

50376  
1978  
25

N° d'ordre 407

50376  
1978  
25

# THESE

présentée

à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le titre

de

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

par

Yves RAVARDO

★



CONTRIBUTION

A L'ETUDE DU CISAILLAGE DE BARRES

EN OUTILLAGE FERME

★

Soutenue le 16 Mars 1978  
devant la Commission d'Examen

Membres du Jury: MM. R. ZEYTOUNIAN  
F. PARSY  
P.E. LAGASSE  
T. VINH  
J.M. FLAMME

Président  
Examinateur  
Examinateur  
Examinateur  
Examinateur

## P R E F A C E

Ce travail a pu être mené à bien grâce au concours de nombreuses personnes que nous tenons à remercier et à assurer de notre profonde reconnaissance :

. Monsieur DEREUNNE, Directeur de l'ICAM, qui nous a apporté son appui constant depuis le début de nos recherches et qui nous a en particulier permis de surmonter de nombreux problèmes matériels ;

. Monsieur PARSY, maître de conférences à l'U.S.T.L., dont les conseils ont contribué à définir les grandes orientations de nos recherches ;

. Monsieur le Professeur ZEYTOUNIAN de l'U.S.T.L. ,  
Monsieur le Professeur LAGASSE de l'Université de Louvain,  
Monsieur le Professeur VINH, de l'Institut Supérieur des Matériaux et de la Construction Mécanique,

Monsieur FLAMME, maître de conférences de l'U.S.T.L.,  
qui ont accepté d'examiner cette thèse malgré leur très importante charge de travail ;

. Messieurs BAQUE, CHENOT, DURIAU, MONTHEILLET du C.E.M.E.F. de l'Ecole des Mines de Paris pour leur infatigable disponibilité et leurs précieux conseils ;

. Messieurs BOISSENOT et CRISTESCU du CETIM-Senlis qui nous ont appris à utiliser le programme BIPLAST et apporté leur aide pour l'adapter aux conditions particulières de notre étude ;

. Messieurs BURETTE, BRUNET, CARETTE, FLOHIC, GOCHON et OUDIN nos collègues du département M.S.M. de l'ICAM pour leur très précieuse collaboration ;

. Monsieur LAHNERT pour sa dactylographie irréprochable ;

. le Service Imprimerie de l'UER de Mathématiques Pures et Appliquées pour le façonnage soigné de l'ouvrage définitif .

Les travaux réalisés ont fait partie d'un programme de recherche coopératif entre le Service Mécanique de l'U.S.T.L. et le Département Matériaux Structures Mise en Forme de l'ICAM.

Pour ce programme, nous avons reçu des aides

- . du C.N.R.S. (Section Mécanique) qui nous a accordé une aide individuelle dès la mise en route du programme (AI N° 995 888) ,
- . de la D.G.R.S.T. (Comité Mécanique) qui a bien voulu retenir nos propositions de recherche (Aide N° 75-7-1386) ,
- . de l'Industrie de Transformation des Métaux dont plusieurs adhérents nous ont fait confiance pour l'exécution de leurs contrats de recherche.

## SOMMAIRE

---

Le cisailage est utilisé pour débiter en lopins des billettes, barres ou couronnes de fil. Le maintien étroit de la barre et du lopin par des outils fermés est la solution technologique qui permet d'obtenir la qualité de la coupe maximale. Cependant, celle-ci reste parfois insuffisante pour satisfaire aux conditions des formages ultérieurs.

De nombreuses études expérimentales ont été réalisées pour optimiser les conditions de cisailage. Notre programme d'essai nous a permis de déterminer les corrélations existant entre les propriétés de cinq matériaux et les critères de qualité mesurés lors du cisailage de barres de section rectangulaire ou ronde pour différentes conditions de vitesse du cisailage, d'angle d'inclinaison et de serrage axial ou radial.

Quelques rares études théoriques du cisailage ont permis de définir les contraintes et déformations en début de plastification du métal. En utilisant la visioélasticité, des modèles par champs de vitesses ou de contraintes, et la méthode des éléments finis nous avons obtenu une meilleure connaissance du cisailage et mis au point un modèle théorique fournissant une bonne approximation de l'écoulement plastique réel. Exception faite pour un matériau, le critère de GILLEMOT nous a permis de prévoir le début de fracture de la barre.

Notre contribution essentielle est d'avoir démontré l'influence primordiale du coefficient d'écrouissage sur la qualité du lopin. Cette conclusion doit trouver ses applications dans des modifications de l'histoire thermomécanique des cycles de formage.

---

## T A B L E   D E S   M A T I E R E S

	Page
I. INTRODUCTION.	
1. Technologie du cisailage.	1
2. Etudes théoriques sur le cisailage.	11
3. La fracture ductile.	17
4. Objectifs de l'étude.	20
II. ANALYSE EXPERIMENTALE.	
1. Plan d'expérience.	21
2. Caractérisation des cinq matériaux d'essais.	22
3. Essais de cisailage.	40
4. Analyse des résultats expérimentaux.	81
III. VISIOPLASTICITE.	
1. Définition de la méthode.	120
2. Application aux écoulements non-stationnaires visualisés par des grilles à pas constant.	122
3. Application de la visioélasticité au cisailage.	128
4. Conclusions.	153
IV. MODELISATION PAR CHAMP DE VITESSES.	
1. La méthode des champs de vitesses.	155
2. Modélisation par un champ de vitesses continu.	160
3. Modélisation par un champ de vitesses par blocs.	187

## V. MODELISATION PAR CHAMP DE CONTRAINTES.

- |   |     |
|---|-----|
| 1. La méthode par champ de contraintes.   | 194 |
| 2. Définition d'un modèle du cisailage de barres inclinées sans efforts de serrage. | 197 |
| 3. Modèle de cisailage avec effort de serrage axial et sans inclinaison de barre.   | 219 |
| 4. Modèle de cisailage avec effort de serrage radial et sans inclinaison de barre.  | 229 |
| 5. Conclusions.   | 240 |

## VI. METHODE PAR ELEMENTS FINIS.

- |   |     |
|---|-----|
| 1. Les équations de base de la méthode des éléments finis pour les problèmes plans. | 242 |
| 2. Application au cisailage.  | 250 |

## VII. CONCLUSION.

- |  |     |
|--|-----|
| 1. Le mécanisme du cisailage.                  | 274 |
| 2. Les paramètres de l'écoulement plastique.   | 275 |
| 3. La fracture ductile                         | 278 |
| 4. Les paramètres technologiques du cisailage. | 280 |
| 5. Synthèse finale.                            | 282 |

## I. INTRODUCTION.

Le cisailage de barres est un procédé utilisé dans les entreprises de forge à froid et à chaud pour débiter en lopins ou billettes les barres ou couronnes de fils, provenant des aciéries.

Les produits susceptibles d'être cisailés sont variés par leur nature (la plupart des métaux courants) et par leur forme (leur section droite peut être carrée, rectangulaire, circulaire, ...) .

Les lopins seront par la suite mis à forme suivant une grande variété de procédés (forgeage, matriçage, extrusion, ...) à froid ou à chaud . Ils doivent nécessairement posséder certaines qualités pour assurer un déroulement correct de l'opération de formage (perpendicularité de la face cisailée à l'axe du lopin, absence de fissures, écrouissage des extrémités cisailées limité, ...) . Ces propriétés ne sont malheureusement pas toujours assurées par le cisailage.

D'autres procédés sont alors utilisés pour préparer les lopins : sciage, tronçonnage, ... Ces procédés entraînent toujours une perte de matière et sont coûteux car lents.

En France, en 1976, les industries de frappe à froid (boulonneries, visseries, petites pièces diverses) transformaient 180 000 tonnes de fils par an ; les forges, à froid ou à chaud, transformaient 350 000 tonnes de barres rondes ou de billettes. Il est difficile d'estimer la part des produits cisailés dans ces tonnages mais ils donnent néanmoins la mesure de l'importance industrielle du cisailage.

Il est évidemment important pour des raisons économiques d'élargir le champ d'utilisation du cisailage ; c'est pourquoi de nombreux laboratoires ont étudié ce procédé. Notre contribution se situe, elle aussi, dans cette perspective.

### 1. Technologie du cisailage.

Parmi les différentes techniques de cisailage, nous étudions celle dans laquelle la barre et le lopin sont maintenus en position par des coquilles (cisailage en outillage fermé) .

La figure I.1 représente un dispositif de cisailage de barres utilisant cette technologie.

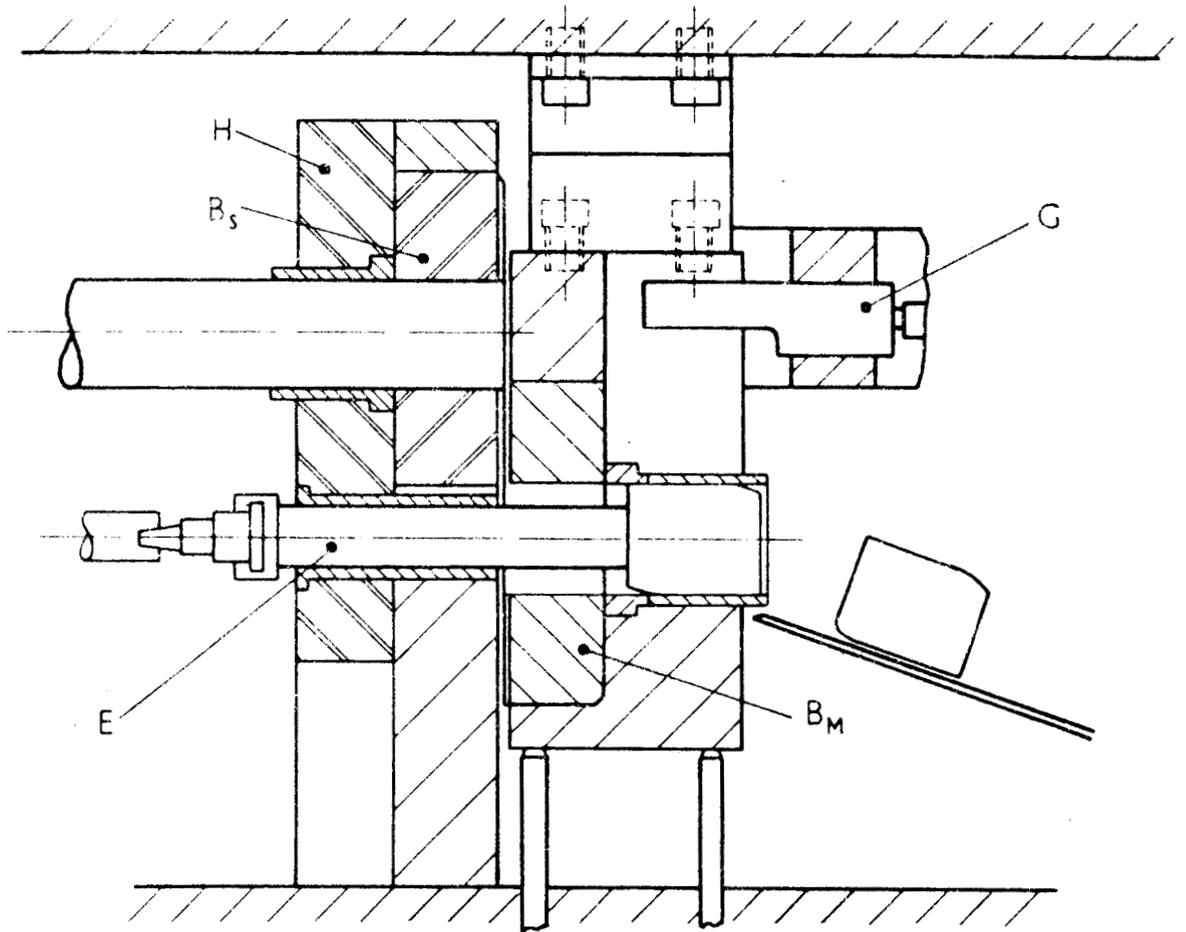


Figure I.1 : Dispositif de cisailage en outillage fermé [11] .

$B_S$  : coquilles entourant la barre (fixes)

$B_M$  : coquilles entourant le lopin (mobiles)

E : éjecteur de lopin

G : butée de positionnement de la barre

H : ablocage de la barre



### 1.1. Déroulement du cisailage.

La figure I.2 schématise les différentes étapes qui se produisent lors du cisailage d'une barre :

- a) la barre subit en premier lieu une action de flexion plastique provoquée par les forces de pression sur la coquille supérieure et les forces de pression de la coquille inférieure ;
- b) lorsque la valeur de la pression de cisailage devient suffisamment forte, il y a cisaillement plastique ; deux surfaces parallèles à la direction de la vitesse de cisailage sont formées. Elles présentent normalement un aspect brillant.
- c) lorsque la pénétration du poinçon augmente, suivant les matériaux et les conditions de cisailage, deux fractures apparaissent à partir des arêtes actives  $0$  et  $0'$  (où la pression de cisailage est la plus forte) des outils dans une direction différente de celle de  $00'$  et dépendant des conditions de cisailage.
- d) le cisailage est réalisé lorsque les deux fractures se rejoignent.

La qualité du cisailage est directement liée à l'orientation de la surface de raccordement. Elle est optimale lorsque les deux fractures  $f$  et  $f'$  sont situées dans leur prolongement. La fracture est alors une surface continue à l'aspect granuleux.

Elle est insuffisante lorsque la surface de raccordement a une orientation notablement différente de celle des fractures  $f$  et  $f'$ .

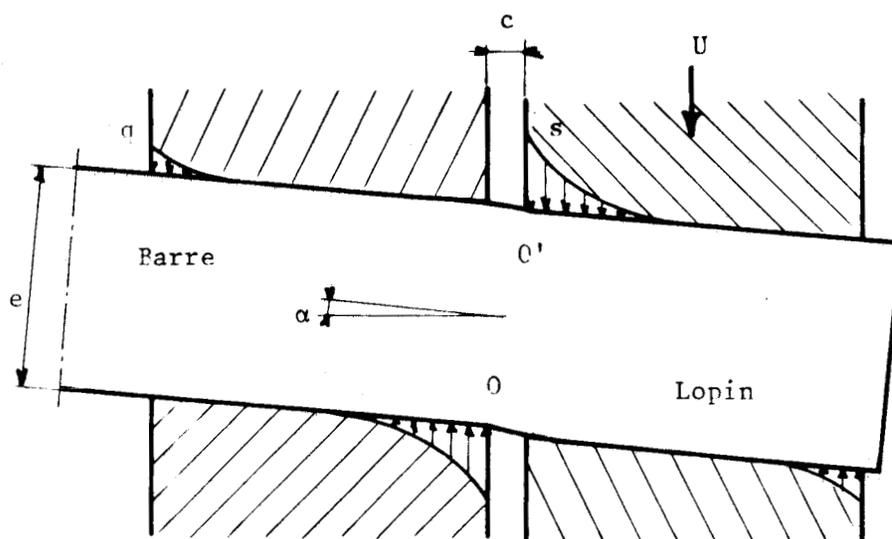
La qualité d'une fracture peut être appréciée visuellement ; elle peut être mesurée comparativement d'après la pénétration atteinte par le poinçon au moment de la séparation du lopin. Dans des conditions d'essai identiques, la meilleure fracture est celle qui a été obtenue pour la plus faible pénétration.

Les paramètres technologiques du cisailage sont (Figure I.2)

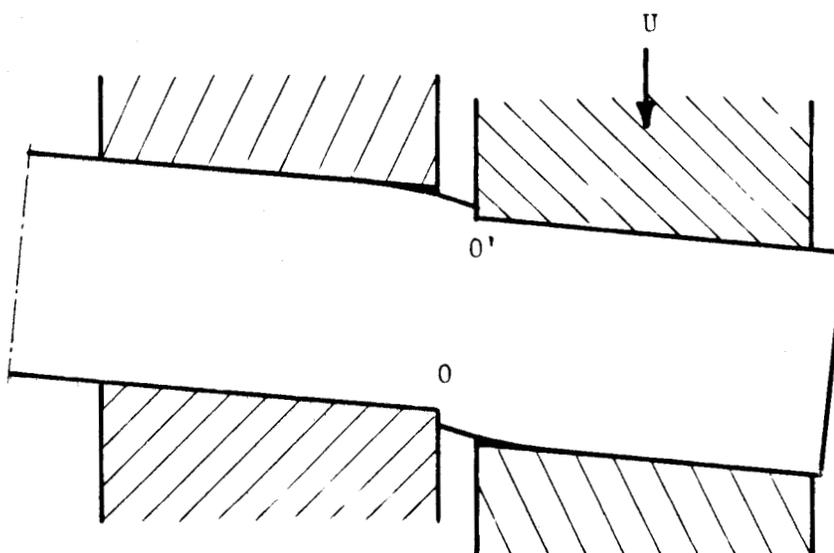
- . le jeu latéral entre les coquilles de la barre et celles du lopin :  $c$  ;
- . l'inclinaison de l'axe de la barre par rapport à la normale au plan de coupe :  $\alpha$  ;
- . le pré-serrage des coquilles de la barre ou/et du lopin (serrage radial) ;
- . le chargement axial de la barre ou/et du lopin (serrage axial) ;
- . la vitesse de cisailage :  $U$ .

Figure I.2 : Les étapes du cisailage.

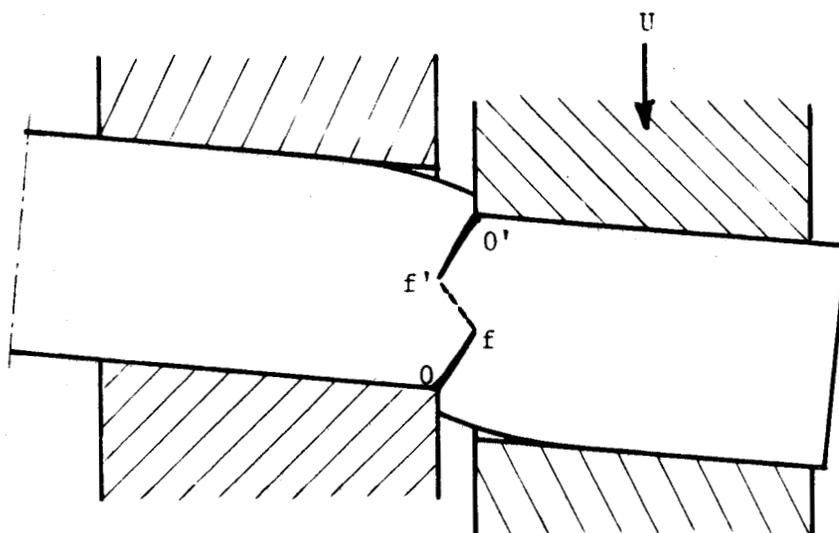
Etape 1 : Flexion plastique de la barre et du lopin.



Etape 2 : Cisailage plastique.



Etape 3 : Ouverture de deux fractures partant des arêtes des outils.



Ces paramètres peuvent avoir des effets sur l'effort de cisailage ou sur le lopin obtenu. Les critères d'évaluation de la qualité du cisailage font alors intervenir

- . l'absence de défauts à la surface de la fracture (irrégularités visibles) ;
- . la déformation de la forme initiale de la barre (cf. figure I.3) ;
- . l'écroûissage au voisinage du plan de coupe.

Les défauts à la surface de la fracture sont rédhibitoires. Ils ne peuvent pas être éliminés par une opération de mise à forme.

Les distorsions de forme peuvent être éliminées par une opération de compression. D'après KUDO [20] la durée de vie des outils de forge à froid est multipliée par 5 par cette opération. Dans certaines opérations les distorsions de forme peuvent être admises, dans des limites définies, suivant les tolérances des produits à former [20]. L'écroûissage du lopin au voisinage des coupes a pour effet de diminuer localement la ductilité du matériau et de provoquer l'apparition de contraintes résiduelles. Dans certains cas, ceci peut être à l'origine de fractures apparaissant aux extrémités de la pièce au cours d'une opération de forge à froid. Dans ce cas, les lopins devront éventuellement subir un recuit de stabilisation après le cisailage.

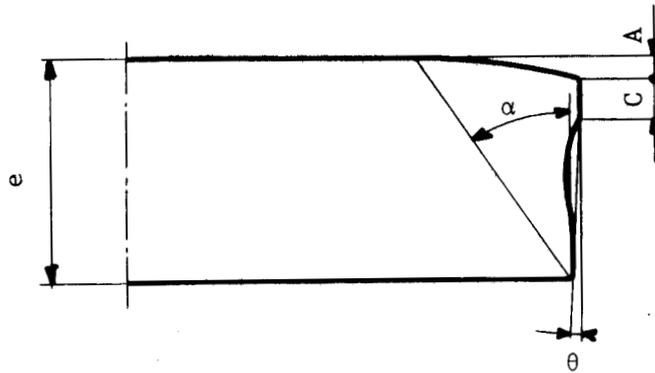
Les références bibliographiques [11] à [20] rassemblent les résultats les plus significatifs obtenus par les laboratoires qui ont travaillé à établir l'incidence des paramètres technologiques sur l'effort ou la qualité du cisailage.

### 1.2. Influence du jeu latéral.

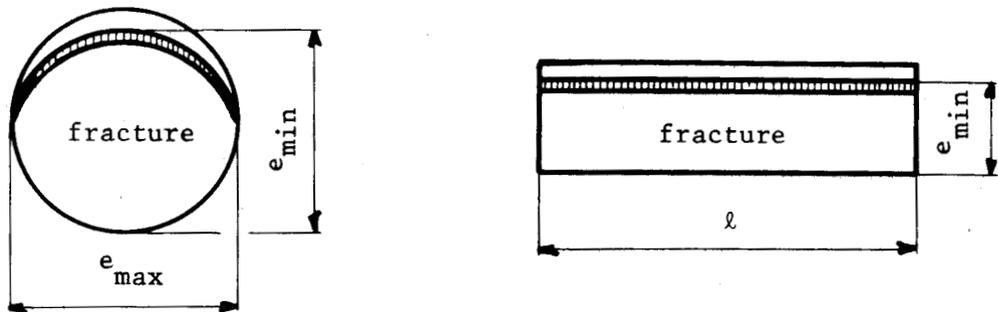
Le jeu latéral entre les coquilles serrant la barre et le lopin a été étudié par CHANG et SWIFT [18], PEARCE et MAZHAR [16] et par d'autres auteurs dont les résultats sont résumés dans la référence [11].

Selon KIENZLE et ZABEL [11] le jeu entre les outils a une grande influence sur les conditions de développement de la fracture (figure I.4, d'après [11]). La valeur optimale du jeu est définie par CHANG et SWIFT [18], pour de nombreux matériaux allant du plomb à l'acier (figure I.6, d'après [18]).

Selon PEARCE et MAZHAR [16] l'inclinaison de la fracture initiale avec le plan de coupe des aciers faiblement alliés à haute limite élastique augmente avec le jeu entre les outils (figure I.5, d'après [16]).



a) Déformation transverse à la direction de cisailage.



c) Déformation dans le plan de coupe  
barre rectangulaire.

b) Déformation dans le plan  
de coupe - barre cylindrique.

Figure I.3 : Déformation de la barre.

A : flexion plastique

C : cisaillement plastique

$\gamma$  : angle caractéristique de la zone déformée

$\theta$  : angle caractéristique du défaut d'orthogonalité

$e_{\min i} / e_{\max i}$  : défaut d'ovalité pour les produits ronds



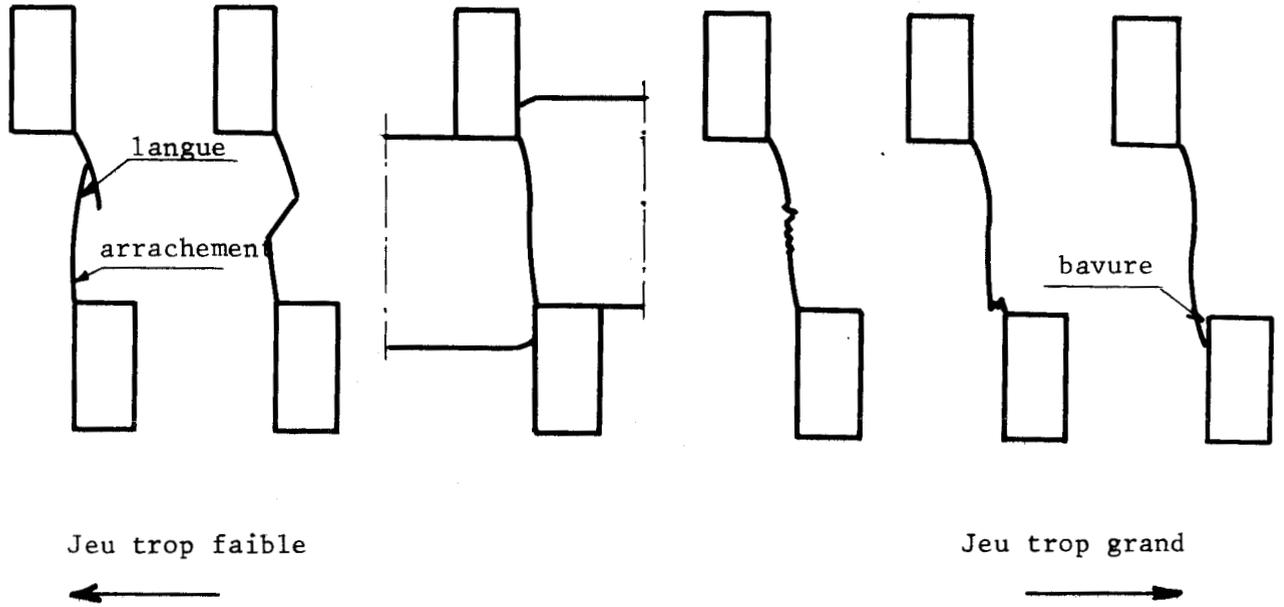


Figure I.4 : Influence du jeu entre les outils sur la forme des surfaces de cisailage [11].

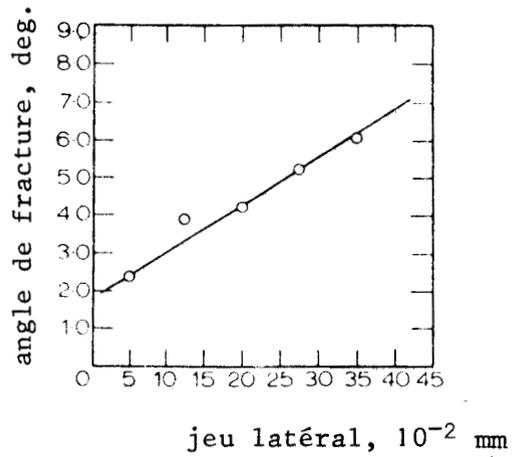


Figure I.5 : Angle de la fracture en fonction du jeu entre les outils [16] pour  $e = 40$  mm .



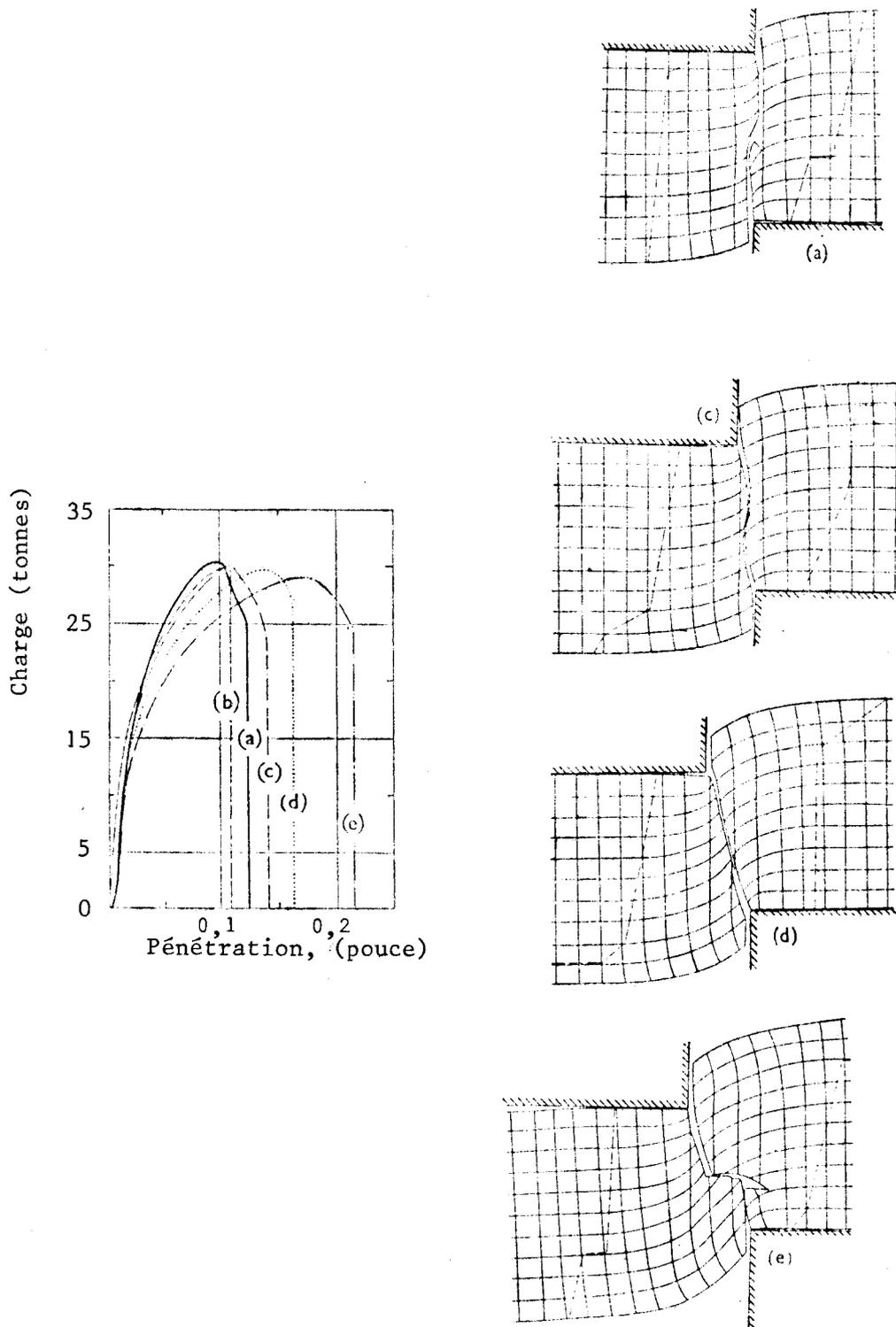


Figure I.6 : Effet du jeu entre les outils sur la fracture d'un acier mi-dur [18].  
 (a) : jeu nul (b) : jeu/épaisseur barre = 5 % (c) : 10 % (d) : 20 % (e) : 30 %

### 1.3 Influence de l'angle d'inclinaison de la barre par rapport à la direction de cisailage.

Plusieurs auteurs ont étudié l'inclinaison de la barre dans l'espoir d'obtenir des surfaces de cisailage perpendiculaires à l'axe de la barre. HERBST [19] fait état de résultats excellents pour une inclinaison de barre de  $4^\circ$ , un jeu entre outils de 3 mm, pour un acier mi-dur.

MARSTON [11] suggère que l'angle d'inclinaison optimal est inversement proportionnel à la charge unitaire à la rupture en traction uniaxiale du matériau (Tableau I.1) .

Nous n'avons pas obtenu de références de travaux cherchant à établir l'influence de l'angle d'inclinaison de la barre sur la qualité de la fracture.

Les investigations sur ce paramètre sont moins nombreuses que sur le précédent par suite de la plus grande complexité de l'outillage à mettre en oeuvre, d'autant que l'étude de l'inclinaison doit être faite conjointement à celle du jeu latéral entre les outils.

Charge unitaire à la rupture en traction ( $10^7\text{N/m}^2$ )	Angle d'inclinaison de la barre (degrés)
$R_T < 45$	7
$45 \leq R_T < 77,5$	5
$77,5 \leq R_T < 100$	2,50
$100 \leq R_T$	0

Tableau I.1 : Angle d'inclinaison optimal [11].

#### 1.4. Influence d'un pré-serrage radial.

KIENZLE et ZABEL, KUDO et TAMURA [11] ont étudié l'effet d'un pré-serrage radial. Ils concluent que celui-ci n'améliore pas l'aspect de la fracture obtenue et qu'il peut dans certains cas être la cause de fractures secondaires orientées transversalement par rapport à la fracture principale.

Cette technique est cependant utilisée par différents expérimentateurs conjointement à l'inclinaison de la barre [20]. L'effet recherché est alors un blocage effectif de la barre.

#### 1.5. Influence d'une pré-contrainte axiale.

ORGAN et MELLOR [15] ont étudié l'influence d'une pré-traction de la barre sur l'effort de cisailage et sur la qualité de la coupe obtenue. L'effort de cisailage a bien diminué. Le processus de fracture est facilité mais la qualité de la coupe s'est par contre détériorée.

HERBST [19] a étudié l'influence d'une compression initiale de la barre, son objectif étant de retarder ou même de faire disparaître la fracture au profit du cisaillement plastique. Cette technique est communément appelée par les anglosaxons "Planar cold-flow shearing". Elle permet de réduire notablement la distorsion de la barre mais, par contre, elle provoque un écrouissage intense au voisinage des surfaces de coupe. Elle s'applique particulièrement aux matériaux ductiles.

#### 1.6. Influence de la vitesse de cisailage.

La plupart des auteurs ayant étudié l'influence de la vitesse de cisailage ont observé une amélioration très sensible de la qualité de la coupe obtenue.

DAS et TOBIAS [14] ont travaillé à des vitesses très élevées (plus de 5 m/s) et expliquent l'effet de la vitesse en analysant l'incidence de l'inertie du lopin sur les contraintes dans le plan de coupe.

Lorsque les vitesses étudiées sont plus faibles (de 1 m/s à 10 m/s), l'accent est mis sur l'élévation de température provoquée par la vitesse dans la zone de coupe. HUML [13] donne, comme ordre de grandeur, le passage de 250-300°C, à faibles vitesses, à 1000°C et plus à fortes vitesses.

De nombreux expérimentateurs ont néanmoins observé que certains matériaux font exception, la qualité de leur coupe n'étant pas améliorée par la vitesse. PERA [11] cite le cas des aciers inoxydables ; ORGAN [11] cite le cuivre, les bronzes, le titane.

## 2. Etudes théoriques sur le cisailage.

Le cisailage est un procédé complexe : il provoque un écoulement non-stationnaire (dépendant de la pénétration du poinçon) avec au moins une surface libre non définie (surface où se produit la flexion plastique) . Dans le cas de cisailage de tôles ou de barres rectangulaires de rapport largeur sur hauteur,  $l/e$  , élevé, l'écoulement peut être considéré plan (déformations planes) . Dans les autres cas (barres cylindriques, à section carrée ou rectangulaire) , l'écoulement doit être étudié dans un repère tridimensionnel .

Malgré ces difficultés, quelques auteurs ont tenté d'élaborer un modèle théorique du cisailage.

### 2.1. Travaux de DOS SANTOS et ORGAN [24] .

Ces auteurs ont réalisé, en 1973, une étude du cisailage de barres rectangulaires ( $l/e \approx 10$ ) en alliage d'aluminium. Ils utilisèrent un outillage ouvert en double coupe. De cette façon, les deux moments de sens inverse agissant sur le lopin au niveau des plans de coupe se neutralisaient. Il y avait donc peu de déplacement du lopin.

L'analyse des déformations a été faite par la méthode de visioplasticité due à THOMSEN ; on observe le déplacement des points situés aux intersections d'une grille à différents instants dans le développement du procédé. L'analyse sur ordinateur de ces déplacements permet de calculer les différents composants du vecteur vitesse de déformation et, éventuellement, du vecteur contrainte. Les auteurs ont donné un seul résultat correspondant à la première étape de chargement sous forme d'une carte des directions de la distorsion angulaire maximale qui étaient alors confondues avec celles de la vitesse de distorsion angulaire (cf. Figure I.7) .

A notre connaissance, ils n'ont pas publié de résultats obtenus pour des déplacements importants du poinçon.

De ces résultats ils ont déduits des propositions de réseaux de lignes de glissement. L'admissibilité de ces réseaux n'a pas été prouvée par les auteurs et il n'y a pas de résultat numérique publié sur ces réseaux. Malgré un travail très minutieux d'application de la visioplasticité (le réseau est au pas de 0,5 mm et comporte 4 000 points d'intersection) , les résultats sont minimes, l'étude n'ayant pas été poussée assez loin, autant que l'on puisse en juger par les publications réalisées.

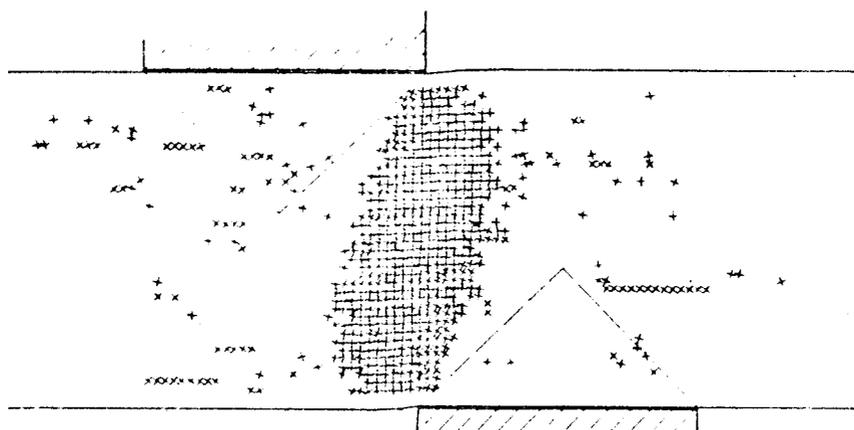


Figure I.7 : Tracé des directions de la distorsion angulaire [Réf. 24] .

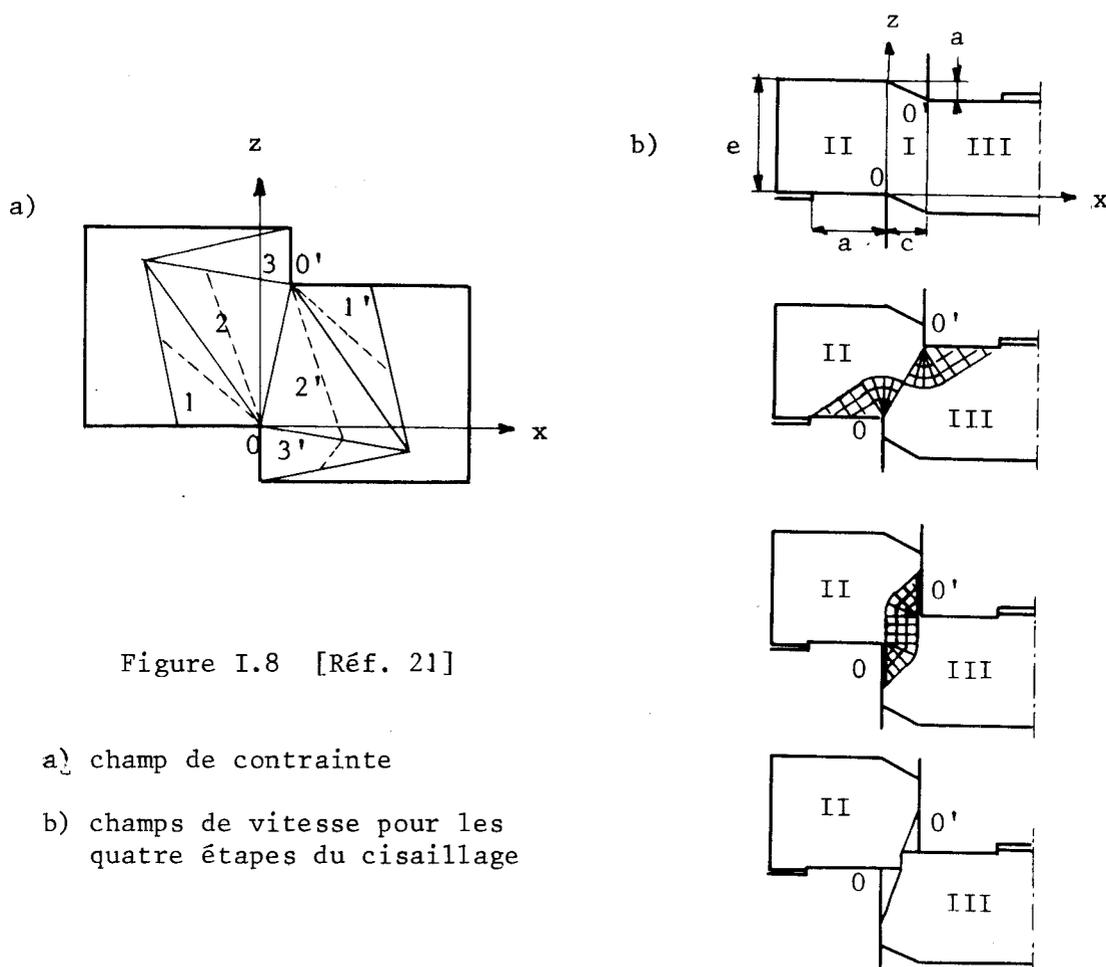


Figure I.8 [Réf. 21]

## 2.2. Travaux de JIMMA [21] .

JIMMA a étudié en 1962 le découpage de tôles à l'aide de modèles théoriques s'appuyant sur les théorèmes extrémaux.

Il a proposé en premier lieu un champ de contraintes statiquement admissible composé de deux groupes de trois blocs de contraintes (la symétrie du problème est admise) . En supposant que la fracture se produisait lorsque la contrainte moyenne dans le bloc adjacent à l'outil devenait positive et prenait alors la direction de la contrainte principale maximale ; il en a déduit les pénétrations à fracture et les directions des fractures pour différentes valeurs du jeu entre les outils.

Malgré l'originalité du champ de contraintes proposé (Figure I.8) , les résultats obtenus sur les conditions de fracture sont très dépendants des hypothèses faites sur celle-ci ; or aucun élément n'est fourni par l'auteur pour les justifier. Actuellement, ces hypothèses ne peuvent plus être retenues compte tenu des progrès faits en mécanique de la rupture.

Dans un deuxième temps, JIMMA a proposé quatre champs de vitesses cinématiquement admissibles (Figure I.8) permettant de modéliser les différentes étapes du découpage. Les premier et dernier champs ont été construits par une méthode de type bloc de vitesse ; les deux autres étaient des réseaux de lignes de glissement.

D'après ces modèles, la force de découpage augmente lorsque le jeu entre les outils augmente.

Ce résultat est en contradiction avec les essais effectués par CHANG et SWIFT [18] (Figure I.6) : le jeu a très peu d'influence sur l'effort moteur.

D'autre part, JIMMA n'a probablement pas vérifié l'admissibilité de ses réseaux de lignes de glissement. En les analysant, nous nous sommes heurtés à des dissipations de puissance localement négatives. En outre, il n'est pas exact de considérer que ces champs sont cinématiquement admissibles et licites alors qu'une surface libre existe (la surface extérieure du solide n'étant pas définie, le théorème de borne supérieure ne s'applique pas strictement) .

## 2.3. Travaux de HOJO [22] .

En 1967, HOJO étudia l'origine de fissures rencontrées dans des plaques de résine phénolique subissant un cisaillement .

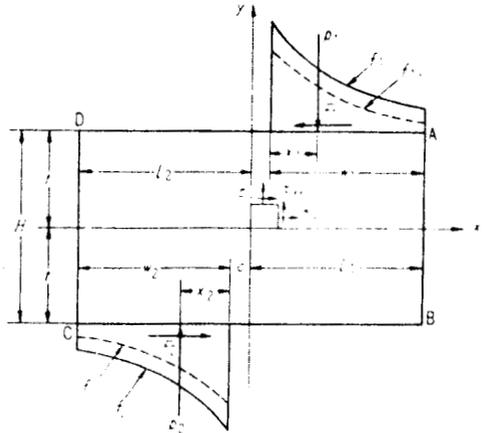


Figure I.9 : Distribution des actions extérieures agissant sur une plaque subissant un cisaillement [22] .

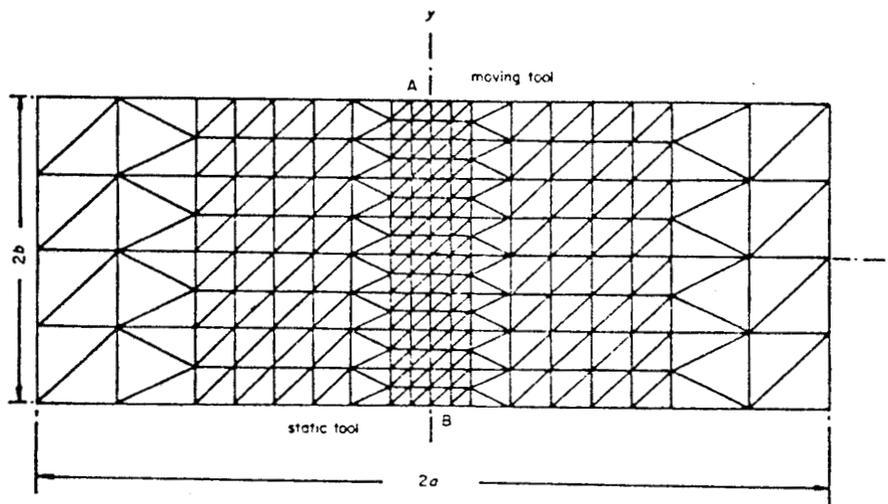


Figure I.10 : Maillage utilisé par WONG et DAS [23] .

A partir d'une observation très minutieuse des contraintes et déformations produites dans les plaques et observées par photoélasticimétrie, il détermina la répartition expérimentale des actions de pression de l'outillage sur la plaque et conclut que les fractures observées avaient approximativement la même direction que celle de la contrainte de cisaillement maximal, indépendamment des conditions de blocage de la pièce dans l'outillage.

Il en déduit une modélisation des actions extérieures (Figure I.9) qu'il utilisa pour calculer le champ de contraintes dans la plaque, en se limitant au domaine élastique, par l'utilisation des fonctions d'AIRY. Malgré ses grandes qualités, ce travail éclaire peu le problème du cisailage, puisqu'il ne fournit qu'une information sur le stade élastique.

#### 2.4. Travaux de WONG et DAS [23].

En 1973, WONG et DAS ont appliqué la méthode des éléments finis au cisailage de tôles (problème plan) en outillage fermé. Ils utilisèrent des éléments isoparamétriques vraisemblablement à trois noeuds. Leur modèle comportait 195 noeuds, la distance entre deux noeuds étant minimale dans la zone de coupe (Figure I.10). Les conditions aux limites ont été définies d'après le modèle mis au point par HOJO (conditions sur les actions extérieures) qui dépend d'au moins deux paramètres, la pression maximale agissant à l'angle de l'outil et la largeur sur laquelle l'outil et la barre sont en contact. Pour chaque étape calculée, ils ont dû faire varier ces paramètres sans posséder de guide permettant de sélectionner la solution la plus proche de la réalité. Le nombre d'étapes de chargement de leur calcul est, de ce fait, limité. Le déplacement du poinçon à l'étape finale calculée est alors de moins de 0,5 % de l'épaisseur de la barre. Le calcul correspond donc au début de la flexion plastique de la barre.

Neanmoins, WONG et DAS en déduisent une prévision de la fracture en supposant que "...le chemin suivi par la fracture débutant aux angles des outils est défini par la courbe joignant les points de contrainte équivalente maximale car le maximum de libération d'énergie se produit suivant cette trajectoire ...".

Le critère de fracture utilisé sera examiné en I.3. Cependant il est hasardeux de prévoir des conditions de fracture avec un champ de contraintes calculé pour une pénétration à laquelle il n'y a certainement pas de fracture, même pour les matériaux les plus fragiles.

En conclusion de cette revue des travaux théoriques sur le cisailage, nous pensons que ce procédé est analysé de façon satisfaisante dans le domaine du chargement élastique et dans les premières étapes de plastification. Pour comprendre l'influence des paramètres, il est indispensable de poursuivre l'analyse au moins jusqu'à la phase de cisaillement plastique. C'est ce que nous avons tenté, en nous appuyant sur les travaux cités ci-dessus.

### 3. La fracture ductile.

La fracture des matériaux métalliques peut être divisée en deux modes : fracture normale à la direction de la contrainte qui la provoque (clivage entraînant une rupture catastrophique) , contrainte qui est habituellement inférieure à la contrainte limite d'écoulement, ou fracture ductile qui se produit suivant des plans de cisaillement maximum [32] . Ce dernier type de fracture se rencontre au cours d'écoulements plastiques, elle est liée à la présence d'inclusions de phase étrangère dans la matrice principale. On distingue trois stades dans le développement d'une fracture ductile : au cours de la déformation plastique il se produit des concentrations de contraintes, au voisinage des inclusions qui ne se déforment pas de la même façon que la matrice métallique principale, qui provoquent des microfissures soit aux interfaces entre inclusions et matrice, soit à travers les inclusions elles-mêmes (phase 1) ; ces microfissures se développent et donnent naissance à des cavités (phase 2) ; lorsque les cavités sont suffisamment développées la rupture peut se produire par striction des pédoncules de la matrice métallique qui les relie entre elles ou par cisaillement (phase 3) [35] (Figure I.11 [3.1]) . D'après [32] , les cavités se développent suivant les directions de cisaillement maximum.

La rupture dépend ainsi de la déformation de cisaillement subie par le matériau, elle-même fonction de la taille des particules de phases étrangères et de leur densité (Figure I.12) . Différents critères ont été proposés pour prévoir la fracture ductile de matériaux métalliques.

OYANE [33] a proposé le critère suivant :

$$\int_0^{\bar{\epsilon}_f} \left(1 + \frac{1}{a_0} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_0}\right) d\epsilon = b_0$$

dans lequel  $\bar{\epsilon}_f$  représente la déformation généralisée à la fracture,  $\sigma_0$  la contrainte limite d'écoulement,  $\sigma_m$  la pression hydrostatique,  $a_0$  et  $b_0$  des constantes caractéristiques du matériau pouvant être déterminées par des essais conventionnels de traction ou de compression.

TETELMAN et Mc EVILY [32] proposent un autre critère :

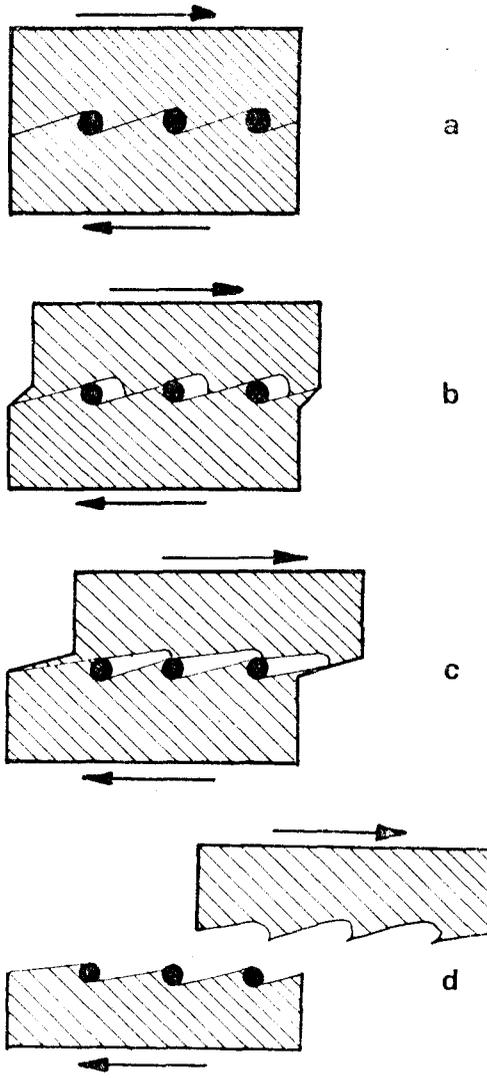
$$\bar{\epsilon}_f = \frac{(1 - n) \operatorname{Ln} \left(\frac{l_0}{2b_0}\right)}{h \left[ (1 - n) \cdot \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2\sqrt{3}\sigma_0} \right]}$$

dans lequel  $\lambda_0$  et  $b_0$  représentent respectivement l'espacement initial moyen entre deux cavités et le rayon initial moyen d'une cavité. Ce critère a été déterminé pour des matériaux dont la loi d'écoulement est exponentielle ( $n$  est alors le coefficient d'écrouissage) subissant un chargement progressif sous des rapports de contraintes transverses constants ( $\frac{\sigma_{xx}}{\sigma_0}$  et  $\frac{\sigma_{yy}}{\sigma_0}$  constants).

Parallèlement à l'étude du mécanisme de la fracture ductile et de l'influence de la structure microscopique du matériau, d'autres auteurs ont recherché des critères de ductilité plus globaux, notamment à partir des essais conventionnels des matériaux.

GILLEMOT [34] propose de caractériser la ductilité d'un matériau par l'énergie absorbée par un élément de volume jusqu'à sa fracture, terme désigné par "specific fracture energy" que nous traduisons par densité d'énergie critique  $W_c$ . Il propose une méthode de mesure de cette grandeur à partir de l'essai de traction et examine différentes applications dans lesquelles  $W_c$  est utilisé comme critère de fracture.

Etant donné l'ampleur des travaux effectués sur ce critère et les corrélations impressionnantes qui ont déjà été obtenues, nous avons décidé de tester ce critère sur la prévision de fracture lors du cisailage.



Dans la déformation plastique, des cavités microscopiques se forment contre des particules d'une phase étrangère (a, b), elle grandissent au cours de la déformation plastique ultérieure de la matière entourant les particules (b, c) et elles provoquent finalement la rupture (d)



Figure I.11 [31]

Mécanisme de la fracture par glissement.

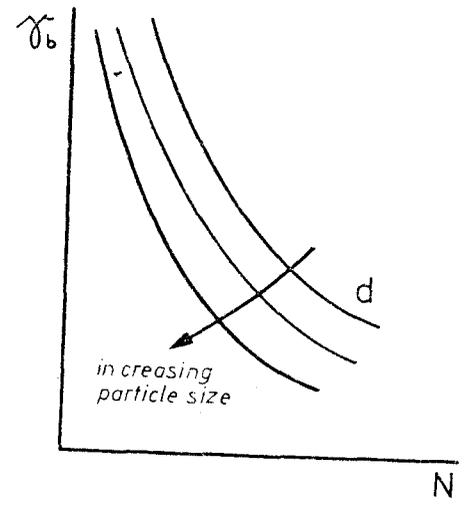


Figure I.12 [31]

Influence de la taille et de la quantité des particules de phases étrangères sur la déformation de cisaillement maximale avant fracture par glissement.

#### 4. Objectifs de l'étude.

Partant des résultats obtenus par d'autres chercheurs sur le cisailage, notre contribution vise à prolonger la connaissance expérimentale et théorique de l'écoulement plastique et du mécanisme de la fracture.

Nous avons choisi de nous limiter au cisailage de barres en outillage fermé car c'est la technologie qui, à l'heure actuelle, permet d'atteindre les meilleures qualités de coupe.

Parmi les paramètres qui gouvernent le procédé nous avons choisi d'écartier le jeu latéral entre les outils, déjà très étudié, et de retenir l'angle d'inclinaison de la barre, les précontraintes axiale ou radiale, la vitesse de cisailage.

En ce qui concerne l'approche théorique, nous avons retenu les quatre méthodes déjà explorées : visioélasticité, méthodes cinématique et statique, méthode des éléments finis, avec pour objectif la prévision de l'écoulement au delà du début de plastification, si possible jusqu'à l'apparition du cisailage plastique.

Pour pouvoir confronter les résultats obtenus par ces deux voies, nous avons étudié expérimentalement le cisailage de barres rectangulaires pour lesquelles les déformations sont approximativement contenues dans un plan et donc comparables à celles prévues dans les modèles théoriques.

Pour nous rapprocher des conditions industrielles, nous avons étudié également le cisailage de barres cylindriques, par voie expérimentale uniquement. Nous tenterons d'établir les conditions de transformation des résultats théoriques obtenus pour des barres rectangulaires.

Nous avons retenu cinq métaux représentant un éventail suffisant des propriétés mécaniques (ductilité, écrouissage) et thermiques : un acier courant, deux aciers fins ou faiblement alliés, un alliage d'aluminium et du cuivre électrolytique.

## II. ANALYSE EXPERIMENTALE.

### 1. Plan d'expérience.

Un plan d'essais systématiques de cisailage de barres en outillage fermé est réalisé pour mesurer l'influence des propriétés mécaniques et thermiques des métaux utilisés d'une part, l'influence des conditions de coupe et de serrage des outillages d'autre part, sur les qualités mécaniques et dimensionnelles des lopins obtenus.

Deux séries d'essais, sur des barres à section droite rectangulaire et à section droite circulaire, sont retenues pour analyser chaque catégorie de problèmes :

- . dans la première série, on étudie les effets de la vitesse de déplacement de l'outillage mobile ;
- . dans la seconde série, on étudie les effets de l'inclinaison entre l'axe de la barre et la direction du plan de coupe, puis les effets de pressions de serrage radial ou axial en maintenant la vitesse de déplacement de l'outillage mobile constante.

Nous présentons successivement les conditions et les résultats expérimentaux

- . des essais de caractérisation de cinq métaux courants : aciers A 33, XC 38 et 35 CD 4, alliage d'aluminium AU 4G, cuivre U9, choisis pour couvrir une gamme suffisante de caractéristiques ;
- . des deux séries d'essais de cisailage sur des barres à section droite rectangulaire de 15 mm x 50 mm et sur des barres à section droite circulaire de diamètre 30 mm .

## 2. Caractérisation des cinq métaux d'essais.

Les caractéristiques mécaniques des métaux sont déterminées, après recuit de normalisation d'une heure suivi d'un refroidissement à l'air calme, à partir des résultats :

- . de quatre essais courants, normalisés en France pour les aciers [8] , d'une part ;
- . de trois essais spécifiques, plus proches des conditions de contraintes et de déformations des produits cisailés, d'autre part.

Les essais sont réalisés 200 heures après le refroidissement complet des pièces recuites.

Les caractéristiques thermiques sont obtenues à partir des références [1] et [9] .

Enfin, les compositions chimiques sont obtenues par spectrométrie.

### 2.1. Essais de caractérisation mécanique normalisés pour les aciers.

Les quatre essais fréquemment utilisés sont les suivants :

- . l'essai de dureté VICKERS,
- . l'essai de traction,
- . l'essai de résilience CHARPY,
- . l'essai de détermination du facteur d'intensité de contrainte critique.

Ils conduisent à un ensemble de caractéristiques significatives du comportement mécanique des métaux.

#### a) Essai de dureté VICKERS [NF A03-154] .

La dureté VICKERS HV est proportionnelle au quotient de la charge appliquée F (exprimée en kilogramme) par la surface de l'empreinte (exprimée en mm<sup>2</sup>) :

$$HV_F = 1,854 \frac{F}{d} \quad (II.1)$$

d est la longueur de la diagonale de la surface de base de l'empreinte.

b) Essai de traction [NF A03-151] :

L'essai est mené, jusqu'à la rupture, sur des éprouvettes à section droite rectangulaire ( $S_0 = 20 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ ) avec une longueur entre repères  $L_0$  de 50 mm (longueur totale de l'éprouvette : 240 mm) .

Les caractéristiques suivantes sont déterminées à partir de la loi expérimentale effort de traction  $F$  \* longueur entre repères  $L$  :

- . la limite conventionnelle d'élasticité  $R_{e,0,2}$  correspondant à un allongement non proportionnel de 0,2 % ;
- . l'allongement pour cent  $A_R$  à la rupture ;
- . la courbe rationnelle de traction représentant la contrainte normale vraie  $\sigma$  en fonction de la déformation logarithmique  $\bar{\epsilon}$  [1] :

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \frac{L}{L_0} \quad (\text{II.2})$$

$$\bar{\epsilon} = \text{Log} \left( \frac{L}{L_0} \right) \quad (\text{II.3})$$

- . la densité d'énergie  $K_S$  à l'effort maximum évaluée sur la courbe rationnelle (Figure II.2) :

$$K_S = \int_0^{\bar{\epsilon}_m} \sigma \, d\bar{\epsilon} \quad (\text{II.4})$$

$\bar{\epsilon}_m$  désigne la déformation logarithmique moyenne à l'effort maximum calculée avec la relation (II.3) .

- . la densité d'énergie critique  $W_C$  évaluée selon la méthode de GUILLEMOT [34] : la courbe rationnelle de traction est prolongée par une droite depuis le point (2) d'apparition de la striction jusqu'au point (3) de rupture (Figure II.2)

$$W_C = \int_0^{\bar{\epsilon}_F} \sigma \, d\bar{\epsilon} \quad (\text{II.5})$$

$\bar{\epsilon}_F$  est la déformation logarithmique moyenne à la rupture dans la section d'apparition de la striction ; sa valeur est donnée par :

$$\bar{\epsilon}_F = \bar{\epsilon}_m + \Delta\bar{\epsilon}_F \quad \text{et} \quad \Delta\bar{\epsilon}_F = \text{Log} \frac{S_1}{S_2} \quad (\text{II.6})$$

avec  $S_1$  surface de la section droite à l'effort de traction maximum,  
 $S_2$  surface de la section droite à l'effort de rupture à l'endroit de la striction.

- . la contrainte caractéristique  $\sigma_0$  et le coefficient d'écrouissage  $n$  de la loi d'écoulement de type plastique écrouissable exponentiel :

$$\sigma = \sigma_0 \bar{\epsilon}^n \quad (\text{II.7})$$

Obtenus par identification au sens des moindres carrés avec la courbe rationnelle de traction pour des déformations  $\bar{\epsilon}$  comprises entre 0,02 et  $\bar{\epsilon}_m$  ;

- . la contrainte limite d'écoulement  $\bar{\sigma}_0$  du matériau rigide plastique parfait équivalent pour des déformations  $\bar{\epsilon}$  comprises entre 0,02 et  $\bar{\epsilon}_m$  .

c) Essai de résilience CHARPY [NF A03-156] :

La résilience dynamique KCU est l'énergie de rupture rapportée à la surface de la section droite d'une éprouvette parallélépipédique (55 × 10 × 10 mm) , entaillée en son milieu par une fente large de 2 mm et profonde de 5 mm (rayon de fond d'entaille : 1 mm) et reposant sur deux appuis distants de 40 mm .

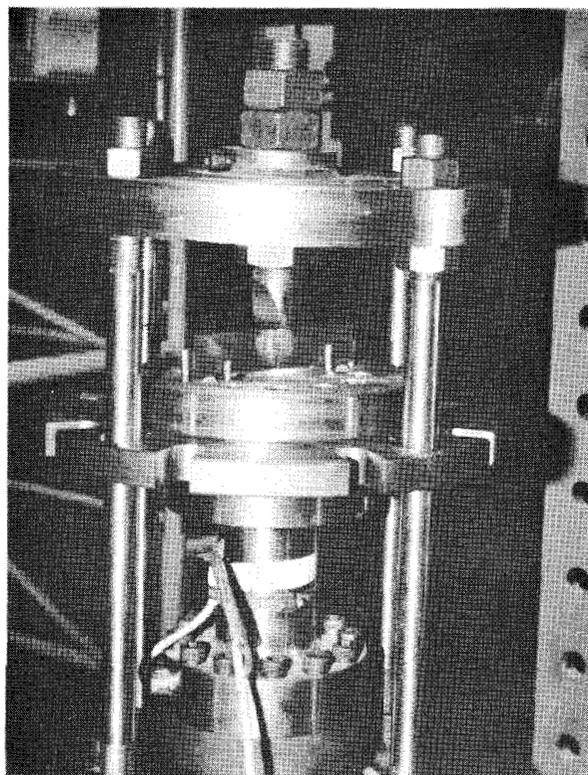
La vitesse d'impact du mouton pendule est de 4,5 m/s .

d) Détermination du facteur d'intensité de contrainte critique [NF A03-180] :

Sur éprouvette parallélépipédique (12 × 24 × 104 mm) avec une entaille profonde de 8 mm et large de 1,5 mm (rayon de fond d'entaille : 0,08 mm) , le rapport de résistance  $R_{sb}$  est déterminé par un essai de flexion en trois points (distance entre appuis : 96 mm) après le début de fissuration.

Les caractéristiques mécaniques obtenues à partir de ces quatre essais normalisés sont données pour les produits plats et pour les produits ronds aux tableaux II.1 et II.2 .

(a)



(b)

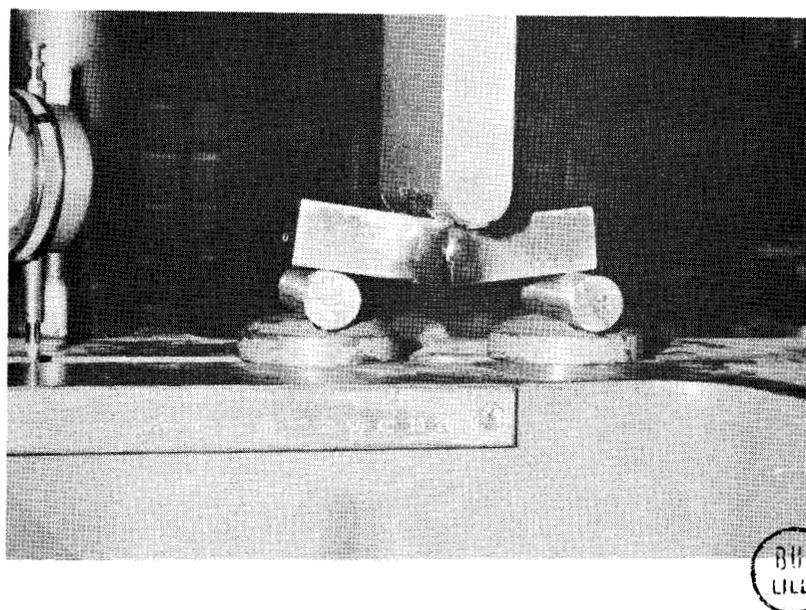


Figure II.1

Détermination du rapport de résistance :

- (a) Fissuration de l'éprouvette
- (b) Flexion en trois points

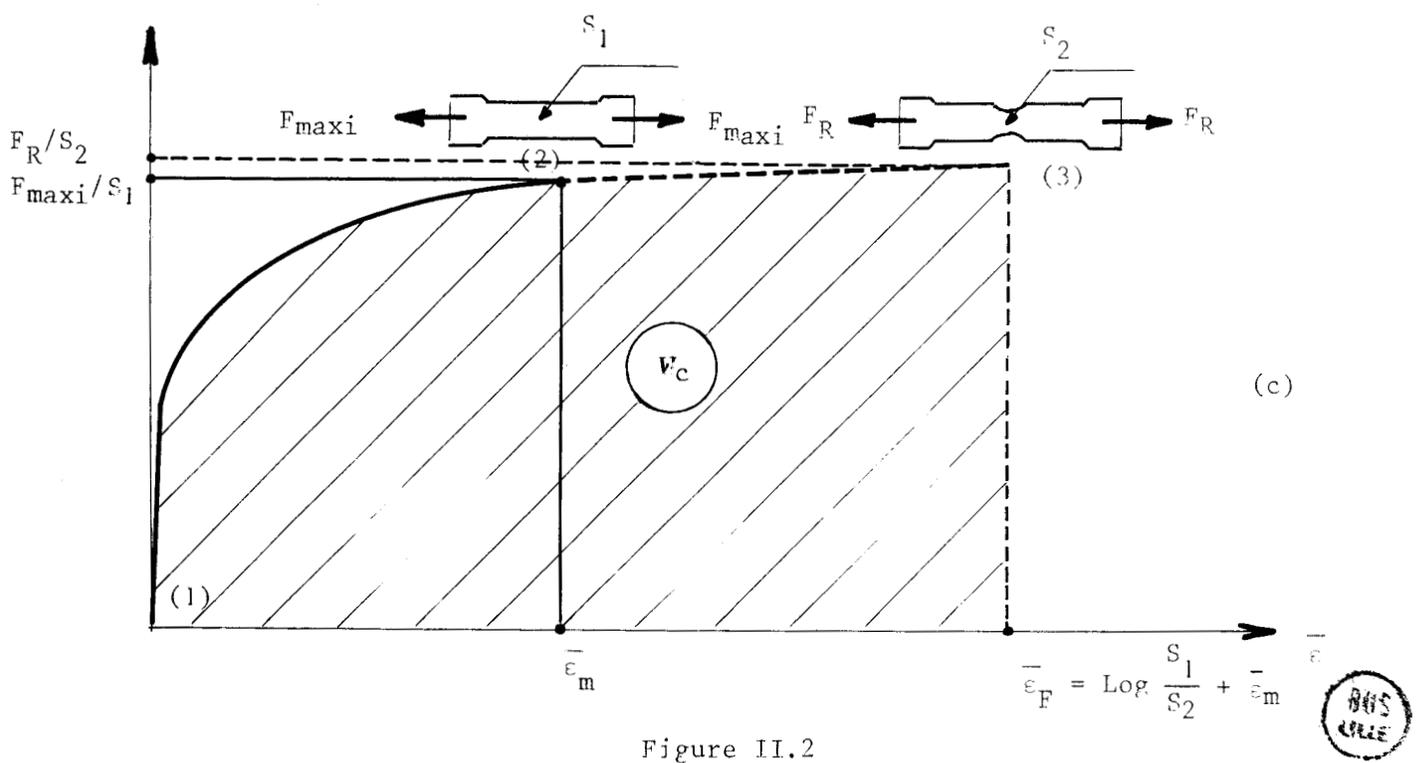
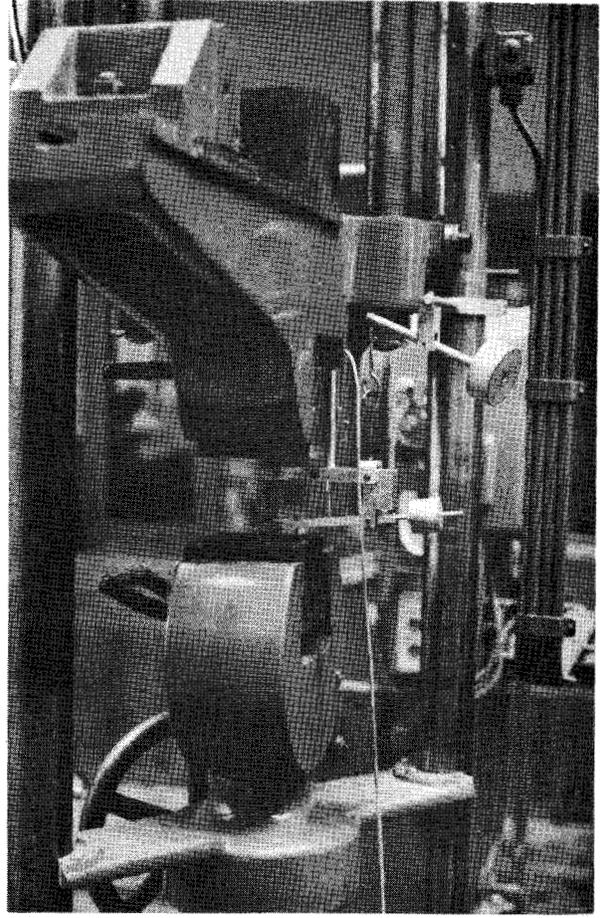
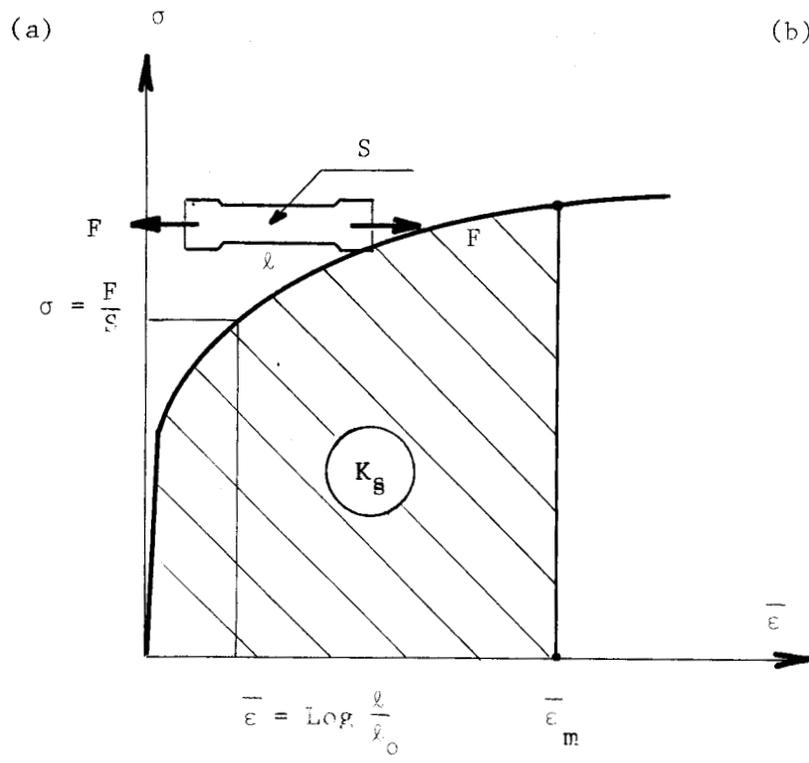


Figure II.2

- (a) Essai de traction
- (b) Courbe rationnelle de traction : Evaluation de la densité d'énergie à l'effort maximum
- (c) Courbe rationnelle de traction prolongée : Evaluation de la densité d'énergie critique.

MATIERE Recuit de normalisation	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	HV	$R_{e0,2}$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	$R_m$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	$\bar{\epsilon}_m$	AR %	$\sigma_0$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup> 0,02 < $\bar{\epsilon}$ < $\bar{\epsilon}_m$	$\sigma = \sigma_0 \bar{\epsilon}^n$ n	$\bar{\sigma}_0$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	KCU 10 <sup>5</sup> J/m <sup>2</sup>	$R_{sb}$
A 33- 850° - 1 h	7,87.10 <sup>3</sup>	HV <sub>10</sub> = 90	15,8	34,4	0,232	25,0	70	0,300	35,2	1,4	2,62
35 CD 4- 850° - 1 h	7,87.10 <sup>3</sup>	HV <sub>20</sub> = 180	42,1	60,5	0,169	21,7	94	0,158	60,0	12,7	3,10
A U4 G- 400° - 1 h	2,79.10 <sup>3</sup>	HV <sub>5</sub> = 70	12,7	25,2	0,068	6,2	48	0,200	22,3	2,6	2,33
U9- 675° - 1 h	8,96.10 <sup>3</sup>	HV <sub>2</sub> = 40	3,0	21,4	0,295	34,4	57	0,540	19,6	7,9	11,97

Tableau II.1

Caractéristiques mécaniques à 20°C des barres à section droite rectangulaire 15 mm x 50 mm déduites d'essais normalisés.

$\rho$  masse volumique

HV durezza VICKERS

$R_e$  limite d'élasticité

$R_m$  charge unitaire maximale

$\bar{\epsilon}_m$  déformation généralisée à  $R_m$

$A_R$  allongement à la rupture

$\sigma = \sigma_0 \bar{\epsilon}^n$  loi d'écoulement

$\bar{\sigma}_0$  limite d'écoulement du matériau rigide plastique parfait

KCU résilience dynamique

$R_{sb}$  rapport de résistance



MATIERE Recuit de normalisation	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	HV	$R_{e0,2}$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	$R_m$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	$\bar{\epsilon}_m$	$A_R$ %	$\sigma_0$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup> 0,02 < $\bar{\epsilon}$ < $\bar{\epsilon}_m$	$\sigma = \sigma_0 \bar{\epsilon}^n$ n	$\bar{\sigma}_0$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	KCU 10 <sup>5</sup> J/m <sup>2</sup>	$R_{sb}$
XC 38. 850° - 1 h	7,87.10 <sup>3</sup>	HV <sub>20</sub> = 230	36,4	57,4	0,164	26,5	108	0,214	62,2	6,9	2,65
35 CD 4. 850° - 1 h	7,87.10 <sup>3</sup>	HV <sub>20</sub> = 275	44,9	63,4	0,125	22,5	113	0,170	69,5	9,3	2,69
A U4 G. 400° - 1 h	2,79.10 <sup>3</sup>	HV <sub>5</sub> = 62	11,0	23,6	0,119	18,2	43	0,207	23,9	3,7	2,81
U9. 675° - 1 h	8,96.10 <sup>3</sup>	HV <sub>3</sub> = 41	2,8	21,1	0,319	44,0	55	0,482	21,7	9,9	-

Tableau II.2

Caractéristiques mécaniques à 20°C des barres à section droite circulaire de diamètre 30 mm déduites d'essais normalisés.

$\rho$  masse volumique

HV dureté VICKERS

$R_e$  limite d'élasticité

$R_m$  charge unitaire maximale

$\bar{\epsilon}_m$  déformation généralisée à  $R_m$

$A_R$  allongement à la rupture

$\sigma = \sigma_0 \bar{\epsilon}^n$  loi d'écoulement

$\bar{\sigma}_0$  limite d'écoulement du matériau rigide plastique parfait

KCU résilience dynamique

$R_{sb}$  rapport de résistance



MATIERE	$\bar{\epsilon}_m$	$\frac{F_{\text{maxi}}}{S_1}$	$\bar{\epsilon}_F$	$\frac{F_R}{S_2}$	Densité d'énergie à $F_m$ $K_S$ 107 J/m <sup>3</sup>	Densité d'énergie à rupture $W_C$ 107 J/m <sup>3</sup>
A 33 -	0,230	43,5	0,810	87,3	8,1	46,1
35 CD4 -	0,156	70,8	0,390	98,8	9,2	28,9
A U4 G -	0,059	26,9	0,196	34,5	1,3	5,7
U9 -	0,295	28,6	0,460	44,3	5,8	12,8
XC 38 .	0,172	74,7	0,660	110,5	10,7	56,2
35 CD4 .	0,131	81,4	0,390	91,9	9,1	31,1
A U4 G .	0,122	28,3	0,294	33,0	2,9	8,2
U9 .	0,328	30,9	0,500	38,6	7,1	13,1

Tableau II.3

Détermination des densités d'énergie à l'effort maximum de la traction et à la rupture.



## 2.2. Essais spécifiques.

Trois essais sont choisis pour se rapprocher des conditions de contraintes et de déformations du cisailage :

- . l'essai de compression
- . l'essai de cisaillement technologique
- . l'essai de cisaillement dynamique.

### a) Essai de compression [10] :

L'essai de compression, qui produit des déformations  $\bar{\epsilon}$  plus importantes que l'essai de traction, comporte deux séquences :

- . le relevé des dimensions finales d'un anneau (Figure II.3) comprimé entre deux plateaux lisses parallèles, à la température ambiante et à la vitesse de 1 mm/s, pour déterminer le coefficient de frottement moyen  $\bar{\mu}$  entre les plateaux et l'éprouvette ;
- . le relevé des valeurs de l'effort de compression  $F$  d'un cylindre (Figure II.3) en fonction de sa hauteur  $h$  dans les mêmes conditions de vitesse et de température.

Le cylindre et l'anneau sont comprimés jusqu'au même taux de réduction de hauteur (50 % à 70 % selon les produits) .

La courbe rationnelle de compression  $\sigma' - \bar{\epsilon}$  est déduite des valeurs successives de l'effort  $F$ , de la hauteur  $h$  et du coefficient de frottement moyen  $\bar{\mu}$  .

Cette courbe est identifiée avec deux lois :

- . une loi d'écoulement du type plastique écrouissable exponentiel (P.E.E.)

$$\sigma' = \sigma'_0 \bar{\epsilon}^{n'} \quad (\text{II.4})$$

avec  $\sigma'_0$  contrainte caractéristique et  
 $n'$  coefficient d'écrouissage

- . une loi d'écoulement du type plastique écrouissable hyperbolique (P.E.H.)

$$\sigma' = \frac{A \bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon} + N} \quad (\text{II.5})$$

avec  $A$  contrainte caractéristique et  
 $N$  déformation caractéristique

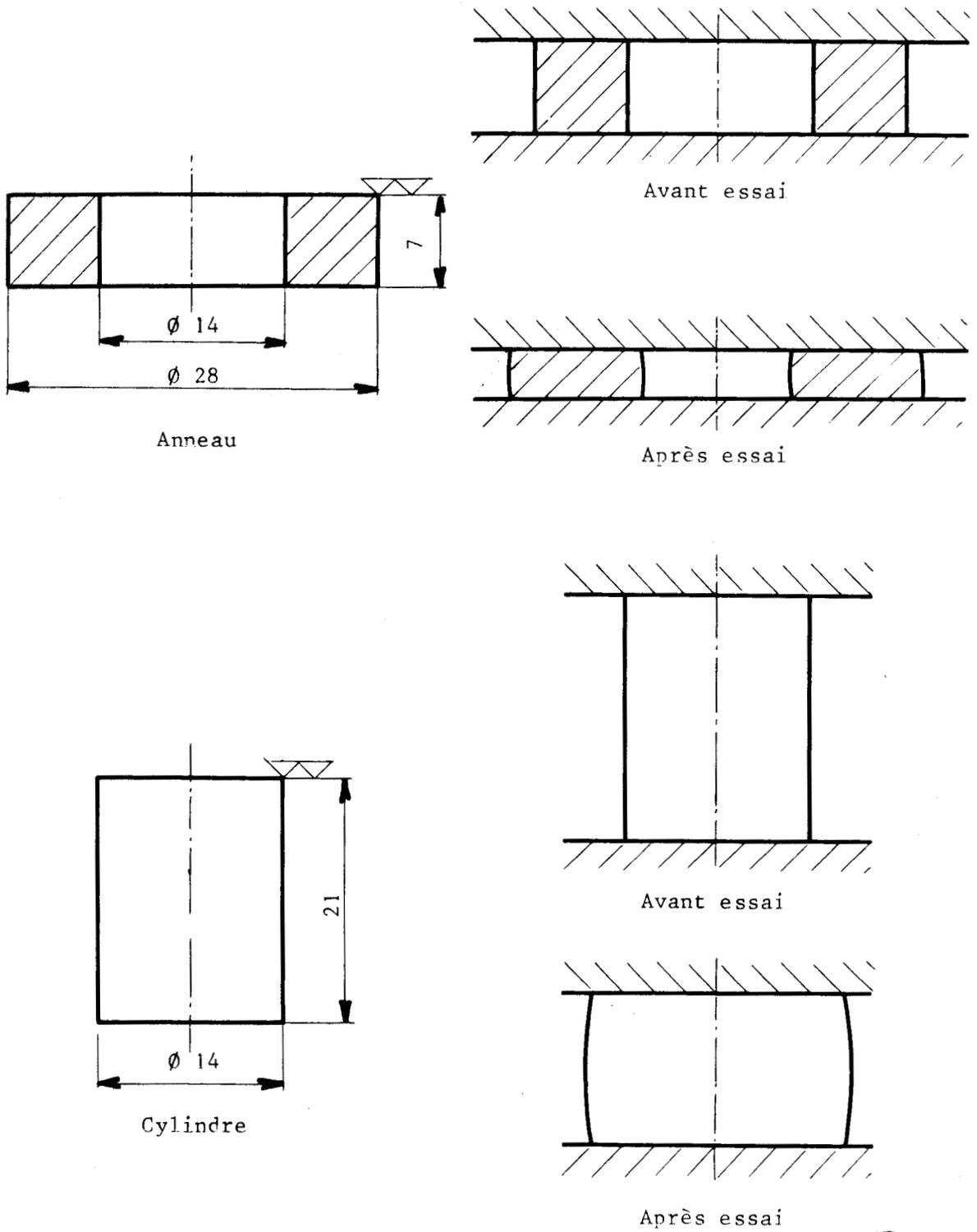
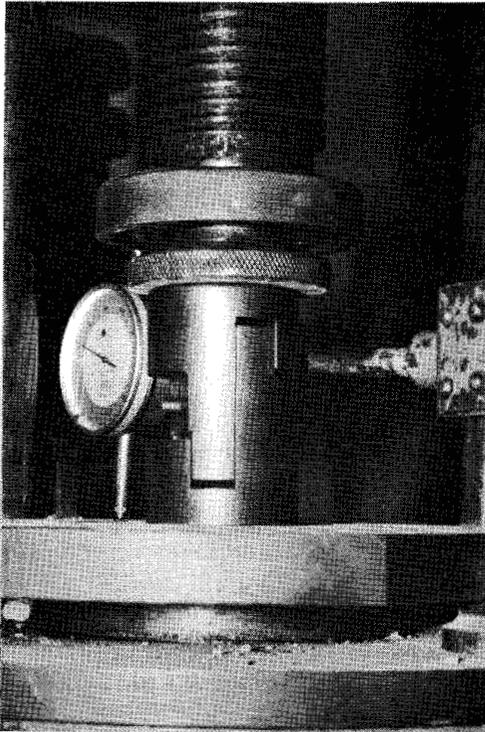


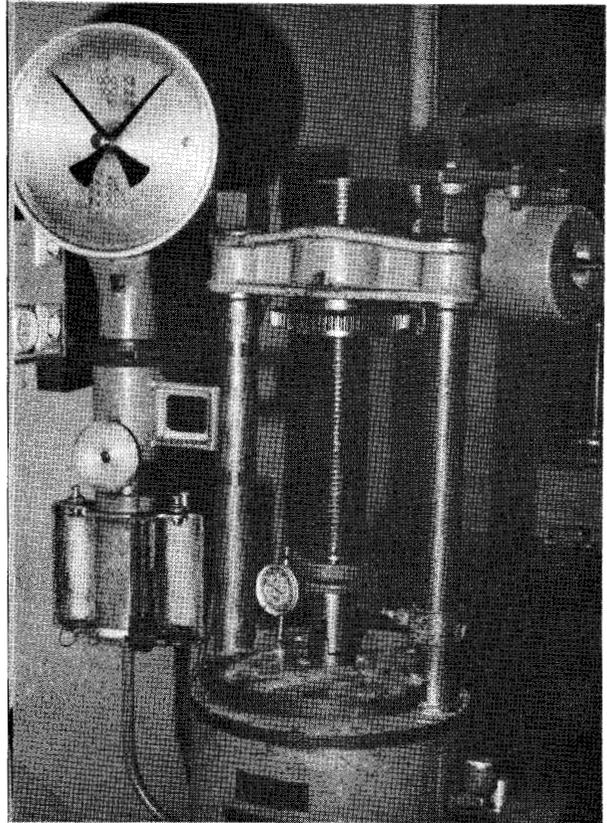
Figure II.3

Eprouvettes utilisées dans l'essai de compression.





(a)



(b)

Figure II.4

Essai de cisaillement technologique.

(a) outillage d'essai

(b) machine d'essai



Dans le second modèle, la contrainte tend vers la valeur de la contrainte caractéristique  $A$  lorsque les déformations  $\bar{\epsilon}$  augmentent.

b) Essai de cisaillement technologique.

L'essai consiste à cisailler, à température ambiante de 20°C et à la vitesse de 0,01 mm/s, une éprouvette cylindrique de diamètre  $5,64 \text{ mm} \pm 0,02$  à l'aide d'un dispositif comportant un bâti et un poinçon coulissant, guidé par des roulements à rouleaux. Le logement a un diamètre de  $5,64 \text{ mm} \pm 0,01$  (Figure II.4).

A partir des valeurs efforts-enfoncement, on définit les caractéristiques suivantes :

- . la contrainte tangentielle moyenne maximale  $\bar{\tau}_m$  rapportée à la surface actuelle de la section droite ;
- . l'enfoncement  $d_m$  pour cent à  $\bar{\tau}_m$  ;
- . l'énergie  $W_m$ , mise en oeuvre jusqu'à l'enfoncement  $d_m$ , rapportée à la surface actuelle de la section cisailée ;
- . l'enfoncement total à la rupture  $d_t$  ;
- . l'énergie  $W_t$ , mise en oeuvre jusqu'à la rupture, rapportée à la surface actuelle de la section cisailée.

La section cisailée  $S$  en  $\text{mm}^2$  est reliée à l'enfoncement  $d$  par la loi approchée :

$$S = 25 \left[ 1 - \left( \frac{d}{5,64} \right)^{0,93} \right]_{d \leq 2 \text{ mm}}^{1,25} \quad (\text{II.6})$$

c) Essai de cisaillement dynamique.

L'essai consiste à cisailler avec le mouton de CHARPY une éprouvette de diamètre 5,64 mm, à la température ambiante et avec une vitesse d'impact de 4,5 m/s. (Fig. II.5)

L'essai permet de déterminer la résilience dynamique en cisailage  $KCD$ , rapportée à la surface de la section droite initiale ( $25 \text{ mm}^2$ ).

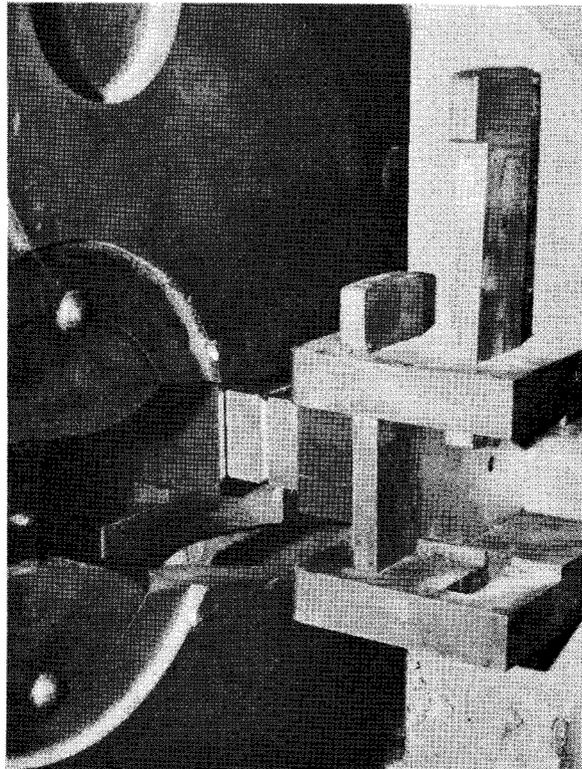
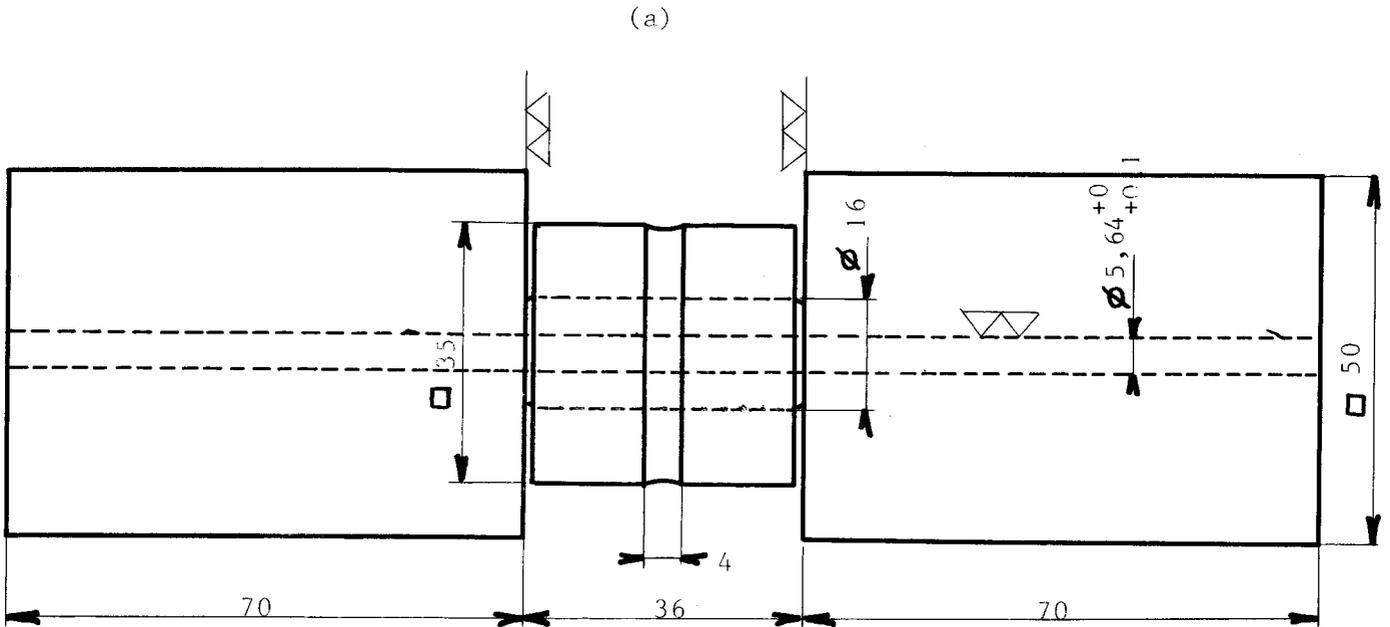
Les tableaux II.4 et II.5 donnent les valeurs de caractéristiques mécaniques obtenues à partir de ces trois essais.

Figure II.5

Essai de cisaillement dynamique.

(a) outil de cisailage

(b) montage sur le mouton de CHARPY



(b)

	$\sigma' = \sigma'_0 \bar{\epsilon} n'$		$\sigma' = \frac{A \bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon} + N}$		$\bar{\tau}_m$ $10^7 \text{ N/m}^2$	$d_m$ %	$W_m$ $10^5 \text{ J/m}^2$	$d_t$ %	$W_t$ $10^5 \text{ J/m}^2$	KCD $10^5 \text{ J/m}^2$	$C_v$ $\text{J/kg/}^\circ\text{C}$ à $20^\circ\text{C}$	K $\text{W/m/}^\circ\text{C}$ à $20^\circ\text{C}$
	$\sigma'_0$ $10^7 \text{ N/m}^2$	$n'$	A $10^7 \text{ N/m}^2$	N								
A 33 -	82,8	0,30	72	0,073	44,4	22	3,7	48	8,0	8,7	468	50
35 CD4 -	91,2	0,14	84	0,020	63,4	16	4,1	44	8,9	8,4	472	16
A U4 G -	29,0	0,07	31	0,019	21,9	14	1,3	28	2,2	4,6	880	135
U9 -	42,3	0,44	44	0,160	21,0	21	1,6	91	-	7,1	385	385

Tableau II.4

Caractéristiques mécaniques et thermiques des barres à section droite rectangulaire 15 mm × 50 mm.

$\sigma' = \sigma'_0 \bar{\epsilon} n'$  loi d'écoulement P.E.E.

$\sigma' = \frac{A \bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon} + N}$  loi d'écoulement P.E.H.

$\bar{\tau}_m$  contrainte tangentielle maximale

$d_m$  enfoncement à  $\bar{\tau}_m$

$W_m$  énergie à  $\bar{\tau}_m$

$d_t$  enfoncement à rupture

$W_t$  énergie à rupture

KCD résilience dynamique en cisailage

$C_v$  chaleur massique

K conductivité thermique



	$\sigma' = \sigma'_0 \bar{\epsilon}^{-n'}$		$\sigma' = \frac{A\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon} + N}$		$\bar{\tau}_m$ $10^7 \text{ N/m}^2$	$d_m$ %	$W_m$ $10^5 \text{ J/m}^2$	$d_t$ %	$W_t$ $10^5 \text{ J/m}^2$	KCD $10^5 \text{ J/m}^2$	$C_v$ $\text{J/kg/}^\circ\text{C}$ à $20^\circ\text{C}$	K $\text{W/m/}^\circ\text{C}$ à $20^\circ\text{C}$
	$\sigma'_0$ $10^7 \text{ N/m}^2$	$n'$ $0,1 < \bar{\epsilon} < 0,6$	A $10^7 \text{ N/m}^2$	N								
XC 38 ·	93,4	0,18	83	0,025	65,0	17	4,6	36	8,5	7,4	470	48
35 CD4 ·	103,1	0,12	97	0,019	74,1	17	5,3	34	11,7	7,2	472	16
A U4 G ·	36,2	0,13	34	0,020	20,8	14	1,2	28	2,1	4,3	880	135
U9 ·	43,3	0,38	40	0,110	25,5	34	2,4	84	-	7,2	385	386

Tableau II.5

Caractéristiques mécaniques et thermiques des barres à section droite circulaire  $\emptyset$  30 mm.

$$\sigma' = \sigma'_0 \bar{\epsilon}^{-n'} \quad \text{loi d'écoulement P.E.E.} \quad d_t \text{ enfoncement à rupture}$$

$$\sigma' = \frac{A\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon} + N} \quad \text{loi d'écoulement P.E.H.} \quad W_t \text{ énergie à rupture}$$

$\bar{\tau}_m$  contrainte tangentielle maximale

KCD résilience dynamique en cisailage

$d_m$  enfoncement en  $\tau_m$

$C_v$  chaleur massique

$W_m$  énergie à  $\tau_m$

K conductivité thermique



### 2.3. Caractéristiques thermiques et compositions chimiques.

Nous retenons les caractéristiques thermiques suivantes :

- . la chaleur massique à volume constant  $C_v$  du matériau : elle permet d'évaluer l'échauffement de la matière lors d'un accroissement de l'énergie de déformation
- . la conductivité thermique  $K$  : elle permet d'évaluer la vitesse de diffusion de la chaleur dans le matériau.

Les valeurs de ces caractéristiques, à la température ambiante de 20°C, obtenues d'après les références [1] et [9] , sont reportées dans les tableaux II.4 et II.5 .

Les compositions chimiques sont données dans les tableaux II.6 et II.7 .

ETAT DE RECEPTION	A 33- Profilé 50 × 15	35 CD4- Rond Ø 60	A U4 G- Profilé 50 × 16	U9- Profilé 50 × 15
Carbone	0,26	0,42		
Fer	qs	qs	0,39	
Silicium	0,16	0,42	0,70	
Cuivre			3,96	99,9
Zinc			0,13	
Magnésium			0,56	
Manganèse	0,35	0,80	0,68	
Soufre	0,025	0,024		
Phosphore	0,028	0,028		
Nickel			0,02	
Plomb			0,02	
Etain			0,015	
Titane			0,02	
Chrome		0,88		
Molybdène		0,23		

Tableau II.6

Composition chimique des métaux  
constitutifs des barres à section droite rectangulaire.



ETAT DE RECEPTION	XC 38.	35 CD4.	A U4 G.	U9.
	Rond Ø 35	Rond Ø 30	Rond Ø 30	Rond Ø 30
Carbone	0,44	0,40		
Fer	qs	qs	0,33	
Silicium	0,44	0,31	0,19	
Cuivre			3,58	99,9
Zinc			0,18	
Magnésium			0,75	
Manganèse	0,65	0,76	0,53	
Soufre	0,035	0,034		
Phosphore	0,018	0,027		
Plomb			1,01	
Etain			0,01	
Titane			0,02	
Chrome		0,89		
Molybdène		0,19		

Tableau II.7

Composition chimique des métaux  
constitutifs des barres à section droite circulaire.



### 3. Essais de cisailage.

#### 3.1. Conditions d'essais.

##### a) Outillage expérimental.

Les essais sont réalisés à la température ambiante de 20°C sur un outillage de cisailage calculé pour un effort de 500 kN.

Cet outillage permet un réglage des outils de coupe, un serrage axial ou radial de la barre ou du lopin et un arrêt sur butée du mouvement de l'outil mobile (Figures II.6 à II.12) .

Les barres sont positionnées dans deux jeux de coquilles (3) , (4) , (5) et (6), en acier Z 200 C 13 trempé revenu, d'une dureté finale de 60 ROCKWELL C ; les coquilles sont maintenues par deux brides (9) et (10) .

Le déplacement de l'outillage mobile est obtenu par le vérin d'une presse d'essai (Figures II.13 et II.14) pour des vitesses faibles ou par la masse d'un mouton à planche (Figure II.15) pour des vitesses élevées.

##### b) Préparation des barres.

Après usinage et recuit de normalisation, les barres de longueur 70 mm ont la préparation suivante :

- . les barres à section droite rectangulaire ont leurs faces latérales soigneusement polies jusqu'au grain 600 ; un quadrillage de 1 mm par 1 mm est usiné (profondeur du trait 0,1 mm) ou imprimé par procédé photographique (Fig.II.16) ;
- . les barres à section droite circulaire sont formées de deux demi-cylindres, l'un avec une face plane polie au grain 600, l'autre avec une face plane polie et quadrillée. Ces faces sont positionnées dans le plan vertical de symétrie avant le cisailage.

Les faces polies servent à un examen macrographique avec ou sans attaque, les faces quadrillées à la mesure des déplacements au cours du cisailage.

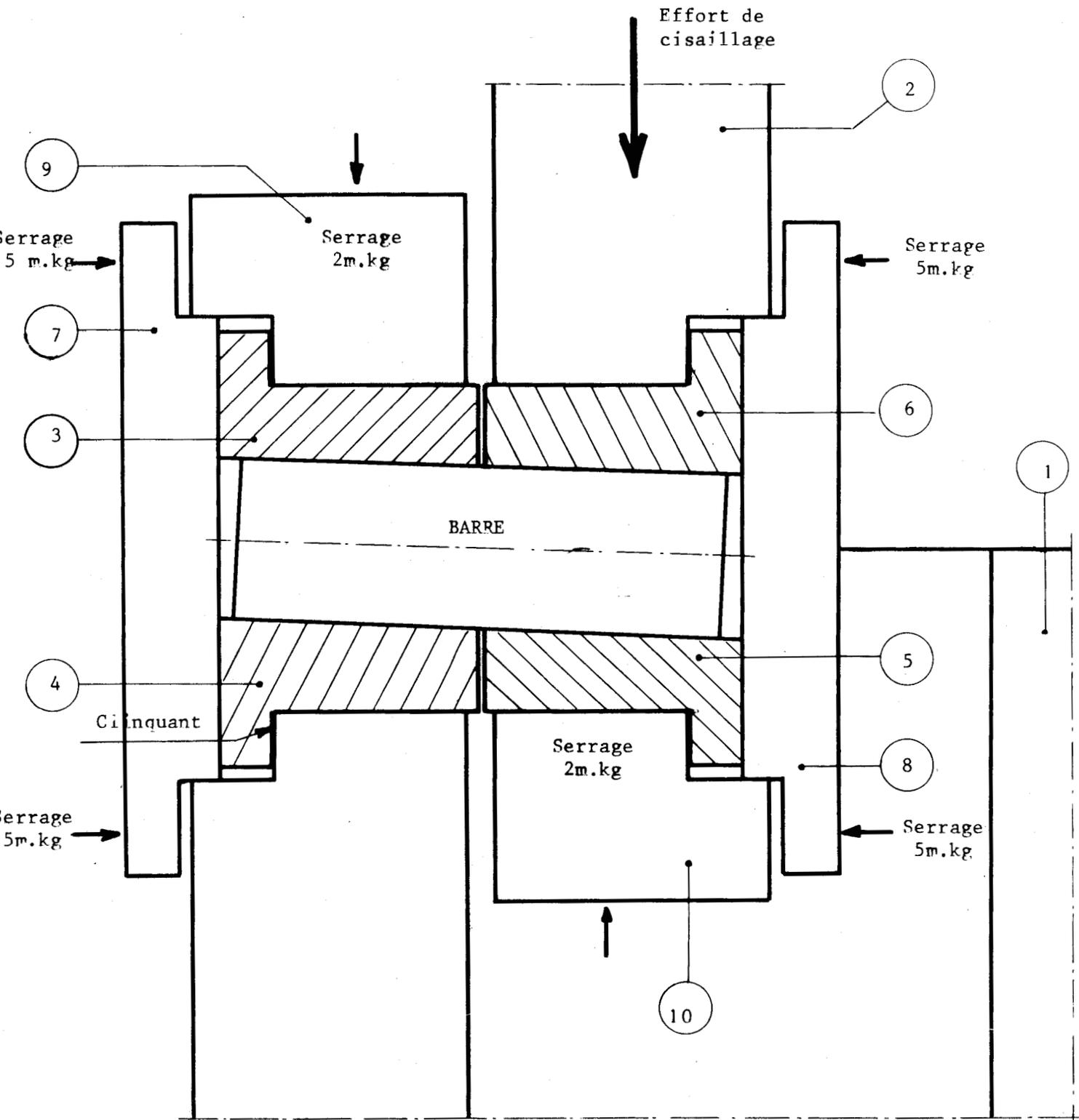


Figure II.6

Outillage de cisailage :  
coupe selon le plan vertical de symétrie.



- |   |   |
|---|---|
| (1) bâti fixe                           | (5) et (6) coquilles entourant le lopin             |
| (2) outillage mobile                    | (7) et (8) brides de maintien axial des coquilles   |
| (3) et (4) coquilles entourant la barre | (9) et (10) brides de maintien radial des coquilles |

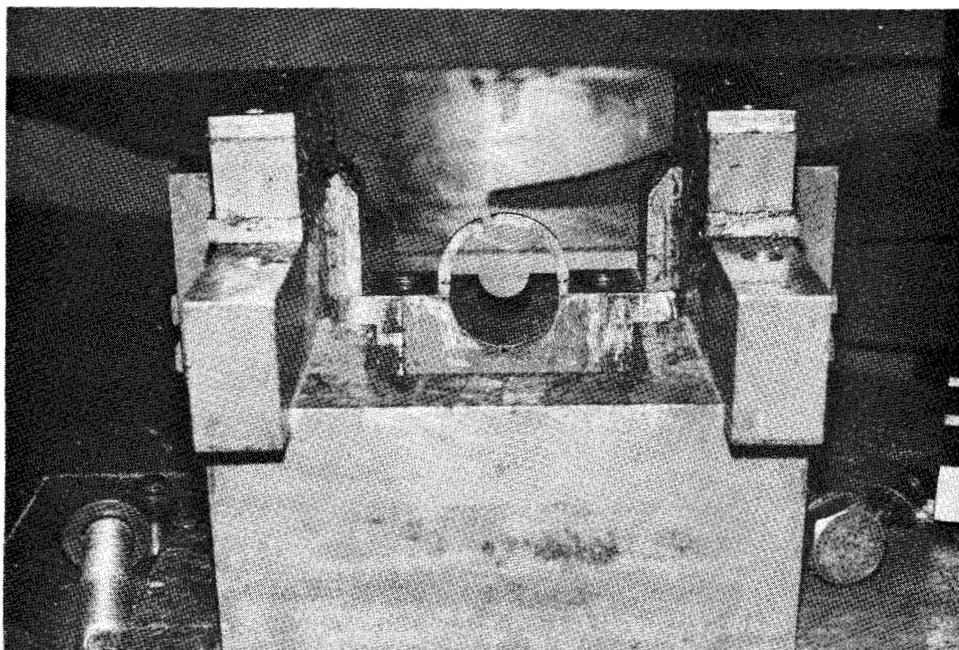


Figure II.7

Vue avant de l'outillage de cisailage :  
porte outil (2) et brides de maintien (7) et (9) enlevées.

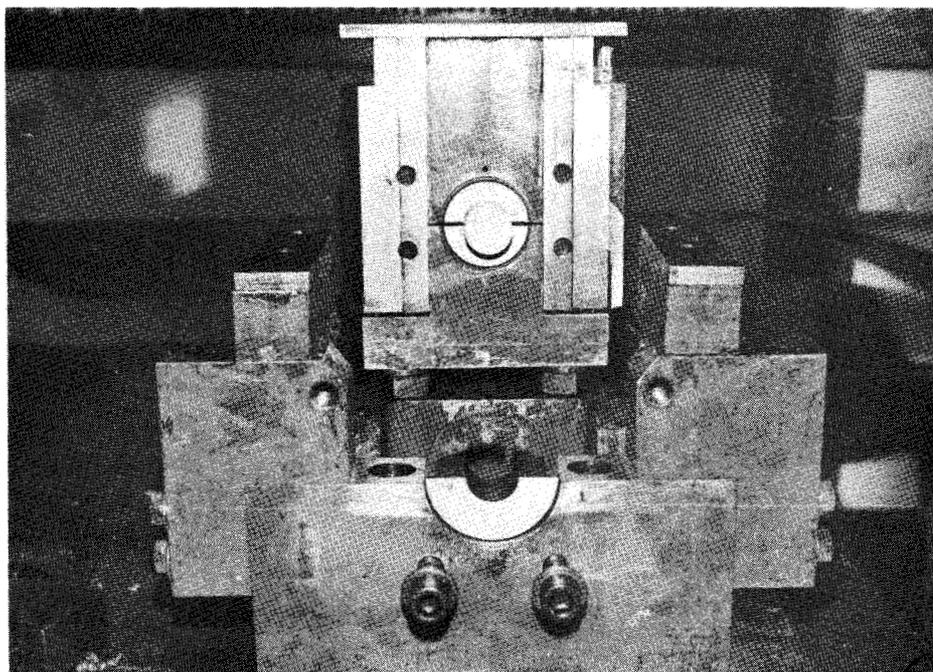


Figure II.8 :

Vue avant de l'outillage de cisailage :  
porte outil complet dîsposé à proximité de son emplacement.

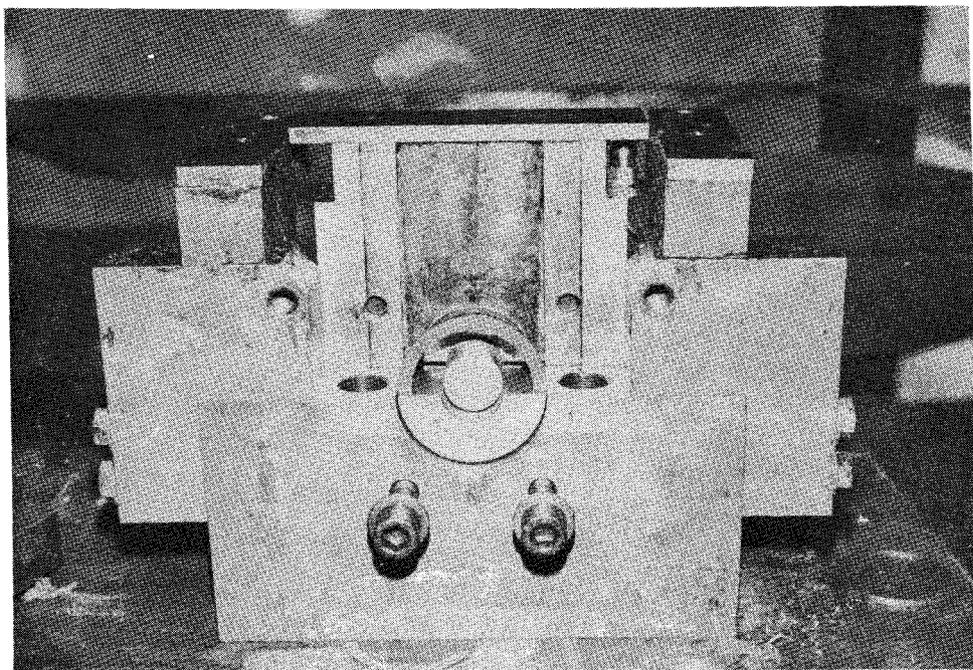


Figure II.9  
Vue avant de l'outillage de cisailage :  
porte outil mis en place avec la barre à cisailier.

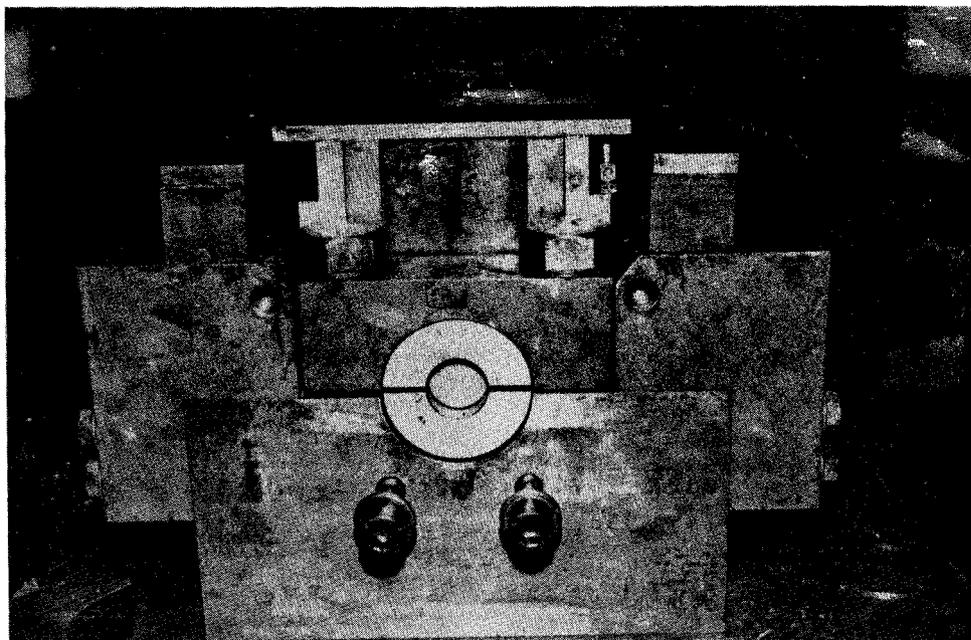


Figure II.10  
Vue avant de l'outillage de cisailage :  
bride de maintien radial (9) mise en place.



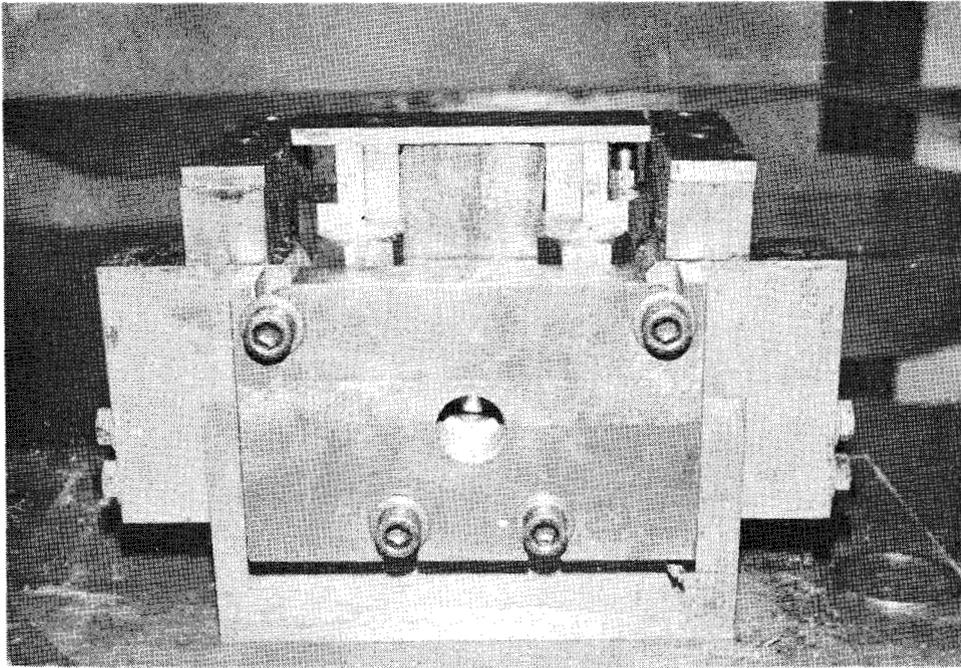


Figure II.11

Vue avant de l'outillage de cisailage :  
bride de maintien axial mise en place.

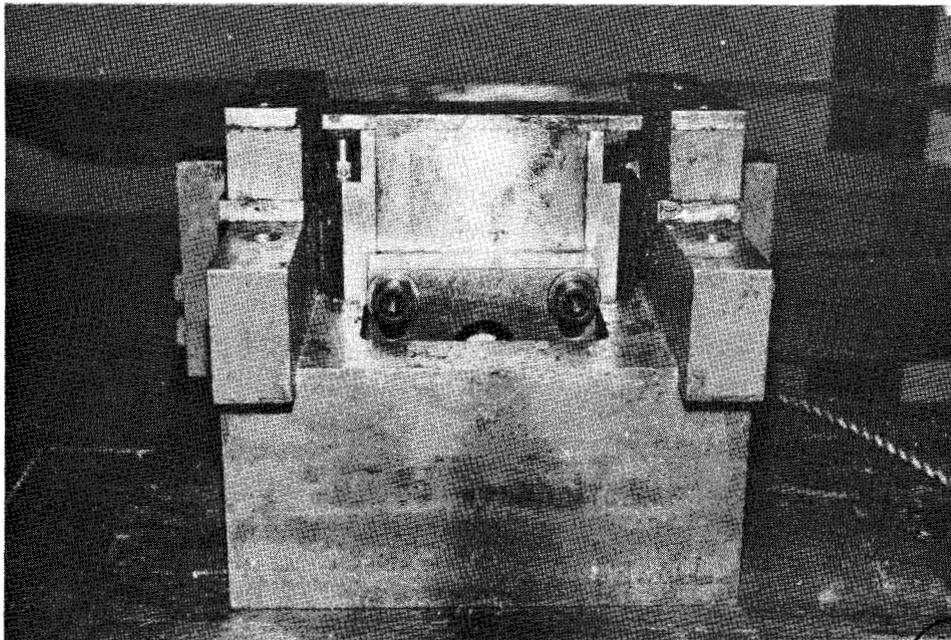


Figure II.12

Vue arrière de l'outillage de cisailage complet.



Figure II.13

Montage de l'outillage de cisailage au premier plan, presse d'essai au second plan.

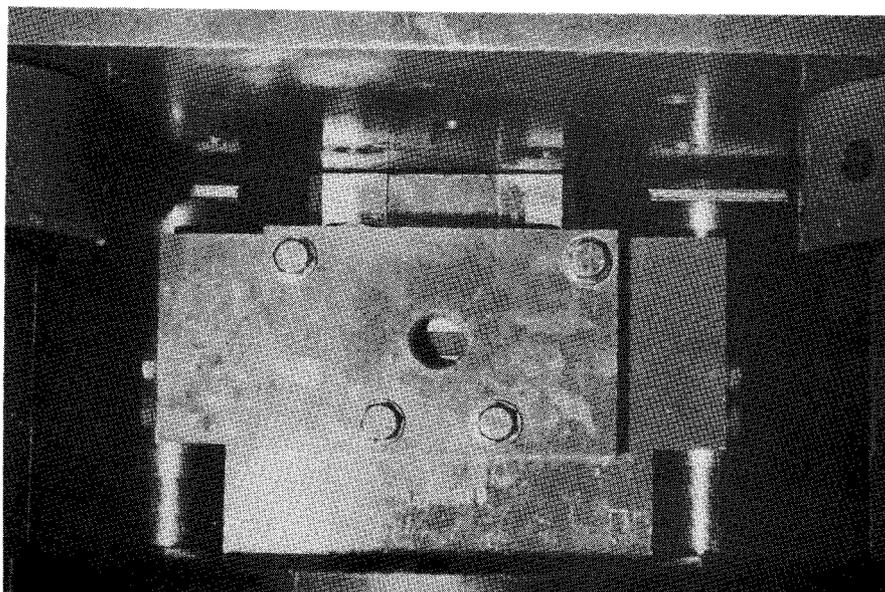
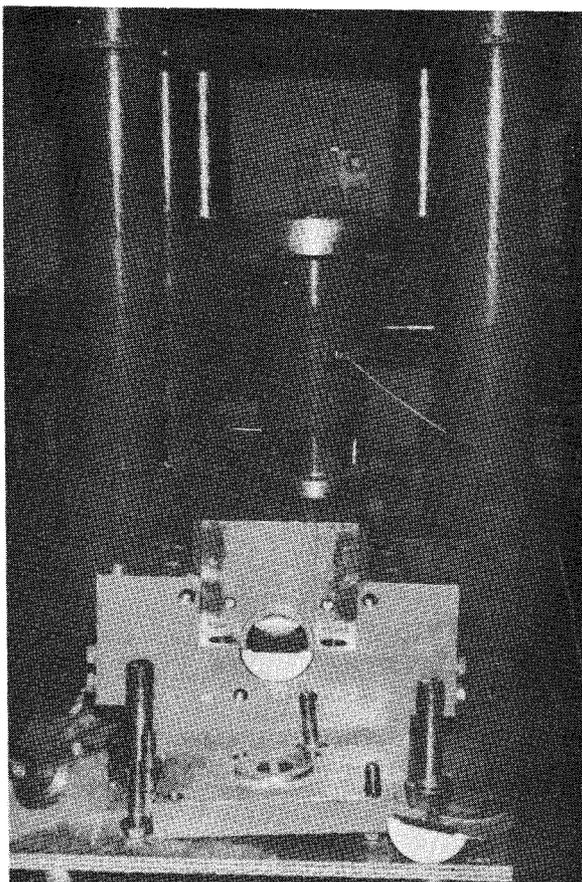
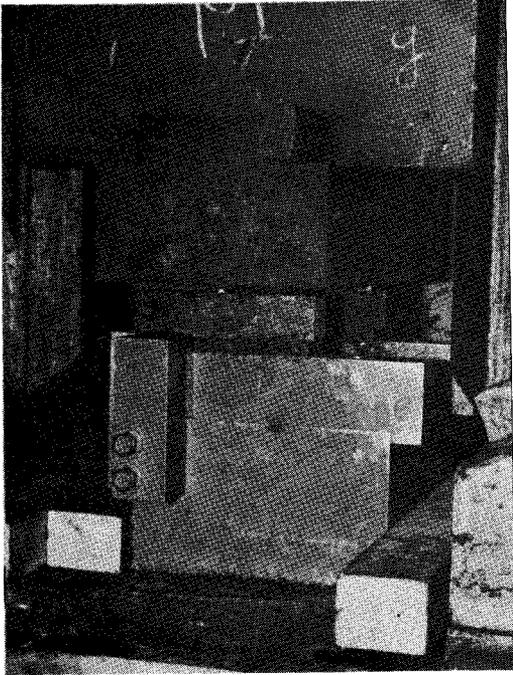


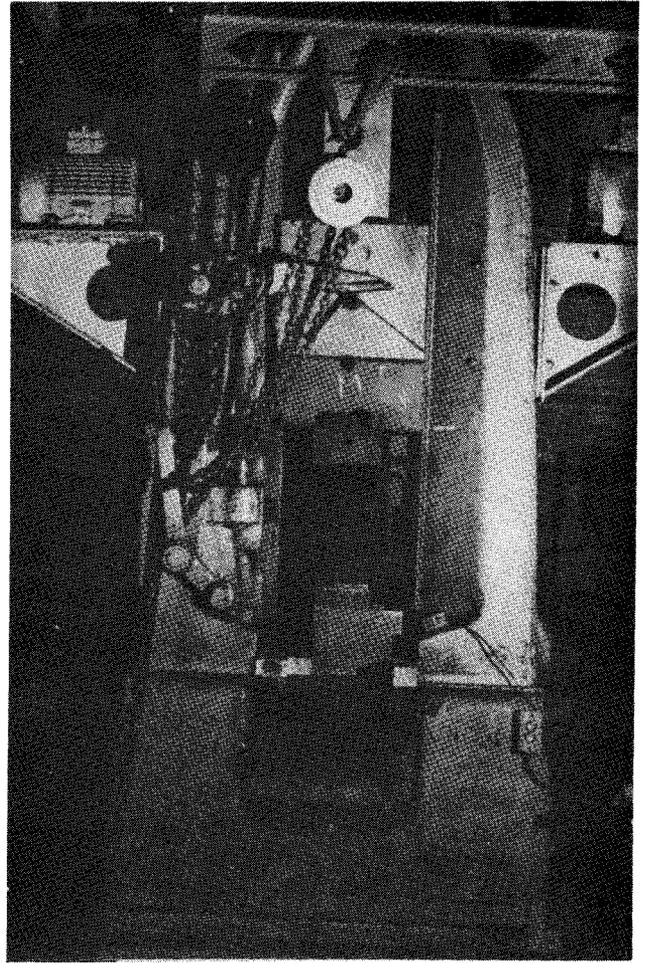
Figure II.14

Mise en place de l'outillage de cisailage sur la presse d'essai.



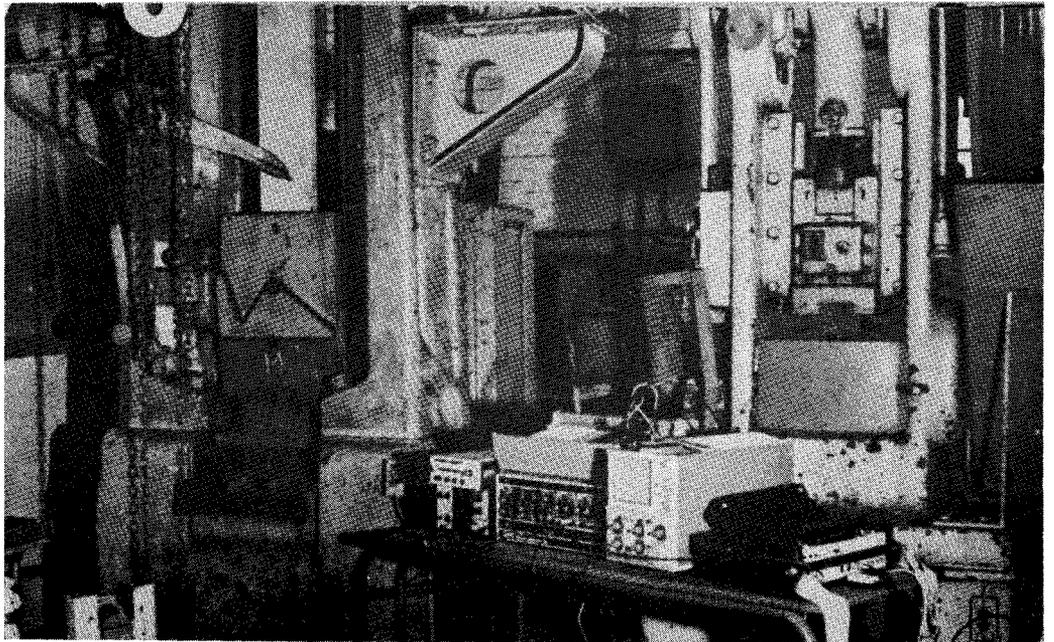


Vue rapprochée  
de l'outillage.



Montage de l'outillage de  
cisailage sur l'enclume du mouton  
à planche.

Figure II.15



Mouton à planche et d'appareillages  
de mesure-contrôle.

DUS  
LILLE

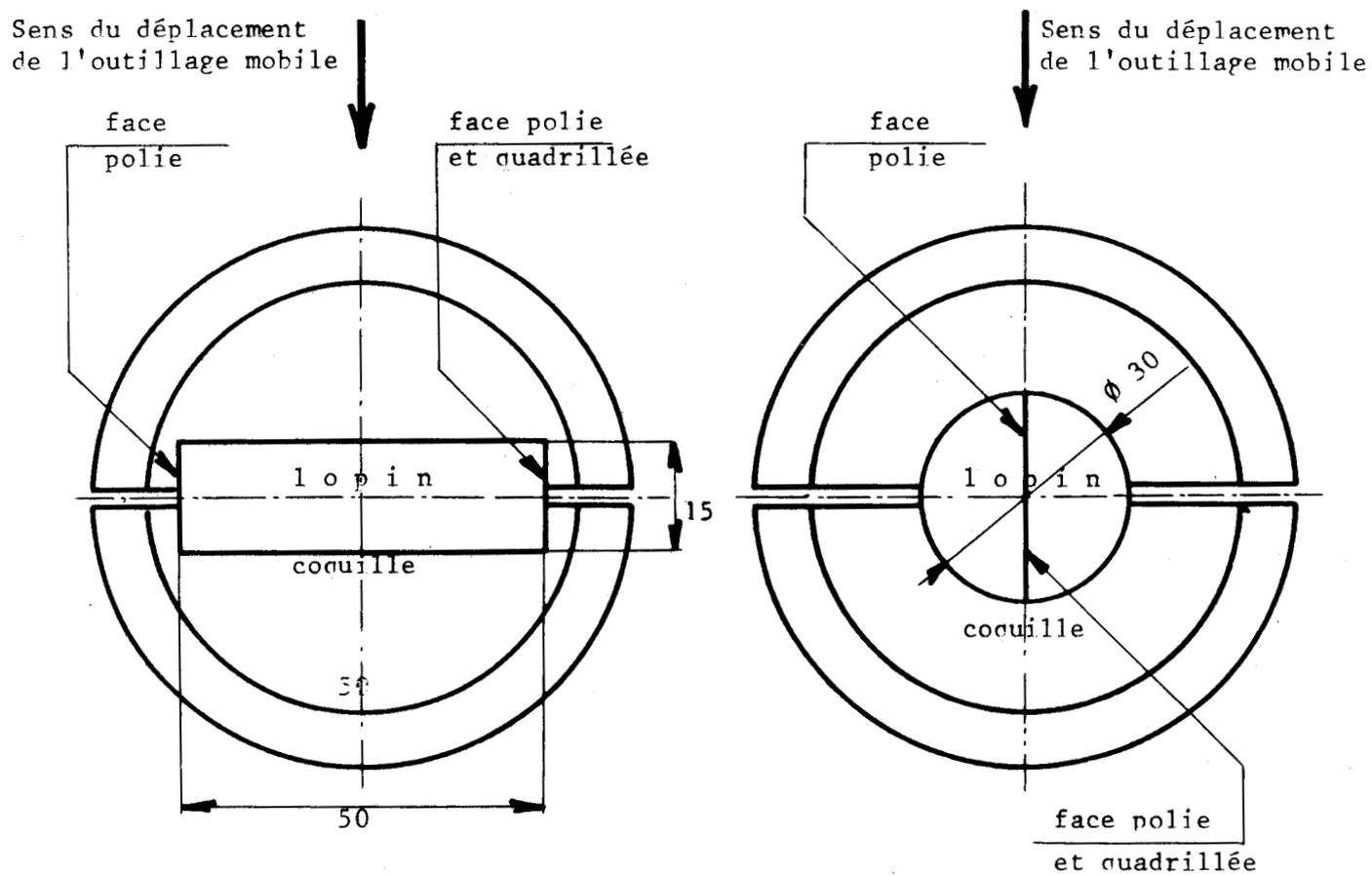


Figure II.16

Barres à cisailer : faces polies et faces quadrillées.

c) Programme d'essais.

Le programme d'essais de cisailage comporte deux séries :

Dans la première série, on étudie l'influence de la vitesse de déplacement  $U$  de l'outillage mobile.

Les barres sont positionnées sans jeu radial dans les coquilles. Le rattrapage des jeux du montage se fait par un serrage à 2 m.kg des deux vis M 27 de brides (7) et (8) , à 5 m.kg des quatre vis M 14 des brides (9) et (10) .

Le déplacement de l'outillage s'effectue perpendiculairement à l'axe de la barre aux vitesses de 1 mm/s , 10 mm/s et 2,5 m/s ; le jeu  $c$  entre les outils est choisi pour faciliter le dégagement des faces cisailées (Tableau II.8) à partir des essais de cisaillement technologique (II.2) .

Dans la seconde série, on étudie l'influence

- . de l'angle  $\alpha$  entre l'axe de la barre et la normale à la direction du plan de coupe (Figure II.17) ,
- . d'une pression de serrage radial exercée sur le lopin ou sur la barre par les brides (9) et (10) (Figure II.6) ,
- . d'une pression de serrage axial exercée aux extrémités de la barre par deux vis M 36 montées sur les brides de maintien axial (7) et (8) .

Le jeu  $c$  est ramené à 0,3 mm .

L'angle  $\alpha$  est choisi, pour chaque matériau, à partir de la géométrie des sections cisailées de la première série.

En effet, au cours d'un cisailage avec un angle  $\alpha$  nul, les saillies des parties cisailées se rencontrent immédiatement après la cassure du lopin (Figure II.18) .

Pour éviter ce phénomène, il faut ramener le plan de séparation  $ss'$  des pièces cisailées dans le plan de coupe (Figure II.19) en inclinant l'axe de la barre par rapport à la normale au plan de coupe. De plus, le frottement de la face cisailée sur l'outillage peut produire une détérioration parasite de la section. Un angle de dépouille  $\beta$  facilite le dégagement des outils, du lopin et de la barre au moment de la rupture (Figure II.20) .

Cette dépouille doit apparaître un peu avant la fissuration complète. Pour cette raison, l'affûtage est réalisé à une distance  $p^*/2$  égale à  $\frac{p_m + p_t}{4}$  ( $p_m$  enfoncement à l'effort maximum,  $p_t$  enfoncement à la rupture) .

Les angles  $\alpha$  et  $\beta$  sont déterminés à partir des profils des sections obtenues par cisaillement complet, avec des outillages de la première série d'essais ( $\alpha = \beta = p^* = 0$ ). Le tableau II.9 donne les valeurs retenues par chaque produit.

La pression maximale de serrage axial ou radial est fixée à 12,5 % de la limite d'écoulement  $\bar{\sigma}_0$  du matériau rigide plastique parfait équivalent pour les produits plats et à 23 % de cette même limite pour les produits ronds ; ces pressions sont aisément réalisables sur des machines de production.

Pour chaque barre de la première série, l'essai comporte un cisaillement complet (permet en particulier de définir les conditions d'inclinaison de la barre par rapport au plan de coupe) et un cisaillement partiel au cours duquel le déplacement de la partie mobile est arrêté lorsque l'effort de cisaillement atteint 90 % environ de la valeur maximale qu'il vient de franchir (Figure II.21) . Dans ce cas, il existe dans la plupart des cas un début de fissuration.

Pour les barres de la seconde série, l'essai comporte un cisaillement partiel défini comme précédemment.

Le tableau II.10 donne les repères utilisés pour chaque essai de cisaillement.

PRODUITS PLATS 15 mm × 50 mm	
Matière	Jeu c mm
A 33 -	0,9
35 CD4 -	0,6
A U4 G -	0,6
U9 -	0,6
PRODUITS RONDS Ø 30 mm	
Matière	Jeu c mm
XC 38 .	0,8
35 CD4 .	0,6
A U4 G .	0,6
U9 .	0,6

Tableau II.8.

Jeu c entre outillage fixe et outillage mobile,  
en cisailage droit, selon les produits.



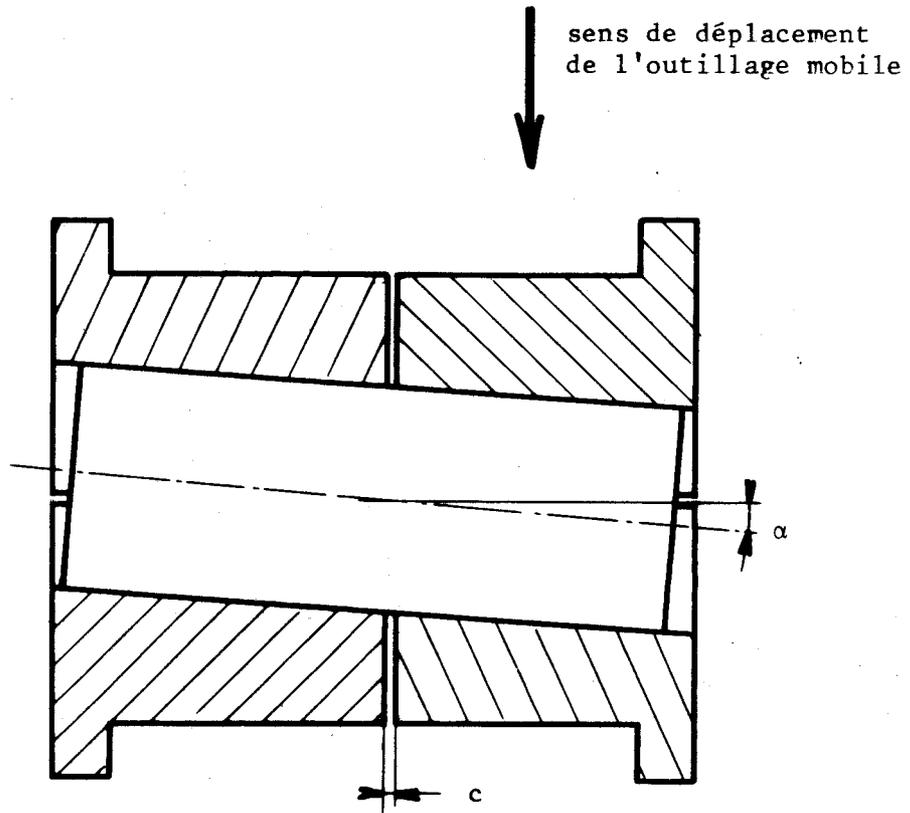


Figure II.17

Cisailage oblique avec un angle  $\alpha$   
entre l'axe de la barre et la normale au plan de coupe.



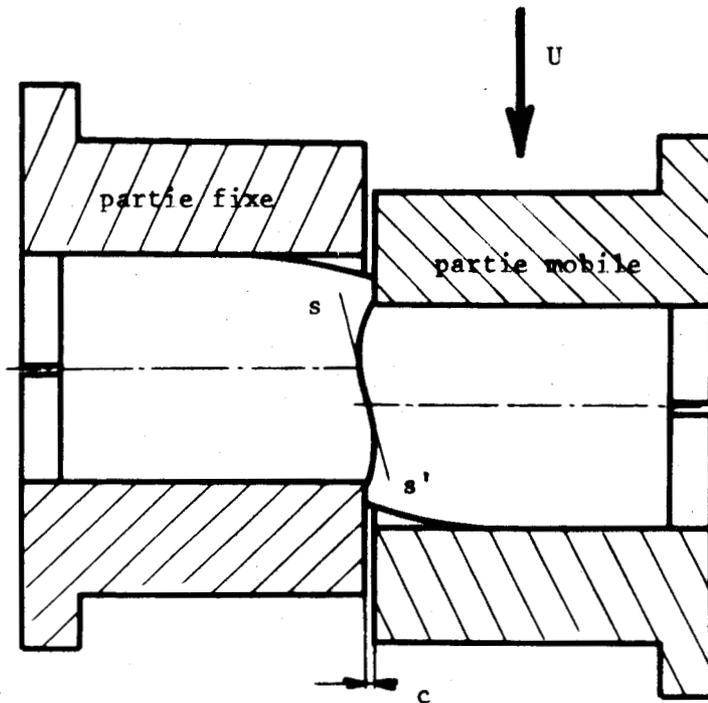


Figure II.18

Cisailage avec déplacement de l'outilage  
perpendiculaire à l'axe de la barre.

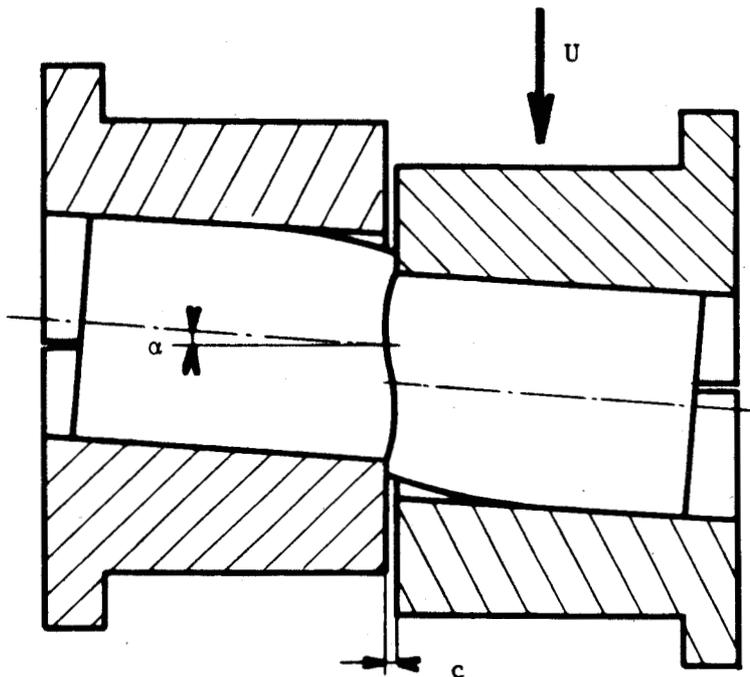


Figure II.19

Cisailage avec un angle  $\alpha$   
entre l'axe de la barre et la normale au plan de coupe.

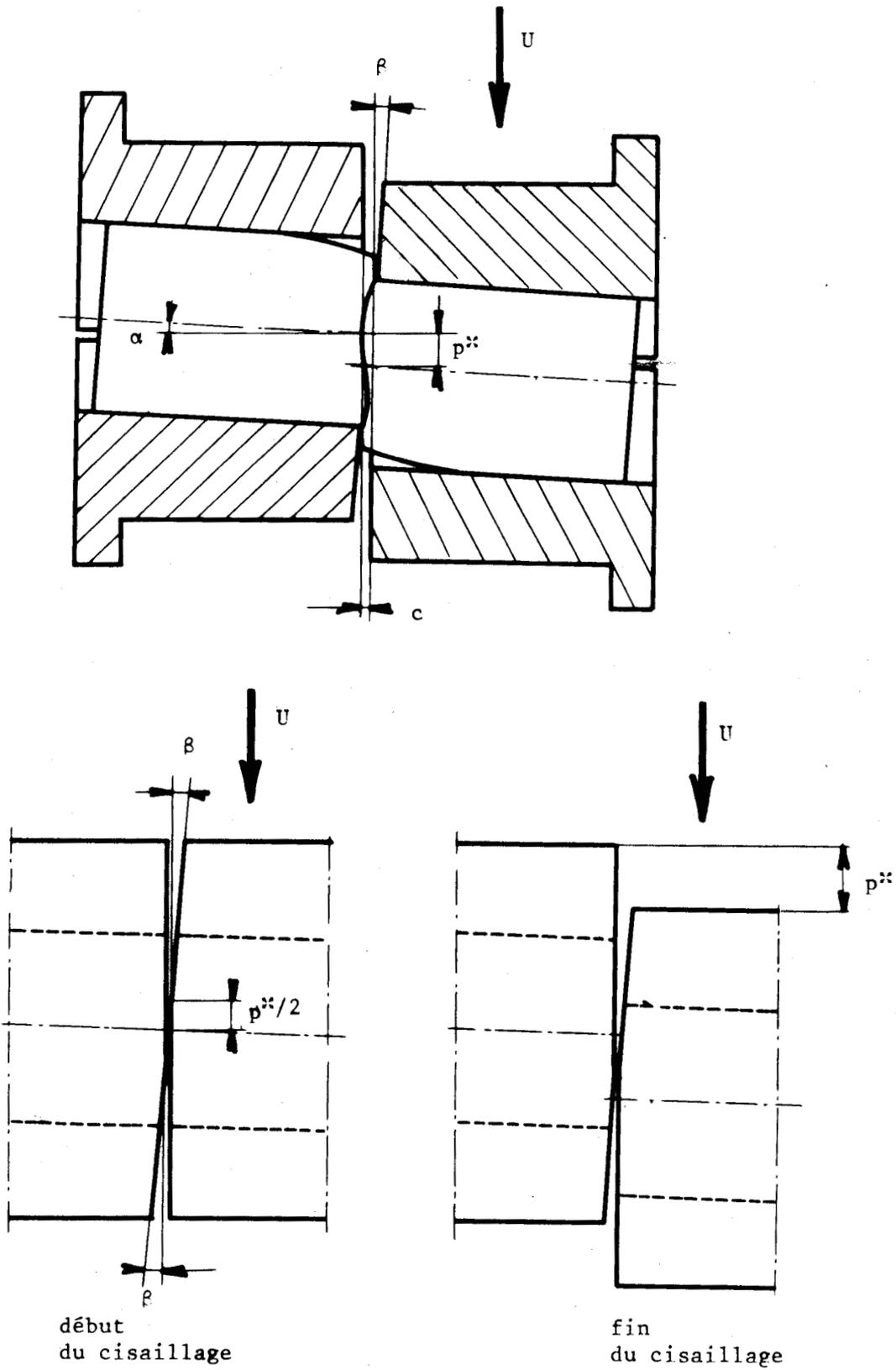


Figure II.20

Cisailage avec un angle  $\alpha$  d'inclinaison  
de la barre et un angle de dépouille  $\beta$ .

PRODUITS PLATS 15 mm × 50 mm.				
Matière	$\alpha$ degré	$\beta$ degré	$p^*/2$ mm	c mm
A 33 -	3	4,5	4	0,30
35 CD4 -	1	1,5	3	0,30
A U4 G -	1	1,5	2,5	0,30
U9 -	3	4,5	4	0,30
PRODUITS RONDS $\varnothing$ 30 mm				
Matière	$\alpha$ degré	$\beta$ degré	$p^*/2$ mm	c mm
XC 38 .	5	7,5	4	0,30
35 CD4 .	4	5	4	0,30
A U4 G .	2	3,5	3	0,30
U9 .	5	7,5	5,5	0,20

Tableau II.9

Valeurs retenues pour les angles  $\alpha$  et  $\beta$ ,  
 $p^*/2$  et c en cisailage incliné.



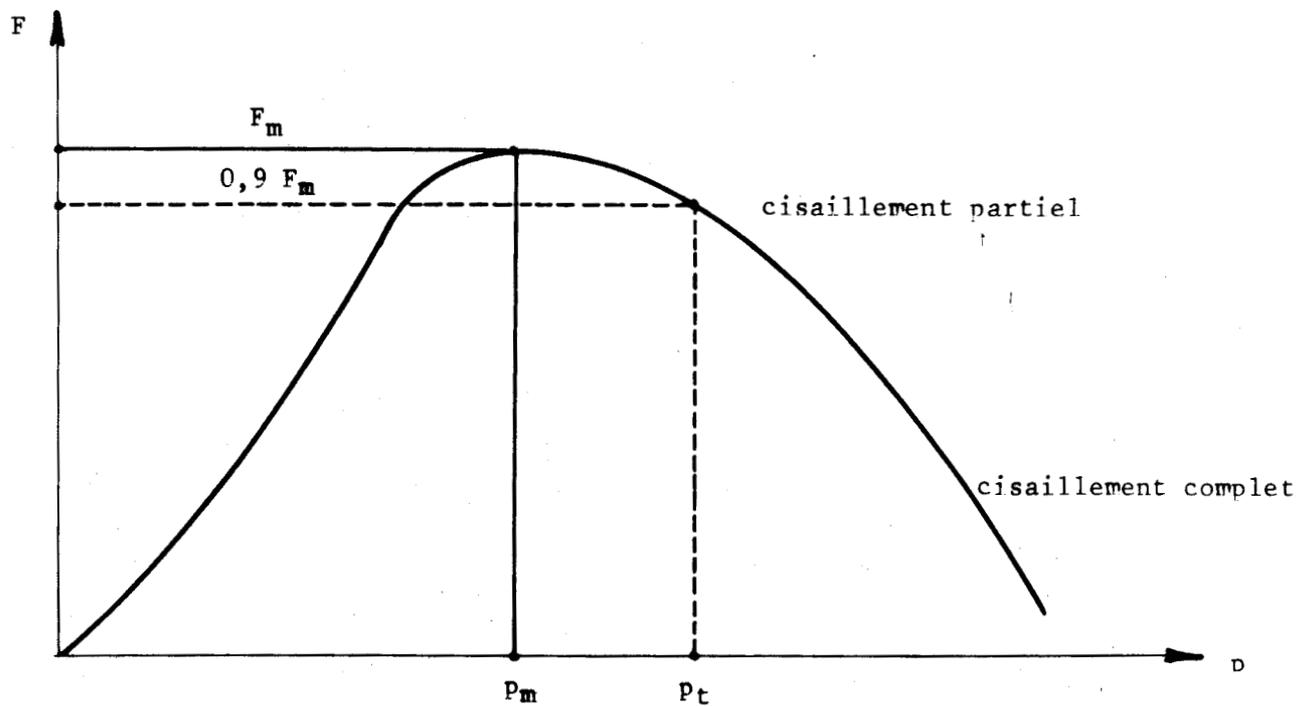


Figure II.21

Variation de l'effort de cisailage avec l'enfoncement  
en cisaillement partiel et en cisaillement complet.

1er repère	2ème repère		3ème repère	4ème repère
	1ère série	2ème série	Pénétration de l'outillage	Forme du produit
	Vitesses de déplacement de l'outillage	Conditions de serrage de la barre		
1: A 33 (plats) ou X C 38 (ronds)	1: 1 mm/s	0: pas de serrage  a: serrage axial moyen	1: cisaillem. complet	-: section droite rectangulaire 15 x 50 mm
2: 35 CD4	2: 10 mm/s	A: serrage axial maximum  r: serrage radial moyen	2: cisaillem. partiel	.: section droite circulaire Ø 30 mm
3: A U4 G	3: 2,7 m/s	R: serrage radial maximum		
4: U9		R': serrage radial maximum sur la barre, nul sur le lopin		

Tableau II.10

Repères utilisés pour les essais de cisailage.



### 3.2. Exploitation des essais de cisailage.

#### a) Efforts et énergies de cisailage.

Pour les essais à vitesse de 1 mm/s et de 10 mm/s , on effectue le relevé de l'effort appliqué  $F$  sur l'outillage mobile en fonction de son déplacement  $p$  et du temps ; ce relevé est fait automatiquement sur chaîne de mesures d'ordinateur en fonctionnement temps réel.

Nous déduisons les valeurs caractéristiques suivantes :

- . la vitesse de déplacement de l'outillage mobile ;
- . l'effort maximum  $F_m$  qui correspond au début de fissuration ;
- . la pénétration  $p_m$  correspondant à  $F_m$  ;
- . l'énergie  $E_m$  à l'effort maximum, calculée sur la courbe contrainte moyenne de cisaillement  $\bar{\tau}_c$  - enfoncement  $p$  ; la contrainte moyenne  $\bar{\tau}_c$  est obtenue par la relation :

$$\bar{\tau}_c = \frac{F}{S_a} \quad (\text{II.7})$$

$S_a$  représente la surface de la section droite utile ; pour les sections rectangulaires, la hauteur de la surface actuelle est celle de la section droite initiale diminuée de la pénétration  $p$  ; pour les sections circulaires, la surface actuelle est approchée par la relation

$$S_a = 706,86 \left[ 1 - \left( \frac{p}{30} \right)^{0,93} \right]^{1,25} \quad (\text{II.8})$$

- . la pénétration totale  $p_t$  réalisée en fin d'essai ;
- . l'énergie totale  $E_t$  pour les essais à la fin desquels le cisaillement est complet.

Les valeurs ainsi obtenues sont reportées aux tableaux II.11 à II.14 .

Pour les essais à la vitesse de 2,7 m/s , le relevé des accélérations de la masse du mouton et de l'outillage mobile est effectué sur une chaîne d'acquisition ultra-rapide (Figure II.15) . La complexité des signaux obtenus n'a permis aucune exploitation significative.

A 33 N° ESSAI	$p_s$ $10^7 N/m^2$	$F_m$ kN	$p_m$ mm	$E_m$ $10^5 J/m^2$	$p_t$ mm	$E_t$ $10^5 J/m^2$	35 CD4 N° ESSAI	$p_s$ $10^7 N/m^2$	$F_m$ kN	$p_m$ mm	$E_m$ $10^5 J/m^2$	$p_t$ mm	$E_t$ $10^5 J/m^2$
111-	0	229	3,6	10,3	8,6	16,0	211-	0	344	2,1	9,5	6,2	15,1
112-					5,3		212-					3,4	-
$\alpha=0^\circ$ 121-	0	230	3,3	10,3	8,2	15,6	$\alpha=0^\circ$ $c=0,6$ 221-	0	350	2,1	10,2	6,0	15,4
$c=0,9$ 122-					5,3	-	222-					2,9	-
132-	0	-	-	-	4,9	-	232-	0	-		-	2,0	-
102-	0	293	3,2	9,2	4,9	-	202-	0	350	2,5	10,7	3,1	-
1a2-	2,2	212	4,4	9,8	4,9	-	2a2-	3,8	350	1,9	11,5	3,3	-
$\alpha=3^\circ$ 1A2-	4,4	219	4,0	10,4	5,1	-	$\alpha=1^\circ$ 2A2-	7,6	355	2,3	11,6	3,3	-
$c=0,3$ 1r2-	2,2	215	4,6	9,5	4,3	-	$c=0,3$ 2r2-	3,8	345	2,5	10,2	3,0	-
1R2-	4,4	210	4,5	9,3	4,7	-	2R2-	7,6	355	2,2	10,8	3,1	-
1R'2-	4,4	221	4,4	10,2	4,8	-	2R'2-	7,6	354	2,4	10,8	3,4	-

Tableau II.11 : Produits plats 50 × 15.

$p_s$  pression de serrage

$F_m$  effort de cisailage maximum

$p_m$  pénétration à  $F_m$

$E_m$  énergie à  $F_m$

$p_t$  pénétration totale réalisée

$E_t$  énergie à  $p_t$



A U4 G N° ESSAI	$P_s$ $10^7 N/m^2$	$F_m$ kN	$P_m$ mm	$E_m$ $10^5 J/m^2$	$P_t$ mm	$E_t$ $10^5 J/m^2$		U9 N° ESSAI	$P_s$ $10^7 N/m^2$	$F_m$ kN	$P_m$ mm	$E_m$ $10^5 J/m^2$	$P_t$ mm	$E_t$ $10^5 J/m^2$
311-	0	114	1,8	2,3	6,2	4,3	$\alpha=0^\circ$ $c=0,6$	411-	0	127	6,1	6,9	9,0	11,4
312-	0				2,5	-		412-	0				8,5	-
321-	0	114	2,9	2,4	6,4	4,9		421-	0	136	6,4	7,0	9,2	12,7
322-	0				2,8	-		422-	0				8,6	-
332-	0	-	-	-	2,2	-		432-	0	-	-	-	7,7	-
302-	0	114	1,8	2,9	3,0	-	$\alpha=30^\circ$ $c=0,6$	402-	0	127	5,8	6,8	9,1	-
3a2-	1,4	114	2,0	3,0	2,7	-		4a2-	1,2	131	5,6	7,0	8,8	-
3A2-	2,8	115	2,1	2,9	2,6	-		4A2-	2,4	133	5,8	6,7	8,9	-
3r2-	1,4	112	1,8	2,9	2,5	-		4r2-	1,2	126	5,8	6,3	8,9	-
3R2-	2,8	113	2,0	2,8	2,7	-		4R2-	2,4	129	5,7	6,4	8,7	-
3R'2-	2,8	116	2,6	3,1	2,7	-		4R'2-	2,4	131	6,2	6,6	8,7	-

Tableau II.12 : Produits plats 50 × 15.

$p_s$  pression de serrage

$F_m$  effort de cisailage maximum

$p_m$  pénétration à  $F_m$

$E_m$  énergie à  $F_m$

$p_t$  pénétration totale réalisée

$E_t$  énergie à  $p_t$



XC 38 N° ESSAI	Ps 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	F <sub>m</sub> kN	P <sub>m</sub> mm	E <sub>m</sub> 10 <sup>5</sup> J/m <sup>2</sup>	P <sub>t</sub> mm	E <sub>t</sub> 10 <sup>5</sup> J/m <sup>2</sup>	35 CD4 N° ESSAI	Ps 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	F <sub>m</sub> kN	P <sub>m</sub> mm	E <sub>m</sub> 10 <sup>5</sup> J/m <sup>2</sup>	P <sub>t</sub> mm	E <sub>t</sub> 10 <sup>5</sup> J/m <sup>2</sup>
111.	0	316	2,7	13,1	9,2	22,5	211.	0	357	2,9	14,3	7,1	22,4
112.	0				3,6	-	212.	0				3,5	-
α=0° 121.	0	323	2,7	13,2	8,3	22,6	α=0° 221.	0	366	2,4	14,9	7,4	24,6
c=0,8 122.	0				3,4	-	c=0,6 222.	0				3,9	-
132.	0	-	-		3,0	-	232.	0	-	-	-	3,3	-
102.	0	298	3,2	12,7	3,3	-	202.	0	320	2,5	12,0	3,1	-
1a2.	7,1	302	2,9	13,2	3,9	-	2a2.	8,0	342	2,8	15,7	3,6	-
α=5° 1A2.	14,2	309	2,4	12,8	4,0	-	α=4° 2A2.	16,0	334	2,7	13,9	3,5	-
c=0,3 1r2.	7,1	302	3,4	13,9	3,4	-	c=0,3 2r2.	8,0	325	3,5	14,4	3,6	-
1R2.	14,2	307	3,1	13,1	3,4	-	2R2.	16,0	330	3,4	13,3	3,5	-
1R'2.	14,2	307	3,7	14,0	3,8	-	2R'2.	16,0	342	3,2	15,0	3,8	-

Tableau II.13 : Produits ronds ø 30.

Ps pression de serrage

F<sub>m</sub> effort de cisailage maximumP<sub>m</sub> pénétration à F<sub>m</sub>E<sub>m</sub> énergie à F<sub>m</sub>P<sub>t</sub> pénétration totale réaliséeE<sub>t</sub> énergie à P<sub>t</sub>

A U4 G N° ESSAI	Ps 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	Fm kN	Pm mm	Em 10 <sup>5</sup> J/m <sup>2</sup>	Pt mm	Et 10 <sup>5</sup> J/m <sup>2</sup>	U9 N° ESSAI	Ps 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	Fm kN	Pm mm	Em 10 <sup>5</sup> J/m <sup>2</sup>	Pt mm	Et 10 <sup>5</sup> J/m <sup>2</sup>
311.	0	137	2,4	4,2	6,8	7,5	411.	0	137	7,4	9,5	12,6	18,9
312.	0				2,6	-	412.	0				10,1	-
321. $\alpha=0^\circ$	0	142	2,7	4,4	6,6	7,3	421. $\alpha=0^\circ$	0	142	7,8	9,9	15,5	21,2
322. $c=0,6$	0				3,0	-	422. $c=0,6$	0				10,3	-
332.	0	-	-	-	2,7	-	432.	0	-	-	-	7,8	-
302.	0	105	2,7	3,8	3,5	-	402.	0	118	7,6	9,1	9,7	-
3a2.	2,7	108	2,5	3,8	4,1	-	4a2.	2,5	118	7,4	8,3	9,9	-
3A2. $\alpha=2^\circ$	5,4	121	1,8	3,6	4,3	-	4A2. $\alpha=5^\circ$	5,0	124	7,2	8,3	10,5	-
3r2. $c=0,3$	2,7	106	2,5	3,5	3,7	-	4r2. $c=0,3$	2,5	118	7,4	8,5	9,4	-
3R2.	5,4	104	2,5	3,9	3,5	-	4R2.	5,0	119	7,3	8,8	9,4	-
3R'2.	5,4	121	3,1	4,2	4,3	-	4R'2.	5,0	121	7,6	9,2	10,2	-

Tableau II.14 : Produits ronds  $\emptyset$  30.

Ps pression de serrage

Em énergie à Fm

Fm effort de cisailage maximum

Pt pénétration totale réalisée

Pm pénétration à Fm

Et énergie à Pt



### b) Métriologie des lopins cisailés.

Pour apprécier la qualité des sections droites des lopins cisailés, nous retenons les trois dimensions significatives suivantes (Figure II.22) :

- . le déplacement radial maximum A de la surface supérieure du lopin cisailé ;
- . le déplacement axial maximum B de la section cisailée (cette dimension ne peut pas être obtenue sur les lopins partiellement cisailés) ;
- . la profondeur de cisaillement C .

Pour mesurer ces dimensions, les lopins sont disposés sur un projecteur de profil avec un grossissement de 10.

Les résultats des mesures sont reportés aux tableaux II.15 et II.16 .

### c) Mesures des déformations, de l'écrouissage et de la fissuration du lopin.

Pour analyser la déformation du produit cisailé, nous effectuons les mesures suivantes :

- . la métrologie des déplacements des points du réseau quadrillé selon la direction du déplacement de l'outillage mobile : la zone où ces déplacements, radiaux, excèdent 0,3 mm est sensiblement triangulaire. Sa surface est notée  $S_\gamma$  et la droite qui délimite cette surface au sens des moindres carrés est inclinée d'un angle  $\gamma$  par rapport au plan de cisaillement (Figure II.23) ;
- . dans le plan de symétrie de déformation du lopin, après découpage lent à la meule en arrosage très abondant, une analyse macrographique après attaque superficielle pour observer l'orientation globale des fibres déformées au voisinage du plan de cisaillement.
- . après une attaque au nital pour les aciers, à l'acide fluorhydrique à 0,5 % pour les alliages d'aluminium, au perchlorure de fer en milieu alcoolique pour les cuivres, des micrographies au grossissement de 72 de la zone où se développe la première fissure ;  $\beta_F$  est l'angle d'inclinaison de cette fissure par rapport au plan de symétrie du lopin (Figure II.24) ;
- . pour les essais de la première série réalisés à la vitesse de déplacement de l'outillage de 1 mm/s et 2,7 mm/s des micrographies au grossissement 200 de la zone voisine de la première fissure et de la zone non déformée située

au même niveau (Figure II.25, Figures II.27 à II.34) pour apprécier la déformation des grains et la forme des inclusions avant et après déformation ;

- . une filiation de microduretés le long de la ligne moyenne déformée ; nous retenons de ces mesures la microdureté VICKERS maximale  $HV_{\text{maxi}}$ , la microdureté minimale, l'étendue de la zone concernée  $Z$  et la distorsion angulaire maximale  $\alpha_f$  de cette ligne.

Les valeurs résultantes de ces observations sont reportées aux tableaux II.17 à II.20 .

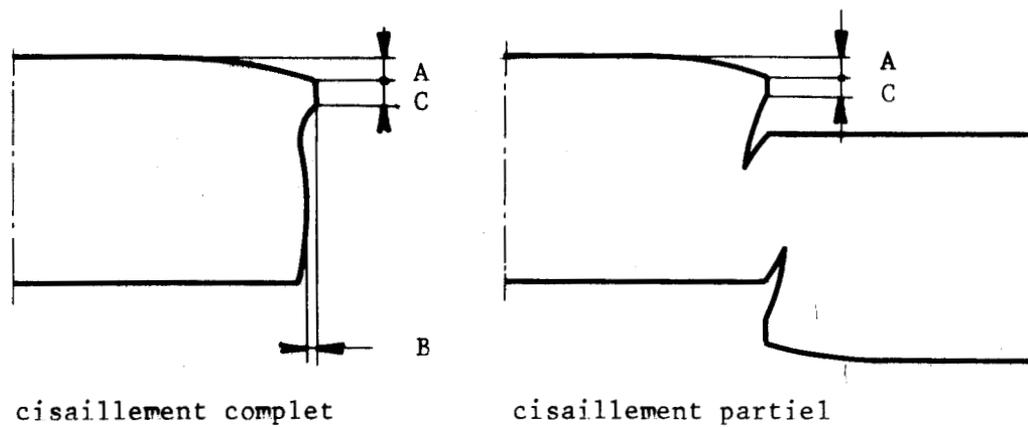


Figure II.22

Métrologie des lopins.

A 33 N° ESSAI	A mm	B mm	C mm	35 CD4 N° ESSAI	A mm	B mm	C mm	A U4 G N° ESSAI	A mm	B mm	C mm	U9 N° ESSAI	A mm	B mm	C mm
111-	2,5	0,6	2,5	211-	1,5	1,1	1,0	311-	1,0	0,9	0,7	411-	2,8	0,6	4,4
112-	2,2	-	1,4	212-	1,3	-	0,8	312-	1,2	-	0,6	412-	2,8	-	3,4
121-	2,1	0,7	2,4	221-	1,3	0,5	0,9	321-	1,2	0,3	1,4	421-	2,6	0,5	6,5
122-	2,1	-	1,2	222-	1,3	-	0,8	322-	1,4	-	0,6	422-	2,6	-	5,5
132-	1,9	-	3,0	232-	0,9	-	1,4	332-	1,4	-	0,8	432-	2,0	-	5,7
102-	2,2	-	1,0	202-	1,3	-	1,2	302-	1,2	-	0,6	402-	2,8	-	6,0
1a2-	1,7	-	1,7	2a2-	1,0	-	0,9	3a2-	1,3	-	0,7	4a2-	3,2	-	5,3
1A2-	2,0	-	2,0	2A2-	1,2	-	1,1	3A2-	1,4	-	0,7	4A2-	3,3	-	5,5
1r2-	2,0	-	2,6	2r2-	1,5	-	1,0	3r2-	1,2	-	0,6	4r2-	3,0	-	5,0
1R2-	2,3	-	2,2	2R2-	1,2	-	1,0	3R2-	1,4	-	0,6	4R2-	3,0	-	5,5
1R'2-	2,3	-	2,1	2R'2-	1,6	-	0,8	3R'2-	1,5	-	1,1	4R'2-	3,1	-	5,1

Tableau II.15

Produits plats 15 × 50.

A déplacement radial maximum de la surface extérieure du lopin

B déplacement axial maximum de la section cisailée

C profondeur de cisaillement



XC 38 N° ESSAI	A mm	B mm	C mm	35 CD4 N° ESSAI	A mm	B mm	C mm	A U4 G N° ESSAI	A mm	B mm	C mm	U9 N° ESSAI	A mm	B mm	C mm
111.	1,5	1,8	1,3	211.	1,8	2,9	1,3	311.	1,5	1,2	1,1	411.	3,5	1,2	4,5
112.	1,5	-	1,2	212.	1,8	-	1,1	312.	1,8	-	0,9	412.	3,5	-	4,0
121.	1,5	1,7	1,4	221.	1,8	2,9	1,2	321.	1,8	1,5	1,0	421.	3,6	1,5	8,6
122.	1,8	-	0,9	222.	1,8	-	0,6	322.	1,5	-	0,9	422.	4,2	-	4,0
132.	1,5	-	1,4	232.	1,6	-	1,7	332.	1,7	-	1,9	432.	2,9	-	4,9
102.	1,6	-	1,6	202.	1,3	-	1,2	302.	1,7	-	1,0	402.	3,7	-	4,3
1a2.	1,5	-	1,4	2a2.	1,4	-	1,4	3a2.	1,2	-	1,3	4a2.	3,3	-	4,3
1A2.	1,5	-	0,9	2A2.	1,2	-	1,5	3A2.	0,8	-	1,0	4A2.	3,9	-	6,3
1r2.	1,6	-	1,8	2r2.	1,6	-	1,9	3r2.	1,1	-	1,4	4r2.	3,4	-	5,6
1R2.	1,7	-	1,4	2R2.	1,8	-	1,6	3R2.	1,1	-	1,4	4R2.	3,5	-	5,5
1R'2.	1,8	-	1,9	2R'2.	1,9	-	1,3	3R'2.	1,1	-	2,0	4R'2.	3,2	-	5,8

Tableau II.16

Produits ronds  $\emptyset$  30.

A déplacement radial maximum de la surface extérieure du lopin

B déplacement axial maximum de la section cisailée

C profondeur de cisaillement



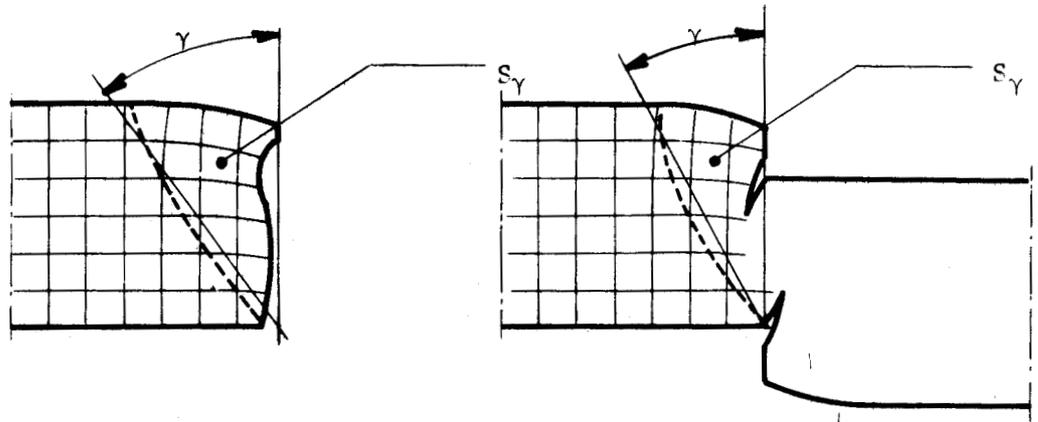


Figure II.23

Zone de déplacements radiaux supérieurs à 0,3 mm.

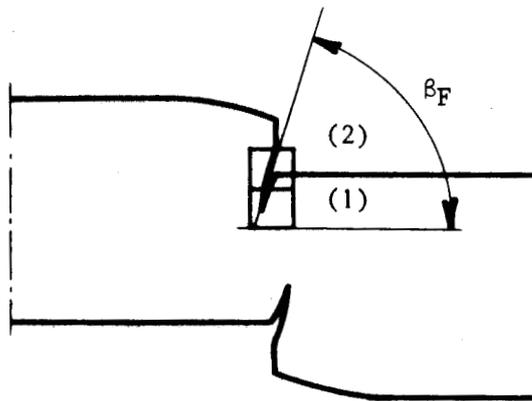


Figure II.24

Micrographies au grossissement de 72  
dans la zone d'apparition de la première fissure.

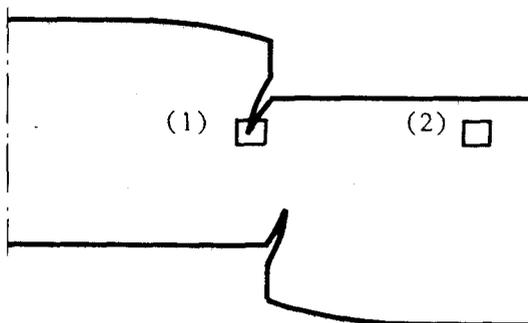


Figure II.25

Micrographies au grossissement de 200  
au sommet de la fissure (1) et en zone non déformée (2).

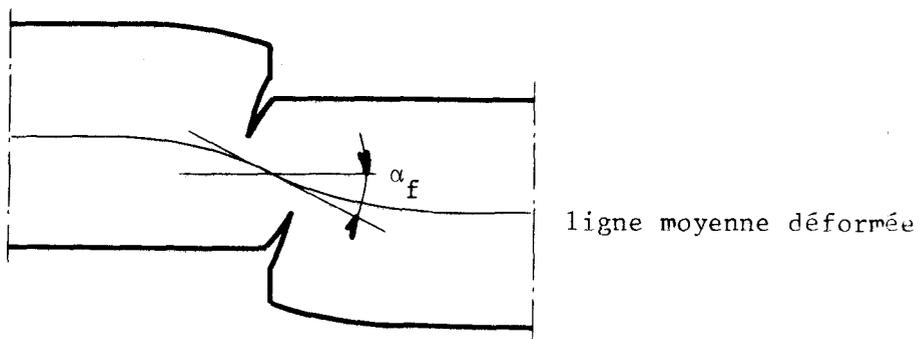


Figure II.26

Filiation de microdureté  
le long de la ligne moyenne déformée.

A 33 N° ESSAI	S <sub>γ</sub> mm <sup>2</sup>	γ degrés	β <sub>F</sub> degrés	HV <sub>50</sub>		Z mm	α <sub>f</sub> degrés	35 CD4 N° ESSAI	S <sub>γ</sub> mm <sup>2</sup>	γ degrés	β <sub>F</sub> degrés	HV <sub>50</sub>		Z mm	α <sub>f</sub> degrés
				maxi	mini moyen							maxi	mini moyen		
111-	53	28,5	-	320	205	-	75	211-	30	15,0	-	370	210	-	61
112-	55	21,2	83	-	-	-	-	212-	31	15,0	100	-	-	-	-
121-	39	20,0	-	340	-	-	76	221-	30	15,5	-	365	-	-	71
122-	49	22,8	81	-	-	-	-	222-	32	12,0	77	-	-	-	-
132-	37	22,4	84	325	-	5,0	70	232-	29	14,3	84	275	-	3,0	45
102-	60	28,1	84	310	-	4,5	72	202-	42	20,5	84	260	-	5,0	59
1a2-	51	24,3	86	335	-	6,0	75	2a2-	17	8,7	81	275	-	6,0	64
1A2-	51	24,2	86	335	-	7,5	70	2A2-	26	13,0	84	280	-	5,0	58
1r2-	76	34,1	88	260	-	5,0	66	2r2-	28	13,9	84	310	-	3,5	48
1R2-	49	23,6	83	275	-	6,5	74	2R2-	31	15,6	84	300	-	4,5	63
1R'2-	45	22,0	96	325	-	6,0	69	2R'2-	13	6,8	81	260	-	6,0	53

Tableau II.17 : Produits plats 15 × 50.

S<sub>γ</sub> surface de la zone déformée

γ angle caractéristique de la zone déformée

β<sub>F</sub> inclinaison de la première fissureHV<sub>50</sub> microdureté VICKERS sous charge de 50 grammes

Z amplitude de la variation de dureté

α<sub>f</sub> distorsion angulaire de la fibre moyenne

A U4 G N° ESSAI	S <sub>Y</sub> mm <sup>2</sup>	γ degrés	β <sub>F</sub> degrés	HV 25		Z mm	α <sub>F</sub> degrés	U9 N° ESSAI	S <sub>Y</sub> mm <sup>2</sup>	γ degrés	β <sub>F</sub> degrés	HV25		Z mm	α <sub>F</sub> degrés
				maxi	mini moyen							maxi	mini moyen		
311-	23	11,0	-	125	68	-	68	411-	56	30,0	-	150	90	-	86
312-	35	10,0	80	-	-	-	-	412-	73	29,0	83	-	-	-	-
321-	32	14,0	-	100	66	-	66	421-	64	31,0	-	125	-	-	83
322-	24	8,5	80	-	-	-	-	422-	51	28,0	-	-	-	-	-
332-	42	20,3	80	90	40	5,0	40	432-	71	32,4	-	150	-	3,5	75
302-	19	9,8	84	90	55	7,0	55	402-	59	27,5	-	135	-	5,0	79
3a2-	18	9,2	82	100	56	6,0	56	4a2-	80	35,5	-	130	-	4,0	78
3A2	21	10,4	84	100	57	6,0	57	4A2-	76	34,2	-	150	-	6,0	77
3r2-	17	8,8	80	85	53	6,0	53	4r2-	70	31,6	-	130	-	5,5	77
3R2-	25	12,5	81	95	57	5,0	57	4R2-	69	31,4	-	120	-	3,5	77
3R'2-	23	11,5	85	110	54	5,0	54	4R'2-	93	39,6	-	150	-	6,0	79

Tableau II.18 : Produits plats 15 x 50.

- S<sub>Y</sub> surface de la zone déformée  
 γ angle caractéristique de la zone déformée  
 β<sub>F</sub> inclinaison de la première fissure  
 HV25 microdureté VICKERS sous charge de 25 grammes  
 Z amplitude de la variation de dureté  
 α<sub>F</sub> distorsion angulaire de la fibre moyenne



XC 38 N° ESSAI	S <sub>Y</sub> mm <sup>2</sup>	γ degrés	β <sub>F</sub> degrés	HV <sub>50</sub>		Z mm	α <sub>f</sub> degrés	35 CD4 N° ESSAI	S <sub>Y</sub> mm <sup>2</sup>	γ degrés	β <sub>F</sub> degrés	HV <sub>50</sub>		Z mm	α <sub>f</sub> degrés
				maxi	mini moyen							maxi	mini moyen		
111.	148	18,3	-	310	210	-	65	211.	160	21,5	-	290	220	-	43
112.	157	18,5	87	-	-	-	-	212.	153	18,5	82	-	-	-	-
121.	143	17,6	-	310	-	-	41	221.	150	19,7	-	280	-	-	42
122.	159	18,5	87	-	-	-	-	222.	142	17,5	86	-	-	-	-
132.	126	15,7	98	250	-	-	26	232.	109	13,5	-	250	-	-	22
102.	105	13,1	73	250	-	4,5	28	202.	114	14,3	63	260	-	7	23
1a2.	102	12,8	83	270	-	6,0	45	2a2.	100	12,3	77	280	-	5	35
1A2.	101	12,7	84	275	-	5,0	46	2A2.	102	12,7	77	275	-	6	39
1r2.	108	14,0	82	280	-	6,0	41	2r2.	114	14,3	78	260	-	-	38
1R2.	127	17,3	84	310	-	5,0	40	2R2.	117	14,6	78	260	-	5	42
1R'2.	139	15,7	82	260	-	5,5	40	2R'2.	97	12,1	78	275	-	5	42

Tableau II.19 : Produits ronds Ø 30.

S<sub>Y</sub> surface de la zone déformée

γ angle caractéristique de la zone déformée

β<sub>F</sub> inclinaison de la première fissure

HV<sub>50</sub> microdureté VICKERS sous charge de 50 grammes

Z amplitude de la variation de dureté

α<sub>f</sub> distorsion angulaire de la fibre moyenne



A U4 G N° ESSAI	S <sub>y</sub> mm <sup>2</sup>	γ degrés	β <sub>F</sub> degrés	HV 25		Z mm	α <sub>f</sub> degrés	U9 N° ESSAI	S <sub>y</sub> mm <sup>2</sup>	γ degrés	β <sub>F</sub> degrés	HV 25		Z mm	α <sub>f</sub> degrés
				maxi	mini moyen							maxi	mini moyen		
311.	142	17,5	-	115	70	-	68	411.	213	24,0	-	110	100	-	86
312.	156	19,0	88	-	-	-	-	412.	276	32,0	77	-	-	-	-
321.	156	20,0	-	100	-	-	66	421.	250	27,5	-	115	-	-	83
322.	130	17,0	87	-	-	-	-	422.	240	29,0	89	-	-	-	-
332.	122	15,1	78	80	-	-	40	432.	199	23,9	-	145	-	-	75
302.	88	11,1	80	80	-	5	34	402.	197	23,6	-	120	-	-	61
3a2.	85	10,7	80	80	-	5	36	4a2.	183	22,1	-	140	-	4,5	62
3A2.	51	6,5	80	90	-	4	42	4A2.	179	21,7	-	155	-	5,5	60
3r2.	79	10,0	80	80	-	5	38	4r2.	221	26,1	-	115	-	4,0	53
3R2.	101	12,6	80	85	-	5	34	4R2.	213	25,3	-	115	-	-	57
3R'2.	74	9,3	79	105	-	5	44	4R'2.	215	25,5	-	150	-	7,5	55

Tableau II.20 : Produits ronds Ø 30.

S<sub>y</sub> surface de la zone déformée

γ angle caractéristique de la zone déformée

β<sub>F</sub> inclinaison de la première fissure

HV25 microdureté VICKERS sous charge de 25 grammes

Z amplitude de la variation de dureté

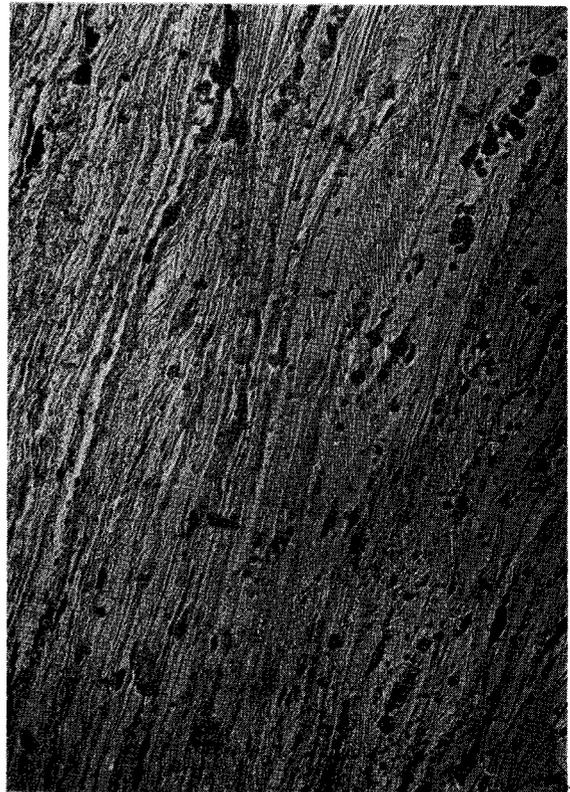
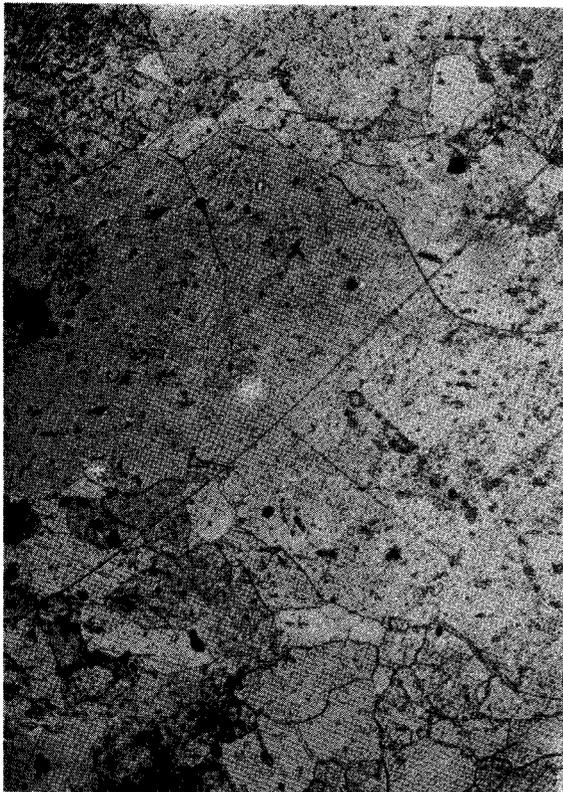
α<sub>f</sub> distorsion angulaire de la fibre moyenne



112-

112-

Vitesse de cisailage 1 mm/s



132-

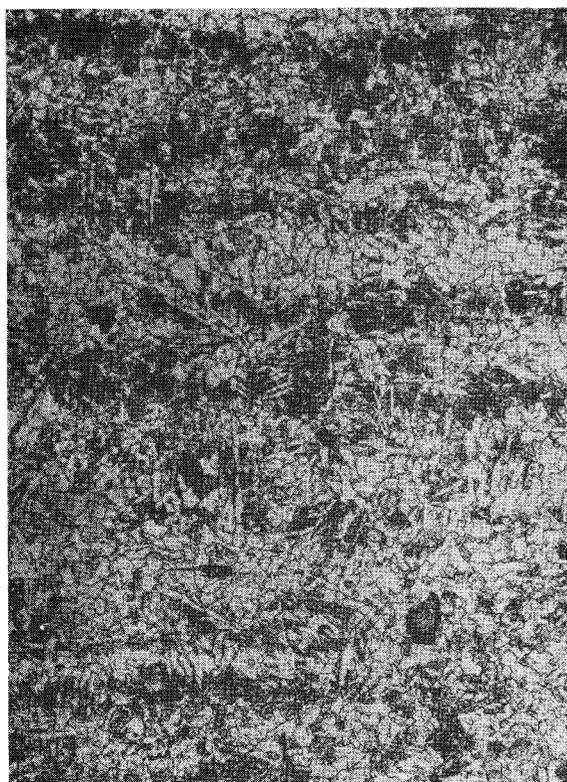
132-



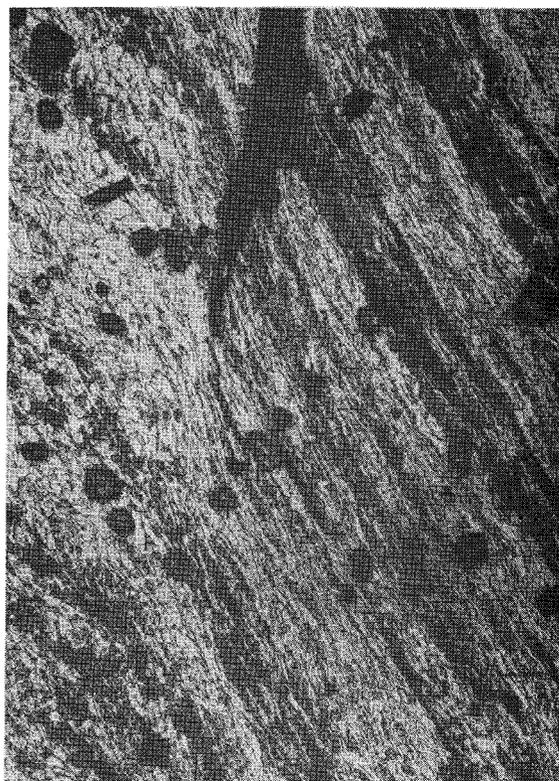
Vitesse de cisailage 2,7 m/s

Figure II.27

Micrographie des produits plats en A 33 au grossissement de 200.

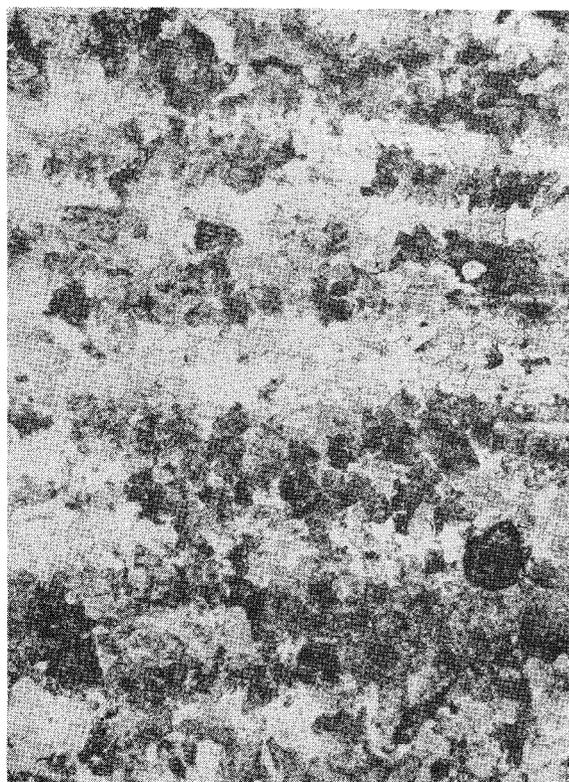


212-



212-

Vitesse de cisailage 1 mm/s



232-



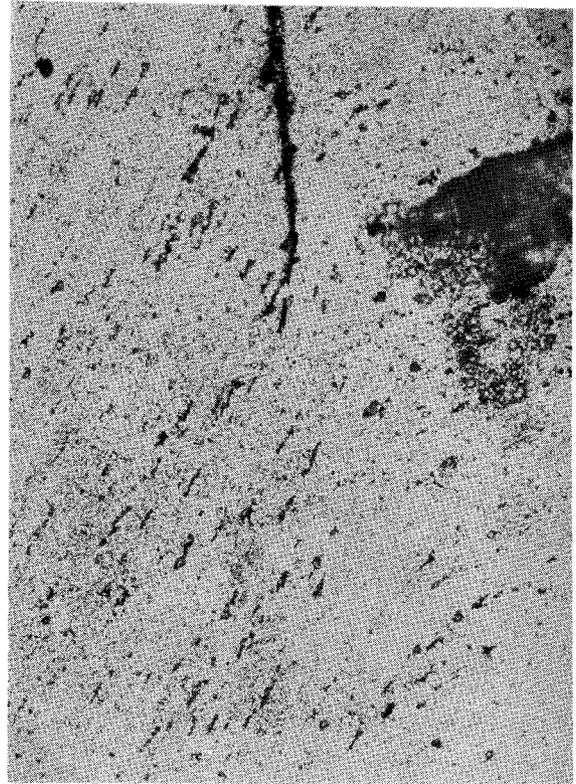
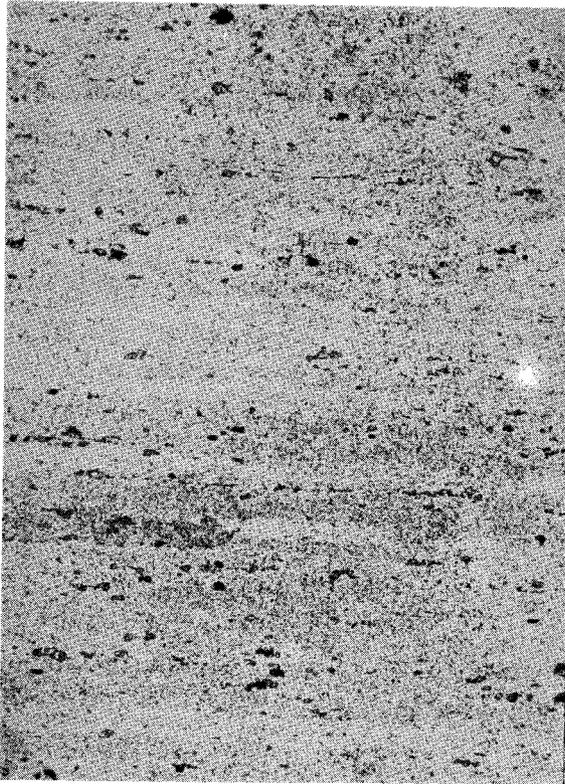
232-



Vitesse de cisailage 2,7 m/s

Figure II.28

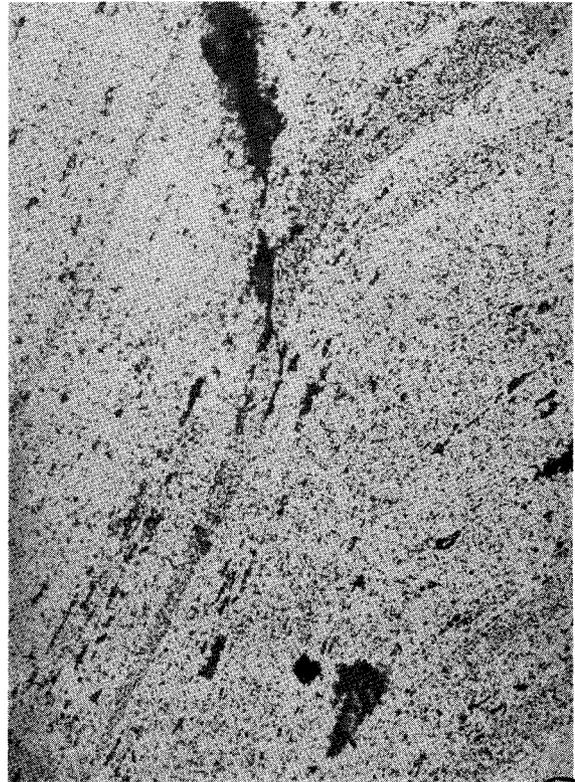
Micrographie des produits plats en 35 CD4 au grossissement de 200



312-

312-

Vitesse de cisailage 1 mm/s



332-

332-

Vitesse de cisailage 2,7 m/s



Figure II.29

Micrographie des produits plats en A U4 G au grossissement de 200.



412-

412-

Vitesse de cisailage 1 mm/s



432-

432-

Vitesse de cisailage 2,7 m/s

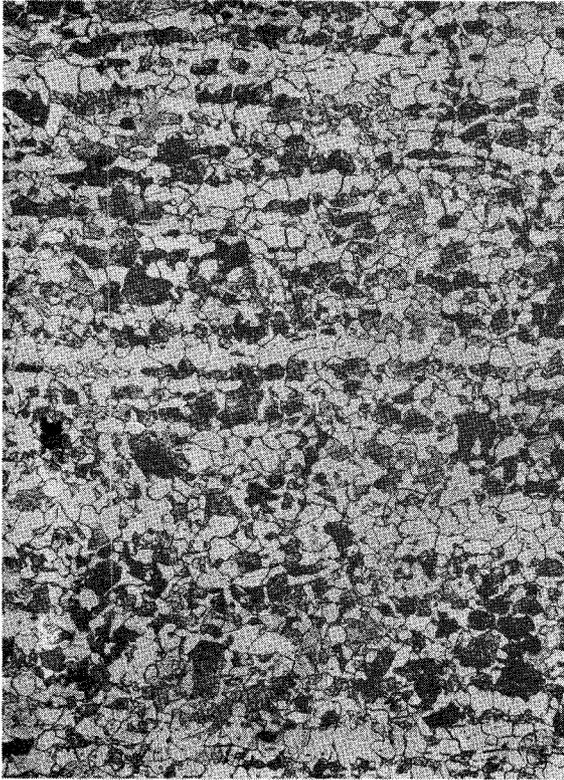
Figure II.30

Micrographie des produits plats en U9 au grossissement de 200.



avant déformation

après déformation



112.

112.

Vitesse de cisailage 1 mm/s



132.

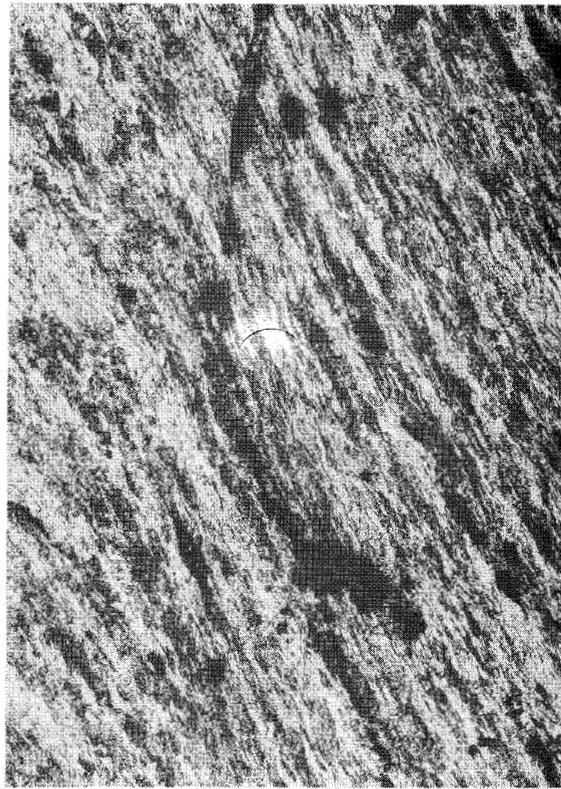
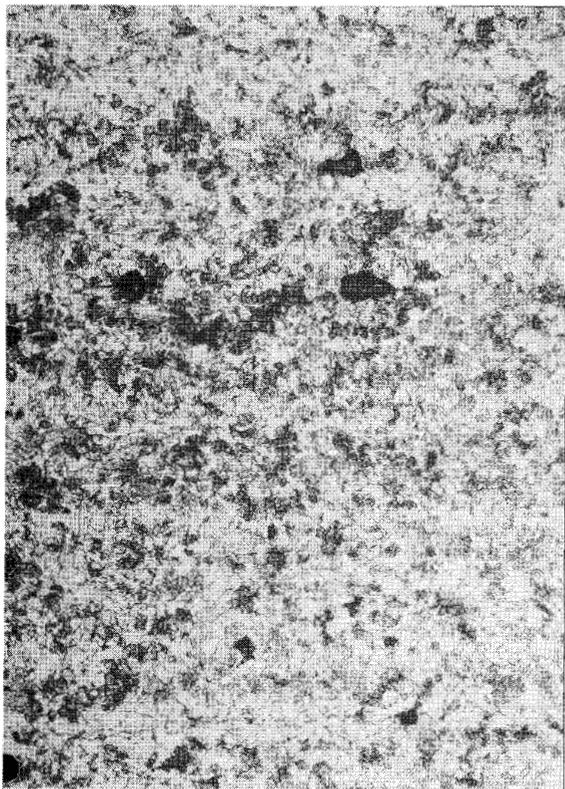
132.

Vitesse de cisailage 2,7 m/s.

Figure II.31

Micrographie des produits ronds en XC 38 au grossissement de 200.

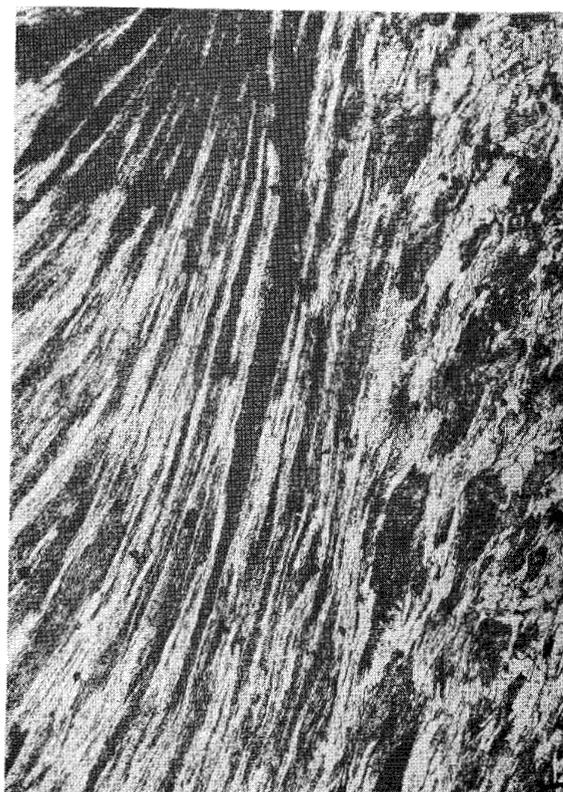
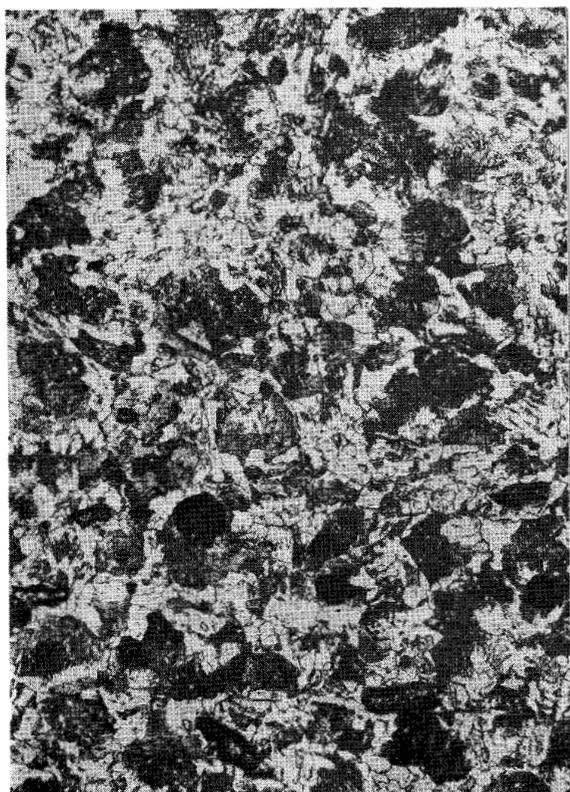




212.

212.

Vitesse de cisailage 1 mm/s



232.

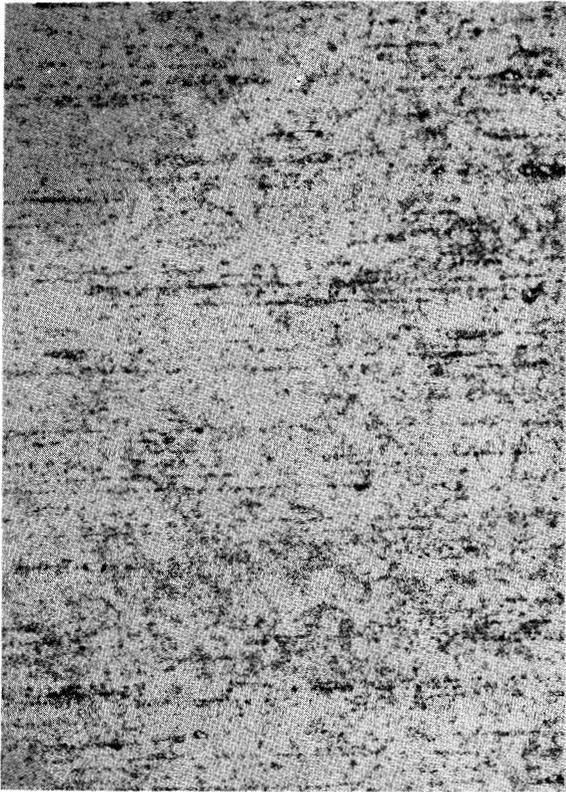
232.

Vitesse de cisailage 2,7 m/s

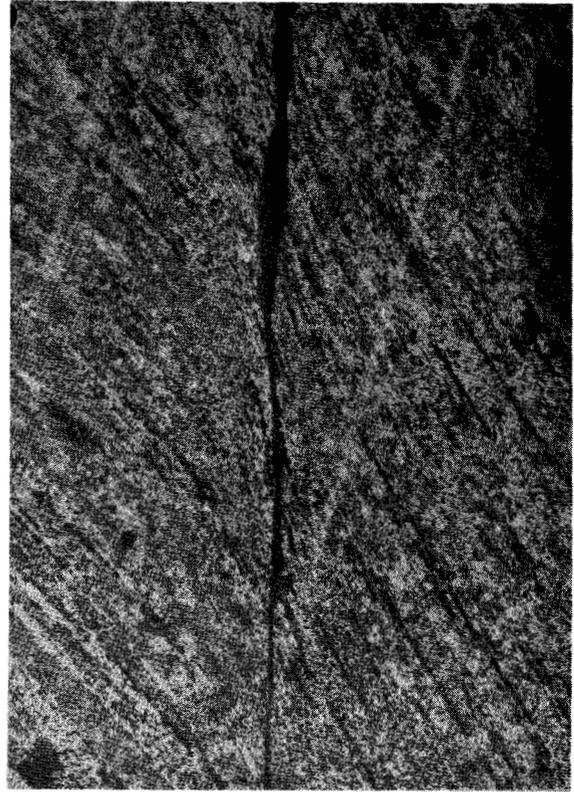


Figure II.32

Micrographie des produits ronds en 35 CD4 au grossissement de 200.

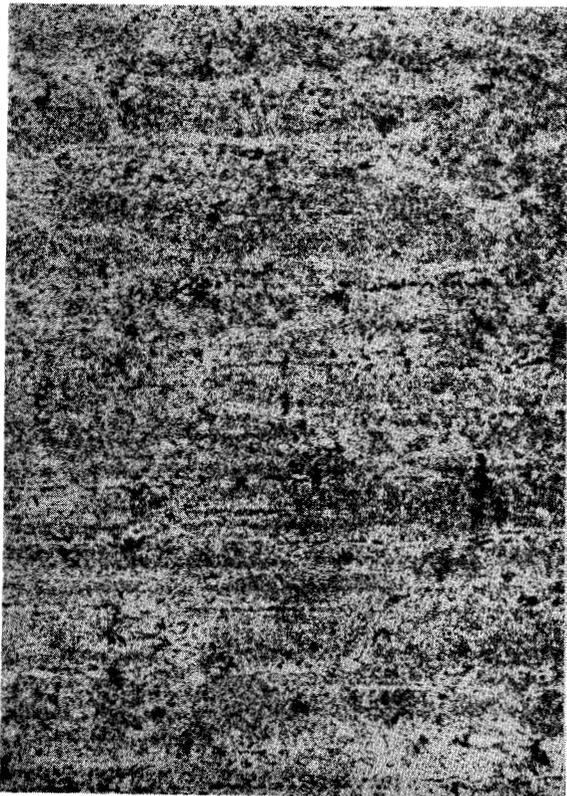


312.



312.

Vitesse de cisailage 1 mm/s



332.



332.

Vitesse de cisailage 2,7 m/s

Figure II.33

Micrographie des produits ronds en A U4 G au grossissement de 200.





412.

412.

Vitesse de cisailage 1 mm/s



432.

432.

Vitesse de cisailage 2,7 m/s

Figure II.34

Micrographie des produits ronds en U9 au grossissement de 200.

#### 4. Analyse des résultats expérimentaux.

Pour interprêter les faits expérimentaux du cisailage, une première sélection ou un aménagement des caractéristiques des matériaux utilisés (Chapitre 2) est nécessaire pour en retenir les plus significatives dans le procédé.

##### 4.1. Caractéristiques mécaniques et thermiques importantes.

Les premières caractéristiques significatives pour le cisailage sont obtenues en comparant les caractéristiques déduites des essais de cisailage sur éprouvettes cylindriques de 5,64 mm avec celles des autres essais (traction, compression, résilience) .

Nous retenons les valeurs suivantes :

- a) la déformation généralisée  $\bar{\epsilon}_m$  (Tableaux II.1 et II.2) à l'effort maximum :  $\bar{\epsilon}_m$  est bien reliée à l'enfoncement  $d_m$  à l'effort maximum (Figure II.35) ;
- b) la déformation généralisée  $\bar{\epsilon}_F$  (Tableau II.3) et l'enfoncement  $d_t$  à rupture (Tableaux II.4 et II.5) sont deux caractéristiques voisines sauf le cuivre U9 (Figure II.36) ;
- c) l'allongement à rupture  $A_R$  :  $A_R$  et  $d_t$  évoluent aussi dans le même sens (Figure II.37) ;
- d) la densité d'énergie à l'effort maximum  $K_S$  : cette caractéristique évolue dans le même sens que l'énergie  $W_m$  à l'effort de cisailage maximum (Figure II.38) ;
- e) la densité d'énergie critique à la rupture  $W_C$  ne peut être associée à l'énergie de cisaillement  $W_t$  ;
- f) les contraintes caractéristiques d'écoulement  $\sigma'_0$  et A en compression varient comme la contrainte moyenne de cisaillement  $\bar{\tau}_m$  (Figures II.39 et II.40) ;
- g) les coefficients d'écrouissage  $n'$  et les déformations caractéristiques N qui sont associés aux contraintes  $\sigma'_0$  et A ;
- h) la résilience dynamique en cisailage KCD : cette caractéristique ne peut être comparée à la résilience sur éprouvette entaillée KCU ;

- i) le rapport de résistance  $R_{sb}$  obtenu après fissuration en fatigue ;
- j) l'échauffement caractéristique  $\theta_0$  défini par

$$\theta_0 = \frac{A}{\rho C_v} \quad (\text{II.9})$$

Cette caractéristique donne la valeur des échauffements du produit déformé suite à l'accroissement de son énergie interne (Tableau II.23) (Figures II.41 et II.42) .

Les figures II.41 et II.42 donnent l'évolution de l'échauffement caractéristique pour chaque produit utilisé en fonction de la température et pour deux vitesses de déformation.

- k) la diffusivité thermique  $a$  définie par

$$a = \frac{K}{\rho C_v} \quad (\text{II.10})$$

Cette quantité caractérise la diffusion de la chaleur dans le produit déformé (Tableau II.23) (Figure II.43) .

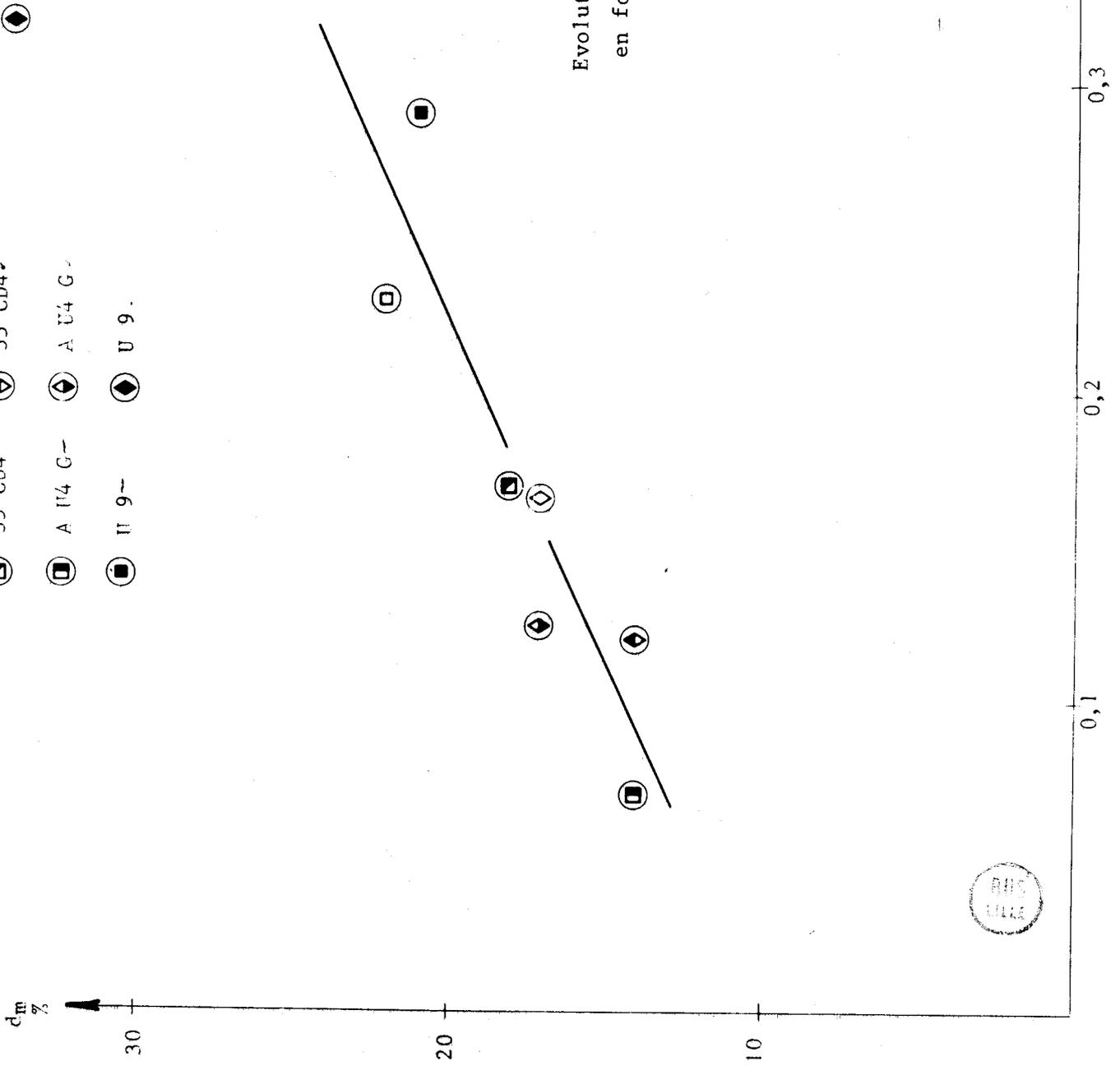


Figure II.35 :  
Evolution de l'enfoncement  $d_m$  en cisailage  
en fonction de la déformation  $\bar{\epsilon}_m$  à l'ef-  
fort maximum de traction.

ANIS  
1972

$d_t$  %

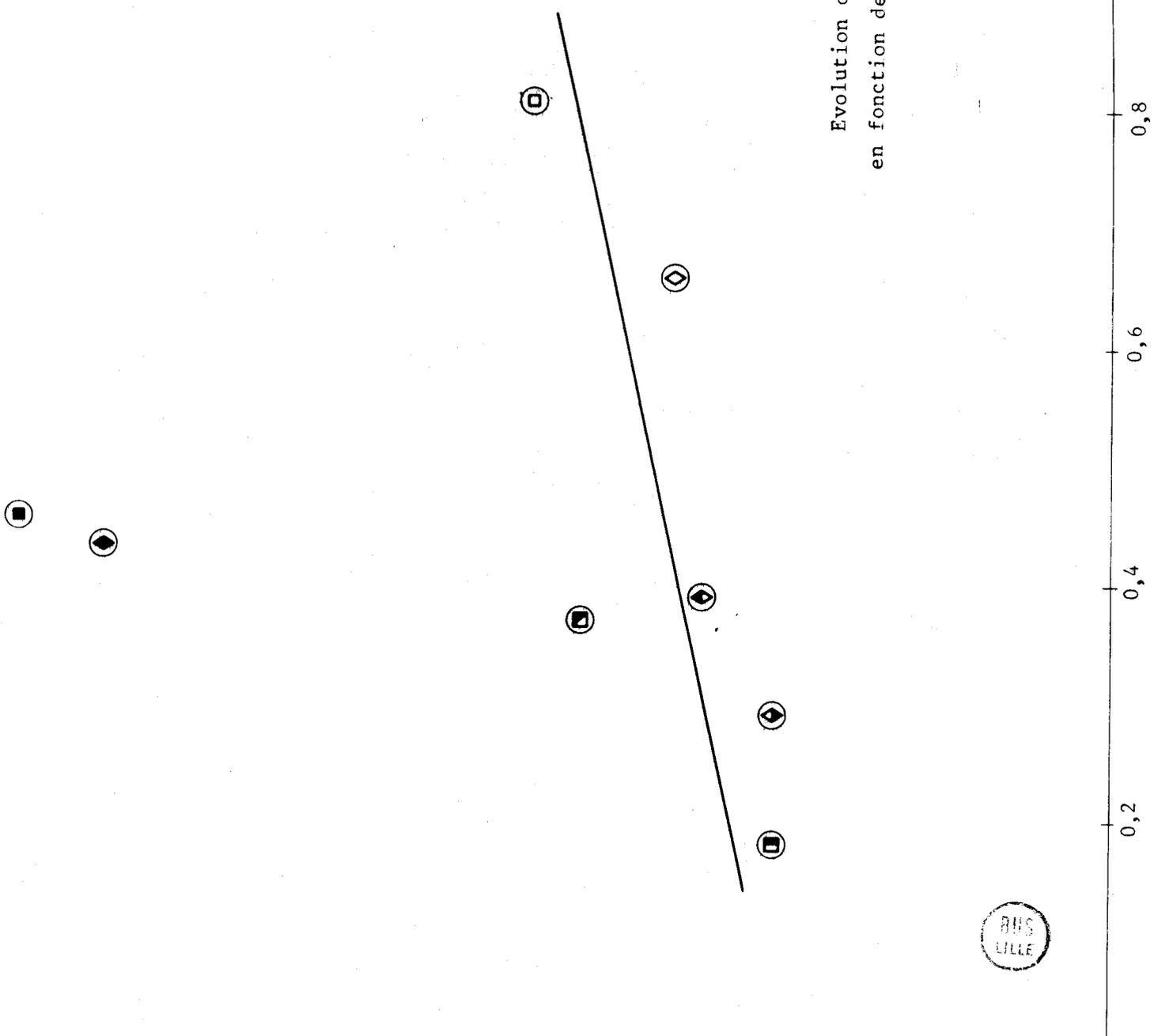


Figure II.36 :

Evolution de l'enfoncement  $d_t$  en cisailage en fonction de la déformation après fracture  $\bar{\epsilon}_F$ .

RMS  
LILLE

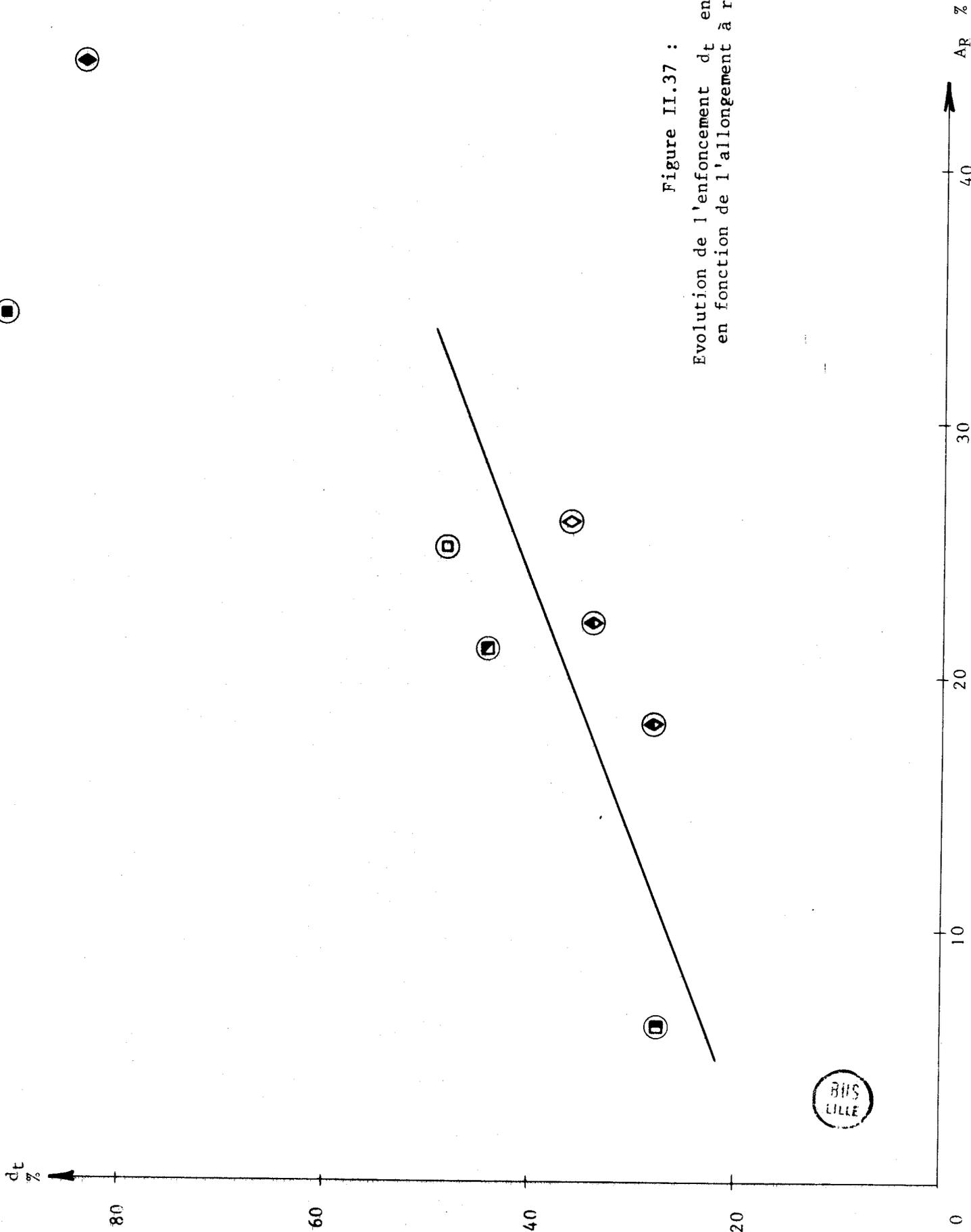


Figure II.37 :  
Evolution de l'enfoncement  $d_t$  en cisailage  
en fonction de l'allongement à rupture  $A_R$ .

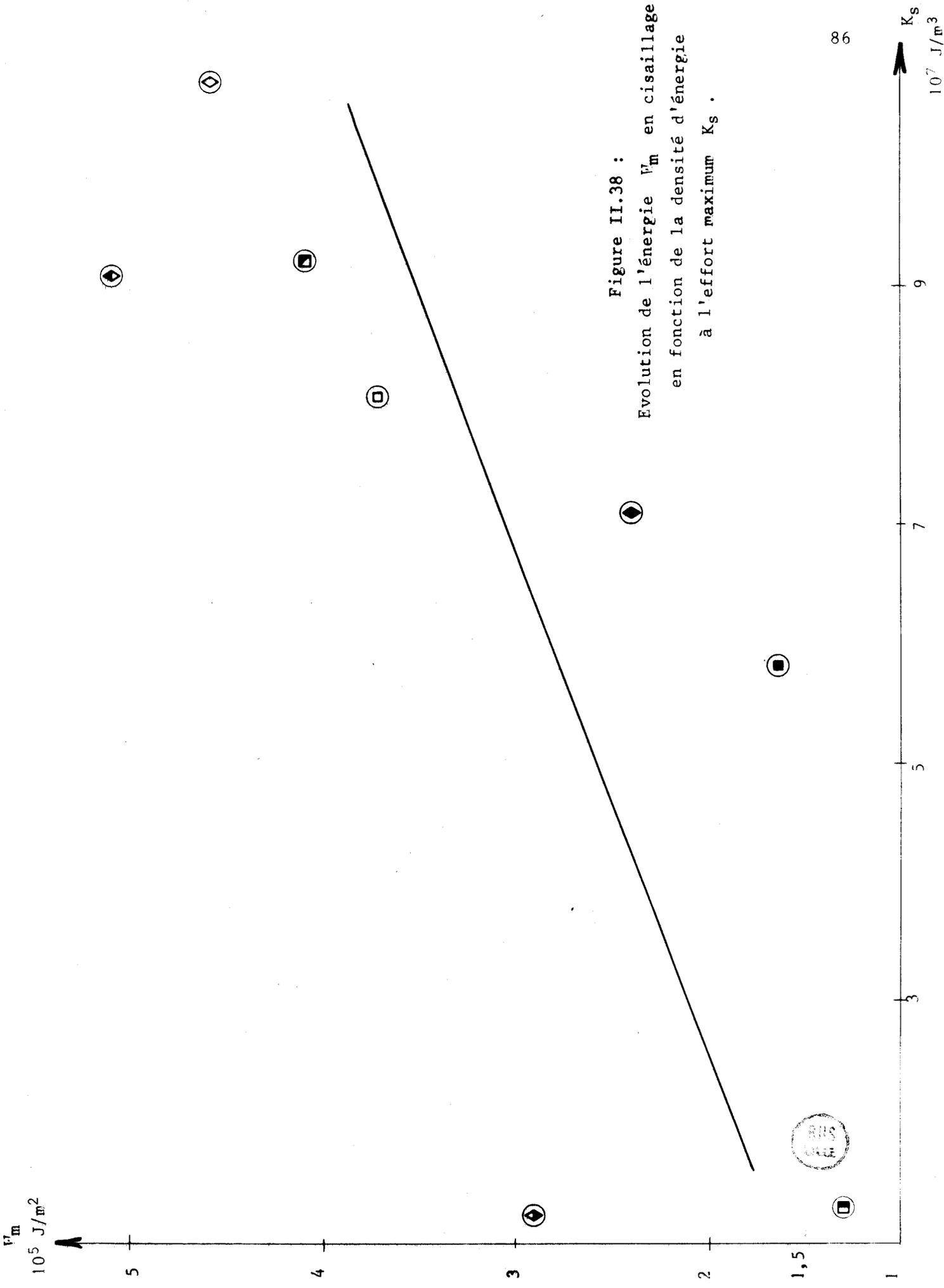


Figure II.38 :  
 Evolution de l'énergie  $V_m$  en cisailage  
 en fonction de la densité d'énergie  
 à l'effort maximum  $K_s$  .

$\bar{\tau}_m$   
 $10^7 \text{ N/m}^2$

- |           |           |
|-----------|-----------|
| ⊙ A 33-   | ◇ XC 38.  |
| ⊙ 35 CD4- | ◇ 35 CD4. |
| ⊙ A U4 G- | ◇ A U4 G. |
| ⊙ U 9-    | ◇ U 9.    |

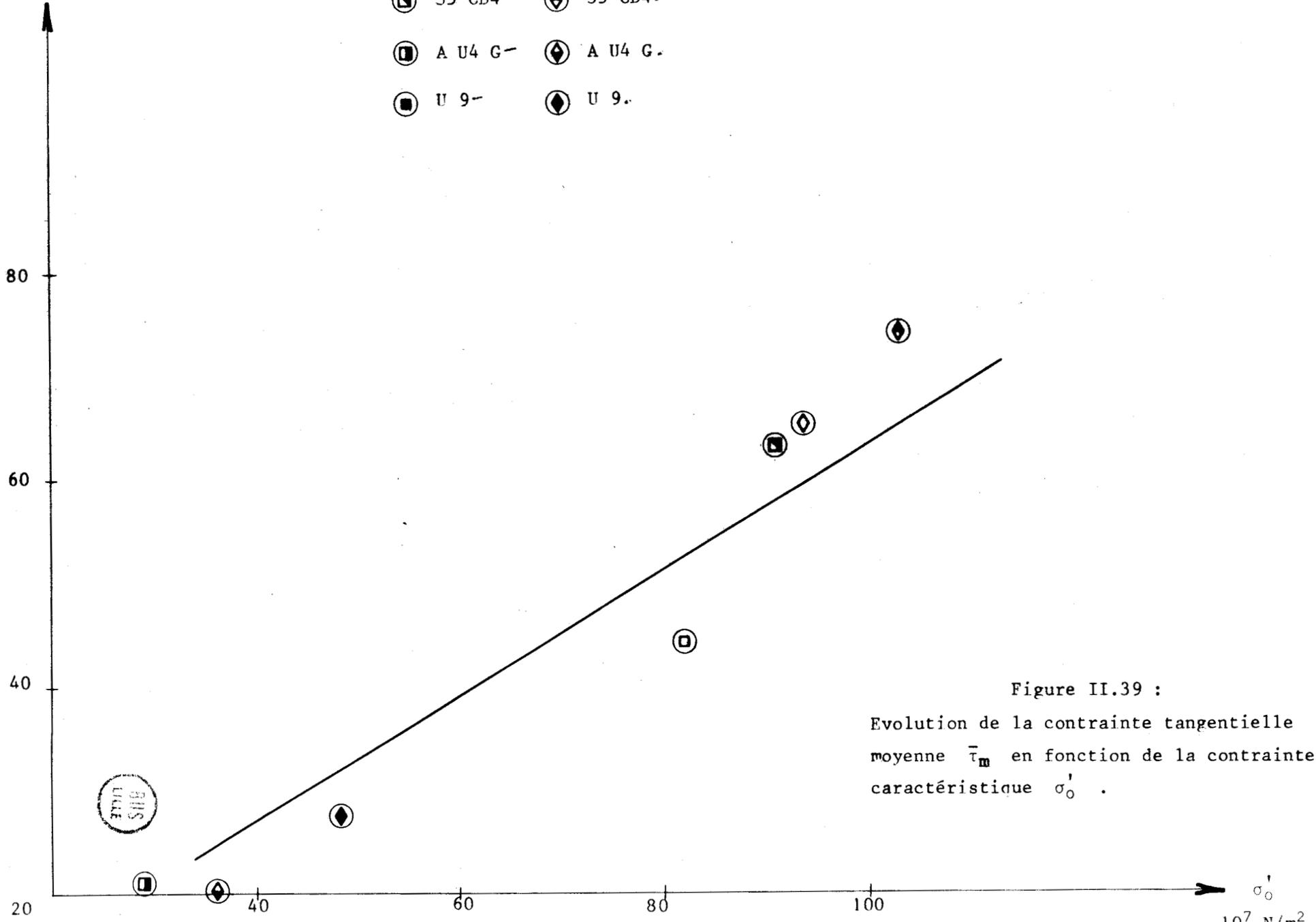


Figure II.39 :  
Evolution de la contrainte tangentielle moyenne  $\bar{\tau}_m$  en fonction de la contrainte caractéristique  $\sigma'_0$ .

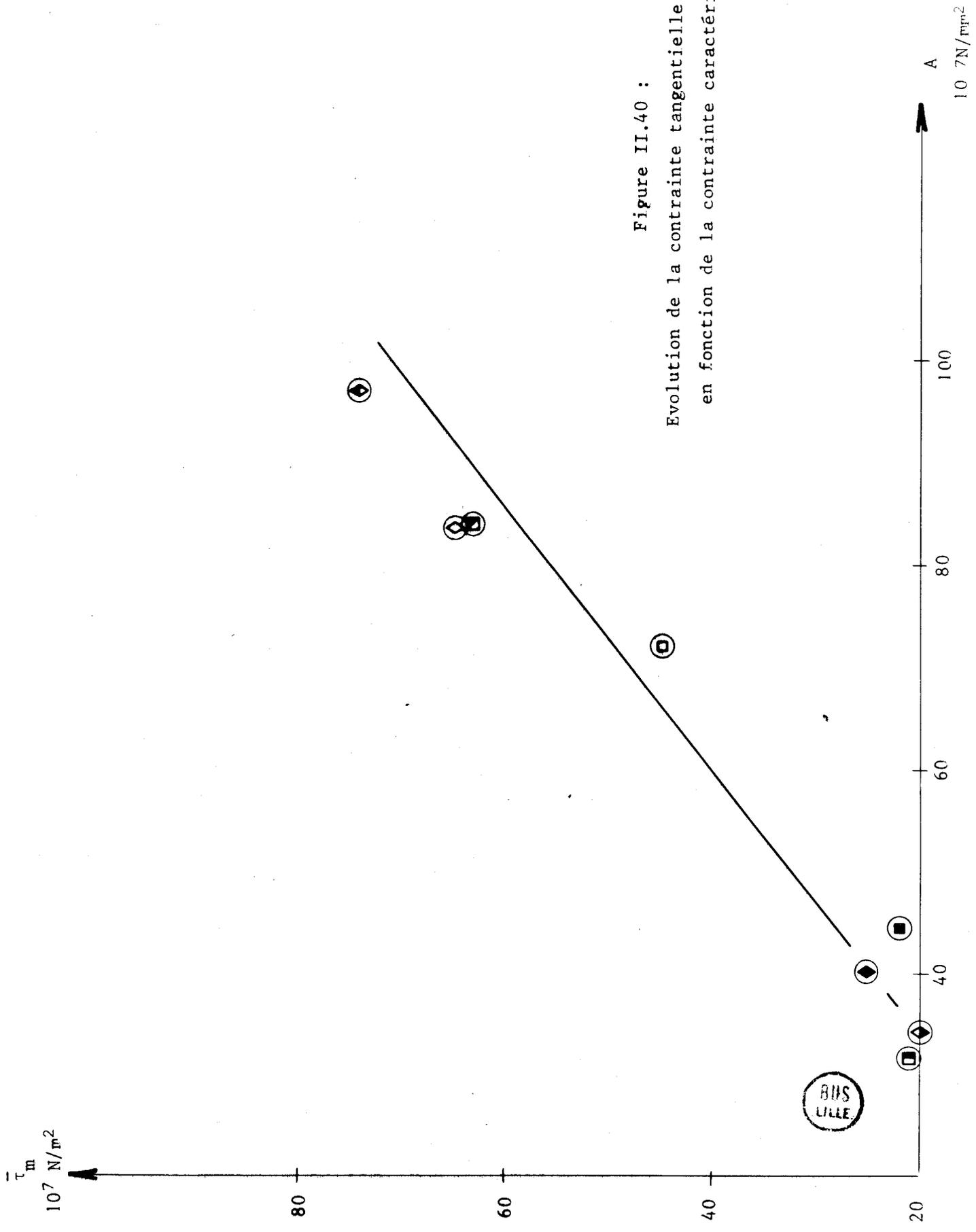


Figure II.40 :  
Evolution de la contrainte tangentielle moyenne  $\bar{\tau}_m$   
en fonction de la contrainte caractéristique  $A$ .

PRODUITS	$\theta_0 = \frac{A}{\rho C_V}$ °C	$a = \frac{K}{\rho C_V}$ $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
A 33 -	195,5	13,6
35 CD4 -	226,1	4,3
A U4 G -	12,6	55,0
U 9 -	12,8	111,6
XC 38 .	224,4	13,0
35 CD4 .	261,1	4,3
A U4 G .	13,8	55,0
U 9,	11,6	111,6

Tableau II.23 :

Valeurs des échauffements caractéristiques  
et des diffusivités thermiques à la température de 20°C.



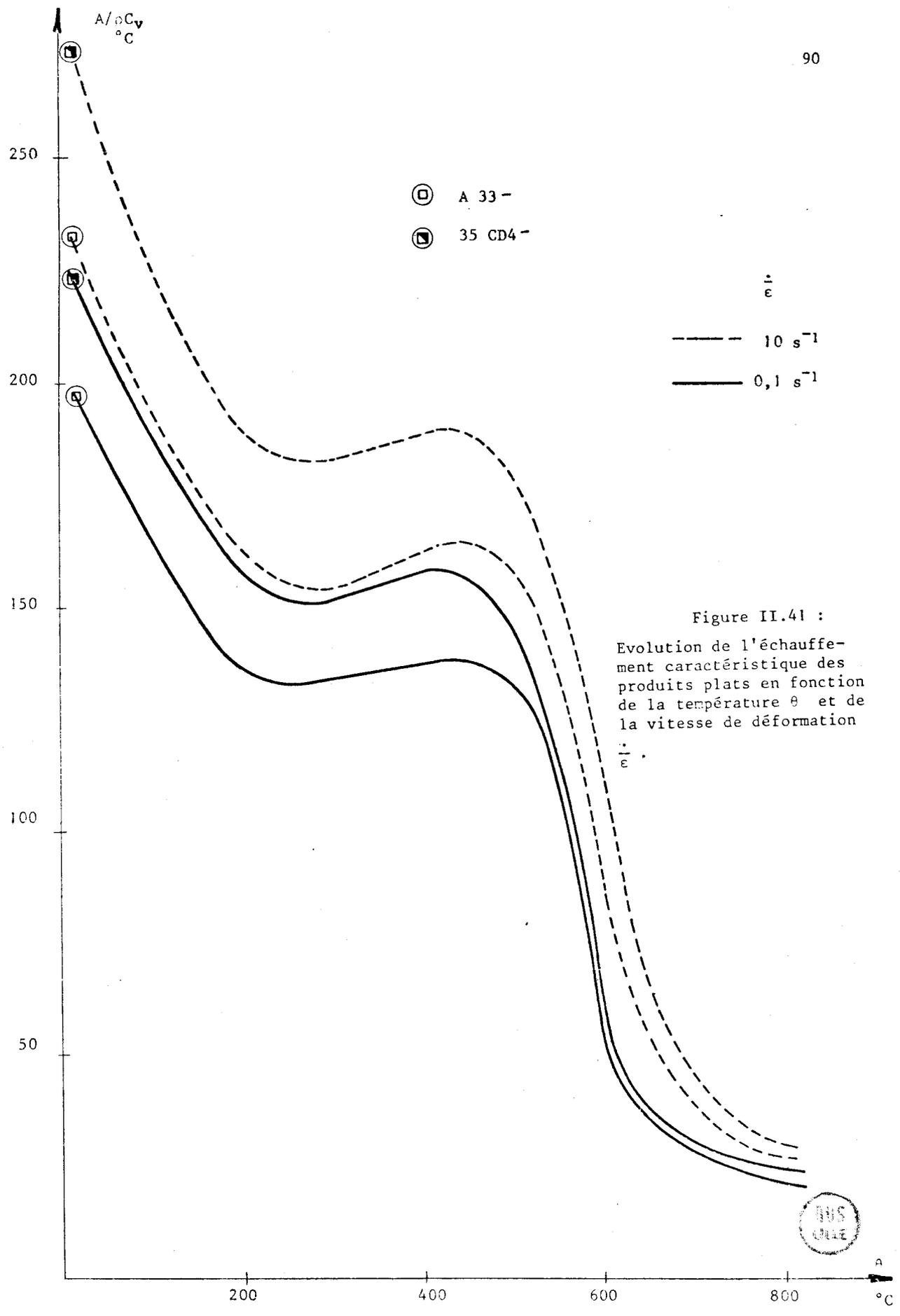


Figure II.41 :  
Evolution de l'échauffement caractéristique des produits plats en fonction de la température  $\theta$  et de la vitesse de déformation  $\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon}$ .

- ⊠ A U4 G -
- ⊙ U 9 -

- ⋯  $\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon}$  10 s<sup>-1</sup>
- 0,1 s<sup>-1</sup>

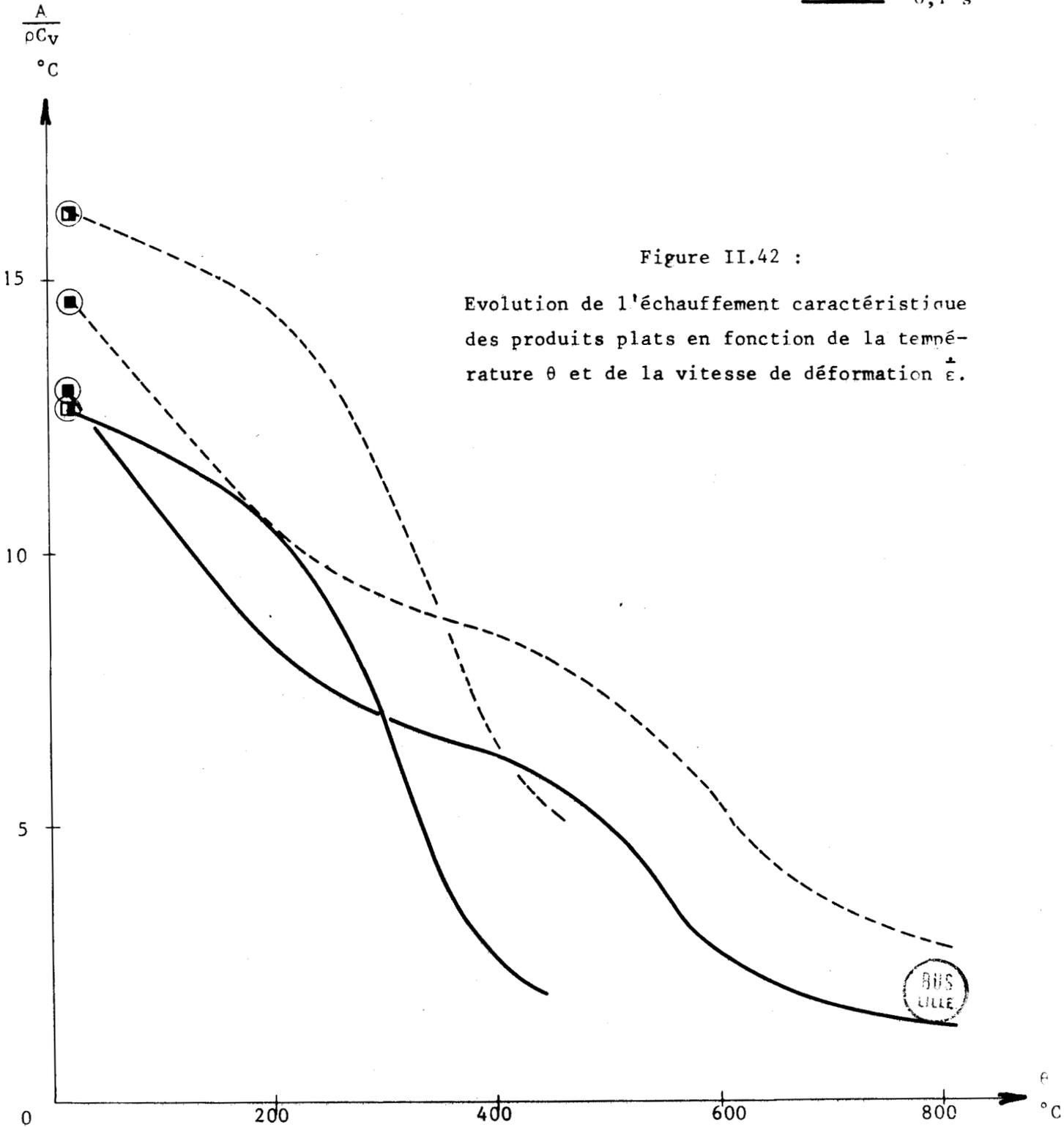


Figure II.42 :

Evolution de l'échauffement caractéristique des produits plats en fonction de la température  $\theta$  et de la vitesse de déformation  $\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon}$ .

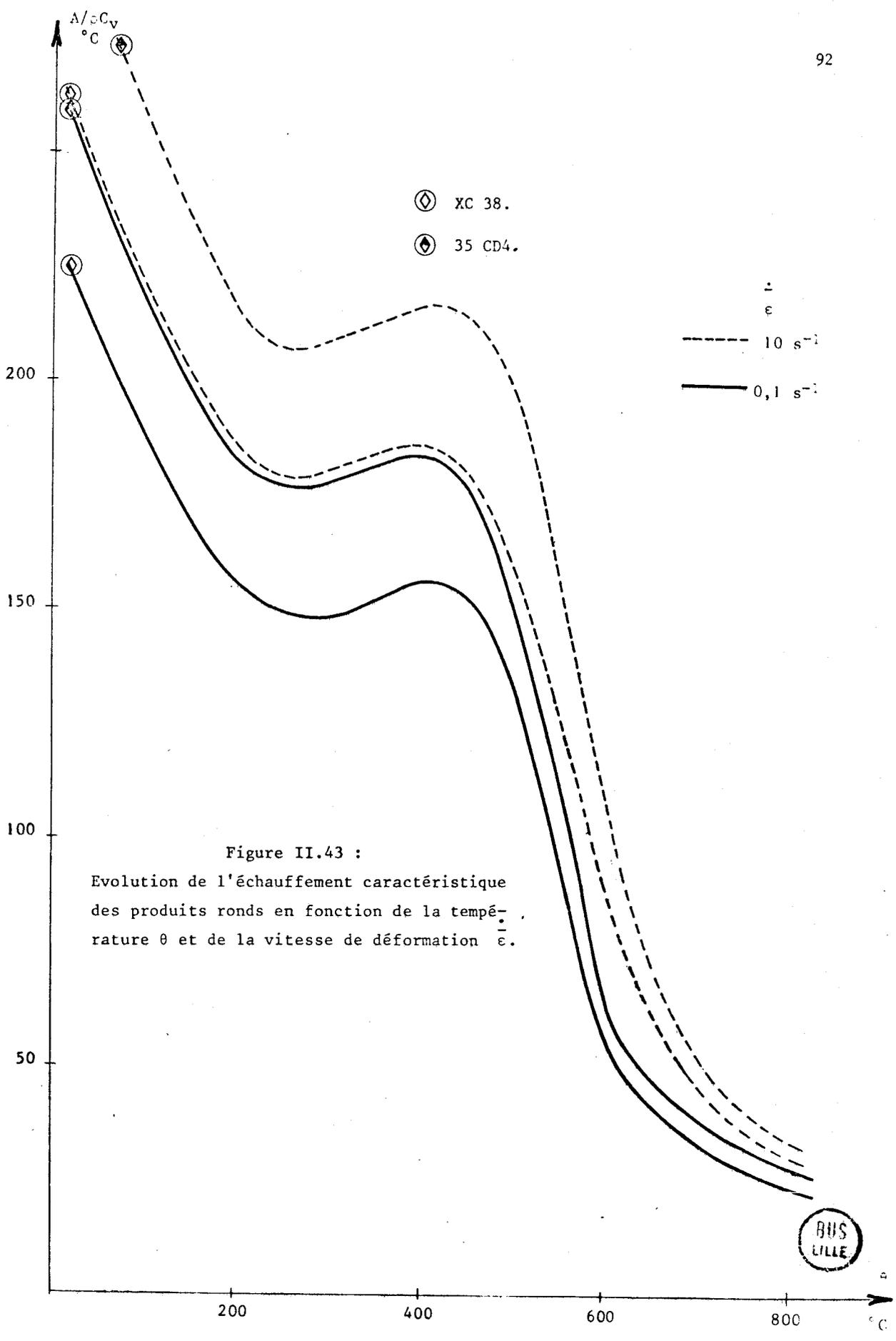


Figure II.43 :  
Evolution de l'échauffement caractéristique  
des produits ronds en fonction de la tempé-  
rature  $\theta$  et de la vitesse de déformation  $\epsilon$ .



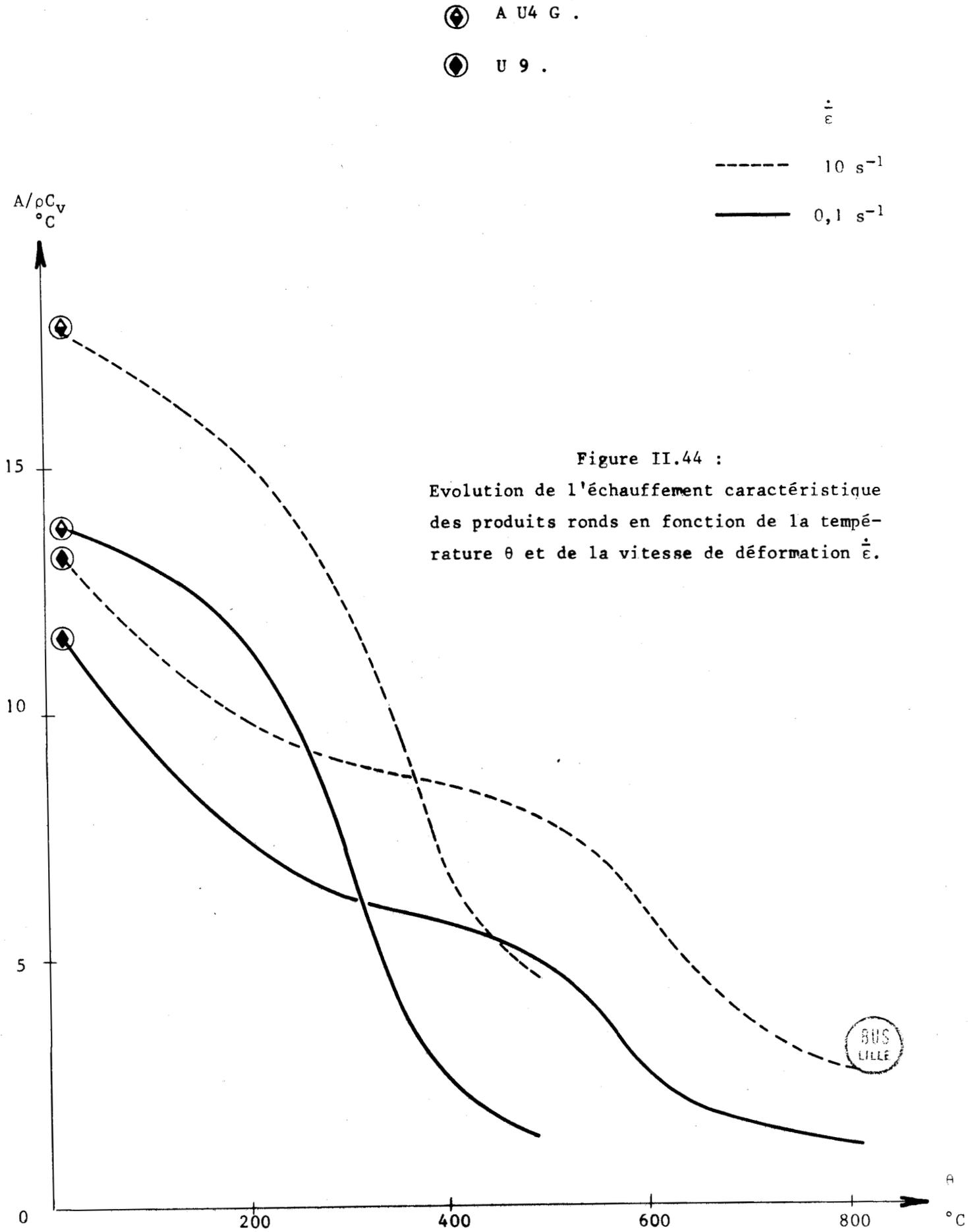
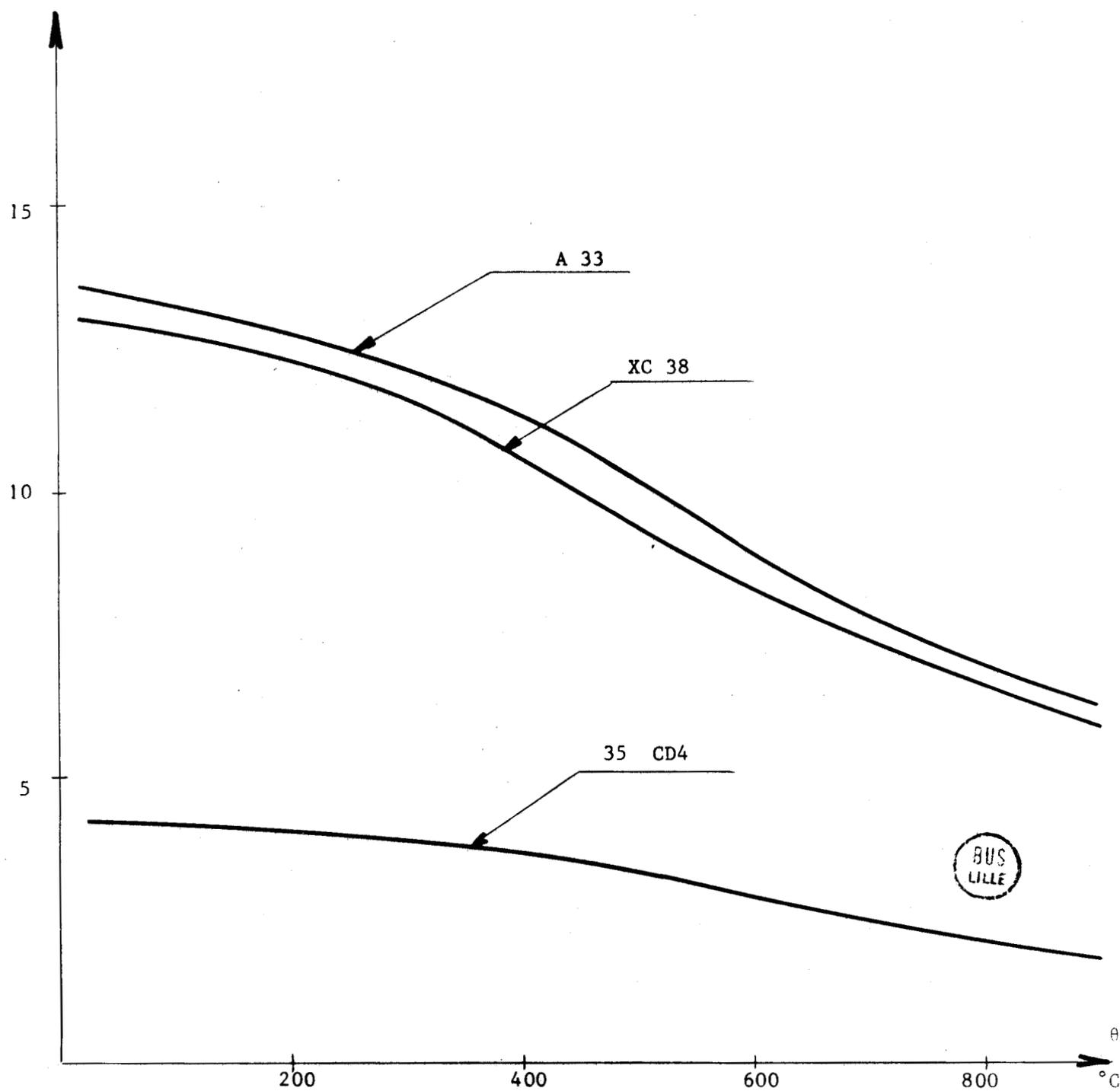


Figure II.45 :

Evolution de la diffusivité thermique  
des produits en fonction de la température  $\theta$ .

$K/\rho C_V$   
 $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$



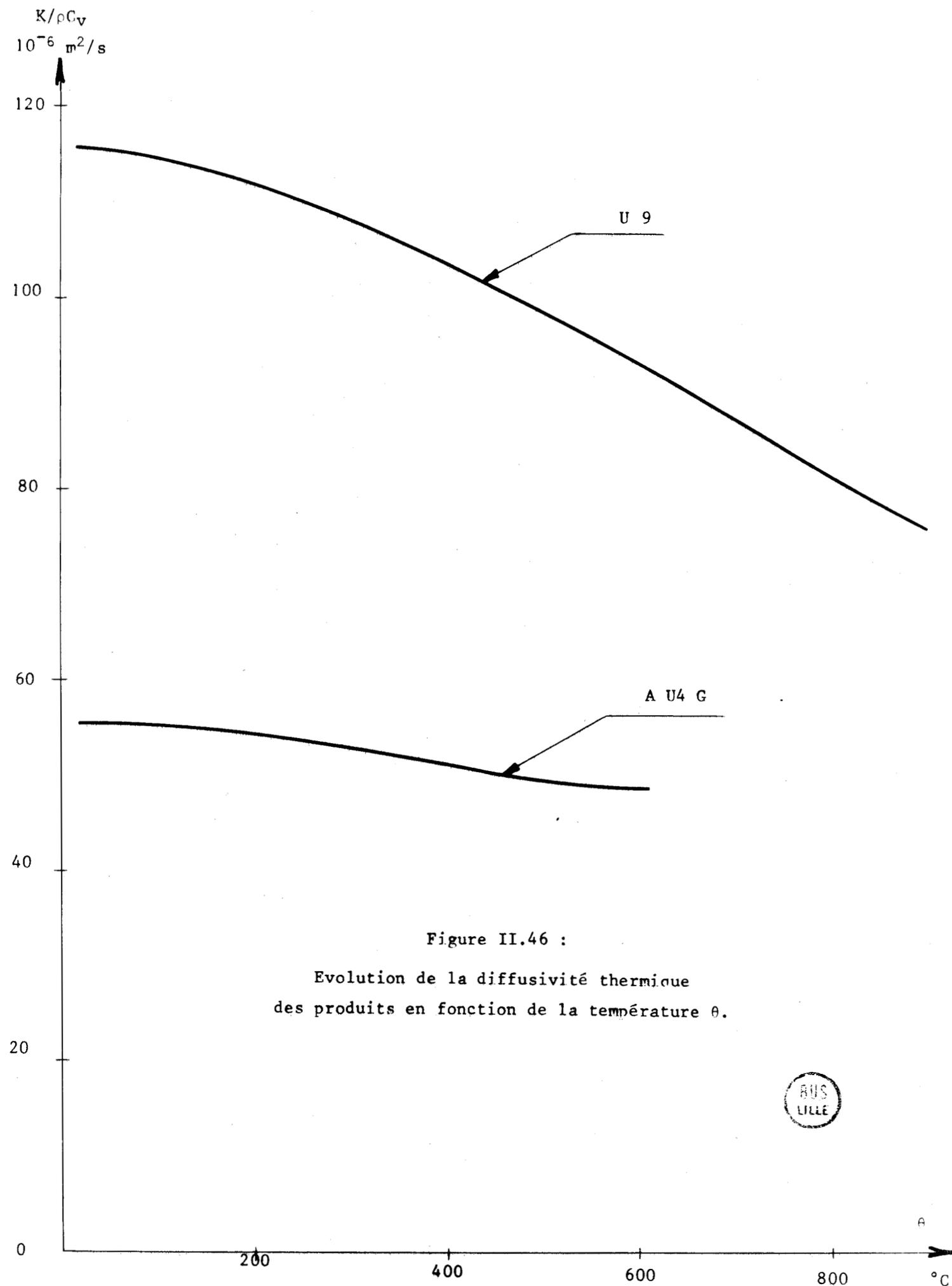


Figure II.46 :  
Evolution de la diffusivité thermique  
des produits en fonction de la température  $\theta$ .

BUS  
LILLE

#### 4.2. Valeurs caractéristiques des essais de cisaillement.

Nous retenons les valeurs expérimentales des essais de cisaillement qui permettront les corrélations avec les caractéristiques mécaniques et thermiques des métaux utilisés.

Les valeurs caractéristiques retenues sont les suivantes :

- a) la contrainte moyenne de cisaillement à l'effort maximum  $\bar{\tau}_{cm}$  ;  $\bar{\tau}_{cm}$  est déduite de l'effort maximum par les relations II.7 et II.8 ;
- b) l'enfoncement  $p_m$  , rapporté à l'épaisseur du produit, à l'effort de cisaillement maximum  $F_m$  ;
- c) l'enfoncement  $p_f$  , rapporté à l'épaisseur du produit, correspondant à l'apparition de la première fracture ;
- d) l'énergie de cisaillement  $E_m$  à l'effort maximum (3.2) ;
- e) l'énergie de cisaillement  $E_{cm}$  à l'effort maximum par unité de volume ; cette énergie est évaluée comme suit.

La contrainte moyenne de cisaillement  $\bar{\tau}_c$  provoque une distorsion angulaire moyenne  $\bar{\gamma}$ .

Nous obtenons une valeur approchée de  $\bar{\gamma}$  en prenant pour équation de la fibre moyenne déformée (Figure II.47)

$$y = \frac{p}{2} \left\{ \cos \frac{\pi x}{l} - 1 \right\}, \quad (\text{II.11})$$

Les résultats expérimentaux nous donnent pour chaque cas (Tableaux II.17 à II.20) :

$$\frac{dy}{dx} = \alpha_f \quad \text{pour} \quad x = \frac{l}{2}$$

et l'enfoncement total réalisé  $p_t$  (Tableaux II.11 à II.14) .

$$\text{Soit} \quad \text{tg } \alpha_f = - \frac{\pi p_t}{2l} \quad (\text{II.12})$$

Pour un enfoncement réalisé  $p$  , la distorsion maximale de la fibre moyenne est

$$\gamma = \frac{dy}{dx} = \text{tg } \alpha = \frac{p}{p_t} \text{tg } \alpha_f \quad (\text{II.13})$$

Une valeur approximative de l'énergie de cisailage à l'effort maximum est donnée par :

$$E_{cm} = \int_0^{(\gamma)_{P_m}} \tau_c \cdot d\gamma \quad (\text{II.14})$$

- f) le déplacement radial maximum A de la surface extérieure du lopin (Tableaux II.15 et II.16) ;
- g) le déplacement axial maximum B de la section cisailée ;
- h) la profondeur de cisaillement C ;
- i) l'angle caractéristique  $\gamma$  de la zone des déplacements radiaux supérieurs à 0,3 mm (Tableaux II.17 à II.20) ;
- j) la distorsion angulaire  $\alpha_f$  de la fibre moyenne ;
- k) le rapport K de la microdureté maximale à la microdureté minimale ;
- l) l'inclinaison  $\beta_f$  de la première fracture.

Les valeurs de  $\bar{\tau}_{cm}$ ,  $P_m$ ,  $P_f$ ,  $E_{cm}$  et K sont reportées aux tableaux II.24 à II.27.

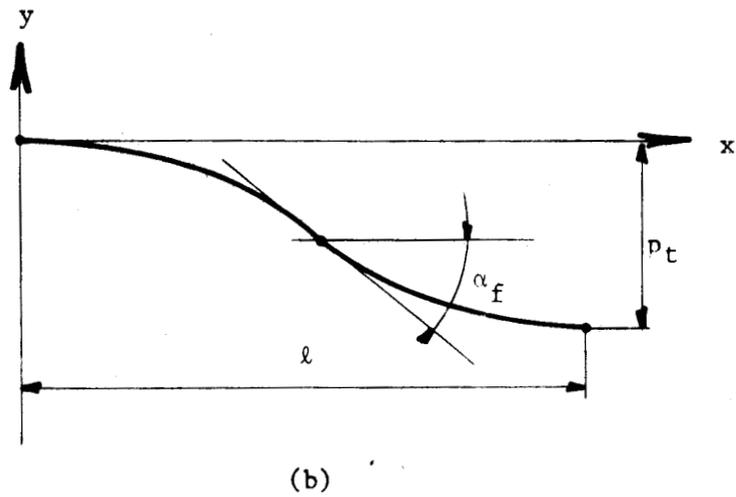
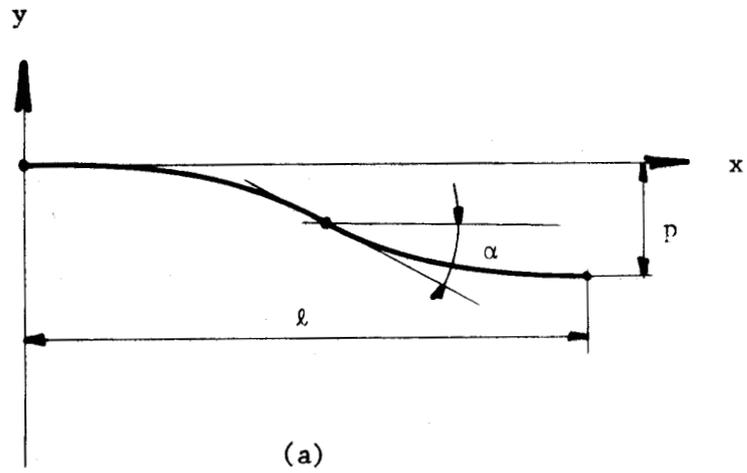


Figure II.47 :

Représentation de la fibre moyenne déformée

(a) en cours de cisailage

(b) en fin de cisailage.



A33 N° ESSAI	$\bar{\tau}_{cm}$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	E <sub>cm</sub> 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	p <sub>m</sub> /e %	p <sub>f</sub> /e %	K	35 CD4 N° ESSAI	$\bar{\tau}_{cm}$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	E <sub>cm</sub> 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	p <sub>m</sub> /e %	p <sub>f</sub> /e %	K
111-	40,2	90,5	24,0	33,3	1,6	211-	53,3	41,3	14,0	16,7	1,8
112-				-	-	212-				-	-
121-	39,3	87,1	22,0	30,0	1,7	221-	54,4	52,8	14,0	14,7	1,7
122-				-	-	222-				-	-
132	-	-	-	32,7	1,6	232-	-	-	-	15,3	1,3
102-	34,4	64,0	21,3	29,3	1,5	202-	56,0	62,2	16,7	17,3	1,2
1a2-	40,0	81,0	29,3	-	1,6	2a2-	53,5	82,2	12,7	-	1,3
1A2-	39,8	83,7	26,7	-	1,6	2A2-	55,9	59,2	15,3	-	1,3
1r2-	41,3	51,4	30,7	-	1,3	2r2-	55,2	41,3	16,7	-	1,5
1R2-	40,0	74,4	30,0	-	1,3	2R2-	55,4	75,3	14,7	-	1,4
1R'2-	41,7	60,0	29,3	-	1,6	2R'2-	56,1	52,5	16,0	-	1,2

Tableau II.24 : Produits plats 15 × 50 .

- $\bar{\tau}_{cm}$  contrainte moyenne de cisaillement à l'effort maximum
- E<sub>cm</sub> énergie de cisaillement à  $\tau_{cm}$
- p<sub>m</sub>/e enfoncement à  $\tau_{cm}$
- p<sub>f</sub>/e enfoncement à la première fracture
- K rapport de la microdureté maximale à la microdureté minimale



A U4 G N° ESSAI	$\bar{\tau}_{cm}$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	E <sub>cm</sub> 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	P <sub>m</sub> /e %	P <sub>f</sub> /e %	K	U 9 N° ESSAI	$\bar{\tau}_{cm}$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	E <sub>cm</sub> 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	P <sub>m</sub> /e %	P <sub>f</sub> /e %	K
311-	17,3	11,3	12,0	16,7	1,9	411-	28,5	75,2	40,7	48,0	1,6
312-			-	-	-	412-				-	-
321-	17,5	11,2	13,3	18,7	1,5	421-	31,6	75,1	42,7	54,0	1,4
322-			-	-	-	422-				-	-
332-			-	-	-	22,7				1,4	432-
302-	17,3	17,1	12,0	20,0	1,4	402-	27,6	62,1	38,7	58,7	1,5
3a2-	17,5	16,6	13,3	-	1,5	4a2-	27,9	58,8	37,3	-	1,4
3A2-	17,8	17,5	14,0	-	1,5	4A2-	28,9	51,9	38,7	-	1,6
3r2-	17,0	15,7	12,0	-	1,3	4r2-	27,4	48,9	38,7	-	1,4
3R2-	17,4	16,6	13,3	-	1,4	4R2-	27,7	48,7	38,0	-	1,3
3R'2-	18,7	16,2	17,3	-	1,6	4R'2-	29,7	60,7	41,3	-	1,7

Tableau II.25 : Produits plats 15 × 50 .

$\bar{\tau}_{cm}$  contrainte moyenne de cisaillement à l'effort maximum  
E<sub>cm</sub> énergie de cisaillement à  $\tau_{cm}$   
P<sub>m</sub>/e enfoncement à  $\tau_{cm}$   
P<sub>f</sub>/e enfoncement à la première fracture  
K rapport de la microdureté maximale à la microdureté minimale



XC 38	$\bar{\tau}_{cm}$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	E <sub>cm</sub> 10 <sup>7</sup> N/m <sup>3</sup>	$\frac{P_m}{d}$ %	$\frac{\Delta S}{S_o}$ a p <sub>m</sub> %	$\frac{P_f}{d}$ %	$\frac{\Delta S}{S_o}$ a p <sub>f</sub> %	K	35 CD4 N° ESSAI	$\bar{\tau}_{cm}$ 10 <sup>7</sup> N/m <sup>2</sup>	E <sub>cm</sub> 10 <sup>7</sup> N/m <sup>3</sup>	$\frac{P_m}{d}$ %	$\frac{\Delta S}{S_o}$ a p <sub>m</sub> %	$\frac{P_f}{d}$ %	$\frac{\Delta S}{S_o}$ a p <sub>f</sub> %	K
111.	51,4	30,4	9,0	13,1	9,3	13,5	1,5	211.	58,7	23,4	9,7	14,1	10,3	14,9	1,3
112.								212.							
121.	52,6	20,9	9,0	13,1	9,7	14,1	1,5	221.	58,7	19,2	8,0	11,8	10,0	15,4	1,3
122.								222.							
132.	-	-	-	-	10,0	14,5	1,2	232.	-	-	-	-	12,3	17,5	1,1
102.	50,0	19,7	10,7	15,4	11,0	15,8	1,2	202.	51,7	15,7	8,3	12,2	10,3	14,9	1,2
1a2.	49,7	34,2	9,7	14,1	-	-	1,3	2a2.	55,9	30,2	9,3	13,5	-	-	1,3
1A2.	49,6	33,5	8,0	11,8	-	-	1,3	2A2.	54,4	31,1	9,0	13,1	-	-	1,3
1r2.	51,0	36,6	11,3	16,2	-	-	1,3	2r2.	55,2	32,5	11,7	16,7	-	-	1,2
1R2.	51,0	31,7	10,3	14,9	-	-	1,5	2R2.	55,7	37,4	11,3	16,2	-	-	1,2
1R'2.	52,6	31,9	12,3	17,5	-	-	1,2	2R'2.	57,2	37,6	10,7	15,4	-	-	1,3

Tableau II.26 : Produits ronds Ø 30.

$\bar{\tau}_{cm}$  contrainte moyenne de cisaillement à l'effort maximum

E<sub>cm</sub> énergie de cisaillement à  $\bar{\tau}_{cm}$

$p_m/d$  enfoncement à  $\bar{\tau}_{cm}$

$p_f/d$  enfoncement à la première fracture

K rapport de la microdureté maximale à la microdureté minimale



A U4 G	$\bar{\tau}_{cm}$	$E_{cm}$	$\frac{P_m}{d}$	$\frac{\Delta S}{S_0}$ à $\frac{P_m}{d}$	$\frac{P_f}{d}$	$\frac{\Delta S}{S_0}$ à $\frac{P_f}{d}$	K	U 9	$\bar{\tau}_{cm}$	$E_{cm}$	$\frac{P_m}{d}$	$\frac{\Delta S}{S_0}$ à $\frac{P_m}{d}$	$\frac{P_f}{d}$	$\frac{\Delta S}{S_0}$ à $\frac{P_f}{d}$	K
N° ESSAI	$10^7 N/m^2$	$10^7 N/m^3$	%	%	%	%		N° ESSAI	$10^7 N/m^2$	$10^7 N/m^3$	%	%	%	%	
311.	21,9	15,3	8,0	11,8	8,7	12,7	1,6	411.	28,8	72,2	24,7	32,8	26,7	35,2	1,1
312.								412.							
321.					9,3	13,5	1,4	421.					27,3	35,9	1,2
322.	23,1	15,1	9,0	13,1				422.	30,5	60,4	26,0	34,3			
332.					12,3	17,5	1,1	432.					27,7	36,3	1,5
302.	17,1	9,5	9,0	13,1	9,7	14,1	1,1	402.	25,1	28,2	25,3	33,5	28,3	37,0	1,2
3a2.	17,4	9,0	8,3	12,2			1,1	4a2.	24,8	23,0	24,7	32,8			1,4
3A2.	18,8	10,0	6,0	9,0			1,3	4A2.	25,8	20,0	24,0	32,0			1,5
3r2.	17,1	10,9	8,3	12,2			1,1	4r2.	24,8	17,6	24,7	32,8			1,2
3R2.	16,8	8,7	8,3	12,2			1,2	4R2.	24,9	19,7	24,3	32,3			1,2
3R'2.	20,1	12,7	10,3	14,9			1,5	4R'2.	25,8	17,4	25,3	33,5			1,5

Tableau II.27 : Produits ronds  $\emptyset$  30.

$\bar{\tau}_{cm}$  contrainte moyenne de cisaillement à l'effort maximum

$E_{cm}$  énergie à cisaillement à  $\bar{\tau}_{cm}$

$P_m/d$  enfoncement à  $\bar{\tau}_{cm}$

$P_f/d$  enfoncement à la première fracture

K rapport de la microdureté maximale à la microdureté minimale



#### 4.3. Corrélations entre les valeurs caractéristiques des matériaux et des essais de cisaillement.

Nous décrivons dans ce qui suit les corrélations les plus significatives entre les valeurs caractéristiques des matériaux et les résultats des essais de cisaillement.

- a) La contrainte moyenne de cisaillement maximum  $\bar{\tau}_{cm}$  varie dans le même sens que les contraintes caractéristiques d'écoulement  $\sigma'_0$  ou A (Figure II.48) ; le rapport entre les contraintes d'écoulement  $\sigma'_0$  et  $\bar{\tau}_{cm}$  est voisin de  $\sqrt{3}$ .  
 Sous une autre forme, les essais montrent que l'effort de cisailage maximum est très proche de la valeur

$$F_m \approx \frac{\sigma'_0}{\sqrt{3}} (S_0 - \Delta S) \quad (II.14)$$

Dans cette expression  $S_0$  désigne la surface de la section droite du produit avant cisailage (Figure II.49) .

L'effort  $F_m$  tend à augmenter lorsque la vitesse de cisailage augmente ; par contre, l'angle de coupe  $\alpha$  tend à le diminuer. Cette valeur pourrait sans doute constituer un paramètre de réglage de l'angle  $\alpha$  .

- b) L'enfoncement à l'effort maximum  $p_m$ , caractérisé par la quantité  $\frac{\Delta S}{S_0} = \frac{S_0 - S_a}{S_0}$  égale à  $\frac{p_m}{e}$  pour les produits plats, à

$$1 - \left[ 1 - \left( \frac{p_m}{e} \right)^{0,93} \right]^{1,25}$$

pour les produits ronds (II.8) est relié à la déformation à l'effort de traction maximum  $\bar{\epsilon}_m$  (Figure II.50) .

L'angle de réglage  $\alpha$  a peu d'influence sur ces variations.

- c) L'enfoncement à la première fracture  $p_f$  (ou  $\Delta S/S_0$ ) évolue dans le même sens que la déformation  $\bar{\epsilon}_F$  à rupture en traction ; toutefois, il apparaît une dispersion qui provient de l'imprécision liée à la mesure de ces deux quantités (Figure II.51) .

Une meilleure corrélation existe entre  $p_f$  et l'allongement à la rupture en traction  $A_R$  (Figure II.52) .

Nous observons que la vitesse de cisailage et l'enfoncement à la première fracture varient dans le même sens, lorsque cette vitesse augmente, l'apparition de la première fracture est donc retardée.

- d) L'énergie de cisaillement à l'effort maximum  $E_m$  varie bien dans le même sens que la densité d'énergie  $K_s$  à l'effort de traction maximum (Figure II.53) .
- e) L'énergie de cisaillement à l'effort maximum  $E_{cm}$ , calculée en estimant la distorsion du produit par la distorsion de la ligne moyenne, est reliée à la densité d'énergie  $K_s$  sauf pour les produits en cuivre U 9 (Figure II.54) .
- Cette énergie ne semble pas donner d'indication supplémentaire par rapport à  $E_m$  .
- f) Le déplacement radial maximum  $A$  varie dans le même sens que  $\bar{\epsilon}_m$  et que la déformation caractéristique  $N$  (Figures II.55 et II.56) ; sa valeur a tendance à diminuer lorsque la vitesse augmente et avec l'existence d'un angle de cisailage  $\alpha$  (Figure II.57) .
- g) Le déplacement axial maximum  $B$  ne dépend pas directement des caractéristiques des matériaux ; ce déplacement diminue en général lorsque la vitesse de cisailage augmente.
- h) La profondeur de cisaillement  $C$  varie aussi dans le même sens que  $\bar{\epsilon}_m$  et  $N$  (Figure II.58) . Les serrages axiaux ou radiaux ont tendance à la diminuer pour les produits plats et à l'augmenter pour les produits ronds.
- Pour le cuivre notamment, la vitesse de cisailage élevée a tendance à diminuer sa valeur à pénétration  $p_f$  égale (Figure II.59) .
- L'angle de coupe  $\alpha$  et les pressions de serrage axial ou radial ont tendance à augmenter cette profondeur.
- i) L'angle caractéristique  $\gamma$  des déplacements radiaux augmente avec  $\bar{\epsilon}_m$  ; il diminue lorsque la vitesse de cisailage augmente (Figures II.60 et II.61) .
- j) La distorsion angulaire  $\alpha_f$  de la fibre moyenne augmente avec un angle de coupe  $\alpha$  ; la pression de serrage axial ou radial a peu d'influence sur  $\alpha_f$  pour les produits plats mais provoque une augmentation pour les produits ronds.

- k) Le rapport  $K$  des microduretés diminue avec un angle de coupe ; une pression de serrage axial augmente sa valeur de même façon qu'une pression de serrage radial sur la barre seulement.
- l) L'inclinaison  $\beta_F$  de la première fracture ne dépend pas directement des propriétés des matériaux ; l'angle de coupe  $\alpha$  augmente sa valeur pour les produits plats et la diminue pour les produits ronds.

L'angle  $\beta_F$  pour les produits en cuivre n'a pu être déterminé avec précision.

Enfin pour l'ensemble des produits plats et des produits ronds, les caractéristiques mécaniques  $K_{cd}$  et  $R_{sb}$  ne conduisent pas à des corrélations significatives.

De même, les caractéristiques thermiques  $A/\rho C_V$  et  $K/\rho C_V$  ne peuvent être reliées directement à aucune des valeurs mesurées pendant les essais de cisailage. En effet, l'échauffement caractéristique des aciers est environ dix-huit fois plus élevé que celui des alliages d'aluminium et des cuivres, alors que la diffusivité thermique du cuivre, et donc la pénétration dans le produit est environ quatorze fois plus élevée que celle des aciers.

D'autre part, la variation absolue de la contrainte caractéristique d'écoulement des aciers lorsque la température s'accroît est beaucoup plus importante que celles des alliages d'aluminium et de cuivre (Figures II.41 et II.42) .

Nos résultats expérimentaux montrent que les influences de ces caractéristiques thermiques ne peuvent être isolées les unes des autres.

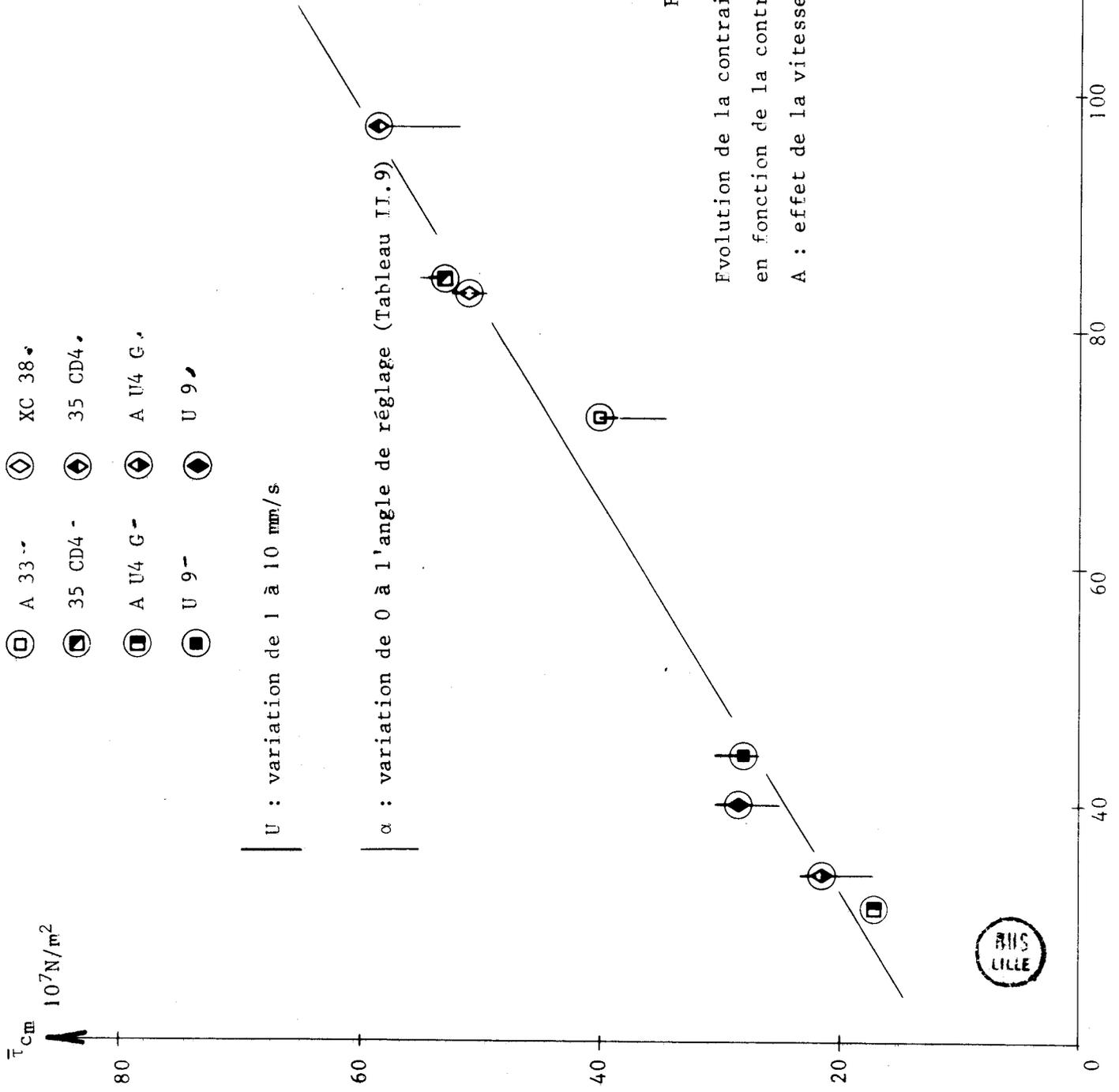


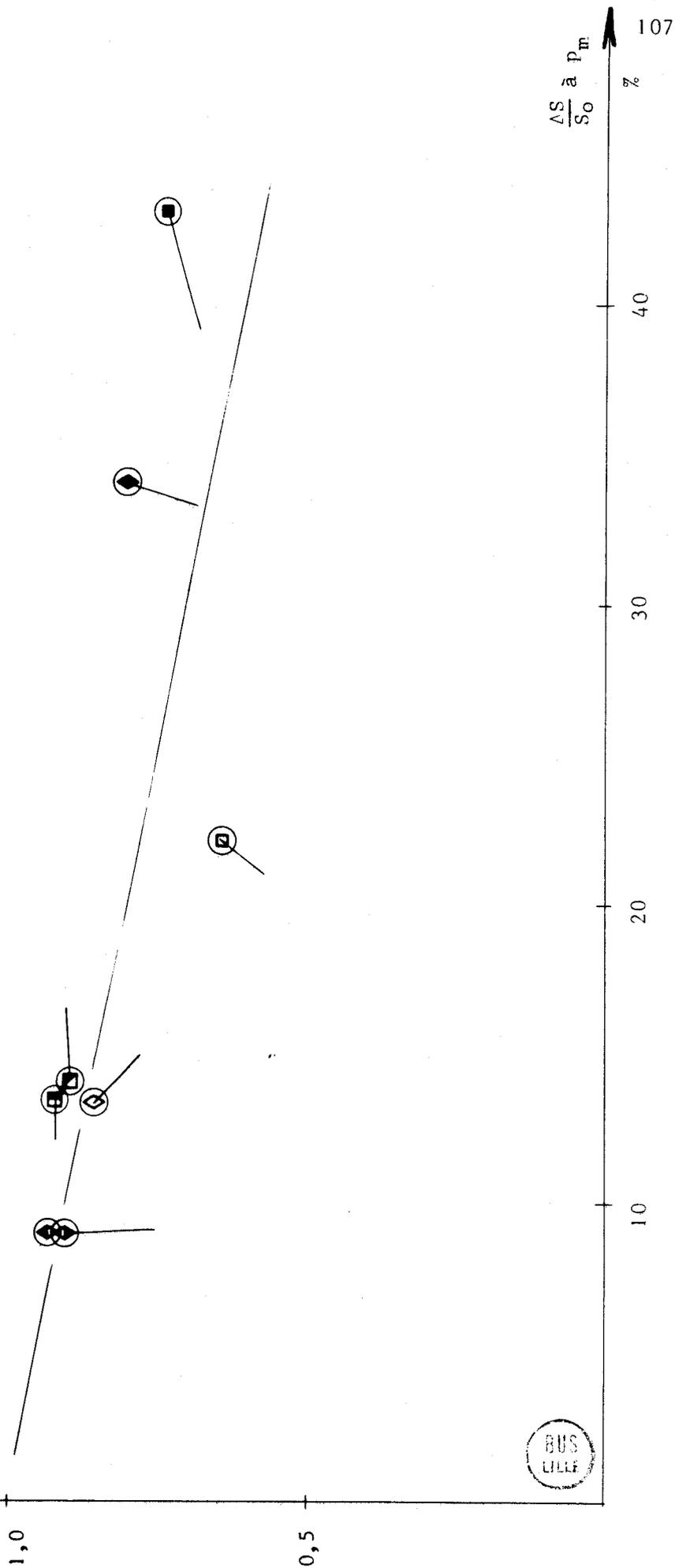
Figure II.48 :

$$\frac{F_m}{\sigma_0' \frac{S_0}{\sqrt{3}}}$$

Figure II.49 :

Evolution de l'effort de cisailage rapporté à la section initiale et à la contrainte limite d'écoulement en fonction de l'enfoncement à la vitesse de cisailage de 10 mm/s.

Variation de  $\alpha$  : 0 à l'angle de réglage.



BUS  
LILLE

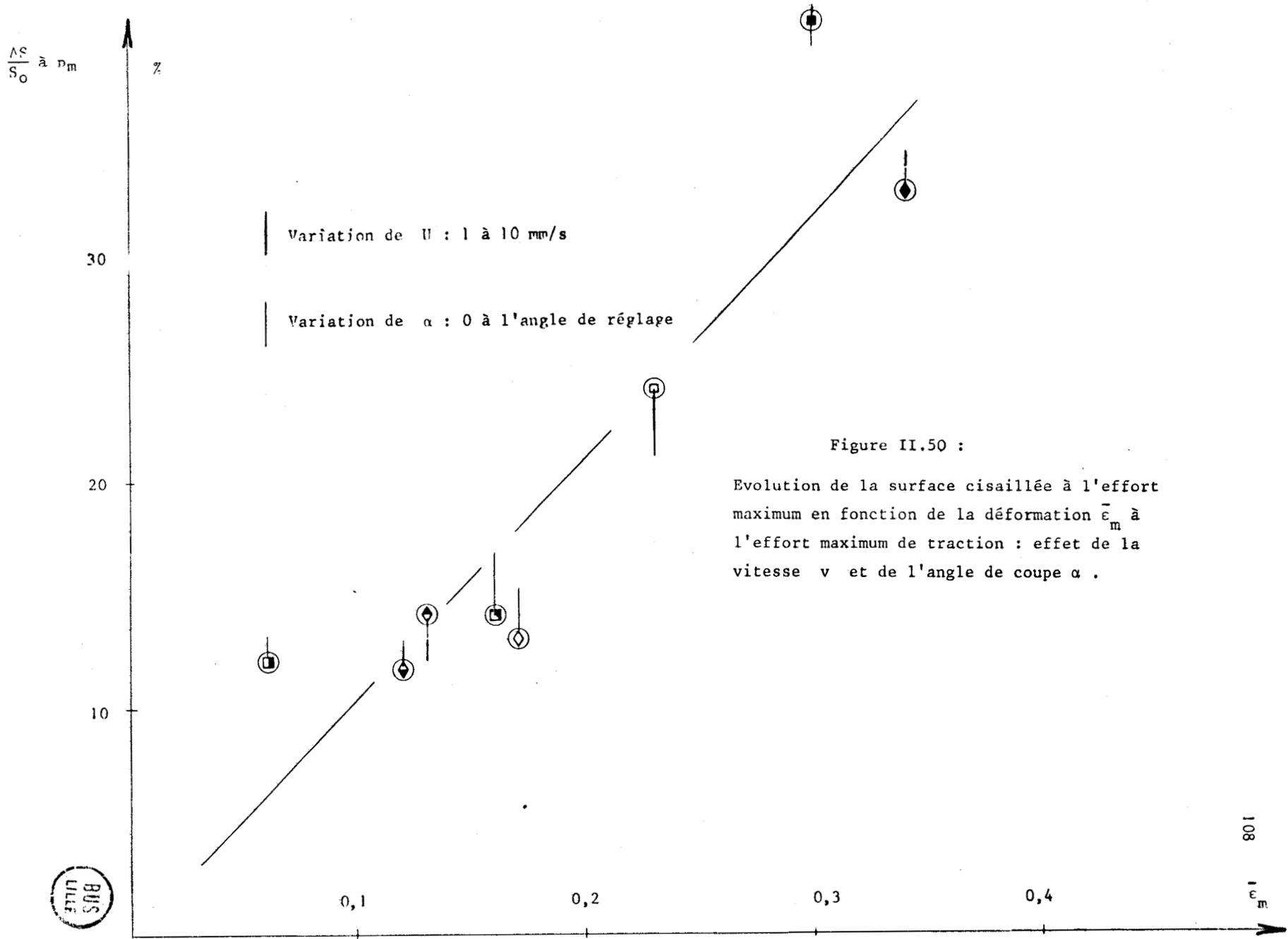


Figure II.50 :

Evolution de la surface cisailée à l'effort maximum en fonction de la déformation  $\bar{\epsilon}_m$  à l'effort maximum de traction : effet de la vitesse  $v$  et de l'angle de coupe  $\alpha$ .



$\frac{\Delta S}{S_0}$  à  $\rho F$

80

60

40

20

0

Variation de  $U$  : 10 à 2700 mm/s

Variation de  $\alpha$  : 0 à l'angle de réglage

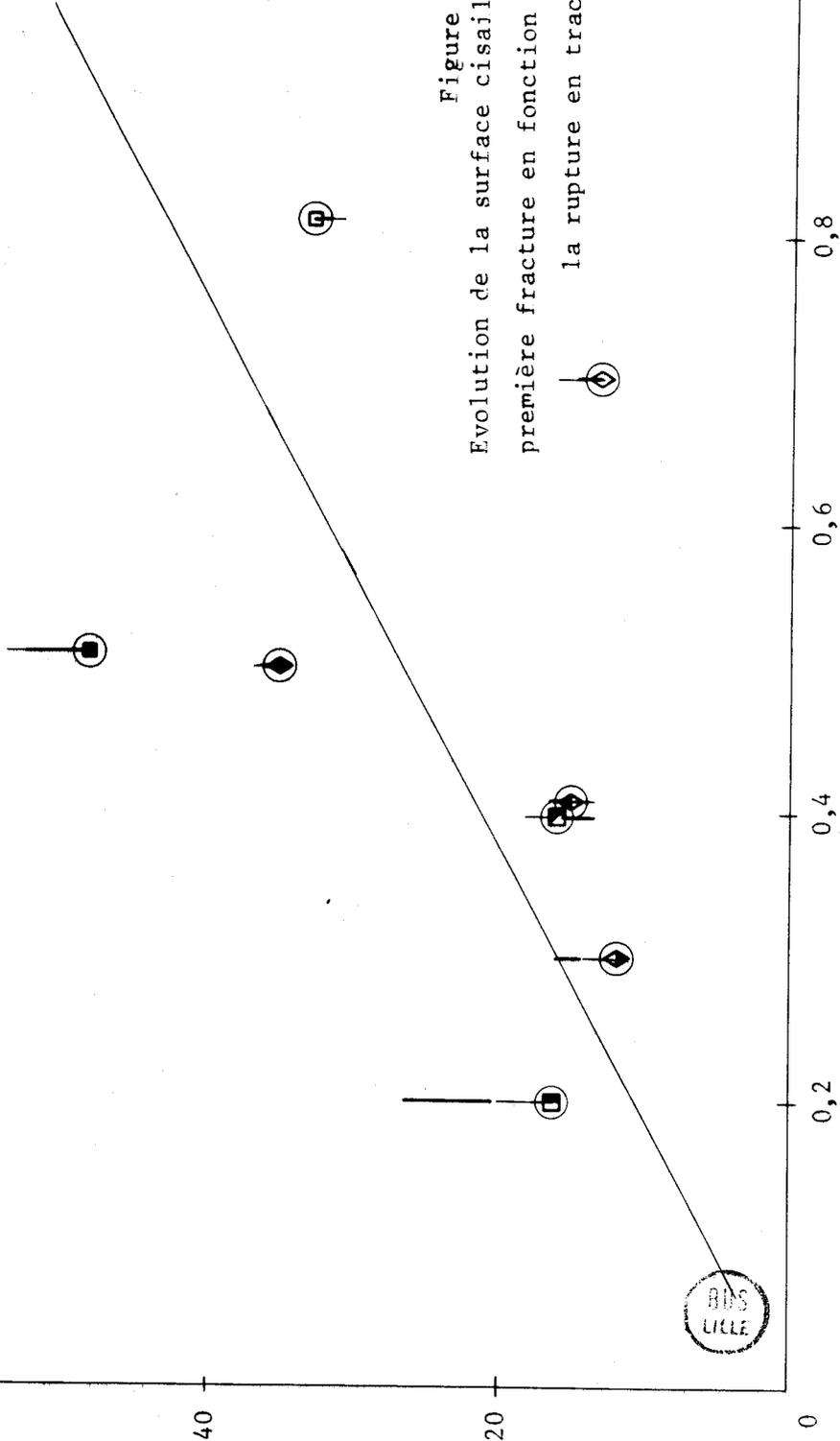


Figure II.51 :

Evolution de la surface cisailée à l'apparition de la première fracture en fonction de la déformation  $\bar{\epsilon}_F$  à la rupture en traction.

$\Delta S/S_0$  à Pf  
%

80

60

40

20

0

Figure II.52 :

Evolution de la surface cisailée à l'apparition de la première fracture en fonction de l'allongement à la rupture AR .

Variation de U : 10 à 2700 mm/s

Variation de  $\alpha$  : 0 à l'angle de réglage  $\alpha$



RIIS  
LILLE

10

20

30

40

AR

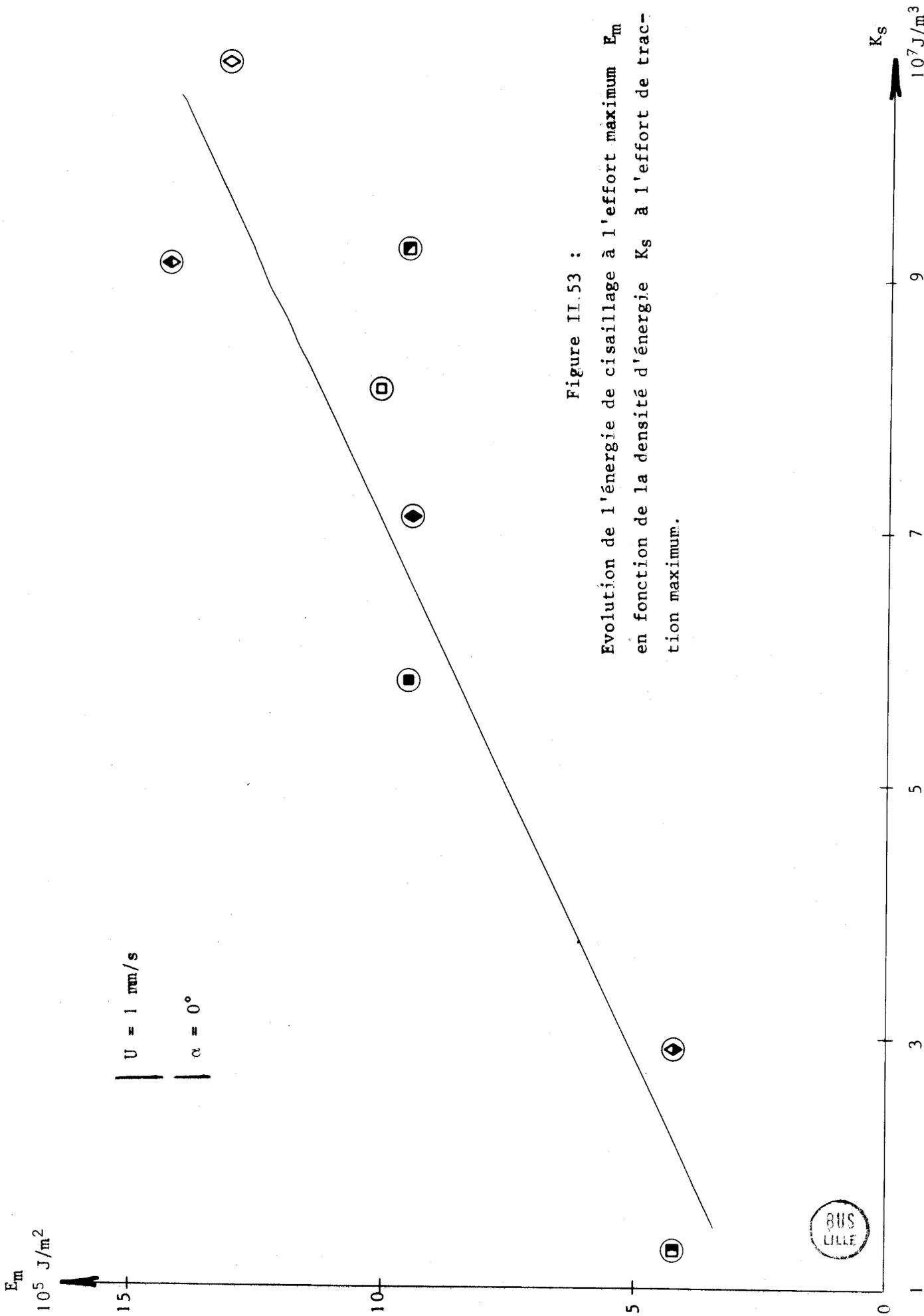


Figure II.53 :

Evolution de l'énergie de cisailage à l'effort maximum  $E_m$  en fonction de la densité d'énergie  $K_s$  à l'effort de traction maximum.

BUS LILLE

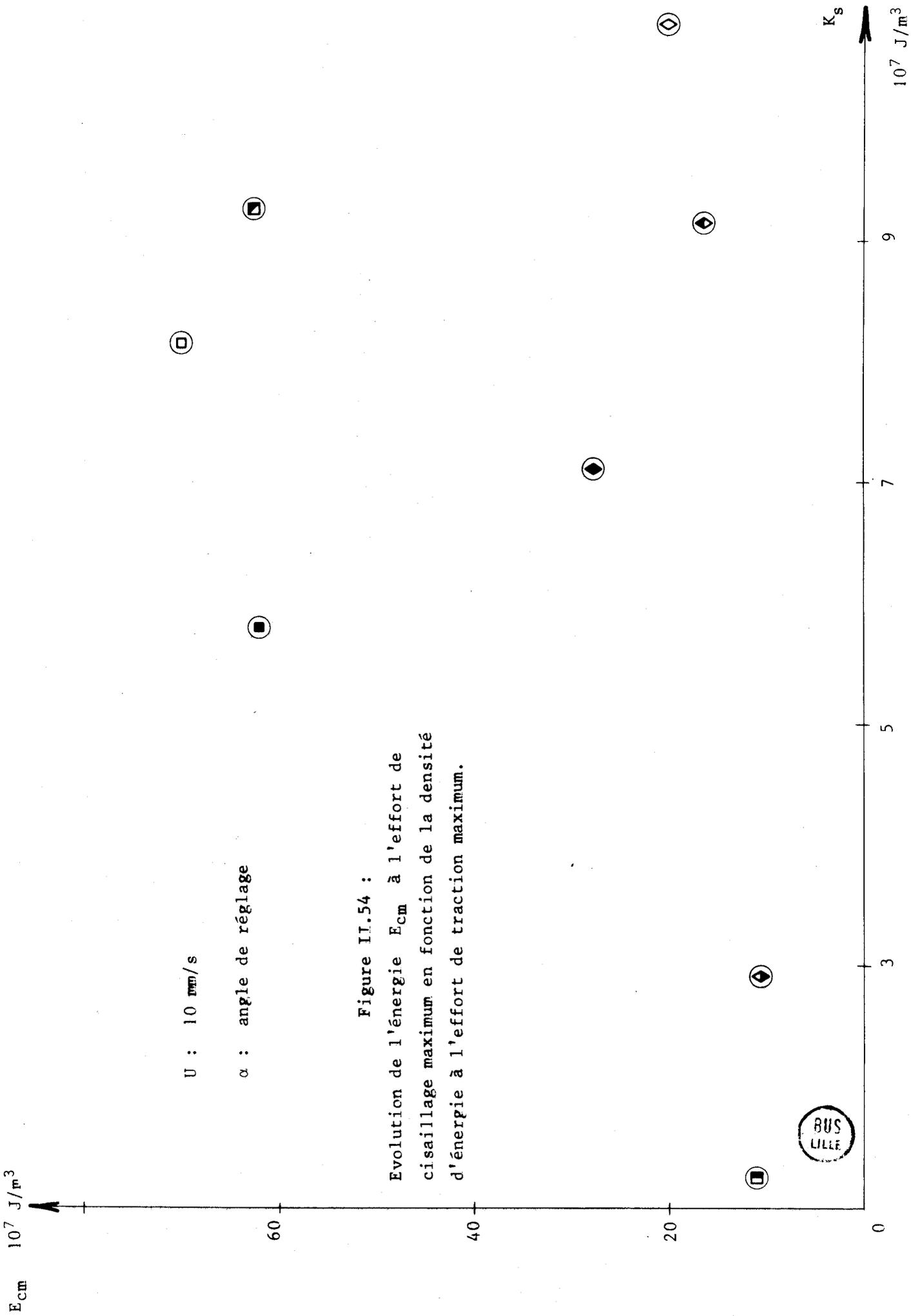


Figure II.54 :  
 Evolution de l'énergie  $E_{cm}$  à l'effort de cisailage maximum en fonction de la densité d'énergie à l'effort de traction maximum.

BUS  
LILLE

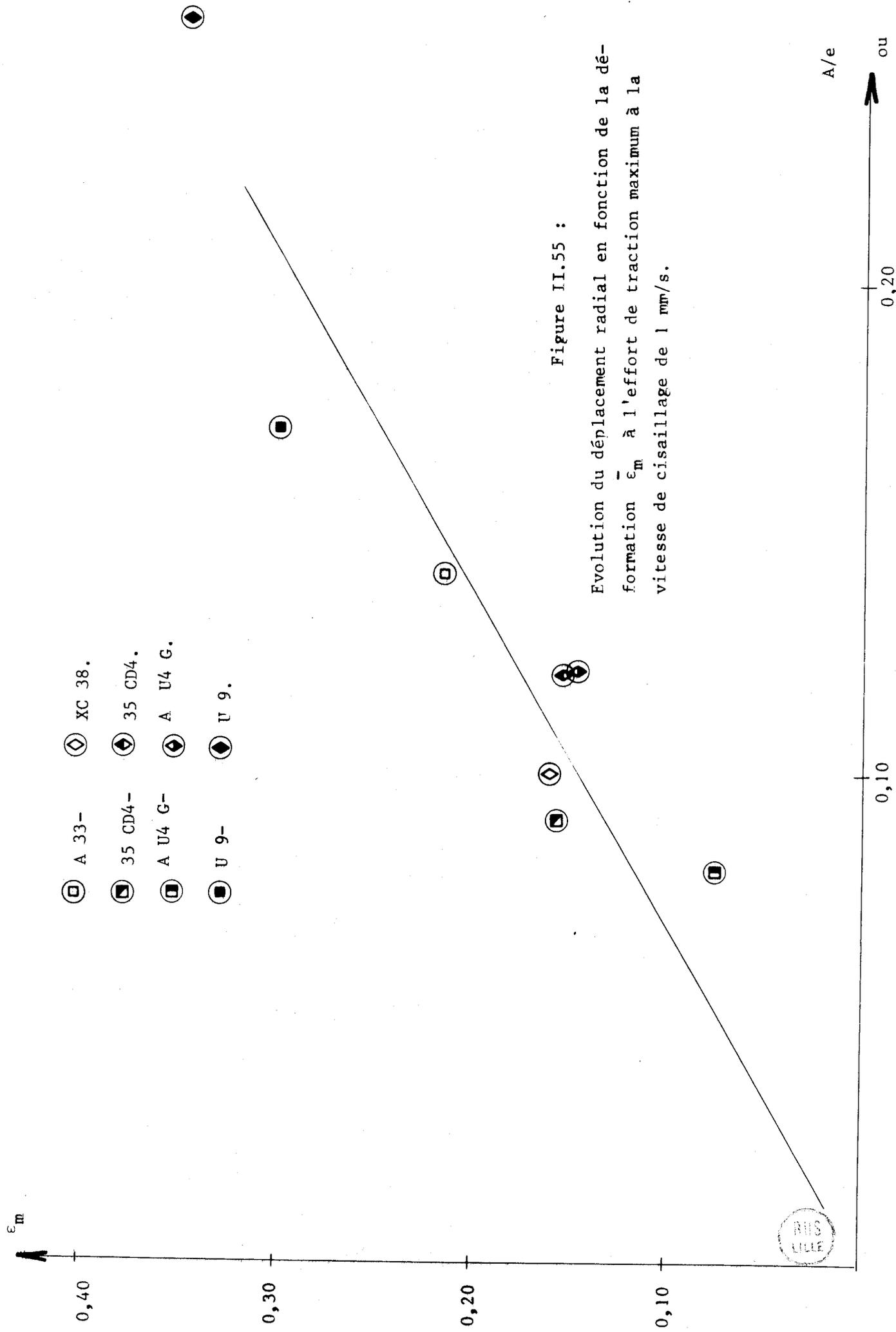


Figure II.55 :

Evolution du déplacement radial en fonction de la déformation  $\bar{\epsilon}_m$  à l'effort de traction maximum à la vitesse de cisailage de 1 mm/s.

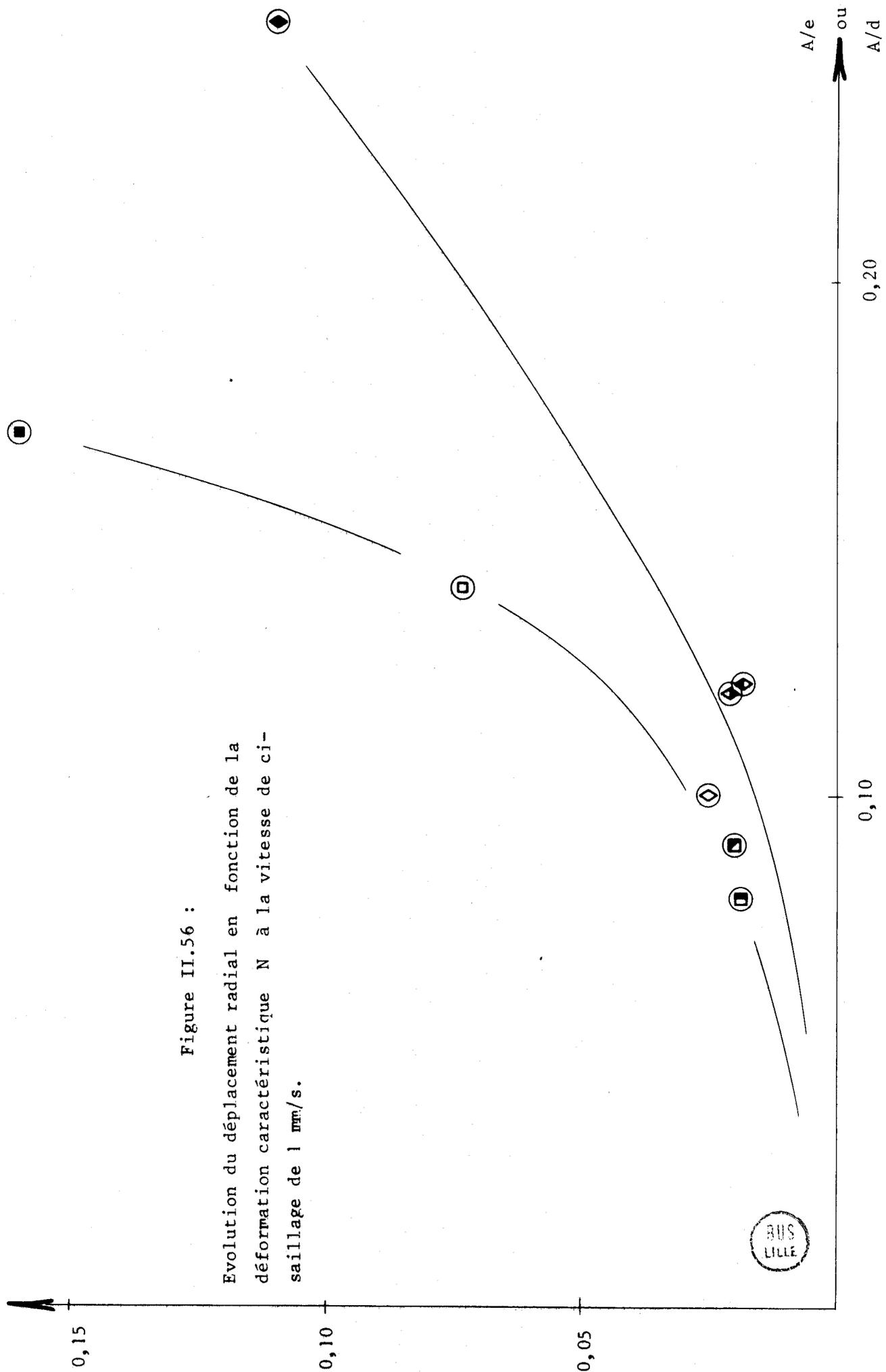


Figure II.56 :  
Evolution du déplacement radial en fonction de la  
déformation caractéristique  $N$  à la vitesse de cis-  
saillage de 1 mm/s.

$\frac{\Delta S}{S_0}$  à Pf  
%

80

60

40

20

Variation de U : 10 mm/s à 2700 mm/s

Variation de  $\alpha$  : 0 à l'angle de réglage

Figure II.57 :

Evolution du déplacement radial en fonction de la pénétration.

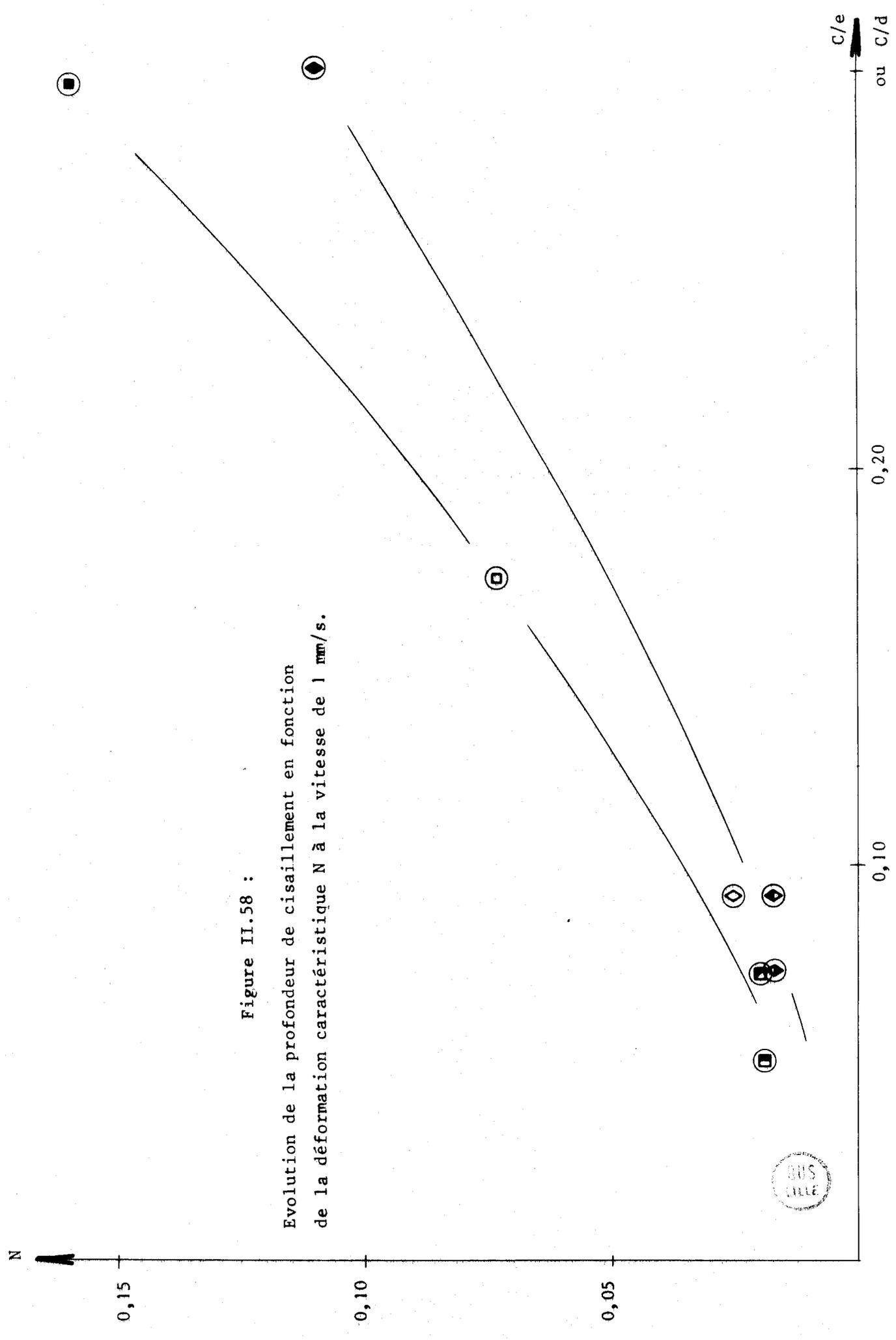
A/e ou  
A/d

0,20

0,10

BIUS  
LILLE

Figure II.58 :  
Evolution de la profondeur de cisaillement en fonction  
de la déformation caractéristique N à la vitesse de 1 mm/s.



$\frac{AS}{S_0}$  à pF

z

80

60

40

20

Variation de U : 10 mm/s à 2,7 m/s

Variation de  $\alpha$  : 0 à l'angle de réglage

Figure II.59 :

Evolution de la profondeur de cisaillement en fonction de l'enfoncement à la première fracture.

BUS LILLE

Cle

0,40

0,30

0,20

0,10

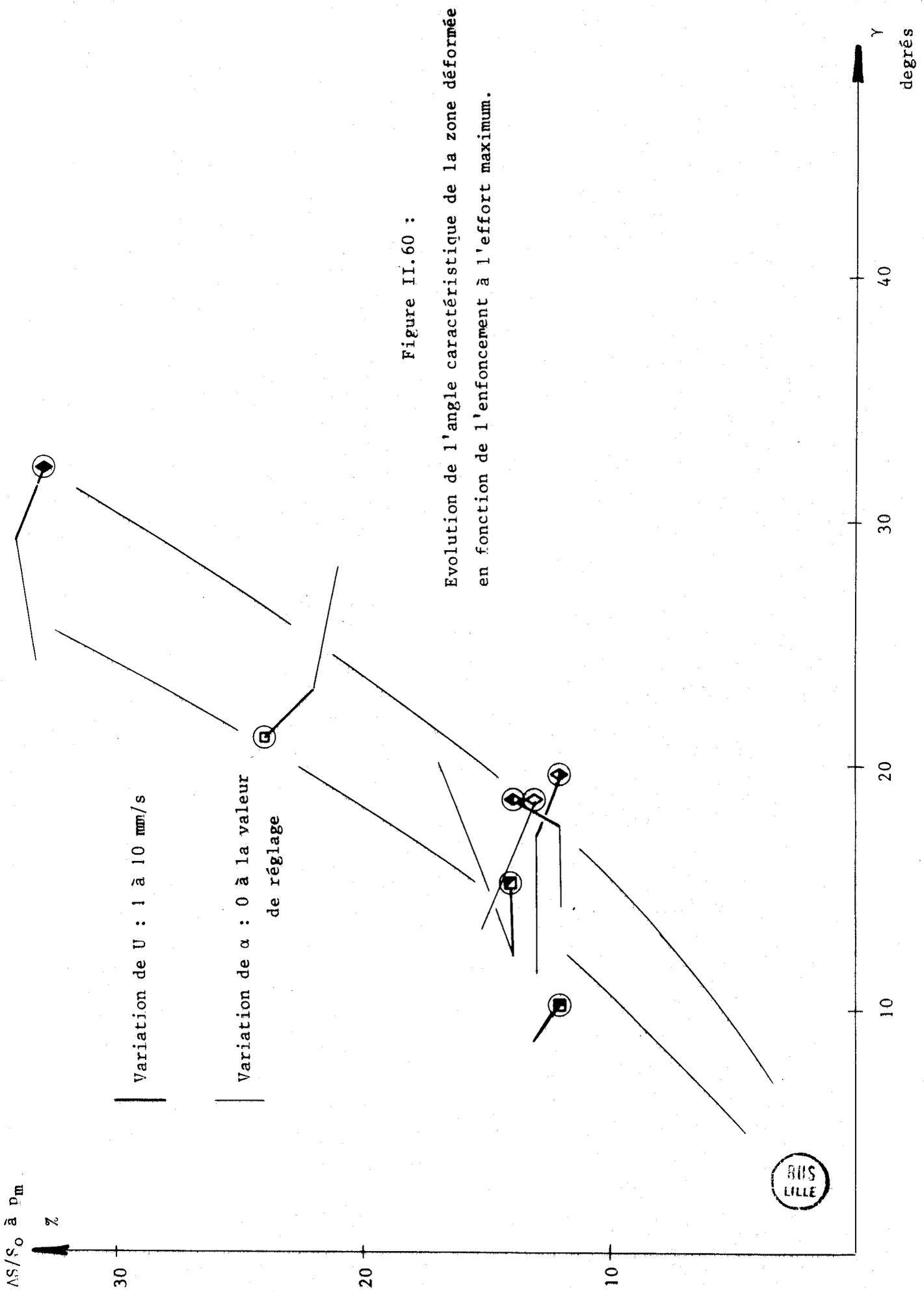


Figure II.60 :

Evolution de l'angle caractéristique de la zone déformée en fonction de l'enfoncement à l'effort maximum.

AS/S<sub>0</sub> à P<sub>F</sub>

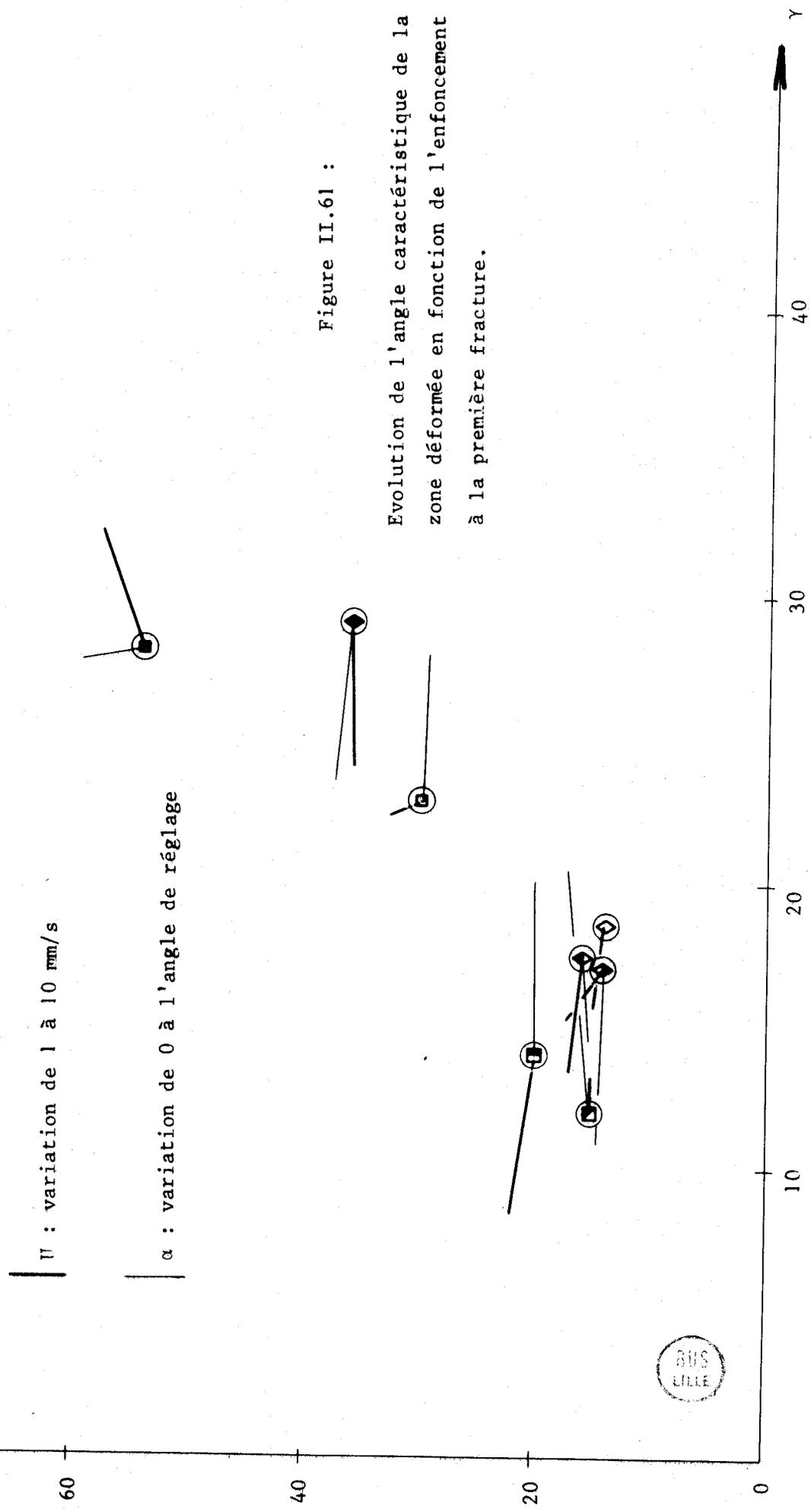


Figure II.61 :

Evolution de l'angle caractéristique de la zone déformée en fonction de l'enfoncement à la première fracture.



### III. VISIOPLASTICITE.

#### 1. Définition de la méthode.

La visioelasticité a été développée par THOMSEN, puis SHABAÏK [7]. Elle a pour objectif de déterminer les déformations et les contraintes provoquées dans une pièce par un écoulement plastique à partir des déplacements de grilles photo-gravées sur la pièce elle-même. Elle s'applique aux écoulements stationnaires ou non-stationnaires, plans ou axi-symétriques.

Pour les écoulements non-stationnaires, l'histoire de l'écoulement en fonction du temps doit être déterminée par une série de photographies de la grille. Les déplacements des points de la grille entre deux photographies doivent être petits.

La grille est fréquemment constituée par des réseaux de droites perpendiculaires. Certains auteurs préfèrent utiliser des réseaux de cercles non-tangents, ce qui permet de visualiser directement les directions de cisaillement maximum ; la précision obtenue est cependant plus faible. Pour une grille constituée par des réseaux de droites perpendiculaires la mesure des coordonnées des points d'intersection des droites à chaque étape photographiée permet de calculer leurs déplacements.

Soit  $u$  et  $v$  les composantes suivant  $X$  et  $Z$  de la vitesse de déplacement d'un point et  $\Delta t$  l'intervalle de temps entre deux étapes successives déterminé usuellement d'après le déplacement d'un outil supposé animé d'une vitesse unitaire :

$$u = \frac{\Delta X}{\Delta t} \quad v = \frac{\Delta Z}{\Delta t} \quad (\text{III.1})$$

$\Delta X$  et  $\Delta Z$  étant les composantes du déplacement du point d'une étape à l'autre.

Les composantes de la vitesse de déformation se déduisent alors par

$$\dot{\epsilon}_X = \frac{\partial u}{\partial X} \quad \dot{\epsilon}_Z = \frac{\partial v}{\partial Z} \quad \dot{\gamma}_{XZ} = \frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{\partial v}{\partial X} \quad (\text{III.2})$$

L'incompressibilité peut être vérifiée d'après la condition

$$\text{pour un écoulement plan :} \quad \dot{\epsilon}_X + \dot{\epsilon}_Z = 0 \quad (\text{III.3})$$

$$\text{pour un état de contraintes planes :} \quad \dot{\epsilon}_X + \dot{\epsilon}_Y + \dot{\epsilon}_Z = 0$$

La vitesse de déformation généralisée s'écrit alors :

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \left( \frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_X^2 + \dot{\epsilon}_Y^2 + \dot{\epsilon}_Z^2) + \frac{1}{3} \dot{\gamma}_{XZ}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.4})$$

En intégrant le long des lignes d'écoulement en fonction du temps :

$$\bar{\epsilon} = \int_0^t \dot{\bar{\epsilon}} dt \quad (\text{III.5})$$

Il est alors possible de déduire de ces équations les composantes du vecteur contrainte instantané. Le problème le plus difficile à résoudre est celui de la précision des mesures. Dans le cas du cisailage la photographie des grilles a nécessité le démontage de la pièce puis son repositionnement dans l'outillage. L'étude des erreurs que cette procédure entraînait nous a conduit à abandonner temporairement le calcul des contraintes.

## 2. Application aux écoulements non-stationnaires visualisés par des grilles à pas constant.

### 2.1. Définition de la grille.

La grille choisie comporte 40 lignes parallèles à l'axe Z et 60 lignes parallèles à l'axe X. Le tracé a été défini au pas d'un millimètre. Un relevé après une étape de chargement pourra donc comporter 2400 points.

### 2.2. Calcul des déformations.

Soient  $k$  et  $k+1$  les indices des relevés de la grille avant et après l'étape de chargement d'indice  $k$ . Les déplacements  $(\Delta X_{ij})_k$  et  $(\Delta Z_{ij})_k$  du point  $M$  d'indice  $i$  suivant  $X$  et  $j$  suivant  $Z$  seront :

$$\begin{aligned}(\Delta X_{ij})_k &= (X_{ij})_{k+1} - (X_{ij})_k \\(\Delta Z_{ij})_k &= (Z_{ij})_{k+1} - (Z_{ij})_k\end{aligned}\tag{III.6}$$

Soit  $(\Delta t)_k$  l'incrément de temps mesuré pendant l'étape de chargement  $k$ ; les composantes du vecteur vitesse de déplacement seront :

$$\text{avec} \quad (\Delta t)_k = t_{k+1} - t_k \tag{III.7}$$

$$\begin{aligned}(u_{ij})_k &= \frac{(\Delta X_{ij})_k}{(\Delta t)_k} \\(v_{ij})_k &= \frac{(\Delta Z_{ij})_k}{(\Delta t)_k}\end{aligned}\tag{III.8}$$

L'imprécision des mesures effectuées lors du relevé des coordonnées impose un lissage des valeurs calculées soit en déplacements relatifs, soit en vitesse. Soit  $C$  le graphe d'une fonction  $f$  définie de façon discontinue sur  $X$ .

La méthode choisie prend en compte la valeur à lisser, soit  $f(X_i)$ , et les valeurs immédiatement voisines,  $f(X_{i-1})$  et  $f(X_{i+1})$ , pour définir la nouvelle valeur  $f^*(X_i)$  (Figure III.1) :

$$f(X_i)^* = \frac{1}{2} \left[ f(X_i) + \frac{f(X_{i-1}) + f(X_{i+1})}{2} \right] \tag{III.9}$$

Cette méthode permet de réduire l'influence des erreurs de mesure lorsque la fonction est continue et monotone. Lorsque la fonction présente un extrema assez accusé, le lissage l'écrête très fortement.

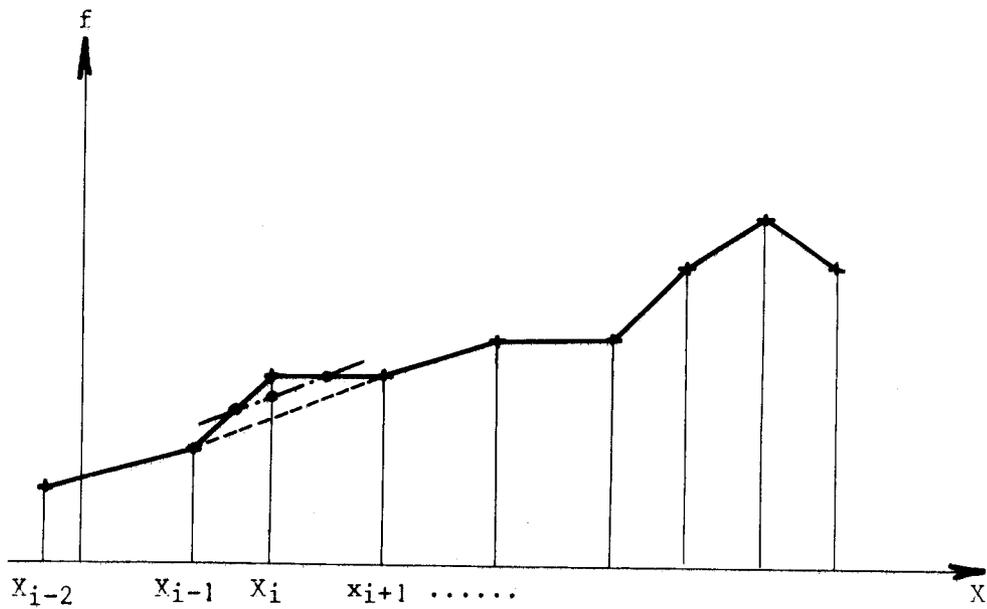


Figure III.1  
Méthode de lissage.

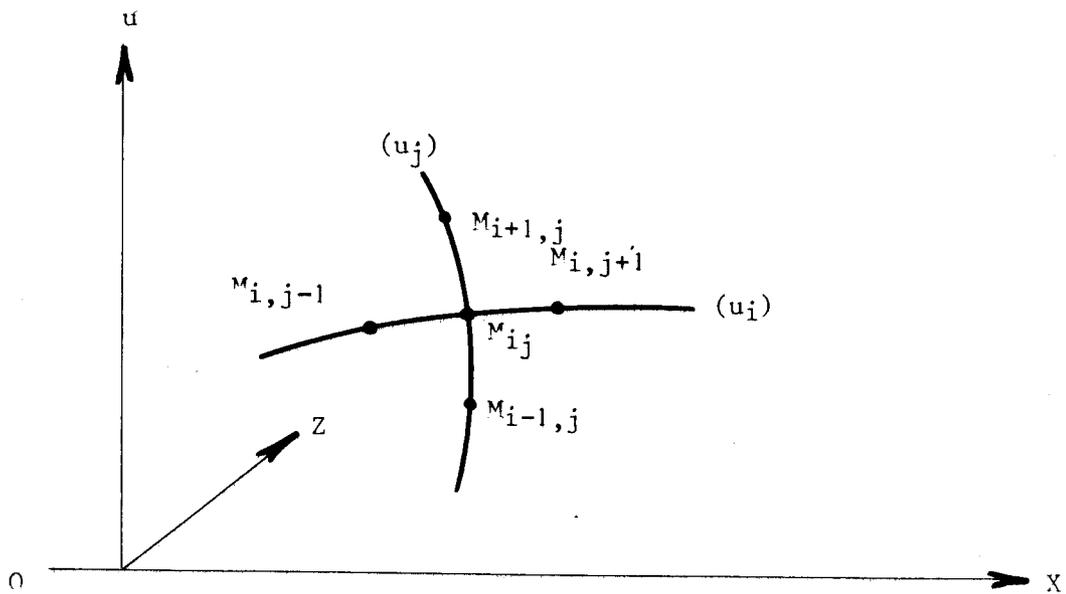


Figure II.2  
Traitement des vitesses de déplacement.



Le passage aux vitesses de déformation est délicat. Les composantes  $u$  et  $v$  du vecteur vitesse sont définies par valeurs discontinues. Leurs dérivées doivent alors être calculées par approximations.

Soit  $(u_i)$  la courbe définie par la variation de  $u$  pour une ligne d'indice  $i$  constant. La tangente à cette courbe définie en  $M_{ij}$  sera approchée par la pente de la droite passant par les deux points  $M_{i,j-1}$  et  $M_{i,j+1}$ . De la même façon, la tangente à  $(u_j)$ , ligne d'indice  $j$  constant, sera approchée par la pente de la droite passant par les deux points  $M_{i-1,j}$  et  $M_{i+1,j}$  (Figure II.2).

Le plan tangent à la surface  $(u)$  en  $M_{ij}$  est alors défini par les deux tangentes à  $(u_i)$  et  $(u_j)$ . Ses intersections avec les plans  $XOu$  et  $ZOu$  définissent les dérivées partielles de  $u$  par rapport à  $X$  et  $Z$ .

Soit  $A(u_i)$ ,  $B(u_i)$ ,  $C(u_i)$  les cosinus directeurs de la tangente à  $(u_i)$  :

$$A(u_i) = \frac{X_{i,j+1} - X_{i,j-1}}{M_i} \quad (\text{III.10})$$

$$B(u_i) = \frac{Z_{i,j+1} - Z_{i,j-1}}{M_i} \quad (\text{III.11})$$

$$C(u_i) = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{M_i} \quad (\text{III.12})$$

$$\text{avec } M_i = \sqrt{(X_{i,j+1} - X_{i,j-1})^2 + (Z_{i,j+1} - Z_{i,j-1})^2 + (u_{i,j+1} - u_{i,j-1})^2} \quad (\text{III.13})$$

De la même façon, on définit les cosinus directeurs de la tangente à  $(u_j)$  :  $A(u_j)$ ,  $B(u_j)$ ,  $C(u_j)$ .

Soit  $(P)$  le plan tangent à  $(u)$  d'équation :

$$A(X - X_{i,j}) + B(Z - Z_{i,j}) + C(u - u_{i,j}) = 0$$

$A$ ,  $B$ ,  $C$  sont alors les cosinus directeurs d'un vecteur normal à  $(P)$ , donc aux deux tangentes définies précédemment.

Il vient :

$$\frac{A}{C} = \frac{B(u_i) \cdot C(u_j) - B(u_j) \cdot C(u_i)}{A(u_i) \cdot B(u_j) - A(u_j) \cdot B(u_i)} \quad (\text{III.14})$$

$$\frac{B}{C} = \frac{A(u_j) \cdot C(u_i) - A(u_i) \cdot C(u_j)}{A(u_i) \cdot B(u_j) - A(u_j) \cdot B(u_i)} \quad (\text{III.15})$$

D'où :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial X}\right)_{i,j} = - \left(\frac{A}{C}\right)_{i,j} \quad (\text{III.16})$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial Z}\right)_{i,j} = - \left(\frac{B}{C}\right)_{i,j} \quad (\text{III.17})$$

En procédant de la même façon, on définit les dérivées partielles de  $v$  en  $X$  et  $Z$ . Les composantes de la vitesse de déformation s'écrivent alors :

$$\dot{(\epsilon_{XX})}_{i,j} = \left(\frac{\partial u}{\partial X}\right)_{i,j} \quad (\text{III.18})$$

$$\dot{(\epsilon_{ZZ})}_{i,j} = \left(\frac{\partial v}{\partial Z}\right)_{i,j} \quad (\text{III.19})$$

$$\dot{(\epsilon_{XZ})}_{i,j} = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\partial u}{\partial Z}\right)_{i,j} + \left(\frac{\partial v}{\partial X}\right)_{i,j} \right] \quad (\text{III.20})$$

La vitesse de déformation généralisée est alors calculée suivant la relation (III.4). La déformation généralisée  $\bar{\epsilon}_{ij}$  est alors obtenue par intégration en fonction du temps des vitesses de déformation généralisée calculées en  $M_{ij}$  pour les différentes étapes de chargement :

$$(\bar{\epsilon}_{ij})_k = (\bar{\epsilon}_{ij})_{k-1} + (\dot{\epsilon}_{ij})_k \cdot (\Delta t)_k \quad (\text{III.21})$$

Lorsque le point  $M_{ij}$  se situe sur le bord de la surface analysée, il faut définir les tangentes aux courbes interrompues par la droite passant par le point  $M_{ij}$  et le point voisin connu.

Les programmes correspondants à ces calculs ont été écrits en FORTRAN IV et implantés sur l'ordinateur du C.T.I. La capacité de la machine (16 kmots de 16 bits) ne permettant pas de traiter tous les points simultanément, nous avons créé dix fichiers composés d'articles de 400 mots (soit les coordonnées de 200 points). Chaque fichier contient tous les renseignements caractéristiques d'une étape du chargement. Une chaîne de traitement permet de charger les données, visualiser les grilles, calculer les déformations, visualiser les déformations généralisées et les lignes d'écoulement.

Le traitement pourra, par la suite, être étendu au calcul des contraintes.

### 2.3. Méthode expérimentale.

Un positif de la grille au format  $40 \times 60$  mm , au pas d'un millimètre, avec une épaisseur de trait de 0,04 mm , a été réalisé sur film ILFOLITH CONTACT IC 4.

Les pièces sont polies jusqu'au grain 450 sur la face devant recevoir la grille ; deux faces sont usinées d'équerre pour assurer un positionnement répétitif dans le montage de cisailage.

En chambre noire, sous éclairage jaune, l'impression des grilles est réalisée en trois phases :

- . application de la gélatine (bombe aérosol KODAK KPR) par pulvérisation suivie d'une centrifugation de cinq minutes à la vitesse de 100 t/mm ;
- . insolation de la gélatine par lampe ultra-violet ;
- . révélation de la grille en deux minutes dans le produit KODAK KPR Developer, suivie de coloration des réserves de gélatine par trempage de deux à trois secondes dans le produit KODAK KPR Dye ; rinçage et séchage.

Les grilles imprimées par ce procédé ont les caractéristiques suivantes :

- . pas de la grille :  $1,02 \text{ mm} \pm 0,03 \text{ mm}$
- . épaisseur des traits :  $0,055 \text{ mm} \pm 0,015 \text{ mm}$

Après photographie de l'état initial (grille non déformée) , la pièce est montée dans l'outillage de cisailage puis cisailée par une série de déplacements du poinçon de 1 mm théoriquement. Entre chaque déplacement la pièce est démontée, photographiée, puis repositionnée.

Les négatifs obtenus sont projetés avec un grossissement final de 30 par rapport à la pièce. Les points de la grille sont tracés sur calque puis mesurés manuellement sur planche à dessin. Ce long travail doit être fait avec la plus grande minutie. Avec cette procédure, il faut environ un mois pour réaliser le dépouillement complet d'une séquence de dix étapes de chargement. Des tables de mesure, appelées "digitaliseurs", permettent de simplifier grandement cette phase de l'exploitation.

Les coordonnées mesurées sont ensuite transcrites, sur rubans perforés, transférées sur fichiers, puis traitées.

Il est important de noter que dans cette méthode la face de la pièce sur laquelle la grille est déposée se trouve en état de contraintes planes et non en état de déformations planes.

### 3. Application de la visioelasticité au cisailage.

Nous avons étudié deux matériaux : un acier A 33 et un cuivre U 9 .

#### 3.1. Etude du cisailage d'une barre rectangulaire en acier A 33.

Le chargement est effectué en sept étapes. Le tableau III.1 définit la pénétration atteinte en fin de chacune des étapes. Les photos III.1 à III.8 ont été réalisées entre les différentes étapes.

Après agrandissement, relevé des coordonnées des points de la grille, entrée dans l'ordinateur et lissage, les huit grilles déformées ont été recopiées sur table à dessiner automatique. Les figures III.3 à III.10 représentent ces huit grilles complétées avec la position des outils et l'emplacement de la fracture.

Ces figures et la figure III.14, qui retrace l'évolution du déplacement radial maximum de la surface libre A et de la hauteur de la facette cisailée C en fonction de la pénétration, mettent en évidence trois phases dans le procédé :

- . de 0 à 22,5 % de pénétration, il y a flexion plastique de la surface libre de la barre et, simultanément, cisaillement plastique d'une facette ;
- . vers 22,5 % se produit une fracture ductile ;
- . au-delà de 22,5 % , A et C n'augmentent plus, la fracture s'ouvre tout en pénétrant dans la barre.

Cette évolution réelle diffère de la description généralement admise que nous avons rappelé dans le chapitre I (Figure I.2) : flexion et cisaillement plastique se produisent simultanément et non successivement.

La figure III.11 représente les lignes d'écoulement des points de la grille initiale durant le cisailage de la barre. Leur forme générale est celle d'une hyperbole dont les asymptotes sont parallèles à la direction de cisailage et à la normale à la direction de cisailage. Cette figure démontre que le fléchissement de la surface libre de la barre produit un "recul" de la barre (ou du lopin) dans l'outillage. Pour l'acier A 33 , le déplacement des points situés contre la face active de l'outil est au maximum le huitième de la pénétration totale. La largeur de la surface libre de la barre affectée par la flexion plastique est approximativement égale à la moitié de l'épaisseur du produit. L'angle caractéristique  $\gamma$  de la zone déformée est de  $21,5^\circ$  .

Les figures III.12 et III.13 visualisent les lignes d'isodéformation généralisée  $\bar{\epsilon}$  obtenues aux étapes 4 et 7.

A la fin de l'étape 4 (juste avant l'ouverture d'une fracture partant de l'angle des outils actifs) , les lignes d'isodéformation sont à peu près parallèles à la direction de cisailage. Les déformations augmentent, passent par un maximum, puis diminuent lorsque les points d'observation se rapprochent du plan de coupe. La direction de la ligne de déformation maximale est assez voisine de celle que prendra la fracture par la suite. A la fin de l'étape 7, les lignes d'isodéformation se sont déplacées en s'éloignant du plan de cisailage, celles qui en sont encore proches sont très tourmentées.

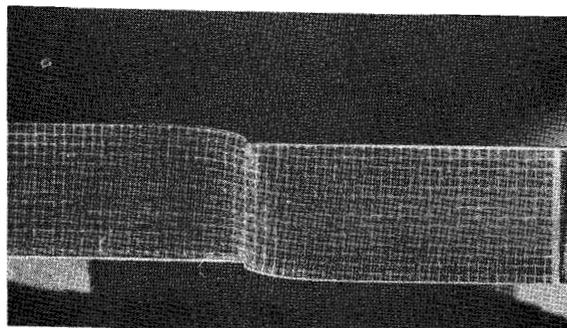
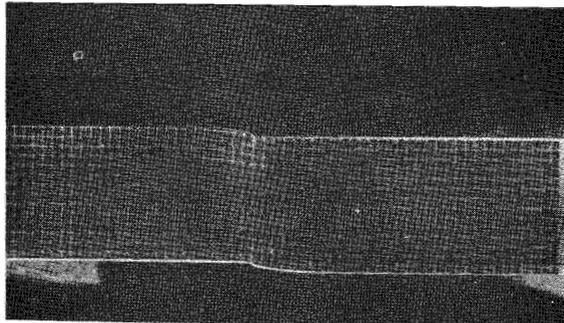
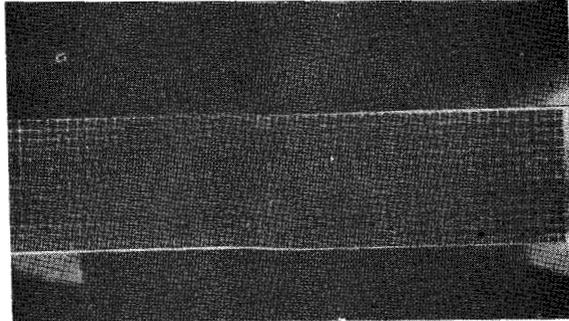
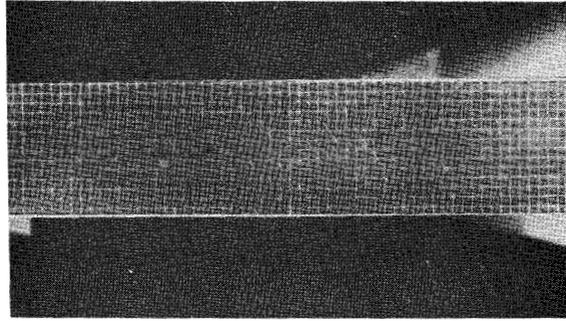
Les calculs de déformation généralisée effectués pour les points proches de la fracture donnent des résultats assez éloignés des valeurs réelles car le programme ne tient pas compte de la rupture éventuelle du matériau.

Etape	Pénétration		Déplacement radial maximum A %
	P mm	%	
1	0,45	3,06	2,58
2	1,23	8,44	7,41
3	1,90	12,93	9,32
4	3,13	21,29	12,80
5	3,87	26,33	13,26
6	4,94	33,61	13,26
7	5,85	39,80	13,74

Tableau III.1

Evolution de la pénétration p et du déplacement radial maximum A de la surface libre  
au cours du chargement d'une barre rectangulaire en A 33 .

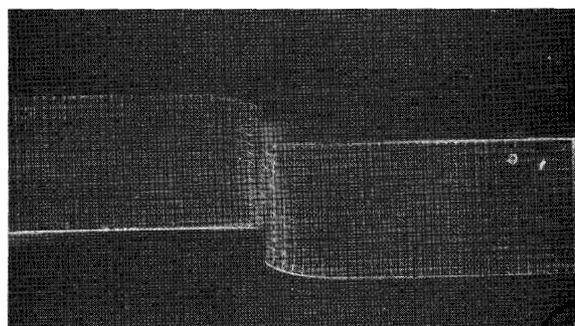
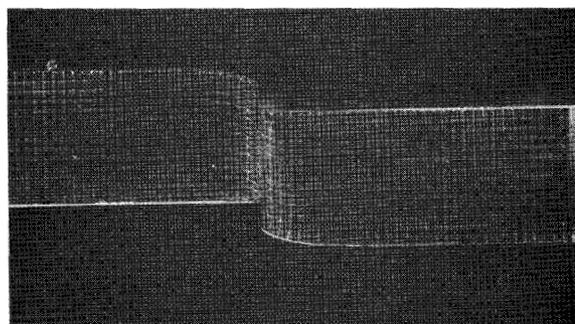
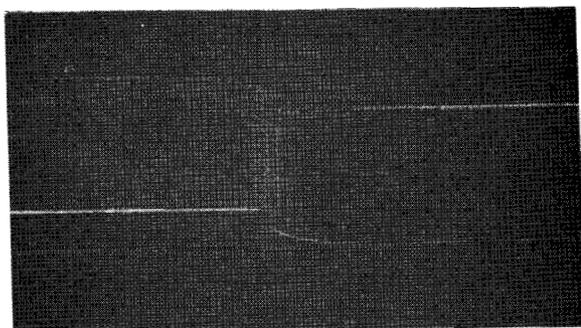
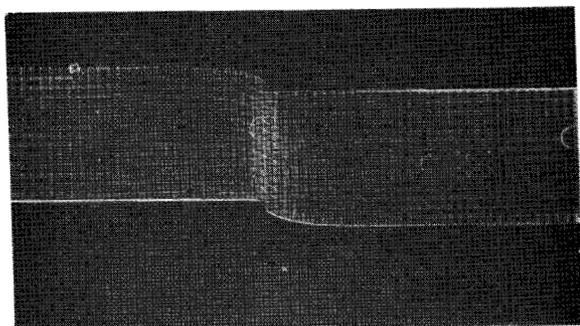




Photos N<sup>os</sup> 1,2,3,4 :

Grilles déformées d'une barre rectangulaire en A 33.

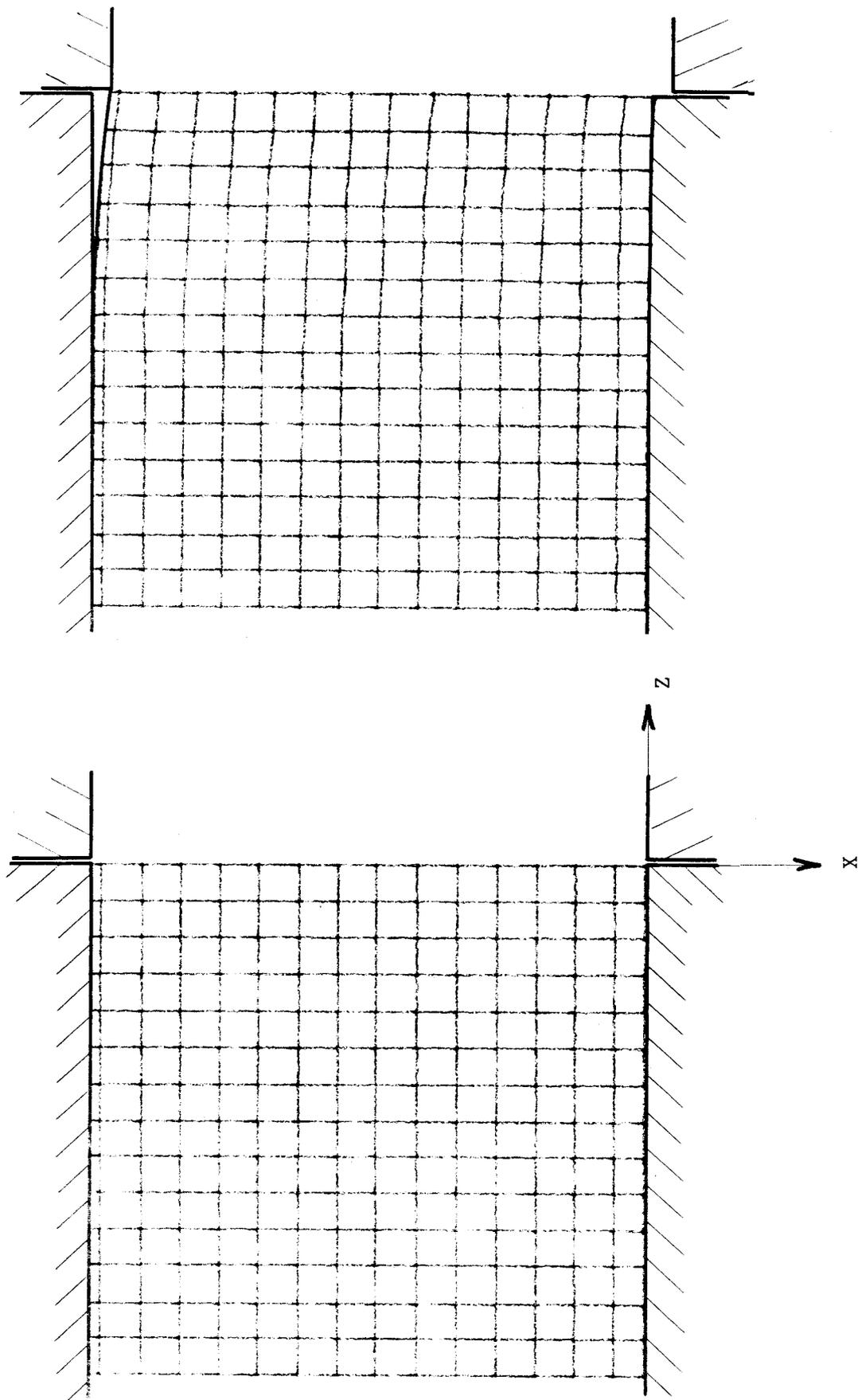
- 1 : état initial
- 2 : état après le chargement N<sup>o</sup> 1
- 3 : état après le chargement N<sup>o</sup> 2
- 4 : état après le chargement N<sup>o</sup> 3



BUS  
LILLE

Photos N<sup>OS</sup> III.5,6,7,8 :

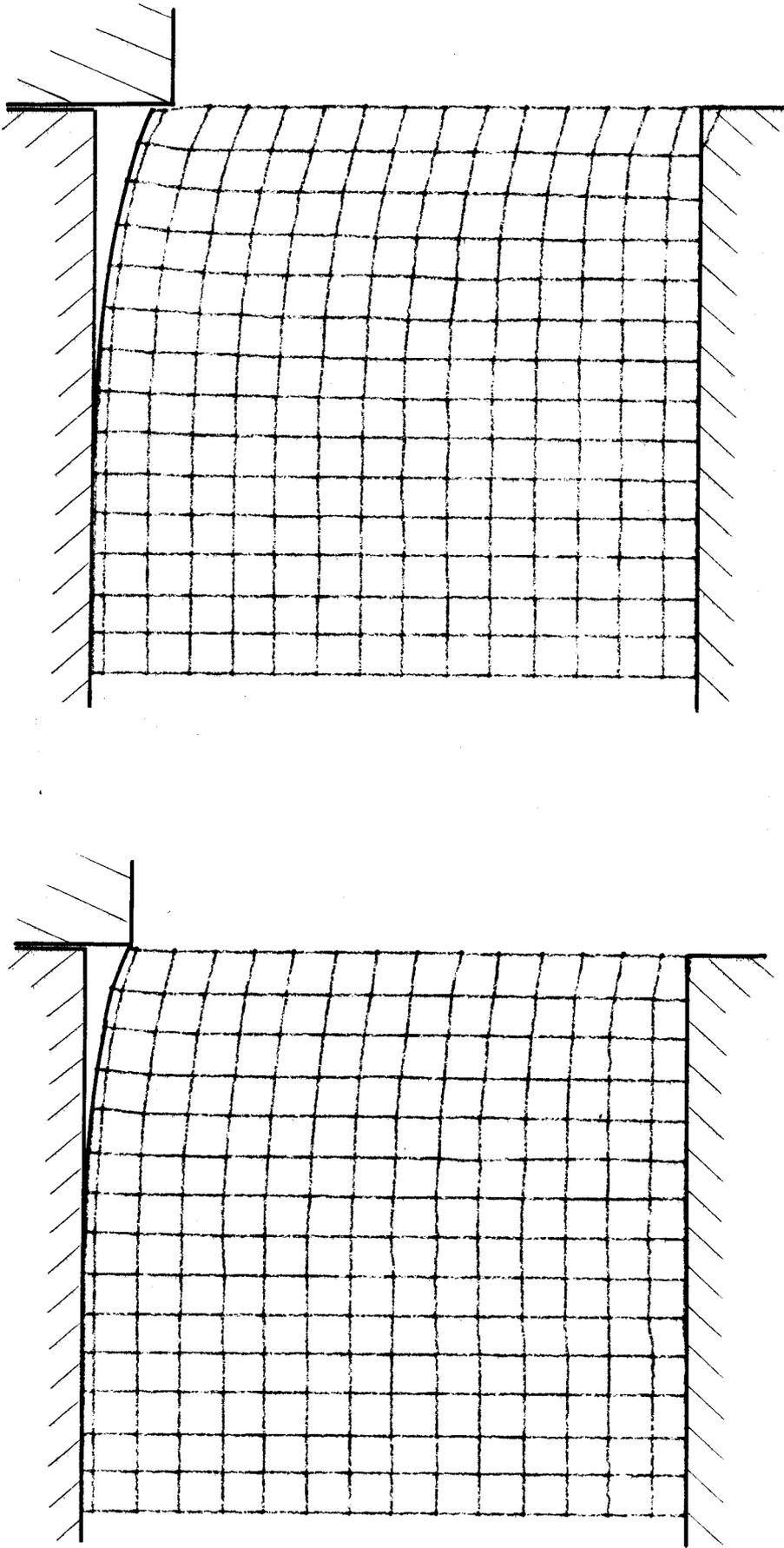
Grilles déformées d'une barre rectangulaire en A 33  
après les étapes de chargement de numéros 4,5,6 et 7.



Figures III.3 et 4 :

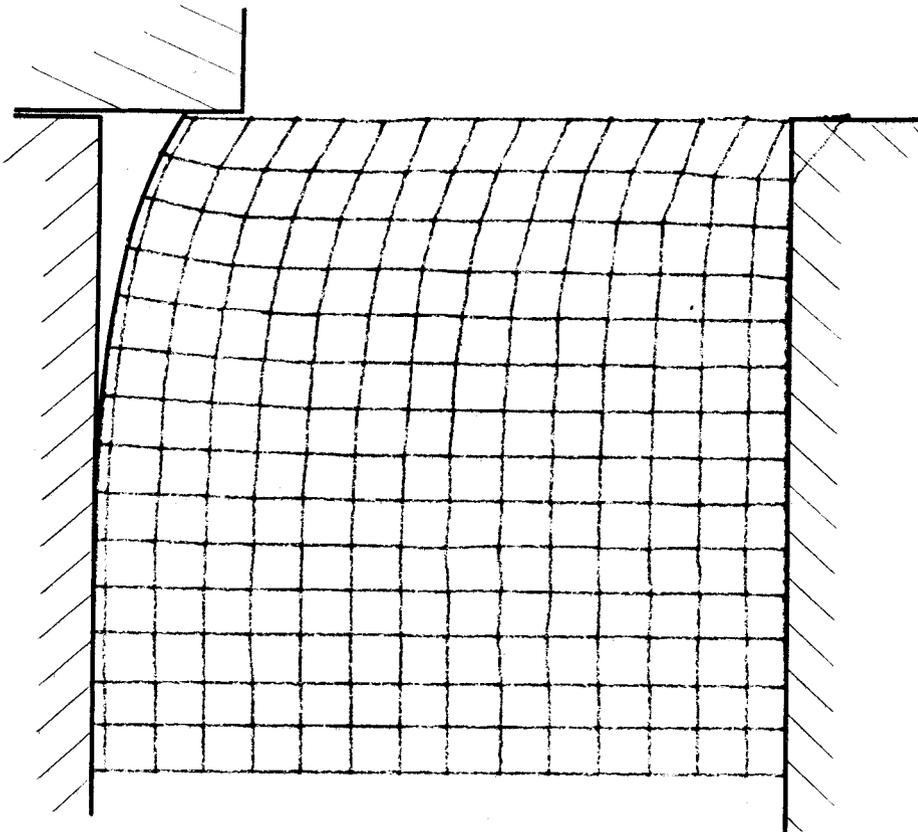
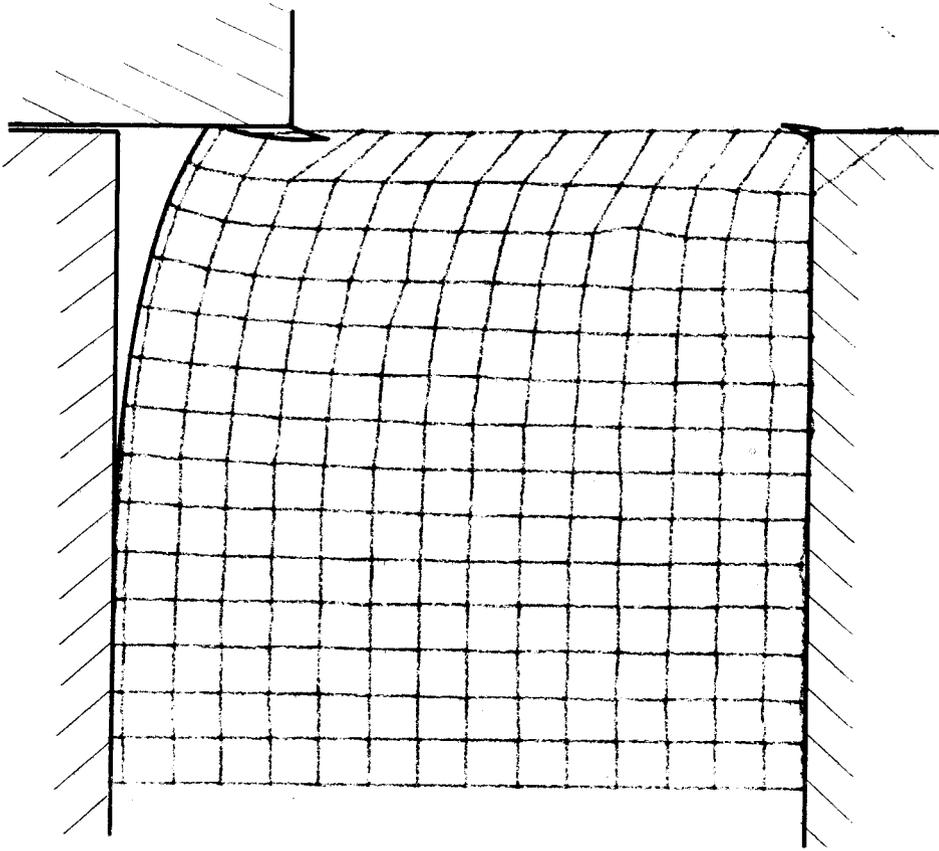
Cisaillement d'une barre rectangulaire en A 33 : état initial et étape 1.





Figures III.5 et 6 :

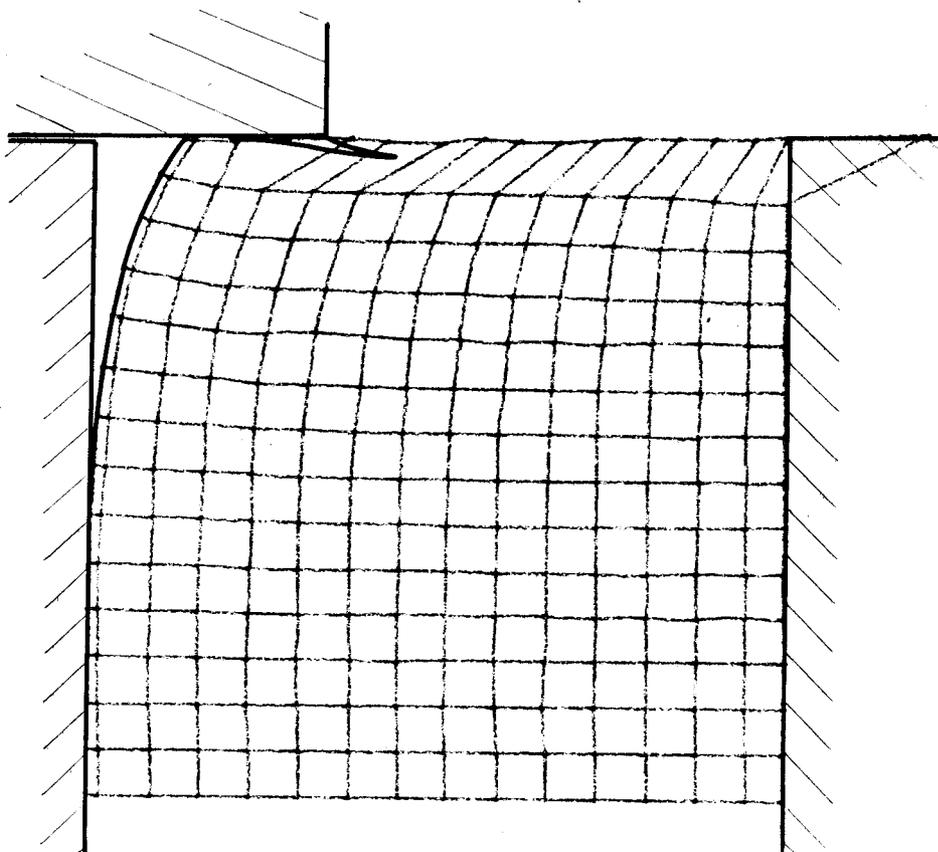
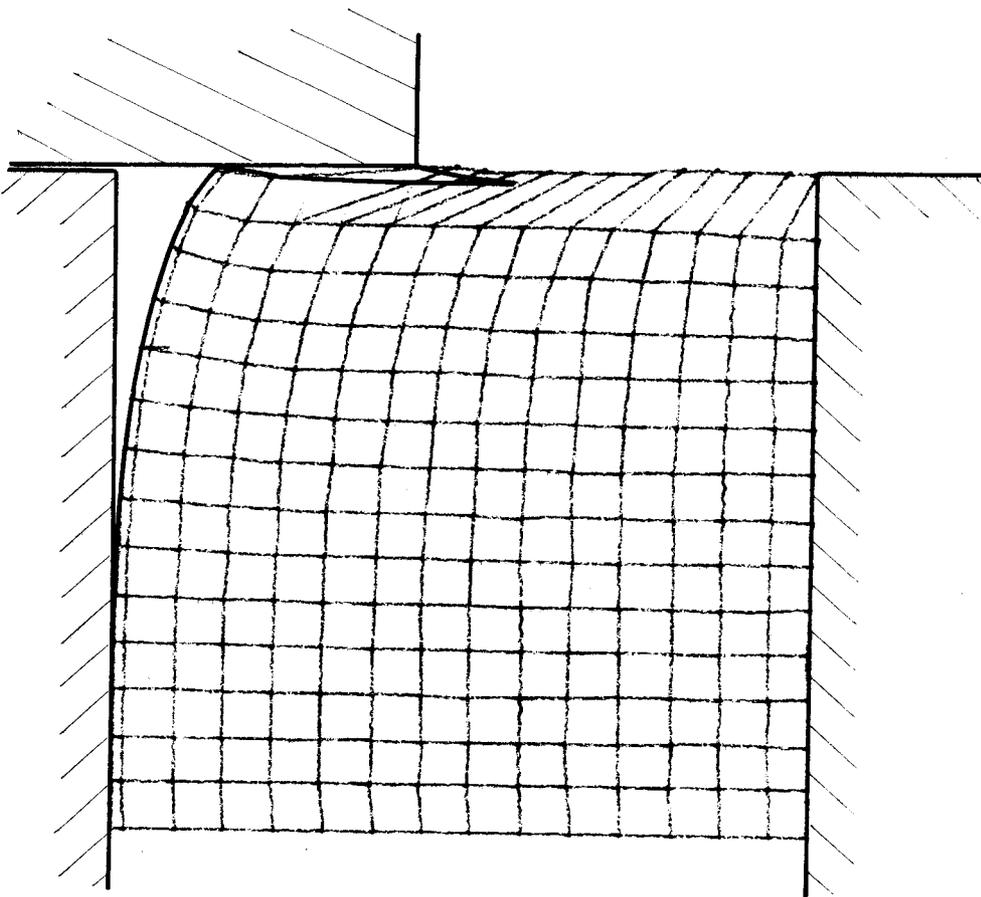
Cisaillage d'une barre rectangulaire en A 33 : étapes 2 et 3.



Figures III.7 et 8 :

Cisailage d'une barre rectangulaire en A 33 : étapes 4 et 5.





Figures III.9 et 10 :

Cisaillage d'une barre rectangulaire en A 33 : étapes 6 et 7.

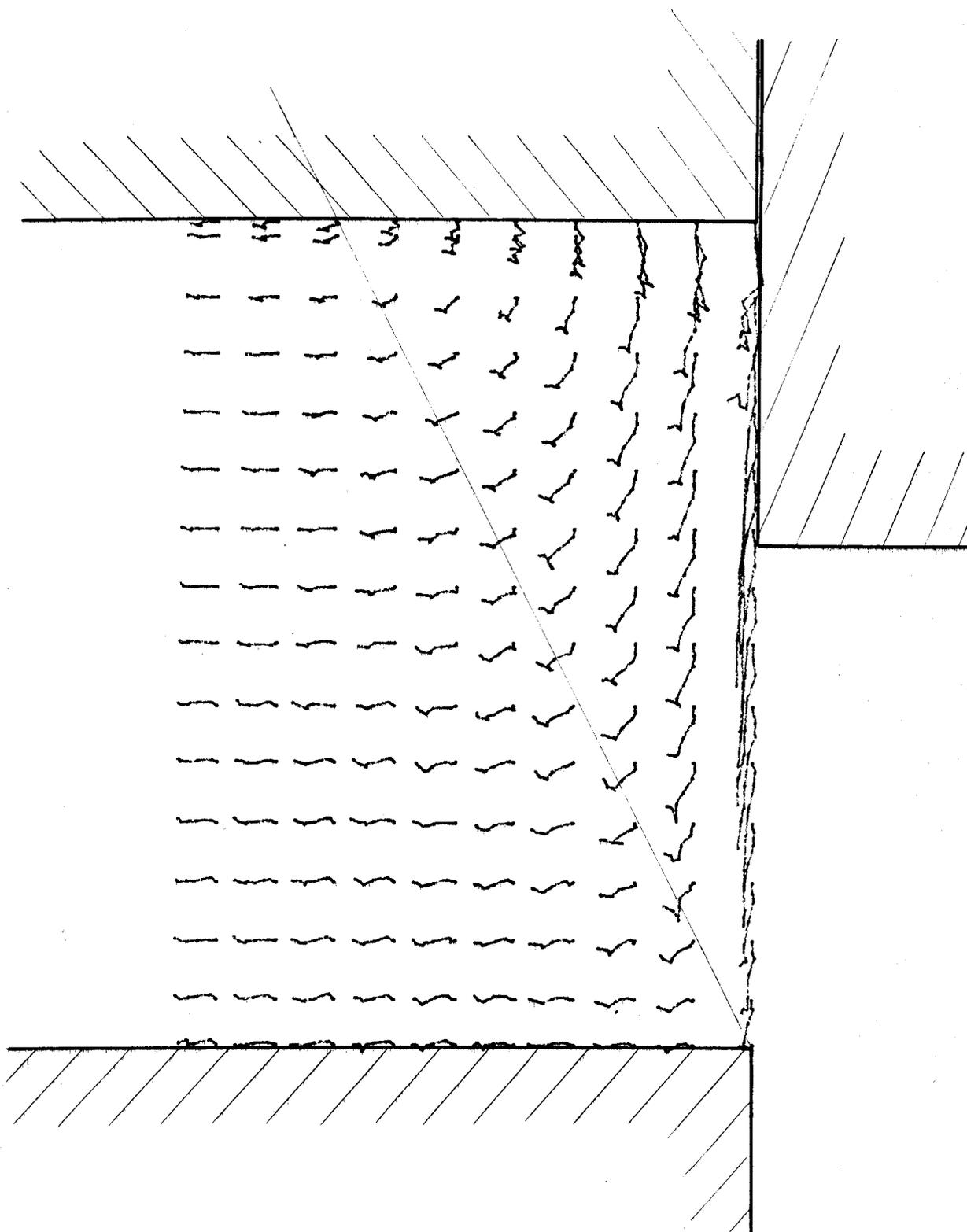


Figure III.11 :  
Lignes d'écoulement observées lors du cisailage  
de l'acier A 33 de l'état initial jusqu'à l'étape 7.



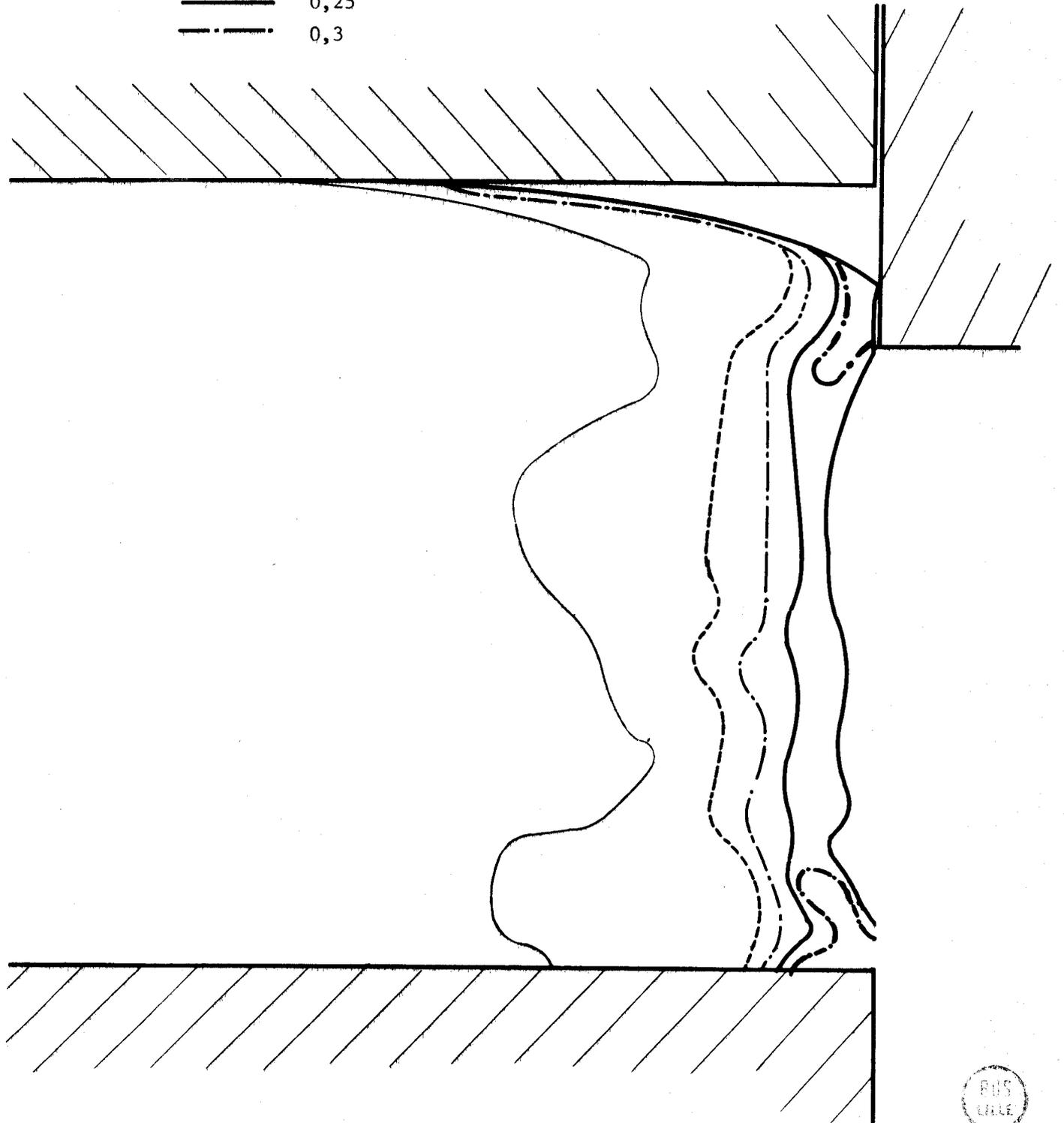
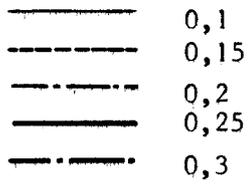


Figure III.12 :

Lignes d'isodéformation observées lors du cisailage de l'acier A 33 à la fin de l'étape 4.

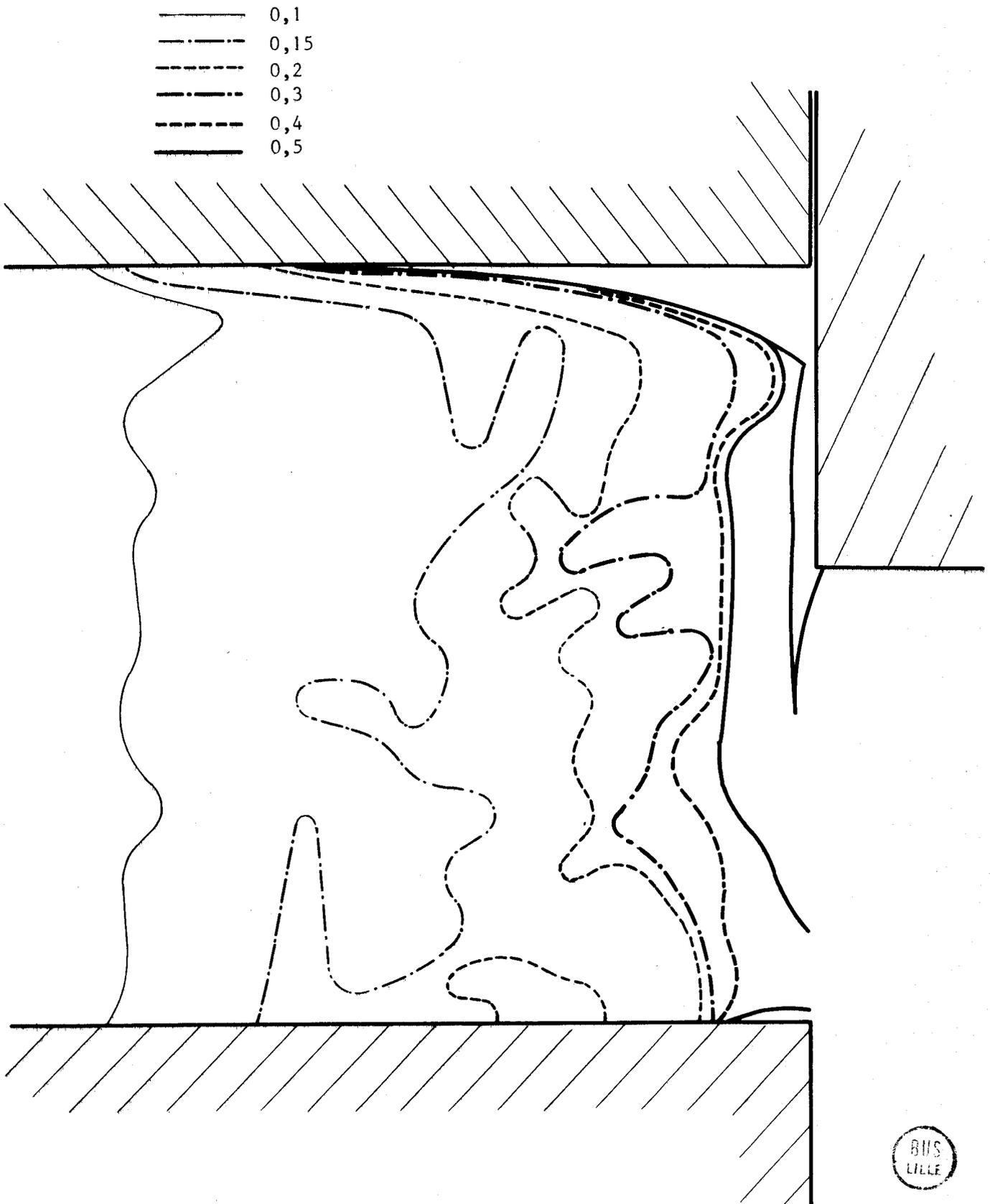


Figure III.13 :

Lignes d'isodéformation observées lors du cisailage de l'acier A 33 à la fin de l'étape 7.

A : déplacement radial maximum  
de la surface libre  
C : profondeur de cisaillement plastique  
F : profondeur de la fracture

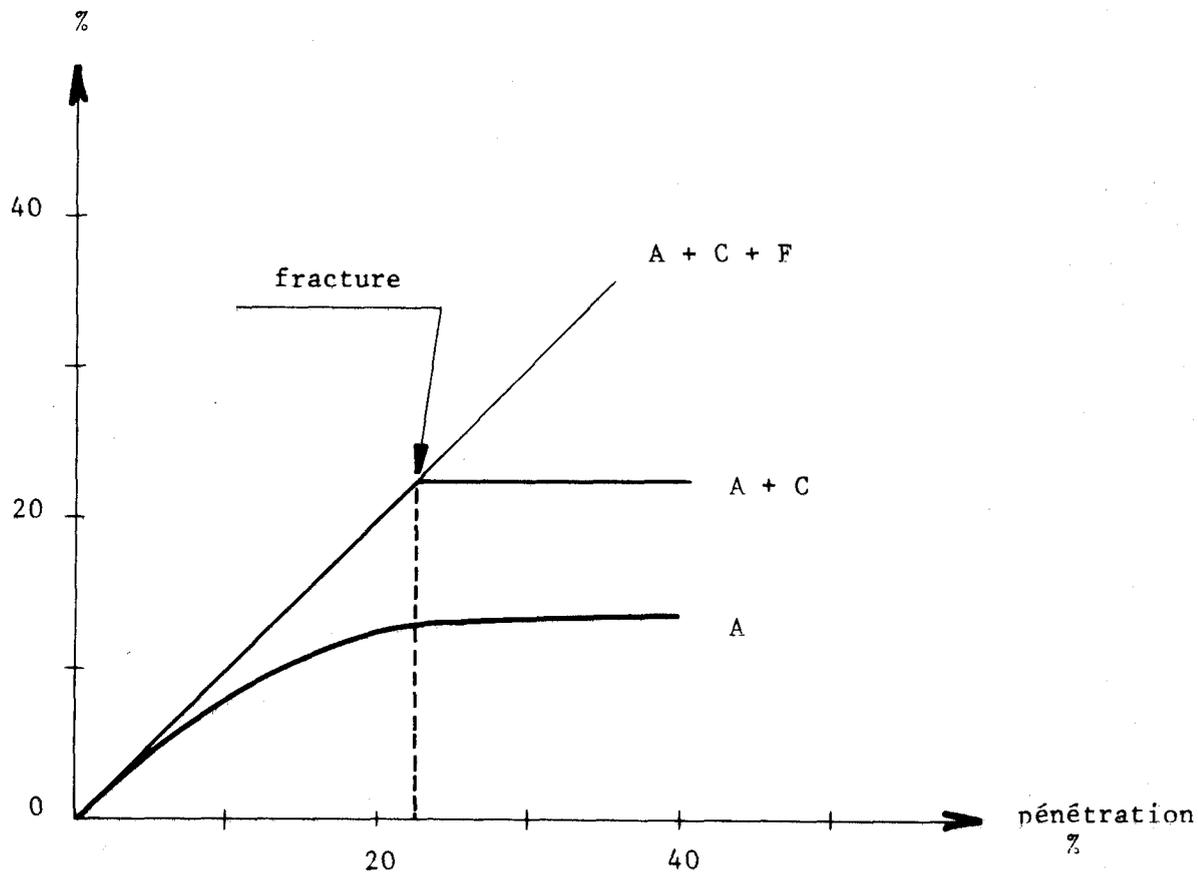


Figure III.14 :

Evolution du déplacement radial maximum de la surface libre  
lors du cisailage d'une barre rectangulaire en acier A33.

### 3.2. Etude du cisailage d'une barre rectangulaire en cuivre U 9.

Le chargement est effectué en sept étapes. Le tableau III.2 définit les principales caractéristiques mesurées à chaque étape. Les photos III.9 à III.16 montrent les différentes déformées de la grille initiale.

Les figures III.15 à III.22 ont été obtenues sur table à dessiner automatique après mesure et traitement sur ordinateur des photos précédentes.

Ces figures et la figure III.26 permettent de mettre en évidence deux phases dans le développement du cisailage : de 0 à 25 % la flexion plastique de la surface libre se développe conjointement au cisaillement plastique, au-delà de 25 %, le cisaillement plastique se développe seul. Pour ce matériau nous n'avons pas observé de fracture à 42 % de pénétration des outils. Néanmoins la figure III.26 diffère peu de la figure III.14 .

La figure III.23 représente les lignes d'écoulement des points de la grille initiale. Elles ont la même forme que celles observées pour l'acier A 33. Le rapport entre les déplacements des points de la barre situés au contact de la face active de l'outil et la pénétration totale reste inférieur à un huitième. La largeur de la surface libre de la barre affectée par la flexion plastique est égale à 71 % de l'épaisseur du produit ; l'angle caractéristique  $\gamma$  de la zone déformée est de  $35,4^\circ$ .

Les figures III.24 et III.25 visualisent les lignes d'isodéformation en fin des étapes 4 et 7. Dans les deux cas, ces lignes sont à peu près parallèles à la direction de cisailage, exception faite des surfaces de la barre pour lesquelles la déformation est nettement plus élevée.

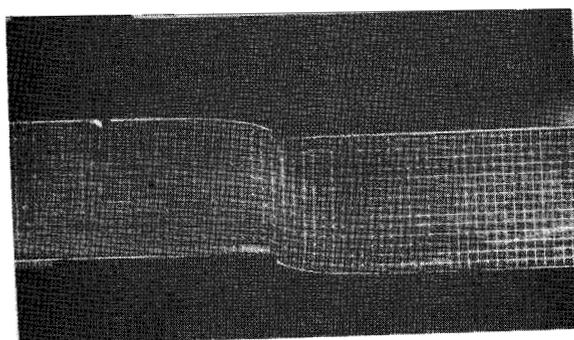
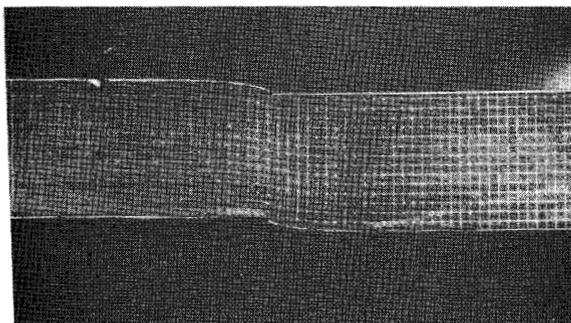
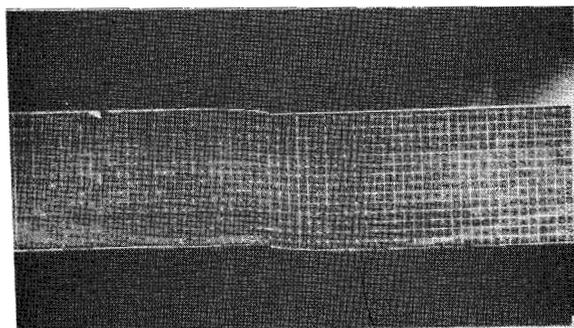
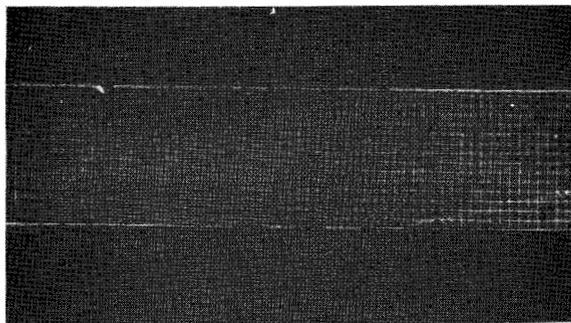
Au centre de la barre, la déformation augmente en se rapprochant du plan de cisailage où elle est maximale. En un point la déformation augmente avec la pénétration. Les déformations généralisées maximales obtenues sont très élevées, supérieures à deux en certains points ; ce qui est notablement plus élevé que les déformations maximales obtenues pendant les essais de traction.

Etape	Pénétration		Déplacement radial maximum A %
	P mm	%	
1	0,73	4,87	4,20
2	1,44	9,60	7,87
3	2,46	16,40	11,67
4	3,64	24,27	15,20
5	4,53	30,20	15,47
6	5,53	36,87	16,40
7	6,36	42,40	16,33

Tableau III.2

Evolution de la pénétration p et du déplacement radial maximum A de la surface libre au cours du chargement d'une barre rectangulaire en cuivre U9.

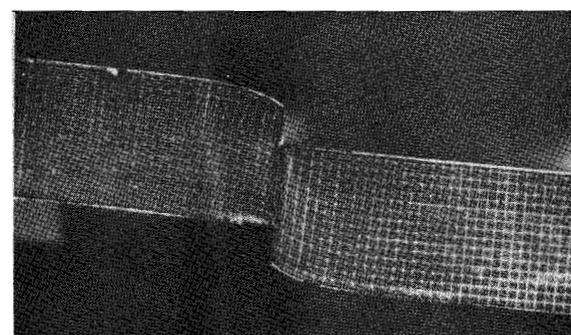
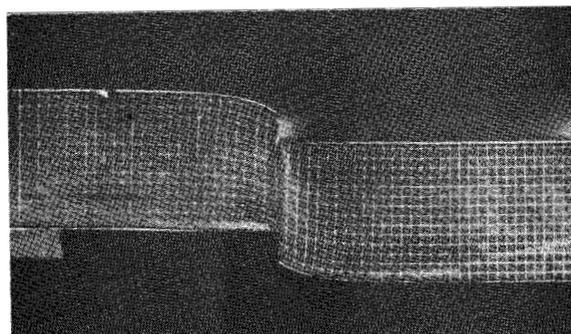
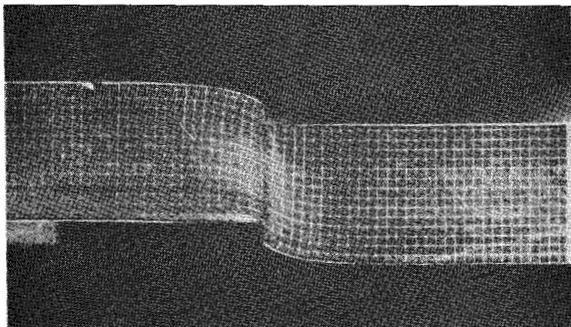
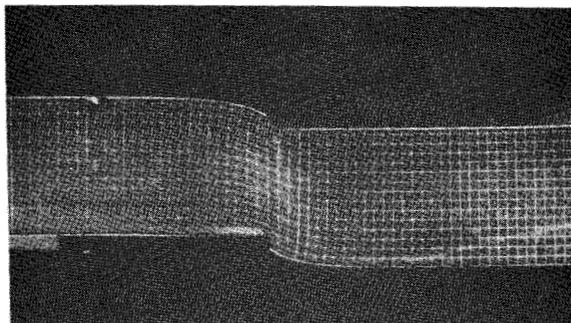




Photos N<sup>os</sup> III.9,10,11,12 :

Grilles déformées d'une barre rectangulaire en cuivre U9  
à l'état initial et après les étapes 1, 2 et 3.

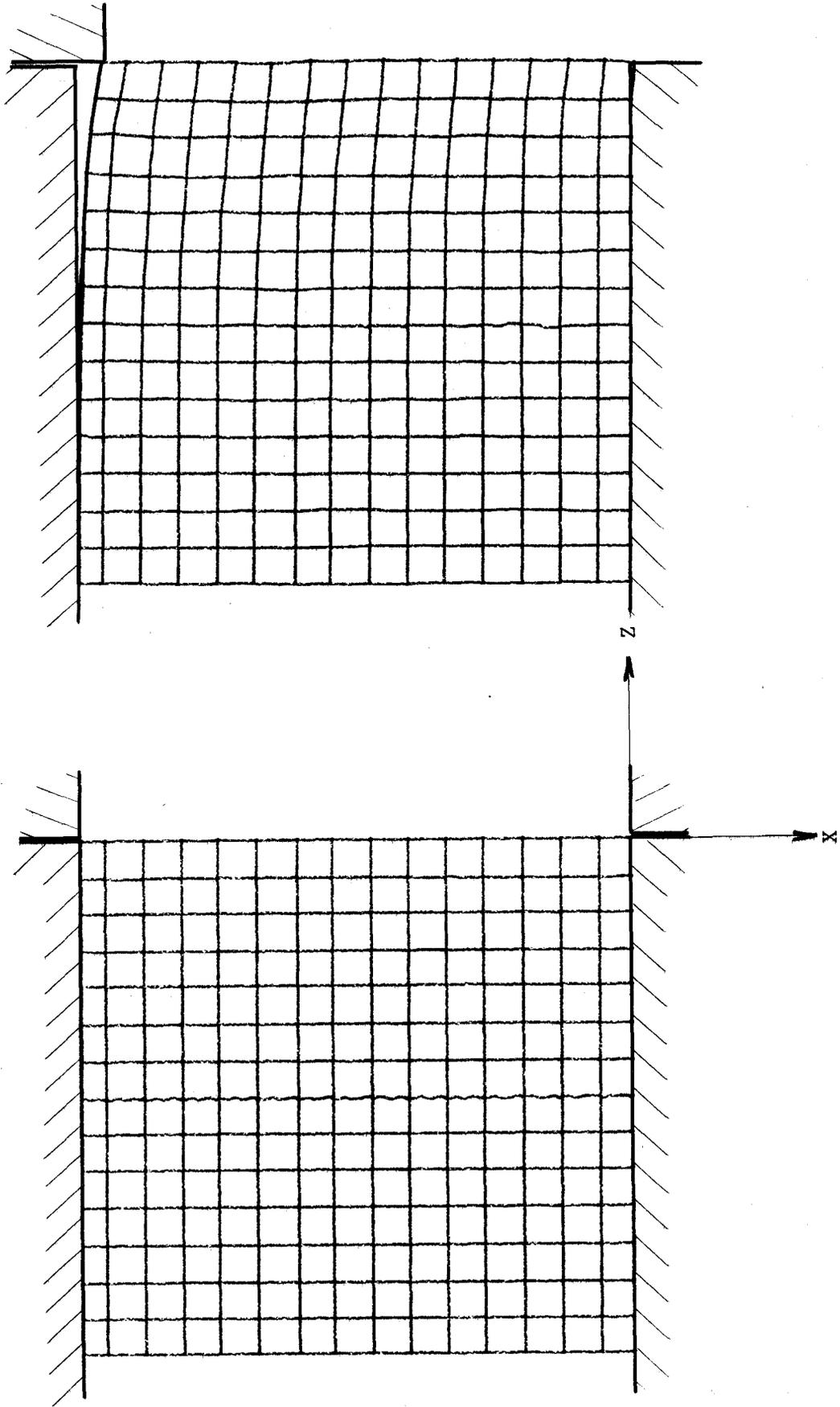




Photos N<sup>os</sup> III.13,14,15,16 :

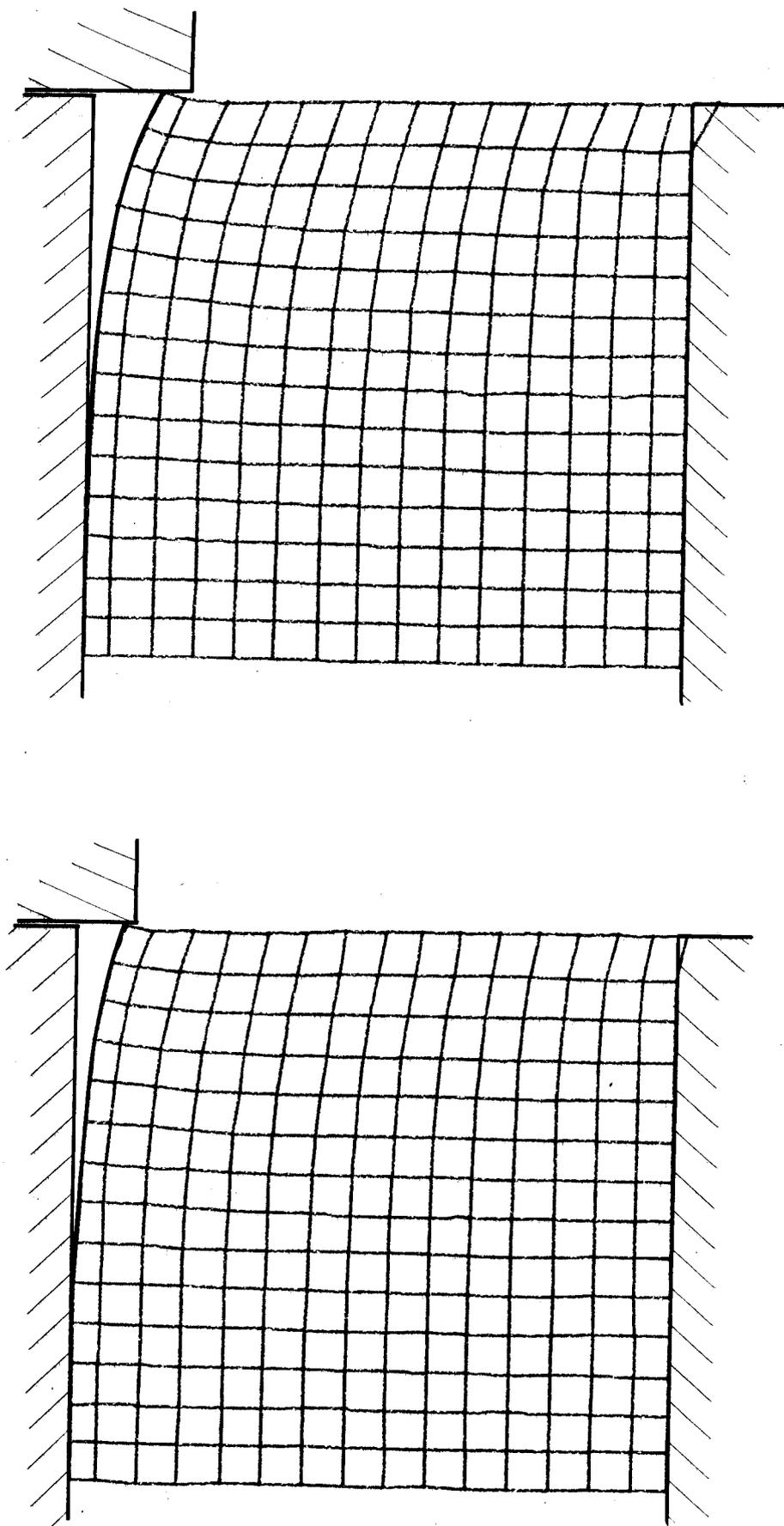
Grilles déformées d'une barre rectangulaire en cuivre U9  
après les étapes 4 à 7.





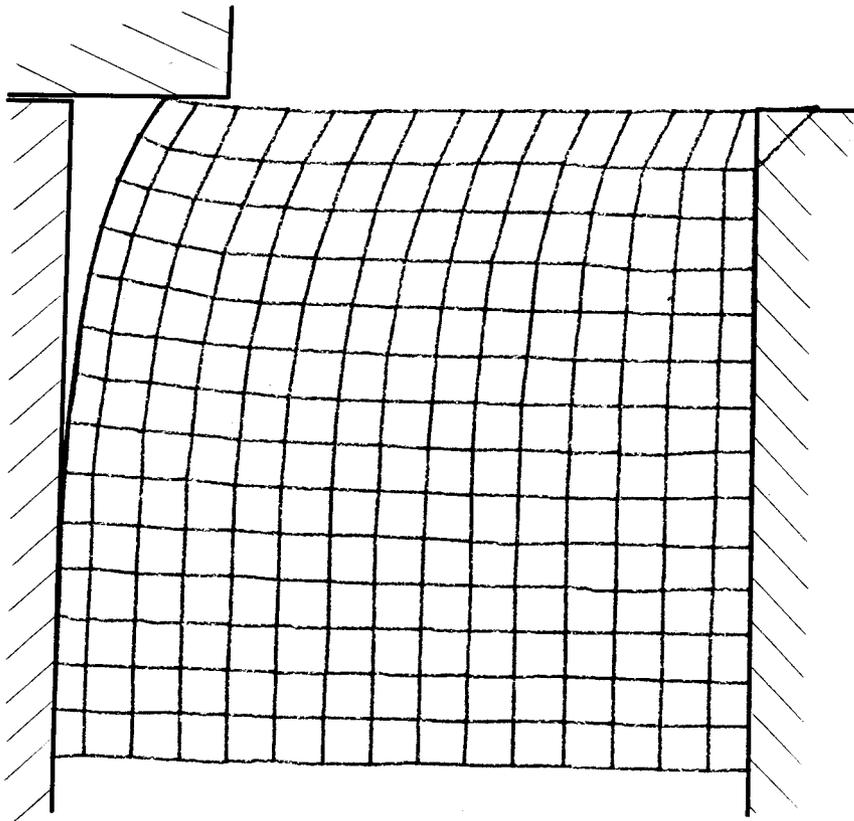
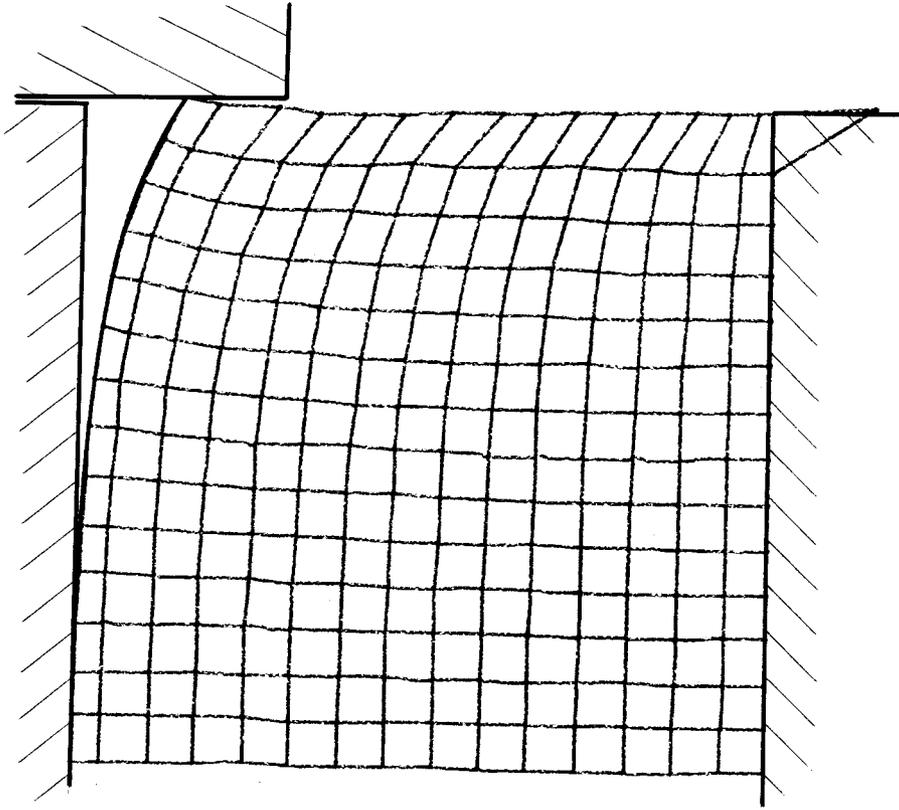
Figures III.15 et 16 :

Cisailage d'une barre rectangulaire en cuivre U9 : grille initiale et étape 1.



Figures III.17 et 18 :

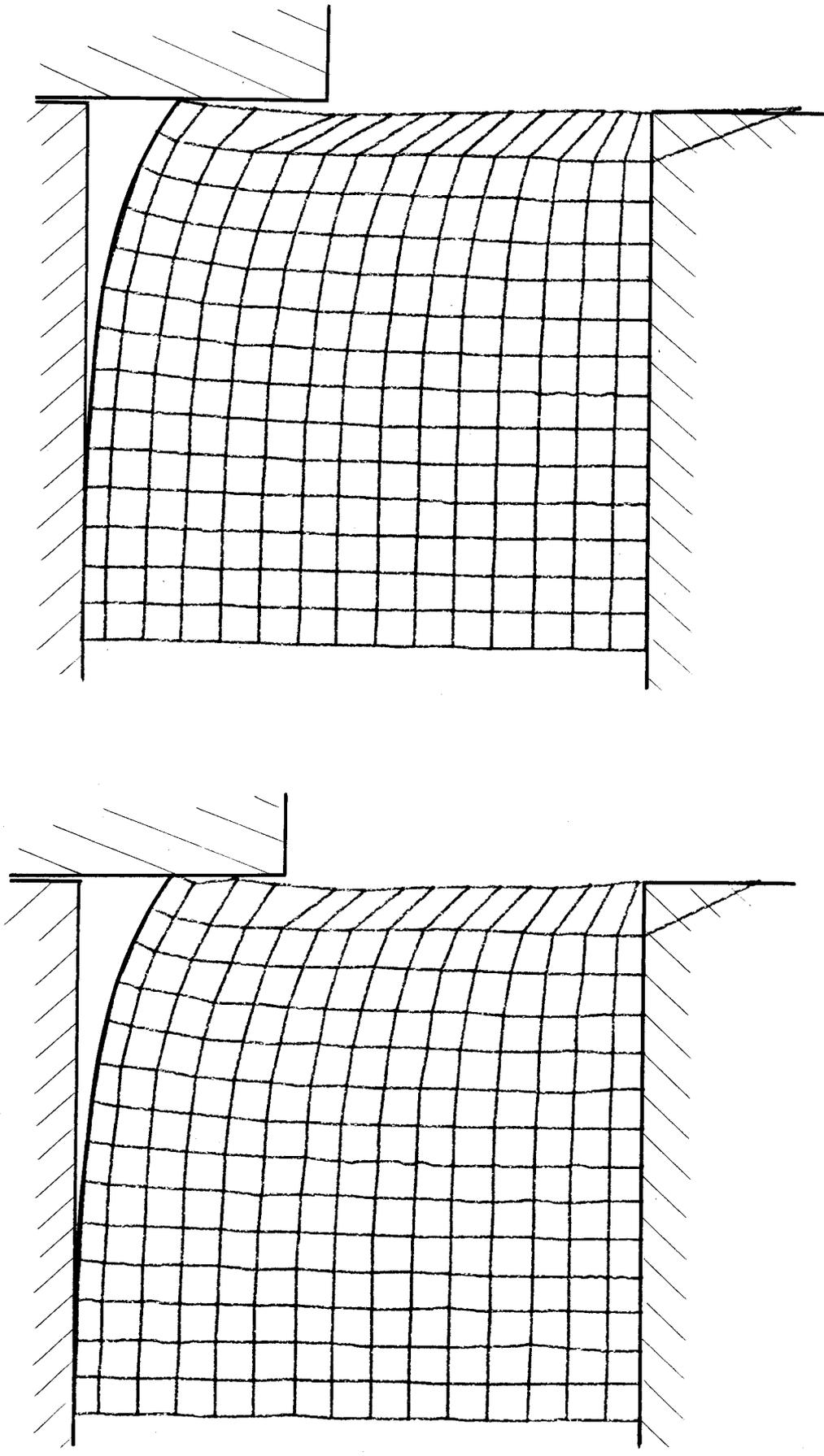
Cisaillage d'une barre rectangulaire en cuivre U9 : étapes 2 et 3.



Figures III.19 et 20 :

Cisaillage d'une barre rectangulaire en cuivre U9 : étapes 4 et 5.





Figures III.21 et 22 :

Cisailage d'une barre rectangulaire en cuivre U9 : étapes 6 et 7.



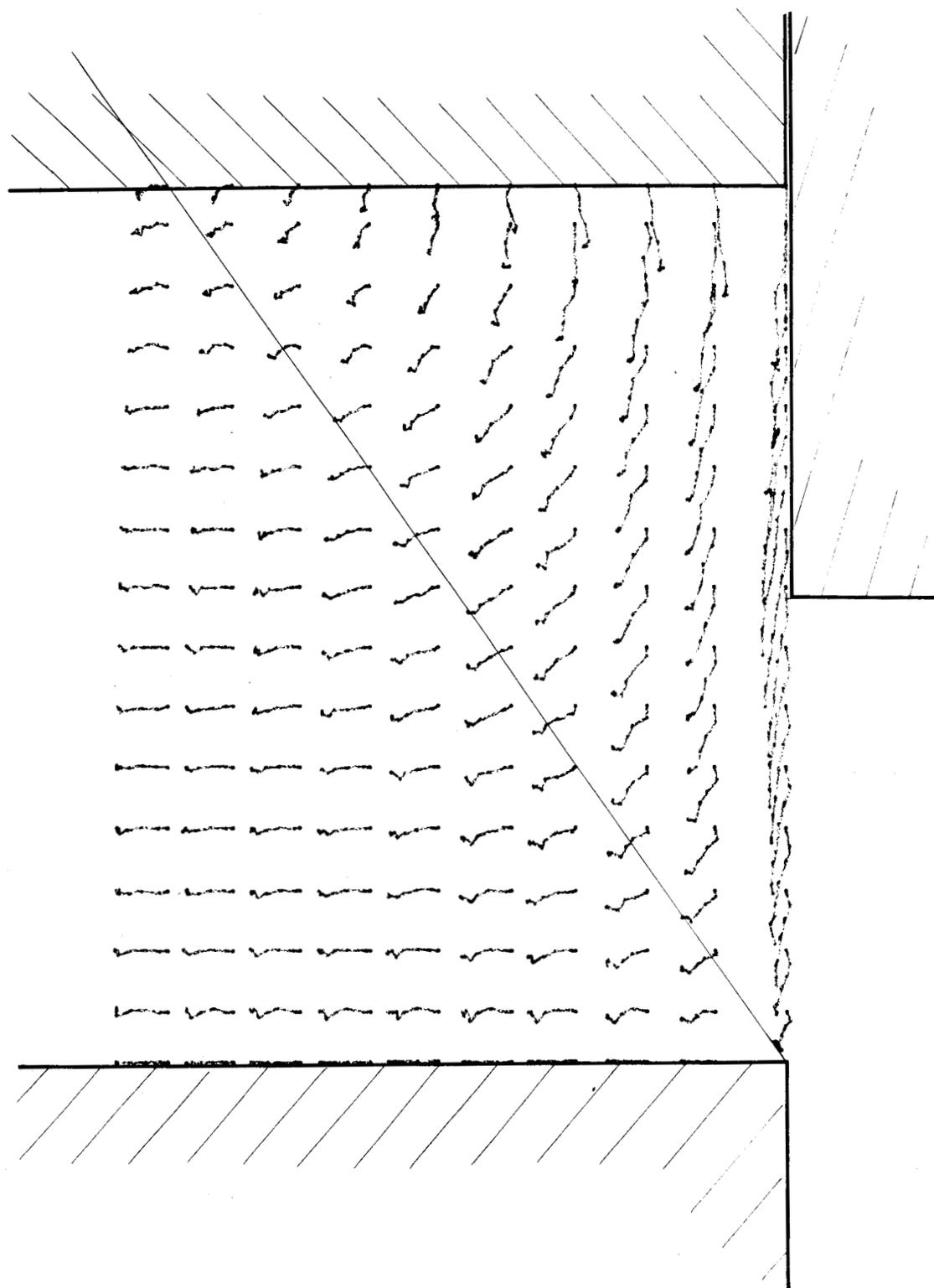


Figure III. 23 :

Lignes d'écoulement observées lors du cisailage  
du cuivre U9 de l'état initial jusqu'à l'étape 7.



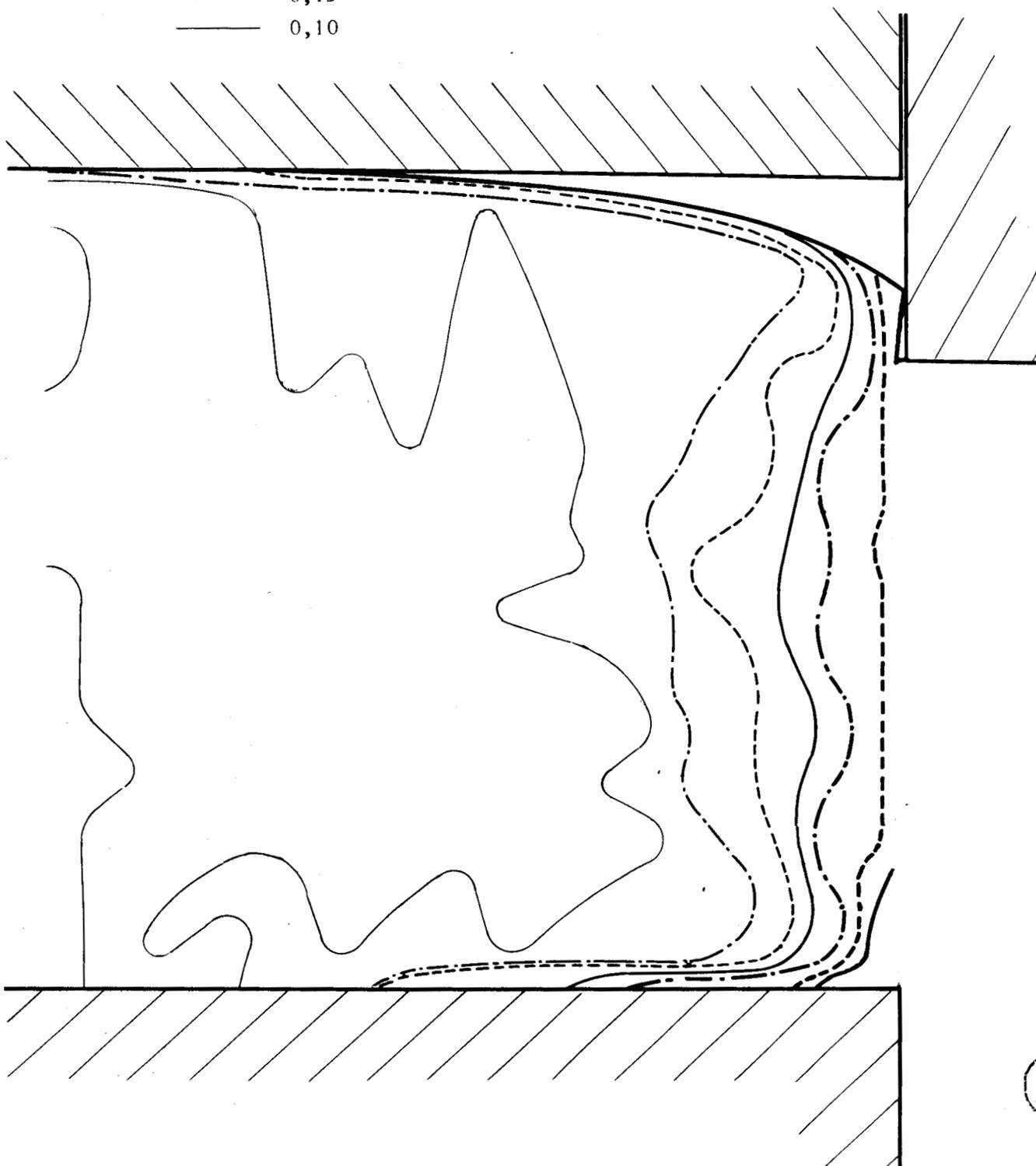
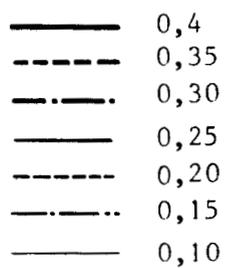
BUS  
LILLE

Figure III.24 :  
Lignes d'isodéformation observées  
lors du cisailage du cuivre U9 en fin de l'étape 4.

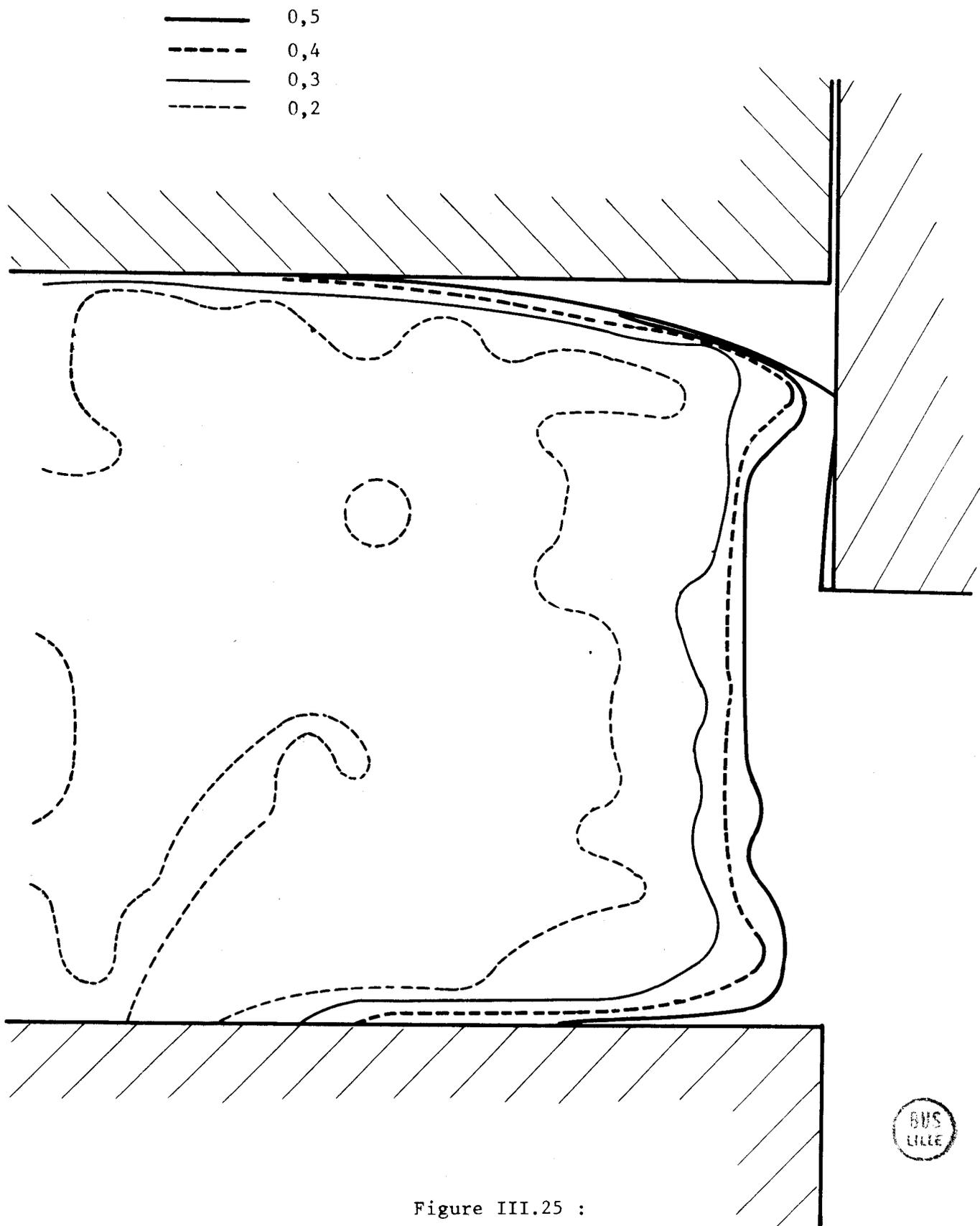


Figure III.25 :

Lignes d'isodéformation observées  
lors du cisailage du cuivre U9 en fin de l'étape 7.

A : déplacement radial maximum de la surface libre  
C : profondeur de cisaillement plastique

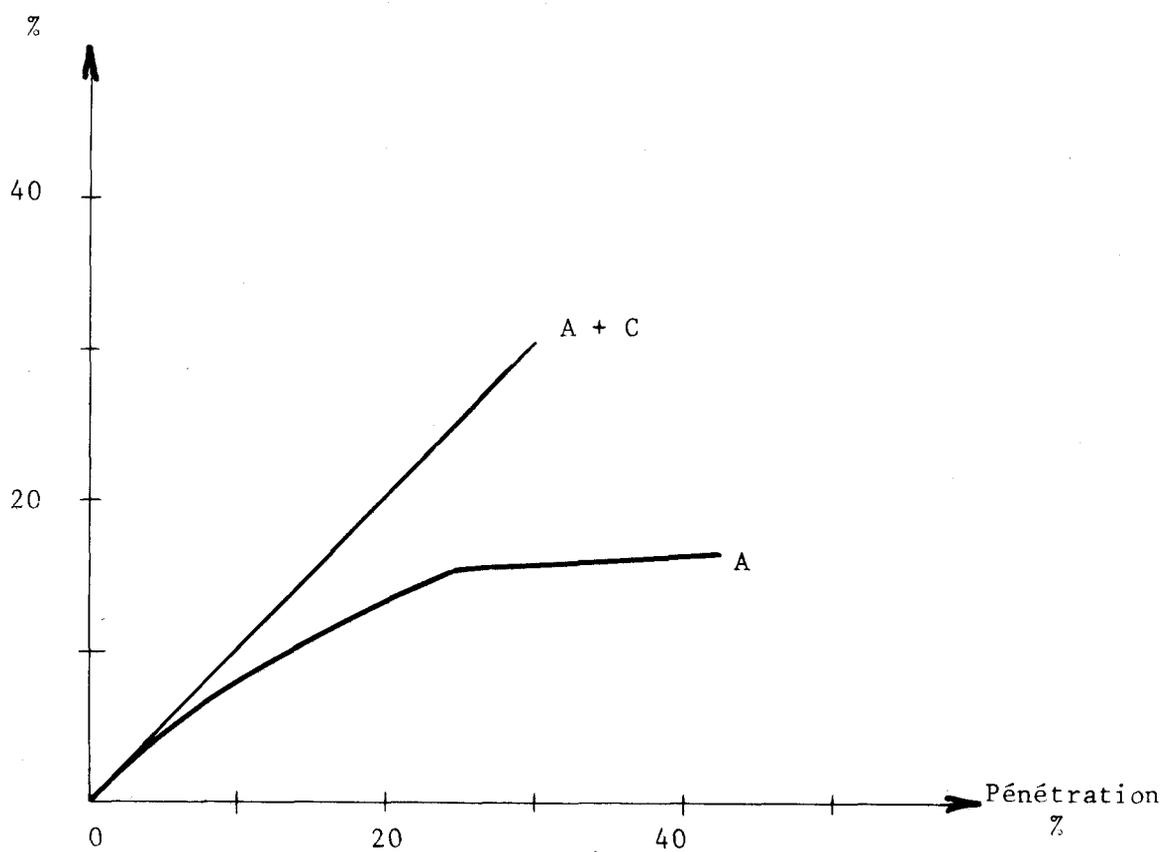


Figure III.26 :

Evolution du déplacement radial maximum A de la surface libre  
au cours du cisailage d'une barre rectangulaire en cuivre U9.



#### 4. Conclusions.

La visioelasticité est une méthode d'analyse expérimentale délicate à mettre au point. Elle nécessite l'utilisation de tables de mesure de grande précision permettant de coder un grand nombre de points, de dispositifs expérimentaux permettant de photographier les grilles déformées en continu... C'est en fait une nouvelle conception de l'expérimentation qui doit être définie dans laquelle la quantité doit être sacrifiée à la qualité des essais réalisés.

Bien que dans notre cas nous ne disposions pas de moyens aussi importants, ce qui nous a interdit de calculer les contraintes, la visioelasticité nous a cependant permis d'établir les points suivants :

- . dans une première phase, la barre subit conjointement une flexion plastique, qui se traduit par un déplacement radial croissant de sa surface libre, et un cisaillement plastique, qui donne naissance à une facette parallèle au plan de cisailage ;
- . dans un deuxième temps, la barre subit un cisaillement plastique pendant lequel la facette définie précédemment prend une importance croissante. Le déplacement radial maximum de la surface libre reste constant pendant cette phase.
- . dans un troisième temps, une fracture se propage dans la barre en partant des arêtes des outils actifs avec une direction légèrement différente de la direction de cisailage ; la profondeur de la facette de cisaillement plastique et le déplacement radial maximum de la surface libre restent alors constants ;
- . les trajectoires des points des grilles initiales sont approximativement des hyperboles dont les asymptotes sont parallèles aux axes X et Z ; le déplacement radial de la surface libre et les déformations de compression subies par la barre aux interfaces de contact avec les outils produisent un "recul" de la barre et du lopin ;
- . les déformations mesurées pour l'acier A 33 et le cuivre U 9 sont notablement différentes pour des pénétrations identiques : les déformations sont plus concentrées pour l'A 33 ; les déformations sont maximales dans le plan de cisailage pour le cuivre, dans un plan situé à une distance égale à 6 % de l'épaisseur du plan de cisailage pour l'acier.

En conclusion, nous pensons que l'étude des écoulements non-stationnaires par utilisation de la méthode de visioplasticité est extrêmement fructueuse. Elle est la seule méthode expérimentale qui permet de "suivre" l'écoulement plastique, donc de mesurer ses caractéristiques et d'en déduire des modèles théoriques.

#### IV. MODELISATION PAR CHAMP DE VITESSES.

##### 1. La méthode des champs de vitesses.

Cette méthode consiste à approcher l'écoulement réel par des champs de vitesses, constitués par des zones dans lesquelles la vitesse des particules est soit constante en tout point (méthode dite des blocs de vitesses), soit variable continue dans toute la zone (méthode des champs de vitesses continus). Lorsqu'il est applicable, le théorème de la borne supérieure permet ensuite de choisir parmi les différentes solutions possibles celle qui fournit la meilleure prévision des efforts moteurs réels.

##### 1.1. Théorème de la borne supérieure.

Considérons le volume  $V$  du matériau en cours de formage, obéissant à la condition d'écoulement de von MISES associée à la loi du potentiel plastique [2].

Désignons par  $\vec{T}^d$  les contraintes définies sur la surface  $S_T$ , par  $\vec{u}^d$  les vitesses définies sur  $S_u$  et par  $k$  la contrainte limite d'écoulement en cisaillement pur le long d'une surface de discontinuité  $S_D$  (Figure IV.1).

Soient :

$\vec{u}^*$  un champ de vitesses cinématiquement et plastiquement admissible défini dans le volume  $V$  ;

$\{\dot{\epsilon}^*\}$  les vitesses de déformation correspondantes au champ  $\vec{u}^*$  ;

$\{\sigma^*\}$  les contraintes associées à  $\{\dot{\epsilon}^*\}$  par la loi d'écoulement ;

$\vec{u}$ ,  $\{\dot{\epsilon}\}$ ,  $\{\sigma\}$  le champ de vitesses réel, les vitesses de déformation correspondantes et les contraintes associées.

Les travaux virtuels s'expriment comme suit : pour  $S = S_T + S_u$

$$\int_{S_T} \vec{T}^d \cdot \vec{u}^* \cdot dS + \int_{S_u} \vec{T} \cdot \vec{u}^d \cdot dS = \int_V \{\sigma\}^T \{\dot{\epsilon}^*\} dV + \int_{S_D} k \cdot |\Delta u^*| dS \quad (IV.1)$$

$\Delta u^*$  désignant la discontinuité de vitesse, tangentielle à  $S_D$ .

Le théorème du travail maximum s'écrit alors :

$$\int_V \{\sigma^*\}^T \{\dot{\epsilon}^*\} dV \geq \int_V \{\sigma\}^T \{\dot{\epsilon}^*\} dV \quad (IV.2)$$

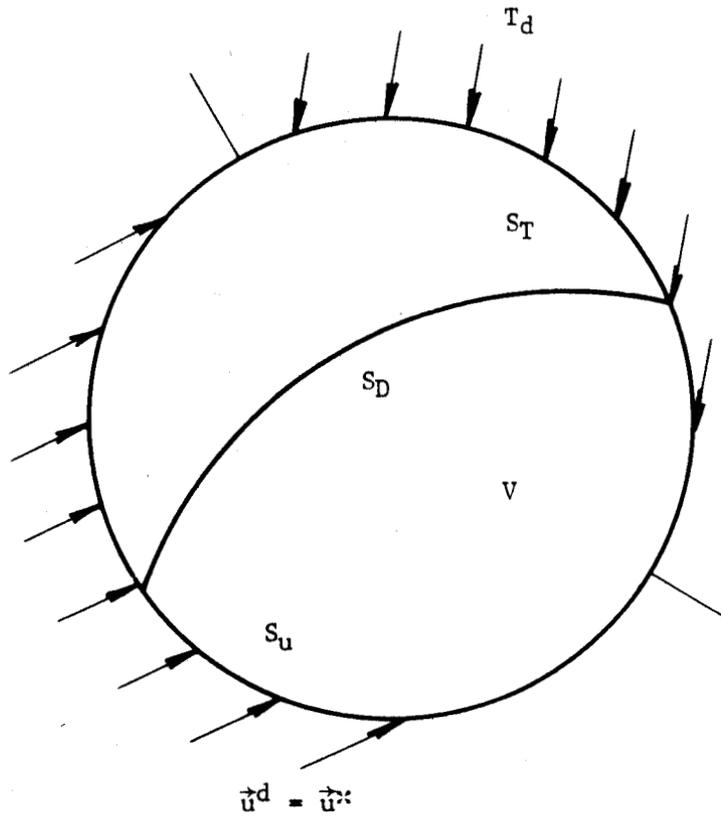


Figure IV.1 :

Conditions aux limites pour le théorème de la borne supérieure.



Compte tenu de (IV.1) , il vient :

$$\int_{S_u} \vec{T} \cdot \vec{u}^d \cdot dS \leq \int_V \{\sigma_{ij}\}^T \{\dot{\epsilon}_{ij}\} dV + \int_{S_D} k |\Delta u^*| dS - \int_{S_T} \vec{T}^d \cdot \vec{u}^* \cdot dS \quad (IV.3)$$

Les conditions sur la surface  $S$  doivent être compatibles et cohérentes : en tout point de la surface  $S$  et suivant chacune des directions du repère utilisé, on ne peut pas s'imposer simultanément les composantes des vecteurs vitesse  $\vec{u}$  et contrainte  $\vec{T}$ . Par ailleurs, dans notre formulation des travaux virtuels (IV.1) nous admettons que sur la surface  $S$  du volume  $V$  s'exerce soit un vecteur contrainte  $\vec{T}^d$  défini, soit un vecteur vitesse  $\vec{u}^d$  défini.

Les conditions aux limites sont donc correctement définies lorsque pour tout point de la surface  $S$  on impose suivant chacune des directions du repère utilisé une composante de l'un des vecteurs  $\vec{T}$  et  $\vec{u}$  et une seule.

La surface  $S$  du volume en cours de formage est constituée par une surface de contact avec l'outillage  $S_0$  et éventuellement par une surface libre  $S_L$ .

Soient  $\vec{n}$  et  $\vec{t}$  les vecteurs directeurs d'un repère local, pour un problème plan,  $\vec{n}$  étant colinéaire à la normale à la surface  $S$  en un point,  $\vec{t}$  étant colinéaire à la tangente à la surface au même point.

Les vecteurs  $\vec{T}$  et  $\vec{u}$  ont pour composantes dans ce repère  $T_n$  et  $T_t$ ,  $u_n$  et  $u_t$ .

Sur  $S_0$ ,  $u_n$  est habituellement imposée (vitesse de l'outillage moteur, nulle si l'outil est fixe) donc  $T_n$  doit être libre ;  $u_t$  est libre et  $T_t$  est alors imposée, ce qui permet d'introduire les conditions de frottement à l'interface à condition de recourir au modèle de couche limite, dans lequel la contrainte tangentielle due au frottement  $T_t$  est proportionnelle à la contrainte limite de cisaillement  $k$ . Le modèle de frottement de COULOMB pose quelques problèmes puisqu'il établit un lien entre  $T_n$  et  $T_t$ .

Sur  $S_L$ , le vecteur  $\vec{T}$  est nul, le vecteur  $\vec{u}$  est donc inconnu.

Sur  $S_0$ , en appelant  $\vec{U}$  le vecteur vitesse de l'outil, il vient :

$$\vec{T} \cdot \vec{U} = \vec{T}^d \cdot \vec{U} + \vec{T} \cdot \vec{u}^d$$

avec  $\vec{T}^d = T^t \cdot \vec{t} \quad \vec{u}^d = u_n \cdot \vec{n}.$

L'équation (IV.3) s'écrit alors :

$$\int_{S_u} \vec{T} \cdot \vec{U} \cdot dS \leq \int_V \{\sigma^{**}\}^T \{\dot{\epsilon}^{**}\} dV + \int_{S_D} k |\Delta u^{**}| dS + \int_{S_T} \vec{T}^d (\vec{U} - \vec{u}^{**}) dS \quad (IV.4)$$

Le terme de gauche de (IV.4) est égal à la puissance réelle fournie par les efforts moteurs  $\dot{W}_e$ , les termes de droite représentent respectivement la puissance dissipée à l'intérieur du volume  $V$  par déformation plastique continue  $\dot{W}_{p^{**}}$ , la puissance dissipée sur la surface de discontinuité  $\dot{W}_1^{**}$  et la puissance dissipée par frottement aux interfaces  $\dot{W}_f^{**}$  pour le champ de vitesses  $\vec{u}^{**}$  cinématiquement et plastiquement admissible et licite.

### 1.2. Application du théorème de la borne supérieure aux champs discontinus par blocs de vitesse.

Lorsque l'écoulement plastique du volume  $V$  est décrit par des blocs dans lesquels la vitesse en tout point est constante, la puissance dissipée par déformation continue  $\dot{W}_{p^{**}}$  est nulle. Le théorème de la borne supérieure devient, d'après (IV.4):

$$\int_{S_u} \vec{T} \cdot \vec{U} \cdot dS \leq \int_{S_D} k |\Delta u^{**}| dS + \int_{S_T} \vec{T}^d (\vec{U} - \vec{u}^{**}) dS \quad (IV.5)$$

En supposant, ce qui est habituellement le cas, que les puissances dissipées sur  $S_u$  et  $S_T$  le sont sur  $S_o$  seule, nous pouvons poser :

$$\dot{W}_e = \int_{S_u} \vec{T} \cdot \vec{U} \cdot dS = \vec{F} \cdot \vec{U} = \bar{p} \cdot S_u \cdot U \quad (IV.6)$$

$\vec{F}$  effort de formage

$\vec{U}$  vitesse de l'outil (de composante  $u_n$  et  $u_t$ )

$\bar{p} = \frac{\vec{F}}{S_u}$  pression moyenne exercée par l'outillage

et

$$\dot{W}_f = mk \int_{S_T} (U_t - u_t^{**}) dS \quad (IV.7)$$

$m$  est le coefficient de frottement de couche limite

$U_t$  et  $u_t^{**}$  sont les composantes des vitesses de l'outil et de la matière à l'interface suivant  $\vec{t}$ .

Soit

$$\frac{\bar{p}}{k} \leq \frac{\int_{S_D} |\Delta u^{**}| dS + m \int_{S_T} (U_t - u_t^{**}) dS}{S_u \cdot U} \quad (IV.8)$$

### 1.3. Application du théorème de la borne supérieure aux champs continus.

Les champs de vitesses dits "continus" admettent une variation du vecteur-vitesse dans des zones pouvant être éventuellement séparées les unes des autres par des surfaces de discontinuité  $S_D$ .

En adoptant les notations du paragraphe 1.2, il vient :

$$\frac{\bar{p}}{k} \leq \frac{\int_V \sigma_0 \dot{\epsilon}^{**} dV + \int_{S_D} |\Delta u^{**}| dS + m \int_{S_T} (U_t - u_t^{**}) dS}{S_u \cdot u_n} \quad (\text{IV.9})$$

avec  $\sigma_0$  : contrainte normale d'écoulement du matériau rigide plastique en état linéaire de contraintes ;

$\dot{\epsilon}^{**}$  : vitesse de déformation généralisée calculée d'après le vecteur-vitesse de déformation  $\{\dot{\epsilon}^{**}\}$ .

### 1.4. Application au cisailage de barres rectangulaires.

Le cisailage de barres ne peut pas être défini en toute rigueur suivant le formalisme qui vient d'être rappelé. En effet, si la surface extérieure de la barre est définie au départ du cisailage, nous ne connaissons cependant pas sa répartition en interface avec l'outil et surface libre ; de plus lorsque le cisailage est commencé, nous n'avons plus de définition unique de la surface libre.

Les champs de vitesse que nous pouvons définir pour un tel problème seront cinématiquement admissibles - mais pour des conditions aux limites définies a priori -, plastiquement admissibles et licites.

De ce fait, le théorème de borne supérieure ne s'applique pas strictement. Néanmoins, si les conditions aux limites sont choisies d'après l'expérience et si la surface libre calculée ne s'écarte pas trop de la surface libre expérimentale, nous pouvons admettre que la prévision de pression moyenne  $\bar{p}^{**}$  calculée d'après l'estimation des puissances dissipées n'est pas trop éloignée de la pression moyenne réelle  $\bar{p}$ .

## 2. Modélisation par un champ de vitesses continu.

Les lignes d'écoulement observées à l'aide de la visioplasticité (cf. chap. III) nous ont permis d'imaginer deux familles de champs de vitesses continus en partant de trajectoires hyperboliques (recherche des fonctions de courant caractérisant l'écoulement) ou des conditions de vitesses observées au pourtour de la zone de déformation plastique. C'est cette deuxième famille qui a donné les résultats les plus riches.

### 2.1. Définition du modèle.

La barre est décrite par cinq zones : zones 0 et 0' (symétriques), rigides, animées d'une vitesse  $\pm v_0$  suivant Z ; zones 1 et 1' (symétriques), plastiques, dans lesquelles la vitesse est variable mais continue ; zone 2, zone de cisaillement intense (Figure IV.2). La barre n'est pas inclinée ( $\alpha = 0$ ).

La zone 1 est un rectangle limité d'une part par OC, segment de droite joignant les arêtes des deux demi-coquilles maintenant la barre (ou le lopin), d'autre part par AB, segment de droite parallèle à OC à l'ordonnée  $-b$ .

Les conditions choisies à la périphérie de cette zone sont les suivantes, avec les notations définies précédemment :

- . sur AB :  $u_n = v_0$  (continuité avec le bloc 0)  
 $u_t = 0$ , pas de condition sur T
- . sur BC :  $0 \leq u_n \leq u_0$  (nulle en B, maximale en C)  
 $u_t = 0$ , pas de condition sur T ; entre B et C, la loi de variation choisie peut être aussi complexe que désiré.
- . sur CO :  $u_n = 0$  (continuité avec la zone 2)  
CO fait partie de  $S_D$ , il y a une discontinuité tangentielle de vitesses entre les zones 1 et 2.
- . sur OA :  $u_n = 0$ ,  $T_t = mk$   
conditions habituelles de contact avec l'outillage.

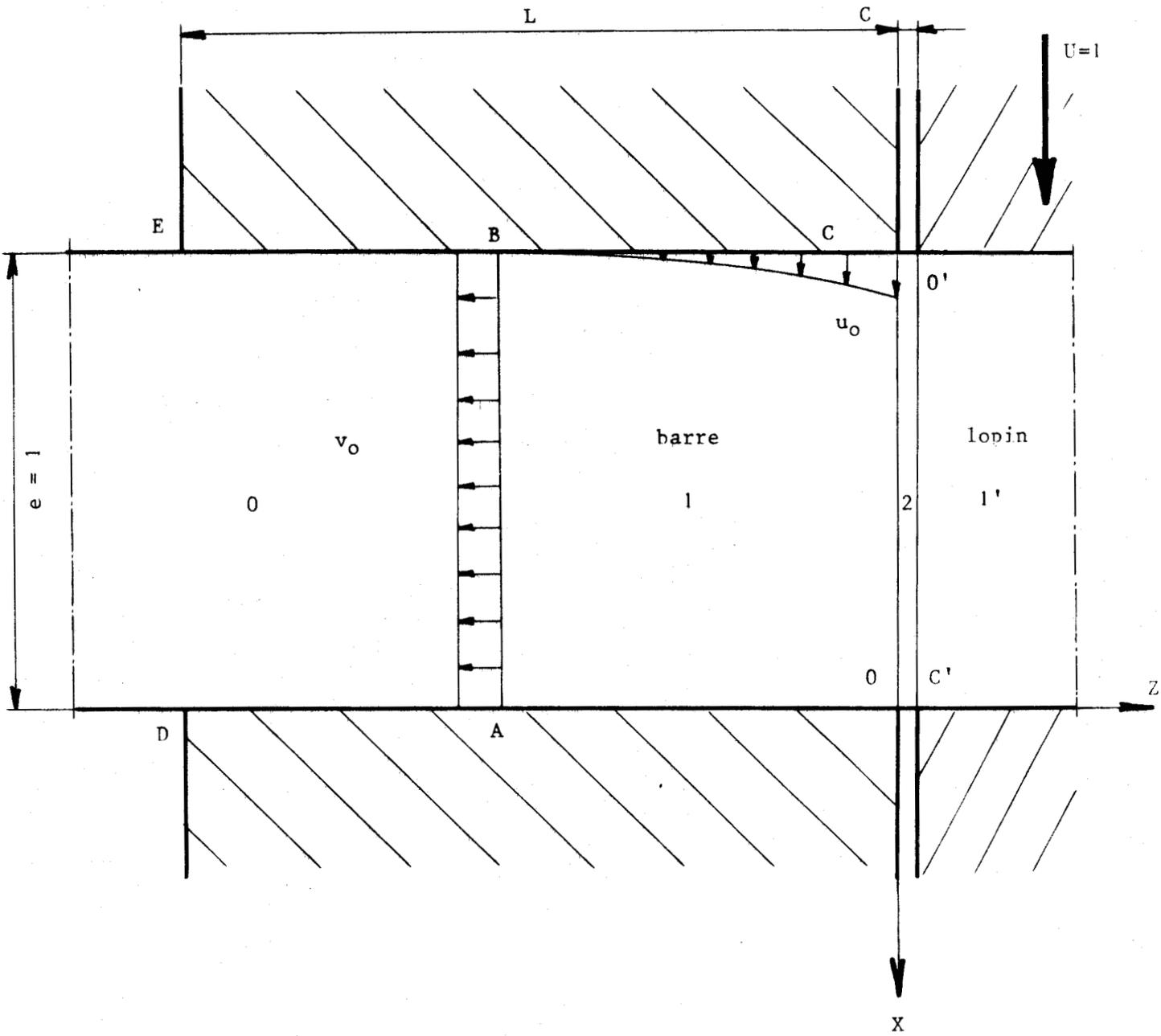


Figure IV.2 :

Modèle de champ de vitesses continu.



A partir de ces conditions aux limites il est possible de construire de nombreux champs de vitesses en choisissant différentes hypothèses complémentaires. D'après la forme des surfaces libres mesurées par viscoplasticité, nous adopterons la définition suivante pour la composante  $u$ , suivant  $X$ , de la vitesse sur  $BC$  :

$$u = u_0 \left( \frac{Z}{b} + 1 \right)^2 \quad (\text{IV.10})$$

$u$  est nulle en  $B$ , maximale en  $C$ .

En supposant que de  $BC$  à  $OA$ , pour  $Z$  constant, la variation de  $u$  soit linéaire, il vient :

$$u = -u_0 X \left( \frac{Z}{b} + 1 \right)^2 \quad (\text{IV.11})$$

La composante  $v$ , suivant  $Z$ , peut être alors définie par incompressibilité :

$$\dot{\epsilon}_X + \dot{\epsilon}_Z = 0$$

ou 
$$\frac{\partial v}{\partial Z} = - \frac{\partial u}{\partial X}$$

soit 
$$\frac{\partial v}{\partial Z} = u_0 \left( \frac{Z}{b} + 1 \right)^2$$

$$v = \frac{u_0 b}{3} \left( \frac{Z}{b} + 1 \right)^3 + f(X)$$

sur  $AB$  ( $Z = -b$ ),  $v = v_0$  ; d'ou :

$$v = \frac{u_0 b}{3} \left( \frac{Z}{b} + 1 \right)^3 + v_0$$

sur  $OC$  ( $Z = 0$ ),  $v = 0$  ; soit :

$$u_0 = - \frac{3v_0}{b} \quad (\text{IV.12})$$

Le vecteur-vitesse dans la zone 1 a alors pour définition :

$$\vec{V} \left| \begin{array}{l} u = \frac{3v_0}{b} X \left( \frac{Z+b}{b} \right)^2 \\ v = v_0 \left[ 1 - \left( \frac{Z+b}{b} \right)^3 \right] \end{array} \right. \quad (\text{IV.13})$$

## 2.2. Calcul des déformations et des puissances.

La puissance de déformation plastique dans la zone 1 a pour expression :

$$\dot{W}_p = \int_S \sigma_0 \dot{\epsilon}^{**} dS$$

D'après (IV.13), on peut calculer les composantes de la vitesse de déformation :

$$\{\dot{\epsilon}^{**}\} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{XX}^{**} = \frac{3v_0}{b} \left(\frac{Z+b}{b}\right)^2 \\ \dot{\epsilon}_{ZZ}^{**} = -\dot{\epsilon}_{XX}^{**} \\ \dot{\epsilon}_{XZ}^{**} = \frac{3v_0 X}{b^3} (Z+b) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.14})$$

La vitesse de déformation généralisée  $\dot{\epsilon}^{**}$  s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}^{**} &= \frac{2}{\sqrt{3}} [\dot{\epsilon}_{XX}^{**2} + \dot{\epsilon}_{XZ}^{**2}]^{\frac{1}{2}} \\ \dot{\epsilon}^{**} &= 2\sqrt{3} \frac{v_0}{b^3} (Z+b) [(Z+b)^2 + X^2]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (\text{IV.15})$$

Soit :

$$\dot{W}_{p1} = 2\sqrt{3} \int_{-b}^0 \int_{X_0}^0 \sigma_0 \frac{v_0}{b} \left(\frac{Z+b}{b}\right) \left[\left(\frac{Z+b}{b}\right)^2 + X^2\right]^{\frac{1}{2}} dXdZ \quad (\text{IV.16})$$

$X_0$  indiquant l'abscisse de la surface libre.

La zone 2 est une zone de cisaillement intense qui fait interface entre les zones 1 et 1'. La discontinuité de vitesse entre ces dernières est constante :

$$|\Delta u^{**}| = 1 + \frac{3v_0}{b} \quad (\text{IV.17})$$

Soit :

$$\begin{aligned} \dot{W}_i &= k \cdot \int_{-1+p}^0 \left(1 + \frac{3v_0}{b}\right) dX \\ \dot{W}_i &= k \left(1 + \frac{3v_0}{b}\right) (p - 1) \end{aligned} \quad (\text{IV.18})$$

La zone 1 est en contact avec l'outil par sa frontière OA, soit :

$$\dot{W}_{f1} = m \int_{-b}^0 k v_0 \left[1 - \left(\frac{Z+b}{b}\right)^3\right] dZ \quad (\text{IV.19})$$

Il n'y a pas de puissance dissipée à l'interface entre les zones 0 et 1 (continuité des vitesses). Nous négligeons l'effet du frottement sur les interfaces AD et BE de la zone 0 avec l'outillage. En fait, le contact barre-outil (ou lopin-outil) n'existe durant le cisailage que sur une fraction de OA, fraction que l'on peut estimer peu différente de 1, d'après nos expériences, et une fraction nettement plus faible de BE qui dépend surtout de la longueur des coquilles L puisque c'est l'action de la demi-coquille d'ablocage qui permet de contrer le basculement de la barre. Nous avons choisi de négliger cet effet, il pourrait néanmoins être introduit de façon simple dans ce modèle.

L'estimation de la puissance motrice nécessaire est alors :

$$\dot{W}_e^* = 2(\dot{W}_{p1} + \dot{W}_{f1}) + \dot{W}_i \quad (\text{IV.20})$$

### 2.3. Application au cas d'un matériau parfaitement plastique.

La loi de comportement s'écrit alors (Figure IV.3)

$$\sigma_0 = A \quad (\text{IV.21})$$

et

$$k = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (\text{critère de MISES})$$

Le modèle établit une estimation de la puissance motrice dépendant de la vitesse  $v_0$  et de la largeur de la zone 1,  $b$ , avec les contraintes suivantes :

$$-\frac{b}{3} < v_0 < 0 \quad 0 < b \leq L$$

Lorsque  $v_0$  est nulle, la surface libre ne se déplace pas ( $u_0 = 0$ ), la puissance motrice est utilisée uniquement dans la zone 2 (cisailage parfait).

Lorsque  $v_0$  atteint la valeur  $-\frac{b}{3}$ , alors  $u_0$  est égal à 1. La vitesse de déplacement du point C est donc identique à celle de l'outil mobile ; la puissance motrice est donc utilisée exclusivement à la flexion plastique de la surface libre de la barre. D'après les conclusions du chapitre III, l'écoulement réel produit à la fois la flexion plastique et le cisaillement plastique.

Les essais d'optimisation sur ordinateur de ce modèle conduisent, quels que soient L et b, à choisir une vitesse  $v_0$  nulle. L'effort de cisailage par unité de largeur de la barre est alors égal à

$$\frac{F}{W} = k(1 - p) \quad (\text{IV.22})$$

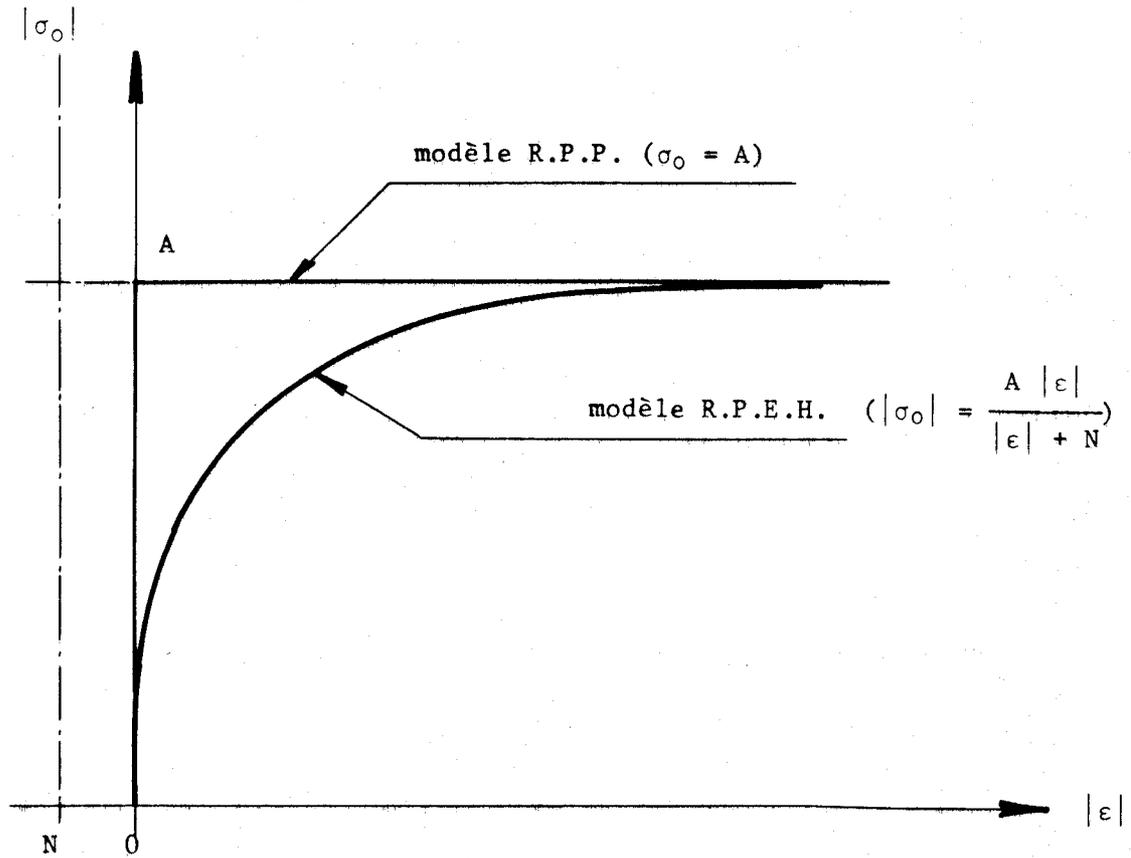


Figure IV.3 :  
Modèles de comportement.

Ce résultat décevant nous a conduit à tester l'effet de l'érouissage sur notre modèle.

#### 2.4. Application au cas d'un matériau plastique érouissable.

Nous choisissons un modèle de comportement du type rigide-plastique-érouissable avec une loi d'érouissage hyperbolique (Figure IV.3) :

$$|\sigma_0| = \frac{A |\epsilon|}{|\epsilon| + N} \quad (\text{IV.23})$$

A : contrainte d'écoulement limite

N : coefficient d'érouissage hyperbolique ( $N > 0$ )

Cette loi d'érouissage est plus proche du comportement réel des matériaux subissant de grandes déformations plastiques ( $\bar{\epsilon} > 0,2$ ) que la loi d'érouissage exponentiel couramment utilisée [10] .

L'évaluation des puissances dissipées nécessite alors le calcul de la déformation généralisée  $\bar{\epsilon}^*$  :

$$\bar{\epsilon}^* = \int_{t_0}^t \dot{\epsilon}^* dt \quad (\text{IV.24})$$

En un point la déformation généralisée est fonction des incréments de déformation subis antérieurement. La contrainte d'écoulement  $\sigma_0$  présente alors une variation continue à l'intérieur de la zone 1 . Nous avons résolu le calcul de  $\sigma_0$  par la définition d'une grille de quinze lignes parallèles à l'axe X et quinze lignes parallèles à l'axe Z , soit 225 points, dans la zone 1 .

Pendant le cisailage, pour chaque incrément de pénétration, il suffit de calculer l'incrément de déformation et les déplacements en X et Z pour chaque point de la grille initiale.

Il est alors possible de calculer en même temps la densité d'énergie dissipée localement en accumulant les incréments d'énergie :

$$W = \Sigma dW = \Sigma \sigma_0(\bar{\epsilon}) \cdot d\bar{\epsilon} \quad (\text{IV.25})$$

Le modèle dépend alors, pour un matériau donné, de la vitesse  $v_0$  et de la largeur b de la zone 1 .

Nous supposons dans un premier temps que la largeur  $b$  est constante pendant tout le processus. L'optimisation peut alors être conduite suivant  $v_0$ .

Pour une barre d'épaisseur unitaire et un matériau de contrainte d'écoulement limite  $A$  unitaire, la simulation du processus dépend alors du coefficient d'écrouissage hyperbolique  $N$ , du coefficient de frottement de couche  $m$  à l'interface pièce-outil et de la largeur  $b$  choisie.

$N$  peut être déterminé par identification du modèle RPEII sur la courbe rationnelle de traction ou de compression. L'essai de traction permet en outre de mesurer la densité d'énergie critique  $W_c$  du matériau. Un essai d'anneau fournit la mesure du coefficient de frottement de couche  $m$ . La largeur  $b$  n'est pas connue. Il faut rechercher sa valeur optimale par approximations successives. Nous disposons de toutes ses informations pour les quatre matériaux utilisés pour le cisailage de barres rectangulaires ; il nous est donc possible d'exploiter notre modèle sur ces cas réels. Les figures IV.4 à IV.11 retracent les résultats obtenus avec des largeurs  $b$ , calculées à partir des angles caractéristiques des zones déformées expérimentales  $\gamma$ . Le tableau IV.1 rassemble les paramètres utilisés.

Les figures IV.4 et IV.5 représentent les lignes d'écoulements obtenues pour l'acier A 33 et le cuivre U9, utilisés en visioélasticité (chapitre III, en particulier les figures III.11 et III.23). Les figures IV.6 et IV.7 décrivent les lignes d'isodéformation obtenues pour ces mêmes matériaux (à comparer aux figures III.12 et III.24) à une pénétration pour laquelle la densité d'énergie dépasse localement  $W_c$ . La bonne corrélation entre les résultats du modèle et les mesures réalisées en visioélasticité est évidente.

Les figures IV.8 à IV.11 permettent de comparer les résultats théoriques aux relevés force-pénétration expérimentaux (inclinaison de la barre nulle, vitesse de cisailage dix millimètres par seconde). Malgré une certaine surestimation de l'effort de cisailage pour une pénétration donnée, la corrélation est très bonne.

L'effort maximal théorique est très voisin des relevés expérimentaux (l'écart est inférieur à 8 %, en plus ou en moins, ce qui peut provenir d'une valeur de la contrainte d'écoulement limite  $A$  trop faible ou des conditions aux limites choisies, la prévision n'a pas de propriété de borne supérieure).

La pénétration à fracture est nettement surestimée pour l'alliage d'aluminium A U4 G et pour le cuivre U9, correctement prévue pour les aciers A33 et 35 CD4.

Matière	Coefficient de frottement de couche m	Coeff. d'écroutissage hyperbolique N	Densité d'énergie critique $W_c$	Largeur de la zone I b/e
barres				
A 33	0,24	0,073	0,64	0,4
35 CD 4	0,16	0,020	0,34	0,27
A U4 G	0,29	0,019	0,18	0,19
U 9	0,28	0,140	0,29	0,57
barres				
XC 38	0,25	0,025	0,68	0,33
35 CD 4	0,23	0,019	0,32	0,36
A U4 G	0,31	0,020	0,24	0,32
U 9	0,29	0,100	0,33	0,53

Tableau IV.1 :

Caractéristiques des matériaux simulés.



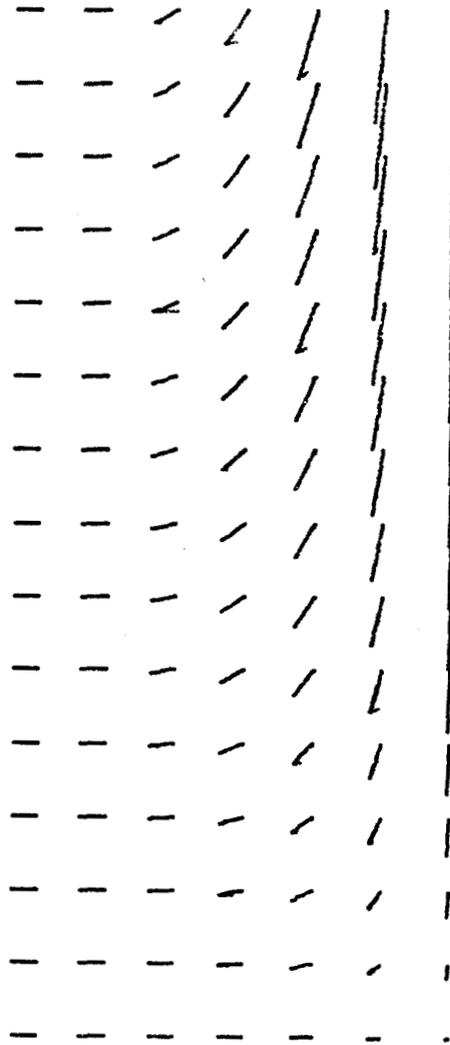


Figure IV.4 :

Lignes d'écoulement calculées pour le cisailage  
d'une barre rectangulaire en acier A 33 avec une largeur  $b$  constante.



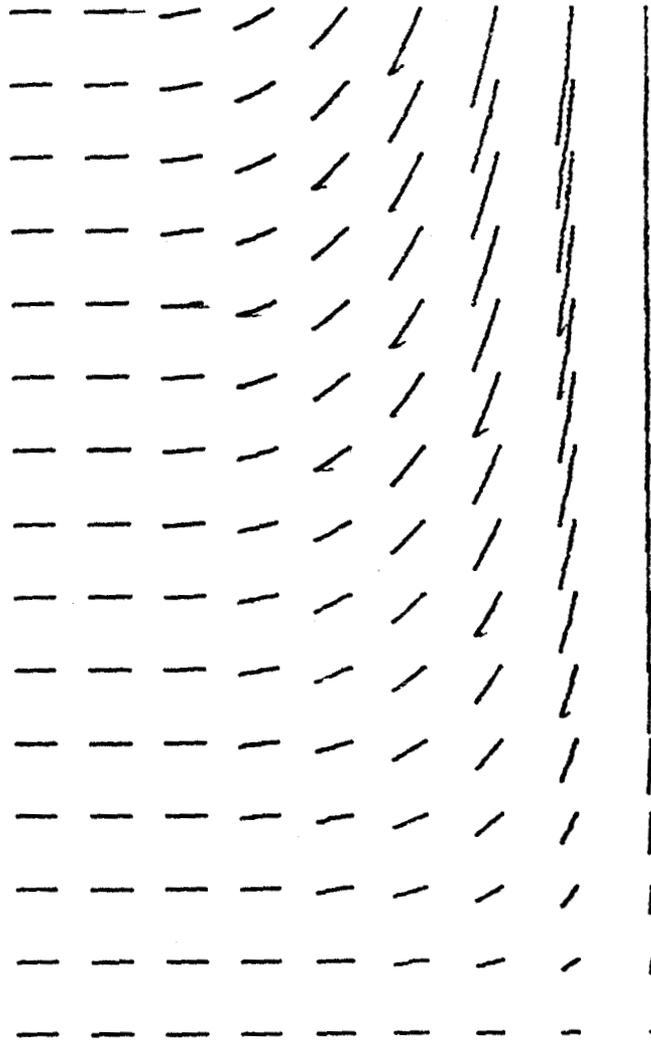


Figure IV.5 :

Lignes d'écoulement calculées pour le cisailage  
d'une barre rectangulaire en cuivre U 9 avec une largeur  $b$  constante.



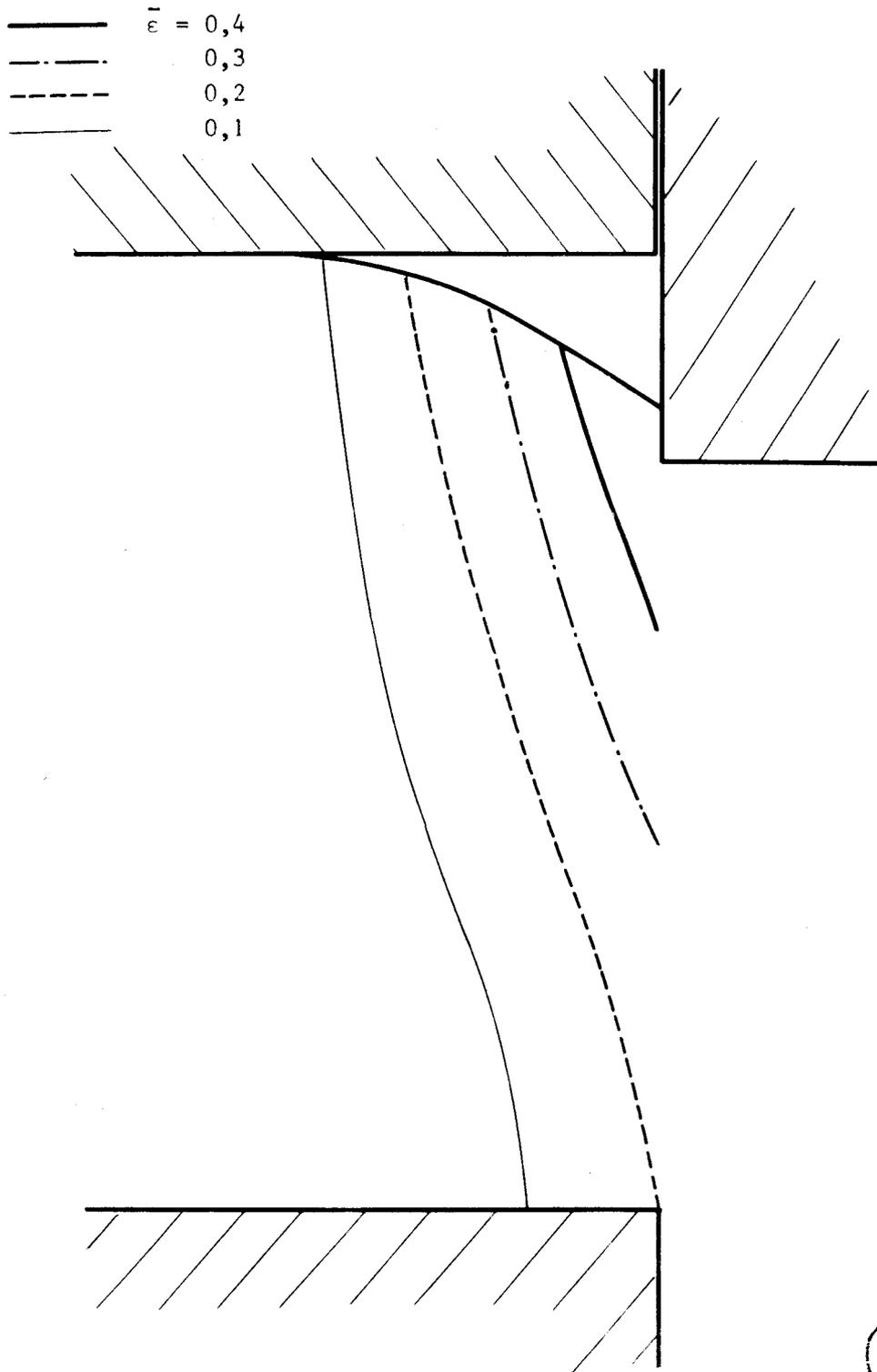


Figure IV.6 :

Déformée d'une barre rectangulaire en acier A 33 à la pénétration pour laquelle la densité d'énergie critique du matériau est atteinte, calculée avec une largeur  $b$  constante.



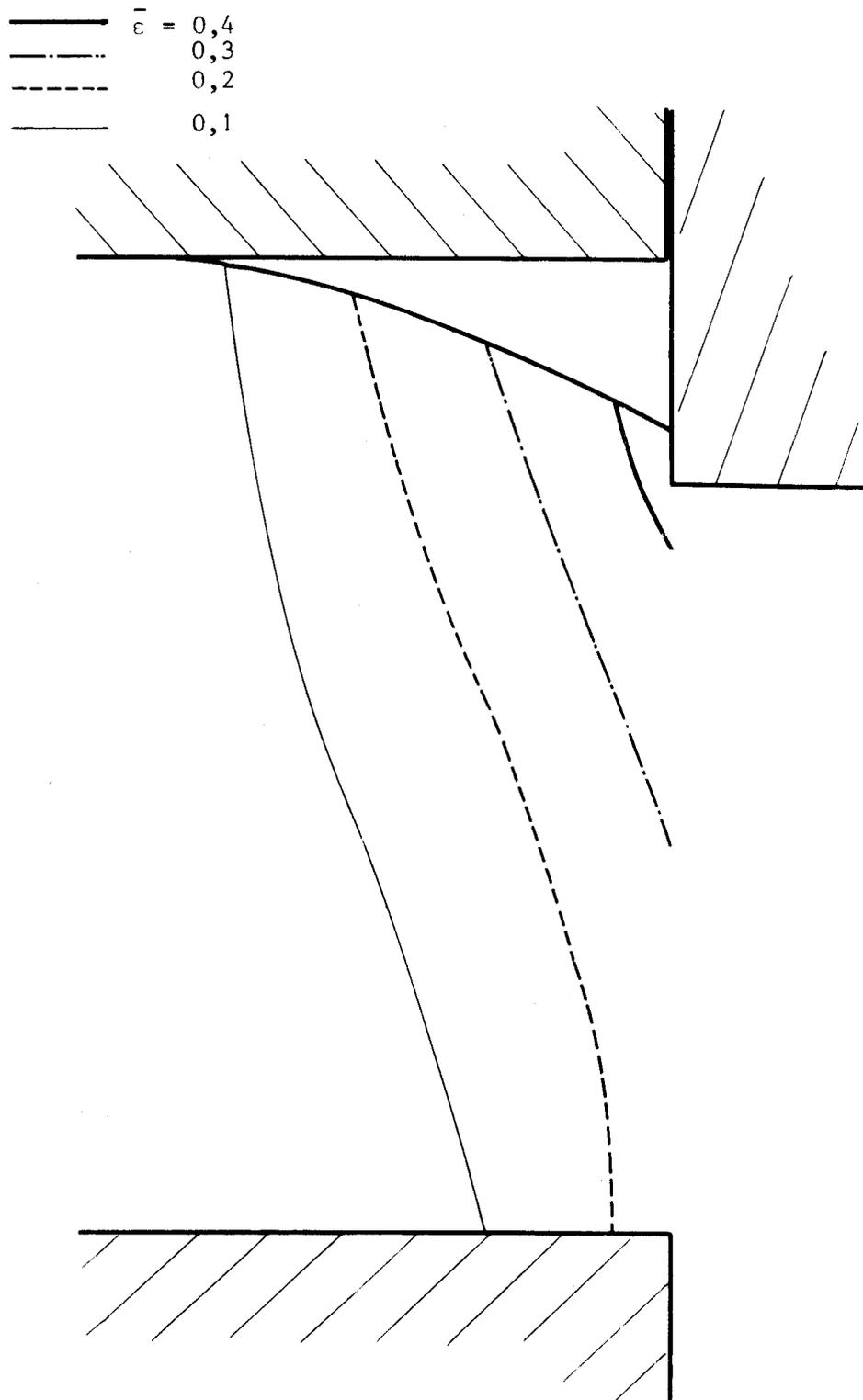


Figure IV.7 :

Déformée d'une barre rectangulaire en cuivre U 9 à la pénétration pour laquelle la densité d'énergie critique du matériau est atteinte, calculée avec une largeur  $b$  constante.



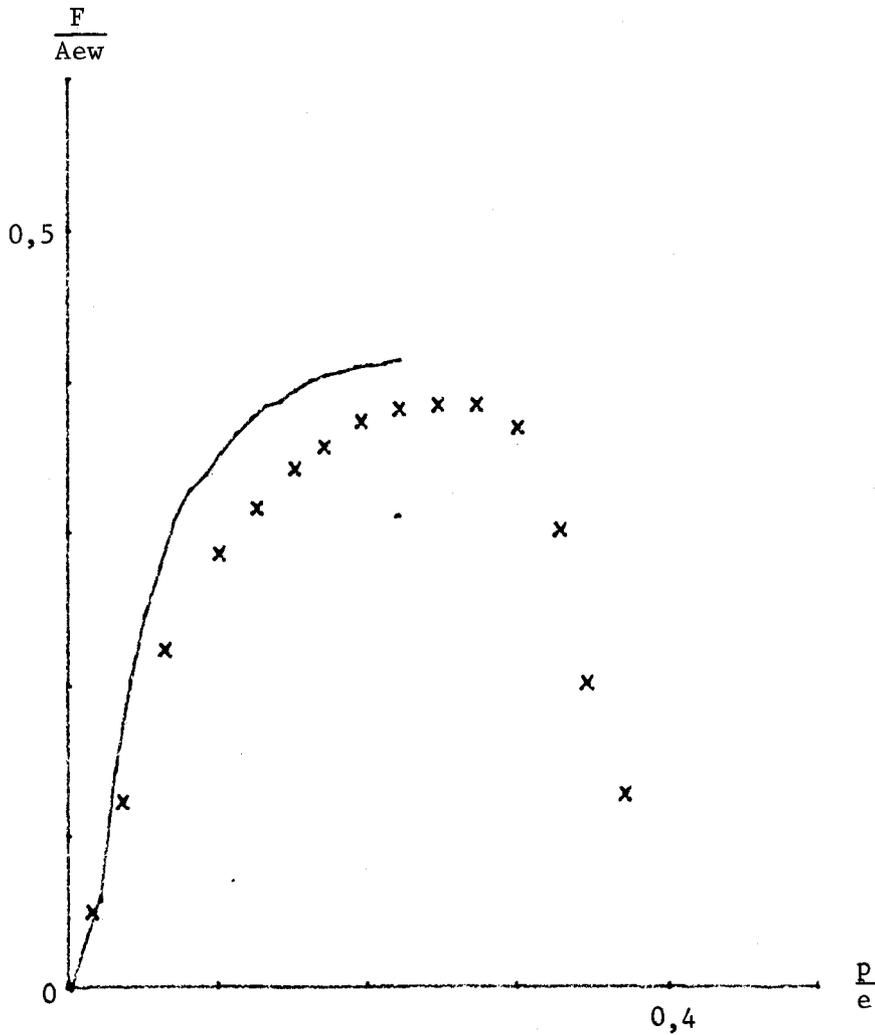


Figure IV.8 :

Comparaison des courbes expérimentales et théoriques  $F/A_{ew}$   
 en fonction de la pénétration  $p/e$  pour une barre rectangulaire en acier A 33.



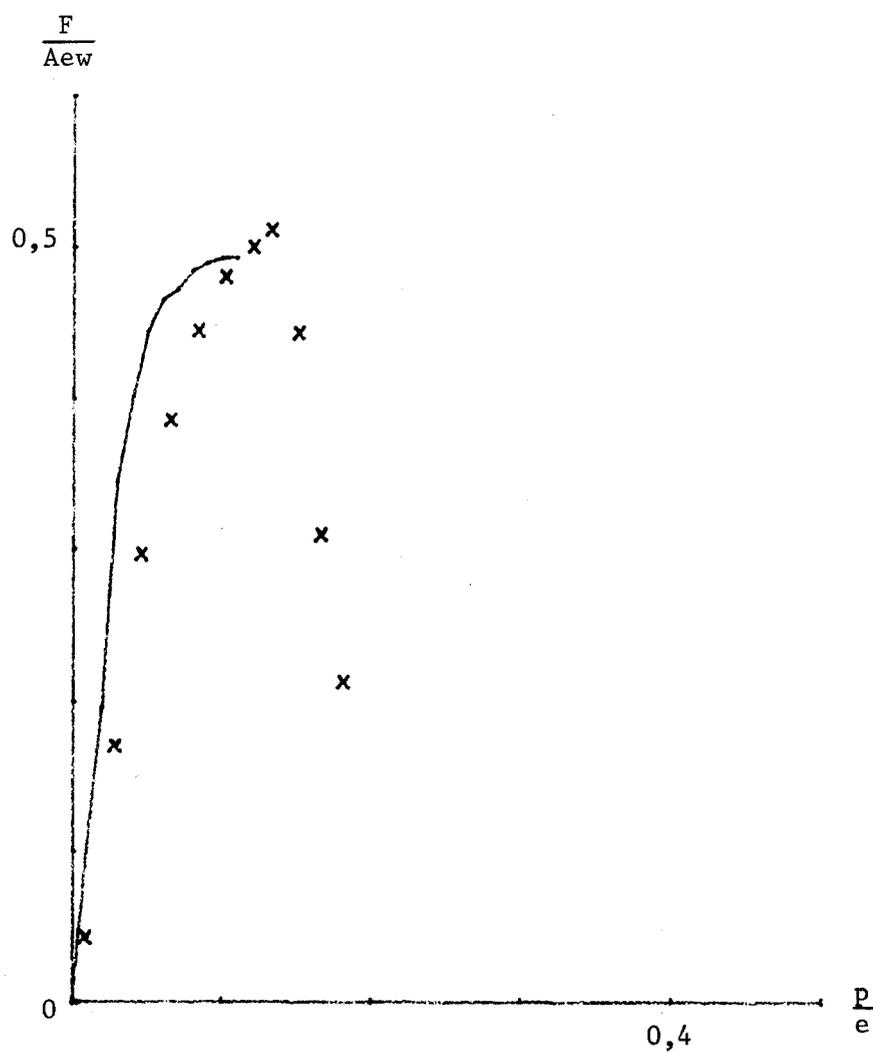


Figure IV.9 :

Comparaison des courbes expérimentales et théoriques  $F/A_{ew}$   
en fonction de la pénétration  $p/e$  pour une barre rectangulaire en acier 35 CD4.



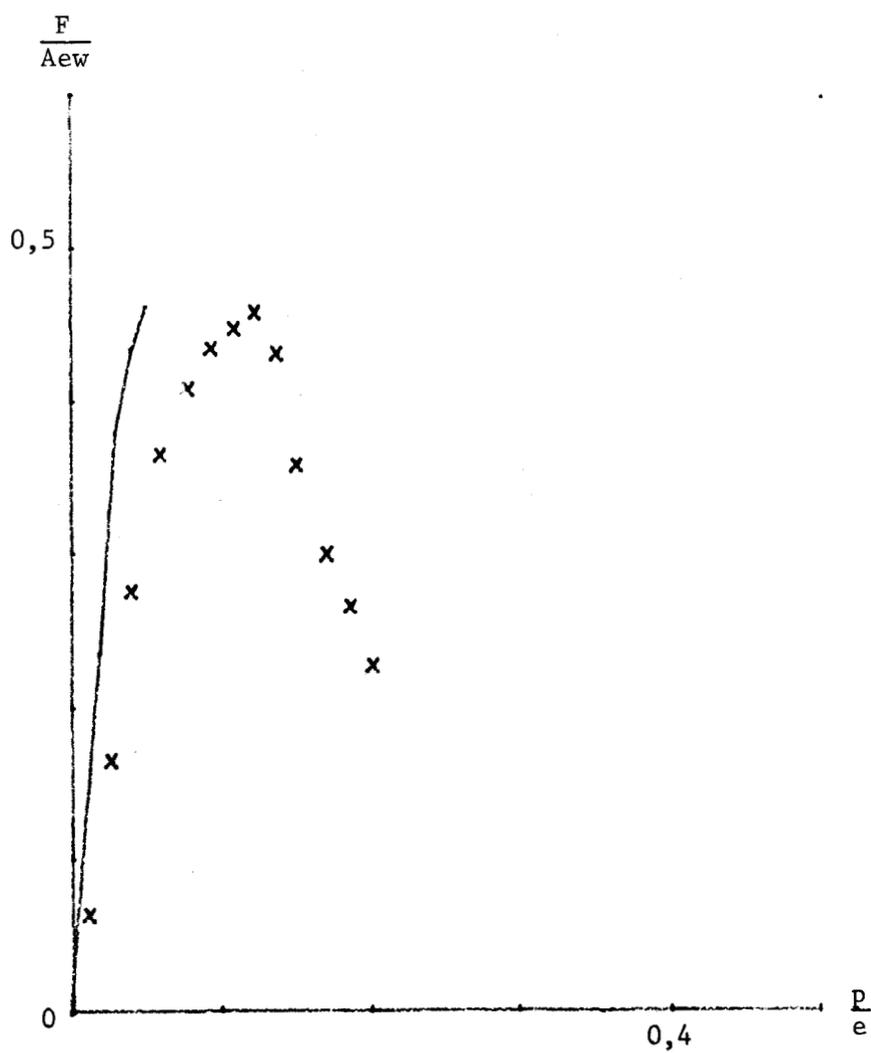


Figure IV.10 :

Comparaison des courbes expérimentales et théoriques  $F/A_{ew}$  en fonction de la pénétration  $p/e$  pour une barre rectangulaire en alliage d'aluminium A U4 G.



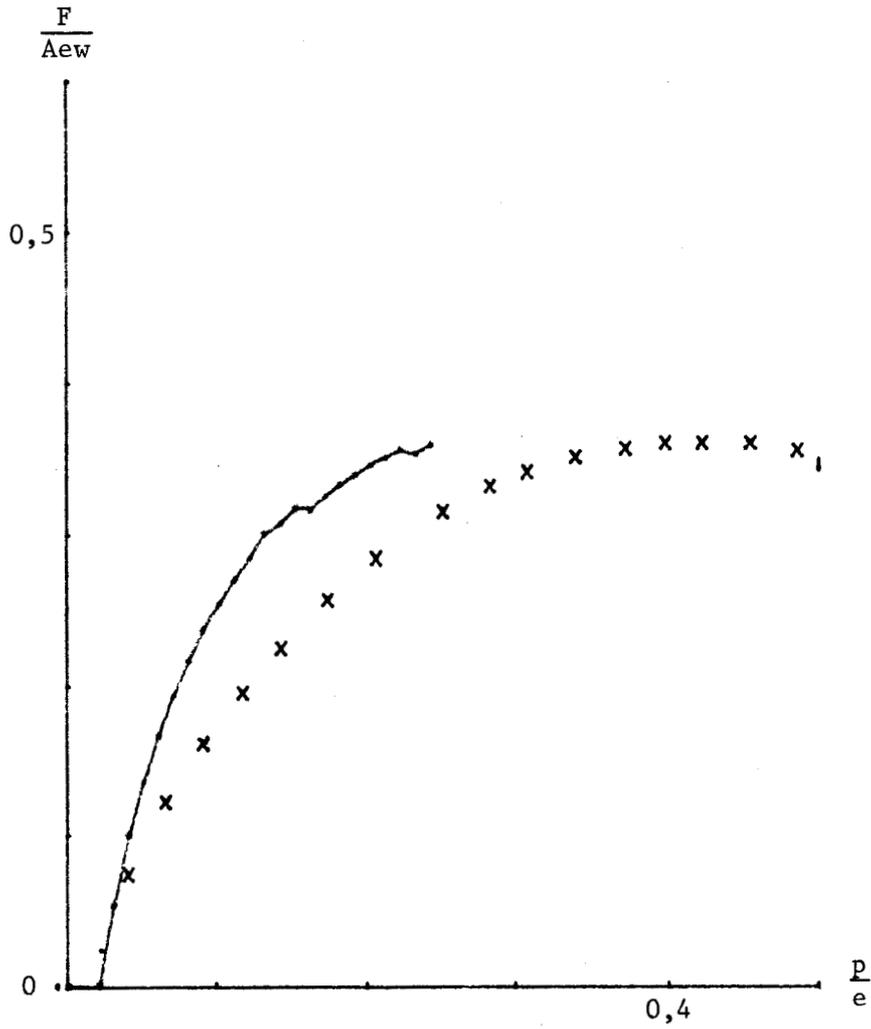


Figure IV.11 :

Comparaison des courbes expérimentales et théoriques  $F/Aew$   
 en fonction de la pénétration  $p/e$  pour une barre rectangulaire en cuivre U 9.



La bonne représentativité de notre modèle étant établie pour le cisailage de barres rectangulaires, nous l'avons confronté aux résultats obtenus lors du cisailage de barres cylindriques. Nous avons montré dans le chapitre II que les barres rondes et rectangulaires se comportent de façon analogue à condition de comparer leurs caractéristiques pour une valeur donnée du rapport de la section cisailée à la section initiale. Les figures IV.12 à IV.15 représentent les courbes expérimentales et théoriques de la force de cisailage par millimètres carrés en fonction du pourcentage de section cisailée. Les remarques faites précédemment pour les courbes IV.8 à IV.11 sont applicables ici également, exception faite pour le cuivre U 9 dont l'effort maximum est égal à 1,23 fois l'effort théorique. La contrainte tangentielle moyenne à l'effort maximum serait, dans ce dernier cas, supérieure au maximum théorique, ce qui est impossible. L'identification des coefficients du modèle a été faite sur la courbe rationnelle tirée de l'essai de compression, soit pour une déformation maximale de 0,8 alors que le cisailage du cuivre produit des déformations supérieures à 2 (les autres matériaux présentent des déformations maximales inférieures à 1 car ils se fracturent plus tôt) . Ce sont donc ces coefficients qui sont à mettre en cause.

Dans une deuxième étape nous optimisons le modèle suivant la largeur de la zone 1. Il faut noter que notre prévision de force n'ayant pas de propriété de borne supérieure de la valeur réelle, l'optimisation par recherche d'un minima sur les efforts moteurs ne conduit pas nécessairement à une meilleure approche de l'écoulement réel. De plus, la notion d'optima est complexe pour un écoulement stationnaire : il peut être obtenu par la recherche de l'effort maximal le plus faible, ou bien par la recherche de l'effort minimal à chaque pas de la pénétration ; ces deux notions ne se recouvrent pas nécessairement. Nous retenons le deuxième critère, plus proche de la notion conventionnelle d'optimisation.

Les figures IV.16 à IV.19 présentent les résultats obtenus pour l'acier A 33 et le cuivre U 9 lors du cisailage de barres rectangulaires. La comparaison des deux premières aux figures IV.6 et IV.7 met en évidence une plus forte concentration des déformations près des plans de cisailage qui accompagne une courbure beaucoup plus importante de la surface libre de la barre.

Cette prévision de surface libre n'est pas nécessairement plus proche de la solution réelle (Figures III.12 et III.24) .

La comparaison des deux dernières aux figures IV.8 et IV.11 confirme le sens de l'optimisation effectuée : les efforts moteurs sont plus faibles mais le gain est très réduit.

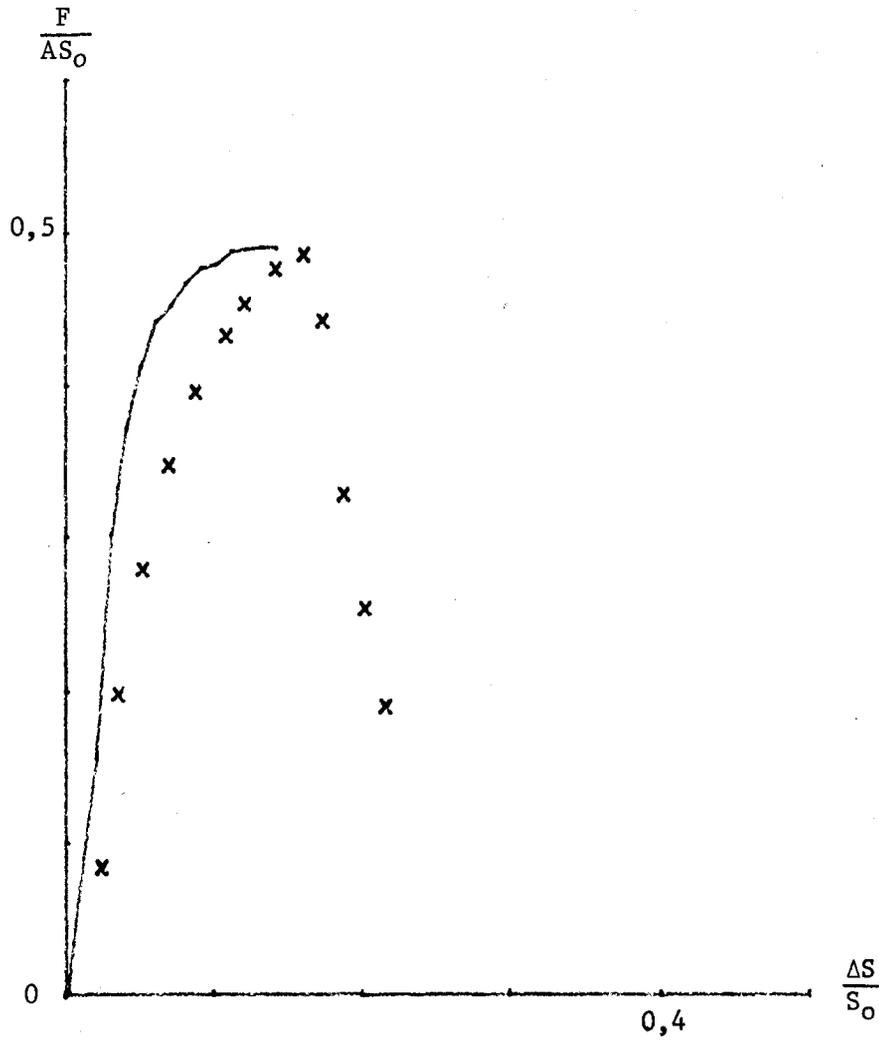


Figure IV.12 :

Comparaison des courbes expérimentales et théoriques de la force de cisailage  $F/AS_0$  en fonction du pourcentage de section cisailée  $\Delta S/S_0$  pour une barre cylindrique en acier XC 38.



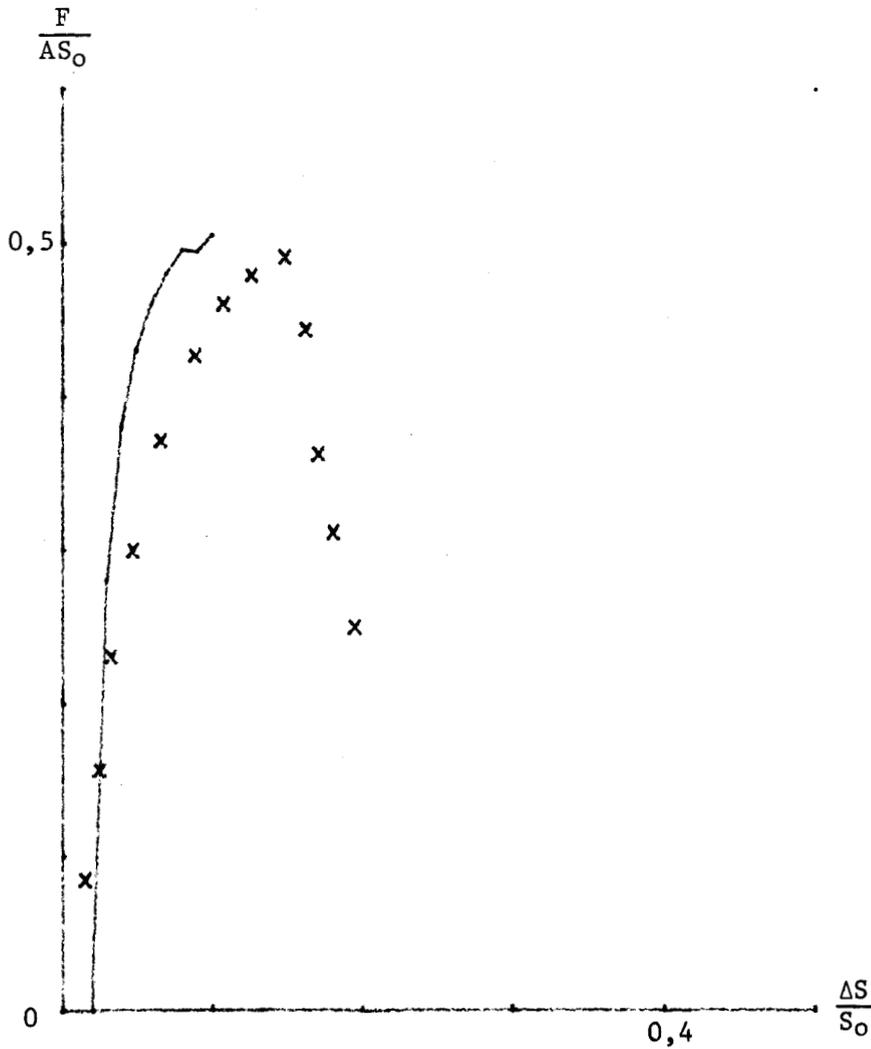


Figure IV.13 :

Comparaison des courbes expérimentales et théoriques de la force de cisailage  $F/AS_0$  en fonction du pourcentage de section cisailée  $\Delta S/S_0$  pour une barre cylindrique en acier 35 CD 4.



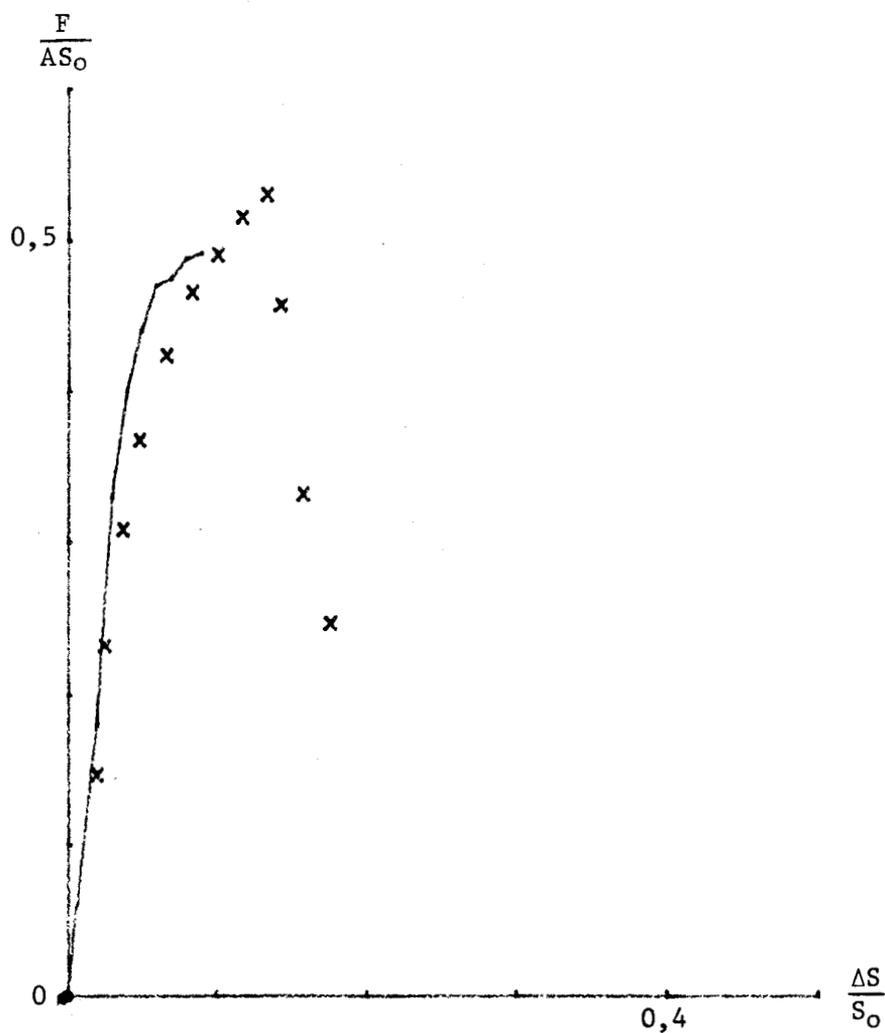


Figure IV.14 :

Comparaison des courbes expérimentales et théoriques de la force de cisailage  $F/AS_0$  en fonction du pourcentage de section cisailée  $\Delta S/S_0$  pour une barre cylindrique en alliage d'aluminium A U4 G.



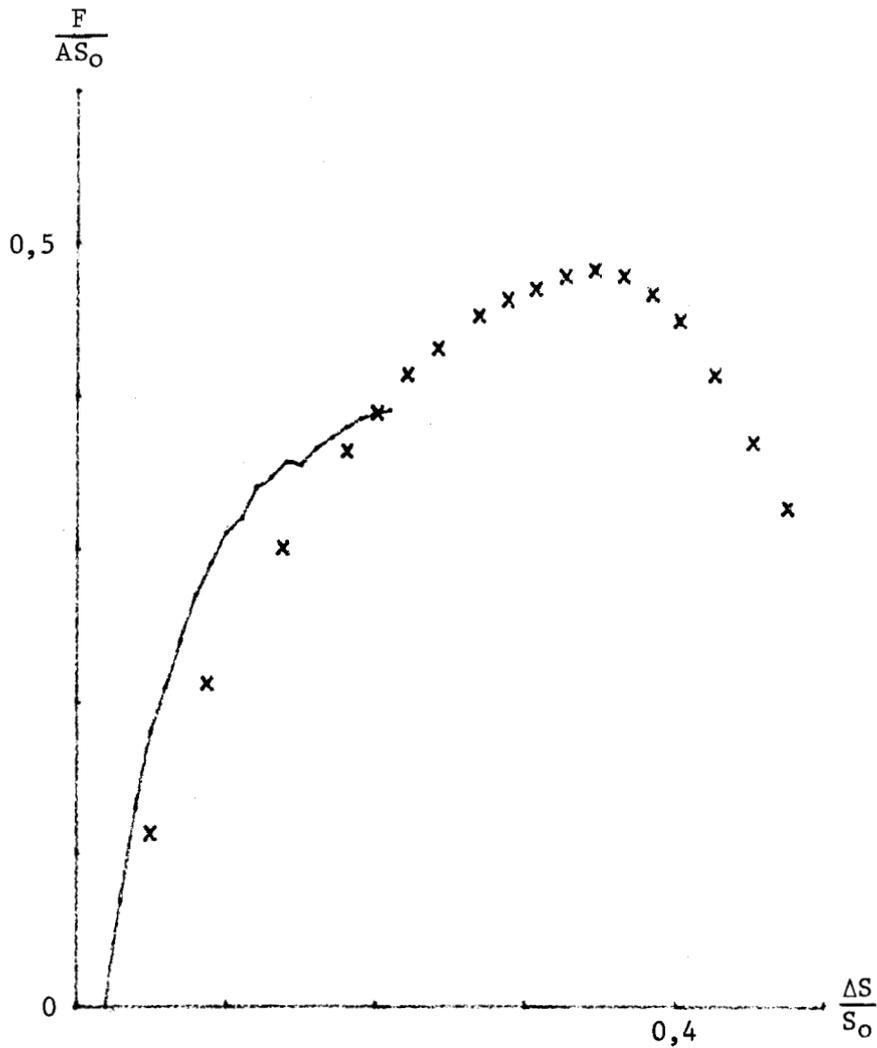


Figure IV.15 :

Comparaison des courbes expérimentales et théoriques de la force de cisailage  $F/AS_0$  en fonction du pourcentage de section cisailée  $\Delta S/S_0$  pour une barre cylindrique en cuivre U9.



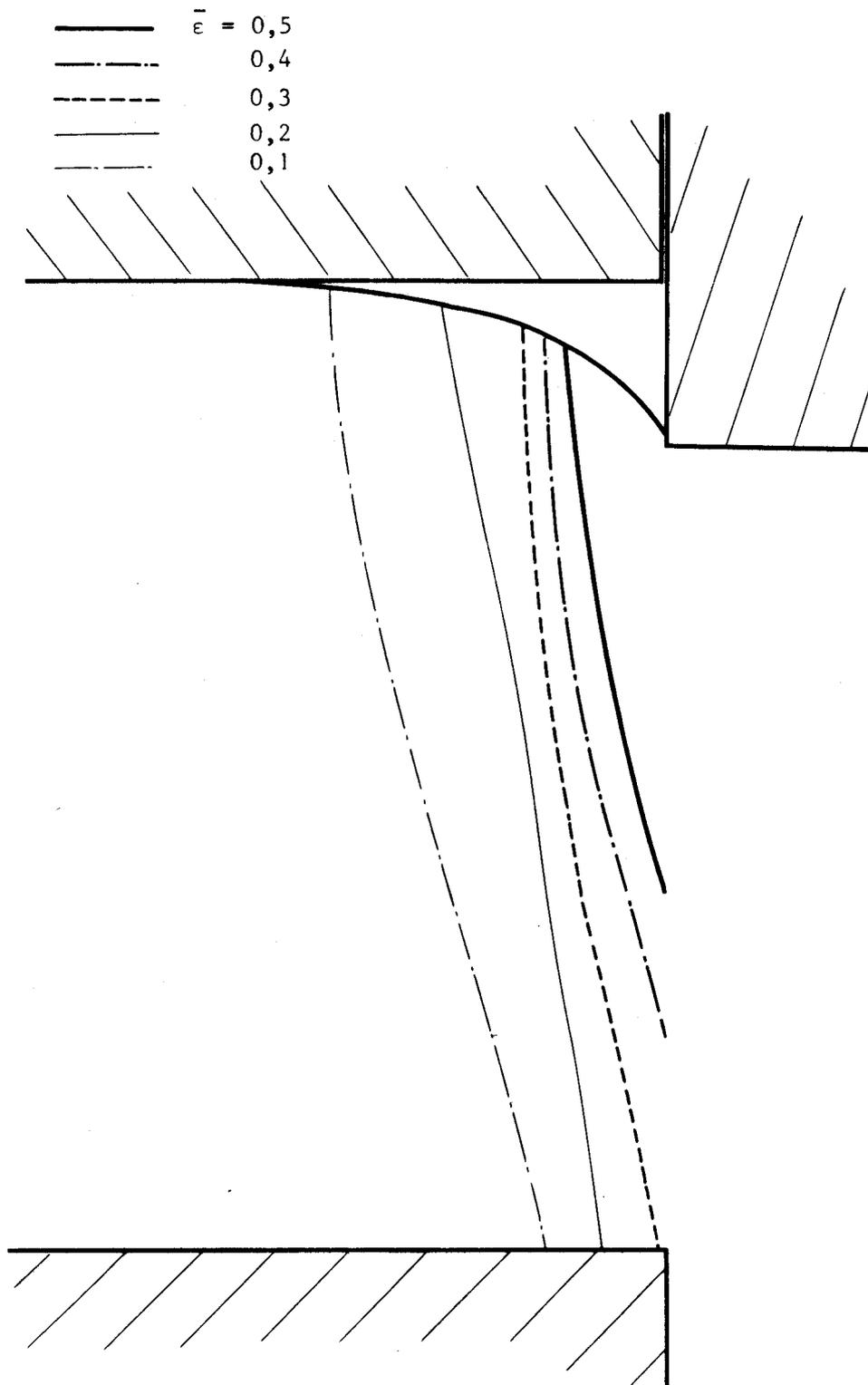


Figure IV.16 :

Déformée d'une barre rectangulaire en acier A 33 à la pénétration pour laquelle la densité d'énergie critique du matériau est atteinte, calculée avec une largeur  $b$  optimisée pendant tout le processus.





Figure IV.17 :

Déformée d'une barre rectangulaire en cuivre U 9 à la pénétration pour laquelle la densité d'énergie critique du matériau est atteinte, calculée avec une largeur  $b$  optimisée pendant tout le processus.



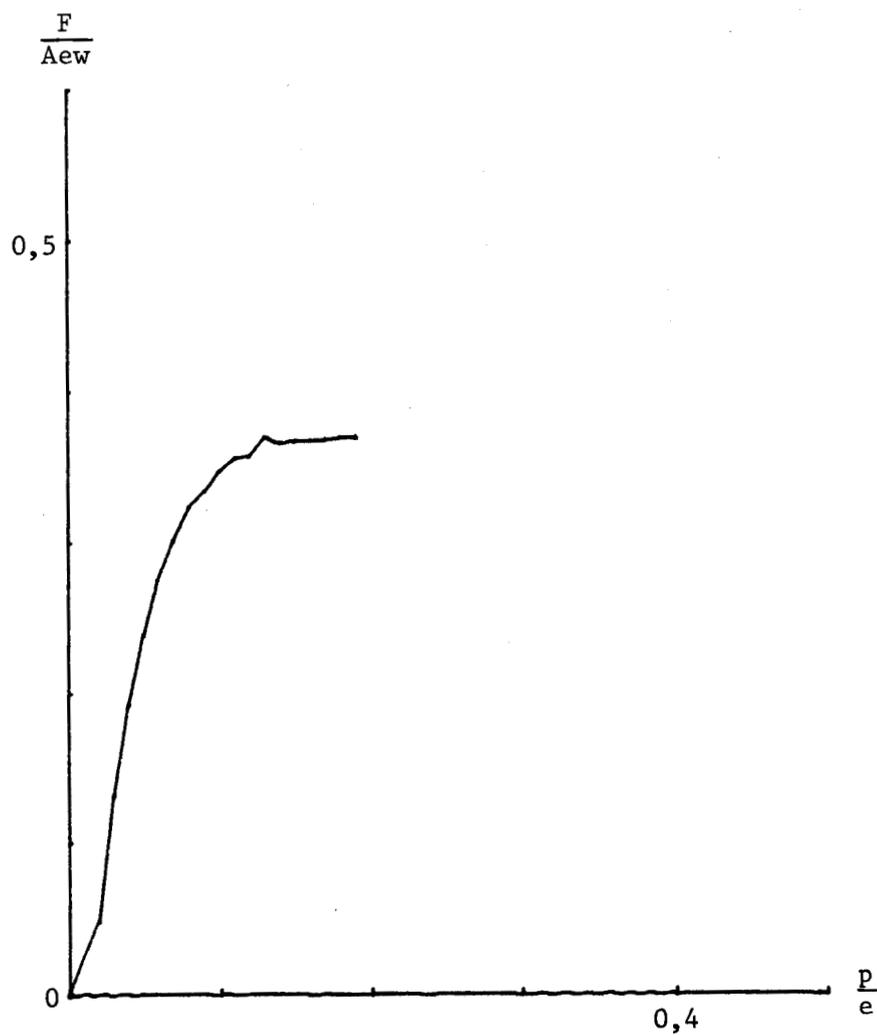


Figure IV.18 :

Prévision de la force de cisailage  $F/A_{ew}$   
en fonction de la pénétration  $p/e$  pour une barre rectangulaire  
en acier A 33 (modèle à largeur  $b$  optimisée) .



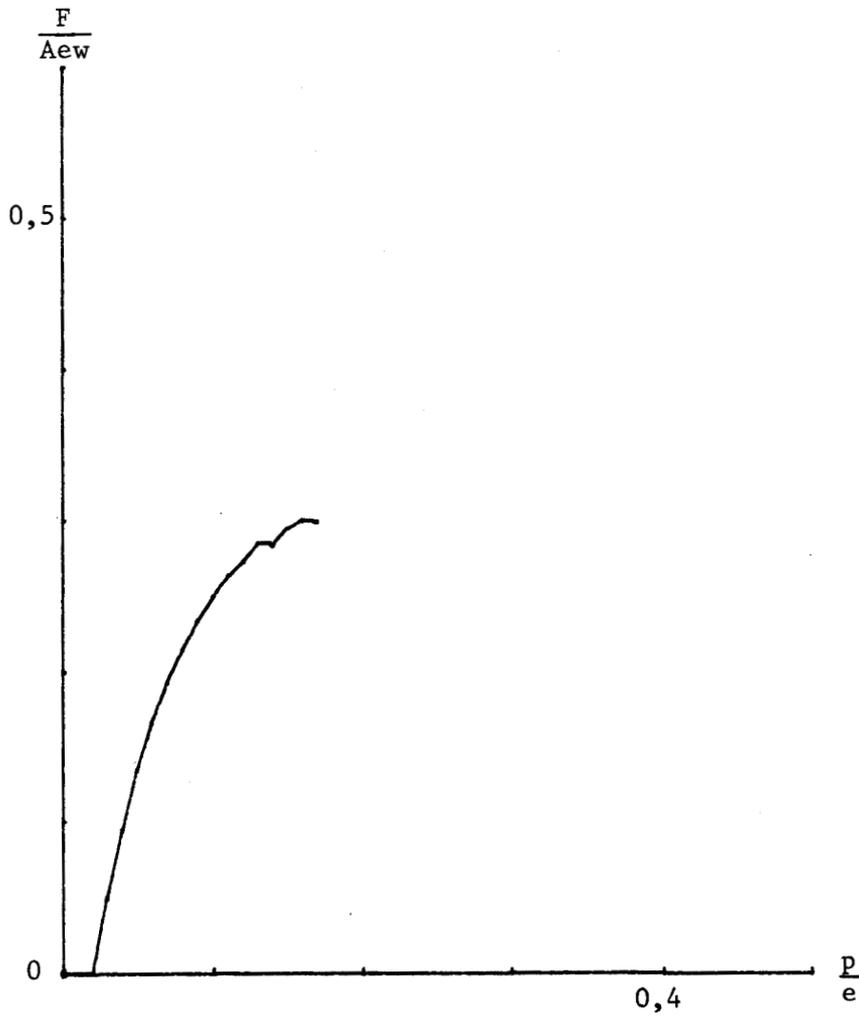


Figure IV.19 :

Prévision de la force de cisailage  $F/A_{ew}$   
en fonction de la pénétration  $p/e$  pour une barre rectangulaire  
en cuivre U9 (modèle à largeur  $b$  optimisée) .



## 2.5. Conclusions.

La méthode des champs continus de vitesse s'adapte bien à l'écoulement complexe que produit le cisailage. Les résultats théoriques sont proches des mesures effectuées en viscoplasticité et des relevés des efforts expérimentaux. Elle est suffisamment souple pour permettre l'optimisation de différents paramètres.

Les résultats obtenus permettent de comprendre l'écoulement plastique produit par le cisailage qui est le résultat d'une compétition permanente entre un cisaillement pur et un écoulement latéral produisant un fléchissement de la surface libre. L'écroutissage du matériau est l'arbitre de cette compétition : un matériau non-écrouissable se déformera uniquement en cisaillement pur, un matériau fortement écrouissable se déformera essentiellement en écoulement latéral.

La fracture interrompt cette compétition. Elle se produit fréquemment dès que la densité d'énergie critique du matériau a été localement dissipée. Cependant, dans certains cas et notamment pour le cuivre U 9, elle présente un retard important par rapport à ce critère.

Actuellement, ce modèle permet de simuler avec une précision suffisante, le cisailage de barres rectangulaires et même cylindriques, à condition toutefois d'exprimer les résultats en fonction du pourcentage de section cisailée, pour des vitesses faibles et à froid. Il est néanmoins possible de le développer pour lui permettre de tenir compte de la vitesse et de la température.

### 3. Modélisation par un champ de vitesses par blocs.

En s'inspirant des résultats expérimentaux et des lignes d'écoulement observées en viscoplasticité, il est possible d'imaginer un grand nombre de champs par blocs correspondant aux conditions cinématiques du cisailage (les figures IV.20, 21 et 22 définissent quelques-unes des solutions envisageables). Cependant les hodographes de ces champs ne sont pas complètement définis : du fait de la surface libre, les vitesses ne sont pas toutes définies pour une géométrie donnée de l'écoulement. La puissance étant une fonction linéaire des vitesses de discontinuité, l'optimisation ne peut être réalisée que par des techniques de programmation linéaire.

#### 3.1. Méthode générale de traitement des écoulements optimisables cinématiquement.

D'après (IV.8), la puissance motrice nécessaire pour créer l'écoulement est approchée par :

$$W_e \leq \int_{S_D} |\Delta u^*| dS + m \int_{S_T} (U_t - u_t^*) dS$$

Pour un problème plan, ceci revient à évaluer pour chaque ligne de discontinuité (à l'intérieur du matériau, sur  $S_D$ , et à l'interface avec l'outillage, sur  $S_T$ ) le produit de la longueur par la vitesse de discontinuité.

La puissance motrice est alors approchée par la somme des puissances dissipées sur les lignes de discontinuité :

$$W_e \leq \sum_{i=1, n} m_i \ell_i V_i \quad (\text{IV.26})$$

$m_i$  : coefficient de frottement de couche (prend la valeur 1 si la discontinuité appartient à  $S_D$ )

$\ell_i, V_i$  : longueur et vitesse de discontinuité

Si le champ comprend  $m$  blocs ayant  $(n - p)$  interfaces de discontinuité entre eux, il y a  $2m$  composantes suivant  $X$  ou  $Z$  des vitesses pour  $(n - p)$  conditions de continuité. S'il existe  $\ell$  conditions cinématiques aux limites, le nombre de composantes indéterminées est défini par la relation :

$$k = 2m - (n - p + \ell) \quad (\text{IV.27})$$

Dans le cas du champ de la figure IV.22 , pour une demi-pièce, il y a six blocs de vitesses, six interfaces de discontinuité entre blocs, trois conditions aux limites sur les vitesses (la vitesse du bloc 6 est parallèle à Z , la vitesse du bloc 1 est parallèle à X et est égale à la moitié de la vitesse du poinçon par raison de symétrie) . Ce champ présente donc trois composantes de vitesses inconnues. Si  $X_j$  ( $j$  variant de 1 à k) désigne les composantes inconnues, il est possible de déterminer  $n$  relations de la forme suivante :

$$V_i = \sum_{j=1,k} \alpha_{ij} X_j + \beta_i \quad (\text{IV.28})$$

ou bien, sous forme matricielle :

$$\{V\} = [\alpha] \{X\} + \{\beta\} \quad (\text{IV.29})$$

Soit  $n$  relations pour  $k$  inconnues qui ne pourront être satisfaites que si  $(n - k)$  relations sont des combinaisons linéaires des  $k$  autres. Ce qui permet de calculer les coefficients d'un nouveau système d'équations reliant les  $V_i$  entre elles :

$$\sum_{i=1,n} a_{ij} V_i = b_i \quad (\text{IV.30})$$

Il faut donc rechercher le minima de la forme linéaire définie par (IV.26) tout en respectant les contraintes d'égalité, définies par (IV.30) . Ceci peut être réalisé par la méthode du SIMPLEXE.

En respectant la forme canonique, notre problème s'écrit :

$$[\min] W_e = \{L\}^T \{V\} \quad (\text{IV.31})$$

$\{L\}$  : vecteur produit des coefficients de frottement par les longueurs de discontinuité

$\{V\}$  : vecteur des vitesses de discontinuité

avec les  $k$  contraintes d'égalité suivantes :

$$[A] \{V\} = \{B\}$$

et les conditions  $V_i \geq 0$  .

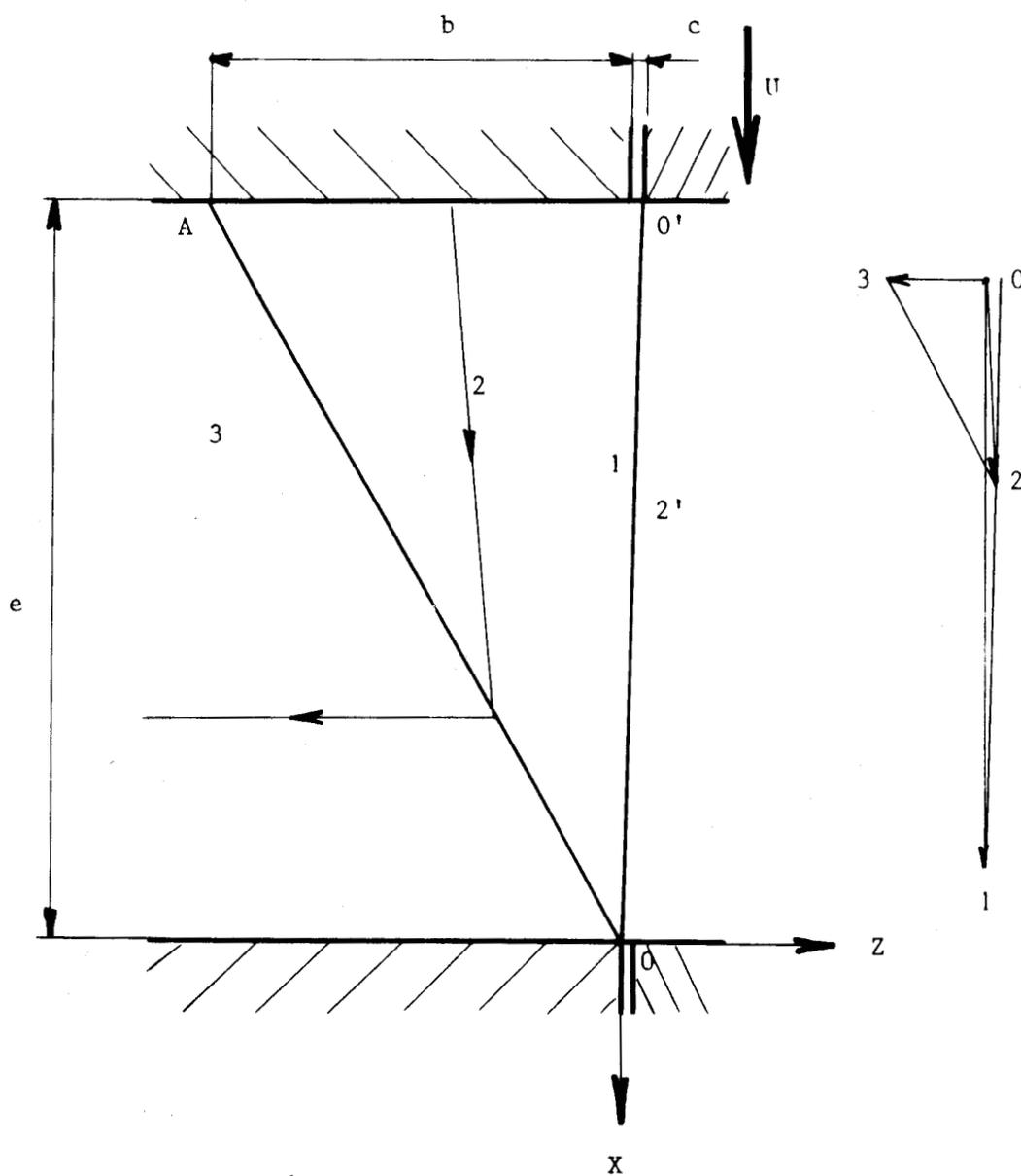


Figure IV.20 :

Champ par blocs de vitesses pour le cisailage  
de barres rectangulaires  
(Solution à une vitesse indéterminée) .



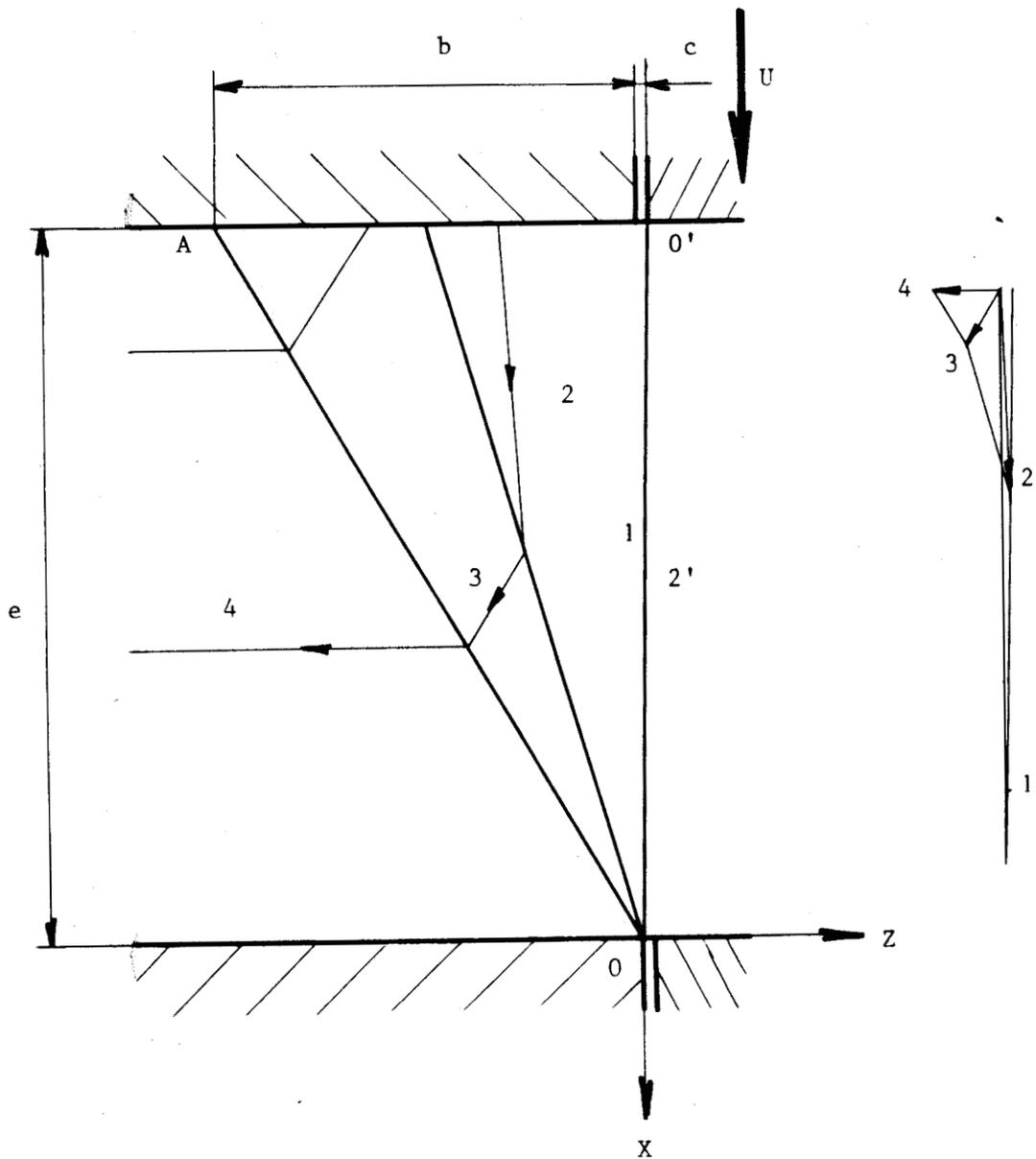


Figure IV.21 :

Champ par blocs de vitesses pour le cisailage  
de barres rectangulaires  
(Solution à deux vitesses indéterminées).



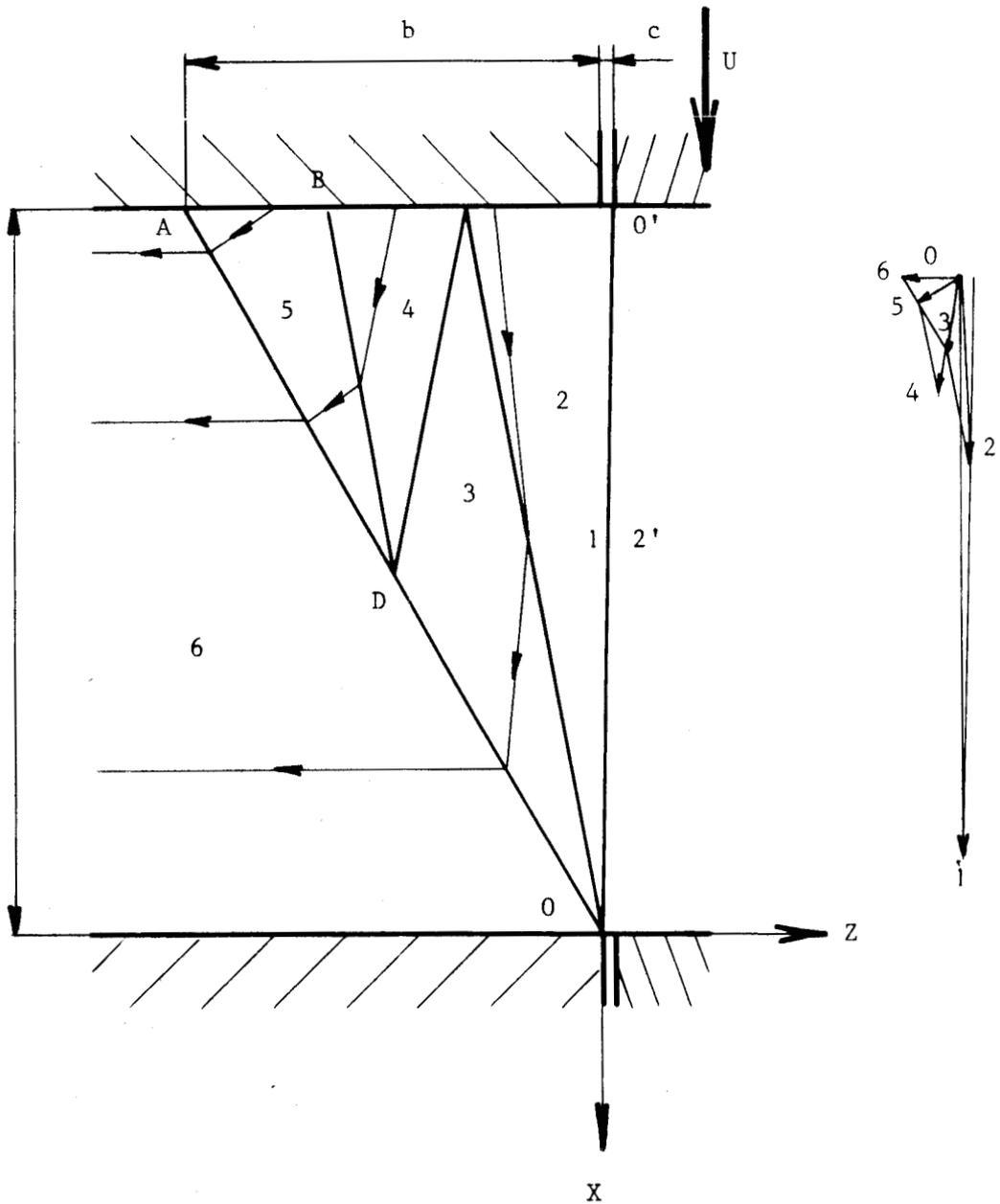


Figure IV.22 :

Champ par blocs de vitesses pour le cisailage  
de barres rectangulaires  
(Solution à trois vitesses indéterminées).



Les contraintes d'égalité doivent être transformées en contraintes de supériorité, ce qui peut être obtenu en écrivant pour chaque contrainte :

$$\sum_{i=1, n} a_{ij} V_i = b_i \quad \Leftrightarrow \begin{array}{l} + \sum a_{ij} V_i \geq b_i \\ - \sum a_{ij} V_i \geq - b_i \end{array}$$

Ce que nous écrivons sous la forme matricielle :

$$[A'] \{V\} \geq \{B'\} \quad (\text{IV.32})$$

$[A']$  étant une matrice à  $2k$  lignes et  $n$  colonnes  
 $\{B'\}$  étant un vecteur à  $2k$  composantes.

Le problème primal de celui-ci s'écrira alors :

$$[\max] F = \{B\}^T \{Y\} \quad (\text{IV.33})$$

avec les contraintes :

$$[A']^T \{Y\} \leq \{L\}$$

et les conditions :

$$Y_i \geq 0$$

$$L_i \geq 0$$

Les algorithmes de résolution du SIMPLEXE permettent de résoudre le problème primal et d'obtenir les valeurs optimales de son dual à partir des coûts marginaux.

### 3.2. Application au cisailage.

L'application au cisailage de la méthode précédente pose deux problèmes. L'écoulement est non-stationnaire. Il faut donc le déterminer par une succession de déplacements du poinçon. Nous pouvons considérer que la définition géométrique des blocs n'en est pas affectée mais les longueurs de discontinuité diminuent en fonction du fléchissement de la surface libre. Les matrices  $[A']$  et  $\{B'\}$  sont donc des invariants du processus ; la fonction  $W_e$  à minimiser est modifiée par le changement du vecteur  $\{L\}$ .

L'écoulement fait apparaître des fractures à l'interface des blocs 1 et 2 (Figures IV.20 à IV.22) , 1 et 2'. Ceci peut théoriquement être introduit dans cette méthode en transformant une des équations (IV.28) en inéquation.

Malgré la souplesse de cette méthode, les résultats obtenus avec tous les champs testés ont été décevants. Le programme prévoit toujours un cisaillement pur sans fléchissement de la surface latérale. Nous pensons que ceci est lié au principe de la décomposition en blocs de vitesse. Dans les blocs 2, ou 2', la composante suivant X de la vitesse est constante. Alors que dans la réalité elle varie de façon continue de la surface libre de la barre où elle est maximale à l'interface avec la demi-coquille active où elle est nulle.

De plus, la méthode des blocs se prête très mal à l'introduction d'un facteur d'écrouissage par suite de la représentation discontinue de la déformation subie par le matériau.

Ces deux inconvénients nous semblent donc limiter considérablement l'intérêt de la méthode des blocs de vitesses pour la prévision d'écoulements non-stationnaires.

## V. MODELISATION PAR CHAMP DE CONTRAINTES.

### 1. La méthode par champ de contraintes.

Cette méthode consiste à approcher l'état de contraintes réel par une famille de champs de contraintes vérifiant les conditions aux limites, les conditions d'équilibre et le critère de plasticité. Lorsqu'il est applicable, le théorème de borne inférieure permet de choisir le meilleur champ qui est celui pour lequel on obtient la prévision des efforts moteurs maximale.

#### 1.1. Théorème de la borne inférieure.

Considérons le volume  $V$ , défini par la figure IV.1, de surface  $S$  sur laquelle sont définies des conditions de vitesse ou de contrainte (§ IV.1.1.).

Soit  $\{\sigma^*\}$  un champ de contraintes vérifiant les conditions aux limites  $\vec{T}^d = \{\sigma^*\} \vec{n}$  sur  $S_T$ ,  $\vec{T}^* = \{\sigma^*\} \vec{n}$  sur  $S_u$ ,  $\vec{n}$  désignant le vecteur normal aux surfaces  $S_T$  ou  $S_u$ , et le critère de MISES.

Soit  $\{\sigma\}$  le champ de contraintes réel,  $\{\dot{\epsilon}\}$  les vitesses de déformation correspondantes.

Le théorème des travaux virtuels s'écrit alors :

. pour la solution exacte

$$\int_V \{\sigma\}^T \{\dot{\epsilon}\} dV = \int_{S_T} \vec{T}^d \vec{u} dS + \int_{S_u} \vec{T} \vec{u}^d dS$$

. pour les contraintes fictives

$$\int_V \{\sigma^*\}^T \{\dot{\epsilon}\} dV = \int_{S_T} \vec{T}^d \vec{u} dS + \int_{S_u} \vec{T}^* \vec{u}^d dS$$

Le théorème du travail maximal établit que

$$\int_V \{\sigma\}^T \{\dot{\epsilon}\} dV \geq \int_V \{\sigma^*\}^T \{\dot{\epsilon}\} dV$$

D'où, par différence entre les deux expressions des travaux virtuels

$$\int_{S_u} \vec{T} \vec{u}^d dS \geq \int_{S_u} \vec{T}^* \vec{u}^d dS$$

Pour des raisons identiques à celles décrites au paragraphe III.1, ce théorème ne s'applique pas strictement au cisailage. Cependant, en choisissant correctement les conditions aux limites, nous pouvons espérer obtenir une évaluation assez précise de la puissance motrice, mais n'ayant plus de caractère de borne inférieure de la solution réelle.

## 1.2. La méthode des blocs de contraintes.

### a) Généralités.

La méthode la plus couramment utilisée pour définir des champs statiquement admissibles consiste à décrire des blocs de contraintes homogènes, plastiques, de forme triangulaire, puis de déterminer les valeurs des paramètres descriptifs en formulant les conditions de continuité entre eux ou aux interfaces (surfaces libres, contact avec les outillages, ...).

Un réseau de  $n$  points (soit  $2n$  paramètres géométriques) permet de créer  $(n-2)$  blocs triangulaires {soit  $2(n-2)$  paramètres sur les contraintes dans ces blocs}. Soit  $4(n-1)$  paramètres pour le problème.

Par ailleurs, il existe alors  $2n-3$  frontières entre les blocs ou interfaces. Soit  $2(2n-3)$  conditions de continuité.

Sous cette formulation générale, il existe donc, indépendamment du nombre de triangles, deux conditions de moins que de paramètres.

Pour un problème particulier, il faut formuler  $p$  conditions géométriques (localisation des points du réseau sur la surface de la zone plastique) et  $m$  paramètres supplémentaires dus aux interfaces particuliers (symétries, interfaces avec l'outillage sur lesquelles les contraintes sont inconnues).

La solution est alors correctement définie si

$$p \leq m + 2 . \quad (V.1)$$

### b) Conditions de continuité entre blocs.

Soit deux blocs  $i$  et  $j$  séparés par une frontière formant un angle  $\psi_{ij}$  avec la direction de l'axe  $x'x$  d'un repère  $xz$  orthonormé.

Soit  $\theta_i$  l'angle de la première direction de cisaillement maximal dans le bloc  $i$ ,  $\theta_j$  pour le bloc  $j$ . Soit  $k$  la contrainte limite de cisaillement.

La continuité des contraintes normales et tangentielles sur la frontière conduit aux équations de continuité :

$$\sigma_{n_i} = \sigma_{n_j} - 2k \sin 2(\psi_{ij} - \theta_j) \quad (V.2)$$

$$\theta_i = 2\psi_{ij} - \theta_j + k\pi \quad (V.3)$$

Avec  $\sigma_{n_i}$  contrainte moyenne dans le bloc  $i$

$$\sigma_{n_i} = \frac{\sigma_{1i} + \sigma_{2i}}{2} .$$

Lorsqu'un bloc  $i$  est en contact avec l'outillage  $\phi$ , alors les conditions de continuité s'écriront :

$$N = \sigma_{n_i} - k \sin 2(\psi_{i\phi} - \theta_i) \quad (V.4)$$

$$T = -k \cos 2(\psi_{i\phi} - \theta_i) \quad (V.5)$$

avec  $N$  et  $T$  : contraintes normales et tangentielles à l'interface avec l'outillage

$\psi_{i\phi}$  : angle formé par l'interface avec  $x'x$  .

## 2. Définition d'un modèle du cisailage de barres inclinées sans efforts de serrage.

### 2.1. Définition du champ retenu.

La définition des blocs de contraintes statiquement admissibles est tirée de la solution proposée par JIMMA [21] pour le poinçonnage (Figure I.8). Il utilise trois blocs triangulaires ayant un sommet commun et leur côté opposé à ce sommet adjacent à la demi-coquille active, au segment de droite passant par les arêtes  $0$  et  $0'$ , à la facette de cisailage plastique (repères 1, 2 et 3 respectivement).

Ce modèle ne laisse pas place à la flexion plastique de la surface de la barre. Formulé pour le poinçonnage pour lequel la rotation locale de la tôle sous l'action de l'outil est à peu près négligeable, il limite la zone de déformation plastique au voisinage du plan de coupe.

Nous retenons un modèle composé de cinq blocs de contraintes (Figure V.1) ayant un sommet en commun, leur côté opposé à ce sommet étant respectivement adjacent à la demi-coquille active (bloc 1), le segment joignant les arêtes  $0$  et  $0'$  (bloc 2), la facette de cisailage plastique (bloc 3), la surface de la barre décollée de la demi-coquille d'ablocage (bloc 4), la surface de la barre au contact avec la demi-coquille d'ablocage (bloc 5).

Les paramètres du modèle sont la longueur des outils,  $l$ , le jeu latéral entre les outils,  $c$ , l'angle d'inclinaison de la barre par rapport à la normale au plan de coupe,  $\alpha$ , la pénétration,  $p$ , la hauteur de la facette de cisailage plastique,  $t$ .

Pour une géométrie donnée des outillages, ce modèle impose neuf conditions géométriques (trois points définis,  $D$ ,  $0$  et  $0'$ , trois points assujettis à rester sur une droite,  $C$ ,  $F$  et  $B$ ). Il y a sept paramètres supplémentaires ( $N_a$ ,  $T_a$ ,  $N_f$ ,  $T_f$ ,  $N_s$ , deux par raison de symétrie à l'interface  $00'$ ). Il n'est pas possible de fixer le frottement d'après les propriétés physiques des interfaces  $OB$  et  $DC$  puisque le sens de la vitesse d'écoulement du matériau de la barre peut s'inverser. Par contre, nous avons admis que sur le flanc de l'outil ( $0'F$ ) la vitesse d'écoulement du matériau était toujours orientée de la même façon, le rapport  $T_s/N_s$  dépend alors du coefficient de frottement. La relation (V.1) est vérifiée, il n'y a pas de paramètres excédentaires, le modèle n'est pas optimisable.

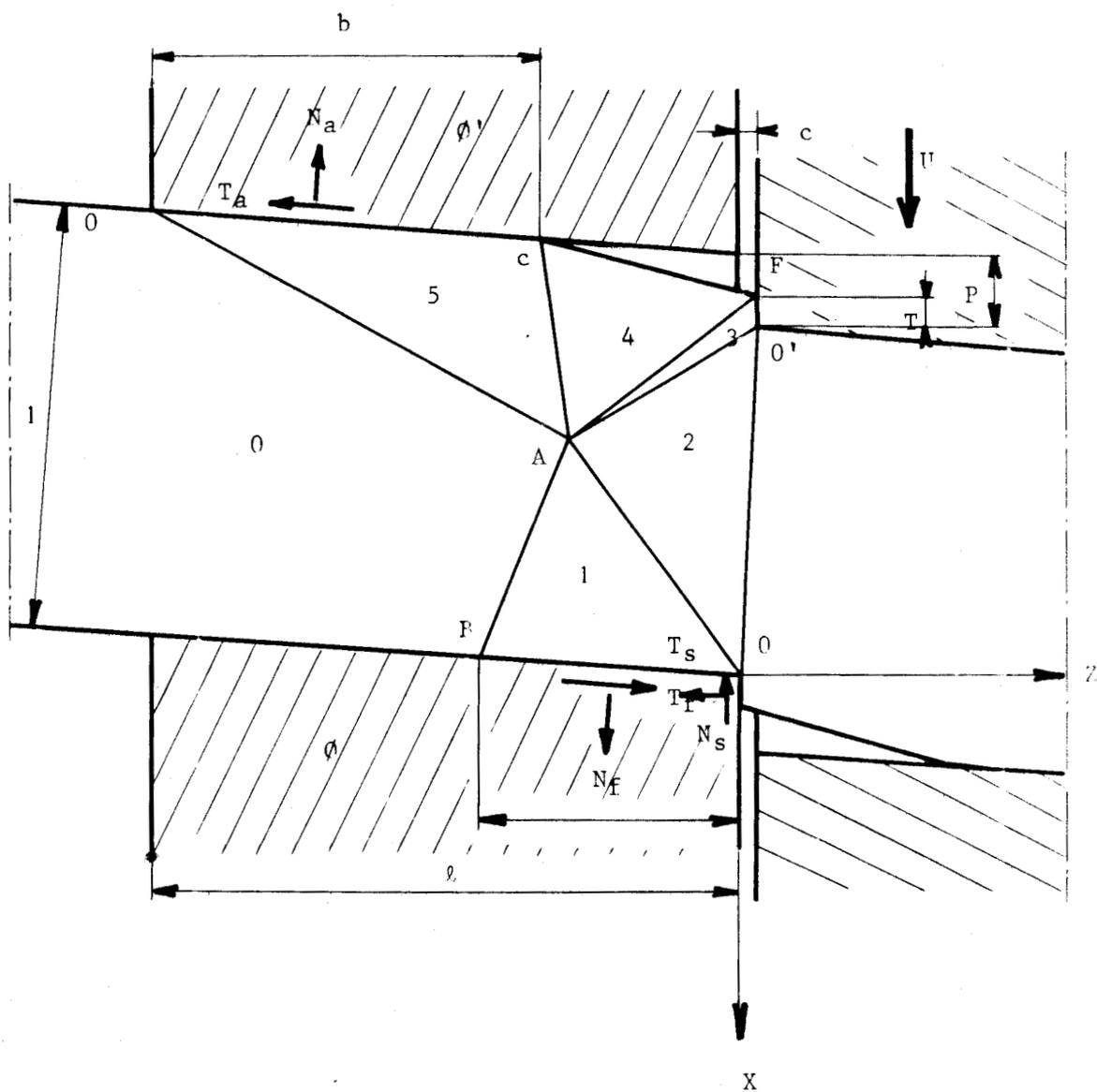


Figure V.1 : Modèle de bloc de contraintes.

## 2.2. Equations du problème.

Il y a deux types d'équations : équations de continuité aux interfaces, conditions géométriques.

Dans toutes les relations suivantes nous donnons à l'épaisseur de la barre et à la contrainte limite de cisaillement pur  $k$  la valeur 1.

### a) Continuité aux frontières.

#### Frontière AB.

$$0 = \sigma_{n_1} - \sin 2(\psi_{01} - \theta_1)$$

$$0 = \cos 2(\psi_{01} - \theta_1)$$

Soit :

$$\theta_1 = \psi_{01} \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\sigma_{n_1} = \pm 1$$

Le bloc 1 étant comprimé, les solutions à retenir sont :

$$\sigma_{n_1} = -1 \quad (V.6)$$

$$\theta_1 = \psi_{01} + \frac{\pi}{4} \quad (V.7)$$

#### Frontière AD.

Les conditions sont identiques à celles formulées pour la frontière AB :

$$\sigma_{n_5} = -1 \quad (V.8)$$

$$\theta_5 = \psi_{05} + \frac{\pi}{4} \quad (V.9)$$

#### Frontière Bo.

$$\psi_{1\phi} = + \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$N_f = \sigma_{n_1} - \sin 2(\psi_{1\phi} - \theta_1) = -1 - \sin 2(\alpha + \theta_1) \quad (V.10)$$

$$T_f = \cos 2(\alpha + \theta_1) \quad (V.11)$$

Les conditions de vitesse étant totalement inconnues sur la frontière Bo, le rapport  $T_f/N_f$  n'est pas nécessairement lié aux conditions de frottement.



Frontière Fo'.

$$\psi_{3\phi} = 0$$

$$N_s = \sigma_{n_3} - \sin 2(\psi_{3\phi} - \theta_3) = \sigma_{n_3} + \sin 2\theta_3 \quad (\text{V.12})$$

$$T_s = -\cos 2\theta_3 \quad (\text{V.13})$$

Le poinçon se déplaçant plus rapidement que la matière du bloc 3, le frottement à l'interface doit être lié au rapport des contraintes normales et tangentielles :

$$\mu = \operatorname{tg} \varphi = \frac{T_s}{N_s} = \frac{-\cos 2\theta_3}{\sigma_{n_3} + \sin 2\theta_3}$$

$$\text{Soit :} \quad \cos(2\theta_3 - \varphi) + \sigma_{n_3} \cdot \sin \varphi = 0 \quad (\text{V.14})$$

Frontière CF.

CF est une surface libre.

$$\sigma_{n_4} = -1 \quad (\text{V.15})$$

$$\theta_4 = \psi_{04} + \frac{\pi}{4} \quad (\text{V.16})$$

Frontière CD.

$$\psi_{5\phi'} = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$N_a = -1 - \cos 2(\psi_{05} + \alpha) \quad (\text{V.17})$$

$$T_a = -\sin 2(\psi_{05} + \alpha) \quad (\text{V.18})$$

Comme pour Bo, le rapport  $T_a/N_a$  n'est pas nécessairement lié au frottement.

Frontière AC. (Blocs 4 et 5)

$$\theta_4 = 2\psi_{45} - \theta_5$$

Avec (V.9) et (V.16) :

$$\psi_{45} = \frac{(\psi_{04} + \psi_{05})}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (\text{V.19})$$

$$\sigma_{n_5} = \sigma_{n_4} - 2\sin 2(\psi_{45} - \theta_4)$$

Avec (V.8) et (V.15) :

$$\sin 2(\psi_{45} - \psi_{04} - \frac{\pi}{4}) = 0 \quad (\text{V.20})$$

En associant (V.19) et (V.20) , nous obtenons :

$$\psi_{05} = \psi_{04} + k\pi \quad (\text{V.21})$$

Frontière Ao. (Blocs 1 et 2)

$$\psi_{12} = \frac{\psi_{01} + \theta_2}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (\text{V.22})$$

$$\sigma_{n_2} = -1 - 2 \sin(\theta_2 - \psi_{01} - \frac{\pi}{4}) \quad (\text{V.23})$$

Frontière Ao'. (Blocs 2 et 3)

$$\psi_{23} = \frac{\theta_2 + \theta_3}{2} \quad (\text{V.24})$$

$$\sigma_{n_3} = \sigma_{n_2} - 2\sin(\theta_3 - \theta_2) \quad (\text{V.25})$$

En associant (V.23) et (V.7) , on obtient :

$$\sigma_{n_2} = -1 - 2\sin(\theta_2 - \theta_1) \quad (\text{V.26})$$

En reportant (V.26) dans (V.25) :

$$\sigma_{n_3} = -1 - 2\sin(\theta_2 - \theta_1) - 2\sin(\theta_3 - \theta_2) \quad (\text{V.27})$$

Frontière AF. (Blocs 3 et 4)

$$\psi_{34} = \frac{\theta_3 + \theta_4}{2} \quad (\text{V.28})$$

$$\sigma_{n_3} = -1 - 2\sin(\theta_3 - \theta_4) \quad (\text{V.29})$$

En éliminant les angles  $\theta_i$  entre les relations (V.7), (V.9), (V.16), (V.22), (V.24) et (V.28), on obtient :

$$\psi_{01} = 2(\psi_{12} - \psi_{23} + \psi_{34}) - \psi_{05} - \frac{\pi}{2} \quad (\text{V.30})$$

En exprimant l'égalité de (V.27) et (V.29) , on obtient :

$$\begin{aligned} & \sin 2(\psi_{12} - \psi_{01} - \frac{\pi}{4}) + \sin 2(2\psi_{34} - \psi_{04} - \psi_{23} - \frac{\pi}{4}) - \\ & - \sin 2(\psi_{34} - \psi_{04} - \frac{\pi}{4}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{V.31})$$

En portant (V.29) dans (V.14) :

$$\begin{aligned} & \cos\{4(\psi_{23} - \psi_{12}) + 2\psi_{01} + \frac{\pi}{2} - \psi\} \\ & - \sin \psi \cdot [1 + 2\sin 2(\psi_{34} - \psi_{05} - \frac{\pi}{4})] = 0 \end{aligned} \quad (\text{V.32})$$

b) Conditions géométriques.

Le point A appartient à la droite DA de pente  $\text{tg } \psi_{05}$ , soit :

$$z_A = \text{tg } \psi_{05} \left( x_A + \frac{1}{\cos \alpha} + l \text{tg } \alpha \right) - l \quad (\text{V.33})$$

Il appartient également à la droite AO :

$$\text{tg } \psi_{12} = \frac{z_A}{x_A} \quad (\text{V.34})$$

Il appartient encore aux droites AO' et AC :

$$\text{tg } \psi_{23} = \frac{z_A - c}{x_A + \frac{1}{\cos \alpha} - \text{ctg } \alpha - p} \quad (\text{V.35})$$

$$\text{tg } \psi_{45} = \frac{z_A - b + l}{x_A + \frac{1}{\cos \alpha} + (l - b) \text{tg } \alpha}$$

En remplaçant  $\psi_{45}$  par sa valeur (V.19) et (V.21) :

$$b = \frac{z_A - \left( x_A + \frac{1}{\cos \alpha} \right) \text{tg}(\psi_{05} - \frac{\pi}{4})}{1 - \text{tg } \alpha \text{tg}(\psi_{05} - \frac{\pi}{4})} + l \quad (\text{V.36})$$

En exprimant l'équation de CF, il vient :

$$\text{tg } \psi_{05} = \frac{z_C - z_F}{x_C - x_F}$$

d'où nous tirons :

$$t = \frac{(b - l - c)(1 - \text{tg } \alpha \cdot \text{tg } \psi_{05})}{\text{tg } \psi_{05}} + p \quad (\text{V.37})$$

L'équation de AF nous permet de déterminer  $\psi_{34}$  :

$$\text{tg } \psi_{34} = \frac{c - z_A}{p - t - \frac{1}{\cos \alpha} + \text{ctg } \alpha - x_A} \quad (\text{V.38})$$

De même l'équation de AB nous permet de déterminer :

$$a = \frac{x_A \operatorname{tg} \psi_{01} - z_A}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \psi_{01}} \quad (\text{V.39})$$

c) Résultat.

L'effort de cisailage est alors égal à :

$$F = a(N_f \cos \alpha + T_f \sin \alpha) - t.T_g \quad (\text{V.40})$$

d) Condition de rupture.

JIMMA propose de prendre comme critère de rupture le changement de signe de la contrainte moyenne dans le bloc 2, devenant positive elle manifeste une prépondérance de l'état de tension du bloc 2 [21].

Comme la rupture ductile est très liée à la direction de cisaillement maximum, nous préférons admettre que les conditions optimales pour la rupture sont réunies lorsque la direction de cisaillement maximum est égale à la direction de la ligne joignant les arêtes 0 et 0' des outils, la rupture se produisant alors par "décollement" des blocs 2 et 2', soit :

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{-c}{\frac{1}{\cos \alpha} - \operatorname{ctg} \alpha - p} \quad (\text{V.41})$$

### 2.3. Résolution du système d'équations.

Après simplification de ce système de 40 équations, on obtient un sous-système de neuf équations à neuf inconnues. Deux équations sont non-linéaires, (V.31) et (V.32). Nous avons dû mettre au point une procédure de résolution par dichotomie qui nous a permis d'exploiter le modèle sur ordinateur.

Les données utilisées pour l'exploitation ont été les suivantes :

- . jeu entre les outils  $c = 0,02 e$   
avec  $e$  : épaisseur de la barre à cisailier
- . longueur des outils  $l = 1,5 e, 2 e, 2,5 e$
- . angle d'inclinaison de la barre  $\alpha = 0, 1, 2, 3, 4, 5^\circ$
- . pénétration de l'outil mobile  $p$  variant de 0 à 0,6  $e$  par pas de 0,05  $e$
- . coefficient de frottement de COULOMB sur la face latérale des outils  $\mu = 0, 0,1$
- . contrainte limite de cisaillement  $k$  prise unitaire

Les tableaux V.1 à V.9 rassemblent les résultats obtenus. Dans tous les cas, l'épaisseur de la barre est prise pour unité.

Les tableaux présentent les variations des résultats les plus importants en fonction de l'angle d'inclinaison de la barre,  $\alpha$ , pour une largeur des outils de  $2e$ , et en fonction de la largeur des outils, pour une inclinaison nulle.

L'angle caractéristique de la zone déformée,  $\text{atg}\left(\frac{l-b}{e}\right)$ , étant constant quelle que soit l'inclinaison de la barre, le tableau correspondant a été supprimé.

Pénétration	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2^\circ$	$\alpha = 3^\circ$	$\alpha = 4^\circ$	$\alpha = 5^\circ$
Frottement nul						
0,1	0,829	0,836	0,842	0,849	0,856	0,862
0,2	0,789	0,797	0,805	0,812	0,820	0,827
0,3	0,742	0,750	0,759	0,768	0,776	0,785
0,4	0,686	0,695	0,705	0,714	0,723	0,733
0,5	0,621	0,631	0,640	0,650	0,661	0,670
0,55	0,584	0,594	0,604	0,614	0,625	0,635
0,6	0,546	0,556	0,566	0,577	0,587	0,599
Frottement 0,1						
0,1	0,872	0,877	0,882	0,887	0,892	0,897
0,2	0,813	0,820	0,825	0,831	0,837	0,843
0,3	0,748	0,755	0,762	0,768	0,775	0,781
0,4	0,674	0,681	0,689	0,696	0,704	0,711
0,5	0,590	0,598	0,606	0,613	0,621	0,630
0,55	0,543	0,551	0,559	0,567	0,575	0,584
0,6	0,494	0,502	0,510	0,519	0,528	0,537

Tableau V.1 : Evolution de l'effort de cisailage  $F/kew$  en fonction de l'inclinaison de la barre ( $l = 2$ ) .

Pénétration	$\mu = 0$			$\mu = 0,1$		
	$\ell = 1,5$	$\ell = 2$	$\ell = 2,5$	$\ell = 1,5$	$\ell = 2$	$\ell = 2,5$
0,1	0,833	0,829	0,826	0,876	0,872	-
0,15	0,816	0,810	0,805	0,849	0,843	-
0,2	0,799	0,789	0,783	0,822	0,813	-
0,25	0,779	0,766	0,759	0,793	0,782	-
0,3	0,759	0,742	0,731	0,763	0,748	0,739
0,35	0,736	0,715	0,702	0,732	0,713	0,701
0,4	0,712	0,686	0,671	0,698	0,674	-
0,45	0,686	0,655	0,635	0,663	0,634	0,615
0,5	0,658	0,621	0,598	0,626	0,590	0,567
0,55	-	0,584	-	0,586	0,543	0,516
0,6	-	0,546	-	-	0,494	0,460

Tableau V.2 : Evolution de l'effort de cisailage  $F/kew$  en fonction de la largeur des outils ( $\alpha = 0$ ) .



Pénétration	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2^\circ$	$\alpha = 3^\circ$	$\alpha = 4^\circ$	$\alpha = 5^\circ$
$\mu = 0$						
0,1	0,008	-0,015	-0,038	-0,061	-0,085	-0,108
0,2	0,042	0,018	-0,005	-0,026	-0,050	-0,072
0,3	0,079	0,057	0,035	0,010	-0,012	-0,035
0,4	0,121	0,099	0,074	0,053	0,029	0,004
0,5	0,166	0,144	0,118	0,095	0,068	0,045
0,55	0,189	0,165	0,139	0,114	0,088	0,063
0,6	0,204	0,178	0,155	0,124	0,099	0,070
$\mu = 0,1$						
0,1	-0,285	-0,314	-0,340	-0,370	-0,396	-0,425
0,2	-0,264	-0,293	-0,319	-0,346	-0,375	-0,403
0,3	-0,237	-0,265	-0,294	-0,321	-0,347	-0,375
0,4	-0,205	-0,231	-0,259	-0,285	-0,312	-0,337
0,5	-0,162	-0,189	-0,213	-0,242	-0,267	-0,292
0,55	-0,138	-0,166	-0,192	-0,219	-0,243	-0,273
0,6	-0,118	-0,145	-0,174	-0,199	-0,229	-0,257

Tableau V.3 : Evolution de la contrainte moyenne  $\sigma_{n2}/k$  en fonction de l'inclinaison de la barre ( $\lambda = 2$ ).

Pénétration	$\mu = 0$			$\mu = 0,1$		
	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$
0,1	- 0,006	0,008	0,018	- 0,309	- 0,285	-
0,15	- 0,001	0,024	0,041	- 0,311	- 0,274	-
0,2	0,003	0,042	0,064	- 0,315	- 0,264	-
0,25	0,010	0,063	0,089	- 0,318	- 0,252	-
0,3	0,015	0,079	0,118	- 0,323	- 0,237	- 0,189
0,35	0,019	0,099	0,147	- 0,388	- 0,223	- 0,164
0,4	0,022	0,121	0,177	- 0,331	- 0,205	-
0,45	0,026	0,144	0,211	- 0,329	- 0,184	- 0,099
0,5	0,023	0,166	0,247	- 0,333	- 0,162	- 0,061
0,55	-	0,189	-	- 0,331	- 0,138	- 0,024
0,6	-	0,204	-	-	- 0,118	- 0,016

Tableau V.4 : Evolution de la contrainte moyenne  $\sigma_{N_2}/k$  dans le bloc 2 en fonction de la largeur des outils ( $\alpha = 0$ ) .



Pénétration	$\mu = 0$						$\mu = 0,1$					
	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2^\circ$	$\alpha = 3^\circ$	$\alpha = 4^\circ$	$\alpha = 5^\circ$	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2^\circ$	$\alpha = 3^\circ$	$\alpha = 4^\circ$	$\alpha = 5^\circ$
0,1	- 12,5	- 12,0	- 11,6	- 11,2	- 10,8	- 10,3	- 7,8	- 7,3	- 6,9	- 6,3	- 5,9	- 5,4
0,2	- 8,6	- 8,1	- 7,6	- 7,2	- 6,7	- 6,2	- 3,7	- 3,1	- 2,6	- 2,0	- 1,5	- 0,9
0,3	- 4,0	- 3,5	- 2,9	- 2,3	- 1,8	- 1,2	1,3	2,0	2,6	3,3	3,9	4,5
0,4	+ 1,7	+ 2,3	+ 3,0	+ 3,7	+ 4,4	+ 5,0	7,7	8,4	9,2	9,9	10,6	11,3
0,5	9,1	9,9	10,8	11,6	12,5	13,2	16,1	17,1	18,0	18,9	19,8	20,7
0,55	-	14,7	15,7	16,6	17,5	18,4	21,7	22,8	23,9	25,0	26,0	27,1
0,6	-	20,7	21,7	22,9	23,9	25,0	-	30,2	31,6	32,8	34,2	35,5

Tableau V.5 : Evolution de la direction de cisaillement maximal du bloc 2 en fonction de l'inclinaison de la barre ( $\ell = 2$ ) .

(Les valeurs de  $\theta_2$  sont données en degrés centésimaux.)



Pénétration	$\mu = 0$				$\mu = 0,1$		
	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$	
	0,1	- 12,3	- 12,5	- 12,6	- 7,5	- 7,8	-
0,15	- 10,3	- 10,6	- 10,9	- 5,3	- 5,8	-	
0,2	- 8,1	- 8,6	- 9,0	- 2,9	- 3,7	-	
0,25	- 6,7	- 6,5	- 6,9	- 0,4	- 1,3	-	
0,3	- 3,1	- 4,0	- 4,6	+ 2,5	+ 1,3	+ 0,7	
0,35	- 0,2	- 1,3	- 2,0	+ 5,7	+ 4,3	+ 3,6	
0,4	+ 3,0	+ 1,7	+ 0,9	+ 9,3	+ 7,7	-	
0,45	+ 6,7	+ 5,1	+ 4,2	+ 13,4	+ 11,5	+ 10,5	
0,5	+ 11,2	+ 9,1	+ 7,9	+ 18,5	+ 16,1	+ 14,8	
0,55	-	-	-	+ 24,7	+ 21,7	+ 20,1	
0,6	-	-	-	-	+ 28,9	+ 27,7	

Tableau V.6 : Evolution de la direction de cisaillement maximal dans le bloc 2 en fonction de la largeur des outils ( $\alpha = 0$ ).

(Les valeurs de  $\theta_2$  sont données en degrés centésimaux.)



Pénétration	$\mu = 0$				$\mu = 0,1$		
	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$	
	0,1	5,9	6,0	6,5	6,2	6,3	-
0,15	9,2	9,4	9,4	9,7	9,9	-	
0,2	12,3	12,7	12,8	12,8	13,2	-	
0,25	15,2	15,8	16,1	15,8	16,3	-	
0,3	17,9	18,8	19,2	18,4	19,4	20,0	
0,35	20,5	21,6	22,3	20,9	22,2	23,0	
0,4	22,7	24,2	25,1	23,0	24,8	-	
0,45	24,7	26,7	27,8	24,9	27,2	28,5	
0,5	26,5	28,9	30,3	26,6	29,4	31,0	
0,55	-	-	-	28,0	31,4	33,4	
0,6	-	-	-	-	33,3	36,1	

Tableau V.7 : Evolution de l'angle caractéristique de la zone déformée,  $\text{Atg} \left( \frac{\lambda - b}{e} \right)$ ,

suivant la largeur des outils ( $\alpha = 0$ ) .

(Les valeurs de l'angle sont données en degrés centésimaux.)



Frottement	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = 1^\circ$	$\alpha = 2^\circ$	$\alpha = 3^\circ$	$\alpha = 4^\circ$	$\alpha = 5^\circ$
$\mu = 0$	0,340	0,331	0,321	0,311	0,303	0,293
$\mu = 0,1$	0,244	0,231	0,222	0,210	0,201	0,191

Tableau V.8 : Evolution de la prévision de pénétration à rupture  $pf/e$   
suivant l'inclinaison de la barre ( $\lambda = 2$ ).



	$\mu = 0$			$\mu = 0,1$		
	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$
Pénétration	0,323	0,340	0,351	0,226	0,244	-

Tableau V.9 : Evolution de la prévision de pénétration à rupture  $p_f/e$   
suivant la largeur des outils ( $\alpha = 0$ ) .



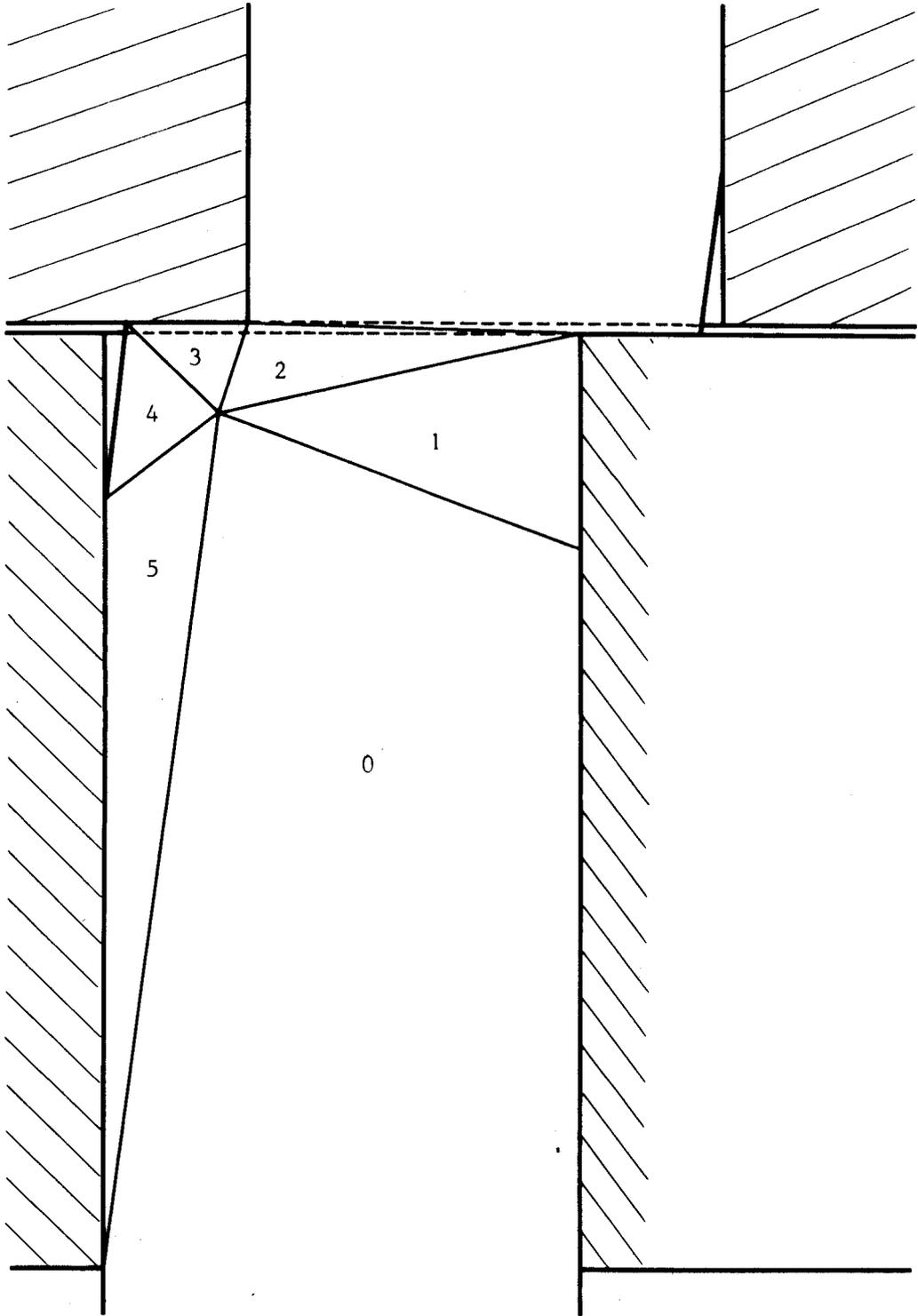


Figure V.2 :  
Cisailage sans serrage.  
Tracé des blocs plastiques.

( $l = 2 e$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $p = 0,3 e$ )



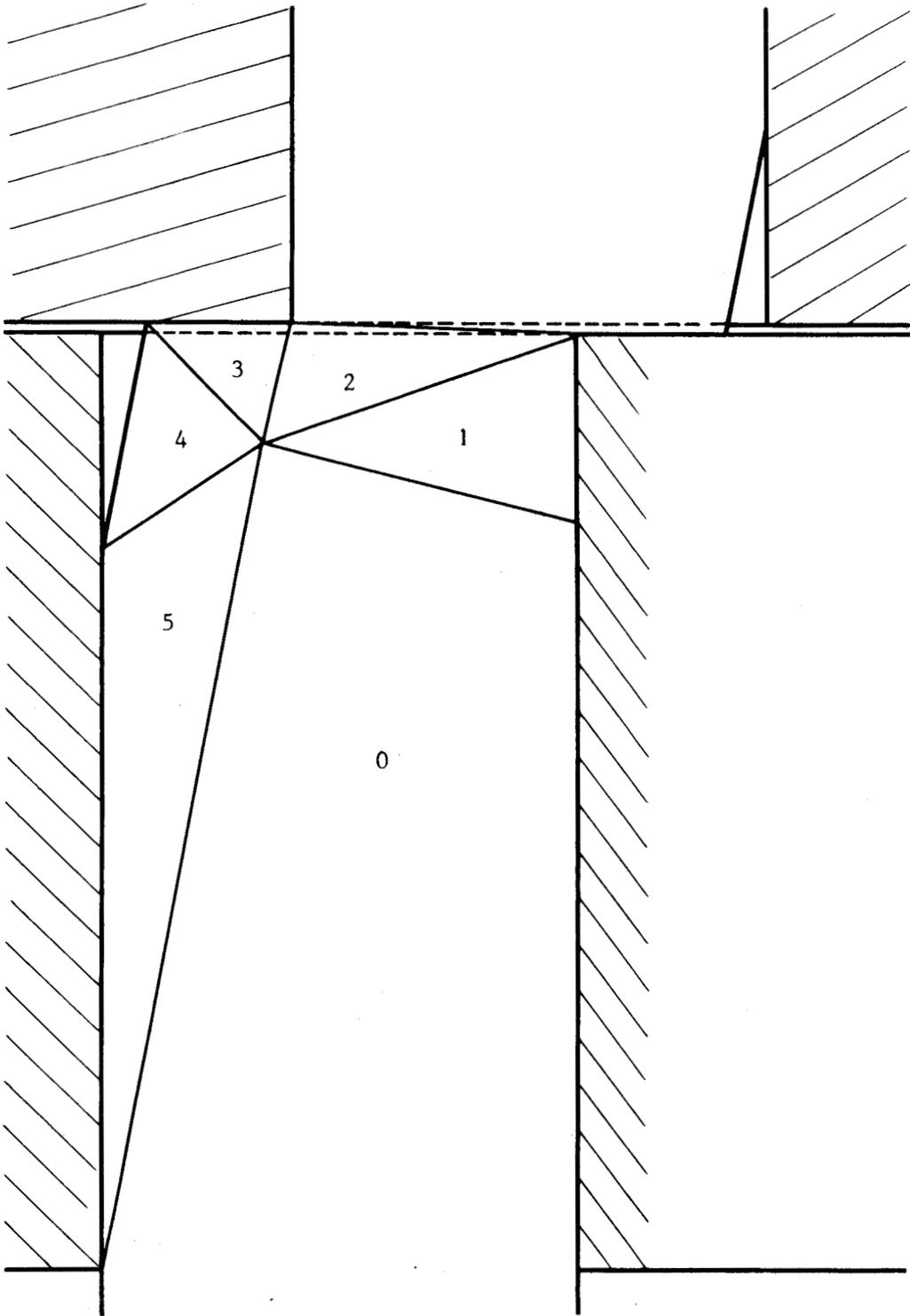


Figure V.3 :  
 Cisailage sans serrage.  
 Tracé des blocs plastiques.  
 ( $l = 2 e$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $p = 0,4 e$ )



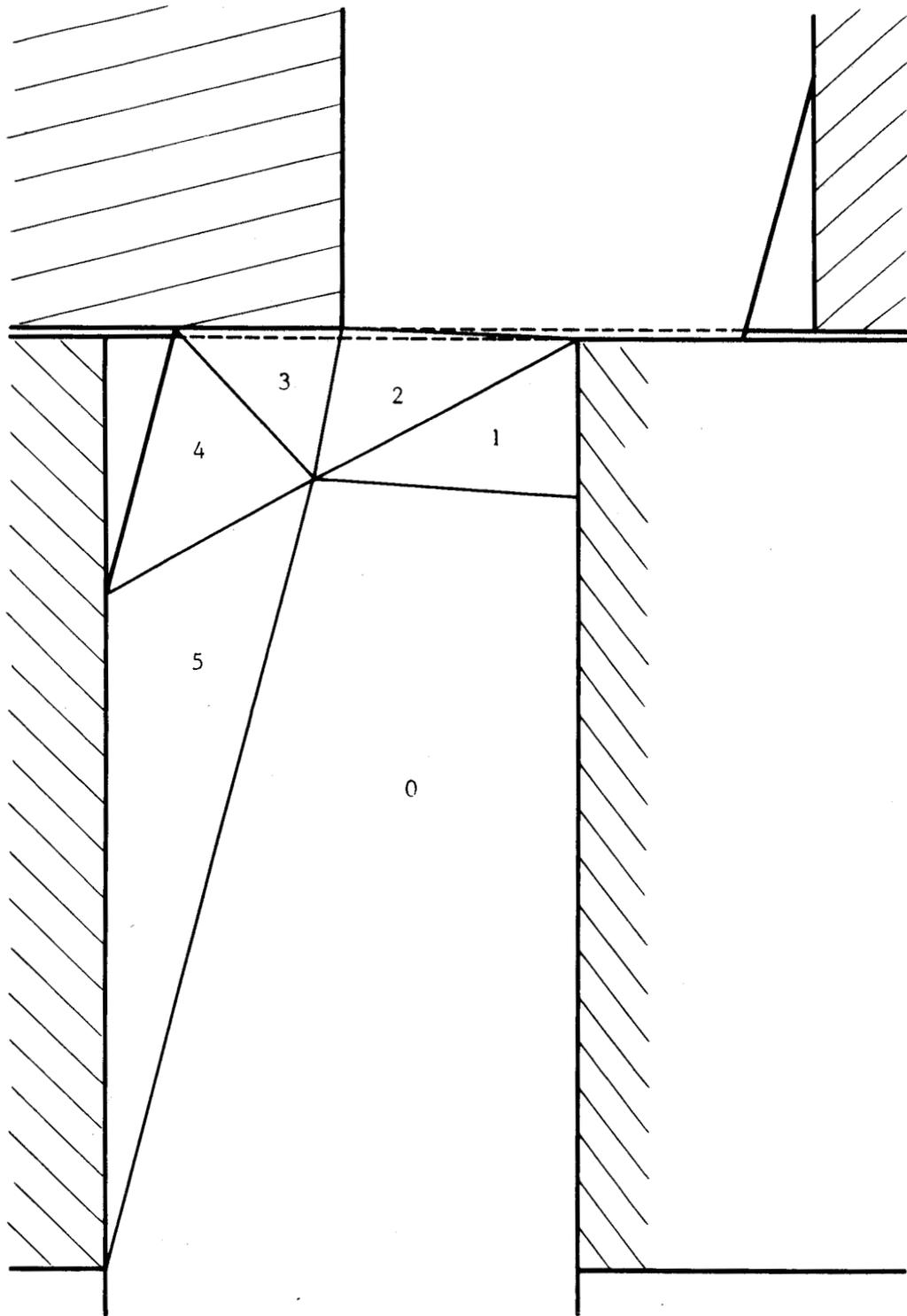


Figure V.4 :  
 Cisailage sans serrage.  
 Tracé des blocs plastiques.  
 ( $\ell = 2 e$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $p = 0,5 e$ )



#### 2.4. Conclusions.

La prévision de l'effort de cisailage est assez voisine de la valeur  $k(e - p)w$ . Une augmentation de la largeur des coquilles diminue légèrement l'effort de cisailage. Ce résultat est conforme à l'expérience : la pièce est mieux maintenue, les déformations sont mieux concentrées dans le plan de cisailage. Il est à noter que le modèle ne permet pas de tester des valeurs de  $\ell$  supérieures à 2,5. Le bloc 5 devient beaucoup trop grand. L'inclinaison de la barre augmente notablement l'effort de cisailage (de 5 à 10 % pour 5°).

La contrainte moyenne dans le bloc 2 ( $\sigma_{n_2}$ ) est légèrement positive et croît pendant que la pénétration augmente. Une augmentation de la longueur des coquilles a pour effet d'augmenter  $\sigma_{n_2}$ . Une augmentation du frottement a pour effet de diminuer  $\sigma_{n_2}$ . L'inclinaison de la barre joue dans le même sens.

L'angle de la première direction de cisaillement maximal dans le bloc 2 évolue d'environ -10 degrés jusqu'à 20 degrés. Lorsque le frottement est nul, le changement de signe se produit pour une pénétration comprise entre 0,3 et 0,4. Pour  $\mu = 0,1$ , le changement de signe se produit pour une pénétration comprise entre 0,2 et 0,3. La longueur des outils  $\ell$  a peu d'influence. L'inclinaison de la barre a un effet plus sensible.

Ces résultats mettent simplement en évidence que le cisailage de barres en coquilles fermées développe dans le plan de coupe un état de contraintes ... proche du cisaillement maximal. Ceci est d'autant plus vrai que la longueur  $\ell$  est importante.

En supposant que la zone dans laquelle se produiront les déformations est essentiellement constituée par les blocs 2, 3 et 4, nous avons caractérisé cette zone par l'inclinaison du segment de droite joignant l'arête de l'outil 0 avec le point C. Soit  $\text{atg} \left( \frac{\ell - b}{e} \right)$  la valeur de cet angle lorsque  $\alpha$  est nul. La largeur des outils et le frottement ont peu d'influence sur cet angle, l'inclinaison de la barre n'en a pratiquement aucune. Par contre, il augmente régulièrement en fonction de la pénétration, cette variation est presque linéaire.

Les figures V.2, 3 et 4 illustrent l'évolution du modèle en fonction de la pénétration, pour une largeur des outils égale à  $2e$ , une inclinaison de la barre nulle, un coefficient de frottement de Coulomb de 0,1.

D'après notre critère, les conditions les plus favorables à la rupture sont réunies pour des pénétrations allant de 0,2 à 0,35.

L'inclinaison de la barre et le frottement permettent d'obtenir une rupture précoce. La largeur des outils a peu d'influence.

Ces résultats sont assez voisins des valeurs observées dans la réalité.

### 3. Modèle de cisailage avec effort de serrage axial et sans inclinaison de barre.

#### 3.1. Définition du champ par blocs.

Nous conservons la définition choisie au paragraphe 2.1.

Un outil annexe exerce un serrage axial sur la barre et sur le lopin. Ce serrage axial modifie les conditions d'équilibre du bloc 0. La complexité des calculs ne permet pas de prendre en compte un bloc 0 pour lequel la contrainte de direction Z serait comprise entre 0 et  $2k$ . Nous avons retenu deux configurations possibles :

- . le Bloc 0'' (partie du bloc 0 située en-dessous d'une droite parallèle à l'axe Z passant par A) est plastifié (Figure V.5) ;
- . tout le bloc 0 est plastifié.

La deuxième configuration n'ayant pas donné de solutions, nous ne le détaillerons pas ici.

La première configuration se déduisant du paragraphe 2, nous indiquerons uniquement les équations modifiées par les conditions de serrage. Par ailleurs, nous avons supposé que l'inclinaison de la barre était nulle.

#### 3.2. Equations modifiées par les conditions de serrage.

##### a) Continuité aux frontières.

Frontière AB.

$$\theta_1 = 2\psi_{01} + \frac{\pi}{4} \quad (V.42)$$

$$\sigma_{n_1} = -1 - 2 \sin 2(\psi_{01} + \frac{\pi}{4}) \quad (V.43)$$

Frontière AO.

$$\sigma_{n_2} = -1 - 2 \cos 2\psi_{01} - 2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \quad (V.44)$$

Frontière AO'

$$\sigma_{n_3} = -1 - 2 \cos 2\psi_{01} - 2 \sin(\theta_2 - \theta_1) - 2 \sin(\theta_3 - \theta_2) \quad (V.45)$$

Les équations (V.30) à (V.32) sont modifiées en :

$$\psi_{01} = \psi_{12} - \psi_{23} + \psi_{34} - \frac{\psi_{05}}{2} - \frac{\pi}{4} \quad (V.46)$$

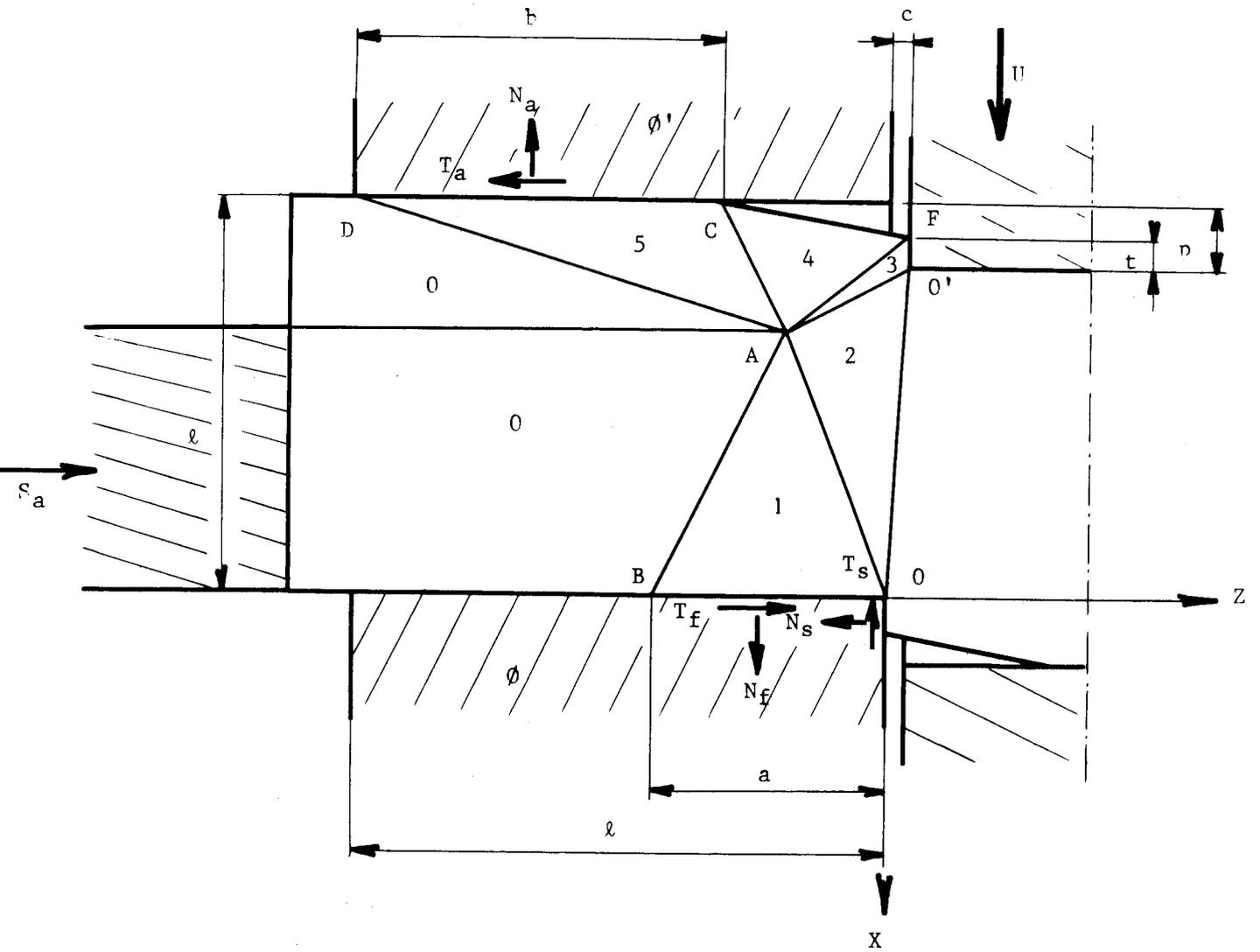


Figure V.5 :  
Schéma de blocs de contraintes pour le cisailage  
de barres en coquilles fermées avec efforts de serrage axial.



$$\begin{aligned} & \sin 2(\psi_{12} - 2\psi_{01} - \frac{\pi}{4}) + \sin 2(2\psi_{34} - \psi_{04} - \psi_{23} - \frac{\pi}{4}) - \\ & - \sin 2(\psi_{34} - \psi_{04} - \frac{\pi}{4}) + \cos 2\psi_{01} = 0 \end{aligned} \quad (V.47)$$

$$\cos\{4(\psi_{23} - \psi_{12} + \psi_{01}) + \frac{\pi}{2} - \varphi\} - \sin \varphi\{1 + 2 \sin 2(\psi_{34} - \psi_{05} - \frac{\pi}{4})\} = 0 \quad (V.48)$$

b) Conditions géométriques.

Ces conditions restent inchangées en posant  $\alpha$  nul.

3.3. Résolution du système d'équations.

La procédure mise au point pour l'étude du cisailage sans serrage a été utilisée pour ce cas d'application.

La convergence a cependant été difficile à maîtriser, ce qui explique certains vides dans les tableaux (V.10) à (V.12). Les figures (V.6) à (V.8) schématisent le tracé des blocs plastiques pour différentes valeurs de la pénétration pour un outil de largeur  $2e$  avec un frottement de  $0,1$ .

### 3.4. Conclusions.

L'effort de serrage axial ne peut pas être imposé. Il dépend de l'abscisse du point A . Le tableau (V.10) définit les valeurs obtenues. Elles sont comprises entre 1 et 0,5 kew . Ces valeurs sont fortes par rapport à nos expériences mais comparables à celles répertoriées dans la référence [11] .

L'effort de cisailage obtenu est faible dans tous les cas. Ceci est dû à la dimension de a . Le bloc 1 semble écrasé par le bloc 0'' .

La contrainte moyenne  $\sigma_{n_2}$  est légèrement plus grande que  $-k$  lorsque le frottement est nul, comprise entre  $-1,1 k$  et  $-0,8 k$  lorsque le frottement est égal à 0,1 . La longueur des coquilles a peu d'influence. La première contrainte principale est donc toujours positive pour  $\mu = 0$  , au-delà de  $p = 0,45$  pour  $\mu = 0,1$  .

La direction de la deuxième contrainte principale évolue alors de  $-88$  à  $-64^\circ$  pour  $\mu = 0$  et de  $-77$  à  $-50^\circ$  pour  $\mu = 0,1$  .

La contrainte  $\sigma_{zz}$  dans le bloc 2 est toujours fortement négative. Il n'est pas possible de mettre en évidence des conditions de fracture. Ceci est conforme à l'expérience puisque le but des essais entrepris par certains expérimentateurs, tels HERBST ou NAKAGAWA [11] , était de supprimer la fracture. Leurs expériences font état de pressions axiales pour des aciers voisines de celles étudiées ici.

L'angle caractéristique de la zone déformée évolue de la même manière qu'en l'absence de tout serrage, tout en étant légèrement plus faible.

Ceci confirme le deuxième effet de l'effort axial qui permet ainsi de réduire la déformation de la barre ou du lopin.

Pénétration	$\mu = 0$			$\mu = 0,1$		
	$\ell = 1,5$	$\ell = 2$	$\ell = 2,5$	$\ell = 1,5$	$\ell = 2$	$\ell = 2,5$
0,1	-	-	-	-	-	-
0,15	0,921	0,955	0,923	0,905	0,906	0,907
0,2	0,892	0,989	0,895	0,871	0,873	0,874
0,25	0,863	0,980	0,868	-	0,838	-
0,3	0,832	0,968	0,839	0,798	0,803	0,805
0,35	0,799	0,951	0,809	-	0,765	-
0,4	0,764	0,929	0,778	0,718	0,726	0,731
0,45	0,728	0,899	0,746	-	0,685	-
0,5	0,688	0,862	0,712	0,628	0,641	0,650
0,55	0,646	0,813	0,675	-	0,594	-
0,6	0,600	0,751	0,636	0,525	0,543	0,556

Tableau V.10 : Evolution de l'effort de serrage axial  $S_a/kew$  en fonction de la largeur des outils ( $\alpha = 0$ ) .



Pénétration	$\mu = 0$			$\mu = 0,1$		
	$\ell = 1,5$	$\ell = 2$	$\ell = 2,5$	$\ell = 1,5$	$\ell = 2$	$\ell = 2,5$
	0,1	-	-	-	-	-
0,15	-0,996	-0,955	-0,955	-1,114	-1,099	-1,089
0,2	-0,991	-0,989	-0,990	-1,115	-1,094	-1,082
0,25	-0,982	-0,980	-0,981	-	-1,086	-
0,3	-0,971	-0,968	-0,970	-1,115	-1,075	-1,055
0,35	-0,955	-0,951	-0,953	-	-1,060	-
0,4	-0,935	-0,929	-0,931	-1,099	-1,039	-1,009
0,45	-0,909	-0,899	-0,903	-	-1,012	-
0,5	-0,878	-0,862	-0,866	-1,060	-0,975	-0,930
0,55	-0,834	-0,813	-0,817	-	-0,925	-
0,6	-0,779	-0,751	-0,755	-0,970	-0,858	-0,800

Tableau V.11 : Evolution de la contrainte moyenne  $\sigma_{n2}/k$  dans le bloc 2 en fonction de la largeur des outils ( $\alpha = 0$ ) en présence d'un serrage axial.



Pénétration	$\mu = 0$			$\mu = 0,1$		
	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$
0,1	-	-	-	-	-	-
0,15	7,2	7,2	7,3	8,1	8,3	8,4
0,2	9,8	9,9	10,0	11,0	11,2	11,4
0,25	12,3	12,5	12,6	-	14,0	-
0,3	14,7	15,1	15,2	16,1	16,7	17,0
0,35	17,0	17,5	17,7	-	19,2	-
0,4	19,1	19,8	20,1	20,6	21,7	22,2
0,45	21,2	22,0	22,5	-	23,9	-
0,5	23,1	24,2	24,8	24,3	26,1	27,1
0,55	24,8	26,3	27,0	-	28,1	-
0,6	26,4	28,2	29,1	27,2	29,9	33,7

Tableau V.12 : Evolution de l'Angle caractéristique de la zone déformée,  $\text{Atg}\left(\frac{\lambda - b}{e}\right)$ ,

suivant la largeur des outils ( $\alpha = 0$ ) en présence d'un serrage axial.

(Les résultats sont donnés en degrés centésimaux.)



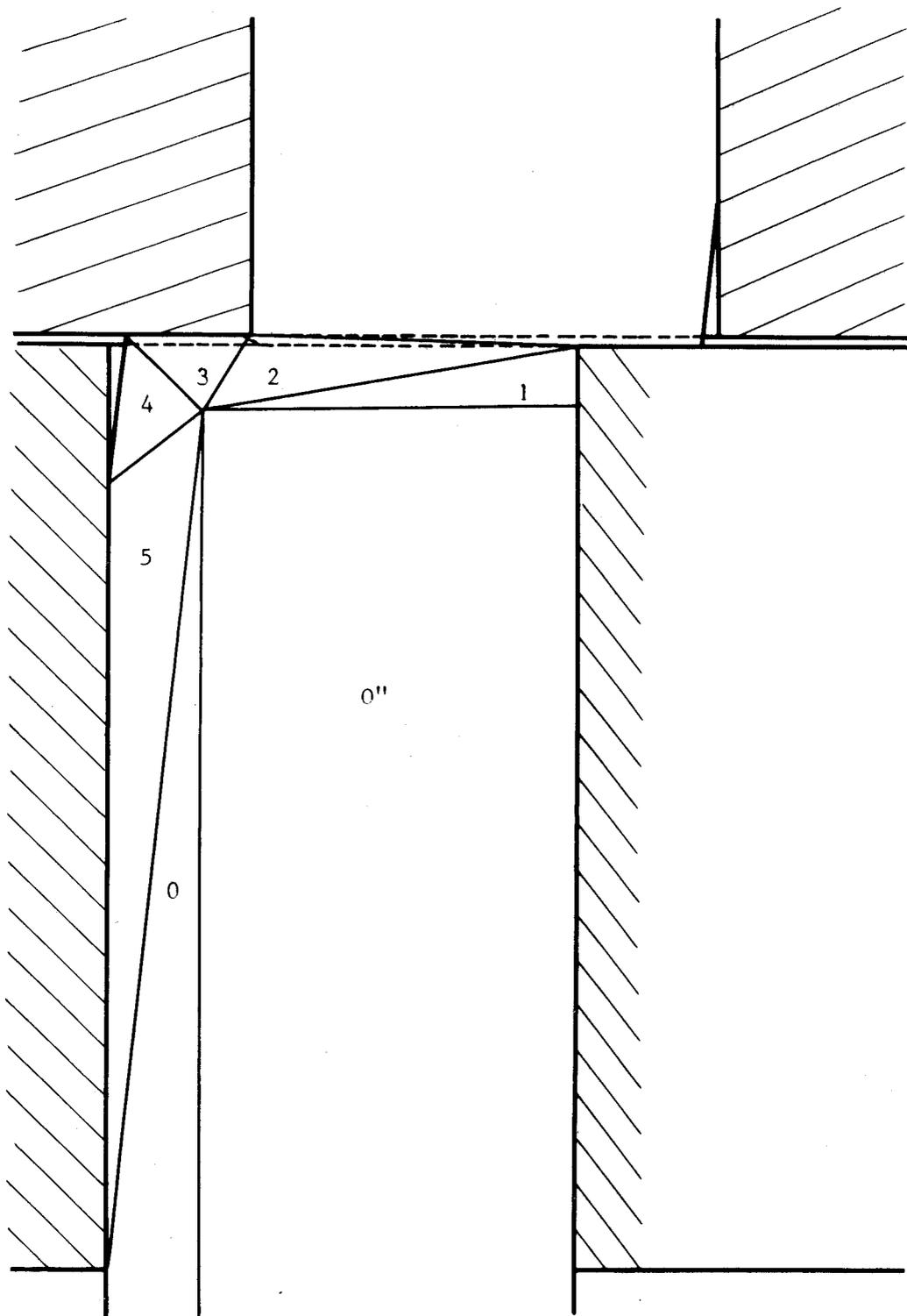


Figure V.6 :  
 Cisailage avec effort de serrage axial.  
 Tracé des blocs plastiques.  
 ( $l = 2 e$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $p = 0,3 e$ )



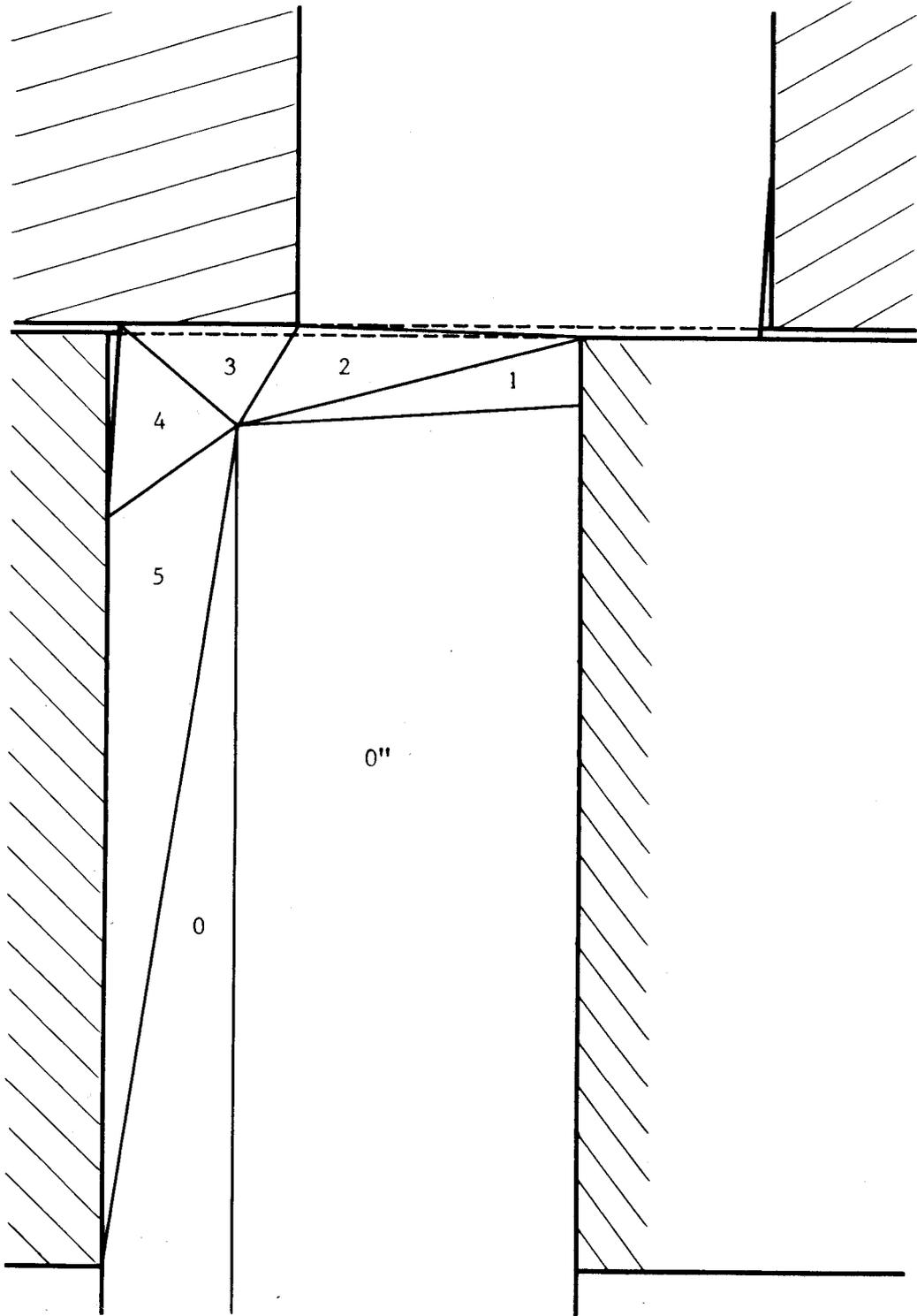


Figure V.7 :  
 Cisailage avec effort de serrage axial.  
 Tracé des blocs plastiques.  
 (  $l = 2 e$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $p = 0,4 e$  )

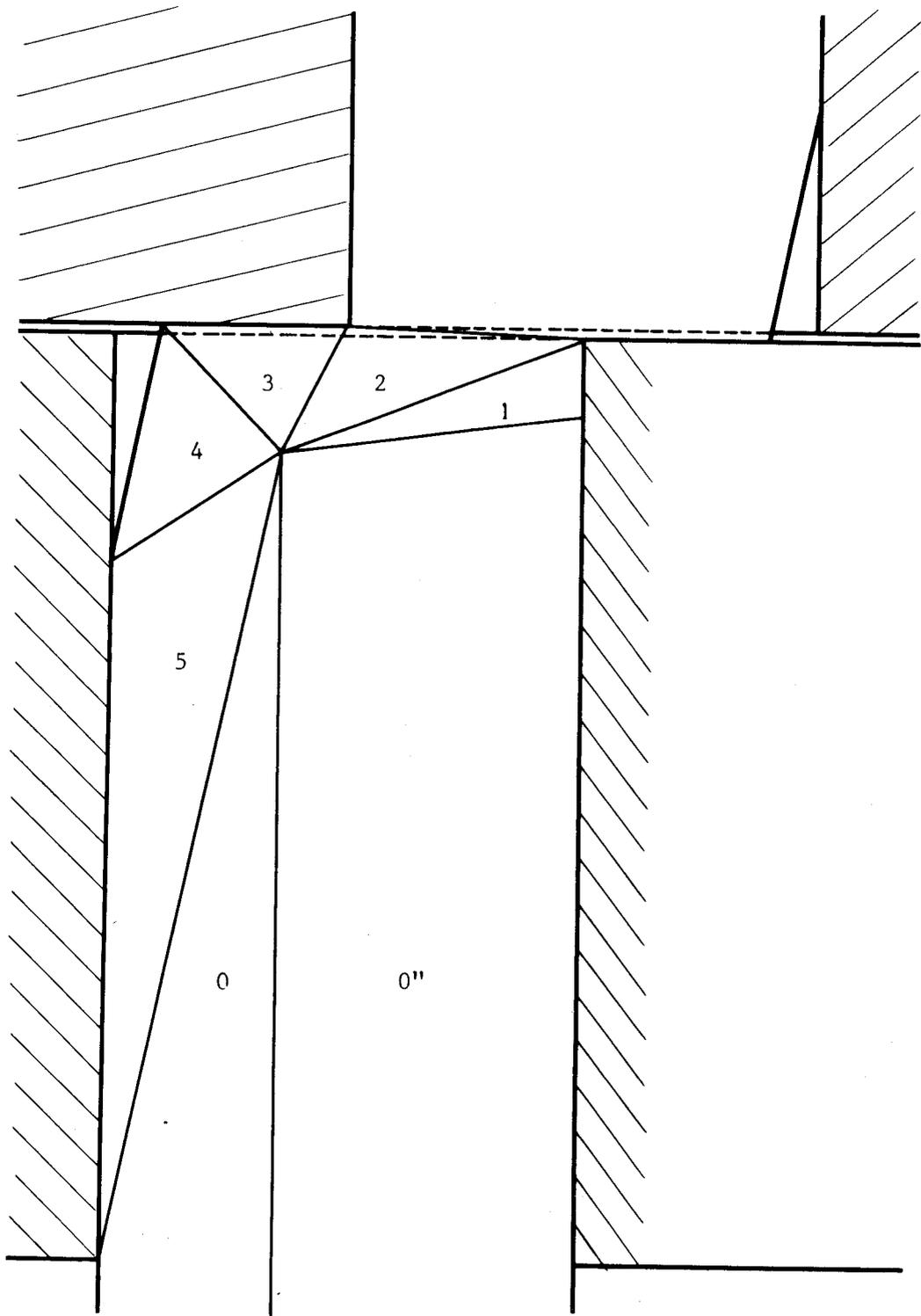


Figure V.8 :  
 Cisailage avec effort de serrage axial.  
 Tracé des blocs plastiques.  
 (  $l = 2 e$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $p = 0,5 e$  )

#### 4. Modèle de cisailage avec effort de serrage radial sans inclinaison de barre.

##### 4.1. Définition du champ par blocs.

Nous conservons la définition choisie au paragraphe 2.1.

Un outillage annexe permet de serrer la barre perpendiculairement à son axe. Nous introduisons cette condition de serrage supplémentaire par une modification de l'état du bloc 0 (Figure V.9) .

Là encore il n'a pas été possible de considérer des valeurs de la contrainte de direction  $x$  dans le bloc 0 différente de  $-2k$  .

##### 4.2. Equations modifiées par les conditions de serrage radial.

###### a) Continuité aux frontières.

Frontière AB.

$$\sigma_{n_0} = -1 \quad (V.49)$$

$$\theta_0 = \frac{\pi}{4} \quad (V.50)$$

$$\theta_1 = 2\psi_{01} - \frac{\pi}{4} \quad (V.51)$$

$$\sigma_{n_1} = -1 + 2 \cos 2\psi_{01} \quad (V.52)$$

Frontière BO.

$$N_f = -1 + 2 \cos 2\psi_{01} + \cos 4\psi_{01} \quad (V.53)$$

$$T_f = \sin 4\psi_{01} \quad (V.54)$$

Frontière AD.

$$\theta_5 = 2\psi_{05} - \frac{\pi}{4} \quad (V.55)$$

$$\sigma_{n_5} = -1 + 2 \cos 2\psi_{05} \quad (V.56)$$

Frontière CF.

$$\theta_4 = \psi_{04} + \frac{\pi}{4} \quad (V.57)$$

$$\sigma_{n_4} = -1 \quad (V.58)$$

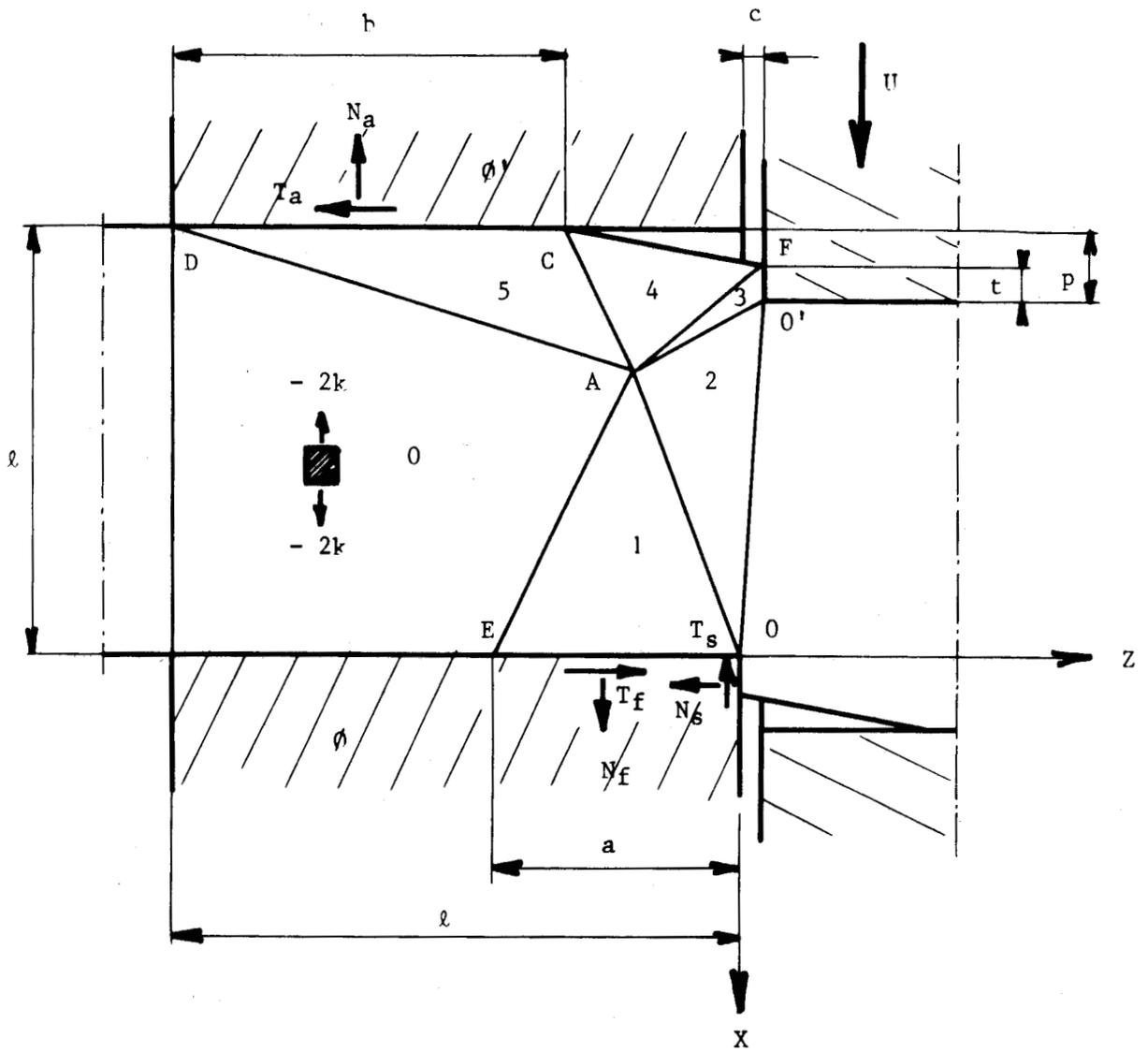


Figure V.9 :

Schéma de blocs de contraintes pour le cisailage de barres en coquilles fermées avec un serrage radial.



Frontière CD.

$$T_a = \sin 4\psi_{05} \quad (\text{V.59})$$

$$N_a = -1 + 2 \cos 2\psi_{05} + \cos 4\psi_{05} \quad (\text{V.60})$$

Frontière AC.

$$\psi_{45} = \psi_{05} + \frac{\psi_{04}}{2} \quad (\text{V.61})$$

$$\sigma_{n_5} = -1 + 2 \cos(2\psi_{05} - \psi_{04}) \quad (\text{V.62})$$

En comparant (V.56) et (V.62), nous obtenons la condition :

$$\psi_{04} = 4\psi_{05} \quad (\text{V.63})$$

$$\psi_{45} = 3\psi_{05} \quad (\text{V.64})$$

Frontière AO.

$$\sigma_{n_2} = -1 + 2 \cos 2\psi_{01} - 2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \quad (\text{V.65})$$

$$\theta_2 = 2\psi_{12} - \theta_1 \quad (\text{V.66})$$

Frontière AO'.

$$\sigma_{n_3} = -1 + 2\cos 2\psi_{01} - 2\sin(\theta_2 - \theta_1) - 2\sin(\theta_3 - \theta_2) \quad (\text{V.67})$$

$$\theta_3 = 2\psi_{23} - \theta_2 \quad (\text{V.68})$$

Frontière AF.

$$\sigma_{n_3} = -1 - 2 \sin(\theta_3 - \theta_4) \quad (\text{V.69})$$

$$\psi_{34} = \frac{\theta_3 + \theta_4}{2} \quad (\text{V.70})$$

En éliminant les angles  $\theta_i$ , on obtient :

$$\psi_{01} = \psi_{12} - \psi_{23} + \psi_{34} - 2\psi_{05} \quad (\text{V.71})$$

$$\begin{aligned} \sin 2(\psi_{12} - 2\psi_{01} + \frac{\pi}{4}) - \cos 2\psi_{01} + \sin 2(2\psi_{34} - \psi_{23} - 4\psi_{05} + \frac{\pi}{4}) \\ - \sin 2(\psi_{34} - 4\psi_{05} - \frac{\pi}{4}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{V.72})$$

Frontière FO'.

$$N_S = \sigma_{n_3} + \sin 2\theta_3 \quad (V.73)$$

$$T_S = - \cos 2\theta_3 \quad (V.74)$$

Le frottement étant imposé et l'orientation du vecteur vitesse connue

$$\mu = \operatorname{tg} \psi = \frac{- \cos 2\theta_3}{\sigma_{n_3} + \sin 2\theta_3} \quad (V.75)$$

En remplaçant  $\theta_3$  et  $\sigma_{n_3}$  par leurs valeurs, on obtient :

$$\begin{aligned} & \cos\left\{2\left(2\psi_{34} - 4\psi_{05} - \frac{\pi}{4}\right) - \psi\right\} - \\ & - \left\{1 + 2 \sin 2\left(\psi_{34} - 4\psi_{05} - \frac{\pi}{4}\right)\right\} \cdot \sin \psi = 0 \end{aligned} \quad (V.76)$$

#### b) Conditions géométriques.

Seules les deux conditions ci-dessous sont modifiées :

$$b = - (1 + x_A) \operatorname{tg} 3\psi_{05} + \ell + z_A \quad (V.77)$$

$$t = p - \frac{(c - b + \ell)}{\operatorname{tg} 4\psi_{05}} \quad (V.78)$$

#### 4.3. Résolution du système d'équations.

Ce modèle ne permet pas de calculer l'effort de cisailage inséparable de l'effort radial, Des conditions aux limites du bloc 0 on peut déduire la valeur hypothétique de la pression radiale au début du cisailage, soit  $-2k$  (valeur purement théorique puisque le modèle ne permet pas de calculer la solution initiale, pour  $p$  nul) . Malgré celà, il permet d'étudier l'influence du serrage radial sur l'état de contraintes dans la pièce.

La procédure mise au point pour le cisailage sans serrage a été réutilisée sur ce nouveau jeu d'équations.

La convergence a été très difficile à maîtriser.

#### 4.4. Conclusions.

La contrainte moyenne dans le bloc 2 est d'environ  $-k$  jusqu'à une pénétration de 0,5 . Elle augmente très rapidement au-delà.

L'angle formé par la deuxième direction de cisaillement maximal ( $\theta_2 - 90^\circ$ ) évolue pour les solutions trouvées de  $+15^\circ$  à  $-20^\circ$  . Le cisailage est donc réalisé avec une direction de cisaillement maximal voisine de la direction de cisailage. La rupture de la barre peut se produire pour de fortes valeurs de la pénétration (ici pour  $p = 0,55$  environ) .

L'angle caractéristique de la zone déformée est notablement plus faible que pour les cas précédents pour des pénétrations inférieures à 0,5 . La barre doit donc être moins déformée.

Pénétration	$\mu = 0$			$\mu = 0,1$		
	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$
	0,1	-	-	-	-	-
0,15	-	-	-	-	-	-
0,2	- 1,158	-	-	- 1,118	-	-
0,25	- 1,272	-	-	- 1,233	-	-
0,3	- 1,392	- 1,028	-	- 1,355	- 1,097	-
0,35	- 1,529	- 1,132	-	- 1,467	- 1,139	-
0,4	-	- 1,175	-	-	- 1,186	-
0,45	-	- 1,323	-	-	- 1,243	-
0,5	-	- 1,281	-	-	- 1,310	- 0,715
0,55	-	- 0,970	- 0,661	-	- 0,663	- 0,320
0,6	-	- 0,473	- 0,086	-	- 0,013	- 0,242

Tableau V.13 : Evolution de la contrainte moyenne  $\sigma_{r_2}/k$  dans le bloc 2 suivant la largeur des outils (avec  $\alpha = 0$ ) en présence d'un serrage radial.



Pénétration	$\mu = 0$			$\mu = 0,1$		
	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$
0,1	-	-	-	-	-	-
0,15	-	-	-	-	-	-
0,2	74,4	-	-	74,5	-	-
0,25	73,1	-	-	73,1	-	-
0,3	71,4	104,7	-	71,4	102,1	-
0,35	69,3	103,2	-	69,6	100,3	-
0,4	-	101,5	-	-	98,3	-
0,45	-	99,6	-	-	95,9	-
0,5	-	97,2	-	-	92,9	98,7
0,55	-	89,5	96,6	-	82,4	89,5
0,6	-	78,2	84,2	-	63,7	75,5

Tableau V.14 : Evolution de l'orientation de la première direction de cisaillement maximal dans le bloc 2

en fonction de la largeur des outils (pour  $\alpha = 0$ ) en présence d'un serrage radial.

(Les résultats sont donnés en degrés centésimaux.)



Pénétration	$\mu = 0$			$\mu = 0,1$		
	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$	$\lambda = 1,5$	$\lambda = 2$	$\lambda = 2,5$
	0,1	-	-	-	-	-
0,15	-	-	-	-	-	-
0,2	3,8	-	-	4,4	-	-
0,25	4,3	-	-	5,0	-	-
0,3	4,9	13,7	-	5,7	15,1	-
0,35	5,5	13,9	-	6,3	15,3	-
0,4	-	14,0	-	-	15,6	-
0,45	-	14,2	-	-	15,8	-
0,5	-	14,4	-	-	16,1	38,8
0,55	-	28,6	40,2	-	29,6	40,4
0,6	-	31,7	42,3	-	33,8	42,5

Tableau V.15 : Evolution de l'angle caractéristique de la zone déformée,  $\text{Atg} \left( \frac{\lambda - b}{e} \right)$ , en fonction de la largeur des outils (pour  $\alpha = 0$ ) en présence d'un serrage radial.

(Les résultats sont donnés en degrés centésimaux.)



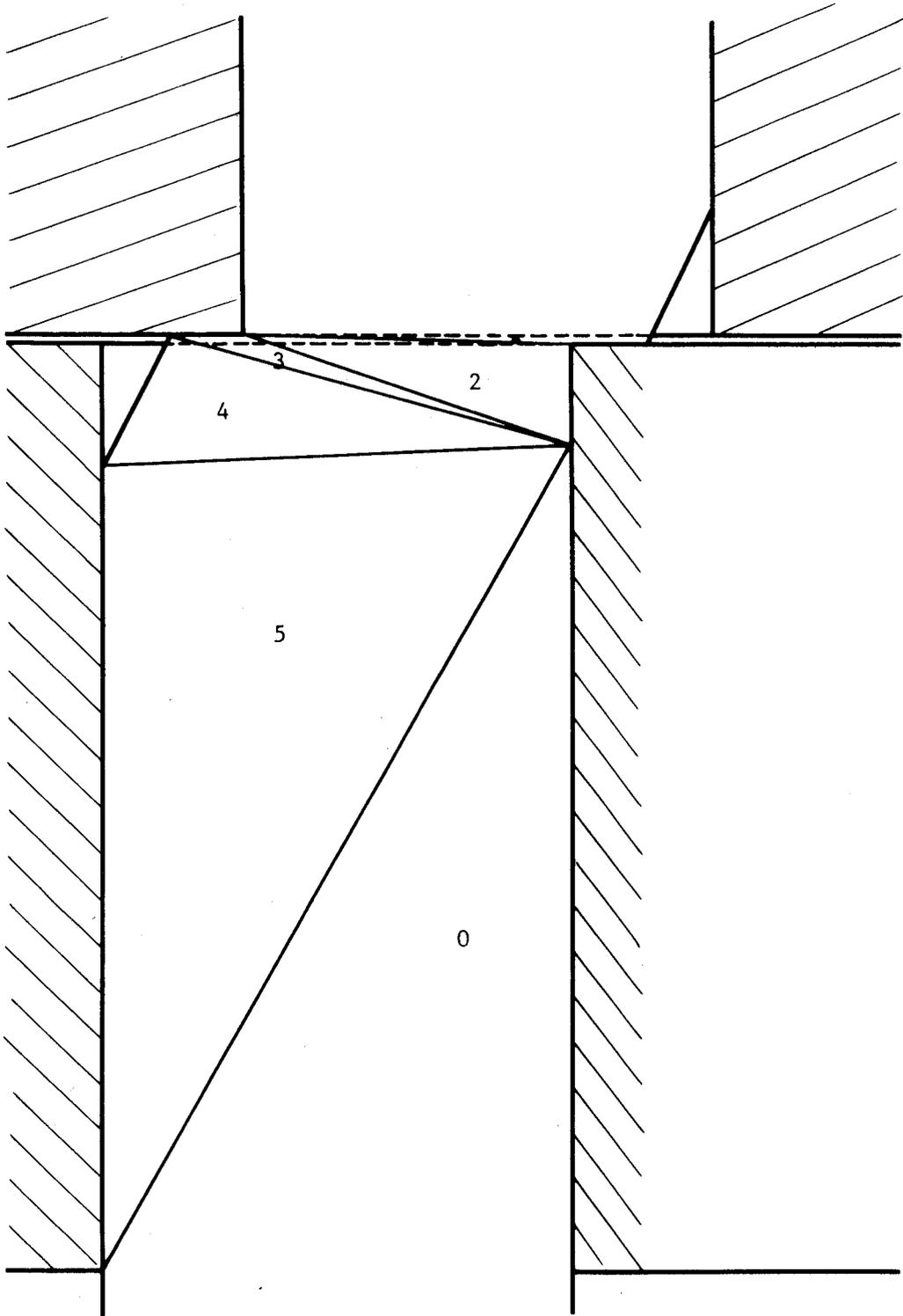


Figure V.10 :  
 Cisailage avec effort de serrage radial.  
 Tracé des blocs plastiques.  
 ( $l = 2 e$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $p = 0,3 e$ )



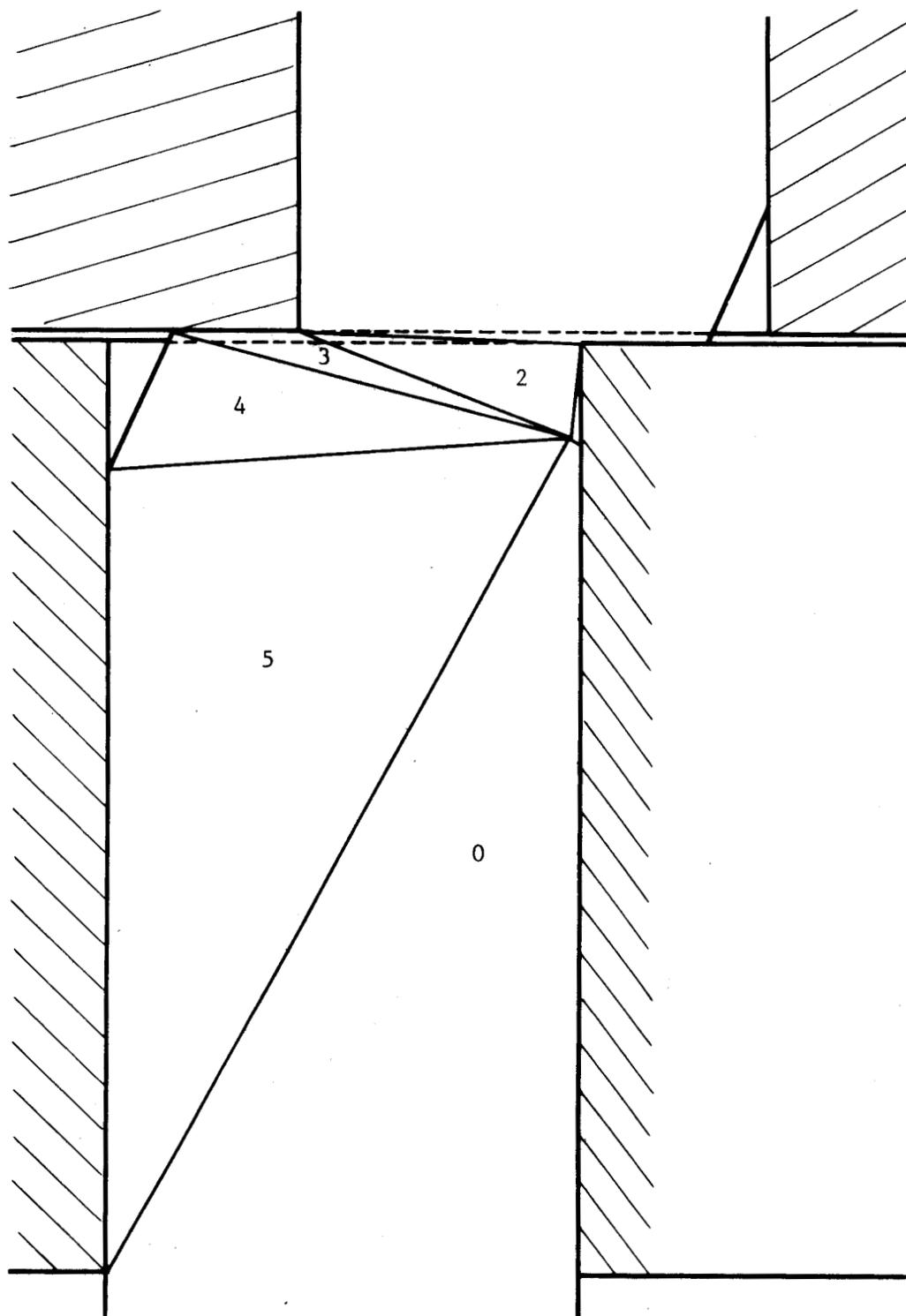


Figure V.11 :

Cisailage avec effort de serrage radial.

Tracé des blocs plastiques.

( $l = 2 e$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $p = 0,4 e$ )



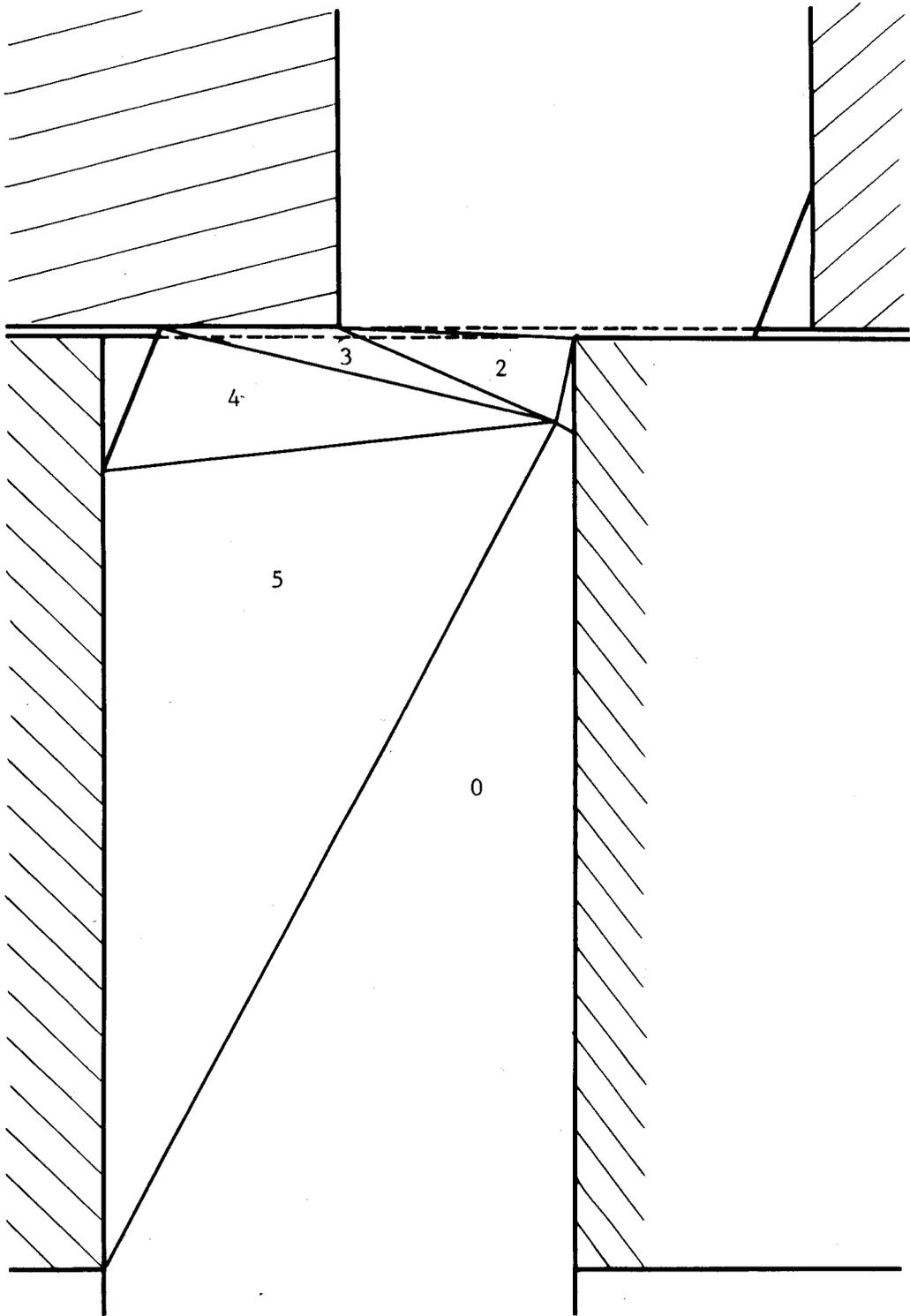


Figure V.12 :  
 Cisailage avec effort de serrage radial.  
 Tracé des blocs plastiques.  
 ( $\ell = 2 e$ ,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $p = 0,5 e$ )



## 5. Conclusions.

Ce modèle par champ de contraintes nous a permis, pour un jeu entre outils de  $0,02 e$ , de tester l'influence de la longueur des coquilles, du frottement, de l'inclinaison de la barre et des conditions de serrage initiales sur le cisaillement de barres rectangulaires ou de tôles supposées en déformation plane (rapport  $w/e$  supérieur à 10 suivant les conventions usuelles).

Lorsque la longueur des coquilles augmente de  $1,5$  à  $2,5 e$ , l'effort de cisailage a tendance à diminuer légèrement, l'angle caractéristique de la zone déformée augmente très légèrement, par contre le déplacement radial maximum de la surface extérieure diminue et la pénétration à la rupture augmente. Ces résultats démontrent l'importance d'un maintien de la barre qui soit le plus serré possible.

Lorsque le frottement croît de 0 à 0,1, l'angle caractéristique de la zone déformée augmente légèrement, le déplacement radial maximum de la surface de la barre diminue et la pénétration à la rupture diminue. Le frottement a donc un rôle complexe : il accroît la déformation du lopin mais permet d'accélérer le développement de conditions favorables à la rupture de la barre.

Lorsque la barre est inclinée de  $0$  à  $5^\circ$ , l'effort de cisailage augmente légèrement, l'angle caractéristique de la zone déformée reste inchangé et la pénétration à la rupture diminue très nettement. Au prix d'un léger accroissement de l'effort, l'inclinaison de la barre permet donc d'accélérer notablement le développement des conditions favorables à la rupture de la barre.

Une pression de serrage axial, comprise entre  $0,5 k$  et  $k$  modifie considérablement l'état de contraintes au voisinage du plan de coupe. Des conditions propices à la rupture ne semblent pas pouvoir être réunies. L'angle caractéristique de la zone déformée diminue.

Une pression de serrage radial de  $2k$  a globalement des effets analogues. L'état des contraintes dans le bloc 2 reste cependant favorable au déroulement du cisaillement puisque la deuxième direction de cisaillement maximal est voisine de la ligne joignant les arêtes  $0$  et  $0'$  des outils pour des pénétrations de l'ordre de  $0,5$ .

## VI. METHODE DES ELEMENTS FINIS.

La méthode des éléments finis est une méthode de calcul qui consiste à découper en éléments simples la structure à étudier. Il existe des éléments simples de différentes formes, chacune étant adaptée au traitement de certaines catégories de structures. Dans les problèmes plans on utilise des éléments triangulaires ou rectangulaires.

Chaque élément comporte un certain nombre de noeuds dont les déplacements sont les inconnues du calcul. Le problème est alors de relier les efforts extérieurs aux déplacements des noeuds. Ceci se fait par l'intermédiaire d'une matrice de rigidité dite "totale" car composée à partir des matrices de rigidité "élémentaires" de chaque élément.

La méthode des éléments finis, créée en 1955 pour résoudre des problèmes de structures planes sollicitées dans leur domaine de comportement élastique, a été progressivement appliquée à des calculs de complexité croissante dans des cas de solution statique ou dynamique, dans le domaine élastique ou élastoplastique. Le département Statique et Dynamique des Structures du CETIM a mis au point différents programmes utilisant la méthode des éléments finis, l'un d'entre eux, nommé BIPLAST, permet de réaliser des calculs élastoplastiques dans le plan.

Ce programme est habituellement utilisé pour des calculs où les déformations plastiques sont faibles, soit du même ordre de grandeur que les déformations élastiques. Néanmoins, dans une étude concernant l'effet de déformation en tonneau des surfaces libres verticales d'une barre rectangulaire soumise à un essai de compression, le programme a permis d'atteindre des déformations plastiques de l'ordre de 20 %.

Nous avons tenté d'appliquer ce programme à l'étude du cisailage.

## 1. Les équations de base de la méthode des éléments finis pour les problèmes plans.

### 1.1. Comportement élastique [25] .

La méthode des éléments finis repose sur une représentation aussi exacte que possible de la structure à étudier par un certain nombre d'éléments simples, appelés éléments finis, dont les déplacements des noeuds sont pris comme inconnues du problème.

On peut obtenir par interpolation le déplacement d'un point quelconque à l'intérieur d'un élément :

soit  $[\phi]$  la matrice d'interpolation définie pour le type d'élément utilisé, fonction des coordonnées

$\{u_i\}$  la matrice des déplacements aux noeuds

$\{u\}$  la matrice des déplacements d'un point quelconque :

alors :

$$\{u\} = [\phi] \{u_i\} \quad (\text{VI.1})$$

Pour satisfaire les relations de compatibilité, il suffit que la fonction  $[\phi]$  et les déplacements de part et d'autre de la frontière séparant deux éléments soient continus.

De l'équation (VI.1) , on peut déduire la matrice des déformations  $\{\epsilon\}$  :

$$\{\epsilon\} = [B] \{u_i\} \quad (\text{VI.2})$$

Le matériau suit la loi de HOOKE, soit sous forme matricielle :

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (\text{VI.3})$$

avec  $\{\sigma\}$  matrice des contraintes

$[D]$  matrice des coefficients d'élasticité.

Soient  $\{u_i^*\}$  les déplacements virtuels compatibles avec les liaisons ; le théorème des déplacements virtuels s'écrit,

avec  $\{b\}$  matrice des forces de volume

$\{P\}$  matrice des forces de surface,

$$\int_V \{\sigma\}^T \{\epsilon^*\} dV = \int_V \{b\}^T \{u^*\} dV + \int_S \{P\}^T \{u^*\} dS \quad (\text{VI.4})$$

avec  $\{\mathbf{u}^*\}$  et  $\{\boldsymbol{\epsilon}^*\}$  matrices des déplacements et des déformations en un point quelconque calculées à partir des relations (VI.1) et (VI.2) pour les déplacements virtuels  $\{\mathbf{u}_i^*\}$  aux noeuds des éléments.

Remplaçons  $\{\boldsymbol{\epsilon}^*\}$  par son expression en fonction de  $\{\mathbf{u}_i^*\}$  et  $\{\boldsymbol{\sigma}\}$  par son expression en fonction de  $\{\mathbf{u}_i\}$

$$\{\mathbf{u}_i^*\} \left[ \int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] \{\mathbf{u}_i\} dV \right] = \int_V [\boldsymbol{\phi}]^T \{\mathbf{b}\} dV + \int_S [\boldsymbol{\phi}]^T \{\mathbf{P}\} dS \quad (\text{VI.5})$$

Cette relation doit être vérifiée quel que soit le champ de déplacements virtuels  $\{\mathbf{u}_i^*\}$  :

$$\int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dV \{\mathbf{u}_i\} = \int_V [\boldsymbol{\phi}]^T \{\mathbf{b}\} dV + \int_S [\boldsymbol{\phi}]^T \{\mathbf{P}\} dS \quad (\text{VI.6})$$

Ou encore, avec :  $[\mathbf{K}] = \int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dV$

$$\{\mathbf{fb}\} = \int_V [\boldsymbol{\phi}]^T \{\mathbf{b}\} dV \quad \{\mathbf{fp}\} = \int_S [\boldsymbol{\phi}]^T \{\mathbf{p}\} dS$$

$$[\mathbf{K}] \{\mathbf{u}_i\} = \{\mathbf{fb}\} + \{\mathbf{fp}\} \quad (\text{VI.7})$$

La matrice  $[\mathbf{K}]$ , appelée matrice de rigidité de l'élément, dépend de la fonction d'interpolation  $\phi$  choisie par la matrice  $[\mathbf{B}]$  et des propriétés du matériau par la matrice des coefficients d'élasticité  $[\mathbf{D}]$ .

### 1.2. Etude de l'élément fini triangle à douze degrés de liberté.

Dans cet élément, les déplacements varient de manière quadratique à l'intérieur du triangle. Il comprend six noeuds (douze coordonnées dans le plan) situés aux angles et aux milieux des côtés du triangle (Figure VI.1).

Un point  $P$  situé dans l'élément peut être repéré par un système de coordonnées dites homogènes.

Soient :  $\Delta$ , la surface du triangle (1, 2, 3)  
 $\Delta_1$ , la surface du triangle (P, 2, 3)  
 $\Delta_2$ , la surface du triangle (P, 1, 3)  
 $\Delta_3$ , la surface du triangle (P, 1, 2)

Alors :  $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$  ou  $\frac{\Delta_1}{\Delta} + \frac{\Delta_2}{\Delta} + \frac{\Delta_3}{\Delta} = 1$

Posons

$$L_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad L_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} \quad L_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1 \quad (\text{VI.8})$$

Ce système de coordonnées a l'avantage d'être sans dimensions et indépendant de la position de l'élément.

Dans ces coordonnées homogènes, les noeuds sont repérés par :

$$\begin{array}{ll} \text{noeud 1 : } L_1 = 1 & L_2 = L_3 = 0 \\ \text{noeud 2 : } L_2 = 1 & L_1 = L_3 = 0 \\ \text{noeud 3 : } L_3 = 1 & L_1 = L_2 = 0 \\ \text{noeud 4 : } L_1 = L_2 = \frac{1}{2} & L_3 = 0 \\ \text{noeud 5 : } L_2 = L_3 = \frac{1}{2} & L_1 = 0 \\ \text{noeud 6 : } L_1 = L_3 = \frac{1}{2} & L_2 = 0 \end{array} \quad (\text{VI.9})$$

Les déplacements du point P (u et v) s'expriment en fonction des déplacements des noeuds suivant la relation (VI.1) .

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [\phi] \begin{Bmatrix} u_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_6 \\ v_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ v_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{VI.10})$$

Pour obtenir une interpolation du second ordre, la matrice  $[\phi]$  peut être définie, suivant la solution de FELIPPA, par :

$$[\phi] = \begin{bmatrix} \{\phi_1\}^T & 0 \\ 0 & \{\phi_1\}^T \end{bmatrix} \quad (\text{VI.11})$$

avec

$$\{\phi_1\}^T = \{L_1(2L_1-1), L_2(2L_2-1), L_3(2L_3-1), 4L_1L_2, 4L_2L_3, 4L_1L_3\} \quad (\text{VI.12})$$

Lorsque P est confondu avec le noeud i, on obtient :

$$u = u_i \quad \text{et} \quad v = v_i$$

en remplaçant  $L_1, L_2, L_3$  par les coordonnées homogènes du noeud.

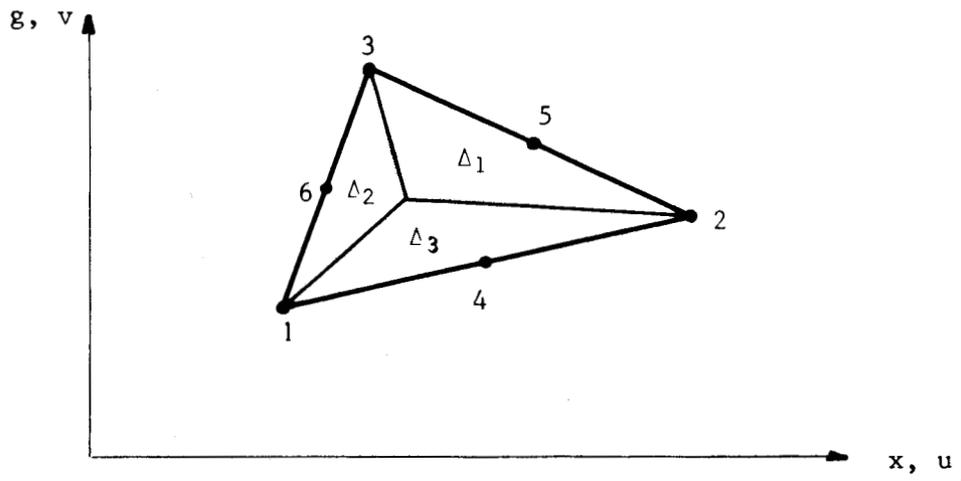


Figure VI.1 : Élément triangulaire à six noeuds.

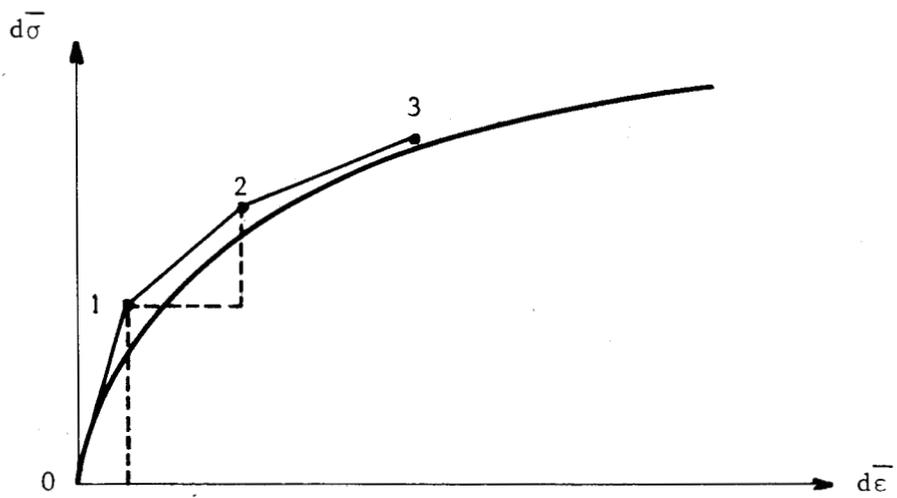


Figure VI.2 : Méthode de la raideur variable.

Par dérivation des déplacements du point P on obtient les déformations donc la matrice [B]. En utilisant la matrice d'élasticité, on peut calculer la matrice de rigidité [K] de l'élément. C'est une matrice  $(12 \times 12)$  symétrique.

Les déplacements ayant une variation du second ordre, les contraintes varient linéairement dans l'élément. Cette propriété est très utile dans les zones de fort gradient de contraintes. Elle assure à cet élément une précision largement supérieure à celle de l'élément triangulaire à six noeuds dans lequel la fonction d'interpolation est linéaire et les contraintes constantes sur tout élément. Cette amélioration de la précision permet de diminuer le nombre d'éléments nécessaires pour représenter la structure et de réduire le temps de calcul.

### 1.3. Construction de la matrice de rigidité totale.

La matrice de rigidité totale représentant l'ensemble de la structure est composée à partir des matrices de rigidité des éléments. Elle permet d'exprimer pour chaque noeud la somme des efforts fictifs équivalents aux contraintes internes calculés à partir des éléments qui entourent le noeud.

La matrice de rigidité totale est une matrice carrée, symétrique, de dimensions  $2N$ . C'est une matrice bande dont la largeur dépend de la numérotation des noeuds : la largeur de bande maxi est égale  $2(d + 1)$ ,  $d$  étant la plus grande différence de numérotation de deux noeuds d'un élément.

Le temps de calcul dépendant fortement de la largeur de bande de la matrice de rigidité, il existe des programmes de maillage automatique des structures qui optimisent la numérotation des noeuds.

### 1.4. Conditions aux limites.

Les conditions aux limites peuvent être imposées sur les déplacements ou sur les efforts. Dans le premier cas, elles conduisent à modifier les éléments de la matrice de rigidité correspondants aux noeuds sur lesquels les déplacements sont imposés. Dans le second, elles permettent de définir les termes du membre droit de l'équation (VI.7). On peut ainsi introduire des efforts sur des noeuds, des forces de surface et des forces de volume.

Dans l'étude du cisailage nous avons choisi de travailler en déplacements imposés, sans conditions sur les efforts.

### 1.5. Application au comportement élastoplastique [25] .

Le comportement élastique amène à une relation linéaire entre les contraintes et les déformations. Ceci n'est plus exact dans le cas où on désire étudier une structure sollicitée dans le domaine élastoplastique.

Le seuil d'écoulement plastique est atteint lorsque le vecteur contrainte, représenté dans le repère  $0\sigma_1\sigma_2\sigma_3$ , atteint la surface d'écoulement définie à partir d'un critère de plasticité. Si le matériau est écrouissable, cette surface dépend alors du coefficient d'écrouissage caractérisant le matériau. Le critère de plasticité s'écrit :

$$F(\{\sigma\}, K) = 0 \quad (\text{VI.13})$$

avec  $K$  : scalaire caractérisant l'écrouissage du matériau.

Pour qu'il y ait déformation plastique, il faut que l'extrémité du vecteur contrainte ait tendance à se diriger vers l'extérieur de la surface d'écoulement, soit :

$$d_K F = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\sigma\} > 0 \quad (\text{VI.14})$$

Dans ce cas, le matériau subit un incrément de déformation plastique  $d\varepsilon^P$  lié linéairement à l'incrément de contraintes  $d\sigma$ , soit une notation matricielle :

$$\{d\varepsilon^P\} = \{L(\sigma)\} \{d\sigma\} \quad (\text{VI.15})$$

Le principe du travail maximum et la loi du potentiel plastique qui en découle permet d'affirmer que, pour les matériaux ductiles, le vecteur incrément de déformation  $d\varepsilon^P$  est normal à la surface d'écoulement au point correspondant à l'extrémité du vecteur contraintes. Soit :

$$\{d\varepsilon^P\} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} d\lambda \quad (\text{VI.16})$$

Par comparaison des relations (VI.14), (VI.15) et (VI.16), il vient :

en prenant

$$\{L(\sigma)\} = \{H(\sigma)\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \quad (\text{VI.17})$$

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} d\lambda = \{H(\sigma)\} d_K F$$

Posons 
$$\frac{d\lambda}{d_K F} = \frac{1}{M(\sigma)} \quad (\text{VI.18})$$

alors :

$$d\varepsilon^P = \begin{cases} \frac{1}{M(\sigma)} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\sigma\} = \frac{1}{M(\sigma)} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} d_K F & \text{si } F = 0 \text{ et } d_K F > 0 \\ 0 & \text{si } F < 0 \text{ ou } d_K F \leq 0 \end{cases} \quad (\text{VI.19})$$

La loi de comportement peut alors s'écrire :

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^P\} = [D^{-1}]\{d\sigma\} + \frac{\alpha}{M} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\sigma\} \quad (\text{VI.20})$$

avec  $\alpha = 1$  si  $F = 0$  ou  $d_K F > 0$

$\alpha = 0$  si  $F < 0$  ou  $d_K F \leq 0$

A partir de l'équation (VI.20), on définit la loi de comportement inverse :

$$\{d\sigma\} = [D]\{d\varepsilon\} - \alpha^* [E]\{d\varepsilon\} \quad (\text{VI.21})$$

Soit :

$$\alpha^* = 1 \quad \text{si } F = 0 \quad \text{ou} \quad \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\varepsilon\} \geq 0$$

$$\alpha^* = 0 \quad \text{si } F < 0 \quad \text{ou} \quad \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\varepsilon\} < 0$$

[E] désigne la matrice définissant le comportement plastique du matériau

[E] s'exprime en fonction de  $\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}$ , [D] et  $M(\sigma)$ .

Par  $M(\sigma)$  elle dépend de l'écrouissage subi par le matériau, donc des déformations antérieures.

Par analogie avec l'équation (VI.3), l'équation (VI.21) peut être mise sous la forme :

$$\{d\sigma\} = [D^*] \{d\varepsilon\} \quad (\text{VI.22})$$

[D\*] matrice des coefficients d'élastoplasticité.

Les problèmes élastoplastiques font donc intervenir une relation de comportement qui n'est pas linéaire pour les éléments plastifiés. La résolution du problème ne peut alors être obtenue que par une approche incrémentale. Différentes méthodes sont utilisées, toutes procèdent par modification d'un terme de la relation (VI.3) pour les éléments plastifiés.

Dans la méthode de la raideur variable, le calcul est conduit en adaptant à chaque pas de calcul la matrice des coefficients élastoplastiques à l'état de contraintes atteint.

A partir de (VI.22) en suivant le développement effectué dans le calcul élastique, nous pouvons écrire l'équation (VI.7) sous la forme incrémentale suivante :

$$\{df_b\} + \{df_p\} \equiv [K^*]\{du\} \quad (VI.23)$$

$[K^*]$  désigne la matrice de rigidité totale de la structure élastoplastique,  $\{du\}$  les déplacements des noeuds sous l'effet des incréments des forces  $\{df_b\}$  et  $\{df_p\}$ .

ou :

$$[K^*]\{du\} - \{df_b\} - \{df_p\} \equiv 0 \quad (VI.24)$$

Cette équation non-linéaire, puisque  $[K^*]$  dépend de l'état de contraintes atteint, peut être résolue par une méthode dichotomique du type Newton. Les itérations sont habituellement initialisées par la solution du problème élastique, soit :

$$\{du\}_0 = [K^{-1}]\{df\} \quad (VI.25)$$

$\{df\}$  étant alors la somme des efforts agissant sur les noeuds,  $\{du\}_0$  désignant l'approximation initiale des déplacements des noeuds.

A partir de l'approximation de rang  $n$ , il est possible de redéterminer la matrice de rigidité totale pour l'état de contraintes atteint. Ce qui revient à changer la raideur apparente des éléments plastifiés (Figure VI.2).

On peut alors définir une nouvelle approximation :

$$\{du\}_{n+1} = [K_n^{*-1}]\{df\} \quad (VI.26)$$

Le calcul sera arrêté lorsque l'écart entre deux approximations sera suffisamment faible.

## 2. Application au cisailage.

Nous avons appliqué la méthode des éléments finis au problème élastoplastique plan posé lors du cisailage de barres rectangulaires.

### 2.1. Définition du modèle de la structure.

La définition du maillage est une étape importante dans la préparation du modèle. Le nombre d'éléments utilisés et leur répartition dans la structure sont directement liés au temps de calcul et à la précision de la solution approchée obtenue. Le maillage choisi utilise des éléments triangulaires à six noeuds dans lesquels les contraintes varient linéairement. Leur distribution est choisie maximale dans la zone de coupe et décroît lorsqu'on s'éloigne de cette zone.

Pour simplifier la définition du problème, nous supposons que le jeu latéral entre les coquilles est nul, que le processus est parfaitement symétrique par rapport au point milieu du plan de coupe, qu'il n'y a pas d'inclinaison de la barre.

L'hypothèse de symétrie parfaite nous permet de ne mailler que la moitié de la pièce. Le programme tient compte alors des conditions sur les déplacements des noeuds sur l'axe des  $X$  (Figure VI.3). Cette procédure permet évidemment de diviser le temps de calcul par deux.

Contrairement aux autres méthodes, cette condition de symétrie impose également la symétrie des déplacements des outils. Les deux outils sont alors mobiles et ont des déplacements de modules égaux et de signes opposés.

Le CETIM dispose d'un programme de maillage automatique permettant d'optimiser la taille des triangles choisis et la numérotation des noeuds, de manière à minimiser la largeur de bande de la matrice de rigidité.

Le maillage retenu est représenté pour une demi-pièce sur la figure VI.3.

L'épaisseur de la barre est de quinze millimètres (ce qui correspond à l'épaisseur des barres rectangulaires) et sa longueur de soixante millimètres.

Par ailleurs les conditions aux limites sont formulées sur les déplacements. Nous supposons que les déplacements suivant  $Y$  des noeuds situés à la surface de la barre, pour  $X$  compris entre 0 et 15 millimètres, sont imposés par la demi-coquille active, soit  $-\delta$  la valeur du déplacement imposé. Il n'y a pas de condition sur les déplacements de ces noeuds suivant  $X$ .

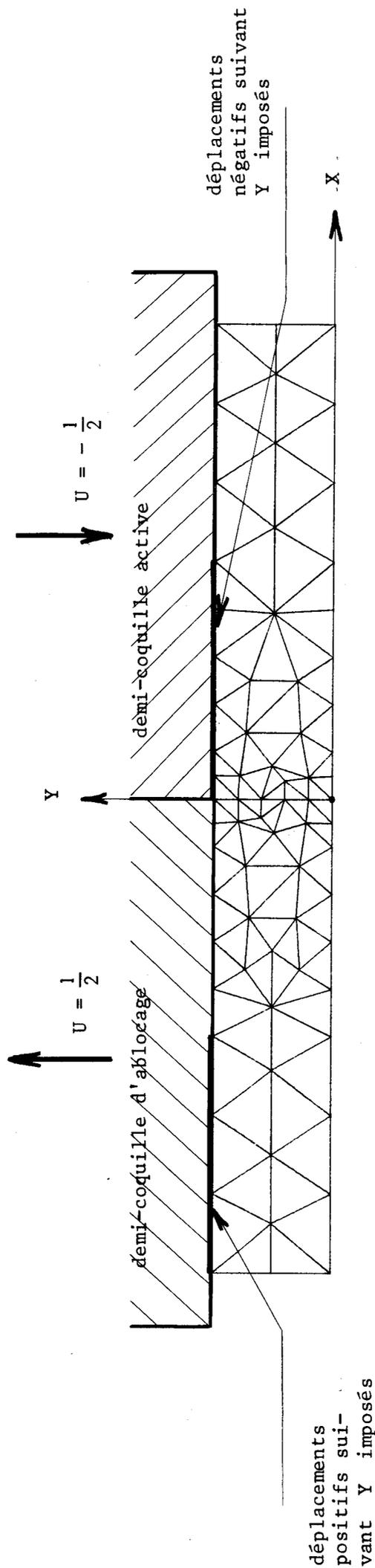


Figure VI.3 : Modélisation de la structure et des conditions aux limites.



Il n'y a aucune condition sur les noeuds situés à la surface de la barre pour X supérieur à 15 mm. Le choix effectué sur la largeur de contact coquille-barre sera admissible si les déplacements suivant Y de ces noeuds sont inférieurs ou égaux à  $-\delta$  (condition de décollement de la barre par rapport à la coquille) .

Les déplacements des noeuds situés à la surface de la barre pour X compris entre -30 et -15 mm (côté demi-coquille d'ablocage) seront alors imposés à  $\delta$  (condition de contact barre-coquille) . Les déplacements suivant Y des noeuds de la surface de la barre compris entre -15 mm et 0 sont alors inférieurs à  $\delta$  si la largeur d'imposition des déplacements est suffisante.

Le modèle obtenu comporte alors 100 éléments triangulaires à six noeuds (soit 200 pour toute la barre) , 241 noeuds et 39 conditions aux limites (20 déplacements imposés, 19 conditions de symétrie) .

## 2.2. Loi de comportement du matériau.

Nous retenons deux lois de comportement, déterminées d'après les résultats des essais d'identification effectués sur l'acier XC 38 pour les barres cylindriques :

. comportement élastique - plastique - parfait (E.P.P.)

$$\sigma_0 = E\varepsilon \quad (E : \text{module d'élasticité}) \quad \text{pour } \sigma_0 < 80 \text{ daN/mm}^2$$

puis  $\sigma_0 = 80 \text{ daN/mm}^2$  avec  $\sigma_0$  : contrainte limite d'écoulement

. comportement élastique - plastique à écrouissage exponentiel (E.P.E.E.)

$$\sigma_0 = E\varepsilon \quad \text{pour } \sigma_0 < 89\varepsilon^{0,129}$$

puis  $\sigma_0 = 89\varepsilon^{0,129}$

La comparaison des résultats obtenus avec ces deux lois de comportement doit permettre de déterminer l'influence de l'écrouissage sur le processus.

## 2.3. Résultats prévus pour un matériau plastique parfait.

Le programme BIPLAST procède par étapes de chargement. La première étape est calculée à la fin du comportement élastique, avant l'apparition de comportement plastique dans un élément. Les étapes suivantes sont déterminées automatiquement, en fonction des erreurs de départ autorisées par le programmeur.

Le tableau VI.1 définit pour chaque étape le déplacement atteint par les outils l'un par rapport à l'autre. Au delà de l'étape 13, le calcul ne peut plus être poursuivi, la méthode itérative choisie pour résoudre l'équation (VI.22) ne converge pas.

Etapes	Déplacement réalisé entre les outils en mm	Pénétration %	Force de cisail- lage pour une largeur unité F/W daN/mm	Contrainte tangentielle moyenne $\bar{\tau}_c$ daN/mm <sup>2</sup>	Direction de cisail- lement maximal au noeud 1 par rapport à 04 (°)	Direction de cisail- lement maximal au noeud 74 par rapport à 04 (°)
1	0,0349	0,233	322,0	21,5	- 24,2	- 26,7
4	0,0604	0,403	591,7	39,5	- 23,2	- 25,0
9	0,1115	0,743	679,0	45,6	- 15,4	- 16,2
13	0,1487	0,992	609,3	42,0	+ 0,6	- 10,9

Tableau VI.1 : Evolution des principaux paramètres du cisailage pour différentes étapes de chargement calculés pour un matériau E.F.P.P.



Les figures VI.4 à VI.10 permettent de suivre le développement des contraintes dans la barre : les figures VI.4 et VI.5 représentent l'évolution de la contrainte  $\sigma_y$  le long de la surface de la barre. Pour  $X$  compris entre  $-30$  et  $-15$  mm,  $\sigma_y$  est négatif mais de module faible, le contact avec la coquille est assuré ; pour  $X$  compris entre  $0$  et  $15$  mm,  $\sigma_y$  est négatif avec un module élevé, il peut atteindre  $2\sigma_0$ . Dans le premier segment, la contrainte normale permet d'équilibrer le moment de rotation de la barre dû à l'action des demi-coquilles actives qui est représentée par la contrainte normale du deuxième segment.

La forme de la courbe retraçant la variation de  $\sigma_y$  en fonction de  $X$  est analogue à celle déterminée par HOJO [22] puis confirmée par WONG et DAS [23].

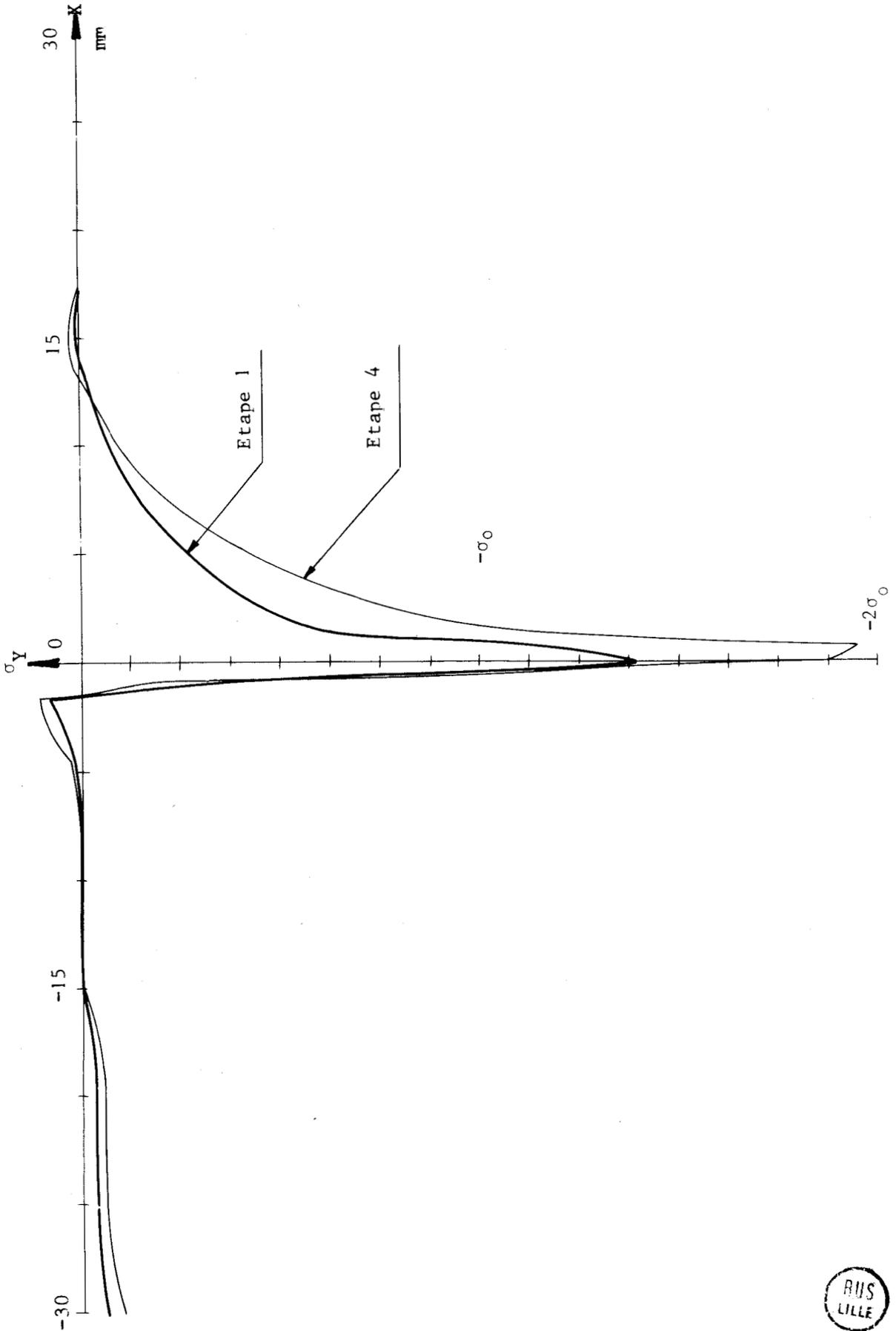


Figure VI.4 : Contrainte normale à la surface de la barre  
pour les étapes 1 et 4. - Matériau E.P.P.

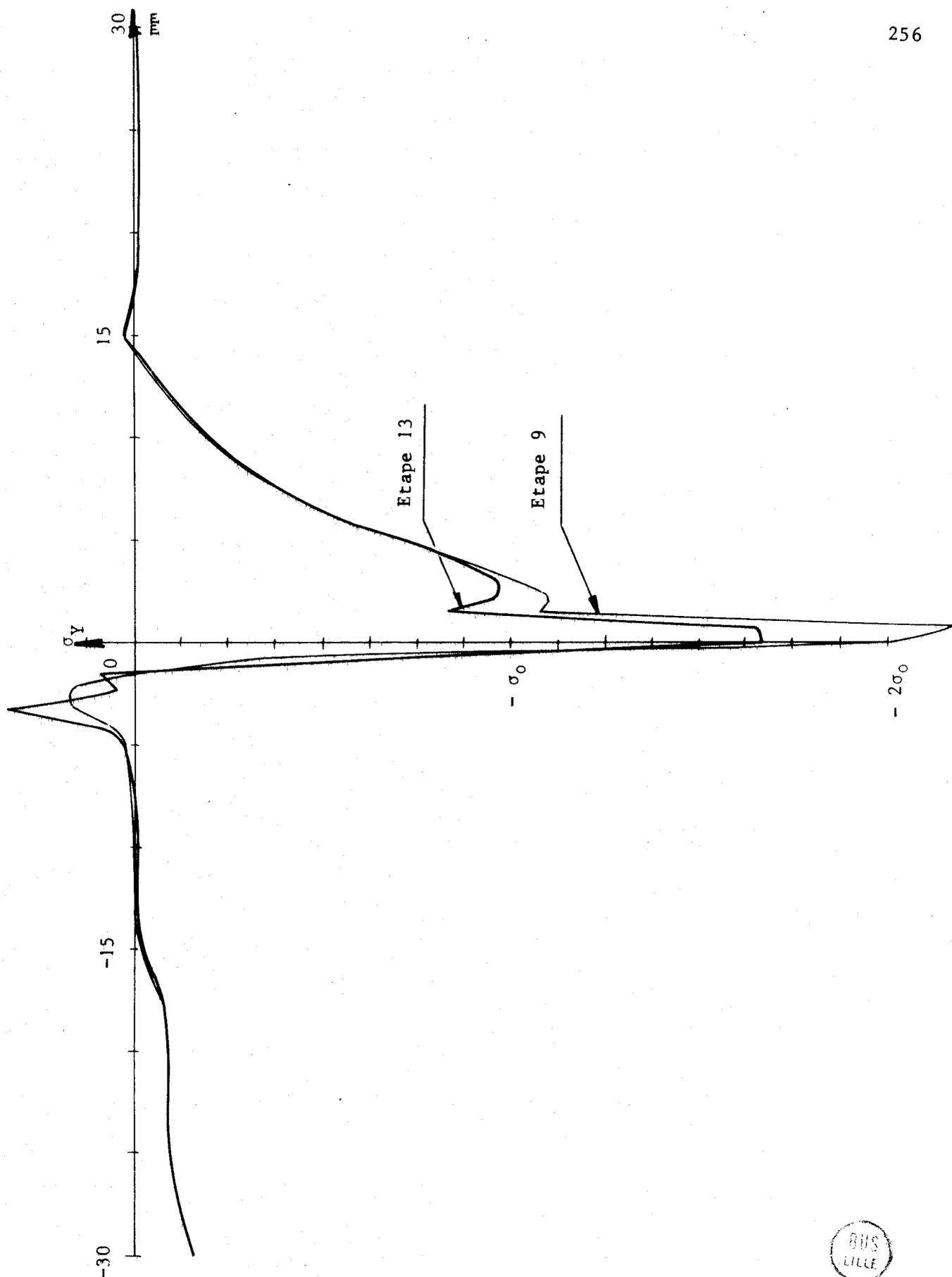


Figure VI.5 : Contrainte normale à la surface de la barre  
pour les étapes 9 et 13. - Matériau E.P.P.

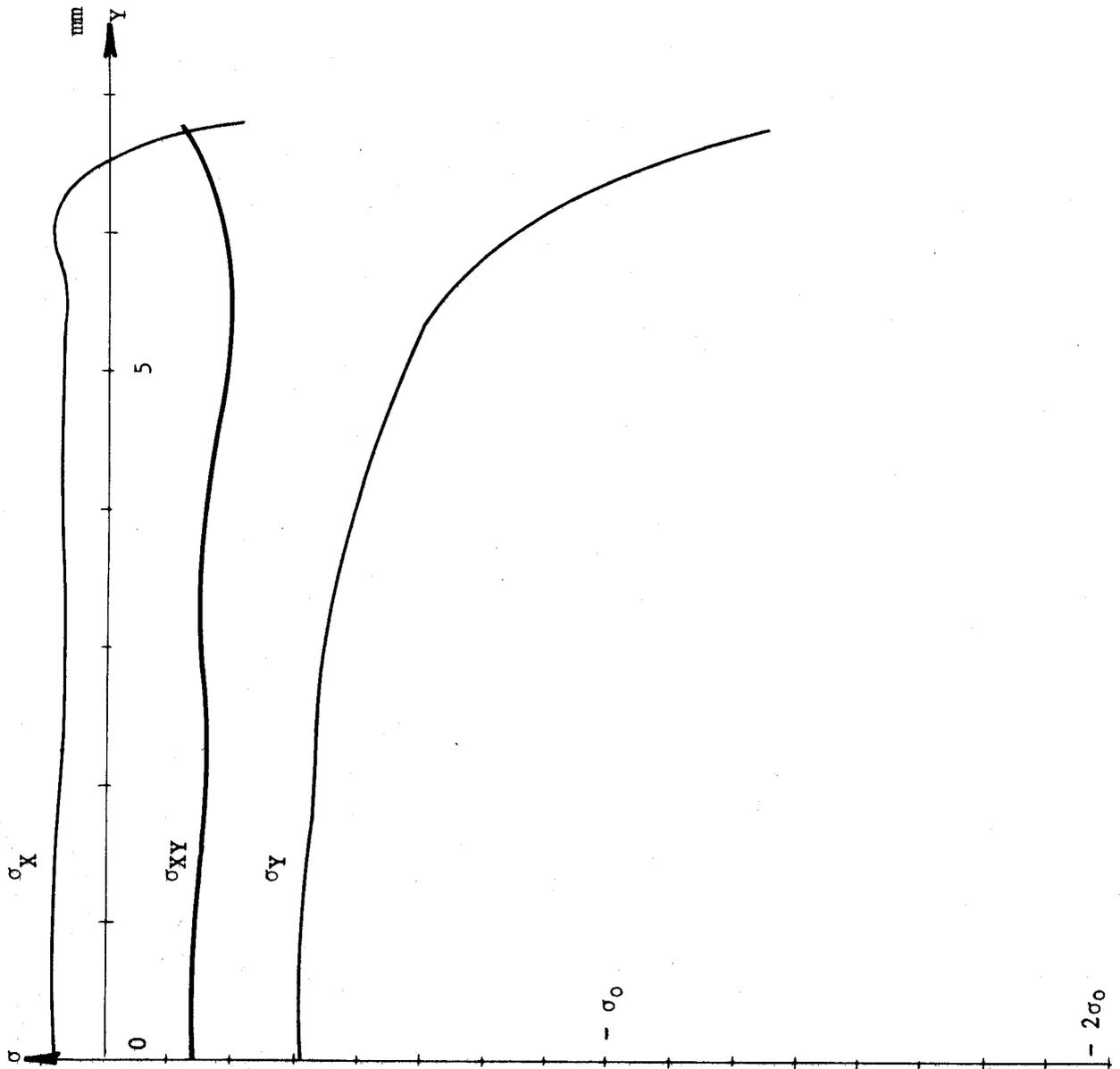


Figure VI.6 : Contraintes dans le plan de coupe pour l'étape 1.

Matériau E.P.P.

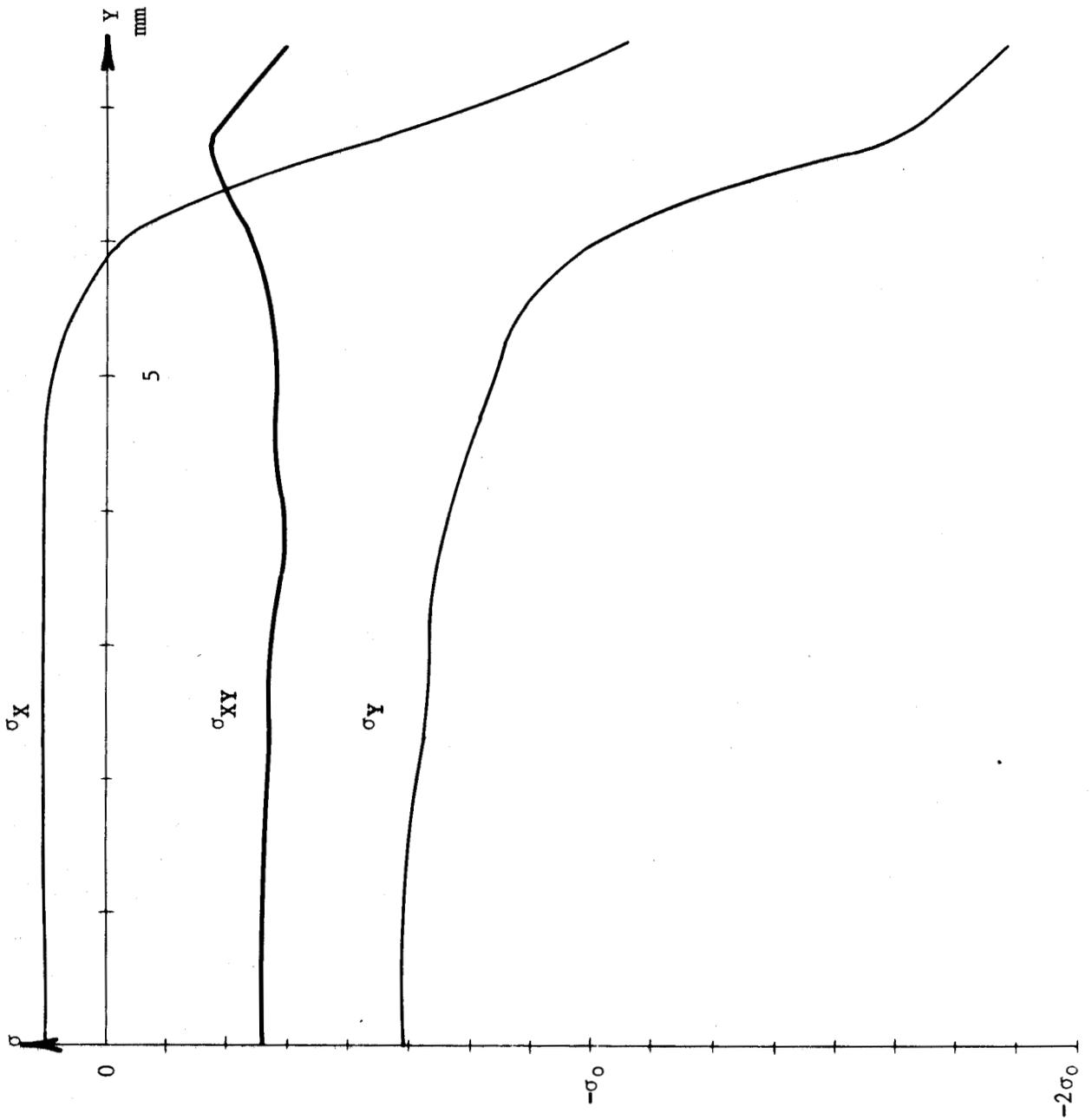


Figure VI.7 : Contraintes dans le plan de coupe pour l'étape 4.

Matériau E.P.P.

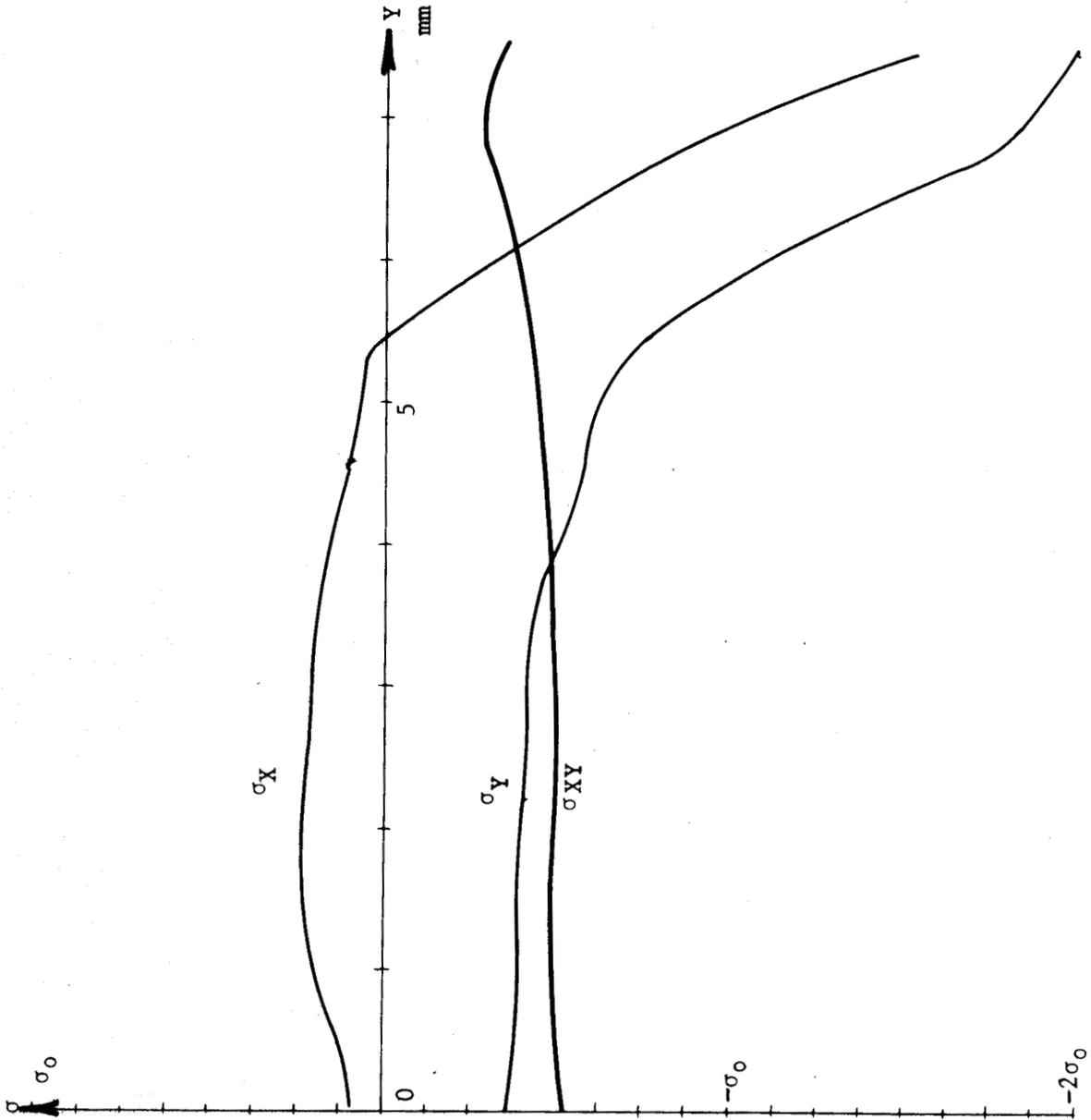


Figure VI.8 : Contraintes dans le plan de coupe pour l'étape 9.

Matériau E.P.P.

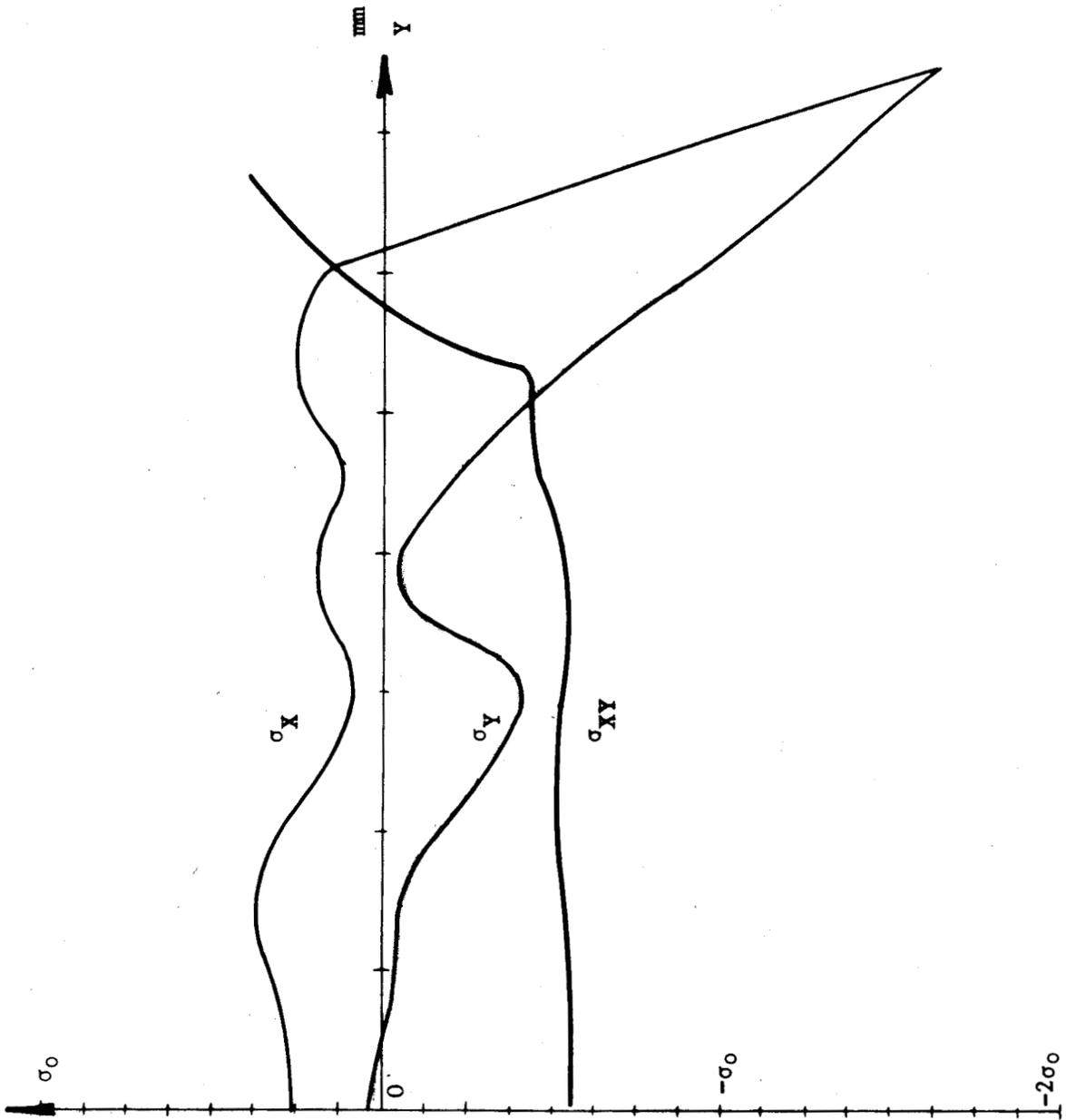


Figure VI.9 : Contraintes dans le plan de coupe pour l'étape 13.

Matériau E.P.P.

Etape 4  
 Etape 9  
 Etape 13

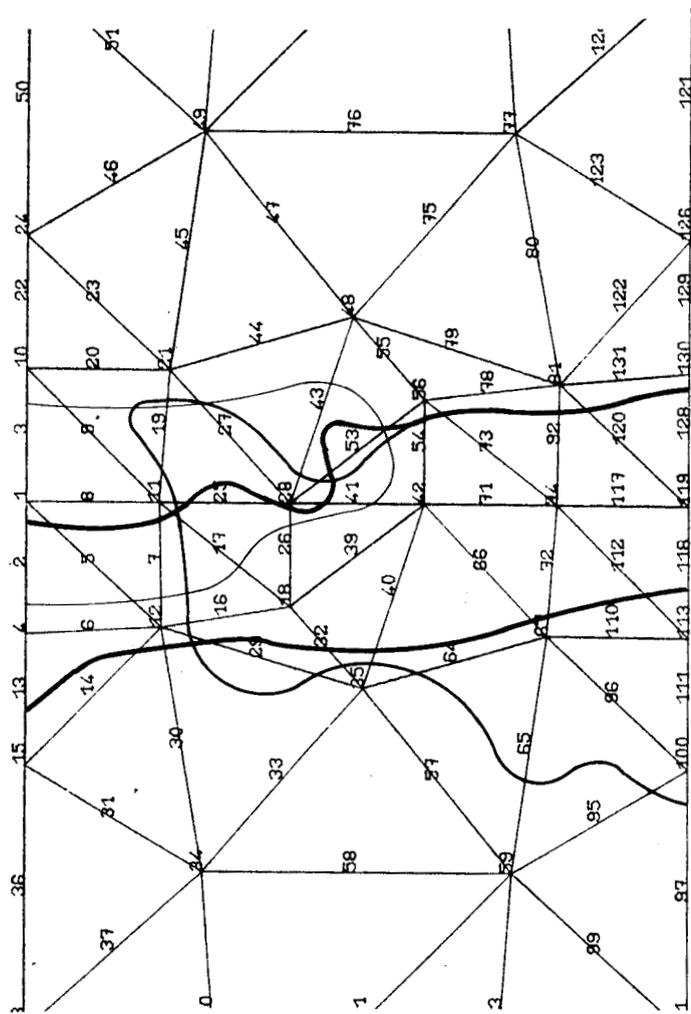


Figure VI.10 : Evolution de la zone plastique  
 au cours des étapes 1, 4, 9 et 13.

Matériau E.P.P.



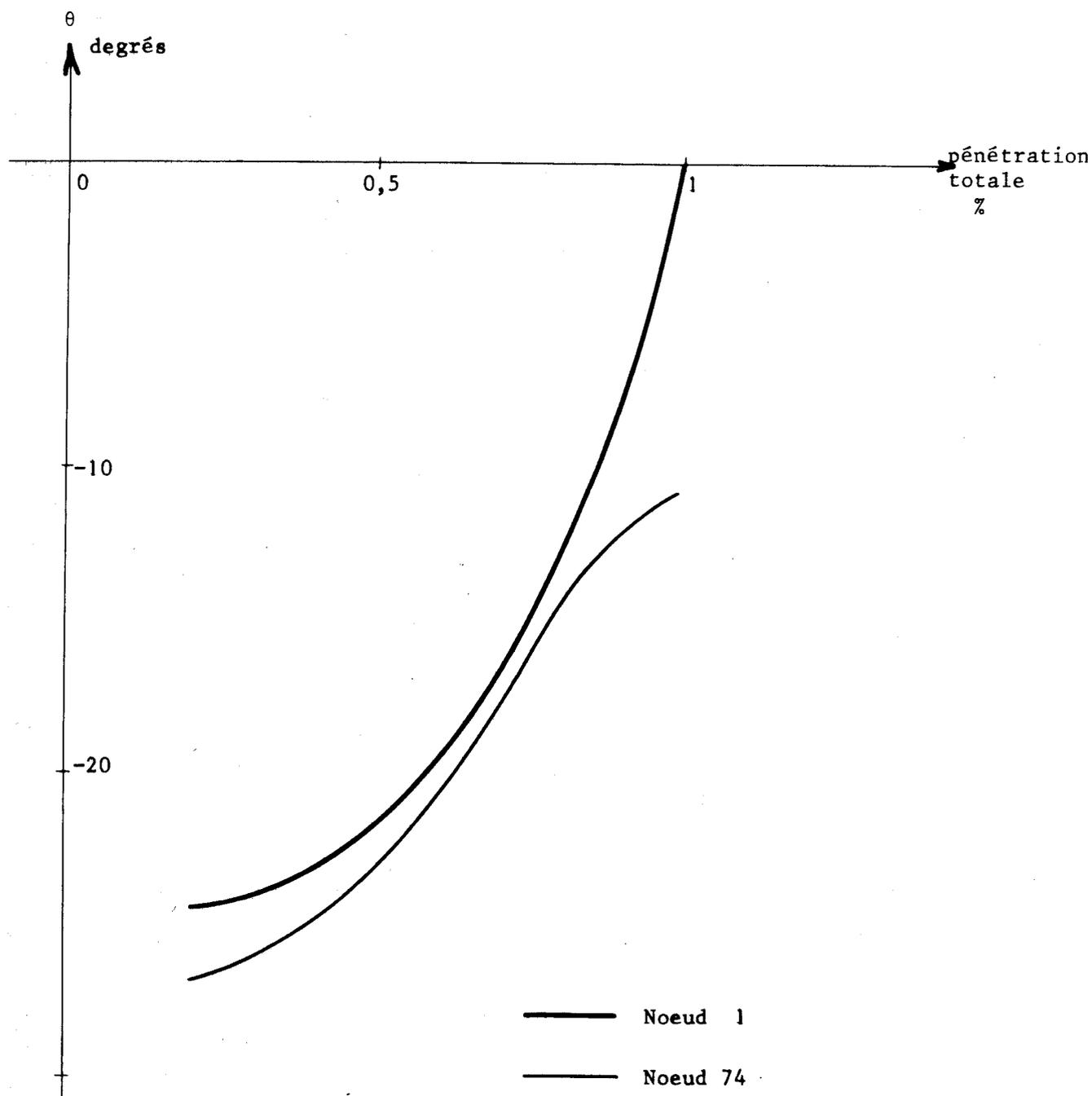


Figure VI.11 : Angle formé par la direction de cisaillement maximum avec la direction de cisailage au cours des étapes 1 à 13.

Matériau E.P.P.



Les figures VI.6 à VI.9 représentent l'évolution des contraintes  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_{xy}$  le long du plan de cisailage. Ces résultats sont analogues à ceux de HOJO [22] et WONG et DAS [23], tout au moins lors de l'étape 1 qui est calculée dans le domaine élastique. Dans la zone centrale, les valeurs des contraintes sont approximativement constantes :  $\sigma_x$  est positif et augmente légèrement de l'étape 1 à l'étape 9, au-delà la variation de  $\sigma_x$  le long du plan de coupe devient très tourmentée (Figure VI.9) ;  $\sigma_y$  est négatif, augmente en valeur absolue de l'étape 1 à l'étape 4, puis diminue aux étapes 9 et 13, cette dernière présentant une variation de  $\sigma_y$  très tourmentée ;  $\sigma_{xy}$  est négatif et augmente en valeur absolue de l'étape 1 à l'étape 13, sa variation reste progressive le long du plan de coupe même dans cette dernière étape.

La figure VI.10 schématise l'évolution de la zone plastique au cours des étapes 1, 4, 9 et 13. Partant de l'arête des demi-coquilles actives, elle traverse progressivement la barre en suivant approximativement le plan de coupe (étape 13).

La figure VI.11 représente l'angle formé par la direction de cisaillement maximal avec la direction de cisailage au voisinage de l'arête de la demi-coquille active et au noeud 74 situé sur le plan de coupe. La direction de cisaillement maximal croît progressivement de  $-25^\circ$  à l'étape 1 jusqu'à une valeur comprise entre  $-10^\circ$  et  $0^\circ$  à l'étape 13. Les conditions de réalisation du cisailage semblent donc atteintes. L'effort de cisailage (tableau VI.1) ainsi que la contrainte tangentielle moyenne qui en est déduite ( $\bar{\tau}_c = F/S$  :  $S$  section instantanée en cisailage) augmentent jusqu'à l'étape 9 puis diminuent à l'étape 13.

Ces différents résultats semblent indiquer qu'à partir de l'étape 9 le modèle s'écarte de la réalité. Or ceci peut être expliqué : en effet lorsque la pénétration des outils croît, la surface extérieure de la barre fléchit, du côté de la demi-coquille d'ablocage, jusqu'au moment où se produit un début de cisailage plastique. La surface extérieure présente alors une facette parallèle à la direction de cisailage. Il n'est pas possible de décrire un maillage de la barre qui permette de prévoir l'apparition de cette facette. Le calcul par éléments finis s'écarte alors du cisailage réel au point où une facette parallèle à la direction de cisailage devrait apparaître. D'après nos résultats, nous pouvons estimer que le cisailage est simulé correctement jusqu'à l'étape 9. Au-delà, les résultats sont sans intérêt.

#### 2.4. Résultats prévus pour un matériau écrouissable.

Le calcul a été effectué sur 25 étapes, soit jusqu'à une pénétration de 1,6 % environ. Le tableau VI.2 rassemble les principaux résultats caractéristiques des étapes 1, 5, 9 et 25. Au-delà de l'étape 25, le programme ne converge plus.

Les figures VI.12 à VI.15 permettent de suivre le développement des contraintes dans la barre. La figure VI.12 représente l'évolution de la contrainte de direction Y suivant la surface de la barre. Elle est assez voisine de celle constatée pour le matériau non-écrouissable. Nous remarquons que si à l'étape 1 la courbe représentant la variation de  $\sigma_Y$  est continue pour X compris entre 0 et 15 millimètres, par contre ceci n'est plus vrai pour les étapes 5 et 9.

Les figures VI.13 à VI.15 représentent l'évolution des contraintes  $\sigma_X$ ,  $\sigma_Y$ ,  $\sigma_{XY}$  le long du plan de cisailage. Dans la zone centrale, pour Y inférieur ou égal à six millimètres, l'état des contraintes ne varie pas à l'étape 1, peu à l'étape 5, notablement à l'étape 9.

$\sigma_X$  croît de 8 daN/mm<sup>2</sup> jusqu'à un maximum de 20 daN/mm<sup>2</sup>.

$\sigma_Y$  croît de -30 daN/mm<sup>2</sup> jusqu'à un maximum de -5 daN/mm<sup>2</sup>.

$\sigma_{XY}$  décroît de -13 daN/mm<sup>2</sup> jusqu'à un minimum de -35 daN/mm<sup>2</sup>.

La figure VI.16 représente l'évolution de la zone plastique. Partant de l'arête des demi-coquilles actives (étape 1), elle traverse d'abord la barre en suivant le plan de coupe (étape 5), elle évolue par la suite en s'étendant plus nettement du côté des demi-coquilles d'ablocage (étape 9).

La figure VI.17 représente l'angle formé par la direction de cisaillement maximum avec la direction de cisailage au voisinage de l'arête de la demi-coquille active (noeud 1) et au noeud 74, situé sur le plan de coupe. Les conclusions sont identiques à celles formulées pour le matériau écrouissable.

Etape	Déplacement réalisé entre les outils en mm	Pénétration %	Force de cisail- lage pour une largeur unité F/W daN/mm	Contrainte tangen- tielle moyenne $\bar{\tau}_c$ daN/mm <sup>2</sup>	Direction de cisail- lement maximal au noeud 1 par rap- port à 04 (°)	Direction de cisail- lement maximal au noeud 74 par rap- port à 04 (°)
1	0,01745	0,1163	327,8	21,9	- 24,6	- 26,36
5	0,10343	0,6895	557,6	37,4	- 8,9	- 15,03
9	0,14657	0,9771	536,2	36,1	3,1	- 10,93
25	0,23752	1,583	-	-	-	-

Tableau VI.2 : Evolution des principaux paramètres du cisailage  
pour différentes étapes de chargement calculés pour un matériau E.P.E.E.



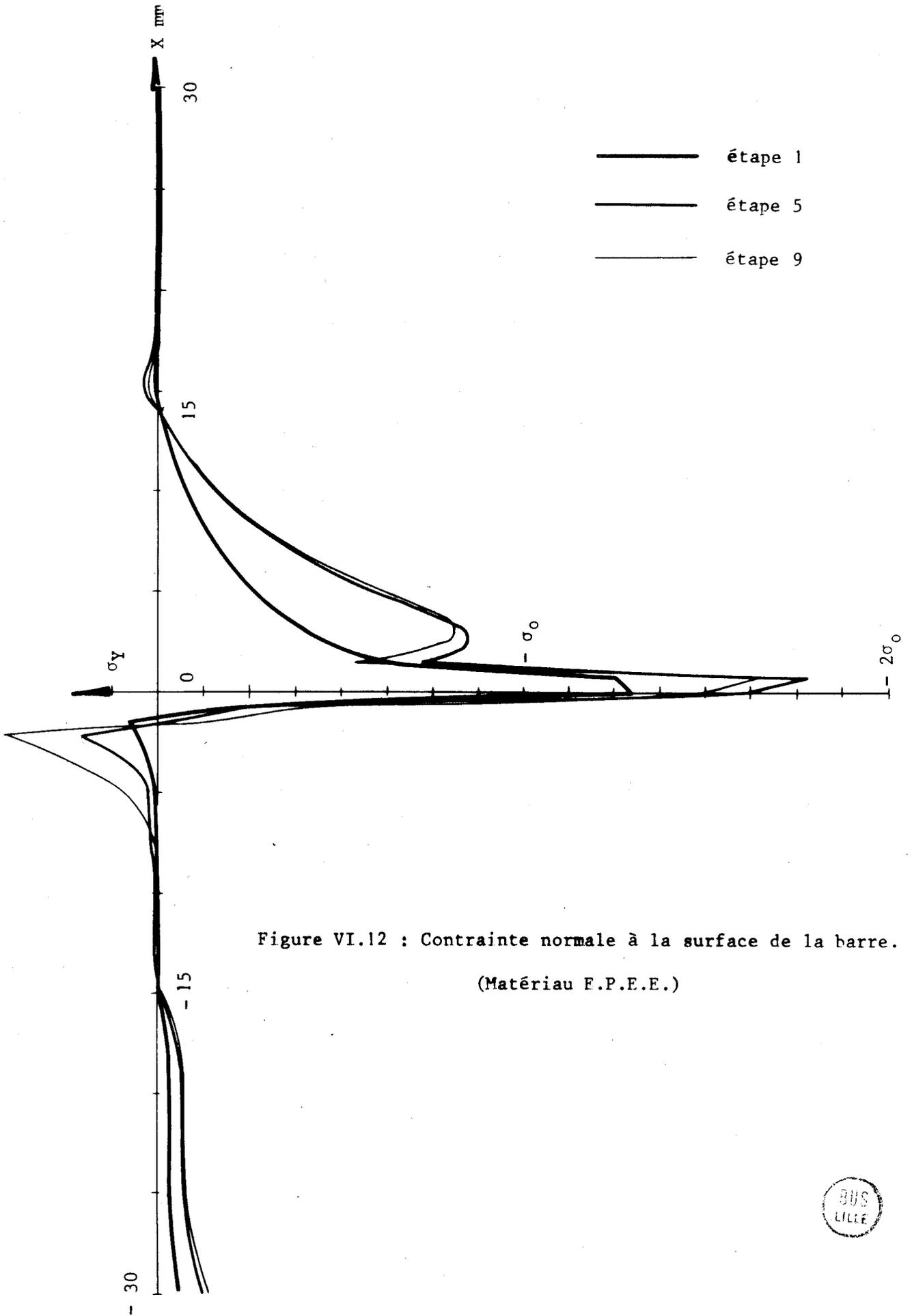


Figure VI.12 : Contrainte normale à la surface de la barre.

(Matériau E.P.E.E.)

Figure VI.13 : Contraintes

dans le plan de coupe pour l'étape 1 (matériau E.P.E.E.)

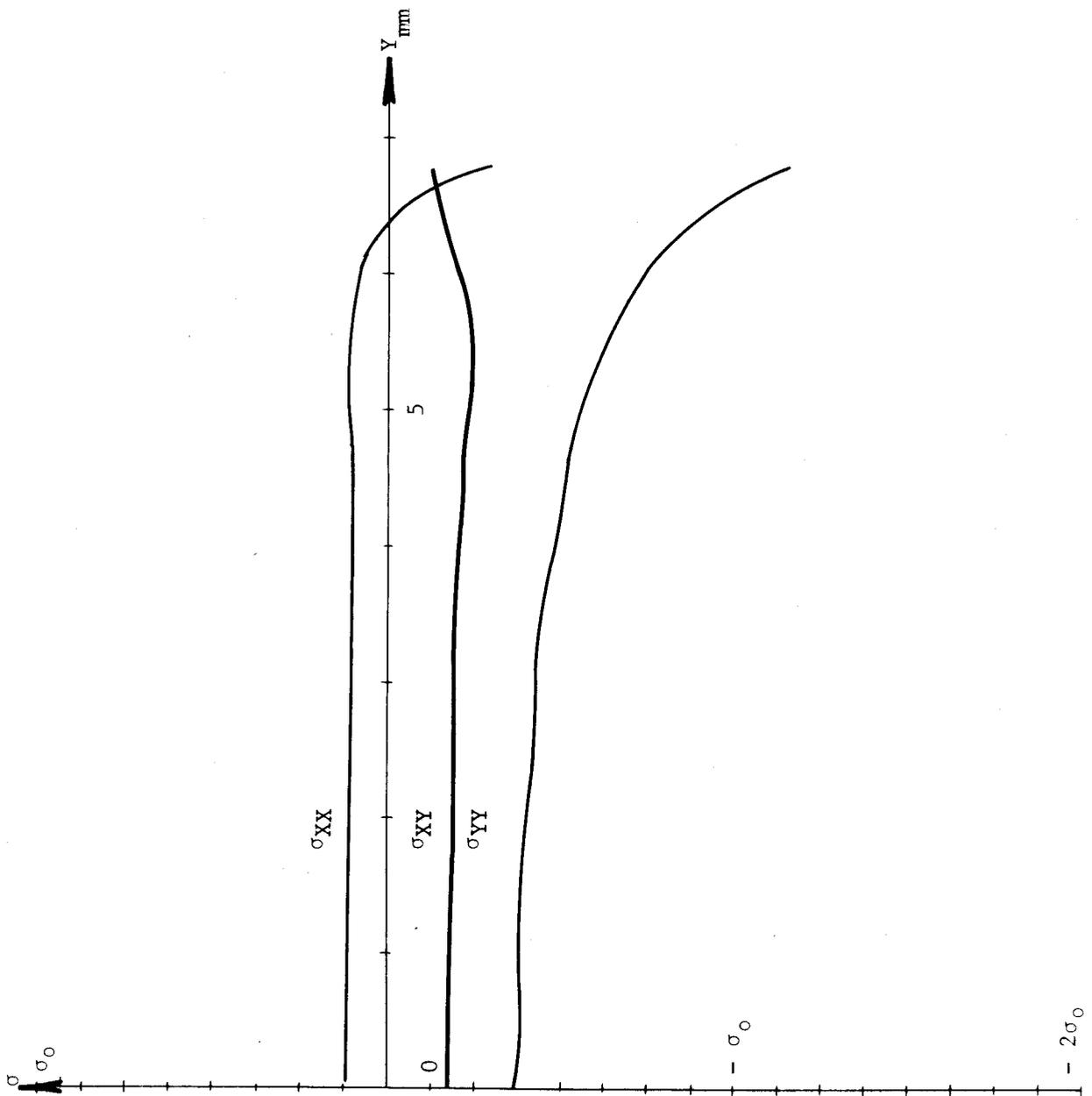


Figure VI.14 : Contraintes  
dans le plan de coupe pour l'étape 5 (matériau E.P.E.E.)

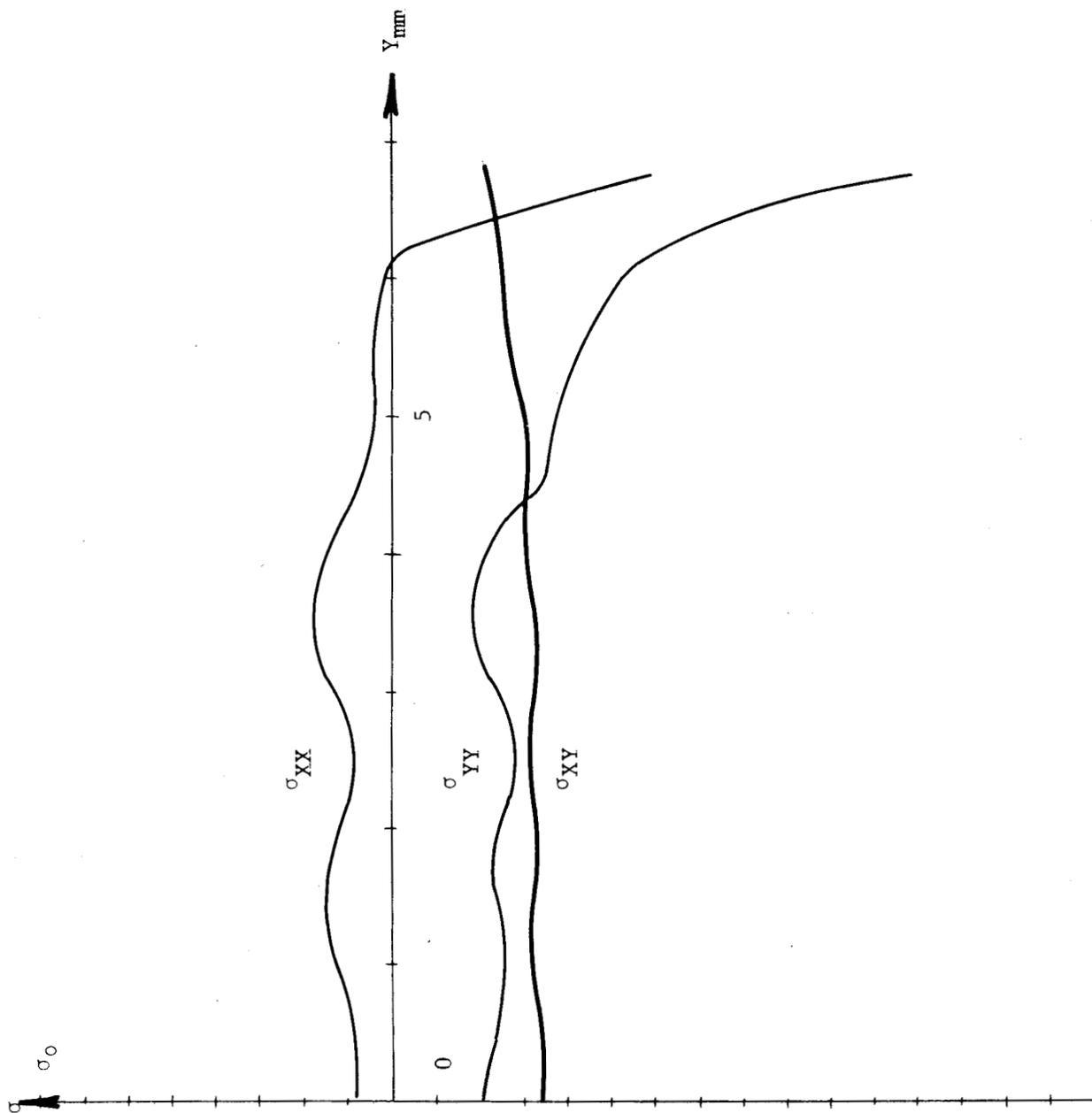
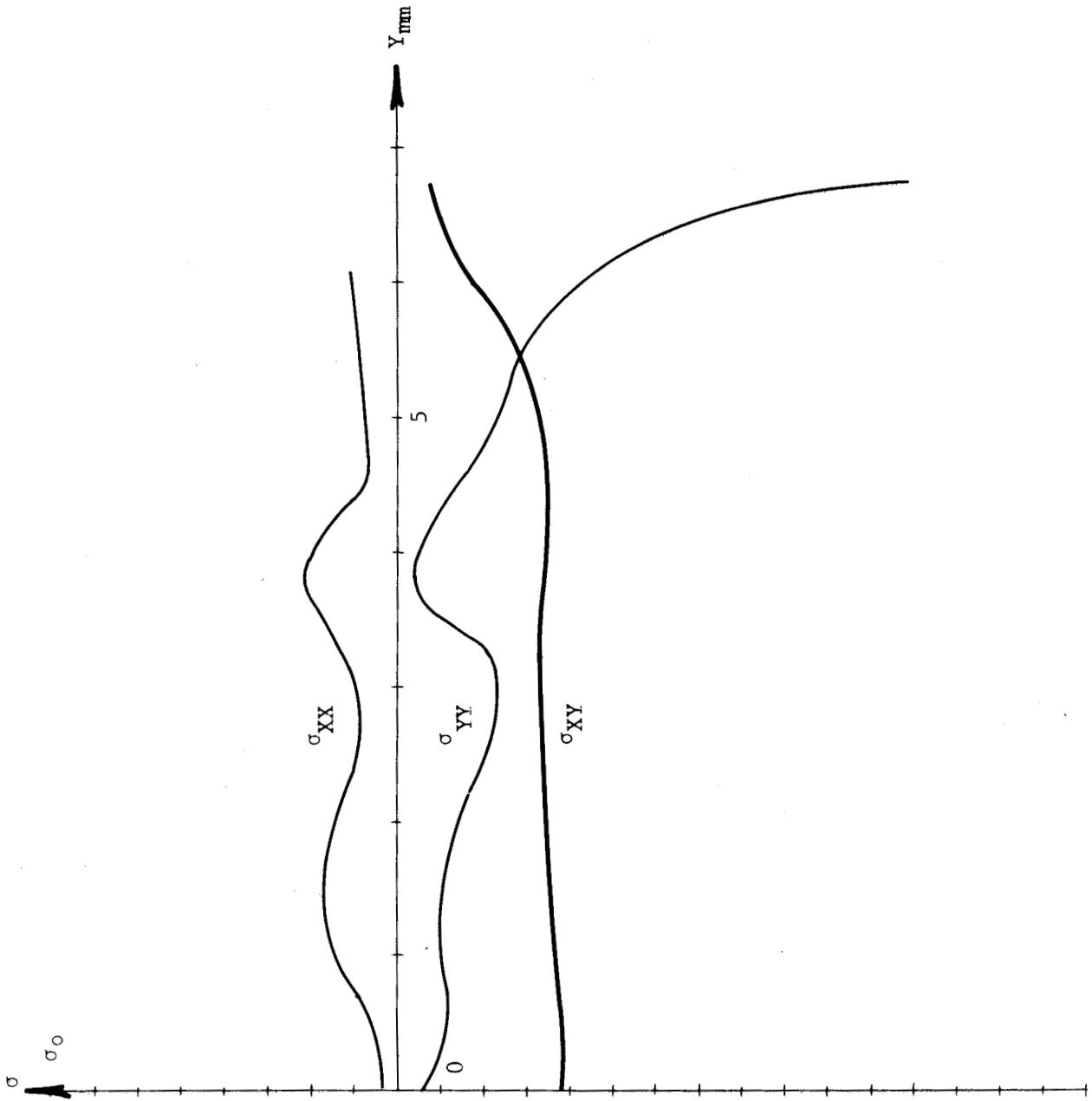


Figure VI.15 : Contraintes  
dans le plan de coupe pour l'étape 9 (matériau E.P.E.E.)



- étape 1
- étape 5
- étape 9

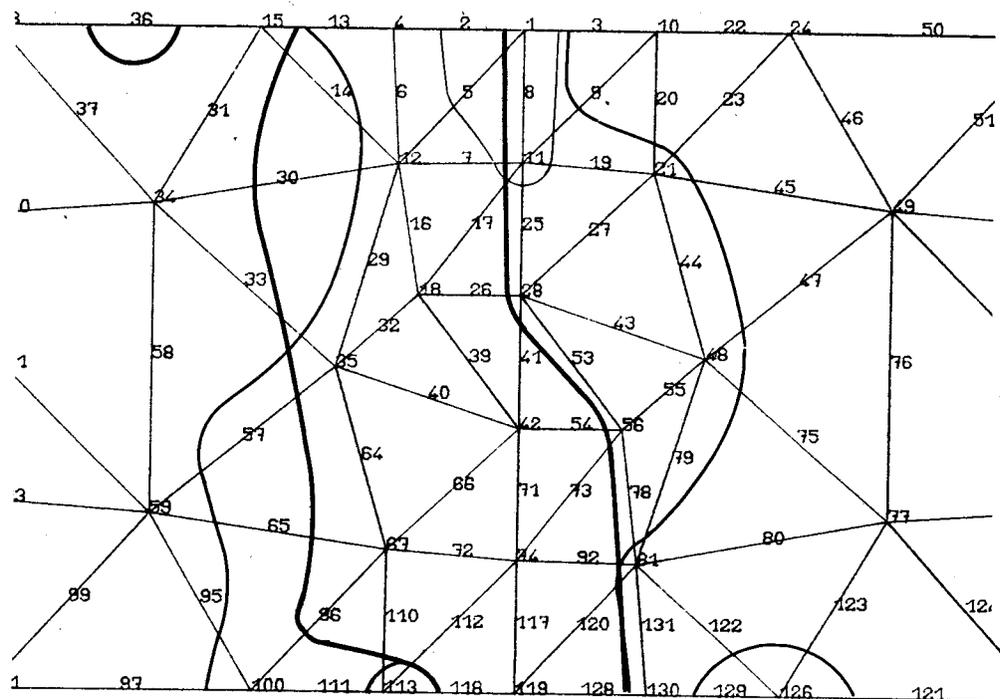


Figure VI.16 : Evolution de la zone plastique (matériau E.P.E.E.)



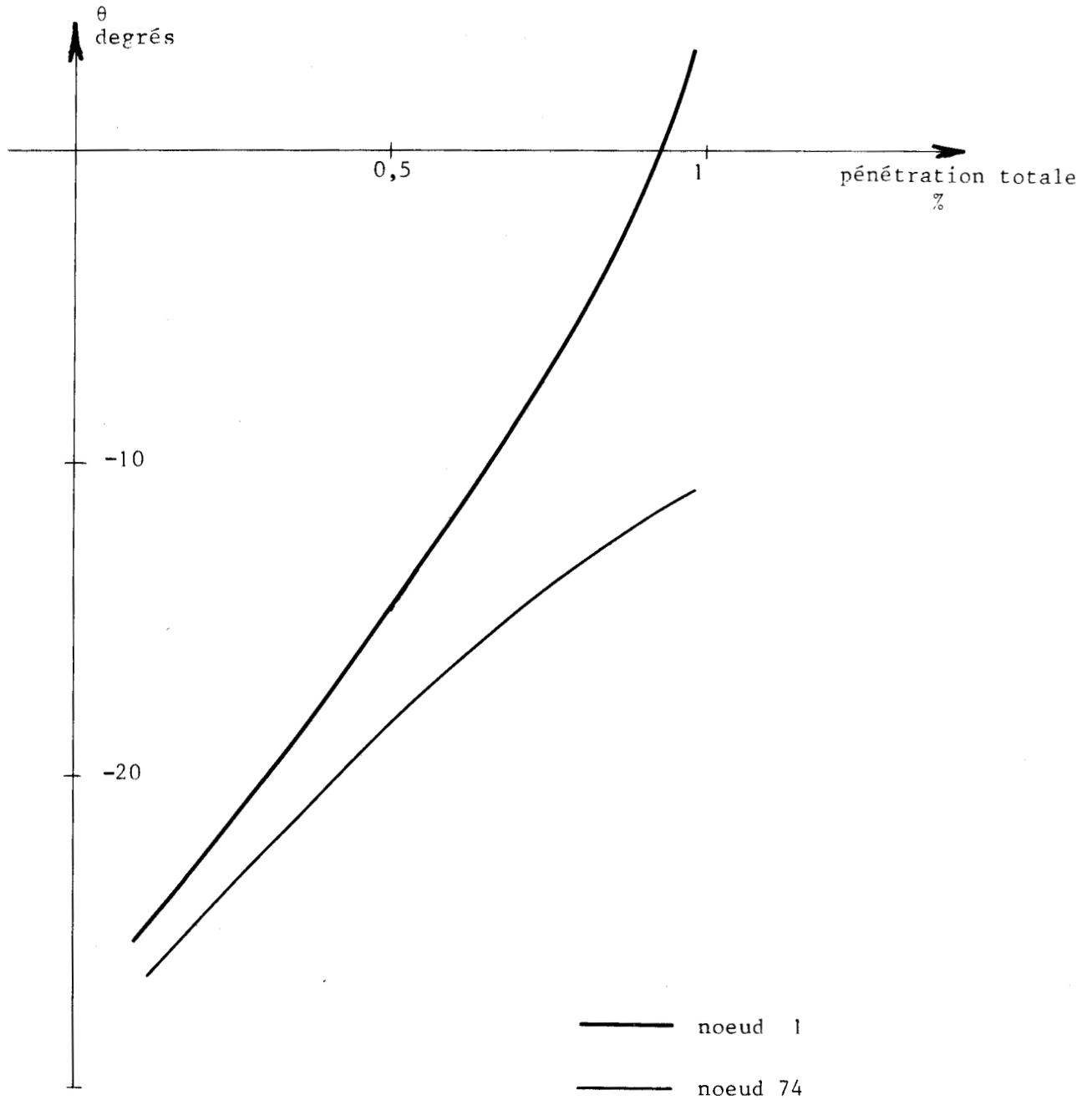


Figure VI.17 : Angle formé par la direction de cisaillement maximum avec la direction de cisailage (matériau E.P.E.F.)



### 2.5. Comparaison des résultats.

La comparaison des tableaux et des figures tirés des listings d'exploitation du programme BIPLAST pour un matériau non-écrouissable et un matériau écrouissable ne permet pas de mettre en évidence une différence sensible dans l'évolution prévue. Certaines différences sur les contraintes sont liées à la loi de comportement choisie, mais nous n'avons constaté aucune conséquence sur les déformations. Le calcul prévoit dans les deux cas une flexion plastique de la barre, côté demi-coquille d'ablocage, jusqu'à une pénétration d'environ 1 %. Au-delà, le calcul s'écarte de la réalité puisque le maillage ne permet pas de faire apparaître une facette de cisailage.

Pouvons-nous en conclure pour autant que l'écrouissage n'a pas d'influence sur le début de la déformation plastique ?

En fait, l'incapacité dans laquelle nous sommes de prévoir l'apparition d'une nouvelle facette et le manque de souplesse de nos conditions aux limites sur les déplacements (la largeur de contact a toujours été maintenue égale à l'épaisseur de la barre, côté demi-coquille active et côté demi-coquille d'ablocage), introduisent des restrictions considérables sur le champ des prévisions admissibles.

D'autre part, la faible pénétration atteinte ne permet pas à l'écrouissage de jouer un rôle. La densité d'énergie dissipée au noeud 1, noeud où nous avons observé le maximum de dissipation, est de  $1,5 \times 10^7$  J/m<sup>3</sup> à l'étape 9 lorsqu'il n'y a pas d'écrouissage ou de  $1,17 \times 10^7$  J/m<sup>3</sup> à l'étape 5 lorsqu'il y a écrouissage. La densité d'énergie critique mesurée lors de l'essai de traction de l'acier XC 38 des barres cylindriques est de  $56,2 \times 10^7$  J/m<sup>3</sup>.

Les prévisions de fracture effectuées par WONG et DAS [23] semblent avoir été déterminées pour des pénétrations plus faibles. Elles n'ont probablement pas beaucoup de probabilités d'être proches de la réalité.

Enfin, il faut noter la lourdeur de la mise en oeuvre de cette méthode et les coûts de calcul qu'elle implique. Le temps de calcul, nécessaire pour atteindre une pénétration de l'ordre de 1 % sur un ordinateur CDC 7600, est en moyenne de 40 sec. (la forme de la loi de comportement a une influence sur la vitesse de progression du calcul). En estimant à 25 F le prix de revient de la seconde d'unité centrale, le coût d'un calcul est environ de 1 000 F, sans tenir compte des temps de mise au point du maillage, de recherche des conditions aux limites, des coûts de stockage des fichiers, etc ...

A la lumière de ces travaux, la méthode des éléments finis nous paraît trop puissante pour le calcul d'écoulements plastiques. Ses applications doivent rester strictement dans le domaine des déformations élasto-plastiques, avec des déformations plastiques de l'ordre de grandeur des déformations élastiques.

## VII. CONCLUSIONS.

### 1. Le mécanisme du cisailage.

L'étude du cisailage par la méthode de la visioélasticité permet de suivre l'écoulement pendant tout le procédé et donc de séparer ses différentes étapes :

- . la barre subit en premier lieu une flexion plastique, qui se traduit par un déplacement radial croissant de sa surface libre, et un cisaillement plastique qui donne naissance à une facette parallèle au plan de coupe ;
- . dans un deuxième temps, la barre subit un cisaillement plastique pur pendant lequel la facette définie précédemment prend une importance croissante ; pendant cette phase, le déplacement radial maximum de la surface libre reste constant ; la simulation par un modèle cinématique nous apprend que l'écroutissage du matériau est le paramètre essentiel de ces deux étapes ;
- . dans un troisième temps, qui peut se situer entre le premier et le deuxième (cas de l'acier A 33, figure III.14) ou à la fin du deuxième, une fracture se propage dans la barre, ou le lopin, en partant des arêtes des outils actifs avec une direction légèrement différente de la direction du cisailage ; la profondeur de la facette de cisaillement plastique et le déplacement radial maximum de la surface libre restent alors constants ;
- . les deux fractures se rejoignent immédiatement si les paramètres technologiques du cisailage sont parfaitement réglés ; dans le cas contraire, l'ouverture des fractures augmente avec la pénétration jusqu'à la rupture finale ; la profondeur de la facette de cisaillement plastique et le déplacement radial maximum de la surface libre restent alors constants.

Le cisailage est ainsi décrit comme un procédé extrêmement complexe faisant intervenir tout d'abord un écoulement plastique nonstationnaire possédant une surface libre dont les déplacements sont inconnus, puis une fracture ductile.

## 2. Les paramètres de l'écoulement plastique.

Le modèle cinématique du cisailage décrit au chapitre IV (paragraphe 2) nous permet de mieux comprendre l'écoulement plastique provoqué par le cisailage.

Les lignes d'écoulement observées par la visioplasticité (chapitre III) sont de forme approximativement hyperbolique. Elles démontrent que le déplacement de la surface libre de la barre provoque un "recul" de la barre ou du lopin. Lorsque la barre ou le lopin sont fermement bloqués dans leur déplacement horizontal, on modifie fortement les contraintes dans le plan de coupe.

La modélisation de ces lignes d'écoulement expérimentales fait apparaître deux zones de vitesses différentes dans la barre : l'une responsable du déplacement de la surface libre, l'autre responsable du cisaillement plastique. L'utilisation de ce modèle pour une loi Rigide Plastique Ecrouissable Hyperbolique [10] fait apparaître une compétition permanente entre les deux zones. Celle qui est la moins déformée, donc la moins écrouie, et qui, suivant le volume déformé, dissipera moins d'énergie subira alors un incrément de déformation. Cette compétition est observée jusqu'à l'instant où la zone de cisaillement pur devient prépondérante car moins dissipative. On retrouve bien les deux premières phases décrites par la visioplasticité.

Deux résultats importants apparaissent dans cette étude théorique :

- . la loi d'écrouissage hyperbolique est très adaptée à ce problème de cisailage, exception faite du cuivre pour lequel l'identification est réalisée avec des déformations maximales beaucoup trop faibles vis-à-vis des déformations rencontrées dans le procédé ; la loi d'écrouissage exponentiel, plus classique, appliquée à notre modèle, a donné des résultats décevants car elle traduit mal le comportement du matériau pour des déformations variables ;
- . l'écrouissage est le paramètre qui commande l'écoulement : lorsque l'écrouissage est nul (modèle parfaitement plastique), le déplacement de la surface libre est nul ; lorsque l'écrouissage augmente, ce déplacement augmente également (Figure VII.1) ; en fait, si deux matériaux ont des coefficients d'écrouissage différents, ils présenteront des déplacements de leur surface libre à peu près identiques à pénétration égale jusqu'à ce que le matériau le moins écrouissable atteigne la deuxième phase de l'écoulement ; il présentera de ce fait un déplacement final de sa surface libre plus faible que l'autre matériau.

Le coefficient d'écrouissage  $N$  (ou déformation caractéristique) du matériau représenté par un modèle rigide plastique écrouissable est donc la propriété importante dans le cisailage.

- courbe expérimentale du pourcentage de la surface correspondant au déplacement maximal de la surface libre
- courbe expérimentale du pourcentage de la surface correspondant à la somme du déplacement maximal de la surface libre et du cisaillement maximal

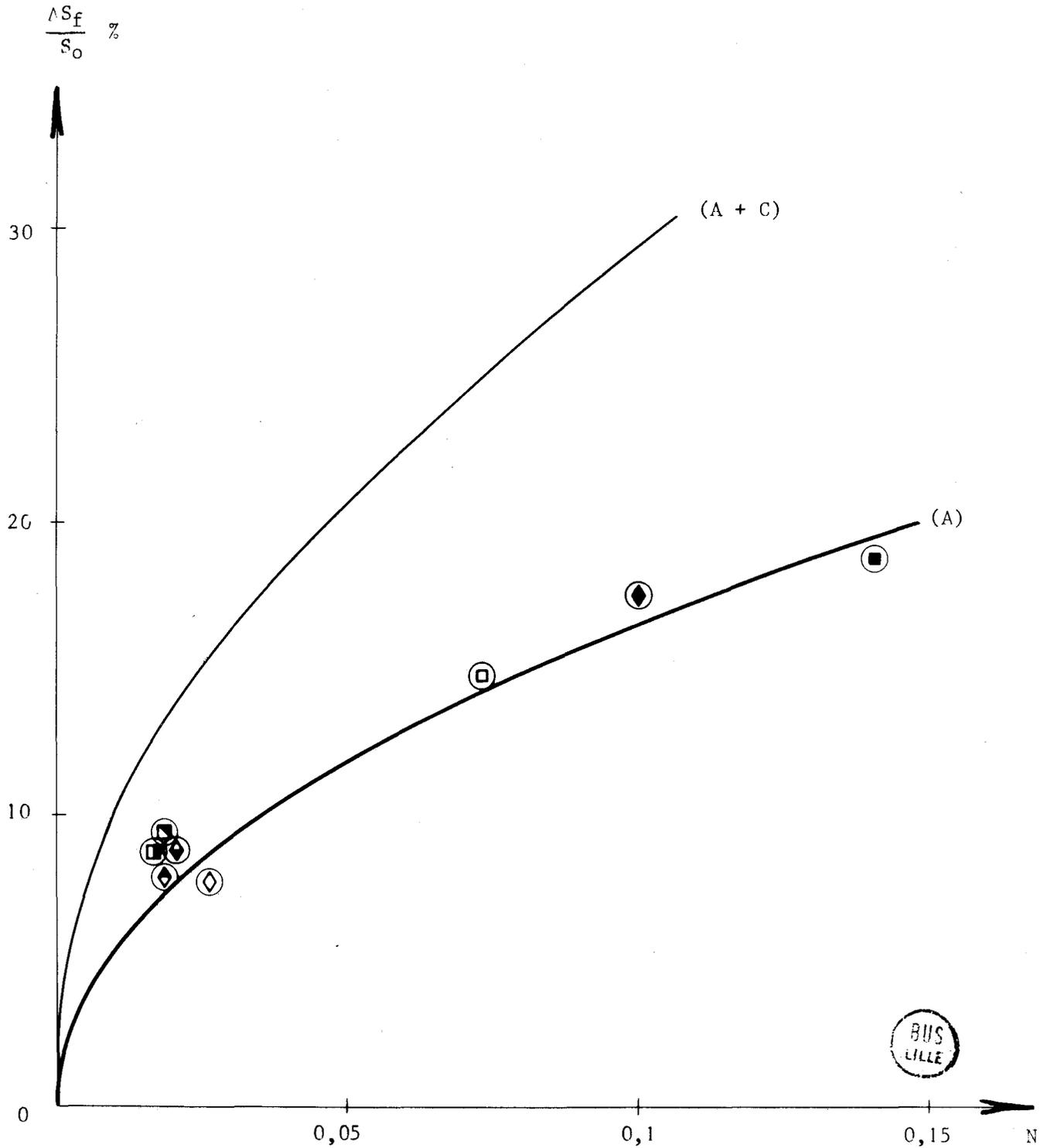


Figure VII.1 :

Influence du coefficient d'écrouissage  $N$ .

### 3. La fracture ductile.

L'apparition des fractures issues des arêtes des demi-coquilles actives se produit à une pénétration qui est liée au coefficient d'écroutissement hyperbolique (Figure VII.1) pour tous les matériaux étudiés sauf pour les cuivres pour lesquels on note un écoulement plastique sans fracture notablement plus prononcé.

L'utilisation du modèle cinématique permet de calculer la densité d'énergie dissipée localement. Dans tous les cas, elle est maximale près de l'arête de l'outil. Comparée à la densité d'énergie critique  $W_c$  mesurée lors de l'essai de traction, elle fournit un critère de rupture de la barre [34]. Les figures IV.8 à IV.15 montrent que dans tous les cas la rupture réelle se produit pour des pénétrations plus élevées. Pour les aciers, l'écart de prévision est inférieure de moins de 20 % de la valeur expérimentale. Pour un aluminium (barre rectangulaire), l'écart est de 50 %. Dans ce dernier cas, contrairement aux aciers pour lesquels le dépassement de densité d'énergie critique est observé dans la zone de cisaillement, le critère est atteint dans la zone de fléchissement de la surface libre. Il n'est pas impossible qu'en changeant la largeur  $b$  de cette zone on obtienne une meilleure précision. Pour les cuivres par contre, l'écart est de 50 % et le critère est atteint par cisaillement. Il y a dans ce cas une anomalie du comportement des cuivres à la fracture. Exception faite de ces derniers, le critère de dépassement de la densité d'énergie critique du matériau semble donc être assez proche de l'expérimentation qu'il permet tout au moins d'approcher par voie inférieure. Le critère de fracture ductile pourrait être formulé comme suit : pour qu'un matériau subissant une grande déformation plastique puisse présenter une fracture ductile, il faut qu'il ait dissipé localement une densité d'énergie supérieure à celle que l'on peut obtenir d'un essai de traction et qui est dite critique.

Le modèle par champ de contraintes complète notre connaissance de la fracture par la description des conditions de contraintes rencontrées dans le plan de coupe. Il établit qu'en l'absence de serrage la rupture se produit approximativement suivant la première direction de cisaillement maximal, que le frottement et l'inclinaison de la barre permettent d'avancer l'apparition de la fracture. La présence d'un serrage axial important développe des conditions de contraintes défavorables à la rupture ductile : ceci est conforme à la pratique du "Planar cold flow shearing" dont l'objectif est d'empêcher l'apparition de la fracture. La présence d'un serrage radial important retarde l'apparition de la fracture sans l'empêcher.

Finalement, notre étude de la fracture fait apparaître une singularité dans le comportement de matériaux à fort coefficient d'érouissage (le cuivre U9 dans notre étude, mais les praticiens citent également les alliages de cuivre) . Une hypothèse pourrait expliquer ce point : le modèle par champ de contraintes ne prend pas en compte l'érouissage, cependant le modèle cinématique établit le rôle fondamental de celui-ci ; les conditions de contraintes au niveau du plan de coupe doivent être affectées par le coefficient d'érouissage et sont probablement défavorables à la fracture lorsque ce coefficient est trop important.

Une étude du comportement du cuivre ou de ses alliages par visioélasticité avec des moyens de mesure numériques devrait permettre de déterminer les contraintes et de confirmer cette hypothèse.

#### 4. Les paramètres technologiques du cisailage.

Nous avons étudié le rôle des quatre paramètres technologiques choisis dans le chapitre I. Nous distinguons leurs influences sur l'écoulement plastique, la fracture ductile, la qualité apparente de la fracture.

##### 4.1. Influence de la vitesse de cisailage.

Un accroissement de la vitesse tend à augmenter légèrement l'effort maximum de cisailage (de 1 à 10 millimètres par seconde) et à réduire le déplacement maximum de la surface libre A et l'angle caractéristique de la zone déformée. D'après les conclusions formulées au paragraphe 2, cette tendance peut être interprétée comme étant une diminution apparente du coefficient d'écrouissage du matériau due vraisemblablement à l'effet de l'échauffement du matériau provoqué par la vitesse.

La pénétration à laquelle les fractures apparaissent augmente avec la vitesse. Il apparaît ainsi que la vitesse diminue l'enfoncement de la surface libre, augmente les déformations de cisaillement et retarde l'apparition des fractures. Ces deux dernières tendances seraient néfastes si elles n'étaient responsables d'une très nette amélioration de la qualité apparente de la fracture obtenue. De ce fait, l'utilisation de vitesses élevées apparaît comme un facteur favorable à condition de s'assurer que le taux d'écrouissage subi par le matériau au voisinage du plan de coupe n'est pas excessif.

##### 4.2. Influence de l'inclinaison de la barre.

L'inclinaison de la barre provoque une diminution de l'effort maximum, du déplacement radial maximum de la surface libre, de la distorsion angulaire de la fibre moyenne, du rapport des microduretés. Ces observations indiquent une diminution des déformations, de l'écrouissage et des efforts. Cependant, la diminution du déplacement radial maximum de la surface libre est compensée par un accroissement de la profondeur de la facette cisailée, si bien que nous n'avons pas observé de diminution notable de la pénétration à la fracture.

La qualité de la fracture est variable entre très bonne et médiocre.

En fait, l'inclinaison de la barre est un paramètre dont le réglage est délicat. S'il est bien adapté au matériau, le résultat obtenu tant en atténuation des déformations qu'en diminution de la pénétration à fracture est important, d'autant plus qu'il permet en même temps d'obtenir une fracture saine.

Il est donc nécessaire de pouvoir mettre au point l'inclinaison de la barre pour chaque fabrication, ce qui nécessite un réglage continu de celle-ci. C'est là le principal problème posé par l'inclinaison de la barre.

#### 4.3. Influence des conditions de pré-serrage.

L'utilisation d'un pré-serrage de la barre n'est vraiment utile qu'en présence d'une inclinaison de celle-ci. Dans le cas d'un serrage axial, l'inclinaison est indispensable pour ne pas provoquer des fractures secondaires en forme de lunules inclinées de 60 à 90° par rapport à la fracture principale.

Nous constatons qu'en présence d'un pré-serrage la profondeur de la facette cisailée augmente, la distorsion de la fibre moyenne augmente pour les barres cylindriques ainsi que le rapport des microduretés. Ceci est conforme aux tendances prévues par le modèle par champ de contraintes : la fracture est retardée au profit du développement de la facette cisailée, les déformations dans la zone de cisaillement augmentent.

La qualité de la fracture est mauvaise en présence d'un serrage axial, n'est pas modifiée en présence d'un serrage radial.

Le serrage axial a donc une influence néfaste sur le procédé à moins qu'il ne soit suffisamment important pour empêcher toute fracture, mais dans ce cas il ne s'agit plus d'un cisailage.

Le serrage radial ne produit pas d'effet bénéfique. Exception faite d'un maintien très étroit de la barre, il n'est pas justifié.

## 5. Synthèse finale.

Cette étude du cisailage nous permet de dégager différentes conclusions touchant aux techniques expérimentales utilisées en laboratoires pour étudier les procédés de mise à forme, à la modélisation théorique du cisailage et à la pratique industrielle du procédé.

### 5.1. Techniques expérimentales.

Quatre points forts se dégagent :

- . les propriétés mécaniques des matériaux doivent être déterminées par des essais mettant en oeuvre des déformations équivalentes : nous utilisons actuellement l'essai de compression car il permet d'atteindre des déformations de l'ordre de 0,8 , alors que l'essai de traction est limité à des déformations de 0,2 , cependant les matériaux subissant une mise à forme atteignent parfois des déformations généralisées de 2 (cas du cuivre en cisailage) ; il y a donc des progrès à réaliser dans la définition d'essais mécaniques mettant en oeuvre de grandes déformations ;
- . l'identification des courbes rationnelles par une loi de comportement rigide plastique écrouissable hyperbolique donne des meilleures prévisions d'efforts et de déformations que par la loi plus classique rigide plastique à écrouissage exponentiel ; ceci confirme, par l'application à un procédé de la loi d'écrouissage hyperbolique, nos précédents travaux sur le test d'anneau et l'essai de compression ;
- . dans le cas du cisailage et exception faite du cuivre, nous confirmons les travaux de GILLEMOT ; la densité d'énergie critique mesurée en traction uniaxiale est une valeur seuil au-delà de laquelle l'écoulement peut présenter une fracture ; nous envisageons de comparer la mesure de la densité d'énergie critique mesurée en traction à celle qui pourrait être obtenue en torsion ;
- . pour l'étude des écoulements non-stationnaires la visioplasticité nous apparaît comme une méthode extrêmement puissante ; elle permet de comprendre les phénomènes en cause grâce au suivi incrémental de l'écoulement ; l'utilisation d'une table de mesure numérique devrait permettre d'atteindre une précision suffisante pour calculer le champ de contraintes, ce qui est indispensable pour comprendre les conditions de fracture par exemple.

## 5.2. Modélisation du cisailage.

Notre modèle cinématique du cisailage à froid de barres rectangulaires ou cylindriques permet de représenter l'écoulement plastique des matériaux réels. Les résultats théoriques sont en bon accord avec les mesures expérimentales correspondantes. Les conditions de fracture sont approchées avec une marge d'erreur admissible, grâce au critère de la densité d'énergie critique, sauf pour le cuivre qui présente un retard très important à l'apparition de la fracture.

## 5.3. Pratique du cisailage.

La conclusion la plus importante de notre étude est l'interprétation du rôle fondamental de l'écrouissage du matériau. Celui-ci régit l'équilibre entre déformation par fléchissement plastique à partir de la surface libre et déformation de cisaillement.

La recherche des conditions les plus favorables au cisailage doit être faite en prenant pour objectif la minimisation du coefficient d'écrouissage du matériau. Nous pensons qu'en procédant de la sorte, il sera possible d'étendre le champ d'utilisation industrielle du cisailage.

## B I B L I O G R A P H I E

## OUVRAGES ET ETUDES GENERALES EN MISE A FORME DES METAUX.

- [1] BAQUE P., FELDER E., HYAFIL J., D'ESCATHA Y.  
 Mise à forme des métaux, calculs par la plasticité.  
 Tomes 1 & 2, Dunod, 1973.
- [2] HILL R. The mathematical theory of plasticity.  
 Oxford Clarendon Press, 1967.
- [3] KOBAYASHI S., THOMSEN E., YANG C.  
 Mechanics of plastic deformation in metal processing.  
 Mac Millan, 1965.
- [4] GUERLEMENT G., LAMBLIN D., OUDIN J., RAVALARD Y.  
 Mise à forme des métaux, calcul des procédés et amélioration  
 des outillages.  
 Revue M, Vol. 22, Décembre 1976, pp 199-266.
- [5] AVITZUR B. Metal Forming, Processes and Analysis.  
 Mac Graw Hill Co, 1968.
- [6] AVENAS P., BAUDELET B., PARNIERE P., SERTOUR G., ZAOUTI A.  
 Mise en forme des métaux et alliages.  
 Editions du C.N.R.S., 1975.
- [7] SHABAIK A.H. and THOMSEN E.G.  
 Computer aided viscoplasticity solution of some deformation  
 problems.  
 Int. Symp. Found. Plast., Warsaw 1972, pp 177-199.
- [8] NORMES FRANCAISES  
 AFNOR-BNS, Tour Europe, Paris, 1976, Tome 5.
- [9] TECHNIQUES DE L'INGENIEUR  
 Tomes Métallurgie, P. BASTIEN & Coll., N° M70, Juillet 1977  
 21, rue Cassette, Paris.
- [10] OUDIN J., RAVALARD Y.  
 Contribution à la détermination des lois de comportement des  
 métaux et des conditions de frottement dans les procédés de  
 mise à forme à froid.  
 Actes du 3ème Congrès Français de Mécanique, Grenoble, Sept. 1977.

## ETUDES EXPERIMENTALES DU CISAILLAGE.

- [11] WATKINS M.T. Bar cropping. A survey.  
National Engineering Laboratory, 1973, pp 1-65.
- [12] BOULGER F.W. Survey on bar cropping.  
I.C.F.G. Report, 1975, pp 1-6.
- [13] I.C.F.G. Bar cropping.  
Rapp. provisoire, 1977, pp 1-61.
- [14] DAS M.K., TOBIAS S.A.  
Recent advances in high speed cropping.  
Metallurgia and Metal Forming, Feb. 1976, pp 47-54.
- [15] ORGAN A.J., MELLOR P.B.  
Some factors affecting the quality of cropped billets.  
Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol. 7, 1967, pp 369-389.
- [16] PEARCE P. MAZHAR A.A.  
Formability of high strength, low alloy steel sheet :  
shearing.  
Metals Technology, 1976, pp 338-343.
- [17] EL HAÏK R., ROGER, VOLMI  
Cisailage de barres à section circulaire.  
Régie Nationale des Usines Renault, Service 0853,  
Rapport Interne, 1974.
- [18] CHANG T.M., SWIFT H.W.  
Shearing of metal bars.  
J. Inst. Metals, Vol. 78, pp 119-146, 1950.
- [19] HERBST U.  
Genauscheren von Werkstoffen zum Kaltfliesspressen.  
wt.-Z. Ind. Fertig., Vol. 60, N° 2, pp 66-70, N° 3,  
pp 131-137, 1970.
- [20] KUDO H., NAKAGAWA T., TAMURA K.  
A survey of round bar cropping.  
Rapport provisoire, Japan Cold Forging Group, 1975.

## ETUDES THEORIQUES DU CISAILLAGE.

- [21] JIMMA T.                    *The theoretical research on the blanking of a sheet material.*  
Bulletin of J.S.M.E., Vol. 6, 1963, pp 568-576.
- [22] HOJO H.                    *Shearing mechanisms of phenolic paper base laminated sheets.*  
Annals of the C.I.R.P., Vol. 14, 1967, pp 409-428.
- [23] WONG V.G., DAS M.K.                    *Analysis of stresses in bar cropping.*  
Preprint of the 15th M.T.D.R. Conference,  
Paper 132, 1974, pp 1-8.
- [24] DOS SANTOS W., ORGAN A.J.                    *Deformation in the ductile fracture processes examined by the viscoplasticity method.*  
Int. J. Mech. Tool. Des. Res., Vol. 13, 1973, pp 217-232.
- [25] BOISSENOT J.M., DUBOIS M., LACHAT J.C.                    *Calcul des structures par la méthode des éléments finis.*  
Mémoires Techniques du CETIM.  
N° 9, Septembre 71, et N° 14, Décembre 1972.

## ETUDES SUR LA FRACTURE DUCTILE.

- [31] HUML P.                    *Le découpage à grande vitesse.*  
                                      *Le Tréfilé, Juillet-Août 1977, pp 127-130.*
- [32] TETELMAN A.S., Mc EVILY A.J.  
                                      *Fracture of structural materials.*  
                                      *J. Wiley & Sons, Inc., 1971.*
- [33] MOHAMDEIM M., VINH T.  
                                      *Ductile fracture in wire drawing process.*  
                                      *C.I.R.P. Annals 1976, Vol. 25/1, pp 169-172.*
- [34] GILLEMOT L.F.                *Criterion of crack initiation and spreading.*  
                                      *Engineering fracture mechanics, Vol. 8, 1976, pp 239-253.*
- [35] FRANCOIS D.                 *Rupture ductile dans un champ de contraintes triaxiales.*  
                                      *3° Colloque mécanique et métallurgie de Tarbes.*  
                                      *17/18 Novembre 1977, Recueil des Conférences, Tome 1.*

