

N° d'ordre: 753

50376
1979
31

50376
1979
31

THÈSE

présentée à l'

UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES de LILLE 1

pour l'obtention du titre de

DOCTEUR 3^{me} CYCLE

Spécialité : Physique des Solides

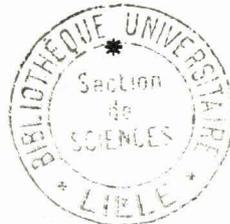
par

Jean ROUSSEAU

Ingénieur I.S.E.N.

*

ETUDE d'ONDES de TYPE RAYLEIGH
sur des MILIEUX STRATIFIES



soutenue le 30 Mars 1979 devant la Commission d'examen

R. FOURET, Président

B. ESCAIG
P. LENGART } Examineurs

A. DEFEBVRE

X. MARCHANDISE } Invités
J. POULIQUEN }

Cette étude a été effectuée sous la responsabilité de Monsieur le Professeur DEFEBVRE, au Laboratoire d'ultra-sons (Section du L.A. 253 au C.N.R.S.) de la Faculté Libre des Sciences de LILLE et de l'Institut Supérieur d'Electronique du Nord.

Je tiens tout d'abord à adresser mes plus vifs remerciements à Monsieur FOURET, Professeur à l'Université des Sciences et Techniques de LILLE I, qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury, et à Messieurs ESCAIG et LENGART qui ont bien voulu s'intéresser à mon travail.

Que Monsieur le Professeur VERGNES, responsable du Laboratoire de Biophysique de LILLE 2 Médecine soit remercié pour la disponibilité qu'il m'a laissée pour réaliser cette recherche, ainsi que Monsieur le Professeur MARCHANDISE, Maître de Conférences Agrégé, qui m'a fait l'honneur de bien vouloir participer au Jury.

Je tiens aussi à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur POULIQUEN, chargé de recherche au C.N.R.S., qui a guidé cette étude et m'a toujours accordé sa confiance. Ses précieux conseils et son aide efficace ont fortement contribué à l'aboutissement de ce travail.

Je remercie également très chaleureusement Monsieur DEFEBVRE qui m'a accueilli dans son laboratoire où il a toujours suivi mon travail avec bienveillance.

Que Monsieur PICHOT, responsable du Laboratoire de Métallurgie de l'Office National de Recherches Aérospatiales de Chatillon Sous Bagneux, soit vivement remercié pour avoir mis à ma disposition son équipement de pulvérisation cathodique, ainsi que Monsieur INDRIGOT dont l'aide m'a été si précieuse dans l'emploi de ce matériel.

Mes remerciements s'adressent également à mes collègues et à tous les membres du Laboratoire, en particulier à Martine CHASTAGNER et à Gérard HAW pour leurs contributions et conseils tout au long de cette étude, ainsi qu'à Monsieur CLAUS pour la remarquable aide technique apportée.

C'est à Mesdames LEMAN et LANNOO que je dois la présentation de ce travail; je les en remercie vivement.



INTRODUCTION

Alors que depuis près d'un siècle les ondes de surface ont fait l'objet d'études de physiciens et séismologues (Rayleigh, 1887 {1} ; Lamb, 1904 {2} ; Love, 1911 {3} ; Ewing et al., 1957 {20}), leur développement le plus récent fut consacré à l'étude de systèmes ultrasoniques de traitement du signal (filtrage, guides d'ondes, etc ... {4} à {11}), ainsi qu'à la détection de défauts de surface ({12} à {17}).

Ces études mirent en évidence la nécessité d'aborder l'analyse des ondes de surface, de Rayleigh en particulier, sur des milieux inhomogènes, ou présentant des discontinuités superficielles ({18} à {30}). Sans entrer dans le détail de cette très abondante littérature citée de façon non exhaustive, résumons simplement leur apport dans le domaine qui fera l'objet de notre travail.

La plupart des auteurs se sont limités à l'étude de la célérité d'ondes de surface sur des milieux comportant une couche unique déposée sur un substrat homogène ou cristallin. Le plus souvent de surcroît, les couches envisagées sont de faibles épaisseurs devant la longueur d'onde et permettent le calcul approché des vitesses, assorti de vérifications expérimentales (exemple : Bogdanov et al. {29} : CdS/SiO₂). Nous n'avons pas retrouvé ces vérifications chez les quelques auteurs ayant traité le cas d'une couche épaisse (exemple : Farnell et al. {18} : Ni/Al et Al/Ni). Enfin l'analyse de gradients de propriétés à la surface du substrat n'est réalisée que par des méthodes variationnelles supposant le gradient faible et peu profond (Tittman et al. {17}) ou en approximant ce gradient à une seule couche (Flambart {26}).

Nous nous proposons d'étendre ces études au cas plus général d'une onde de type Rayleigh se propageant sur un milieu stratifié à n couches épaisses ou non, représentatives éventuellement d'un gradient de propriétés superficielles, en incluant des considérations importantes sur le mode de répartition de l'énergie de vibration de cette onde.

Après avoir rappelé les résultats classiques concernant les ondes

de Rayleigh sur des milieux semi-infinis, nous établirons le mode de calcul des vitesses et énergies sur un milieu stratifié, en en précisant les limites de validité. Nous appliquerons notre méthode à des systèmes comportant au plus deux couches et un substrat, composés d'aluminium et de nickel, ainsi qu'à la modélisation d'un gradient de propriétés par un milieu stratifié à cinq couches, comparant, lorsque la possibilité s'en présentera, nos résultats avec ceux des auteurs précités. Nous terminerons l'étude par des vérifications expérimentales dont les techniques seront rapidement décrites, mettant en évidence, dans les limites de validité et de possibilité de mesures, la cohérence de nos modèles.

1. ETUDE THEORIQUE

1.1. Généralités sur les ondes élastiques de Rayleigh en milieu isotrope

On appelle "onde élastique de surface" les perturbations élastiques se propageant à l'intérieur d'un corps semi-infini au proche voisinage de sa surface.

Si le milieu est isotrope, homogène et parfaitement élastique, il existe un type d'ondes de surface non dispersives, à polarisation elliptique rétrograde, appelées ondes de Rayleigh, dont nous rappelons brièvement les propriétés :

a) La vitesse V_R de propagation est donnée par la solution réelle positive de l'équation suivante, dite équation de Rayleigh : {1,12,31}

$$\frac{V_R}{V_T}^6 - 8 \frac{V_R}{V_T}^4 + 8 \left(3 - 2\left(\frac{V_T}{V_L}\right)^2\right) \left(\frac{V_R}{V_T}\right)^2 - 16\left(1 - \left(\frac{V_T}{V_L}\right)^2\right) = 0 \quad (1)$$

où V_L et V_T sont respectivement les vitesses de phase des ondes longitudinales et transversales dans le milieu de densité volumique ρ , liées aux coefficients de Lamé λ et μ par les relations :

$$V_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad \text{et} \quad V_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2)$$

Ces coefficients λ et μ sont eux-mêmes liés au module d'Young E et au coefficient de Poisson σ , par les relations :

$$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad \text{et} \quad E = \frac{\mu(2\mu + 3\lambda)}{\lambda + \mu} \quad (3)$$

Cette équation (1) résulte des équations classiques de propagation des ondes transversale et longitudinale auxquelles on impose les conditions aux limites propres à toute onde de surface :

- Amplitude de vibration nulle pour les régions très éloignées de la surface
- Contraintes normales nulles à la surface libre

On montre que le rapport V_R/V_T est uniquement fonction du coefficient de

Poisson σ du matériau considéré, comme l'illustre la figure 1.

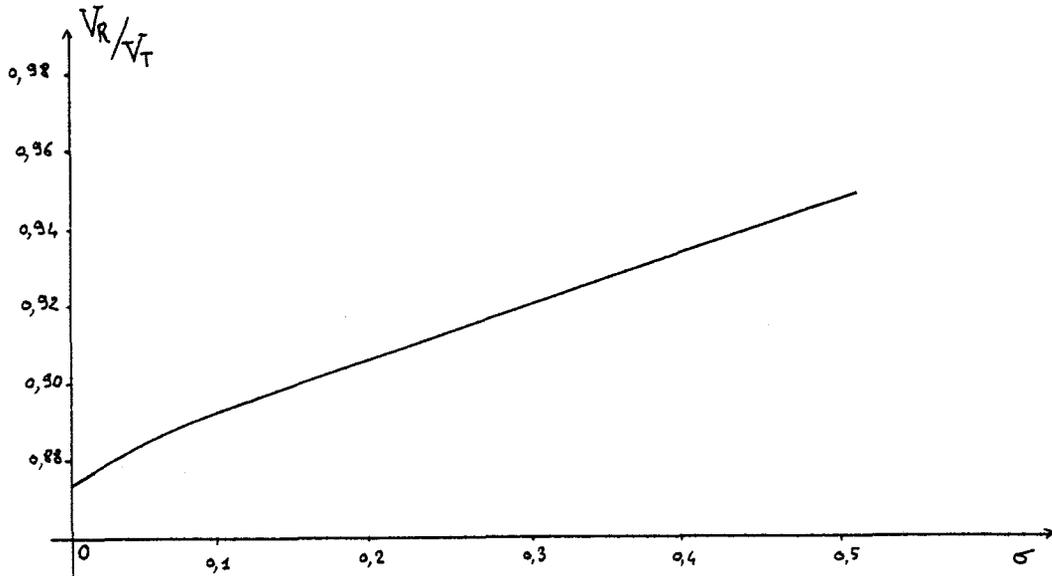


FIGURE 1

Le coefficient de Poisson σ variant entre 0 et 0,5, le rapport V_R/V_T évolue de façon monotone de 0,87 à 0,95. La vitesse de l'onde de surface est donc toujours inférieure à celle de l'onde transversale (à fortiori à celle de l'onde longitudinale). Une valeur approchée de V_R est donnée par la formule de Viktorov [12]:

$$V_R = \frac{0,87 + 1,12 \sigma}{1 + \sigma} \cdot V_T \quad (4)$$

(On trouvera au tableau 1 les valeurs des coefficients et des vitesses de propagation pour quelques matériaux [32])

b) Le vecteur déplacement contenu dans un plan sagittal, comporte une composante u orientée selon la direction Ox de propagation et une composante v selon la normale Oy à la surface libre. La figure 2 représente les déplacements rétrogrades de ce vecteur (flèches portées sur les ellipses).

4. Comparaison du modèle théorique aux mesures de dispersion sur les milieux stratifiés réalisés.

4.1. Détermination des coefficients caractéristiques des matériaux

4.2. Etude des systèmes à une couche

4.2.1. Courbes de dispersion

4.2.2. Problème d'ajustement des coefficients

4.3. Etude des systèmes à deux couches

4.4. Milieu stratifié à plus de deux couches : modélisation d'un système à gradient de propriétés.

Conclusion

Annexe : Organisation générale des calculs. Organigrammes.

La figure 3 illustre les déformations du matériau soumis à ce type d'onde : en absence d'onde, le treillis est formé de carrés égaux.

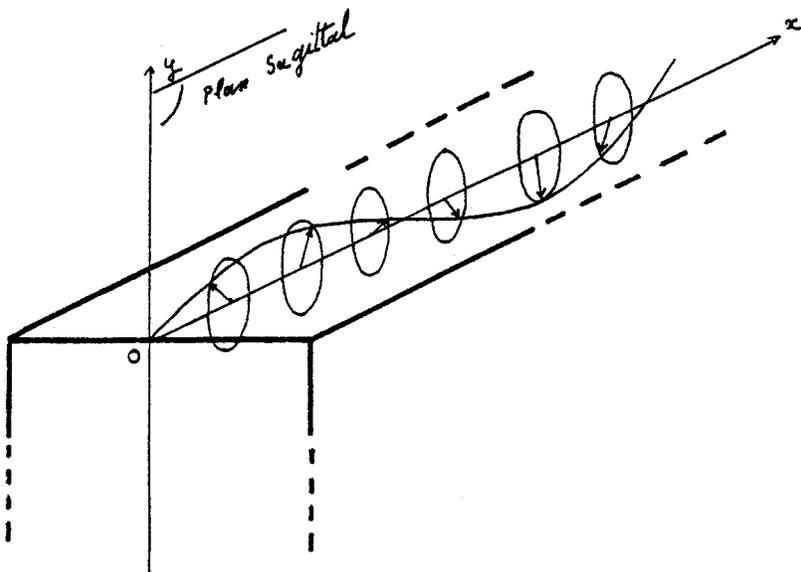


FIGURE 2

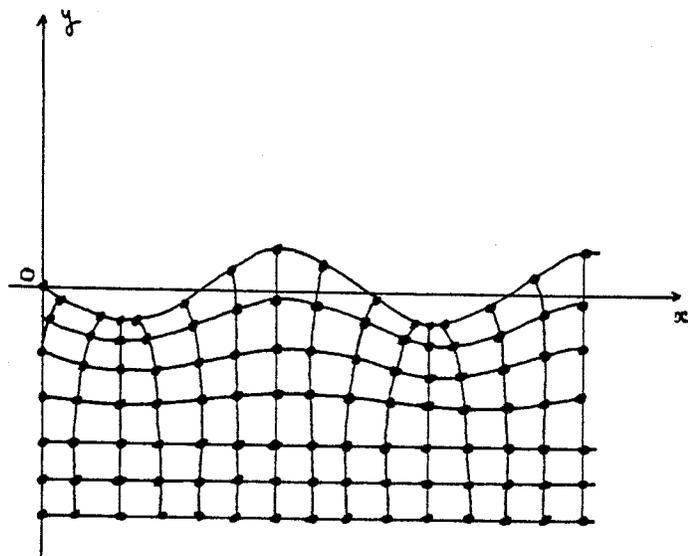


FIGURE 3

Connaissant V_R , solution de l'équation de Rayleigh, les composantes du vecteur déplacement sont données par :

$$u = fA \left(e^{ry} - \frac{2sr}{s^2 + f^2} e^{sy} \right) \sin(\omega t - fx) = U \sin(\omega t - fx) \quad (5)$$

$$v = rA \left(e^{ry} - \frac{2f^2}{s^2 + f^2} e^{sy} \right) \cos(\omega t - fx) = V \cos(\omega t - fx) \quad (6)$$

$$\text{où } r = \sqrt{\frac{\omega^2}{V_R^2} - \frac{\omega^2}{V_L^2}}, \quad s = \sqrt{\frac{\omega^2}{V_R^2} - \frac{\omega^2}{V_T^2}}, \quad f = \frac{\omega}{V_R} = \frac{2\pi}{\lambda_R}$$

ω et λ_R étant respectivement la pulsation et la longueur d'onde de la vibration de surface.

L'évolution des amplitudes de déplacement avec la profondeur exprimée en longueur d'onde λ_R est représentée aux figures 4 et 5 pour

l'aluminium ($\sigma = 0,34$) et le nickel ($\sigma = 0,31$) sur lesquels porte notre étude.

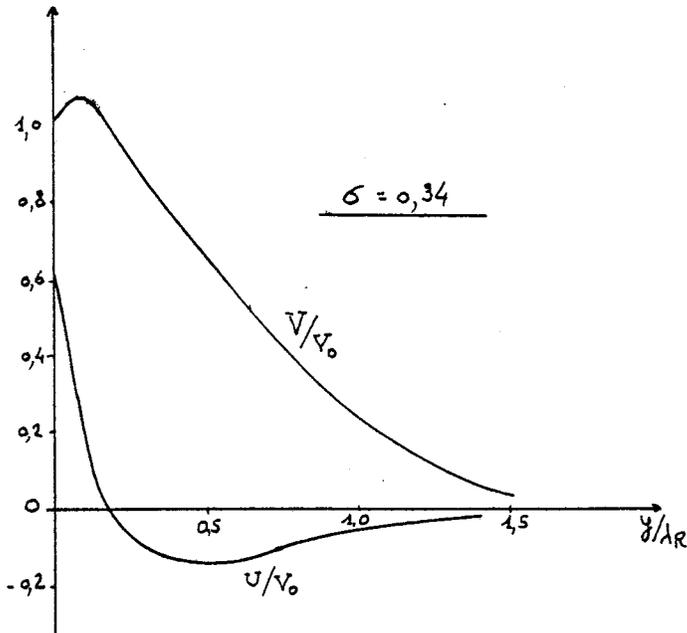


FIGURE 4

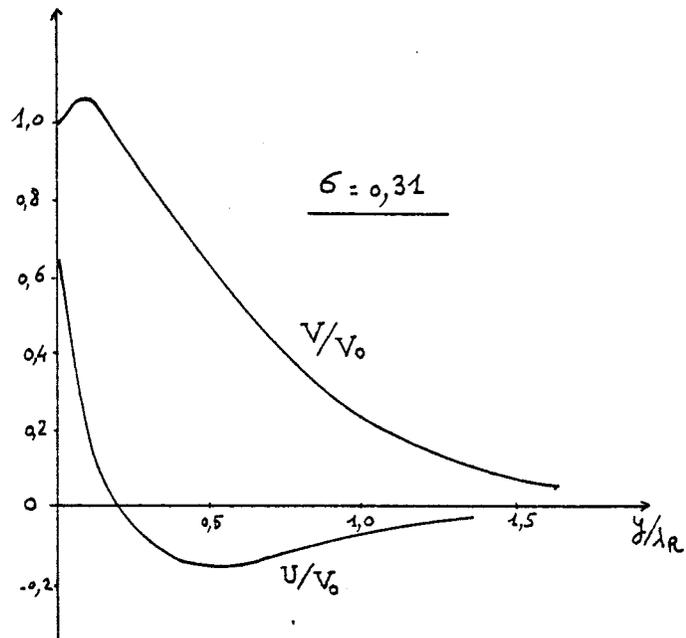


FIGURE 5

On constate alors que l'amplitude U change de signe à une profondeur de $0,2 \lambda_R$, alors que l'amplitude V croît au début pour tendre vers zéro ensuite avec la profondeur, de telle sorte que l'onde de surface est pratiquement localisée sur une profondeur de quelques longueurs d'onde comme nous le verrons en détail plus loin.



Nom	ρ (g/cm ³)	λ (k _p /mm ²)	μ (k _p /mm ²)	E (k _p /mm ²)	σ	V _L m/s	V _T m/s	V _R m/s
Aluminium	2,70	5630	2640	7100	0,34	6295	3097	2891
Fer	7,80	10440	8200	21000	0,28	5810	3211	2968
Or	19,33	15011	2850	8120	0,42	3242	1202	1136
Cadmium	8,60	2937	1960	5090	0,30	2796	1495	1386
Cuivre	8,90	10802	4640	12500	0,35	4705	2261	2114
Nickel	8,80	12791	7850	20540	0,31	5630	2958	2748
Platine	21,80	21681	6100	17000	0,39	3905	1657	1559
Argent	10,50	8605	2720	7500	0,38	3622	1594	1497
Tungstène	19,10	31284	13400	36200	0,35	5462	2623	2453
Zinc	7,10	4200	4200	10500	0,25	4172	2409	2214
Verre de Flint	3,60	1884	2390	5850	0,22	4261	2552	2333
SiO ₂	2,60	1680	3200	7630	0,17	5521	3475	3149
Etain	7,30	4043	2080	5540	0,33	3320	1672	1558
Laiton	8,10	8685	3720	10050	0,35	4419	2123	1985
Magnésium	8,40	9195	4730	12600	0,33	4668	2350	2191

TABLEAU I



1.2. Ondes de Rayleigh sur un milieu stratifié à n couches

1.2.1. Problème posé

Nous nous proposons d'étudier la propagation d'une onde de surface de type Rayleigh dans un milieu stratifié composé d'un substrat semi-infini surmonté de n couches de matériaux différents.

Par onde de Rayleigh nous entendons une onde localisée en surface qui, en milieu isotrope, possède un vecteur déplacement contenu dans un plan sagittal et dont les amplitudes des deux composantes ne contiennent que des exponentielles de termes réels.

Le cas d'un système à une couche ($n = 1$) a fait l'objet de nombreuses études, soit rigoureuses pour une couche épaisse [18], soit approximatives pour des couches d'épaisseurs faibles devant la longueur d'onde [27, 29], seul ce dernier cas fait l'objet de vérifications expérimentales.

Nous traiterons ici le cas général de n ($n > 1$) couches d'épaisseurs quelconques en retrouvant évidemment au titre de cas particuliers les résultats des auteurs précédents.

1.2.2. Hypothèses et notations

Soit un système composé d'un substrat semi-infini et de n couches successives de natures différentes, supposées parfaitement adhérentes deux à deux et composées de matériaux homogènes, isotropes et parfaitement élastiques.

Adoptant un référentiel Oxyz (xOz dans le plan supérieur du substrat), on voit (figure 6) que les couches d'extension infinie suivant Ox, Oz ont leurs plans successifs de séparation aux ordonnées H_1, H_2, \dots, H_n .

Dans le milieu (i) caractérisé par sa masse volumique ρ_i , ses coefficients de Lamé λ_i, μ_i (ou par les vitesses V_{L_i} et V_{T_i} des ondes longitudinales et transversales) se propage, suivant Ox, une vibration harmonique de pulsation ω (nombre d'onde $f = \frac{2\pi}{\lambda_R}$) dont le vecteur déplacement, contenu dans un plan sagittal s'écrit :

$$\vec{P}_i = \vec{i} \cdot u_i + \vec{j} \cdot v_i + \vec{k} \cdot 0$$

\vec{i}, \vec{j} et \vec{k} étant les vecteurs unitaires du repère Oxyz.

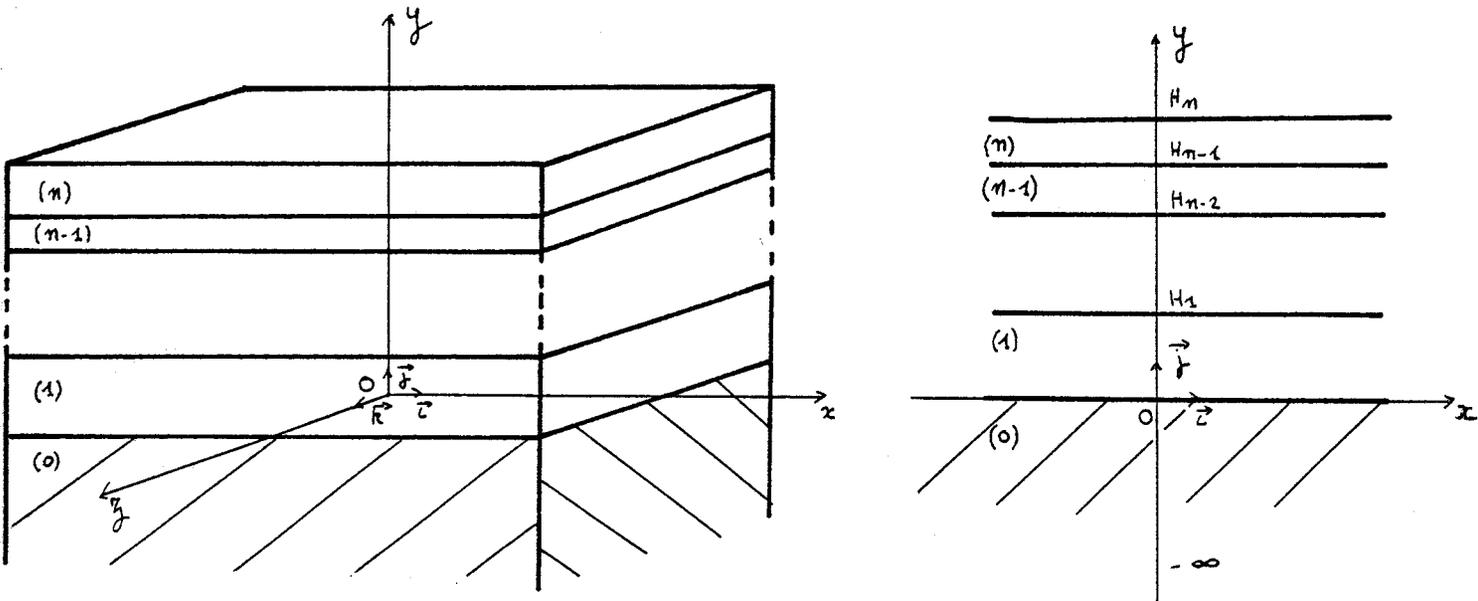


FIGURE 6

1.2.3. Equations générales

Avant de mettre en équations le système multicouches, nous rappelons brièvement les lois fondamentales utiles de l'élasticité.

a) Rappel d'élasticité

Utilisant la convention d'Einstein de sommation des indices muets la théorie générale de l'élasticité linéaire dans les milieux sans pertes [31] permet d'écrire :

- la loi de Hooke reliant le tenseur des contraintes τ_{kl} au tenseur des déformations u_{mn} par l'intermédiaire du tenseur de rigidité par la relation :

$$\tau_{kl} = C_{klmn} u_{mn} \quad (7)$$

$$\text{où } u_{mn} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_n} + \frac{\partial u_n}{\partial x_m} \right) \quad (8)$$

u_m et x_n désignent respectivement les composantes du vecteur déplacement et les coordonnées dans un repère orthonormé

- la loi fondamentale de la dynamique $\vec{F} = m\vec{\gamma}$ appliquée à l'unité de volume sous la forme

$$\rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = f_n = \frac{\partial \tau_{np}}{\partial x_p} \quad (9)$$

- l'énergie de déformation par unité de volume W :

$$W = \frac{1}{2} C_{klmn} u_{kl} u_{mn} \quad (10)$$

Si le milieu est isotrope, le tenseur C_{klmn} peut être exprimé, à l'aide des coefficients de Lamé λ et μ , par les relations :

$$\begin{aligned} C_{1111} &= \lambda + 2\mu && \text{avec } l = 1, 2, 3 \\ C_{11mm} &= C_{mml1} = \lambda && \text{avec } l, m = 1, 2, 3 \\ C_{1mlm} &= C_{mlml} = C_{lmm1} = C_{mllm} = \mu && \text{avec } l, m = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (11)$$

tous les autres termes du tenseur étant nuls.

b) Calcul des déplacements et des contraintes dans un milieu i

Compte-tenu des relations (8) valables pour les milieux isotropes et en posant :

$$\begin{aligned} x_1 &= x, & x_2 &= y, & x_3 &= z \\ u_1 &= u, & u_2 &= v, & u_3 &= w = 0 \end{aligned}$$

la loi de Hooke (7) s'écrit ici pour le milieu i

$$\begin{aligned} \tau_{11_i} = \tau_{xx_i} &= \lambda_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) + 2\mu_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \\ \tau_{22_i} = \tau_{yy_i} &= \lambda_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \right) + 2\mu_i \frac{\partial v_i}{\partial y} \\ \tau_{12_i} = \tau_{xy_i} &= \mu_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

Toutes les autres composantes du tenseur τ_{kl} sont nulles.

La loi fondamentale de la dynamique (9) s'écrit ici :

$$\begin{aligned} f_{1_i} = f_{x_i} &= \frac{\partial \tau_{xx_i}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy_i}}{\partial y} = \rho_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \rho_i \ddot{u}_i \\ f_{2_i} = f_{y_i} &= \frac{\partial \tau_{yy_i}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy_i}}{\partial x} = \rho_i \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} = \rho_i \ddot{v}_i \end{aligned} \quad (13)$$

La combinaison des équations (12) et (13) fournit les équations du mouvement :

$$(\lambda_i + \mu_i) \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial y \partial x} \right) + \mu_i \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} \right) = \rho_i \ddot{u}_i \quad (14)$$

$$(\lambda_i + \mu_i) \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x \partial y} \right) + \mu_i \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial y^2} \right) = \rho_i \ddot{v}_i$$

Exprimons le vecteur déplacement \vec{P}_i à l'aide d'un potentiel scalaire ϕ_i et d'un potentiel vecteur $\vec{\Psi}_i$ par les relations :

$$\vec{P}_i = u_i \vec{i} + v_i \vec{j} + o\vec{k} = \text{grad } \phi_i + \text{rot } \vec{\Psi}_i$$

L'ébranlement étant imposé être dans le plan xoy :

$$\vec{\Psi}_i = \vec{k} \Psi_z = \vec{k} \Psi \text{ avec } \Psi_x = \Psi_y = 0 ; \Psi_z = \Psi$$

Compte tenu de ces potentiels :

$$\begin{aligned} u_i &= \frac{\partial \phi_i}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \\ v_i &= \frac{\partial \phi_i}{\partial y} - \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} \end{aligned} \quad (15)$$

Le report de (15) dans (13) donne les équations classiques de propagation des potentiels écrites pour chaque milieu :

$$\begin{aligned} (\lambda_i + 2\mu_i) \Delta \phi_i &= f_i \ddot{\phi}_i \\ \mu_i \Delta \Psi_i &= f_i \ddot{\Psi}_i \end{aligned} \quad (16)$$

L'hypothèse d'un mouvement harmonique stationnaire se propageant selon ox, fournit les solutions suivantes :

$$\begin{aligned}\phi_i &= e^{j\omega t} e^{-jfx} \phi_i(y) \\ \psi_i &= e^{j\omega t} e^{-jfx} \psi_i(y)\end{aligned}\tag{17}$$

où $f = \frac{2\pi}{\lambda_R} = \frac{\omega}{V_R}$ représente le nombre d'onde. Posant alors :

$$h_i^2 = \frac{\rho_i}{\lambda_i + 2\mu_i} \omega^2 = \frac{\omega^2}{V_{1i}^2} ; \quad k_i^2 = \frac{\rho_i}{\mu_i} \omega^2 = \frac{\omega^2}{V_{Ti}^2}$$

et

$$r_i^2 = f^2 - h_i^2 ; \quad s_i^2 = f^2 - k_i^2$$

les équations (17) reportées dans (16) donnent :

$$\ddot{\phi}_i = r_i^2 \phi_i ; \quad \ddot{\psi}_i = s_i^2 \psi_i\tag{19}$$

On ne s'intéresse ici qu'aux ondes de surface de type Rayleigh dans chaque couche, c'est-à-dire pour lesquelles r_i et s_i sont réels positifs comme dans les expressions (5) et (6) du milieu unique semi-infini. Cela implique, en d'autres termes, compte tenu de (18) :

$$V_R < V_{Ti} , \quad \forall i \in \{0, n\}\tag{20}$$

Cette condition devant être remplie pour la validité des calculs, il faudra la vérifier sur nos cas expérimentaux. Nous aurons l'occasion d'y revenir plus longuement.

Compte tenu des nouvelles variables r_i et s_i , à l'aide des équations (15) et (17), les composantes de déplacement sont déterminées par :

$$\begin{aligned}u_i &= e^{j\omega t} e^{-jfx} \{-jf(A_i e^{r_i y} + B_i e^{-r_i y}) + s_i(C_i e^{s_i y} - D_i e^{-s_i y})\} \\ v_i &= e^{j\omega t} e^{-jfx} \{r_i(A_i e^{r_i y} - B_i e^{-r_i y}) + jf(C_i e^{s_i y} + D_i e^{-s_i y})\}\end{aligned}\tag{21}$$

où A_i , B_i , C_i et D_i sont les constantes d'intégration à déterminer par les conditions aux limites. Pour celles-ci il sera nécessaire de connaître les composantes τ_{xy_i} et τ_{yy_i} du tenseur des contraintes calculables à l'aide des équations (12) :

$$\begin{aligned} \tau_{yy_i} = e^{j\omega t} e^{-jfx} \{ & A_i [2\mu_i r_i^2 - h_i^2 \lambda_i] e^{r_i y} + B_i [2\mu_i r_i^2 - h_i^2 \lambda_i] e^{-r_i y} \\ & + C_i [2j f \mu_i s_i e^{s_i y}] + D_i [-2j f \mu_i s_i e^{-s_i y}] \} \\ \tau_{xy_i} = e^{j\omega t} e^{-jfx} \{ & A_i (-2j f r_i \mu_i e^{r_i y}) + B_i (2j f r_i \mu_i e^{-r_i y}) \\ & + C_i (s_i^2 + f^2) \mu_i e^{s_i y} + D_i (s_i^2 + f^2) \mu_i e^{-s_i y} \} \end{aligned} \quad (22)$$

1.2.4 Conditions aux limites

a) Substrat

La solution cherchée étant celle d'une onde de surface, il faut donc que :

$$u(y) \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad v(y) \rightarrow 0 \quad \text{si} \quad y \rightarrow -\infty$$

Ceci implique dans les équations (21)

$$B_0 = D_0 = 0, \quad \forall t \quad (23)$$

b) Continuité aux interfaces

Admettant une adhérence parfaite entre les divers milieux, nous devons imposer la continuité des déplacements et des contraintes normales aux surfaces de contact, soit, à chaque interface $y = H_i$ ($i \in \{0, n-1\}$) :

$$\begin{aligned} U_i - U_{(i+1)} = 0 \quad ; \quad V_i - V_{(i+1)} = 0 \\ \tau_{yy_i} - \tau_{yy(i+1)} = 0 \quad ; \quad \tau_{xy_i} - \tau_{xy(i+1)} = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

c) Surface libre

A la surface libre de la dernière couche (d'extension infinie) doivent s'annuler les contraintes normales, donc pour $y = H_n$:

$$\tau_{yy_n} = 0 \quad ; \quad \tau_{xy_n} = 0 \quad (25)$$

1.2.5. Système d'équations

Pour un milieu à n couches, il faut calculer les $4(n+1)$ inconnues constituées par les constantes d'intégration A_i, B_i, C_i, D_i . Les conditions aux limites précédentes nous donnent un nombre d'équations suffisant {2 équations en (23), $4n$ en (24) et 2 en(25)}, valables quels que soient le temps considéré et la distance x parcourue.

La solution, pour des valeurs non nulles des inconnues, est obtenue en annulant le déterminant de ce système ordonné selon les termes $A_0, B_0, C_0, D_0, A_1, B_1, \dots, C_n, D_n$. Ce déterminant est donné au tableau 2, avec les notations simplificatrices suivantes :

$$\begin{aligned} \alpha_i &= 2\mu_i r_i^2 - h_i \lambda_i \quad ; \quad \beta_i = 2f\mu_i s_i \\ \gamma_i &= 2f\mu_i r_i \quad ; \quad \delta_i = (s_i^2 + f^2)\mu_i = \alpha_i \end{aligned} \quad (26)$$

1.2.6. Mise en forme du déterminant et calcul de la vitesse

Pour mettre en évidence la propriété fondamentale de la vitesse V_R d'ébranlement sur notre milieu stratifié, on est amené à effectuer sur le déterminant du tableau (2) les opérations suivantes, permises par les règles classiques de calcul matriciel :

a) Multiplication par j des lignes :

$$2 ; 3,6 ; 7,10 ; \dots ; 4n-1, 4n+2 ; 4n+4$$

Division par j des colonnes :

$$3,4 ; 7,8 ; \dots \quad ; \quad 4n+3, 4n+4$$

De la sorte tous les termes du déterminant sont réels.

0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$j\beta e^{z_0 H_0}$	$-j\beta e^{-z_0 H_0}$	$\alpha_0 e^{z_0 H_0}$	$-j\beta e^{-z_0 H_0}$	$j\beta e^{z_1 H_0}$	$-j\beta e^{-z_1 H_0}$	$\alpha_1 e^{z_1 H_0}$	$-j\beta e^{-z_1 H_0}$	$j\beta e^{z_2 H_0}$	$-j\beta e^{-z_2 H_0}$	$\alpha_2 e^{z_2 H_0}$	$-j\beta e^{-z_2 H_0}$	$j\beta e^{z_3 H_0}$	$-j\beta e^{-z_3 H_0}$	$\alpha_3 e^{z_3 H_0}$	$-j\beta e^{-z_3 H_0}$	$j\beta e^{z_4 H_0}$	$-j\beta e^{-z_4 H_0}$	$\alpha_4 e^{z_4 H_0}$	$-j\beta e^{-z_4 H_0}$	$j\beta e^{z_5 H_0}$	$-j\beta e^{-z_5 H_0}$
$z_0 e^{z_0 H_0}$	$-z_0 e^{-z_0 H_0}$	$\alpha_0 e^{z_0 H_0}$	$j\beta e^{z_0 H_0}$	$z_1 e^{z_1 H_0}$	$-z_1 e^{-z_1 H_0}$	$\alpha_1 e^{z_1 H_0}$	$j\beta e^{z_1 H_0}$	$z_2 e^{z_2 H_0}$	$-z_2 e^{-z_2 H_0}$	$\alpha_2 e^{z_2 H_0}$	$j\beta e^{z_2 H_0}$	$z_3 e^{z_3 H_0}$	$-z_3 e^{-z_3 H_0}$	$\alpha_3 e^{z_3 H_0}$	$j\beta e^{z_3 H_0}$	$z_4 e^{z_4 H_0}$	$-z_4 e^{-z_4 H_0}$	$\alpha_4 e^{z_4 H_0}$	$j\beta e^{z_4 H_0}$	$z_5 e^{z_5 H_0}$	$-z_5 e^{-z_5 H_0}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLEAU 2



b) Multiplication par f des lignes :

3,4 ; 7,8 ; ... ; 4n-1, 4n

Division des colonnes : 1,2 par h_0^2 ; 5,6 par h_1^2 ; ... ; 4n+1, 4n+2 par h_n^2

Division des colonnes : 3,4 par k_0^2 ; 7,8 par k_1^2 ; ... ; 4n+3, 4n+4 par k_n^2

Posant alors :

$$\begin{aligned}
 P_i &= \frac{V_{Li}}{V_R} ; & Q_i &= \frac{V_{Ti}}{V_R} ; & R_i &= Q_i \sqrt{Q_i^2 - 1} ; & S_i &= P_i \sqrt{P_i^2 - 1} \\
 T_i &= -\lambda_i + 2\mu_i(P_i^2 - 1) ; & W_i &= \mu_i(2Q_i^2 - 1) ; & U_i &= 2\mu_i S_i \\
 V_i &= 2\mu_i R_i ; & X_i &= 2\pi \sqrt{1 - \frac{1}{P_i^2}} ; & Y_i &= 2\pi \sqrt{1 - \frac{1}{Q_i^2}}
 \end{aligned} \tag{27}$$

On constate que le déterminant obtenu (tableau 3) ne fait intervenir les altitudes H_i respectives de chaque couche que dans le rapport H_i/λ_R .

La nature de chaque milieu étant connue (λ_i, μ_i, ρ_i fixés), le problème revient à trouver la vitesse V_R (figurant dans les termes $P_i, Q_i, R_i, S_i, T_i, U_i$ et V_i) qui annule le déterminant pour une série de paramètres H_i/λ_R dont on imposera la valeur numérique.

Les résultats seront traduits par des séries de courbes paramétrées $V_R = f(H_i/\lambda_R ; i = 1, n)$ dont la signification n'est pas évidente, V_R intervenant dans l'expression de l'abscisse réduite H_i/λ_R . Si l'on impose alors des épaisseurs connues E_i ($E_i = H_i - H_{i-1}$) pour chaque couche, on peut en déduire les courbes de dispersion $V_R = f(F)$.

Dans le cas général, le calcul ne pourra être mené que numériquement à l'ordinateur.

N.B. On retrouve ici, pour l'existence des termes R_i, S_i, X_i et Y_i , la condition (20) précédemment énoncée.

1.2.7. Amplitude de vibration et localisation de l'énergie

V_R étant maintenant connu, les relations (21) permettent de déterminer les amplitudes des composantes longitudinale et transversale u_i et v_i du vecteur de vibration \vec{P}_i .

En effet la valeur de V_R rend indéterminé le système des $4(n+1)$ équations à $4(n+1)$ inconnues exprimé par le déterminant du tableau 3. Comptenu des manipulations du paragraphe 1.2.6., ces inconnues A'_i, B'_i, C'_i, D'_i sont liées aux A_i, B_i, C_i, D_i initiaux par les relations :

$$A'_i = \frac{A_i}{h_i^2} \quad ; \quad B'_i = \frac{B_i}{h_i^2}$$

$$C'_i = \frac{C_i}{jk_i^2} \quad ; \quad D'_i = \frac{D_i}{jk_i^2}$$

Si une des valeurs A'_i, B'_i, D'_i ou C'_i est fixée arbitrairement, les autres s'en déduisent.

Les composantes u_i et v_i du vecteur de déplacement \vec{P}_i , à une profondeur $y (y \in \{H_n, -\infty\})$ dans le système, sont les parties réelles des équations (21) :

$$u_i = \{fh_i^2(A'_i e^{r_i y} + B'_i e^{-r_i y}) + s_i k_i^2(-C'_i e^{s_i y} + D'_i e^{-s_i y})\} \sin(\omega t - fx)$$

$$v_i = \{r_i h_i^2(A'_i e^{r_i y} - B'_i e^{-r_i y}) + fk_i^2(-C'_i e^{s_i y} - D'_i e^{-s_i y})\} \cos(\omega t - fx)$$
(28)

Ces composantes sont en quadrature de sorte qu'au cours du temps l'extrémité du vecteur de vibration \vec{P}_i dans le milieu (i) décrit une ellipse dont les longueurs des grands axes, horizontal et vertical, seront données par les amplitudes des quantités (28)

A partir de l'expression (10) qui s'écrit pour un milieu isotrope :

$$W = \frac{1}{2} \lambda (U_{11})^2 + \mu (U_{1m})^2$$

et qui se développe dans le cas de notre problème en

$$W = \frac{\lambda}{2} (U_{11} + U_{22})^2 + \mu (U_{11}^2 + U_{22}^2 + U_{12}^2 + U_{21}^2) \quad (29)$$

il est facile de calculer l'énergie de déformation $W(y)$ en tout point d'ordonnée y ($y \in \{H_n, -\infty\}$).

Comme en vertu de (8)

$$U_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad U_{22} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\text{et } U_{21} = U_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

les équations (28) et (29) donnent :

$$\begin{aligned} W_i(y) &= \frac{\lambda_i}{4} \left[(-f_i^2 h_i^2 + r_i^2 h_i^2) (A_i' e^{r_i y} + B_i' e^{-r_i y}) \right]^2 \\ &+ \frac{\mu_i}{4} \left[(s_i^2 k_i^2 - f_i^2 k_i^2) (-C_i' e^{s_i y} - D_i' e^{-s_i y}) \right]^2 \\ &+ \frac{\mu_i}{2} \left[-f_i^2 h_i^2 (A_i' e^{r_i y} + B_i' e^{-r_i y}) - f s_i k_i^2 (-C_i' e^{s_i y} + D_i' e^{-s_i y}) \right]^2 \\ &+ \frac{\mu_i}{2} \left[r_i^2 h_i^2 (A_i' e^{r_i y} + B_i' e^{-r_i y}) + f s_i k_i^2 (C_i' e^{s_i y} + D_i' e^{-s_i y}) \right]^2 \end{aligned} \quad (30)$$

A ce stade, les calculs ne peuvent plus guère se développer que numériquement dans des cas concrets qu'il convient de définir.

2. APPLICATION A DIVERS MILIEUX STRATIFIES

2.1 Choix des matériaux

Notre double objectif de calcul et de vérification expérimentale nous imposent de choisir des matériaux :

- susceptibles d'être déposés en couches épaisses, homogènes et adhérentes

- satisfaisant à la condition (20) de validité, c'est à dire qu'à toute fréquence la vitesse de phase V_R de l'onde de Rayleigh soit inférieure à la vitesse des ondes transversales V_{T_i} dans n'importe quel milieu constitutif du système.

Or nous ne connaissons "à priori" de V_R que deux valeurs limites correspondant :

a) aux très faibles longueurs d'onde : l'onde de surface est localisée dans la couche (n) la plus périphérique, et la vitesse V_R tend vers la vitesse de Rayleigh V_{Rn} dans le milieu (n).

b) aux très grandes longueurs d'onde : les perturbations dues aux n couches sont pratiquement négligeables, l'onde de Rayleigh se situe dans le substrat et V_R tend vers la vitesse de Rayleigh de ce milieu.

En d'autres termes

$$\text{- Si } \frac{E_n}{\lambda_R} \rightarrow \infty, \quad V_R \rightarrow V_{R_n}$$

$$\text{- Si } \frac{H_n}{\lambda_R} \rightarrow 0, \quad V_R \rightarrow V_{R_0}$$

Dans le cas simple où $n = 1$, la condition (20) ne peut être satisfaite aux fréquences très basses et très élevées que si :

$$V_{R_1} < V_{T_0} \quad \text{et} \quad V_{R_0} < V_{T_1}$$

Ces conditions nécessaires ne sont toutefois pas suffisantes puisqu'elles n'imposent rien aux fréquences intermédiaires : seul le calcul permettra de trancher à coup sûr et il faudra l'arrêter à la fréquence considérée si la condition (20) cesse d'être remplie.

Pour un premier choix des matériaux d'un milieu stratifié, une condition plus commode, mais aussi plus contraignante peut être substituée à (20) : si on admet que V_R peut, dans la gamme de fréquences, atteindre la vitesse de l'onde de Rayleigh V_{R_j} du matériau le plus rapide, il faudra que :

$$\text{Max } (V_{R_j}) < \text{Min } (V_{T_i}) \quad i, j \in \{0, n\}$$

Le tableau 1 des valeurs numériques V_{R_i} et V_{T_i} des matériaux purs et corps simples, compatibles avec la fabrication de couches et substrat, permet de retenir les couples et triplets suivants :

- Laiton-Cuivre; Nickel - Aluminium
- Argent-Cadmium ; Fer - Aluminium
- Etain - Argent - Platine
- Magnesium - Verre de Flint - Cuivre
- Magnesium - Zinc - Cuivre

Pour diverses raisons techniques de fabrication et de mesure, nous avons retenu l'aluminium et le Nickel, dont nous rappelons les caractéristiques mécaniques (Tableau 4) :

	ρ g/cm ³	λ kp/mm ²	μ kp/mm ²	E kp/mm ²	ν	V_L m/s	V_T m/s	V_R m/s
Nickel	8,80	12791	7850	20540	0,31	5636	2958	2748
Aluminium	2,70	5630	2640	7100	0,34	6295	3097	2891

TABLEAU 4

2.2 Généralités sur l'organisation du calcul numérique.

L'ensemble du calcul est écrit en langage FORTRAN IV et traité sur IBM 370/115. La démarche en est la suivante :

- on fixe les épaisseurs E_i de chaque couche
- On fait varier λ_R dans un domaine arbitraire compatible avec la réalité expérimentale
- Les hauteurs H_i/λ_R sont déduites dans chaque cas
- La vitesse V_R est calculée
- λ_R et V_R étant connus, on en déduit la fréquence F .

On trouvera en annexe quelques indications sur l'organisation générale du programme à l'exception toutefois du développement des programmes classiques disponibles sur le système informatique utilisé (calcul de déterminant $n \times n$, résolution de n équations à n inconnues, extrapolation de couches, etc...). L'ensemble des programmes, enregistrés sur disque, occupe 49 K octets.

2.3 Application au cas d'un substrat seul ($n = 0$).

Cette étude, limitée au Nickel et à l'Aluminium, n'a que valeur d'épreuves pour nos programmes précédents.

Nous avons calculé les vitesses d'ondes de Rayleigh pour un substrat seul, ou couvert de une ou deux couches identiques au substrat, trouvant dans tous les cas des ondes non dispersives de vitesses :

$$V_{R_{Al}} = 2891 \text{ m/s et } V_{R_{Ni}} = 2748 \text{ m/s}$$

De même, les courbes des amplitudes longitudinales U/V_S et transversale V/V_S normalisées par rapport à V_S en surface (équation 21) du vecteur de vibration, celle de l'énergie de vibration W/W_S normalisée par rapport à W_S en surface (équation 30), ainsi que celle de l'énergie totale

$\int_0^{y/\lambda_R} W dy / \int_0^{-\infty} W dy$, exprimées en fonction de la profondeur relative y/λ_R , ont été tracées pour le Nickel (Figure 7) et l'aluminium (Figure 8).

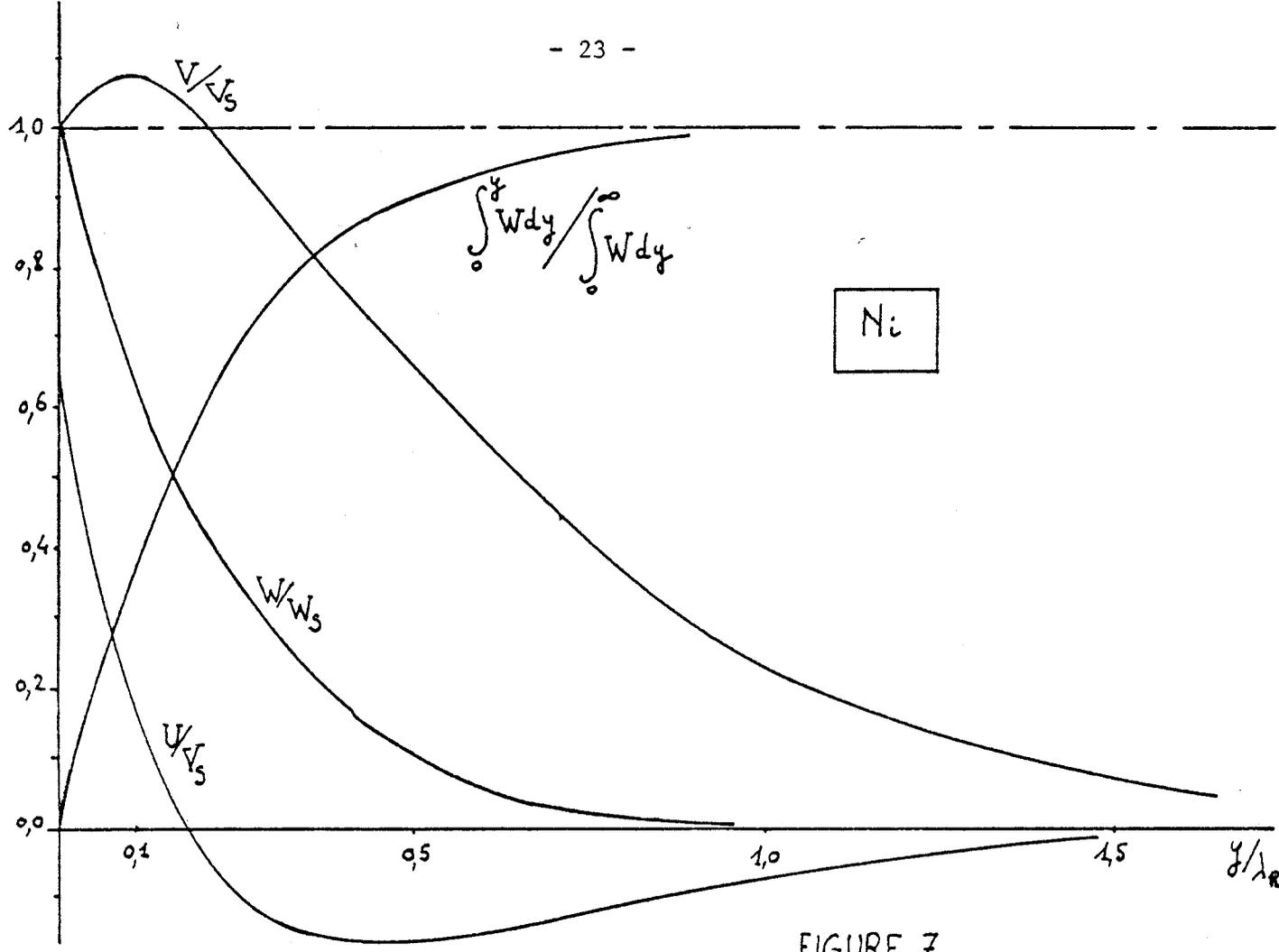


FIGURE 7

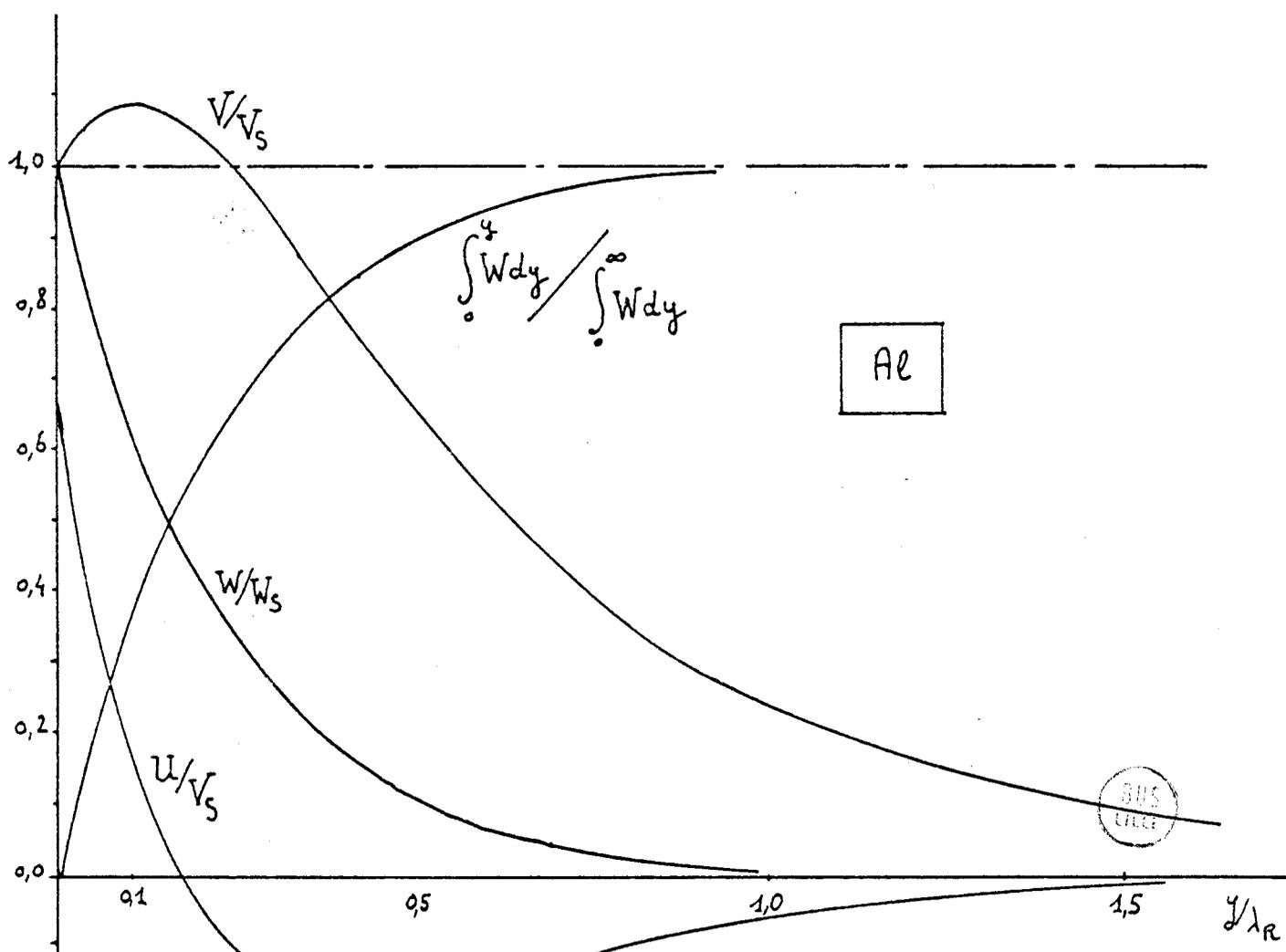


FIGURE 8

Elles affectent les formes classiques :

- Maximum d'amplitude transversale à $0,12 \lambda_R$
- Annulation de l'amplitude longitudinale à $0,17 \lambda_R$ et extremum à $0,45 \lambda_R$
- Décroissance exponentielle de l'énergie locale de vibration en fonction de la profondeur de sorte que 90 % de l'énergie totale se trouve comprise dans une épaisseur de substrat de $0,5 \lambda_R$ environ.

2.4 Application à une couche épaisse sur substrat ($n = 1$).

Notre étude a porté essentiellement sur les couples Ni - Al, l'un ou l'autre servant de substrat, pour des couches supérieures d'épaisseurs relatives $H_1/\lambda_R (= E_1/\lambda_R)$ grandes.

Les courbes de dispersion de V_R (figures 9 et 10) traduisent un comportement différent de celui auquel on s'attend dans une première approche (§2.2). Bien loin d'obtenir une variation monotone entre les valeurs limites $V_{R_{Al}} = 2891$ m/s et $V_{R_{Ni}} = 2748$ m/s, l'on observe des courbes passant par un extremum : minimum très marqué dans le cas Ni/Al ($V_R = 2325$ m/s ; $E_1/\lambda_R = 0,17$), maximum peu accentué dans le cas contraire dont la valeur 2848 m/s reste inférieure à celles des vitesses d'ondes transversales dans le Nickel et l'Aluminium. Dans les deux cas, l'onde de surface n'est pratiquement sensible qu'à la couche pour les valeurs de E_1/λ_R supérieures à 1,5. Ce calcul est traité par Farnell et al. {18}, dont on retrouve parfaitement les résultats.

Notre propre étude concerne de surcroît (figures 11 à 14) les amplitudes normalisées des composantes du vecteur de déplacement U/V_s et V/V_s , l'énergie locale de vibration W/W_s et les résultats des intégrales $\int_{E_1/\lambda_R}^{\infty} Wdy$ et $\int_0^{\infty} Wdy$ normalisées par l'intégrale $\int_{E_1/\lambda_R}^{\infty} Wdy = 100$, donnant ainsi les pourcentages d'énergie compris respectivement dans la couche et dans le substrat, pour le cas de couches d'épaisseurs relatives 0,2 et 0,8.

La continuité des couches U/V_s et V/V_s , conforme à nos hypothèses de calcul (§1.2.4.), n'exclue pas de brusques changements de pente, voire l'existence de points de rebroussement, traduisant des distributions de vibrations et, partant, de localisation de l'énergie très modifiées par rapport à un milieu isotrope unique. C'est ainsi qu'au lieu de voir 90 % de l'énergie concentré

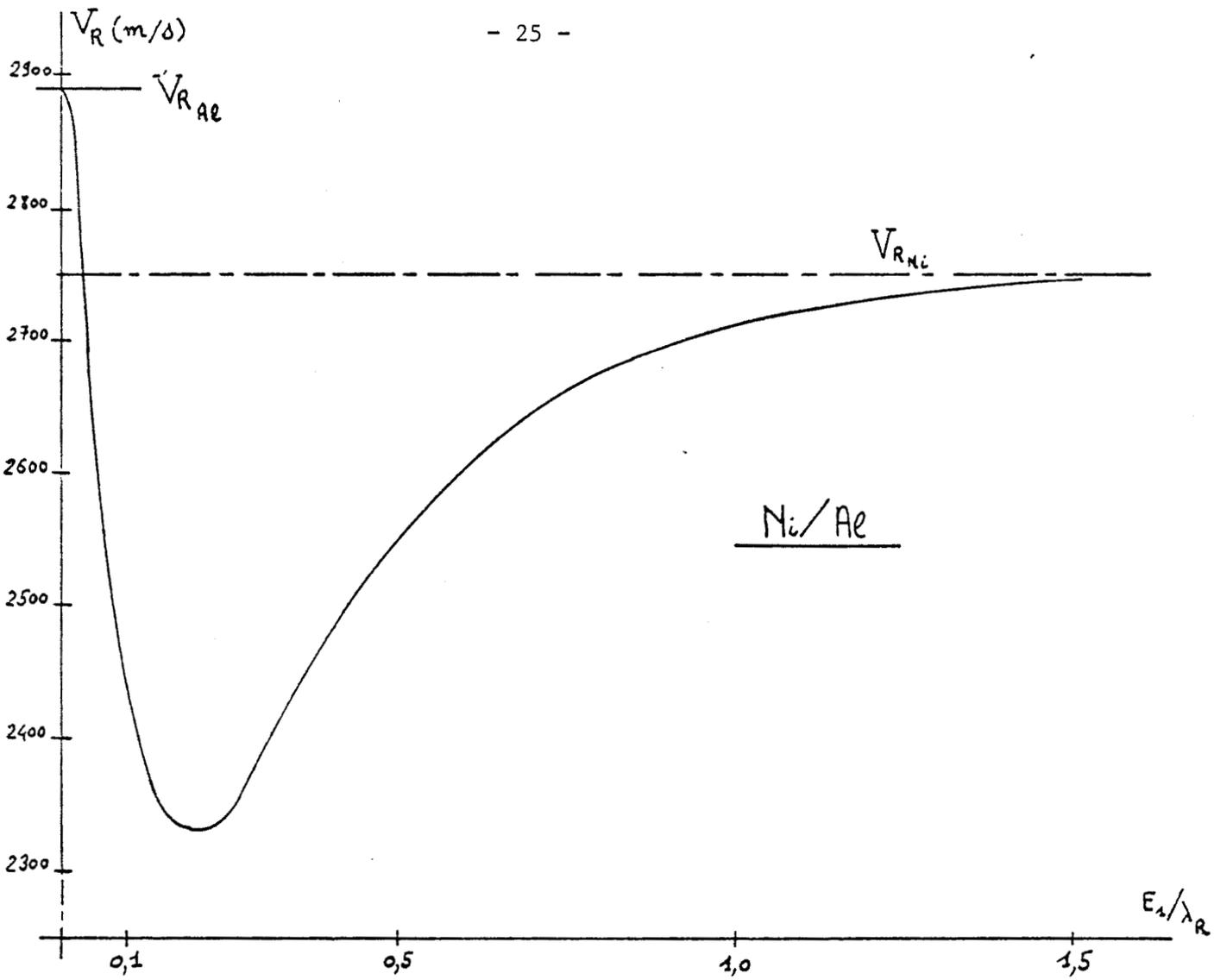


FIGURE 9

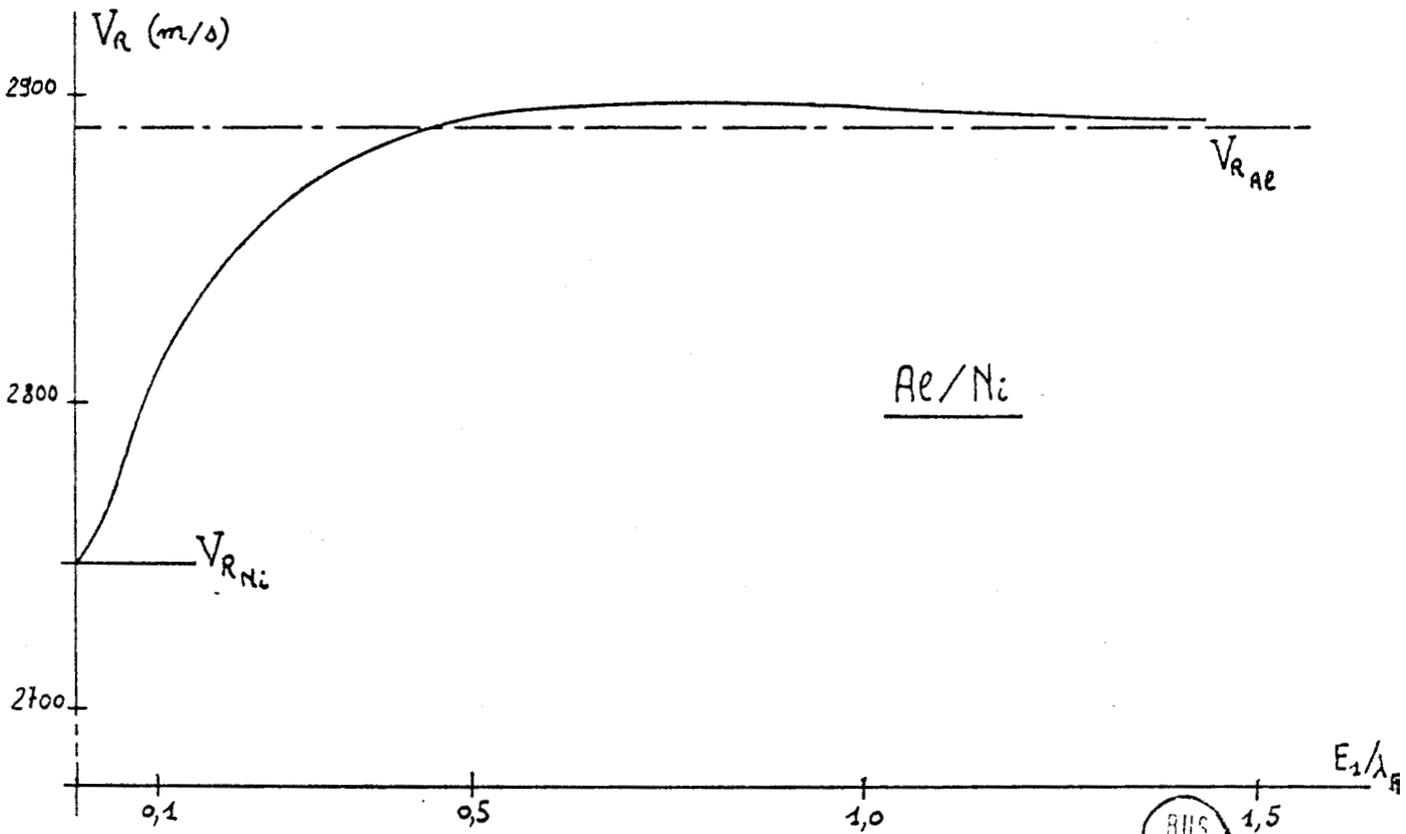


FIGURE 10



dans une couche d'épaisseur $0,5 \lambda_R$ (matériau unique) on constate qu'une couche dense de Nickel d'épaisseur $0,2 \lambda_R$ contient 93 % de l'énergie totale tandis qu'une couche légère d'Aluminium de $0,8 \lambda_R$ n'en contient que 54 %.

Ce point paraissant intéressant, nous avons complété l'étude en traçant les courbes du rapport U_s/V_s à la surface de la couche, et du pourcentage d'énergie que celle-ci contient en fonction de son épaisseur réduite pour les mêmes couples de matériaux (fig. 15 et 16).

On constate ainsi que, pour le système Ni/Al, les couches d'épaisseur supérieure à $\approx 0,17 \lambda_R$ contiennent la quasi totalité de l'énergie ($> 90 \%$), tandis que pour le système Al/Ni, il faut que la couche d'aluminium soit supérieure à $1,2 \lambda_R$ pour en contenir la même quantité. D'autre part, dans les deux cas, le rapport U_s/V_s part de sa valeur pour le substrat seul ($E_1/\lambda_R = 0$) et rejoint rapidement la valeur pour la couche d'épaisseur infinie seule, en passant par un maximum dans le cas du système Al/Ni et par un minimum dans l'autre cas.

2.5. Application à une couche d'épaisseur mince. Comparaison avec le calcul de Bogdanov et al.

Le calcul de dispersion de V_R en fonction de E_1/λ_R a fait l'objet de l'étude de Bogdanov et al. {29} dans le cas d'une épaisseur relative faible ($E_1/\lambda_R < 0,1$). Par des méthodes analogues aux nôtres (§1), ces auteurs arrivent à un déterminant (6×6), $\Delta(f, E_1)$, dont on peut montrer qu'il est identique à celui que l'on déduirait du Tableau 3 limité au cas d'une seule couche ($n = 1$).

Ils donnent de ce déterminant un développement limité au premier ordre en E_1/λ_R qui, avec nos notations antérieures (§1.2.2. et 1.2.3.) peut s'écrire :

$$\Delta(f, E_1) = R(f)A(f, E_1) + B(f, E_1) = 0$$

Avec :

$$R(f) = \frac{\mu_0}{\mu_1} \cdot (\epsilon_0 - 4f^2 r_0 s_0), \text{ correspondant dans le cas d'un milieu semi-infini sans couche à l'équation de Rayleigh}$$

$$R(f) = 0$$

$$A(f, E_1) = k_0^4 - f^2 E_1^2 (2h_1^2 k_1^2 - k_1^4)$$

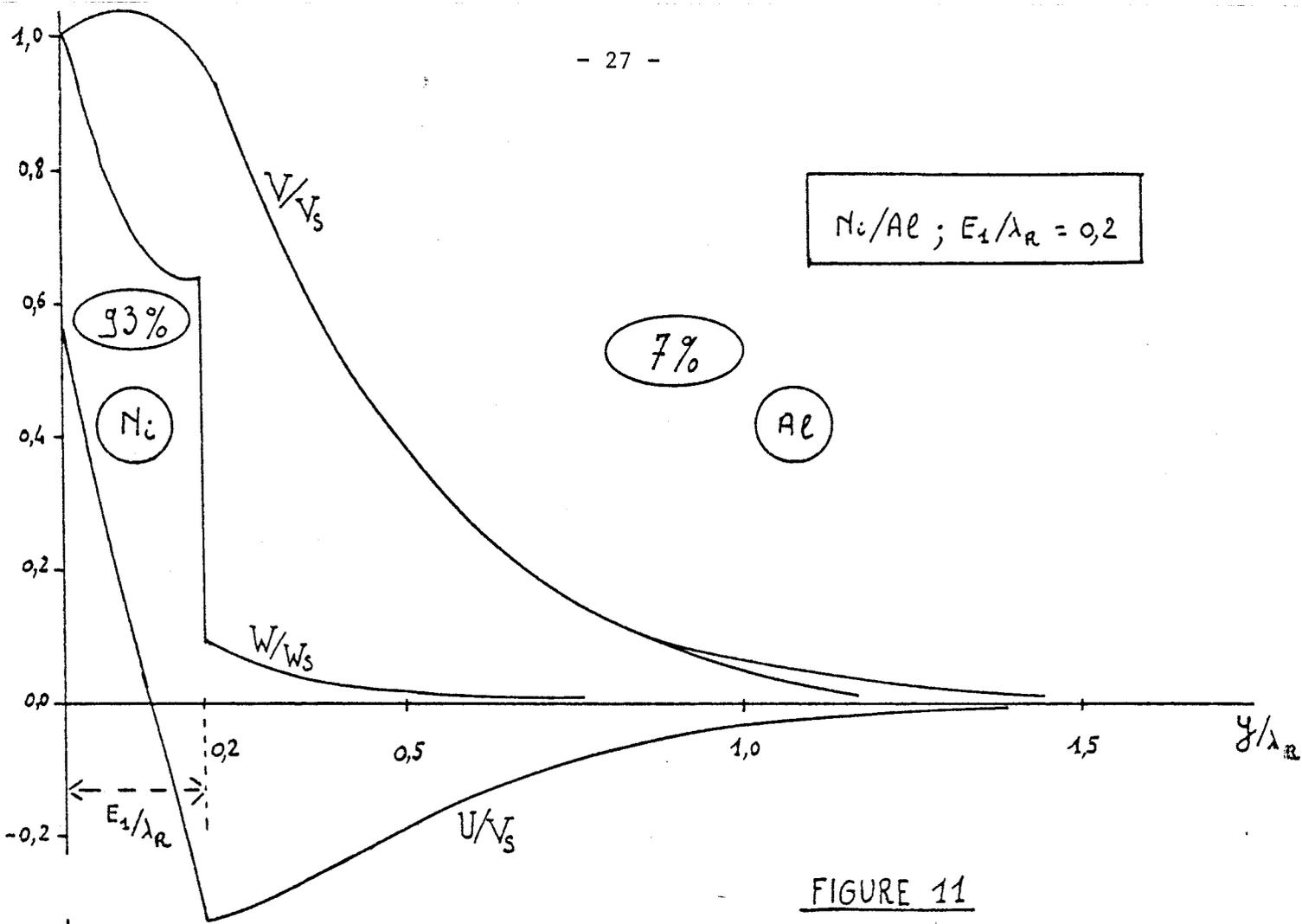


FIGURE 11

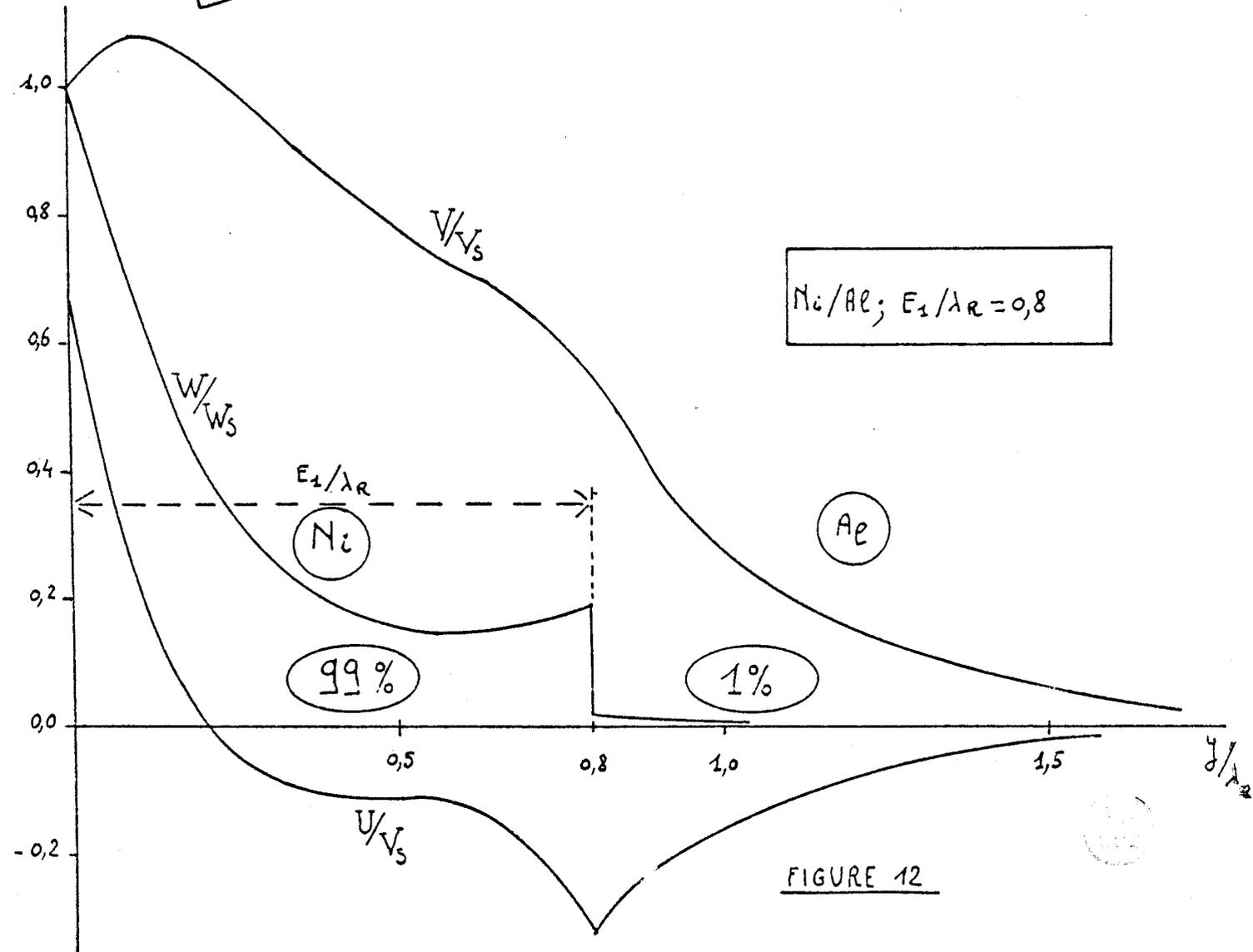


FIGURE 12

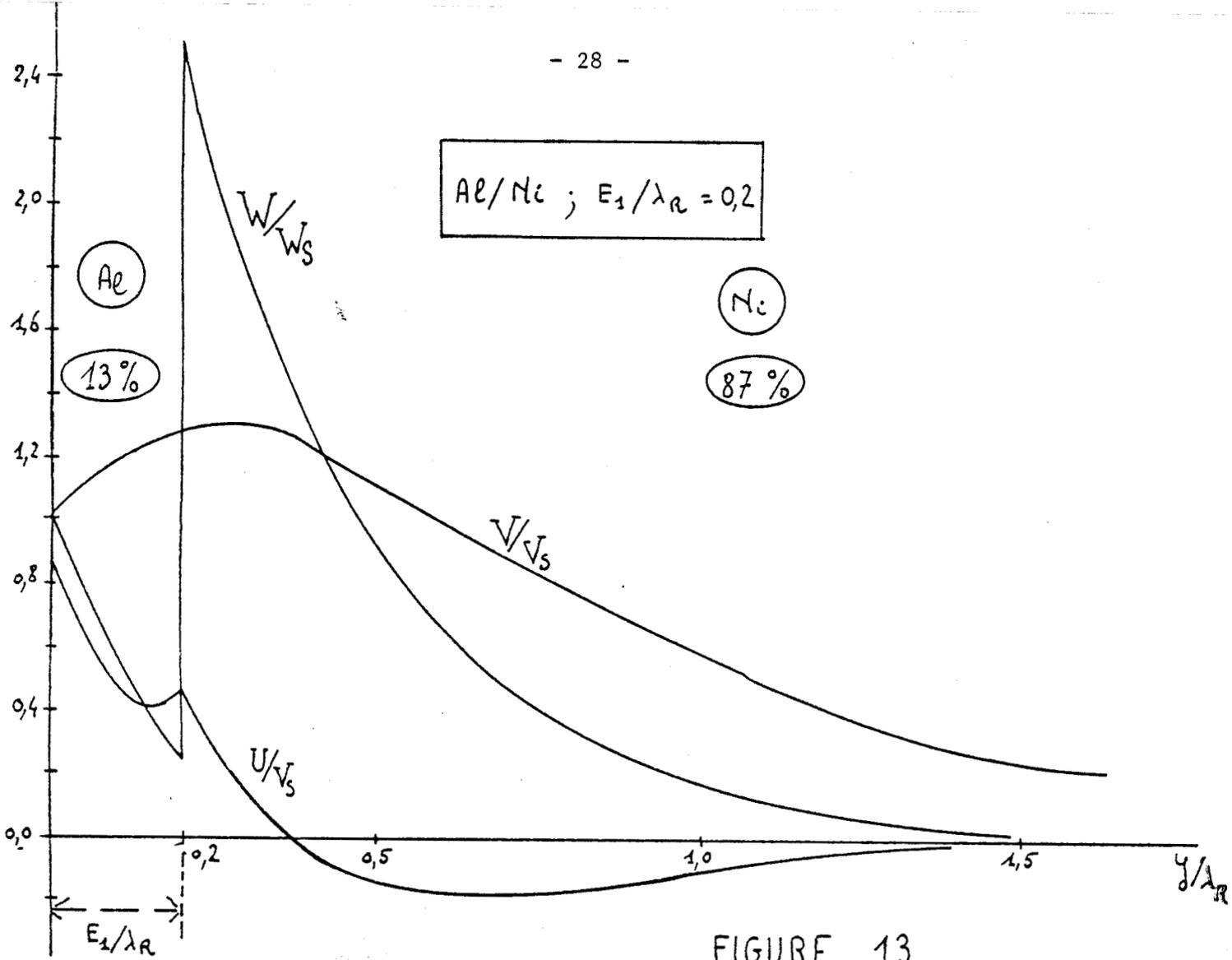


FIGURE 13

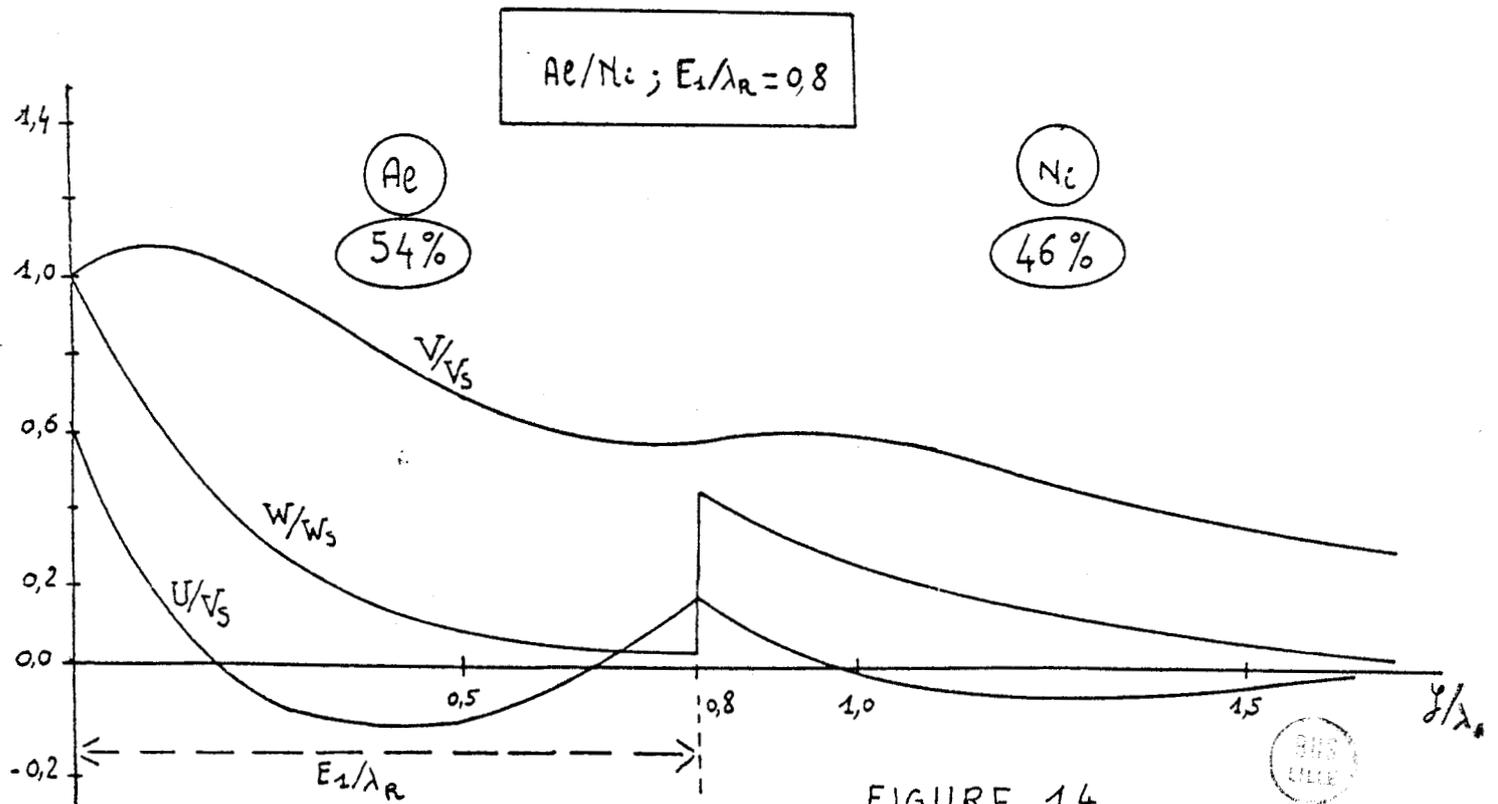


FIGURE 14



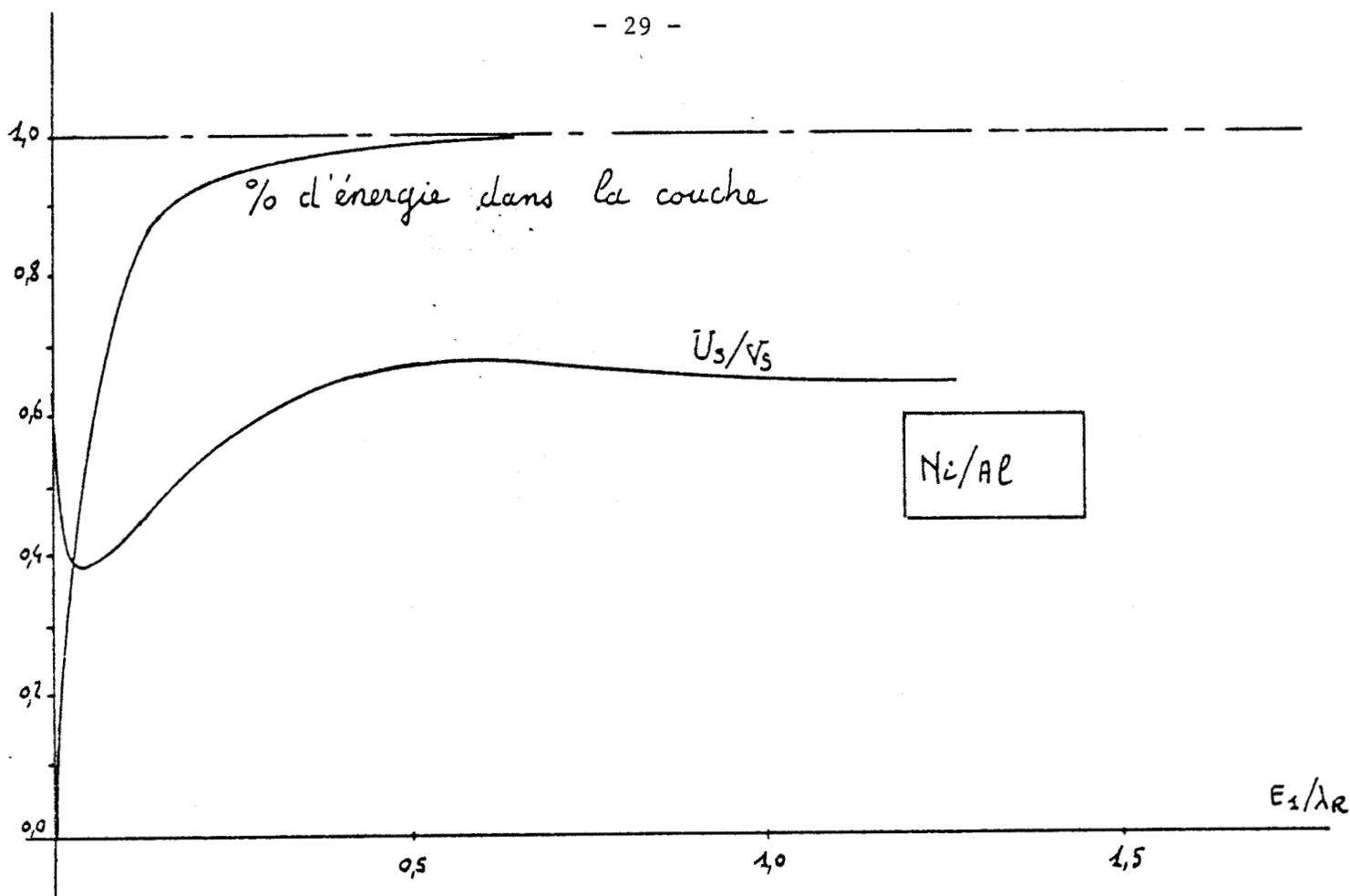


FIGURE 15

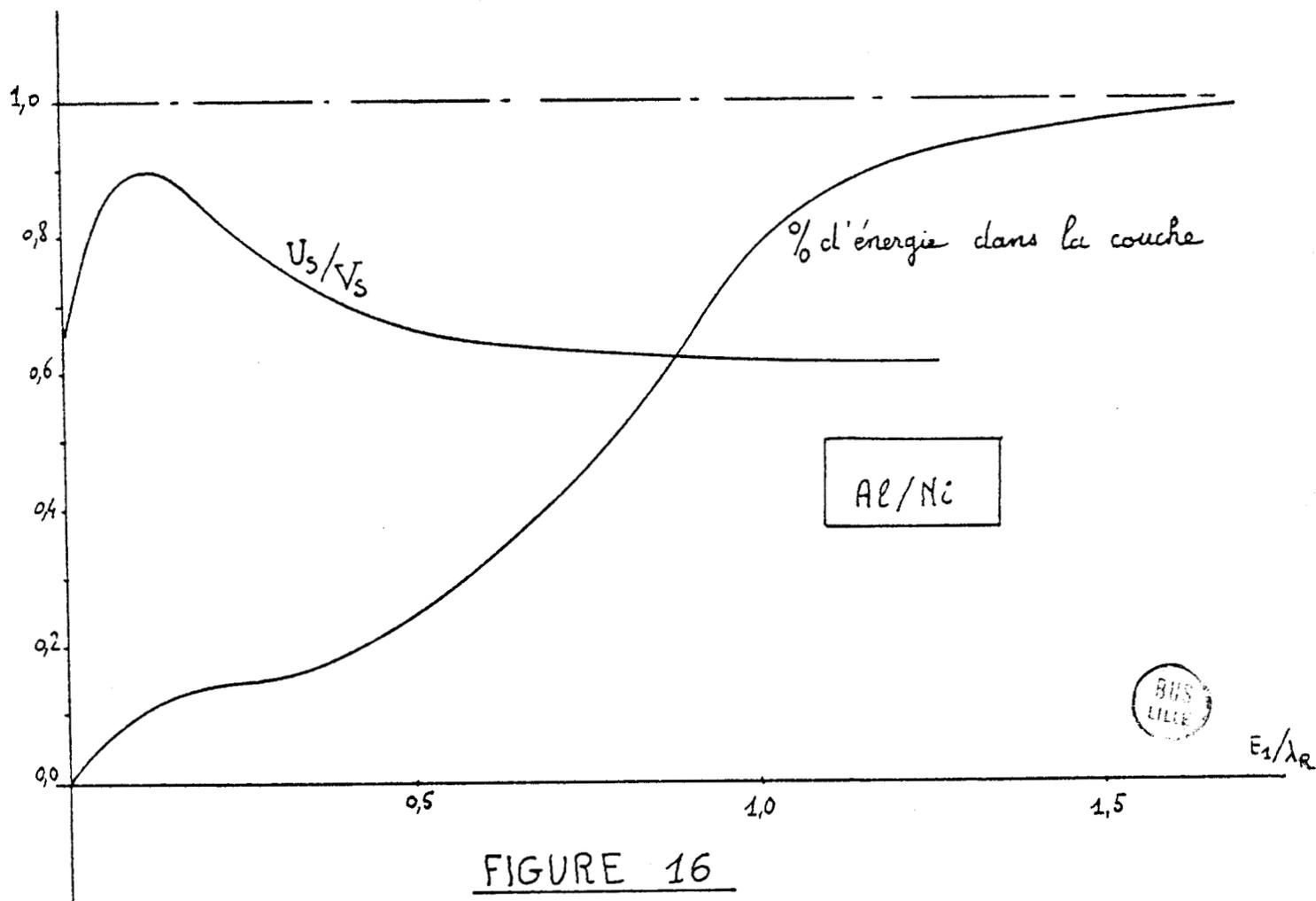


FIGURE 16

$$\begin{aligned}
 \cdot B(f, E_1) &= \frac{\mu_0}{\mu_1} k_1^2 k_o^2 (\epsilon_1^2 - 4f^2 r_1^2) E_1 s_o \\
 &+ \frac{\mu_0}{\mu_1} k_1^2 k_o^2 (\epsilon_1^2 - 4f^2 s_1^2) E_1 r_o \\
 &+ E_1^2 f^2 \frac{\mu_0}{\mu_1} (\epsilon_o - 2r_o s_o) (4f^2 s_1^2 - \epsilon_1^2) (k_1^2 - 2h_1^2) \\
 &+ E_1^2 (f^2 - r_o s_o) (4f^2 s_1^2 - \epsilon_1^2) (\epsilon_1^2 - 4f^2 r_1^2) \\
 &+ E_1^2 f^2 \frac{\mu_0}{\mu_1} k_1^2 (2r_o s_o - \epsilon_o) (4f^2 r_1^2 - \epsilon_1^2)
 \end{aligned}$$

où on rappelle :

$$f = \frac{2\pi}{\lambda_R} = \frac{\omega}{V_R} \quad ; \quad h_i = \frac{\omega}{V_{L_i}} \quad ; \quad k_i = \frac{\omega}{V_{T_i}}$$

$$r_i^2 = f^2 - h_i^2 \quad ; \quad s_i^2 = f^2 - k_i^2 \quad ; \quad \epsilon_i = 2f^2 - k_i^2$$

Dans le cas de nos deux milieux stratifiés Al/Ni et Ni/Al, nous avons résolu l'équation $\Delta(f, E_1) = 0$, trouvant ainsi pour des valeurs données de E_1/λ_R la vitesse V_R correspondante.

Les courbes de dispersion obtenues sont comparées (figures 17 et 18) aux résultats déduits de notre calcul plus rigoureux.

On constate que le modèle de BOGDANOV et al. s'écarte du nôtre de 1% et plus pour des valeurs E_1/λ_R assez élevées supérieures à 0,22 dans le cas du système Al/Ni, mais beaucoup plus vite dans le cas contraire Ni/Al ($E_1/\lambda_R > 0,075$).

Leur méthode n'est donc bien adaptée que pour les valeurs très faibles de E_1/λ_R , où elle présente alors sur la nôtre l'avantage de la simplicité. L'on peut toutefois regretter qu'il ne soit pas aisé de déterminer dans chaque cas la limite de validité sans procéder au calcul complet. Leur vérification pour des couches de CdS sur substrats de S_1O_2 d'épaisseur inférieure à $0,08\lambda_R$ n'a évidemment posé aucun problème.

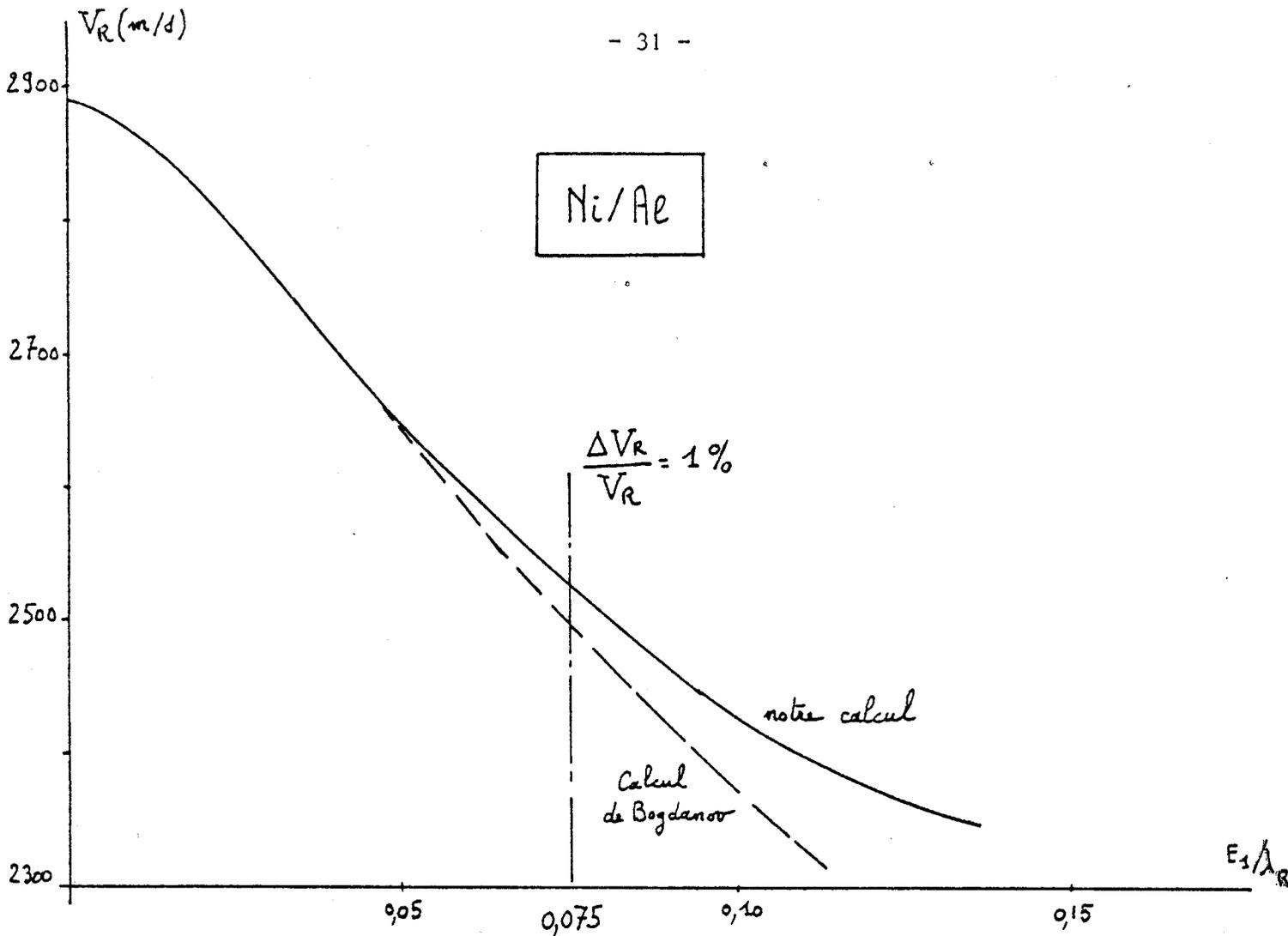


FIGURE 17

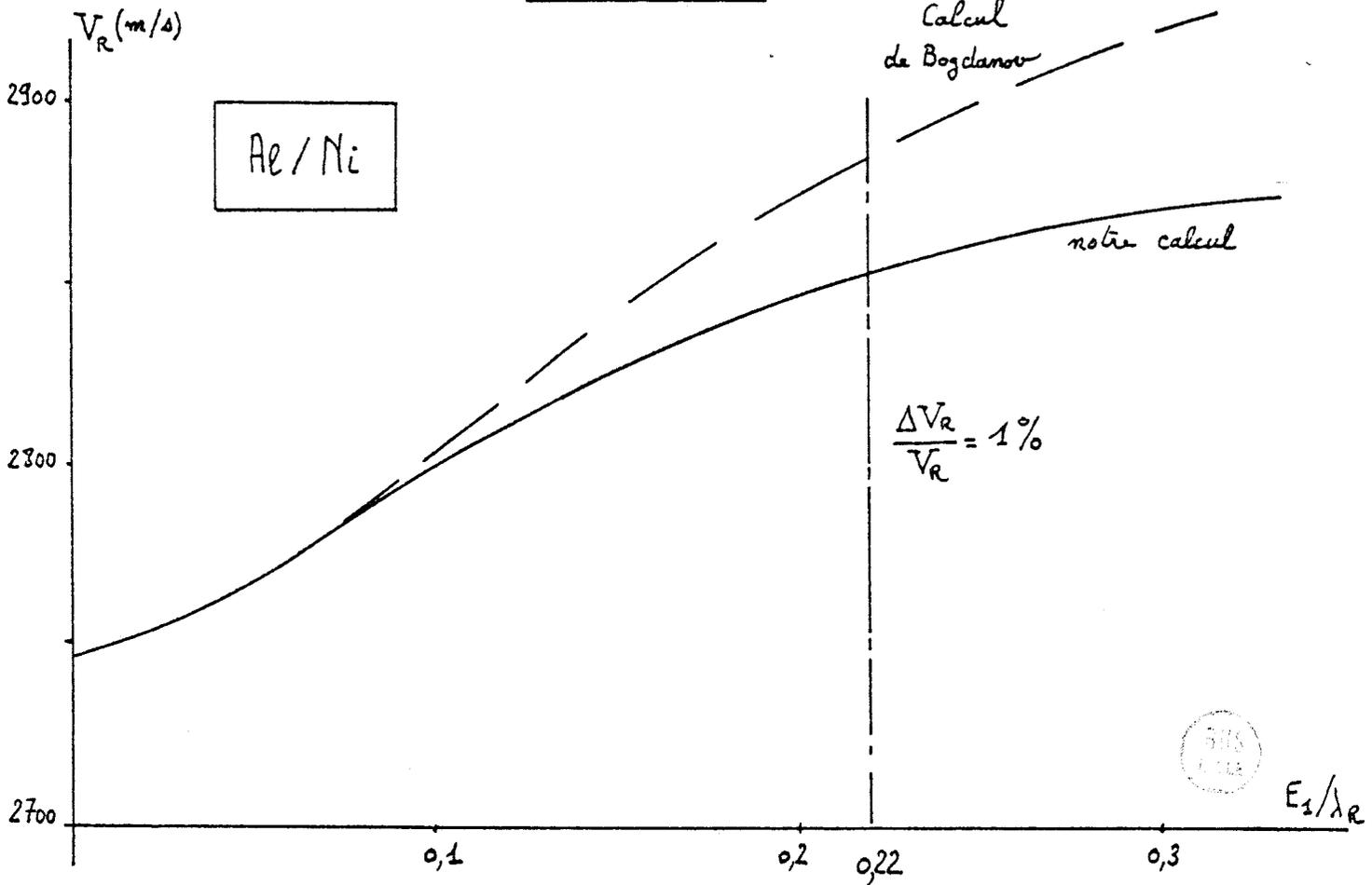


FIGURE 18

2.6 Systèmes stratifiés à deux couches (n=2).

Nous sommes limités ici à des systèmes ne comportant que deux matériaux : une couche d'Aluminium ou de Nickel entre un substrat et une couche supérieure constitués de l'autre matériau (Figures 19 ou 20).

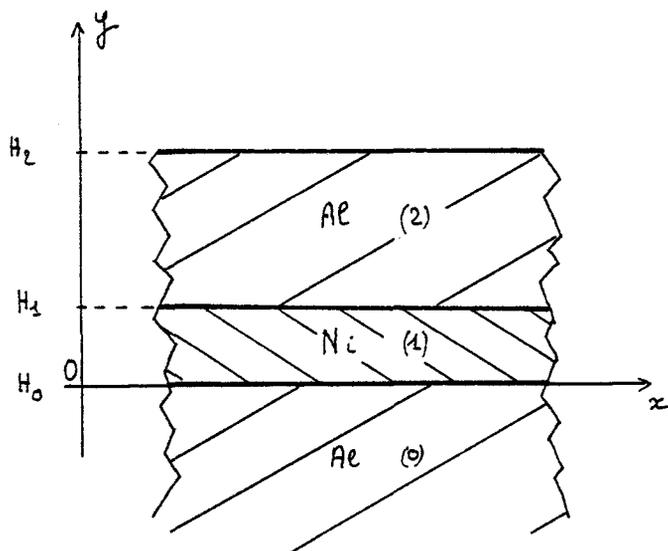


FIGURE 19

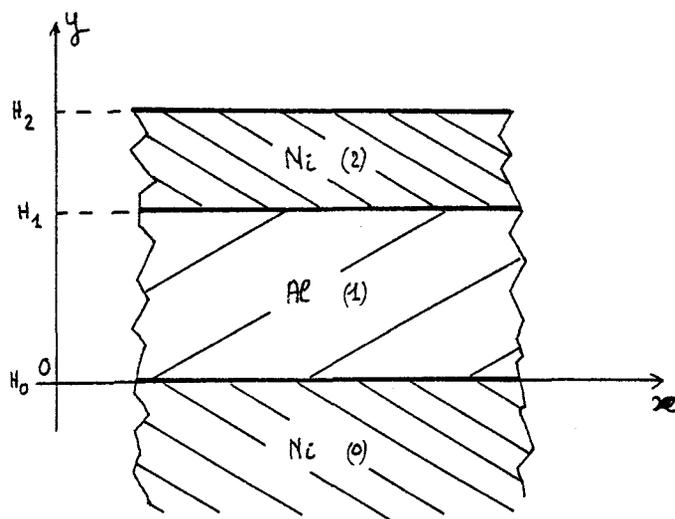


FIGURE 20

2.6.1 Calcul des vitesses de propagation.

Fixant arbitrairement une épaisseur de la première couche E_1 , nous avons calculé les courbes de dispersion de $V_R = f(F)$, pour des épaisseurs croissantes E_2 de la seconde couche, les gammes d'épaisseurs (entre 0 et 150 μm) et de fréquences (de 1 à 30 MHz) ayant été choisies compatibles avec nos possibilités expérimentales.

Les cas étudiés sont (Tableau 5) :

Système	$E_1 = H_1$ (μm)	$E_2 = H_2 - H_1$ (μm)	Figure
Al/Ni/Al	10	0 ; 10 ; 20 ; 50 ; 100	21
	30	0 ; 10 ; 20 ; 50 ; 100	22
	100	0 ; 20 ; 100	23
Ni/Al/ni	10	0 ; 10 ; 20 ; 50 ; 100	24
	30	0 ; 10 ; 20 ; 50 ; 100	25

TABEAU 5

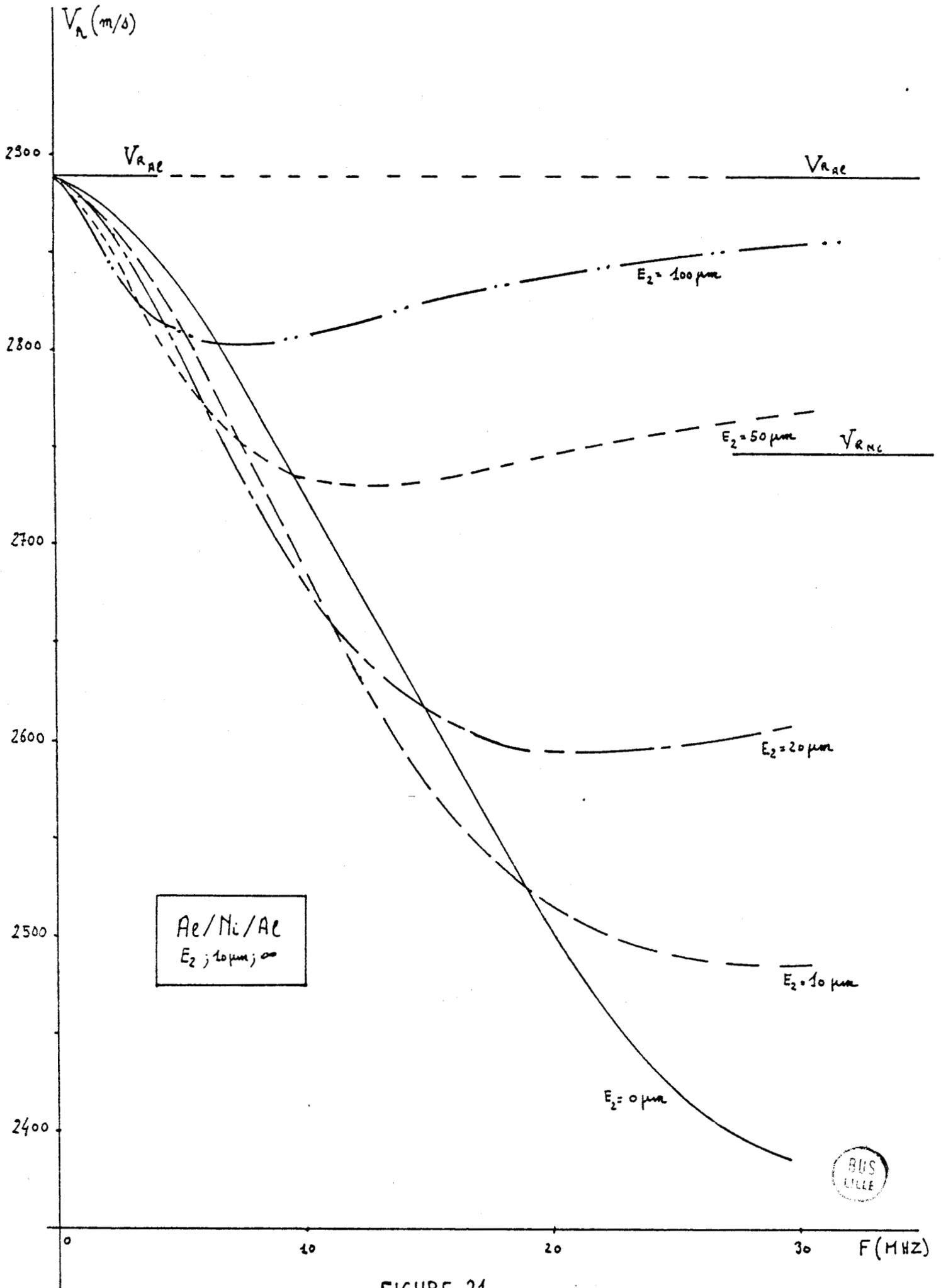


FIGURE 21

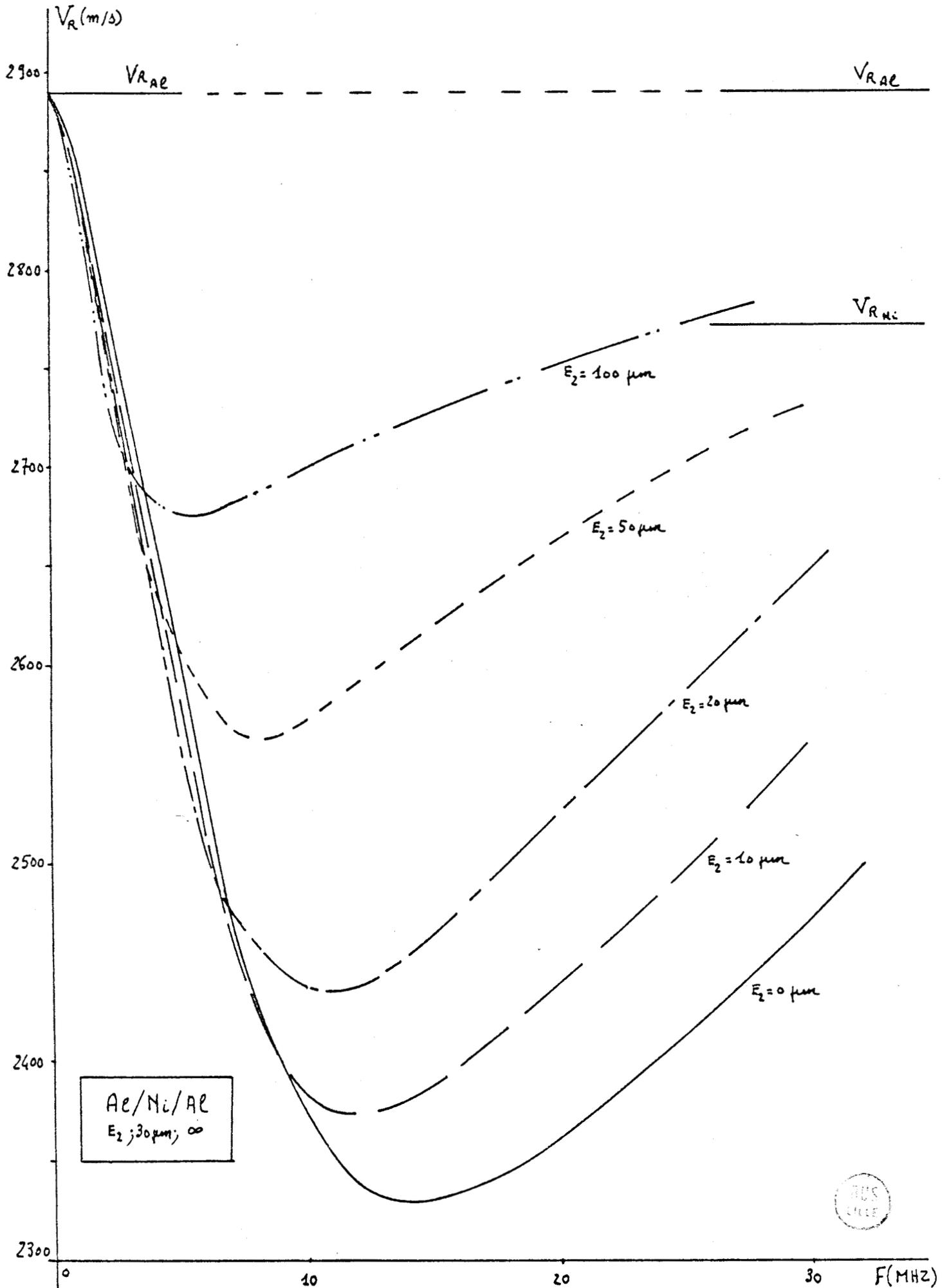


FIGURE 22

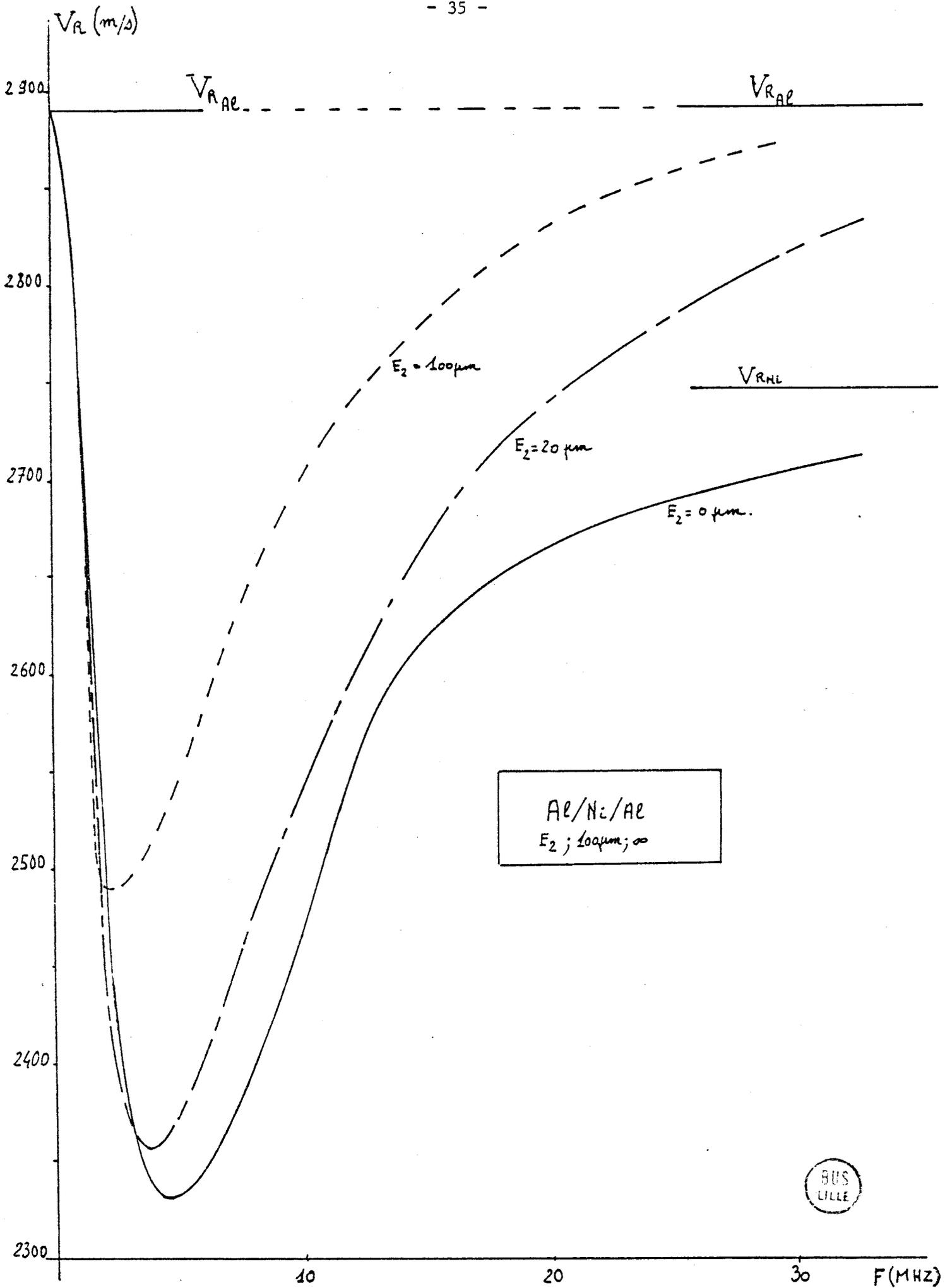


FIGURE 23

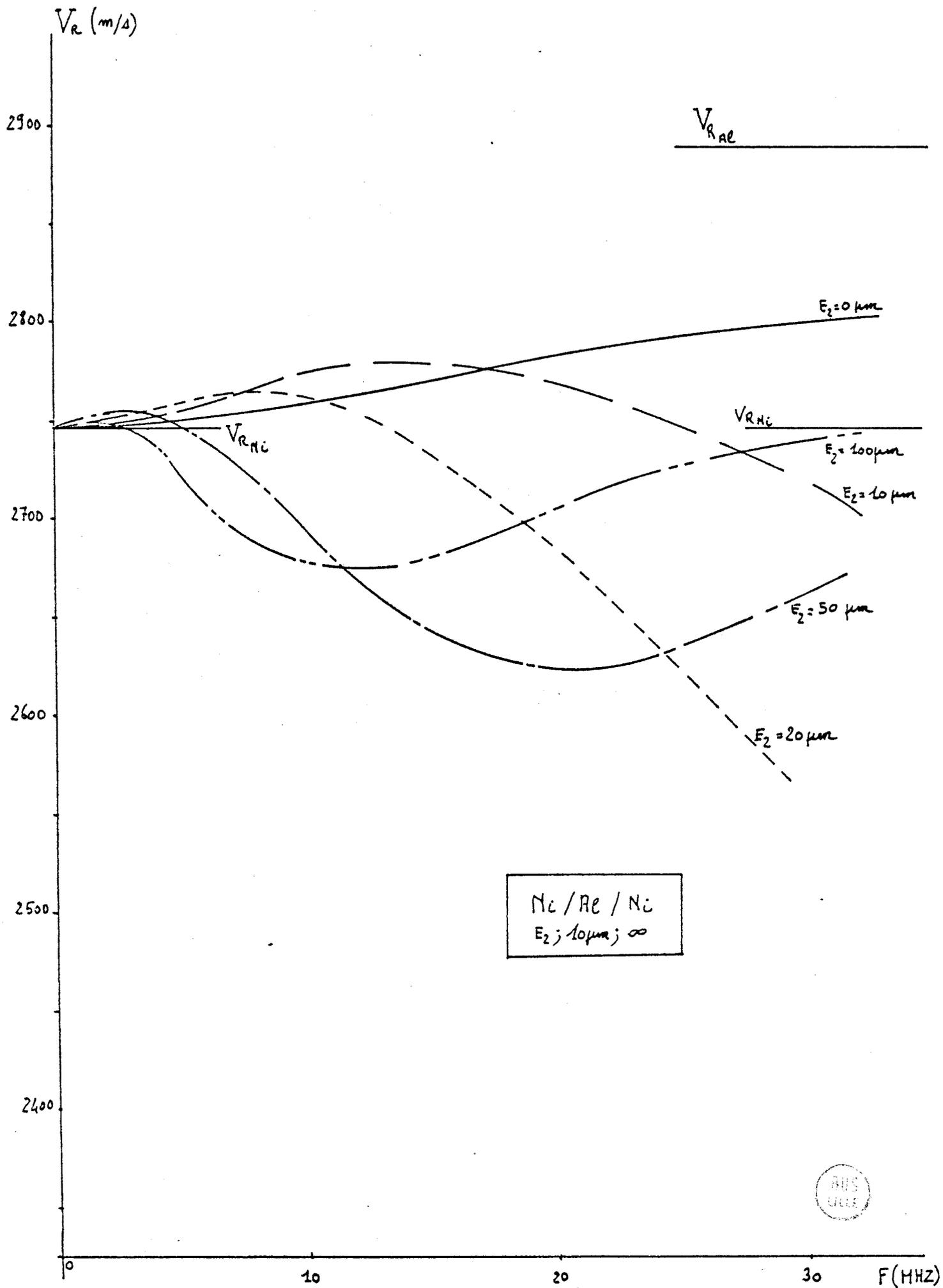


FIGURE 24



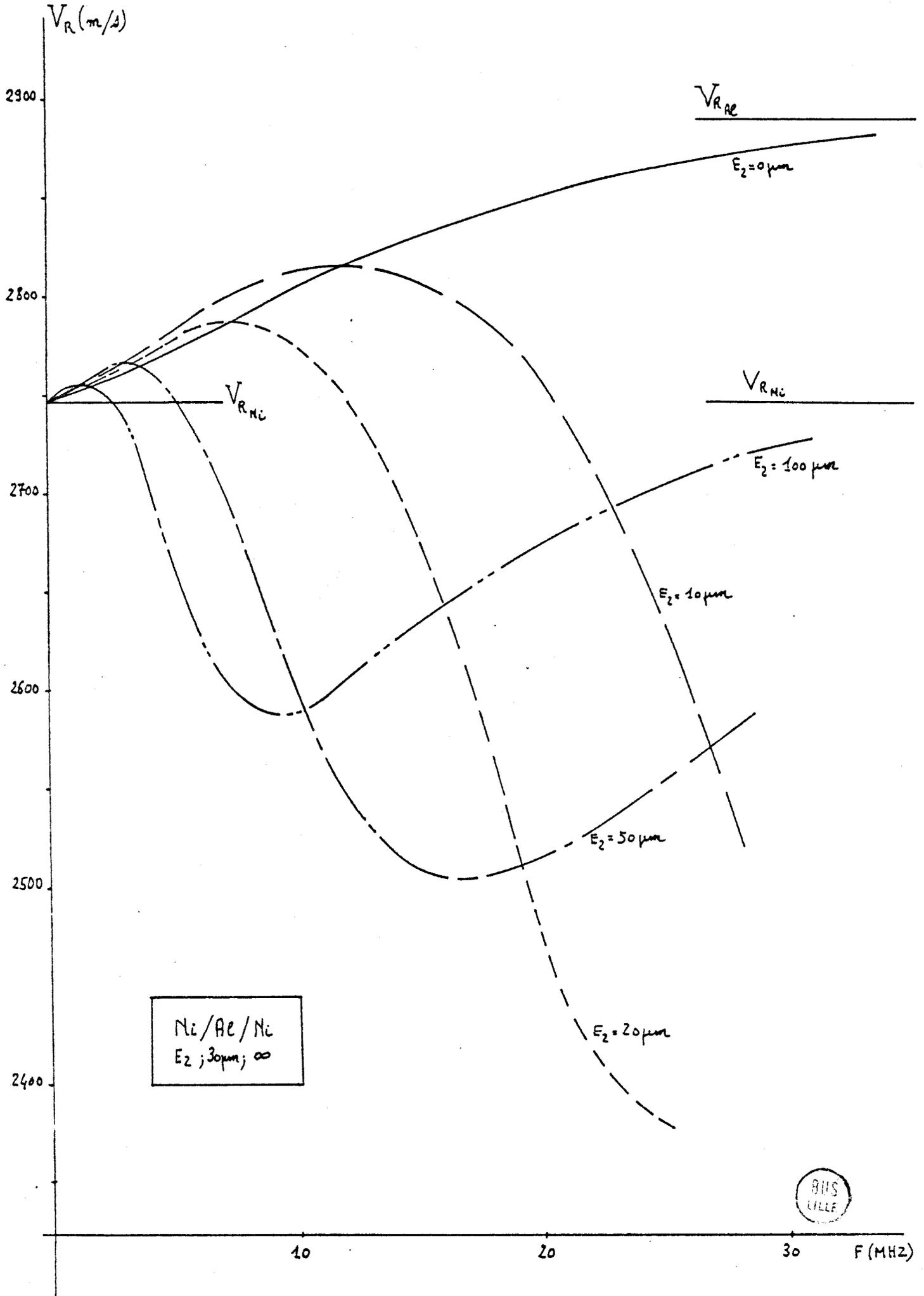


FIGURE 25

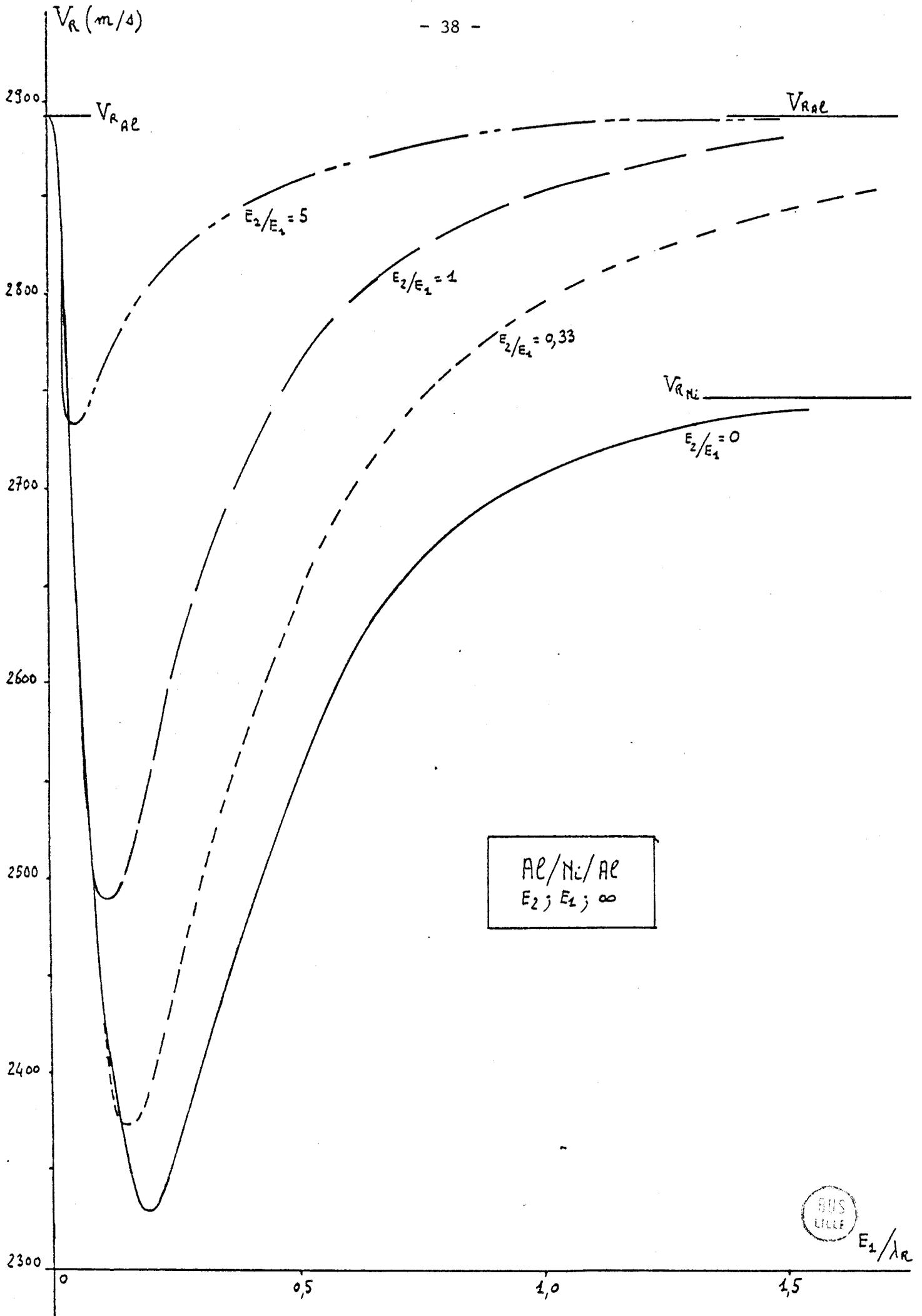


FIGURE 26

Ces familles de courbes montrent bien l'importance croissante d'une couche en fonction de son épaisseur, ce comportement étant plus marqué pour le premier système que pour le second. Si E_1 est très faible et E_2 très grand, V_R s'écarte peu de la vitesse de Rayleigh dans le substrat et dans la couche supérieure. Au contraire si E_2 est très faible et E_1 très grand, le comportement de la vitesse est presque semblable à celui qu'elle a dans un système à une couche.

Ce point de vue est confirmé par un second mode de représentation des résultats de dispersion de vitesse dans le système Al/Ni/Al où l'on adopte en abscisses un système de coordonnées réduites E_1/λ_R relatif à la 1ère courbe, le paramètre étant le rapport E_2/E_1 (Figure 26).

2.6.2 Vecteur et Energie de vibration

De la même façon qu'au § 2-4, nous pouvons calculer la valeur des composantes U/V_S et V/V_S du vecteur de déplacement, l'énergie locale en tout point, à toute profondeur relative y/λ_R . Nous en donnons les exemples suivants :

Système	E_1 (μm)	E_2 (μm)	λ_R (μm)	F (MHZ)	V_R (m/s)	Figure
Al/Ni/Al	10	20	200	13,16	2632	27
	30	20	200	12,20	2440	28
Ni/Al/Ni	10	20	200	13,72	2744	29
	30	20	200	13,59	2718	30

Remarquons ici encore les continuités de U/V_S et V/V_S dans tous les cas, mais aussi le comportement singulier de la composante U/V_S dans le deuxième système (Figures 29 et 30), et surtout le mode de répartition de l'énergie. C'est ainsi que, à la figure 30, la couche intermédiaire d'aluminium (30 μm) ne contient que 6% de l'énergie totale alors que la couche supérieure de Nickel (20 μm) en concentre 59%. A l'opposé, pour une longueur d'onde et des épaisseurs identiques (Figure 28) 17% seulement de l'énergie est dans la couche supérieure d'Aluminium, alors que 74% se situe dans la couche intermédiaire de Nickel.

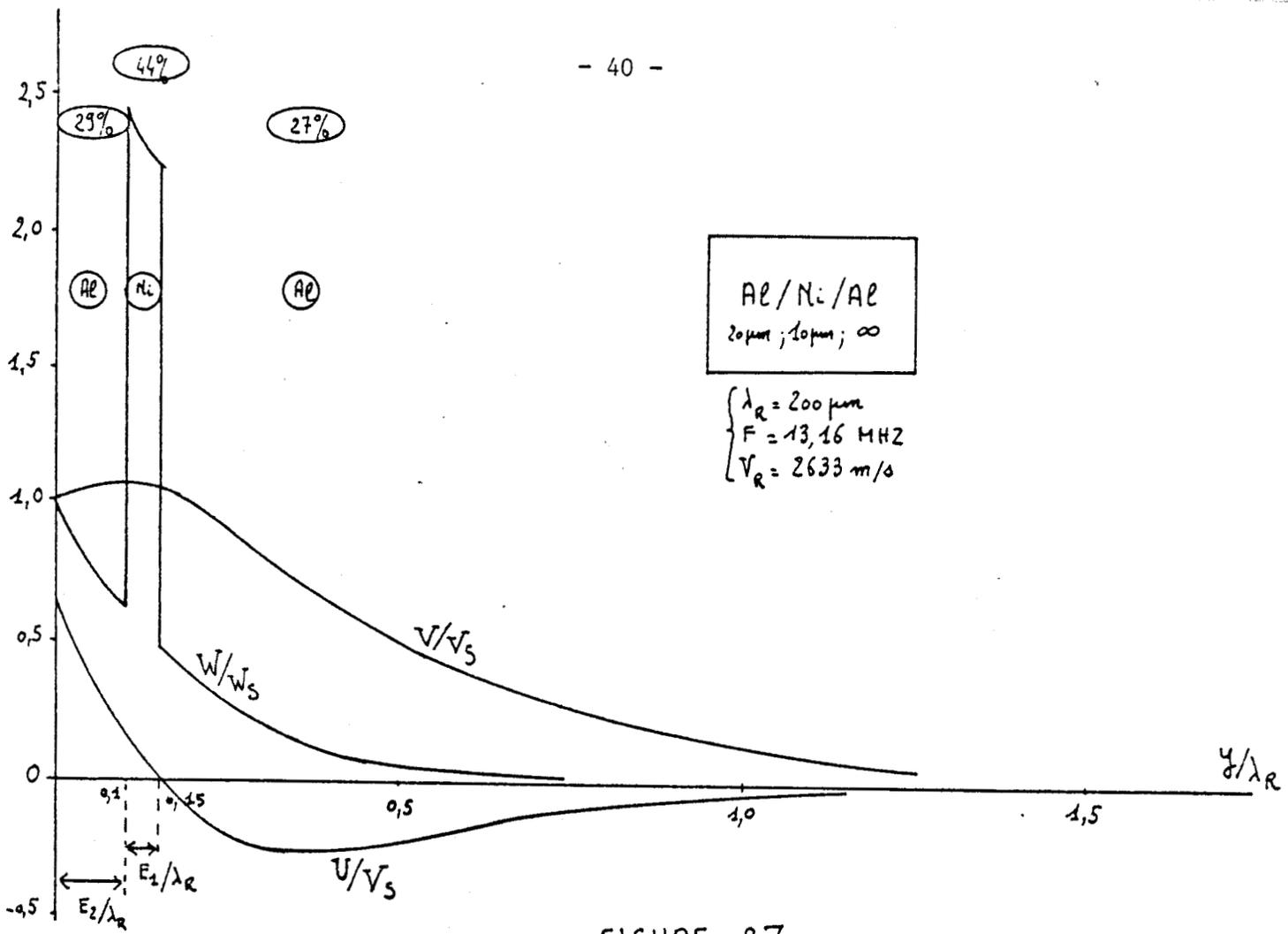


FIGURE 27

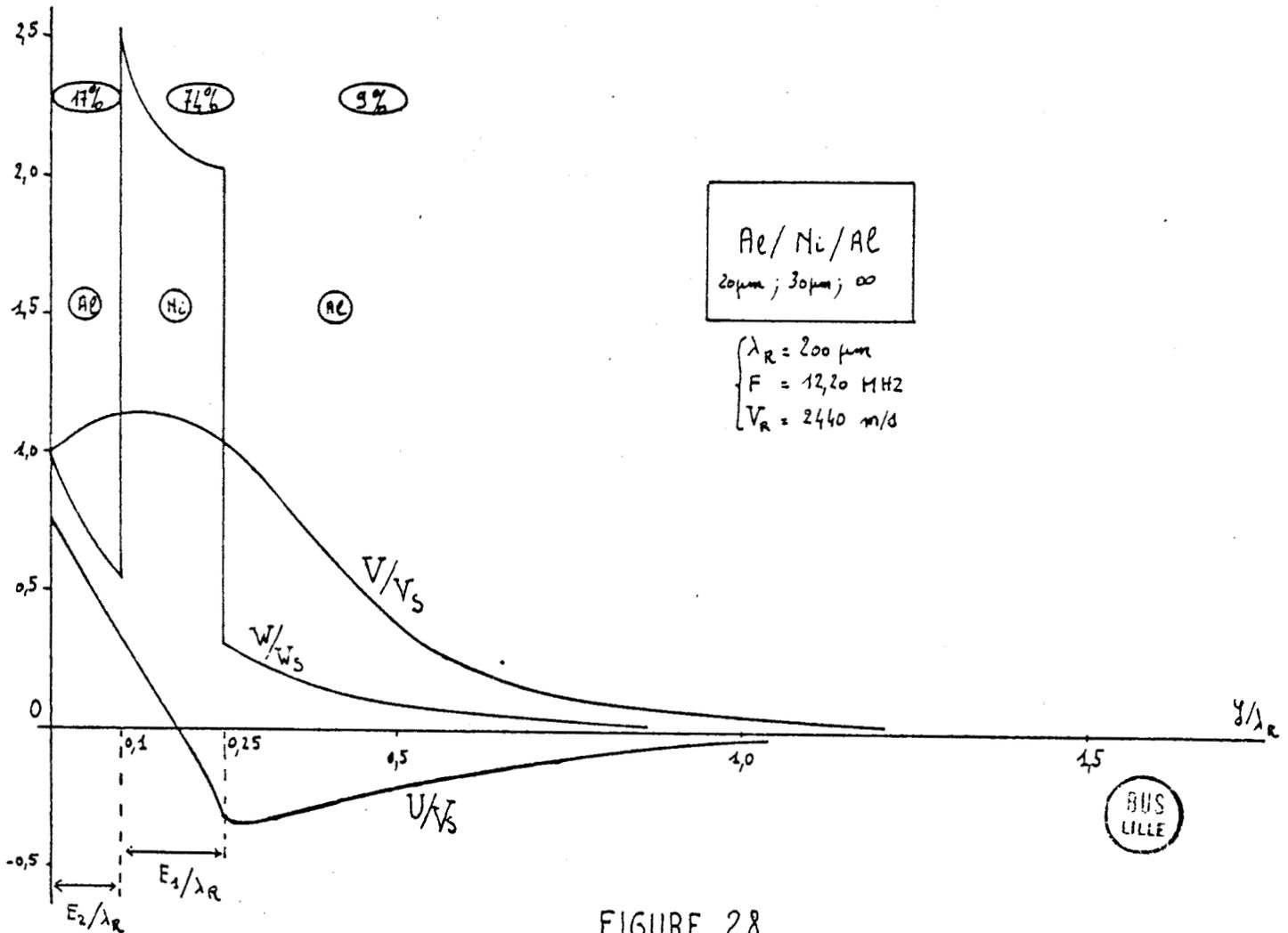
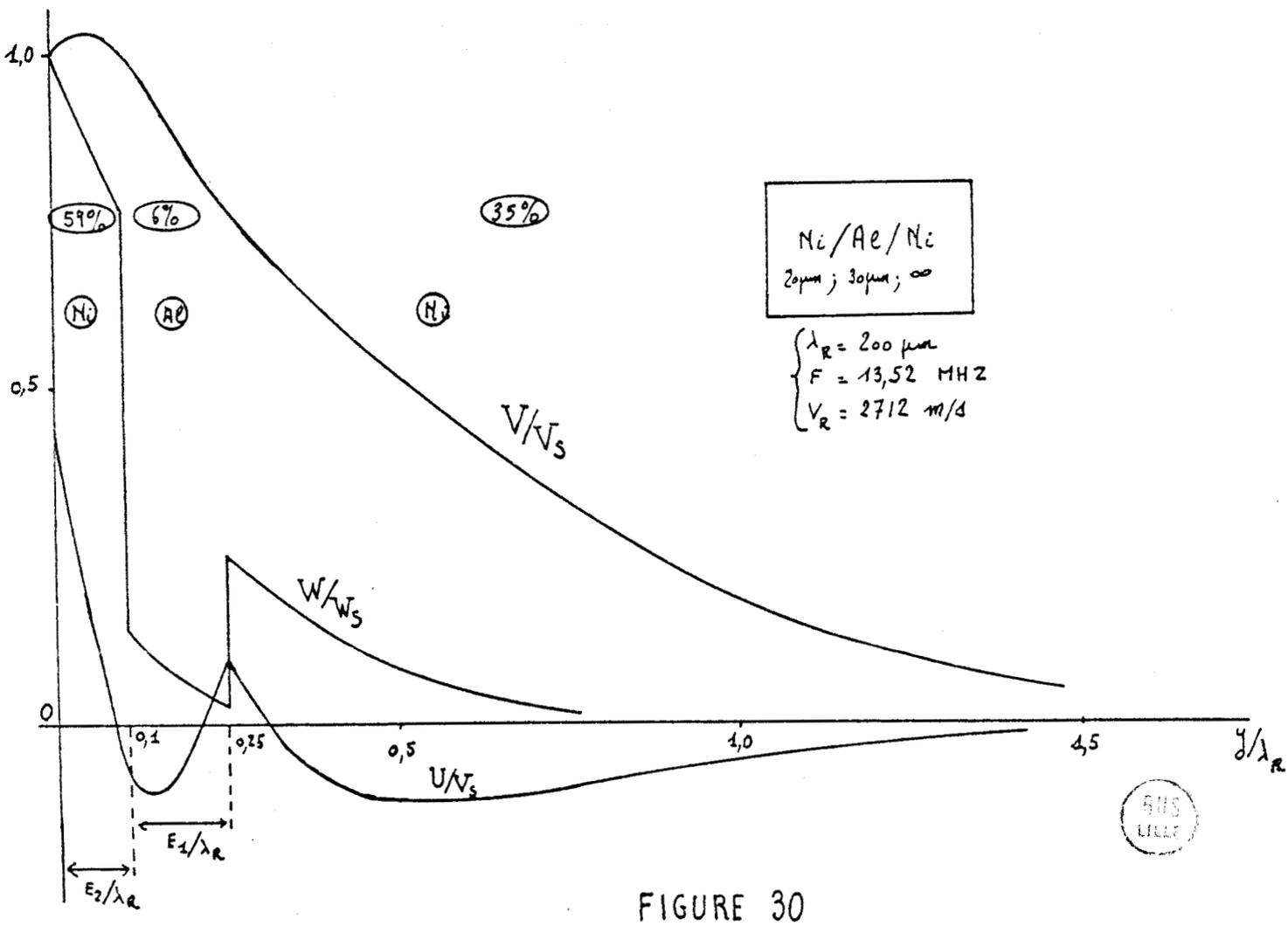
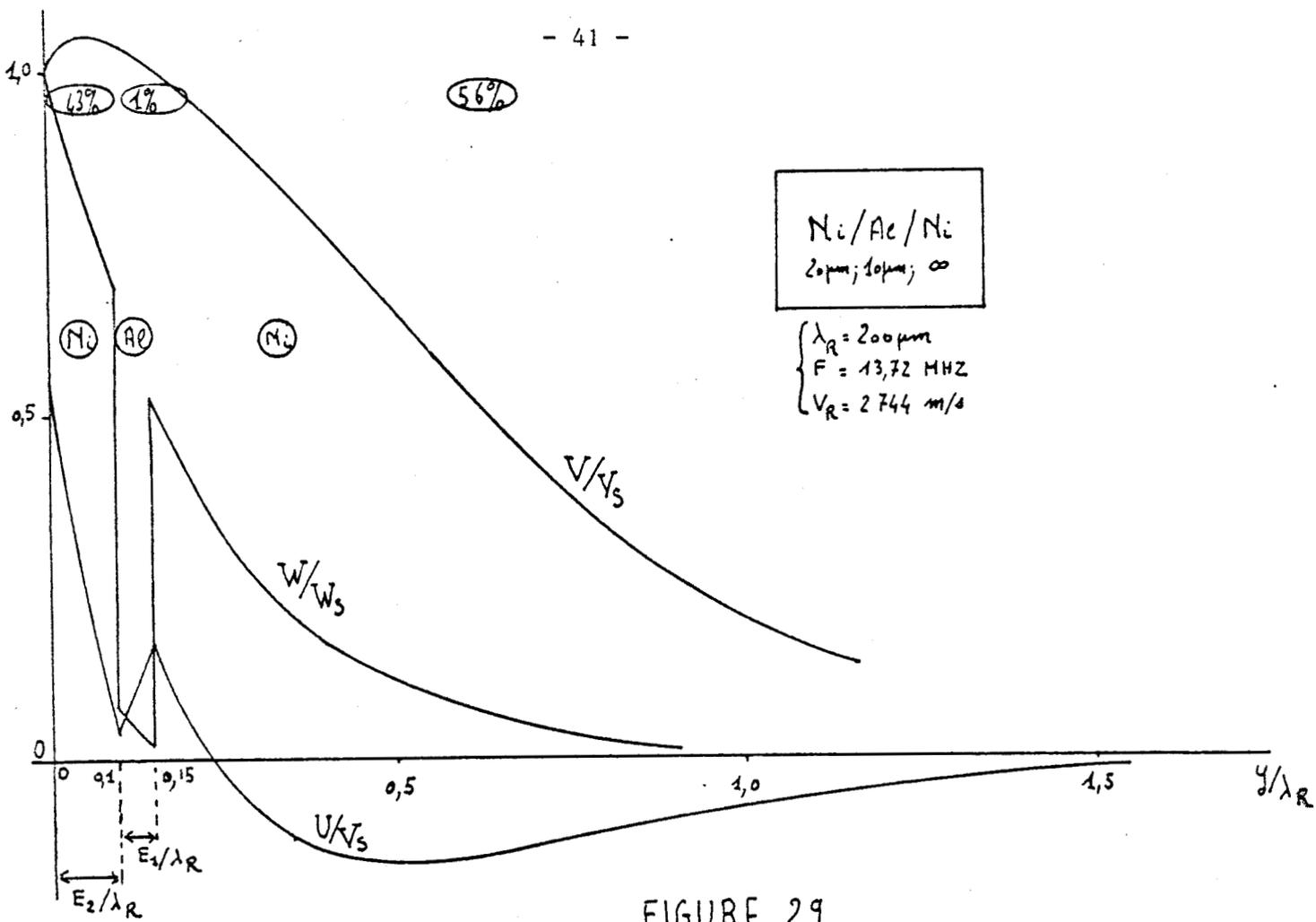


FIGURE 28

BUS LILLE



5115
LILLE

De l'ensemble de cette étude on peut tirer les remarques suivantes :

- Un choix judicieux du substrat et des couches déposées (une ou deux) même relativement minces et facilement réalisables, permet d'obtenir une vitesse quelconque dans la gamme {2400 m/s ; 2900 m/s} pour une fréquence quelconque du domaine {5 MHz ; 30 MHz} ainsi qu'un grand choix de pente de courbes de dispersion. Ceci peut être particulièrement intéressant pour la fabrication de guides d'ondes acoustiques de surface et de filtres acoustiques fréquentiels.

- On voit ici le moyen de concentrer la plus grande partie de l'énergie dans un substrat, la rendant ainsi moins sensible aux effets de surface, ou au contraire dans la couche supérieure, et même dans une couche interne d'épaisseur relativement faible, accentuant du même coup ces effets de surface.

L'étude pourrait évidemment être complétée par l'analyse de systèmes stratifiés à plus grand nombre de couches. Nous la limiterons au cas, envisagé au chapitre suivant, d'un milieu possédant un gradient de propriétés de surface, décomposant celui-ci en un système à $n(=5)$ couches.

3. TECHNIQUES EXPERIMENTALES

3.1 Production des ondes de surface.

Plusieurs méthodes de production d'ondes de surface sont couramment pratiquées {34, 35, 36}. Nous utilisons pour notre part celle des transducteurs à électrodes interdigitées, bien mise au point dans notre laboratoire {37}.

Le transducteur est formé de deux électrodes métalliques en forme de peigne déposées sur un substrat piézoélectrique (Figure 31).

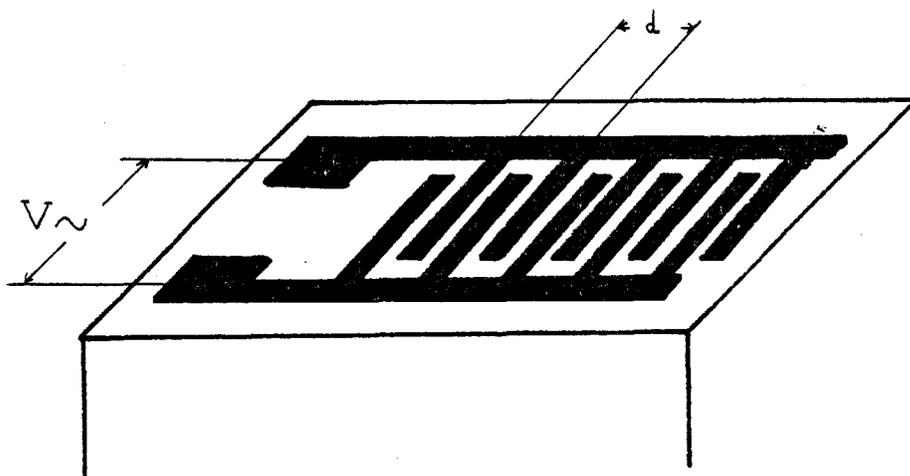


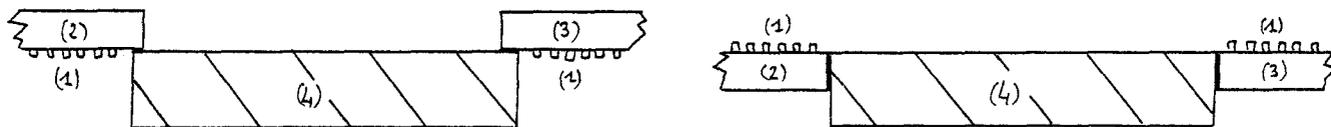
FIGURE 31

La tension électrique V appliquée entre les deux électrodes crée un champ électrique qui engendre des compressions et des dilatations au voisinage de la surface donnant naissance à des ondes de Rayleigh émises perpendiculairement aux doigts des peignes. Lorsque la tension appliquée est sinusoïdale, les vibrations ne s'ajoutent de façon constructive que si la distance d séparant deux dents de même parité est égale à une longueur d'onde élastique. La fréquence $F = \frac{V_R}{d}$ qui correspond à cet effet cumulatif est appelée fréquence de synchronisme ou fréquence de résonance. Si la fréquence s'écarte de cette valeur, l'interférence entre les signaux élastiques émis par les différentes paires de dents n'est plus totalement constructive et le signal résultant est moindre. La bande passante B , autour de la fréquence de résonance F dépend alors du nombre N de paires de dents par la relation {38} :

$$B = 0,885 \frac{F}{N}$$

Nous utilisons des transducteurs à quartz ou à titanate, les peignes, provenant de la photogravure de dépôts métalliques préalablement réalisés par évaporation sous vide sur ces substrats, comportant de l'ordre d'une centaine de paires de dents. Compte tenu de leur écartement et des vitesses respectives des ondes de Rayleigh sur ces deux cristaux piézoélectriques, nous obtenons des fréquences de résonance proches de 17 MHz pour le quartz et de 12 MHz pour le titanate, avec des bandes passantes de l'ordre de quelques centaines de KHZ. Mais alors que le transducteur à quartz nécessite une adaptation d'impédance Self-Capacité, ceci n'est pas nécessaire pour le titanate, ce qui permet en particulier d'exciter sans difficultés ce dernier sur ses fréquences sous-harmoniques et harmoniques impaires au prix d'une perte de sensibilité peu gênante pour nous. Nous disposerons ainsi, avec le transducteur à titanate de fréquence de résonance 12 MHz, des fréquences de vibration supplémentaires 4, 6, 9 et 15 MHz.

Une fois générées ces ondes de surface sur substrats piézoélectriques, il suffit de les transférer sur la surface de nos échantillons. Deux méthodes s'offrent à nous {37} : le collage par alignement des plans du transducteur et de l'échantillon (Figure 33), soit le transfert par pont d'huile (Figure 32). Dans chaque cas on dispose un transducteur identique et symétrique jouant le rôle de récepteur pour juger de la qualité du transfert.



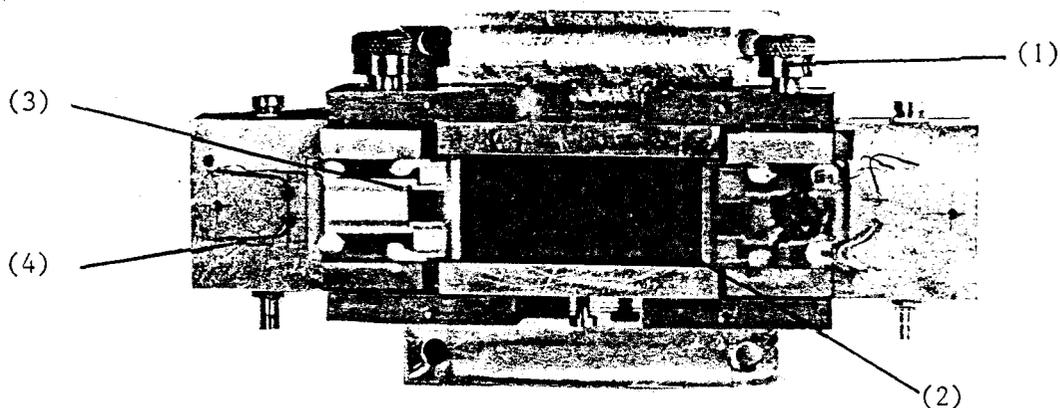
(1) Peignes interdigités (2) et (3) Transducteurs émetteurs et récepteurs
(4) Echantillon

FIGURE 32

FIGURE 33

Si par rapport aux pertes de couplage ces deux montages sont à peu près équivalents (environ 45 db de pertes totales peigne à peigne) nous préférons le pont d'huile pour sa commodité malgré son manque de rigidité mécanique et de stabilité à long terme.

Le montage réalisé (Figure 34) permet l'installation rapide du couplage transducteurs-échantillon en imposant le parallélisme des dents de peigne entre émetteur et récepteur.



(1) Vis de serrage (2) Echantillon (3) Transducteur (4) Boîte d'accord

FIGURE 34

3.2 Mesure absolue des vitesses d'ondes de surface.

Nous utilisons un banc de mesure absolue de vitesse, en lumière cohérente, de précision élevée, dans la gamme de fréquence acoustique 3-20 MHz {40, 41}, mis à notre disposition par G. HAW.

Le principe du banc de mesure (Figure 35) est le suivant :

a) Montage optique. Un faisceau laser polarisé He-Ne (Spectra Physics, 133 P, $\lambda = 6328 \text{ \AA}$), convenablement élargi et focalisé par la lentille L_1 , éclaire ponctuellement la surface de l'échantillon. Sa largeur D est choisie (expandeur et diaphragme dans le plan focal objet de L_1) pour que le diamètre de la tache centrale de diffraction reste inférieur à une demi-longueur d'onde acoustique (environ $80 \mu\text{m}$ à 20 MHz). Ce faisceau, réfléchi, repris par la lentille L_2 dont le foyer coïncide avec la tache de diffraction, éclaire le photomultiplicateur (RTC, XP 1016) recouvert d'un écran occultant la moitié du champ et situé dans le plan focal image de L_2 : technique dite du "Knife-Edge".

b) Acquisition et traitement du signal : l'onde de Rayleigh, se propageant sur l'échantillon, plisse sa surface qui, tel un miroir tournant, dévie le faisceau lumineux réfléchi et module le signal du photo-multiplicateur dont le courant est de la forme :

$$s_0 \cos (2\pi FT - 2 \pi x / \lambda_R)$$

F = fréquence ultrasonore ; x = abscisse du point d'incidence ;

λ_R = longueur d'onde.

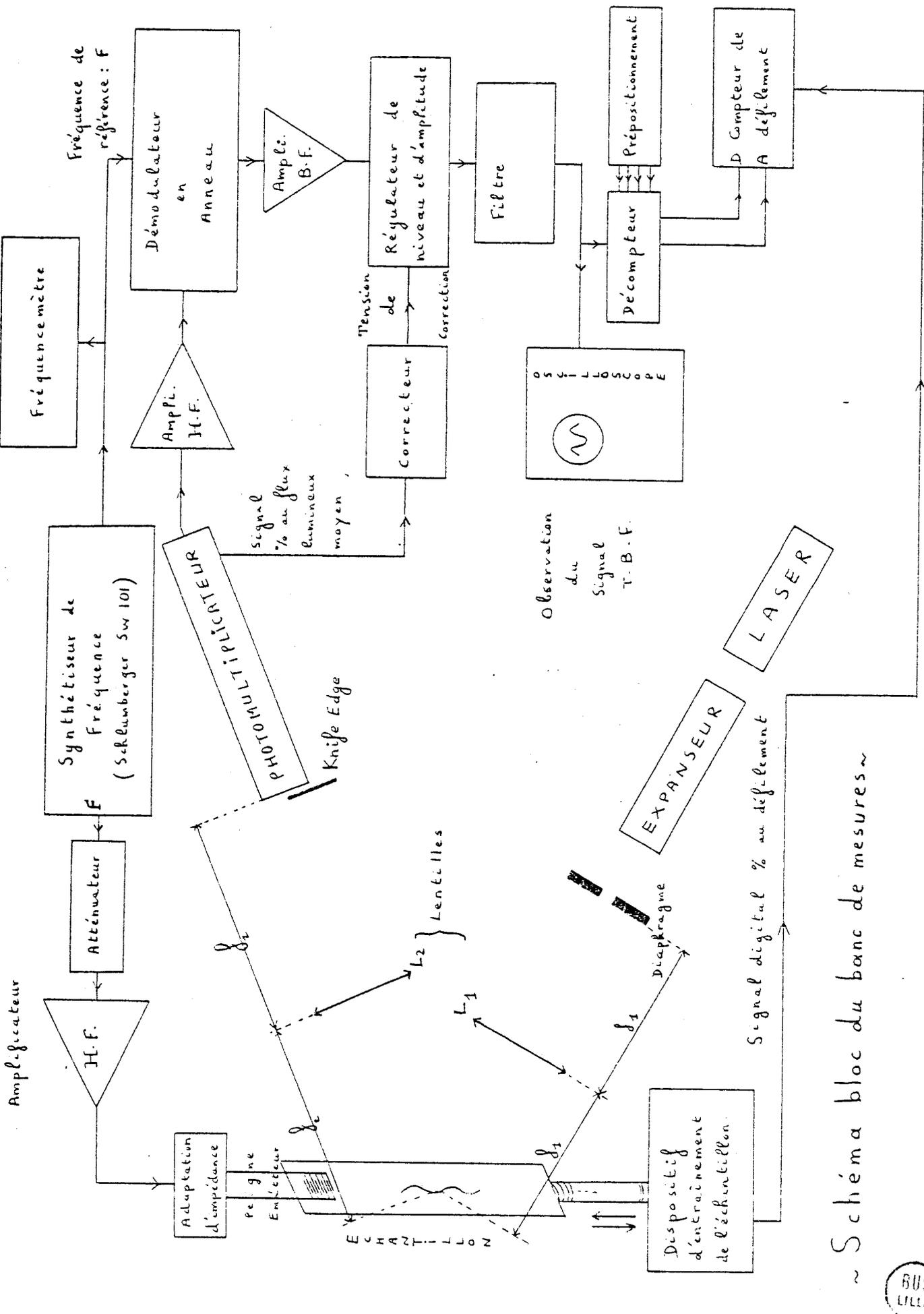


FIGURE 35

BUS LILLE

Après amplification et démodulation synchrone avec un signal HF de référence : $s'_o \cos \omega t$, issu d'un synthétiseur de fréquence également générateur d'attaque du peigne émetteur P_1 , on obtient un signal TBF porteur de la phase $\phi = 2\pi x/\lambda_R$ de l'onde de Rayleigh :

$$s_o \cos (\omega t - 2\pi x/\lambda_R) \cdot s'_o \cos \omega t = \frac{1}{2} s_o s'_o \cos(2\omega t - 2\pi x/\lambda_R) + \cos(2\pi x/\lambda_R)$$

Pour une translation de l'échantillon d'une longueur connue $x = L$, correspondant à un nombre N de longueur d'onde λ_R , repéré par les passages à zéro positifs de $\cos \phi$, on en déduit la vitesse de phase de l'onde de Rayleigh $V_R = \lambda_R F = \frac{L}{N} F$.

Un dispositif électronique de traitement du signal TBF (correction des variations de flux lumineux, filtrage) autorise le comptage automatique du nombre imposé N . La longueur L correspondante, mesurée au μm près, est affichée par un codeur optique solidaire de la vis micrométrique rectifiée de commande de déplacement (Micro Control UT 100).

Des photographies du banc de mesure complet (figure 36) et du montage acoustique sur la table de déplacement (figure 37) illustrent cette description.

c) Performances : Ce système, avec des réglages optiques particulièrement soignés et des conditions expérimentales excellentes, permet d'obtenir une précision relative maximale de l'ordre de $3 \cdot 10^{-4}$ sur la vitesse absolue de phase. Pour notre part, nous nous sommes contentés d'une précision absolue moyenne de l'ordre de 3 à 4 m/s (soit mieux que $1,5 \cdot 10^{-3}$ près), ce qui était largement suffisant pour notre étude.

3.3. Choix des matériaux : Dural et Nickel

Des conditions théoriques et expérimentales ont guidé le choix des matériaux retenus. Outre les conditions de compatibilité de vitesse (condition 20, § 1.2.3.) permettant l'obtention d'ondes de type Rayleigh, il convenait de retenir des matériaux pouvant être déposés sans trop de difficultés en couches minces et épaisses, et présentant des surfaces planes, réfléchissantes, et se conservant à l'air sans oxydation.

Notre choix s'est donc réduit rapidement au Nickel et à l'Aluminium, ou plutôt au Dural qui présente une dureté plus élevée convenant mieux à nos techniques de polissage. Quant au Nickel, sa résistance à l'oxydation et son pouvoir réflecteur élevé sont bien connus.

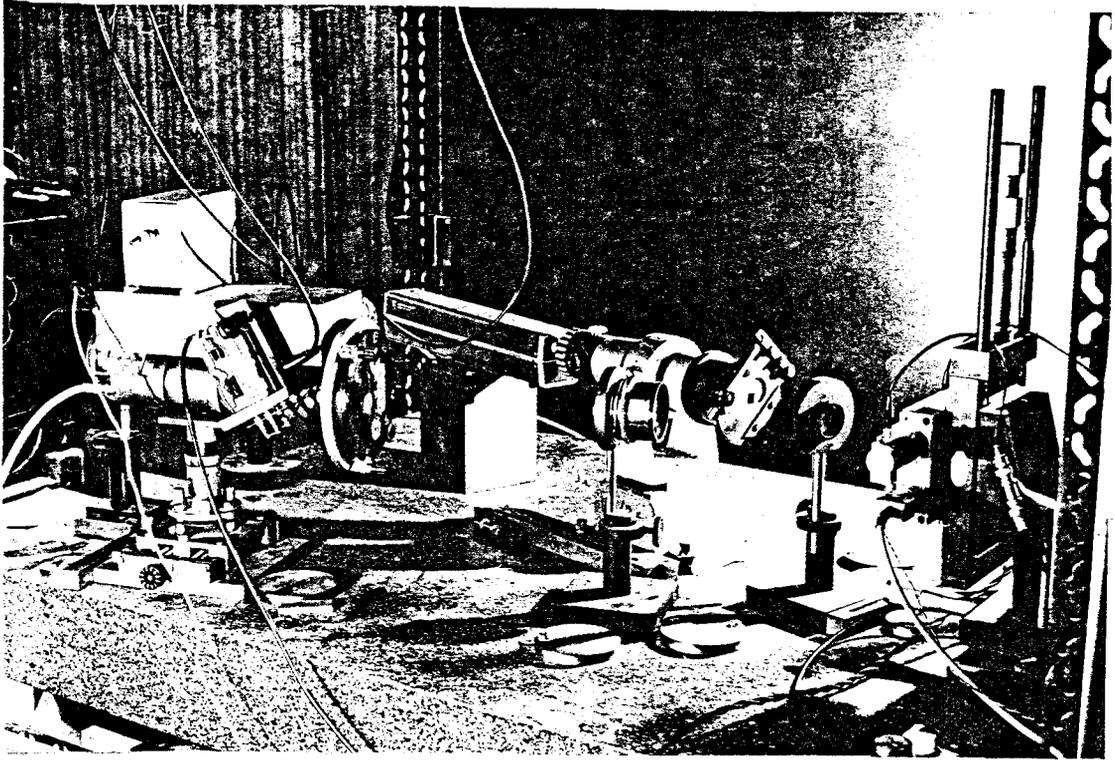


FIGURE 36

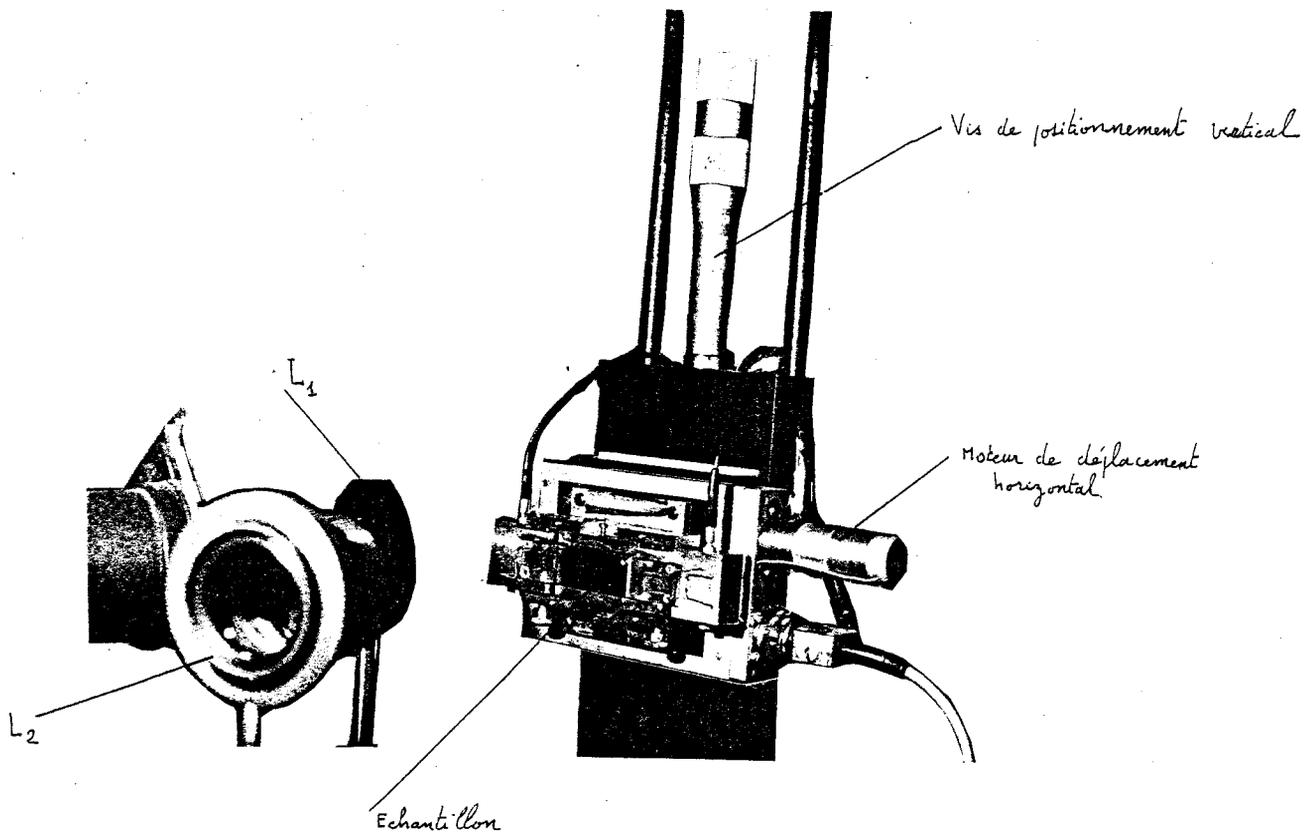


FIGURE 37



Enfin nos premières explorations théoriques montrent de grandes dispersions de vitesse dans le cas du système Ni/Al, laissant espérer la possibilité de mesures significatives.

Notre étude expérimentale a donc été essentiellement consacrée aux systèmes Ni/Dural et Al/Ni/Dural, bien que les coefficients de ces matériaux nous étaient ou inconnus (Dural) ou très différents suivant les sources consultées (Nickel). Nous avons donc procédé à leur mesure directe.

3.4. Détermination des caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés.

Les vitesses de propagation d'ondes acoustiques longitudinale et transversale, V_L et V_T s'expriment par :

$$V_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad ; \quad V_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Les mesures de V_L , V_T et de la densité ρ , permettent donc la détermination des coefficients de Lamé λ et μ , à condition que les mesures des vitesses se fassent dans des milieux infinis, les relations précédentes n'étant exactes en toute rigueur que dans ce cas. Cela étant expérimentalement impossible, nous serons amenés à en tenir compte par la suite.

La détermination de ρ par mesures géométriques et pesées d'échantillons, permet d'atteindre sa valeur à $3 \cdot 10^{-3}$ près environ.

La mesure de V_L et V_T utilise le générateur de rafales synchrones mis au point au laboratoire par M. CHASTAGNER {42,43}. Cet appareil utilise une méthode de superposition d'impulsions du type de celle utilisée par Mac Skimin {44}, mais emprunte à certains avantages des méthodes de Williams et Lamb {45} et de Papadakis {46} dans des conditions plus souples et diversifiées.

En voici le principe général (figure 38) : l'échantillon à caractériser, de longueur L, est muni de deux transducteurs électroacoustiques d'ondes de volume longitudinales ou transversales. On émet des paires de train d'ondes I_1 et I_2 d'intervalle T (de fréquence $F = \frac{1}{T}$) tel que le signal direct D_2 de l'émission I_2 coïncide avec l'un des échos de rang j E_1^j de l'émission précédente I_1 . On en déduit la vitesse de propagation $V = 2j L/T = 2j LF$.



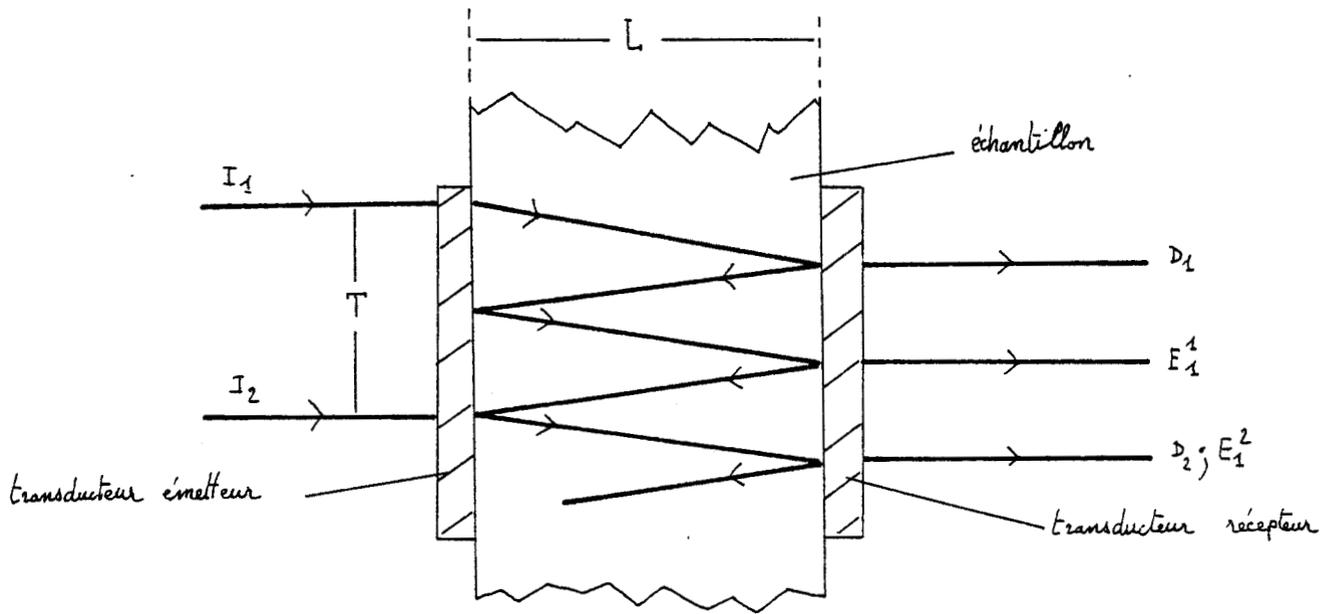


FIGURE 38

Une caractéristique intéressante de cet appareil est de maintenir de grands intervalles entre les émissions successives des trains d'ondes I_1 I_2 afin de supprimer toute interférence acoustique parasite.

Les trains d'ondes sont générées à partir d'un oscillateur HF bloqué, déclenché par le signal de modulation BF pour assurer une phase de départ constante et garder son sens à la superposition acoustique des signaux. Un schéma général du dispositif est donné à la figure 39.

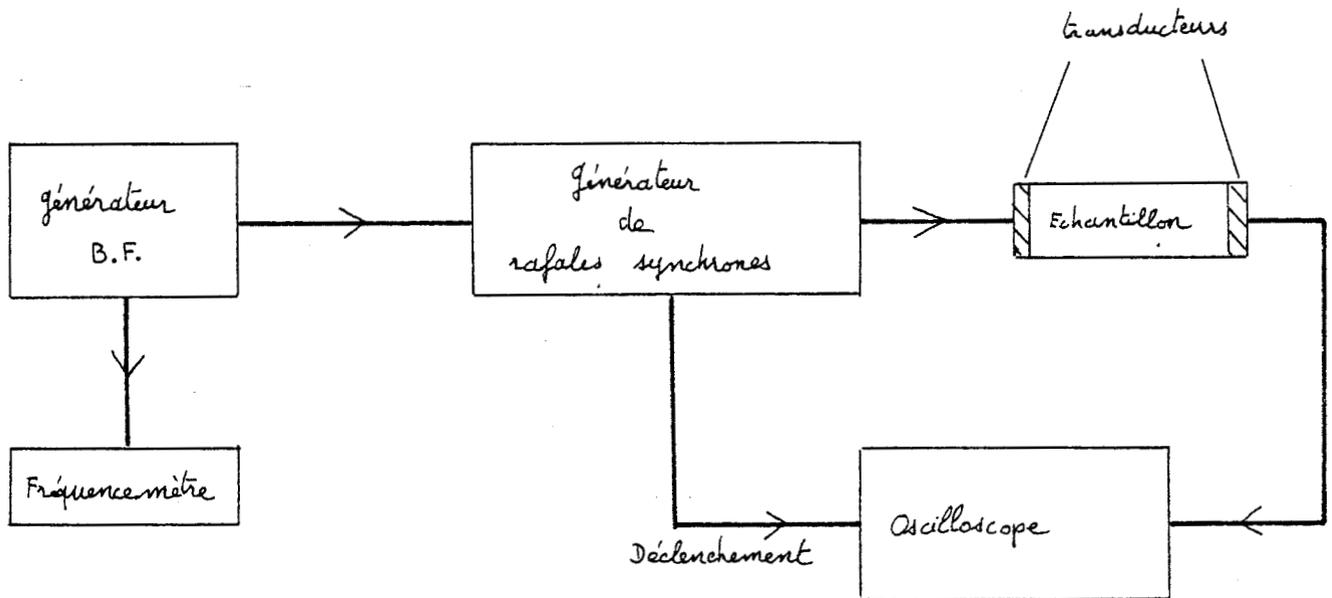


FIGURE 39

Les vitesses sont obtenues avec une précision relative proche de $5 \cdot 10^{-4}$ en raison de la finesse de repérage des superpositions. Toutefois nous nous sommes heurtés à un problème important concernant le Nickel : dans ce corps, l'atténuation des vibrations ultrasonores, due à la diffusion de grains [47], est très importante (20 fois plus forte en db que pour l'aluminium) ; elle oblige donc à utiliser pour ces mesures des échantillons de taille réduite, aggravant ainsi notre remarque sur les vitesses dans les milieux finis ou infinis, et ne permet pas une précision relative meilleure que $1,5 \cdot 10^{-3}$. Ce problème se reposera pour les ondes de surface.

De ce fait λ et μ sont connus à 10^{-3} près pour l'aluminium et à $3 \cdot 10^{-3}$ près pour le Nickel. Une comparaison de ces valeurs avec différents auteurs sera donnée plus loin, lors de notre exposé des résultats expérimentaux.

3.5 Fabrication des substrats.

Bien que nous n'ayons étudié expérimentalement que les systèmes Ni/Dural et Al/Ni/Dural, nous avons réalisé, en plus des dix substrats de Dural nécessaires, deux substrats de Nickel, de façon à pouvoir mesurer les vitesses d'ondes de Rayleigh sur ces milieux sans couches.

Ces substrats ont été taillés sous la forme de parallélépipèdes rectangles de dimensions 5cm x 2cm x 1 cm et les ondes de Rayleigh sont générées sur la plus grande face rendue optiquement réfléchissante, par polissages mécaniques à l'aide d'un équipement approprié (Logitech, PM2 ; photographies 40 et 41). Les opérations de polissage requièrent près de 20 h par substrat : emploi de pâtes abrasives diamantées de granulométries décroissantes (16, 6, 3 et 1 μm) avec nettoyage à l'alcool sous ultrasons à chaque modification, finition à l'aide d'une suspension colloïdale d'alumine (Syton), contrôle interférentiel de la planéité. La protection des échantillons jusqu'à l'emploi est assuré par une couche de vernis dur.

N.B. Les difficultés de polissage de l'aluminium, causées par son manque de dureté, ont justifié le choix du Dural.

3.6 Fabrication des couches, et mesure de leur épaisseur.

Pour les systèmes retenus et compte tenu de la gamme de fréquence des ondes de Rayleigh envisagée il était nécessaire de fabriquer des couches d'épaisseur relativement importante (0 à 150 μm pour le Nickel; 0 à

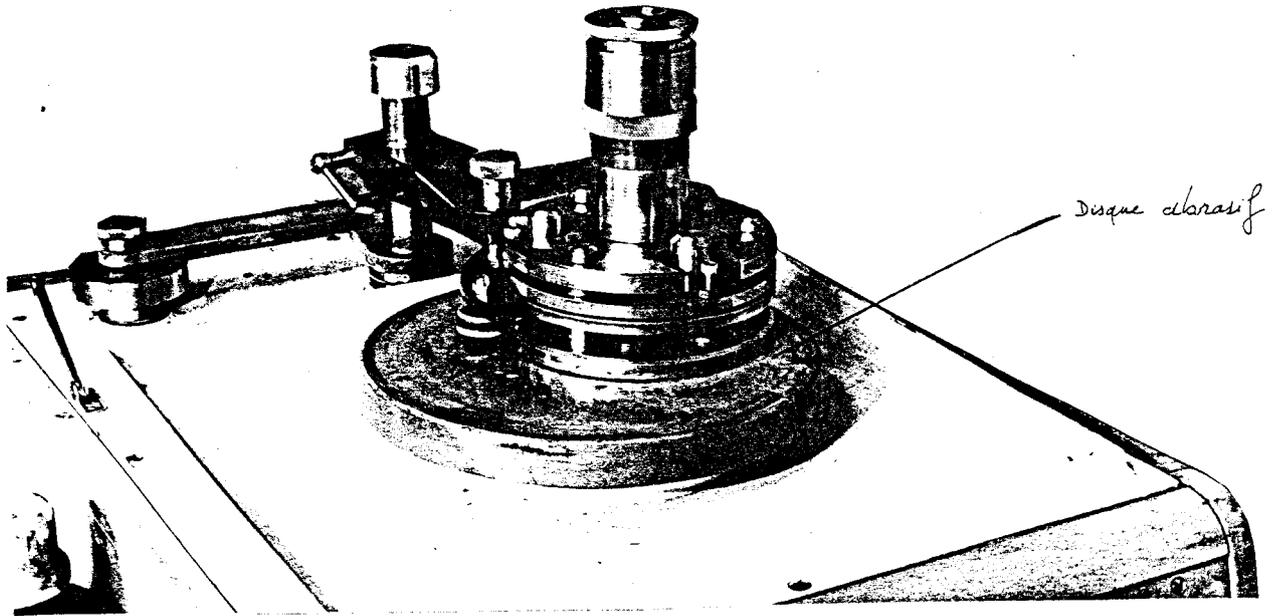


FIGURE 40

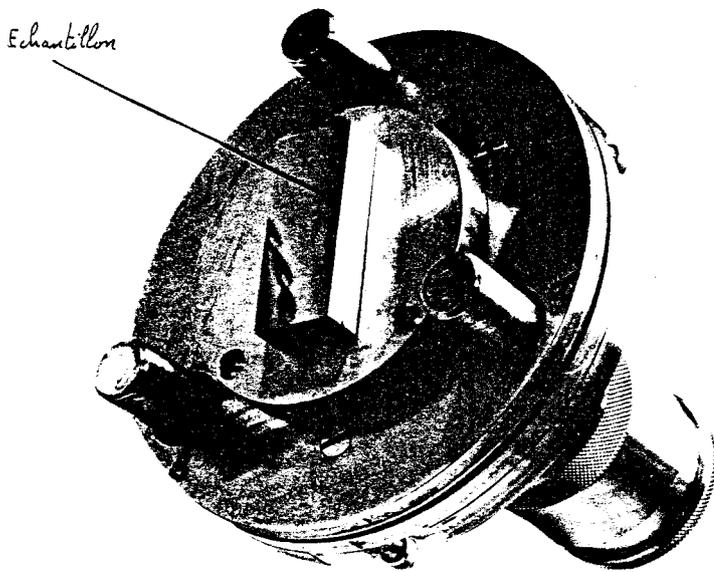


FIGURE 41



40 μm pour l'Aluminium). D'autre part, il est impossible de faire une mesure fonctuelle de vitesse puisque celle-ci s'effectue sur une longueur $L = N \cdot \lambda_R$ de l'échantillon (§ 3-2) : il faut donc des couches d'épaisseur aussi constante que possible.

La solution du dépôt électrochimique ne pouvait être retenue car elle présentait des inconvénients majeurs : risques d'inhomogénéité, irrégularité d'épaisseur de dépôts, nécessité d'un polissage final gardant difficilement un bon parallélisme entre couche et substrat.

D'un autre côté, si la méthode de dépôts sous vide semblait mieux convenir, le procédé classique par évaporation thermique ne pouvait nous fournir les épaisseurs de couche désirées. Nous avons donc dû nous tourner vers des techniques plus élaborées, différentes d'ailleurs pour le Nickel et l'Aluminium.

3.6.1 Fabrication et mesures des couches de Nickel

Les couches de Nickel ont été réalisées à l'Office National d'Etudes et de Recherches Aéronautique (ONERA) {48}. Nous avons utilisé un dispositif amélioré de pulvérisation cathodique mis au point au laboratoire de métallurgie de Monsieur R. PICHOR {49}, utilisant un groupe à vide "Veeco, 770 Automatic Vacuum Controller" et un ensemble d'évaporation multimodule "Veeco, Sputtering Module D".

Le schéma 42 montre la configuration triode avec la disposition suivante (photos 43 et 44) :

- un filament de tungstène à la partie supérieure pour l'émission électronique
- une anode refroidie dans la partie basse de l'enceinte.
- un porte-substrat également refroidi
- une injection régulée d'argon pour la création du plasma.

Une concentration du plasma par un champ magnétique d'environ 200 Gauss produit par deux bobines extérieures, permet d'accroître la vitesse de dépôt. Pour cette même raison, les substrats ne sont pas polarisés mais isolés de la masse (potentiel flottant). Ces techniques, très efficaces pour le Nickel, permettent d'obtenir des couches épaisses de bonne qualité, notamment du point de vue adhérence, si la préparation de la surface et la phase initiale de dépôt sont correctement assurées.

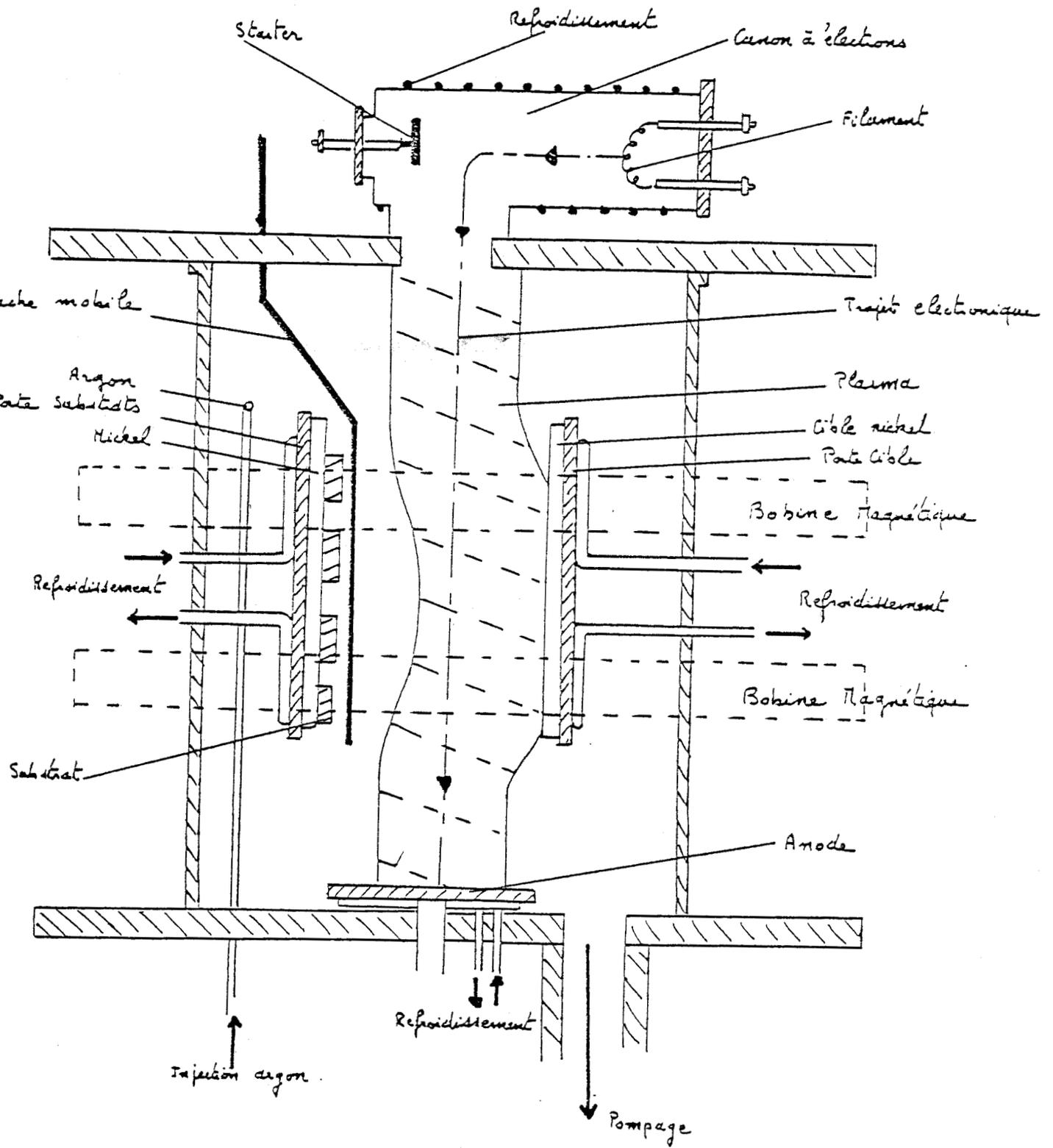


FIGURE 42





FIGURE 43

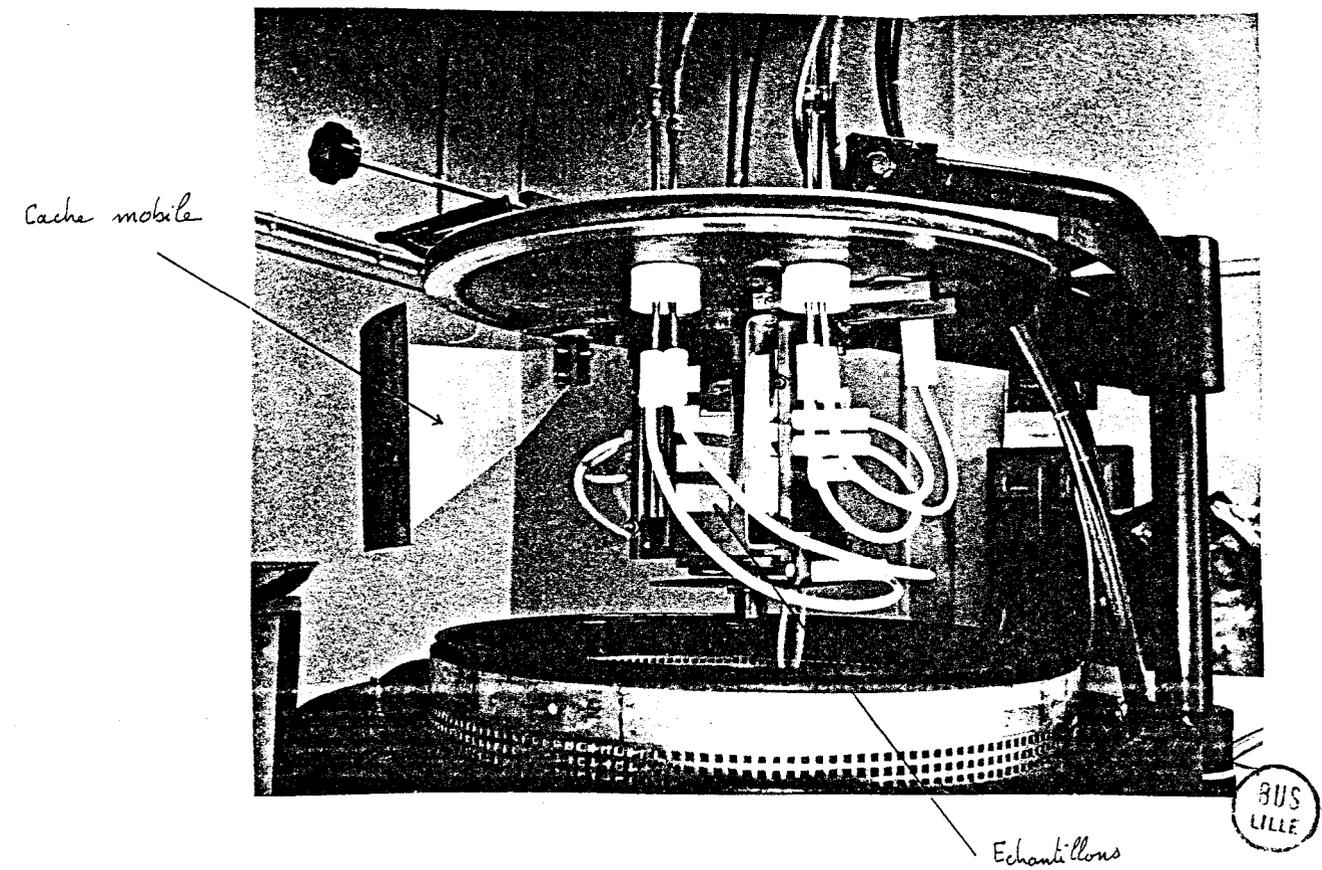


FIGURE 44

Le déroulement impératif d'une opération de pulvérisation est alors le suivant :

- Préparation soignée des échantillons (nettoyage à l'alcool dans une cuve à ultrasons pendant 1 heure, dégraissage final à l'acétone)
- Mise en place dans l'appareillage (avec une attente minimale après le dégraissage)
- Mise en vide secondaire de l'enceinte (Pression de l'ordre de 10^{-4} Pa) pendant 10 heures
- Introduction d'argon propre pour une pression d'équilibre de 0,4 à 0,5 Pa.
- Le cache entre substrats et cible étant en place, établissement de la décharge par mise sous tension du filament (~ 10 volts, ~ 40 A), puis de l'anode (~ 200 V, ~ 10 A).
- Concentration du plasma par le champ magnétique des bobines extérieures.
- Mise sous tension de la cible et des substrats (-600 V) pour un nettoyage ionique simultané; les atomes éjectés de part et d'autre sont projetés sur le cache.
- Après 10 à 15 mn, ouverture et diminution (en valeur absolue) de la tension de polarisation des substrats par paliers successifs - corrélativement augmentation (en valeur absolue) de la tension cible jusqu'à -800 à -900 V (temps total pour la réalisation des paliers successifs : 5 à 6 mn).
- Isolement des substrats de la masse
- Dépôt proprement dit.

On obtient par l'ensemble de ces techniques des couches de nickel de très bonne qualité avec des vitesses moyennes de dépôts de l'ordre de 6 à 10 μm par heure.

Nous avons ainsi réalisé deux évaporations de Nickel, sur quatre substrats de Dural chacune, l'une de 13 heures et l'autre de 3.

Le choix de la configuration géométrique de l'ensemble "cible-porte-échantillons" impose un flux inégal de Nickel sur chacun des substrats, permettant ainsi l'obtention de quatre couches d'épaisseurs différentes à chaque évaporation. Cette procédure nuira quelque peu à l'uniformité de l'épaisseur de dépôt.

La détermination de cette épaisseur peut se faire :

a) par pesées avant et après évaporation, compte tenu de corrections empiriques tenant compte de la présence de dépôt sur les bords (méthode ONERA). La valeur moyenne ainsi trouvée est souvent satisfaisante à condition de pouvoir considérer que la densité du métal déposé est égale à celle du matériau massif, ce qui ne nous est pas apparu tout à fait certain pour le Nickel.

b) par relevés, au microscope, des profils d'épaisseur sur les faces latérales des échantillons après polissage. La différence de réflectance du Nickel et du Dural permet d'en distinguer parfaitement la séparation : les relevés, avec l'aide d'un réticule associé à une vis micrométrique, permettent d'atteindre une précision proche du μm . Des mesures, on interpole l'épaisseur au point où se fera la mesure de vitesse, la couche étant supposée plane.

Nous donnons au tableau 6, les résultats des mesures d'épaisseur en μm pour les couches de Nickel réalisées dans lequel on définit les quantités suivantes :

- a : mesure pondérale ONERA sans correction
- b : mesure pondérale ONERA avec correction empirique
- c, d, e, f : mesures optiques du profil d'épaisseur (figure 45)
- g, h : mesures optiques du recouvrement de bords (figure 45)
- E : valeur adoptée par interpolation au point de mesure de vitesse
- ΔE : estimation des incertitudes absolues
- $\Delta E/E$: estimation des incertitudes relatives.

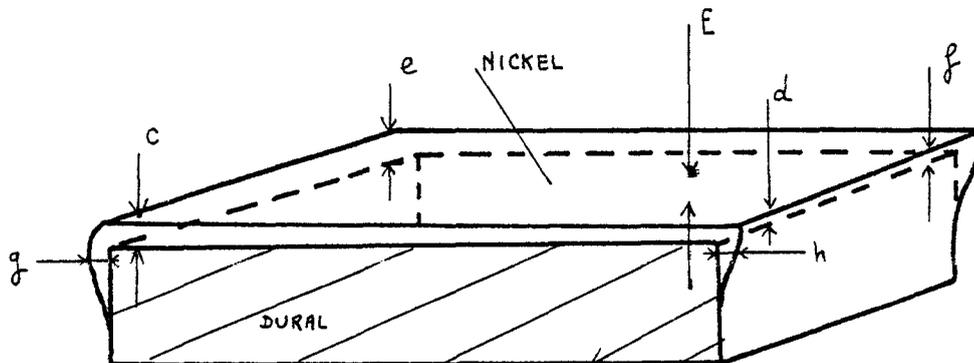


FIGURE 45

Echantillons		Epaisseurs (μm)										Δe	ΔE/E
		a	b	c	d	e	f	g	h	E			
1 ^{re} EVAPORATION	1	174	153	114	133	135	134	10	38	134	+4	3%	
	2	160	140	97	120	113	125	7	30	119	±5	4%	
	3	132	116	74	108	90	116	4	15	105	±5	5%	
	4	98	86	50	75	72	94	2	37	78	±10	13%	
2 ^{ème} EVAPORATION	5	34	28	27	31	28	27			28	±2	7%	
	6	30	25	20	27	24	27			27	±1	4%	
	7	25	20	18	20	19	22			20	±1	5%	
	8	19	16	10	15	15	16			15	±1	6%	

TABLEAU 6

Plusieurs remarques s'imposent ici :

a) La répartition des dépôts de Nickel g et h sur les bords des échantillons, disposés lors de l'évaporation selon le schéma de la Figure 46 (photographie 44), démontrent la turbulence tourbillonnaire du plasma et expliquent les différences d'épaisseurs c, d, e et f observées.

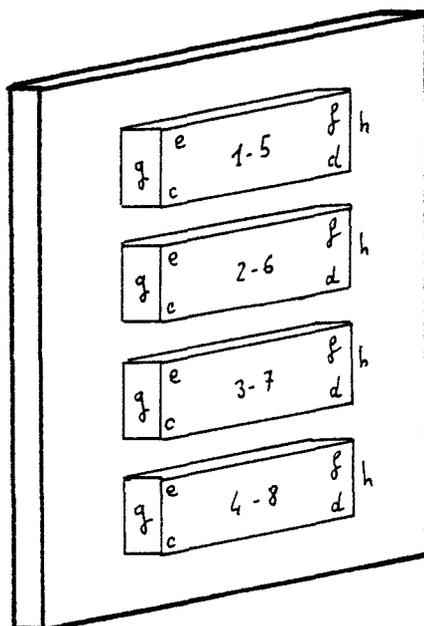


FIGURE 46

b) Les épaisseurs E sont connues avec une précision relativement faible (de l'ordre de 3 à 7%) dans l'ensemble, et même très faible en ce qui concerne l'échantillon n° 4 (13%).



c) Pour les échantillons de la première évaporation, beaucoup plus que pour ceux de la seconde, les deux méthodes de mesure accusent un écart important, causé soit par une correction insuffisante de recouvrement de bords, soit par une valeur trop faible de la densité du Nickel choisie ($8,80 \text{ g/cm}^3$).

3.6.2 Fabrication et mesures des couches d'aluminium.

Les dépôts d'aluminium sur les systèmes Ni/Dural ont été réalisés dans notre laboratoire par évaporation sous vide à l'aide d'un canon à électrons "AIRCO TEMESCOL" monté (Figures 47 et 48) dans l'enceinte à vide d'un évaporateur "Veeco, VE 400". Le faisceau électronique, issu du canon, courbé et focalisé par un champ magnétique approprié, vient frapper le métal à évaporer situé dans un creuset de cuivre refroidi. L'échantillon, placé horizontalement à une trentaine de cm du creuset, condense les vapeurs du matériau.

Cette méthode, de mise en oeuvre très rapide, à grande vitesse de dépôt ($\approx 25 \text{ } \mu\text{m/h}$), fournit des couches homogènes d'épaisseur constante et convient bien pour la fabrication de couches minces et moyennes ($< 10 \text{ } \mu\text{m}$). Au delà, et avec des vitesses d'évaporation trop élevées, des problèmes d'adhérence restent à résoudre, malgré le maintien en cours de dépôt, d'un bon vide par un piège cryogénique à l'azote liquide. Pour obtenir les épaisseurs d'aluminium dans la gamme nécessaire ($0;40 \text{ } \mu\text{m}$), nous avons procédé par évaporations successives, couches sur couches. Les réserves possibles sur la qualité globale du résultat s'évanouissent devant la concordance entre théorie et expériences.

Les mesures d'épaisseur de dépôt ont été faites par deux techniques. L'une, in situ, par balance à quartz dont la variation de période, proportionnelle à l'accroissement de masse [51], permet après étalonnage, une mesure approximative d'épaisseur, et surtout le contrôle de la vitesse d'évaporation en cours de dépôt. L'autre s'effectue par examen, du microscope à fort grossissement ($G = 120$), d'un échantillon test : l'écart de position de mise au point entre la surface supérieure de dépôt et la surface de référence d'un substrat de verre poli placé lors de l'évaporation à proximité immédiate des échantillons Ni/Dural donne l'épaisseur avec une précision absolue meilleure que le μm .

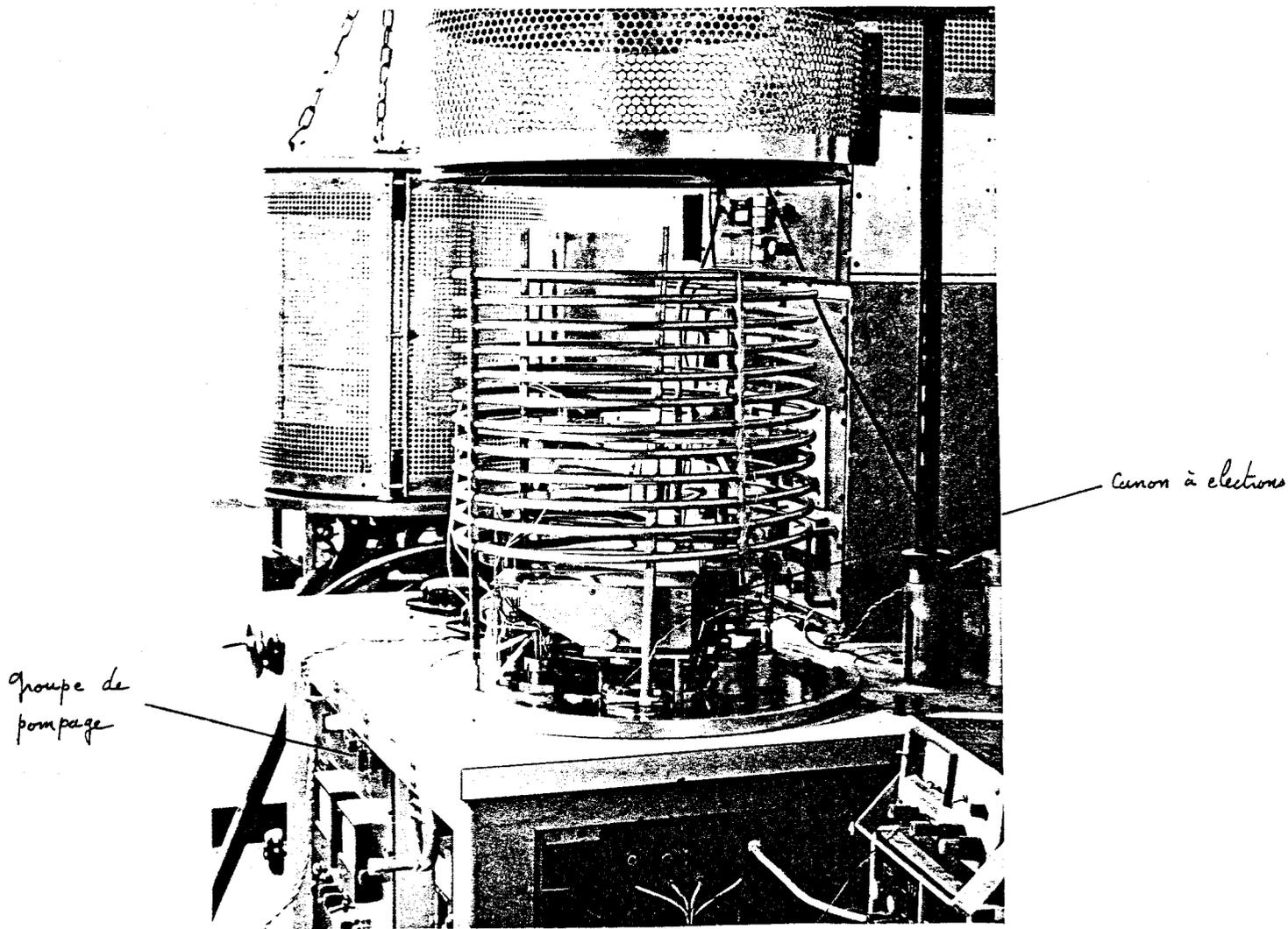


FIGURE 47

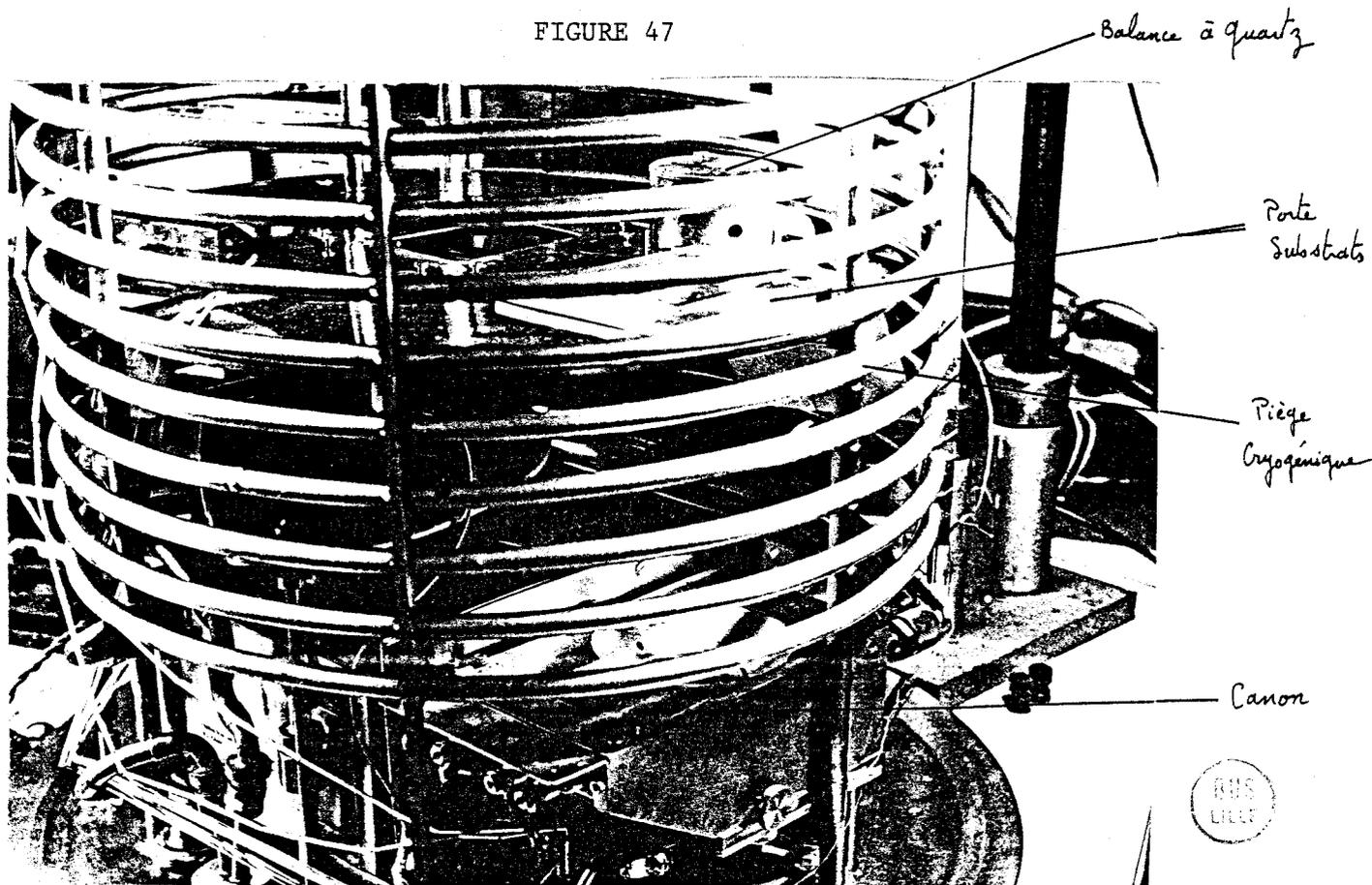


FIGURE 48

Nos possibilités limitées d'épaisseurs de dépôt d'Aluminium nous ont fait choisir des systèmes Al/Ni/Dural dans lesquels l'épaisseur de Nickel restait relativement faible, de façon à obtenir des mesures significatives. Nous avons retenu les systèmes Ni/Dural 6 et 8 du Tableau 6, et avons réalisé les triplets suivants (Tableau 7) :

Numéro de l'échantillon	6		8	
Epaisseur de Nickel (μm)	26		15	
Epaisseur d'Aluminium(μm)	3,3	29,0	11,0	35,5

TABLEAU 7

Il nous reste alors à donner les résultats des mesures de vitesse réalisées sur ces différents échantillons pour les comparer aux prévisions théoriques, ce qui est fait au paragraphe suivant.

4. COMPARAISON DU MODELE THEORIQUE AUX MESURES DE DISPERSION

SUR LES MILIEUX STRATIFIES REALISES

4.1 Détermination des coefficients caractéristiques des matériaux

Nous donnons ici les valeurs des coefficients λ et μ de chaque matériau déduites des mesures de V_L , V_T et ρ (Tableau 8). Nous y joignons le résultat de la mesure directe de la vitesse d'onde de Rayleigh, réalisée sur notre banc optique. Signalons que la mesure directe de vitesse d'onde de Rayleigh sur Nickel massif est soumise au même problème que celle des vitesses d'ondes de volume mentionnée plus haut (§ 3.4). Ici encore, la forte atténuation des ondes ultrasonores dans ce matériau provoque un manque de précision dans les mesures.

	V_L m/s	V_T m/s	ρ g/cm ³	λ kp/mm ²	μ kp/mm ²	V_R calculé m/s	V_R mesuré m/s
<u>Dural utilisé</u>	3092 <u>+2</u>	6334 <u>+4</u>	2,78	5948	2710	2888 <u>+5</u>	2900 <u>+4</u>
Dural AU4G1 {51}	3093	6282	2,77	5740	2701	2898	
Aluminium poly cristal{32}	3097	6295	2,70	5630	2640	2891	
<u>Nickel utilisé</u>	3013 <u>+5</u>	6329 <u>+5</u>	8,80	19674	8142	2819 <u>+8</u>	2837 <u>+8</u>
Nickel {32}	2958	5636	8,80	12791	7850	2748	
Nickel Polycristal{51}	3018	5750	8,80	13327	8168	2814	
Nickel Monocristal{51}			9,04				

Tableau 8

Une bonne concordance existe entre les valeurs expérimentales des coefficients du Dural utilisé et celles de la littérature pour le Dural AU4G1 ou même l'Aluminium. L'accord est beaucoup moins bon pour le Nickel.

Il subsiste, tant pour le Dural que pour le Nickel, un écart entre les valeurs de la vitesse d'onde de Rayleigh V_R , mesurée ou calculée à partir de la détermination expérimentale de λ , μ et ρ , écart supérieur aux incertitudes expérimentales. Sandercock {52} trouve un écart analogue et l'interprète par une modification des coefficients du matériau à sa surface, due à son mode de préparation. On verra par la suite comment nous serons amenés à ajuster légèrement ces coefficients pour faire coïncider courbes théoriques et expérimentales.

4.2. Etude des systèmes à une couche

Nous étudions ici les huit systèmes à une couche Ni/Dural du Tableau 6, et examinons la concordance des résultats avec les résultats des calculs théoriques.

4.2.1. Courbes de dispersion

Le Tableau 9 rassemble les mesures de vitesses V_R réalisées sur chaque échantillon, aux fréquences acoustiques F . Pour chaque mesure, on précise la longueur d'onde λ_R et le rapport E_1/λ_R .

Les points de mesure expérimentaux (Δ , figure 49) V_R en fonction de E_1/λ_R , portant le numéro de l'échantillon mesuré, se répartissent sur une courbe voisine de la courbe théorique (trait plein), calculée à partir des valeurs expérimentales λ , μ et ρ du Nickel et du Dural, au moins dans la branche descendante et la première moitié de la branche ascendante. Seul le comportement asymptotique paraît médiocre.

4.2.2. Problème d'ajustement des coefficients

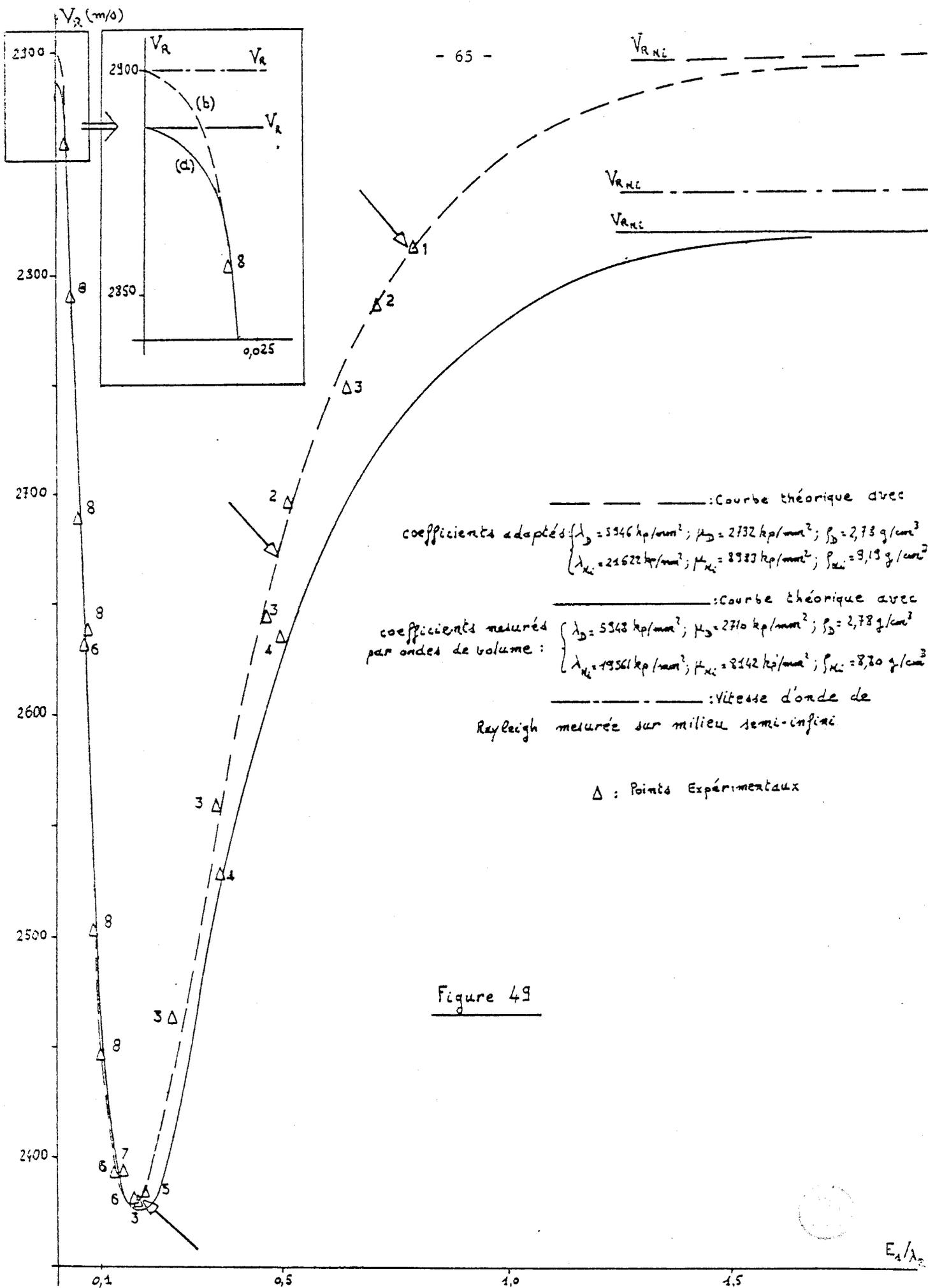
L'identité d'allure de la courbe théorique et de celle qui semble être dessinée par les points expérimentaux, amène à poser le problème de la validité des coefficients retenus pour l'étude théorique.

Nous avons déjà noté, lors de la mesure des coefficients λ , μ et ρ du Nickel la discordance entre nos valeurs et celles de la littérature, de même que les difficultés expérimentales rencontrées pour ce matériau. Il convient d'ajouter ici que ces difficultés ne se sont pas présentées lors de la mesure de V_R sur les systèmes Ni/Al, même pour les échantillons 1 et 2

TABLEAU 9

Echantillon	Epaisseur E_1 en μm	F (MHz)	λ_R (μm)	H/λ_R	V_R (m/s)
1	134	16,90	166,2	0,807	2809
2	119	16,90	164,8	0,722	2785
		11,84	227,7	0,523	2696
3	105	16,90	162,6	0,646	2748
		11,84	223,2	0,470	2644
		8,74	292,8	0,359	2559
		5,95	413,7	0,254	2462
		4,03	589,6	0,178	2376
4	78	16,90	156,0	0,500	2636
		11,84	213,5	0,365	2528
5	28	16,90	140,8	0,199	2380
6	26	16,92	140,5	0,185	2377
		11,82	202,3	0,129	2391
		6,17	426,5	0,061	2632
7	20	16,90	141,5	0,141	2391
8	15	16,90	144,7	0,104	2445
		14,57	171,6	0,087	2500
		11,84	218,6	0,069	2588
		8,73	307,9	0,049	2688
		5,98	466,0	0,032	2787
		3,95	724,0	0,021	2860





----- : Courbe théorique avec coefficients adaptés $\left\{ \begin{array}{l} \lambda_D = 5346 \text{ kp/mm}^2; \mu_D = 2732 \text{ kp/mm}^2; \rho_D = 2,73 \text{ g/cm}^3 \\ \lambda_{K_1} = 24622 \text{ kp/mm}^2; \mu_{K_1} = 8933 \text{ kp/mm}^2; \rho_{K_1} = 9,13 \text{ g/cm}^3 \end{array} \right.$

----- : Courbe théorique avec coefficients mesurés par ondes de volume : $\left\{ \begin{array}{l} \lambda_D = 5343 \text{ kp/mm}^2; \mu_D = 2710 \text{ kp/mm}^2; \rho_D = 2,73 \text{ g/cm}^3 \\ \lambda_{K_1} = 19561 \text{ kp/mm}^2; \mu_{K_1} = 8142 \text{ kp/mm}^2; \rho_{K_1} = 8,80 \text{ g/cm}^3 \end{array} \right.$

----- : Vitesse d'onde de Rayleigh mesurée sur milieu semi-infini

Δ : Points Expérimentaux

où, pourtant, l'onde de Rayleigh ne "sent" pratiquement que la couche de Nickel : ceci laisse supposer une structure de couche différente de celle du métal massif. De plus la détermination des épaisseurs des couches par nos deux méthodes différentes semble s'accommoder assez mal des valeurs classiques de densité.

Il semble donc qu'on puisse admettre que les coefficients relatifs à ce métal, déposé en couches par nos techniques, ne soient pas identiques à ceux du matériau polycristallin massif.

En conséquence, nous allons tenter d'ajuster les coefficients λ , μ et ρ des deux matériaux de sorte qu'ils donnent une courbe calculée la plus proche possible des points expérimentaux.

a) Dural

Les points expérimentaux s'écartent relativement peu de la courbe théorique aux valeurs faibles de H/λ_R , c'est-à-dire dans la zone où les coefficients du Dural sont les plus sensibles; l'ajustement de ceux-ci doit être assez léger. Nous nous bornons à déterminer ici λ , μ et ρ pour que la vitesse $V_{R \text{ Dural}}$ qui s'en déduit ait la valeur mesurée sur un échantillon de Dural sans couche de Nickel. Cette méthode se justifie en admettant que le dépôt de Nickel ne modifie pas sensiblement les propriétés mécaniques du Dural. La vitesse mesurée voulue de 2900 m/s (Tableau 8, § 4.1) pouvant être obtenue pour une infinité de triplets λ , μ et ρ , nous choisissons celui qui correspond à la moindre somme des carrés :

$$\frac{\Delta\mu}{\mu}^2 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda}^2 + \frac{\Delta\rho}{\rho}^2,$$

$\Delta\mu$, $\Delta\lambda$ et $\Delta\rho$ représentant les écarts aux valeurs mesurées initiales. Celles-ci sont rappelées dans le tableau 10 qui donne les nouvelles valeurs des coefficients obtenues, ainsi que les valeurs de V_L , V_T et V_R qui s'en déduisent.

	λ k_p / mm^2	μ k_p / mm^2	ρ g/cm^3	V_T m/s	V_L m/s	V_R m/s
Anciennes valeurs	5948	2710	2,78	3092	6334	2888
Nouvelles valeurs	5946	2732	2,78	3105	6345	2900
Variations relatives	0,03 %	0,8 %	0	0,4 %	0,2 %	0,4 %

TABLEAU 10

On constate que les corrections restent minimales et, bien que les domaines d'erreurs ne se recouvrent pas, insuffisantes pour conclure à une différence significative de V_R calculé à partir des mesures en onde de volume.

L'adoption de ces nouvelles valeurs ne modifiera que très peu la courbe calculée $V_R = f(E_1/\lambda_R)$: arc (b) au lieu de l'arc (a) à la figure 49.

b) Nickel

Le problème de l'ajustement des coefficients du Nickel est plus complexe. En effet les points expérimentaux ne nous permettent pas d'extrapoler l'asymptote ($E_1/\lambda_R \rightarrow \infty$) avec beaucoup de précision et celle-ci ne semble pas correspondre, comme on l'aurait souhaité, à la valeur $V_{R_{Ni}}$ mesurée sur un échantillon de nickel massif. Nous sommes donc amenés à supposer des variations importantes de coefficients entre Nickel massif et Nickel déposé.

Des études antérieures [53] ont montré, à E_1/λ_R fixé, des variations de vitesse ΔV_R linéaires avec celles ($\Delta\mu$, $\Delta\lambda$ et $\Delta\rho$) de la couche, si ces dernières restaient de l'ordre de quelques %. En d'autres termes, au premier ordre :

$$V_R = \alpha\Delta\mu + \beta\Delta\lambda + \gamma\Delta\rho \quad (31)$$

où les coefficients α , β , γ dépendent du paramètre E_1/λ_R .

Imposant à la courbe théorique de passer par trois points expérimentaux convenablement choisis, correspondant à trois valeurs de E_1/λ_R , nous déterminons dans un premier temps les variations δV_R causées par de petites variations arbitraires et successives : $\delta\lambda$, $\delta\mu$ et $\delta\rho$; ceci nous permet la détermination des α , β et γ aux trois points d'épaisseurs réduites choisies. Dans un deuxième temps, les écarts réels ΔV_R observés entre ces points de mesure et la courbe théorique nous conduisent à un système de trois équations du type (31) dont les inconnues sont alors $\Delta\mu$, $\Delta\lambda$ et $\Delta\rho$.

Cette succession d'opérations (réalisée en fait itérativement dix fois pour tenir compte des variations possibles des α , β et γ et pour assurer la convergence du calcul) est menée à l'ordinateur pour les points $E_1/\lambda_R = 0,18$; $0,5$; $0,8$ (marqués d'une flèche à la figure 49), et conduit aux nouvelles valeurs de λ , μ et ρ du tableau 11, dans lequel figurent les valeurs V_L , V_T et V_R qui s'en déduisent.

TABLEAU 11

	λ k_p/mm^2	μ k_p/mm^2	ρ g/cm^3	V_T m/s	V_L m/s	V_R m/s
Anciennes valeurs	19674	8142	8,80	3013	6329	2819
Nouvelles valeurs	21622	8983	9,19	3097	6501	2897
Variations relatives	9 %	9 %	4 %	3 %	3 %	3 %

Les variations sont fortes ; en particulier la densité est élevée. Cette valeur est-elle invraisemblable ?

On sait que ce paramètre dépend beaucoup de l'état physique du matériau. Ainsi la littérature [51] fournit quelques écarts, donnés au tableau suivant, entre densités du matériau monocristallin et du matériau évaporé :

	S_b	Bi	C_d	Cu	Au	Pb
$\frac{\rho_{\text{cristal}} - \rho_{\text{évaporé}}}{\rho}$	1,7 %	0,8 %	-11 %	0,4 %	2,5 %	1,2 %

Malheureusement la valeur correspondant au Nickel évaporé n'a pas été trouvée ; par contre la densité du Nickel monocristallin est de 9,04 soit 1,6 % plus faible que notre valeur.

La méthode d'évaporation des couches de Nickel, utilisant un bombardement atomique, pourrait-elle être la cause de cette densité élevée ? Ce bombardement atomique, en présence d'un champ magnétique et à la température du plasma, peut-il conduire pour le Nickel à des sortes d'inclusions ou de tassements ? Si nous pouvions l'admettre, ceci contribuerait à expliquer les écarts de mesures, optique et pondérale, d'épaisseur observés essentiellement sur les échantillons de la première évaporation, beaucoup plus longue. Ceci poserait alors le problème d'une homogénéité de densité sur toute l'épaisseur de ces couches.

En tout état de cause, nous n'avons rien vu à ce sujet dans la littérature qui nous permette de conclure en ce sens.

Admettant enfin les nouvelles valeurs λ , μ et ρ du Dural et du Nickel (Tableau 10 et 11), nous calculons la courbe $V_R = f(H/\lambda_R)$ tracée en pointillés à la figure 49. Seuls les deux points expérimentaux de l'échantillon 4 s'écartent sensiblement de cette courbe, ce qui doit résulter d'un mauvais choix de l'épaisseur de Nickel, connue de façon trop imprécise ($\pm 13\%$). Par contre, la position des autres points expérimentaux sur la courbe calculée justifie pleinement le modèle théorique choisi pour un système monocouche remplissant les conditions (20) de validité du calcul.

4.3. Etude des systèmes à deux couches

Nous nous bornons ici à l'étude de dispersion de vitesse V_R sur les quatre systèmes Al/Ni/Dural réalisés à partir des deux échantillons de base 6 et 8 (Tableau 7). Leurs caractéristiques d'épaisseur sont rappelés dans le Tableau 12, qui rassemble les mesures de λ_R aux fréquences F , et les vitesses V_R correspondantes.

On y trouve aussi les mesures relatives aux systèmes d'origine à épaisseur d'Aluminium nulle. Les vitesses V_R obtenues sont reportées (\circ, Δ, \square) sur les graphes 50 (échantillon 6) et 51 (échantillon 8), sur lesquels sont tracées les courbes théoriques $V_R = f(F)$ correspondantes, calculées à partir des coefficients ajustés du Dural et du Nickel (Tableaux 10 et 11) et des valeurs classiques de l'Aluminium (Tableau 8, {32}).

Ici encore il serait nécessaire d'ajuster les coefficients λ , μ et ρ de l'aluminium, celui-ci étant évaporé et non massif. Néanmoins l'accord entre points expérimentaux et courbes théoriques est excellent.

Des mesures à fréquences plus élevées, ou sur des couches d'aluminium plus épaisses, auraient permis de pousser plus loin notre vérification. Si nos conditions expérimentales ne nous le permettent pas actuellement, on peut cependant conclure qu'au moins dans la limite des E_2/λ_R réalisés, le modèle théorique convient parfaitement.

Echantillon	Epaisseur de Nickel μm	Epaisseur d'Aluminium μm	F MN2	λ_R μm	V_R m/s
6	26	0	16,92	140,5	2377
			11,82	202,3	2391
			6,17	426,5	2632
		3,3	16,90	141,3	2388
			11,78	204,4	2408
			5,794	463,7	2686
		29	16,915	152,1	2573
			11,84	212,2	2513
			5,278	499,2	2635
8	15	0	16,90	144,7	2445
			14,57	171,6	2500
			11,84	218,6	2588
			8,73	307,9	2688
			5,98	466,0	2787
			3,95	724,0	2860
		11	16,93	146,0	2472
			11,84	214,3	2537
			7,211	375,8	2710
			6,032	456,9	2756
		35,5	16,912	156,5	2647
			11,90	221,2	2633
			6,69	403,2	2697

TABLEAU 12



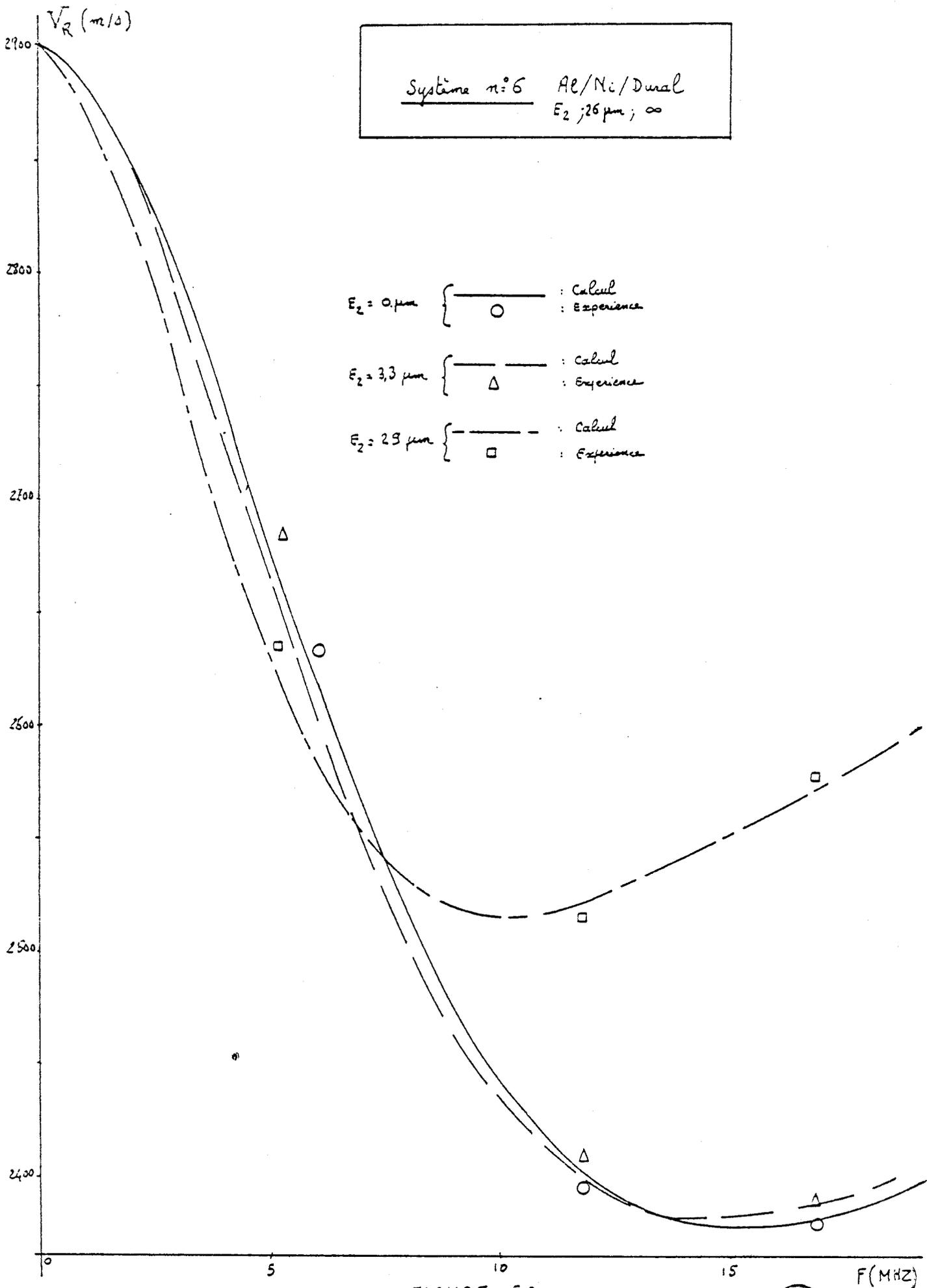


FIGURE 50



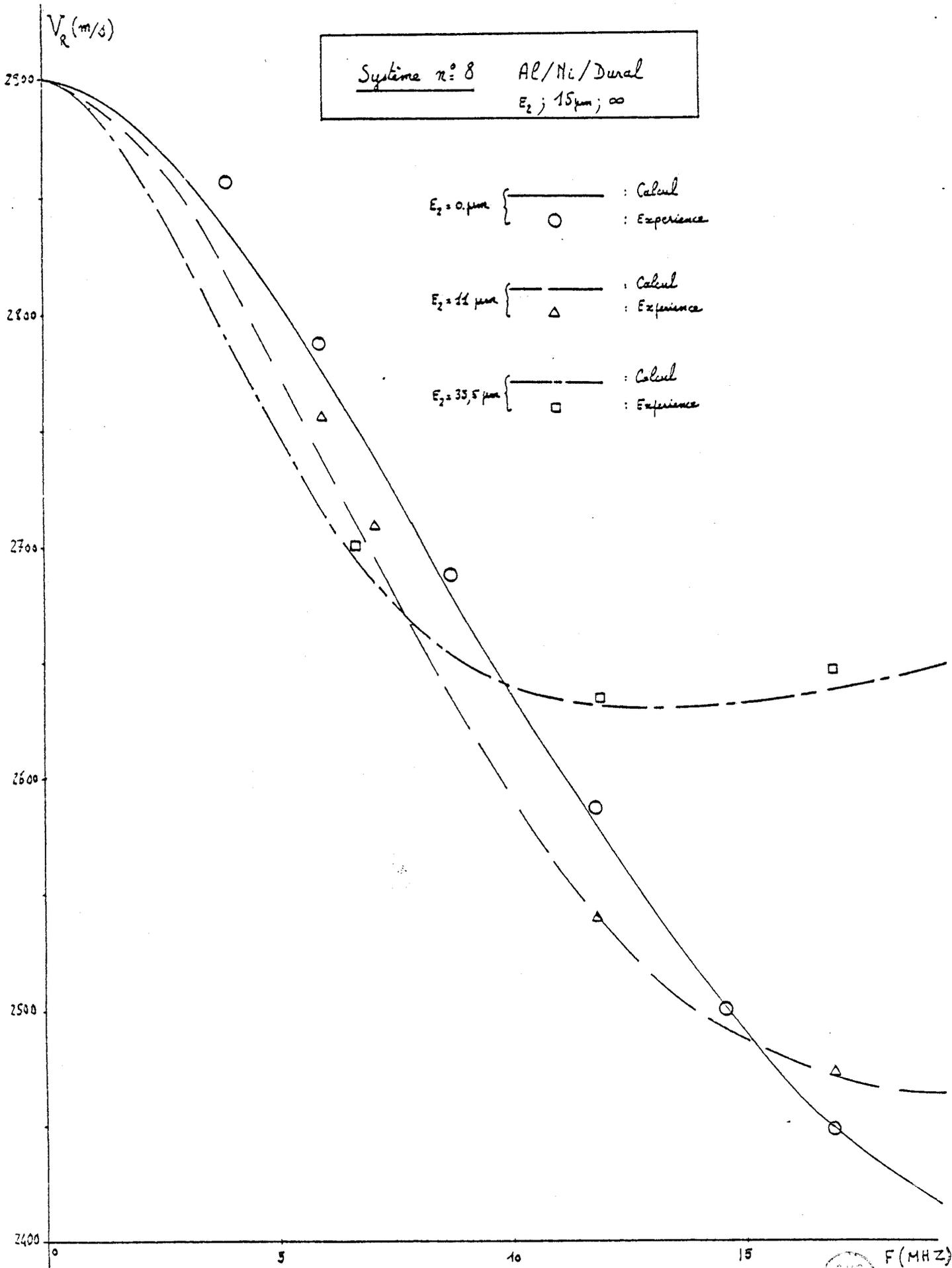


FIGURE 51



4.4. Milieu stratifié à plus de deux couches : modélisation d'un système à gradient de propriétés.

Plutôt que de prolonger l'étude par la fabrication de systèmes stratifiés comportant de plus en plus de couches, nous essayons d'utiliser le modèle théorique proposé pour l'étude de milieux présentant un gradient superficiel de leurs propriétés physiques et mécaniques. La mesure des dispersions de vitesses d'onde de Rayleigh peut être un outil particulièrement bien adapté à la détermination non destructive de ces gradients de propriétés {14,15,17,26,33}. Ceux-ci peuvent être créés par des traitements de surface variés tels que trempe, cémentation, nitruration, dépôts de couches protectrices (Nicklage, chromage, galvanisation, ...) etc ...

Cette étude générale débordant du cadre de ce travail, nous nous sommes bornés à l'examen d'un cas concret publié par Flambart {26} concernant la dispersion des vitesses d'ondes de Rayleigh sur un acier ayant subi une cémentation.

L'objectif de cet auteur était de déterminer, de façon non destructive, la profondeur de pénétration de ce traitement en retrouvant les résultats expérimentaux de dispersion de vitesse par le calcul d'un modèle simple à une couche d'acier cémenté solidaire d'un substrat d'acier non traité (figure 52), les caractéristiques de l'un et de l'autre ayant été déterminées par ailleurs.

Nous appuyant sur le fait que le substrat est affecté par la cémentation de façon non discontinue {26,54,55}, nous avons pour notre part modélisé le système par une succession de cinq couches superposées, d'épaisseurs égales, dont les caractéristiques mécaniques évoluaient de façon linéaire entre les valeurs extrêmes du modèle précédent (Tableau 13, figure 53).

Les résultats de ces études sont regroupés figure 54 où apparaissent :

- les valeurs expérimentales du CETIM (Δ) et la courbe théorique (1) pour une profondeur de pénétration de 100 μm qu'ils ont adoptée.
- les courbes théoriques de notre modèle à 5 couches pour des profondeurs globales de pénétration de 100 μm (courbe 2) et 200 μm (courbe 3).

	Modèle à 1 couche (CETIM)				Modèle à 5 couches			
	ρ g/cm ³	λ k _p /mm ²	μ k _p (mm ²)	V _R m/s	ρ g/cm ³	λ k _p /mm ²	μ k _p /mm ²	-V _R m/s
COUCHE(S) (Acier cémenté)	7,774	11244	7862	2891	7,774	11244	7862	2891
					7,784	11283	7933	2902
					7,794	11321	8004	2913
					7,804	11360	8076	2924
					7,814	11398	8147	2934
SUBSTRAT (Acier non traité)	7,824	11437	8218	2945	7,824	11437	8218	2945

TABLEAU 13

A certains égards, il apparaît que cette dernière estimation est plus proche de la réalité physique que la première bien que le choix des 5 couches et de l'évolution linéaire de leurs coefficients soit relativement arbitraire. Une recherche plus approfondie du modèle à prendre, et des mesures plus précises, devraient permettre des conclusions plus fines quant à la structure du système.



V_R (mm/d)

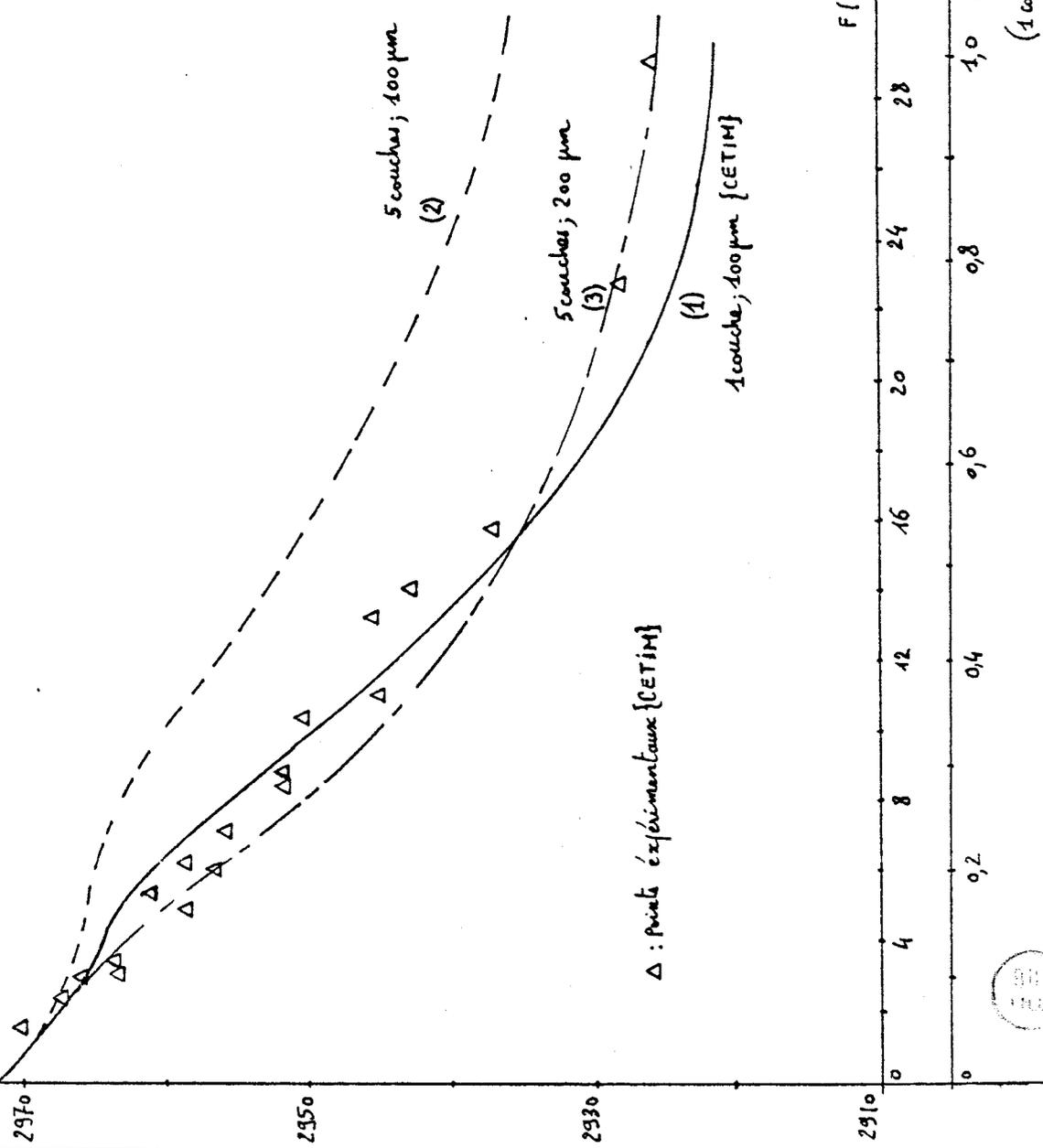


FIGURE 54

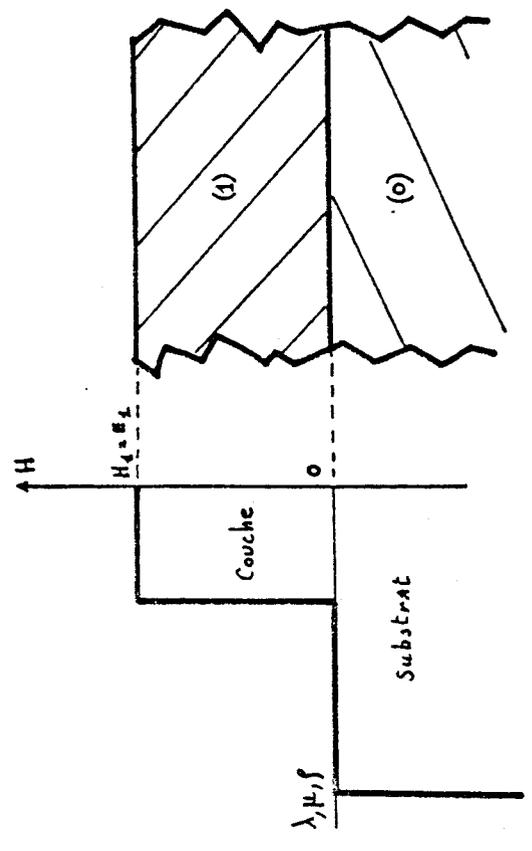


FIGURE 52

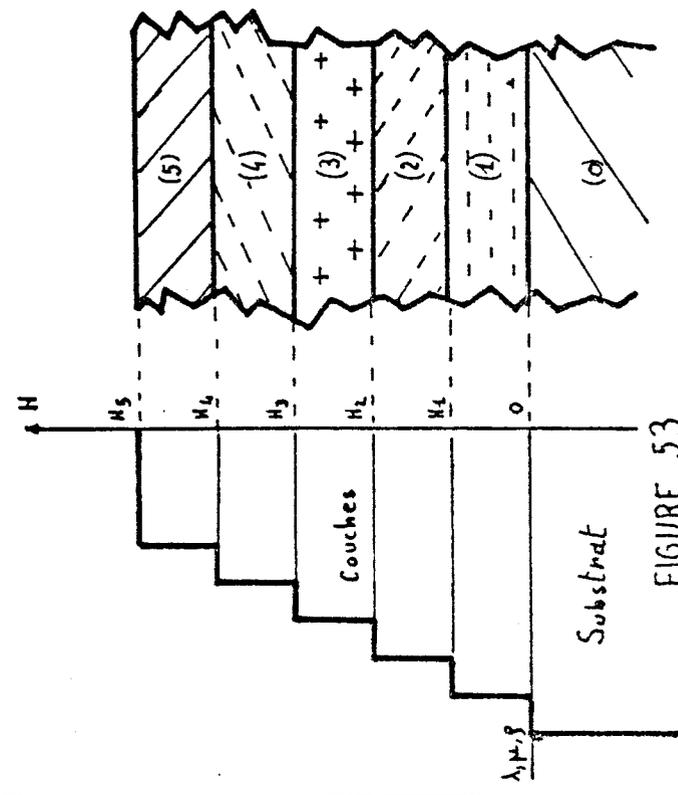


FIGURE 53

CONCLUSION

Notre travail a porté sur l'étude de milieux stratifiés comportant N couches d'épaisseurs quelconques.

Le modèle théorique développé a réalisé l'extension du calcul classique [18] de la vitesse d'ondes de Rayleigh sur un milieu à une couche; il a donné pleinement satisfaction dans l'interprétation de mesures réalisées sur des systèmes originaux à 1 ou 2 couches, au prix, il est vrai, d'un certain "ajustement" des coefficients mécaniques des milieux constitutifs.

Dans cette limite, il semble probable que sa validité peut s'étendre à des systèmes stratifiés plus complexes remplissant, toutefois, certaines conditions de calcul (Ondes de type Rayleigh : condition 20). Le premier essai d'interprétation d'un milieu à gradient de propriétés mécaniques plaide en ce sens.

On peut donc penser que cette méthode de mesure de dispersion de vitesse, de mise en oeuvre assez rapide, pourrait donner un bon procédé de détermination non destructrice des caractéristiques de tels milieux, sous réserves de mise au point de méthodes opérationnelles d'ajustement de paramètres qui ne manquent pas de poser de délicats problèmes.

Accessoirement, on a mis en évidence de profondes modifications de répartition d'énergie acoustique dans les milieux stratifiés : cet aspect pourrait-il présenter quelque intérêt pour l'étude de guides d'ondes de surface ?

Il serait peut-être enfin important d'étendre cette étude au cas de milieux stratifiés où les conditions d'obtention d'ondes de type Rayleigh, que nous avons adoptées, ne sont pas respectées. Quelles seraient alors la nature, la répartition et la vitesse d'ondes éventuellement obtenues quand les coefficients des exponentielles des composantes du vecteur déplacement ne sont réelles que dans l'un des milieux, ou dans le substrat ?

ANNEXE

ORGANISATION GENERALE DES CALCULS

Programme principal : MODNC

Acquisition des di-férents paramètres du problème : Nombre, épaisseurs (en μm),
coefficients mécaniques (ρ en g/cm^3 , λ et μ en kp/mm^2) de chacun des matériaux.

Conversion des constantes ρ_i, λ_i et μ_i en MKS

Calcul des altitudes $H_i = E_i + E_{i-1} + \dots + E_1$

Calcul des vitesses V_{L_i}, V_{T_i} d'onde de volume et V_{R_i} d'onde de Rayleigh (VRINF)

Impression des résultats

λ_R varie de $2000 \mu\text{m}$ à $100 \mu\text{m}$ en 20 pas de calcul

Calcul des H_i/λ_R

Appel au sous programme de calcul de la vitesse V_R pour les H_i/λ_R fixés (VTRAYN)

Appel éventuel au sous-programme de calcul par la méthode de Bogdanov (BOGD)

Appel éventuel au calcul des amplitudes et énergies en fonction de la profondeur (AMPUVM)

Impression des résultats : V_R (m/s) ; H_i/λ_R ; F (MHZ)

FIN



Sous programme VRINF

Appel du programme principal

Calcul de la vitesse des ondes de Rayleigh V_{R_i} pour un milieu donné par la détermination de la solution réelle positive de l'équation de Rayleigh.

V_{R_i} retourné au programme principal

FIN

Sous programme VTRAYN

Appel du programme principal

Fixation des bornes minimales (2000 m/s) et maximale (Min des VT_i) de la vitesse V_R cherchée.

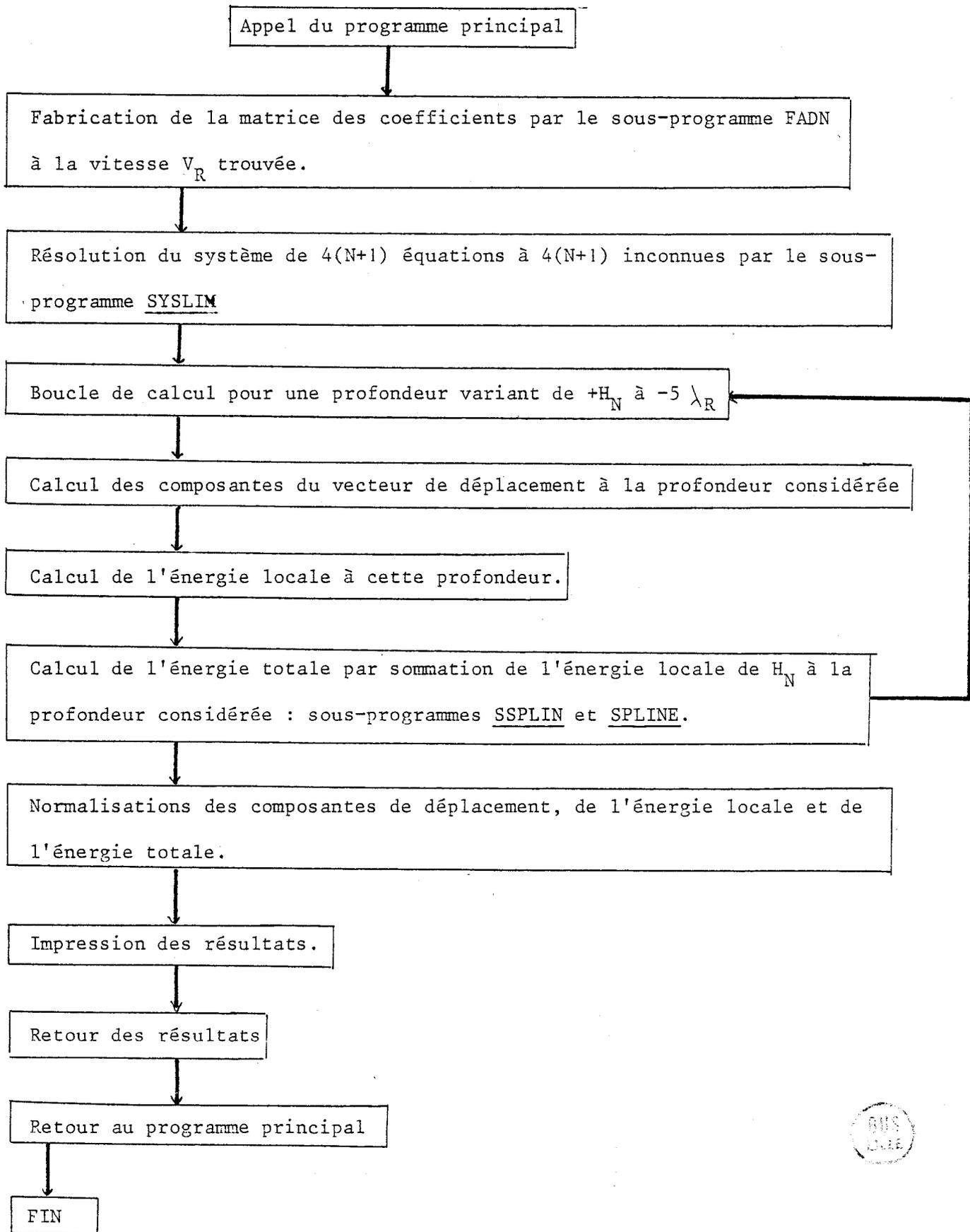
Recherche de la valeur de V_R qui annule le déterminant (méthode du bras de levier): utilisation d'un sous programme de fabrication du déterminant $4(n+1) \times 4(n+1)$ (FADN) et d'un sous programme de calcul de déterminant (DETERM).

V_R retourné au programme principal

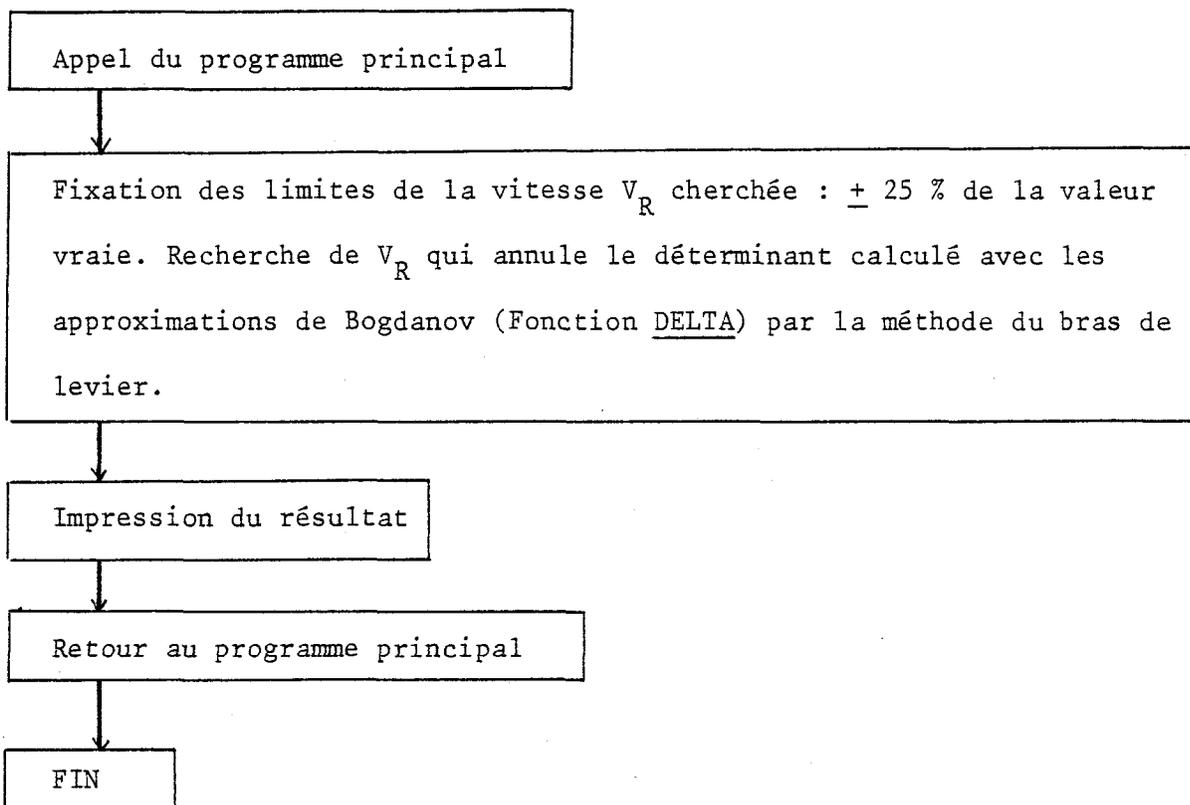
FIN



Sous-programme AMPUVN



Sous-programme BOGD



BIBLIOGRAPHIE

1. LORD RAYLEIGH, Proc.London. Math. Soc. 17, 4 (1887).
2. LAMB, Proc. Roy. Soc. (London) A. 93, 114 (1917).
3. LOVE, Some problems of geodynamics, Cambridge University Press, Cambridge, England, (1911).
4. KELLER, KARAL, J. Appl. Physics, 31, 6, 1039 (1960).
5. WHITE, IEE Trans. Electron. Devices 14, 181 (1967).
6. TIERSTEN, J. App. Physics, 40, 2, 770 (1969).
7. SCHNITZLER, BEGSTEIN, STRAUSS, IEE Trans. Sonics and Ultrasonics, 17, 3, 185 (1970).
8. HEUVEL, KNOX, IEE Ultrasonics Symposium, St Louis (1969).
9. ADKINS, HUGUES, IEE Trans. on Microwave theory and technics, 17, 11, 904 (1969).
10. SHTYKOV, MASON, MOTZ, IEE Trans. on sonics and Ultrasonics, 22, 2, 131 (1975).
11. OLINER, Acoustic Surface waves, Topics in Applied Physics, 24 (1978).
12. VIKTOROV, Rayleigh and Lamb waves, Plenum Press, New York (1967).
13. DEFEBVRE, POULIQUEN, Revue d'Acoustique 46, 156 (1978).
14. SZABO, J. Appl. Phys. 46, 1448 (1975).
15. TITTMAN, ALERS, THOMPSON, YOUNG, Ultrasonics Symposium Proceedings IEE, 74, 896 (1974).
16. LEAN, POWELL, App. Phys. Letters, 19, 9, (1971).
17. TITTMAN, RICHARDSON, J. Appl. Phys. 49, 10 (1978).
18. FARNELL, ADLER, Physical Acoustics, 9, 35, (1972).
19. SCHNITZLER, Appl. Phys. Letters, 11, 9 (1967).
20. EWING, JARDENTSKY, Press, Elastic Waves in layered media, Mc Graw Hill Book Co, New York (1957).
21. REEDER, KINO, ADAMS, Appl. Phys. Letters, 19, 8 (1971).
22. PEDINOFF, WALDNER, J. Appl. Physics, 42, 8 (1971).

23. PENUNURI, LAKIN, IEE.Trans. on Sonics and Ultrasonics, 21, 4, (1974).
24. WALNER, PEDINOFF, JONES, CAMPBELL, J. Appl. Physics, 41, 6, (1970).
25. CUOZZO, CABBAGGIO, DAMIANO, RIVIER, A. Telec, 30, 11, 395 (1975).
26. FLAMBART, Rapport Interne du CETIM Juin 72, Congrès Mesucora, 7, 37 (1973).
27. BJERKAN, FOSSHEIM, J. Phys. D. Appl. Physics, 10, 925 (1977).
28. LIM, KRAUT, TITTMAN, Appl. Phys. Letters, 17, 1, 34 (1970).
29. BOGDANOV, LEVIN, YAKOVKIN. Soviet Physics Acoustics, 15, 10 (1969).
30. BOGDANOV, YAKOVKIN, Soviet Phys. Semiconductors, 3, 4, 500 (1969).
31. LANDAU, LIFCHITZ, Théorie de l'élasticité - Edition MIR - Moscou (1967).
32. BERGMAN, Ultraschall und Seine Anwendung in Wissenschaft und Technik, Edward, Ann Arbor, Mich.
33. BUCARO, DAVIS, J. Appl. Physics, 43, 2151 (1972).
34. MINTON, Inspection of Metals with ultrasonic surface waves, Non destructive Testing, 12, 4, 13 (1954).
35. FIRESTONE, FREDERICK, J.A. S.A., 18, 1, 200 (1946).
36. VIKTOROV, Akust. Zh. 7, 3, 295 (1961).
37. DEFEBVRE, POULIQUEN, UI 75 Conf. Proceedings 129 (1975).
38. DESROUSSEAUX, Thèse de Docteur Ingénieur, Paris (6), A012728 (1976).
39. ENGAN, IEEE Trans., ED16, 1014 (1969).
40. WHITMAN, KORPEL, Applied Optics, 8, 1567 (1969).
41. DEFEBVRE, POULIQUEN, HAW, 9th ICA, Contributor Papers, 2, 584 (1977).
42. DEFEBVRE, POULIQUEN, CHASTAGNER, Proceeding of 24th open Seminar on acoustics 279 (1977).
43. DEFEBVRE, POULIQUEN, CHASTAGNER, Revue d'acoustique 45, 2-4, 71(1978).
44. Mac SKIMIN, J.A.S.A., 33, 12 (1961).
45. WILLIAMS, LAMB, J.A.S.A., 30, 308 (1958).
46. PAJADAKIS, J.A.S.A., 42, 1045 (1967).
47. PAJADAKIS, Physical Acoustics, 6, B, 269 (1970).
48. OFFICE NATIONAL D'ETUDES ET DE RECHERCHES AERONAUTIQUE, 29 Av. de la Division Leclerq, 92320 CHATILLON S^S BAGNEUX
49. PICHOR, 2ème Colloque International de Pulvérisation Cathodique, Nice, 132 (1976).
50. ROUSSEAU, Rapport de DEA, Lille (1976).
51. AMERICAN INSTITUTE OF PHYSICS HANDBOOK. Mc Graw Hill (1963).
52. SANDERCOCK, Solid State Communication 26, 547 (1978).
53. LECLERE, LEFEBVRE, Rapport de fin d'études ISEN (1976).
54. TRAITEMENT THERMIQUE, 106, 61 (1976).
55. DE SMET, La pratique des traitements thermiques des métaux industriels. Dunod - Paris (1963).