

50376
1979
212

50376
1979
212

N° d'ordre : 460

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

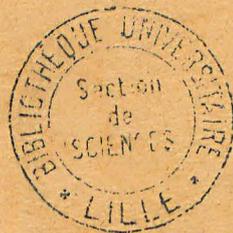
pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Christian ROMBAUT

Ingénieur H.E.I., Docteur - Ingénieur



ETUDE DES GRADATEURS TRIPHASÉS ET D'AUTRES CONVERTISSEURS ALTERNATIF-ALTERNATIF FONCTIONNANT EN COMMUTATION NATURELLE

Soutenue le 6 juillet 1979, devant la Commission d'Examen

MM.	E. GUDEFIN	Président
	G. SEGUIER	Rapporteur
	C. MAIZIERES	Rapporteur
	B. TRANNOY	Rapporteur
	F. NOTELET	Examineur
	A. WIART	Examineur

SCD LILLE 1



D 030 297361 6

50376
1979
212

50376
1979
212

N° d'ordre : 460

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Christian ROMBAUT

Ingénieur H.E.I., Docteur - Ingénieur



ETUDE DES GRADATEURS TRIPHASÉS ET D'AUTRES CONVERTISSEURS ALTERNATIF-ALTERNATIF FONCTIONNANT EN COMMUTATION NATURELLE

Soutenu le 6 juillet 1979, devant la Commission d'Examen

MM.	E. GUDÉFIN	Président
	G. SEGUIER	Rapporteur
	C. MAIZIERES	Rapporteur
	B. TRANNOY	Rapporteur
	F. NOTELET	Examineur
	A. WIART	Examineur

AVANT-PROPOS

Les recherches dont les résultats sont résumés dans ce mémoire ont été effectuées sous la direction de Monsieur le Professeur G. SEGUIER dans le cadre du Laboratoire "Applications des redresseurs de puissance" de l'Université des Sciences et Techniques de Lille. Nous tenons à témoigner notre profonde gratitude à Monsieur SEGUIER qui nous a guidé avec attention et bienveillance tout au long de ce travail.

Nous remercions très vivement Monsieur le Professeur E. GUDEFIN de l'Institut National Polytechnique de Nancy d'avoir accepté de présider le Jury auquel nous soumettons ce mémoire.

Nous exprimons notre profonde gratitude à Monsieur le Professeur C. MAIZIERES qui a suivi avec intérêt l'avancement de notre étude et a accepté d'en examiner les résultats.

Grâce à lui nous avons toujours trouvé au Service Electrotechnique de l'U.E.R. d'I.E.E.A. de l'Université de Lille un excellent accueil et toute l'aide que nous sollicitons.

Nous sommes heureux que Monsieur le Professeur B. TRANNOY de l'Université de Toulouse ait, lui aussi, accepté de juger ce mémoire.

C'est un nouveau témoignage d'amitié que nous donne Monsieur F. NOTELET en participant à ce Jury. Il dirige le Département Génie Electrique de l'I.U.T. de Béthune dans lequel nous avons le plaisir d'exercer notre activité d'enseignant.

Monsieur A. WIART, Directeur Scientifique de la Société Jeumont-Schneider, a suivi notre travail tout au long de son déroulement nous faisant bénéficier de ses conseils et de ses encouragements. Nous sommes heureux qu'il soit là au moment où nous exposons les résultats obtenus.

Nous remercions tous nos collègues de l'I.U.T. de Béthune et de l'U.E.R. d'I.E.E.A. et plus particulièrement Messieurs G. BAUSIERE et J.P. SIX auprès desquels nous avons trouvé une aide très efficace.

Nous exprimons notre vive gratitude à Mademoiselle B. FIEVET, à Monsieur P. LEROY et à Monsieur J. HOUZE qui ont assuré la frappe et la mise en page du texte, aidé à la réalisation des figures, permis la réalisation pratique de ce mémoire.

```
*****  
*  
* INTRODUCTION *  
*  
*****
```

La mise au point puis l'amélioration des caractéristiques des semi-conducteurs de puissance, diodes, thyristors, transistors, ont donné un essor considérable à l'électronique de puissance.

Ces composants travaillent en commutation. Passants, ils ne nécessitent qu'une faible chute de tension pour écouler des courants directs importants. Bloqués, ils peuvent tenir une tension aux bornes élevée tout en ne laissant passer qu'un courant de fuites minime. Ils permettent donc de contrôler le transit de puissances importantes en ne consommant qu'une partie très faible de celles-ci.

Les propriétés des semi-conducteurs de puissance sont à l'origine de très nombreux schémas permettant de réaliser d'une façon entièrement statique des changements de présentation de l'énergie électrique qui étaient auparavant réalisés à l'aide de machines tournantes ou d'appareillages statiques plus onéreux et moins performants.

LES TRANSFORMATIONS

Les semi-conducteurs de puissance fonctionnent de façon typiquement non linéaire, passants ou bloqués il jouent le rôle d'interrupteurs fermés ou ouverts. Les différents schémas proposés en électronique de puissance ne peuvent que modifier la présentation de l'énergie électrique. Il a donc paru intéressant de les classer en fonction de la transformation qu'ils assurent [1]⁽¹⁾.

- *Les montages redresseurs* à diodes réalisent la transformation de l'énergie électrique de la forme alternative à la forme continue. Le rapport de la tension continue aux tensions alternatives est sensiblement constant, il n'est pas réglable.

Les montages redresseurs à thyristors assurent la même transformation, mais ils permettent de faire varier le rapport de la tension continue aux tensions alternatives. Sous certaines conditions, ils peuvent réaliser la transformation inverse, continu-alternatif ; ils fonctionnent alors en onduleurs non autonomes.

- *Les hacheurs* modifient la présentation de l'énergie électrique sous forme continue. Ils permettent l'alimentation d'un récepteur sous une tension continue variable à partir d'une source de tension continue constante.

- *Les gradateurs* changent la présentation de l'énergie se présentant sous forme alternative. A partir d'une source de tension alternative constante, ils alimentent le récepteur sous une tension alternative de même fréquence mais de valeur variable. Ils permettent donc le réglage du courant absorbé par le récepteur.

(1) Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie amenée en fin de mémoire.

- Les *onduleurs autonomes* réalisent la transformation continu-alternatif. A partir d'une source de tension continue ils délivrent une ou plusieurs tensions alternatives. Ils peuvent faire varier la fréquence de celles-ci et, dans certains cas, le rapport de transformation continu-alternatif.

LES REDRESSEURS UTILISES

La mise en oeuvre des montages réalisant les diverses transformations ne s'effectue pas toujours avec la même simplicité. S'il est facile de commander l'entrée en conduction des divers types de redresseurs, leur blocage peut nécessiter l'adjonction d'auxiliaires augmentant considérablement le coût des équipements.

- La *diode* entre en conduction d'elle-même quand le circuit dans lesquels elle est insérée tend à faire circuler un courant dans le sens direct, c'est-à-dire de l'anode vers la cathode. Elle se bloque quand le courant qui la traversait s'annule tendant à devenir négatif.

- Le *thyristor* a une électrode de commande au déblocage, la gâchette. Il ne devient conducteur que lorsque, la tension à ses bornes étant positive, on envoie une impulsion positive de courant dans le circuit gâchette-cathode. Mais une fois conducteur, il ne peut se bloquer, comme la diode, que par annulation de son courant direct.

- Le *triac*, très utilisé pour la réalisation de gradateurs de faible puissance, regroupe en un seul composant l'équivalent de deux thyristors montés tête-bêche. La gâchette permet le déblocage et le passage du courant dans le sens imposé par le circuit dans lequel le triac est monté. Mais l'état bloqué n'est encore retrouvé que lorsque le courant s'annule.

- Le *transistor* de puissance fonctionnant en commutation est plus délicat à mettre en oeuvre que les composants précédents. Mais il présente la supériorité de permettre la commande de son blocage. L'envoi d'un courant continu dans le circuit base-émetteur permet au courant principal de passer du collecteur à l'émetteur avec une très faible chute de tension. La suppression du courant de commande "ouvre" le circuit principal.

LES COMMUTATIONS. PARTICULARITE DES GRADATEURS

En réalité on ne peut dissocier le blocage d'un redresseur de la disparition du courant de la branche dans laquelle il est inséré : c'est le problème des commutations [2]. On appelle commutation le transfert du courant d'une branche dans une autre par l'ouverture de l'une et la fermeture de l'autre.

La commutation est dite *naturelle* quand le courant s'annule de lui-même dans la voie à ouvrir avant que ne se ferme la voie où il passera ensuite ; c'est évidemment la plus facile.

La commutation est *assistée* quand le courant n'est pas nul dans la voie à ouvrir mais le montage est tel que le déblocage d'un redresseur fait apparaître une tension, dite tension de commutation, qui assure le transfert du courant de la voie où il passait à celle où le redresseur déblocqué le fera passer ensuite. Ce type de commutation ne nécessite pas l'addition d'éléments supplémentaires à ceux apparaissant sur le schéma de principe du montage.

La commutation est *forcée* quand il faut bloquer les redresseurs à la fin de leur phase normale de conduction et que ce blocage n'est pas automatiquement entraîné par l'entrée en débit du redresseur suivant. Il faut alors ajouter des circuits auxiliaires de commutation comportant des condensateurs, souvent des inductances et des thyristors auxiliaires.

- Dans les montages redresseurs travaillant en conduction discontinue, les commutations sont naturelles. D'ordinaire la conduction est continue et les commutations sont assistées par le réseau alternatif. C'est lui qui fournit au circuit formé par la branche à ouvrir et celle qui vient de se fermer une tension qui assure le transfert du courant de la première dans la seconde. C'est le phénomène bien connu de l'empiétement.

- Dans les hacheurs et les onduleurs autonomes les commutations sont presque toujours forcées. Cela tient à la nature de la source qui continue, tend à provoquer le maintien de la conduction des redresseurs passants. Il faut ajouter des auxiliaires de commutation.

Dans les hacheurs, par exemple, à l'aide de diodes de "roue libre", on offre un autre passage au courant qui traversait le redresseur à éteindre. Cela permet de réduire le rôle des auxiliaires au maintien pendant un temps suffisant d'une tension négative aux bornes du redresseur à bloquer.

On peut alors, pour les équipements de faible et moyenne puissance, remplacer les thyristors par des transistors qui ont des temps de blocage beaucoup plus courts.

Ce bref rappel permet de situer les particularités des *gradateurs* et autres régulateurs de courants alternatifs auxquels ce mémoire est consacré.

Les gradateurs qu'ils soient à thyristors, à thyristors et à diodes ou à triacs, utilisent la possibilité offerte par la nature alternative des courants à leur entrée et à leur sortie et fonctionnent *en commutation naturelle*. Les redresseurs se bloquent par annulation naturelle des courants.

Les gradateurs, même s'ils donnent lieu à des calculs compliqués sont donc des montages très simples. En dehors des circuits de déclenchement par les gâchettes, ils ne nécessitent aucun composant autre que ceux représentés sur les schémas de principe.

Cette simplicité explique en partie le nombre réduit d'études qui leur ont été consacrées, alors qu'elle leur a permis de se généraliser dans les équipements les plus courants d'utilisation à des fins domestiques ou industrielles de l'énergie électrique fournie par le réseau.

LES ETUDES SUR LES GRADATEURS

Si son fonctionnement en commutation naturelle rend très aisée la réalisation du gradateur elle rend très vite compliqués les calculs qui s'y rapportent. La fin de l'intervalle de conduction de chaque redresseur, n'étant pas imposée par le déblocage du redresseur suivant, dépend de l'instant de son propre déblocage et des caractéristiques du récepteur. Les études sont de ce fait plus compliquées que celles portant sur la seule partie puissance des montages à commutation assistée ou forcée.

Etudes portant sur les gradateurs proprement dits

• LECORGUILLIER [3], [4] semble avoir le premier donné une étude quantitative sérieuse du *gradateur monophasé* et montré la lourdeur des calculs conduisant aux caractéristiques.

Le débit sur récepteur résistant et inductif a été repris par TAKEUCHI [5] et SHEPHERD [6] en 1965. Depuis, quelques travaux ont porté sur ce type de charge soit alimentée directement [7], [8], soit par l'intermédiaire d'un transformateur [9], [10].

Les débits du gradateur monophasé sur récepteur résistant et capacitif [11] ou résistant, inductif et capacitif [12] ont été examinés plus récemment.

KHALIFA [13] a complété l'étude du gradateur monophasé débitant sur un récepteur du type R - L en précisant l'influence de l'impédance du réseau d'alimentation sur le fonctionnement et les caractéristiques.

Une autre série d'études [14], [15] a porté sur la commande dissymétrique des deux thyristors constituant un gradateur monophasé. Leur but était d'examiner s'il n'était pas possible d'améliorer le facteur de puissance sous lequel la puissance est prise au réseau alternatif. Les résultats sont assez décevants [16], [17] et ont montré qu'une amélioration notable des performances nécessitait le recours à la commutation forcée.

. Le fonctionnement *en commutation forcée* du gradateur monophasé débitant sur résistance pure [18], puis sur résistance et inductance [19], a été étudié théoriquement par BLAND. L'amélioration des performances par rapport à la marche en commutation naturelle a été mise en évidence par REVANKAR [20] et KRISHNAMURTHY [21].

Mais cette amélioration ne nous semble pas justifier l'abandon de ce qui fait le principal avantage du gradateur normal, son fonctionnement en commutation naturelle.

. On rattache souvent à la technique des onduleurs, l'alimentation *par intermittence* du récepteur. On utilise toujours deux thyristors montés en parallèle inverse mais on les rend conducteurs pendant un certain nombre d'alternances complètes du courant alternatif ; puis on supprime les signaux de commande, le thyristor conducteur s'éteint quand son courant direct s'annule ; au bout de quelques périodes, on déclenche à nouveau les thyristors.

Ce mode de fonctionnement et notamment les harmoniques générés ont été étudiés par SHEPHERD et GALLAGHER lorsque le récepteur est purement résistant [22], [23], lorsque le récepteur est résistant et inductif [24], lorsque les thyristors alimentent un montage redresseur monophasé [25].

Bien qu'utilisant le même groupement de redresseurs et fonctionnant en commutation naturelle, l'alimentation par intermittence relève plus directement de l'emploi des interrupteurs statiques à cadence de fermeture réglable et élevée.

. Si le gradateur monophasé a donné lieu à d'assez nombreuses études, il n'en est pas de même des *gradateurs triphasés*. C'est sur ces derniers et sur leurs applications que nous travaillons depuis plusieurs années. Il existe trois sortes de gradateurs triphasés : le gradateur à six thyristors, le gradateur mixte à trois thyristors et trois diodes, le groupement en triangle de trois unités monophasées. Après avoir étudié le fonctionnement du premier lorsqu'il débite sur résistances pures [26], nous avons considéré le débit des trois types sur récepteur résistant et inductif [27], ce qui nous a permis de les comparer [28]. Nous avons aussi traité le cas de la charge résistante et capacitive [29], [30].

Les trois gradateurs triphasés présentent de nombreuses variantes. Pour éviter de refaire des calculs apparemment différents mais en fait équivalents, nous avons montré la possibilité de transfiguration des récepteurs [31]. Le gradateur étudié par SPOONER [32] est une variante du gradateur mixte. Le calcul du débit sur inductance du gradateur tout thyristors effectué par SEN [33] n'est qu'un cas particulier de notre étude générale [27].

Etudes portant sur les applications

Outre l'application directe des études portant sur les gradateurs débitant sur récepteur passif résistant ou résistant et inductif et permettant le réglage continu du courant, un certain nombre de travaux ont été consacrés à des applications particulières.

. La rapidité de réponse des gradateurs triphasés leur permet de régler le débit d'une source de puissance réactive pour assurer la *compensation rapide* des effets des brusques variations d'un récepteur. On peut ainsi stabiliser la tension, réduire les harmoniques de celle-ci, améliorer le facteur de puissance et éventuellement compenser un déséquilibre.

Pour réaliser cette compensation on ne peut utiliser l'alimentation par un vrai gradateur d'une batterie de condensateurs dont on ferait varier le réactif créé par action sur le retard au déblocage des redresseurs. Le branchement d'un condensateur alors que la tension à ses bornes diffère de celle du réseau entraîne une pointe de courant prohibitive.

Deux types de solutions ont été proposées

- La première, avancée par FRANK [34], [35] et LUDBROOK [36] consiste à connecter ou déconnecter statiquement un nombre variable de condensateurs initialement préchargés à la valeur de crête de la tension du réseau. Le gradateur fonctionne en contacteur statique à instant de fermeture imposé.

- La seconde, qui semble la plus performante, utilise des condensateurs qui branchés en permanence créent une puissance réactive constante ; en parallèle on monte des inductances dont on règle la consommation de réactif par un vrai gradateur à thyristors. Par action sur le réactif absorbé on règle le réactif créé par l'ensemble. Parmi les études consacrées à ce procédé signalons celles de JAEGER et KNUTH [37], de GYUGYI [38], la thèse de GRANDPIERRE [39]. La S.E.E. vient de consacrer une journée d'études à cette question [40], [41].

. *La variation de vitesse du moteur asynchrone* alimenté par le réseau triphasé par l'intermédiaire d'un gradateur a fait l'objet de nombreuses études. Citons parmi les premières celles de LIPO [42] et de HAYASHI [43].

L'étude du fonctionnement est compliquée car le montage travaillant en commutation naturelle, la fin des intervalles de conduction des redresseurs est fonction de la machine. Aussi la détermination des caractéristiques fait appel aux méthodes d'intégration numérique [44], [45] ou à la réponse harmonique [46] ou à la simulation.

Les performances, médiocres avec un gradateur tout thyristors, sont pires avec un gradateur mixte [47]. SIX [48] a montré que la médiocrité des performances dans le premier cas tenait moins à l'emploi du gradateur qu'au principe qu'il met en oeuvre, l'accroissement du glissement par réduction de la tension. Avec SEGUIER [49] il a montré quelles devaient être les caractéristiques de la machine pour que le réglage de la vitesse soit stable. Ensemble [50] nous avons indiqué comment il faut déclasser le moteur pour que la réduction de tension par gradateur n'aggrave que peu les défauts du procédé.

Au lieu de faire varier la tension, on peut obtenir le même résultat en alimentant le moteur par intermittence. Les thyristors travaillent alors en contacteur statique. BOULIER [51], à la fin de sa thèse, donne une bibliographie complète des études consacrées à ce procédé de commande.

. Pour obtenir des tensions redressées variables de très faible ou de très forte valeur en redressant les tensions secondaires d'un transformateur avec des thyristors, il faut que ceux-ci soient aptes à écouler des courants directs très forts ou à bloquer des tensions très élevées. Il se révèle alors préférable d'utiliser un *gradateur en amont du transformateur alimentant un montage redresseur à diodes*. On règle la tension redressée par les tensions d'entrée du transformateur.

PERRIN et SCHONHOLZER [52] ont étudié les schémas utilisant des gradateurs monophasés en série avec les phases primaires du transformateur couplés en triangle. Nous montrerons qu'il est préférable d'utiliser des gradateurs triphasés alimentant un primaire en étoile et donnerons un intéressant exemple d'application du gradateur mixte.

. Il existe beaucoup d'autres applications des gradateurs. La multiplication de fréquence par convertisseurs statiques travaillant en commutation naturelle fait actuellement l'objet de plusieurs études dans notre Laboratoire. Parmi les solutions possibles, il y a le doublement de la fréquence à l'aide de gradateurs triphasés mixtes.

PRESENTATION DU MEMOIRE

. La première partie de ce mémoire est consacrée à l'étude quantitative des gradateurs triphasés débitant sur un récepteur équilibré linéaire résistant, inductif ou résistant et inductif.

Afin de pouvoir procéder à une comparaison des montages possibles, analogue à celle effectuée par SEGUIER pour les montages redresseurs, nous avons calculé et tracé toutes les caractéristiques. Les planches sur lesquelles nous les avons reproduites sont groupées à la fin de cette première partie.

L'établissement des relations donne souvent lieu à des calculs très lourds. Nous les avons abrégés le plus possible en nous efforçant toutefois de présenter toutes les étapes successives de leur déroulement.

Après un bref rappel sur le gradateur monophasé à deux thyristors (Chap. 1), nous indiquons le fonctionnement et les caractéristiques

- du gradateur triphasé tout thyristors (Chap. 2),
- du gradateur triphasé mixte (Chap. 3),
- du groupement en triangle de trois gradateurs monophasés (Chap. 4).

Le chapitre 5 est consacré aux nombreuses variantes de ces trois montages de base. Pour chaque variante, on a indiqué les conditions d'emploi, les avantages et les inconvénients.

. La deuxième partie traite d'exemples d'applications.

Dans le chapitre 6, nous comparons les trois gradateurs triphasés et indiquons comment choisir le montage à employer compte tenu de la nature du récepteur, de sa puissance, de l'importance à attacher aux harmoniques des courants pris au réseau de distribution.

Les performances du gradateur mixte étant les plus mauvaises, il est relativement peu utilisé dans les applications usuelles. Mais nous indiquons deux montages plus originaux mettant à profit ses particularités.

Le premier (Chap. 7) montre l'intérêt qu'il présente pour l'obtention de très basses tensions continues variables lorsqu'on l'emploie pour régler la tension primaire d'un transformateur abaisseur dont on redresse les tensions secondaires par de simples diodes.

Le second (Chap. 8) indique comment en associant convenablement deux gradateurs mixtes on peut supprimer les harmoniques pairs des courants pris au réseau et, au contraire, supprimer le fondamental et les harmoniques impairs des tensions de sortie. On obtient ainsi un doubleur de fréquence triphasé.

Dans ces deux montages, les redresseurs présentent certains modes de fonctionnement différents de ceux trouvés dans la première partie mais ils travaillent toujours en commutation naturelle et assurent une transformation alternatif-alternatif.

CHAPITRE 1

 * GRADATEUR MONOPHASE TOUT THYRISTORS *

Le gradateur est formé de deux thyristors ⁽¹⁾ Th et Th' connectés en parallèle inverse. Il est branché (Fig. 1.1) entre la source de tension sinusoïdale v, d'impédance interne supposée négligeable et le récepteur de résistance R et d'inductance L.

$$v = V_m \sin \theta,$$

avec $\theta = \omega t$ et $\omega T = 2\pi$,

$$V_m = V \sqrt{2}, \quad V \text{ désignant la valeur efficace de } v.$$

Le récepteur, traversé par le courant i, a une tension aux bornes v'. On le caractérise par son impédance Z et son argument φ en régime sinusoïdal

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}, \quad \varphi = \text{arc tg } \frac{L\omega}{R} = \text{arc tg } Q.$$

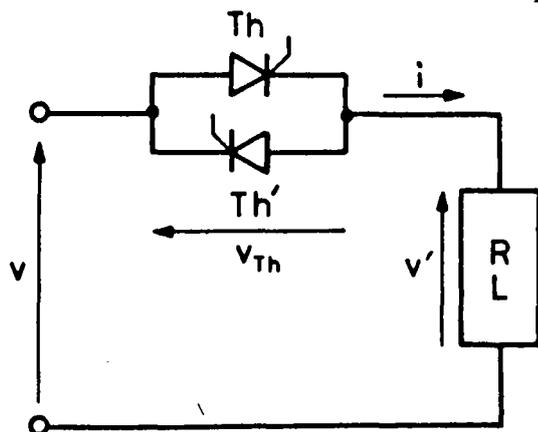


Fig. : 1.1.

Les thyristors sont déclenchés à des intervalles de temps égaux à une demi-période de la tension d'alimentation, le thyristor Th pour $\theta = \psi$, Th' pour $\theta = \psi + \pi$.

Dans ces conditions la demi-onde positive est identique au signe près à la demi-onde négative ; il suffit donc de suivre le fonctionnement pendant une demi-période.

$$i(\theta + \pi) = -i(\theta)$$

$$v'(\theta + \pi) = -v'(\theta).$$

I. ETUDE DU FONCTIONNEMENT

Pour $\theta = \psi$, le thyristor Th reçoit une impulsion de déblocage. Si v est positif, ce redresseur devient conducteur. A partir de cet instant,

$$v' = v \quad ; \quad v_{Th} = 0$$

Le courant i, donné par l'équation

$$R i + L\omega \frac{di}{d\theta} = V_m \sin \theta,$$

a pour expression

$$i = \frac{V_m}{Z} \sin(\theta - \varphi) - \frac{V_m}{Z} \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{(\theta - \psi)}{Q}}$$

(1) Pour les faibles puissances les deux thyristors sont remplacés par un triac.

Le thyristor s'éteint naturellement pour $\theta = \theta_1$ donné par la relation

$$\sin(\theta_1 - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{Q}} = 0 \quad (1)$$

Suivant la valeur de ψ , deux cas sont à distinguer.

1^{er} cas : $0 < \psi < \varphi$.

Si $0 < \psi < \varphi$, $\sin(\theta_1 - \varphi) < 0$, donc $\theta_1 > \pi + \varphi$ et $\theta_1 > \pi + \psi$.

Lorsque les impulsions de déblocage sont envoyées à Th' , soit pour $(\pi + \psi)/\omega$, le thyristor Th est encore conducteur. Le fonctionnement ne peut être qu'anormal puisque la demi-onde négative ne peut être égale, au signe près, à la demi-onde positive.

- Si l'impulsion de déblocage est de très courte durée, Th' ne s'amorce jamais. Le courant traversant le récepteur est unidirectionnel, le gradateur fonctionne en montage redresseur mono-alternance contrôlé.

- Si les redresseurs sont commandés par des créneaux larges ou des rafales d'impulsions, les signaux envoyés sur la gâchette de Th' ne peuvent le débloquent pour $\theta = \pi + \psi$. Mais à l'instant θ_1/ω , Th se bloque naturellement et Th' recevant encore ses signaux de déblocage se met à conduire. On a alors $v' = v$ et le courant i conserve la même expression que lorsque Th était conducteur. De même, le débit de Th reprendra au passage suivant de i par zéro.

Les deux thyristors étant conducteurs chacun à leur tour, le gradateur équivaut à un interrupteur fermé. Après quelques périodes, le courant i est sinusoïdal et a pour expression

$$i = \frac{V_m}{Z} \sin(\theta - \varphi)$$

ψ inférieur à φ correspond donc soit à un fonctionnement anormal du gradateur, soit à une zone où on ne peut modifier la valeur du courant dans le récepteur.

2^{ème} cas : $\varphi \leq \psi \leq \pi$.

Si ψ est compris entre φ et π , $\sin(\theta_1 - \varphi) > 0$, $\theta_1 < \pi + \varphi$ donc $\theta_1 < \pi + \psi$. Le thyristor Th s'éteint naturellement avant le déclenchement de Th' .

Pour $\theta_1 < \theta < \pi + \psi$, Th est bloqué, Th' non encore débloquent :

$$i = 0 ; v' = 0 ; v_{Th} = v.$$

A l'instant $(\pi + \psi)/\omega$, la tension $-v_{Th}$ aux bornes de Th' est positive, son signal de déblocage entraîne l'entrée en conduction de ce redresseur : une onde négative de courant i , identique au signe près à celle due au débit de Th , traverse le récepteur.

On a tracé (fig. 1.2) les formes d'ondes de la tension v' , du courant i et de la tension v_{Th} pour $\varphi = 60^\circ$ et $\psi = 90^\circ$ par exemple.

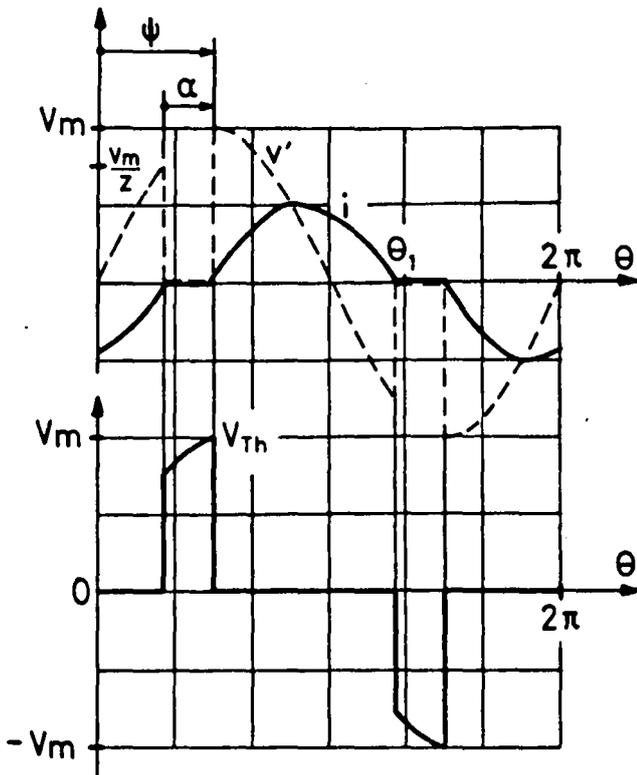


Fig. 1.2

Le fonctionnement du montage en vrai gradateur suppose $\psi \geq \varphi$. Pour éviter l'envoi d'impulsions prématurées, surtout dans le cas où l'argument φ du récepteur est variable, il est intéressant de compter le retard au déblocage, non par rapport au zéro de la tension, mais par rapport à l'instant où le thyristor est susceptible d'être déblocqué, c'est-à-dire l'instant où la tension à ses bornes devient positive.

On appelle l'angle correspondant *angle pratique de commande*. Si on le désigne par α , il est ici donné par

$$\alpha = \pi + \psi - \theta_1.$$

II. CARACTERISTIQUES

Afin d'évaluer les performances du montage, il est nécessaire de calculer les valeurs efficaces de la tension aux bornes du récepteur et du courant qui le traverse, ainsi que le développement en série de ces deux grandeurs.

II.1. Valeur efficace de la tension v'

La valeur efficace V' de la tension aux bornes du récepteur varie de façon continue de V à 0 quand ψ varie de φ à π . V' est donné par

$$V'^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} v'^2 d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} v_m^2 \sin^2 \theta d\theta.$$

$$V'^2 = \frac{v^2}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} (1 - \cos 2\theta) d\theta = \frac{v^2}{\pi} \left[\theta_1 - \psi - \frac{\sin 2\theta_1 - \sin 2\psi}{2} \right]$$

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \left(\theta_1 - \psi - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_1 - \sin 2\psi) \right)},$$

L'angle θ_1 étant calculé pour chaque valeur de ψ et de φ par la relation (1).

II.2 Valeur efficace du courant

La valeur efficace I du courant traversant le récepteur se calcule ainsi :

$$I^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} i^2 d\theta = \frac{V_m^2}{\pi Z^2} \int_{\psi}^{\theta_1} \left(\sin(\theta-\varphi) - \sin(\psi-\varphi) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{Q}} \right)^2 d\theta.$$

Donc :

$$\begin{aligned} \frac{I^2}{V^2/Z^2} &= \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} \left[\sin^2(\theta-\varphi) + \sin^2(\psi-\varphi) e^{-\frac{2(\theta-\psi)}{Q}} - 2 \sin(\theta-\varphi) \sin(\psi-\varphi) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{Q}} \right] d\theta. \\ &= \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{2} \theta - \frac{1}{2} \sin 2(\theta-\varphi) - \frac{Q}{2} \sin^2(\psi-\varphi) e^{-\frac{2(\theta-\psi)}{Q}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2Q^2 \sin(\psi-\varphi)}{1+Q^2} \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta-\varphi) + \cos(\theta-\varphi) \right) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{Q}} \right]_{\psi}^{\theta_1} \end{aligned}$$

D'où l'expression de I :

$$I = \frac{V}{\pi Z} \left[\theta_1 - \psi - \frac{\sin 2(\theta_1 - \varphi)}{2} + \frac{\sin 2(\psi - \varphi)}{2} + Q \sin^2(\psi - \varphi) \left(1 - e^{-\frac{2(\theta_1 - \psi)}{Q}} \right) \right. \\ \left. + \frac{4Q^2}{1+Q^2} \sin(\psi - \varphi) \left[\left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_1 - \varphi) + \cos(\theta_1 - \varphi) \right) e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{Q}} - \frac{\sin(\psi - \varphi)}{Q} - \cos(\psi - \varphi) \right] \right]^{1/2}$$

II.3 Développement en série de la tension v'

L'alternance négative de la tension v' reproduisant au signe près son alternance positive, le développement en série de v' ne comprend que des harmoniques impairs.

$$v' = V'_{1m} \sin(\omega t + \alpha_1) + V'_{3m} \sin(3\omega t + \alpha_3) + \dots + V'_{(2k+1)m} \sin((2k+1)\omega t + \alpha_{2k+1}) \dots$$

avec

$$\begin{aligned} A_{2k+1} &= \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} v' \sin(2k+1)\theta d\theta ; B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} v' \cos(2k+1)\theta d\theta \\ V'_{(2k+1)m} &= \sqrt{A_{2k+1}^2 + B_{2k+1}^2} ; \operatorname{tg} \alpha_{2k+1} = \frac{B_{2k+1}}{A_{2k+1}} \end{aligned}$$

L'harmonique de rang 2k+1 a une valeur efficace qui rapportée à celle V de la tension d'alimentation est donnée par

$$\frac{V'_{2k+1}}{V} = \frac{1}{V} \sqrt{\frac{1}{2}(A_{2k+1}^2 + B_{2k+1}^2)}$$

- Valeur de A_{2k+1}

$$\begin{aligned} A_{2k+1} &= \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} v \sqrt{2} \sin \theta \sin(2k+1)\theta \, d\theta \\ &= \frac{v \sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} (\cos 2k\theta - \cos 2(k+1)\theta) \, d\theta \end{aligned}$$

Donc

$$A_{2k+1} = \frac{v \sqrt{2}}{\pi} \left[\frac{\sin 2k\theta_1 - \sin 2k\psi}{2k} - \frac{\sin 2(k+1)\theta_1 - \sin 2(k+1)\psi}{2(k+1)} \right] ;$$

en particulier, pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{v \sqrt{2}}{\pi} \left[\theta_1 - \psi - \frac{1}{2} (\sin 2\theta_1 - \sin 2\psi) \right]$$

- Valeur de B_{2k+1}

$$\begin{aligned} B_{2k+1} &= \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} v \sqrt{2} \sin \theta \cos (2k+1)\theta \, d\theta \\ &= \frac{v \sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} [\sin 2(k+1)\theta - \sin 2k\theta] \, d\theta \end{aligned}$$

Donc

$$B_{2k+1} = \frac{v \sqrt{2}}{\pi} \left[\frac{\cos 2(k+1)\psi - \cos 2(k+1)\theta_1}{2(k+1)} - \frac{\cos 2k\psi - \cos 2k\theta_1}{2k} \right] ;$$

en particulier $B_1 = \frac{v \sqrt{2}}{2\pi} (\cos 2\psi - \cos 2\theta_1)$

- Valeur de I_{2k+1}

La valeur efficace de l'harmonique de rang $2k+1$ du courant i se déduit aisément de celle de l'harmonique correspondant de la tension v' . Il suffit de diviser par l'impédance présentée pas le récepteur à une tension de pulsation $(2k+1)\omega$.

$$\begin{aligned} \frac{I_{2k+1}}{V/Z} &= \frac{V'_{2k+1}}{\sqrt{R^2 + L^2(2k+1)^2\omega^2}} \times \frac{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}{V} \\ &= \frac{V'_{2k+1}}{V} \cdot \frac{\sqrt{1+Q^2}}{\sqrt{1+(2k+1)^2Q^2}} \end{aligned} \quad (2)$$

II.4 Tracé des caractéristiques. Conclusions

- On a tracé (Planches 1.1 et 1.2) les variations, pour ψ allant de φ à π , de l'angle pratique de commande α , de la valeur efficace V' de la tension v' rapportée à V , de celle I du courant rapportée à V/Z , de celles du fondamental V'_1 et des premiers harmoniques V'_3, V'_5, V'_7 de la tension v' rapportées à V .

Les tracés ont été effectués pour $\varphi = 0$ (récepteur purement résistant), $\varphi = \pi/12, \varphi = \pi/6, \varphi = \pi/4, \varphi = \pi/3, \varphi = 5\pi/6$ et $\varphi = \pi/2$ (récepteur purement inductif).

Il a semblé inutile de montrer l'évolution des harmoniques du courant i puisqu'ils se déduisent de ceux de la tension v' par la relation (2). De plus, du moins si on adopte une échelle unique, les courbes sont difficilement lisibles car, plus le récepteur est inductif plus l'importance des harmoniques du courant diminue.

- Les caractéristiques de tension montrent que, dès que le récepteur est inductif, pour les fortes valeurs de ψ les harmoniques de la tension v' sont plus forts que son fondamental. Ainsi, pour φ supérieur à $\pi/6, V'_3$ est plus grand que V'_1 pour toutes les valeurs de V'/V inférieures à 0,5.

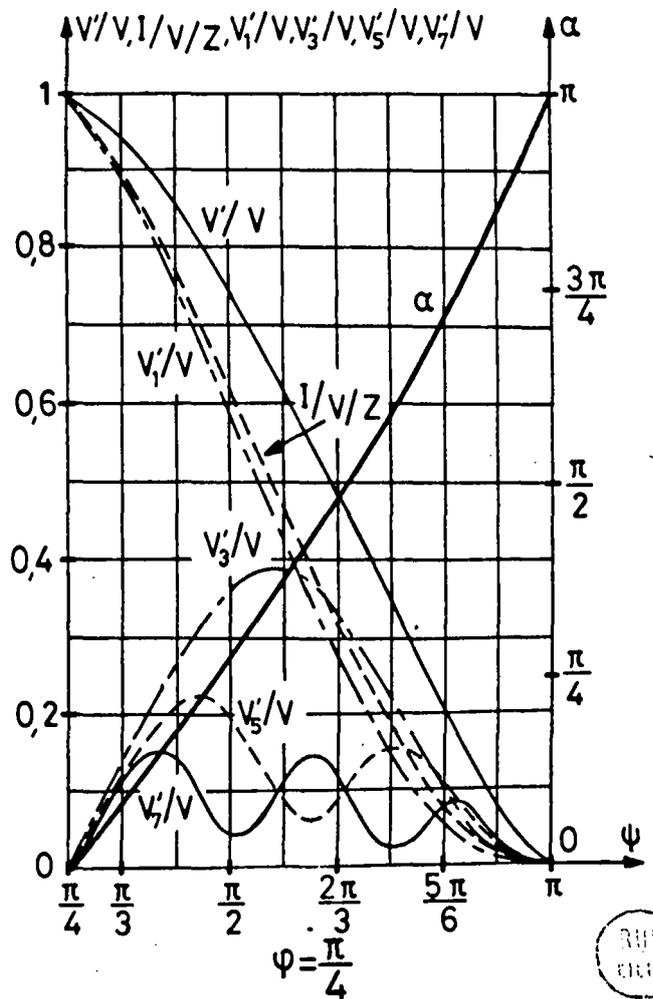
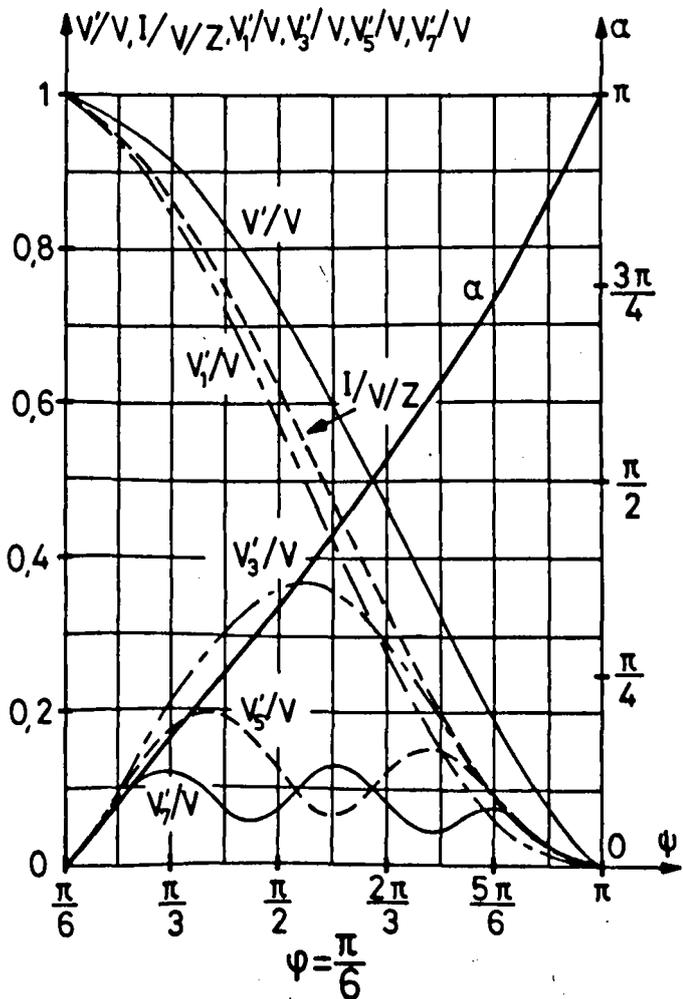
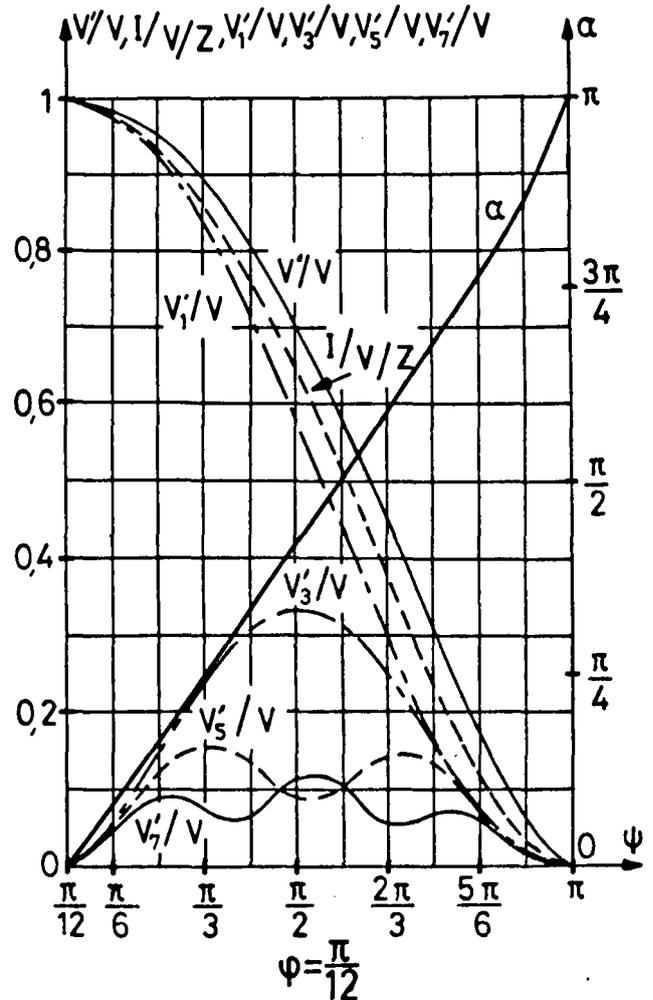
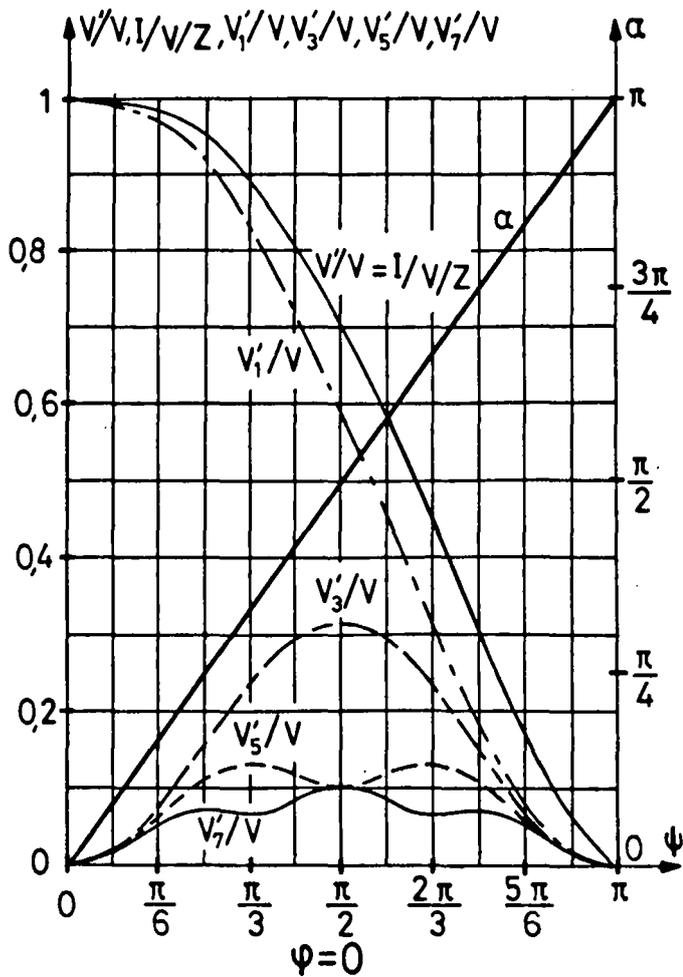
On remarque que les caractéristiques varient beaucoup en fonction de l'argument du récepteur lorsque celui-ci est faible. Au contraire dès que φ est fort, les caractéristiques correspondantes sont rapprochées.

- La caractéristique de courant $I/V/Z$ qui coïncide avec celle donnant V'/V pour $\varphi = 0$, se rapproche de plus en plus de la courbe donnant V'_1/V au fur et à mesure que φ croît. Si on avait tracé les variations de $I_1, I_3, I_5 \dots$ elles montreraient que durant tout l'intervalle $\varphi < \psi < \pi$, le fondamental est supérieur aux harmoniques.

- La caractéristique donnant l'angle pratique de réglage α en fonction de ψ montre l'intérêt de la commande par α . Quel que soit l'argument du récepteur, la tension V' passe de 0 à V quand on fait varier α de π à 0.

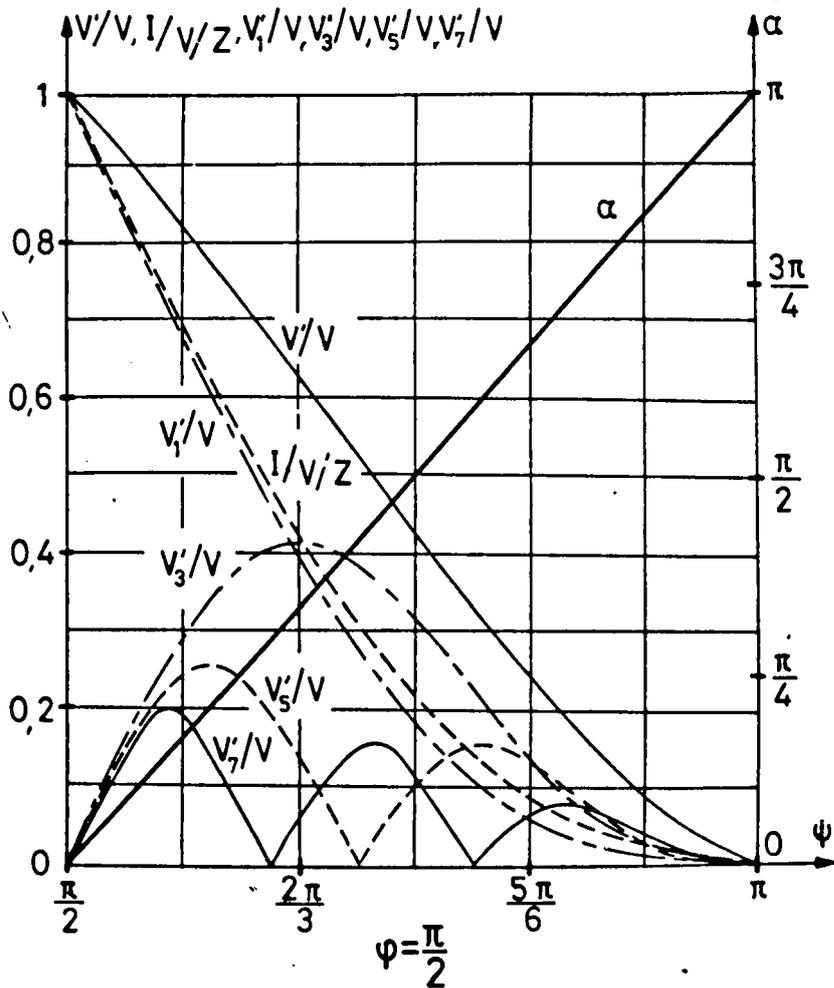
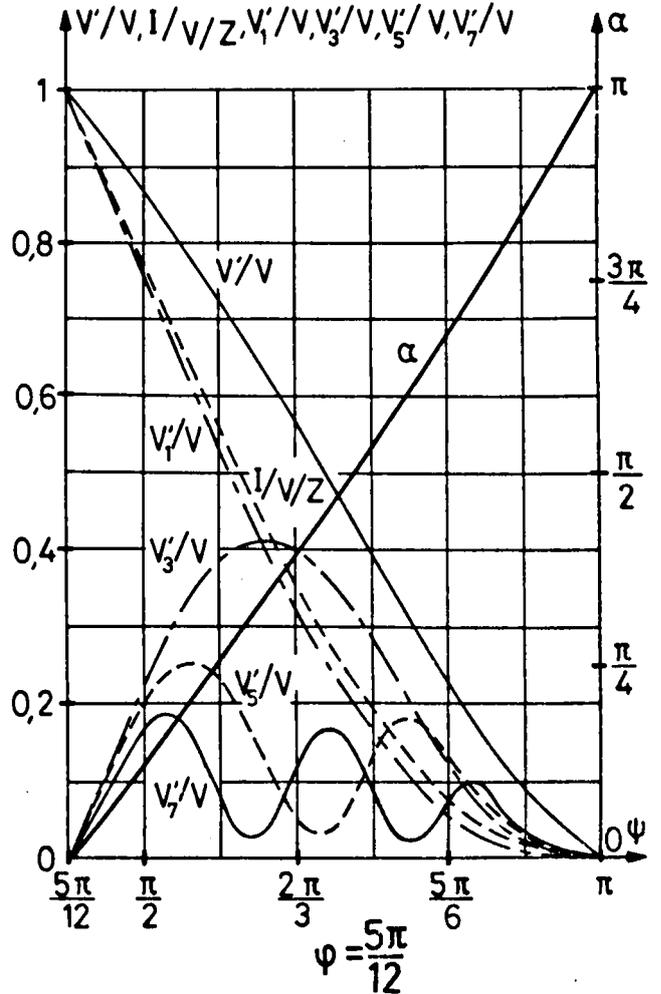
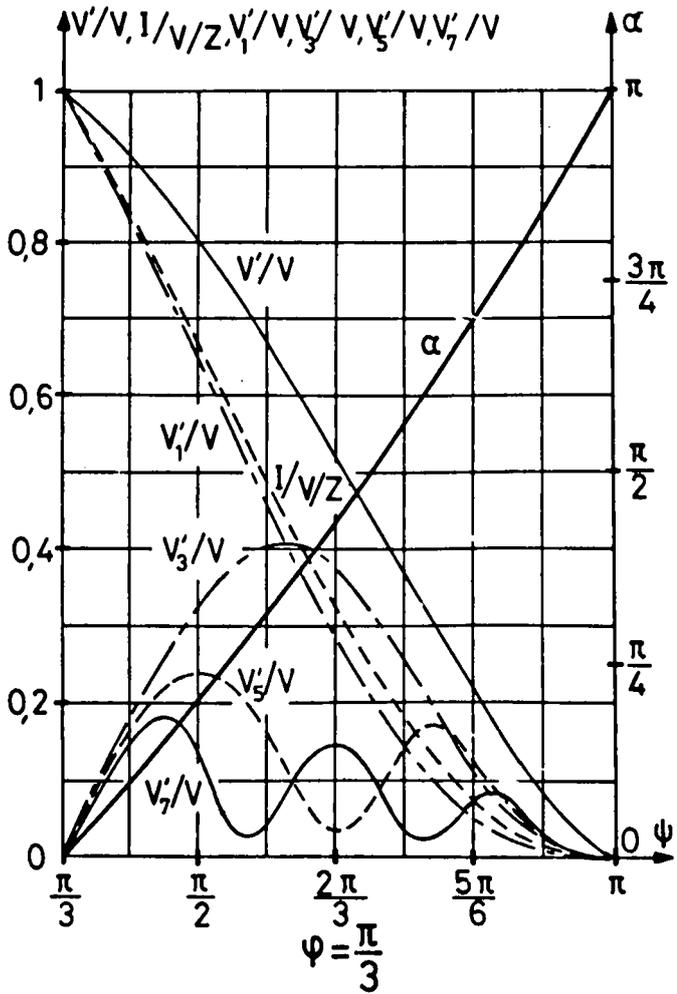
Non seulement on évite le risque d'impulsions prématurées mais on conserve une plage de réglage constante et égale à π pour toutes les charges.

Remarque : Le courant efficace dans chaque thyristor est égal à $I/\sqrt{2}$. La tension maximale à ses bornes est égale à $V\sqrt{2}$.



Grad. Monophasé Caractéristiques





Grad. Monophasé Caractéristiques

CHAPITRE 2

:--:--:--:--:--:

```

*****
**                                     **
**   GRADATEUR TRIPHASE TOUT THYRISTORS   **
**                                     **
*****
    
```

Le gradateur triphasé tout thyristors est formé de trois groupes de deux thyristors Th_A et Th'_A , Th_B et Th'_B , Th_C et Th'_C connectés en parallèle inverse. Il est interposé entre la source triphasée et le récepteur d'abord supposé couplé en étoile (Fig. 2.1).

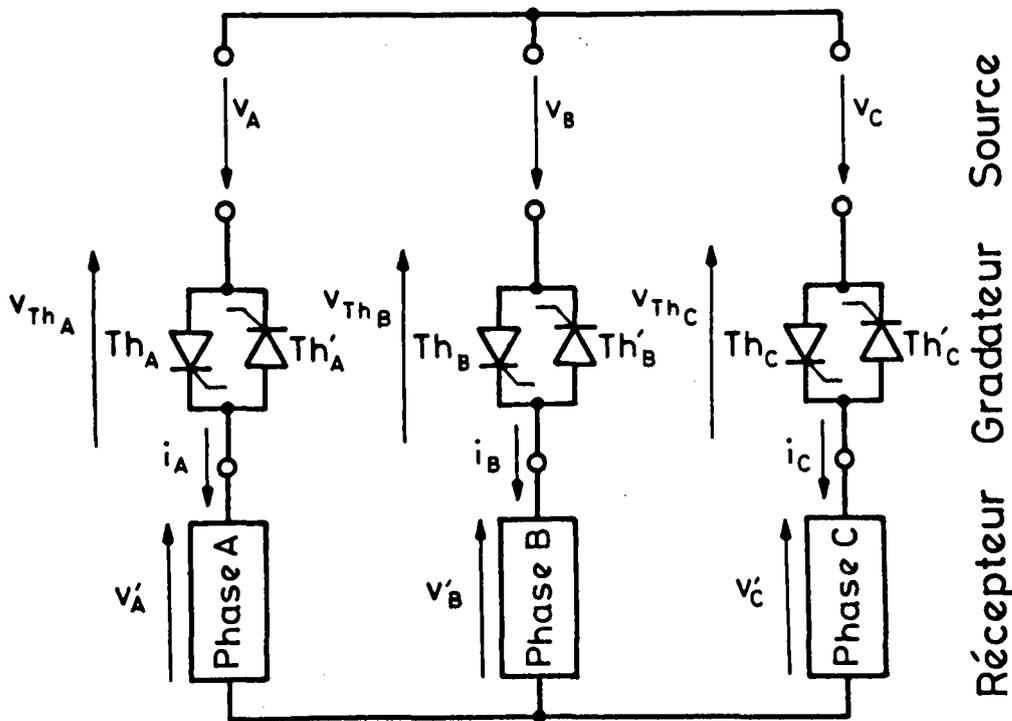


Fig. 2.1.

- On désigne par v_A , v_B , v_C les tensions simples sinusoïdales de pulsation ω fournies par le réseau dont on néglige l'impédance

$$v = V_m \sin\theta ; v_B = V_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) ; v_C = V_m \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}),$$

avec $\theta = \omega t$ et $V_m = V \sqrt{2}$,

V étant la valeur efficace des tensions d'alimentation. Les tensions aux bornes des phases du récepteur sont notées v'_A , v'_B , v'_C ; les courants qui les traversent sont i_A , i_B , i_C . On désigne par v_{Th_A} , v_{Th_B} , v_{Th_C} les tensions aux bornes des trois groupes de thyristors.

- Les thyristors sont déblocués à des intervalles de temps égaux de un sixième de période dans l'ordre suivant :

$$Th_A, Th'_C, Th_B, Th'_A, Th_C, Th'_B.$$

On repère le retard à l'amorçage par l'angle ψ : le thyristor Th_A est déclenché pour $\theta = \psi$.

- Le montage étant symétrique, les mêmes phénomènes se reproduisent dans les trois phases à $2\pi/3$ ou $4\pi/3$ près. De plus les thyristors Th'_A, Th'_B et Th'_C étant déclenchés avec un retard de π/ω par rapport aux thyristors Th_A, Th_B et Th_C , les courants dans le récepteur, les tensions à ses bornes et les tensions aux bornes des groupes de thyristors ont des formes d'ondes telles que l'alternance négative soit identique au signe près à l'alternance négative.

On a donc, pour les courants par exemple

$$i_B(\theta) = i_A(\theta - \frac{2\pi}{3}) \text{ ou } i_A(\theta + \frac{4\pi}{3}) = i_B(\theta)$$

$$i_C(\theta) = i_A(\theta - \frac{4\pi}{3}) \text{ ou } i_A(\theta + \frac{2\pi}{3}) = i_C(\theta)$$

$$i_A(\theta + \pi) = -i_A(\theta)$$

La connaissance de i_A, i_B et i_C pendant un sixième de la période est suffisante pour connaître l'expression de chacun d'eux tout au long de celle-ci.

Pour le courant i_A par exemple

$$i_A(\theta) = i_A(\theta) ; i_A(\theta + \pi/3) = -i_B(\theta) ; i_A(\theta + 2\pi/3) = i_C(\theta) \quad (1)$$

$$i_A(\theta + \pi) = -i_A(\theta) ; i_A(\theta + 4\pi/3) = i_B(\theta) ; i_A(\theta + 5\pi/3) = -i_C(\theta)$$

On a les mêmes relations entre les trois tensions v'_A, v'_B, v'_C aux bornes du récepteur, entre les tensions $v_{Th_A}, v_{Th_B}, v_{Th_C}$ aux bornes des trois groupes de redresseurs.

I. ETUDE DU FONCTIONNEMENT

Pour l'analyse du fonctionnement et le tracé des formes d'ondes nous n'étudierons que l'intervalle de largeur $\pi/3$ qui va du déblocage de Th_A pour $\theta = \psi$ à celui de Th'_C pour $\theta = \psi + \pi/3$. On vient de voir que cela suffit pour tracer l'évolution des diverses variables tout au long de la période.

Afin de faciliter l'explication du fonctionnement lors du débit de la source à travers le gradateur sur un récepteur résistant et inductif, il est intéressant d'étudier préalablement les deux cas limites : le débit sur résistance pure et le débit sur inductance pure.

I.1 Débit sur un récepteur purement résistant (Planche 2.1) (1)

Le récepteur est formé de 3 résistances de même valeur R groupées en étoile.

Lorsque ψ croît de 0 à $5\pi/6$ trois modes de fonctionnement se succèdent :

- pour $0 < \psi < \pi/3$, il y a tantôt 3 tantôt 2 redresseurs conducteurs,
- pour $\pi/3 < \psi < \pi/2$, il y a toujours 2 redresseurs passants,
- pour $\pi/2 < \psi < 5\pi/6$, il y a tantôt 2 redresseurs conducteurs tantôt 0.

(1) Les planches relatives à chaque chapitre sont regroupées à la fin de celui-ci.

On a tracé (Planche 2.1) les formes d'ondes des tensions v'_A et v_{Th_A} pour chacun de ces trois modes de fonctionnement et pour les valeurs de ψ correspondant au début de chacun d'eux.

On a représenté, pendant l'intervalle $\psi, \psi + \pi/3$ étudié, l'évolution des tensions v'_B et v'_C qui a permis le tracé de v'_A tout au long de la période. De même le tracé de v_{Th_C} et, pour les fortes valeurs de ψ , de v_{Th_B} durant cet intervalle a permis celui de v_{Th_A} quand le redresseur Th_A est bloqué.

Le tracé des ondes des courants est inutile puisqu'à R près chaque courant est donné par la tension aux bornes du récepteur correspondante.

I.1.1 Premier mode ($0 \leq \psi \leq \pi/3$) : 3 ou 2 redresseurs passants

La tension v_C étant positive jusqu'à $\theta = \pi/3$, lorsque ψ est inférieur à $\pi/3$ l'angle θ_1 d'extinction de Th_C est supérieur à ψ . A l'enclenchement de Th_A , les thyristors Th'_B et Th_C continuent à conduire.

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \pi/3$, Th_A , Th'_B et Th_C sont conducteurs : Un redresseur par phase étant passant, les tensions aux bornes du récepteur sont égales aux tensions simples du réseau.

$$v'_A = R i_A = v_A ; v'_B = R i_B = v_B ; v'_C = R i_C = v_C ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = v_{Th_C} = 0.$$

Ce fonctionnement cesse pour $\theta = \pi/3$ où, v_C et i_C s'annulant, le thyristor Th_C se bloque.

- Pendant l'intervalle $\pi/3 < \theta < \psi + \pi/3$, Th_A et Th'_B conduisent :

$$v'_A = -v'_B = \frac{1}{2}(v_A - v_B) ; v'_C = 0 ;$$

$$i_A = -i_B = v'_A/R ; i_C = 0 ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = 0 ; v_{Th_C} = \frac{3}{2} v_C < 0.$$

- A l'instant où $\theta = \psi + \pi/3$, on déclenche Th'_C : un nouvel intervalle avec débit simultané de trois redresseurs débute.

Pour ce mode de fonctionnement, l'angle pratique de commande α , défini comme en monophasé, est égal à ψ . Ce mode cesse pour ψ égal à $\pi/3$, car au-delà le thyristor Th_C s'éteint avant le déblocage de Th_A .

I.1.2 Deuxième mode ($\pi/3 < \psi < \pi/2$) : toujours 2 redresseurs conducteurs

Lorsque ψ est compris entre $\pi/3$ et $\pi/2$, chaque thyristor conduit pendant un tiers de la période, mais son intervalle de conduction se décale avec ψ .

Pour θ égal à ψ , on déclenche Th_A alors que Th'_B et Th_C conduisaient ; cela provoque le blocage de Th_C car si ψ est supérieur à $\pi/3$ la conduction d'un thyristor par phase entraînerait une valeur négative du courant i_C .

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \psi + \pi/3$, Th_A et Th'_B conduisent :

$$v'_A = -v'_B = \frac{1}{2}(v_A - v_B) ; v'_C = 0 ;$$

$$i_A = -i_B = v'_A/R ; i_C = 0 ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = 0 ; v_{Th_C} = \frac{3}{2} v_C < 0.$$

- A l'instant où $\theta = \psi + \pi/3$, on débloque Th'_C ; sa conduction provoque le blocage de Th'_B et le début d'un intervalle à deux redresseurs passants...

Pour ce type de fonctionnement α est constant et égal à $\pi/3$. Ce mode cesse lorsqu'au moment où on déclenche Th_C , soit pour $\theta = \psi + \pi/3$, les thyristors Th_A et Th'_B ne sont plus conducteurs. L'extinction de ces redresseurs parcourus par $(v_A - v_B)/2R$ se produit pour un angle θ_2 de $5\pi/6$. Le deuxième mode cesse donc quand $\psi + \pi/3$ égale $5\pi/6$, soit pour $\psi = \pi/2$.

1.1.3 Troisième mode ($\pi/2 \leq \psi \leq 5\pi/6$) : conduction de 2 ou 0 redresseurs.

Quand ψ est supérieur à $\pi/2$, il y a des intervalles où aucun redresseur ne conduit. Quand on veut débloquer un redresseur pour son premier intervalle de conduction dans la période, il faut réamorcer celui qui avait conduit pour la première fois un sixième de période auparavant. Pour cela on peut

- soit commander par des créneaux ou des rafales d'impulsions ayant une largeur supérieure à $\pi/3$.
- soit envoyer des impulsions de "confirmation". Quand on envoie un signal de déblocage sur un thyristor de la série Th , on envoie en même temps une impulsion de confirmation sur le thyristor de la série Th' qui vient de s'éteindre. De même pour le thyristor de la série Th quand on débloque un thyristor Th' . Par exemple Th_A reçoit sa première impulsion pour $\theta = \psi$ et son impulsion de confirmation pour $\psi = \pi/3 + \psi$.

Sur le dernier tracé de la planche 2.1 on a indiqué par des flèches les impulsions de confirmation.

Pour θ égal à ψ , tous les thyristors étant bloqués, on envoie l'impulsion de commande à Th_A , l'impulsion de confirmation à Th'_B . $v_A - v_B$ étant positif, ces deux redresseurs deviennent passants.

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < 5\pi/6$, Th_A et Th'_B conduisent :

$$v'_A = -v'_B = \frac{1}{2}(v_A - v_B) ; v'_C = 0 ;$$

$$i_A = -i_B = v'_A/R ; i_C = 0 ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = 0 ; v_{Th_C} = \frac{3}{2} v_C < 0.$$

Pour $\theta = 5\pi/6$, $v_A - v_B = 0$, Th_A et Th'_B se bloquent.

- Pendant l'intervalle $5\pi/6 < \theta < \psi + \pi/3$, aucun thyristor ne conduit :

$$v'_A = v'_B = v'_C = 0 ; i_A = i_B = i_C = 0$$

Puisque $v_{Th_A} - v_{Th_C} = v_A - v_C > 0$, les thyristors Th_A et Th'_C sont prêts à être déclenchés.

Les thyristors étant supposés parfaits, les tensions à leurs bornes sont théoriquement indéterminées quand ils sont tous bloqués. Pour répartir les tensions à leurs bornes on peut monter aux bornes des 3 groupes de thyristors des résistances égales de valeur élevée, on a alors :

$$v_{Th_A} = v_A ; v_{Th_B} = v_B ; v_{Th_C} = v_C.$$

Puisque Th'_A s'éteint pour $\theta = \pi/6$, l'angle α égale $\psi - \pi/6$. Ce fonctionnement cesse lorsque pour $\psi + \pi/3$ la tension $v_A - v_C$ n'est plus positive donc pour $\psi + \pi/3 = 7\pi/6$ ou pour $\psi = 5\pi/6$.

Pour $\psi > 5\pi/6$, les redresseurs ne peuvent plus être déclenchés, le gradateur équivaut à un interrupteur tripolaire ouvert.

I.2 Débit sur un récepteur purement inductif (Planche 2.2)

Le récepteur est maintenant supposé formé de trois inductances égales dont la réactance, à la pulsation du réseau, est $L\omega$.

Lorsque ψ varie de $\pi/2$ à $5\pi/6$, deux modes de fonctionnement se succèdent :

- pour $\pi/2 < \psi < 2\pi/3$, débit de 3 ou 2 redresseurs,
- pour $2\pi/3 < \psi < 5\pi/6$, débit de 2 ou 0 redresseurs.

Il y a donc disparition du 2^{ème} mode, celui à toujours 2 redresseurs passants.

Cette disparition est liée à la propriété de continuité des courants dans un récepteur comportant une inductance. En effet :

- Si, à l'instant d'entrée en conduction de Th_A pour $\theta = \psi$, les thyristors Th_C et Th'_B conduisent et écoulent le courant i_C ou $-i_B$, l'entrée en conduction de Th_A ne peut entraîner l'annulation instantanée de i_C et Th_A , Th'_B , Th_C débitent simultanément. Il y a donc 2 puis 3 redresseurs conducteurs à la fois, on est en fonctionnement suivant le premier mode.

- Si, à l'instant de déclenchement de Th_A le courant i_C est nul, c'est que juste avant $\theta = \psi$, les courants i_A , i_C et donc i_B étaient nuls. On fonctionne avec 0 puis 2 redresseurs passants donc suivant le troisième mode.

Dès que le récepteur présente une composante inductive, et a fortiori s'il est purement inductif, on passe directement du premier au troisième mode de fonctionnement.

On a représenté (Planche 2.2) le diagramme des conductions, la forme d'onde de la tension v'_A , celle du courant i_A et celle de la tension v_{Th_A} pour $\psi = \pi/2$

(début du premier mode), $\psi = 7\pi/12$ (premier mode), $\psi = 2\pi/3$ (passage du premier ou troisième) et $\psi = 3\pi/4$ (troisième mode).

I.2.1 Premier mode ($\pi/2 \leq \psi \leq 2\pi/3$) : 3 ou 2 redresseurs passants.

Si l'angle θ_1 d'extinction du thyristor Th_C est supérieur à ψ , à l'enclenchement de Th_A , les deux thyristors Th_C et Th'_B écoulent un courant $i_C = -i_B$.

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_1$, Th_A , Th'_B et Th_C conduisent :
les tensions aux bornes des phases égalent les tensions simples du réseau :

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = v_{Th_C} = 0 ; v'_A = v_A ; v'_B = v_B ; v'_C = v_C.$$

On déduit les courants des équations différentielles

$$L\omega \frac{d i_A}{d\theta} = V_m \sin \theta ; L\omega \frac{d i_B}{d\theta} = V_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) ; L\omega \frac{d i_C}{d\theta} = V_m \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}),$$

qui, compte tenu des conditions initiales

$$i_A(\psi) = 0 ; i_B(\psi) = i_{B\psi} ; i_C(\psi) = - i_{B\psi},$$

donnent :

$$i_A = - \frac{V_m}{L\omega} \cos \theta + \frac{V_m}{L\omega} \cos \psi$$

$$i_B = - \frac{V_m}{L\omega} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \frac{V_m}{L\omega} \cos(\psi - \frac{2\pi}{3}) + i_{B\psi} ;$$

$$i_C = - \frac{V_m}{L\omega} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) + \frac{V_m}{L\omega} \cos(\psi - \frac{4\pi}{3}) - i_{B\psi} .$$

Cet intervalle prend fin quand, pour $\theta = \theta_1$, i_C s'annule.

L'égalité $i_C(\theta_1) = 0$ donne

$$i_{B\psi} = - \frac{V_m}{L\omega} \cos(\theta_1 - \frac{4\pi}{3}) + \frac{V_m}{L\omega} \cos(\psi - \frac{4\pi}{3}).$$

Pour $\theta = \theta_1$, le courant i_A a pour valeur

$$i_A(\theta_1) = - \frac{V_m}{L\omega} \cos \theta_1 + \frac{V_m}{L\omega} \cos \psi .$$

- Pendant l'intervalle $\theta_1 < \theta < \psi + \pi/3$, Th_A et Th'_B conduisent :

$$i_C = 0 ; i_A = - i_B ; v'_A = - v'_B = (v_A - v_B)/2 ; v'_C = 0$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = 0 ; v_{Th_C} = \frac{3}{2} v_C .$$

On calcule i_A en intégrant l'équation différentielle

$$L\omega \frac{d i_A}{d\theta} = \frac{1}{2}(v_A - v_B) = \frac{1}{2} V_m \left[\sin\theta - \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \right]$$

qui donne, compte tenu de l'expression de $i_A(\theta_1)$,

$$i_A = \frac{V_m}{2L\omega} \left[- \cos\theta + \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - \cos\theta_1 + 2 \cos\psi - \cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}) \right]$$

- On détermine la valeur de θ_1 en utilisant les relations (1) :

$$i_A(\psi + \pi/3) = - i_B(\psi) = - i_{B\psi} .$$

En remplaçant $i_{B\psi}$ et $i_A(\psi + \pi/3)$ divisés par $V_m/L\omega$ on obtient :

$$2 \cos(\theta_1 - \frac{4\pi}{3}) - 2 \cos(\psi - \frac{4\pi}{3}) = - \cos(\psi + \frac{\pi}{3}) + \cos(\psi - \frac{\pi}{3}) - \cos\theta_1 + 2 \cos\psi - \cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}).$$

En regroupant les différents termes cette relation se simplifie et donne

$$\cos \psi = \cos(\theta_1 - \frac{4\pi}{3})$$

$$\text{ou } \theta_1 = \frac{4\pi}{3} - \psi .$$

- En remplaçant θ_1 par sa valeur dans les expressions des courants établies pour les deux intervalles et en simplifiant, on obtient :

. pour $\psi < \theta < 4\pi/3 - \psi$,

$$i_A = \frac{V_m}{L\omega} (-\cos\theta + \cos\psi) ;$$

$$i_B = -\frac{V_m}{L\omega} \left(\cos(\theta - 2\pi/3) + 2 \cos \psi \right) ;$$

$$i_C = \frac{V_m}{L\omega} \left(-\cos(\theta - 4\pi/3) + \cos \psi \right)$$

. pour $4\pi/3 - \psi < \theta < \psi + \pi/3$,

$$i_A = -i_B = \frac{V_m}{2L\omega} \left(-\sqrt{3} \cos(\theta + \pi/6) + 3 \cos\psi \right) ; i_C = 0$$

- Puisque Th'_A cesse de conduire $\pi/3$ avant Th_C , l'angle pratique de commande α a pour valeur

$$\alpha = \psi - (\theta_1 - \pi/3) = \psi - 4\pi/3 + \psi + \pi/3 = 2\psi - \pi$$

$$\alpha = 2(\psi - \pi/2)$$

Ce fonctionnement cesse quand disparaît l'intervalle à 3 redresseurs conducteurs, soit quand $\theta_1 - \psi = 0$,
ou $4\pi/3 - 2\psi = 0$,
ou $\psi = 2\pi/3$.

I.2.2 Troisième mode ($2\pi/3 < \psi < 5\pi/6$) : 2 ou 0 redresseurs passants

Dès que ψ devient supérieur à $2\pi/3$, il faut amorcer simultanément deux thyristors à la fin de chaque intervalle où les trois courants sont nuls. Comme on l'a indiqué pour le débit sur résistances, on peut utiliser des impulsions larges ou le procédé de l'impulsion de confirmation.

On désigne par θ_2 l'angle de fin du deuxième intervalle de conduction du thyristor Th'_B .

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_2$, Th_A et Th'_B conduisent :

$$i_C = 0 ; i_A = -i_B ; v'_A = -v'_B = (v_A - v_B)/2 ; v'_C = 0 ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = 0 ; v_{Th_C} = \frac{3}{2} v_C$$

L'expression du courant i_A se déduit de

$$L\omega \frac{d i_A}{d\theta} = v'_A = \frac{1}{2} V_m \left(\sin\theta - \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \right).$$

qui, puisque $i_A(\psi) = 0$, donne

$$i_A = \frac{\sqrt{3} V_m}{2 L\omega} \left[-\cos(\theta + \frac{\pi}{6}) + \cos(\psi + \frac{\pi}{6}) \right] = -i_B$$

L'angle θ_2 est tel que $i_A(\theta_2) = 0$ donc

$$\cos(\theta_2 + \pi/6) = \cos(\psi + \pi/6) ; \theta_2 = \frac{5\pi}{3} - \psi$$

- Pendant l'intervalle $\theta_2 < \theta < \psi + \pi/3$, tous les redresseurs sont bloqués :

$$i_A = i_B = i_C = 0 ; v'_A = v'_B = v'_C = 0 ;$$

$$v_{Th_A} - v_{Th_C} = v_A - v_C > 0 : \text{les thyristors } Th_A \text{ et } Th'_C \text{ sont prêts}$$

à être débloqués pour $\theta = \psi + \pi/3$.

Avec des résistances de répartition on a :

$$v_{Th_A} = v_A ; v_{Th_B} = v_B ; v_{Th_C} = v_C.$$

Puisque Th'_A se bloque un tiers de période avant Th'_B , l'angle α vaut

$$\psi - (\theta_2 - 2\pi/3). \text{ Or } \theta_2 = 5\pi/3 - \psi.$$

$$\alpha = 2(\psi - \pi/2).$$

Ce mode de fonctionnement cesse quand disparaît l'intervalle à deux redresseurs conducteurs, donc quand $\theta_2 = \psi$. Ce qui correspond à

$$\frac{5\pi}{3} - \psi = \psi \text{ ou } \psi = \frac{5\pi}{6}$$

Au-delà de cette valeur, les thyristors ne peuvent plus être amorcés et les courants i_A , i_B et i_C sont constamment nuls.

I.3 Débit sur un récepteur résistant et inductif (Planche 2.3)

Chaque phase du récepteur de résistance R et d'inductance L est caractérisée par le module Z et l'argument φ de son impédance à la pulsation ω des tensions d'alimentation.

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2} ; \text{ tg } \varphi = \frac{L\omega}{R} = Q.$$

Comme on l'a vu précédemment la réactance du récepteur en empêchant la discontinuité des courants entraîne la suppression du deuxième mode.

L'analyse du fonctionnement diffère peu de celle indiquée pour une charge purement inductive. Toutefois les termes qui, dans les expressions des courants correspondent au régime libre, sont maintenant amortis, ce qui complique les expressions des angles θ_1 et θ_2 . Le passage du premier au troisième mode s'effectue pour une valeur limite ψ_ℓ de ψ qui dépend de l'argument du récepteur.

A titre d'exemple, on a représenté (Planche 2.3) le diagramme des conductions, les formes d'ondes de la tension v'_A , du courant i_A et de la tension v_{Th_A} quand $\varphi = \pi/4$ d'abord pour $\psi = \pi/3$ puis pour $\psi = 2\pi/3$. La première valeur de ψ correspond à un fonctionnement suivant le premier mode, la seconde à un fonctionnement suivant le troisième.

I.3.1 Premier mode ($\varphi \leq \psi \leq \psi_\ell$) : conduction de 3 ou 2 redresseurs.

Lorsqu'on débloque Th_A , les thyristors Th_C et Th'_B sont déjà conducteurs. Le courant i_C ne s'annulera que pour $\theta = \theta_1 > \varphi$.

- Premier intervalle.

Pour $\varphi < \theta < \theta_1$, Th_A , Th'_B et Th_C sont passants :

$$v'_A = v_A ; v'_B = v_B ; v'_C = v_C ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = v_{Th_C} = 0.$$

On calcule les courants à partir des équations différentielles

$$L\omega \frac{d i_A}{d\theta} + R i_A = V_m \sin \theta,$$

$$L\omega \frac{d i_B}{d\theta} + R i_B = V_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})$$

$$L\omega \frac{d i_C}{d\theta} + R i_C = V_m \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}),$$

qui, avec les conditions initiales

$$i_A(\psi) = 0, i_B(\psi) = -i_C(\psi) = i_{B\psi},$$

donnent :

$$\left. \begin{aligned} i_A &= \frac{V_m}{Z} \sin(\theta - \varphi) - \frac{V_m}{Z} \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{(\theta - \psi)}{Q}} \\ i_B &= \frac{V_m}{Z} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi) - \frac{V_m}{Z} \sin(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi) e^{-\frac{(\theta - \psi)}{Q}} + i_{B\psi} e^{-\frac{(\theta - \psi)}{Q}} \\ i_C &= \frac{V_m}{Z} \sin(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi) - \frac{V_m}{Z} \sin(\psi - \frac{4\pi}{3} - \varphi) e^{-\frac{(\theta - \psi)}{Q}} - i_{B\psi} e^{-\frac{(\theta - \psi)}{Q}} \end{aligned} \right\} (2)$$

La valeur de $i_{B\psi}$ est liée à celle de θ_1 par le fait que $i_C = 0$ pour $\theta = \theta_1$. On en déduit l'expression de $i_{B\psi}$ en fonction de θ_1 :

$$i_{B\psi} = \frac{V_m}{Z} \left[\sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \varphi) e^{(\theta_1 - \psi)/Q} - \sin(\psi - \frac{4\pi}{3} - \varphi) \right]. \quad (3)$$

- Deuxième intervalle

Pour $\theta_1 < \theta < \pi/3 + \psi$, Th_A et Th'_B conduisent :

$$i_A = -i_B; i_C = 0; v_{Th_A} = v_{Th_B} = 0$$

Du fait que $i_A = -i_B$ et de la double égalité

$$v_A - R i_A - L\omega \frac{d i_A}{d\theta} = v_B - R i_B - L\omega \frac{d i_B}{d\theta} = v_C - v_{Th_C}$$

on déduit

$$v'_A = R i_A + L\omega \frac{d i_A}{d\theta} = -R i_B - L\omega \frac{d i_B}{d\theta} = -v'_B = \frac{1}{2}(v_A - v_B).$$

d'où

$$v_{Th_C} = v_C - v_A + v'_A = v_C - v_A + \frac{1}{2}(v_A - v_B) = \frac{3}{2} v_C < 0.$$

En intégrant $L\omega \frac{d i_A}{d\theta} + R i_A = \frac{1}{2} V_m (\sin \theta - \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}))$, on obtient

$$i_A = \frac{V_m}{2Z} \left[\sin(\theta - \varphi) - \sin(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi) + \left(\sin(\theta_1 - \frac{2\pi}{3} - \varphi) - \sin(\theta_1 - \varphi) \right) e^{-\frac{(\theta - \theta_1)}{Q}} \right] + i_A \theta_1 e^{-\frac{(\theta - \theta_1)}{Q}}.$$

Or la valeur de i_A pour $\theta = \theta_1$ est donnée par

$$i_{A\theta_1} = \frac{V_m}{Z} \sin(\theta_1 - \varphi) - \frac{V_m}{Z} \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta_1 - \psi)/Q}$$

D'où l'expression de i_A et $-i_B$ pendant cet intervalle

$$i_A = -i_B = \frac{V_m}{2Z} \left[\sin(\theta - \varphi) - \sin(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi) + \sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \varphi) e^{\frac{-(\theta - \theta_1)}{Q}} - 2 \sin(\psi - \varphi) e^{\frac{-(\theta - \psi)}{Q}} \right] \quad (4)$$

- Calcul de θ_1

Pour trouver la valeur de θ_1 on utilise le fait que i_A pour

$\theta = \psi + \pi/3$ égale $-i_B$ pour $\theta = \psi$.

L'égalité $i_A(\psi + \pi/3) = -i_B\psi$ donne

$$\frac{1}{2} \sin(\psi + \frac{\pi}{3} - \varphi) - \sin(\psi - \frac{\pi}{3} - \varphi) - \sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \varphi) e^{\frac{-(\psi + \frac{\pi}{3} - \theta_1)}{Q}} - 2 \sin(\psi - \varphi) e^{\frac{-\pi}{3Q}} =$$

$$\sin(\psi - \frac{4\pi}{3} - \varphi) - \sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \varphi) e^{-(\theta_1 - \psi)/Q}$$

En regroupant les termes et en simplifiant, on obtient la relation donnant θ_1 en fonction de ψ et φ :

$$\sin(\theta_1 - \varphi - \frac{4\pi}{3}) e^{\frac{(\theta_1 - \psi)}{Q}} = - \sin(\psi - \varphi) \frac{1 - 2 e^{-\pi/3Q}}{2 - e^{-\pi/3Q}} \quad (5)$$

Connaissant θ_1 , on en déduit $i_{B\psi}$; on connaît alors les expressions des courants i_A, i_B, i_C tout au long de l'intervalle $\psi, \psi + \pi/3$.

Puisque Th'_A s'éteint un sixième de période avant Th_C , l'angle pratique de commande a pour valeur

$$\alpha = \psi + \pi/3 - \theta_1.$$

- Valeur de ψ_2

Ce mode de fonctionnement cesse lorsque la durée de l'intervalle à 3 redresseurs conducteurs s'annule, soit pour $\theta_1 = \psi$.

La valeur limite ψ_2 de ψ correspondant au passage du premier au troisième mode est donc donnée par

$$\sin(\psi_2 - \frac{4\pi}{3} - \varphi) = - \sin(\psi_2 - \varphi) \frac{1 - 2 e^{-\pi/3Q}}{2 - e^{-\pi/3Q}}$$

Puisque $\alpha = \pi/3 + \psi - \theta_1$ et que pour ψ_2 les angles ψ et θ_1 sont égaux le passage du premier au troisième mode correspond à $\alpha = \pi/3$, quel que soit l'argument du récepteur.

1.3.2 Troisième mode ($\psi_2 < \psi < 5\pi/6$) : conduction de 2 ou 0 redresseurs

Lorsque ψ est supérieur à ψ_2 , il faut débloquent simultanément deux thyristors à la fin de chaque intervalle où les trois courants sont nuls. Comme précédemment on désigne par θ_2 l'angle de fin du deuxième intervalle de conduction de Th'_B .

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_2$, Th_A et Th'_B conduisent :

Comme lors du mode précédent,

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = 0 ; i_A = -i_B ; i_C = 0 ; v_{Th_C} = \frac{3}{2} v_C ;$$

$$L\omega \frac{d i_A}{d\theta} + R i_A = v'_A = -v'_B = \frac{1}{2} (v_A - v_B).$$

Mais pour ce mode, le courant i_A a une valeur initiale nulle. D'où son expression

$$i_A = -i_B = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{V_m}{Z} \left[\sin(\theta + \frac{\pi}{6} - \varphi) - \sin(\psi + \frac{\pi}{6} - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right] \quad (6)$$

Le courant s'annule pour $\theta = \theta_2$ tel que

$$\sin(\theta_2 + \frac{\pi}{6} - \varphi) e^{(\theta_2 - \psi)/Q} = \sin(\psi - \varphi + \pi/6)$$

- Pendant l'intervalle $\theta_2 < \psi < \psi + \pi/3$, aucun redresseur ne conduit :

$$i_A = i_B = i_C = 0 ; v'_A = v'_B = v'_C = 0$$

Si on utilise des résistances de répartition,

$$v_{Th_A} = v_A ; v_{Th_B} = v_B ; v_{Th_C} = v_C.$$

Ce mode de fonctionnement pour lequel $\alpha = \psi - \theta_2 + 2\pi/3$, cesse quand $\psi = 5\pi/6$ car alors la tension aux bornes de Th_A et Th'_B qu'il faut débloquent simultanément cesse d'être positive.

Quand ψ atteint $5\pi/6$, θ_2 égale ψ et donc α égale $2\pi/3$ quelle que soit la valeur de φ .

II. CARACTERISTIQUES

Ayant les expressions des différentes variables tout au long de la période, on peut calculer littéralement la valeur efficace V' des tensions aux bornes du récepteur, celle I des courants qui le traversent, le développement en série des tensions précédentes, puis tracer les caractéristiques correspondantes.

II.1 Valeur efficace des tensions

La valeur efficace V' des tensions v'_A , v'_B et v'_C est donnée par

$$V'^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi + \pi} v_A'^2 d\theta.$$

Compte-tenu de la propriété des tensions [relations (1)] on peut limiter le calcul à un sixième de période et écrire

$$V'^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi + \pi/3} (v_A'^2 + v_B'^2 + v_C'^2) d\theta.$$

II.1.1 Premier mode de fonctionnement

- Lors du débit sur un récepteur résistif et inductif,

$$V'^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} (v_A^2 + v_B^2 + v_C^2) d\theta + \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} \frac{1}{2} (v_A - v_B)^2 d\theta.$$

$$V'^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} \frac{3}{2} v_m^2 d\theta + \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} \frac{3}{4} v_m^2 \left(1 - \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right)\right) d\theta.$$

Ce qui donne :

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2\pi}(\theta_1 - \psi) + \frac{3}{4\pi} [\sin 2\psi + \sin(2\theta_1 + \frac{\pi}{3})]}.$$

- Si le récepteur est purement résistif, θ_1 égale $\pi/3$, la relation donnant V'/V se simplifie :

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{1 - \frac{3\psi}{2\pi} + \frac{3}{4\pi} \sin 2\psi}.$$

- Si le récepteur est purement inductif, $\theta_1 = 4\pi/3 - \psi$, il vient :

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{5}{2} - \frac{3\psi}{\pi} + \frac{3}{2\pi} \sin 2\psi}.$$

II.1.2 Troisième mode de fonctionnement

$$V'^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi/3} (v_A'^2 + v_B'^2 + v_C'^2) d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} \frac{1}{2} (v_A - v_B)^2 d\theta.$$

$$V'^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} \frac{3}{4} v_m^2 \left(1 - \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right)\right) d\theta.$$

Ce qui donne

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{3}{2\pi} (\theta_2 - \psi) + \frac{3}{4\pi} \left(\sin\left(2\psi + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(2\theta_2 + \frac{\pi}{3}\right)\right)}$$

- Si le récepteur est une résistance pure, $\theta_2 = 5\pi/6$. Donc

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{3\psi}{2\pi} + \frac{3}{4\pi} \sin\left(2\psi + \frac{\pi}{3}\right)}.$$

- Si le récepteur est une inductance pure, $\theta_2 = 5\pi/3 - \psi$ et

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{5}{2} - \frac{3\psi}{\pi} + \frac{3}{2\pi} \sin\left(2\psi + \frac{\pi}{3}\right)}.$$

- Le deuxième mode de fonctionnement n'existe que si le récepteur est purement résistif. L'expression de V'/V s'obtient en faisant $\theta_2 = \pi/3 + \psi$ dans la relation donnant V'/V pour le troisième mode. On obtient ainsi :

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \sin(2\psi + \frac{\pi}{6})}$$

II.2 Valeur efficace des courants

- Lors du débit sur un récepteur uniquement résistant, les formes d'ondes des courants sont identiques à $1/R$ près à celles des tensions aux bornes du récepteur. La valeur efficace I du courant ramenée à celle qu'il aurait en l'absence de gradateur V/R est égale à la valeur relative de V' .

$$\frac{I}{V/R} = \frac{V'}{V}$$

- Lorsque le récepteur est partiellement ou totalement inductif, on calcule la valeur efficace I des courants par

$$I^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_A^2 d\theta$$

ou, compte-tenu des relations (1), par

$$I^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi/3} (i_A^2 + i_B^2 + i_C^2) d\theta$$

II.2.1 Premier mode de fonctionnement

Puisque, pendant l'intervalle $\theta_1, \psi + \pi/3$, le courant i_C est nul et i_B égal à $-i_A$,

$$\begin{aligned} I^2 &= \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} (i_A^2 + i_B^2 + i_C^2) d\theta + \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} 2 i_A^2 d\theta \\ &= I_1^2 + I_2^2 \end{aligned}$$

On calcule séparément les deux intégrales après avoir simplifié les expressions à intégrer.

- Calcul de I_1^2 .

Pendant l'intervalle ψ, θ_1 les relations (2) donnent

$$\begin{aligned} i_A^2 + i_B^2 + i_C^2 &= \left(\frac{V_m}{Z}\right)^2 \left[\sin^2(\theta-\varphi) + \sin^2(\theta-\varphi-\frac{2\pi}{3}) + \sin^2(\theta-\varphi-\frac{4\pi}{3}) \right. \\ &+ 2 i_{B\psi}'^2 e^{\frac{-2(\theta-\psi)}{Q}} + \left(\sin^2(\psi-\varphi) + \sin^2(\psi-\varphi-\frac{2\pi}{3}) + \sin^2(\psi-\varphi-\frac{4\pi}{3}) \right) e^{\frac{-2(\theta-\psi)}{Q}} \\ &- 2 e^{\frac{-(\theta-\psi)}{Q}} \left(\sin(\theta-\varphi) \sin(\psi-\varphi) + \sin(\theta-\varphi-\frac{2\pi}{3}) \sin(\psi-\varphi-\frac{2\pi}{3}) \right. \\ &+ \left. \sin(\theta-\varphi-\frac{4\pi}{3}) \sin(\psi-\varphi-\frac{4\pi}{3}) \right) + 2 i_{B\psi}' e^{\frac{-(\theta-\psi)}{Q}} \left(\sin(\theta-\frac{2\pi}{3}-\varphi) \right. \\ &\left. - \sin(\theta-\frac{4\pi}{3}-\varphi) + \sin(\psi-\frac{4\pi}{3}-\varphi) e^{\frac{-(\theta-\psi)}{Q}} - \sin(\psi-\frac{2\pi}{3}-\varphi) e^{\frac{-(\theta-\psi)}{Q}} \right) \left. \right], \end{aligned}$$

où $i_{B\psi}'$ est la valeur réduite de $i_{B\psi}$, soit $i_{B\psi} / V_m / Z$.

En simplifiant on obtient :

$$i_A^2 + i_B^2 + i_C^2 = \left(\frac{V_m}{Z}\right)^2 \left[\frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2} + 2 i_{B\psi}^2 + 2\sqrt{3} i'_{B\psi} \cos(\psi-\varphi) \right) e^{-\frac{2(\theta-\psi)}{Q}} - \left(3 \cos(\theta-\psi) + 2\sqrt{3} i'_{B\psi} \cos(\theta-\varphi) \right) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{Q}} \right]$$

En intégrant $i_A^2 + i_B^2 + i_C^2$ entre ψ et θ_1 , on trouve

$$I_1^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{V_m}{Z}\right)^2 \left[\frac{3}{2}(\theta_1-\psi) + Q \left[\frac{3}{4} + i_{B\psi}^2 + 2\sqrt{3} i'_{B\psi} \cos(\psi-\varphi) \right] \left(1 - e^{-\frac{2(\theta_1-\psi)}{Q}} \right) - \frac{Q^2}{Q^2+1} \left[e^{-\frac{(\theta_1-\psi)}{Q}} \left(-\frac{3}{Q} \cos(\theta_1-\psi) + 3 \sin(\theta_1-\psi) + 2\sqrt{3} i'_{B\psi} \left(-\frac{1}{Q} \cos(\theta_1-\varphi) + \sin(\theta_1-\varphi) \right) \right) + \frac{3}{Q} + 2\sqrt{3} i_{B\psi} \left(\frac{1}{Q} \cos(\psi-\varphi) - \sin(\psi-\varphi) \right) \right] \right], \quad (7)$$

$i'_{B\psi}$ étant donné par la relation (3)

-Calcul de I_2^2

On explique la valeur de i_A donnée pendant l'intervalle $\theta_1, \psi + \pi/3$ par l'équation (4) en utilisant la relation (5)

$$i_A = \frac{V_m}{Z} \left[\frac{1}{2} \sin(\theta-\varphi) - \frac{1}{2} \sin(\theta-\frac{2\pi}{3}-\varphi) + \frac{1}{2} \sin(\psi-\varphi) \frac{1 - 2e^{-\pi/3Q}}{2 - e^{-\pi/3Q}} e^{-(\theta-\psi)/Q} - \sin(\psi-\varphi) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right]$$

Après simplifications on obtient

$$i_A = \frac{V_m}{Z} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\theta-\varphi+\frac{\pi}{6}) - \frac{3}{2} \sin(\psi-\varphi) \frac{e^{-(\theta-\psi)/Q}}{2-e^{-\pi/3Q}} \right]$$

D'où l'expression de $2 i_A^2$

$$2 i_A^2 = \left(\frac{V_m}{Z}\right)^2 \left[\frac{3}{4} 1-\cos 2(\theta-\varphi+\frac{\pi}{6}) + \frac{9}{2} \frac{\sin^2(\psi-\varphi)}{(2-e^{-\pi/3Q})^2} e^{-2(\theta-\psi)/Q} - \frac{3\sqrt{3} \sin(\psi-\varphi)}{2-e^{-\pi/3Q}} \sin(\theta-\varphi+\frac{\pi}{6}) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right]$$

En intégrant entre θ_1 et $\psi + \pi/3$, il vient

$$I_2^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{V_m}{Z}\right)^2 \left[\frac{3}{4}(\psi + \frac{\pi}{3} - \theta_1) + \frac{3}{8} \left(\sin 2(\psi-\varphi) + \sin 2(\theta_1 - \varphi + \frac{\pi}{6}) \right) - \frac{3\sqrt{3} Q^2 \sin(\psi-\varphi)}{(Q^2+1)(2-e^{-\pi/3Q})} \left(e^{-\pi/3Q} \left(-\frac{1}{Q} \cos(\psi-\varphi) + \sin(\psi-\varphi) \right) + e^{-(\theta_1-\psi)/Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_1-\varphi+\frac{\pi}{6}) + \cos(\theta_1 - \varphi + \frac{\pi}{6}) \right) \right) - \frac{9Q \sin^2(\psi-\varphi)}{4(2-e^{-\pi/3Q})^2} (e^{-2\pi/3Q} - e^{-2(\theta_1-\psi)/Q}) \right] \quad (8)$$

- La valeur efficace du courant dans le récepteur résistant et inductif ramenée à celle du courant qu'on aurait en l'absence de gradateur, a pour expression :

$$\frac{I}{V/Z} = \frac{1}{V/Z} \sqrt{I_1^2 + I_2^2},$$

I_1^2 et I_2^2 étant donnés par les relations (7) et (8)

- Si le récepteur est une *inductance pure*, les expressions de I_1^2 et I_2^2 se simplifient puisque $\theta_1 = 4\pi/3 - \psi$. On obtient alors :

$$\frac{I}{V/L\omega} = \sqrt{\frac{5}{2} - \frac{3\psi}{\pi} + (7 - \frac{6\psi}{\pi}) \cos^2 \psi + \frac{9}{2\pi} \sin 2\psi}.$$

II.2.2 Troisième mode de fonctionnement

Puisque les thyristors Th_A et Th_B ne conduisent que pendant l'intervalle ψ, θ_2 et qu'alors $i_A = -i_B$

$$I^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi/3} (i_A^2 + i_B^2 + i_C^2) d\theta$$

devient

$$I^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} 2 i_A^2 d\theta.$$

De la valeur de i_A durant cet intervalle [relation (6)] on tire :

$$2 i_A^2 = \frac{3}{2} \left(\frac{V_m}{Z}\right)^2 \left[\sin^2(\theta + \frac{\pi}{6} - \varphi) + \sin^2(\psi + \frac{\pi}{6} - \varphi) e^{-2(\theta-\psi)/Q} - 2 \sin(\theta + \frac{\pi}{6} - \varphi) \sin(\psi + \frac{\pi}{6} - \varphi) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right]$$

En intégrant cette expression entre ψ et θ_2 et en ramenant à V/Z on obtient :

$$\frac{I}{V/Z} = \sqrt{\frac{3}{\pi} \left[\frac{1}{2}(\theta_2 - \psi) - \frac{1}{4} \sin 2(\theta_2 + \frac{\pi}{6} - \varphi) + \frac{1}{4} \sin 2(\psi + \frac{\pi}{6} - \varphi) + \frac{Q}{2} \sin^2(\psi + \frac{\pi}{6} - \varphi) (1 - e^{-2(\theta_2 - \psi)/Q}) + \frac{2Q^2}{Q^2 + 1} \sin(\psi + \frac{\pi}{6} - \varphi) \left[e^{-(\theta_2 - \psi)/Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_2 + \frac{\pi}{6} - \varphi) + \cos(\theta_2 + \frac{\pi}{6} - \varphi) \right) - \left(\frac{1}{Q} \sin(\psi + \frac{\pi}{6} - \varphi) + \cos(\psi + \frac{\pi}{6} - \varphi) \right) \right] \right]^{1/2}}.$$

Si le récepteur est une *inductance pure*, l'expression de $I/V/Z$ se simplifie puisque $\theta_2 = 5\pi/3 - \psi$. Dans ce cas,

$$\frac{I}{V/L\omega} = \sqrt{\frac{3}{\pi} \left[\left(\frac{5\pi}{3} - 2\psi\right) \left(\frac{1}{2} + \cos^2(\psi + \frac{\pi}{6})\right) + \frac{3}{2} \sin 2(\psi + \frac{\pi}{6}) \right]}.$$

II.3 Développement en série des tensions aux bornes du récepteur

Leur alternance négative étant identique au signe près à leur alternance positive, les tensions v'_A , v'_B , v'_C ont un développement en série qui ne comprend, en plus du fondamental, que des harmoniques impairs. De plus, la somme $v'_A + v'_B + v'_C$ étant constamment nulle, il n'y a pas d'harmonique de rang 3 ou multiple de 3.

On ne trouvera donc dans le développement en série que les termes de pulsation ω , 5ω , 7ω , 11ω , 13ω , ou plus généralement de rang $n = 6k \pm 1$.

La valeur efficace de l'harmonique de rang n est donnée par

$$v'_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

avec

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} v'_A \sin n\theta \, d\theta \quad ; \quad B_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} v'_A \cos n\theta \, d\theta.$$

II.3.1 Premier mode de fonctionnement

- Calcul de A_n

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1} v_A \sin n\theta \, d\theta + \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} \frac{1}{2} (v_A - v_B) \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi+\pi/3}^{\theta_1+\pi/3} v_A \sin n\theta \, d\theta \right. \\ \left. + \int_{\theta_1+\pi/3}^{\psi+2\pi/3} \frac{1}{2} (v_A - v_C) \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi+2\pi/3}^{\theta_1+2\pi/3} v_A \sin n\theta \, d\theta \right]$$

En tenant compte du fait que $v_A + v_B + v_C = 0$, A_n peut s'écrire :

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1+2\pi/3} v_A \sin n\theta \, d\theta + \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} v_C \sin n\theta \, d\theta + \frac{1}{2} \int_{\theta_1+\pi/3}^{\psi+2\pi/3} v_B \sin n\theta \, d\theta \right]$$

En remplaçant v_A , v_B , v_C par leurs expressions, en changeant de variable dans les deux dernières intégrales et en les regroupant on obtient successivement :

$$A_n = \frac{2V}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1+2\pi/3} \sin\theta \sin n\theta \, d\theta + \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \sin n\theta \, d\theta \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \int_{\theta_1+\pi/3}^{\psi+2\pi/3} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \sin n\theta \, d\theta \right]$$

$$A_n = \frac{2V}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1+2\pi/3} \sin\theta \sin n\theta \, d\theta \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \int_{\theta_1-\pi/3}^{\psi} \left(\sin(\theta - \frac{3\pi}{3}) \sin n(\theta + \frac{\pi}{3}) + \sin\theta \sin n(\theta + \frac{2\pi}{3}) \right) d\theta \right]$$

$$A_n = \frac{2V}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1+2\pi/3} \sin\theta \sin n\theta \, d\theta + \sin n \int_{\theta_1-\pi/3}^{\psi} \sin\theta \cos n(\theta + \frac{\pi}{2}) \, d\theta \right]$$

En éliminant les valeurs de n différant de $6k \pm 1$, valeurs pour lesquelles $A_n = 0$, le calcul de A_n se simplifie et donne :

. Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{2\pi} \left(\theta_1 - \psi + \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \sin 2(\theta_1 + \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{2} \sin 2\psi \right);$$

. Pour les harmoniques,

$$A_n = \frac{3V}{\pi} \left[\frac{\sin(n-1)(\theta_1 + \frac{2\pi}{3}) - \sin(n-1)\psi}{n-1} + \frac{\sin(n+1)\psi - \sin(n+1)(\theta_1 + \frac{2\pi}{3})}{n+1} \right]$$

- Calcul de B_n

De la même façon B_n se calcule à partir de

$$B_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1 + 2\pi/3} v_A \cos n\theta \, d\theta + \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\psi + \pi/3} v_C \cos n\theta \, d\theta + \frac{1}{2} \int_{\theta_1 + \pi/3}^{\psi + 2\pi/3} v_B \cos n\theta \, d\theta \right]$$

En effectuant les mêmes changements de variable et le même regroupement, il vient

$$B_n = \frac{2V}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1 + 2\pi/3} \sin\theta \cos n\theta \, d\theta - \sin \frac{n\pi}{6} \int_{\theta_1 - \pi/3}^{\psi} \sin\theta \sin n(\theta + \frac{\pi}{2}) \, d\theta \right]$$

Ce qui donne :

. Pour le fondamental,

$$B_1 = \frac{3V}{4\pi} \left(\cos 2\psi - \cos 2(\theta_1 + \frac{2\pi}{3}) \right);$$

. Pour les harmoniques de rang $6k + 1$,

$$B_n = \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{\cos(n+1)\psi - \cos(n+1)(\theta_1 + \frac{2\pi}{3})}{n+1} + \frac{\cos(n-1)(\theta_1 + \frac{2\pi}{3}) - \cos(n-1)\psi}{n-1} \right]$$

- Cas particuliers.

Les relations donnant A_n et B_n obtenues pour un récepteur résistant et inductif, se simplifient beaucoup dans les deux cas limites du débit sur résistance ou sur inductance pure.

Si le récepteur est purement résistant, $\theta_1 = \pi/3$. On obtient :

. Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{2\pi} \left(\frac{1}{2} \sin 2\psi + \frac{2\pi}{3} - \psi \right); \quad B_1 = \frac{3V}{4\pi} (\cos 2\psi - 1).$$

. Pour les harmoniques,

$$A_n = \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{\sin(n+1)\psi}{n+1} - \frac{\sin(n-1)\psi}{n-1} \right];$$

$$B_n = \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{\cos(n+1)\psi}{n+1} - \frac{\cos(n-1)\psi}{n-1} + \frac{2}{(n-1)(n+1)} \right].$$

Si le récepteur est une inductance pure, $\theta_1 = 4\pi/3 - \psi$. Les termes B_n sont tous nuls. On a alors

. Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{2\pi} \left(\frac{5\pi}{3} - 2\psi + \sin 2\psi \right) \quad \text{et } V'_1 = |A_1|.$$

. Pour les harmoniques,

$$A_n = \frac{3V}{\pi} \left[\frac{\sin(n+1)\psi}{n+1} - \frac{\sin(n-1)\psi}{n-1} \right] \quad \text{et } V'_n = |A_n|.$$

II.3.2 Troisième mode de fonctionnement

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} v'_A \sin n\theta \, d\theta = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_2} \frac{v_A - v_B}{2} \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi+\pi/3}^{\theta_2+\pi/3} \frac{v_A - v_C}{2} \sin n\theta \, d\theta \right]$$

En utilisant les mêmes procédés que ceux indiqués pour le premier mode, on voit que A_n peut se calculer par

$$A_n = \frac{2V}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_2} \sin\theta \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi+\pi/3}^{\theta_2+\pi/3} \sin\theta \sin n\theta \, d\theta + \sin \frac{n\pi}{6} \int_{\psi-\pi/3}^{\theta_2-\pi/3} \sin\theta \cos n(\theta + \frac{\pi}{2}) \, d\theta \right]$$

Le calcul de ces intégrales donne :

. Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{2} \left(\theta_2 - \psi + \frac{1}{2} \sin 2(\theta_2 - \frac{\pi}{3}) - \frac{1}{2} \sin 2(\psi - \frac{\pi}{3}) \right);$$

. Pour les harmoniques de rang $n = 6k - 1$,

$$A_n = \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{\sin(n-1)(\psi - \frac{\pi}{3}) - \sin(n-1)(\theta_2 - \frac{\pi}{3})}{n-1} + \frac{\sin(n+1)\psi - \sin(n+1)\theta_2}{n+1} \right];$$

. Pour les harmoniques de rang $6k + 1$,

$$A_n = \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{\sin(n-1)\theta_2 - \sin(n-1)\psi}{n-1} + \frac{\sin(n+1)(\theta_2 - \frac{\pi}{3}) - \sin(n+1)(\psi - \frac{\pi}{3})}{n+1} \right]$$

- De la même façon, le calcul de B_n permet d'obtenir :

. Pour le fondamental,

$$B_1 = \frac{3V}{4\pi} \left(\cos 2(\theta_2 - \frac{\pi}{3}) - \cos 2(\psi - \frac{\pi}{3}) \right);$$

. Pour les harmoniques de rang $6k - 1$,

$$B_n = \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{\cos(n+1)\psi - \cos(n+1)\theta_2}{n+1} + \frac{\cos(n-1)(\psi - \frac{\pi}{3}) - \cos(n-1)(\theta_2 - \frac{\pi}{3})}{n-1} \right];$$

. Pour les harmoniques de rang $6k + 1$,

$$B_n = \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{\cos(n+1)(\theta_2 - \frac{\pi}{3}) - \cos(n+1)(\psi - \frac{\pi}{3})}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\theta_2 - \cos(n-1)\psi}{n-1} \right].$$

- Si le récepteur est purement résistif, l'angle θ_2 égale $5\pi/6$. Les relations précédentes se simplifient et donnent :

. Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{2\pi} \left(\frac{5\pi}{6} - \psi - \frac{1}{2} \sin 2 \left(\psi - \frac{\pi}{3} \right) \right) ; B_1 = - \frac{3V}{4\pi} \left(1 + \cos 2 \left(\psi - \frac{\pi}{3} \right) \right) ;$$

. Pour les harmoniques de rang $6k - 1$,

$$A_n = \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{\sin(n-1)\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right)}{n-1} + \frac{\sin(n+1)\psi}{n+1} \right] ;$$

$$B_n = \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{\cos(n+1)\psi - \cos(n+1)\frac{\pi}{2}}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) - \cos(n-1)\frac{\pi}{2}}{n-1} \right] ;$$

. Pour les harmoniques de rang $6k + 1$,

$$A_n = - \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{\sin(n-1)\psi}{n-1} + \frac{\sin(n+1)\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right)}{n+1} \right] ;$$

$$B_n = \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{\cos(n+1)\frac{\pi}{2} - \cos(n+1)\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right)}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\frac{\pi}{2} - \cos(n-1)\psi}{n-1} \right] .$$

- Si le récepteur est purement inductif, L'angle θ_2 égale $5\pi/3 - \psi$. Les termes B_n sont tous nuls. Il reste

. Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{2\pi} \left(\frac{5\pi}{3} - 2\psi - \sin 2 \left(\psi - \frac{\pi}{3} \right) \right) \text{ et } V'_1 = | A_1 | ;$$

. Pour les harmoniques de rang $6k - 1$,

$$A_n = \frac{3V}{\pi} \left[\frac{\sin(n-1)\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right)}{n-1} + \frac{\sin(n+1)\psi}{n+1} \right] \text{ et } V'_n = | A_n | ;$$

. Pour les harmoniques de rang $6k + 1$,

$$A_n = - \frac{3V}{\pi} \left[\frac{\sin(n-1)\psi}{n-1} + \frac{\sin(n+1)\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right)}{n+1} \right] \text{ et } V'_n = | A_n | .$$

II.3.3 Remarque sur le deuxième mode de fonctionnement

Lors du débit, sur résistance pure, pour $\pi/3 < \psi < \pi/2$, l'enclenchement du thyristor Th'_C pour $\theta = \pi/3 + \psi$ provoque l'extinction de Th'_B . On peut calculer les harmoniques des tensions aux bornes des résistances en utilisant les relations établies pour le troisième mode, il suffit de remplacer dans celles-ci θ_2 par $\pi/3 + \psi$. On obtient ainsi

. Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{2\pi} \left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \sin 2\psi - \frac{1}{2} \sin 2 \left(\psi - \frac{\pi}{3} \right) \right) ;$$

$$B_1 = \frac{3V}{4\pi} \left(\cos 2\psi - \cos \left(2\psi - \frac{\pi}{3} \right) \right) ;$$

. Pour les harmoniques de rang $6k - 1$,

$$A_n = \frac{3V}{2\pi(n-1)} \left(\sin(n-1)\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) - \sin(n-1)\psi \right) ;$$

$$B_n = \frac{3V}{2\pi(n-1)} \left(\cos(n-1)\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) - \cos(n-1)\psi \right) .$$

V'_n , calculé par $\sqrt{A_n^2 + B_n^2}$, a pour valeur $\frac{3 V}{\pi(n-1)} \sin(n-1) \frac{\pi}{6}$.

. Pour les harmoniques de rang $6k + 1$,

$$A_n = \frac{3 V}{2\pi(n+1)} \left[\sin(n+1)\psi - \sin(n+1)\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) \right] ;$$

$$B_n = \frac{3 V}{2\pi(n+1)} \left[\cos(n+1)\psi - \cos(n+1)\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) \right].$$

$$V'_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} = \frac{3 V}{\pi(n+1)} \sin(n+1) \frac{\pi}{6}.$$

Durant tout le deuxième mode, la valeur des harmoniques est indépendante de ψ . Seules varient la valeur du fondamental, sa phase et celle des harmoniques.

II.4 Résultats. Tracé des caractéristiques

- On a tracé (Planches 2.4 et 2.5) les caractéristiques donnant, en fonction de ψ ,

- la valeur efficace V' des tensions de sortie,
- la valeur efficace V'_1 du fondamental,
- les valeurs efficaces V'_5 et V'_7 des harmoniques 5 et 7,
- la valeur efficace du courant I ,
- la valeur de l'angle α .

Les valeurs des tensions sont rapportées à celle V de la source, le courant I à la valeur V/Z qu'il aurait en l'absence de gradateur.

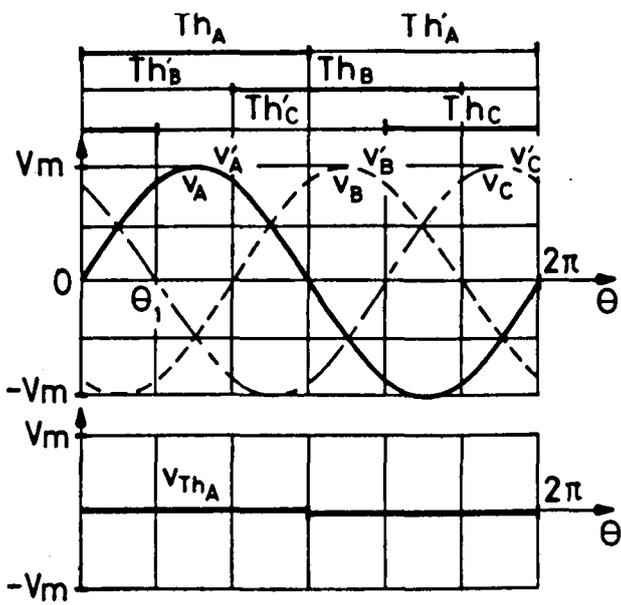
Ces caractéristiques ont été tracées pour φ variant de $\pi/6$ en $\pi/6$ depuis $\varphi = 0$ (résistances pures) jusqu'à $\varphi = \pi/2$ (inductance pure)

- L'examen de ces courbes montre que, plus le récepteur est inductif, plus la réduction de la valeur V' des tensions v'_A , v'_B et v'_C s'accompagne d'une forte croissance de leur taux d'harmoniques. Toutefois ces harmoniques de tension sont nettement plus faibles que ceux trouvés avec le gradateur monophasé. D'autre part le rang du premier étant égal à 5 et non plus à 3, quand on passe des harmoniques de la tension à ceux du courant, la réduction obtenue sera beaucoup plus forte dès que le récepteur sera nettement inductif.

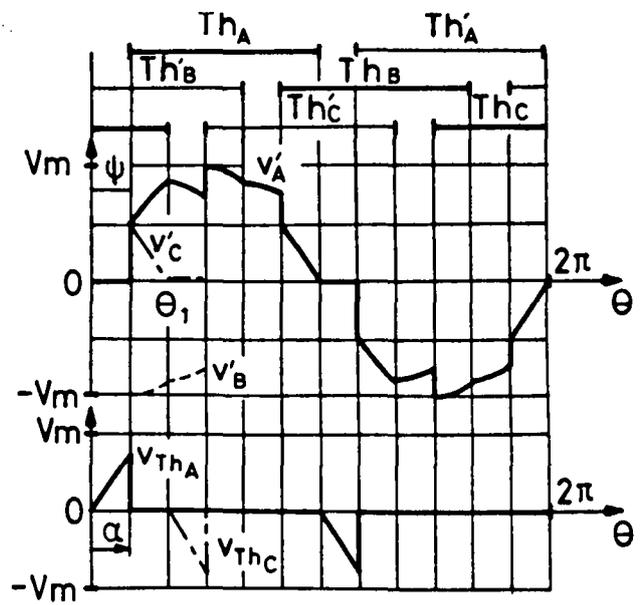
- La commande par l'angle α ne peut être utilisée si le récepteur est formé de résistances pures, car cet angle reste égal à $\pi/3$ pendant tout le deuxième mode (1). Par contre quand le récepteur est inductif, ce type de commande est très commode ; en faisant varier α de 0 à $2\pi/3$, la valeur V' des tensions passe de V à zéro quel que soit l'argument du récepteur.

- La tension maximale appliquée aux thyristors est égale à $3/2 V_m$. La valeur efficace du courant qui les traverse est égale à $I/\sqrt{2}$.

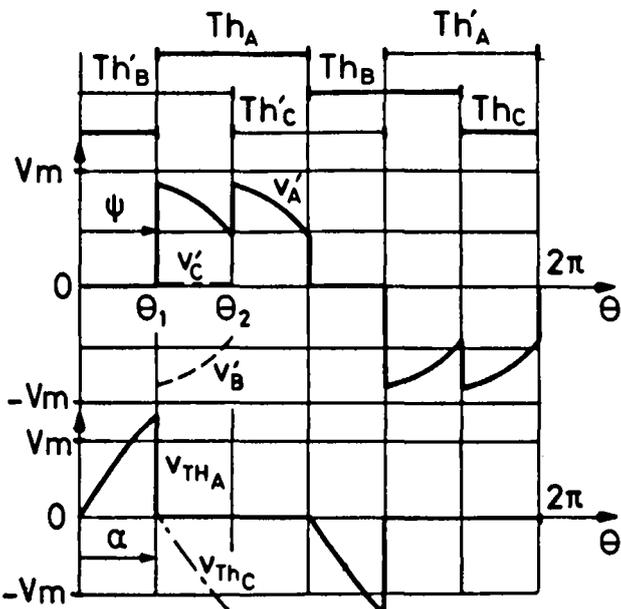
(1) Le deuxième mode, qui apparaît quand on passe d'un récepteur du type R, L à un récepteur R, prend de plus en plus d'importance quand le récepteur étant du type RC son argument $\varphi = -\arctg 1/RC\omega$ s'approche de $-\pi/2$. Quand φ tend vers $-\pi/2$, le premier mode tend à disparaître, le second à correspondre à $-\pi/2 < \psi < 0$, le troisième à $0 < \psi < 5\pi/6$.



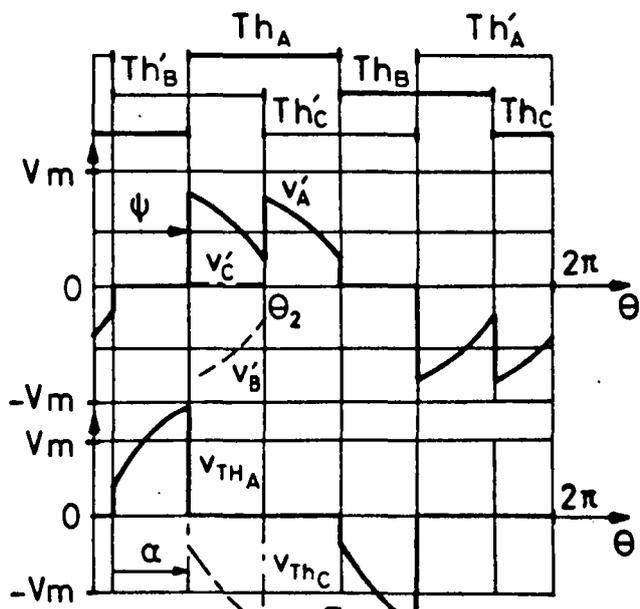
$\psi = 0$ (1^{ère} limite)



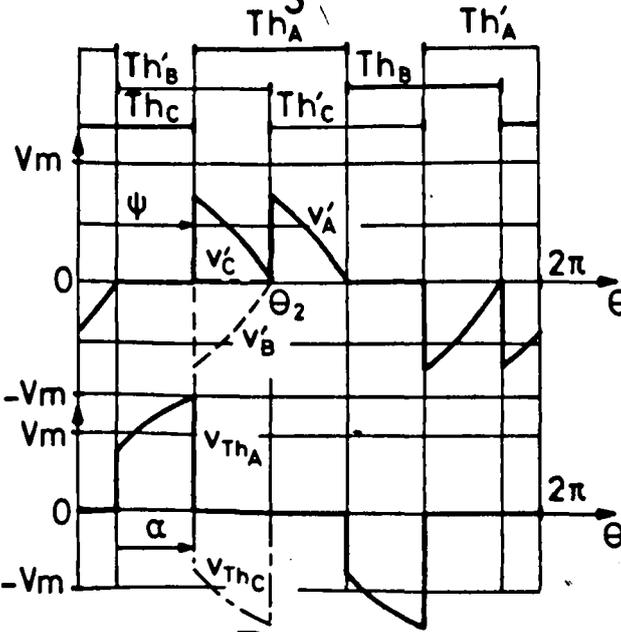
$\psi = \frac{\pi}{6}$ (1^{er} mode)



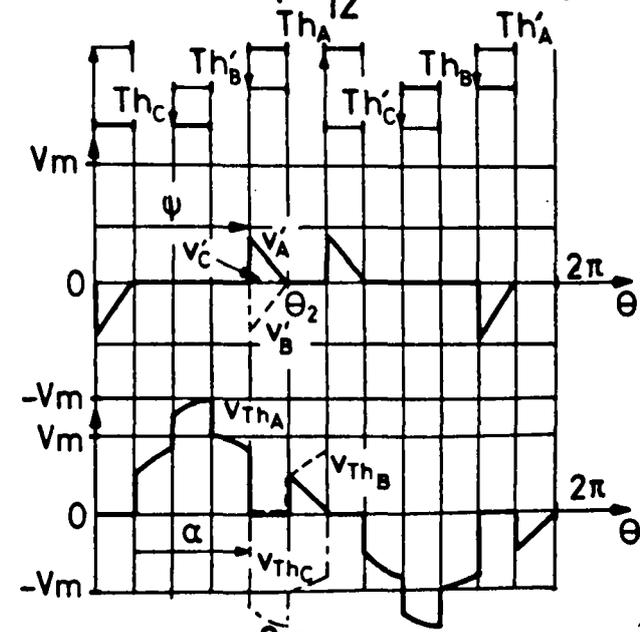
$\psi = \frac{\pi}{3}$ (2^{ème} limite)



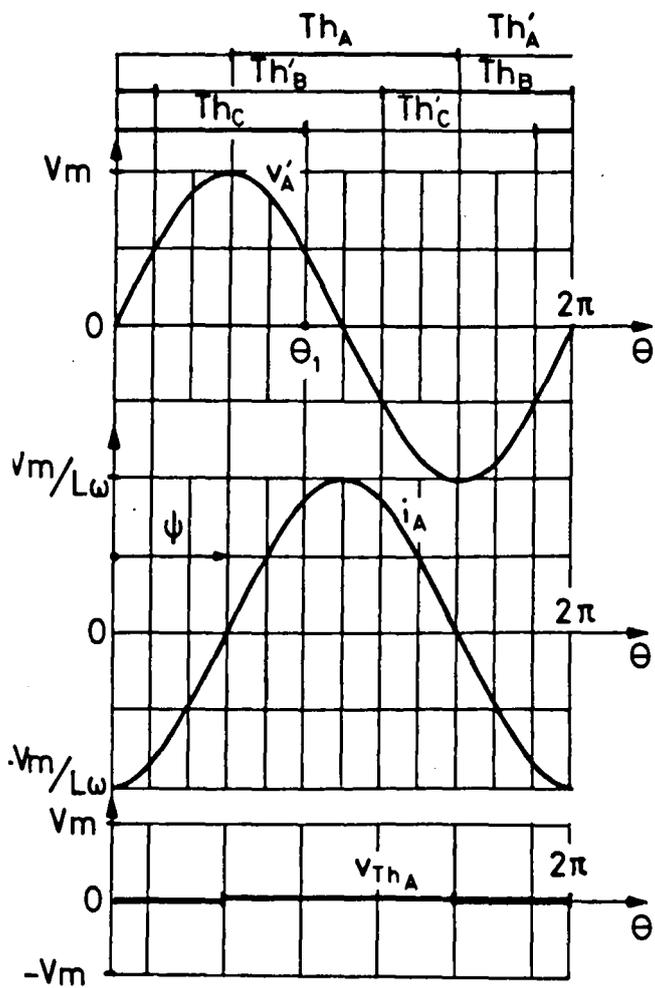
$\psi = \frac{5\pi}{12}$ (2^{ème} mode)



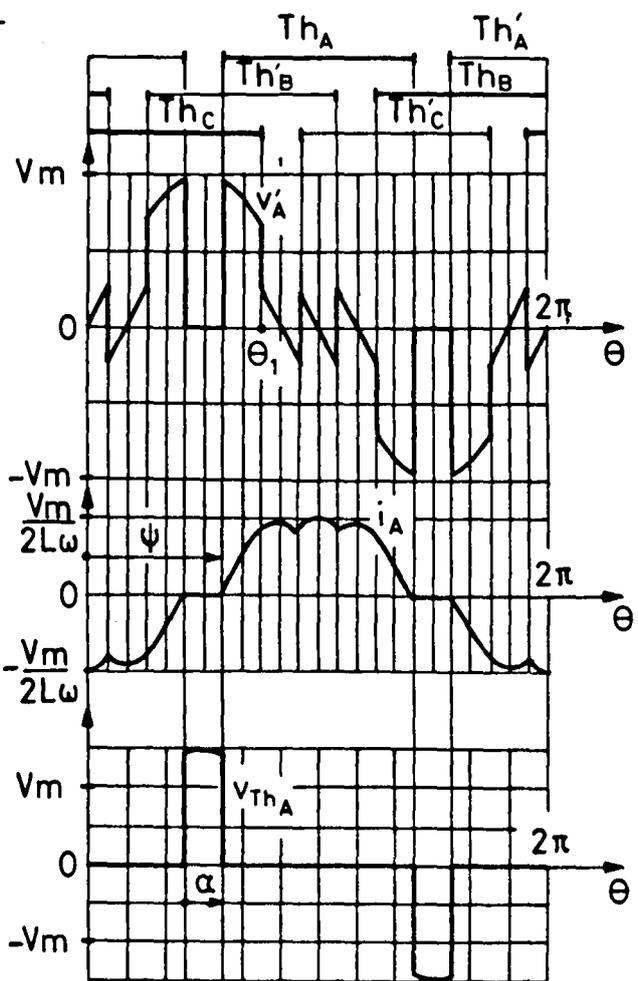
$\psi = \frac{\pi}{2}$ (3^{ème} limite)



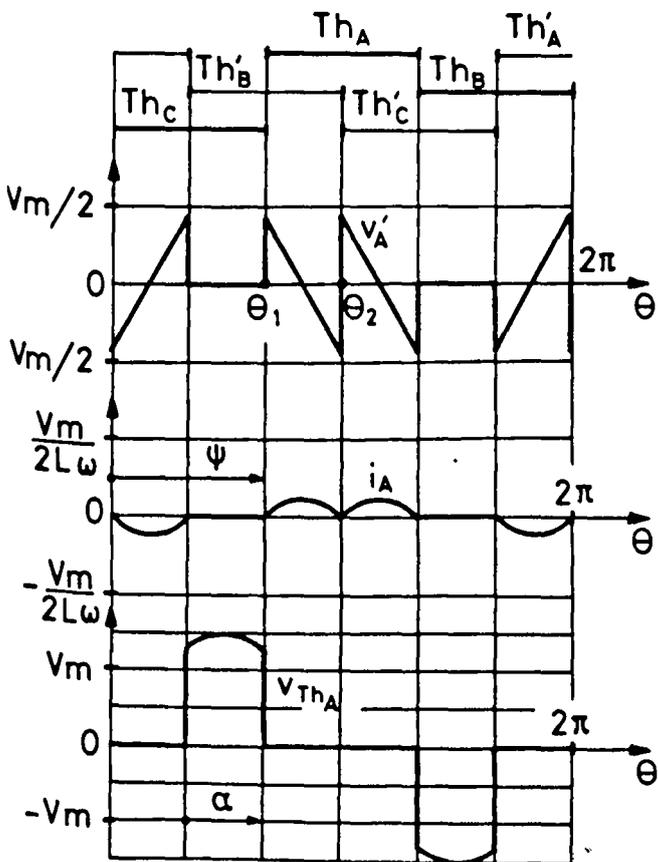
$\psi = \frac{2\pi}{3}$ (3^{ème} mode)



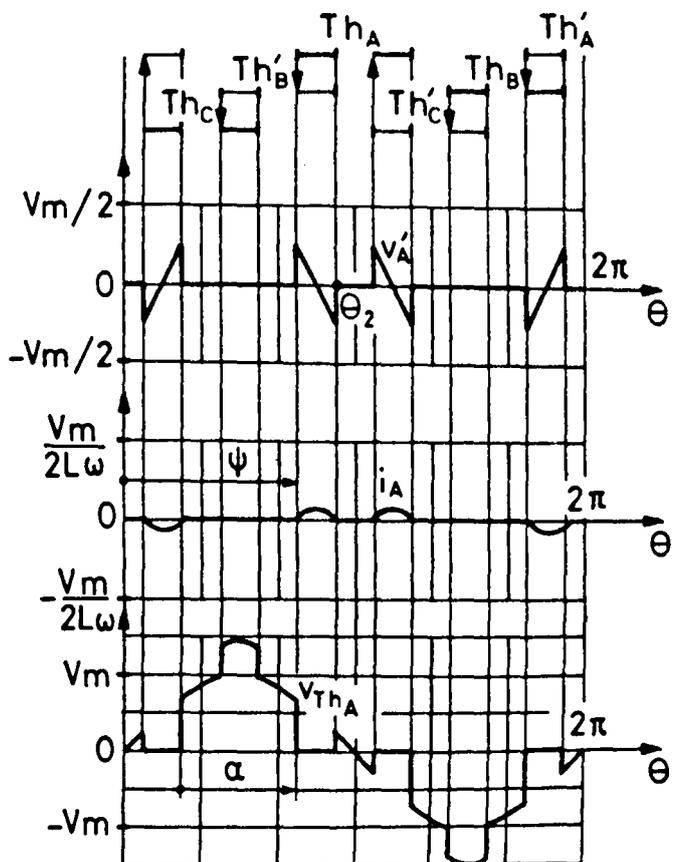
$\psi = \frac{\pi}{2}$ (1^{ère} limite)



$\psi = \frac{7\pi}{12}$ (1^{er} mode)



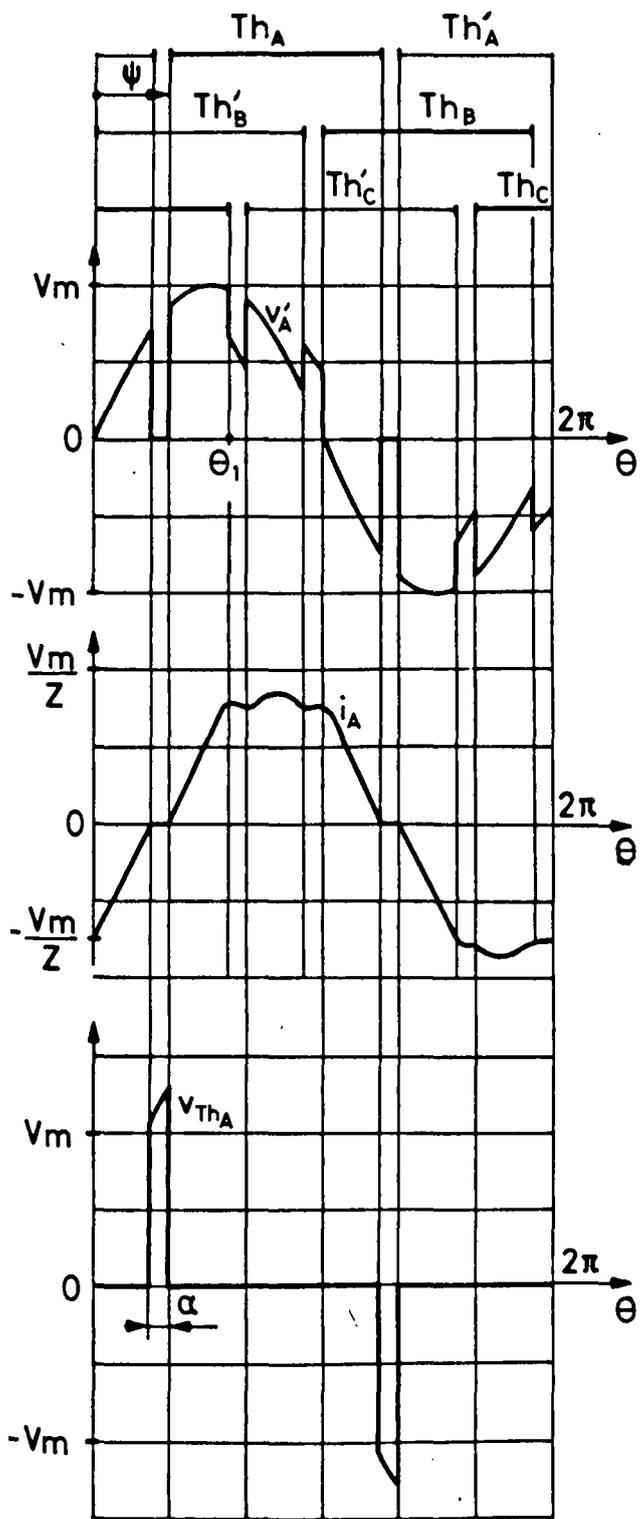
$\psi = \frac{2\pi}{3}$ (2^{ème} limite)



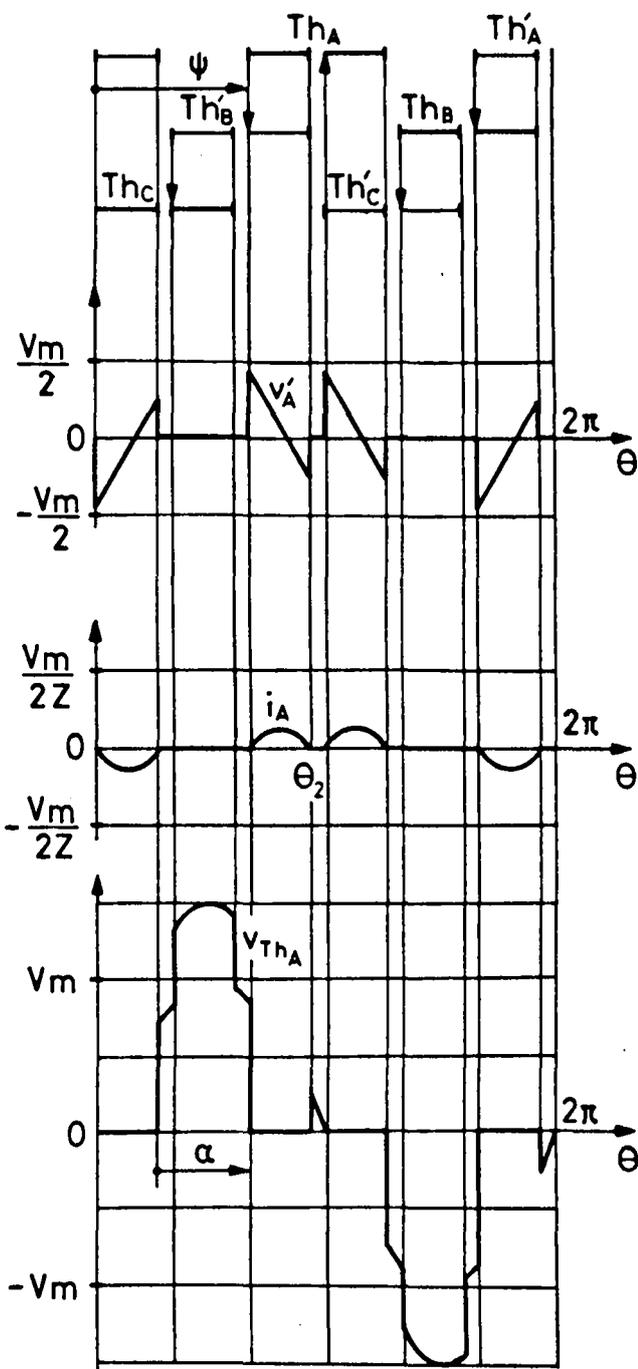
$\psi = \frac{3\pi}{4}$ (3^{ème} mode)



Grad. triphasé tout thyristors - Débit sur L -

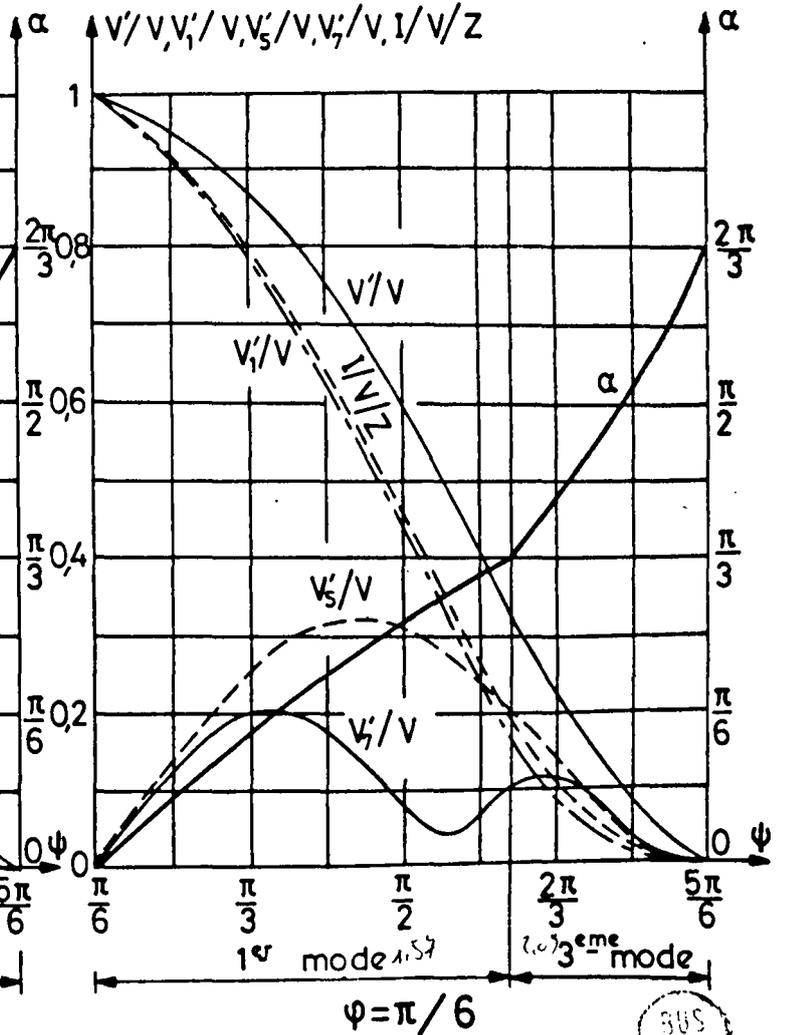
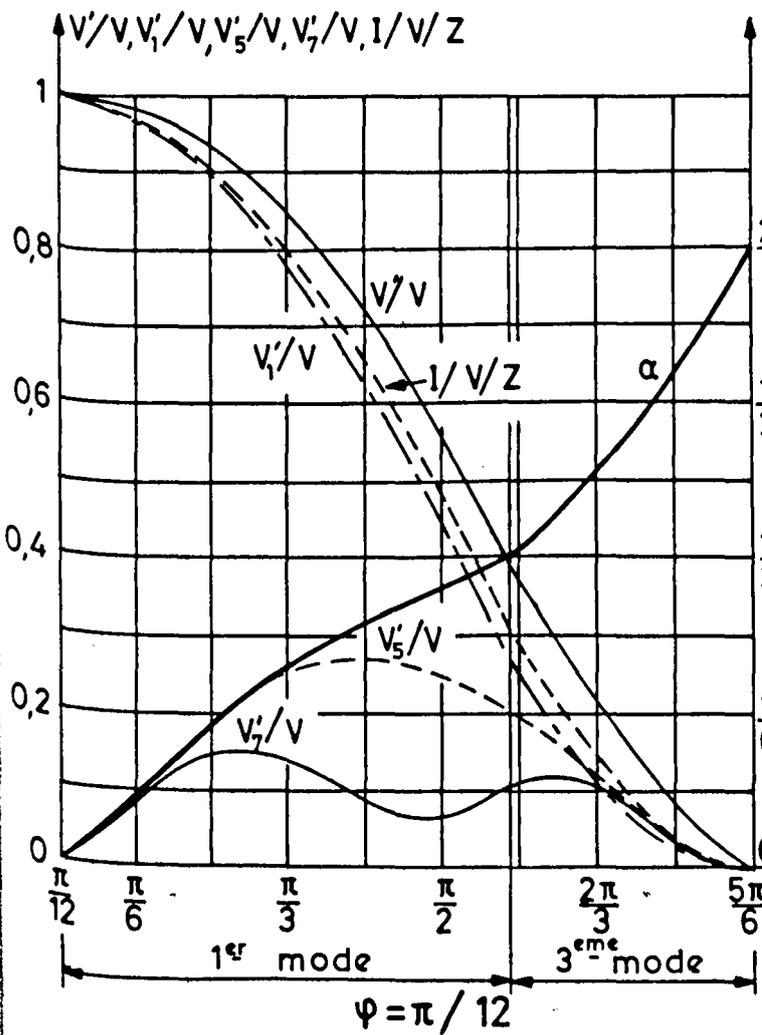
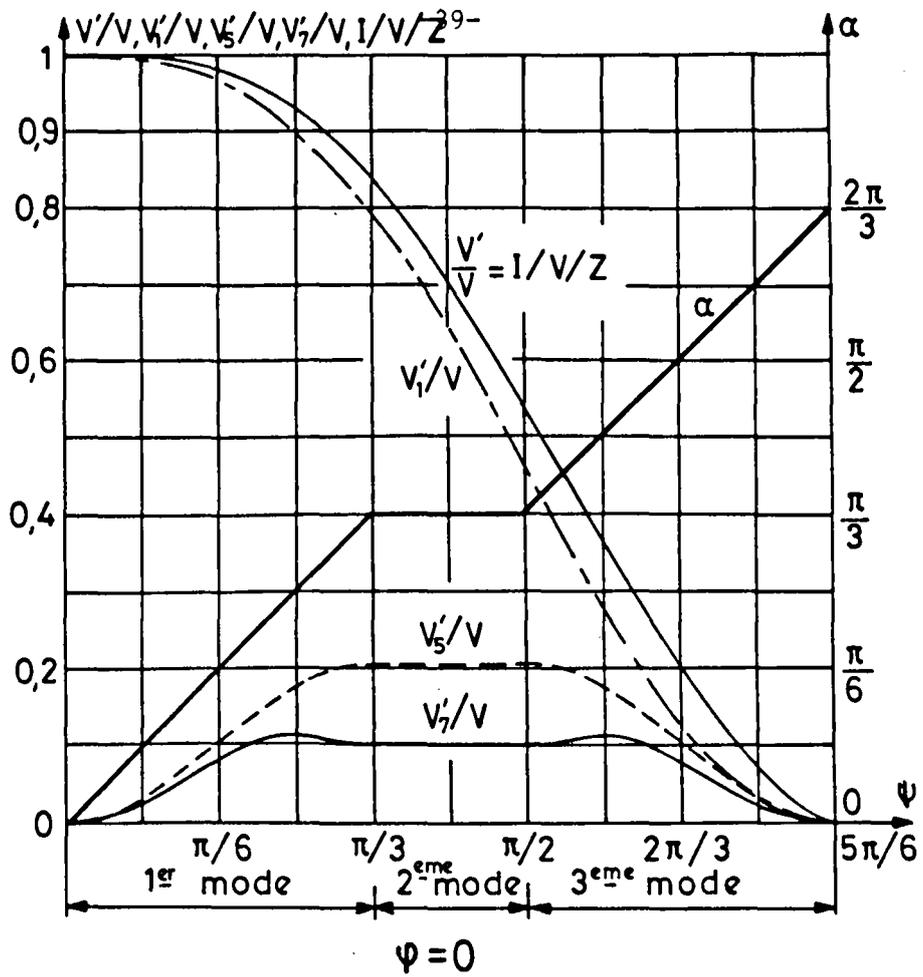


$\psi = 45^\circ \quad \psi = 60^\circ$
 $\theta = 106^\circ 2$
 (1^{er} mode)



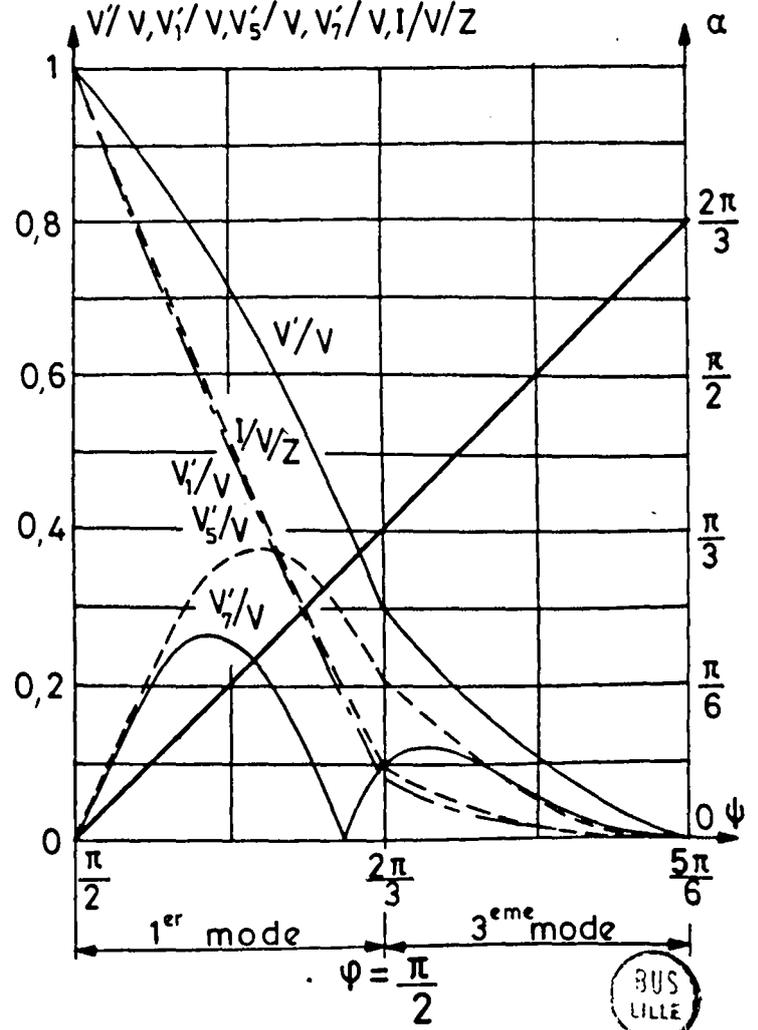
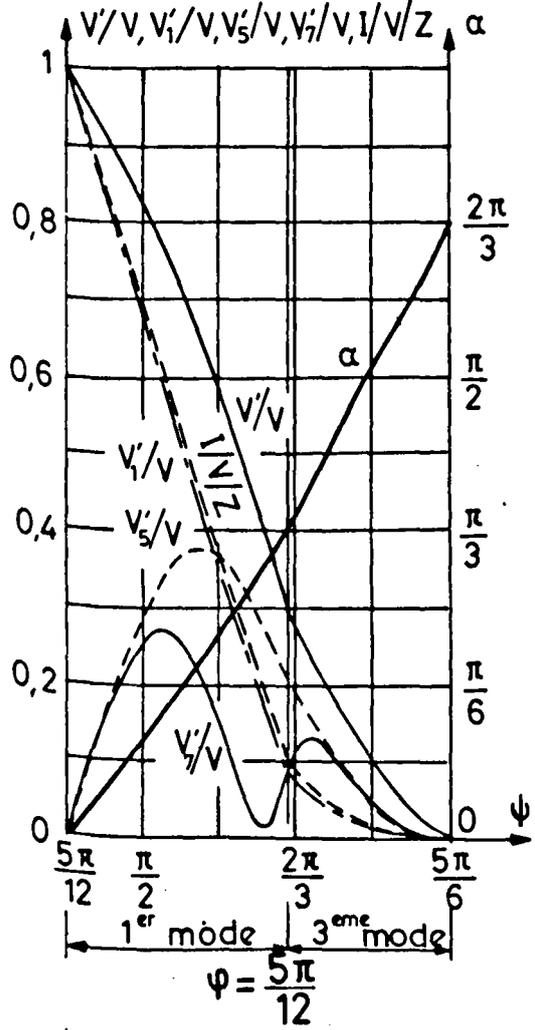
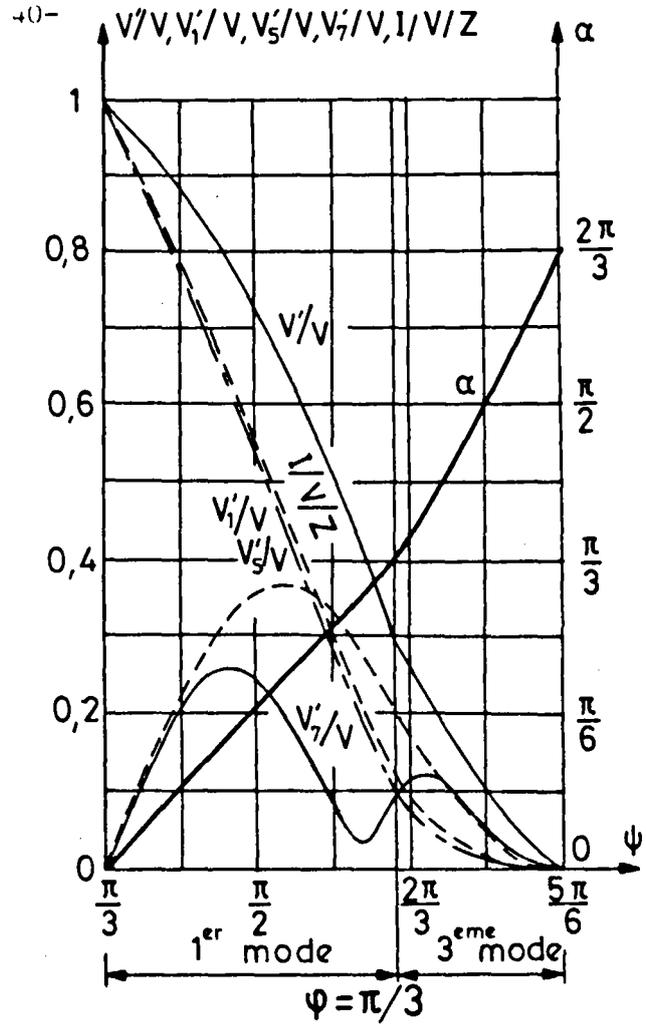
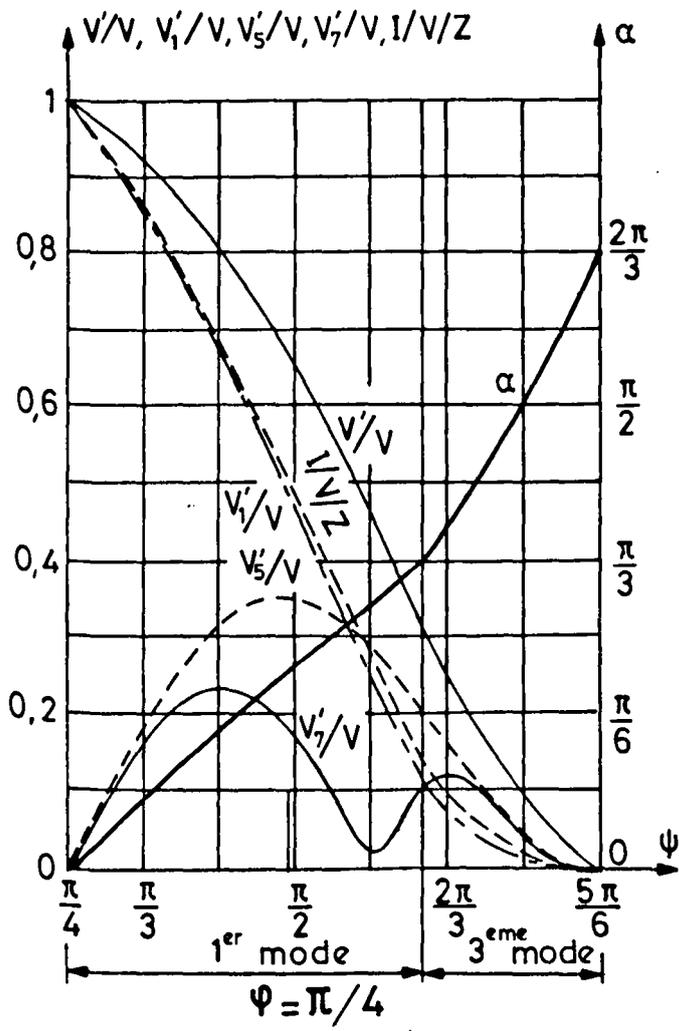
$\psi = 45^\circ \quad \psi = 120^\circ$
 $\theta = 167^\circ 8$
 (3^{eme} mode)





Grad. triphasé tout thyristors - Caractéristiques -





Grad. triphasé tout thyristors - Caractéristiques -

Pour les courants i_A, i_B, i_C par exemple, la connaissance de leurs expressions pendant un tiers de période suffit pour les obtenir tout au long de celle-ci :

$$i_A(\theta) = i_A(\theta); i_A(\theta+2\pi/3) = i_C(\theta); i_A(\theta+4\pi/3) = i_B(\theta);$$

$$i_B(\theta) = i_B(\theta); i_B(\theta+2\pi/3) = i_A(\theta); i_B(\theta+4\pi/3) = i_C(\theta);$$

$$i_C(\theta) = i_C(\theta); i_C(\theta+2\pi/3) = i_B(\theta); i_C(\theta+4\pi/3) = i_A(\theta).$$

Le même type de relations existe entre v'_A, v'_B, v'_C et entre $v_{Th_A}, v_{Th_B}, v_{Th_C}$.

I. ANALYSE DU FONCTIONNEMENT

Nous venons de voir qu'il suffit d'examiner le fonctionnement pendant un tiers de la période. Nous étudierons l'intervalle $\psi, \psi + 2\pi/3$ qui va du déblocage de Th_A à celui de Th_B .

Comme pour le gradateur tout thyristors, il est intéressant de faire précéder l'étude du débit sur récepteur résistant et inductif de celle, plus simple, des deux cas limites : débit sur charge uniquement résistante, débit sur charge purement inductive.

I.1 Débit sur un récepteur purement résistant

La source débite à travers le gradateur sur trois résistances de même valeur R que nous supposons groupées en étoile.

Lorsque l'angle ψ croît de 0 à $7\pi/6$, trois modes de fonctionnement se succèdent :

- pour $0 < \psi < \pi/2$, il y a 3 ou 2 redresseurs simultanément conducteurs,
- pour $\pi/2 < \psi < 2\pi/3$, il y a 3 ou 2 ou 0 redresseurs passants,
- pour $2\pi/3 < \psi < 7\pi/6$, il y a tantôt 2 redresseurs conducteurs tantôt 0.

On a représenté (Planche 3.1) les formes d'ondes des tensions v'_A et v_{Th_A} pour chacun des trois modes et pour les valeurs de ψ correspondant au début de chacun d'eux. Le récepteur étant purement résistant, les ondes des courants i_A, i_B, i_C sont identiques à $1/R$ près à celles de v'_A, v'_B, v'_C .

I.1.1 Premier mode ($0 \leq \psi \leq \pi/2$) : conduction de 3 ou 2 redresseurs

Lors du déblocage de Th_A , pour $\theta = \psi$, deux redresseurs Th_C et D_B sont déjà conducteurs. C'est le début du fonctionnement à trois redresseurs simultanément passants.

Si $\psi > \pi/3$, v_C est négatif pour $\theta = \psi$, l'entrée en conduction de Th_A provoque le blocage immédiat de Th_C et l'entrée en conduction de D_C qui écoule i_C égal à v_C/R .

Si $\psi < \pi/3$, la commutation $Th_C - D_C$ ne se produit que pour $\theta_1 = \pi/3$ qui correspond au zéro de v_C .

Dans les deux cas, les trois phases réceptrices sont reliées aux bornes de la source à partir de $\theta = \psi$ et cela jusqu'au blocage de la diode D_B pour $\theta = \theta_2$.

L'angle θ_2 correspond au passage de v_B croissant par zéro pour $\theta = 2\pi/3$.

Donc

$$\theta_1 = \pi/3; \theta_2 = 2\pi/3.$$

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < 2\pi/3$, Th_A , D_B , Th_C ou D_C conduisent :

$$v'_A = R i_A = v_A ; v'_B = R i_B = v_B ; v'_C = R i_C = v_C ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = v_{Th_C} = 0.$$

- Pendant l'intervalle $2\pi/3 < \theta < \psi + 2\pi/3$, Th_A et D_C sont conducteurs :

$$v'_A = -v'_C = \frac{1}{2} (v_A - v_C) ; i_A = -i_C = v'_A/R ; v'_B = R i_B = 0 ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_C} = 0 ; v_{Th_B} = v_B - v_A + v'_A = \frac{3}{2} v_B.$$

- A l'instant où $\theta = \psi + 2\pi/3$ on déclenche le thyristor Th_B : un nouvelle intervalle à trois redresseurs conducteurs commence.

L'angle pratique de commande α est égal à ψ .

Ce mode de fonctionnement cesse lorsque la conduction de Th_A et D_C s'interrompt juste au moment de l'enclenchement de Th_B donc pour $\theta = \psi + 2\pi/3$. Or le courant dans Th_B et D_C , étant égal à $(v_A - v_C)/2 R$ s'annule pour $\theta = 7\pi/6$. La valeur de ψ marquant la fin du premier mode est telle que

$$\psi + 2\pi/3 = 7\pi/6$$

$$\psi = \pi/2.$$

1.1.2 Deuxième mode ($\pi/2 < \psi < 2\pi/3$) : conduction de 3, 2 ou 0 redresseurs

Pour ψ supérieur à $\pi/2$, quand Th_A va recevoir son signal de déblocage il n'y a pas de redresseur conducteur. L'entrée en conduction de Th_A entraîne le débit d'un courant i_A qui revient en partie par D_B en partie par D_C : c'est l'intervalle à 3 redresseurs passants qui débute.

Quand la tension v_B cesse d'être négative pour $\theta_2 = 2\pi/3$, la diode D_B qui écoulait v_B/R se bloque ; l'intervalle à 2 redresseurs passant commence.

La conduction simultanée de Th_A et D_C se termine à son tour quand la tension $v_A - v_C$ de positive devient nulle, donc pour $\theta = \theta_3 = 7\pi/6$. Alors débute l'intervalle sans redresseur passant qui se terminera pour $\theta = \psi + 2\pi/3$ avec l'amorçage de Th_B

$$\theta_2 = 2\pi/3 ; \theta_3 = 7\pi/6.$$

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < 2\pi/3$, Th_A , D_B et D_C conduisent :

$$v'_A = R i_A = v_A ; v'_B = R i_B = v_B ; v'_C = R i_C = v_C ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = v_{Th_C} = 0.$$

- Pendant l'intervalle $2\pi/3 < \theta < 7\pi/6$, Th_A et D_C conduisent :

$$i_B = 0 ; i_A = -i_C = v'_A/R ; v'_A = -v'_C = \frac{1}{2} (v_A - v_C) ; v'_B = 0 ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_C} = 0 ; v_{Th_B} = \frac{3}{2} v_B.$$

- Pendant l'intervalle $7\pi/6 < \theta < \psi + 2\pi/3$, pas de redresseur passant :

$$v'_A = v'_B = v'_C = 0 ; i_A = i_B = i_C = 0$$

Les faibles courants de fuite des thyristors ayant une tension positive à leurs bornes se referment par la diode reliée à la borne la plus négative de la source. Or à partir de $\theta = 7\pi/6$, v_A est la plus négative des tensions, c'est donc D_A qui conduit

$$v_{Th_A} = 0 ; v_{Th_B} = v_B - v_A ; v_{Th_C} = v_C - v_A.$$

Pour ce mode de fonctionnement α est encore égal à ψ .

On remarque que l'intervalle de conduction de chacune des diodes est scindé en deux parties : la plus longue de durée $(\theta_3 - \psi)/\omega$ est suivie, après une interruption de $\psi + 2\pi/3 - \theta_3$, par une autre plus brève de durée $(\theta_2 - \psi)/\omega$.

Ce mode de fonctionnement cesse quand disparaît l'intervalle à trois redresseurs conducteurs qui correspond d'ailleurs à la seconde conduction des diodes, donc pour $\theta_2 = \psi$. L'angle θ_2 étant égal à $2\pi/3$, on passe au troisième mode pour $\psi = 2\pi/3$.

Lors de ce passage, sans qu'il y ait discontinuité dans les caractéristiques l'angle α , compté entre la fin de la conduction d'une diode et le déblocage du thyristor monté en parallèle inverse à ses bornes, passe brusquement de $4\pi/6$ à $5\pi/6$. Si la commande est réalisée par l'angle α , quand on passe de $4\pi/6$ à $5\pi/6$ rien n'est modifié ; la réduction des tensions ne reprend qu'à partir de $5\pi/6$.

Si on commande par l'angle ψ , la réduction des tensions continue régulièrement quand ψ passe par la valeur $4\pi/6$.

I.1.3 Troisième mode ($2\pi/3 < \psi < 7\pi/6$) : conduction de 2 redresseurs ou de 0

Après un intervalle où tous les courants sont nuls, lorsque Th_A est déblocqué pour $\theta = \psi > 2\pi/3$, le circuit du courant i_A ne peut se refermer que par la diode D_C . La tension v_B est en effet plus grande que v_A et D_B reste bloquée.

Le débit de Th_A et D_C s'interrompt quand $v_A - v_C$ s'annule, donc pour θ_3 tel que

$$\theta_3 = 7\pi/6$$

A partir de θ_3/ω , tous les redresseurs sont bloqués jusqu'au moment où Th_B entre en conduction.

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < 7\pi/6$, Th_A et D_C conduisent :

$$v'_A = -v'_C = \frac{1}{2}(v_A - v_C) ; i_A = -i_C = v'_A/R ; v'_B = R i_B = 0 ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_C} = 0 ; v_{Th_B} = \frac{3}{2} v_B.$$

- Pendant l'intervalle $7\pi/6 < \theta < \psi + 2\pi/3$, pas de redresseur passant :

$$v'_A = v'_B = v'_C = 0 ; i_A = i_B = i_C = 0 ;$$

$$v_{Th_A} = 0 ; v_{Th_B} = v_B - v_A ; v_{Th_C} = v_C - v_A.$$

Ce fonctionnement, pour lequel $\alpha = \psi + \pi/6$, cesse lorsque ψ atteint la valeur $7\pi/6$. Au-delà on ne peut plus amorcer Th_A car la tension v_A est, pour θ plus grand que $7\pi/6$, inférieure à v_B et v_C .

1.2 Débit sur un récepteur purement inductif

Le récepteur est formé de trois inductances L égales.

Lorsque ψ va de $\pi/2$ à $7\pi/6$, on rencontre deux modes de fonctionnement :

- pour $\pi/2 < \psi < 5\pi/6$, débit de 3 ou 2 redresseurs, c'est le premier mode,
- pour $5\pi/6 < \psi < 7\pi/6$, débit de 2 ou 0 redresseurs, c'est le troisième.

On assiste à nouveau à la disparition du deuxième mode. Cependant cette suppression n'est plus liée à la présence d'une partie inductive dans l'impédance du récepteur. On montrera, lors de l'étude du débit sur récepteur résistant et inductif, que ce n'est qu'à partir d'une certaine valeur de l'argument φ que le deuxième mode disparaît.

On a représenté (Planche 3.2) le diagramme des conductions, les formes d'ondes de la tension v'_A , du courant i_A et de la tension v_{Th_A} pour les valeurs de ψ

correspondant aux deux modes de fonctionnement ainsi que pour $\psi = \pi/2$ et $\psi = 5\pi/6$ qui marquent le début de ces modes.

1.2.1 Premier mode ($\pi/2 \leq \psi \leq 5\pi/6$) : 3 ou 2 redresseurs passants.

Pour les valeurs de ψ peu supérieures à $\pi/2$, Th_C et D_B conduisent lorsque on débloque Th_A . Pour $\theta = \psi$ débute le régime à trois redresseurs conducteurs. Le courant i_C d'abord écoulé par Th_C s'annule pour la valeur θ_1 de l'angle θ , il s'inverse et passe ensuite par la diode D_C .

Le courant i_B tant qu'il est négatif passe par la diode D_B ; il s'annule pour $\theta = \theta_2$ entraînant l'extinction de D_B . Alors commence l'intervalle à deux redresseurs conducteurs, Th_A et D_C .

Pour $\theta = \psi + 2\pi/3$, le déblocage de Th_B rend simultanément passants Th_A , Th_B et D_C ; un nouveau régime à 3 redresseurs conducteurs commence

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_2$, Th_A , D_B , Th_C ou D_C conduisent :

$$v'_A = v_A ; v'_B = v_B ; v'_C = v_C ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = v_{Th_C} = 0.$$

Des équations différentielles

$$L\omega \frac{d i_A}{d\theta} = V_m \sin \theta ; L\omega \frac{d i_B}{d\theta} = V_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) ; L\omega \frac{d i_C}{d\theta} = V_m \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}),$$

compte-tenu des conditions initiales

$$i_A(\psi) = 0 ; i_B(\psi) = i_{B\psi} < 0 ; i_C(\psi) = - i_{B\psi},$$

on déduit

$$i_A = - \frac{V_m}{L\omega} \cos \theta + \frac{V_m}{L\omega} \cos \psi,$$

$$i_B = - \frac{V_m}{L\omega} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \frac{V_m}{L\omega} \cos(\psi - \frac{2\pi}{3}) + i_{B\psi},$$

$$i_C = - \frac{V_m}{L\omega} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) + \frac{V_m}{L\omega} \cos(\psi - \frac{4\pi}{3}) - i_{B\psi}.$$

Pour $\theta = \theta_2$, i_B s'annule, ce qui donne entre θ_2 et $i_{B\psi}$ la relation

$$i_{B\psi} = \frac{V_m}{L\omega} \cos(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) - \frac{V_m}{L\omega} \cos(\psi - \frac{2\pi}{3})$$

A la fin de cet intervalle i_A a pour valeur

$$i_A(\theta_2) = -\frac{V_m}{L\omega} (\cos \theta_2 - \cos \psi).$$

- Pendant l'intervalle $\theta_2 < \theta < \psi + 2\pi/3$, Th_A et D_C sont conducteurs :

$$i_B = 0 ; i_A = -i_C ; v'_A - v'_C = v_A - v_C ; v'_A = L\omega \frac{d i_A}{d\theta} = -v'_C ;$$

$$\text{donc } v'_A = -v'_C = \frac{1}{2}(v_A - v_C) ; v'_B = 0$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_C} = 0 ; v_{Th_B} = \frac{3}{2} v_B.$$

On calcule i_A en intégrant l'équation

$$2 L\omega \frac{d i_A}{d\theta} = V_m \left(\sin\theta - \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right) ;$$

connaissant la valeur initiale $i_A(\theta_2)$ de i_A , ce courant s'écrit :

$$i_A = \frac{V_m}{L\omega} \left[-\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{1}{2} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) + \frac{1}{2} \cos \theta_2 - \frac{1}{2} \cos(\theta_2 - \frac{4\pi}{3}) - \cos\theta_2 + \cos\psi \right]$$

- Pour trouver l'angle θ_2 on écrit que $i_A(\psi + \frac{2\pi}{3}) = i_C(\psi) = -i_{B\psi}$. En remplaçant $i_{B\psi}$ par la valeur, il vient :

$$-\frac{1}{2} \cos(\psi + \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{2} \cos(\psi - \frac{2\pi}{3}) - \frac{1}{2} \cos\theta_2 - \frac{1}{2} \cos(\theta_2 - \frac{4\pi}{3}) + \cos\psi = \cos(\psi - \frac{2\pi}{3}) - \cos(\theta_2 - \frac{2\pi}{3})$$

En regroupant les termes, il ne reste que

$$\frac{3}{2} \cos(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) = -\frac{3}{2} \cos \psi.$$

Donc

$$\theta_2 = 5\pi/3 - \psi$$

Connaissant θ_2 , on en déduit

$$i_{B\psi} = \frac{V_m}{L\omega} \left[-\cos \psi - \cos(\psi - 2\pi/3) \right],$$

$$i_A(\theta_2) = \frac{V_m}{L\omega} \left[\cos(\psi + \frac{\pi}{3}) + \cos \psi \right].$$

Les expressions des courants deviennent

- pour $\psi < \theta < 5\pi/3 - \psi$,

$$i_A = -\frac{V_m}{L\omega} (\cos\theta - \cos \psi)$$

$$i_B = -\frac{V_m}{L\omega} \left(\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \cos \psi \right),$$

$$i_C = -\frac{V_m}{L\omega} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}).$$

- pour $5\pi/3 - \psi < \theta < \psi + 2\pi/3$,

$$i_A = -i_C = \frac{V_m}{L\omega} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{2} \cos \psi \right]$$

- L'expression du courant i_C durant l'intervalle ψ , $5\pi/3 - \psi$ montre que l'angle θ_1 pour lequel il change de signe est tel que $\cos(\theta_1 - 4\pi/3) = 0$

$$\theta_1 = 5\pi/6.$$

C'est pour cette valeur de θ que s'effectue le passage $Th_C - D_C$.

- Pour ce mode de fonctionnement, $\alpha = \psi - (\theta_2 - 2\pi/3)$
 $\alpha = 2\psi - \pi.$

Ce mode cesse quand l'intervalle ψ , $5\pi/3 - \psi$ disparaît, donc pour $\psi = 5\pi/3$
 - ψ où $\psi = 5\pi/6$.

1.2.2 Troisième mode ($5\pi/6 \leq \psi \leq 7\pi/6$) : 2 redresseurs passants ou 0

Au déblocage de Th_A pour $\theta = \psi$, tous les courants sont nuls. La tension v_C étant la plus négative des trois tensions du réseau, la diode D_C se met à conduire. On vérifie que le débit de Th_A et D_C rend la tension v_{Th_B} positive et que la diode D_B ne peut conduire.

Les redresseurs Th_A et D_C se bloquent pour $\theta = \theta_3$ quand le courant i_A s'annule.

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_3$, Th_A et D_C conduisent :

$$i_A = -i_C ; i_B = 0 ; v'_A = -v'_C = \frac{1}{2}(v_A - v_C) ; v'_B = 0 ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_C} = 0 ; v_{Th_B} = \frac{3}{2} v_B.$$

Puisque $i_A(\psi) = 0$, l'équation différentielle

$$L\omega \frac{d i_A}{d\theta} = \frac{1}{2}(v_A - v_C) = \frac{\sqrt{3}}{2} V_m \sin(\theta - \frac{\pi}{6})$$

donne

$$i_A = -i_C = -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{V_m}{L\omega} \left[\cos(\theta - \frac{\pi}{6}) - \cos(\psi - \frac{\pi}{6}) \right]$$

Ce courant s'annule pour $\theta = \theta_3$ tel que $\cos(\theta_3 - \frac{\pi}{6}) = \cos(\psi - \frac{\pi}{6})$

$$\theta_3 = \frac{7\pi}{3} - \psi$$

- Pendant l'intervalle $\theta_3 < \theta < \psi + 2\pi/3$, tous les redresseurs sont bloqués :

$$i_A = i_B = i_C = 0 ; v'_A = v'_B = v'_C = 0 ;$$

puisque v_A est la plus négative des tensions,

$$v_{Th_A} = 0 ; v_{Th_B} = v_B - v_A ; v_{Th_C} = v_C - v_A.$$

L'angle α , donné par $2\pi + \psi - (\theta_3 + 2\pi/3)$, a encore pour valeur

$$\alpha = 2\psi - \pi.$$

Ce mode de fonctionnement cesse lorsque l'angle θ_3 égale ψ , soit pour $\psi = 7\pi/6$. Au-delà de cette valeur les trois courants sont constamment nuls.

I.3 Débit sur un récepteur résistant et inductif

On désigne encore par Z et φ le module et l'argument à la pulsation ω des tensions d'alimentation des trois phases réceptrices de constantes R et L .

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2} ; \operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R} = Q.$$

Pour les faibles valeurs de φ , lorsque ψ croît on rencontre successivement les trois modes de fonctionnement trouvés lors du débit sur résistances : débit de 3 ou 2 redresseurs, débit de 3 ou 2 ou 0 redresseurs, débit de 2 ou 0 redresseurs.

Pour les valeurs moyennes ou fortes de φ on passe directement du premier au troisième mode.

Le calcul des angles marquant la fin des intervalles de conduction s'opère en suivant l'évolution des courants, comme nous l'avons fait dans le cas du débit sur inductance pure. Seul l'armortissement des termes libres des expressions des courants complique les relations obtenues.

On a représenté (Planche 3.3) les diagrammes des conductions, les formes d'ondes des tensions v'_A , v_{Th_A} et du courant i_A dans le cas où $\varphi = 15^\circ$, successivement pour $\psi = 45^\circ$, $\psi = 112,5^\circ$ et $\psi = 150^\circ$. Ces trois valeurs du retard au déblocage donnent des fonctionnements selon chacun des trois modes.

I.3.1 Premier mode ($\varphi \leq \psi \leq \psi_{\ell 1}$) : conduction de 3 ou 2 redresseurs

Quand ψ est peu supérieur à φ , lorsqu'on déblocue Th_A , les redresseurs Th_C et D_B conduisaient déjà : l'intervalle à 3 redresseurs passants commence. Durant celui-ci, Th_C se bloque pour $\theta = \theta_1$, quand i_C s'annule, et D_C remplace Th_C .

L'extinction de la diode D_B quand $\theta = \theta_2$ marque le début de l'intervalle à deux redresseurs passants.

- Intervalle à trois redresseurs conducteurs

Durant l'intervalle ψ , θ_2 , Th_A , D_B , Th_C ou D_C débitent :

$$v'_A = v_A ; v'_B = v_B ; v'_C = v_C ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = v_{Th_C} = 0.$$

Les courants se déduisent des équations différentielles

$$L\omega \frac{d i_A}{d\theta} + R i_A = V_m \sin\theta,$$

$$L\omega \frac{d i_B}{d\theta} + R i_B = V_m \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$L\omega \frac{d i_C}{d\theta} + R i_C = V_m \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right).$$

Les conditions initiales sont

$$i_A(\psi) = 0 ; i_B(\psi) = i_{B\psi} < 0 ; i_C(\psi) = -i_{B\psi}$$

D'où les courants

$$\begin{aligned}
 i_A &= \frac{V_m}{Z} \sin(\theta - \varphi) - \frac{V_m}{Z} \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q}, \\
 i_B &= \frac{V_m}{Z} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) - \left[\frac{V_m}{Z} \sin\left(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) - i_{B\psi} \right] e^{\frac{-(\theta - \psi)}{Q}} \\
 i_C &= \frac{V_m}{Z} \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) - \left[\frac{V_m}{Z} \sin\left(\psi - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) + i_{B\psi} \right] e^{\frac{-(\theta - \psi)}{Q}}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Pour $\theta = \theta_2$, le courant i_B s'annule. On en déduit la relation entre $i_{B\psi}$ et θ_2 ainsi que la valeur de i_A à la fin de cet intervalle.

$$\begin{aligned}
 i_{B\psi} &= \frac{V_m}{Z} \sin\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) e^{(\theta_2 - \psi)/Q} - \frac{V_m}{Z} \sin\left(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right); \\
 i_A(\theta_2) &= \frac{V_m}{Z} \sin(\theta_2 - \varphi) - \frac{V_m}{Z} \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta_2 - \psi)/Q}.
 \end{aligned}$$

- Intervalle à deux redresseurs conducteurs

Pour $\theta_2 < \theta < \psi + 2\pi/3$, Th_A et D_C débitent :

$$\begin{aligned}
 v'_A &= -v'_C = \frac{1}{2}(v_A - v_C); \quad v'_B = 0; \quad i_B = 0; \\
 v_{Th_A} &= v_{Th_C} = 0; \quad v_{Th_B} = \frac{3}{2} v_B.
 \end{aligned}$$

Le courant i_A , égal à $-i_C$, s'obtient en intégrant l'équation

$$L\omega \frac{d i_A}{d\theta} + R i_A = \frac{1}{2} \left(V_m \sin\theta - \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \right)$$

qui, compte tenu de la valeur initiale $i_A(\theta_2)$, donne

$$\begin{aligned}
 i_A &= \frac{V_m}{2Z} \left[\sin(\theta - \varphi) - \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) - \left(\sin(\theta_2 - \varphi) - \sin\left(\theta_2 - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) \right) e^{\frac{-(\theta - \theta_2)}{Q}} \right. \\
 &\quad \left. + 2 \sin(\theta_2 - \varphi) e^{-(\theta - \theta_2)/Q} - 2 \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right]
 \end{aligned} \tag{2}$$

- Valeur des angle θ_2 et θ_1

. Pour trouver θ_2 on écrit que $i_A\left(\psi + \frac{2\pi}{3}\right) = i_C(\psi) = -i_{B\psi}$

Après simplifications il vient

$$\sin\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) e^{\frac{(\theta_2 - \psi)}{Q}} = -\sin(\psi - \varphi) \frac{1 + 2e^{-2\pi/3Q}}{2 + e^{-2\pi/3Q}}, \tag{3}$$

avec $\psi < \theta_2 < \psi + 2\pi/3$.

- A valeurs données de ψ et de φ , connaissant l'angle θ_2 , on peut calculer $i_{B\psi}$ et on obtient les expressions des courants tout au long du tiers de période considéré.

. On trouve l'angle θ_1 de fin de conduction de Th_C en annulant l'expression du courant i_C durant l'intervalle ψ, θ_2 .

Après simplifications on obtient

$$\sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \varphi) e^{\frac{(\theta_1 - \psi)}{Q}} = - \sin(\psi - \varphi) \frac{1 - e^{-2\pi/3Q}}{2 + e^{-2\pi/3Q}},$$

avec $\psi < \theta_1 < \theta_2$.

- Expression de α . Valeur de $\psi_{\ell 1}$.

. Pour ce mode de fonctionnement, $\alpha = \psi - (\theta_2 - \frac{2\pi}{3})$

$$\alpha = \psi - \theta_2 + \frac{2\pi}{3}$$

. Le thyristor Th_A s'éteint un tiers de période après Th_C donc pour $\theta = \theta_1 + 2\pi/3$; or Th_B commence à conduire pour $\theta = \psi + 2\pi/3$. Pour qu'il y ait toujours un thyristor conducteur, donc qu'il n'y ait pas d'intervalle où les trois courants sont nuls, il faut que $\theta_1 + 2\pi/3$ soit supérieur à $\psi + 2\pi/3$ ou θ_1 supérieur à ψ .

Ce mode de fonctionnement cesse pour une valeur limite $\psi_{\ell 1}$ de ψ telle que $\theta_1 = \psi$. Pour chaque valeur de φ on calcule donc $\psi_{\ell 1}$ par

$$\sin(\psi_{\ell 1} - \frac{4\pi}{3} - \varphi) = - \sin(\psi_{\ell 1} - \varphi) \frac{1 - e^{-2\pi/3Q}}{2 + e^{-2\pi/3Q}}.$$

I.3.2 Deuxième mode ($\psi_{\ell 1} < \psi < 2\pi/3$) : conduction de 3, 2 ou 0 redresseurs

Lors du deuxième mode, quand on déclenche Th_A , les trois courants i_A, i_B et i_C sont nuls. Le courant i_A né de la conduction de Th_A se ferme par les diodes D_B et D_C (premier intervalle). A partir de $\theta = \theta_2$, i_B s'annule, la diode D_B se bloque, le courant i_A revient par la seule diode D_C (deuxième intervalle). Pour $\theta = \theta_3$, le courant i_A s'annule, la conduction de Th_A et D_C cesse (troisième intervalle).

- Intervalle à trois redresseurs conducteurs

Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_2$, Th_A, D_B et D_C conduisent :

$$v'_A = v_A ; v'_B = v_B ; v'_C = v_C ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = v_{Th_C} = 0.$$

Les courants donnés par les équations différentielles

$$L\omega \frac{d i_A}{d\theta} + R i_A = V_m \sin \theta,$$

$$L\omega \frac{d i_B}{d\theta} + R i_B = V_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}),$$

$$L\omega \frac{d i_C}{d\theta} + R i_C = V_m \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}),$$

ont tous une valeur initiale nulle. D'où leurs expressions :

$$i_A = \frac{V_m}{Z} \left[\sin(\theta - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right],$$

$$i_B = \frac{V_m}{Z} \left[\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) - \sin\left(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right],$$

$$i_C = \frac{V_m}{Z} \left[\sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) - \sin\left(\psi - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right].$$

L'angle θ_2 qui marque la fin de cet intervalle correspond à l'annulation de i_B . On en déduit la relation donnant cet angle et la valeur du courant i_A pour $\theta = \theta_2$.

$$\sin\left(\theta_2 - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) e^{(\theta_2 - \psi)/Q} = \sin\left(\psi - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4)$$

$$i_A(\theta_2) = -i_C(\theta_2) = \frac{V_m}{Z} \left(\sin(\theta_2 - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta_2 - \psi)/Q} \right)$$

- Intervalle à deux redresseurs conducteurs

Pendant l'intervalle $\theta_2 < \theta < \theta_3$, Th_A et D_C conduisent :

$$v'_A = -v'_C = \frac{1}{2}(v_A - v_C); \quad v'_B = 0; \quad i_B = 0;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_C} = 0; \quad v_{Th_B} = \frac{3}{2} v_B.$$

Le courant i_A est solution de l'équation différentielle

$$L\omega \frac{d i_A}{d\theta} + R i_A = \frac{V_m}{2} \left(\sin\theta - \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \right);$$

ce qui donne :

$$i_A = \frac{V_m}{Z} \left[\frac{1}{2} \sin(\theta - \varphi) - \frac{1}{2} \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) + \left(-\frac{1}{2} \sin(\theta_2 - \varphi) + \frac{1}{2} \sin\left(\theta_2 - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) + i_A(\theta_2) \right) e^{-(\theta - \theta_2)/Q} \right]$$

où, en remplaçant $i_A(\theta_2)$ par sa valeur et en tenant compte de la relation (4),

$$i_A = \frac{V_m}{Z} \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\sin\left(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\psi - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right)$$

L'angle θ_3 marquant la fin de cet intervalle est tel que $i_A(\theta_3) = 0$, d'où la relation donnant θ_3 :

$$\sin\left(\theta_3 - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) e^{(\theta_3 - \psi)/Q} = \sin\left(\psi - \varphi - \frac{\pi}{6}\right),$$

avec $\theta_2 < \theta_3 < \psi + \frac{2\pi}{3}$

- Intervalle sans redresseur conducteur

Entre $\theta = \theta_3$ et $\theta = \psi + 2\pi/3$ tous les redresseurs sont bloqués ;

$$v'_A = v'_B = v'_C = 0 ; i_A = i_B = i_C = 0.$$

Puisque v_A est la plus négative des tensions de la source,

$$v_{Th_A} = 0 ; v_{Th_B} = v_B - v_A ; v_{Th_C} = v_C - v_A.$$

La diode D_A cesse de conduire $2\pi/3$ avant D_B , donc pour $\theta = \theta_2 - \frac{2\pi}{3}$;

L'angle α est donc égal à

$$\alpha = \psi - (\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) = \frac{2\pi}{3} + \psi - \theta_2.$$

- Condition d'existence du deuxième mode

Pour voir si le deuxième mode existe, on remarque que l'entrée en conduction de Th_A , de D_B et de D_C pour $\theta = \psi$, alors que les trois courants i_A , i_B , i_C étaient précédemment nuls, suppose que

$$\text{pour } \theta = \psi, \frac{d i_A}{dt} > 0, \frac{d i_B}{dt} < 0, \frac{d i_C}{dt} < 0.$$

Si pour $\theta = \psi$, ces trois redresseurs entrent en conduction, les trois dérivées ont pour valeurs

$$\frac{d i_A}{dt} = \frac{V_m}{L} \sin \psi, \frac{d i_B}{dt} = \frac{V_m}{L} \sin(\psi - \frac{2\pi}{3}), \frac{d i_C}{dt} = \frac{V_m}{L} \sin(\psi - \frac{4\pi}{3}).$$

Ces trois dérivées n'ont le signe convenable que si

$$\frac{\pi}{3} < \psi < \frac{2\pi}{3}.$$

Or pour $\psi = \pi/3$, le fonctionnement s'effectue toujours suivant le premier mode car $\psi_{\ell 1} = \pi/2$ pour φ nul, croît avec φ pour atteindre $5\pi/6$ quand φ égale $\pi/2$.

Il ne peut y avoir de fonctionnement suivant le second mode que si $\psi_{\ell 1}$ est inférieur à $2\pi/3$. La valeur limite φ_ℓ de l'angle φ au-delà de laquelle on passe directement du premier au troisième mode s'obtient en faisant dans la relation donnant $\psi_{\ell 1}$ (fin du § I.3.1), $\psi_{\ell 1}$ égal à $2\pi/3$, φ égal à φ_ℓ et donc Q à Q_ℓ :

$$\sin(\varphi_\ell + \frac{2\pi}{3}) = \sin(\frac{2\pi}{3} - \varphi_\ell) \frac{1 - e^{-2\pi/3Q_\ell}}{2 + e^{-2\pi/3Q_\ell}}$$

Cette relation donne

$$\varphi_\ell = 31^\circ 627$$

Pour φ inférieur à cette valeur, le deuxième mode correspond à $\psi_{\ell 1} < \psi < 2\pi/3$.

I.3.3 Troisième mode (ψ_{01} ou $\frac{2\pi}{3} < \psi < \frac{7\pi}{6}$) : conduction de 2 ou 0 redresseurs

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_3$, Th_A et D_C sont conducteurs :

$$v'_A = v'_C = \frac{1}{2}(v_A - v_C) ; v'_B = 0 ; v_{Th_A} = v_{Th_C} = 0 ; v_{Th_B} = \frac{3}{2} v_B.$$

Le courant i_B est nul ; le courant i_A , égal à $-i_C$, est donné par

$$L\omega \frac{d i_A}{d\theta} + R i_A = \frac{V_m}{2} \left(\sin\theta - \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \right).$$

Puisque $i_A(\psi) = 0$, il vient :

$$i_A = -i_C = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{V_m}{Z} \left[\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6} - \varphi\right) - \sin\left(\psi - \frac{\pi}{6} - \varphi\right) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right]$$

L'angle θ_3 pour lequel i_A s'annule est donné par la même relation que celle obtenue lors de l'étude du deuxième mode

$$\sin\left(\theta_3 - \frac{\pi}{6} - \varphi\right) e^{(\theta_3 - \psi)/Q} = \sin\left(\psi - \frac{\pi}{6} - \varphi\right)$$

- Pendant l'intervalle $\theta_3 < \theta < \psi + \frac{2\pi}{3}$, tous les redresseurs sont bloqués :

$$v'_A = v'_B = v'_C = 0 ; i_A = i_B = i_C = 0 ;$$

$$v_{Th_A} = 0 ; v_{Th_B} = v_B - v_A ; v_{Th_C} = v_C - v_A.$$

Ce mode de fonctionnement, pour lequel

$$\alpha = 4\pi/3 + \psi - \theta_3,$$

cesse pour $\psi = 7\pi/6$. Au-delà, v_A est inférieur à v_B et à v_C , il n'est plus possible d'amorcer Th_A : les courants dans le récepteur restent constamment nuls.

Les exemples de tracés de formes d'ondes (Planche 3.3), effectués pourtant pour un angle φ faible afin que les trois modes puissent exister, montrent que, dès que le récepteur est inductif, l'allure des ondes de courant se rapproche très vite de celle obtenue avec une charge purement inductive.

II. CARACTERISTIQUES

Comme lors de l'étude du gradateur tout thyristors, l'expression analytique des courants et des tensions permet le calcul de la valeur efficace V' des tensions v'_A, v'_B, v'_C , de la valeur efficace I des courants i_A, i_B, i_C et du développement en série des tensions précédentes.

II.1 Valeur efficace des tensions

La valeur efficace V' des tensions aux bornes des phases du récepteur donnée par

$$V'^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\psi+2\pi} v_A'^2 d\theta.$$

Compte-tenu du déphasage entre v'_A, v'_B et v'_C , le calcul peut s'effectuer sur un seul tiers de période par

$$V'^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\psi+2\pi/3} (v_A'^2 + v_B'^2 + v_C'^2) d\theta.$$

Pour chacun des trois modes, on établira l'expression de V' pour un récepteur résistant et inductif, puis on montrera ce que devient cette expression lors du débit sur résistances et sur inductances pures.

II.1.1 Premier mode de fonctionnement

$$V'^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} (v_A^2 + v_B^2 + v_C^2) d\theta + \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_2}^{\psi+2\pi/3} \frac{1}{2}(v_A - v_C)^2 d\theta.$$

$$V'^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} \frac{3}{2} v_m^2 d\theta + \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_2}^{\psi+2\pi/3} \frac{3}{2} v_m^2 \sin^2(\theta - \frac{\pi}{6}) d\theta.$$

Ce qui donne

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{4\pi}(\theta_2 - \psi) + \frac{3}{8\pi}(\sin 2\psi + \sin(2\theta_2 - \frac{\pi}{3}))}$$

Dans le cas d'un récepteur purement *résistant*, $\theta_2 = 2\pi/3$, la relation se simplifie et devient :

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{1 - \frac{3\psi}{4\pi} + \frac{3}{8\pi} \sin 2\psi.}$$

Dans le cas d'un récepteur purement *inductif*, $\theta_2 = 5\pi/3 - \psi$. Il vient :

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{7}{4} - \frac{3\psi}{2\pi} + \frac{3}{4\pi} \sin 2\psi.}$$

II.1.2 Deuxième mode de fonctionnement

$$V'^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} (v_A^2 + v_B^2 + v_C^2) d\theta + \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_2}^{\theta_3} \frac{1}{2}(v_A - v_C)^2 d\theta.$$

$$V'^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} \frac{3}{2} v_m^2 d\theta + \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_2}^{\theta_3} \frac{3}{2} v_m^2 \sin^2(\theta - \frac{\pi}{6}) d\theta.$$

D'où

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}(\theta_2 + \theta_3 - 2\psi) + \frac{3}{8\pi}(\sin(2\theta_2 - \frac{\pi}{3}) - \sin(2\theta_3 - \frac{\pi}{3}))}.$$

Lors du débit sur *résistance* pure, $\theta_2 = \frac{2\pi}{3}$ et $\theta_3 = \frac{7\pi}{6}$, V'/V devient :

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{11}{8} - \frac{3\psi}{2\pi}.}$$

II.1.3 Troisième mode de fonctionnement

$$V'^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\theta_3} \frac{1}{2}(v_A - v_C)^2 d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\theta_3} \frac{3}{4} v_m^2 (1 - \cos(2\theta - \frac{\pi}{3})) d\theta$$

D'où l'expression générale .:

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}(\theta_3 - \psi) - \frac{3}{8\pi}(\sin(2\theta_3 - \frac{\pi}{3}) - \sin(2\psi - \frac{\pi}{3}))}.$$

Cette relation se simplifie lors du débit sur *résistances*, car $\theta_3 = \frac{7\pi}{6}$.

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{7}{8} - \frac{3\psi}{4\pi} + \frac{3}{8\pi} \sin(2\psi - \frac{\pi}{3})}$$

Lors du débit sur *inductances* pures, $\theta_3 = \frac{7\pi}{3} - \psi$, il vient :

$$\frac{V'}{V} = \sqrt{\frac{7}{4} - \frac{3\psi}{2\pi} + \frac{3}{4\pi} \sin(2\psi - \frac{\pi}{3})}$$

II.2 Valeur efficace des courants

Lorsque le récepteur est purement *résistant*, la valeur efficace I des courants se déduit directement de celle des tensions :

$$\frac{I}{V/R} = \frac{V'}{V}$$

Lorsque le récepteur est *résistant et inductif*, il faut calculer I pour chacun des modes de fonctionnement par

$$I^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\psi+2\pi} i_A^2 d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\psi+2\pi/3} (i_A^2 + i_B^2 + i_C^2) d\theta.$$

II.2.1 Premier mode de fonctionnement

Puisque pendant l'intervalle $\theta_2, \psi + 2\pi/3$, le courant i_B est nul et i_C égal à $-i_A$, on aura

$$I^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} (i_A^2 + i_B^2 + i_C^2) d\theta + \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_2}^{\psi+2\pi/3} 2 i_A^2 d\theta.$$

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2$$

Avant de calculer ces deux intégrales, on simplifie les expressions des quantités à intégrer.

- Calcul de I_1^2

Pour $\psi < \theta < \theta_2$, les expressions littérales des trois courants [relation (1)] sont les mêmes que celles obtenues lors de l'étude du gradateur tout thyristors. On peut reprendre les résultats de la simplification alors effectuée (ch. II § II.2.1) :

$$i_A^2 + i_B^2 + i_C^2 = \left(\frac{V}{Z}\right)^2 \left[\frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2} + 2i_{B\psi}'^2 + 2\sqrt{3} i_{B\psi}' \cos(\psi - \varphi) \right) e^{-2(\theta-\psi)/Q} - \left(3 \cos(\theta-\psi) + 2\sqrt{3} i_{B\psi}' \cos(\theta-\varphi) \right) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right],$$

avec maintenant

$$i_{B\psi}' = \frac{Z}{V} i_{B\psi} = -\sin(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi) + \sin(\theta_2 - \frac{2\pi}{3} - \varphi) e^{(\theta_2-\psi)/Q}$$

L'intégration de $i_A^2 + i_B^2 + i_C^2$ entre ψ et θ_2 donne :

$$I_1^2 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{V}{Z}\right)^2 \left[\frac{3}{2}(\theta_2 - \psi) + \frac{Q}{2} \left(\frac{3}{2} + 2i_{B\psi}'^2 + 2\sqrt{3} i_{B\psi}' \cos(\psi - \varphi) \right) \left(1 - e^{-\frac{2(\theta_2-\psi)}{Q}} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{Q^2}{1+Q^2} e^{-(\theta_2-\psi)/Q} \left[-\frac{3}{Q} \cos(\theta_2-\psi) + 3 \sin(\theta_2-\psi) \right. \\
 & \quad \left. + 2\sqrt{3} i'_{B\psi} \left(-\frac{1}{Q} \cos(\theta_2-\varphi) + \sin(\theta_2-\varphi) \right) \right] \\
 & - \frac{Q^2}{1+Q^2} \left[\frac{3}{Q} + 2\sqrt{3} i'_{B\psi} \left(\frac{1}{Q} \cos(\psi-\varphi) - \sin(\psi-\varphi) \right) \right] \quad (5)
 \end{aligned}$$

- Calcul de I_2^2

Pendant l'intervalle $\theta_2, \psi + 2\pi/3$, on peut simplifier l'expression de i_A donnée par l'équation (2), en utilisant d'abord la relation (3) :

$$\begin{aligned}
 i_A = \frac{V_m}{Z} \left[\frac{1}{2} \sin(\theta-\varphi) - \frac{1}{2} \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) - \sin(\psi-\varphi) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right. \\
 \left. + \frac{1}{2} \sin(\psi-\varphi) \frac{1 + 2 e^{-2\pi/3Q}}{2 + e^{-2\pi/3Q}} e^{-(\theta-\psi)/Q} \right],
 \end{aligned}$$

puis en simplifiant,

$$i_A = \frac{V_m}{Z} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{3}{2} \sin(\psi-\varphi) \frac{e^{-(\theta-\psi)/Q}}{2+e^{-2\pi/3Q}} \right]$$

D'où l'expression de $2 i_A^2$ qui, intégrée de θ_2 à $\psi + 2\pi/3$, donne :

$$\begin{aligned}
 I_2^2 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{V_m}{Z} \right)^2 \left[\frac{3}{4} \left(\psi + \frac{2\pi}{3} - \theta_2 \right) + \frac{3}{8} \left(\sin 2(\psi-\varphi) + \sin 2\left(\theta_2 - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) \right) \right. \\
 - \frac{3\sqrt{3} Q^2 \sin(\psi-\varphi)}{(1+Q^2)(2+e^{-2\pi/3Q})} \left[e^{-2\pi/3Q} \left(-\frac{1}{Q} \cos(\psi-\varphi) + \sin(\psi-\varphi) \right) \right. \\
 \left. \left. + e^{-(\theta_2-\psi)/Q} \left(\frac{1}{Q} \sin\left(\theta_2 - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\theta_2 - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) \right) \right] \right. \\
 \left. - \frac{9 Q \sin^2(\psi-\varphi)}{4(2+e^{-2\pi/3Q})^2} \left(e^{-4\pi/3Q} - e^{-2(\theta_2-\psi)/Q} \right) \right]. \quad (6)
 \end{aligned}$$

On obtient la valeur efficace relative des courants par

$$\frac{I}{V/Z} = \frac{1}{V/Z} \sqrt{I_1^2 + I_2^2}.$$

- Cas des inductances pures

Si le récepteur est purement inductif, $\theta_2 = 5\pi/3 - \psi$, les relations (5) et (6) se simplifient :

$$\begin{aligned}
 I_1^2 &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{V_m}{L\omega} \right)^2 \left[\left(\frac{3}{2} + 2 \cos^2 \psi \right) \left(\frac{5\pi}{3} - 2\psi \right) + 4\sqrt{3} \cos \psi \cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) \right] \\
 I_2^2 &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{V_m}{L\omega} \right)^2 \left[\frac{3}{4} (2\psi - \pi) - \frac{3}{4} \sin 2\psi + \left(\psi - \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{3} \right) \cos^2 \psi \right]
 \end{aligned}$$

et I devient :

$$\frac{I}{V/L\omega} = \sqrt{\frac{7}{4} - \frac{3\psi}{2\pi} + \left(\frac{17}{6} - \frac{3\psi}{\pi} - \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\right) \cos^2 \psi - \frac{3}{4\pi} \sin 2\psi + \frac{4\sqrt{3}}{\pi} \cos \psi \cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right)}$$

II.2.2 Deuxième mode de fonctionnement

On sait que ce fonctionnement n'existe pas pour un récepteur purement inductif. Pour les valeurs de φ où il existe I est donné par

$$I^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} (i_A^2 + i_B^2 + i_C^2) d\theta + \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_2}^{\theta_3} 2 i_A^2 d\theta = I_1^2 + I_2^2$$

- Calcul de I_1^2

Pendant l'intervalle ψ , θ_2 les expressions littérales des courants i_A , i_B et i_C sont les mêmes que pendant le premier intervalle du premier mode de fonctionnement, avec toutefois $i_{B\psi} = 0$

Si on fait $i'_{B\psi} = 0$ dans l'équation (5) il vient

$$I_1^2 = \frac{3}{2\pi} \left(\frac{V_m}{Z}\right)^2 \left[\frac{1}{2}(\theta_2 - \psi) + \frac{Q}{4} \left(1 - e^{-(\theta_2 - \psi)/Q}\right) - \frac{Q}{1 + Q^2} - \frac{Q^2}{1 + Q^2} e^{-(\theta_2 - \psi)/Q} \left(\sin(\theta_2 - \psi) - \frac{1}{Q} \cos(\theta_2 - \psi)\right) \right]$$

- Calcul de I_2^2

Pendant l'intervalle θ_2 , θ_3 , en tenant compte de la valeur de $i_A(\theta_2)$ le courant i_A peut s'écrire

$$i_A = \frac{V_m}{Z} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2} \sin\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) e^{-\frac{(\theta - \theta_2)}{Q}} - \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{(\theta - \psi)}{Q}} \right]$$

La relation (4) permet d'éliminer θ_2 , i_A devient

$$i_A = \frac{V_m}{Z} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) - \left(\frac{1}{2} \sin\left(\psi - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q}\right) \right]$$

D'où $2 i_A^2$ et, en intégrant $2 i_A^2$ de θ_2 à θ_3 ,

$$I_2^2 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{V_m}{Z}\right)^2 \left[\frac{3}{4}(\theta_3 - \theta_2) - \frac{3}{8} \left(\sin 2(\theta_3 - \varphi - \frac{\pi}{6}) - \sin 2(\theta_2 - \varphi - \frac{\pi}{6})\right) - Q \left[\frac{1}{2} \sin\left(\psi - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin(\psi - \varphi)\right]^2 \left[e^{-2(\theta_3 - \psi)/Q} - e^{-2(\theta_2 - \psi)/Q} \right] + \frac{2\sqrt{3} Q^2}{1 + Q^2} \left[\frac{1}{2} \sin\left(\psi - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin(\psi - \varphi)\right] \left[\left[\frac{1}{Q} \sin\left(\theta_3 - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\theta_3 - \varphi - \frac{\pi}{6}\right)\right] e^{-\frac{(\theta_3 - \psi)}{Q}} - \left[\frac{1}{Q} \sin\left(\theta_2 - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\theta_2 - \varphi - \frac{\pi}{6}\right)\right] e^{-\frac{(\theta_2 - \psi)}{Q}} \right] \right]$$

II.2.3 Troisième mode de fonctionnement

Pendant le tiers de période considéré, i_B est toujours nul, i_A et i_C ne diffèrent de zéro que pour $\psi < \theta < \theta_3$; ils ont alors pour expression

$$i_A = -i_C = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{V_m}{Z} \left[\sin(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}) - \sin(\psi - \varphi - \frac{\pi}{6}) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right]$$

Donc

$$I^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\theta_3} 2 i_A^2 d\theta,$$

avec

$$2 i_A^2 = \frac{3}{2} \left(\frac{V_m}{Z} \right)^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}) + \sin^2(\psi - \varphi - \frac{\pi}{6}) e^{-2(\theta-\psi)/Q} - 2 \sin(\psi - \varphi - \frac{\pi}{6}) \sin(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right]$$

La valeur efficace des courants est donc donnée par

$$\left(\frac{I}{V/Z} \right)^2 = \frac{3}{2\pi} \left[\frac{1}{2}(\theta_3 - \psi) - \frac{1}{4} \sin 2(\theta_3 - \frac{\pi}{6} - \varphi) + \frac{1}{4} \sin 2(\psi - \frac{\pi}{6} - \varphi) + \frac{Q}{2} \sin^2(\psi - \frac{\pi}{6} - \varphi) (1 - e^{-2(\theta_3 - \psi)/Q}) + \frac{2Q^2}{1+Q^2} \sin(\psi - \frac{\pi}{6} - \varphi) \times \left[\left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_3 - \frac{\pi}{6} - \varphi) + \cos(\theta_3 - \frac{\pi}{6} - \varphi) \right) e^{-\frac{(\theta_3 - \psi)}{3Q}} - \frac{1}{Q} \sin(\psi - \frac{\pi}{6} - \varphi) - \cos(\psi - \frac{\pi}{6} - \varphi) \right] \right]$$

Lorsque le récepteur est formé d'inductances pures, $\theta_3 = \frac{7\pi}{3} - \psi$, cette expression se simplifie et donne :

$$\frac{I}{V/L\omega} = \sqrt{\frac{3}{2\pi} \left(\frac{7\pi}{3} - 2\psi \right) \left(\frac{1}{2} + \cos^2(\psi - \frac{\pi}{6}) \right) + \frac{9}{4\pi} \sin 2(\psi - \frac{\pi}{6})}$$

II.3 Développement en série des tensions

Les tensions aux bornes des phases du récepteur ont une somme instantanée $v'_A + v'_B + v'_C$ constamment nulle, mais leurs alternances négatives diffèrent de leurs alternances positives changées de signe. Le développement en série de ces tensions comprend, outre le fondamental, tous les harmoniques pairs ou impairs sauf ceux de rang 3 et multiple de 3.

On calcule la valeur efficace V'_n de l'harmonique n par

$$V'_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2},$$

$$\text{avec } A_n = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \int_{\psi}^{\psi+2\pi} v'_A \sin n\theta d\theta \text{ et } B_n = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \int_{\psi}^{\psi+2\pi} v'_A \cos n\theta d\theta,$$

pour chacun des modes de fonctionnement dans le cas d'un récepteur résistant et inductif.

Les valeurs particulières des angles θ_2 et θ_3 pour les récepteurs uniquement résistants ou inductifs permettent de simplifier les expressions trouvées.

II.3.1 Premier mode de fonctionnement

- Calcul de A_n

$$A_n = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \left[\int_{\psi}^{\theta_2} v_A \sin n\theta \, d\theta + \int_{\theta_2}^{\psi+2\pi/3} \frac{1}{2}(v_A - v_C) \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi+2\pi/3}^{\theta_2+2\pi/3} v_A \sin n\theta \, d\theta \right. \\ \left. + \int_{\theta_2+2\pi/3}^{\psi+4\pi/3} \frac{1}{2}(v_A - v_B) \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi+4\pi/3}^{\theta_2+4\pi/3} v_A \sin n\theta \, d\theta \right]$$

Puisque $v_A + v_B + v_C = 0$, on peut écrire :

$$A_n = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \left[\int_{\psi}^{\theta_2+4\pi/3} v_A \sin n\theta \, d\theta + \int_{\theta_2}^{\psi+2\pi/3} \frac{1}{2} v_B \sin n\theta \, d\theta + \int_{\theta_2+2\pi/3}^{\psi+4\pi/3} \frac{1}{2} v_C \sin n\theta \, d\theta \right]$$

En remplaçant v_A , v_B , v_C par leur expression, en effectuant le changement de variable sur les deux dernières intégrales pour qu'elles aient les mêmes limites d'intégration et en les regroupant, il vient :

$$A_n = \frac{V}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_2+4\pi/3} \sin\theta \sin n\theta \, d\theta + \int_{\theta_2 - \frac{2\pi}{3}}^{\psi} \left(\sin\theta \sin n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\theta \sin n\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right) d\theta \right]$$

$$A_n = \frac{V}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_2+4\pi/3} \sin\theta \sin n\theta \, d\theta + (-1)^n \cos \frac{n\pi}{3} \int_{\theta_2 - 2\pi/3}^{\psi} \sin\theta \sin n\theta \, d\theta \right]$$

L'intégration donne

$$A_n = \frac{V}{2\pi} \left(1 + (-1)^{n+1} \cos \frac{n\pi}{3} \right) \times \left(\frac{\sin(n-1)\left(\theta_2 + \frac{4\pi}{3}\right) - \sin(n-1)\psi}{n-1} - \frac{\sin(n+1)\left(\theta_2 + \frac{4\pi}{3}\right) - \sin(n+1)\psi}{n+1} \right)$$

Si $n = 3k$, avec k entier positif, $A_n = 0$

Si $n \neq 3k$, on obtient :

- pour les harmoniques,

$$A_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{\sin(n-1)\left(\theta_2 + \frac{4\pi}{3}\right) - \sin(n-1)\psi}{n-1} - \frac{\sin(n+1)\left(\theta_2 + \frac{4\pi}{3}\right) - \sin(n+1)\psi}{n+1} \right]$$

- Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{2\pi}{3} + \theta_2 - \psi + \frac{1}{2} \sin 2\psi - \frac{1}{2} \sin 2\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}\right) \right].$$

- Calcul de B_n

On calcule B_n de la même façon en utilisant le fait que $v_A + v_B + v_C = 0$ en effectuant les mêmes changements de variable et le même regroupement.

$$B_n = \frac{V}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_2+4\pi/3} \sin\theta \cos n\theta \, d\theta + (-1)^n \cos \frac{n\pi}{3} \int_{\theta_2 - 2\pi/3}^{\psi} \sin\theta \cos n\theta \, d\theta \right]$$

Si $n = 3k$, $B_n = 0$

Si $n \neq 3k$, on obtient :

- pour les harmoniques,

$$B_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{\cos(n-1)(\theta_2 + \frac{4\pi}{3}) - \cos(n-1)\psi}{n-1} - \frac{\cos(n+1)(\theta_2 + \frac{4\pi}{3}) - \cos(n+1)\psi}{n+1} \right]$$

- pour le fondamental,

$$B_1 = \frac{3V}{8\pi} \left(\cos 2\psi - \cos 2(\theta_2 + \frac{4\pi}{3}) \right).$$

- Cas particuliers.

. Si le récepteur est formé de trois résistances pures, $\theta_2 = 2\pi/3$, les expressions de A_n et B_n se simplifient.

Avec $n \neq 3k$, on obtient

- pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{4\pi} \left(\frac{4\pi}{3} - \psi + \frac{1}{2} \sin 2\psi \right); \quad B_1 = \frac{3V}{8\pi} (\cos 2\psi - 1).$$

- pour les harmoniques,

$$A_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{\sin(n+1)\psi}{n+1} - \frac{\sin(n-1)\psi}{n-1} \right];$$

$$B_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{2}{n^2 - 1} + \frac{\cos(n+1)\psi}{n+1} - \frac{\cos(n-1)\psi}{n-1} \right]$$

. Si le récepteur est purement inductif, $\theta_2 = 5\pi/3 - \psi$, les simplifications de A_n et B_n montrent que

pour $n = 2k$, $A_n = 0$;

pour $n = 2k + 1$, $B_n = 0$.

On obtient donc

- pour le fondamental,

$$A_1 = V'_1 = \frac{3V}{2\pi} \left(\frac{7\pi}{6} - \psi + \frac{1}{2} \sin 2\psi \right).$$

- pour les harmoniques impairs non multiples de 3,

$$A_n = V'_n = \frac{3V}{2\pi} \left(\frac{\sin(n+1)\psi}{n+1} - \frac{\sin(n-1)\psi}{n-1} \right).$$

- pour les harmoniques pairs non multiples de 3,

$$B_n = V'_n = \frac{3V}{2\pi} \left(\frac{\cos(n+1)\psi}{n+1} - \frac{\cos(n-1)\psi}{n-1} \right).$$

II.3.2 Deuxième mode de fonctionnement

- Calcul de A_n

La tension v'_A ayant cinq expressions par période,

$$A_n = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \left[\int_{\psi}^{\theta_2} v_A \sin n\theta \, d\theta + \int_{\theta_2}^{\theta_3} \frac{1}{2} (v_A - v_C) \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi+2\pi/3}^{\theta_2+2\pi/3} v_A \sin n\theta \, d\theta \right. \\ \left. + \int_{\theta_2+2\pi/3}^{\theta_3+2\pi/3} \frac{1}{2} (v_A - v_B) \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi+\frac{4\pi}{3}}^{\theta_2+\frac{4\pi}{3}} v_A \sin n\theta \, d\theta \right].$$

Puisque $v_A + v_B + v_C = 0$, $\frac{1}{2}(v_A - v_C) = v_A + \frac{v_B}{2}$ et $\frac{1}{2}(v_A - v_B) = v_A + \frac{v_C}{2}$.

En reportant, en remplaçant v_A , v_B , v_C par leur expression et en regroupant les intervalles du même type, il vient

$$A_n = \frac{V}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_3} \sin \theta \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi+2\pi/3}^{\theta_3+2\pi/3} \sin \theta \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi+4\pi/3}^{\theta_2+4\pi/3} \sin \theta \sin n\theta \, d\theta \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \int_{\theta_2}^{\theta_3} \sin(\theta - 2\pi/3) \sin n\theta \, d\theta + \frac{1}{2} \int_{\theta_2+2\pi/3}^{\theta_3+2\pi/3} \sin(\theta - 4\pi/3) \sin n\theta \, d\theta \right].$$

En effectuant les changements de variables sur les deux dernières intégrales, en les groupant en une seule et en développant les produits de sinus,

$$A_n = \frac{V}{2\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_3} (\cos(n-1)\theta - \cos(n+1)\theta) \, d\theta + \int_{\psi+2\pi/3}^{\theta_3+2\pi/3} (\cos(n-1)\theta - \cos(n+1)\theta) \, d\theta \right. \\ \left. + \int_{\psi+4\pi/3}^{\theta_2+4\pi/3} (\cos(n-1)\theta - \cos(n+1)\theta) \, d\theta + 2(-1)^n \cos \frac{n\pi}{3} \int_{\theta_2-2\pi/3}^{\theta_3-\frac{2\pi}{3}} (\cos(n-1)\theta - \cos(n+1)\theta) \, d\theta \right]$$

L'intégration de ces expressions donne

$$A_n = \frac{V}{2\pi} \left[\frac{1}{n-1} \left(\sin(n-1)\theta_3 + \sin(n-1)\left(\theta_3 + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin(n-1)\left(\theta_2 + \frac{4\pi}{3}\right) \right. \right. \\ \left. \left. - \sin(n-1)\psi - \sin(n-1)\left(\psi + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin(n-1)\left(\psi + \frac{4\pi}{3}\right) \right) \right. \\ \left. - \frac{1}{n+1} \left(\sin(n+1)\theta_3 + \sin(n+1)\left(\theta_3 + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin(n+1)\left(\theta_2 + \frac{4\pi}{3}\right) \right. \right. \\ \left. \left. - \sin(n+1)\psi - \sin(n+1)\left(\psi + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin(n+1)\left(\psi + \frac{4\pi}{3}\right) \right) \right. \\ \left. + (-1)^n \cos \frac{n\pi}{3} \left(\frac{1}{n-1} \left(\sin(n-1)\left(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin(n-1)\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}\right) \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{n+1} \left(\sin(n+1)\left(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin(n+1)\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}\right) \right) \right) \right]$$

Cette expression, très lourde, se simplifie en distinguant les groupes d'harmoniques

- Si $n = 3k$, $A_n = 0$.

- Si $n = 3k + 1$,

$$A_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{1}{n-1} \left(\sin(n-1)\left(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin(n-1)\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}\right) - 2 \sin(n-1)\psi \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{n+1} \left(\sin(n+1)\left(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin(n+1)\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}\right) \right) \right].$$

- Si $n = 3k - 1$

$$A_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{1}{n-1} \left(\sin(n-1)\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin(n-1)\left(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}\right) \right) \right. \\ \left. - \frac{1}{n+1} \left(\sin(n+1)\left(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin(n+1)\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}\right) - 2 \sin(n+1)\psi \right) \right].$$

- Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{4\pi} \left[\theta_2 + \theta_3 - 2\psi + \frac{1}{2} \sin 2\left(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{2} \sin 2\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

- Calcul de B_n

On procède exactement de la même façon que pour le calcul de A_n . L'expression générale obtenue est aussi lourde, mais elle se simplifie à nouveau si on tient compte de la valeur de n .

- Si $n = 3k$, $B_n = 0$.

- Si $n = 3k + 1$,

$$B_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{1}{n-1} \left(\cos(n-1)(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) + \cos(n-1)(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) - 2 \cos(n-1)\psi \right) + \frac{1}{n+1} \left(\cos(n+1)(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) - \cos(n+1)(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) \right) \right].$$

- Si $n = 3k - 1$,

$$B_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{1}{n-1} \left(\cos(n-1)(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) - \cos(n-1)(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) \right) - \frac{1}{n+1} \left(\cos(n+1)(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) + \cos(n+1)(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) - 2 \cos(n+1)\psi \right) \right]$$

- Pour le fondamental,

$$B_1 = \frac{3V}{8\pi} \left[\cos 2(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) - \cos 2(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) \right]$$

- Cas particulier

Si le récepteur est purement résistant, $\theta_2 = 2\pi/3$ et $\theta_3 = \frac{7\pi}{6}$, il vient :

- Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{4\pi} \left(\frac{11\pi}{6} - 2\psi \right); B_1 = -\frac{3V}{4\pi}; \text{ donc } V'_1 = \frac{3V}{4\pi} \sqrt{1 + \left(\frac{11\pi}{6} - 2\psi \right)^2}.$$

- Pour les harmoniques de rang $3k + 1$,

$$A_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{\sin(n+1)\pi/2}{n+1} + \frac{\sin(n-1)\pi/2 - 2 \sin(n-1)\psi}{n-1} \right];$$

$$B_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{\cos(n+1)\pi/2}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\pi/2 - 2 \cos(n-1)\psi}{n-1} + \frac{2}{n^2 - 1} \right]$$

- Pour les harmoniques de rang $3k - 1$,

$$A_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{2\sin(n+1)\psi - \sin(n+1)\pi/2}{n+1} - \frac{\sin(n-1)\pi/2}{n-1} \right];$$

$$B_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{2 \cos(n+1)\psi - \cos(n+1)\pi/2}{n+1} - \frac{\cos(n-1)\pi/2}{n-1} + \frac{2}{n^2 - 1} \right]$$

On sait que ce mode de fonctionnement disparaît quand ψ devient supérieur à $31^\circ 627$.

II.3.3 Troisième mode de fonctionnement

La tension v'_A ne diffère de zéro que pendant deux intervalles de durée $(\theta_3 - \psi)/\omega$ par période.

- Calcul de A_n

$$A_n = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \left(\int_{\psi}^{\theta_3} \frac{1}{2}(v_A - v_C) \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi+2\pi/3}^{\theta_3+2\pi/3} \frac{1}{2}(v_A - v_B) \sin n\theta \, d\theta \right)$$

En utilisant le fait que $v_A + v_B + v_C = 0$ et en remplaçant les tensions par leurs expressions, on peut écrire :

$$A_n = \frac{V}{\pi} \left(\int_{\psi}^{\theta_3} \sin \theta \sin n \theta d\theta + \int_{\psi+2\pi/3}^{\theta_3+2\pi/3} \sin \theta \sin n \theta d\theta \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \int_{\psi}^{\theta_3} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \sin n \theta d\theta + \frac{1}{2} \int_{\psi+2\pi/3}^{\theta_3+2\pi/3} \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \sin n \theta d\theta \right)$$

On effectue un changement de variable sur les deux dernières intégrales ; en les groupant et en développant les produits de sinus, il vient :

$$A_n = \frac{V}{2\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_3} (\cos(n-1)\theta - \cos(n+1)\theta) d\theta + \int_{\psi+2\pi/3}^{\theta_3+2\pi/3} (\cos(n-1)\theta - \cos(n+1)\theta) d\theta \right. \\ \left. + (-1)^n \cos \frac{n\pi}{3} \int_{\psi-2\pi/3}^{\theta_3-2\pi/3} (\cos(n-1)\theta - \cos(n+1)\theta) d\theta \right].$$

D'où l'expression de A_n ,

$$A_n = \frac{V}{2\pi} \left[\frac{1}{n-1} \left(\sin(n-1)\theta_3 + \sin(n-1)(\theta_3 + \frac{2\pi}{3}) - \sin(n-1)\psi - \sin(n-1)(\psi + \frac{2\pi}{3}) \right) \right. \\ \left. - \frac{1}{n+1} \left(\sin(n+1)\theta_3 + \sin(n+1)(\theta_3 + \frac{2\pi}{3}) - \sin(n+1)\psi + \sin(n+1)(\psi + \frac{2\pi}{3}) \right) \right. \\ \left. + (-1)^n \cos \frac{n\pi}{3} \left(\frac{1}{n-1} \left(\sin(n-1)(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) - \sin(n-1)(\psi - \frac{2\pi}{3}) \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{n+1} \left(\sin(n+1)(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) - \sin(n+1)(\psi - \frac{2\pi}{3}) \right) \right) \right]$$

Comme pour le deuxième mode, si on tient compte du rang des harmoniques, cette expression se simplifie et donne :

- Si $n = 3k$, $A_n = 0$.

- Si $n = 3k + 1$,

$$A_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{1}{n-1} \left(\sin(n-1)(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) - \sin(n-1)(\psi - \frac{2\pi}{3}) \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{n+1} \left(\sin(n+1)(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) - \sin(n+1)(\psi - \frac{2\pi}{3}) \right) \right],$$

- Si $n = 3k - 1$,

l'expression de A_n est la même, au signe près, que celle trouvée pour $3k + 1$.

- Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{4\pi} \left[\theta_3 - \psi + \frac{1}{2} \sin 2(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) - \frac{1}{2} \sin 2(\psi - \frac{2\pi}{3}) \right].$$

- Calcul de B_n

Le calcul de B_n s'effectue de la même façon que celui de A_n . Après simplifications on trouve :

- Si $n = 3k$, $B_n = 0$

- Si $n = 3k + 1$,

$$B_n = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{1}{n-1} \left(\cos(n-1)(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) - \cos(n-1)(\psi - \frac{2\pi}{3}) \right) + \frac{1}{n+1} \left(\cos(n+1)(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) - \cos(n+1)(\psi - \frac{2\pi}{3}) \right) \right]$$

- Si $n = 3k - 1$, l'expression précédente est encore utilisable à condition d'en changer le signe.
- Pour le fondamental,

$$B_1 = \frac{3V}{8\pi} \left[\cos 2(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) - \cos 2(\psi - \frac{2\pi}{3}) \right].$$

- Cas particuliers

- . Si le récepteur est uniquement résistant, $\theta_3 = 7\pi/6$, il vient :
- Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{7\pi}{6} - \psi - \frac{1}{2} \sin 2(\psi - \frac{2\pi}{3}) \right]; B_1 = - \frac{3V}{4\pi} \cos^2(\psi - \frac{2\pi}{3})$$

- Pour les harmoniques de rang $3k \pm 1$,

$$A_n = \pm \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{\sin(n-1)\frac{\pi}{2} - \sin(n-1)(\psi - \frac{2\pi}{3})}{n-1} + \frac{\sin(n+1)\frac{\pi}{2} - \sin(n+1)(\psi - \frac{2\pi}{3})}{n+1} \right];$$

$$B_n = \pm \frac{3V}{4\pi} \left[\frac{\cos(n-1)\frac{\pi}{2} - \cos(n-1)(\psi - \frac{2\pi}{3})}{n-1} + \frac{\cos(n+1)\frac{\pi}{2} - \cos(n+1)(\psi - \frac{2\pi}{3})}{n+1} \right].$$

- . Si le récepteur est purement inductif, $\theta_3 = \frac{7\pi}{3} - \psi$

- Pour le fondamental,

$$A_1 = \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{7\pi}{6} - \psi - \frac{1}{2} \sin 2(\psi - \frac{2\pi}{3}) \right]; B_1 = 0$$

- Pour les harmoniques de rang $3k \pm 1$,

$$A_n = \mp \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{1}{n-1} \sin(n-1)(\psi - \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{n+1} \sin(n+1)(\psi - \frac{2\pi}{3}) \right];$$

$$B_n = \mp \frac{3V}{2\pi} \left[\frac{1}{n-1} \cos(n-1)(\psi - \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{n+1} \cos(n+1)(\psi - \frac{2\pi}{3}) \right].$$

On remarque que si n est pair $A_n = 0$, donc $V'_n = |B_n|$,
 si n est impair $B_n = 0$, donc $V'_n = |A_n|$.

II.4 Tracé des caractéristiques. Résultats

On a calculé et tracé (Planches 3.4 et 3.5) les caractéristiques donnant, en fonction de ψ ,

- la valeur efficace relative V'/V des tensions v'_A , v'_B et v'_C ,
- la valeur efficace I des courants ramenée à V/Z ,
- la valeur efficace relative V'_1/V du fondamental et celles v'_2/V , V'_4/V , V'_5/V , v'_7/V des premiers harmoniques des tensions,

- la valeur de l'angle α ,

pour les valeurs de l'argument φ du récepteur variant de 15° en 15° depuis $\varphi = 0$ jusqu'à $\varphi = 90^\circ$.

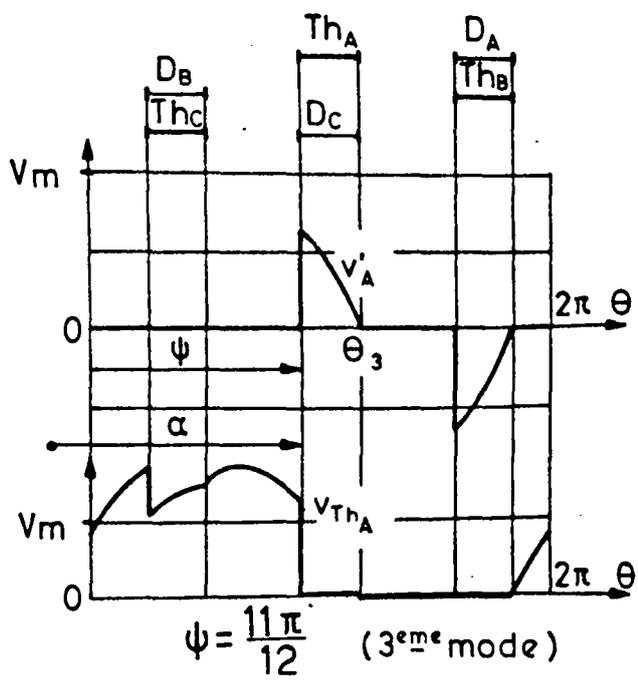
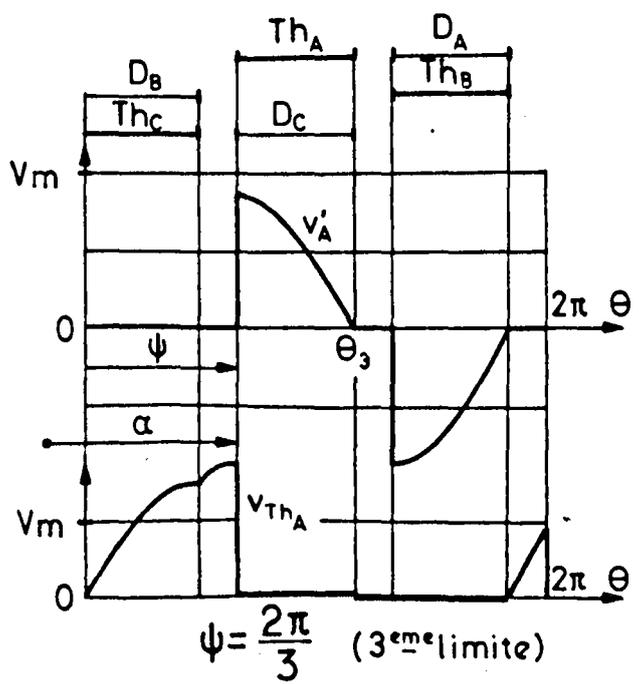
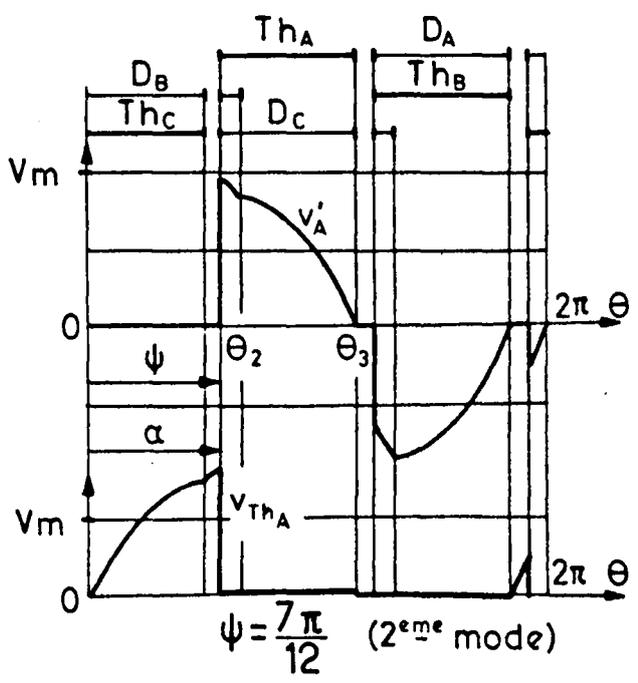
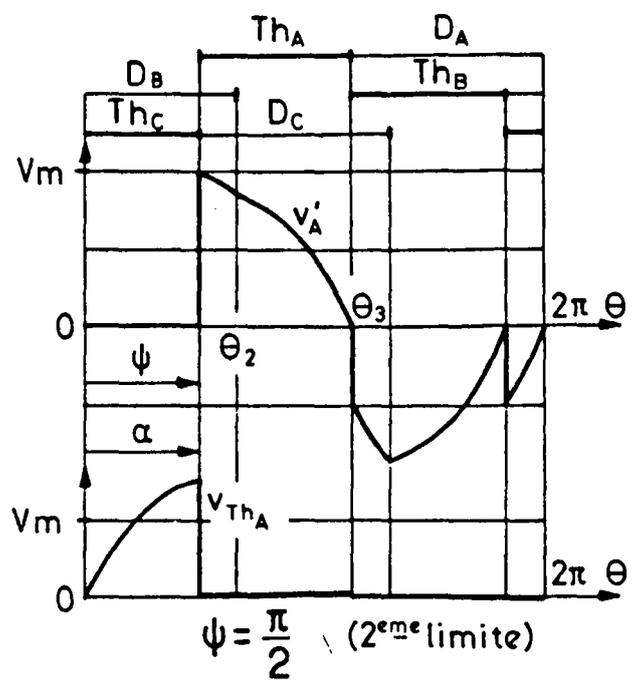
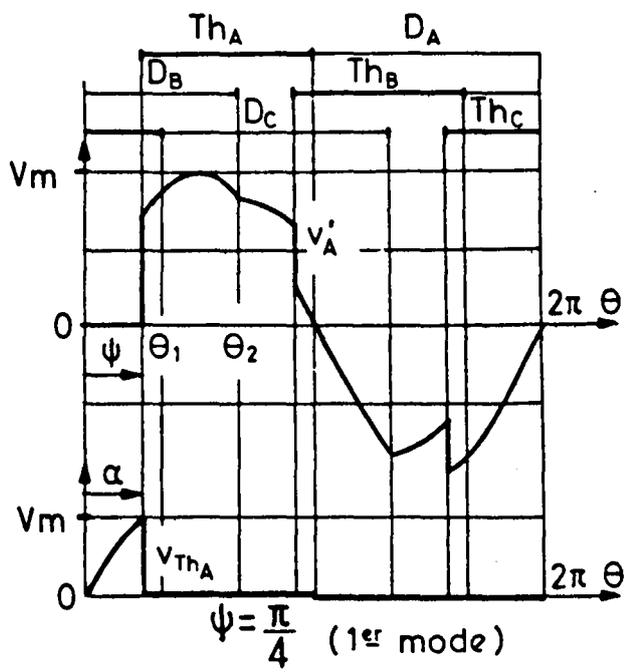
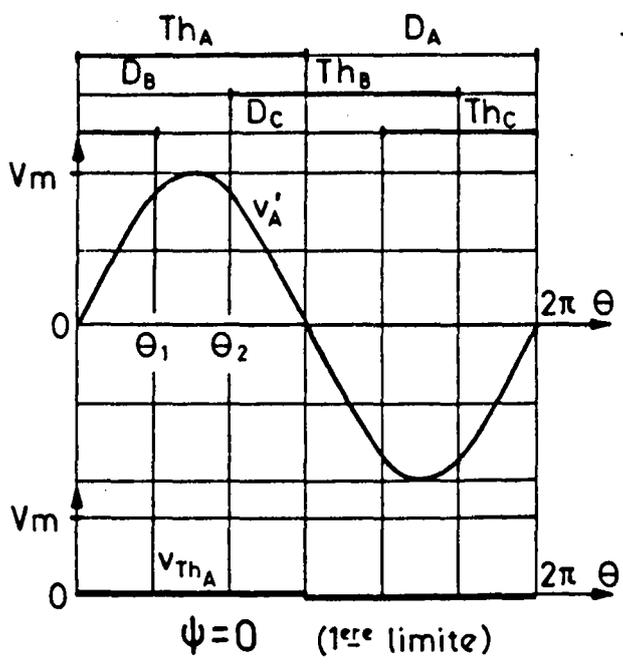
L'examen de ces caractéristiques montre que la réduction des tensions quand ψ croît conduit à des taux d'harmoniques très élevés, la valeur de V'_1 étant nettement inférieure à celle de V' . On note l'importance relative de l'harmonique 2 qui vers le milieu de l'intervalle de réglage à une valeur voisine ou supérieure à 0,4 fois celle des tensions d'alimentation.

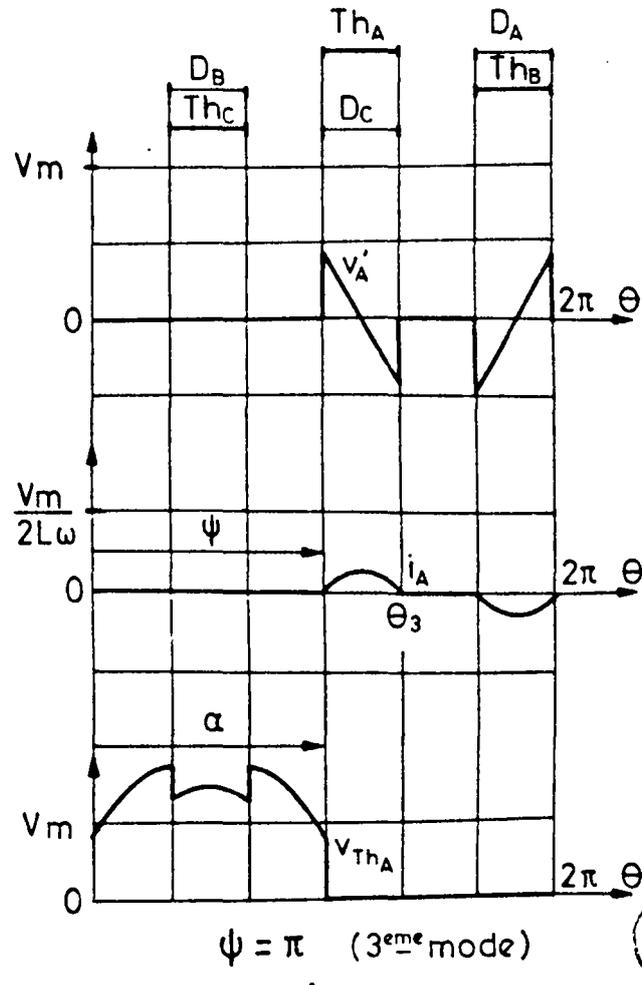
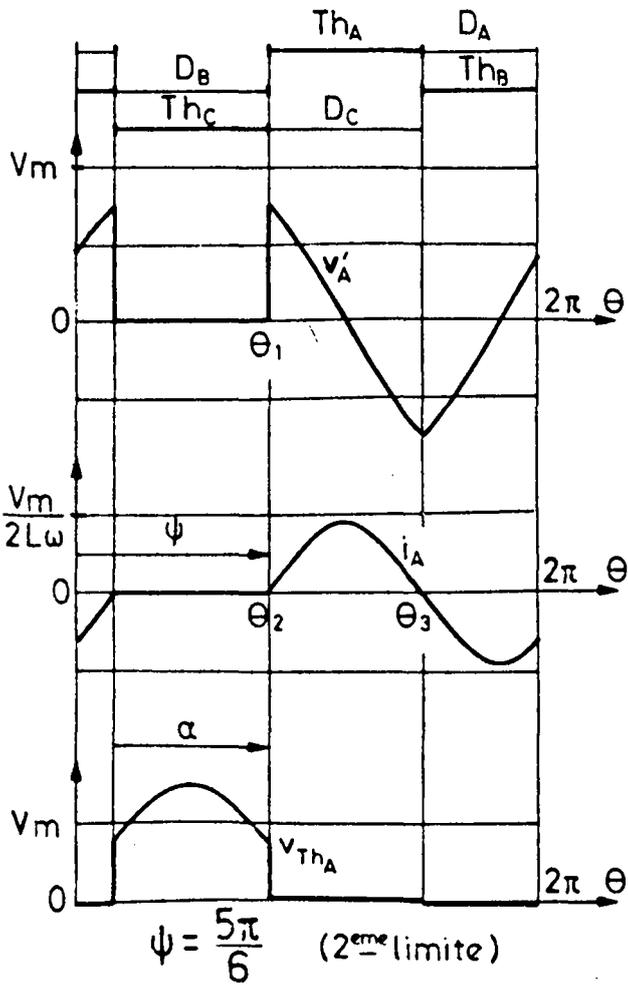
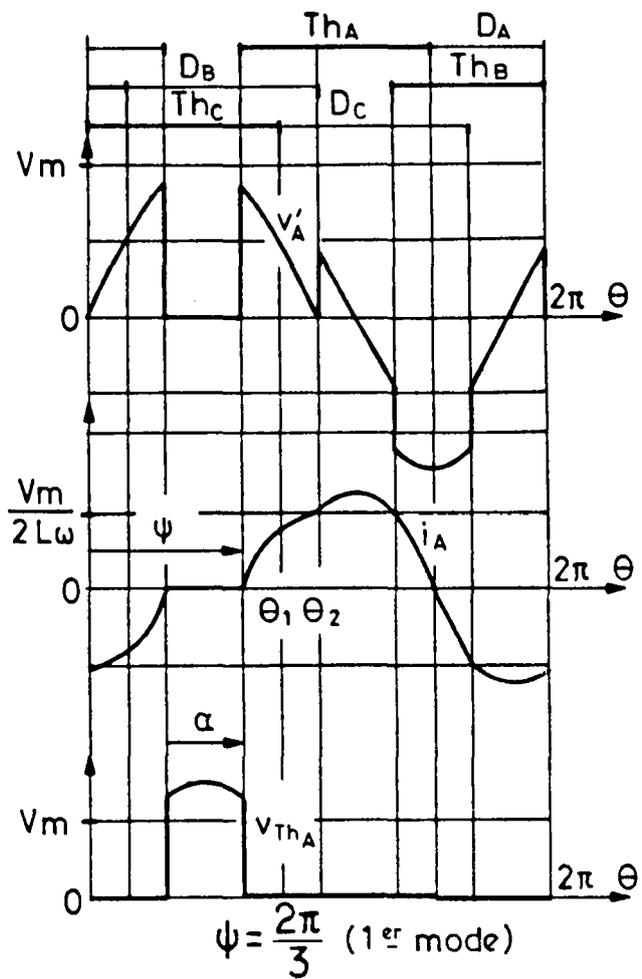
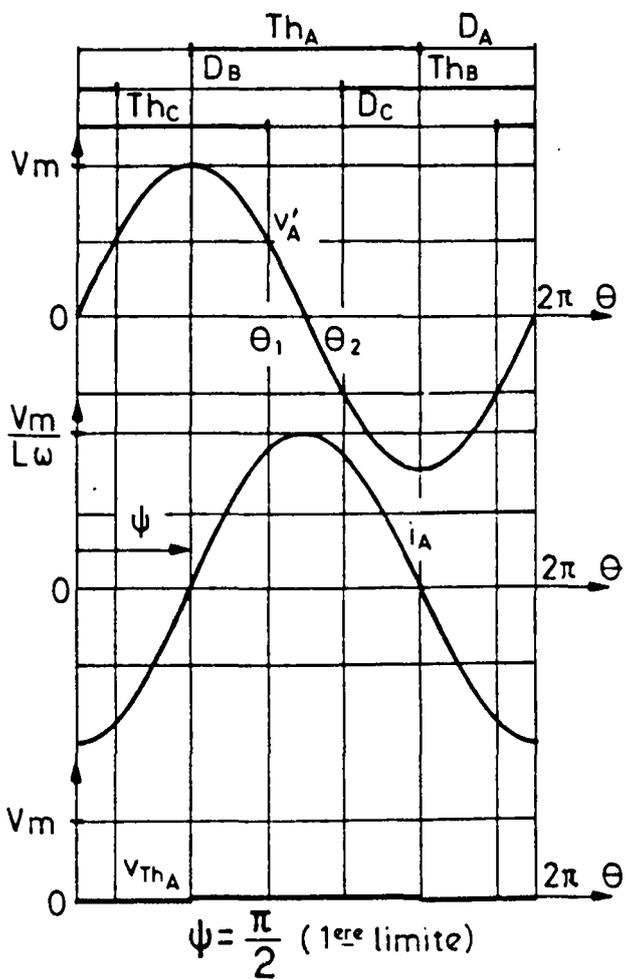
A cause de leur forte valeur et de leur rang peu élevé les harmoniques de tension donnent, même sur charge très inductive, des harmoniques de courant importants. Sur les caractéristiques cela se traduit par un net écart entre ZI/V et V'_1/V .

La discontinuité de la courbe donnant α en fonction de ψ à la fin du deuxième mode n'entraîne pas de discontinuité dans le réglage de la tension de sortie. La commande par α est commode puisque V' décroît de V à 0 quand α croît de 0 à $4\pi/3$, quelle que soit la valeur de ψ .

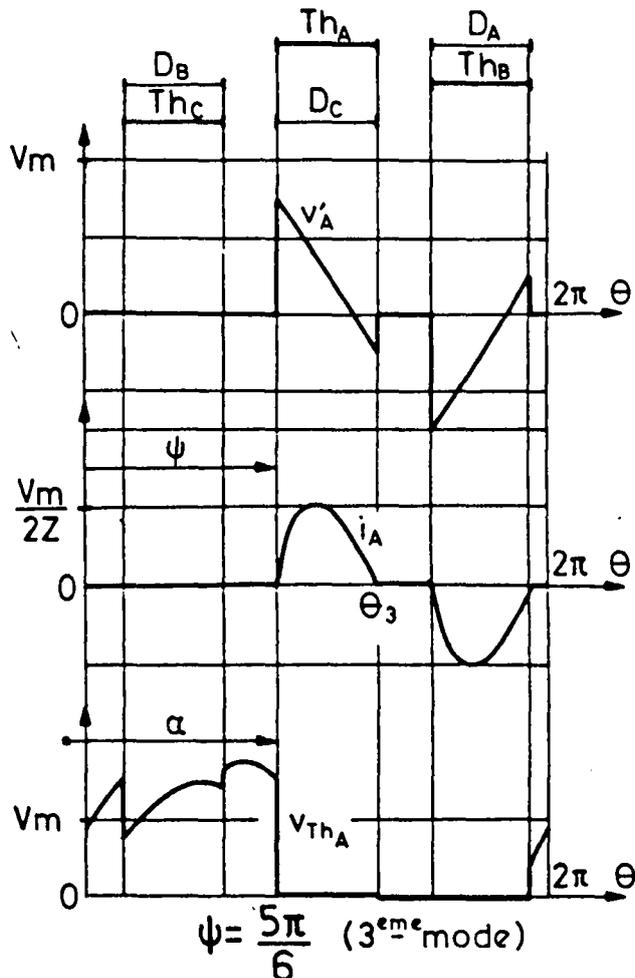
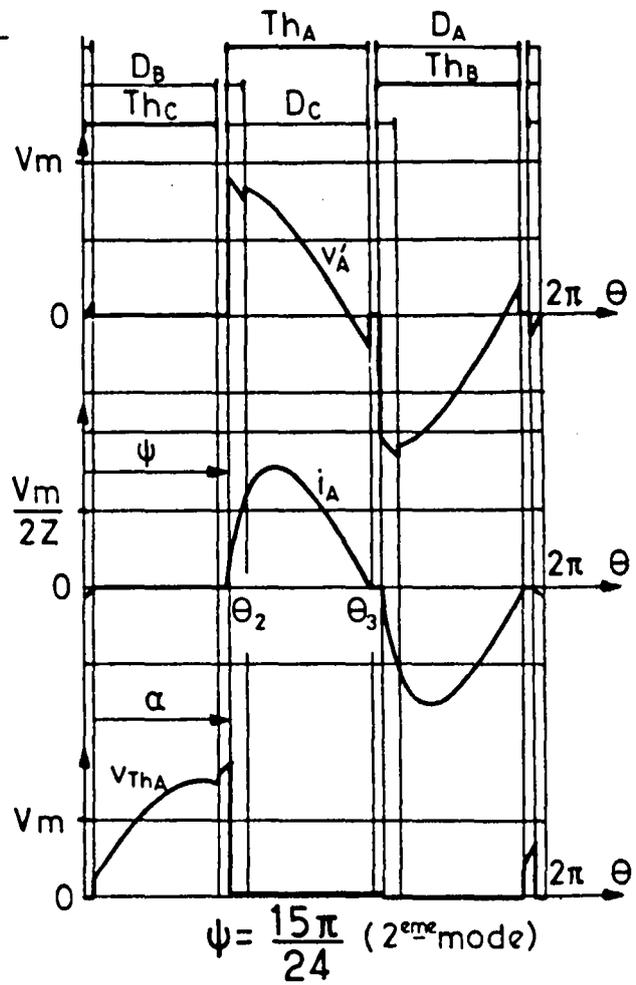
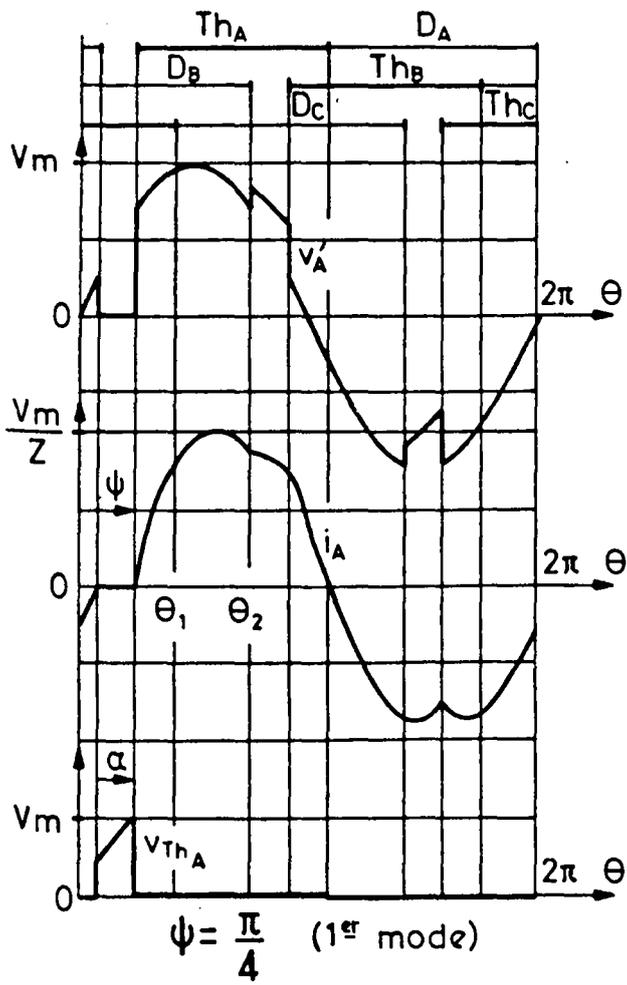
Pour ce montage, la tension directe maximale aux bornes des thyristors bloqués est, comme la tension inverse maximale aux bornes des diodes, égale à $\sqrt{3} V_m$.

Le courant dans les diodes est le même que celui dans les thyristors pour le troisième mode de fonctionnement. Pour le premier et le deuxième, la valeur efficace du courant dans les thyristors est un peu plus forte, puisqu'il y a des intervalles où le courant arrivant par un thyristor repart par deux diodes. A impédance donnée, les diodes et les thyristors doivent être calibrés pour le même courant efficace, celui $V/\sqrt{2} Z$ correspondant à ψ nul.



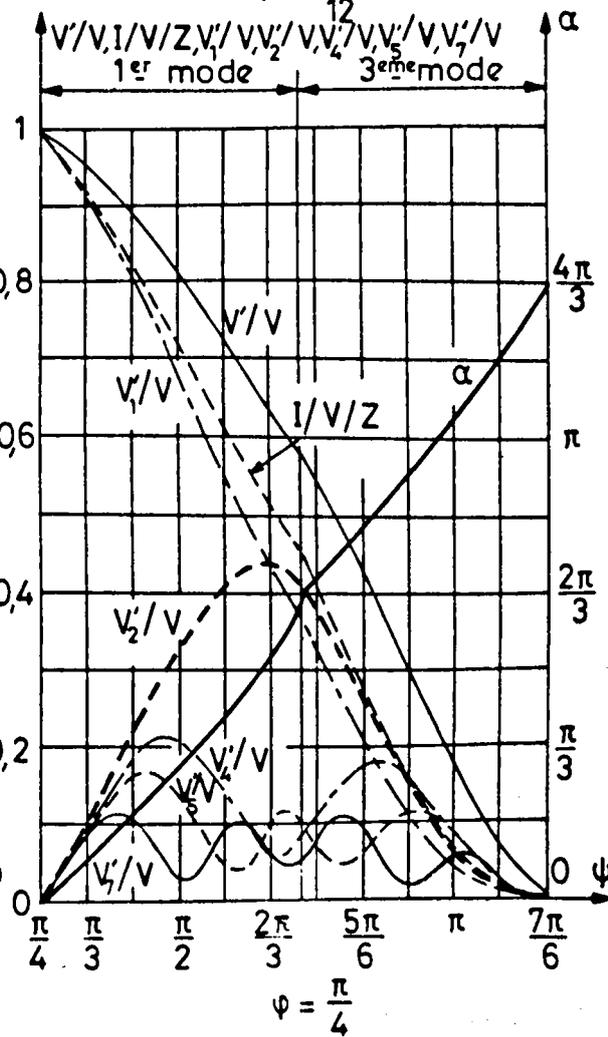
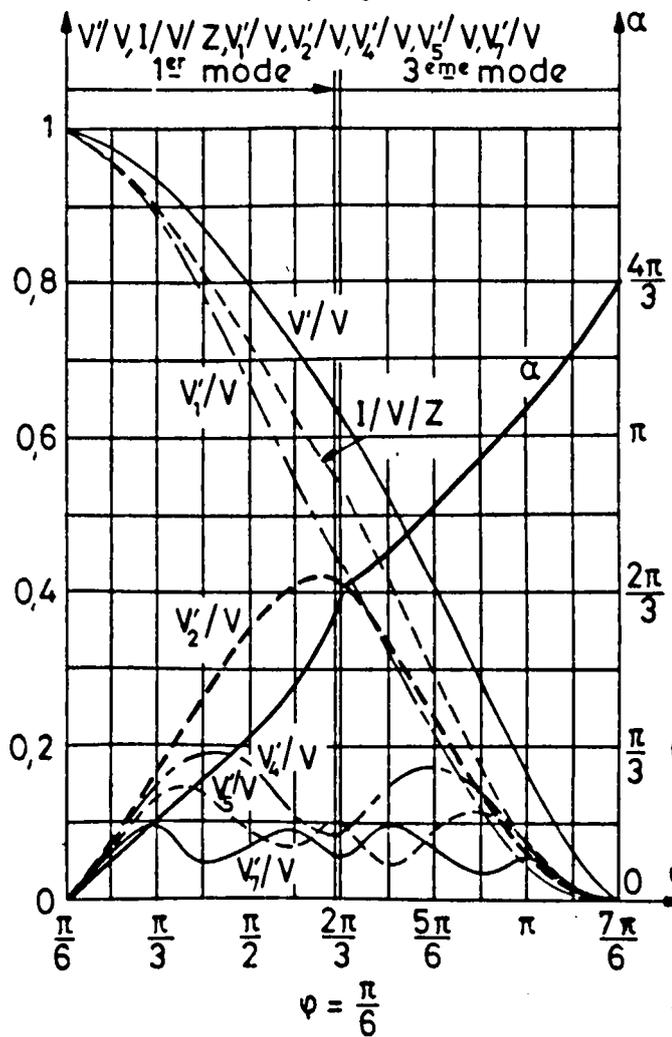
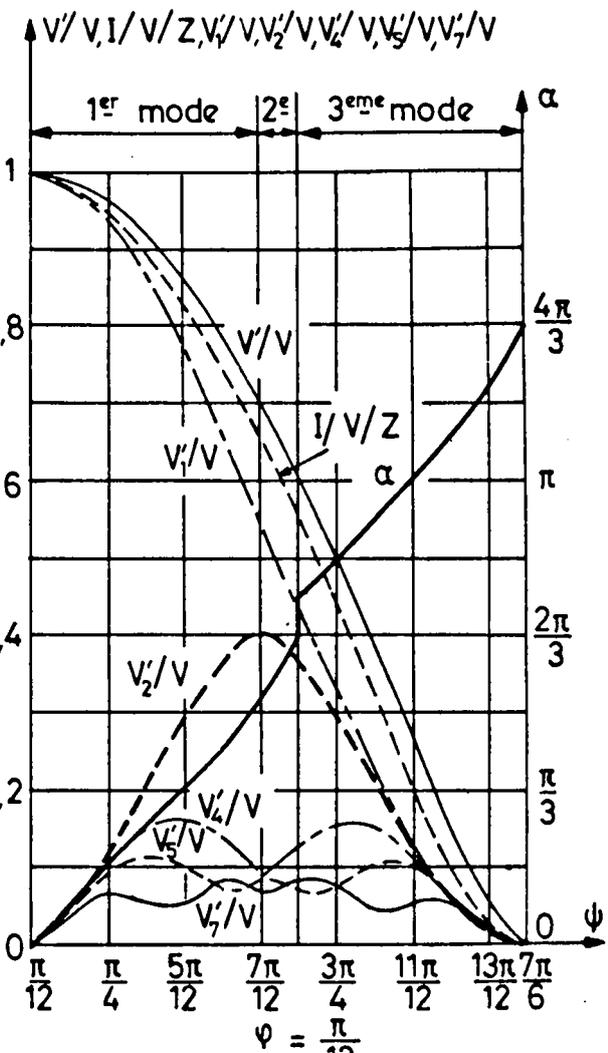
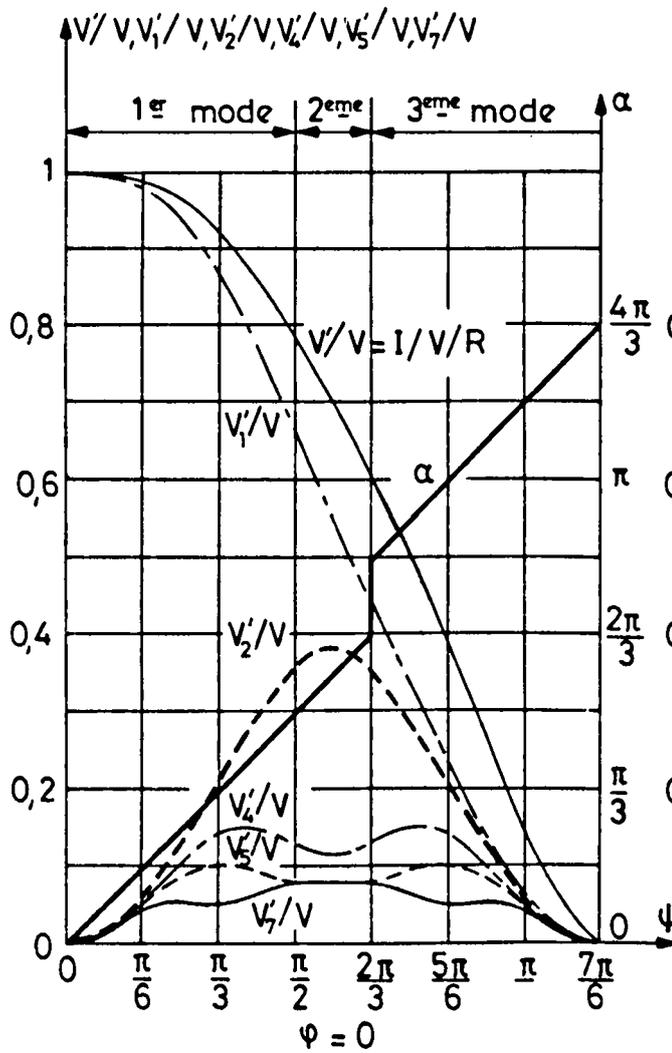


Grad. triphasé mixte - Débit sur L -



Grad. triphasé mixte - Débit sur R-L -

$\psi = \frac{\pi}{12}$



BUS LILLE

Grad. triphase mixte - Caracteristiques -

$$u_{BA} = U_m \sin\theta ; u_{CB} = U_m \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) ; u_{AC} = U_m \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right),$$

Les tensions aux bornes des trois phases du récepteur sont notées u'_A, u'_B, u'_C , les courants qui les traversent i_A, i_B, i_C , les courants en ligne i_{LA}, i_{LB}, i_{LC} , les tensions aux bornes de groupes de thyristors $v_{Th_A}, v_{Th_B}, v_{Th_C}$.

Pour que les courants i_A, i_B, i_C soient déphasés deux à deux de $2\pi/3$ et que leurs alternances négatives soient identiques au signe près à leurs alternances positives, on débloque les thyristors de sixième de période en sixième de période dans l'ordre suivant :

$$Th_A, Th'_C, Th_B, Th'_A, Th_C, Th'_B.$$

Le thyristor Th_A est déclenché pour $\theta = \psi$.

I. FONCTIONNEMENT

I.1 Fonctionnement de chaque gradateur

Chaque branche du triangle formée par un gradateur à deux thyristors et une phase du récepteur a sa tension aux bornes imposée par la source. Son fonctionnement est exactement celui qui a été examiné au chapitre 1.

Si chaque phase du récepteur présente une résistance R et un inductance L , on considère le module Z et l'argument φ de son impédance à la pulsation ω des tensions d'alimentation.

Pour obtenir un fonctionnement normal il faut que ψ soit supérieur à φ .

Pour la phase A :

- Quand $\psi < \theta < \theta_1$, Th_A conduit :

$$i_A = \frac{U_m}{Z} \left(\sin(\theta - \varphi) - \left(\sin(\psi - \varphi) \right) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right),$$

avec $Q = L\omega/R$,

$$\theta_1 \text{ tel que } \sin(\theta_1 - \varphi) e^{\theta_1/Q} = \sin(\psi - \varphi) e^{\psi/Q}.$$

- Quand $\theta_1 < \theta < \pi + \psi$,

$$i_A = 0, v_{Th_A} = U_m \sin\theta.$$

- Quand $\pi + \psi < \theta < \pi + \theta_1$, Th'_A conduit :

$$i_A = \frac{U_m}{Z} \left(\sin(\theta - \varphi) - \sin(\pi + \psi - \varphi) e^{-(\theta - \pi - \psi)/Q} \right).$$

- Quand $\pi + \theta_1 < \theta < 2\pi + \psi$.

$$i_A = 0, v_{Th_A} = U_m \sin\theta.$$

Pour la phase B, on a de la même façon

- Quand $\frac{2\pi}{3} + \psi < \theta < \frac{2\pi}{3} + \theta_1$, Th_B conduit :

$$i_B = \frac{U_m}{Z} \left(\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) - \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \frac{2\pi}{3} - \psi)/Q} \right)$$

- Quand $\frac{2\pi}{3} + \theta_1 < \theta < \frac{5\pi}{3} + \psi$, $i_B = 0$, $v_{Th_B} = u_{CB}$.

- Quand $\frac{5\pi}{3} + \psi < \theta < \frac{5\pi}{3} + \theta_1$, Th'_B conduit :

$$i_B = \frac{U_m}{Z} \left(\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) - \sin\left(\pi + \psi - \varphi\right) e^{-\left(\theta - \frac{5\pi}{3} - \psi\right)/Q} \right).$$

- Quand $\frac{5\pi}{3} + \theta_1 < \theta < \frac{8\pi}{3} + \psi$, $i_B = 0$, $v_{Th_B} = u_{CB}$.

Pour la phase C,

Th_C conduit de $\frac{4\pi}{3} + \psi$ à $\frac{4\pi}{3} + \theta_1$; alors :

$$i_C = \frac{U_m}{Z} \left(\sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) - \sin\left(\psi - \varphi\right) e^{-\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \psi\right)/Q} \right).$$

Th'_C conduit de $\frac{7\pi}{3} + \psi$ à $\frac{7\pi}{3} + \theta_1$:

$$i_C = \frac{U_m}{Z} \left(\sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) + \sin\left(\psi - \varphi\right) e^{-\left(\theta - \frac{7\pi}{3} - \psi\right)/Q} \right).$$

Pendant le reste de la période i_C est nul et v_{Th_C} égal à u_{AC} .

I.2 Expressions des courants en ligne

Les courants en ligne i_{LA} , i_{LB} , i_{LC} sont donnés par les différences des courants dans le triangle pris deux à deux :

$$i_{LA} = i_A - i_C ; i_{LB} = i_B - i_A ; i_{LC} = i_C - i_B.$$

Les courants en ligne sont identiques à $2\pi/3$ ou $4\pi/3$ près ; leur alternance négative égale au signe près leur alternance positive.

A valeur donnée de φ , lorsque l'angle ψ croît la durée $(\theta_1 - \psi)/\omega$ des intervalles de conduction de chacun des redresseurs diminue pour s'annuler quand $\psi = \pi$. Cela entraîne trois régimes possibles. Chaque régime est déterminé par le nombre de thyristors simultanément conducteurs :

- . Pour le premier, il y en a 3 ou 2,
- . Pour le second, il y en a 2 ou 1,
- . Pour le troisième, il y en a 1 ou 0.

Sur la planche 4.1 on a tracé les formes d'ondes de i_A , i_C et de leur différence i_{LA} , dans le cas d'un récepteur purement résistif, pour des valeurs de ψ correspondant à chacun des trois régimes et pour les valeurs de ψ auxquelles ils débutent. Dans ce cas θ_1 égale π quel que soit ψ .

I.2.1 Premier régime : $\varphi < \psi < \theta_1 - 2\pi/3$

Si $\theta_1 - \psi > 2\pi/3$, le thyristor Th_C qui a commencé à conduire pour $\theta = \psi - 2\pi/3$ et le thyristor Th'_B débloqué pour $\theta = \psi - \pi/3$ sont encore conducteurs quand, pour $\theta = \psi$, on débloque Th_A . Alors débute un intervalle à 3 redresseurs conducteurs. Il cessera avec l'extinction de Th_C quand θ égalera $\theta_1 - 2\pi/3$. L'intervalle à Th'_B et Th_A conducteurs se termine quand on débloque Th'_C pour $\theta = \psi + \pi/3$.

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_1 - 2\pi/3$, Th_C , Th'_B et Th_A conduisent :

$$i_{LA} = i_A - i_C > 0 ; i_{LB} = i_B - i_A < 0 ; i_{LC} = i_C - i_B > 0$$

Le courant i_{LA} , égal à

$$i_{LA} = \frac{U_m}{Z} \left(\begin{array}{l} \sin(\theta - \varphi) - \sin(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi) \\ - \sin(\psi - \varphi)e^{-(\theta-\psi)/Q} + \sin(\psi - \varphi)e^{-(\theta - \psi + \frac{2\pi}{3})/Q} \end{array} \right),$$

peut s'écrire

$$i_{LA} = \frac{U_m}{Z} \left(\sqrt{3} \sin(\theta - \frac{\pi}{6} - \varphi) - (1 - e^{-2\pi/3Q}) \sin(\psi - \varphi)e^{-(\theta-\psi)/Q} \right)$$

De même

$$i_{LB} = \frac{U_m}{Z} \left(\sqrt{3} \sin(\theta - \frac{5\pi}{6} - \varphi) + (1 + e^{-\pi/3Q}) \sin(\psi - \varphi)e^{-(\theta-\psi)/Q} \right)$$

$$i_{LC} = \frac{U_m}{Z} \left(\sqrt{3} \sin(\theta + \frac{\pi}{2} - \varphi) - (e^{-2\pi/3Q} + e^{-\pi/3Q}) \sin(\psi - \varphi)e^{-(\theta-\psi)/Q} \right)$$

- Pendant l'intervalle $\theta_1 - 2\pi/3 < \theta < \psi + \pi/3$, Th'_B et Th_A conduisent

$$i_{LA} = i_A > 0 ; i_{LB} = i_B - i_A < 0 ; i_{LC} = -i_B > 0 ;$$

$$i_{LA} = \frac{U_m}{Z} \left(\sin(\theta - \varphi) - \sin(\psi - \varphi)e^{-(\theta-\psi)/Q} \right) ;$$

$$i_{LB} = \frac{U_m}{Z} \left(\sqrt{3} \sin(\theta - \frac{5\pi}{6} - \varphi) + (1 + e^{-\pi/3Q}) \sin(\psi - \varphi)e^{-(\theta-\psi)/Q} \right) ;$$

$$i_{LC} = \frac{U_m}{Z} \left(-\sin(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi) - \sin(\psi - \varphi)e^{-\pi/3Q} e^{-(\theta-\psi)/Q} \right)$$

Ce régime cesse quand $\theta_1 = \psi + 2\pi/3$ ou, en reportant dans la relation donnant θ_1 , pour ψ tel que

$$\sin(\psi + \frac{2\pi}{3} - \varphi)e^{2\pi/3Q} = \sin(\psi - \varphi)$$

Connaissant les expressions des courants i_{LA} , i_{LB} , i_{LC} pendant un sixième de la période, on en déduit facilement leurs expressions pendant tout le reste de celle-ci.

1.2.2 Deuxième régime : $\theta_1 - 2\pi/3 \leq \psi \leq \theta_1 - \pi/3$

Si $\theta_1 - \psi$ est compris entre $2\pi/3$ et $\pi/3$, quand on débloque Th_A , le thyristor Th'_B conduit encore mais Th_C est éteint. L'intervalle à deux redresseurs passants, Th_A et Th'_B , qui a débuté pour $\theta = \psi$, se termine pour $\theta = \theta_1 - \pi/3$ quand Th'_B s'éteint. L'intervalle à Th_A seul passant se termine quand Th'_C entre en conduction.

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_1 - \pi/3$, Th'_B et Th_A conduisent :

$$i_{LA} = i_A > 0 ; i_{LB} = i_B - i_A < 0 ; i_{LC} = -i_B > 0 ;$$

$$i_{LA} = \frac{U_m}{Z} \left(\sin(\theta - \varphi) - \sin(\psi - \varphi)e^{-(\theta-\psi)/Q} \right) ;$$

$$i_{LB} = \frac{U_m}{Z} \left(\sqrt{3} \sin(\theta - \frac{5\pi}{6} - \varphi) + (1 + e^{-\pi/3Q}) \sin(\psi - \varphi)e^{-(\theta-\psi)/Q} \right) ;$$

$$i_{LC} = \frac{U_m}{Z} \left(-\sin(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-\pi/3Q} e^{-(\theta - \psi)/Q} \right).$$

- Pendant l'intervalle $\theta_1 - \pi/3 < \theta < \psi + \pi/3$, Th_A seul conduit :

$$i_{LA} = i_A > 0 ; i_{LB} = -i_A < 0 ; i_{LC} = 0$$

$$i_{LA} = -i_{LB} = \frac{U_m}{Z} \left(\sin(\theta - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right).$$

Ce régime cesse quand ψ est tel que $\theta_1 = \psi + \pi/3$ d'où la relation donnant la valeur limite de ψ

$$\sin(\psi + \frac{\pi}{3} - \varphi) e^{\pi/3Q} = \sin(\psi - \varphi)$$

I.2.3 Troisième régime : $\theta_1 - \pi/3 < \psi < \pi$

Si $\theta_1 - \psi$ est inférieur à $\pi/3$, Th'_B débloqué pour $\psi - \pi/3$ s'est éteint avant l'entrée en conduction de Th_A pour $\theta = \psi$. Le débit de Th_A cessera en θ_1 avant le déblocage de Th'_C .

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_1$, Th_A conduit seul :

$$i_{LA} = i_A > 0 ; i_{LB} = -i_A < 0 ; i_{LC} = 0$$

$$i_{LA} = -i_{LB} = \frac{U_m}{Z} \left(\sin(\theta - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right)$$

- Pendant l'intervalle $\theta_1 < \theta < \psi + \pi/3$, aucun redresseur ne conduit :

$$i_{LA} = i_{LB} = i_{LC} = 0.$$

II. CARACTERISTIQUES

II.1 Utilisation des caractéristiques du gradateur monophasé

- Le fonctionnement de chacun des trois ensembles gradateur monophasé-phase réceptrice étant le même qu'en monophasé, on peut utiliser les relations établies au chapitre 1 et les caractéristiques qu'on en a déduites (Planche 2.1 et 2.2).

Le rapport de la valeur efficace U' des tensions aux bornes des phases du récepteur à celle U de la source est

$$\frac{U'}{U} = \sqrt{\frac{1}{\pi}(\theta_1 - \psi - \frac{1}{2} \sin 2\theta_1 + \frac{1}{2} \sin 2\psi)}$$

On lit $\frac{U'}{U}$ sur les courbes donnant $\frac{V'}{V}$.

De même la valeur efficace U'_1 du fondamental des tensions u'_A, u'_B, u'_C et celles U'_3, U'_5, U'_7 de leurs premiers harmoniques sont donnés par les rapports $U'_1/U, U'_3/U, U'_5/U$ et U'_7/U qu'on lit sur les courbes notées $V'_1/V, V'_3/V, V'_5/V, V'_7/V$.

La valeur efficace I des courants rapportée à son maximum U/Z est lu sur les courbes qui indiquaient $I/V/Z$.

- Des harmoniques des courants dans le triangle on déduit directement ceux des courants en ligne.

Les harmoniques de rang $3k$ formant des systèmes homopolaires ne se retrouvent pas dans les courants en ligne.

Les harmoniques de rang $3k+1$ ou $3k-1$ formant des systèmes directs ou inverses s'y retrouvent multipliés par $\sqrt{3}$.

On a donc

$$I_{L1} = \sqrt{3} I_1 ; I_{L3} = 0 ; I_{L5} = \sqrt{3} I_5 ; I_{L7} = \sqrt{3} I_7 ; I_{L9} = 0 \dots$$

II.2 Valeur efficace des courants en ligne

La suppression des harmoniques impairs de rang $3k$ dans les courants en ligne fait que, dès que ψ devient supérieur à φ , la valeur efficace I_L de ces courants devient inférieure à $\sqrt{3} I$.

Nous allons calculer I_L ramené à $\sqrt{3} U/Z$ pour chacun des trois régimes.

II.2.1 Premier régime $\varphi < \psi \leq \theta_1 - 2\pi/3$

L'alternance négative des courants en ligne étant égale, au signe près, à l'alternance positive, on peut calculer I_L par

$$I_L^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_{LA}^2 d\theta,$$

ou, compte tenu des relations liant i_{LA} , i_{LB} et i_{LC} , par

$$I_L^2 = I_{L1}^2 + I_{L2}^2,$$

avec

$$I_{L1}^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1 - 2\pi/3} (i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2) d\theta ; I_{L2}^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1 - 2\pi/3}^{\psi+\pi/3} (i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2) d\theta$$

- Calcul de I_{L1}^2

Durant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_1 - 2\pi/3$, les expressions des courants sont :

$$i_{LA} = \frac{U_m}{Z} \left(-\sqrt{3} \cos\left(\theta - \varphi + \frac{\pi}{3}\right) - A(1 - e^{-\pi/3Q})e^{-(\theta-\psi)/Q} \right);$$

$$i_{LB} = \frac{U_m}{Z} \left(-\sqrt{3} \cos\left(\theta - \varphi - \frac{\pi}{3}\right) + A e^{-(\theta-\psi)/Q} \right),$$

$$i_{LC} = \frac{U_m}{Z} \left(\sqrt{3} \cos(\theta - \varphi) - A e^{-\pi/3Q} e^{-(\theta-\psi)/Q} \right),$$

en posant

$$A = \sin(\psi - \varphi)(1 + e^{-\pi/3Q}).$$

La somme $i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2$ vaut donc

$$i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2 = \left(\frac{U_m}{Z}\right)^2 \left[\frac{9}{2} + 2A^2 e^{-2(\theta-\psi)/Q} (1 + e^{-2\pi/3Q} - e^{-\pi/3Q}) - 2\sqrt{3} A e^{-(\theta-\psi)/Q} \left((e^{-\pi/3Q} - 1) \cos\left(\theta - \varphi + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\theta - \varphi - \frac{\pi}{3}\right) + e^{-\pi/3Q} \cos(\theta - \varphi) \right) \right]$$

L'intégrale indéfinie $\int (i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2) d\theta$ est égale à :

$$\left(\frac{U_m}{Z}\right)^2 \left[\begin{aligned} & \frac{9}{2} \theta - Q A^2 (1 + e^{-2\pi/3Q} - e^{-\pi/3Q}) e^{-2(\theta-\psi)/Q} \\ & - \frac{2\sqrt{3} A Q^2}{1+Q^2} e^{-(\theta-\psi)/Q} \left[(e^{-\pi/3Q} - 1) \left(-\frac{1}{Q} \cos(\theta - \varphi + \frac{\pi}{3}) + \sin(\theta - \varphi + \frac{\pi}{3}) \right) \right. \\ & \left. - \frac{1}{Q} \cos(\theta - \varphi - \frac{\pi}{3}) + \sin(\theta - \varphi - \frac{\pi}{3}) + e^{-\pi/3Q} \left(-\frac{1}{Q} \cos(\theta - \varphi) + \sin(\theta - \varphi) \right) \right] \end{aligned} \right]$$

D'où l'expression de I_{L1}^2 :

$$I_{L1}^2 = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3}U}{Z}\right)^2 \left[\begin{aligned} & \frac{9}{2}(\theta_1 - \psi - \frac{2\pi}{3}) + Q A^2 (1 + e^{-\frac{2\pi}{3Q}} - e^{-\frac{\pi}{3Q}}) (1 - e^{-2(\theta_1 - \psi - \frac{2\pi}{3})/Q}) \\ & - \frac{2\sqrt{3} A Q^2}{1+Q^2} e^{-(\theta_1 - \psi - \frac{2\pi}{3})/Q} \left[(e^{-\frac{\pi}{3Q}} - 1) \left(-\frac{1}{Q} \cos(\theta_1 - \varphi - \frac{\pi}{3}) + \sin(\theta_1 - \varphi - \frac{\pi}{3}) \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{Q} \cos(\theta_1 - \varphi) - \sin(\theta_1 - \varphi) + e^{-\pi/3Q} \left(-\frac{1}{Q} \cos(\theta_1 - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \sin(\theta_1 - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \right) \right] \\ & - \frac{2\sqrt{3} A Q^2}{1+Q^2} \left[(e^{-\pi/3Q} - 1) \left(\frac{1}{Q} \cos(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}) - \sin(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}) \right) \right. \\ & \left. + \frac{1}{Q} \cos(\psi - \varphi - \frac{\pi}{3}) - \sin(\psi - \varphi - \frac{\pi}{3}) + e^{-\pi/3Q} \left(\frac{1}{Q} \cos(\psi - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) \right) \right] \end{aligned} \right].$$

- Calcul de I_{L2}^2

Pendant l'intervalle $(\theta_1 - 2\pi/3, \psi + \pi/3)$, les courants en ligne sont :

$$i_{LA} = \frac{U_m}{Z} \left(\sin(\theta - \varphi) - B e^{-(\theta-\psi)/Q} \right),$$

$$i_{LB} = \frac{U_m}{Z} \left(-\sqrt{3} \sin(\theta - \varphi + \frac{\pi}{6}) + B(1 + e^{-\pi/3Q}) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right),$$

$$i_{LC} = \frac{U_m}{Z} \left(-\sin(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) - B e^{-\pi/3Q} e^{-(\theta-\psi)/Q} \right),$$

où $B = \sin(\psi - \varphi)$.

La somme des carrés de i_{LA} , i_{LB} , i_{LC} s'écrit donc :

$$i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2 = \left(\frac{U_m}{Z}\right)^2 \left[\begin{aligned} & \frac{3}{2} - \sin^2(\theta - \varphi + \frac{2\pi}{3}) + 3 \sin^2(\theta - \varphi + \frac{\pi}{6}) \\ & + 2 B^2 e^{-2(\theta-\psi)/Q} (1 + e^{-2\pi/3Q} + e^{-\pi/3Q}) - 2 B e^{-(\theta-\psi)/Q} \left(\sin(\theta - \varphi) \right. \\ & \left. + \sqrt{3}(1 + e^{-\pi/3Q}) \sin(\theta - \varphi + \frac{\pi}{6}) - e^{-\pi/3Q} \sin(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \right) \end{aligned} \right]$$

L'intégrale indéfinie $\int (i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2) d\theta$ a pour expression

$$\left(\frac{U_m}{Z}\right)^2 \left[\begin{aligned} & \frac{5}{2} \theta + \frac{1}{4} \sin 2(\theta - \varphi + \frac{2\pi}{3}) - \frac{3}{4} \sin 2(\theta - \varphi + \frac{\pi}{6}) - Q B^2 e^{-2(\theta-\psi)/Q} \\ & \times \left(1 + e^{-\pi/3Q} + e^{-2\pi/3Q} \right) + \frac{2Q^2 B}{1+Q^2} e^{-(\theta-\psi)/Q} \left[\frac{1}{Q} \sin(\theta - \varphi) \right. \\ & \left. + \cos(\theta - \varphi) + \sqrt{3}(1 + e^{-\pi/3Q}) \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta - \varphi + \frac{\pi}{6}) + \cos(\theta - \varphi + \frac{\pi}{6}) \right) \right] \end{aligned} \right]$$

$$- e^{-\pi/3Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \right) \Bigg] \quad (1)$$

D'où la valeur de I_{L2}^2 :

$$I_{L2}^2 = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3}U}{Z} \right)^2 \left[\begin{aligned} & \frac{5}{2} (\psi - \theta_1 + \pi) + \sin 2(\psi - \varphi) - \sin 2(\theta_1 - \varphi) \\ & - Q B^2 (1 + e^{-\pi/3} + e^{-2\pi/3Q}) (e^{-2\pi/3Q} - e^{-2(\theta_1 - \psi - \frac{2\pi}{3})/Q}) \\ & + \frac{2 Q^2 B}{1 + Q^2} e^{-\pi/3Q} \left[\frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}) + \cos(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}) + \sqrt{3}(1 + e^{-\pi/3Q}) \right. \\ & \times \left(\frac{1}{Q} \cos(\psi - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) \right) - e^{-\pi/3Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi - \frac{\pi}{3}) + \cos(\psi - \varphi - \frac{\pi}{3}) \right) \Bigg] \\ & - \frac{2 Q^2 B}{1 + Q^2} e^{-(\theta_1 - \psi - \frac{2\pi}{3})/Q} \left[\frac{1}{Q} \sin(\theta_1 - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\theta_1 - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \right. \\ & - \sqrt{3}(1 + e^{-\pi/3Q}) \left(\frac{1}{Q} \cos(\theta_1 - \varphi) - \sin(\theta_1 - \varphi) \right) \\ & \left. \left. - e^{-\pi/3Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_1 - \varphi + \frac{2\pi}{3}) + \cos(\theta_1 - \varphi + \frac{2\pi}{3}) \right) \right] \right] \end{aligned}$$

- Cas particuliers

Lors du débit sur résistances pures, $\varphi = 0$ et $\theta_1 = \pi$, les relations générales se simplifient et donnent

$$I_L = \frac{\sqrt{3}U}{R} \sqrt{1 - \frac{4\psi}{3\pi} + \frac{2}{3\pi} \sin 2\psi}$$

Lors du débit sur inductances pures, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et $\theta_1 = 2\pi - \psi$, on obtient

$$I_{L1}^2 = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3}U}{L\omega} \right)^2 \left[\left(\frac{9}{2} + 8 \cos^2 \psi \right) \left(\frac{4\pi}{3} - 2\psi \right) + 24 \cos \psi \cos \left(\psi - \frac{\pi}{6} \right) \right]$$

$$I_{L2}^2 = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3}U}{L\omega} \right)^2 \left[\left(\frac{5}{2} + 6 \cos^2 \psi \right) (2\psi - \pi) - 2 \sin 2\psi - 12\sqrt{3} \cos^2 \psi \right]$$

II.2.2 \ Deuxième régime : $\theta_1 = 2\pi/3 < \psi < \theta_1 - \pi/3$

On calcule encore I_L par

$$I_L = \sqrt{I_{L1}^2 + I_{L2}^2}$$

avec maintenant

$$I_{L1}^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1 - \pi/3} (i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2) d\theta ; I_{L2}^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1 - \pi/3}^{\psi + \pi/3} (i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2) d\theta.$$

- Calcul de I_{L1}^2

Pendant l'intervalle ψ , $\theta_1 - \pi/3$, les courants en ligne ont les mêmes expressions littérales que celles trouvées pour le premier régime au cours de l'intervalle $\theta_1 - 2\pi/3$, $\psi + \pi/3$.

On peut donc utiliser l'intégrale indéfinie $\int (i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2) d\theta$ alors établie et donnée par la relation (1). Compte tenu des nouvelles limites, il vient :

$$I_{L1}^2 = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3}U}{Z} \right)^2 \left[\frac{5}{2}(\theta_1 - \psi - \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{4} \left(\sin 2(\theta_1 - \varphi + \frac{\pi}{3}) - \sin 2(\psi - \varphi + \frac{2\pi}{3}) \right) \right. \\ \left. - \frac{3}{4} \left(\sin 2(\theta_1 - \varphi - \frac{\pi}{6}) - \sin 2(\psi - \varphi + \frac{\pi}{6}) \right) + Q B^2 (1 + e^{-\pi/3Q} + e^{-2\pi/3Q}) \right. \\ \left. \times \left(1 - e^{-2(\theta_1 - \psi - \frac{\pi}{3})/Q} \right) + \frac{2 Q^2 B}{1 + Q^2} e^{-(\theta_1 - \psi - \frac{\pi}{3})/Q} \left[\frac{1}{Q} \sin(\theta_1 - \varphi - \frac{\pi}{3}) \right. \right. \\ \left. \left. + \cos(\theta_1 - \varphi - \frac{\pi}{3}) + \sqrt{3}(1 + e^{-\pi/3Q}) \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_1) \sin(\theta_1 - \varphi - \frac{\pi}{6}) + \cos(\theta_1 - \varphi - \frac{\pi}{6}) \right) \right. \right. \\ \left. \left. + e^{-\pi/3Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_1 - \varphi) + \cos(\theta_1 - \varphi) \right) \right] - \frac{2 Q^2 B}{1 + Q^2} \left[\frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi) \right. \right. \\ \left. \left. + \cos(\psi - \varphi) + \sqrt{3}(1 + e^{-\pi/3Q}) \left(\frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi + \frac{\pi}{6}) + \cos(\psi - \varphi + \frac{\pi}{6}) \right) \right. \right. \\ \left. \left. - e^{-\pi/3Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\psi - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \right) \right] \right]$$

- Calcul de I_{L2}^2

Pour $\theta_1 - \pi/3 < \theta < \psi + \pi/3$, $i_{LA} = -i_{LB} = i_A$, $i_{LC} = 0$. Donc,

$$I_{L2}^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1 - \pi/3}^{\psi + \pi/3} 2 i_A^2 d\theta.$$

$2 i_A^2$ a pour expression :

$$2 i_A^2 = 2 \left(\frac{U_m}{Z} \right)^2 \left[\sin^2(\theta - \varphi) + \sin^2(\psi - \varphi) e^{-\frac{2(\theta - \psi)}{Q}} - 2 \sin(\psi - \varphi) \sin(\theta - \varphi) e^{-\frac{(\theta - \psi)}{Q}} \right].$$

L'intégrale indéfinie $\int 2 i_A^2 d\theta$ s'écrit :

$$\int 2 i_A^2 d\theta = \left(\frac{U_m}{Z} \right)^2 \left[\theta - \frac{1}{2} \sin 2(\theta - \varphi) - Q \sin^2(\psi - \varphi) e^{-2(\theta - \psi)/Q} \right. \\ \left. + \frac{4 Q^2 \sin(\psi - \varphi)}{1 + Q^2} \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta - \varphi) + \cos(\theta - \varphi) \right) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right] \quad (2)$$

En intégrant de $\theta_1 - \pi/3$ à $\psi + \pi/3$, on obtient I_{L2}^2 .

$$I_{L2}^2 = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3}U}{Z} \right)^2 \left[\psi - \theta_1 + \frac{2\pi}{3} - \frac{1}{2} \sin 2(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{2} \sin 2(\theta_1 - \varphi - \frac{\pi}{3}) \right. \\ \left. - Q \sin^2(\psi - \varphi) (e^{-2\pi/3Q} - e^{-2(\theta_1 - \psi - \frac{\pi}{3})/Q}) \right. \\ \left. + \frac{4 Q^2 \sin(\psi - \varphi)}{1 + Q^2} \left(\left(\frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}) + \cos(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}) \right) e^{-\pi/3Q} \right. \right. \\ \left. \left. - \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_1 - \varphi - \frac{\pi}{3}) + \cos(\theta_1 - \varphi - \frac{\pi}{3}) \right) e^{-(\theta_1 - \psi - \frac{\pi}{3})/Q} \right) \right].$$

- Cas particuliers

Lors du débit sur résistances pures, $\varphi = 0$, $\theta_1 = \pi$. Après simplifications il vient :

$$I_L = \frac{\sqrt{3} U}{R} \sqrt{\frac{8}{9} - \frac{\psi}{\pi} + \frac{\sqrt{3}}{6\pi} (1 + \sqrt{3} \sin 2\psi + \cos 2\psi)}.$$

Lors du débit sur inductances pures, $\varphi = \pi/2$, $\theta_1 = 2\pi - \psi$.
 Pour $\pi/2 < \psi < 5\pi/6$,

$$I_{L1}^2 = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3}U}{L\omega} \right)^2 \left[\left(\frac{5\pi}{3} - 2\psi \right) \left(\frac{7}{8} + \cos^2 \psi + \frac{3}{4} \sin^2 \left(\psi - \frac{\pi}{3} \right) \right) + \left(2 \cos \psi - 3 \sin \left(\psi - \frac{\pi}{3} \right) \right) \sin \left(\frac{5\pi}{6} - \psi \right) \right],$$

$$I_{L2}^2 = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3}U}{L\omega} \right)^2 \left[\left(2\psi - \frac{4\pi}{3} \right) (1 + 2 \cos^2 \psi) + \sin \left(2\psi - \frac{\pi}{3} \right) + 4 \cos \psi \sin \left(\psi - \frac{2\pi}{3} \right) \right].$$

II.2.3 Troisième régime : $\theta_1 - \pi/3 < \psi < \pi$

Puisque entre $\theta = \psi$ et $\theta = \psi + \pi/3$, la seule conduction est celle de Th_A qui dure de $\theta = \psi$ à $\theta = \theta_1$, la valeur efficace des courants en ligne est donnée par

$$I_L^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} 2 i_A^2 d\theta$$

L'intégrale indéfinie $\int 2 i_A^2 d\theta$ est donnée par la relation (2). Compte-tenu de la valeur des limites, il vient :

$$I_L^2 = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3}U}{Z} \right)^2 \left[(\theta_1 - \psi) - \frac{1}{2} \sin 2(\theta_1 - \varphi) + \frac{1}{2} \sin 2(\psi - \varphi) + Q \sin^2 (\psi - \varphi) \times (1 - e^{-2(\theta_1 - \psi)/Q}) + \frac{4 Q^2 \sin(\psi - \varphi)}{1 + Q^2} \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_1 - \varphi) + \cos(\theta_1 - \varphi) \right) e^{-(\theta_1 - \psi)/Q} - \frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi) - \cos(\psi - \varphi) \right].$$

On trouve bien $I_L = \sqrt{2} I$

Lors du débit sur récepteur purement résistant,

$$I_L = \frac{U \sqrt{3}}{R} \sqrt{\frac{2}{3} - \frac{2\psi}{3\pi} + \frac{1}{3\pi} \sin 2\psi}$$

Lors du débit sur récepteur purement inductif,

$$I_L = \frac{U \sqrt{3}}{R} \sqrt{2(\pi - \psi)(1 + 2 \cos^2 \psi) + \frac{3}{2} \sin 2\psi}$$

II.2.4 Tracé des caractéristiques

Pour montrer comment la suppression des harmoniques de rang 3 ou multiple de 3 rend la valeur efficace I_L des courants en ligne inférieure à $\sqrt{3}$ fois celle I des courants dans les phases, nous avons tracé (Planche 4.2) l'évolution du rapport $I_L/\sqrt{3} I$ en fonction de ψ , pour φ successivement égal à 0, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° et 90°.

Ce rapport diminue dès que le réglage commence ($\psi > \varphi$) et atteint la valeur $\sqrt{2}/3$ quand on atteint le troisième régime.

L'intéressante réduction des courants en ligne n'intervient toutefois, à impédance du récepteur donnée, que lorsque l'augmentation de ψ a déjà notablement réduit I . Pour le montrer nous avons, pour φ égal à 0, à 30°, à 60° et à 90°, reproduit les courbes donnant $I/U/Z$ et tracé celles donnant $I_L/\sqrt{3} U/Z$ en fonction de ψ (Planche 4.3) On voit que c'est pour les faibles valeurs de φ que la réduction de I_L est en moyenne la plus sensible.

III. NOTE SUR LE GROUPEMENT EN ETOILE DE TROIS GRADATEURS MONOPHASES

Pour que trois gradateurs alimentant un récepteur couplé en étoile aient un comportement identique à celui qu'ils avaient en monophasé, il faut que le neutre de la charge soit relié au neutre de la source (fig. 4.2).

Ce montage n'est pas intéressant quand le récepteur est équilibré. Les courants i_1, i_B, i_C débités par la source contiennent tous les harmoniques de rang impair. Les harmoniques de rang trois ou multiple de trois retournent à la source par le conducteur neutre.

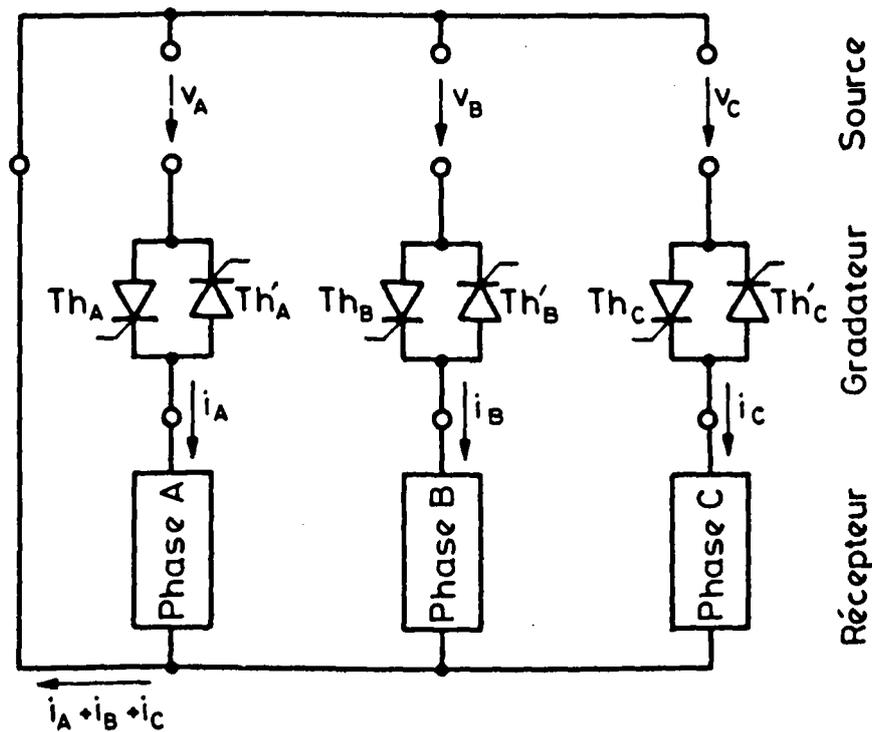
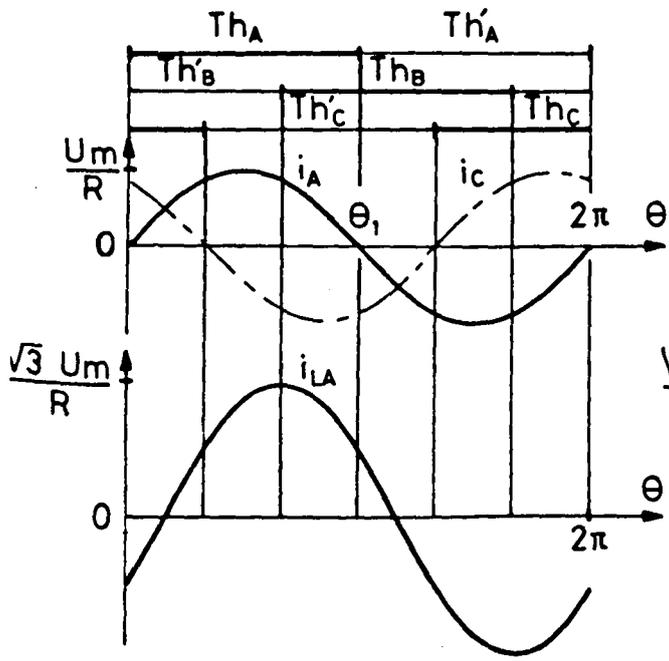


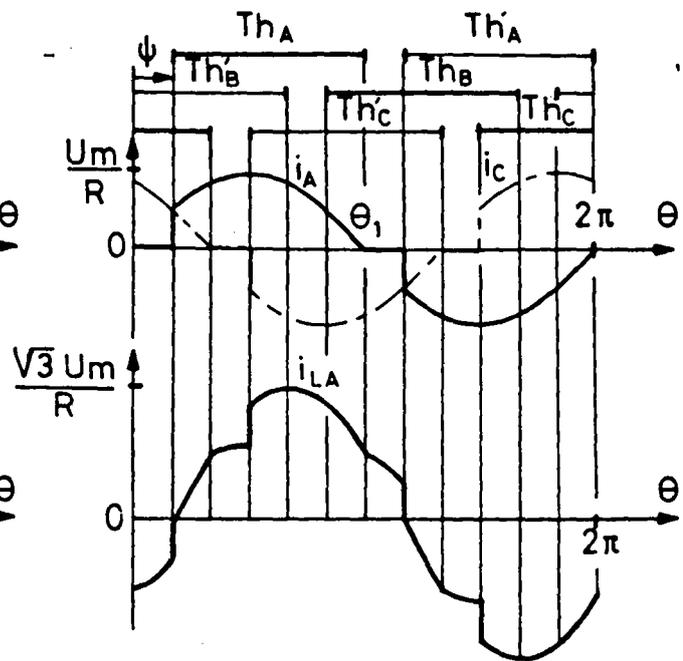
Fig. 4.2

Ce montage ne facilite pas plus que celui de la figure 4.1 le réglage du courant phase par phase quand le récepteur est déséquilibré. Dans les deux cas, l'action sur le retard ou déblocage des deux thyristors affectés à chaque phase permet de régler le courant dans celle-ci sans modifier les courants passant dans les deux autres. Le couplage en triangle est préférable car la composante homopolaire instantanée des courants i_A, i_B, i_C soit $(i_A + i_B + i_C)/3$, ne se retrouve pas dans les courants en ligne qui sont donc moins déséquilibrés que les courants dans le récepteur.

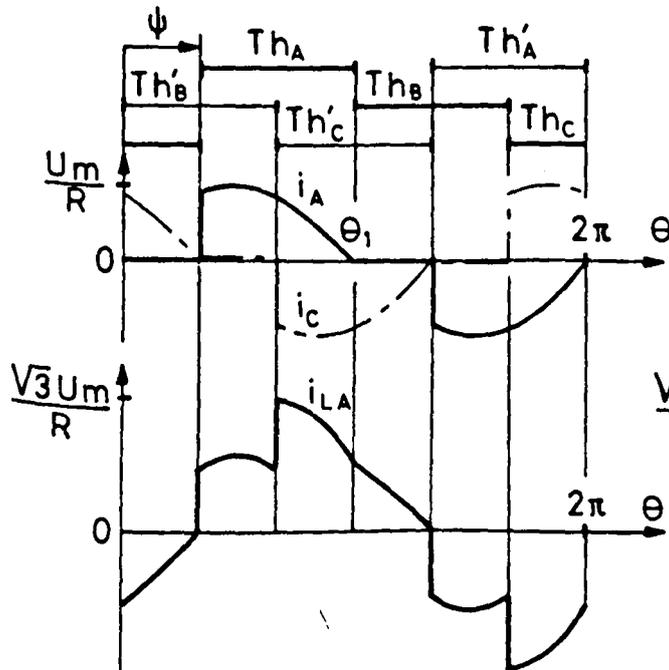
Le seul cas où l'on ait recours au schéma de la figure 4.2 est celui où l'on veut pouvoir régler le courant dans chacune des phases indépendamment des deux autres et où le récepteur nécessite un point neutre.



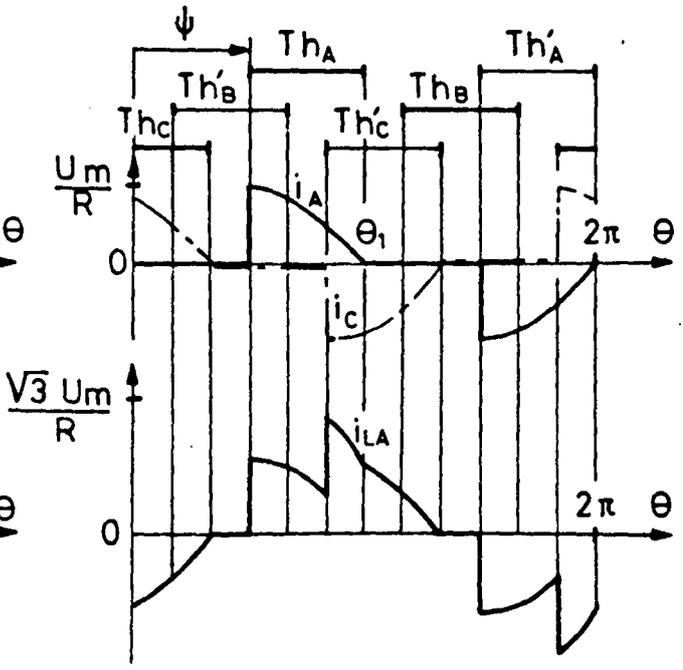
$\psi = 0$ (1^{ère} limite)



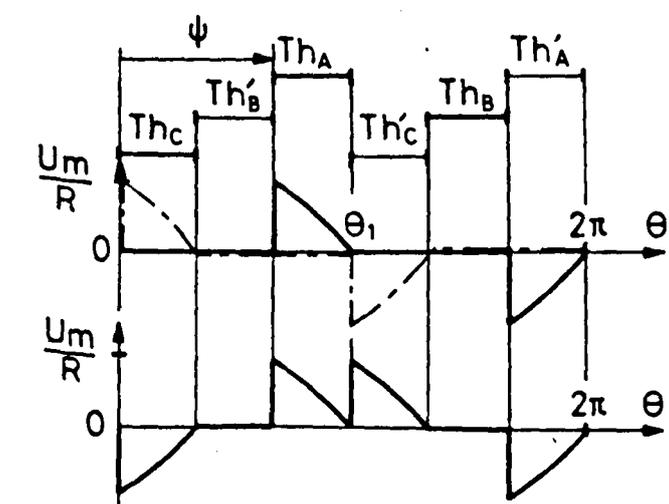
$\psi = \pi/6$ (1^{er} régime)



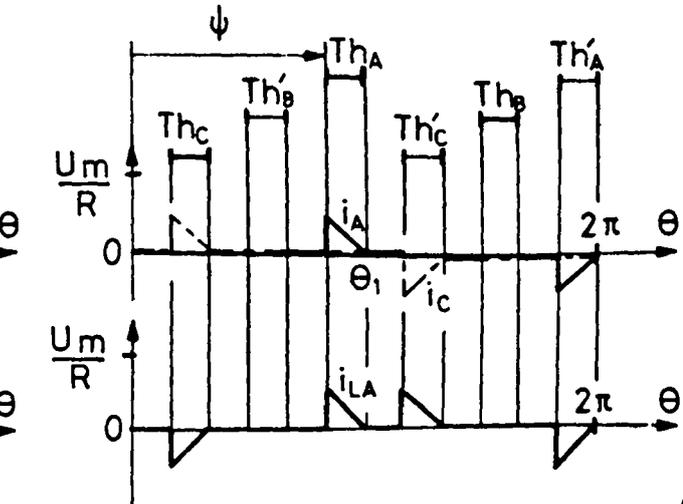
$\psi = \pi/3$ (2^{ème} limite)



$\psi = \pi/2$ (2^{ème} régime)



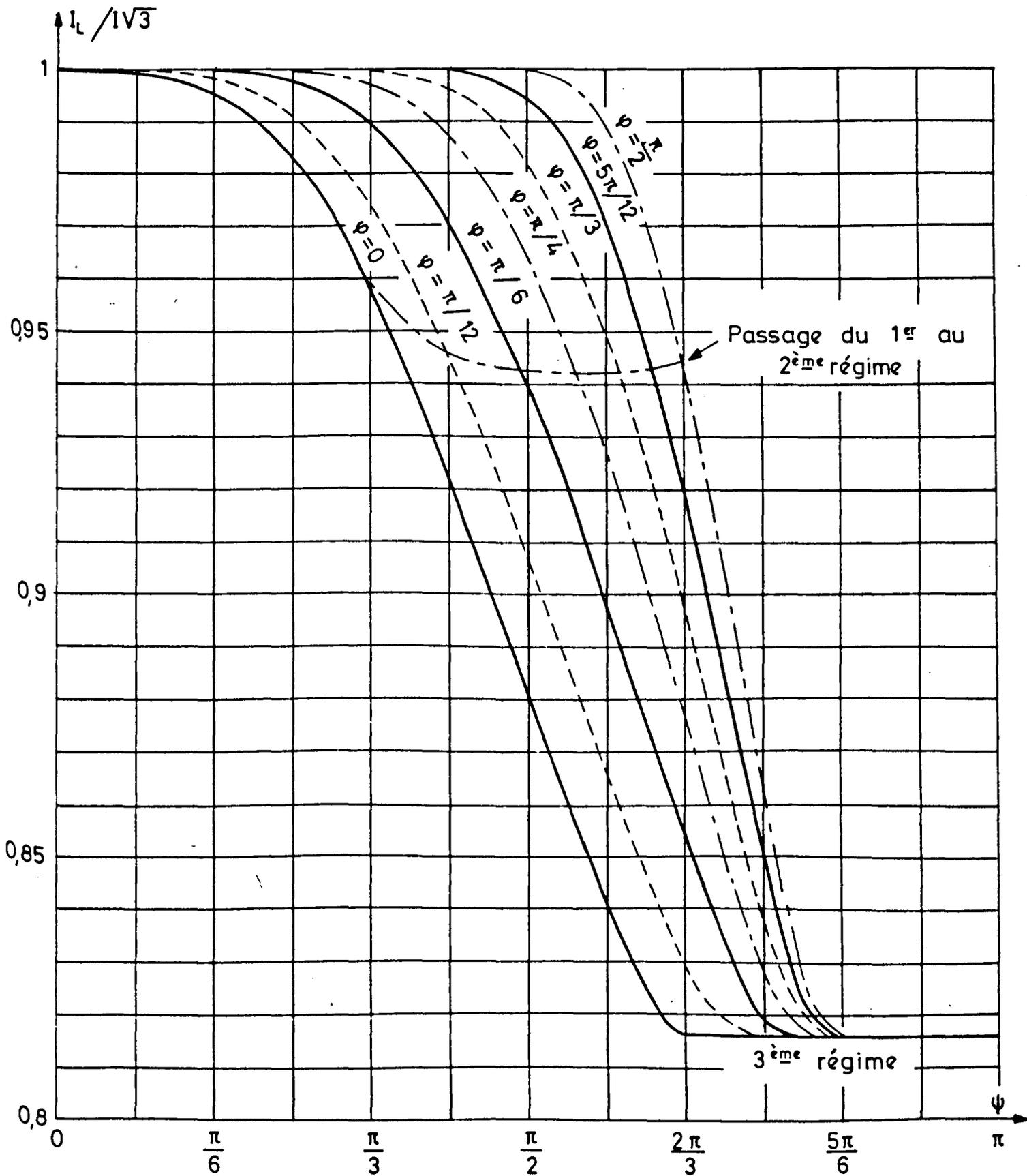
$\psi = 2\pi/3$ (3^{ème} limite)



$\psi = 5\pi/6$ (3^{ème} régime)

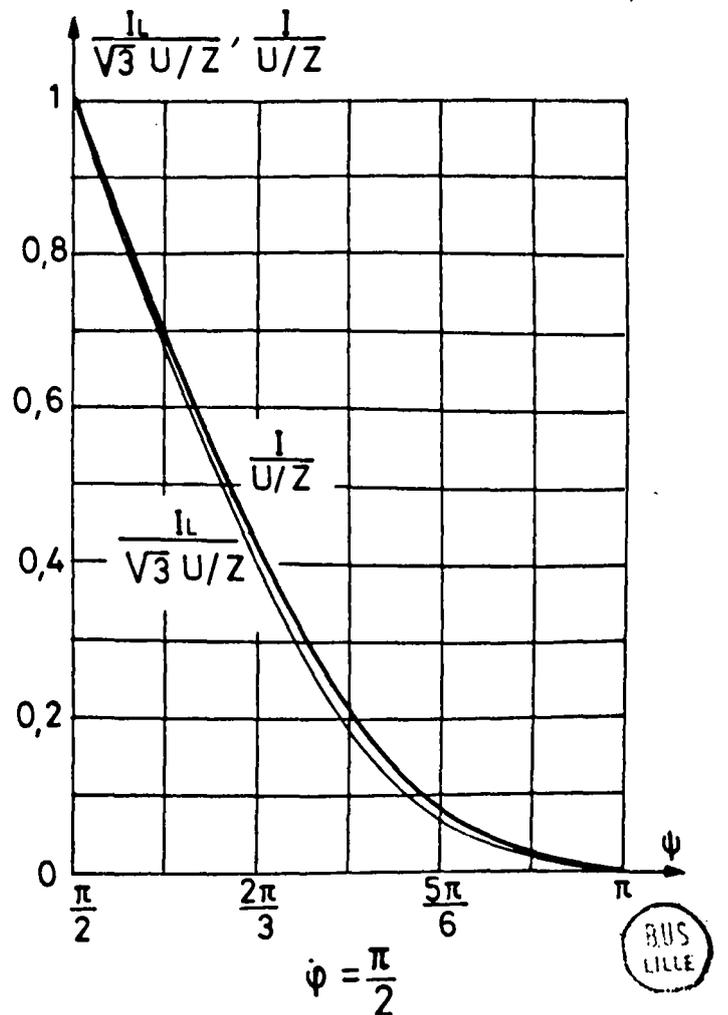
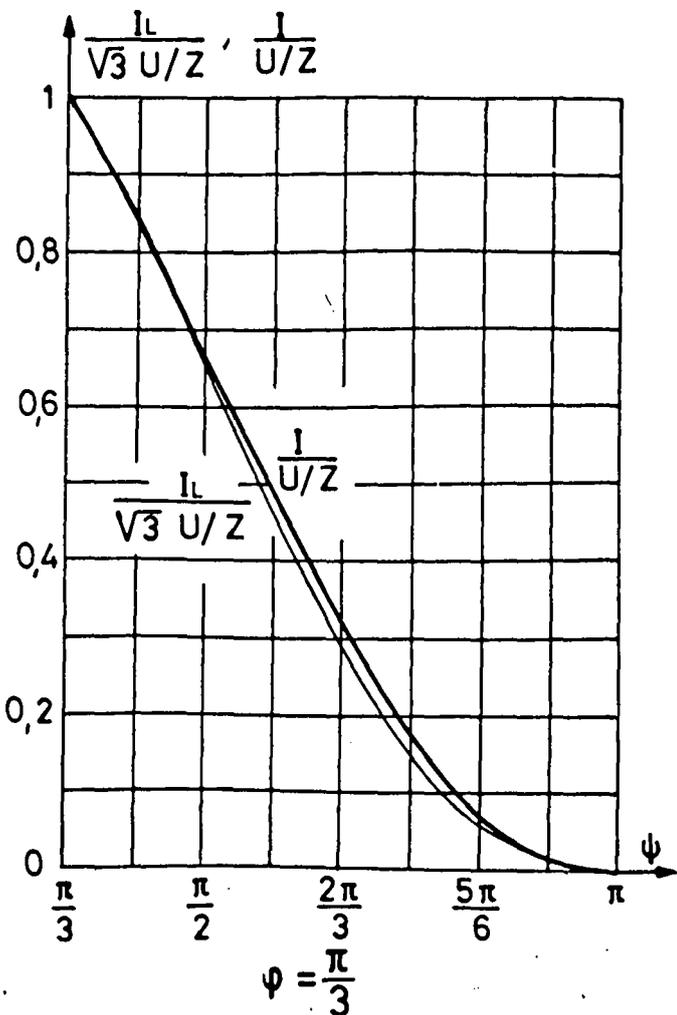
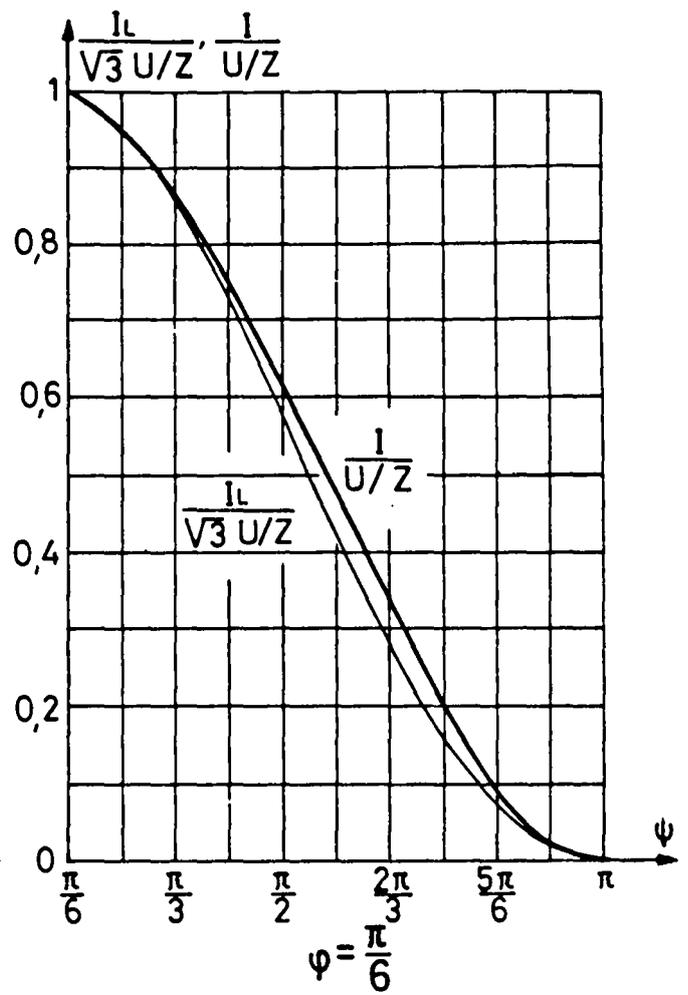
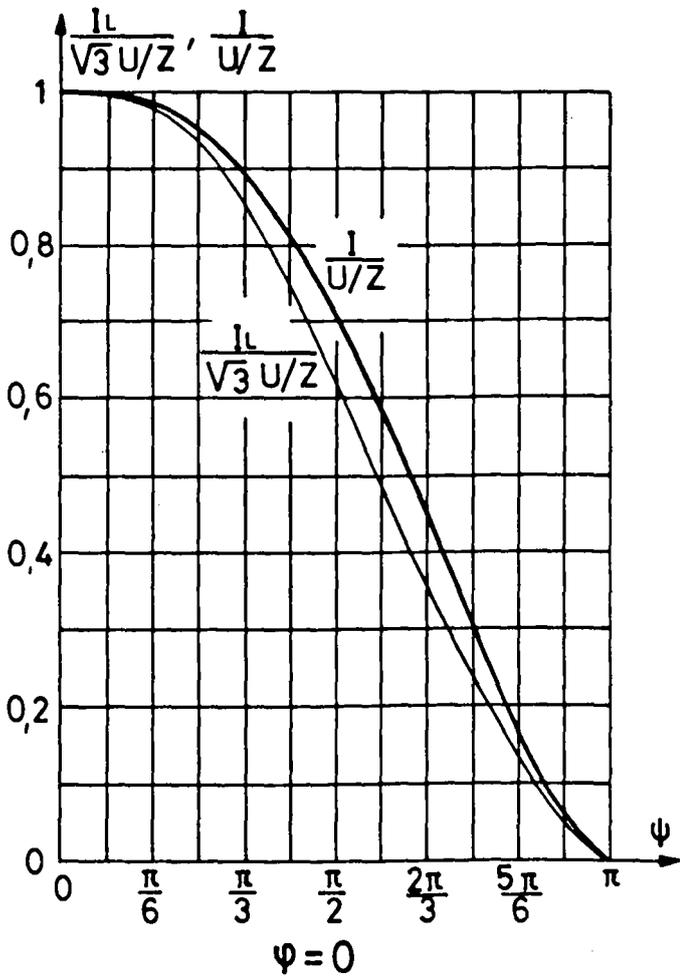


3 Grad. monoph. en triangle ; débit sur R



3 Grad. monophas. en triangle $I_L / I\sqrt{3}$





CHAPITRE 5

-:-:-:-:-

* VARIANTES DES MONTAGES GRADATEURS TRIPHASES *

Dans les chapitres qui précèdent nous avons examiné le fonctionnement et les caractéristiques des trois gradateurs triphasés

- le gradateur triphasé tout thyristors (Chapitre 2),
- le gradateur triphasé mixte (Chapitre 3),
- le groupement en triangle de trois gradateurs monophasés (Chapitre 4).

Pour les deux premiers nous avons supposé le récepteur placé en aval du gradateur et couplé en étoile. Nous allons d'abord montrer que si le récepteur est couplé en triangle, malgré la différence des formes d'ondes, les caractéristiques ne sont pas modifiées.

Dans la seconde partie de ce chapitre, toujours pour les deux premiers gradateurs triphasés, nous chercherons les avantages qu'on peut tirer du placement du gradateur, non plus en amont, mais en aval du récepteur.

Le gradateur monophasé mixte est sans intérêt dès qu'il s'agit de montages de quelque puissance, mais le groupement en triangle de trois gradateurs monophasés mixtes peut être utilisé en raison de ses particularités. Nous l'étudierons dans la troisième partie.

I. COUPLAGE DU RECEPTEUR EN TRIANGLE

On peut sans modifier le fonctionnement d'un gradateur triphasé remplacer le récepteur en étoile sur lequel il débite par le récepteur en triangle équivalent (fig. 5.1). Ce n'est là que l'application à un cas particulier d'un principe général valable pour tous les convertisseurs à thyristors. Il semblerait inutile de le rappeler si on ne voyait certains auteurs traiter le cas de la charge en étoile, puis celui de la charge en triangle, comme si la diversité des formes d'ondes en faisait deux cas distincts.

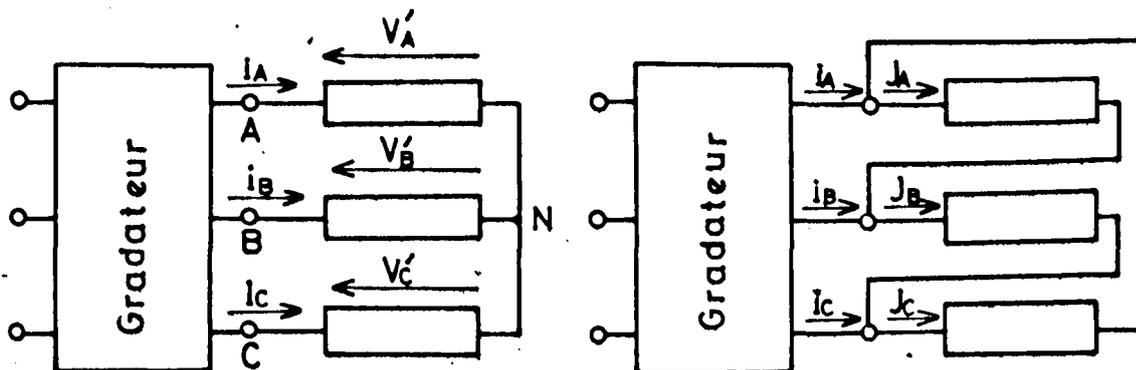


Fig. 5.1

I.1 Conditions d'équivalence entre les deux couplages du récepteur

- Lorsque le récepteur est en étoile,

Les tensions aux bornes des phases v'_A, v'_B, v'_C sont des superpositions de systèmes triphasés sinusoïdaux équilibrés directs ou inverses. Il ne peut y avoir de système homopolaire puisque la somme $v'_A + v'_B + v'_C$ est constamment nulle.

Ces tensions peuvent s'écrire

$$v'_A = V'_{1m} \sin(\omega t + \alpha_1) + V'_{2m} \sin(2\omega t + \alpha_2) + V'_{4m} \sin(4\omega t + \alpha_4) + \dots$$

$$v'_B = V'_{1m} \sin\left(\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \alpha_1\right) + V'_{2m} \sin\left(2\left(\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \alpha_2\right)\right) + V'_{4m} \sin\left(4\left(\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \alpha_4\right)\right) + \dots$$

$$v'_C = V'_{1m} \sin\left(\omega\left(t - \frac{2T}{3}\right) + \alpha_1\right) + V'_{2m} \sin\left(2\left(\omega\left(t - \frac{2T}{3}\right) + \alpha_2\right)\right) + V'_{4m} \sin\left(4\left(\omega\left(t - \frac{2T}{3}\right) + \alpha_4\right)\right) + \dots$$

ou, plus généralement,

$$v'_A = \sum_n V'_{nm} \sin(n \omega t + \alpha_n) + \sum_{n'} V'_{n'm} \sin(n' \omega t + \alpha'_n)$$

$$v'_B = \sum_n V'_{nm} \sin\left(n \omega t + \alpha_n - \frac{2\pi}{3}\right) + \sum_{n'} V'_{n'm} \sin\left(n' \omega t + \alpha'_n + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v'_C = \sum_n V'_{nm} \sin\left(n \omega t + \alpha_n + \frac{2\pi}{3}\right) + \sum_{n'} V'_{n'm} \sin\left(n' \omega t + \alpha'_n - \frac{2\pi}{3}\right)$$

avec $n = 3k + 1$, k étant entier positif ou nul pour les systèmes directs ;
pour eux $n\omega(t - T/3) = n\omega t - 2\pi/3$,

$$n\omega(t - 2T/3) = n\omega t + 2\pi/3.$$

$n' = 3k' - 1$, k' étant entier positif pour les systèmes inverses ;

$$\text{pour eux } n'\omega(t - T/3) = n'\omega t + 2\pi/3,$$

$$n'\omega(t - 2T/3) = n'\omega t - 2\pi/3.$$

V'_{nm} et $V'_{n'm}$ désignant les amplitudes des harmoniques n et n' .

α_n et α'_n , leurs phases pour $t = 0$ dans la tension v'_A .

De ces tensions on déduit les courants dans les phases du récepteur :

$$i_A = \sum_n \frac{V'_{nm}}{Z_n} \sin(n\omega t + \alpha_n - \varphi_n) + \sum_{n'} \frac{V'_{n'm}}{Z_{n'}} \sin(n'\omega t + \alpha'_n - \varphi_{n'})$$

$$i_B = \sum_n \frac{V'_{nm}}{Z_n} \sin\left(n\omega t + \alpha_n - \frac{2\pi}{3} - \varphi_n\right) + \sum_{n'} \frac{V'_{n'm}}{Z_{n'}} \sin\left(n'\omega t + \alpha'_n + \frac{2\pi}{3} - \varphi_{n'}\right) \quad (1)$$

$$i_C = \sum_n \frac{V'_{nm}}{Z_n} \sin\left(n\omega t + \alpha_n + \frac{2\pi}{3} - \varphi_n\right) + \sum_{n'} \frac{V'_{n'm}}{Z_{n'}} \sin\left(n'\omega t + \alpha'_n - \frac{2\pi}{3} - \varphi_{n'}\right)$$

où Z_n et φ_n désignent le module et l'argument du récepteur pour les courants de pulsation $n\omega$,

$Z_{n'}$ et $\varphi_{n'}$, les mêmes grandeurs pour les courants de pulsation $n'\omega$.

Des tensions simples on déduit également les tension composées. Celles-ci, étant définies par

$$u'_{BA} = v'_A - v'_B ; u'_{CB} = v'_B - v'_C ; u'_{AC} = v'_C - v'_A,$$

ont pour expressions :

$$u'_{BA} = \sum_n \sqrt{3} V'_{nm} \sin(n\omega t + \alpha_n + \frac{\pi}{6}) + \sum_{n'} \sqrt{3} V'_{n'm} \sin(n'\omega t + \alpha_{n'} - \frac{\pi}{6})$$

$$u'_{CB} = \sum_n \sqrt{3} V'_{nm} \sin(n\omega t + \alpha_n - \frac{\pi}{2}) + \sum_{n'} \sqrt{3} V'_{n'm} \sin(n'\omega t + \alpha_{n'} + \frac{\pi}{2})$$

$$u'_{AC} = \sum_n \sqrt{3} V'_{nm} \sin(n\omega t + \alpha_n + \frac{5\pi}{6}) + \sum_{n'} \sqrt{3} V'_{n'm} \sin(n'\omega t + \alpha_{n'} - \frac{5\pi}{6})$$

- Lorsque le récepteur est en triangle,

Si l'on suppose que les instants d'ouverture et de fermeture des redresseurs constituant le gradateur sont inchangés, les tensions composées sont identiques. Les tensions u'_{BA} , u'_{CB} et u'_{AC} sont maintenant directement appliquées aux phases du récepteur.

Si, de plus, l'impédance des phases a le même argument mais un module triple de ceux des phases du récepteur en étoile et cela pour toutes les pulsations, les courants dans le récepteur sont

$$j_A = \sum_n \frac{V'_{nm}}{\sqrt{3}Z_n} \sin(n\omega t + \alpha_n - \varphi_n + \frac{\pi}{6}) + \sum_{n'} \frac{V'_{n'm}}{\sqrt{3}Z_{n'}} \sin(n'\omega t + \alpha_{n'} - \varphi_{n'} - \frac{\pi}{6})$$

$$j_B = \sum_n \frac{V'_{nm}}{\sqrt{3}Z_n} \sin(n\omega t + \alpha_n - \varphi_n - \frac{\pi}{2}) + \sum_{n'} \frac{V'_{n'm}}{\sqrt{3}Z_{n'}} \sin(n'\omega t + \alpha_{n'} - \varphi_{n'} + \frac{\pi}{2})$$

$$j_C = \sum_n \frac{V'_{nm}}{\sqrt{3}Z_n} \sin(n\omega t + \alpha_n - \varphi_n + \frac{5\pi}{6}) + \sum_{n'} \frac{V'_{n'm}}{\sqrt{3}Z_{n'}} \sin(n'\omega t + \alpha_{n'} - \varphi_{n'} - \frac{5\pi}{6})$$

Les courants en lignes i_A , i_B , i_C , donnés par les différences

$$i_A = j_A - j_C, i_B = j_B - j_A, i_C = j_C - j_B,$$

sont alors :

$$i_A = \sum_n \frac{V'_{nm}}{Z_n} \sin(n\omega t + \alpha_n - \varphi_n) + \sum_{n'} \frac{V'_{n'm}}{Z_{n'}} \sin(n'\omega t + \alpha_{n'} - \varphi_{n'})$$

$$i_B = \sum_n \frac{V'_{nm}}{Z_n} \sin(n\omega t + \alpha_n - \frac{2\pi}{3} - \varphi_n) + \sum_{n'} \frac{V'_{n'm}}{Z_{n'}} \sin(n'\omega t + \alpha_{n'} + \frac{2\pi}{3} - \varphi_{n'}) \quad (2)$$

$$i_C = \sum_n \frac{V'_{nm}}{Z_n} \sin(n\omega t + \alpha_n + \frac{2\pi}{3} - \varphi_n) + \sum_{n'} \frac{V'_{n'm}}{Z_{n'}} \sin(n'\omega t + \alpha_{n'} - \frac{2\pi}{3} - \varphi_{n'})$$

La comparaison des relations (1) et (2) montre que les courants en ligne ont les mêmes expressions, que le récepteur soit couplé en étoile ou en triangle. Si les déblocages des thyristors ont lieu aux mêmes instants, le montage fonctionnant en commutation naturelle, les commutations qui dépendent des courants auront aussi lieu aux mêmes instants, les diagrammes de conduction sont les mêmes. On vérifie que, comme on l'avait supposé au départ, les tensions composées sont identiques.

- Avec les mêmes tensions, les mêmes redresseurs, un récepteur de même argument et de module triple à toutes les fréquences, pour la même valeur de l'angle ψ , le couplage en triangle des phases réceptrices donne :

- les mêmes courants en ligne,
- les mêmes tensions aux bornes des thyristors,
- les mêmes tensions composées,

que le couplage en étoile.

La condition imposée au récepteur signifie qu'il doit être *linéaire* puisque les formes d'ondes des courants qui le traversent sont différentes. En passant de l'étoile un triangle il faut multiplier par 3 les résistances et les inductances diviser par 3 les capacités.

- Les différences des formes d'ondes, suivant le couplage, des courants dans les phases et des tensions aux bornes de celles-ci s'expliquent ainsi :

- lorsqu'on passe des courants en ligne aux courants polygonaux les termes du développement en série correspondant à des systèmes directs sont déphasés de $\pi/6$ dans un sens, ceux correspondant à des systèmes inverses de $\pi/6$ dans l'autre sens.

- de même lors du passage des harmoniques des tensions simples à ceux des tensions composées le déphasage est de $\pi/6$ en avant pour les systèmes directs, de $\pi/6$ en arrière pour les systèmes inverses.

I.2 Utilisation des caractéristiques

Puisqu'il n'y a suppression d'aucun harmonique lors du passage des tensions simples aux tensions composées, lors du passage des courants polygonaux aux courants en ligne, la relation liant les valeurs efficaces des deux types de tensions ou des deux types de courants est la même que celle qui lie les valeurs efficaces des termes de leurs développements en série.

$$U'_1 = \sqrt{3} V'_1, U'_n = \sqrt{3} V'_n, U'_{n'} = \sqrt{3} V'_{n'}, \text{ entraîne}$$

$$U' = \sqrt{3} V'.$$

$$\text{De même } I_1 = \sqrt{3} J_1, I_n = \sqrt{3} J_n, I_{n'} = \sqrt{3} J_{n'}, \text{ entraîne}$$

$$I = \sqrt{3} J.$$

Les caractéristiques tracées pour les récepteurs en étoile (Planches 2.4, 2.5, 3.4, 3.5) sont utilisables pour les récepteurs couplés en triangle Elles indiquent toujours u et permettent de lire

- la valeur efficace U' des tensions aux bornes du récepteur ramenée à la tension composée du réseau U ,
- la valeur efficace réduite du fondamental U'_1/U et celles U'_n/U_n des harmoniques,

- la valeur efficace réduite du courant en ligne $I/\sqrt{3} U/Z$,
sur les courbes qui donnaient respectivement V'/V , V'_1/V , V'_n/V et $I/V/Z$.

I.3 Exemples de formes d'ondes

Pour illustrer les remarques sur les formes d'ondes, on a tracé dans le cas d'un récepteur purement résistant, les ondes donnant

la tension u'_A égale à $R j_A$, aux bornes de la phase A,

le courant en ligne i_A ,

la tension v_{Th_A} aux bornes du premier groupe de thyristors,

pour $\psi = 0$ et trois valeurs de ψ correspondant aux trois modes de fonctionnement. La planche 5.1 est relative au gradateur tout thyristors, la planche 5.2 au gradateur mixte.

Les schémas des figures 5.2 et 5.3 rappellent les notations des tensions et des courants.

Pour que les diagrammes des conductions ne soient pas modifiés, les tensions simples v_A, v_B, v_C de la source sont toujours

$$v_A = V_m \sin\theta, v_B = V_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}), v_C = V_m \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}).$$

La résistance de chaque bras d' triangle est R.

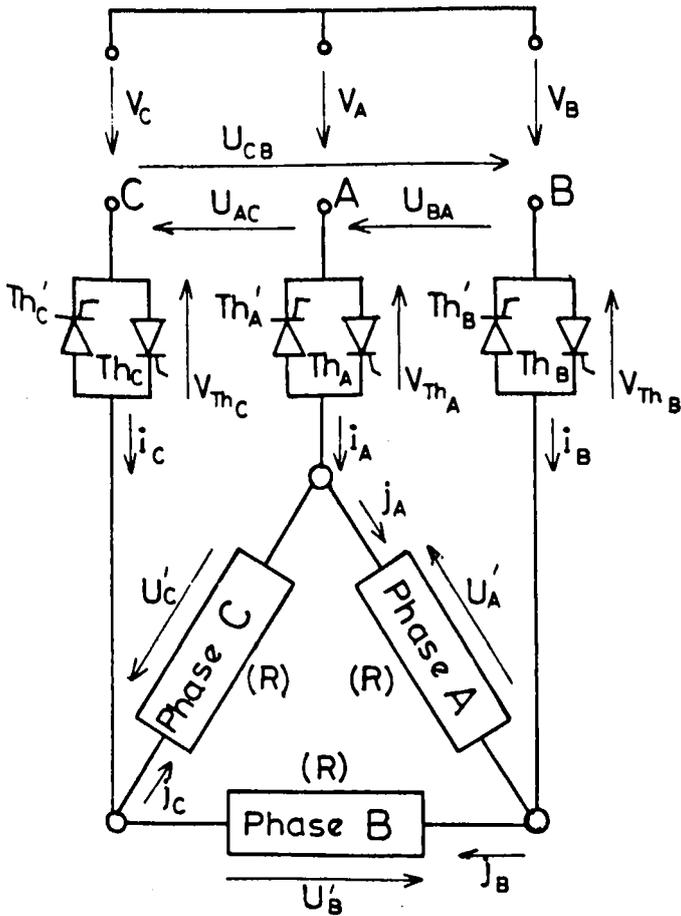


Fig. 5.2

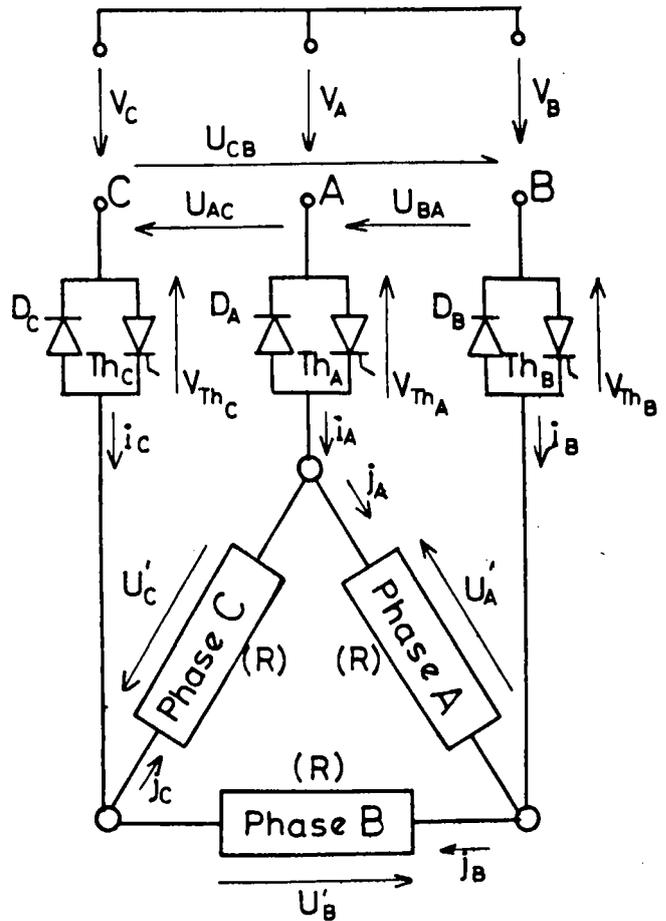


Fig. 5.3

1.3.1 Gradateur tout thyristors (Planche 5.1)

Il suffit de connaître les expressions des variables durant un sixième de période pour pouvoir tracer leurs formes d'ondes tout au long de celle-ci.

. *Premier mode* ($0 < \psi < \pi/3$) : conduction de 3 ou 2 redresseurs.

- Pour $\psi < \theta < \pi/3$, Th_A , Th'_B et Th_C conduisent :

$$u'_A = v_A - v_B = u_{BA} = R j_A ; u'_B = v_B - v_C = u_{CB} = R j_B ;$$

$$u'_C = v_C - v_A = u_{AC} = R j_C ; v_{Th_A} = v_{Th_B} = v_{Th_C} = 0 ;$$

$$i_A = j_A - j_C = \frac{1}{R} (v_A - v_B - v_C + v_A) = 3 v_A / R ;$$

$$\text{de même } i_B = 3 v_B / R \text{ et } i_C = 3 v_C / R.$$

- Pour $\pi/3 < \theta < \psi + \pi/3$, Th_A et Th'_B conduisent :

$$u'_A = u_{BA} = R j_A ; u'_B = u'_C = -u_{BA}/2 = R j_B = R j_C ;$$

$$i_A = j_A - j_C = \frac{1}{R} (v_A - v_B + \frac{1}{2} v_A - \frac{1}{2} v_B) = \frac{3}{2R} (v_A - v_B) ;$$

$$i_B = -i_A, i_C = 0 ; v_{Th_A} = v_{Th_B} = 0 ; v_{Th_C} = \frac{3}{2} v_C.$$

. *Deuxième mode* ($\pi/3 < \psi < \pi/2$) : toujours 2 redresseurs passants.

- Pour $\psi < \theta < \psi + \pi/3$, Th_A et Th'_B conduisent :

$$u'_A = u_{BA} = R j_A ; u'_B = u'_C = R j_B = R j_C = -u_{BA}/2 ;$$

$$i_A = -i_B = \frac{3}{2R} (v_A - v_B) ; i_C = 0 ; v_{Th_A} = v_{Th_B} = 0 ; v_{Th_C} = \frac{3}{2} v_C.$$

. *Troisième mode* ($\pi/2 < \psi < 5\pi/6$) : 0 ou 2 redresseurs conducteurs.

Il est nécessaire d'envoyer des impulsions de "confirmation" pour débloquent les redresseurs deux à deux

- Pour $\psi < \theta < 5\pi/6$, Th_A et Th'_B conduisent ; on retrouve les tensions et courants indiqués pour le deuxième mode.

- Pour $5\pi/6 < \theta < \psi + \pi/3$, aucun redresseur ne conduit : les tensions aux bornes du récepteur et tous les courants sont nuls. Si on utilise des résistances de "répartition",

$$v_{Th_A} = v_A, v_{Th_B} = v_B, v_{Th_C} = v_C.$$

1.3.2 Gradateur mixte (Planche 5.2)

A cause de la différence entre les alternances négatives et positives des tensions et des courants, il est nécessaire d'étudier le fonctionnement pendant un tiers de période.

. *Premier mode* ($0 < \psi < \pi/2$) : conduction de 3 ou 2 redresseurs.

- Pour $\psi < \theta < 2\pi/3$, Th_A , D_B , Th_C ou D_C conduisent :

$$u'_A = R j_A = u_{BA} ; u'_B = R j_B = u_{CB} ; u'_C = R j_C = u_{AC} ;$$

$$i_A = 3 v_A / R ; i_B = 3 v_B / R ; i_C = 3 v_C / R ;$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_B} = v_{Th_C} = 0.$$

- Pour $2\pi/3 < \theta < \psi + 2\pi/3$, Th_A et D_C conduisent :

$$u'_C = R j_C = u_{AC} ; u'_A = u'_B = R j_B = R j_C = -u_{AC}/2 ;$$

$$i_A = -i_C = -\frac{3}{2R} u_{AC} ; i_B = 0 ; v_{Th_A} = v_{Th_C} = 0 ; v_{Th_B} = \frac{3}{2} v_B .$$

. *Deuxième mode* ($\pi/2 < \psi < 2\pi/3$) : conduction de 3 ou 2 redresseurs.

- Pour $\psi < \theta < 2\pi/3$, Th_A , D_B et D_C conduisent :

Les expressions des courants et tensions sont les mêmes que pour le premier intervalle du premier mode.

- Pour $2\pi/3 < \theta < 7\pi/6$, Th_A et D_C conduisent :

Les expressions des courants et des tension sont les mêmes que lors du deuxième intervalle du premier mode.

- Pour $7\pi/6 < \theta < \psi + 2\pi/3$, aucun redresseur ne conduit :

$$u'_A = u'_B = u'_C = 0 ; j_A = j_B = j_C = 0 ; i_A = i_B = i_C = 0 ;$$

$$v_{Th_A} = 0 ; v_{Th_B} = -u_{BA} ; v_{Th_C} = u_{AC} .$$

. *Troisième mode* ($2\pi/3 < \psi < 7\pi/6$) : conduction de 2 ou 0 redresseurs .

- Pour $\psi < \theta < 7\pi/6$, Th_A et D_C conduisent :

On a les mêmes relations que lors du deuxième intervalle du premier mode.

- Pour $7\pi/6 < \theta < \psi + 2\pi/3$, aucun redresseur de conduit :

Les relations sont les mêmes que pour le troisième intervalle du deuxième mode.

I.3.3 Remarques

L'examen des formes d'ondes des courants i_A et j_A des planches 5.1 et 5.2 montre que celles des premiers diffèrent notablement de celles des seconds. La comparaison des planches 2.1 et 5.1 puis de 3.1 et 5.2 montre qu'à ψ donné on a bien les mêmes formes d'ondes des courants en ligne et des tensions aux bornes des thyristors.

A tension de la source donnée, pour que les courants en ligne et la puissance fournie au récepteur aient les mêmes valeurs en étoile et en triangle il faut pour ce dernier couplage utiliser des impédances trois fois plus faibles. Si les impédances restent les mêmes, les courants en ligne et la puissance sont multipliés par trois.

A récepteur donné, si on veut obtenir la même puissance il faut diviser par $\sqrt{3}$ la tension d'alimentation quand on passe du couplage en étoile au couplage en triangle. Le calibre en courant des redresseurs doit être multiplié par $\sqrt{3}$, mais la tension maximale à leurs bornes est divisée par $\sqrt{3}$.

II. BRANCHEMENT DU GRADATEUR EN AVAL DE LA CHARGE

Dans l'étude des gradateurs triphasés tout thyristors et mixtes on avait supposé le récepteur en étoile et le gradateur placé entre celui-ci et la source. Si le récepteur est en étoile, on ne change rien en plaçant le gradateur en aval de celui-ci. Mais il est alors possible, s'il s'agit d'un gradateur tout thyristors, de brancher en triangle et non plus en étoile les trois groupes de deux redresseurs ce qui réduit les courants dans ces derniers. De même avec un triangle formé de trois thyristors seulement, on peut obtenir l'équivalent du gradateur mixte.

II.1 Couplage du gradateur en étoile

Que le gradateur soit tout thyristors (Fig. 5.4) ou mixte (Fig. 5.5), on peut le placer en aval du récepteur et non plus entre celui-ci et la source. Le fonctionnement n'est en rien modifié.

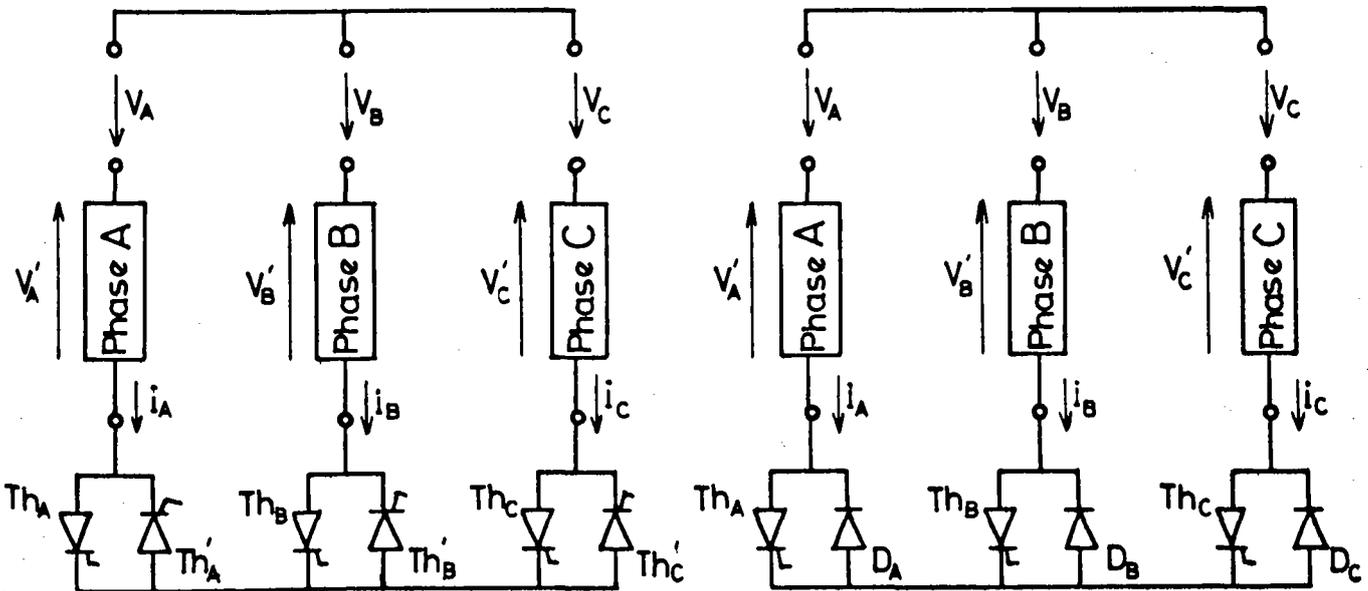


Fig. 5.4

Fig. 5.5

Ce changement de disposition nécessite que le récepteur ait ses six bornes sorties. Mais il présente des avantages pratiques liés au fait que tous les redresseurs ont un point commun.

En particulier pour le montage tout thyristors, la commande est facilitée si les six redresseurs sont remplacés par trois triacs. De même les cathodes des trois thyristors du montage mixte étant équipotentielles la mise en oeuvre des signaux de commande est simplifiée.

II.2 Manque d'intérêt du couplage en triangle du gradateur mixte

Coupler en triangle les trois groupes de redresseurs formant un gradateur mixte (Fig. 5.6) serait absurde.

Quel que soit le retard au déblocage des thyristors, les tensions v'_A , v'_B , v'_C aux bornes des phases réceptrices seraient égales aux tensions simples du réseau ; aucun réglage ne serait possible.

En effet même en supprimant les thyristors, les trois diodes D_A , D_B , D_C couplées en triangle permettraient aux courants i_A , i_B , i_C de circuler librement quel que soit leur signe.

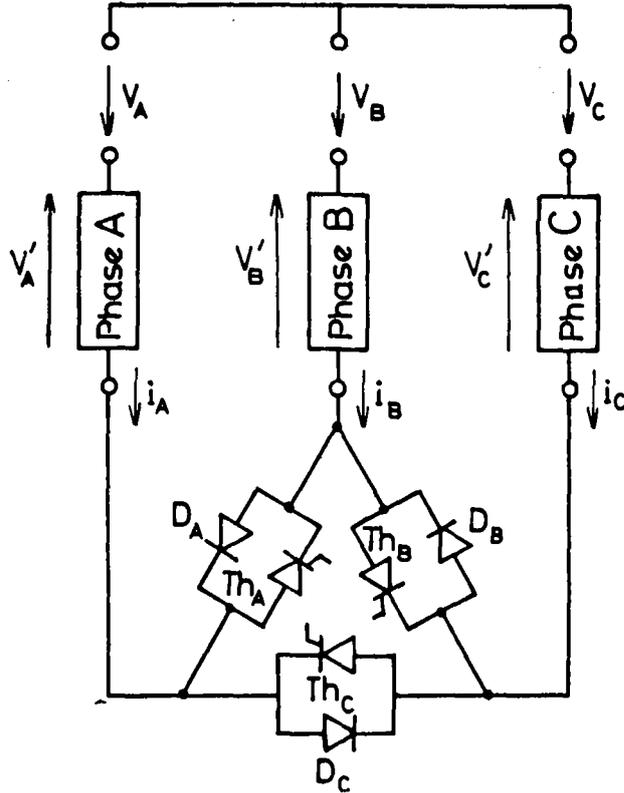


Fig. 5,6

Si i_A est positif, i_B et i_C négatifs, i_A passe par D_C , i_B par D_B . Si i_A et i_B sont positifs, i_C négatif, i_B passe par D_A et la somme $i_A + i_B$ par D_C ...

II.3 Couplage en triangle du gradateur tout thyristors

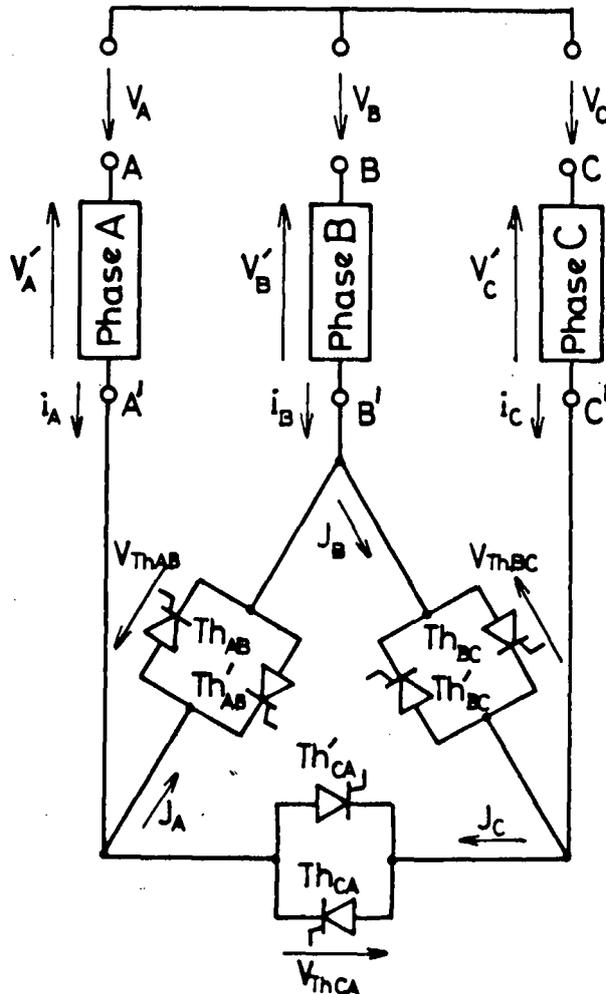


Fig. 5.7



Au contraire, si le récepteur a ses six bornes sorties, il est souvent intéressant quand *le gradateur est tout thyristors* de le placer en aval des phases réceptrices et de le coupler en triangle (Fig. 5.7).

Le fonctionnement du montage est identique, en ce qui concerne les phases réceptrices, à celui vu au chapitre 2. L'intérêt de cette variante réside dans la simplification des conditions imposées aux signaux de commande et dans la réduction des courants traversant les thyristors.

Il suffit d'examiner le cas du récepteur purement résistant pour voir qu'à ψ donné le régime des tensions aux bornes de la charge et des courants dans celle-ci sont inchangés mais que les courants dans les thyristors sont réduits. Après l'avoir montré nous calculerons cette réduction et tracerons les courbes correspondantes.

II.3.1 Etude du débit sur récepteur résistant (Planche 5.3)

On désigne toujours par

$$v_A = V_m \sin\theta, v_B = V_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}), v_C = V_m \sin(\theta - \frac{4\pi}{3})$$

les tensions simples de la source.

Les thyristors sont débloqués de sixième de période en sixième de période dans l'ordre suivant :

$$Th_{AB}, Th'_{CA}, Th_{BC}, Th'_{AB}, Th_{CA}, Th'_{BC}.$$

Le premier Th_{AB} est débloqué pour $\theta = \psi$.

La figure 5.7 indique les notations adoptées.

Comme pour le montage de la figure 2.1, lorsque ψ varie de 0 à $5\pi/6$ trois mode de fonctionnement se succèdent :

- . Premier mode ($0 < \psi < \pi/3$) : conduction de 2 thyristors ou de 1
- Pour $\psi < \theta < \pi/3$, Th_{AB} et Th'_{BC} sont conducteurs :

Les points A', B', C' étant équipotentiels,

$$v'_A = R i_A = v_A ; v'_B = R i_B = v_B ; v'_C = R i_C = v_C.$$

$$j_A = i_A ; j_B = -i_C ; j_C = 0.$$

Les tensions aux bornes de tous les thyristors sont nulles.

La tension v_C , donc les courants i_C et j_B s'annulent pour $\theta = \frac{\pi}{3}$.

- Pour $\pi/3 < \theta < \psi + \pi/3$, Th_{AB} est seul conducteur :

$$i_A = -i_B ; i_C = 0 \text{ donc}$$

$$v'_A = R i_A = \frac{1}{2}(v_A - v_B) ; v'_B = -v'_A ; v'_C = 0 ;$$

$$j_A = i_A ; j_B = j_C = 0$$

$$v_{Th_{AB}} = 0 ; v_{Th_{BC}} = v_B - v_C - v'_B = -\frac{3}{2} v_C ; v_{Th_{CA}} = \frac{3}{2} v_C.$$

Ce mode de fonctionnement cesse quand ψ atteignant $\pi/3$, l'intervalle à deux redresseurs passants disparaît.

. Deuxième mode ($\pi/3 < \psi < \pi/2$) : toujours 1 thyristor conducteur

- Pour $\psi < \theta < \psi + \pi/3$, Th_{AB} est conducteur. Comme lors du deuxième intervalle du premier mode :

$$v'_A = R i_A = \frac{1}{2}(v_A - v_B) ; v'_B = R i_B = -v'_A ; v'_C = R i_C = 0 ;$$

$$j_A = i_A ; j_B = j_C = 0 ; v_{Th_{AB}} = 0 ; v_{Th_{BC}} = -v_{Th_{CA}} = -\frac{3}{2} v_C.$$

Le thyristor Th_{AB} reste conducteur tant que j_A ou i_A ou $v_A - v_B$ reste positif, soit tant que θ est inférieur à $5\pi/6$. Ce mode de fonctionnement cesse quand $\psi + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$, donc pour $\psi = \frac{\pi}{2}$.

. Troisième mode ($\pi/2 < \psi < 5\pi/6$) : 0 ou 1 redresseur conducteur.

- Pour $\psi < \theta < 5\pi/6$, Th_{AB} est conducteur ; les expressions des courants et tensions sont les mêmes que celles obtenues pour le deuxième mode

- Pour $5\pi/6 < \theta < \psi + \pi/3$, aucun redresseur ne conduit :

$$v'_A = v'_B = v'_C = 0 ; i_A = i_B = i_C = 0 ; j_A = j_B = j_C = 0.$$

Les tensions composées du réseau sont directement appliquées aux trois groupes de redresseurs :

$$v_{Th_{AB}} = v_A - v_B = \sqrt{3} v_m \sin(\theta + \frac{\pi}{6}),$$

$$v_{Th_{BC}} = v_B - v_C = \sqrt{3} v_m \sin(\theta - \frac{\pi}{2}),$$

$$v_{Th_{CA}} = v_C - v_A = \sqrt{3} v_m \sin(\theta + \frac{5\pi}{6}).$$

Si $\psi > \frac{5\pi}{6}$ aucun redresseur ne peut être débloqué, le circuit est constamment ouvert.

On a représenté (Planche 5.3), pour $\psi = 0$ et trois valeurs de ψ correspondant au trois modes de fonctionnement, les formes d'ondes des deux courants polygonaux j_A et j_C , puis du courant en ligne i_A , égal à $j_A - j_C$. La tension v'_A , égale à $R i_A$, a la même forme d'onde que i_A . On a représenté la tension $v_{Th_{AB}}$ aux bornes d'un groupe de thyristors.

II.3.2 Caractéristiques relatives au récepteur

La comparaison des planches 5.3 et 2.1 montre que pour la même valeur de l'angle ψ , les grandeurs relatives aux récepteurs, courants dans les phases i_A , i_B , i_C et tensions à leurs bornes v'_A , v'_B , v'_C , sont les mêmes.

Ce résultat s'explique facilement si l'on examine les schémas des figures 5.7 et 2.1 :

- la conduction de Th_{AB} et Th'_{BC} établit les mêmes connexions entre les points A' B' et C' que la conduction de Th_A , Th'_B et Th'_C durant l'intervalle débutant pour $\theta = \psi$ lors du premier mode où les tensions aux bornes des trois phases du récepteur égalent les trois tensions simples de la source.

- de même la conduction de Th_{AB} , comme celles de Th_A et Th'_B , met en série les phases A et B sous la tension $v_A - v_B$, alors que la phase C est ouverte.

Les connexions établies par les redresseurs des deux montages étant les mêmes, quel que soit le type de récepteur les expressions des grandeurs relatives à ce dernier sont les mêmes.

Si la charge est résistante et inductive, on peut utiliser les mêmes relations pour calculer les angles θ_1, θ_2 et les valeurs de ψ marquant les changements de modes.

De même les caractéristiques donnant en fonction de ψ et pour diverses valeurs de φ , la valeur efficace V' des tensions aux bornes des phases réceptrices, celles $V'_1, V'_5, V'_7 \dots$ du fondamental et des premiers harmoniques de ces tensions, la valeur efficace I des courants dans le récepteur (Planche 2.4 et 2.5) sont encore utilisables.

II.3.3 Comparaison des grandeurs relatives aux thyristors

C'est pour les thyristors que le couplage en triangle du gradateur est intéressant. Il entraîne une nette diminution des courants dans les redresseurs et donc des pertes dans ces derniers.

Les courants en ligne sont les mêmes pour les montages des figures 2.1 et 5.7. Dans le premier, chaque thyristor écoule une alternance de courant en ligne. Dans le second, chaque thyristor écoule une alternance d'un courant polygonal. Aussi la comparaison porte-t-elle sur :

- les valeurs moyennes pour une alternance J_{moy} et I_{moy} des courants polygonaux et en ligne,
- les valeurs efficaces J et I de ces courants.

A cause de l'identité, à $2\pi/3$ et $4\pi/3$ près, des courants des trois phases et de l'identité, au signe près, des alternances d'un même courant, tant en ce qui concerne j_A, j_B, j_C que i_A, i_B, i_C , on peut ramener à l'étude d'un sixième de période l'intervalle de calcul des valeurs de ces courants.

. Premier mode de fonctionnement

Valeurs moyennes

- La valeur moyenne pour une alternance de j_A , dans le cas général d'un récepteur résistant et inductif, a pour expression :

$$J_{moy} = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} j_A d\theta.$$

$$J_{moy} = \frac{1}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1} j_A d\theta + \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} j_A d\theta + \int_{\psi+\pi/3}^{\theta_1+\pi/3} j_A d\theta + \int_{\theta_1+\pi/3}^{\psi+2\pi/3} j_A d\theta + \int_{\psi+2\pi/3}^{\theta_1+2\pi/3} j_A d\theta + \int_{\theta_1+2\pi/3}^{\psi+\pi} j_A d\theta \right]$$

$$j_{moy} = \frac{1}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1} (j_A - j_B + j_C) d\theta + \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} (j_A - j_B + j_C) d\theta \right]$$

Compte tenu des expressions de j_A, j_B, j_C pendant ces intervalles,

$$J_{moy} = \frac{1}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1} (i_A + i_C) d\theta + \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} i_A d\theta \right]$$

ou, puisque $i_A + i_B + i_C = 0$,

$$J_{\text{moy}} = \frac{1}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1} -i_B d\theta + \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} i_A d\theta \right]$$

- De la même façon, la valeur moyenne d'une alternance du courant en ligne à pour expression

$$\begin{aligned} I_{\text{moy}} &= \frac{1}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1} (i_A - i_B + i_C) d\theta + \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} (i_A - i_B + i_C) d\theta \right] \\ &= \frac{1}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1} -2 i_B d\theta + \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} 2 i_A d\theta \right] \end{aligned}$$

On obtient donc

$$J_{\text{moy}} = \frac{1}{2} I_{\text{moy}}$$

- Valeurs efficaces

La valeur efficace J du courant j_A est donnée par :

$$J^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} j_A^2 d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} (j_A^2 + j_B^2 + j_C^2) d\theta + \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} (j_A^2 + j_B^2 + j_C^2) d\theta,$$

ou, avec les valeurs de j_A, j_B, j_C pendant les deux intervalles d'intégration,

$$J^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} (i_A^2 + i_C^2) d\theta + \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} i_A^2 d\theta.$$

Puisque la valeur efficace I du courant en ligne (voir ch. 2, § 2.2.1) a été calculée à partir de

$$I^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} (i_A^2 + i_B^2 + i_C^2) d\theta + \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} 2 i_A^2 d\theta,$$

entre J et I on a la relation

$$J^2 = I^2 - \left[\frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} i_B^2 d\theta + \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} i_A^2 d\theta \right]$$

L'intégrale $\frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\psi+\pi/3} i_A^2 d\theta$ égale $\frac{I_2^2}{2}$, I_2^2 étant donné par la relation (8) du

chapitre 2, § 2.2.1.

Pour calculer $\frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} i_B^2 d\theta$, que nous désignerons par I_3^2 , on remarque que, pendant l'intervalle ψ, θ_1 ,

$$i_B = \frac{V_m}{Z} \left[\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) + \left(i'_{B\psi} - \sin\left(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right) \right]$$

Afin de simplifier l'écriture et compte tenu de l'expression de $i'_{B\psi}$, posons

$$A = i'_{B\psi} - \sin\left(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) = \sin\left(\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) e^{(\theta_1-\psi)/Q} + \sin(\psi-\varphi).$$

I_3^2 se calcule à partir de

$$I_3^2 = \frac{2}{\pi} \left(\frac{V}{Z} \right)^2 \int_{\psi}^{\theta_1} \left[\sin^2(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi) + A^2 e^{-2(\theta-\psi)/Q} + 2A \sin(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right] d\theta$$

Ce qui donne :

$$I_3^2 = \frac{2}{\pi} \left(\frac{V}{Z} \right)^2 \left[\frac{1}{2}(\theta_1 - \psi) - \frac{1}{4} \sin 2(\theta_1 - \frac{2\pi}{3} - \varphi) + \frac{1}{4} \sin 2(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi) + \frac{Q A^2}{2} (1 - e^{-2(\theta_1 - \psi)/Q}) + \frac{2 A Q^2}{1 + Q^2} \left(e^{-(\theta_1 - \psi)/Q} \left(-\frac{1}{Q} \sin(\theta_1 - \frac{2\pi}{3} - \varphi) - \cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3} - \varphi) \right) + \frac{1}{Q} \sin(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi) + \cos(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi) \right) \right]$$

La valeur efficace du courant polygonal est donc :

$$J = \sqrt{I^2 - (I_3^2 + \frac{1}{2} I_2^2)},$$

I_3^2 étant donné par la relation précédente, I^2 et I_2^2 étant les valeurs calculées au chapitre 2, § 2.2.1.

. Troisième mode de fonctionnement

Valeurs moyennes.

La valeur moyenne d'une alternance de j_A égale

$$J_{\text{moy}} = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} j_A d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} (j_A - j_B + j_C) d\theta,$$

ou, puisque $j_A = i_A$ et $j_B = j_C = 0$ durant l'intervalle ψ, θ_2 ,

$$J_{\text{moy}} = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} i_A d\theta$$

La valeur moyenne d'une alternance de i_A s'écrit de la même façon

$$I_{\text{moy}} = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} (i_A - i_B + i_C) d\theta,$$

ou, puisque $i_A = -i_B$ et $i_C = 0$ pour $\psi < \theta < \theta_2$,

$$I_{\text{moy}} = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} 2 i_A d\theta$$

Comme pour le premier mode, on trouve

$$J_{\text{moy}} = \frac{1}{2} I_{\text{moy}}.$$

Valeurs efficaces

$$J^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} j_A^2 d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} (j_A^2 + j_B^2 + j_C^2) d\theta$$

devient, puisque $j_A = i_A$ et $j_B = j_C = 0$ pour $\psi < \theta < \theta_2$,

$$J^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} i_A^2 d\theta$$

De même, puisque $i_A = -i_B$ et $i_C = 0$ pendant l'intervalle ψ , θ_2 ,

$$I^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} i_A^2 d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} (i_A^2 + i_B^2 + i_C^2) d\theta$$

devient

$$I^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_2} 2 i_A^2 d\theta = 2 J^2.$$

Donc $J = I/\sqrt{2}$.

. Deuxième mode de fonctionnement

Si le récepteur est purement résistant, un fonctionnement à toujours deux redresseurs conducteurs, s'intercale entre le premier et le troisième mode.

Pour ce fonctionnement, les courants ont les mêmes expressions que pour le troisième ; il suffit de remplacer θ_2 par $\psi + \pi/3$.

Comme pour le troisième, on a donc

$$J_{\text{moy}} = I_{\text{moy}}/2 ; J = I/\sqrt{2}.$$

. Caractéristiques. Comparaison

- Le groupement en triangle des trois groupes de thyristors *divise par deux le courant moyen dans les thyristors*. La valeur efficace est divisée par $\sqrt{2}$, pour les modes deux et trois ; pour le premier mode, plus l'angle ψ se rapproche de φ , plus la réduction du rapport J/I s'accroît.

Afin de mettre en évidence cette variation de J/I , on a calculé puis tracé (Planche 5.4) les courbes donnant la valeur de ce rapport en fonction de ψ , pour $\varphi = 0, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ et 90° . Quand ψ égale φ , J/I égale 0,6253.



- Un autre avantage du couplage en triangle des groupes de thyristors est la *simplification des signaux de commande*. Chaque groupe étant directement relié à deux phases du réseau par l'intermédiaire des phases réceptrices, il n'est plus nécessaire, pour la mise en route du montage et son fonctionnement selon le troisième mode, d'utiliser des signaux larges ou des impulsions de confirmation.

- Ces deux importants avantages ne sont que partiellement atténués par deux petits inconvénients :

. A cause de la forme d'onde des tensions aux bornes des redresseurs lors du premier mode, la commande par l'angle α est plus difficile, même sur charge inductive,

. La tension maximum aux bornes des thyristors passe de $1,5 V_m$ à $\sqrt{3} V_m$.

II.3.4 Notes sur le gradateur "en triangle ouvert".

Si l'on ne veut pas régler la valeur des courants triphasés durant chacune de leurs périodes mais alimenter le récepteur par intermittence (fonctionnement du gradateur en interrupteur), on peut simplifier le schéma de la figure 5.7 en supprimant les deux thyristors formant l'un des côtés du triangle $A' B' C'$. On ne conserve alors que quatre thyristors, par exemple Th_{AB} et Th'_{AB} entre les bornes A' et B' , Th_{BC} et Th'_{BC} entre B' et C' . Ce groupement est appelé en triangle ouvert.

Dans la marche en interrupteur statique, si les gâchettes des quatre thyristors sont alimentées en permanence, les points A', B' et C' sont équipotentiels : leurs courants i_A , i_B et i_C peuvent circuler librement quel que soit leur sens. Quand on interrompt l'envoi des signaux de déblocage, les deux thyristors conducteur s'éteignent l'un après l'autre, puis les trois courants i_A , i_B et i_C restent nuls, "l'interrupteur" est ouvert.

Ce montage en triangle ouvert, s'il convient pour la marche en interrupteur ne peut être utilisé en vrai gradateur. Quelle que soit la loi de commande, la dissymétrie de construction entraîne le déséquilibre des courants.

II.4 Gradateur ne comportant que trois thyristors en triangle

Pour obtenir, avec un gradateur en triangle monté en aval de la charge, le même fonctionnement qu'avec le *gradateur mixte* il faut que le triangle soit formé de trois thyristors (Fig. 5.8). On fait aussi l'économie de trois diodes, mais les courants dans les thyristors sont plus grands et les conditions imposées à la commande de ces derniers sont plus difficiles. Aussi le passage du schéma de la figure 5.5 à celui de la figure 5.8 est beaucoup moins intéressant que le passage du schéma de la figure 5.4 à celui de la figure 5.7.

Nous nous limiterons donc, en partant de l'étude du débit sur résistances pures, à l'examen des particularités de ce montage.

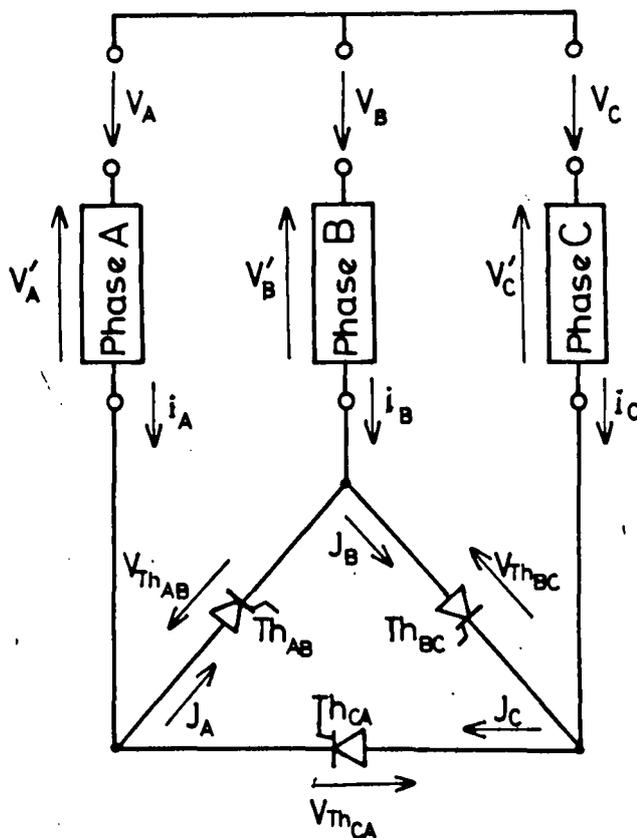


Fig. 5.8

II.4.1 Etude du débit sur récepteur purement résistant (Planche 5.5)

On désigne toujours par v_A , v_B , v_C les tensions de la source,

$$v_A = V_m \sin\theta, \quad v_B = V_m \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right), \quad v_C = V_m \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right),$$

par v'_A, v'_B, v'_C , les tensions aux bornes des trois résistances d'égale valeur R formant le récepteur,
 par i_A, i_B, i_C les courants dans celui-ci,
 par j_A, j_B, j_C , les courants dans les thyristors,
 par $v_{Th_{AB}}, v_{Th_{BC}}, v_{Th_{CA}}$, les tensions à leurs bornes.

Le thyristor Th_{AB} est déclenché pour $\theta = \psi'$, Th_{BC} pour $\theta = \psi' + 2\pi/3$, Th_{CA} pour $\theta = \psi' + 4\pi/3$. Il est nécessaire d'étudier un tiers de période pour tracer les formes d'ondes des variables tout au long de celle-ci.

Quand ψ' va de $-\pi/3$ à $5\pi/6$, trois modes de fonctionnement se succèdent.

. *Premier mode* ($-\pi/3 < \psi' < \pi/6$) : 2 thyristors conducteurs ou 1.

- Pour $\psi' < \theta < \pi/3$, Th_{CA} et Th_{AB} conduisent :

$$\begin{aligned} v'_A &= R i_A = v_A ; v'_B = R i_B = v_B ; v'_C = R i_C = v_C ; \\ j_A &= -i_B = -\frac{v_B}{R} ; j_B = 0 ; j_C = i_C = \frac{v_C}{R} ; \\ v_{Th_{AB}} &= v_{Th_{CA}} = 0 \text{ donc } v_{Th_{BC}} = 0. \end{aligned}$$

Cet intervalle finit quand, v_C s'annulant, Th_{CA} se bloque.

- Pour $\pi/3 < \theta < \psi' + 2\pi/3$, Th_{AB} conduit seul :

$$\begin{aligned} v'_A &= -v'_B = \frac{1}{2} (v_A - v_B) ; v'_C = 0 ; i_A = j_A = -i_B = \frac{1}{2R} (v_A - v_B) ; \\ j_B &= j_C = i_C = 0 ; v_{Th_{AB}} = 0 ; \\ v_{Th_{BC}} &= v_B - v'_B - v_C = -\frac{3}{2} v_C ; v_{Th_{CA}} = \frac{3}{2} v_C. \end{aligned}$$

Ce mode de fonctionnement cesse quand Th_{AB} s'éteint avant le déblocage de Th_{BC} . La différence $v_A - v_B$ s'annulant pour $\theta = 5\pi/6$, $5\pi/6$ est inférieur à $\psi' + 2\pi/3$ si ψ' est supérieur à $\pi/6$.

. *Deuxième mode* ($\pi/6 < \psi' < \pi/3$) : 2, 1 ou 0 thyristors conducteurs.

- Pour $\psi' < \theta < \pi/3$, Th_{CA} et Th_{AB} conduisent :

On a les mêmes relations que lors du premier intervalle du premier mode.

- Pour $\pi/3 < \theta < 5\pi/6$, Th_{AB} conduit seul :

Les courants et les tensions ont les mêmes expressions que lors du deuxième intervalle du premier mode.

- Pour $5\pi/6 < \theta < \psi' + 2\pi/3$, aucun redresseur ne conduit :

$$\begin{aligned} v'_A &= v'_B = v'_C = 0 ; i_A = i_B = i_C = 0 ; j_A = j_B = j_C = 0 ; \\ v_{Th_{BA}} &= v_A - v_B ; v_{Th_{BC}} = v_B - v_C ; v_{Th_{CA}} = v_C - v_A. \end{aligned}$$

Ce mode de fonctionnement disparaît avec l'intervalle à deux thyristors conducteurs, donc pour $\psi' = \pi/3$.

. *Troisième mode* ($\pi/3 < \psi' < 5\pi/6$) : 1 thyristor conducteur ou 0.

- Pour $\psi' < \theta < 5\pi/6$, Th_{AB} conduit :

$$v'_A = -v'_B = \frac{1}{2}(v_A - v_B) ; v'_C = 0 ; i_A = j_A = -i_B = \frac{1}{2R}(v_A - v_B) ;$$

$$j_B = j_C = i_C = 0 ; v_{\text{Th}_{AB}} = 0 ; v_{\text{Th}_{BC}} = -\frac{3}{2}v_C ; v_{\text{Th}_{CA}} = \frac{3}{2}v_C.$$

- Pour $5\pi/6 < \theta < \psi' + 2\pi/3$, aucun redresseur ne conduit :

$$v'_A = v'_B = v'_C = 0 ; i_A = i_B = i_C = 0 ; j_A = j_B = j_C = 0 ;$$

$$v_{\text{Th}_{AB}} = v_A - v_B ; v_{\text{Th}_{BC}} = v_B - v_C ; v_{\text{Th}_{CA}} = v_C - v_A$$

Quand ψ' est compris entre $5\pi/6$ et $10\pi/6$, tous les thyristors sont bloqués durant toute la période.

On a tracé (Planche 5.5) les formes d'ondes des courants j_A et j_C dans deux thyristors, de leur différence $j_A - j_C$ qui est égale au courant i_A dans la première phase réceptrice, de la tension aux bornes du thyristor Th_{AB} .

Les tracés ont été effectués pour $\psi' = -\pi/3$, qui donne i_A égal à v_A/R tout au long de la période, et pour trois valeurs de ψ' correspondant aux trois modes de fonctionnement.

II.4.2 Comparaison avec le gradateur triphasé mixte ordinaire

- Si on compare les formes d'ondes de la planche 5.5 à celles de la planche 3.1, on voit que si on fait $\psi' = \psi - \pi/3$ on trouve les mêmes formes d'ondes du courant i_A ou de la tension v_A . Les alternances négatives et positives sont simplement permutées.

Pour ce qui concerne le récepteur et les *caractéristiques* correspondantes, les montages des figures 3.1 et 5.8 sont équivalents.

- Le montage de la figure 5.8 permet la suppression des diodes. La tension maximum aux bornes des thyristors reste la même.

A valeur efficace I du courant dans le récepteur donnée, le courant dans les thyristors n'est le même que pour le troisième mode de fonctionnement. Au fur et à mesure que I se rapproche de V/Z , le *courant dans les thyristors* est plus fort avec la variante de la figure 5.8. Quand I atteint V/Z , celle-ci donne dans les thyristors un courant moyen égal $1,5 (\sqrt{2}/\pi) V/Z$ alors que le montage de la figure 3.1 donnait $(\sqrt{2}/\pi) V/Z$. La suppression des diodes nécessite donc une nette augmentation du calibre des thyristors.

- Le deuxième mode de fonctionnement nécessite, avec le gradateur mixte normal, deux intervalles de conduction des diodes au cours de chaque période. Avec la variante, ce sont les thyristors qui doivent conduire deux fois, d'où la nécessité d'impulsions de confirmation ou de la commande des thyristors par des trains d'impulsions très larges.

Le récepteur ayant ses six bornes sorties, la *commande des thyristors* est à comparer à celle du montage de la figure 5.5. Pour ce dernier elle est particulièrement aisée.

III. GROUPEMENT EN TRIANGLE DE TROIS GRADATEURS MONOPHASES MIXTES

Le gradateur monophasé mixte n'a pas donné lieu à une étude séparée, car ses performances sont mauvaises. Il ne permet qu'un réglage réduit et le courant comprend, en plus du fondamental, une composante continue et tous les harmoniques.

Mais si on groupe en triangle trois ensembles identiques formés chacun d'une phase réceptrice et d'un gradateur mixte (Fig. 5.9) la composante continue et les harmoniques de rang 3 ou multiple de 3 disparaissent des courants en ligne. Il en résulte une réduction relative des courants pris au réseau.

C'est cette réduction qui conduit à envisager l'utilisation de ce montage lorsqu'on n'a pas besoin d'un réglage "profond" des courants dans le récepteur.

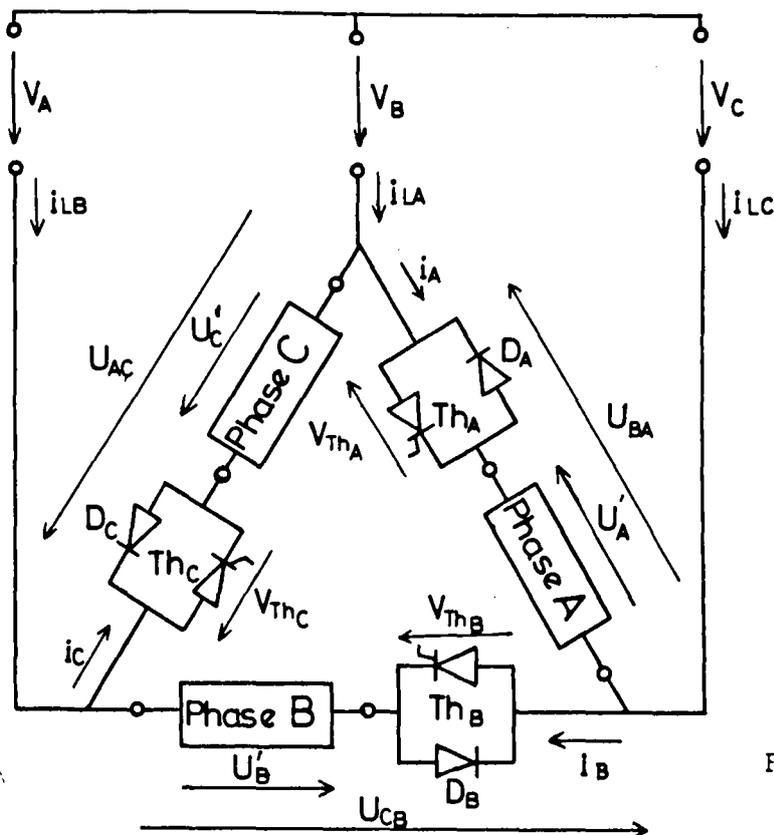


Fig. 5.9

On adopte les mêmes notations que pour l'étude du montage de la figure 4.1, en désignant par

u_{BA} , u_{CB} , u_{AC} , les tensions composées de la source appliquées à chaque ensemble gradateur monophasé,

$$u_{BA} = U_m \sin \theta ; u_{CB} = U_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) ; u_{AC} = U_m \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) ;$$

u'_A , u'_B , u'_C les tensions aux bornes des phases réceptrices ;

i_A , i_B , i_C , les courants qui les traversent ;

i_{LA} , i_{LB} , i_{LC} , les courants en ligne ;

v_{ThA} , v_{ThB} , v_{ThC} , les tensions aux bornes des groupes de redresseurs.

Pour que les courants dans les phases soient décalés deux à deux de $2\pi/3$, on débloque un thyristor tous les tiers de période dans l'ordre suivant : Th_A , Th_B , Th_C , le thyristor Th_A étant déclenché pour $\theta = \psi$.

III.1 Fonctionnement

III.1.1 Fonctionnement du gradateur monophasé

Chacune des branches du triangle, formée par un groupe thyristor-diode et une phase du récepteur, a la tension à ses bornes imposée par le réseau. Son fonctionnement est indépendant de celui des deux autres branches.

Chaque phase réceptrice, de résistance R est d'inductance L , est caractérisée par le module Z et l'argument φ de son impédance à la pulsation ω des tensions d'alimentation.

. *Etude de la phase A*

Si i_A est nul, $v_{Th_A} = u_{BA} = U_m \sin\theta$. Une impulsion de déblocage envoyée au thyristor Th_A pour $\theta = \psi$, avec $0 < \psi < \pi$, provoque son entrée en conduction.

- Pour $\theta > \psi$, $v_{Th_A} = 0$, $u'_A = u_{BA}$.

Le courant i_A solution de l'équation différentielle

$$R i_A + L \omega \frac{d i_A}{d\theta} = U_m \sin \theta$$

a pour expression :

$$i_A = \frac{U_m}{Z} \sin(\theta - \varphi) - \frac{U_m}{Z} \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q},$$

avec $Q = \text{tg } \varphi$.

Ce courant passe par Th_A tant qu'il est positif, puis par la diode D_A quand il est négatif. D_A se bloque, pour $\theta = \theta_0 + 2\pi$, quand i_A cesse d'être négatif. Le courant i_A reste nul jusqu'au prochain déblocage de Th_A .

L'angle d'extinction θ_0 est donné par la relation

$$\sin(\theta_0 - \varphi) = \sin(\psi - \varphi) e^{-(2\pi + \theta_0 - \psi)/Q}.$$

- Pour que le fonctionnement soit normal, c'est-à-dire pour que Th_A puisse redevenir conducteur à la période suivante, il faut que $2\pi + \theta_0$ soit inférieur à $2\pi + \psi$ ou θ_0 inférieur à ψ . Cela nécessite

$$\psi > \varphi$$

La plage de réglage correspond donc à $\varphi < \psi < \pi$. Pour ψ inférieur à φ le fonctionnement est anormal. Pour ψ supérieur à π le thyristor ne conduit jamais.

- L'angle θ_0 est supérieur à φ . L'intervalle θ_0, ψ où la tension u_{BA} n'est pas appliquée au récepteur diminue à ψ donné quand φ croît.

A la limite quand le récepteur est purement inductif, Q étant infini, θ_0 égale ψ , le réglage de la tension u'_A n'est plus possible.

- Pendant l'intervalle $\theta_0 < \theta < \psi$, Th_A et D_A étant bloqués,

$$i_A = 0 ; u'_A = 0 ; v_{Th_A} = u_{BA}.$$

. *Courants dans les autres phases*

Le fonctionnement des phases B et C est le même à $2\pi/3$ et $4\pi/3$ près. Donc

- Pour $\psi + 2\pi/3 < \theta < 2\pi + \theta_0 + 2\pi/3$,

$$i_B = \frac{U_m}{Z} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi) - \frac{U_m}{Z} \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \frac{2\pi}{3} - \psi)/Q}.$$

- Pour $\theta_0 + \frac{2\pi}{3} < \theta < \psi + \frac{2\pi}{3}$,

$$i_B = 0.$$

- Pour $\psi + 4\pi/3 < \theta < 2\pi + \theta_0 + \frac{4\pi}{3}$,

$$i_C = \frac{U_m}{Z} \sin(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi) - \frac{U_m}{Z} \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \frac{4\pi}{3} - \psi)/Q}.$$

- Pour $\theta_0 + \frac{4\pi}{3} < \theta < \psi + \frac{4\pi}{3}$,

$$i_C = 0.$$

III.1.2 Expressions des courants en ligne

On passe des courants i_A, i_B, i_C dans les phases réceptrices aux courants en ligne par

$$i_{LA} = i_A - i_C, i_{LB} = i_B - i_A, i_{LC} = i_C - i_B.$$

Les courants i_{LA}, i_{LB}, i_{LC} sont identiques à $2\pi/3$ et $4\pi/3$ près.

A valeur donnée de φ , lorsque l'angle ψ croît, l'intervalle de conduction de chaque groupe thyristor-diode diminue. Son minimum est égal à $2\pi + \theta_0 - \pi = \pi + \theta_0$, où la valeur de θ_0 est celle trouvée pour $\psi = \pi$.

Il y a donc deux régimes possibles :

- . premier régime : 3 ou 2 redresseurs passants,
- . deuxième régime : 2 ou 1 redresseurs passants.

Ce deuxième régime n'existe, à φ donné, que si l'angle de conduction de chaque groupe thyristor-diode peut descendre au-dessous de $4\pi/3$; ce n'est possible que si φ est inférieur à $56^\circ 878$.

On a représenté (Planche 5.6) les formes d'ondes des courants i_A, i_C , de leur différence i_{LA} et de la tension v_{Th_A} dans le cas d'un récepteur purement résistif, pour deux valeurs de ψ correspondant à chacun des deux régimes.

. *Premier régime ($\varphi \leq \psi < \theta_0 + 2\pi/3$).*

Si ψ est inférieur à $\theta_0 + 2\pi/3$, les diodes D_B et D_C sont encore conductrices quand, pour $\theta = \psi$, on déclenche le thyristor Th_A : le fonctionnement à 3 redresseurs passants commence.

Il cesse pour $\theta = \theta_0 + 2\pi/3$ avec l'extinction de la diode D_B .

- Pour $\psi < \theta < \theta_0 + 2\pi/3$, i_A , i_B et i_C différent de zéro :

$$i_{LA} = \frac{U_m}{Z} \left[\sin(\theta - \varphi) - \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi\right) - \sin(\psi - \varphi) \left(e^{-(\theta - \psi)/Q} - e^{-(\theta + \frac{2\pi}{3} - \psi)/Q} \right) \right]$$

On peut écrire

$$i_{LA} = \frac{U_m}{Z} \left[\sqrt{3} \sin\left(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) + \sin(\psi - \varphi) (e^{-2\pi/3Q} - 1) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right].$$

De même,

$$i_{LB} = \frac{U_m}{Z} \left[-\sqrt{3} \sin\left(\theta - \varphi + \frac{\pi}{6}\right) + \sin(\psi - \varphi) (1 - e^{-4\pi/3Q}) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right];$$

$$i_{LC} = \frac{U_m}{Z} \left[\sqrt{3} \cos(\theta - \varphi) + \sin(\psi - \varphi) (e^{-4\pi/3Q} - e^{-2\pi/3Q}) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right].$$

- Pour $\theta_0 + 2\pi/3 < \theta < \psi + 2\pi/3$, le courant i_B est nul :

$$i_{LA} = i_A - i_C, \quad i_{LB} = -i_A, \quad i_{LC} = i_C$$

$$i_{LA} = \frac{U_m}{Z} \left[\sqrt{3} \sin\left(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) + \sin(\psi - \varphi) (e^{-2\pi/3Q} - 1) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right],$$

$$i_{LB} = -\frac{U_m}{Z} \left[\sin(\theta - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right],$$

$$i_{LC} = \frac{U_m}{Z} \left[\sin\left(\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) - \sin(\psi - \varphi) e^{-2\pi/3Q} e^{-(\theta - \psi)/Q} \right]$$

- Ce régime cesse dès que ψ égale $\theta_0 + 2\pi/3$. En remplaçant θ_0 par $\psi - 2\pi/3$ dans la relation donnant θ_0 , la valeur limite ψ_ℓ de ψ est donnée par :

$$\sin\left(\psi_\ell - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) = \sin(\psi_\ell - \varphi) e^{-4\pi/3Q}$$

. Deuxième régime ($\theta_0 + 2\pi/3 < \psi < \pi$).

Si ψ est supérieur à $\theta_0 + 2\pi/3$, la diode D_B est éteinte quand, pour $\theta = \psi$, on déclenche Th_A . La diode D_C est encore passante ; elle ne cessera de conduire que pour $\theta = \theta_0 + 4\pi/3$.

- Pour $\psi < \theta < \theta_0 + 4\pi/3$, i_A et i_C différent de zéro :

$$i_{LA} = \frac{U_m}{Z} \left[\sqrt{3} \sin\left(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}\right) + \sin(\psi - \varphi) (e^{-2\pi/3Q} - 1) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right],$$

$$i_{LB} = -\frac{U_m}{Z} \left[\sin(\theta - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right],$$

$$i_{LC} = \frac{U_m}{Z} \left[\sin\left(\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) - \sin(\psi - \varphi) e^{-2\pi/3Q} e^{-(\theta - \psi)/Q} \right].$$

- Pour $\theta_0 + 4\pi/3 < \theta < \psi + 2\pi/3$, seul i_A diffère de zéro :

$$i_{LA} = -i_{LB} = \frac{U_m}{Z} \left[\sin(\theta - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right]; i_{LC} = 0.$$

- Ce deuxième régime cesse pour $\psi = \pi$, car il n'est plus possible de déclencher les thyristors. Il ne peut exister que si $\theta_0 + 2\pi/3$ est inférieur à π ou θ_0 inférieur à $\pi/3$. On trouve la valeur limite φ_l de l'argument φ du récepteur autorisant ce deuxième régime, en faisant $\theta_0 = \pi/3$ et $\psi = \pi$ dans la relation donnant θ_0 .

La résolution de l'équation

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} - \varphi_l\right) = \sin \varphi_l e^{-4\pi/3Q}$$

donne $\varphi_l = 56,878$.

III.2 Caractéristiques

III.2.1 Caractéristiques du gradateur monophasé

- Valeur moyenne U'_0 de la tension aux bornes d'une phase réceptrice.

L'alternance positive de la tension étant seule commandée, la valeur moyenne des tensions u' diffère de zéro.

$$\frac{U'_0}{U} = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \int_{\psi}^{2\pi + \theta_0} \sin \theta \, d\theta = \frac{\sqrt{2}}{2\pi} (\cos \psi - \cos \theta_0)$$

D'où la valeur moyenne I_0 , ramenée à U/Z , du courant dans une phase :

$$\frac{I_0}{U/Z} = \frac{\sqrt{1+Q^2}}{\sqrt{2\pi}} (\cos \psi - \cos \theta_0)$$

- Valeur efficace U' de la tension aux bornes d'une phase

$$U'^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{2\pi + \theta_0} U_m^2 \sin^2 \theta \, d\theta.$$

$$\frac{U'}{U} = \sqrt{1 + \frac{1}{2\pi}(\theta_0 - \psi) + \frac{1}{4\pi}(\sin 2\psi - \sin 2\theta_0)}.$$

- Valeur efficace I du courant dans les phases

$$\text{De } I^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\theta_0 + 2\pi} \left(\frac{U_m}{Z}\right)^2 \left[\sin(\theta - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right]^2 d\theta$$

on déduit :

$$\left(\frac{I}{U/Z}\right)^2 = 1 + \frac{1}{2\pi}(\theta_0 - \psi) - \frac{1}{4\pi} \left[\sin 2(\theta_0 - \varphi) - \sin 2(\psi - \varphi) \right]$$

$$+ \frac{Q}{2\pi} \sin^2(\psi - \varphi) (1 - e^{-2(\theta_0 + 2\pi - \psi)/Q}) + \frac{2Q^2}{\pi(1+Q^2)} \sin(\psi - \varphi) \times$$

$$\times \left[e^{-(\theta_0 + 2\pi - \psi)/Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_0 - \varphi) + \cos(\theta_0 - \varphi) \right) - \frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi) - \cos(\psi - \varphi) \right]$$

- Développement en série de la tension aux bornes d'une phase

Outre la composante continue U'_0 , le développement en série de chacune des tensions u' comprend le fondamental de valeur efficace U'_1 et tous les harmoniques. On désigne par U'_n la valeur efficace de celui de rang n .

U'_1 égale $\sqrt{A_1^2 + B_1^2}$, avec

$$A_1 = \frac{U}{\pi} \left(2\pi + \theta_0 - \psi - \frac{1}{2}(\sin 2\theta_0 - \sin 2\psi) \right),$$

$$B_1 = \frac{U}{2\pi} (\cos 2\psi - \cos 2\theta_0).$$

U'_n égale $\sqrt{A_n^2 + B_n^2}$, avec

$$A_n = \frac{U}{\pi} \left[\frac{\sin(n-1)\theta_0 - \sin(n-1)\psi}{n-1} + \frac{\sin(n+1)\psi - \sin(n+1)\theta_0}{n+1} \right]$$

$$B_n = \frac{U}{\pi} \left[\frac{\cos(n-1)\theta_0 - \cos(n-1)\psi}{n-1} + \frac{\cos(n+1)\psi - \cos(n+1)\theta_0}{n+1} \right]$$

Des harmoniques des tensions on passe aisément à ceux des courants.

Les caractéristiques de la planche 5.7 donnent pour $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/6$, $\varphi = \pi/3$ et $\varphi = \pi/2$, les variations, quand ψ va de φ à π ,

- . de la valeur efficace U' de la tension u' ,
- . de celles U'_0, U'_1, U'_2, U'_3 des premiers termes de son développement en série,
- . de la valeur efficace I du courant dans les phases.

Les tensions sont rapportées à U , le courant à U/Z .

Ces courbes montrent que, quand ψ croît de φ à π , plus le récepteur est inductif,

moins U' et U'_1 diminuent,

moins U'_0 et les harmoniques de tension augmentent,

moins I diminue ; au contraire pour φ fort il peut augmenter.

A la limite sur charge purement inductive, U' et U'_1 restent égaux à U tandis que U'_0, U'_2, \dots, U'_n restent nuls, mais I augmente passant de U/Z à $\sqrt{3}U/Z$ quand ψ va de $\pi/2$ à π .

On voit que, en plus de ses défauts, le gradateur monophasé mixte ne permet une nette réduction de I par augmentation de ψ que pour les récepteurs résistants ou peu inductifs.

III.2.2 Valeur efficace des courants en ligne

Afin de caractériser la réduction relative des courants en ligne, on rapporte leur valeur efficace I_L à $\sqrt{3} U/Z$.

. Premier régime ($\varphi < \psi < \theta_0 + 2\pi/3$).

La valeur de I_L est donnée par

$$I_L^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\psi+2\pi} i_{LA}^2 d\theta$$

Les courants dans les trois fils de ligne étant identiques à $2\pi/3$ ou $4\pi/3$ près, on peut écrire :

$$I_L^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\theta_0+2\pi/3} (i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2) d\theta + \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_0+2\pi/3}^{\psi+2\pi/3} (i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2) d\theta$$

$$I_L^2 = I_{L1}^2 + I_{L2}^2$$

Calculons séparément les deux intégrales

- Calcul de I_{L1}^2

Pendant l'intervalle $\psi, \theta_0 + 2\pi/3$, les courants en ligne ont pour expression :

$$i_{LA} = \frac{U_m}{Z} \left[\sqrt{3} \sin(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}) - A e^{-(\theta-\psi)/Q} \right],$$

$$i_{LB} = \frac{U_m}{Z} \left[-\sqrt{3} \sin(\theta - \varphi + \frac{\pi}{6}) + A (1 + e^{-2\pi/3Q}) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right]$$

$$i_{LC} = \frac{U_m}{Z} \left[\sqrt{3} \cos(\theta - \varphi) - A e^{-2\pi/3Q} e^{-(\theta-\psi)/Q} \right]$$

$$\text{avec } A = \sin(\psi - \varphi)(1 - e^{-2\pi/3Q}).$$

D'où $i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2$ et, après intégration, I_{L1}^2 .

$$I_{L1}^2 = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3}U}{Z} \right)^2 \left[\frac{9}{2}(\theta_0 + \frac{2\pi}{3} - \psi) + Q A^2 (1 + e^{-2\pi/3Q} + e^{-4\pi/3Q})(1 - e^{-2(\theta_0 + \frac{2\pi}{3} - \psi)/Q}) \right. \\ \left. + \frac{2 A \sqrt{3} Q^2}{1 + Q^2} e^{-(\theta_0 + \frac{2\pi}{3} - \psi)/Q} \left[\frac{1}{Q} \cos(\theta_0 - \varphi) - \sin(\theta_0 - \varphi) - (1 + e^{-2\pi/3Q}) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_0 - \varphi - \frac{\pi}{6}) + \cos(\theta_0 - \varphi - \frac{\pi}{6}) \right) + e^{-2\pi/3Q} \left(\frac{1}{Q} \cos(\theta_0 - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \sin(\theta_0 - \varphi + \frac{2\pi}{3}) \right) \right] - \frac{2 A \sqrt{3} Q^2}{1 + Q^2} \left[\frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi - \frac{\pi}{6}) + \cos(\psi - \varphi - \frac{\pi}{6}) \right. \right. \\ \left. \left. + (1 + e^{-2\pi/3Q}) \left(\frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi + \frac{\pi}{6}) + \cos(\psi - \varphi + \frac{\pi}{6}) \right) + e^{-2\pi/3Q} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\frac{1}{Q} \cos(\psi - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) \right) \right] \right]$$

- Calcul de I_{L2}^2

Pendant l'intervalle $\theta_0 + 2\pi/3 < \theta < \psi + 2\pi/3$,

$$i_{LA} = \frac{U_m}{Z} \left[\sqrt{3} \sin(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}) + B (e^{-2\pi/3Q} - 1) e^{-(\theta-\psi)/Q} \right]$$

$$i_{LB} = \frac{U_m}{Z} \left[-\sin(\theta-\varphi) + B e^{-(\theta-\psi)/Q} \right]$$

$$i_{LC} = \frac{U_m}{Z} \left[\sin(\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3}) - B e^{-2\pi/3Q} e^{-(\theta-\psi)/Q} \right],$$

avec $B = \sin(\psi - \varphi)$.

On en déduit $i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2$ et l'intégrale indéfinie $\int (i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2) d\theta$ qui a pour expression

$$\left(\frac{U_m}{Z}\right)^2 \left[\frac{5}{2} \theta + \frac{1}{4} \sin 2(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) - \frac{3}{4} \sin 2(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}) - Q B^2 (1 - e^{-\frac{2\pi}{3Q}} - e^{-\frac{4\pi}{3Q}}) e^{-\frac{2(\theta-\psi)}{Q}} \right. \\ \left. + \frac{2 Q^2 B}{1 + Q^2} e^{-(\theta-\psi)/Q} \left[e^{-2\pi/3Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3}) + \cos(\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3}) \right) + \frac{1}{Q} \sin(\theta - \varphi) \right. \right. \\ \left. \left. + \cos(\theta - \varphi) + \sqrt{3}(1 - e^{-2\pi/3Q}) \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}) + \cos(\theta - \varphi - \frac{\pi}{6}) \right) \right] \right]$$

D'où la valeur de I_{L2}^2 :

$$I_{L2}^2 = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3}U}{Z}\right)^2 \left[\frac{5}{2}(\psi - \theta_0) + \sin 2(\psi - \varphi) - \sin 2(\theta_0 - \varphi) - Q B^2 (1 - e^{-2\pi/3Q} + e^{-4\pi/3Q}) \times \right. \\ \left. \times (e^{-4\pi/3Q} - e^{-2(\theta_0 + \frac{2\pi}{3} - \psi)/Q}) + \frac{2 Q^2 B}{1 + Q^2} e^{-2\pi/3Q} \times \right. \\ \left. \times \left[e^{-2\pi/3Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\psi - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \right) + \frac{1}{Q} \sin(\psi + \frac{2\pi}{3} - \varphi) \right. \right. \\ \left. \left. + \cos(\psi + \frac{2\pi}{3} - \varphi) + \sqrt{3}(1 - e^{-2\pi/3Q}) \left(\frac{1}{Q} \cos(\psi - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) \right) \right] \right. \\ \left. - \frac{2 Q^2 B}{1 + Q^2} e^{-(\theta_0 + \frac{2\pi}{3} - \psi)/Q} \left[e^{-2\pi/3Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_0 - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \cos(\theta_0 - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \right) + \frac{1}{Q} \sin(\theta_0 - \varphi + \frac{2\pi}{3}) + \cos(\theta_0 - \varphi + \frac{2\pi}{3}) \right. \\ \left. \left. + \sqrt{3}(1 - e^{-2\pi/3Q}) \left(\frac{1}{Q} \cos(\theta_0 - \varphi) - \sin(\theta_0 - \varphi) \right) \right] \right].$$

Dans le cas particulier où le récepteur est purement résistif, $\varphi = 0$, $\theta_0 = 0$, on obtient :

$$I_L = \frac{\sqrt{3} U}{Z} \sqrt{1 - \frac{2\psi}{3\pi} + \frac{1}{3\pi} \sin 2\psi}.$$

. Deuxième régime ($\theta_0 + 2\pi/3 < \psi < \pi$)

On calcule I_L par $I_L = \sqrt{I_{L1}^2 + I_{L2}^2}$, avec maintenant

$$I_{L1}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\theta_0 + 4\pi/3} (i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2) d\theta ; I_{L2}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_0 + 4\pi/3}^{\psi + 2\pi/3} 2 i_{LA}^2 d\theta$$

- Calcul de I_{L1}^2

Pour $\psi < \theta < \theta_0 + 4\pi/3$, les courants i_{LA} , i_{LB} et i_{LC} ont les mêmes expressions littérales que celles trouvées lors du premier régime pour l'intervalle $\theta_0 + 2\pi/3$, $\psi + 2\pi/3$. On peut utiliser l'intégrale indéfinie de $(i_{LA}^2 + i_{LB}^2 + i_{LC}^2) d\theta$ alors calculée. En tenant compte des nouvelles limites, il vient :

$$I_{L1}^2 = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3} U}{Z} \right)^2 \left[\frac{5}{2} (\theta_0 + \frac{4\pi}{3} - \psi) + \frac{1}{4} \left[\sin 2(\theta_0 - \varphi + \frac{2\pi}{3}) - \sin 2(\psi - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \right] \right. \\ \left. - \frac{3}{4} \left[\sin 2(\theta_0 - \varphi + \frac{\pi}{6}) - \sin 2(\psi - \varphi - \frac{\pi}{6}) \right] + Q B^2 (1 - e^{-2\pi/3Q} + e^{-4\pi/3Q}), \right. \\ \left. \times (1 - e^{-2(\theta_0 + \frac{4\pi}{3} - \psi)/Q}) + \frac{2 Q^2 B}{1 + Q^2} e^{-(\theta_0 + \frac{4\pi}{3} - \psi)/Q} \times \right. \\ \left. \times \left[e^{-2\pi/3Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_0 - \varphi) + \cos(\theta_0 - \varphi) \right) + \frac{1}{Q} \sin(\theta_0 + \frac{4\pi}{3} - \varphi) \right. \right. \\ \left. \left. + \cos(\theta_0 + \frac{4\pi}{3} - \varphi) + \sqrt{3} (e^{-2\pi/3Q} - 1) \left(\frac{1}{Q} \sin(\theta_0 - \varphi + \frac{\pi}{6}) \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \cos(\theta_0 - \varphi + \frac{\pi}{6}) \right) \right] + \frac{2 Q^2 B}{1 + Q^2} \left[- e^{-2\pi/3Q} \left(\frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi - \frac{4\pi}{3}) \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \cos(\psi - \varphi - \frac{4\pi}{3}) \right) - \frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi) - \cos(\psi - \varphi) + \sqrt{3} (e^{-2\pi/3Q} - 1) \right. \right. \\ \left. \left. \left. \left(\frac{1}{Q} \sin(\psi - \varphi - \frac{\pi}{6}) + \cos(\psi - \varphi - \frac{\pi}{6}) \right) \right] \right]$$

- Calcul de I_{L2}^2

Pour $\theta_0 + 4\pi/3 < \theta < \psi + 2\pi/3$,

$$i_{LA} = i_A = \frac{U_m}{Z} \left[\sin(\theta - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right].$$

D'où I_{L2}^2

$$I_{L2}^2 = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{\sqrt{3} U}{Z} \right)^2 \left[\frac{1}{2} (\psi - \theta_0 - \frac{2\pi}{3}) - \frac{1}{4} \left(\sin 2(\psi + \frac{2\pi}{3} - \varphi) - \sin 2(\theta_0 + \frac{4\pi}{3} - \varphi) \right) \right. \\ \left. - \frac{Q B^2}{2} (e^{-4\pi/3Q} - e^{-2(\theta_0 + \frac{4\pi}{3} - \psi)/Q}) + \frac{2 Q^2 B}{1 + Q^2} e^{-2\pi/3Q} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{1}{Q} \sin(\psi + \frac{2\pi}{3} - \varphi) + \cos(\psi + \frac{2\pi}{3} - \varphi) \right] - \frac{2 Q^2 B}{1 + Q^2} e^{-(\theta_0 + \frac{4\pi}{3} - \psi)/Q} \right. \\ \left. \times \left[\frac{1}{Q} \sin(\theta_0 + \frac{4\pi}{3} - \varphi) + \cos(\theta_0 + \frac{4\pi}{3} - \varphi) \right] \right]$$

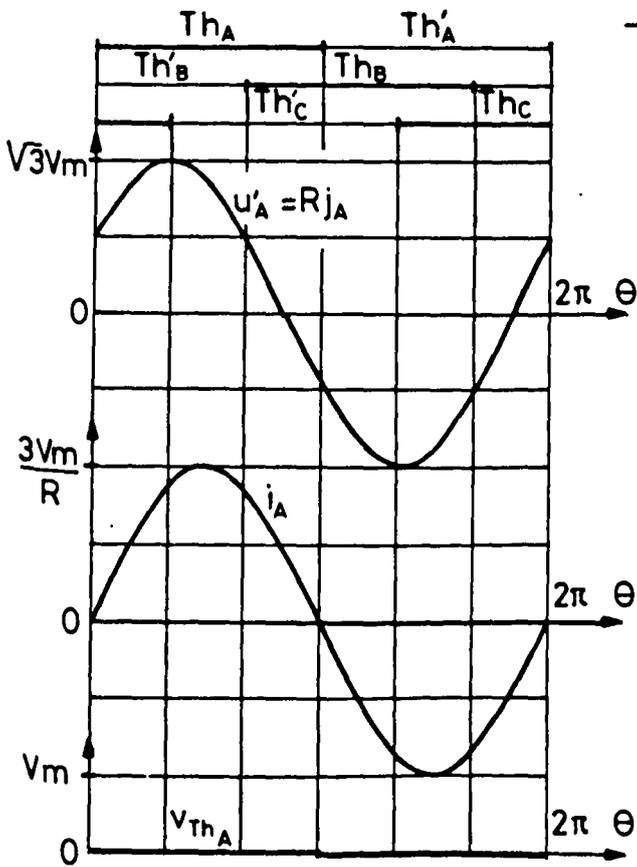
Dans le cas particulier du débit sur résistances pures,

$$I_L = \frac{\sqrt{3} U}{Z} \sqrt{\frac{8}{9} - \frac{\psi}{2\pi} - \frac{\sqrt{3}}{12\pi} + \frac{1}{4\pi} (\sin 2\psi - \frac{1}{\sqrt{3}} \cos 2\psi)}$$

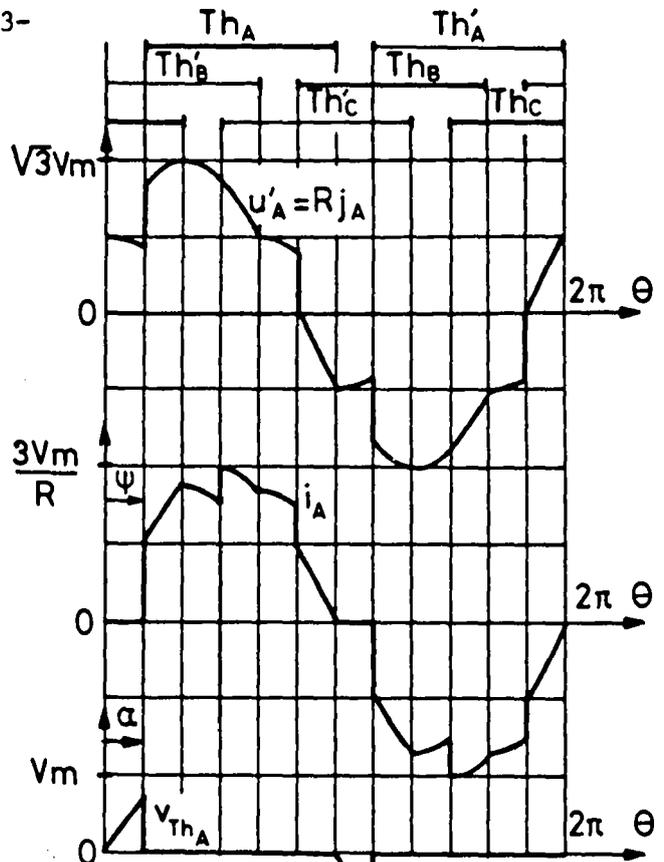
. *Caractéristiques*

En haut de la planche 5.8 nous avons tracé, pour diverses valeurs de φ , les courbes montrant comment varie le rapport $I_L/\sqrt{3} I$ quand ψ va de φ à π . On voit que la réduction de I_L par rapport à $\sqrt{3} I$, due à la suppression dans les courants en ligne de la composante continue et des harmoniques de rang 3 ou multiple de 3, est importante.

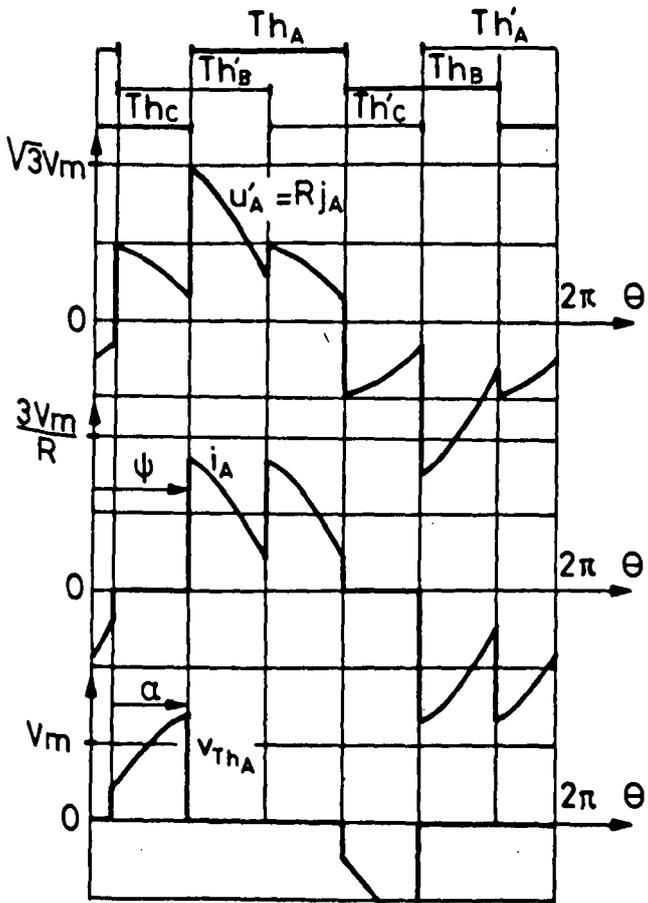
Elle est plus forte pour les récepteurs nettement inductifs que pour une charge purement résistive, mais pour les premiers le réglage de I par action sur ψ n'est pas utilisable. Pour le rappeler nous avons (bas de la planche 5.8) reproduit, pour les mêmes valeurs de φ , les variations de $I/U/Z$ en fonction de ψ .



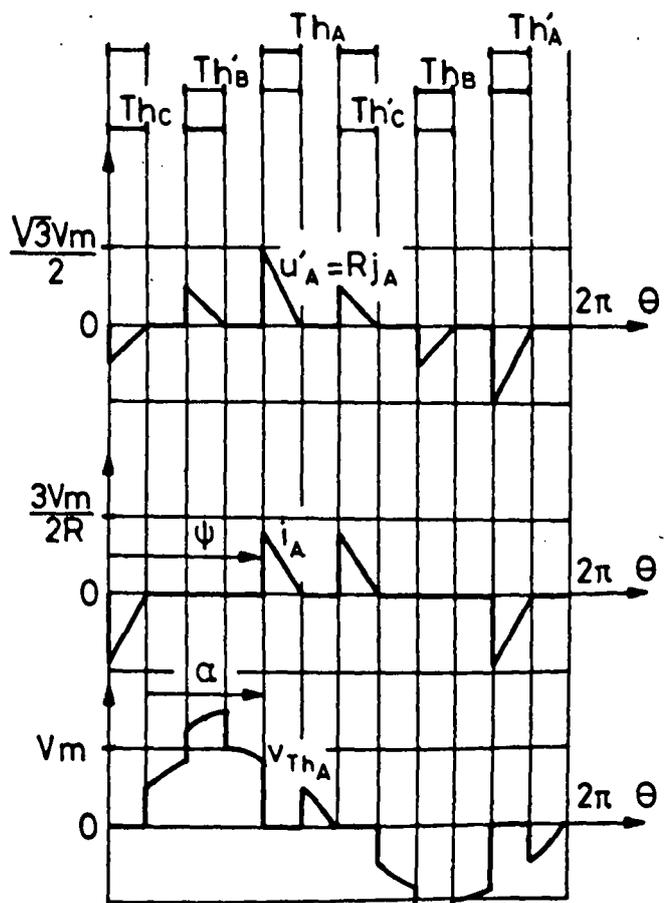
$\psi = 0$



$\psi = \frac{\pi}{6}$ (1^{er} mode)

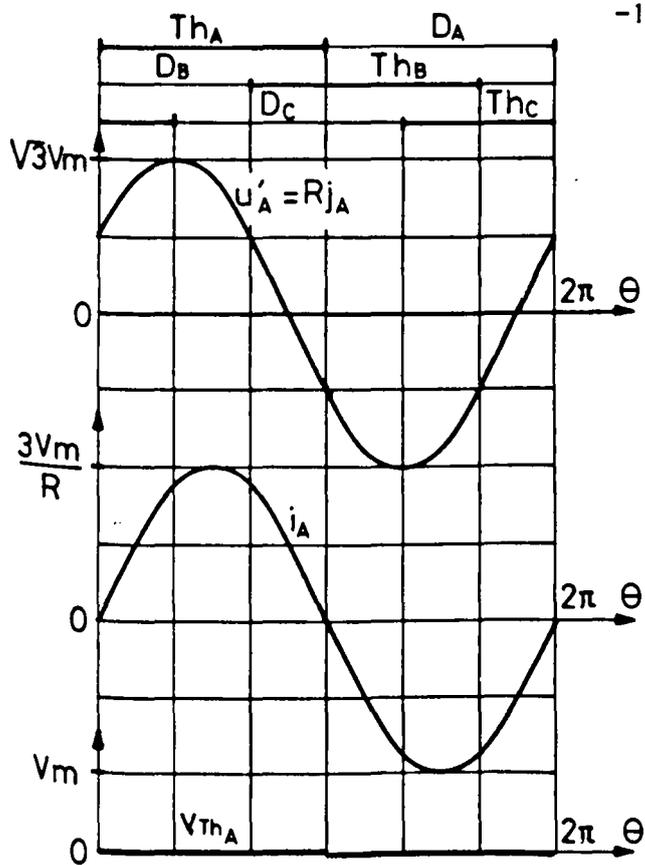


$\psi = \frac{5\pi}{12}$ (2^{eme} mode)

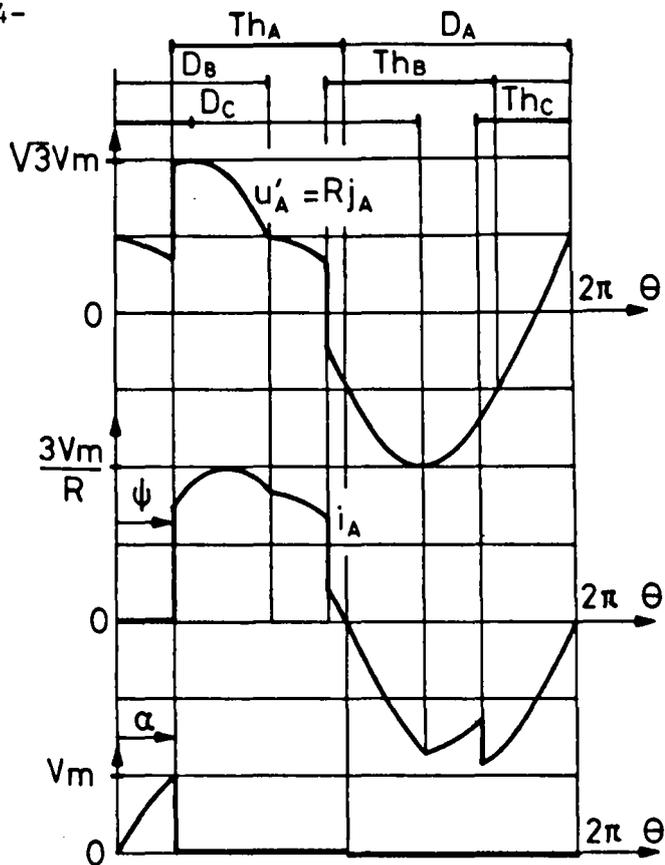


$\psi = \frac{2\pi}{3}$ (3^{eme} mode)

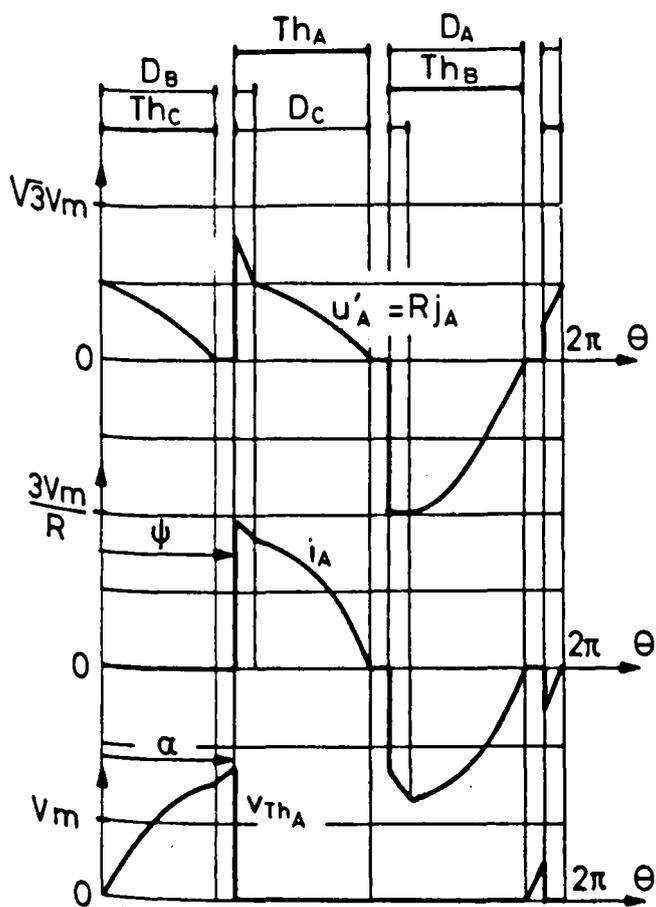




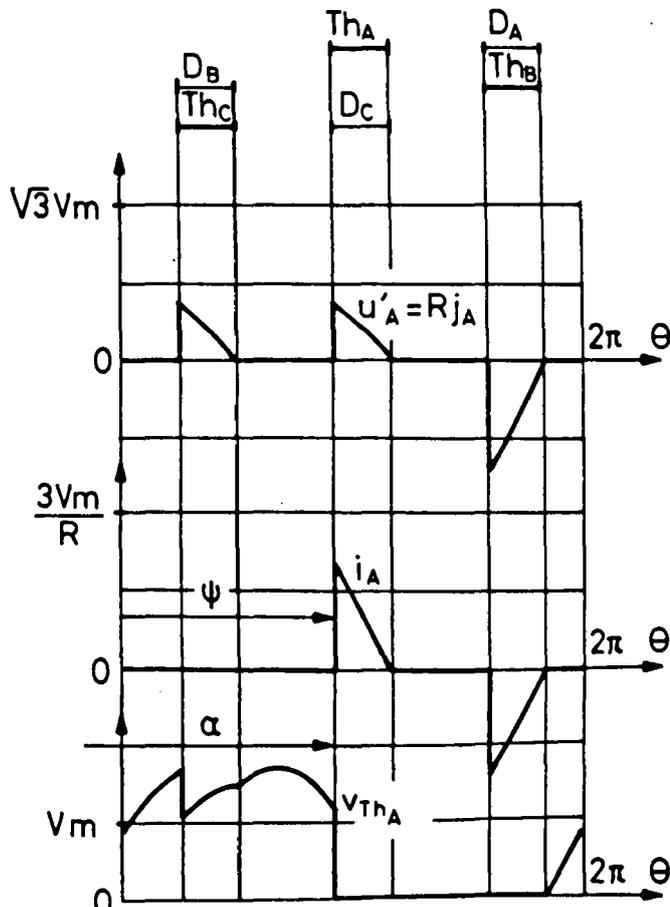
$\psi = 0$



$\psi = \frac{\pi}{4}$ (1^{er} mode)



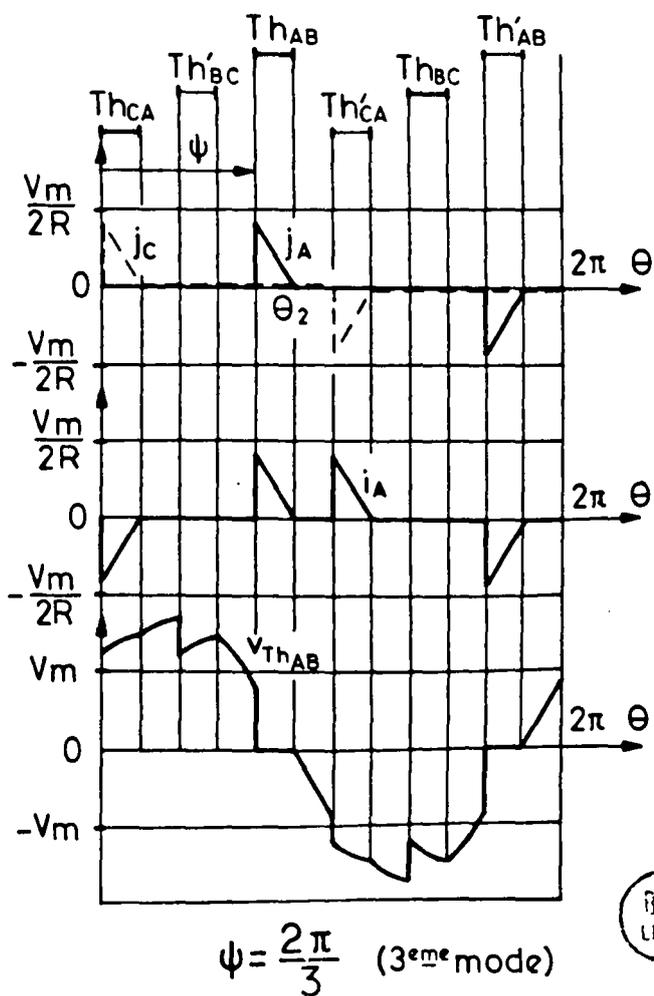
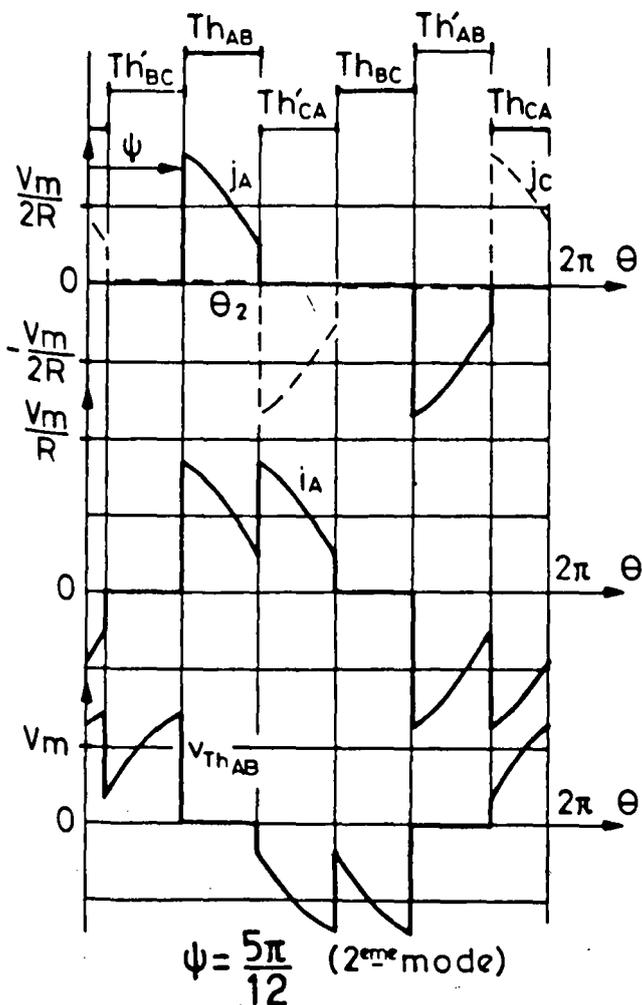
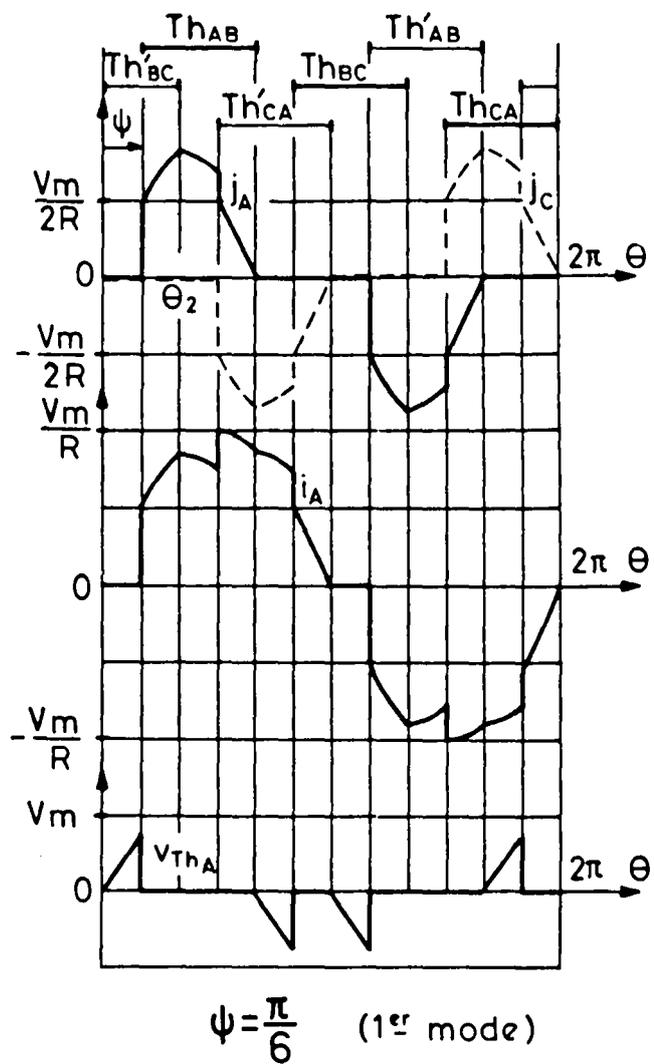
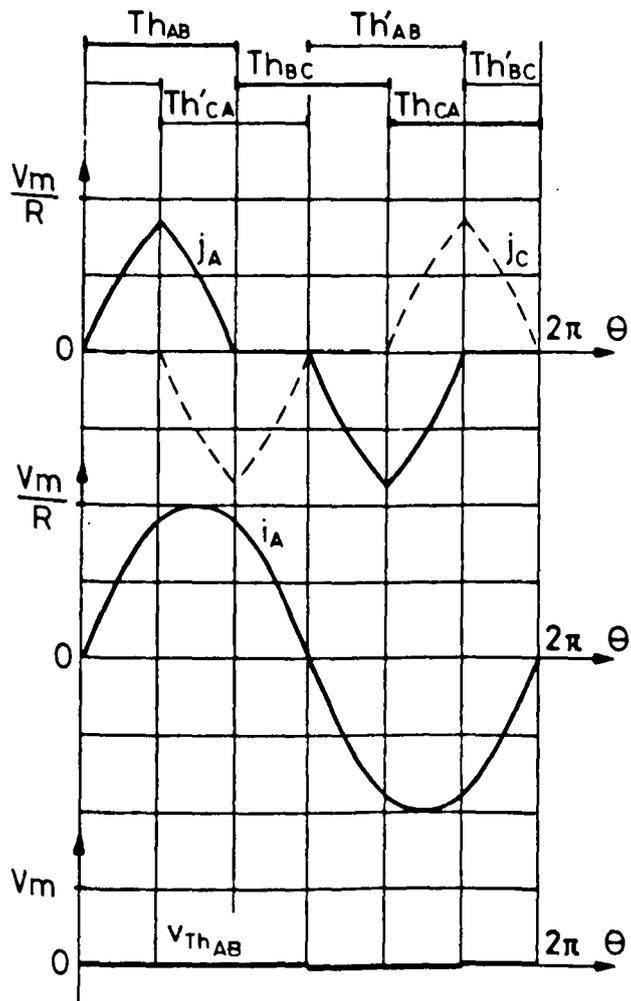
$\psi = \frac{7\pi}{12}$ (2^{eme} mode)



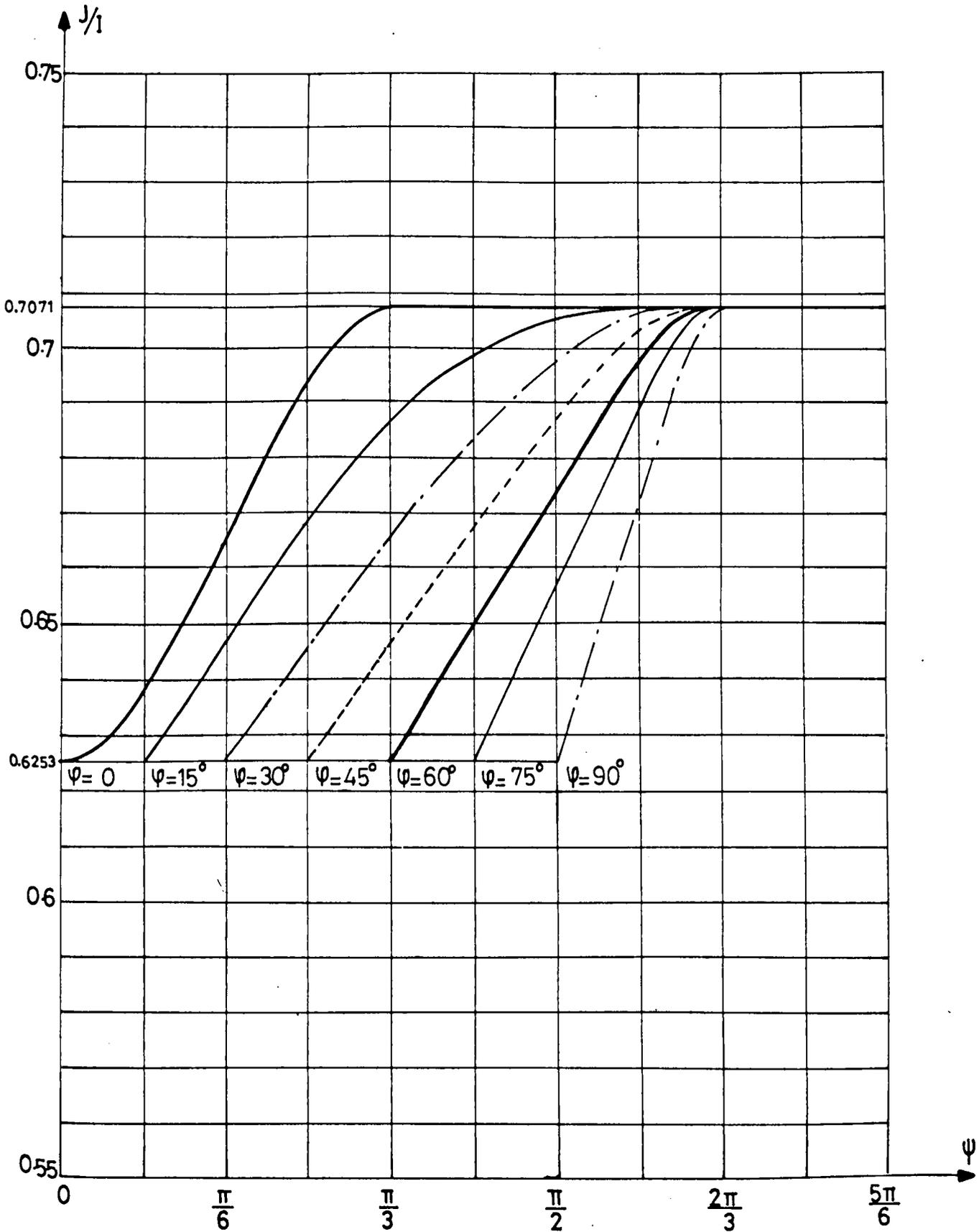
$\psi = \frac{11\pi}{12}$ (3^{eme} mode)

Grad. mixte phases resistantes en Δ



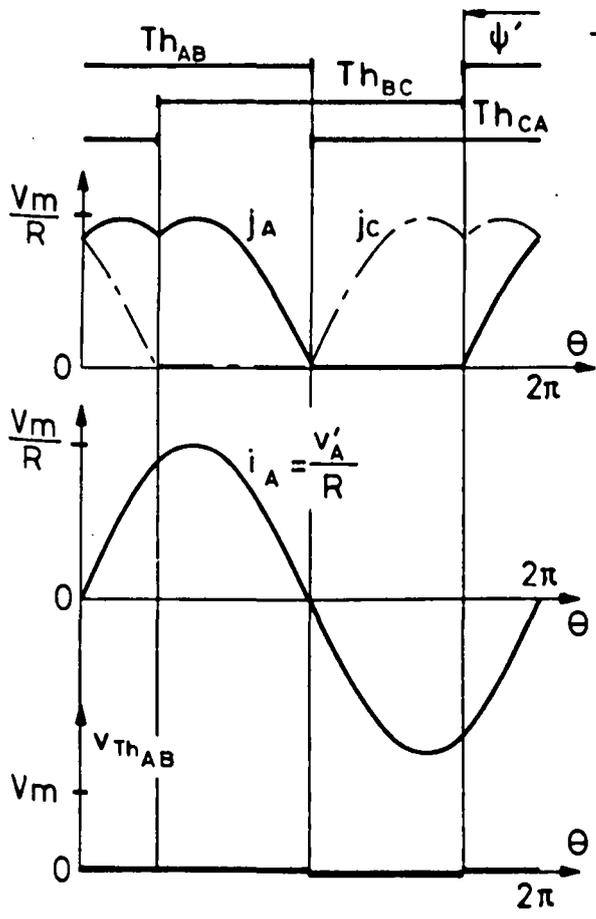


Couplage en Δ du grad. tout thyristors

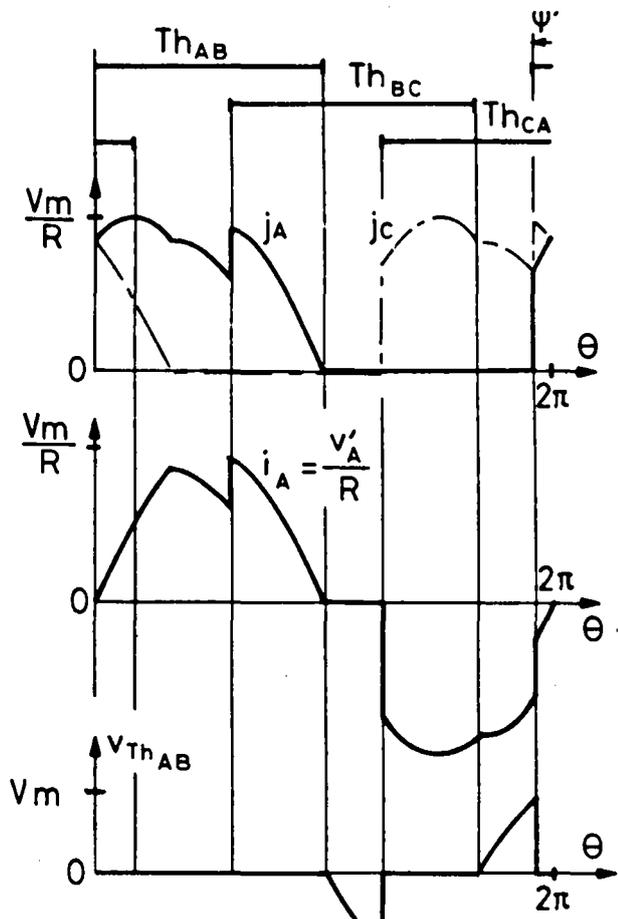


Grad. tout thyristors couplés en triangle

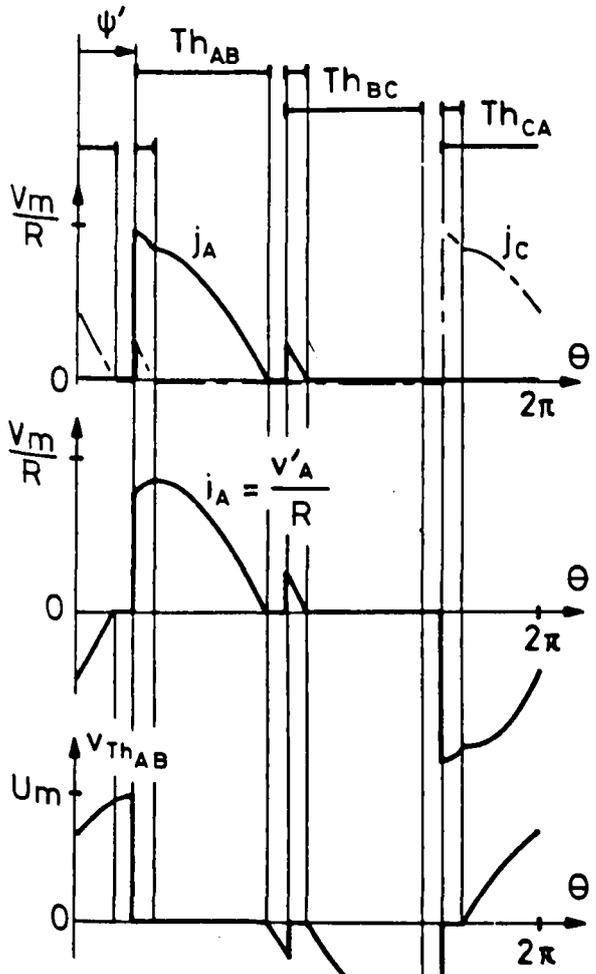




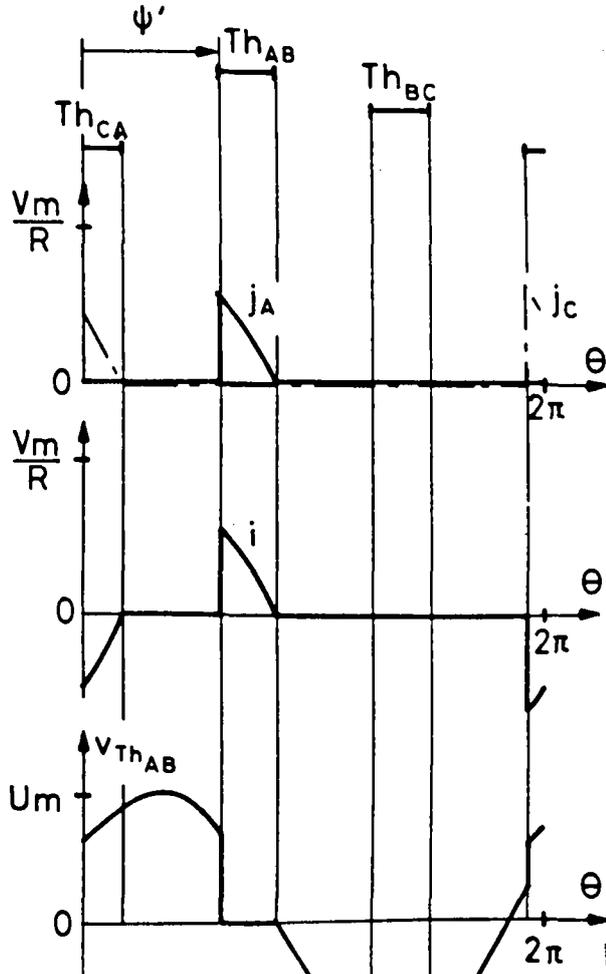
$\psi' = -\frac{\pi}{3}$



$\psi' = -\frac{\pi}{12}$ (1^{er} mode)



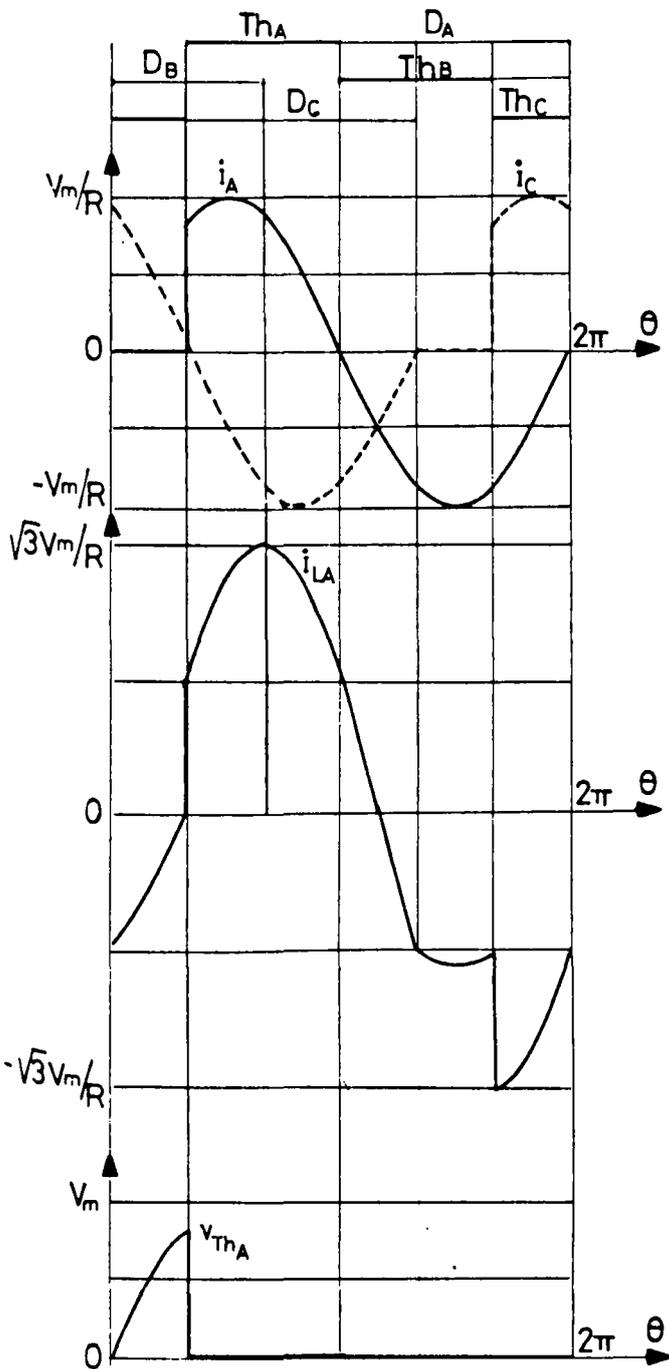
$\psi' = \frac{3\pi}{12}$ (2^{eme} mode)



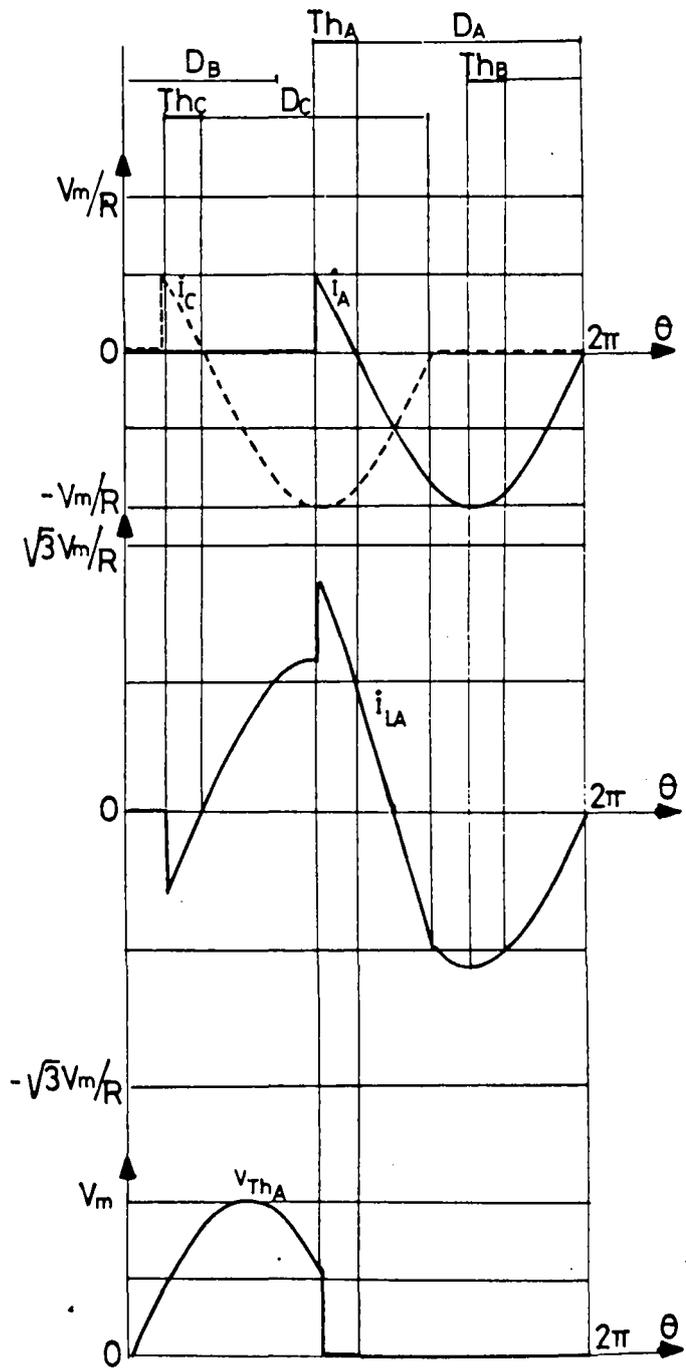
$\psi' = \frac{7\pi}{12}$ (3^{eme} mode)



Grad. a 3 thyristors en triangle Débit sur R



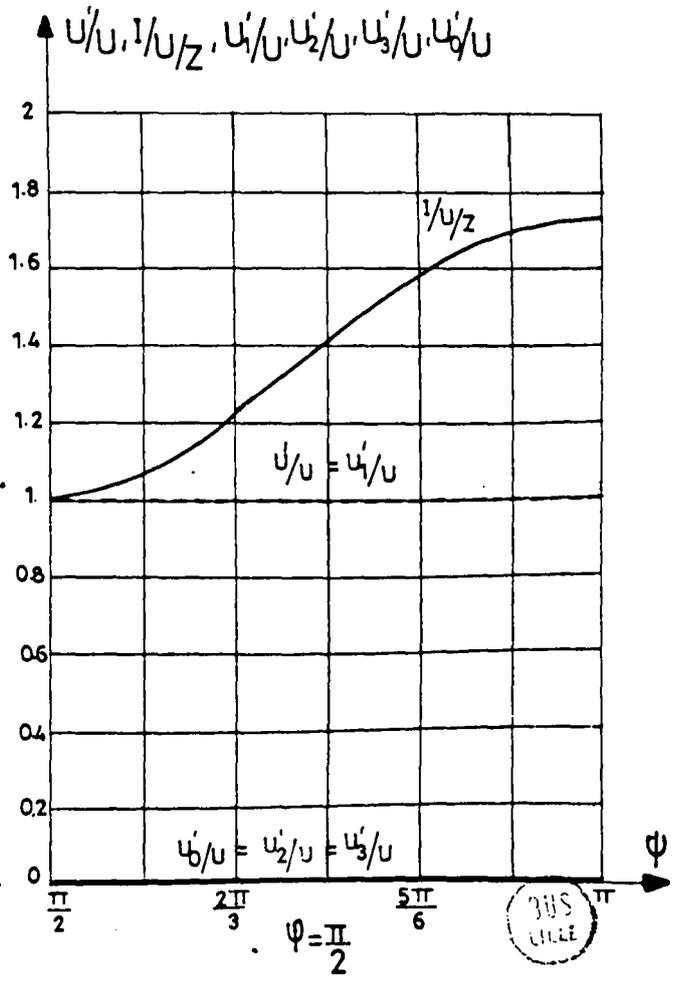
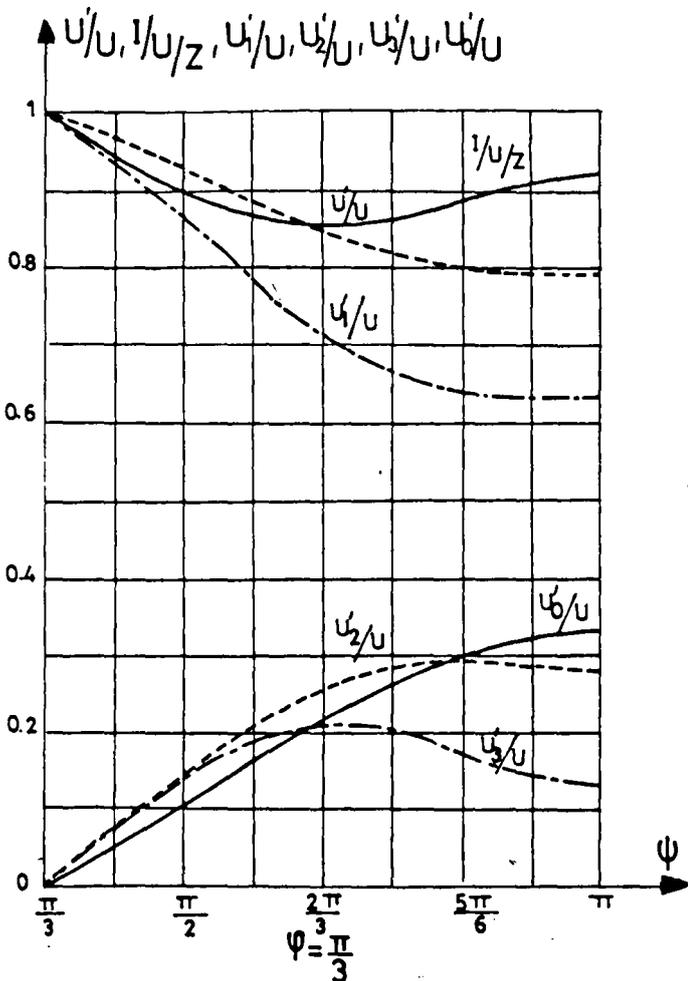
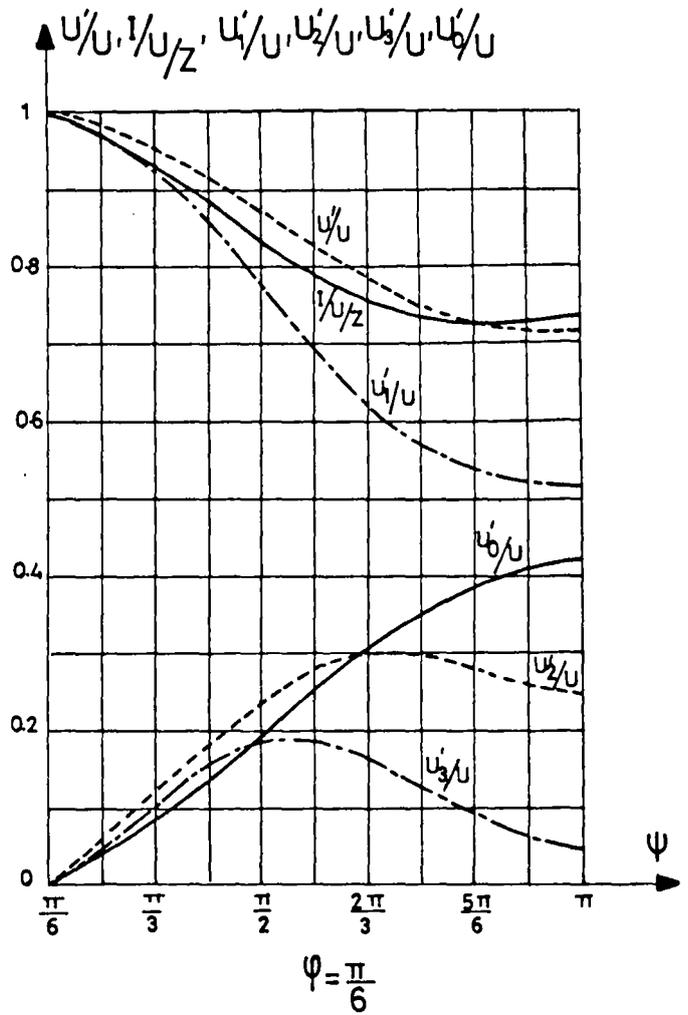
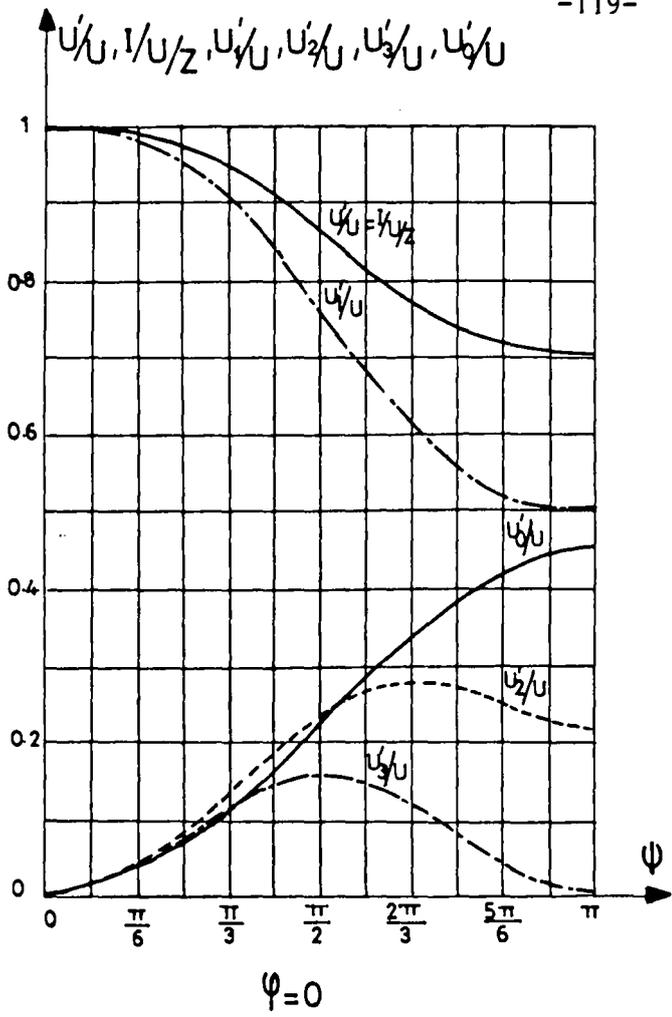
$\Psi = \pi/3$
1^{er} régime

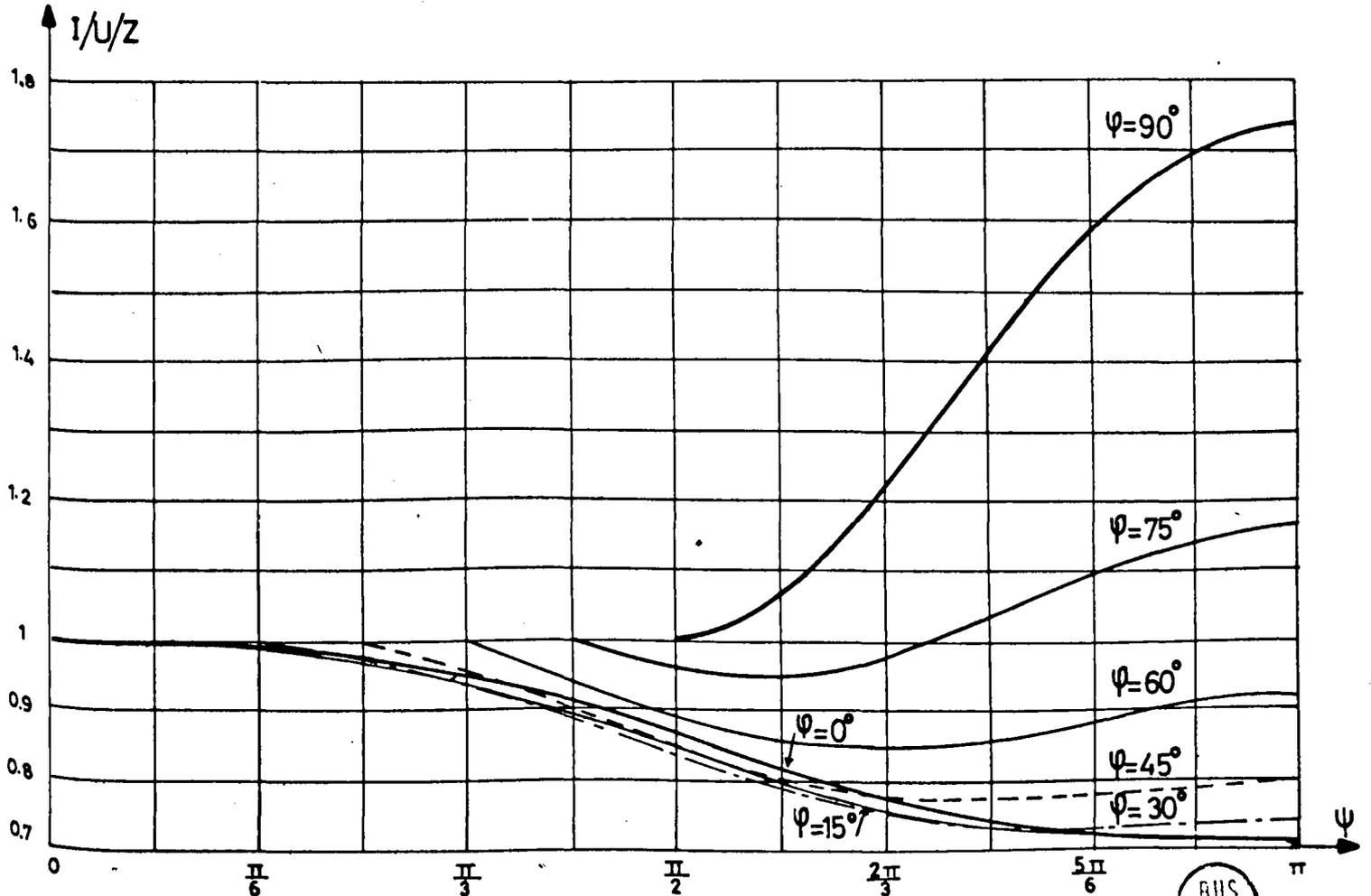
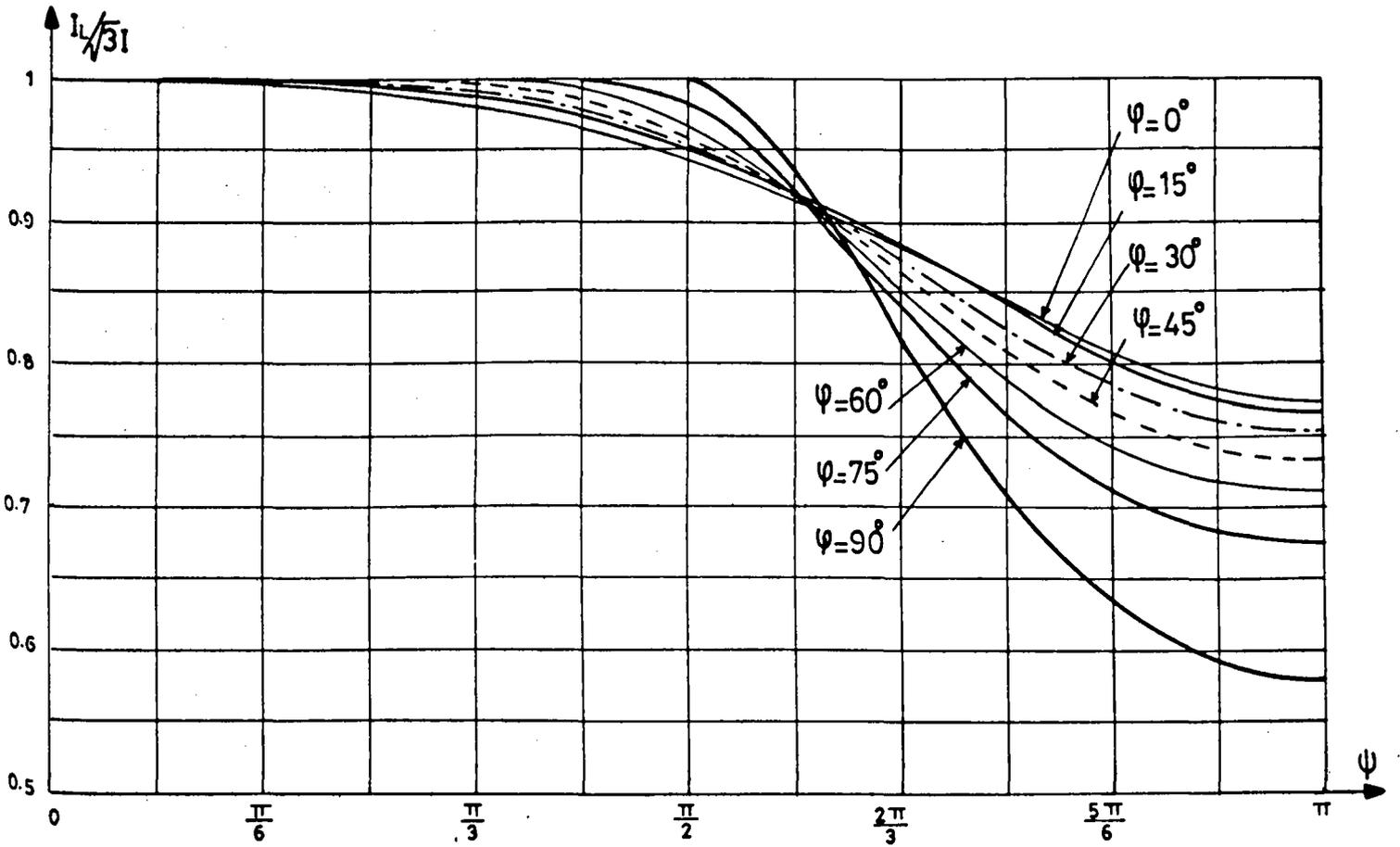


$\Psi = 5\pi/6$
2^{ème} régime

Groupement en Δ de 3 grad. monoph. mixtes







3 grad. mixtes en triangle - caractéristiques -



CHAPITRE 6
-:-:-:-:-

* COMPARAISON DES GRADATEURS TPIPHASES *

I. OBSERVATIONS GENERALES

La puissance mise en jeu par certains équipements à gradateurs nécessite, outre l'examen du fonctionnement de ceux-ci et le tracé de leur caractéristique de commande, la détermination précise des caractéristiques des courants et des tensions.

C'est à cette détermination qu'a été consacrée la plus longue partie des chapitres précédents. Nous y avons calculé, en fonction du paramètre caractérisant le récepteur et de l'angle de commande, la valeur efficace V' de la tension aux bornes de la charge, la valeur efficace I du courant dans celle-ci ou dans la ligne d'alimentation, le fondamental V'_1 et les harmoniques V'_n de la tension.

Or, pour la comparaison et le choix des gradateurs, la connaissance des harmoniques du courant est d'ordinaire plus important que celle des harmoniques de la tension.

Nous avons calculé le *développement en série de la tension à la place de celui du courant* car

- . le calcul est plus simple,
- . on passe très facilement du premier au second,
- . la présentation des résultats est plus commode.

. Les expressions des tensions sont *plus simples* que celles des courants. Durant les divers intervalles à considérer au cours d'une période, la tension aux bornes d'une phase réceptrice est soit nulle, soit égale à une tension simple du réseau ou à la moitié d'une tension composée. Malgré cela, les limites des intervalles à considérer étant déterminées à partir des expressions des courants, les calculs portant sur les tensions sont longs et la formulation des résultats assez lourde.

Avec les courants, qui ont des expressions moins simples que celle des tensions, l'évaluation des termes du développement en série aurait été encore bien plus pénible. On a une idée de la complication quand on passe des tensions aux courants en comparant la détermination, toujours très rapide, de la valeur efficace V' des tensions à celle de la valeur efficace I des courants.

. Or il est *très facile de passer du fondamental et des harmoniques de la tension à ceux des courants.*

Pour le fondamental,

$$\frac{I_1}{V/Z} = \frac{V'_1}{V}$$

Pour les harmoniques,

. si le récepteur est purement résistant,

$$\frac{I_n}{V/R} = \frac{V'_n}{V}$$

. si le récepteur est résistant et inductif,

$$\frac{I_n}{V/Z} = \frac{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}{V} \cdot \frac{V'_n}{\sqrt{R^2 + L^2 n^2 \omega^2}} = \frac{V'_n}{V} \sqrt{\frac{1 + Q^2}{1 + n^2 Q^2}}$$

. si le récepteur est une inductance pure,

$$\frac{I_n}{V/Z} = \frac{L\omega}{V} \cdot \frac{V'_n}{Ln\omega} = \frac{1}{n} \frac{V'_n}{V}$$

Toutefois le développement en série des courants étant, comme celui des tensions, illimité pour avoir une expression exacte de la valeur efficace I des courants il a fallu la calculer directement.

. On a pu tracer à la même échelle les *caractéristiques* donnant $I/V/Z$, V'/V , V'_1/V et V'_n/V pour les premières valeurs de n. Dès que le récepteur est inductif le rapport de $I_n/V/Z$ à V'_n/V décroît très vite en fonction de n ; il serait pratiquement impossible de tracer les variations de $I_n/V/Z$ à la même échelle que les autres caractéristiques.

Pour illustrer cette remarque, on a tracé (Planche 6.1, à la fin de ce chapitre) les courbes montrant les variations du rapport

$$\frac{I_n/I_1}{V'_n/V'_1}, \text{ égal à } \sqrt{\frac{1+Q^2}{1+n^2Q^2}},$$

en fonction de l'argument φ du récepteur à la fréquence fondamentale, pour les premières valeurs du rang n des harmoniques. Ces courbes montrent que d'une manière générale, les courants harmoniques sont d'autant plus faibles que le récepteur est plus inductif et que leur rang n est plus grand.

II. COMPARAISON DES GRADATEURS. CHOIX A EFFECTUER

S'il est difficile d'énoncer des règles absolues donnant le type de gradateur à utiliser pour un type d'application déterminée, les caractéristiques établies pour les trois types de gradateurs triphasés et leurs variantes permettent de guider assez étroitement le choix du montage à retenir.

Ce choix est fonction du type de récepteur à alimenter, de sa puissance et de la profondeur du réglage souhaitée.

II.1. Cas où la limitation des courants harmoniques pris au réseau est prépondérante

Quand c'est la qualité de l'onde de courant pris au réseau qui importe le plus, ce qui est souvent le cas pour les *montages de moyenne et forte puissance*, on cherche à réduire au maximum l'importance des courants harmoniques absorbés.

Le gradateur mixte ne peut convenir car les courants comportent, outre les harmoniques impairs, tous les harmoniques pairs de rang non multiple de trois, en particulier l'harmonique deux dont la valeur devient vite comparable à celle du fondamental quand le retard au déblocage des thyristors croît.

Le choix se limite alors forcément aux deux montages à six thyristors :

- *trois gradateurs monophasés groupés en triangle*
- *gradateur triphasé tout thyristors.*

A noter que celui-ci est susceptible de donner des variantes intéressantes. Les trois phases réceptrices peuvent être couplées soit en étoile soit en triangle. Si les six phases du récepteur sont sorties on peut placer le gradateur en aval de la charge : si les trois groupes de redresseurs sont en étoile, leur mise en œuvre est facilitée par le fait qu'ils ont un point commun ; si les trois groupes de redresseurs sont branchés en triangle, leur commande est simplifiée et leur calibre est sensiblement réduit.

. Pour comparer ces deux montages, on a représenté (Planches 6.2 et 6.3), pour sept valeurs de l'argument φ du récepteur, les variations des premiers harmoniques de courant rapportés au fondamental, en fonction de la profondeur du réglage de la tension, c'est-à-dire de la diminution de V'/V .

Le gradateur triphasé (courbes en traits pleins) prend les mêmes courants en ligne et dans les phases réceptrices. Dans ces courants on trouve les harmoniques 5, 7, 11, 13...

Le groupement en triangle (courbes en traits interrompus) donne dans le récepteur tous les harmoniques impairs. Mais les harmoniques de rang 3 ou multiple de 3 disparaissent des courants en ligne où il ne reste que les harmoniques 5, 7, 11, 13...

La comparaison des courbes tracées montre l'importance de l'harmonique 3 dans le groupement en triangle. Par contre les harmoniques 5 et 7 sont en moyenne, nettement plus faibles que ceux donnés par le gradateur triphasé. On arrive donc à la conclusion suivante :

En ce qui concerne le courant en ligne, le groupement de trois gradateurs monophasés est meilleur que le gradateur tout thyristors. Par contre il est moins bon en ce qui concerne le courant dans le récepteur.

. Cette conclusion donne un critère de choix :

- Quand c'est la réduction des harmoniques du courant demandé au réseau qui importe le plus, ce qui est le cas des montages de puissance alimentant des *récepteurs passifs*, il faut adopter le groupement en triangle de trois gradateurs monophasés.

- Quand c'est la qualité des signaux appliqués au récepteur qui importe le plus, il faut utiliser le gradateur tout thyristors. C'est en particulier le cas du *moteur asynchrone* dont on fait varier la vitesse par réduction, à l'aide d'un gradateur, de la tension appliquée à ses bornes.

Le moteur supporte mal en effet les tensions harmoniques de rang 3 ou multiple de 3 ; ces tensions forment des systèmes homopolaires et donnent lieu à des courants importants car l'impédance présentée par un bobinage triphasé à un système homolaire est très faible.

II.2. Réduction du rapport entre le courant en ligne et le courant dans le récepteur

Si la nature du courant dans le récepteur est sans importance, ce qui est le cas des montages alimentant des résistances électriques de chauffage, et si de plus, il n'est pas nécessaire de faire varier le courant continuellement de son maximum à zéro mais seulement d'effectuer une régulation autour d'une valeur de consigne, le groupement en triangle de trois gradateurs mixtes est intéressant.

En effet, le groupement en triangle de trois gradateurs, qu'ils soient tout thyristors ou mixtes, permet la suppression dans les courants en ligne des harmoniques de rang 3 ou multiple de 3 alors qu'ils existent dans les phases du récepteur. Si de plus les trois gradateurs sont mixtes, les phases réceptrices sont traversées par une composante continue qui n'apparaît pas en ligne. Il en résulte donc une diminution relative des courants en ligne par rapport aux courants dans le récepteur et, à puissance active donnée, une réduction de la puissance apparente prise au réseau.

Afin de caractériser cette réduction on a calculé le facteur de puissance en ligne des montages gradateurs débitant sur un récepteur purement résistant. Pour les groupements de trois gradateurs monophasés tout thyristors ou mixtes,

$$f_L = \frac{3 R I^2}{\sqrt{3} U I_L} = \frac{\frac{I}{U/R}}{\frac{I_L}{\sqrt{3} I}}$$

Pour les gradateurs triphasés tout thyristors ou mixtes, puisque $I_L = I$,

$$f_L = \frac{3 R I^2}{\sqrt{3} U I} = \frac{I}{V/R} = \frac{V'}{V}$$

Afin de comparer les différents montages, à réduction de la tension de sortie donc du courant dans le récepteur donnée, on a tracé (Planche 6.4) les courbes donnant le facteur de puissance en ligne, en fonction de U'/U .

- pour le groupement en triangle de trois gradateurs monophasés mixtes (courbe en trait plein),
- pour le groupement en triangle de trois gradateurs monophasés tout thyristors (courbe en trait interrompus).

On a rappelé en traits mixtes la droite donnant f_L pour les gradateurs triphasés.

Les courbes sont limitées à U'/U égal à $1/\sqrt{2}$ puisqu'il n'est pas possible de réduire davantage la tension avec trois gradateurs monophasés mixtes.

. L'examen des caractéristiques de la planche 6.4 met bien en évidence l'intérêt du groupement de trois gradateurs monophasés mixtes : le facteur de puissance est nettement meilleur et ne descend jamais au-dessous de 0,87. Mais comme nous l'avons déjà précisé ce montage ne permet qu'un réglage limité et n'est pratiquement utilisable que pour les récepteurs résistants. Dès que la charge devient inductive le réglage du courant est encore plus limité ou même le courant ne diminue pas quand le retard au débloccage des thyristors augmente.

II.3. Cas des montages de faible puissance

. Au fur et à mesure que la puissance décroît, c'est la facilité de mise en oeuvre du montage, la réduction du coût des redresseurs et la simplification de leur commande qui deviennent prépondérants. A cause des possibilités offertes par ses variantes le *gradateur tout thyristors* se substitue au groupement en triangle.

- En plaçant le gradateur entre le réseau et le récepteur, il est possible de changer le couplage des trois phases de celui-ci, passant de l'étoile au triangle par exemple, sans qu'il soit nécessaire de modifier quoi que ce soit au gradateur. On réalise ainsi un équipement présentant deux gammes de réglage.

- En plaçant le gradateur en aval de la charge, il est possible de coupler en triangle (fig. 5.7) les trois groupes de redresseurs. Cette variante, qui ne modifie en rien les performances du montage, réduit le courant traversant les thyristors ce qui permet de diminuer leur calibre et diminue les pertes joule qu'ils provoquent. De plus la nécessité de signaux de confirmation disparaissant, les conditions imposées aux signaux de commande sont simplifiées.

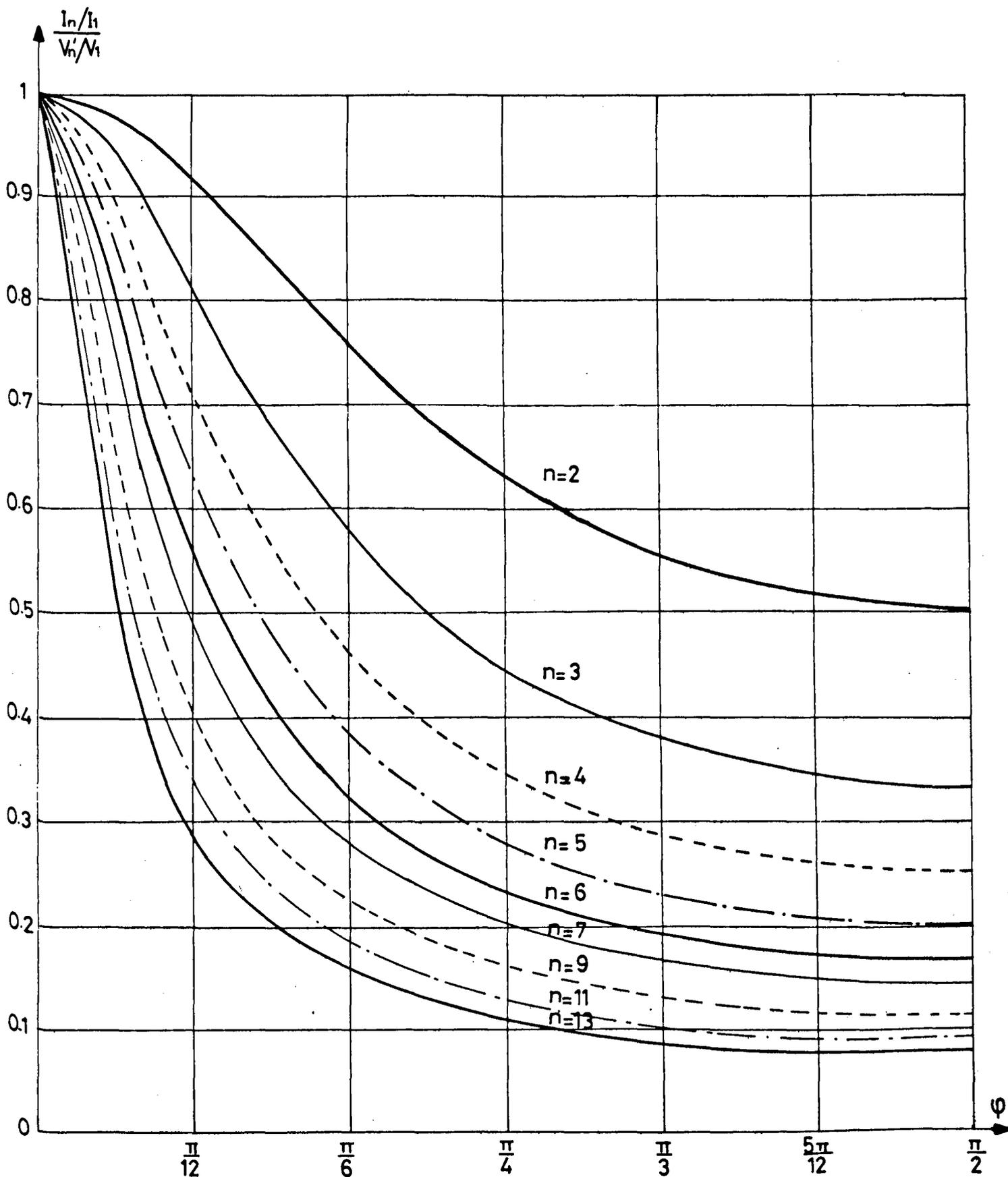
- En plaçant le gradateur en aval du récepteur, on donne à tous les redresseurs une borne commune (fig. 5.4). Pour les équipements de faible puissance, si on remplace les six thyristors par trois triacs, cette configuration permet une simplification intéressante de la commande.

. Si la diminution de l'intérêt porté à la question des harmoniques des courants en lignes rend plus intéressant le gradateur triphasé tout thyristors que le groupement en triangle de trois gradateurs monophasés, il est rare qu'elle conduise à l'adoption du *gradateur triphasé mixte*. A cause de l'importance de ses harmoniques de rang faible celui-ci n'est utilisable que pour les équipements de très faible puissance. Même alors, il ne peut convenir pour l'alimentation de petits moteurs triphasés car l'harmonique deux crée un couple antagoniste relativement important.

La variante du gradateur triphasé mixte utilisant trois thyristors en triangle (fig. 5.8) n'offre guère d'intérêt. La suppression des trois diodes entraîne l'augmentation du calibre à donner aux thyristors et complique leur commande.

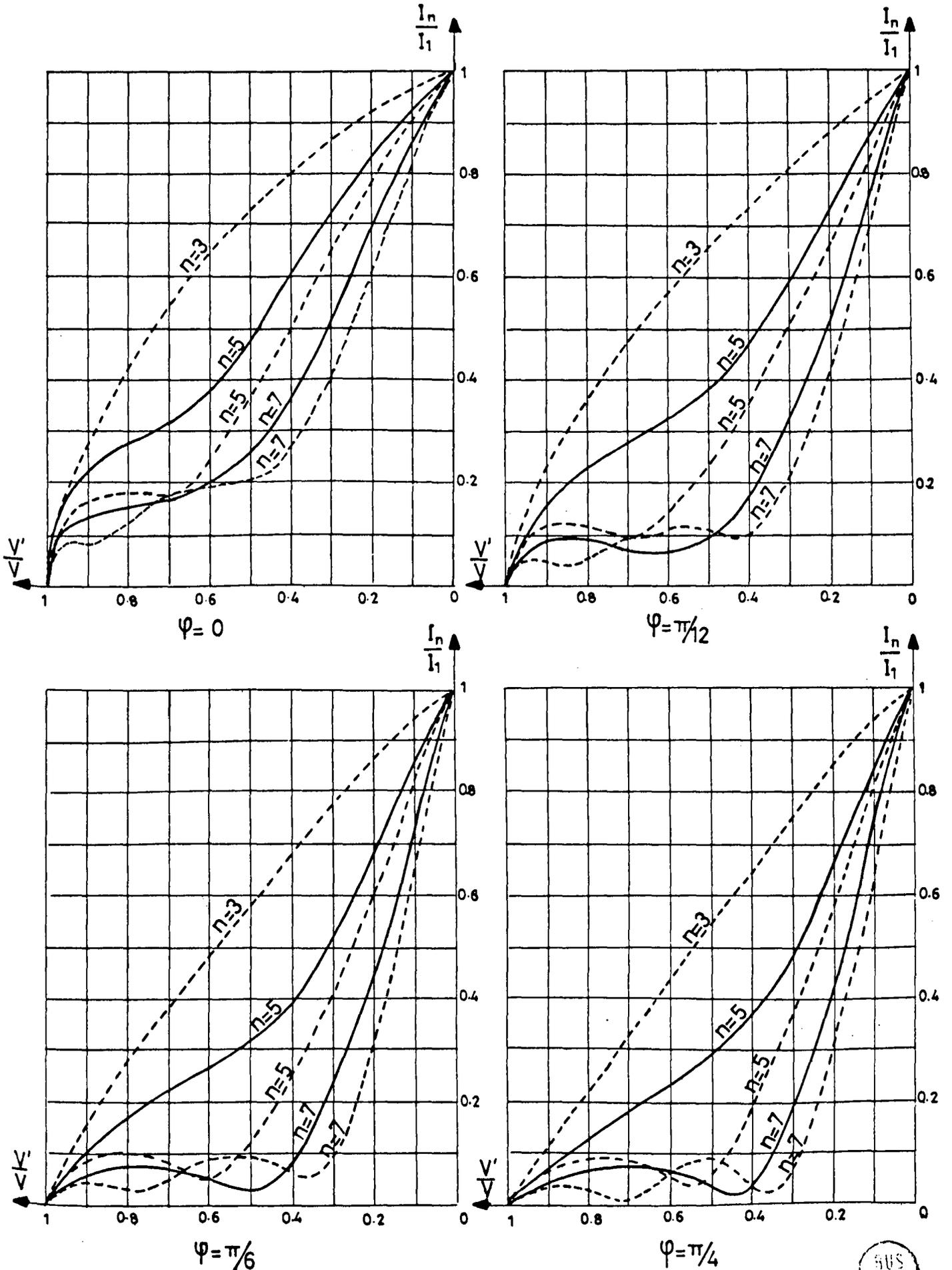
Le gradateur mixte sera utilisé, précisément à cause de l'importance des harmoniques deux, dans le doubleur de fréquence que nous étudierons au chapitre 8.

La configuration du gradateur du montage étudié au chapitre 7 est également celle d'un gradateur triphasé mixte. Mais le récepteur qu'il alimentera alors ne sera pas linéaire et les conclusions de l'étude générale ne saurait, de ce fait, être appliquées à ce montage.



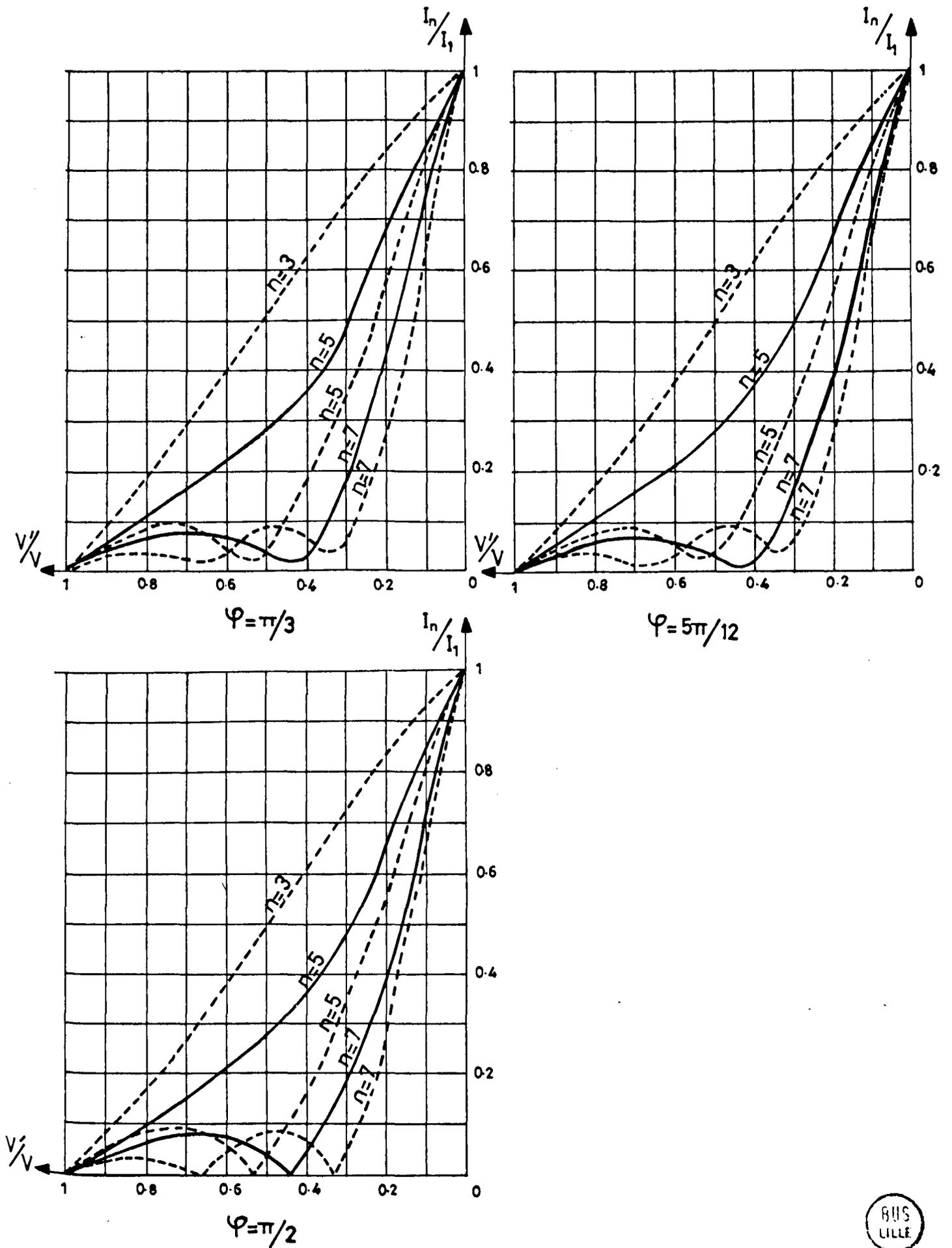
Passage des harmoniques de tension
aux harmoniques de courant





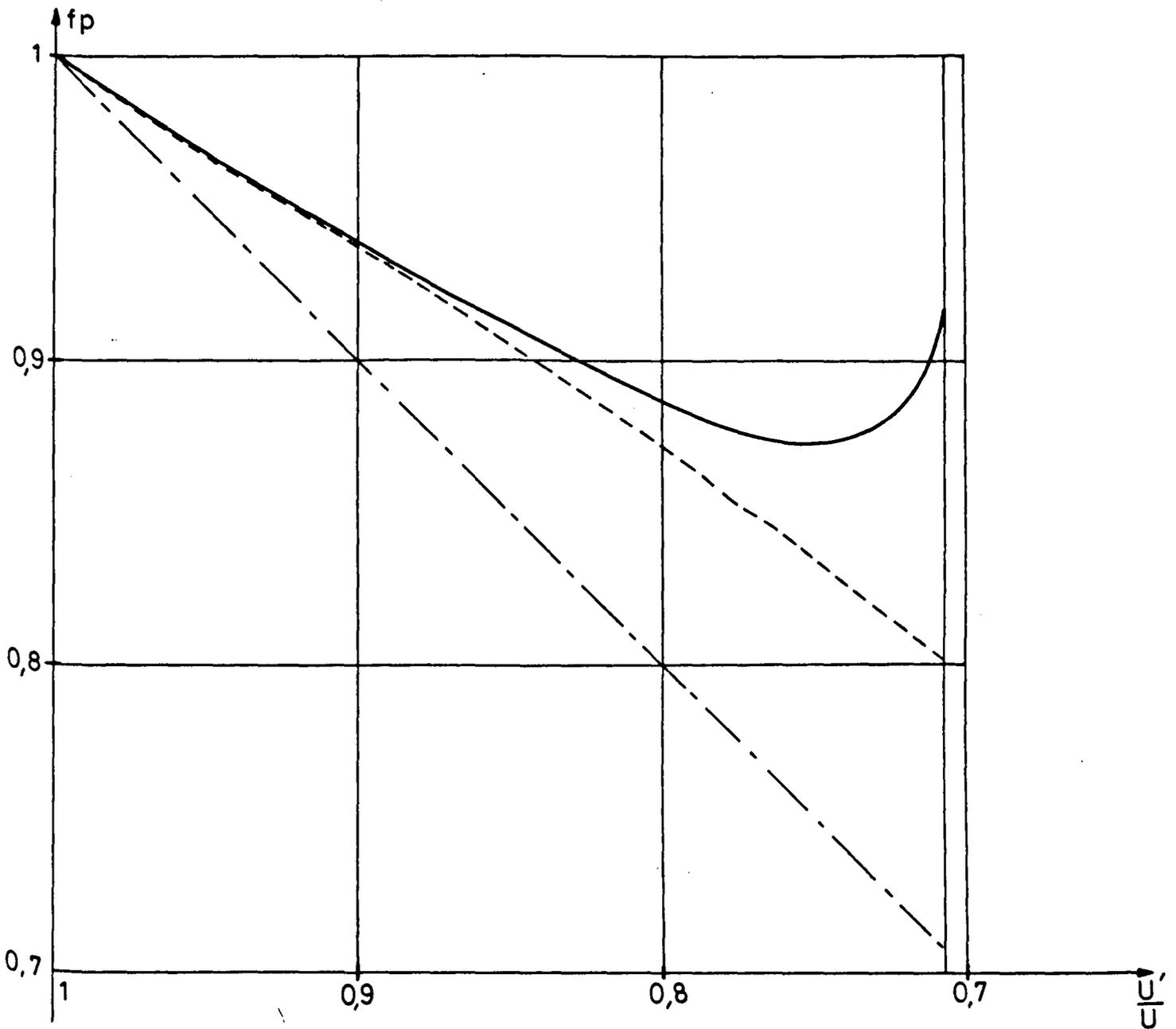
Importance relative des harmoniques
 — grad. triphasé tout thyristors
 - - - 3 grad. mono. en triangle





Importance relative des harmoniques
 — grad. triphasé tout thyristors
 - - - 3.grad. monoph. en triangle





Débit sur R , facteur de puissance en ligne

- 3 grad. mixte en Δ
- - - 3 grad. tout thyristors en Δ
- · - · Grad. triphasé



CHAPITRE 7

-:-:-:-:-

```

*****
*      EMPLOI D'UN ENSEMBLE GRADATEUR MIXTE-TRANSFORMATEUR-DIODES      *
*                                                                           *
*      POUR L'OBTENTION DES BASSES TENSIONS REDRESSEES VARIABLES        *
*                                                                           *
*****

```

La réalisation d'une tension continue variable à partir d'un réseau triphasé est avantageusement opérée au moyen d'un montage redresseur mixte. En effet, si la réversibilité du montage n'est pas nécessaire, la diminution de la tension redressée, à courant continu débité constant, s'accompagne d'une réduction du courant dans les bobinages du transformateur et dans la ligne d'alimentation, donc des pertes correspondantes. Cependant, ce montage nécessite la conduction simultanée de deux redresseurs en série ; la chute de tension dans les redresseurs et les pertes qu'elle entraîne deviennent prohibitives si l'on veut réaliser une *basse tension continue variable*,

Il est alors intéressant d'utiliser un simple montage redresseur à diodes, et de faire varier la tension redressée en réglant la tension du primaire du transformateur en intercalant entre le réseau et celui-ci un gradateur.

Plusieurs montages sont possibles, nous allons étudier ici un des plus simples et des plus performants, utilisant un gradateur mixte.

Le gradateur (Fig. 7.1) constitué par trois ensembles thyristors-diodes Th_A et D_A , Th_B et D_B , Th_C et D_C est branché entre les trois bornes du réseau d'alimentation et celles du primaire du transformateur couplé en étoile. Les bornes du secondaire, également en étoile, sont réunies à trois diodes D'_A , D'_B et D'_C à cathodes réunies. La tension redressée u_c est obtenue entre le point neutre du secondaire et le point commun aux diodes. On a également représenté sur la figure 7.1, en traits interrompus, les trois noyaux N_A , N_B et N_C du circuit magnétique du transformateur.

I. ANALYSE DU FONCTIONNEMENT

I.1. Notations et hypothèses

- On désigne par v_A , v_B , v_C les tensions de la source, supposée d'impédance interne nulle, de valeur efficace V et de pulsation ω , telles que :

$$v_A = V_m \sin \theta ; v_B = V_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) ; v_C = V_m \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}),$$

avec $\theta = \omega t$ et $V_m = V \sqrt{2}$

Les enroulements primaires de n_1 tours, ont des tensions aux bornes v_{1A} , v_{1B} , v_{1C} et sont parcourus par les courants i_{1A} , i_{1B} et i_{1C} .

Diodes Transformateur Gradateur Source

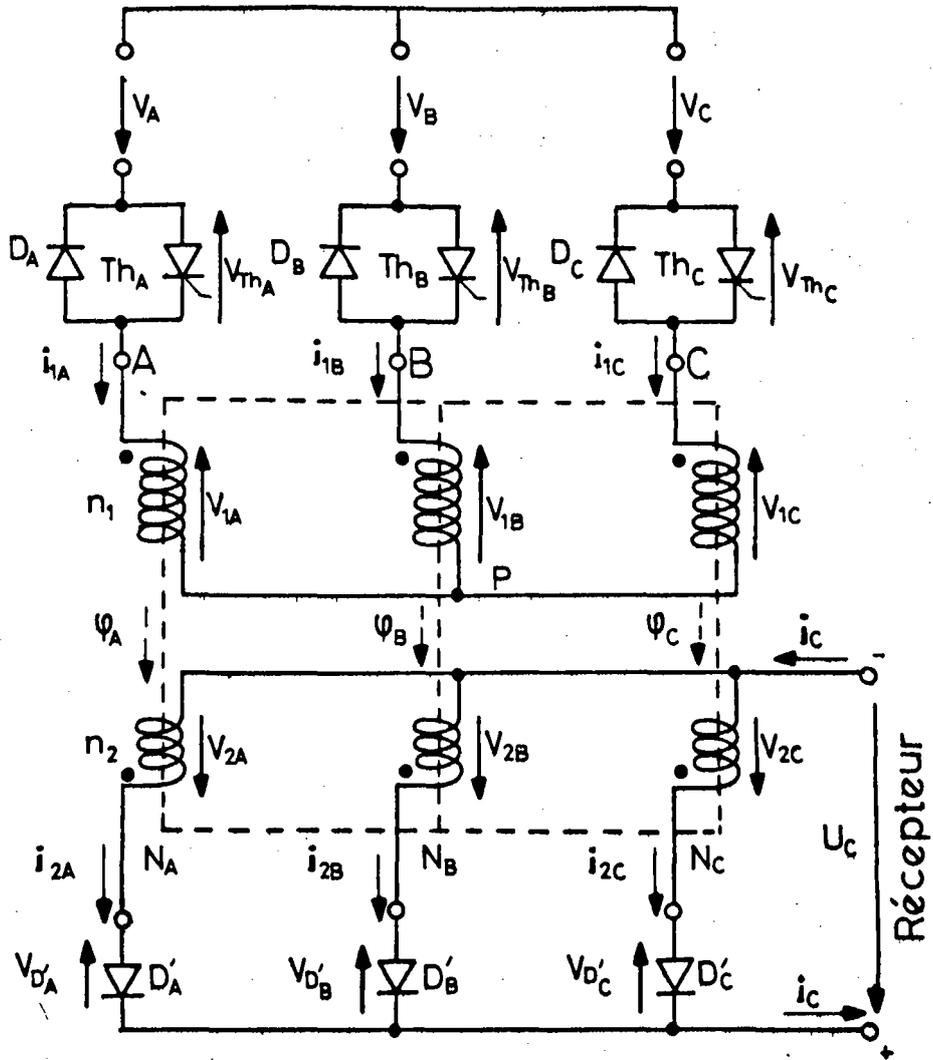


Fig. 7.1.



Les bobinages secondaires de n_2 tours, sont sièges des tensions v_{2A} , v_{2B} , v_{2C} et sont traversés par les courants i_{2A} , i_{2B} et i_{2C} .

On désigne par ϕ_A , ϕ_B , ϕ_C les flux dans les noyaux N_A , N_B et N_C du circuit magnétique du transformateur.

Les tensions aux bornes des trois ensembles redresseurs du gradateur sont notées v_{Th_A} , v_{Th_B} , v_{Th_C} celles aux bornes des diodes du montage redresseur $v_{D'_A}$, $v_{D'_B}$, $v_{D'_C}$.

- On suppose parfaits le transformateur et tous les redresseurs. On néglige donc toutes les causes de chute de tension en charge, les flux de fuite, les pertes fer du transformateur et son courant magnétisant.

Dans ces conditions, les tensions aux bornes des bobinages sont liées par les relations :

$$\frac{v_{1A}}{v_{2A}} = \frac{v_{1B}}{v_{2B}} = \frac{v_{1C}}{v_{2C}} = \frac{n_1}{n_2} = m \quad (1)$$

La compensation des ampères-tours le long de tout circuit magnétique fermé donne entre les courants les relations suivantes :

$$\begin{aligned} m i_{1A} - m i_{1B} &= i_{2A} - i_{2B} \\ m i_{1B} - m i_{1C} &= i_{2B} - i_{2C} \\ m i_{1C} - m i_{1A} &= i_{2C} - i_{2A} \end{aligned} \quad (2)$$

On suppose de plus que le courant continu débité par le montage redresseur est parfaitement lissé et que l'on peut confondre tout au long de la période sa valeur instantanée i_c avec sa valeur moyenne I_c .

- On déclenche les thyristors Th_A , Th_B , Th_C à des intervalles de temps égaux à un tiers de période. Le déblocage de Th_A est repéré par l'angle ψ , compté à partir du moment où v_A devient la plus positive des tensions d'alimentation, donc à partir de $\theta = \pi/6$.

Comme dans l'étude générale, l'identité à $2\pi/3$ ou $4\pi/3$ près du fonctionnement des trois phases permet de limiter à un tiers de période, l'étude de l'évolution des variables

Pour les courants primaires, par exemple,

puisque $i_{1B}(\theta + \frac{2\pi}{3}) = i_{1A}(\theta)$ et $i_{1C}(\theta + \frac{4\pi}{3}) = i_{1A}(\theta)$, on aura :

$$i_{1A}(\theta + 2\pi/3) = i_{1C}(\theta) \quad i_{1A}(\theta + 4\pi/3) = i_{1B}(\theta)$$

- Quand l'angle ψ croît de 0 à π , trois modes de fonctionnement se succèdent, caractérisés par le nombre de redresseurs simultanément passants :

- . premier mode : 3 ou 2 redresseurs du gradateur conducteurs, débit de 1 ou 2 diodes du montage redresseur.
- . deuxième mode : 3, 2 ou 0 redresseurs du gradateur conducteurs, débit de 1, 2 ou 3 diodes du montage redresseur.

. troisième mode : 2 ou 0 redresseurs du gradateur conducteurs, débit de 2 ou 3 diodes du montage redresseur.

On a représenté (Planche 7.1 et 7.2) pour $\psi = 0$, et pour trois valeurs de ψ correspondant à chacun des modes de fonctionnement, les diagrammes de conduction des redresseurs, les formes d'ondes des tensions d'alimentation, celle v_{1A} de la tension aux bornes d'un enroulement primaire, égale d'ailleurs à $m v_{2A}$, celles de la tension continue redressée u_c , et des tensions aux bornes des redresseurs du gradateur v_{Th_A} et du montage redresseur $v_{D'_A}$. On a également représenté les formes d'ondes des courants i_{2A} et i_{1A} dans les bobinages secondaire et primaire.

I.2. Premier mode de fonctionnement $0 < \psi < \pi/3$

- Pendant l'intervalle $\psi + \pi/6 < \theta < 5\pi/6$, les redresseur Th_A , D'_B , D'_C et D'_A conduisent. Puisque un redresseur par phase du gradateur est passant, les tensions primaires égalent les tension simples de la source :

$$v_{1A} = v_A ; v_{1B} = v_B ; v_{1C} = v_C ; v_{Th_A} = v_{Th_B} = v_{Th_C} = 0$$

D'après les relations (1)

$$v_{2A} = v_A/m ; v_{2B} = v_B/m ; v_{2C} = v_C/m$$

Durant cet intervalle, v_{2A} étant la plus positive des tensions secondaires, la diode D'_A conduit et sa conduction entraîne ou confirme le blocage des deux autres diodes du montage redresseur puisque :

$$v_{D'_A} = 0 ; v_{D'_B} = v_{2B} - v_{2A} < 0 ; v_{D'_C} = v_{2C} - v_{2A} < 0$$

la tension redressée u_c est égale à v_{2A}

La diode D'_A écoule le courant I_c , donc :

$$i_{2A} = I_c ; i_{2B} = 0 ; i_{2C} = 0$$

Les équations (2) donnent $i_{1B} = i_{1C}$ et $i_{1A} - i_{1B} = \frac{I_c}{m}$ et puisque la somme des courants primaires est nulle $i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$, on obtient

$$i_{1A} = -\frac{2I_c}{3m} \quad i_{1B} = i_{1C} = -\frac{I_c}{3m}$$

- A l'instant où θ égale $5\pi/6$, la tension v_{2B} devient égale à la tension v_{2A} , ce qui provoque l'entrée en conduction de la diode D'_B :

Le débit de D'_B n'entraîne pas le blocage de D'_A , car si la diode D'_B écoulait seule le courant I_c , les relations (2) donneraient $i_{1C} = i_{1A}$. Or i_{1C} ne peut être que négatif car le thyristor Th_C n'a pas encore reçu son impulsion de déblocage et i_{1A} ne peut être que positif, car Th_A est le seul thyristor susceptible de conduire. A partir de $\theta = 5\pi/6$, les diodes D'_A et D'_B conduisent simultanément.

Ce débit simultané entraîne l'égalité des tensions v_{2B} et v_{2A} , donc des tensions v_{1B} et v_{1A} . Les bornes primaires A et B ne peuvent donc pas être toutes les deux reliées à la source. Puisque Th_A est le seul thyristor conducteur, c'est la diode D_B qui se bloque, le courant fourni par Th_A revenant par la diode D_C .

- Pendant l'intervalle $\frac{5\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{5\pi}{6}$, les redresseurs Th_A et D_C , D'_A et D'_B conduisent.

La conduction simultanée de D'_A et D'_B , entraîne l'égalité des tensions v_{2A} et v_{2B} , donc celles des tensions v_{1A} et v_{1B} et des flux ϕ_A et ϕ_B dans les noyaux N_A et N_B

$$\text{Puisque } \phi_A + \phi_B + \phi_C = 0, \phi_C = -2\phi_A$$

Si on désigne par v_p le potentiel du point neutre des bobines primaires, par rapport au point neutre de la source, il vient :

$$v_{1A} = v_A - v_p = n_1 \frac{d\phi_A}{dt}; \quad v_{1C} = v_C - v_p = n_1 \frac{d\phi_C}{dt} = -2n_1 \frac{d\phi_A}{dt}$$

$$\text{On a donc } v_{1A} - v_{1C} = v_A - v_C = 3n_1 \frac{d\phi_A}{dt}$$

et $n_1 \frac{d\phi_A}{dt} = \frac{v_A - v_C}{3} = v_{1A}$. D'où les expressions des diverses tensions :

$$v_{1A} = v_{1B} = \frac{1}{3}(v_A - v_C); \quad v_{1C} = -\frac{2}{3}(v_A - v_C)$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_C} = 0; \quad v_{Th_B} = v_B - v_A > 0$$

$$v_{D'_A} = v_{D'_B} = 0 \quad v_{D'_C} = -\frac{1}{m}(v_A - v_C) < 0$$

Le courant i_{1B} étant nul, $i_{1A} = -i_{1C}$. Le courant i_{2C} étant nul, $i_{2A} + i_{2B} = I_c$. Dans ces conditions, puisque les équations (2) donnent :

$$m i_{1A} = i_{2A} - i_{2B}; \quad -m i_{1C} = i_{2B}, \text{ il vient}$$

$i_{2A} = 2 i_{2B}$, donc les courants non nuls ont pour valeurs

$$i_{2A} = \frac{2 I_c}{3}; \quad i_{2B} = \frac{I_c}{3}; \quad i_{1A} = \frac{I_c}{3m} = -i_{1C}$$

- A l'instant où θ égale $\psi + \frac{5\pi}{6}$, une impulsion de déblocage est envoyée sur Th_B .

La tension à ses bornes, $v_B - v_A$, étant positive, ce thyristor se met à conduire. Les bornes du primaire étant alors reliées à la source, les tensions v_{1A} , v_{1B} et v_{1C} sont égales aux tensions simples de la source et les tensions secondaires valent $v_{2A} = v_A/m$, $v_{2B} = v_B/m$, $v_{2C} = v_C/m$. La tension v_{2B} étant la plus positive des tensions secondaires, le débit de D'_B entraîne le blocage de D'_A .

Le courant continu I_C étant fourni par la seule diode D'_B , les courants i_{2A} et i_{2C} sont nuls. La troisième des relations (2) donne dans ces conditions $i_{1A} = i_{1C}$. Puisque Th_C n'est pas amorcé, i_{1C} est négatif et i_{1A} l'est donc également. La liaison de la borne A à la source est assurée par D_A et non plus par Th_A .

La mise en conduction de Th_B entraîne donc le blocage de D'_A et de Th_A , et la conduction de D_A .

A partir de $\theta = \psi + \frac{5\pi}{6}$ débute un intervalle de fonctionnement analogue à celui rencontré un tiers de période plus tôt.

- La limite inférieure de la valeur de ψ correspondant à ce premier mode s'obtient en remarquant que les débits simultanés de deux diodes du montage redresseur durent ψ/ω . Si $\psi = 0$, il y a toujours une seule de ces diodes passantes, le montage fonctionne comme si le gradateur était remplacé par un interrupteur tripolaire fermé.

- On obtient la limite supérieure de la valeur de ψ , en remarquant que ce premier mode de fonctionnement cesse quand au déclenchement de Th_B , la tension $v_{D'_C}$ cesse d'être négative, donc quand pour $\theta = \psi + \frac{5\pi}{6}$, la tension $v_C - v_A$ tend à devenir positive, soit pour

$$\psi + \frac{5\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \text{ ou } \psi = \frac{\pi}{3}.$$

I.3. Deuxième mode de fonctionnement $\frac{\pi}{3} < \psi < \frac{2\pi}{3}$

- Pendant l'intervalle $\psi + \frac{\pi}{6} < \theta < \frac{5\pi}{6}$, Th_A , D_B , D_C et D'_A conduisent.

Le fonctionnement, les expressions des diverses tensions et courants sont les mêmes que ceux trouvés au début de l'étude du premier mode, puisque les mêmes redresseurs conduisent.

Pour $\theta = \frac{5\pi}{6}$, la diode D'_B se met à conduire, et comme précédemment, sa conduction entraîne le blocage de D_B .

- Pendant l'intervalle $\frac{5\pi}{6} < \theta < \frac{7\pi}{6}$, Th_A et D_C , D'_A et D'_B conduisent simultanément. On peut utiliser les résultats établis pour le deuxième intervalle du premier mode.

- A l'instant où θ égale $\frac{7\pi}{6}$, la tension $v_{D'_C}$ égale à $(v_C - v_A)/m$ s'annule tendant à devenir positive, la diode D'_C entre en conduction.

Les trois diodes du montage redresseur D'_A , D'_B et D'_C étant simultanément passantes, les trois tensions secondaires sont égales. Les trois tensions primaires devant être aussi égales, cela suppose que le primaire du transformateur soit séparé du réseau, donc que Th_A et D_C se bloquent. L'entrée en conduction de D'_C provoque l'extinction de Th_A et D_C .

- Pendant l'intervalle $7\pi/6 < \theta < \psi + 5\pi/6$, les trois diodes du montage redresseur D'_A , D'_B , D'_C conduisent, et tous les redresseurs du gradateur sont bloqués, le primaire du transformateur est isolé du réseau. On a donc :

$$v_{1A} = v_{1B} = v_{1C} = 0 ; v_{2A} = v_{2B} = v_{2C} = 0 ; u_c = 0$$

$$v_{D'_A} = v_{D'_B} = v_{D'_C} = 0$$

Les courants primaires sont tous nuls : $i_{1A} = i_{1B} = i_{1C} = 0$ et puisque $i_{2A} + i_{2B} + i_{2C} = I_c$ les relations (2) donnent :

$$i_{2A} = i_{2B} = i_{2C} = \frac{I_c}{3}$$

La tension v_A étant la plus négative des tensions de la source, dans cet intervalle, les faibles courants de fuites directs de Th_B et Th_C et inverses de D_B et D_C se ferment par D_A , portant le potentiel du point P à celui du point A. On a donc, pour les tensions aux bornes des redresseurs du gradateur :

$$v_{Th_A} = 0 ; v_{Th_B} = v_B - v_A > 0 ; v_{Th_C} = v_C - v_A > 0$$

- A l'instant où $\theta = \psi + \frac{5\pi}{6}$, v_{Th_B} étant positif l'impulsion envoyée sur la gâchette de Th_B le déclenche. Les tensions $v_B - v_A$ et $v_B - v_C$ étant positives, les diodes D_A et D_C entrent en conduction. Un redresseur par phase du gradateur étant passant, les tensions primaires deviennent égales aux tensions simples du réseau, et les tensions secondaires telles que :

$$v_{2A} = \frac{v_A}{m} ; v_{2B} = \frac{v_B}{m} ; v_{2C} = \frac{v_C}{m}$$

v_{2B} étant alors la plus positive des tensions secondaires, la conduction de D'_B entraîne le blocage de D'_A et D'_C .

L'intervalle qui débute avec Th_B , D_A , D_C et D'_B passants est analogue à celui où Th_A , D_C , D_B et D'_A conduisaient, un tiers de période auparavant.

La limite de ce mode de fonctionnement est atteinte, pour les valeurs de ψ croissantes, quand, à l'enclenchement de Th_A , la tension v_A cesse d'être la plus positive des tensions de la source, soit quand $\psi + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$ ou $\psi = \frac{2\pi}{3}$.

I.4. Troisième mode de fonctionnement $\frac{2\pi}{3} < \psi < \pi$

L'intervalle avec débit simultané de trois redresseurs du gradateur disparaît quand ψ égale $2\pi/3$.

- Pendant l'intervalle $\psi + \pi/6 < \theta < \frac{7\pi}{6}$, Th_A et D_C , D'_A et D'_B conduisent. Comme on l'a déjà montré, cela entraîne :

$$v_{1A} = v_{1B} = (v_A - v_C)/3 ; v_{1C} = -2(v_A - v_C)/3 ; v_{Th_B} = v_B - v_A$$

$$u_c = \frac{1}{3m} (v_A - v_C) ; v_{D'_C} = -\frac{1}{m} (v_A - v_C) < 0$$

$$i_{2A} = \frac{2}{3} I_c ; i_{2B} = \frac{I_c}{3} ; i_{1A} = \frac{I_c}{3m} ; i_{1C} = -\frac{I_c}{3m}$$

Ce fonctionnement cesse quand, pour $\theta = \frac{7\pi}{6}$, $v_{D'_C}$ cesse d'être négatif.

- Pendant l'intervalle $\frac{7\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{5\pi}{6}$, les trois diodes du montage redresseur D'_A, D'_B, D'_C conduisent simultanément. L'égalité des tensions secondaires, donc des tensions primaires, entraîne le blocage de tous les redresseurs du gradateur.

Toutes les tensions aux bornes des enroulements, ainsi que les trois courants primaires sont nuls. On a déjà vu qu'alors :

$$i_{2A} = i_{2B} = i_{2C} = \frac{I_c}{3} ; v_{Th_A} = 0 ; v_{Th_B} = v_B - v_A > 0 ; v_{Th_C} = v_C - v_A > 0.$$

- A l'instant où $\theta = \psi + \frac{5\pi}{6}$, puisque v_{Th_B} est positif, l'impulsion envoyée sur la gâchette de Th_B le rend conducteur, provoquant le débit de D_A et donc le blocage de D'_A . Le second tiers de période, avec Th_B, D_A, D'_B et D'_C passants, débute.

- Ce mode de fonctionnement cesse quand le thyristor Th_A n'a plus sa tension anodique positive lors de l'envoi des impulsions de déblocage pour $\theta = \psi + \frac{\pi}{6}$ soit pour $\psi = \pi$.

Pour $\pi < \psi < 2\pi$, les thyristors du gradateur ne peuvent pas être déblocés, le transformateur est déconnecté de la source, la tension u_c est constamment nulle.

II. CARACTERISTIQUES

La connaissance des expressions analytiques des courants et tensions pendant les divers intervalles qui composent une période, permet le calcul de la valeur moyenne U_c de la tension redressée u_c , des valeurs efficaces I_2 et I_1 des courants dans les bobinages secondaire et primaire et des premiers harmoniques I_{1n} des courants pris au réseau, en fonction de l'angle ψ , à courant redressé I_c donné.

II.1. Valeur moyenne de la tension redressée

La valeur moyenne U_c de la tension u_c est donnée par $U_c = \frac{3}{2\pi} \int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\psi + \frac{5\pi}{6}} u_c \, d\alpha$.

Pour chacun des trois modes de fonctionnement, on la reporte à valeur U_{c0} qu'elle a pour ψ nul, soit :

$$U_{co} = \frac{3}{2\pi} \frac{V_m}{m} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \sin\theta \, d\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} \frac{V_m}{m}. \text{ On obtient :}$$

- Pour le premier mode de fonctionnement

$$U_c = \frac{3}{2\pi} \frac{V_m}{m} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \sin\theta \, d\theta + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\psi + \frac{5\pi}{6}} \frac{1}{3} (\sin\theta - \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})) \, d\theta \right]$$

$$U_c = \frac{U_{co}}{\sqrt{3}} \left[\cos(\psi + \frac{\pi}{6}) + \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{3} \cos(\psi + \frac{5\pi}{6}) + \frac{1}{3} \sin\psi \right]$$

En développant cette expression et en simplifiant, il vient :

$$\frac{U_c}{U_{co}} = \frac{1 + 2\cos\psi}{3}$$

- Pour le deuxième mode de fonctionnement

$$U_c = \frac{3}{2\pi} \frac{V_m}{m} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \sin\theta \, d\theta + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{1}{3} (\sin\theta - \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})) \, d\theta \right]$$

$$U_c = \frac{U_{co}}{\sqrt{3}} \left[\cos(\psi + \frac{\pi}{6}) + \frac{2\sqrt{3}}{3} \right], \text{ soit}$$

$$\frac{U_c}{U_{co}} = \frac{2}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos(\psi + \frac{\pi}{6})$$

- Pour le troisième mode de fonctionnement

$$U_c = \frac{3}{2\pi} \frac{V_m}{m} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{1}{3} (\sin\theta - \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})) \, d\theta \right]$$

$$U_c = \frac{U_{co}}{3\sqrt{3}} \left[\cos(\psi + \frac{\pi}{6}) + \sqrt{3} - \cos(\psi + \frac{5\pi}{6}) \right]. \text{ En simplifiant,}$$

$$\frac{U_c}{U_{co}} = \frac{1 + \cos\psi}{3}$$

II.2. Valeur efficace du courant secondaire

Le courant débité étant supposé constant et égal à I_c , et le montage étant symétrique, le courant moyen dans chaque enroulement secondaire est, comme celui dans les diodes du montage redresseur, égal à $I_c/3$.

La valeur efficace des courants secondaires est donnée par $I_2^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i_{2A}^2 \, dt$.

Compte-tenu des déphasages entre les trois courants i_{2A} , i_{2B} et i_{2C} , le calcul peut s'effectuer sur un tiers de période par :

$$I_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\psi + \frac{5\pi}{6}} (i_{2A}^2 + i_{2B}^2 + i_{2C}^2) d\theta. \text{ On obtient :}$$

- Pour le premier mode de fonctionnement

$$I_2^2 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} I_c^2 d\theta + \int_0^{\psi} \left(\frac{4}{9} I_c^2 + \frac{1}{9} I_c^2 \right) d\theta \right]$$

$$I_2 = I_c \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{2\psi}{9\pi}}$$

- Pour le deuxième mode de fonctionnement

$$I_2^2 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} I_c^2 d\theta + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{4}{9} I_c^2 d\theta + 2 \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\psi + \frac{5\pi}{6}} \frac{I_c^2}{9} d\theta + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\psi + \frac{5\pi}{6}} \frac{I_c^2}{9} d\theta \right]$$

Après intégrations et simplifications, il vient :

$$I_2 = I_c \sqrt{\frac{10}{27} - \frac{\psi}{3\pi}}$$

- Pour le troisième mode de fonctionnement

$$I_2^2 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{4}{9} I_c^2 d\theta + \int_0^{2\psi} \frac{I_c^2}{9} d\theta \right], \text{ ce qui donne}$$

$$I_2 = \frac{I_c}{3} \sqrt{2 - \frac{\psi}{\pi}}$$

II.3. Valeur efficace du courant primaire

Les courants dans les enroulements primaires et dans la ligne d'alimentation ont une valeur moyenne nulle. Leur valeur efficace I_1 , calculée de la même façon que celle des courants secondaires a pour expressions :

- Pour le premier mode

$$I_1^2 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \frac{4}{9} \frac{I_c^2}{m^2} d\theta + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\psi + \frac{5\pi}{6}} \frac{I_c^2}{9m^2} d\theta + \int_{\psi + \frac{5\pi}{6}}^{\frac{13\pi}{6}} \frac{I_c^2}{9m^2} d\theta \right]$$

c → qui donne $I_1 = \frac{I_c}{3m} \sqrt{2 - \frac{2\psi}{\pi}}$

- Pour le deuxième mode

$$I_1^2 = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \frac{4}{9m^2} I_c^2 d\theta + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{1}{9} \frac{I_c^2}{m^2} d\theta + \int_{\psi + \frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \frac{I_c^2}{9m^2} d\theta + \int_{\psi + \frac{9\pi}{6}}^{\frac{13\pi}{6}} \frac{I_c^2}{9m^2} d\theta \right]$$

après intégrations et simplifications, on obtient :

$$I_1 = \frac{I_c}{3\pi} \sqrt{\frac{7}{3} - \frac{3\psi}{\pi}}$$

- Pour le troisième mode

$$I_1^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{2 I_c^2}{9m^2} d\theta \text{ soit } I_1 = \frac{I_c}{3m} \sqrt{1 - \frac{\psi}{\pi}}$$

II.4. Développement en série des courants pris au réseau

L'absence de conducteur neutre rend nulle la somme instantanée des courants i_{1A} , i_{1B} , i_{1C} absorbés par le montage, mais leurs alternances négatives différant de leurs alternances positives changées de signe, le développement en série de ces courants comprendra, outre le fondamental, tous les harmoniques pairs ou impairs sauf ceux de rang trois ou multiple de trois.

On calcule la valeur efficace I_{1n} de l'harmonique n par

$$I_{1n} = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

avec

$$A_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\psi + \frac{13\pi}{6}} i_{1A} \sin n\theta d\theta \text{ et } B_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\psi + \frac{13\pi}{6}} i_{1A} \cos n\theta d\theta$$

pour chacun des trois modes de fonctionnement.

II.4.1. Premier mode de fonctionnement

- Calcul de A_n

Compte-tenu des différentes définitions du courant i_{1A} au cours de la période, il vient :

$$A_n = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \frac{2 I_c}{3m} \sin n\theta \, d\theta + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\psi + \frac{5\pi}{6}} \frac{I_c}{3m} \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi + \frac{5\pi}{6}}^{\frac{13\pi}{6}} -\frac{I_c}{3m} \sin n\theta \, d\theta \right]$$

$$A_n = \frac{\sqrt{2} I_c}{6\pi m n} \left(2 \cos n\left(\psi + \frac{\pi}{6}\right) - 2 \cos n\left(\psi + \frac{5\pi}{6}\right) + \cos n \frac{13\pi}{6} - \cos n \frac{5\pi}{6} \right)$$

après regroupement et simplifications, on obtient :

$$A_n = \frac{\sqrt{2} I_c}{3\pi m n} \sin n \frac{\pi}{3} \left(2 \sin n\left(\psi + \frac{\pi}{2}\right) + \sin n \frac{\pi}{2} \right)$$

- Calcul de B_n

$$B_n = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \frac{2 I_c}{3m} \cos n\theta \, d\theta + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\psi + \frac{5\pi}{6}} \frac{I_c}{3m} \cos n\theta \, d\theta + \int_{\psi + \frac{5\pi}{6}}^{\frac{13\pi}{6}} -\frac{I_c}{3m} \cos n\theta \, d\theta \right]$$

Après le même type d'intégration et de simplification, on obtient :

$$B_n = \frac{\sqrt{2} I_c}{3\pi m n} \sin n \frac{\pi}{3} \left(2 \cos n\left(\psi + \frac{\pi}{2}\right) + \cos n \frac{\pi}{2} \right)$$

- Calcul de l'harmonique de rang n

Des valeurs de A_n et B_n , on tire la valeur de l'harmonique de rang n , on obtient ainsi :

$$I_{1n} = \frac{I_c}{m} \frac{\sqrt{2}}{3\pi n} \left| \sin n \frac{\pi}{3} \right| \sqrt{5 + 4 \cos n\psi}$$

En particulier le fondamental a pour expression :

$$I_{11} = \frac{I_c}{m\pi} \sqrt{\frac{5 + 4 \cos\psi}{6}}$$

II.4.2 Deuxième mode de fonctionnement

- Calcul de A_n

$$A_n = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \frac{2 I_c}{3m} \sin n\theta \, d\theta + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{I_c}{3m} \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi + \frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \frac{I_c}{3m} \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi + \frac{3\pi}{2}}^{\frac{13\pi}{6}} - \frac{I_c}{3m} \sin n\theta \, d\theta \right]$$

$$A_n = \frac{\sqrt{2} I_c}{6\pi mn} \left[2 \cos n(\psi + \frac{\pi}{6}) - \cos n \frac{5\pi}{6} - \cos n \frac{7\pi}{6} + \cos n \frac{11\pi}{6} + \cos n \frac{\pi}{6} - \cos n (\psi + \frac{5\pi}{6}) - \cos n (\psi + \frac{3\pi}{2}) \right]$$

Après simplifications on obtient

$$A_n = \frac{\sqrt{2} I_c}{3\pi mn} \left[(1 - \cos n \frac{\pi}{3} \cos n \pi) \cos n(\psi + \frac{\pi}{6}) + (1 - \cos n \pi) \cos n \frac{\pi}{6} \right]$$

- Calcul de B_n

De façon similaire on calcule B_n , avec :

$$B_n = \frac{1}{\sqrt{2}\pi} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \frac{2 I_c}{3m} \cos n\theta \, d\theta + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{I_c}{3m} \cos n\theta \, d\theta + \int_{\psi + \frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} \frac{I_c}{3m} \cos n\theta \, d\theta - \int_{\psi + \frac{3\pi}{2}}^{\frac{13\pi}{6}} \frac{I_c}{3m} \cos n\theta \, d\theta \right]$$

Le même type de simplifications donne :

$$B_n = \frac{\sqrt{2} I_c}{3\pi mn} \sin n(\psi + \frac{\pi}{6}) \left(\cos n \frac{\pi}{3} \cos n \pi - 1 \right)$$

- Calcul de l'harmonique de rang n

Des valeurs de A_n et B_n on tire :

$$I_{1n} = \frac{\sqrt{2} I_c}{3\pi mn} \left[\sin^2 n(\psi + \frac{\pi}{6}) \left(\cos n \frac{\pi}{3} \cos n \pi - 1 \right)^2 + \cos^2 n(\psi + \frac{\pi}{6}) \left(1 - \cos n \frac{\pi}{3} \cos n \pi \right)^2 + (1 - \cos n \pi)^2 \cos^2 n \frac{\pi}{6} + 2(1 - \cos n \pi) \cos n \frac{\pi}{6} \cos n(\psi + \frac{\pi}{6}) (1 - \cos n \frac{\pi}{3} \cos n \pi) \right]^{1/2}$$

En développant cette expression, et en regroupant les différents termes, cette expression se simplifie, on obtient :

$$I_{1n} = \frac{I_c}{m} \frac{\sqrt{2}}{3\pi n} \left[(1 + \cos n \frac{\pi}{3}) (1 - \cos n \pi) (1 + 2 \cos n \frac{\pi}{6} \cos n (\psi + \frac{\pi}{6})) \right. \\ \left. + 1 + \cos n \frac{\pi}{3} (\cos n \frac{\pi}{3} - 2 \cos n \pi) \right]^{1/2}$$

On peut remarquer que si n est pair $1 - \cos n \pi = 0$, les harmoniques pairs sont indépendants de la valeur de l'angle ψ , la relation se simplifie beaucoup puisque dans ce cas

$$I_{1n} = \frac{I_c}{\sqrt{2\pi} n m}$$

Le fondamental a pour expression :

$$I_{11} = \frac{I_c}{m\pi} \sqrt{\frac{2}{3} \left(\frac{7}{4} + \sqrt{3} \cos \left(\psi + \frac{\pi}{6} \right) \right)}$$

II.4.3 Troisième mode de fonctionnement

- Calcul de A_n

$$A_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{I_c}{3m} \sin n\theta \, d\theta + \int_{\psi + \frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} - \frac{I_c}{3m} \sin n\theta \, d\theta \right]$$

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{6\pi mn} \left[\cos n \left(\psi + \frac{\pi}{6} \right) - \cos n \frac{7\pi}{6} + \cos \frac{11\pi n}{6} - \cos n \left(\psi + \frac{5\pi}{6} \right) \right]$$

En développant, et en simplifiant, il vient :

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{3\pi mn} \sin n \frac{\pi}{3} \left(\sin n \left(\psi + \frac{\pi}{2} \right) + \sin n \frac{\pi}{2} \right)$$

- Calcul de B_n

On procède de la même façon pour calculer B_n

$$B_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\int_{\psi + \frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} \frac{I_c}{3m} \cos n\theta \, d\theta + \int_{\psi + \frac{5\pi}{6}}^{\frac{11\pi}{6}} - \frac{I_c}{3m} \cos n\theta \, d\theta \right]$$

$$B_n = \frac{\sqrt{2}}{6\pi mn} \left[\sin n \frac{7\pi}{6} - \sin n \left(\psi + \frac{\pi}{6} \right) - \sin n \frac{11\pi}{6} + \sin n \left(\psi + \frac{5\pi}{6} \right) \right]$$

En opérant le même type de simplification on obtient :

$$B_n = \frac{\sqrt{2}}{3\pi mn} \sin n \frac{\pi}{3} \left(\cos n \left(\psi + \frac{\pi}{2} \right) - \cos n \frac{\pi}{2} \right)$$

- Calcul de l'harmonique de rang n

Des valeurs de A_n et B_n on tire

$$I_{1n} = \frac{I_c}{m} \frac{2 |\sin n \pi/3|}{3\pi n} \sqrt{1 - \cos n(\psi - \pi)}$$

Le courant fondamental a pour expression

$$I_{11} = \frac{I_c}{\sqrt{3}\pi m} \sqrt{1 + \cos \psi}$$

II.5. Tracé des caractéristiques - Comparaison

- Pour juger de l'intérêt du montage étudié, il faut le comparer à celui qu'on utilise normalement pour obtenir une tension redressée variable de faible valeur. On ne peut alors tolérer la chute de tension dans deux redresseurs en série traversés par le courant redressé I_c ; le montage en pont mixte, qui redresse les trois tensions secondaires à l'aide de trois diodes et de trois thyristors doit être écarté pour cette raison. On est donc amené à utiliser le montage redresseur utilisant trois thyristors.

Si dans le montage de la figure 7.1, on supprime le gradateur, on emploie le même transformateur et on remplace les trois diodes D'_A, D'_B, D'_C par trois thyristors, en admettant les mêmes hypothèses, on trouve :

. que lorsque ψ croît, U_c varie suivant la relation

$$U_c = U_{co} \cos \psi$$

. que lorsque ψ croît, si I_c reste constant, le courant secondaire I_2 , le courant primaire I_1 son fondamental I_{11} et ses harmoniques I_{1n} , conservent les mêmes valeurs que pour ψ nul, soit :

$$I_2 = \frac{I_c}{\sqrt{3}} ; I_1 = \frac{I_c}{3m} \sqrt{2} ; I_{11} = \frac{I_c}{m\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} ; I_{1n} = \frac{\sqrt{2} I_c}{\pi m n} \left| \sin n \frac{\pi}{3} \right|$$

On a tracé en haut de la planche 7.3, les caractéristiques de réglage U_c/U_{co} en fonction de ψ .

On voit que, pour le montage proposé, U_c varie de U_{co} à 0 quand ψ croît de 0 à π , alors que la même variation de U_c est obtenue en faisant varier ψ de 0 à $\pi/2$ en utilisant un montage redresseur classique à thyristors (courbe en traits interrompus).

Afin de montrer l'intérêt principal du montage avec gradateur on a représenté en bas de la planche 7.3, les variations des courants dans les enroulements du transformateur à courant continu débité constant en fonction de la réduction $1 - U_c/U_{co}$ de tension opérée. Ces courbes montrent nettement que, alors que les courants restent constants avec le montage classique (courbes en traits interrompus), ceux-ci diminuent en même temps que la tension redressée dans le montage avec gradateur.

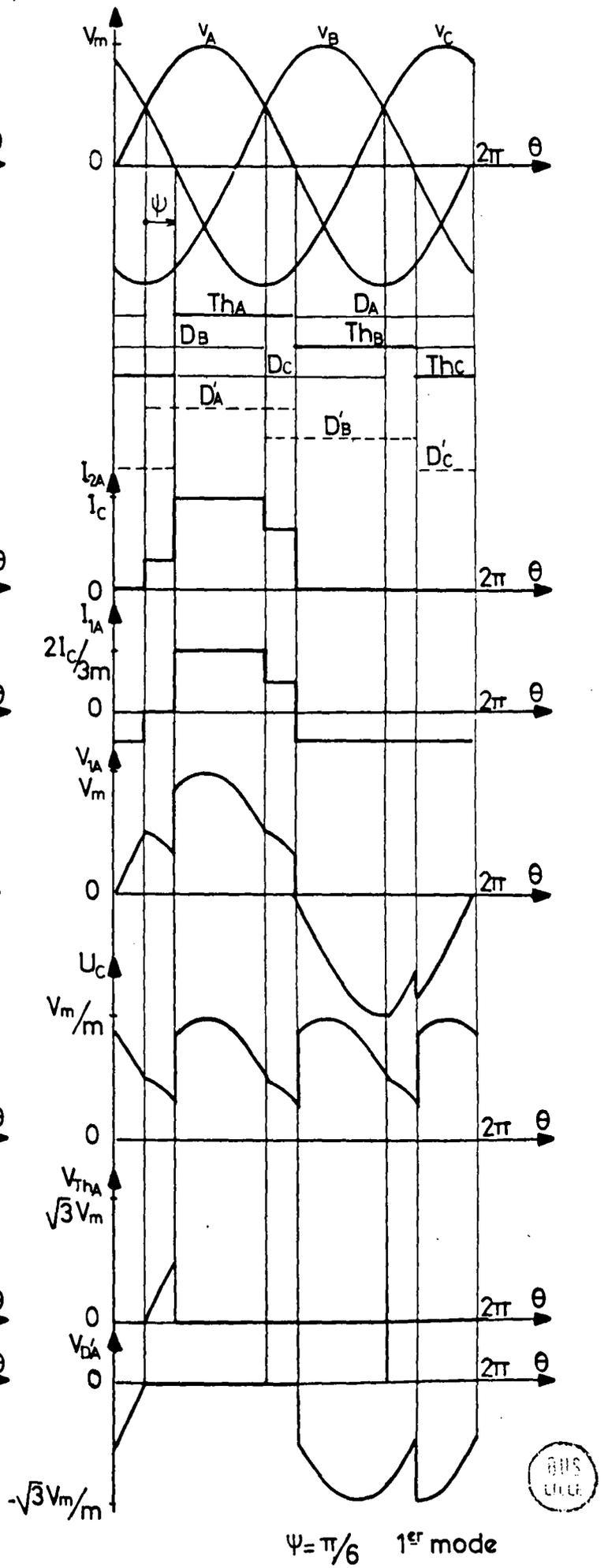
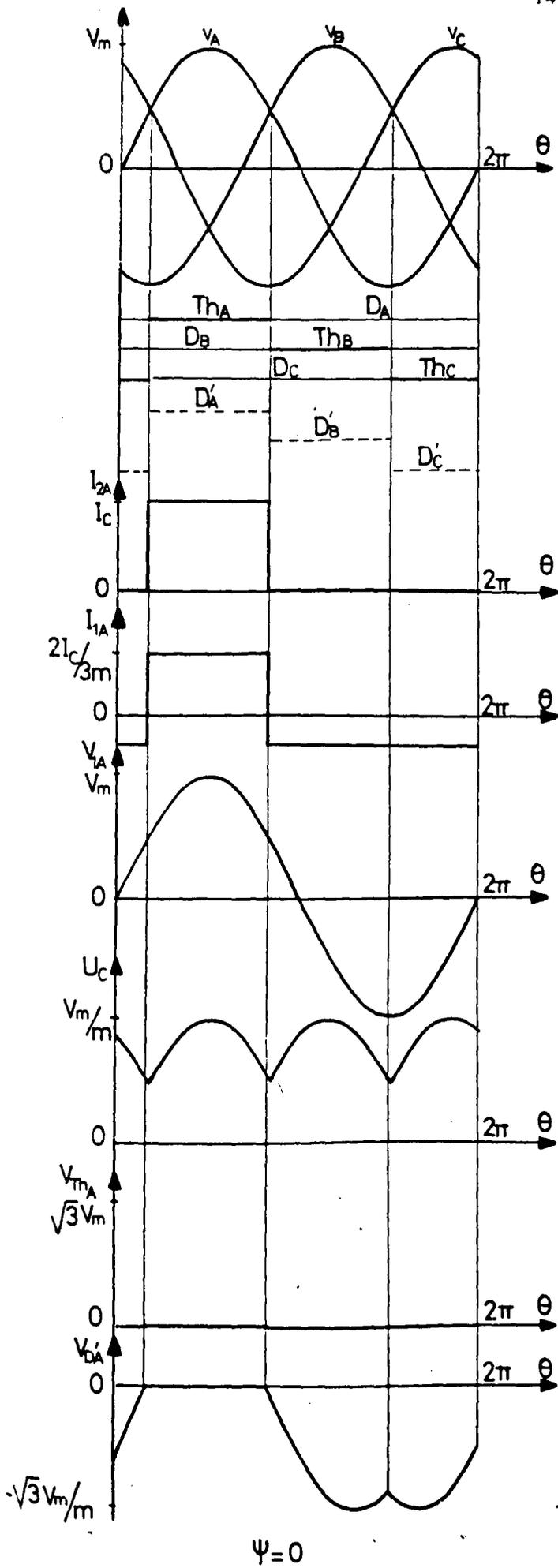
Cela se traduit par une nette réduction des pertes joule dans les bobinages et une dégradation plus lente du rendement quand U_c diminue. Ainsi pour une réduction de 50 % de la tension, les pertes dans les enroulements secondaires du transformateur sont réduites de plus de 30 %, celles dans les bobines primaires et dans la ligne d'alimentation de près de 50 %.

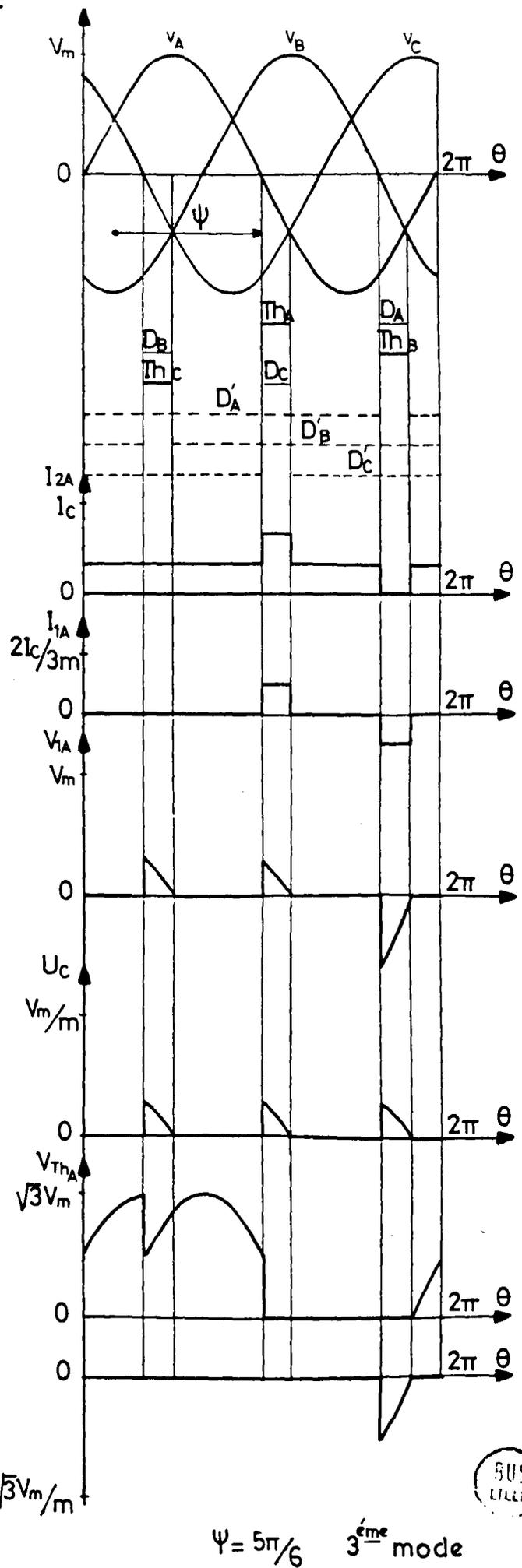
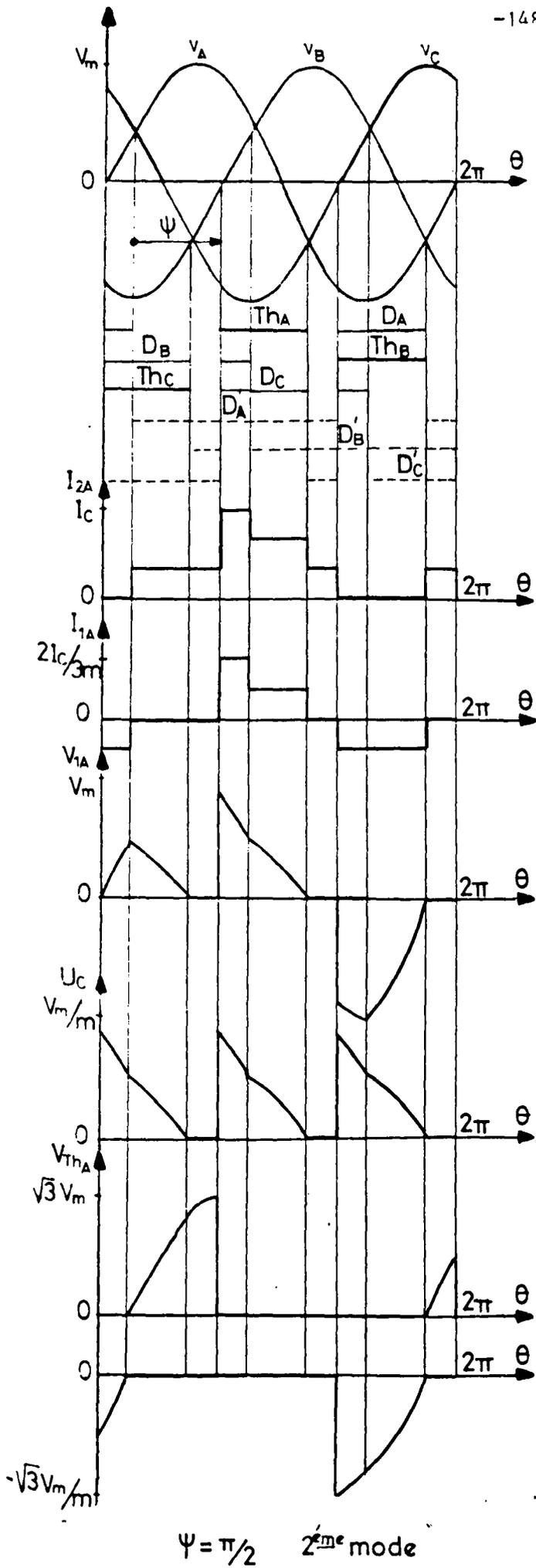
De plus, la diminution de U_c étant obtenue par abaissement de la tension d'entrée du transformateur, les pertes dans le fer de celui-ci diminuent.

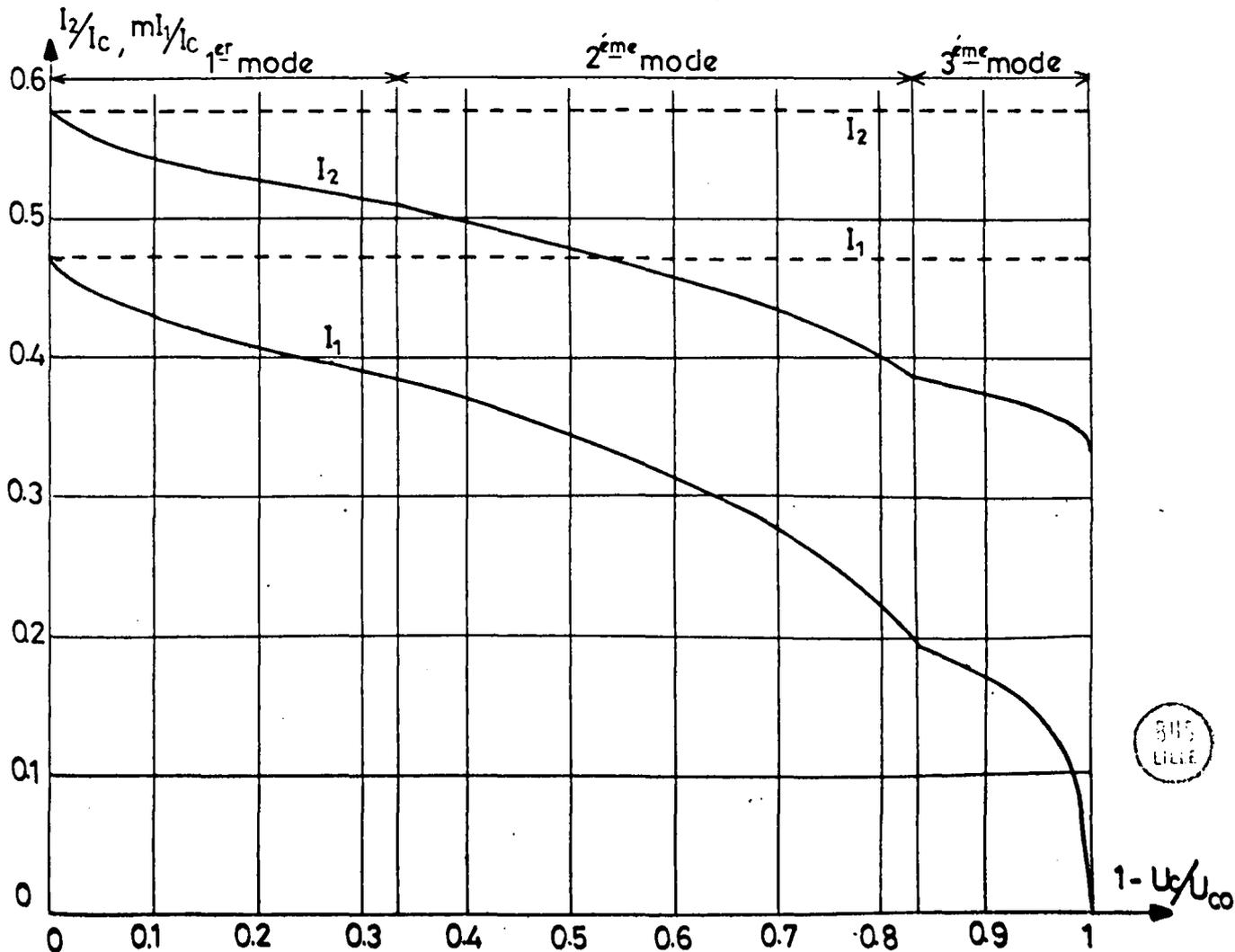
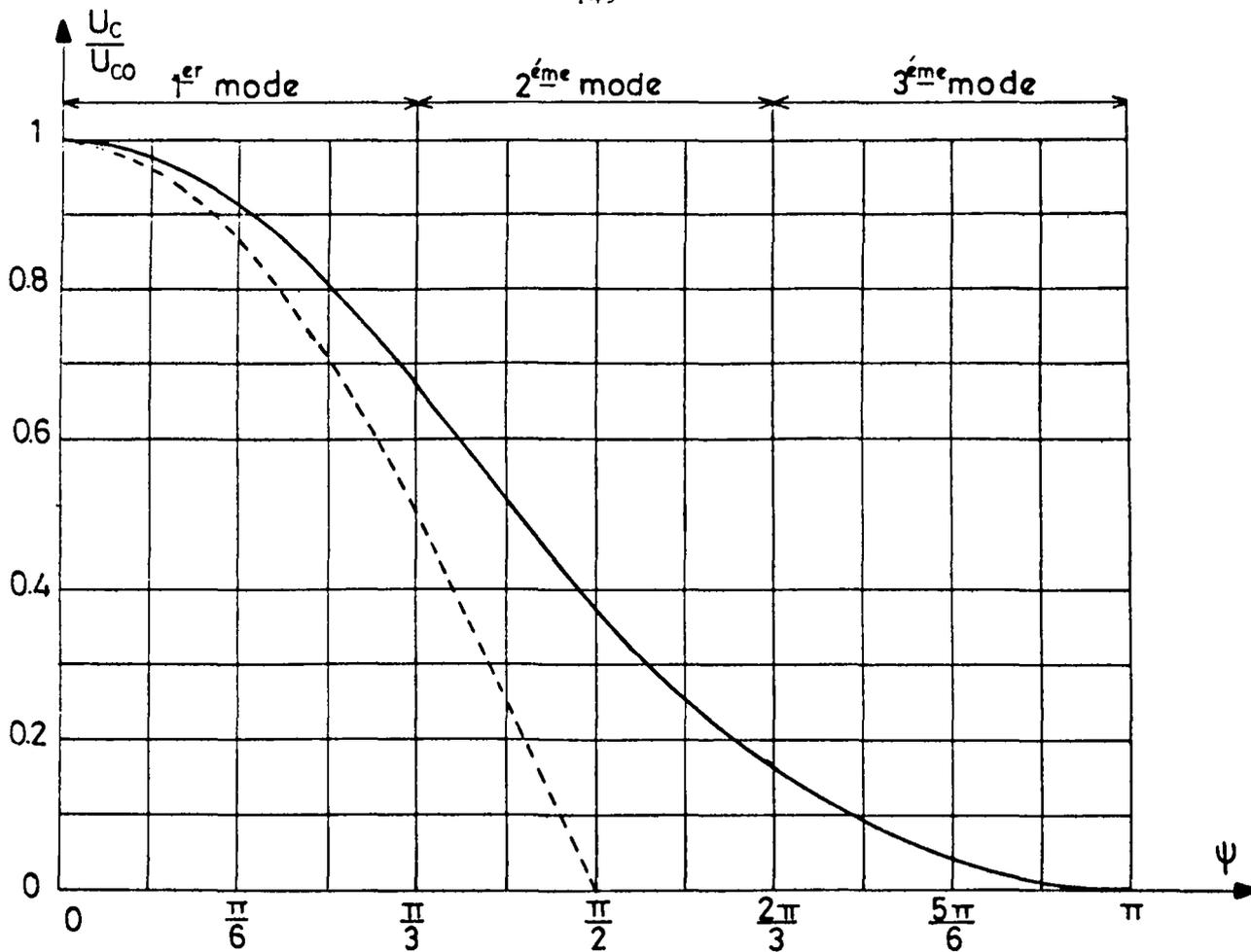
On a représenté en haut de la planche 7.4, les courbes donnant les variations du fondamental I_{11} et des premiers harmoniques I_{12} , I_{14} , I_{15} , du courant absorbé en fonction de l'angle ψ . On remarque que la réduction du courant absorbé s'accompagne d'une réduction du fondamental et des premiers harmoniques, bien que ces derniers soient relativement plus importants. Puisque, dans le montage classique à thyristors, le fondamental et les divers harmoniques de courant sont indépendants de l'angle ψ , on a rappelé leur valeur par des traits parallèles à l'axe des ψ .

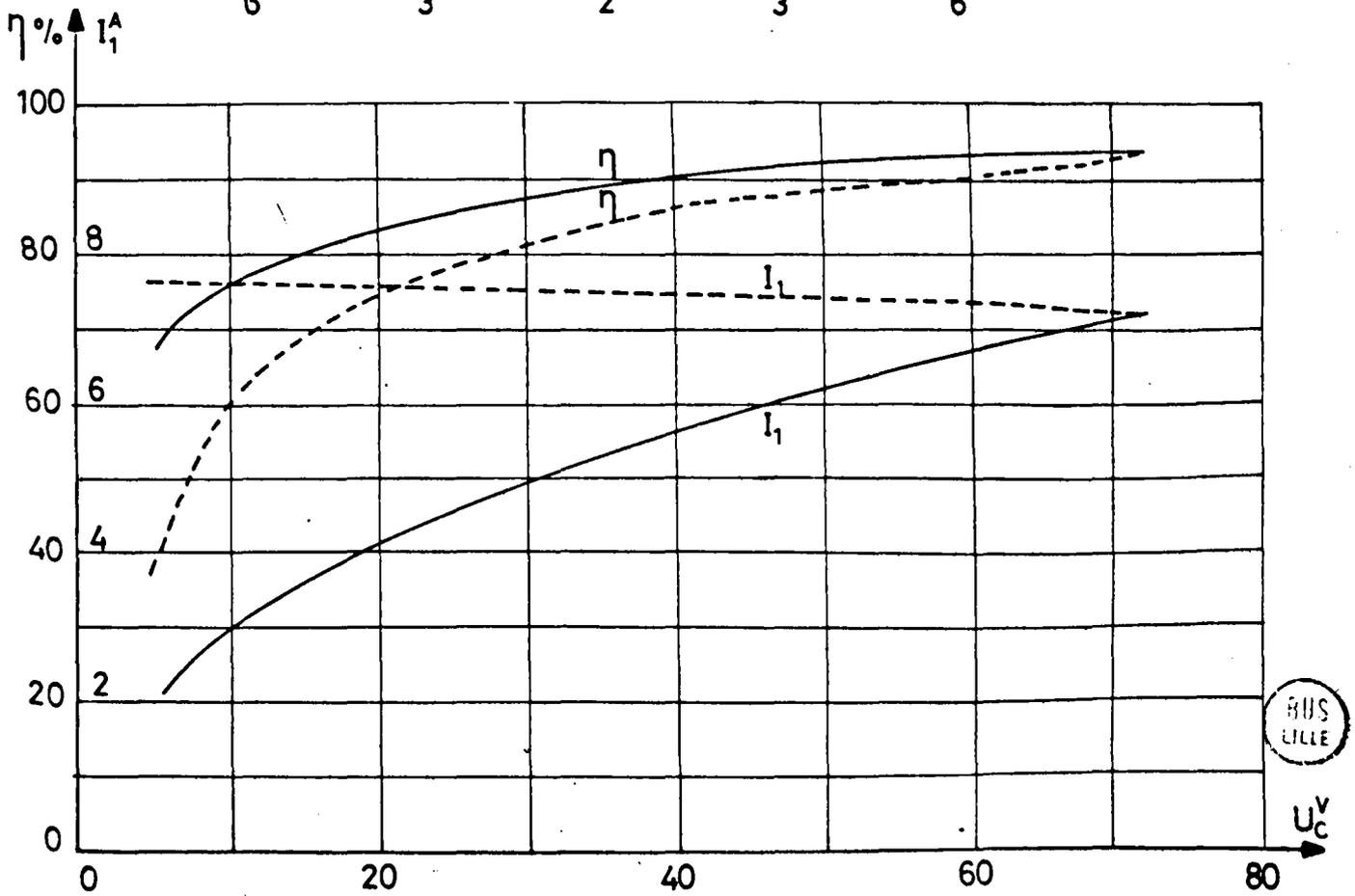
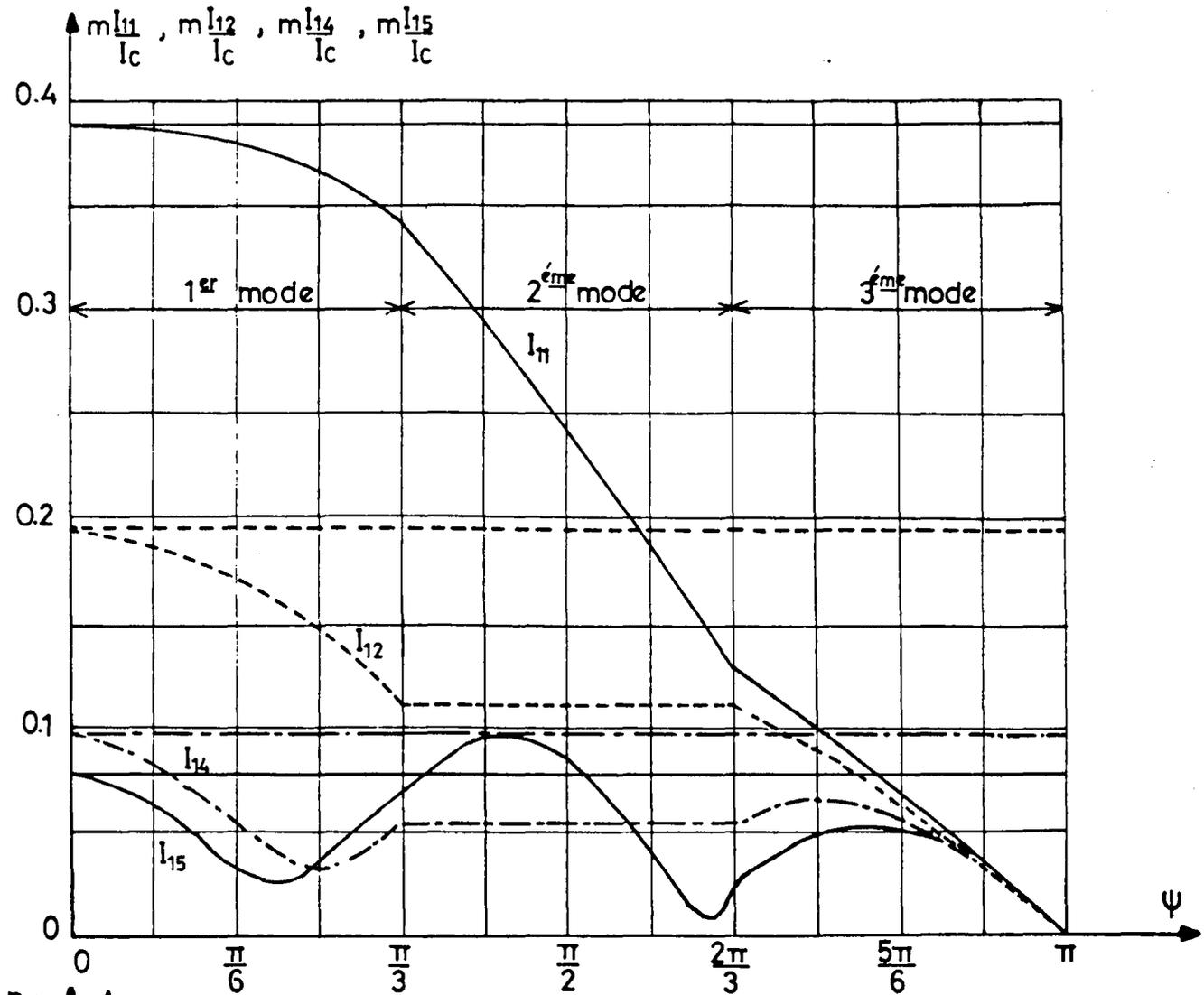
- Pour *illustrer* cette comparaison des performances, nous reproduisons, en bas de la planche 7.4, les caractéristiques relevées sur un petit montage redresseur alimenté par le réseau à 380 V. Le transformateur utilisé de rapport $m = 3,38$ donne des tensions simples secondaires à vide de 65 V. On a utilisé une charge très inductive variable pour maintenir à 50 A la valeur du courant redressé I_c .

Les courbes en traits continus sont relatives au montage à gradateur et donnent le rendement η et le courant primaire I_1 en fonction de la tension redressée U_c . Avec le montage à trois thyristors au secondaire du transformateur, I_1 et η varient suivant les courbes tracées en traits interrompus. On voit la nette supériorité des performances du premier montage.









CHAPITRE 8

-:-:-:-:-

```

*****
* MULTIPLICATION PAR DEUX DE LA FREQUENCE D'UN SYSTEME *
* TRIPHASE A L'AIDE DE GRADATEURS MIXTES *
*****

```

I - PRINCIPE

Le procédé de multiplication par deux de la fréquence ici proposé utilise les deux remarques suivantes :

- le gradateur triphasé mixte délivre des tensions contenant, outre le fondamental, tous les harmoniques pairs ou impairs, sauf ceux de rang trois ou multiple de trois. C'est l'un des montages donnant des harmoniques pairs très importants.
- Si l'on ajoute deux tensions identiques, mais décalées entre elles d'une demi-période à l'échelle du fondamental, dans la somme, le fondamental et tous les harmoniques impairs disparaissent, seuls s'ajoutent les harmoniques pairs.

I.1. Montage

Afin d'utiliser ces propriétés, on réalise le montage représenté figure 8.1. Il comporte :

- un transformateur triphasé à deux secondaires par noyau. Les enroulements primaires, de n_1 spires sont couplés en étoile. Ils sont alimentés par le réseau sinusoïdal de pulsation ω , dont les tensions simples sont notées :

$$v_A = V_m \sin\theta ; v_B = V_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) ; v_C = V_m \sin(\theta - \frac{4\pi}{3})$$

avec $\theta = \omega t$ et $V_m = V \sqrt{2}$, V étant la valeur efficace des tensions d'alimentation.

Les six enroulements secondaires, de n_2 spires chacun, permettent de disposer des tensions :

$$v_{sA} = \frac{n_2}{n_1} v_A ; v_{sB} = \frac{n_2}{n_1} v_B ; v_{sC} = \frac{n_2}{n_1} v_C \text{ et de leurs inverses } - v_{sA} ;$$

$$- v_{sB} ; - v_{sC}.$$

- deux gradateurs triphasés mixtes, chacun formé de trois diodes et de trois thyristors. Au premier, formé par $Th_A, D_A, Th_B, D_B, Th_C, D_C$ on applique les tensions v_{sA}, v_{sB}, v_{sC} .

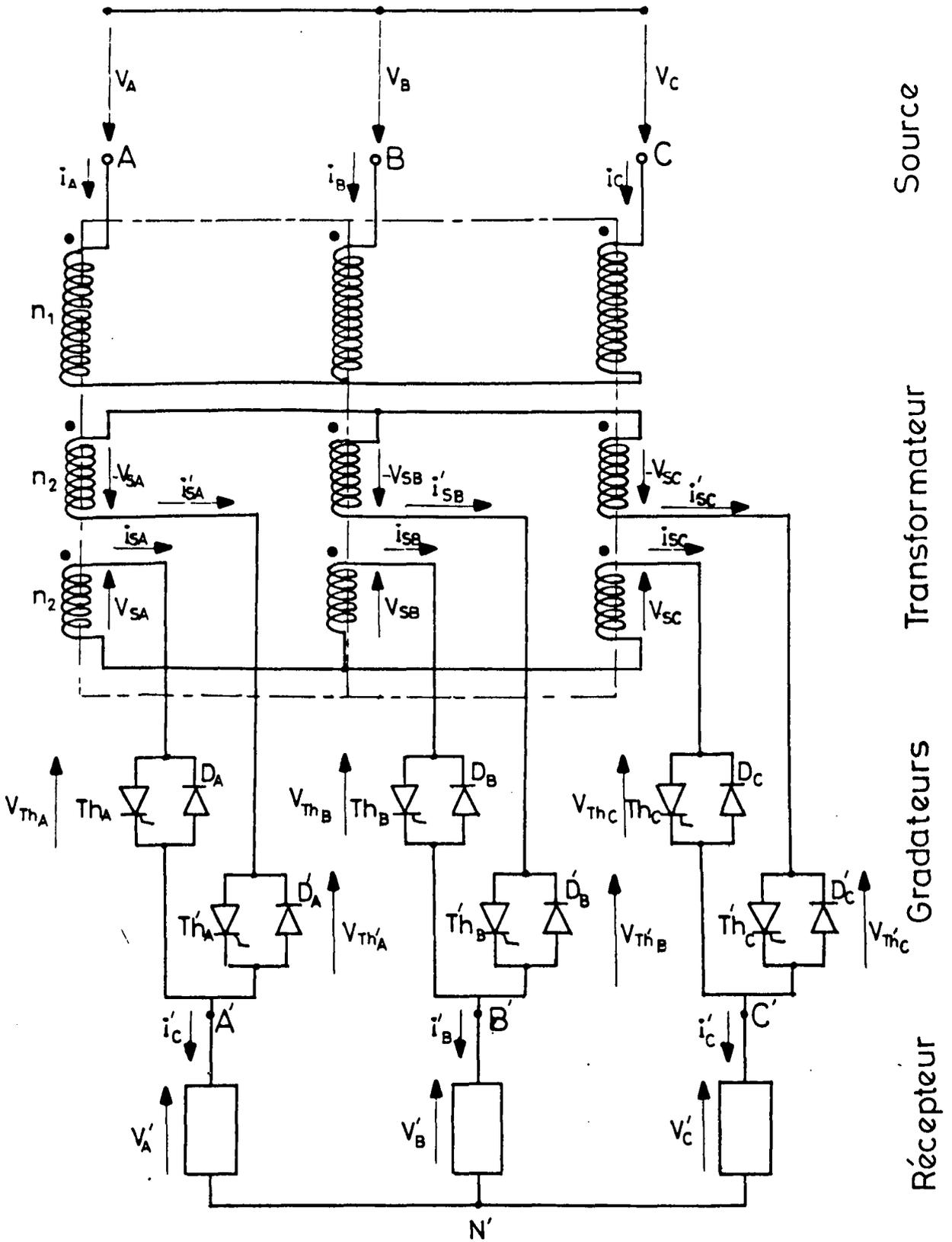


Fig. 8.1



Au second, formé par $Th'_A, D'_A, Th'_B, D'_B, Th'_C, D'_C$, on applique $-v_{SA}, -v_{SB}, -v_{SC}$.

Les sorties des deux gradateurs sont réunies deux à deux et reliées aux trois bornes du récepteur. Les thyristors de chaque gradateur sont débloqués à des intervalles de temps égaux à un tiers de période, ceux du deuxième gradateur étant déclenchés une demi-période après ceux du premier, ainsi Th_A est débloqué pour $\theta = \psi$, Th_B pour $\theta = \psi + \frac{2\pi}{3}$, Th_C pour $\theta = \psi + \frac{4\pi}{3}$, Th'_A pour $\theta = \psi + \pi$, Th'_B pour $\theta = \psi + \frac{2\pi}{3} + \pi$, Th'_C pour $\theta = \psi + \frac{4\pi}{3} + \pi$.

On désigne par v'_A, v'_B, v'_C les tensions aux bornes des phases et par $v_{Th_A}, v_{Th_B}, v_{Th_C}, v_{Th'_A}, v_{Th'_B}, v_{Th'_C}$ celles aux bornes des thyristors.

1.2 Relations entre les courants

On désigne par i_{SA}, i_{SB}, i_{SC} les courants débités dans les phases du premier gradateur, $i'_{SA}, i'_{SB}, i'_{SC}$ ceux traversant les phases du deuxième gradateur.

La première remarque de ce chapitre permet d'écrire, pour la première phase,

$$i_{SA} = I_{s1m} \cos(\omega t + \alpha_1) + I_{s2m} \cos(2\omega t + \alpha_2) + I_{s4m} \cos(4\omega t + \alpha_4) + \dots$$

Le courant i'_{SA} étant identique à i_{SA} , au décalage de π près, il est donc de la forme :

$$i'_{SA} = -I_{s1m} \cos(\omega t + \alpha_1) + I_{s2m} \cos(2\omega t + \alpha_2) + I_{s4m} \cos(4\omega t + \alpha_4) + \dots$$

Les courants i_{SB}, i_{SC}, i'_{SB} et i'_{SC} sont identiques aux décalages de $2\pi/3$ et $4\pi/3$ près.

Les courants dans le récepteur, i'_A, i'_B, i'_C sont liés aux courants fournis par les gradateurs par les relations $i'_A = i_{SA} + i'_{SA}$, $i'_B = i_{SB} + i'_{SB}$, $i'_C = i_{SC} + i'_{SC}$.

En particulier le courant i'_A a pour expression :

$$i'_A = 2 I_{s2m} \cos(2\omega t + \alpha_2) + 2 I_{s4m} \cos(4\omega t + \alpha_4) + 2 I_{s8m} \cos(8\omega t + \alpha_8) + \dots$$

Les courants i'_B et i'_C ont même forme d'onde que i'_A mais sont déphasés en arrière de celui-ci respectivement de $2\pi/3$ et $4\pi/3$ à l'échelle du fondamental.

Les courants dans le primaire du transformateur i_A, i_B, i_C se déduisent des courants dans les bobinages secondaires, en écrivant la compensation des ampères-tours par noyau. Pour le premier noyau, par exemple,

$$n_1 i_A = n_2 i_{sA} - n_2 i'_{sA} \text{ soit}$$

$$i_A = 2 \frac{n_2}{n_1} \left[I_{s1m} \cos(\omega t + \alpha_1) + I_{s5m} \cos(5\omega t + \alpha_5) + I_{s7m} \cos(7\omega t + \alpha_7) + \dots \right]$$

Les courants i_B et i_C sont identiques à i_A , mais décalés respectivement de $2\pi/3$ et $4\pi/3$ en arrière de celui-ci.

On arrive aux conclusions importantes suivantes :

- les courants dans le récepteur ne comportent que les harmoniques pairs, non multiples de six.

- les courants primaires ne comportent que le fondamental et les harmoniques impairs de rang non multiple de trois.

II. ETUDE DU FONCTIONNEMENT

II.1. Domaine de validité

Un gradateur triphasé mixte peut fonctionner suivant trois modes différents (Chapitre 3).

premier mode : il y a tantôt 3, tantôt 2 redresseurs conducteurs
deuxième mode : 3, 2, ou 0 redresseurs conduisent simultanément
troisième mode : il y a conduction de 2 ou 0 redresseurs.

Le deuxième mode disparaît quand le récepteur est sensiblement inductif ($\varphi > 31^\circ 6$).

On ne peut, dans le montage proposé, donner à l'angle ψ des valeurs qui correspondent à des fonctionnements selon le premier ou le second mode. En effet, lorsque deux redresseurs de la même phase, un de chaque gradateur, conduisent, ils mettent en série les deux bobinages secondaires auxquels ils sont connectés. La mise en conduction de deux autres redresseurs correspondant à une autre phase équivaut à un court-circuit. Ainsi par exemple (Fig. 8.1) la conduction de Th_A, D'_A, Th'_B, D_B met en court-circuit les enroulements sièges de la tension $2(v_{sA} - v_{sB})$. Il n'est donc pas possible d'avoir plus de quatre redresseurs simultanément passants et on ne peut fonctionner que suivant le troisième mode.

Le thyristor Th'_B étant déclenché un sixième de période avant Th_A et sa conduction entraînant celle de D'_A (Chapitre 3), on peut calculer la tension $v_{Th'_A} - v_{Th'_C}$ aux bornes de l'ensemble $Th_A - D_C$, Th_A recevant son signal de déblocage pour $\theta = \psi$.

La loi d'Ohm, écrite le long du circuit comportant Th_A, D_C et les enroulements sièges des tensions v_{sA} et v_{sC} donne :

$$v_{Th_A} - v_{Th_C} = v_{sA} - v_{sC} + v'_C - v'_A$$

$$Th'_B \text{ et } D'_A \text{ étant conducteurs } v'_C = 0 \quad v'_A = \frac{1}{2}(v_{sB} - v_{sA})$$

et puisque $v_{sA} + v_{sB} + v_{sC} = 0$.

$$v_{Th_A} - v_{Th_C} = 2 v_{sA} - \frac{1}{2} v_{sC}$$

Cette tension est positive tant que Th'_B et D'_A sont susceptibles de conduire. Pour $\theta = \psi$, Th_A et D_C entrent en conduction. Le schéma équivalent au montage devient celui de la figure 8.2.

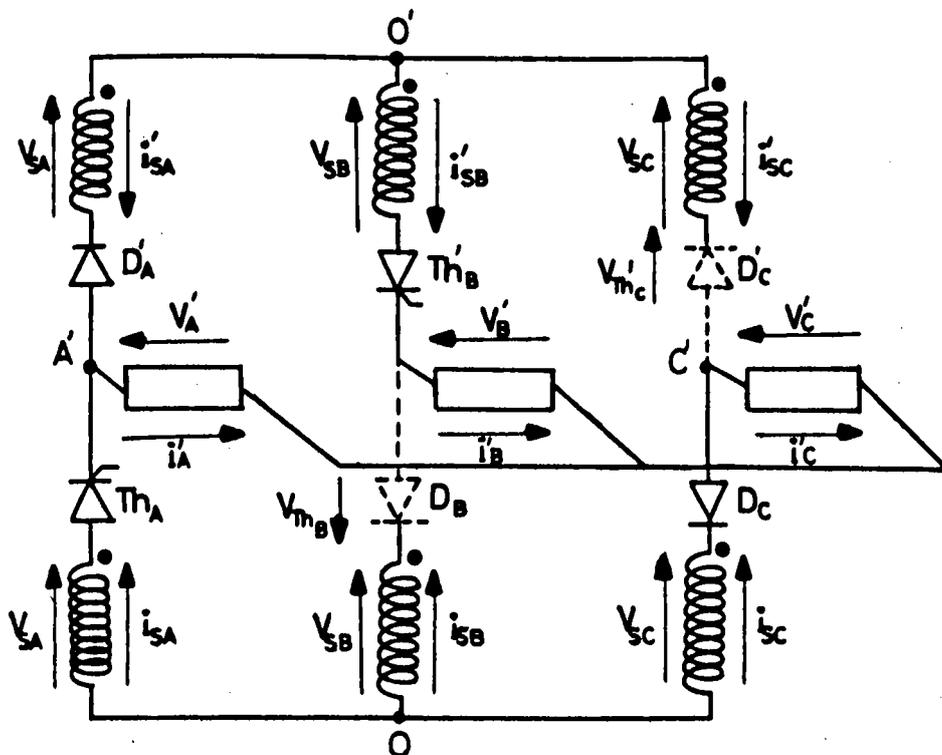


Fig. 8.2.

Il faut alors vérifier que la conduction de Th_A et D_C n'entraîne pas celle des diodes D_B et D'_C que l'on supposait bloquées, or (Fig. 8.2).

$v_{Th'_C} = 2(v_{sA} - v_{sC})$, cette tension étant positive tant que θ est inférieur à $7\pi/6$, la diode D'_C est bloquée pendant l'intervalle considéré, mais puisque $v_{Th_B} = 2(v_{sB} - v_{sA})$ et que cette tension est négative si θ est inférieur à $5\pi/6$, la diode D_B entre en conduction en même temps que Th_A et D_C , si ψ est inférieur à $\frac{5\pi}{6}$.

La conduction simultanée de Th_A , D'_A , Th'_B et D_B court-circuitant les enroulements secondaires des phases A et B, ce montage ne peut fonctionner que si ψ est supérieur à $5\pi/6$.

II.2. Débit sur récepteur purement résistant. Fonctionnement séparé des gradateurs

L'étude du débit sur récepteur résistant et inductif étant relativement complexe, il est préférable de la faire précéder du cas plus simple où le récepteur est purement résistant.

On a montré (Chapitre 3, § I.13), que dans ce dernier cas, un gradateur mixte fonctionnant selon le troisième mode a trois intervalles de débit par période, chacun durant $7\pi/6 - \psi$. Puisque le montage étudié impose $\psi > 5\pi/6$, la durée de chaque phase de conduction ne peut excéder un sixième de période. Chaque gradateur débite donc pendant la durée du blocage de l'autre, il fonctionne indépendamment de l'autre, puisque les débits sont intercalés et ne chevauchent pas.

On a représenté (Planche 8.1) les diagrammes de conduction des différents redresseurs, les formes d'ondes des courants dans les enroulements secondaires i_{sA} et i'_{sA} , dans le récepteur i'_A et dans le bobinage primaire i_A , ainsi que celle de la tension v_{Th_A} aux bornes d'un ensemble redresseur, pour $\psi = 5\pi/6$ correspondant au fonctionnement limite puisque chaque redresseur conduit un sixième de période, puis $\psi = \pi$. Pour $\psi > 7\pi/6$, tous les redresseurs sont constamment bloqués.

Puisque le fonctionnement du deuxième gradateur est identique à celui du premier une demi-période plus tard, et que les thyristors de chacun d'eux sont débloqués à des intervalles de temps égaux à un tiers de période et donc que les mêmes phénomènes se reproduisent sur les trois phases aux décalages de $2\pi/3$ et $4\pi/3$ près, il suffit d'étudier le fonctionnement d'un seul gradateur pendant un tiers de période, en effet :

$$i_{sA}(\theta) = i_{sA}(\theta) ; i_{sA}(\theta + 2\pi/3) = i_{sC}(\theta) ; i_{sA}(\theta + 4\pi/3) = i_{sB}(\theta)$$

$$i'_{sA}(\theta + \pi) = i_{sA}(\theta) ; i'_{sA}(\theta + \pi + 2\pi/3) = i_{sO}(\theta) ; i'_{sA}(\theta + \pi + 4\pi/3) = i_{sB}(\theta)$$

Le même type de relation existe entre les tensions aux bornes des thyristors, de plus :

$$i'_A = i_{sA} + i'_{sA} \text{ et } i_A = \frac{n_2}{n_1} (i_{sA} - i'_{sA})$$

Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \frac{7\pi}{6}$, les redresseurs Th_A et D_C conduisent

$$v'_A = -v'_C = \frac{1}{2}(v_{sA} - v_{sC}) ; v'_B = 0$$

Les courants dans les phases du récepteur de résistance R ont même forme d'onde que les tensions à leurs bornes et puisque les redresseurs de l'autre gradateur sont bloqués

$$i_{sA} = i'_A = \frac{1}{2R} (v_{sA} - v_{sC}) = -i'_C = -i_{sC} \quad i_{sB} = i'_B = 0$$

$$v_{Th_A} = v_{Th_C} = 0 \quad v_{Th_B} = \frac{3}{2} v_{sB}$$

La différence $v_{sA} - v_{sC}$ s'annulant pour $\theta = 7\pi/6$, pour cette valeur Th_A et D_C se bloquent.

Pendant l'intervalle $\frac{7\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{\pi}{3}$, Th'_C n'ayant pas encore reçu son impulsion de déblocage, aucun redresseur ne conduit, tous les courants sont nuls.

Les faibles courants de fuite des thyristors ayant une tension positive à leurs bornes se referment par la diode reliée à la borne la plus négative de la source. Or à partir de $\theta = \frac{7\pi}{6}$, v_{sA} est la plus négative des tensions, les courants de fuite s'écoulent par D_A et

$$v_{Th_A} = 0 \quad v_{Th_B} = v_{sB} - v_{sA} > 0 \quad v_{Th_C} = v_{sC} - v_{sA} > 0$$

L'intervalle $\psi + \frac{\pi}{3} < \theta < 3\pi/2$ correspond au débit du second gradateur par Th'_C et D'_B . Ce débit ne change rien au régime des conductions du premier gradateur, mais changeant les valeurs de v'_B et v'_C , il modifie les valeurs des tensions aux bornes des thyristors bloqués. Ainsi puisque

$$v'_A = 0 ; v'_B = \frac{1}{2}(v_{sC} - v_{sB}) ; v'_C = -\frac{1}{2}(v_{sC} - v_{sB})$$

et que $v_{Th_B} - v_{sB} + v_{sA} - v_{Th_A} + v'_B = 0$ avec $v_{sA} + v_{sB} + v_{sC} = 0$ on obtient

$$v_{Th_B} - v_{Th_A} = 2 v_{sB} - \frac{v_{sA}}{2}$$

De la même façon

$$v_{Th_C} - v_{sC} + v_{sA} - v_{Th_A} + v'_C = 0 \text{ donne } v_{Th_C} - v_{Th_A} = 2 v_{sC} - \frac{v_{sA}}{2}$$

Puisque dans l'intervalle étudié la différence $2 v_{sB} - \frac{v_{sA}}{2}$ est positive on a toujours $v_{Th_B} > v_{Th_A}$

le signe de la différence $2 v_{sC} - \frac{v_{sA}}{2} = v_m (2 \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) - \frac{1}{2} \sin \theta)$ dépend de la valeur de θ .

. si $\theta < 229,1$ cette différence est négative et $v_{Th_C} < v_{Th_A}$, la tension v_{Th_C} étant la plus petite des tensions v_{Th_A} , v_{Th_B} et v_{Th_C} , c'est la diode D_C qui écoule les courants de fuite directs de Th_A et Th_B , on a alors

$$v_{Th_C} = 0 ; v_{Th_A} = \frac{1}{2} v_{sA} - 2 v_{sC} ; v_{Th_B} = 2(v_{sB} - v_{sC})$$

. si $\theta > 229,1$, $2 v_{sC} - \frac{v_{sA}}{2} > 0$ soit $v_{Th_C} > v_{Th_A}$ dans ce cas, v_{Th_A} étant la plus petite des tensions aux bornes des thyristors, c'est D_A qui écoule les courants de fuite de Th_B et Th_C . Alors

$$v_{Th_A} = 0; v_{Th_B} = 2 v_{sB} - \frac{1}{2} v_{sA}; v_{Th_C} = 2 v_{sC} - \frac{1}{2} v_{sA}.$$

On peut remarquer que si ψ est supérieur à $169^\circ,1$, $\psi + \pi/3$, donc les valeurs de θ appartenant à l'intervalle étudié seront supérieures à $229^\circ,1$, et ce sera toujours v_{Th_A} qui sera nulle.

Pendant l'intervalle $\frac{3\pi}{2} < \theta < \psi + \frac{2\pi}{3}$, tous les redresseurs sont bloqués et tous les courants sont nuls. v_{sA} étant la plus négative des tensions appliquées au gradateur, c'est la diode D_A qui écoule les courants de fuite de Th_B et Th_C . Puisque $v'_A = v'_B = v'_C = 0$

$$v_{Th_A} = 0 \quad v_{Th_B} = v_{sB} - v_{sA} > 0 \quad v_{Th_C} = v_{sC} - v_{sA} > 0$$

A l'instant où $\theta = \psi + \frac{2\pi}{3}$, on débloque Th_B , D_A se met à conduire. L'intervalle qui débute est analogue à celui où Th_A et D_C conduisaient, un tiers de période auparavant.

II.3. Débit sur récepteur résistant et inductif

III.3.1. Condition de débit séparé des gradateurs

On a vu (Chapitre 3, § 1.3.3) que dans le cas du débit sur un récepteur résistant et inductif, un gradateur mixte a trois intervalles de débit d'amplitude $\theta_3 - \psi$ par période. Pendant le troisième mode de fonctionnement, puisque $\alpha = \frac{4\pi}{3} + \psi - \theta_3$, la durée de conduction de chaque redresseur égale $(\frac{4\pi}{3} - \alpha)/\omega$.

Pour que les débits des deux gradateurs du montage ne chevauchent pas, et que chacun d'eux fonctionne indépendamment de l'autre, il faut que la durée de conduction de chaque redresseur n'excède pas un sixième de période, soit $\frac{4\pi}{3} - \alpha < \frac{\pi}{3}$, donc $\alpha > \pi$

- Si le récepteur est purement résistant, la condition de validité du montage $\psi > \frac{5\pi}{6}$, coïncide avec la condition de débit séparé des gradateurs $\alpha > \pi$ puisque dans ce cas (Chapitre 3 § 1.1.3.) $\alpha = \psi + \pi/6$.

- Si le récepteur est résistant et inductif, la condition de validité est moins restrictive que la condition de débit séparé des gradateurs, il existe des valeurs de α inférieures à π pour lesquelles ψ est supérieur à $5\pi/6$ (Planches 3.4 et 3.5). Elles correspondent à un débit simultané des deux gradateurs, sans court-circuit, pendant lequel il y aura tantôt 4 et tantôt deux redresseurs conducteurs. Lorsque α devient supérieur à π , le chevauchement des débits cesse.

II.3.2. Fonctionnement avec débit simultané des deux gradateurs

Lorsque les deux gradateurs débitent simultanément, il n'est pas possible d'étudier le fonctionnement de l'un d'eux indépendamment de l'autre. Les thyristors étant débloqués tous les sixièmes de période, il suffit d'étudier un intervalle d'amplitude $\pi/3$, pour connaître l'évolution des variables pendant toute la période. Ainsi pour le courant i_{sA} par exemple :

$$\left. \begin{aligned} i_{sA}(\theta) &= i_{sA}(\theta) ; i_{sA}(\theta + \frac{\pi}{3}) = i'_{sB}(\theta) ; i_{sA}(\theta + \frac{2\pi}{3}) = i_{sC}(\theta) \\ i_{sA}(\theta + \pi) &= i'_{sA}(\theta) ; i_{sA}(\theta + \frac{4\pi}{3}) = i_{sB}(\theta) ; i_{sA}(\theta + \frac{5\pi}{3}) = i'_{sC}(\theta) \end{aligned} \right\} (3)$$

On étudie l'intervalle qui va du déblocage de Th_A pour $\theta = \psi$ à celui de Th'_C pour $\theta = \psi + \pi/3$.

On désigne par θ_1 l'angle d'extinction du thyristor Th'_B .

Si chaque phase du récepteur présente une résistance R et une inductance L , on considère le module Z et l'argument φ de son impédance à la pulsation ω des tensions d'alimentation.

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_1$, les redresseurs Th_A, D_C, Th'_B et D'_A sont conducteurs. Le schéma équivalent au montage est celui de la figure 8.2.

La conduction de Th_A et D_C donne : $v'_A - v'_C = v_{sA} - v_{sC}$ (1)

Celles de Th'_B et D'_A : $v'_B = v_{sB} - v_{sC}$ (2)

La somme $v'_A + v'_B + v'_C$ étant constamment nulle, l'addition des équations (1) et (2) donne

$$v'_A = \frac{1}{3} (v_{sB} - v_{sC})$$

La différence (1) - (2) donne :

$$v'_B - v'_C = 3 v_{sA} \text{ puisque } v_{sA} + v_{sB} + v_{sC} = 0$$

En retranchant v'_A dans le premier membre et sa valeur dans le second, il vient

$$v'_B - v'_C - v'_A = 3 v_{sA} - \frac{1}{3}(v_{sB} - v_{sC}). \text{ On obtient donc,}$$

$$v'_B = \frac{1}{3} (5 v_{sA} + v_{sC}) \text{ et } v'_C = -\frac{1}{3} (5 v_{sA} + v_{sB})$$

Des expressions des tensions aux bornes des phases, on tire celles des tensions aux bornes des thyristors bloqués. La loi d'Ohm écrite le long du circuit comprenant les thyristors Th'_B et Th'_C , les phases B et C et les enroulements sièges des tensions $-v_{sB}$ et $-v_{sC}$ donne :

$$v_{Th'_C} = -v_{sC} + v_{sB} + v'_B - v'_C \text{ qui, compte-tenu des valeurs de } v'_B$$

$$\text{et } v'_C \text{ devient } v_{Th'_C} = 2 (v_{sA} - v_{sC}) > 0$$

De façon analogue, le même type de calcul donne

$v_{Th_B} = v_{sB} - v_{sA} + v'_A - v'_B$, en remplaçant v'_A et v'_B par leur expression et en simplifiant, on obtient :

$$v_{Th_B} = 2 (v_{sB} - v_{sA}) > 0$$

les redresseurs Th_A , D_C , Th'_B et D'_A étant passants, les tensions v_{Th_A} , v_{Th_C} , $v_{Th'_B}$ et $v_{Th'_A}$ sont toutes nulles.

Les expressions des courants dans le récepteur sont obtenues en intégrant les équations

$$R i'_A + L\omega \frac{d i'_A}{d\theta} = v'_A = \frac{1}{3}(v_{sB} - v_{sC}) = \frac{1}{3} V_{sm} \left[\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right]$$

$$R i'_B + L\omega \frac{d i'_B}{d\theta} = v'_B = \frac{1}{3}(5 v_{sA} + v_{sC}) = \frac{1}{3} V_{sm} \left[5 \sin\theta + \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \right]$$

$$R i'_C + L\omega \frac{d i'_C}{d\theta} = v'_C = -\frac{1}{3}(5 v_{sA} + v_{sB}) = -\frac{1}{3} V_{sm} \left[5 \sin\theta + \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \right]$$

avec $V_{sm} = \frac{n_2}{n_1} V_m$. En posant $Q = \text{tg } \varphi$, et compte-tenu des conditions initiales

$i'_C(\psi) = 0$; $i'_A(\psi) = -i'_B(\psi) = -i'_{B\psi}$, on obtient :

$$i'_A = \frac{V_{sm}}{3Z} \left[\sin(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi) - \sin(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi) - \left(\frac{3Z}{V_{sm}} i'_{B\psi} + \sin(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi) - \sin(\psi - \frac{4\pi}{3} - \varphi) \right) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{Q}} \right]$$

$$i'_B = \frac{V_{sm}}{3Z} \left[5 \sin(\theta - \varphi) + \sin(\theta - \frac{4\pi}{3} - \varphi) + \left(\frac{3Z}{V_{sm}} i'_{B\psi} - 5 \sin(\psi - \varphi) - \sin(\psi - \frac{4\pi}{3} - \varphi) \right) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{Q}} \right]$$

$$i'_C = \frac{V_{sm}}{3Z} \left[-5 \sin(\theta - \varphi) - \sin(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi) + \left(5 \sin(\psi - \varphi) + \sin(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi) \right) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{Q}} \right]$$

Les courants dans les redresseurs conducteurs ont pour expression :

$$i_{sA} = -i_{sC} = -i'_C; i'_{sA} = -i'_{sB} = -i'_B; \text{ le courant } i'_A \text{ égale } i_{sA} + i'_{sA}$$

- A l'instant où $\theta = \theta_1$, le courant i'_B s'annule, entraînant le blocage des redresseurs Th'_B et D'_A .

D'où la relation reliant $i'_{B\psi}$ et l'angle θ_1 .

$$5 \sin(\theta_1 - \varphi) + \sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \varphi) + \left(\frac{3Z}{V_{sm}} i'_{B\psi} - 5 \sin(\psi - \varphi) - \sin(\psi - \frac{4\pi}{3} - \varphi) \right) e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{Q}} = 0, \text{ et l'expression de } i'_{B\psi}$$

$$i'_{B\psi} = \frac{V_{sm}}{3Z} \left[5 \sin(\psi - \varphi) + \sin(\psi - \frac{4\pi}{3} - \varphi) - \left(5 \sin(\theta_1 - \varphi) + \sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \varphi) \right) e^{-\frac{\theta_1 - \psi}{Q}} \right] \quad (4)$$

Puisque, à cet instant $i'_{sA} = 0$, $i'_A(\theta_1) = i'_{sA}(\theta_1)$ donc $i'_A(\theta_1) = -i'_C(\theta_1)$ et

$$i'_A(\theta_1) = \frac{V_{sm}}{3Z} \left[5 \sin(\theta_1 - \varphi) + \sin(\theta_1 - \frac{2\pi}{3} - \varphi) - \left(5 \sin(\psi - \varphi) + \sin(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi) \right) e^{-\frac{(\theta_1 - \psi)}{Q}} \right] \quad (5)$$

- Pendant l'intervalle $\theta_1 < \theta < \psi + \frac{\pi}{3}$, Th_A et D_C sont les seuls redresseurs passants.

Les tensions aux bornes des phases sont donc : $v'_A = -v'_C = \frac{1}{2}(v_{sA} - v_{sC})$ et $v'_B = 0$

Les tensions aux bornes des thyristors du premier gradateur, comme dans le cas où le récepteur est purement résistif valent :

$$v_{Th_A} = 0; \quad v_{Th_B} = \frac{3}{2} v_{sB}; \quad v_{Th_C} = 0.$$

Celles aux bornes des thyristors du deuxième gradateur, dont les redresseurs sont constamment bloqués dans cet intervalle, s'obtiennent en annulant la somme des tensions le long d'un circuit fermé les comprenant. On obtient ainsi :

$$v_{Th'_C} - v_{Th'_B} = v_{sB} - v_{sC} - v'_C = -2 v_{sC} + \frac{1}{2} v_{sB}$$

$$v_{Th'_A} - v_{Th'_B} = v_{sB} - v_{sA} - v'_A = -2 v_{sA} + \frac{1}{2} v_{sB}$$

La tension $-2v_{sC} + \frac{1}{2} v_{sB}$ étant toujours positive dans l'intervalle étudié, $v_{Th'_C} > v_{Th'_B}$.

$$\text{Puisque } -2 v_{sA} + \frac{1}{2} v_{sB} = V_{sm} \left(-2 \sin\theta + \frac{1}{2} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \right) > 0$$

si $\theta > 169,1^\circ$, $v_{Th'_A} - v_{Th'_B}$ n'est positif que pour $\theta > 169,1^\circ$. D'où les deux intervalles :

. pour $\theta_1 < \theta < 169;1$, $v_{Th'_C} > v_{Th'_B} > v_{Th'_A}$, les faibles courants de fuite directs des thyristors bloqués s'écoulent par la diode D'_A . On a donc :

$$v_{Th'_A} = 0 \quad v_{Th'_B} = 2 v_{sA} - \frac{1}{2} v_{sB} > 0 \quad v_{Th'_C} = 2(v_{sA} - v_{sC}) > 0$$

. pour $169;1 < \theta < \psi + \frac{\pi}{3}$, la tension $v_{Th'_B}$ étant plus petite des tensions $v_{Th'_A}$ et $v_{Th'_C}$, c'est la diode D'_B qui écoule les courants de fuite des thyristors Th'_A et Th'_C , on a donc :

$$v_{Th'_B} = 0 \quad v_{Th'_A} = -2 v_{sA} + \frac{1}{2} v_{sB} > 0 \quad v_{Th'_C} = -2 v_{sC} + \frac{1}{2} v_{sB} > 0$$

Aucun redresseur relié à la phase B n'étant passant $i'_R = 0$. Puisque $v'_A = -v'_C = \frac{1}{2}(v_{sA} - v_{sC})$, $i'_A = -i'_C$ est donné par l'équation :

$$R i'_A + L \omega \frac{d i'_A}{d\theta} = \frac{1}{2} V_{sm} \left(\sin\theta - \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \right)$$

En posant $i'_{A\theta_1} = i'_A(\theta_1)$ donné par la relation (5), on obtient :

$$i'_A = \frac{V_{sm}}{2Z} \left[\sin(\theta - \varphi) - \sin\left(\theta - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) + \left(\frac{2Z}{V_{sm}} i'_{A\theta_1} - \sin(\theta_1 - \varphi) + \sin\left(\theta_1 - \varphi + \frac{4\pi}{3}\right) \right) e^{-\frac{(\theta - \theta_1)}{Q}} \right] \quad (6)$$

Les courants dans les redresseurs conducteurs, ont pour expression $i_{sA} = -i_{sC} = i'_A$.

- On détermine la valeur de θ_1 en utilisant les relations (3) :

$$i_{sA}\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right) = i'_{sB}(\psi).$$

Puisque $i_{sA}\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right) = i'_A\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right)$ et $i'_{sB}(\psi) = i'_{B\psi}$, il vient $i'_A\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right) = i'_{B\psi}$

En remplaçant θ par $\psi + \frac{\pi}{3}$ et $i'_{A\theta_1}$ par son expression donnée par la relation (5) dans l'équation (6). On obtient :

$$i'_A\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{V_{sm}}{3Z} \left[\frac{3}{2} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{3} - \varphi\right) - \frac{3}{2} \sin\left(\psi - \varphi - \pi\right) + \left(5 \sin(\theta_1 - \varphi) + \sin\left(\theta_1 - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \right) e^{-\frac{(\psi + \frac{\pi}{3} - \theta_1)}{Q}} - \left(5 \sin(\psi - \varphi) + \sin\left(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) \right) e^{-\frac{\pi}{3Q}} + \frac{3}{2} \left(\sin\left(\theta_1 - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) - \sin(\theta_1 - \varphi) \right) e^{-\frac{(\psi + \frac{\pi}{3} - \theta_1)}{Q}} \right]$$

En simplifiant cette équation, il vient :

$$i'_A(\psi + \frac{\pi}{3}) = \frac{V_{sm}}{3Z} \left[\frac{3}{2} \sin(\psi - \varphi) - \frac{3}{2} \sin(\psi + \frac{4\pi}{3} - \varphi) + \left(\frac{5}{2} \sin(\theta_1 - \varphi) + \frac{1}{2} \sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \varphi) \right) e^{-\frac{(\psi + \frac{\pi}{3} - \theta_1)}{Q}} - \left(5 \sin(\psi - \varphi) + \sin(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi) \right) e^{-\frac{\pi}{3Q}} \right]$$

En écrivant que cette expression est égale à celle (4) donnant $i'_{B\psi}$, on obtient :

$$5 \sin(\psi - \varphi) + \sin(\psi - \frac{4\pi}{3} - \varphi) + \frac{3}{2} \sin(\psi + \frac{4\pi}{3} - \varphi) - \frac{3}{2} \sin(\psi - \varphi) - \left(5 \sin(\theta_1 - \varphi) + \sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \varphi) \right) e^{\frac{(\theta_1 - \psi)}{Q}} - \left(\frac{5}{2} \sin(\theta_1 - \varphi) + \frac{1}{2} \sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \varphi) \right) e^{-\frac{(\psi + \frac{\pi}{3} - \theta_1)}{Q}} + \left(5 \sin(\psi - \varphi) + \sin(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi) \right) e^{-\frac{\pi}{3Q}} = 0$$

Après simplifications, la relation donnant la valeur de l'angle θ_1 devient :

$$\left[5 \sin(\psi - \varphi) + \sin(\psi - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \right] \left[\frac{1}{2} + e^{-\frac{\pi}{3Q}} \right] - \left[5 \sin(\theta_1 - \varphi) + \sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3} - \varphi) \right] \left[1 + \frac{1}{2} e^{-\frac{\pi}{3Q}} \right] e^{\frac{\theta_1 - \psi}{Q}} = 0 \quad (7)$$

Connaissant θ_1 , on en déduit $i'_{B\psi}$; on connaît alors les expressions des différents courants tout au long de l'intervalle $(\psi, \psi + \frac{\pi}{3})$.

A titre d'exemple, on a représenté (Planche 8.2) pour $\varphi = \pi/3$ et $\psi = \frac{5\pi}{6}$, le diagramme de conduction des différents redresseurs, la forme d'onde v'_A de la tension aux bornes d'une phase, celle i'_A du courant la traversant, celles des courants i'_{SA} et i'_{SA} dans les thyristors et les diodes, et celle v_{ThA} de la tension aux bornes d'un groupe de redresseurs.

I.3.3. Fonctionnement avec débit séparé des gradateurs

Lorsque l'on augmente la valeur de ψ , l'intervalle (ψ, θ_1) de conduction simultanée des deux gradateurs diminue. La valeur limite ψ_ℓ de ψ correspondant au chevauchement des débits est obtenue quand disparaît cet intervalle, donc quand $\theta_1 = \psi_\ell$.

En remplaçant θ_1 et ψ par ψ_ℓ dans la relation (7), on obtient

$$\left(5 \sin(\psi_\ell - \varphi) + \sin(\psi_\ell - \varphi - \frac{2\pi}{3})\right) \left(\frac{1}{2} + e^{-\frac{\pi}{3Q}}\right) - \left(5 \sin(\psi_\ell - \varphi) + \sin(\psi_\ell - \frac{4\pi}{3} - \varphi)\right) \left(1 + \frac{1}{2} e^{-\frac{\pi}{3Q}}\right) = 0$$

En développant et simplifiant cette équation, on obtient la relation donnant ψ_ℓ .

$$\sin(\psi_\ell - \varphi + \frac{\pi}{6}) e^{\frac{\pi}{3Q}} = \sin(\psi_\ell - \varphi - \frac{\pi}{6}) \quad (8)$$

On peut remarquer qu'il était possible de trouver cette expression en utilisant les résultats obtenus dans l'étude générale du gradateur mixte (chap. 3). En effet puisque pour $\psi = \psi_\ell$ la durée de conduction de chaque redresseur est égale à sixième de période, et que dans ce cas, l'angle pratique de commande α égale π , il vient (Chap. 3, § I.3.3).

$$\alpha = \frac{4\pi}{3} + \psi - \theta_3 \text{ avec } e_3 \text{ donné par } \sin(\theta_3 - \frac{\pi}{6} - \varphi) e^{(\theta_3 - \psi)/Q}$$

$$= \sin(\psi - \frac{\pi}{6} - \varphi)$$

En remplaçant, dans la dernière équation θ_3 par $\psi_\ell + \frac{\pi}{3}$ puisque pour $\psi = \psi_\ell$ $\alpha = \pi$, on obtient à nouveau la relation (8).

Lorsque ψ devient supérieur à ψ_ℓ , cesse l'intervalle à 4 redresseurs simultanément passants. Chaque gradateur débite pendant les intervalles de blocage de l'autre, et fonctionne donc comme s'il était seul. Comme dans le cas où le récepteur est purement résistif, il suffit d'étudier le fonctionnement d'un seul gradateur pendant un tiers de période. On peut donc utiliser, en ce qui concerne les grandeurs relatives au récepteur, les résultats obtenus au Chapitre 3 (§ I.3.3).

- Pendant l'intervalle $\psi < \theta < \theta_3$, Th_A et D_C sont conducteurs

$$v'_A = v'_C = \frac{1}{2}(v_{sA} - v_{sC}) ; v'_B = 0 \quad v_{Th_A} = v_{Th_C} = 0 \quad v_{Th_B} = \frac{3}{2} v_{sB}$$

$$i_{sA} = i'_A = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{V_m}{Z} \left[\sin(\theta - \frac{\pi}{6} - \varphi) - \sin(\psi - \frac{\pi}{6} - \varphi) e^{-(\theta - \psi)/Q} \right] = -i'_C = -i_{sC}$$

Les redresseurs Th_A et D_C se bloquent pour $\theta = \theta_3$, valeur de θ qui annule i_{sA} .

- Pendant l'intervalle $\theta_3 < \theta < \psi + \frac{\pi}{3}$, tous les redresseurs sont bloqués.

v_{sA} étant dans cet intervalle, la plus négative des tensions de la source, D_A écoule les courants de fuite de Th_B et Th_C

$$v_{Th_A} = 0 ; v_{Th_B} = v_{sB} - v_{sA} > 0 \text{ et } v_{Th_C} = v_{sC} - v_{sA} > 0$$

- Pendant l'intervalle $\psi + \frac{\pi}{3} < \theta < \theta_3 + \frac{\pi}{3}$, les redresseurs Th'_C et D'_B du deuxième gradateur conduisent. Comme lorsque le récepteur est purement résistif :

$$\text{, pour } \theta < 229^\circ,1 \quad v_{Th_A} = \frac{1}{2} v_{sA} - 2 v_{sC} ; v_{Th_B} = 2(v_{sB} - v_{sC}) ; v_{Th_C} = 0$$

$$\text{. pour } \theta > 229^\circ,1 \quad v_{Th_A} = 0 ; v_{Th_B} = 2 v_{sB} - \frac{1}{2} v_{sA} ; v_{Th_C} = 2 v_{sC} - \frac{1}{2} v_{sA}$$

- Pendant l'intervalle $\theta_3 + \frac{\pi}{3} < \theta < \psi + \frac{2\pi}{3}$, tous les redresseurs sont bloqués et $v_{Th_A} = 0$ $v_{Th_B} = v_{sB} - v_{sA} > 0$ $v_{Th_C} = v_{sC} - v_{sA} > 0$

On a représenté (Planche 8.3), pour la même valeur de φ que lors du chevauchement des débits, $\varphi = \frac{\pi}{3}$, pour $\psi = \pi$, les formes d'onde de v'_A , i'_A , i'_{sA} , i'_{sA} et v_{Th_A} .

En haut de la planche 8.3, on a tracé la courbe donnant la valeur ψ_ℓ en fonction de l'argument φ du récepteur. On voit que la phase de chevauchement des débits des deux gradateurs, nulle quand le récepteur est purement résistif, augmente avec φ . Si le récepteur est uniquement inductif, elle dure tant que ψ est compris entre $5\pi/6$ et π .

III - CARACTERISTIQUES

III.1. Caractéristiques en débit séparé des gradateurs

Dès que ψ est supérieur ou $5\pi/6$ si le récepteur est purement résistif, ou que ψ est supérieur à ψ_ℓ s'il est résistif et inductif, les deux gradateurs débitent chacun leur tour dans le récepteur. Aux bornes de celui-ci, apparaît donc pendant une période, deux ondes de tension identiques, décalées de π , ne chevauchant pas.

Les caractéristiques relatives au gradateur mixte établies au Chapitre 3, sont directement utilisables.

En appelant V'_G la valeur efficace de la tension fournie au récepteur par un gradateur, celle V' donnée par le montage est donc

$$V' = \sqrt{2} V'_G$$

Le fondamental et les harmoniques impairs fournis par chaque gradateur étant en opposition de phase s'annulent, les harmoniques pairs, en phase s'additionnent.

En désignant par $V'_{1G}, V'_{2G}, V'_{4G}, V'_{5G}, V'_{7G}, \dots$ les valeurs efficaces du fondamental et des premiers harmoniques de tension délivrés par un gradateur, celles des mêmes grandeurs fournies par le montage ont pour valeurs

$$V'_1 = 0 ; V'_2 = 2 V'_{2G} ; V'_4 = 2 V'_{4G} ; V'_5 = 0 ; V'_6 = 0 ; V'_7 = 0 ; \\ V'_8 = 2 V'_{8G} ; \dots$$

De la même façon, si I_G est la valeur efficace du courant débité par un gradateur, donc par un secondaire, celui dans le récepteur a pour valeur efficace $I' = I_G \sqrt{2}$, chaque redresseur étant traversé par $I_G / \sqrt{2}$.

Dans les enroulements primaires, les courants sont, au rapport n_2/n_1 près et au signe près, égaux à i'_A, i'_B, i'_C , le courant absorbé a pour valeur efficace $I = \frac{n_2}{n_1} I'$.

III.2. Caractéristiques en débit simultané des gradateurs

Lorsque le récepteur est résistif et inductif et quand $\frac{5\pi}{6} < \psi < \psi_2$, les débits des deux gradateurs chevauchent, on ne peut plus utiliser les résultats établis au Chapitre 3. On calculera la valeur efficace V' des tensions v'_A, v'_B, v'_C et le développement en série de ces tensions en remarquant que l'intervalle $(\psi, \psi + \pi)$, correspond à une période de v'_A .

III.2.1. Valeur efficace des tensions

La valeur efficace V' des tensions aux bornes des phases du récepteur est donnée par

$$V'^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} v_A'^2 d\theta$$

Compte-tenu des déphasages entre v'_A, v'_B et v'_C , le calcul peut s'effectuer sur un sixième de période de la tension d'alimentation, soit un tiers de la période de la tension aux bornes du récepteur.

$$V'^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\frac{\pi}{3}} (v_A'^2 + v_B'^2 + v_C'^2) d\theta.$$

$$V'^2 = \frac{1}{9\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} \left((v_{SB} - v_{SC})^2 + (5 v_{SA} + v_{SC})^2 + (5 v_{SA} + v_{SB})^2 \right) d\theta$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\psi+\frac{\pi}{3}} (v_{SA} - v_{SC})^2 d\theta$$

$$V'^2 = \frac{1}{9\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} (50 v_{SA}^2 + 2v_{SB}^2 + 2v_{SC}^2 + 10 v_{SA} v_{SC} + 10 v_{SA} v_{SB} - 2 v_{SB} v_{SC}) d\theta + \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\psi+\frac{\pi}{3}} (v_{SA} - v_{SC})^2 d\theta$$

En remplaçant v_{SA} , v_{SB} , v_{SC} par leur valeur, on calcule :

$$50 v_{SA}^2 + 2 v_{SB}^2 + 2 v_{SC}^2 = V_{sm}^2 (3 + 48 \sin^2 \theta)$$

$$10 v_{SA} v_{SC} + 10 v_{SA} v_{SB} = 5 V_{sm}^2 (\cos 2\theta - 1)$$

$$2 v_{SB} v_{SC} = - V_{sm}^2 \left(\frac{1}{2} + \cos 2\theta \right)$$

En reportant ces valeurs dans les intégrales, il vient :

$$\left(\frac{V'}{V_{sm}} \right)^2 = \frac{1}{3\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} (16 \sin^2 \theta - \frac{1}{2} + 2 \cos 2\theta) d\theta + \frac{3}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\psi + \pi/3} \sin^2(\theta - \frac{\pi}{6}) d\theta$$

$$\left(\frac{V'}{V_{sm}} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} \left(\frac{5}{2} - 2 \cos 2\theta \right) d\theta + \frac{3}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\psi + \frac{\pi}{3}} (1 - \cos(2\theta - \frac{\pi}{3})) d\theta$$

En désignant par $V_s = \frac{V_{sm}}{\sqrt{2}}$, la valeur efficace de la tension aux bornes d'un enroulement secondaire, on obtient :

$$\frac{V'}{V_s} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \frac{7}{2}(\theta_1 - \psi) + 2(\sin 2\psi - \sin 2\theta_1) + \frac{3}{4}(\sin(2\theta_1 + \frac{\pi}{3}) - \sin(2\psi + \frac{\pi}{3})) \right]}$$

III.2.2. Développement en série des tensions

La fréquence des tensions aux bornes des phases du récepteur étant double de celle du réseau d'alimentation, et leur somme instantanée étant nulle, le développement en série de ces tensions comprend tous les harmoniques pairs non multiples de trois.

On calcule la valeur efficace de l'harmonique de rang n, avec n pair par

$$V'_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

A_n et B_n sont calculés sur une demi-période de la tension de la source.

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi + \pi} v'_A \sin n\theta d\theta \quad \text{et} \quad B_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi + \pi} v'_A \cos n\theta d\theta.$$

- Calcul de A_n

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1} v'_A \sin n\theta d\theta + \int_{\theta_1}^{\psi + \frac{\pi}{3}} v'_A \sin n\theta d\theta + \int_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\theta_1 + \frac{\pi}{3}} v'_A \sin n\theta d\theta \right. \\ \left. + \int_{\theta_1 + \frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} v'_A \sin n\theta d\theta + \int_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\theta_1 + \frac{2\pi}{3}} v'_A \sin n\theta d\theta + \int_{\theta_1 + \frac{2\pi}{3}}^{\psi + \pi} v'_A \sin n\theta d\theta \right]$$

Compte-tenu des différentes définitions de v'_A au cours de sa période, il vient :

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_1} \left(v'_A \sin n\theta + v'_B \sin n\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + v'_C \sin n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right) d\theta$$

$$+ \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\theta_1}^{\psi + \frac{\pi}{3}} \left(v'_A \sin n\theta + v'_B \sin n\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + v'_C \sin n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right) d\theta$$

En remplaçant v'_A , v'_B , v'_C par leur expression dans les deux intégrales, on obtient :

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} \left[\frac{1}{3}(v_{sB} - v_{sC}) \sin n\theta + \frac{1}{3}(5v_{sA} + v_{sC}) \sin n\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{3}(5v_{sA} + v_{sB}) \sin n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] d\theta$$

$$+ \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\theta_1}^{\psi + \frac{\pi}{3}} \frac{1}{2}(v_{sA} - v_{sC}) (\sin n\theta - \sin n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)) d\theta, \text{ soit}$$

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{3\pi} \int_{\psi}^{\theta_1} \left[v_{sB} (\sin n\theta - \sin n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)) + v_{sC} (\sin n\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) - \sin n\theta) + 5v_{sA} (\sin n\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) - \sin n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)) \right] d\theta$$

$$+ \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\psi + \frac{\pi}{3}} (v_{sA} - v_{sC}) (\sin n\theta - \sin n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)) d\theta.$$

En remplaçant v_{sA} , v_{sB} , v_{sC} par leur expression et après simplification, il vient :

$$A_n = \frac{2}{\pi} v_s \left[\frac{1}{3} \sin n \frac{\pi}{3} \int_{\psi}^{\theta_1} \left(\sin(n+1)\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) - \sin(n-1)\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right) d\theta + \frac{1}{3} \sin n \frac{\pi}{6} \int_{\psi}^{\theta_1} \left(\cos(n+1)\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + \cos(n-1)\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \right) d\theta - \frac{5}{3} \sin n \frac{\pi}{6} \int_{\psi}^{\theta_1} \left(\sin(n+1)\theta + n \frac{\pi}{2} - \sin\left((n-1)\theta + n \frac{\pi}{2}\right) \right) d\theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin n \frac{\pi}{3} \int_{\theta_1}^{\psi + \frac{\pi}{3}} \left(\cos(n+1)\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) + \cos(n-1)\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \right) d\theta \right]$$

L'intégration de cette expression donne la valeur de A_n .

$$A_n = \frac{2v_s}{\pi} \left[\frac{1}{3} \sin n \frac{\pi}{3} \left[\frac{\cos(n+1)\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right) - \cos(n+1)\left(\theta_1 + \frac{\pi}{3}\right)}{n+1} + \frac{\cos(n-1)\left(\theta_1 + \frac{\pi}{3}\right) - \cos(n-1)\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right)}{n-1} \right] + \frac{1}{3} \sin n \frac{\pi}{6} \left[\frac{\sin(n+1)\left(\theta_1 + \frac{\pi}{6}\right) - \sin(n+1)\left(\psi + \frac{\pi}{6}\right)}{n+1} \right] \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \left. \frac{\sin(n-1)(\theta_1 + \frac{\pi}{6}) - \sin(n-1)(\psi + \frac{\pi}{6})}{n-1} \right] \\
 & + \frac{5}{3} \sin n \frac{\pi}{6} \left[\frac{\cos((n+1)\psi + n \frac{\pi}{2}) - \cos((n+1)\theta_1 + n \frac{\pi}{2})}{n+1} + \right. \\
 & \left. \frac{\cos((n-1)\theta_1 + n \frac{\pi}{2}) - \cos((n-1)\psi + n \frac{\pi}{2})}{n-1} \right] \\
 & + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin n \frac{\pi}{3} \left[\frac{\sin(n+1)(\psi + \frac{2\pi}{3}) - \sin(n+1)(\theta_1 + \frac{\pi}{3})}{n+1} + \right. \\
 & \left. \frac{\sin(n-1)(\psi + \frac{2\pi}{3}) - \sin(n-1)(\theta_1 + \frac{\pi}{3})}{n-1} \right]
 \end{aligned}$$

- Calcul de B_n

$$\begin{aligned}
 B_n = & \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left[\int_{\psi}^{\theta_1} v'_A \cos n\theta \, d\theta + \int_{\theta_1}^{\psi + \frac{\pi}{3}} v'_A \cos n\theta \, d\theta + \int_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\theta_1 + \frac{\pi}{3}} v'_A \cos n\theta \, d\theta \right. \\
 & \left. + \int_{\theta_1 + \frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} v'_A \cos n\theta \, d\theta + \int_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\theta_1 + \frac{2\pi}{3}} v'_A \cos n\theta \, d\theta + \int_{\theta_1 + \frac{2\pi}{3}}^{\psi + \pi} v'_A \cos n\theta \, d\theta \right]
 \end{aligned}$$

Comme dans le calcul de A_n , on effectue des changements de variable dans les quatre dernières intégrales, on remplace v'_A , v'_B , v'_C par leur expression, et on procède aux mêmes types de regroupements et de simplifications. On obtient :

$$\begin{aligned}
 B_n = & \frac{2V_s}{\pi} \left[\frac{1}{3} \sin n \frac{\pi}{3} \int_{\psi}^{\theta_1} \left(\cos(n+1)(\theta + \frac{\pi}{3}) - \cos(n-1)(\theta + \frac{\pi}{3}) \right) d\theta \right. \\
 & - \frac{1}{3} \sin n \frac{\pi}{6} \int_{\psi}^{\theta_1} \left(\sin(n-1)(\theta + \frac{\pi}{6}) + \sin(n+1)(\theta + \frac{\pi}{6}) \right) d\theta \\
 & + \frac{5}{3} \sin n \frac{\pi}{6} \int_{\psi}^{\theta_1} \left(\cos((n-1)\theta + n \frac{\pi}{2}) - \cos((n+1)\theta + n \frac{\pi}{2}) \right) d\theta \\
 & \left. - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin n \frac{\pi}{3} \int_{\theta_1}^{\psi + \frac{\pi}{3}} \left(\sin(n-1)(\theta + \frac{\pi}{3}) + \sin(n+1)(\theta + \frac{\pi}{3}) \right) d\theta \right]
 \end{aligned}$$

L'intégration donne l'expression de B_n

$$\begin{aligned}
 B_n = & \frac{2V_s}{\pi} \left[\frac{1}{3} \sin n \frac{\pi}{3} \left[\frac{\sin(n+1)(\theta_1 + \frac{\pi}{3}) - \sin(n+1)(\psi + \frac{\pi}{3})}{n+1} + \right. \right. \\
 & \left. \frac{\sin(n-1)(\psi + \frac{\pi}{3}) - \sin(n-1)(\theta_1 + \frac{\pi}{3})}{n-1} \right] + \frac{1}{3} \sin n \frac{\pi}{6} \left[\frac{\cos(n+1)(\theta_1 + \frac{\pi}{6}) - \cos(n+1)(\psi + \frac{\pi}{6})}{n+1} \right. \\
 & \left. + \frac{\cos(n-1)(\theta_1 + \frac{\pi}{6}) - \cos(n-1)(\psi + \frac{\pi}{6})}{n-1} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{5}{3} \sin n \frac{\pi}{6} \left[\frac{\sin((n+1) \theta_1 + n \frac{\pi}{2}) - \sin((n+1) \psi + \frac{n\pi}{2})}{n+1} + \right. \\
 & \left. \frac{\sin((n-1) \psi + \frac{n\pi}{2}) - \sin((n-1) \theta_1 + \frac{n\pi}{2})}{n-1} \right] \\
 & + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \frac{n\pi}{3} \left[\frac{\cos(n+1)(\psi + \frac{2\pi}{3}) - \cos(n+1)(\theta_1 + \frac{\pi}{3})}{n+1} + \right. \\
 & \left. \frac{\cos(n-1)(\psi + \frac{2\pi}{3}) - \cos(n-1)(\theta_1 + \frac{\pi}{3})}{n-1} \right]
 \end{aligned}$$

III.3 Tracé des caractéristiques. Résultats

On a calculé et tracé les caractéristiques de tension relatives au récepteur, dans le cas du débit sur résistance (bas de la Planche 8.3) puis du récepteur résistant et inductif (Planche 8.4 et 8.5).

Ces courbes donnent, en fonction de ψ ,

- la valeur efficace relative V'/V_s des tensions v'_A, v'_B, v'_C
- la valeur efficace relative $V'_2/V_s, V'_4/V_s, V'_8/V_s$ des premiers harmoniques de la tension aux bornes de récepteur.

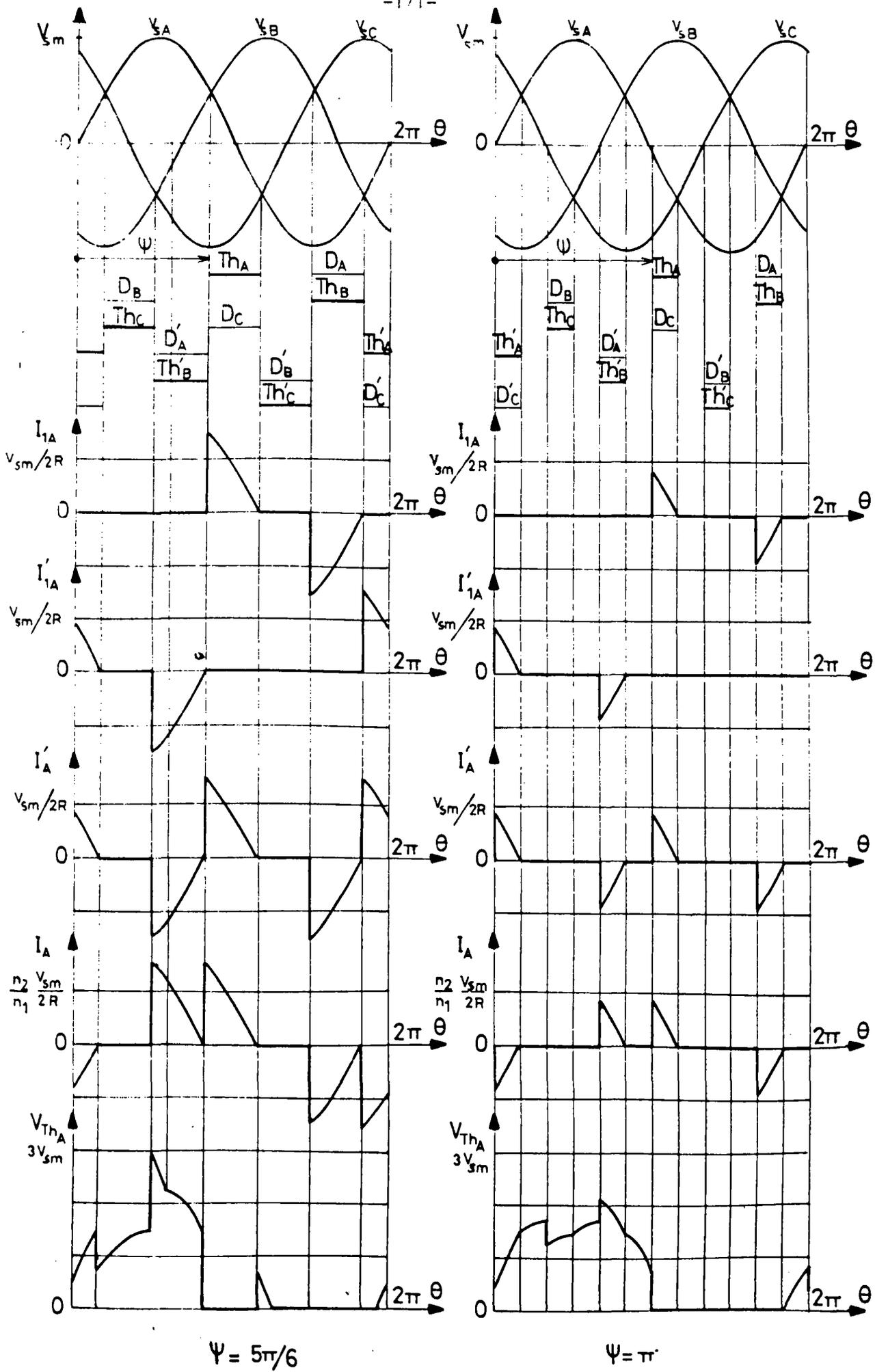
Puisque le but assigné au montage est la multiplication par deux de la fréquence des tensions d'alimentation, il faut choisir l'angle de commande ψ de façon à maximiser l'harmonique de rang 2 et minimiser les autres, en particulier celui de rang 4.

- L'examen des caractéristiques montre que quel que soit l'argument du récepteur, l'augmentation de l'angle ψ conduit à une diminution de l'harmonique de rang 2, alors que celui de rang 4 croît ou décroît moins vite. D'ailleurs dès que le récepteur devient légèrement inductif, à partir d'une certaine valeur de ψ , V'_4 devient supérieur à V'_2 .

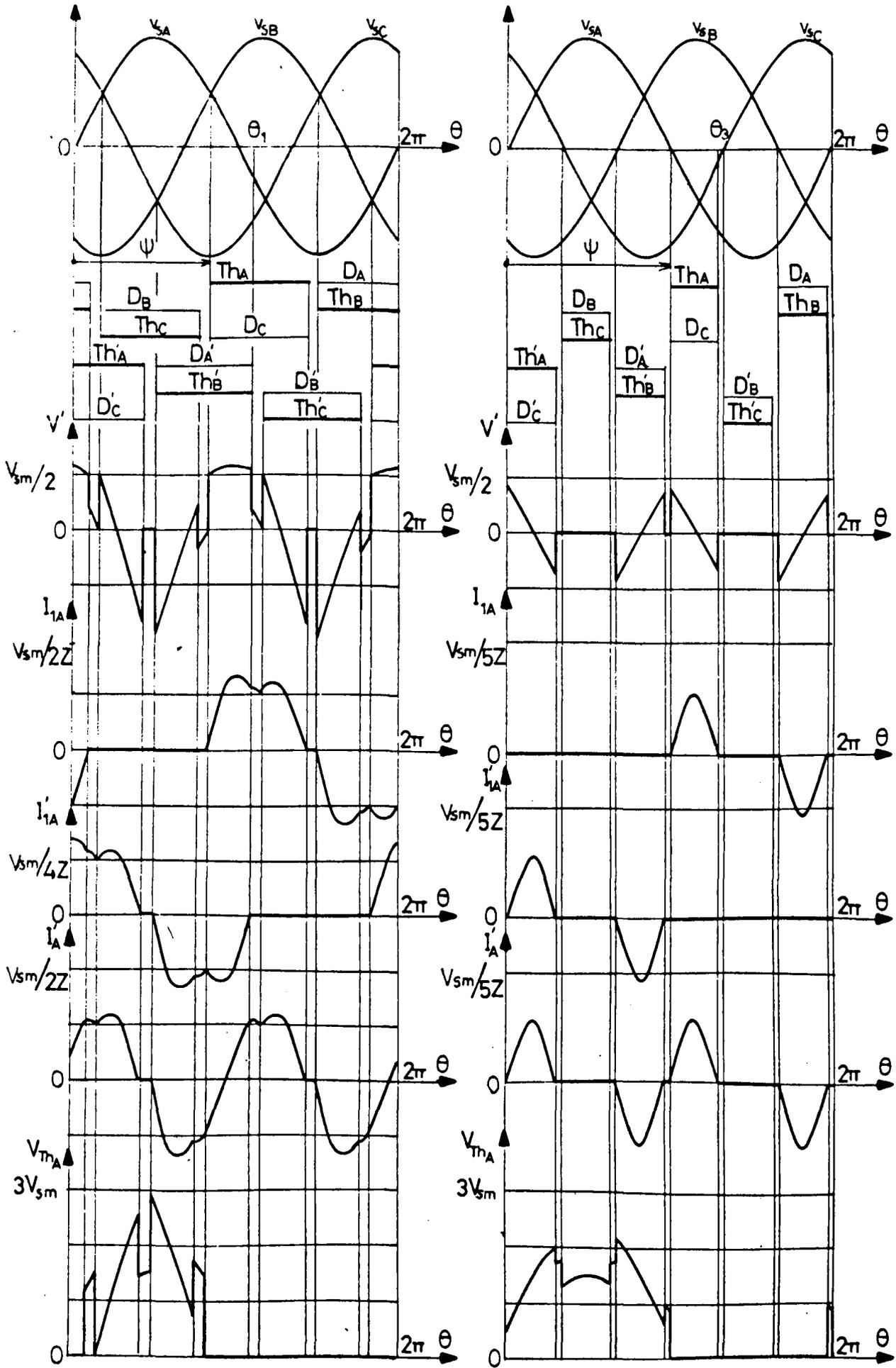
Il faut donc donner à ψ une valeur légèrement supérieure à $5\pi/6$, compatible avec la sécurité de fonctionnement du montage, puisque $\psi < 5\pi/6$ équivaut à un court-circuit.

Il est également remarquable que sauf dans le cas où le récepteur est purement résistant ($\varphi = 0$), $\psi = 5\pi/6$ correspond à un fonctionnement avec chevauchement des débits des deux gradateurs, et c'est pour ce mode de fonctionnement que les résultats sont les meilleurs. Dès que φ n'est plus égal à 0, V'_2 augmente et V'_4 diminue. Au fur et à mesure que φ croît l'écart entre ces deux grandeurs s'accroît et pour $\varphi = \pi/2$ $V'_2 = 0,735 V_s$ et V'_4 ne vaut plus que $0,147 V_s$. Cet écart, sensible pour les harmoniques de tension, l'est encore plus pour les harmoniques de courant, l'impédance présentée à ceux-ci par le récepteur augmentant avec l'angle φ .

L'inconvénient présenté par le montage est la nécessité d'utiliser des redresseurs de calibre tension élevé. En effet, pour $\psi = 5\pi/6$, la tension appliquée aux redresseurs bloqués peut atteindre $3 V_{sm}$ donc $3\sqrt{2} V_s$.



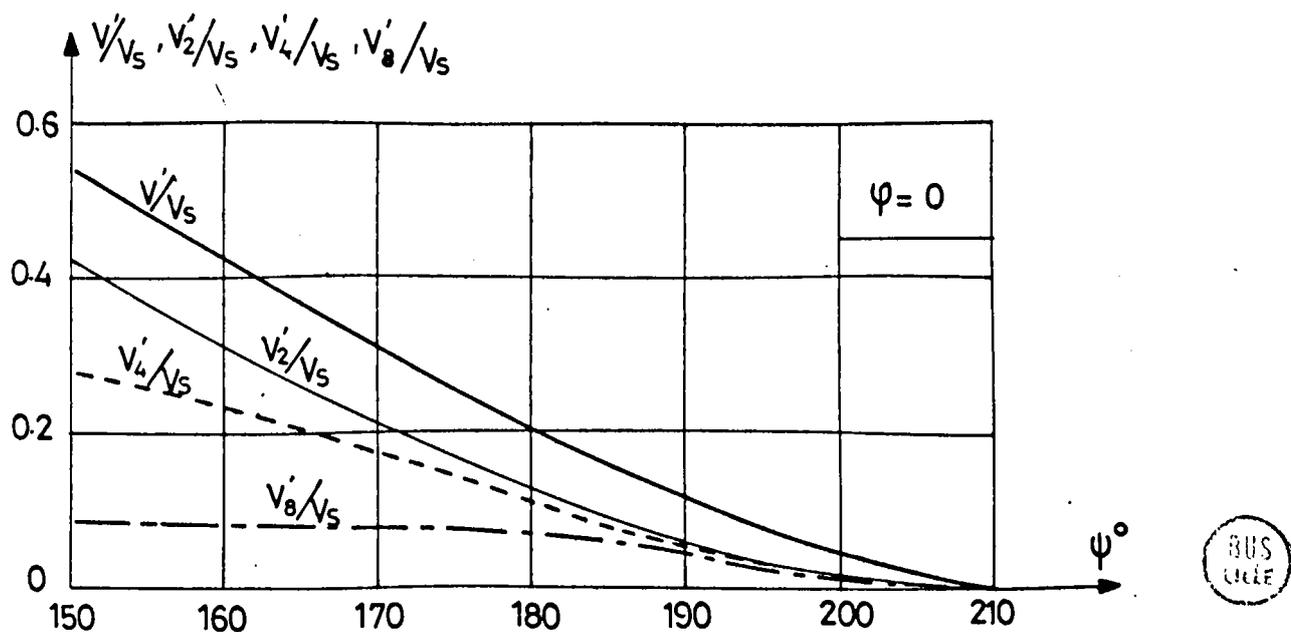
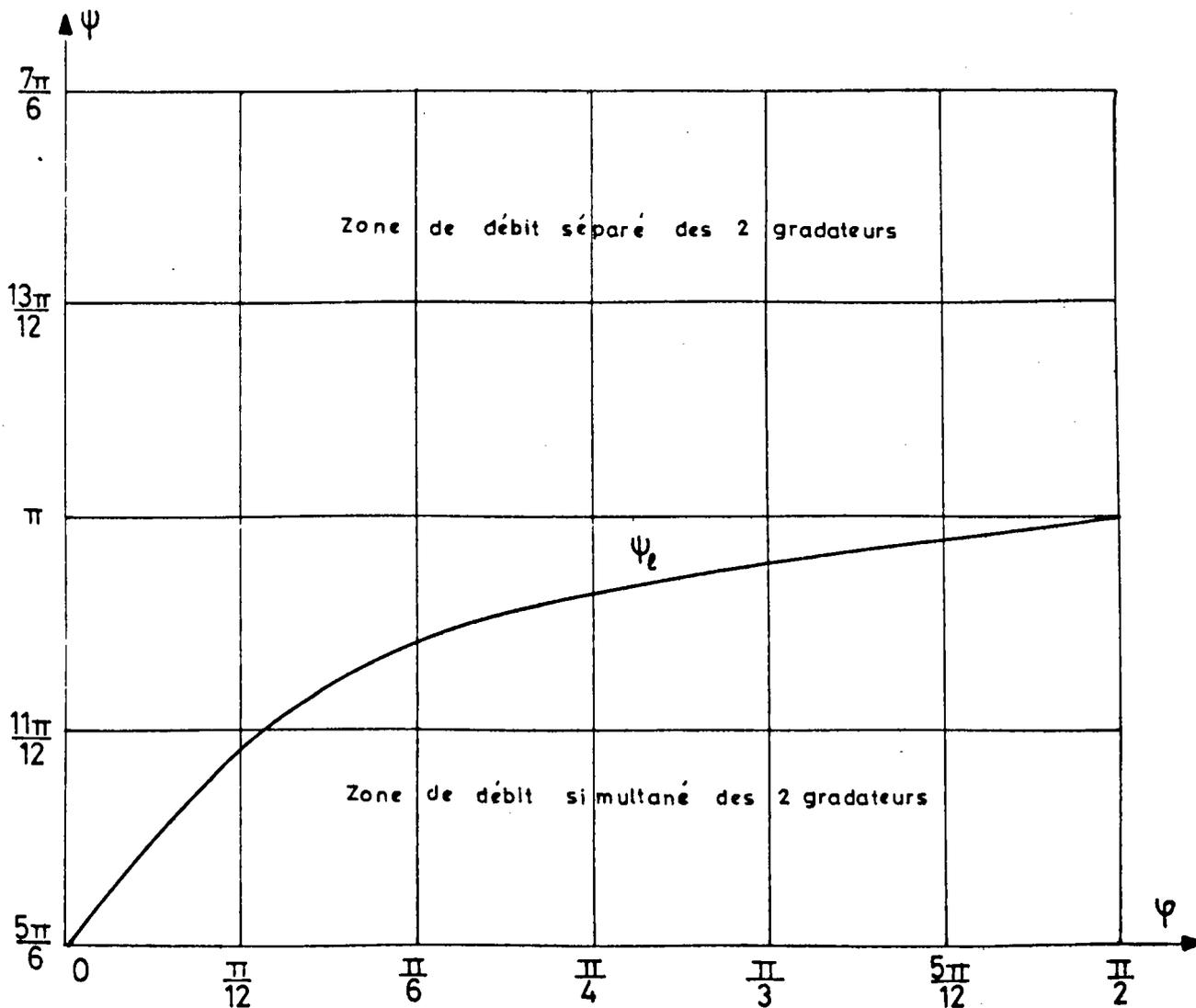
Multiplieur de fréquence - débit sur R.



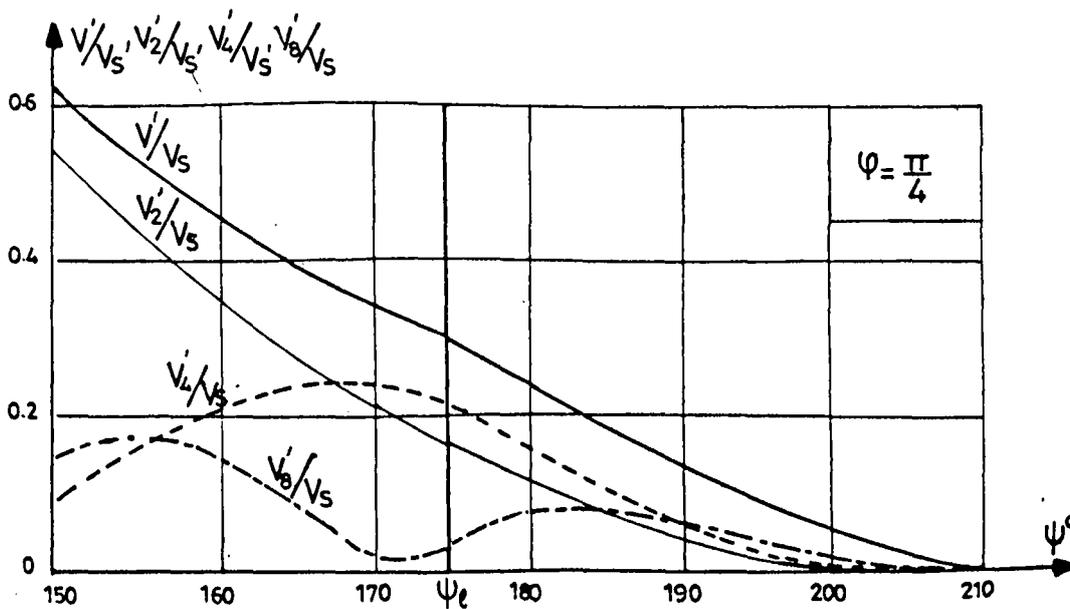
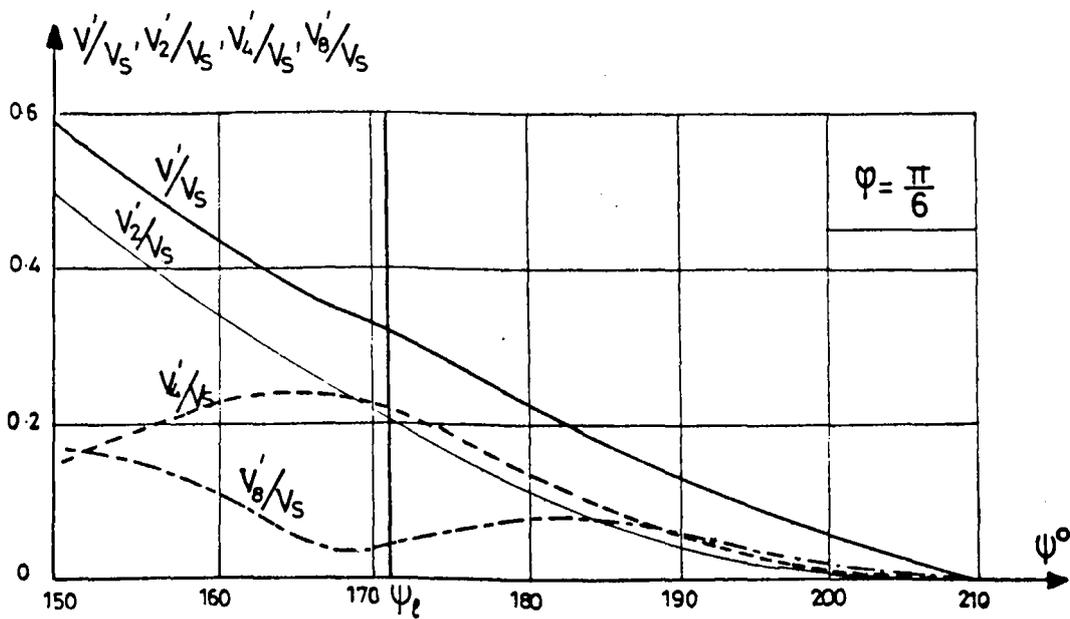
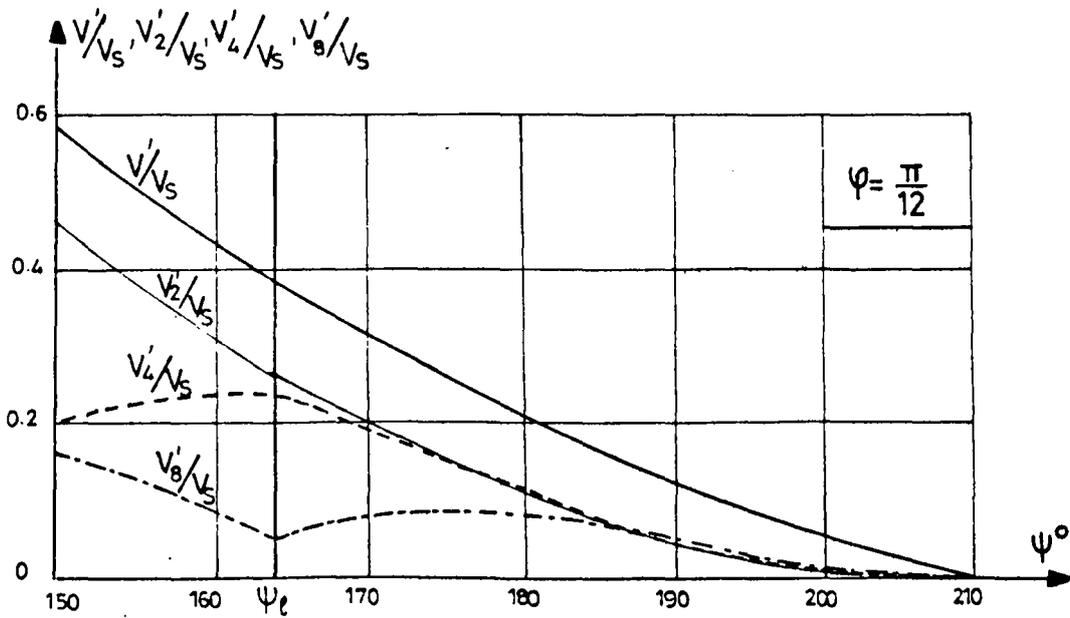
$\psi = 5\pi/6$ $\theta_1 = 199.9$
 Débit simultané

$\psi = \pi$ $\theta_3 = 234.9$
 Débit séparé

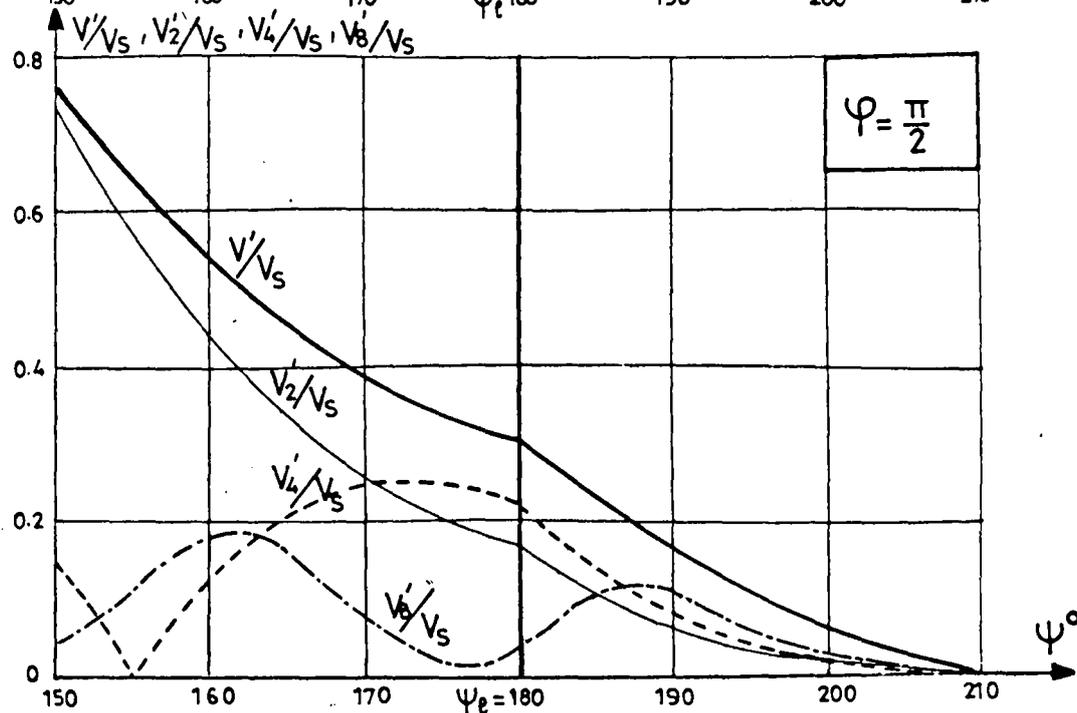
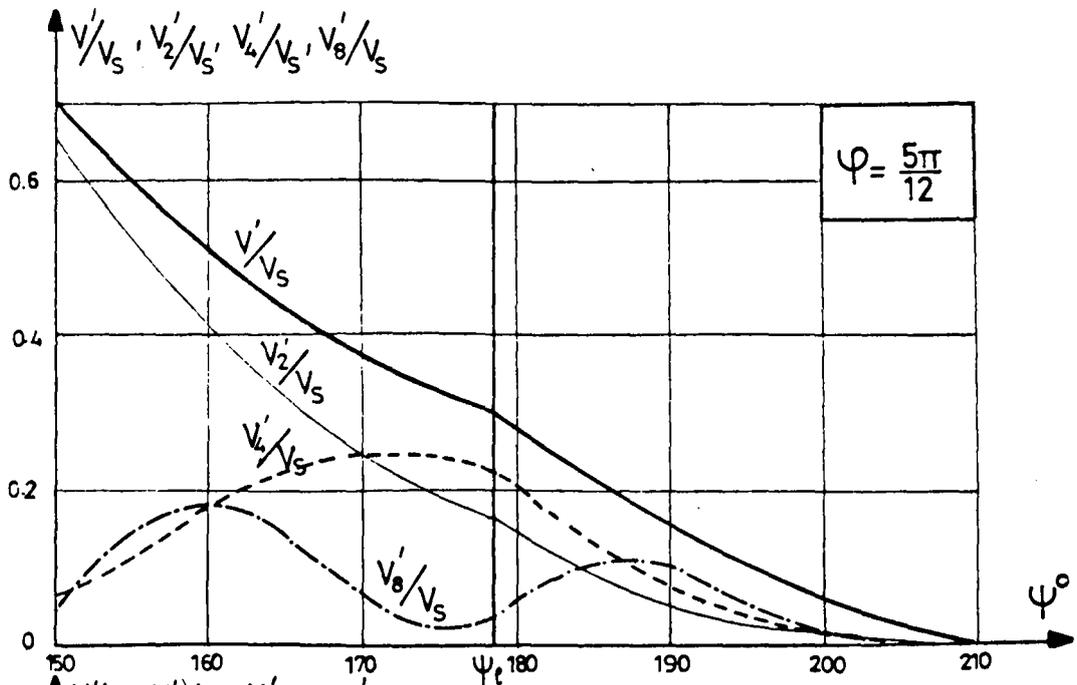
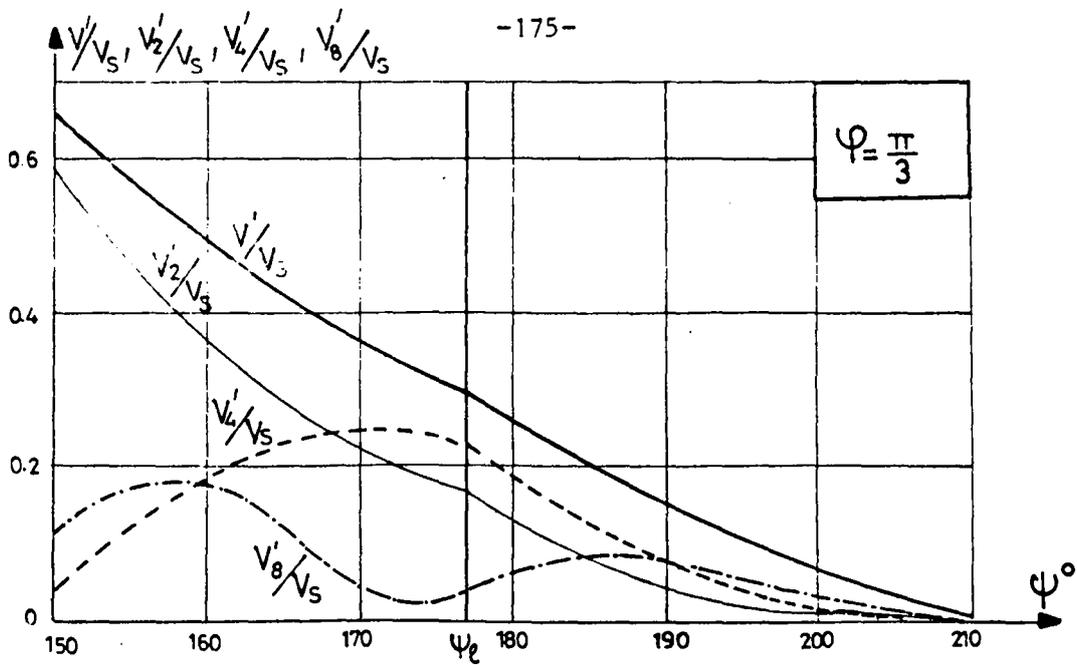




Multiplieur de fréquence - caractéristiques -



Multiplieur de fréquence . caractéristiques .



*
* BIBLIOGRAPHIE *
*

- [1] G. SEGUIER
L'électronique de puissance
Dunod éditeur, Paris, 1974.
- [2] H. FOCH, Ch. GLAIZE, J.P. LOUIS, R. LE DOEUFF, J. PERARD, G. SEGUIER
Classification et caractérisation des convertisseurs statiques
Rapport GRECO "Machines électriques à hautes performances", Mars 1979.
- [3] J. LECORGUILLIER
Les redresseurs en simple alternance
Eyrolles éditeur, Paris 1953.
- [4] J. LECORGUILLIER
Les gradateurs tête-bêche en débit sur circuit inductif
Revue Générale de l'Electricité, t. 75, n° 7 - 8, Juillet-Août 1966
p. 939 - 946.
- [5] J. TAKEUCHI
Analysis of Single-Phase Back-to-Back 5 CR circuits using \emptyset -Function method.
Elec. Eng. Jap., Vol. 85, n° 6, 1965, p 42-50.
- [6] W. SHEPHERD
Steady-State Analysis of the Series Résistance-Inductance
circuit controlled by Silicon Controlled Rectifiers
I.E.E.E., transactions I.G.A., Vol. I.G.A.-1, p 259-265 July/August
1965.

- [7] W. SHEPHERD
Steady-state Analysis of single-Phase, Parallel, Resistance-Inductance circuits controlled by S.C.R. pairs.
I.E.E.E. transactions on I.G.A., Vol. I.G.A.-2, n° 6, p 469-473,
Nov., Déc. 1966.
- [8] A. YAIR
Steady-state Analysis of a two-Branch Resistance-Inductance Parallel circuit controlled by a Bidirectional A.C. switch.
I.E.E.E. transactions on I.A., Vol. I.A.-12, n° 12, p 138-142,
March, April 1975.
- [9] W. SHEPHERD, J. STANWAY
The silicon controlled rectifier A.C. switch for the control of single-phase series and transformer coupled loads.
I.E.E.E. Int. Conv. Rec. Part 4, March 1964, p 155-163.
- [10] A. YAIR
Steady-state analysis of single-phase transformer coupled loads controlled by a bidirectional A.C. switch,
I.E.E.E. Transactions on I.A., Vol. I.A.-12, n° 2, March/April 1976,
p 143-146.
- [11] B.W. LINGARD, R.W. JOHNSON, W. SHEPHERD
Steady-state performance and analysis of the series resistance-Capacitance circuit with control by adjustable thyristor triggering
I.E.E.E. transactions on I.G.A., Vol. I.G.A.-4, n° 6, Nov./Dec. 1968,
p 644-654.
- [12] T. HIMEI, J. INOUE, S. NAKANISHI, I. UKITA
A step-up phenomenon of the thyristor control circuit with series R.L.C. elements
I.E.E.E. transactions on I.A., Vol. I.A.-11, n° 5, Sept./Oct. 1975,
p 531-538.
- [13] M. KHALIFA, M. OBEID, S. ENAMUL-HAQUE
Effects of source impedance on the steady-state performance of thyristor controlled circuits
I.E.E.E. transactions on I.A., Vol. I.A.-11, n° 4, July/August 1975,
p 384-390.

- [14] F.C. BROADLY, J.G. SHEPPARD, W. SHEPHERD
Steady-state analysis of the series Resistance-Inductance circuit,
controlled by asymmetrical triggering of thyristors.
I.E.E.E. transactions on I.A., Vol. I.A.-9, n° 4, July/August 1973,
p. 437-447.
- [15] J. TAKEUCHI, M. KOBATA
Analysis of single-phase back to back S.C.R. circuit having unbalanced
firing-angles
Elec. Eng. Jap. Vol. 86, n° 10, 1966, p 7-11.
- [16] W. SHEPHERD, P. ZAKIKHANI
Power-factor compensation of thyristor-controlled single-phase load
Proc. I.E.E. Vol. 120, n° 2, February 1973, p 245-246.
- [17] W. SHEPHERD, J.P. GALLAGHER
Power-factor of thyristor - controlled single-phase resistive load
Proc. I.E.E. Vol. 120, n° 12, December 1973, p 1538-1539.
- [18] T.G. BLAND
Steady-state analysis of single-phase A.C. controller with resistance
load
I.E.E.E transactions on I.E.C.I., Vol. I.E.C.I.-22, n° 3, August 1975,
p 441-447.
- [19] T.G. BLAND
Steady-state analysis of the series resistance-inductance circuit
with controlled switches
I.E.E.E. trans. on I.E.C.I., Vol. I.E.C.I.-23, n° 2, May 1976,
p 171-177.
- [20] G.N. REVANKAR, D.S. TRASI
Symmetrically pulse width modulated A.C. chopper
I.E.E.E. trans. on I.E.C.I., Vol. I.E.C.I.-24, n° 1, February 1977,
p 39-44.
- [21] K.A. KRISNAMURTHY, G.K. DUBEY, G.N. REVANKAR
A.C. power control of an R-L load
I.E.E.E. trans. on I.E.C.I., Vol. I.E.C.I.-24, n° 1, February 1977,
p 138-141.

- [22] W. SHEPHERD, P.J. GALLAGHER
Some properties of thyristor controlled resistive load with integral cycle switching
I.E.E.E. conf. Publication, n° 110, April 1974, p 188-192.
- [23] P.J. GALLAGHER, W. SHEPHERD
Operation of two parallel-connected thyristor controlled resistive loads with integral cycle triggering.
I.E.E.E. trans. on I.E.C.I., Vol. I.E.C.I.-22, n° 4, Nov. 1975, p 510-515.
- [24] P.J. GALLAGHER, T.G. BLAND, W. SHEPHERD
Power-factor of thyristor-controlled loads with sinusoidal supply voltage and integral-cycle triggering,
I.E.E.E. trans. on I.E.C.I., Vol. I.E.C.I.-24, n° 1, February 1977, p 92-96.
- [25] P.J. GALLAGHER, A. BARRETT, W. SHEPHERD
Analysis of single-phase rectified thyristor-controlled load with integral cycle triggering
Proc. I.E.E., Vol. 117, n° 2, February 1970, p 409-414.
- [26] C. ROMBAUT, G. SEGUIER
Discontinuité, lors du débit sur résistance pure, de la caractéristique pratique de commande des gradateurs triphasés.
C.R. Acad. Sc., Paris, t.277, Sept. 1973, p 281-284.
- [27] C. ROMBAUT, G. SEGUIER
Caractéristiques des gradateurs triphasés
Revue Jeumont-Schneider, n° 17, Juin 1974, p 33-46.
n° 18, Sept. 1974, p 29-46.
- [28] C. ROMBAUT, J.P. SIX
Les caractéristiques des gradateurs triphasés.
Colloque sur l'utilisation des semi-conducteurs de puissance
Liège, Nov. 1978, 4^{ème} partie, rapport n° 1, p 1-10.

- [29] C. ROMBAUT, H. SCHOORENS
Délimitation de la zone à fonctionnement anormal du gradateur triphasé débitant sur une charge résistante et capacitive.
C.R. Acad. Sc. Paris, t. 185, Juillet 1977, p 41-44.
- [30] C. ROMBAUT, H. SCHOORENS G. SEGUIER
Operation of 3-phase A.C. thyristor-regulator feeding an R or R.L or R.C. balanced load.
Proc. I.E.E. Vol. 125, n° 8, August 1978, p 741-742.
- [31] C. ROMBAUT, G. SEGUIER
Condition d'application de la transfiguration étoile-triangle aux récepteurs triphasés alimentés par un montage à redresseurs contrôlés.
C.R. Acad. Sc. Paris, t. 277, Nov. 1973, p 607-609.
- [32] E.D. SPOONER
Three-phase three-thyristor voltage control scheme
I.E.E.E. trans. on I.A., Vol. I.A.-11, n° 5, Sept./Oct. 1975,
p 478-482.
- [33] P.C. SEN, P.P. BIRINGER, R.S. SEGSWORTH
Three phase variable inductor using thyristors
I.E.E.E. Conf. Record of I.G.A., 1967, 2nd annual meeting of I.G.A.
p 187-199.
- [34] H. GRANK
Power factor correction with thyristor-controlled capacitors
A.S.E.A. Journal, 1971, Vol. 44, n° 6, p 180-184.
- [35] H. FRANK
Tycap, power factor correction equipment using thyristor-controlled capacitors for arc furnaces.
A.S.E.A. Journal, 1973, Vol. 46, n° 6, p 147-152.
- [36] A. LUDBROOK
Thyristor capacitor switch. A new tool for power applications.
I.E.E.E. Conf. record or I.G.A., 1967, 2nd annual meeting of I.G.A.
p 431-433.

- [37] S. JAEGER, D. KNUTH
Mesure et commande pour un système de compensation et d'équilibrage de charges triphasées rapidement variables.
Wissenschaftliche Berichte, A.E.G. Telefunken, n° 1, 1972.
- [38] L. GYUGYI
Reactive power generation and control by thyristors circuits
P.E.S.C. 76, Record p 174-184.
- [39] M. GRANDPIERRE
Régulation du facteur de puissance et équilibrage d'un réseau au moyen d'un compensateur statique à thyristors.
Thèse Docteur-Ingénieur, Toulouse, n° 590, 30 Septembre 1977.
- [40] P. CHARLES
Principe et dimensionnement des dispositifs de compensation statique rapide.
R.G.E. tome 88, n° 1, Janvier 1979, p 49-57.
- [41] M. BOIDIN, G. DROUIN
Performances dynamiques des compensateurs statiques à thyristors et principes de régulation
R.G.E. tome 88, n° 1, Janvier 1979, p 58-73.
- [42] T.A. LIPO
The analysis of induction motors with voltage control by symmetrically triggered thyristors
I.E.E.E. trans. P.A.S. Vol. 87, n° 2, 1968, p 597-605.
- [43] N. HAYASHI
State variable analysis of induction motors controlled by semiconductor switches
Elec. Eng. Jap. 1971, Vol. 91, n° 6, p 153-162.
- [44] B. ILLANGO, M. RAMAMOORTY
Steady state analysis of thyristor controlled three phase induction motor.
I.E.E.E. trans. P.A.S. 1974, p 1165-1173.

- [45] A. BELLINI, A. DE CARLI, M. LA CAVA
Steady state characteristics of phase controlled induction motors
I.A.S. 75, Annual 27-A, p 643-648.
- [46] M. RAMAMOORTY, M.F. SAMEK
Steady state analysis of phase controlled induction motor with
isolated **neutral**
I.E.E.E. trans. on I.E.C.I., Vol. I.E.C.I.-23, n° 2, May 1976,
p 178-184.
- [47] S. RAHMAN, W. SHEPHERD
Thyristor and Diode controlled variable voltage drives for 3-phase
induction motors.
Proc. I.E.E. Vol. 124, n° 9, Sept. 1977, p 784-790.
- [48] J.P. SIX
Etude du moteur asynchrone en vue de son utilisation dans les équi-
pements à vitesse variable.
Thèse Docteur-Ingénieur, Lille, n° 158, Juin 1974.
- [49] G. SEGUIER, J.P. SIX
Stabilité du réglage par la tension d'alimentation, de la vitesse
du moteur d'induction développant un couple croissant avec la
vitesse.
C.R. Acad. Sc. Paris, t. 281, Oct. 1975, p 341-343.
- [50] C. ROMBAUT, G. SEGUIER, J.P. SIX
Conditions d'emploi des gradateurs pour faire varier la vitesse
d'un moteur asynchrone à cage.
Revue E. Vol. 8, n° 12, 1977, p 287-294.
- [51] M. BOULIER
Comportement du moteur asynchrone triphasé à cage commandé par
contacteur statique.
Thèse de 3^{ème} cycle, Lille, n° 645, Juillet 1977.
- [52] E. PERRIN, E.T. SCHONHOLZER
Fundamental operation of rectifiers with thyristor A.C. power control
I.E.E.E. transactions on I.A., Vol. I.A.-9, n° 4, July/ August 1973,
p 453-461.

*
* TABLE DES MATIERES *
*

<u>INTRODUCTION</u>	P. 1
Les transformations	P. 1
Les redresseurs utilisés	P. 2
Les commutations. Particularité des gradateurs	P. 2
Les études sur les gradateurs	P. 3
Présentation du mémoire	P. 6
<u>CHAPITRE 1 : GRADATEUR MONOPHASE TOUT THYRISTORS</u>	P. 8
I. Etude du fonctionnement	P. 8
II. Caractéristiques	P. 10
II.1. Valeur efficace de la tension v'	P. 10
II.2. Valeur efficace du courant	P. 11
II.3. Développement en série de la tension v'	P. 11
II.4. Tracé des caractéristiques. Conclusions.	P. 13
Planches	P. 14
<u>CHAPITRE 2 : GRADATEUR TRIPHASE TOUT THYRISTORS</u>	P. 16
I. Etude du fonctionnement	P. 17
I.1. Débit sur un récepteur purement résistant	P. 17
I.1.1. Premier mode ($0 < \psi < \pi/3$) : 3 ou 2 redresseurs passants	P. 18
I.1.2. Deuxième mode ($\pi/3 < \psi < \pi/2$) : toujours 2 redresseurs conducteurs.	P. 18
I.1.3. Troisième mode ($\pi/2 < \psi < 5\pi/6$) : conduction de 2 ou 0 redresseurs.	P. 19
I.2. Débit sur un récepteur purement inductif	P. 20
I.2.1. Premier mode ($\pi/2 < \psi < 2\pi/3$) : 3 ou 2 redresseurs passants.	P. 20
I.2.2. Troisième mode ($2\pi/3 < \psi < 5\pi/6$) : 2 ou 0 redresseurs passants	P. 22

I.3. Débit sur un récepteur résistant et inductif	P. 23
I.3.1. Premier mode ($\psi < \psi < \psi_\ell$) : conduction de 3 ou 2 redresseurs	P. 23
I.3.2. Troisième mode ($\psi_\ell < \psi < 5\pi/6$) : conduction de 2 ou 0 redresseurs.	P. 25
II. Caractéristiques	P. 26
II.1. Valeur efficace des tensions	P. 26
II.1.1. Premier mode de fonctionnement	P. 26
II.1.2. Troisième mode de fonctionnement	P. 27
II.2. Valeur efficace des courants	P. 28
II.2.1. Premier mode de fonctionnement	P. 28
II.2.2. Troisième mode de fonctionnement	P. 30
II.3. Développement en série des tensions aux bornes du récepteur	P. 31
II.3.1. Premier mode de fonctionnement	P. 31
II.3.2. Troisième mode de fonctionnement	P. 33
II.3.3. Remarque sur le deuxième mode de fonctionnement	P. 34
II.4. Résultats. Tracé des caractéristiques	P. 35
Planches	P. 36
<u>CHAPITRE 3 : GRADATEUR TRIPHASE MIXTE</u>	P. 41
I. Analyse du fonctionnement	P. 42
I.1. Débit sur récepteur purement résistant	P. 42
I.1.1. Premier mode ($0 < \psi < \pi/2$) : conduction de 3 ou 2 redresseurs	P. 42
I.1.2. Deuxième mode ($\pi/2 < \psi < 2\pi/3$) : conduction de 3, 2 ou 0 redresseurs	P. 43
I.1.3. Troisième mode ($2\pi/3 < \psi < 7\pi/6$) : conduction de 2 redresseurs ou de 0.	P. 44
I.2. Débit sur un récepteur purement inductif	P. 45
I.2.1. Premier mode ($\pi/2 < \psi < 5\pi/6$) : 3 ou 2 redresseurs passants	P. 45
I.2.2. Troisième mode ($5\pi/6 < \psi < 7\pi/6$) : 2 redresseurs passants ou 0.	P. 47
I.3. Débit sur un récepteur résistant et inductif	P. 48
I.3.1. Premier mode ($\psi < \psi < \psi_\ell$) : conduction de 3 ou 2 redresseurs	P. 48
I.3.2. Deuxième mode ($\psi_\ell < \psi < 2\pi/3$) : conduction de 3, 2 ou 0 redresseurs.	P. 50

I.3.3. Troisième mode (ψ_{θ_1} ou $2\pi/3 < \psi < 7\pi/6$) : conduction de 2 ou 0 redresseurs	P. 53
II. Caractéristiques	P. 53
II.1. Valeur efficace des tensions	P. 53
II.1.1. Premier mode de fonctionnement	P. 54
II.1.2. Deuxième mode de fonctionnement	P. 54
II.1.3. Troisième mode de fonctionnement	P. 54
II.2. Valeur efficace des courants	P. 55
II.2.1. Premier mode de fonctionnement	P. 55
II.2.2. Deuxième mode de fonctionnement	P. 57
II.2.3. Troisième mode de fonctionnement	P. 58
II.3. Développement en série des tensions	P. 58
II.3.1. Premier mode de fonctionnement	P. 59
II.3.2. Deuxième mode de fonctionnement	P. 60
II.3.3. Troisième mode de fonctionnement	P. 62
II.4. Tracé des caractéristiques. Résultats.	P. 64
Planches.	P. 66

CHAPITRE 4 : GROUPEMENT EN TRIANGLE DE TROIS GRADATEURS MONOPHASES P. 71

I. Fonctionnement	P. 72
I.1. Fonctionnement de chaque gradateur	P. 72
I.2. Expressions des courants en ligne	P. 73
I.2.1. Premier régime $\psi < \theta_1 - 2/3$	P. 73
I.2.2. Deuxième régime $\theta_1 - 2\pi/3 < \psi < \theta_1 - \pi/3$	P. 74
I.2.3. Troisième régime $\theta_1 - \pi/3 < \psi < \pi$	P. 75
II. Caractéristiques	P. 75
II.1. Utilisation des caractéristiques du gradateur monophasé	P. 75
II.2. Valeur efficace des courants en ligne	P. 76
II.2.1. Premier régime $\psi < \theta_1 - 2\pi/3$	P. 76
II.2.2. Deuxième régime $\theta_1 - 2\pi/3 < \psi < \theta_1 - \pi/3$	P. 78
II.2.3. Troisième régime $\theta_1 - \pi/3 < \psi < \pi$	P. 80
II.2.4. Tracé des caractéristiques	P. 80
III. Note sur le groupement en étoile de trois gradateurs monophasés	P. 81
Planches.	P. 82

CHAPITRE 5 : VARIANTES DES MONTAGES GRADATEURS TRIPHASES P. 85

I. Couplage du récepteur en triangle	P. 85
--------------------------------------	-------

I.1. Conditions d'équivalence entre les deux couplages du récepteur	P. 86
I.2. Utilisation des caractéristiques	P. 88
I.3. Exemples des formes d'ondes	P. 89
I.3.1. Gradateur tout thyristors	P. 90
I.3.2. Gradateur mixte	P. 90
I.3.3. Remarques	P. 91
II. Branchement du gradateur en aval de la charge	P. 92
II.1. Couplage du gradateur en étoile	P. 92
II.2. Manque d'intérêt du couplage en triangle du gradateur mixte	P. 92
II.3. Couplage en triangle du gradateur tout thyristors	P. 93
II.3.1. Etude du débit sur récepteur résistant	P. 94
II.3.2. Caractéristiques relatives au récepteur	P. 95
II.3.3. Comparaison des grandeurs relatives au thyristor.	P. 96
II.3.4. Notes sur le gradateur en "triangle ouvert"	P. 99
II.4. Gradateur ne comportant que trois thyristors en triangle	P. 100
II.4.1. Etude du débit sur récepteur purement résistant	P. 100
II.4.2. Comparaison avec le gradateur triphasé mixte ordinaire	P. 102
III. Groupement en triangle de trois gradateurs monophasés mixtes	P. 103
II.1. Fonctionnement	P. 104
III.1.1. Fonctionnement du gradateur monophasé	P. 104
III.1.2. Expressions des courants en ligne	P. 105
III.2. Caractéristiques	P. 107
III.2.1. Caractéristiques du gradateur monophasé	P. 107
III.2.2. Valeur efficace des courants en ligne	P. 108
Planches	P. 113

CHAPITRE 6 : COMPARAISON DES GRADATEURS TRIPHASES P. 121

I. Observations générales	P. 121
II. Comparaison des grandeurs-Choix à effectuer	P. 122
II.1. Cas où la limitation des courants harmoniques pris au réseau est prépondérante	P. 123
II.2. Réduction du rapport entre le courant en ligne et le courants dans le récepteur	P. 123
II.3. Cas des montages de faible puissance	P. 125
Planches.	P. 127

CHAPITRE 7 : EMPLOI D'UN ENSEMBLE GRADATEUR MIXTE-TRANSFORMATEUR-DIODES
POUR L'OBTENTION DES BASSES TENSIONS REDRESSEES VARIABLES P. 131

I. Analyse du fonctionnement	P. 131
I.1. Notations et hypothèses	P. 131
I.2. Premier mode de fonctionnement $0 < \psi < \pi/3$	P. 134
I.3. Deuxième mode de fonctionnement $\pi/3 < \psi < 2\pi/3$	P. 136
I.4. Troisième mode de fonctionnement $2\pi/3 < \psi < \pi$	P. 137
II. Caractéristiques	P. 138
II.1. Valeur moyenne de la tension redressée	P. 138
II.2. Valeur efficace du courant secondaire	P. 139
II.3. Valeur efficace du courant primaire	P. 140
II.4. Développement en série des courants pris au réseau	P. 141
II.4.1. Premier mode de fonctionnement	P. 142
II.4.2. Deuxième mode de fonctionnement	P. 142
II.4.3. Troisième mode de fonctionnement	P. 144
II.5. Tracé des caractéristiques. Comparaison.	P. 145
Planches	P. 147

CHAPITRE 8. MULTIPLICATION PAR DEUX DE LA FREQUENCE D'UN SYSTEME
TRIPHASE A L'AIDE DE GRADATEURS MIXTES P. 151

I. Principe	P. 151
I.1. Montage	P. 151
I.2. Relations entre les courants	P. 153
II. Etude du fonctionnement	P. 154
II.1. Domaine de validité	P. 154
II.2. Débit sur récepteur purement résistant. Fonctionnement séparé des gradateurs.	P. 156
II.3. Débit sur récepteur résistant et inductif.	P. 158
II.3.1. Condition de débit séparé des gradateurs	P. 158
II.3.2. Fonctionnement avec débit simultané des deux gradateurs	P. 159
II.3.3. Fonctionnement avec débit séparé des gradateurs	P. 163
III. Caractéristiques	P. 165
III.1. Caractéristiques en débit séparé des gradateurs	P. 165
III.2. Caractéristiques en débit simultané des gradateurs	P. 166
III.2.1. Valeur efficace des tensions	P. 166

III.2.2. Développement en série des tensions	P. 167
III.3. Tracé des caractéristiques. Résultats.	P. 170
Planches.	P. 171

<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	p. 176
----------------------	--------

<u>TABLE DES MATIERES</u>	p. 183
---------------------------	--------

