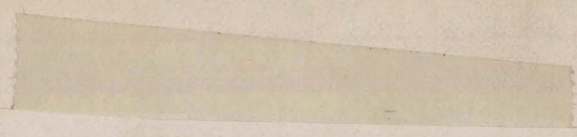


50376
1977
17

50376
1977
17

N° d'ordre :



THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES
ET TECHNIQUES DE LILLE

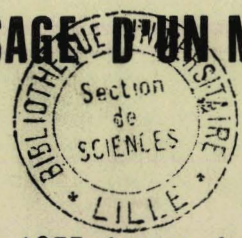
pour obtenir le titre de :

DOCTEUR - INGENIEUR

par

Bernard DESMET

CONTRIBUTION A L'ETUDE DE L'INFLUENCE DU CIRCUIT D'ASPIRATION SUR LE REMPLISSAGE D'UN MOTEUR DIESEL

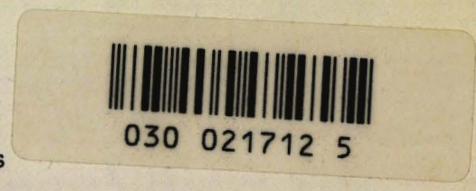


Soutenu le 8 Juillet 1977 devant la Commission d'examen

Membres du Jury :

M. G. GONTIER
M. R. OUZIAUX
M. R. SIESTRUNCK
M. M. MATON

Président
Rapporteur
Examineurs



En présentant ce travail, je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur R. OUZIAUX qui m'a orienté lors du choix du sujet de thèse et qui m'a toujours apporté une aide précieuse.

Je remercie Monsieur le Professeur G. GONTIER qui m'a fait l'honneur d'examiner les résultats de cette étude et d'accepter la présidence du jury d'examen et je remercie vivement Monsieur le Professeur R. SIESTRUNCK et Monsieur M. MATON qui ont bien voulu en être membres.

Qu'il me soit permis d'exprimer ma reconnaissance au Personnel du laboratoire de mesures de l'usine PEUGEOT de Lille, des laboratoires de Mécanique et de Calcul de l'ECOLE NATIONALE D'ARTS ET METIERS de Lille.

J'adresse enfin mes plus vifs remerciements au Personnel du secrétariat de l'E.N.S.A.M. de Lille, et particulièrement à Madame CAUET qui s'est chargée de la tâche ingrate de dactylographie et à Monsieur SUBILLE du service de documentation du C.N.A.M. de Lille qui a assuré l'impression.

TABLE DES MATIERES

	Page
INTRODUCTION	1
CH.1. ETUDE EXPERIMENTALE DU REMPLISSAGE DES MOTEURS DIESEL	2
1.1. Coefficient de remplissage d'un moteur.	3
1.1.1. Définition	3
1.1.2. Problèmes soulevés par la mesure expérimentale directe du débit à l'aspiration	3
1.2. Calcul du coefficient de remplissage à partir de l'analyse des gaz d'échappement	4
1.2.1. Caractéristiques chimiques et thermodynamiques des réactifs et des produits de la combustion	4
1.2.2. Calcul de la composition des gaz d'échappement en fonction de la richesse	6
1.2.3. Calcul du coefficient de remplissage pour un combustible de rapport C/H connu.	9
1.2.4. Calcul du coefficient de remplissage pour un combustible de rapport C/H inconnu	10
1.3. Vérification expérimentale des méthodes proposées	13
1.3.1. Matériel utilisé - Précision des mesures	13
1.3.2. Comparaison des résultats obtenus par mesure directe du débit à l'aspiration et de deux déduits de l'analyse des gaz d'échappement	15
1.3.3. Conclusion : choix de la méthode utilisée dans la suite des essais	18
1.4. Application à l'étude expérimentale de l'influence de la longueur de la pipe d'admission sur le coefficient de remplissage d'un moteur Diesel	19
1.4.1. Cas d'un monocylindre sans filtre à air	19
1.4.2. Cas d'un cylindre avec couplage par le filtre à air des quatre cylindres	20
1.4.3. Conclusions.	20
CH. 2. INFLUENCE DE LA PRESSION INSTANTANEE AU VOISINAGE DE LA SOUPEPE D'ADMISSION SUR LE DEBIT MASSE D'AIR ASPIRE.	22
2.1. Notations - Hypothèses	23
2.2. Etude théorique du transvasement de l'air dans un cylindre.	24
2.3. Comparaison des résultats obtenus à partir de l'étude théorique avec l'expérience.	28
2.3.1. Chaîne de mesure	28
2.3.2. Résultats	28
2.3.3. Conclusion	29
CH. 3. ETUDE DE LA SOURCE DE DEBIT.	30
3.1. Etude du mouvement du piston	31
3.2. Etude du débit engendré instantané	33
3.2.1. Expression du débit instantané.	33
3.2.2. Etude de l'influence de la longueur de bielle	34

CH. 4. THEORIE CLASSIQUE DES ECOULEMENTS PULSE UNIDIMENSIONNELS	
CALCUL DE LA PRESSION INSTANTANEE PAR LA METHODE DES CARACTERISTIQUES.	36
4.1. Hypothèses	37
4.2. Equations de l'écoulement pulsé unidimensionnel	38
4.3. Résolution numérique des équations de l'écoulement pulsé unidimensionnel par la méthode des caractéristiques	43
4.4. Application à l'étude de l'écoulement dans le circuit d'aspiration de section constante d'un monocylindre	45
4.4.1. Hypothèses	45
4.4.2. Passage aux accroissements finis	47
4.4.3. Programmation	52
4.4.4. Résultats	53
CH. 5. THEORIE ACOUSTIQUE	54
5.1. Equations de l'acoustique	55
5.1.1. Hypothèse des petits mouvements.	55
5.1.2. Equations de l'écoulement unidimensionnel pour de petits mouvements	56
5.1.3. Transformation des équations	58
5.2. Impédance acoustique.	61
5.2.1. Définition	61
5.2.2. Impédance d'une ligne acoustique	63
5.3. Ligne acoustique de section constante	65
5.3.1. Lois de variation de la pression et de la vitesse	65
5.3.2. Expression de l'impédance acoustique d'une ligne de section constante	66
5.3.3. Ligne acoustique de section constante branchée sur son impédance caractéristique.	67
5.3.4. Ligne acoustique de section constante débouchant à l'atmosphère	68
5.3.5. Ligne acoustique de section constante bouchée à son extrémité.	69
5.4. Volume placé sur une ligne acoustique	70
5.4.1. Impédance acoustique d'un volume	70
5.4.2. Volume et ligne acoustique de section constante en série	72
CH. 6. DETERMINATION DE L'IMPEDANCE ACOUSTIQUE D'UN RESEAU A PARTIR DE LA MESURE DE PRESSIONS DANS UNE LIGNE ACOUSTIQUE DE SECTION CONSTANTE.	74
6.1. Localisation des ventres et des noeuds de pression le long d'une ligne acoustique.	75
6.1.1. Distribution des pressions le long de la ligne acoustique.	75
6.1.2. Expression de l'impédance acoustique	77
6.2. Rapport des amplitudes et déphasage des pressions en deux points d'une ligne acoustique.	80
6.2.1. Expression de la loi de distribution des pressions, en fonction des pressions en deux points de la ligne acoustique	80
6.2.2. Expression de l'impédance acoustique	82
6.2.3. Choix de la distance entre les points de mesure des pressions	84
CH. 7. MESURE DES IMPEDANCES ACOUSTIQUES.	89
7.1. Choix d'une méthode	90
7.2. Dispositif expérimental	91
7.3. Justification des hypothèses.	93
7.3.1. Principe de la justification	93
7.3.2. Résultats.	96

7.4. Mesures	97
7.5. Interprétation des courbes de remplissage à l'aide de l'impédance acoustique	98
7.6. Fonction de transfert	99
7.6.1. Définition	99
7.6.2. Détermination expérimentale de la fonction de transfert	100
7.6.3. Mesures	102
 CH. 8. CALCUL DES PULSATIONS DE PRESSION AU VOISINAGE DE LA SOUPAPE D'ADMISSION A PARTIR DE L'ETUDE ACOUSTIQUE DU CIRCUIT D'ASPIRATION.	 103
8.1. L'influence du volume du cylindre est supposée négligeable	104
8.1.1. Principe de la méthode	104
8.1.2. Pulsations de pression au voisinage de la soupape d'admission dans le cas d'un monocylindre aspirant par un tube de section constante	105
8.2. Influence du volume du cylindre	107
8.2.1. Calcul du débit aspiré	107
8.2.2. Résultats	109
 CH. 9. CONCLUSIONS GENERALES	 110
9.1. Résultats obtenus	110
9.2. Travaux à poursuivre	111
 ANNEXE 1 : ANALYSEURS DE GAZ D'ECHAPPEMENT	 112
A1. 1. Spectrométrie d'absorption dans l'infra-rouge	112
A1. 2. Analyseur d'oxygène à susceptibilité paramagnétique	113
A1. 3. Fumimètre Hartridge	114
 ANNEXE 2 : ANALYSE HARMONIQUE PAR CALCUL NUMERIQUE	 116
A2. 1. Bases mathématiques	116
A2. 2. Calcul numérique des coefficients du développement en série de Fourier d'une fonction périodique	117
A2. 3. Programmation FORTRAN	118
A2. 4. Essai du programme de calcul	119
 ANNEXE 3 : CALCUL DE L'IMPEDANCE ACOUSTIQUE ET DE LA FONCTION DE TRANSFERT	 120
A3. 1. Expressions de l'impédance acoustique et de la fonction de transfert	120
A3. 2. Module et argument de l'impédance acoustique et de la fonction de transfert	121
A3. 3. Programmation des calculs	122
 ANNEXE 4 : CALCUL DES PULSATIONS DE PRESSION COMPTE TENU DE LA VARIATION DU VOLUME D'AIR CONTENU DANS LE CYLINDRE	 123
A4. 1. Expressions du débit et de la pression	123
A4. 2. Programmation des calculs	125
A4. 3. Essai du programme de calcul	125
 BIBLIOGRAPHIE	 126

INTRODUCTION

Nous étudions dans ce mémoire quelques aspects du problème du remplissage en air des cylindres d'un moteur Diesel.

Nous montrons par une étude expérimentale (chapitre 1) l'influence de la géométrie du circuit d'aspiration sur le remplissage et la nécessité d'assurer un bon remplissage pour obtenir des caractéristiques de fonctionnement convenables du moteur. Un moteur Diesel fonctionne à pleine admission à tous les régimes. Le piston engendre un débit d'air pulsé qui traverse le circuit d'aspiration, le début et la fin d'admission étant fixés par la loi d'ouverture de la soupape d'admission. Le circuit d'aspiration joue le rôle de filtre acoustique pour les pulsations de pression engendrées par le mouvement du piston et doit donc assurer un compromis aussi satisfaisant que possible entre le remplissage et le bruit rayonné à l'aspiration qui représente, dans le cas des moteurs de notre étude, un niveau sonore de 72-74 dB(A) pour un niveau global de 80-82 dB(A).

Nous établissons (chapitre 2) une relation entre le débit masse d'air aspiré instantané, la pression instantanée au voisinage de la soupape d'admission et la loi du mouvement du piston. La connaissance des deux dernières lois permet de déterminer le remplissage.

Après avoir rappelé la loi du mouvement du piston (chapitre 3) nous étudions l'écoulement pulsé dans la conduite d'admission. Les équations de l'écoulement pulsé unidimensionnel (chapitre 4) ne permettent pas d'exprimer la pression instantanée dans le circuit d'aspiration sous forme analytique et nous avons donc envisagé une intégration numérique de ces équations.

Nous avons aussi considéré les équations linéarisées de l'écoulement pulsé (théorie acoustique) qui permettent une recherche plus simple de la pression instantanée sous forme d'un développement en série de Fourier. Nous définissons la notion d'impédance acoustique (chapitre 5) et nous montrons comment il est possible de déterminer expérimentalement cette grandeur (chapitres 6-7) pour un circuit réel en ne mesurant que des pressions instantanées. Nous utilisons ensuite l'impédance acoustique pour calculer la loi de pression au voisinage de la soupape d'admission (chapitre 8) et nous comparons les résultats obtenus par le calcul aux mesures de pression réalisées sur banc d'essais.

CHAPITRE I

ETUDE EXPERIMENTALE DU REMPLISSAGE

DES MOTEURS DIESEL

Dans cette première partie, nous nous proposons par une étude expérimentale préliminaire, de montrer l'influence fondamentale de la configuration du circuit d'admission sur le coefficient de remplissage d'un moteur Diesel. Il nous faut donc d'abord mettre au point une méthode de mesure de ce coefficient qui n'introduise aucune modification, si minime soit-elle, du circuit d'aspiration que nous nous proposons d'étudier.

Après avoir rappelé la définition de ce coefficient de remplissage, nous comparons plusieurs méthodes de mesure possibles répondant au critère précédent. Une vérification expérimentale de leur validité nous permettra de choisir la mieux adaptée pour la suite de nos essais.

Quelques essais préliminaires sur plusieurs configurations du circuit d'aspiration pour un seul cylindre ou pour le moteur complet nous permettront une première approche du problème à étudier, et enfin nous analysons l'influence du coefficient du remplissage sur quelques caractéristiques de fonctionnement.

1.1. - COEFFICIENT DE REMPLISSAGE D'UN MOTEUR

1.1.1. - Définition

Par son déplacement le piston engendre un débit d'air pulsé qui traverse le circuit d'aspiration du moteur. La masse d'air théoriquement admise par cycle est celle d'un volume d'air égal au volume balayé par le piston sur une course (volume engendré), l'air étant supposé à la pression et à la température atmosphériques. En réalité, à cause des pertes de charge de l'écoulement, des effets d'inertie de la masse d'air contenue dans le circuit d'aspiration et des échanges thermiques, la masse d'air effectivement admise par cycle dans un cylindre est différente de la masse d'air théoriquement admise et on appelle coefficient de remplissage R le rapport de ces masses :

1.1.

$$R = \frac{\text{masse d'air effectivement admise}}{\text{masse d'air théoriquement admise}}$$

1.1.2. - Problèmes soulevés par la mesure expérimentale directe du débit à l'aspiration

Nous nous proposons d'étudier les variations du coefficient de remplissage en fonction de la configuration du circuit d'aspiration et du régime moteur. La mesure expérimentale directe du débit à l'aspiration à l'aide d'un débitmètre placé sur le circuit d'admission permet de déterminer le coefficient de remplissage mais présente l'inconvénient de modifier ce circuit, c'est-à-dire les caractéristiques que l'on veut précisément étudier. De façon à éviter toute modification à l'aspiration, il est envisageable d'utiliser la perte de charge dans le filtre à air pour déterminer le débit aspiré par l'ensemble des cylindres du moteur. Cette méthode, ne fournissant qu'une valeur globale du débit aspiré, ne permet pas d'accéder au débit aspiré et au coefficient de remplissage de chacun des cylindres du moteur. Nous avons développé une méthode de calcul du coefficient de remplissage, répondant à ce dernier problème, à partir de la mesure du débit de gas-oil et de l'analyse des gaz d'échappement du cylindre dont on veut déterminer le coefficient de remplissage (voir paragraphe 1.3.3.).

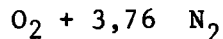
1.2. - CALCUL DU COEFFICIENT DE REMPLISSAGE A PARTIR DE L'ANALYSE DES GAZ D'ECHAPPEMENT

1.2.1. - Caractéristiques chimiques et thermodynamiques des réactifs et des produits de combustion

Pour simplifier nos calculs, tout en gardant une précision du même ordre de grandeur que celle permise par nos mesures (voir paragraphe 1.3.) nous avons admis les caractéristiques suivantes:

a) Air

L'air est considéré comme un mélange de 21 % d'oxygène et de 79 % d'azote (pourcentages en volumes), tous les autres gaz présents à l'état de traces étant négligés. En admettant ces pourcentages, nous pouvons représenter l'air par la formule :



La masse correspondante est : ($O_2 = 32,00$; $N_2 = 28,02$)

$$32,00 + 3,76 \cdot 28,02 = 137,4 \text{ g}$$

(1 - 2)

$$O_2 + 3,76 N_2 = 137,4 \text{ g}$$

Nous supposons de plus que l'air obéit à la loi des gaz parfaits $pv = rT$

avec p : pression, v : volume massique, T : température absolue, r : constante des gaz parfaits ($r = 287 \text{ J/kg.K}$ pour l'air)

b) Gas-oil

Nous admettons que le gas-oil n'est composé que de carbone ($C = 12,00$) et d'hydrogène ($H = 1,008$) et nous le représentons par la formule chimique



La formule précédente ne correspond pas à la composition d'un corps pur, le gas-oil étant un mélange d'hydrocarbures, mais permet de représenter simplement le carburant en respectant la valeur de sa masse molaire moyenne réelle. Le rapport entre les masses de carbone et d'hydrogène contenues dans le gas-oil est à peu près constant et égal à 6,6

(1 - 3)

$$\frac{C}{H} = 6,6$$

En ne tenant compte que de ce rapport, sans essayer de représenter la masse molaire réelle du combustible qui ne joue qu'un rôle secondaire dans nos calculs, nous pouvons aussi utiliser une représentation chimique simplifiée du type CH_z. Le coefficient z se détermine à partir de (1.3.) :

$$\frac{12,00}{1,008z} = 6,6 \text{ d'où } z = 1,80$$

La masse correspondante est :

$$12,00 + 1,80 \cdot 1,008 = 13,8 \text{ g}$$

(1.4) CH_z = 13,8 g avec z = 1,80

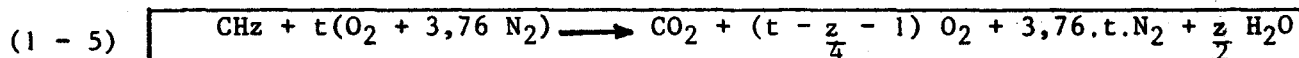
Nos mesures nous ont permis de vérifier que la composition du carburant correspondait bien à un rapport C/H = 6,6 (voir paragraphes 1.2.2. et 1.3.2.)

c) Produits de la combustion

Dans le cas du fonctionnement normal des moteurs Diesel, la combustion se fait avec un excès d'air. Les pourcentages d'oxyde de carbone (0,02 % à 0,1 % environ) et d'oxydes d'azote restent alors faibles devant ceux de gaz carbonique et d'oxygène. De plus, la proportion de gas-oil imbrûlée est petite et sera négligée. Nous admettrons donc que les seuls produits de la combustion sont, en plus de l'azote et de l'oxygène en excès, du gaz carbonique et de la vapeur d'eau.

1.2.2. - Calcul de la composition des gaz d'échappement en fonction de la richesse

Compte tenu des hypothèses faites sur la composition des produits de la combustion, la réaction de combustion peut s'écrire :



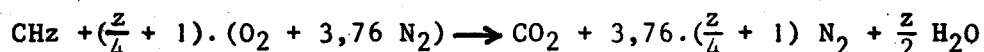
Théoriquement, l'équation (1 - 5) reste valable tant que la combustion se fait avec un excès d'air, c'est à dire si :

(1 - 6)

$$t \geq \frac{z}{4} + 1$$

En réalité, si l'excès d'air devient trop faible, le pourcentage d'oxyde de carbone dans les produits de combustion augmente et n'est plus négligeable devant les pourcentages de gaz carbonique et d'oxygène (voir paragraphe 1.3.2.)

L'équation de combustion du mélange stœchiométrique, c'est à dire du mélange pour lequel une combustion complète est obtenue sans excès d'air est :



D'après les équations précédentes, la richesse du mélange réel, c'est à dire le rapport entre les masses de gas-oil injectées pour une même masse d'air dans le mélange réel et le mélange correspondant aux proportions stœchiométriques est :

(1 - 7)

$$R = \frac{\frac{z}{4} + 1}{t}$$

Si α et β représentent respectivement les pourcentages en volumes de gaz carbonique et d'oxygène contenus dans les gaz d'échappement supposés secs :

$$\alpha = 100. \frac{1}{1 + (t - \frac{z}{4} - 1) + 3,76 t}$$

(1 - 8)

$$\alpha = \frac{100}{4,76 t - \frac{z}{4}}$$

Et en introduisant la richesse

$$(1 - 9) \quad \% \text{ CO}_2 = \alpha = \frac{100 \cdot R}{4,76(\frac{Z}{4} + 1) - \frac{Z}{4} R}$$

De même :

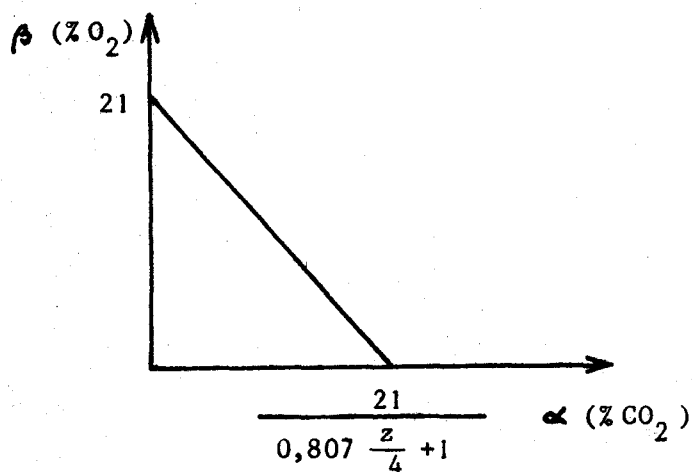
$$\beta = 100 \cdot \frac{t - \frac{Z}{4} - 1}{1 + (t - \frac{Z}{4} - 1) + 3,76 t}$$

$$(1 - 10) \quad \beta = 100 \cdot \frac{100 \cdot (t - \frac{Z}{4} - 1)}{4,76 t - \frac{Z}{4}}$$

$$(1 - 11) \quad \% \text{ O}_2 = \beta = \frac{100 (\frac{Z}{4} + 1) (1 - R)}{4,76(\frac{Z}{4} + 1) - \frac{Z}{4} R}$$

En éliminant t entre les relations (1 - 8) et (1 - 10) nous obtenons :

$$(1 - 12) \quad \beta = 21 - (0,807 \frac{Z}{4} + 1) \alpha$$



Il existe donc une relation linéaire entre les pourcentages d'oxygène et de gaz carbonique dans les produits de la combustion (fig. 1. 1)

FIG.1-1 : relation entre pourcentages d'oxygène et de gaz carbonique dans les produits de combustion (droite de Grébel)

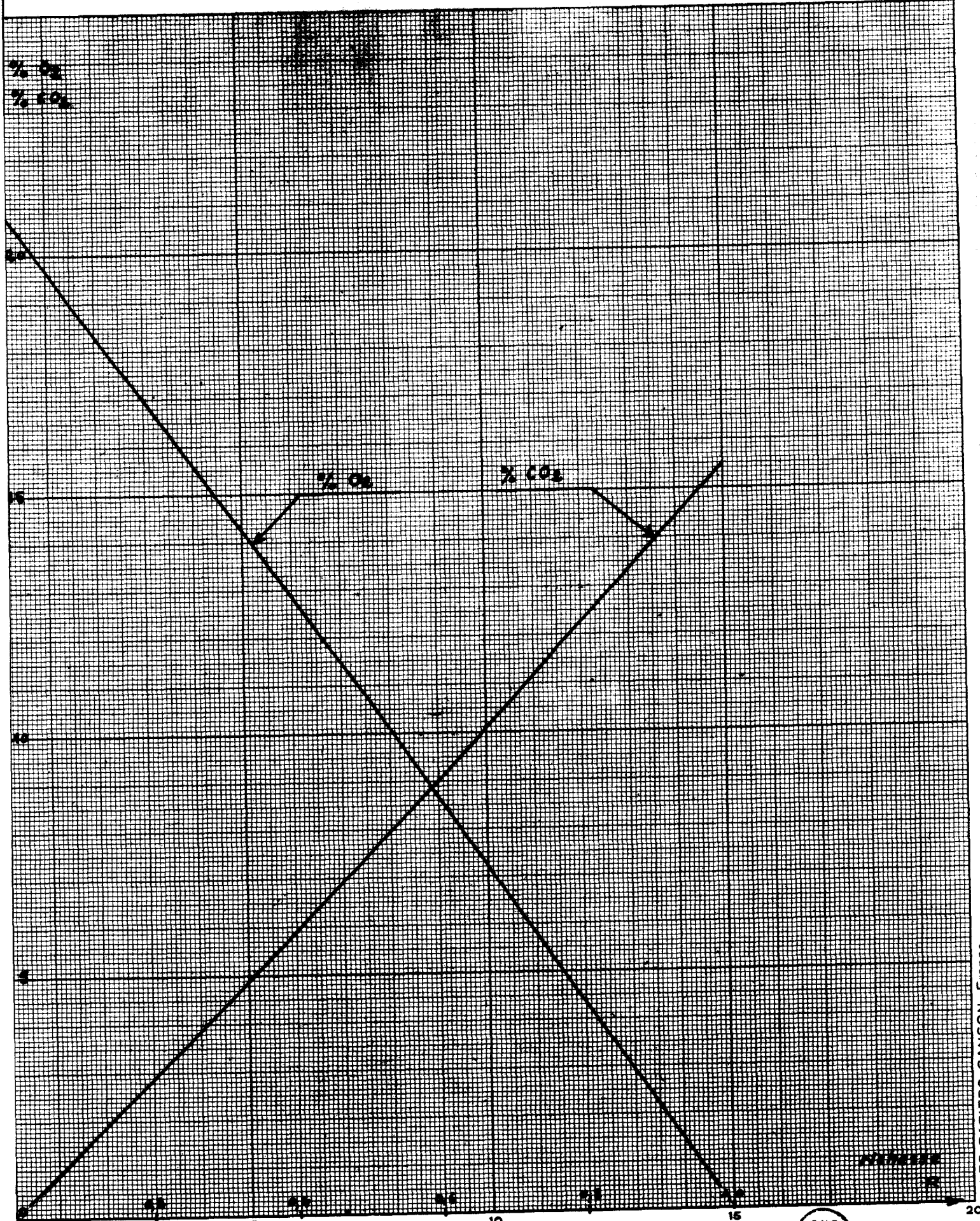
En tenant compte de (1 - 3), $C/H = 6,6$; les relations précédentes deviennent :

$$\begin{aligned}
 t &\geq 1,45 \\
 \alpha &= \frac{100 \cdot R}{6,90 - 0,45 R} \\
 \beta &= \frac{145 \cdot (1 - R)}{6,90 - 0,45 R} \\
 \alpha &= 21 - 1,36 \cdot \beta
 \end{aligned}$$

Nous obtenons le tableau des valeurs suivant :

R	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
α (%)	0	2,9	5,9	9,0	12,2	15,5
β (%)	21,0	17,0	12,9	8,7	4,4	0

Les valeurs précédentes sont vérifiées expérimentalement tant que la richesse reste inférieure à environ 0,85 ; valeur au delà de laquelle l'émission d'oxyde de carbone devient importante, l'excès d'air étant faible (voir paragraphe 1.3.2.). Nous constatons (courbes 1.1.) que les pourcentages d'oxygène et de gaz carbonique dans les gaz d'échappement ont une variation pratiquement linéaire avec la richesse.



BUS
LILLE

1.2.3. - Calcul du coefficient de remplissage pour un combustible de rapport C/H connu

a) A partir du pourcentage de gaz carbonique dans les gaz d'échappement

En adoptant pour le gas-oil la formule chimique simplifiée : (1-4) $\text{CH}_{1,80}$

le pourcentage en volume de gaz carbonique dans les gaz d'échappement supposés secs est

$$\% \text{CO}_2 = \alpha = \frac{100}{4,76 t - 0,45}$$

(1 - 13)

$$t = \frac{\frac{100}{\alpha} + 0,45}{4,76}$$

D'après l'équation (1 - 5), la combustion de 13,8 (g) de gas-oil se fait avec 137,4.t (g) d'air. Si M représente la masse de carburant injectée et m la masse d'air aspirée par cycle :

$$\frac{m}{M} = \frac{137,4 \cdot t}{13,8}$$

$$\frac{m}{M} = 9,95 t$$

D'après l'équation d'état des gaz parfaits, le volume V d'air aspiré par cycle dans les conditions à l'aspiration est :

$$V = \frac{m r T}{p}$$

où p et T représentent respectivement la pression et la température atmosphériques.

En éliminant m entre les relations précédentes

$$V = 9,95 t \frac{M r T}{p}$$

Si V_e est le volume engendré par le déplacement du piston

$$R(\%) = 100 \cdot \frac{V}{V_e}$$

(1 - 14)

$$R (\%) = 9,95 \cdot 10^2 \cdot t \cdot \frac{M \cdot r \cdot T}{p \cdot V_e}$$

La mesure de la consommation de gas-oil permet de déterminer la masse M injectée par cycle. Connaissant le pourcentage de gaz carbonique dans les gaz d'échappement, les conditions de pression et de température à l'aspiration, nous déterminons le coefficient de remplissage à partir des relations (1 - 13) et (1 - 14). La relation (1 - 14) peut encore s'écrire sous une forme non homogène mieux adaptée à nos relevés expérimentaux.

(1 - 15)

$$R (\%) = 2,15 \cdot 10^6 \cdot t \cdot \frac{M(g) \cdot T(^{\circ}K)}{p(\text{mmHg}) \cdot V_e(\text{cm}^3)}$$

b) A partir du pourcentage d'oxygène dans les gaz d'échappement

Les hypothèses sont les mêmes qu'au paragraphe précédent.

D'après la relation (1 - 10)

(1 - 16)

$$t = \frac{\frac{145}{\beta} - 0,45}{\frac{100}{\beta} - 4,76}$$

La connaissance du pourcentage d'oxygène dans les gaz d'échappement secs permet de calculer t. Nous déterminons ensuite le coefficient de remplissage comme au paragraphe précédent à l'aide de la relation (1 - 14) ou (1 - 15)

1.2.4. - Calcul du coefficient de remplissage pour un combustible de rapport C/H inconnu

Nous supposons toujours que le carburant peut être représenté par la formule chimique CH_z mais ne connaissons pas le rapport entre les masses de carbone et d'hydrogène contenues dans le gas-oil.

Rappelons les formules (1 - 8) et (1 - 10)

$$(1 - 8) \quad \% \text{CO}_2 = \alpha = \frac{100}{4,76 t - \frac{z}{4}}$$

$$(1 - 10) \quad \% \text{O}_2 = \beta = \frac{100(t - \frac{z}{4} - 1)}{4,76 t - \frac{z}{4}}$$

En faisant le rapport des expressions précédentes

$$\frac{\beta}{\alpha} = t - \frac{z}{4} - 1$$

(1 - 17)

$$z = 4\left(t - \frac{\beta}{\alpha} - 1\right)$$

En reportant (1 - 17) dans (1 - 8)

(1 - 18)

$$t = \frac{\frac{100 - \beta}{\alpha} - 1}{3,76}$$

Les pourcentages de gaz carbonique et d'oxygène dans les gaz d'échappement étant connus, nous calculons t par (1 - 18) et z par (1 - 17). Nous pouvons ensuite déterminer la masse correspondant au carburant CH_z . Cette masse étant exprimée en grammes

(1 - 19)

$$M = 12,00 + 1,008 \cdot z$$

Or d'après l'équation (1 - 5), la combustion de la masse M (g) de gas-oil se fait avec $137,4 \cdot t$ (g) d'air.

Le rapport entre les masses m d'air et M de carburant introduites par cycle dans les cylindres est :

(1 - 20)

$$\frac{m}{M} = \frac{137,4 \cdot t}{M(g)}$$

D'après l'équation d'état des gaz parfaits, le volume d'air aspiré par cycle, dans les conditions d'aspiration, est :

$$V = \frac{m \cdot r \cdot T}{p}$$

où p et T correspondent à la pression et la température à l'admission. En tenant compte de (1 - 20)

$$V = \frac{137,4 \cdot t}{M(g)} \cdot \frac{M \cdot r \cdot T}{p}$$

D'où la valeur du coefficient de remplissage :

$$R(\%) = 100 \cdot \frac{V}{V_e}$$

(1 - 21)

$$R(\%) = 1,37 \cdot 10^4 \frac{t}{M(g)} \cdot \frac{M.r.T.}{p.V_e}$$

La relation (1-21) peut encore s'écrire sous une forme non homogène mieux adaptée à nos relevés expérimentaux :

(1 - 22)

$$R(\%) = 2,97 \cdot 10^7 \cdot t \cdot \frac{M(g) \cdot T(^{\circ}K)}{M(g) \cdot p(\text{mmHg}) \cdot V_e(\text{cm}^3)}$$

1.3. - VERIFICATION EXPERIMENTALE DES METHODES PROPOSEES

1.3.1. - Matériel utilisé - Précision des mesures

Nous avons effectué nos essais sur un moteur Diésel PEUGEOT, Type 204, expérimental. Nous avons choisi ce moteur car chaque cylindre possède ses propres tuyauteries d'aspiration et d'échappement dans la culasse ce qui permet d'isoler complètement un cylindre.

Les caractéristiques de ce moteur sont :

- alésage : 78 mm
- course : 77 mm
- volume engendré par cylindre : 368 cm³
- longueur de bielle : 123,5 mm

Les teneurs en gaz carbonique et en oxyde de carbone ont été déterminées par spectrométrie d'absorption dans l'infra-rouge à l'aide d'analyseurs SCHLUMBERGER - Type 80 (licence O.N.E.R.A.) et les teneurs en oxygène à l'aide d'un analyseur à susceptibilité paramagnétique SCHLUMBERGER - Type PHLOGOR (licence O.N.E.R.A.) décrits en annexe 1.

Nous avons étalonné l'analyseur de gaz carbonique à l'aide d'un mélange de gaz étalon contenant 12,9 % de CO₂ avec une précision absolue sur le pourcentage de CO₂ du gaz étalon de 0,2 %. Le galvanomètre de lecture étant de classe 1,5 et la pleine échelle correspondant à un pourcentage en CO₂ de 13 % nous pouvons évaluer l'imprécision absolue, sur le pourcentage en CO₂, due à l'appareil de mesure à 0,2 %. Nous obtenons une erreur absolue de mesure sur le pourcentage de CO₂

$$\Delta\alpha = 0,2 + 0,2 = 0,4 \%$$

Pour un pourcentage de CO₂, $\alpha = 7 \%$, correspondant à une valeur moyenne relevée, l'erreur relative est donc

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{0,4}{7} = 5,7 \%$$

Dans le cas de la détermination du coefficient de remplissage à partir du pourcentage de CO₂ (paragraphe 1.2.3.a), en négligeant les écarts de composition du carburant par rapport à la composition théorique

$$(1 - 13) \quad t = \frac{\frac{100}{\alpha} + 0,45}{4,76}$$

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\frac{100}{\alpha^2} \Delta\alpha}{\frac{100}{\alpha} + 0,45} \approx \frac{\Delta\alpha}{\alpha}$$

$$(1 - 14) \quad R\% = 9,95 \cdot 10^2 \cdot t \cdot \frac{M \cdot r \cdot T}{p \cdot V_e}$$

Comme les erreurs commises sur la masse M de carburant injectée, sur la température T, sur la pression p et sur le volume engendré Ve sont faibles devant celle commise sur t.

$$\frac{\Delta R}{R} \approx \frac{\Delta t}{t} = 5,7 \%$$

Pour un remplissage moyen R = 80 % nous obtenons donc une erreur absolue de l'ordre de

$$\Delta R \approx 0,8 \cdot 5,7$$

$$\Delta R \approx 4,5 \%$$

Notons toutefois, que les écarts entre les valeurs du coefficient de remplissage sont connus avec une meilleure précision, l'erreur due au gaz d'étalonnage intervenant de la même façon sur toutes les mesures.

Nous avons utilisé, pour l'étalonnage de l'analyseur d'oxygène, un gaz contenant 20 % \pm 0,001 % d'oxygène. Compte tenu d'une précision de l'analyseur de l'ordre de 2 % de l'indication à pleine échelle (20 %) nous pouvons négliger l'erreur due à l'imprécision sur la teneur du gaz étalon et évaluer l'erreur absolue sur la mesure du pourcentage en oxygène à :

$$\Delta \beta \approx 0,4 \%$$

Dans le cas de la détermination du coefficient de remplissage à partir du pourcentage en oxygène et pour un combustible de composition connue (paragraphe 1.2.3. b), en faisant les mêmes hypothèses que précédemment

$$(1 - 16) \quad t = \frac{\frac{145}{\beta} - 0,45}{\frac{100}{\beta} - 4,76}$$

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{645}{(100 - 4,76 \beta) (145 - 0,45 \beta)}$$

Ce qui conduit, pour un pourcentage en oxygène ne dépassant pas 12 % par exemple, à une erreur inférieure à :

$$\frac{\Delta R}{R} \approx \frac{\Delta t}{t} = 4 \%$$

La précision obtenue sur le remplissage est donc du même ordre que précédemment.

1.3.2. - Comparaison des résultats obtenus par mesure directe du débit à l'aspiration et de ceux déduits de l'analyse des gaz d'échappement

Nous comparons ici les valeurs du coefficient de remplissage obtenues par la mesure directe du débit aspiré à l'aide d'un débitmètre Alcock-Ricardo d'une part et celles tirées de l'analyse des gaz de combustion, par les trois méthodes proposées précédemment d'autre part. Nous repèrerons ces trois méthodes par les lettres :

- A : à partir du pourcentage de CO_2 avec un combustible de composition connue (paragraphe 1.2.3.a)
- B : à partir du pourcentage de O_2 avec un combustible de composition connue (paragraphe 1.2.3.b)
- C : à partir des pourcentages de CO_2 et O_2 avec un combustible de composition inconnue (paragraphe 1.2.4.)

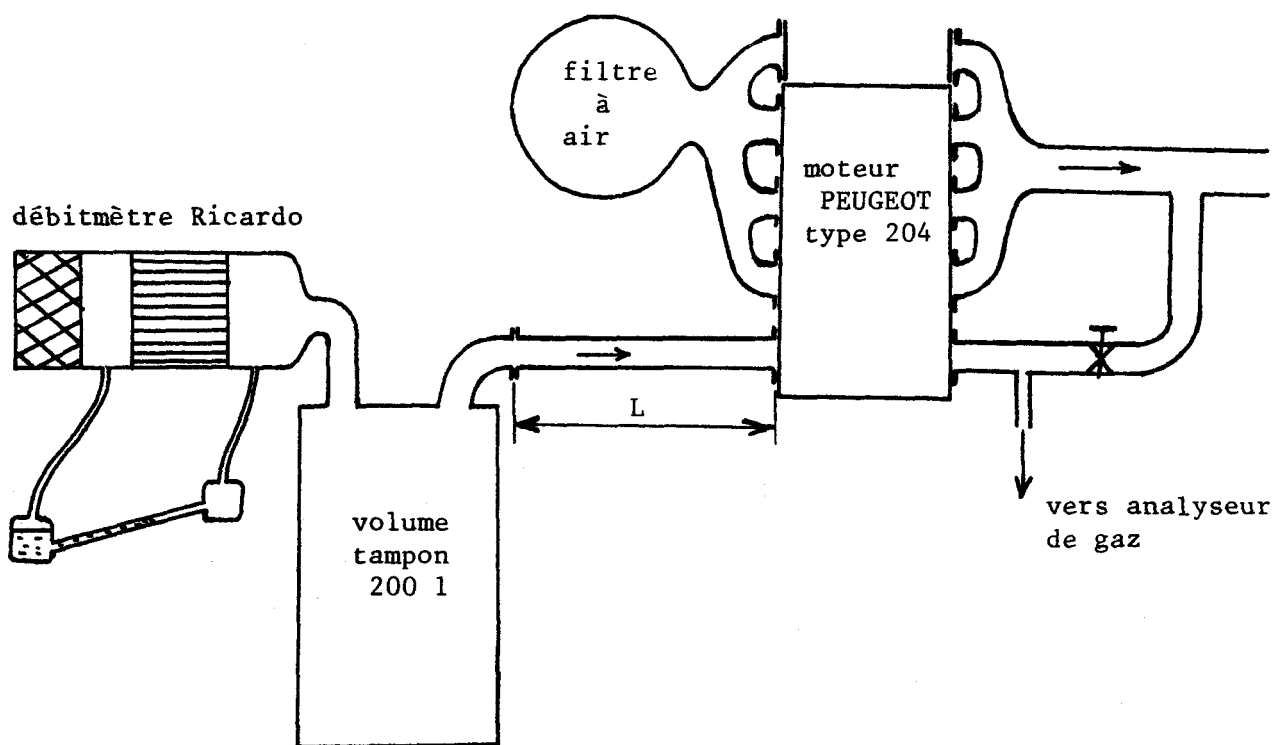


Fig. 1-4 : Schéma de l'installation d'essai

Nous avons déterminé le coefficient de remplissage du cylindre n° 4 pour deux longueurs de la conduite d'aspiration. Les quatre cylindres du moteur choisi possédant chacun leurs propres conduites d'aspiration et d'échappement, il a été facile d'isoler un cylindre. Nous avons alimenté les trois autres cylindres (fig. 1.4.) à l'aide des pipes d'admission et d'échappement de série en les décalant, opération possible car les lumières d'aspiration et d'échappement sur la culasse sont équidistantes. Nous avons bouché les entrées des pipes laissées libres après le décalage.

L'élément de mesure du débitmètre Ricardo est un filtre à nids d'abeilles formé de canaux triangulaires de faible section. L'écoulement est laminaire dans l'élément de mesure et de ce fait, contrairement aux autres débitmètres à systèmes déprimogènes, la perte de charge relevée entre les extrémités de cet élément est directement proportionnelle au débit. Nous avons installé un réservoir d'air de grand volume (200 l) entre le débitmètre Ricardo et le moteur pour réduire les erreurs de mesure dues aux pulsations du débit aspiré.

Nous avons effectué trois séries d'essais en faisant varier le régime moteur de 1 000 à 5 000 t/mn. Pour les essais 1 et 3 nous avons maintenu le couple constant pour la totalité du moteur en agissant sur l'injection

Essai n° 1 - Longueur de conduite d'admission $L = 1\ 100\ \text{mm}$
Couple constant (49m.N) (tableau 1-2 ; courbe 1-3)

Essai n° 2 - Longueur de conduite d'admission $L = 1\ 100\ \text{mm}$
Pleine charge (tableau 1 - 4 ; courbe 1 - 5)

Essai n° 3 - Longueur de conduite d'admission $L = 350\ \text{mm}$
Couple constant (49 m.N) (Courbe 1 - 6)

Dans un premier temps nous avons reporté sur un diagramme % O_2 en fonction du % CO_2 (courbe 1.7) les résultats correspondant aux essais 1 (carrés) et 2 (triangles). Nous constatons que les points expérimentaux restent très proches de la droite théorique correspondant à un carburant de formule chimique $CH_{1,80}$ sauf quand la teneur en oxygène devient faible (inférieure à 4%) ce qui correspond à un mélange admis de richesse voisine de 1. Dans ce dernier cas, le pourcentage d'oxyde de carbone contenu dans les gaz d'échappement devient important (supérieur à 0,4 %) et l'hypothèse faite en 1.2.4. c sur la nature des produits de la combustion n'est plus convenable. Dans tous les autres cas, la concordance entre résultats expérimentaux et résultats théoriques est très bonne, ce qui justifie l'hypothèse sur la composition du carburant faite en 1.2.1.b (rapport entre les masses de carbone et d'hydrogène égal à 6,6)

Comparaison des résultats obtenus à partir du diluimètre Ricardo et de l'analyse des gaz de combustion

Caisson 200 l + tube L = 1100 mm - Couple constant

Moteur XRD n° 223
23 / 10 / 74

Régime (t/min)	Press. (mm Hg)	T° amb. (°C)	T° air. (°C)	T° cyl. (°C)	S. Ricardo	OH (mm)	dilat. (mm)	dilat. (mm)	dilat. (mm)	charge (m.M)	masse (g)	temps (s)	réglage (mm)	% Found	% CO ₂	% CO	% O ₂	impureté (CO ₂) (%)	impureté (H ₂) (%)	impureté (C ₂ H ₄) (%)
1000	748	22,5	20,5	21,5	2,15	3,75	9,05	9,08	11,04	49,0	50	114,4	1908	35	8,50	0,0175	9,50	77,2	77,4	77,8
1250	-	22,5	20	21,3	-	4,67	10,04	10,08	13,80	-	50	97,4	2024	27	8,15	0,0185	9,90	75,7	75,4	75,6
1500	-	22,5	20,5	21,8	-	6,07	13,03	13,09	16,54	-	50	82,2	2073	24	7,65	0,0100	10,80	80,8	80,1	80,8
1750	-	22,5	20	21,7	-	7,20	15,48	15,57	19,38	-	50	72,8	2148	18	7,35	0,0100	11,10	79,2	79,7	79,6
2000	-	22,5	20	21,7	-	8,76	18,75	18,86	22,02	-	50	63,6	2187	12	6,85	0,0100	11,90	85,4	87,1	86,1
2250	-	22,5	20	22	-	9,975	21,03	21,37	24,84	-	100	113,7	2284	10	6,87	0,0100	11,90	86,6	86,6	85,6
2500	-	22,5	20,5	22,7	-	11,975	23,99	24,17	27,60	-	100	101,8	2258	8	6,75	0,0100	12,10	86,8	89,2	87,8
2750	-	22,5	20,5	22,4	-	11,975	24,85	25,01	29,36	-	100	93,4	2306	7	7,20	0,0100	11,50	80,6	88,8	81,4
3000	-	22,5	20,5	22,4	-	12,975	27,00	27,17	31,18	-	100	85,0	2246	8	7,20	0,0150	11,50	81,7	83,9	82,6
3250	749	21,5	19,5	22	-	13,70	29,50	29,75	35,88	-	100	76,7	2160	7	7,00	0,0100	11,50	85,5	85,6	85,5
3500	-	21,5	19,5	22,8	-	14,45	30,67	30,81	38,64	-	100	69,1	2057	8	7,65	0,0185	10,80	82,7	82,0	82,4
3750	-	21,5	19,5	24	-	15,25	29,61	30,07	41,40	-	100	64,2	2025	9	8,15	0,0175	9,90	76,8	76,8	76,7
4000	-	22	19,5	24,1	-	13,175	28,37	28,86	44,16	-	150	88,6	5928	11	9,60	0,0350	7,80	66,8	66,0	66,8
4250	-	22	19,5	23	-	13,675	29,64	29,79	46,98	-	150	81,9	5823	13	9,90	0,0400	7,50	65,8	65,5	65,7
4500	-	22	19,5	21,9	-	14,90	32,06	32,34	49,68	-	150	76,4	5750	15	9,975	0,0550	7,30	65,9	65,1	65,6
4750	-	22	19,5	21,4	-	16,25	34,99	35,22	52,64	-	150	71,0	5625	17	9,80	0,0500	7,55	68,4	67,6	68,1
5000	-	22	19,5	21,9	-	17,775	38,27	38,58	55,20	-	180	65,2	5434	17	9,30	0,0650	8,25	76,6	73,8	74,9



L = 1100 mm Couple constant

91

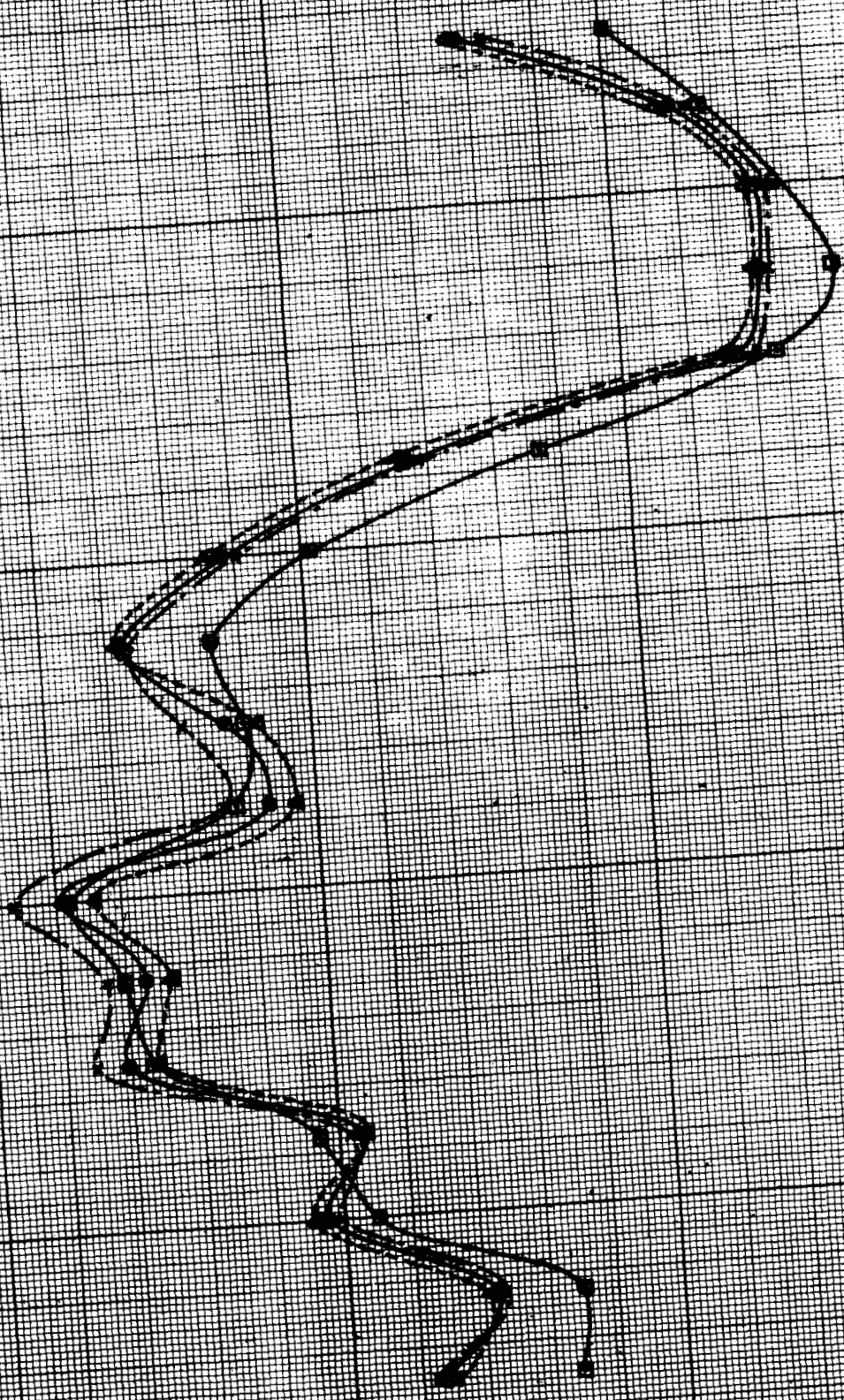
01

5

Compteur à piston
Ricorda

Remplissage
1/2

analyse des gaz de combustion
Ricorda
1/2 O₂ et 1/2 O₂ (C.C.)
1/2 CO₂ (C.M.)
1/2 O₂ (C.D.)



Moteur XRD n° 223

22 / 10 / 74

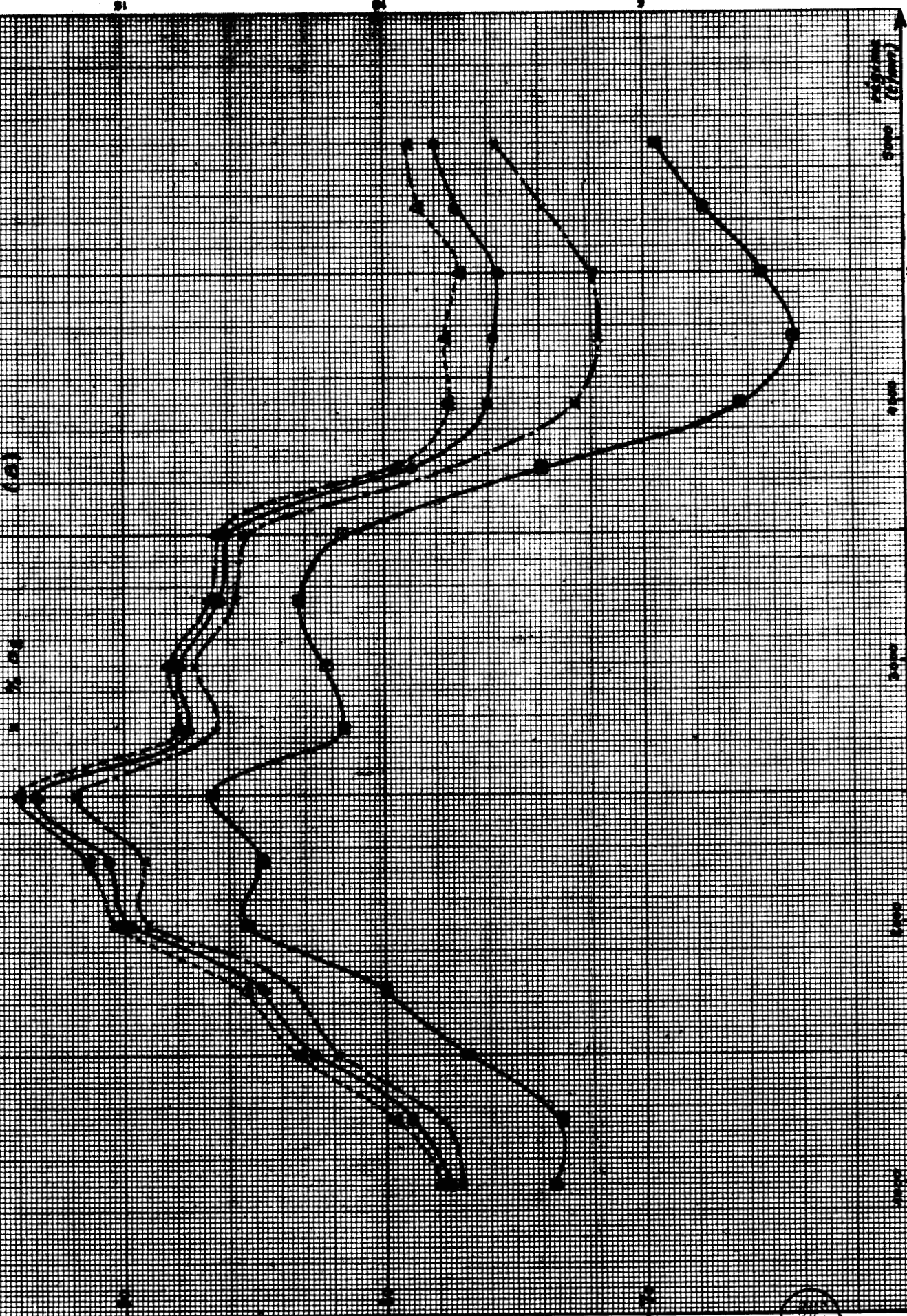
comparaison des résultats obtenus à partir de débitmètre Ricardo et de l'analyse des gaz de combustion

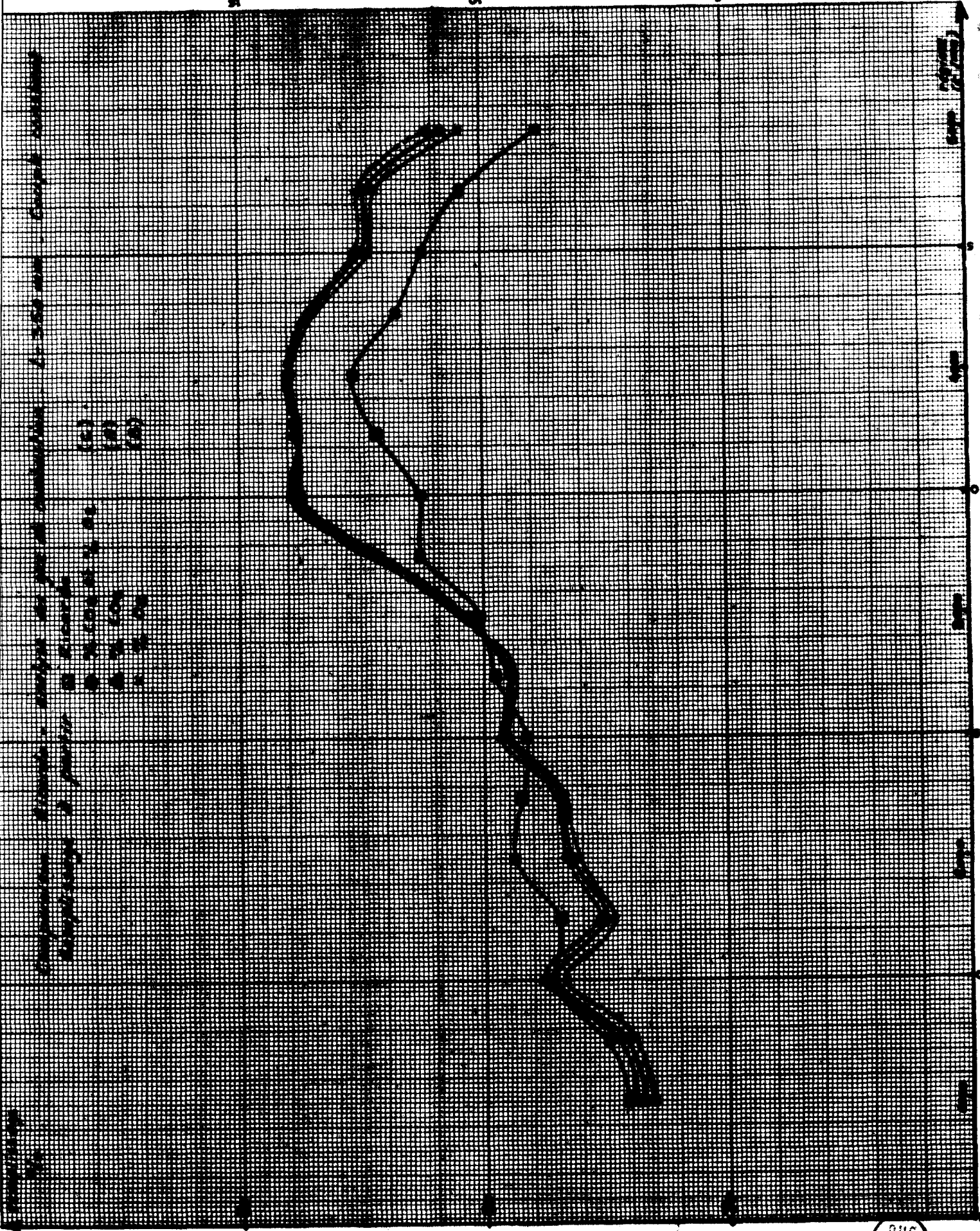
caisson 200 l + tube L = 1100 mm . Pleine charge

régime (t/min)	Press. (mmHg)	T° amb. Ricardo (°C)	T° centre Ricardo (°C)	T° caisson (°C)	C. Comb. Ricardo	DH Ricardo (Cm)	débit Ricardo (m³/h)	débit obtenu (m³/h)	débit théorique (m³/h)	recup. Ricardo (%)	charge (m. N)	masse carburant (g.)	temps consom. (s)	régime piston (tr/min)	% Fumée Hartrige	% CO ₂	% CO	% O ₂	recup. (CO ₂) (%)	recup. (O ₂) (%)	recup. (CO ₂ +O ₂) (%)
1000	748	21	19,5	20,8	2,15	3,75	8,07	8,11	11,04	73,5	64,0	50	92,4	1540	47	10,50	0,0450	6,60	77,9	77,1	77,6
1250	-	21	19,5	20,6	-	4,67	10,06	10,10	13,80	73,2	68,5	50	70,3	1466	37	10,80	0,0350	6,00	79,6	77,9	79,0
1500	-	22	20	21,2	-	5,90	12,69	12,74	16,56	76,9	77,5	100	108,2	2703	28	11,25	0,0375	5,40	83,3	81,5	82,7
1750	-	22	20	21,6	-	7,15	15,37	15,45	19,32	80,0	79,1	100	92,1	2687	22	11,05	0,0375	5,65	81,3	83,4	84,7
2000	-	22	19,5	21,6	-	8,70	18,73	18,83	22,08	85,3	80,8	100	78,6	2620	22	10,70	0,02375	6,30	90,8	89,1	89,8
2250	-	22	19,5	20,1	-	9,75	20,99	21,03	24,84	84,7	84,0	100	66,6	2499	22	11,05	0,0275	5,65	91,3	89,2	90,6
2500	-	22	20	21,2	-	11,07	23,80	23,90	27,60	86,6	86,1	150	86,9	3222	23	11,15	0,0200	5,50	94,0	91,8	93,3
2750	-	22,5	20	21,2	-	11,47	24,66	24,76	30,36	81,6	87,5	150	78,0	3562	20	12,175	0,0375	4,20	87,9	86,5	87,5
3000	-	22,5	20	21,4	-	12,60	27,09	27,22	33,12	82,8	87,5	150	71,0	3552	17	12,175	0,0375	4,30	88,2	87,3	87,9
3250	-	22,5	20,5	23,9	-	13,75	29,52	29,86	35,88	83,2	86,4	150	67,5	3648	15	12,175	0,0375	4,30	86,6	85,7	86,3
3500	-	22,5	20,5	22,5	-	14,45	31,03	31,51	38,64	81,6	83,7	150	62,9	3673	11	12,175	0,0425	4,30	86,4	85,4	86,1
3750	-	22,5	19,5	24,7	-	13,97	30,08	30,61	41,40	73,9	81,5	200	78,7	4221	16	13,20	0,1500	2,60	79,5	77,5	78,9
4000	-	22,5	19	23,7	-	13,37	28,83	29,29	44,16	66,3	80,8	200	71,9	4796	35	13,90	> 0,4	0,80	77,5	72,6	76,0
4250	-	22,5	19	22,6	-	13,80	29,75	30,12	46,92	64,2	79,4	200	67,3	4773	40	13,90	> 0,4	0,50	77,6	71,7	75,8
4500	-	22,5	19	21,9	-	14,95	32,23	32,55	49,68	65,5	78,0	200	63,6	4771	36	13,975	> 0,4	0,60	77,0	71,9	75,5
4750	-	22,5	19	21,4	-	16,27	35,08	35,37	52,44	67,7	78,0	250	74,5	5901	37	13,80	> 0,4	1,00	78,6	73,9	77,2
5000	-	22,5	19	21,2	-	17,67	38,10	38,39	55,20	69,6	75,6	250	71,5	5952	24	13,60	> 0,4	1,70	79,0	75,7	78,0



Composantes Riccardi - analyse des yeux de moustiques - 12-1950 aux Petites-Allées
 Riccardi
 1. 6.00 et 7.00 (C)
 2. 7.00 (A)
 3. 7.00 (B)

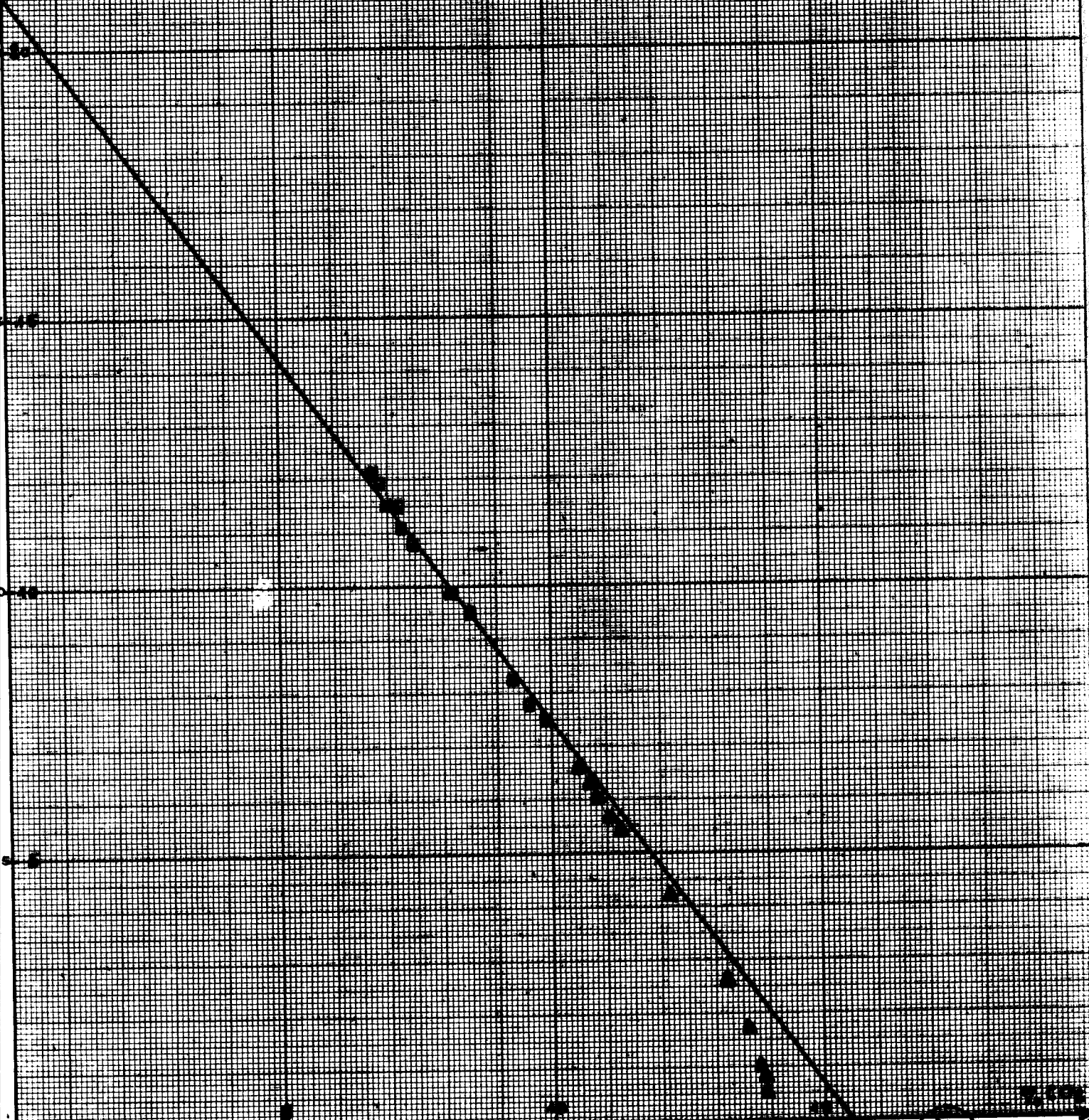




BNS
LILLE

Graph of results

2.500000 ... 1.000000 ... 2.500000
2.500000 ... 1.000000 ... plus charge



Dans le cas de l'essai n° 1, les différentes méthodes donnent des valeurs très voisines du coefficient de remplissage à tous les régimes (courbe 1 - 3) Pour l'essai n° 2, l'analyse des gaz de combustion conduit à des valeurs du coefficient de remplissage supérieures à celles obtenues par mesure directe du débit aspiré à l'aide du débitmètre Ricardo (courbe 1-5), les écarts devenant importants entre 3 500 et 5 000 t/mn. A ces régimes le remplissage est faible, la combustion devient mauvaise avec une forte émission d'oxyde de carbone (supérieure à 0,2 %) et un dégagement important de fumées (tableau 1 - 4). Il semble logique d'obtenir des résultats par excès à partir de l'analyse des gaz d'échappement car nous avons négligé les imbrûlés dans nos calculs. La concordance entre les différents résultats de l'essai n° 3 (courbe 1 - 6) reste correcte à tous les régimes.

La méthode de détermination du coefficient de remplissage à partir de l'analyse des gaz d'échappement ne peut donc s'appliquer sous la forme exposée précédemment que si le pourcentage d'oxyde de carbone reste faible (inférieure à 0,1 % par exemple). Cette condition est respectée si le pourcentage d'oxygène dans les gaz de combustion est assez grand (3 % environ) et les trois méthodes proposées donnent alors des résultats très voisins.

1.3.3. - Conclusion : choix de la méthode utilisée dans la suite des essais

Les courbes tracées montrent que les valeurs du coefficient de remplissage obtenues à partir des pourcentages de CO_2 et O_2 pour un combustible de composition inconnue (méthode C) sont comprises entre celles déterminées pour un combustible de composition connue $\text{CH}_{1,80}$ à partir du pourcentage de CO_2 (méthode A) ou du pourcentage d'oxygène (méthode B).

Dans la suite de l'étude nous avons tracé toutes les courbes de remplissage à partir des valeurs calculées par la méthode C.

Nous avons déterminé le coefficient de remplissage d'un cylindre isolé (circuits d'aspiration et d'échappement isolés de ceux des autres cylindres) en nous limitant à une mesure globale de consommation de gas-oil ce qui peut éventuellement conduire à une erreur si le débit n'est pas également réparti entre les quatre injecteurs (si ces derniers ne sont pas exactement identiques).

1.4. - APPLICATION A L'ETUDE EXPERIMENTALE DE L'INFLUENCE DE LA LONGUEUR DE LA PIPE D'ADMISSION SUR LE COEFFICIENT DE REMPLISSAGE D'UN MOTEUR DIESEL

1.4.1. - Cas d'un monocylindre sans filtre à air

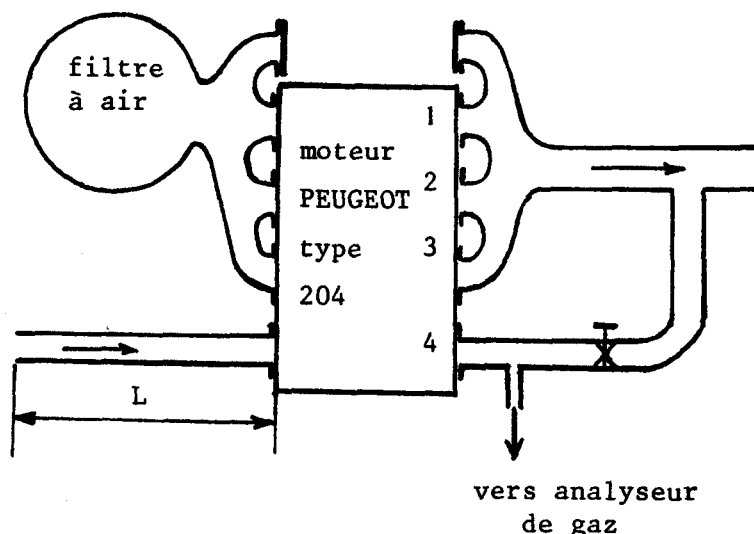


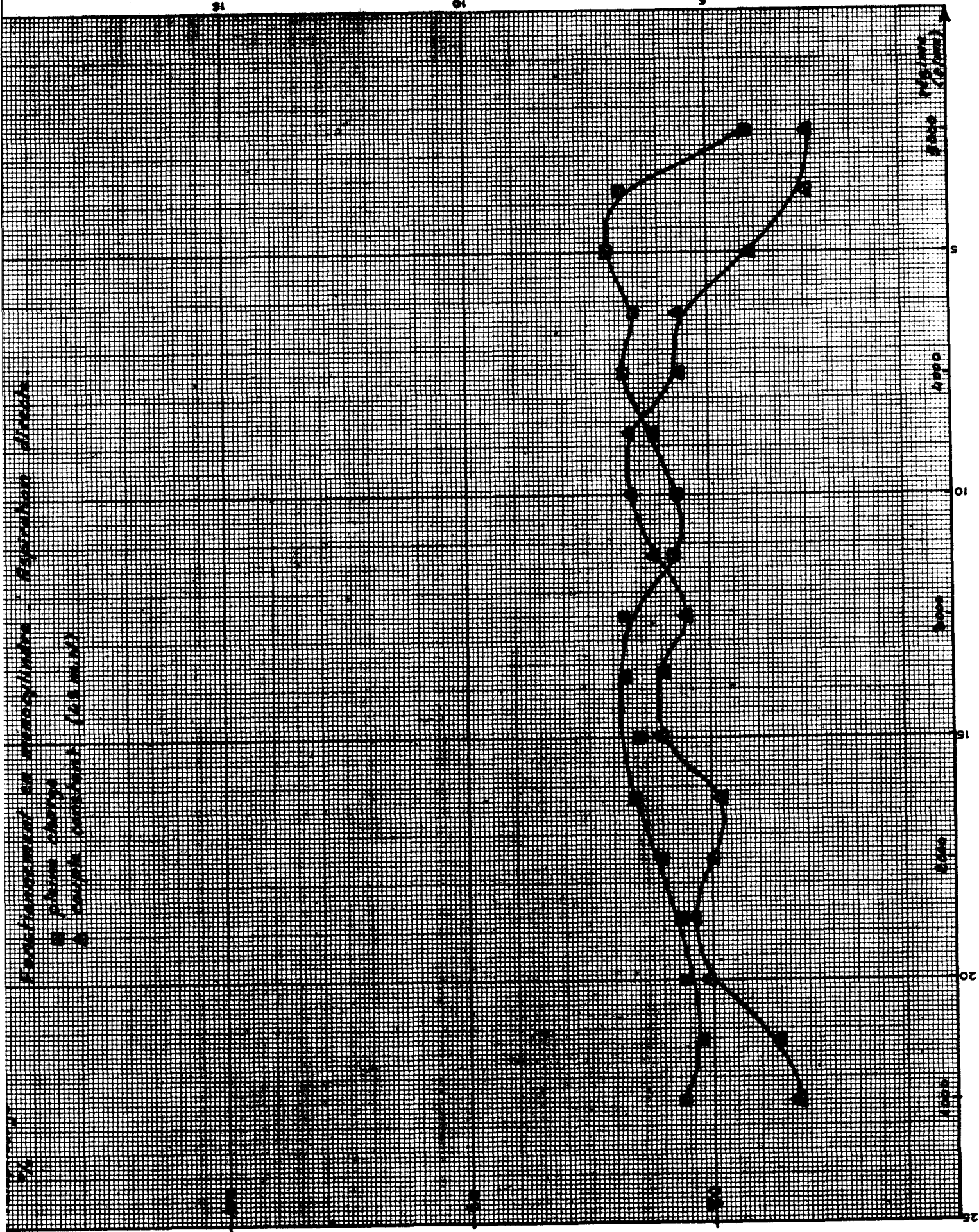
Fig. 1-5 : Schéma de l'installation d'essai (fonctionnement en monocylindre)

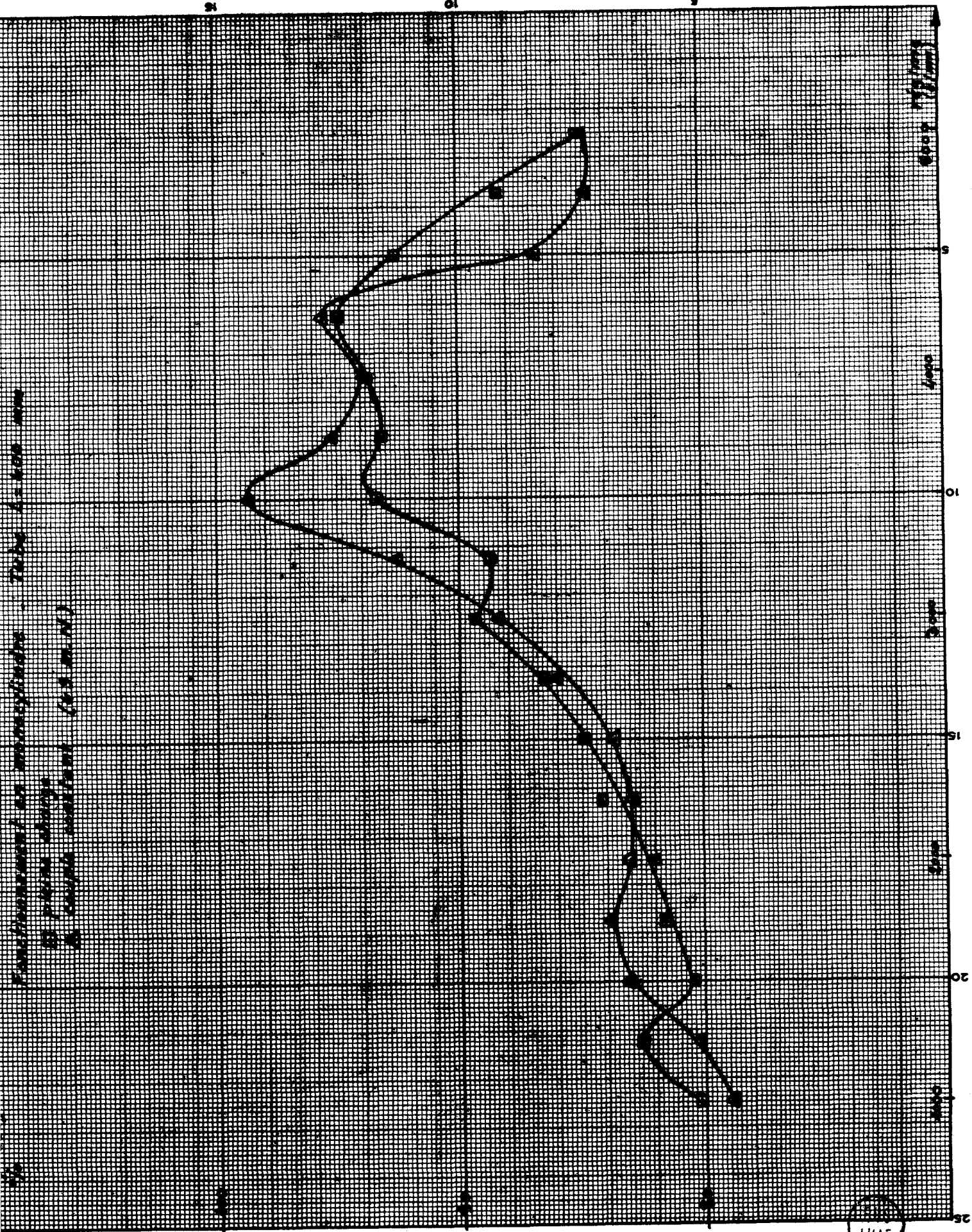
Dans cet essai nous avons isolé un cylindre en décalant les pipes d'admission et de refoulement, les ouvertures de ces pipes laissées libres étant bouchées (figure 1.5.). Nous avons étudié la variation du coefficient de remplissage du cylindre n° 4 en fonction du régime du moteur (1 000 à 5 000 t/mn) en maintenant le couple sur l'arbre constant (49 m.N) ou à pleine charge, le circuit d'aspiration du cylindre n° 4 étant constitué du conduit de section constante de longueur $L = 0$ (aspiration directe), 400, 600 et 1 000 mm (courbes 1 - 8 à 1 - 11).

Nous observons que les courbes obtenues à couple constant (49 mN) ou à pleine charge sont assez voisines les unes des autres. La charge appliquée au moteur semble donc avoir assez peu d'influence sur le remplissage. Les variations du coefficient de remplissage avec le régime ne deviennent importantes que pour des conduites d'aspiration assez longues (longueur supérieure à 400 mm) et dans les cas extrêmes les valeurs de ce coefficient peuvent passer de moins de 70 % à plus de 100 % (courbe 1.11). Ce fait peut s'expliquer, en particulier, par l'augmentation de l'inertie de la colonne d'air contenue dans la conduite d'aspiration avec la longueur de cette dernière.

Les vitesses de rotation pour lesquelles le coefficient de remplissage présente un maximum sont d'autant plus basses que la conduite d'aspiration est plus longue. Ceci laisse prévoir que ces vitesses sont liées à la coïncidence entre les fréquences propres de vibration de la masse d'air contenue dans le circuit d'aspiration et un harmonique du débit instantané imposé par les lois du mouvement du piston et d'ouverture des soupapes.

1. *Experiments on magnetron* - *Resonance circuit*
 2. *Phase shift*
 3. *Output current (A/m)*

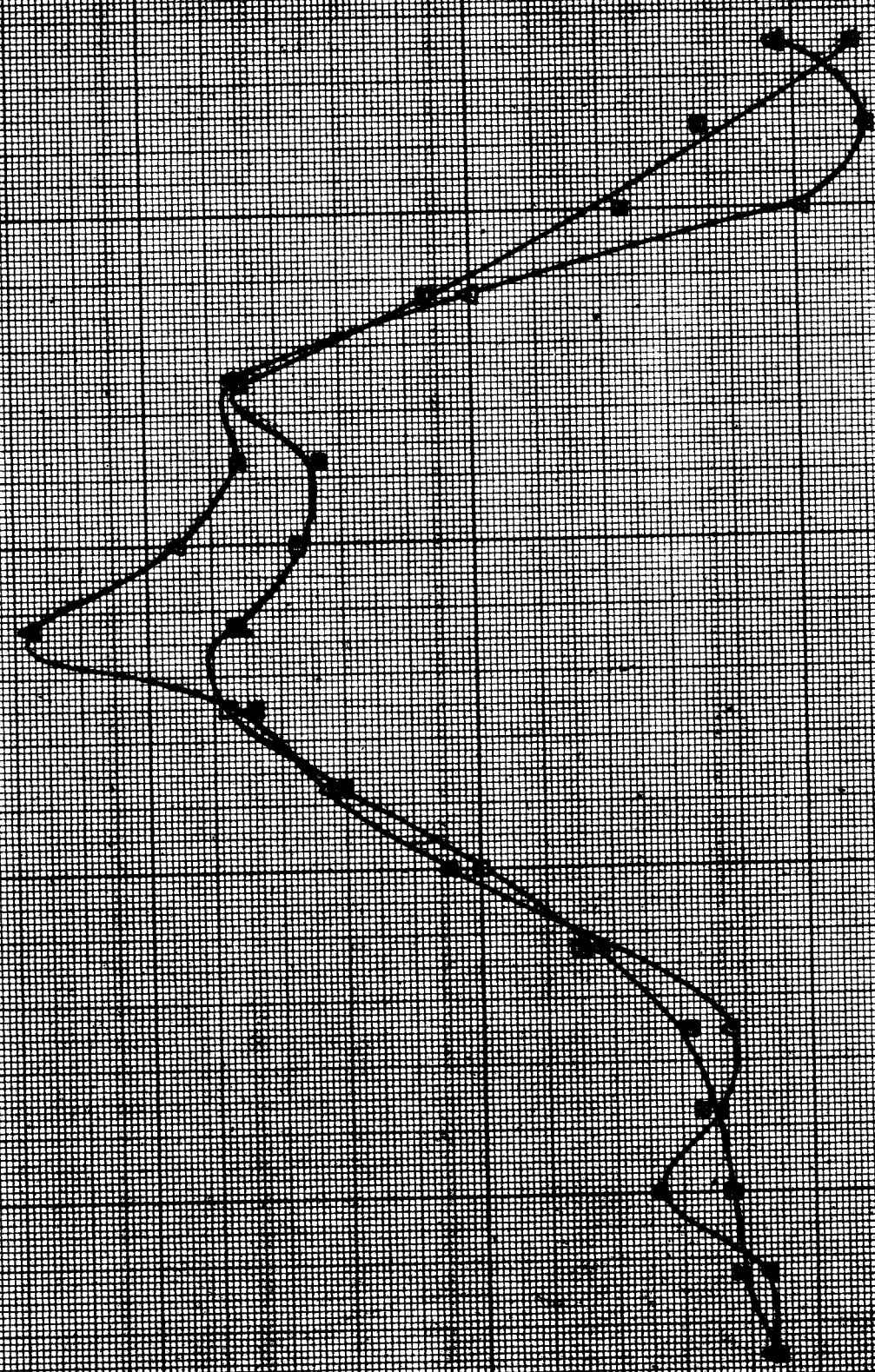




Contourment of mangroves
 Pine trees
 Lagoon system (1950-1960)

LILLE

100000
1964
Fundamentals of navigation - Table 1-10a
Plotting
Sample solution (100 miles)

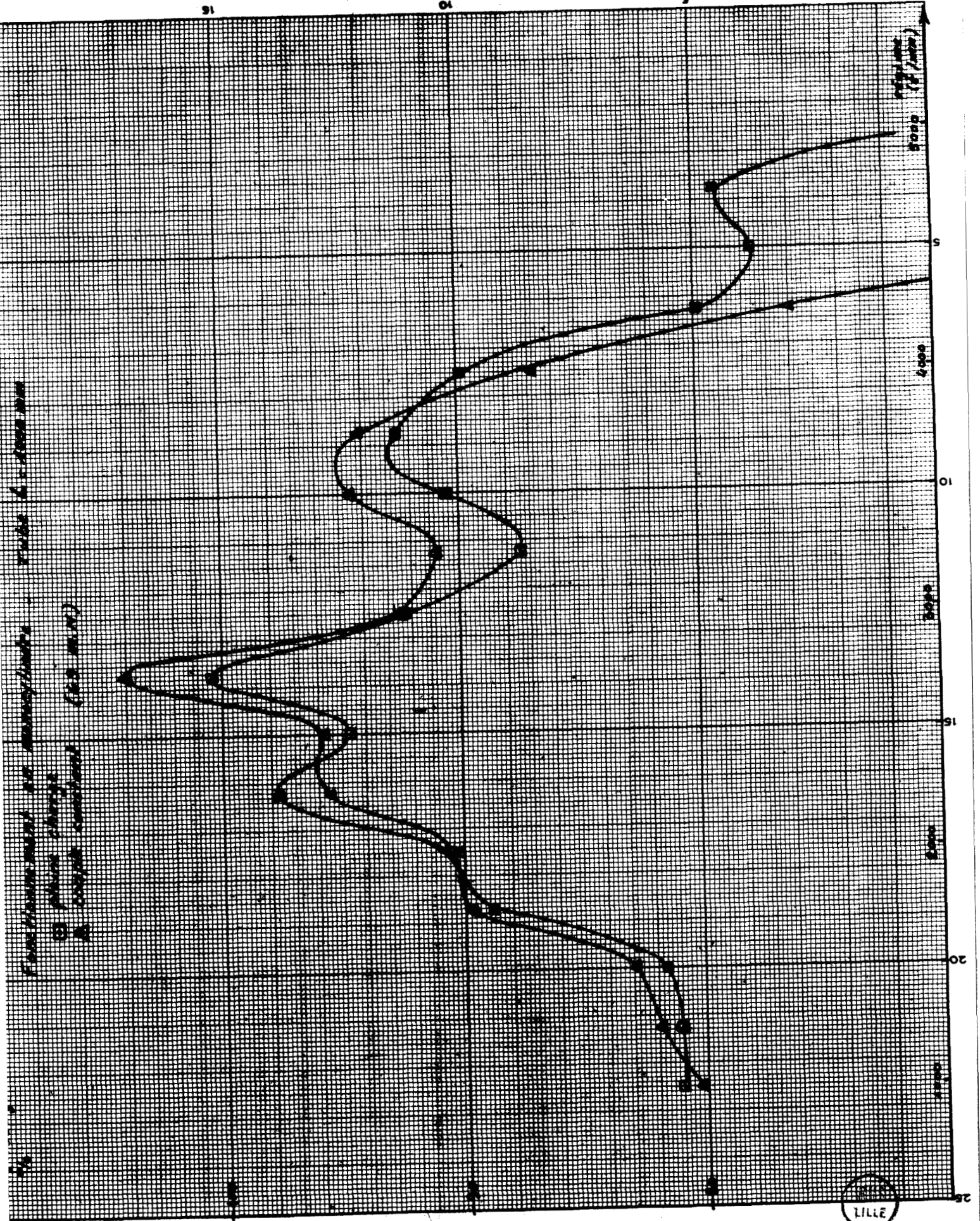


LILLE

91

04

5



Hand-drawn graph showing two curves plotted against a vertical axis labeled "Scale (1/1000)". The horizontal axis has numerical markers (15, 20, 25). The curves show a series of peaks and troughs, with the upper curve having a prominent peak around the horizontal value of 15.5 and the lower curve having a peak around 16.5. The curves converge towards the right side of the graph.

2711

1.4.2. - Cas d'un cylindre avec couplage par le filtre à air des quatre cylindres

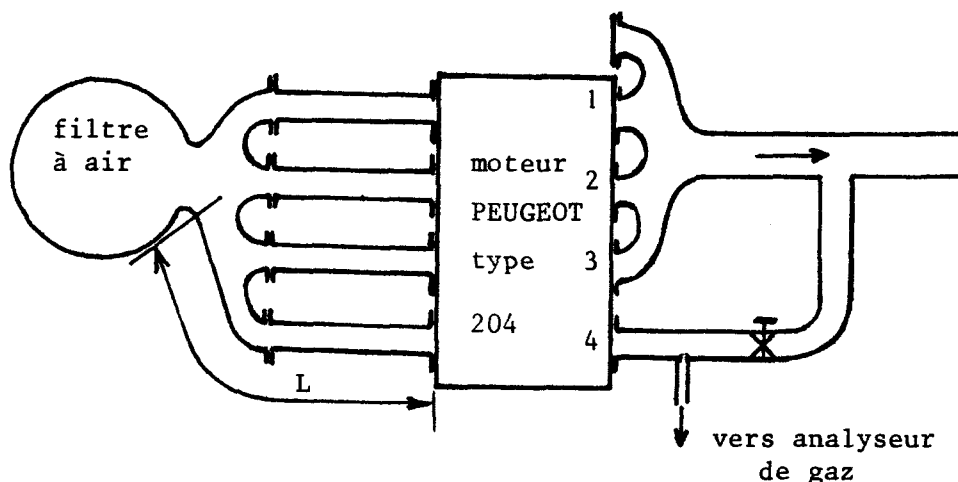


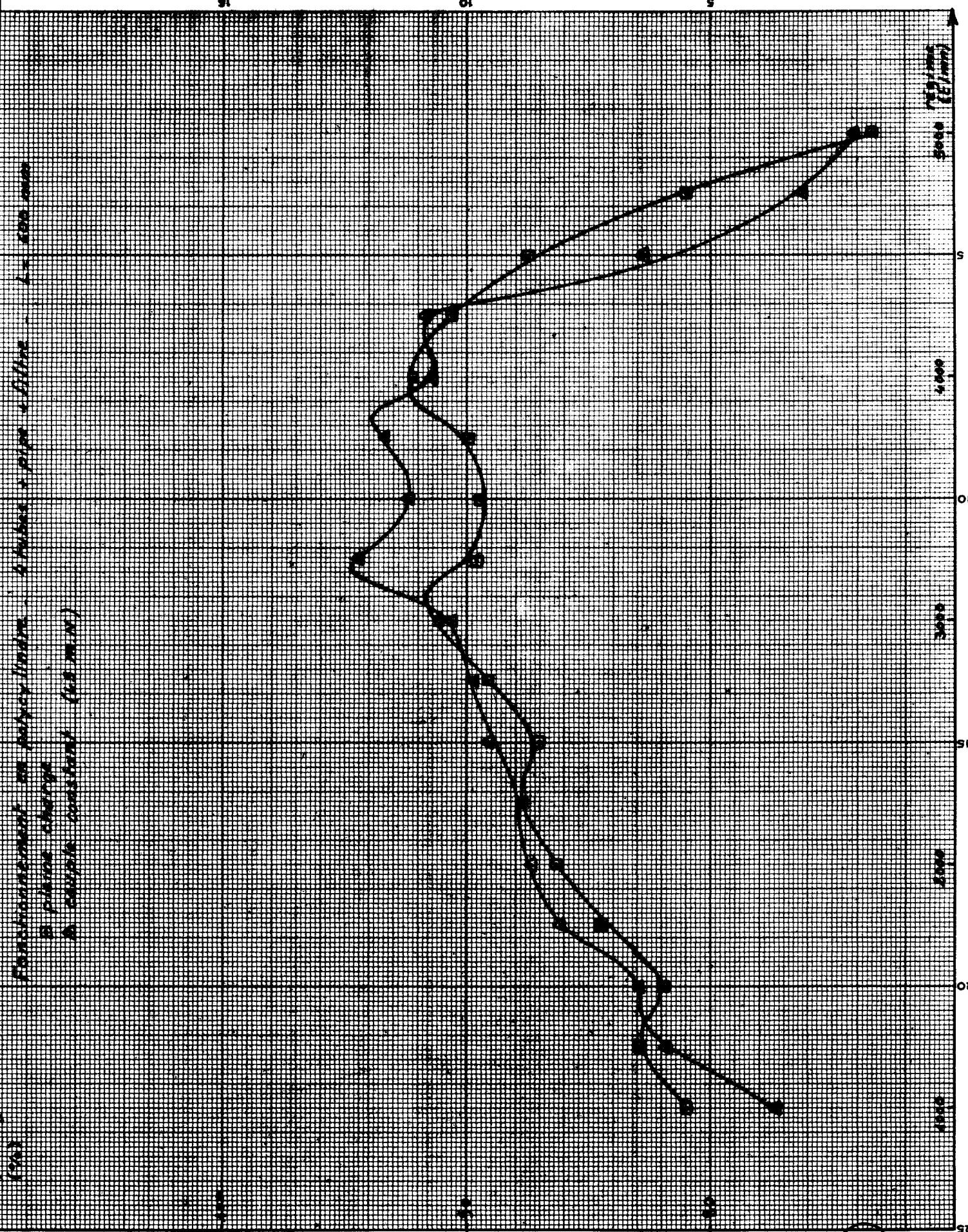
Fig. 1 - 6 : Schéma de l'installation d'essai
(4 cylindres couplés)

Dans cet essai, les conduites d'aspiration des quatre cylindres sont reliées, par l'intermédiaire de la pipe d'admission de série, au filtre à air (figure 1.6.). Nous avons décalé la pipe d'échappement de façon à isoler le cylindre n° 4 et bouché l'entrée de cette pipe laissée libre. Nous avons étudié les variations du coefficient de remplissage en fonction du régime du moteur (1 000 à 5 000 t/mn) à couple constant (49 m.N) ou à pleine charge pour plusieurs valeurs des longueurs de la conduite d'aspiration $L = 600$ et $1\ 000$ mm (courbes 1.12 et 1.13) L'allure des courbes obtenues ressemble à celle correspondant au fonctionnement en monocylindre ce qui semble montrer, pour le moteur étudié, une influence faible d'un cylindre sur l'autre. Notons toutefois une atténuation des variations du coefficient de remplissage.

1.4.3. - Conclusions

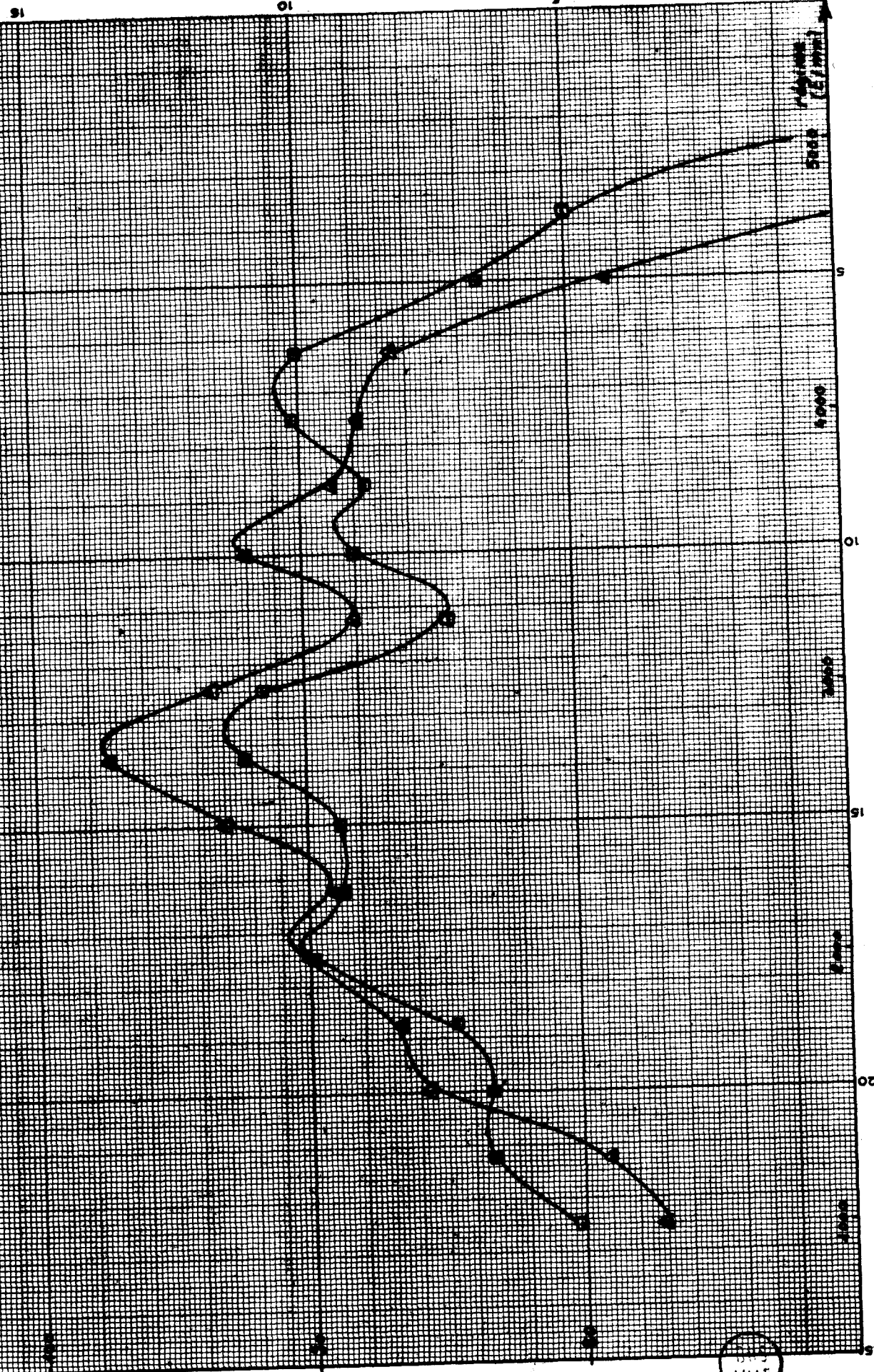
Nous avons déjà noté (paragraphe 1.4.1) que les variations du coefficient de remplissage avec le régime moteur ne deviennent importantes que pour des longueurs assez grandes de la conduite d'admission (400 mm environ) Nous avons tracé sur un même graphique (courbe 1.14) les variations du coefficient de remplissage dans le cas d'un moteur fonctionnant en monocylindre avec aspiration directe ou muni d'une conduite d'aspiration de section constante et de longueur $L = 600$ mm. A 3 200 t/mn les coefficients de remplissage obtenus avec les deux configurations sont nettement différents (environ 83 % dans le cas de l'aspiration directe et 100 % avec le circuit d'aspiration de longueur $L = 600$ mm) alors qu'à 5 000 t/mn ces coefficients de remplissage sont du même ordre pour les deux configurations (80 % environ). Pour les deux régimes précédents nous avons tracé les courbes de consommation spécifique, température d'échappement et de fumées (% Hartridge - voir annexe 1) en fonction de la charge.

Encumbrance of polyethylene - tubes + pipe + filter - L = 2000 mm
 ① pipe charge
 ② couple constant (100 m.m.)

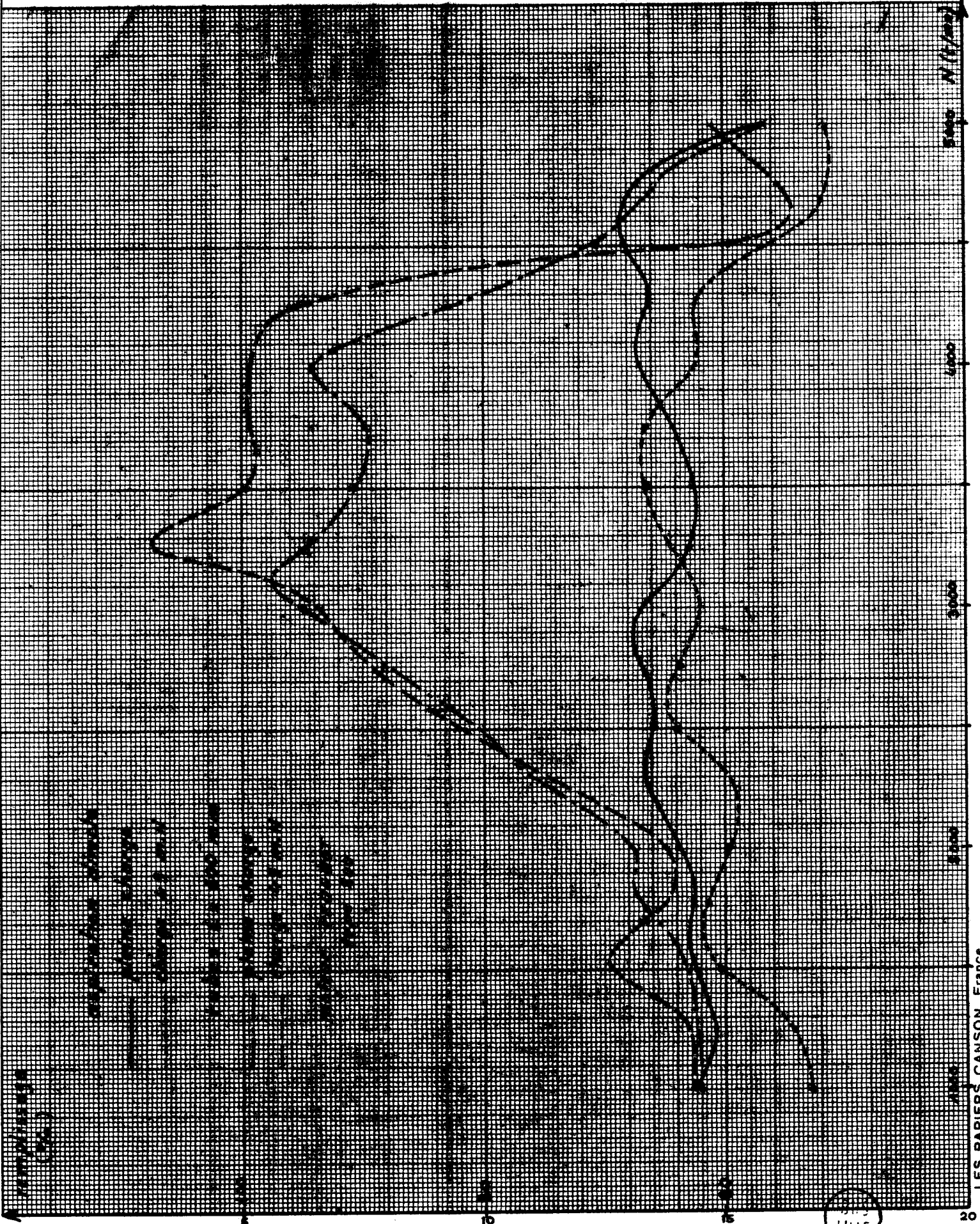


BUS LILLE

(10) *Conditionnement en polyéthylène - Alutina - pipe - Filtrax - L-1000-000*
 • phase change
 • sample constant (100 mg)



LILLE



1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20

Page No. 1-14

6000

3000

3000

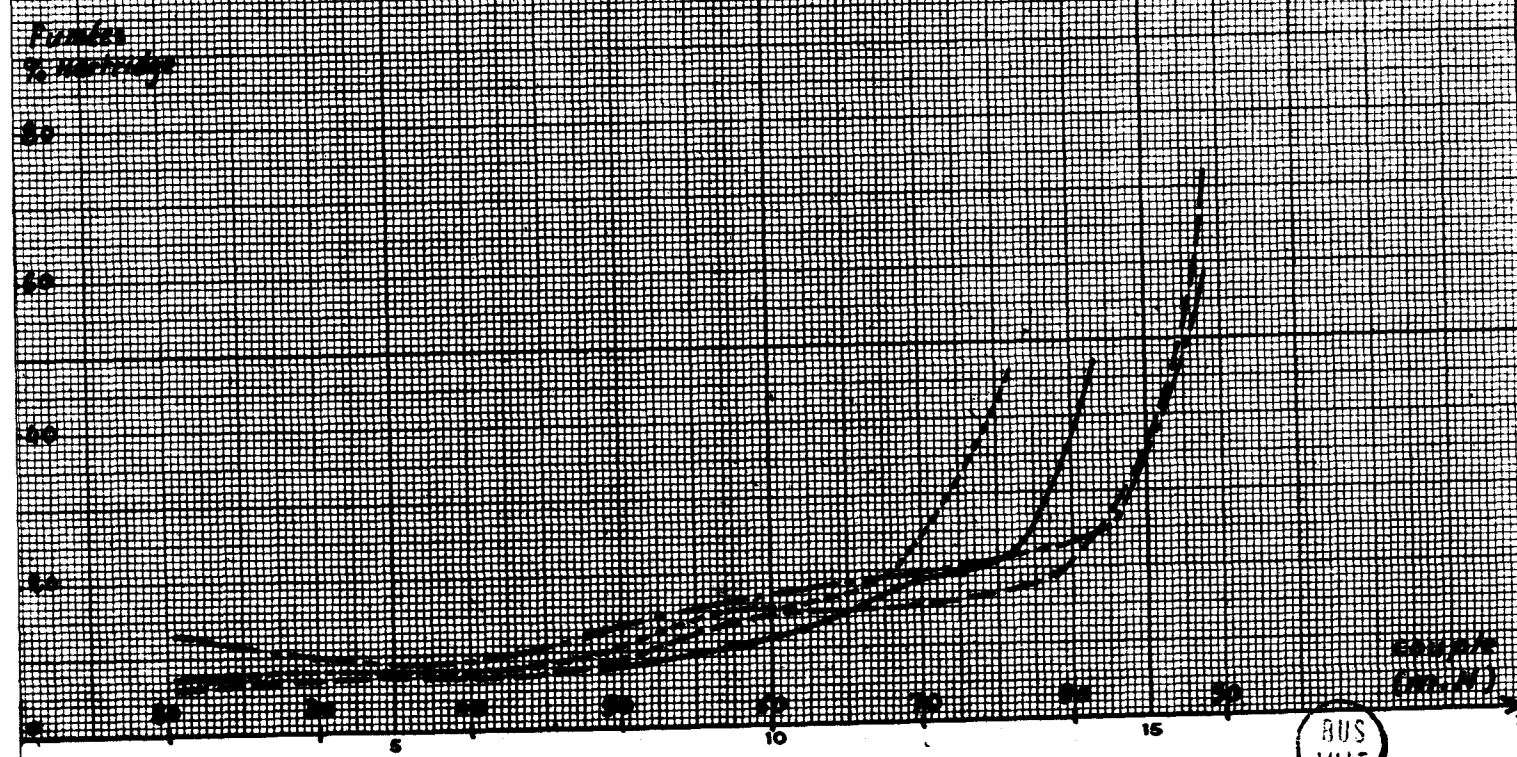
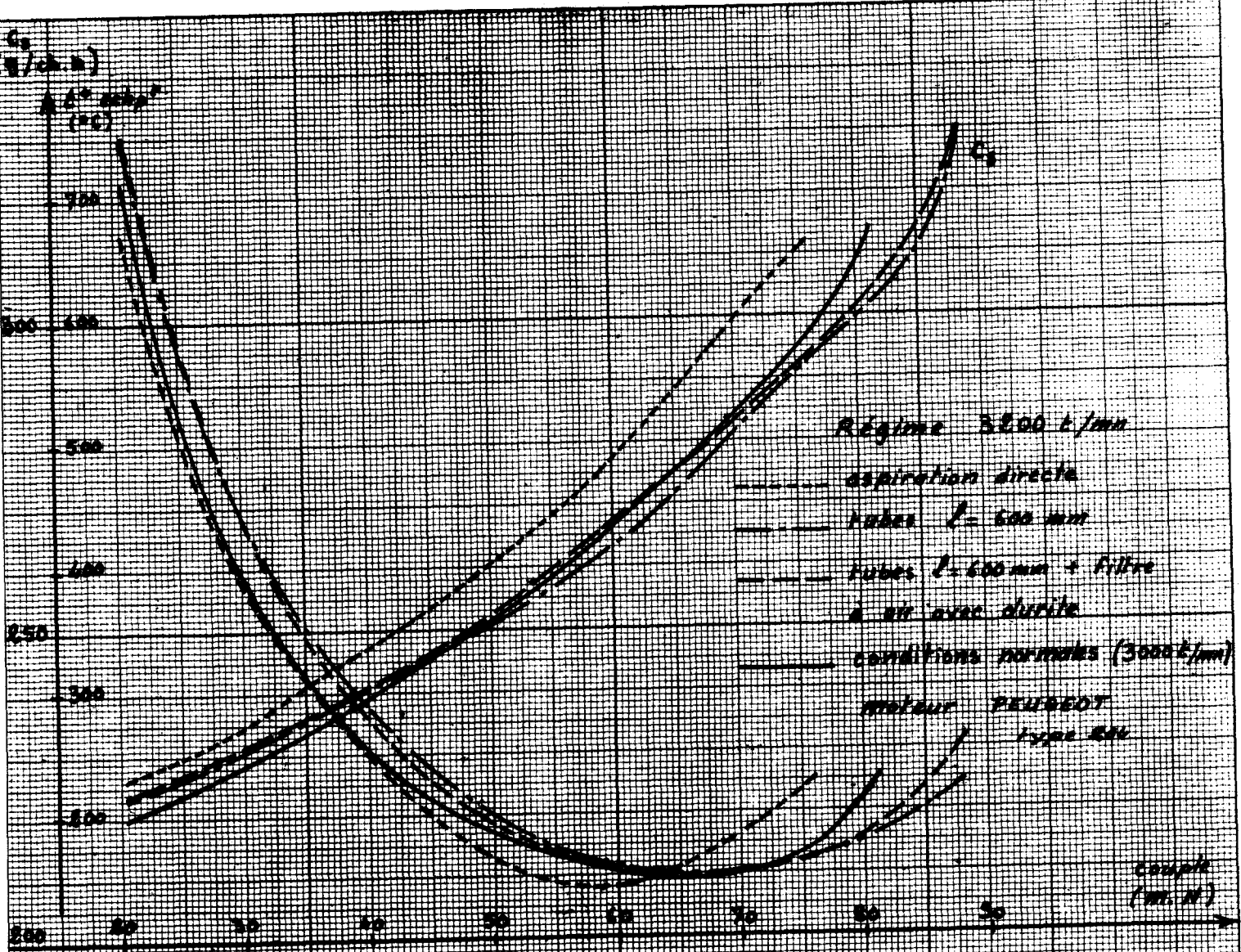
3000

LES BAPIERS CANSON FRANCE

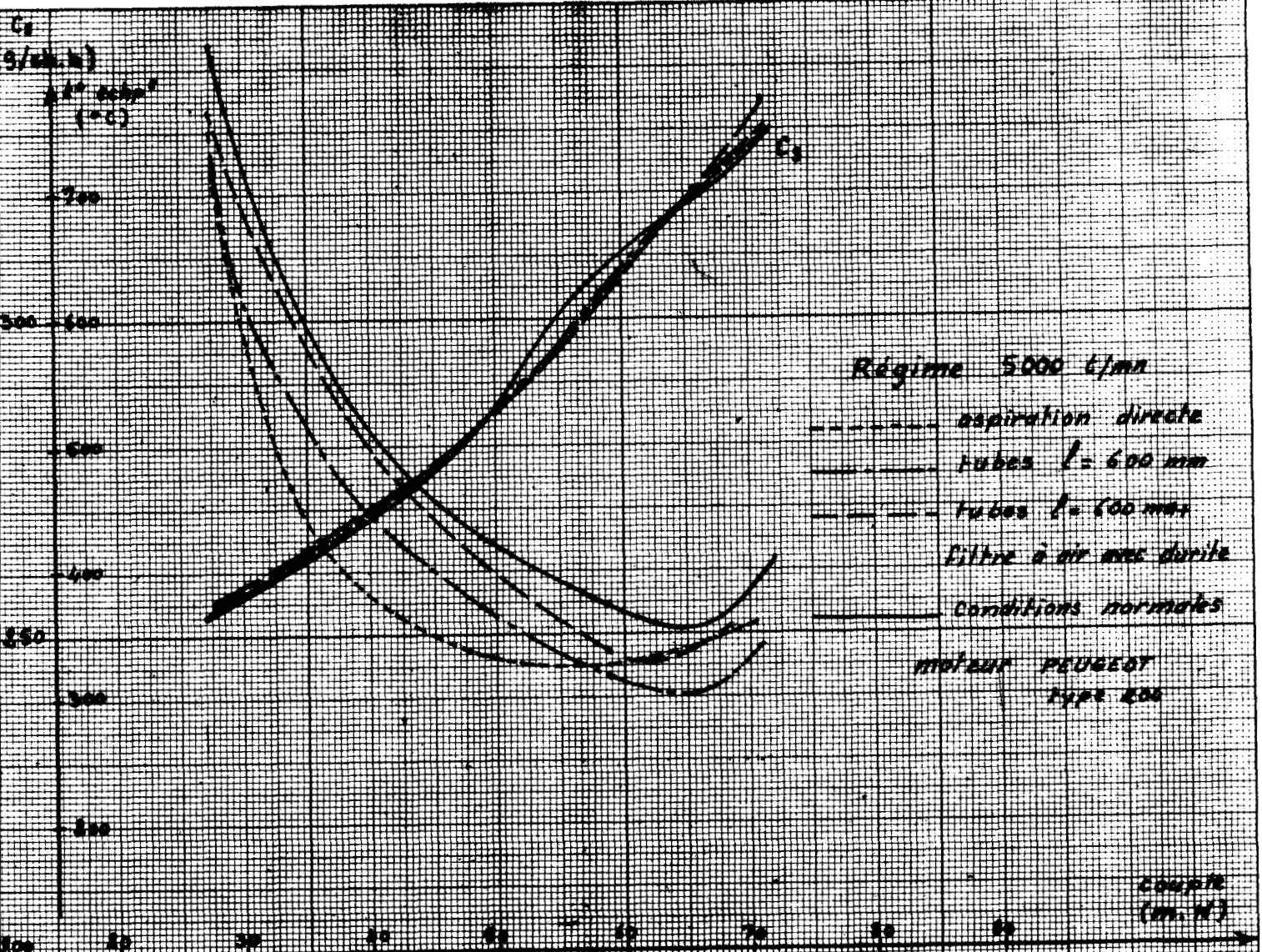
LILLE

A 3 200 t/mn, l'augmentation de consommation spécifique vers les fortes charges (courbe 1.15), pour le moteur fonctionnant avec aspiration directe (remplissage 83 %) est plus rapide que celle du moteur muni de la conduite d'aspiration (remplissage 100 %). L'amélioration du remplissage conduit à une température d'échappement plus basse correspondant à la diminution du travail massique fourni par l'air avec l'augmentation de la masse d'air évoluant dans le cylindre. L'amélioration du remplissage recule le coude de la courbe de fumée et permet d'atteindre un couple maximal plus élevé.

A 5000 t/mn (courbe 1.16) les courbes de température d'échappement et de fumée sont très voisines pour les deux configurations. Pour les deux régimes étudiés, nous avons relevé une consommation spécifique à faible charge moins élevée pour le moteur fonctionnant avec aspiration directe. En résumé, un bon remplissage permet d'améliorer les caractéristiques de fonctionnement d'un moteur en reculant les limites de ses possibilités sous forte charge.



BUS LILLE



BUS LILLE

CHAPITRE II

INFLUENCE DE LA PRESSION INSTANTANEE AU VOISINAGE

DE LA SOUPAPE D'ADMISSION SUR LE DEBIT MASSE

D'AIR ASPIRE

Nous nous proposons d'étudier, dans ce chapitre, l'influence des pulsations de pression, qui peuvent se développer dans le circuit d'aspiration, sur le débit masse d'air aspiré et donc sur le coefficient de remplissage. Nous montrerons, en particulier, qu'il peut être intéressant de décaler la fermeture de la soupape d'admission par rapport au passage du piston au point mort intérieur pour améliorer le remplissage du moteur.

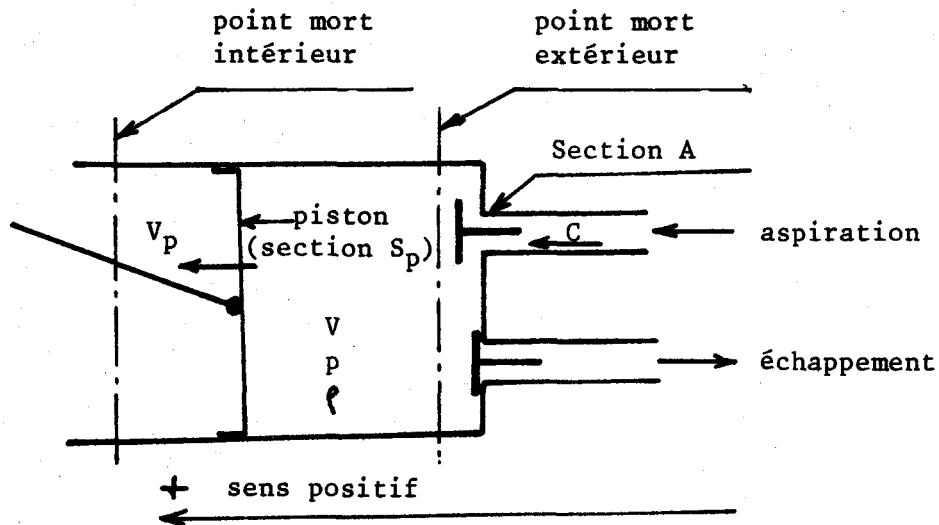
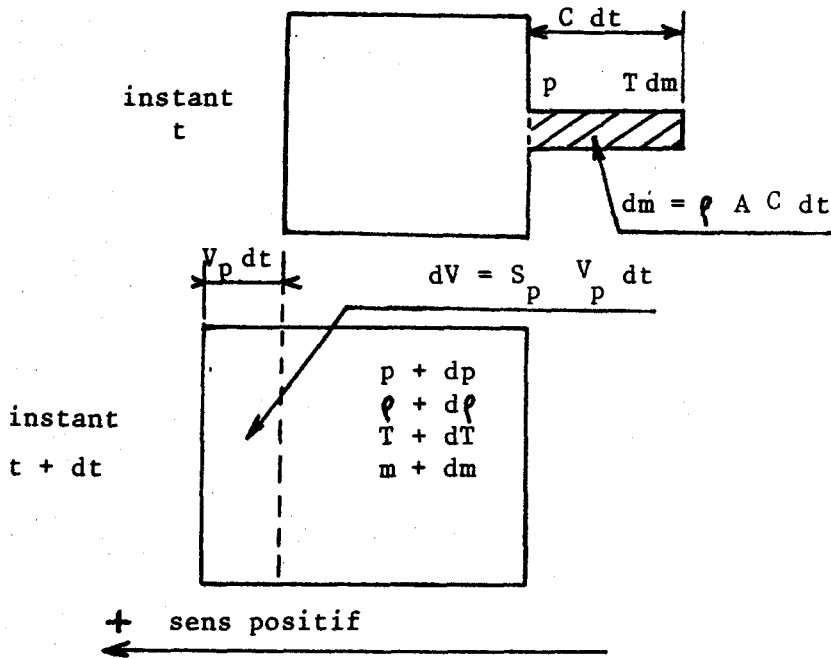
2.1. - NOTATIONS - HYPOTHESES

Fig. 2-1

Nous étudions le transvasement de l'air depuis la conduite d'aspiration de section A vers le cylindre de volume V à l'instant t . Nous supposons qu'à chaque instant, la pression p et la masse volumique ρ de l'air contenu dans le cylindre sont uniformes et d'après l'équation d'état de l'air il en est de même de la température T . S_p , v_p représentent respectivement la section et la vitesse du piston et C la vitesse de l'air dans la conduite d'aspiration de section A au voisinage de la soupape d'admission. Les soupapes étant dessinées de façon à provoquer une perte de charge aussi faible que possible, nous négligeons cette perte de charge. Remarquons que cette hypothèse n'est pas vérifiée au début de l'ouverture ou à la fin de fermeture de la soupape lorsque la section de passage est très réduite. A ces instants le débit étant faible l'erreur commise aura peu d'influence sur les résultats obtenus. Si de plus nous négligeons l'énergie cinétique de l'air au voisinage de la soupape d'admission et dans le cylindre, nous pouvons admettre que la pression à l'entrée du circuit d'aspiration (côté soupape) est égale à la pression dans le cylindre. Nous négligeons encore les quantités de chaleur échangées par l'air contenu dans le cylindre et le circuit d'aspiration avec l'extérieur (transformation adiabatique) et le travail des forces de pesanteur au cours des diverses évolutions. Nous considérons l'air comme un gaz parfait de constante massique r .

2.2. - ETUDE THEORIQUE DU TRANSVASEMENT DE L'AIR DANS UN CYLINDRE



Nous isolons la masse m d'air contenue à l'instant t dans le cylindre et la masse dm contenue dans la conduite d'aspiration pénétrant dans le cylindre entre les instants t et $t + dt$

$$(2.1.) \quad dm = \rho \cdot A \cdot C \cdot dt$$

La masse totale du système est :

$$(2.2.) \quad M = \rho (V + A C dt)$$

$$(2.3.) \quad M = (\rho + d\rho)(V + S_p \cdot V_p \cdot dt)$$

Fig. 2-2

Nous appliquons le premier principe de la thermodynamique à la masse M d'air entre les instants t et $t + dt$ pour une évolution quasi-statique :

$$(2.4.) \quad dW_e + dQ_e = dU + dW_c$$

où dW_e et dQ_e représentent respectivement le travail et la quantité de chaleur fournis au système isolé entre t et $t + dt$, dU et dW_e les variations d'énergie interne et d'énergie cinétique. L'évolution de l'air étant supposée adiabatique ($dQ_e = 0$) et comme nous avons négligé l'énergie cinétique de l'air dans la conduite d'aspiration et le cylindre ($dW_c = 0$) la relation (2.4) se réduit à

$$(2.5) \quad dW_e = dU$$

L'air étant considéré comme un gaz parfait, l'énergie interne du système isolé à l'instant t est :

$$(2.6) \quad U_1 = M \cdot C_v \cdot T$$

où C_v représente la chaleur massique à volume constant.

Comme

$$C_v = \frac{r}{\gamma - 1}$$

γ rapport des chaleurs massiques à pression constante c_p et à volume constant C_v

$$U_1 = \frac{M r T}{\gamma - 1} = \frac{p(V + A C dt)}{\gamma - 1}$$

De même l'énergie interne U_2 du système à l'instant $t + dt$ vaut

$$(2-7) \quad U_2 = M.C_v.(T + dT)$$

$$U_2 = \frac{M.r.(T + dT)}{\gamma - 1} = \frac{(p + dp)(V + S_p.V_p dt)}{\gamma - 1}$$

Nous obtenons donc :

$$dU = U_2 - U_1 = \frac{(p + dp)(V + S_p.V_p dt) - (pV + p A C dt)}{\gamma - 1}$$

et en négligeant les termes petits du deuxième ordre devant les termes du premier ordre :

$$(2-8) \quad dU = \frac{V dp + (p S_p V_p - p A C) dt}{\gamma - 1}$$

Le travail fourni au système dW_e comporte :

- le travail fourni par l'air contenu dans le circuit d'aspiration à l'amont du système isolé : $p A C dt$
- le travail fourni par le piston : $- p S_p V_p dt$

$$(2-9) \quad dW_e = p.A.C.dt - p.S_p.V_p.dt$$

toujours en négligeant les termes petits du deuxième ordre devant les termes du premier ordre.

En reportant (2-8) et (2-9) dans (2-5)

$$p.A.C.dt - p.S_p.V_p.dt = \frac{Vdp + (p.S_p.V_p - p.A.C) dt}{\gamma - 1}$$

Après transformation, nous obtenons :

(2-10)

$$C = \frac{S_p}{A} \cdot V_p + \frac{V}{A \cdot p \cdot \gamma} \cdot \frac{dp}{dt}$$

L'expression (2-10) montre que la vitesse C de l'air à l'entrée du circuit d'aspiration est la somme d'un terme correspondant à la vitesse du piston après correction par la section de passage et d'un terme dû aux fluctuations de pression. Nous allons montrer que ce deuxième terme permet d'expliquer l'intérêt d'un retard à la fermeture de la soupape d'admission. Lorsque le piston se trouve au voisinage du point mort extérieur (début d'admission), le rapport V/A reste petit et le deuxième terme de l'expression (2-10) est négligeable. Nous obtenons alors directement la vitesse de l'air à partir de celle du piston. Par contre, quand le piston se trouve au voisinage du point mort intérieur (fin d'admission), le rapport V/A n'étant plus petit, le deuxième terme de l'expression (2-10) peut devenir important. Dans le cas d'un retard à la fermeture de la soupape d'admission, la vitesse V_p du piston devient négative. La masse d'air contenue dans le cylindre augmente encore tant que la vitesse C reste positive, c'est à dire si :

$$\frac{S_p}{A} V_p + \frac{V}{A \cdot \gamma} \frac{dp}{dt} > 0$$

(2-11)

$$\frac{V}{\gamma \cdot p} \cdot \frac{dp}{dt} > - S_p \cdot V_p$$

La loi de variation de la pression étant connue, l'équation (2-11) permet de déterminer le retard théorique optimal de la fermeture de la soupape d'admission.

En exprimant la conservation de la masse du système entre les instants t et t + dt, nous obtenons d'après (2-2) et (2-3)

$$M = \rho (V + AC dt) = (\rho + d\rho) (V + S_p \cdot V_p \cdot dt)$$

En négligeant les termes petits du deuxième ordre devant ceux du premier ordre et après transformation :

(2-12)
$$C = \frac{S_p}{A} V_p + \frac{V}{A \cdot \rho} \cdot \frac{d\rho}{dt}$$

Compte tenu des hypothèses qui ont été faites (quantité de chaleur échangée avec l'extérieur nulle et perte de charge négligeable), la loi d'évolution de l'air doit être adiabatique réversible.

En comparant les relations (2-10) et (2-12)

$$\frac{1}{\gamma \cdot p} \cdot \frac{dp}{dt} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{dt}$$

(2-13)

$$\frac{dp}{p} = \gamma \cdot \frac{d\rho}{\rho}$$

En intégrant (2-13)

$$(2-14) \quad \frac{p}{\rho^\gamma} = \text{cte}$$

On vérifie bien que, conformément aux hypothèses, que la transformation subie par l'air obéit à la loi de LAPLACE.

Nous pouvons encore exprimer le débit masse instantané

$$q_m = \frac{dm}{dt} = \rho \cdot A \cdot C$$

Compte tenu de (2-10)

$$(2-15) \quad \boxed{q_m = \rho \cdot S_p \cdot V_p + \frac{m}{\gamma \cdot p} \cdot \frac{dp}{dt}}$$

Par intégration de l'équation (2-15) sur l'ensemble de la phase d'admission, nous pouvons déterminer la masse d'air admise dans le cylindre par cycle à partir de la loi du mouvement du piston et de la loi de variation de la pression au voisinage de la soupape d'admission.

2.3. - COMPARAISON DES RESULTATS OBTENUS A PARTIR DE L'ETUDE THEORIQUE
AVEC L'EXPERIENCE

2.3.1. - Chaîne de mesure

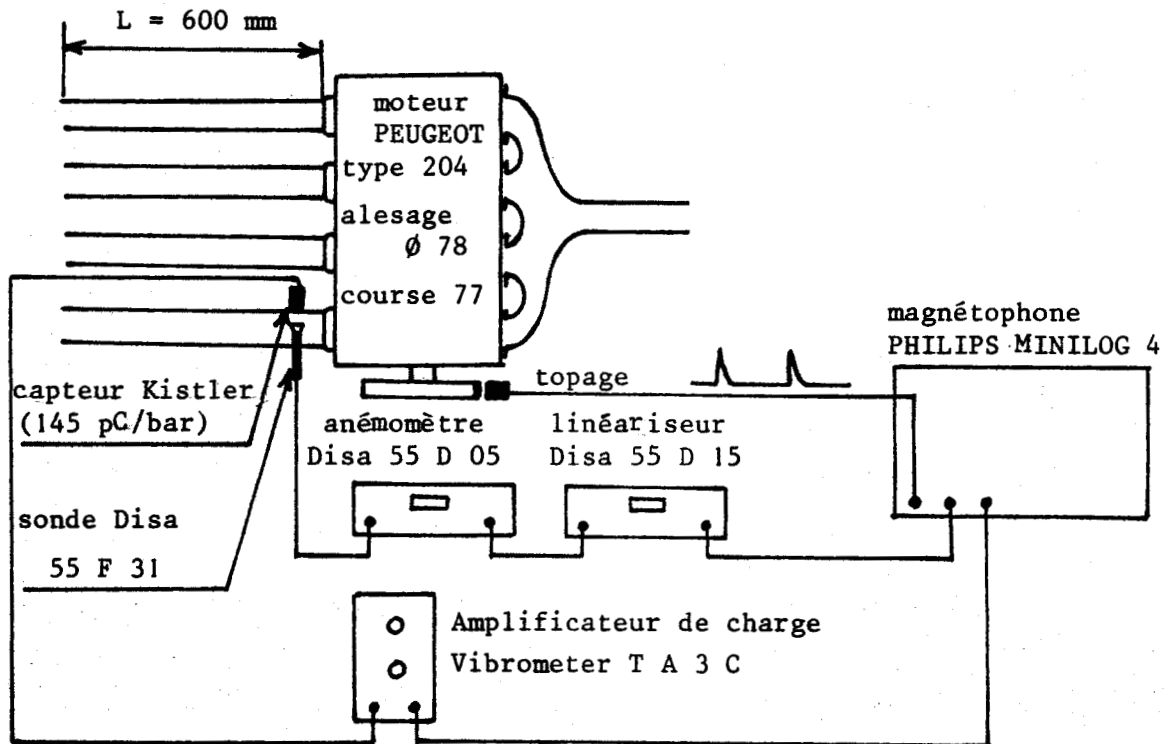
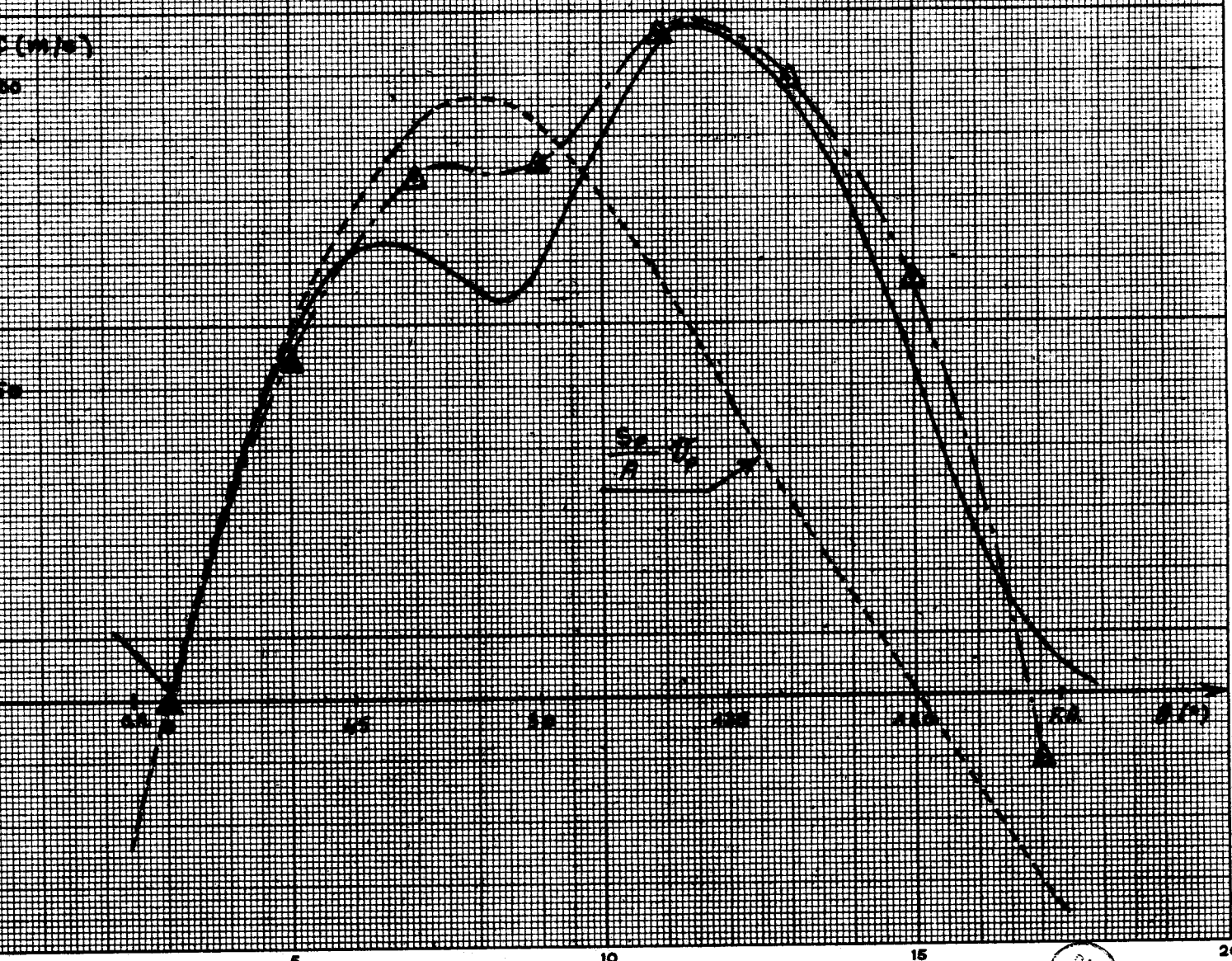
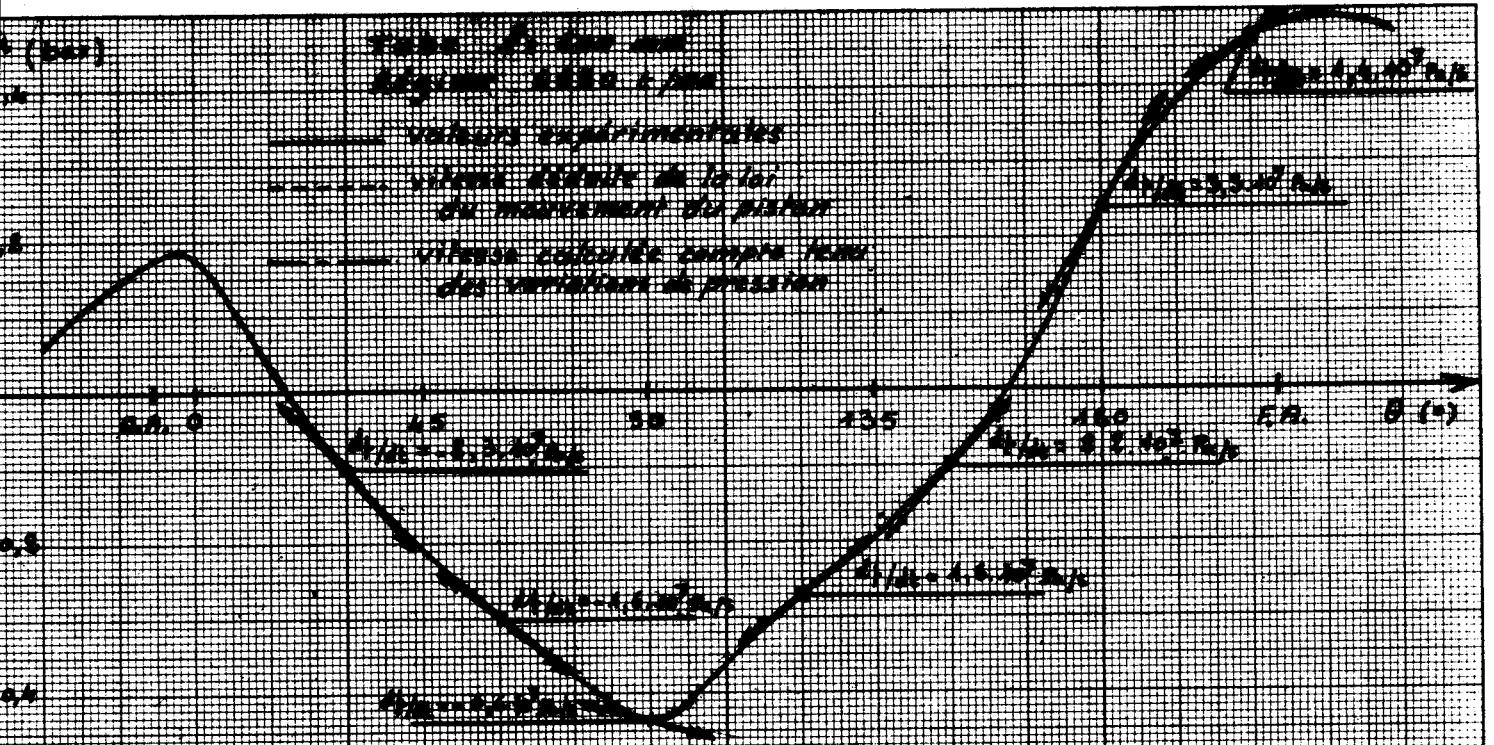


Fig. 2-3

Dans le cas d'un cylindre aspirant à travers un tube de section constante et de longueur 600 mm, nous avons relevé la pression (capteur piézoélectrique KISTLER) et la vitesse (anémomètre à fil chaud) instantanées à l'entrée de la culasse au régime de 4 950 t/mn (figure 2.3.) Nous avons disposé les capteurs le plus près possible de la soupape d'admission, dans toute la mesure permise par la configuration de la culasse.

2.3.2. - Résultats

Nous avons tracé (courbe 2.1.) la loi de vitesse obtenue à partir de la vitesse du piston (relation 3.3.) après correction par la section de passage (trait interrompu) et la loi de vitesse obtenue à partir de la relation (2-10) (trait mixte) en déterminant graphiquement la valeur de $\frac{dp}{dt}$ sur le relevé expérimental de la loi de variation de pression. Nous avons aussi tracé la loi de vitesse instantanée obtenue à l'aide de l'anémomètre à fil chaud (trait plein). θ représente l'angle de rotation du vilebrequin.



5

10

15

20

Dans le cas étudié où l'amplitude des fluctuations de pression est grande, les courbes précédentes montrent que la correction apportée par le deuxième terme de l'expression (2-10) est importante sauf au début de la phase d'aspiration et que la concordance entre les valeurs calculées de la vitesse de l'air et les valeurs relevées expérimentalement est convenable du point de vue industriel.

Les écarts entre les valeurs calculées et les valeurs relevées expérimentalement peuvent s'expliquer par :

- les hypothèses du calcul théorique posées au paragraphe 2.1. (perte de charge au passage de la soupape et énergie cinétique de l'air négligées, pression uniforme dans le cylindre, transformation adiabatique).
- la position des capteurs

Remarquons que l'écart le plus important entre les courbes théoriques et pratiques est obtenu pour des valeurs de l'angle de rotation du vilebrequin θ voisines de 90° , c'est à dire quand la vitesse est maximale et que les hypothèses faites sur la perte de charge au passage de la soupape et sur l'énergie cinétique de l'air sont les moins justifiées.

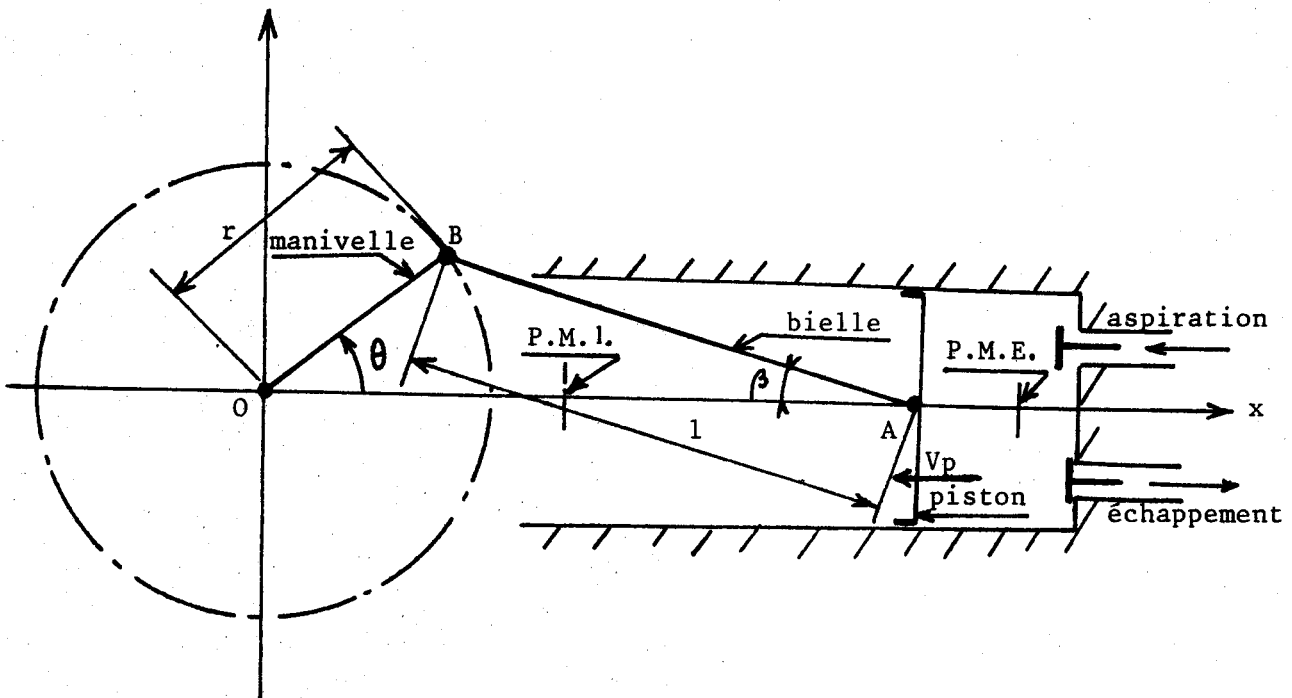
2.3.3. - Conclusion

L'expression (2-15) nous permet de calculer le débit masse instantané et donc, par intégration, le coefficient de remplissage à partir de la loi du mouvement du piston et de la loi de variation de la pression instantanée au voisinage de la soupape d'admission. Dans la suite de notre travail nous étudierons ces deux lois.

CHAPITRE III

ETUDE DE LA SOURCE DE DEBIT

Nous avons vu au chapitre précédent que la vitesse de l'air au voisinage de la soupape d'admission est la somme d'un terme correspondant à la vitesse du piston après correction par la section de passage et d'un terme dû aux fluctuations de pression . Nous étudions ici le premier terme de la vitesse et le débit volume qui en résulte. A partir de l'analyse harmonique du débit aspiré engendré par le mouvement du piston, nous étudions les influences de la géométrie du système bielle - manivelle entraînant le piston et du calage de la distribution sur ce débit. Cette analyse harmonique nous sera également utile pour le calcul des pulsations de pression au voisinage de la soupape d'admission à partir de l'étude acoustique du circuit d' aspiration.

3.1. - ETUDE DU MOUVEMENT DU PISTON

r : longueur de manivelle
 P.M.I. : point mort intérieur
 P.M.E. : point mort extérieur

l : longueur de bielle

FIGURE 3.1. - Système bielle - manivelle

L'étude classique du mouvement du piston (réf. 3.1.) permet d'établir :

$$(3.1.) \quad x = r \left(\cos \theta + \sqrt{m^2 - \sin^2 \theta} \right)$$

avec
$$m = \frac{l}{r}$$

En dérivant l'expression (3.1.) par rapport au temps, nous obtenons la vitesse instantanée V_p du piston. En supposant que la vitesse de rotation ω du moteur est constante, nous obtenons

$$V_p = - \frac{dx}{dt} = - \frac{dx}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$V_p = - \omega \cdot \frac{dx}{d\theta}$$



$$(3.3) \quad v_p = \omega \cdot r \cdot \sin \theta \cdot \left(1 + \frac{\cos \theta}{\sqrt{m^2 - \sin^2 \theta}} \right)$$

Le débit engendré par le mouvement du piston est donc :

$$q_{ve} = S_p \cdot v_p$$

où S_p représente la surface du piston.

$$q_{ve} = S_p \cdot \omega \cdot r \cdot \sin \theta \cdot \left(1 + \frac{\cos \theta}{\sqrt{m^2 - \sin^2 \theta}} \right)$$

En appelant débit réduit instantané la quantité sans dimension :

$$(3-4) \quad q_{vred} = \frac{q_{ve}}{S_p \cdot \omega \cdot r}$$

$$(3-5) \quad q_{vred} = \sin \theta \cdot \left(1 + \frac{\cos \theta}{\sqrt{m^2 - \sin^2 \theta}} \right)$$

Si le rapport m de la longueur de bielle et du rayon de manivelle est grand devant l'unité la relation (3-5) se réduit à :

$$(3-6) \quad q_{vred} = \sin \theta$$

Nous précisons dans la suite de l'étude à partir de quelle valeur de m l'équation (3-5) peut se réduire à (3-6). Remarquons que l'utilisation de la formule (3-6) revient à négliger l'obliquité de la bielle.

3.2. - ETUDE DU DEBIT ENGENDRE INSTANTANE

3.2.1. - Expression du débit instantané

Nous étudions le débit engendré par le mouvement du piston au voisinage de la soupape d'admission. Rappelons que pour un moteur à 4 temps, un cycle correspond à une rotation de deux tours de vilebrequin. Dans le cas du moteur étudié il existe, en fin d'échappement et au début de l'aspiration, une phase dite de "croisement des soupapes" au cours de laquelle les soupapes d'aspiration et d'échappement sont ouvertes simultanément de façon à assurer un "balayage" des gaz brûlés contenus dans le cylindre. Au cours de cette phase le piston se trouve au voisinage du point mort haut et sa vitesse, et donc le débit engendré, restent faibles. Nous négligerons l'influence du croisement des soupapes sur la loi de débit. D'autre part nous avons vu (paragraphe 2.2.) l'intérêt éventuel d'un retard de la fermeture de la soupape d'admission. $\Delta\theta_o$ représentant l'avance à l'ouverture de la soupape et $\Delta\theta_f$ le retard à la fermeture de la soupape d'admission, le débit engendré au voisinage de cette soupape est donné par les relations (figure 3.2)

(3.7)	$-\Delta\theta_o < \theta < \pi + \Delta\theta_f$ $\pi + \Delta\theta_f < \theta < 4\pi - \Delta\theta_o$	$q_{vred} = \sin\theta \cdot \left[1 + \frac{\cos\theta}{\sqrt{m^2 - \sin^2\theta}} \right]$ $q_{vred} = 0$
-------	---	--

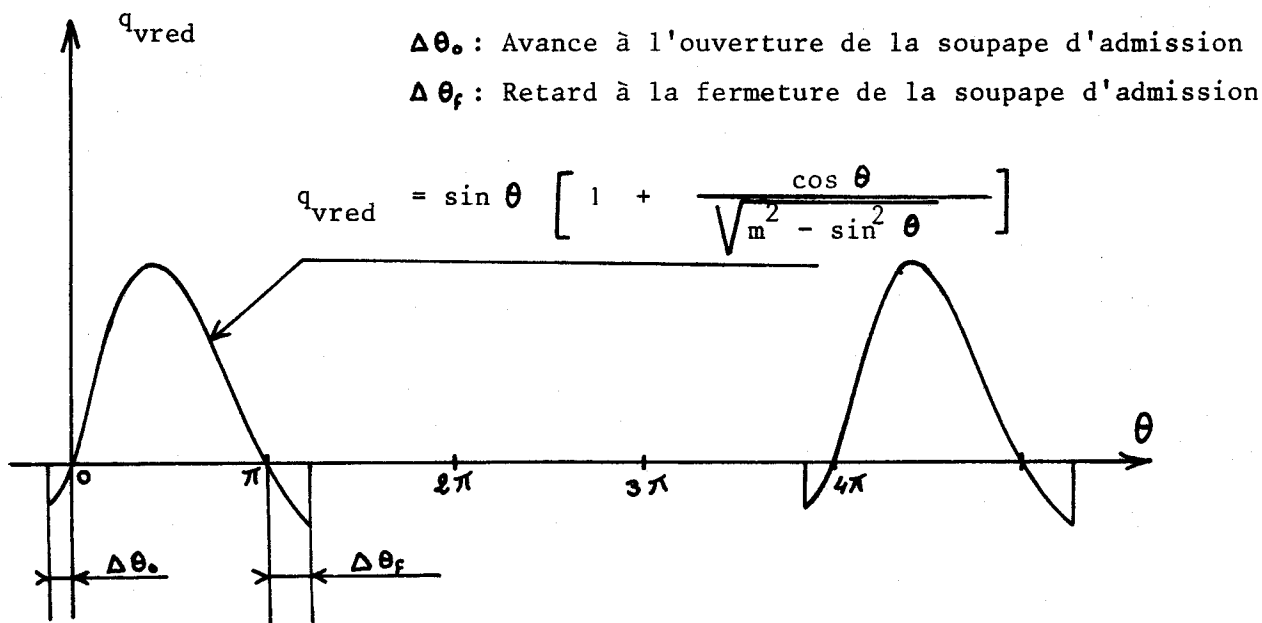


FIG. 3.2. - Débit engendré aspiré

Dans le cas du moteur PEUGEOT, type 204, sur lequel nous avons effectué les mesures de remplissage, le calage de la distribution est le suivant :

$$\Delta\theta_o = 8^\circ$$

$$\Delta\theta_f = 40^\circ$$

La phase de croisement des soupapes correspond à une rotation de 20° du vilebrequin.

Le débit engendré aspiré est une fonction périodique de période 4π (rotation de 2 tours du vilebrequin) et nous pouvons développer cette fonction en série de Fourier de la forme :

$$(3.8.) \quad q_{vred} = q_{vred\text{ moy}} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cdot \cos \left(n \cdot \frac{\theta}{2} + \varphi_n \right)$$

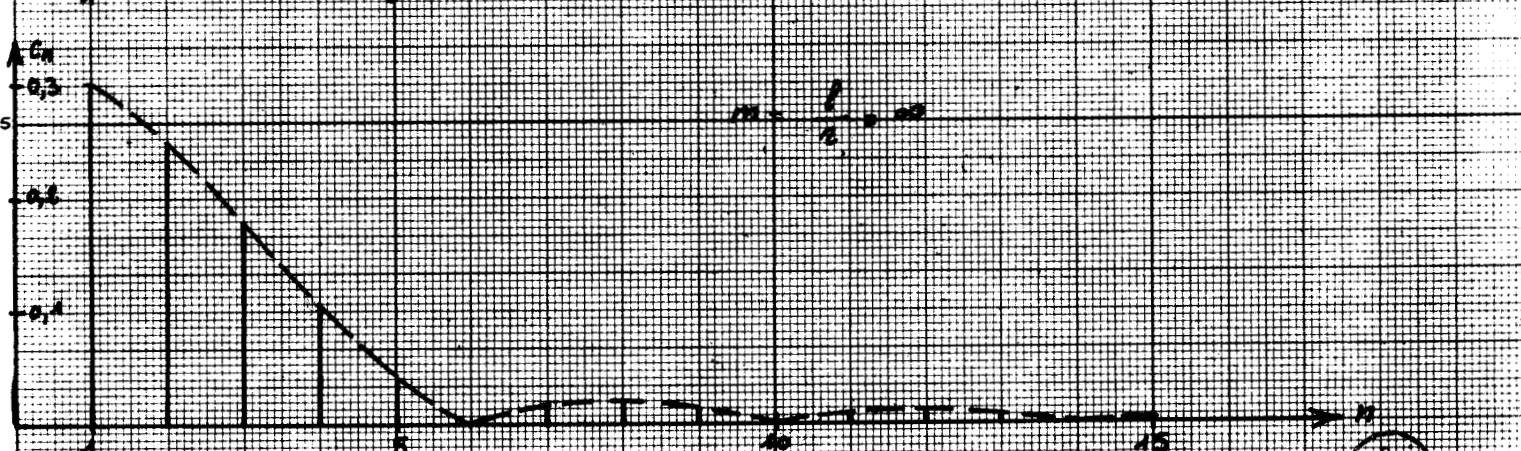
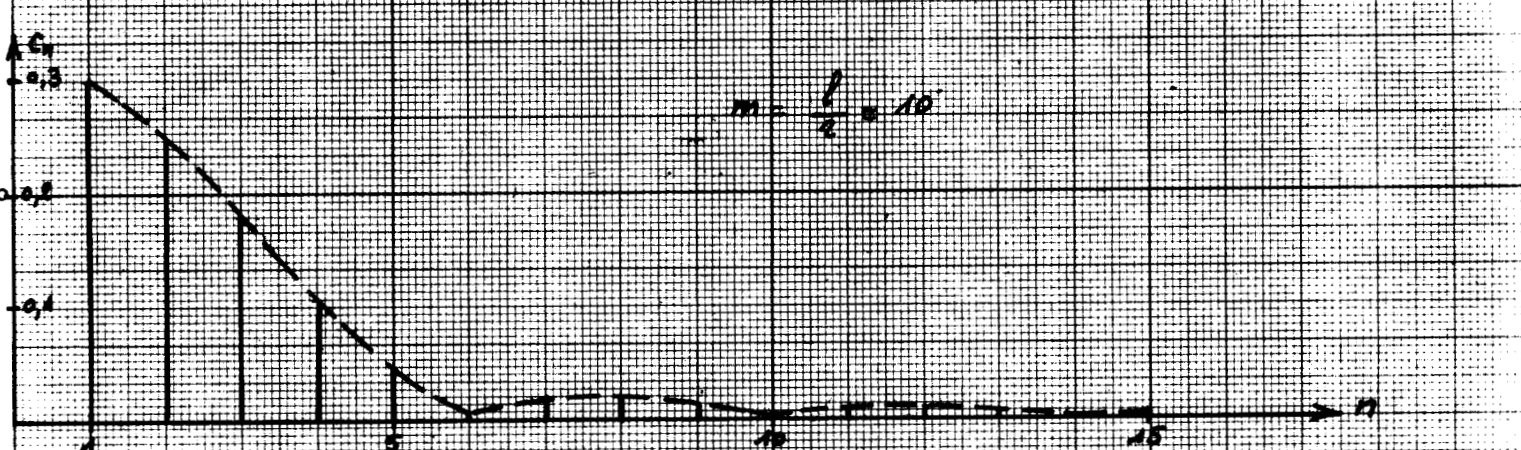
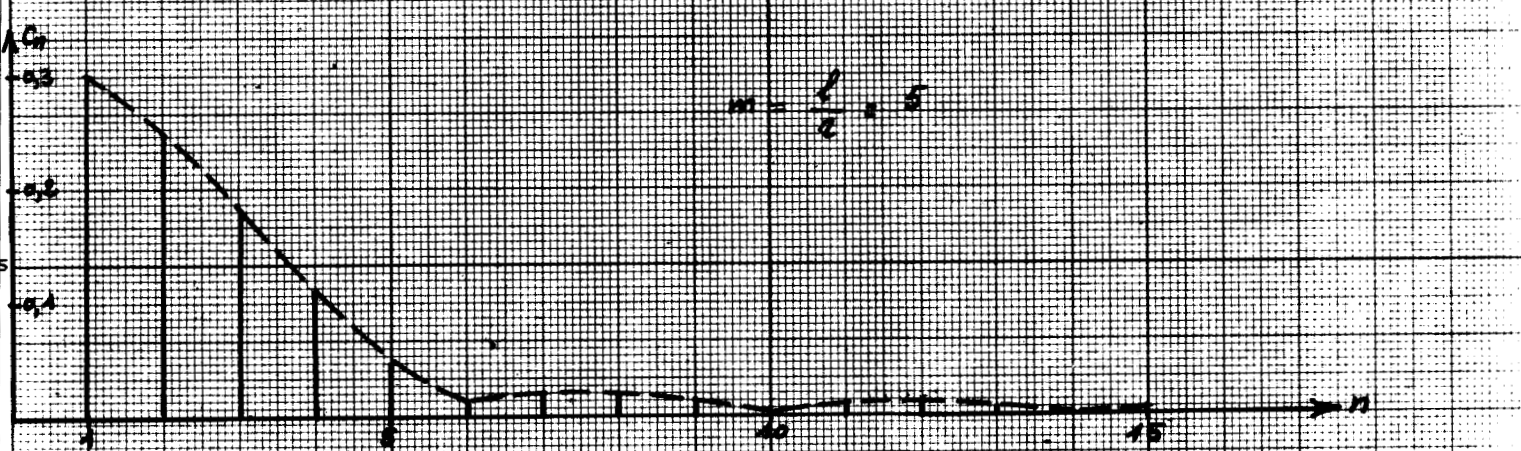
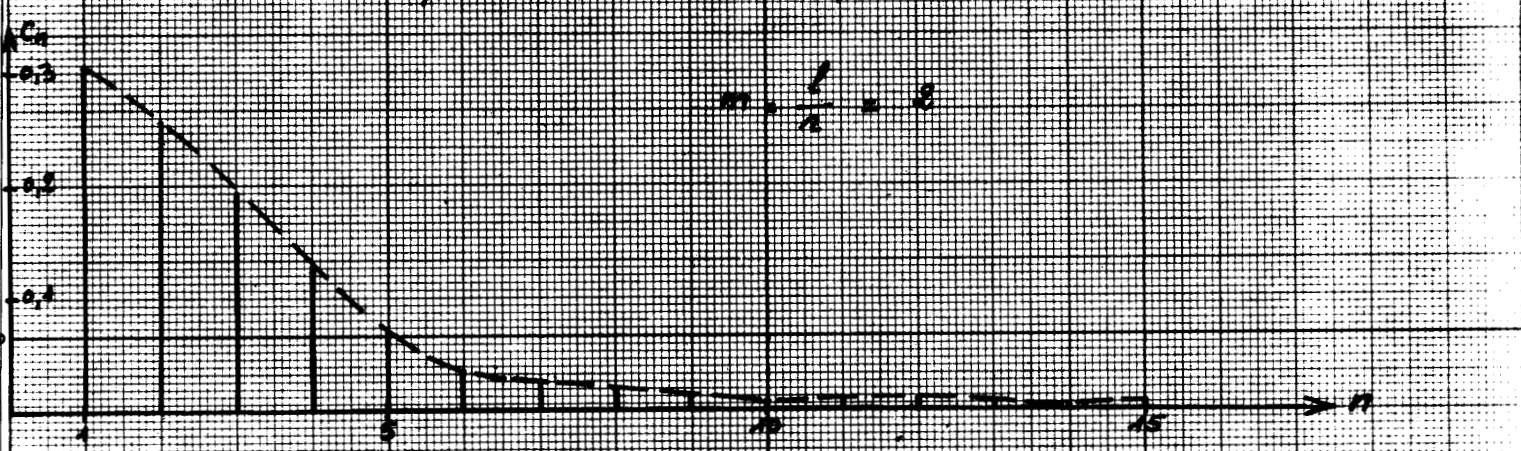
Remarquons que sous cette forme, l'harmonique 1 correspond à une rotation de 2 tours du vilebrequin. Le calcul analytique des coefficients C_n et des déphasages φ_n n'étant pas simple nous avons choisi de déterminer numériquement ces valeurs sur ordinateur (annexe A.1). A partir des développements en série de Fourier, nous étudions ensuite l'influence de la longueur de bielle et du calage de la distribution sur le débit réduit aspiré.

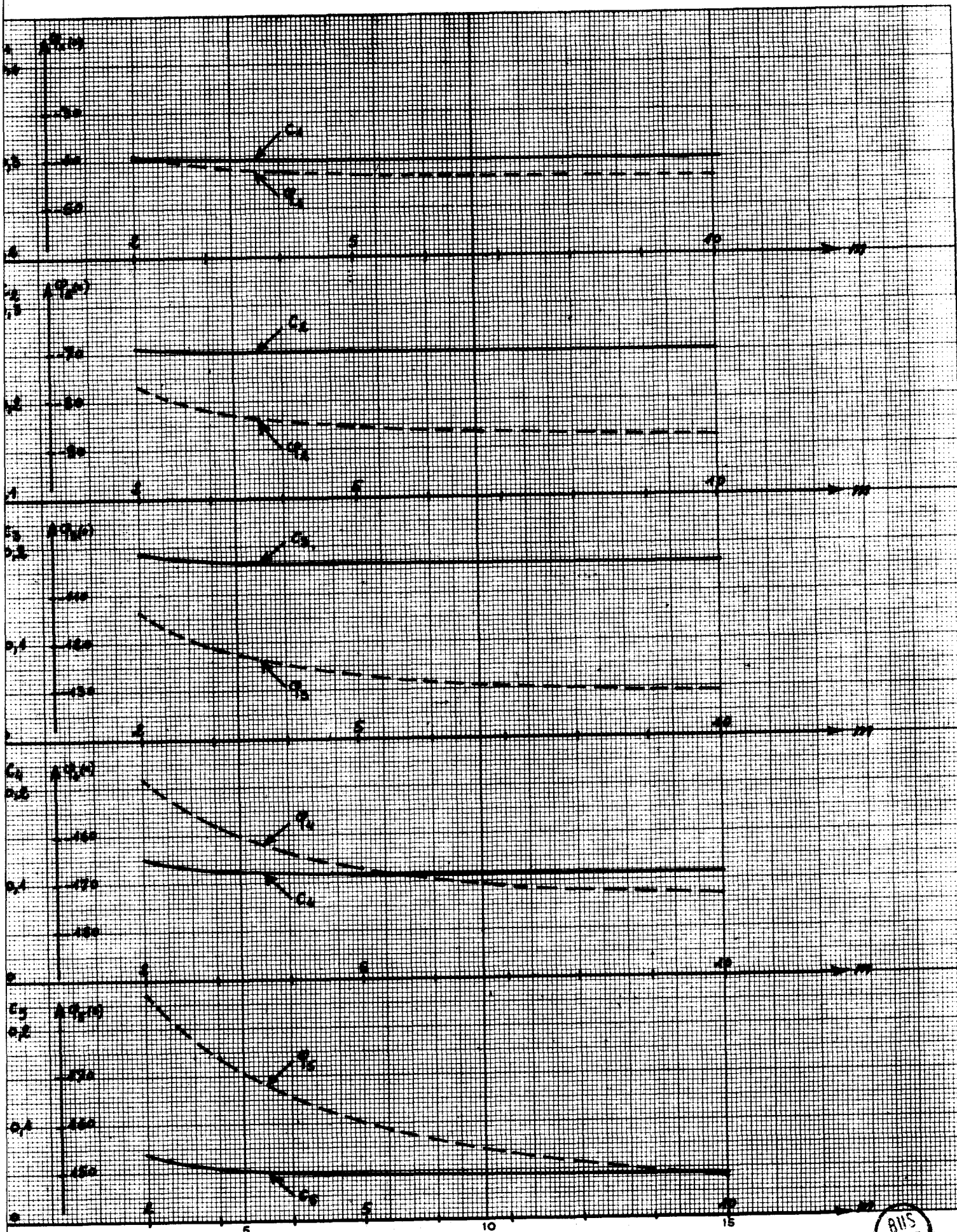
3.2.2. - Etude de l'influence de la longueur de bielle

Nous étudions l'influence de la longueur de bielle sur l'amplitude et le déphasage des harmoniques du débit réduit aspiré (fig. 3.2.) dans le cas d'une distribution théorique ($\Delta\theta_o = 0^\circ$, $\Delta\theta_f = 0^\circ$). Nous avons calculé quinze termes du développement en série de Fourier du débit réduit aspiré pour les valeurs du rapport $m = \frac{l}{r} = 2 ; 3 ; 3,21 ; 5 ; 10 ; \infty$ (bielle de longueur infinie), la valeur $m = 3,21$ correspondant au cas du moteur étudié (tableau 3.1.). Le tracé des amplitudes des harmoniques en fonction de leur rang (courbe 3.2.) montre que ces amplitudes restent toujours faibles pour un ordre supérieur à 5 et que ces amplitudes varient peu pour des valeurs de m supérieures à 3 (courbe 3.3.). Par contre pour les angles de phase φ_n nous notons des variations plus importantes quand m varie (8° pour φ_2 , 37° pour φ_5 quand m passe de 3,21 à ∞). L'erreur de phase est donc du même ordre que le retard à la fermeture de la soupape d'admission si on ne tient pas compte de l'obliquité de bielle et ceci dès les premiers harmoniques. En conséquence, nous tiendrons compte de l'obliquité de bielle dans le calcul des pulsations de pression dans la conduite d'aspiration.

Ordre	m = 2		m = 3		m = 3,21		m = 5		m = 10		m = ∞	
	C _n	φ _n (°)	C _n	φ _n (°)	C _n	φ _n (°)	C _n	φ _n (°)	C _n	φ _n (°)	C _n	φ _n (°)
1	0,302	- 39	0,301	- 41	0,301	- 41	0,300	- 43	0,300	- 44	0,300	- 45
2	0,256	- 77	0,253	- 82	0,252	- 82	0,251	- 85	0,250	- 88	0,250	- 90
3	0,193	- 114	0,185	- 121	0,185	- 122	0,182	- 127	0,181	- 131	0,180	- 135
4	0,126	- 148	0,114	- 158	0,113	- 159	0,109	- 167	0,107	- 173	0,106	- 180
5	0,069	- 173	0,055	- 174	0,054	- 172	0,047	- 160	0,044	- 148	0,043	- 135
6	0,036	180	0,022	180	0,021	180	0,013	180	0,006	180	0	-
7	0,026	- 175	0,022	- 161	0,022	- 158	0,021	- 151	0,020	- 143	0,020	- 135
8	0,021	174	0,021	178	0,021	179	0,021	180	0,021	180	0,021	180
9	0,013	160	0,012	155	0,012	154	0,012	148	0,012	142	0,012	135
10	0,007	180	0,005	180	0,005	180	0,003	180	0,002	180	0	-
11	0,009	- 162	0,008	- 155	0,008	- 154	0,008	- 147	0,008	- 141	0,008	- 135
12	0,009	- 179	0,009	180	0,009	180	0,009	180	0,009	180	0,009	180
13	0,006	163	0,006	155	0,006	153	0,006	- 147	0,006	141	0,006	135
14	0,004	180	0,002	180	0,002	180	0,001	180	0,001	180	0	-
15	0,005	- 163	0,004	- 154	0,004	- 153	0,004	- 147	0,004	- 141	0,004	- 135

спектры деформаций релакс. аспири





Débit théorique $\Delta\theta_0 = 0^\circ$ $\Delta\theta_f = 0^\circ$		$\Delta\theta_0 = 8^\circ$ $\Delta\theta_f = 0^\circ$		$\Delta\theta_0 = 8^\circ$ $\Delta\theta_f = 80^\circ$		$\Delta\theta_0 = 8^\circ$ $\Delta\theta_f = 40^\circ$		$\Delta\theta_0 = 8^\circ$ $\Delta\theta_f = 60^\circ$		$\Delta\theta_0 = 8^\circ$ $\Delta\theta_f = 80^\circ$	
Valeur moyenne		$q_{vred} = 0,158$		$q_{vred} = 0,155$		$q_{vred} = 0,144$		$q_{vred} = 0,130$		$q_{vred} = 0,105$	
Ordre	C_n	$n(^{\circ})$	C_n	$n(^{\circ})$	C_n	$n(^{\circ})$	C_n	$n(^{\circ})$	C_n	$n(^{\circ})$	C_n
1	0,3007	-41,4	0,2993	-41,6	0,2956	-40,6	0,2871	-36,6	0,2828	-31,0	0,2900
2	0,2523	-82,3	0,2522	-82,8	0,2547	-81,4	0,2673	-78,2	0,2977	-75,1	0,3414
3	0,1847	-122,2	0,1860	-122,7	0,1927	-122,2	0,2123	-123,6	0,2371	-128,9	0,2595
4	0,1134	-159,4	0,1154	-159,5	0,1201	-162,0	0,1248	-171,0	0,1173	-173,7	0,0916
5	0,0536	171,9	0,0555	172,6	0,0531	166,5	0,0366	152,8	0,0067	-156,4	0,0478
6	0,0207	-180,0	0,0227	-178,6	0,0183	-165,4	0,0308	-128,0	0,0617	-140,6	0,0865
7	0,0220	-159,7	0,0240	-159,8	0,0300	-155,0	0,0458	-122,1	0,0530	151,6	0,0429
8	0,0212	178,6	0,0231	-179,4	0,0273	169,7	0,0260	129,2	0,0149	31,5	0,0338
9	0,0124	153,8	0,0137	160,3	0,0107	133,8	0,0077	-57,3	0,0326	-125,1	0,0471
10	0,0045	-180,0	0,0064	-161,9	0,076	-121,1	0,0246	-145,9	0,0322	153,7	0,0233
11	0,0081	-153,7	0,0101	-153,1	0,0161	-157,2	0,0205	148,3	0,0129	30,4	0,0293
12	0,0091	-180,0	0,0108	-174,4	0,0127	157,6	0,0056	26,7	0,0231	-117,3	0,0314
13	0,0058	153,4	0,0069	168,0	0,0019	119,4	0,0153	-119,3	0,0233	154,3	0,0164
14	0,0022	-180,0	0,0039	-162,3	0,0079	-121,3	0,0167	170,1	0,0108	29,0	0,0256
15	0,0043	-153,1	0,0062	-149,0	0,0109	-168,6	0,0068	75,9	0,0183	-113,8	0,0219

BRUSSELLE

3.2.3. - Etude de l'influence de la distribution

Nous avons calculé les quinze premiers termes du développement en série de Fourier du débit réduit aspiré pour un rapport $m = 3,21$ et une avance à l'ouverture de la soupape d'admission $\Delta\theta_o = 8^\circ$ (valeurs correspondant au moteur étudié) en faisant varier $\Delta\theta_f$ de 0 à 80° (tableau 3.4) L'erreur commise en négligeant le retard à la fermeture de la soupape d'admission pour un retard de 40° dépasse 10% sur l'amplitude dès l'harmonique 3 (13% et 48% pour les harmoniques 3 et 5) et l'erreur de phase est de l'ordre de 20° pour les harmoniques 4 et 5. Dans la suite de notre étude nous tiendrons compte de la distribution pour le calcul des pulsations de pression dans la conduite d'aspiration. Notons encore qu'à partir des valeurs moyennes du débit réduit aspiré engendré, nous obtenons, pour un retard à la fermeture de la soupape d'admission $\Delta\theta_f = 40^\circ$, un coefficient de remplissage

$$R = 90,5 \%$$

Cette valeur n'est pas trop éloignée des valeurs trouvées quand le moteur fonctionne en aspiration directe ou à bas régime (environ 80%) et que les pulsations de pression au voisinage de la soupape d'admission restent faibles.

CHAPITRE IV

THEORIE CLASSIQUE DES ECOULEMENTS

PULSES UNIDIMENSIONNELS

CALCUL DE LA PRESSION INSTANTANEE PAR LA

METHODE DES CARACTERISTIQUES

Nous avons vu (relation 2-15) que le débit masse d'air est fonction du débit engendré par le mouvement du piston d'une part, et de la pression instantanée au voisinage de la soupape d'admission d'autre part.

Nous nous proposons de déterminer les pulsations de pression dans le circuit d'aspiration. Compte tenu de la complexité du problème, nous n'avons pas cherché à introduire les déformations éventuelles de certaines parties de ce circuit (filtre à air en tôle mince, durites...). Après avoir rappelé les résultats de la théorie classique des écoulements pulsés unidimensionnels, nous envisageons l'intégration numérique des équations de ces écoulements par la méthode des caractéristiques. Nous comparons les résultats obtenus par le calcul aux mesures effectuées au banc d'essais sur un moteur fonctionnant en monocylindre.

4.1. - HYPOTHESES

Nous étudions l'écoulement non permanent de l'air dans le circuit d'aspiration constitué par une conduite de section lentement variable. Compte tenu de cette hypothèse, nous pouvons admettre que la vitesse de l'air reste parallèle à l'axe de la conduite en tout point de l'écoulement. Nous faisons l'hypothèse d'un écoulement par tranches planes, c'est à dire que nous supposons constantes les caractéristiques du fluide en écoulement (vitesse, pression, masse volumique...) dans chaque section droite de la conduite. Nous négligeons les échanges de chaleur de l'air aspiré avec l'extérieur.

4.2. - EQUATIONS DE L'ÉCOULEMENT PULSE UNIDIMENSIONNEL

La pression p , la vitesse C et la masse volumique ρ de l'air qui circule dans la conduite d'aspiration sont des fonctions de l'abscisse x mesurée le long de la conduite et du temps t . Nous écrivons une équation de conservation de la masse, une équation du mouvement et une équation de transformation pour l'air en écoulement.

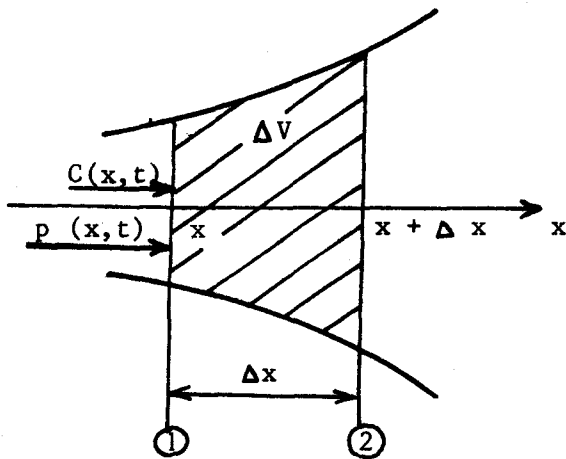


Fig. 4.1

Nous isolons le volume d'air ΔV contenu dans la conduite de section $A(x)$ et limité par les sections droites ① et ② situées respectivement aux abscisses x et $x + \Delta x$ (figure 4-1), Δx étant petit. L'équation de continuité (conservation de la masse) s'écrit (réf. 4-1)

$$(4.1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{C}) = 0$$

En intégrant (4-1) sur ΔV

$$(4-2) \quad \iiint_{\Delta V} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{C}) \right] dV = 0$$

En appliquant le théorème de la divergence à l'intégrale (4-2), en négligeant les termes petits du deuxième ordre devant ceux du premier (réf. 4-2) et en tenant compte de l'hypothèse d'écoulement unidimensionnel :

$$(4-3) \quad A \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\rho C A)_{x + \Delta x} - (\rho C A)_x = 0$$

En divisant les deux membres de (4-3) par Δx et en prenant la limite lorsque $\Delta x \rightarrow 0$

(4-4)

$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho C A)}{\partial x} = 0$$

Nous appliquons maintenant le théorème des quantités de mouvement (réf. 4-1) au volume ΔV d'air

$$(4-5) \quad \iiint_{\Delta V} \frac{\partial(\rho \vec{C})}{\partial t} dV + \iint_{\Sigma} \rho \vec{C} (\vec{C} \cdot \vec{n}) d\sigma = \vec{F}_e$$

où Σ représente la surface limitant ΔV , $d\sigma$ l'élément d'aire de normale unitaire \vec{n} orientée vers l'extérieur de ΔV et \vec{F}_e la résultante des forces appliquées au système étudié.

En projetant (4-5) sur l'axe de la conduite et en négligeant les termes petits du deuxième ordre devant ceux du premier ordre

$$(4-6) \quad \frac{\partial(\rho C)}{\partial t} A \Delta x + (\rho C^2 A)_{x+\Delta x} - (\rho C^2 A)_x = F_e$$

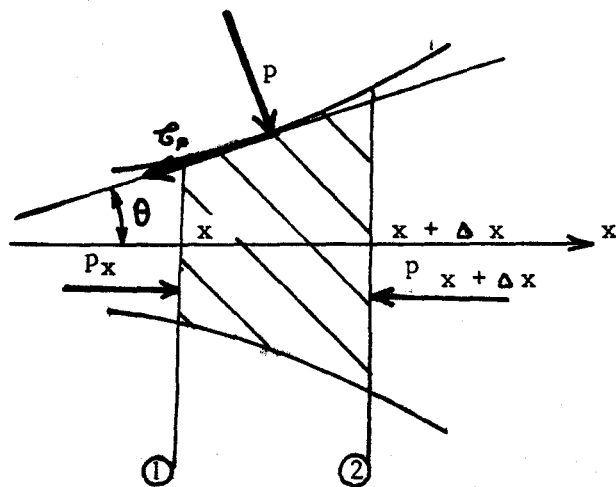


Fig. 4.2

La résultante des forces de pesanteur appliquées à ΔV étant négligée, les forces appliquées au système (fig. 4-2) sont :

- résultante des forces de pression sur les sections ① et ②

$$(p \cdot A)_x - (p \cdot A)_{x+\Delta x}$$

- résultante des forces de pression exercées sur la surface latérale de la conduite

$$p \Delta S \sin \theta = p \cdot \pi \cdot D \cdot \Delta x \cdot \text{tg } \theta$$

où ΔS représente l'aire de la surface latérale et D le diamètre de la conduite supposée circulaire.

De plus
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{d\left(\frac{D}{2}\right)}{dx} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dD}{dx}$$

- force de frottement de la paroi sur le fluide s'opposant au mouvement du fluide

$$- \varepsilon \cdot \rho_p \cdot \Delta S \cos \theta \quad \text{avec} \quad \varepsilon = 1 \quad \text{si} \quad C > 0$$

$$\varepsilon = -1 \quad \text{si} \quad C < 0$$

Nous posons

(4-7)
$$C_f = \frac{\rho_p}{\rho \frac{C^2}{2}}$$

Le coefficient de frottement C_f , grandeur sans dimension, est plus faible qu'en régime permanent (réf. 4-3). Son ordre de grandeur est de 10^{-3} à $5 \cdot 10^{-3}$

En remplaçant F_e par sa valeur dans (4-6), en faisant apparaître C_f nous obtenons en divisant les deux membres de (4-6) par Δx quand $\Delta x \rightarrow 0$ en tenant compte de l'équation de continuité.

(4-8)
$$\frac{\partial C}{\partial t} + C \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + 2 \varepsilon C_f \frac{C^2}{D} = 0$$

(réf. 4.4.) Si nous supposons connue la loi d'évolution de l'air

(4-9)
$$d\rho = \chi \cdot \rho \cdot dp$$

Le coefficient de compressibilité n'est fonction que d'une seule variable (la pression par exemple) si nous supposons la transformation subie par le fluide connue. Dans la suite de nos calculs, nous admettrons que la transformation de l'air est adiabatique réversible et, dans ce cas, la valeur χ , du coefficient de compressibilité d'un gaz parfait est :

$$(4-10) \quad \chi_s = \frac{1}{\gamma p}$$

Où γ représente le rapport des chaleurs massiques.

Nous pouvons encore éliminer les dérivées de la masse volumique ρ entre les équations (4-4) et (4-9) pour obtenir une équation ne faisant intervenir que les dérivées partielles de p et C .

D'après (4-9) :

$$(4-11) \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$(4-12) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial p}{\partial t}$$

avec

$$(4-13)$$

$$a^2 = \frac{1}{\chi \cdot \rho}$$

où a est homogène à une vitesse.

La section A de la conduite ne dépendant que de x , nous obtenons en développant (4-4)

$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} + C A \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho A \frac{\partial C}{\partial x} + \rho C \frac{dA}{dx} = 0$$

et en tenant compte des relations (4-11) et (4-12)

$$(4-14)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + C \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial C}{\partial x} + a^2 \frac{\rho C}{A} \frac{dA}{dx} = 0$$

Nous pouvons envisager de rechercher une solution numérique du système d'équations (4-8) et (4-14) pour une loi de transformation de l'air donnée. La méthode utilisée fréquemment pour résoudre ce problème est celle des caractéristiques exposée au paragraphe suivant (réf. 4-4, 4-5 et 4-6).

Remarque : Pour l'étude de l'écoulement dans le circuit d'aspiration d'un moteur à combustion interne, l'air étant considéré comme un gaz parfait subissant une transformation adiabatique réversible

$$a^2 = \frac{1}{\chi_s \cdot \rho}$$

où $\chi_s = \frac{1}{\gamma \cdot p}$ représente la compressibilité isentropique et $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ le rapport des chaleurs massiques ($\gamma = 1,405$ pour l'air).

Nous obtenons donc :

(4-15)

$$a^2 = \gamma \frac{p}{\rho} = \gamma r T$$

avec

T : température absolue de l'air

r : constante massique du gaz parfait (r = 287 J/kg.K pour l'air)

On sait que a représente la vitesse de propagation du son, ce que nous vérifierons au paragraphe 5.1.3.

4.3. - RESOLUTION NUMERIQUE DES EQUATIONS DE L'ECOULEMENT PULSE UNIDIMENSIONNEL PAR LA METHODE DES CARACTERISTIQUES

Nous nous limitons à l'étude de l'écoulement unidimensionnel non permanent dans une conduite de section constante compte tenu du frottement entre le fluide et la paroi. Dans ce cas les équations de l'écoulement s'écrivent

$$(4-8) \quad \frac{\partial C}{\partial t} + C \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + 2 \epsilon C_f \frac{C^2}{D} = 0$$

$$(4-15) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + C \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial C}{\partial x} = 0$$

Nous formons une combinaison linéaire des équations (4-8) et (4-15)

$$(4-16) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + C \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial C}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial C}{\partial t} + C \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2 \epsilon C_f \frac{C^2}{D} \right] = 0$$

où $\mu = \mu(x, t)$ est une fonction de x et de t .

En transformant (4-16)

$$(4-17) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} \left(C + \frac{\mu}{\rho} \right) + \mu \left[\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial x} \left(C + \frac{\rho a^2}{\mu} \right) \right] + 2 \mu \cdot \epsilon C_f \frac{C^2}{D} = 0$$

Si nous pouvons trouver une fonction μ telle que :

$$(4-18) \quad \frac{dx}{dt} = C + \frac{\mu}{\rho} = C + \frac{\rho a^2}{\mu}$$

l'équation (4-18) peut s'écrire :

$$(4-19) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \mu \left[\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \right] + 2 \mu \cdot \epsilon C_f \frac{C^2}{D} = 0$$

$$\text{or} \quad \frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}$$

Il vient donc :

$$(4-20) \quad \frac{dp}{dt} + \mu \cdot \frac{dc}{dt} + 2 \cdot \mu \cdot \epsilon \cdot C_f \frac{C^2}{D} = 0$$

L'équation (4-20) ne fait plus intervenir de dérivées partielles.

Il faut encore trouver des fonctions μ vérifiant l'équation (4-18)

$$C + \frac{\mu}{\rho} = C + \frac{a^2 \rho}{\mu}$$

$$(4-21) \quad \mu^2 = a^2 \rho^2$$

L'équation (4-21) admet deux solutions :

$$\mu^+ = \rho \cdot a \quad \mu^- = -\rho a$$

définissant respectivement deux courbes c^+ et c^- dans le plan x, t .

$$\frac{dx}{dt} = C + a \quad \text{le long de } c^+$$

$$\frac{dx}{dt} = C - a \quad \text{le long de } c^-$$

Les courbes c^+ et c^- sont dites caractéristiques.

En définitive nous pouvons remplacer le système d'équations aux dérivées partielles (4-8) (4-15) par les équations différentielles ordinaires :

	$\text{Le long de } c^+ \quad \mu = \mu^+ = \rho a$
	$\frac{dx}{dt} = C + a$
	$\frac{dp}{dt} + \rho a \frac{dC}{dt} + 2 \epsilon C_f \rho a \frac{C^2}{D} = 0$
	$\text{Le long de } c^- \quad \mu = \mu^- = -\rho a$
(4-22)	$\frac{dx}{dt} = C - a$
	$\frac{dp}{dt} - \rho a \frac{dC}{dt} - 2 \epsilon C_f \rho a \frac{C^2}{D} = 0$

a représentant la vitesse de propagation du son, la pente de c^+ est positive et celle de c^- négative dans le cas d'un écoulement subsonique.

4.4. - APPLICATION A L'ETUDE DE L'ECOULEMENT DANS LE CIRCUIT D'ASPIRATION
DE SECTION CONSTANTE D'UN MONOCYLINDRE

4.4.1. - Hypothèses

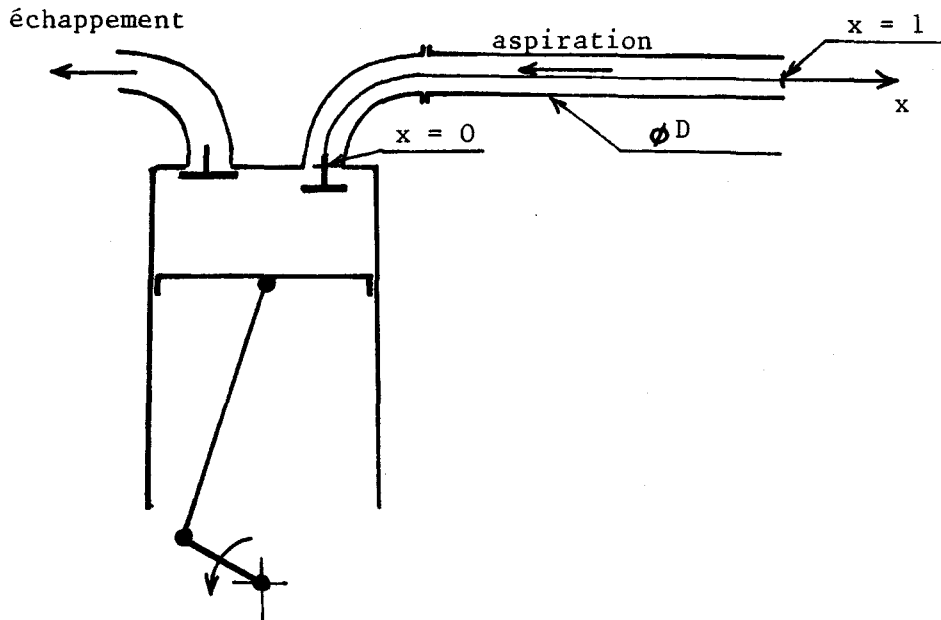


Fig. 4.3

Nous étudions l'écoulement unidimensionnel non permanent dans le circuit d'aspiration d'un monocylindre compte tenu du frottement entre le fluide et la paroi. L'écoulement est supposé entièrement subsonique. Pour un circuit d'aspiration constitué par une conduite de section constante nous pouvons utiliser le système d'équations (4-22). L'extrémité de la conduite (fig. 4-3) débouche à l'atmosphère et nous admettons que dans la section de sortie ($x = 1$) la pression reste constante et égale à la pression atmosphérique p_0 .

(4-23)

$$p(1,t) = p_0$$

Pour simplifier les calculs, nous supposons que le débit à l'origine de la conduite est imposé par le mouvement du piston (débit engendré) ce qui revient à se donner la vitesse instantanée $c(x, t)$ pour $x = 0$

(4-24)

$$c(0, t) = c_0(t)$$

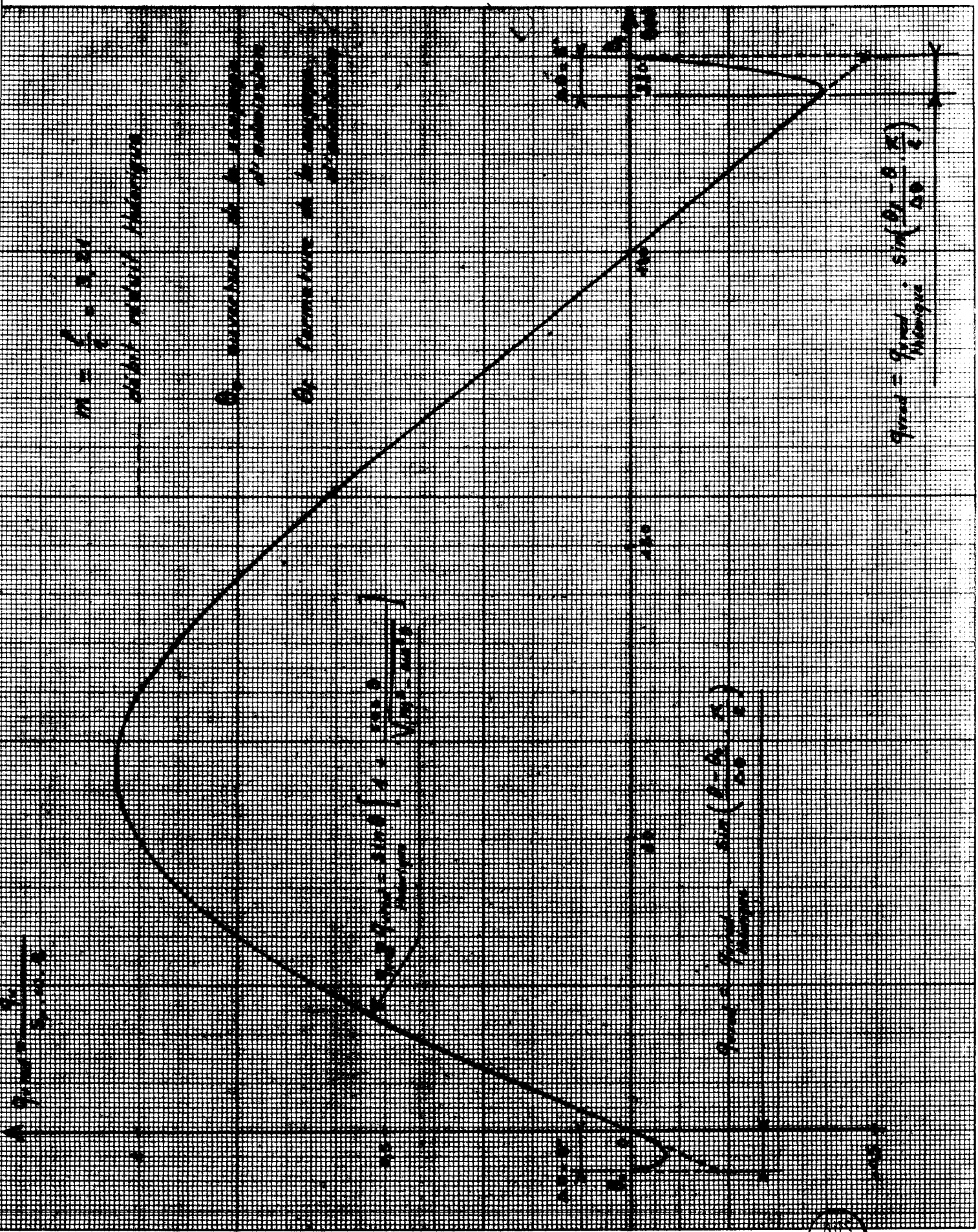
En pratique nous avons corrigé la loi de débit aspiré théorique pendant l'ouverture et la fermeture de la soupape d'admission (rotation $\Delta \theta$ du vilebrequin) pour éviter des discontinuités dans la loi de débit instantané (courbe 4-1). A cause du laminage des gaz par les soupapes au début et à la fin de l'admission, les lois de débit réelles ne présentent pas de discontinuités et nous justifions ainsi l'approximation précédente.

Nous supposons qu'à l'instant initial $t = 0$, l'air est au repos dans la conduite d'aspiration

(4-25)

$$\begin{aligned} \text{à } t = 0 \\ p(x, 0) &= p_0 \\ C(x, 0) &= 0 \end{aligned}$$

Pour obtenir les caractéristiques de l'écoulement en régime pulsatoire établi, il faudra rechercher la solution numérique des équations (4-22) sur un intervalle de temps assez grand pour obtenir une solution périodique.



$m = \frac{1}{2} \rho v^2$

where ρ is the density

of the medium

and v is the velocity

$q_{max} = \frac{1}{2} \rho v^2 A^2 k^2$

$q_{max} = \frac{1}{2} \rho v^2 A^2 k^2$

$q_{max} = \frac{1}{2} \rho v^2 A^2 k^2$

1005
LILLE

4.4.2. - Passage aux accroissements finis

a) Paramètres de l'écoulement à l'instant $t + \Delta t$ connaissant ceux à l'instant t

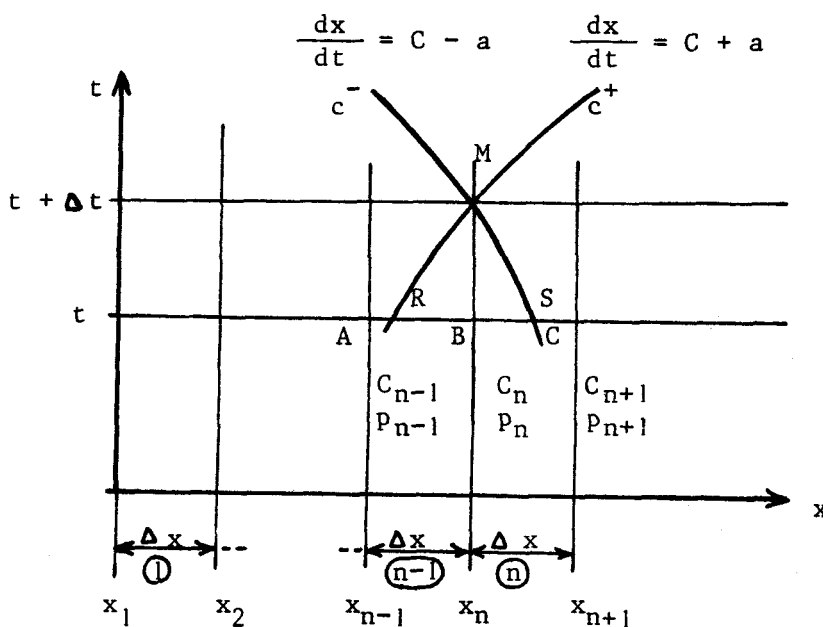


FIG. 4.4.

Nous divisons la conduite en tronçons de longueur Δx et nous posons :

$$(4-26) \quad x_n = (n - 1) \cdot \Delta x$$

où x_n représente l'origine du n ièm tronçon.

Nous supposons les paramètres de l'écoulement connus à l'instant t et nous nous proposons de déterminer ces paramètres au point M d'abscisse x_n à l'instant $t + \Delta t$. Si Δx et Δt sont choisis assez petits, nous pouvons assimiler les portions RM et SM des courbes caractéristiques passant par M à des segments de droites.

Le long de c^+

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x_M - x_R}{\Delta t} = C_n + a$$

(4-27)

$$x_M - x_R = (c_n + a) \cdot \Delta t$$

Le long de c^-

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x_M - x_S}{\Delta t} = C_n - a$$

(4-28)

$$x_M - x_S = (C_n - a) \Delta t$$

Dans les équations (4-27) et (4-28)

(4-29)

$$a = \sqrt{\gamma \cdot \frac{p_n}{\rho_n}}$$

Comme nous avons supposé que l'air subit une transformation adiabatique réversible, la masse volumique de l'air est donnée par :

(4-30)

$$\rho_n = \rho_0 \left[\frac{p_n}{p_0} \right]^{1/\gamma}$$

où ρ_0, p_0 correspondent aux conditions atmosphériques. Nous calculons les vitesses et les pressions aux points R et S par interpolation linéaire sur les valeurs obtenues aux points A, B et C.

$$C_R = C_n - \frac{(C_n + a) \Delta t}{\Delta x} (C_n - C_{n-1})$$

$$p_R = p_n - \frac{(C_n + a) \Delta t}{\Delta x} (p_n - p_{n-1})$$

$$C_s = C_n - \frac{(C_n - a) \Delta t}{\Delta x} (C_{n+1} - C_n)$$

$$p_s = p_n - \frac{(C_n - a) \Delta t}{\Delta x} (p_{n+1} - p_n)$$

Le long de c^+

$$(4-22) \quad \frac{dp}{dt} + \rho \cdot a \cdot \frac{dC}{dt} + 2 \cdot \epsilon \cdot C_f \cdot \rho a \frac{C^2}{D} = 0$$

En passant aux accroissements finis

$$(4-31) \quad p_M - p_R + \rho_n \cdot a (C_M - C_R) + 2 \cdot \epsilon \cdot C_f \cdot \rho_n \frac{C_n^2}{D} \Delta t = 0$$

Le long de c-

$$(4-22) \quad \frac{dp}{dt} - \rho_n \cdot a \cdot \frac{dc}{dt} - 2 \cdot \epsilon \cdot C_f \cdot \rho_n \cdot a \cdot \frac{C_n^2}{D} = 0$$

et en passant aux accroissements finis

$$(4-32) \quad P_M - P_S - \rho_n \cdot a (C_M - C_S) - 2 \cdot \epsilon \cdot C_f \cdot \rho_n \cdot a \cdot \frac{C_n^2}{D} \Delta t = 0$$

En faisant la somme des équations (4-31) et (4-32) et la différence de ces équations nous obtenons respectivement P_M et C_M en fonctions des paramètres de l'écoulement aux points R et S.

$$P_M = \frac{P_R + P_S}{2} + \rho_n \cdot a \cdot \frac{C_S - C_R}{2}$$

$$C_M = \frac{C_R + C_S}{2} - \frac{P_S - P_R}{2 \rho_n a} - 2 \cdot \epsilon \cdot C_f \cdot \frac{C_n^2}{D} \cdot \Delta t$$

Compte tenu des expressions de P_R , P_S , C_R , C_S en fonction des paramètres de l'écoulement aux points A, B et C.

$$(4-33) \quad P_M = P_n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ C_n \frac{P_{n+1} - P_{n-1}}{2} - a \left(\frac{P_{n-1} + P_{n+1}}{2} - P_n \right) - \rho_n \cdot a \left[C_n \left(\frac{C_{n-1} + C_{n+1}}{2} - C_n \right) - a \frac{C_{n+1} - C_{n-1}}{2} \right] \right\}$$

$$(4-34) \quad C_M = C_n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ C_n \frac{C_{n+1} - C_{n-1}}{2} - a \left(\frac{C_{n-1} + C_{n+1}}{2} - C_n \right) - \frac{1}{\rho_n \cdot a} \left[C_n \left(\frac{P_{n-1} + P_{n+1}}{2} - P_n \right) - a \frac{P_{n+1} - P_{n-1}}{2} \right] \right\} - 2 \epsilon C_f \frac{C_n^2}{D} \Delta t$$

Le schéma précédent donne une solution numérique stable seulement si les caractéristiques c^+ et c^- passant par le point M coupent la droite AC entre les points A et C. (réf. 4-7). Il faut donc respecter un rapport entre Δt et Δx pour que la condition précédente soit remplie

$$(4-35) \quad \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \left[\frac{1}{a + |c|} \right] \text{ mini}$$

b) Origine de la conduite

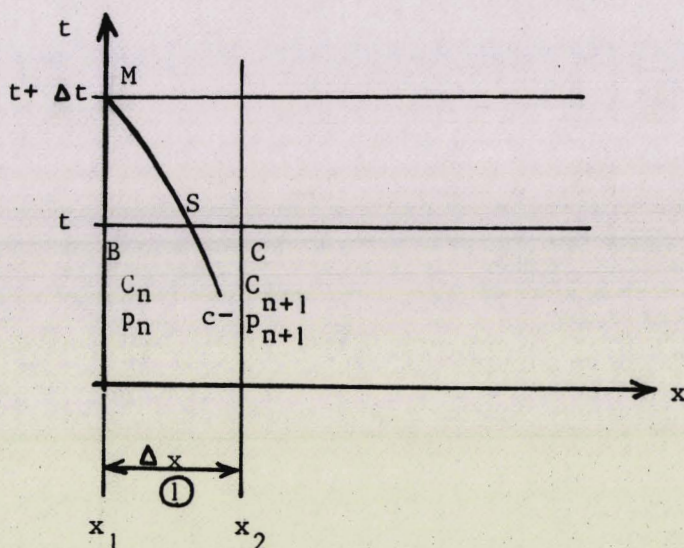


Fig. 4.5

Dans ce cas particulier ($n = 1$), nous ne pouvons définir que la courbe caractéristique c^- passant par M. La loi de vitesse imposée à l'origine de la conduite étant connue :

$$(4-36) \quad C_M = C_0(t + \Delta t)$$

Le long de c^-

$$(4-32) \quad p_M - p_S - \rho_n \cdot a (C_M - C_S) - 2 \cdot \epsilon C_f \cdot \rho_n \cdot a \cdot \frac{C_n^2}{D} \Delta t = 0$$

En exprimant p_S et C_S en fonction de p_{n+1} et C_{n+1}

$$(4-37) \quad p_M = p_n + \rho_n a (C_M - C_n) + \frac{(C_n - a) \Delta t}{\Delta x} \left[\rho_n a (C_{n+1} - C_n) - (p_{n+1} - p_n) \right] + 2 \epsilon C_f \rho_n a \frac{C_n^2}{2} \Delta t$$

c) Extrémité de la conduite

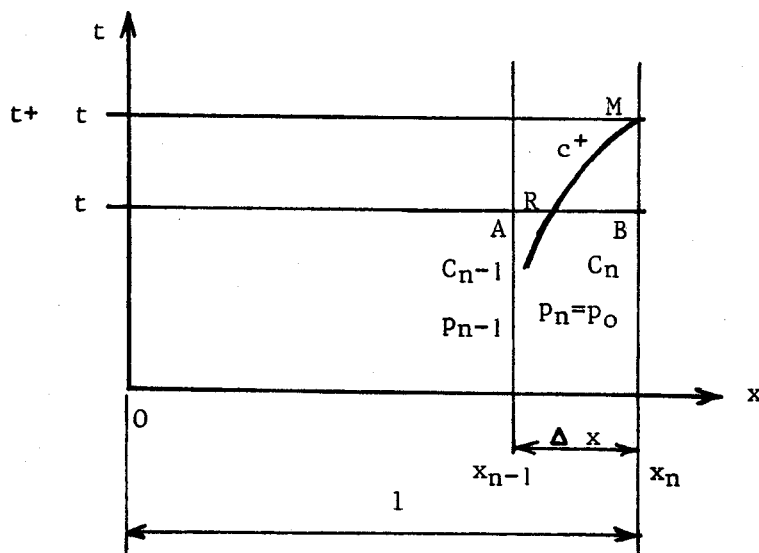


Fig. 4.6

A l'extrémité de la conduite, nous ne pouvons définir que la caractéristique c^+ passant par le point M. La pression étant supposée constante et égale à la pression atmosphérique p_0 dans la section de sortie de la conduite.

(4-38)

$$P_M = p_0$$

Le long de c^+

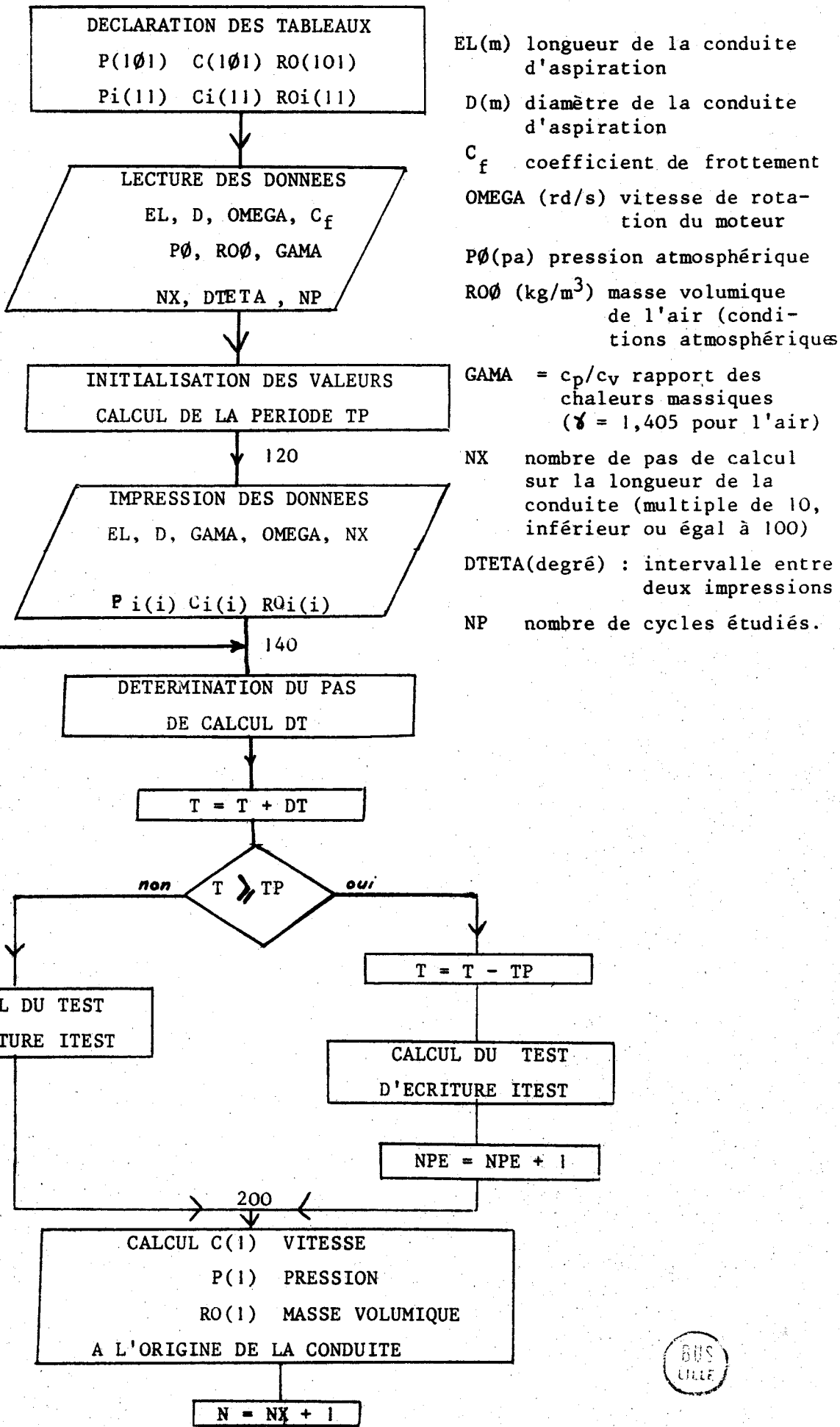
(4-31)

$$P_M - P_R + \rho_n a (C_M - C_R) + 2 \cdot \epsilon \cdot C_f \cdot \rho_n a \frac{C_n^2}{D} \Delta t = 0$$

En exprimant C_R en fonction de C_{n-1} et C_n

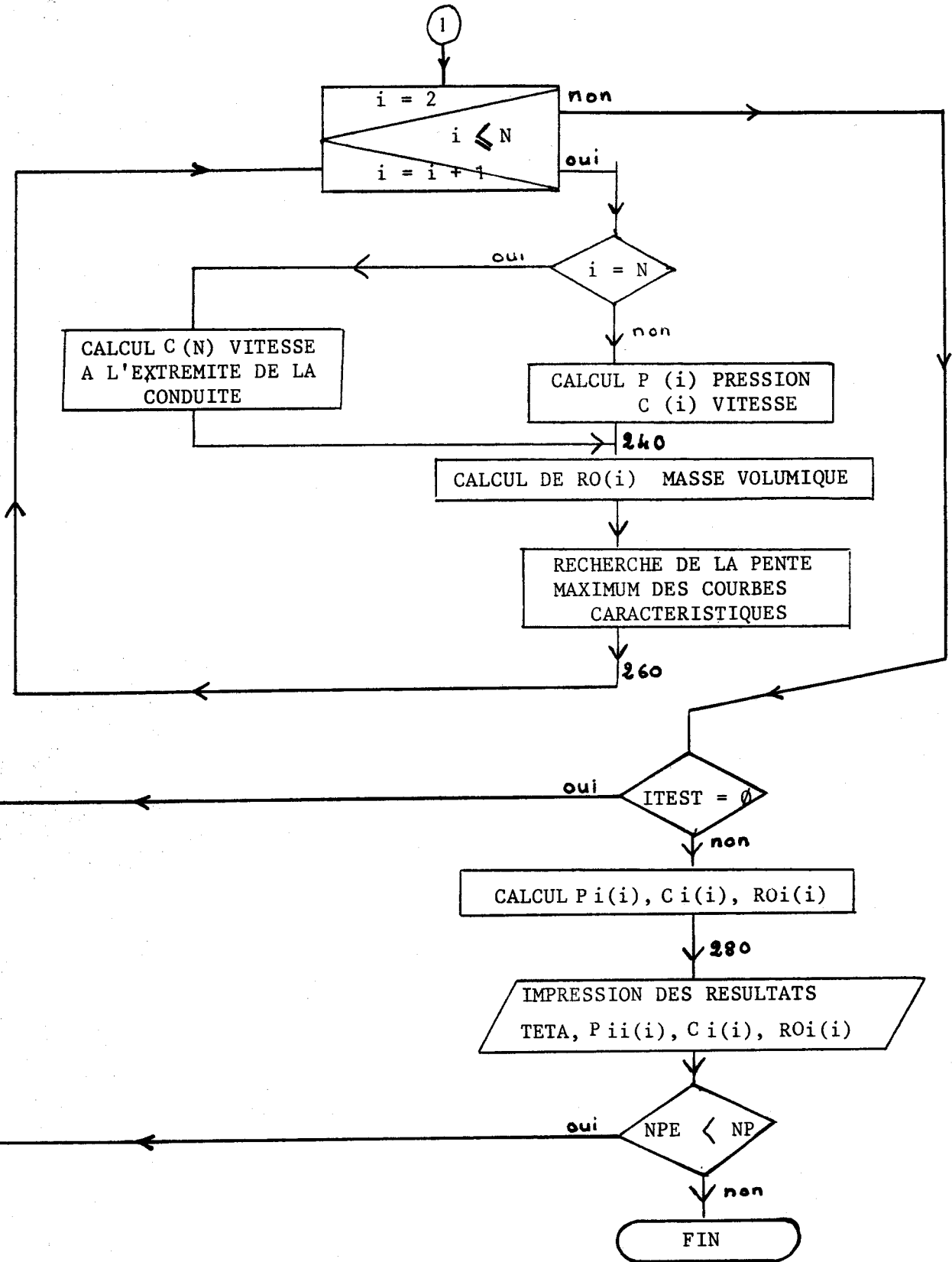
(4-39)

$$C_M = C_n - \frac{(C_n - a) \Delta t}{\Delta x} \left[C_n - C_{n-1} + \frac{P_n - P_{n-1}}{\rho_n \cdot a} \right] - 2 \epsilon C_f \frac{C_n^2}{D} \Delta t$$



EL(m) longueur de la conduite d'aspiration
 D(m) diamètre de la conduite d'aspiration
 C_f coefficient de frottement
 OMEGA (rd/s) vitesse de rotation du moteur
 P_0 (pa) pression atmosphérique
 RO_0 (kg/m³) masse volumique de l'air (conditions atmosphériques)
 GAMA = c_p/c_v rapport des chaleurs massiques ($\gamma = 1,405$ pour l'air)
 NX nombre de pas de calcul sur la longueur de la conduite (multiple de 10, inférieur ou égal à 100)
 DTETA(degré) : intervalle entre deux impressions
 NP nombre de cycles étudiés.





SOURCE

```

C      ****
C      CALCUL D'UN ECOULEMENT UNIDIMENSIONNEL NON PERMANENT
C      PAR LA METHODE DES CARACTERISTIQUES
C      DANS UNE CONDUITE DE SECTION CONSTANTE
C      ****
1      DIMENSION P(101),C(101),RO(101),PI(11),CI(11),ROI(11)
C      *** VITESSE DE ROTATION
2      DATA OMEGA/524./
C      *** CONDUITE D'ASPIRATION
3      DATA EL,D,CF/.72,.035,.005/
C      *** MOTEUR DISTRIBUTION
4      DATA VF,W,FM/3.68E-4,.0385,3.21/
5      DATA TETA0,TETA1,DDTETA/B.,40.,5./
C      *** AIR
6      DATA PR,RO0,GAMA/1.E+5,1.19,1.405/
C      ***
7      DATA NX,DTETA,NP/40,15.,5/
8      DATA IMP,PTI/4,3.14159/
9      N=NX+1
10     AA=PTI*D*D/4.
11     SP=VF/(2.*P)
12     TETA0=(DDTETA*TETA0)+PTI/180.
13     TETA0=PTI*(4.-TETA0/180.)
14     TETA1=PTI*(1.+TETA1/180.)
15     DDTETA=DDTETA+PTI/180.
16     TETA1=TETA1-DDTETA
17     TETA0=TETA0+DDTETA
18     TT=4.*PTI
19     DTETA=DTETA+PTI/180.
20     TP=4.*PTI/OMEGA
21     T=0.
22     NIM=1
23     NPF=0
24     DX=EL/NX
25     DXTM=SQRT(GAMA*PR/RO0)
26     TETA=0.
27     DO 100 I=1,101,1
28     P(I)=PR
29     C(I)=0.
30     RO(I)=RO0
31     DO 120 I=1,11,1
32     PI(I)=PR/1.E+5
33     CI(I)=0.
34     ROT(I)=RO0
35     WRITE(TMP,10)EL,D,GAMA,OMEGA,NX
36     WRITE(TMP,20)
37     WRITE(TMP,30)TETA,(PT(I),I=1,11,1),(CI(I),I=1,11,1),(ROI(I),I=1,1,1)
38     DTX=.9/DXTM
39     DT=DTX*DX
40     T=T+DT
41     IF(T.GE.TP)GO TO 180
42     TETA=OMEGA*T
43     FT=NIM*DTETA

```



```

44 IF (TETA.GE.ETA) GO TO 160
45 ITEST=0
46 GO TO 200
47 160 NIM=NIM+1
48 ITEST=1
49 GO TO 200
50 180 T=T-TP
51 TETA=OMEGA*T
52 ITEST=1
53 NIM=1
54 NPF=NPF+1
55 200 PB=P(1)
56 PC=P(2)
57 CB=C(1)
58 CC=C(2)
59 ROR=RO(1)
60 A=SQRT(GAMA+PB/ROR)
61 IF ((TETA.GE.TETA0).AND.(TETA.LE.TETA0)) GO TO 350
62 TT=TETA-DT/(2.*OMEGA)
63 SI=STN(TT)
64 CO=COS(TT)
65 V=SQRT(EM*EM-ST*SI)
66 VP=OMEGA*R*ST*(1.+CO/V)
67 EPS=1.
68 IF (CR.LT.0.) EPS=-1.
69 C(1)=-SP+VP/A
70 IF ((TETA.LT.TETA0).AND.(TETA.GE.TETA0)) GO TO 340
71 IF (TETA0.LE.TTA) GO TO 330
72 IF (TETA.LE.TTAC) TETA=TETA+TTA
73 330 IF ((TETA.LT.TETA0).OR.(TETA.GT.TETAB)) GO TO 360
74 C(1)=C(1)+STN(PII*(TETA-TETA0)/(2.*DDTETA))
75 GO TO 360
76 340 C(1)=C(1)+SIN(PII*(TETA0-TETA)/(2.*DDTETA))
77 GO TO 360
78 350 C(1)=0.
79 360 PN1=(CB-A)*DT*(ROR+A*(CC-CB)-(PC-PB))/DX
80 PN2=2.*EPS+CF+ROR*A+CB+CR*DT/D
81 P(1)=PB+ROR*A*(C(1)-CB)+PN1+PN2
82 RO(1)=ROR*(P(1)/PN1)+*(1./GAMA)
83 DXTM=A+ABS(C(1))
84 DO 260 I=2,N,1
85 PA=PB
86 PR=PC
87 CA=CR
88 CB=CC
89 ROR=RO(I)
90 A=SQRT(GAMA+PB/ROR)
91 IF (I.EQ.N) GO TO 220
92 PC=P(I+1)
93 CC=C(I+1)
94 PN1=(PC-PA)/2.
95 PN2=(PC+PA)/2.-PB
96 CN1=(CC-CA)/2.
97 CN2=(CC+CA)/2.-CR
98 P(I)=PR-DTY*(CR+PN1)-A+PN2-ROR*A*(CB+CN2-A+CN1)
99 C(I)=CR-DTY*(CR+CN1)-A+CN2-(CB+PN2-A+PN1)/(ROR+A)
100 GO TO 240
101 220 P(I)=PR

```



```

2      CN1=CB-CA+(PB-PA)/(ROB+A)
3      C(T)=CR=(CB+A)*DTX*CN1
4 240  RO(I)=ROB*(P(I)/PB)**(1./GAMA)
5      EPS=1.
6      IF(CR.LT.0.) EPS=-1.
7      C(T)=C(I)-2.*EPS*CF*CB*CR*DT/D
8      DXT=A+ABS(C(T))
9 260  IF(DXT.GT.DXTM)DXTM=DXT
10     IF(ITEST.EQ.0)GO TO 140
11     TETA=TETA*180./PTI
12     DO 280 I=1,11,1
13     JB=((T-1)*NY)/10+1
14     PI(I)=P(I)/1.E+5
15     CI(I)=C(I)
16 280  ROT(T)=RO(I)
17     WRITE(TMP,30)TETA,(PT(T),I=1,11,1),(CI(I),I=1,11,1),(ROI(I),I=1,11
18     1,1)
19     IF(NPE.LT.NP)GO TO 140
20 10  FORMAT(1H1,50X,'TUYAU DE SECTION CONSTANTE',///,5X,1L=1,F6.3,12X,1
21     1D=1,F5.3,13X,'GAMA=1',F5.3,10X,'OMEGA=1',F5.1,9X,'INX=1',I3,///)
22 20  FORMAT(1H ,1X,'X/L',2X,10.0',8X,10.1',8X,10.2',8X,10.3',8X,10.4',8
23     1X,10.5',8X,10.6',8X,10.7',8X,10.8',8X,10.9',8X,11.0',/)
24 30  FORMAT(1H ,/,5X,'TETA=1',F6.1,/,2X,'P=1,1X,11(F6.3,5X),/,2X,'C=1,1X
25     1,11(F6.1,5X),/,1X,'RO=1,1X,11(F6.3,5X))
26     END

```

4.4.4. - RESULTATS

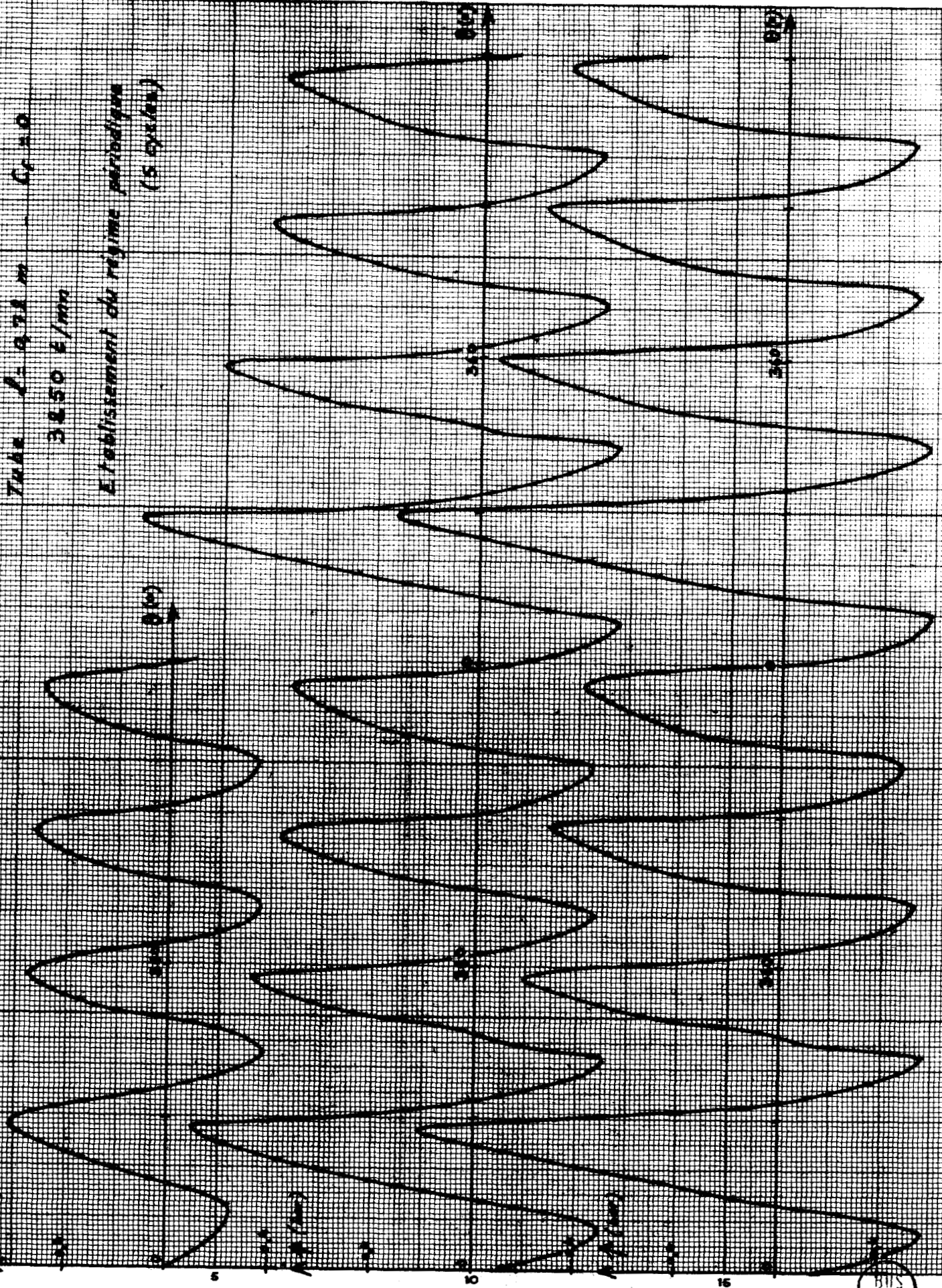
Nous avons effectué les calculs précédents dans le cas d'un moteur PEUGEOT, type 204 (volume engendré 368 cm^3), fonctionnant en monocylindre et dont le circuit d'aspiration de chaque cylindre est constitué par une conduite de diamètre constant ($\varnothing 35 \text{ mm}$) de longueur $0,60 \text{ m}$ débouchant directement à l'atmosphère. Dans nos calculs nous avons pris une longueur totale de conduite $l = 0,72 \text{ m}$ pour tenir compte de la longueur du circuit d'aspiration à l'intérieur de la culasse. Nous avons étudié la pression effective instantanée au voisinage de la soupape d'admission au cours des cinq premiers cycles du moteur aux régimes 3250, 4000 et 5000 t/mn (courbes 4-4, 4-5 et 4-6). Aux deux derniers régimes la loi de pression tend vers une loi périodique stable alors qu'à 3250 t/mn l'amplitude des pulsations de pression augmente d'un cycle à l'autre. A ce dernier régime, les pulsations de pression qui, en dehors de la phase d'aspiration, s'établissent à une fréquence voisine de la première fréquence propre de la conduite (paragraphe 5.3.4) provoquent une dépression en phase avec celle produite par le début d'aspiration entretenant ainsi ces pulsations. Notons que le régime 3250 t/mn est voisin du régime 3750 t/mn pour lequel il y a coïncidence entre l'harmonique 4 de la fréquence des cycles du moteur et la première fréquence propre de la conduite.

Nous avons obtenu une loi de pression stable à 3250 t/mn en tenant compte du frottement entre le fluide et la conduite. Nous avons également constaté au régime 4000 t/mn (courbe 4-7) que les pulsations de pression périodiques stables s'établissent plus rapidement quand le frottement est introduit.

Nous avons comparé les résultats obtenus par le calcul en tenant compte du frottement entre le fluide et la conduite ($C_f = 0,005$) ou sans en tenir compte aux mesures de pressions à l'entrée de la conduite d'aspiration effectuées sur banc d'essais (courbes 4-8). A 4000 et 5000 t/mn le frottement modifie peu la loi de pression calculée. Les lois de pression calculées en tenant compte du frottement présentent les mêmes allures que celles relevées au banc d'essai mais avec des amplitudes plus grandes. On peut améliorer les résultats (réf. 4-8) en choisissant des conditions aux limites mieux appropriées du côté de la soupape d'admission.

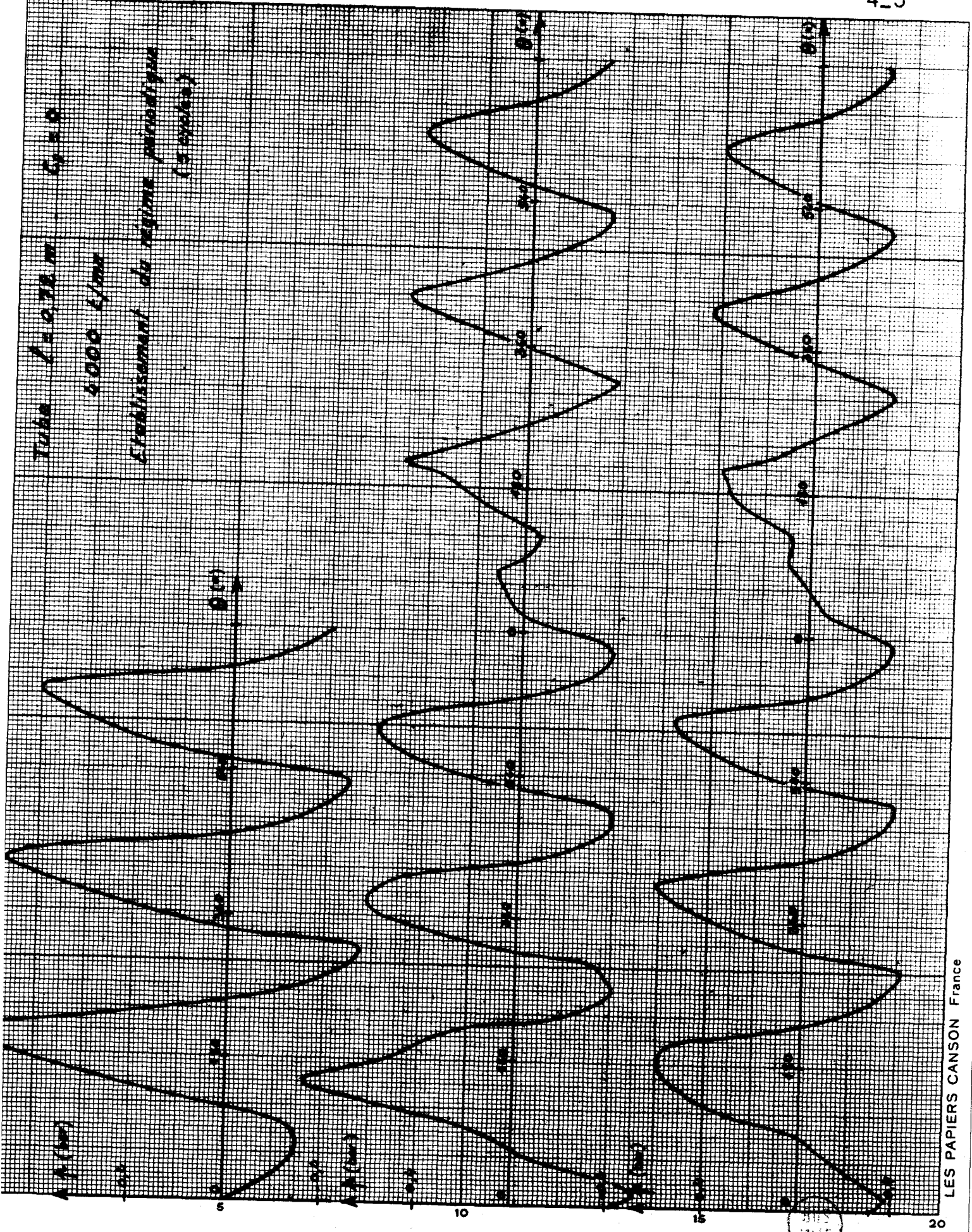
Tube $\phi = 97.8 \text{ mm}$ - $G = 2.0$
3850 E/mm

Etablissement du régime périodique
(S. syst.)



Tube $L = 0,78 \text{ m}$
 $C_0 = 0$
4000 g/m^3

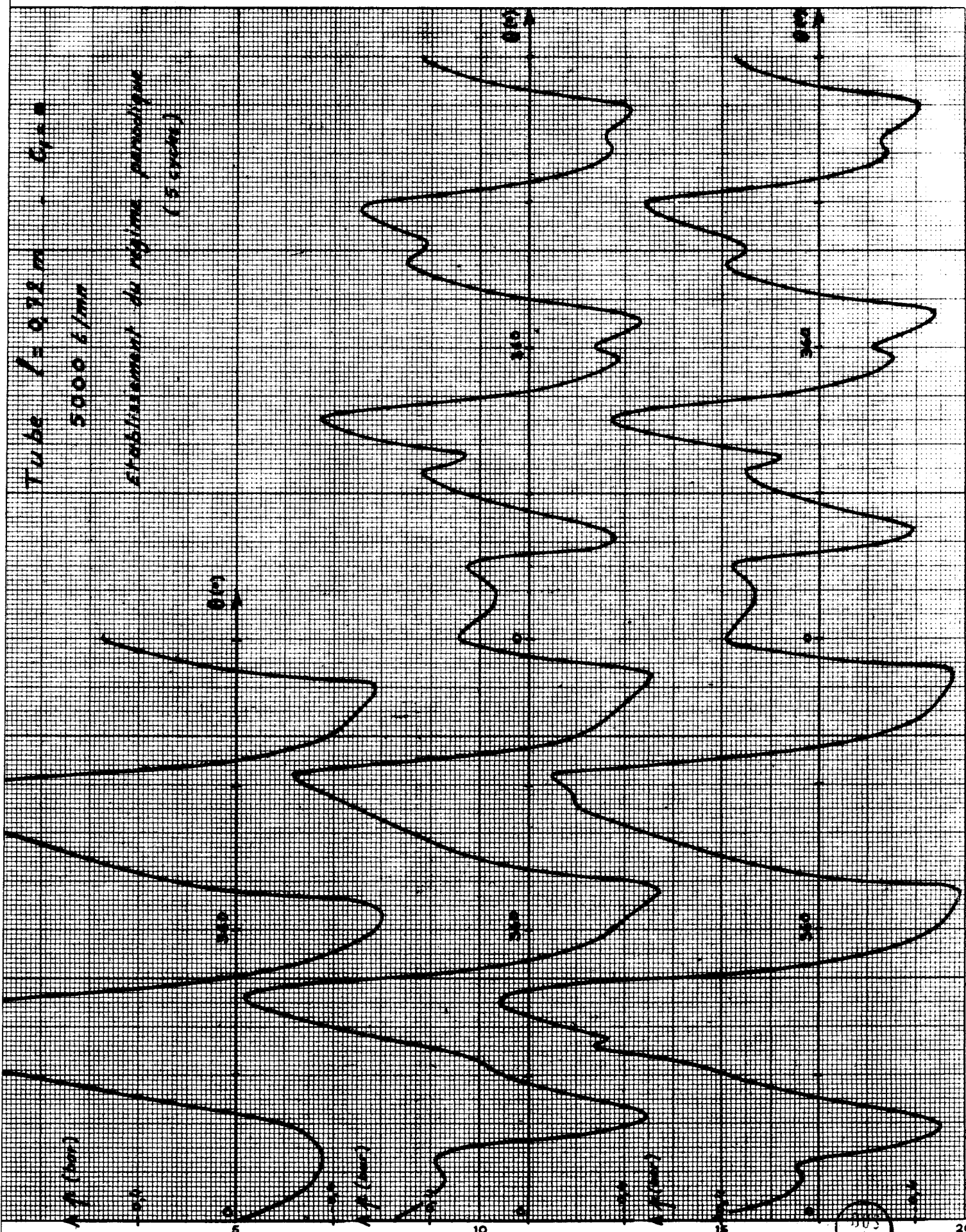
Etablissement du régime périodique
(5 oscill.)



LES PAPIERS CANSON

Tube $\ell = 0,72 \text{ m}$ - G_{max}
5000 g/min

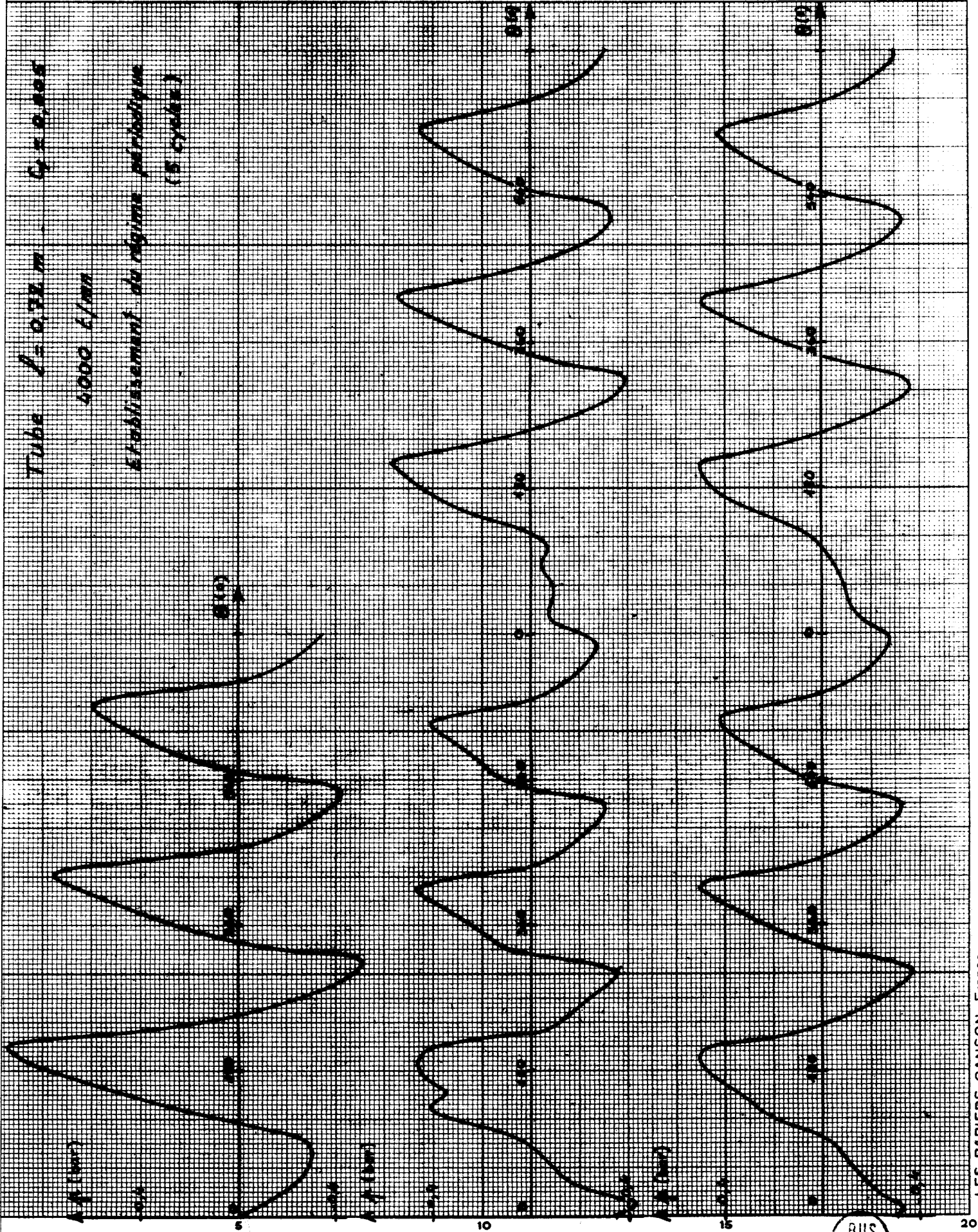
Établissement du régime parabolique
(5 crans)



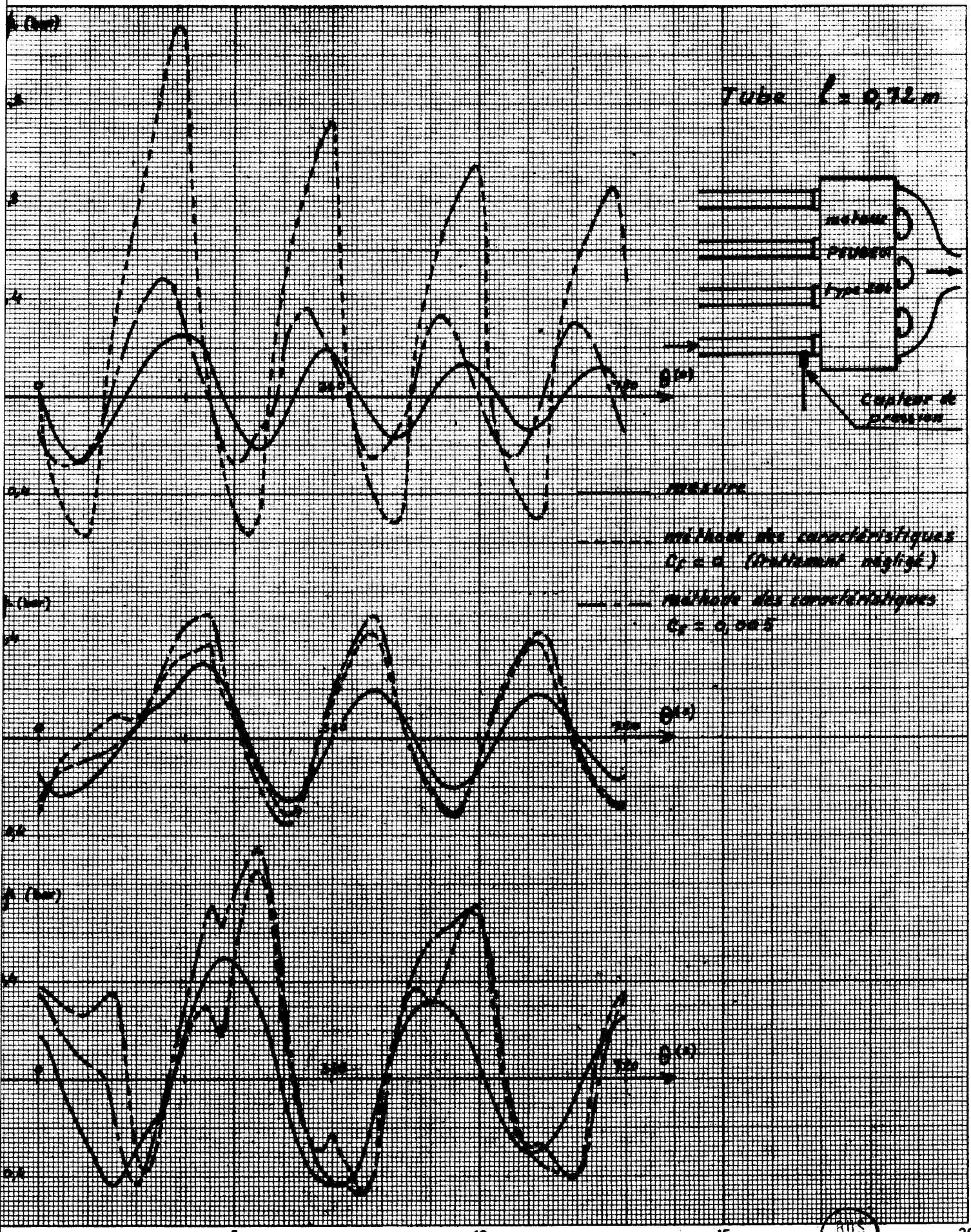
BOIS LILLE

Tube $\varnothing = 0.32 \text{ m}$ $G = 0.005$
5000 L/min

Etablissement du régime pulsatoire
(5 cycles)



BUS
LILLE



CHAPITRE V

THEORIE ACOUSTIQUE

Nous avons vu au chapitre précédent qu'il était possible de trouver la loi de variation de la pression au voisinage de la soupape d'admission sous forme numérique par intégration des équations de l'écoulement pulsé unidimensionnel. Nous avons aussi vu que, même dans un cas très simple, ces méthodes nécessitent l'utilisation de calculateurs puissants et les temps de calcul sont très longs. Pour ces raisons, nous nous proposons d'utiliser les équations linéarisées de l'écoulement (théorie des petits mouvements) pour calculer les pulsations de pression au voisinage de la soupape d'admission, cette dernière loi nous étant utile pour déterminer le débit masse instantané. Les équations de l'écoulement étant linéarisées nous rechercherons des solutions périodiques de ces équations sous forme de développements en séries de Fourier.

5.1. - EQUATIONS DE L'ACOUSTIQUE

5.1.1 - Hypothèse des petits mouvements

Nous étudions l'écoulement unidimensionnel non permanent dans une conduite de section lentement variable et nous conservons les hypothèses faites aux paragraphes 4-1, 4-2 et 4-3. p_t et ρ_t représentant la pression et la masse volumique de l'air en un point de la conduite, nous posons :

(5-1)

$$\begin{aligned} p_t &= p_0 + p \\ \rho_t &= \rho_0 + \rho \end{aligned}$$

où p_0 , ρ_0 sont les valeurs moyennes de la pression et de la masse volumique de l'air. Nous supposons que la vitesse de l'air reste faible et que les fluctuations de la pression p et de la masse volumique ρ qui en résultent sont petites par rapport aux valeurs moyennes p_0 et ρ_0 .

(5-2)

$$\begin{aligned} p &\ll p_0 \\ \rho &\ll \rho_0 \end{aligned}$$

La vitesse du son a_t au point considéré est :

$$a_t = \sqrt{\gamma \frac{p_t}{\rho_t}}$$

Comme $p_t \approx p_0$ et $\rho_t \approx \rho_0$

(5-3)

$$a_t \approx \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}} = a_0$$

Nous supposerons aussi que les dérivées de p , ρ , c sont petites. Les hypothèses précédentes sont dites approximations de l'acoustique.

5.1.2. - Equations de l'écoulement unidimensionnel non permanent pour de petits mouvements

Les équations de l'écoulement unidimensionnel non permanent (4-14) et (4-8) se réduisent en négligeant le frottement entre le fluide et la conduite à :

$$\frac{\partial p_t}{\partial t} + C \frac{\partial p_t}{\partial x} + \rho_t a_t^2 \frac{\partial C}{\partial x} + a_t^2 \frac{\rho_t C}{A} \frac{dA}{dx} = 0$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + C \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial p_t}{\partial x} = 0$$

Nous avons posé :

$$(5-1) \quad \begin{aligned} p_t &= p_0 + p \\ \rho_t &= \rho_0 + \rho \end{aligned}$$

où p_0 et ρ_0 sont des constantes.

En dérivant les expressions (5-1)

$$\frac{\partial p_t}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} \qquad \frac{\partial p_t}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \rho_t}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial x} \qquad \frac{\partial \rho_t}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

compte tenu des relations précédentes, les équations de l'écoulement s'écrivent :

$$(5-4) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + C \frac{\partial p}{\partial x} + \gamma (p_0 + p) \frac{\partial C}{\partial x} + \gamma (p_0 + p) \frac{C}{A} \frac{dA}{dx} = 0$$

$$(5-5) \quad \frac{\partial C}{\partial t} + C \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0 + \rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

Nous avons supposé que les termes p , ρ , C étaient petits ainsi que leurs dérivées. En négligeant les termes petits devant les termes finis et en ne conservant que les termes du premier ordre nous obtenons

$$(5-6) \quad \boxed{\frac{\partial p}{\partial t} + \gamma p_0 \frac{\partial C}{\partial x} + \gamma p_0 \frac{C}{A} \frac{dA}{dx} = 0}$$

$$(5-7) \quad \boxed{\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = 0}$$

En introduisant la vitesse du son a_0 (relation 5-3),
l'équation (5-6) peut encore s'écrire :

$$(5-8) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 a_0^2 \frac{\partial C}{\partial x} + a_0^2 \cdot \frac{\rho_0 \cdot C}{A} \cdot \frac{dA}{dx} = 0$$

5.1.3. - Transformation des équations

Les grandeurs qui nous intéressent pour le calcul du remplissage d'un cylindre de moteur sont le débit masse et la pression. Nous allons exprimer les équations (5-7) et (5-8) à l'aide de ces grandeurs et nous recherchons ensuite des équations ne faisant intervenir qu'une seule inconnue.

D'après l'hypothèse des petits mouvements faite en 5.1.1., la masse volumique reste égale à ρ_0 , à un terme du premier ordre près et le débit masse en un point quelconque de la conduite vaut :

$$(5-9) \quad q = \rho_0 A C$$

En dérivant (5-9) par rapport au temps t

$$(5-10) \quad \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0 A} \frac{\partial q}{\partial t}$$

En dérivant (5-9) par rapport à l'abscisse x, comme A ne dépend que de x et compte tenu de $\rho_0 C = \frac{q}{A}$

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \rho_0 A \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{q}{A} \frac{dA}{dx}$$

$$(5-11) \quad \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{\rho_0 A} \left[\frac{\partial q}{\partial x} - \frac{q}{A} \frac{dA}{dx} \right]$$

En reportant les relations (5-10) et (5-11) dans les équations (5-8) et (5-7) nous obtenons :

$$(5-12) \quad \boxed{\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{A}{a_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0}$$

$$(5-13) \quad \boxed{\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial q}{\partial t} = 0}$$

Nous pouvons encore éliminer le débit masse ou la pression entre les équations (5-12) et (5-13)

En dérivant (5-12) et (5-13) respectivement par rapport au temps t et à l'abscisse x , nous obtenons

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x \partial t} + \frac{A}{a_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{1}{A} \frac{\partial^2 q}{\partial x \partial t} - \frac{1}{A^2} \frac{dA}{dx} \frac{\partial q}{\partial t} = 0$$

D'où

$$(5-14) \quad \boxed{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \frac{\partial p}{\partial x} = 0}$$

En dérivant maintenant (5-12) par rapport à l'abscisse x et (5-13) par rapport au temps t nous obtenons :

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{A}{a_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} + \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} \frac{dA}{dx} = 0$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = 0$$

D'où

$$(5-15) \quad \boxed{\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} - \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \frac{\partial q}{\partial x} = 0}$$

Dans le cas particulier d'une conduite de section constante $\frac{dA}{dx} = 0$ et les équations (5-14) et (5-15) se réduisent à

$$(5-16) \quad \boxed{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0}$$

$$(5-17) \quad \boxed{\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = 0}$$

La solution générale des équations des ondes (5-16) et (5-17) est connue (réf. 5.1.). Cette solution s'écrit, pour la pression par exemple :

(5-18)

$$p = F_1 \left(t - \frac{x}{a_0} \right) + F_2 \left(t + \frac{x}{a_0} \right)$$

où les fonctions F_1 , F_2 dépendent des conditions initiales.

La fonction F_1 correspond à la propagation d'une perturbation de pression à la vitesse a_0 dans le sens des x croissants dite onde progressive et F_2 à la propagation d'une perturbation de pression à la vitesse a_0 dans le sens des x décroissants dite onde régressive.

5.2. - IMPEDANCE ACOUSTIQUE

5.2.1. - Définition

Dans ce paragraphe nous rappelons l'analogie existant entre les lignes acoustiques et les lignes électriques (réf. 5.2.). Nous considérons un élément de longueur dx petite de ligne électrique sans perte, d'inductance L et de capacité C par unité de longueur au point considéré, de résistance négligeable.

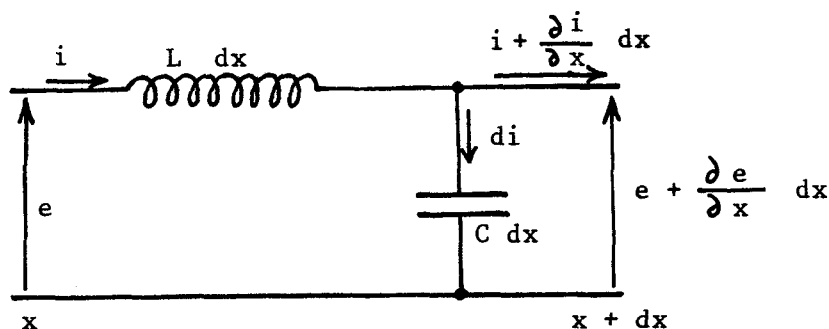


Fig. 5.1

i représentant l'intensité du courant qui circule sur la ligne et e la tension les équations de l'électrostatique et de l'induction (réf. 5-3) s'écrivent :

$$(5-19) \quad \frac{\partial i}{\partial x} + C \frac{\partial e}{\partial t} = 0$$

$$(5-20) \quad \frac{\partial e}{\partial x} + L \frac{\partial i}{\partial t} = 0$$

Dans le cas d'une excitation sinusoïdale de pulsation ω de la ligne électrique nous représentons la tension e et l'intensité i par les nombres complexes E et I et nous appelons impédance de la ligne électrique le rapport

$$(5-21) \quad \boxed{Z = \frac{E}{I}}$$

Z est un nombre complexe ne dépendant que des caractéristiques de la ligne électrique et de la pulsation ω de la tension et de l'intensité.

Comparons les équations de l'acoustique aux équations des lignes électriques :

ACOUSTIQUE	LIGNES ELECTRIQUES
(5-12) $\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{A}{a_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0$	(5-19) $\frac{\partial i}{\partial x} + C \frac{\partial e}{\partial t} = 0$
(5-13) $\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial q}{\partial t} = 0$	(5-20) $\frac{\partial e}{\partial x} + L \frac{\partial i}{\partial t} = 0$

En posant :

(5-22) $C = \frac{A}{a_0^2}$ capacité acoustique

(5-23) $L = \frac{1}{A}$ inductance acoustique

et en assimilant la pression p à la tension électrique e et le débit masse q à l'intensité i , les équations de l'acoustique et des lignes électriques sont identiques. Si nous considérons des variations sinusoïdales de pulsation ω de la pression p et du débit masse q , respectivement représentées par les nombres complexes P et Q , se propageant dans une conduite de section lentement variable, nous appelons impédance acoustique le rapport :

(5-24)
$$Z = \frac{P}{Q}$$

Par analogie avec les impédances électriques, les impédances acoustiques ne dépendent que des caractéristiques du circuit acoustique que nous appellerons encore ligne acoustique et de la pulsation ω des fluctuations de la pression et du débit masse.

5.2.2. - Impédance d'une ligne acoustique

Les variations de la pression et du débit masse en un point de la ligne acoustique étant sinusoïdales, nous pouvons poser :

$$P = A(x) \cdot e^{i\omega t}$$

$$Q = B(x) \cdot e^{i\omega t}$$

où A et B sont des fonctions complexes de l'abscisse x mesurée le long de la ligne acoustique.

$$(5-25) \quad \frac{\partial P}{\partial t} = i \omega A e^{i\omega t} = i \omega P$$

$$(5-26) \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = i \omega B e^{i\omega t} = i \omega Q$$

En reportant (4-25) et (4-26) dans les équations (5-12) et (5-13)

$$(5-27) \quad \frac{\partial Q}{\partial x} + i \omega C P = 0$$

$$(5-28) \quad \frac{\partial P}{\partial x} + i \omega L Q = 0$$

Pour une pulsation ω fixée Z ne dépend que de x

$$(5-29) \quad P = Z \cdot Q$$

$$(5-30) \quad \frac{\partial P}{\partial x} = Z \frac{\partial Q}{\partial x} + Q \frac{dZ}{dx}$$

En éliminant P , Q , $\frac{\partial P}{\partial x}$ et $\frac{\partial Q}{\partial x}$ entre les équations (5-27), (5-28), (5-29) et (5-30) nous obtenons :

$$(5-31) \quad \frac{dZ}{dx} = i\omega C (Z^2 - Z_C^2)$$

avec

$$(5-32) \quad Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{a_0}{A}$$

Z_C est dite impédance caractéristique de la ligne.

5.3. - LIGNE ACOUSTIQUE DE SECTION CONSTANTE

5.3.1. - Lois de variation de la pression et de la vitesse

Rappelons que d'après l'équation (5-18) la loi de répartition des pressions est :

$$p = F_1 \left(t - \frac{x}{a_0} \right) + F_2 \left(t + \frac{x}{a_0} \right)$$

Comme nous n'étudions que la réponse de la ligne à une excitation sinusoïdale de pulsation ω , nous pouvons écrire

(5-33)
$$P = B e^{i\omega \left(t - \frac{x}{a_0} \right)} + C e^{i\omega \left(t + \frac{x}{a_0} \right)}$$

où B et C sont des constantes complexes.

D'après l'équation (4-28)

$$Q = \frac{1}{i\omega L} \frac{\partial P}{\partial x}$$

$$Q = i \frac{A}{\omega} \left[-i \frac{\omega}{a_0} B e^{i\omega \left(t - \frac{x}{a_0} \right)} + i \frac{\omega}{a_0} C e^{i\omega \left(t + \frac{x}{a_0} \right)} \right]$$

(5-34)
$$Q = \frac{A}{a_0} \left[B e^{i\omega \left(t - \frac{x}{a_0} \right)} - C e^{i\omega \left(t + \frac{x}{a_0} \right)} \right]$$

L'impédance acoustique de la ligne au point d'abscisse x peut s'écrire :

(5-35)
$$Z(x) = \frac{P}{Q} = \frac{a_0}{A} \frac{B e^{-i\omega \frac{x}{a_0}} + C e^{i\omega \frac{x}{a_0}}}{B e^{-i\omega \frac{x}{a_0}} - C e^{i\omega \frac{x}{a_0}}}$$

5.3.2. - Expression de l'impédance acoustique d'une ligne de section constante.

D'après l'équation (4-31)
$$\frac{dZ}{Z^2 - Z_c^2} = i\omega C dx$$

Dans le cas d'une ligne acoustique de section constante l'impédance caractéristique Z_c et la capacité C ne dépendent pas de l'abscisse x .

Nous recherchons l'impédance acoustique au point d'abscisse x d'une ligne acoustique de section constante de longueur l à l'extrémité de laquelle est branché un circuit d'impédance Z_1 .

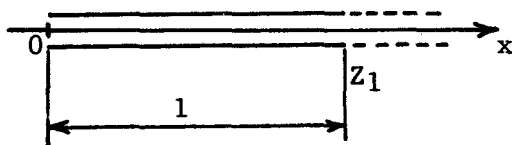


Fig. 5.2

Soit $Z(x)$ la valeur de cette impédance recherchée.

$$\int_{Z(x)}^{Z_1} \frac{dZ}{Z^2 - Z_c^2} = i\omega C \int_x^l dx$$

Après intégration et transformation nous obtenons :

$$(5-36) \quad Z(x) = Z_c \frac{(Z_1 + Z_c) e^{i\omega \frac{l-x}{a_0}} + (Z_1 - Z_c) e^{-i\omega \frac{l-x}{a_0}}}{(Z_1 + Z_c) e^{i\omega \frac{l-x}{a_0}} - (Z_1 - Z_c) e^{-i\omega \frac{l-x}{a_0}}}$$

Pour obtenir l'impédance Z à l'entrée de la ligne acoustique considérée, il suffit de faire $x=0$ dans l'équation (5-36).

Nous obtenons :

$$Z = Z_c \frac{(Z_1 + Z_c) e^{i\omega \frac{l}{a_0}} + (Z_1 - Z_c) e^{-i\omega \frac{l}{a_0}}}{(Z_1 + Z_c) e^{i\omega \frac{l}{a_0}} - (Z_1 - Z_c) e^{-i\omega \frac{l}{a_0}}}$$

5.3.3. - Ligne acoustique de section constante branchée sur son impédance caractéristique

Nous supposons qu'à l'extrémité ($x = l$) d'une ligne acoustique de section constante A est branchée une impédance égale à l'impédance caractéristique Z_c de la ligne considérée

$$Z_1 = Z_c$$

L'équation (5-37) se réduit alors

(5-38)

$$Z = Z_c = \frac{a_0}{A}$$

Dans ce cas particulier, nous pouvons encore écrire d'après l'équation (5-35)

$$\frac{B e^{-i\omega \frac{l}{a_0}} + C e^{i\omega \frac{l}{a_0}}}{B e^{-i\omega \frac{l}{a_0}} - C e^{i\omega \frac{l}{a_0}}} = 1$$

d'où

$$C = 0$$

La loi de variation de pression devient alors :

(5-39)

$$P = B e^{i\omega \left(t - \frac{x}{a_0}\right)}$$

L'équation (5-39) correspond à la propagation d'une perturbation de pression dans le sens des x croissants à la vitesse a_0 . Dans ce cas nous n'observons donc pas d'onde réfléchiée à l'extrémité de la ligne.

5.3.4. - Ligne acoustique de section constante débouchant à l'atmosphère

Nous admettons qu'à l'extrémité de la ligne la pression reste constante est égale à la pression moyenne p_0 .
Alors

$$P(1) = 0$$

$$Z_1 = \frac{P(1)}{Q(1)} = 0$$

L'équation (5-37) peut alors s'écrire

$$Z = Z_c \frac{e^{i \frac{\omega l}{a_0}} - e^{-i \frac{\omega l}{a_0}}}{e^{i \frac{\omega l}{a_0}} + e^{-i \frac{\omega l}{a_0}}}$$

(5-40)

$$Z = i \cdot \frac{a_0}{A} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\omega l}{a_0} \right)$$

Nous posons

$$Z = |Z| e^{i\phi}$$

où ϕ représente l'argument du nombre complexe Z et $|Z|$ son module

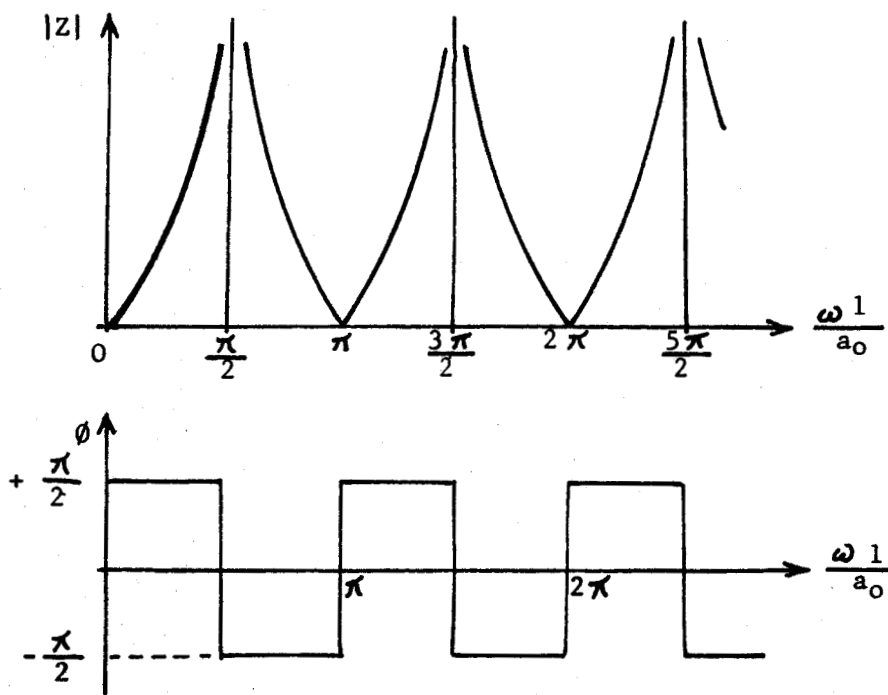


Fig. 5-3



5.3.5. - Ligne acoustique de section constante fermée à son extrémité

Nous supposons que l'extrémité de la ligne acoustique est fermée par une paroi rigide . Alors :

$$Q(1) = 0$$

$$Z_1 = \frac{P(1)}{Q(1)} \rightarrow \infty$$

Dans ce cas l'équation (4-37) devient

$$Z = Z_c \cdot \frac{e^{i \frac{\omega l}{a_0}} + e^{-i \frac{\omega l}{a_0}}}{e^{i \frac{\omega l}{a_0}} - e^{-i \frac{\omega l}{a_0}}}$$

(5-41)

$$Z = -i \cdot \frac{a_0}{A} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\omega l}{a_0}}$$

Nous posons encore

$$z = |z| \cdot e^{i \cdot \phi}$$

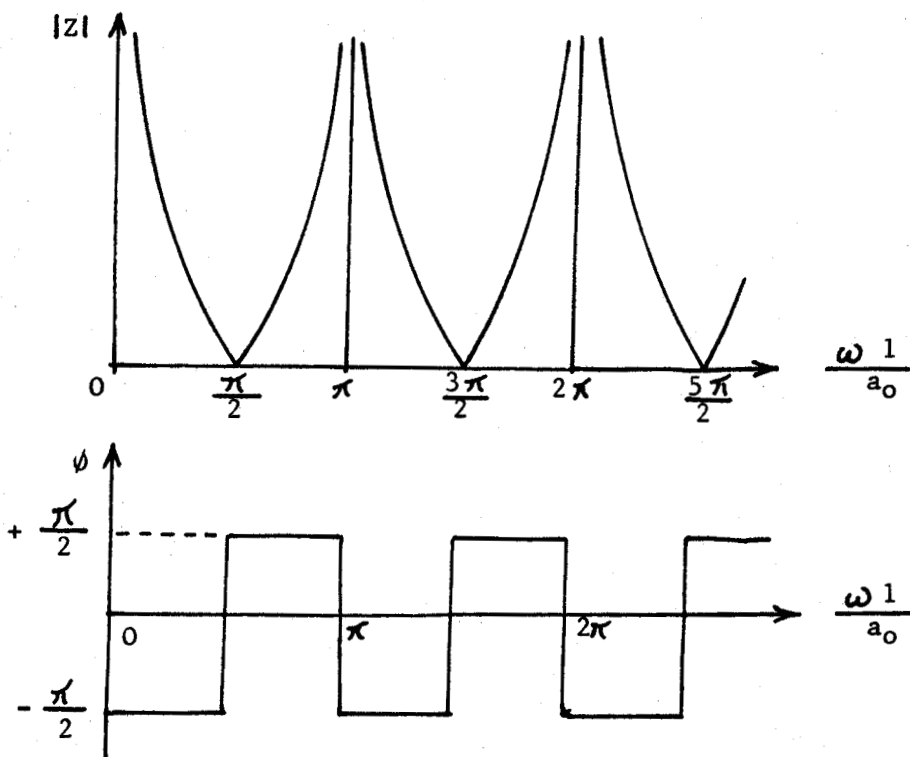


Fig. 5.4



5.4. - VOLUME PLACE SUR UNE LIGNE ACOUSTIQUE

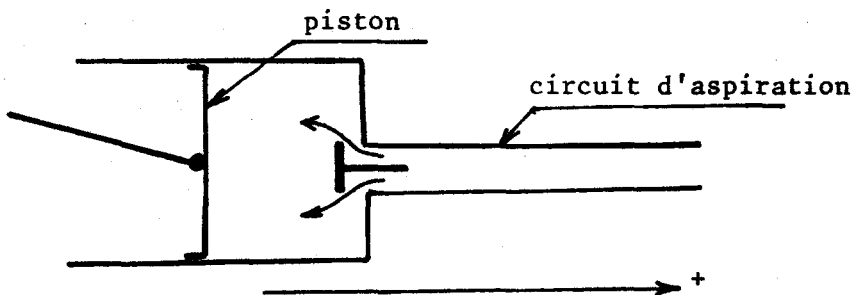


Fig. 5.5

Rappelons que le débit d'air engendré par le mouvement du piston (fig. 5.5.) doit parvenir à l'atmosphère après avoir traversé le circuit constitué par le volume du cylindre et le circuit d'aspiration proprement dit. Nous supposons ici que le circuit d'aspiration est constitué par une conduite de section constante. Nous allons déterminer l'impédance acoustique de l'ensemble de ce circuit. Nous conservons l'orientation des vitesses utilisées jusqu'à présent pour l'étude acoustique (vitesse positive quand l'air sort du cylindre).

5.4.1. - IMPEDANCE ACOUSTIQUE D'UN VOLUME

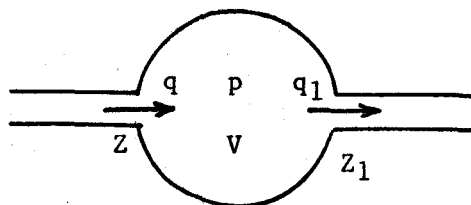


Fig. 5.6

Considérons le volume V (figure 5.6.) sur lequel est branché un circuit d'impédance Z_1 . La pression, uniforme dans tout le volume V, est égale à p à l'instant t. q représentant le débit masse à l'entrée du volume et q_1 le débit masse sortant du volume par le circuit d'impédance Z_1 , la variation de masse d'air contenue dans le volume V pendant le temps dt est :

$$(5-42) \quad dm = (q - q_1) dt$$

Si nous admettons que l'air contenu dans le volume V subit une transformation adiabatique réversible

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{Cte}$$

$$(5-43) \quad \frac{dp}{p} - \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0$$

comme $\rho = \frac{m}{V}$

le volume V restant constant

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m}$$

d'après (5-42) nous obtenons :

$$(5-44) \quad \frac{d\rho}{\rho} = \frac{q - q_1}{\rho V} dt$$

En reportant (5-44) dans l'équation (5-43)

$$\frac{dp}{p} = \gamma \frac{q - q_1}{\rho V} dt$$

$$\frac{dp}{dt} = \gamma \frac{p}{\rho} \frac{q - q_1}{V}$$

Comme la vitesse du son est donnée par

$$a = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$$

(5-45)

$$\frac{dp}{dt} = a^2 \frac{q - q_1}{V}$$

Si nous nous limitons au cas des perturbations de petite amplitude nous pouvons remplacer la vitesse du son a par sa valeur moyenne a_0 et dans le cas d'une excitation sinusoïdale, en passant aux notations complexes :

$$(5-46) \quad \frac{dP}{dt} = a_0^2 \frac{Q - Q_1}{V}$$

Avec

$$\frac{dP}{dt} = i \omega P \quad \text{et} \quad Q_1 = \frac{P}{Z_1}$$



Il vient donc :

$$(5-47) \quad Z = \frac{P}{Q} = \frac{l}{\frac{l}{Z_1} + i \omega \frac{V}{a_0^2}}$$

5.4.2. - Volume et ligne acoustique de section constante en série

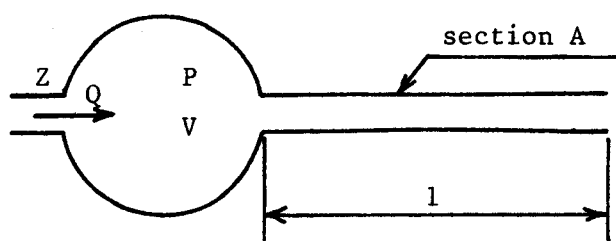


Fig. 5.7

Nous considérons le cas d'une ligne acoustique de section A et de longueur l (figure 5-7) débouchant à l'atmosphère et branchée sur un volume V

Nous obtenons à partir des équation (5-40) et (5-47)

$$Z = \frac{l}{\frac{A}{i a_0} \frac{l}{\operatorname{tg} \frac{\omega l}{a_0}} + i \omega \frac{V}{a_0^2}}$$

$$(5-48) \quad Z = i \frac{a_0 l}{V} \frac{\operatorname{tg} \frac{\omega l}{a_0}}{\frac{Al}{V} - \frac{\omega l}{a_0} \operatorname{tg} \frac{\omega l}{a_0}}$$

Les pulsations de résonance ω_{res} du système étudié sont définies par l'équation :

$$(5-49) \quad \frac{\omega_{res} l}{a_0} \operatorname{tg} \frac{\omega_{res} l}{a_0} = \frac{Al}{V}$$



Dans le cas d'un cylindre muni d'une conduite d'aspiration de section constante (\varnothing 35 mm) de longueur $l = 600$ mm et pour un volume de cavité $V = 392$ cm³ (volume du cylindre du moteur PEUGEOT, type 204 étudié quand le piston est au point mort intérieur) :

$$\frac{A l}{V} = 1,47$$

Par résolution graphique de l'équation (5-49) nous avons trouvé comme valeurs des deux premières fréquences de résonance de l'ensemble cavité - conduite d'aspiration (courbe 5-1)

$$F_{1res} \approx 90 \text{ Hz}$$

$$F_{2res} \approx 320 \text{ Hz}$$

Pour la conduite d'aspiration seule, les deux premières fréquences de résonance sont (paragraphe 5.3.4.)

$$F'_{1res} \approx 140 \text{ Hz}$$

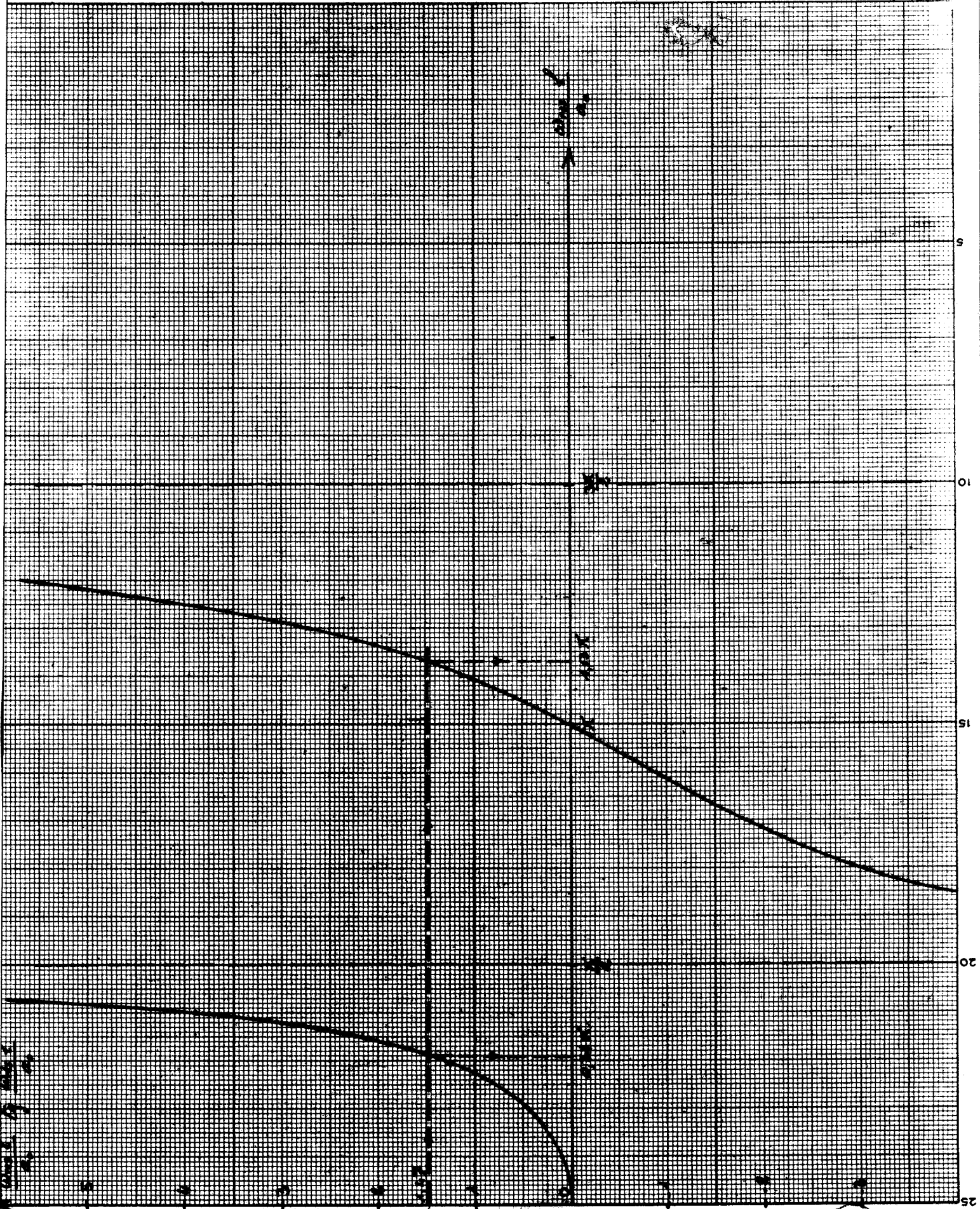
$$F'_{2res} \approx 430 \text{ Hz}$$

La présence du volume du cylindre abaisse donc notablement les fréquences de résonance du circuit d'aspiration. Néanmoins, il reste difficile de tirer des conclusions de la remarque précédente, le volume du cylindre variant constamment au cours de la phase d'aspiration.

SI

OI

S



VI - DETERMINATION DE L'IMPEDANCE ACOUSTIQUE
D'UN RESEAU A PARTIR DE LA MESURE DE PRESSIONS
DANS UNE LIGNE ACOUSTIQUE DE SECTION CONSTANTE

Nous avons défini (paragraphe 5.2.1.) la notion d'impédance acoustique :

$$(5-24) \quad Z = \frac{P}{Q}$$

Si le débit Q de petite amplitude, à l'entrée d'un circuit donné, est une fonction sinusoïdale du temps, la fluctuation de pression qui résulte de ce débit est une fonction sinusoïdale de même fréquence dont on peut déterminer l'amplitude et la phase à partir de l'impédance acoustique Z . En particulier, le débit au voisinage de la soupape d'admission (fonction périodique du temps) étant développé en série de Fourier, nous pouvons reconstituer la pression au voisinage de la soupape d'admission en faisant la somme de toutes les pulsations sinusoïdales de pression résultant des différents harmoniques du débit aspiré. Le problème est donc de déterminer l'impédance acoustique du circuit d'aspiration du moteur étudié. Nous avons déterminé cette grandeur pour des circuits simples au chapitre précédent. Dans le cas de circuits d'aspiration plus complexes, comme celui d'un moteur muni de son filtre à air par exemple, nous nous proposons de déterminer expérimentalement l'impédance acoustique. La détermination expérimentale directe de l'impédance acoustique d'un circuit pose le délicat problème de la mesure instantanée de faibles vitesses pulsatoires. Pour éviter les difficultés posées par ce problème nous avons développé une méthode de détermination de l'impédance acoustique d'un circuit ne faisant intervenir que des mesures de pressions dans une ligne acoustique de section constante disposée en série.

6.1. - LOCALISATION DES VENTRES ET DES NOEUDS DE PRESSION LE LONG D'UNE
LIGNE ACOUSTIQUE

6.1.1. - Distribution des pressions le long de la ligne
acoustique

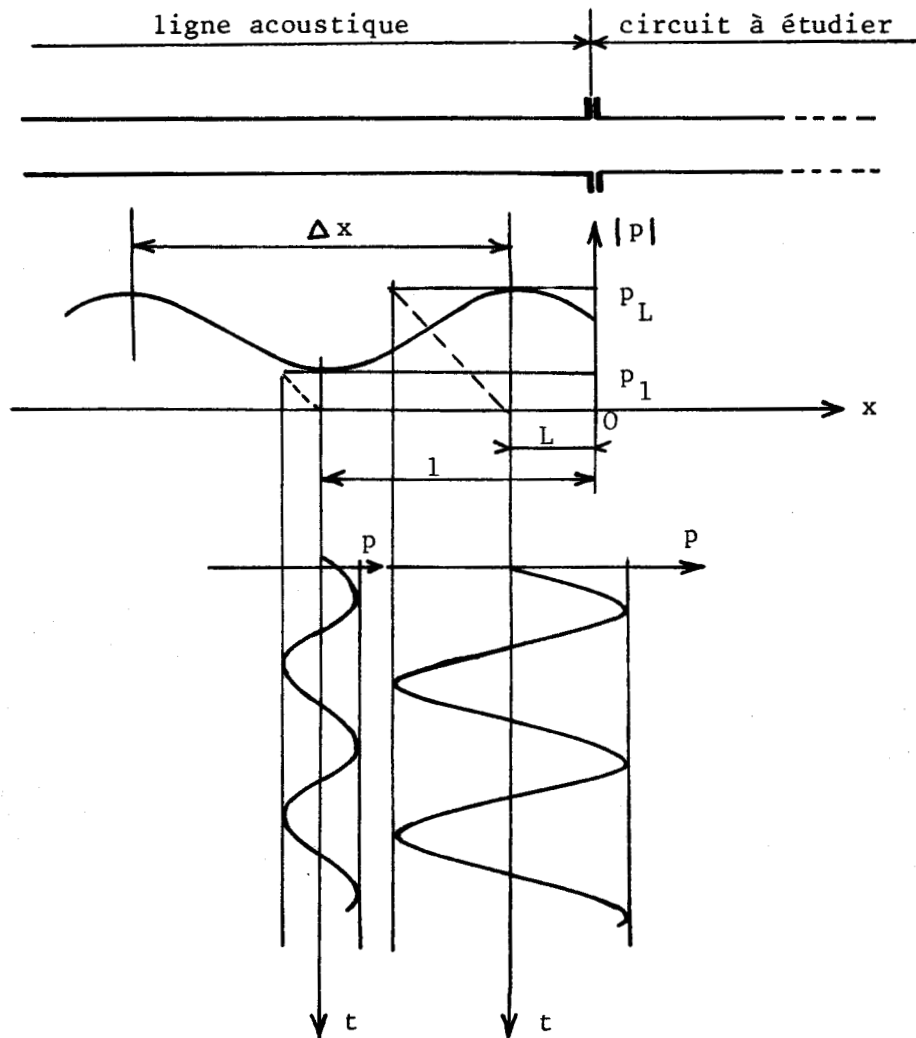


Fig. 6.1

Etudions la distribution des pressions le long d'une ligne acoustique de section constante A à l'extrémité de laquelle le circuit à étudier est monté en série (figure 6.1.) Nous supposons que la ligne acoustique est excitée par une onde sinusoïdale pure de petite amplitude ce qui permet d'appliquer les équations de l'acoustique. Rappelons que la loi de distribution des pressions le long d'une ligne acoustique de section constante est de la forme :

$$p = F_1 \left(t - \frac{x}{a_0} \right) + F_2 \left(t + \frac{x}{a_0} \right)$$



et dans le cas de fluctuations de pression purement sinusoïdales de pulsation ω , nous pouvons écrire la loi (5-18) sous la forme :

$$(6-1) \quad p = b \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{a_0} \right) + \varphi_1 \right] + c \cos \left[\omega \left(t + \frac{x}{a_0} \right) + \varphi_2 \right]$$

où $b, c, \varphi_1, \varphi_2$ sont des constantes, b et c pouvant être choisies positives.

Si P est la représentation complexe de la pression

$$(6-2) \quad P = B e^{i \omega \left(t - \frac{x}{a_0} \right)} + C e^{i \omega \left(t + \frac{x}{a_0} \right)}$$

où B et C sont des constantes complexes.

Par identification des relations (6-1) et (6-2) nous obtenons :

$$(6-3) \quad B = b e^{i \varphi_1} \qquad C = c e^{i \varphi_2}$$

Transformons l'équation (6-2)

$$P = \left[B e^{-i \omega \frac{x}{a_0}} + C e^{i \omega \frac{x}{a_0}} \right] \cdot e^{i \omega t}$$

Compte tenu de (6-3)

$$P = \left[b e^{i \varphi_1} \cdot e^{-i \omega \frac{x}{a_0}} + c e^{i \varphi_2} \cdot e^{i \omega \frac{x}{a_0}} \right] e^{i \omega t}$$

$$P = \left[b \cos \left(\frac{\omega x}{a_0} - \varphi_1 \right) + c \cos \left(\frac{\omega x}{a_0} + \varphi_2 \right) - i \left\{ b \sin \left(\frac{\omega x}{a_0} - \varphi_1 \right) - c \sin \left(\frac{\omega x}{a_0} + \varphi_2 \right) \right\} \right] e^{i \omega t}$$

D'où l'amplitude de la pulsation de pression en un point quelconque de la ligne acoustique :

$$|P|^2 = \left[b \cos \left(\frac{\omega x}{a_0} - \varphi_1 \right) + c \cos \left(\frac{\omega x}{a_0} + \varphi_2 \right) \right]^2 + \left[b \sin \left(\frac{\omega x}{a_0} - \varphi_1 \right) + c \sin \left(\frac{\omega x}{a_0} + \varphi_2 \right) \right]^2$$

$$(6-4) \quad |P|^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos \left(2 \frac{\omega x}{a_0} - \varphi_1 + \varphi_2 \right)$$

L'amplitude de la pulsation de pression admet donc une distribution sinusoïdale le long de la ligne acoustique de section constante, la distance Δx entre deux ventres de pression étant définie par

$$2 \cdot \omega \cdot \frac{\Delta x}{a_0} = 2 \cdot \pi$$

(6-5)

$$\Delta x = \frac{\pi a_0}{\omega} = \frac{a_0}{2 \cdot \nu}$$

où ν représente la fréquence de l'excitation.

6.1.2. - Expression de l'impédance acoustique

Nous avons vu que l'impédance acoustique de la ligne de section constante A au point d'abscisse x est :

$$(5-35) \quad Z(x) = \frac{a_0}{A} \frac{B e^{-i \frac{\omega x}{a_0}} + C e^{i \frac{\omega x}{a_0}}}{B e^{-i \frac{\omega x}{a_0}} - C e^{i \frac{\omega x}{a_0}}}$$

Si nous choisissons l'origine des abscisses à l'entrée du circuit à étudier, nous obtenons l'impédance acoustique de ce circuit en faisant $x = 0$ dans l'expression précédente

$$(6-6) \quad Z = \frac{a_0}{A} \cdot \frac{B + C}{B - C}$$

Compte tenu de (6-3)

$$(6-7) \quad Z = \frac{a_0}{A} \frac{b + c e^{i \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)}}{b - c e^{i \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)}}$$

Nous supposons qu'au point d'abscisse $x = -L$ l'amplitude des pulsations de pression est maximum et égale à p_L . D'après (6-4), nous pouvons écrire en ce point :

$$\cos \left(-2 \frac{\omega L}{a_0} - \varphi_1 + \varphi_2 \right) = 1$$

$$(6-8) \quad \varphi_2 - \varphi_1 = 2 \frac{\omega L}{a_0} + 2.k.\pi$$

et

$$p_L^2 = b^2 + c^2 + 2 bc$$

$$(6-9) \quad p_L = b + c$$

Toujours d'après l'équation (6-4), l'amplitude de la pulsation de pression est minimale au point d'abscisse $x = -1$ tel que

$$\cos \left(-2 \frac{\omega L}{a_0} - \varphi_1 + \varphi_2 \right) = -1$$

et la valeur p_1 de ce minimum est :

$$p_1^2 = b^2 + c^2 - 2 bc$$

$$p_1^2 = (b - c)^2$$

Si de plus nous admettons que l'amplitude de l'onde réfléchie est inférieure à l'amplitude de l'onde progressive,

$$b > c$$

et

$$(6-10) \quad p_1 = b - c$$

$$\text{D'après (6-8)} \quad e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)} = e^{2i \frac{\omega L}{a_0}}$$

D'après (6-9) et (6-10)

$$b = \frac{p_L + p_1}{2} \quad c = \frac{p_L - p_1}{2}$$

En reportant les trois dernières expressions dans (6-7) nous obtenons :

$$Z = \frac{a_0}{A} \frac{p_L + p_1 + (p_L - p_1) e^{2i \frac{\omega L}{a_0}}}{p_L + p_1 - (p_L - p_1) e^{2i \frac{\omega L}{a_0}}}$$

$$Z = \frac{a_0}{A} \frac{(p_L + p_1) e^{-i \frac{\omega L}{a_0}} + (p_L - p_1) e^{i \frac{\omega L}{a_0}}}{(p_L + p_1) e^{-i \frac{\omega L}{a_0}} - (p_L - p_1) e^{i \frac{\omega L}{a_0}}}$$

$$Z = \frac{a_0}{A} \frac{(p_L + p_1) (\cos \frac{\omega L}{a_0} - i \sin \frac{\omega L}{a_0}) + (p_L - p_1) (\cos \frac{\omega L}{a_0} + i \sin \frac{\omega L}{a_0})}{(p_L + p_1) (\cos \frac{\omega L}{a_0} - i \sin \frac{\omega L}{a_0}) - (p_L - p_1) (\cos \frac{\omega L}{a_0} + i \sin \frac{\omega L}{a_0})}$$

$$Z = \frac{a_0}{A} \frac{p_L \cos \frac{\omega L}{a_0} - i p_1 \sin \frac{\omega L}{a_0}}{p_1 \cos \frac{\omega L}{a_0} - i p_L \sin \frac{\omega L}{a_0}}$$

En posant

$$(6-11) \quad \mu = \frac{p_1}{p_L}$$

$$(6-12) \quad Z = \frac{a_0}{A} \frac{1 - i \mu \operatorname{tg} \frac{\omega L}{a_0}}{\mu - i \operatorname{tg} \frac{\omega L}{a_0}}$$

La relation (6-12) permet de calculer l'impédance acoustique du circuit étudié, pour une pulsation ω donnée, à partir de la distance L pour laquelle on observe un ventre de pression et le rapport μ de l'amplitude des pulsations de pression aux noeuds et aux ventres de pression.

6.2. - RAPPORT DES AMPLITUDES ET DEPHASAGE DES PRESSIONS EN DEUX POINTS D'UNE LIGNE ACOUSTIQUE

6.2.1. - Expression de la loi de distribution des pressions, en fonction des pressions en deux points de la ligne acoustique

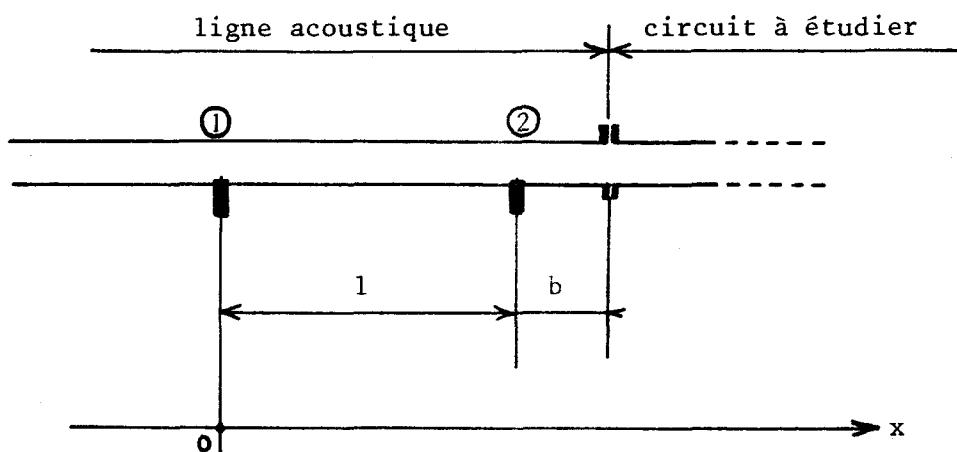


Fig. 6.2

Le circuit à étudier et une ligne acoustique de section constante A , excitée par une onde sinusoïdale de pulsation ω , sont disposés en série (figure 6.2.)

Les pressions instantanées en deux points ① et ② de la ligne acoustique, dont les positions sont précisées sur la figure, sont supposées connues.

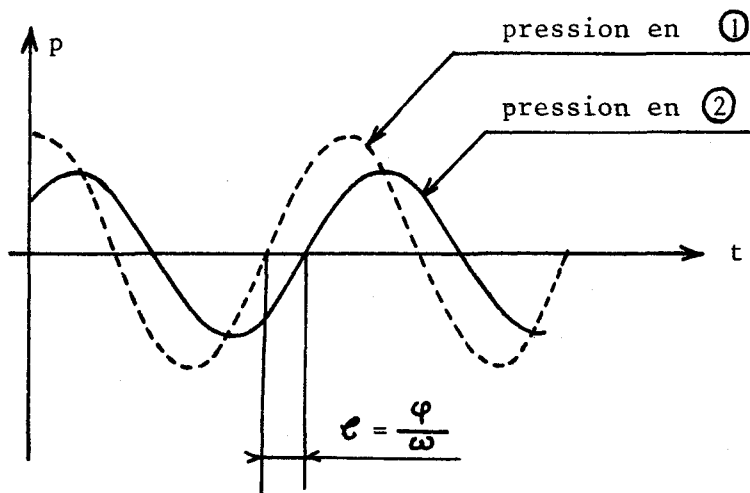


Fig. 6.3

La pression au point ①, (voir figure 6.3.), étant représentée en complexe par

$$(6-13) \quad P_1 = p_1 e^{i\omega t}$$

Nous pouvons représenter la pression au point ② par

$$(6-14) \quad P_2 = p_2 e^{i(\omega t - \varphi)}$$

où p_1 et p_2 sont les amplitudes des pulsations de pression aux points ① et ② et φ l'avance de phase de la pression en ① sur la pression en ②.

Nous avons déjà vu que la loi de distribution des pressions le long de la ligne acoustique est de la forme

$$(6-2) \quad P = B e^{i\omega(t - \frac{x}{a_0})} + C e^{i\omega(t + \frac{x}{a_0})}$$

En choisissant comme origine des abscisses le point ①, et en identifiant les valeurs des pressions aux points ① et ② données par la relation (6-2) aux valeurs données par les relations (6-13) et (6-14) nous obtenons :

$$(6-15) \quad B + C = p_1$$

$$(6-16) \quad B e^{-i\frac{\omega l}{a_0}} + C e^{i\frac{\omega l}{a_0}} = p_2 e^{i\varphi}$$

Par résolution du système d'équations (6-15) et (6-16) nous obtenons les valeurs des constantes complexes B et C.

$$(6-17) \quad B = \frac{p_1 e^{i\frac{\omega l}{a_0}} - p_2 e^{-i\varphi}}{2 i \sin \frac{\omega l}{a_0}}$$

$$(6-18) \quad C = \frac{p_2 e^{-i\varphi} - p_1 e^{-i\frac{\omega l}{a_0}}}{2 i \sin \frac{\omega l}{a_0}}$$

Les constantes B et C étant déterminées, la loi de fluctuation des pressions est connue dans l'ensemble de la ligne acoustique de section constante.

6.2.2. - Expression de l'impédance acoustique

L'impédance acoustique en un point d'abscisse x de la ligne acoustique est donnée par :

$$(5-35) \quad Z(x) = \frac{a_0}{A} \frac{B e^{-i \frac{\omega x}{a_0}} + C e^{i \frac{\omega x}{a_0}}}{B e^{-i \frac{\omega x}{a_0}} - C e^{i \frac{\omega x}{a_0}}}$$

Compte tenu du choix de l'origine des abscisses, nous obtenons la valeur de l'impédance acoustique Z du circuit à étudier en remplaçant x par l + b

$$(6-19) \quad Z = \frac{a_0}{A} \frac{B e^{-i \frac{\omega}{a_0} (l+b)} + C e^{-i \frac{\omega}{a_0} (l+b)}}{B e^{-i \frac{\omega}{a_0} (l+b)} - C e^{i \frac{\omega}{a_0} (l+b)}}$$

En remplaçant B et C par les valeurs données par les expressions (6-17) et (6-18) :

$$Z = \frac{a_0}{A} \frac{(p_1 e^{i \frac{\omega l}{a_0}} - p_2 e^{-i \varphi}) e^{-i \frac{\omega}{a_0} (l+b)} + (p_2 e^{-i \varphi} - p_1 e^{-i \frac{\omega l}{a_0}}) e^{i \frac{\omega}{a_0} (l+b)}}{(p_1 e^{i \frac{\omega l}{a_0}} - p_2 e^{-i \varphi}) e^{-i \frac{\omega}{a_0} (l+b)} - (p_2 e^{-i \varphi} - p_1 e^{-i \frac{\omega l}{a_0}}) e^{i \frac{\omega}{a_0} (l+b)}}$$

$$Z = \frac{a_0}{A} \frac{p_1 (e^{-i \frac{\omega b}{a_0}} - e^{i \frac{\omega b}{a_0}}) + p_2 e^{-i \varphi} (e^{i \frac{\omega}{a_0} (l+b)} - e^{-i \frac{\omega}{a_0} (l+b)})}{p_1 (e^{-i \frac{\omega b}{a_0}} + e^{i \frac{\omega b}{a_0}}) - p_2 e^{i \varphi} (e^{i \frac{\omega}{a_0} (l+b)} + e^{i \frac{\omega}{a_0} (l+b)})}$$

$$(6-20) \quad Z = \frac{a_0}{A} \frac{-i p_1 \sin \frac{\omega b}{a_0} + i p_2 e^{-i \varphi} \sin \frac{\omega}{a_0} (l+b)}{p_1 \cos \frac{\omega b}{a_0} - p_2 e^{i \varphi} \cos \frac{\omega}{a_0} (l+b)}$$

Nous posons

(6-21)

$$\mu = \frac{p_1}{p_2}$$

et nous multiplions le numérateur et le dénominateur de (6-20) par $i e^{i\varphi}$:

$$Z = \frac{a_0}{A} \frac{\mu \sin\left(\frac{\omega b}{a_0}\right) \cdot e^{i\varphi} - \sin\frac{\omega}{a_0} (1+b)}{i \mu \cos\left(\frac{\omega b}{a_0}\right) \cdot e^{i\varphi} - \cos\frac{\omega}{a_0} (1+b)}$$

-22)

$$Z = \frac{a_0}{A} \frac{\sin\frac{\omega}{a_0}(1+b) - \mu \sin\frac{\omega b}{a_0} \cos\varphi - i \mu \sin\frac{\omega b}{a_0} \sin\varphi}{\mu \cos\frac{\omega b}{a_0} \sin\varphi + i \left[\cos\frac{\omega}{a_0}(1+b) - \mu \cos\frac{\omega b}{a_0} \cos\varphi \right]}$$

La relation (6-22) permet de calculer l'impédance acoustique du circuit étudié à partir du rapport μ de l'amplitude des pressions aux points ① et ② et du déphasage φ de ces pressions.

Dans le cas particulier où le point ② est situé à l'entrée du circuit à étudier, l'expression (6-22) se réduit à ($b = 0$) :

(6-23)

$$Z = \frac{a_0}{A} \cdot \frac{\sin\frac{\omega l}{a_0}}{\mu \sin\varphi + i \left(\cos\frac{\omega l}{a_0} - \mu \cos\varphi \right)}$$

6.2.3. - Choix de la distance entre les points de mesure des pressions

Rappelons que pour une ligne acoustique de section constante A excitée en régime sinusoïdal de pulsation ω , la loi de distribution des pressions peut s'écrire sous la forme complexe :

$$P = B e^{i\omega \left(t - \frac{x}{a_0}\right)} + C e^{i\omega \left(t + \frac{x}{a_0}\right)}$$

les constantes B et C étant définies par les expressions :

$$(6-17) \quad B = \frac{p_1 e^{i \frac{\omega l}{a_0}} - p_2 e^{-i \varphi}}{2i \sin \frac{\omega l}{a_0}}$$

$$(6-18) \quad C = \frac{p_2 e^{-i \varphi} - p_1 e^{-i \frac{\omega l}{a_0}}}{2i \sin \frac{\omega l}{a_0}}$$

Les relations (6-17) et (6-18) ne sont pas définies pour les valeurs de la distance l entre les points de mesure de pression telles que :

$$\sin \frac{\omega l}{a_0} = 0$$

(6-24)

$$\frac{\omega l}{a_0} = k \pi$$

Nous nous proposons d'étudier ce qui se produit lorsque la distance entre points de mesure de pression vérifie la relation (6-24). Les frottements n'ayant pas été pris en compte dans nos calculs, nous avons intérêt à choisir une distance entre prises de pression aussi petite que possible de façon à réduire leur influence sur les écarts entre résultats théoriques et pratiques. La période de la loi de distribution des pressions le long de la ligne acoustique étant :

$$(6-5) \quad \Delta x = \frac{\pi a_0}{\omega}$$

nous limiterons notre étude aux valeurs de l telles que

$$0 \leq l \leq \Delta x$$

Dans ces conditions, d'après (6-24), les seules valeurs de l pour lesquelles les relations (6-17) et (6-18) sont indéterminées sont :

$$l = 0$$

$$l = \frac{\pi a_0}{\omega}$$

1er cas : $l \rightarrow 0$

La distance entre les points de mesure de pression tend vers zéro. Dans ce cas, le rapport des amplitudes des pressions mesurées

$$\mu = \frac{p_1}{p_2} \rightarrow 1$$

et le déphasage entre ces pressions

$$\varphi \rightarrow 0$$

L'expression (6-22) définissant l'impédance acoustique du circuit étudié tend vers une forme indéterminée du type $\frac{0}{0}$

2ème cas : $\frac{\omega l}{a_0} \rightarrow \pi$

Dans ce cas l'équation (6-16) se réduit à :

$$B e^{-i\pi} + C e^{i\pi} = p_2 e^{i\varphi}$$

$$(6-25) \quad B + C = -p_2 (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

Compte tenu de

$$(6-15) \quad B + C = p_1$$

nous obtenons :

$$(6-26) \quad p_1 = -p_2 (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

p_1 et p_2 étant des valeurs réelles positives, les solutions de (6-26) sont

$$\varphi = (2k + 1) \pi$$

ou

$$p_1 = p_2 = 0$$

$$1) \quad \underline{\varphi = (2k + 1) \pi}$$

Alors $p_1 = p_2 = B + C$, $\mu = 1$, $\cos \varphi = -1$, $\sin \varphi = 0$

Etudions l'expression (6-22) définissant l'impédance acoustique du circuit étudié.

$$(6-22) \quad Z = \frac{a_0}{A} \frac{\sin \frac{\omega}{a_0} (1+b) - \mu \sin \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi - i \mu \sin \frac{\omega b}{a_0} \sin \varphi}{\cos \frac{\omega b}{a_0} \sin \varphi + i \left[\cos \frac{\omega}{a_0} (1+b) - \mu \cos \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi \right]} = \frac{N}{D}$$

Dans le cas particulier étudié :

$$N = \sin \frac{\omega}{a_0} (1+b) + \sin \frac{\omega b}{a_0}$$

$$N = \sin \frac{\omega l}{a_0} \cos \frac{\omega b}{a_0} + \sin \frac{\omega b}{a_0} \cos \frac{\omega l}{a_0} + \sin \frac{\omega b}{a_0}$$

$$\text{comme } \sin \frac{\omega l}{a_0} = 0 \text{ et } \cos \frac{\omega l}{a_0} = -1$$

$$N = 0$$

$$D = i \left[\cos \frac{\omega}{a_0} (1+b) + \cos \frac{\omega b}{a_0} \right]$$

$$D = i \left[\cos \frac{\omega l}{a_0} \cos \frac{\omega b}{a_0} - \sin \frac{\omega l}{a_0} \sin \frac{\omega b}{a_0} + \cos \frac{\omega b}{a_0} \right]$$

$$D = 0$$

Donc, si $\frac{\omega l}{a_0} \longrightarrow \pi$ avec $\varphi = (2k + 1) \pi$, la relation (6-22) définissant l'impédance acoustique tend vers une forme indéterminée du type $\frac{0}{0}$.

$$2) \underline{p_1 = p_2 = 0}$$

Dans le cas où $p_1 = p_2 = 0$ les équations (6-15) et (6-16) se réduisent à

$$B + C = 0$$

Si $B = C = 0$, les fluctuations de pression sont nulles en tout point de la ligne acoustique d'après la relation (6-2)

Etudions le cas $B = -C$, B et C étant différents de zéro. D'après (6-19)

$$(6-19) \quad Z = \frac{a_0}{A} \frac{B e^{-i \frac{\omega}{a_0} (1+b)} + C e^{i \frac{\omega}{a_0} (1+b)}}{B e^{-i \frac{\omega}{a_0} (1+b)} - C e^{i \frac{\omega}{a_0} (1+b)}}$$

Compte tenu de $B = -C$

$$Z = \frac{a_0}{A} \frac{e^{-i \frac{\omega}{a_0} (1+b)} - e^{i \frac{\omega}{a_0} (1+b)}}{e^{-i \frac{\omega}{a_0} (1+b)} + e^{i \frac{\omega}{a_0} (1+b)}}$$

$$Z = -i \frac{a_0}{A} \frac{\sin \frac{\omega}{a_0} (1+b)}{\cos \frac{\omega}{a_0} (1+b)}$$

$$Z = -i \frac{a_0}{A} \frac{\sin \frac{\omega l}{a_0} \cos \frac{\omega b}{a_0} + \sin \frac{\omega b}{a_0} \cos \frac{\omega l}{a_0}}{\cos \frac{\omega l}{a_0} \cos \frac{\omega b}{a_0} - \sin \frac{\omega l}{a_0} \sin \frac{\omega b}{a_0}}$$

et comme $\frac{\omega l}{a_0} = \pi$

$$(6-27) \quad Z = -i \frac{a_0}{A} \operatorname{tg} \frac{\omega b}{a_0}$$

Le cas $B = -C$ correspond à l'établissement d'ondes stationnaires dans la ligne acoustique, les mesures de pression étant réalisées aux noeuds de vibration.

Comme nous l'avons vu, si $l \rightarrow 0$ ou $l \rightarrow \frac{\lambda a_0}{\omega}$ l'expression (6-22) définissant l'impédance acoustique du circuit étudié peut être indéterminée. Pour réaliser une détermination convenable de l'impédance acoustique du circuit étudié il sera nécessaire de choisir l assez éloigné de $l = 0$ ou $l = \frac{\lambda a_0}{\omega}$

VII - MESURE DES IMPEDANCES ACOUSTIQUES

Nous avons présenté au chapitre 6 deux méthodes de détermination des impédances acoustiques respectivement basées sur la localisation des maxima d'amplitude des pulsations de pression le long d'une ligne acoustique de section constante d'une part, sur le relevé des amplitudes et du déphasage des pressions en deux points de la ligne acoustique d'autre part. Le principe de ces méthodes est à rapprocher de celui de la mesure du taux d'ondes stationnaires (T.O.S.) en hyperfréquences.

Après avoir choisi entre les deux méthodes proposées, nous contrôlons par une étude expérimentale la validité de nos hypothèses sur la loi de distribution des pressions le long de la ligne acoustique. Nous traçons ensuite les impédances acoustiques pour des tuyaux ouverts ou fermés et nous comparons les résultats obtenus à la théorie. Enfin nous définissons une fonction de transfert pour caractériser l'aptitude d'un circuit à atténuer les pulsations de pression et donc à réduire le bruit rayonné.

7.1. - CHOIX D'UNE METHODE

Rappelons que d'après la relation (1-4), la loi de distribution des amplitudes des pulsations de pression est sinusoïdale. Cette loi ne présente donc pas de variation très nette au voisinage du maximum et il est difficile de repérer expérimentalement ce point avec précision. Par la première méthode proposée, il est de plus nécessaire de déplacer une sonde de pression le long d'une ligne acoustique pour repérer les points de pression maximum pour chaque valeur de la fréquence pour laquelle on détermine l'impédance acoustique ce qui se prête mal à un traitement automatique des mesures.

Par la seconde méthode proposée, la position des capteurs de pression le long de la ligne acoustique est fixée, mais l'indétermination de la relation (6-22) définissant l'impédance acoustique pour les valeurs de la distance l entre prises de pression

$$l = 0 \qquad l = \frac{\pi a_0}{\omega}$$

conduit à limiter le domaine de fréquences étudié pour une position donnée des capteurs. En pratique nous avons adopté :

(7-1)

$$\frac{\pi}{3} \leq \frac{\omega l}{a_0} \leq \frac{2\pi}{3}$$

En respectant l'inégalité (7-1), nous pouvons explorer un domaine de fréquences dont le rapport entre la plus haute et la plus basse des fréquences est égal à 2. Nous pouvons donc explorer un assez large domaine de fréquences en ne déplaçant les sondes de pression qu'un petit nombre de fois.

En pratique, nous avons choisi de mesurer les impédances acoustiques par la méthode mettant en oeuvre des relevés de pression en deux points de la ligne acoustique de section constante (réf. 7-1)

7.2. - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

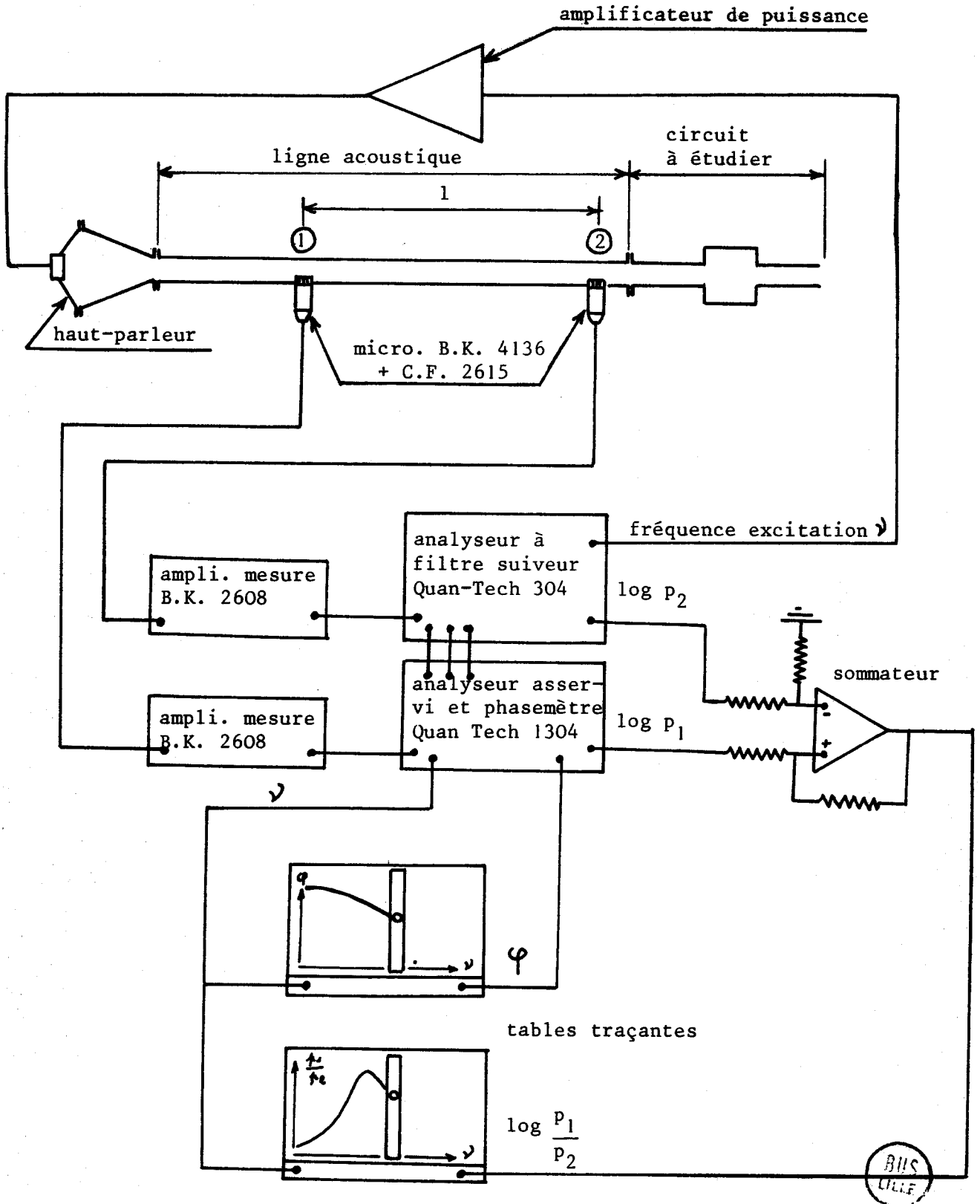


FIG. 7-1



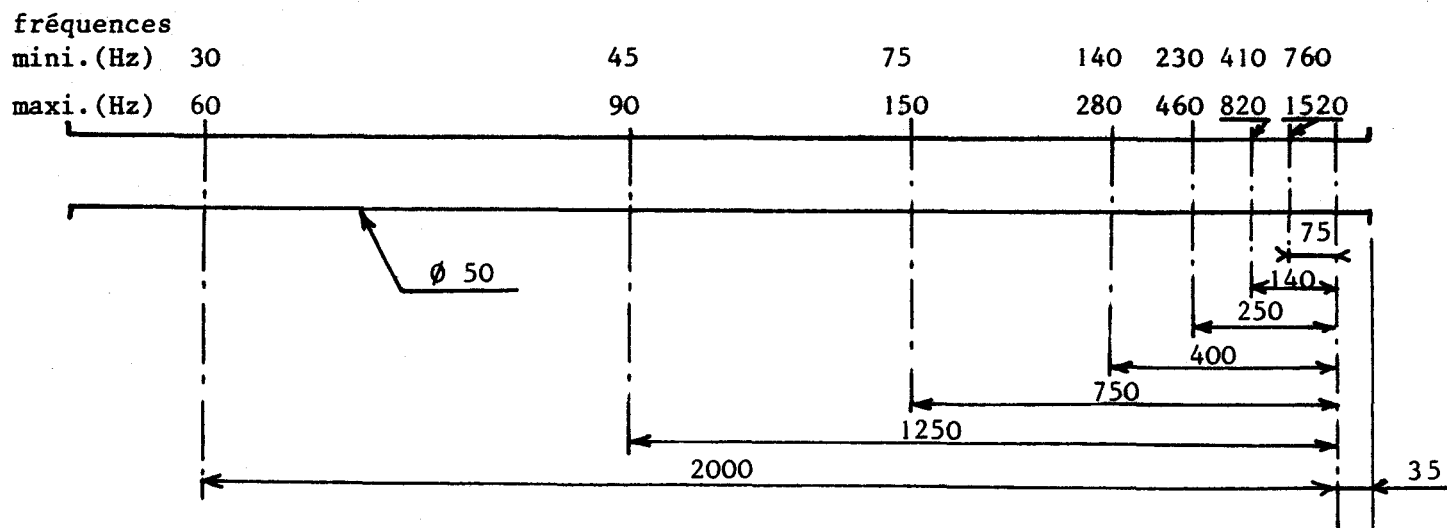


FIG. 7-2

Le dispositif expérimental (figure 7-1) comporte un haut-parleur excitant une ligne acoustique de section constante à l'extrémité de laquelle le circuit à étudier est monté. Les pressions le long de la ligne acoustique et les gammes de fréquences qu'il est possible d'étudier pour chaque position d'après la relation (7-1) sont indiquées sur la figure 7-2.

Un analyseur à filtre suiveur fournit une tension sinusoïdale de fréquence ν égale à la fréquence d'accord du filtre. Après amplification cette tension est utilisée à exciter le haut parleur. L'analyseur délivre des tensions continues proportionnelles à $\log p_1$ et $\log p_2$ et le déphasage entre les pressions relevées aux points ① et ② ainsi qu'une tension proportionnelle à la fréquence d'excitation. Nous enregistrons sur tables tracantes les valeurs $\log \frac{p_2}{p_1}$ et φ en fonction de la fréquence d'excitation ν .

Les valeurs ainsi relevées sont dépouillées sur un calculateur de bureau HEWLETT-PACKARD 9810 avec traceur de courbes. Les valeurs de μ et φ sont introduites au clavier et le calculateur trace directement les courbes d'impédance en fonction de la fréquence. Nous donnons le détail du programme de calcul en annexe 2.

En pratique, nous avons limité le niveau de pression mesuré à 110 dB et nous avons utilisé un temps de 500 s pour un balayage de 100 Hz de l'analyseur à filtre suiveur avec une largeur de bande de ce filtre égale à 1 Hz.

7.3. - JUSTIFICATION DES HYPOTHESES

7.3.1. - Principe de la justification

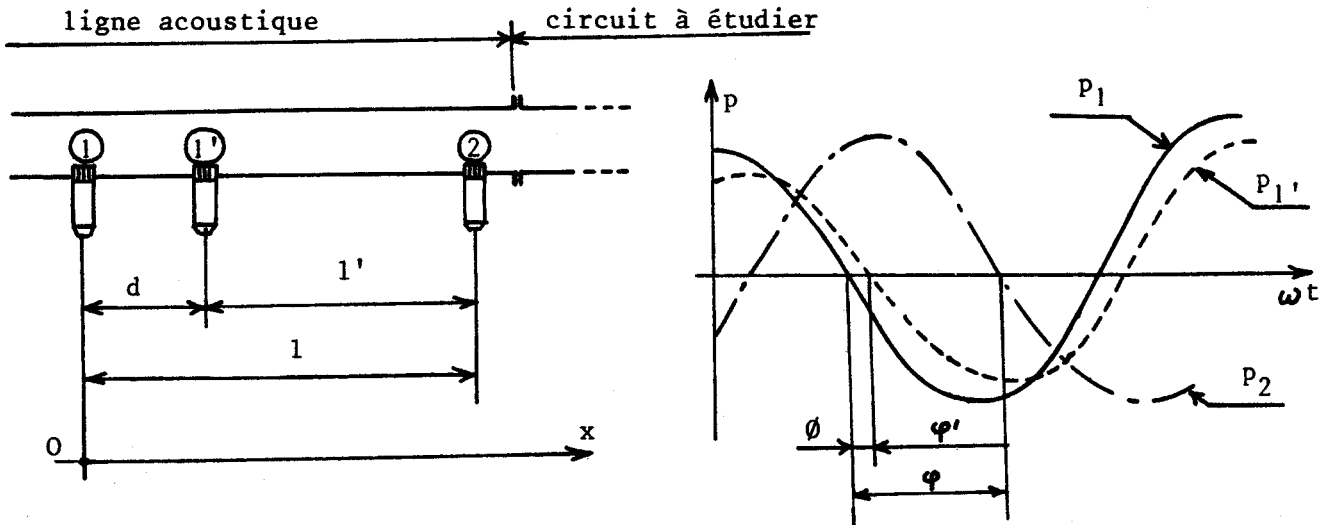


Fig. 7.3

Nous nous proposons de vérifier si la loi de distribution des pressions (6-2) dans la ligne acoustique convient.

$$(6-2) \quad P = B e^{i\omega(t - \frac{x}{a_0})} + C e^{i\omega(t + \frac{x}{a_0})}$$

avec

$$(6-17) \quad B = \frac{p_1 e^{i\omega \frac{l}{a_0}} - p_2 e^{-i\varphi}}{2i \sin \frac{\omega l}{a_0}}$$

$$(6-18) \quad C = \frac{p_2 e^{-i\varphi} - p_1 e^{-i\frac{\omega l}{a_0}}}{2i \sin \frac{\omega l}{a_0}}$$

Nous mesurons le rapport des amplitudes des pressions aux points ① et ②

$$\mu = \frac{P_1}{P_2}$$

et l'avance de phase φ de la pression en ① sur la pression en ② (fig. 7-3)

A partir des valeurs de μ et φ et de la loi de pression (6-2) nous calculons le rapport

$$\mu' = \frac{P_1'}{P_2}$$

des amplitudes des fluctuations de pression en ①' et ②' et l'avance φ' des fluctuations de pression en ①' sur celles en ②' et nous vérifions si les valeurs ainsi calculées correspondent aux valeurs mesurées.

La loi de variation de pression au point ①' est obtenue en faisant $x = d$ dans (6-2)

$$(7-2) \quad P_1' = B e^{i\omega(t - \frac{d}{a_0})} + C e^{i\omega(t + \frac{d}{a_0})}$$

et celle au point ②' en faisant $x = l$ dans cette même expression

$$(7-3) \quad P_2 = B e^{i\omega(t - \frac{l}{a_0})} + C e^{i\omega(t + \frac{l}{a_0})}$$

$$(7-4) \quad \frac{P_1'}{P_2} = \mu' e^{i\varphi'} = \frac{B e^{-i \frac{\omega d}{a_0}} + C e^{i \frac{\omega d}{a_0}}}{B e^{-i \frac{\omega l}{a_0}} + C e^{i \frac{\omega l}{a_0}}}$$

$$\mu' e^{i\varphi'} = \frac{(p_1 e^{i\omega \frac{l}{a_0}} - p_2 e^{-i\varphi}) e^{-i \frac{\omega d}{a_0}} + (p_2 e^{-i\varphi} - p_1 e^{-i\omega \frac{l}{a_0}}) e^{i \frac{\omega d}{a_0}}}{(p_1 e^{i\omega \frac{l}{a_0}} - p_2 e^{-i\varphi}) e^{-i \frac{\omega l}{a_0}} + (p_2 e^{-i\varphi} - p_1 e^{-i\omega \frac{l}{a_0}}) e^{i \frac{\omega l}{a_0}}}$$

En introduisant

$$\mu = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\mu' e^{i\varphi'} = \frac{\mu \left[e^{i \frac{\omega}{a_0} (1-d)} - e^{-i \frac{\omega}{a_0} (1-d)} \right] + e^{-i\varphi} \left(e^{i \frac{\omega d}{a_0}} - e^{-i \frac{\omega d}{a_0}} \right)}{e^{-i\varphi} \left(e^{i \frac{\omega l}{a_0}} - e^{-i \frac{\omega l}{a_0}} \right)}$$

$$\mu' e^{i\varphi'} = \frac{\mu \sin \frac{\omega}{a_0} (1-d) + (\cos \varphi - i \sin \varphi) \sin \frac{\omega d}{a_0}}{e^{-i\varphi} \sin \frac{\omega l}{a_0}}$$

$$(7-5) \quad \mu' e^{i\varphi'} = e^{i\varphi} \frac{\mu \sin \frac{\omega}{a_0} (1-d) + \sin \frac{\omega d}{a_0} \cos \varphi - i \sin \frac{\omega d}{a_0} \sin \varphi}{\sin \frac{\omega l}{a_0}}$$

En identifiant les deux membres de l'équation (7-5)

nous obtenons

$$(7-6) \quad \mu'^2 = \frac{\left(\mu \sin \frac{\omega}{a_0} (1-d) + \sin \frac{\omega d}{a_0} \cos \varphi \right)^2 + \left(\sin \frac{\omega d}{a_0} \sin \varphi \right)^2}{\sin^2 \frac{\omega l}{a_0}}$$

et $\varphi' = \varphi - \theta$

avec

$$(7-8) \quad \text{tg } \theta = \frac{\sin \frac{\omega d}{a_0} \sin \varphi}{\mu \sin \frac{\omega}{a_0} (1-d) + \sin \frac{\omega d}{a_0} \cos \varphi}$$

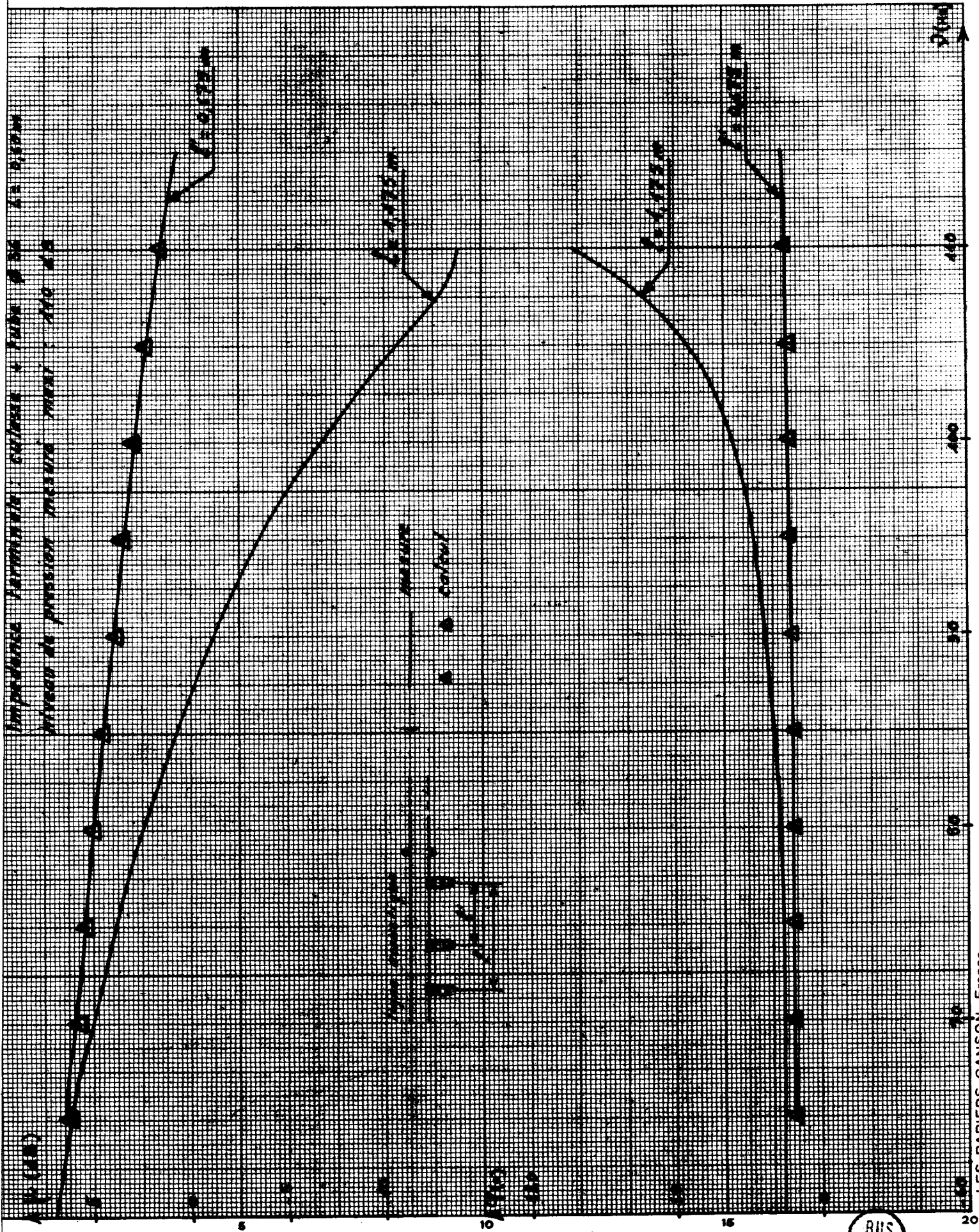
7.3.2. - Résultats

L'impédance placée à l'extrémité de la ligne acoustique étant une culasse de moteur Peugeot, type 204, dont le circuit d'aspiration est constitué d'un tube de diamètre constant (\emptyset 36 mm) et de longueur 0,60 m, nous avons tracé les valeurs de μ et φ pour une distance l entre les prises de pression sur la ligne acoustique et les valeurs μ' et φ' relatives à une longueur l' dans les cas suivants (courbes 7.1, 7.2)

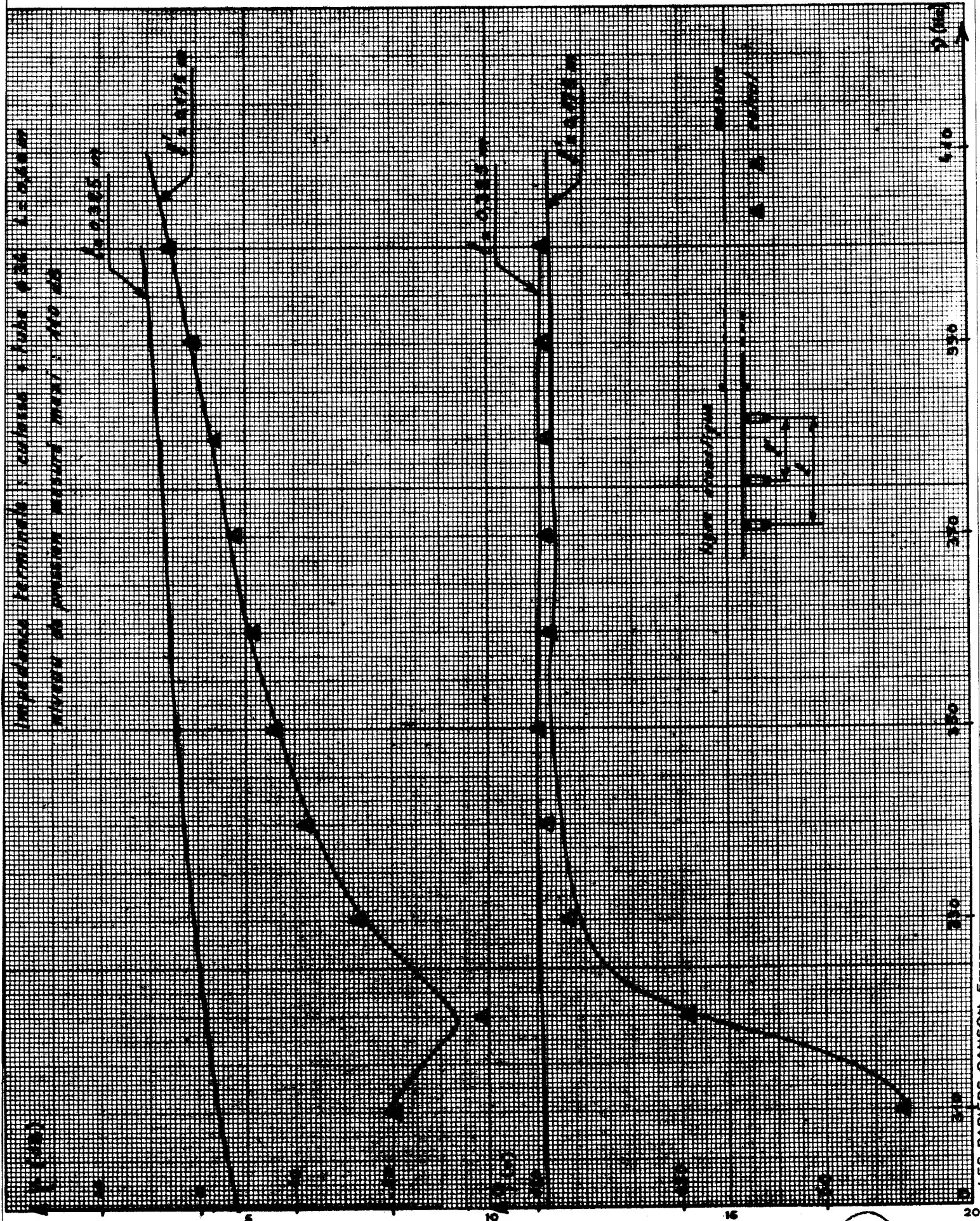
$$l = 1,175 \text{ m} \quad l' = 0,675 \text{ m} \quad 60 \text{ Hz} \leq \nu \leq 110 \text{ Hz}$$

$$l = 0,325 \text{ m} \quad l' = 0,175 \text{ m} \quad 310 \text{ Hz} \leq \nu \leq 400 \text{ Hz}$$

Nous avons calculé les valeurs de μ' et φ' relatives aux longueurs l' à partir des valeurs de μ et φ relatives aux longueurs l et nous avons reporté les valeurs calculées sur les courbes 7.1 et 7.2 (points repérés par des triangles). Dans les deux cas nous avons obtenu une bonne concordance entre valeurs calculées et valeurs mesurées pour la distance l' ce qui confirme que la loi de variation de pression supposée représente correctement les pressions dans la ligne acoustique. Notons que nos mesures ont été effectuées avec un niveau de pression mesuré maximal de 110 dB.



BUS LILLE



BUS LILLE

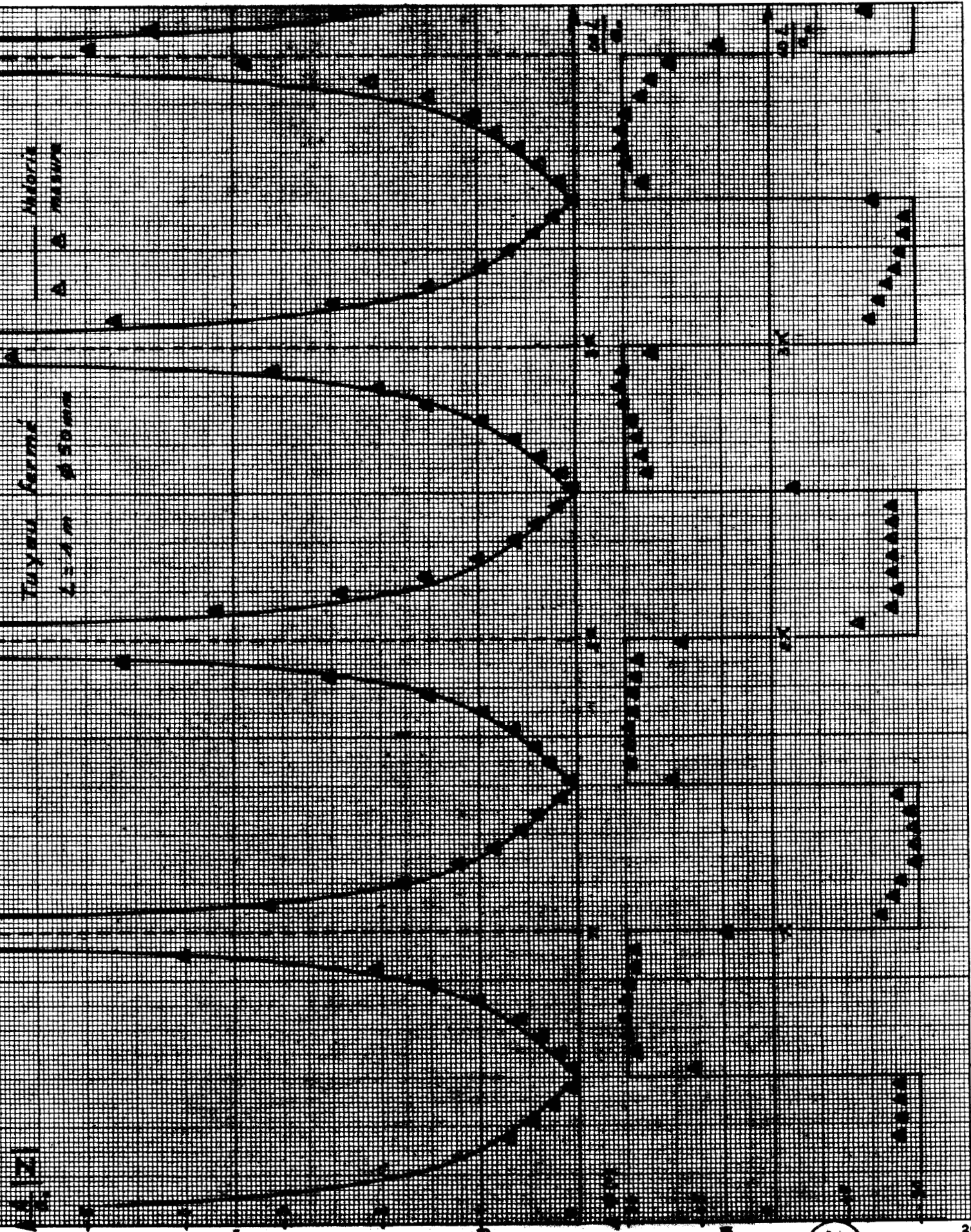
7.4. - MESURES

Nous avons mesuré les impédances acoustiques de tuyaux ouverts ou fermés à leurs extrémités de longueur $L = 1$ m et de diamètre constant (\emptyset 50 mm) égal au diamètre de la ligne acoustique.

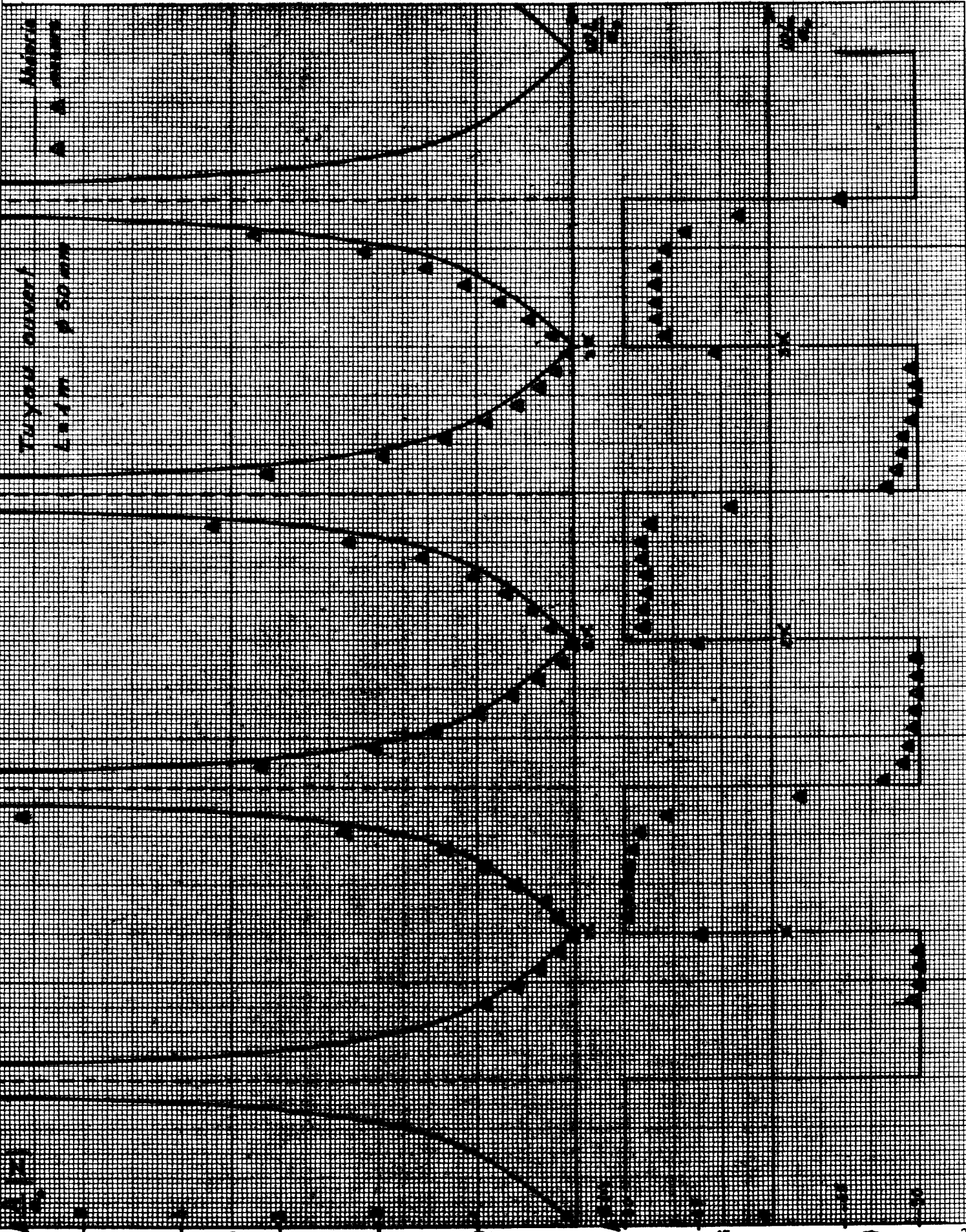
Nous avons comparé les points relevés expérimentalement (repérés par des triangles sur les courbes 7.3 et 7.4) aux valeurs théoriques de l'impédance acoustique (voir paragraphe 5.3.4. et 5.3.5.). Dans les deux cas nous constatons un bon accord entre résultats théoriques et expérimentaux.

Nous avons également relevé l'impédance acoustique d'un tube ouvert de diamètre différent de celui de la ligne de mesure (\emptyset 36 mm) et de longueur $L = 0,75$ m. Nous avons aussi obtenu un bon accord entre résultats théoriques et expérimentaux dans ce cas (courbes 7.5 et 7.6).

Notons que les points expérimentaux relatifs aux tuyaux ouverts sont légèrement décalés vers les basses fréquences par rapport aux résultats théoriques. Ce fait peut être expliqué par l'hypothèse de la pression constante à l'extrémité du tube qui n'est vérifiée qu'approximativement. Il faut introduire l'impédance de bouche (rapport complexe des fluctuations de pression à l'extrémité du tube et de la pression atmosphérique) pour représenter la réalité avec précision.



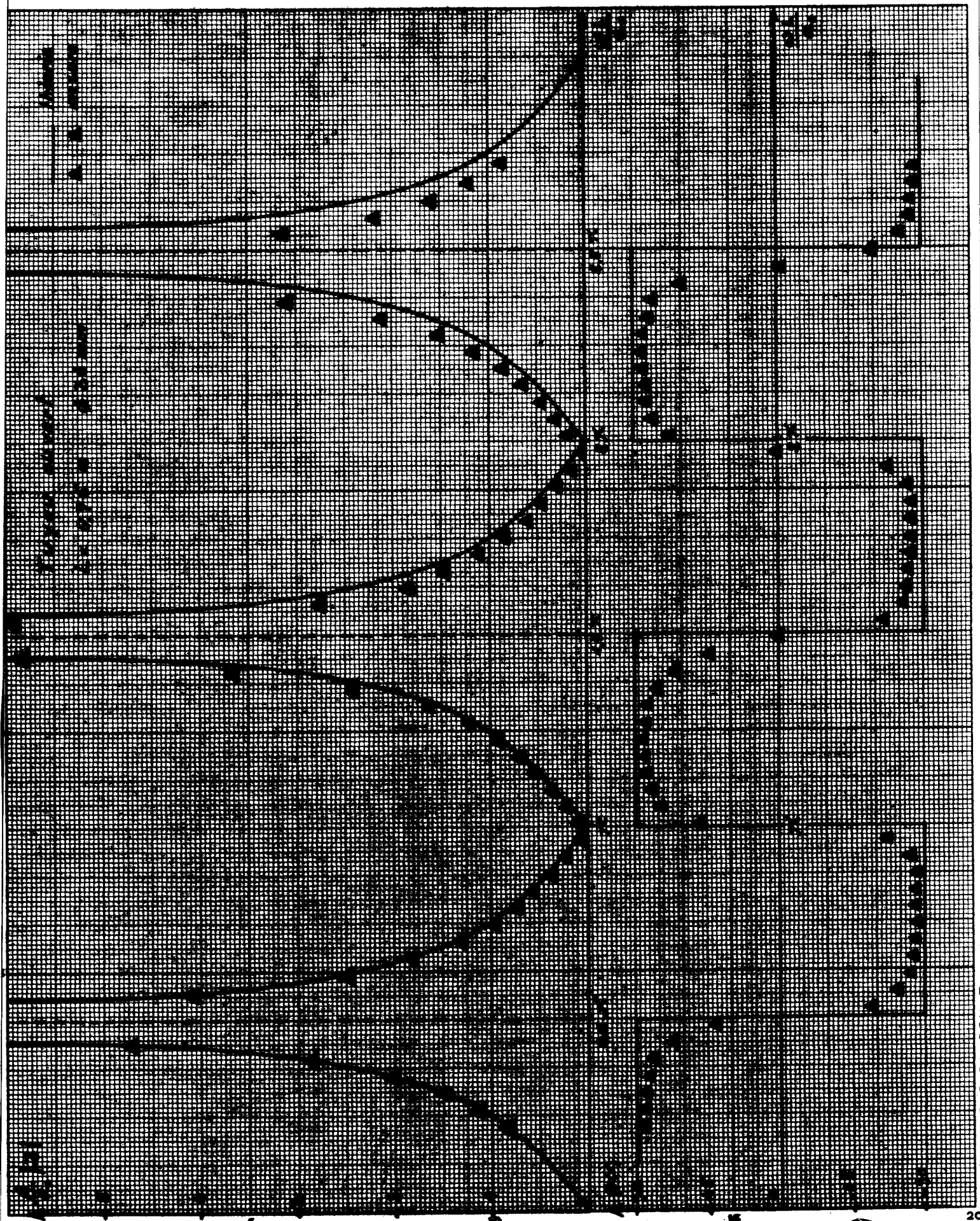
BUS
LILLE



TUYAUX COURBES
L = 1 m
P = 50 mm

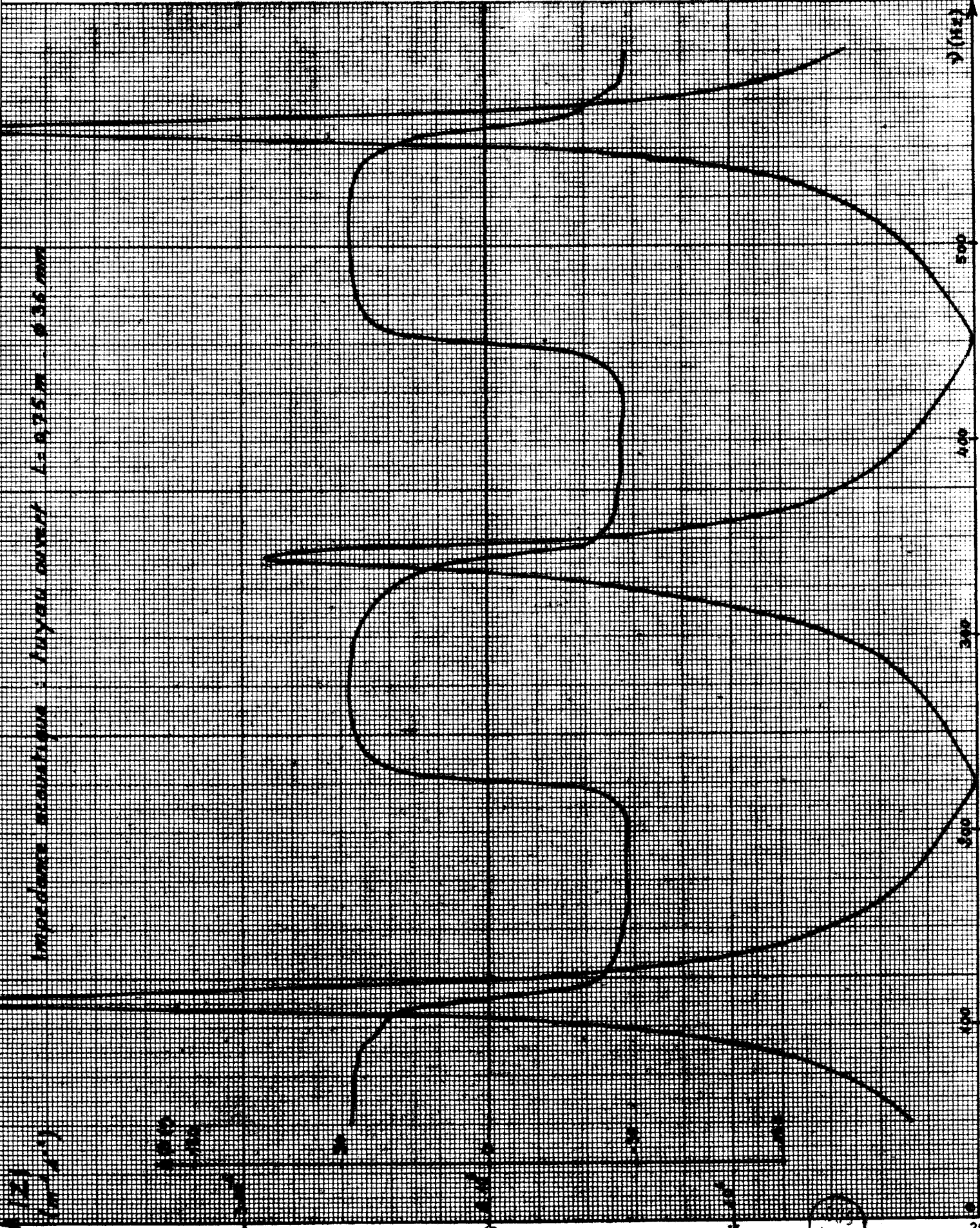
Moyenne

BUS
LILLE



BUS
LILLE

Impédance caractéristique : tuyau ouvert $L = 0,25m$ $\phi = 36mm$



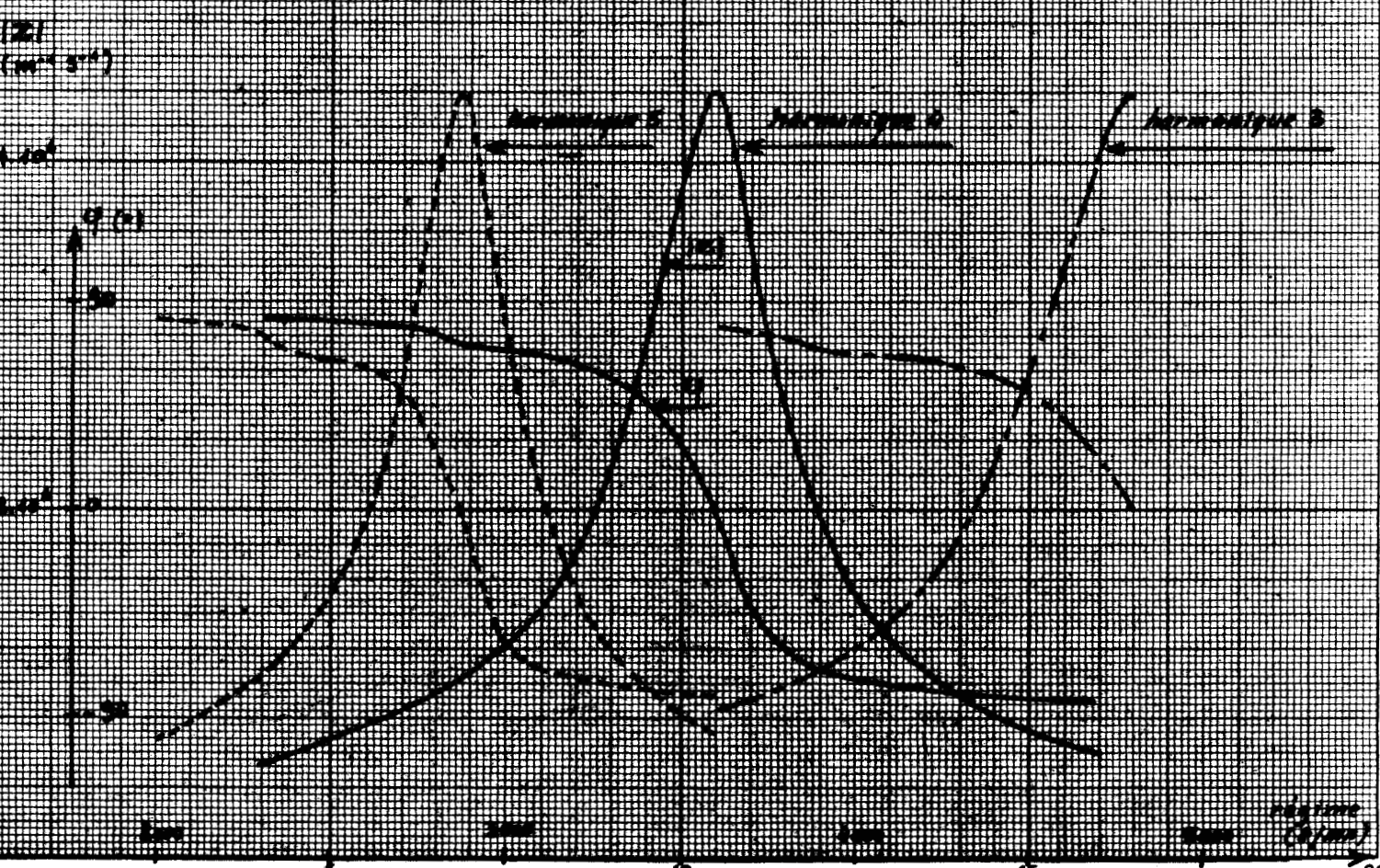
LILLE

7.5. - INTERPRETATION DES COURBES DE REMPLISSAGE A L'AIDE DE L'IMPEDANCE ACOUSTIQUE

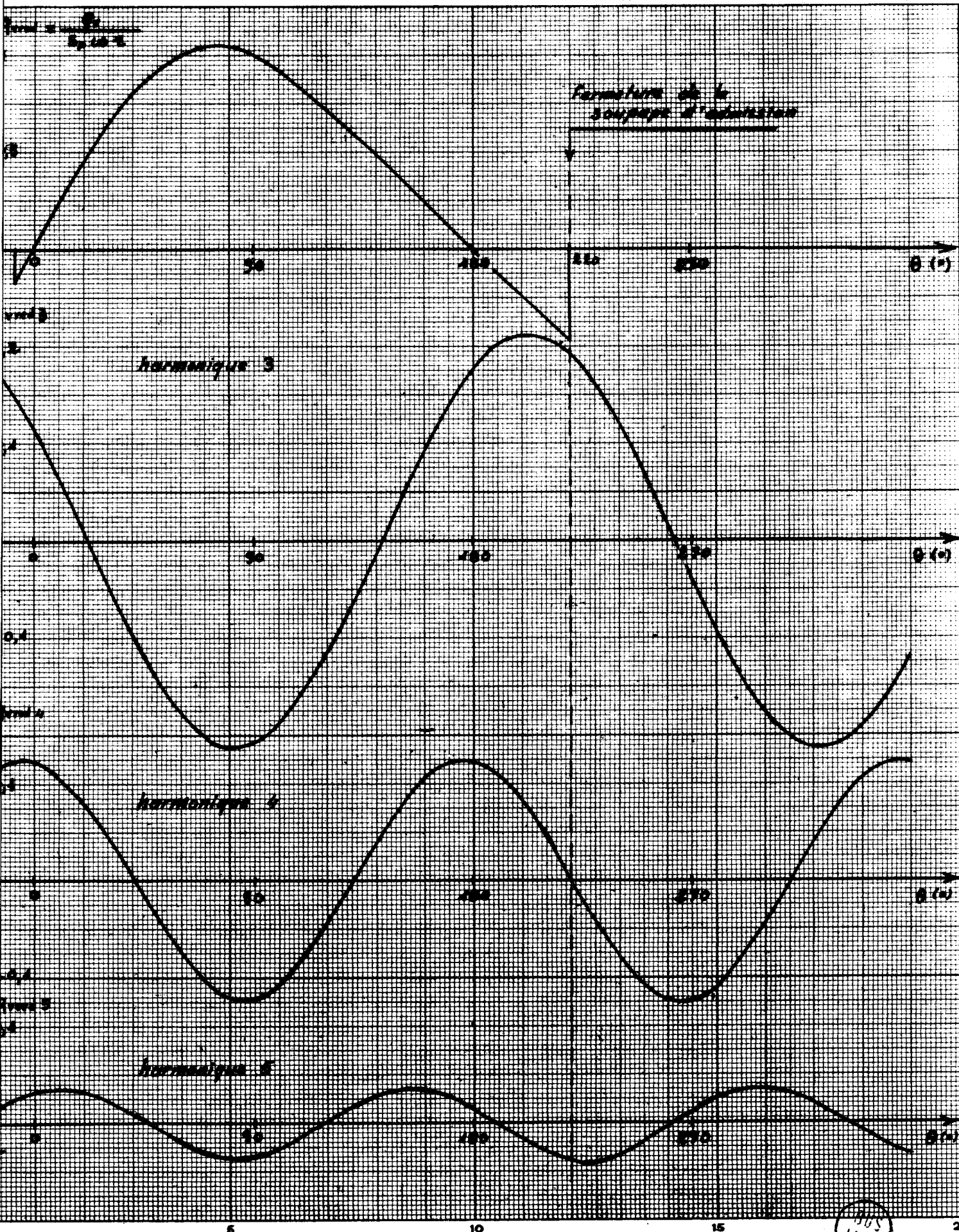
Nous avons tracé (courbes 7.7) les courbes de remplissage en fonction de la vitesse de rotation pour le moteur PEUGEOT, type 204 fonctionnant en monocylindre et dont le circuit d'aspiration est constitué par un tuyau de section constante et de longueur 0,60 m. Compte tenu de la longueur de conduite dans la culasse, nous avons admis une longueur totale du circuit d'aspiration égale 0,72 m et nous avons tracé, pour ce circuit, la courbe d'impédance acoustique rapportée à l'échelle des vitesses de rotation pour les harmoniques 3, 4 et 5 du débit instantané aspiré. Nous avons également tracé (courbe 7.8) le débit instantané théorique et ses harmoniques 3, 4 et 5.

A des régimes compris entre 2250 et 2500 t/mn environ, l'harmonique 5 de la pression instantanée présente une avance de phase de l'ordre de $60 - 70^\circ$ sur l'harmonique 5 du débit ce qui conduit à une surpression à la fermeture de la soupape d'admission. De même, au delà de 3000 t/mn, l'harmonique 5 de la pression conduit à une surpression en fin d'admission. Au voisinage immédiat de la résonance (2800 t/mn) il est difficile de conclure. A ces régimes, l'amplitude des pulsations de pression est grande ce qui modifie le débit instantané par rapport à la loi théorique (chapitre 2).

Entre 3000 et 3500 t/mn l'harmonique 4 de la pression instantanée provoque également une surpression à la fermeture de la soupape d'admission. A ces régimes les pulsations de pression combinées dues aux harmoniques 4 et 5 peuvent expliquer le maximum de remplissage obtenu à 3200 t/mn. Au delà de 3600 t/mn l'harmonique 4 de la pression instantanée joue un rôle défavorable sur le remplissage. Comme l'harmonique 5 de la pression instantanée ne provoque de surpression qu'à des régimes assez voisins de la résonance (supérieurs à 3600 t/mn), il semble normal de trouver une chute rapide du coefficient de remplissage au-delà de 3600 t/mn.



AUS LILLE



7.6. - FONCTION DE TRANSFERT

7.6.1. - Définition

Nous avons vu (chapitre 2) qu'une augmentation de remplissage peut être obtenue s'il se développe des pulsations de pression au voisinage de la soupape d'aspiration. Ces pulsations se propagent dans toute la conduite d'aspiration jusqu'à la section de sortie à l'atmosphère où l'amplitude des fluctuations de pression reste faible par rapport aux variations de pression au voisinage de la soupape. Néanmoins les pulsations de pression dans la section de sortie doivent être aussi atténuées que possible pour réduire le bruit rayonné par l'aspiration. Nous nous proposons de définir une grandeur caractérisant l'atténuation des pulsations de pression par le circuit d'aspiration. Rappelons encore que les pulsations de pression qui se développent dans le circuit d'aspiration sont dues à l'écoulement instationnaire de l'air engendré par le mouvement du piston.

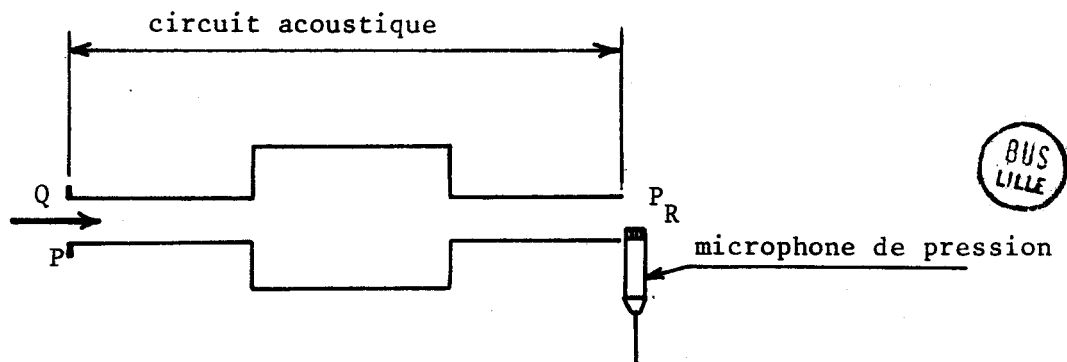


Fig. 7.4

Nous étudions un circuit acoustique excité par un débit masse sinusoïdal représenté par la variable complexe Q . P et P_a sont les représentations complexes des fluctuations de pression sinusoïdales respectivement dans la section d'entrée et à la bouche du circuit. En pratique nous avons mesuré la pression instantanée P_R à la bouche du circuit en plaçant un microphone de pression le plus près possible du plan de sortie du circuit acoustique. Notons que la pression ainsi mesurée correspond à la pression intervenant dans la définition de l'impédance de bouche (paragraphe 7.4).

Nous caractérisons le bruit rayonné par l'aspiration en comparant la pression P_R au débit Q à l'entrée du circuit d'aspiration. Nous posons :

$$(7.9) \quad T = \frac{P_R}{Q} = |T| \cdot e^{i\psi}$$

et nous appellerons T fonction de transfert du bruit rayonné.

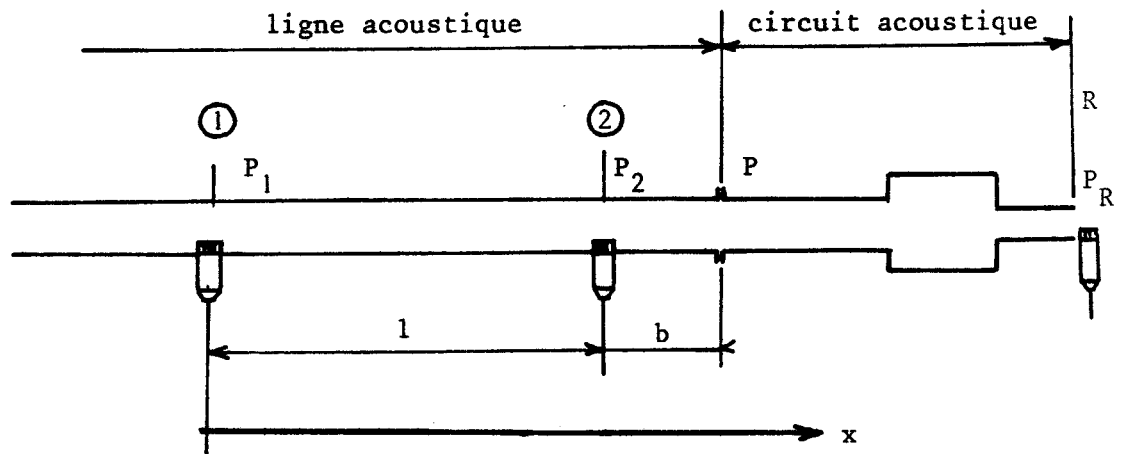
Nous pouvons encore écrire :

$$(7.10) \quad T = \frac{P_R}{P} \cdot \frac{P}{Q}$$

Or, par définition, le rapport $\frac{P}{Q}$ est l'impédance acoustique Z du circuit
Donc :

$$(7.11) \quad T = Z \cdot \frac{P_R}{P}$$

7.6.2. - Détermination expérimentale de la fonction de transfert



(Figure 7.5)

P_1 , P_2 , P et P_R sont les représentations complexes des pressions aux points ①, ②, à l'entrée et la sortie de l'impédance étudiée.

Comme précédemment nous posons

$$(7.12) \quad \frac{P_1}{P_2} = \mu e^{i\varphi}$$

Nous posons aussi

$$(7.13) \quad \frac{P_R}{P} = \xi e^{i\delta}$$

Les relations (7.12) et (7.13) étant analogues, nous pouvons déterminer μ et δ à l'aide du même montage expérimental que celui qui nous a servi à mesurer l'impédance acoustique (figure 7.1) à condition de placer la sonde de pression, initialement placée au point ①, à l'extrémité de l'impédance étudiée.

Rappelons l'expression

$$(7-11) \quad T = Z \frac{P_R}{P}$$

$$T = Z \frac{P_R}{P_2} \frac{P_2}{P}$$

$$(7-12) \quad T = \int e^{i\delta} Z \frac{P_2}{P}$$

Compte tenu de la loi de distribution des pressions (6-2) le long de la ligne acoustique de section constante

$$(7-13) \quad \frac{P_2}{P} = \frac{B e^{-i \frac{\omega l}{a_0}} + C e^{i \frac{\omega l}{a_0}}}{B e^{-i \frac{\omega}{a_0} (1+b)} + C e^{i \frac{\omega}{a_0} (1+b)}}$$

et en remplaçant dans (7-12), Z par la valeur donnée par (6-19)

$$T = \int e^{i\delta} \frac{a_0}{A} \frac{B e^{-i \frac{\omega}{a_0} (1+b)} + C e^{i \frac{\omega}{a_0} (1+b)}}{B e^{-i \frac{\omega}{a_0} (1+b)} - C e^{i \frac{\omega}{a_0} (1+b)}} \cdot \frac{B e^{-i \frac{\omega l}{a_0}} + C e^{i \frac{\omega l}{a_0}}}{B e^{-i \frac{\omega}{a_0} (1+b)} + C e^{i \frac{\omega}{a_0} (1+b)}}$$

$$(7-14) \quad T = \int \frac{a_0}{A} e^{i\delta} \frac{B e^{-i \frac{\omega l}{a_0}} + C e^{i \frac{\omega l}{a_0}}}{B e^{-i \frac{\omega}{a_0} (1+b)} - C e^{i \frac{\omega}{a_0} (1+b)}}$$

En introduisant les valeurs de A et B données par les relations (6-17) et (6-18) et après simplification, nous obtenons :

$$(7-15) \quad T = \frac{a_0}{A} \int \frac{i p_2 \sin \frac{\omega l}{a_0} e^{-i(\varphi - \delta)}}{p_1 \cos \frac{\omega b}{a_0} - p_2 e^{-i\varphi} \cos \frac{\omega}{a_0} (1+b)}$$

Nous avons posé :

$$(6-21)' \quad \mu = \frac{p_1}{p_2}$$

Et la relation (7-15) peut s'écrire

$$(7-16) \quad T = \frac{a_0}{A} \int \sin \frac{\omega l}{a_0} \frac{\sin(\varphi - \delta) + i \cos(\varphi - \delta)}{\mu \cos \frac{\omega b}{a_0} - \cos \frac{\omega}{a_0} (1+b) \cos \varphi + i \cos \frac{\omega}{a_0} (1+b) \sin \varphi}$$

Nous calculons la fonction de transfert T en fonction de la fréquence ν sur un calculateur Hewlett Packard 9810 avec traceur de courbes à partir des valeurs de $\mu, \varphi, \delta, \delta$ relevées expérimentalement. Nous donnons le détail du programme de calcul en annexe 3.

7.6.3 - Mesures

Les valeurs de μ , φ , ξ et δ sont relevées expérimentalement à l'aide du montage décrit au paragraphe 7.2 et en respectant la condition (7.1) sur la distance entre les sondes de pression le long de la ligne acoustique. Les valeurs ainsi relevées sont introduites au clavier d'un ordinateur de bureau Hewlett-Packard 9810 A avec traceur de courbes et le tracé de la fonction de transfert est réalisé automatiquement (voir description du programme de calcul en annexe 3).

Nous avons tracé la fonction de transfert dans le cas d'un tube de section constante (\emptyset 36 mm) de longueur $L = 0,75$ m (courbe 7.9).

Nous observons, conformément à ce que laisse prévoir l'équation (7.11) que les fréquences de résonance sont les mêmes pour l'impédance acoustique (courbe 7.6) et la fonction de transfert du bruit rayonné. Les pulsations de pression notables, qui apparaissent à l'entrée du circuit d'aspiration quand la fréquence de celles-ci correspond à une fréquence de résonance du circuit acoustique, seront donc bien transmises par ce circuit. Or les pulsations de pression au voisinage de la soupape d'admission sont nécessaires pour améliorer le remplissage. Nous voyons donc, dans le cas d'un circuit constitué par une conduite de section constante, que la longueur de la conduite devra être choisie de façon à assurer le meilleur compromis possible entre le remplissage et le bruit rayonné à l'aspiration. Il est aussi possible de recourir à une configuration plus complexe pour assurer le compromis.

Notons encore que l'amplitude des trois premières résonances de la fonction de transfert est croissante avec la fréquence. Les pulsations de pression à basses fréquences seront donc mieux amorties.

Fonction de transfert : tuyau ouvert L = 0,35 m - ϕ 36 mm

(cm/s²)

100

150

200

300

400

100

200

300

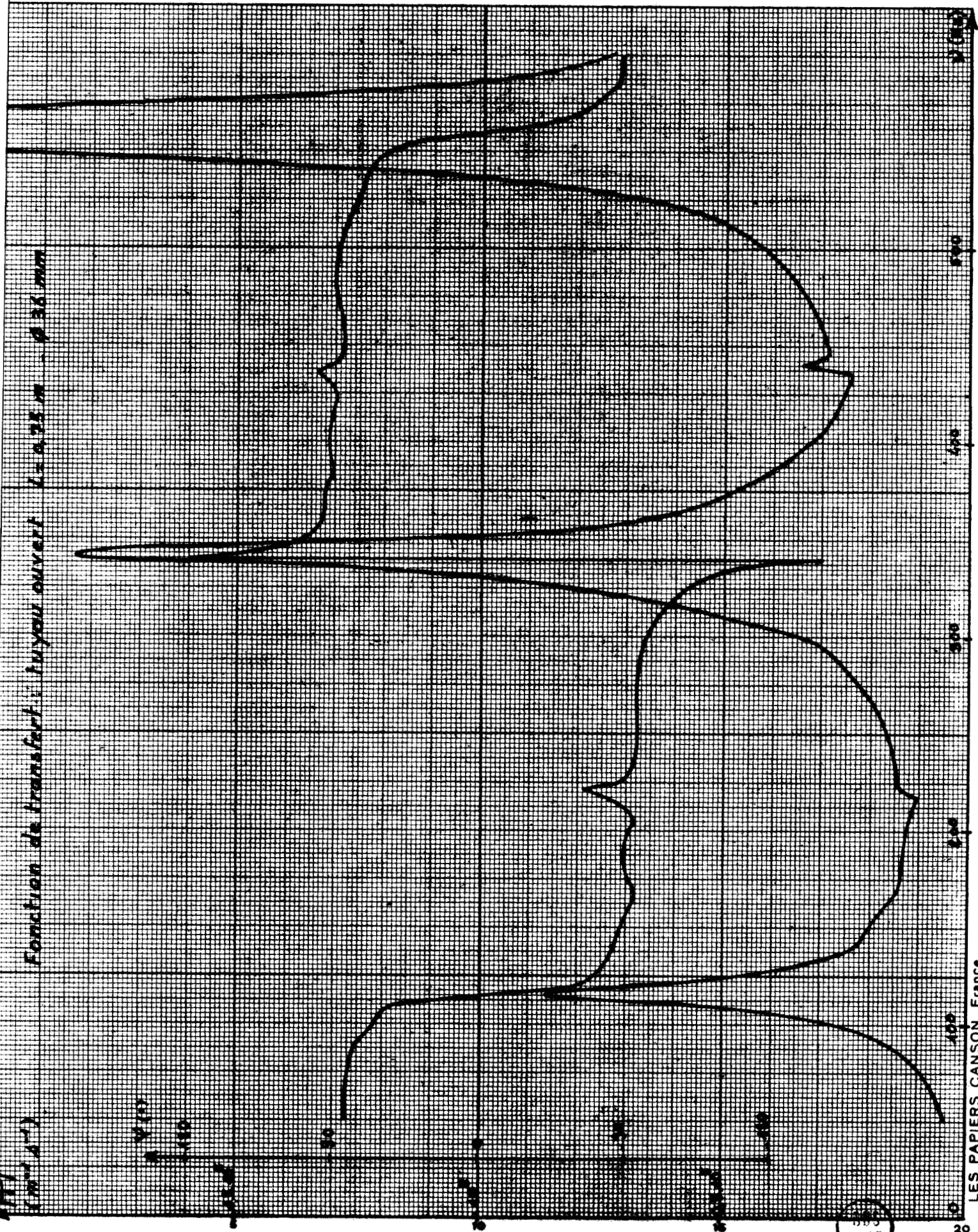
400

500

600

1985
LILLE

LES PAPIERS CANSON France



VIII - CALCUL DES PULSATIONS DE PRESSION AU VOISINAGE
DE LA SOUPE D'ADMISSION A PARTIR DE L'ETUDE ACOUSTIQUE DU CIRCUIT
D'ASPIRATION

Nous étudions dans ce chapitre le calcul de la pression au voisinage de la soupape d'admission à partir de l'impédance acoustique du circuit d'admission. Comme dans l'étude numérique par la méthode des caractéristiques, nous supposons d'abord que le débit volume à l'entrée du circuit d'aspiration est égal au débit engendré par le mouvement du piston. Nous comparons les résultats ainsi obtenus par la méthode acoustique aux résultats obtenus par le calcul numérique et aux relevés expérimentaux.

En dernier lieu nous tenons compte du volume du cylindre dans les calculs de pression.

8.1 - L'INFLUENCE DU VOLUME CYLINDRE EST SUPPOSEE NEGLIGEABLE

8.1.1. - Principe de la méthode

Nous supposons que le débit volume d'air au voisinage de la soupape d'admission est égal au débit engendré par le mouvement du piston au cours de la phase d'admission et que la masse volumique de l'air varie peu autour de la valeur ρ_0 correspondant aux conditions atmosphériques. Le débit masse d'air au voisinage de la soupape d'admission peut alors s'écrire :

$$(8.1) \quad q = \rho_0 \ q_{ve}$$

q_{ve} : débit volume engendré par le mouvement du piston.

Dans l'étude des impédances acoustiques, nous avons considéré les débits comme positifs quand l'air se déplace de l'origine vers l'extrémité du circuit. De façon à conserver la même définition de l'impédance acoustique nous compterons le débit q positivement lorsque l'air passe de l'intérieur vers l'extérieur du cylindre.

Le débit q étant une fonction périodique de l'angle de rotation vilebrequin θ de période 4π , nous pouvons développer ce débit en série de Fourier (chapitre 2)

$$(8.2) \quad q = q_0 + \sum_n C_n \cos \left(n \frac{\theta}{2} + \alpha_n \right)$$

q_0 : débit masse moyen.

L'entrée du circuit d'aspiration, d'impédance acoustique Z , doit être considérée au niveau de la soupape d'admission

$$(8.3) \quad Z = \frac{P}{Q} = |Z| \cdot e^{i\phi}$$

où $|Z|$ et ϕ ne sont des fonctions que de la fréquence ν des pulsations de pression.

Compte tenu de la définition de l'impédance acoustique Z et du développement en série de Fourier du débit masse q , nous pouvons écrire :

$$(8.4) \quad p = p_0 + \sum_n C_n |Z|_{(n \nu_0)} \cos \left(n \frac{\theta}{2} + \alpha_n + \phi(n\nu_0) \right)$$

p_0 : pression moyenne

ν_0 : fréquence fondamentale

La fréquence fondamentale ν_0 se déduit immédiatement de la vitesse de rotation N du moteur

$$(8.5) \quad \nu_0 = \frac{N \text{ (t/mn)}}{120}$$

8.1.2. - Pulsations de pression au voisinage de la soupape d'admission dans le cas d'un monocylindre aspirant par un tube de section constante

Nous avons étudié les pulsations de pression au voisinage de la soupape d'admission d'un moteur PEUGEOT, type 204, fonctionnant en monocylindre dont le circuit d'aspiration est constitué par un tube de section constante (\emptyset 35 mm) de longueur 0,60 m.

Nous avons effectué nos calculs sur une longueur totale de conduite $l = 0,72$ m (paragraphe 4.4.4), la loi de débit imposée à l'origine étant celle décrite au paragraphe 4.4.1 (courbe 4.1).

Rappelons que l'impédance acoustique d'un tube de section constante ouvert à son extrémité est :

$$(5.40) \quad Z = i \frac{a_0}{A} \operatorname{tg} \frac{\omega l}{a_0}$$

$|Z| \rightarrow \infty$ pour les valeurs de la pulsation $\omega = 2 \pi \nu$ vérifiant l'égalité :

$$(8.6) \quad \frac{\omega l}{a_0} = (2k - 1) \frac{\pi}{2} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Le calcul de la pression instantanée à partir de la relation (8.4) conduira donc à des pulsations d'amplitude infinie si la fréquence fondamentale ν_0 ou l'un de ses multiples coïncide avec une fréquence de résonance du circuit d'aspiration. En réalité, l'amplitude des pulsations de pression et le module de l'impédance acoustique doivent garder des valeurs finies.

Pour tenir compte de l'amortissement dû aux frottements, surtout notable pour les fréquences de résonance du circuit, nous avons modifié l'expression du module de l'impédance acoustique pour un tube ouvert de section constante :

$$(8.7) \quad |Z| = \frac{a_0}{A} \frac{\left| \sin \frac{\omega l}{a_0} \right|}{\left| \cos \frac{\omega l}{a_0} \right| + \xi \sin^2 \frac{\omega l}{a_0}}$$

Lorsque $\xi \rightarrow 0$ la valeur de $|Z|$ donnée par (8.7) tend vers celle donnée par (5.40). Nous avons relevé (paragraphe 4.4; courbe 7.6) expérimentalement pour une conduite de longueur $l = 0,75$ m et de diamètre 36mm une amplitude de l'impédance acoustique à la première résonance (115 Hz environ) de $4 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ approximativement ce qui correspond à un coefficient $\xi = 0,09$.

De plus, l'expression (5.40) conduit à des sauts brusques de la phase \emptyset entre $\frac{\pi}{2}$ et $-\frac{\pi}{2}$ pour les valeurs de la pulsation vérifiant :

$$(8.8) \quad \frac{\omega l}{a_0} = k \frac{\pi}{2} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

alors que les mesures font apparaître des variations progressives de la phase. Nous avons admis une variation de ϕ entre les valeurs $\frac{\pi}{2}$ et $-\frac{\pi}{2}$ suivant une loi sinusoïdale sur un intervalle de fréquences $2 \Delta \nu$

Nous posons

$$(8.9) \quad \Delta \nu = \psi \nu_0$$

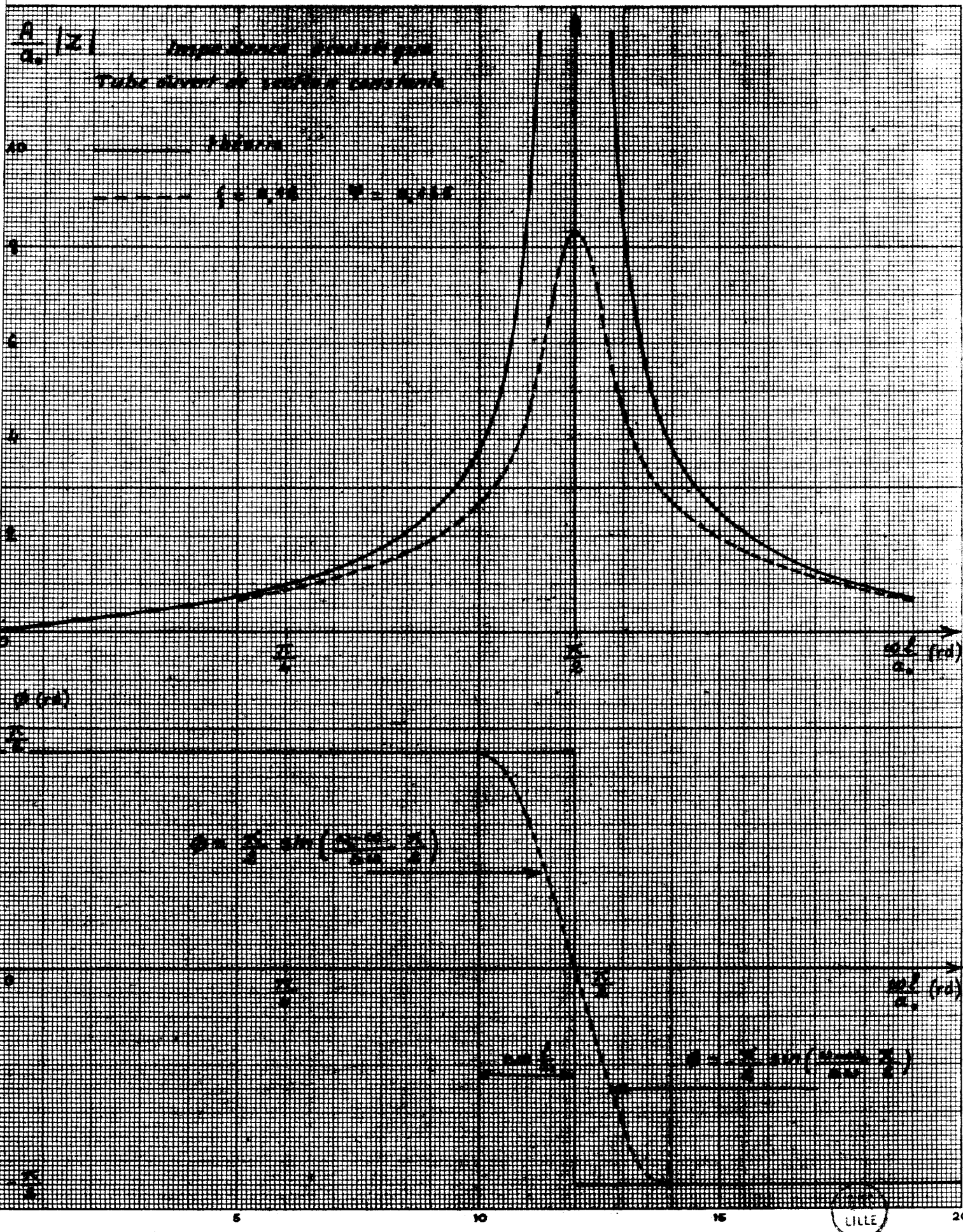
De façon à obtenir des résultats en bon accord avec les mesures nous avons choisi

$$\xi = 0,12 \quad \psi = 0,165$$

Nous avons tracé l'impédance acoustique correspondant à ces valeurs (courbe 8.1).

Nous avons calculé la loi de variation de la pression instantanée au voisinage de la soupape d'admission, en ne considérant que les sept premiers harmoniques du débit instantané pour les régimes 2000, 3250, 4000 et 5000 t/mm (courbes 8.2) et nous avons comparé les valeurs calculées par la méthode acoustique aux valeurs relevées expérimentalement et à celles calculées par la méthode des caractéristiques compte tenu du frottement entre le fluide et la conduite (chapitre 4). Nous observons, qu'en dehors de la phase d'aspiration ($\theta > 220^\circ$), les variations de la pression sont approximativement sinusoïdales de fréquence correspondant à la première fréquence propre du circuit d'aspiration. Au régime 2000 t/mm les valeurs calculées sont assez éloignées des résultats expérimentaux. A ce régime, la fréquence fondamentale du débit instantané est petite devant la première fréquence propre du circuit d'aspiration et dans ce cas l'amplitude des pulsations de pression reste faible. Au cours d'un cycle moteur, une perturbation de pression est réfléchiée plusieurs fois aux extrémités du circuit et une faible erreur sur la longueur de ce circuit ou sur les conditions aux limites peut expliquer des modifications importantes de la loi de variation de la pression instantanée par rapport à la loi théorique.

Aux régimes 3250, 4000 et 5000 t/mm nous avons obtenu un accord convenable entre les valeurs calculées par la méthode acoustique et les valeurs relevées expérimentalement.

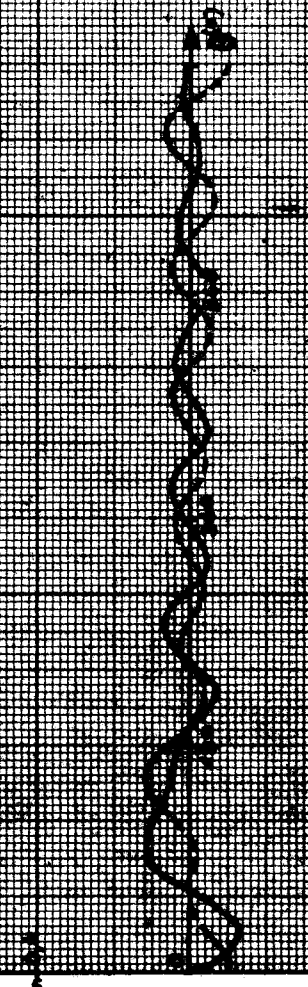


Monocylindres

tube $\phi = 0.72$ m - 0.58 mm

12000

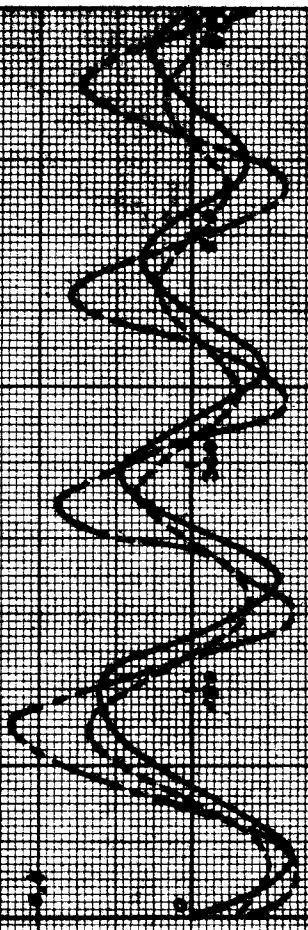
3000 ϵ /mm



mesure
 méthode acoustique (Thomsonique)
 méthode des courants (5° cycle)

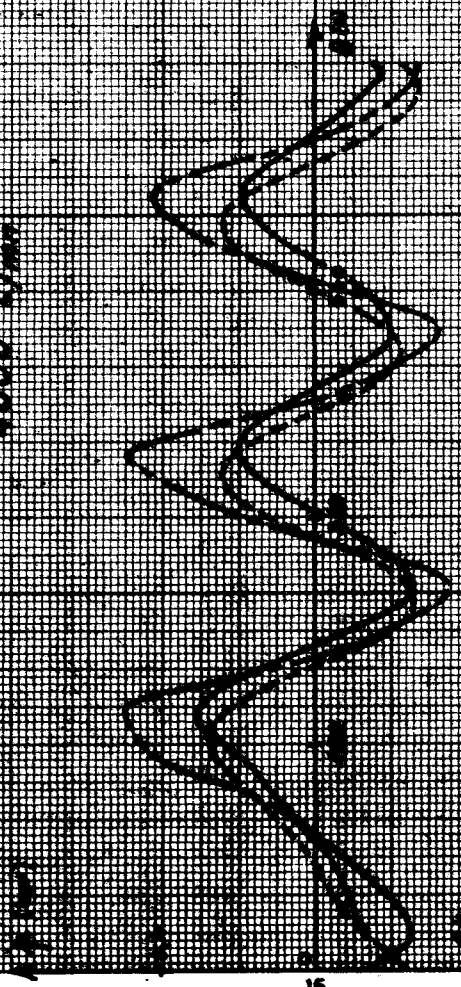
A (mV)

3250 ϵ /mm



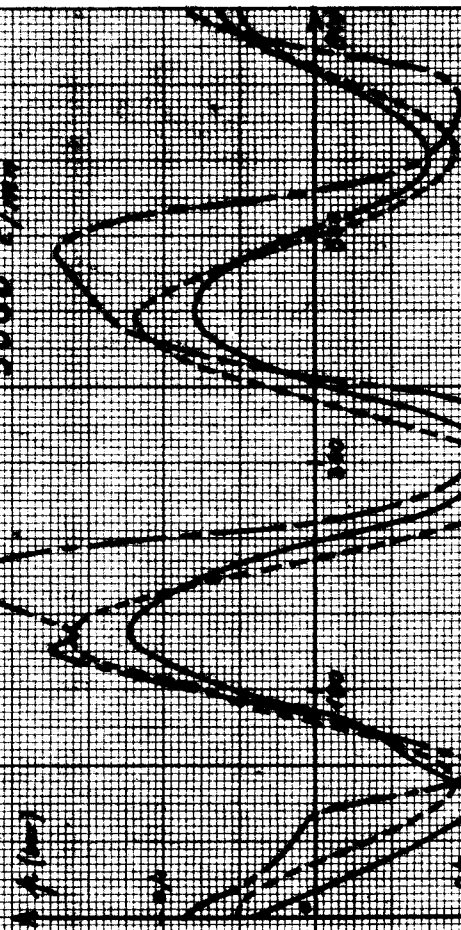
12000

5000 ϵ /mm



A (mV)

5000 ϵ /mm



8.2. INFLUENCE DU VOLUME DU CYLINDRE

8.2.1. - Calcul du débit aspiré

Nous cherchons à tenir compte de l'influence de la variation du volume d'air contenu dans le cylindre pendant la phase d'aspiration sur la loi de pression au voisinage de la soupape d'admission. Z représentant l'impédance acoustique du circuit d'aspiration dont l'entrée est définie au niveau de la soupape d'admission, nous pouvons calculer la pression au voisinage de cette soupape à l'aide de la relation (8.3)

$$P = Z \cdot Q$$

Le problème est donc de déterminer la loi de débit au voisinage de la soupape en introduisant la variation de volume du cylindre.

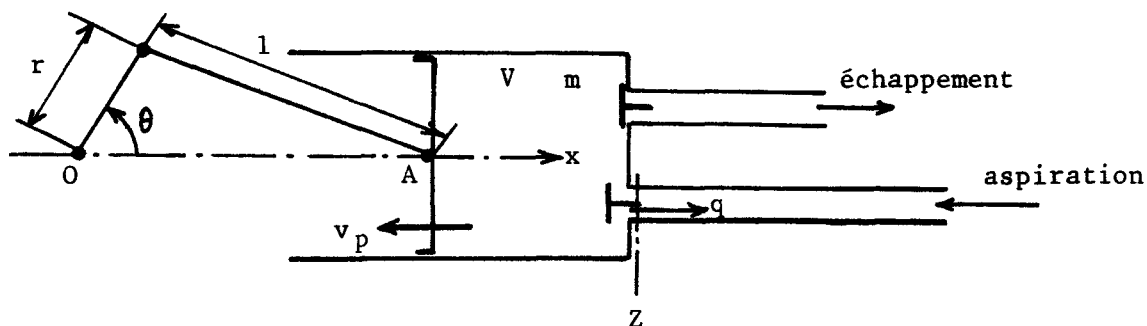


Fig. 8.1

La masse m d'air contenue dans le cylindre à un instant t est donnée par (hypothèses du chapitre 2)

$$(2.15) \quad \frac{dm}{dt} = \rho \cdot S_p \cdot v_p + \frac{m}{\gamma_p} \frac{dp}{dt}$$

Le débit d'air à l'entrée de la conduite d'aspiration étant compté positivement quand l'air passe de l'intérieur vers l'extérieur du cylindre.

$$q = - \frac{dm}{dt}$$

$$(8.10) \quad q = - \rho S_p v_p - \frac{m}{\gamma_p} \frac{dp}{dt}$$

Si V représente le volume du cylindre à l'instant t

$$m = \rho V$$

$$(8.11) \quad q = - \rho \left(S_p v_p + \frac{V}{\gamma_p} \frac{dp}{dt} \right)$$

L'air subissant une transformation adiabatique réversible (paragraphe 2.2)

$$(8.12) \quad \rho = \rho_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{1/\gamma}$$

où p_0, ρ_0 représentent les conditions atmosphériques. il vient alors

$$(8.13) \quad q = - \rho_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{1/\gamma} \left(S_p v_p + \frac{v}{\gamma p} \frac{dp}{dt} \right)$$

Exprimons le volume V en fonction de l'angle de rotation vilebrequin.

La position du piston est donnée par

$$(3.1) \quad x = r \left(\cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \right) \text{ où } n = \frac{1}{r}$$

quand le piston est au point mort haut, $\theta = 0$

$$x(\theta = 0) = x_0 = r(1 + n)$$

Pour un angle θ quelconque le volume V vaut :

$$(8.14) \quad V = V_0 + S_p (x_0 - x)$$

où V_0 représente le volume de l'espace mort.

$$V = V_0 + S_p r \left(1 - \cos \theta + n - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \right)$$

En introduisant le volume engendré V_e et le taux de compression

$$V_e = 2 S_p r \quad \epsilon = \frac{V_e + V_0}{V_0}$$

$$(8.15) \quad V = \frac{V_e}{2} \left(\frac{\epsilon + 1}{\epsilon - 1} - \cos \theta + n - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \right)$$

Rappelons que la vitesse v_p du piston est donnée par la relation :

$$(3.3) \quad v_p = \omega r \sin \theta \left(1 + \frac{\cos \theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \right)$$

La relation (8.13) ne permet de déterminer le débit instantané que si la loi de pression est connue. Nous avons écrit un programme de calcul pour la détermination de cette loi de pression par approximations successives (annexe 3).

8.2.2. - Résultats

Nous avons repris l'étude du moteur PEUGEOT, type 204, fonctionnant en monocylindre dont le circuit d'aspiration est constitué par une conduite de section constante (paragraphe 8.1.2) pour un taux de compression $\epsilon = 22$.

Comme dans l'étude précédente nous n'avons considéré que les sept premiers harmoniques du débit instantané et les résultats donnés correspondent à la quatrième approximation de ce débit. Nous avons tracé la vitesse de l'air et la pression au voisinage de la soupape d'admission pour les régimes 3250, 4000 et 5000 t/mn (courbes 8.3, 8.4 et 8.5).

Les écarts entre les amplitudes des pulsations de pression calculées et relevées expérimentalement sont du même ordre que ceux qui avaient été obtenus lors de l'étude du paragraphe 8.2. Par contre nous obtenons un meilleur accord entre les phases des pulsations calculées et mesurées.

Munocylindre $N = 3250 \text{ t/mn}$

Tube $L = 600 \text{ mm} \quad \phi 35 \text{ mm}$

mesure

méthode acoustique
(vibration)

méthode acoustique
(vibrations)

$c \text{ (m/s)}$

100

50

$P \text{ (bar)}$

50

25

0

-25

-50

100

200

300

400

0 (s)

0 (s)

5

10

15

20



Mansuylinde N = 4000 t/ann

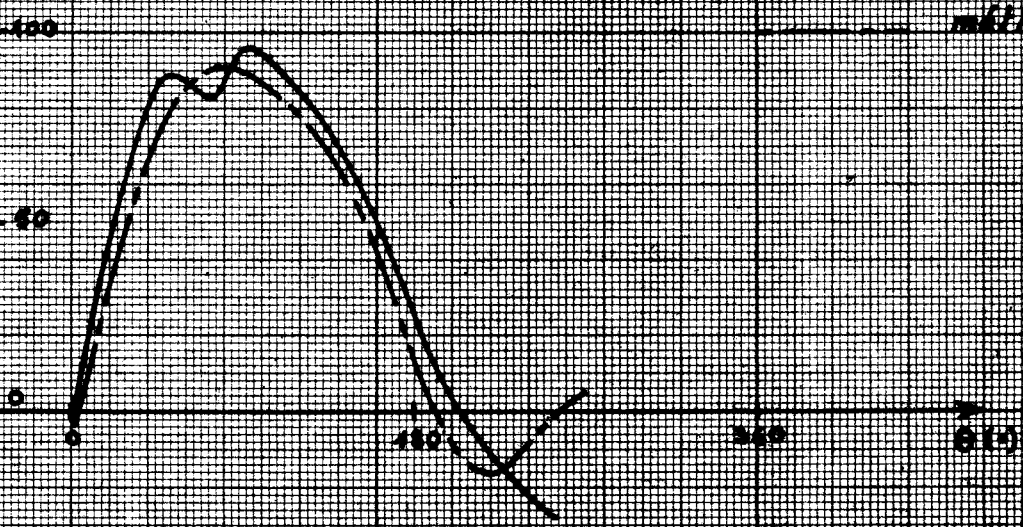
tube L = 600 mm Ø = 35 mm

mesure

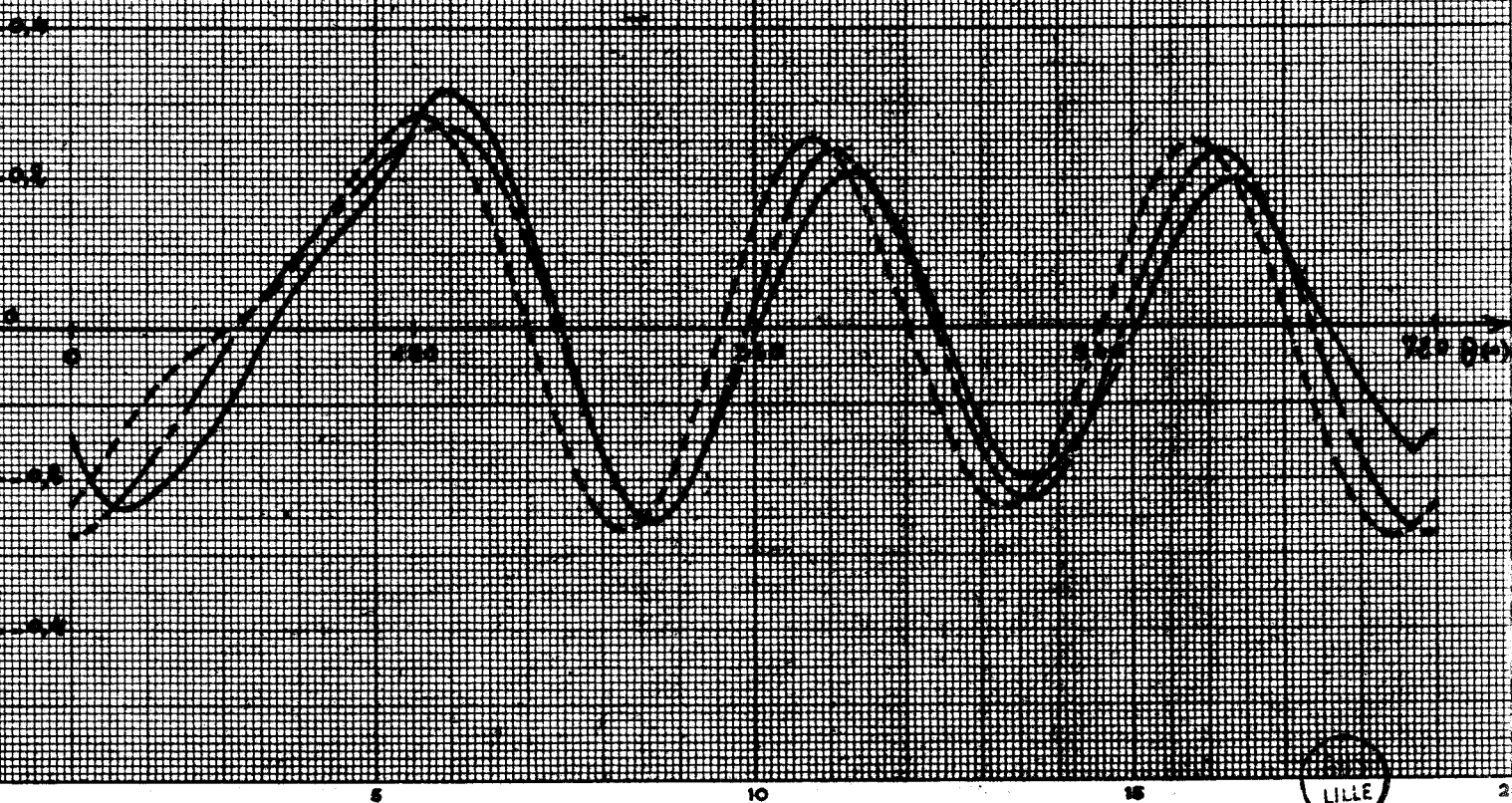
méthode acoustique
(à l'échelle)

méthode acoustique
(à l'échelle)

G (m/s)



P (bar)



5

10

15

20

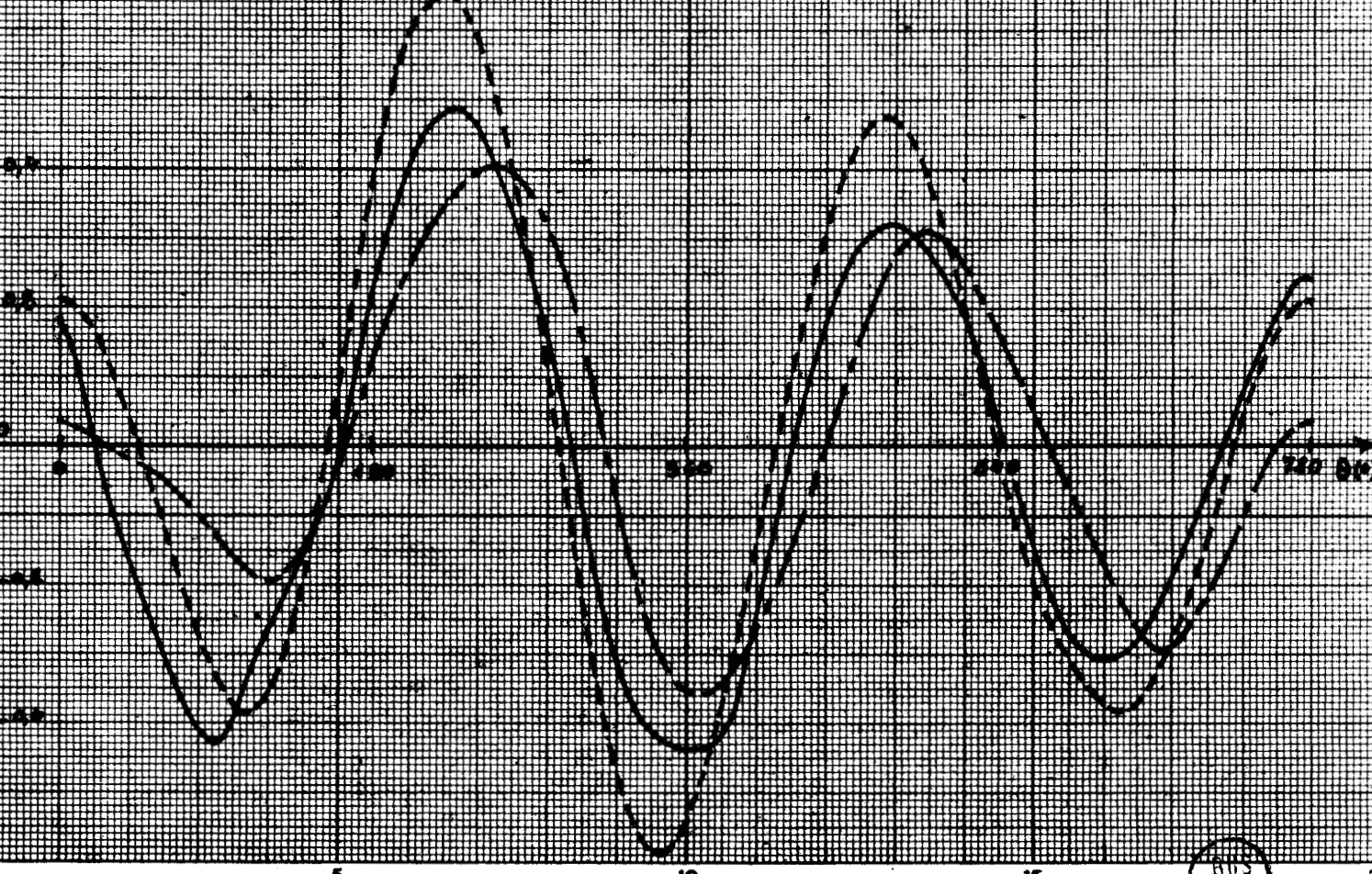
Monocylindre $N = 5000 \text{ t/mn}$

tube $L = 600 \text{ mm}$ $\phi = 25 \text{ mm}$

$C \text{ (m/s)}$



$P \text{ (bar)}$



BUS LILLE

IX - CONCLUSIONS GENERALES

9.1. - RESULTATS OBTENUS

Nous avons calculé la loi de variation de la pression instantanée au voisinage de la soupape par intégration numérique des équations de l'écoulement pulsé unidimensionnel d'une part et des équations de l'acoustique d'autre part. Dans les deux cas nous avons obtenu des résultats en accord convenable avec l'expérience.

Notons qu'il est possible d'améliorer les résultats obtenus par calcul numérique en choisissant des conditions aux limites plus proches de la réalité que celles utilisées dans nos calculs. Dans le cas d'un circuit d'aspiration réel (avec filtre à air...), l'introduction de conditions aux limites convenables devient un problème difficile à résoudre, nécessitant l'utilisation d'un calculateur de grande capacité. Dans tous les cas le temps de calcul est très long ce qui limite la possibilité d'exploration systématique d'un grand nombre de solutions pour la recherche d'un circuit d'aspiration optimal.

Compte tenu des difficultés rencontrées pour la mise en oeuvre des méthodes de calcul numérique dans le cas d'un circuit réel, ces méthodes restent peu utilisées dans l'industrie.

La détermination des pulsations de pression au voisinage de la soupape d'admission par la méthode acoustique fait appel simultanément à l'expérience et au calcul.

Les caractéristiques réelles du circuit d'aspiration (formes, impédance de bouche...) sont prises en compte au cours de la détermination expérimentale de l'impédance acoustique du circuit d'aspiration. Le calcul permet ensuite de déterminer les lois d'évolution des pressions aux différents régimes. Il est aussi possible d'analyser rapidement les caractéristiques d'un circuit ce qui présente un grand intérêt au niveau du bureau d'études.

Notons également, que les courbes d'impédance acoustique permettent de donner une première interprétation des courbes de remplissage en fonction du régime du moteur (paragraphe 7.5).

9.2. - TRAVAUX A POURSUIVRE

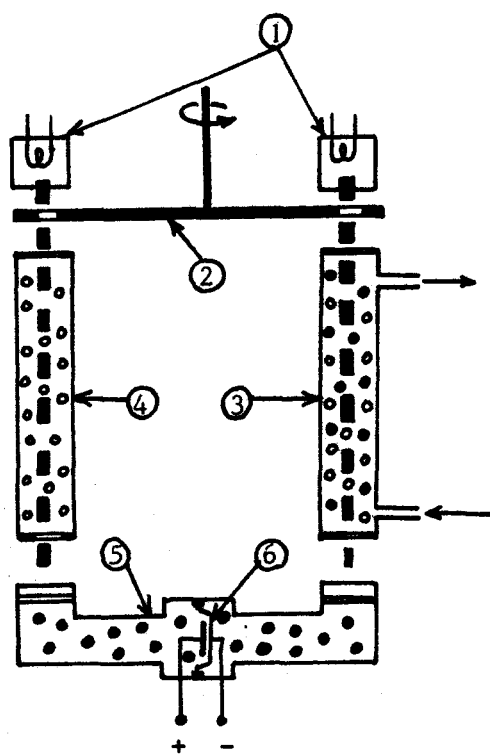
La méthode acoustique est basée sur l'hypothèse de petites perturbations, ce qui conduit à des équations d'écoulement linéaires. Pour obtenir une meilleure description de la réalité il est nécessaire de tenir compte des non-linéarités de l'écoulement, au moins dans certaines parties du circuit d'aspiration. Nous pensons pouvoir résoudre ce problème tout en conservant des temps de calcul assez faibles par le calcul hybride, méthode faisant appel simultanément aux analogies électriques et au calcul numérique. Nous disposons actuellement d'un calculateur numérique possédant des entrées et sorties analogiques et nous envisageons de développer cette méthode.

Enfin, le mécanisme du transfert d'air à travers un moteur ne peut être connu avec précision qu'en tenant compte des influences mutuelles entre l'aspiration et l'échappement. L'analyse de l'écoulement dans la conduite d'échappement est rendue complexe par la détente, sonique en début d'échappement, puis subsonique, des gaz contenus dans le cylindre et par la fin de combustion en partie responsable du bruit rayonné à l'échappement. Des mesures sont actuellement en cours dans ce domaine.

ANNEXE 1 : ANALYSEURS DE GAZ D'ECHAPPEMENT

A 1 - 1 Spectrométrie d'absorption dans l'infrarouge

Les teneurs en gaz carbonique et en oxyde de carbone peuvent être déterminées à l'aide de spectromètres infra-rouge (réf. 1.1, 1.2). Dans ce type d'appareil on utilise la propriété des molécules diatomiques symétriques (H_2 , O_2 , N_2 , ...) de ne pas absorber d'énergie émise par rayonnement dans l'infrarouge alors que toutes les autres molécules possèdent des bandes d'absorption dans ce domaine.



- molécules inactives en infra-rouge
- molécules actives en infra-rouge

Fig. A1-1 : Schéma de principe de l'analyseur de gaz carbonique ou d'oxyde de carbone

Les deux faisceaux (figure A1) émis par les sources de rayonnement infra-rouge ① qui peuvent être des filaments nickel-chrome ou des filaments de Nerst (mélanges d'oxydes de zirconium, thorium, yttrium, magnésium et calcium), sont hachés par un obturateur rotatif ② en deux composantes alternatives égales qui traversent les tubes d'analyse ③ et de comparaison ④. Le mélange à étudier s'écoule dans le tube d'analyse alors que le tube de comparaison est rempli d'un gaz n'absorbant pas l'énergie rayonnante du faisceau infra-rouge qui le traverse. Les deux faisceaux pénètrent ensuite dans le détecteur ⑤ contenant une certaine concentration du gaz à analyser (CO_2 par exemple). On utilise le gaz à analyser comme gaz de détection de façon à ce que l'absorption se fasse dans la même bande dans le tube d'analyse et le détecteur. Les deux chambres du détecteur sont séparées par une membrane ⑥ jouant le rôle d'armature mobile d'un capteur capacitif de pression. Les énergies absorbées chauffent les gaz contenus dans les chambres fermées provoquant une augmentation de pression. Lorsque le mélange traversant le tube d'analyse contient la composante à analyser, cette dernière absorbe une partie du rayonnement et il en résulte un déséquilibre de pression entre les deux chambres du détecteur, mesuré à l'aide du capteur capacitif de pression.

Les faisceaux rayonnants étant hachés, ces phénomènes ne sont pas statiques. La membrane du condensateur est entretenue dans une oscillation à la fréquence de modulation du rayonnement. Ce capteur agit comme le détecteur d'un pont alimenté en alternatif. Le signal de déséquilibre est mesuré sans dérive, ni influences parasites, à l'aide d'un amplificateur sélectif. Le signal amplifié et démodulé actionne un galvanomètre ou un enregistreur. Le temps de réponse est de l'ordre de la seconde.

A 1 - 2 Analyseur d'oxygène à susceptibilité paramagnétique

L'oxygène gazeux est l'un des rares gaz présentant des propriétés paramagnétiques (réf. 1.2, 1.3). Un mélange contenant de l'oxygène est attiré par un aimant et ceci d'autant plus que la teneur du gaz en oxygène est plus élevée.

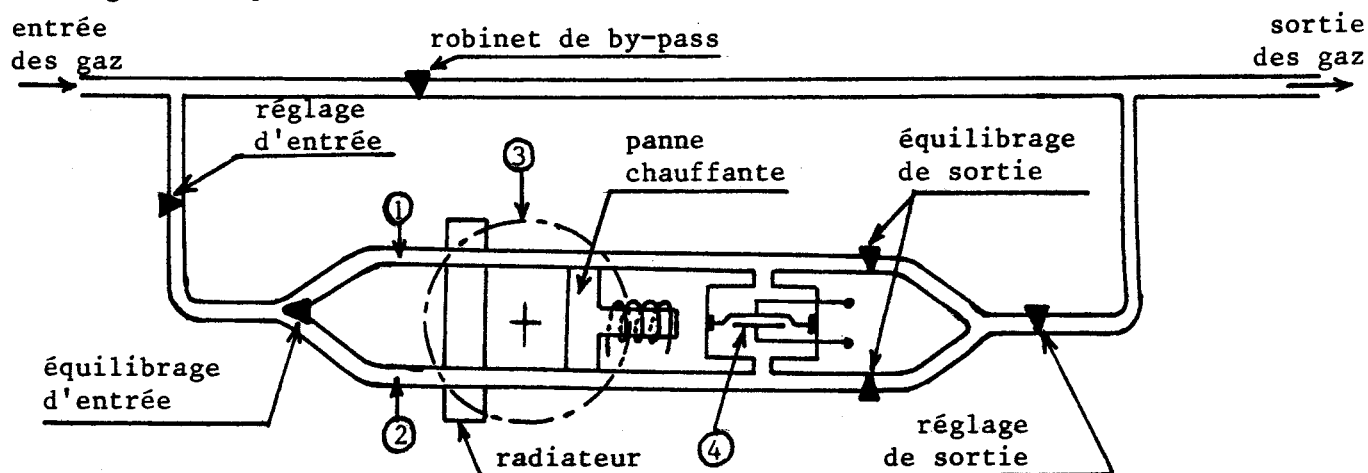


Fig. A1-2 : Schéma de principe de l'analyseur d'oxygène

Le gaz à analyser circule dans deux tubes ① et ② (figure A1 - 2) identiques dont l'un est soumis à l'action d'un champ magnétique alors que l'autre ne subit pas cette action. L'oxygène étant d'autant plus attiré par un aimant que sa température est moins élevée, la température du mélange est maintenue constante en chauffant les deux tubes de façon identique.

En pratique, les deux tubes sont soumis alternativement à l'action du champ magnétique au moyen d'un aimant à masses polaires tournantes ③ . Il apparaît entre les deux tubes une différence de pression modulée à la fréquence déterminée par la vitesse de rotation des masses polaires.

Un capteur capacitif de pression ④ permet de relever cette pression modulée, l'amplitude de la modulation étant fonction de la teneur en oxygène du mélange à doser. Le temps de réponse est de l'ordre de la seconde.

A 1 - 3 Fumimètre Hartridge

La mesure des émissions de fumées (% Hartridge) est obtenue à partir de l'atténuation d'un faisceau lumineux à travers un échantillon et comparaison avec un échantillon de référence (réf. 1.4).

Les gaz d'échappement du moteur, dérivés de la dernière partie de la tuyauterie d'échappement, arrivent par un flexible en ① (fig. A1.3). La vanne de réglage ② permet d'étrangler l'arrivée des gaz lorsque la pression dans l'appareil dépasse environ 50 mm CE.

Les gaz pénètrent dans le pot de condensation ③ perpendiculairement à une plaque ④ destinée à arrêter les gouttes d'eau de condensation, qui tombent à la partie inférieure du pot. Lorsque la pression dans l'appareil atteint exceptionnellement 130 mm CE, la soupape ⑤ se soulève et empêche le liquide du manomètre ⑥ d'être expulsé du tube en U dans lequel il se trouve.

Les gaz d'échappement, débarassés des gouttelettes d'eau, circulent par la tuyauterie ⑦ jusque dans la chambre de mesure ⑧ .

Cette chambre se compose d'une série d'anneaux noirs et mats ⑨ enfilés les uns sur les autres et maintenus en place au moyen de quelques ressorts qui sont visibles dans la fente circulaire ⑩ .

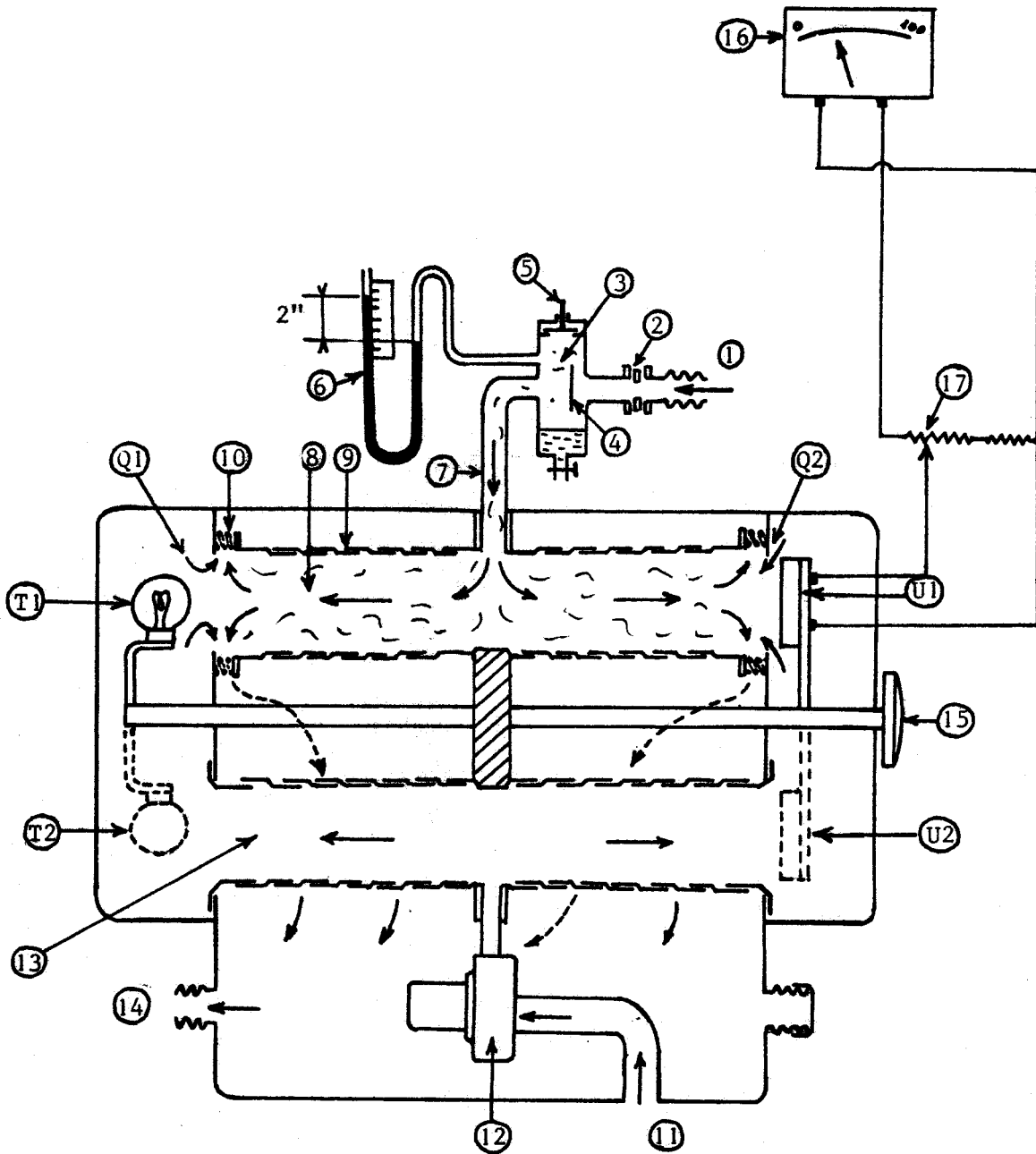
Les gaz quittent la chambre de mesure ⑧ par les fentes ⑩ , où ils se mélangent avec l'air frais de balayage qui entre dans l'appareil par ⑪ , est aspiré par le ventilateur ⑫ et refoulé par la chambre d'air frais ⑬ jusqu'en ⑭ ou cet air frais protège la lampe T₁, et d'autre part jusqu'en ⑯ , où la couche d'air frais protège la cellule photo électrique U₁ contre les souillures dues aux fumées des gaz d'échappement.

Une fois que le mélange de gaz d'échappement et d'air frais a quitté les fentes ⑩ , il est évacué par l'ouverture ⑭ .

La lampe T₁ et la cellule photo-électrique U₁ sont montées de telle façon qu'elles puissent occuper deux positions, à savoir la position de mesure T₁ U₁ et la position d'étalonnage T₂ U₂ , les rayons provenant de la lampe ne traversant que l'air pur dans cette seconde position - Le passage d'une position à l'autre se fait au moyen d'un inverseur mécanique ⑮ - Dans la position d'étalonnage, l'illumination de la cellule photo-électrique est maximum (indice 0), et l'aiguille du millivoltmètre indicateur ⑯ doit se trouver sur 0 (résistance de réglage ⑰) - L'indice 100 correspond à l'obscurcissement total du trajet T₁ U₁

Le débit de gaz d'échappement qui doit traverser l'appareil est de 7,2 m³/h. Le volume de la chambre de mesure ⑧ est de 1,23 l et se renouvelle jusque deux fois par seconde.

Fig. A 1 - 3 FUMIMETRE HARTRIDGE



Longueur du cylindre de mesure 407 mm
Diamètre du cylindre de mesure 55 mm.



ANNEXE 2 : ANALYSE HARMONIQUE PAR CALCUL NUMERIQUEA 2 - 1 Bases mathématiques

Rappelons que la fonction $f(t)$ de la variable t étant périodique de période T (fréquence $\nu = \frac{1}{T}$), on peut en général développer cette fonction en série trigonométrique, appelée développement en série de Fourier (réf. 3.2), de la forme :

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi n t}{T} + b_n \sin \frac{2\pi n t}{T} \right)$$

(A 2 - 1) avec

$$a_n = \frac{2}{T} \int_t^{t+T} f(t) \cos \frac{2\pi n t}{T} dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_t^{t+T} f(t) \sin \frac{2\pi n t}{T} dt$$

Le développement précédent peut encore se mettre sous la forme :

$$f(t) = \frac{c_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos \left(\frac{2\pi n t}{T} + \varphi_n \right)$$

(A 2 - 2) avec

$$c_0 = a_0$$

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\varphi_n = \text{Arg} (a_n - i b_n)$$

A 2 - 2 Calcul numérique des coefficients du développement en série de Fourier d'une fonction périodique

Nous calculerons les intégrales intervenant dans les coefficients a_n et b_n par la méthode de Simpson (réf. 3.3) :

$$(A 2 - 3) \int_a^b f(t) dt = \frac{h}{3} \left[\sum_{i=0}^{m-1} \left\{ f(a+2ih) + 4 f(a+[2i+1]h) + f(a+2[i+1]h) \right\} \right]$$

avec $h = \frac{b-a}{2m}$

m représente le nombre de divisions effectuées sur l'intervalle a, b et doit être choisi assez grand pour obtenir une bonne précision. Il ne faut pas choisir une valeur de m exagérément grande car alors les erreurs d'arrondi font diminuer la précision du calcul et, de plus, le temps de calcul augmente

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cdot \cos \frac{2\pi n t}{T} dt$$

En posant $\varphi_n(t) = f(t) \cdot \cos \frac{2\pi n t}{T}$ et $h = \frac{T}{2m}$

et en appliquant la relation (A 2 - 3)

$$(A 2 - 4) a_n = \frac{1}{3m} \left[\sum_{i=0}^{m-1} \left\{ \varphi_n(t_0+2ih) + 4 \varphi_n(t_0+[2i+1]h) + \varphi_n(t_0+2[i+1]h) \right\} \right]$$

De même en posant $\mu_n(t) = f(t) \cdot \sin \frac{2\pi n t}{T}$

$$(A 2 - 5) b_n = \frac{1}{3m} \left[\sum_{i=0}^{m-1} \left\{ \mu_n(t_0+2ih) + 4 \mu_n(t_0+[2i+1]h) + \mu_n(t_0+2[i+1]h) \right\} \right]$$

A 2 - 3 Programmation FORTRAN

Les calculs du paragraphe A 2 - 2 ont été programmés en langage FORTRAN dans un sous-programme du type SUBROUTINE que nous avons appelé FOURI et dont les paramètres d'appel sont :

F : fonction dont on recherche le développement en série de Fourier, définie par un sous programme du type FUNCTION et qui doit être déclarée dans le programme principal par l'instruction EXTERNAL.

TO : origine de l'intervalle de calcul des intégrales intervenant dans les termes a_n et b_n

T : période

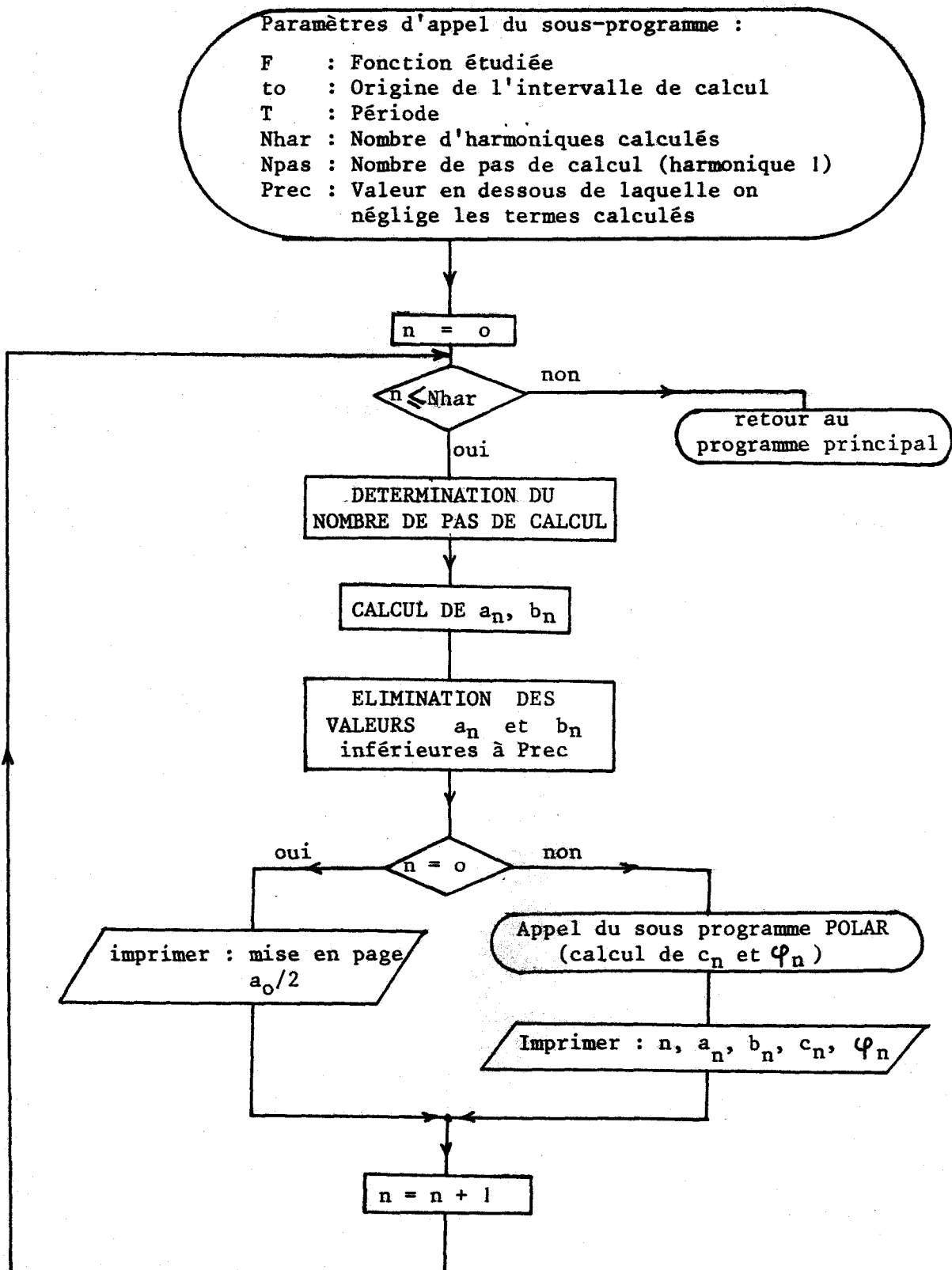
NHAR : nombre de termes calculés

NPAS : nombre de divisions effectuées sur l'intervalle de calcul pour la détermination du premier harmonique

PREC : valeur en dessous de laquelle les termes a_n et b_n sont négligés, introduite de façon à éliminer des termes petits, dont l'ordre de grandeur correspond à l'erreur d'arrondi des calculs.

Nous donnons l'organigramme et le listing du sous programme FOURI (feuilles A 2 - 1 et A 2 - 2). Dans ce sous programme, nous avons fait varier le nombre de pas de calcul, dans la détermination numérique des intégrales définissant a_n et b_n , proportionnellement au rang de l'harmonique calculé de façon à maintenir une précision relative des différents termes à peu près constante.

Le sous programme FOURI nécessite l'emploi d'un sous programme de type SUBROUTINE - permettant le passage de coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires (SUBROUTINE POLAR) -



Organigramme du sous-programme FOURI



SOURCE

```
1      EXTERNAL QVRED  
2      DATA PI, T0/3, 14159, 0.7  
3      T0=PI/180.  
4      T=4.*PI  
5      CALL FOURI(QVRED, T0, T, 15, 100, 1.E-4)  
6      WRITE(4, 10)  
7 10  FORMAT(1H , // // // // //)  
8      END
```



SOURCE

```

1      SUBROUTINE FOURI(F,T0,T,NHAR,NPAS,PREC)
C      ****
C      CALCUL DES COEFFICIENTS AN ET BN DU DEVELOPPEMENT EN SERIE DE
C      FOURIER DE LA FONCTION PERIODIQUE F(X)
C      F(X)=A0/2+SOMME(AN*COS(2*PI*N*X/T)+BN*SIN(2*PI*N*X/T)) N=1,2,...
C      T:PERIODE
C      T0:ORIGINE DES INTEGRATIONS
C      NHAR:NOMBRE DE COEFFICIENTS CALCULES
C      PREC:PRECISION SUR LES COEFFICIENTS CALCULES
C      ****
2      IMP=4
3      PI=3.141592
4      X=0.
5      F0=1./T
6      DO 120 I1=0,NHAR,1
7      NP=NPAS*I1+1
8      IF(I1,F0,0)NP=NPAS+1
9      H=T/(2.*(NP+1.))
10     AN=0.
11     RN=0.
12     COE=2.*PI*T1/T
13     F2=F(T0)
14     AN3=F2*COS(COE*T0)
15     RN3=F2*SIN(COE*T0)
16     DO 100 I2=0,NP,1
17     AN1=AN3
18     RN1=RN3
19     T2=T0+(2.*(I2+1.))*H
20     T3=T0+(2.*(I2+1.))*H
21     F2=F(T2)
22     F3=F(T3)
23     AN2=F2*COS(COE*T2)
24     BN2=F2*SIN(COE*T2)
25     AN3=F3*COS(COE*T3)
26     BN3=F3*SIN(COE*T3)
27     AN=AN+AN1+4.*(AN2+AN3)
28     100 BN=BN+RN1+4.*(BN2+BN3)
29     AN=AN/(3.*(NP+1.))
30     BN=BN/(3.*(NP+1.))
31     XAN=ABS(AN)
32     XRN=ABS(RN)
33     IF(XAN,LT,PREC)AN=0.
34     IF(XRN,LT,PREC)BN=0.
35     IF(I1,F0,0)GO TO 110
36     XBN=-BN
37     CALL POLAR(AN,XBN,CN,PHIN)
38     PHIND=PHIN*180./PI
39     WRITE(IMP,40)I1,AN,BN,CN,PHIND,PHIN
40     GO TO 120
41     110 AN=AN/2.
42     WRITE(IMP,10)NPAS
43     WRITE(IMP,20)T,F0,AN
44     WRITE(IMP,30)
45     120 CONTINUE

```



```

RETURN
1# FORMAT(1H1,43X,'DEVELOPPEMENT EN SERIE DE FOURIER',///,15X,'NOMBRE
1 DE PAS DE CALCUL (HARMONIQUE 1) NPAS=',I3)
2# FORMAT(1H ,48X,'PERIODE T=',E9.3,/,33X,'FREQUENCE FONDAMENTALE F0=
1',E9.3,/,39X,'VALEUR MOYENNE A0/2=',E9.3)
3# FORMAT(1H0,///,21X,'N',13X,'AN',14X,'BN',14X,'CN',13X,'PHIND',12X,'
1PHTN',/)
4# FORMAT(1H0,18X,I3,2X,3(9X,F7.4),18X,F6.1,11X,F6.3)
END

```

SOURCE

```

SUBROUTINE POLAR(X,Y,R,TETA)
C
C ****
C CALCUL DES COORDONNEES POLAIRES R,TETA
C CONNAISSANT LES COORDONNEES CARTESIENNES X,Y.
C PRECISION SUR TETA:0.0002 RD.(0.01 DEG.) RESULTAT EN RD.
C ****
  IF((X.NE.0.).OR.(Y.NE.0.))GO TO 100
  R=0.
  TETA=0.
  RETURN
100 R=SQRT(X*X+Y*Y)
  S=Y/R
  PI=3.141592
  DTETA=PI/2.
  TETA=DTETA
  DO 110 I=1,14,1
  SI=SIN(TETA+DTETA)
  IF(SI.GE.S)GO TO 110
  TETA=TETA+DTETA
110 DTETA=DTETA/2.
  IF(X.GE.0.)GO TO 130
  IF(TETA.GE.0.)GO TO 120
  TETA=PI-TETA
  GO TO 130
120 TETA=PI-TETA
130 RETURN
END

```

SOURCE

```

FUNCTION QVRED(TETA)
C
C ****
C DEBIT REDUIT ASPIRE COMPTE TENU DE L'OBLIQUITE DE BIELLE
C ****
  DATA EM/10./
  PI=3.141592
  IF(TETA.LT.PI)GO TO 100
  QVRED=0.
  RETURN
100 SINU=SIN(TETA)
  QVRED=SINU*(1.+COS(TETA))/SQRT(EM*EM-SINU*SINU)
  RETURN
END

```



A 2 - 4 Essai du programme de calcul

Nous avons vérifié l'exactitude des résultats donnés par le sous programme FOURI en développant en série de Fourier la fonction correspondant au débit réduit aspiré théorique dans le cas d'une bielle de longueur infinie, (Voir paragraphe 3.2) fonction dont nous savons calculer analytiquement les termes du développement en série de Fourier.

a) Choix du nombre de pas de calcul

Nous avons reporté dans le tableau A 2 - 3 les résultats correspondant au développement en série de Fourier du débit réduit aspiré théorique pour une bielle de longueur infinie par voie analytique d'une part et en utilisant le sous programme FOURI avec 25, 50 et 100 pas de calcul pour la détermination du premier harmonique d'autre part. Avec 25 et 50 pas de calcul les écarts entre résultats théoriques et résultats obtenus par calcul numérique sont inférieurs à 0,0004 sur a_n et b_n et à $0,1^\circ$ sur φ_n . Avec 100 pas de calcul les différences sont inférieures à 0,0001 sur a_n et b_n et inférieures à $0,1^\circ$ sur φ_n .

En définitive, la précision du calcul est acceptable même avec 25 pas de calcul seulement.

b) Nombre d'harmoniques utiles pour représenter le débit aspiré instantané

Nous avons tracé la courbe correspondant au débit réduit aspiré théorique dans le cas d'une bielle de longueur infinie et reconstitué ce débit instantané à partir des cinq et des dix premiers harmoniques du développement en série de Fourier (voir courbe A 2 - 4).

Les courbes tracées montrent que les cinq premiers harmoniques permettent de reconstituer le débit aspiré instantané avec précision acceptable dans la plupart des applications.

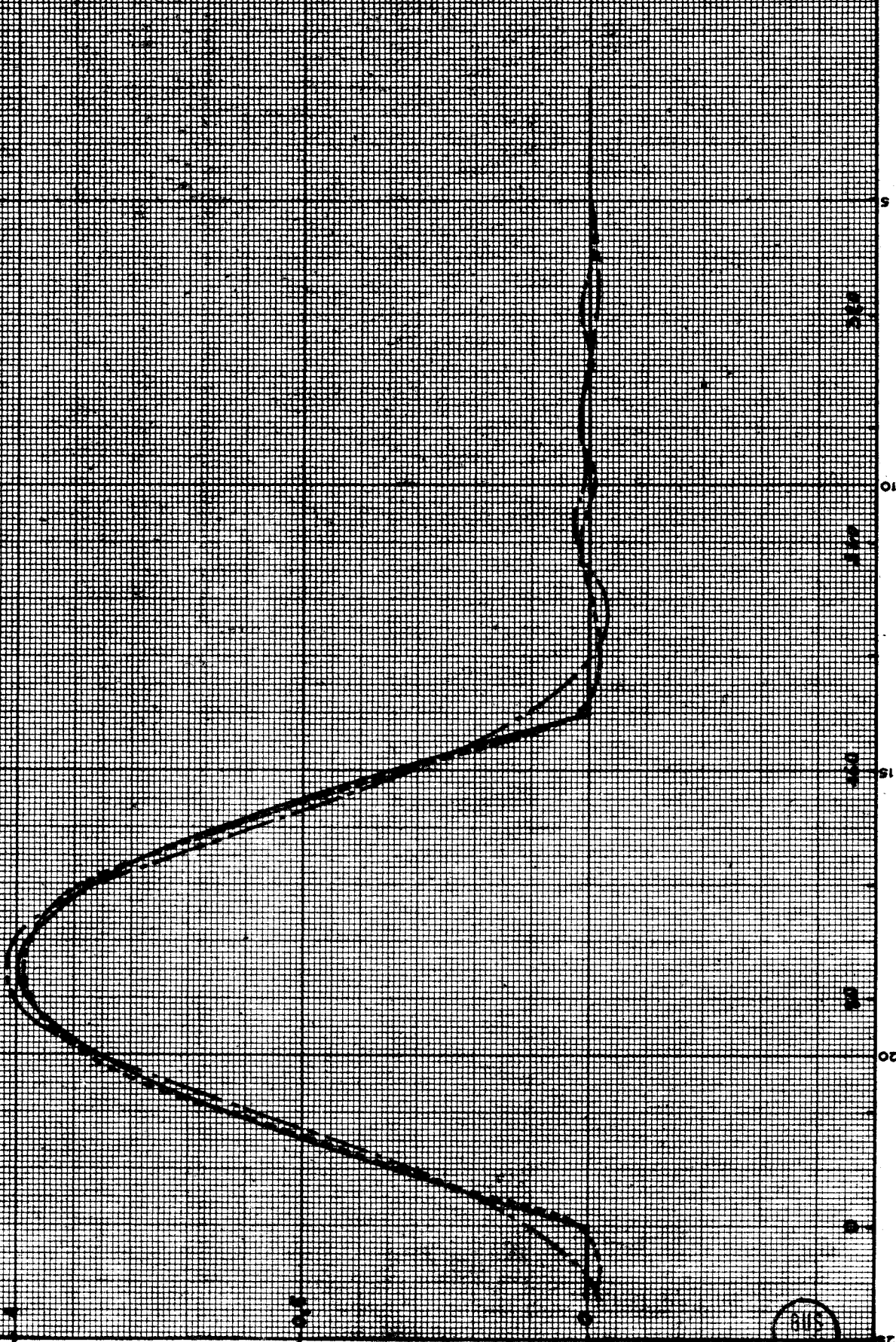
Résultats obtenus sur calculeur (PHILIPS P 880)

Rang d'harmonique	a _n	b _n	c _n	φ _n	a _n	b _n	c _n	φ _n	a _n	b _n	c _n	φ _n	a _n	b _n	c _n	φ _n
	Résultats théoriques				25 pas de calcul				50 pas de calcul				100 pas de calcul			
					temps d'exécution : 58 S				temps d'exécution : 115 S				temps d'exécution 226 S			
1	0,2122	0,2122	0,3001	-45,0	0,2123	0,2126	0,3004	-45,1	0,2122	0,2118	0,2998	-44,9	0,2122	0,2122	0,3001	-45,1
2	0	0,2500	0,2500	-90,0	0,0004	0,2500	0,2500	-89,9	0	0,2500	0,2500	-90,0	0	0,2500	0,2500	-90,1
3	-0,1273	0,1273	0,1800	-135,0	-0,1273	0,1273	0,1800	-135,0	-0,1273	0,1274	0,1801	-135,0	0,1273	-0,1273	0,1801	-135,1
4	-0,1061	0	0,1061	-180,0	-0,1061	0	0,1061	-180,0	-0,1061	0	0,1061	-180,0	-0,1061	0	0,1061	-180,1
5	-0,0303	-0,0303	0,0429	135,0	-0,0303	-0,0303	0,0429	135,0	-0,0303	-0,0303	0,0429	135,0	-0,0303	-0,0303	0,0429	135,1
6	0	0	0	-	0	0	0	-	0	0	0	-	0	0	0	-
7	-0,0141	0,0141	0,0200	-135,0	-0,0141	0,0141	0,0200	-135,0	-0,0141	0,0142	0,0200	-135,0	-0,0141	0,0141	0,0200	-135,1
8	-0,0212	0	0,0212	-180,0	-0,0212	0	0,0212	-180,0	-0,0212	0	0,0212	-180,0	-0,0212	0	0,0212	-180,1
9	-0,0083	-0,0083	0,0117	135,0	-0,0083	-0,0083	0,0117	135,0	-0,0083	-0,0083	0,0117	135,0	-0,0083	-0,0083	0,0117	135,1
10	0	0	0	-	0	0	0	-	0	0	0	-	0	0	0	-
11	-0,0054	0,0054	0,0077	-135,0	-0,0054	0,0054	0,0077	-135,0	-0,0054	0,0054	0,0077	-135,0	-0,0054	0,0054	0,0077	-135,1
12	-0,0091	0	0,0091	-180,0	-0,0091	0	0,0091	-180,0	-0,0091	0	0,0091	-180,0	-0,0091	0	0,0091	-180,1
13	-0,0039	-0,0039	0,0055	135,0	-0,0039	-0,0039	0,0055	135,0	-0,0039	-0,0039	0,0055	135,0	-0,0039	-0,0039	0,0055	135,1
14	0	0	0	-	0	0	0	-	0	0	0	-	0	0	0	-
15	-0,0029	0,0029	0,0041	-135,0	-0,0029	0,0029	0,0041	-135,0	-0,0029	0,0029	0,0041	-135,0	-0,0029	0,0029	0,0041	-135,1



SI OI S

- Débit réduit théorique (abaisse de 20% débit)
- Débit réduit mesuré à partir des 5 premiers harmoniques
- Débit réduit mesuré à partir des 10 premiers harmoniques



ANNEXE 3 : CALCUL DE L'IMPEDANCE ACOUSTIQUE ET DE LA FONCTION DE TRANSFERT

A 3 - 1 Expressions de l'impédance acoustique et de la fonction de transfert

Rappelons que l'impédance acoustique est donnée par l'expression:

$$(6.22) \quad Z = \frac{a_0}{A} \frac{\sin \frac{\omega}{a_0} (1+b) - \mu \sin \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi - i \mu \sin \frac{\omega b}{a_0} \sin \varphi}{\mu \cos \frac{\omega b}{a_0} \sin \varphi + i \left[\cos \frac{\omega}{a_0} (1+b) - \mu \cos \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi \right]}$$

En posant

$$(A 3 - 1) \quad \alpha = \sin \frac{\omega}{a_0} (1+b) - \mu \sin \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi$$

$$(A 3 - 2) \quad \beta = - \mu \sin \frac{\omega b}{a_0} \sin \varphi$$

$$(A 3 - 3) \quad \gamma = \mu \cos \frac{\omega b}{a_0} \sin \varphi$$

$$(A 3 - 4) \quad \epsilon = \cos \frac{\omega}{a_0} (1+b) - \mu \cos \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi$$

Nous pouvons mettre l'impédance acoustique du circuit sous la forme

$$(A 3 - 5) \quad Z = \frac{a_0}{A} \frac{\alpha + i \beta}{\gamma + i \epsilon}$$

La fonction de transfert est donnée par l'expression

$$(7 - 16) \quad T = \frac{a_0}{A} \xi \sin \frac{\omega l}{a_0} \frac{\sin (\varphi - \delta) + i \cos (\varphi - \delta)}{\mu \cos \frac{\omega b}{a_0} - \cos \frac{\omega}{a_0} (1+b) \cos \varphi + i \cos \frac{\omega}{a_0} (1+b) \sin \varphi}$$

En posant

$$(A 3 - 6) \quad \alpha = \xi \sin \frac{\omega l}{a_0} \sin (\varphi - \delta)$$

$$(A 3 - 7) \quad \beta = \xi \sin \frac{\omega l}{a_0} \cos (\varphi - \delta)$$

$$(A 3 - 8) \quad \gamma = \mu \cos \frac{\omega b}{a_0} - \cos \frac{\omega}{a_0} (1+b) \cos \varphi$$

$$(A 3 - 9) \quad \epsilon = \cos \frac{\omega}{a_0} (1+b) \sin \varphi$$

Nous pouvons mettre la fonction de transfert sous la même forme que l'impédance acoustique

(A 3 - 10)

$$T = \frac{a_e}{A} \frac{\alpha + i\beta}{\gamma + i\varepsilon}$$

A 3 - 2 Module et argument de l'impédance acoustique et de la fonction de transfert

Nous écrivons l'impédance acoustique sous la forme

(A 3 - 11)

$$Z = |Z| \cdot e^{i\phi}$$

D'après (A 3 - 6)

(A 3 - 12)

$$|Z| = \frac{a_e}{A} \sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\gamma^2 + \varepsilon^2}}$$

L'impédance acoustique peut encore se mettre sous la forme

(A 3 - 13)

$$Z = \frac{a_e}{A} \frac{(\alpha + i\beta)(\gamma - i\varepsilon)}{\alpha^2 + \varepsilon^2}$$

$$Z = \frac{a_e}{A} \frac{\alpha\gamma + \beta\varepsilon + i(\beta\gamma - \alpha\varepsilon)}{\alpha^2 + \varepsilon^2} = |Z| e^{i\phi}$$

En posant

(A 3 - 14)

$$\alpha_1 = \alpha\gamma + \beta\varepsilon$$

(A 3 - 15)

$$\beta_1 = \beta\gamma - \alpha\varepsilon$$

D'après la relation (A 3 - 13) nous obtenons

$$\sin \phi = \frac{\beta_1}{\alpha_1^2 + \beta_1^2}$$

(A 3 - 16)

$$\phi' = \text{Arc sin} \frac{\beta_1}{\sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2}}$$

Si	$\alpha_1 \geq 0$		$\phi = \phi'$
	$\alpha_1 < 0$	et $\phi' > 0$	$\phi = \pi - \phi'$
	$\alpha_1 < 0$	et $\phi' < 0$	$\phi = -\pi - \phi'$

Notons que le rapport des amplitudes des pressions est relevé en dB, soit :

$$\mu_{dB} = 20 \log \frac{P_2}{P_1} = 20 \log \mu$$

$$\mu_{dB} = \frac{20}{2,3} \log \mu = 8,696 \log \mu$$

$$(A 3 - 17) \quad \mu = e^{\frac{\mu_{dB}}{8,696}}$$

De même, pour la fonction de transfert, nous posons

$$T = |T| e^{i\psi}$$

Les expressions (A 3 - 6) et (A 3 - 10) ayant la même forme, les valeurs de T et ψ sont définies respectivement par les relations (A 3 - 12) et (A 3 - 16).

Le rapport étant relevé en dB, d'après (A 3 - 17)

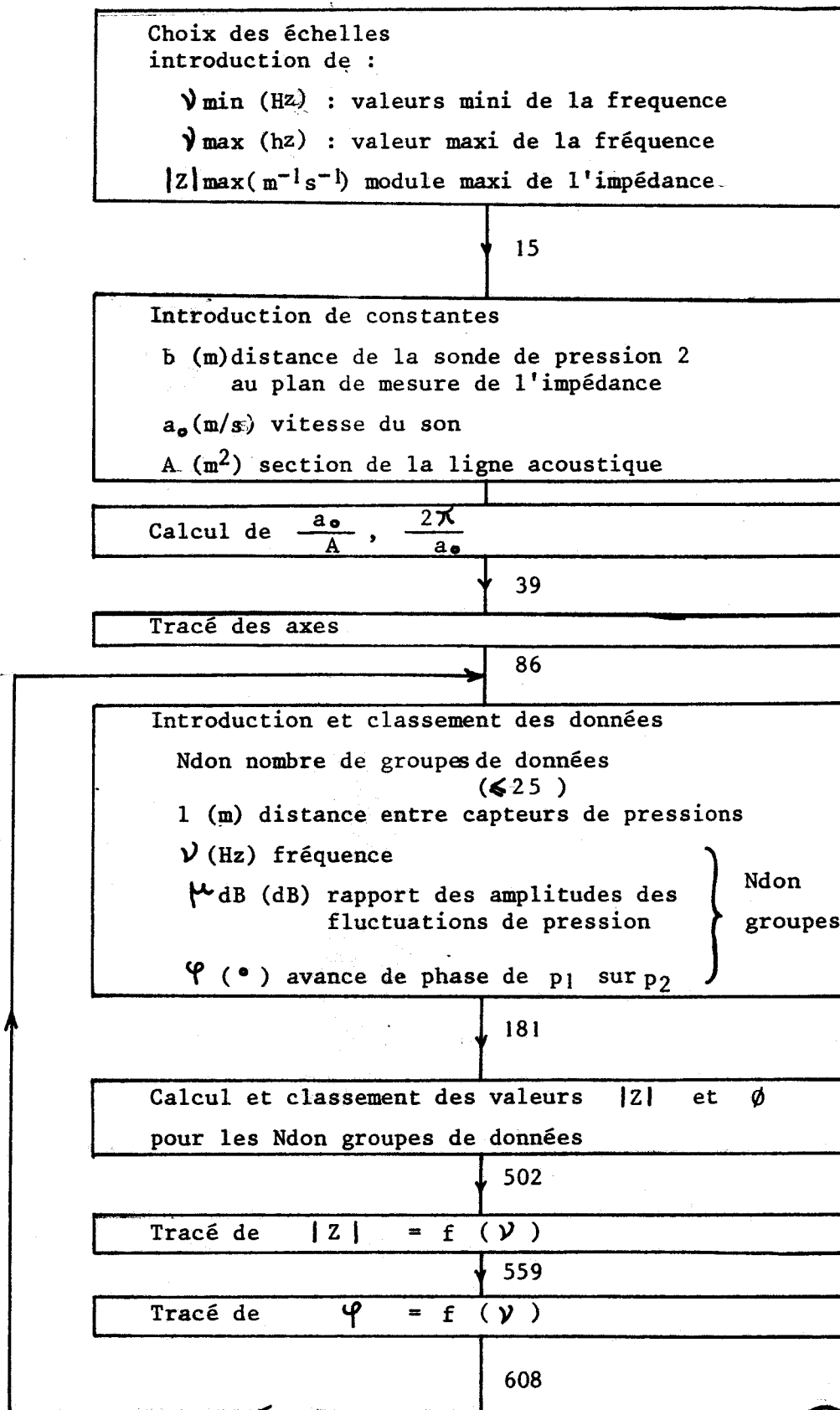
$$\xi = e^{\frac{\xi_{dB}}{8,696}}$$

A 3 - 3 Programmation des calculs

Nous avons mis au point deux programmes de calcul permettant de tracer directement le module et l'argument de l'impédance acoustique ou de la fonction de transfert sur un traceur de courbes commandé par un ordinateur de bureau Hewlett Packard 9810. Nous donnons aux pages suivantes les organigrammes et les instructions de ces deux programmes.

Pour l'utilisation de ces programmes, les fonctions trigonométriques doivent être calculées par la machine pour des valeurs considérées en radians et les données doivent être introduites au clavier (appuyer sur la touche "continue" entre chaque donnée) dans l'ordre indiqué sur les organigrammes.

IMPEDANCE ACOUSTIQUE



pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z
000	CLEAR	0	0	0	050	↑roll	0	5263	0
1	STOP	γ_{min}	0	0	1	9			
2	$x \rightarrow ()$				2	9			
3	7				3	9			
4	6				4	9	9999	5263	0
5	↑roll	0	γ_{min}	0	5	$x \rightarrow y$	5263	9999	0
6	STOP	γ_{max}	γ_{min}	0	6	FMT			
7	$x \rightarrow ()$				7	↓			
8	7				8	8			
9	7				9	4			
010	↑roll	0	γ_{max}	γ_{min}	060	1			
1	STOP	$ z _{max}$	γ_{max}	γ_{min}	1	9	8419	9999	0
2	$x \rightarrow ()$				2	FMT			
3	7				3	↑			
4	8				4	FMT			
5	CLEAR	0	0	0	5	↓			
6	STOP	b	0	0	6	↑roll	0	8419	9999
7	$x \rightarrow ()$				7	$x \rightarrow y$	8419	0	9999
8	7				8	FMT			
9	9				9	↓			
020	↑roll	0	b	0	070	FMT			
1	STOP	a_0	b	0	1	↑			
2	↑roll	0	a_0	b	2	CLEAR x	0	0	9999
3	STOP	A	a_0	b	3	↑roll	9999	0	0
4	↑	A	A	a_0	4	FMT			
5	↓	A	a_0	a_0	5	↑			
6	÷	A	a_0/A	a_0	6	FMT			
7	$y \rightarrow ()$				7	↓			
8	8				8	6			
9	0				9	8			
030	↓	a_0/A	a_0	a_0	080	3			
1	2	2	a_0	a_0	1	9			
2	$x \rightarrow y$	a_0	2	a_0	2	FMT			
3	÷	a_0	$2/a_0$	a_0	3	↓			
4	π	π	$2/a_0$	a_0	4	FMT			
5	x	π	$2\pi/a_0$	a_0	5	↑			
6	$y \rightarrow ()$				6	CLEAR	0	0	0
7	8				7	STOP	N_{don}	0	0
8	1				8	$x \rightarrow ()$			
9	CLEAR	0	0	0	9	8			
040	FMT				090	2			
1	↑				1	↑roll	0	N_{don}	0
2	FMT				2	STOP	2	N_{don}	0
3	↓				3	$x \rightarrow ()$			
4	5				4	8			
5	2				5	4			
6	6				6	CLEAR	0	0	0
7	3	5263	0	0	7	$x \rightarrow ()$			
8	FMT				8	8			
9	↓				9	3			

registres	
a	
b	
0	
001	γ
2	$\mu_{dB} \mu z _T$
3	$\varphi \quad \phi_T$
4	γ
5	$\mu_{dB} \mu z _T$
6	$\varphi \quad \phi_T$
7	
8	
9	
010	
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
070	
1	
2	
3	γ
4	$\mu_{dB} \mu z _T$
075	$\varphi \quad \phi_T$
076	γ_{min}
7	γ_{max}
8	$ z _{max}$
9	b
080	a_0/A
1	$2\pi/a_0$
2	N_{don}
3	N (indice)
4	2
5	φ
6	$\omega b/a_0$
7	$\omega(l+b)/a_0$
8	μ
9	α
090	β
1	γ
2	δ
3	α_1
4	β_1
5	
6	
7	



pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z
100	CLEAR	0	0	0	150	0	180	$\pi \varphi^0$	μ_{dB}	200	0			
1	$x \leftarrow ()$				1	\div	180	φ	μ_{dB}	1	$y \rightarrow ()$			
2	8				2	$x \leftarrow ()$				2	8			
3	3	N-1	0	0	3	a	3N-2	φ	μ_{dB}	3	3			
4	\uparrow_{roll}	0	N-1	0	4	\uparrow	3N-2	3N-2	φ	4	CONTINUE			
5	1	1	N-1	0	5	2	2	3N-2	φ	5	3	3	N	0
6	+	1	N	0	6	+	2	3N	φ	6	x	3	3N	0
7	$x \leftarrow ()$				7	$y \rightarrow ()$				7	$y \rightarrow ()$			
8	8				8	a				8	a			
9	2	Ndon	N	0	9	\downarrow	3N	φ	φ	9	$x \leftarrow ()$			
110	IF $x < y$				160	$y \rightarrow ()$				210	INDIRECT			
1	0				1	INDIRECT				1	a	φ	3N	0
2	1				2	a				2	$x \rightarrow ()$			
3	8				3	$x \leftarrow ()$				3	8			
4	2				4	INDIRECT				4	5			
5	$y \rightarrow ()$				5	b	μ_{dB}	φ	φ	5	CONTINUE			
6	8				6	\uparrow	μ_{dB}	μ_{dB}	φ	6	1	1	3N	0
7	3				7	8				7	-	1	3N-1	0
8	\uparrow	Ndon	Ndon	N	8	.				8	$y \rightarrow ()$			
9	\downarrow	Ndon	N	N	9	6				9	b			
120	3	3	N	N	170	9				220	-	1	3N-2	0
1	x	3	3N	N	1	6	8,696	μ_{dB}	φ	1	$y \rightarrow ()$			
2	2	2	3N	N	2	\div	8,696	$\mu_{dB}/8,696$	φ	2	a			
3	-	2	3N-2	N	3	\downarrow	$\mu_{dB}/8,696$	φ	φ	3	$x \leftarrow ()$			
4	$y \rightarrow ()$				4	e^x	μ	φ	φ	4	INDIRECT			
5	a				5	$x \rightarrow ()$				5	b	μ	3N-2	0
6	1	1	3N-2	N	6	INDIRECT				6	$x \rightarrow ()$			
7	+	1	3N-1	N	7	b				7	8			
8	$y \rightarrow ()$				8	GO TO				8	8			
9	b				9	1				9	$x \leftarrow ()$			
130	\downarrow	3N-1	N	N	180	0				230	INDIRECT			
1	CLEAR x	0	N	N	1	0				1	a	γ	3N-2	0
2	\uparrow	0	0	N	2	CLEAR	0	0	0	2	$x \rightarrow y$	3N-2	γ	0
3	STOP	γ	0	N	3	$x \rightarrow ()$				3	$x \leftarrow ()$			
4	$x \rightarrow ()$				4	8				4	8			
5	INDIRECT				5	3				5	1	$2\pi/a_0$	γ	0
6	a				6	CLEAR	0	0	0	6	x	$2\pi/a_0$	ω/a_0	0
7	\uparrow	γ	γ	0	7	$x \leftarrow ()$				7	\uparrow	$2\pi/a_0$	$2\pi/a_0$	ω/a_0
8	CLEAR x	0	γ	0	8	8				8	\downarrow	$2\pi/a_0$	ω/a_0	ω/a_0
9	STOP	μ_{dB}	γ	0	9	3	N-1	0	0	9	$x \leftarrow ()$			
140	$x \rightarrow ()$				190	\uparrow_{roll}	0	N-1	0	240	7			
1	INDIRECT				1	1	1	N-1	0	1	g	b	ω/a_0	ω/a_0
2	b				2	+	1	N	0	2	x	b	$\omega b/a_0$	ω/a_0
3	\uparrow_{roll}	0	μ_{dB}	γ	3	$x \leftarrow ()$				3	$y \rightarrow ()$			
4	STOP	φ^0	μ_{dB}	γ	4	8				4	8			
5	\uparrow	φ^0	φ^0	μ_{dB}	5	2	Ndon	N	0	5	6			
6	π	π	φ^0	μ_{dB}	6	IF $x < y$				6	$x \rightarrow y$	$\omega b/a_0$	b	ω/a_0
7	x	π	$\pi \varphi^0$	μ_{dB}	7	0				7	$x \leftarrow ()$			
8	1				8	5				8	8			
9	8				9	1				9	4	b	b	ω/a_0



pas	touche	x	y	z
250	+	l	$l+b$	ω/a_0
1	↓	$l+b$	ω/a_0	ω/a_0
2	X	$l+b$	$\omega(l+b)/a_0$	a/a_0
3	$y \rightarrow ()$			
4	8			
5	7			
6	↓	$\frac{\omega(l+b)}{a_0}$	ω/a_0	ω/a_0
7	$\sin \alpha$	$\sin \frac{\omega(l+b)}{a_0}$	ω/a_0	ω/a_0
8	↑	$\sin \frac{\omega(l+b)}{a_0}$	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$	ω/a_0
9	$\alpha \leftarrow ()$			

pas	touche	x	y	z
260	8			
1	8	μ	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$	ω/a_0
2	↑	μ	μ	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$
3	$\alpha \leftarrow ()$			
4	8			
5	6	$\frac{\omega b}{a_0}$	μ	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$
6	$\sin \alpha$	$\sin \frac{\omega b}{a_0}$	μ	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$
7	X	$\sin \frac{\omega b}{a_0}$	$\mu \sin \frac{\omega b}{a_0}$	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$
8	$\alpha \leftarrow ()$			
9	8			

pas	touche	x	y	z
270	5	φ	$\mu \sin \frac{\omega b}{a_0}$	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$
1	$\cos \alpha$	$\cos \varphi$	$\mu \sin \frac{\omega b}{a_0}$	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$
2	X	$\cos \varphi$	$\mu \sin \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi$	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$
3	↓	$\mu \sin \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi$	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$
4	-	$\mu \sin \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi$	α	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$
5	$y \rightarrow ()$			
6	8			
7	9			
8	$\alpha \leftarrow ()$			
9	8			

pas	touche	x	y	z
280	8	μ	α	$\sin \frac{\omega}{a_0}(l+b)$
1	↑	μ	μ	α
2	$\alpha \leftarrow ()$			
3	8			
4	5	φ	μ	α
5	$\sin \alpha$	$\sin \varphi$	μ	α
6	X	$-\sin \varphi$	$\mu \sin \varphi$	α
7	↑	$\sin \varphi$	$\sin \varphi$	$\mu \sin \varphi$
8	↓	$\sin \varphi$	$\mu \sin \varphi$	$\mu \sin \varphi$
9	$\alpha \leftarrow ()$			

pas	touche	x	y	z
290	8			
1	6	$\frac{\omega b}{a_0}$	$\mu \sin \varphi$	$\mu \sin \varphi$
2	$\sin \alpha$	$\sin \frac{\omega b}{a_0}$	$\mu \sin \varphi$	$\mu \sin \varphi$
3	CHG. SIGN.	$-\sin \frac{\omega b}{a_0}$	$\mu \sin \varphi$	$\mu \sin \varphi$
4	X	$-\sin \frac{\omega b}{a_0}$	β	$\mu \sin \varphi$
5	$y \rightarrow ()$			
6	9			
7	0			
8	↓	β	$\mu \sin \varphi$	$\mu \sin \varphi$
9	$\alpha \leftarrow ()$			

pas	touche	x	y	z
300	8			
1	6	$\frac{\omega b}{a_0}$	$\mu \sin \varphi$	$\mu \sin \varphi$
2	$\cos \alpha$	$\cos \frac{\omega b}{a_0}$	$\mu \sin \varphi$	$\mu \sin \varphi$
3	X	$\cos \frac{\omega b}{a_0}$	γ	$\mu \sin \varphi$
4	$y \rightarrow ()$			
5	9			
6	1			
7	↑	$\cos \frac{\omega b}{a_0}$	$\cos \frac{\omega b}{a_0}$	γ
8	$\alpha \leftarrow ()$			
9	8			

pas	touche	x	y	z
310	8	μ	$\cos \frac{\omega b}{a_0}$	γ
1	X	μ	$\mu \cos \frac{\omega b}{a_0}$	γ
2	$\alpha \leftarrow ()$			
3	8			
4	5	φ	$\mu \cos \frac{\omega b}{a_0}$	γ
5	$\cos \alpha$	$\cos \varphi$	$\mu \cos \frac{\omega b}{a_0}$	γ
6	X	$\cos \varphi$	$\mu \cos \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi$	γ
7	$\alpha \leftarrow ()$			
8	8			
9	7	$\frac{\omega}{a_0}(l+b)$	$\mu \cos \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi$	γ

pas	touche	x	y	z
320	$\cos \alpha$	$\cos \frac{\omega}{a_0}(l+b)$	$\mu \cos \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi$	γ
1	$\alpha \rightarrow y$	$\mu \cos \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi$	$\cos \frac{\omega}{a_0}(l+b)$	γ
2	-	$\mu \cos \frac{\omega b}{a_0} \cos \varphi$	δ	γ
3	$y \rightarrow ()$			
4	9			
5	2			
6	↓	δ	γ	γ
7	α^2	δ^2	γ	γ
8	$\alpha \rightarrow y$	γ	δ^2	γ
9	α^2	γ^2	δ^2	γ

pas	touche	x	y	z
330	+	γ^2	$\gamma^2 + \delta^2$	γ
1	$\alpha \leftarrow ()$			
2	8			
3	9	α	$\gamma^2 + \delta^2$	γ
4	α^2	α^2	$\gamma^2 + \delta^2$	γ
5	↑	α^2	α^2	$\gamma^2 + \delta^2$
6	$\alpha \leftarrow ()$			
7	9			
8	0	β	α^2	$\gamma^2 + \delta^2$
9	α^2	β^2	α^2	$\gamma^2 + \delta^2$

pas	touche	x	y	z
340	+	β^2	$\alpha^2 + \beta^2$	$\gamma^2 + \delta^2$
1	↓	$\alpha^2 + \beta^2$	$\gamma^2 + \delta^2$	$\gamma^2 + \delta^2$
2	$\alpha \rightarrow y$	$\gamma^2 + \delta^2$	$\alpha^2 + \beta^2$	$\gamma^2 + \delta^2$
3	÷	$\gamma^2 + \delta^2$	$\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\gamma^2 + \delta^2}$	$\gamma^2 + \delta^2$
4	↓	$\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\gamma^2 + \delta^2}$	$\gamma^2 + \delta^2$	$\gamma^2 + \delta^2$
5	\sqrt{x}	$\sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\gamma^2 + \delta^2}}$	$\gamma^2 + \delta^2$	$\gamma^2 + \delta^2$
6	↑	$\sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\gamma^2 + \delta^2}}$	$\sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\gamma^2 + \delta^2}}$	$\gamma^2 + \delta^2$
7	$\alpha \leftarrow ()$			
8	8			
9	0	a_0/A	$\sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\gamma^2 + \delta^2}}$	$\gamma^2 + \delta^2$

pas	touche	x	y	z
350	X	a_0/A	$ z $	$\gamma^2 + \delta^2$
1	$\alpha \leftarrow ()$			
2	7			
3	8	$ z _{max}$	$ z $	$\gamma^2 + \delta^2$
4	÷	$ z _{max}$	$\frac{ z }{ z _{max}}$	$\gamma^2 + \delta^2$
5	1	1	$\frac{ z }{ z _{max}}$	$\gamma^2 + \delta^2$
6	$\alpha \rightarrow y$	$\frac{ z }{ z _{max}}$	1	$\gamma^2 + \delta^2$
7	-	$\frac{ z }{ z _{max}}$	$1 - \frac{ z }{ z _{max}}$	$\gamma^2 + \delta^2$
8	5			
9	8			

pas	touche	x	y	z
360	6			
1	3	5263	$1 - \frac{ z }{ z _{max}}$	$\gamma^2 + \delta^2$
2	X	5263	$ z _T$	$\gamma^2 + \delta^2$
3	$y \rightarrow ()$			
4	INDIRECT			
5	b			
6	$\alpha \leftarrow ()$			
7	9			
8	0	β	$ z _T$	$\gamma^2 + \delta^2$
9	↑	β	β	$ z _T$

pas	touche	x	y	z
370	$\alpha \leftarrow ()$			
1	9			
2	1	γ	β	$ z _T$
3	X	γ	$\beta \gamma$	$ z _T$
4	$\alpha \leftarrow ()$			
5	8			
6	9	α	$\beta \gamma$	$ z _T$
7	↑	α	α	$\beta \gamma$
8	$\alpha \leftarrow ()$			
9	9			

pas	touche	x	y	z
380	2	δ	α	$\beta \gamma$
1	X	δ	$\alpha \delta$	$\beta \gamma$
2	↓	$\alpha \delta$	$\beta \delta$	$\beta \gamma$
3	-	$\alpha \delta$	$\beta \alpha$	$\beta \gamma$
4	$\alpha \rightarrow ()$			
5	9			
6	3			
7	$\alpha \leftarrow ()$			
8	8			
9	9	α	$\beta \alpha$	$\beta \gamma$

pas	touche	x	y	z
390	↑	α	α	$\beta \alpha$
1	$\alpha \leftarrow ()$			
2	9			
3	1	γ	α	$\beta \alpha$
4	X	γ	$\alpha \gamma$	$\beta \alpha$
5	$\alpha \leftarrow ()$			
6	9			
7	0	β	$\alpha \gamma$	$\beta \alpha$
8	↑	β	β	$\alpha \gamma$
9	$\alpha \leftarrow ()$			



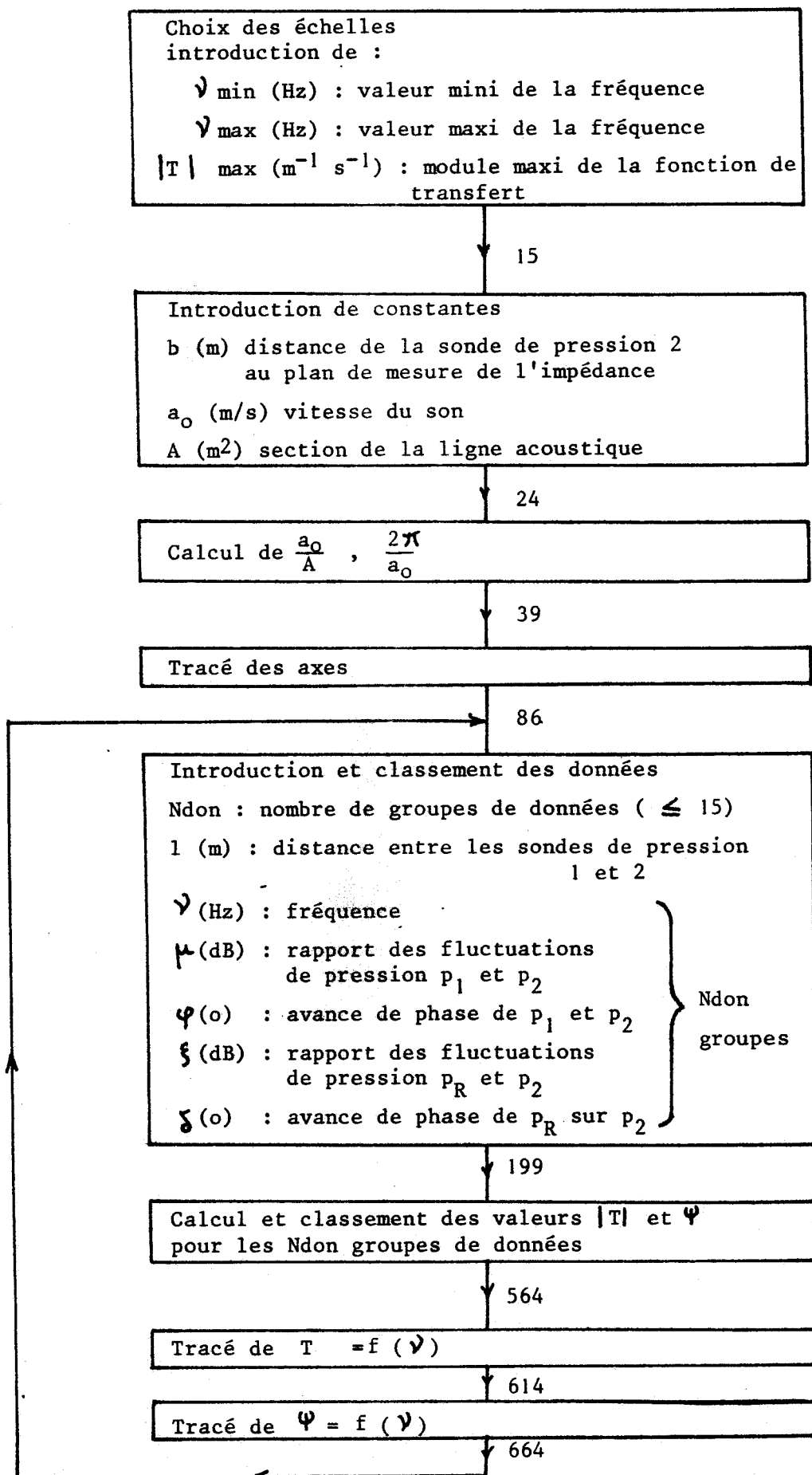
pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z
400	g				450	5				500	g			
1	2	δ	β	$\alpha\gamma$	1	7				1	g	9999	$\frac{\gamma - \gamma_{min}}{\gamma_{max} - \gamma_{min}}$	$\gamma - \gamma_{min}$
2	X	δ	$\beta\delta$	$\alpha\gamma$	2	CHG. SIGN.	$-\phi'$	0	α_1	2	X	9999	γ_T	$\gamma - \gamma_{min}$
3	↓	$\beta\delta$	$\alpha\gamma$	$\alpha\gamma$	3	↑	$-\phi'$	$-\phi'$	0	3	$y \rightarrow ()$			
4	+	$\beta\delta$	α_1	$\alpha\gamma$	4	π	π	$-\phi'$	0	4	INDIRECT			
5	$y \rightarrow ()$				5	-	π	$\phi = -\pi - \phi'$	0	5	a			
6	g				6	↑	π	π	ϕ	6	GO TO			
7	4				7	↓	$\alpha_1 \pi$	ϕ	ϕ	7	1			
8	↓	α_1	$\alpha\gamma$	$\alpha\gamma$	8	π	π	ϕ	ϕ	8	8			
9	α^0	α_1^2	$\alpha\gamma$	$\alpha\gamma$	9	÷	π	ϕ/π	ϕ	9	6			
410	↑	α_1^2	α_1^2	$\alpha\gamma$	460	1				510	CLEAR	0	0	0
1	$x \leftarrow ()$				1	5				1	$x \rightarrow ()$			
2	g				2	8				2	8			
3	3	β_1	α_1^2	$\alpha\gamma$	3	0	1580	ϕ/π	ϕ	3	3			
4	α^2	β_1^2	α_1^2	$\alpha\gamma$	4	X	1580	$1580 \frac{\phi}{\pi}$	ϕ	4	CLEAR	0	0	0
5	+	β_1^2	$\alpha_1^2 + \beta_1^2$	$\alpha\gamma$	5	8				5	$x \leftarrow ()$			
6	$x \leftarrow ()$				6	4				6	8			
7	g				7	1				7	3	$N-1$	0	0
8	3	β_1	$\alpha_1^2 + \beta_1^2$	$\alpha\gamma$	8	9	8415	$1580 \frac{\phi}{\pi}$	ϕ	8	↑roll	0	$N-1$	0
9	$x \rightarrow y$	$\alpha_1^2 + \beta_1^2$	β_1	$\alpha\gamma$	9	$x \rightarrow y$	$1580 \frac{\phi}{\pi}$	8415	ϕ	9	1	1	$N-1$	0
420	\sqrt{x}	$\sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2}$	β_1	$\alpha\gamma$	470	-	$1580 \frac{\phi}{\pi}$	ϕ_T	ϕ	520	+	1	N	0
1	÷	$\sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2}$	$\sin \phi$	$\alpha\gamma$	1	$x \leftarrow ()$				1	$x \leftarrow ()$			
2	↓	$\sin \phi$	$\alpha\gamma$	$\alpha\gamma$	2	b	$3N-1$	ϕ_T	ϕ	2	8			
3	Arc				3	↑	$3N-1$	$3N-1$	ϕ_T	3	2	N_{don}	N	0
4	$\sin \alpha$	ϕ'	$\alpha\gamma$	$\alpha\gamma$	4	1	1	$3N-1$	ϕ_T	4	IF $x < y$			
5	↑	ϕ'	ϕ'	$\alpha\gamma$	5	+	1	$3N$	ϕ_T	5	0			
6	CLEAR α	0	ϕ'	$\alpha\gamma$	6	$y \rightarrow ()$				6	5			
7	↑	0	0	ϕ'	7	b				7	6			
8	$x \leftarrow ()$				8	↓	$3N$	ϕ_T	ϕ_T	8	0			
9	g				9	$y \rightarrow ()$				9	$y \rightarrow ()$			
430	4	α_1	0	ϕ'	480	INDIRECT				530	8			
1	$x \rightarrow y$	0	α_1	ϕ'	1	b				1	3			
2	IF $x < y$				2	$x \leftarrow ()$				2	CONTINUE			
3	0				3	INDIRECT				3	3	3	N	0
4	4				4	a	γ	ϕ_T	ϕ_T	4	X	3	$3N$	0
5	5				5	↑	γ	γ	ϕ_T	5	2	2	$3N$	0
6	7				6	$x \leftarrow ()$				6	-	2	$3N-2$	0
7	↑roll	ϕ'	0	α_1	7	7				7	$y \rightarrow ()$			
8	IF $x < y$				8	6	γ_{min}	γ	ϕ_T	8	a			
9	0				9	-	γ_{min}	$\gamma - \gamma_{min}$	ϕ_T	9	1	1	$3N-2$	0
440	4				490	↑	γ_{min}	γ_{min}	$\gamma - \gamma_{min}$	540	+	1	$3N-1$	0
1	5				1	$x \leftarrow ()$				1	$y \rightarrow ()$			
2	2				2	7				2	b			
3	CHG. SIGN.	$-\phi'$	0	α_1	3	7	γ_{max}	γ_{min}	$\gamma - \gamma_{min}$	3	$x \leftarrow ()$			
4	↑	$-\phi'$	$-\phi'$	0	4	$x \rightarrow y$	γ_{min}	γ_{max}	$\gamma - \gamma_{min}$	4	INDIRECT			
5	π	π	$-\phi'$	0	5	-	γ_{min}	$\gamma_{max} - \gamma_{min}$	$\gamma - \gamma_{min}$	5	a	γ_T	$3N-1$	0
6	+	π	$\phi = \pi - \phi'$	0	6	↓	$\gamma_{max} - \gamma_{min}$	$\gamma - \gamma_{min}$	$\gamma - \gamma_{min}$	6	$x \rightarrow y$	$3N-1$	γ_T	0
7	↑	π	π	ϕ	7	÷	$\gamma_{max} - \gamma_{min}$	$\frac{\gamma - \gamma_{min}}{\gamma_{max} - \gamma_{min}}$	$\gamma - \gamma_{min}$	7	$x \leftarrow ()$			
8	GO TO				8	g				8	INDIRECT			
9	4				9	g				9	b	$12/\pi$	γ_T	0

BUL
LILE

pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z
550	FMT				600	FMT				0				
1	↑				1	↓				1				
2	FMT				2	FMT				2				
3	↓				3	↑				3				
4	FMT				4	GO TO				4				
5	↑				5	5				5				
6	GO TO				6	6				6				
7	5				7	4				7				
8	1				8	END				8				
9	4				9					9				
560	CLEAR	0	0	0	610					0				
1	X → ()				1					1				
2	8				2					2				
3	3				3					3				
4	CLEAR	0	0	0	4					4				
5	X ← ()				5					5				
6	8				6					6				
7	3	N-1	0	0	7					7				
8	↑roll	0	N-1	0	8					8				
9	1	1	N-1	0	9					9				
570	+	1	N	0	620					0				
1	X ← ()				1					1				
2	8				2					2				
3	2	Ndon	N	0	3					3				
4	IF X < Y ₂				4					4				
5	0				5					5				
6	0				6					6				
7	8				7					7				
8	6				8					8				
9	Y ₂ → ()				9					9				
580	8				630					0				
1	3				1					1				
2	CONTINUE				2					2				
3	3	3	N	0	3					3				
4	X	3	3N	0	4					4				
5	Y ₂ → ()				5					5				
6	b				6					6				
7	2	2	3N	0	7					7				
8	-	2	3N-2	0	8					8				
9	Y ₂ → ()				9					9				
590	a				640					0				
1	X ← ()				1					1				
2	INDIRECT				2					2				
3	a	Y _T	3N-2	0	3					3				
4	X ↔ Y ₂	3N-2	Y _T	0	4					4				
5	X ← ()				5					5				
6	INDIRECT				6					6				
7	b	φ _T	Y _T	0	7					7				
8	FMT				8					8				
9	↑				9					9				



FONCTION DE TRANSFERT



pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z
000	CLEAR	0	0	0	050	↑roll	0	5263	0
1	STOP	y_{min}	0	0	1	9			
2	$x \rightarrow ()$				2	9			
3	7				3	9			
4	6				4	9	9999	5263	0
5	↑roll	0	y_{min}	0	5	$x \rightarrow y$	5263	9999	0
6	STOP	y_{max}	y_{min}	0	6	FMT			
7	$x \rightarrow ()$				7	↓			
8	7				8	8			
9	7				9	4			
010	↑roll	0	y_{max}	y_{min}	060	1			
1	STOP	$ T _{max}$	y_{max}	y_{min}	1	9	8415	9999	0
2	$x \rightarrow ()$				2	FMT			
3	7				3	↑			
4	8				4	FMT			
5	CLEAR	0	0	0	5	↓			
6	STOP	b	0	0	6	↑roll	0	8415	9999
7	$x \rightarrow ()$				7	$x \rightarrow y$	8415	0	9999
8	7				8	FMT			
9	9				9	↓			
020	↑roll	0	b	0	070	FMT			
1	STOP	a_0	b	0	1	↑			
2	↑roll	0	a_0	b	2	CLEAR x	0	0	9999
3	STOP	A	a_0	b	3	↑roll	9999	0	0
4	↑	A	A	a_0	4	FMT			
5	↓	A	a_0	a_0	5	↑			
6	÷	A	a_0/A	a_0	6	FMT			
7	$y \rightarrow ()$				7	↓			
8	8				8	6			
9	0				9	8			
030	↓	a_0/A	a_0	a_0	080	3			
1	2	2	a_0	a_0	1	9	6835	0	0
2	$x \rightarrow y$	a_0	2	a_0	2	FMT			
3	÷	a_0	$2/a_0$	a_0	3	↓			
4	π	π	$2/a_0$	a_0	4	FMT			
5	x	π	$2\pi/a_0$	a_0	5	↑			
6	$y \rightarrow ()$				6	CLEAR	0	0	0
7	8				7	STOP	Ndon	0	0
8	1				8	$x \rightarrow ()$			
9	CLEAR	0	0	0	9	8			
040	FMT				090	2			
1	↑				1	↑roll	0	Ndon	0
2	FMT				2	STOP	2	Ndon	0
3	↓				3	$x \rightarrow ()$			
4	5				4	8			
5	2				5	4			
6	6				6	CLEAR	0	0	0
7	3	5263	0	0	7	$x \rightarrow ()$			
8	FMT				8	8			
9	↓				9	3			

registres	
a	
b	
000	
1	y y_T
2	K_{db} $ T _T$
3	φ φ_T
4	δ_{db}
5	δ
6	y y_T
7	K_{db} $ T _T$
8	φ φ_T
9	δ_{db}
010	δ
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
070	
1	y y_T
2	K_{db} $ T _T$
3	φ φ_T
4	δ_{db}
075	δ
076	y_{min}
7	y_{max}
8	$ T _{max}$
9	b
080	a_0/A
1	$2\pi/a_0$
2	Ndon
3	N (indice)
4	l
5	$\omega l/a_0$
6	$\omega b/a_0$
7	$\omega(l+b)/a_0$
8	μ
9	ξ
090	φ
1	α
2	β
3	γ
4	E
5	α_1
6	
7	



pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z
100	CLEAR	0	0	0	150	STOP	μ_{dB}	γ	N	200	CLEAR	0	0	0
1	$x \leftarrow ()$				1	\uparrow	μ_{dB}	μ_{dB}	γ	1	$x \rightarrow ()$			
2	8				2	CLEAR x	0	μ_{dB}	γ	2	8			
3	3	N-1	0	0	3	STOP	$\varphi^{(0)}$	μ_{dB}	γ	3	3			
4	\uparrow_{roll}	0	N-1	0	4	$y \rightarrow ()$				4	CLEAR	0	0	0
5	1	1	N-1	0	5	INDIRECT				5	$x \leftarrow ()$			
6	+	1	N	0	6	a				6	8			
7	$x \leftarrow ()$				7	$x \rightarrow y$	μ_{dB}	$\varphi^{(0)}$	γ	7	3	N-1	0	0
8	8				8	π	π	$\varphi^{(0)}$	γ	8	\uparrow_{roll}	0	N-1	0
9	2	Ndon	N	0	9	x	π	$\pi \varphi^{(0)}$	γ	9	1	1	N-1	0
110	IF $x < y$				160	1				210	+	1	N	0
1	0				1	8				1	$x \leftarrow ()$			
2	2				2	0	180	$\pi \varphi^{(0)}$	γ	2	8			
3	0				3	\div	180	φ	γ	3	2	Ndon	N	0
4	0				4	$y \rightarrow ()$				4	IF $x < y$			
5	$y \rightarrow ()$				5	INDIRECT				5	0			
6	8				6	b				6	5			
7	3				7	$x \leftarrow ()$				7	6			
8	\uparrow	Ndon	Ndon	N	8	b	5N-2	φ	γ	8	4			
9	\downarrow	Ndon	N	N	9	$x \rightarrow y$	φ	5N-2	γ	9	$y \rightarrow ()$			
120	5	5	N	N	170	1	1	5N-2	γ	220	8			
1	x	5	5N	N	1	+	1	5N-1	γ	1	3			
2	4	4	5N	N	2	$y \rightarrow ()$				2	CONTINUE			
3	-	4	5N-4	N	3	a				3	5	5	N	0
4	$y \rightarrow ()$				4	+	1	5N	γ	4	x	5	5N	0
5	a				5	$y \rightarrow ()$				5	4	4	5N	0
6	CLEAR x	0	5N-4	N	6	b				6	-	4	5N-4	0
7	$x \rightarrow y$	5N-4	0	N	7	CLEAR x	0	5N	γ	7	$y \rightarrow ()$			
8	CLEAR x	0	0	N	8	$x \rightarrow y$	5N	0	γ	8	a			
9	STOP	γ	0	N	9	CLEAR x	0	0	γ	9	$x \leftarrow ()$			
130	$x \rightarrow ()$				180	STOP	δ_{dB}	0	γ	230	INDIRECT			
1	INDIRECT				1	$x \rightarrow y$	0	δ_{dB}	γ	1	a	γ	5N-4	0
2	a				2	STOP	$\delta^{(0)}$	δ_{dB}	γ	2	\uparrow	γ	γ	5N-4
3	\uparrow	γ	γ	0	3	$y \rightarrow ()$				3	$x \leftarrow ()$			
4	$x \leftarrow ()$				4	INDIRECT				4	8			
5	a	5N-4	γ	0	5	a				5	1	$2\pi/a_0$	γ	5N-4
6	\uparrow_{roll}	0	5N-4	γ	6	$x \rightarrow y$	δ_{dB}	$\delta^{(0)}$	γ	6	x	$2\pi/a_0$	ω/a_0	5N-4
7	1	1	5N-4	γ	7	π	π	$\delta^{(0)}$	γ	7	\uparrow	$2\pi/a_0$	$2\pi/a_0$	ω/a_0
8	+	1	5N-3	γ	8	x	π	$\pi \delta^{(0)}$	γ	8	\downarrow	$2\pi/a_0$	ω/a_0	ω/a_0
9	$y \rightarrow ()$				9	1				9	$x \leftarrow ()$			
140	a				190	8				240	8			
1	+	1	5N-2	γ	1	0	180	$\pi \delta^{(0)}$	γ	1	4	l	ω/a_0	ω/a_0
2	$y \rightarrow ()$				2	\div	180	δ	γ	2	x	l	ω^2/a_0	ω/a_0
3	b				3	$y \rightarrow ()$				3	$y \rightarrow ()$			
4	$x \leftarrow ()$				4	INDIRECT				4	8			
5	8				5	b				5	5			
6	3	N	5N-2	γ	6	GO TO				6	$x \leftarrow ()$			
7	\uparrow_{roll}	γ	N	5N-2	7	1				7	7			
8	\uparrow_{roll}	5N-2	γ	N	8	0				8	9	b	ω^2/a_0	ω/a_0
9	CLEAR x	0	γ	N	9	0				9	\uparrow_{roll}	ω/a_0	b	ω^2/a_0



pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z
250	X	ω/a_0	$\omega b/a_0$	ω^2/a_0	300	1	1	5N-3	μ	350	\uparrow	φ	φ	$\cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$
1	$y \rightarrow ()$				1	+	1	5N-2	μ	1	$\sin x$	$\sin \varphi$	φ	$\cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$
2	8				2	$y \rightarrow ()$				2	\uparrow roll	$\cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	$\sin \varphi$	φ
3	6				3	a				3	X	$\cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	E	φ
4	\downarrow	$\omega b/a_0$	ω^2/a_0	ω^2/a_0	4	2	2	5N-2	μ	4	$y \rightarrow ()$			
5	+	$\omega b/a_0$	$\omega(t+b)/a_0$	ω^2/a_0	5	+	2	5N	μ	5	9			
6	$y \rightarrow ()$				6	$y \rightarrow ()$				6	4			
7	8				7	b				7	\uparrow roll	φ	$\cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	E
8	7				8	X $\leftarrow ()$				8	$\cos x$	$\cos \varphi$	$\cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	E
9	X $\leftarrow ()$				9	INDIRECT				9	X	$\cos \varphi$	$\cos \varphi \cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	E
260	a	5N-4	$\omega(t+b)/a_0$	ω^2/a_0	310	a	φ	5N	μ	360	X $\leftarrow ()$			
1	\uparrow	5N-4	5N-4	$\omega(t+b)/a_0$	1	X $\rightarrow ()$				1	8			
2	1	1	5N-4	$\omega(t+b)/a_0$	2	9				2	6	$\frac{\omega b}{a_0}$	$\cos \varphi \cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	E
3	+	1	5N-3	$\omega(t+b)/a_0$	3	0				3	$\cos x$	$\cos \frac{\omega b}{a_0}$	$\cos \varphi \cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	E
4	$y \rightarrow ()$				4	\uparrow	φ	φ	5N	4	\uparrow	$\cos \frac{\omega b}{a_0}$	$\cos \frac{\omega b}{a_0}$	$\cos \varphi \cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$
5	a				5	X $\leftarrow ()$				5	X $\leftarrow ()$			
6	2	2	5N-3	$\omega(t+b)/a_0$	6	INDIRECT				6	8			
7	+	2	5N-1	$\omega(t+b)/a_0$	7	b	δ	φ	5N	7	8	μ	$\cos \frac{\omega b}{a_0}$	$\cos \varphi \cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$
8	$y \rightarrow ()$				8	-	δ	$\varphi - \delta$	5N	8	X	μ	$\mu \cos \frac{\omega b}{a_0}$	$\cos \varphi \cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$
9	b				9	X $\leftarrow ()$				9	X $\rightarrow y$	$\mu \cos \frac{\omega b}{a_0}$	μ	$\cos \varphi \cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$
270	X $\leftarrow ()$				320	8				370	\uparrow roll	$\cos \varphi \cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	$\mu \cos \frac{\omega b}{a_0}$	μ
1	INDIRECT				1	5	ω^2/a_0	$\varphi - \delta$	5N	1	-	$\cos \varphi \cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	γ	μ
2	a	μ_{dB}	5N-1	$\omega(t+b)/a_0$	2	$\sin x$	$\sin \frac{\omega t}{a_0}$	$\varphi - \delta$	5N	2	$y \rightarrow ()$			
3	\uparrow	μ_{dB}	μ_{dB}	5N-1	3	\uparrow	$\sin \frac{\omega t}{a_0}$	$\sin \frac{\omega t}{a_0}$	$\varphi - \delta$	3	9			
4	X $\leftarrow ()$				4	X $\leftarrow ()$				4	3			
5	INDIRECT				5	8				5	\downarrow	γ	μ	μ
6	b	ξ_{dB}	μ_{dB}	5N-1	6	9	ξ	$\sin \frac{\omega t}{a_0}$	$\varphi - \delta$	6	x^2	γ^2	μ	μ
7	\uparrow	ξ_{dB}	ξ_{dB}	μ_{dB}	7	X	ξ	$\xi \sin \frac{\omega t}{a_0}$	$\varphi - \delta$	7	\uparrow	γ^2	γ^2	μ
8	8				8	\downarrow	$\xi \sin \frac{\omega t}{a_0}$	$\varphi - \delta$	$\varphi - \delta$	8	X $\leftarrow ()$			
9	.				9	X $\rightarrow y$	$\varphi - \delta$	$\xi \sin \frac{\omega t}{a_0}$	$\varphi - \delta$	9	9.			
280	6				330	$\sin x$	$\sin(\varphi - \delta)$	$\xi \sin \frac{\omega t}{a_0}$	$\varphi - \delta$	380	4	E	γ^2	μ
1	9				1	X $\rightarrow y$	$\xi \sin \frac{\omega t}{a_0}$	$\sin(\varphi - \delta)$	$\varphi - \delta$	1	x^2	E^2	γ^2	μ
2	6	8,696	ξ_{dB}	μ_{dB}	2	X	$\xi \sin \frac{\omega t}{a_0}$	α	$\varphi - \delta$	2	+	E^2	$\gamma^2 + E^2$	μ
3	\div	8,696	$\xi_{dB}/8,696$	μ_{dB}	3	$y \rightarrow ()$				3	X $\leftarrow ()$			
4	\uparrow roll	μ_{dB}	8,696	$\xi_{dB}/8,696$	4	9				4	9			
5	X $\rightarrow y$	8,696	μ_{dB}	$\xi_{dB}/8,696$	5	1				5	2	β	$\gamma^2 + E^2$	μ
6	\div	8,696	$\mu_{dB}/8,696$	$\xi_{dB}/8,696$	6	\uparrow roll	$\varphi - \delta$	$\xi \sin \frac{\omega t}{a_0}$	α	6	x^2	β^2	$\gamma^2 + E^2$	μ
7	\downarrow	$\mu_{dB}/8,696$	$\xi_{dB}/8,696$	$\xi_{dB}/8,696$	7	$\cos x$	$\cos(\varphi - \delta)$	$\xi \sin \frac{\omega t}{a_0}$	α	7	\uparrow	β^2	β^2	$\gamma^2 + E^2$
8	e^x	μ	$\xi_{dB}/8,696$	$\xi_{dB}/8,696$	8	X	$\cos(\varphi - \delta)$	β	α	8	X $\leftarrow ()$			
9	X $\rightarrow ()$				9	$y \rightarrow ()$				9	9			
290	8				340	9				390	1	α	β^2	$\gamma^2 + E^2$
1	8				1	2				1	x^2	α^2	β^2	$\gamma^2 + E^2$
2	X $\rightarrow y$	$\xi_{dB}/8,696$	μ	$\xi_{dB}/8,696$	2	X $\leftarrow ()$				2	+	α^2	$\alpha^2 + \beta^2$	$\gamma^2 + E^2$
3	e^x	ξ	μ	$\xi_{dB}/8,696$	3	8				3	X $\rightarrow y$	$\alpha^2 + \beta^2$	α^2	$\gamma^2 + E^2$
4	X $\rightarrow ()$				4	7	$\frac{\omega}{a_0}(t+b)$	β	α	4	\uparrow roll	$\gamma^2 + E^2$	$\alpha^2 + \beta^2$	α^2
5	8				5	$\cos x$	$\cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	β	α	5	\div	$\gamma^2 + E^2$	$\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta^2 + E^2}$	α^2
6	9				6	\uparrow	$\cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	$\cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	β	6	\downarrow	$\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta^2 + E^2}$	α^2	α^2
7	X $\leftarrow ()$				7	X $\leftarrow ()$				7	\sqrt{x}	$\sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta^2 + E^2}}$	α^2	α^2
8	a	5N-3	μ	$\xi_{dB}/8,696$	8	9				8	\uparrow	$\sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta^2 + E^2}}$	$\sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta^2 + E^2}}$	α^2
9	\uparrow	5N-3	5N-3	μ	9	0	φ	$\cos \frac{\omega}{a_0}(t+b)$	β	9	X $\leftarrow ()$			

pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z
400	8				450	↓	$\beta \epsilon$	$\alpha \gamma$	$\alpha \delta$	500	↑roll	ψ'	0	α_1
1	0	a_0/A	$\sqrt{\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 + \beta^2}}$	α^2	1	+	$\beta \epsilon$	α_1	$\alpha \delta$	1	IF $x < y$			
2	X	a_0/A	$ T $	α^2	2	$y \rightarrow ()$				2	0			
3	$x \leftarrow ()$				3	9				3	5			
4	7				4	5				4	1			
5	8	$ T _{max}$	$ T $	α^2	5	$x \leftarrow ()$				5	5			
6	÷	$ T _{max}$	$\frac{ T }{ T _{max}}$	α^2	6	9				6	CHG. SIGN.	$-\psi'$	0	α_1
7	1	1	$\frac{ T }{ T _{max}}$	α^2	7	2	β	α_1	$\alpha \gamma$	7	↑	$-\psi'$	$-\psi'$	0
8	$\alpha \rightarrow y$	$\frac{ T }{ T _{max}}$	1	α^2	8	↑	β	β	α_1	8	π	π	$-\psi'$	0
9	-	$\frac{ T }{ T _{max}}$	$1 - \frac{ T }{ T _{max}}$	α^2	9	$x \leftarrow ()$				9	+	π	ψ	0
410	5				460	9				510	↑roll	0	π	ψ
1	2				1	3	γ	β	α_1	1	GO TO			
2	6				2	X	γ	$\beta \gamma$	α_1	2	5			
3	3	5263	$1 - \frac{ T }{ T _{max}}$	α^2	3	$x \leftarrow ()$				3	2			
4	X	5263	$ T _T$	α^2	4	9				4	0			
5	$x \leftarrow ()$				5	1	α	$\beta \gamma$	α_1	5	CHG. SIGN.	$-\psi'$	0	α_1
6	a	5N-2	$ T _T$	α^2	6	↑	α	α	$\beta \gamma$	6	↑	$-\psi'$	$-\psi'$	0
7	↑	5N-2	5N-2	$ T _T$	7	$x \leftarrow ()$				7	π	π	$-\psi'$	0
8	1	1	5N-2	$ T _T$	8	9				8	-	π	ψ	0
9	-	1	5N-3	$ T _T$	9	4	ϵ	α	$\beta \gamma$	9	↑roll	0	π	ψ
420	$y \rightarrow ()$				470	X	ϵ	$\alpha \epsilon$	$\beta \gamma$	520	↓	α_1	π	ψ
1	a				1	↓	$\alpha \epsilon$	$\beta \gamma$	$\beta \delta$	1	π	π	ψ	ψ
2	↑roll	$ T _T$	1	5N-3	2	-	$\alpha \epsilon$	β_1	$\beta \gamma$	2	÷	π	ψ/π	ψ
3	$x \rightarrow ()$				3	↑	$\alpha \epsilon$	$\alpha \epsilon$	β_1	3	1			
4	INDIRECT				4	↓	$\alpha \epsilon$	β_1	β_1	4	5			
5	a				5	$x \leftarrow ()$				5	8			
6	↓	1	5N-3	5N-3	6	9				6	0	1580	ψ/π	ψ
7	-	1	5N-4	5N-3	7	5	α_1	β_1	β_1	7	X	1580	$1580 \frac{\psi}{\pi}$	ψ
8	$y \rightarrow ()$				8	x^2	α_1^2	β_1	β_1	8	8			
9	a				9	$x \rightarrow y$	β_1	α_1^2	β_1	9	4			
430	2	2	5N-4	5N-3	480	x^2	β_1^2	α_1^2	β_1	530	1			
1	+	2	5N-2	5N-3	1	+	β_1^2	$\alpha_1^2 + \beta_1^2$	β_1	1	9	8419	$1580 \frac{\psi}{\pi}$	ψ
2	$y \rightarrow ()$				2	↓	$\alpha_1^2 + \beta_1^2$	β_1	β_1	2	$\alpha \rightarrow y$	$1580 \frac{\psi}{\pi}$	8419	ψ
3	b				3	\sqrt{x}	$\sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2}$	β_1	β_1	3	-	$1580 \frac{\psi}{\pi}$	ψ_T	ψ
4	$x \leftarrow ()$				4	÷	$\sqrt{\alpha_1^2 + \beta_1^2}$	$\sin \psi$	β_1	4	$y \rightarrow ()$			
5	9				5	↓	$\sin \psi$	β_1	β_1	5	INDIRECT			
6	1	α	5N-2	5N-3	6	Arc				6	b			
7	↑	α	α	5N-2	7	$\sin x$	ψ'	β_1	β_1	7	$x \leftarrow ()$			
8	$x \leftarrow ()$				8	↑	ψ'	ψ'	β_1	8	INDIRECT			
9	9				9	CLEAR x	0	ψ'	β_1	9	a	ψ	ψ_T	ψ
440	3	γ	α	5N-2	490	↑	0	0	ψ'	540	↑	ψ	ψ	ψ_T
1	X	γ	$\alpha \gamma$	5N-2	1	$x \leftarrow ()$				1	$x \leftarrow ()$			
2	$x \leftarrow ()$				2	9				2	7			
3	9				3	5	α_1	0	ψ'	3	6	γ_{min}	ψ	ψ_T
4	2	β	$\alpha \gamma$	5N-2	4	$\alpha \rightarrow y$	0	α_1	ψ'	4	-	γ_{min}	$\gamma - \gamma_{min}$	ψ_T
5	↑	β	β	$\alpha \gamma$	5	IF $x < y$				5	↑	γ_{min}	γ_{min}	ψ_T
6	$x \leftarrow ()$				6	0				6	$x \leftarrow ()$			
7	9				7	5				7	7			
8	4	ϵ	β	$\alpha \gamma$	8	2				8	7	γ_{max}	γ_{min}	ψ_T
9	X	ϵ	$\beta \epsilon$	$\alpha \gamma$	9	0				9	$\alpha \rightarrow y$	γ_{min}	γ_{max}	ψ_T

BUS 11115

pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z	pas	touche	x	y	z
550	-	γ_{min}	$\gamma_{max}-\gamma_{min}$	$\gamma-\gamma_{min}$	600	a	γ_T	5N-3	0	650	a	γ_T	5N-2	0
1	↓	$\gamma_{max}-\gamma_{min}$	$\gamma-\gamma_{min}$	$\gamma-\gamma_{min}$	1	$\alpha \rightarrow \gamma$	5N-3	γ_T	0	1	$\alpha \rightarrow \gamma$	5N-2	γ_T	0
2	÷	$\gamma_{max}-\gamma_{min}$	$\frac{\gamma-\gamma_{min}}{\gamma_{max}-\gamma_{min}}$	$\gamma-\gamma_{min}$	2	$\alpha \leftarrow ()$				2	$\alpha \leftarrow ()$			
3	9				3	INDIRECT				3	INDIRECT			
4	9				4	b	$ \gamma _T$	γ_T	0	4	b	ψ_T	γ_T	0
5	9				5	FMT				5	FMT			
6	9	9999	$\frac{\gamma-\gamma_{min}}{\gamma_{max}-\gamma_{min}}$	$\gamma-\gamma_{min}$	6	↑				6	↑			
7	X	9999	γ_T	$\gamma-\gamma_{min}$	7	FMT				7	FMT			
8	$\gamma \rightarrow ()$				8	↓				8	↓			
9	INDIRECT				9	FMT				9	FMT			
560	a				610	↑				660	↑			
1	GO TO				1	GO TO				1	GO TO			
2	2				2	5				2	6			
3	0				3	6				3	1			
4	4				4	9				4	9			
5	CLEAR	0	0	0	5	CLEAR	0	0	0	5	END			
6	$\alpha \rightarrow ()$				6	$\alpha \rightarrow ()$				6				
7	8				7	8				7				
8	3				8	3				8				
9	CLEAR	0	0	0	9	CLEAR	0	0	0	9				
570	$\alpha \leftarrow ()$				620	$\alpha \leftarrow ()$				670				
1	8				1	8				1				
2	3	N-1	0	0	2	3	N-1	0	0	2				
3	↑roll	0	N-1	0	3	↑roll	0	N-1	0	3				
4	1	1	N-1	0	4	1	1	N-1	0	4				
5	+	1	N	0	5	+	1	N	0	5				
6	$\alpha \leftarrow ()$				6	$\alpha \leftarrow ()$				6				
7	8				7	8				7				
8	2	Ndon	N	0	8	2	Ndon	N	0	8				
9	IF $\alpha < \gamma$				9	IF $\alpha < \gamma$				9				
580	0				630	0				680				
1	6				1	0				1				
2	1				2	8				2				
3	5				3	6				3				
4	$\gamma \rightarrow ()$				4	$\gamma \rightarrow ()$				4				
5	8				5	8				5				
6	3				6	3				6				
7	CONTINUE				7	CONTINUE				7				
8	5	5	N	0	8	5	5	N	0	8				
9	X	5	5N	0	9	X	5	5N	0	9				
590	4	4	5N	0	640	4	4	5N	0	690				
1	-	4	5N-4	0	1	-	4	5N-4	0	1				
2	$\gamma \rightarrow ()$				2	$\gamma \rightarrow ()$				2				
3	a				3	a				3				
4	1	1	5N-4	0	4	2	2	5N-4	0	4				
5	+	1	5N-3	0	5	+	2	5N-2	0	5				
6	$\gamma \rightarrow ()$				6	$\gamma \rightarrow ()$				6				
7	b				7	b				7				
8	$\alpha \leftarrow ()$				8	$\alpha \leftarrow ()$				8				
9	INDIRECT				9	INDIRECT				9				



ANNEXE 4 : CALCUL DES PULSATIONS DE PRESSION COMPTE TENU DE LA VARIATION DU VOLUME D'AIR CONTENU DANS LE CYLINDRE

A 4 - 1 Expressions du débit et de la pression

Rappelons que le débit masse d'air au voisinage de la soupape d'admission est donné par

$$(8.13) \quad q = p_0 \left[\frac{p}{p_0} \right]^{1/\gamma} \left[S_p v_p - \frac{v}{\gamma p} \frac{dp}{dt} \right]$$

Avec

$$(8.15) \quad v = \frac{v_e}{2} \left[\frac{\epsilon + 1}{\epsilon - 1} - \cos \theta + m - \sqrt{m^2 - \sin^2 \theta} \right]$$

$$(3.3) \quad v_p = -\omega r \sin \theta \left[1 + \frac{\cos \theta}{\sqrt{m^2 - \sin^2 \theta}} \right]$$

Le débit masse est une fonction périodique de l'angle de rotation vilebrequin θ de période 4π

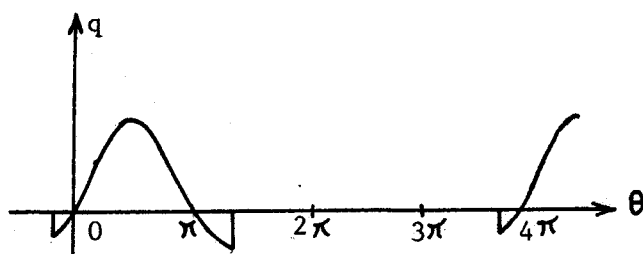


fig. A 4 - 1 : débit masse instantané

Le débit masse instantané étant supposé connu

$$(A 4 - 1) \quad q = q_0 + \sum_n a_n \cos \frac{n\theta}{2} + b_n \sin \frac{n\theta}{2}$$

avec

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_0}^{\theta_0 + 2\pi} q(\theta) \cdot \cos \frac{n\theta}{2} d\theta$$

$$b_n = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_0}^{\theta_0 + 2\pi} q(\theta) \cdot \sin \frac{n\theta}{2} d\theta$$

Les intégrales définissant a_n et b_n peuvent être calculées numériquement par la méthode de Simpson (voir Annexe 1)

Nous pouvons encore écrire :

$$(A 4 - 2) \quad q = q_0 + \sum_n c_n \cos \left(\frac{n\theta}{2} + \alpha_n \right)$$

Avec $c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ et $\alpha_n = \text{arg} (a_n - i b_n)$
et d'après la définition de l'impédance acoustique

$$(8.4) \quad p = p_0 + \sum_n c_n |Z|_{(n\nu_0)} \cos \left(\frac{n\theta}{2} + \alpha_n + \phi_{(n\nu_0)} \right)$$

En posant maintenant

(8.5)

$$B_n = c_n |Z|_{(n\nu_0)}$$

(8.6)

$$\beta_n = \alpha_n + \phi_{(n\nu_0)}$$

Nous obtenons

(8.7)

$$p = p_0 + \sum_n B_n \cos \left(\frac{n\theta}{2} + \beta_n \right)$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dp}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

Si la vitesse de rotation du moteur ω est constante

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

(8.8)

$$\frac{dp}{dt} = \sum_n - \frac{n\omega B_n}{2} \sin \left(n \frac{\theta}{2} + \beta_n \right)$$

A 4 - 2 Programmation des calculs

Dans un premier temps nous calculons le développement en série de Fourier du débit instantané à partir de la relation (8.13) en supposant

$$p = p_0 \quad \text{et} \quad \frac{dp}{dt} = 0$$

Nous sommes donc ramenés au cas où le débit volume au voisinage de la soupape d'aspiration est égal au débit engendré et où la masse volumique de l'air reste constante et égale à ρ_0 . A partir de ce premier développement en série de Fourier, nous pouvons calculer la pression instantanée à l'aide de la relation (8.7).

En deuxième itération, nous reprenons les calculs précédents en supposant que la pression instantanée est égale à la moyenne des pressions supposées et calculées en première itération et ainsi de suite. Nous donnons l'organigramme et le listing (feuilles A 4 - 1 et A 4 - 2) du programme FORTRAN permettant d'effectuer les calculs précédents.

Ce programme de calcul utilise les sous programmes :

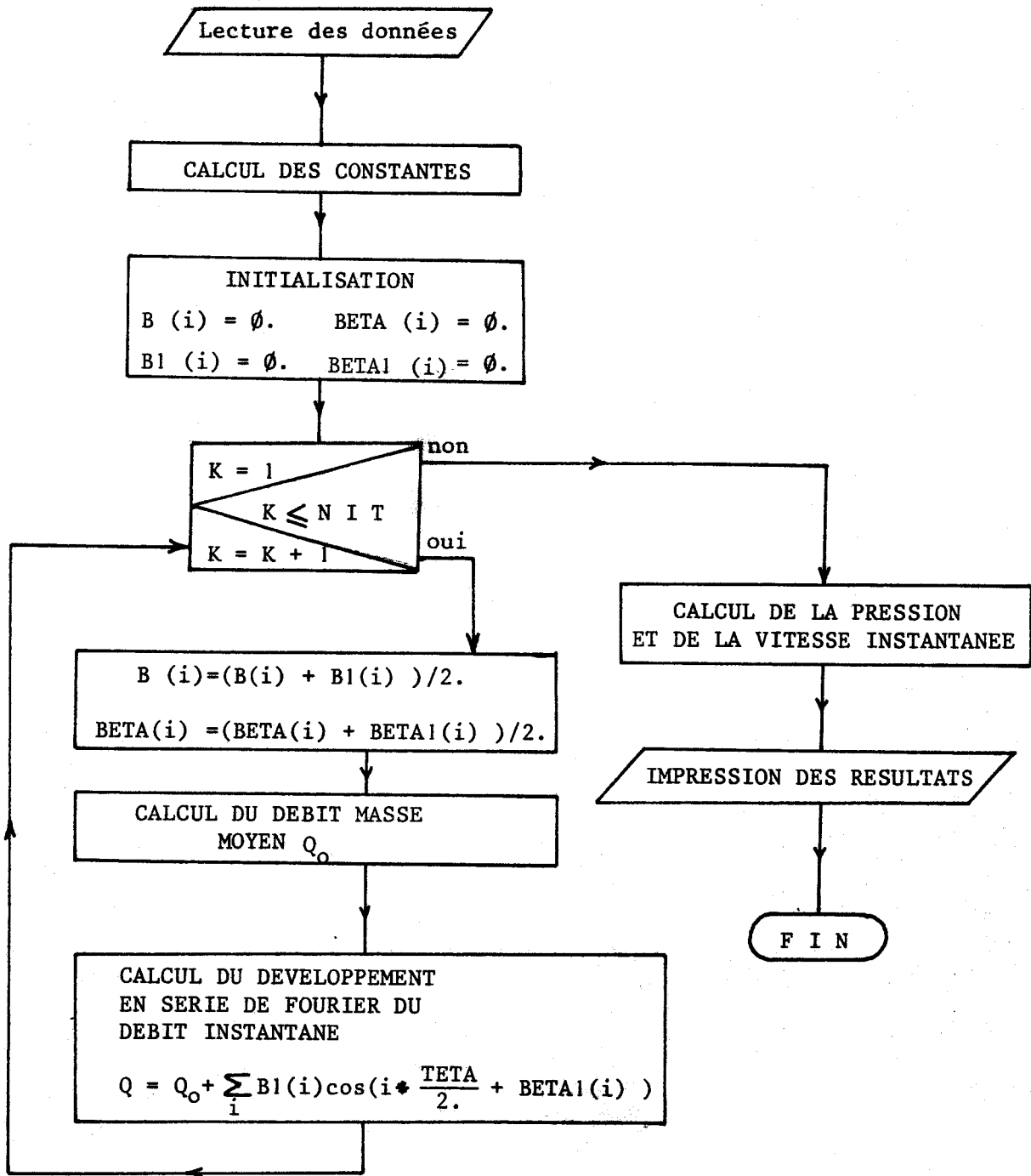
IMPED : Définition de l'impédance acoustique du circuit d'aspiration

Q_M : Calcul du débit masse instantané

POLAR : Passage des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires.

A 4 - 3 Essai du programme de calcul

Dans le cas du moteur Peugeot type 204, nous avons étudié la pression instantanée du voisinage de la soupape d'admission en fonction du nombre d'itérations (voir courbes A 4 - 3). Nous observons que, dès la deuxième itération, les lois de fluctuation de la pression varient peu d'une itération à l'autre. Dans la suite de nos calculs nous avons fait une recherche de la pression instantanée avec 4 itérations.



SOURCE

```

C      ****
C      PULSATIONS DE PRESSION AU VOISINAGE DE LA SOUPEE D'ADMISSION
C      METHODE ACOUSTIQUE
C      ****
1      REAL N
2      DIMENSION B1(10),BETA1(10),C(10),ALFA(10)
3      COMMON/ETI1/OMEGA,B(10),BETA(10)/ETI2/P0,R00,GAMA,NHAR
4      DATA N/2000./
5      DATA D/.035/
6      DATA TETA0,TETAF/8.,40./
7      DATA NPAS,NIT,DTETA/25,4,15./
8      DATA IMP,PI/4,3.14159/
9      WRITE(IMP,10)N,TETA0,TETAF
10     WRITE(IMP,20)
11     FR=N/120.
12     OMEGA=N*PI/30.
13     TETA0=PI*TETA0/180.
14     TETAF=PI*(1.+TETAF/180.)
15     DO 100 I=1,NHAR,1
16     R(I)=0.
17     BETA(I)=0.
18     B1(I)=0.
19     100 BETA1(I)=0.
20     DO 180 K=1,NIT,1
21     DO 110 I=1,NHAR,1
22     R(I)=(R(I)+B1(I))/2.
23     110 BETA(I)=(BETA(I)+BETA1(I))/2.
24     NP=NPAS-1
25     Q0=0.
26     H=(TETAF-TETA0)/(2.*(NP+1.))
27     DO 120 I=0,NP,1
28     Q0=Q0+QM(TETA0+2.*(I+H))+4.*QM(TETA0+(2.*(I+1.))*H)
29     120 Q0=Q0+QM(TETA0+2.*(I+1.))*H
30     Q0=H+Q0/(12.*PI)
31     DO 160 I=1,NHAR,1
32     NP=NPAS+I-1
33     H=(TETAF-TETA0)/(2.*(NP+1.))
34     AN=0.
35     RN=0.
36     F2=QM(TETA0)
37     TETA2=I+TETA0/2.
38     AN3=F2+COS(TETA2)
39     RN3=F2+SIN(TETA2)
40     DO 140 J=0,NP,1
41     AN1=AN3
42     RN1=RN3
43     TETA2=TETA0+(2.*(J+1.))*H
44     TETA3=TETA0+(2.*(J+1.))*H
45     F2=QM(TETA2)
46     F3=QM(TETA3)
47     TETA2=I+TETA2/2.
48     TETA3=I+TETA3/2.
49     AN2=F2+COS(TETA2)
50     RN2=F2+SIN(TETA2)

```



```

AN3=F3* $\cos$ (TETA3)
BN3=F3* $\sin$ (TETA3)
AN=AN+AN1+4.*AN2+AN3
140 BN=BN+BN1+4.*BN2+BN3
AN=AN*H/(6.*PI)
BN=BN*H/(6.*PI)
CALL POLAR(AN,BN,RO,TET)
F=I*F0
CALL IMPED(F,Z,PHI)
C(T)=RO
ALFA(I)=TET
R1(I)=Z*RO
160 BETA1(I)=TET+PHI
180 CONTINUE
NIMP=IFIX(720./DTETA)
DO 220 I=0,NIMP,1
TETA1=I*DTETA
TETA=TETA1*PI/180.
Q=Q0
P1=P0
P=P0
DO 200 J=1,NHAR,1
Q=Q+C(J)* $\cos$ (J*TETA/2.+ALFA(I))
P1=P1+R(J)* $\cos$ (J*TETA/2.+BETA(J))
200 P=P+R1(J)* $\cos$ (J*TETA/2.+BETA1(J))
CI=4.*Q/(RO0*(P1/P0)**(1./GAMA)+PI*D*D)
PII=1.E-5*P
220 WRITE(IMP,30)TETA1,CI,PII
10 FORMAT(1H ,////,40X,'PRESSION AU VOISINAGE DE LA SOUPE D'ADMTSSI
10N',//,50X,'N(T/MN)=',F5.0,/,47X,'TETA0( DEG)=',F5.1,/,47X,'TETA1( D
1EG)=',F5.1,///)
20 FORMAT(1H ,30X,'TETA (DEG)',10X,'C (M/S)',10X,'P (BAR)',//)
30 FORMAT(1H ,31X,F6.1,11X,F6.1,11X,F6.3)
END

```



NR SOURCE

```

1      SUBROUTINE POLAR(X,Y,R,TETA)
C      ****
C      CALCUL DES COORDONNEES POLAIRES R,TETA
C      CONNAISSANT LES COORDONNEES CARTESIENNES X,Y
C      PRECISION SUR TETA 10.0002 RD. (0.01 DEG.). RESULTAT EN RD.
C      ****
2      IF((Y.NE.0.).OR.(X.NE.0.))GO TO 100
3      R=0.
4      TETA=0.
5      RETURN
6      100 R=SQRT(X*X+Y*Y)
7      S=Y/R
8      PI=3.14159
9      DTETA=PI/2.
10     TETA=DTETA
11     DO 110 I=1,14,1
12     S1=SIN(TETA+DTETA)
13     IF(S1.GE.S)GO TO 110
14     TETA=TETA+DTETA
15     110 DTETA=DTETA/2.
16     IF(X.GE.0.)GO TO 130
17     IF(TETA.GE.0.)GO TO 120
18     TETA=-PI-TETA
19     GO TO 130
20     120 TETA=PI-TETA
21     130 RETURN
22     END

```

NR SOURCE

```

1      FUNCTION QM(TETA)
C      ****
C      CALCUL DU DERTT MASSE INSTANTANE
C      ****
2      COMMON/ETI1/OMEGA,B(10),BETA(19)/ETI2/P0,R00,GAMA,NHAR
3      DATA DP,R,EM,TAU/.078,.0385,3.21,16./
4      SP=.7854*DP*DP
5      VE=2.*SP*R
6      P=P0
7      DPT=0.
8      DO 100 I=1,NHAR,1
9      TET=I*TETA/2.+BETA(I)
10     P=P+R(I)*COS(TET)
11     100 DPT=DPT+I*OMEGA*B(I)*SIN(TET)/2.
12     S1=SIN(TETA)
13     C1=COS(TETA)
14     V=SQRT(EM*EM-S1*S1)
15     VP=OMEGA*R+S1*(1.+C1/V)
16     V=((TAU+1.)/(TAU-1.)*C1+EM*V)*VE/2.
17     QM=(P/P0)+((1./GAMA)*R00+(SP*VP-V*DPT/(GAMA*P)))
18     RETURN
19     END

```



```

NR      SOURCE

1          SUBROUTINE IMPED(F,Z,PHI)
C          ****
C          IMPEDANCE ACOUSTIQUE D'UN TUBE DE SECTION CONSTANTE
C          VARIATION CONTINUE DE LA PHASE DE PI/2 A=PI/2
C          SUR UN INTERVALLE DE FREQUENCES DF
C          ****
2          DATA A0,XI,PSI/343.,.12,.165/
3          DATA PI,EL,D/3.14159,.72,.035/
4          A=PI*D*D/4.
5          TETA=2.*PI*F*EL/A0
6          SI=STN(TETA)
7          SI=ARS(SI)
8          CO=COS(TETA)
9          CO=ARS(CO)
10         Z=(A0/A)+SI/(CO+XI+SI+SI)
11         F0=A0/(4.*EL)
12         DF=PSI*F0
13         N=1
14         J=-1
15         100 FB=N*F0
16         J=J
17         IF(F.LE.FB)GO TO 200
18         N=N+1
19         GO TO 100
20         200 PHI=J*PI/2.
21         FA=FB*F0
22         F1=FA+DF
23         F2=FB-DF
24         IF(F.LT.F1)GO TO 300
25         IF(F.GT.F2)PHI=PHI+SIN(PI*(F-F)/(2.*DF))
26         RETURN
27         300 IF(N.EQ.1)PHI=PHI+SIN(PI*(F-FA)/(2.*DF))
28         RETURN
29         END

```

```

TNR      SOURCE

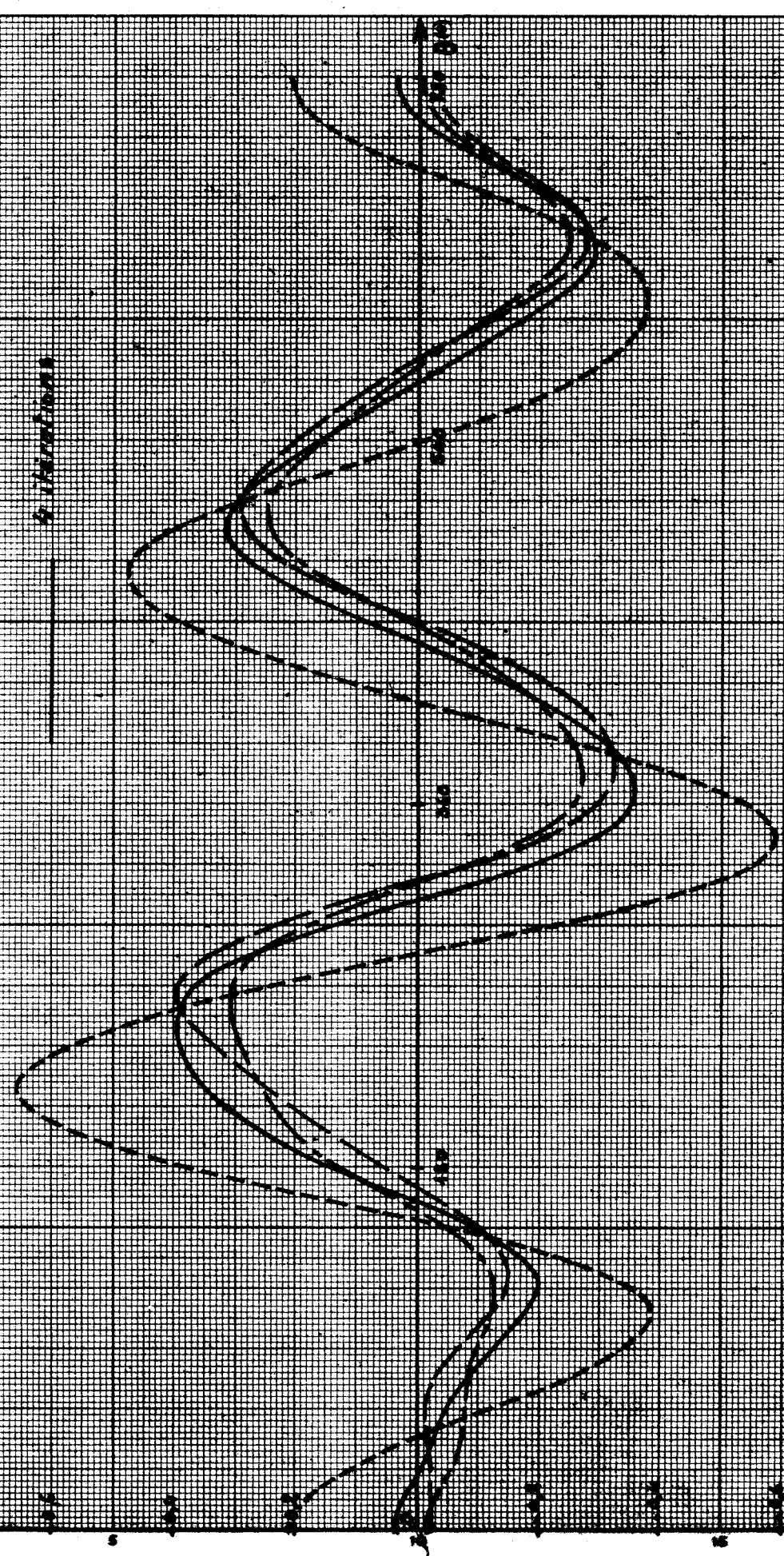
1          BLOCK DATA
2          COMMON/ETI2/P0,R00,GAMA,NHAR
3          DATA P0,R00,GAMA/1.E+5,1.19,1.405/
4          DATA NHAR/7/
5          END

```



Moraxylinde
Länge 2,500 mm - Ø 35 mm
N₂ 5000 cf/cm

1 Iteration
2 Iterations
3 Iterations
4 Iterations



BUS
LILLE

BIBLIOGRAPHIE
=====

- (1.1) Cours C.E.S.I.A. - Session 1970-1971 - Les polluants
par Madame D. ROUYER - Ingénieur chimiste à l'U.T.A.C.
- (1.2) H. GUERIN - Techniques de l'ingénieur - Mesures et Analyse
Analyse des gaz. P. 2320.
- (1.3) Notice technique NT 134-28 - Analyseur d'oxygène type "PHLOGOR"
Licence O.N.E.R.A. - Edition I.
Société d'instrumentation Schlumberger.
- (1.4) ASPECTS TECHNIQUES DE LA SECURITE ROUTIERE
Bulletin d'information du centre international de
documentation de l'inspection technique des véhicules
automobiles (C.I.D.I.T.V.A.)
n° 3 - Septembre 1960.
- (3.1) R. OUZIAUX - Mécanique appliquée - tome 3
DUNOD (1962).
- (3.2) M. PARODI - Mathématiques appliquées à l'art de l'ingénieur
tome 2 : Fonctions de la variable réelle
S.E.D.E.S. (1965).
- (3.3) Th. Von KARMAN - M.A. BIOT - Les méthodes mathématiques de
l'ingénieur. Librairie Polytechnique Ch. Béranger
(1949).
- (4.1) R. OUZIAUX - J. PERRIER - Mécanique des fluides appliquée
tome 1 : Fluides incompressibles
DUNOD (1966).
- (4.2) Ph. A. THOMPSON - Compressible - fluid dynamics
Mc. GRAW-HILL (1972).
- (4.3) J. PICHARD - Techniques de l'ingénieur. Mécanique et Chaleur.
Mécaniques des Fluides - Ecoulements variés. A 730.
- (4.4) G. BRUHAT - Cours de physique générale.
Thermodynamique (6e édition)
MASSON (1968).
- (4.5) STREETER - Fluid mechanics (5e édition)
Mc. GRAW-HILL.
- (4.6) RALSTON - WILF - Méthodes mathématiques pour calculateurs
arithmétiques. Bibliothèque de l'ingénieur automa-
ticien.
DUNOD (1965).

- (4.7) R. COURANT - K. O. FRIEDRICHS - Supersonic Flow and shock waves. INTERSCIENCE (New-York - 1948).
- (4.8) E. JENNY - Unidimensional transient flow with consideration of friction, heat transfer, and change of section. The Brown Boveri review (Novembre 1950).
- (5.1) M. PARODI - Mathématiques appliquées à l'art de l'ingénieur. tome 5 : Les équations aux dérivées partielles. S.E.D.E.S. - (1966).
- (5.2) M. MATON - Phénomènes pulsatoires dans les tuyauteries et appareils couplés à des compresseurs alternatifs - Influence de ces phénomènes sur le diagramme du compresseur - Etude par la méthode des analogies électriques. Mémoire d'ingénieur présenté au Conservatoire National des Arts et Métiers - Centre associé de LILLE.
- (5.3) Y. ROCARD - Dynamique générale des vibrations (3e édition) MASSON (1960).
- (7.1) B. DESMET - M. MATON - Détermination expérimentale d'une impédance acoustique ne nécessitant que la mesure de pressions dans une ligne acoustique disposée en série. C.R. Acad. Sci. Paris, t. 280 (17 mars 1975). Série B - 333 - 336.