^{\infty} \int_{(i-1/2)\mathbf{T}_{\mathbf{S}}}^{(i+1/2)\mathbf{T}_{\mathbf{S}}} \mathbf{h}(\Theta) \phi_{\mathbf{X}\mathbf{X}}(\tau-\Theta) d\Theta$ 

.../...

pour  $\tau = K T_{c}$ .

$$\phi_{XY} (K T_{S}) \sim \frac{T_{S}}{2} h (\Theta) \phi_{XX} (K T_{S}) + T_{S} \sum_{i=1}^{\infty} h (i T_{S}) \phi_{XX} [K-i] T_{S} ] \qquad (2.17)$$

Si on considère les cas pratiques, où les mesures de corrélation sont faites dans un intervalle de temps fini T e = N T<sub>s</sub>, et si l'on développe la réponse pour chaque point ( $\phi_{xy}$  (o),  $\phi_{xy}$  (1)....  $\phi_{xy}$  (N) ), on peut présenter l'équation (2.15) sous forme matricielle : $\Psi_{xy} = T_s \cdot \Psi_{xx} \cdot H_s$  (2.18)

φ <sub>xy</sub> (0)	$\phi_{XX} (o) \phi_{XX} (-T_s) \phi_{XX} (-2T_s) \dots \phi_{XX} (-NT_s)$	1/2 h (o)
ф <sub>ху</sub> (т)	$\phi_{XX} (T_{S}) \phi_{XX} (O) $	h (T)
	$\phi_{XX} (2T_s) \phi_{XX} (T_s) $	h (2T)
φ <sub>xy</sub> (2T <sub>s</sub> )		<b>5</b> 2
17	и Х. и и Х. п	11
11	n X n	17
$\phi$ (NT) xy s	$\phi_{XX} (NT_s) \xrightarrow{(c)} \phi_{XX} (c)$	h (NT)

Puisque  $\phi_{xx}$  ( $\tau$ ) =  $\phi_{xx}$  (- $\tau$ ), la matrice  $\Psi_{xx}$  est symétrique.

Afin de trouver  $\begin{bmatrix} h(o), h(T_s) \dots h(NT_s) \end{bmatrix}$ , cette équation matricielle peut être résolue à l'aide des fonctions de corrélation calculées.

Cette méthode peut introduire des erreurs d'estimation sur h  $(\tau)$ à cause de l'approximation de l'intégrale de convolution par une somme de convolution.

## II.2.3. b)

Cas des signaux d'entrée à densité spectrale constante

( aléatoires et pseudo-aléatoires ).

La fonction de corrélation d'un signal dépendant du temps, peut être représentée par la transformée de Fourier qui est définie par :

- 35 --

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$
 (2.19)

où f (t) est le signal, f (j $\omega$ ) est la transformée de Fourier, et  $\omega$  la pulsation ( $\omega = 2 \ \pi \ f$ ). La transformée de Fourier de la fonction de corrélation  $\phi_{xx}$  (t) est représentée par  $\phi_{xx}$  (j $\omega$ ). Alors :

$$\phi_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$$
  $(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$   $(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau.$ 

puisque  $\phi_{xx}$  ( $\tau$ ) est une fonction paire, et que  $\phi$  (j $\omega$ ) est réel, on a alors :

$$\phi_{\mathbf{X}\mathbf{X}}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{\mathbf{X}\mathbf{X}}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \qquad (2.20)$$

Cette fonction  $\phi_{xx}$  ( $\omega$ ) est appelée densité spectrale.

Les signaux qui ont une densité spectrale bien définie sont très utiles pour trouver la réponse impulsionnelle du système. Le meilleur exemple est le bruit blanc : par définition, un bruit est dit blanc lorsque son spectre est constant / 36 / :

$$\phi_{xx}(\omega) = c^{te} = 2\pi K$$

La relation entre la fonction de corrélation et la densité spectrale est la transformée de Fourier, il vient alors :

$$\phi_{\mathbf{x}\mathbf{x}}(\tau) = \frac{1}{2\kappa} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{\mathbf{x}\mathbf{x}}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \qquad (2.21)$$

Dans le cas du bruit blanc, on a :

$$\phi_{\mathbf{X}\mathbf{X}}(\tau) = K \int_{-\infty}^{\infty} e^{\mathbf{j}\omega\tau} d\omega = K \delta(\tau) \qquad (2.22)$$

où  $\delta$   $(\tau)$  est l'impulsion de Dirac. La fonction d'inter corrélation ( équation 2.15 ) devient alors :

$$\phi_{xy} (\tau) = K \int_{-\infty}^{\infty} h (\Theta) \delta (\tau - \Theta) d \Theta$$
$$= K h (\tau)$$
(2.23)

Ainsi on obtient la réponse impulsionnelle qui est dans ce cas directement proportionnelle à la fonction d'inter corrélation du système.

La difficulté essentielle de cette méthode est liée à la durée d'estimation de la fonction d'inter corrélation. Théoriquement, il faut un temps d'intégration infini pour chaque retard  $(\tau)$ .

Cette difficulté peut être surmontée en utilisant le bruit pseudoblanc. Ce bruit a un spectre de fréquence qui demeure constant à l'intérieur d'une bande centrée ( $-\omega_{O} < \omega < + \omega_{O}$ ) et nul à l'extérieur de cette bande (figure 2.4). De plus ce type de bruit est cyclique de période T. Ceci nous permet de réduire le temps d'intégration de  $\phi_{XY}$  (t) à une seule période T, si la réponse impulsionnelle du système devient nulle ou négligeable dans un temps inférieur à T.



## Figure 2.4.

- 37 -

$$\phi_{\mathbf{x}\mathbf{x}}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{k}^2 e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega}^{\omega} \mathbf{k}^2 e^{j\omega\tau} d\omega \dots \qquad (2.24)$$
$$= \frac{\omega_0}{2\pi} \mathbf{k}^2 \left( \frac{2\sin\omega}{\omega_0\tau} \right) \qquad (2.25)$$

pour 
$$\tau = 0, T, 2 T, ...$$

$$\phi_{xx} (o) = \phi_{xx} (T) = \dots$$

$$\phi_{xx} (o) = \frac{\omega_o k^2}{\pi}$$

De l'équation (2.15), en considérant que h (t) = o pour t < o, que  $\omega_o$  est plus grand que la pulsation de système ( c.a.d.  $\frac{2 \pi}{\omega_o}$  est très petit ) il vient :

$$\phi_{xy}(\tau) = f_{o}^{T} h (\Theta) \phi_{xx} (\tau - \Theta) d \Theta + f_{T}^{2T} h (\Theta) \phi (\tau - \Theta) d\Theta$$

+ 
$$\int_{2T}^{3T} h(\theta) \theta(\tau - \theta) d\theta + ...$$
 (2.26)

.../...

A partir de l'équation (2.23 ) et en considérant que h  $(\tau) \rightarrow o$ pour un temps inférieur à T, il vient :

$$\phi_{xy} (\tau) \frac{\kappa^2}{2\pi} h (\tau)$$
(2.27)

Ainsi, avec un temps d'intégration égal à une seule période T du bruit, on obtient la réponse impulsionnelle du système pour un retard  $\tau$ .

II.2.3. c)

# Détermination de la réponse impulsionnelle à l'aide des séquences binaires pseudo-aléatoires.

Compte tenu des raisons mentionnées auparavant, notre choix a été porté sur les séquences binaires pseudo-aléatoires (p.r.b.s) qui sont des bruits pseudo-blancs. Ces séquences sont faciles à générer et ont des caractéristiques qui ressemblent à celles du bruit blanc. Néanmoins, les séquences sont cycliques de période T, de temps fini.



séquences binaires pseudo-aléatoires (p.r.b.s.)

Si on considère X (t), une séquence binaire pseudo-aléatoire de longueur maximale / 37 /, de période T = L,  $\Delta$  t, où  $\Delta$  t est la période de l'horloge commandant le registre à décalage, et L la longueur de séquence ( ou figure 2.5 L = 15 ); on obtient la fonction d'autocorrélation de cette séquence à partir des équations 2.1 et 2.2 soit :

$$\phi_{XX}(\tau) = \frac{1}{L \Delta t} \int_{0}^{L\Delta t} X(t) X(t-\tau) dt$$

$$= \begin{cases} (1 - \frac{L+1}{L} |\frac{|\tau|}{\Delta t}) a^{2} \text{ pour } |\tau| < \Delta t \\ -\frac{a^{2}}{L} \text{ pour } |\tau| > \Delta t \end{cases}$$
(2.28)

où  $\pm$  a sont les valeurs analogiques correspondant aux deux états (1,0) du signal X (t).



Figure 2.6

Fonction de corrélation pour une séquence binaire pseudo-aléatoire (X = + a)

La fonction d'auto corrélation peut être exprimée / 38 1 par une série d'impulsions de Dirac.

$$\phi_{\mathbf{X}\mathbf{X}} \quad (\tau) = \sum_{n = -\infty}^{+\infty} a^2 \frac{\mathbf{L}+1}{\mathbf{L}} \Delta t \, \delta \, (\tau - n\mathbf{L}\Delta t)$$
(2.29)

En portant cette expression dans l'équation de Wiener-Hopf, et en considérant que la réponse impulsionnelle h (t) varie peu dans l'intervalle ( -  $\Delta t$ , +  $\Delta t$  ), il vient :

$$\phi_{yx}(\tau) = a^2 \frac{L+1}{L} \Delta t m(h)(\tau) + h (\tau+L \Delta t) + \dots h (\tau+nL \Delta t) \dots) (2.30)$$

$$(m=1 \text{ pour } \tau > \Delta t \text{ et } m = \frac{1}{2} \text{ pour } \tau = 0)$$

Si le système linéaire est stable, on peut choisir une période L  $\Delta$  t assez grande, telle que h (t)  $\underline{\circ}$  o pour t > L  $\Delta$  t, on obtient l'expression suivante :

$$\phi_{xy}(\tau) = a^2 \frac{L+1}{L} \Delta t. m. h(\tau)$$
 (2.31)

h (
$$\tau$$
) =  $\frac{1}{m.a^2} \cdot \Delta t \frac{L+1}{L} = \frac{1}{T} \int_0^T Y(t) X(t-\tau) dt$  (2.32)  
h ( $\tau$ ) =  $\frac{1}{K} \phi_{xy}(\tau)$ 

La valeur non nulle de 
$$\Delta$$
 t et la valeur finie de L  $\Delta$  t ainsi que  
le bruit et le traitement de l'information lors du calcul d'inter corrélation,  
donnent lieu à des erreurs qui peuvent être importantes.

De plus cette méthode exige que h (t) ou  $\phi_{xy}$  ( $\tau$ ) varie peu dans l'intervalle ( -  $\Delta t$ , +  $\Delta t$ ), ce qui est très difficile à réaliser pour le système oculomoteur.

#### II.3 - METHODE PROPOSEE POUR LA DETERMINATION DE LA REPONSE IMPULSIONNELLE.

Dans le cas où le spectre de l'entrée  $\phi_{XX}$  ( $\omega$ ) n'est pas très large par rapport à  $\phi_{XY}$  ( $\omega$ ), ce qui est traduit pour une séquence binaire pseudoaléatoire par un  $\Delta$  t du même ordre de grandeur que la constante de temps du système,h(t) varie beaucoup pour t entre  $\tau - \Delta t < t < \tau + \Delta t$ . Ainsi, l'hypothèse que  $\phi_{XX}$  ( $\tau$ ) peut être considérée comme une impulsion par rapport au système, n'est plus valable, et que, de plus les équations 2.31 et 2.32 ne peuvent plus être appliquées :

Nous proposons dans ce cas une méthode plus simple pour déterminer h(t).



Considérons le système linéaire présenté sur la figure (2.7)

Figure 2.7

$$\phi_{xy}(\tau) = h(\tau) \star \phi_{xx}(\tau)$$

où \* est le symbole de la convolution.

On trouve H (p) = 
$$\frac{\phi_{xy}(p)}{\phi_{xx}(p)}$$
 (2.33)

Si l'on considère une entrée (r.p.b.s.) ayant une fonction de corrélation triangulaire figure 2.8 et si le système est stabilisé pendant la période  $\Delta$  t, on peut considérer que l'influence de chacune des deux fonctions temps AB et BC sur le système, est limitée seulement pendant le temps  $\Delta$  t, temps d'influence de  $\overrightarrow{AB}$ :  $\begin{bmatrix} -\Delta t, o \end{bmatrix}$  et celui de  $\overrightarrow{BA}$ :  $\begin{bmatrix} o, \Delta t \end{bmatrix}$ .



Considérons la rampe  $\overrightarrow{AB}$  : r (t) si on fait un changement des coordonnées de manière à ce que pour  $\phi_{xx}$  (O) on ait t = O, il vient :

$$\phi_{xx} (t) = r (t) = a.t$$

$$a = \frac{|\overrightarrow{OB}|}{\Delta T} \text{ voir figure 2.8}$$

$$\phi_{xx} (p) = R (p) = \frac{a}{p^2}$$
(2.35)

et considérons l'équation (2.24) il vient :

ou

$$a p^{2} \phi_{xy} (p) = H (p)$$
 (2.36)

puisque A est l'origine des coordonnées, si l'on prend la fonction rampe  $\overrightarrow{AB}$ , ou  $(\overrightarrow{BC})$ , il vient alors :

$$\phi_{xy}$$
 (o) = o et  $\frac{d}{dt} \left[ \phi_{xy} (o) \right] = 0$ 

Si on prend la transformée inverse de chaque membre de l'équation 2.27 , et si on considère seulement la rampe AB, on trouve :

$$a \frac{d^2}{dt^2} \left[ \phi_{xy}(t) \right] = h(t)$$
(2.37)

et pour la rampe  $\vec{BC}$  :

$$a \frac{d^2}{dt^2} \left[ \phi_{xy}(t) \right] = h(t)$$

11.4 - RESULTATS NUMERIQUES DE LA CORRELATION ET DE LA REPONSE IMPULSIONNELLE.

II.2.5. a) corrélation

Compte tenu de la facilité d'introduction d'un retard pur variable  $(\tau)$ , et de la grande capacité de traitement des données, le calculateur numérique apparait comme un outil particulièrement bien adapté pour faire les calculs de corrélation et d'inter corrélation. /39,40/.

L'ordinogramme de principe de la corrélation est présenté annexe 2.

En faisant intervenir un retard  $\tau$  physiquement réalisable, la fonction d'intercorrélation devient :

$$\oint_{xy} (\tau) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} x (t-\tau) y (t) dt.$$

Dans le cas des signaux échantillonnés :

$$\phi_{XX} \quad (KT) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^{N} X [(n-K) T] X (nT)$$
(2.38)

$$\phi_{XY} (KT) = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^{N} X [(n-K) T] Y (nT)$$
(2.39)

où T =  $\frac{1}{f}$  est la période d'échantillonnage de la chaîne de mesure . La fréquence choisie est de 50 Hz, en compte tenu de la lenteur du système (fréquence de décrochage inférieure à 2 Hz) et des possibilités de stockage et de traitement des données.

Les figures 2.9, 2.10 et 2.11 représentent la fonction de corrélation et d'inter corrélation pour des signaux d'entrée de séquence binaire pseudoaléatoires (p.r.b.s.) autour de deux points de fonctionnement, alors que la figure 2.12 montre cette fonction pour des signaux d'entrée de séquence gaussienne pseudo-aléatoire (p.r.G.S.).

On constate quelques caractéristiques communes aux courbes d'intercorrélation présentées lors des figures (2.9, 2.10, 2.11 ):

les fonctions d'intercorrélation présentent un maximum et la valeur de ce maximum augmente si le point de fonctionnement approche les sujets :

 $\phi_{xx}$  ( $\tau$ ) max : fig.2.9 0,783  $\rightarrow$  fig. 2.10 0,860  $\rightarrow$  fig.2.11 0,904

. . . / . . .

Cela peut être dû à une augmentation du gain du système.

- la valeur de l'inter corrélation pour t = o est non négligeable,  $\phi_{xy}$  (o),  $\neq \circ$ - l'inter corrélation  $\phi_{xy}$  ( $\tau$ ) devient presque nulle autour de  $\tau$  = 1,5 sec.

Pour la figure 2.12 où l'entrée est r.p.G.S., on constate une très grande diminution du maximum d'inter corrélation  $\{\phi_{xy} (t) \text{ maximum } = 0,3\}$ . Cela peut être expliqué par la largeur de la bande de fréquence d'une entrée r.p.G.S. | f max < 1,5 Hz | par rapport à une entrée r.p.B.S.

II.2.5 b) La réponse impulsionnelle à partir de la méthode proposée

A partir de l'équation (2.28) :

$$a \frac{d^2}{dt^2} \left[ \phi_{xy}(t) \right] = h(t)$$

$$a = \frac{c}{\Delta T} = 1$$
 (fixé par le protocole )

Pour trouver  $\frac{d^2}{dt^2} \left[ \phi_{xy}(KT) \right]$  et h (KT), où T est la période d'échantillonnage, on peut utiliser une technique numérique.

$$T \quad \frac{d}{dt} \left[ \phi_{xy} \left[ (K - \frac{1}{2}) T \right] \right] = \phi_{xy} (KT) - \phi_{xy} \left[ (k - 1)T \right]$$

$$T^{2} \frac{a^{2}}{dt^{2}} \left[ \phi_{xy} \left[ (k-1) T \right] \right] = \phi_{xy} (KT) - 2 \phi_{xy} \left[ (k-1)T \right] + \phi_{xy} \left[ (k-2) T \right]$$

$$(2.40)$$

La précision de cette méthode dépend évidemment de la valeur choisie pour T. Néanmoins, cette méthode donne de bons résultats, puisque  $\phi_{XY}$  (KT) et  $\phi_{XX}$  (KT) ne sont pas entachés de bruit de mesures.

Les figures 2.14 et 2.15 montrent la réponse impulsionnelle pour deux points de fonctionnement. On constate les caractéristiques suivantes :

. un retard pur  $\tau$  140 <  $\tau$  < 200 m sec

. une réponse continue avant d'atteindre la valeur nulle t 0,5 sec, où le système fait une correction ou un ajustement rapide qui dure environ 80 m sec, avant de se stabiliser.





autour de point de fonctionnement (6,52° vergence statique

BILS



autour du point de fonctionnement ( 8,18° vergence statique ).

BIIS









Analyse statistique lors d'une réponse à l'échelon.

Notre étude principale porte sur une population de six sujets normaux dont l'âge est compris entre 23 et 33 ans. Aucun d'entre eux ne présente aucune maladie susceptible d'affecter la motricité oculaire.

Nous utilisons pour analyser ces résultats lors d'une réponse aux échelons, les notions statistiques classiques. Il s'agit de la moyenne arithmétique  $\mu$ , de l'écart type  $\sigma$  et du coefficient de variation V. Enfin, des tests statistiques bilatéraux sont faits sur les différents résultats comme le test du t de Student / 41 /.





.../...

Exemple de réponse de vergence a une entrée en échelon de position.

\_ 55 -

Ce test a été utilisé afin de déterminer pour quel seuil la différence relevée entre deux moyennes  $M_1$  et  $M_2$  est significative.

Les tableaux, T 2.1 et T 2.2 , et les graphes, figures représentent des valeurs moyennes du temps de Latence  $T_L$ , et du temps de montée  $T_M$  (cf figure 2.16).

Sur la figure 2.17, on constate pour le temps de Latence les caractéristiques suivantes :

- $T_{T_i}$  est indépendant du point de fonctionnement  $\Theta$
- on peut considérer que la valeur de  ${\rm T}^{}_{\rm L}$  se trouve entre 160 et 200 m sec.
- Les valeurs de l'écart type sont relativement faibles par rapport à la valeur de l'écart type des temps de montée.
- On ne trouve pas une différence significative entre les valeurs de  $T_{t}$  de convergence et celles de divergence.

Les résultats concernant les temps de montée ( figure 2.18 ) lors de la réponse à l'échelon en fonction du point de fonctionnement, montrent quelques caractéristiques importantes :

- on constate une certaine dépendance entre les deux variables de temps de montée et de l'angle de vergence statique.

- pour le même point de fonctionnement, on trouve une différence entre le temps de convergence et celui de divergence, cette différence ne variant pas beaucoup.

- les graphes montrent aussi une valeur minimale de  $T_M$  autour d'une certaine valeur de l'angle de vergence statique.

- les deux courbes ressemblent fortement à une fonction polynôme de type :

$$\mathbf{T}_{\mathbf{m}} = \mathbf{a}_{\mathbf{0}} + \mathbf{a}_{1} \,\,\mathbf{\Theta} + \mathbf{a}_{2} \,\,\mathbf{\Theta}^{2} + \,\ldots + \,\mathbf{a}_{n} \,\,\mathbf{\Theta}^{n}$$

où a<sub>0</sub>, a<sub>1</sub> ... a<sub>n</sub> sont des constantes et  $\theta$  l'angle de vergence.

.../...

\_ 56 -

Point de	: т <sub>г</sub> ( о	converge	nce )	н. 1	T <sub>I</sub>	( Dive	ergence )	
fonctionnement	: M	: т	: V	: N	: M :	σ	: V :	N :
4.26°	197.6	35	0,177	24	200,0	10	0,05	26
6.52°	172.7	1	0,005	35	175,2	33	0,19	<b>3</b> 6
8.18°	184.2	: 12	0,065	34	169,6	2	0,011	32
10.70°	177.7	: 17 :	0,096	36	175,5	6	0,034	37
13.24°	190,5	: 35 :	0,018	35 35	174,8	13	0,074 :	34

## Tableau T 2.1

Caractéristiques des réponses pour le temps de Latence.

M (ms) : moyenne,  $\sigma$  l'écart type, V :  $\frac{\sigma}{M}$  et N nombre des mesures.



Point de	T <sub>m</sub> (convergence) ms				Tm (divergence) ms			
fonctionnement	: M	: J	: V	N	: M	: o	: V	: N :
4.26°	348.8	92	0,26	24	293,4	26,18	0,09	26
6.52°	367.1	: 135	0,36	35	343,0	65,4	0,19	36
8.18°	287.1	48	0,16	34	207,8	62	0,20	32
10.70°	252	66	0,26	36	292,0	61,2	0,21	37
13,24°	278	60	0,21	35	325,4	49	0,15	<b>3</b> 4

Tableau T 2.2

Caractéristiques des réponses pour le temps de montée M (ms) moyenne,  $\sigma$  : l'écart type, V :  $\frac{\sigma}{M}$ , et N nombre de mesures.



L'ensemble des résultats expérimentaux met en évidence quelques caractéristiques importantes du système oculomoteur en vergence chez l'homme.

Le temps de Latence ou le retard pur du système ne dépendent pas du point de fonctionnement choisi. La valeur de ce retard est située entre 160 et 200 ms.

Le mouvement de convergence est plus rapide que celui de divergence sauf pour cartains cas ou le stimulus est relativement éloigné du sujet.

Le système possède un gain variable qui dépend de la valeur du point de fonctionnement. De plus on relève en particulier une zone pseudo-optimale (9°-11°) du temps de montée.

La réponse impulsionnelle du système met en évidence un ajustement très rapide avant stabilisation. Néanmoins, le système peut être considéré comme continu pendant la majeure partie du temps de réponse.

## CHAPITRE III

MODELE CONTINU NON-LINEAIRE DU SYSTEME DE VERGENCE.

III.1 - PRINCIPE DE L'IDENTIFICATION : méthode du modèle

La représentation mathématique d'un objet physique ou d'un processus se trouve dans toute discipline scientifique où l'on cherche à cerner la réalité grâce à des équations. Ces équations sont souvent issues de lois régissant le fonctionnement interne du processus.

Lorsque l'analyse interne d'un objet physique n'est pas possible ou qu'elle ne donne pas de résultats exploitables, l'identification, grâce à son aspect expérimental, fournit une solution nouvelle et fondamentale. Elle permet de trouver, au travers de données entrée-sortie, une représentation mathématique utilisable, appelée modèle ( figure 3.1 ) d'un système réel : par traitement de ces données, on déduit un ensemble de paramètres structuraux. L'identification est donc essentiellement une procédure de traitement de signaux, dont le résultat dépendra de la nature de l'information que ces signaux contiennent.





Une des meilleures définitions de l'identification a été proposée par ZADEH en 1962 /44/ :

"l'identification est la détermination d'un système modèle pris dans une classe déterminée de système-modèle auquel le système réel étudié est équivalent du point de vue de l'entrée et de la sortie " ( c.f. figure 3.2 )



Donc pour identifier un système, d'après la formulation de ZADEH, il faut choisir une classe des système modèles,  $\mathcal{Y} = \{ S \}$ , une classe des signaux d'entrée,  $\{ U \}$ , et un critère d'équivalence. Ces choix sont largement influencés par la connaissance à priori du processus et par l'utilisation éventuelle qui sera faite du modèle.

#### III.1.1. - Choix de la structure du modèle

Ce choix de structure représente l'hypothèse fondamentale. Il s'agit de faire une supposition sur le type de relation ou d'équation mathématique qui peut lier l'entrée et la sortie du système.

.../...

- 62 -

Le modèle peut être linéaire ou non-linéaire, mono variable ou multivariable, continu ou échantillonné. Souvent, ce choix de structure est lié étroitement à la connaissance à priori du processus. Parfois, le choix de structure est influencé par des contingences extérieures, qui peuvent être de nature économique, technique ... Le choix final de la structure sera évidemment dépendant des résultats obtenus lors de l'identification; ce choix sera confirmé si toutes les opérations successives conduisent à un résultat satisfaisant.

## III.1.2. - Choix des signaux d'entrée

C'est un choix fondamental puisqu'il conditionne l'information dont on disposera. La nature des signaux d'entrée avec lesquels on teste le comportement d'un système intervient dans les résultats d'identification.

Les signaux d'entrée doivent correspondre aux entrées habituelles du système, et ne doivent pas troubler le fonctionnement normal du processus. De plus, il faut que ces signaux soient riches en information afin de pouvoir dégager les caractéristiques essentielles du système. A titre d'exemple un signal de test statique ne peut pas donner des caractéristiques dynamiques d'un processus, ou dans le cas contraire un processus lent ne peut pas être identifié par des signaux d'entrée de haute fréquence.

## III.1.3. - Choix du critère d'équivalence

Ce choix consiste à définir un indice C fonction scalaire de l'écart entre la sortie d'un processus et celle de son modèle. Si la sortie du processus est Y (t) et celle du modèle est Y (t), l'erreur e (t) est définie par ( cf. figure 3.3 )

.../...

$$e(t) = Y(t) - Y_m(t)$$

- 63 -

Il existe plusieurs méthodes / 37, 45, 46 / d'idenfitication qui utilisent l'équation d'erreur afin de définir un critère C fonction scalaire de la forme :

$$C = \int_{t_1}^{t_2} e(t) dt$$

( l'intervalle (  $t_1, t_2$ ) est appelé horizon d'observation )

ou

$$c = \int_{0}^{t_{1}} e^{2}(t) dt$$
$$c = \int_{0}^{t_{1}} |e(t)| dt$$

ou

$$C = \int_{0}^{t_{1}} t e^{2} (t) d t$$

et dans le cas général

$$C = \int_{0}^{t} f (e(t), t) dt$$



Ces critères effectuent des pondérations diverses, puisqu'ils pénalisent différemment les écarts suivant la fonction f ( e (t),t ) choisie.

La majorité des méthodes d'identification paramétriques /37, 47, 48 / déduisent un ensemble des paramètres p<sub>i</sub> du modèle qui correspond au minimum de la fonction scalaire de la perte (figure III.3).

## III.2 - FONCTION DE TRANSFERT DU MODELE CONTINU DE VERGENCE A PARTIR

## DE LA REPONSE IMPULSIONNELLE.

III.2.1. - Méthode utilisée

La méthode de corrélation à l'aide des séquences binaires pseudoaléatoires ( p.r.b.s ) présentées au chapitre 2, nous a permis de déterminer la réponse impulsionnelle du système supposé linéaire autour du point de fonctionnement.

Cette réponse est obtenue sans que l'on introduise une véritable déformation du signal d'entrée du système, ce qui est un avantage considérable du point de vue de la sécurité du système et de la durée de l'expérience.

Néanmoins la détermination de la réponse impulsionnelle ne fournit pas toute l'information nécessaire à la compréhension des comportements du système, tandis que la fonction de transfert d'un système permet d'appréhender de manière plus approfondie ces comportements dans le domaine fréquentiel et d'utiliser le modèle de vergence dans un asservissement quelconque.

Etant donné, du moins théoriquement, que la relation entrée-sortie d'un système peut être exprimée par une équation différentielle, la réponse transitoire ( impulsionnelle)est une solution de cette équation différentielle /49, 50 /.

De plus il est possible de déterminer la réponse fréquentielle d'un système à partir de sa réponse transitoire, ce qui nous fournit la transmittance du système.

L'utilisation de la réponse transitoire comme moyen de détermination de la transmittance signifie une approximation de la transformée de Laplace ou de Fourier par une analyse numérique ou graphique.

Il existe plusieurs méthodes / 51, 52 / d'approximation de la transmittance à partir de la réponse impulsionnelle, mais seulement quelques unes de ces méthodes peuvent donner des résultats acceptables sans avoir de recours à des techniques de calcul souvent très lourdes.

Dans ce paragraphe nous exposons la méthode adoptée. Elle est très efficace, puisqu'elle permet la détermination directe de la transmittance sans avoir recours à des techniques d'analyse graphique qui peuvent introduire une erreur dans l'estimation de la fonction de transfert.

Cette méthode est basée sur la transformation de la réponse impulsionnelle en réponse fréquentielle par la résolution d'une équation aux différences finies./ 50 /.Si la courbe (h (t)) de la réponse impulsionnelle est connue en ( n+1 ) ordonnée ,où  $\Delta$  t est l'intervalle entre chacune de ces ordonnées, alors la courbe (h (t) ) de la réponse impulsionnelle peut être représentée par une équation linéaire aux différences finies de la forme :

$$h(t_0) + a_1 h(t_0 + \Delta t) + a_2 h(t_0 + 2\Delta t) + \dots + a_n h(t_n + n\Delta t) = 0$$
 3.1

D'autre part la fonction le transfert du système linéaire d'ordre n peut être représentée par :

$$G(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \sum_{k=1}^{n} \frac{C_k}{p - p_k}$$
 (où les  $p_i$  sont les pôles) 3.2

. . ./ . . .

puisque l'entrée est une impulsion de Dirac, on a donc

X (p) = 1 et Y (p) = 
$$\sum_{k=1}^{n} \frac{C_k}{p - p_k}$$

- 66 -
Comme l'inverse de la transformée de Laplace Y (t) est en fait la réponse impulsionnelle h (t), on a :

h (t) = Y (t) = 
$$b_0 + b_1 \exp(p_1 t) + b_2 \exp(p_2 t) + \dots + b_n \exp(p_n t)$$
 3.3  
soit à l'instant  $t_0 + k \Delta t$ .

$$Y (t_{o} + k\Delta t) = b_{1} \exp \{p_{1}(t_{o} + k\Delta t)\} + b_{2} \exp \{p_{2}(t_{o} + k\Delta t)\} + \dots + b_{n} \exp \{p_{n}(t_{o} + k\Delta t)\}$$
3.4

Le terme initial b est éliminé puisqu'il est nécessaire d'admettre qu'à l'instant initial le système est au repos. Si on suppose que l'équation 3.1.1 a une solution générale de la forme :

h (t + 
$$k\Delta t$$
) = C x (t +  $k\Delta t$ ) 3.5

on trouve pour chaque terme :

h (t<sub>o</sub>) = C x<sup>(t<sub>o</sub>)</sup>  
a<sub>1</sub> h (t<sub>o</sub> + 
$$\Delta$$
t) = a<sub>1</sub> C x<sup>(t<sub>o</sub> +  $\Delta$ t)</sup>  
a<sub>2</sub> h (t<sub>o</sub> + 2 $\Delta$ t) = a<sub>2</sub> C x<sup>(t<sub>o</sub> + 2 $\Delta$ t)</sup>

$$a_n (t_0 + n\Delta t) = a_n C X^{(t_0 + n\Delta t)}$$

l'équation ( 3.1 ) devient :

$$c x^{t} (1 + a_1 x^{(\Delta t)} + a_2 x^{(2\Delta t)} + \dots + a_n x^{(n\Delta)}) = 0$$
 3.7

3.6

.../...

Cette équalité sera vérifiée par l'équation caractéristique chaque fois que X  $(i\Delta t)$  est une racine de cette équation. Cela nous donne les n racines X<sub>i</sub>. La résolution de l'équation aux différences devient alors :

- 67 -

h 
$$(t_{o} + k\Delta t) = C_{1} X_{1}$$
  $(t_{o} + k\Delta t)$   $(t_{o$ 

où les  $C_i$  sont indépendants du temps et sont déterminés par les valeurs initiales. La comparaison de l'équation (3.8) avec l'équation (3.4) montre que  $X_i$  et exp ( $p_i$ ) sont identiques. De plus, puisque le développement d'une fonction f (t) en tant que somme finie d'exponentielle a une forme unique, alors les b<sub>i</sub> doivent être identiques aux  $C_i$ .

Le choix de l'ordre de l'équation aux différences finies dépend évidemment du choix de la structure du modèle et en particulier de son ordre.

Afin de déterminer les coefficients  $a_1$ , ...  $a_n$ , il faut 2n ensembles d'ordonnées de la réponse impulsionnelle prise au temps k $\Delta t$  ou k varie de O jusque 2n-1.

On trouve alors les équations simultanées suivantes :

 $a_{1} h (\Delta t) + a_{2} h (2\Delta t) + \dots + a_{n} h (n\Delta t) = - h (o)$   $a_{1} h (2\Delta t) + a_{2} h (3\Delta t) + \dots + a_{n} h\{(n+1) \Delta t\} = - h (\Delta t)$   $a_{1} h (n\Delta t) + a_{2} h \{(n+1) \Delta t\} + \dots + a_{n} h\{(2n-1)\Delta t\} = -h \{(n-1)\Delta t\}$ 3.9

Les valeurs de  $a_1 \dots a_n$  peuvent être trouvées par une méthode de calcul numérique appropriée. Ces valeurs seront substituées dans l'équation caractéristique (3.7) :

$$1 + a_1 x + a_2 x^2 \dots + a_n x^n = 0$$

ou X =  $X^{\Delta t}$ . Les pôles du système seront obtenus , à partir des racines de cette équation :

$$p_{i} = \log (X_{i}) / \Delta t$$
 3.10

.../..

Afin de trouver les résidus  $(C_1, C_2, ..., C_n)$  des pôles  $(p_1, p_2, ..., p_n)$ , on substitue les x<sub>i</sub> dans l'équation (3.2) .On trouve :

h (o) = 
$$c_1 + c_2 + \dots + c_n$$
  
h ( $\Delta t$ ) =  $c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$   
"  
h (n-1) =  $c_1 x_1^{n-1} + c_2 x_2^{n-1} + \dots + c_n x_n^{n-1}$  3.11

La solution de ces équations donne  $C_1, C_2 \dots C_n$  et la transformée de Laplace du système est alors complètement définie par :

G (p) = 
$$\frac{C_1}{(p-p_1)}$$
 +  $\frac{C_2}{(p-p_2)}$  + ....+  $\frac{C_n}{(p-p_n)}$  3.12

ou C, et p, peuvent être réels ou complexes.

# III.2.2. - Application et résultats de la méthode

Etant donné que l'entrée du système varie peu autour de chaque point de fonctionnement, (protocole exprimé chap.I) nous supposons que le système est linéaire autour de chaque point de l'expérience. Evidemment, le système est considéré comme linéaire dans le cas de petits déplacements autour du point de fonctionnement; néanmoins le système peut être non-linéaire globalement.

Le choix de structure du modèle est basé essentiellement sur la courbe de la réponse impulsionnelle du système. Le choix d'une structure d'un premier ordre est éliminé puisque l'ensemble des courbes ne sont pas décroissantes à partir de l'origine. Par ailleurs, le choix d'une structure de deuxième ordre du système est écarté, car plusieurs essais à partir d'une structure de deuxième ordre, n'ont pas permis de donner de résultats cohérents entre la réponse impulsionnelle réelle du système h (t) et celle obtenue à partir de la transmittance calculée ( $\hat{h}(t)$ ).

Nous avons donc choisi une structure de troisième ordre afin que le modèle puisse suivre des entrées de différents types, ces entrées pouvant se déplacer avec une certaine accélération. Ce choix est satisfaisant car les valeurs de la réponse impulsionnelle réelle h (t) et celles obtenues à partir de la transmittance calculée ( h(t) ) sont en général très proches.

Le problème posé par le retard du système a été résolu en déplaçant l'origine du temps de 160 ms. Ainsi l'influence du retard est compensée dans la transmittance pour un facteur  $e^{-\tau p}$  ( $\tau = 160$  ms).

# III.2.2.a) - Transmittance calculée et caractéristiques du système du vergence pour les différents points de fonctionnement

D'après les courbes obtenues aux graphes (Chap.I,13,14 et 15,)on trouve le tableau / III.1 / qui montre la réponse impulsionnelle pour les trois points de fonctionnement choisis :

	Réponse impulsionnelle h (t)					
tempst (ms)	:	6°,52	: : 8°,18	: : 10°,46		
0	:	0	: 0	: 0		
40	:	1,53	2,50	2,40		
80	:	5,74	6,81	: 6,62		
120	:	7,92	8,02	8,91		
160	:	7,31	. 7,27	: 8,74		
240	:	4,88	5,12	6,70		

Tableau III.1

La réponse impulsionnelle pour les différents points de fonctionnement  $t_s = t - \tau$  ou  $\tau$  est le temps de latence (  $\underline{\circ}$  160 m sec ).

En appliquant la méthode exposée auparavant, cn trouve, regroupés sous forme de tableau, les pôles et les résidus du système.

	Valeurs des pôles et résidus					
résidus	6°,52'	8°,18'	10°,46'			
р <sub>1</sub>	- 21,99	- 23,04	- 26,01			
<sup>p</sup> 2	-6,82 + j 14,93 :	-6,74 + j 15,36	-4,96 + j 14,28			
P <sub>3</sub>	: : -6,82 - j 14,93 :	-6,74 - ј 15,36 :	: : -4,96 - j 15,28 :			
c <sub>1</sub>	: 13,07	12,93	9,18			
c2	: -6,64 - j 6,53 :	-5,78 - ј 6,12 :	: -4,59 - j 6,77 :			
c3	: -6,64 + j 6,53 :	-5,78 + j 16,12	-4,59 + j 6,77 :			

#### Tableau III.2

{ Les pôles et les résidus du système pour les différents points de fonctionnement. }

Ainsi la transmittance linéarisée pour chaque point est donnée au tableau III.3

$$6^{\circ}, 52 \qquad G (p) = \frac{5923 e^{-0,16p}}{p^{3} + 35,62 p^{2} + 569,2 p + 5923}$$

$$8^{\circ}, 18^{\circ} \qquad G (p) = \frac{6468 e^{-0,16p}}{p^{3} + 36,48 p^{2} + 591,3 p + 6468}$$

$$10^{\circ}, 46 \qquad G (p) = \frac{5941 e^{-0,16 p}}{p^{3} + 35,93 p^{2} + 490,6 p + 5941}$$

Tableau III.3

{ Transmittance du système. }

Afin de trouver la fonction h(t) estimée de la réponse impulsionnelle, on prend l'inverse de la transformée de Laplace. Ceci nous fournit le tableau III.4.

$$6^{\circ},52' : h(t_{s}) = 13,07 e^{-22,0t} + 18,64 e^{-6,82} t_{sin} (14,93 t - 0,525)$$

$$8^{\circ},12' : h(t_{s}) = 12,93 e^{-23,0t} + 18,83 e^{-6,74} t_{sin} (15,35 t - 0,76)$$

$$\vdots + 10^{\circ},46' : h(t_{s}) = 9,18 e^{-26,0t} + 16,35 e^{-4,96} t_{sin} (14,28 t - 0,596)$$
Tableau III.4

{ Réponse impulsionnelle estimée où t<sub>s</sub> = t +  $\tau$  = t + 0,16. }

Enfin les caractéristiques du système autour de chaque point de fonctionnement sont données par le tableau III.5

. . . / . . .

pt. d <b>e</b> fonctionnement	gain k	: fréquence : naturelle : f <sub>n</sub> (Hz) n	: amortissement : ξ	retard :τ ( m sec ) :
6°,52'	10,4	3,79	: : 0,75 :	: 160
8°,18'	11,0	3,86	: : 0,75 :	: : 160 :
10°,46'	12,2	3,52	: : 0,80 :	160

#### Tableau III.5

{ Les caractéristiques du système de vergence binoculaire. }

#### III.2.2.b) - Remarques

D'après les résultats concernant les caractéristiques du système pour les différents points de fonctionnement, il est possible de tirer quelques conclusions importantes :

le gain du système varie d'un point de fonctionnement à l'autre. Nous avons essayé de trouver une relation entre le point de fonctionnement du système ( en degré ) et le gain. La meilleure approximation que nous ayons trouvée est une fonction polynôme de deuxième ordre, de type :

$$k = f(\Theta)$$
  
 $k = c_1 + c_2 \Theta^{-1} + c_3 \Theta^2 \dots 3.13$ 

3.14

.../...

où k est le gain et  $\theta$  est l'entrée du système de vergence en degré.

Ainsi la fonction parabolique trouvée est donnée par

 $k = 2,4 + 1,75 \Theta - 0,08 \Theta^2$ 

avec une valeur de variance :

 $\sigma^2 = 0,0478.$ 

- 73 -

Afin de trouver le point maximal de la fonction, on a :

$$\frac{\partial \mathbf{k}}{\partial \Theta} = 1,75 - 0,16 \ \Theta = 0$$
$$\Theta_{\rm m} = 10,937^{\circ}$$

et  $k_{max} = 11,97$ 

On obtient ce gain maximum quand l'angle de vergence est égal à 10,937°, ceci est représenté par le graphe ( 2.18 ) qui montre un temps de montée minimum pour cette valeur. Cet angle de vergence correspond à une distance de 34 cm dans le plan sagittal des sujets.

La fonction polynôme du gain devient nulle pour une vergence de 23°,2, ce qui correspond à une distance de 15 cm dans le plan sagittal des sujets. Cette distance est très proche de la valeur réelle (12-14 cm) où la vergence n'est plus possible chez les sujets.

. La fréquence naturelle du système ne varie pas beaucoup d'un point de fonctionnement à l'autre, elle est de 3,52 Hz à 3,86 Hz. Ainsi on peut considérer une valeur moyenne de cette fréquence de 3,72 Hz avec un écart type de 0,17.

.L'amortissement ξ varie légérement de 0,75 à 0,80. Bien que cette variance de l'amortissement soit dûe à l'adaptavité du système binoculaire, nous avons été amené à ne prendre en compte que la valeur moyenne 0,766 avec un écart type de 0,028. Ce choix d'une valeur constante de l'amortissement est dûe à la nécessité de ne pas trop compliquer le modèle pour que celui-ci soit réalisable. De plus un modèle trop élaboré mathématiquement peut nous éloigner de la compréhension du fonctionnement du système réel.

. Le retard du système est aussi considéré comme constant (0,16 sec ). Le changement de la valeur du retard n'est pas fonction de la position de la cible.

. . . / . . .

III.3 - MODELE CONTINU NON-LINEAIRE REALISE

III.3.1. - Description du modèle /53/

Le modèle est réalisé sur un calculateur analogique (EAI 180) (voir annexe III). Ce modèle à retour négatif et unitaire possède une commande de type intégrateur à gain non-linéaire, un élément de retard pur, et un second ordre qui représente les muscles et le globe oculaire. Le modèle est constitué selon le schéma de la figure III.4.



#### Figure III.4

Modèle continu non-linéaire du système de vergence chez l'homme.

$$\lambda_1 = 2,4$$
  $k_m = 15,27 \ \Theta_e \text{ et } \Theta_s \text{ en degrés}$   
 $\lambda_2 = 1,75$   $T_m = 0,028 \ (\text{sec.})$   
 $\lambda_3 = -0,08$   $\tau = 0,160 \ (\text{sec.})$ 

L'entrée du système est considérée comme étant la position angulaire de la cible par rapport aux yeux du sujet. La sortie correspond à l'équivalence en degrés de la somme des mouvements de rotation horizontale des deux yeux.

La disparité binoculaire du système est représentée par un système à retour négatif et unitaire. Cela peut être expliqué par la figure III.5. Si les yeux du sujet convergent sur une cible quelconque à l'instant (j-1) dans le plan sagittal, l'axe de regard passe par la position (j-1) de la cible et par la fovéa.



Disparité binoculaire et changement de la position de la cible de l'instant (j-1) à l'instant (j).

En prenant le plan sagittal comme plan de base pour définir la position de l'axe de regard et de la cible, on trouve un angle  $\Theta$  entre j-1 l'axe de regard et le plan sagittal. Si la cible se déplace à l'instant j de a vers b, l'angle constitué par le plan sagittal et par une droite reliant le point b à l'image de la cible sur la rétine est alors  $\Theta_j$ . Le changement entre les deux positions a et b est donné par la relation :

$$\mathcal{Y}_{j} = \frac{\pi}{2} - \left( \Theta_{j} - \Theta_{j-1} \right)$$
 3.15

La disparité binoculaire ou la distance  $\varepsilon_j$  entre la fovéa et l'image de la cible sur la rétine est une fonction de  $\mathscr{P}_j$ .

 $\varepsilon_j = f(\mathcal{P}_j)$ 

En substituant (3.15), on obtient :

 $\varepsilon_{j} = f \left( \Theta_{j} - \Theta_{j-1} \right)$ 

Ceci confirme l'hypothèse de retour négatif et unitaire puisque  $\Theta_{j-1}$  représente l'entrée du système à l'instant (j) et que  $\Theta_{j-1}$  représente la position du système à l'instant (j).

Le système de commande est un intégrateur dont le gain varie en fonction de l'entrée du système ce qui permet notamment de rendre compte de la différence expérimentale entre convergence et divergence. Ce gain non linéaire est approximé par un polynôme de deuxième ordre (paragraphe III.2.2.b , équation 3.3 ). Ainsi les paramètres de ce polynôme sont choisis en tenant compte des résultats des transmittances calculées et des résultats expérimentaux concernant les valeurs statistiques ( chapitre II) des temps de montée relatifs aux points de fonctionnement. Les résultats expérimentaux conduisent à introduire dans ce modèle un retard pur de l'ordre de 160 à 200 ms.

L'ensemble des muscles oculomoteurs et du globe de l'oeil est représenté par une transmittance du second ordre de type :

$$G_{\rm m}(p) = \frac{\omega^2 n}{p^2 + 2 \xi \omega_{\rm n} p + \omega^2 n}$$

3.17

.../...

3.16

Les valeurs des paramètres sont obtenues à l'aide de la transmittance du système étudiée au paragraphe précédent où :

$$\omega_n = 23,373 \text{ rad/sec}$$
  
 $\xi = 0,766$ 

Afin de mieux comprendre le comportement du système et de représenter l'effet de la capacité sensorielle des muscles oculomoteurs, à transmettre au système nerveux central l'état de son activité motrocielle, nous avons représenté l'ensemble des muscles oculomoteurs et du globle comme étant un sous-système  $\frac{km}{p(T_mp+1)}$  à retour négatif. La représentation est équivalente à celle de l'équation (3.1 ), en tenant compte des éléments suivant :

$$\omega^{2}_{n} = k_{m}/T_{m}$$
$$2 \xi \omega_{n} = \frac{1}{T_{m}}$$

ceci nous donne les valeurs de  $k_{m}$  et T.

et

#### III.3.2. - Commentaires du modèle et de ses résultats

L'introduction du gain variable de type polynomial indique l'existance d'une zone optimale de vergence. Cet optimum se traduit par une minimisation du temps de réponse : la zone est située à environ 35 cm du sujet et correspond à une accommodation pseudo-optimale de la position des yeux du sujet. Ceci peut expliquer les différences enregistrées lors des réponses dynamiques entre la convergence et la divergence, sans pour cela introduire dans le modèle un organe de commande à action dérivée.

Le modèle tient compte d'un facteur d'amortissement de l'ensemble des muscles oculaires et du globle; l'amortissement est lié à la rotation horizontale de l'oeil du sujet. Ce facteur est de l'ordre de 0,766. Cette valeur est un peu plus grande que celle obtenue lors des mouvements des yeux dans le cas d'une cible se déplaçant dans le plan frontal (0,700) / 10/.





Comparaison entre le système de vergence ( convergence puis divergence )(b), (c) modèle proposé, (a) entrée en échelon de deux degrès.

- 79 -

L'ensemble des muscles oculaires et du globe est équivalent à un filtre du second ordre avec une constante de temps de (28 ms) et d'un gain en boucle ouverte de 15,27.

Les résultats expérimentaux concernant l'étude statistique ( CHAPITRE II ) du temps de réponse conduisent à introduire dans ce modèle un retard pur de l'ordre de 160 m sec. Ce choix est confirmé par les valeurs de la réponse impulsionnelle ( figure III.6 ).

Les réponses du modèle à l'échelon, dans les cas de convergence et de divergence, sont comparables à celles obtenues expérimentalement (figure III.6). Ainsi la comparaison entre les réponses impulsionnelles du modèle et celles du système (figures III.7, III.8, III.9) montre une similitude certaine des deux réponses durant la majeure partie des réponses. Néanmoins, l'examen de la dernière partie de la réponse du système montre l'existence d'un mouvement de correction de type saccadé.

Ce mouvement a une durée courte ( 60 - 100 m sec ) et une amplitude aléatoire. Ceci permet un amortissement rapide des mouvements oculaires. Ce phénomène est dû à la capacité adaptative du système oculomoteur chez l'homme et à l'influence des saccades qui sont des mouvements de version (conjugués).

Bien que le système oculomoteur en convergence chez l'homme est un système vivant très riche et très varié par rapport au système physique, le modèle physique réalisé montre les caractéristiques essentielles du système : retard, temps de montée et d'ajustement, différence dynamique entre convergence et divergence ... .

. . . / . . .

- 80 -



- 81 -





- 83 -

# III.4 - CONCLUSION

Les résultats obtenus permettent de mettre en évidence l'importance du gain variable, la disparité binoculaire, l'effet de retour négatif et les différents paramètres dans le comportement du système oculomoteur en vergence.

La simulation mise au point permet de reproduire les caractéristiques essentielles du système oculomoteur en vergence de façon satisfaisante. Il faut cependant noter que la réalisation physique d'un modèle (fonction de transfert) est conditionnée par les composants qui font ce modèle. Ces composants sont conventionnels ( intégrateurs, sommateurs, potentiomètres, etc ... ), tandis que le système oculomoteur en vergence est un système rendu non conventionnel par la capacité de prédiction , d'adaptation et par la volonté du sujet.

- 84 -

#### CHAPITRE IV

#### MODELE NON-LINEAIRE ECHANTILLONNE DU SYSTEME DE VERGENCE

Identification non linéaire dans le cas des systèmes échantillonnés de la classe d'Hammerstein.

#### IV.1 - INTRODUCTION

Les systèmes réels sont souvent soumis à des perturbations intérieures et extérieures incontrolables.Ces perturbations changent les caractéristiques statiques et dynamiques de ces systèmes. Aussi le problème de l'identification des systèmes ou des processus devient-il de plus en plus nécessaire, non seulement dans le domaine des processus industriels, mais également dans les domaines physiologique ,biologique et économique .

Généralement l'identification d'un système est la détermination progressive d'un modèle mathématique à partir des informations à priori et des résultats d'observation sur l'entrée-sortie du système pendant les opérations normales.

Les méthodes d'identification des systèmes linéaires sont les plus étudiées et les plus approfondies.Les systèmes non-linéaires sont quant à eux très variés et représentent souvent des cas particuliers. C'est pour ces raisons qu'il n'existe pas jusqu'à présent une théorie unique généralisée pour l'identification des systèmes non linéaires, bien que certains résultats soient obtenus en utilisant les notions de fonction de dispersion. (54)

C'est pourquoi, les développements et la création des méthodes d'identification pour les cas des classes individuelles des systèmes dynamiques nonlinéaires sont très utiles.

Dans ce paragraphe, nous examinons les problèmes d'estimation des paramètres d'une des classes des systèmes non-linéaires échantillonnés dynamiques qui s'appellent systèmes de la classe d'Hammerstein (55,56 ). Ces systèmes sont obtenus par la connection d'un élément non-linéaire sans inertie (statique) avec une partie linéaire dynamique à gain unitaire.

La valeur observée à l'instant j de la séquence de sortie est donnée par :

$$y(j) = \omega(j) + e(j)$$
 (1)

où  $\omega$  (j) est la sortie du système sans le bruit e (j) qui est à l'instant j une valeur fonctionnelle d'une séquence de bruit E de valeur moyenne nulle et de variance définie  $\sigma_{F}^{2}$ .



Figure IV.1

u (j) est l'entrée du système, f (u) est la fonction caractéristique du gain non-linéaire (statique). f (u) peut être développé dans une série de la forme :

$$f(u) = \sum_{i=0}^{k} \lambda_{i} \mathcal{P}_{i} (u)$$
(2)

.../...

où  $\lambda_i$  sont des coefficients numériques (paramètres), $\boldsymbol{\mathscr{P}}_i$  (u) sont des fonctions linéairement indépendantes.

La partie linéaire est une fonction de transfert en z G (z) de la forme :

$$G(z) = \frac{A(z^{-1})}{1+B(z^{-1})} = \frac{a^{\circ} + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}}{1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}} m \leq n$$

en substituant l'équation 2 à l'équation 3, on trouve :

$$\omega (j) = \sum_{l=0}^{m} a_{l} f (u (j-1)) - \sum_{r=1}^{n} b_{r} \omega (j-r)$$
(4)

de l'équation (2) et (4), on tire :

$$\omega (j) (\lambda, a, b) = \frac{A(z)}{1+B(z)} \sum_{i=0}^{k} \lambda_{i} \mathscr{P}_{i} (u(j))$$
(5)  

$$\omega A(z) = \bigvee_{j=0}^{m} a_{i} z^{-j}$$

$$B(z) = \sum_{r=1}^{n} b_r z^{-r} m \leq n$$

A (z) et B (z) sont des polynômes de l'opérateur de retard ou de déplacement  $z^{-1}$  et  $a^{T} = (a_{0}, a_{1}, \dots, a_{m}), b^{T} = (b_{1}, b_{2}, \dots, b_{n})$  sont des vecteurs colonnes dont les dimensions respectives sont (m+1) et n.

# IV.2 - METHODES D'IDENTIFICATION DES SYSTEMES NON-LINEAIRES DE LA CLASSE D'HAMMERSTEIN

Les problèmes de l'estimation des paramètres  $\lambda$ ,a,b peuvent être résolus par trois méthodes :

. par une méthode non itérative pour des systèmes non bruités

. par une méthode itérative avec la nécessité d'intégrer au modèle un filtre de bruit

. la dernière méthode que nous proposons est celle d'un système bruité avec un minimum d'itérations autour du point optimal au sens du critère d'erreur.

IV.2.a) Méthode non itérative d'identification du modèle des systèmes non linéaires, non bruités de la classe d'Hammerstein.

Le modèle proposé est composé d'une partie non linéaire de type polynomial (figure IV.2), et d'une partie linéaire.

L'entrée u (j) à l'instant j génère la sortie de l'élément non linéaire de la forme :

x (j) = 
$$\gamma_1$$
 u (j) +  $\gamma_2$  u<sup>2</sup> (j) + .... +  $\gamma_k$  u<sup>k</sup> (j)

La sortie du système  $\omega\left(j\right)$  est obtenue à partir de la convolution d'une fonction de transfert en z. ( 57 )

$$\frac{N(z^{-1})}{1+D(z^{-1})} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n-1} z^{-(n-1)}}{1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-(n)}}$$
(7)

Afin de normaliser les paramètres non linéaires, le paramètre  $\gamma_1$ (figure IV.3)est supposé égal à l'unité. Il est possible de transformer la représentation du système à partir de la figure 2 en figure 3 et la structure du modèle reste la même.





Transformation du système non linéaire à entrée unique en un système linéaire à entrées multiples.

- 91 -

En examinant la figure IV.3.a , on remarque que la partie après l'élément non-linéaire peut être considérée comme un système à plusieurs entrées et à sortie unique avec dans chaque transmittance un dénominateur commun. La sortie  $\omega$  peut être considérée comme la somme des sous-sorties.

$$\omega_{i}$$
 (i = 1, 2, ... k)

On trouve :

$$\omega (j) = \sum_{i=1}^{k} \omega_{i} (j)$$
(8)

puisque chaque sous sortie est générée par une branche d'entrée correspondante. L'équation (8) devient alors :

$$\omega_{j} = \sum_{i=1}^{k} \frac{N(z^{-1})}{1 + D(z^{-1})} x_{i} (j)$$
(9)

puisque x<sub>i</sub> (j) =  $\gamma_i \omega^i$  (j) (10)

on trouve x (j) = 
$$\sum_{i=1}^{k} \gamma_{i} u^{i}$$
 (j)

 $= x_1 (j) + x_2 (j) + \dots + x_k (j)$ 

$$\omega (j) = \sum_{i=1}^{k} \frac{N(z^{-1})}{1 + D(z^{-1})} \gamma_{i} u^{i} (j)$$
(11)

Afin de résoudre le problème, on peut définir les valeurs suivantes :

$$M_{i}(z^{-1}) = N(z^{-1}) \gamma_{i}$$
 (12)

et

$$V_i$$
 (j) = u<sup>i</sup> (j) i = 1,2, ... k (13)

Ainsi l'équation 11 devient alors :

$$\omega (j) = \sum_{i=1}^{k} \frac{M_{i}(z^{-1})}{1 + D(z^{-1})} N_{i} (j)$$
(14)

puisque le dénominateur est commun et qu'il n'est pas influencé par la somme, on a :

$$1 + D (z^{-1}) \omega (j) = \sum_{i=1}^{K} M_i (z^{-1}) N_i (j)$$

La sortie à l'instant j prend la forme :

$$\omega(j) = \sum_{i=1}^{K} M_{i} (z^{-1}) V_{i} (j) - D (z^{-1}) \omega (j) \dots$$
(15)

La définition D  $(z^{-1})$  à partir de l'équation (7) :

$$D(z^{-1}) = \sum_{l=1}^{n} b_{l} z^{-l}$$

et en utilisant les données antérieures de sortie du système, l'équation (15) peut être exprimée dans la forme suivante :

$$\omega(j) = \sum_{i=1}^{k} M_{i} (z^{-1}) V_{i} (j) - \sum_{l=1}^{n} b_{l} Y (j-l)$$
(16)

ou plus simplement :

$$\omega(j) = q^{T}(j) \delta$$
(17)  
où q (j) et  $\delta$  sont des vecteurs de dimension  $\left[ ((k+1) n) \times 1 \right]$ .

Les vecteurs sont représentés par :

$$q^{T}(j) = \left[ u(j) \dots u(j-n+1), u^{2}(j) \dots u^{2}(j-n+1) \dots u^{k} \dots u^{k}(j-n+1), y(j-1) \dots y(j-n) \right]$$
(18)

et

$$\delta^{\mathrm{T}} = \left[ a_{0} \cdots a_{n-1}, \gamma_{2} a_{0} \cdots \gamma_{2} a_{n-1} \cdots \gamma_{k} a_{0} \cdots \gamma_{k} a_{n-1}, b_{1} \cdots b_{n} \right]$$
(19)

.../...

L'erreur e (j) entre la sortie du modèle  $\omega$  (j) et la sortie du système y (j) à l'instant j est donnée par :

 $e(j) = \omega(j) - y(j) = q^{T}(j) \delta - y(j)$  (20)

Afin d'obtenir les meilleures estimations des valeurs des paramètres du modèle, on utilise la somme des erreurs au carré pendant une longueur (N), d'enregistrement des données. On choisit  $\delta$  pour que cette somme soit minimale. Ainsi on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial \delta} \begin{bmatrix} N \\ \Sigma \\ j=1 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} N \\ \Sigma \\ j=1 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} N \\ \Sigma \\ j=1 \end{bmatrix} = 0$$
(21)

A partir des équations (20) et (21) on trouve :

$$\sum_{\substack{j=1}}^{N} q(j) \left[ q^{T}(j) \delta - y(j) \right] = 0$$

d'où

$$\delta = \begin{bmatrix} N \\ \Sigma & q & (j) & q^{T} & (j) \\ j=1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ \Sigma & q & (j) & y & (j) \\ j=1 \end{bmatrix} (22)$$

La méthode est rapide puisqu'elle nécessite une seule fois l'inversion d'une grande matrice  $[(k+1) \times n] \times [(k+1) \times n]$ . En revanche la méthode ne prend pas en compte les bruits qui peuvent influencer le fonctionnement du système; de ce fait, l'estimation est largement biaisée.

# IV.2.b) Méthode itérative d'identification du modèle des systèmes non-linéaires, bruités de la classe d'Hammerstein.

La méthode est basée sur les même hypothèses que celles exposées précédemment. La seule différence réside dans l'existence dans la méthode itérative d'un filtre de bruit ( 58 ). La structure proposée ( 59 ) consiste en une partie déterministe ( gain non linéaire et transmittance linéaire en z), et une autre partie stockastique ( sortie du modèle et filtre de bruit ( figure IV.4 ).

.../...

- 93 -



# Figure IV.4

Le gain non-linéaire (équation 13) est donné par le polynôme : p (u) =  $\gamma_1$  u (j) +  $\gamma_2$  u<sup>2</sup> (j) + .... +  $\gamma_k$  u<sup>k</sup> (j) et la fonction de transfert est la suivante :

$$G(z) = \frac{a_{1} + a_{1} z^{-1} + \dots + a_{m} z^{-m}}{1 + b_{1} z^{-1} + \dots + b_{n} z^{-n}} m \leqslant n$$
(23)

Le modèle du bruit a la forme suivante :

H (z) = 
$$\frac{1}{1 + \mu_1 z^{-1} + \dots + \mu_p z^{-p}}$$
 (24)

en posant a  $_{O}$  = 1 afin de normaliser les paramètres du modèle, la sortie du système à l'instant j, est donnée par l'équation :

$$y(j) = \omega(j) + e(j) = q^{T}(j) \delta + d(j)$$
 (25)

q et  $\delta$  sont des vecteurs de dimension (m+1) k + n + p, et T représente le transposé. Les vecteurs sont définis par :

$$q(j) = \begin{bmatrix} u(j) \dots u(j-m), u^{2}(j) \dots u^{k}(j) \dots u^{k}(j-m) \\ \omega(j-1) \dots \omega(j-n) = \begin{pmatrix} (j-1) \dots e_{c}(j-p) \end{bmatrix}^{T}$$
(26)

.../...

94 -

$$\delta = \left[ \gamma_{1}, \gamma_{2} a_{1} \dots \gamma_{1} a_{m}, \gamma_{2}, \gamma_{2} a_{1} \dots \gamma_{2} a_{m}, \dots, \gamma_{k}, \gamma_{k} a_{1} \right]$$

$$\dots \gamma_{k} a_{m}, -b_{1} \dots -b_{n}, -\mu_{1} \dots -\mu_{p} \right]^{T}$$
(26)

L'estimation des paramètres du modèle par la méthode des moindres carrés pour une longueur de données N donne le vecteur suivant :

$$\delta = \begin{bmatrix} N \\ \Sigma \\ j=1 \end{bmatrix} q (j) q^{T} (j) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N \\ \Sigma \\ j=1 \end{bmatrix} q (j) y (j) \end{bmatrix}$$
(27)

puisque les séquences {  $\omega(j)$  } et {  $e_{C}(j)$  } sont initialement inconnues, {  $\omega(j)$  } est remplacé par { y (j) } afin de trouver l'estimation initiale des paramètres.

A partir de la séquence {  $\omega(j)$  }, la séquence {  $e_{C}(j)$  } est déterminée à l'aide de l'équation (24).Grâce à ces séquences, on retrouve de nouvelles estimations améliorées des paramètres du modèle. Ces paramètres donnent une autre estimation de séquence {  $\omega(j)$  }. A partir de l'équation (24), on trouve une autre séquence {  $e_{C}(j)$  }, cette procédure doit être répétée jusqu'à ce que l'écart type normalisé  $\sigma$  soit plus petit qu'une valeur minimale fixée auparavant.  $\sigma$  est donné par :

$$\sigma = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \left[ y(j) - q^{T}(j) \delta \right]^{2} \right\}^{1/2}$$
(28)

Puisque cette méthode est composée d'une partie déterministe non-linéaire, et d'une partie stockastique, l'écart type  $\sigma$  peut être très petit (59). En revanche, le filtre de bruit complique la structure du modèle en augmentant considérablement le temps de calcul. Les raisons de cet accroissement du temps de calcul sont les suivantes :

. nécessité d'une inversion répétitive d'une grande matrice carrée de dimension (  $m\,+\,1$  ) k + n + p.

 nécessité d'un grand nombre d'itérations qui dépend largement de la structure des éléments du modèle choisi.

IV.2.c) Identification non-linéaire à base du modèle de Hammerstein par un ajustement régressif séparé des parties linéaire et non linéaire

Nous avons essayé de développer une méthode de recherche cyclique des paramètres d'un système non-linéaire de type Hammerstein. Cette méthode est rapide puisqu'elle ne demande qu'une seule inversion matricielle et qu'un petit nombre d'itérations ( 3 à 6 itérations ) autour d'une zone optimale.

De plus la méthode nous donne des résultats satisfaisants dans le cas, où les caractéristiques du bruit sont pratiquement inconnues

Rappelons que l'équation (4) est donnée par :

Si

$$\omega (j) = \sum_{l=0}^{n} a_{l} \quad f(u(j-l)) - \sum_{r=1}^{n} b_{r} \omega (j-r)$$
  
nous prenons une fonction f (u) de type f (u) = 
$$\sum_{i=0}^{k} \lambda_{i} u^{i}.$$

En supposant que les données de sortie du système sont équivalentes à celles du modèle, on commet une erreur e'(j).

En conséquence, on peut approximer les données de sortie antérieures à l'instant j par les sorties du modèle.

$$\omega(j) = \sum_{l=0}^{m} a \left( \sum_{i=1}^{k} \lambda_{i} u^{i} (j-1) \right) - \sum_{r=1}^{r} b_{r} y (j-r)$$
(29)

.../...

en prenant  $\lambda_1 = 1$  et m = n-1 afin de normaliser le modèle, l'équation (26) peut être exprimée comme suit :

$$\omega$$
 (j) =  $\phi^{T}$  (j)  $\Theta$ 

Le vecteur  $\phi$  (j) de dimension [ (k+1) nx1 ] est exprimé par :

$$\phi^{\mathrm{T}}(\mathbf{j}) = \left[ \mathbf{U}_{1}^{\mathrm{T}}(\mathbf{j}), \mathbf{U}_{2}^{\mathrm{T}}(\mathbf{j}), \dots, \mathbf{U}_{k}^{\mathrm{T}}(\mathbf{j}), \mathbf{Y}^{\mathrm{T}}(\mathbf{j}) \right]$$
(30)

où

$$U_{1}^{T}(j) = \begin{bmatrix} \omega(j), u (j-1) \dots, u (j-n+1) \end{bmatrix}$$
$$U_{2}^{T}(j) = \begin{bmatrix} u^{2}(j), u^{2}(j-1), \dots u^{2} (j-n+1) \end{bmatrix}$$
$$"$$
$$"$$
$$"$$
$$"$$
$$U_{k}^{T}(j) = \begin{bmatrix} u (j), u^{k}(j-1), \dots u^{k} (j-n+1) \end{bmatrix}$$
$$Y^{T}(j) = \begin{bmatrix} y (j-1), y (j-2), \dots y (j-n) \end{bmatrix}$$

Le vecteur des paramètres  $\theta$  de dimension [ k+1) nx1 ] est donné par :

$$\Theta^{\mathrm{T}} = [A^{\mathrm{T}}, \gamma_2 A^{\mathrm{T}}, \ldots, \gamma_k A^{\mathrm{T}}, B^{\mathrm{T}}]$$

où

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{0}, \mathbf{a}_{1}, \dots, \mathbf{a}_{n-1} \end{bmatrix}$$

et  $\mathbf{B}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{b}_{1}, -\mathbf{b}_{2}, \dots, -\mathbf{b}_{n} \end{bmatrix}$ 

L'erreur entre la sortie du modèle et la sortie observée à l'instant j est donc :

$$e(j) = \omega(j) - y(j)$$

La résolution des équations à l'aide de la méthode des moindres carrés donne la solution suivante :

(31)

.../...

$$\Theta = \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \boldsymbol{\Sigma} & \boldsymbol{\phi} & (\mathbf{j}) & \boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}(\mathbf{j}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{array}{c} \mathbf{N} \\ \boldsymbol{\Sigma} & \boldsymbol{\phi} & (\mathbf{j}) & \mathbf{y} & (\mathbf{j}) \\ \mathbf{j}=1 & \mathbf{j}=1 \end{array}$$

- 97 -

Il y a une certaine redondance pour les valeurs des coefficients non-linéaires puisque pour chaque coefficient, il existe n valeurs soit :

$$\gamma_{i+1} = \frac{\Theta_{ni+1}}{\Theta_1}$$
 où   
  $1 = 1, 2 \dots k-1$   
  $1 = 1, 2 \dots n$ 

Cette redondance peut être éliminée en choisissant l'ensemble  $\gamma$  qui donne la moindre valeur d'écart type.

Pour une structure définie du modèle, la sortie du modèle est fonction des paramètres  $\Theta$ .

A L'instant j,  $\omega$  est fonction de ( $\lambda$ , A, B). En choisissant un vecteur c, on a c =  $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ .

On choisit comme indice de performance l'erreur entre la sortie du modèle, et la sortie observée, on a :

$$J(\lambda,c) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \{ y_i - \omega_i (\lambda,c) \}^2 \dots$$
(32)

minimum  $\lambda, c$ .

.../...

Après avoir trouvé les paramètres ( $\lambda$ ,c) initiaux par la méthode des moindres carrés (équat.31), on fixe successivement l'un des vecteurs afin de trouver les dérivées partielles négatives qui minimisent l'indice J (voir figure IV.5).

Ainsi pour un vecteur c fixe, l'indice J est fonction de  $\lambda$  puisque sous cette condition, la fonction à minimiser n'est pas une forme quadratique par rapport à c, on recherche une nouvelle valeur quelconque de vecteur  $\lambda$ autour du point optimal. ( 60 ).

Si le gradiant  $\frac{\partial J}{\partial \lambda}$  est positif, on change la direction, si le gradiant  $\frac{\partial J}{\partial \lambda}$  est négatif, on conserve la même direction.

L'algorithme d'itération, afin de calculer  $\lambda^{i+1}$  estimé à l'itération, i+1 est donné par :

$$\lambda^{i+1} = \lambda^{i} + B_{i} R_{i}.$$
(33)

où R, est la direction à l'itération i ( figure  ${\tt IV.5}$  )

$$R_{i} = \text{signe} \begin{bmatrix} J_{i} - J_{i-1} \end{bmatrix}$$
(34)

et  $B_{i}$  représente l'incrémentation dans la direction  $R_{i}$ .

La grandeur de cette incrémentation est choisie d'une part sous les conditions de stabilité du modèle et d'autre part de manière à ce que l'incrémentation ne donne pas un vecteur paramètre très éloigné des valeurs initiales.

L'algorithme de recherche s'arrête quand

J-J<sub>réf</sub> <ε

où  $\epsilon$  est une valeur choisie auparavant et J l'indice de référence.

La même procédure est répétée pour le vecteur c, après avoir fixé le vecteur  $\lambda$  trouvé précédemment.



Recherche de point minimum par rapport à  $\lambda$  (i)



AU SYSTEME DE VERGENCE CHEZ L'HOMME ET MODELE REALISE.

La troisième méthode développée au paragraphe (IV.2.b) a été programmée sur un calculateur numérique (T1600) voir annexe IV pour l'ordinogramme ).

Les signaux échantillonnés de l'expérience (chapitre I) sont stockés sur disque (CDC 9425) par une technique d'accés direct mémoire.

Ceci nous permet de traiter autant de données nécessaires sans être limité par la capacité de mémoire libre du calculateur.

L'entrée est une séquence gaussienne de longueur 71 x 18 mots avec une valeur moyenne nulle, après avoir enlevé la composante continue.

Le nombre de mots de sortie est évidemment équivalent à celui de l'entrée; les données de sortie sont avancées de la valeur du retard trouvée au 2ème chapitre par la méthode de corrélation. De plus les données de sortie du système de vergence représentent la valeur moyenne de la réponse du sujet pour chaque instant j. Ceci est traduit par un retard de l'entrée du système et l'équation 30 devient alors :

 $\phi^{\mathrm{T}}(j) = \left[ U_{1}^{\mathrm{T}}(j-M), U_{2}^{\mathrm{T}}(j-M), \dots, U_{k}^{\mathrm{T}}(j-M), Y^{\mathrm{T}}(j) \right]$ 

où M est le nombre d'échantillons qui représente l'intervalle de retard  $(\tau)$ du système :  $\tau = M \times T$ , où T est la période d'échantillonnage ( 20 ms ).

Le critère choisi pour la convergence de l'algorithme est donné par :

.../...

 $[J^{i} - J^{i-1}] \leq 10^{-4}$ 

où J est l'indice de performance, et i représente le nombre d'itérations.

## IV.3.a) Modèle réalisé

Les résultats obtenus à partir de la méthode d'identification non-linéaire développée auparavant, nous conduit à proposer le modèle échantillonné non-linéaire du système de vergence chez l'homme représenté figure IV.7.

Les différentes estimations des paramètres du modèle mathématique qui assurent la convergence de l'algorithme, sont présentées au tableau IV.1.





Modèle échantillonné non-linéaire du système de vergence chez l'homme

On trouve aussi dans ce tableau la valeur finale de l'écart type  $(\sigma)$ entre la sortie du modèle et celle du système. L'écart type  $(\sigma)$ , dans notre cas, représente la racine carrée de l'indice de performance du modèle (J) :

$$J = \frac{1}{(N-1)} \sum_{j=1}^{N} \{ y(j) - \omega(j) \}^2$$
où N = 1278 mots

et J =  $\sigma^2$ .

Paramètre	:	Estimation finale	:	Ecart σ	type	:	Numéro total d'itération
	:	, <u></u>	:			:	
Υı	:	<b>1</b>	:			:	
Ϋ́2	:	- 0,05239	: :			:	
a	:	1,05065	:			:	
a <sub>1</sub>	:	- 2,89794	: :			:	
a <sub>2</sub>	:	2,12966	:			:	
b <sub>o</sub>	:	1	::			:	
b <sub>1</sub>	:	- 1,16697	:,			:	
b <sub>2</sub>	:	1,112882	::			:	
b <sub>3</sub>	:	- 0,67202	: . :			:	
M	:	9	:			:	
n n	:		:	н <sup>с</sup> .		:	
H	:		:	0,105	525	:	6
	<del></del> -					•	

#### Tableau IV.1

Les paramètres estimées du modèle échantillonné non-linéaire du système de vergence chez l'homme.

La simulation numérique du modèle du système binoculaire en vergence chez l'homme a été réalisée sur un calculateur numérique (T 1600) (voir annexe pour l'organigramme). Nous présentons dans les pages suivantes quelques résultats graphiques recueillis sur une imprimante rapide (Logabax).

Les trois graphes ainsi montrés sur chaque page, représentent de haut en bas : l'entrée ou la position de la cible par rapport aux yeux du sujet, la sortie ou la convergence des yeux et la sortie du modèle. L'entrée du système est retardée par (M) le retard du système calculé auparavant. Le signal d'entrée est généré par une séquence gaussienne pseudo-aléatoire.

La comparaison entre la sortie réelle et celle du modèle montre une profonde analogie entre les deux courbes. Ainsi l'écart type  $\sigma$  entre les deux sorties est extrêmement petit :

 $\sigma = RMS = 0,105525$  ceci pour une longueur de 2 x 1278 mots.

IV.3.d Etude de la stabilité et représentation d'état de la transmittance en (z) du modèle.

IV.3.d.i) Etude de la stabilité.

Nous prenons pour l'étude de la stabilité la transmittance en z du système :

F (z) = 
$$\frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}}$$

. . . / . . .

( voir tableau IV.1 pour les valeurs des a, et des b, ).

- 104 -



MUDELE=\*\*\*

ANGLE DEVERGENCE (SURTIE) =ZZZ



Figure 4.8. c) ANGLE DEENTREE=000 ANGLE DEVERGENCE (SORTIE) =222 MODELE-\*\*\* RETARD= 0.200 SEC. NNNN N \* \* \* \* \* \* \* \* \* \* \* \* \*

La condition générale pour la stabilité d'un système pulsé décrit par la transformée en z / 61 / est que les racines de l'équation caractéristique discrète F (z), doivent être situées à l'intérieur du cercle de rayon unité du plan des z. Différents critères algébriques et géométriques ont été développés / 61 , 62 , 63 /, afin de vérifier cette condition. Nous utilisons dans notre cas le critère simplifié de Jury ( $^{64}$ ) qui donne les conditions de stabilité pour les systèmes d'ordre 2,3, 4 et 5.

Les conditions données par le critère pour le système d'ordre trois ( avec  $z^{-1}$  au lieu de z ) sont les suivantes :

 $|b_3| = 0,672 < 1$ 

 $b_{3}^{2} - b_{0}^{2} < b_{3} b_{1} - b_{2} b_{0}$ - 0,54841 < - 0,00678 $\cdot b_{3} + b_{2} + b_{1} + b_{0} = 2,6237 > 0$  $et b_{3} - b_{2} + b_{1} - b_{0} = 3,96779 < 0$ 

Ainsi les conditions sont satisfaites et le modèle est stable.

IV.3.d.i.i) Représentation d'état du modèle

Nous avons été amené à utiliser la méthode des variables d'état, afin de vérifier les conditions d'observabilité et de commandabilité / 65 / du modèle. La méthode est essentiellement une représentation matricielle qui réduit le système à une série d'équations différentielles ou aux différences du premier ordre / 66 , 67 /. Dans la méthode des variables d'état un système continu est représenté par une série d'équations différentielles du premier ordre, tandis que pour un système échantillonné les équations d'état sont des équations aux différences du premier ordre.

En prenant la partie dynamique du système, on trouve à l'aide de la méthode de programmation directe / 65 /, les équations d'état suivantes :

où X (K) =  $\begin{bmatrix} x_1 & (K), x_2 & (K), x_3 & (K) \end{bmatrix}^T$ 

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0,672 & -1,113 & 1,167 \end{bmatrix}$$

 $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{T}$ u (K) =  $\lambda_1$  r (K) +  $\lambda_2$  r<sup>2</sup> (K)

où r (K) est l'entrée du système

$$C = [0,706 0,960 -1,672]$$

Le système est commandable et observable / 66 /, puisque la matrice de commandabilité P est :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} : \mathbf{A} \mathbf{B} : \mathbf{A}^2 \mathbf{B} \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1,167 \\ 1 & 1,167 & 0,233 \end{bmatrix}$$

Cette matrice est de rang 3 donc le système est commandable.

La matrice d'observabilité Qest :

$$Q = \begin{bmatrix} C \\ C \\ C \\ C \\ C \end{bmatrix}$$

	0,706	0,960	- 1,672	
Q =	-1,123	2,567	- 0,990	
	-0,666	-0,021	1,411	

La matrice est de rang 3 donc le système est observable.

## IV.4 - ETUDE DES POSSIEILITES D'UTILISATION DU MODELE NON-LINEAIRE ECHANTILLONNE

Le modèle du système oculomoteur de vergence ainsi simulé sur le calculateur numérique permet, à notre avis, le développement de la recherche dans deux domaines : le premier est le développement d'un algorithme d'aide au diagnostic des troubles de vergence et le second est la réalisation d'un capteur de position et de vitesse ( coordonnées ) d'une cible. La structure du capteur sera basée sur le modèle de vergence.

# IV.4.a) L'établissement d'un algorithme d'aide au diagnostic en vue de détecter des troubles de vergence chez l'homme

Le modèle échantillonné du système présenté auparavant est basé exclusivement sur la réponse moyenne des sujets normaux. Néanmoins, il est possible d'identifier le système oculomoteur de vergence chez des sujets pathologiques, ayant des troubles de vergence, à l'aide du même algorithme. Ainsi l'étude comparative, sur calculateur numérique, entre les paramètres  $(\lambda_i, \tau, a_i, b_i)$  des deux modèles ( sujets normaux et pathologiques ) permettra de dégager les relations qui peuvent exister entre les valeurs des paramètres et le type de trouble du système oculomoteur de vergence. De plus, l'écart entre les deux réponses dynamiques ( normale et pathologique ) pourra aider à mieux comprendre le type d'anomalie du système.

# IV.4.b) Caractéristiques générales d'un capteur des coordonnées d'une cible basé sur le principe du modèle de vergence.

Nous envisageons pour les étapes suivantes de la recherche, la réalisation d'un capteur de position et de vitesse d'une cible. La structure du système (capteur) proposé suit la structure du modèle de vergence.

Les éléments essentiels du système seront les suivants :

- une caméra vidéo mobile munie d'une matrice à diodes avec un circuit de balayage électronique. La matrice représentant la rétine et le centre de cette matrice la fovéa.
- deux moteurs pas à pas serviront à commander la caméra en site et en azimut. Ces moteurs correspondent à l'ensemble des muscles oculaires.

- un microordinateur représentant la commande dans le système de vergence

- un amplificateur de puissance figurant le gain du système.

L'ensemble des éléments du capteur proposé est regroupé à la figure (IV.9). Les différentes remarques présentées permettent le développement des études ultérieures pour la réalisation finale. Ce système (capteur) pourra être utile dans le domaine de la robotique industrielle.



Figure IV.9

Représentation schématique d'un capteur de position et de vitesse, d'une cible en vue d'une commande dans le domaine de la robotique industrielle.

## C O N C L U S I O N

Le protocole expérimental exposé dans ce mémoire, a permis de mettre en évidence des propriétés intéressantes du système oculo-moteur de vergence et en particulier l'existence d'un optimum de performances pour certaines caractéristiques de la cible. Les résultats de l'identification peuvent se révéler particulièrement importants dans l'établissement d'un poste de travail ou de pilotage dans la mesure où ils permettent d'augmenter la fiabilité du système homme-machine.

L'extension de la méthode d'identification par intercorrélation pour les processus très lents, ( limitation sur le spectre de fréquence de l'entrée), et l'application de cette méthode sur la voie visuomotrice ont permis une meilleure compréhension de la motricité oculaire.

Le développement de l'algorithme d'identification des systèmes, non-linéaires échantillonnés, de la classe de Hammerstein, peut être très utile pour le traitement numérique des processus ayant des paramètres dépendants de l'entrée.

Les résultats obtenus ont permis de préciser les étapes pour l'établissement d'un dispositif d'aide au diagnostic des troubles de vergence. D'autre part, le modèle proposé peut faciliter l'étude et la réalisation de processus industriels de reconnaissance des formes. BIBLIOGRAPHIE

1 - MOOR G.P. (1971)

" The control of eye movements " Symposium. Univer. Calif. Academic press (N.Y) pp. 277-281

2 - WESTHEIMER G. (1954)

" Eye movement responses to a horizontally visual stimulus " Arch. ophtal. 52. 932-941

3 - N. MALVACHE, G. MILBLED, et P.VIDAL (1970)

" Etude du système visuel en tant que régulateur de comportement de l'opérateur humain "

J. Physiol. t. 62, pp 295-296

4 - YOUNG L.R and STARK L. (1963)

" Variable feedback experiments testing à sampled data model for eye tracking movements "

I.E.E.E. Trans. on Hum. Fac. in Elect. vol. HFE-4,NO1, 28-51

5 - H.T. MILHORN (1966)

" The application of control theory to physiological systems " Press of W.B. Saunders company (philadelphia - London).

.../...

6 - RASHBASS C. (1961)

- " The relationship between saccadic and smooth tracking eye movements "
- J. phys. 159-326

7 - VOSSIUS C. (1960)

" Das system der Augenbewegung " Z.Biol. 112 : 27-57

8 - ROBINSON D. (1964)

" The mechanics of human saccadic eye movement "

J. Physiol. 174, 245-264

9 - FUCHS A. (1971)

" The saccadic system "

( The control of Eye movements )

Symposium. Univer. Calif. Academic press (N.Y.) pp. 343-362

10 - YOUNG L.R. FORSTER J.D. and VAN HOUTTE N. (1968)

" A revised stochastic sampled data model for eye tracking movements " Fourth Annual conference on manual control, univ. of Michigan.

11 - WHEELES L. Jr. (1966)

" Eye movement responses to step and pulse-step stimuli " J. opt. Soc. Amer. 56, 956-960.

12 - BECKER W. and FUCHS A. (1969)

" Further properties of the human saccadic system : Eye movements and correction saccades with and without visual fixation points " vision Res. 9,1247-1258

13 - DALLOS P.J. and JONES R.W (1963)

" Learning behavior of the eye fixation control system " I.E.E.E. Trans. on Aut. Cont. (July) 218-227.

14 - RAULT, J.C (1962)

" Etude de l'opérateur humain en tant qu'élément d'un système asservi " Thèse de Docteur ès Sciences, Univ. de Toulouse.

15 - J.M JACQUESSON et G. MILBLED (1971)

" Analyse des composentes initiales du tracking d'échelon de position aléatoire "

Lille médical t.16, n° 4 pp 557-561

16 - N. MALVACHE (1973)

" Analyse et identification des systèmes visuel et manuel en vision frontale et périphérique chez l'homme " Thèse de Docteur ès Sciences, Université de Lille 1.

17 - RASHBASS.C. and WESTHEIMER G. (1961)

" Disjunctive eye movements "

J. Physiol. 159 339-360

18 - LEVY - SCHOEN A. (1969)

" L'étude des mouvements oculaires " Dunod (PARIS)

19 - ZUBER, B.L. and STARK L. (1968)

" Dynamical characteristics of the fusional vergence eye movement system "

I.E.E.E. Trans. Sys. Cyber. SCC-4, 72-79

20 - DUANE A. (1933)

" Binocular movements " Arch. Ophtal 9, 579-607

21 - WESTHEIMER, G. and MITCHELL. A.M. (1956)

" Eye movement responses to convergence stimuli " A.M.A. Arch. Ophtal. 55, 848-856

22 - ALPERN. M. (1957)

" The position of the eyes during prism vergence " A.M.A. Arch Ophtal. 57, 345-353

23 - RIGGS L.A. and NIEHL (1960)

" Eye movements recorded during convergence and divergence " J. Optical soc. Am., 50,913-920

24 - YARBUS A.L. (1957)

" Motion of the eye on interchanging fixation points at rest in space " Biofizika 2,698-702

25 - YOSHIDA T. and WANTANABE A. (1969)

" Analysis of interaction between accomodation and vergence feedback control systems of human eyes "

Bill. NHK Scien. Resear Lab.3. 72-80

26 - ZUBER B.L. (1971)

"Control of vergence eye movements "

( The control of eye movements ) symposium univer. of Calif. 447-471 Academic Press (N.Y.)

27 - F. DUPAS, J.L BLATT, J.M JACQUESSON et B. POISSONNIER (1976)

"Possibilités d'utilisation des mouvements oculaires de convergence dans la commande " Colloque Bioméca II - TOULOUSE pp II.31, II.42.

28 - JAMPOLSKY A. MARGE and TAMLER E. (1959)

" Elements of human extraocular electro-myography " A.M.A. Arch. Ophtal.

29 - LECLERCQ, M. (1969)

" Dispositif d'étude et modèle analogique du système oculo-moteur chez l'homme "

Thèse de Docteur-Ingénieur - Univer. de Lille.

30 - STARK L., VOSSIUS G. and YOUNG L.R (1962)

" Predictive control of eye tracking movement " HFE-3, N°2. 31 - Groupe de recherche en bionique (1976)

" Perception visuelle et vision binoculaire "

Rapport Centre d'Automatique de Lille I et Lab. de Physio. Lille II

32 - EYKHOFF P. (1974)

" System Identification " John Willey & sons (LONDON)

33 - ASTROM, K.J (1970)

" Mathematics in science and Engineering " Volume 70. Acadmic Press (N.Y.)

34 - WILLIAMS, D.C. and DELANEY, D.G. (1971)

" Identification of Parametric models using correlation analysis " IFAC - Symposium Dan-Hagg (1165-1168)

35 - GOODMAN, T.P. and RESWICK, J.B. (1956)

" Determination of systems characteristics from normal operating records " Trans. ASME, 78, 259-271.

36 - BAGGULEY, D.M.S. (1973)

" Elect. and Linear Circuits " Van Nostrand. Univer. physics series

37 - DAVIES, W.D.T. (1970)

" System identification for self- Adaptative Control " Wiley - Intersience (LONDON)

38 - POVY L. (1975)

" Identification des processus " Edition Dunod (PARIS)

39 - MARTINEZ, A.M. (1970)

" Identification de la réponse impulsionnelle d'un système par intercorrélation au moyen de séquences binaires pseudo-aléatoires " Thèse Docteur-Ingénieur Univ. de Grenoble. 40 - MAX, J. (1977)

" Méthode et techniques de traitement du signal " Edition MASSON (PARIS)

41 - SELBY, S.M. (1975)

" Standard mathematical tables " C R C PRESS. (OHIO)

42 - GODFREY, K.R. and BRIGGS, P.A.N. (1971)

" The identification of processes with direction dependent dynamic responses " IFAC - Symposium Dan-Hagg (809-819)

43 - BOUDAREL, R. et DELMAS, J. (1967)

" Commande optimale des processus " Tome 1. DUNOD (PARIS)

44 - ZADEH, L.A. (1962)

" From circuit theory to system theory " Proc. IRE, 50, 856-865

45 - SCHULTZ, W.C. and RIDEOUT, V.C. (1957)

" The selection and use of servo performance criteria " Trans. A.I.E.E., 76,383

46 - RESKASIUS, Z.V. (1961)

" A General performance index for analytical design of control systems " I.R.E. Trans. on Automatic Control, A.C. - 6,217

47 - RICHALET, J. RAULT, A. et POULIGUER, R. (1970)

" Identification des processus par la méthode du modèle " Dunod (PARIS)

48 - TSYPKIN, Y.Z. (1967)

" Self Learning what is it?"I.E.E.E. Trans. Autom. Control Ac-13, 608-612

#### 49 - NETUSHIL, A (1973)

Theory of Automatic Control Mir Publishers (MOSCOW)

50 - LEVENSTIEN, H. (1957)

Use Difference equations to calculate Frequency response from transient response . Control Engineering, 90; Apr. 1957

51 - LEVY E.C. (1967)

" Complex curve fitting "

Inst. Radio Engrs, Trans. on Automatic Control, vol. Ach, 37 (May)

52 - SANATHAN, C.K. and KOERNER, J. (1963)

" Complex Fonction synthesis as a ratio of two complex polynomials " I.E.E.E. Trans. on A.C., ACB, 56 (Jan.)

53 - H. ARAFI, L.POVY, J.L BLATT (1977)

" Identification and modelisation essays of the binocular system in convergence tasks." IFAC Symposium, LEPZIG, Sept.77

54 - RAJBMAN, N.S. (1967)

" Identification of non-linear controlled plants with dispersion fonctions " IFAC Symp. Identification in Autom. Control Systems, Prague, Paper 3.14.

55 - NARENDRA,K.S. and P.G. GALLMAN (1966)

" An iterative method for the identification of non-linear systems using Hammerstein model "

I.E.E.E. Trans. Automatic cont, AC-11, n°4, 546-550

56 - KAMINKAS, V.A. (1975)

" Parameter estimation of discrete systems of the Hammerstein class " Automatika, Telemechanika, n° 7, pp 63-69

57 - CHANG, F.H.I and R. LUUS (1971)

" A noniterative method for identification using Hammerstein Model " I.E.E.E. A.C-16, n°5, 464-468. 58 - HSIA, T.C. (1976)

" On least squares algorithms for system parameter identification " I.E.E.E. Trans A.C. 21 nº 1, 104,108

59 - HAIST, N.D., F.H.I. CHANG and R. LUUS (1973)

"Non linear identification in the presence of correlated noise using a Hammerstein model " I.E.E.E. Trans. A.C 18 n° 5, 552-555

60 - SORENSON, H.W. (1969)

" Comparison of some conjugate direction procedures for fonction minimization "

J.Franklin Inst, 288, 421-441

61 - VIDAL, P. (1968)

" Systèmes échantillonnés non-linéaires " Gordon and Breach sc. publishers - Dunod (PARIS)

62 - KUD, B.C. (1963)

" Analysis and synthesis of sampled-Data Control Systems " prentice-Hall, Englewoud Cliffs-N.J.

63 - KALMAN, R.E. and J.E. BERTRAM (1960)

" Control systems analysis and design via the second method of Liapunov : II, Discrete time systems ". Trans. ASME,J. Basic Eng. Series D, n°3, JUNE, pp 371-400

64 - JURY, E.I. and B.H., BHARUCHA (1961)

" Notes on the stability criterion for linear discrete systems " Trans. on Autom. Control, AC 6, pp 88-90

65 - KUO, B.C. (1970)

" Discrete-Data control systems " Prentice-Hall Elect.Eng.Series - Englewood cliffs, N.J. 66 - MELSA, J.L. and D.G. SCHULTZ (1969)

" Linear control systems " Mc Graw-Hill (NEW-YORK)

67 - ZADEH, L.A. and C.A. DESOER (1963)

" Linear System theory, the state space approch " Mc GRAW-HILL (NEW-YORK)

68 - RICHALET J. (1964)

" Les systèmes discrets " L'onde électrique n° 45

69 - SIMONNARD, M. (1966)

" Linear programming " prentice-Hall, Englewood cliffs, N.J.

70 - MERRIAM, C.W. (1964)

" Optimization theory and the design of feedback control systems " Mc Graw-Hill (NEW-YORK)

## ANNEX ES

A.I - SEQUENCE PSEUDO-ALEATOIRE

A.1.1. - Séquence binaire pseudo-aléatoire

Ce type de signaux est généré à l'aide d'un registre à décalage et d'une fonction booléenne qui constitue une contre réaction dans les mémoires du registre, comme il est indiqué figure A F-1.



Génération d'une séquence binaire

. . . / . . .

La fonction F  $(x_1, x_2, ..., x_N)$  correspond à la disjonction ( addition module 2 ) de certains digits A du registre. La période maximale qu'on peut obtenir est 2<sup>N</sup>-1 puisque, dans le registre on verra défiler au maximum toutes les combinaisons possibles des N éléments, avec deux états possibles pour chacun ( 1 ou O ), sauf la combinaison qui correspond à  $x_1 = 0$ pour i < i < N. La séquence qui est de longueur ( 2<sup>N</sup>-1 ), est appelée séquence binaire de longueur maximale. Dans le cas d'une séquence binaire de longueur maximale, on appelle " polynôme caractéristique ", la fonction qui détermine la contre réaction du générateur. Nous indiquons dans le tableau AT-1 les polynômes caractéristiques jusqu'à N = 11.

N

Nombre des bi-stables	Longueur de la séquence	Polynôme caractéristique
2	3	$D^2 + D^1 + D^2$
3	7	$p^3 + p^2 + p^0$
4	15	$\mathbf{D}^4 \div \mathbf{D}^3 + \mathbf{D}^9$
5	31	$\mathbf{D}^5 + \mathbf{D}^3 + \mathbf{D}^C$
6	63	$\mathbf{D}^{(i)}$ + $\mathbf{D}^{(i)}$ + $\mathbf{D}^{(i)}$
7	127	$p^7 + p^6 + p^0$ et $p^7 + p^4 + p^0$
1	255	$D^{8} + D^{4} + D^{3} + D^{2} + D^{0}$
9	511	$D^{9} + D^{5} + D^{0}$
10	1023	$D^{10} + D^7 + D^0$
11	2047	$D^{11} + D^9 + D^0$

Tableau AT - 1 (  $D^{-1}$  représente le retard )

A.1.2. - Séquence Gaussienne pseudo-aléatoire

La séquence est générée (figure AF.2) à l'aide d'un signal binaire x (t), en passant par un filtre passe-bas numérique, puis par un filtre passe-bas analogique. La fréquence de coupure de l'ensemble est égale à la fréquence f de l'horloge divisée par une constante.





Génération de la séquence Gaussienne

Le filtre numérique (figure AF.3 ) permet d'avoir un signal qui contient plusieurs niveaux tel que la fonction de probabilité P (x) de la sortie à la forme classique de la courbe en cloche, le filtre analogique sert à lisser la sortie.



Figure AF - 3 Filtre numérique

A.1.

A.Z. Urganigramme de principe ou filtrage et de la conversion des valenra



BIIS











# TABLE DES MATIERES

## AVANT-PROPOS

## INTRODUCTION

CHAPITRE I : Diverses études du régulateur oculaire et moyens expérimentaux

1	) Introduction à la modélisation du système oculo-moteur	2
2	) Mouvement de vergence et perception spatiale	7
3	) Dispositif expérimental	13
4	) Protocole expérimental	18

CHAPITRE II : Réponse impulsionnelle et analyse statistique

1)	Acquisition des données	26
2)	Méthode de corrélation et réponse impulsionnelle	28
3)	Méthode proposée pour la détermination de la réponse impulsionnelle.	41
4)	Résultats numériques de la corrélation et de la réponse impulsionnel	le 44
5)	Conclusion	59

CHAPITRE III : Modèle continu non-linéaire du système de vergence.

1)	Principe de l'identification	61
2)	Fonction de transfert du modèle continu de vergence à partir	
	de la réponse impulsionnelle	65
3)	Modèle continu non-linéaire réalisé	75
4}	Conclusion	84

CHAPITRE IV : Modèle non-linéaire échantillonné du système de vergence

1)	Introduction	86
2)	Méthodes d'identification des systèmes non-linéaire de la classe	
	d'Hammerstein	88
3)	Application de la méthode d'identification non-linéaire au système	
	de vergence chez l'homme et modèle réalisé	101
4)	Etude des possibilités d'utilisation du modèle non-linéaire échantil-	
	lonné	107

CONCLUSION BIBLIOGRAPHIE ANNEXE