

# THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE 3ème CYCLE**

par

Pierre BOULET

**Maître es-sciences**



## **ETUDE DU MOTEUR ASYNCHRON D'INDUCTION TRIPHASE POSSEDANT DES CONDENSATEURS DANS SES PHASES ROTORIQUES**

Soutenue le 1er février 1980, devant la Commission d'Examen

MM. G. SEGUIER  
C. MAIZIERES  
F. NOTELET  
M. BERNARD

Président  
Examineur  
Rapporteur  
Examineur



Les propriétés du moteur asynchrone d'induction triphasé en régime permanent sont bien connues. Les analyses mathématiques relatives à cette machine sont développées dans beaucoup d'ouvrages et n'ont recours qu'à un nombre limité d'hypothèses. Afin de mieux cerner la réalité, certains travaux de recherche continuent de s'intéresser aux phénomènes physiques non linéaires, tels la saturation, l'hystérésis, ... qui sont négligés dans toute étude classique mathématique. D'autres travaux sont consacrés aux améliorations technologiques que l'on peut encore apporter à la construction de cette machine ou à son fonctionnement en régime établi. En particulier, il nous a semblé intéressant d'aborder l'étude électromécanique en régime permanent d'un moteur asynchrone d'induction triphasé possédant des condensateurs dans ses phases rotoriques.

Nous nous sommes particulièrement intéressés, dans le cadre de ce mémoire, à l'étude des courants et du couple de la machine munie de capacités. Grâce à un choix convenable des paramètres et du mode de calcul nous avons pu établir des expressions générales de ces grandeurs électriques et mécaniques. Le moteur classique (à rotor directement court-circuité) apparaît alors comme un cas particulier de notre étude générale. Il est alors aisé de comparer les performances d'un ensemble moteur-condensateurs avec celles d'un moteur classique et de faire un choix judicieux des valeurs de capacités à utiliser.

Après avoir situé notre travail par rapport à ceux antérieurement effectués, nous exposerons une méthode de détermination des diagrammes des courants et du couple d'un ensemble moteur-condensateurs. Nous examinerons ensuite l'amélioration possible des caractéristiques de courants et de couple de cet ensemble. Les capacités à utiliser étant d'autant plus faibles que le glissement du moteur est élevé, les résultats de notre étude seront en particulier utilisables lors du démarrage.



Les vérifications expérimentales consisteront en un tracé des diagrammes des courants et du couple puis en un enregistrement de ces grandeurs lors du démarrage et de la montée en vitesse du moteur successivement sans puis avec capacités. Elles montreront l'exactitude de l'étude théorique. Elles mettront également en évidence qu'un démarrage par capacités rotoriques offre les mêmes avantages que celui effectué avec résistances rotoriques. Malgré son manque de souplesse il présente néanmoins l'avantage d'une économie d'énergie d'autant plus appréciable que les démarrages seront répétés.

Nous remercions Monsieur SEGUIER d'avoir bien voulu présider le Jury et de nous avoir donné d'utiles conseils.

Nous exprimons notre gratitude à Messieurs MAIZIERES et BERNARD. Nous tenons à les remercier d'avoir bien voulu examiner notre travail et participer à notre Jury.

Nous remercions très vivement Monsieur NOTELET. Il nous a fait profiter de sa connaissance et de son expérience en Electrotechnique. Tout au long de nos travaux il a été un guide attentif.

Nous exprimons aussi notre reconnaissance à tout le personnel du département Génie Electrique de l'Institut Universitaire de Technologie de Béthune et du Service d'Electrotechnique de l'Unité d'Enseignement et de Recherche d'Informatique, d'Electronique, d'Electrotechnique et d'Automatique en qui nous avons trouvé une aide efficace.

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION



L'adjonction de condensateurs de capacités plus ou moins élevées dans les phases rotoriques d'un moteur asynchrone d'induction triphasé modifie plus ou moins considérablement le diagramme circulaire de cette machine dont le rotor serait directement court-circuité. Sans reprendre l'analyse générale de l'ensemble moteur-condensateurs en régime permanent il n'est pas possible d'obtenir le diagramme des courants représenté par une courbe dont la forme n'est pas simple.

Nous rappellerons tout d'abord les études antérieures sur l'analyse des machines asynchrones puis sur l'utilisation des condensateurs afin de mieux préciser notre travail.

### I.1. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE (1)

Alors que la conversion électromécanique était réalisée dès 1831 par Michael FARADAY, ce n'est qu'au début de ce siècle qu'apparaissent les études mathématiques conséquentes. BLONDEL est à l'origine d'une importante littérature consacrée aux machines électriques. Le décalage important existant entre la découverte et les études mathématiques de ses applications est certainement dû aux nombreuses difficultés que l'on rencontre quand on fait l'analyse générale d'une machine même si on se limite à son régime permanent. Il est en effet très difficile de faire intervenir dans cette analyse la saturation du circuit magnétique, le magnétisme rémanent, la répartition non sinusoïdale du flux dans l'entrefer, les harmoniques de denture....

#### I.1.1. Analyse des moteurs asynchrones d'induction

Ce principe du fonctionnement du moteur asynchrone d'induction et ses caractéristiques en régime permanent sont bien connus. Les publications d'ARNOLD [1], de BLONDEL [2] puis de MAUDUIT [3] ne diffèrent que par de légères améliorations successives.

Or même, la prédétermination des caractéristiques à l'aide du diagramme des courants ne connaît plus d'innovations substantielles. Le premier diagramme

(1) Les chiffres entre crochets renvoient aux références bibliographiques



circulaire a été proposé par HEYLAND [4] BLONDEL [2] a donné une méthode de construction plus commode et plus rigoureuse qui devait servir de point de départ à de multiples modifications de détail. La construction et l'emploi du diagramme font d'ailleurs l'objet d'une norme U.T.E. [5]

Les procédés de démarrage, par réduction de la tension d'alimentation pour les moteurs à cage, pour résistances rotoriques pour les moteurs à rotor bobiné, sont également étudiés dans tous les traités d'électrotechnique.

La théorie de ce moteur, en régime permanent, est actuellement exposée de façon presque identique dans tous les ouvrages d'enseignement [6], [7], [8], [9], [10].

#### 1.1.2. Utilisation des condensateurs

En électrotechnique les condensateurs sont surtout employés pour améliorer le facteur de puissance des récepteurs inductifs. Créant de l'énergie réactive ils permettent de réduire la composante réactive des courants et par suite les courants dans les lignes de distribution. Vers 1930, une série d'étude [11], [12], [13], [14], [15], [16], est relative à ce sujet. FALLOU [17] y consacre une partie de son ouvrage traitant des réseaux de transmission d'énergie. Plus récemment J.E. HARDY et N. TOLMEN [18] traitent le cas des lignes de distribution à haute et moyenne tensions. Parallèlement les dispositifs technologiques de mise en service des capacités évoluent. Certains dispositifs [19] mettent en service les capacités par l'intermédiaire de thyristors dès que le facteur de puissance tombe en dessous d'une certaine valeur.

Si l'on excepte les études relatives aux chutes de tension lors du démarrage [20], [21], ou à la stabilité de fonctionnement [22], des moteurs de forte puissance, peu de travaux de recherche abordent la mise en série de condensateurs avec le rotor. Seule l'étude de W. SHERPERD et G.R. SLEMON [23] est proche de notre travail.

Les auteurs ont étudié l'effet d'impédances formées soit de résistances et d'inductances soit de résistances et de capacités, montées en parallèle ou en série avec les phases rotoriques. Ils établissent les schémas



monophasés équivalents correspondants et en déduisent le rapport du courant statorique au courant rotorique, le facteur de puissance et le couple. Ils tracent l'allure de la caractéristique couple-glissement et remarquent en particulier que le couple au démarrage peut être amélioré par l'adjonction de capacités dans les phases rotoriques. Notre étude analytique plus complète permet de mieux voir l'évolution du diagramme des courants et du couple en fonction de la capacité par phase rotorique et surtout de trouver les limites entre lesquelles doit se situer cette capacité pour obtenir une amélioration de caractéristiques du moteur.

## I.2. Présentation de notre étude

Notre étude [24] se limite au moteur triphasé de construction symétrique. Elle suppose sinusoïdale la répartition de l'induction créée dans l'entrefer par chaque bobine. Négligeant la saturation et l'hystérésis elle admet la constance des inductances et des inductances mutuelles.

La première partie est consacrée à la mise en équations d'un ensemble moteur-condensateur et un calcul des courants primaires et secondaires. On peut ainsi établir le diagramme des impédances dont on déduit le diagramme des courants. On montre alors comment déterminer, point par point et directement, le diagramme des courants. De celui-ci on déduit le diagramme des couples.

La deuxième partie permet d'évaluer les limites entre lesquelles doit être choisie la capacité par phase rotorique afin de réduire les courants primaires et d'augmenter le couple dans un fonctionnement caractérisé par un certain glissement. Plus ce glissement est faible plus la capacité à utiliser est élevée. Il est certes possible d'intervenir sur certains paramètres de construction du moteur pour mettre en jeu des capacités plus faibles mais c'est naturellement au démarrage que le procédé sera le plus intéressant.

La troisième partie sera consacrée aux vérifications expérimentales. Pour un moteur donné dont on aura déterminé les paramètres de construction, on déterminera tout d'abord les diagrammes de courant primaire et de couple.



On étudiera ensuite son démarrage. Pour cela on procédera aux enregistrements du courant primaire, de la vitesse et du couple de ce moteur successivement sans puis avec capacités. On terminera par un démarrage en deux temps qui consiste à éliminer les capacités dès que le couple du moteur avec condensateurs devient inférieur à celui dont le rotor serait directement court-circuité.

## CHAPITRE 2

---

ETABLISSEMENT DU DIAGRAMME DES COURANTS D'UN MOTEUR  
ASYNCHRONE D'INDUCTION TRIPHASE POSSEDANT DES CONDENSATEURS  
DANS SES PHASES ROTORIQUES



Pour toute machine il est intéressant de savoir tracer aussi rapidement et aussi simplement que possible son diagramme des courants. Cela permet, lorsque l'on connaît les conditions de fonctionnement de la machine, de prévoir le courant qu'elle absorbera.

Après avoir résolu les équations des tensions statoriques et rotoriques dans le cas de régime sinusoïdal, équilibré et permanent d'un moteur asynchrone d'induction triphasé, possédant des condensateurs dans ses phases rotoriques, nous allons établir tout d'abord son diagramme des impédances et montrer les différentes formes de courbes que l'on peut obtenir. Nous montrerons ensuite comment passer du diagramme des impédances au diagramme des courants ce qui mettra en évidence une méthode d'obtention directe de ce dernier.

Connaissant les caractéristiques de construction du moteur : l'inductance propre cyclique et la résistance de chaque phase tant du stator que du rotor, le coefficient de dispersion et la valeur de la capacité des condensateurs placés dans chaque phase secondaire, on peut prédéterminer, point par point, son diagramme des courants qui n'est pas, dans le cas général, une courbe simple.

## II - 1. DÉTERMINATION DES COURANTS STATORIQUES ET ROTORIQUES

Après avoir précisé les hypothèses et les notations que nous utiliserons dans cette étude, nous établirons les équations des tensions des phases statoriques et rotoriques d'un moteur asynchrone d'induction triphasé dont les enroulements secondaires sont en série avec des condensateurs. La résolution de ces équations nous permettra d'obtenir les expressions des courants statoriques et rotoriques et des tensions aux bornes des condensateurs.

### II - 1.1. Hypothèses et relations :

Nous supposerons le moteur asynchrone d'induction de construction symétrique, triphasé au stator et au rotor.

On admettra que la force magnéto-motrice créée dans l'entrefer par chacune des phases, tant du stator que du rotor, présente une répartition sinusoïdale. Les flux rémanents seront négligés.

Surtout on supposera le circuit magnétique non saturé ; cette hypothèse est indispensable si l'on veut éviter une étude trop difficile du fonctionnement du moteur. Elle entraîne deux conséquences principales :

- la perméabilité du fer du circuit magnétique étant très supérieure à celle de l'air de l'entrefer, les surfaces des armatures primaire et secondaire

peuvent être supposées équipotentiellles au point de vue magnétique. Les inductions dans l'entrefer dues aux diverses bobines sont alors radiales et peuvent s'ajouter algébriquement,

- Il est possible d'admettre la proportionnalité des flux aux courants qui les créent et de mettre en évidence des coefficients d'inductance et d'inductance mutuelle.

On négligera les pertes dans le fer du circuit magnétique ainsi que les pertes supplémentaires.

Les notations adoptées sont les suivantes :

- $2p$  , nombre de pôles,
- $R_1$  , résistance d'une phase du stator,
- $R_2$  , résistance d'une phase du rotor,
- $L_1$  , inductance propre d'une phase primaire,
- $L_2$  , inductance propre d'une phase secondaire,
- $M_{1ij}$  , inductance mutuelle entre les phases  $i$  et  $j$  du stator,
- $M_{2ij}$  , inductance mutuelle entre les phases  $i$  et  $j$  du rotor,
- $m_{sr}$  , inductance mutuelle entre la phase  $s$  du stator et la phase  $r$  du rotor  
( $s$  et  $r$  variant de 1 à 3),
- $M$  , inductance mutuelle entre les phases  $s$  et  $r$  lorsque leurs axes sont confondus,
- $i_{1s}$  , courant dans la phase  $s$  du stator,
- $i_{2s}$  , courant dans la phase  $r$  du rotor,
- $v_{1s}$  , tension de pulsation  $\omega$  et de valeur maximale  $V_{1m}$  ou efficace  $V_1$  appliquée à la phase de rang  $s$  du stator,
- $\Omega'$  , vitesse angulaire de rotation du moteur,
- $\theta$  , angle géométrique que font, à l'instant  $t$ , les axes des phases 1 du stator et du rotor,
- $\omega'$  , pulsation correspondante à la vitesse  $\Omega'$  donc telle que  $\omega' = p\Omega'$ ,
- $C$  , la capacité du condensateur mis en série avec chaque phase rotorique,
- $g$  , le glissement défini par  $g = (\omega - \omega')/\omega$ .

A l'instant initial nous supposerons que les axes des phases 1 du stator et du rotor sont confondus. L'angle électrique  $p\theta$  entre les phases de même rang des deux armatures est donc donné par :

$$p\theta = \omega' t.$$

(1)

Quelques *remarques* découlant des hypothèses permettent de simplifier la rotation des inductances mutuelles ou d'expliciter la valeur de celles-ci.

- Les bobinages de chacune des armatures triphasées étant supposés de construction symétrique, les inductances mutuelles des trois phases prises deux à deux seront égales tant au stator qu'au rotor. On posera :

$$M_1 = M_{lij} \quad (2)$$

$$M_2 = M_{2ij} \quad (3)$$

- Etant donnée la répartition sinusoïdale admise pour les forces magnéto-motrices, l'inductance mutuelle entre la phase l du stator et la phase l du rotor décalée d'un angle  $\theta$  dans le sens où l'on compte les angles  $\alpha$  pour valeur :

$$m_{ll} = M \cos p\theta$$

L'axe de la phase s du stator est décalé par rapport à celui de la phase l de  $(s-1)2\pi/3p$ , de même celui de la phase r du rotor est décalé de  $(r-1)2\pi/3p$ , par rapport à l'axe de la première phase secondaire. L'écart angulaire de la phase r par rapport à la phase s est donc :

$$\theta + (r-1) \frac{2\pi}{3p} - (s-1) \frac{2\pi}{3p} = \theta + (r-s) \frac{2\pi}{3p}$$

et l'inductance mutuelle  $m_{sr}$  a pour expression :

$$m_{sr} = M \cos \left[ p\theta + (r-s) \frac{2\pi}{3} \right] \quad (4)$$

## II - 1.2. Equations des tensions des phases statoriques et rotoriques :

Au stator, les tensions appliquées aux enroulements et les six courants primaires et secondaires sont liés par les trois relations suivantes :

$$v_{11} = R_1 i_{11} + L_1 \frac{di_{11}}{dt} + M_1 \frac{di_{12}}{dt} + M_1 \frac{di_{13}}{dt} + \frac{d}{dt}(m_{11}i_{21}) + \frac{d}{dt}(m_{12}i_{22}) + \frac{d}{dt}(m_{13}i_{23})$$

$$v_{12} = R_1 i_{12} + L_1 \frac{di_{12}}{dt} + M_1 \frac{di_{13}}{dt} + M_1 \frac{di_{11}}{dt} + \frac{d}{dt}(m_{21}i_{21}) + \frac{d}{dt}(m_{22}i_{22}) + \frac{d}{dt}(m_{23}i_{23})$$

$$v_{13} = R_1 i_{13} + L_1 \frac{di_{13}}{dt} + M_1 \frac{di_{11}}{dt} + M_1 \frac{di_{12}}{dt} + \frac{d}{dt}(m_{31}i_{21}) + \frac{d}{dt}(m_{32}i_{22}) + \frac{d}{dt}(m_{33}i_{23})$$



puisque :

$$m_{11} + m_{21} + m_{31} = 0,$$

$$m_{12} + m_{22} + m_{32} = 0,$$

$$m_{13} + m_{23} + m_{33} = 0,$$

$$v_{11} + v_{12} + v_{13} = R_1(i_{11} + i_{12} + i_{13}) + (L_1 + 2M_1)\frac{d}{dt}(i_{11} + i_{12} + i_{13}).$$

Si la somme des tensions  $v_{11} + v_{12} + v_{13}$  est nulle, la somme des courants  $i_{11} + i_{12} + i_{13}$  l'est également, et réciproquement.

Lorsque les enroulements statoriques sont couplés en étoile sans conducteur neutre, les courants dans les trois phases ont forcément une somme nulle.

Si les trois phases sont groupées en triangle, c'est la somme des tensions aux bornes des enroulements qui est nulle.

Donc, quel que soit le couplage des bobines primaires, on a :

$$i_{11} + i_{12} + i_{13} = 0.$$

On peut introduire l'inductance cyclique propre  $L_1$  du stator telle que :

$$L_1 = L_1 - M_1 \quad (5)$$

Les trois équations des tensions des phases statoriques deviennent :

$$\left. \begin{aligned} v_{11} &= R_1 i_{11} + L_1 \frac{di_{11}}{dt} + \frac{d}{dt}(m_{11} i_{21} + m_{12} i_{22} + m_{13} i_{23}) \\ v_{12} &= R_1 i_{12} + L_1 \frac{di_{12}}{dt} + \frac{d}{dt}(m_{21} i_{21} + m_{22} i_{22} + m_{23} i_{23}) \\ v_{13} &= R_1 i_{13} + L_1 \frac{di_{13}}{dt} + \frac{d}{dt}(m_{31} i_{21} + m_{32} i_{22} + m_{33} i_{23}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Au rotor, chaque phase étant mise en série avec un condensateur de capacité  $C$  puis court-circuité, les équations des tensions donnent :

$$0 = R_2 i_{21} + L_2 \frac{di_{21}}{dt} + M_2 \frac{di_{22}}{dt} + M_2 \frac{di_{23}}{dt} + \frac{1}{C} \int i_{21} dt + \frac{d}{dt}(m_{11} i_{11}) + \frac{d}{dt}(m_{21} i_{12}) + \frac{d}{dt}(m_{31} i_{13})$$

$$0 = R_2 i_{22} + L_2 \frac{di_{22}}{dt} + M_2 \frac{di_{23}}{dt} + M_2 \frac{di_{21}}{dt} + \frac{1}{C} \left[ i_{22} dt + \frac{d}{dt}(m_{12} i_{11}) + \frac{d}{dt}(m_{22} i_{12}) + \frac{d}{dt}(m_{32} i_{13}) \right]$$

$$0 = R_2 i_{23} + L_2 \frac{di_{23}}{dt} + M_2 \frac{di_{21}}{dt} + M_2 \frac{di_{22}}{dt} + \frac{1}{C} \left[ i_{23} dt + \frac{d}{dt}(m_{13} i_{11}) + \frac{d}{dt}(m_{23} i_{12}) + \frac{d}{dt}(m_{33} i_{13}) \right]$$

Comme :

$$\begin{aligned} m_{11} + m_{12} + m_{13} &= 0, \\ m_{21} + m_{22} + m_{23} &= 0, \\ m_{31} + m_{32} + m_{33} &= 0, \end{aligned}$$

la somme des trois relations précédentes conduit à :

$$0 = R_2 (i_{21} + i_{22} + i_{23}) + (L_2 + 2M_2) \frac{d}{dt}(i_{21} + i_{22} + i_{23}) + \frac{1}{C} \int (i_{21} + i_{22} + i_{23}) dt,$$

donc à :

$$i_{21} + i_{22} + i_{23} = 0.$$

On peut donc également introduire l'inductance cyclique propre  $L_2$  du rotor telle que :

$$L_2 = L_2 - M_2 \quad (7)$$

Les trois équations des tensions des phases rotoriques peuvent alors s'écrire

$$\begin{aligned} 0 &= R_2 i_{21} + L_2 \frac{di_{21}}{dt} + \frac{1}{C} \int i_{21} dt + \frac{d}{dt}(m_{11} i_{11} + m_{21} i_{12} + m_{31} i_{13}) \\ 0 &= R_2 i_{22} + L_2 \frac{di_{22}}{dt} + \frac{1}{C} \int i_{22} dt + \frac{d}{dt}(m_{12} i_{11} + m_{22} i_{12} + m_{32} i_{13}) \\ 0 &= R_2 i_{23} + L_2 \frac{di_{23}}{dt} + \frac{1}{C} \int i_{23} dt + \frac{d}{dt}(m_{13} i_{11} + m_{23} i_{12} + m_{33} i_{13}) \end{aligned} \quad (8)$$

### II.1.3 Résolution des équations des tensions statoriques et rotoriques dans le cas particulier du régime permanent, équilibré et sinusoïdal

#### II.1.3.1. Limitation de l'étude

Les relations des systèmes (6) et (8) sont générales et permettent l'étude de tous les régimes, équilibrés au déséquilibrés, sinusoïdaux ou non, permanents ou transitoires. Nous nous limiterons dans cette étude au cas du régime permanent du moteur alimenté par des tensions sinusoïdales formant système triphasé équilibré et

défini par :

$$\left. \begin{aligned} v_{11} &= V_{1m} \cos (\omega t + \alpha) \\ v_{12} &= V_{1m} \cos (\omega t - \frac{2\pi}{3} + \alpha) \\ v_{13} &= V_{1m} \cos (\omega t - \frac{4\pi}{3} + \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

L'angle  $\alpha$  caractérisant ces tensions à l'instant initial.

Les courants primaires et secondaires sont alors sinusoïdaux et déterminent également des systèmes triphasés équilibrés.

Les courants statoriques seront caractérisés par la valeur maximale  $I_{1m}$  ou efficace  $I_1$ , la pulsation  $\omega$  et le déphasage  $\varphi_1$  de l'un d'entre eux par rapport à la tension correspondante. Ils sont de la forme :

$$\left. \begin{aligned} i_{11} &= I_{1m} \cos (\omega t + \alpha - \varphi_1) \\ i_{12} &= I_{1m} \cos (\omega t - \frac{2\pi}{3} + \alpha - \varphi_1) \\ i_{13} &= I_{1m} \cos (\omega t - \frac{4\pi}{3} + \alpha - \varphi_1) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Les courants rotoriques seront définis à partir de leur valeur maximale  $I_{2m}$  ou efficace  $I_2$  et leur pulsation  $g\omega$  et pourront s'écrire :

$$\left. \begin{aligned} i_{21} &= I_{2m} \cos (g\omega t + \alpha - \varphi_2) \\ i_{22} &= I_{2m} \cos (g\omega t - \frac{2\pi}{3} + \alpha - \varphi_2) \\ i_{23} &= I_{2m} \cos (g\omega t - \frac{4\pi}{3} + \alpha - \varphi_2) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

L'angle  $\varphi_2$  précise leur valeur à l'instant initial.

Il suffit alors d'étudier le fonctionnement d'une seule phase au stator et au rotor, ce qui se passe dans les autres étant identique à  $2\pi/3$  ou  $4\pi/3$  près. Le système d'équations des tensions à examiner se réduit donc à :

$$\left. \begin{aligned} R_1 i_{11} + L_1 \frac{di_{11}}{dt} + \frac{d}{dt} (m_{11} i_{21} + m_{12} i_{22} + m_{13} i_{23}) &= V_{1m} \cos (\omega t + \alpha) \\ R_2 i_{21} + L_2 \frac{di_{21}}{dt} + \frac{1}{C} \int i_{21} dt + \frac{d}{dt} (m_{11} i_{11} + m_{21} i_{12} + m_{31} i_{13}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

A partir des relations (4) et (11) on peut calculer le flux créé par les trois phases du rotor et traversant la phase 1 du stator, nous obtenons :

$$m_{11} i_{21} + m_{12} i_{22} + m_{13} i_{23} = \frac{3}{2} M I_{2m} \cos (\omega' t + g\omega t + \alpha - \varphi_2)$$



Nous désignerons par  $M = \frac{3}{2} M$  l'inductance mutuelle cyclique du stator et du rotor. Après avoir remarqué que  $\omega't + g\omega t = \omega t$  il vient donc :

$$m_{11}i_{21} + m_{12}i_{22} + m_{13}i_{23} = MI_{2m} \cos(\omega t + \alpha - \varphi_2)$$

De la même façon, à partir des relations (4) et (10) on peut calculer le flux créé par les trois phases du stator et traversant la phase 1 du rotor. Nous trouvons :

$$m_{11}i_{11} + m_{21}i_{12} + m_{31}i_{13} = MI_{1m} \cos(g\omega t + \alpha - \varphi_1)$$

Après avoir reporté ces valeurs de flux dans les expressions du système (12) puis effectué les dérivations et intégrations, il vient :

$$\left. \begin{aligned} R_1 I_{1m} \cos(\omega t + \alpha - \varphi_1) - L_1 \omega I_{1m} \sin(\omega t + \alpha - \varphi_1) - M \omega I_{2m} \sin(\omega t + \alpha - \varphi_2) &= V_{1m} \cos(\omega t + \alpha) \\ R_2 I_{2m} \cos(g\omega t + \alpha - \varphi_2) - (L_2 g \omega - \frac{1}{Cg\omega}) I_{2m} \sin(g\omega t + \alpha - \varphi_2) - M g \omega I_{1m} \sin(g\omega t + \alpha - \varphi_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

#### II.1.3.2. Résolution

En considérant les équations du système (13) aux instants particuliers  $t = 0$  et  $t = \pi/2\omega$ , nous obtenons quatre relations :

$$\left. \begin{aligned} R_1 I_{1m} \cos(\alpha - \varphi_1) - L_1 \omega I_{1m} \sin(\alpha - \varphi_1) - M \omega I_{2m} \sin(\alpha - \varphi_2) &= V_{1m} \cos \alpha \\ R_1 I_{1m} \sin(\alpha - \varphi_1) + L_1 \omega I_{1m} \cos(\alpha - \varphi_1) + M \omega I_{2m} \cos(\alpha - \varphi_2) &= V_{1m} \sin \alpha \\ R_2 I_{2m} \cos(\alpha - \varphi_2) - (L_2 g \omega - \frac{1}{Cg\omega}) I_{2m} \sin(\alpha - \varphi_2) - M g \omega I_{1m} \sin(\alpha - \varphi_1) &= 0 \\ R_2 I_{2m} \cos(g \frac{\pi}{2} + \alpha - \varphi_2) - (L_2 g \omega - \frac{1}{Cg\omega}) I_{2m} \sin(g \frac{\pi}{2} + \alpha - \varphi_2) - M g \omega I_{1m} \sin(g \frac{\pi}{2} + \alpha - \varphi_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

C'est ce dernier système qui se prête le mieux à la détermination des valeurs maximales  $I_{1m}$  et  $I_{2m}$  puis efficaces  $I_1$  et  $I_2$  et des angles  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$ . Afin de simplifier l'écriture de ces grandeurs nous avons utilisé les relations de définition :

- de la constante de temps d'une phase du stator  $\tau_1 = L_1/R_1$
- de la constante de temps d'une phase du rotor  $\tau_2 = L_2/R_2$
- du coefficient de dispersion  $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$

De plus nous avons posé :

$$\tau'_{2\omega} = \frac{L_2 g \omega - \frac{1}{C g \omega}}{R_2}$$

Après calculs nous obtenons :

$$I'_1 = \frac{V_1}{R_1} \sqrt{\frac{1 + \tau'^2_{2\omega}}{(\tau_1 \omega + \tau'_{2\omega})^2 + [1 - \tau_1 \tau'_{2\omega} + (1 - \sigma) \tau_1 \tau_2 \omega^2 g]^2}} \quad (15)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \tau_1 \omega \frac{1 + \tau'^2_{2\omega} - g(1 - \sigma) \tau_2 \tau'_{2\omega}}{1 + \tau'^2_{2\omega} + g(1 - \sigma) \tau_1 \tau_2 \omega^2} \quad (16)$$

$$I_2 = \frac{g M \omega V_1}{R_1 R_2 \sqrt{(\tau_1 \omega + \tau'_{2\omega})^2 + [1 - \tau_1 \tau'_{2\omega} + (1 - \sigma) \tau_1 \tau_2 \omega^2 g]^2}} \quad (17)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = - \frac{1 - \tau_1 \tau_2 \omega^2 + (1 - \sigma) \tau_1 \tau_2 \omega^2 g}{\tau_1 \omega + \tau'_{2\omega}} \quad (18)$$

La tension aux bornes d'un condensateur est en quadrature arrière par rapport au courant secondaire. La valeur efficace est :

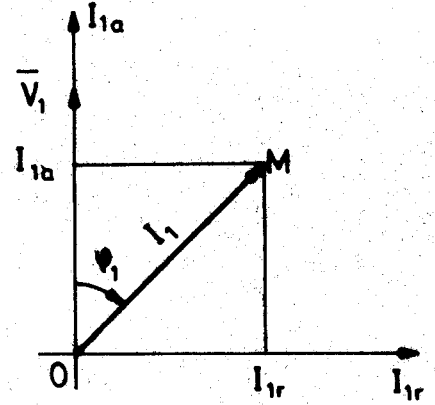
$$V_c = \frac{I_2}{C g \omega} \quad (19)$$

Afin de prédéterminer les caractéristiques du moteur nous allons établir son diagramme des courants. Si on désigne par  $I_{1a} = I_1 \cos \varphi_1$  et par  $I_{1r} = I_1 \sin \varphi_1$  les composantes active et réactive du courant primaire, on peut, dans un système d'axes  $(OI_{1a}, OI_{1r})$ , représenter le courant primaire par un vecteur  $\overline{OM}$  de module  $I_1$  (figure 1). Le diagramme des courants est le lieu du point M pour une valeur donnée de la capacité  $c$  et lorsque le glissement varie de zéro à l'infini.

Apparemment il semblerait donc qu'il faille calculer, à partir des relations (15) et (16), les composantes  $I_{1a}$  et  $I_{1r}$  puis déterminer le lieu de M quand  $g$  varie.

En fait ce lieu n'est pas une courbe simple et le recours à cette méthode conduirait inévitablement à l'utilisation du calcul numérique pour positionner chaque point M du lieu.

Nous allons montrer qu'il est possible de déterminer géométriquement un diagramme des impédances et d'en déduire, également géométriquement le diagramme des courants.



## II.2. DIAGRAMME DES IMPEDANCES

Désignons par  $R'_1$ ,  $L'_1 \omega$  et  $\bar{Z}'_1$  respectivement la résistance, la réactance et l'impédance par phase ramenées au primaire du moteur et de ses condensateurs.

Si  $P_1$  et  $Q_1$  représentent des puissances active et réactive consommées par le moteur, nous avons :

$$P_1 = 3V_1 I_1 \cos \varphi_1 = 3 R'_1 I_1^2$$

$$Q_1 = 3V_1 I_1 \sin \varphi_1 = 3 L'_1 \omega I_1^2$$

dont on déduit :

$$R'_1 = \frac{V_1 \cos \varphi_1}{I_1}$$

$$\text{et } L'_1 \omega = \frac{V_1 \sin \varphi_1}{I_1}$$

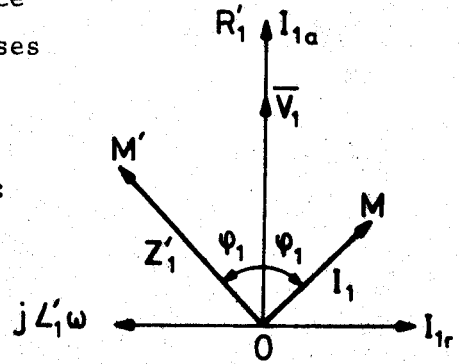


Figure 2

(20)

(21)

Dans le système d'axes  $(O R'_1, O j L'_1 \omega)$  l'impédance  $\bar{Z}'_1 = R'_1 + j L'_1 \omega$  sera représentée par un vecteur  $\bar{OM}'$  de module  $Z'_1 = V_1 / I_1$  et faisant avec l'axe  $OR'_1$  l'angle  $\varphi_1$  (figure 2).

Nous voyons qu'il est encore possible de passer du vecteur  $\bar{OM}'$  représentant  $\bar{Z}'_1$  au vecteur  $\bar{OM}$  représentant  $\bar{I}_1$  par une symétrie par rapport à l'axe vertical suivie d'une inversion de pôle O et de puissance  $V_1$  car  $I_1 = V_1 / Z'_1$ .

### II - 2.1. Calcul de la résistance $R'_1$ et de la réactance $L'_1 \omega$

A partir des relations (15), (16), (20) et (21) nous calculons :



$$R'_1 = R_1 + \frac{(1-\sigma)L_1 \tau_2 \omega^2 g}{1+\tau_2'^2 \omega^2} \quad (22)$$

et

$$L'_1 \omega = L_1 \omega - \frac{(1-\sigma)L_1 \tau_2 \tau_2' \omega^3 g}{1+\tau_2'^2 \omega^2} \quad (23)$$

Pour des raisons de commodité de calcul il est intéressant d'introduire les quantités  $R'_2 = R'_1 - R_1$  et  $L'_2 \omega = L'_1 \omega - L_1 \omega$  qui sont la résistance et la réactance du secondaire ramenées au primaire. Nous avons :

$$R'_2 = \frac{(1-\sigma)L_1 \tau_2 \omega^2 g}{1+\tau_2'^2 \omega^2} \quad (24)$$

et

$$L'_2 \omega = - \frac{(1-\sigma)L_1 \tau_2 \tau_2' \omega^3 g}{1+\tau_2'^2 \omega^2} \quad (25)$$

et, compte tenu de l'expression de  $\tau_2' \omega$  :

$$R'_2 = \frac{M^2 R_2 \omega^4 C^2 g^3}{L_2^2 \omega^4 C^2 g^4 + R_2 (R_2 C - 2\tau_2) \omega^2 C g^2 + 1} \quad (26)$$

$$L'_2 \omega = \frac{M^2 \omega^3 (1 - L_2 \omega^2 C g^2) C g^2}{L_2^2 \omega^4 C^2 g^4 + R_2 (R_2 C - 2\tau_2) \omega^2 C g^2 + 1} \quad (27)$$

L'étude du diagramme des impédances peut alors se faire à partir des expressions de  $R'_2$  et de  $L'_2 \omega$ . Son tracé se fera dans le système d'axes ( $O'R'_2$ ,  $O'jL'_2 \omega$ ) déduit du précédent ( $OR_1$ ,  $OjL_1 \omega$ ) par les translations  $R_1$  et  $jL_1 \omega$ .

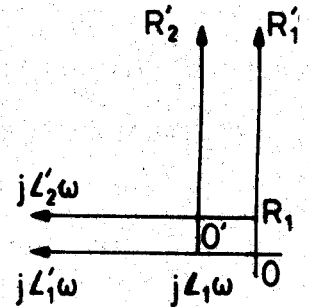


figure 3

## II - 2.2. Etude analytique du diagramme des impédances

### II.2.2.1. Remarque sur le dénominateur commun des grandeurs

$$R'_2 \text{ et } L'_2 \omega$$

Ce dénominateur :

$$L_2^2 \omega^4 C^2 g^4 + R_2 (R_2 C - 2\tau_2) \omega^2 C g^2 + 1$$

ne peut s'annuler pour des valeurs de  $g$  comprises entre zéro et l'infini. Il est toujours positif.

En effet, la relation :

$$L_2^2 \omega^4 C^2 G^2 + R_2 (R_2 C - 2\tau_2) \omega^2 C G + 1 = 0 \quad (28)$$

avec  $G = g^2$  a pour discriminant

$$\Delta = R_2^3 \omega^4 C^3 (R_2 C - 4\tau_2)$$

- Si  $C > \frac{4\tau_2}{R_2}$ , le discriminant est positif. Deux racines annulent la relation (28) mais celles ci sont négatives. Le dénominateur est positif.
- Si  $C = \frac{4\tau_2}{R_2}$ , le discriminant est nul. La racine double est négative et le dénominateur est positif.
- Si  $C < \frac{4\tau_2}{R_2}$ , le discriminant est négatif. Le dénominateur est encore positif.

#### II.2.2.2. Etude de la fonction $R'_2(g)$

$$R'_2 = \frac{M^2 R_2 \omega^4 C^2 g^3}{L_2^2 \omega^4 C^2 g^4 + R_2 (R_2 C - 2\tau_2) \omega^2 C g^2 + 1} \quad (26)$$

Cette fonction est toujours définie et positive lorsque  $g$  est positif. A glissements nul et infini,  $R'_2$  est nul.

La dérivée  $dR'_2/dg$  vaut :

$$\frac{M^2 R_2 \omega^4 C^2 g^2 \left[ -L_2^2 \omega^4 C^2 g^4 + R_2 (R_2 C - 2\tau_2) \omega^2 C g^2 + 3 \right]}{\left[ L_2^2 \omega^4 C^2 g^4 + R_2 (R_2 C - 2\tau_2) \omega^2 C g^2 + 1 \right]^2}$$

Elle est nulle pour des glissements nul et infini. Elle est nulle également pour une valeur finie et positive du glissement.

$$g_1 = \frac{1}{\tau_2 \omega} \sqrt{\frac{R_2 C - 2\tau_2 + \sqrt{(R_2 C - 2\tau_2)^2 + 12\tau_2^2}}{2R_2 C}} \quad (29)$$

auquel correspondent les valeurs  $(R'_2)_1$  et  $(L'_2 \omega)_1$  de  $R'_2$  et  $L'_2 \omega$

$$(R'_2)_1 = \frac{M^2 \omega C}{2\tau_2} \frac{\left[ R_2 C - 2\tau_2 + \sqrt{(R_2 C - 2\tau_2)^2 + 12\tau_2^2} \right] \left[ \frac{R_2 C - 2\tau_2 + \sqrt{(R_2 C - 2\tau_2)^2 + 12\tau_2^2}}{2R_2 C} \right]^{1/2}}{(R_2 C - 2\tau_2) \left[ R_2 C - 2\tau_2 + \sqrt{(R_2 C - 2\tau_2)^2 + 12\tau_2^2} \right] + 4\tau_2^2} \quad (30)$$

$$(L'_2 \omega) = \frac{M^2 \omega}{4L_2} \frac{\left[ 4\tau_2 - R_2 C - \sqrt{(R_2 C - 2\tau_2)^2 + 12\tau_2^2} \right] \left[ R_2 C - 2\tau_2 + \sqrt{(R_2 C - 2\tau_2)^2 + 12\tau_2^2} \right]}{(R_2 C - 2\tau_2) \left[ R_2 C - 2\tau_2 + \sqrt{(R_2 C - 2\tau_2)^2 + 12\tau_2^2} \right] + 4\tau_2^2} \quad (31)$$

Le tableau I et la figure 4 résument cette étude.

$g$	$0$	$g_1$	$\infty$
$dR'_2/dg$	$0$	$+$	$0$
$R'_2$	$0$	$(R'_2)_1$	$0$

Tableau I

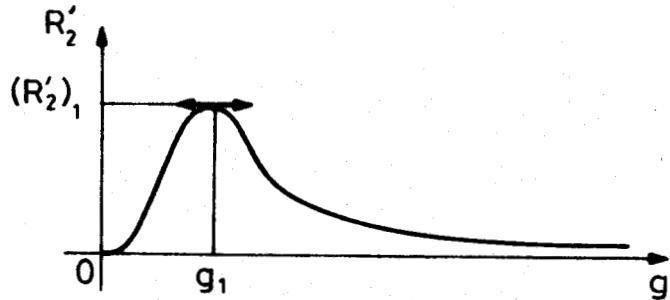


Figure 4

#### II.2.2.3. Etude de la fonction $L'_2 \omega(g)$

$$L'_2 \omega = \frac{M^2 \omega^3 (1 - L_2 \omega^2 C g^2) C g^2}{L_2^2 \omega^4 C^2 g^4 + R_2 (R_2 C - 2\tau_2) \omega^2 C g^2 + 1} \quad (27)$$

Cette fonction est toujours définie.

Pour  $g = 0$ ,  $L'_2 \omega = 0$

Pour  $g = \frac{1}{\omega \sqrt{L_2 C}}$ ,  $L'_2 \omega = 0$  et  $R'_2 = \frac{(1-\sigma)L_1 \omega \tau_2}{\sqrt{L_2 C}}$ . Ceci correspond à la résonance

au rotor ( $L_2 C g^2 \omega^2 = 1$ ).

Lorsque le glissement tend vers l'infini,  $L'_2 \omega$  tend vers  $-(1-\sigma)L_1 \omega$

La dérivée  $dL'_2 \omega / dg$  vaut :

$$= \frac{2M^2 \omega^3 C g \left[ L_2 \omega^4 C^2 R_2 (R_2 C - \tau_2) g^4 + 2L_2 \omega^2 C g^2 - 1 \right]}{\left[ L_2^2 \omega^4 C^2 g^4 + R_2 (R_2 C - 2\tau_2) \omega^2 C g^2 + 1 \right]^2}$$

Elle est nulle pour des glissements nul et infini. Elle est nulle également pour une valeur finie et positive du glissement  $g_2$  ou pour deux valeurs  $g_2$  et  $g_3$  suivant le signe de  $R_2 C - \tau_2$ . Les fonctions  $R'_2(g)$  et  $L'_2 \omega(g)$  prennent les



valeurs  $(R'_2)_2$  et  $(L'_2\omega)_2$  puis, éventuellement,  $(R'_2)_3$  et  $(L'_2\omega)_3$  lorsque le glissement est égal à  $g_2$  puis à  $g_3$ .

Si  $C > \frac{\tau_2}{R_2}$  : le glissement  $g_2$  annule la dérivée. Nous avons :

$$g_2 = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{-\tau_2 + \sqrt{L_2 C}}{L_2 C (R_2 C - \tau_2)}} \quad (32)$$

$$(R'_2)_2 = \frac{M^2 \omega}{\sqrt{L_2 C}} \frac{\sqrt{L_2 C - \tau_2}^3 \sqrt{R_2 C - \tau_2}}{R_2 [2\tau_2^2 + \sqrt{L_2 C} (R_2 C - 3\tau_2)]} \quad (33)$$

$$(L'_2\omega)_2 = \frac{M^2 \omega [R_2 C - \sqrt{L_2 C}] [\sqrt{L_2 C} - \tau_2]}{R_2^2 C [2\tau_2^2 + (R_2 C - 3\tau_2) \sqrt{L_2 C}]} \quad (34)$$

Le tableau II et la figure 5 résument ce premier cas :

$g$	0	$g_2$	$1/\omega\sqrt{L_2 C}$	$\infty$
$dL'_2\omega/dg$	0	+	0	-
$L'_2\omega$	0	$(L'_2\omega)_2$	0	$-(1-\sigma)L_1\omega$

Tableau II

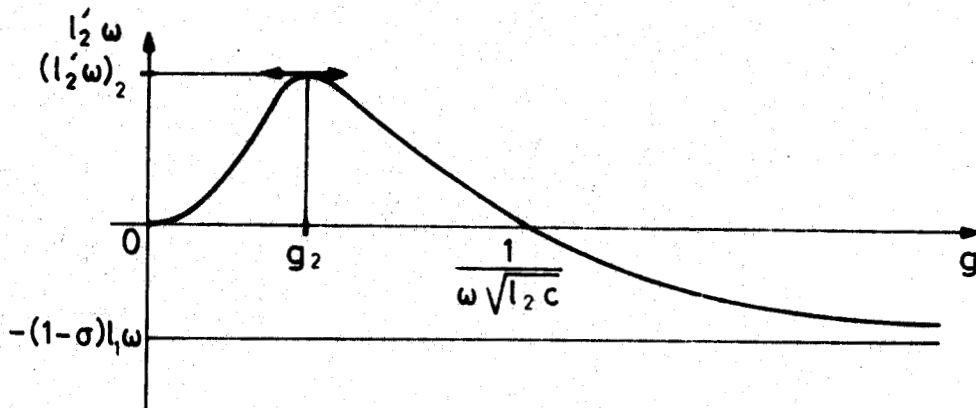


Figure 5

Si  $C = \frac{\tau_2}{R_2}$

La glissement  $\frac{1}{\sqrt{2}\tau_2\omega}$  annule la dérivée.

La fonction  $R_2'(g)$  vaut alors  $\frac{2}{3\sqrt{2}} (1-\sigma)L_1\omega$

La fonction  $L_2'(\omega(g))$  égale  $\frac{1}{3} (1-\sigma)L_1\omega$

Le glissement  $\frac{1}{\tau_2\omega}$  annule la fonction  $L_2'(\omega)$  et donne à la fonction  $R_2'$  la valeur  $(1-\sigma)L_1\omega$

Le tableau III et la figure 6 résument ce deuxième cas :

$g$	0	$1/\sqrt{2}\tau_2\omega$	$1/\tau_2\omega$	$\infty$
$dL_2'/dg$	0	+	0	-
$L_2'$	0	$\nearrow \frac{1}{3}(1-\sigma)L_1\omega$	$\searrow 0$	$\searrow -(1-\sigma)L_1\omega$

Tableau III

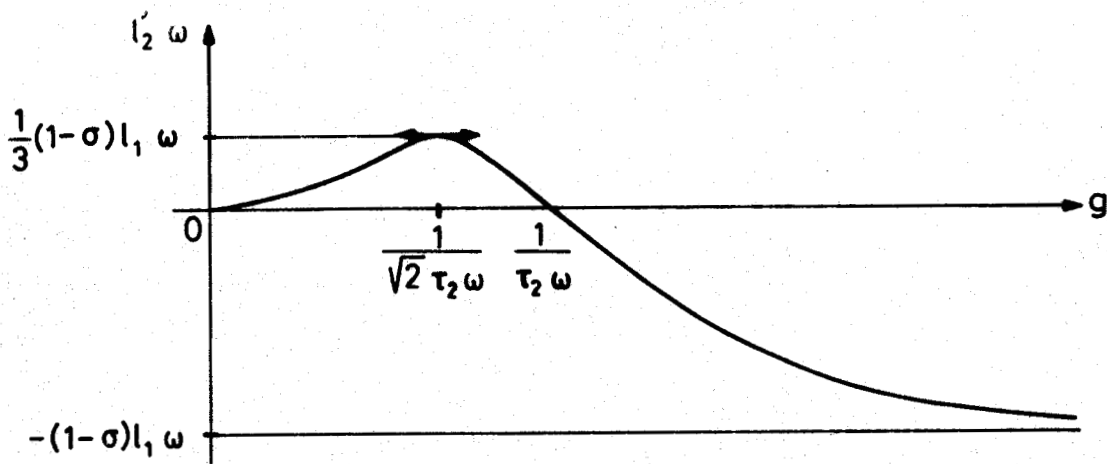


figure 6

- Si  $C < \frac{\tau_2}{R_2}$  : En plus du glissement  $g_2$  précédemment défini, le glissement

$$g_3 = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{-\tau_2 - \sqrt{L_2 C}}{L_2 C (R_2 C - \tau_2)}} \quad (35)$$

annule également la dérivée. A  $g_3$  correspondent :

$$(R'_2)_{\omega} = - \frac{M^2 \omega}{R_2^2 \sqrt{L_2 C}} \frac{(\tau_2 + \sqrt{L_2 C}) \sqrt{-(\tau_2 + \sqrt{L_2 C}) (R_2 C - \tau_2)}}{[2\tau_2^2 - \sqrt{L_2 C} (R_2 C - 3\tau_2)]} \quad (36)$$

$$(L'_2 \omega)_{\omega} = - \frac{M^2 \omega}{R_2^2 C} \frac{(R_2 C + \sqrt{L_2 C}) (\tau_2 + \sqrt{L_2 C})}{2\tau_2^2 - \sqrt{L_2 C} (R_2 C - 3\tau_2)} \quad (37)$$

Le tableau IV et la figure 7 résument ce troisième cas :

$g$	0	$g_2$	$1/\omega\sqrt{L_2 C}$	$g_3$	$\infty$
$dL'_2 \omega / dg$	0	+	0	-	0
$L'_2 \omega$	0	$(L'_2 \omega)_2$	0	$(L'_2 \omega)_3$	$-(1-\sigma)L_1 \omega$

Tableau IV

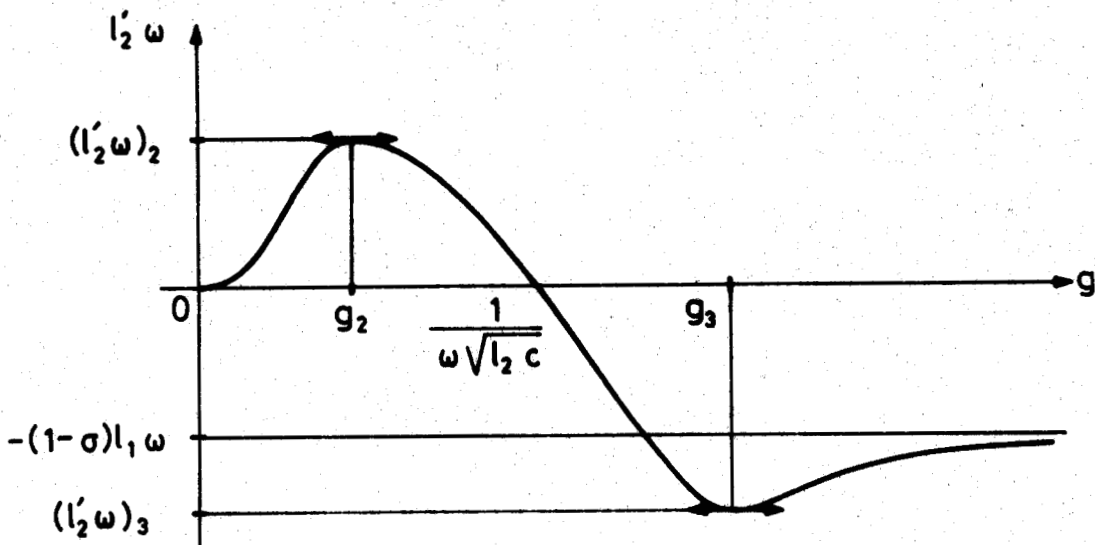


figure 7

#### II.2.2.4. Le diagramme des impédances

Dans le système d'axes  $(O'R'_2, O'jL'_2\omega)$  le diagramme des impédances est la courbe représentative de la fonction  $R'_2(L'_2\omega)$  lorsque  $g$  varie de zéro à l'infini.

La dérivée

$$\frac{dR'_2}{dL'_2\omega} = \frac{R_2\omega C}{2} g \frac{L_2^2\omega^4 C^2 g^4 - R_2(R_2C - 2\tau_2)\omega^2 Cg^2 - 3}{L_2^4\omega^4 R_2(R_2C - \tau_2)C^2 g^4 + 2L_2^2\omega^2 Cg^2 - 1}$$

montre que, quelque soit  $C$ , pour  $g = 0$ ,  $\frac{dR'_2}{dL'_2\omega} = 0$  : la tangente à la courbe à une pente nulle, et pour  $g$  tendant vers l'infini,  $\frac{dR'_2}{dL'_2\omega}$  tend également vers l'infini : la tangente à la courbe à une pente infinie.

Pour mettre en évidence les différentes allures que peut présenter la courbe  $R'_2(L'_2\omega)$  il suffit de rapprocher les résultats des deux paragraphes précédents. L'utilisation de tableaux permet une synthèse rapide. Nous commencerons par le cas particulier  $C = \frac{\tau_2}{R_2}$  dans la courbe  $R'_2(L'_2\omega)$  délimitée dans le plan  $(O'R'_2, O'jL'_2\omega)$  deux domaines.

$$\text{Si } C = \frac{\tau_2}{R_2} : \text{ on a alors } g_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{13}-1}{2}} \cdot \frac{1}{\tau_2\omega}$$

$$(L'_2\omega)_1 = -\frac{7-\sqrt{13}}{12} (1-\sigma) L_1\omega$$

$$\text{et } (R'_2)_1 = \sqrt{\frac{2(35+13\sqrt{13})}{12}} (1-\sigma)L_1\omega$$

Le tableau V résume ce premier cas :

$g$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\tau_2\omega}$	$\frac{1}{\tau_2\omega}$	$\sqrt{\frac{\sqrt{13}-1}{2}} \cdot \frac{1}{\tau_2\omega}$	$\infty$
$\frac{L'_2\omega}{(1-\sigma)L_1\omega}$	0	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{7-\sqrt{13}}{12}$	-1
$\frac{R'_2}{(1-\sigma)L_1\omega}$	0	$\frac{2}{3\sqrt{2}}$	1	$\frac{\sqrt{2(35+13\sqrt{13})}}{12}$	0

Tableau V

La courbe  $\Gamma'_1$  représentative de la fonction  $R'_2(L'_2\omega)$  dans le cas particulier où  $C = \frac{\tau_2}{R_2}$  délimite dans le plan  $(O'R'_2, O'jL'_2\omega)$  les domaines intérieur 1 et extérieur 2 (figure 8). Pour ne pas faire intervenir les caractéristiques d'un moteur en particulier, nous avons utilisé, sur cette figure, les coordonnées relatives  $R'_2/(1-\sigma)L_1\omega$  et  $L'_2\omega/(1-\sigma)L_1\omega$ .

Si  $C > \frac{\tau_2}{R_2}$  : le tableau VI résume ce deuxième cas :

$g$	0	$g_2$	$\frac{1}{\omega\sqrt{L_2C}}$	$g_1$	$\infty$
$L'_2\omega$	0	$(L'_2\omega)_2$	0	$(L'_2\omega)_1$	$-(1-\delta)L_1\omega$
$R'_2$	0	$(R'_2)_2$	$\frac{(1-\sigma)L_1\omega\tau_2}{\sqrt{L_2C}}$	$(R'_2)_1$	0

Tableau VI

Les courbes  $\Gamma'_2$  représentatives de la fonction  $R'_2(L'_2\omega)$  et correspondant à  $C > \frac{\tau_2}{R_2}$  se trouvent dans le domaine 1. A la figure 8, nous avons représenté la courbe  $\Gamma'_2$  correspondant à  $C = \frac{2\tau_2}{R_2}$ . le tableau VIII donne, dans ces conditions, les valeurs particulières de  $g$ ,  $L'_2\omega$  et  $R'_2$

$g$	0	$\frac{0,454}{\tau_2\omega}$	$1/\sqrt{2}\tau_2\omega$	$\frac{1,316}{\tau_2\omega}$	$\infty$
$\frac{L'_2\omega}{(1-\sigma)L_1\omega}$	0	0,207	0	-0,316	-1
$\frac{R'_2}{(1-\sigma)L_1\omega}$	0	0,454	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0,75	0

Tableau VII



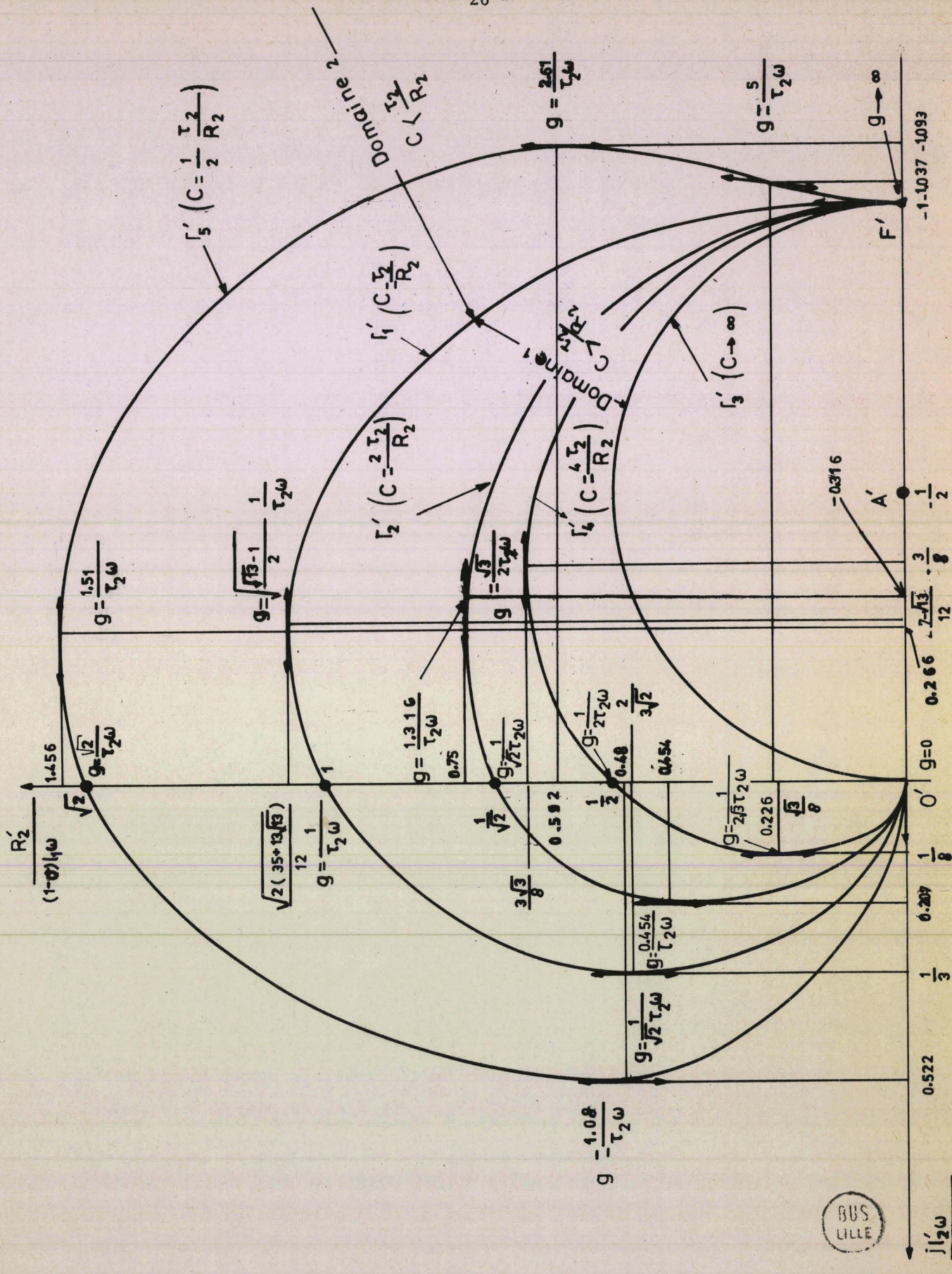


figure 8





Cas particuliers :

- Un premier cas particulier intéressant est celui où la capacité  $C$  tend vers l'infini. Cela revient à considérer un moteur asynchrone d'induction classique dont le rotor est directement mis en court-circuit. Cette valeur de capacité étant supérieure à  $\tau_2/R_2$ , la courbe  $\Gamma'_3$  correspondante occupe la domaine 1 et en constitue la limite.

Lorsque  $C$  tend vers l'infini,  $\tau_2'\omega$  tend vers  $\tau_2 g\omega$ . Les relations (24) et (25) donnent :

$$R'_2 = \frac{(1-\sigma)L_1\tau_2^2\omega^2g}{1+\tau_2^2\omega^2g} \quad \text{et} \quad L'_2\omega = -\frac{(1-\sigma)L_1\tau_2^2\omega^3g^2}{1+\tau_2^2\omega^2g}$$

qui vérifient la relation :

$$\left[R'_2 - 0\right]^2 + \left[L'_2\omega - \left(-\frac{1-\sigma}{2}\right)L_1\omega\right]^2 = \left[\frac{1-\sigma}{2}L_1\omega\right]^2$$

La courbe  $\Gamma'_3$  est donc le cercle de centre  $A' \left[0, -\frac{1-\sigma}{2}L_1\omega\right]$  et de rayon  $\frac{1-\sigma}{2}L_1\omega$ . Le domaine intérieur 1 est situé entre les courbes  $\Gamma'_1$  et  $\Gamma'_3$ .

- Un deuxième cas particulier intéressant, du point de vue théorique, se présente lorsque  $C = \frac{4\tau_2^2}{R_2}$ . Cette valeur étant supérieure à  $\tau_2/R_2$ , la courbe  $\Gamma'_4$  correspondante occupe le domaine I.

Cette valeur particulière de  $C$  donne, en considérant les expressions (26) et (27) :

$$R'_2 = \frac{16M^2\tau_2^2\omega^4g^3}{R_2(4\tau_2^2\omega^2g^2+1)^2} \quad \text{et} \quad L'_2\omega = \frac{4M^2(1+4\tau_2^2\omega^2g^2)\tau_2^3\omega^3g^2}{R_2(4\tau_2^2\omega^2g^2+1)^2}$$

Posons :

$$\frac{R'_2}{L'_2\omega} = \frac{4\tau_2\omega g}{1-4\tau_2^2\omega^2g^2} = -\operatorname{tg}\beta$$

On a alors :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{4\tau_2 \omega g}{4\tau_2^2 \omega^2 g^2 - 1}, \quad \sin \beta = \frac{4\tau_2 \omega g}{4\tau_2^2 \omega^2 g^2 + 1} \quad \text{et} \quad \cos \beta = \frac{4\tau_2^2 \omega^2 g^2 - 1}{4\tau_2^2 \omega^2 g^2 + 1}$$

Par suite :

$$R_2' = \frac{1 - \sigma}{2} L_1 \omega \sin \beta (1 + \cos \beta)$$

et :

$$L_2' \omega = - \frac{1 - \sigma}{2} L_1 \omega \cos \beta (1 + \cos \beta)$$

La courbe  $\Gamma_4'$  est une cardioïde

Le tableau VIII résume toutes les valeurs que peut prendre la fonction  $R_2'(L_2' \omega)$  pour les différentes valeurs particulières de  $g$ .

$g$	0	$\frac{1}{2\sqrt{3}\tau_2 \omega}$	$\frac{1}{2\tau_2 \omega}$	$\frac{\sqrt{3}}{2\tau_2 \omega}$	$\infty$
$\frac{L_2' \omega}{(1-\sigma)L_1 \omega}$	0	$\nearrow \frac{1}{8}$	$\searrow 0$	$\searrow -\frac{3}{8}$	$\searrow -1$
$\frac{R_2'}{(1-\sigma)L_1 \omega}$	0	$\nearrow \sqrt{3}/8$	$\nearrow \frac{1}{2}$	$\nearrow 3\sqrt{3}/8$	$\searrow 0$

Tableau VIII

La courbe  $\Gamma_4'$  est représentée figure 8.

Si  $C < \frac{\tau_2}{R_2}$  : le tableau IX résume cette troisième possibilité :

$g$	0	$g_2$	$\frac{1}{\omega\sqrt{L_2C}}$	$g_1$	$g_3$	$g_4$	$\infty$
$L_2'\omega$	0	$(L_2'\omega)_2$	0	$(L_2'\omega)_1$	$(L_2'\omega)_3$	$(L_2'\omega)_4$	$-(1-\sigma)L_1\omega$
$R_2'$	0	$(R_2')_2$	$\frac{(1-\sigma)L_1\omega\tau_2}{\sqrt{L_2C}}$	$(R_2')_1$	$(R_2')_3$	$(R_2')_4$	0

Tableau IX

Les courbes  $\Gamma_5'$  correspondant à  $C < \frac{\tau_2}{R_2}$  se trouvent dans le domaine 2. Elles présentent un point d'inflexion lorsque le glissement vaut  $g_4$ . Les fonctions  $L_2'\omega(g)$  et  $R_2'(g)$  valent alors respectivement  $(L_2'\omega)_4$  et  $(R_2')_4$ . On détermine  $g_4$  en résolvant l'équation :

$$\frac{dR_2'}{dg} \cdot \frac{d^2 L_2'\omega}{d^2 g} - \frac{dL_2'\omega}{dg} \cdot \frac{d^2 R_2'}{d^2 g} = 0$$

Après développement cela conduit à l'expression :

$$\begin{aligned} & - L_2^3 R_2 (CR_2 - \tau_2) \omega^8 C^4 g^8 - L_2 R_2^2 (8\tau_2^2 + R_2^2 C^2 - 3L_2 C) \omega^6 C^3 g^6 + L_2 R_2 (10\tau_2 - 7CR_2) \omega^4 C^2 g^4 \\ & - 3R_2^2 \omega^2 C^2 g^2 - 3 = 0 \end{aligned} \quad (38)$$

dont la résolution ne peut être menée que numériquement. On ne peut constater ici que l'existence du point d'inflexion : lorsque  $g$  varie de zéro à l'infini, l'expression (38) évolue de  $-3$  à  $+\infty$  quand  $C < \frac{\tau_2}{R_2}$ . Elle peut donc s'annuler pour une valeur finie et positive du glissement.

A la figure 8, nous avons représenté la courbe  $\Gamma_5'$  correspondant à  $C = \frac{1}{2} \frac{\tau_2}{R_2}$ . Le tableau X donne, dans ces conditions, les valeurs particulières de  $g$ ,  $L_2'\omega$  et  $R_2'$ .

$g$	0	$\frac{1,51}{\tau_2 \omega}$	$\frac{\sqrt{2}}{\tau_2 \omega}$	$\frac{1,51}{\tau_2 \omega}$	$\frac{2,61}{\tau_2 \omega}$	$\frac{5}{\tau_2 \omega}$	$\infty$
$\frac{L_2' \omega}{(1-\sigma)L_1 \omega}$	0	0,522	0	-0,266	-1,093	-1,037	-1
$\frac{R_2'}{(1-\sigma)L_1 \omega}$	0	0,480	$\sqrt{2}$	1,456	0,592	0,226	0

Tableau X

La relation (38) se réduit à :

$$(\tau_2 \omega g)^8 - 27(\tau_2 \omega g)^6 + 52(\tau_2 \omega g)^4 - 24(\tau_2 \omega g)^2 - 96 = 0$$

dont on déduit numériquement :

$$\tau_2 \omega g_4 = 5$$

puis

$$g_4 = \frac{5}{\tau_2 \omega}$$

Remarque : Quelle que soit la capacité, les courbes  $\Gamma'$  passent par l'origine  $o'$  pour  $g = 0$  et par le point  $F'$  de coordonnées relatives  $(0, -1)$  quand  $g$  tend vers l'infini.

### II.2.3. Etude géométrique du diagramme des impédances - Prédétermination

Dans le système d'axe  $(O'R_2', O'jL_2' \omega)$  le diagramme des impédances est la courbe représentative de la fonction  $R_2'(L_2' \omega)$  pour une valeur de la capacité  $C$  et lorsque le glissement varie de zéro à l'infini. Chaque point  $M'$  (caractérisé par une capacité  $C$  et un glissement  $g$ ) du diagramme des impédances peut donc être considéré comme l'intersection de deux lieux particuliers :

- la courbe représentative de la fonction  $R_2'(L_2' \omega)$  correspond à cette valeur de  $g$  maintenue constante et lorsque la capacité varie de zéro à l'infini,

- la courbe représentative de la fonction  $R'_2(L'_2\omega)$  correspond à un produit de valeur  $C_g$  maintenue constante.

*Ces deux lieux ayant une forme géométrique simple c'est cette remarque que nous allons utiliser pour prédéterminer point par point le diagramme des impédances.*

II.2.3.1. Diagramme des impédances à glissement  $g$  constant et capacité  $C$  variable.

Les relations (26) et (27) donnant :

$$R'_2 = \frac{M^2 R_2 \omega^4 C^2 g^3}{L_2^2 \omega^4 C^2 g^4 + R_2 (R_2 C - 2\tau_2) \omega^2 C g^2 + 1} \quad (26)$$

$$\text{et } L'_2 \omega = \frac{M^2 \omega^3 (1 - L_2 \omega^2 C g^2) C g^2}{L_2^2 \omega^4 C^2 g^4 + R_2 (R_2 C - 2\tau_2) \omega^2 C g^2 + 1} \quad (27)$$

satisfont à la relation :

$$\left[ R'_2 - \frac{1-\sigma}{2} L_1 \omega \tau_2 \omega g \right]^2 + \left[ L'_2 \omega - 0 \right]^2 = \left[ \frac{1-\sigma}{2} L_1 \omega \tau_2 \omega g \right]^2$$

Le premier lieu particulier est donc le cercle  $\Gamma'_6$  de centre  $B'$   $(\frac{1-\sigma}{2} L_1 \omega \tau_2 \omega g, 0)$  et de rayon  $\frac{1-\sigma}{2} L_1 \omega \tau_2 \omega g$ .

Sur la figure 9, nous avons tracé le cercle  $\Gamma'_3$  de centre  $A(0, -\frac{1-\sigma}{2} L_1 \omega)$  et de rayon  $\frac{1-\sigma}{2} L_1 \omega$  puis le cercle  $\Gamma'_6$ . Ce dernier est centré sur l'axe vertical  $O'R'_2$  et passe par  $O'$ . Son rayon est proportionnel au glissement.  $\Gamma'_3$  et  $\Gamma'_6$  ont deux points communs :  $O'$  et  $D'$ . Pour un glissement donné, le point  $M'$  se déplace sur le cercle  $\Gamma'_6$  de  $O'$  à  $D'$  lorsque la capacité varie de zéro à l'infini.

II.2.3.2. Diagramme des impédances à valeur du produit  $Cg$  maintenue constante.

Les relations (26) et (27) montrent que  $R_2'$  et  $L_2'\omega$  satisfont à la relation :

$$\left[ R_2' - \frac{1-\sigma}{2} \frac{L_1}{R_2 Cg} \right]^2 + \left[ L_2'\omega - \left( -\frac{1-\sigma}{2} L_1\omega \right) \right]^2 = \left[ \frac{1-\sigma}{2} \frac{L_1}{R_2 Cg} \sqrt{1 + R_2^2 C^2 g^2 \omega^2} \right]^2$$

Le second lieu particulier est donc le cercle  $\Gamma_7'$  de centre  $E' \left( \frac{1-\sigma}{2} \frac{L_1}{R_2 Cg}, -\frac{1-\sigma}{2} L_1\omega \right)$  et de rayon  $\frac{1-\sigma}{2} \frac{L_1}{R_2 Cg} \sqrt{1 + R_2^2 C^2 g^2 \omega^2}$ .

Ce cercle, figure 9, passe par les points  $O'$  et  $F' \left[ 0, - (1-\sigma) L_1\omega \right]$ . Le centre de ce cercle, ainsi que celui du cercle  $\Gamma_3'$  ont la même abscisse constante :  $-\frac{1-\sigma}{2} L_1\omega$ , indépendante de  $C$  et de  $g$ .

### II.2.3.3. La prédétermination.

Pour connaître l'impédance  $\overline{O'M'} = R_2' + jL_2'\omega$  du secondaire du moteur muni d'une capacité  $C$  par phase rotorique ou du primaire ou l'impédance  $\overline{OM'} = R_1' + jL_1'\omega$  de tout le moteur muni d'une capacité  $C$  par phase rotorique ou du primaire dans un fonctionnement où le glissement est  $g$ , on trace successivement :

- connaissant  $g$ , le cercle  $\Gamma_6'$  de centre  $B' \left( \frac{1-\sigma}{2} L_1\omega\tau_2\omega g, 0 \right)$  et de rayon  $\frac{1-\sigma}{2} L_1\omega\tau_2\omega g$ ,

- connaissant  $C$  et donc le produit  $Cg$ , le cercle  $\Gamma_7'$  de centre  $E' \left( \frac{1-\sigma}{2} \frac{1}{R_2 Cg}, -\frac{1-\sigma}{2} L_1\omega \right)$  et de rayon  $\frac{1-\sigma}{2} \frac{1}{R_2 Cg} \sqrt{1 + R_2^2 C^2 g^2 \omega^2}$ .

L'intersection  $M'$  de  $\Gamma_6'$  et  $\Gamma_7'$  permet alors d'évaluer les impédances  $\overline{O'M'}$  ou  $\overline{UM'}$ .

Si l'on recommence cette construction pour la même valeur de  $C$  et différentes valeurs de  $g$  on obtient, par les différentes positions de l'intersection  $M'$ , le diagramme des impédances : la courbe représentative de la fonction  $R_2'(L_2'\omega)$  à  $C$  donné et à  $g$  variable entre zéro et l'infini. Suivant les valeurs relatives de  $C$  et de  $\tau_2/R_2$ , on trouvera les courbes  $\Gamma_1'$ ,  $\Gamma_2'$ ,  $\Gamma_3'$ ,  $\Gamma_4'$  ou  $\Gamma_5'$ .



### II.3. DIAGRAMME DES COURANTS

Il n'est pas possible de faire une étude analytique simple des composantes active  $I_{1a}$  et réactive  $I_{1r}$  du courant primaire  $I_1$  en vue d'établir le diagramme des courants.

Pour obtenir ce diagramme, une première méthode possible est celle qui a été préconisée au début du paragraphe II.2. et illustrée à la figure 2 : connaissant le diagramme des impédances (l'une des courbes  $\Gamma'_1$  à  $\Gamma'_5$ ), on fait une symétrie par rapport à l'axe  $OR'_1$  puis une inversion de pôle 0 et de puissance  $V_1$ .

Cette méthode présente le gros inconvénient d'être très longue. Non seulement il faut établir le diagramme des impédances point par point mais il faut en déduire ensuite point par point (parsymétrie puis inversion) le diagramme des courants.

Pour obtenir le diagramme des courants, la méthode la plus rapide et la plus simple est basée sur la remarque suivante. Un point du diagramme des impédances et correspondant à l'impédance  $\overline{OM'} = \overline{Z'_1} = R'_1 + jL'_1\omega$  est l'intersection de deux cercles  $\Gamma'_6$  et  $\Gamma'_7$  (figure 9). Dans le système d'axes  $(OI_{1a}, OI_{1r})$  le point M du diagramme des courants tel que  $\overline{OM} = \overline{I_1} = \overline{V_1}/\overline{Z'_1}$  est donc le transformé du point M' dans la transformation T : symétrie par rapport à l'axe  $OR'_1$  puis inversion de pôle 0 et de puissance  $V_1$ . Ce point M est donc aussi l'intersection de deux cercles  $\Gamma_6$  et  $\Gamma_7$  transformés, dans la transformation T, des cercles  $\Gamma'_6$  et  $\Gamma'_7$ .

La figure 9 détaille bien la transformation T. Elle met en évidence :

- la symétrie par rapport à l'axe  $OR'_1$ . Aux cercles  $\Gamma'_3(A')$ ,  $\Gamma'_6(B')$  et  $\Gamma'_7(E')$  elle fait correspondre respectivement les cercles  $\Gamma''_3(A'')$ ,  $\Gamma''_6(B'')$  et  $\Gamma''_7(E'')$ .
- l'inversion de pôle 0 et de puissance  $V_1$ . Aux cercles  $\Gamma''_3(A'')$ ,  $\Gamma''_6(B'')$  et  $\Gamma''_7(E'')$  elle fait correspondre respectivement les cercles  $\Gamma_3(A)$ ,  $\Gamma_6(B)$  et  $\Gamma_7(E)$ .

Il suffit donc, pour une capacité C et un glissement g, de connaître les rayons et les coordonnées des centres des cercles  $\Gamma_6$  et  $\Gamma_7$ . Leur intersection donne le point O' (correspondant à C et à g) du diagramme des courants. Plusieurs constructions, avec la même valeur de capacité mais différentes valeurs de glissement, permettent d'obtenir un diagramme des courants à C donné.

Nous allons donc préciser, par leur centre et leur rayon, les cercles  $\Gamma_6$  et  $\Gamma_7$  ainsi que, bien qu'il soit bien connu, le cercle  $\Gamma_3$  puisque c'est le diagramme des courants d'un moteur asynchrone d'induction classique. Auparavant nous allons rappeler, dans un cas général, comment on détermine le rayon  $R$  et les coordonnées  $a$  et  $b$  du centre  $H$  d'un cercle  $\Gamma$  inverse d'un cercle  $\Gamma''$  caractérisé par  $R''$ ,  $H''(a'', b'')$  dans une inversion de pôle  $O$  et de puissance  $R$ .

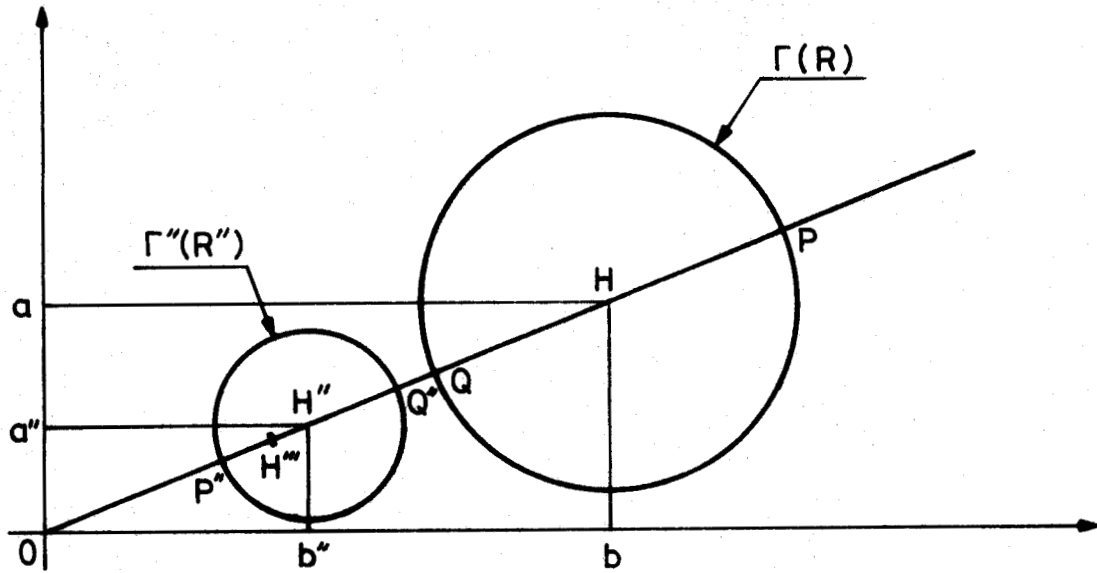


figure 10

### II.3.1. Rappel sur l'inversion d'un cercle

Soit  $H'''$  le pied de la polaire du centre d'inversion par rapport au cercle  $\Gamma''$ . Nous avons :

$$\frac{2}{\overline{OH'''}} = \frac{1}{\overline{OP''}} + \frac{1}{\overline{OQ''}} \quad (39)$$

Le centre  $H$  du cercle  $\Gamma$  est l'inverse de  $H'''$  ce qui entraîne

$$\overline{OH'''} \cdot \overline{OH} = k \quad (40)$$

Etant donné que  $\overline{OP''} = \overline{OM''} - R''$  et que  $\overline{OQ''} = \overline{OH''} + R''$ , la relation (39) donne :

$$\overline{OH'''} = \frac{\overline{OH''}^2 - R''^2}{\overline{OH''}}$$

De la relation (40) on déduit

$$\overline{OH} = \frac{k \overline{OH''}}{\overline{OH''}^2 - R''^2} \quad (41)$$

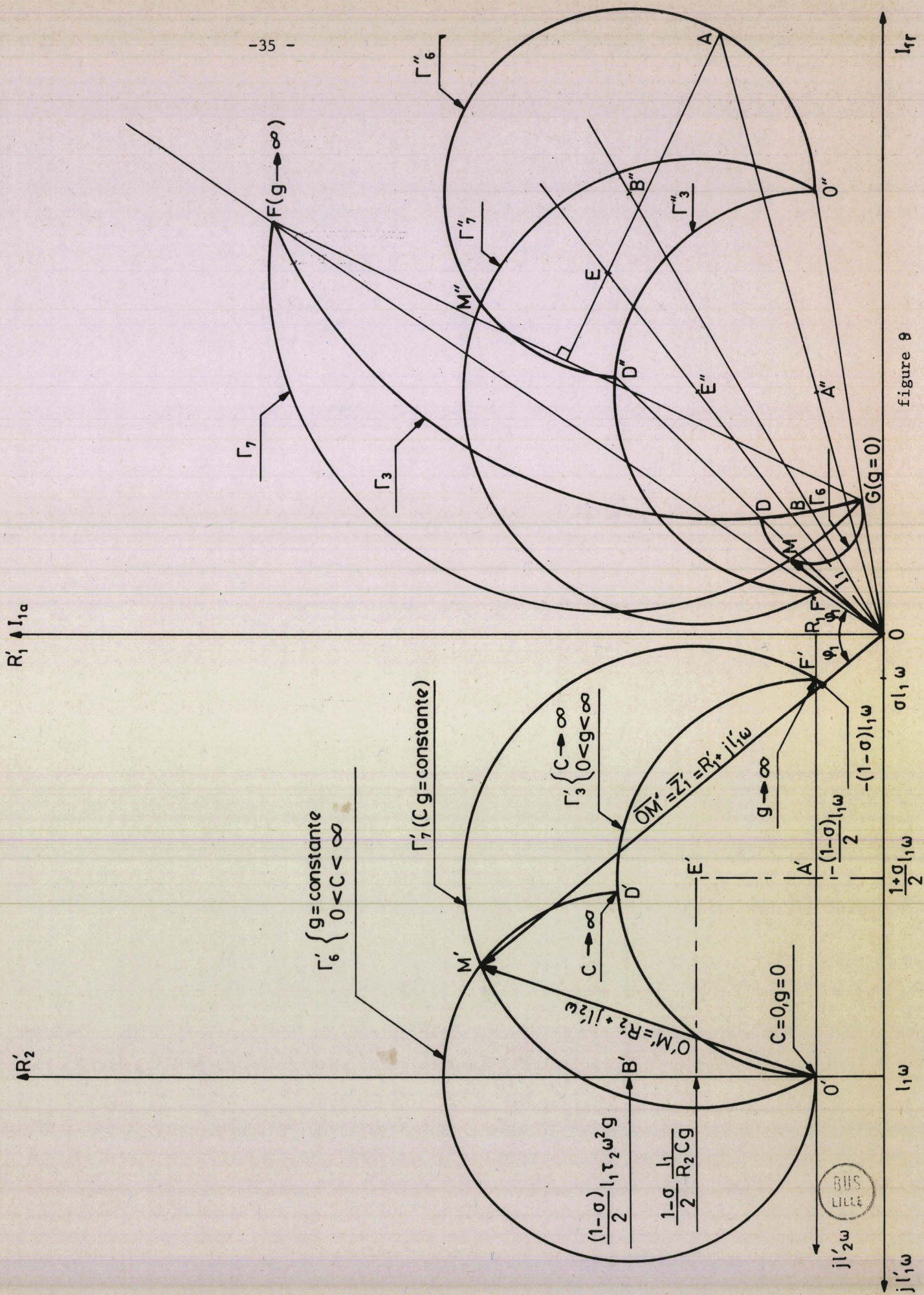


figure 8



Comme  $\frac{a''}{a} = \frac{b''}{b} = \frac{\overline{OH''}}{\overline{OH}}$  on établit, en utilisant la relation (41) et le fait

que  $\overline{OH''}^2 = a''^2 + b''^2$

$$a = \frac{k a''}{a''^2 + b''^2 - R''^2} \quad (42)$$

$$b = \frac{k b''}{a''^2 + b''^2 - R''^2} \quad (43)$$

d'autre part :  $\overline{OP''} \cdot \overline{OP} = k$

où :  $(\overline{OH''} - R'')(\overline{OH} + R) = k$

dont on déduit :

$$R = \frac{k R''}{a''^2 + b''^2 - R''^2} \quad (44)$$

### II.3.2. Le cercle $\Gamma_3$

Nous avons  $a'' = R_1$

$$b'' = \frac{1+\sigma}{2} L_1 \omega$$

$$R'' = \frac{1-\sigma}{2} L_1 \omega$$

et  $k = V_1$

On calcule à l'aide des relations (42), (43) et (44)

$$a = \frac{V_1}{R_1 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2)}$$

$$b = \frac{(1+\sigma)V_1 \tau_1 \omega}{2R_1 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2)}$$

$$\text{et } R = \frac{(1-\sigma)V_1 \tau_1 \omega}{2R_1 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2)}$$

### II.3.3. Détermination du cercle $\Gamma_6$

Pour ce cercle  $a'' = R_1 + \frac{1-\sigma}{2} L_1 \omega \tau_2 \omega g$

$$b'' = L_1 \omega$$

$$R'' = \frac{1-\sigma}{2} L_1 \omega \tau_2 \omega g$$

et  $k = V_1$

Comme ci dessus on calcule :

$$a = \frac{V_1 \left[ 2 + (1-\sigma) \tau_1 \omega \tau_2 \omega g \right]}{2R_1 \left[ 1 + (1-\sigma) \tau_1 \omega \tau_2 \omega g + \tau_1^2 \omega^2 \right]}$$

$$b = \frac{V_1 \tau_1 \omega}{R_1 \left[ 1 + (1-\sigma) \tau_1 \omega \tau_2 \omega g + \tau_1^2 \omega^2 \right]}$$

$$\text{et } R = \frac{(1-\sigma) V_1 \tau_1 \omega \tau_2 \omega g}{2R_1 \left[ 1 + (1-\sigma) \tau_1 \omega \tau_2 \omega g + \tau_1^2 \omega^2 \right]}$$

### II.3.4. Détermination du cercle $\Gamma_7$

Pour ce cercle :

$$a'' = R_1 + \frac{1-\sigma}{2} \frac{L_1}{R_2 C g}$$

$$b'' = \frac{1+\sigma}{2} L_1 \omega$$

$$R'' = \frac{1-\sigma}{2} \frac{L_1}{R_2 C g} \sqrt{1 + R_2^2 C^2 g^2 \omega^2}$$

et  $k = V_1$

On détermine :

$$a = \frac{V_1 \left[ 2 R_2 C g + (1-\sigma) \tau_1 \right]}{2R_1 \left[ (1+\sigma \tau_1^2 \omega^2) R_2 C g + (1-\sigma) \tau_1 \right]}$$

$$b = \frac{(1+\sigma) V_1 \tau_1 \omega R_2 C g}{2R_1 \left[ (1+\sigma \tau_1^2 \omega^2) R_2 C g + (1-\sigma) \tau_1 \right]}$$

$$\text{et } R = \frac{(1-\sigma) V_1 \tau_1 \sqrt{1+R_2^2 C^2 g^2 \omega^2}}{2R_1 \left[ (1+\sigma \tau_1^2 \omega^2) R_2 C g + (1-\sigma) \tau_1 \right]}$$

### II.3.5. Conclusion

Soit un moteur caractérisé par  $\sigma$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $R_1$  et  $R_2$  alimenté par une source donnant des tensions caractérisées par  $V_1$  et  $\omega$ .

Pour un glissement  $g$  donné, on trace le cercle  $\Gamma_6$  dont les coordonnées du centre B sont :

$$\frac{V_1 \left[ 2 + (1-\sigma) \tau_1 \omega \tau_2 \omega g \right]}{2R_1 \left[ 1 + (1-\sigma) \tau_1 \omega \tau_2 \omega g + \tau_1^2 \omega^2 \right]}, \quad \frac{V_1 \tau_1 \omega}{R_1 \left[ 1 + (1-\sigma) \tau_1 \omega \tau_2 \omega g + \tau_1^2 \omega^2 \right]}$$

et dont le rayon vaut :

$$\frac{(1-\sigma) V_1 \tau_1 \omega \tau_2 \omega g}{2R_1 \left[ 1 + (1-\sigma) \tau_1 \omega \tau_2 \omega g + \tau_1^2 \omega^2 \right]}$$

Pour une capacité  $C$  donnée, on trace le cercle  $\Gamma_7$  dont les coordonnées du centre E sont :

$$\frac{V_1 \left[ 2R_2 C g + (1-\sigma) \tau_1 \right]}{2R_1 \left[ 1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2 \right] R_2 C g + (1-\sigma) \tau_1}, \quad \frac{(1+\sigma) V_1 \tau_1 \omega R_2 C g}{2R_1 \left[ (1+\sigma \tau_1^2 \omega^2) R_2 C g + (1-\sigma) \tau_1 \right]}$$

et dont le rayon vaut :

$$\frac{(1-\sigma) V_1 \tau_1 \sqrt{1+R_2^2 C^2 g^2 \omega^2}}{2R_1 \left[ (1+\sigma \tau_1^2 \omega^2) R_2 C g + (1-\sigma) \tau_1 \right]}$$

L'intersection des cercles  $\Gamma_6$  et  $\Gamma_7$  donne le point M. Dans le système d'axes  $(\vec{OI}_{1a}, \vec{OI}_{1r})$ , le vecteur  $\vec{OM}$  représente le courant  $\vec{I}_a$  absorbé pour chaque phase primaire du moteur lorsque dans chaque phase du rotor il y a une



capacité  $C$  et lorsque le glissement est  $g$ . L'angle déterminé par l'axe  $\overrightarrow{OI_{1a}}$  et le vecteur  $\overrightarrow{OM}$  est le déphasage  $\varphi_1$  d'un courant primaire  $\overline{I_1}$  par rapport à la tension  $\overline{V_1}$  correspondante (figure 9)

### II.3.6. Remarques

Quelle que soit la capacité, les cercles  $\Gamma_7$  passent par les points  $G$  et  $F$ . En particulier si la capacité tend vers l'infini, le cercle  $\Gamma_7$  devient le cercle  $\Gamma_3$ . Les points  $G$  et  $F$  correspondent respectivement à un glissement nul et à un glissement infini.

Le vecteur  $\overrightarrow{OG}$  représente le courant primaire magnétisant  $I_{1\mu}$ , c'est à dire le courant qu'absorberait chaque phase statorique si le rotor tournait à la vitesse synchrone. Le vecteur  $\overrightarrow{GM}$  représente le courant secondaire ramené au primaire.

Le vecteur  $\overrightarrow{OF}$  représente le courant primaire  $I_{1\infty}$ , c'est à dire le courant qu'absorberait chaque phase statorique si le rotor tournait à une vitesse infinie en sens contraire du champ tournant.

On peut calculer ces courants primaires particuliers  $I_{1\mu}$  et  $I_{1\infty}$  par l'intermédiaire de leurs composantes actives et réactives. Nous avons, de façon générale :

$$I_{1a} = I_1 \cos \varphi_1 = \frac{I_1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_1}}$$

$$\text{et } I_{1r} = I_1 \sin \varphi_1 = \frac{I_1 \tan \varphi_1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_1}}$$

A partir des relations (15) et (16) nous avons calculé :

$$I_{1a} = \frac{V_1}{R_1} \frac{1 + \tau_2'^2 \omega^2 + (1 - \sigma) \tau_1 \tau_2 \omega^2 g}{(\tau_1 \omega + \tau_2' \omega)^2 + [1 - \tau_1 \tau_2' \omega^2 + (1 - \sigma) \tau_1 \tau_2 \omega^2 g]^2}$$

$$I_{1r} = \frac{V_1}{R_1} \tau_1 \omega \frac{1 + \tau_2'^2 \omega^2 - (1 - \sigma) \tau_2 \tau_2' \omega^2 g}{(\tau_1 \omega + \tau_2' \omega)^2 + [1 - \tau_1 \tau_2' \omega^2 + (1 - \sigma) \tau_1 \tau_2 \omega^2 g]^2}$$

$$\text{avec } \tau_2' \omega = \frac{L_2 g \omega - \frac{1}{C g \omega}}{R_2}$$

d'où, finalement :

$$I_{la} = \frac{V_1}{R_1 H} \left[ L_2^2 C^2 \omega^4 g^4 + C \omega^2 (R_2^2 C - 2 L_2) g^2 + (1 - \sigma) \tau_1 L_2 R_2 C^2 \omega^4 g^3 + 1 \right] \quad (45)$$

$$I_{lr} = \frac{V_1 \tau_1 \omega}{R_1 H} \left[ \sigma L_2^2 C^2 \omega^4 g^4 + C \omega^2 (R_2^2 C - (1 + \sigma) L_2) g^2 + 1 \right] \quad (46)$$

$$\text{avec } H = L_2^2 C^2 \omega^4 (1 + \sigma^2 \tau_1^2 \omega^2) g^4 + 2 L_2 C^2 \tau_1 R_2 (1 - \sigma) \omega^4 g^3 + C \omega^2 \left[ R_2^2 C (1 + \tau_1^2 \omega^2) - 2 L_2 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2) \right] g^2 + 1 + \tau_1^2 \omega^2$$

- Le courant  $I_{l\mu}$  : Au synchronisme,  $g = 0$ . Les relations (45) et (46) donnent les coordonnées du point G :

$$I_{la\mu} = \frac{V_1}{R_1 (1 + \tau_1^2 \omega^2)}$$

$$I_{lr\mu} = \frac{V_1 \tau_1 \omega}{R_1 (1 + \tau_1^2 \omega^2)}$$

dont on déduit :

$$I_{l\mu} = \frac{V_1}{R_1 \sqrt{1 + \tau_1^2 \omega^2}} = OG$$

- Le courant  $I_{l\infty}$  : Si  $g$  tend vers l'infini, les relations (45) et (46) donnent les coordonnées du point F :

$$I_{la\infty} = \frac{V_1}{R_1 (1 + \sigma^2 \tau_1^2 \omega^2)}$$

$$I_{lr\infty} = \frac{V_1 \sigma \tau_1 \omega}{R_1 (1 + \sigma^2 \tau_1^2 \omega^2)}$$

d'où on déduit :

$$I_1^\infty = \frac{V_1}{R_1 \sqrt{1 + \sigma^2 \tau_1^2 \omega^2}} = OF$$

Ces résultats, indépendants de la capacité C et valables en particulier lorsque C tend vers l'infini, sont bien connus. Ils sont en effet établis quand on étudie le moteur asynchrone d'induction classique.

## CHAPITRE 3

---

POSSIBILITE D'AMELIORATION DES CARACTERISTIQUES  
DE COURANT PRIMAIRE ET DE COUPLE PAR ADDITION  
PAR ADDITION DE CONDENSATEURS AU ROTOR

CAS PARTICULIER DU DEMARRAGE

Dans un fonctionnement caractérisé par un glissement  $g$  le moteur asynchrone absorbe le courant primaire par phase  $I_1$  et développe un couple  $T$ . Pour le même glissement il est possible de réduire le courant absorbé et d'augmenter le couple en ajoutant, dans chaque phase rotorique, un condensateur dont la capacité doit être convenablement choisie entre deux valeurs limites. Ces valeurs limites dépendent non seulement des caractéristiques de construction du moteur ( $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\sigma$ ) mais aussi du glissement  $g$  qui précise le fonctionnement de la machine.

Nous verrons en particulier que ces valeurs limites sont d'autant plus élevées que le glissement est faible. Si ce procédé n'est peut être pas intéressant actuellement pour des fonctionnements allant du fonctionnement à vide au fonctionnement nominal car on serait obligé d'insérer des condensateurs de capacité très élevée, en revanche, il peut être retenu en ce qui concerne le démarrage. Dans ce fonctionnement à glissement unité, des valeurs raisonnables de capacité permettent de réduire le courant de démarrage et d'augmenter le couple de démarrage. En permettant une économie d'énergie, les capacités remplacent donc avantageusement le rhéostat de démarrage.

Le but pratique de cette étude est donc de montrer comment il faut choisir les capacités de démarrage, puis, lors d'un démarrage, à quelle vitesse ces capacités doivent être éliminées.

### III-1. ETUDE DU COURANT PRIMAIRE $I_1$ EN FONCTION DE LA CAPACITÉ $C$ A GLISSEMENT $g$ DONNÉ

A partir de la relation (15)

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \sqrt{\frac{1 + \tau_2'^2 \omega^2}{(\tau_1 \omega + \tau_2' \omega)^2 + [1 - \tau_1 \tau_2' \omega^2 + (1 - \sigma) \tau_1 \tau_2 \omega^2 g]^2}}$$

où l'on remplace  $\tau_2' \omega$  par  $\frac{L_2 g \omega - \frac{1}{C g \omega}}{R_2}$  on obtient :

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \sqrt{\frac{R_2^2 (1 + \tau_2^2 g^2 \omega^2) g^2 \omega^2 C^2 - 2 L_2 g^2 \omega^2 C + 1}{R_2^2 [(\tau_1 \omega + \tau_2 g \omega)^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 g \omega^2)^2] g^2 \omega^2 C^2 - 2 L_2 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2) g^2 \omega^2 C + 1 + \tau_1^2 \omega^2}} \quad (47)$$

### III.1.1.1. Particularités de la fonction $I_1(c)$ à $g$ donné

L'expression

$$R_2^2(1+\tau_2^2 g^2 \omega^2)g^2 \omega^2 C^2 - 2L_2 g^2 \omega^2 C + 1$$

intervenant dans la relation (47) est toujours positive car son discriminant réduit :

$$\Delta' = - R_2^2 g^2 \omega^2$$

est toujours négatif.

De même l'expression

$$R_2^2 \left[ (\tau_1 \omega + \tau_2 g \omega)^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 g \omega^2)^2 \right] g^2 \omega^2 C^2 - 2L_2 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2) g^2 \omega^2 C + 1 + \tau_1^2 \omega^2$$

intervenant également dans la relation (46) est aussi positive car son discriminant réduit :

$$\Delta' = - R_2^2 g^2 \omega^2 \left[ 1 + \tau_1^2 \omega^2 + (1 - \sigma) \tau_1 \tau_2 g \omega^2 \right]^2$$

est toujours négatif.

La fonction  $I_1(C)$  est donc toujours définie et positive

Lorsque  $C = 0$  l'expression (47) permet de retrouver le courant primaire magnétisant :

$$I_{1\mu} = \frac{V_1}{R_1 \sqrt{1 + \tau_1^2 \omega^2}}$$

Une capacité nulle correspond à un circuit rotorique ouvert. Aucun courant n'étant induit au rotor et les pertes dans le fer étant négligées, les enroulements statoriques absorbent le courant magnétisant.

Lorsque  $C$  tend vers l'infini l'expression (47) permet de retrouver le courant primaire  $I_{1C \rightarrow \infty}$  d'un moteur asynchrone d'induction triphasé classique.

$$I_{1C \rightarrow \infty} = \frac{V_1}{R_1} \sqrt{\frac{1 + \tau_2^2 g^2 \omega^2}{(\tau_1 \omega + \tau_2 g \omega)^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 g \omega^2)^2}} \quad (48)$$

La dérivée  $d'I_1/dC$  est nulle lorsque l'on a :

$$R_2^2(\tau_1 + 2\tau_2g - \sigma\tau_1\tau_2g^2\omega^2)g^2\omega^2C^2 - R_2g\left[2-(1+\sigma)\tau_1\tau_2g\omega^2\right]C - \tau_1 = 0$$

Cette expression dont le discriminant :

$$\Delta = R_2^2g^2\left\{\left[2+\tau_1\tau_2g\omega^2(1-\sigma)\right]^2 + 4\tau_1^2\omega^2\right\}$$

est toujours positif, montre que deux capacités  $C_1$  et  $C_2$  dont les valeurs sont

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{2-(1+\sigma)\tau_1\tau_2g\omega^2 + \sqrt{\left[2+\tau_1\tau_2g\omega^2(1-\sigma)\right]^2 + 4\tau_1^2\omega^2}}{2R_2(\tau_1+2\tau_2g - \sigma\tau_1\tau_2g^2\omega^2)g\omega^2} \\ C_2 & \end{aligned} \quad (49)$$

annulent la dérivée  $d'I_1/dC$ .

Notre domaine d'étude étant limité aux capacités positives, il reste donc à voir sous quelles conditions  $C_1$  et  $C_2$  sont positifs. Il suffit pour cela de considérer leur produit :

$$C_1C_2 = \frac{\tau_1}{R_2^2g^2\omega^2(\sigma\tau_1\tau_2g^2\omega^2 - 2\tau_2g - \tau_1)}$$

et leur somme :

$$C_1 + C_2 = \frac{(1+\sigma)\tau_1\tau_2g\omega^2 - 2}{R_2g\omega^2(\sigma\tau_1\tau_2g^2\omega^2 - 2\tau_2g - \tau_1)}$$

sachant que le glissement ne peut être que positif.

L'expression  $\sigma\tau_1\tau_2g^2\omega^2 - 2\tau_2g - \tau_1$  est positive si nous avons  $g > g_1$

$$\text{avec } g_1 = \frac{1 + \sqrt{1 + \sigma\tau_1^2\omega^2}}{\sigma\tau_1\tau_2\omega^2} \quad (50)$$

Elle est négative si  $0 < g < g_1$

L'expression  $(1+\sigma)\tau_1\tau_2g\omega^2 - 2$  est positive si nous avons  $g > g_2$

$$\text{avec } g_2 = \frac{2}{(1+\sigma)\tau_1\tau_2\omega^2} \quad (51)$$

Elle est négative si  $0 < g < g_2$

L'étude de  $g_1 - g_2$  montre que  $g_1 > g_2$



Le tableau XI permet maintenant de préciser le signe de  $C_1$  et  $C_2$

g	0	$g_2 = \frac{2}{(1+\sigma)\tau_1\tau_2\omega^2}$	$g_1 = \frac{1+\sqrt{1+\sigma\tau_1^2\omega^2}}{\tau_1\tau_2\omega^2}$	$\infty$
$C_1 \ C_2$	$< 0$	$< 0$	$> 0$	
$C_1 + C_2$	$> 0$	$< 0$	$> 0$	
Conclusions	$C_1 > 0$ et $C_2 < 0$ seul $C_1$ est à considérer	$C_1 > 0$ et $C_2 < 0$ Seul $C_1$ est à considérer	$C_1$ et $C_2 > 0$ et sont tous deux à considérer.	

Tableau XI

### III.1.2. Allure de la caractéristique $I_1(C)$ à g donné

L'allure de  $I_1(C)$  à g donné dépend de la valeur du glissement.

1) Si  $0 < g < g_2 = 2/(1+\sigma)\tau_1\tau_2\omega^2$

Le tableau XIII résume les variations de  $I_1$  lorsque C varie de 0 à l'infini dans ce premier cas.

C	0	$C_3$	$C_1$	$\infty$
$dI_1/dC$	$< 0$	$< 0$	0	$> 0$
$I_1$	$I_{1\mu}$	$I_{1C=C_3} = I_{1C \rightarrow \infty}$	$I_{1C=C_1}$	$I_{1C \rightarrow \infty}$

Tableau XII

La valeur minimale du courant vaut :

$$I_{1C=C_1} = \frac{V_1}{R_1} \sqrt{\frac{R_2^2 g^2 \omega^2 (1 + \tau_2^2 g^2 \omega^2) C_1^2 - 2L_2 g^2 \omega^2 C_1 + 1}{[(\tau_1 \omega + \tau_2 g \omega)^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 g \omega^2)^2] g^2 \omega^2 C_1^2 - 2L_2 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2) g^2 \omega^2 C_1 + 1 + \tau_1^2 \omega^2}}$$

L'étude de  $I_{1\mu} - I_{1C \rightarrow \infty}$  montre que  $I_{1\mu} > I_{1C \rightarrow \infty}$

Il existe donc une capacité  $C_3$  qui donne au courant primaire une valeur identique à celle obtenue lorsque la capacité tend vers l'infini.

Nous avons  $I_{1C=C_3} = I_{1C \rightarrow \infty}$  où

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{R_1} \sqrt{\frac{R_2^2 (1 + \tau_2^2 g^2 \omega^2) g^2 \omega^2 C_3^2 - 2L_2 g^2 \omega^2 C_3 + 1}{R_2^2 [(\tau_1 \omega + \tau_2 g \omega)^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 g \omega^2)^2] g^2 \omega^2 C_3^2 - 2L_2 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2) g^2 \omega^2 C_3 + 1 + \tau_1^2 \omega^2}} \\ = \frac{V_1}{R_1} \sqrt{\frac{1 + \tau_2^2 g^2 \omega^2}{(\tau_1 \omega + \tau_2 g \omega)^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 g \omega^2)^2}} \end{aligned}$$

ce qui conduit à :

$$C_3 = \frac{2 - (1 + \sigma) \tau_1 \tau_2 g \omega^2}{2R_2 g \omega^2 (\tau_1 + 2\tau_2 g - \sigma \tau_1 \tau_2 g^2 \omega^2)} \quad (52)$$

On remarque que :

$$C_3 = \frac{C_1 + C_2}{2}$$

La figure 11 donne l'allure de la caractéristique  $I_1(C)$  lorsque  $g$  est compris entre 0 et  $g_2$ .

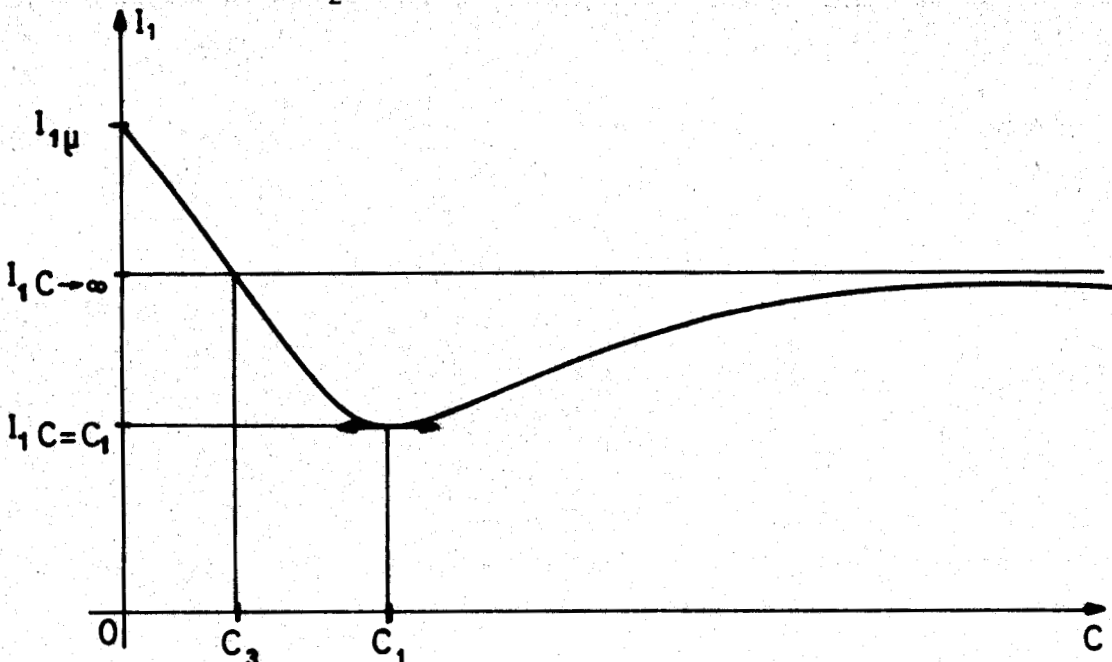


figure 11

Pour un glissement donné compris entre 0 et  $g_2$ , l'addition de capacités comprises entre  $C_3$  et l'infini dans les circuits rotoriques d'un moteur asynchrone d'induction triphasé, permet de réduire les courants primaires et ceci d'autant plus que la capacité est proche de  $C_1$ .

2) Cas particulier où  $g = g_2 = 2/(1+\sigma)\tau_1\tau_2\omega^2$ .

On a donc ce cas  $C_3 = 0$  et  $C_1 = \frac{(1+\sigma)^2\tau_1^2\tau_2^2\omega^2}{2R\sqrt{4+(1+\sigma)^2\tau_1^2\omega^2}}$

$$I_{1u} = I_{1C \rightarrow \infty} = \frac{V_1}{R_i \sqrt{1+\tau_1^2\omega^2}}$$

et  $I_{1C=C_1} = \frac{V_1}{I_1} \sqrt{\frac{\sqrt{4+(1+\sigma)^2\tau_1^2\omega^2} + 2}{(1+\tau_1^2\omega^2)\sqrt{4+(1+\sigma)^2\tau_1^2\omega^2} + 2(1+\sigma\tau_1^2\omega^2)}}$

La figure 12 donne l'allure de la courbe  $I_1(C)$  pour  $g = g_2$ . Pour un glissement donné et égal à  $g_2$ , toute valeur de capacité permet de réduire les courants primaires.

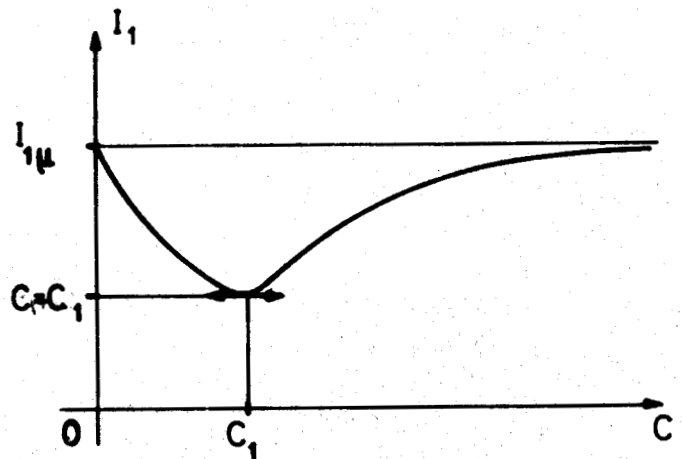


figure 12

3) Si  $g_2 = \frac{2}{(1+\sigma)\tau_1\tau_2\omega^2} < g \leq g_1 = \frac{1+\sqrt{1+\sigma\tau_1^2\omega^2}}{\sigma\tau_1\tau_2\omega^2}$

Mis à part que cette fois  $I_{1u}$  est inférieur à  $I_{1C \rightarrow \infty}$ , l'allure de la courbe  $I_1(C)$  donnée figure 13 est voisine de celle du cas précédent.

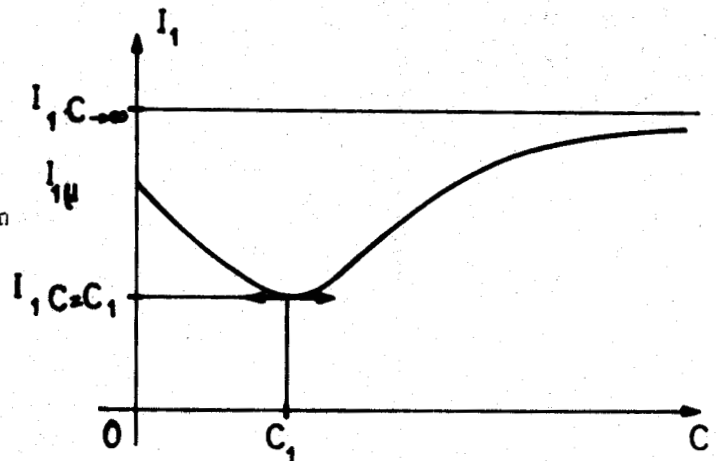


figure 13

Pour un glissement donné et compris entre  $g_0$  et  $g_1$ , toute valeur de capacité permet de réduire les courants primaires.

En particulier pour  $g = g_1$ , nous avons :

$$C_1 = \frac{\sigma \tau_1^2 \tau_2^2 \omega^2}{2R_2} \frac{1-\sigma + (1+\sigma)^2 \sqrt{1+\sigma \tau_1^2 \omega^2}}{[(1+\sigma)\sqrt{1+\sigma \tau_1^2 \omega^2} + 1-\sigma] [8+8\sqrt{1+\sigma \tau_1^2 \omega^2} + 5\sigma \tau_1^2 \omega^2]}$$

$$I_{1C \rightarrow \infty} = \frac{V_1}{R_1} \sqrt{\frac{\sigma \tau_1^2 \omega^2 (1+\sigma) + 2(1+\sqrt{1+\sigma \tau_1^2 \omega^2})}{\sigma^2 \tau_1^4 \omega^4 (1+\sigma) + \sigma \tau_1^2 \omega^2 (3+\sigma) + 2 \left[ 1 + (1+\sigma \tau_1^2 \omega^2) (\sqrt{1+\sigma \tau_1^2 \omega^2}) \right]}}$$

$$\text{et } I_{1C=C_1} = \frac{V_1}{I_1} \sqrt{\frac{R_2^2 (1+\tau_2^2 g^2 \omega^2) g^2 \omega^2 C_1^2 - 2L_2 g^2 \omega^2 C_1 + 1}{R_2^2 [(\tau_1 \omega + \tau_2 g \omega)^2 + (1-\sigma \tau_1 \tau_2 \omega^2 g)^2] g^2 \omega^2 C_1^2 - 2L_2 (1+\sigma \tau_1^2 \omega^2) g^2 \omega^2 C_1 + 1 + \tau_1^2 \omega^2}}$$

$$4) \text{ Si } g \geq g_1 = \frac{1+\sqrt{1+\sigma \tau_1^2 \omega^2}}{\sigma \tau_1 \tau_2 \omega^2}$$

Le tableau XIII résume les variations de  $I_1$  lorsque  $C$  varie de 0 à l'infini dans ce dernier cas.

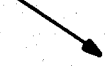



C	0	$C_1$	$C_3$	$C_2$	$\infty$
$dI_1/dC$	$< 0$	$> 0$	$> 0$	$< 0$	
$I_1$	$I_{1\mu}$ 	$I_{1C=C_1}$ 	$I_{1C \rightarrow \infty}$ 	$I_{1C=C_2}$ 	$I_{1C \rightarrow \infty}$

Tableau XIII

La valeur maximale du courant vaut :

$$I_{1C=C_2} = \frac{V_1}{R_1} \sqrt{\frac{R_2^2 (1+\tau_2^2 g^2 \omega^2) g^2 \omega^2 C_2^2 - 2L_2 g^2 \omega^2 C_2 + 1}{R_2^2 [(\tau_1 \omega + \tau_2 g \omega)^2 + (1-\sigma \tau_1 \tau_2 \omega^2 g)^2] g^2 \omega^2 C_2^2 - 2L_2 (1+\sigma \tau_1^2 \omega^2) g^2 \omega^2 C_2 + 1 + \tau_1^2 \omega^2}}$$

$I_{1\mu}$  étant encore inférieur à  $I_{1C \rightarrow \infty}$ , l'allure de la caractéristique  $I_1(C)$  à  $g$  donné supérieur à  $g_1$  est donnée à la figure 14.

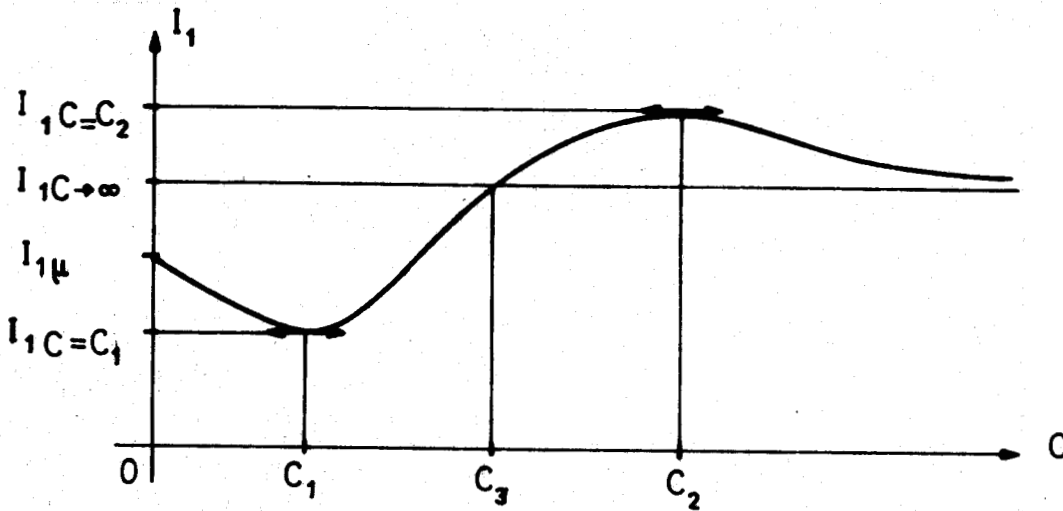


figure 14

Pour un glissement donné et supérieur à  $g_1$ , l'addition de capacités comprises entre 0 et  $C_3$  permet de réduire les courants primaires.

### III.2. ETUDE DU COUPLE T EN FONCTION DE LA CAPACITE C A GLISSEMENT G DONNÉ

#### III.2.1. Etablissement de la relation T(C) à g donné

Le courant  $i_{1s}$  de la phase s du stator crée un flux dont la partie  $m_{sr}i_{1s}$  traverse la phase r du rotor où le courant est  $i_{2r}$ . L'énergie électromagnétique correspondant à l'existence des courants  $i_{1s}$  et  $i_{2r}$  est donc  $m_{sr} i_{1s} i_{2r}$ .

Le couple exercé sur l'enroulement secondaire r par l'enroulement primaire s est donné par :

$$T_{sr} = \frac{d}{d\theta} (m_{sr} i_{1s} i_{2r})$$

ou, compte tenu de la relation (4), par

$$T_{sr} = -pM i_{1s} i_{2r} \sin \left[ p\theta + (r-s)\frac{2\pi}{3} \right]$$

Le couple total dû à l'action de chacun des trois courants statoriques sur les trois courants rotoriques s'écrira :

$$T = -pM \left[ (i_{11} i_{21} + i_{12} i_{22} + i_{13} i_{23}) \sin p\theta \right. \\ \left. + i_{11} i_{22} + i_{12} i_{23} + i_{13} i_{21} \right) \sin (p\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \left. + i_{11} i_{23} + i_{12} i_{21} + i_{13} i_{22} \right) \sin (p\theta + \frac{4\pi}{3}) \right]$$

En utilisant les relations (1), (10) et (11), on obtient, après développement :

$$T = -\frac{9}{4} p M I_{1m} I_{2m} \sin (\varphi_1 - \varphi_2)$$

ou:

$$T = 3 p M I_1 I_2 \frac{\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2}{\sqrt{(1+\operatorname{tg}^2 \varphi_1)(1+\operatorname{tg}^2 \varphi_2)}}$$

Les relations (15) à (18) donnent alors :

$$T = \frac{3 p M^2 V_1^2 \omega g}{R_1^2 R_2 \left\{ (\tau_1 \omega + \tau_2' \omega)^2 + \left[ 1 - \tau_1 \tau_2' \omega^2 + (1-\sigma) \tau_1 \tau_2 \omega^2 g \right]^2 \right\}}$$

Compte tenu de la valeur de  $\tau_2' \omega$  on obtient finalement :

$$T = \frac{3(1-\sigma) p V_1^2 \tau_1 \tau_2 R_2^2 g^3 \omega^3 C^2}{R_1 \left\{ R_2^2 g^2 \omega^2 \left[ (\tau_1 \omega + \tau_2 g \omega)^2 + (1-\sigma \tau_1 \tau_2 g \omega^2)^2 \right] C^2 - 2 L_2 g^2 \omega^2 (1+\sigma \tau_1^2 \omega^2) C + 1 + \tau_1^2 \omega^2 \right\}} \quad (53)$$

### III.2.2. Le diagramme du couple

Considérons un moteur asynchrone dont le fonctionnement est caractérisé par la tension d'alimentation  $V_1$ , le courant primaire  $I$ , dont les composantes active et réactive sont  $I_{1a}$  et  $I_{1r}$ , le facteur de puissance  $\cos \varphi_1$ , la vitesse angulaire synchrone  $\Omega = \omega/p$ , la puissance active qu'il absorbe :

$P_1 = 3 V_1 I_1 \cos \varphi_1$ , les pertes Joule au stator  $p_{JS} = 3 R_1 I_1^2$  et le glissement  $g$ . On aurait pu établir la relation (52) en écrivant que le couple c'est le quotient de la puissance active qui traverse l'entrefer par la vitesse angulaire synchrone. On aurait :

$$T = \frac{P_1 - p_{JS}}{\Omega}$$

dont on déduit

$$T = \frac{3 p V_1}{\omega} (I_{1a} - \frac{R_1 I_1^2}{V_1}) \quad (53')$$

En utilisant les relations (45) et (46) qui donnent  $I_{1a}$  et  $I_{1r}$ , on met bien en évidence l'équivalence des expressions (53') et (53).

Alors que la relation (53) se prête bien à l'étude analytique de la fonction  $T(C)$  à  $g$  donné, l'expression (53') permet l'obtention du diagramme des couples.

Soit  $M$ , de coordonnées  $\overline{Od} = I_{1a}$  et  $\overline{Oe} = I_{1r}$ , le point du diagramme des courants correspondant au fonctionnement décrit ci dessus, figure 15

$$\overline{OM} = \overline{I_1}$$

Plaçons le point  $N$  tel que

$$\overline{NM} = \frac{R_1 I_1^2}{V_1}$$

On a alors

$$\overline{eN} = \overline{eM} - \overline{NM} = I_{1a} - \frac{R_1 I_1^2}{V_1}$$

Le segment  $\overline{eN}$  représente, à la constante  $\frac{3pV_1}{\omega}$  près, le couple.

Nous avons :

$$T = \frac{3pV_1}{\omega} \overline{eN}$$

On peut donc déduire, point par point, le diagramme des couples du diagramme des courants.

### III.2.3. Allure de la caractéristique $T(C)$ à $g$ donné

Quelle que soit la capacité le couple est toujours positif excepté pour une capacité nulle, ce qui correspond à un circuit rotorique ouvert, où il est nul.

Lorsque la capacité tend vers l'infini, ce qui correspond à un moteur asynchrone classique, le couple tend vers

$$T_{C \rightarrow \infty} = \frac{3(1-\sigma)pV_1^2 \tau_1 \tau_2 g \omega}{R_1 \left[ (\tau_1 \omega + \tau_2 g \omega)^2 + (1-\sigma \tau_1 \tau_2 g \omega^2)^2 \right]} \quad (54)$$

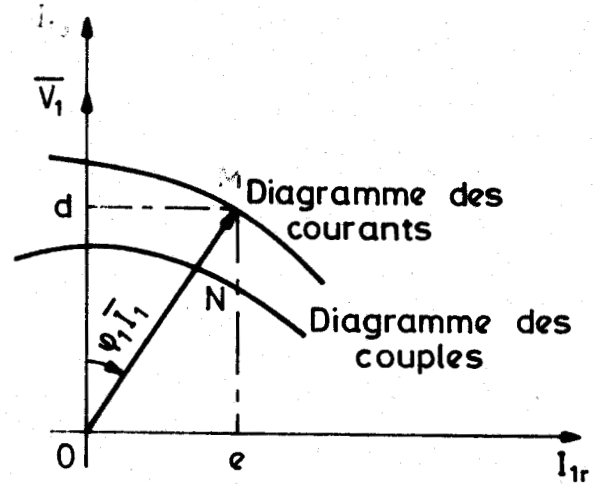


figure 15



La dérivée  $dT/dC$  est nulle lorsque l'on a :

$$C \left[ 1 + \tau_1^2 \omega^2 - L_2 g^2 \omega^2 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2) \right] = 0$$

Cette expression montre que la capacité nulle et la capacité :

$$C_4 = \frac{1 + \tau_1^2 \omega^2}{L_2 g^2 \omega^2 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2)} \quad (55)$$

annulent la dérivée  $dT/dC$ . Le couple maximum  $T_{C=C_4}$  vaut alors :

$$T_{C=C_4} = \frac{(1-\sigma) V_1^2 \tau_1 \tau_2 g \omega (1 + \tau_1^2 \omega^2)}{R_1 \left\{ \left[ \tau_1^2 \omega^2 + \tau_1 \tau_2 g \omega^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 g \omega^2)^2 \right] (1 + \tau_1^2 \omega^2) - \tau_2^2 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2)^2 g^2 \omega^2 \right\}}$$

Pour une capacité  $C_5$  comprise entre 0 et  $C_4$ , le couple prend une valeur identique à celle correspondant à une capacité tendant vers l'infini. On déduit cette capacité  $C_5$  de l'égalité :

$$T_{C=C_5} = T_{C \rightarrow \infty}$$

On obtient :

$$C_5 = \frac{1 + \tau_1^2 \omega^2}{2 L_2 g^2 \omega^2 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2)} \quad (56)$$

On remarque que  $C_5 = C_4/2$

Le tableau XIV et la figure 16 résument cette étude

C	0	$C_5$		$C_4$		$\infty$
dT/dC	0	> 0		> 0	0	< 0
T	0	$T_{C \rightarrow \infty}$		$T_{C=C_4}$	$T_{C \rightarrow \infty}$	

Tableau XIV

On voit donc que le fait de placer une capacité supérieure à  $C_5$  dans chaque phase rotorique permet d'améliorer le couple du moteur asynchrone.

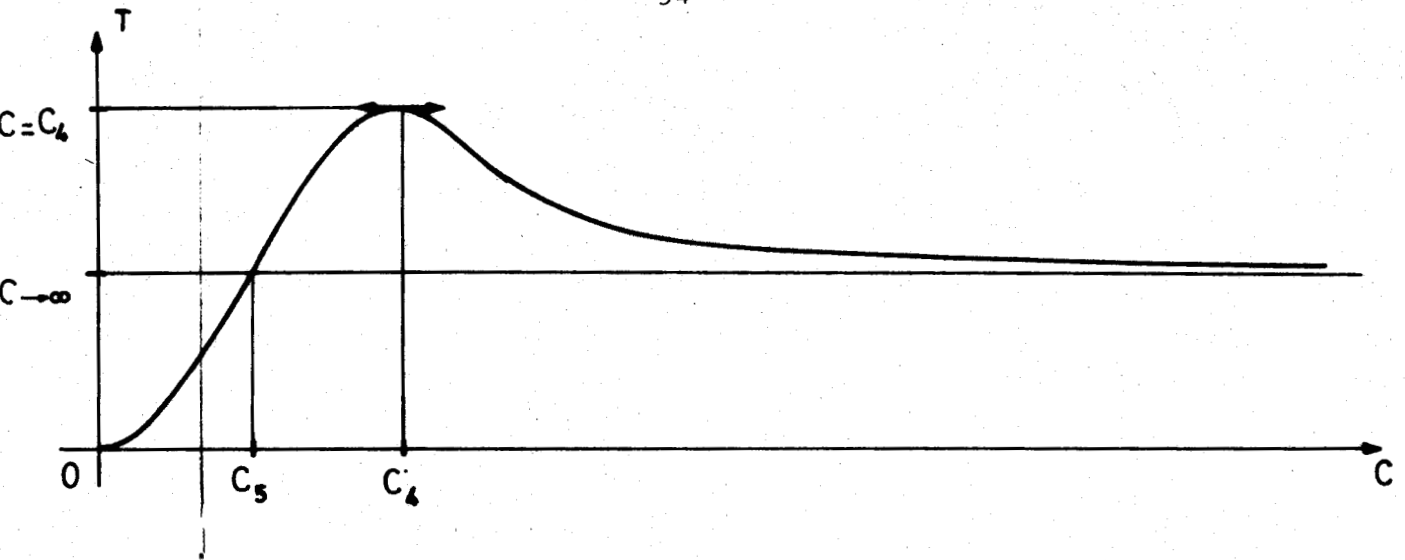


figure 16

### III.3. BILAN DE L'ETUDE DU COURANT PRIMAIRE ET DU COUPLE

*Dans un fonctionnement caractérisé par le glissement  $g$ , l'introduction dans chaque phase rotorique d'une capacité convenablement choisie permet à la fois de réduire le courant primaire et d'augmenter le couple.*

Le tableau XV résumant les résultats des deux études précédentes, nous donne en fonction du glissement, la valeur des capacités qui amélioreront les caractéristiques de courant primaire et de couple. La première colonne de ce tableau donne les valeurs du glissement, la seconde donne les valeurs de capacités qui diminuent le courant primaire, la troisième celles qui améliorent le couple et la quatrième celles qui permettent d'obtenir ces deux avantages. En pratique, le choix définitif s'effectuera en tenant compte de la caractéristique que l'on veut particulièrement améliorer (proche de  $C_1$  si c'est le courant que l'on veut plutôt réduire, proche de  $C_4$  si c'est le couple que l'on veut plutôt augmenter) et après avoir remarqué que si deux capacités donnent le même courant ou le même couple, on choisit la plus faible.

Pour établir la dernière colonne on remarque que si le glissement est inférieur  $g_1$ , la capacité  $C_3$  est inférieure à la capacité  $C_5$ , et inversement.

Glissement	Capacités réduisant le courant primaire	Capacité augmentant le couple	Capacités présentant les deux avantages
$0 < g < g_2$	$C_3 < C < \infty$	$C_5 < C < \infty$	$C_5 < C < \infty$
$g_2 \leq g \leq g_1$	$0 < C < \infty$	$C_5 < C < \infty$	$C_5 < C < \infty$
$g_1 \leq g < \infty$	$0 < C < C_3$	$C_5 < C < \infty$	$C_5 < C < C_3$

Tableau XV

La relation (56) montre que la capacité  $C_5$  est inversement proportionnelle au carré du glissement. Même si le problème pratique nous conduit à prendre la capacité la plus faible, soit  $C_5$ , celle ci pourra être néanmoins de valeur élevée, d'autant plus élevée que le glissement sera faible. C'est la raison pour laquelle les résultats de notre étude seront plutôt utilisés pour le démarrage du moteur. A glissement unité la capacité choisie a une valeur convenable.

### III.4. CAS PARTICULIER DU DEMARRAGE

Le démarrage constitue un cas particulier car il suffit de faire  $g = 1$  dans les relations précédemment établies.

#### III.4.1. Choix de la capacité

Le courant de démarrage avec capacité  $I_{1d}$  doit être inférieur au courant de démarrage sans capacité  $I_{1dC \rightarrow \infty}$ . Les relations (47) et (48) donnent alors :

$$I_{1d} = \frac{V_1}{R_1} \sqrt{\frac{R_2^2 (1 + \tau_2^2 \omega^2) \omega^2 C^2 - 2L_2 \omega^2 C + 1}{R_2^2 [(\tau_1 + \tau_2)^2 \omega^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 \omega^2)^2] \omega^2 C^2 - 2L_2 (1 + \sigma \tau_1 \omega^2) \omega^2 C + 1 + \tau_1^2 \omega^2}} <$$

$$I_{1dC \rightarrow \infty} = \frac{V_1}{V_2} \sqrt{\frac{1 + \tau_2^2 \omega^2}{(\tau_1 + \tau_2)^2 \omega^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 \omega^2)^2}}$$

Le couple de démarrage avec capacité  $T_d$  doit être supérieur au couple de démarrage sans capacité  $T_{dC \rightarrow \infty}$ . Les relations (53) et (54) donnent alors :

$$T_d = \frac{3(1-\sigma)PV_1^2\tau_1\tau_2R_2^2\omega^3C^2}{R_1\left\{R_2^2\omega^2\left[(\tau_1+\tau_2)^2\omega^2+(1-\sigma\tau_1\tau_2\omega^2)^2\right]C^2-2L_2\omega^2(1+\sigma\tau_1\omega^2)C+1+\tau_1^2\omega^2\right\}}$$

$$T_{dC \rightarrow \infty} = \frac{3(1-\sigma)PV_1^2\tau_1\tau_2\omega}{R_1\left[(\tau_1+\tau_2)^2\omega^2+(1-\sigma\tau_1\tau_2\omega^2)^2\right]}$$

On pourrait, à partir de ces deux inégalités, faire une étude directe afin de déterminer la capacité  $C$  qu'il faut inclure dans chaque phase rotorique pour améliorer le démarrage. Il est plus rapide de consulter le tableau XV où l'on remarque que finalement deux cas peuvent se présenter :

si  $g < g_1$  on doit avoir  $C_5 < C < \infty$

si  $g > g_1$  on doit avoir  $C_5 < C < C_3$

soit avec  $g = 1$  :

si  $1 < g_1$  on doit avoir  $C_{5d} < C < \infty$

si  $1 > g_1$  on doit avoir  $C_{5d} < C < C_{3d}$

En utilisant les relations (51) et (55) où l'on fait  $g = 1$  et la relation (49) on a finalement :

$$\text{si } \tau_1 < \frac{2\tau_2}{\sigma\tau_2\omega^2-1} \text{ on doit avoir } C_{5d} < C < \infty,$$

$$\text{si } \tau_1 > \frac{2\tau_2}{\sigma\tau_2\omega^2-1} \text{ on doit avoir } C_{5d} < C < C_{3d},$$

avec

$$C_{5d} = \frac{1+\tau_1^2\omega^2}{2L_2\omega^2(1+\sigma\tau_1\omega^2)} \quad (55') \text{ et } C_{3d} = \frac{2-(1+\sigma)\tau_1\tau_2\omega^2}{2R_2\omega^2(\tau_1+2\tau_2-\sigma\tau_1\tau_2\omega^2)} \quad (52')$$

Si c'est le courant de démarrage que l'on cherche surtout à réduire la capacité  $C$  doit être choisie proche de  $C_{1d}$ .  $C_{1d}$  est la valeur de  $C_1$  pour  $g = 1$ . D'après l'une des relations (49)

$$C_{1d} = \frac{2-(1+\sigma)\tau_1\tau_2\omega^2 + \sqrt{[2+\tau_1\tau_2\omega^2(-\sigma)]^2 + 4\tau_1^2\omega^2}}{2R_2(\tau_1 + 2\tau_2\sigma\tau_1\tau_2\omega^2)\omega^2} \quad (49')$$

Si c'est le couple de démarrage que l'on désire surtout augmenter la capacité C doit voisiner  $C_{4d}$ .  $C_{4d}$  est la valeur de  $C_4$  pour  $g = 1$ . La relation (55) donne :

$$C_{4d} = \frac{1 + \tau_1^2\omega^2}{L_2\omega^2(1 + \sigma\tau_1^2\omega^2)} \quad (55')$$

### III.4.2. Influence des paramètres de construction du moteur sur la valeur de la capacité C choisie

Nous allons tout d'abord tracer les courbes donnant les variations des capacités  $C_{3d}$  et  $C_{5d}$  en fonction de la constante de temps du stator  $\tau_1$ . Pour un moteur caractérisé par  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\sigma$ , ces courbes permettront un choix rapide de la capacité C qui favorise le démarrage et montreront l'influence de certains paramètres de construction du moteur.

#### III.4.2.1. La courbe $C_{3d}(\tau_1)$

La grandeur  $C_{3d}$  n'est pas définie pour  $\tau_1 = \frac{2\tau_2}{\sigma\tau_2^2\omega^2 - 1}$

Elle est nulle pour  $\tau_1 = \frac{2}{(1+\sigma)\tau_2\omega^2}$

Pour  $\tau_1 = 0$   $C_{3d} = \frac{1}{2L_2\omega^2}$

Si  $\tau_1$  tend vers l'infini,  $C_{3d}$  tend vers  $\frac{(1+\sigma)\tau_2}{2R_2(\sigma\tau_2^2\omega^2 - 1)}$

La dérivée  $\frac{dC_{3d}}{d\tau_1}$  est toujours négative quel que soit  $\tau_1$ . La fonction  $C_{3d}(\tau_1)$  est toujours décroissante. Le tableau XVI et la figure 17 résument cette étude.

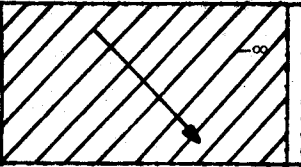
$\tau_1$	0	$2/(1+\sigma)\tau_2\omega^2$	$2\tau_2/\sigma\tau_2\omega^2-1$	$\infty$
$dC_{3d}/d\tau_1$	< 0			
$C_{3d}$	$\frac{1}{2L_2\omega^2}$			$+\infty$
				$\frac{(1+\sigma)\tau_2}{2R_2(\sigma\tau_2\omega^2-1)}$

Tableau XVI

Finalement la capacité  $C_{3d}$  n'est pas définie lorsque :

$$\frac{2}{(1+\sigma)\tau_2\omega^2} < \tau_1 < \frac{2\tau_2}{\sigma\tau_2\omega^2-1}$$

#### III.4.2.2. La courbe $C_{5d}(\tau_1)$

La capacité  $C_{5d}$  est toujours définie

pour  $\tau_1 = 0$   $C_{5d} = \frac{1}{2L_2\omega^2}$

Si  $\tau_1$  tend vers l'infini,  $C_{5d}$  tend vers  $\frac{1}{2\sigma L_2\omega^2}$

La dérivée  $dC_{5d}/d\tau_1$  est toujours positive quel que soit  $\tau_1$ . La fonction  $C_{5d}(\tau_1)$  est toujours croissante. Le tableau XVII et la figure 17 résument cette étude.

$\tau_1$	0	$\infty$
$dC_{5d}/d\tau_1$	> 0	
$C_{5d}$	$\frac{1}{2L_2\omega^2}$	$\frac{1}{2\sigma L_2\omega^2}$

Tableau XVII



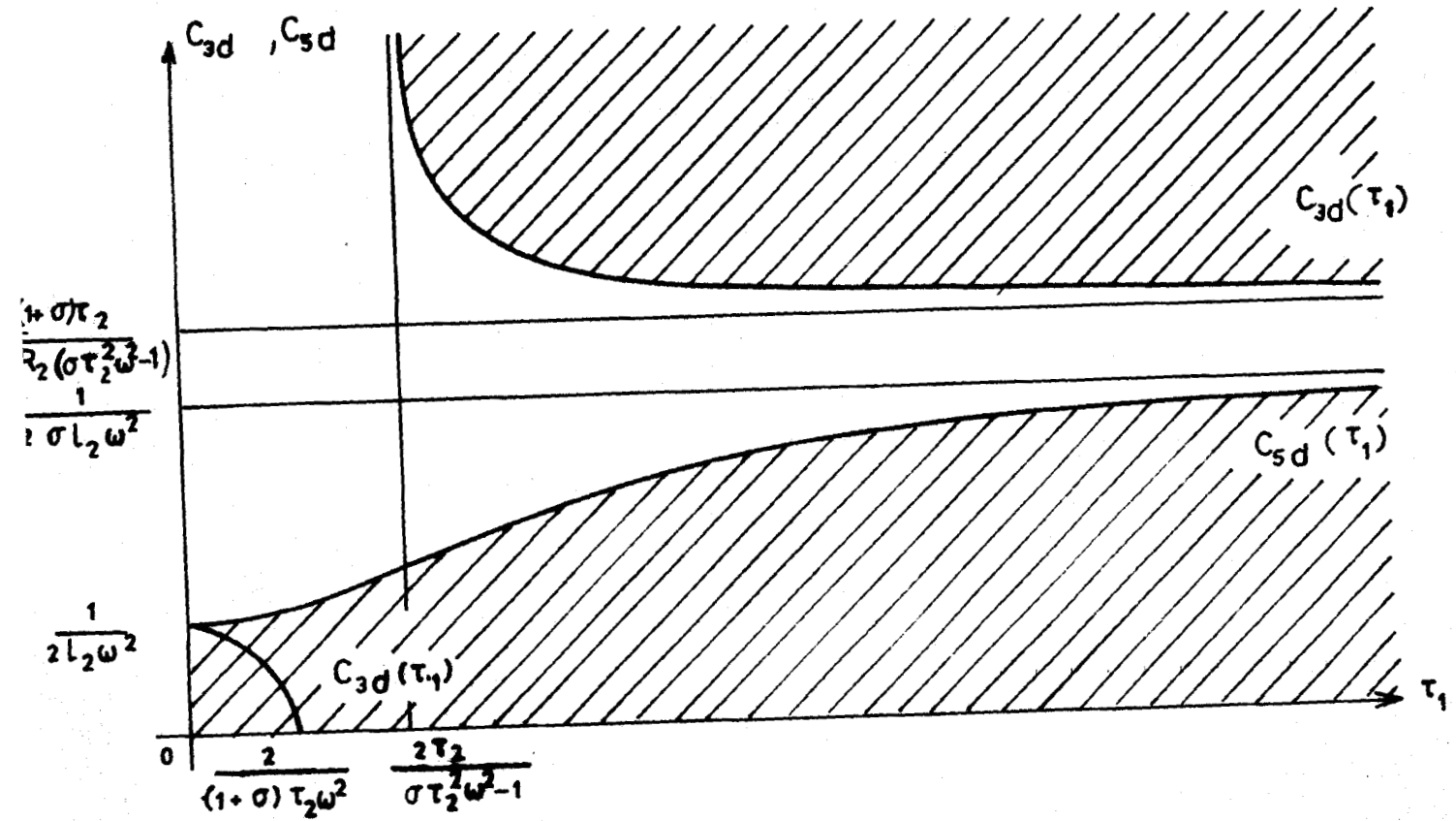


figure 17

#### III.4.2.3. Influence des paramètres de construction

La figure 17 montre les variations de  $C_{3d}$  et  $C_{5d}$  en fonction de  $\tau_1$ . Ces courbes délimitent la zone (surface non hachurée) où l'addition de condensateurs réduit le courant et augmente le couple. Les capacités à utiliser seront d'autant plus faibles que la constante de temps du stator  $\tau_1$  sera faible et que la réactance du rotor sera élevée.



### III.4.3. Montée en vitesse du moteur

Une capacité C, par phase rotorique, supérieure à  $C_{5d}$  ou comprise entre  $C_{5d}$  et  $C_{3d}$  suivant la valeur de  $\tau_1$ , permet de réduire le courant de démarrage et d'augmenter le couple de démarrage d'un moteur asynchrone triphasé.

Ce procédé de démarrage procure donc tout d'abord une économie d'énergie et il se justifiera d'autant plus que le moteur subira des démarrages fréquents.

Ce procédé de démarrage augmente ensuite le couple de démarrage ce qui accélère la montée en vitesse du moteur. Mais néanmoins, au fur et à mesure que celle-ci évolue, les capacités sont de moins en moins efficaces. En effet au delà d'un certain glissement  $g_3$ , le couple du moteur avec ses condensateurs redevient inférieur au couple du moteur sans condensateur. Il est alors indispensable, dès que l'on atteint le glissement  $g_3$ , de mettre hors service les condensateurs, c'est à dire de court circuiter les phases rotoriques. Nous reviendrons ultérieurement sur le problème pratique que cela pose. Un condensateur ne peut être court circuité que si la tension entre ses bornes est nulle.

Pour obtenir la valeur de glissement  $g_3$ , il suffit d'égaliser les expressions du couple T d'un moteur asynchrone avec capacités avec celui  $T_{C \rightarrow \infty}$  d'un moteur asynchrone classique. Ces expressions sont données par les relations (53) et (54).

On a donc :

$$\frac{3(1-\sigma)pV_1^2\tau_1\tau_2R_2^2g^3\omega^3C^2}{R_1 \left\{ R_2^2g^2\omega^2 \left[ (\tau_1\omega + \tau_2g\omega)^2 + (1-\sigma\tau_1\tau_2g\omega^2)^2 \right] C^2 - 2L_2g^2\omega^2(1+\sigma\tau_1^2\omega^2)C + 1 + \tau_1^2\omega^2 \right\}} =$$

$$\frac{3(1-\sigma)pV_1^2\tau_1\tau_2g\omega}{R_1 \left[ (\tau_1\omega + \tau_2g\omega)^2 + (1-\sigma\tau_1\tau_2g\omega^2)^2 \right]}$$

dont on déduit :

$$g_3 = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{1 + \tau_1^2\omega^2}{2L_2C(1 + \sigma\tau_1^2\omega^2)}} \quad (57)$$

## CHAPITRE 4

---

### VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

Après avoir établi les expressions du courant primaire et du couple d'un moteur asynchrone triphasé, muni de capacités rotoriques nous avons donné une méthode graphique permettant le tracé des diagrammes du courant primaire et du couple de ce moteur.

Nous avons ensuite déterminé la relation donnant la capacité  $C$  à mettre par phase rotorique afin d'atténuer le courant primaire et de majorer le couple dans un fonctionnement donné et caractérisé par le glissement  $g$ . Nous avons examiné en particulier le démarrage du moteur.

Il est donc intéressant maintenant, de procéder à des vérifications expérimentales. pour chacune d'elles nous préciserons le moteur utilisé et ses caractéristiques de construction ainsi que le montage expérimental réalisé.

#### IV.1. LE DIAGRAMME DES COURANTS

Après avoir caractérisé le moteur utilisé nous ferons tout d'abord un tracé théorique du diagramme des courants à l'aide des relations établies au chapitre II de notre étude puis un relevé expérimental.

##### IV.1.1. Le moteur utilisé

La machine essayée est un moteur asynchrone d'induction triphasé à rotor à bagues LEROY ; type N 132.S1 ; 6CV ; 50hz ; 220-380 V ; 17-10A ; 1455T/mn ;  $\cos \varphi = 0,8$  ;  $\eta = 85\%$ .

Il est alors nécessaire de déterminer les paramètres  $V_1$ ,  $\omega$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\sigma$  caractérisant la construction du moteur[25] et intervenant dans les relations qui permettent de tracer point par point le diagramme des courants.

. Disposant d'un réseau triphasé donnant des tensions sinusoïdales composées de valeur efficace  $U_1 = 380V$ , les phases statoriques du moteur sont couplées en étoile. La tension simple aux bornes de chaque phase primaire a pour valeur efficace :

$$V_1 = 380/\sqrt{3} \text{ V}$$

. Les tensions d'alimentation ont une fréquence  $f = 50\text{Hz}$ . La pulsation correspondante est donc

$$\omega = 100\pi \text{ rad/s}$$

. La vitesse synchrone de ce moteur tétrapolaire ( $2p = 4$ ) est

$$N = 1500 \text{ T/mn}$$

. On mesure les résistances de chaque phase du stator et du rotor, ce dernier portant comme le stator un enroulement triphasé couplé en étoile, par la méthode ampèremètre-voltmètre en courant continu. A la température de régime du fonctionnement nominal nous trouvons :

$$R_1 = 0,81\Omega \quad ; \quad R_2 = 0,22\Omega$$

. Le moteur étant alimenté par un système triphasé équilibré de tensions sinusoïdales de valeur efficace  $V_1 = 380/\sqrt{3}\text{V}$ , on le fait tourner, à l'aide d'un moteur auxiliaire, dans le sens du champ tournant statorique à la vitesse synchrone  $N$ . On mesure le courant primaire  $I_1$  et la puissance active  $P$ , absorbée par le moteur. Aucun courant n'étant induit au secondaire, l'inductance qui intervient est l'inductance propre cyclique du stator  $L_1$ . Elle vaut :

$$L_1 = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{V_1^2}{I_1^2} - R_1^2}$$

Dans cet essai  $P_1$  représente les pertes joule et les pertes fer au stator  $p_{FS}$ . On a donc :

$$p_{FS} = P_1 - 3R_1 I_1^2$$

Nous avons trouvé  $L_1 = 0,15\text{h}$  dont on a déduit  $\tau_1 = 0,185\text{s}$ .

Nous avons également déterminé  $p_{FS} = 110\text{W}$  pour  $V_1 = 380/\sqrt{3}\text{V}$

. Si à partir de l'essai précédent, la tension d'alimentation restant la même et les phases rotoriques étant en circuit ouvert, on fait varier la vitesse de rotation  $N'$ , la puissance  $P_1$  représente les pertes Joule au stator, les pertes fer au stator  $p_{FS}$  précédemment déterminées et les pertes fer au rotor  $p_{FR}$ . La totalité des pertes fer  $p_F$ , pour un glissement  $g = (N - N')/N$  vaut donc :

$$P_F = P_{FS} + P_{FR} = P_1 - 3R_1 I_1^2$$

Pour une tension primaire  $V_1 = 380/\sqrt{3}$  V et des glissements variant de 0 à 1,4 nous avons relevé les valeurs numériques consignées dans le tableau XVIII puis tracé la courbe  $p_F(g)$  de la figure 18.

$P_1$ w	$I_1$ A	$N'$ T/mn	$P_F$ w	$g$
162	4,625	1.500	110	0
163,1	4,625	1.470	111,1	0,02
170	4,65	1.440	117,45	0,04
191	4,67	1.410	138	0,06
215	4,69	1.380	161,5	0,08
218	4,7	1.350	164,32	0,1
225	4,71	1.200	171	0,2
238	4,72	1.050	184	0,3
249,5	4,74	900	190	0,4
250	4,75	750	195,2	0,5
252	4,755	600	197	0,6
254,5	4,76	450	198,5	0,7
259	4,76	300	203,7	0,8
265	4,76	150	210,9	0,9
268	4,77	0	212	1
270	4,77	150	214	1,1
271	4,79	300	215	1,2
273	4,8	450	217	1,3
277	4,81	600	220,7	1,4

Tableau XVIII

. Les relations (22) et (23) donnent la résistance et l'inductance apparentes vues du primaire du moteur avec capacités. Si dans ces expressions on fait tendre  $C$  vers l'infini on obtient ces mêmes grandeurs pour un moteur classique.



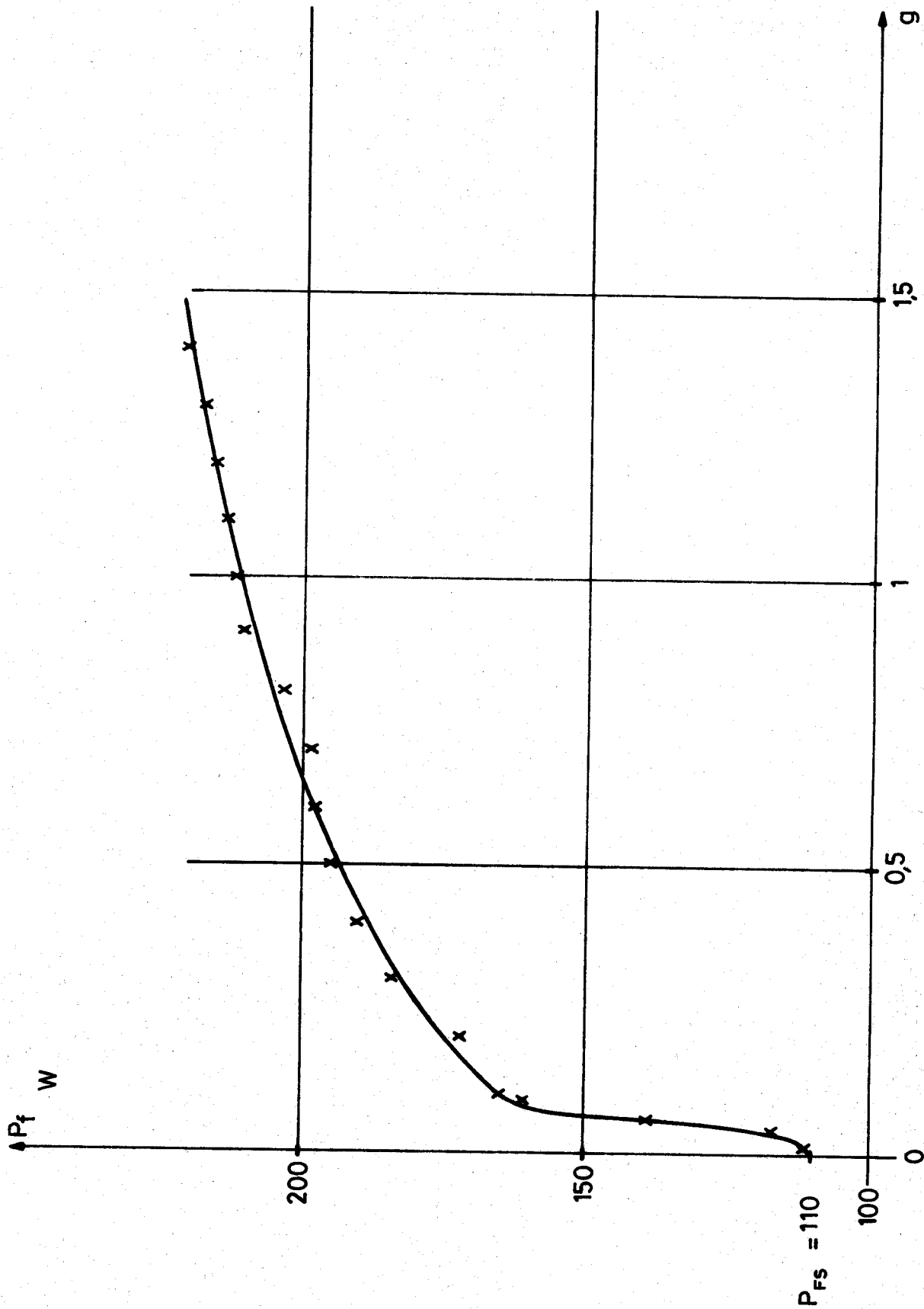


figure 18



Soit :

$$R'_1 = R_1 + \frac{(1-\sigma)L_1\omega\tau_2^2g}{1 + \tau_2^2\omega^2g} \quad (22')$$

$$\text{et } L'_1 = L_1 - \frac{(1-\sigma)L_1\tau_2^2\omega^2g}{1 + \tau_2^2\omega^2g} \quad (23')$$

on en déduit les quantités  $L'_1 - L_1$  et  $R'_1 - R_1$  dont le rapport donne

$$\frac{L'_1 - L_1}{R'_1 - R_1} = -\tau_2^2g$$

et par suite

$$\tau_2 = -\frac{1}{g} \frac{L'_1 - L_1}{R'_1 - R_1} \quad (58)$$

Les relations (23') et (58) donnent alors

$$\sigma = \frac{L'_1}{L_1} + \frac{(R'_1 - R_1)^2}{L_1(L'_1 - L_1)\omega^2} \quad (59)$$

On alimente donc le moteur par un système triphasé équilibré de tensions sinusoïdales et on lui fait entraîner une charge quelconque. On peut éventuellement le faire tourner à vide mais les résultats sont moins précis. On mesure le courant primaire  $I_1$ , les puissances active  $P_1$  et réactives  $Q_1$  absorbées par le moteur et le glissement  $g$ .

Comme  $P_1 = 3R'_1I_1^2$  et  $Q_1 = 3L'_1\omega I_1^2$  on calcule :

$$R'_1 = \frac{P_1}{3I_1^2} \quad \text{et} \quad L'_1 = \frac{Q_1}{3\omega I_1^2}$$

On détermine alors, à l'aide des relations (58) et (59),  $\tau_2$  et  $\sigma$ .  
Pour le moteur envisagé nous avons obtenu :

$$\tau_2 = 0,050s \quad ; \quad \sigma = 0,088$$

de  $R_2$  et  $\tau_2$  on déduit :

$$L_2 = 0,011h$$



#### IV.1.2. Le montage expérimental

Il est reproduit à la figure 19.

Le moteur asynchrone utilisé est alimenté par un réseau triphasé donnant des tensions sinusoïdales de valeur efficace  $V_1 = 380V$  ou  $V_1 = 380/\sqrt{3}V$  et de fréquence  $f = 50Hz$ .

Trois batteries de condensateurs de  $350 \mu f$  sont couplées en triangle et montées aux bornes rotoriques, ce qui revient au même, du point de vue des calculs, de considérer des capacités trois fois plus importantes en série dans chaque phase rotorique ou couplées en étoile. Dans les relations établies précédemment nous aurons donc  $C = 3 \times 350$  ou

$$C = 1050 \mu f$$

Ouvert, l'interrupteur tripolaire  $K_1$  met en service les capacités. Fermé, il les court-circuite et les met hors service. Cette mise en court-circuit doit se faire lorsque la tension aux bornes des capacités est nulle donc lorsque le moteur n'est pas sous tension.

Cet interrupteur va donc permettre d'établir successivement le diagramme d'un moteur classique puis celui d'un moteur avec capacités.

A l'aide de la méthode des deux wattmètres nous avons mesuré la puissance active  $P_1$  absorbée et la puissance réactive  $Q_1$  absorbée ou fournie par l'ensemble moteur-capacités. On mesure également le courant primaire  $I_1$ .

Une dynamo tachymétrique montée en bout d'arbre du moteur permet la détermination de la vitesse de rotation  $N'$ .

Afin de faire varier la vitesse du moteur dans de grandes proportions nous l'avons accouplé mécaniquement avec une machine à courant continu reliée au réseau continu 220V par l'intermédiaire de l'interrupteur  $K_2$ . En intervenant sur le circuit inducteur de cette machine à courant continu on peut la faire fonctionner en génératrice. Elle débite alors dans le réseau et freine le moteur asynchrone. On peut aussi la faire fonctionner en moteur. Elle prend alors de l'énergie au réseau continu et accélère le moteur asynchrone.

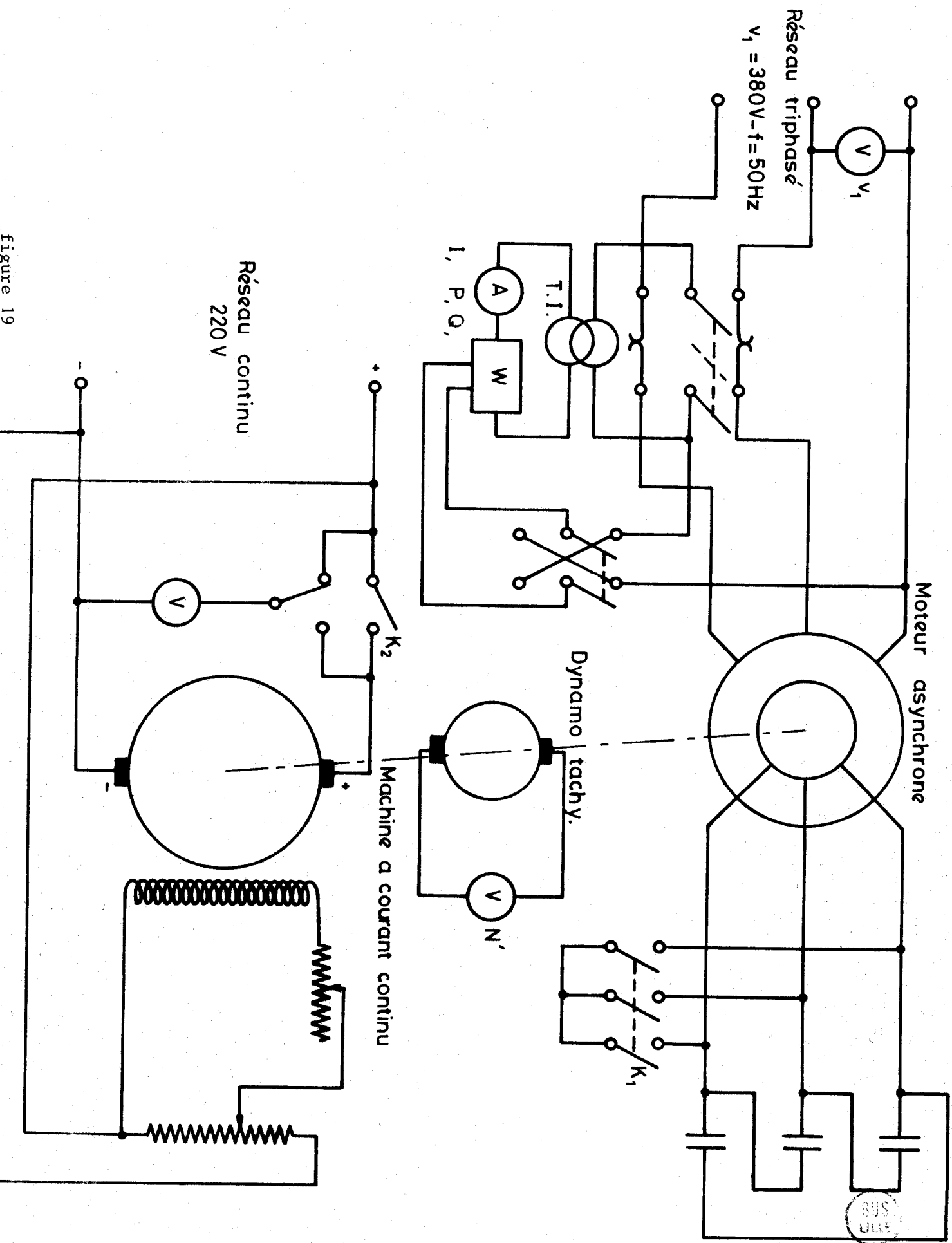


Figure 19

#### IV.1.3. Etablissement du diagramme des courants

Nous examinerons successivement le cas d'un moteur asynchrone classique puis celui d'un moteur avec capacités. Bien que le premier cas soit bien connu nous avons tenu néanmoins à en donner les résultats expérimentaux pour mettre en évidence l'évolution de ceux-ci quand on fait intervenir les capacités. Pour chaque cas nous ferons deux tracés, l'un théorique, l'autre expérimental.

##### IV.1.3.1. Cas du moteur asynchrone d'induction triphasé classique

###### IV.1.3.1.1. Le tracé théorique

Nous avons vu que, dans le plan  $I_{1a} - I_{1b}$ , c'était l'arc de cercle  $\Gamma_3$  dont les coordonnées du centre A et le rayon sont donnés par les relations (42'), (43') et (44'). Cet arc est limité aux points F et G dont les coordonnées sont données par les relations (45'), (46'), (45'') et (46''). Nous rappelons ces résultats:

$$A \left[ \frac{V_1}{R_1 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2)}, \frac{(1 + \sigma) V_1 \tau_1 \omega}{2 R_1 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2)} \right], \quad \text{rayon} = \frac{(1 - \sigma) V_1 \tau_1 \omega}{2 R_1 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2)}$$

$$F \left[ \frac{V_1}{R_1 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2)}, \frac{V_1 \sigma \tau_1 \omega}{R_1 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2)} \right], \quad G \left[ \frac{V_1}{R_1 (1 + \tau_1^2 \omega^2)}, \frac{V_1 \tau_1 \omega}{R_1 (1 + \tau_1^2 \omega^2)} \right]$$

Les valeurs numériques des paramètres que nous avons précisées au paragraphe IV.1.1. nous permettent de faire l'application numérique. Nous trouvons :  $A(0,91A_a ; 28,68A_r)$ , rayon =  $24,04A_a$ ,  $F(9,95 A_a ; 50,96 A_r)$  et  $G(0,08A_a ; 4,65A_r)$

Nous avons tracé cet arc de cercle à la figure 20.

###### IV.1.3.1.2. Le relevé expérimental

Le montage électrique reproduit à la figure 19 et où l'on a fermé l'interrupteur  $K_1$  permet le relevé expérimental de l'arc de cercle  $\Gamma_3$ . On mesure pour chaque régime du moteur  $P_1$ ,  $Q$ , et  $N'$ .

Lorsque nous avons précisé les hypothèses qu'il était nécessaire de faire pour pouvoir développer mathématiquement notre étude nous avons en particulier

admis que les pertes dans le fer  $p_F$  étaient négligeables. Afin de respecter au mieux cette simplification nous supposons que le moteur absorbe non pas la puissance active  $P_1$  mais celle ci diminuée des pertes fer  $p_F$  dont la valeur est donnée par la courbe  $p_F(g)$ .

Nous calculons donc les composantes active et réactive du courant primaire et le glissement du moteur par les relations :

$$I_{1a} = \frac{P_1 - p_F}{\sqrt{3} V_1} \quad I_{1r} = \frac{Q_1}{\sqrt{3} U_1} \quad \text{et} \quad g = \frac{N - N'}{N}$$

Nous avons naturellement limité nos mesures aux valeurs acceptables des courants primaire et secondaire.

Le tableau XIX regroupe nos résultats expérimentaux :

$P_1$ w	$Q_1$ VAR	$N'$ T/mn	g	$p_F$ F w	$P_1 - p_F$ F w	$I_{1a}$ Aa	$I_{1r}$ Ar
480	2950	1417,5	0,0555	128	358	0,543	4,48
870	2961,8	1400	0,086	141	729	1,1	4,5
2055	3143	1383	0,078	158	1897	2,88	4,77
2610	3273	1368	0,088	162	2448	3,72	4,57
3300	3429	1350	0,1	165	3135	4,76	5,21
4140	3741	1335	0,11	166	3974	6,03	5,68
5175	4079	1317	0,122	167	5008	7,6	6,20
5940	4260	1300	0,13	169	5771	8,77	6,47

Tableau XIX

Nous avons ensuite reporté sur la figure 20, à partir du tableau ci dessus, les points caractérisés par leurs coordonnées  $I_{1a}$  et  $I_{1r}$ . Nous constatons que ces points se situent pratiquement sur la courbe  $\Gamma_3$ .

#### IV.1.3.2. Cas du moteur asynchrone d'induction triphasé avec capacités

La capacité par phase rotorique est  $C = 1.050 \mu f$ . Comme pour le moteur utilisés nous avons  $\tau_2/R_2 = 0,23$ , nous constatons que  $C$  est inférieur à  $\tau_2/R_2$ . Le diagramme des courants  $\Gamma$  que nous allons établir théoriquement puis expérimentalement correspondant au domaine 2 caractérisé par  $C < \tau_2/R_2$ .

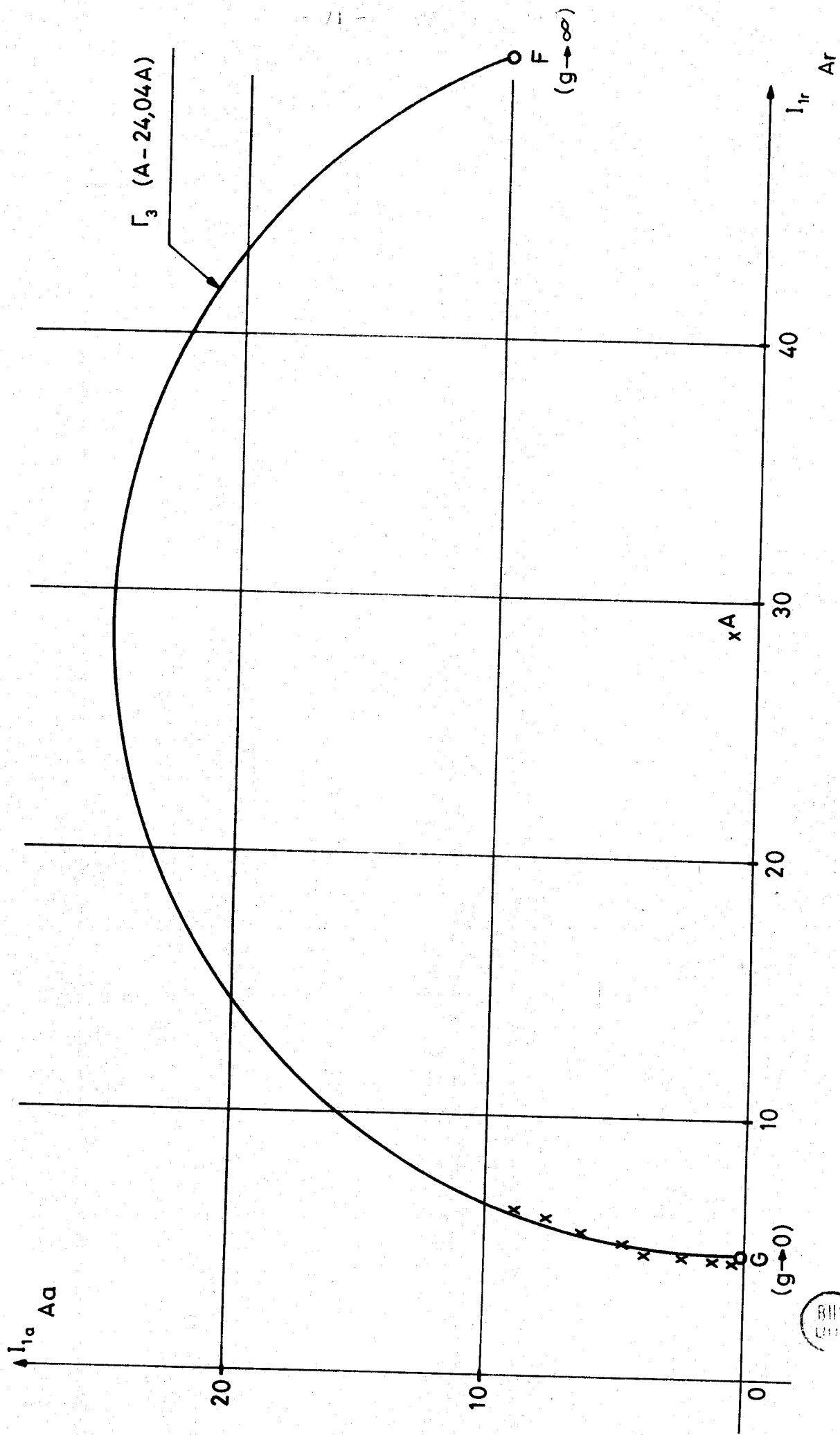


figure 20



#### IV.1.3.2.1. Le tracé théorique

Nous avons vu que dans le plan  $I_{la} - I_{lr}$  chaque point M du diagramme des courants pouvait être considéré comme l'intersection des cercles  $\Gamma_6$  et  $\Gamma_7$ . Sur le cercle  $\Gamma_6$ , dont les coordonnées du centre B et le rayon sont donnés par les relations (42''), (43'') et (44''), l'intersection est située entre le point G précédemment défini et le point D appartenant au cercle  $\Gamma_3$ . Sur le cercle  $\Gamma_7$ , dont les coordonnées du centre E et le rayon sont donnés par les relations (42'''), (43''') et (44'''), l'intersection est située entre les points F et G. Nous rappelons ces différentes valeurs. Pour le cercle  $\Gamma_6$  nous avons :

$$B \left[ \frac{V_1 [2 + (1-\sigma)\tau_1\omega\tau_2g\omega]}{2R_1 [1 + (1-\sigma)\tau_1\omega\tau_2g\omega + \tau_1^2\omega^2]} , \quad \frac{V_1\tau_1\omega}{R_1 [1 + (1-\sigma)\tau_1\omega\tau_2g\omega + \tau_1^2\omega^2]} \right]$$

$$\text{rayon} = \frac{(1-\sigma)V_1\tau_1\omega\tau_2g\omega}{2R_1 [1 + (1-\sigma)\tau_1\omega\tau_2g\omega + \tau_1^2\omega^2]}$$

Pour le cercle  $\Gamma_7$  nous avons :

$$E \left[ \frac{V_1 2R_2C_g + (1-\sigma)\tau_1}{2R_1 [(1+\sigma\tau_1^2\omega^2)R_2C_g + (1-\sigma)\tau_1]} , \quad \frac{(1+\sigma)V_1\tau_1\omega R_2C_g}{2R_1 [(1+\sigma\tau_1^2\omega^2)R_2C_g + (1-\sigma)\tau_1]} \right]$$

$$\text{rayon} = \frac{(1-\sigma)V_1\tau_1 1 + R_2^2C_g^2\omega^2}{2R_1 [(1+\sigma\tau_1^2\omega^2)R_2C_g + (1-\sigma)\tau_1]}$$

En utilisant les valeurs numériques définies au paragraphe IV.1.1. nous obtenons pour le cercle  $\Gamma_6$  :

$$B \left[ 135,86 \frac{2 + 833,43g}{3385,64 + 833,43g} Aa, \quad \frac{15.757,74}{3385,64 + 833,43g} Ar \right]$$

$$\text{rayon} = \frac{112.870,07g}{3385,64 + 833,43g} A,$$

et pour le cercle  $\Gamma_7$

$$E \quad 135,86 \frac{0,17 + 0,00046g}{0,1688 + 0,069gr} Aa, \quad \frac{1,98g}{0,1688 + 0,069gr} Ar$$

$$\text{rayon} = 22,87 \sqrt{\frac{1 + 0,05266g^2}{0,1688 + 0,069gr}} A$$

Chaque point M du diagramme des courants peut aussi être déterminé directement en considérant ses coordonnées.

Les relations (45) et (46) donnent en effet :

$$I_{la} = \frac{V}{R_1 H} \left[ L_2^2 C^2 \omega^4 g^4 + (1-\sigma) \tau_1 L_2 R_2 C^2 \omega^4 g^3 + C\omega^2 (R_2^2 C - 2L_2) g^2 + 1 \right]$$

$$I_{lr} = \frac{V \tau_1 \omega}{R_1 H} \left\{ \sigma L_2^2 C^2 \omega^4 g^4 + C\omega^2 \left[ R_2^2 C - (1+\sigma) L_2 \right] g^2 + 1 \right\}$$

$$\text{avec } H = L_2^2 C^2 \omega^4 (1+\sigma^2 \tau_1^2 \omega^2) g^4 + 2L_2 C^2 \tau_1 R_2 (1-\sigma) \omega^4 g^3 + C\omega^2 \left[ R_2^2 C (1+\tau_1^2 \omega^2) - 2L_2 (1+\sigma \tau_1^2 \omega^2) \right] g^2 + 1 + \tau_1^2 \omega^2$$

Avec les valeurs numériques des paramètres nous obtenons :

$$I_{la} = 270,86 \frac{1,30g^4 + 4,39g^3 - 2,27g^2 + 1}{35,36g^4 + 8,78g^3 - 663,51g^2 + 3.385,64} Aa$$

$$I_{lr} = 15.757,74 \frac{0,11g^4 + 1,23g^2 + 1}{35,36g^4 + 8,78g^3 - 663,51g^2 + 3.385,64} Ar$$

Nous avons calculé les coordonnées des centres B et E, les rayons des cercles  $\Gamma_6$  et  $\Gamma_7$  ainsi que les coordonnées des points M d'intersection de ces cercles ou des points du diagramme I des courants. Tous ces résultats sont regroupés dans le tableau XX.



g	Cercle 6			Cercle 7			Coordonnées du point M	
	Coordonnées du centre B		rayon	Coordonnées du centre E		rayon	I <sub>la</sub>	I <sub>lr</sub>
	A <sub>a</sub>	A <sub>r</sub>	A	A <sub>a</sub>	A <sub>r</sub>	A	A <sub>a</sub>	A <sub>r</sub>
0	0,08	4,65	0	135,43	0	135,43	0,08	4,65
0,1	3,33	4,54	3,25	130,15	1,12	130,14	0,0786	4,60
0,2	6,43	4,44	6,35	125,16	2,167	125,26	0,762	4,46
0,3	9,39	4,33	9,31	120,73	3,13	120,73	0,752	4,21
0,4	12,21	4,24	12,14	116,53	4,03	116,51	0,078	3,86
0,5	14,91	4,14	14,84	112,60	4,86	112,59	0,089	3,41
0,6	17,50	4,06	17,43	108,93	5,65	108,92	0,11	2,85
0,7	19,97	3,98	19,90	105,50	6,38	105,49	1,50	2,17
0,8	22,35	3,89	22,29	102,28	7,06	102,27	0,21	1,36
0,9	24,63	3,81	24,56	99,25	7,71	99,24	0,30	0,41
0,938	25,46	3,78	25,40	98,14	7,96	98,16	0,346	0
1	26,816	3,73	26,75	96,39	8,32	96,38	0,43	-0,69
1,1	28,92	3,66	28,86	93,70	8,89	93,69	0,62	-1,94
1,2	30,94	3,60	30,88	91,158	9,44	91,15	0,86	-3,39
1,3	32,9	3,53	32,83	88,75	9,95	88,74	1,19	-5,03
1,4	34,77	3,46	34,71	86,46	10,44	86,45	1,64	-6,89
1,5	36,58	3,40	36,52	84,30	10,90	84,28	2,22	-9
2	44,73	3,12	44,67	74,92	12,90	74,90	9,46	-24,32
2,5	51,64	2,88	51,59	67,44	14,5	67,42	37,96	-46,86
3	57,57	2,68	57,53	61,33	15,80	62,26	107,41	-26,07
3,15	59,19	2,62	59,15	59,71	16,10	60,75	118,29	0
3,5	62,73	2,5	62,68	56,25	16,88	56,228	102,657	50,8
4	67,23	2,35	67,2	51,95	17,8	51,90	65,70	69,52
5	74,75	2,08	74,72	45,10	19,26	45,07	35,36	65,57
∞	135,43	0	135,43	00,91	28,68	24,04	9,95	50,96

Tableau XX

La figure 21 rappelle le cercle  $\Gamma_3$  qui est le diagramme des courants d'un moteur classique qui donne la courbe  $\Gamma$  qui est le diagramme des courants de ce même moteur mais avec une capacité  $C = 1050 \mu\text{f}$  par phase rotorique. Chaque point de  $\Gamma$  peut être positionné à partir de ses coordonnées  $I_{la}$  et  $I_{lr}$  ou par l'intersection des cercles  $\Gamma_6$  et  $\Gamma_7$ . Pour ne pas surcharger la figure 21, nous



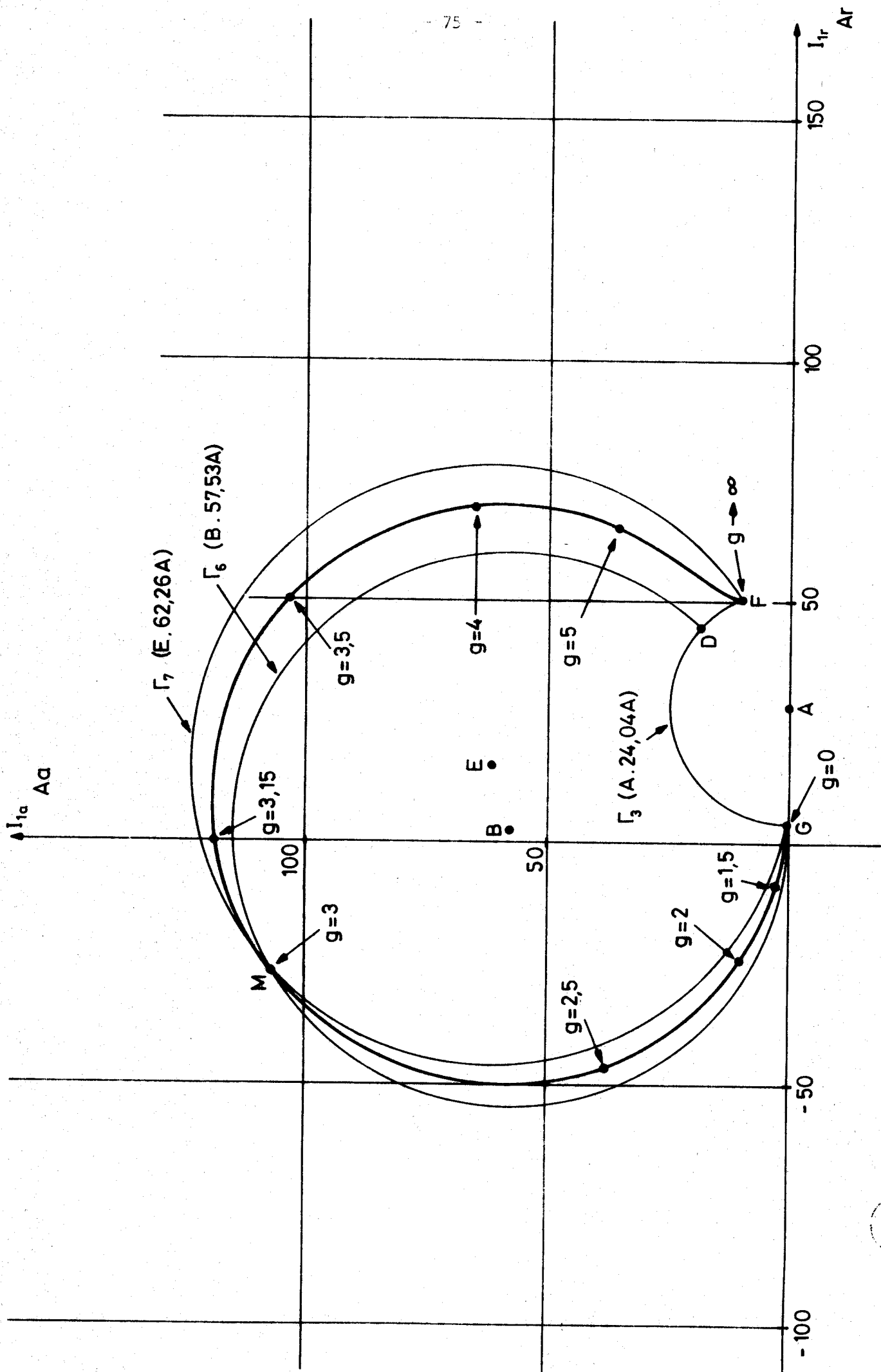


figure 21

n'avons employé cette deuxième méthode que pour le point M correspondant à  $g = 3$

Remarque :

Afin d'établir le diagramme des couples nous avons retracé à la figure 22 le diagramme  $\Gamma$  des courants. Pour un glissement donné, le vecteur OM représente le courant primaire  $I_1$  et l'angle  $(V_1, I_1)$  la déphasage  $\varphi_1$ . Un point M (dont les projections sur les deux axes sont d et e) appartenant à  $\Gamma$  on passe au point N appartenant au diagramme des couples par le segment vertical MN valant  $R_1 I_1^2 / V_1$ . Le couple vaut alors :

$$T = \frac{3pV_1}{\omega} \overline{eN}$$

Nous avons donc repris et complété le tableau précédent. Pour chaque valeur de  $g$ , connaissant  $I_{1a}$  et  $I_{1r}$ , nous avons calculé  $I_1$  par la relation :

$$I_1 = \sqrt{I_{1a}^2 + I_{1r}^2}$$

puis la quantité  $R_1 I_1^2 / V_1$  qui positionne le point N en partant de M et enfin le couple T.

Avec les paramètres caractérisant le moteur nous avons :

$$\overline{MN} = 0,0037 I_1^2 \quad \text{et} \quad T = 4,19 \overline{eN}$$

Le tableau XXI résume les calculs et permet le tracé du diagramme des couples de la figure 22.

g	$I_{1z}$ A <sub>A</sub>	$I_{1z}$ A <sub>r</sub>	I A	$\overline{MN}$ Aa	T NM
0	0,08	4,65	4,65	0,08	0
0,1	0,0786	4,60	4,60	0,781	0,0019
0,2	0,0762	4,46	4,46	0,736	0,011
0,3	0,0752	4,21	4,21	0,0656	0,0408
0,4	0,078	3,87	3,87	0,055	0,095
0,5	0,089	3,41	3,41	0,043	0,193
0,6	0,11	2,85	2,85	0,03	0,335
0,7	0,15	2,17	2,175	0,0175	0,55
0,8	0,21	1,36	1,376	0,007	0,85
0,9	0,30	0,41	0,508	0,00095	1,253
0,938	0,346	0	0,346	0,00044	1,45
1	0,43	-0,69	0,813	0,00244	1,79
1,1	0,63	-1,94	2,03	0,0153	2,575
1,2	0,86	-3,39	3,49	0,0452	3,41
1,3	1,19	-5,03	5,16	0,088	4,57
1,4	1,64	-6,89	7,08	0,185	6,09
1,5	2,22	-9	9,27	0,318	7,97
2	9,46	-24,32	26,09	2,52	29,10
2,5	37,96	-46,86	60,3	13,45	102,79
3	107,41	-26,07	110,53	45,20	261,06
3,15	118,29	0	118,29	51,77	279,18
3,5	102,657	50,8	114,54	48,54	227,18
4	65,70	69,52	95,65	33,85	133,7
5	35,36	65,57	74,49	20,53	62,30
∞	9,95	50,96	51,92	9,97	≈ 0

Tableau XXI



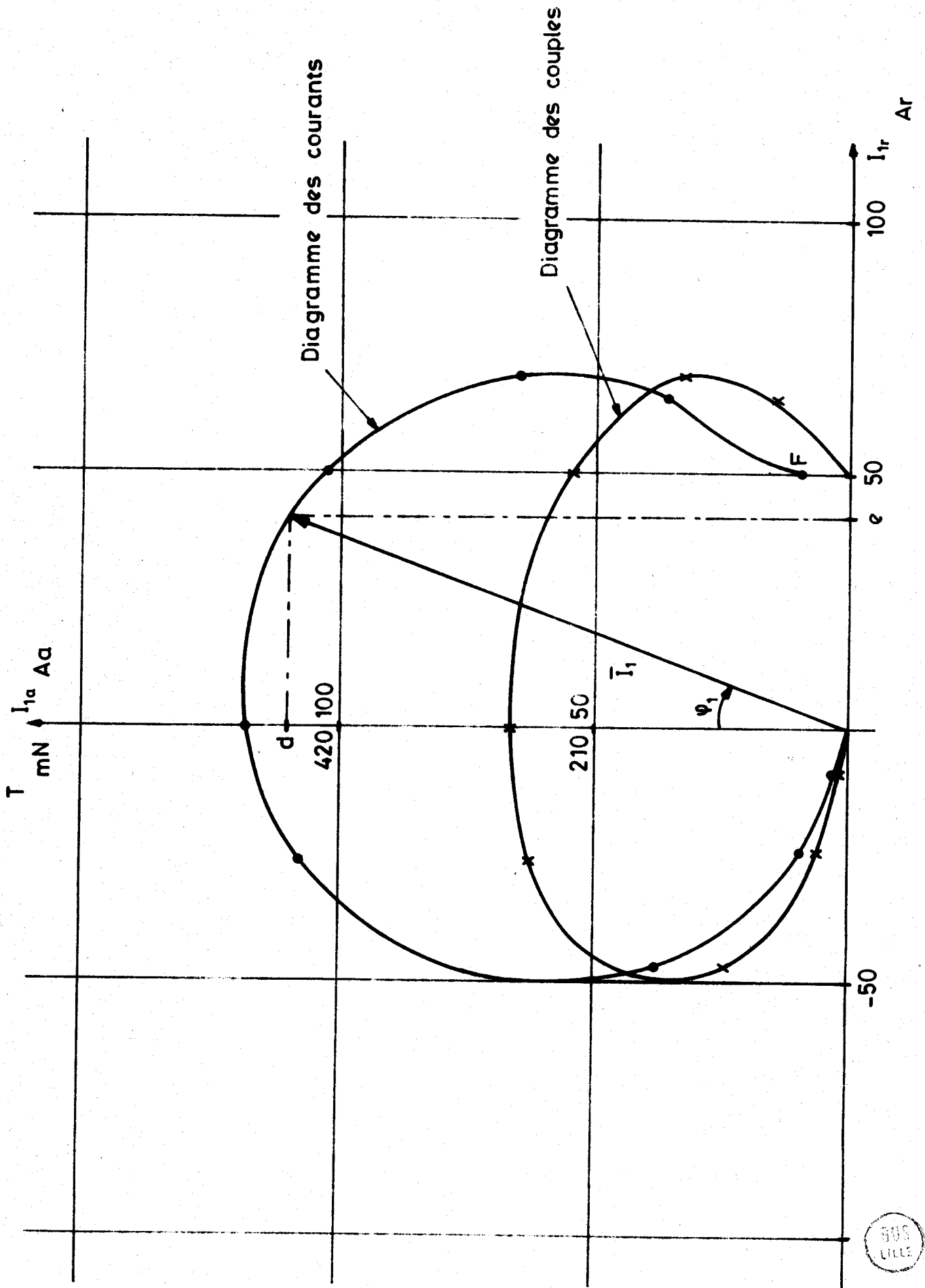


figure 22

#### IV.1.3.2.2. Le relevé expérimental

Nous avons de nouveau utilisé le montage électrique de la figure 19 mais cette fois l'interrupteur tripolaire  $K_1$  est ouvert. Comme précédemment, pour chaque régime du moteur, nous avons relevé les puissances active  $P_1$  et réactive  $Q_1$  et la vitesse de rotation  $N'$ . Sans que les valeurs numériques des courants du moteur ne deviennent exagérées, nous avons fait varier le glissement de 0 à 1,4.

Afin de faire une comparaison immédiate entre l'expérience et la théorie nous avons donné dans le tableau XXII, pour chaque valeur de glissement  $g$ , les composantes  $I_{1a}$  et  $I_{1r}$  obtenues tout d'abord à partir de l'expérience puis théoriquement à partir des relations (45) et (46). Les valeurs expérimentales des composantes active  $I_{1a}$  et réactive  $I_{1r}$  s'obtiennent par un procédé de calcul déjà utilisé lors de l'étude du moteur classique. Pour chaque valeur du glissement  $g = N - N'/N$ , on détermine tout d'abord les pertes fer  $p_F$  à partir de la courbe  $p_F(g)$ . On calcule ensuite :

$$I_{1a} = \frac{P_1 - p_F}{\sqrt{3}U_1} \quad \text{et} \quad I_{1r} = \frac{Q_1}{\sqrt{3}U_1}$$

Quant aux valeurs théoriques de ces composantes, il suffit de reprendre une partie du tableau XX.

A partir des résultats théoriques du tableau XXII, nous avons tracé à la figure 23, le diagramme des courants  $\Gamma$ . Celui ci correspond à une capacité par phase rotorique  $C = 1050 \mu f$  et à un glissement évoluant de 0 à 1,4. Par des croix (x) nous avons ensuite repéré, sur cette même figure, les résultats expérimentaux. Nous pouvons constater une bonne concordance entre les calculs et l'expérience.



Résultats expérimentaux								Résultats théoriques	
$P_1$ w	$Q_1$ VAR	$N'$ T/mn	g	$P_F$ w	$P_1 - p$ Fw	$I_{la}$ Aa	$I_{lr}$ Ar	$I_{la}$ Aa	$I_{lr}$ Ar
		1.500	0	110				0,08	4,65
203	2.923	1.350	0,1	165	38	0,06	4,44	0,08	4,61
209	2.856	1.200	0,2	175	34	0,05	4,34	0,08	4,46
224	2.726	1.050	0,3	183	41	0,06	4,14	0,08	4,21
233	2.508	900	0,4	188	45	0,07	3,81	0,08	3,87
255	2.209	750	0,5	193	62	0,09	3,36	0,09	3,41
277	1.832	600	0,6	198	79	0,12	2,78	0,11	2,85
309	1.427	450	0,7	202	107	0,16	2,17	0,15	2,17
360	887	300	0,8	205	155	0,24	1,34	0,21	1,36
387	319	150	0,9	208	179	0,27	0,48	0,30	0,41
493	- 439	0	1	211	282	0,43	-0,66	0,43	-0,69
663	-1.343	- 150	1,1	213	450	0,68	-2,04	0,63	-1,99
840	-2.209	- 300	1,2	216	624	0,95	-3,36	0,86	-3,39
1062	-3.191	- 450	1,3	218	844	1,28	-4,85	1,19	-5,03
1365	-4.287	- 600	1,4	220	1.145	1,74	-6,51	1,64	-6,89

Tableau XXII

#### IV.1.3.3.3. Remarque

Quand on compare les résultats théoriques et expérimentaux, on constate que ce sont les valeurs des composantes réactives qui se vérifient le mieux. En effet l'erreur relative n'excède pas 5,5% excepté pour la plus faible valeur de  $I_{lr} = 0,48Ar$ . En revanche, l'erreur relative sur les valeurs des composantes actives est, en général, plus importante. Cela est dû à deux raisons.

Dans l'essai que nous avons réalisé en vue de vérifier le diagramme des courants l'énergie réactive mise en jeu a toujours été plus importante que l'énergie active absorbée et a donc pu être appréciée avec plus de précision. Pour augmenter l'énergie active absorbée (ou pour que le diagramme des courants soit plus croissant à partir du point G) il aurait fallu disposer



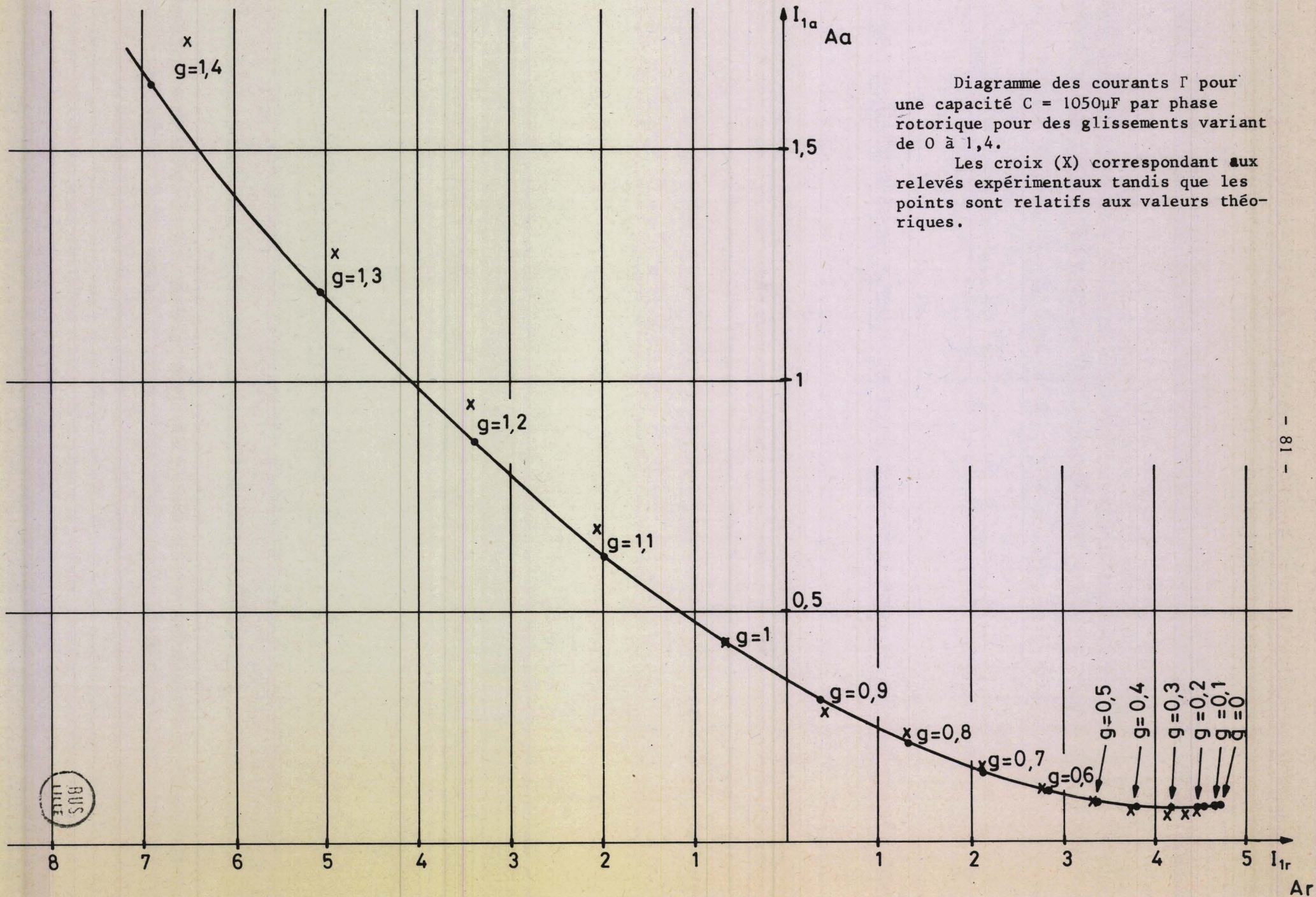


figure 23



de capacités rotoriques plus importantes. Néanmoins, afin que les courants primaires et secondaires n'atteignent pas des valeurs exagérées, la variation du glissement à partir de zéro aurait été plus faible..

La relation (45) permet le calcul de la composante active  $I_{1a}$  à partir des caractéristiques de construction et de fonctionnement du moteur. Dans cette relation le paramètre  $R_2$ , résistance de chaque phase rotorique, à une influence prépondérante. Il est donc important de connaître  $R_2$  avec précision. L'ayant déterminé correctement par la méthode "ampèremètre-voltmètre en courant continu", il est difficile ensuite de tenir compte de son évolution avec la température et d'apprécier les variations des résistances de contact balais-bagues avec la vitesse de rotation.

#### IV.2. Le démarrage du moteur avec capacités rotoriques

Nous présenterons tout d'abord le montage expérimental. Puis, après avoir calculé les valeurs des capacités qui réduisent les courants primaires et augmentent le couple lors du démarrage, nous procéderons aux relevés expérimentaux. Pour un moteur successivement dépourvu puis muni de capacités rotoriques nous enregistrons le courant primaire et le couple lors du démarrage et de la montée en vitesse. Les essais permettront de vérifier en particulier la valeur du glissement  $g_3$  en dessous duquel le couple du moteur sans capacité devient supérieur au couple du moteur avec capacités rotoriques. Après avoir décrit le disjonctif électronique qui court circuite les capacités lorsque le glissement atteint  $g_3$  et lorsque la tension à leurs bornes est nulle nous effectuerons un démarrage en deux temps du moteur.

##### IV.2.1. Le montage expérimental

Outre le moteur et ses capacités, le montage expérimental représenté à la figure 24, comporte un autotransformateur interposé entre le rotor et les condensateurs et les dispositifs permettant le relevé et l'enregistrement en fonction du temps d'un courant primaire, du couple et de la vitesse. L'interrupteur tripolaire K met en service ou hors service les capacités.



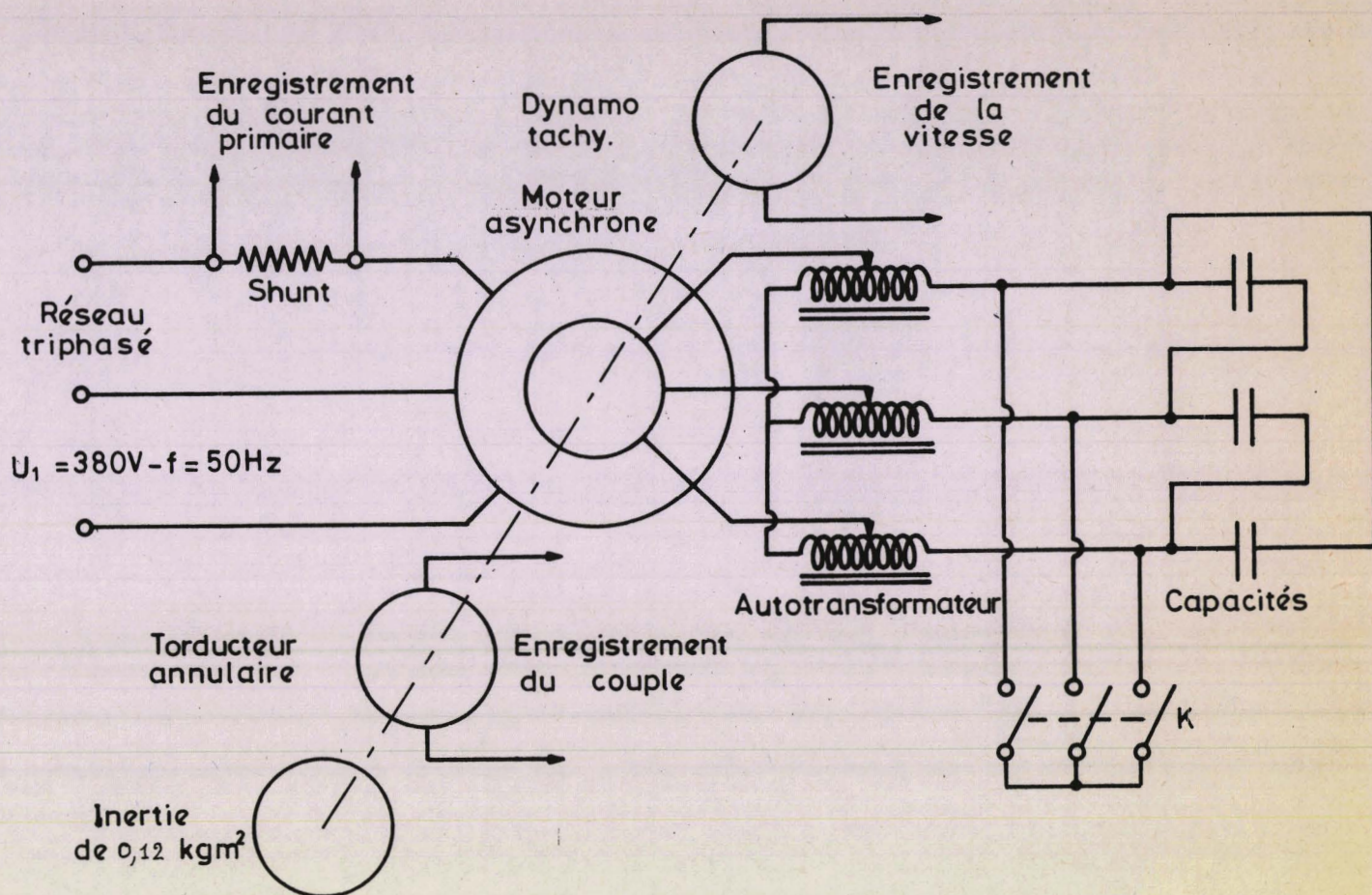


figure 24

#### IV.2.1.1.1 Le moteur asynchrone utilisé

La machine essayée est un moteur asynchrone d'induction triphasé à rotor à bagues de la Compagnie Electro-Mécanique ; type L 580236 ; 7,5CV ; 50HZ ; 1420T/mn ; stator : 220 - 380V et 21,5 - 12,5A ; rotor : 110V et 30,5A.

Pour ce moteur nous avons déterminé, par les mêmes méthodes que précédemment :  $R_1 = 0,671 \Omega$  ;  $L_1 = 0,127h$  ;  $\tau_1 = 0,189s$  ;  $R_{2M} = 0,143$  ;  $\tau_{2M} = 0,118s$  ;  $L_{2M} = 0,017h$  et  $\sigma = 0,099$ .



#### IV.2.1.2. Nécessité d'un transformateur entre les phases rotoriques et les condensateurs.

Les capacités permettant à la fois de réduire les courants primaires et d'augmenter le couple, ont des valeurs relativement importantes. Ne disposant pas de capacités suffisamment élevées nous avons utilisé un transformateur. Le coté "base tension" ou primaire de ce transformateur est connecté aux bornes rotoriques du moteur. Les capacités sont placées côté "haute tension" ou secondaire. Si, dans un fonctionnement à vide du transformateur, le rapport de la tension secondaire à la tension primaire est  $m$ , trois capacités  $C'$  placées au secondaire du transformateur ont un effet équivalent à trois capacités  $C = m^2 C'$  placées directement aux bornes rotoriques.

En réalité nous avons utilisé un autotransformateur à curseur afin qu'expérimentalement le rapport de transformation  $m$  soit simple à réaliser. Nous avons réglé :

$$m = 1,74$$

Dans ces conditions et à l'aide d'un essai en court-circuit nous avons déterminé la résistance  $R_{1A}$  et l'inductance de fuite  $N_{1A}$  de cet autotransformateur ramené au primaire. Nous avons trouvé :

$$R_{1A} = 0,098 \, \Omega \quad ; \quad N_{1A} = 0,001h$$

#### IV.2.1.3. L'ensemble moteur-autotransformateur-condensateurs

Expérimentalement cet ensemble a le même comportement que le moteur utilisé où l'on aurait mis en service, dans chaque phase rotorique, la résistance  $R_{1A}$ , l'inductance  $N_{1A}$  et la capacité  $C$ . Apparemment le rotor du moteur utilisé à une résistance  $R_2 = R_{2M} + R_{1A}$  et une inductance  $L_2 = L_{2M} + N_{1A}$

Les paramètres du montage expérimental à retenir sont donc les suivants :  $V_1 = \frac{380V}{\sqrt{3}}$  ;  $2p = 4$  ;  $R_1 = 0,671\Omega$  ;  $\tau_1 = 0,189s$  ;  $\sigma = 0,099$  ;  
 $R_2 = 0,241$  ;  $L_2 = 0,018h$  et  $\tau_2 = 0,75s$



#### IV.2.1.4. Choix de la capacité C

Elle est telle qu'elle doit améliorer le couple et réduire le courant primaire lors du démarrage. Comme  $\tau_1 = 0,189s$  est supérieur à  $2\tau_2/\sigma\tau_2^2\omega^2 - 1 = 0,003s$ , la capacité C doit être comprise entre les capacités  $C_{3d}$  et  $C_{5d}$  dont les expressions sont données par les relations (52') et (56'). Nous avons

$$C_{3d} = \frac{2 - (1 + \sigma)\tau_1\tau_2\omega^2}{2R_2\omega^2(\tau_1 + 2\tau_2 - \sigma\tau_1\tau_2\omega^2)} \quad (52')$$

$$\text{et } C_{5d} = \frac{1 + \tau_1^2\omega^2}{2L_2\omega^2(1 + \sigma\tau_1^2\omega^2)} \quad (56')$$

soit numériquement  $C_{3d} = 3.212\mu f$  et  $C_{5d} = 2.836\mu f$

Disposant de trois capacités de  $350\mu f$  que nous avons groupées en triangle, ceci équivaut tout d'abord à trois capacités  $C' = 3 \times 350 = 1050\mu f$  couplées en étoile. Ceci équivaut ensuite à trois capacités  $C = m^2 C' = (1,74)^2 \cdot 1050 = 3.194\mu f$  couplées en étoile et mises en série directement dans chaque phase rotoriques. Nous avons bien :

$$C_{5d} = 2.836\mu f < C = 3.194\mu f < C_{3d} = 3.212\mu f$$

La capacité  $C_{1d}$  est celle qui correspond au minimum du courant de démarrage. Elle est donnée par la relation (49')

$$C_{1d} = \frac{2 - (1 - \sigma)\tau_1\tau_2\omega^2 + \sqrt{[2 + \tau_1\tau_2\omega^2(1 - \sigma)]^2 + 4\tau_1^2\omega^2}}{2R_2(\tau_1 + 2\tau_2 - \sigma\tau_1\tau_2\omega^2)\omega^2}$$

Numériquement nous obtenons  $C_{1d} = 542\mu f$

La capacité  $C_{4d}$  donne le maximum de couple. La relation (55') rappelle sa valeur :

$$C_{4d} = \frac{1 + \tau_1^2\omega^2}{L_2\omega^2(1 + \sigma\tau_1^2\omega^2)}$$

Dans nos conditions d'expérience  $C_{4d} = 5.671\mu f$



La capacité  $C$  choisie, plus proche de  $C_{4d}$  que de  $C_{1d}$ , augmentera d'avantage le couple qu'elle ne réduira le courant primaire.

#### IV.2.1.5. Les dispositifs permettant le relevé et l'enregistrement en fonction du temps d'un courant primaire, de la vitesse et du couple.

Le relevé du *courant primaire* s'effectue à l'aide d'un shunt non inductif et celui de la *vitesse* à partir d'une dynamo tachymétrique.

Pour enregistrer le *couple* on relève la torsion de l'arbre reliant le moteur au volant d'inertie de  $0,12 \text{ kg m}^2$ . Pour que la torsion instantanée soit à peu près proportionnelle au couple instantané il faut que l'arbre de torsion soit court et de forte section [25]. Cela entraînera la nécessité d'un compromis entre la linéarité et la sensibilité car cette dernière nécessiterait un arbre de faible diamètre.

Nous avons utilisé le torducteur annulaire ASEA, type QGTB, permettant la mesure de couples allant jusqu'à  $1000 \text{ Nm}$ . Le rotor (ou arbre de torsion) de cet appareil a un diamètre de  $48 \text{ mm}$ . La précision est de  $1,5\%$  depuis les couples permanents jusqu'à ceux de fréquence  $250 \text{ Hz}$ . On peut remarquer le surdimensionnement de l'arbre de torsion pour pouvoir effectuer des mesures acceptables en régime dynamique puisqu'on utilise un torducteur apte à mesurer  $1000 \text{ Nm}$  alors que le couple de démarrage du moteur étudié, que l'on peut calculer à partir de la relation (53) où l'on fait  $g = 1$  et  $C = 3,194 \mu\text{f}$ , n'est que  $T_d = 59,21 \text{ Nm}$ .

Les *enregistrements* reproduits ont été effectués à l'aide d'un oscillographe à faisceaux lumineux Schlumberger, offrant la possibilité du tracé simultané de 8 courbes. Les caractéristiques sont les suivantes: Niveau maximum d'entrée des galvanomètres :  $0,24 \text{ V/cm}$  ; Elongation maximale :  $\pm 7,5 \text{ cm}$  ; gain des amplificateurs réglable de 1 à 120 ; vitesse de déroulement du papier :  $0,25 - 1 - 2,5 - 10 - 25 - 100 - 250$  et  $1000 \text{ mm/s}$ .

#### IV.2.2. Les relevés expérimentaux

Successivement pour un moteur classique (interrupteur  $K$  fermé dans le montage montage de la figure 24) puis pour un moteur avec capacités (interrupteur  $K$  ouvert) Nous avons enregistré en fonction du temps, un courant primaire  $i_1$ , la vitesse  $N'$  et le couple  $T$  lors du démarrage puis de la montée en vitesse du moteur. Les figures 25 et 26 correspondent respectivement à ces deux cas. Afin de faire une comparaison immédiate des courbes nous avons, en filtrant un signal,



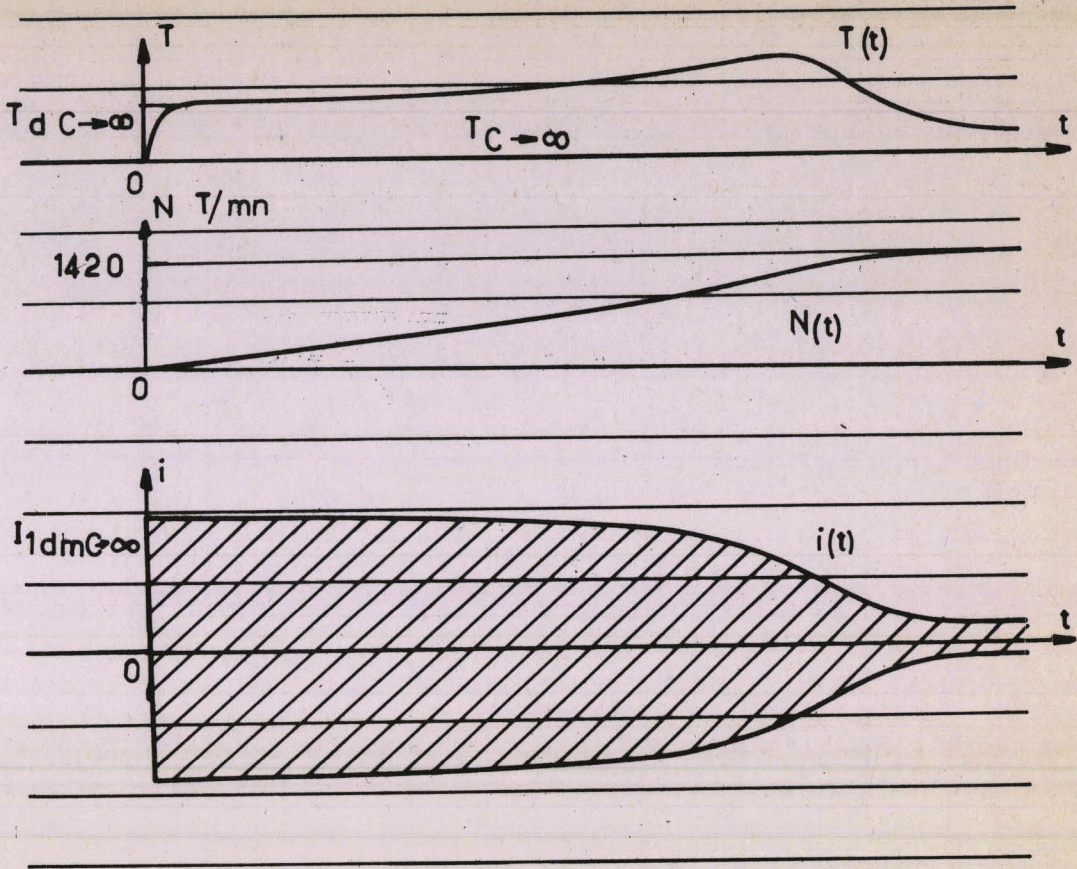


figure 25

Enregistrement relatif au moteur classique  
 $U_1 = 300v$  vitesse d'enregistrement 2,5mm/s

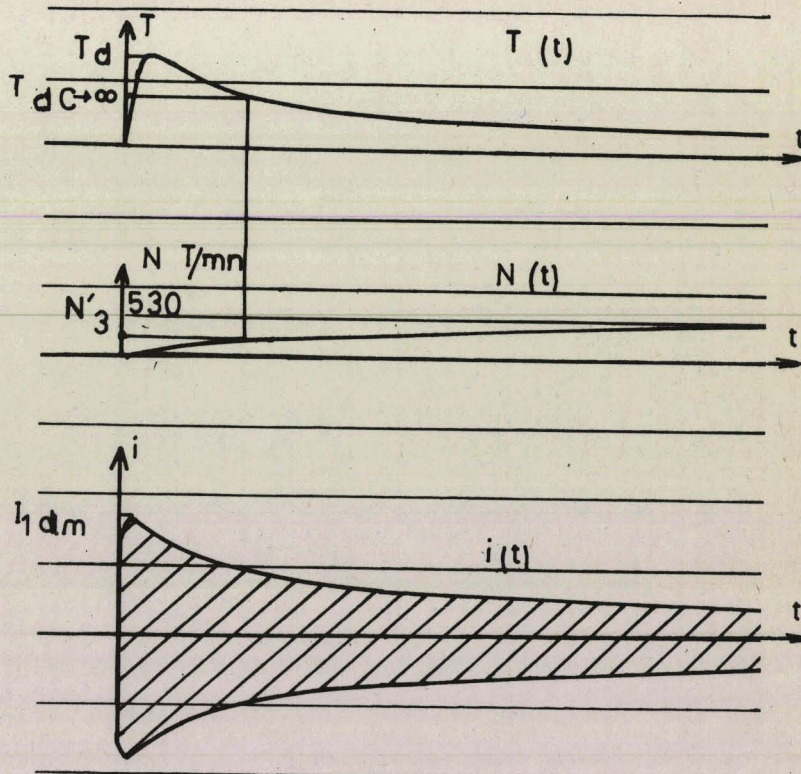


figure 26

Enregistrement relatif au moteur avec capacités  
 $U = 300v$   $C = 3179\mu F$  vitesse d'enregistrement 2,5mm/s



supprimé les oscillations qui se présentent toujours lors de la mise sous tension brusque d'un moteur.

Alors que la figure 25 permet de retrouver des résultats connus, la figure 26 montre, par comparaison avec la précédente, les résultats suivants :

- Le courant primaire a une valeur initiale légèrement plus faible et par la suite diminue plus vite.

Au démarrage, le rapport des valeurs maximales  $I_{1dm}/I_{1dmC \rightarrow \infty}$  ou des valeurs efficaces  $I_{1d}/I_{1dC \rightarrow \infty}$  et légèrement inférieur à 1. Ce résultat s'applique par le fait que la capacité C est très voisine de la capacité  $C_{3d}$ . La valeur théorique de ce rapport est obtenue en faisant le quotient des expressions (47) et (48) où g égale 1. On obtient :

$$\frac{I_{1d}}{I_{1dC \rightarrow \infty}} = \sqrt{\frac{(\tau_1 + \tau_2)^2 \omega^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 \omega^2)^2}{(1 + \tau_2^2 \omega^2)} \frac{R_2^2 (1 + \tau_2^2 \omega^2) \omega^2 C^2 - 2L_2 \omega^2 C + 1}{\left[ (\tau_1 + \tau_2)^2 \omega^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 \omega^2)^2 \right] \omega^2 C^2 - 2L_2 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2) \omega^2 C + 1 + \tau_1^2 \omega^2}}$$

Avec les valeurs des paramètres précédemment définies nous trouvons

$$I_{1d}/I_{1dC \rightarrow \infty} = 0,98$$

- La vitesse augmente tout d'abord plus vite mais tend ensuite vers une valeur plus faible : 530 T/mm au lieu de 1420 T/mm

- Le couple présente une pointe initiale puis décroît et tend vers une valeur faible. Le rapport des couples de démarrage  $T_d/T_{dC \rightarrow \infty}$  vaut 1,5. La valeur théorique de ce rapport est obtenue en faisant le quotient des expressions (53) et (54) où g égale 1. On obtient :

$$\frac{T_d}{T_{dC \rightarrow \infty}} = \frac{R_2^2 \omega^2 C^2 \left[ (\tau_1 + \tau_2)^2 \omega^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 \omega^2)^2 \right]}{R_2^2 \omega^2 C^2 \left[ (\tau_1 + \tau_2)^2 \omega^2 + (1 - \sigma \tau_1 \tau_2 \omega^2)^2 \right] - 2L_2 \omega^2 (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2) C + 1 + \tau_1^2 \omega^2}$$

L'application numérique conduit à  $T_d/T_{dC \rightarrow \infty} = 1,42$

Nous pouvons donc noter une bonne concordance des valeurs numériques expérimentales et théoriques.



#### IV.2.3. Le démarrage en deux temps

Durant les quelques instants qui suivent la mise sous tension, le moteur muni de capacités a un couple  $T$  supérieur à celui  $T_{C \rightarrow \infty}$  du moteur classique. Mais très vite on obtient l'égalité  $T = T_{C \rightarrow \infty}$  puis c'est le moteur classique qui a ensuite le couple le plus élevé. Il est donc intéressant de faire un démarrage en deux temps.

Dans un premier temps on utilise les capacités  $C$  qui favorisent le démarrage. Lorsque l'on a atteint l'égalité des couples, ce qui correspond à la vitesse  $N'_3$  ou au glissement  $g_3$  (voir enregistrements des figures 25 et 26) on met hors service les capacités. On a alors le deuxième temps.

La mise hors service des capacités doit satisfaire à deux critères. Elle doit se faire à l'instant où le moteur a atteint le glissement  $g_3$  et où la tension aux bornes des capacités est nulle. L'interrupteur tripolaire  $K$  du montage décrit à la figure 24 est donc insuffisant pour assurer ces deux fonctions. Nous avons donc réalisé un dispositif électronique satisfaisant au mieux à ces deux conditions. Après l'avoir décrit nous procéderons au relevé expérimental.

Remarque Il serait naturellement envisageable de procéder à un démarrage en plus de deux temps. Matériellement cela ne nous a pas été possible car les capacités qu'il aurait fallu mettre progressivement en service auraient été de plus en plus élevées.

##### IV.2.3.1. Le dispositif électronique de mise hors service des capacités

###### IV.2.3.1.1. Principe

Ce dispositif ne peut pas satisfaire parfaitement aux deux conditions énoncées ci dessus car celles-ci ne se présentent pas au même instant. D'une part les tensions aux bornes de chacune des trois capacités couplées en triangle ne s'annulent pas en même temps et d'autre part, le glissement  $g_3$  n'est pas forcément atteint lors du passage par zéro de l'une de ces trois tensions.



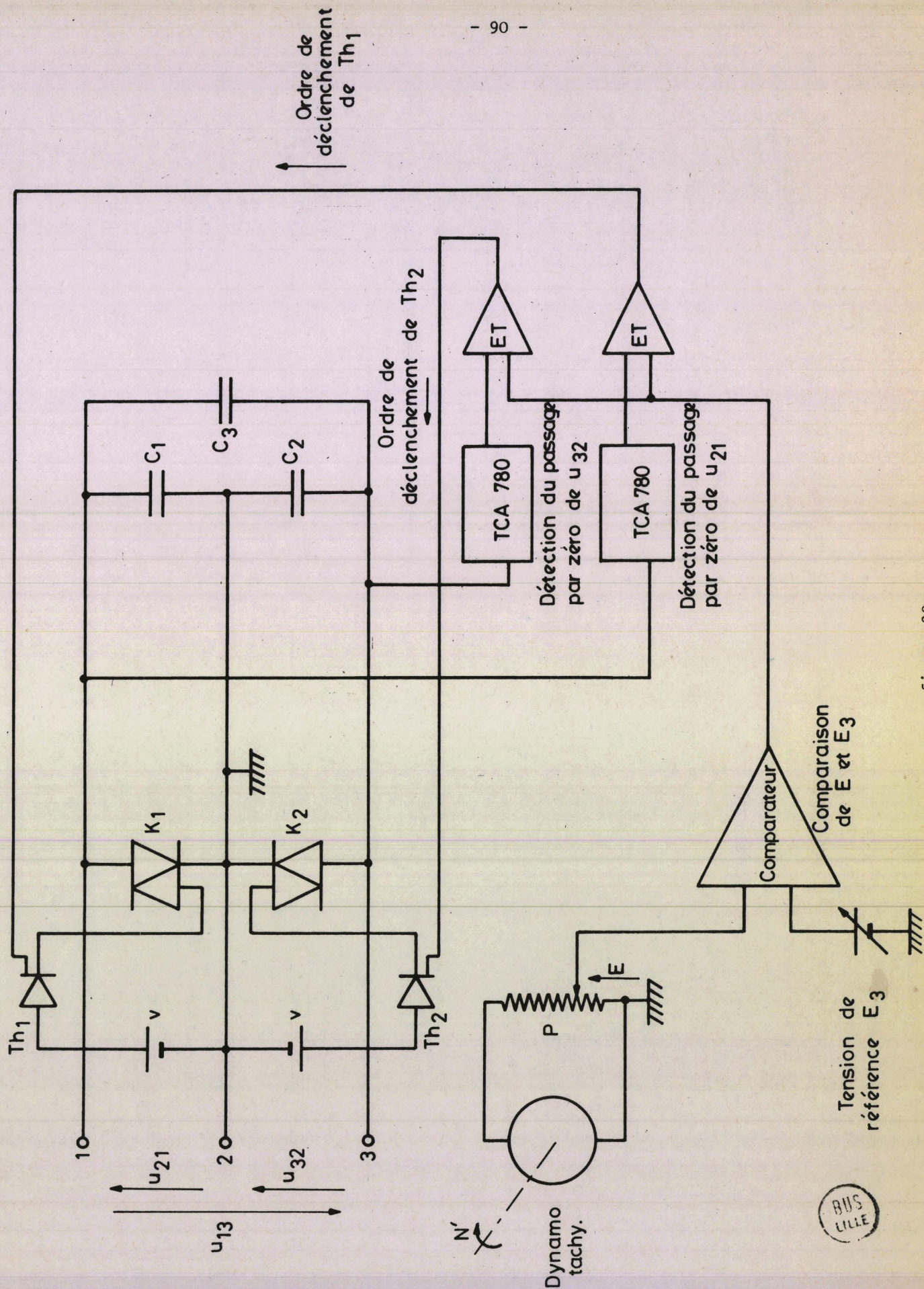


figure 28



Les schémas de la figure 27 représentant le circuit électrique monté au secondaire de l'autotransformateur, montrent chronologiquement les trois étapes de la mise hors service des capacités dont on a déduit le principe de fonctionnement du dispositif électronique. Nous avons utilisé les indices 1, 2 et 3 pour repérer les trois phases.

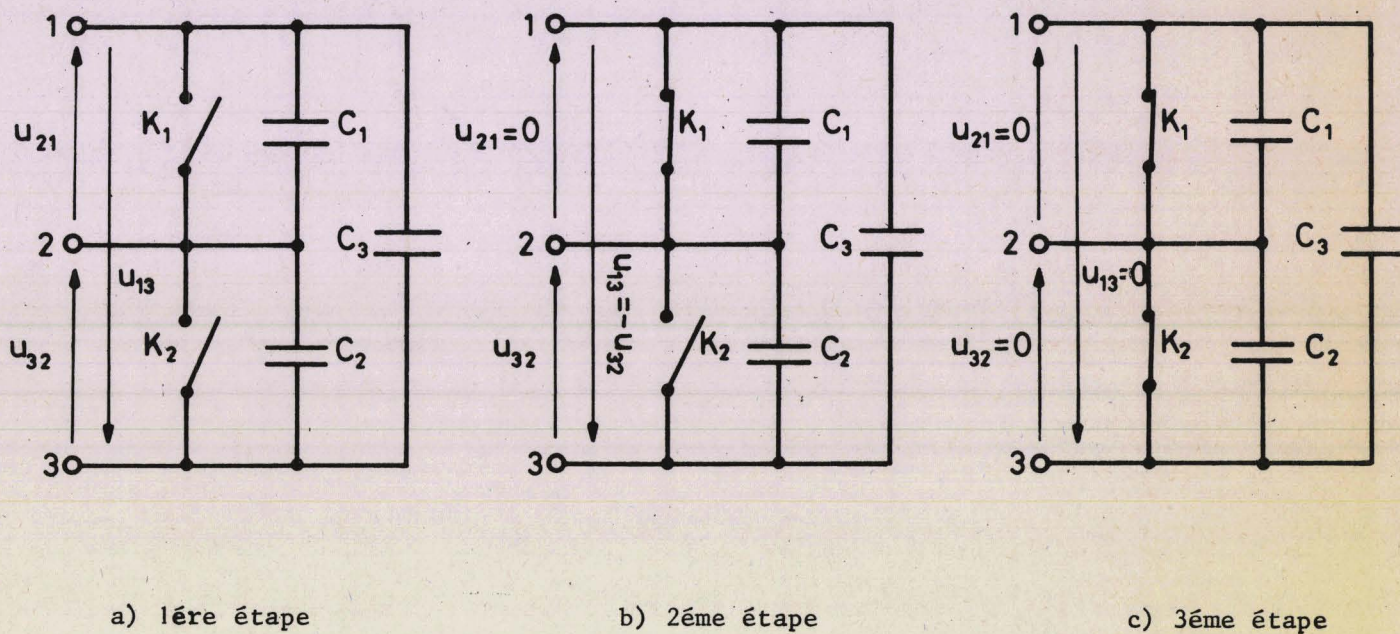


figure 27

La première étape (figure 27a) correspond au premier temps du démarrage. Les capacités  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont en service. Dès que le moteur atteint le glissement  $g_3$ , le dispositif électronique doit mettre cette information en mémoire car elle ne se présente qu'une seule fois. Le dispositif doit ensuite détecter le premier passage par zéro de l'une des trois tensions  $U_{21}$ ,  $U_{32}$  ou  $U_{13}$ . Supposons que ce soit la première de celles ci :  $U_{21} = 0$ . Les deux autres sont alors en opposition :  $U_{21} = -U_{32}$ . Il court-circuite alors, par  $K_1$  les phases 1 et 2.



La deuxième étape (figure 27b) voit la capacité  $C_1$  hors service. La tension  $U_{32}$ , en opposition avec  $U_{13}$ , est aux bornes des capacités  $C_2$  et  $C_3$  en parallèle. Le dispositif détecte alors le passage par zéro de  $U_{32}$  et, par  $K_2$ , court circuite les phases 2 et 3.

La troisième étape (figure 27c) correspond au deuxième temps du démarrage. Les capacités  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont hors service. Le secondaire de l'autotransformateur est en court circuit.

#### IV.2.3.1.2. Réalisation

Les interrupteur  $K_1$  et  $K_2$  sont en fait constitués par des triacs. Le schéma de principe du dispositif de mise hors service des capacités est représenté à la figure 28.

La dynamo tachymétrique donne une tension proportionnelle à la vitesse de rotation  $N'$  du moteur. A la sortie du potentiomètre  $P$  la tension  $E$  est également proportionnelle à  $N'$ . Lorsque la vitesse atteint  $N'_3$ , correspondant au glissement  $g_3$ , cette tension prend la valeur  $E_3$ . Le comparateur permet donc de comparer la tension  $E$  qui évolue avec la vitesse et la tension de référence réglée à la valeur  $E_3$ . L'égalité  $E = E_3$  doit être mémorisée. Pour cela le montage comparateur utilisé est tel que le signal de sortie change d'état lorsque l'égalité  $E = E_3$  ne présente et le garde tant que les conditions initiales ne soient pas retrouvées (ce qui ne peut se présenter lors de la montée en vitesse du moteur).

La détection du passage par zéro de la tension  $U_{21}$  est réalisée par un circuit intégré du type TCA 780. Si on lui applique la tension alternative  $U_{21}$ , il génère des impulsions déphasables par rapport à  $U_{21}$  de pratiquement 0 à 180°. Le réglage du déphasage s'effectue par l'application d'une tension continue variable (figure 29). En particulier pour avoir un déphasage nul, ce qui nous concerne ici, la tension continue variable doit être nulle. Les impulsions de sortie peuvent être élargies en plaçant une capacité. Un montage semblable est également utilisé pour détecter le passage par zéro de la tension  $U_{32}$ .



Chaque fonction "ET" a pour but de donner l'ordre de déclenchement des thyristors  $Th_1$  ou  $Th_2$ .

Les thyristors  $Th_1$  et  $Th_2$  sont utilisés pour s'assurer que les triacs  $K_1$  et  $K_2$  restent bien débloqués une fois les conditions réalisées. Le thyristor  $Th_1$  par exemple, constitue avec la tension continue  $V$ , le circuit auxiliaire de déclenchement du triac  $K_1$ . Dès que  $Th_1$  est débloquent, un potentiel positif est constamment appliqué à la gachette de  $K_1$  et en assure la conduction.

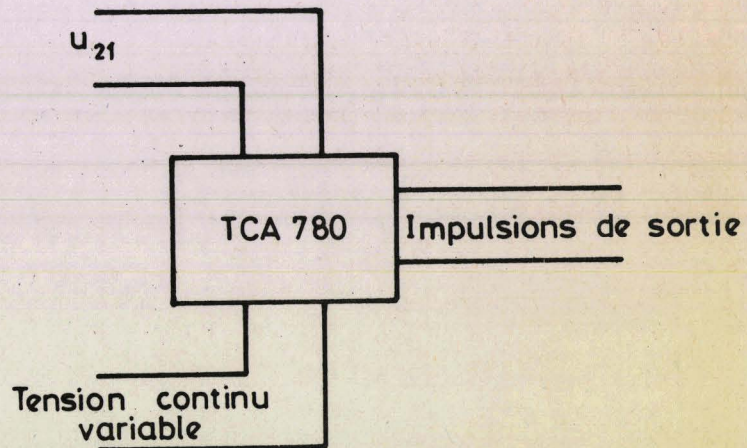
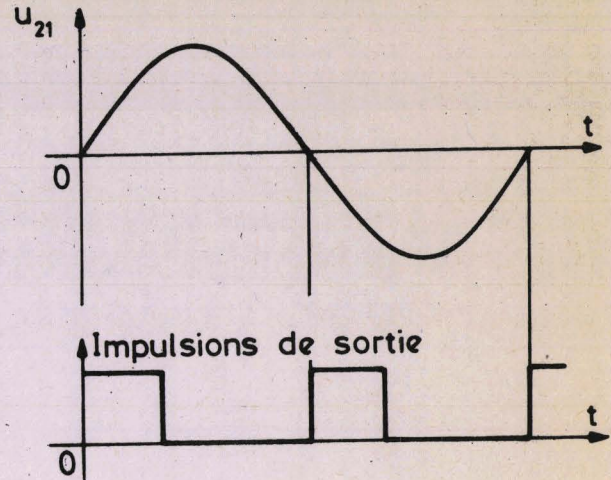


figure 29

#### IV.2.3.2. Enregistrement du démarrage en deux temps

L'enregistrement reproduit à la figure 26 donne la vitesse  $N'_3$  pour laquelle le couple  $T$  du moteur avec capacités égale celui  $T_{C \rightarrow \infty}$  du moteur sans capacité. Nous trouvons  $N'_3 = 160$  T/mn. Il lui correspond  $g_3 = 0,9$ . La valeur théorique de  $g_3$  est donnée par la relation (57). Nous avons :

$$g_3 = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{1 + \tau_1^2 \omega^2}{2L_2 C (1 + \sigma \tau_1^2 \omega^2)}}$$

soit numériquement,  $g_3 = 0,94$



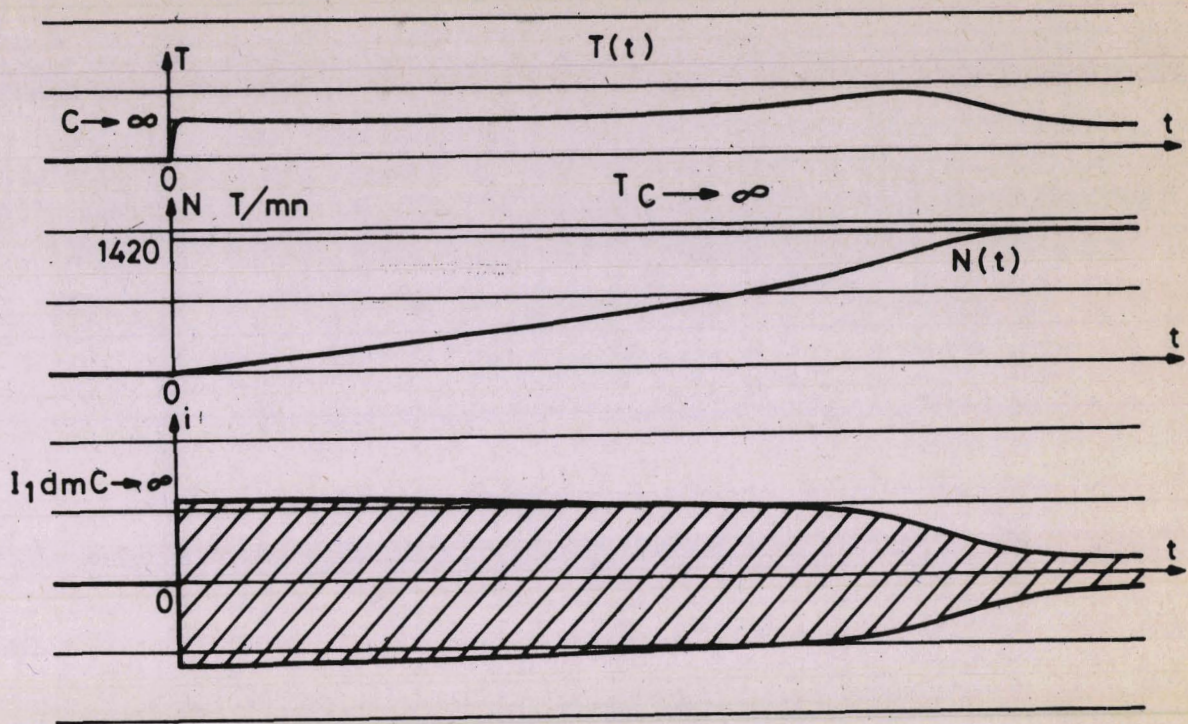


Figure 31 : Enregistrement relatif au moteur classique

$U = 200v$  vitesse d'enregistrement  $1mm/s$

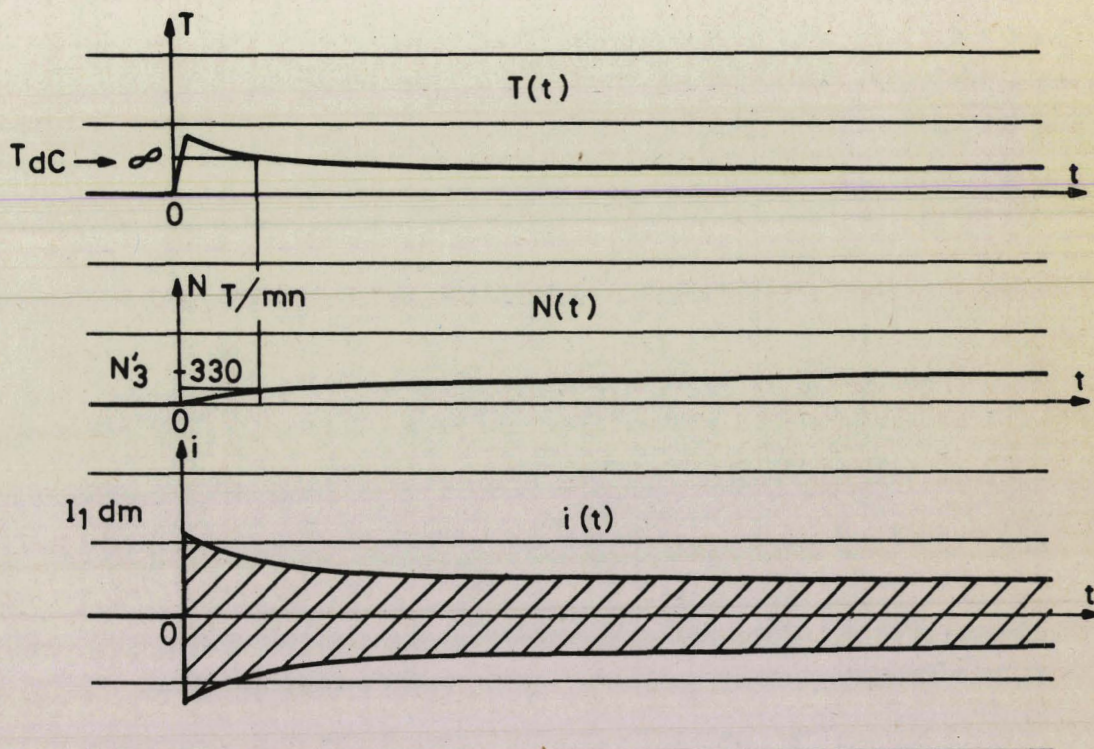


Figure 31 : Enregistrement relatif au moteur avec capacité

$U = 200v$   $C = 3179\mu F$  Vitesse d'enregistrement  $1mm/s$

BUS  
LILLE



La valeur théorique est plus forte que la valeur expérimentale. Cela est dû au fait que les paramètres du moteur ont été déterminés à rotor calé donc dans des conditions de vitesse nulle et de forts courants. Dès que le moteur est en rotation et que les courants sont plus faibles, les paramètres du moteur évoluent quelque peu. En particulier l'inductance  $L_2$  augmente un peu.

Après avoir réglé la tension  $E_3$  à la valeur correspondant à la vitesse  $N'_3 = 160$  T/mn, nous avons procédé au démarrage en deux temps. La figure 31 reproduit cet enregistrement.

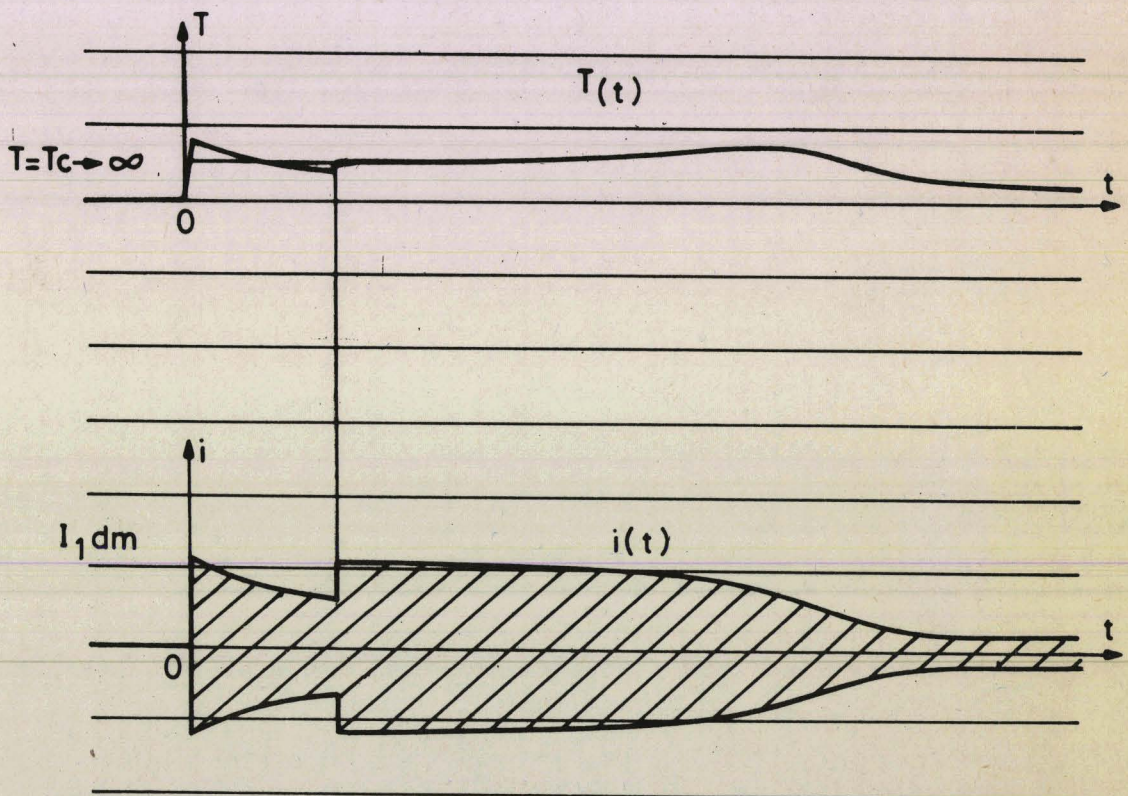


Figure 31 : Enregistrement relatif au couplage  
 $U = 200v$   $C = 3179 \mu F$  Vitesse d'enregistrement 1mm/s



La réduction du courant de démarrage et la pointe de couple suivant la mise sous tension du moteur favorisant le démarrage et la montée en vitesse. La figure 25 montre que la vitesse nominale de 1420T/mn est atteinte par le moteur classique en 132s alors qu'à la figure 31, on voit que le moteur avec capacités atteindra cette même vitesse en 100 s.

Remarques : Ces temps relativement élevés sont dus à la forte inertie que doit entraîner le moteur. Deux raisons nous ont conduits à utiliser une inertie importante. Le torducteur annulaire, dont le calibre est élevé. (0 - 1000Nm), peut néanmoins apprécier une torsion suffisante. Un démarrage suffisamment lent peut mieux être examiné expérimentalement et considéré comme une suite de régimes permanents et non comme un régime transitoire.

Les enregistrements des figures 25, 26 et 31 ont été effectués pour des tensions d'alimentation réduites de 300 et 200v à cause des valeurs élevées des courants rotoriques.



## CHAPITRE V

---

CONCLUSION



L'étude du moteur asynchrone auquel on a ajouté des condensateurs dans chacune de ses phases rotoriques a été peu abordée. Il nous a donc semblé intéressant de présenter une étude complète afin de mettre en évidence les avantages et les inconvénients découlant de l'adjonction des capacités.

Notre étude est valable en régime permanent et pour un ensemble de constitution symétrique. Elle suppose la constance des inductances et la répartition sinusoïdale du flux créé par chaque phase.

Nous avons tout d'abord étudié *les diagrammes des courants et du couple de l'ensemble moteur-condensateurs*. La résolution des équations des tensions relatives à chaque phase du moteur donne les courants primaire et secondaire. Du courant primaire on déduit l'impédance du moteur ou du primaire  $\bar{Z}_1 = R_1 + jL_1\omega$ . Dans le plan complexe  $[OR, OjL_1\omega]$ , lorsque le glissement  $g$  varie, l'extrémité du vecteur  $\bar{Z}$ , ne décrit pas une courbe simple. On peut néanmoins déterminer géométriquement le diagramme des impédances : chacun de ces points peut être considéré comme l'intersection de deux cercles dont nous avons déterminé les centres et les rayons. Le premier cercle serait le diagramme des impédances correspondant à un glissement  $g$  constant et à une capacité  $C$  variable de zéro à l'infini. Quand au second cercle ce serait le diagramme des impédances correspondant au produit  $Cg$  constant quand le glissement  $g$  varie de zéro à l'infini. Du diagramme des impédances on passe ensuite au diagramme des courants par deux transformations successives : une symétrie par rapport à l'axe  $OR_1$  puis une inversion de centre  $O$  et de puissance  $V_1$ , la tension aux bornes de chaque phase primaire. Chaque point du diagramme des courants peut également être considéré comme l'intersection de deux cercles dont il est aisé de trouver les centres et les rayons. Nous avons ensuite déduit point par point du diagramme des courants, le diagramme des couples.

Nous avons ensuite montré que pour un glissement donné, des capacités dont la valeur était comprise entre deux limites, permettaient de réduire les courants primaires et d'améliorer le couple du moteur. Malheureusement, pour des moteurs de construction classique fonctionnant à des glissements faibles, les capacités améliorant les caractéristiques ont des valeurs très élevées. C'est pourquoi nous nous sommes limités au démarrage du moteur.



Dans ce fonctionnement où la fréquence rotorique est plus élevée, les capacités ont des valeurs plus faibles. On peut remarquer, de façon générale, que ces capacités seront d'autant plus faibles que la constante de temps du stator  $\tau_1$  sera faible et que l'inductance cyclique propre du rotor  $L_2$  sera élevée.

*Les vérifications expérimentales* ont permis, pour un moteur dont nous avons déterminé les paramètres, de comparer un diagramme des courants déduit des mesures avec celui obtenu théoriquement. Bien que l'expérimentation soit concluante nous avons rencontré deux types de difficultés. Tout d'abord, ne disposant pas de capacités très importantes, notre essai a parfois mis en jeu peu de puissance active et celle ci n'a pu être alors déterminée avec une bonne précision. Les pertes dans le fer du moteur n'étant plus négligeables devant la puissance absorbée et notre étude théorique ne tenant pas compte de ces pertes, il a alors fallu les retrancher de la puissance absorbée. Lors de notre essai nous n'avons pas relevé le diagramme des courants en entier mais la partie correspondante à un glissement variant de 0 à 1,4. Le deuxième type de difficultés est dû au fait que les paramètres d'un moteur, déterminés dans des conditions de fonctionnement bien particulières changent quelque peu lorsque ces conditions ne sont plus les mêmes. La vitesse intervient certainement sur les résistances de contact balais-bagues. La saturation du circuit magnétique ne permet pas d'avoir des inductances constantes.

Les vérifications expérimentales ont permis ensuite d'étudier le démarrage. Connaissant les paramètres de construction du moteur, nous avons calculé les capacités limites puis choisi, à l'intérieur de ces limites, une valeur favorisant le démarrage. Pour mettre en évidence l'effet des capacités au rotor nous avons enregistré en fonction du temps, successivement pour un moteur classique puis pour un moteur avec capacités rotoriques, un courant primaire, la vitesse et le couple lors du démarrage et de la montée en vitesse. Nous avons pu apprécier la bonne concordance des valeurs théoriques et expérimentales du rapport de réduction du courant de démarrage et du coefficient multiplicateur du couple de démarrage.

Nous avons pu enfin procéder à un démarrage en deux temps. Lors du premier temps les capacités rotoriques sont en service. Le passage au deuxième temps correspond à l'élimination des capacités et se fait dès que le moteur a atteint un glissement pour lequel le couple du moteur sans capacités



devient égal à celui du moteur avec capacités. Nous avons donc réalisé un dispositif électronique d'élimination ou de mise en court-circuit des capacités devant satisfaire à deux critères : il doit fonctionner lorsque le moteur a atteint un certain glissement et lorsque la tension aux bornes des capacités est nulle. On voit que l'emploi de condensateurs pour améliorer le démarrage du moteur asynchrone à rotor bobiné est plus onéreux et moins souple que celui de rhéostats. Néanmoins il peut se justifier par l'économie d'énergie qu'il procure lorsque la machine doit subir des démarrages fréquents.



BIBLIOGRAPHIE

- 1 E. ARNOLD et J.L. LACOUR -"Les machines asynchrones. 1ère partie : Les machines d'induction" - Ch Delagrave éditeur. 1912
- 2 A BLONDEL "Note sur la théorie élémentaire des appareils à champ tournant" *Lumière électrique*. Tome L pages 351,473,516,605.  
"Note sur la théorie élémentaire des moteurs à champ tournant" *Lumière électrique*. Tome LI. Pages 253,320.  
"Théorie graphique des moteurs polyphasés". *Industrie électrique* Page 77 Tome V
- 3 A. MAUDUIT "Machines électriques". H Dunod et E. Pinah éditeurs 1910
- 4 A. HEYLAND "Elektrotechnische Zeitschrift" 1895 - 1896
- 5 U.T.E. Norme C51100 "Machines électriques tournantes" 1958
- 6 J. FALLOU "Leçons d'Electrotechnique générale" Volume II Gauthier Villars 1939
- 7 F. CAHEN "Electrotechnique" Tome IV Edit Gauthier Villars - 1964
- 8 FOUILLE A. *Electrotechnique à l'usage des ingénieurs*. Tome 2 - 1969 - Dunod
- 9 PICHOIR J. *Cours d'Electrotechnique*. Tome 3 - 1963 - Masson et Cie.
- 10 F. NOTELET et G. SEGUIER "Electrotechnique Industrielle" *Technique et Documentation*. *Entreprise Moderne* d'Edition 1977
- 11 EK. SELTON "Series capacitors for transmission lines" *Electr. Eng. of Australia and NZ* Volume 5 October 1928 pages 245-247
- 12 MI ALAMANSKY "Application and performance of series capacitors" *General Electric Review* Volume 33 November 1930 page 616-625
- 13 REMARBORY and W.H. CUTTINO "Series capacitors" *Electric journal* Volume 33 March 1936
- 14 AE PERETTEN "Series capacitors proves economical" *Electric west* volume 77 December 1936 page 48



- 15 J.W. BUTTLER C. CONCORDIA "Series capacitors Applications problems"  
AIEE june 1937 page 975-987
- 16 J. FALLOU Revue générale d'électricité juin 1926
- 17 J. FALLOU "Les réseaux de transmission d'énergie"
- 18 J.E. HARDY, N. TOLMEN "Series capacitors installations in BC Hydro sookv  
system" IEEEA Volume 96 n°6 November Décembre 1977
- 19 IVOR, R.SMITH, GREIGHTON "Reactive current compensation by switched capacitors"  
IEEEA February 1975
- 201 G.BROWN "Reduced voltage starling performance of synchronous condensars and  
pumped hydra units" IEE Volume 95n°2 March april 1976
- 21 JOHN H. STOUT "Capacitor starling of large maters" IEEE may june 1978
- 22 ES ALLEN JL CATNEL "Effect of semes capacitors upon steady state stability  
of power systems" général electric Rewiew Volume 33 page 279-282 May 1930
- 23 W. SHERPERD GR SLEMON "Rotor impedance control of the wound rotor induction  
motor" AIEE October 1959 page 807-811
- 24 P. BOULET F. NOTELET "Addition de condensateurs au secondaire du moteur  
asynchrone ; conditions d'amélioration du démarrage" CR Acad Sco Paris t 287  
9 octobre 1978
- 25 F. NOTELET Thèse de Docteur es Sciences Physique Université des Sciences  
et Techniques de Lille juin 1975 n°327
- 26 F. NOTELET Thèse de Docteur Ingénieur Université des Sciences et Techniques  
de Lille Septembre 1969 n°95



TABLE DES MATIERES

	page
Avant propos .....	1
I Introduction .....	3
I.1. Etude bibliographique .....	4
I.1.1. Analyse des moteurs asynchrone d'induction .....	4
I.1.2. Utilisation des condensateurs .....	5
I.2. Présentation de notre étude .....	6
II Etablissement du diagramme des courants d'un moteur asynchrone d'induction triphasé possédant des condensateurs dans ses phases rotoriques..	8
II.1. Détermination des courants statoriques et rotoriques.....	9
II.1.1. Hypothèses et notations .....	9
II.1.2. Equations des tensions des phases statoriques et rotoriques .....	II
II.1.3. Résolution des équations des tensions statoriques dans le cas particulier du régime permanent, équilibré et sinusoïdal .....	13
II.1.3.1. Limitation de l'étude .....	13
II.1.3.2. Résolution .....	15
II.2. Diagramme des impédances .....	17
II.2.1. Calcul de la résistance $R'_1$ et de la réactance $L'_1\omega$ .....	17
II.2.2. Etude analytique du diagramme des impédances .....	18
II.2.2.1. Remarque sur le dénominateur commun des grandeurs $R'_2$ et $L'_2\omega$ .....	18
II.2.2.2. Etude de la fonction $R'_2(g)$ .....	19
II.2.2.3. Etude de la fonction $L'_2\omega(g)$ .....	20
II.2.2.4. Le diagramme des impédances .....	24
II.2.3. Etude géométrique du diagramme des impédances	
Prédétermination .....	30
II.2.3.1. Diagramme des impédances à glissement g constant et capacité C variable .....	31
II.2.3.2. Diagramme des impédances à valeur du produit $Cg$ maintenue constante.....	32
II.2.3.3. La prédétermination.....	32



II.3. Diagramme des courants .....	33
II.3.1. Rappel sur l'inversion d'un cercle .....	34
II.3.2. Le cercle $\Gamma_3$ .....	36
II.3.3. Détermination du cercle $\Gamma_6$ .....	37
II.3.4. Détermination du cercle $\Gamma_7$ .....	37
II.3.5. Conclusion .....	38
II.3.6. Remarque .....	39
III Possibilité d'amélioration des caractéristiques de courant et de couple lors de l'adjonction de condensateurs dans les phases rotoriques d'un moteur asynchrone d'induction triphasé. Cas particulier du démarrage.....	42
III.1. Etude du courant primaire $I_1$ en fonction de la capacité C à glissement g donné .....	43
III.1.1. Particularités de la fonction $I_1(C)$ à g donné.....	45
III.1.2. Allure de la caractéristique $I_1(C)$ à g donné .....	46
III.2. Etude du couple T en fonction de la capacité C à glissement g donné .....	50
III.2.1. Etablissement de la relation $T(C)$ à g donné.....	50
III.2.2. La diagramme du couple .....	51
III.2.3. Allure de la caractéristique $T(C)$ à g donné .....	52
III.3. Bilan de l'étude du courant primaire et du couple .....	54
III.4. Cas particulier du démarrage .....	55
III.4.1. Choix de la capacité .....	55
III.4.2. Influence des paramètres de construction du moteur sur la valeur de la capacité C choisie .....	57
III.4.2.1. La courbe $C_{3d}(\tau_1)$ .....	57
III.4.2.2. La courbe $C_{5d}(\tau_1)$ .....	58
III.4.2.3. Influence des paramètres de construction....	59
III.4.3. Montée en vitesse du moteur .....	60
IV Vérifications expérimentales .....	61
IV.1. Le diagramme des courants .....	62
IV.1.1. Le moteur utilisé .....	62
IV.1.2. Le montage expérimental .....	67
IV.1.3. Etablissement du diagramme des courants.....	69
IV.1.3.1. Cas du moteur asynchrone d'induction triphasé classique .....	69
IV.1.3.1.1. Le tracé théorique .....	69
IV.1.3.1.2. Le relevé expérimental.....	69



IV.1.3.2. Cas du moteur asynchrone d'induction triphasé avec capacités .....	70
IV.1.3.2.1. Le tracé théorique .....	72
IV.1.3.2.2. Le relevé expérimental .....	79
IV.1.3.3. Remarque .....	80
IV.2. Le démarrage du moteur avec capacités rotoriques .....	82
IV.2.1 Le montage expérimental .....	82
IV.2.1.1. Le montage asynchrone utilisé .....	83
IV.2.1.2. Nécessité d'un transformateur entre les phases rotoriques et les condensateurs .....	84
IV.2.1.3. L'ensemble moteur-autotransformateur condensateurs .....	84
IV.2.1.4. Choix de la capacité C .....	85
IV.2.1.5. Les dispositifs permettant le relevé et l'enre- gistrement en fonction du temps d'un courant primaire, de la vitesse et du couple .....	86
IV.2.2. Les relevés expérimentaux .....	86
IV.2.3. Le démarrage en deux temps .....	89
IV.2.3.1. Le dispositif électronique de mise hors service des capacités .....	89
IV.2.3.1.1. Principe .....	89
IV.2.3.1.2. Réalisation .....	92
IV.2.3.2. Enregistrement du démarrage en deux temps .....	93
V. Conclusion .....	97
Bibliographie .....	101
Table des matières. ....	103

