

50376  
1980  
204

50376  
1980  
204

N° d'ORDRE 858

# THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE**

(Spécialité Electronique)

par

Ahmed ZEDDAM

Maître ès-Sciences

**Etude théorique et expérimentale du rayonnement  
d'une impulsion de courant se propageant  
sur un fil parallèle à la surface du sol  
Application à l'exploration des terrains de subsurface**



Soutenue le 24 novembre 1980 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury	MM.	R. GABILLARD	Président
		P. DEGAUQUE	Rapporteur
		J.C. BOLOMEY	Examineur
		M. CAUTERMAN	Examineur
		J. FONTAINE	Examineur

*A mes Parents.*

*A Maryline.*

*A mes Amis.*

Ce travail a été effectué au LABORATOIRE DE RADIOPROPAGATION ET ELECTRONIQUE de l'Université des Sciences et Techniques de Lille, sous la direction de Monsieur le Professeur GABILLARD.

Je le prie de bien vouloir trouver ici l'expression de ma reconnaissance et de mon plus profond respect.

Pendant toute la durée de cette étude j'ai travaillé en étroite collaboration avec Monsieur le Professeur DEGAUQUE. Le soutien constant et les multiples encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer tout au long de ce travail ont été déterminants pour la réalisation de cette thèse. Qu'il trouve ici l'expression de ma reconnaissance pour cette aide amicale et efficace.

Je remercie Monsieur le Professeur BOLOMEY de me faire l'honneur de participer à mon jury. Je tiens à lui exprimer ma reconnaissance.

Messieurs FONTAINE et CAUTERMAN ont bien voulu examiner ce travail. Je les en remercie vivement.

Je tiens également à remercier Monsieur DEMOULIN, membre du Laboratoire pour l'aide efficace qu'il m'a apporté tout au long de ce travail.

L'amicale sympathie des autres membres du laboratoire m'a rendu ce travail encore plus agréable.

Je ne terminerai pas cet avant-propos sans exprimer mes remerciements à l'ensemble du personnel technique et administratif du Laboratoire en particulier Mmes GARDIN, CHEROUTRE, MM DEHORTER et PLUQUET pour leur collaboration amicale et efficace.

## S O M M A I R E

-----

### INTRODUCTION

#### CHAPITRE I PRINCIPE ET MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE DE LA DETECTION ELECTROMAGNETIQUE PAR ONDE DE CHOC.

- Introduction

I - Rappels sur la notion d'onde de choc électromagnétique

II - Principe de la méthode de détection

III - Etude expérimentale

III.1. - Analyse des signaux expérimentaux

III.2. - Evolution de l'écho en fonction de la position de la sonde de courant

III.3. - Evolution de l'écho en fonction de l'épaisseur du mur

III.4. - Mesures obtenues en déplaçant le dispositif de façon continue

- Conclusion

#### CHAPITRE II PROPRIETES DIELECTRIQUES DES MILIEUX GEOLOGIQUES.

- Introduction

I - Phénomènes de relaxation

II - Mesures sur échantillons

II.1. - Dépendance de  $\epsilon^*$  en fonction de la fréquence

II.2. - Dépendance de  $\epsilon^*$  en fonction du % d'eau

II.3. - Dépendance de  $\epsilon^*$  en fonction de la température

III - Mesures sur le terrain

- Conclusion

CHAPITRE III ETUDE EN REGIME IMPULSIF DU RAYONNEMENT D'UNE ANTENNE LONGUE  
DANS UN MILIEU HOMOGENE ET INFINI

- Introduction

I - Rayonnement du dipôle électrique en milieu homogène

I.1. - Etude en régime sinusoïdal

I.2. - Etude en régime impulsif

II - Rayonnement d'une ligne de longueur finie

II.1. - Calcul du champ électrique

III - Mise en évidence de l'effet de sommation

III.1. - Cas où  $v_p = c$

III.2. - Influence du temps de montée de l'impulsion

III.3. - Cas où  $v_p < c$

- Conclusion

CHAPITRE IV ETUDE DU RAYONNEMENT D'UN DIPOLE ELECTRIQUE AU VOISINAGE  
D'UN SOL CONDUCTEUR

- Introduction

I - Hypothèses et formalisme théorique utilisé

I.1. - Représentation intégrale du potentiel de Hertz

II - Calcul numérique

II.1. - Etude des fonctions à intégrer intervenant dans les  
composantes du champ électromagnétique du dipôle

II.2. - Etude de  $D = \gamma_2^2 u_1 + \gamma_1^2 u_2$

- II.3. - Etude du terme  $\bar{e}^{u1a} - u2b$
- II.4. - Mise en oeuvre de la procédure numérique
- II.5. - Choix des intervalles d'intégration
- II.6. - Calcul des fonctions de Bessel
- II.7. - Vérification numérique

III - Etude du champ rayonné dans le sol par un D.E.H. en liaison verticale

- III.1. - Variation du champ reçu en fonction de la fréquence
- III.2. - Variation du champ reçu en fonction de la hauteur de l'émetteur

IV - Etude du champ rayonné dans le sol par un D.E.H. en liaison oblique

- IV.1. - Variation du champ reçu en fonction de la distance émetteur-récepteur
- IV.2. - Variation du champ reçu en fonction de la hauteur de l'émetteur

V - Etude du rayonnement en régime impulsif d'un D.E.H. en liaison verticale

- Conclusion

CHAPITRE V RAYONNEMENT D'UNE ANTENNE LONGUE DANS UN DEMI MILIEU

- Introduction

I - Calcul du rayonnement de la ligne en régime sinusoïdal

- I.1. - Position du problème
- I.2. - Méthode d'interpolation utilisée

II - Réponse de la ligne en régime impulsif

III - Répartition du courant le long de la ligne

- III.1. - Variation des constantes de propagation discrètes en fonction de la hauteur du fil

III.2. - Déformation de l'impulsion de courant le long de la ligne

IV - Calcul du champ dans le sol

- Conclusion

CONCLUSION GENERALE

ANNEXES

## I N T R O D U C T I O N

---

Les méthodes de prospection géophysique utilisant des ondes électromagnétiques de fréquences très élevées trouvent de plus en plus une application dans le domaine du génie civil.

Dans le domaine routier par exemple, l'une des préoccupations est la connaissance de l'épaisseur de la bande de roulement des chaussées ou celle des voutes de tunnels, par des méthodes d'analyse non destructives.

Les méthodes basées sur la propagation d'ondes électromagnétiques sont susceptibles de répondre au problème posé. En effet, les ondes radar qui se propagent sont partiellement réfléchies lorsqu'elles rencontrent un changement dans les propriétés diélectriques du milieu. Chaque discontinuité, chaque interface ou cavité provoque la réflexion d'une partie de l'énergie vers la surface du milieu sondé. La détection et l'analyse de ces échos réfléchis peuvent fournir des renseignements sur les différentes couches traversées comme leurs épaisseurs, leurs propriétés physiques, la présence ou non de cavités, etc...

Le principal type de radar qui a été étudié est le radar monopulse car l'onde émise est généralement plane ce qui facilite l'interprétation des signaux réfléchis. Plusieurs auteurs utilisent cette technique qui nécessite une antenne spéciale pour coupler le signal au sol, la durée des impulsions étant inférieure ou voisine de la nanoseconde.

Dès 1963, le Professeur GABILLARD a proposé un autre type de radar électromagnétique capable de sonder les terrains superficiels. Ce dispositif utilise le rayonnement d'une impulsion de courant qui se propage le long d'une ligne placée parallèlement à la surface du sol. La présence d'une hétérogénéité dans le sol se traduit par l'apparition d'une onde réfléchie induisant un écho se déplaçant sur la ligne avec un retard constant par rapport à l'impulsion initiale. Comme la vitesse de propagation de l'onde dans le sol est inférieure à la vitesse de propagation de l'impulsion sur le fil,

.../...

on peut s'attendre à l'apparition d'une onde de choc d'origine électrique due à une sommation du champ émis par les dipôles successifs constituant l'antenne d'émission. C'est ce qui fait l'originalité et l'avantage de cette méthode par rapport au radar classique.

L'objet de notre thèse est donc l'étude théorique et expérimentale du rayonnement d'une impulsion de courant se propageant sur un fil parallèle à la surface du sol.

X Dans un premier chapitre, nous rappelons le principe de la méthode de détection par onde de choc et nous montrons la faisabilité de cette méthode en présentant des résultats expérimentaux obtenus lors d'essais contre des murs d'épaisseurs différentes. En déplaçant le dispositif de manière continue nous essayons de détecter la présence d'une anomalie que nous simulons par une plaque métallique.

Dans le second chapitre, nous faisons une étude bibliographique sur les propriétés diélectriques de différents types de sol. Nous étudions l'influence des paramètres tels que la fréquence, la température et l'humidité sur la constante diélectrique de plusieurs milieux.

Nous supposons tout d'abord dans le troisième chapitre de notre thèse que la ligne est placée dans un milieu homogène et infini. Nous calculons le champ dans le sol rayonné par la ligne, en régime impulsif, à l'aide de procédures numériques basées sur l'utilisation de la transformation rapide de Fourier. Cette approche nous permet de mettre en évidence l'effet de sommation en faisant varier la vitesse de propagation de l'impulsion sur le fil tout en facilitant la compréhension des phénomènes.

Pour déterminer l'influence de l'interface air-sol, nous calculons X dans le quatrième chapitre le rayonnement d'un dipôle électrique dans un demi-milieu. Nous étudions les méthodes de calcul numérique du champ électromagnétique et nous faisons une étude du rayonnement d'un dipôle électrique horizontal en fonction des positions respectives des dipôles d'émission et de réception.

.../...

Enfin, dans la dernière partie de notre thèse, nous calculons le rayonnement d'une antenne longue placée dans l'air au-dessus d'un sol conducteur. En supposant dans un premier temps que l'impulsion de courant se propage sur la ligne sans affaiblissement et à la vitesse de lumière, nous montrons qu'il existe dans ce cas un effet de sommation.

Nous tenons compte ensuite de la déformation de l'impulsion lors de sa propagation pour essayer de déterminer la configuration optimum de la ligne pour bénéficier au maximum de cet effet de sommation.

## CHAPITRE I

### PRINCIPE ET MISE EN EVIDENCE EXPERIMENTALE DE LA DETECTION ELECTROMAGNETIQUE PAR ONDE DE CHOC

*Dans ce premier chapitre nous rappelons tout d'abord quelques généralités sur la méthode de détection électromagnétique par onde de choc.*

*Nous montrons ensuite la faisabilité de cette méthode en présentant quelques résultats de mesures.*

*L'exploitation des signaux expérimentaux est simplifiée grâce au stockage des informations obtenues sur le terrain et au transfert possible vers un ordinateur.*

I - RAPPEL SUR LA NOTION "D'ONDE DE CHOC ELECTROMAGNETIQUE" | 1 |

Supposons un dipôle électrique élémentaire placé dans un milieu homogène et infini soumis à un échelon de courant tel que :

$$\begin{aligned} \text{pour } t \leq 0 & \quad I(t) = 0 \\ t > 0 & \quad I(t) = 1 \end{aligned} \quad (1.1)$$

L'espace environnant l'antenne d'émission devient alors le siège d'un rayonnement électromagnétique qui s'effectue d'une manière sphérique en fonction du temps (figure I.1)

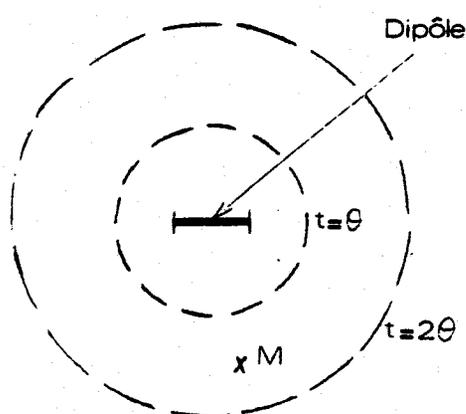


Figure I.1

En un point M de l'espace, au passage du front, le champ électrique passe donc instantanément d'une valeur nulle à une valeur finie. Ensuite la valeur du champ électrique en ce point tend vers celle obtenue dans le cas du régime statique.

Considérons maintenant le cas d'une ligne en conservant le même type d'excitation. Le front de courant se propage sur la ligne à une vitesse  $v_p$ , fonction des caractéristiques du fil et du milieu environnant, la répartition de courant ne peut donc plus dans ce cas être considérée comme uniforme. Cependant, il est toujours possible de décomposer la ligne en une suite discrète de dipôles élémentaires, successivement soumis à un échelon de courant identique à celui défini par la formule (I.1). Si la vitesse de propagation dans le milieu est plus faible que la vitesse  $v_p$  le long de la ligne, la propagation s'effectue, dans ce cas seulement, selon le schéma de la figure (I.2).

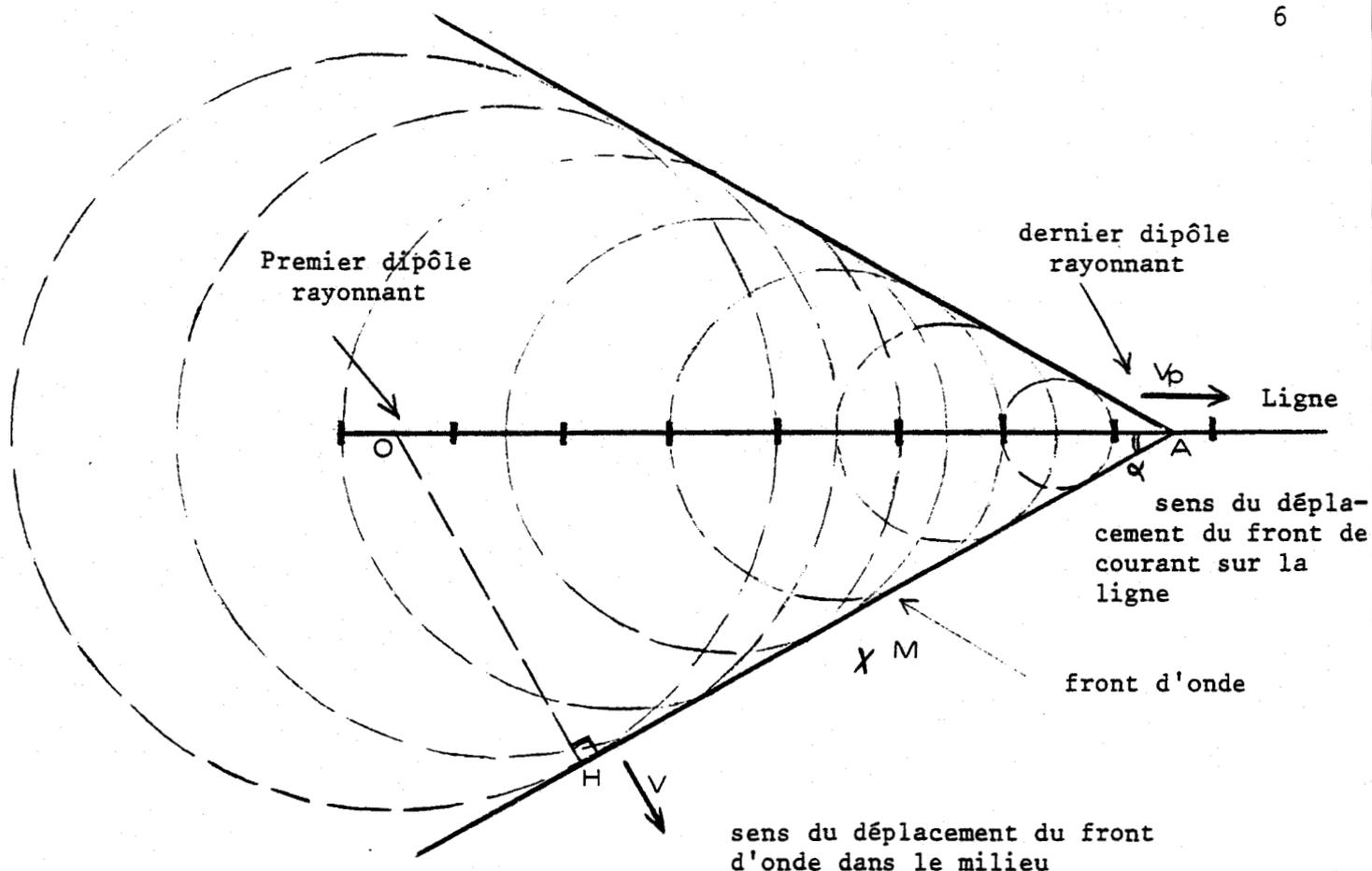


Figure I.2

Un instant  $t$  après l'excitation de la ligne, le front de courant a parcouru la distance  $OA$ .

On peut définir l'enveloppe des sphères de propagation qui est un cône, par son demi angle au sommet  $\alpha$ .

$$\sin \alpha = \frac{v t}{v_p t} = \frac{v}{v_p} \quad (1.2)$$

Ce cône ne peut exister que si  $v_p > v$ .

Toute l'énergie se trouve répartie dans le volume du cône et sa surface constitue le front de l'onde se propageant dans le milieu, dans la direction  $OH$ .

Pour un point  $M$  de l'espace, le champ reçu reste nul tant que le front n'y est pas parvenu. Lorsque le front atteint ce point, le champ est celui créé par un seul dipôle élémentaire de la ligne. Lorsque le front dépasse le point  $M$ , le champ en ce point résulte alors du rayonnement de plusieurs dipôles et son amplitude augmente.

Lorsque le nombre des dipôles rayonnants devient important, la limite est évidemment celle correspondant au régime statique. C'est-à-dire lorsque toute la ligne est parcourue par un courant continu. On peut également envisager de remplacer le générateur d'échelon par un générateur d'impulsion de largeur électrique faible devant la longueur de la ligne. Dans ce cas l'impulsion peut-être considérée comme la différence de deux échelons de courant décalés dans le temps.

La propagation de l'impulsion sur la ligne donne donc naissance à deux cônes, selon le schéma de la figure (I.3)

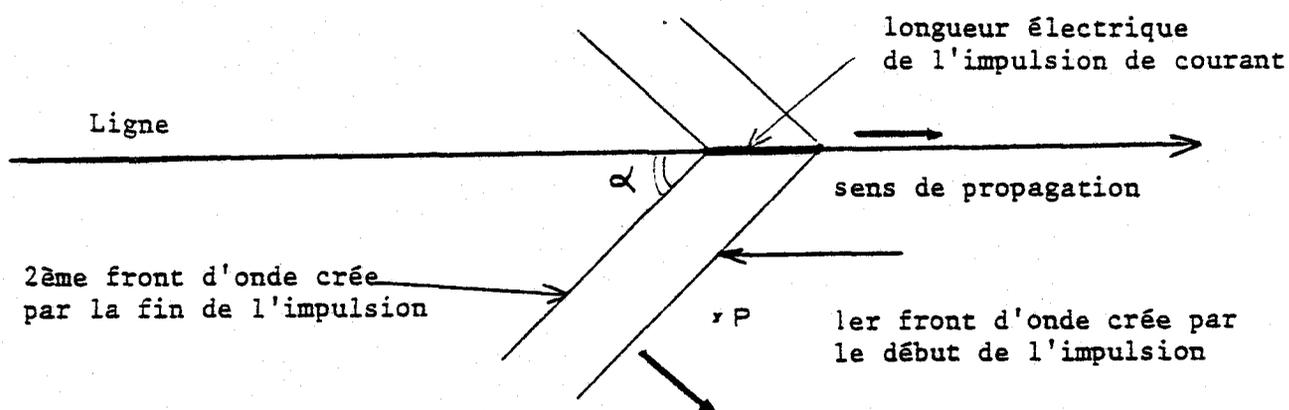


Figure I.3

En un point P du milieu, le champ commence à croître au passage du premier front d'onde. Après le passage du deuxième front d'onde, la valeur du champ diminue progressivement pour atteindre une valeur rigoureusement nulle au bout d'un temps infini.

Il se propage donc dans le milieu un champ électromagnétique de forme impulsive. Ce phénomène caractéristique, signalé par GABILLARD en 1963 peut-être comparé à l'onde de choc acoustique créé par le déplacement supersonique d'un projectile dans l'air et pour cette raison fut appelé "onde de choc électromagnétique". L'explication succincte que nous venons de donner ne constitue évidemment qu'une approche très simplifiée du problème. En effet, il faut tenir compte des pertes dans le milieu, du temps de montée et de descente de l'impulsion... Il est légitime de penser qu'il peut se produire une accumulation d'énergie pour ce type d'onde comme nous le verrons dans le troisième chapitre.

## II - PRINCIPE DE LA METHODE DE DETECTION

Considérons maintenant le cas d'un fil placé dans l'air au-dessus du sol où est située à une profondeur  $z$ , une couche de nature différente.

(figure I.4)

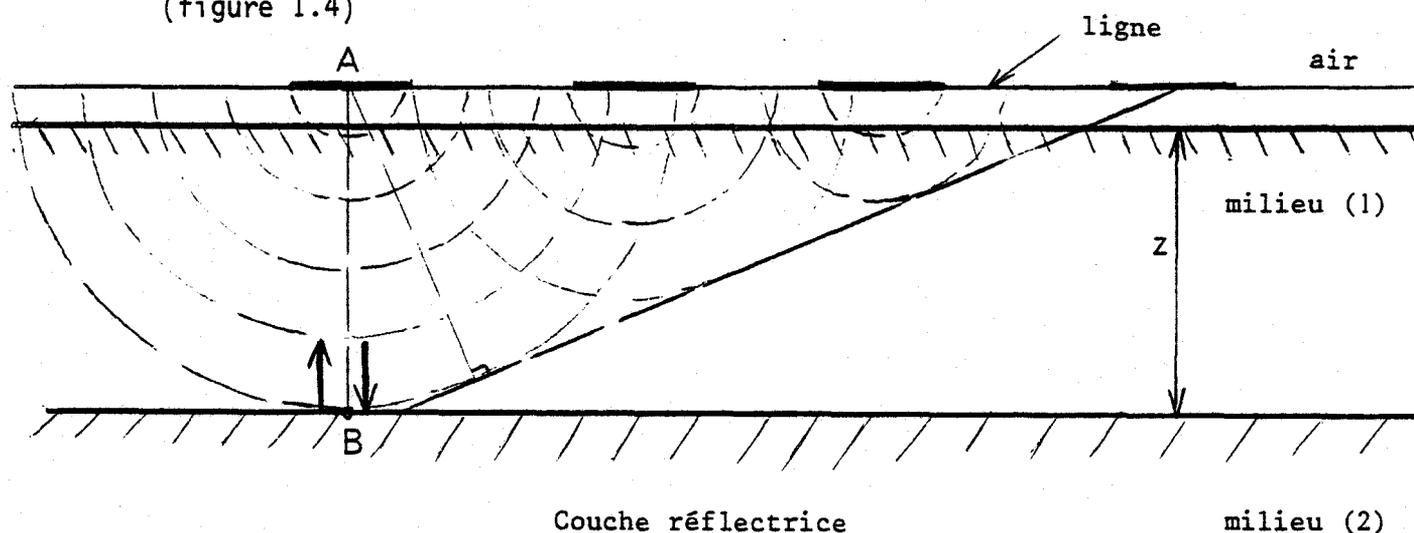


Figure I.4

Le fil ne se trouve donc plus dans un milieu homogène mais on admet dans un premier temps que la transmission à travers l'interface air-sol se fait sans déformation.

L'impulsion de courant située en A crée une onde qui est réfléchiée en B et induit alors sur le fil une impulsion qui se propage à la suite de l'impulsion initiale.

L'écart de temps  $\Delta t$  entre ces deux impulsions permet de déceler la présence de la couche réfléchissante et d'évaluer sa profondeur  $z$ . Elle est donnée, en première approximation par la relation suivante :

$$z = \frac{c \Delta t}{2\sqrt{\epsilon_r}} \quad (1.3)$$

Comme nous le verrons dans la suite de cette étude, la ligne dérive le signal d'entrée et par conséquent l'écho aura la forme de cette dérivée. Dans notre cas l'impulsion de courant est sensiblement de forme gaussienne et la mesure de  $\Delta t$  se fait donc entre le sommet de l'impulsion initiale et le centre de l'écho (figure I.5)

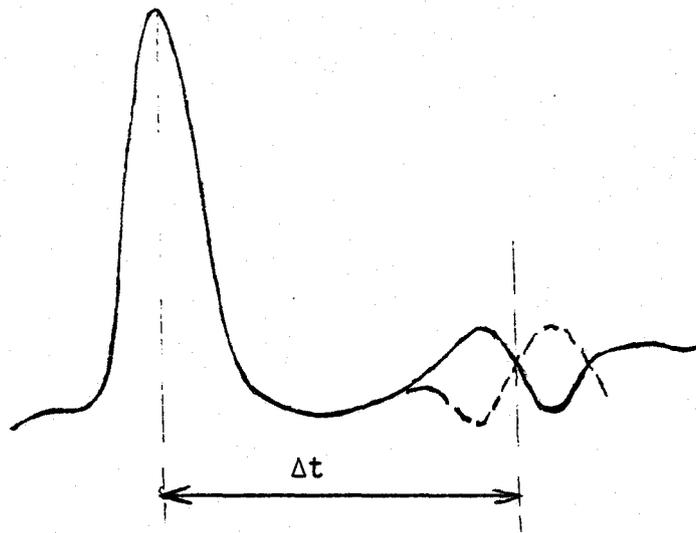


Figure I.5

En 1963, des premières expérimentations ont été effectuées par l'équipe du Professeur Gabillard au-dessus d'un terrain dont la structure a pu être connue par un sondage mécanique.

Elles ont mis en évidence la possibilité de détection par cette méthode, d'interfaces de couches géologiques [1].

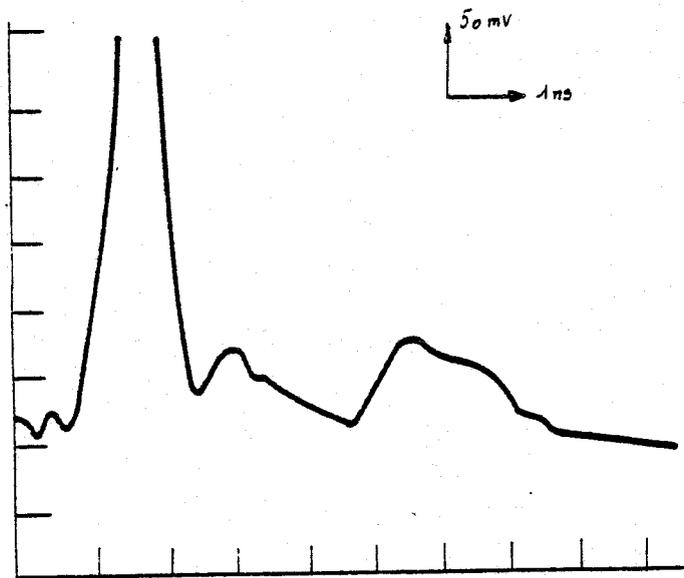
En 1977 Delmotte [2] a repris ce type d'essais pour tenter de mesurer l'épaisseur d'un mur de briques. Il a notamment réalisé et utilisé un générateur d'impulsion brèves permettant d'obtenir une impulsion de largeur 1.6 ns à mi hauteur.

En 1980 Courbet [3] a fait de nouveaux essais en utilisant une impulsion de largeur plus étroite afin de séparer de façon plus nette l'impulsion initiale de l'écho. Les mesures faites par Courbet ont mis en évidence l'apparition d'un écho derrière une impulsion incidente se propageant au-dessus d'un interface enterré dans le sol à une profondeur  $z$ . Il a utilisé pour cela une plaque métallique enterrée dans le sable, ce qui lui a permis de déterminer la configuration géométrique optimum de la ligne, de façon à distinguer le mieux possible l'écho dû à la plaque. Il a vérifié que l'écho n'apparaissait que si la plaque métallique était surmontée d'un milieu de nature différente de celui de l'air (planche I.6).

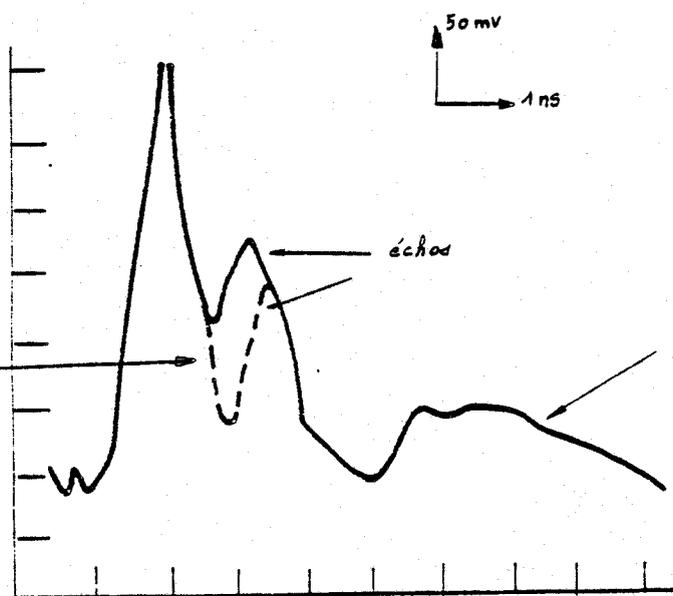
Sur cette même planche il est possible de voir sur les deux derniers oscillogrammes que le retard entre l'impulsion incidente et l'écho est d'autant plus grand que la couche de sable est importante.

D'autre part dans les deux études citées précédemment, des mesures complémentaires ont permis de vérifier les mêmes phénomènes à savoir :

- que le retard entre l'impulsion incidente et l'écho n'est fonction ni de la hauteur du fil au-dessus du sol, ni de la distance entre la sonde de mesure et le début de la ligne.



Plaque sans sable



Couche de sable  
d'épaisseur  $h_1$

Couche de sable

d'épaisseur  $h_2 > h_1$



Planche I.6 :

MISE EN EVIDENCE DE LA PRESENCE D'UN ECHO.

Cependant, en raison du phénomène de dispersion il existe une valeur optimum pour chacun de ces deux paramètres.

- que le retard entre l'écho et l'impulsion incidente est directement proportionnel à l'épaisseur de la couche recouvrant l'interface à détecter. Dans l'étude expérimentale nous avons entrepris de mesurer différentes épaisseurs de murs. Le système de mesure a été amélioré afin d'éviter les réflexions parasites et nous proposons également une méthode de dépouillement numérique susceptible de conduire à une meilleure interprétation des résultats.

### III - ETUDE EXPERIMENTALE

Le dispositif de mesure utilisé est celui représenté sur la planche I.7. Le générateur d'impulsion que nous utilisons est celui de Delmotte | 2 | qui permet après une légère modification de délivrer des impulsions de largeurs 750 ps à mi-hauteur. Le système de mesure est constitué d'un support en bois sur lequel est fixé le fil, la sonde de courant et le générateur, le tout pouvant être déplacé aisément le long d'un mur ou d'une route sans démontage aucun, ce qui a pour avantage de donner une bonne "reproductibilité" des signaux. La principale difficulté réside dans l'excitation de la ligne qui n'est pas adaptée.

En effet la position relative des cables a été ajustée de manière à diminuer le plus possible les échos parasites. D'autre part, la longueur du fil doit être de l'ordre de 3 m afin d'éloigner l'écho provoqué par l'extrémité de la ligne.

La forme de l'impulsion est relevée par l'intermédiaire d'une sonde de courant reliée à un oscilloscope à échantillonnage.

Les courbes relevées sur l'oscilloscope sont ensuite enregistrées sur le terrain, à l'aide de cassettes magnétiques, par l'intermédiaire d'un interface réalisé au Laboratoire par MAYEUR | 4 |. Ces cassettes magnétiques sont relues en laboratoire puis traitées sur ordinateur (PDP 11). Nous avons effectué des essais contre des murs en briques de 20 et 30 cm d'épaisseur. La présence d'une anomalie est ici simulée par une plaque métallique placée derrière le mur. Les résultats que nous présentons ont pour but de montrer l'intérêt du traitement numérique, en différé des signaux enregistrés sur le terrain. L'interprétation et le dépouillement de ces résultats peuvent être généralisés à des structures différentes (détection de cavité...)

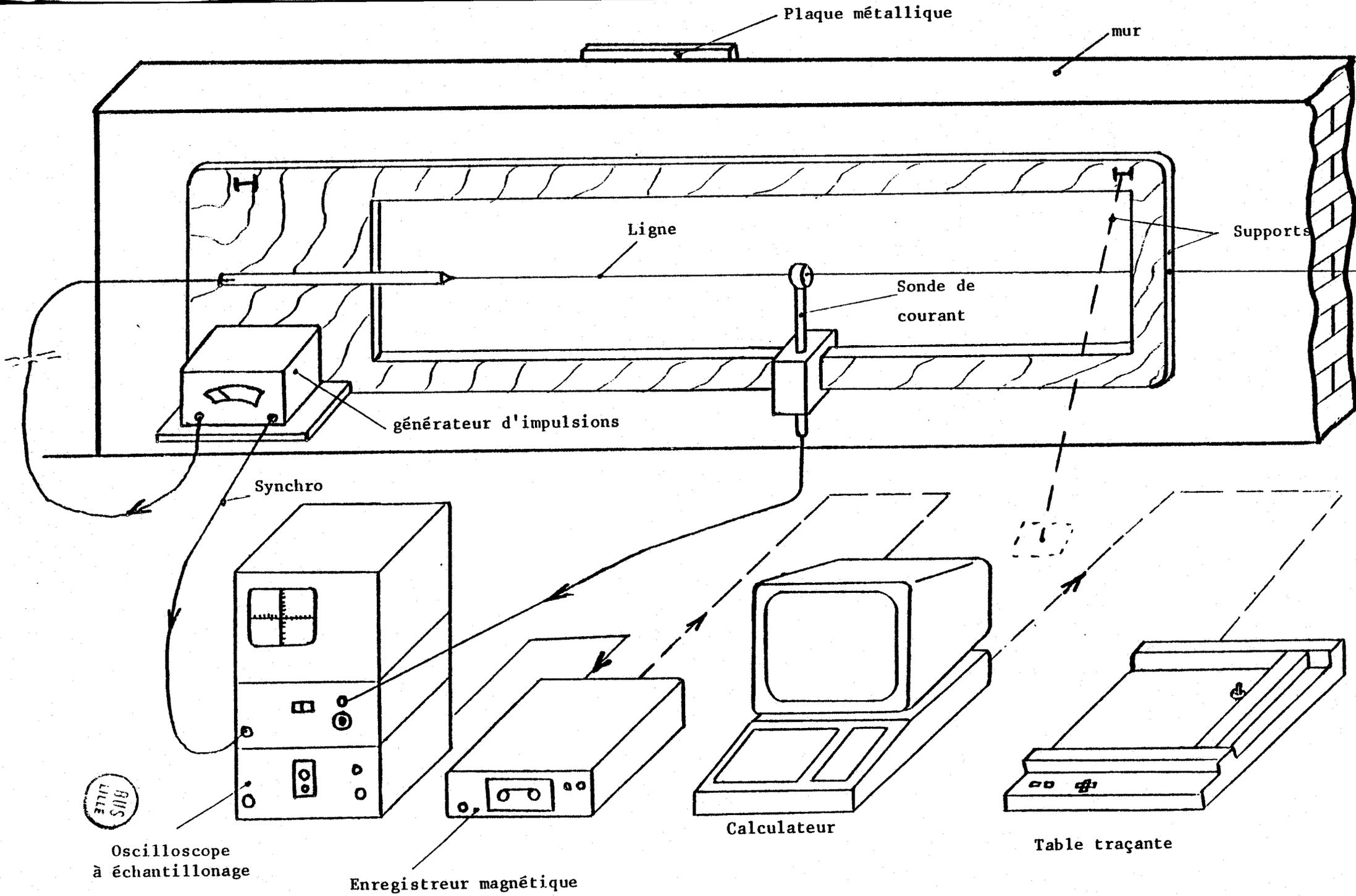


Planche I.7 : DISPOSITIF DE MESURE

### III.1. - ANALYSE DES SIGNAUX EXPERIMENTAUX

Les mesures ont été effectuées avec le système de mesure décrit précédemment sur un mur de 30 cm d'épaisseur. Le fil est placé à 7 cm du mur et nous avons représenté sur la planche I.8 l'enregistrement de l'impulsion au niveau du générateur. La sonde est ensuite éloignée pour bénéficier du phénomène de sommation, la distance sonde générateur est de 1.20 m. Sur la même planche nous avons reporté les oscillogrammes obtenus lorsque le système est au-dessus d'un sol. Dans ce cas on constate l'absence d'écho puisqu'il n'y a pas de couche réfléchissante. Sur les dernières figures de la planche I.8 nous avons porté les signaux obtenus lorsque la ligne est contre le mur de 30 cm d'épaisseur, l'écho dû à la face arrière du mur est bien visible (courbe en pointillés) l'oscillogramme en trait fort a été obtenu en plaçant une plaque métallique sur la face arrière du mur. Il apparaît comme précédemment un écho retardé de 5 ns mais de signe inverse. En effet dans ce cas le coefficient de réflexion augmente et change de signe.

### III.2. - EVOLUTION DE L'ECHO EN FONCTION DE LA POSITION DE LA SONDE

#### DE COURANT

Pour mieux discerner l'écho nous avons fait un agrandissement de la zone où il se produit, c'est-à-dire juste après l'impulsion initiale. Nous avons porté sur la planche I.9 les échos obtenus pour différentes valeurs de  $L$  comprises entre 0 et 1.3 m. Lorsque la sonde est placée au voisinage du générateur il n'existe évidemment aucun écho. On constate que l'amplitude relative de l'écho augmente avec la distance. Cependant au-delà de 1.3 m la dispersion de l'impulsion incidente fait que l'écho s'affaiblit en s'élargissant.<sup>3</sup> D'autre part on peut vérifier que la position de l'écho est indépendante de la position de la sonde. Dans la suite de l'étude expérimentale la distance  $L$  choisie entre le générateur et la sonde sera de 1.2 m.

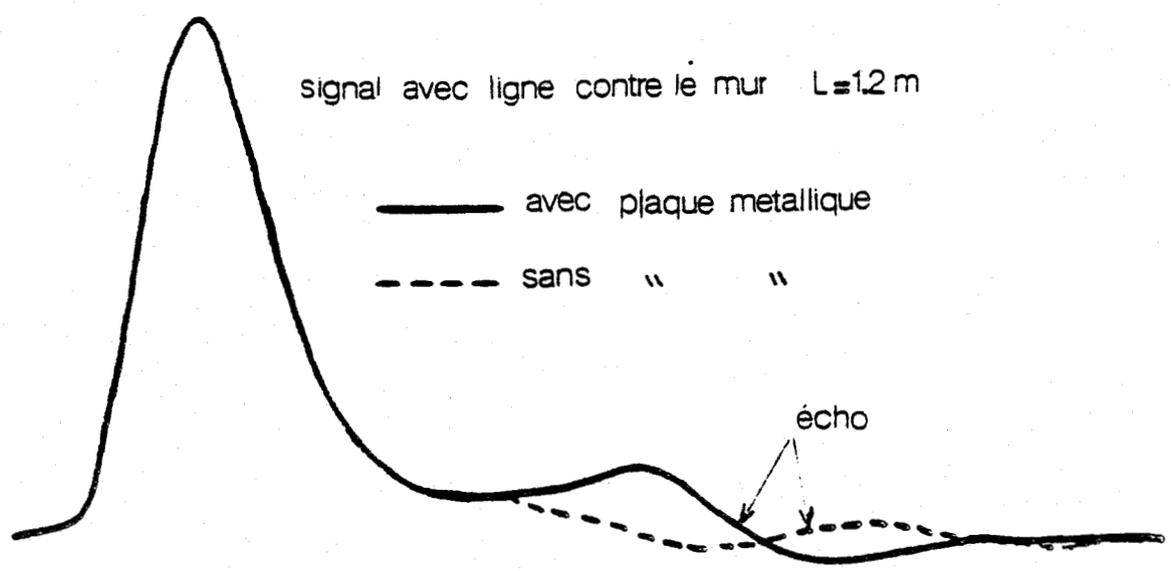
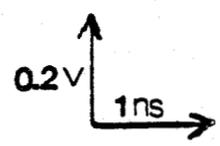
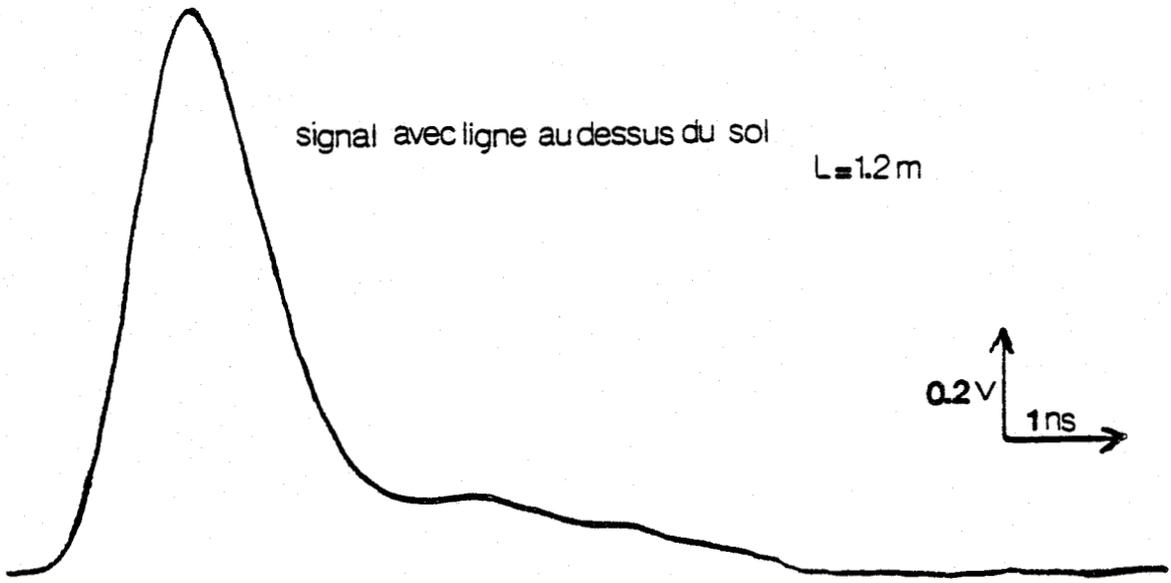
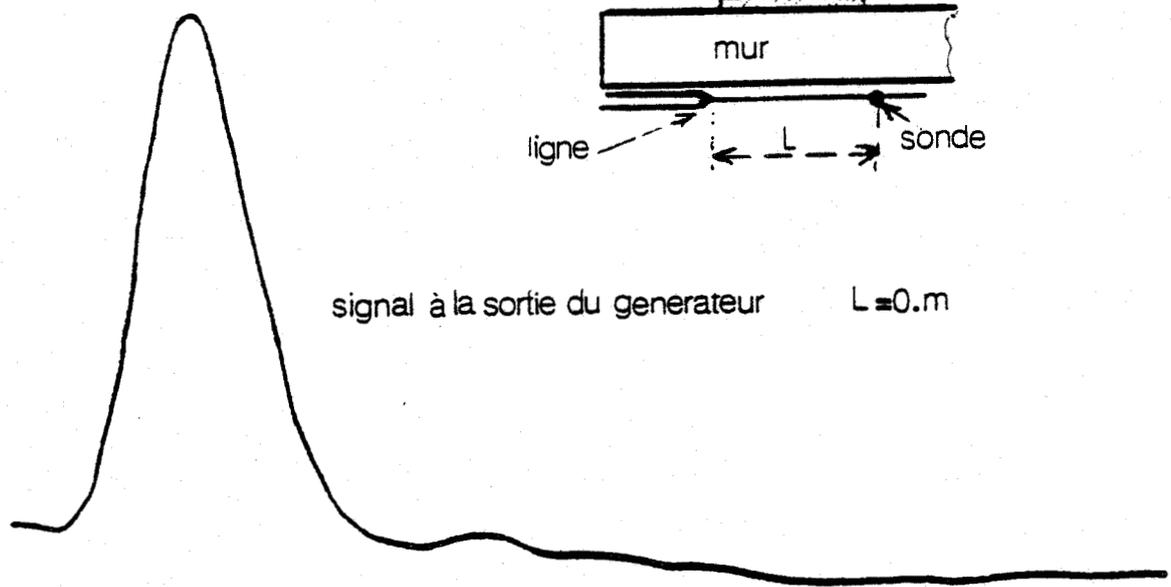
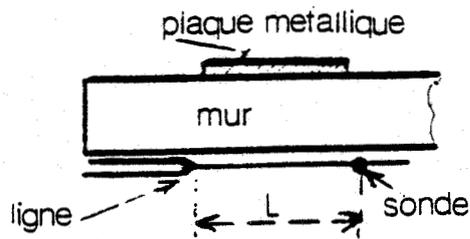


Planche I.8 : Analyse des signaux

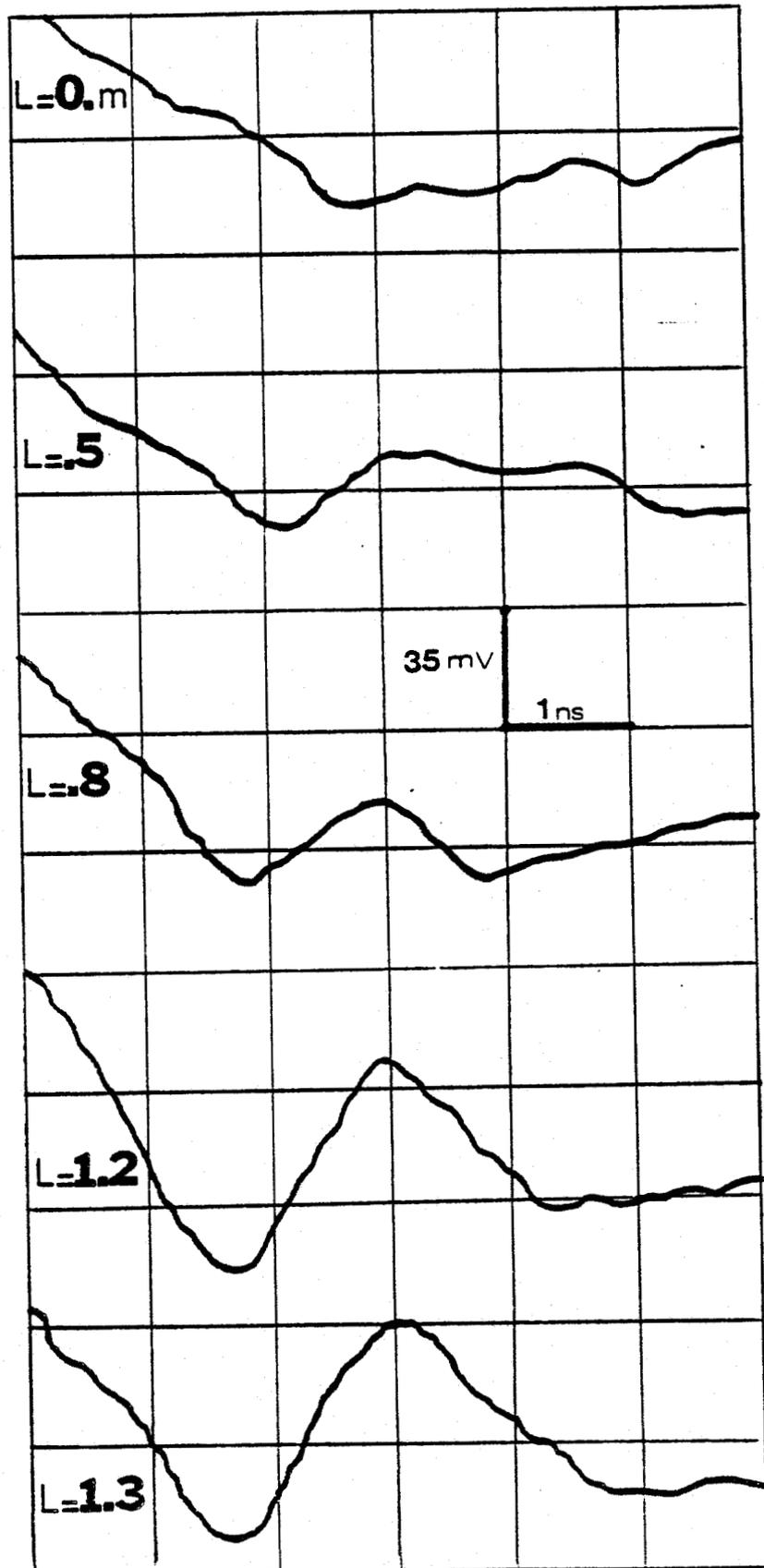
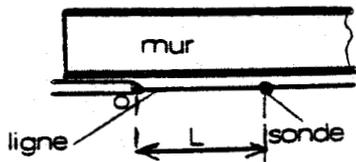


Planche I.9 : Influence de la position de la sonde



### III.3. - EVOLUTION DE L'ECHO EN FONCTION DE L'EPAISSEUR DU MUR

Sur la planche I.10 nous avons reporté les oscillogrammes obtenus sur deux murs de briques d'épaisseur 20 et 30 cm. Dans chaque cas nous avons appliqué une plaque métallique sur la face arrière du mur. La dégradation du front de descente de l'impulsion pour le mur de 20 cm est due à un mauvais fonctionnement du générateur. La connaissance dans les deux cas de l'écart de temps  $\Delta t$  entre l'impulsion initiale et l'écho ainsi que de l'épaisseur du mur nous permet de déterminer la permittivité relative du milieu à l'aide de la formule (1.3). Nous avons également reporté sur cette figure une courbe de référence, obtenue par interpolation de la courbe expérimentale et correspondant à un mur de grande épaisseur (absence d'écho). La mesure de  $\Delta t$  s'obtient par comparaison entre ces 2 courbes.

Compte tenu de cela nous avons trouvé une permittivité relative  $\epsilon_r = 5.8$  pour le mur de 20 cm et  $\epsilon_r = 6.1$  pour celui de 30 cm.

On en déduit donc un  $\epsilon_r$  moyen de 6 ce qui donne une bonne corrélation entre les deux séries de mesures.

### III.4. - MESURES OBTENUES EN DEPLACANT LE DISPOSITIF DE FACON CONTINUE

Dans la plupart des cas (mesure d'épaisseur) il est très intéressant de faire un contrôle en continu. En effet l'un des objectifs du radar n'est pas de faire une mesure absolue en un endroit donné mais d'obtenir la variation d'épaisseur ou du coefficient de réflexion d'une paroi. Il faut également détecter des défauts ou des inclusions et ceci ne peut se faire que par déplacement de l'appareil de mesures. Dans notre cas l'anomalie est simulée par une plaque métallique derrière le mur que nous essayons de localiser en déplaçant le système de mesure.

L'exploitation des signaux a été réalisée par deux méthodes de dépouillement. Un enregistrement a été effectué tous les 20 cm loin de la plaque et tous les 10 cm au voisinage de celle-ci, les différentes courbes obtenues sont reportées sur le montage de la planche I.11. On constate que la plaque provoque un écho de signe opposé à celui de la face arrière du mur.

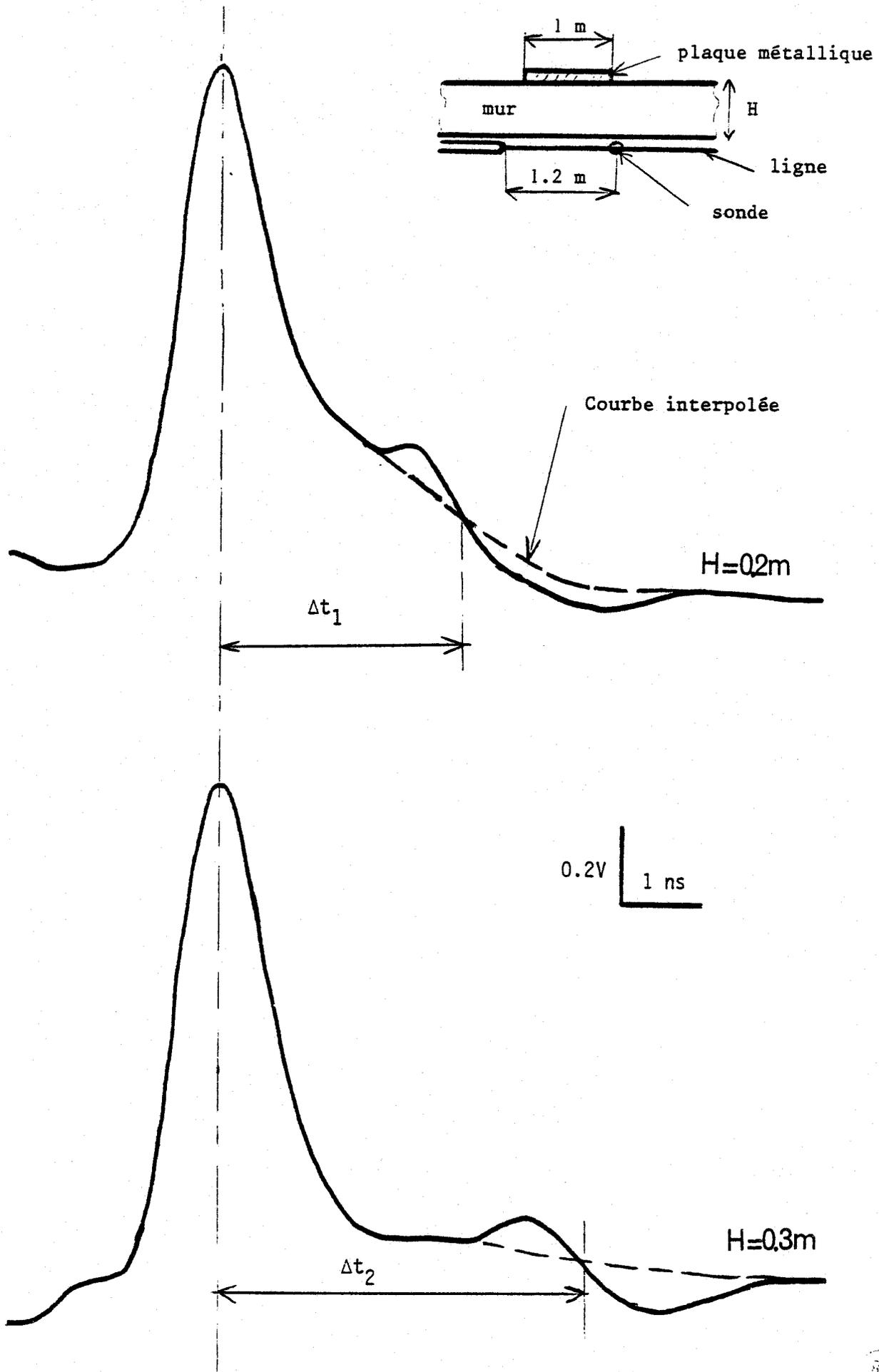


Planche I.10 : Influence de l'épaisseur du mur

En présence de la plaque on voit nettement l'écho se former alors qu'en dehors de la zone d'influence de celle-ci, il est nécessaire d'amplifier le signal. Ces courbes amplifiées obtenues en présence du mur seul sont reportées sur le montage de la planche I.12. On voit nettement apparaître la zone d'écho. Dans une seconde étape il est intéressant de voir l'influence de la distance relative entre le dispositif de mesure et l'anomalie simulée par la plaque métallique. Nous avons choisi comme origine des distances le centre de la plaque et nous prenons comme variable la distance entre cette origine et le point milieu de la distance générateur sonde (cf planche I.13). Nous effectuons des différences de signaux afin d'isoler l'écho, le signal de référence étant celui enregistré contre le mur sans plaque. On constate que lorsque  $D=0$  l'amplitude de l'écho est maximum en effet l'anomalie simulée par la plaque se situe entre le début du fil et la sonde.

Sur la planche I.14 nous effectuons le même dépouillement mais dans ce cas le signal de référence est celui enregistré au-dessus du sol (demi-milieu).

Pour cela, la hauteur du fil au-dessus du sol a été ajustée de telle façon que la déformation de l'impulsion du courant se propageant sur le fil soit identique à celle produite pour le mur. La distance  $D$  définie précédemment, intervient comme paramètre. On constate que lorsque  $D = 0$  on bénéficie encore du maximum de champ induit. Quand on s'éloigne de la plaque le signal résultant est la composition des deux échos de signes opposés dûs à la plaque et à la face arrière du mur. Enfin lorsqu'on dépasse la zone d'influence de la plaque on ne trouve que l'écho dû à la face arrière du mur ( $D = -1,14$ ,  $D = 0,96$  m).

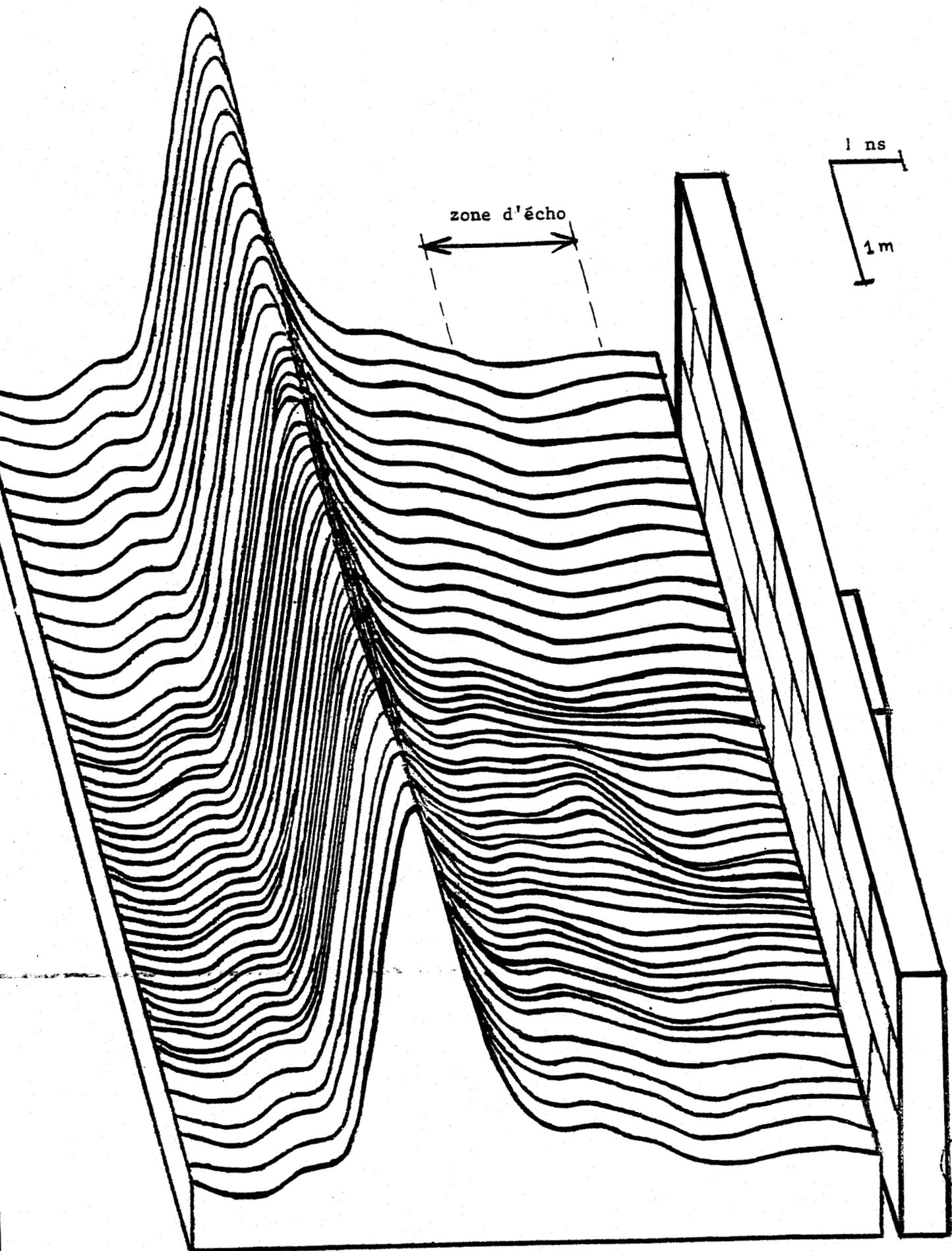


Planche I.11 : MESURE EN CONTINU (Mur avec Plaque)

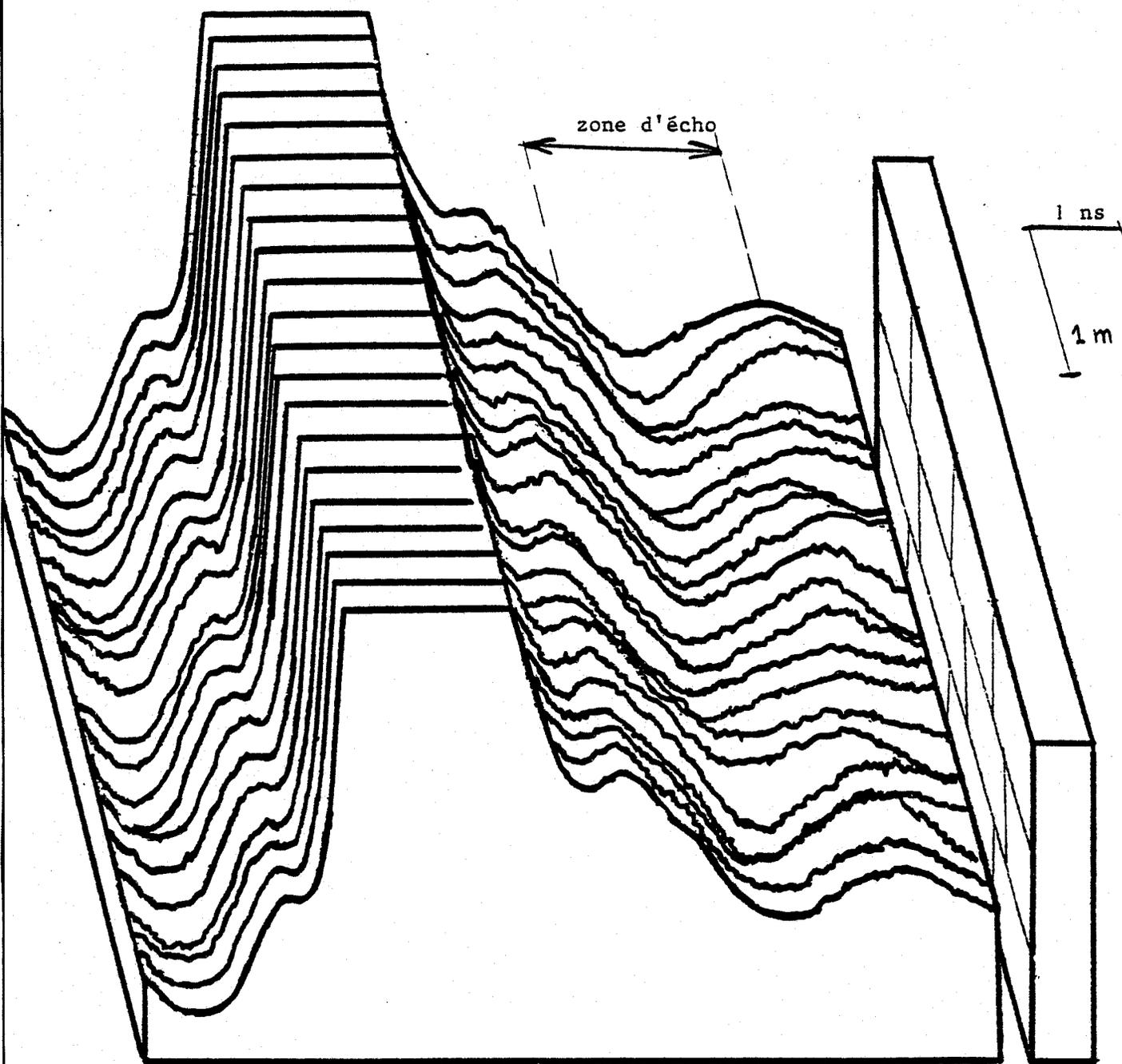
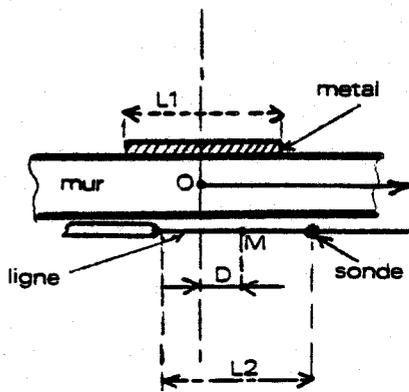


Planche I.12 : (Mur sans Plaque)



$L1=1.m$   
 $L2=1.2m$

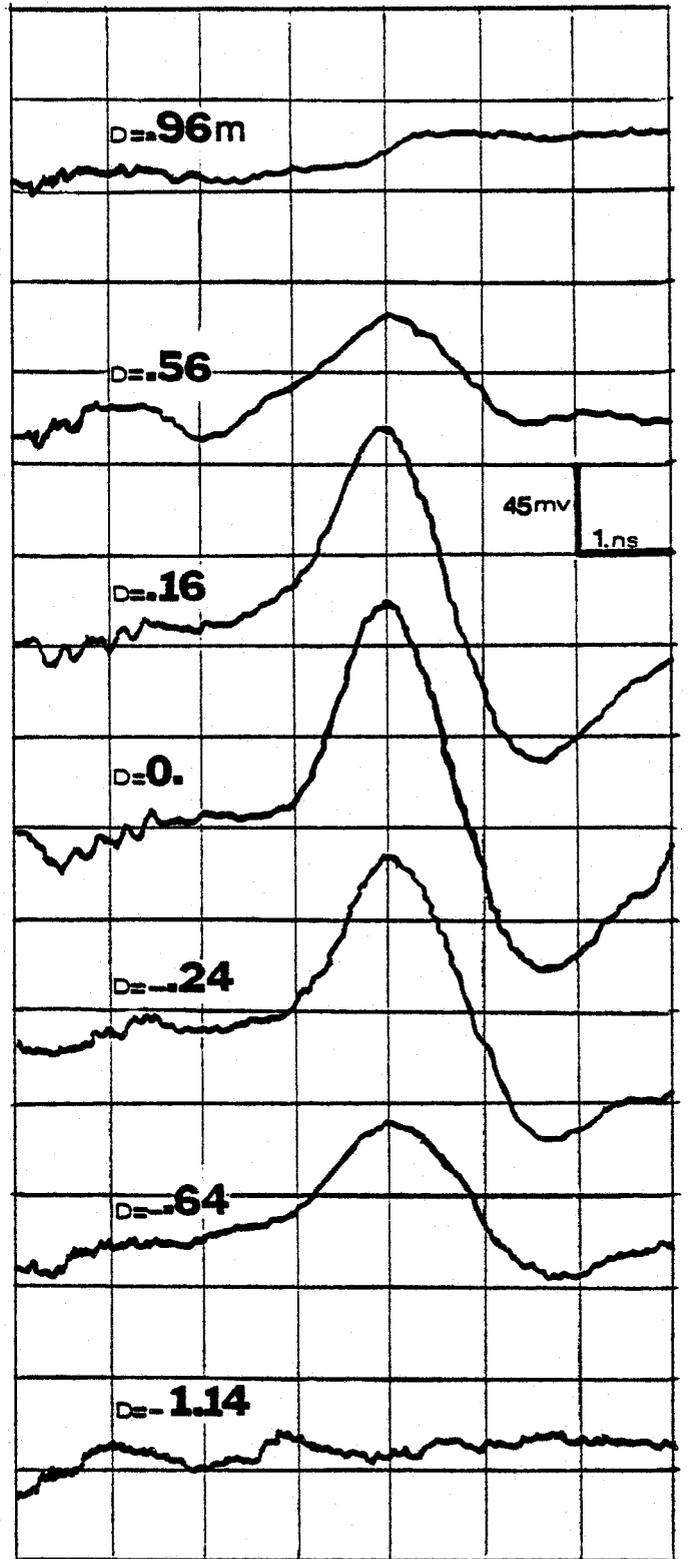
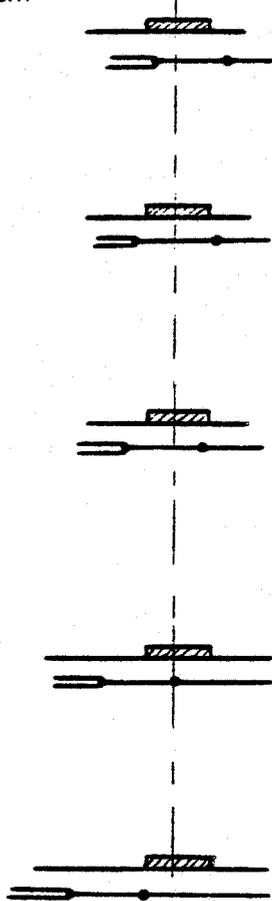


Planche I.13 : Détection de la plaque métallique

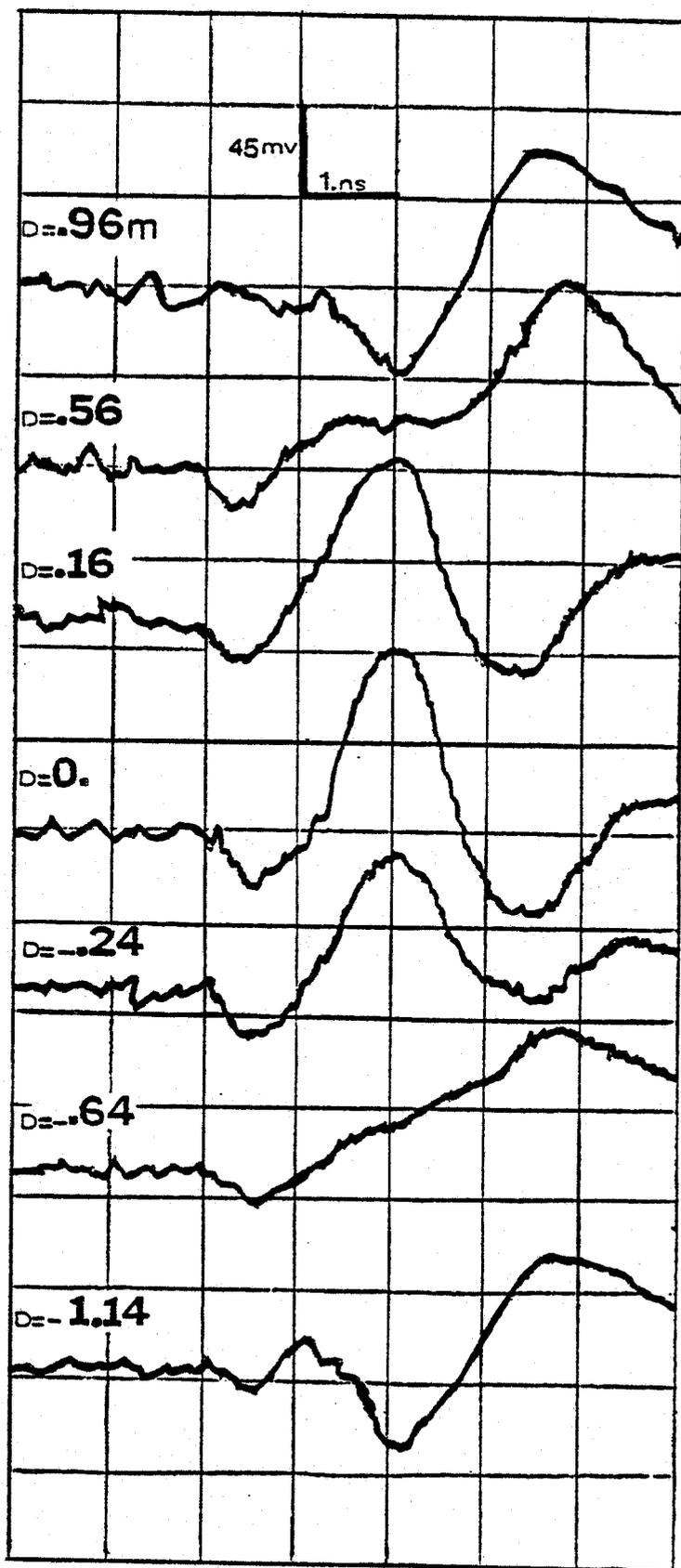
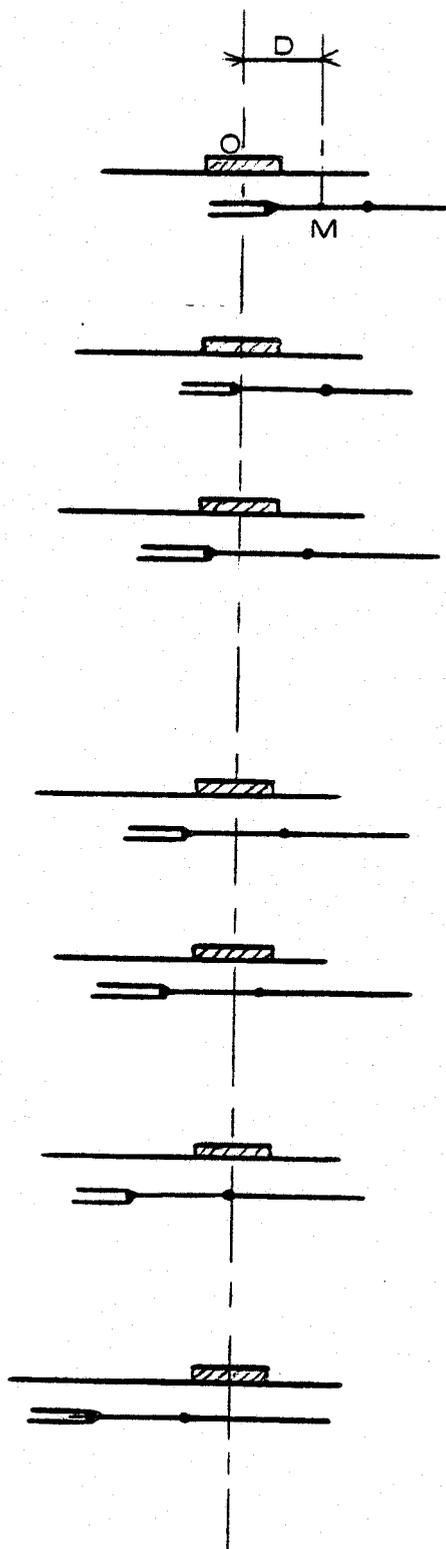


Planche I.14



## C O N C L U S I O N

---

Dans ce chapitre, nous avons montré la faisabilité de cette méthode de détection électromagnétique. Nous avons mis en évidence des échos d'une manière expérimentale en effectuant des essais sur des murs de 20 cm et 30 cm d'épaisseur. Nous avons vérifié que le retard entre l'impulsion incidente et l'écho n'est fonction ni de la hauteur du fil au-dessus du sol, ni de la distance entre la sonde de mesure et le début de la ligne. Mais par contre ce retard est directement proportionnel à l'épaisseur du mur. Nous avons également montré que l'amplitude de l'écho augmente avec la distance générateur-sonde. Cependant, la proximité du sol engendre un affaiblissement et une dispersion de l'impulsion incidente, il existe donc une configuration optimum qui permet de discerner l'écho plus nettement.

Enfin en déplaçant le dispositif de mesure, nous avons localisé une anomalie simulée par une plaque métallique derrière le mur grâce au stockage des informations obtenues sur le terrain et au transport possible vers un mini-ordinateur. L'exploitation des signaux a été réalisée par des méthodes de dépouillements telles que des différences de signaux, amplifications de certains points du signal...

Compte tenu de la largeur des impulsions utilisées pour le dispositif de sondage électromagnétique, la gamme de fréquence utile est très étendue. L'amplitude et la forme de l'écho dépendent de la conductivité et de la permittivité du sol. Il est donc utile de connaître l'évolution de ces paramètres en fonction de la fréquence. Cette étude est abordée dans le prochain chapitre.

## PROPRIETES DIELECTRIQUES DES

## MILIEUX GEOLOGIQUES

*Dans ce chapitre, nous faisons une étude bibliographique sur les propriétés diélectriques des milieux géologiques.*

*Après avoir étudié l'influence des paramètres tels que la fréquence, l'humidité et la température sur la constante diélectrique de plusieurs milieux, nous donnons quelques résultats de mesures obtenus sur échantillons et sur le terrain.*

## I N T R O D U C T I O N

-----

Les systèmes électromagnétiques utilisés pour des investigations géophysiques diffèrent les uns des autres par la technique de mesure employée et la gamme de fréquence dans laquelle s'effectuent ces mesures.

Dans le cas d'une prospection du type radar, compte tenu de la largeur des impulsions utilisées, la gamme de fréquence utile s'étend de 100 MHz à quelques GHz.

La réponse du radar dépend généralement d'un certain nombre de paramètres et plus particulièrement de la constante diélectrique complexe du sol. Lorsque une impulsion électromagnétique se propage dans le sol, la vitesse de phase de chacune des composantes spectrales dépend de la fréquence ; ce qui provoque une déformation de l'impulsion (dispersion).

Le calcul théorique suppose en général que les paramètres électriques du sol et notamment la conductivité et la permittivité ne dépendent pas de la fréquence. Cependant dans un domaine de fréquence aussi étendu que celui qui nous intéresse, on peut s'attendre à des variations de  $\sigma$  et  $\epsilon_r$ . Ces valeurs sont également influencées par la teneur en eau du sol, la température et la composition du milieu hétérogène. Le but de notre étude est donc de donner un résumé succinct des travaux et des résultats de mesures faites en laboratoire sur échantillons ou sur le terrain, afin de déterminer l'influence des paramètres cités plus haut sur la constante diélectrique complexe du milieu.

Nous avons essayé d'indiquer dans ce chapitre les principales références décrivant les différentes méthodes de mesure et les résultats obtenus. Cette liste n'est bien sûr pas exhaustive mais les articles cités sont eux-mêmes le résumé de nombreux travaux. Une bibliographie importante est donnée dans l'article de Lytle | 5 |.

## I. - PHENOMENES DE RELAXATION

Dans le cas général la constante de propagation d'un milieu conducteur peut se mettre sous la forme :

$$\gamma = j\omega \sqrt{\epsilon_0 \mu \epsilon^*}$$

La constante diélectrique relative complexe est définie par la relation

$$\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''$$

$$\epsilon'' = \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0}$$

$\epsilon_r = \epsilon'$  étant la permittivité relative du milieu.

L'angle de perte total  $\delta$  est donné par la relation  $\operatorname{tg} \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$

En courant continu la constante diélectrique a seulement une partie réelle correspondant à la valeur  $\epsilon_{r0}$ . A une fréquence très élevée,  $\epsilon^*$  est également réel mais possède une valeur plus faible  $\epsilon^\infty$ .

Debye a montré que pour un courant de pulsation  $\omega$ , la valeur de  $\epsilon^*$  est donnée par :

$$\epsilon' = \epsilon^\infty + \frac{\epsilon_{r0} - \epsilon^\infty}{1 + \omega^2 T^2} \quad \text{et} \quad \epsilon'' = \frac{(\epsilon_{r0} - \epsilon^\infty)\omega T}{1 + \omega^2 T^2}$$

T étant le temps de relaxation "macroscopique" ou de Debye. De nombreuses études expérimentales ont été entreprises "in situ" et en laboratoire pour déterminer les variations des caractéristiques des roches en fonction de la fréquence. Ces mesures se recoupent rarement étant donné d'une part le manque d'homogénéité du milieu et, d'autre part, l'influence des paramètres tels que l'humidité, la température...

Comme les roches n'ont généralement pas une structure homogène, la loi de variation de  $\epsilon^*$  en fonction de la fréquence est compliquée. Il y aura notamment des effets de polarisation interfaciale qui ont été initialement étudiés par MAXWELL-WAGNER [ 6 ]. D'autres phénomènes tels que les polarisations dipolaires, atomiques et électroniques pourront également se produire à des fréquences plus élevées.

La polarisation interfaciale résulte dans les diélectriques hétérogènes avec pertes d'une vitesse de déplacement différente pour les porteurs de charges électriques ou d'un nombre différent de porteurs dans les différents milieux.

Il y a donc accumulation de charges aux surfaces de contacts séparant ces zones. Ce mécanisme microscopique se manifeste globalement par des variations de la constante diélectrique dans une bande de fréquence qui est essentiellement fonction de la constitution granulaire du milieu et des conductivités des différentes phases en présence. De plus la qualité d'eau contenue dans le corps joue également un rôle important sur la valeur de  $\epsilon^*$ .

## II - MESURES SUR ECHANTILLONS | 5 | à | 20 |

Nous donnons dans ce paragraphe les principaux résultats de mesures obtenus en laboratoire sur différents types d'échantillons.

Les techniques de mesures (méthode de pont, ligne de transmission, cavité, etc...) sont décrites en détail dans les références citées.

Nous nous intéressons successivement à l'influence de la fréquence, la teneur en eau et la température sur la constante diélectrique  $\epsilon^*$ .

### II.1. - DEPENDANCE DE $\epsilon^*$ EN FONCTION DE LA FREQUENCE

Il est généralement admis que la conductivité des roches croît avec la fréquence tandis que la permittivité relative décroît. On trouve dans la littérature beaucoup d'informations sur les propriétés diélectriques des sols pour des fréquences allant de  $10^2$  HZ à quelques GHz. Certains auteurs ont observé qu'en basse fréquence la permittivité relative était approximativement proportionnelle à l'inverse de la fréquence. Dans le cas de milieux composites, la permittivité relative équivalente peut parfois atteindre des valeurs surprenantes ( $\approx 10^5$ ), et plus particulièrement lorsque le milieu est constitué de couches conductrices épaisses séparées par des couches isolantes minces. Pour obtenir une valeur de la permittivité relative équivalente de  $10^5$  il faudrait que le rapport de l'épaisseur des couches conductrices à celui des couches isolantes soit lui aussi de l'ordre de  $10^5$ , ce qui n'est évidemment pas le cas, cependant cet effet doit jouer un rôle dans les milieux stratifiés tels que les couches sédimentaires par exemple | 14 |

Bien que tous les processus physiques ne soient pas encore complètement compris, il est évident que la présence d'eau amplifie considérablement ce comportement.

Il faut donc être prudent lorsqu'on relève des résultats dans la littérature, s'assurer dans quelles conditions les mesures ont été faites et notamment connaître la teneur en eau des échantillons. Il faut également se poser des questions sur la précision des mesures, en effet les difficultés sont dues principalement à la taille des échantillons et aux contacts des électrodes avec les échantillons qui sont généralement non ohmiques [8][20].

Sur la figure II.1 la permittivité complexe  $\epsilon^*$  d'un sol argileux est représentée en fonction de la fréquence pour différentes températures et une teneur en eau de 10 % [6].

La figure II.2 représente  $\epsilon^*$  toujours en fonction de la fréquence et pour le même sol à une température de 24°C et ceci pour diverses teneur en eau [6].

Le comportement de la permittivité relative  $\epsilon_r$  en fonction de la fréquence pour différents milieux est donné dans le tableau 1 [5].

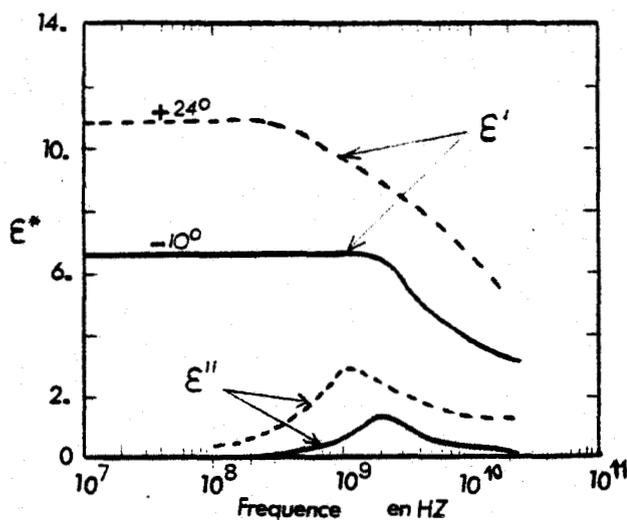


figure II.1

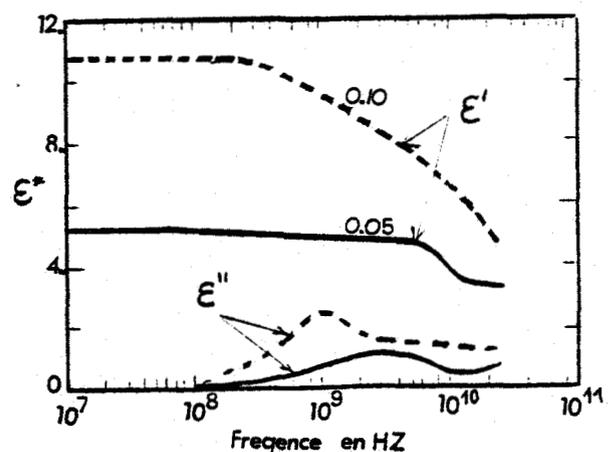


figure II.2

Matériaux	Température	er en fonction de la fréquence en HZ			
		$10^3$	$10^6$	$10^8$	$10^9$
Sol sablonneux sec	25°C	2.91	2.59	2.55	2.55
Sol argileux sec	25°C	2.83	2.53	2.48	2.44
Glace d'eau distillée	-12°C		4.15	3.45	3.20
Neige fraîche	-20°C	3.33	1.20	1.20	1.20
Neige tassée	- 6°C		1.55		1.50
Eau distillée	25°C		78.2	78	76.7

TABLEAU 1

Les résultats des figures II.1 et II.2 montrent qu'il existe une relaxation diélectrique, le  $\epsilon'$  décroît avec la fréquence et le  $\epsilon''$  passe par un maximum. La relaxation observée peut être attribuée à la présence d'eau dans le sol puisque les dispersions interfaciales et de Maxwell -Wagner ne peuvent vraisemblablement pas se produire à ces fréquences | 6 |.

Finalement il est intéressant d'avoir la représentation du comportement diélectrique d'un type de sol pour une large gamme de fréquence. C'est ce qui est fait sur la figure II.3 résultant de deux études | 6 |, pour un sol argileux de conductivité  $510^{-3} \Omega/m$  à une fréquence de  $210^5$  HZ et contenant 15 % d'eau.

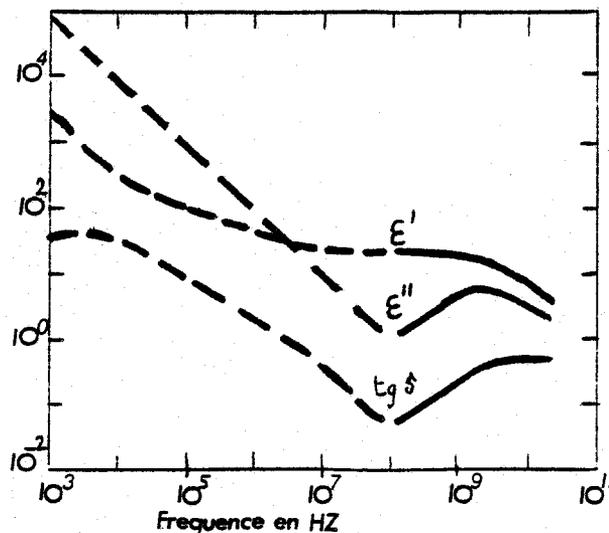


Figure II.3

## II - 2. - DEPENDANCE DE $\epsilon^*$ EN FONCTION DU % D'EAU

La relation entre  $\epsilon^*$  et le pourcentage d'eau dépend fortement de la nature du sol.

Nous avons représenté sur la figure II.4 la variation de la conductivité  $\sigma$  en fonction du % en eau pour un sol argileux et à une fréquence de  $210^5$  HZ | 6 |.

La variation de  $\epsilon_r$  est également représentée sur la figure II.5 dans le cas particulier de différents types de charbons | 5 |.

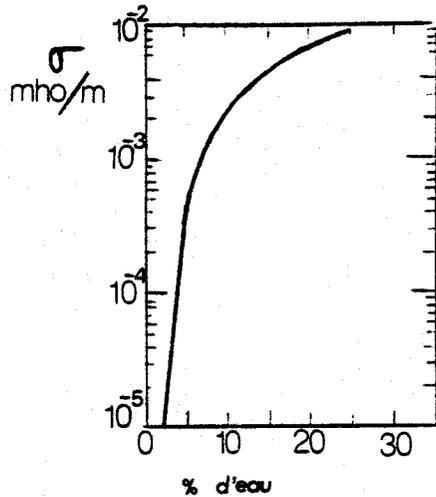


Figure II.4

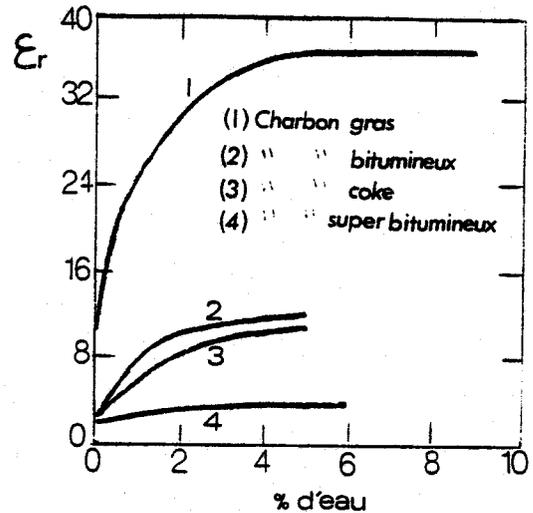


Figure II.5

La figure II.6 représente la variation du module de  $\epsilon^*$  en fonction de la fréquence pour différents types de terrains | 5 |.

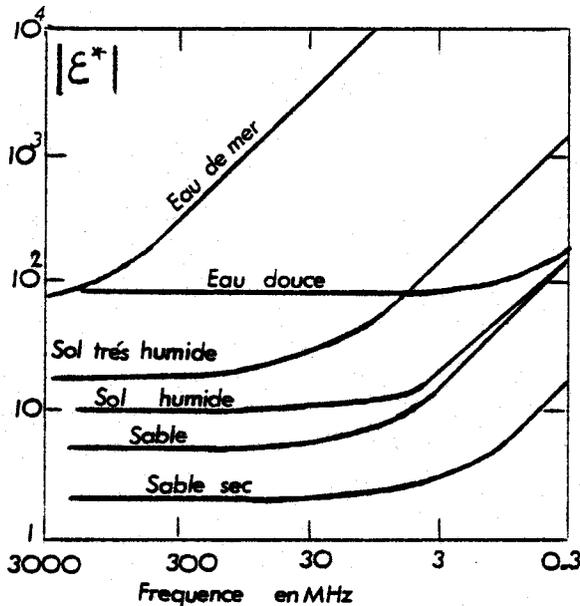


Figure II.6

On constate donc que d'une manière générale  $\sigma$  et  $\epsilon_r$  augmentent avec le % en eau et qu'un milieu très humide a un  $\epsilon_r$  et une conductivité plus élevée qu'un milieu moins humide.

### II.3. - DEPENDANCE DE $\epsilon^*$ EN FONCTION DE LA TEMPERATURE

Nous avons représenté sur la figure II.7 la dépendance de  $\epsilon^*$  en fonction de la température pour un sol argileux et ceci pour différentes teneurs en eau et à une fréquence de 10 GHz [6]

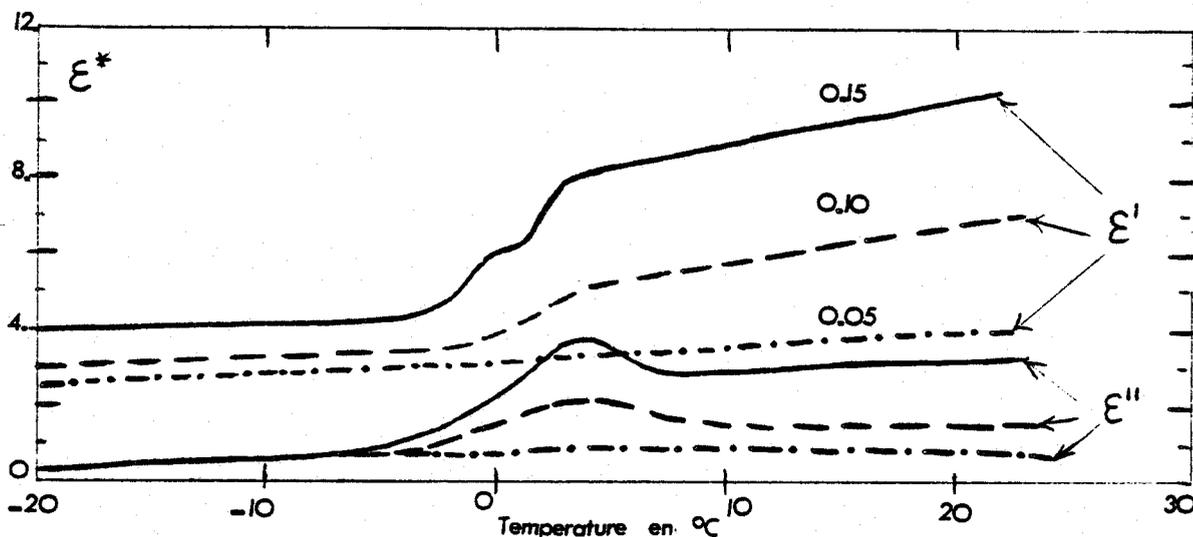


Figure II.7

On constate que la constante diélectrique augmente légèrement avec la température. On remarque également que pour les hautes températures la constante diélectrique croît avec la teneur en eau et pour des températures inférieures à  $-10^{\circ}\text{C}$ ,  $\epsilon''$  est le même pour les trois teneurs en eau.

### III - MESURES SUR LE TERRAIN [5], [21], [22]

Beaucoup de méthodes de prospection géophysique utilisent des forages dans lesquels sont descendus de nombreux types de capteurs.

Ces techniques de mesures peuvent être utilisées en particulier pour détecter des objets enterrés ou des anomalies et pour déterminer les paramètres électriques du milieu sondé. Par exemple, ces méthodes sont utilisées pour repérer la position des pipelines métalliques ou en plastique, pour mesurer l'épaisseur de la glace, ou détecter les gisements [22], [23]..

A titre d'exemple nous donnons les résultats de mesures faites en Alaska dans le Permafrost pour déterminer les variations des paramètres électromagnétiques du milieu en fonction de la fréquence [21].

Cette méthode utilise deux forages de 182 m de profondeur séparés par une distance de 168m.  $\epsilon_r$  est déterminé pour différentes fréquences en mesurant la différence de phase entre le courant d'émission et le champ reçu. La mesure des pertes permet également de déterminer la conductivité  $\sigma$ .

Les variations de  $\epsilon_r$  et  $\sigma$  avec la fréquence et la profondeur sont données sur les figures II.8 et II.9.

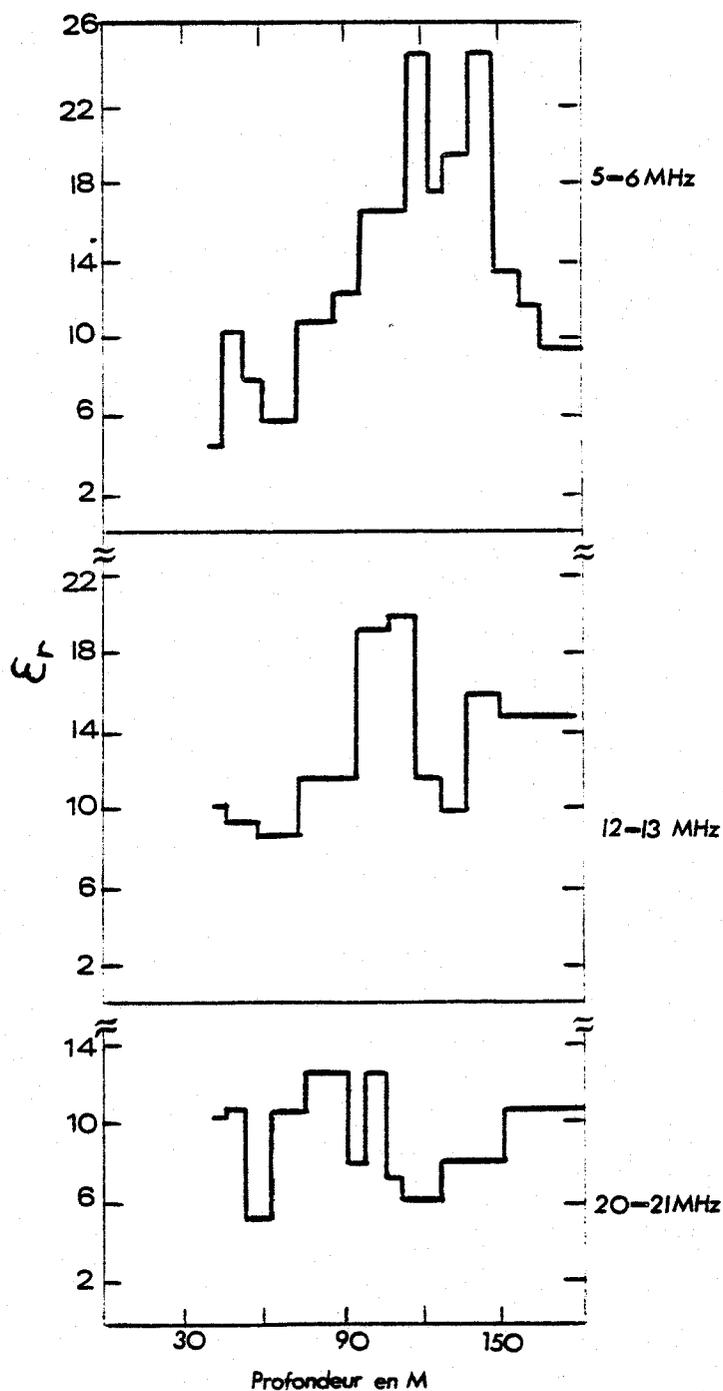


Figure II.8



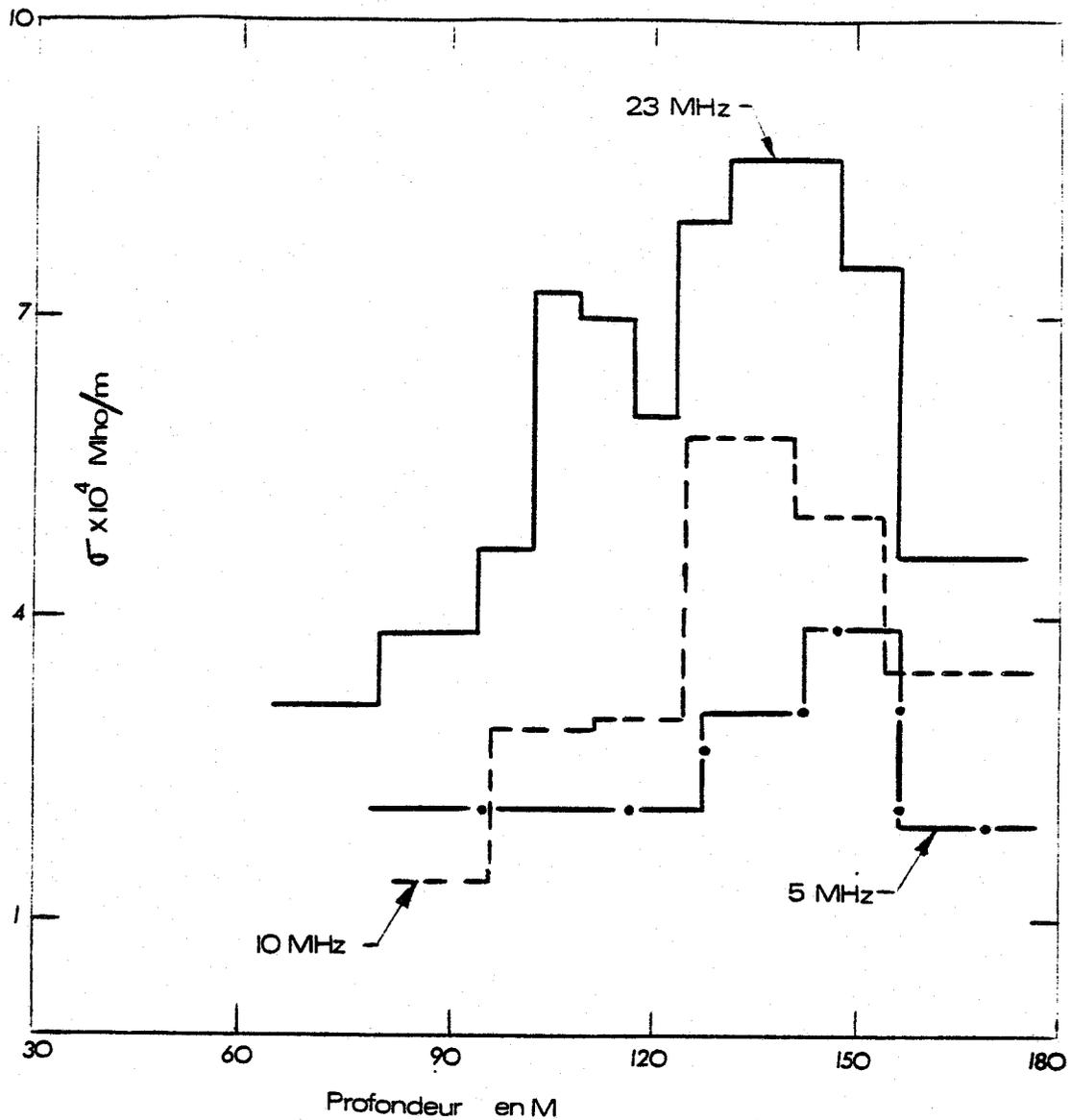


Figure II.9

On remarque que lorsque la fréquence augmente  $\epsilon_r$  décroît excepté pour une profondeur voisine de 130 m où, semble-t-il, on se trouve à l'extrémité du permafrost. On note également une augmentation de la conductivité en fonction de la fréquence.

Compte tenu du fait qu'il existe très peu de résultats bibliographiques notamment dans le domaine des hautes fréquences, nous ne pouvons donner d'autres résultats de mesures sur le terrain.

## C O N C L U S I O N

---

Dans cette étude bibliographique nous avons relevé l'influence des principaux paramètres sur la constante diélectrique complexe d'un milieu et plus particulièrement l'influence de la fréquence.

Dans la suite de notre travail nous allons être amenés à étudier en régime impulsionnel le rayonnement d'antenne longue ou de dipôles. Dans ce cas, le spectre de fréquences utiles s'étend de 100 MHz à quelques GHz. Au vu des courbes que nous avons reproduites et des conclusions apportées par différents auteurs, il semble que l'on puisse considérer que dans cette bande la permittivité relative est une fonction lentement variable de la fréquence. Dans la suite de notre étude nous supposons donc que les paramètres électriques du sol sont des constantes. Il n'y aurait cependant aucune difficulté à introduire dans les programmes numériques les valeurs de  $\sigma$  et  $\epsilon_r$  associées à chaque raie du spectre de fréquences de l'impulsion.

### CHAPITRE III

#### ETUDE EN REGIME IMPULSIF DU RAYONNEMENT D'UNE ANTENNE LONGUE DANS UN MILIEU HOMOGENE ET INFINI

---

Le calcul du champ électromagnétique rayonné par un dipôle en régime impulsif dans un milieu dispersif, a fait l'objet d'un grand nombre de travaux aussi bien théoriques qu'expérimentaux.<sup>[24]</sup> à <sup>[26]</sup> Le calcul de l'évolution dans le temps des impulsions transmises conduit à des solutions analytiques moyennant certaines simplifications. En particulier les impulsions doivent avoir une largeur importante de l'ordre de quelques microsecondes de façon à pouvoir négliger le courant de déplacement vis-à-vis du courant de conduction.

Pour les applications du type "radar" que nous envisageons, la durée de l'impulsion doit être de l'ordre de la nanoseconde. Dans ce cas les calculs théoriques se compliquent car l'approximation précédente n'est plus possible. De plus la longueur de l'antenne d'émission devient beaucoup plus grande que la largeur de l'impulsion et il faut par conséquent tenir compte de l'effet de propagation sur la ligne.

Une première approche de ce problème a été faite par Delmotte<sup>[2]</sup> en envisageant le cas d'impulsions extrêmement brèves (<100 ps) afin de pouvoir négliger la déformation de l'impulsion sur le premier mètre de propagation. Dans cette étude nous avons donc à résoudre successivement deux problèmes : d'une part, calculer, dans le cas général, le rayonnement d'un dipôle en régime impulsif et d'autre part calculer par intégration le rayonnement d'une antenne longue.

L'étude du rayonnement en régime impulsif peut se faire suivant deux méthodes : la première consiste à effectuer directement le calcul dans le domaine temporel, la seconde est basée sur l'utilisation d'une transformée de Fourier. Nous avons choisi cette dernière solution qui a l'avantage de fournir des informations dans le domaine fréquentiel. Nous étudions tout d'abord le rayonnement d'un dipôle électrique en régime sinusoïdal et impulsif.

Nous calculons ensuite le champ rayonné par une antenne longue en la décomposant en petits éléments rayonnants de longueur  $dl$ .

Enfin nous mettons en évidence "l'effet de Sommation" que nous avons introduit dans le premier chapitre, en faisant varier la vitesse de propagation sur le fil.

Afin de simplifier cette partie de l'étude nous supposons que l'impulsion de courant se propage sur la ligne sans affaiblissement. D'autre part dans toute cette étude, la ligne est supposée adaptée (absence de réflexions aux extrémités).

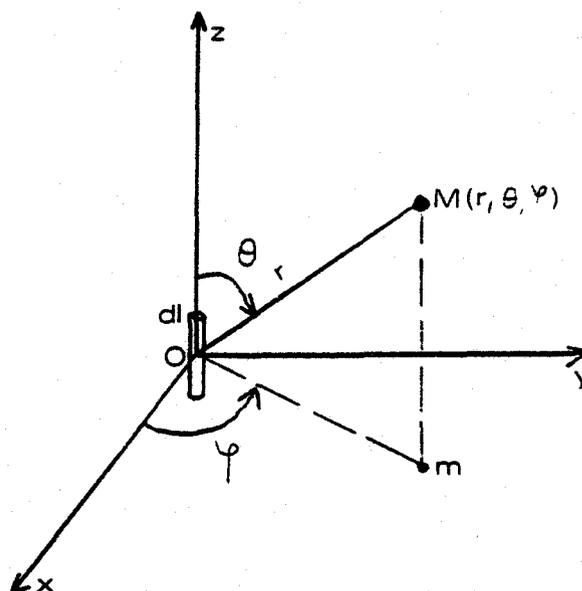
### I - RAYONNEMENT DU DIPOLE ELECTRIQUE EN MILIEU HOMOGENE

#### I-1. Etude en régime sinusoïdal :

Nous considérons un dipôle de longueur  $dl$  parcouru par un courant de la forme  $I(t) = I_0 e^{j\omega t}$ .

Le dipôle est situé au centre du repère et orienté suivant l'axe  $oz$  (Figure III.1)

Figure III.1



au point M repéré par ses coordonnées sphériques  $(r, \theta, \varphi)$   
les composantes du champ sont respectivement :

$$\left\{ \begin{aligned}
 E_r &= \frac{|d| e^{j\omega t}}{2\pi r^3} \cos\theta \frac{1 + \gamma r}{\sigma + j\omega\epsilon} e^{-\gamma r} \\
 E_\theta &= \frac{|d| e^{j\omega t}}{4\pi r^3} \sin\theta \frac{1 + \gamma r + \gamma^2 r^2}{\sigma + j\omega\epsilon} e^{-\gamma r} \\
 H_\phi &= \frac{|d| e^{j\omega t}}{4\pi r^2} \sin\theta (1 + \gamma r) e^{-\gamma r}
 \end{aligned} \right. \quad (3.1)$$

$\gamma$  représente la constante de propagation du milieu

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} \quad \text{avec} \quad \text{Re}\{\gamma\} > 0$$

L'étude de la variation du champ électromagnétique rayonné par un dipôle en fonction de la fréquence et de la distance a été faite par GABILLARD [26] en exprimant ces deux variables à l'aide de paramètres sans dimension physique et définis de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{aligned}
 \beta &= \frac{f}{f_c} \quad \text{avec} \quad f_c = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon} && \text{: fréquence caractéristique du milieu} \\
 X &= \frac{r}{L_c} \quad \text{avec} \quad L_c = \frac{2}{\sigma} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} && \text{: longueur caractéristique du milieu}
 \end{aligned} \right. \quad (3.2)$$

Nous avons représenté sur la figure III.2. l'évolution de la composante  $E_\theta$  du champ électrique normalisée par rapport au champ  $E_{\theta_0}$  calculé dans l'hypothèse du courant continu.

$$E_{\theta_0} = \frac{|d|}{4\pi\sigma r^3} \sin\theta \quad (3.3)$$

Ce rapport est représenté en fonction de  $\beta$  et la distance réduite  $X$  intervient comme paramètre.

On constate que pour des valeurs de  $\beta > 10$  le champ reçu augmente proportionnellement avec la fréquence.

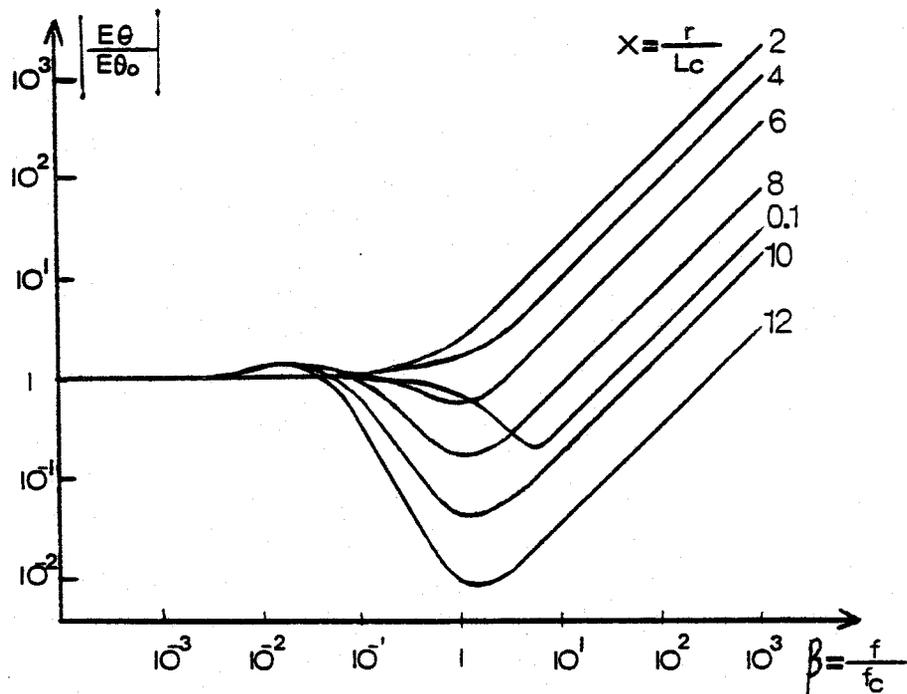


Figure III.2

### 1-2. Etude en régime impulsif :

L'étude est menée à l'aide d'une transformée rapide de Fourier construite sur une base de 512 échantillons<sup>[27]</sup>

Nous allons dans la suite de notre travail utiliser deux types d'impulsions de courant :

- une impulsion trapézoïdale définie par sa largeur  $T_0$  et son temps de montée  $T_D$ .
- une impulsion gaussienne dont la variation dans le temps est donnée par :

$$e^{-\frac{t^2}{2s^2}} \quad (3.4)$$

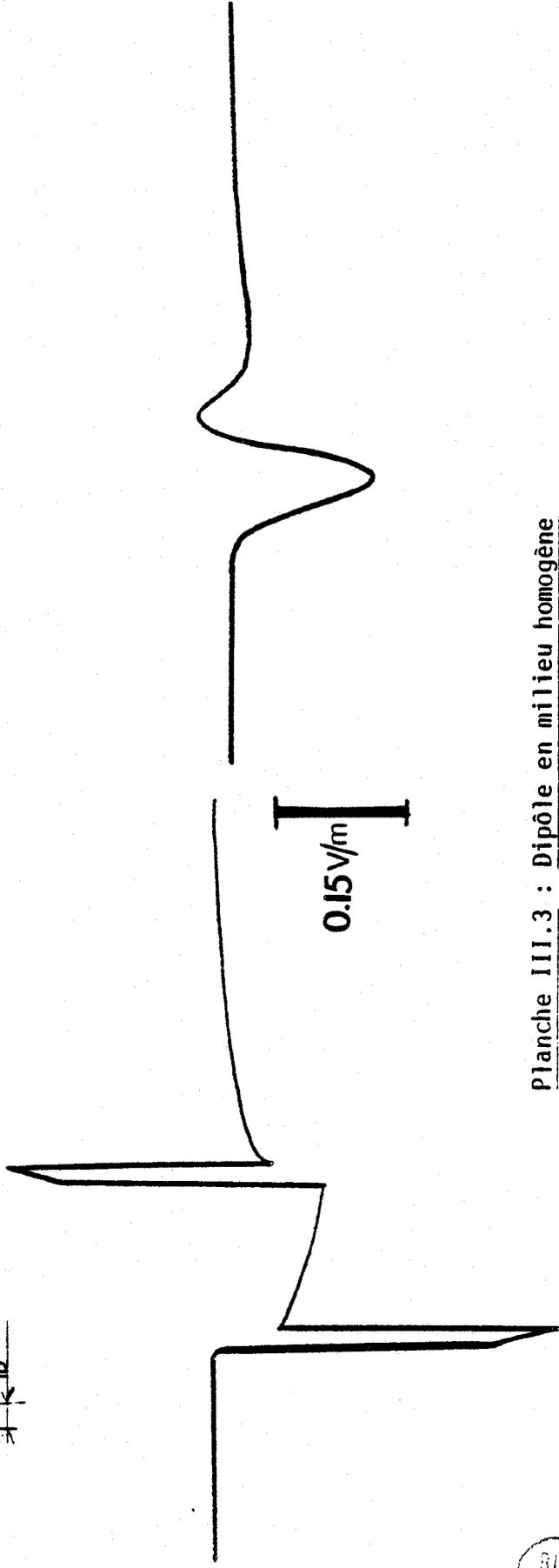
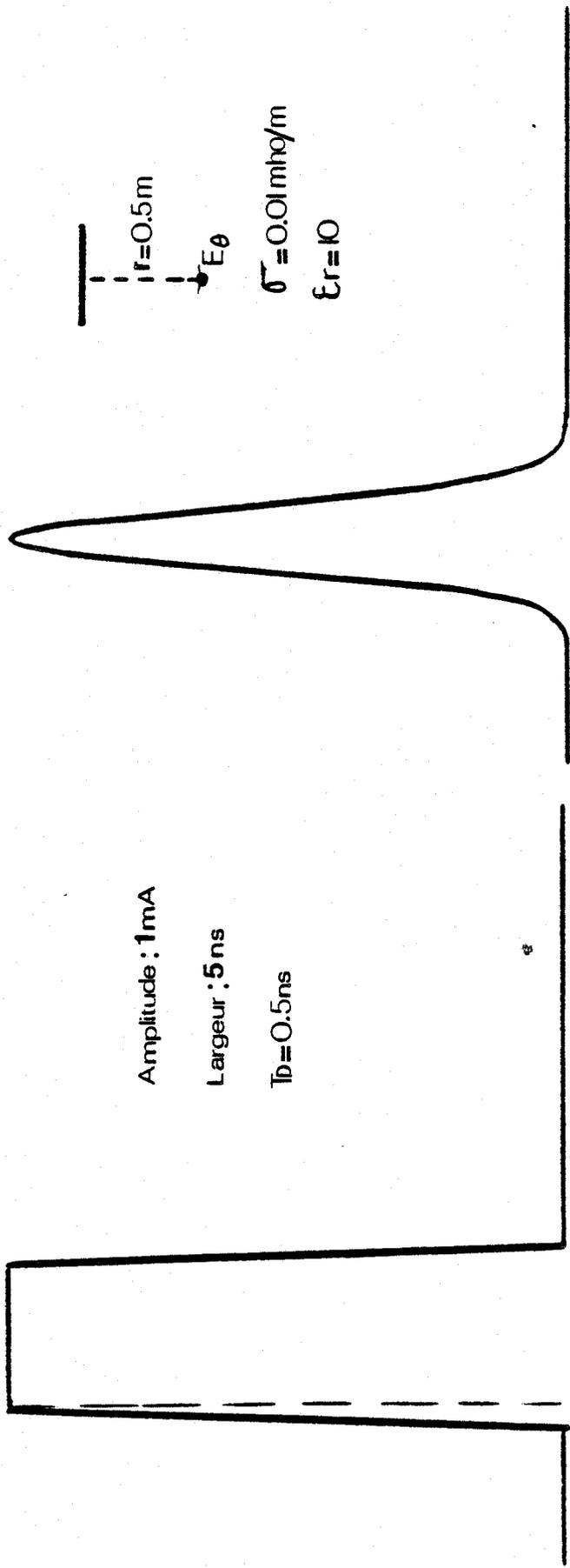


Planche III.3 : Dipôle en milieu homogène

ou s caractérise la largeur de l'impulsion.

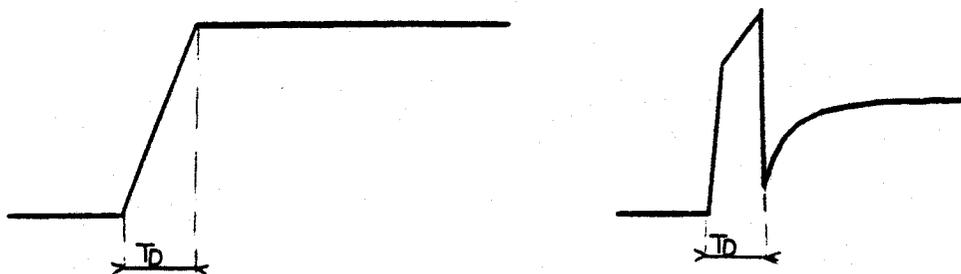
La forme de la première impulsion est intéressante car elle permet une meilleure interprétation des formes de champ reçu. Quant à la seconde impulsion, sa forme est beaucoup plus proche de celle de l'impulsion expérimentale utilisée dans le premier chapitre.

Nous avons représenté sur la planche III.3 ces deux types d'impulsions elles ont toutes les deux une amplitude normalisée à 1 mA et une largeur de 5 ns.

Sur la même planche est également donnée la forme du champ  $E_{\theta}$  reçu à 0.5 m dans un sol de caractéristiques électriques

$$\sigma = 10^{-2} \text{ mho/m} \quad \epsilon_r = 10$$

La présence des deux "pics" dans la forme du champ indique que l'antenne dérive le signal d'entrée. En effet, si on se reporte à la figure III.2 on remarque que pour les composantes haute fréquence le champ est bien proportionnel à la fréquence. D'autre part la réponse à un échelon de courant est donnée par le figure suivante :



Le "pic" est du, comme nous venons de le signaler, aux composantes haute fréquence associées au temps de montée  $T_D$ . L'utilisation de la FFT ne permet pas d'avoir directement la réponse à un échelon cependant comme une impulsion est la différence de deux échelons, on peut retrouver cette réponse en considérant des impulsions très larges.

Ceci est fait sur la planche III.4 où nous avons représenté la réponse à des impulsions de plus en plus larges ayant le même temps de montée  $T_D$ . On remarque que pour des impulsions très larges (100 ns) on retrouve entre les deux "pics" la réponse due aux composantes basse fréquence d'un échelon. Dans le cas d'une impulsion gaussienne il ne subsiste que les deux "pics" dus aux composantes haute fréquence.

## II - RAYONNEMENT D'UNE LIGNE DE LONGUEUR FINIE :

Le calcul du rayonnement en régime sinusoïdal d'une antenne de longueur finie  $L$  se fait en assimilant l'antenne à une suite de dipôles élémentaires  $dl$ . Le champ s'obtient en intégrant les champs élémentaires créés par les dipôles émettant successivement. Le calcul dans le domaine temporel est mené comme pour le cas du dipôle, à l'aide d'une transformation rapide de Fourier.

### II-1. Calcul du champ électrique :

Considérons la ligne de longueur  $L$  de la figure III.5 son extrémité  $o$  est reliée à un générateur qui délivre un courant  $I(t)$ .

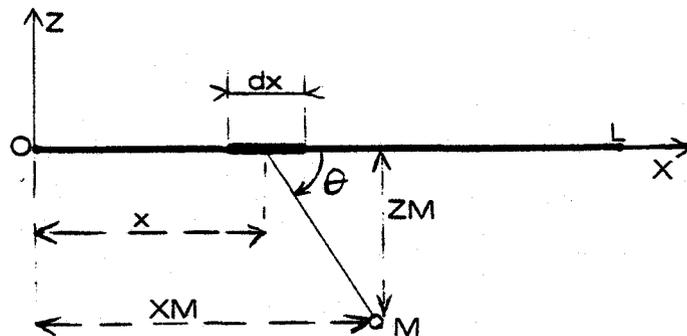


Figure III.5

Si nous appelons  $v_p$  la vitesse de phase de chaque composante spectrale de l'impulsion de courant se propageant sur le fil, les dipôles élémentaires  $dx$  vont rayonner les uns après les autres avec un décalage de temps  $dt$  proportionnel à l'abscisse  $x$  du dipôle considéré.

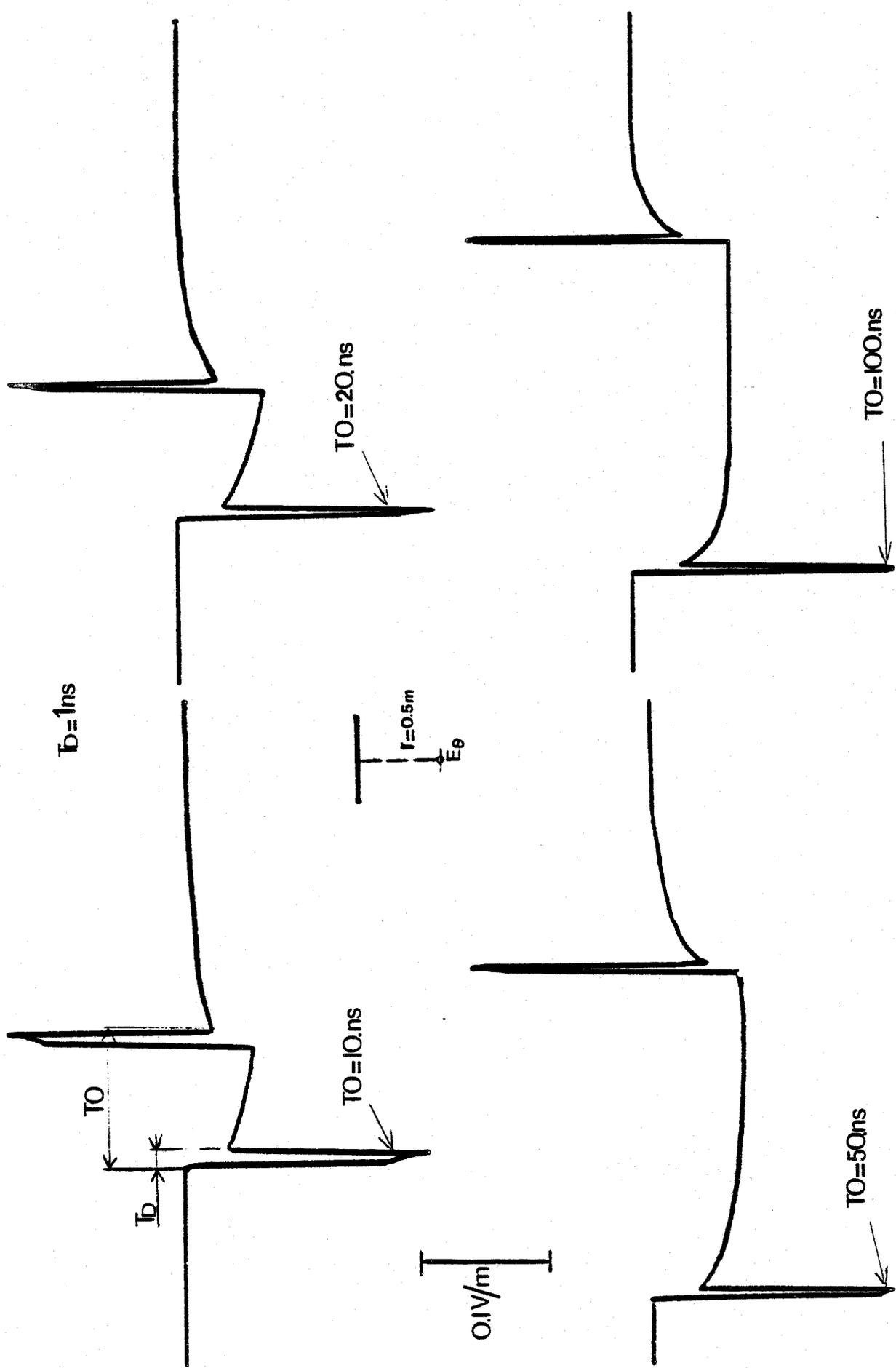


Planche III.4 : Dipôle en milieu homogène (influence de la largeur  $T_0$ )

On peut alors introduire  $dt$  dans la formule du courant :

$$I(t) = I_0 e^{j\omega(t + dt)} \quad dt = -\frac{x}{v_p}$$

Si nous considérons le point de réception  $M$  situé dans le plan  $oxz$ , la contribution d'un élément  $dx$  de l'antenne au champ reçu au point  $M$  ( $X_M, Y_M, Z_M$ ) sera donnée en coordonnées sphériques par les formules (3.1) dans lesquelles on aura remplacé le courant  $I(t)$  par sa nouvelle valeur. D'autre part la distance  $r$  s'exprime en fonction de l'abscisse  $x$  par la relation :

$$r = \sqrt{(X_M - x)^2 + Z_M^2} \quad (3.6)$$

Les composantes  $E_x$  et  $E_z$  du champ électrique rayonné par le dipôle d'abscisse  $x$  sont données par :

$$\begin{cases} E_x = E_r \cos\theta - E_\theta \sin\theta \\ E_z = E_r \sin\theta + E_\theta \cos\theta \end{cases} \quad (3.7)$$

Les composantes du champ total rayonné par la ligne s'obtiennent par l'intégration des champs élémentaires produits par les dipôles en faisant varier  $x$  de 0 à  $L$ .

$$\begin{cases} E_{xT} = \int_0^L E_x(x) dx \\ E_{zT} = \int_0^L E_z(x) dx \end{cases} \quad (3.8)$$

A titre d'exemple nous avons représenté sur la planche III.6 les variations de la fonction à intégrer  $E_x(x)$  pour une fréquence de 1 GHz. Les coordonnées du point d'observation sont  $X_M = 1.5$  m  $Z_M = 0.5$  m

Le sol ayant les caractéristiques électriques suivantes :

$$\sigma = 10^{-2} \text{ mho/m}, \quad \epsilon_r = 10$$

et la vitesse de phase de chaque composante spectrale est supposée égale à la vitesse de la lumière. On constate que la fonction oscille rapidement, le maximum d'amplitude étant atteint au voisinage de  $x = XM$  ce qui correspond à une distance de propagation  $r$  minimum. Les oscillations de la fonction sont dues aux variations de phase du terme exponentiel

L'intégration est menée à l'aide de l'algorithme de Gauss- Legendre avec une quadrature de 16. L'intervalle d'intégration  $\{0, L\}$  a été divisé en sous intervalles  $\{x_i, x_i + 1\}$  où les différents termes  $x_i$  correspondent aux zéros du terme exponentiel  $e^{-\frac{2\pi}{\lambda m} r}$ ,  $\lambda m$  étant la longueur d'onde dans le milieu. Cette décomposition de l'intervalle d'intégration a été choisie car l'écart entre deux zéros successifs correspond pratiquement à une pseudo période de la fonction à intégrer.

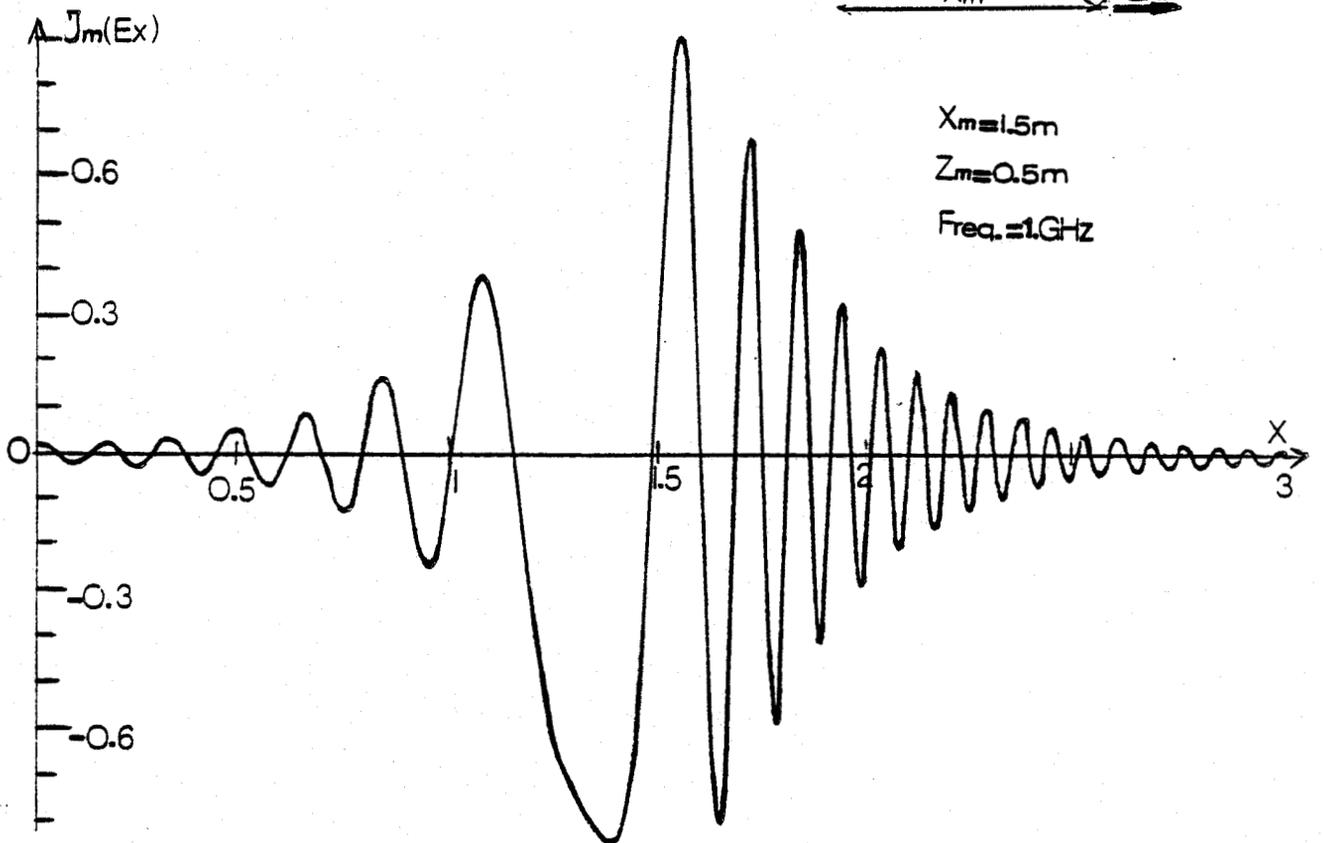
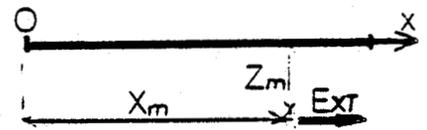
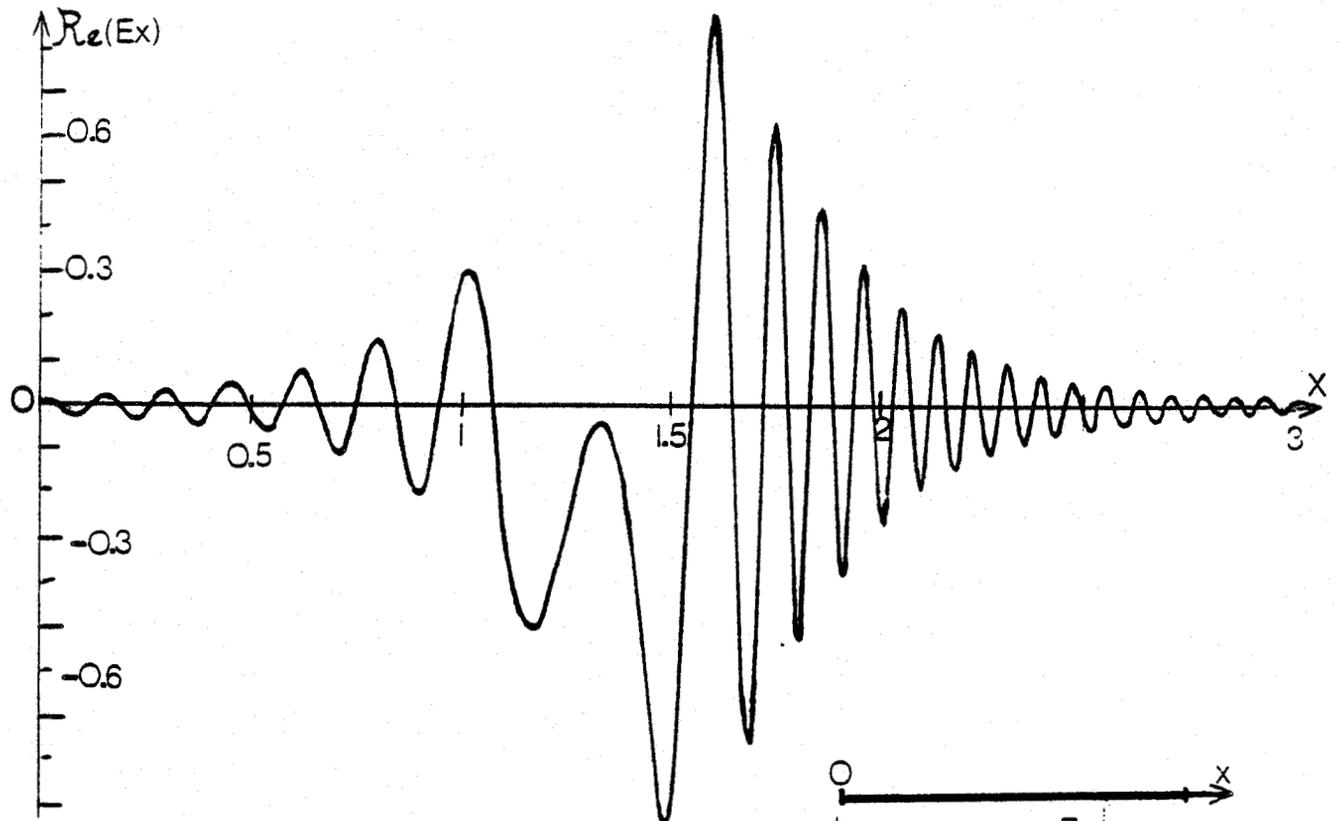
### III - MISE EN EVIDENCE DE L'EFFET DE "SOMMATION"

Dans le premier chapitre nous avons vu que l'on pouvait bénéficier de ce phénomène de sommation lorsque la vitesse de propagation dans le milieu de l'onde électromagnétique est plus faible que la vitesse de propagation  $v_p$  de l'impulsion sur le fil.

Dans ce paragraphe nous allons mettre cela en évidence en considérant dans un premier temps que  $v_p$  est égale à la vitesse de la lumière donc supérieure à la vitesse dans le milieu et dans une seconde étape nous supposerons que  $v_p$  est égale à la vitesse de propagation dans le milieu.

#### III-1. Cas où $v_p = C$ (vitesse de la lumière) :

Considérons la ligne de la figure III.5 parcourue par un échelon de courant dont le front est repéré par son abscisse  $x$  soit  $v_p$  sa vitesse de propagation sur la ligne.



$x_m = 1.5m$   
 $Z_m = 0.5m$   
 Freq. = 1GHz

Planche III.6 : Fonction  $E_x(x)$



Le front d'onde du champ électromagnétique rayonné par le fil se propage dans le milieu avec une vitesse  $v$  inférieure à  $v_p$ .

En prenant comme référence des temps le moment où le courant commence à se propager sur la ligne, le rayonnement d'un dipôle situé en  $x$  parvient en un point  $M$  du milieu au temps :

$$t = \frac{x}{v_p} + \frac{r}{v} \quad (3.9)$$

en posant  $\alpha = \frac{v}{v_p}$

et sachant que  $r = \sqrt{(XM - x)^2 + ZM^2}$  on obtient

$$t = \frac{1}{v_p} \left\{ x + \frac{1}{\alpha} \sqrt{(XM - x)^2 + ZM^2} \right\} \quad (3.10)$$

On peut également mettre cette relation sous la forme suivante :

$$\frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2} (XM - x)^2 - 2 (v_p t - XM) (XM - x) + \frac{ZM^2}{\alpha^2} - (v_p t - XM)^2 = 0 \quad (3.11)$$

L'abscisse  $x$  du dipôle dont on reçoit le rayonnement au temps  $t$  est donc solution de l'équation du second degré dont le discriminant vaut :

$$\Delta' = \frac{(v_p t - XM)^2}{\alpha^2} - \frac{1 - \alpha^2}{\alpha^4} ZM^2 \quad (3.12)$$

et qui s'annule pour :

$$v_p t - XM = ZM \frac{\sqrt{1 - \alpha^2}}{\alpha}$$

seule la racine positive de (3.11) a un sens.

Les différents types de solution de (3.11) découlent de l'étude du signe de  $\Delta'$ . Soit  $t_0 = \frac{1}{v_p} \left\{ XM + ZM \frac{\sqrt{1 - \alpha^2}}{\alpha} \right\}$  (3.13)

\*  $t = t_0$  ( $\Delta' = 0$ ) dans ce cas

$$x = x_0 = XM - \frac{\alpha ZM}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \quad (3.14)$$

Cette valeur est celle de l'abscisse du premier dipôle dont on reçoit le rayonnement au point M.

Dans le cas où la valeur trouvée  $x_0$  est négative, le premier dipôle dont on reçoit le rayonnement est celui situé à l'origine.

\*  $t < t_0 (\Delta' < 0)$

pas de solution car aucune onde n'est encore parvenue en M.

\*  $t > t_0 (\Delta' > 0)$

Dans ce cas, il y a deux solutions pour  $x$  :

$$x = X_M - \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} \left\{ v_p t - X_M + \xi \frac{1}{\alpha} \sqrt{(v_p t - X_M)^2 - \frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2} Z_M^2} \right\} \quad (3.15)$$

avec  $\xi = +1$  pour  $x < x_0$

$\xi = -1$  pour  $x > x_0$

Ceci signifie qu'au point M on reçoit le rayonnement des dipôles situés aux abscisses  $x_1$  et  $x_2$  (figure III.7)

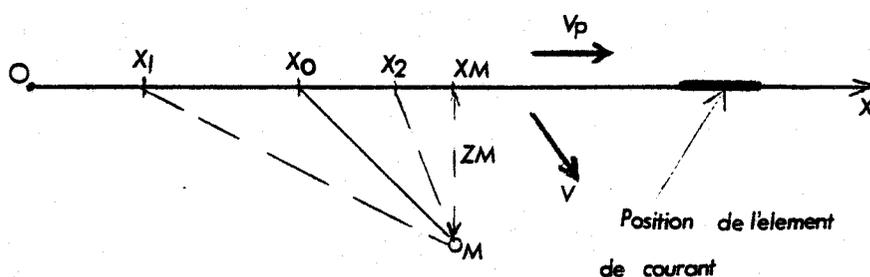
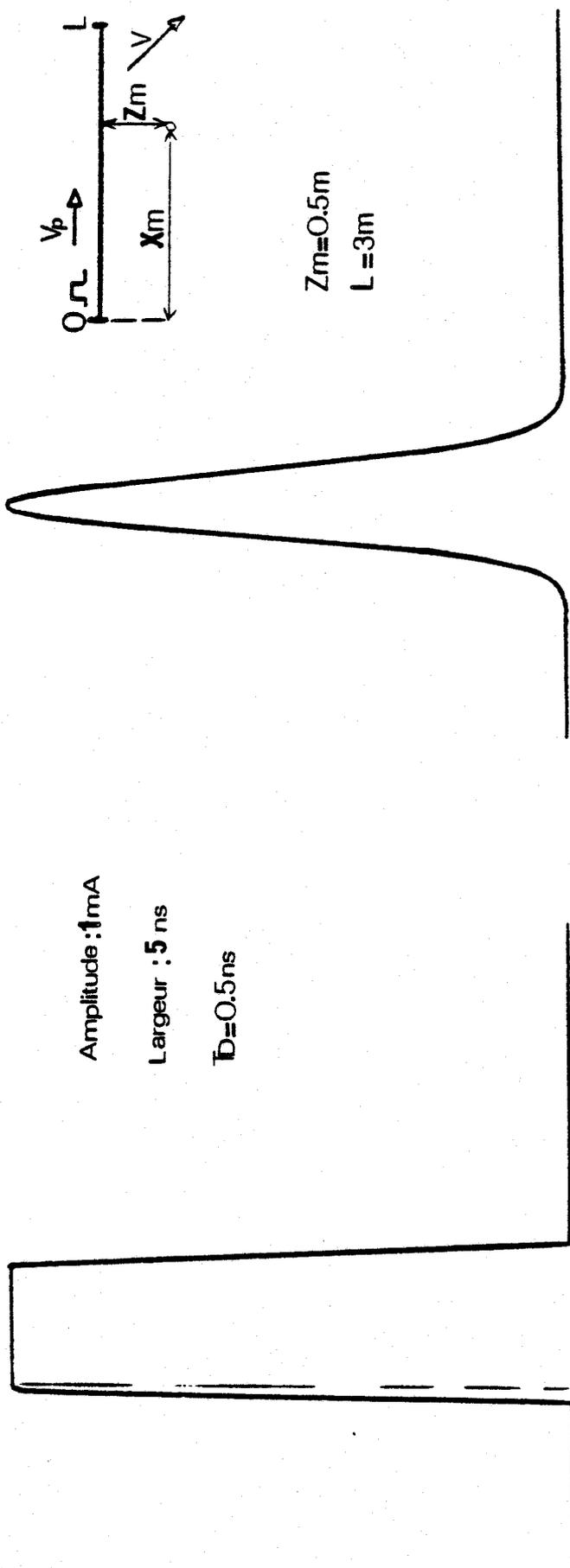


Figure III.7

Nous avons représenté sur la planche III.8 l'évolution du champ  $E_x$  rayonné par la ligne en fonction du temps pour les impulsions de courants étudiées précédemment. L'abscisse du point de réception  $x_m$  a été introduite en paramètre.



Amplitude : 1mA  
 Largeur : 5 ns  
 $T_D = 0.5$  ns

$Z_m = 0.5$  m  
 $L = 3$  m

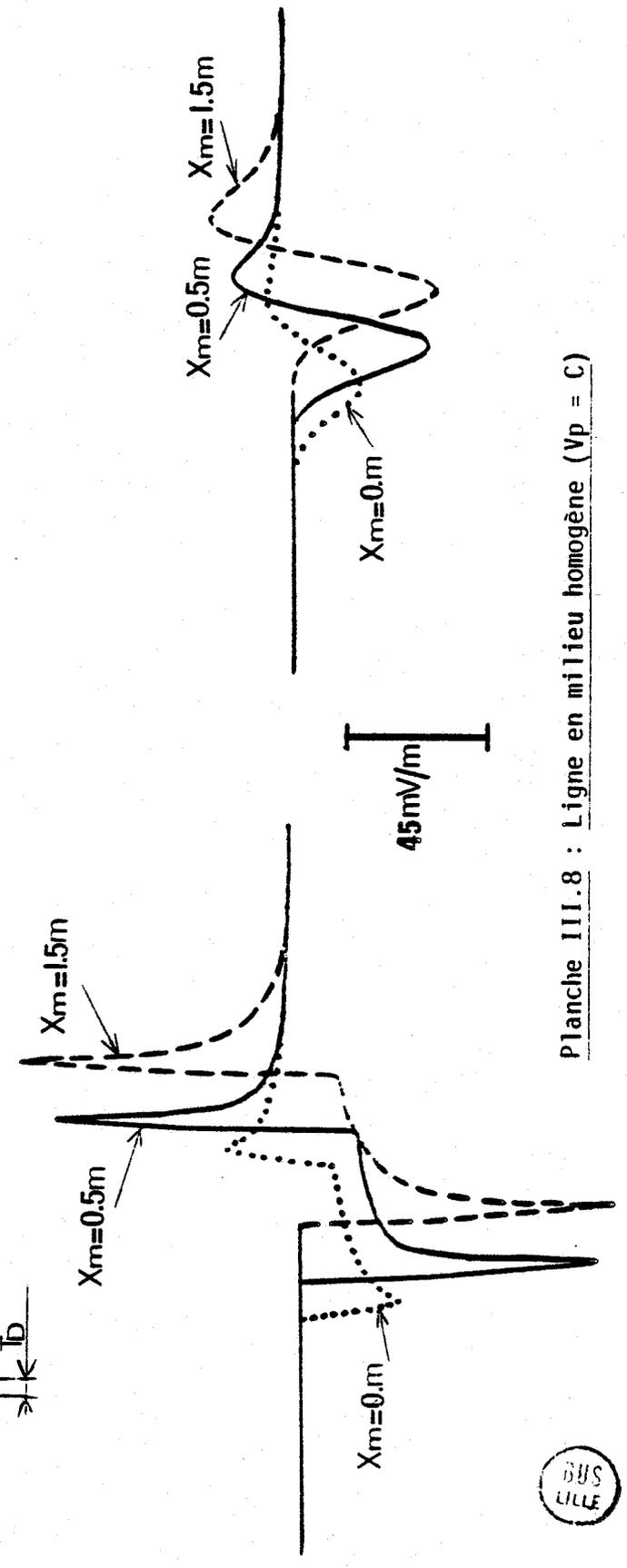


Planche III.8 : Ligne en milieu homogène ( $V_p = C$ )

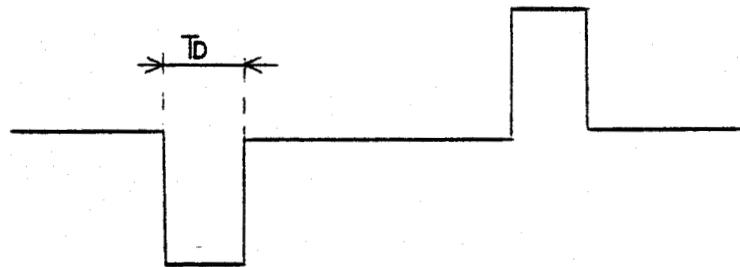


Le milieu considéré a les caractéristiques électriques suivantes :  $\sigma = 10^{-2}$  mho/m  $\epsilon_r = 10$   
 d'autre part la distance ZM du point observation au fil est fixée à 0.5 m et l'abscisse XM intervient comme paramètre.

On constate que la forme du champ reçu dans le sol est très proche de celle produit par un dipôle électrique et que durant le temps de montée de l'impulsion il se produit un "effet de sommation" au fur et à mesure que la distance XM augmente.

Nous allons maintenant essayer d'expliquer ce phénomène à l'aide de croquis simplifiés.

On admet en première approximation que la réponse d'un dipôle est donnée par la figure suivante



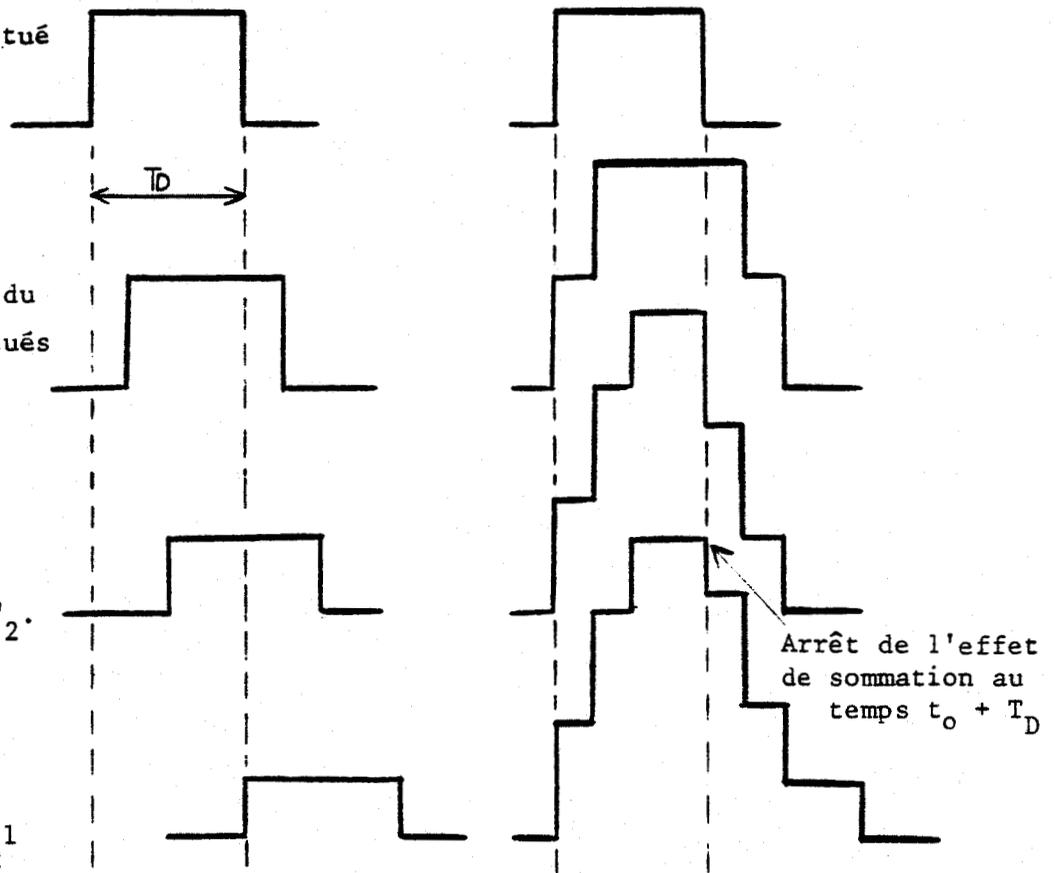
où les deux pics sont dus au temps de montée  $T_D$  de l'impulsion. Pour expliquer le phénomène de sommation nous allons raisonner sur l'un de ces deux pics.

Au temps  $t_0$  réception du pic du dipôle situé en  $x_0$ .

$t_0 + \Delta t'$  réception du pic des dipôles situés en  $x'_1$  et  $x'_2$

$t_0 + \Delta t''$  réception du pic des dipôles situés en  $x''_1$  et  $x''_2$ .

$t_0 + T_D$  réception du pic des dipôles situés en  $x_1^1$  et  $x_2^1$



Comme nous le voyons sur la planche ci-dessus l'effet de sommation s'arrête au bout du temps  $T_0 + T_D$ . Par conséquent, durant toute la période  $T_D$  on a reçu les "pics" des dipôles compris entre  $X_{1l}$  et  $X_{2l}$ . Le calcul de ces abscisses limites au temps  $T_0 + T_D$  nous permet d'avoir la différence  $\Delta x = x_{2l} - x_{1l}$  qui peut être définie comme étant la longueur de la ligne qui donne un effet de sommation sur les "pics" (fig.III.9).

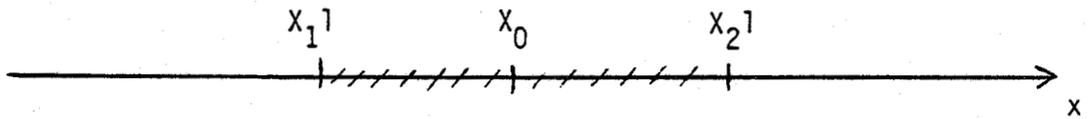


Figure III.9

au temps  $T_0 + T_D$  on reçoit le rayonnement des pics des dipôles situés dans la zone hachurée.

$$\text{Posons } t = t_0 + T_D \quad (3.16)$$

les abscisses  $x_{1l}$  et  $x_{2l}$  sont données par la relation (3.15)

Nous obtenons :

$$\Delta x = x_{2l} - x_{1l} = \frac{2\alpha}{1-\alpha^2} \left\{ \sqrt{(v_p t - XM)^2 - \frac{1-\alpha^2}{\alpha^2} ZM^2} \right\} \quad (3.17)$$

d'autre part  $v_p t = v_p t_0 + v_p T_D$  to étant donné par la relation (3.13)

$$\text{on en déduit } v_p t - XM = ZM \frac{\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha} + v_p T_D \quad (3.18)$$

$$\text{d'ou } \Delta x = \frac{2\alpha}{1-\alpha^2} \sqrt{v_p T_D \left( v_p T_D + 2 ZM \frac{\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha} \right)} \quad (3.19)$$

On constate que cette longueur est indépendante de l'abscisse XM à condition évidemment que x1 soit positif.

A titre d'exemple nous avons calculé cette longueur pour deux profondeurs de réception et pour un temps de montée  $T_D$  de 1 ns.

$$\begin{array}{ll} ZM = 1 \text{ m} & \Delta x = 0.96 \text{ m} \\ ZM = 0.5 \text{ m} & \Delta x = 0.70 \text{ m} \end{array}$$

D'autre part, pour bénéficier du maximum de l'effet de Sommutation décrit précédemment il faut que l'abscisse x1 soit positive ce qui correspond à une valeur minimum de l'abscisse du point de réception XM.

Cette valeur est donnée par l'expression suivante, obtenue à partir de l'équation ( 3.15)

$$X_{\min} = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} \left[ ZM \frac{\sqrt{1 - \alpha^2}}{\alpha} + v_p T_D + \frac{1}{\alpha} \sqrt{v_p T_D \left( v_p T_D + 2 ZM \frac{\sqrt{1 - \alpha^2}}{\alpha} \right)} \right] \quad (3.20)$$

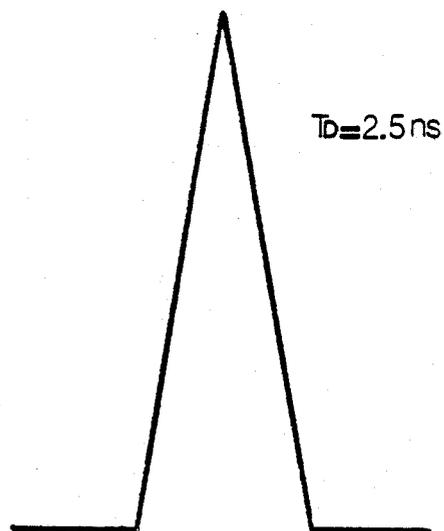
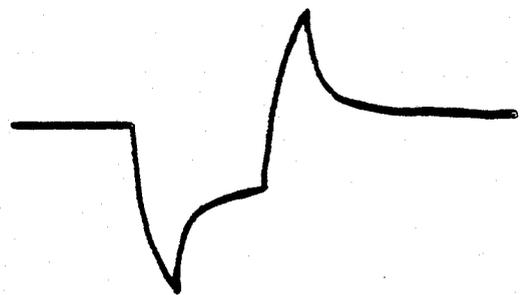
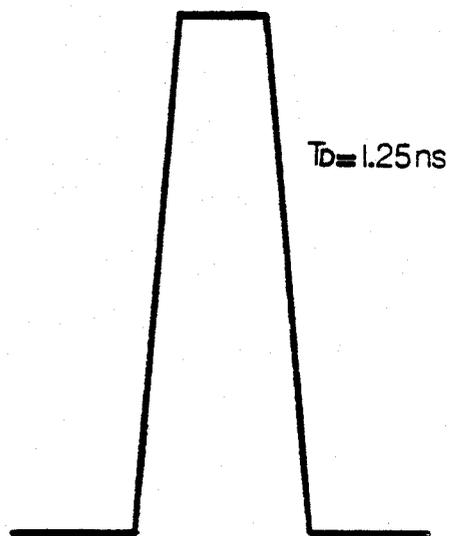
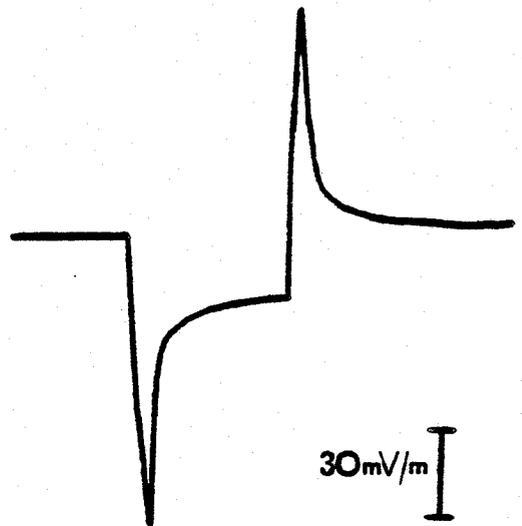
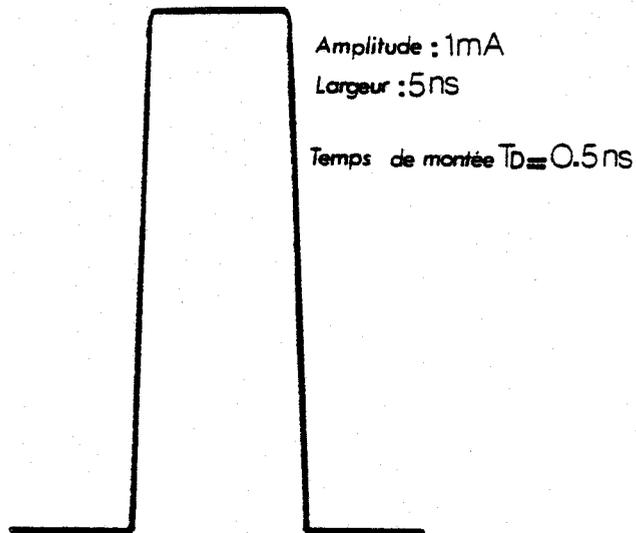
Nous avons calculé cette distance pour les mêmes profondeurs que précédemment

$$\begin{array}{ll} ZM = 1 \text{ m} & X_{\min} = 0.82 \text{ m} \\ ZM = 0.5 \text{ m} & X_{\min} = 0.54 \text{ m} \end{array}$$

### III-1.1. Influence du temps de montée $T_D$ de l'impulsion :

L'effet de sommation ayant lieu pendant le temps de montée de l'impulsion, il est intéressant d'avoir l'évolution de l'amplitude du champ en fonction de ce paramètre.

Nous avons représenté sur la planche III.10 cette évolution pour une impulsion trapézoïdale de largeur 5 ns. Le point de réception est situé à 0.5 m du fil et à 0.5 m du générateur, la longueur de la ligne étant de 3 m.



BUS  
LILLE

Planche III.10 : Influence du temps de montée  $T_D$

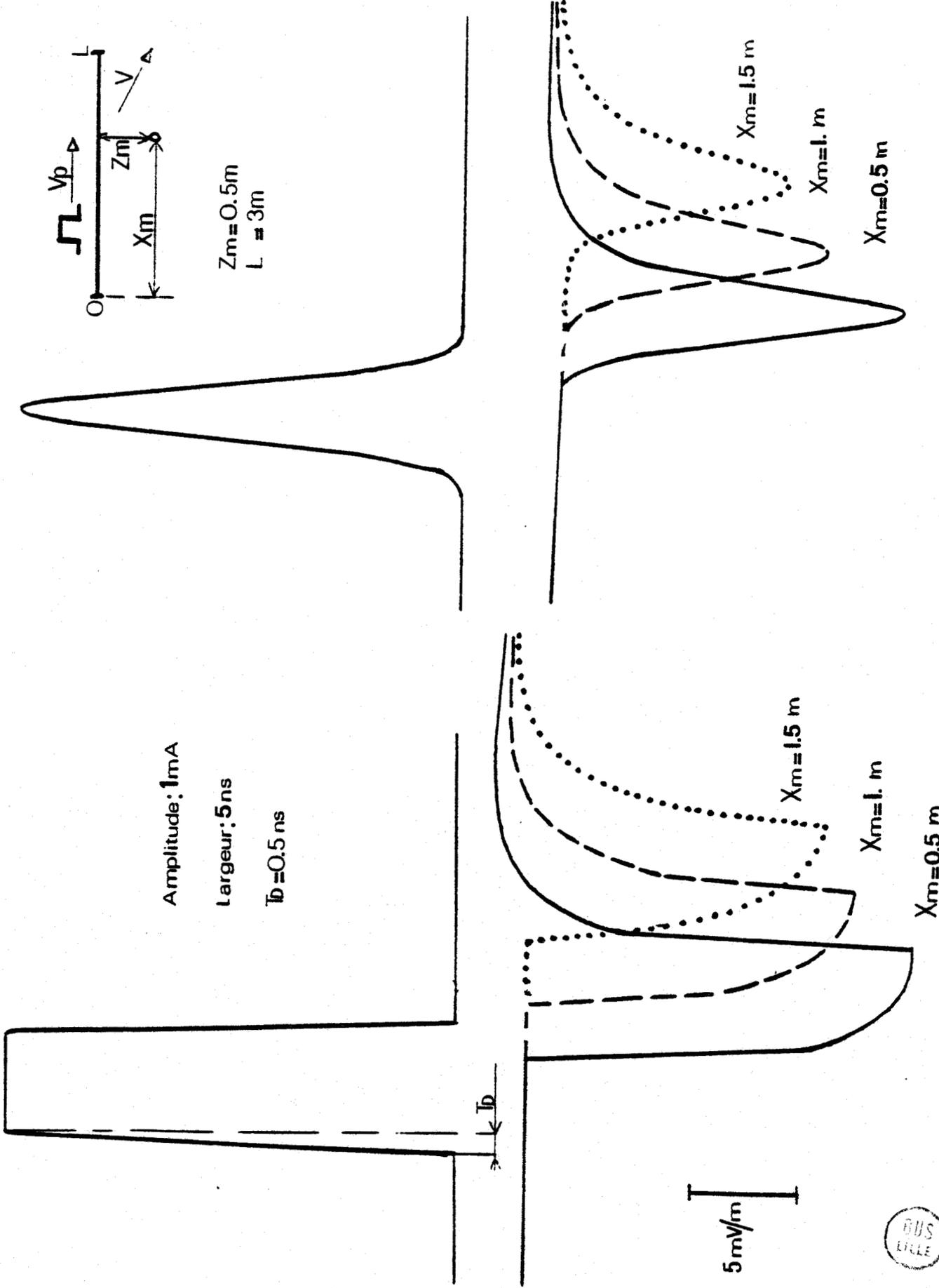


Planche III.11 : Ligne en milieu homogène ( $V_p = V$ )

On constate une diminution importante de l'amplitude du champ reçu lorsque le temps de montée  $T_D$  augmente. Ceci est évidemment dû au phénomène de dérivation introduit par l'antenne.

### III-2. Cas où $v_p < C$ :

Dans ce paragraphe nous supposons que la vitesse de phase de chaque composante spectrale de l'impulsion est égale à la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu.

Le champ  $E_x$  représenté sur la planche III.11 est obtenu pour une ligne de 3 m de long parcourue par des impulsions de largeur 5ns. Le point de réception est situé à 0.5m du fil et la distance XM intervient comme paramètre.

Si on analyse en détail les figures de la planche III.11 deux remarques s'imposent :

- la première est qu'il ne se produit aucun effet de Sommeation lorsque XM croît.
- la seconde est que la forme de l'impulsion reçue dans le sol est très différente de celle obtenue dans le cas précédent ( $v_p = C$ ) planche III.8.

En un point M du milieu, le champ reçu est la somme des rayonnements de tous les dipôles de la ligne qui émettent l'un après l'autre. Dans ce cas précis le premier dipôle dont on reçoit le rayonnement est le dipôle situé à l'origine 0.

La forme de l'impulsion reçue peut s'expliquer à l'aide de la figure simplifiée suivante (figure III.12) sur laquelle on a reporté le rayonnement des dipôles successifs. Rappelons que la forme du champ émis par un dipôle électrique est donnée sur la figure III.3.

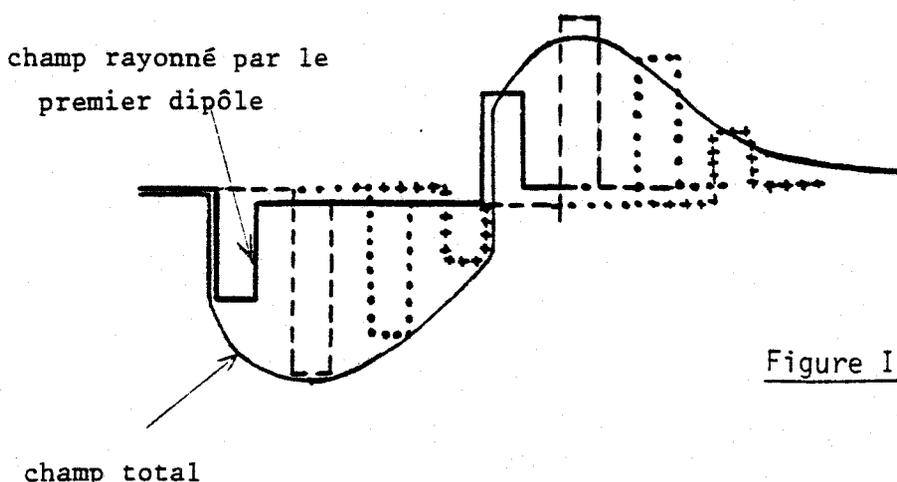
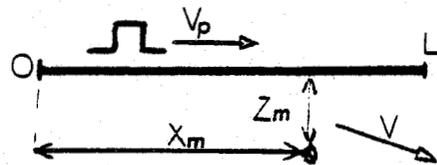


Figure III.12

Amplitude = 1mA

$T_0 = 5\text{ns}$

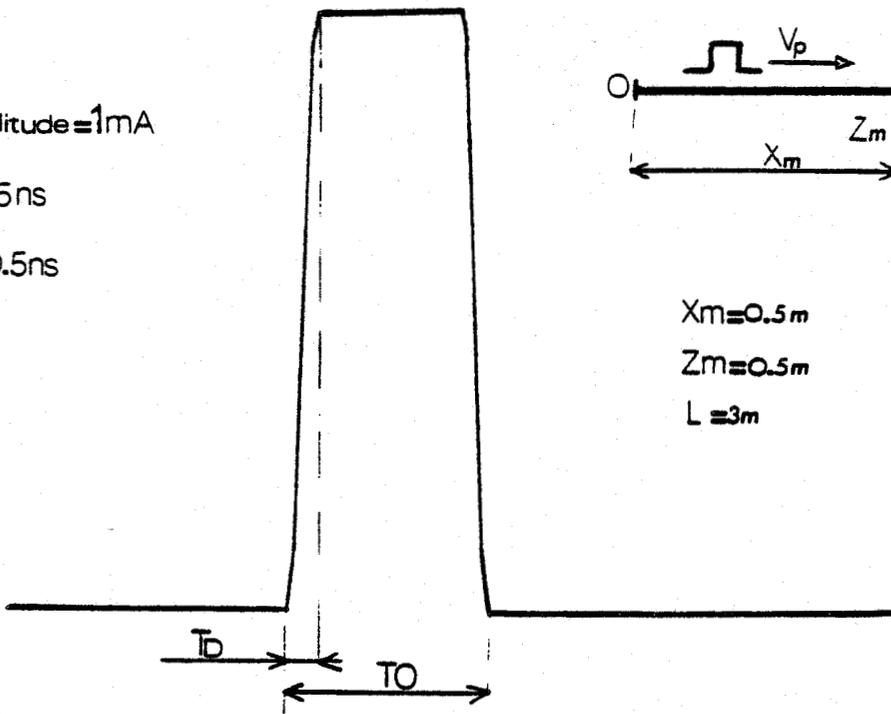
$T_D = 0.5\text{ns}$



$X_m = 0.5\text{m}$

$Z_m = 0.5\text{m}$

$L = 3\text{m}$



20 mV/m

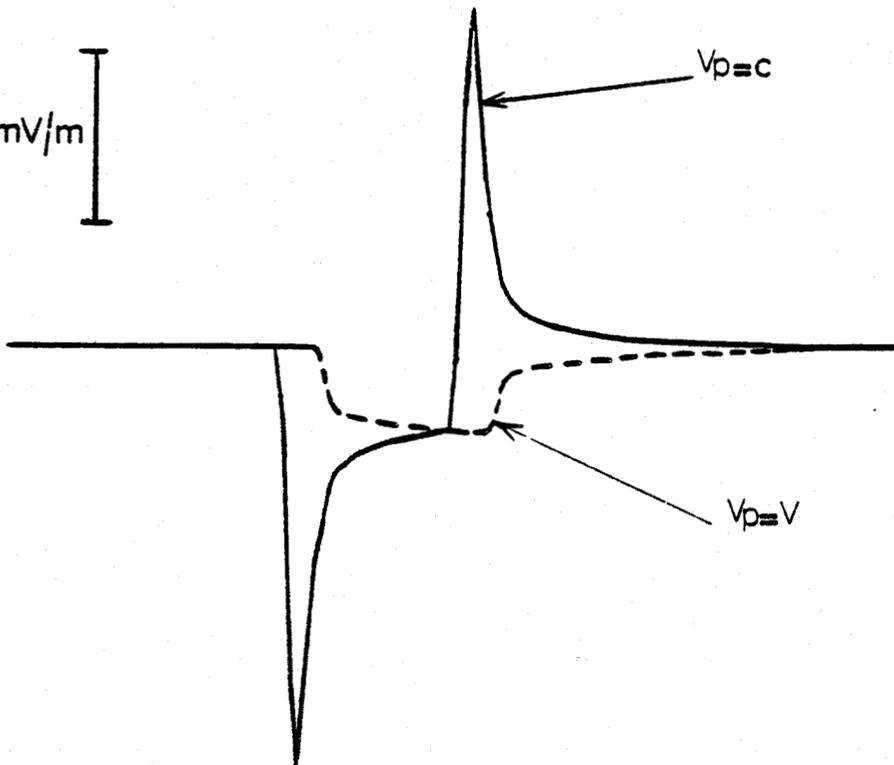


Planche III.12 : Influence de la vitesse de propagation

D'autre part pour des distances  $XM$  importantes ( $XM > 1 \text{ m}$ ), on constate une diminution de l'amplitude du champ reçu en fonction de  $XM$  et un élargissement de l'impulsion. Ceci peut s'expliquer également par la recombinaison des réponses des différents dipôles.

Enfin, sur la planche III.12 nous avons reporté la forme du champ reçu pour la même configuration géométrique que précédemment dans le cas où  $v_p = C$  et  $v_p < C$ . On note sur cette figure l'effet important de sommation qui se produit pour  $v_p = C$  c'est-à-dire lorsque la vitesse de l'impulsion sur le fil est bien supérieure à la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu.

### CONCLUSION :

Dans ce chapitre nous avons supposé que la ligne était placée dans un milieu homogène et que l'impulsion de courant se propageait sur le fil sans affaiblissement.

Nous avons montré que lorsque la vitesse de propagation de l'impulsion était supérieure à celle de l'onde dans le milieu, il se produisait un effet de sommation durant le temps de montée de l'impulsion.

Nous avons également donné l'influence du temps de montée sur la forme et l'amplitude du champ reçu dans le sol.

Dans les chapitres suivants nous allons déterminer l'influence de l'interface air-sol en calculant tout d'abord le rayonnement d'un dipôle électrique dans un demi-milieu pour étendre ensuite ce calcul au cas d'une antenne longue placée dans l'air au-dessus d'un sol conducteur.

CHAPITRE IVETUDE DU RAYONNEMENT D'UN DIPOLE  
ELECTRIQUE AU VOISINAGE D'UN SOL CONDUCTEUR

Dans ce chapitre nous rappelons les formules analytiques générales du champ électromagnétique rayonné par un dipôle électrique vertical ou horizontal.

Pour le procédé de sondage envisagé le cas qui nous intéresse est celui d'un dipôle électrique horizontal placé dans l'air avec réception dans le sol. Cependant nous généraliserons le calcul pour toutes les configurations géométriques, en vue d'autres applications.

Après avoir étudié la méthode de calcul numérique du champ électromagnétique nous donnons une étude paramétrique du rayonnement d'un dipôle électrique horizontal en régime sinusoïdal et impulsif en fonction des positions respectives des dipôles d'émission et de réception.

I - HYPOTHESES ET FORMALISME THEORIQUE UTILISE

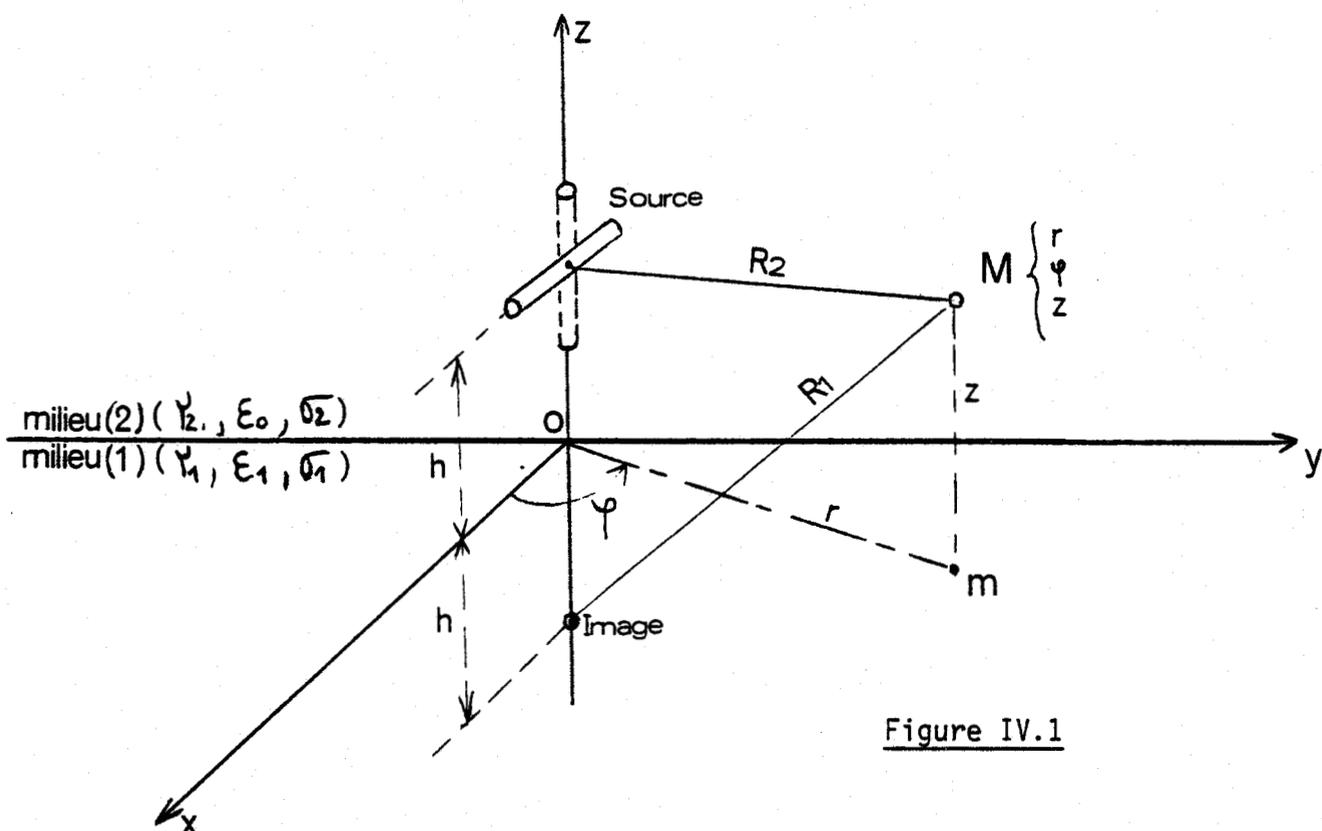


Figure IV.1

Considérons le cas général de deux milieux homogènes et isotropes de conductivités différentes, séparés par le plan horizontal  $z = 0$ , figure IV.1. Dans notre cas le milieu (1) est le sol, le milieu (2) l'air.

Le dipôle électrique est situé à une hauteur  $h$  au-dessus du plan  $xoz$ , et placé parallèlement à l'axe  $ox$  dans le cas d'un dipôle horizontal et parallèle à l'axe  $oz$  dans le cas d'un dipôle vertical.

Le dipôle émetteur peut-être situé soit dans l'air soit dans le sol, la réception pouvant se faire également dans l'air ou dans le sol. Le récepteur placé en un point  $M$  de l'espace ainsi défini est repéré par ses coordonnées cylindriques  $(r, \varnothing, z)$ .

Nous faisons les hypothèses suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_1 = \mu_2 = \mu_0 \quad \text{perméabilité du vide} \\ \epsilon_1 = \epsilon_r \epsilon_0 \quad \epsilon_0 \quad \text{permittivité du vide} \\ \sigma_2 = 0 \quad (\text{diélectrique parfait}) \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Nous rappelons que les champs électromagnétiques  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  s'obtiennent par la résolution des équations de Maxwell dans chaque milieu en imposant les conditions aux limites sur l'interface. L'étude est facilitée par l'introduction du potentiel de Hertz  $\vec{\pi}$  qui satisfait l'équation d'Helmholtz.

Les composantes des champs électromagnétiques  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  sont obtenues en fonction de  $\vec{\pi}$  à partir des relations suivantes :

$$\begin{cases} \vec{E} = \text{rot rot } \vec{\pi} \\ \vec{H} = (\sigma_i + j\omega\epsilon_i) \text{rot } \vec{\pi} \end{cases} \quad i = 1,2 \quad \begin{cases} ((1) \text{ sol}) \\ ((2) \text{ air}) \end{cases} \quad (4.2)$$

Le potentiel de Hertz pour un dipôle placé dans le plan (xoz) a en général deux composantes  $\pi_x$  et  $\pi_z$ . On montre que dans le cas d'un dipôle vertical, la composante  $\pi_x$  du potentiel  $\vec{\pi}$  est nulle à cause de la symétrie de révolution autour de l'axe du dipôle [26].

Les expressions du potentiel  $\vec{\pi}$  sont données par les intégrales de Sommerfeld. WEIL et BANOS [28] en ont donné une nouvelle représentation en utilisant certains changements de variable et en se servant des fonctions de GREEN exprimées selon la représentation intégrale de FOURIER.

Nous allons rappeler brièvement la représentation intégrale du potentiel de Hertz et donner les expressions du champ électrique en coordonnées cylindriques dans le 1/2 milieu inférieur ainsi que dans le 1/2 milieu supérieur, pour un dipôle vertical et un dipôle horizontal.

Dans la suite de notre étude nous appellerons respectivement par leurs initiales DEV et DEH les dipôles électriques verticaux et horizontaux.

### I.1. REPRESENTATION INTEGRALE DU POTENTIEL DE HERTZ

Les composantes du potentiel de Hertz et par conséquent les composante du champ électromagnétique peuvent s'exprimer à partir des intégrales suivantes :

$$\left. \begin{aligned} G_{i1} &= \frac{e^{-\gamma_i R_1}}{R_1} = \int_0^\infty \frac{e^{-u_i(h+z)}}{u_i} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \\ G_{i2} &= \frac{e^{-\gamma_i R_2}}{R_2} = \int_0^\infty \frac{e^{-u_i(h-z)}}{u_i} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \\ U_{ij}(a, b, r) &= 2 \int_0^\infty \frac{e^{-u_1 a - u_2 b}}{u_1 + u_2} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \\ V_{ij}(a, b, r) &= -2 \int_0^\infty \frac{e^{-u_1 a - u_2 b}}{\gamma_1^2 u_2 + \gamma_2^2 u_1} \lambda J_1(\lambda r) d\lambda \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$



## II - CALCUL NUMERIQUE

Le calcul des intégrales de Sommerfeld fait encore l'objet de nombreux travaux. Certains auteurs ont exprimé ces intégrales à partir de formules analytiques en faisant certaines approximations, d'autres en effectuant directement le calcul de ces intégrales sur des contours d'intégration appropriés [29]. La combinaison des deux méthodes est également très utilisée. Parmi les premiers auteurs citons le travail de BANOS qui a exprimé les intégrales sous formes de séries asymptotiques en utilisant la méthode d'intégration dite "méthode du col".

Dans une première étude [30] nous avons étudié les différentes méthodes de calcul de ces intégrales pour obtenir des formules analytiques approchées.

Ces méthodes sont valables soit en basses fréquences soit lorsque la distance émetteur récepteur est beaucoup plus grande que la hauteur ou la profondeur à laquelle se situe le récepteur. Dans beaucoup de domaines et particulièrement dans notre application du type radar il n'est pas possible d'utiliser des formules approchées, il est donc nécessaire de calculer directement ces intégrales par une procédure numérique.

Avant d'envisager l'intégration des fonctions  $f(a, b, r, \lambda)$  intervenant dans les expressions du champ explicitées dans l'annexe, nous sommes d'abord conduit à étudier leurs variations.

### II.1. ETUDE DES FONCTIONS A INTEGRER INTERVENANT DANS LES COMPOSANTES DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE DU DIPOLE

Les fonctions  $f(a, b, r, \lambda)$  qui sont associées à la contribution du sol ont l'axe réel comme domaine initial de la variable d'intégration  $\lambda$ . Leur forme générale peut s'écrire de la façon suivante :

$$f(a, b, r) = \frac{e^{-u_1 a - u_2 b}}{D} \lambda^n J_m(\lambda r)$$

avec  $D = \gamma_2^2 u_1 + \gamma_1^2 u_2$  ou  $D = u_1 + u_2$

$n$  et  $m$  sont des entiers.

Certaines de ces fonctions présentent donc un dénominateur de la forme

$$D = \gamma_2^2 u_1 + \gamma_1^2 u_2 \quad (4.6)$$

## II.2. - ETUDE DE D

L'étude de D montre qu'il existe une paire de pôles pour les valeurs de  $\lambda$  annulant le dénominateur et qui sont donnés par :

$$\lambda_0 = \pm \gamma_0 \quad \text{avec} \quad \gamma_0^2 = -\gamma_2^2 \times \frac{1}{1+n^2} \quad n = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \quad (4.7)$$

Notons qu'en haute fréquence ils tendent vers les valeurs réelles  $\pm j\gamma_2$ .

Si l'on choisit d'intégrer le long de l'axe réel, ces fonctions vont donc présenter une zone de grande irrégularité au voisinage de ces pôles. Pour éviter ces pôles certains auteurs [29] ont fait une déformation du contour d'intégration au voisinage de ces points et ont utilisé un contour "optimisé" dans le plan complexe. Cependant ce contour qui a l'avantage de supprimer les variations brutales des fonctions, nécessite le calcul des fonctions de Bessel avec un argument complexe ce qui a pour conséquence d'augmenter le temps de calcul [31].

Il nous a semblé préférable d'intégrer sur l'axe réel en utilisant une procédure adaptée à ce type de fonction.

## II.3. - ETUDE DU TERME $e^{-u_1 a - u_2 b}$

La présence de ce terme dans toutes les fonctions à intégrer, peut introduire un certain nombre de zéros sur l'intervalle d'intégration  $\{0, \infty\}$  dépendant des valeurs des paramètres a et b. Afin de pouvoir calculer ces intégrales avec suffisamment de précision il est nécessaire d'intégrer sur des sous intervalles formés par ces zéros et ceux des fonctions de Bessel.

Avant de calculer ces zéros nous rappelons les expressions de a et b qui sont des fonctions de la hauteur h de l'émetteur et de la profondeur z du récepteur.

Notons également que ce terme exponentiel fixe la rapidité de décroissance des fonctions  $f(a, b, r, \lambda)$ .

## E M E T T E U R

		AIR	SOL
R E C E P T E U R	A I R	a = 0 b = h+z	a = h b = z
	S O L	a = - z b = h	a = h-z b = 0

Zéros de  $e^{-u_2b}$ 

On peut montrer que les parties réelles et imaginaires de cette exponentielle ne présentent des zéros que si :

$$\frac{2|\gamma_2| b}{\pi} \geq 1$$

On peut alors définir le nombre  $n$  de zéros par

$$n = E\left\{\frac{2|\gamma_2|b}{\pi}\right\} \quad E\{\ \} : \text{partie entière}$$

Les valeurs de ces zéros sont données par :

$$\lambda_n = \sqrt{\gamma_2^2 - (n^2 \pi^2 / 4b^2)} \quad (4.8)$$

$n$  pair  $\rightarrow$  zéros de la partie réelle

$n$  impair  $\rightarrow$  zéros de la partie imaginaire

dans ce cas tous les zéros existants sont compris dans l'intervalle  $\{0, |\gamma_2|\}$  car si  $\lambda_n > |\gamma_2|$  le terme  $u_2b$  est alors réel.

Zéros de  $\bar{e}^{u_1a}$ 

On peut également montrer que dans ce cas les zéros n'existent que si :

$$\frac{a}{\pi} \sqrt{2(|\gamma_2|^2 \epsilon r + |\gamma_1|^2)} \geq 1$$

Le nombre de zéros  $n$  est alors défini par :

$$n = E\left\{\frac{a}{\pi} \sqrt{2(|\gamma_2|^2 \epsilon r + |\gamma_1|^2)}\right\} \quad E\{\ \} : \text{partie entière} \quad (4.9)$$

et les valeurs qui annulent les parties réelles et imaginaires de l'exponentielle sont données par

$$\lambda n = \frac{1}{n\pi} \sqrt{(\alpha a)^2 - \left(\frac{n^2 \pi^2}{2a}\right)^2 + \pi^2 |\gamma_2|^2} e^r \quad \alpha = \text{Im}(\gamma_1^2)$$

$\gamma_1^2$  étant complexe dans ce cas tous les zéros existants sont compris dans l'intervalle  $\{0, \infty\}$ .

Pour illustrer ces différentes remarques que nous venons de faire nous donnons les courbes représentatives de quelques fonctions  $f(a, b, r, \lambda)$ .

Nous étudions les fonctions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1(\lambda) = \frac{e^{u_1 z - u_2 h}}{u_1 + u_2} \lambda J_0(\lambda r) \\ F_2(\lambda) = \frac{e^{u_1 z - u_2 h}}{\gamma_1^2 u_2 + \gamma_2^2 u_1} \lambda J_0(\lambda r) \end{array} \right. \quad (4.10)$$

Ces fonctions interviennent dans le calcul des composantes du champ électrique dans le sol pour un dipôle placé dans l'air.

Tout d'abord la figure IV.2 a été tracée pour une fréquence d'émission de 1 MHz et pour la configuration géométrique suivante  $h = 1 \text{ m}$ ,  $z = 1 \text{ m}$ ,  $R = 1 \text{ m}$ . On remarque dans ce cas qu'il se produit une zone de grande variation (pic) au voisinage du pôle. Sur les figures IV.3 à IV.5 nous avons supposé une fréquence de 1 GHz et les distances  $h$ ,  $z$  et  $r$  ont été introduites en paramètres. Pour une distance  $r = 0 \text{ m}$ . (liaison verticale) on voit apparaître les oscillations très nombreuses dues aux zéros du terme exponentiel (figures IV.3 et IV.4).

La figure IV.5 obtenue dans le cas où  $r = 1 \text{ m}$ , montre la superposition des zéros des fonctions de Bessel et du terme exponentiel.

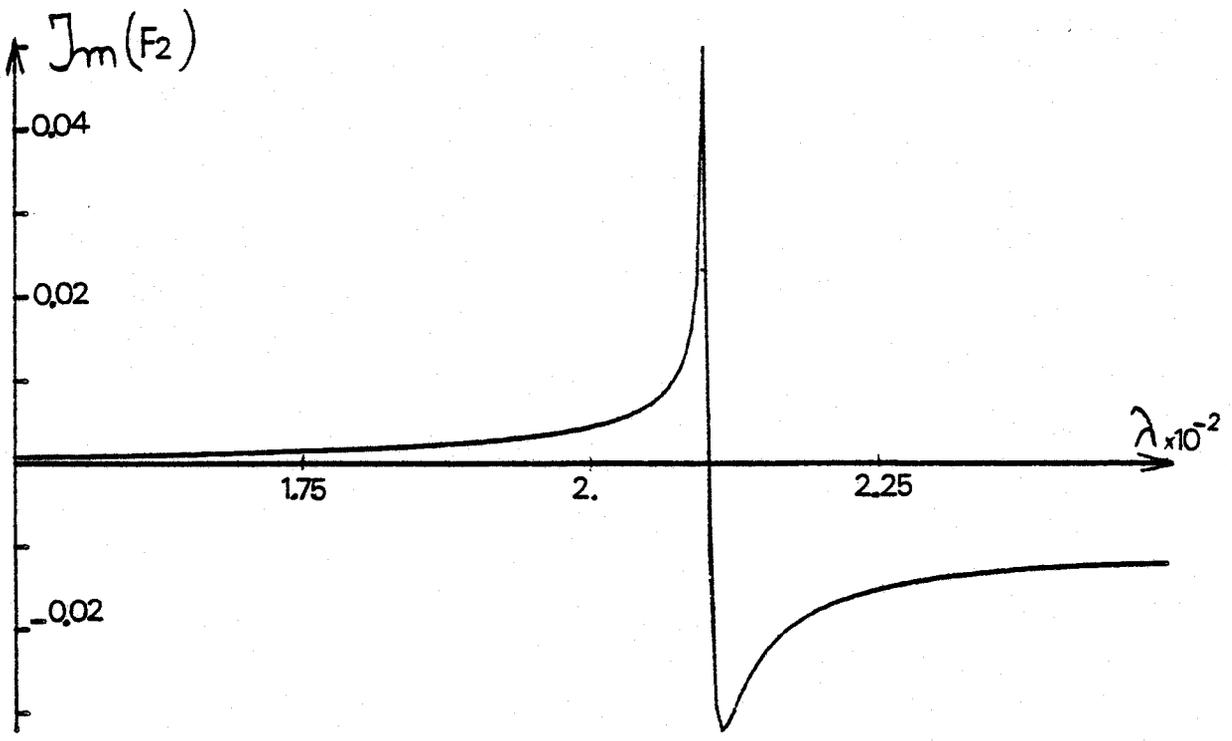
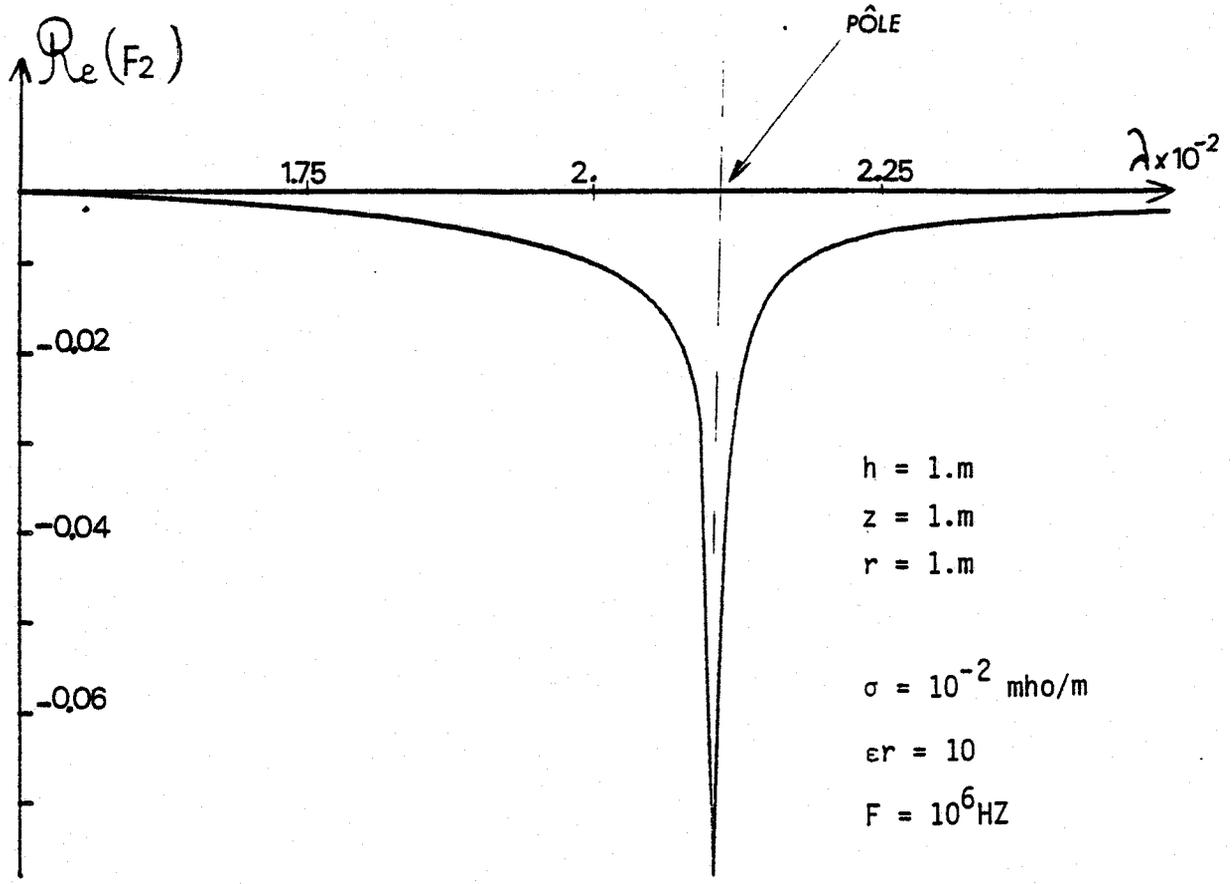
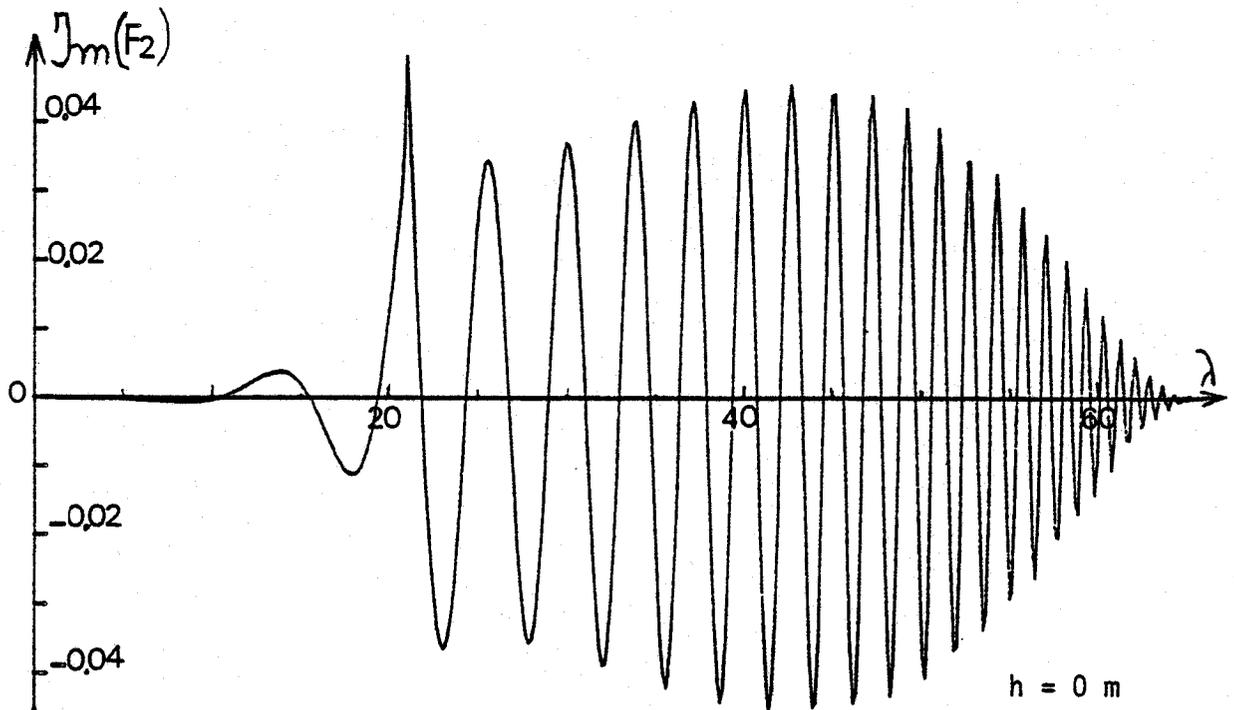
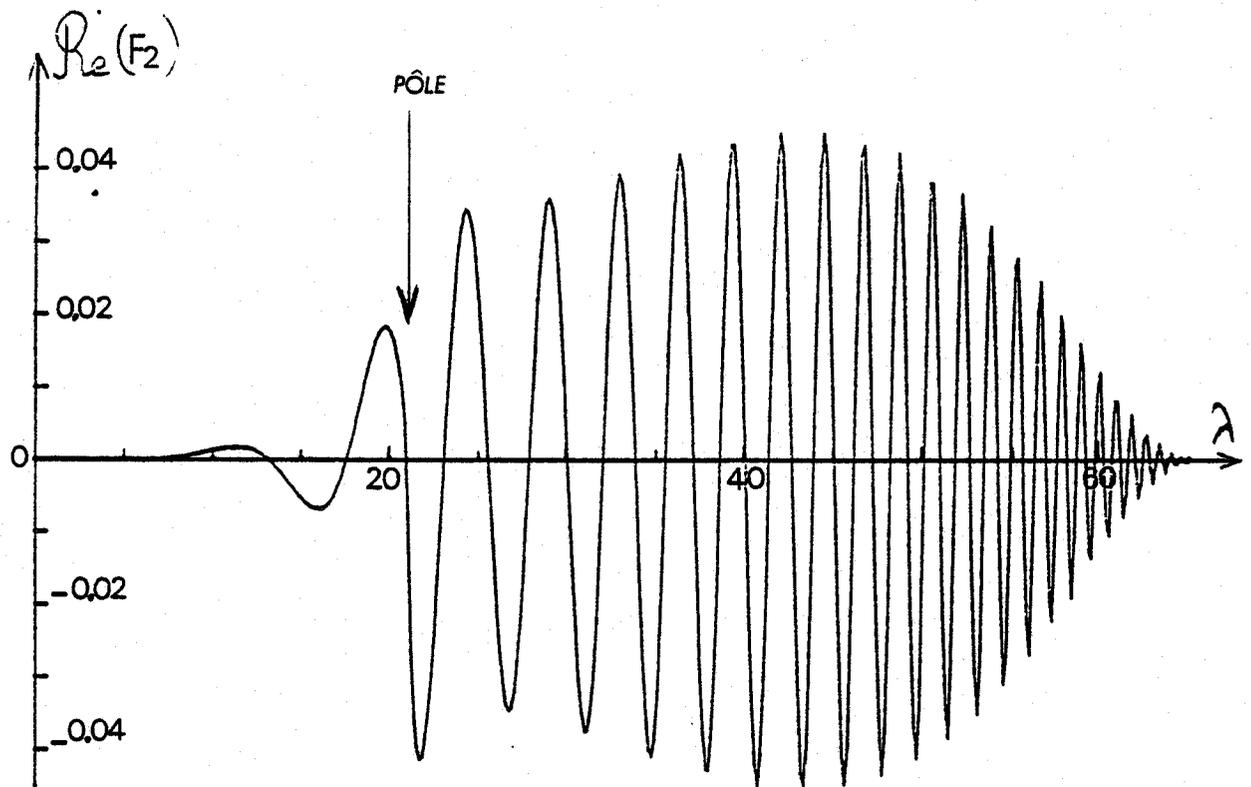


Figure IV.2





$h = 0 \text{ m}$   
 $z = 3 \text{ m}$   
 $r = 0 \text{ m}$   
 $\sigma = 10^{-2} \text{ mho/m}$   
 $\epsilon_r = 10$   
 $F = 10^9 \text{ HZ}$

Figure IV.3



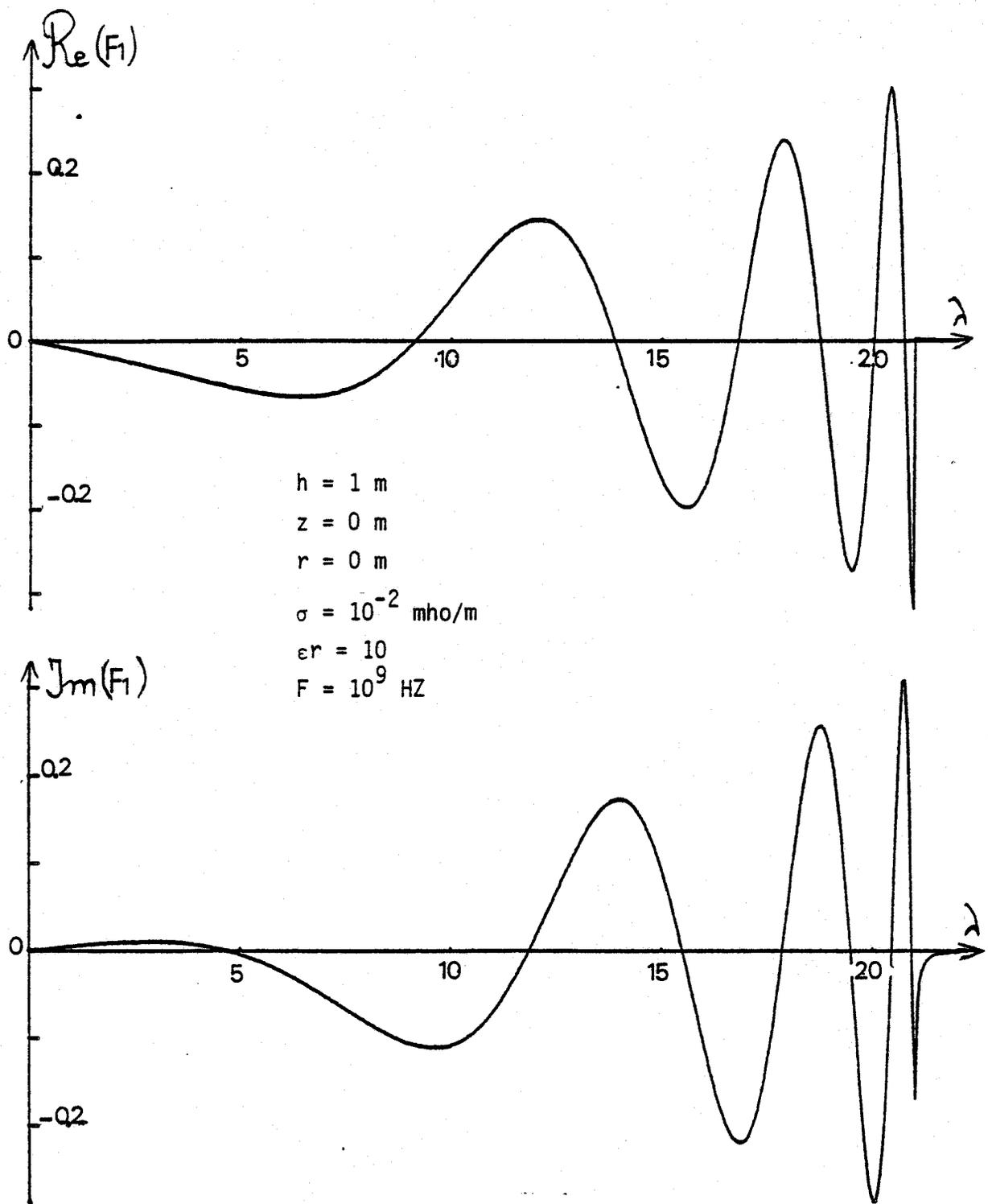


Figure IV.4



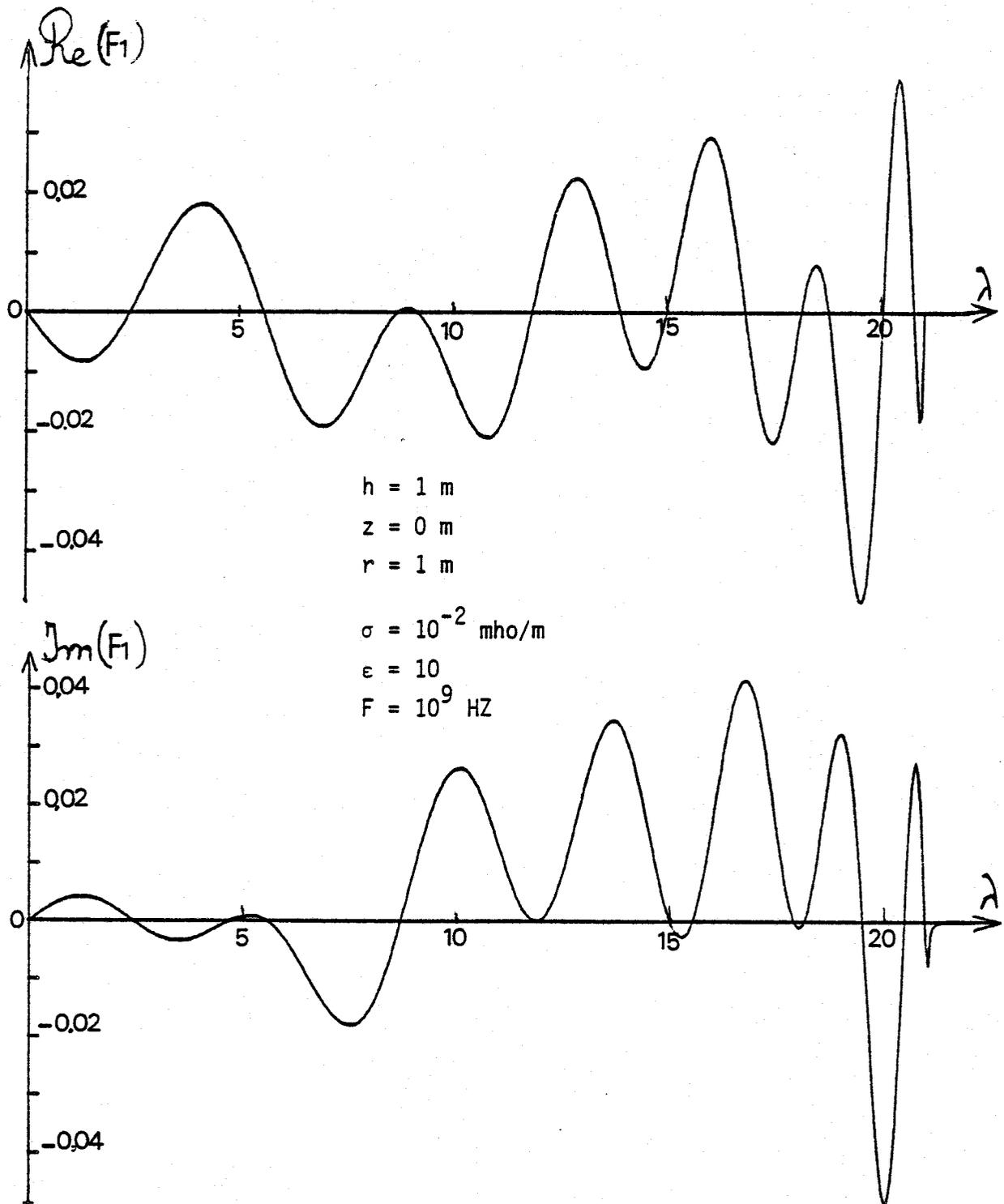


Figure IV.5

En résumé nous voyons que l'intégration numérique de ce genre de fonction est délicate à cause de la zone autour du pôle et que pour obtenir une précision suffisante il faut multiplier le nombre d'intervalles d'intégrations à l'intérieur de cette zone. Les oscillations dues aux fonctions de Bessel et au terme exponentiel nous obligent également à prendre comme bornes successives d'intégrations tous les zéros de ces fonctions.

#### II.4. - MISE EN OEUVRE DE LA PROCEDURE NUMERIQUE

Le calcul numérique des intégrales

$$F(a, b, r) = \int_0^{\infty} f(a, b, r, \lambda) d\lambda$$

se ramène à un calcul de séries du type

$$S_n = \sum_{i=1}^n s_i \quad \text{avec } s_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(a, b, r, \lambda) d\lambda$$

$x_i$  et  $x_i + 1$  étant les bornes du segment d'intégration de sorte que

$$F(a, b, r) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

en général on se contente de calculer  $S_m$ ,  $m$  est tel que pour

$$n > m \quad \text{on ait} \quad S_n \approx S_m.$$

L'intégration d'une fonction sur un segment donné  $[x_i, x_i + 1]$  nécessite le calcul d'un nombre d'échantillons de la fonction d'autant plus élevé que celle-ci présente des variations brusques et fréquentes.

Ceci nécessite de repérer les zones où les fonctions sont susceptibles de varier brusquement. Dans notre cas, les fonctions varient très rapidement au voisinage du pôle  $\gamma_0$  proche de la valeur réelle  $|\gamma_2| = \frac{\omega}{c}$  (formule 4.7).



De plus on peut montrer que la largeur de la zone perturbée se situe dans l'intervalle  $\left| \left| \left\{ \frac{\omega}{c} - \delta, \frac{\omega}{c} + \delta \right\} \right. \right.$ .

$$\text{Avec } \delta = \frac{1}{2} \left| \frac{\gamma_2^2}{\gamma_1^2} \right| \quad (4.11)$$

D'autre part, la présence du terme exponentiel  $e^{-u_1 a - u_2 b}$  dans le numérateur des fonctions  $f(a, b, r, \lambda)$  fixe la rapidité de décroissance de celles-ci suivant les valeurs des paramètres  $a$  et  $b$ . Donc plus l'émetteur et le récepteur sont proches de la surface du sol ( $a$  et  $b$  petits), plus la borne supérieure d'intégration  $\lambda_{\max}$  telle que :

$$S_n = \int_0^{\lambda_{\max}} f(a, b, r, \lambda) d\lambda \quad \text{est élevée.}$$

Nous avons sur l'intervalle  $\{0, \lambda_{\max}\}$  calculé et rangé tous les zéros des fonctions  $f(a, b, r, \lambda)$ .

Les zéros du terme exponentiel sont calculés à partir des relations (4.8) et (4.9) données dans le paragraphe précédent.

Notons que les zéros des fonctions de Bessel  $J_j(\lambda r)$  dépendent de la distance horizontale  $r$  et peuvent être très rapprochés si  $r$  est grand.

Compte tenu de toutes ces remarques nous allons maintenant donner les différents intervalles d'intégration que nous avons choisis et la méthode d'intégration utilisée dans chacun de ces intervalles.

## II.5 - CHOIX DES INTERVALLES

Nous avons fait l'intégration des fonctions  $f(a, b, r, \lambda)$  le long de l'axe réel sur les trois intervalles suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ 0, \frac{\omega}{c} - \delta \right\} \\ \left\{ \frac{\omega}{c} - \delta, \frac{\omega}{c} + \delta \right\} \\ \left\{ \frac{\omega}{c} + \delta, \lambda_{\max} \right\} \end{array} \right.$$

$\lambda_{\max}$  étant la valeur de la variable d'intégration pour laquelle la

contribution du dernier sous intervalle est négligeable.

A) Intégration dans l'intervalle :  $\{0, \frac{\omega}{c} - \delta\}$

Les bornes d'intégration sont les zéros des fonctions de Bessel et les zéros éventuels du terme exponentiel. Les fonctions  $f(a, b, r, \lambda)$  ne présentent pas de grandes variations et l'intégration se fait dans ce cas aisément à l'aide de l'algorithme de Gauss-Legendre avec une quadrature dont l'ordre est compris entre 8 et 16 de manière à obtenir une précision relative de  $10^{-6}$ .

B) Intégration dans l'intervalle :  $\{\frac{\omega}{c} - \delta, \frac{\omega}{c} + \delta\}$

Dans ce cas les fonctions varient très rapidement au voisinage du pôle  $\frac{\omega}{c}$  et nous avons utilisé l'algorithme de Simpson qui converge rapidement lorsque l'intervalle d'intégration est convenablement choisi. De plus cet algorithme à l'avantage de fournir un résultat avec une précision fixée ce qui n'est pas le cas d'une quadrature de Gauss-Legendre. Nous avons fait un découpage logarithmique autour de la valeur  $\frac{\omega}{c}$  qui est prise comme borne d'intégration ainsi que les zéros de la fonction à intégrer qui sont compris dans cet intervalle.

C) Intégration dans l'intervalle  $\{\frac{\omega}{c} + \delta, \lambda_{\max}\}$

Comme nous l'avons vu précédemment le terme exponentiel  $e^{-u_1 a, u_2 b}$  qui apparaît dans les fonctions  $f(a, b, r, \lambda)$  fixe la rapidité de décroissance de celles-ci.

Suivant les valeurs de paramètres  $a$  et  $b$  les intégrales peuvent converger très lentement. Dans ce cas nous avons la possibilité d'utiliser le méthode d'accélération de convergence de GRAY-ATCHISON [32] que nous décrivons en annexe II.

Pour cette méthode les zéros des fonctions de Bessel ne peuvent plus convenir comme bornes d'intégration, nous utilisons alors les maximums des fonctions de Bessel.

L'intégration sur chaque segment est faite à l'aide de l'algorithme de Gauss Legendre.

## II.6 - CALCUL DES FONCTIONS DE BESSEL

Les fonctions  $f(a, b, r, \lambda)$  que nous devons intégrer ont pour facteur commun soit  $J_0(\lambda r)$  soit  $J_1(\lambda r)$  par conséquent il est intéressant de mener en parallèle l'intégration de toutes les fonctions contenant  $J_0(\lambda r)$  et de toutes celles contenant  $J_1(\lambda r)$ .

$J_0(\lambda r)$  et  $J_1(\lambda r)$  sont calculées à partir de développements en série et asymptotiques [33]

### Cas particulier :

Dans les expressions du champ électrique il arrive qu'en liaison verticale ( $r=0$ ) l'intégrale de la forme  $\frac{1}{r} \int_0^{\infty} f(a, b, r, \lambda) J_1(\lambda r) d\lambda$  prenne une forme indéterminée.

Dans ce cas le développement en série de  $J_1(r)$  nous permet d'écrire cette intégrale sous la forme

$$\int_0^{\infty} f(a, b, r, \lambda) \frac{\lambda}{2} d\lambda$$

## II.7. - VERIFICATION NUMERIQUE

Afin de vérifier la validité de nos programmes nous allons donner quelques applications numériques que nous comparons avec celles trouvées dans la littérature. Lytle et Lager [29] donnent des valeurs des composantes du champ électrique émis par un DEV et un DEH dans l'air en utilisant un contour d'intégration dans le plan complexe qui doit être adapté en fonction de la fréquence et de la distance horizontale émetteur-récepteur. Nous avons également choisi de vérifier nos résultats avec J.L. FAURE [34] qui calcule le champ dans l'air, le calcul des intégrales étant fait le long de l'axe réel.

Le calcul du champ électrique a été fait pour les paramètres suivants correspondant aux exemples donnés dans la littérature :

- hauteur du dipôle par rapport au sol  $\begin{cases} h = 0 \text{ m} \\ h = 20 \text{ m} \end{cases}$
- longueur du dipôle :  $l = 1 \text{ m}$
- amplitude du courant :  $I = 1 \text{ A}$
- fréquence  $f = 3 \text{ MHz}$       permittivité relative  $\epsilon_r = 9$
- conductivité du sol  $\sigma = 10^{-2} \text{ mho/m}$
- coordonnées du point d'observation  $\begin{cases} Z = 10^{-6} \text{ m} & r = 1 \text{ m} \\ Z = 10^{-6} \text{ m} & r = 200 \text{ m} \end{cases}$

Nous avons utilisé une précision relative de  $10^{-4}$  pour le calcul des intégrales de Sommerfeld.

Les résultats sont groupés dans les tableaux 1 et 2 pour  $r = 1$  et  $r = 200 \text{ m}$ . La colonne 1 de chaque tableau correspond aux résultats obtenus par LYTLE et LAGER, la colonne 2, aux résultats obtenus par J.L. FAURE et la colonne 3, aux résultats obtenus par nos programmes.

L'indice V indique les composantes du champ d'un DEV et l'indice H celles d'un D.E.H.

	H = 0m <b>1</b>	H=20 m	H = 0m <b>2</b>	H=20 m	H = 0m <b>3</b>	H=20 m
$ E_r^V  \text{ V/m}$	1.854	$1.555 \cdot 10^{-3}$	1.855	$1.567 \cdot 10^{-3}$	1.855	$1.566 \cdot 10^{-3}$
$ E_z^V  \text{ V/m}$	947.8	$3.812 \cdot 10^{-1}$	949.13	$3.817 \cdot 10^{-1}$	949.13	$3.816 \cdot 10^{-1}$
$ E_r^H / \cos\psi  \text{ V/m}$	$3.132 \cdot 10^1$	$2.824 \cdot 10^{-2}$	$3.1317 \cdot 10^1$	$2.825 \cdot 10^{-2}$	$3.1317 \cdot 10^1$	$2.8249 \cdot 10^{-2}$
$ E_y^H / \sin\psi  \text{ V/m}$	$1.599 \cdot 10^1$	$2.826 \cdot 10^{-2}$	$1.5951 \cdot 10^1$	$2.827 \cdot 10^{-2}$	$1.5951 \cdot 10^1$	$2.8266 \cdot 10^{-2}$
$ E_z^H / \cos\psi  \text{ V/m}$	1.851	$2.435 \cdot 10^{-2}$	1.855	$2.438 \cdot 10^{-2}$	1.8552	$2.4384 \cdot 10^{-2}$

( $r = 1 \text{ m}$ )

Tableau 1

	H = 0 m	1 H=20 m	H = 0 m	2 H=20 m	H = 0 m	3 H=20 m
$ E_r^V $ V/m	$2.280 \cdot 10^{-3}$	$2.099 \cdot 10^{-3}$	$2.2785 \cdot 10^{-3}$	$2.099 \cdot 10^{-3}$	$2.2785 \cdot 10^{-3}$	$2.099 \cdot 10^{-3}$
$ E_z^V $	$1.805 \cdot 10^{-2}$	$1.654 \cdot 10^{-2}$	$1.806 \cdot 10^{-2}$	$1.6546 \cdot 10^{-2}$	$1.806 \cdot 10^{-2}$	$1.6547 \cdot 10^{-2}$
$ E_r^H/\cos\psi $	$2.847 \cdot 10^{-4}$	$7.010 \cdot 10^{-5}$	$2.843 \cdot 10^{-4}$	$7.007 \cdot 10^{-5}$	$2.8424 \cdot 10^{-4}$	$7.0100 \cdot 10^{-5}$
$ E_y^H/\sin\psi $ V/m	$4.650 \cdot 10^{-5}$	$2.624 \cdot 10^{-4}$	$4.6206 \cdot 10^{-5}$	$2.6252 \cdot 10^{-4}$	$4.6095 \cdot 10^{-5}$	$2.6252 \cdot 10^{-4}$
$ E_z^H/\cos\psi $ V/m	$2.280 \cdot 10^{-3}$	$8.553 \cdot 10^{-4}$	$2.278 \cdot 10^{-3}$	$8.582 \cdot 10^{-4}$	$2.2785 \cdot 10^{-3}$	$8.5732 \cdot 10^{-4}$

( $r = 200$  m)

Tableau 2

Nos résultats sont identiques à ceux obtenus par FAURE avec une précision relative de  $10^{-4}$  pour le calcul des intégrales de Sommerfeld. On constate une légère différence avec les résultats de Lytle et Lager due simplement au fait que ces auteurs ont imposé une précision relative de  $10^{-3}$  pour le calcul des intégrales. D'autre part on ne dispose pas d'éléments de comparaison pour le champ dans le sol, la vérification de la continuité des composantes tangentielles du champ s'est avérée satisfaisante.

### III - ETUDE DU CHAMP RAYONNE DANS LE SOL PAR UN D.E.H. EN LIAISON VERTICALE

Dans ce paragraphe nous étudions le cas d'une liaison verticale entre une antenne d'émission placée dans l'air à une hauteur  $h$  et un point de réception situé dans le sol à une profondeur  $z$  (figure IV.6)

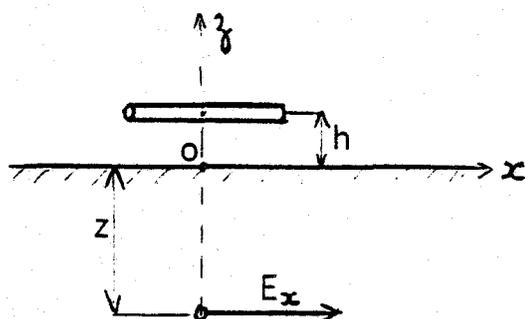


Figure IV.6

Lorsque l'émetteur est à la surface du sol, cette configuration permet en effet une comparaison directe entre le rayonnement du dipôle en présence d'un demi-milieu et le rayonnement en milieu homogène.

Le sol a pour caractéristiques électriques :

$$\begin{cases} \sigma &= 10^{-2} \text{ mho/m} \\ \epsilon_r &= 9 \end{cases}$$

Dans nos applications numériques la fréquence et la distance sont exprimées à l'aide des paramètres sans dimensions physiques définis dans le chapitre III par les relations (3.2) que nous rappelons :

$$\beta = \frac{F}{F_c} \quad \text{avec } F_c = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon} \quad \text{et } X = \frac{r}{L_c} \quad \text{avec } L_c = \frac{2}{\sigma} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$$

$r$  étant la distance émetteur-récepteur.

### III.1 - VARIATION DU CHAMP RECU EN FONCTION DE LA FREQUENCE

L'émetteur étant à la surface du sol, il est intéressant de normaliser le champ  $E_x$  reçu par rapport au champ  $E_{x0}$  calculé dans l'hypothèse du courant continu :

$$E_{x0} = \frac{2 I d l}{4 \pi \sigma Z^3}$$

Les variations du rapport  $\frac{E_x}{E_{x0}}$  en fonction de  $\beta$  et paramétré en  $X$  sont représentées sur la figure IV7.

On constate que pour des valeurs  $\beta > 10$  le champ reçu augmente proportionnellement avec la fréquence et que pour des valeurs de  $X$  relativement faibles, le champ reçu peut être supérieur à celui que l'on reçoit en courant continu. On peut noter également que les courbes ont la même allure que ceux de la figure III.2 du chapitre III tracées dans le cas d'un milieu conducteur infini.

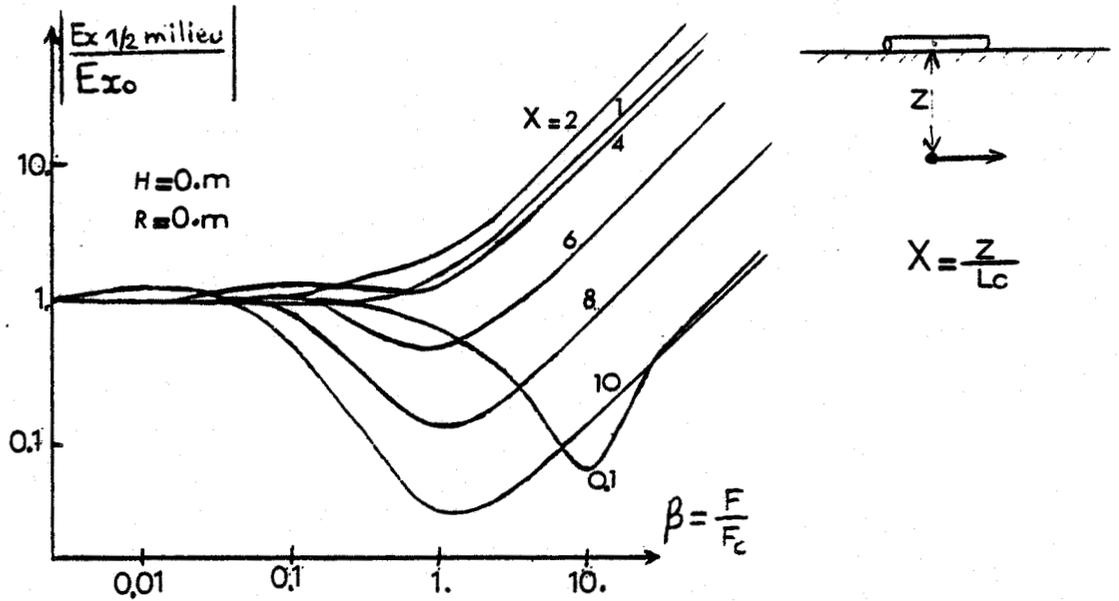


Figure IV.7

Nous avons également représenté sur la figure IV.8 l'amplitude du champ reçu dans le sol normalisée par rapport au champ que l'on recevrait si le milieu conducteur était infini. La profondeur réduite est introduite en paramètre.

On constate qu'en basse fréquence, ce rapport tend vers 2. En effet, les lignes de courant se referment, dans ce cas, uniquement dans le demi-milieu inférieur. En haute fréquence, par contre, les formules asymptotiques du champ rayonné par un dipôle montrent que ce rapport tend vers  $2/(1+n)$ ,  $n$  étant égal au rapport des constantes de propagation dans l'air et dans le sol.

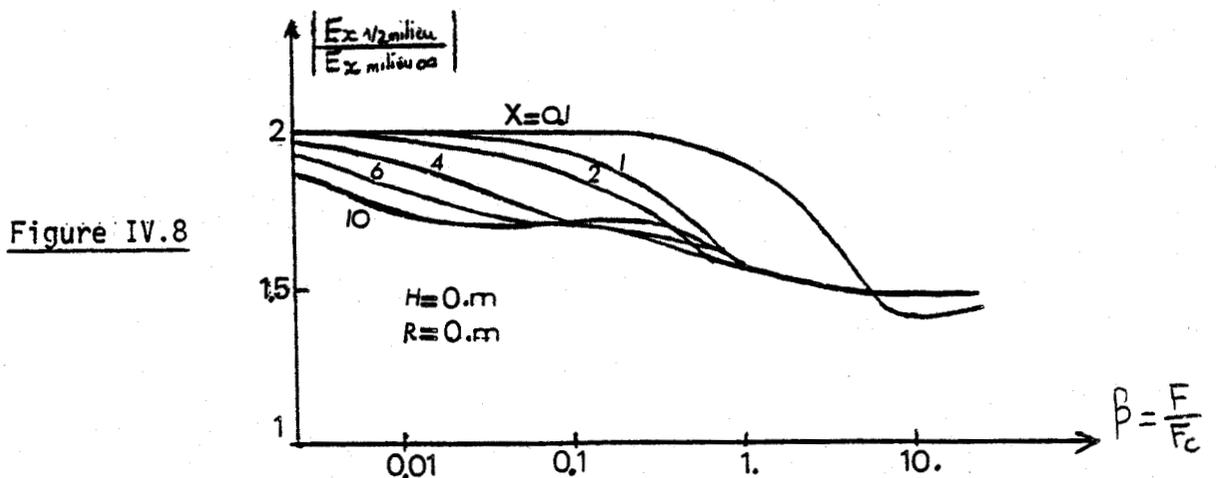


Figure IV.8

### III.2. - VARIATION DU CHAMP RECU EN FONCTION DE LA HAUTEUR DE L'EMETTEUR

Nous avons représenté sur la figure IV.9 cette variation pour deux profondeurs de réception, la fréquence intervenant comme paramètre

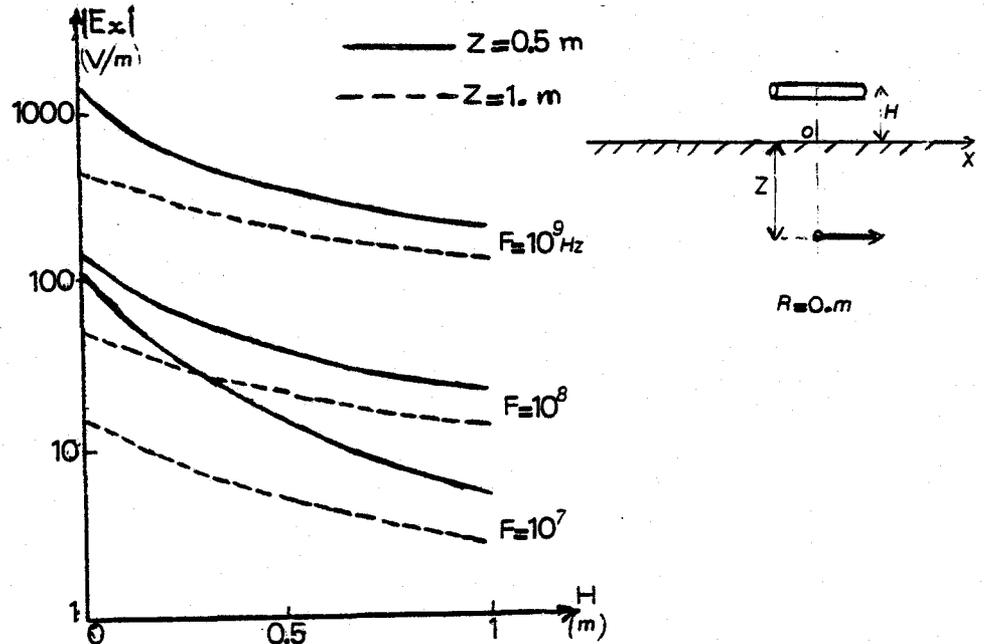


Figure IV.9

On constate tout d'abord que pour des faibles hauteurs d'antenne la variation du champ est assez importante. Cependant dans la gamme de fréquence qui nous intéresse  $20 \text{ MHz} < f < 2 \text{ GHz}$ . Le champ ne varie pas dans un rapport supérieur à 2 quand la hauteur de l'antenne passe de 0 à 20 cm. Ce paramètre n'est donc pas trop critique pour la mise en oeuvre du système "radar". Mais comme nous le verrons par la suite, c'est essentiellement l'élargissement et l'affaiblissement de l'impulsion se propageant sur l'antenne qui imposera la hauteur optimum.

### IV - ETUDE DU CHAMP RAYONNE DANS LE SOL PAR UN DEH EN LIAISON OBLIQUE

Dans ce paragraphe nous nous intéressons à la composante  $E_\varphi$  du champ électrique rayonné dans le sol par un dipôle électrique horizontal placé dans l'air à une hauteur  $h$ . Le sol a les caractéristiques électriques suivantes :

$$\begin{cases} \sigma = 10^{-2} \text{ mho/m} \\ \epsilon_r = 10 \end{cases}$$

la profondeur du récepteur est de 1 m.

#### IV.1. - VARIATION DU CHAMP EN FONCTION DE LA DISTANCE $r$ EMETTEUR-RECEPTEUR

Sur la figure IV.10 nous avons représenté le module du champ  $E_\varphi$

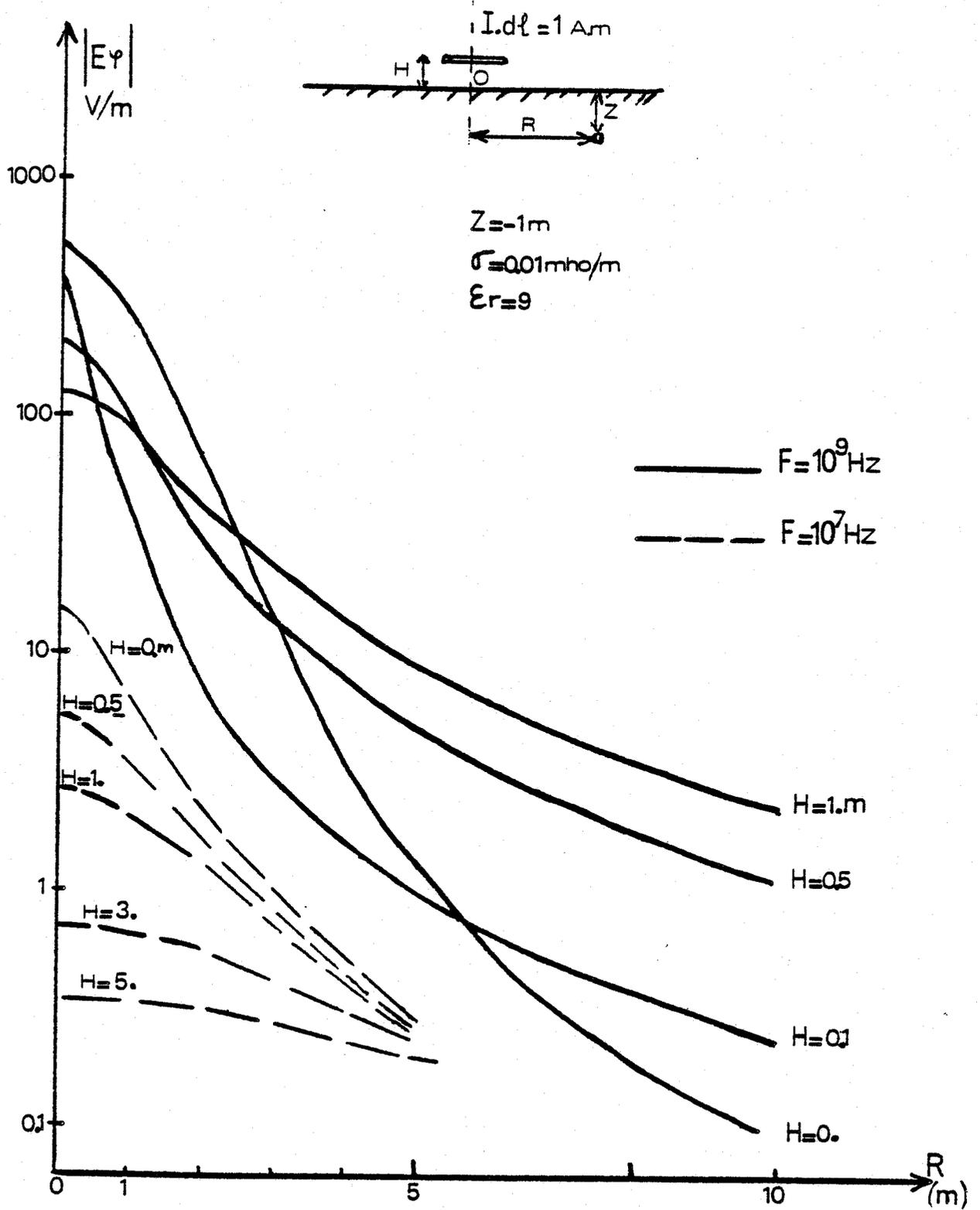


Planche IV.10



en fonction de la distance  $r$  pour des fréquences de  $10^7$  HZ et  $10^9$  HZ, la hauteur de l'émetteur intervient comme paramètre.

On constate pour une fréquence de  $10^7$  et pour des distances horizontales  $r$  comprises entre 0 et 5 m que le champ décroît lorsque la hauteur de l'émetteur augmente. Par contre pour une fréquence de 1 GHz, ce phénomène n'est plus valable que pour des distances  $r$  inférieures au mètre.

Afin de mieux mettre en évidence ce comportement nous allons étudier les variations de cette composante du champ en fonction de la hauteur  $h$ .

#### IV.2. - VARIATION DU CHAMP EN FONCTION DE LA HAUTEUR DE L'EMETTEUR

Nous avons représenté sur la figure IV.11 cette variation pour une fréquence de 1 GHz, le point de réception étant toujours situé à 1 m dans le sol.

La distance horizontale  $r$  intervient comme paramètre. On constate que pour des distances  $r$  supérieures à 0.5 m le champ décroît brusquement lorsque la hauteur de l'émetteur augmente légèrement, il passe par un minimum pour augmenter ensuite en fonction de la hauteur tant que  $h$  est inférieure à quelques mètres. Ce comportement peut s'expliquer par la contribution des différentes ondes générées par le dipôle émetteur (figure IV.12).

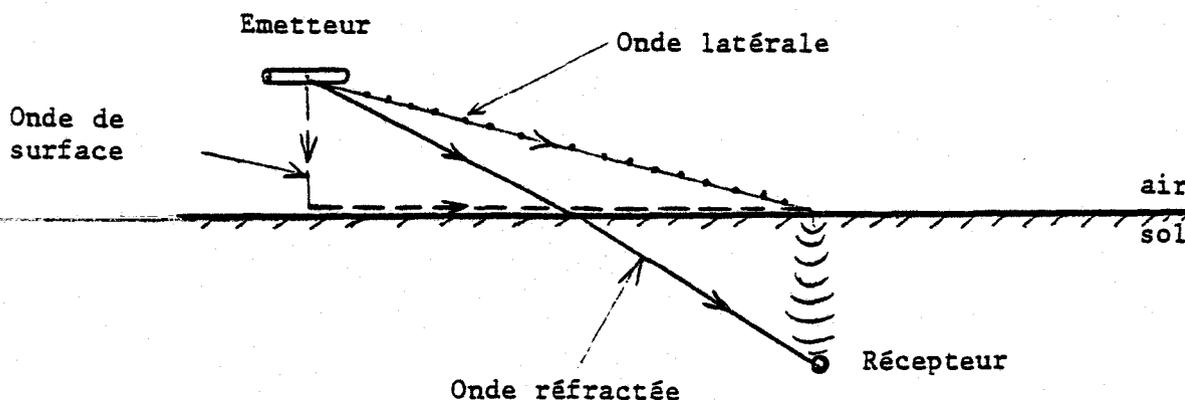


Figure IV.12

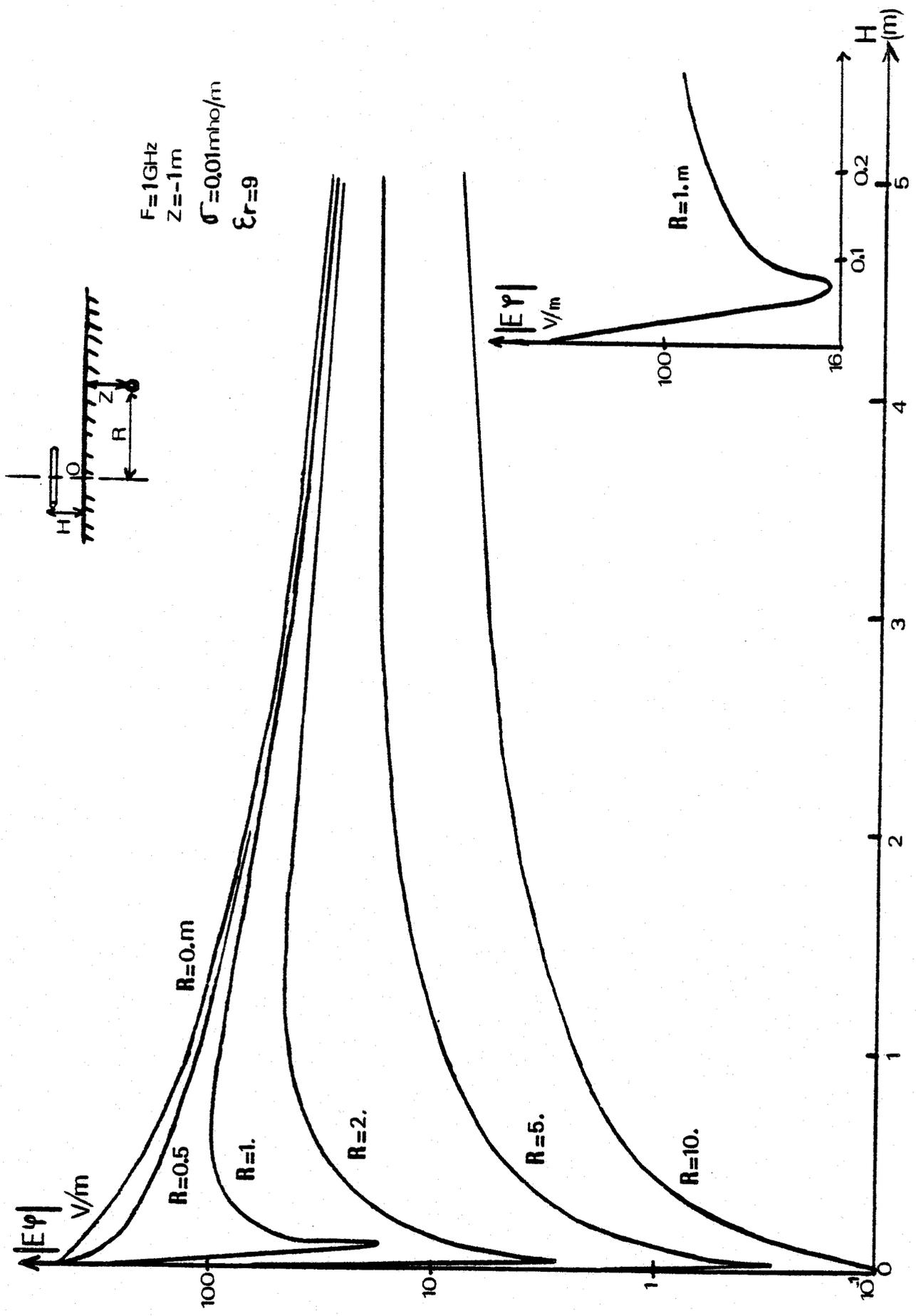


Planche IV.11

On voit que dans le cas d'une liaison verticale ( $r = 0$ ) il n'y a pas d'onde de surface, les ondes latérales et réfractées étant confondues. Dans le cas d'une liaison oblique ( $r \neq 0$ ), la contribution au champ reçu de chaque type d'onde est fonction de la hauteur de l'émetteur ce qui explique certainement les brusques variations du champ observées sur la figure I.13.

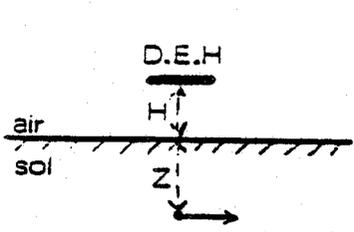
Il serait intéressant de vérifier expérimentalement ce comportement.

#### V - ETUDE DU RAYONNEMENT EN REGIME IMPULSIF D'UN DEH EN LIAISON VERTICALE

Dans ce paragraphe nous considérons une impulsion de courant trapézoïdale large de 5ns avec un temps de montée de 0.5 ns et une amplitude de 1 mA, elle est représentée sur la planche IV.13.

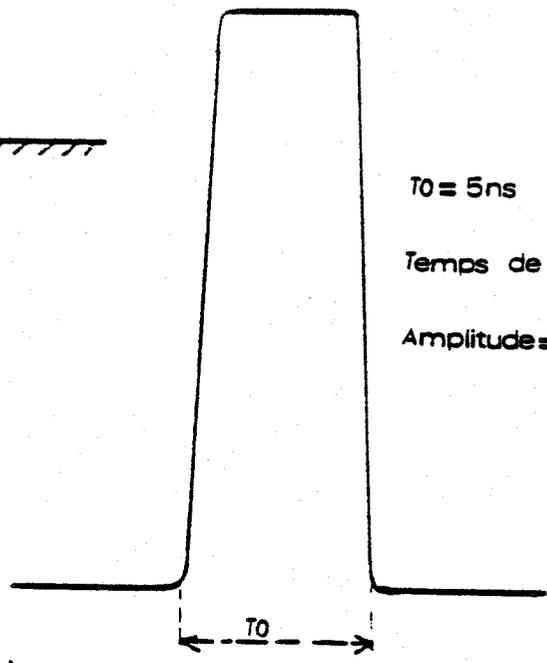
Sur cette même planche nous donnons la forme du champ reçu pour différentes hauteurs de l'antenne d'émission lorsque le récepteur est situé à une profondeur de 50 cm dans le sol. Nous avons également représenté la forme du champ reçu pour différentes profondeurs de réception lorsque l'antenne d'émission est située à une hauteur de 10 cm au-dessus du sol.

Dans le cas particulier où l'antenne d'émission repose sur le sol, il est possible de comparer le champ avec celui reçu dans le cas d'un milieu homogène donné par la courbe en pointillés. Celle-ci a été décalée dans le temps de manière à mieux la distinguer de l'impulsion obtenue dans le cas du 1/2 milieu. On constate en accord avec les résultats obtenus en régime sinusoïdal que le rapport des amplitudes du champ tend vers la valeur 2 entre les pics et vers la valeur  $\frac{2}{1 + 1/\sqrt{\epsilon_r}}$  pour les valeurs extrêmes de ces pics. D'autre part, pour des faibles hauteurs de l'antenne ( $h < 10$  cm), l'amplitude et la forme de l'impulsion reçue ne varient pas très fortement. De plus lorsque le récepteur passe d'une profondeur de 25 cm à 50 cm, l'amplitude maximum de l'impulsion ne varie que dans un rapport 1.6.



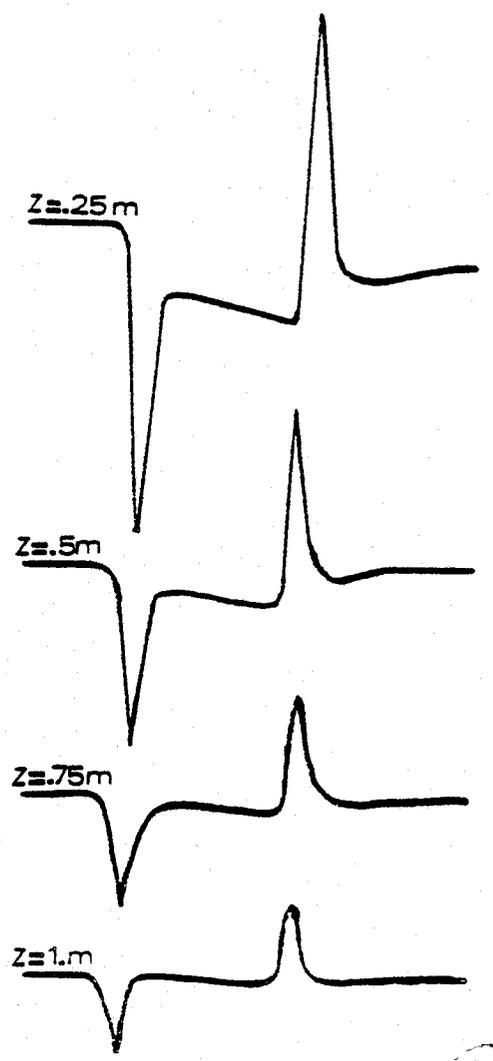
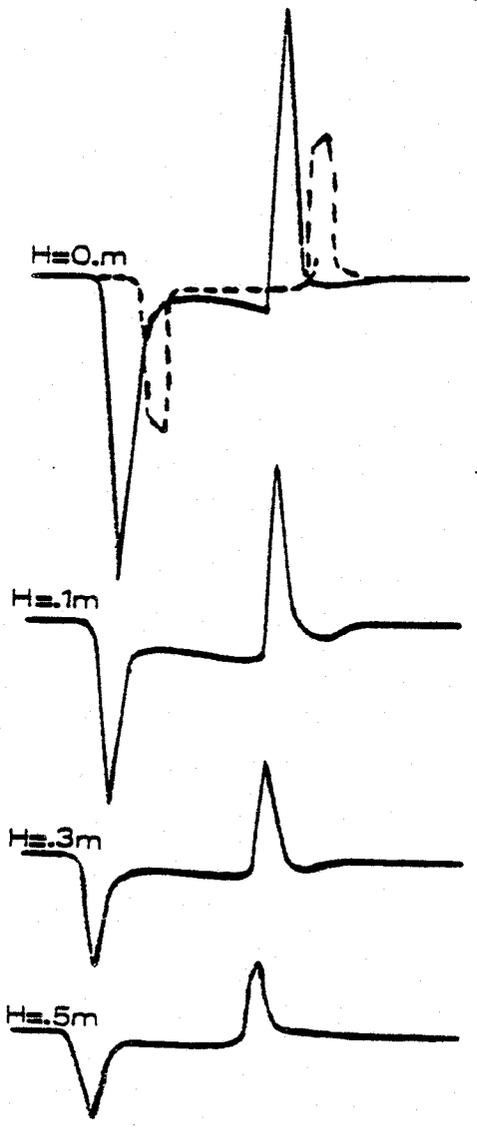
$\sigma = 0.01 \text{ mho/m}$   
 $\epsilon_r = 10.$

$T_0 = 5 \text{ ns}$   
Temps de montée =  $0.5 \text{ ns}$   
Amplitude =  $1 \text{ mA}$



$Z = .5 \text{ m}$

$H = .1 \text{ m}$



$0.1 \text{ V/m}$   
 $2 \text{ ns}$

Planche IV.13



## CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons tout d'abord rappelé les expressions analytiques du champ créé par un dipôle électrique placé au-dessus d'un demi-milieu. Nous avons mis au point des programmes de calcul numérique de ce champ. Après avoir vérifié la validité de nos programmes en comparant nos résultats avec ceux obtenus par d'autres auteurs, nous avons étudié le rayonnement d'un dipôle électrique horizontal en régime sinusoïdal et impulsif. Dans le cas d'une liaison verticale et lorsque l'émetteur est placé à la surface du sol nous avons comparé le champ obtenu avec celui reçu dans le cas d'un milieu homogène. Nous avons montré que le rapport de ces deux champs tend vers la valeur 2 en basse fréquence et vers la valeur  $\frac{2}{1 + 1/\sqrt{\epsilon_r}}$  en haute fréquence.

D'autre part, une étude paramétrique dans le cas d'une liaison oblique nous a montré l'existence de variations brusques du champ électrique en haute fréquence en fonction de la hauteur de l'émetteur.

Nous disposons maintenant des expressions et de l'outil de calcul des champs électromagnétiques créés par un dipôle. Cela va nous permettre de calculer le rayonnement en zone proche d'une antenne longue.

## RAYONNEMENT D'UNE ANTENNE LONGUE DANS

## UN DEMI - MILIEU

Il existe de nombreuses méthodes pour calculer le champ rayonné en régime impulsif par une antenne longue, la première étape du calcul étant la détermination de la répartition du courant le long de la ligne. Ce calcul peut-être fait directement dans le domaine temporel en résolvant l'équation intégrale du courant qui est en général une équation du type de Hallen | 20 |.

Ces techniques sont souvent utilisées lorsque l'antenne est placée dans un milieu homogène, l'air en général. Dans notre cas, l'antenne est placée dans l'air parallèlement à la surface du sol et très proche de l'interface. Il en résulte une déformation importante de l'impulsion de courant qui se propage sur la ligne.

Dans ce cas, il est plus facile d'utiliser des méthodes basées sur l'utilisation de la transformée de Fourier.

Pour le régime sinusoïdal WAIT<sup>37</sup> a été établie en 1972 l'expression de l'équation modale qui régit la valeur de la constante de propagation du courant. En 1973 OLSEN, CHANG et KUESTER | 38|,39| ont montré qu'en plus du mode "ligne de transmission" classique il existait pour cette structure un autre mode dit "mode rapide". De plus il faut tenir compte des courants associés aux modes "rayonnés" par cette structure. Cette étude a été reprise par Courbet | 3 | qui a calculé pour de nombreuses configurations les différentes constantes de propagation ainsi que la variation de l'amplitude du courant total se propageant sur le fil.

Nous allons dans ce chapitre reprendre ses résultats pour tenir compte de la déformation de l'impulsion de courant. Afin de bien dissocier les phénomènes nous supposons tout d'abord que l'impulsion se propage sur le fil à la vitesse de la lumière et sans déformation. Nous calculons le champ rayonné dans le sol par l'antenne en l'assimilant à une suite de dipôles élémentaires et nous montrons qu'il existe un "effet de sommation". Nous tenons compte ensuite de la déformation de l'impulsion pour mettre en évidence les limites de l'effet précédent.

## I - CALCUL DU RAYONNEMENT DE LA LIGNE EN REGIME SINUSOIDAL

Dans ce chapitre nous nous intéressons au calcul du champ rayonné dans le sol. L'étude dans le domaine temporel étant menée comme précédemment à l'aide d'une transformation rapide de Fourier, il est utile dans un premier temps de calculer ce champ en fonction de la fréquence.

### I.1. - POSITION DU PROBLEME

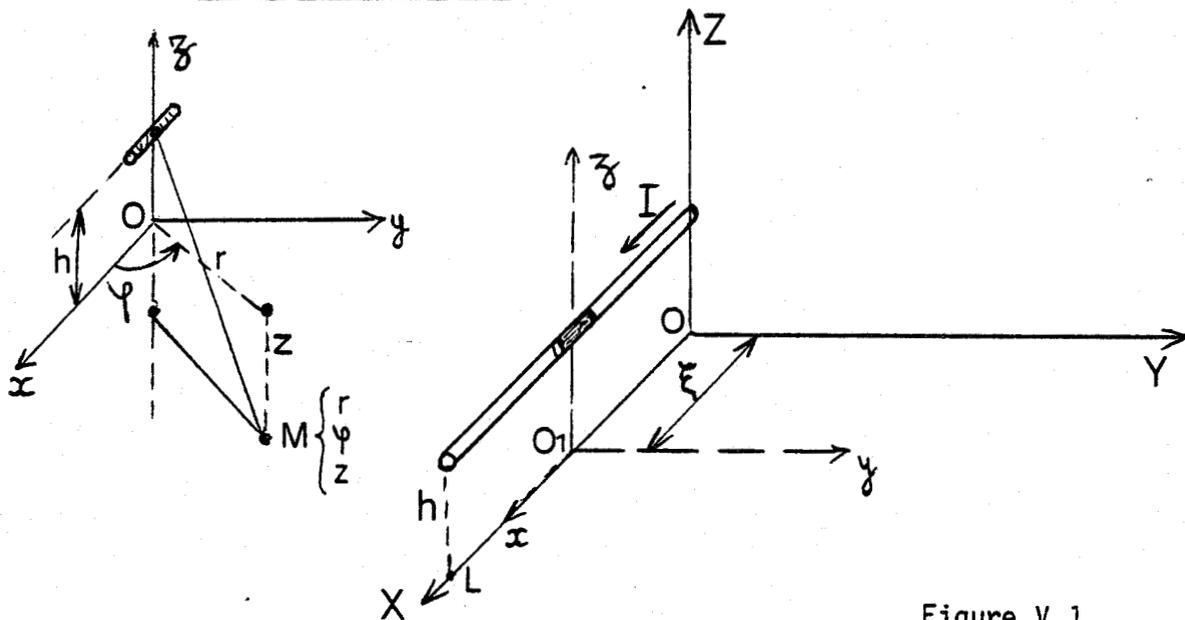


Figure V.1

La ligne émettrice de longueur  $L$  est placée parallèlement à l'interface air-sol à une hauteur  $h$  figure V.1.

Le fil est supposé parcouru par un courant dont l'expression générale peut se mettre sous la forme

$$I = I_0 e^{-\gamma x} \cdot e^{j\omega t} \quad (5.1)$$

où  $\gamma$  est la constante de propagation sur le fil. Nous allons dans ce paragraphe faire l'hypothèse que le courant se propage sur le fil à la vitesse de la lumière et sans affaiblissement. Dans ce cas le courant peut s'écrire

$$I = I_0 e^{j\omega(t - \frac{x}{c})} \quad (5.2)$$

Le calcul du champ rayonné par la ligne s'obtient en décomposant celle-ci en une suite de dipôles élémentaires rayonnants. Si l'on considère un dipôle élémentaire d'abscisse  $\xi$  dans le repère OXYZ, les paramètres  $r$  et  $\varphi$  s'écrivent dans le repère  $O_1xyz$  lié à un dipôle

$$\begin{cases} r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{y}{x} \end{cases} \quad (5.3)$$

en effectuant le changement de variable

$$\begin{cases} x &= X - \xi \\ y &= Y \\ z &= Z \end{cases} \quad (5.4)$$

On peut alors calculer  $r$  et  $\varphi$  dans le repère OXYZ par les formules suivantes :

$$\begin{cases} r &= \sqrt{(X - \xi)^2 + Y^2} \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{Y}{X - \xi} \end{cases} \quad (5.5)$$

Les composantes  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  du champ électrique rayonné par ce dipôle s'expriment à l'aide des composantes en coordonnées cylindriques par les relations

$$\begin{cases} E_x = E_r \cos \varphi - E_\varphi \sin \varphi \\ E_y = E_r \sin \varphi + E_\varphi \cos \varphi \\ E_z = E_z \end{cases} \quad (5.6)$$

Les composantes  $E_r$ ,  $E_\varphi$  et  $E_z$  sont données par les expressions (A.6) de l'annexe I dans lesquelles on remplace le courant par sa nouvelle valeur.

Pour calculer les composantes du champ  $E_x^T$ ,  $E_y^T$  et  $E_z^T$  rayonné par la ligne il suffit d'intégrer numériquement les composantes du dipôle par rapport à la variable d'intégration  $\xi$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x^T (X, Y, Z) = \int_0^L E_x (X, Y, Z, \xi) d\xi \\ E_y^T (X, Y, Z) = \int_0^L E_y (X, Y, Z, \xi) d\xi \\ E_z^T (X, Y, Z) = \int_0^L E_z (X, Y, Z, \xi) d\xi \end{array} \right. \quad (5.7)$$

Le calcul numérique de ces intégrales nécessite le découpage de l'intervalle d'intégration  $\{0, L\}$  en sous intervalles sur lesquels on applique la méthode d'intégration choisie (Gauss-Legendre).

Dans notre cas nous avons à calculer le champ rayonné par une ligne en zone proche. La longueur d'un dipôle doit être très inférieure à la distance  $r$  du dipôle au point d'observation ce qui exige un découpage de la ligne en un grand nombre de segments.

La procédure de transformée de Fourier nécessite le calcul de 256 points de fréquences ce qui conduit à des temps de calcul très importants. Afin de réduire celui-ci nous calculons le champ rayonné par la longue antenne pour un certain nombre de fréquences, les autres valeurs sont déterminées à l'aide d'une méthode d'interpolation détaillée ci-dessous.

## I.2. - METHODE D'INTERPOLATION UTILISEE

Une interpolation directe en fonction de la fréquence s'avère peu économique car le champ en haute fréquence étant une fonction rapidement oscillante, le nombre de points nécessaires à l'interpolation est pratiquement égal au nombre de points nécessaires à la FFT.

Cependant si on multiplie les composantes du champ par le terme exponentiel  $e^{\frac{\gamma_1 R_0}{\sqrt{\epsilon_r}}}$  où  $\gamma_1$  est la constante de propagation dans le sol et  $R_0$  une distance que l'on peut ajuster, on s'aperçoit que cette nouvelle fonction pour un  $R_0$  convenablement choisi est lentement variable avec la fréquence.

Après de nombreux essais la distance  $R_0$  qui donne les meilleurs résultats est donnée par la relation suivante :

$$R_0 = \sqrt{\epsilon_r} \sqrt{(X_M - X_0)^2 + Z_M^2} + (X_0 + h) \quad (5.8)$$

où  $X_M$  et  $Z_M$  sont les coordonnées du point d'observation et  $X_0$  l'abscisse du premier dipôle de la ligne dont on reçoit le rayonnement, cette abscisse est donnée par la relation (3.14) du chapitre III.

$R_0$  correspond au chemin optique du rayon représenté sur la figure V.1.bis

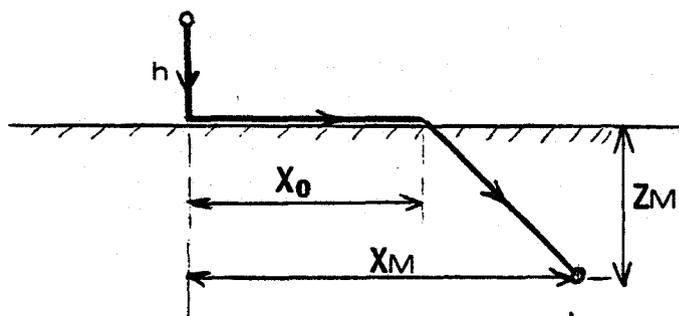


Figure V.1.bis

A titre d'exemple nous avons représenté sur la figure V.2 les variations de la partie réelle de la composante  $E_x^T$  en fonction de la fréquence, rayonnée par une ligne de 3 m de longueur. Sur la même figure nous avons également représenté les variations de cette fonction après l'avoir multipliée par le terme  $e^{\frac{\gamma_1 R_0}{\sqrt{\epsilon_r}}}$ .

La ligne est située à 0.1 m du sol et les coordonnées du point d'observation dans le sol sont

$$\begin{cases} X_M = 0.5 \text{ m} \\ Z_M = 0.5 \text{ m} \end{cases}$$

le sol ayant comme paramètres  $\sigma = 10^{-2}$  mho/m,  $\epsilon_r = 10$ .

On remarque que cette dernière courbe est échantillonnable en un nombre peu élevé de points, les méthodes d'interpolation classiques donnant de bons résultats.

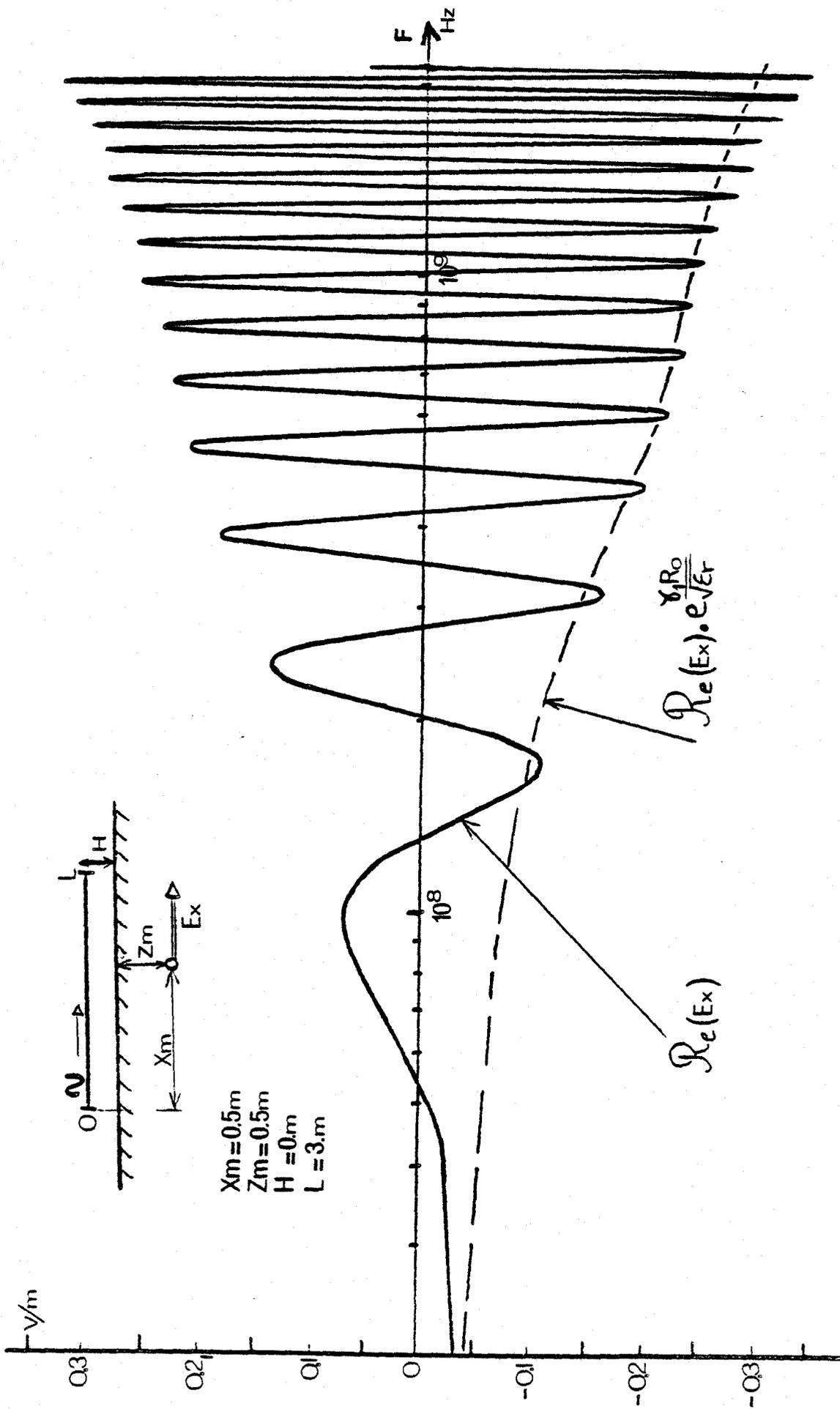


Figure V.2

## II - REPOSE DE LA LIGNE EN REGIME IMPULSIF

En considérant que le courant se propage toujours sans déformation et à la vitesse de la lumière, nous avons représenté sur la planche V.3 l'évolution dans le temps du champ total  $E_x^T$ . Nous avons considéré un sol de caractéristiques électriques  $\sigma = 10^{-2}$  mho/m,  $\epsilon_r = 10$  la ligne de 3 m de long est placée à 4 cm du sol et le point de réception est à 0.5 m de profondeur. La distance XM intervenant comme paramètre. Nous considérons toujours les deux types d'impulsions étudiées précédemment.

On constate que la forme du champ reçu est identique à celle qu'on avait en milieu homogène et qu'il existe également un effet de sommation durant le temps de montée de l'impulsion lorsque XM augmente. De plus comme la forme du champ reçu est très voisine de celle créée par un dipôle, on peut calculer le moment du dipôle fictif qui, placé au-dessus du point de réception donnerait la même amplitude du champ. En calculant le rapport des amplitudes crêtes de l'impulsion rayonnée par un dipôle et par une ligne, on obtient pour la ligne un moment équivalent

$$(I \Delta \ell)_{eq} = 0.33 \text{ Am}$$

Nous avons également représenté sur la planche V.4. la variation du champ avec la hauteur du fil au-dessus du sol. On remarque que pour une hauteur comprise entre 4 et 20 cm l'amplitude maximum du champ varie d'un rapport 2, ceci est en accord avec les résultats obtenus dans le chapitre IV.

Dans le paragraphe suivant, nous allons tenir compte de la déformation de l'impulsion de courant qui se propage sur le fil, pour calculer le champ rayonné par la ligne.

## III - REPARTITION DU COURANT LE LONG DE LA LIGNE

Comme nous l'avons déjà dit dans l'introduction de ce chapitre CHANG et OLSEN ont montré en choisissant une approche modale du problème qu'il existait en plus du mode ligne de transmission classique un autre mode dit mode rapide. Il existe également en plus de ces deux modes un spectre continu de constantes de propagations associé au champ rayonné par le fil.

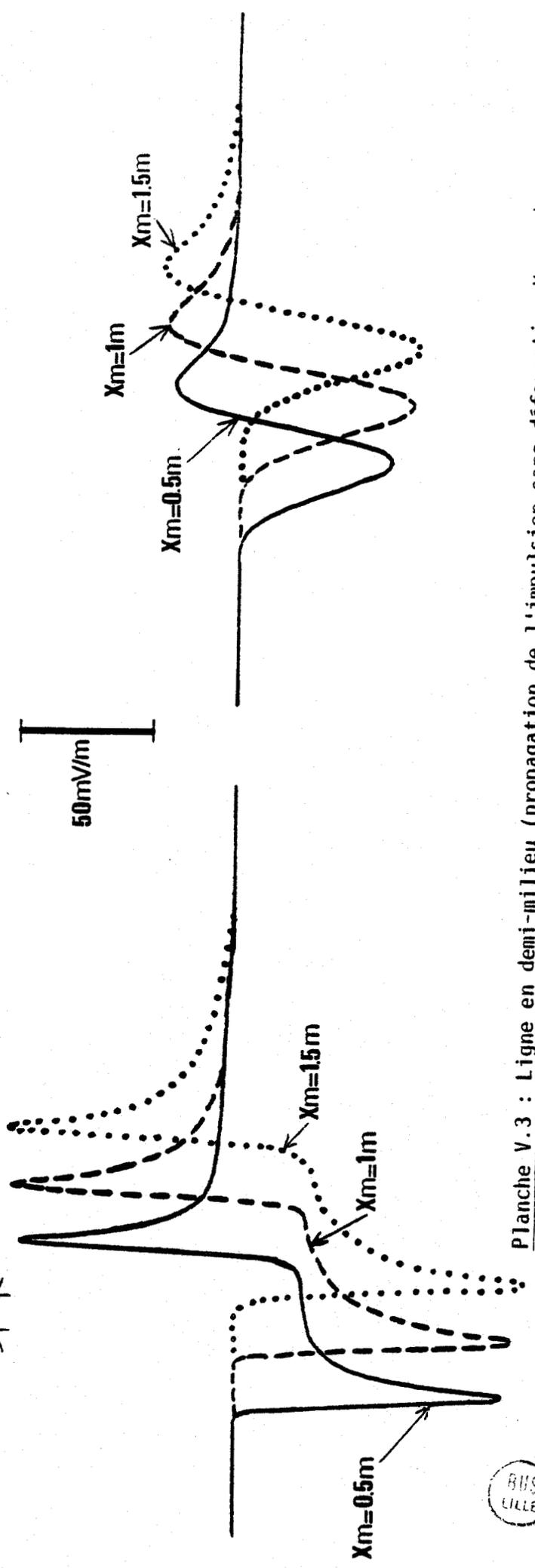
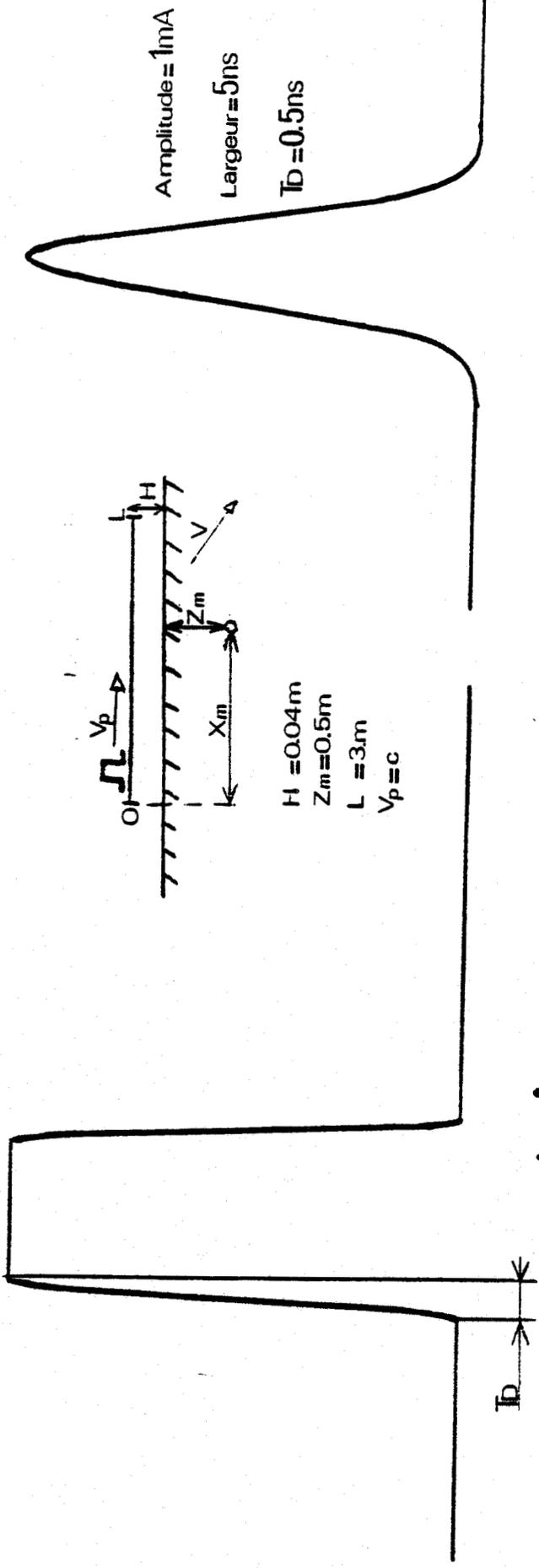
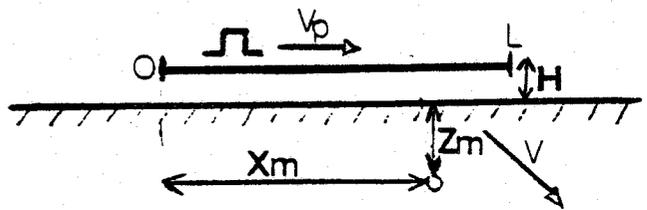
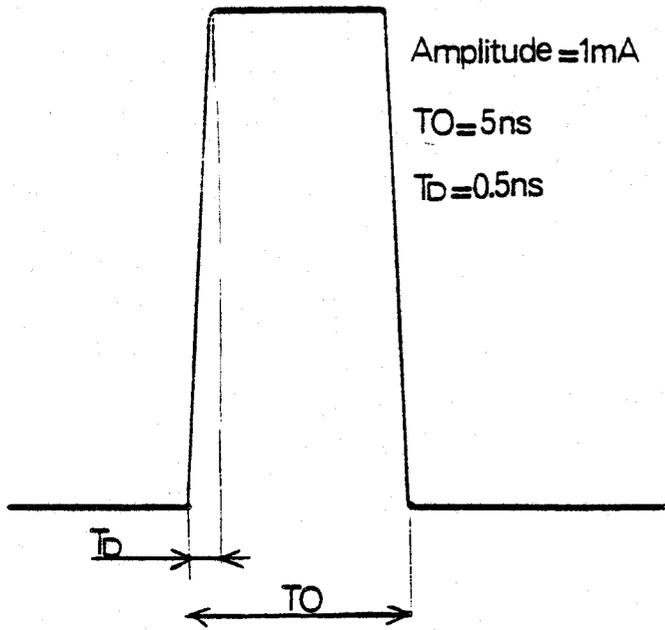
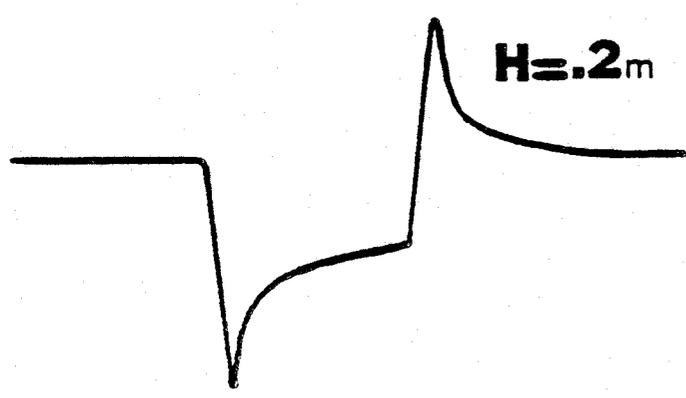
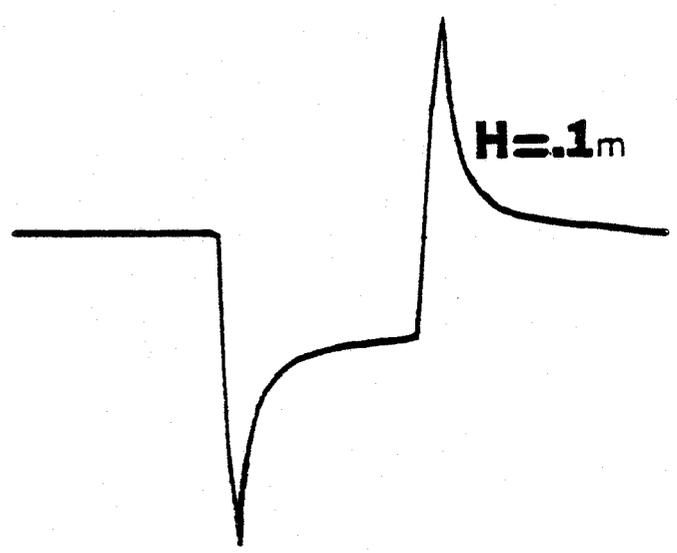
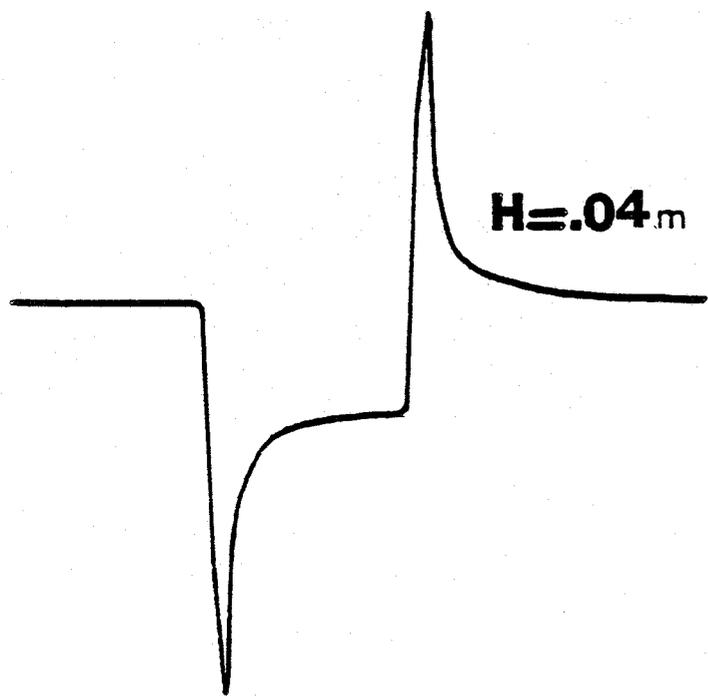


Planche V.3 : Ligne en demi-milieu (propagation de l'impulsion sans déformation  $V_p = c$ )



$x_m = 0.5\text{m}$   
 $z_m = 0.5\text{m}$   
 $L = 3\text{m}$   
 $v_p = c$



50mV/m



Planche V.4 : Influence de la hauteur H

Le calcul des constantes de propagation dues aux modes guidés a été repris par COURBET<sup>[3]</sup> en résolvant l'équation modale à l'aide d'une méthode d'itération numérique.

La ligne est supposée infinie et parcourue par un ou plusieurs courants dont l'expression générale peut se mettre sous la forme :

$$I = I_0 e^{-\Gamma_m x + j\omega t}$$

où  $\Gamma_m$  est la constante de propagation d'indice  $m$ .

Nous allons d'abord rappeler les principaux résultats obtenus par Courbet et calculer ensuite le champ rayonné par la ligne compte tenu de la déformation de l'impulsion de courant le long de la ligne.

### III.1. - VARIATION DES CONSTANTES DE PROPAGATION DISCRETES EN FONCTION DE LA HAUTEUR DU FIL

Les constantes de propagation sont représentées sur la figure V.5. Le rapport entre la vitesse de propagation de l'onde et la vitesse de la lumière est reporté en abscisse et l'affaiblissement en  $N_p/m$  subi par l'onde est reporté en ordonnée. Le sol considéré a les caractéristiques électriques suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = 10^{-2} \text{ mho/m} \\ \epsilon_r = 5 \end{array} \right.$$

et la fréquence de travail est égale à 1 GHz. La hauteur du fil au-dessus du sol intervient comme paramètre.

partie imaginaire

$$\sigma_2 = 10^{-2} \text{ u/m}$$

$$\epsilon_R = 5$$

$$F = 1 \text{ GHz}$$

$$a = 10^{-3} \text{ m}$$

PLAN COMPLEXE  $\propto$

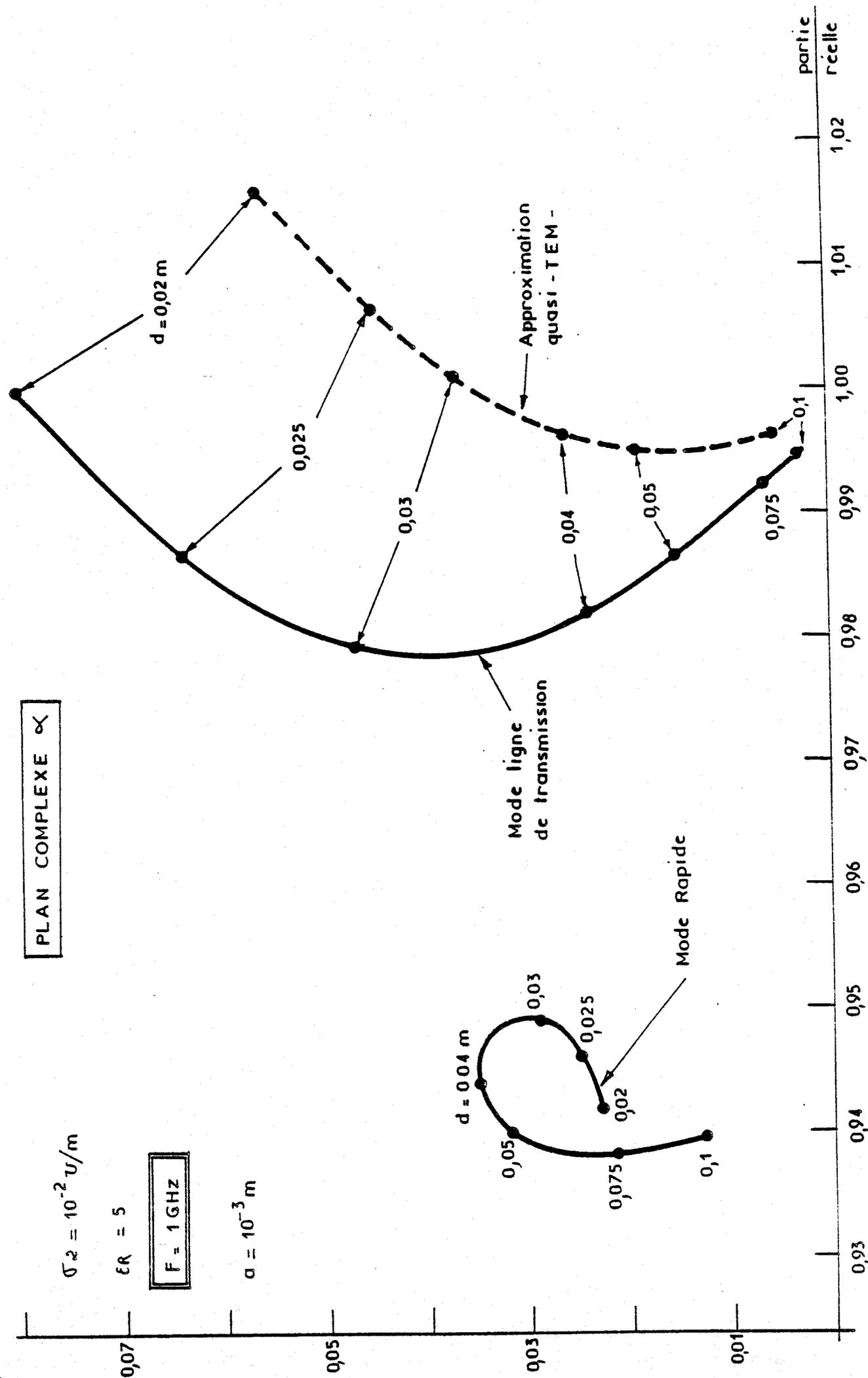


Planche V.5 VARIATIONS DES CONSTANTES DE PROPAGATION EN FONCTION DE LA HAUTEUR

Sur la même figure sont reportées en pointillés les valeurs obtenues dans l'approximation quasi TEM [40].

On constate que le mode rapide n'est pas très sensible à la hauteur de la ligne. D'autre part le mode ligne de transmission est beaucoup plus atténué que le mode rapide pour des hauteurs faibles ( $h/\lambda < 0.1$ )

Dans ce cas on constate également une bonne concordance entre l'approximation quasi TEM et le mode ligne de transmission.

### III.2. - DEFORMATION DE L'IMPULSION DE COURANT LE LONG DE LA LIGNE

Compte tenu des distances de propagation et des largeurs d'impulsion que nous envisageons Courbet [41] a montré en étudiant le comportement exact du courant total, que le mode de propagation type "ligne de transmission" était prépondérant. Nous appliquons à chaque composante spectrale de l'impulsion initiale ( $x = 0$ ) l'affaiblissement et le déphasage calculé théoriquement par Courbet en supposant une conductivité du sol  $\sigma = 10^{-2}$  mho/m et une permittivité  $\epsilon_r = 10$ . Les spectres sont recomposés ensuite pour donner la forme théorique de l'impulsion après propagation sur une distance  $x$ . Nous avons porté sur la planche V.6 la forme de l'impulsion pour des distances de propagation sur le fil comprises entre 0 et 5 m, la ligne étant placée à 4 cm du sol et l'impulsion initiale à une largeur de 5 ns. On constate que la déformation de l'impulsion de courant lors de sa propagation provoque en particulier une "détérioration" du temps de montée de l'impulsion initiale. Dans les chapitres précédents nous avons vu que ce paramètre était déterminant pour l'effet de sommation mis en évidence. Nous allons donc tenir compte de cette déformation pour le calcul du champ rayonné afin de faire apparaître les limites de cet effet de sommation.

#### IV - CALCUL DU CHAMP DANS LE SOL |42|

En introduisant dans la formule (5.1) la nouvelle constante de propagation déterminée par Courbet <sup>|41|</sup> pour chaque fréquence du spectre utile à la FFT nous calculons le champ rayonné par une antenne de 3 m de long en fonction de sa hauteur au-dessus d'un sol dont les caractéristiques sont  $\sigma = 10^{-2}$  mho/m et  $\epsilon_r = 10$ . Le point de réception est situé dans le sol à une profondeur de 50 cm. Nous avons représenté sur la planche V.7 l'évolution de ce champ lorsque la ligne est située à une hauteur de 4 cm au-dessus du sol et pour les impulsions de courant étudiées dans le chapitre précédent. Ces courbes ont été tracées pour différentes valeurs de la distance longitudinale  $X_m$ . On constate que pour cette hauteur l'effet de sommation décrit précédemment devient très limité car la déformation de l'impulsion et notamment l'augmentation de son temps de montée font que l'amplitude du champ reçu décroît lorsque  $X_m$  devient supérieure à 50 cm.

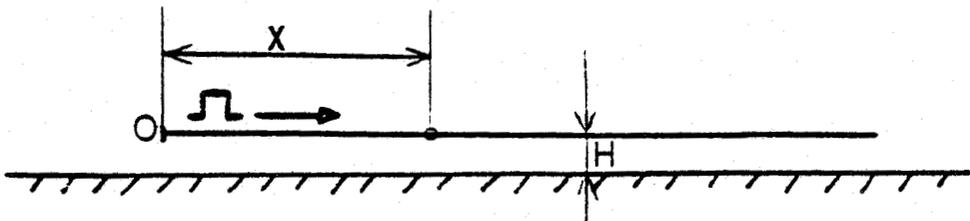
Nous avons représenté sur la planche V.8 le champ reçu lorsque la ligne est située à 10 cm au-dessus du sol. Dans ce cas, l'effet de sommation subsiste pour des distances  $X_m \leq 1$  m.

Cependant comme le champ reçu en un point donné du sol décroît lorsque la hauteur du fil augmente, il apparaît donc que la configuration optimum va résulter d'un compromis entre l'effet de sommation et l'élargissement de l'impulsion.

#### CONCLUSION :

Dans ce chapitre la ligne est placée dans l'air parallèlement à l'interface air-sol. En supposant dans un premier temps que l'impulsion de courant se propage sur le fil sans affaiblissement et à la vitesse de la lumière, nous avons montré qu'il se produisait, comme dans le cas du milieu homogène, un effet de sommation. Nous avons rappelé ensuite les principaux résultats obtenus par Courbet qui a calculé les différentes constantes de propagation ainsi que la variation de l'amplitude du courant total se propageant sur le fil.

.../...



$\sigma = 0.01 \text{ mho/m}$   
 $\epsilon_r = 10$   
 $H = 0.04 \text{ m}$

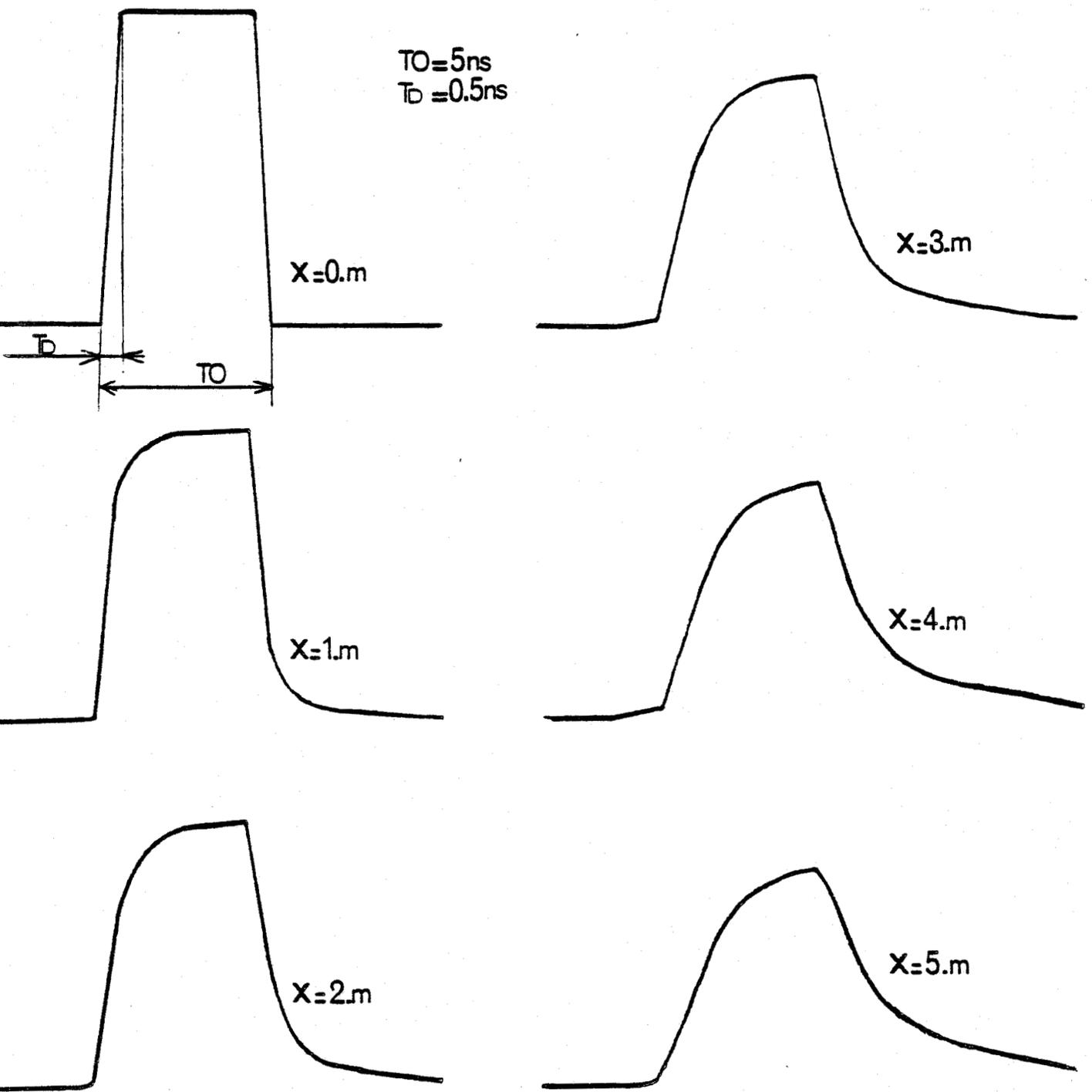


Planche V.6 : Forme de l'impulsion pour une distance X



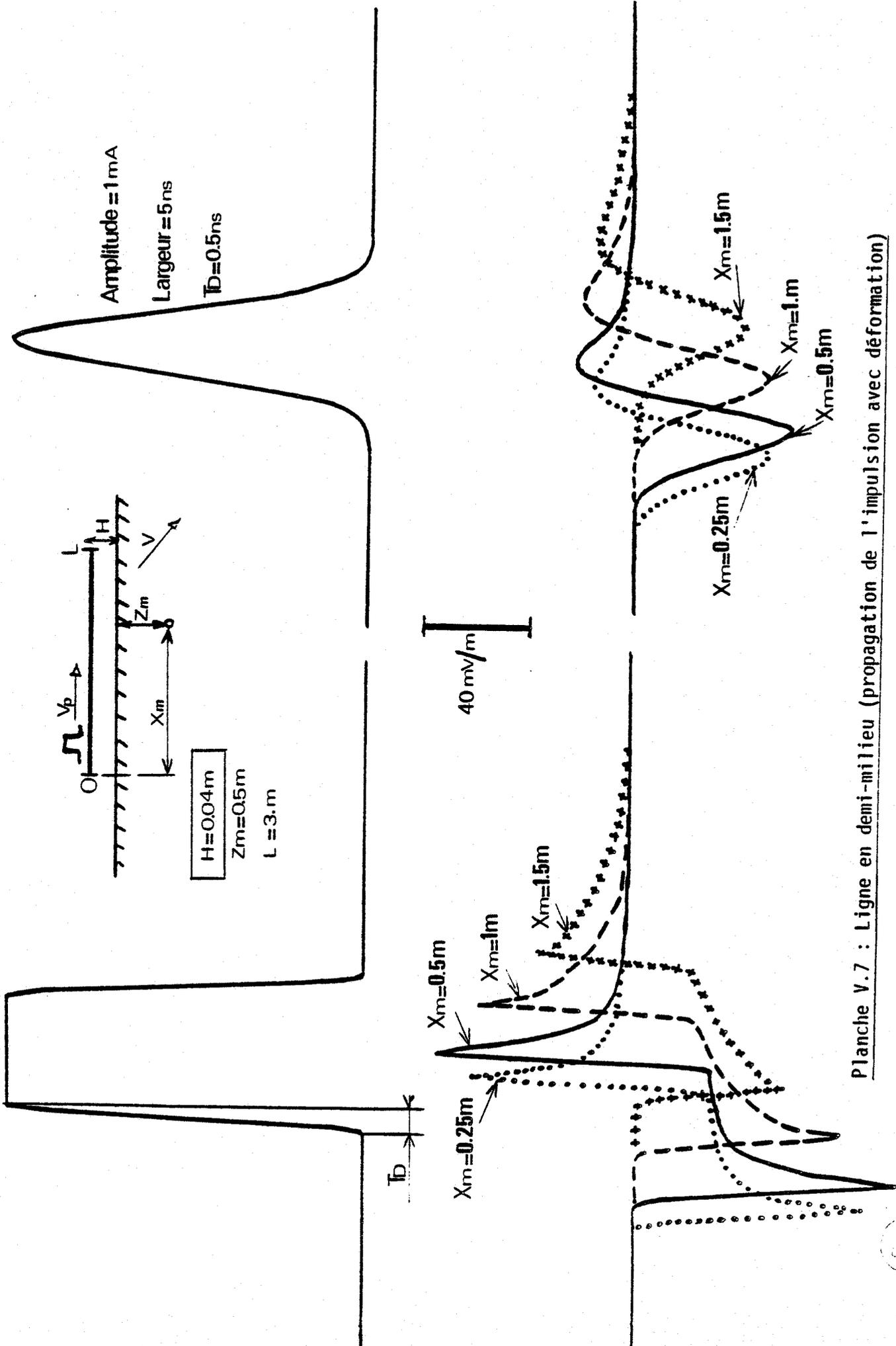
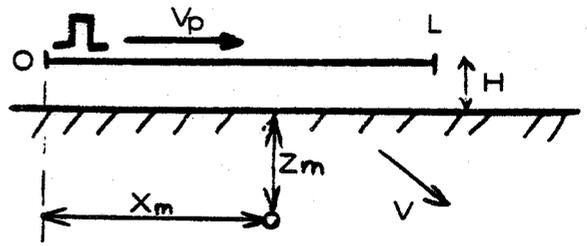
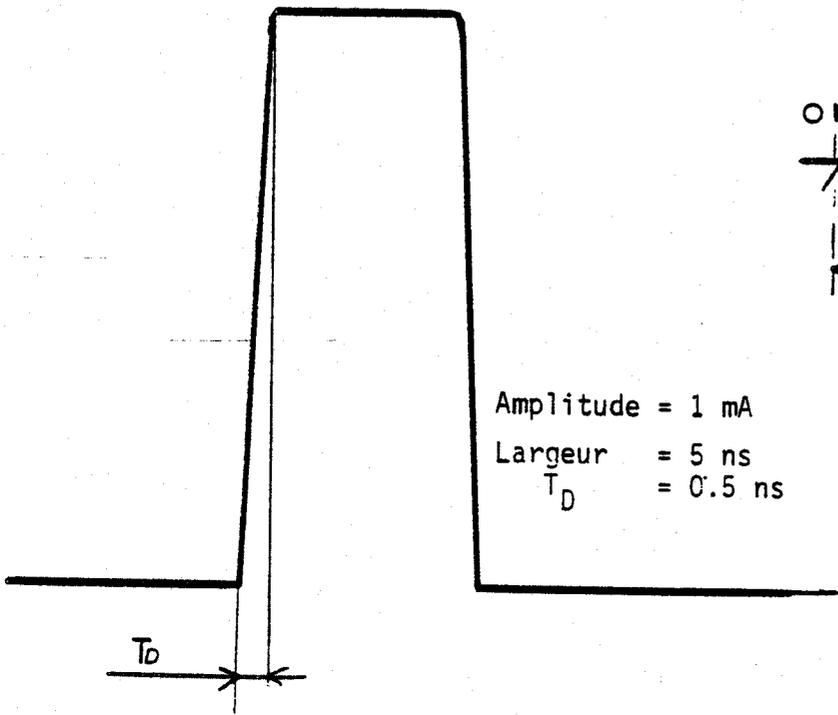
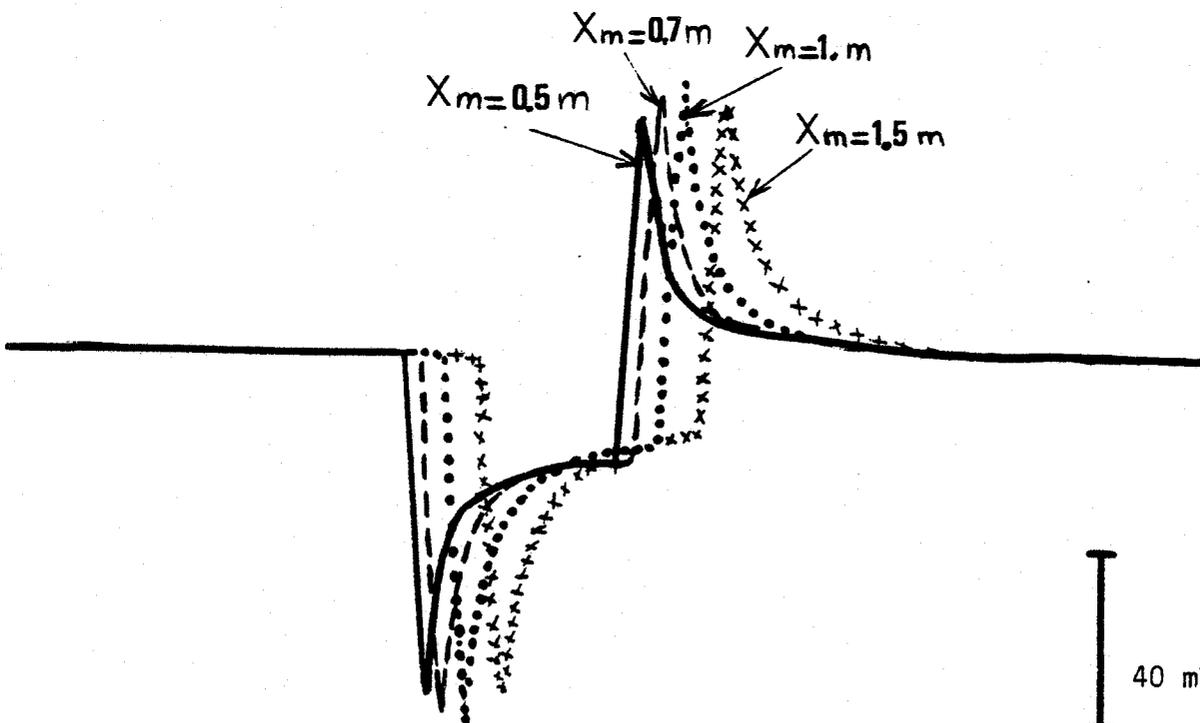


Planche V.7 : Ligne en demi-milieu (propagation de l'impulsion avec déformation)





$H = 0.1$  m  
 $Z_m = 0.5$  m  
 $L = 3$  m



BUS  
LILLE

Pour les distances de propagation et les largeurs d'impulsion envisagées, ces résultats ont permis de mettre en évidence la prépondérance d'un mode de propagation dit mode "ligne de Transmission".

Dans ce cas nous avons montré qu'il subsistait un effet de sommation. Cependant nous avons vu, sur deux exemples, qu'il est préférable de placer la ligne à au moins 10 cm de hauteur pour bénéficier d'un effet de sommation important tout en conservant des fronts de montée rapide au champ se propageant dans le sol. Une conclusion définitive sur la hauteur optimum ne pourrait être apportée qu'en tenant compte également du champ induit sur le fil par un obstacle enterré en fonction de la hauteur de la ligne. Nous avons montré expérimentalement dans le 1er chapitre que cette hauteur de 10 cm correspondait à la meilleure configuration.

## C O N C L U S I O N   G E N E R A L E

---

Au cours de ce travail, nous avons tout d'abord montré la faisabilité de la méthode de détection d'interface par onde de choc électromagnétique en particulier pour la mesure d'épaisseur de murs.

En déplaçant le dispositif de mesure de façon continue nous avons montré la possibilité de détecter la présence d'une hétérogénéité que nous avons simulée par une plaque métallique.

X Nous avons également abordé l'étude théorique du rayonnement d'une impulsion de courant se propageant sur un fil parallèle au sol.

L'utilisation d'une méthode de transformation rapide de Fourier nous a permis de mener le calcul dans le domaine temporel.

En supposant que la ligne est située dans un milieu homogène et infini, nous avons montré que si la vitesse de propagation de l'impulsion sur le fil est supérieure à celle de l'onde dans le sol, il apparaît une onde de choc due à la somme des rayonnements des différents dipôles constituant la ligne d'émission. Pour tenir compte de l'interface air-sol, l'une des difficultés est de calculer les intégrales de Sommerfeld. Nous avons mis au point une procédure numérique permettant d'obtenir ces intégrales avec une précision satisfaisante.

Nous avons finalement tenu compte de la déformation de l'impulsion de courant lors de sa propagation le long du fil.

Dans ce cas, une étude en fonction de la hauteur de la ligne au-dessus du sol nous a permis de voir que la hauteur optimum est de l'ordre de 10 cm. En effet, on bénéficie dans ce cas d'un effet de sommation important tout en conservant des fronts de montée rapides au champ se propageant dans le sol. De plus l'amplitude du champ dans le sol est maximum en un point de réception situé à une distance longitudinale de 1 m. La sonde de mesure du courant sur le fil sera donc placée approximativement à 1 m du début de la

ligne. Ces résultats sont en accord avec les essais expérimentaux.

Il serait maintenant nécessaire de poursuivre l'étude théorique en tenant compte notamment de la présence d'une discontinuité dans le sol afin de déterminer l'amplitude et la forme de l'impulsion de courant qui sera induite sur le fil. D'un point de vue expérimental de nombreux essais permettront de trouver les méthodes de dépouillement les plus appropriées.

## B I B L I O G R A P H I E

---

- (1) R. GABILLARD : "Prospection électromagnétique par onde de choc", rapport Institut Français du pétrole (IFP), Mars 1963.
- (2) J.C. DELMOTTE : "Etude de la faisabilité d'un Système de détection électromagnétique par onde de choc", Mémoire CNAM, LILLE, Décembre 1977.
- (3) G. COURBET : "Recherche théorique et expérimentale sur la propagation d'une onde électromagnétique le long d'un fil parallèle à la surface du sol - Application à l'étude du sous-sol proche", Thèse 3ème cycle, Avril 1980.
- (4) A. MAYEUR : "Etude et réalisation d'une conversion entre oscilloscope à échantillonnage programmable et un enregistreur magnétique en vue du traitement de signaux en impulsion", DEA électronique, LILLE, Septembre 1978.
- (5) R.J. LYTLE : "Measurement of earth medium electrical characteristics : Techniques, Results and Applications". IEEE Trans. on Geoscience Electronics 6E-12 (3), 81-101.
- (6) P. HOEKSTRA and A. DELANEY : "Dielectric Properties of soils at UHF and Microwave frequencies" Journal of geophysical research Vol. 79 N° 11, April 10, 1974.
- (7) M.J. CAMPBELL and J. ULRICH : "Electrical properties of rocks and their significance for lunar radar observations" Journal of geophysical research Vol. 74, N° 25, November 15, 1969.
- (8) T.J. KATSUBE and L.S. COLLETT : "Measuring techniques for rocks with high permittivity and high Loss", geophysics, Vol. 38, N° 1, February 1973, P. 92-105.
- (9) B.D. FULLER and S. H. WARD : "Linear System description of the electrical parameters of rocks", IEEE Trans. on Geoscience electronics, Vol. 6E-8, N°1, January 1970.
- (10) J.C. COOK : "BF Electrical properties of bituminous coal samples", Geophysics Vol. 35, N° 6 December 1970, P. 1079, 1085.
- (11) E.I. PARKHOMENKO : "Electrical properties of rocks", Plenum press, New York, 1967
- (12) G.V. KELLER and F.C. FRISCHKNECHT : "Electrical methods in geophysical prospecting" Pergamon presse, New York, 1966.
- (13) J.R. WAIT : "Electromagnetic waves in stratified media" Pergamon press, New York, 1970.
- (14) A.R. VON HIPPEL : "Dielectrics and Waves", John Wiley and Sons, inc, New York, 1954.
- (15) M. SAINT-AMANT and D.W. STRANGWAY : "Dielectric properties of dry geologic materials", geophysics, Vol. 35, N° 4, August 1970, P. 624-645.

- (16) L.S. COLETT and J. KATSUBE : "Electrical parameters of rocks in developping geophysical Techniques", geophysics, Vol. 38, N° 1, february 1973, P.76-91.
- (17) J.H. SCOTT, R.D. CARROLL and D.R. CUNNINGHAM : "Dielectric Constant and electrical conductivity measurements of moist rock : a New Laboratory Method" Journal of geophysical research, Vol. 72, N° 20, October 15, 1967.
- (18) G. BAILLOT : "Possibilit  actuelle d'utilisation des hyper-fréquences en génie-civil - étude bibliographique", rapport de recherche LPC N° 95, Juin 1980.
- (19) S.H. WARD and D.C. FRASER : "Conduction of electricity in rocks" geophysics, Vol. 39, N° 5, P. 832-847.
- (20) L.B. FELSEN : "Transient electromagnetic fields", springer-verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1976.
- (21) C.A. MARTIN : "Ground conductivity considerations" Ocean 1972, P.125-127.
- (22) R.J. LYTLE, E.F. LAINE, D.L. LAGER and J.T. OKADA : "Determination of the in situ high frequency electrical properties of permafrost rock". Lawrence Livermore Laboratory, Rept. UCRL - 75 518, November 12, 1975.
- (23) M. CAUTERMAN : "Etude théorique de l'influence d'une anomalie de résistivité de forme quelconque sur le champ électromagnétique crée par un dipôle en milieu absorbant. Application à l'évaluation in situ de l'étendue de gisement de gaz et d'hydrocarbures", thèse docteur d' tat, LILLE, October 1975.
- (24) J.R. WAIT : "Propagation of electromagnetic pulses in a homogeneous conducting earth" Applied Scientific Research, Volume B.8, 1960.
- (25) B.K. BHATTACHARYYA : "Propagation of an electric pulse through a homogeneous and isotropic medium", geophysics, Vol. 22, N° 4, October 1957.
- (26) R. GABILLARD, P. DEGAUQUE, and J.R. WAIT: "Subsurface electromagnetic Telecommunication - a review", IEEE Trans. Com. Tech. Vol. COM 19, N° 6, December 1971, PP. 1218-1228.
- (27) B. DEMOULIN : thèse d'état   para tre.
- (28) J.R. BANOS : "Dipôle Radiation in the presence of a conducting half space". Pergamon Press, New York 1966.
- (29) R.J. LYTLE, D.L. LAGER : "Numerical evaluation of sommerfeld integrals" Lawrence Livermore Laboratory, Rept. UCRL - 591628, (1974)
- (30) A. ZEDDAM : "Etude du rayonnement haute fréquence d'un dipôle électrique placé dans l'air en présence d'un demi-milieu conducteur". DEA, LILLE, Juillet 1978.
- (31) J.L. FAURE : "Intégrales de Sommerfeld" Rapport E.D.F.
- (32) T.A. GRAY, H.L. ATCHISON : "Non linear transformations related to the evaluation of improper integrals". SIAM, J.N. Anal., Vol. 5, N°2 June 1968.

- (33) ANGOT : "Compléments de mathématiques"; Editions de la revue d'optique, Paris 1965.
- (34) J.L. FAURE : "Rayonnement des lignes H.T. dans le domaine des hautes fréquences applications au calcul des perturbations électromagnétiques créés dans les postes de Transformation". Thèse 3ème cycle, Université de Clermont II, 1976.
- (35) P. DEGAUQUE, A. ZEDDAM : "Rayonnement haute fréquence d'un dipôle électrique placé dans l'air au voisinage de la surface du sol". Journées nationales micro-ondes et colloque OHD, LILLE, Juin 1979, compte rendu.
- (36) P. DEGAUQUE, G. COURBET, A. ZEDDAM, R. GABILLARD : "Etude théorique et expérimentale d'un radar électromagnétique pour l'exploitation des terrains de subsurface" compte rendu fin d'études de DGRST, Janvier 1980.
- (37) J.R. WAIT : "Theory of propagation along a thin wire parallel to air interface". Radio Science, 1972, 7, PP 675-680.
- (38) G. OLSEN, D.C. CHANG : "Electromagnetic characteristics of a horizontal wire above a dissipative earth - Part I : propagation Transmission line and Fast-wave modes". Scientifics report N° 3, University of Colorado, October 1973.
- (39) E.F. KUESTER, D.C. CHANG : "Modal representation of a horizontal wire above a finitely conducting earth", Scientific report, University of Colorado, September 1976.
- (40) M. SOIRON : "Contribution à l'étude de propagation d'une onde électromagnétique sur une ligne multifilaire au-dessus d'un sol conducteur et en galerie souterraine". Thèse de 3ème cycle, Lille, Juillet 1973.
- (41) G. COURBET, P. DEGAUQUE, B. DEMOULIN, R. GABILLARD : "Propagation of a short Pulse of current along a wire parallel to the air-ground interface" International URSI Symposium on electromagnetic waves, Munich, 25 - August 29, 1980.
- (42) A. ZEDDAM, P. DEGAUQUE, B. DEMOULIN, R. GABILLARD : "Transient Fields radiated by a wire parallel to the air-ground interface", accepté pour communication, second international conference, Antennas and Propagation, University of York, April 1981.
- (43) G.N. WATSON : "Theory of Bessel function". Cambridge V. Press, 1944.

ANNEXE I

-----

"EQUATIONS DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE RAYONNE  
PAR UN DIPOLE ELECTRIQUE"

-----

1. EQUATIONS DU CHAMP POUR UN DIPOLE ELECTRIQUE DANS L'AIR

1.1. Cas du D.E.V.

Les composantes du champ électrique sont données en coordonnées cylindriques par les expressions suivantes :

\* Réception dans l'air

$$E_{2r} = \frac{+j\omega P\gamma_0}{4\pi\gamma_2^2} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} [G_{22} - G_{21} - \gamma_1^2 V_{22}] \right\} \quad (A.1)$$

$$E_{2z} = \frac{j\omega P\gamma_0}{4\pi\gamma_2^2} \left\{ \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \gamma_2^2 \right) [G_{22} - G_{21} - \gamma_1^2 V_{22}] \right\}$$

\* Réception dans le sol

$$E_{1r} = \frac{-j\omega P\gamma_0}{4\pi} \left\{ \frac{\partial^2 V_{21}}{\partial r \partial z} \right\} \quad (A.2)$$

$$E_{1z} = \frac{-j\omega P\gamma_0}{4\pi} \left\{ \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \gamma_1^2 \right) V_{21} \right\}$$

avec  $P = I \cdot dl$  ,  $dl$  étant la longueur du dipôle élémentaire.

Les équations précédentes se mettent sous la forme suivante :

$$E_{2r} = \frac{-j\omega P\psi_0}{4\pi\gamma_2^2} \left\{ \left[ \kappa (h-z) (3 + 3\gamma_2 R_2 + R_2^2 \gamma_2^2) \right] \frac{e^{-\gamma_2 R_1}}{R_2^3} \right. \\ \left. + \left[ \kappa (h+z) (3 + 3\gamma_2 R_1 + \gamma_2^2 R_1^2) \right] \frac{e^{-\gamma_2 R_1}}{R_1^3} - 2 \int_0^\infty \frac{\mu_2 e^{-\mu_2 (h+z)}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} J_1(\lambda r) \lambda^2 d\lambda \right\}$$

$$E_{2z} = \frac{j\omega P\psi_0}{4\pi\gamma_2^2} \left\{ \left[ (h-z)^2 (3 + 3\gamma_2 R_2 + \gamma_2^2 R_2^2) \frac{1}{R_2^3} - \frac{(1 + \gamma_2 R_2 + \gamma_2^2 R_2^2)}{R_2^3} \right] e^{-\gamma_2 R_1} \right.$$

$$\left. + \left[ -(h+z)^2 (3 + 3\gamma_2 R_1 + \gamma_2^2 R_1^2) \frac{1}{R_1^3} + \frac{(1 + \gamma_2 R_1 + \gamma_2^2 R_1^2)}{R_1^3} \right] e^{-\gamma_2 R_1} \right\} \quad (A.3)$$

$$+ 2\gamma_1^2 \int_0^\infty \frac{e^{-\mu_2 (h+z)}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} J_0(\lambda r) \lambda^3 d\lambda \left. \right\}$$

$$E_{1r} = \frac{-j\omega P\psi_0}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\mu_1 e^{\mu_1 z - \mu_2 H}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda$$

$$E_{1z} = \frac{j\omega P\psi_0}{2\pi} \left\{ \int_0^\infty \frac{\mu_1^2 e^{\mu_1 z - \mu_2 H}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda - \gamma_1^2 \int_0^\infty \frac{e^{\mu_1 z - \mu_2 H}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \right\}$$

Comme  $u_1^2 = \lambda^2 + \gamma_1^2$   $E_{1z}$  peut encore se mettre sous la forme :

$$E_{1z} = \frac{j\omega P\psi_0}{2\pi} \left\{ \int_0^\infty \frac{e^{\mu_1 z - \mu_2 H}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} \lambda^3 J_0(\lambda r) d\lambda \right\} \quad (A.4)$$

1.2. Cas du D.E.H.

\* Réception dans l'air

$$E_{2r} = \frac{j\omega P\psi_0}{4\pi\gamma_z^2} \cos.\varphi \left\{ \frac{\partial^2}{\partial r^2} [G_{22} - G_{21} - \gamma_z^2 V_{22}] - \gamma_z^2 [G_{22} - G_{21} + U_{22}] \right\}$$

$$E_{2\varphi} = \frac{-j\omega P\psi_0}{4\pi\gamma_z^2} \sin.\varphi \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [G_{22} - G_{21} - \gamma_z^2 V_{22}] - \gamma_z^2 [G_{22} - G_{21} + U_{22}] \right\}$$

$$E_{2z} = \frac{+j\omega P\psi_0}{4\pi\gamma_z^2} \cos.\varphi \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z \partial r} [G_{22} + G_{21} + \gamma_z^2 V_{22}] \right\} \quad (A.5)$$

\* Réception dans le sol

$$E_{1r} = \frac{-j\omega P\psi_0}{4\pi} \cos.\varphi \left\{ \frac{\partial^2 V_{21}}{\partial r^2} + U_{21} \right\}$$

$$E_{1\varphi} = \frac{j\omega P\psi_0}{4\pi} \sin.\varphi \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial V_{21}}{\partial r} + U_{21} \right\} \quad (A.6)$$

$$E_{1z} = \frac{j\omega P\psi_0}{4\pi} \cos.\varphi \left\{ \frac{\partial^2 V_{21}}{\partial r \partial z} \right\}$$

Nous allons comme précédemment effectuer les dérivations qui apparaissent dans les expressions du champ.

$$E_{2r} = \frac{j\omega P\psi_0}{4\pi\gamma_z^2} \left[ \left\{ \left[ (3r^2 - R_2^2 + \gamma_z^2 R_2^2 r^2) + \gamma_z R_2 (3r^2 - R_2^2) \right] \frac{1}{R_2^4} - \gamma_z^2 \right\} \frac{e^{-\gamma_z R_2}}{R_2} \right. \\ \left. - \left\{ \left[ (3r^2 - R_1^2 + \gamma_z^2 R_1^2 r^2) + \gamma_z R_1 (3r^2 - R_1^2) \right] \frac{1}{R_1^4} - \gamma_z^2 \right\} \frac{e^{-\gamma_z R_1}}{R_1} \right]$$

$$+ \frac{2\gamma_2^2}{r} \int_0^\infty \frac{e^{-\mu_2(h+z)}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda - 2\gamma_2^2 \int_0^\infty \frac{e^{-\mu_2(h+z)}}{\mu_1 + \mu_2} \lambda T_0(\lambda r) d\lambda$$

$$- 2\gamma_2^2 \int_0^\infty \frac{e^{-\mu_2(R+z)}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} \lambda^3 J_0(\lambda r) d\lambda \quad \left. \vphantom{\int_0^\infty} \right] \cos \varphi \quad (A.7)$$

$$E_{2\varphi} = \frac{-j\omega P_0}{4\pi\gamma_2^2} \left[ \left\{ (1+\gamma_2 R_2) \frac{1}{R_2^2} + \gamma_2^2 \right\} \frac{e^{-\gamma_2 R_2}}{R_2} + \left\{ (1+\gamma_2 R_1) \frac{1}{R_1^2} + \gamma_2^2 \right\} \frac{e^{-\gamma_2 R_1}}{R_1} \right]$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{-2\gamma_2^2}{r} \int_0^\infty \frac{e^{-\mu_2(h+z)}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda - 2\gamma_2^2 \int_0^\infty \frac{e^{-\mu_2(h+z)}}{\mu_1 + \mu_2} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \end{aligned} \right] \sin \varphi$$

$$E_{2z} = \frac{j\omega P_0}{4\pi\gamma_2^2} \left[ (3 + \gamma_2^2 R_2^2 + 3\gamma_2 R_2) r (h-z) \frac{e^{-\gamma_2 R_2}}{R_2^2} + (3 + 3\gamma_2 R_1 + \gamma_2^2 R_1^2) r (z+h) \frac{e^{-\gamma_2 R_1}}{R_1^2} \right]$$

$$- 2\gamma_2^2 \int_0^\infty \frac{e^{-\mu_2(h+z)}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \quad \left. \vphantom{\int_0^\infty} \right] \cos \varphi$$

$$E_{1r} = \frac{-j\omega P_0}{2\pi} \cos \varphi \left\{ \int_0^\infty \frac{e^{\mu_1 z - \mu_2 H}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} \lambda^3 \left[ J_0(\lambda r) - \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r} \right] d\lambda + \int_0^\infty \frac{e^{\mu_1 z - \mu_2 H}}{\mu_1 + \mu_2} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \right\}$$

$$E_{1\varphi} = \frac{j\omega P_0}{2\pi} \sin \varphi \left\{ \frac{1}{r} \int_0^\infty \frac{e^{\mu_1 z - \mu_2 H}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda + \int_0^\infty \frac{e^{\mu_1 z - \mu_2 H}}{\mu_1 + \mu_2} \lambda J_1(\lambda r) d\lambda \right\}$$

$$E_{1z} = \frac{-j\omega P_0}{2\pi} \cos \varphi \left\{ \int_0^\infty \frac{\mu_2 e^{\mu_1 z - \mu_2 H}}{\gamma_1^2 \mu_2 + \gamma_2^2 \mu_1} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \right\} \quad (A.8)$$

## 2. EQUATIONS DU CHAMP POUR UN DIPOLE ELECTRIQUE DANS LE SOL

Nous allons donner les composantes du champ électromagnétique pour un dipôle électrique enterré dans le sol.

### 2.1. Cas du D.E.V.

Les composantes du champ électrique sont données en coordonnées cylindriques par les expressions suivantes :

\* Réception dans le sol

$$E_{1r} = \frac{j\omega P I_0}{4\pi \gamma_1^2} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2 \partial z} [G_{11} - G_{12} - \gamma_2^2 V_{11}] \right\} \quad (A.9)$$

$$E_{1z} = \frac{j\omega P I_0}{4\pi \gamma_1^2} \left\{ \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \gamma_1^2 \right) [G_{11} - G_{12} - \gamma_2^2 V_{11}] \right\}$$

\* Réception dans l'air

$$E_{2r} = \frac{-j\omega P I_0}{4\pi} \left\{ \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial z^2 \partial z} \right\} \quad (A.10)$$

$$E_{2z} = \frac{-j\omega P I_0}{4\pi} \left\{ \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \gamma_2^2 \right) V_{12} \right\}$$

En effectuant les dérivations qui apparaissent dans les expressions précédentes, nous obtenons :

$$E_{1r} = \frac{j\omega P I_0}{4\pi} \left\{ \left[ \gamma_2 (h+z) (3 + 3\gamma_1 R_1 + \gamma_1^2 R_1^2) \right] \frac{e^{-\gamma_1 R_1}}{R_1^5} \right. \\ \left. + \left[ \gamma_2 (h-z) (3 + 3\gamma_1 R_2 + \gamma_1^2 R_2^2) \right] \frac{e^{-\gamma_1 R_2}}{R_2^5} + 2 \int_0^\infty \frac{\gamma_1 e^{-\gamma_1 (h-z)}}{\gamma_1^2 u_2 + \gamma_2^2 u_1} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \right\}$$

$$E_{1z} = \frac{j\omega P\gamma_0}{4\pi\gamma_1^2} \left\{ \left[ (h+z)^2(3+3\gamma_1 R_1 + \gamma_1^2 R_1^2) \frac{1}{R_1^3} - \frac{(1+\gamma_1 R_1 + \gamma_1^2 R_1^2)}{R_1^3} \right] e^{-\gamma_1 R_1} \right. \\ \left. + \left[ -(h-z)^2(3+3\gamma_1 R_2 + \gamma_1 R_2^2) \frac{1}{R_2^3} + \frac{(1+\gamma_1 R_2 + \gamma_1^2 R_2^2)}{R_2^3} \right] e^{-\gamma_1 R_2} \right. \\ \left. + 2\gamma_2^2 \int_0^\infty \frac{e^{-u_1(h-z)}}{\gamma_1^2 u_2 + \gamma_2^2 u_1} \lambda^3 J_0(\lambda r) d\lambda \right\} \quad (A.11)$$

$$E_{2r} = \frac{j\omega P\gamma_0}{2\pi} \left\{ \int_0^\infty \frac{u_2 e^{-u_1 h - u_2 z}}{\gamma_1^2 u_2 + \gamma_2^2 u_1} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \right\}$$

(A.12)

$$E_{2z} = \frac{j\omega P\gamma_0}{2\pi} \left\{ \int_0^\infty \frac{e^{-u_1 h - u_2 z}}{\gamma_1^2 u_2 + \gamma_2^2 u_1} \lambda^3 J_0(\lambda r) d\lambda \right\}$$

2.2. Cas du D.E.H.

\* Réception dans le sol

$$E_{1r} = \frac{j\omega P\gamma_0}{4\pi\gamma_1^2} \cos\psi \left\{ \frac{\partial^2}{\partial r^2} [G_{11} - G_{12} - \gamma_1^2 V_{11}] - \gamma_1^2 [G_{11} - G_{12} + U_{11}] \right\}$$

$$E_{1\psi} = -\frac{j\omega P\gamma_0}{4\pi\gamma_1^2} \sin\psi \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [G_{11} - G_{12} - \gamma_1^2 V_{11}] - \gamma_1^2 [G_{11} - G_{12} + U_{11}] \right\}$$

$$E_{1z} = \frac{j\omega P\gamma_0}{4\pi\gamma_1^2} \cos\psi \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z \partial r} [G_{11} + G_{12} + \gamma_2^2 V_{11}] \right\} \quad (A.13)$$

\* Réception dans l'air

$$E_{2r} = \frac{j\omega P\gamma_0}{4\pi} \cos\psi \left\{ \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial r^2} + U_{12} \right\}$$

$$E_{2\psi} = -\frac{j\omega P\gamma_0}{4\pi} \sin\psi \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial V_{12}}{\partial r} + U_{12} \right\} \quad (A.14)$$

$$E_{2z} = \frac{j\omega P\gamma_0}{4\pi} \cos\psi \left\{ \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial h \partial r} \right\}$$

Après dérivations, ces relations s'écrivent :

$$E_{1r} = \frac{j\omega P\gamma_0}{4\pi\delta_1^2} \cos\psi \left\{ \left[ (3r^2 - R_1^2 + \delta_1^2 R_1^2 r^2) + \delta_1 R_1 (3r^2 - R_1^2) \right] \frac{1}{R_1^4} - \delta_1^2 \right\} \frac{e^{-\delta_1 R_1}}{R_1}$$

$$- \left\{ \left[ (3r^2 - R_2^2 + \delta_1^2 R_2^2 r^2) + \delta_1 R_2 (3r^2 - R_2^2) \right] \frac{1}{R_2^4} - \delta_1^2 \right\} \frac{e^{-\delta_1 R_2}}{R_2}$$

$$+ 2\delta_1^2 \int_0^\infty \frac{e^{-u_1(h-z)}}{\delta_1^2 u_2 + \delta_2^2 u_1} d^2 \bar{J}_1(\lambda r) d\lambda - 2\delta_1^2 \int_0^\infty \frac{e^{-u_1(h-z)}}{u_1 + u_2} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda - 2\delta_1^2 \int_0^\infty \frac{e^{-u_1(h-z)}}{\delta_1 u_2 + \delta_2 u_1} \lambda^3 J_0 d\lambda$$

$$E_{1\psi} = -\frac{j\omega P\gamma_0}{4\pi\delta_1^2} \sin\psi \left[ - \left\{ (1 + \delta_1 R_1) \frac{1}{R_1^2} + \delta_1^2 \right\} \frac{e^{-\delta_1 R_1}}{R_1} + \left\{ (1 + \delta_1 R_2) \frac{1}{R_2^2} + \delta_1^2 \right\} \frac{e^{-\delta_1 R_2}}{R_2} \right.$$

$$\left. - 2\delta_1^2 \int_0^\infty \frac{e^{-u_1(h-z)}}{\delta_1^2 u_2 + \delta_2^2 u_1} d^2 J_1(\lambda r) d\lambda - 2\delta_1^2 \int_0^\infty \frac{e^{-u_1(h-z)}}{u_1 + u_2} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \right]$$

$$E_{2z} = \frac{j\omega P\gamma_0}{4\pi\delta_1^2} \cos\psi \left[ (3 + \delta_1^2 R_1^2 + 3\delta_1 R_1) z(h+z) \frac{e^{-\delta_1 R_1}}{R_1^5} + (3 + 3\delta_1 R_2 + \delta_1 R_2^2) z(h-z) \frac{e^{-\delta_1 R_2}}{R_2^5} \right.$$

$$\left. - 2\delta_2^2 \int_0^\infty \frac{e^{-u_1(h-z)}}{\delta_1^2 u_2 + \delta_2^2 u_1} d^2 J_1(\lambda r) d\lambda \right] \quad (A.15)$$

$$E_{2r} = -j\frac{\omega P \gamma_0}{2\pi} \cos\varphi \left\{ \int_0^\infty \frac{e^{-u_1 h - u_2 z}}{\delta_1^2 u_2 + \delta_2^2 u_1} \lambda^3 \left[ -J_0(\lambda r) - \frac{J_1(\lambda r)}{\lambda r} \right] d\lambda \right. \\ \left. + \int_0^\infty \frac{e^{-u_1 h - u_2 z}}{u_1 + u_2} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \right\}$$

$$E_{2\varphi} = j\frac{\omega P \gamma_0 \sin\varphi}{2\pi} \left\{ \frac{1}{r} \int_0^\infty \frac{e^{-u_1 h - u_2 z}}{\delta_1^2 u_2 + \delta_2^2 u_1} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda + \int_0^\infty \frac{e^{-u_1 h - u_2 z}}{u_1 + u_2} \lambda J_1(\lambda r) d\lambda \right\}$$

$$E_{2z} = -j\frac{\omega P \gamma_0}{2\pi} \cos\varphi \left\{ \int_0^\infty \frac{u_1 e^{-u_1 h - u_2 z}}{\delta_1^2 u_2 + \delta_2^2 u_1} \lambda^2 J_2(\lambda r) d\lambda \right\} \quad (A.16)$$

### 3. CAS PARTICULIER : (Emission et réception près de la surface du sol)

Dans ce cas, on peut noter que certaines intégrales apparaissant dans les expressions des deux paragraphes précédents divergent car les quantités  $a$  et  $b$  deviennent très petites. On lève la difficulté en intégrant la fonction diminuée de sa valeur limite lorsque  $r$  tend vers l'infini. L'intégrale converge et il suffit d'ajouter au résultat l'intégrale de la valeur limite de la fonction, intégrale qui se calcule analytiquement<sup>[34]</sup>

Désignons par la lettre  $f$  l'une quelconque des fonctions à intégrer et étudions successivement les intégrands qui divergent quand  $r$  tend vers l'infini.

$$1^{\circ}) \quad f = \frac{e^{-u_1 a - u_2 b}}{\delta_1^2 u_2 + \delta_2^2 u_1} \quad \lambda = J_1(\lambda r) \quad (A.17)$$

Cette expression tend vers  $\frac{e^{-\lambda(a+b)}}{\delta_1^2 + \delta_2^2} J_1(\lambda r) \lambda$

lorsque  $\lambda$  tend vers l'infini

On peut écrire :

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-u_1 a - u_2 b}}{\delta_1^2 u_2 + \delta_2^2 u_1} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda = \int_0^{\infty} \left[ \frac{e^{-u_1 a - u_2 b}}{\delta_1^2 u_2 + \delta_2^2 u_1} \lambda - \frac{e^{-\lambda(a+b)}}{\delta_1^2 + \delta_2^2} \right] J_1(\lambda r) d\lambda + \frac{1}{\delta_1^2 + \delta_2^2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda(a+b)}}{\lambda} J_1(\lambda r) d\lambda$$

La dernière intégrale se calcule analytiquement et a pour valeur  $\frac{r}{\lambda}$  (43)

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda(a+b)} \lambda J_1(\lambda r) d\lambda = \frac{r}{[(a+b)^2 + r^2]^{3/2}}$$

$$2^{\circ}) \quad f = \frac{e^{-u_1 a - u_2 b}}{\delta_1^2 u_2 + \delta_2^2 u_1} \lambda^3 J_0(\lambda r) \quad (A.18)$$

La fonction tend vers  $\frac{e^{-\lambda(a+b)}}{\delta_1^2 + \delta_2^2} \lambda^3 J_0(\lambda r)$  quand  $\lambda$  tend vers l'infini

On peut écrire alors :

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-u_1 a - u_2 b}}{\delta_1^2 u_2 + \delta_2^2 u_1} \lambda^3 J_0(\lambda r) d\lambda = \int_0^{\infty} \left[ \frac{e^{-u_1 a - u_2 b}}{\delta_1^2 u_2 + \delta_2^2 u_1} \lambda^3 - \frac{e^{-\lambda(a+b)}}{\delta_1^2 + \delta_2^2} \lambda^3 \right] J_0(\lambda r) d\lambda + \frac{1}{\delta_1^2 + \delta_2^2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda(a+b)}}{\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda$$

La dernière intégrale peut encore s'écrire :

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda(a+b)} \lambda^3 J_0(\lambda r) d\lambda = -\frac{\partial}{\partial(a+b)} \int_0^{\infty} e^{-\lambda(a+b)} \lambda^2 J_0(\lambda r) d\lambda$$

avec  $\int_0^{\infty} e^{-\lambda(a+b)} \lambda^2 d\lambda = \frac{a+b}{[r^2 + (a+b)^2]^{3/2}}$  d'où

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda(a+b)} \lambda^2 J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{3(a+b)^2}{[r^2 + (a+b)^2]} - \frac{1}{[r^2 + (a+b)^2]^{3/2}}$$

$$3^{\circ) } f = \frac{u_i e^{-u_1 a - u_2 b}}{\gamma_1^2 u_2 + \gamma_2^2 u_1} \lambda^2 J_1(\lambda r) \quad i = 1, 2 \quad (A.15)$$

La fonction tend vers  $\frac{e^{-\lambda(a+b)}}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} \lambda^2 J_1(\lambda r)$  quand  $r$  tend vers l'infini

Nous pouvons écrire :

$$\int_0^{\infty} \frac{u_i e^{-u_1 a - u_2 b}}{\gamma_1^2 u_2 + \gamma_2^2 u_1} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda = \int_0^{\infty} \left[ \frac{u_i e^{-u_1 a - u_2 b}}{\gamma_1^2 u_2 + \gamma_2^2 u_1} - \frac{e^{-\lambda(a+b)}}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} \right] \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda$$

$$- \frac{1}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda(a+b)}}{\lambda^2} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda$$

La dernière intégrale se calcule analytiquement et a pour valeur

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda(a+b)}}{\lambda^2} \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda = \frac{3r(a+b)}{[r^2 + (a+b)^2]^{5/2}}$$

A N N E X E    I I

---

"METHODE D'ACCELERATION DE CONVERGENCE DE GRAY-ATCHISON"

Lorsque la fonction à intégrer a un comportement oscillant et décroît lentement, nous utilisons la méthode d'accélération de convergence de Gray-Atchison.

Nous allons décrire brièvement cette méthode.

Soit à calculer l'intégrale  $I = \int_a^{\infty} f(x) dx$

où  $f$  est une fonction réelle oscillante lentement décroissante

Soit  $F(T) = \int_a^T f(x) dx$  une fonction qui tend vers  $S$  quand  $T \rightarrow \infty$

On pose  $R(T,K) = \frac{f(T+K)}{f(T)}$  avec  $f(T) \neq 0$   $K > 0$

Si il existe  $K$  tel que  $R(T,K) \rightarrow R(K) \neq 1$

On définit la transformation linéaire suivante qui est la base de cette méthode :

$$G(F,T,K) = \frac{F(T+K) - R(T,K) F(T)}{1 - R(T,K)}$$

On montre aussi que dans ce cas  $G$  converge vers  $S$  et plus rapidement que  $F$ .

A partir de la série  $F(T), F(T+K), \dots, F(T+nK)$  nous allons donc construire une série  $G(F,T,K) \dots$  qui converge plus vite.

Cette "G transformation" peut se généraliser à une  $G_n$  transformation en construisant une suite de séries parentes qui convergent plus vite.

.../...

C'est cette "Gn transformation" que nous avons mis en oeuvre, nous l'avons appliquée séparément à la partie réelle et à la partie imaginaire de la fonction.

Il nous reste à déterminer les 2 paramètres K et T.

Le paramètre K doit être tel que :

$$R(K) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{f(T+K)}{f(T)}$$

On peut exprimer l'intégrant sous la forme :

$$f(T) = g(T) J_n(Tr) \quad n = 0,1$$

$$g(T) \text{ est telle que } \frac{g(T+K)}{g(T)} \rightarrow 1 \quad \text{quand } T \rightarrow \infty$$

$$J_n(Tr) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi Tr}} \cos\left(Tr - \frac{i\pi}{4}\right) \quad \text{quand } T \rightarrow \infty$$

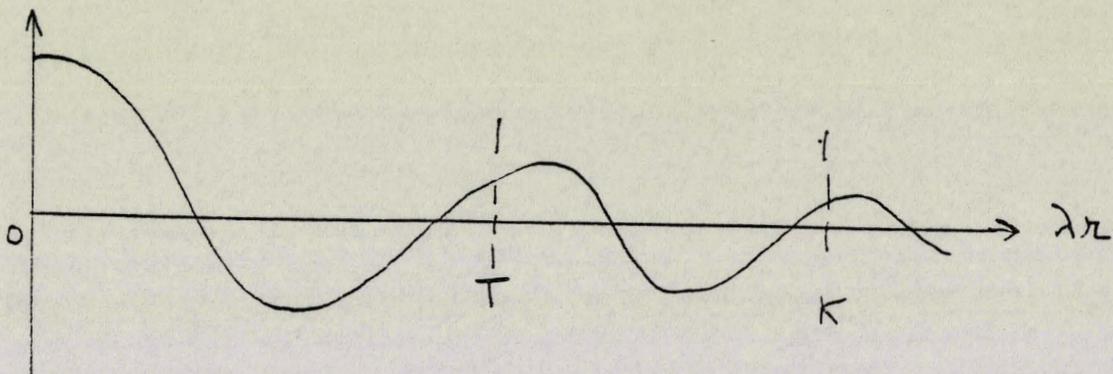
$$\begin{array}{ll} i = 1 & \text{si } n = 0 \\ i = 3 & \text{si } n = 1 \end{array}$$

On a alors

$$: \quad R(K) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\cos(Tr + K - i/4)}{\cos(Tr - i/4)}$$

On remarque que  $K = \pi$  nous donne dans tous les cas  $R(K) = -1$

Nous choisirons donc  $K = \pi$



T a été choisi expérimentalement.

Nous devons donc intégrer la fonction de 0 à T puis de T à T + K sur les intervalles (T, T + K) ..... La fonction a un comportement suffisamment régulier pour que l'on puisse utiliser une quadrature de Gauss-Legendre.

Nous avons choisi une quadrature en 8 points.

L'intégration de 0 à T se fait sur plusieurs intervalles qui ont été déterminés de façon expérimentale.

Dans les zones de grande variation de l'intégrand on applique la règle de Simpson et la règle des trapèzes dans les autres zones.

