THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Philippe GELIN

Traitement électromagnétique des discontinuités en guides d'ondes diélectriques Application aux résonateurs diélectriques

Soutenue le 23 septembre 1981 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury	MM.	E. CONSTANT	Président
		J. Ch. BOLOMEY	Examinateurs
		J. CITERNE	
		Y. GARAULT	
		G. SALMER	
		J. VAN BLADEL	
		Ch. VASSALLO	

A mes Parents

A Colette, Laure et Murielle

A tous les miens

Ce travail a été effectué au sein de l'équipe " Circuits et Propagation" du Centre Hyperfréquences et Semiconducteurs de l'Université des Sciences et Techniques de LILLE dirigé par Monsieur le Professeur E. CONSTANT.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance envers Monsieur le Professeur CONSTANT pour la confiance qu'il a su m'accorder au cours de ce travail, et pour l'honneur qu'il me fait en présidant ce jury.

Monsieur J.Ch BOLOMEY, Professeur à l'Université de PARIS XI a accepté de me parrainer au Centre National de la Recherche Scientifique et , a bien voulu juger ce travail; qu'il me soit permis de lui exprimer ma profonde reconnaissance

J'adresse mes remerciements et toute mon amitié à Jacques CITERNE, Professeur à l'Institut National des Sciences Appliquées de RENNES pour l'aide qu'il m'a apporté tant d'un point de vue matériel qu'au niveau des discussions toujours fructueuses que l'on a eu au cours de ce travail.

Je remercie Monsieur Y. GARAULT, Professeur à l'Université des Sciences de LIMOGES pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de juger ce travail.

Monsieur G. SALMER a bien voulu faire partie de ce jury, qu'il en soit ici remercié.

Monsieur J. Van BLADEL, Professeur à l'Université de GAND a manifesté de l'intérêt pour mes travaux; son acceptation de juger cette thèse m'honore.

Je suis reconnaissant à Monsieur Ch. VASSALLO, Ingénieur en chef au Centre National d'Etudes et Télécommunicztions de me faire l'honneur d'être dans mon jury.

Le dévouement et l'aide de Monsieur Serge TOUTAIN m'ont été très precieux tout au long de ces années consacrées au démarrage de cette nouvelle activité de recherche, qu'il me soit permis de lui exprimer toute mon amitié. Ces remerciements s'adressent: également à Michel PETENZI pour l'aide efficace qu'il m'a apporté au début de ce travail, ainsi qu'a tous les membres de l'équipe "Circuits et Propagation" L. FAUCON , P. KENNIS, A. DERYCKE, M. de JAEGER, et J.F. LEGIER.

Enfin je tiens à remercier tous les membres du personnel technique et administratif de l'UER IEEA pour la qualité des services qu'ils m'ont offert durant la réalisation et l'achèvement de ce mémoire.

SOMMAIRE

CHAPITRE II

NOUVELLE METHODE D'ANALYSE DES DISCONTINUITÉS EN GUIDE DIÉLECTRIQUE "LE SYSTÈME D'ÉQUATIONS INTÉGRALES COUPLÉES"

-INTRODUCTION

II-1 FORMULATION DU PROBLÈME

II-1-1 Les équations de continuité

II-1-2 Transformation des équations de continuité

II-1-3 Conclusion

II-2 RÉSOLUTION DU SYSTÈME D'ÉQUATIONS INTÉGRALES

II-2-1 Classification de ces équations intégrales

II-2-2 Les séries de NEUMANN

II-2-3 Vérification de la convergence des series de NEUMANN

II-2-4 Mise en œuvre de la méthode: calcul des intégrales

II-3 RÉSULTATS NUMÉRIQUES

II-3-1 Convergence de la méthode

II-3-2 Comportement des fonctions de couplage $q^t(\rho)$ et $q^r(\rho)$

II-3-3 Résultats

II-3-4 Discussion: limitation de la méthode

II-4 ETUDE DE CAS

II-4-1 Changement de section du guide plan

II-4-2 Coupure transversale d'un guide plan

II-5 CONCLUSION

CHAPITRE III

APPLICATION DE L'ÉTUDE DES DISCONTINUITÉS AUX RÉSONATEURS DIÉLECTRIQUES

INTRODUCTION

En microondes, l'évolution des besoins industriels et les contraintes économiques conduisent à delaisser de plus en plus les guides métalliques traditionnels au profit de structures planaires diélectriques métallisées ou non. En effet celles-ci sont moins encombrantes et, en général, mieux adaptées à une réalisation en série.

L'utilisation efficace de ces structures, notamment en ondes millimétriques, est liée à une caractérisation complète de chacun des éléments de ces systèmes. Cette caractérisation implique un certain nombre d'étapes pouvant servir de base à la mise en oeuvre d'une stratégie de recherche à long terme dans le domaine des circuits.

La première de ces étapes est l'étude des structures de propagation en tant que telles. Cela a constitué et constitue encore l'une des préoccupations majeures du groupe de recherche auquel j'appartiens. Une étape tout aussi importante concerne la définition et la maitrise de méthodes d'études de discontinuités élémentaires réalisées surces structures de propagation. En effet d'une manière très générale, c'est à partir de l'interaction entre ces discontinuités que l'on peut définir la plupart des fonctions de traitement du signal hyperfréquence (filtrage, couplage,etc...).

Le travail exposé dans ce document est une introduction à l'étude générale des discontinuités sur les guides ouverts diélectriques. Dans ce travail, nous nous sommes limités aux discontinuités simples entièrement contenues dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation des guides sur lesquels elles sont opérées. Ces guides sont: le guide plan diélectrique et le guide circulaire diélectrique.

On peut être surpris par le choix de ces deux structures de propagation! en effet l'intérêt pratique du guide plan diélectrique n'est pas évident au contraire des structures planaires qui sont de plus en plus employées.

Ce choix s'explique aisément si l'on fait un bilan des connaissances acquises sur ce sujet. En fait très peu d'auteurs l'ont abordé, aussi, il nous a semblé logique et important de traiter rigoureusement des discontinuités sur des structures simples (structures dont le spectre de modes peut être obtenu analytiquement) pour pouvoir aborder par la suite de façon la plus efficace possible l'étude de discontinuités sur les guides planaires où les difficultés théoriques sont plus importantes.

Toutefois l'étude des discontinuités sur le guide plan et le guide cylindrique diélectrique n'est pas sans intérêt. De très nombreux auteurs ont utilisé le guide plan diélectrique pour étudier des discontinuités sur des structures rectangulaires fortement aplaties: c'est le cas des réseaux en optique intégrée et c'est également le cas pour la description de l'émission des lasers à semi-conducteurs.

L'intéret de l'étude de discontinuités sur les guides cylindriques diélectriques est plus évident puisque l'on sait que le fonctionnement des résonateurs diélectriques cylindriques peut être considéré comme résultant de l'interaction entre les deux discontinuités de bout de ce composant. Enfin, on ne peut ignorer les applications potentielles aux fibres optiques.

L' objectif principal de ce travail est l'élaboration d'une méthode rigoureuse d'analyse des discontinuités opérées sur les guides diélectriques c'est à dire, la détermination des paramètres électromagnétiques tels que le coefficient de réflexion du mode incident, la conversion de mode, et les pertes par rayonnement.

Nous avons structuré l'exposé de notre travail en trois chapitres.

Le chapitre I se subdivise lui-même en trois parties. La première partie est consacrée au rappel du traitement électromagnétique d'un guide et en particulier, aux notions de modes discrets et de modes continus. Dans la seconde partie, nous précisons le principe de base de l'étude des discontinuités. Le rappel de deux méthodes d'analyse de discontinuités du type changement de section d'un guide plan diélectrique utilisant le principe précédent constitue le troisième volet de ce chapitre.

Le chapitre II est consacré à la présentation d'une nouvelle méthode simple et rigoureuse d'analyse des discontinuités transverses sur les guides diélectriques. La partie théorique developpée au début de ce chapitre explicite toutes les difficultés analytiques et numériques rencontrées.

Nous proposons ensuite quelques résultats relatifs à l'arrêt brusque du guide plan diélectrique excité par divers modes. A la fin de ce chapitre, nous décrivons le comportement d'autres discontinuités comme le changement de section et la coupure transversale du guide plan.

Dans le chapitre III, nous appliquons la méthode précédente à l'étude des discontinuités opérées sur des guides cylindriques diélectriques dans le but de formuler de façon originale le problème des résonateurs diélectriques, ceux-ci étant considérés comme des tronçons de guides compris entre deux discontinuités. Nous montrons que la connaissance des coefficients de réflexion du mode piégé sur les discontinuités de bout du résonateur permet d'accéder aux conditions de résonance et surtout au coefficient de qualité de rayonnement de ces composants.

A la fin de ce mémoire, nous exposons brièvement une partie des possibilités d'application qui nous sont suggérées tant par les discontinuités elles mêmes qui nous permettent d'envisager un certain nombre de problèmes d'une façon tout à fait nouvelle que par la méthode d'étude qui nous permettra de résoudre ces problèmes

....

CHAPITRE I

LES DISCONTINUITES EN GUIDE D'ONDE DIELECTRIQUE

INTRODUCTION

Ce chapitre se divise en trois parties; la première partie est consacrée à des rappels concernant le traitement électromagnétique des guides d'ondes diélectriques et en particulier à la notion de mode discret et de mode continu. Nous exposons dans la seconde partie le traitement électromagnétique d' une discontinuité au moyen de la technique de raccordement des champs. Enfin, dans le dernier paragraphe nous faisons une synthèse des deux principales méthodes d' analyse publiées dans la littérature en dégageant leurs avantages et leurs défauts.

I - 1 TRAITEMENT ÉLECTROMAGNÉTIQUE DES GUIDES D'ONDES DIÉLECTRIQUES

I - 1 - 1 Description d'un guide

On appelle guide d'onde électromagnétique une structure constituée de milieux matériels invariants par translation le long de l'axe Oz . Les champs électrique et magnétique $\vec{E}$ et $\vec{H}$ d'une onde électromagnétique créés dans ce guide, auront du fait de cette propriété d'invariance une variation spatiale suivant Oz en :

$$e^{\pm j\beta z} \tag{I-1}$$

où β est une quantité scalaire appelée constante de phase des ondes guidées. Le signe $-$ correspond à une propagation vers les z positifs tandis que le signe $+$ décrit une propagation vers les z négatifs.

En régime harmonique (pulsation ω), on doit ajouter à la variation spatiale précédente une variation temporelle en :

$$e^{j\omega t} \tag{I-2}$$

Ainsi, les champs électrique et magnétique d'une onde guidée s'écrivent sous la forme générale

$$\vec{E} = \vec{E}(u,v)\, e^{j(\omega t \mp \beta z)} \qquad \text{(I-3)}$$

$$\vec{H} = \vec{H}(u,v)\, e^{j(\omega t \mp \beta z)} \qquad \text{(I-4)}$$

où u et v sont les coordonnées transversales qui repèrent un point dans la section droite du guide.

Désormais dans l'écriture des champs électrique et magnétique d'une onde guidée nous omettrons volontairement le terme $e^{j(\omega t \mp \beta z)}$ qu'il ne faut cependant pas oublier dans les dérivations par rapport à la variable z et au temps t.

Les milieux matériels constituant les guides sont caractérisés par les paramètres ε, μ, σ dits paramètres constitutifs. Ces paramètres sont des grandeurs constantes, ils traduisent l'isotropie et l'homogénéité des matériaux.

Puisque l'on utilise les guides pour véhiculer l'énergie électromagnétique, on désire disposer de structures qui ne l'absorbent pas. En fait les matériaux constituant un guide ont très souvent des pertes (pertes diélectriques, pertes métalliques). La pratique montre que généralement ces pertes sont faibles ; on peut donc dans un premier temps les négliger puis les estimer au moyen de méthodes de perturbations. [1]

Dans cette approximation des guides sans pertes, les matériaux sont supposés parfaits, autrement dit les paramètres constitutifs des conducteurs sont réels et tels que :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \quad ; \quad \mu = \mu_0 \quad ; \quad \sigma = \infty$$

Pour les isolants, ces paramètres sont :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \quad ; \quad \mu = \mu_0 \quad ; \quad \sigma = 0$$

les quantités ε_0 et μ_0 caractérisant le vide

Il existe enfin deux grandes classes de guides :

a) guides fermés :

Ils sont limités par une interface conducteur diélectrique cylindrique d'axe Oz (cylindre est ici pris au sens large) isolant complètement l'intérieur du guide du point de vue électromagnétique. L'énergie électromagnétique ne peut pas sortir du guide, elle est véhiculée suivant l'axe Oz . D'un point de vue mathématique, la section droite est un domaine borné du plan (u, v).

b) guides ouverts :

Ils sont "limités" par une interface diélectrique-diélectrique cylindrique. La section droite peut comporter des interfaces diélectrique-conducteur qui la partage en plusieurs parties. Dans un guide ouvert, l'énergie peut sortir du guide ce qui suppose l'existence d'une énergie non nulle à l'infini (rayonnement). D'un point de vue mathématique, la section droite n'est plus comme dans le cas précédent un domaine borné du plan (u, v).

I - 1 - 2 Le système d'équations à résoudre

On sépare les champs suivant leurs composantes transverses (notées avec l'indice T) et longitudinales (notées avec l'indice z) par rapport à l'axe Oz :

$$\begin{Bmatrix} \vec{E}_e \\ \vec{H}_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{E}_{Te} \\ \vec{H}_{Te} \end{Bmatrix} + \vec{k} \begin{Bmatrix} E_{ze} \\ H_{ze} \end{Bmatrix} \qquad \text{(I-5)}$$

où $\vec{k}$ est le vecteur unitaire selon l'axe Oz , l'indice e rappelle le milieu où l'on envisage le champ électromagnétique.

Ensuite à partir des équations de MAXWELL

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_e = 0 \qquad \text{(Milieu vide de charges) (I-6)}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H}_e = 0 \qquad \text{(Inexistence de charges magnétiques) (I-7)}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E}_e = -j\omega\mu_e \vec{H}_e \qquad \text{(Loi de Faraday) (I-8)}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H}_e = j\omega\varepsilon_e \vec{E}_e \qquad \text{(Loi d'Ampère) (I-9)}$$

on montre que les champs sont entièrement déterminés par les seules composantes longitudinales $E_{3,\ell}$ et $H_{3,\ell}$ à partir des relations suivantes * :

$$(\omega^2\mu_\ell\varepsilon_\ell-\beta^2)\vec{H}_{T,\ell} = -j\omega\varepsilon_\ell\,\vec{k}\wedge\vec{\nabla}_T E_{3,\ell}+(\pm)j\beta\,\vec{\nabla}_T H_{3,\ell} \qquad \text{(I-10)}$$

$$(\omega^2\mu_\ell\varepsilon_\ell-\beta^2)\vec{E}_{T,\ell} = +(\pm)j\beta\,\vec{\nabla}_T E_{3,\ell}+j\omega\mu_\ell\,\vec{k}\wedge\vec{\nabla}_T H_{3,\ell} \qquad \text{(I-11)}$$

où l'on a :

$$\vec{\nabla}_T = \vec{\nabla} - \vec{k}\frac{\partial}{\partial z} \qquad \text{(I-12)}$$

ou encore

$$\vec{\nabla}_T = \vec{\nabla} - (\pm j\beta)\,\vec{k} \qquad \text{(I-13)}$$

Les équations de Maxwell montrent finalement que les deux fonctions scalaires $E_{3\ell}$ et $H_{3\ell}$ sont simultanément solutions des équations de Helmholtz :

$$\left[\Delta_T + (\omega^2\mu_\ell\varepsilon_\ell-\beta^2)\right]\begin{Bmatrix}E_{3\ell}\\ H_{3\ell}\end{Bmatrix} = 0 \qquad \text{(I-14)}$$

dans lesquelles

$$\Delta_T = \Delta - \beta^2 \qquad \text{(I-15)}$$

Le traitement guide d'onde consiste alors à rechercher les fonctions scalaires $E_{3\ell}$ et $H_{3\ell}$ solutions des équations précédentes (aux constantes près) respectant

- des conditions dites conditions *aux limites* spécifiques à la structure étudiée comme par exemple le bornage des champs, la périodicité, les conditions de symétrie **, la condition de rayonnement pour les guides ouverts etc...

(*) *Sauf pour les modes type ligne de transmission pour lesquels* $E_{3\ell} = H_{3\ell} = 0$

(* *) *Les conditions de symétrie ne dépendent que de la géométrie de la section droite du guide quand les paramètres constitutifs des milieux le constituant sont scalaires.*

- des conditions dites de *continuité* qui expriment ou bien la nullité du champ électrique tangentiel aux interfaces diélectrique-conducteur ou bien l'égalité des champs électrique et magnétique tangentiels aux interfaces diélectrique-diélectrique.

Les conditions de continuité relient entre elles les constantes arbitraires intervenant dans les expressions des champs tangentiels $E_{z\ell}$ et $H_{z\ell}$.

I - 1 - 3 Spectre de modes d'un guide diélectrique ouvert

Les champs électrique et magnétique d'une onde dépendent du temps et de la coordonnée z par le terme

$$e^{j(\omega t \pm \beta z)} \qquad \text{(I-16)}$$

On appelle *mode*, une certaine configuration spatiale des champs électrique et magnétique qui correspond à un couple de valeurs (ω, β)

Le *spectre* de modes d'un guide est donc constitué par l'ensemble $\{\beta\}$ des valeurs possibles pour la constante de phase à une pulsation ω fixée à l'avance. Ce spectre comprend des parties continues et discrètes (pour un guide fermé ce spectre est entièrement discret).

a) les modes guidés discrets

Pour qu'une structure diélectrique ouverte guide de l'énergie, il faut que celle-ci reste localisée au voisinage du guide. Il est donc nécessaire que les champs décroissent au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la structure à partir de l'interface diélectrique-air. Cette condition dite condition de rayonnement ou de Sommerfeld se traduit mathématiquement par la nature imaginaire de la composante transversale du vecteur d'onde dans le milieu extérieur (air).

Dans ce cas, les équations de Maxwell associées aux différentes conditions de continuité fournissent une équation caractéristique dont le nombre de racines est limité pour une fréquence donnée.
Chacune de ces racines correspond à un mode guidé de la structure.

b) Les modes continus

Le spectre complet de modes d'une structure ouverte comprend non seulement les modes guidés précédents mais également une infinité de solutions formant un spectre continu. Ces solutions rendent compte du rayonnement et du stockage d'énergie provoqués par toute rupture de l'invariance en translation du guide (discontinuités).

Ces modes sont obtenus pour des composantes transversales réelles du vecteur d'onde (ρ) ; les modes correspondants ne satisfont plus la condition de rayonnement.

Les équations de Maxwell et les conditions de continuité conduisent à un système linéaire où les composantes sont sous déterminées. Il n'y a donc plus d'équation caractéristique et pour une fréquence donnée, il existe une infinité de racines pour la constante de phase β

Selon la valeur de la composante transversale du vecteur d'onde, la constante de phase β sera réelle (modes rayonnés) ou imaginaire (modes évanescents).

La notion de modes continus peut-être illustrée de la manière suivante :

Soit une onde plane incidente sur un guide plan diélectrique métallisé sur sa face inférieure fig(I-1).

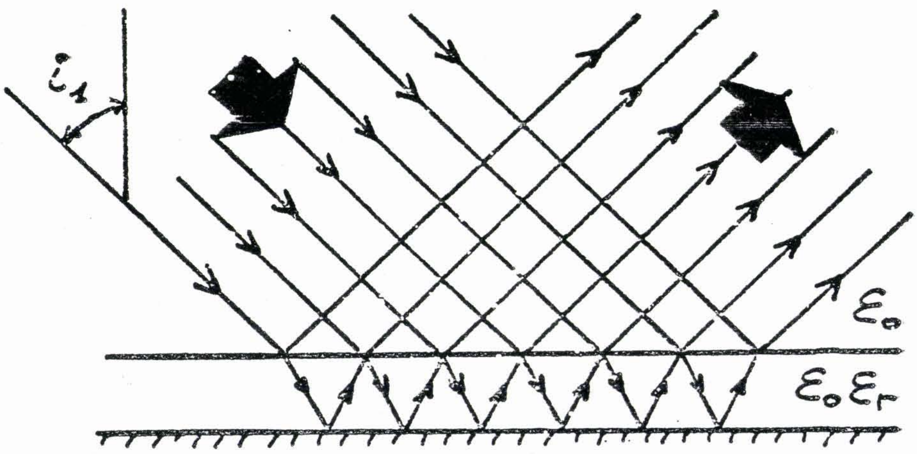


fig. (I-1)

Cette onde plane subit une réflexion et une réfraction au niveau de l'interface diélectrique-air. Elle établit un réseau d'onde dont les amplitudes ne décroissent pas lorsque les rayons s'éloignant de la lame diélectrique. Toutes les ondes ont le même nombre d'onde β_1 suivant O_z qui dépend de l'angle d'incidence i_1 commu
($\beta_1 = k_0 \sin(i_1)$).
A cette configuration spatiale des champs va correspondre un mode caractérisé par le couple (ω, β_1). On voit alors qu'il suffit de changer l'angle d'incidence (i_2) pour changer la configuration spatiale des champs ce qui définit un autre mode (ω, β_2) avec $\beta_2 = k_0 \sin(i_2)$

L'angle d'incidence varie continuement de sorte que l'infinité de valeurs possibles pour la constante de phase β à une fréquence donnée constitue un continuum de modes.

I - 1 - 4 Considérations énergétiques

a) Flux de puissance d'un mode

La puissance moyenne complexe associée à un mode s'exprime par le flux du vecteur de POYNTING $\vec{P}$ à travers la section droite S du guide. On l'écrit :

$$P = \frac{1}{2} \int_S (\vec{E} \wedge \vec{H^*}) \vec{k} \, dA \qquad \text{(I-17)}$$

Dans cette expression, $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont les champs électrique et magnétique du mode. Le signe * indique la conjugaison complexe spatiale et temporelle des composantes scalaires de $\vec{E}$ et $\vec{H}$. Compte tenu de cette convention ; c'est la nature réelle ou imaginaire de la constante de phase β d'un mode qui impose le caractère actif ou réactif de la puissance. Seule la partie active de cette puissance traduit physiquement la puissance moyenne transportée par le mode.

On utilisera la notation de DIRAC pour exprimer ce flux de puissance

$$P = \frac{1}{2} \Re < H | E > = \frac{1}{2} \Re \left\{ \int_S (\vec{E} \wedge \vec{H^*}) \vec{k} \, dA \right\} \qquad \text{(I-18)}$$

Pour un mode guidé la signification physique du flux de puissance n'est pas ambigüe. Puisque les champs décroissent très rapidement dans le milieu extérieur, l'intégrale de surface qui exprime la puissance transportée par ce mode a une valeur finie quelque soit les valeurs des amplitudes des champs électrique et magnétique.

Pour un mode du spectre continu, la notion de flux de puissance soulève une difficulté liée à l'existence même de ces modes. En effet, malgré la nature finie du vecteur de POYNTING, la section droite étant infinie, son flux sur celle-ci exprime le fait qu'à un mode continu est associée une énergie infinie. Pris individuellement, les modes continus n'ont pas d'existence physique, mais, nous verrons au chapitre suivant que considérés collectivement ils ont une signification physique associée à une puissance finie.

b) Propriété d'orthogonalité des modes

Pour des structures sans pertes constituées de matériaux homogènes, la relation d'orthogonalité des modes s'exprime comme

$$\int_S (\vec{E_m} \wedge \vec{H_n^*}) \vec{k} \, dA = 2 P_m \delta_{mn} = < H_n | E_m > \qquad \text{(I-19)}$$

pour les modes guidés de la structure. Dans cette relation, δ_{mm} est le symbole de KRONEKER.

Quand les modes sont continus (I-19) devient

$$\int_S (\vec{E(\rho)} \wedge \vec{H}^*(\rho'))\vec{k}\, ds = 2\, P(\rho)\, \delta(\rho-\rho') = \langle H(\rho') | E(\rho) \rangle \qquad \text{(I-20)}$$

Dans cette expression ρ représente la composante transversale du vecteur d'onde $\rho \in [0 \quad \infty[$ et $\delta(\rho-\rho')$ est la fonction de DIRAC

Enfin la relation d'orthogonalité entre un mode guidé et un mode continu s'écrit

$$\int_S (\vec{E(\rho)} \wedge \vec{H_m^*})\,\vec{k}\, ds = \int_S (\vec{E_m} \wedge \vec{H(\rho)}^*)\,\vec{k}\, ds = 0 \qquad \text{(I-21)}$$

ce qui est équivalent à :

$$\langle H_m | E(\rho) \rangle = \langle H(\rho) | E_m \rangle = 0 \qquad \text{(I-22)}$$

Ces relations d'orthogonalité sont établies entre des modes se propageant dans la même direction. La relation d'orthogonalité générale montre qu'un mode quelconque n direct est orthogonal au mode n inverse

c) Principe de complétion des modes

La suite des modes d'un guide est complète de sorte que tout champ électromagnétique créé par des sources quelconques situées dans l'espace peut être décomposé sur la base des modes de la structure de propagation.
Ce principe de complétion s'explicite comme :

$$\begin{Bmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{Bmatrix} = \sum_m c_m \begin{Bmatrix} \vec{E_m} \\ \vec{H_m} \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q(\rho) \begin{Bmatrix} \vec{E(\rho)} \\ \vec{H(\rho)} \end{Bmatrix} d\rho \qquad \text{(I-23)}$$

où les sommations s'effectuent sur l'ensemble des modes directs ou rétrogrades.

La question en suspens évoquée au paragraphe précédent concerne la signification physique de l'ensemble des modes continus

$$\int_0^\infty q(\rho) \begin{Bmatrix} \vec{E(\rho)} \\ \vec{H(\rho)} \end{Bmatrix} d\rho \qquad \text{(I-24)}$$

Le champ électromagnétique (I-23) est borné si l'intégrale (I-24) est une fonction à support borné; malgré la nature infinie des champs $E(\rho)$ et $H(\rho)$, il est facile de s'en convaincre par analogie avec la transformation de FOURIER.

- L'application de toutes ces notions est affectuée en ANNEXE I dans le cas du guide plan diélectrique

I - 2 TRAITEMENT ÉLECTROMAGNETIQUE DES DISCONTINUITÉS

I - 2 - 1 Avant propos

D'un point de vue tout à fait général, les discontinuités sur les guides se classent en deux catégories. La première catégorie concerne les discontinuités involontaires inhérentes aux imperfections du processus de réalisation technologique à la jonction de deux guides. A plus ou moins long terme les progrès technologiques permettront de résoudre ce type de problème.

La seconde catégorie concerne les discontinuités nécessaires à la réalisation d'un composant passif (filtre, coupleur, antenne, etc...). Dans ce cas la discontinuité est souvent importante et mise en interaction avec d'autres discontinuités. Il est donc nécessaire de la connaitre avec suffisamment de précision pour éviter un processus de mise au point expérimental , long et onéreux.

La plupart des discontinuités intervenant dans les circuits microondes peuvent être assimilées à des changements de section symétrique ou asymétrique entre deux guides de même nature et de même direction de propagation (fig.(I-2)). D'autres configurations comme celles représentées sur la figure (I-3) mettent en jeu des guides de natures différentes mais la discontinuité étant contenue dans un plan privilégié il est possible de caractériser ces discontinuités de façon rigoureuse.

Malheureusement, la planéïté des discontinuités est souvent une hypothèse théorique surtout en optique où la précision mécanique devient comparable à la longueur d'onde. Il est impossible alors à notre connaissance de traiter rigoureusement ce type de discontinuité.

Dans la suite de ce travail nous ne traiterons que les discontinuités situées dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation commune des structures situées de part et d'autre de ces discontinuités.

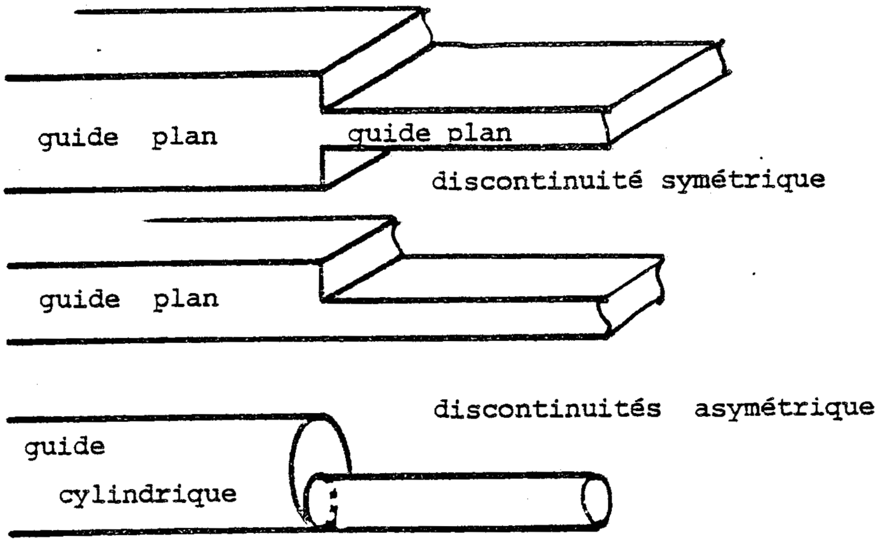

guide plan
guide plan
discontinuité symétrique
guide plan
discontinuités asymétrique
guide
cylindrique

Fig. I-2

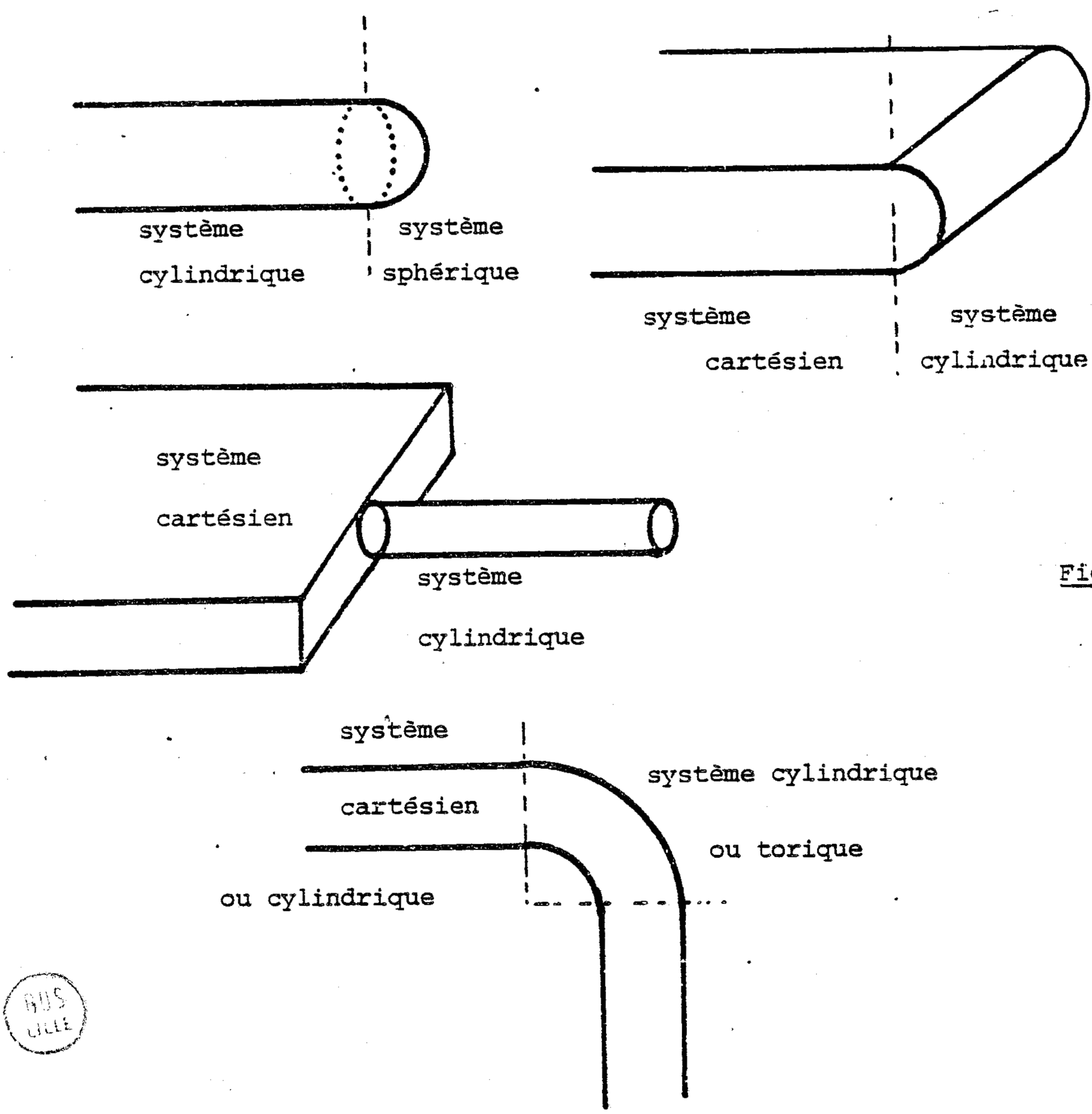

système
cylindrique
système
sphérique
système
cartésien
système
cylindrique
système
cartésien
système
cylindrique
système
cartésien
ou cylindrique
système cylindrique
ou torique

Fig. I-3

I - 2 - 2 La technique de raccordement des champs

Considérons deux guides ouverts quelconques raccordés en $z=0$. La discontinuité est entièrement contenue dans le plan P perpendiculaire à l'axe Oz (figure I-4)

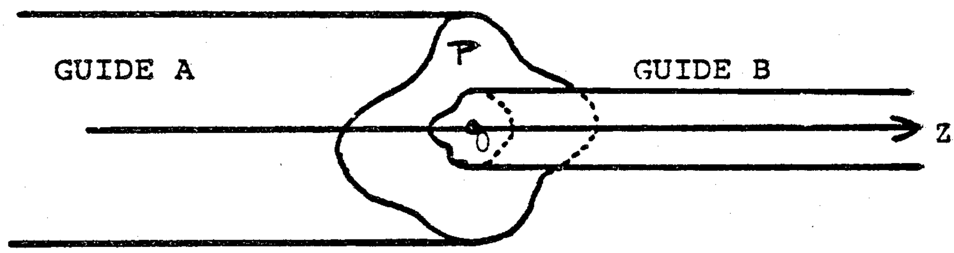


figure I-4

Ces deux guides supportent chacun des modes discrets et continus.

Soit un mode généré par une source située loin de l'origine $z=0$ dans le guide **A** ; ce mode atteint la discontinuité sous incidence normale. Il est facile de s'imaginer qu'une partie de l'énergie va être rayonnée dans l'espace et qu'une autre partie va être distribuée sur les modes guidés refléchis du guide **A** et sur les modes guidés transmis dans le guide **B**. Le traitement électromagnétique de cette discontinuité consiste à déterminer tous les coefficients caractérisant le couplage de l'énergie sur chacun de ces modes. Ces coefficients ne dépendent pas uniquement de la géométrie de la discontinuité et des guides **A** et **B** mais également de la nature du mode incident.

L'espace étant séparé en deux demi-espaces par le plan de la discontinuité, la technique que nous utilisons est le raccordement dans ce plan des champs transversaux électrique et magnétique résultant de la somme de tous les modes susceptibles d'être générés par la discontinuité.

La continuité des champs transversaux en $z=0$ s'écrit :

$$\underbrace{\begin{matrix} E_T^{1i} + \sum_n a_n E_{Tn}^{1r} \\ H_T^{1i} + \sum_n a_n H_{Tn}^{1r} \end{matrix}}_{\text{guide } A} \begin{matrix} = \\ = \end{matrix} \underbrace{\begin{matrix} \sum_n c_n E_{Tn}^{2t} \\ \sum_n c_n H_{Tn}^{2t} \end{matrix}}_{\text{guide } B}$$

Les indices i, r, t signifient que les modes sont soit incidents réfléchis ou transmis. Les sommations $\sum$ englobent tous les modes de chacun des guides qu'ils soient guidés ou continus réfléchis dans le guide A et dans le guide B . Les quantités a_n et c_n représentent les coefficients de couplage aux modes réfléchis et transmis.

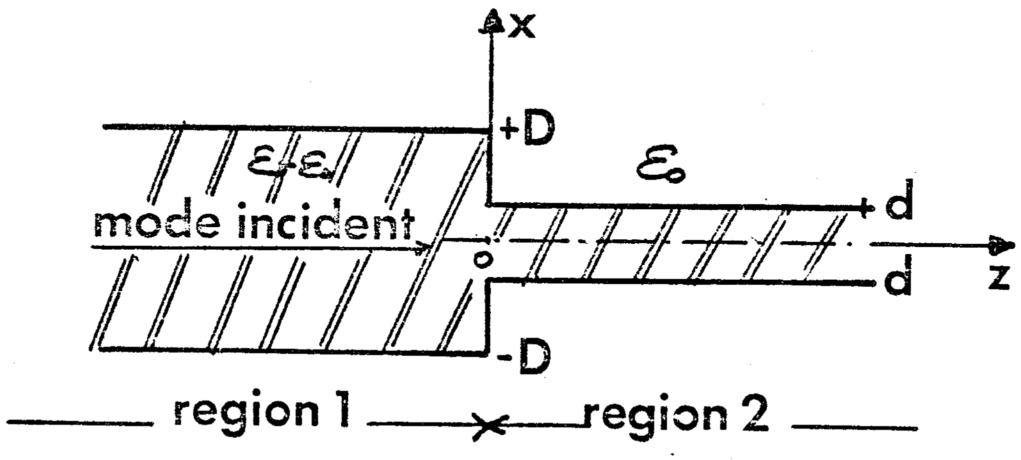


Figure I-5 :
Changement de section du guide plan.

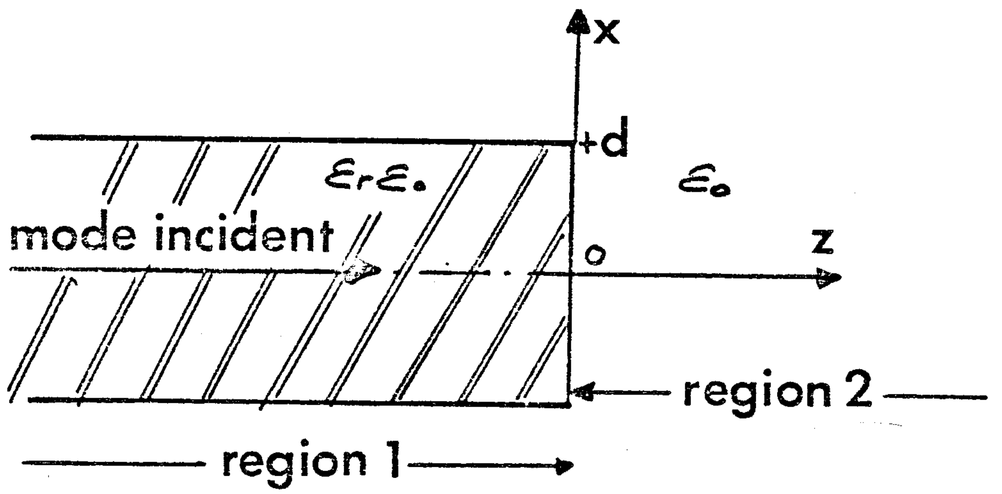


Figure I-6 :
Arrêt brusque du guide plan.

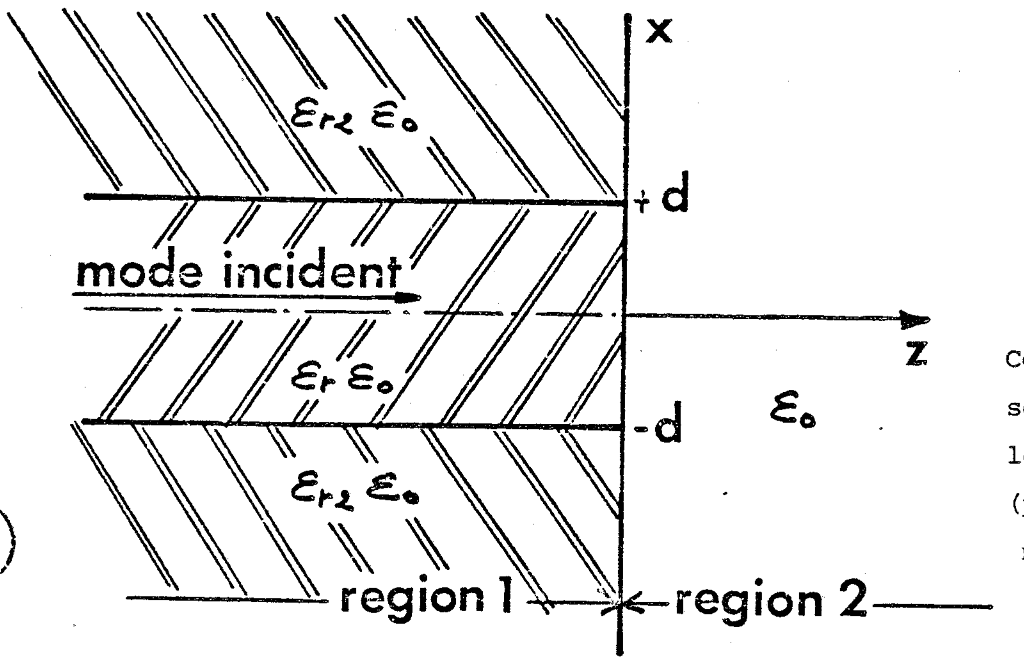


Figure I-7 :
Couplage d'un laser à semi conducteur avec le milieu extérieur (point de vue électromagnétique).

- considération de symétrie

Cette formulation rigoureuse des conditions de continuité des champs tangentiels dans le plan de la discontinuité est peu maniable car elle nécessite au préalable la connaissance de tous les modes de chacun des guides $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$

En fonction de la symétrie des modes, de leur nature et de la géométrie de la discontinuité, un mode incident donnée ne couple son énergie que sur certains modes qui présentent une configuration de champs voisine. Ces considérations permettent d'alléger dans de nombreux cas de figures la formulation du problème.

I - 2 - 3 Les discontinuités sur le guide plan diélectrique

La complexité des études de discontinuité sur des guides quelconques a poussé la majorité des auteurs à concentrer leurs efforts sur l'étude de discontinuités en guide diélectrique plan procédant ainsi à une simplification radicale des situations réelles observées par exemple sur les microlignes ou sur les fibres optiques.

Les deux configurations étudiées dans la littérature sont représentées sur les figures (I-5) et (I-6).

L'arrêt brusque du guide plan diélectrique a été utilisé et étudié par de nombreux auteurs pour décrire le couplage des lasers à semi-conducteurs avec le milieu extérieur. En effet bien que la structure des lasers à semi-conducteurs n'ait rien à voir d'un point de vue physique avec une structure diélectrique, celle ci constitue d'un point de vue électromagnétique un modèle performant pour étudier le rayonnement de l'énergie vers le milieu extérieur fig.(I-7) [2][3][4][5][6].

Le changement de section du guide plan est l'élément de base des réseaux de profil rectangulaire sur des guides optiques figure (I-8) et intervient également dans l'étude des guides à trois dimensions comme celui représenté sur la figure (I-9). Les modes guides se propageant par réflexions successives sur les deux plans de discontinuité I et II.

La formulation générale des équations de continuité des champs électrique et magnétique dans le plan de la discontinuité est simplifiée au maximum dans le cas de l'arrêt brusque et du changement de section de guides plans diélectriques du fait de la symétrie de ces discontinuités et des propriétés des modes de chacune des structures.

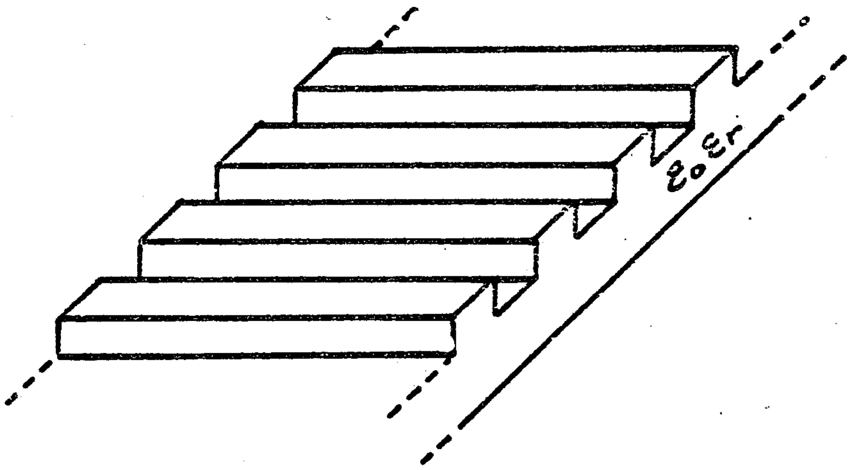


Figure I-8 :
Réseau de profil rectangulaire.

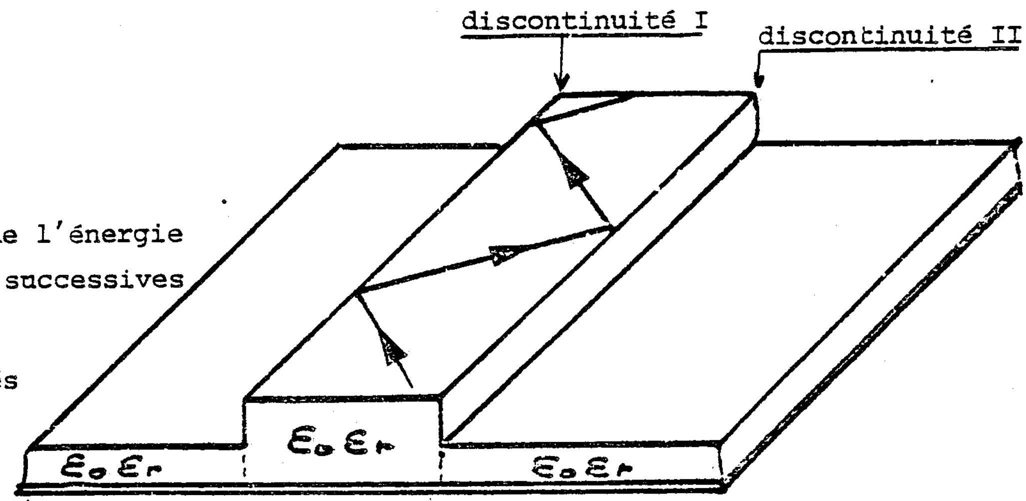


Figure I-9 :
Propagation de l'énergie par réflexions successives sur les deux discontinuités

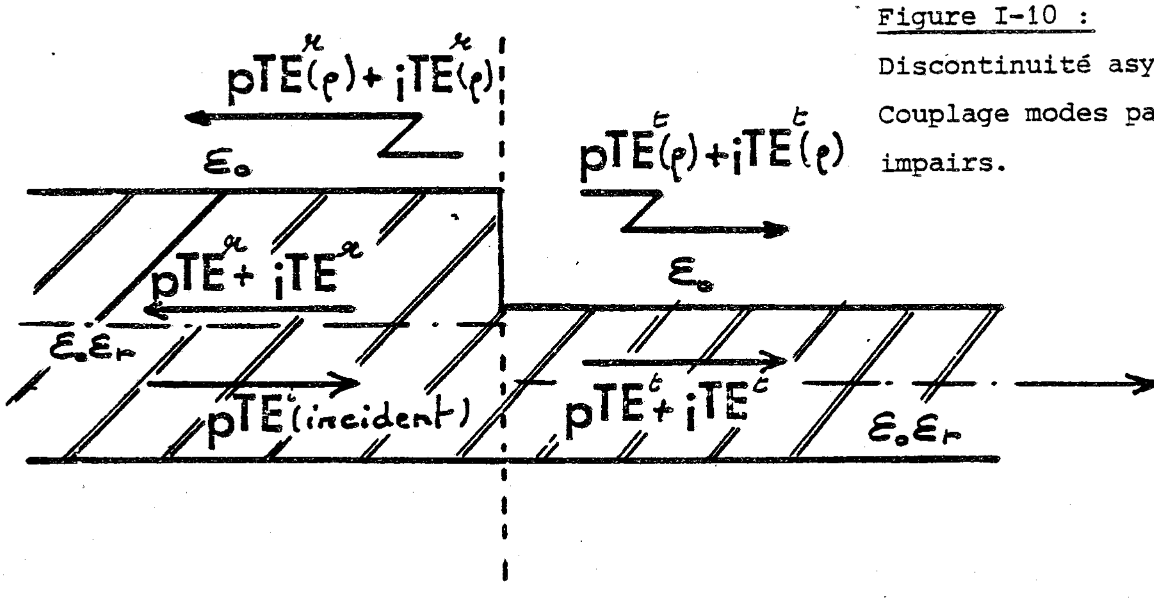


Figure I-10 :
Discontinuité asymétrique
Couplage modes pairs-modes impairs.

Supposons que le mode incident soit le mode pTE_o (voir annexe I). Ce mode est caractérisé par les champs transversaux E_y et H_x tels que:

$$\begin{cases} E_y(-x) = E_y(x) \\ H_x(-x) = -H_x(x) \end{cases} \qquad \text{mode pair} \qquad \text{(I-26)}$$

Ce mode est susceptible d'exciter des modes pairs de configuration proche ce qui exclue un quelconque couplage avec les modes iTM ou pTM dont la configuration de champ est orthogonale à celle du mode pTE_o

De même le couplage sur les modes impairs iTE est impossible à cause de la symétrie de la discontinuité. Cette dernière simplification n'est plus valable dans le cas de discontinuités asymétriques (fig.(I-10)) pour lesquelles il y a couplage entre les modes pTE et iTE. Le couplage entre les modes TE et TM étant toujours impossible.

Pour les deux discontinuités symétriques représentées sur les figures (I-11) (I-12) il suffit alors de raccorder dans le plan de la discontinuité les champs transversaux de tous les modes susceptibles d'être excités c'est à dire les modes pTE si l'excitation est transverse électrique paire (ce raisonnement reste valable pour les excitations iTE, pTM et iTM).

Ces relations de continuité s'écrivent alors :

$$\begin{Bmatrix} E_{yo}^{1i} \\ H_{xo}^{1i} \end{Bmatrix} + \sum a_n \begin{Bmatrix} E_{yn}^{1r} \\ H_{xn}^{1r} \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q^r(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{1r}(\rho) \\ H_x^{1r}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho =$$

$$\sum_{n=} c_n \begin{Bmatrix} E_{yn}^{2t} \\ H_{yn}^{2t} \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q^t(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{2t}(\rho) \\ H_x^{2t}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho \qquad \text{(I-27)}$$

pour le changement de section du guide plan fig.(I-11) et:

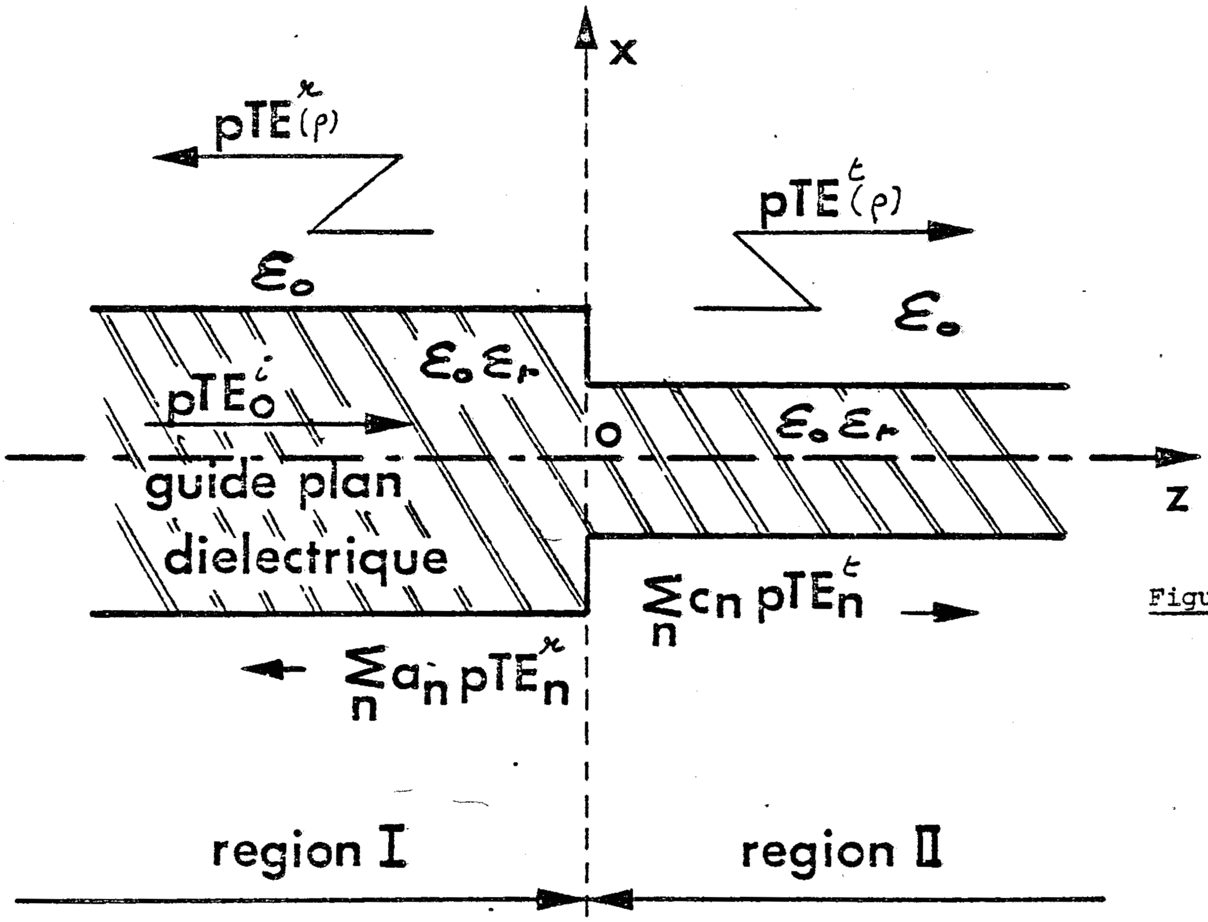


Figure I-11

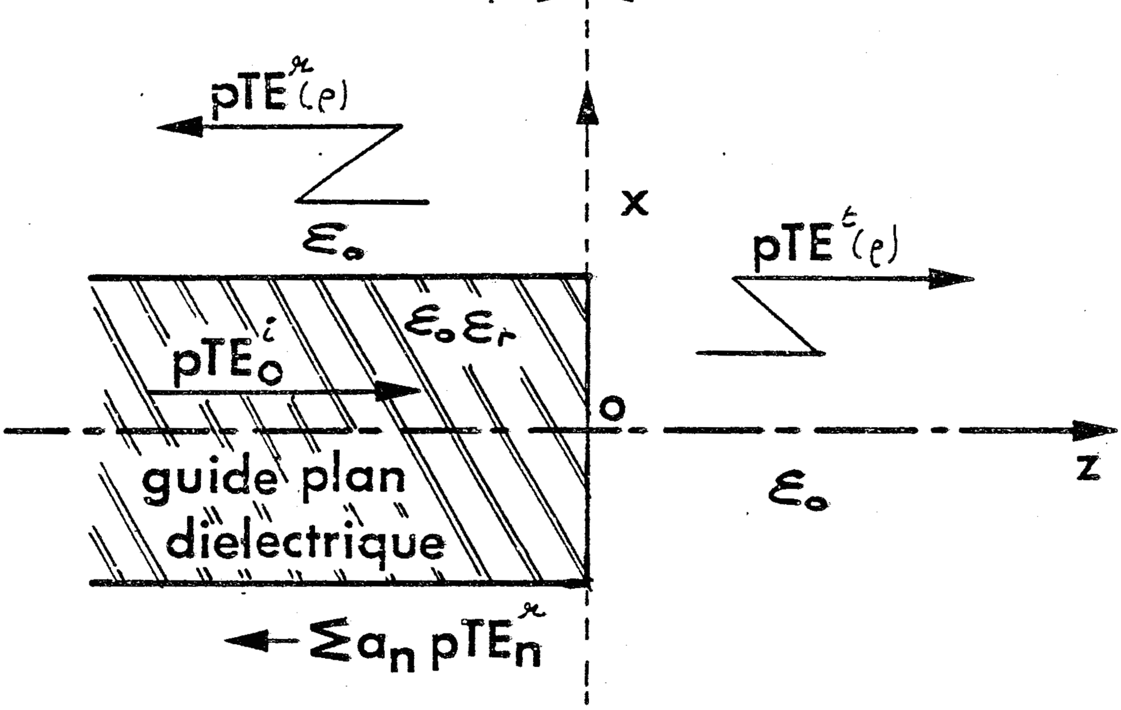


Figure I-12

Couplage des modes au niveau des deux discontinuités de base: changement de section et arrêt brusque du guide plan diélectrique.

$$\begin{Bmatrix} E_{y_0}^{1i} \\ H_{x_0}^{1i} \end{Bmatrix} + \sum a_n \begin{Bmatrix} E_{yn}^{1r} \\ H_{xn}^{1r} \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q^r(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{1r}(\rho) \\ H_x^{1r}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho$$

$$= \int_0^\infty q^t(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{2t}(\rho) \\ H_x^{2t}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho \qquad \text{(I-28)}$$

pour l'arrêt brusque du guide plan fig.(I-12)

Le champ total dans la région I (1er membre des deux systèmes d'équations) est la superposition des champs du mode incident direct pTE_0 (indice i), des champs des modes guidés réfléchis pTE_n $(n = 0,1,2\cdots)$ et des champs des modes continus réfléchis (modes rétrogrades repérés par l'indice r). La constante a_0 représente le coefficient de réflexion du mode pTE_0 sur la discontinuité, les constantes a_n $(n = 1,2\cdots)$ sont les coefficients de couplage sur les modes guidés réfléchis et la quantité $q^r(\rho)$ est la fonction de couplage aux modes réfléchis continus. Le champ de la région II est la superposition des champs des modes pTE continus transmis $q^t(\rho)$ étant leur fonction de couplage et dans le cas du changement de section du guide plan, des champs des modes guidés transmis avec le coefficient de couplage c_n (ces modes sont directs et repérés par l'indice t).

I - 3 REVUE DES PRINCIPALES METHODES D'ANALYSE

En tenant compte des relations entre les modes directs et les modes rétrogrades de chacune des régions de l'espace et en travaillant dans la bande de fréquence monomode du ou des guides plans, les équations (I-27) et (I-28) deviennent :

$$E_{y_0}^1 (1 + a_0) + \int_0^\infty q^r(\rho)\, E_y^1(\rho)\, d\rho = c_0\, E_{y_0}^2 + \int_0^\infty q^t(\rho)\, E_y^2(\rho)\, d\rho$$

$$H_{x_0}^1 (1 - a_0) - \int_0^\infty q^r(\rho)\, H_x^1(\rho)\, d\rho = c_0\, H_{x_0}^2 + \int_0^\infty q^t(\rho)\, H_x^2(\rho)\, d\rho \qquad \text{(I-29)}$$

pour le changement de section du guide plan diélectrique et:

pour le changement de section du guide plan diélectrique et :

$$E^1_{y_0}(1+a_0) + \int_0^\infty q^r(\rho)\, E^1_y(\rho)\, d\rho = \int_0^\infty q^t(\rho)\, E^2_y(\rho)\, d\rho$$
$$H^1_{x_0}(1-a_0) - \int_0^\infty q^r(\rho)\, H^1_x(\rho)\, d\rho = \int_0^\infty q^t(\rho)\, H^2_x(\rho)\, d\rho \qquad \text{(I-30)}$$

pour l'arrêt brusque du guide plan diélectrique.

Pour obtenir les coefficients inconnus a_0, c_0, $q^r(\rho)$ et $q^t(\rho)$ tous les auteurs se servent des relations d'orthogonalité des modes de part et d'autre de la discontinuité. Malheureusement le caractère continu d'une partie du spectre de modes ne permet pas une résolution simple et générale de ces équations .
C'est pourquoi de nombreux auteurs ont effectué des approximations réduisant ainsi le domaine d'applicabilité de leur méthode [ANNEXE II].
Seuls deux articles présentent des méthodes d'analyse ayant un caractère général. Ces méthodes qui sont dues à S.F. MAHMOUD et J.C. BEAL d'une part,et à T.E. ROZZI d'autre part méritent d'être rappelées .

I - 3 - 1 La théorie de S.F. MAHMOUD et J.C. BEAL [7]

La démarche adoptée par S.F. MAHMOUD et J.C. BEAL consiste à projeter les fonctions inconnues $q^r(\rho)$ et $q^t(\rho)$ sur une base complète de fonctions orthogonales afin de transformer les sommations continues des équations de continuité (I-29) et (I-30) en sommations discrètes.
Cette opération est rendue possible à cause du caractère borné de l'énergie électromagnétique au voisinage de la discontinuité.
La décomposition en série des fonctions $q^r(\rho)$ et $q^t(\rho)$ s'écrit :

$$\begin{cases} q^r(\rho) = \sum_{p=1}^{\infty} \gamma_p\, \varphi_p(\rho) \\ q^t(\rho) = \sum_{p=1}^{\infty} t_p\, \varphi_p(\rho) \end{cases} \qquad \text{(I-31)}$$

Les fonctions $\varphi_i(\rho)$ sont des fonctions formant une base complète. Le problème consiste à choisir la base la mieux adaptée à la représentation des quantités $q^r(\rho)$ et $q^t(\rho)$.
Dans leur article les auteurs utilisent les fonctions de LAGUERRE normalisées dont l'expression générale est

$$\varphi_p(\rho) = \exp\left(-\tfrac{1}{2}\rho\right) L_p(\rho) \qquad \text{(I-32)}$$

où $\mathcal{L}_p(\rho)$ est le polynome de LAGUERRE d'ordre p.
La représentation en série des fonctions $q^r(\rho)$ et $q^t(\rho)$ permet de remplacer les intégrales des équations (I-29) et (I-30) par les séries discrètes suivantes :

$$\int_0^\infty q^r(\rho)\begin{Bmatrix}E_y^1(\rho)\\ H_x^1(\rho)\end{Bmatrix}d\rho = \sum_{p=1}^\infty \gamma_p \int_0^\infty \varphi_p(\rho)\begin{Bmatrix}E_y^1(\rho)\\ H_x^1(\rho)\end{Bmatrix}d\rho = \sum_{p=1}^\infty \gamma_p \begin{Bmatrix}\mathcal{E}_{yp}^1\\ \mathcal{H}_{xp}^1\end{Bmatrix} \qquad \text{(I-33)}$$

$$\int_0^\infty q^t(\rho)\begin{Bmatrix}E_y^2(\rho)\\ H_x^2(\rho)\end{Bmatrix}d\rho = \sum_{p=1}^\infty t_p \int_0^\infty \varphi_p(\rho)\begin{Bmatrix}E_y^2(\rho)\\ H_x^2(\rho)\end{Bmatrix}d\rho = \sum_{p=1}^\infty t_p \begin{Bmatrix}\mathcal{E}_{yp}^2\\ \mathcal{H}_{xp}^2\end{Bmatrix} \qquad \text{(I-34)}$$

où l'ensemble discret des champs $\mathcal{E}_{yp}^{1\,ou\,2}$ et $\mathcal{H}_{xp}^{1\,ou\,2}$ représente l'ensemble continu des champs $E_y^{1\,ou\,2}(\rho)$ et $H_x^{1\,ou\,2}(\rho)$.

Il faut noter que ces champs ainsi définis ont une signification strictement locale car ils ne sont pas invariants par translation le long de l'axe de propagation. Ils sont en effet construits au moyen d'une superposition de champs de modes réels qui se propagent avec des vitesses de phase différentes.

Dans le cas de l'arrêt brusque du guide plan diélectrique la discrétisation du continuum transforme les équations de continuité (I-30) qui prennent la forme:

$$\begin{aligned} E_{y_0}^1(1+a_0) + \sum_{p=1}^\infty \gamma_p \mathcal{E}_{yp}^1 &= \sum_{p=1}^\infty t_p \mathcal{E}_{yp}^2 \\ H_{x_0}^1(1-a_0) - \sum_{p=1}^\infty \gamma_p \mathcal{H}_{xp}^1 &= \sum_{p=1}^\infty t_p \mathcal{H}_{xp}^2 \end{aligned} \qquad \text{(I-35)}$$

Ces deux équations ont la même structure que les équations de continuité obtenues pour des discontinuités en guide fermé où les spectres de modes sont entièrement discrets. Cela suggère l'utilisation de procédures de résolution connues en guides fermés comme celle de CLARRICOATS et SLINN [8].

Pour obtenir les différents coefficients a_o t_p et γ_p (Υ_p), nous éliminons la dépendance en x des équations précédentes. Pour cela nous utilisons l'orthogonalité entre les modes réels $\begin{Bmatrix} E_o^1 \\ H_o^1 \end{Bmatrix}$ et les pseudo-modes $\begin{Bmatrix} \mathcal{E}_p^1 \\ \mathcal{H}_p^1 \end{Bmatrix}$. On ne peut pas extraire les coefficients γ_p et t_p simplement parce que ces pseudo-modes ne forment pas une base orthogonale:

$$< \mathcal{H}_i^{1 ou 2} \mid \mathcal{E}_i^{1 ou 2} > \neq 0 \quad \text{pour} \quad i \neq j \qquad \text{(I-36)}$$

On obtient alors après multiplication et intégration sur x la série infinie d'équations:

$$\left\{ \begin{aligned}
&(1+a_o)\, 2P = \sum_{q=1}^{\infty} t_q < H_o^1 \mid \mathcal{E}_q^2 > && \text{(I-37)} \\
&(1-a_o)\, 2P = \sum_{q=1}^{\infty} t_q < E_o^1 \mid \mathcal{H}_q^2 > && \text{(I-38)} \\
&\sum_{q=1}^{\infty} t_q < \mathcal{H}_i^2 \mid \mathcal{E}_q^2 > = \\
&\qquad (1+a_o) < \mathcal{H}_i^2 \mid E_o^1 > + \sum_{p=1}^{\infty} \gamma_p < \mathcal{H}_i^2 \mid \mathcal{E}_p^1 > && \text{(I-39)} \\
&\sum_{p=1}^{\infty} t_q < \mathcal{E}_i^2 \mid \mathcal{H}_q^2 > = \\
&\qquad (1-a_o) < \mathcal{E}_i^2 \mid H_o^1 > - \sum_{p=1}^{\infty} \gamma_p < \mathcal{E}_i^2 \mid \mathcal{H}_p^1 > && \text{(I-40)} \\
&\sum_{p=1}^{\infty} \gamma_p < \mathcal{H}_i^1 \mid \mathcal{E}_p^1 > = \sum_{q=1}^{\infty} t_q < \mathcal{H}_i^1 \mid \mathcal{E}_q^2 > && \text{(I-41)} \\
&- \sum_{p=1}^{\infty} \gamma_p < \mathcal{E}_i^1 \mid \mathcal{H}_p^1 > = \sum_{q=1}^{\infty} t_q < \mathcal{E}_i^1 \mid \mathcal{H}_q^2 > && \text{(I-42)}
\end{aligned} \right.$$

Si les fonctions de base $\varphi_i(\rho)$ sont correctement choisies, ce système infini peut être ramené à un système fini de petite dimension qui nécessite un traitement numérique peu important.
Malheureusement il n'y a pas d'expression analytique des intégrales utilisant les fonctions de LAGUERRE

du type
$$\int_\rho \varphi_P(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{1 \text{ ou } 2}(\rho) \\ H_x^{1 \text{ ou } 2}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho \tag{I-43}$$

de même que pour les produits scalaires du type
$$< \mathcal{H}_P^{1 \text{ ou } 2} \mid \mathcal{E}_P^{1 \text{ ou } 2} > \tag{I-44}$$

ce qui oblige le calcul numérique des intégrales sur l'espace des ρ et sur la section droite du guide et alourdi considérablement la méthode.
Celle-ci serait d'un emploi plus souple si l'on trouvait soit une base complète de fonctions orthogonales permettant le calcul analytique des intégrales précedentes, soit une base dont seul un trés petit nombre de fonctions suffirait à décrire les fonctions de couplage $q^t(\rho)$ et $q^r(\rho)$ pour réduire le nombre d'intégrales doubles à calculer

I - 3 - 2 La méthode de T.E. ROZZI [9] [10] [11]

T.E. ROZZI a étendu au cas des guides ouverts une technique connue depuis longtemps en guide fermé [12]
Revenons au système d'équations obtenu par continuité des composantes tangentielles dans le plan de la discontinuité correspondant au changement de section d'un guide plan diélectrique :

$$\mathcal{E} = E_{y_0}^1(1+a_0) + \int_0^\infty q^r(\rho)\, E_y^1(\rho)\, d\rho = c_0 E_{y_0}^2 + \int_0^\infty q^t(\rho)\, E_y^2(\rho)\, d\rho \tag{I-45}$$

$$\mathcal{H} = H_{x_0}^1(1-a_0) - \int_0^\infty q^r(\rho)\, H_x^1(\rho)\, d\rho = c_0 H_{x_0}^2 + \int_0^\infty q^t(\rho)\, H_x^2(\rho)\, d\rho \tag{I-46}$$

Nous avons fait apparaitre 2 nouvelles inconnues $\mathcal{E}$ et $\mathcal{H}$ qui représentent les champs électrique et magnétique dans le plan de la discontinuité. La méthode consiste à utiliser l'orthogonalité des modes de chaque côté de la discontinuité afin d'exprimer les inconnues $a_0, c_0, q^t(\rho)$ et $q^r(\rho)$ en fonction de l'inconnue $\mathcal{H}$.

$$\left\{\begin{array}{ll} 2P(1-a_o) = \langle E_o^1 | \mathcal{H} \rangle & \text{(I-47)} \\ -q^r(\rho)\ 2P\ \dfrac{\beta^*(\rho)}{|\beta(\rho)|} = \langle E^1(\rho) | \mathcal{H} \rangle & \text{(I-48)} \\ q^r(\rho)\ 2P\ \dfrac{\beta^*(\rho)}{|\beta(\rho)|} = \langle E^2(\rho) | \mathcal{H} \rangle & \text{(I-49)} \\ 2P\,c_o = \langle E_o^2 | \mathcal{H} \rangle & \text{(I-50)} \end{array}\right.$$

En introduisant les nouvelles expressions des inconnues dans l'équation de continuité du champ électrique (I - 45) celle-ci prend la forme suivante :

$$2E_{y_o}^1 = \frac{\langle E_o^1 | \mathcal{H} \rangle}{2P} E_{y_o}^1 + \int_0^\infty \frac{\langle E^1(\rho) | \mathcal{H} \rangle}{2P \dfrac{\beta^*(\rho)}{|\beta(\rho)|}} E_y^1(\rho)\, d\rho + \int_0^\infty \frac{\langle E^2(\rho) | \mathcal{H} \rangle}{2P \dfrac{\beta^*(\rho)}{|\beta(\rho)|}} E_y^2(\rho)\, d\rho + \frac{\langle E_o^2 | \mathcal{H} \rangle}{2P} E_{y_o}^2 \qquad \text{(I-51)}$$

Dans cette équation intégrale la seule inconnue est la composante transversale du champ magnétique $\mathcal{H}$

Pour déterminer cette inconnue, donc résoudre le problème, ROZZI utilise une méthode de moment dite de GALERKIN. Pour cela il projette toutes les grandeurs dépendantes de la variable x sur une base complète de fonctions orthogonales. Les fonctions choisies sont les fonctions de LAGUERRE :

$$u_k(x) = \frac{1}{\sqrt{w}} L_k\left(\frac{x}{x_o}\right) \exp(-x/2w) \qquad \text{(I-52)}$$

$$\int_0^\infty u_k(x) \cdot u_\ell(x)\, dx = \delta_{k\ell} \qquad \text{(I-53)}$$

Les projections sur cette base de fonctions s'écrivent :

$$\mathcal{H} = \sum_{k=0}^\infty h_k\, u_k(x) \quad \text{et} \quad \left\{\begin{array}{c} E_{y_o}^{1\,ou\,2} \\ E_y^{1\,ou\,2}(\rho) \end{array}\right\} = \sum_{k=0}^\infty \left\{\begin{array}{c} e_{ok}^{1\,ou\,2} \\ e_k^{1\,ou\,2}(\rho) \end{array}\right\} u_k(x) \qquad \begin{array}{c}\text{(I-54)} \\ \text{(I-55)}\end{array}$$

Les coefficients h_k sont les coefficients à déterminer tandis que tous les coefficients e_{ok}^{1ou2} et $e_k^{1ou2}(\rho)$ sont obtenus en utilisant la relation (I-53) :

$$\begin{Bmatrix} e_{ok}^{1ou2} \\ e_k^{1ou2}(\rho) \end{Bmatrix} = \int_0^{\infty} \begin{Bmatrix} E_{y_o}^{1ou2} \\ E_y^{1ou2}(\rho) \end{Bmatrix} * u_k(x)\, dx \qquad \text{(I-56)}$$

Si la description par les fonctions $u_k(x)$ des champs réels E_o^{1ou2} et surtout $E^{1ou2}(\rho)$ peut nécessiter un très grand nombre de fonctions de base, ROZZI a montré dans son article qu'il suffisait d'un nombre limité N de ces fonctions pour décrire l'inconnue $\mathcal{Y}_h$. Puisque nous utilisons l'orthogonalité des fonctions de LAGUERRE $u_k(x)$ pour exprimer les produits scalaires $\langle E \mid \mathcal{Y}_h \rangle$ seules les projections des champs réels E_o^{1ou2} et $E^{1ou2}(\rho)$ sur les N premières fonctions de la base seront nécessaires.

Dans ces conditions l'équation (I-51) prend la forme

$$2\, e_{op}^1 = \frac{1}{2P} \sum_{k=0}^{N-1} \Big\{ e_{op}^1 \cdot (h_k \cdot e_{ok}^1) + \int_0^{\infty} e_p^1(\rho) \cdot (h_k \cdot e_k^1(\rho)) \frac{|\beta(\rho)|}{\beta^*(\rho)}\, d\rho$$

$$+ \int_0^{\infty} e_p^2(\rho) \cdot (h_k\, e_k^2(\rho)) \frac{|\beta(\rho)|}{\beta^*(\rho)}\, d\rho + e_{op}^2 \cdot (h_k \cdot e_{ok}^2) \Big\}$$

(I-57)

Pour traiter cette équation nous pouvons l'écrire sous la forme condensée

$$4P\, e_{op}^1 = \sum_{k=0}^{N-1} h_k\, \alpha_{pk} \qquad \text{(I-58)}$$

ou sous forme matricielle

$$\begin{pmatrix} & & \\ & \alpha_{pk} & \\ & & \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} h_0 \\ h_1 \\ \vdots \\ h_{N-1} \end{pmatrix} = 4P \begin{pmatrix} e_{oo}^1 \\ e_{o1}^1 \\ \vdots \\ e_{oN-1}^1 \end{pmatrix} \Longleftrightarrow (\alpha) * (h) = 4P\, (e_o^1) \qquad \text{(I-59)}$$

ou chaque terme α_{pk} correspond au terme entre parenthèse de l'équation (I-57) duquel on a extrait la quantité h_k.
L'inconnue $\mathcal{H}$ est donc parfaitement déterminée par la matrice colonne

$$(h) = 4P\,(\alpha_{pk})^{-1} * (e_0^1) \tag{I-60}$$

Les inconnues du problème initial telles que c_0 et a_0 sont ensuite obtenues en utilisant conjointement les équations (I-47) (I-50) et (I-60)

$$\begin{cases} a_0 = 1 - 2\,(e_0^1)^T * (\alpha_{pk})^{-1} * (e_0^1) \\ c_0 = 2\,(e_0^2)^T * (\alpha_{pk})^{-1} * (e_0^1) \end{cases} \tag{I-61}$$

Ce même problème peut être reformulé en prenant pour inconnue le champ électrique $\mathcal{E}$ dans le plan de la discontinuité. Si la représentation en champs $\mathcal{H}$ décrite précédemment converge plus rapidement que la représentation en champs $\mathcal{E}$ en polarisation TE [9], il est probable que cette dernière soit mieux adaptée dans le cas de la polarisation TM [13].
Cette méthode est à notre avis très supérieure à la méthode S.F. MAHMOUD et J.C. BEAL car elle ne nécessite pas de calcul numérique d'intégrales doubles. Les seules intégrales à calculer numériquement sont celles apparaissant dans les coefficients α_{pk} de la matrice (α)

Si l'application de cette méthode à des changements de section de guide plan diélectrique de forte permittivité semble très efficace, les travaux de Ch. VASSALLO [13] montrent que des difficultés de convergence apparaissent pour de faibles contrastes de permittivité $\Delta\varepsilon$ entre le matériau constituant le guide et l'air $(\Delta\varepsilon = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1))$. Ce problème exclu donc l'application de cette méthode aux guides optiques.

I - 3 - 3 Conclusion

A part les solutions approchées exposées dans l'ANNEXE II il existe deux méthodes générales d'étude des discontinuités. Ces méthodes sont des méthodes de moments qui n'ont prouvé leur efficacité que pour des discontinuités sur guides plans diélectriques.

Comme toutes méthodes de moment, elles sont tributaires du choix d'une base de fonctions orthogonales.
Ce choix sera jugé bon si seul un petit nombre des fonctions de la base est apte à décrire correctement soit les quantités $q^{n}(\rho)$ et $q^{t}(\rho)$ pour la première de ces méthodes [7] soit un champ magnétique ou électrique global dans le plan de la discontinuité [9].

Si les fonctions de LAGUERRE satisfont à cet impératif, on est en droit de se demander ce que deviendrait leur efficacité pour des guides à trois dimensions ?
C'est pourquoi nous avons développé dans le chapitre suivant une méthode différente de résolution des équations intégrales qui n'est pas une méthode de moment et qui pour cette raison, est applicable à des discontinuités opérées sur n'importe quel guide.

CHAPITRE II

NOUVELLE METHODE D ANALYSE DES DISCONTINUITES EN GUIDE DIELECTRIQUE

" LE SYSTÈME D'ÉQUATIONS INTÉGRALES COUPLÉES "

INTRODUCTION

La nouvelle méthode d'analyse des discontinuités en guide diélectrique qui fait l'objet de ce chapitre est par essence très différente des deux méthodes de moments exposées dans le chapitre précédent. Les équations de continuité des champs dans le plan de la discontinuité sont exprimées sous la forme d'un système d'équations intégrales obtenues par application des relations d'orthogonalité des modes. Ces équations au nombre de 2N sont couplées entre elles et relient les N inconnues du problème (a_n, c_n, $q^n(\rho)$ et $q^h(\rho)$). Ce système d'équations intégrales couplées est ensuite résolu grâce à une méthode itérative connue sous le nom de *SERIES DE NEUMANN* [21][22].

Cette méthode d'analyse est générale. Elle peut s'appliquer dès lors que la jonction entre les deux guides est transverse et que l'on dispose de la représentation complète des modes de part et d'autre de celle ci.

Il est plus simple d'illustrer cette méthode sur un cas de figure: l'arrêt brusque d'un guide plan diélectrique excité par le mode pTE_0 (Fig.II-1). Nous présenterons ensuite les résultats obtenus pour d'autres excitations (iTM_0 , pTE_1 , iTM_1). Le changement de section du guide plan et la jonction sans contact entre deux guides plans identiques sont d'autres cas de figures qui illustrent la généralité de la méthode.

II-1 FORMULATION DU PROBLÈME

II - 1 - 1 Les équations de continuité

On raccorde les champs transversaux dans le plan de la discontinuité situé en $z = 0$. On obtient:

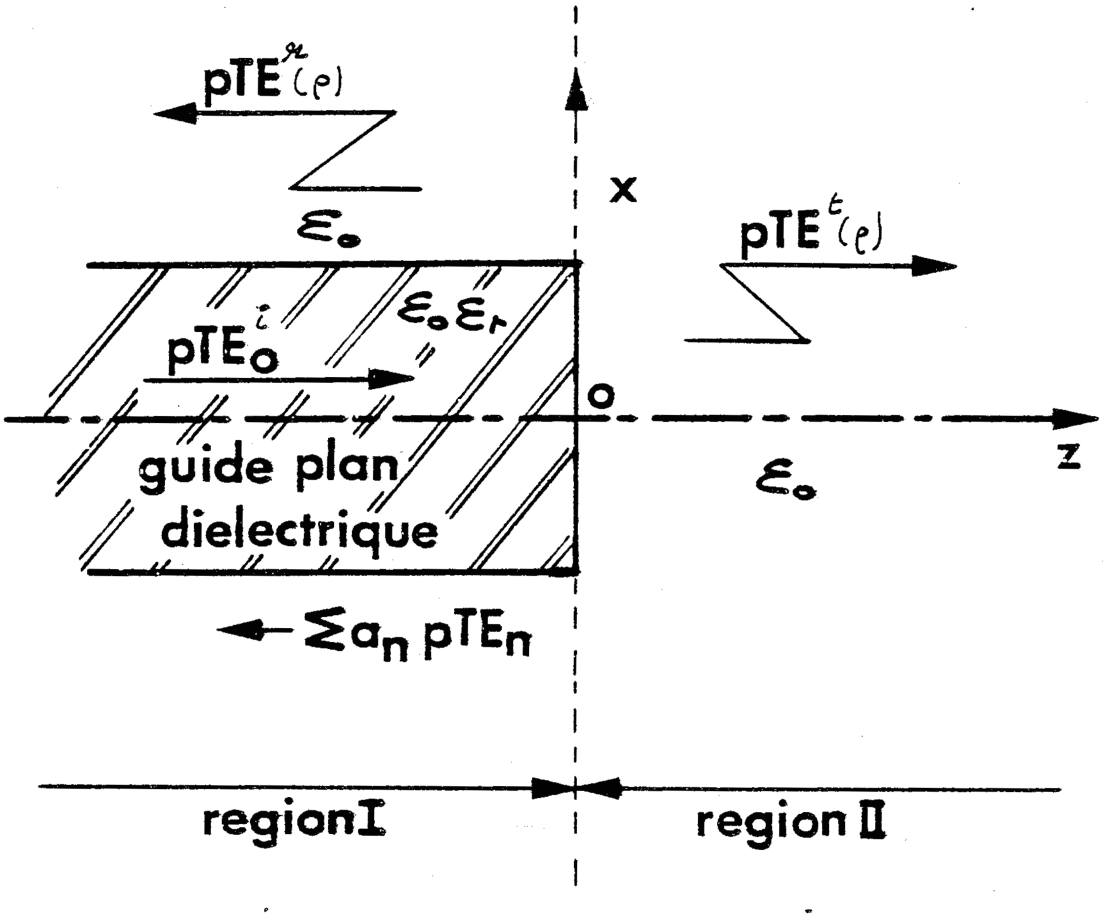


Figure II-1 : Arrêt brusque du guide plan diélectrique

$$\begin{Bmatrix} E_{y_0}^{1i} \\ H_{x_0}^{1i} \end{Bmatrix} + \sum_{n=0,1..} a_n \begin{Bmatrix} E_{yn}^{1r} \\ H_{xn}^{1r} \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q^r(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{1r}(\rho) \\ H_x^{1r}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho$$

$$= \int_0^\infty q^t(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{2t}(\rho) \\ H_x^{2t}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho \qquad \begin{matrix} (II-1) \\ (II-2) \end{matrix}$$

La bidirectionalité des guides et l'introduction des impédances d'ondes permet de modifier les équations de raccordement (II-1) et (II-2) comme:

$$E_{y_0}^1 \begin{Bmatrix} (1+a_0) \\ (1-a_0)\beta_0 \end{Bmatrix} + \sum_{n>0} E_{yn}^1 \begin{Bmatrix} a_n \\ -\beta_n a_n \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q^r(\rho) \begin{Bmatrix} 1 \\ -\beta(\rho) \end{Bmatrix} E_y^1(\rho)\, d\rho$$

$$= \int_0^\infty q^t(\rho) \begin{Bmatrix} 1 \\ \beta(\rho) \end{Bmatrix} E_y^2(\rho)\, d\rho \qquad \begin{matrix} (II-3) \\ (II-4) \end{matrix}$$

ou β_n est la constante de phase du mode guidé pTE_n et $\beta(\rho)$ les constantes de phase des modes continus réfléchis et transmis.

II - 1 - 2 Transformation des équations de continuité

Pour calculer les quantités $q^t(\rho)$, $q^r(\rho)$ et a_n on applique les relations d'orthogonalité en projetant successivement les équations de raccordement sur chacun des modes à gauche et à droite de la discontinuité. Ainsi en multipliant les équations (II-3) et (II-4) par $H_x^{2*}(\rho)$ puis en intégrant dans tout le plan de la discontinuité on obtient:

$$q^t(\rho)\, \frac{2P\beta^*(\rho)}{|\beta(\rho)|} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ \beta(\rho) \end{Bmatrix} = \int_0^\infty q^r(\rho') \begin{Bmatrix} 1 \\ -\beta(\rho') \end{Bmatrix} < H^2(\rho) \mid E^1(\rho) > d\rho'$$

$$+ \sum_{n=0,1..} \begin{Bmatrix} (\delta_{on} + a_n) \\ (\delta_{on} - a_n)\beta_n \end{Bmatrix} < H^2(\rho) \mid E_n^1 > \qquad \begin{matrix} (II-5) \\ (II-6) \end{matrix}$$

De la même façon on multiplie les équations (II-3) et (II-4) par $H_x^{1*}(\rho)$ et on intègre sur le plan de la discontinuité pour isoler la fonction de couplage $q^*(\rho)$ qui s'exprime comme:

$$q^r(\rho)\,\frac{2P\beta^*(\rho)}{|\beta(\rho)|}\left\{\begin{matrix}1\\ -\beta(\rho)\end{matrix}\right\} = \int_0^\infty q^t(\rho')\left\{\begin{matrix}1\\ \beta(\rho')\end{matrix}\right\} < H^1(\rho)\,|\,E^2(\rho')> d\rho' \qquad \begin{matrix}\text{(II-7)}\\ \text{(II-8)}\end{matrix}$$

Les coefficients a_n s'obtiennent comme les grandeurs précédentes en multipliant les équations de continuité (II-3) et (II-4) par H_{xn}^{1*} ($n = 0,1\cdots$) puis en les intégrant sur toute la surface du plan de discontinuité. Le résultat a la forme suivante:

$$\left\{\begin{matrix}(\delta_{on} + a_n)\\ \beta_n(\delta_{on} - a_n)\end{matrix}\right\} 2P = \int_0^\infty q^t(\rho)\left\{\begin{matrix}1\\ \beta(\rho)\end{matrix}\right\} < H_n^1\,|\,E^2(\rho)> d\rho \quad \forall n \qquad \begin{matrix}\text{(II-9)}\\ \text{(II-10)}\end{matrix}$$

Aux deux équations de continuité précédentes (II-3) et (II-4) se substituent (2N+4) équations intégrales qui relient entre elles (N+2) inconnues: $q^t(\rho)$, $q^r(\rho)$ et a_n ($n = 0 \cdots\cdots N-1$).

Mis sous cette forme, ce système d'équations apparaît surdimensioné si on omet de préciser qu'à une inconnue sont associées deux équations. Il est clair en effet que les champs électrique et magnétique modaux insérés entre les accolades dans les équations (II-1) et (II-2) appartiennent au même mode (n) ou (ρ). Pour résoudre le problème, il faut en conséquence extraire des (2N+4) équations précédentes (N+2) équations nécessaires à la description du problème. Pour cela on réduit chaque paire d'équations qui exprime l'une des inconnues en fonction des autres à une seule équation intégrale.

-Choix de l'expression intégrale de la fonction de couplage sur les modes continus transmis:

Sur un arrêt brusque ou sur un changement de section d'un guide, les travaux antérieurs exposés en ANNEXE II et dans le chapitre précédent montrent que la puissance électromagnétique rayonnée vers l'avant ($z > 0$) est plus importante que celle rayonnée vers l'arrière. Une première approche possible de ces problèmes consiste par conséquent à négliger les modes rayonnés rétrogrades. Il apparaît toutefois que d'un point de vue mathématique cette approximation n'est valable que si l'on supprime également les modes évanescents et les modes guidés supérieurs réfléchis de la REGION I (voir figure(II-1)). Dans cette approximation les équations (II-3) et (II-4) prennent les formes simplifiées suivantes:

$$E^1_{y_0} \begin{Bmatrix} (1 + a_0) \\ \beta_0 (1 - a_0) \end{Bmatrix} = \int_0^\infty q^t(\rho) \begin{Bmatrix} 1 \\ \beta(\rho) \end{Bmatrix} E^2_y(\rho)\, d\rho \qquad \begin{matrix} \text{(II-11)} \\ \text{(II-12)} \end{matrix}$$

et les équations (II-5) à (II-10) deviennent:

$$q^t(\rho)\ \frac{2P\beta^*(\rho)}{|\beta(\rho)|} \begin{Bmatrix} 1 \\ \beta(\rho) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (1 + a_0) \\ \beta_0(1 - a_0) \end{Bmatrix} < H^2(\rho) \,|\, E^1_0 > \qquad \begin{matrix} \text{(II-13)} \\ \text{(II-14)} \end{matrix}$$

$$\begin{Bmatrix} (1 + a_0) \\ \beta_0(1 - a_0) \end{Bmatrix} 2P = \int_0^\infty q^t(\rho) \begin{Bmatrix} 1 \\ \beta(\rho) \end{Bmatrix} < H^1_n \,|\, E^2(\rho) > d\rho \qquad \begin{matrix} \text{(II-15)} \\ \text{(II-16)} \end{matrix}$$

Une valeur approximative de la fonction $q^t(\rho)$ notée $q^t_0(\rho)$ est obtenue en éliminant le coefficient de réflexion a_0 à l'aide des équations (II-13) et (II-14). On obtient:

$$q^t_0(\rho) = \frac{1}{2P} \frac{|\beta(\rho)|}{\beta^*(\rho)} \frac{1}{\beta_0 + \beta(\rho)}\ 2\beta_0 < H^2(\rho) \,|\, E^1_0 > \qquad \text{(II-17)}$$

Suggérée par les travaux antérieurs, cette approximation est introduite explicitement dans l'expression rigoureuse de $q^t(\rho)$. On voit alors qu'il suffit pour cela de multiplier l'équation (II-5) par β_0 et d'additionner le résultat obtenu avec l'équation (II-6). Le résultat final s'écrit:

$$q^t(\rho) = q^t_0(\rho) + \frac{|\beta(\rho)|}{2P\beta^*(\rho)} * \frac{1}{\beta_0 + \beta(\rho)} *$$

$$\left\{ \int_0^\infty q^r(\rho')(\beta_0 - \beta(\rho')) < H^2(\rho) \,|\, E^1(\rho') > d\rho' \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1,2..} (\beta_0 - \beta_n)\, a_n < H^2(\rho) \,|\, E^1_n > \right\} \qquad \text{(II-18)}$$

-Choix des expressions des coefficients de couplage sur les modes guidés réfléchis: a_n

Dans le cadre des approximations précédentes, le coefficient de réflexion a_0 est obtenu directement à partir des équations (II-15) et (II-16)

$$a_0 = \frac{1}{4P\beta_0} \int_0^{\infty} q_0^r(\rho)\,(\beta_0 - \beta(\rho)) < H_n^1 \mid E^2(\rho) > d\rho \qquad \text{(II-19)}$$

Tout comme pour la fonction de couplage $q^r(\rho)$ on le fait apparaitre dans l'expression rigoureuse de a_0. Pour cela on additionne l'équation (II-10) avec l'équation (II-9) préalablement multipliée par la constante de phase β_n. Le résultat s'écrit:

$$a_n = \frac{1}{4P\beta_n} \int_0^{\infty} q^r(\rho)\,(\beta_n - \beta(\rho)) < H_n^1 \mid E^2(\rho) > d\rho \qquad \text{(II-20)}$$

Pour $n = 0$ et $q^r(\rho) = q_0^r(\rho)$., on retrouve bien l'approximation du coefficient de réflexion donné par l'équation (II-19)

-Choix de l'expression intégrale de la fonction de couplage sur les modes continus réfléchis:

Pour des modifications faibles de la géométrie ou pour de petits sauts d'indices, les champs des modes continus de part et d'autre de la discontinuité restent sensiblement voisins. D. MARCUSE et L. LEWIN ont donc supposé que ces champs restaient identiques (voir ANNEXE II). En remarquant que les modes continus sont rétrogrades dans la REGION I et directs dans la REGION II, l'identité des champs se traduit aussi par un couplage direct nul entre ces modes (voir les équations (A2-9), (A2-10), (A2-25) et (A2-30)).

En l'absence d'approximation, il reste une trace de cette quasi-identité des modes continus de part et d'autre de la discontinuité; elle apparaît en fait sous la forme d'une fonction de DIRAC dans les expressions des produits scalaires $< H^1(\rho) \mid E^2(\rho') >$ et $< H^2(\rho) \mid E^1(\rho') >$ qui interviennent dans les équations (II-5) à (II-8).

Pour tenir compte des natures rétrogrades des modes de la REGION I et directs des modes de la REGION II, on peut éliminer les fonctions de DIRAC dans l'expression finale de $q^r(\rho)$ en effectuant la différence entre l'équation (II-7) multipliée par $\beta(\rho)$ et l'équation (II-8). On obtient alors pour $q^r(\rho)$

l'expression suivante:

$$q^{r}(\rho) = \frac{1}{4P\,|\beta(\rho)|} \int_0^{\infty} q^{t}(\rho')\,(\beta(\rho)-\beta(\rho')) \langle H^{1}(\rho)\,|\,E^{2}(\rho')\rangle \, d\rho' \quad \text{(II-21)}$$

Les équations (II-18), (II-20) et (II-21) forment en définitive un système d'équations intégrales couplées qui relient entre elles toutes les inconnues du problème: $q^{r}(\rho)$, $q^{t}(\rho)$ et a_n $(n=0,1\dots)$. Ces quantités mises à part, toutes les autres grandeurs sont connues et les produits scalaires peuvent être calculés analytiquement à partir des expressions des champs des modes du guide plan et de ceux des modes en espace libre pris en polarisation TE (ANNEXE I).

On obtient finalement le système d'équations intégrales suivant que l'on notera par la suite système (A):

$$q^{t}(\rho) = q_0^{t}(\rho) + \frac{1}{2\omega\mu_0 P}\,\frac{|\beta(\rho)|}{(\beta_0+\beta(\rho))}\left\{\int_0^{\infty} q^{r}(\rho')(\beta_0-\beta(\rho'))\,F(\rho',\rho)\,d\rho' + \sum_{n=1,2\dots}(\beta_0-\beta_n)\,a_n\,G_n(\rho)\right\} \quad \text{(II-22)}$$

$$\begin{Bmatrix} a_n \\ q^{r}(\rho) \end{Bmatrix} = \frac{1}{4\omega\mu_0 P}\,\frac{\begin{Bmatrix}\beta_n \\ |\beta(\rho)|\end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix}\beta_m \\ \beta(\rho)\end{Bmatrix}} \cdot \int_0^{\infty} q^{t}(\rho')\left[\begin{Bmatrix}\beta_n \\ \beta(\rho)\end{Bmatrix} - \beta(\rho')\right]\cdot\begin{Bmatrix} G_n(\rho) \\ F(\rho,\rho')\end{Bmatrix} d\rho' \quad \begin{matrix}\text{(II-23)}\\ \text{(II-24)}\end{matrix}$$

$$\left\{\begin{aligned}
&q_0^{t}(\rho) = \frac{1}{2\omega\mu_0 P}\,\frac{|\beta(\rho)|}{\beta_0+\beta(\rho)}\cdot 2\beta_0\,G_0(\rho) && \text{(II-25)}\\
&G_n(\rho) = 2.k_0^2.(\varepsilon_r-1).A_{en}\cdot B_e^{t}(\rho).\cos K_n d.\,\frac{\gamma_n\cos\rho d - \rho\sin\rho d}{(K_n^2-\rho^2)(\gamma_n^2+\rho^2)} && \text{(II-26)}\\
&F(\rho',\rho) = \pi\cdot B_e^{t}(\rho)\,B_e^{r}(\rho')\left[D_e^{r}(\rho')+D_e^{r*}(\rho')\right]\delta(\rho-\rho') && \text{(II-27)}\\
&\qquad - k_0^2(\varepsilon_r-1)\,B_e^{t}(\rho)\,B_e^{r}(\rho')\left[\frac{\sin(\sigma'+\rho)d}{\sigma'+\rho}+\frac{\sin(\sigma'-\rho)d}{\sigma'-\rho}\right]\frac{1}{\rho'^2-\rho^2}
\end{aligned}\right.$$

Les amplitudes A_{tm}, $B_e^t(\rho)$, $B_e^r(\rho)$ et $D_e^r(\rho)$ sont relatives aux modes pTE dans chacune des régions de l'espace (ANNEXE I).

II - 1 - 3 Conclusion

Les équations de continuité des champs dans le plan de la discontinuité sont transformées en un système d'équations intégrales couplées en utilisant les propriétés d'orthogonalité des modes présents de part et d'autre de la discontinuité. Ce faisant, nous avons éliminé toutes les variables d'espace. Toutes les combinaisons algébriques effectuées pour obtenir le système (A), reposent sur des considérations physiques. L'intérêt de cette formulation apparaîtra toutefois plus clairement lors de la résolution numérique de ce système. On note par ailleurs, que l'obtention du système (A) ne nécessite aucun calcul numérique et que toutes les opérations effectuées sont immédiatement transposables aux cas des guides à 3 dimensions pourvu que le spectre de modes soit connu. Le cas de l'excitation iTM_0 est traité sans détails redondants dans l'ANNEXE III.

II- 2 RÉSOLUTION DU SYSTÈME D'ÉQUATIONS INTÉGRALES

Il existe un certain nombre de méthodes* pour résoudre les différents types d' équations intégrales . Il faut donc préalablement identifier ces équations afin de sélectionner une méthode de résolution adaptée.

II - 2 - 1 Classification de ces équations intégrales

Les équations intégrales du système (A) sont couplées de sorte que leur forme canonique ne correspond pas tout à fait aux exemples d'équations intégrales simples traitées dans les ouvrages classiques [23][24][25].

A première vue, elles semblent présenter toutes les caractéristiques des équations intégrales de FREDHOLM.

* *La projection des fonctions $q^t(\rho)$ et $q^r(\rho)$ sur une base de fonctions orthogonales telles que les fonctions de LAGUERRE pourrait être utilisée pour résoudre le système (A). Cette façon de procéder améliorerait certainement la méthode de S.F. MAHMOUD et J.C. BEAL laquelle ne nécessiterait plus d'intégrales doubles à calculer numériquement.*

Les noyaux de ces équations

$[\beta_0 - \beta(\rho')] F(\rho',\rho)$ pour l'équation (II-22)

$[\beta(\rho) - \beta(\rho')] F(\rho,\rho')$ pour l'équation (II-24)

présentent cependant chacun une singularité en $\rho = \rho'$, qui apparaissent explicitement dans les expressions de $F(\rho',\rho)$ et $F(\rho,\rho')$ en (II-27).

Le système (A) ressemble donc a un système d'équations intégrales de FREDHOLM couplées à noyaux singuliers.

II - 2 - 2 Les séries de NEUMANN

Pour résoudre le système d'équations (A), nous utilisons une méthode itérative simple connue dans la littérature sous le nom de Séries de NEUMANN (voir par exemple [23]).

Cette méthode s'applique d'ordinaire à des équations intégrales dont la forme la plus générale correspond aux équations de FREDHOLM de 2ième ordre telles que:

$$f(x) = g(x) + \lambda \int_a^b K(x,y) f(y)\, dy \qquad \text{(II-28)}$$

La fonction $g(x)$, le coefficient λ et le noyau $K(x,y)$ sont connus. Les Séries de NEUMANN élaborent l'inconnue $f(x)$ par itérations successives. Le schéma itératif est:

$$f_{p+1}(x) = g(x) + \lambda \int_a^b K(x,y)\, f_p(y)\, dy \qquad \text{(II-29)}$$

ou l'on prend pour première valeur de $f(x)$ la fonction $g(x)$ telle que

$$f_1(x) = g(x)$$

On calcule ensuite la solution d'ordre 2 à partir de la solution d'ordre 1 et ceci grâce à l'équation (II-29) avec p=1 et ainsi de suite.

Le succès de cette méthode n'est pas garanti, car le processus itératif peut parfois diverger ou converger vers des solutions qui ne satisfont pas le problème physique posé. De nombreux auteurs (voir [23]) ont établi des critères suffisants pour assurer la convergence vers la solution vraie, mais ces critères très restrictifs ne sont pas nécessaires et ne permettent pas finalement de statuer à priori sur le succès de la méthode.

- Application des Séries de NEUMANN aux équations intégrales couplées du système (A).

Les Séries de NEUMANN s'adaptent parfaitement à la résolution du système (A). On peut sans difficulté définir un processus itératif comparable à celui de l'équation (II-29) qui s'écrit :

$$\left[q^t(\rho)\right]_{p+1} = q_0^t(\rho) + \frac{1}{2\omega\mu_0 P}\,\frac{|\beta(\rho)|}{\beta_0+\beta(\rho)} * \left\{ \int_0^\infty \left[q^u(\rho')\right]_p (\beta_0-\beta(\rho'))F(\rho',\rho)\,d\rho' + \sum_{n=1,2} \left[a_n\right]_p G_n(\rho) \right\} \qquad \text{(II-30)}$$

$$\left\{\begin{matrix} \left[a_n\right]_p \\ \left[q^u(\rho)\right]_p \end{matrix}\right\} = \frac{1}{4\omega\mu_0 P}\,\frac{\left\{\begin{matrix}\beta_n \\ |\beta(\rho)|\end{matrix}\right\}}{\left\{\begin{matrix}\beta_n \\ \beta(\rho)\end{matrix}\right\}} * \int_0^\infty \left[q^t(\rho')\right]_p \left(\left\{\begin{matrix}\beta_n \\ \beta(\rho)\end{matrix}\right\} - \beta(\rho')\right) \cdot \left\{\begin{matrix} G_n(\rho') \\ F(\rho,\rho') \end{matrix}\right\} d\rho' \qquad \begin{matrix}\text{(II-31)} \\ \text{(II-32)}\end{matrix}$$

ou la première valeur de $q^t(\rho)$ est:

$$\left[q^t(\rho)\right]_1 = q_0^t(\rho)$$

II - 2 - 3 Vérification de la convergence des Séries de NEUMANN

Il est hors de question ici de démontrer la convergence de la méthode, contentons nous simplement de la vérifier. A cet égard, il faut dégager un certain nombre de tests pour s'assurer de la bonne convergence des Séries de NEUMANN.

Les solutions $q^t(\rho)$, $q^u(\rho)$ et a_n doivent vérifier les (2N+1) équations du système (A), mais également les (4N+2) équations intégrales initiales (II-5) à (II-10) qui lorsqu'elles sont prises comme équations tests ne sont pas faciles à manipuler.

Pour pallier cet inconvénient, on élabore une suite d'équations intégrales non couplées qui devront être vérifiées par les solutions issues de l'application des Séries de NEUMANN au système (A).

Le système d'équations tests est obtenu en multipliant les équations $\left\{\begin{matrix}(II-7)\\(II-9)\end{matrix}\right\}$ par $\left\{\begin{matrix}\beta(\rho)\\ \beta_n\end{matrix}\right\}$ et en additionnant les résultats aux équations $\left\{\begin{matrix}(II-8)\\(II-10)\end{matrix}\right\}$

On obtient alors après avoir remplacé les produits scalaires par leurs expressions analytiques les équations suivantes:

$$\left\{\begin{aligned} 1 &= \frac{1}{4\omega\mu_0 P}\int_0^\infty q^t(\rho')\left(\beta_0+\beta(\rho')\right)G_0(\rho')\,d\rho' && \text{(II-33)}\\ 0 &= \frac{1}{4\omega\mu_0 P}\int_0^\infty q^t(\rho')\left[\left\{\begin{matrix}\beta_n\\ \beta(\rho)\end{matrix}\right\}+\beta(\rho')\right]\left\{\begin{matrix}G_n(\rho')\\ F(\rho,\rho')\end{matrix}\right\}d\rho' && \begin{matrix}\text{(II-34)}\\ \text{(II-35)}\end{matrix}\end{aligned}\right.$$

quelque soit ρ et quelque soit n supérieur à 1

Deux autres équations tests sont obtenues en multipliant membre à membre l'équation (II-3) par le conjugué de l'équation (II-4) puis en intégrant sur tout le plan de la section droite. L'orthogonalité des modes dans chacune des régions donne le résultat très simple suivant:

$$(1+a_0)(1-a_0^*) - \sum_{n=1,2}|a_n|^2 - \int_0^\infty |q^r(\rho)|^2\frac{\beta^*(\rho)}{|\beta(\rho)|}\,d\rho = \int_0^\infty |q^t(\rho)|^2\frac{\beta^*(\rho)}{|\beta(\rho)|}\,d\rho \qquad \text{(II-36)}$$

La projection de cette équation sur l'axe des réels puis sur l'axe des imaginaires fournit les deux équations remarquables suivantes:

$$1 = \sum_{n=0,1,2..}|a_n|^2 + \int_0^{k_0}\left[|q^t(\rho)|^2+|q^r(\rho)|^2\right]d\rho \qquad \text{(II-37)}$$

$$\mathcal{I}m\,(a_0) = \frac{1}{2} \int_{k_0}^{\infty} \left[|q^t(\rho)|^2 + |q^{\varkappa}(\rho)|^2 \right] d\rho \qquad \text{(II-38)}$$

La première de ces équations (II-37) n'est rien d'autre que l'expression mathématique de la conservation de l'énergie. Les quantités $|a_n|^2$ représentent les puissances couplées sur chacun des modes réfléchis pTE_n, et la quantité $\int_0^{k_0} [|q^t(\rho)|^2 + |q^{\varkappa}(\rho)|^2] d\rho$ représente la puissance couplée sur les modes rayonnés.

La seconde équation (II-38) outre son rôle de test permet de relier l'énergie stockée au voisinage de la discontinuité par les modes évanescents à la partie imaginaire du coefficient de réflexion du mode incident pTE_0. Dans le cas particulier d'une excitation pTE, l'équation (II-38) montre que le coefficient de réflexion évolue dans le premier et le second cadran du plan complexe ($Im(a_0) > 0$).

Parmi toutes les possibilités de vérifications seules les équations (II-33) et (II-37) qui demandent un effort numérique minimal ont été testées systématiquement.

II - 2 - 4 Mise en œuvre de la méthode : calcul des intégrales.

Le principe de la méthode étant dégagé, il est nécessaire de résoudre le problème d'intégration tant du point de vue analytique que numérique.

L'application des Séries de NEUMANN pour résoudre le système d'équations intégrales couplées (A) nécessite le calcul des deux intégrales suivantes:

$$\int_0^{\infty} [q^{\varkappa}(\rho')]_p * (\beta_0 - \beta(\rho'))\; F(\rho',\rho)\, d\rho' \qquad \text{(II-39)}$$

$$\int_0^{\infty} [q^t(\rho')]_p * (\beta(\rho) - \beta(\rho'))\; F(\rho,\rho')\, d\rho' \qquad \text{(II-40)}$$

Comme nous l'avons signalé précédemment, les noyaux de ces intégrales présentent des singularités pour les valeurs $\rho = \rho'$. Au vu des expressions de $F(\rho',\rho)$ et $F(\rho,\rho')$ (Eq. (II-27)) nous pouvons exprimer ces noyaux sous la forme générale:

$$(\beta_0 - \beta(\rho')) \; F(\rho',\rho) = \frac{H_1(\rho',\rho)}{\rho'-\rho'} \qquad \text{(II-41)}$$

$$(\beta(\rho) - \beta(\rho')) \; F(\rho,\rho') = \frac{H_2(\rho',\rho)}{\rho'-\rho'} \qquad \text{(II-42)}$$

ou les fonctions $H_1(\rho',\rho)$ et $H_2(\rho',\rho)$ sont continues et bornées quelque soient les valeurs de ρ et de ρ'. La difficulté due aux noyaux singuliers est contournée par l'utilisation de la valeur principale de CAUCHY des intégrales précédentes. Autrement dit, on considère que

$$\lim \; \varepsilon \to 0 \int_{\rho-\varepsilon}^{\rho+\varepsilon} q^{k}_{t}(\rho') \; \frac{H_{\frac{2}{1}}(\rho',\rho)}{\rho'-\rho} \, d\rho' \; \# \; 0 \qquad \text{(II-43)}$$

La décomposition en série de TAYLOR des fonctions $q^{k}(\rho')\, H_1(\rho',\rho)$ et $q^{t}(\rho')\, H_2(\rho',\rho)$ autour de la valeur $\rho = \rho'$ transforme la relation (II-43) qui s'exprime sous la forme:

$$\lim \; \varepsilon \to 0 \quad 2 \, \frac{\partial \left(q^{k}_{t}(\rho') \, H_{\frac{2}{1}}(\rho',\rho) \right)}{\partial \rho'} * \varepsilon_{\;(\rho=\rho')} \; \# \; 0 \qquad \text{(II-44)}$$

D'un point de vue numérique, la quantité ε correspond à un pas d'intégration; il sera donc nécessaire de reserrer ces pas autour des valeurs de $\rho = \rho'$ pour lesquelles les dérivées $\dfrac{\partial (q^{k}_{t}(\rho) \, H_{\frac{2}{1}}(\rho',\rho))}{\partial \rho'}$ deviennent importantes.

Le calcul numérique des intégrales (II-32) et (II-33) oblige de borner le domaine de définition de la variable ρ qu'il faudra ensuite discrétiser. L'équation (II-37) montre que quelque soit la fréquence ou la permittivité du guide, on a toujours:

$$\int_{k_0}^{\infty} \left(|q^{k}(\rho)|^2 + |q^{t}(\rho)|^2 \right) d\rho \; \leq \; 2 \qquad \text{(II-45)}$$

ceci montre que les fonctions $|q^{t}(\rho)|$ et $|q^{k}(\rho)|$ décroissent plus vite que $\rho^{-1/2}$. Autrement dit, le couplage sur les modes continus diminue lorsque la quantité $||\beta(\rho)| - \beta_0|$ augmente et devient négligeable lorsque ρ dépasse une certaine valeur ρ_{max} qu'il faudra déterminer numériquement.

Il faut ensuite discrétiser le domaine $[0 \; , \; \rho_{max}]$ afin que toutes les

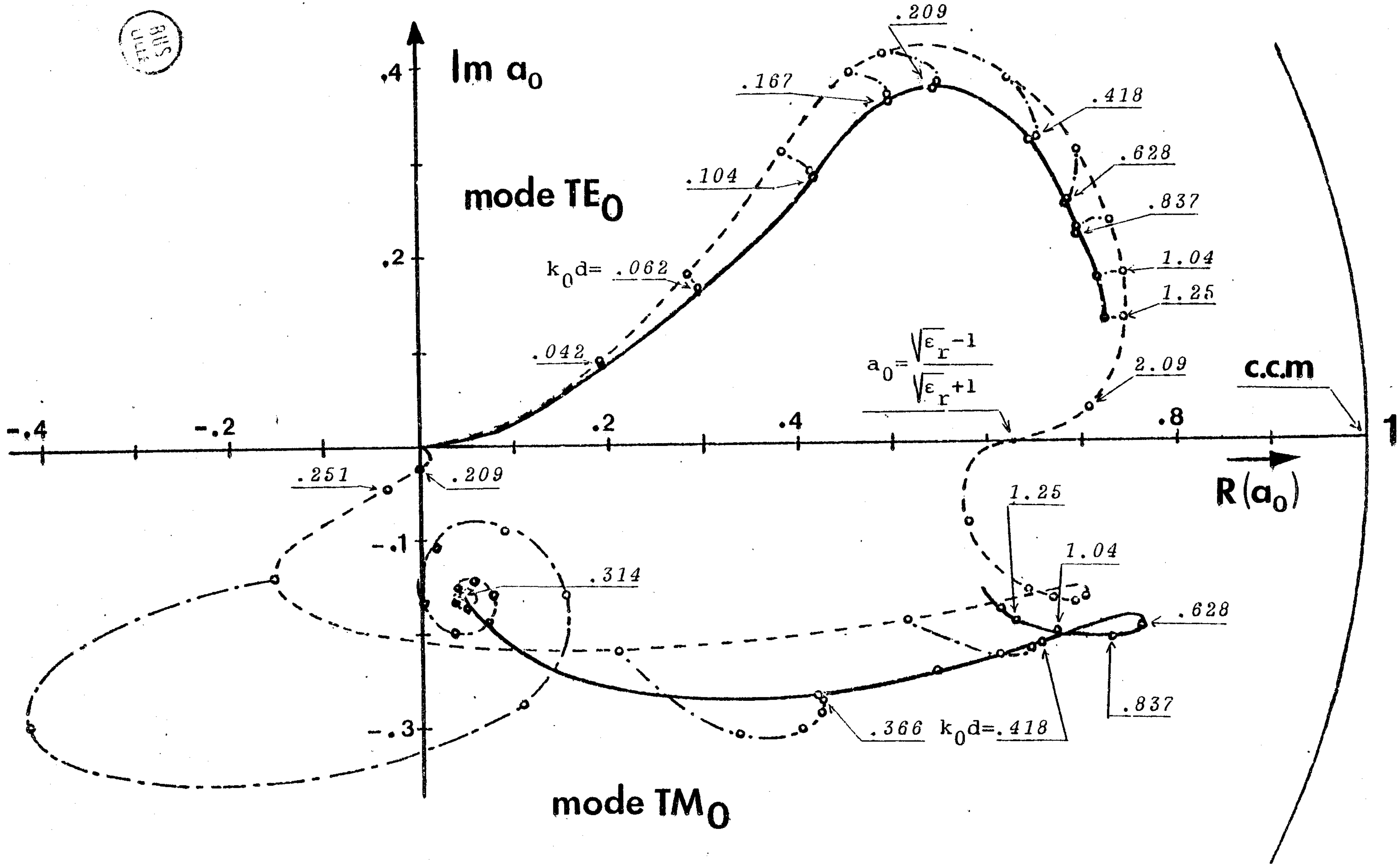


Figure II-2 : Lieu du coefficient de reflexion a_0 dans le plan complexe en fonction de la fréquence normalisée k_0d

----- Approximation d'ordre 1 ; — — — Convergence au cours du processus itératif;

—— Lieu exact du coefficient de reflexion fonctions de la variable ρ y soient décrites correctement. L'un des critères "à priori" permettant de fixer la valeur maximum des pas d'intégration, consiste à décrire correctement les fonctions élémentaires $\cos\rho d$ et $\sin\rho d$ intervenant dans les équations (II-26) et (II-27). Des critères "à postériori" liés à l'équation (II-44) peuvent intervenir au vu du comportement des fonctions de couplage $q^{t}(\rho)$ et $q^{\kappa}(\rho)$.

II - 3 RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Nous allons illustrer les propos précédents en donnant des résultats numériques relatifs à l'arrêt brusque du guide plan diélectrique excité par les modes pTE_0 et iTM_0.

II - 3 - 1 Convergence de la méthode

Un de nos premiers soucis a été de tester la convergence de la méthode. Pour cela, nous avons tracé dans le plan complexe (Figure II-2) l'évolution du coefficient de réflexion a_0 des modes incidents pTE_0 et iTM_0 au cours du processus itératif de résolution des équations intégrales. Les résultats concernants le mode pTE_0 sont situés dans le premier cadran du plan complexe et ceux concernants le mode iTM_0 sont situés essentiellement dans le quatrième quadran ce qui est tout à fait en accord avec les équations (II-38) et (A3-9).

Les courbes en pointillés (-----) représentent l'évolution de l'approximation d'ordre 1 du coefficient de réflexion a_0 pour les deux types d'excitation. A partir des points calculés sur ces courbes, nous avons tracé l'évolution de ces coefficients au cours du processus itératif (-·-·-·-). Ces courbes illustrent parfaitement le processus numérique, les solutions intermédiaires venant se stabiliser autour des solutions finales tracées en traits pleins (———).

Le calcul itératif est arrété lorsque la différence entre les valeurs des paramètres électromagnétiques calculés à la $p+1^{\text{ième}}$ et à la $p^{\text{ième}}$ itération est négligeable. Le test d'arrêt est donc basé sur la stabilité des résultats. Lors de l'exploitation du programme de calcul, nous ne testons qu'un seul de ces paramètres sachant par une étude préalable que la stabilité est un phénomène global.

Dans le cas de l'arrêt brusque du guide plan diélectrique le calcul itératif est arrêté lorsque le test ci-dessous est vérifié:

$$\left| [a_0]_{p+1} - [a_0]_p \right| \leq 10^{-3} \tag{II-46}$$

Dans le cas de l'excitation pTE_0, la convergence est très rapide, la figure II-2 montre qu'il suffit de 4 itérations en moyenne pour satisfaire le test d'arrêt de la procédure numérique (II-46). La convergence dans le cas du mode incident iTM_0 est très différente selon la valeur de la fréquence normalisée k_0d. En "basses fréquences", la convergence est très lente; ce comportement est du au fait que pour ces fréquences, la courbe de dispersion du mode iTM_0 tangente la droite k_0 qui sépare la zone des modes guidés de celle des modes continus rayonnés (voir figure A1-3). Les modes rayonnés de constante de phase $\beta(\rho)$ voisine de k_0 ont des configurations de champs très proches* de celle du mode incident iTM_0 d'ou un couplage très important d'énergie sur les modes rayonnés transmis et réfléchis que l'approximation d'ordre 1 ne prend pas en compte. La figure II-2 montre que 15 itérations sont nécessaires pour satisfaire le test d'arrêt de la procédure dans le cas de l'excitation iTM_0 à la fréquence normalisée $k_0d = 0.314$ alors que trois itérations suffisent pour le mode pTE_0 à la même fréquence.

Lorsque la fréquence k_0d augmente, la courbe de dispersion du mode iTM_0 quitte le voisinage de la droite k_0 et l'on obtient alors des convergences comparables à celles du mode pTE_0.

Si la convergence du processus numérique est évidente sur la figure II-2, rien ne nous prouve pour l'instant que la solution stabilisée soit la solution vraie du problème physique. Pour s'en convaincre, nous avons effectué le calcul des équations tests dont les résultats sont regroupés dans le tableau I. Le carré des modules des coefficients de réflexion a_0 est calculé d'une part au moyen de la solution du système d'équations intégrales (A)(Eqs (A3-3) (A3-4) et (A3-5) pour le mode iTM_0) et d'autre part en utilisant l'équation de conservation de l'énergie (II-37) (Equation (A3-8) pour le mode iTM_0).

On peut constater que pour la précision demandée 10^{-3} (II-46), la loi de conservation de l'énergie est vérifiée avec une précision supérieure à 0.2% pour l'excitation pTE_0 et supérieure à 1% dans le cas du mode iTM_0.

* *au voisinage de la discontinuité*

mode TE_0 ; $\varepsilon_r = 20.$					mode TM_0 ; $\varepsilon_r = 20.$				
	Système (A)		(II-37)	(II-33)		(A3-3) ⟶ (A3-6)		(A3-8)	(A3-7)
k_0d	a_0	$\|a_0\|^2$	$\|a_0\|^2$	1	k_0d	a_0	$\|a_0\|^2$	$\|a_0\|^2$	1
.209	.547+j.361	.435	.435	.997	.314	.046-j.159	.027	.026	.999-j.001
.418	.648+j.315	.519	.520	.997	.418	.655-j.215	.476	.486	.999
.628	.681+j.244	.523	.524	.997	.628	.763-j.197	.622	.628	.999+j.001
.837	.696+j.217	.531	.531	.999	.837	.727-j.209	.572	.580	.998+j.002
1.04	.719+j.168	.545	.544	.999	1.04	.669-j.204	.486	.475	.997-j.001
1.25	.724+j.127	.540	.540	.999	1.25	.628-j.191	.431	.444	.999

TABLE I

Sur ce tableau figurent également les résultats des équations (II-33) et (A3-7) qui testent la validité de la fonction $q^t(\rho)$. La valeur théorique 1 est obtenue avec une précision supérieure à 0.3%. Etant donné la similitude des équations (II-33) et (II-23) pour le mode pTE_0

$$a_0 = \frac{1}{4\omega\mu_0 P} \int_0^\infty q^t(\rho')(\beta_0 - \beta(\rho))\, G_0(\rho)\, d\rho \tag{II-23}$$

$$1 = \frac{1}{4\omega\mu_0 P} \int_0^\infty q^t(\rho')(\beta_0 + \beta(\rho))\, G_0(\rho)\, d\rho \tag{II-33}$$

et des équations (A3-4) et (A3-7) pour le mode iTM_0, on peut espérer avoir la même précision sur la valeur des coefficients de réflexion a_0.

II - 3 - 2 Comportement des fonctions de couplage $q^t(\rho)$ et $q^r(\rho)$

Les fonctions de couplage $q^t(\rho)$ et $q^r(\rho)$ présentent des singularités pour la valeur $\rho = k_0$. La figure II-3 illustre ce phénomène. Ces singularités déja observées par B. RULF [26] dans le cas de faibles discontinuités, pourraient laisser croire que les modes ayant une constante de phase proche de zéro ($\rho \# k_0$) sont très fortement excités. En fait ces singularités sont dues uniquement à la représentation utilisée et non pas à un couplage privilégié sur certains modes.

Considérons simultanément la figure II-4 qui décrit le lieu de $|\beta(\rho)|$ en fonction de ρ et la quantité $q^t(\rho)\, d\rho$ qui est le coefficient de couplage global sur les modes continus situés dans l'intervalle [ρ ,ρ+dρ]. Chaque point de la courbe II-4 caractérise un couple (ω , β) donc un mode; le"nombre" de modes sur un élément de courbe est de ce fait proportionnel à la longueur $d\ell$ de cet élément. Les quantités $q^r(\rho)\, d\rho$ et $q^t(\rho)\, d\rho$ ne représentent donc pas des coefficients de couplage purs car l'intervalle $d\ell$ ne contient pas le même "nombre" de modes selon la valeur de ρ. En effet nous avons:

$$d\ell = d\rho \frac{k_0}{|\beta(\rho)|}$$

$$|\beta(\rho)| \# k_0 \quad \text{pour} \quad \rho \# 0 \tag{II-47}$$

$$|\beta(\rho)| \# 0 \quad \text{pour} \quad \rho \# k_0$$

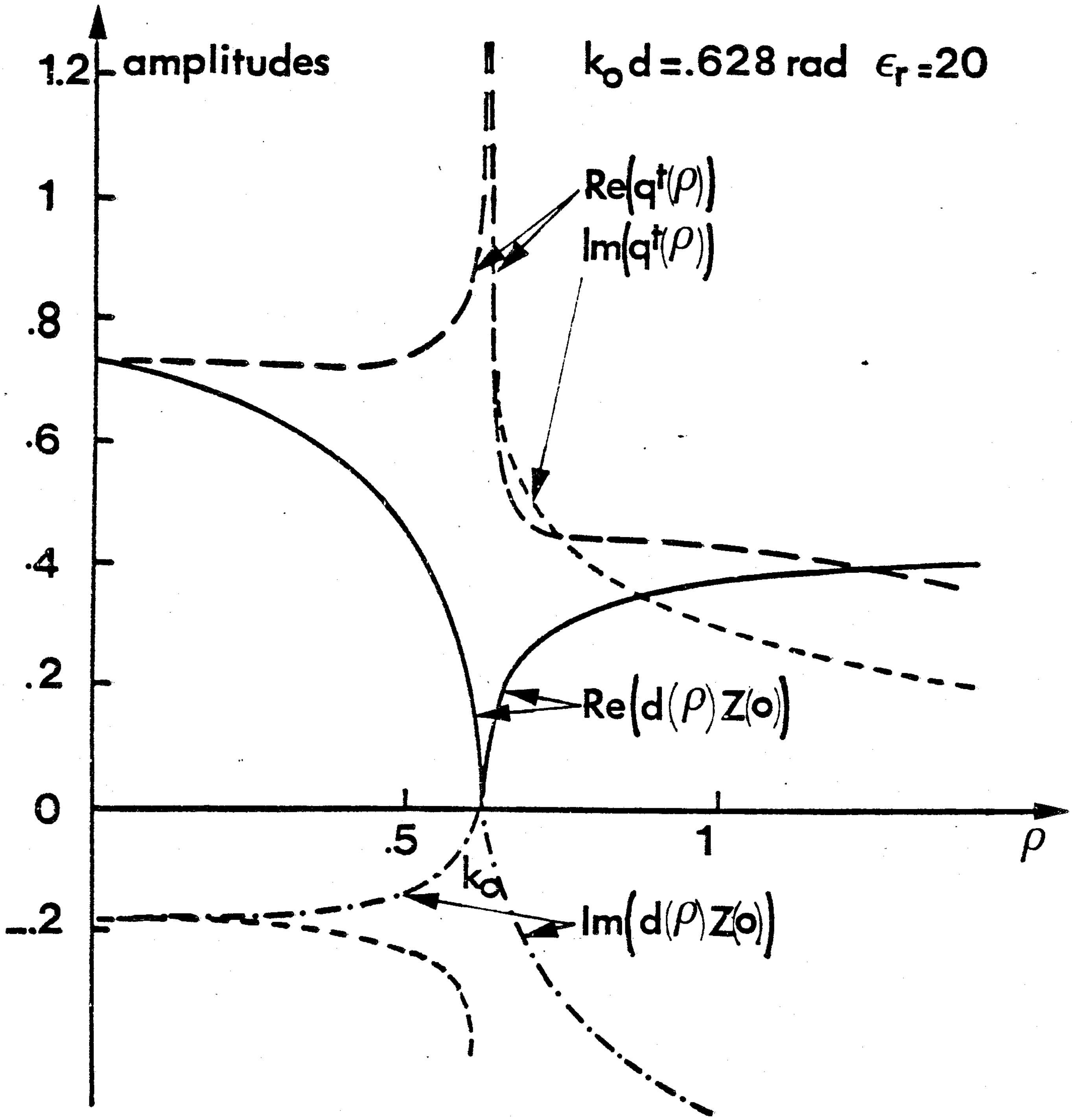


Figure II-3 : Comportement de la fonction de couplage $q^t(\rho)$

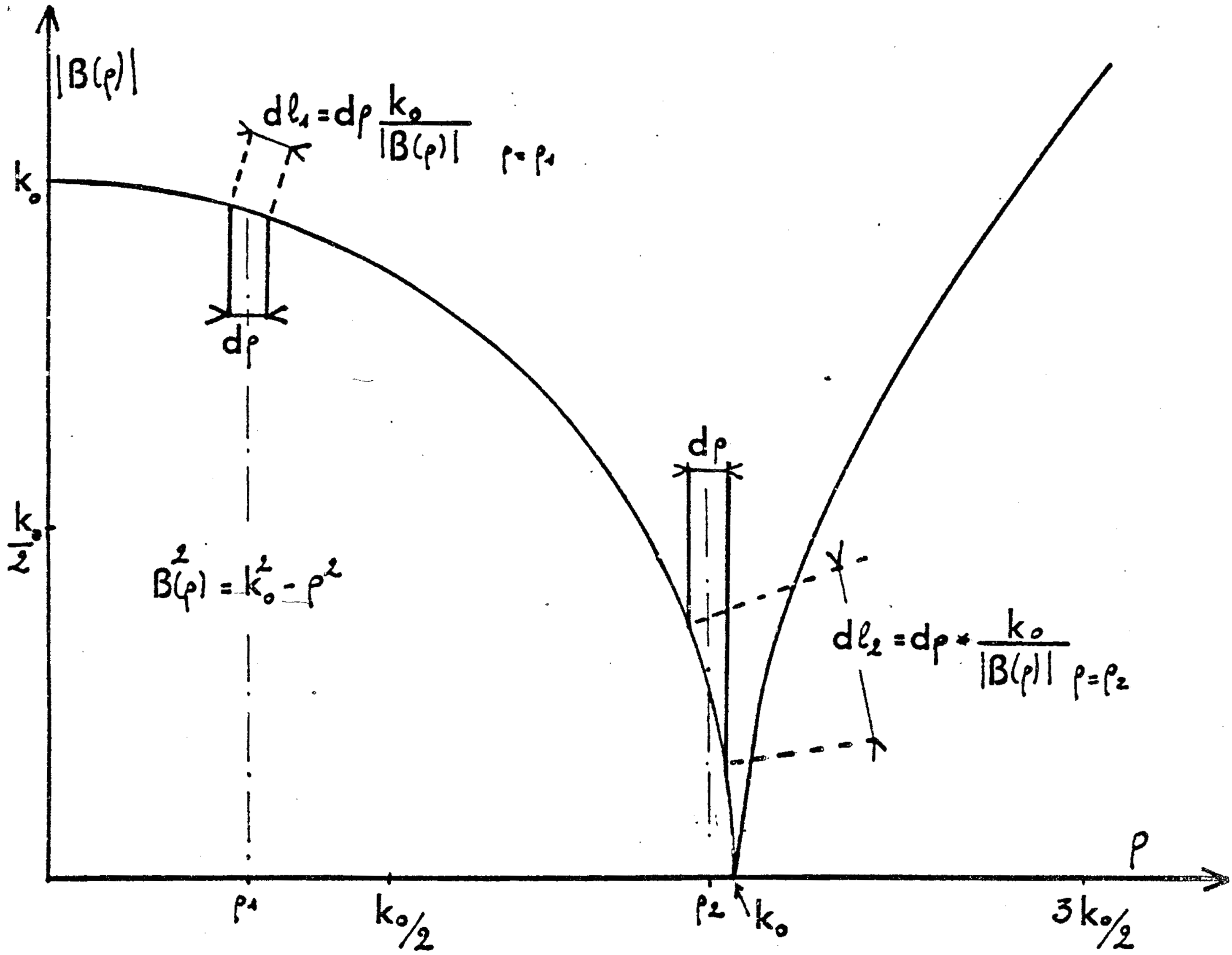

|B(ρ)|
$d\ell_1 = d\rho \frac{k_o}{|B(\rho)|}_{\rho=\rho_1}$
k_o
dρ
$\frac{k_o}{2}$
$B^2(\rho) = k_o^2 - \rho^2$
dρ
$d\ell_2 = d\rho \times \frac{k_o}{|B(\rho)|}_{\rho=\rho_2}$
ρ
ρ_1
$k_o/2$
ρ_2
k_o
$3k_o/2$

Figure II-4

Pour avoir une idée plus exacte du couplage sur les modes continus, il faut définir des "coefficients de couplage" indépendants du nombre de modes concernés tels que:

$$\frac{q^t(\rho)\,d\rho}{(d\ell/d\rho)} = q^t(\rho)\,\frac{\beta(\rho)}{k_0}\,d\rho = q^t(\rho)\,\frac{Z(o)}{Z(\rho)}\,d\rho \qquad \text{(II-48)}$$

ou $Z_o = \sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o}}$ et $Z(\rho) = \frac{\omega\mu_o}{\beta(\rho)}$ sont les impédances d'onde des différents modes.

T.E. ROZZI a utilisé pour représenter le couplage sur les modes continus les fonctions d(ρ) et b(ρ) suivantes:

$$\begin{aligned} b(\rho) &= q^u(\rho)/Z(\rho) \\ d(\rho) &= q^t(\rho)/Z(\rho) \end{aligned} \qquad \text{(II-49)}$$

La singularité est alors explicitée clairement dans l'expression de $Z(\rho)$ et n'intervient plus dans le comportement des nouvelles fonctions de couplage $d(\rho)$ et $b(\rho)$.

On peut remarquer sur la figure II-3 ou nous avons représenté $d(\rho)$, que le couplage sur les modes continus ($\rho \neq k_o$) est très faible contrairement à ce que l'on pouvait penser au vu du comportement de la fonction $q^t(\rho)$.

Les singularités en $\rho = k_o$ des fonctions de couplage $q^t(\rho)$ et $q^u(\rho)$ impose un reserrement des pas d'intégration autour de cette valeur (voir eq. (II-44)).

II - 3 - 3 Résultats

Le guide plan diélectrique n'est pas un guide réel, il est donc impossible de vérifier expérimentalement les résultats numériques que nous allons présenter dans ce paragraphe. Cependant, cette étude et les résultats qui en découlent ne sont pas sans intérêt car l'on retrouvera pour des guides réels les mêmes mécanismes physiques au niveau de la discontinuité, des évolutions semblables des coefficients de couplage etc..... .

- Etude en modes pTE_0 et iTM_0

Les figures II-5 et II-6 présentent l'évolution en module et en phase du coefficient de réflexion a_0 du mode pTE_0 en fonction de la fréquence. Sur ces mêmes figures, on a tracé les évolutions en module et en phase du coefficient de couplage a_1 sur le premier mode supérieur réfléchi de même parité (mode pTE_1).

Cette étude a été effectuée pour trois valeurs de la permittivité relative du matériau diélectrique. Ces courbes présentent toutes une irrégularité qui coïncide avec l'apparition du premier mode supérieur réfléchi.

Les évolutions en module et en phase du coefficient de réflexion a_0 du mode iTM_0 ainsi que celles du coefficient de couplage a_1 au mode iTM_1 sont représentées sur les figures II-7 et II-8. Contrairement au cas du mode pTE_0, l'apparition du mode supérieur iTM_1 ne perturbe pas de façon notable le comportement du coefficient de réflexion a_0. Cette différence est due aux évolutions très différentes des courbes de dispersion des modes pTE_0 et iTM_0 près de leur fréquence de coupure. L'apparition du mode supérieur iTM_1 n'entraine pas un changement notable dans le comportement global de la discontinuité car sa carte de champs est très peu différente de celle des modes rayonnés($\rho = k_0$) ceci au voisinage de la discontinuité. Cette situation est très différente en polarisation TE car dès son apparition, le mode pTE_1 se différencie très nettement des modes rayonnés ($\rho = k_0$) et cela se manifeste dans le comportement du coefficient a_0 lorsque le système monomode devient bimode.

Le comportement "basses fréquences" des modes pTE_0 et iTM_0 (voir la figure A1-2) explique également les évolutions différentes des coefficients de réflexion. Pour le mode iTM_0, le module du coefficient de réflexion reste négligeable dans tout la bande de fréquence ou la constante de phase β_0 est voisine de k_0 ce qui correspond à un important couplage d'énergie sur les modes rayonnés. Au contraire, la puissance couplée par le mode pTE_0 sur les modes rayonnés décroit très vite dès que la fréquence augmente tandis que l'on observe une augmentation d'énergie stockée par les modes évanescents (voir l'équation (II-38)).

Lorsque la fréquence augmente, les coefficients de réflexion a_0 des modes pTE_0 et iTM_0 deviennent réels et égaux à :

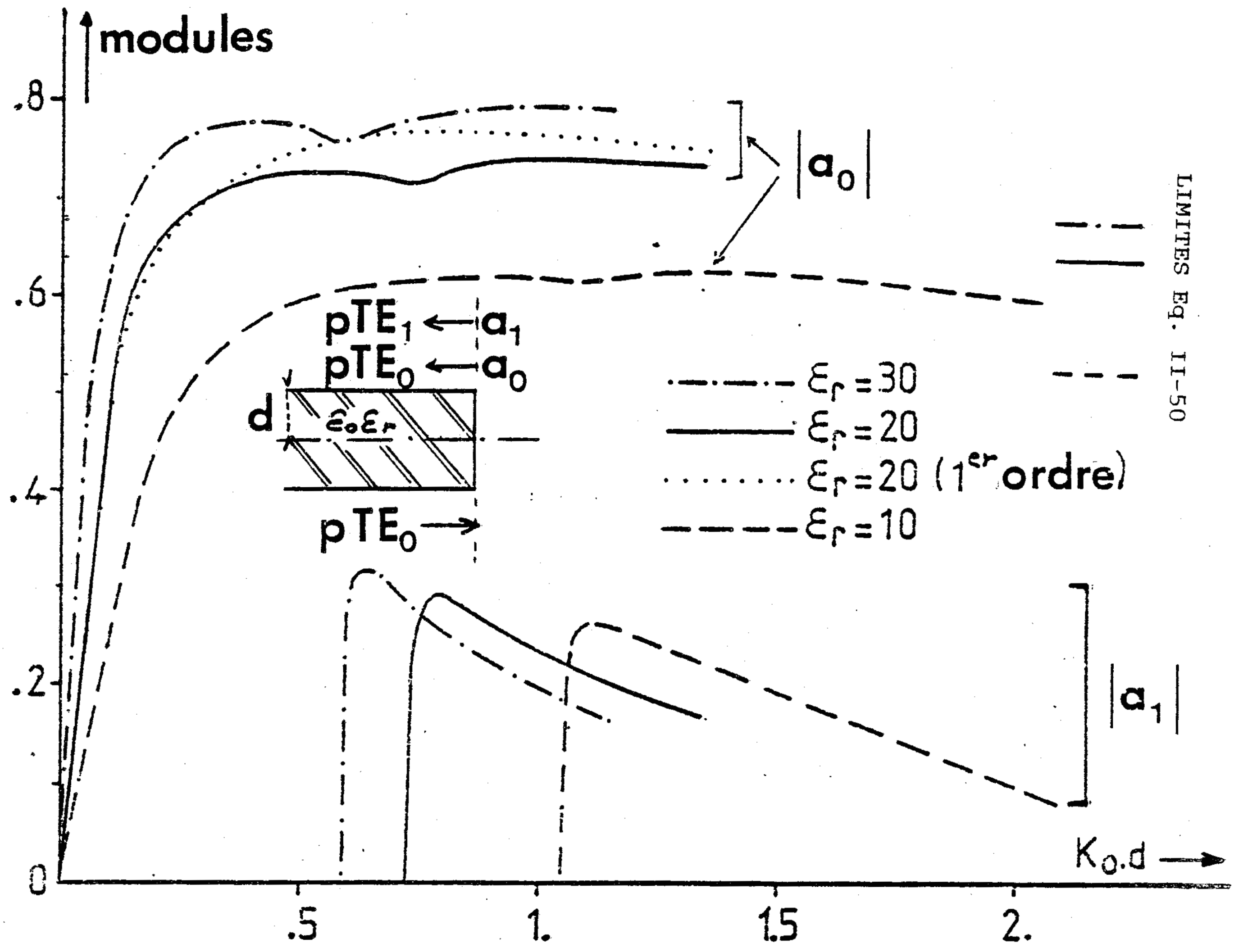
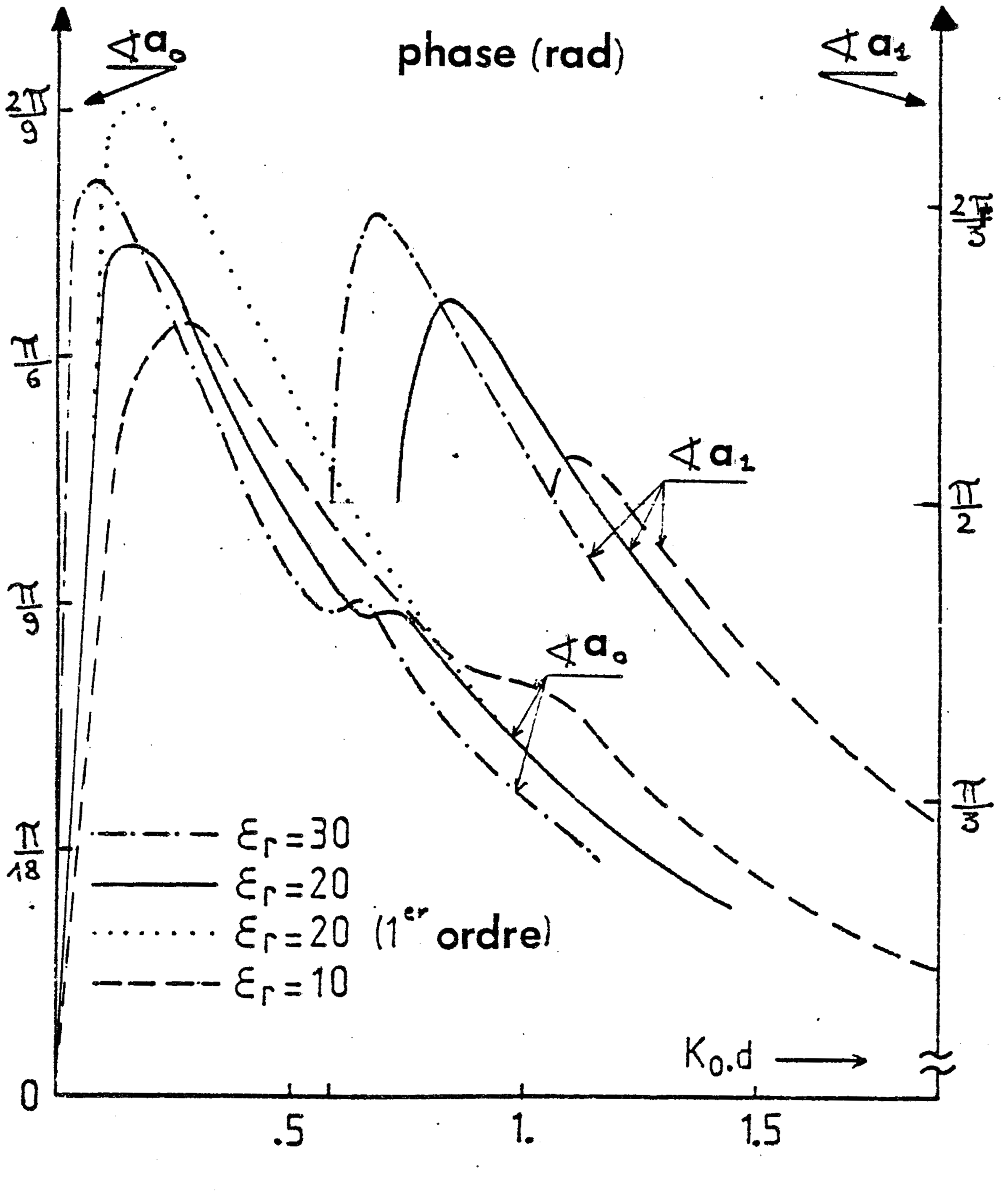


Figure II-5 : Modules du coefficient de réflexion a_0 du mode pTE_0 et du coefficient de couplage a_1 au mode supérieur pTE_1.



<u>Figure II-6</u> : Phases du coefficient de réflexion a_0 du mode pTE_0 et du coefficient de couplage a_1 au mode supérieur pTE_1

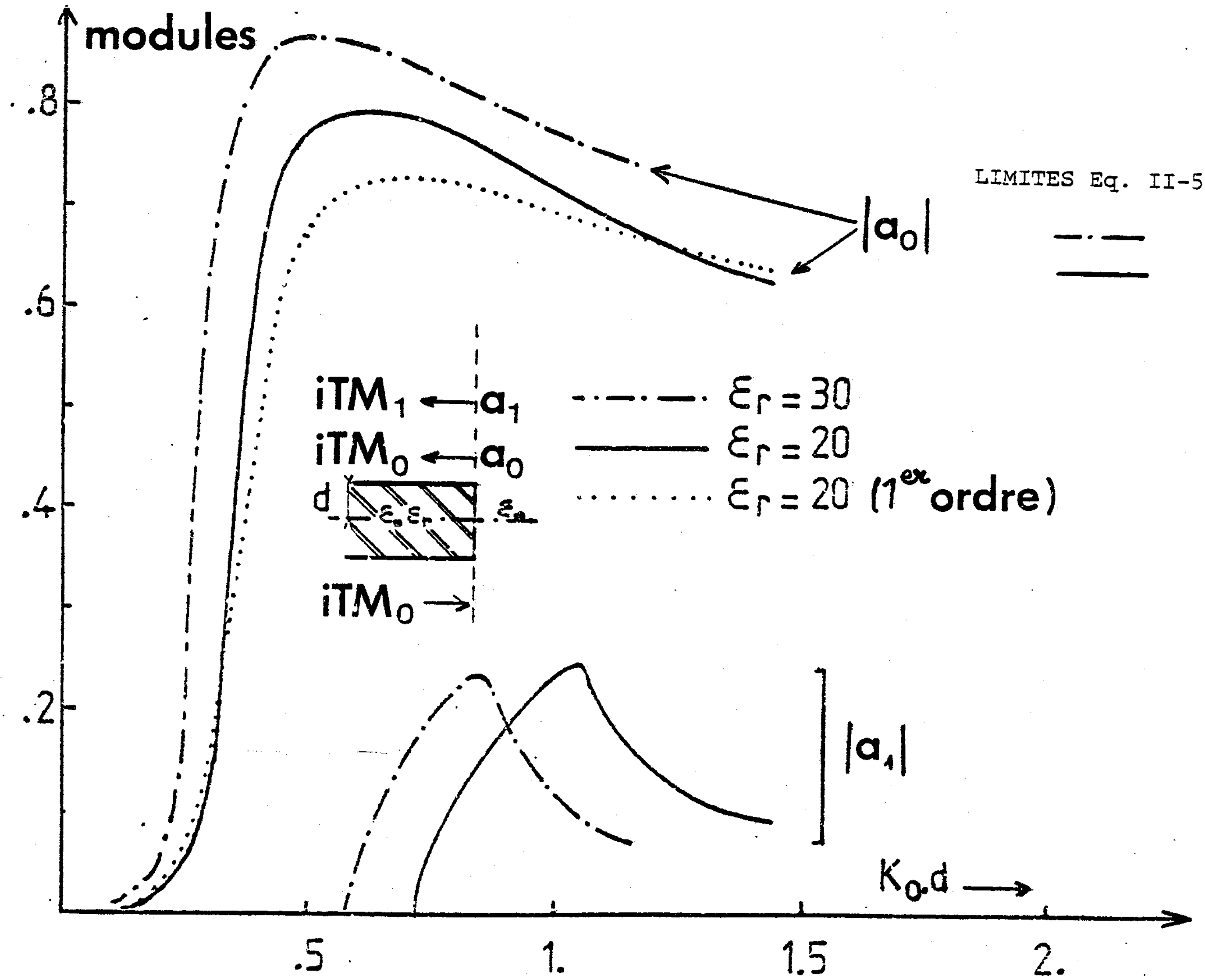


Figure II-7 : Modules du coefficient de réflexion a_0 du mode iTM_0 et du coefficient de couplage a_1 au mode supérieur iTM_1.

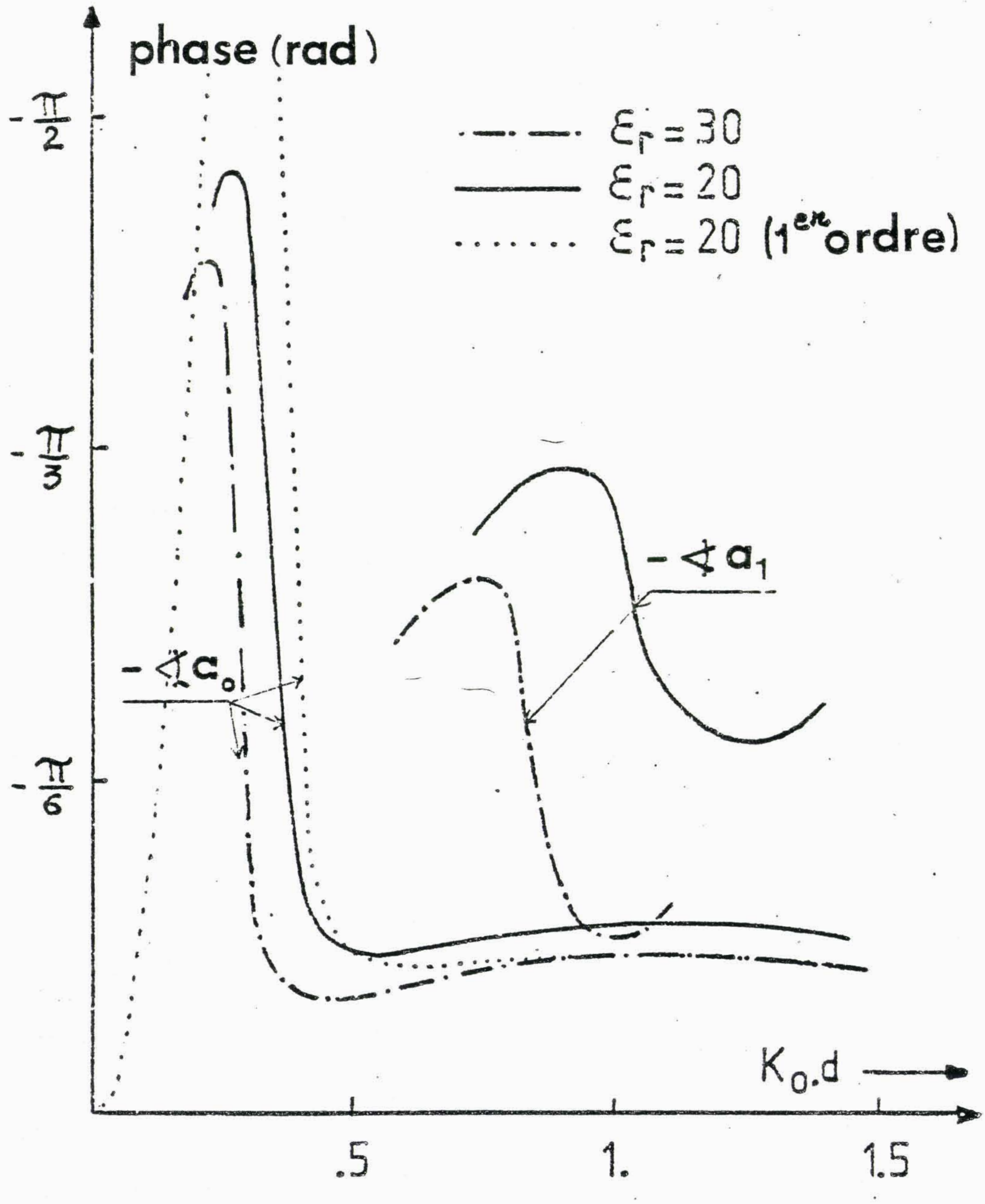


Figure II-8 : Phases du coefficient de réflexion a_0 du mode iTM_0 et du coefficient de couplage a_1 au mode supérieur iTM_1.

$$a_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_r} - 1}{\sqrt{\varepsilon_r} + 1} \qquad \text{(II-50)}$$

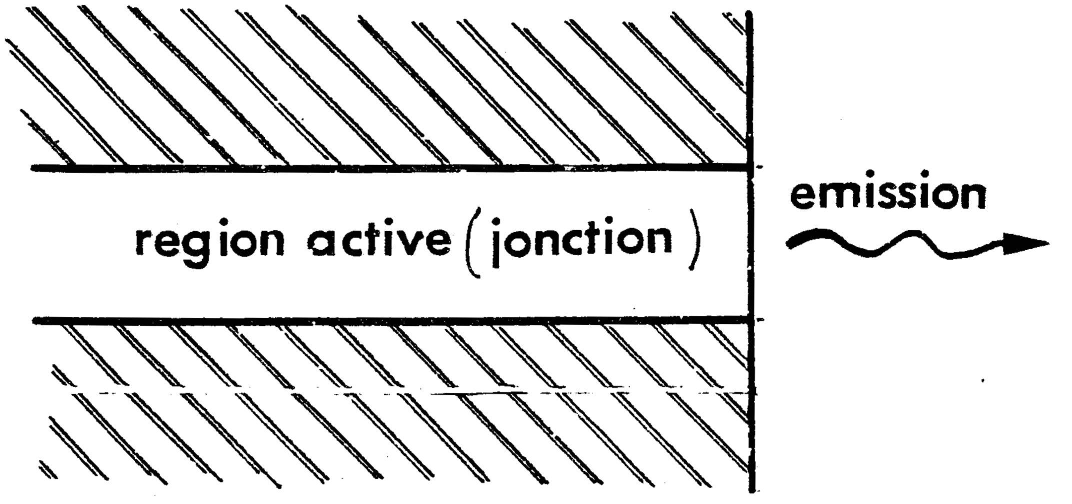
Ce coefficient de réflexion correspond à celui d'une onde plane issue d'un demi-milieu infini de permittivité ε_r incidente sur un milieu de permittivité ε_r=1.

L'évolution fréquentielle des coefficients de réflexion des modes pTE_0 et iTM_0 vers la limite exprimée par l'équation(II-50) est explicite sur la figure II-2. Ces limites sont également matérialisées sur les courbes II-5 et II-7.

Les courbes en pointillés (.......) représentent l'évolution en module et en phase du coefficient de réflexion a_0 calculé dans l'approximation d'ordre 1 (pour ε_r= 20). Cette approximation qui consiste à négliger tous les modes réfléchis à l'exception des modes pTE_0 et iTM_0 n'est pas très différente de la solution rigoureuse et, a l'immense intérêt d'être quasi-analytique. Notons enfin que le module des coefficients de réflexion diminue avec la permittivité.

Le guide plan diélectrique n'étant pas un guide réel, la vérification expérimentale est exclue. Cependant on peut comparer les résultats de cette méthode avec ceux obtenus par d'autres auteurs dans des configurations très particulières. Pour expliquer le couplage des lasers à semi-conducteurs avec le milieu extérieur, T. IKEGAMI a étudié la discontinuité représentée sur la figure II-9. Les milieux actifs semi-conducteurs sont assimilés à une couche diélectrique de permittivité ε_{r1} et les milieux enrobants à des milieux diélectriques de permittivité ε_{r2} tels que $\varepsilon_{r1} > \varepsilon_{r2}$ [6].

Grace à ce modèle, IKEGAMI a pu évaluer le pourcentage de la puissance réfléchie sur l'extrémité de la cavité en fonction de l'excitation et des divers paramètres constitutifs de la structure. La figure II-10 représente le carré du module du coefficient de réflexion ($|a_0|^2$) du mode pTE_0 sur la face externe de la cavité laser en fonction de l'épaisseur du milieu actif pour deux milieux enrobants d'indices différents.Nos résultats matérialisés par des ronds etdes croix (**o** **+**) sont en bon accord avec les résultats de T. IKEGAMI (en traits pleins).



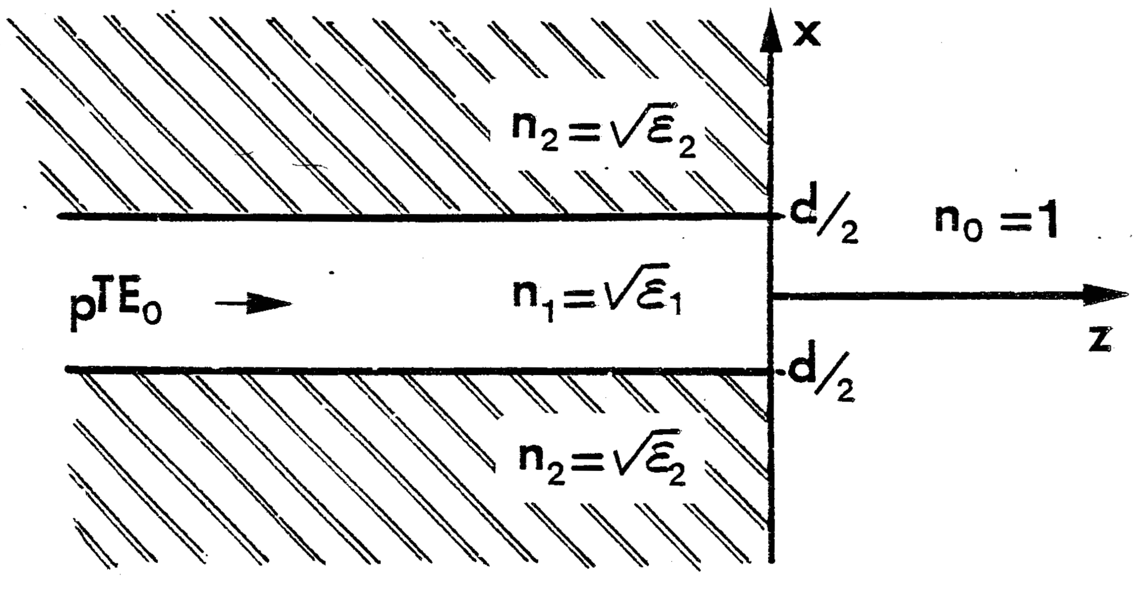


Figure II-9 : Modèle électromagnétique d'un laser à semi-conducteur étudié par IKEGAMI pour décrire le couplage de l'énergie vers le milieu extérieur.

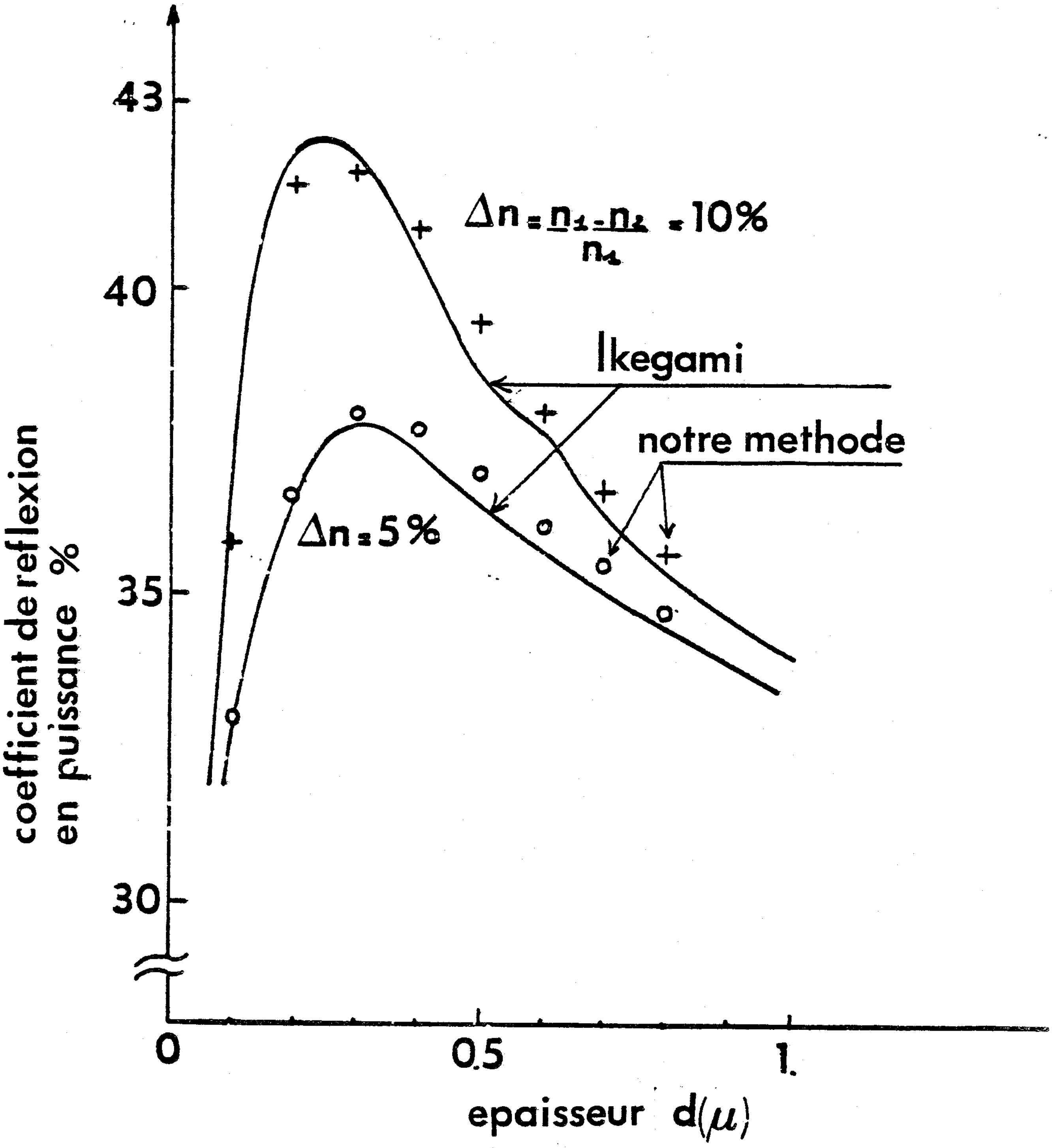


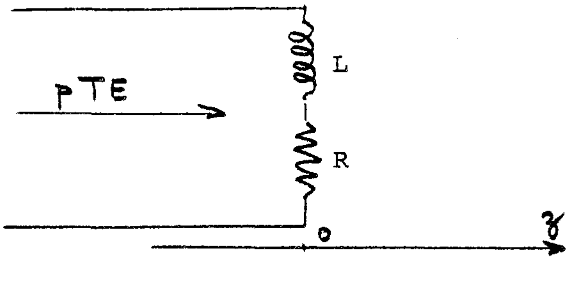
Figure II-10 : Coefficient de réflexion en puissance ($|a_0|^2$) du mode pTE_0 incident sur l'extrémité d'une cavité laser à semi conducteur en fonction de l'épaisseur du milieu actif pour deux valeurs de la permittivité du milieu enrobant.

- Etude en modes pTE_1 et iTM_1

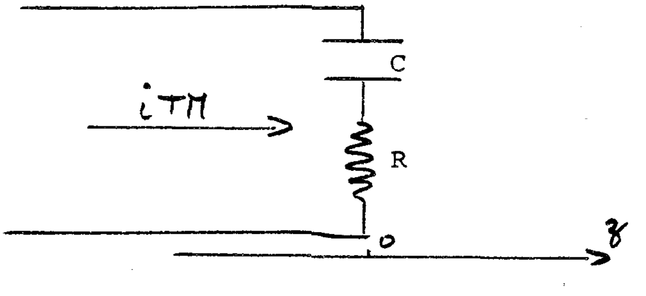
Les figures II-11 et II-12 décrivent les évolutions des modules et des phases des coefficients de réflexion a_1 des modes incidents pTE_1 et iTM_1 ainsi que des coefficients de couplage a_0 aux modes fondamentaux pTE_0 et iTM_0.

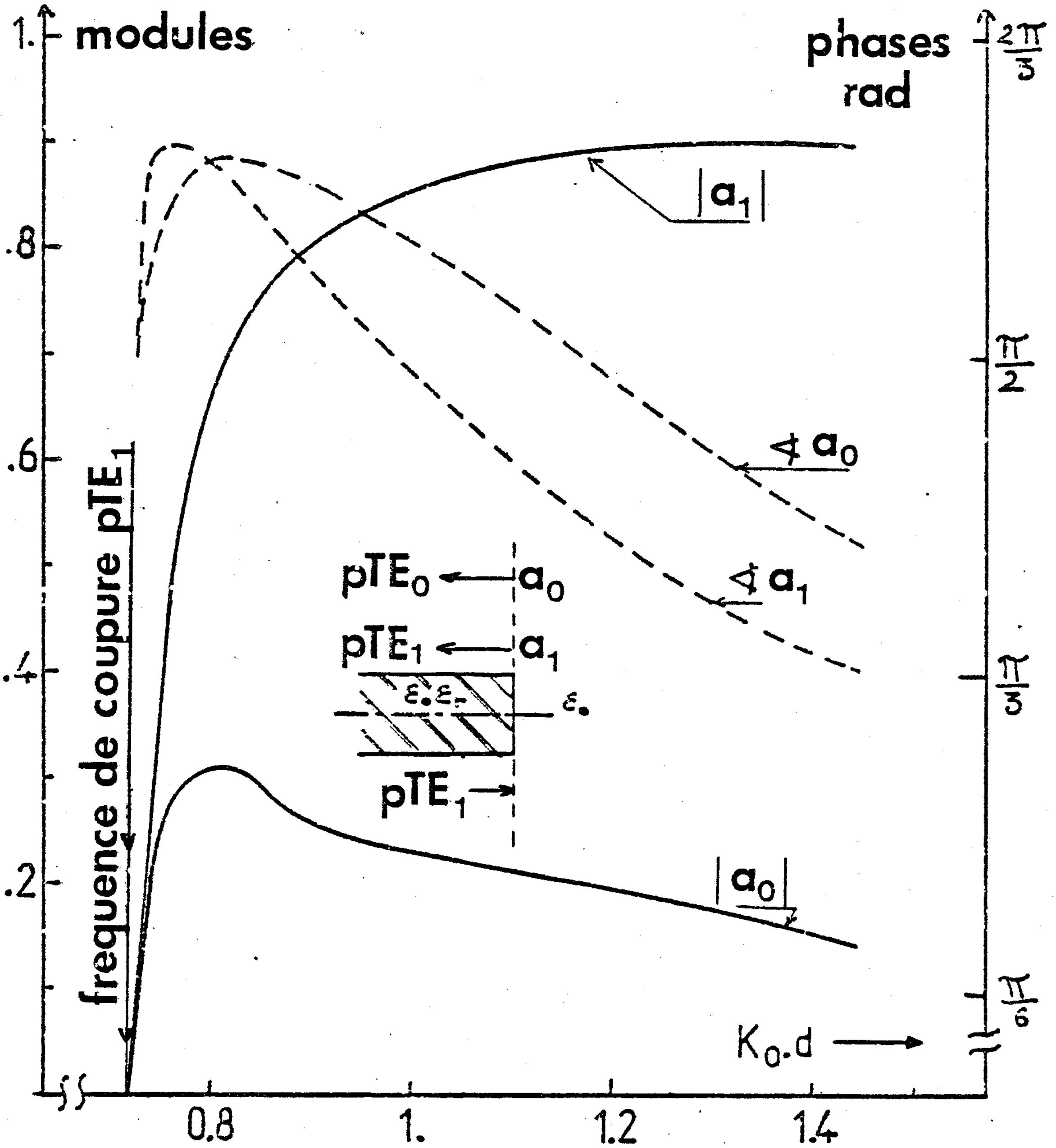
Les coefficients de réflexion des modes pTE_1 et iTM_1 sont en module supérieurs aux coefficients de réflexion des excitations pTE_0 et iTM_0. Le comportement du mode iTM_1 au voisinage de sa fréquence de coupure est similaire à celui du mode iTM_0 dans les mêmes conditions; en effet les courbes de dispersion de ces deux modes ont la même allure près de leurs fréquences de coupure (voir la figure A1-2), la constante de phase étant proche de k_0, la majeure partie de l'énergie est transférée sur les modes continus. Notons que lorsque la fréquence normalisée k_0d augmente, le coefficient de réflexion a_1 tend vers la limite fournie par l'équation (II-50) et ceci quelque soit la nature du mode incident.

On peut remarquer enfin que le schéma équivalent de la même discontinuité est très différent selon la nature du mode considéré. Pour les modes pTE, la phase des coefficients de réflexion est toujours positive, l'impédance équivalente à la discontinuité est donc selfique et résistive. La self emmagasinant de l'énergie, représente l'effet des modes évanescents tandis que la résistance matérialise l'énergie perdue par le mode incident, énergie transférée sur les modes rayonnés.

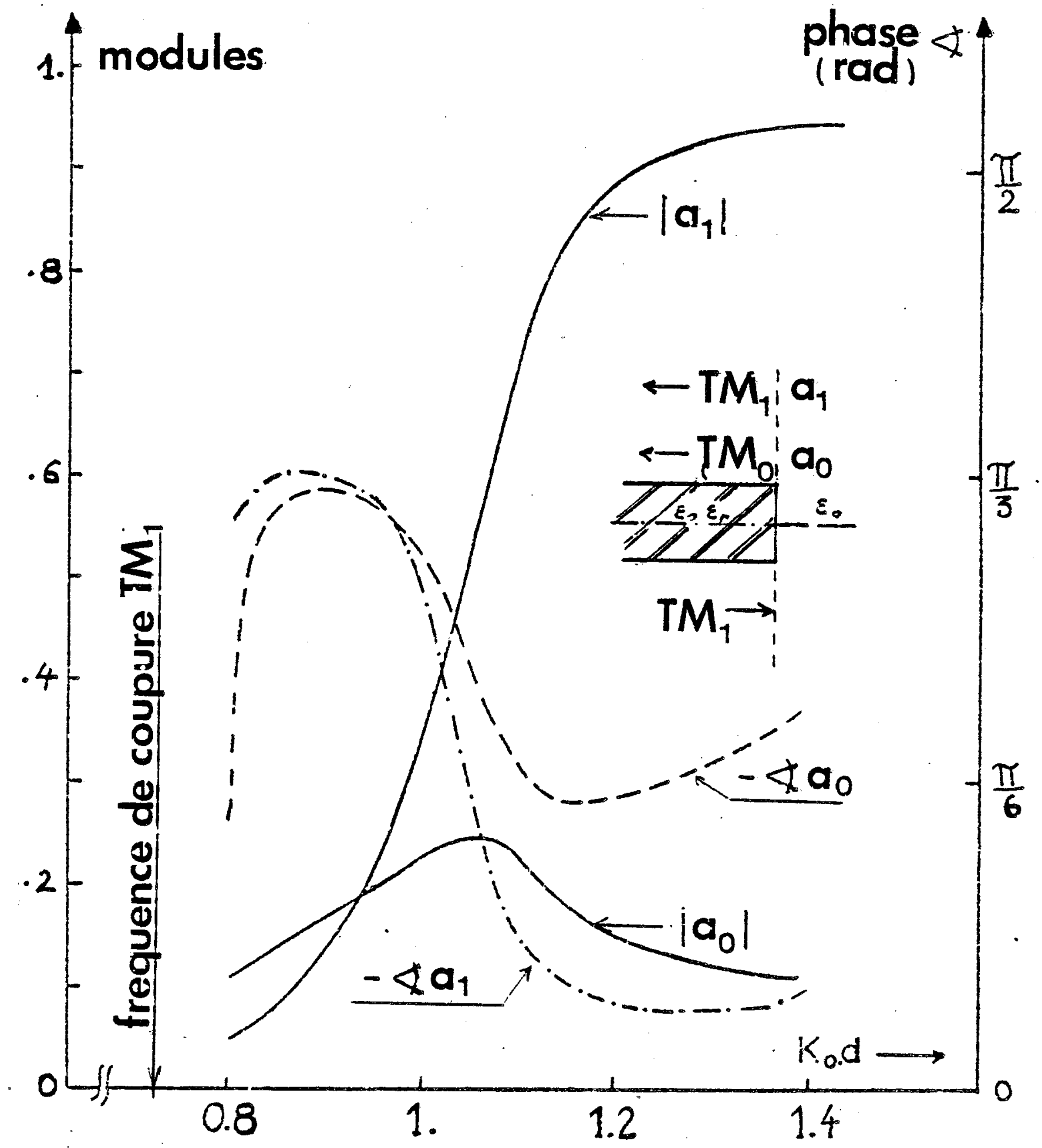


En polarisation iTM la phase négative démontre la nature capacitive de l'impédance terminale.





<u>Figure II-11</u> : Modules et phases du coefficient de réflexion a_1 du mode incident pTE_1 et du coefficient de couplage a_0 au mode fondamental pTE_0



<u>Figure II-12</u> : Modules et phases du coefficient de réflexion a_1 du mode incident iTM_1 et du coefficient de couplage a_0 au mode fondamental iTM_0 .

II - 3 - 4 Discussion: limitation de la méthode

La limitation de la méthode n'est pas liée à son principe; seul le temps calcul peut parfois être jugé prohibitif. Pour limiter le coût numérique on discrétise le domaine $[0 \quad \rho max]$ en 300 éléments de sorte que la longueur moyenne des pas d'intégration soit égale à:

$$\overline{d\rho} = \frac{\rho_{max}}{300}$$

Lorsque ces pas sont trop grands, on ne décrit plus correctement les fonctions de ρ et la méthode perd de son efficacité.

On peut exprimer la valeur ρmax en fonction du vecteur d'onde k_0 comme:

$$\rho_{max} = \alpha k_0$$

ou α est un coefficient de proportionnalité

Cette représentation montre que les limitations peuvent apparaître aux très hautes fréquences. En fait la figure II-13 montre que la partie imaginaire du coefficient de réflexion a_0 diminue lorsque la fréquence augmente; d'après l'équation (II-38), cela correspond à une diminution de la participation des modes évanescents au raccordement modal dans le plan de la discontinuité. On peut alors tronquer les fonctions $q^r(\rho)$ et $q^t(\rho)$ plus rapidement c'est à dire diminuer le coefficient α ce qui tend à repousser les limites de la méthode.

Remarque: comportement aux faibles permittivités

L'application de la méthode aux guides de très faible permittivité (guides optiques),ne présente pas plus de difficulté ; au contraire,lorsque la permittivité diminue, l'approximation d'ordre 1 apparaît suffisante pour décrire la réalité physique. L'évolution du module maximum du coefficient de réflexion en fonction de la permittivité (figure II-14) montre que l'on peut traiter des problèmes équivalents dans le domaine de l'optique intégrée car il suffit alors de ne tenir compte dans le raccordement modal que de la contribution des modes rayonnés.

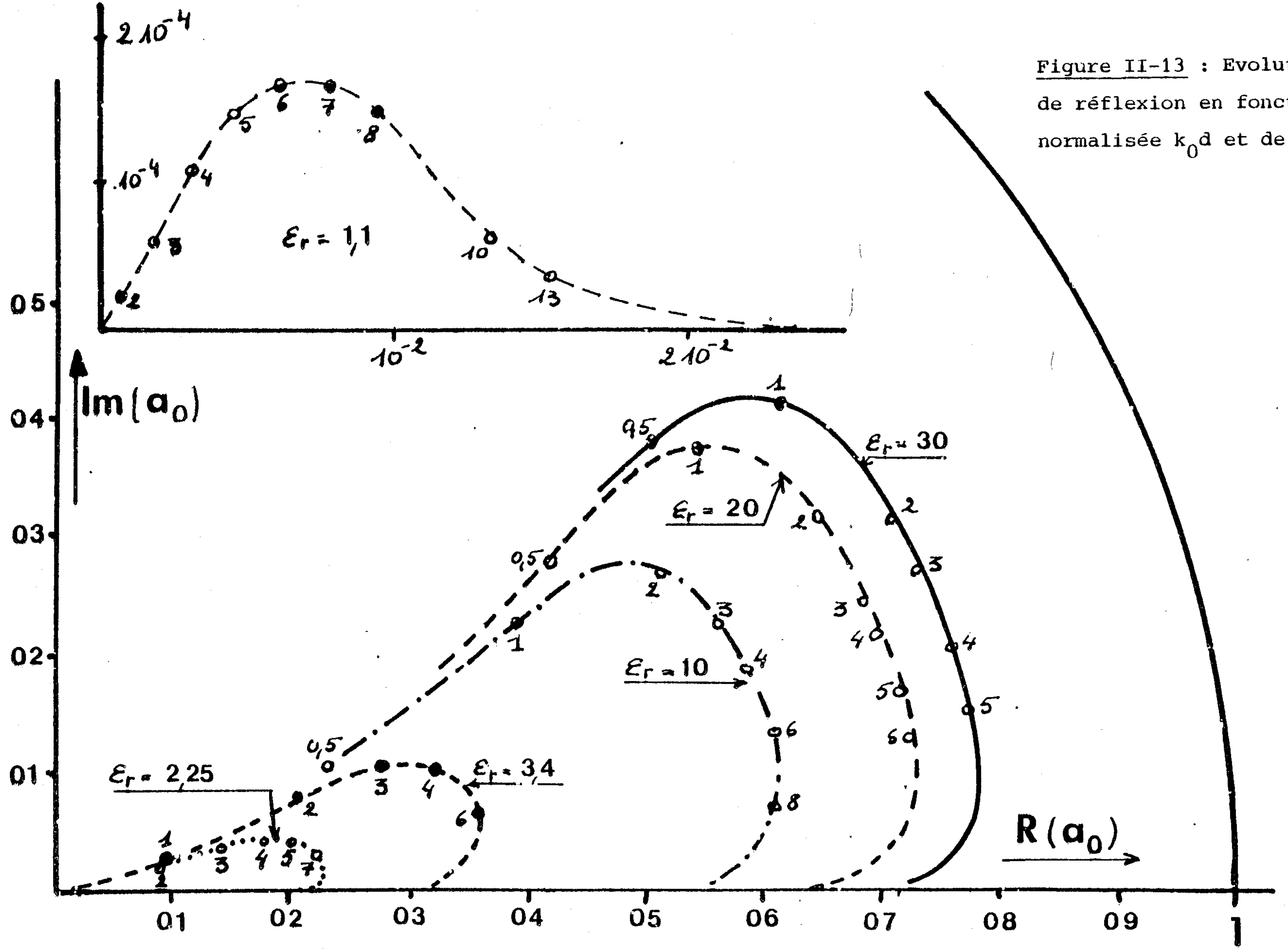


Figure II-13 : Evolution des coefficients de réflexion en fonction de la fréquence normalisée k_0d et de la permittivité.

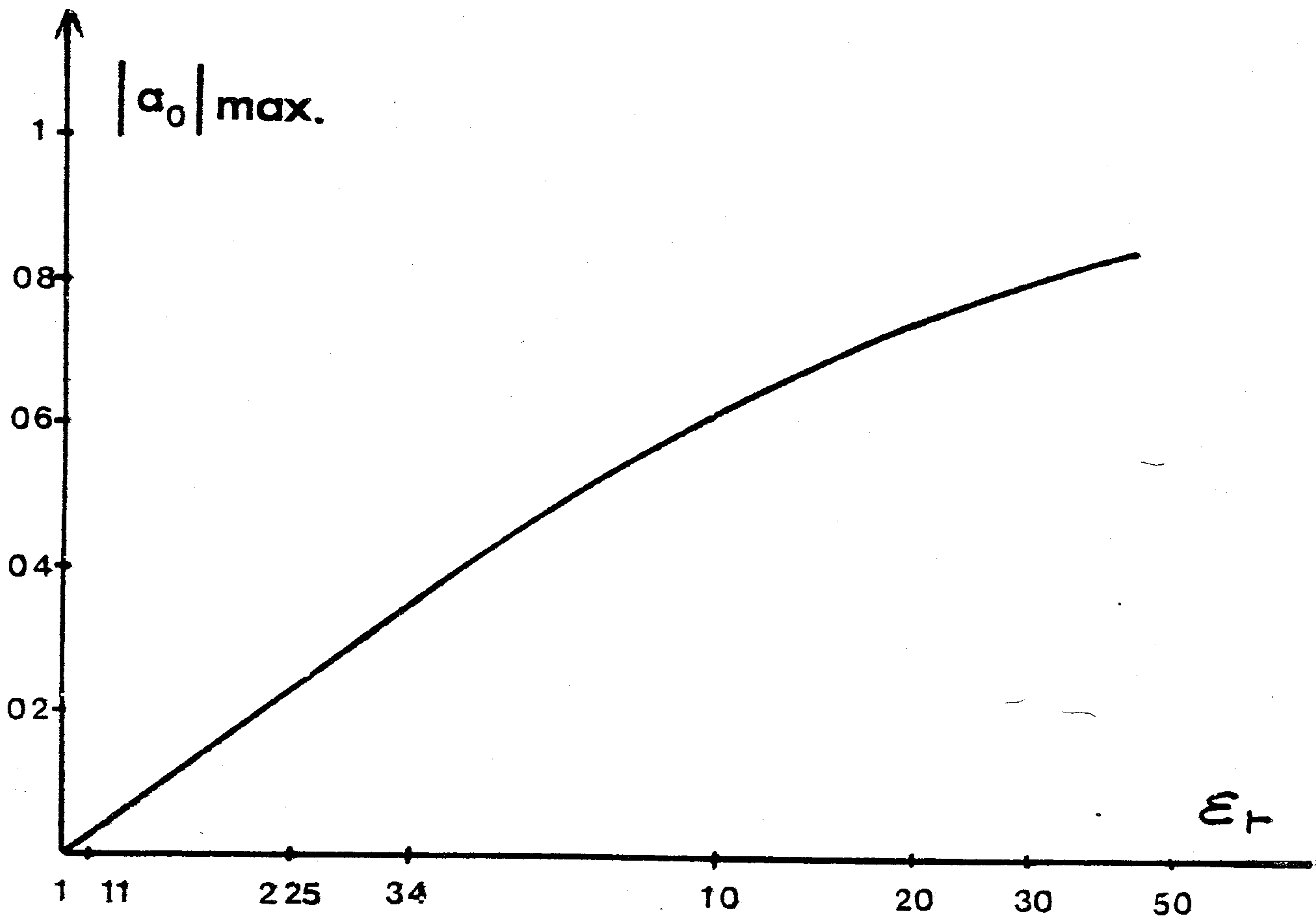
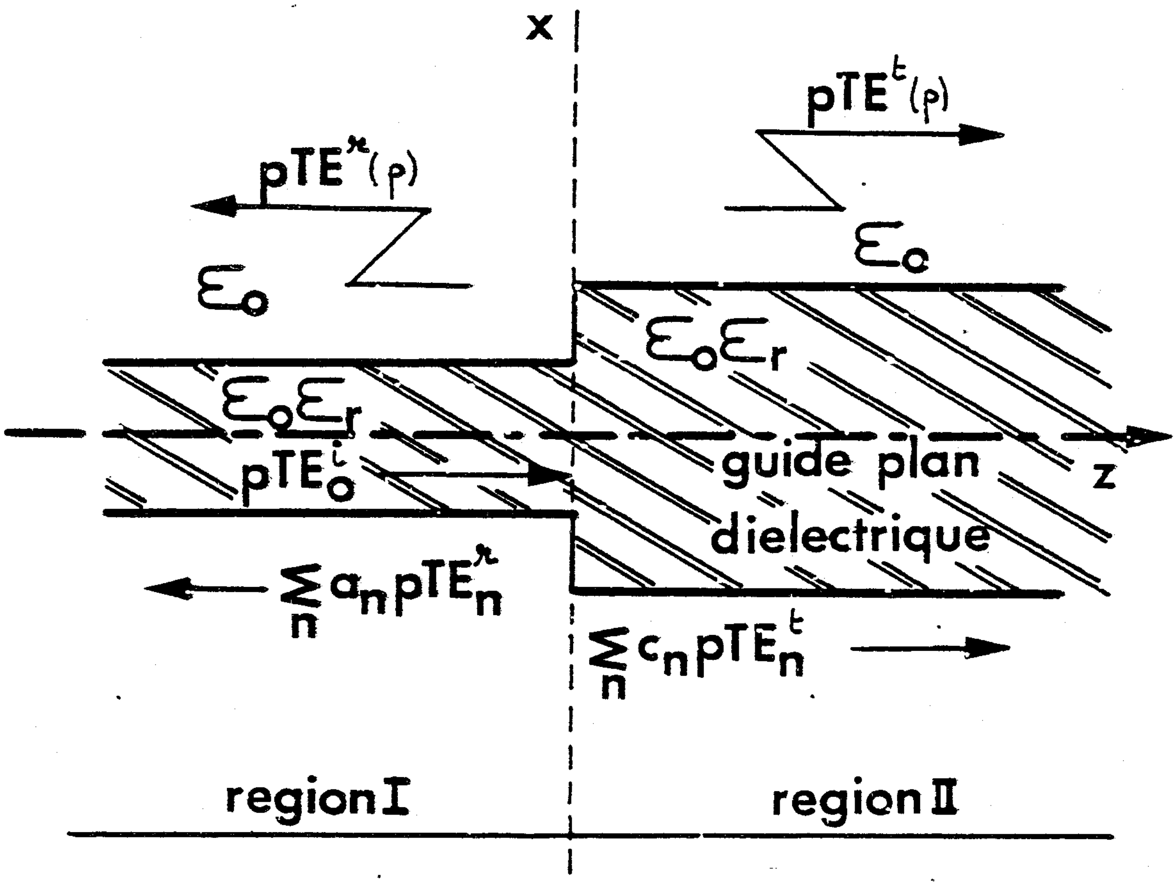


Figure II-14 : Evolution de la valeur maximale du module du coefficient de réflexion en fonction de la permittivité du matériau.

II - 4 ETUDE DE CAS

II - 4 - 1 Changement de section du guide plan [27][28][29]

Le changement de section du guide plan représenté sur la figure II-15 a déja été traité dans la littérature de façon rigoureuse par T.E. ROZZI [9]. Puisque l'expérience est impossible à réaliser sur ce guide purement académique, il est interessant de comparer les résultats obtenus par les séries de NEUMANN à ceux de T.E. ROZZI pour valider les deux méthodes.



Les figures II-16 et II-17 illustrent respectivement le comportement du module et de la phase des coefficients de transmission c_0 et de réflexion du mode pTE_0 de part et d'autre de la discontinuité. L'accord avec les résultats de T.E. ROZZI s'avère excellent.

Une deuxième comparaison est visible sur la figure II-18. Elle représente l'évolution des modules des coefficients de transmission c_0 et c_1 sur les modes pTE_0 et pTE_1 du guide de la région II et, l'évolution du module du coefficient de réflexion a_0 du mode pTE_0 de la région I. L'abscisse de toutes ces courbes est la fréquence normalisée $k_0(\varepsilon_r-1)D$ (Dans la bande de fréquence étudiée, le guide de la région I est monomode). De légères différences

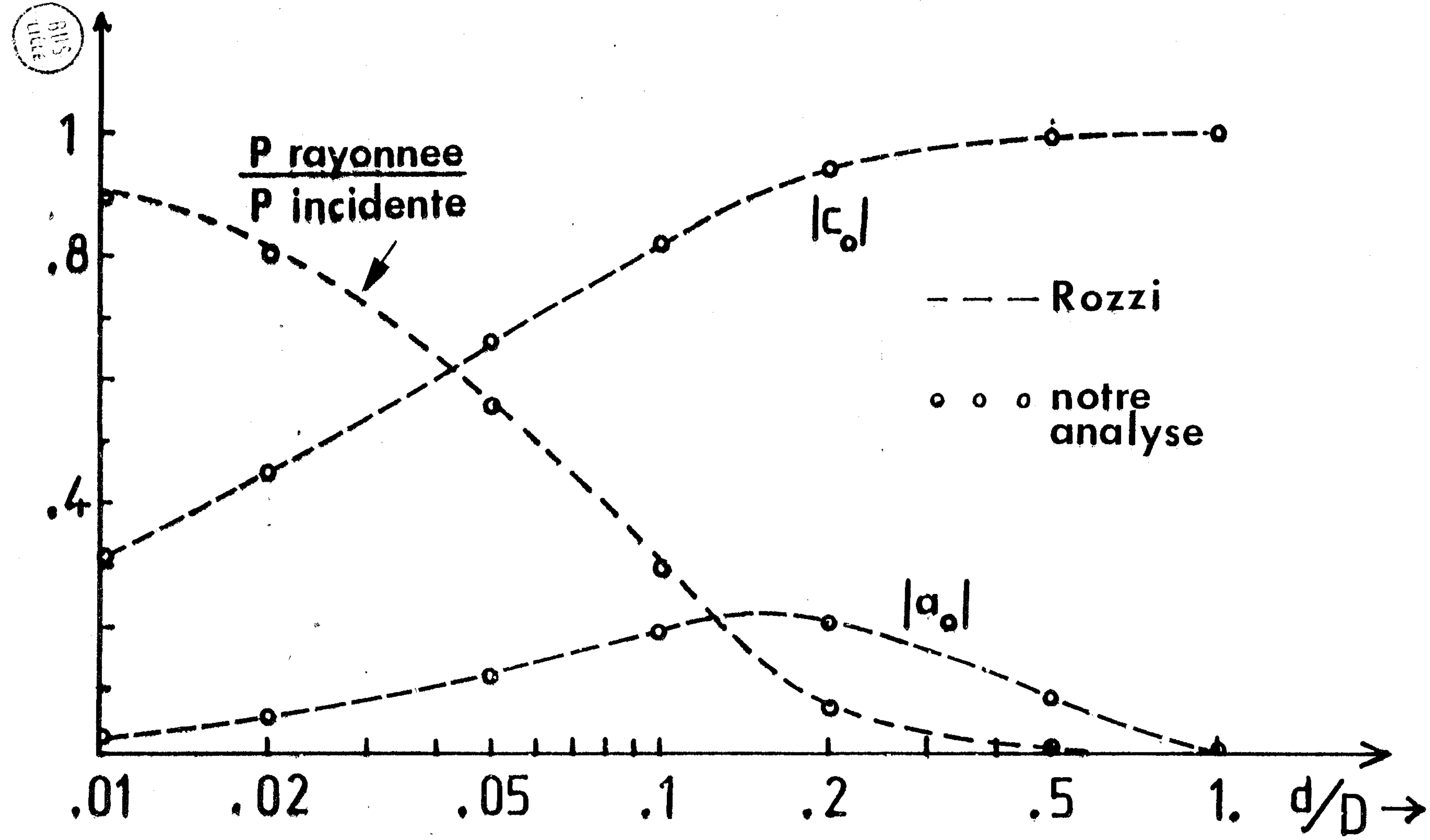


Figure II-16 : Modules des coefficients de réflexion et de transmission en fonction du rapport d'épaisseur d/D

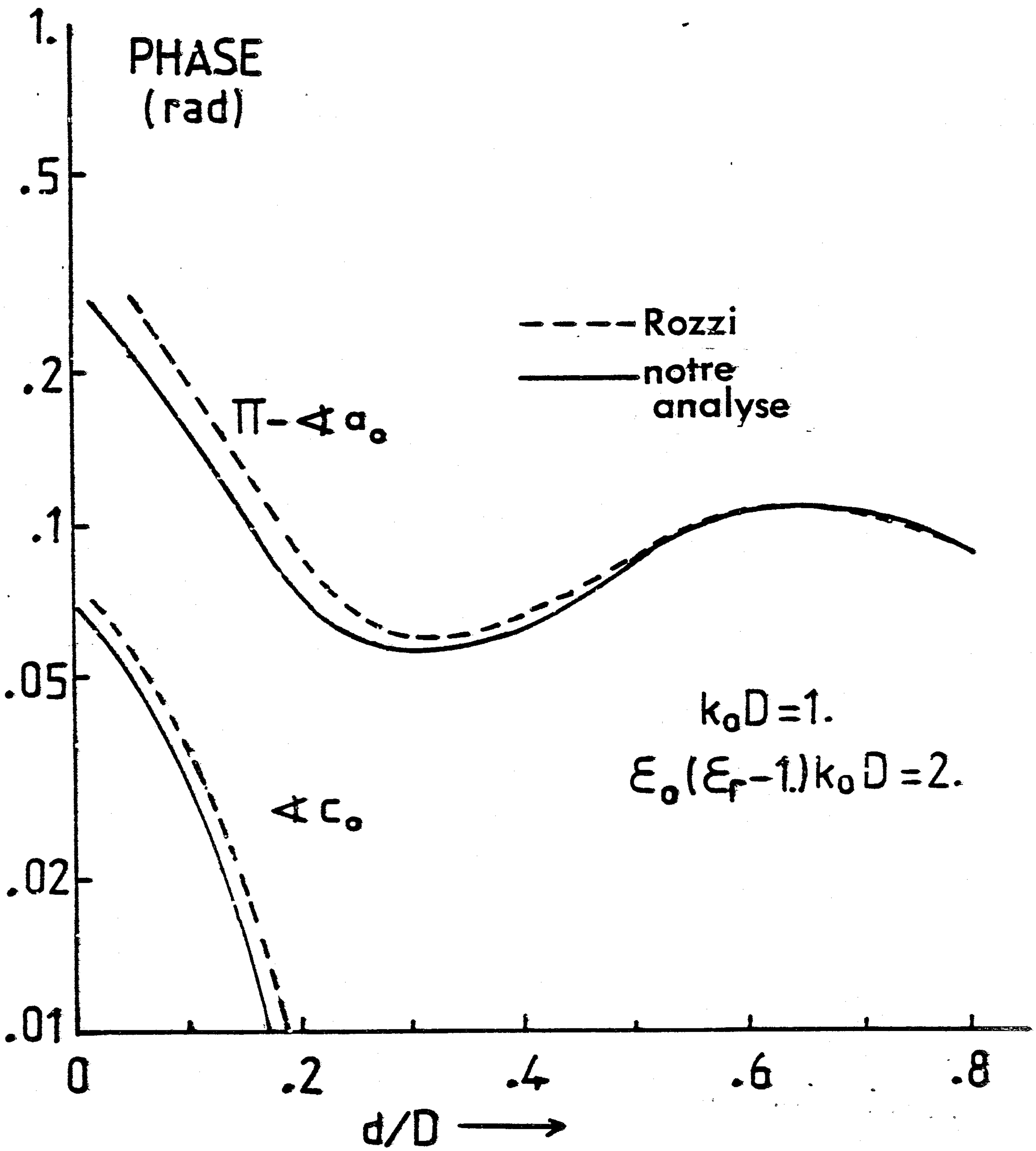
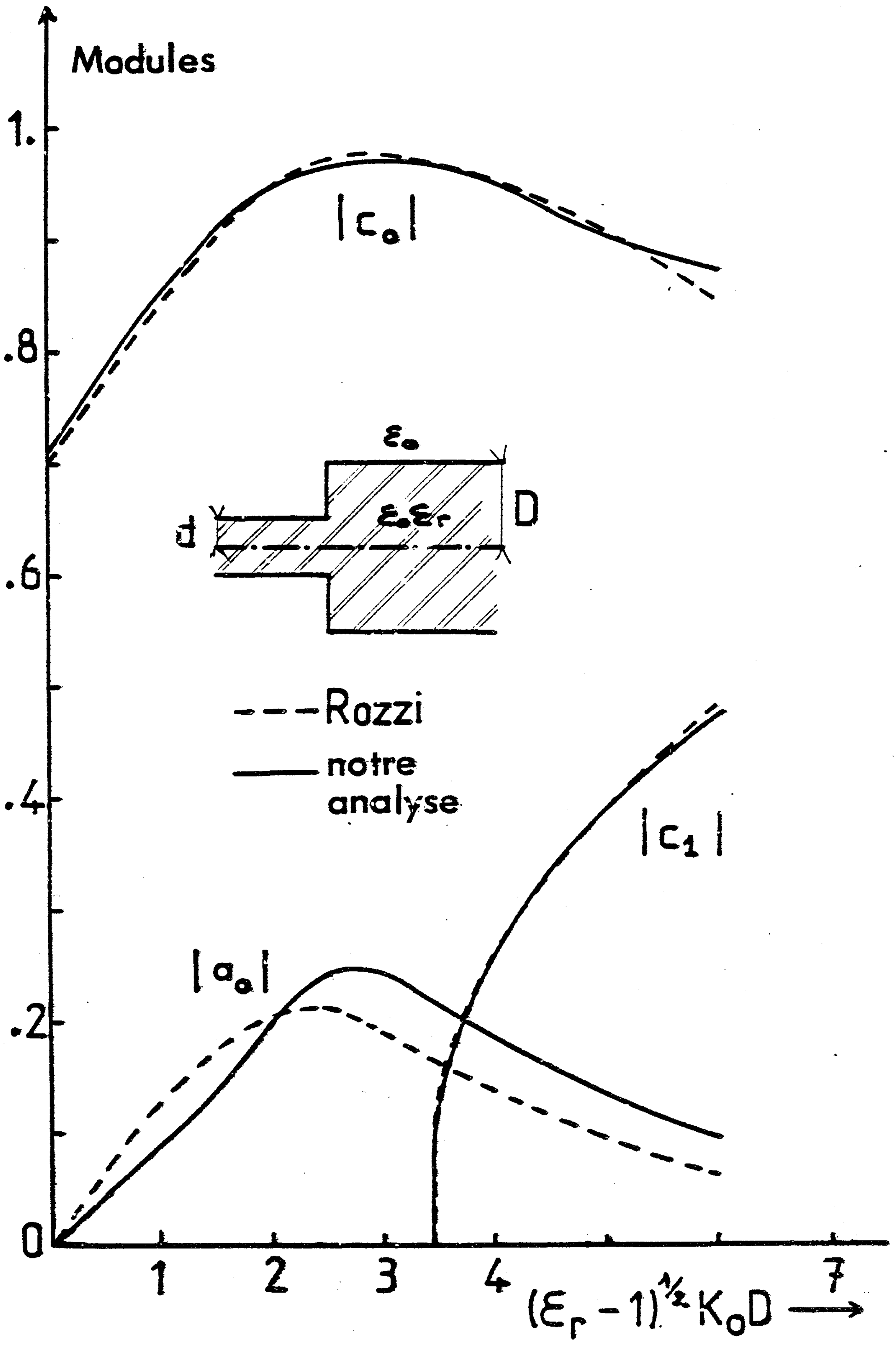


Figure II-17 : Phases des coefficients de réflexion et de transmission en fonction du rapport des épaisseurs d/D.



Modules
1.
.8
.6
.4
.2
0
$|c_o|$
ε_o
$\varepsilon_o \varepsilon_r$
D
d
Rozzi
notre analyse
$|c_1|$
$|a_o|$
1
2
3
4
7
$(\varepsilon_r - 1)^{1/2} K_o D$

Figure II-18

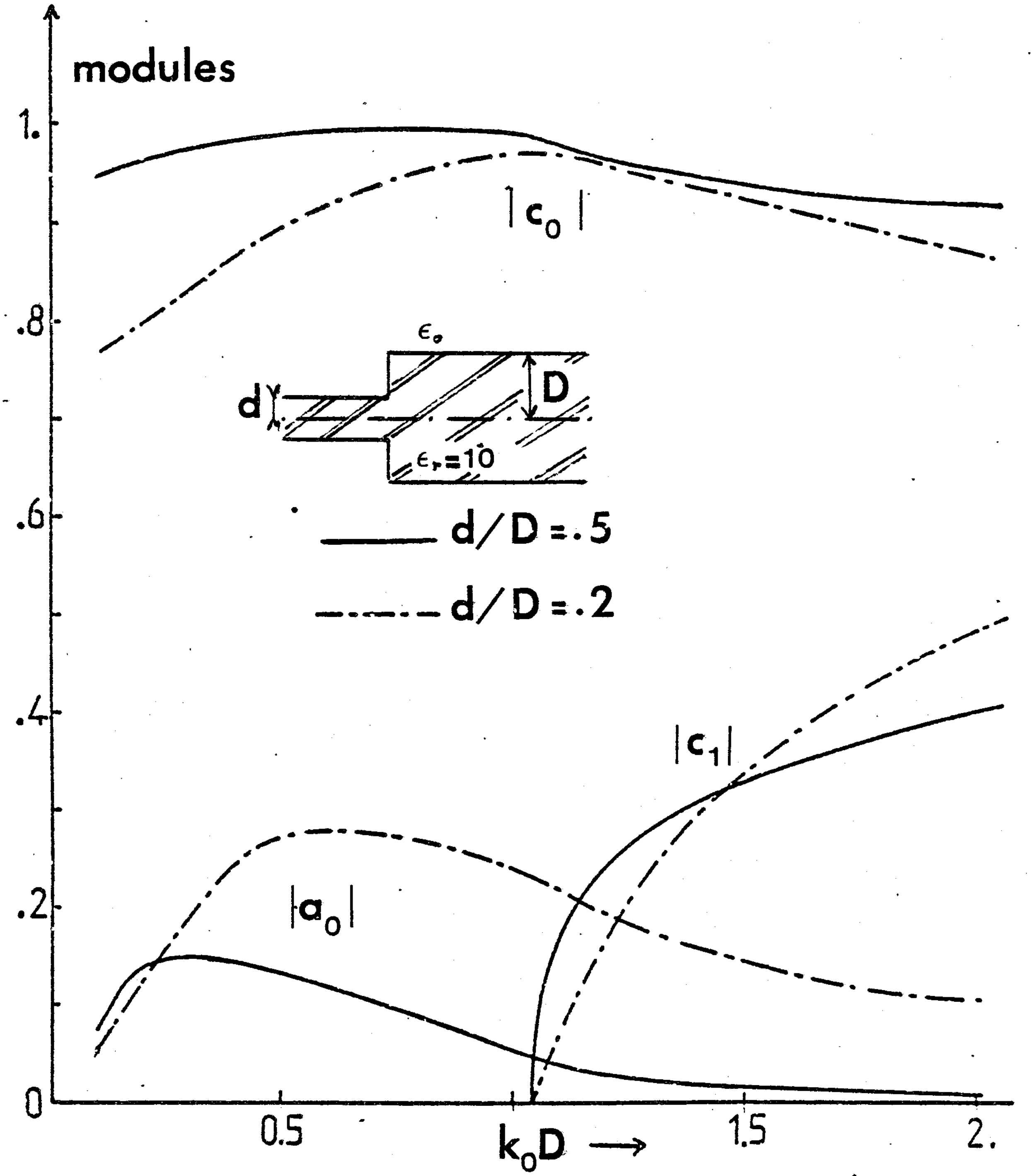


Figure II-19 : Module du coefficient de réflexion a_0 et des coefficients de transmission c_0 et c_1 en fonction de la fréquence k_0D.

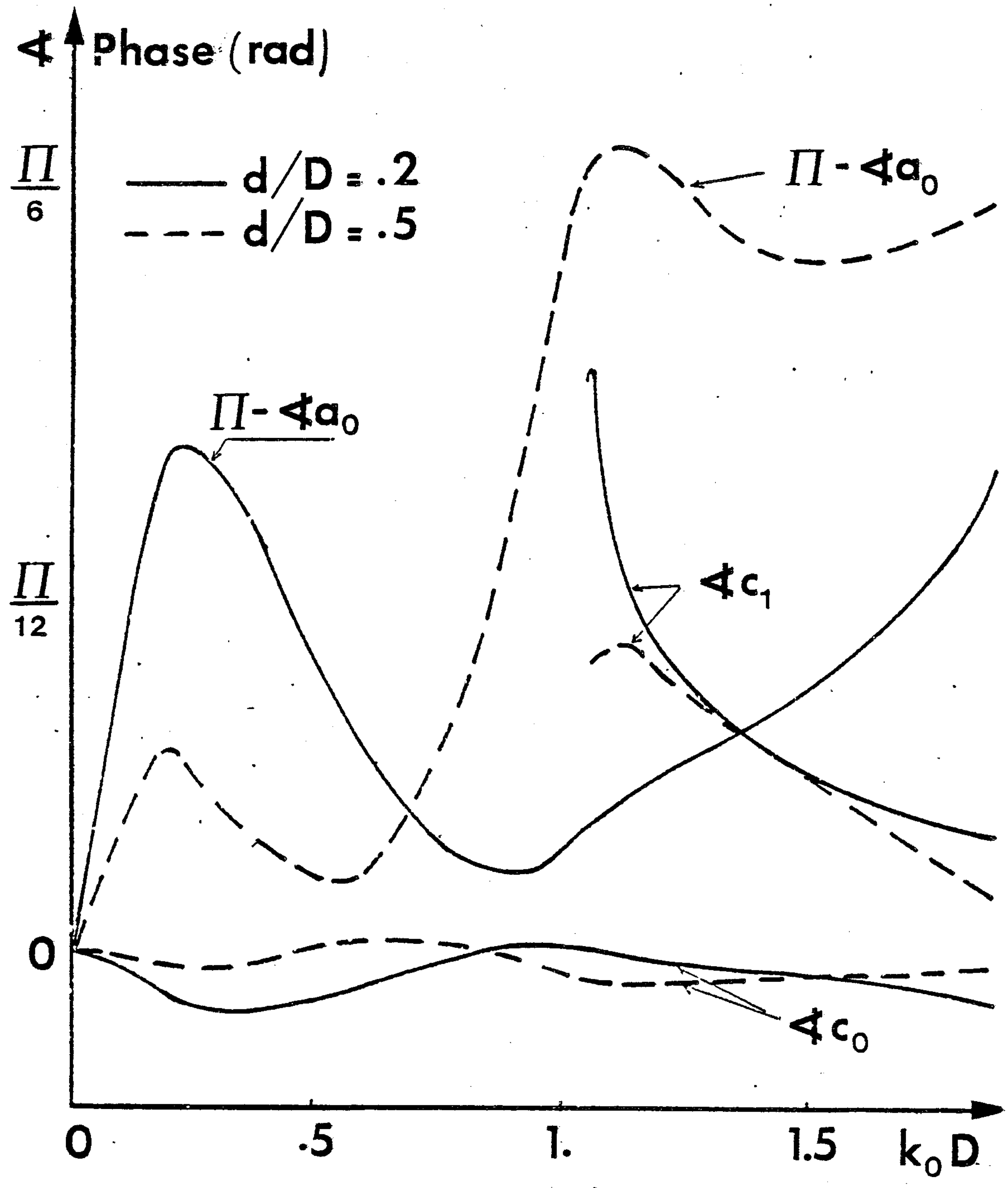


Figure II-20 : Phases des coefficients de transmission et de réflexion en fonction de la fréquence k_0D.

apparaissent au niveau de l'évolution du coefficient de réflexion, alors que l'accord reste excellent pour les coefficients de transmission.

Les figures II-19 et II-20 traduisent le comportement de la discontinuité excitée par le mode pTE_0. Le module et la phase des coefficients de transmission et du coefficient de réflexion sont tracés en fonction de la fréquence normalisée k_0D avec la permittivité ε_r comme paramètre.

Lorsque k_0D augmente, le guide de la région II devient bimode, et le coefficient c_1 décrit la conversion de mode à la jonction des deux guides. On remarque l'importance du coefficient de transmission c_0 entre les modes pTE_0 de chacune des structures, même pour des petits rapports d/D. Ceci montre que l'énergie couplée sur les modes rayonnés est faible donc que les discontinuités de ce type sont peu rayonnantes.

II - 4 - 2 Coupure transversale d'un guide plan [28]

Ce cas a été étudié pour démontrer l'aptitude de notre méthode à traiter des discontinuités interagissantes.

La coupure transversale d'un guide plan est représentée sur la figure II-21 . Les équations de continuité au niveau des deux discontinuités ainsi que le système d'équations intégrales couplées qui s'en déduit sont explicitées dans l'annexe V.

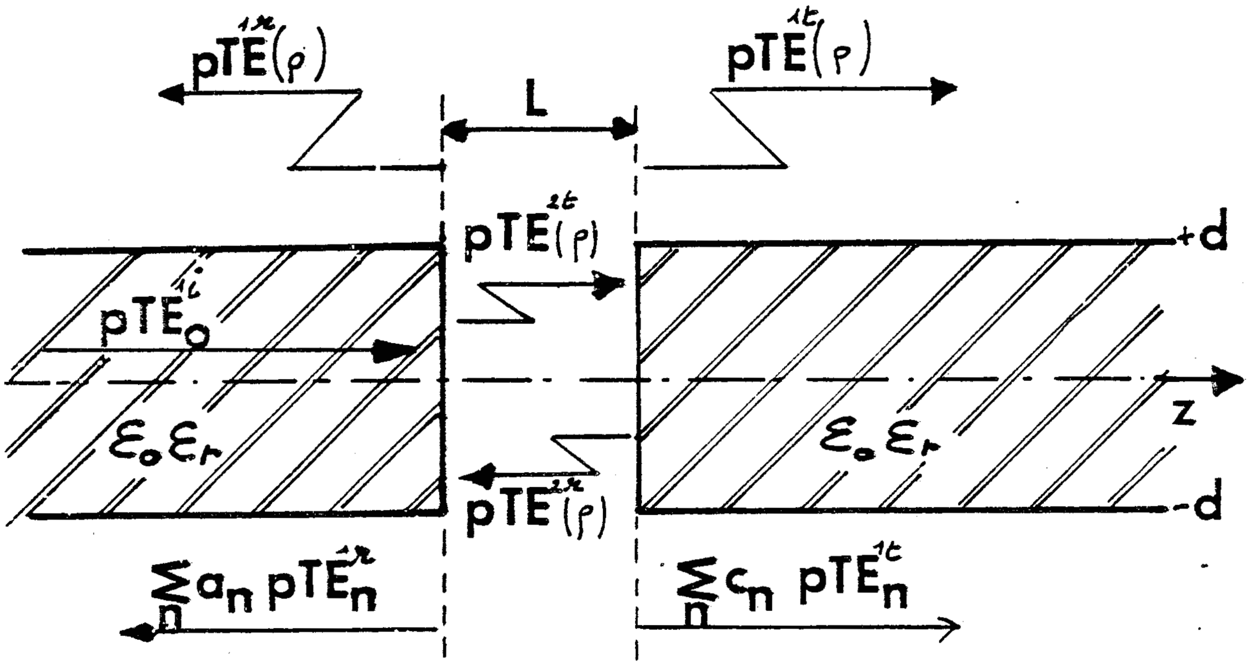


Figure II-21

Sur la figure II-22, nous avons tracé dans le plan complexe le lieu du coefficient de réflexion a_0 et du coefficient de transmission c_0 pour le mode incident pTE_0 en fonction du rapport géométrique L/d. La fréquence de travail a été fixée à $k_0 d = 0.418$ c'est à dire dans la bande monomode du guide plan diélectrique. On remarque qu'il faut de très grandes valeurs du rapport L/d pour retrouver le cas de l'arrêt brusque du guide plan diélectrique.

La diffraction par des réseaux est un problème important de l'optique intégrée. Les éléments de base de ces réseaux ont déja fait l'objet d'études notamment par J.P. HUGONIN et R. PETIT [30][31][32][33]. Parmi eux, la coupure d'un guide plan constitue également une approche idéalisée de la connexion entre deux fibres optiques.

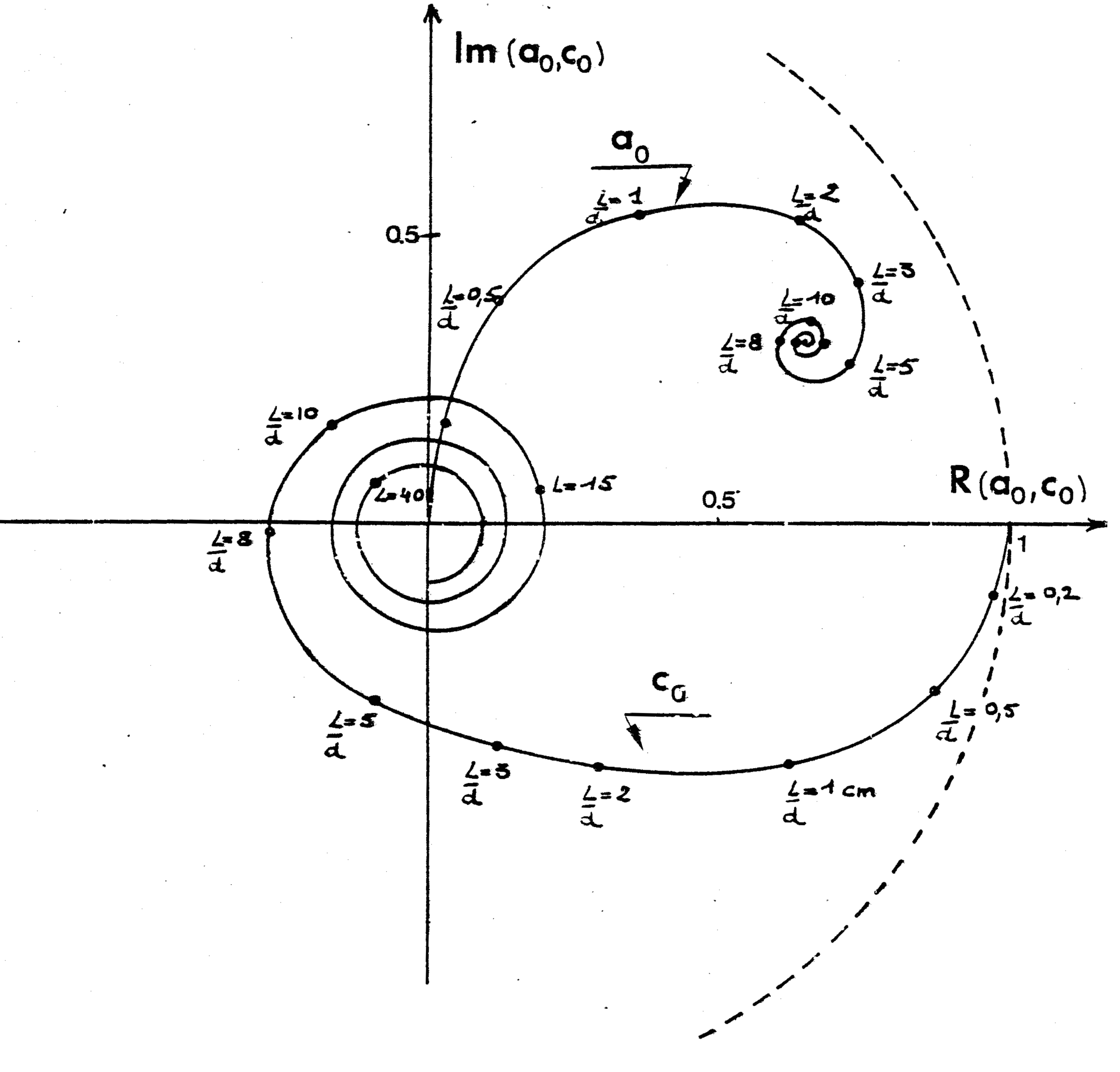


Figure II-22 : Evolution des coefficients de transmission c_0 et du coefficient de réflexion a_0 du mode incident pTE_0 dans le plan complexe en fonction du rapport L/d.
($k_0d = 0.418$, $\varepsilon_r = 20$)

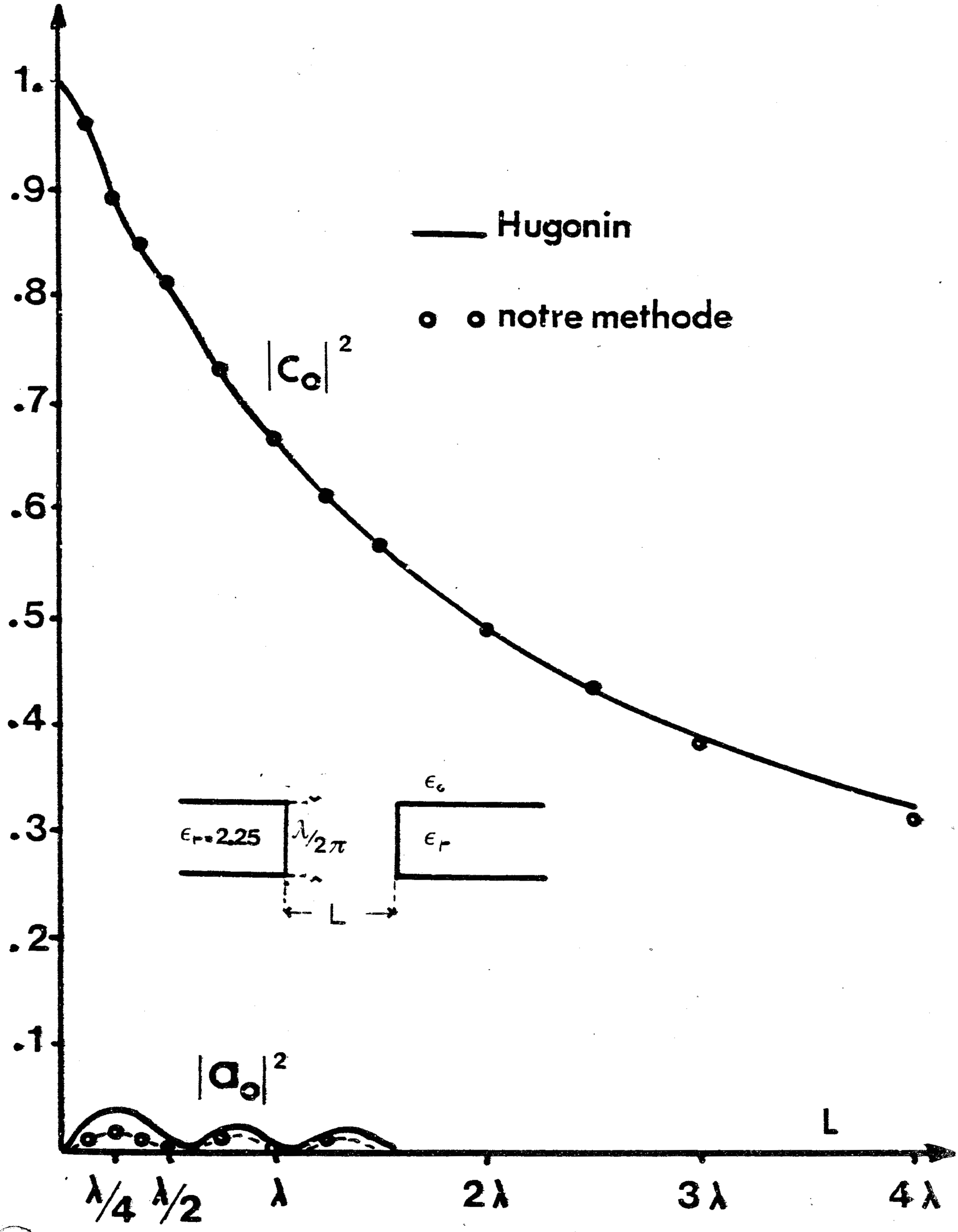

1.
.9
.8
.7
.6
.5
.4
.3
.2
.1
Hugonin
notre methode
$|C_o|^2$
$|a_o|^2$
$\epsilon_r = 2.25$
$\lambda/2\pi$
ϵ_o
ϵ_r
L
L
$\lambda/4$
$\lambda/2$
λ
2λ
3λ
4λ

Figure II-23

Sur la figure II-23, nous avons tracé la puissance transmise $(|c_0|^2)$ et la puissance réfléchie $(|a_0|^2)$ pour le mode incident pTE_0. Les guides de permittivité $\varepsilon_r = 2.25$ sont monomodes, la constante de phase β_0 du mode pTE_0 est égale à $1.131\ k_0$ ce qui correspond à prendre pour épaisseur du guide la valeur $2d = \lambda_0/2\pi$.

L'accord entre les résultats de J.P. HUGONIN et les nôtres est excellent tant en ce qui concerne la transmission que la réflexion.

II - 5 CONCLUSION

Ce chapitre décrit une nouvelle méthode d'analyse des discontinuités sur les guides diélectriques qui diffère très nettement des analyses de S.F. MAHMOUD et J.C. BEAL et de T.E. ROZZI. Bien que procédant toutes d'un raccordement modal, la recherche des solutions spécifie chacune des trois méthodes.

La démarche adoptée par les premiers auteurs est différente de celle du second, mais toutes deux sont des méthodes de moments qui nécessitent le choix d'une base de fonctions adaptées à la description de grandeurs telles que les fonctions de couplage $q^t(\rho)$ et $q^r(\rho)$ ou des configurations de champs (chap. I).

Contrairement à ces dernières, la méthode présentée ici n'est pas une méthode de moments. Elle transforme les équations de continuité en un système d'équations intégrales couplées ou l'on fait apparaitre explicitement une approximation quasi-analytique du problème. Cette approximation qui consiste à négliger les modes continus et les modes guidés supérieurs rétrogrades couplés au niveau de la discontinuité se révèle souvent conforme à la réalité physique de ce fait , les Séries de NEUMANN appliquées au système d'équations intégrales précédent convergent rapidement vers la solution exacte du problème.

L' application de cette méthode à d'autres guides est moins problématique que les deux précédentes puisqu'elle n'est pas tributaire d'un choix plus ou moins heureux d'un système complet de fonctions de base.

Enfin, il n'existe aucune limitation de principe de la méthode qui s'applique aussi bien aux fortes permittivités en usage dans les circuits microondes qu'aux faibles permittivités utilisées en optique guidée pour lesquelles la convergence est très rapide.

CHAPITRE III

APPLICATION DE L'ETUDE DES DISCONTINUITES AUX RESONATEURS DIELECTRIQUES

INTRODUCTION

La découverte de matériaux de permittivité élevée ayant de faibles pertes a privilégié l'emploi de résonateurs diélectriques de faible encombrement au détriment des résonateurs métalliques classiques trop volumineux en particulier pour la réalisation de filtres miniaturisés et la stabilisation de sources hyperfréquences à l'état solide.

Le concept de résonateur diélectrique a été proposé par RICHTMYER en 1939 [34] . Les volumes résonants dont les interfaces peuvent être décrites entièrement par un système de coordonnées curvilignes orthogonales ont dès cette époque reçu une formulation rigoureuse. Malheureusement mis à part les résonateurs sphériques, les résonateurs les plus employés sont tous élaborés au moyen de tronçons de guides diélectriques. C'est le cas des résonateurs diélectriques cylindriques ou rectangulaires et bien entendu, des résonateurs en structure planaire comme les résonateurs microrubans (fig. III-1).

Nous discuterons dans ce chapitre les problèmes liés à l'emploi des seuls résonateurs diélectriques cylindriques.

Les premiers calculs [35][36] des fréquences de résonance naturelles de ces résonateurs ont été menés en considérant les interfaces diélectrique -air comme des court-circuits magnétiques parfaits (fig.III-2). Cette approximation basée sur les lois de SNELL est d'autant mieux vérifiée que la permittivité du diélectrique est élevée. Cependant, cette hypothèse est trop grossière pour obtenir une bonne approximation de la fréquence de résonance des résonateurs de permittivité relative usuelle ($\varepsilon_r < 100$).

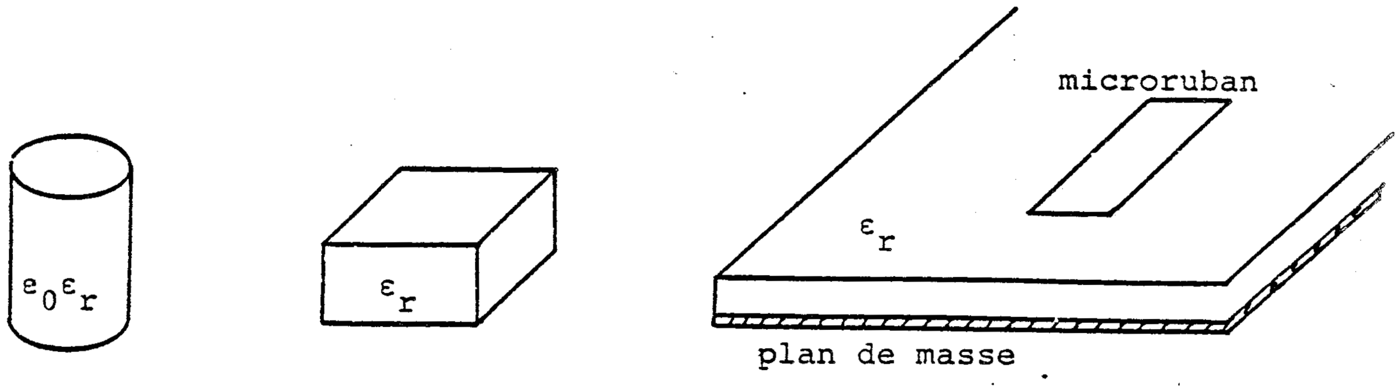


Figure III-1

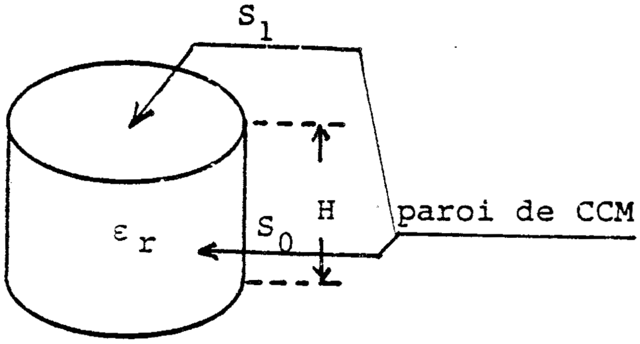
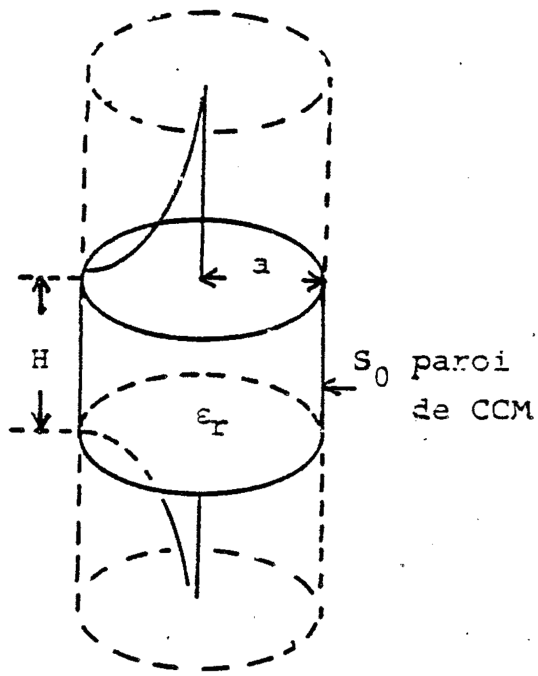


Figure III-2

Figure III-3



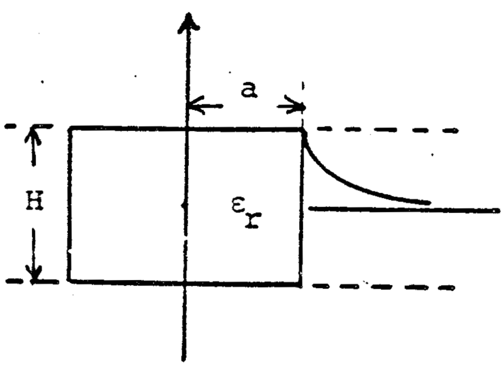


Figure III-4

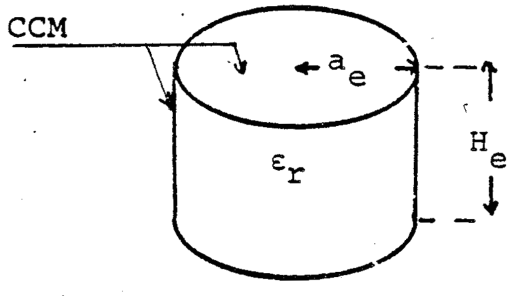


Figure III-5

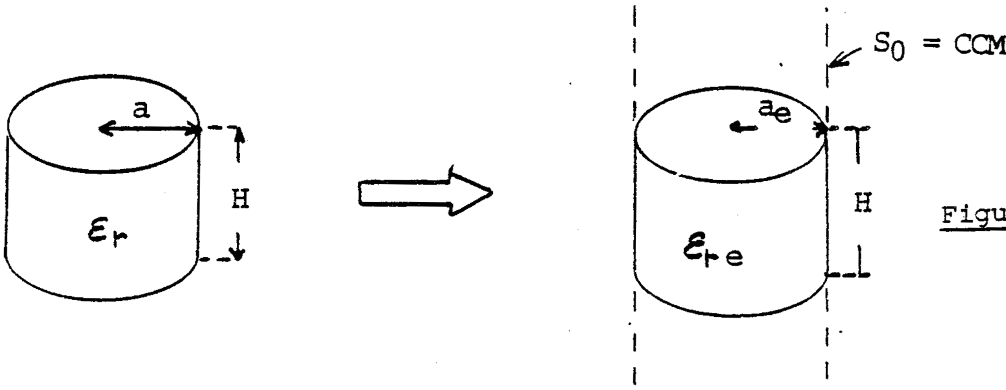


Figure III-6

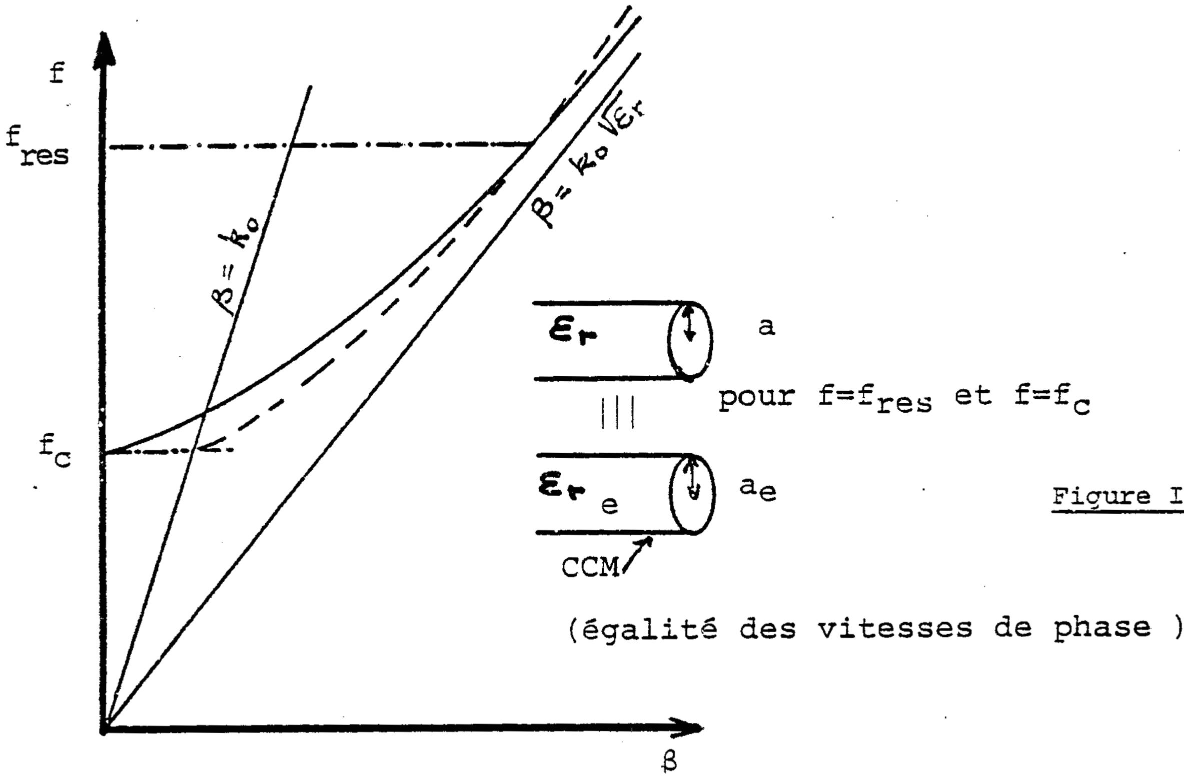


Figure III-7

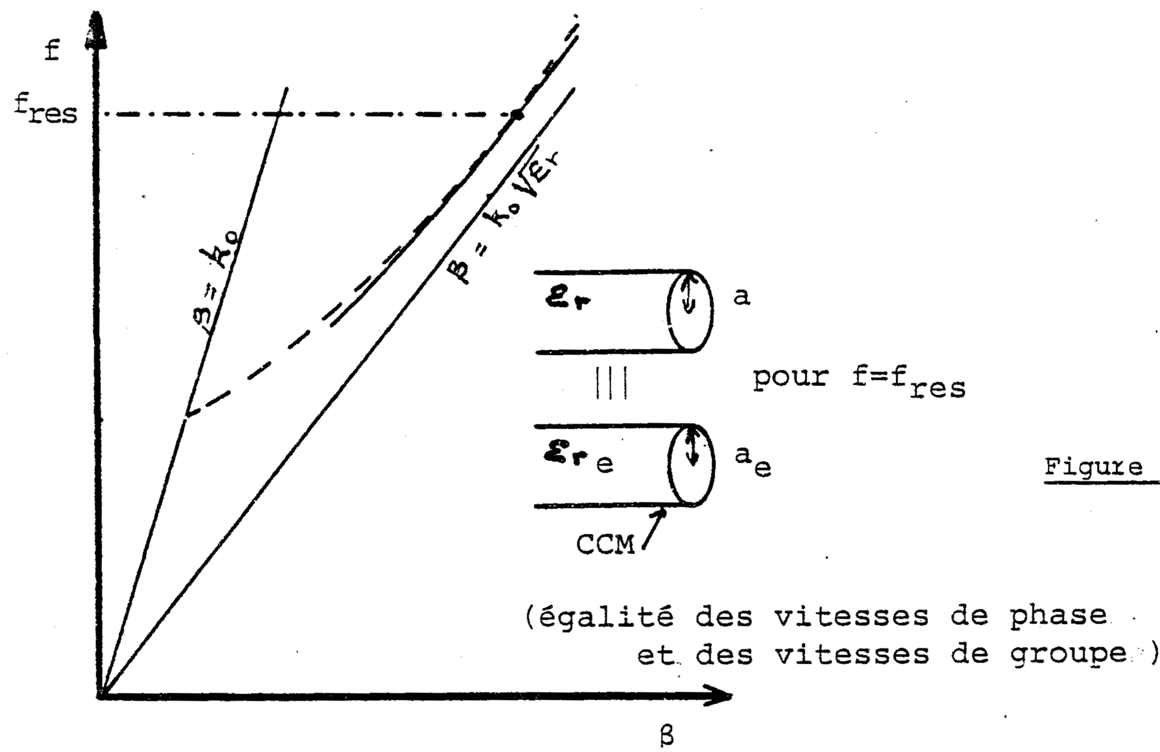


Figure III-8

La théorie a été ensuite améliorée par divers auteurs [37][38][39] en assimilant uniquement les surfaces parallèles à l'axe du "guide" (S_o) à des court-circuits magnétiques parfaits. Dans ces modèles une partie de l'énergie est stockée à l'extérieur du matériau diélectrique au voisinage des discontinuités par les modes évanescents. (Figure III-3).

Plus récemment, de nombreux travaux ont permis de calculer la fréquence de résonance des résonateurs cylindriques avec une précision suffisante pour les utilisateurs. Considérant d'une part l'imperfection des parois de bout (Fig. III-3) et d'autre part l'imperfection des parois latérales (fig. III-4), GUILLON et GARAULT élaborent un résonateur fermé de hauteur effective H_e, de rayon effectif a_e et de permittivité ε_r équivalent au résonateur réel (ε_r, H, a) (fig. III-5). La fréquence de résonance est alors calculée à partir du modèle fermé [40][41].

En s'inspirant de ces travaux, Ph. CHOTEAU [42][43] a développé une variante de cette méthode qui consiste à remplacer le résonateur à parois latérales imparfaites par un résonateur équivalent à parois latérales de court-circuit magnétique (fig. III-6). Il suffit pour cela d'identifier pour la fréquence de résonance et la fréquence de coupure, les diagrammes de dispersion du mode du guide ouvert de rayon a et de permittivité ε_r et du mode correspondant du guide a paroi de court-circuit magnétique de rayon a_e et de permittivité ε_{re} (fig. III-7). On peut également chercher un guide fermé équivalent pour lequel le mode correspondant ait même vitesse de phase et même vitesse de groupe à la fréquence de travail que le mode du guide réel [44] (figure III-8).

Ces analyses sont valables pour les modes TE et TM qui ont leurs équivalents en guide fermé. A condition d'être assez loin de la fréquence de coupure on peut généraliser ces approches aux cas des modes hybrides en particulier pour la résonance en mode HE_{11}. Ces méthodes sont en outre aptes à étudier les structures composites telles que les résonateurs coaxiaux.

Une méthode plus directe publiée par ITOH et RUDOKAS [45] consiste à écrire directement les conditions de continuité des champs sur les parois de bout et les parois latérales en omettant tout ce qui se passe dans les zones hachurées (fig. III-9).

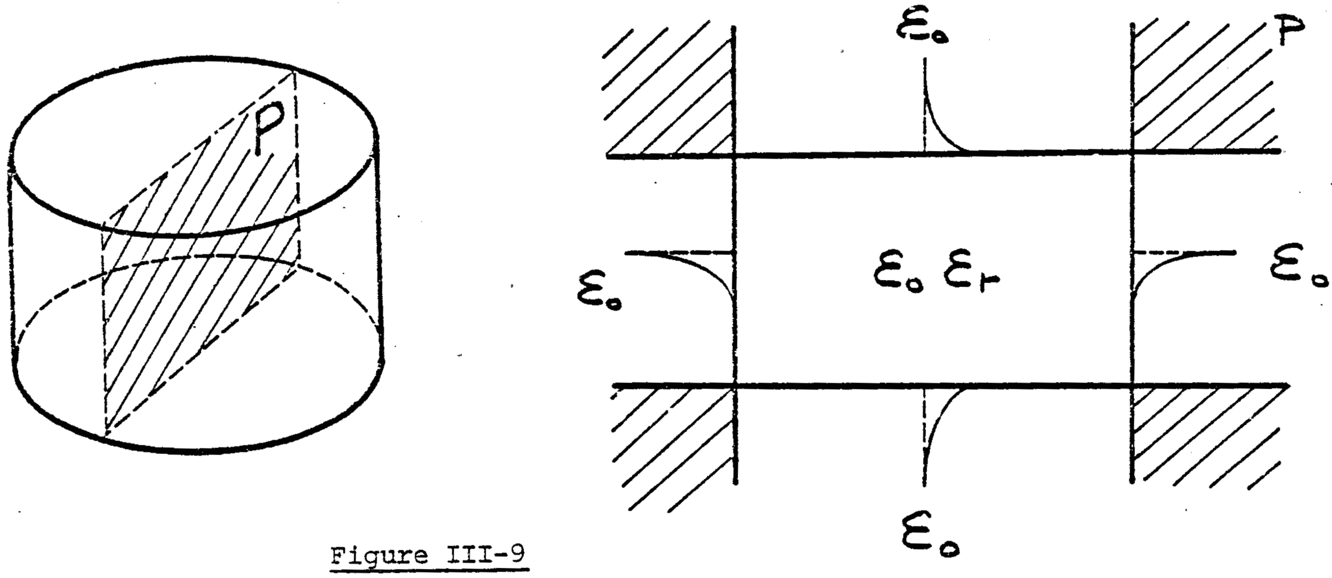


Figure III-9

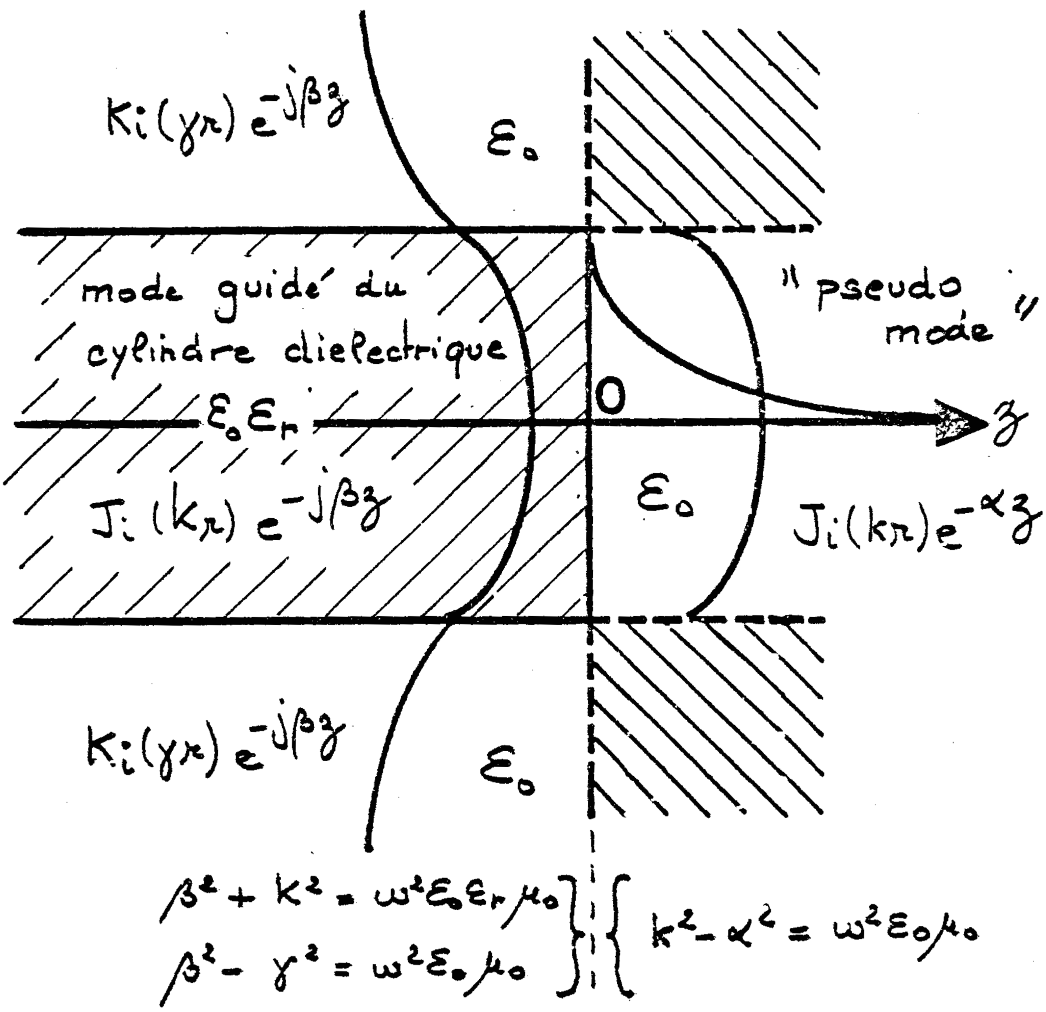


Figure III-10

Tous les champs sont évanescents à l'extérieur du résonateur à partir des interfaces diélectrique -air.

Cette méthode, plus simple que les précédentes, est applicable à tous les modes résonants mais par contre, elle est fondamentalement inadaptée à l'analyse des résonateurs coaxiaux..

A l'aide de la terminologie en usage dans les problèmes de discontinuités (fig. III-10), la méthode précédente revient à remplacer le continuum de modes générés par la discontinuité dans la région II par un "pseudo-mode évanescent" selon O_z de même évolution transversale que le mode TE_{01} incident pour r plus petit que a et qui n'est pas défini au delà de cette valeur a. De plus le continuum de modes réfléchis et les éventuelles conversions de modes sont complètement négligés .

Dans leur essence, toutes ces analyses sont inaptes à rendre compte des pertes produites par le rayonnement des résonateurs.

Le traitement électromagnétique rigoureux du rayonnement a été abordé dans un article de P. DEBYE publié en 1909 [46] . Celui-ci porte sur la diffraction d'une sphère diélectrique éclairée par une onde plane.

Plus récemment, M. GASTINE a traité la sphère diélectrique isolée[47].Elle propose une résolution complète de l'équation caractéristique complexe issue des conditions de continuité à la surface de séparation diélectrique-air. Le rayonnement est pris en compte par l'introduction d'une pulsation complexe ($\omega'-j\omega''$). Cette méthode qui suppose le matériau diélectrique sans perte permet d'accéder à la fréquence de résonance et au coefficient de qualité des divers modes résonants. Elle n'est, toutefois, applicable qu'à des résonateurs de formes simples entièrement décrits dans un système de coordonnées curvilignes orthogonales connu.

Dans le cas de géométries quelconques, la seule étude complète est à notre connaissance celle proposée par J. VAN BLADEL [48]. En développant les champs en série de $\frac{1}{N}$ ($N = \sqrt{\varepsilon_r}$), l'auteur élabore le spectre de modes résonants en utilisant les solutions asymptotiques correspondantes à $\varepsilon_r = \infty$. Il met alors en évidence deux catégories de modes :

- les modes dits "confinés" pour lesquels l'interface diélectrique-air devient une paroi de court-circuit magnétique lorsque ε_r tend vers l'infini.

- Les modes "non confinés" dont les champs s'étendent hors du matériau diélectrique lorsque $\varepsilon_r = \infty$.

En remplaçant le résonateur par ses courants de polarisation, J. VAN BLADEL montre que les modes confinés rayonnent comme un dipole électrique alors que les modes non confinés rayonnent au contraire comme un dipôle magnétique. Le coefficient de qualité est proportionnel à $\varepsilon_r^{5/2}$ dans le premier cas et à $\varepsilon_r^{3/2}$ dans le second.

Cette théorie générale a été appliquée au cas du résonateur diélectrique cylindrique par VERPLANKEN et J.VAN BLADEL pour le mode dipolaire électrique $TM_{01\delta}$ (mode "confiné") [49]et, pour le mode dipolaire magnétique $TE_{01\delta}$ (mode non "confiné") [50].Bien entendu cette méthode, est limitée au cas de résonateurs de forte permittivité.

Enfin, il faut noter un article relativement récent de C. CHANG et T. ITOH [51] dans lequel le calcul du rayonnement des résonateurs diélectriques est aborc

III - 1. NOUVELLE FORMULATION DU PROBLÈME DES RESONATEURS [55][56]

III - 1.1. Présentation du problème

Dans toute utilisation, le résonateur diélectrique interagit avec une source (antenne, boucle de courant, ligne plaquée, etc...) et avec son environnement. Comme dans tous les systèmes en régime forcé, le problème du résonateur en présence de sources est indépendant du temps : les pertes d'énergie (rayonnement, pertes diélectriques et éventuellement métalliques) sont compensées par l'apport énergétique de la source. Cela se traduit par une indépendance des amplitudes des modes (mode résonant et modes générés au niveau des parois de bout) en fonction du temps.

Dans la mesure où l'on connait le flux des modes générés par la source, le problème peut être formulé rigoureusement en écrivant les relations de continuité des champs tangentiels dans le plan des discontinuités (parois de bout du résonateur), puis résolu, en utilisant la méthode exposée au chapître précédent.

La difficulté de cette étude en régime forcé est liée précisément à la modélisation par un flux de modes des excitations réelles telles que les antennes, les boucles de courant ou la proximité de lignes de propagation. Ceci explique qu'à part l'étude de la diffraction d'un résonateur illuminé par une onde plane* tous les auteurs cités précédemment ont étudié les résonateurs en absence de source c'est à dire en régime libre

En absence de source, on suppose qu'au temps t une énergie E est stockée dans le résonateur. Progressivement cette énergie va transiter du mode résonant aux modes rayonnés ou va être transformée en chaleur par effet joule (pertes diélectriques et éventuellement métalliques) ces deux phénomènes étant presque toujours simultanés. Le résonateur est en régime libre amorti de ce fait, toutes les grandeurs évoluent au cours du temps.

* *remarque : l'excitation par une onde plane ne représente malheureusement pas un exemple concret d'excitation. Par étude en présence de sources on entend traitement électromagnétique global : source-résonateur. Le couplage entre résonateurs ou entre un résonateur et des lignes de transmission ayant fait l'objet de nombreuses études* [39][52][53][54].

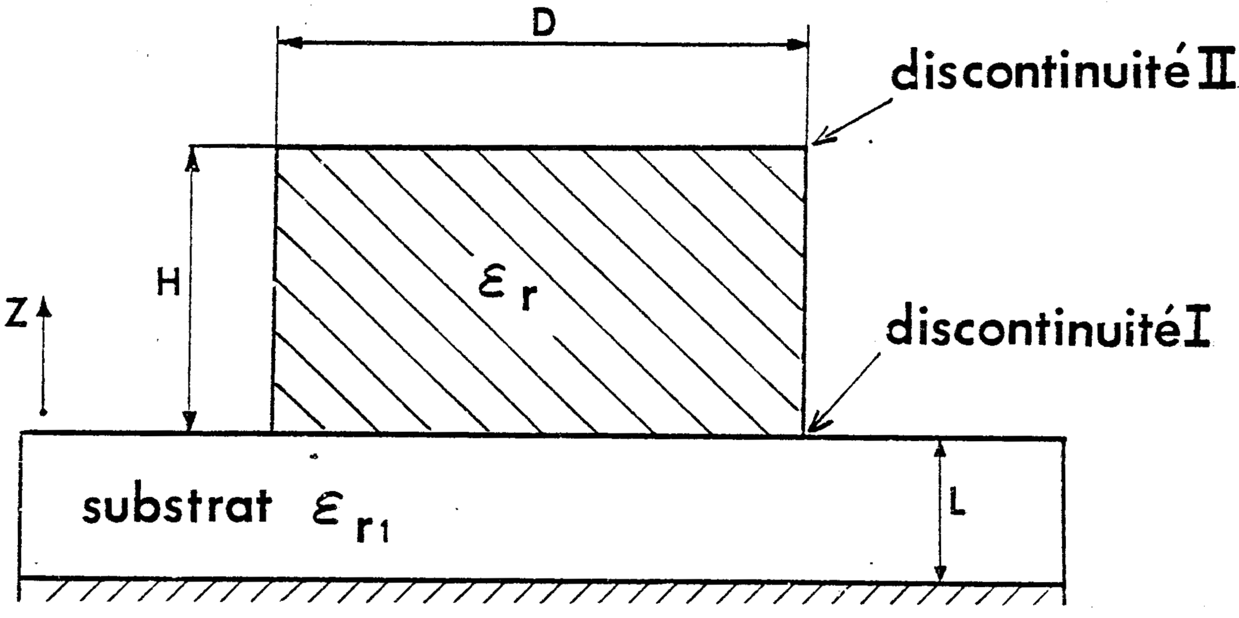


Figure III-11

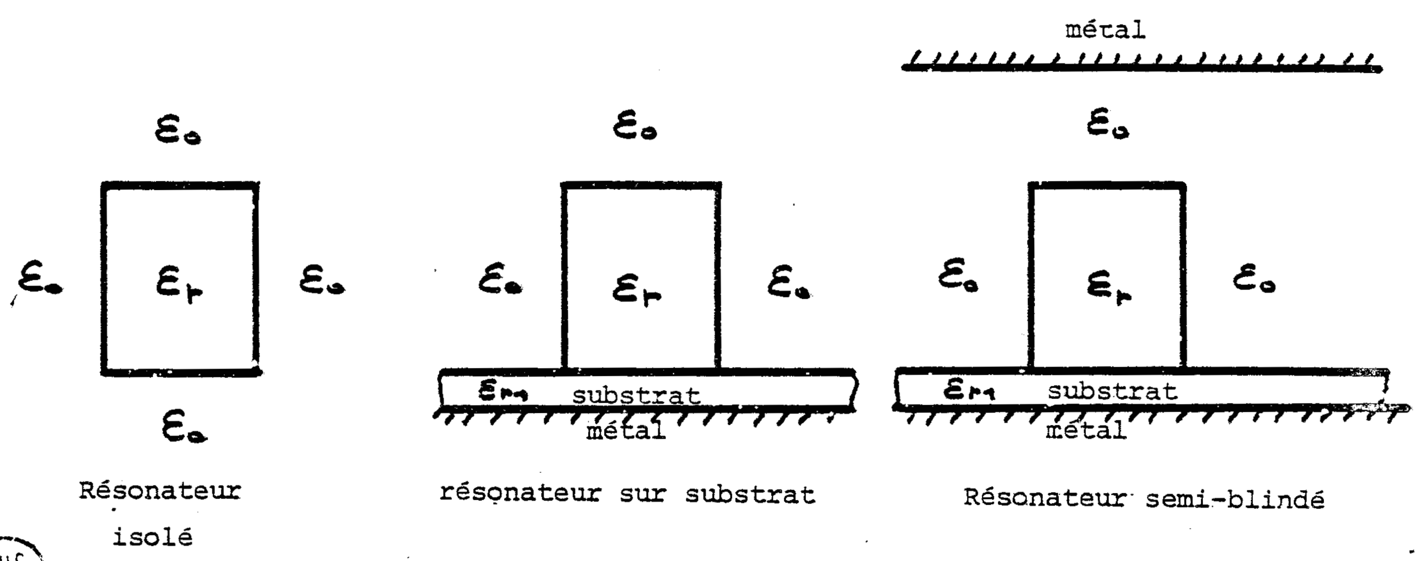


Figure III-12

Dans les théories classiques de [35] à [45] les approximations utilisées de par leur nature même ne peuvent pas prendre en compte les pertes par rayonnement (tous les champs sont évanescents à l'extérieur du diélectrique). L'énergie stockée ne peut pas se libérer du piège que constitue pour elle le résonateur ($Q = \infty$) qui fonctionne en régime libre non amorti, et pour lequel, toutes les grandeurs sont indépendantes du temps. Les conditions de résonance s'expriment alors sous la forme classique d'un problème aux valeurs propres en écrivant les relations de continuité des champs tangentiels sur les interfaces diélectrique -air du résonateur.

Lorsque l'on traite globalement le résonateur sans négliger le rôle du rayonnement, la formulation des conditions de résonance précédentes n'est plus possible à cause du caractère évolutif des amplitudes des modes au cours du temps.

Dans l'analyse nouvelle que l'on propose, le résonateur est considéré comme une longueur de guide (H) limitée par deux discontinuités situées dans deux plans perpendiculaires à l'axe du guide. Les discontinuités sont étudiées rigoureusement, par conséquent, tous les modes rayonnés et évanescents participent au calcul des conditions de résonance et au calcul du coefficient de qualité du résonateur.

Cette méthode nécessite donc dans un premier temps la caractérisation des deux discontinuités de bout, afin de connaitre les coefficients de réflexion du mode résonant sur celles-ci, ainsi que tous les coefficients et fonctions de couplage au modes supérieurs et aux modes continus qui véhiculent une énergie perdue par le mode résonant. La connaissance de ces divers paramètres nous permettra ensuite de relier la fréquence de résonance du mode considéré et son coefficient de qualité aux paramètres constitutifs du résonateur (permittivité, diamètre, hauteur, etc...)

Pour illustrer ces propos, nous allons étudier le cas d'un résonateur placé sur un substrat diélectrique métallisé représenté sur la figure (III-11). Cette configuration a l'avantage de présenter les deux types de discontinuités que l'on retrouve dans le cas du résonateur isolé et du résonateur semi-blindé (fig. III-12). Le mode résonant étudié est le mode dipolaire magnétique TE_{01}, mais la méthode s'applique sans restriction à n'importe quel mode du guide diélectrique cylindrique (le mode dipolaire électrique TM_{01} est traité en annexe VII).

III - 1.2. Etude des discontinuités élémentaires présentées par le résonateur

Bien qu'elles soient en interaction, les deux discontinuités I et II sont étudiées séparément ce qui permet de prendre l'origine des coordonnées dans le plan de celles-ci (fig. III-13). Le phénomène stationnaire dans un résonateur s'établit par réflexion successive du mode TE_{01} sur les discontinuités I et II ; ce mode excite de part et d'autre de ces deux discontinuités des modes de même nature ; la configuration des champs transversaux E_θ et H_r du mode TE_{01} (voir Annexe VI) interdit un couplage quelconque avec les modes hybrides qui dépendent de la variable azimutale θ et avec les modes TM_{0n} dont la configuration de champ est orthogonale : E_r et H_θ (voir annexe VII). On affectera dans la suite de ce travail l'indice I à toutes les grandeurs qui se rapportent à la discontinuité I et l'indice II aux grandeurs liées à la discontinuité II.

Les modes incidents sur les deux discontinuités excitent des modes continus transmis au-delà du plan de discontinuité ainsi que des modes continus et des modes supérieurs réfléchis. Bien entendu si le résonateur ne rayonne pas trop la majeure partie de l'énergie incidente est transférée sur le mode TE_{01} réfléchi. Ces modes incidents sont de même nature que les modes réfléchis puisqu'ils ont été générés précédemment au niveau de la discontinuité opposée à celle sur laquelle ils sont incidents.

Les relations de continuité des champs tangentiels E_θ et H_r dans le plan z = o pour la discontinuité I s'écrivent :

$$i_{1I}\left\{\begin{matrix} E_{\theta_1}^{1+} \\ H_{r_1}^{1+} \end{matrix}\right\} + \int_0^\infty q_I^i(\rho)\left\{\begin{matrix} E_\theta^{1+}(\rho) \\ H_r^{1+}(\rho) \end{matrix}\right\} d\rho + \sum_{n>1} i_{nI}\left\{\begin{matrix} E_{\theta n}^{1+} \\ H_{rn}^{1+} \end{matrix}\right\}$$

$$+\ a_{1I}\left\{\begin{matrix} E_{\theta_1}^{1-} \\ H_{r_1}^{1-} \end{matrix}\right\} + \int_0^\infty q_I^r(\rho)\left\{\begin{matrix} E_\theta^{1-}(\rho) \\ H_r^{1-}(\rho) \end{matrix}\right\} d\rho + \sum_{n>1} a_{nI}\left\{\begin{matrix} E_{\theta n}^{1-} \\ H_{rn}^{1-} \end{matrix}\right\} =$$

$$\int_0^\infty q_I^{t+}(\rho)\left\{\begin{matrix} E_\theta^{2+}(\rho) \\ H_r^{2+}(\rho) \end{matrix}\right\} d\rho + \int_0^\infty q^{t-}(\rho)\left\{\begin{matrix} E_\theta^{2-}(\rho) \\ H_r^{2-}(\rho) \end{matrix}\right\} d\rho \qquad \begin{matrix} \text{(III-1)} \\ \text{(III-2)} \end{matrix}$$

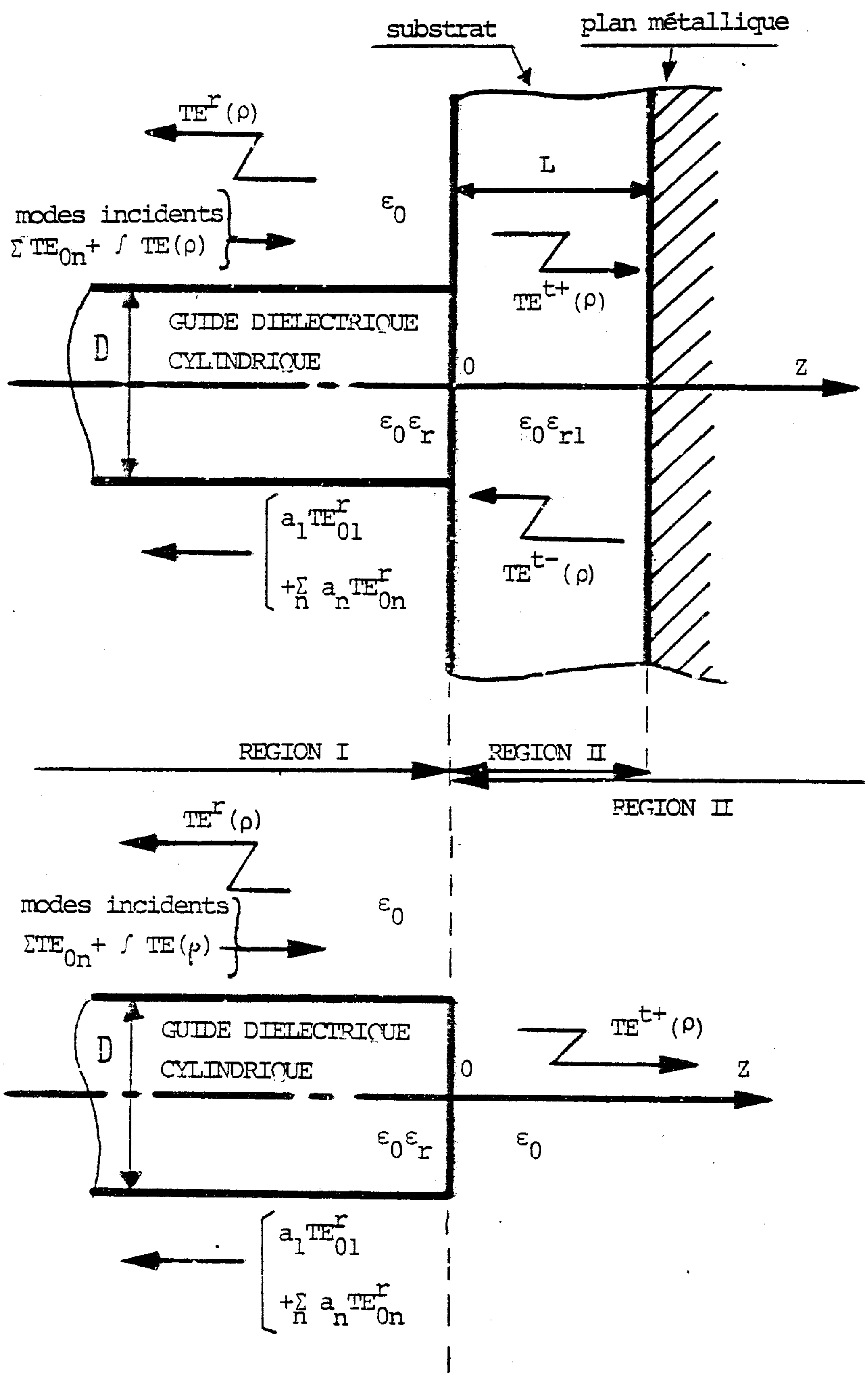


Figure III-13

Discontinuités élémentaires présentées par les résonateurs

Les indices supérieurs 1 ou 2 signifient que les modes considérés sont ceux des régions I ou II. Le signe + signifie que le mode est direct tandis que le signe - signifie que le mode est rétrograde.

les coefficients $\dot{i}_{nI}$ et $q_I^{\dot{i}}(\rho)$ sont les amplitudes des modes incidents, a_{nI} et $q_I^{\varkappa}(\rho)$ sont les amplitudes des modes réfléchis, tandis que $q_I^{t^+}(\rho)$ représente la fonction de couplage aux modes continus transmis et $q_I^{t^-}(\rho)$ est la fonction de couplage aux modes réfléchis par le plan métallique dans la région II.
Au niveau de la discontinuité II, les relations de continuité des champs tangentiels s'expriment en z=0 comme :

$$\dot{i}_{1II}\begin{Bmatrix}E_{\theta 1}^{1+}\\ H_{\varkappa 1}^{1+}\end{Bmatrix} + \int_0^\infty q_{II}^{\dot{i}}(\rho)\begin{Bmatrix}E_\theta^{1+}(\rho)\\ H_\varkappa^{1+}(\rho)\end{Bmatrix}d\rho + \sum_{n>1} \dot{i}_{nII}\begin{Bmatrix}E_{\theta n}^{1+}\\ H_{\varkappa n}^{1+}\end{Bmatrix} +$$

$$a_{1II}\begin{Bmatrix}E_{\theta 1}^{1-}\\ H_{\varkappa 1}^{1-}\end{Bmatrix} + \int_0^\infty q_{II}^{\varkappa}(\rho)\begin{Bmatrix}E_\theta^{1-}(\rho)\\ H_\varkappa^{1-}(\rho)\end{Bmatrix}d\rho + \sum_{n>1} a_{nII}\begin{Bmatrix}E_{\theta n}^{1-}\\ H_{\varkappa n}^{1-}\end{Bmatrix} =$$

$$\int_0^\infty q_{II}^{t+}(\rho)\begin{Bmatrix}E_\theta^{3+}(\rho)\\ H_\varkappa^{3+}(\rho)\end{Bmatrix}d\rho \qquad \begin{matrix}\text{(III-3)}\\ \text{(III-4)}\end{matrix}$$

où l'indice supérieur 3 dans le second membre de ces équations caractérise les modes en espace libre dans la région II.

Du fait de l'absence de plan métallique au dela du plan de la discontinuité II le second membre de ces équations de continuité ne comporte pas de modes rétrogrades. Les divers coefficients inconnus $\dot{i}_{nII}$, $q_{II}^{\dot{i}}(\rho)$ sont les amplitudes des modes incidents, les coefficients a_{nII} et $q_{II}^{\varkappa}(\rho)$ sont les amplitudes des modes réfléchis et $q_{II}^{t+}(\rho)$ est la fonction de couplage aux modes continus transmis dans la région II.

Puisque les modes incidents sur l'une des discontinuités sont les modes réfléchis par l'autre discontinuité, on serait tenté de croire qu'il y a des relations simples entre les coefficients "incidents" sur la discontinuité I et les coefficients "réfléchis" sur la discontinuité II et réciproquement.

$$i_{nI} \rightleftharpoons a_{nII}$$
$$q_I^i(\rho) \rightleftharpoons q_{II}^r(\rho)$$
$$i_{nII} \rightleftharpoons a_{nI}$$
$$q_{II}^i(\rho) \rightleftharpoons q_I^r(\rho).$$

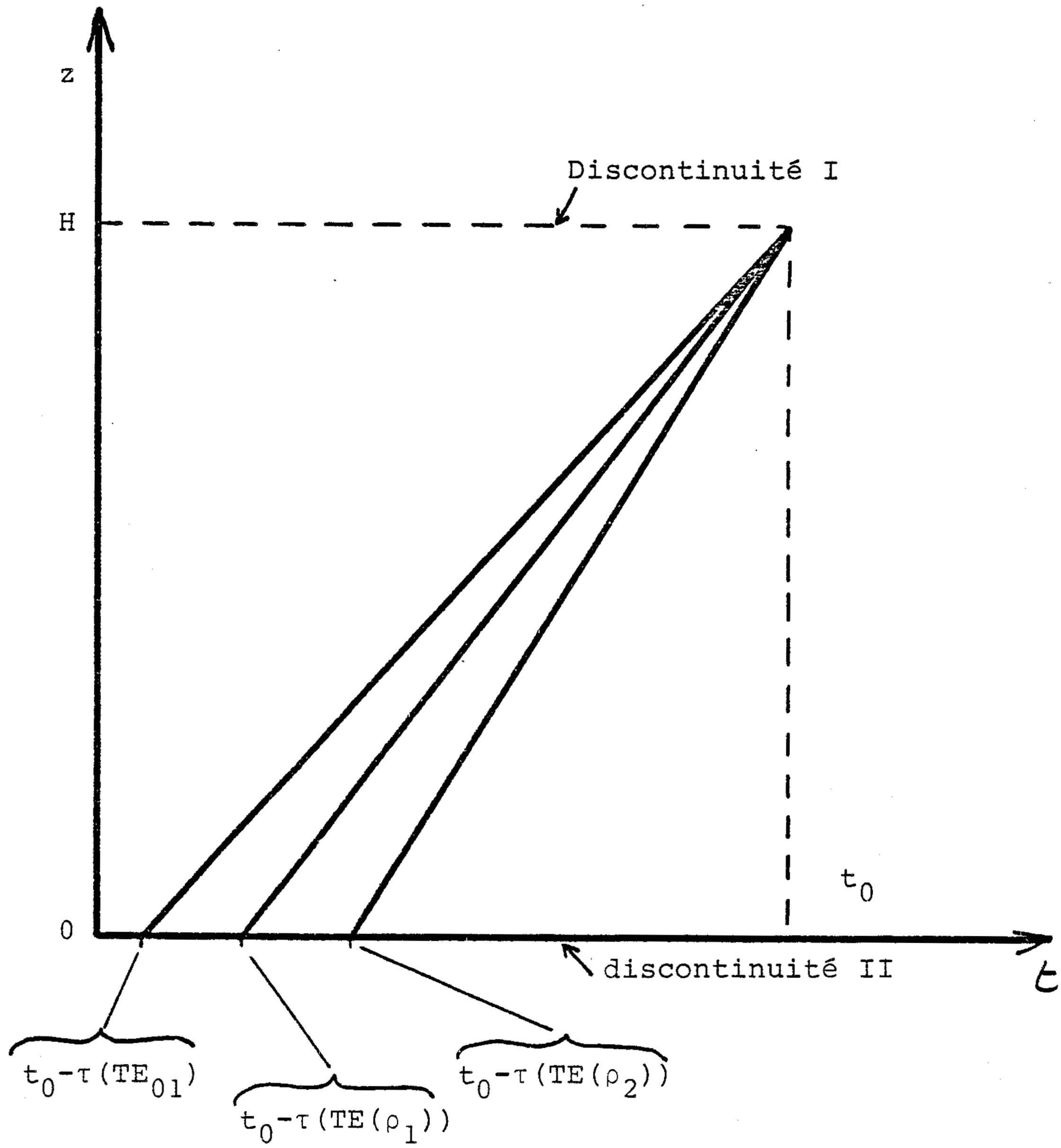
En réalité, le problème n'est pas aussi simple du fait de l'évolution temporelle du système résonant.

- Le problème physique

L'énergie véhiculée par le mode TE_{01} qui interagit au temps t avec la discontinuité I n'a pas été générée au niveau de la discontinuité II au même moment que l'énergie de l'un quelconque des autres modes incidents (fig. III-14). Ceci veut dire que les relations éventuelles entre les coefficients incidents sur l'une des discontinuités et réfléchis par l'autre discontinuité vont faire intervenir non seulement un déphasage fonction de la hauteur H du résonateur et de la constante de phase du mode considéré mais également leur vitesse de groupe par l'intermédiare d'une fonction de la variable :

$$t - \frac{H}{v_{gM}} \qquad \text{(III-5)}$$

ou $\frac{H}{v_{gM}}$ est le temps mis par l'énergie véhiculée par le mode (M) créé sur l'une des discontinuités pour arriver dans le plan de l'autre discontinuité (le mode (M) est dans cet exemple un mode guidé ou un mode rayonné).



$t_0-\tau(TE_{01})$ Création de l'énergie véhiculée par le mode TE_{01} qui interagit au temps t_0 avec la discontinuité I

$t_0-\tau(TE(\rho_1))$ Création de l'énergie véhiculée par le mode $TE(\rho_1)$ qui interagit au temps t_0 avec la discontinuité I

<u>DIFFICULTE</u> : Le système a évolué entre les temps $t_0-\tau(TE_{01})$ et $t_0-\tau(TE(\rho_1))$

<u>Figure III-14</u>

La difficulté fondamentale provient de l'évolution temporelle très différente pour ne pas dire antagoniste entre l'amplitude du mode résonant et les amplitudes des modes rayonnés ; en effet l'énergie du mode piégé TE_{01} diminue au cours du temps tandis que l'énergie rayonnée augmente.

Cette difficulté d'ordre mathématique* interdit une résolution rigoureuse des équations de continuité (III-1) (III-2) (III-3) et (III-4) cependant on peut montrer que même si l'énergie transportée par les modes incidents autres que le mode TE_{01} est importante, elle n'a pas d'influence notable sur les coefficients de réflexion a_{1I} et a_{1II} qui interviennent dans les conditions de résonance et dans le calcul du coefficient de qualité du résonateur.

- Influence des modes continus incidents sur le mode TE_{01} réfléchi

a) le résonateur isolé

Dans le cas de fortes permittivités, le module du coefficient de réflexion du mode TE_{01} est très proche de 1, les modes continus rayonnés réfléchis sont très peu excités et n'ont pas d'influence notable au niveau de la discontinuité sur laquelle ils viennent interagir.

Lorsque la permittivité diminue, les modes rayonnés réfléchis sont couplés plus fortement mais ils vont céder la quasi-totalité de l'énergie qu'ils véhiculent sur les modes rayonnés transmis dans l'espace libre au niveau de la discontinuité sur laquelle ils sont incidents (approximation de LEWIN). Dans le cas du résonateur isolé cette énergie ne vient plus réinteragir avec le résonateur.

L'interaction des modes continus créés par une discontinuité sur l'autre discontinuité peut donc être négligée.

remarque : il existe des résonateurs qui ne rayonnent pas [61] . Il est alors tout-à-fait possible de relier les grandeurs incidentes sur l'une des discontinuités aux grandeurs réfléchies par l'autre discontinuité et réciproquement. Le régime étant permanent, le traitement rigoureux des équations de continuité permet de caractériser rigoureusement le résonateur

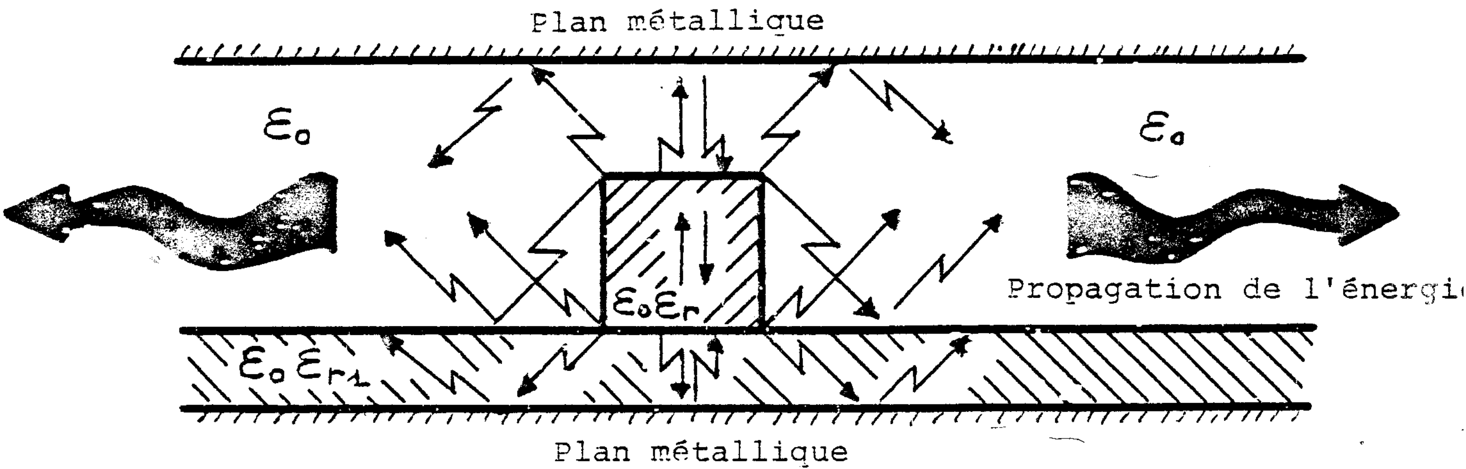


Figure III-15 : Excitation de modes radiaux

b) Le résonateur semi-blindé

La présence des plans métalliques va minimiser les pertes par rayonnement au niveau des deux discontinuités de type I (Q_{ray} très grand), mais la différence essentielle avec le résonateur isolé est que cette énergie rayonnée reste localisée entre les 2 plans métalliques. On peut alors se demander si la contribution des modes rayonnés incidents sur l'une ou l'autre des discontinuités au coefficient de réflexion $a_{1(I \text{ ou } II)}$ du mode TE_{01} réfléchi reste toujours négligeable lorsque l'énergie "rayonnée" devient plus importante que l'énergie piégée dans le résonateur ?

En fait les modes rayonnés ont des vecteurs d'ondes obliques et par réflexion successives sur les 2 plans métalliques l'énergie qui arrive à s'extraire du voisinage du résonateur se propage radialement et n'interagit plus avec les parois de bout du résonateur, figure (III-15).

Toutefois, une partie de l'énergie véhiculée par les modes rayonnés peut réinteragir avec les parois de bout du résonateur et se retransformer en énergie utile (énergie du mode résonant TE_{01}). Cette quantité d'énergie est infime et peut sans problème être négligée pour le calcul des coefficients de réflexion a_{1I} et a_{1II}. Cependant, il faut noter que le coefficient de qualité de rayonnement Q_{ray} peut être affecté fortement par l'omission de cette petite quantité d'énergie dans la mesure où les pertes par rayonnement sont elles-mêmes très faibles (Q_{ray} très grand).

Influence des modes supérieurs TE_{on}

Lorsqu'ils existent, ces modes sont très peu excités et se comportent sur les discontinuités de la même façon que le mode résonant c'est-à-dire qu'ils vont se réfléchir avec un coefficient proche de 1 en module. Leur action sur la valeur des coefficients de réflexion a_{1II} et a_{1I} est donc quasi nulle.

Puisque les modes continus et les modes supérieurs TE_{on} incidents sur l'une ou l'autre des discontinuités ne couple quasiment aucune énergie sur le mode TE_{01} réfléchi, on va négliger leurs rôles dans le raccordement modal.

Le seul mode incident à considérer est alors le mode TE_{01} ; dans ces conditions, les évolutions temporelles des amplitudes des modes générés au niveau des deux discontinuités sont les mêmes que celle du mode incident. On peut donc omettre cette évolution commune de toutes les amplitudes dans les équations de continuité qui s'écrivent :

$$\begin{Bmatrix} E_{\theta 1}^{1+} \\ H_{r1}^{1+} \end{Bmatrix} + \sum_{n \geq 1} a_{nI} \begin{Bmatrix} E_{\theta 1}^{1-} \\ H_{r1}^{1-} \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q_I^{r}(\rho) \begin{Bmatrix} E_\theta^{1-}(\rho) \\ H_r^{1-}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho$$

$$= \int_0^\infty q_I^{t+}(\rho) \begin{Bmatrix} E_\theta^{2+}(\rho) \\ H_r^{2+}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho + \int_0^\infty q_I^{t-}(\rho) \begin{Bmatrix} E_\theta^{2-}(\rho) \\ H_r^{2-}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho \qquad \begin{matrix} \text{(III-6)} \\ \text{(III-7)} \end{matrix}$$

$$\begin{Bmatrix} E_{\theta 1}^{1+} \\ H_{r1}^{1+} \end{Bmatrix} + \sum_{n \geq 1} a_{nII} \begin{Bmatrix} E_{\theta 1}^{1-} \\ H_{r1}^{1-} \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q_{II}^{r}(\rho) \begin{Bmatrix} E_\theta^{1-}(\rho) \\ H_r^{1-}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho$$

$$= \int_0^\infty q_{II}^{t+}(\rho) \begin{Bmatrix} E_\theta^{3+}(\rho) \\ H_r^{3+}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho \qquad \begin{matrix} \text{(III-8)} \\ \text{(III-9)} \end{matrix}$$

Pour obtenir ces équations nous avons normalisé la puissance incidente à 1 ($i_{1I} = i_{1II} = 1$).
Dans ces conditions les autres coefficients ont leur signification usuelle : en particulier a_{0I} et a_{0II} représentent les coefficients de réflexion du mode TE_{01} sur les discontinuités I et II. (figure III-16).

Les conditions aux limites sur le plan métallique (z = L) fournissent une relation simple entre les quantités $q_I^{t+}(\rho)$ et $q_I^{t-}(\rho)$:

$$q_I^{t-}(\rho) = - q_I^{t+}(\rho) \exp\left(-2j\beta_2(\rho) L\right) \qquad \text{(III-10)}$$

où $\beta_2(\rho)$ est la constante de phase des modes continus dans la région II.

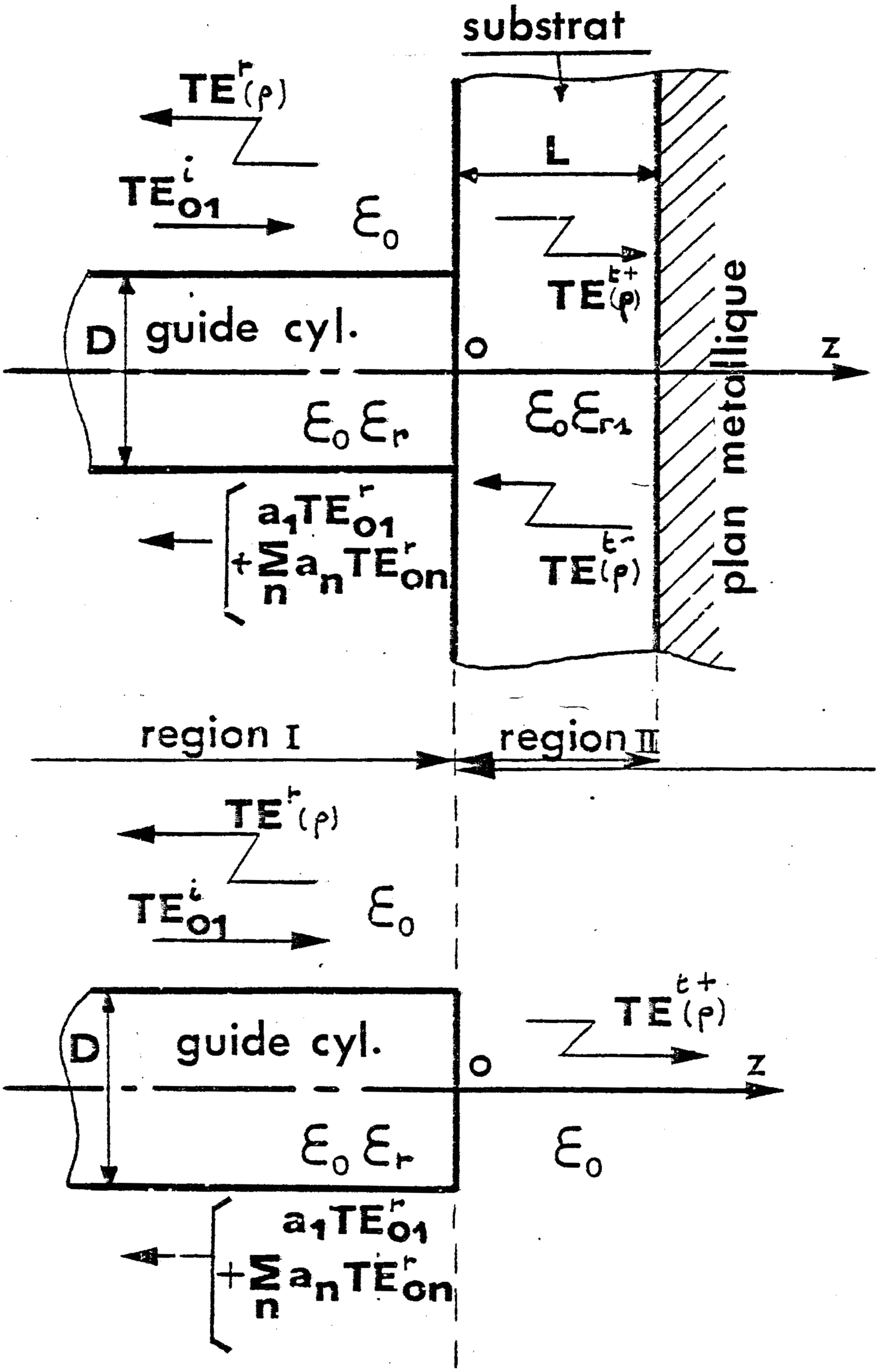


Figure III-16

En exprimant tous les champs électromagnétiques en fonction du seul champ direct E_θ (voir annexe IV) et en introduisant un indicateur Δ tel que $\Delta = 1$ pour les discontinuités de type I, et $\Delta = 0$ pour les discontinuités de type II les équations de continuité précédentes prennent la forme unique suivante :

$$\begin{Bmatrix} (1+a_1) \\ \beta_1(1-a_1) \end{Bmatrix} E_{\theta_1}^{1} + \sum_{n>1} \begin{Bmatrix} a_n \\ -\beta_n a_n \end{Bmatrix} E_{\theta n}^{1} + \int_0^\infty \begin{Bmatrix} q^{k}(\rho) \\ -\beta_1(\rho)\, q^{k}(\rho) \end{Bmatrix} E_\theta^{1}(\rho)\, d\rho$$

$$= \int_0^\infty \begin{Bmatrix} q^{t+}(\rho)\,(1-X(\rho)) \\ q^{t+}(\rho)\,\beta_2(\rho)\,(1+X(\rho)) \end{Bmatrix} E_\theta^{2}(\rho)\, d\rho \qquad \begin{matrix}\text{(III-11)} \\ \text{(III-12)}\end{matrix}$$

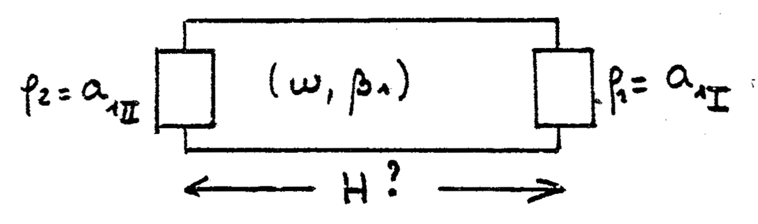
avec
$$X(\rho) = \Delta \; \exp\left(-2j\,\beta_2(\rho)\,L\right) \qquad \text{(III-13)}$$

Ces équations de continuité sont les mêmes que celles résolues au chapitre I, mais pour une structure cylindrique. Le calcul des divers coefficients a_n, $q^{k}(\rho)$ et $q^{t+}(\rho)$ est exposé dans l'annexe VI.

En ayant les coefficients de réflexion des deux discontinuités et les caractéristiques de dispersion du mode TE_{01} on peut établir la relation entre la fréquence de résonance, le coefficient de qualité, les paramètres constitutifs ε_r D et H et l'environnement du résonateur.

III.1.3. Conditions de résonance et coefficient de Qualité

Ayant simultanément le couple $(\omega - \beta_1)$ du mode résonant TE_{01} et les deux coefficients de réflexion en $z = 0$ et $z = H$, la recherche de la longueur de la cavité pour obtenir un phénomène constructif à la pulsation ω est un problème classique schématisé sur la figure (III-17).



Un calcul élémentaire basé sur les réflexions multiples du mode TE_{01} en $z = 0$ et $z = H$ montre que l'amplitude des champs varie en

$$1 \Big/ \left[1 - a_{1_I} \, a_{1_{II}} \, e^{-2j\beta_1 H} \right] \qquad \text{(III-14)}$$

L' amplitude passe par un maximum à la résonance lorsque toutes les ondes sont en phase; ceci a lieu pour la valeur minimum du module du dénominateur*

Cette condition s'exprime comme:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} 2\beta_1 H = \dfrac{\mathcal{R}(a_{1_I}) \, \mathcal{I}m(a_{1_{II}}) + \mathcal{I}m(a_{1_I}) \, \mathcal{R}(a_{1_{II}})}{\mathcal{R}(a_{1_I}) \, \mathcal{R}(a_{1_{II}}) - \mathcal{I}m(a_{1_I}) \, \mathcal{I}m(a_{1_{II}})} \qquad \text{(III-15)} \\ \\ \cos 2\beta_1 H \Big/ \left[\mathcal{R}(a_{1_I}) \, \mathcal{R}(a_{1_{II}}) - \mathcal{I}m(a_{1_I}) \, \mathcal{I}m(a_{1_{II}}) \right] < 0 \qquad \text{(III-16)} \end{array} \right.$$

Ces relations nous permettent de calculer la hauteur H du résonateur que l'on veut faire travailler à la fréquence $f = \omega / 2\pi$.

Remarque : pour des cavités sans pertes $|a_{1I}|$ et $|a_{1II}| = 1$, le minimum du dénominateur est égal à zéro. On retrouve alors la condition de résonance classique pour les cavités sans perte :

$$\left[1 - a_{1_I} \, a_{1_{II}} \, e^{-2j\beta_1 H} \right] = 0$$

Il reste maintenant à calculer une caractéristique fondamentale du résonateur : son coefficient de qualité ; celui-ci dépend de 3 mécanismes de pertes : les pertes par rayonnement, les pertes diélectriques et des pertes métalliques (résonateur sur substrat métallisé ou résonateur blindé)

. <u>Le coefficient de qualité de rayonnement</u>

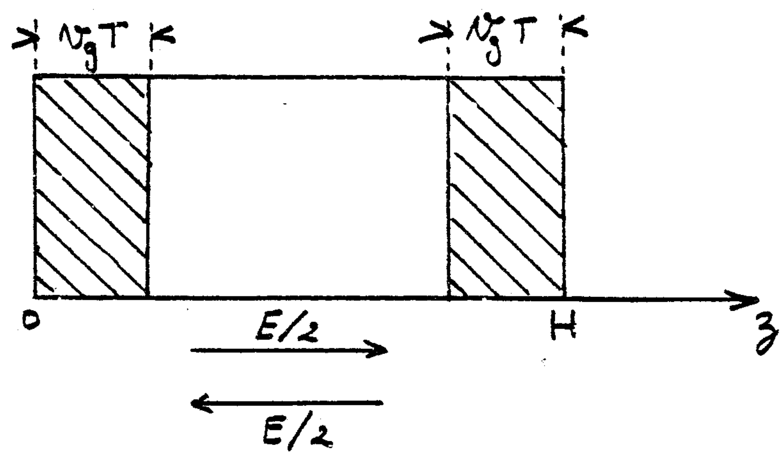
Pour calculer le coefficient de rayonnement on utilise la définition fondamentale

$$Q = 2\pi \frac{\text{Energie stockée}}{\text{Energie perdue par période}} \qquad \text{(III-17)}$$

Soit E l'énergie stockée au temps t dans le résonateur, pour calculer Q_{ray} nous allons calculer l'énergie δE perdue entre le temps t et le temps t + T.

L'énergie E véhiculée par le mode TE_{01} est répartie uniformément dans les 2 sens de propagation.
Les pertes interviennent au niveau des deux discontinuités de bout, il faut donc évaluer la quantité d'énergie qui au cours d'une période vient en interaction avec ces discontinuités.

Puisque l'énergie se déplace à la vitesse v_g la quantité d'énergie située entre l'abscisse 0 et $v_g T$ qui se déplace vers la discontinuité I et celle située entre $H - v_g T$ et H qui se déplace vers la discontinuité II vont chacune



atteindre les discontinuités I et II.

L'énergie comprise entre z = 0 et z = $v_g T$ est égale à :

$$E_I = \frac{v_g T}{H} * E/2 \qquad \text{(III-18)}$$

Au cours d'une période la quantité de cette énergie qui va transiter sur les modes rayonnés ou les modes supérieurs au niveau de la discontinuité I est :

$$\delta E_I = \left[1 - |a_{1I}|^2\right] * \frac{v_g T}{H} * E/2 \qquad \text{(III-19)}$$

De la même façon l'énergie perdue en une période au niveau de la discontinuité II s'écrit :

$$\delta E_{II} = \left[1 - |a_{1II}|^2\right] * \frac{v_g T}{H} * E/2 \qquad \text{(III-20)}$$

Il en résulte que l'énergie perdue par période est :

$$\delta E = \delta E_I + \delta E_{II} = \frac{v_g T}{H} * \frac{E}{2}\left[2 - |a_{1I}|^2 - |a_{1II}|^2\right] \qquad \text{(III-21)}$$

Compte-tenu de la définition (III-17) le coefficient de qualité de rayonnement s'écrit :

$$Q_{ray} = \omega * \frac{2H}{v_g} * \frac{1}{\left[2 - |a_{1I}|^2 - |a_{1II}|^2\right]} \qquad \text{(III-22)}$$

. <u>Coefficient de qualité total</u>

- Pour calculer le coefficient de qualité total d'un résonateur, on additionne toutes les pertes ou ce qui revient au même on utilise l'expression :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{ray.}} + \frac{1}{Q_{diel.}} + \frac{1}{Q_{metal.}} \qquad \text{(III-23)}$$

Les matériaux réels ont des pertes ; les bons conducteurs ont une conductivité importante mais finie σ_c et les bons isolants ont une conductivité faible mais non nulle σ_d. Les pertes diélectriques sont des pertes en volume ; la puissance moyenne dissipée dans le diélectrique s'écrit :

$$P_{dissipée} = \sigma_d \int_{V_d} E^1_{\theta_1} E^{*1}_{\theta_1} \, dv \qquad \text{(III-24)}$$

ou V_d est le volume occupé par le diélectrique.
Le coefficient de qualité correspondant s'écrit alors :

$$Q_{diel} = \omega \frac{\text{Energie Stockée}}{P_{dissipée}} \qquad \text{(III-25)}$$

L'énergie étant stockée principalement dans le diélectrique, on trouve

$$Q_{diel} \# 1/ tg\,\delta_d \qquad \text{(III-26)}$$

où δ_d est l'angle de perte du diélectrique ($tg\,\delta_d$ est fourni par le constructeur).

Les pertes métalliques s'expriment en fonction de l'épaisseur de peau

$$\delta = \sqrt{2/\omega\mu_0\sigma_c}$$

La puissance dissipée sur une surface métallique S est

$$P_m = \frac{1}{2\sigma_c\delta} \int_S \mathcal{H}_r \mathcal{H}_r^* \, ds \qquad \text{(III-27)}$$

où $\mathcal{H}_r$ est le champ magnétique tangentiel ou métal en $z = L$

$$\mathcal{H}_r = 2 \int_0^\infty q_I^{t+}(\rho)\, e^{-j\beta_2(\rho)L}\, H_r^2(\rho)\, d\rho \qquad \text{(III-28)}$$

Malheureusement la majeure partie de l'énergie incidente sur le plan métallique est déjà considérée comme de l'énergie perdue par le résonateur ; ceci est d'autant plus vrai que la distance L sera grande.

On peut simplement estimer que la puissance issue du mode TE_{01} perdue par effet joule dans le métal est voisine de P_m lorsque L tend vers zéro et décroît lorsque le plan métallique s'éloigne de la paroi de bout du résonateur.

III - 2 Résultats numériques et comparaison avec l'expérience

Avant de donner les résultats numériques concernant les résonateurs diélectriques, il est bon de montrer l'évolution des coefficients de réflexion des modes incidents TE_{01} et TM_{01} sur les deux discontinuités de base étudiées précédemment.

III - 2.1. Comportement des discontinuités en modes TE_{01} et TM_{01}

- la discontinuité de Type II (arrêt brusque du guide diélectrique cylindrique)

Les figures (III-18) et (III-19) illustrent les variations du module et de la phase du coefficient de réflexion a_{1II} pour les deux excitations TE_{01} et TM_{01} et pour deux valeurs usuelles de la permittivité $\varepsilon_r = 35$ et $\varepsilon_r = 65$. On peut apprécier au vu de ces courbes l'intérêt que présente l'étude du guide plan diélectrique effectuée au chapître précédent ; en effet la discontinuité se comporce en guide diélectrique cylindrique de la même façon que pour le guide plan diélectrique excitée par les modes correspondants.

On observe une augmentation du module de a_{1II} avec la permittivité et le même comportemenc près de la fréquence de coupure, le mode TM_{01} couplant presque toute son énergie sur les modes rayonnés tandis que la discontinuité se comporte comme un "mur" pour le mode TE_{01} dès que l'on s'éloigne de sa fréquence de coupure. Lorsque la fréquence normalisée kod augmente, les coefficients de réflexion des deux modes incidents tendent vers la limite :

$$\lim_{k_0 d \to \infty} a_{1II} = \frac{\sqrt{\varepsilon_r} - 1}{\sqrt{\varepsilon_r} + 1} \qquad \text{(III-29)}$$

- la discontinuité de type I

La figure (III-20) représente l'évolution de la phase du coefficient de réflexion a_{1II} en fonction de la fréquence f pour l'excitation TE_{01}. Le substrat est une alumine de permittivité $\varepsilon_r = 9,6$ et d'épaisseur standard

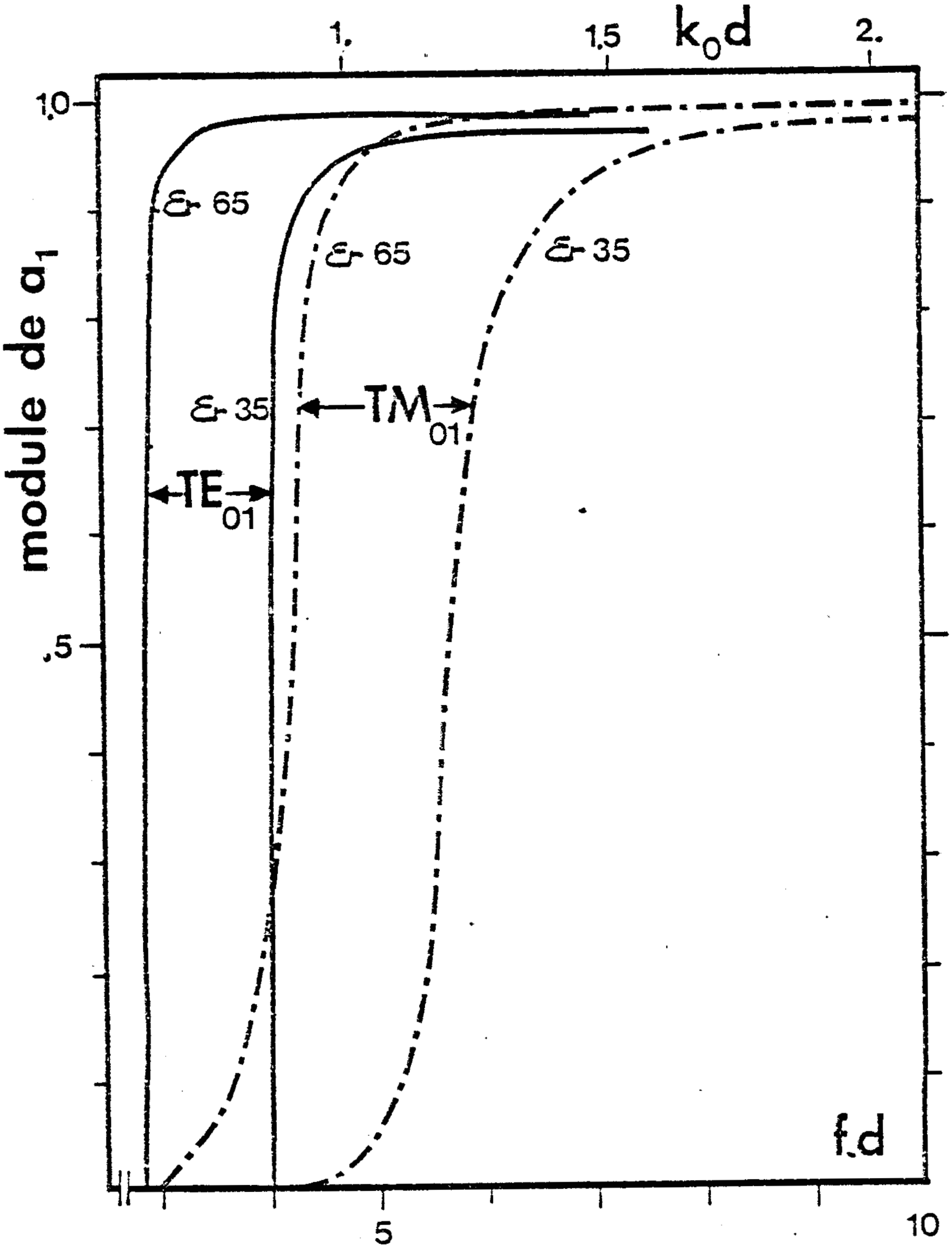


Figure III-18 : Module du coefficient de réflexion a_1 des modes TE_{01} et TM_{01} incidents sur l'arret brusque du guide circulaire diélectrique

——————— modes TE_{01}

—·—·—·- modes TM_{01}

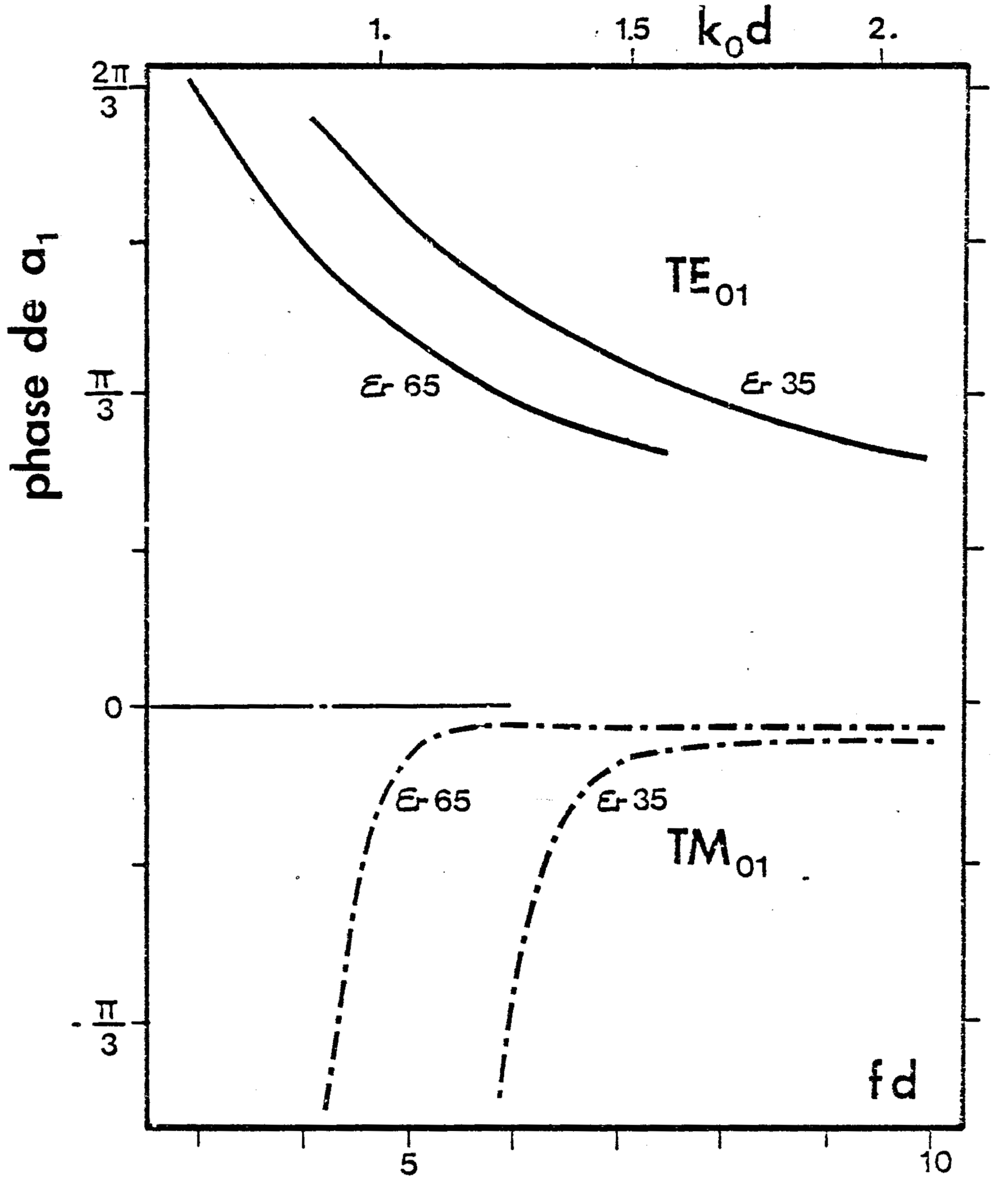
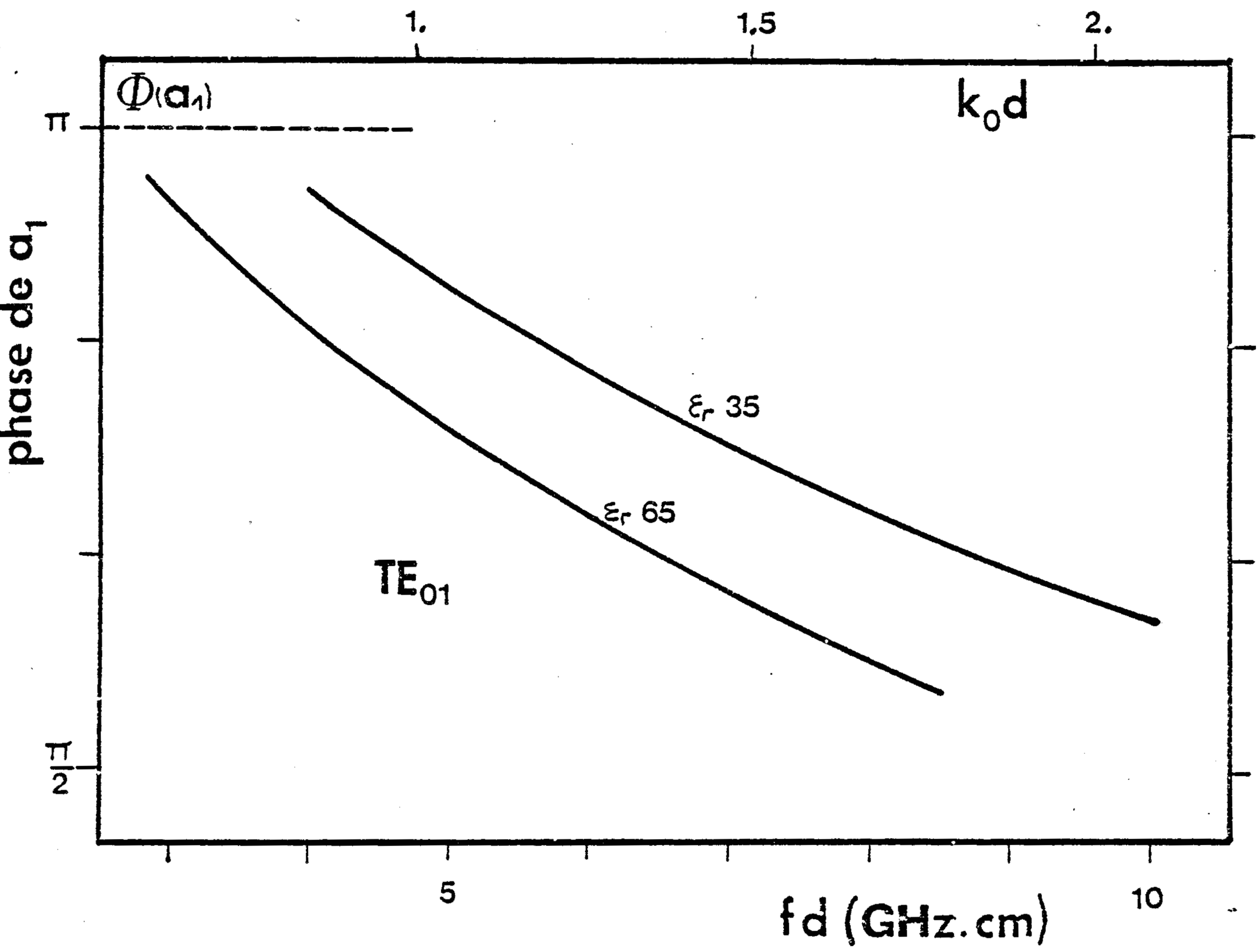


Figure III-19 : Phase du coefficient de réflexion a_1 des modes TE_{01} et TM_{01} incidents sur l'arret brusque du guide circulaire diélectrique.



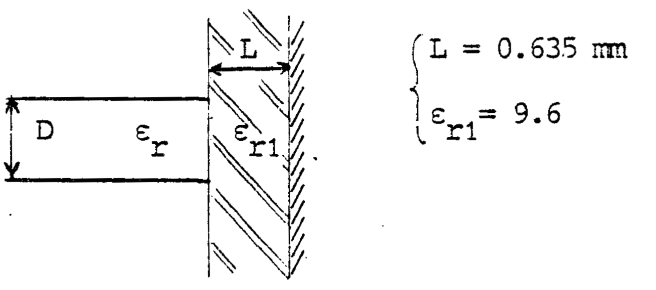


Figure III-20 : Phase du coefficient de réflexion a_1 du mode TE_{01} incident sur une discontinuité de type I

mode TE_{01} e; $\varepsilon_r=35$					mode TM_{01} ; $\varepsilon_r=35$				
f.d	système(A)		(A6-26)	(A6-25)	f.d	système(A)		(A7-25)	(A7-24))
	a_1	$\lvert a_1\rvert^2$	$\lvert a_1\rvert^2$	1		a_1	$\lvert a_1\rvert^2$	$\lvert a_1\rvert^2$	1
4.1	-.312+j.743	.650	.655	1.001	6.	+.401-j.642	.573	.589	1.+j.001
4.2	-.317+j.806	.751	.754	1.001	6.4	+.760-j.398	.737	.741	.999
4.5	-.242+j.899	.868	.868	1.001	6.8	+.884-j.218	.830	.841	.999
5.	-.076+j.955	.918	.918	1.	7.5	+.943-j.135	.909	.913	.999
6.	+.186+j.950	.939	.939	1.001	8.5	+.963-j.115	.941	.942	1.
7.	+.368+j.896	.938	.938	1.001+j.001	10.	+.961-j.132	.941	.953	1.

Tableau II

0,635 mm ; du fait de la valeur de cette épaisseur, la discontinuité ne rayonne pratiquement pas, le module du coefficient de réflexion reste très voisin de 1, quelque soit la valeur de la fréquence.

- vérification de la convergence

La vérification des résultats numériques obtenus par résolution des systèmes d'équations intégrales (A6-18 → 21) pour le mode TE_{01} et (A7-18 → 21) pour le mode TM_{01} est illustrée dans le tableau II.

On constate sur ce tableau le très bon accord entre les modules du coefficient de réflexion a_{1I} calculés respectivement au moyen des équations (A6-18 → 21) et (A6-26) pour le mode TE_{01} et avec les équations (A7-18 → 21) et (A7-26) dans le cas TM_{01}.

Le test de validité des fonctions de couplage $q^{t}(\rho)$ (eq (A6-25) pour le mode TE_{0} et (A7-25) pour le TM_{01}) est également très bien vérifié.

III - 2.2. Le résonateur isolé

Nous avons étudié les résonateurs isolés en mode dipolaire magnétique $TE_{01\delta}$ et dipolaire électrique $TM_{01\delta}$.

Les discontinuités de bout sont identiques et sont des discontinuités de type II

La figure (III-21) représente pour deux valeurs usuelles de la permittivité $\varepsilon_r = 35$ et $\varepsilon_r = 65$ l'évolution de la quantité (fd)2 en fonction de la géométrie D/H du résonateur. Sur cette même courbe nous avons reporté les résultats obtenus par P. GUILLON et Y. GARAULT dans le cas du mode dipolaire magnétique $TE_{01\delta}$

L'accord entre les deux analyses est bon surtout dans le cas de résonateurs de permittivité élevée pour lesquels les modes rayonnés ont une importance minime dans le raccordement des champs au niveau des discontinuités.

En fait l'intérêt premier de notre méthode est qu'elle permet d'accéder facilement au coefficient de qualité de rayonnement. Le comportement de ce coefficient est tracé sur les figures (III-22) et (III-23).

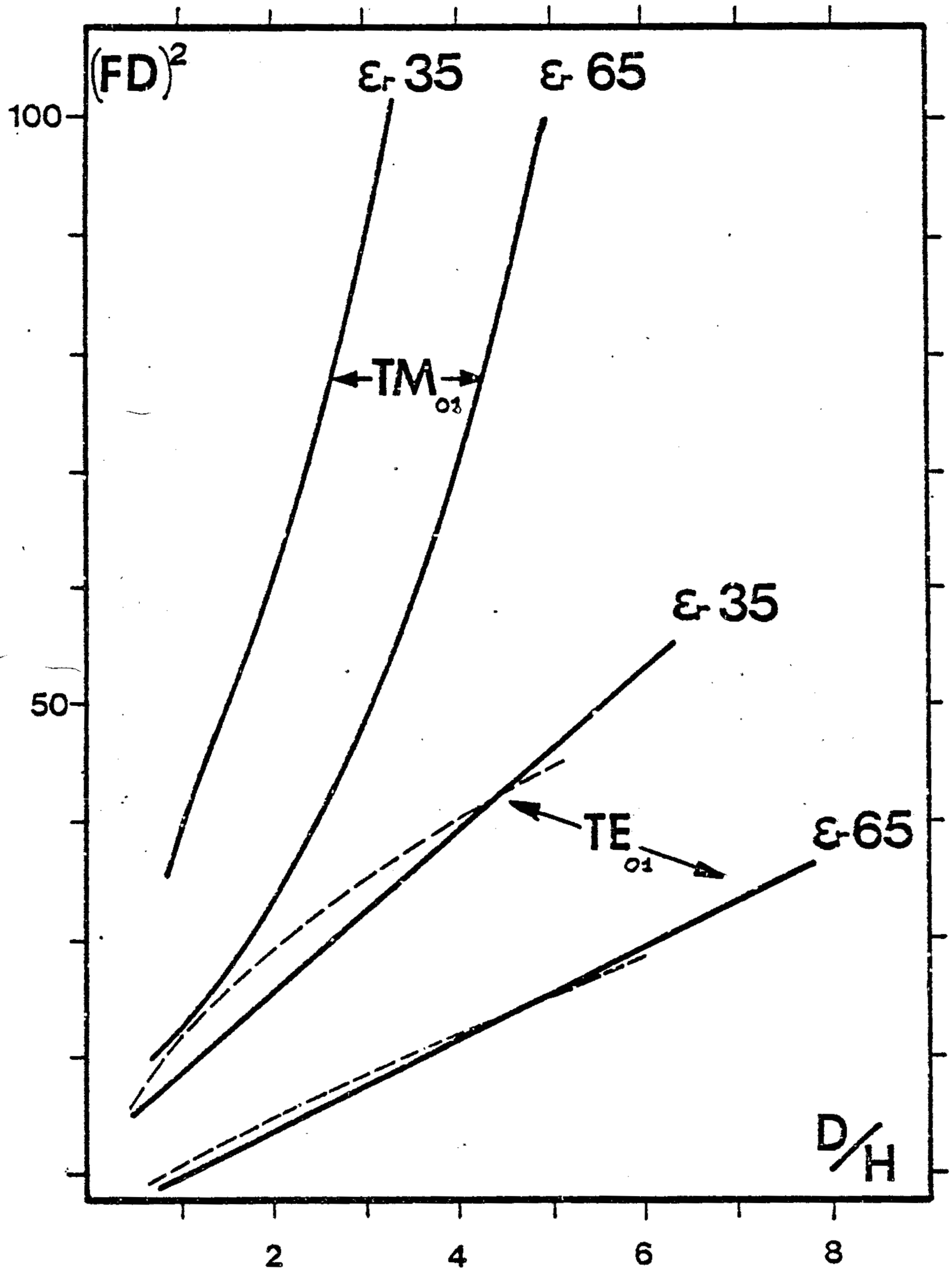


Figure III-21 : Fréquences de résonance des modes $TE_{01\delta}$ et $TM_{01\delta}$ du résonateur isolé

——————— nos résultats

----------- résultats de P. GUILLON et Y. GARAULT

Fig.III-22 et 23 : Variation du coefficient de qualité de rayonnement des modes $TE_{01\delta}$ et $TM_{01\delta}$ du résonateur isolé

——————— nos résultats

- - - - - - - - - - résultats de M. VERPLANKEN et J. Van BLADEL

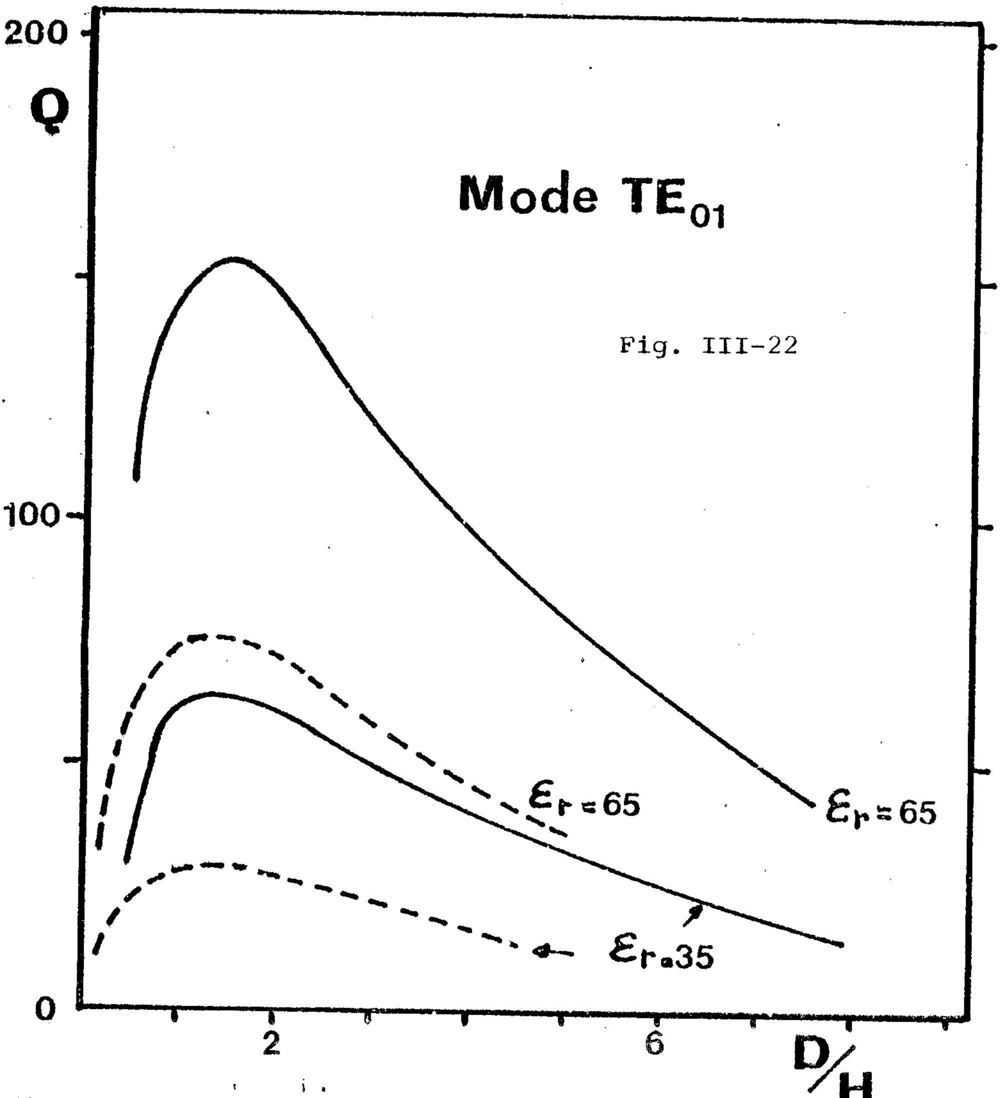


Fig. III-22

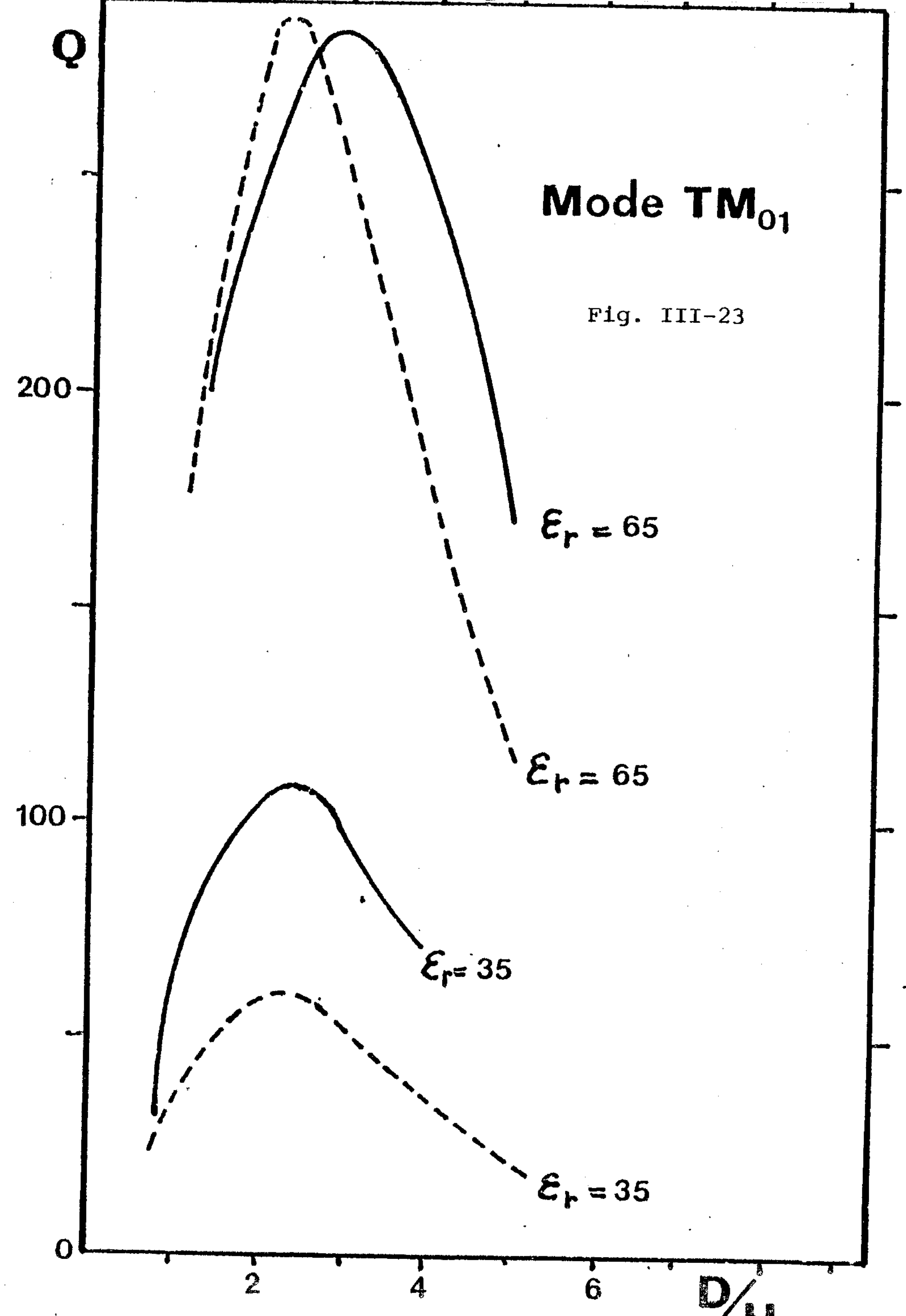


Fig. III-23

Dans le cas du mode $TE_{01\delta}$ et pour des permittivités usuelles, $\varepsilon_r = 35$ et $\varepsilon_r = 65$ (figure III-22) ; les évolutions des coefficients de qualité de rayonnement (courbes en trait plein) sont identiques à celles obtenues par M. VERPLANKEN et J.Van BLADEL [50] (courbes en pointillés) mais on observe un facteur 2 en module entre les deux analyses. La valeur optimale du rapport D/H c'est-à-dire celle qui minimise les pertes par rayonnement est d'après les deux analyses voisine de 1,4.

La forme en cloche du coefficient de qualité s'explique aisément par les évolutions fréquentielles contraire de la vitesse de groupe et de la quantité $(2 - |a_{1I}|^2 - |a_{1II}|^2)$ qui interviennent dans l'expression du coefficient de qualité.

Le comportement différent des discontinuités excitées en mode TM_{01} rejaillit sur le comportement du résonateur en mode $TM_{01\delta}$. On remarque que la fréquence de résonance de ce mode est plus élevée que celle du mode $TE_{01\delta}$ pour le même résonateur. L'effet combiné de l'évolution des modules des coefficients de réflexion et de la vitesse de groupe du mode TM_{01} (figure A7-2) fournit un coefficient de qualité beaucoup plus grand que celui obtenu en mode $TE_{01\delta}$.

La comparaison avec les résultats de VERPLANKEN et J. VAN BLADEL [49] (figure III-23) est de deux ordres : si pour une faible permittivité le rapport entre les résultats est de l'ordre de deux ($\varepsilon_r = 35$), l'accord quantitatif est obtenu pour une permittivité plus élevée ($\varepsilon_r = 65$). Par contre si les deux analyses démontrent que le rapport D/H est plus important pour obtenir un coefficient de qualité élevé que dans le cas du mode $TE_{01\delta}$ il y a un certain désaccord sur la valeur de ce rapport surtout pour les fortes permittivités (pour $\varepsilon_r = 65$ le rapport optimum est de 2,2 selon VERPLANKEN et J. Van BLADEL alors qu'il est voisin de 3 selon notre propre analyse).

Les différences quantitatives peuvent être expliquées par le domaine d'applicabilité de la méthode de J. Van BLADEL (résonateurs de forte permittivit
Il serait intéressant dans la suite de ce travail de faire une étude comparative plus systématique entre les deux méthodes.

Le résonateur sur substrat diélectrique : Modes $TE_{01\delta}$

La présence du plan de masse situé très près de l'une des discontinuités va avoir pour effet de diminuer les pertes par rayonnement mais, inversement des pertes métalliques vont apparaître.

Sur la figure (III - 24) nous avons tracé la fréquence de résonance en fonction de la hauteur H du résonateur, les autres paramètres étant des données. (il faut noter que la représentation $(Fd)^2 = f(D/H)$ ne convient plus à cause de la présence du substrat).Les résultats expérimentaux matérialisés par des cercles sont en très bon accord avec les résultats théoriques.

Dans cette configuration on obtient des coefficients de qualité de rayonnement théoriques deux à trois fois supérieurs à ceux obtenus pour les mêmes résonateurs dans la configuration isolé. (les fréquences d'utilisation sont alors très différentes, voir la figure III-24).

Les premières mesures classiques des coefficients de qualité ont fourni des valeurs 1.6 à 1.7 fois plus importantes que les valeurs calculées. Une seconde série de mesures effectuées au moyen de la méthode exposée en annexe VIII, a réduit très légèrement l'écart entre la théorie et l'expérience (le rapport étant de l'ordre de 1.6 en moyenne)

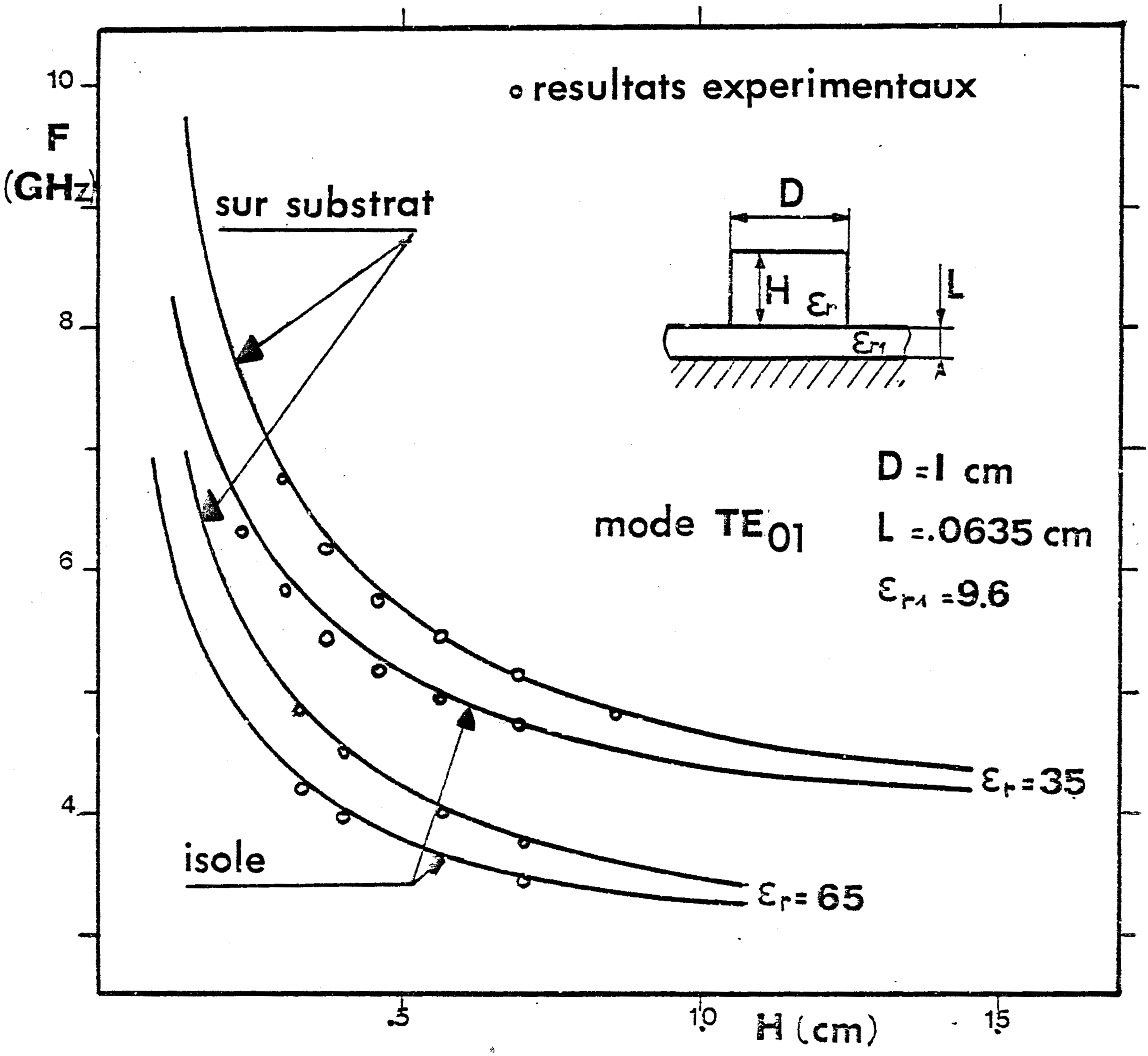
La différence importante entre les mesures et la théorie montre qu'il y a une défaillance soit au niveau du calcul théorique soit de la mesure.

La première hypothèse est à notre avis peu vraisemblable car une erreur dans le calcul des coefficients de réflexion aurait une répercussion sur la valeur théorique de la fréquence de résonance or, la courbe III-24 montre qu'il n'en est rien.

La mesure des coefficients de qualité est a notre sens l'élément le plus criticable. L'influence de l'environnement immédiat du résonateur (dimensions finies des substrats, proximité des transitions) est un facteur d'erreur important mais on peut également s'interroger sur la validité de l'expression (A8-1) qui donne le coefficient de réflexion dans le plan d'entrée du résonateur.

Les mesures sont encore plus catastrophiques si on les compare à la théorie de M. VERPLANKEN et J. Van BLADEL* qui tout comme P. GUILLON [54] font apparaitre des pertes par rayonnement encore plus importantes.

* *extension qualitative du cas du résonateur isolé* [50].



<u>Figure III-24</u> : Fréquences de résonance d'un résonateur sur substrat en mode $TE_{01\delta}$ en fonction de sa hauteur H

Comparaison avec les fréquences obtenues en configuration isolée et comparaison avec l'expérience.

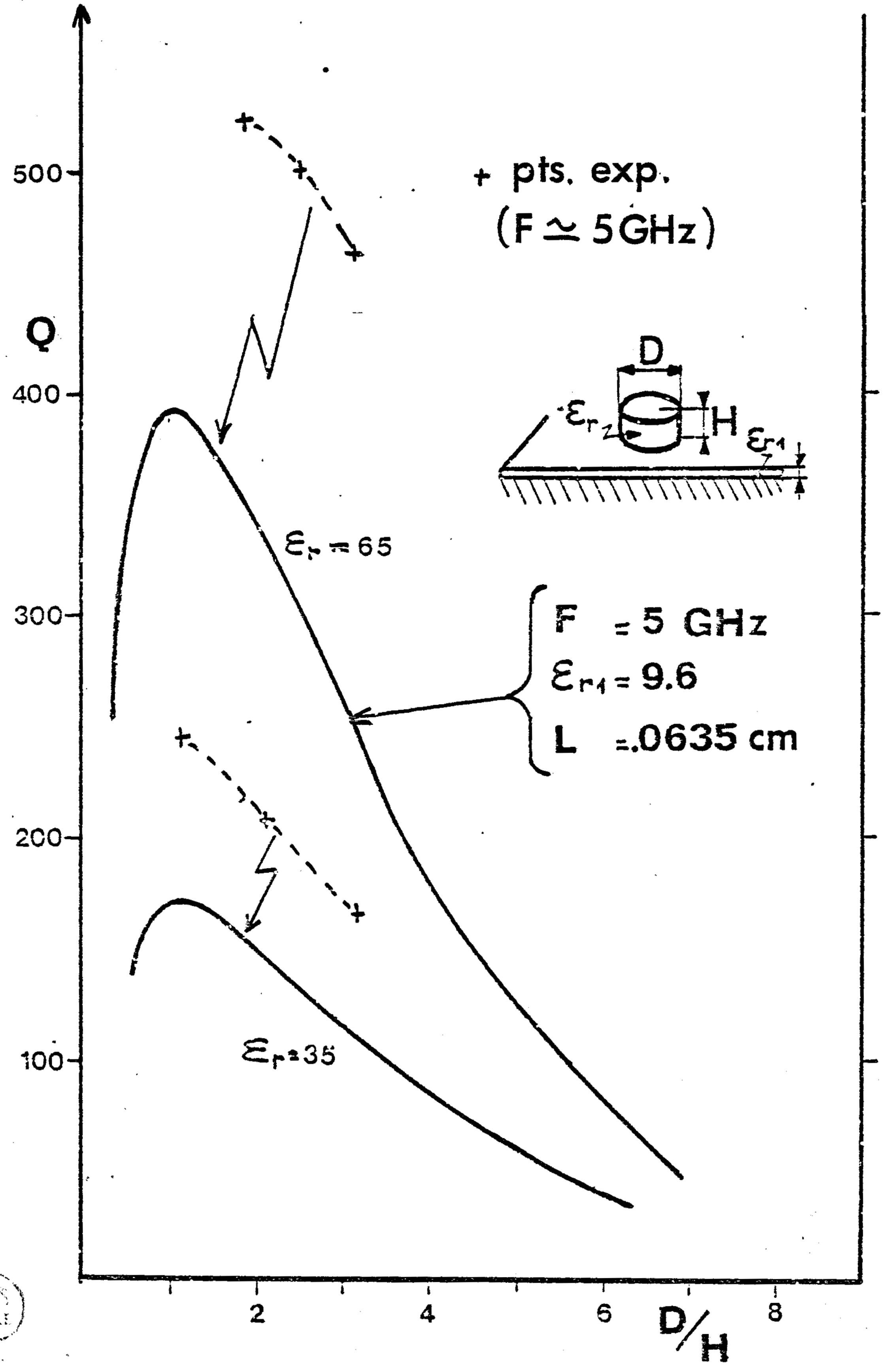


Figure III-25 : Variation du coefficient de qualité de rayonnement du mode $TE_{01\delta}$ d'un résonateur sur substrat.

Le résonateur semi-blindé [57]

Les discontinuités de bout du résonateur sont des discontinuités de type I et de ce fait, les pertes par rayonnement vont être plus faibles que dans le cas précédent. Dans cette configuration une partie de l'énergie véhiculée par des modes continus rayonnés s'éloigne du résonateur (propagation radiale) et ne participe pas à la résonance ; c'est en cela que le résonateur semi-blindé diffère du résonateur entièrement blindé où toute l'énergie participe à la résonance et où il n'y a plus de pertes par rayonnement.

Nous avons tracé sur la courbe (III-26) la fréquence de résonance d'un résonateur de géométrie fixée en fonction de la distance d entre le résonateur et le plan métallique supérieur. Les résultats expérimentaux sont en très bon accord avec la courbe théorique.

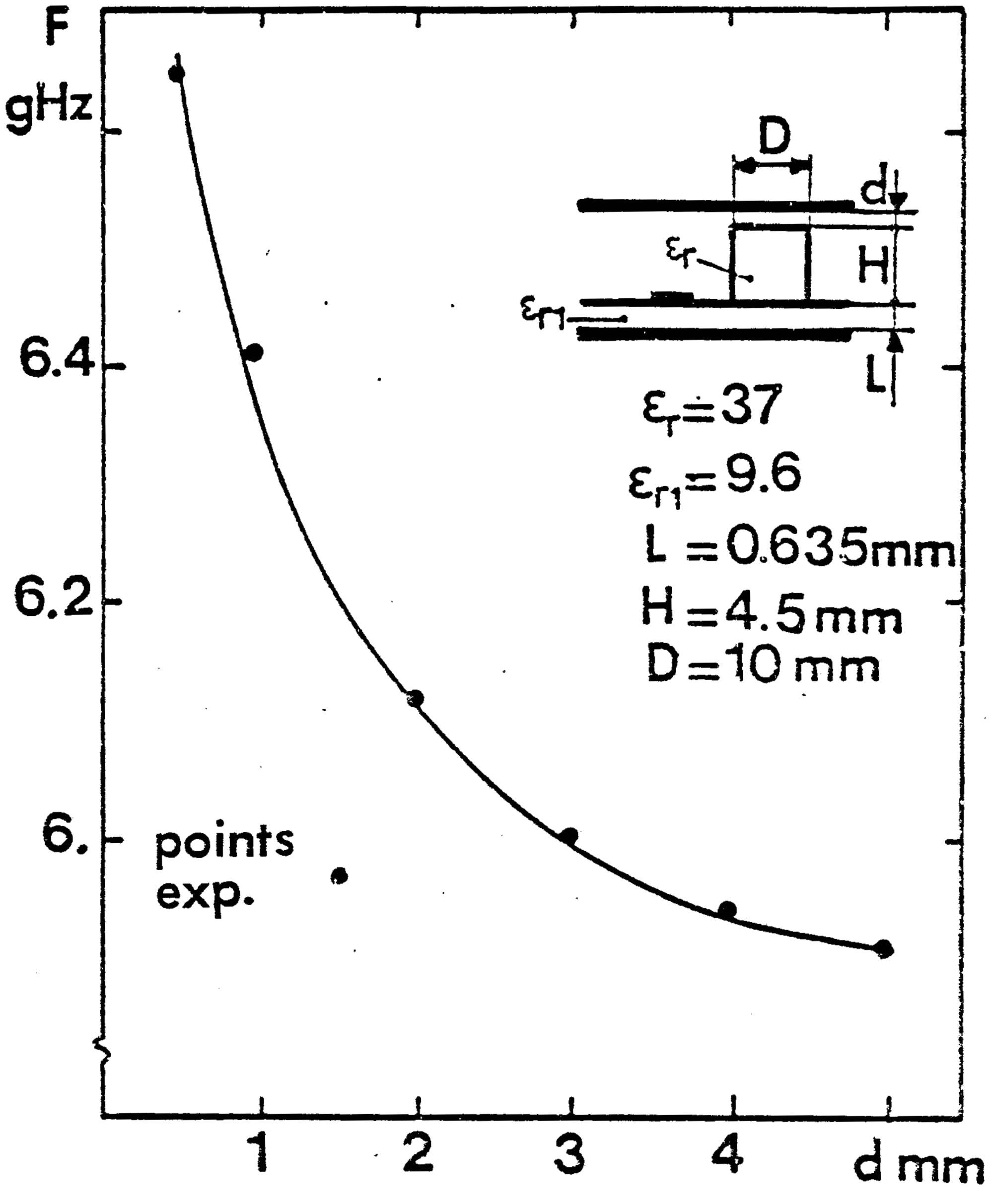
Sur la figure (III-27) sont représentées les évolutions des coefficients de qualité du système en fonction de la distance d qui sépare la face supérieure du résonateur du plan métallique.

La courbe en pointillés (....) ne tient compte que des pertes diélectriques et des pertes métalliques et la courbe (ooooo) a été tracée en omettant les pertes métalliques.

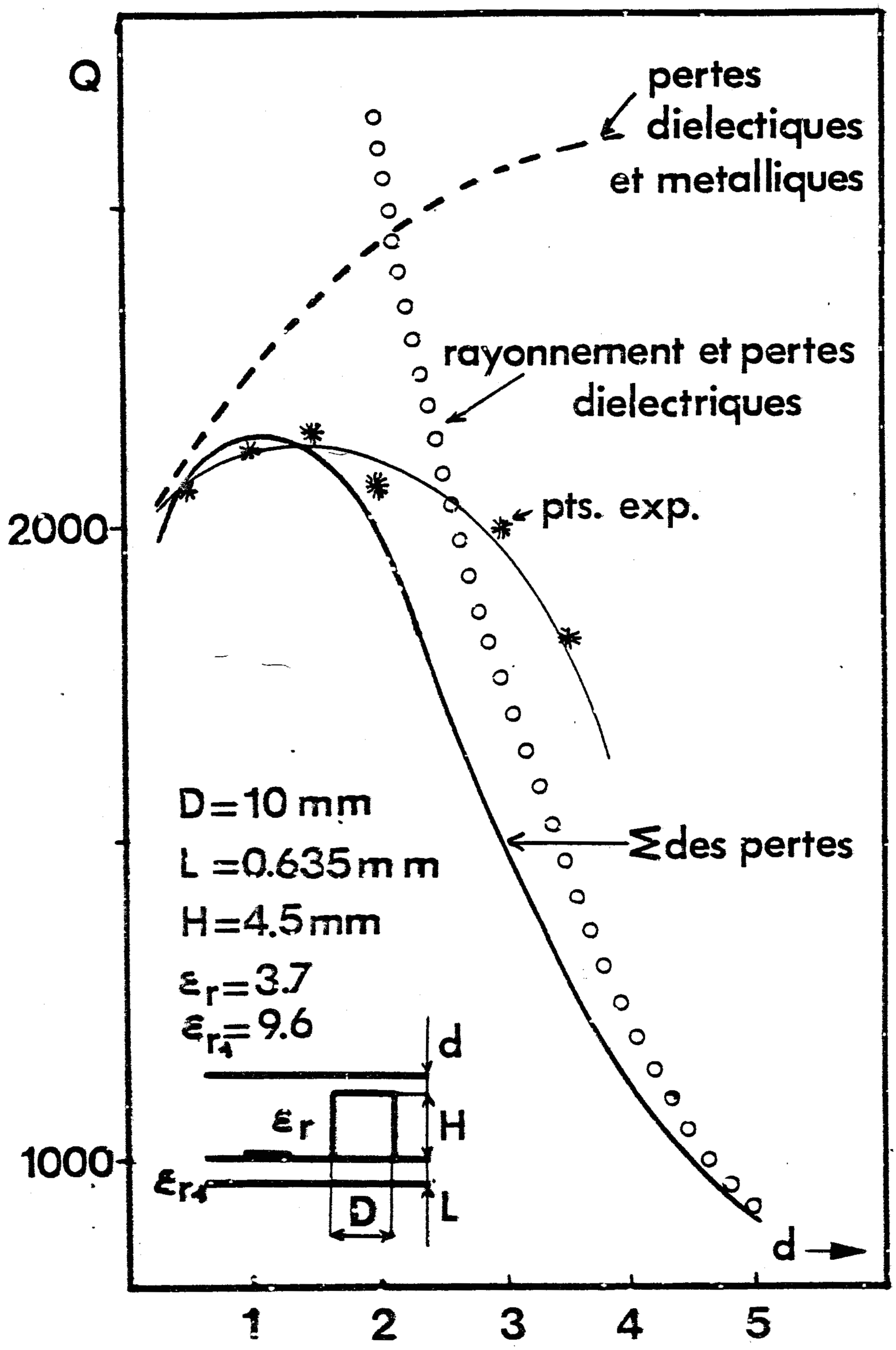
Pour tracer toutes ces courbes on a estimé les pertes diélectriques de telle façon que le coefficient de qualité total coïncide avec la mesure lorsque $d \to 0$ (cas où les pertes par rayonnement sont négligeables).

La comparaison de toutes ces courbes avec les résultats expérimentaux amènent plusieurs remarques ; pour des faibles valeurs de la distance d l'erreur que l'on peut faire sur les pertes par rayonnement est complètement masquée par les pertes métalliques qui sont prépondérantes.

Par contre, lorsque d augmente, la chute du coefficient de qualité (mesuré expérimentalement) montre l'influence des pertes par rayonnement. Toutefois, les courbes théoriques qui tiennent compte du rayonnement montrent sans ambiguité que l'on surévalue celui-ci.



<u>Figure III-26</u> : Variation de la fréquence de résonance du mode $TE_{01\delta}$ d'un résonateur semi-blindé en fonction de la distance d séparant le résonateur du plan de masse supérieur.



<u>Figure III-27</u> : Variation du coefficient de qualité du mode $TE_{01\delta}$ d'un résonateur semi blindé

Cette surévaluation du rayonnement peut être attribuée comme dans le cas précédent à une mauvaise mesure, accentuée par le fait qu'une partie de l'énergie qui s'extrait du résonateur et qui se propage radialement, se réfléchi sur les bords de la cellule de mesure et vient ainsi réinteragir avec le résonateur.

Toutefois le phénomène qui nous semble le plus susceptible d'expliquer l'écart entre la théorie et l'expérience est la non prise en compte de la recombinaison possible d'une partie de l'énergie rayonnée en énergie utile. Pour cette raison, nous pensons que l'approximation utilisée pour résoudre les équations de continuité au niveau des discontinuités de bout du résonateur n'est plus valable pour calculer le coefficient de qualité des résonateurs semi-blindés qui précisément rayonnent très peu.

III - 3. Conclusion

L'objectif de ce chapitre n'était pas de faire une étude systématique des résonateurs mais d'initialiser une nouvelle méthode d'analyse dont le grand intérêt est de fournir les caractéristiques de rayonnement de ce composant.

Après avoir rappelé les différents travaux sur le sujet, l'étude du résonateur a été menée en régime libre sans négliger le rayonnement. Les conditions de continuité au niveau des deux parois de bout du résonateur ont été exprimées rigoureusement mais des difficultés liées à l'évolution du système s'opposent à une résolution exacte de ces équations.

Des considérations d'ordre physique ont alors montré que l'on pouvait négliger le rôle des modes continus et des modes supérieurs incidents sur les parois de bout dans l'établissement des conditions de résonance du système. Dans ces conditions on peut appliquer la méthode exposée au chapître précédent.

Les caractéristiques de dispersion et les coefficients de réflexion permettent d'établir les conditions de résonance et de calculer le coefficient de qualité.

Epilogue

"Sur quelques applications potentielles des méthodes d'étude des discontinuités"

L' intérêt principal d'une méthode rigoureuse d'étude des discontinuités telle que la nôtre ou telle que celle de T.E. ROZZI est qu'elle permet de formuler et d'analyser différemment certains problèmes d'electromagnétisme.

En réalité, un grand nombre de problèmes fondamentaux de l'electromagnétisme peuvent se ramener à des études de discontinuités; illustrons ces propos avec l'exemple de la ligne microruban.

Cette ligne de transmission a été maintes fois étudiée, soit par des approches quasi-statiques, soit plus récemment, par des méthodes analytiques ou numériques très sophistiquées. Le but recherché est de determiner avec précision le comportement fréquentiel des paramètres de cette ligne. Dans toutes ces méthodes, on ne s'interresse qu'aux ondes de SOMMERFELD et par conséquent, on néglige délibérément le rayonnement éventuel de ce guide ouvert.

En fait, cette structure est constituée par la mise en interaction de deux discontinuités parallèles à l' axe de propagation Oy (figure E1), l'énergie se propageant par réflexion successive sur ces discontinuités.

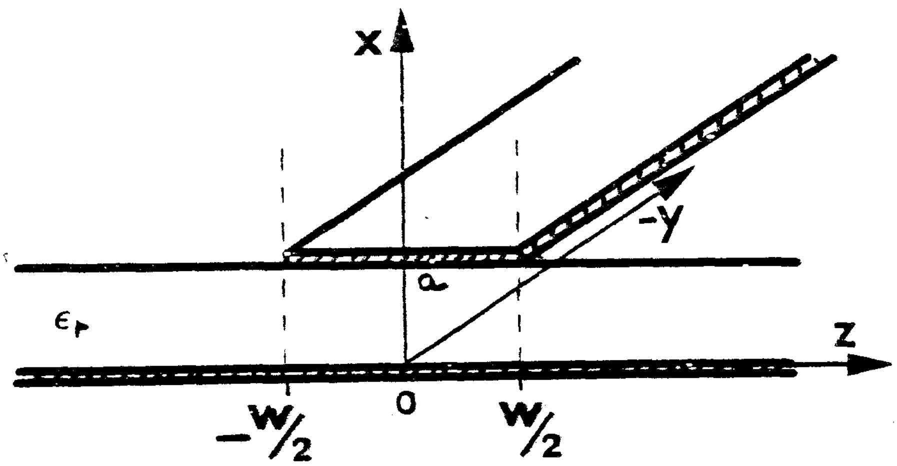


Figure E1

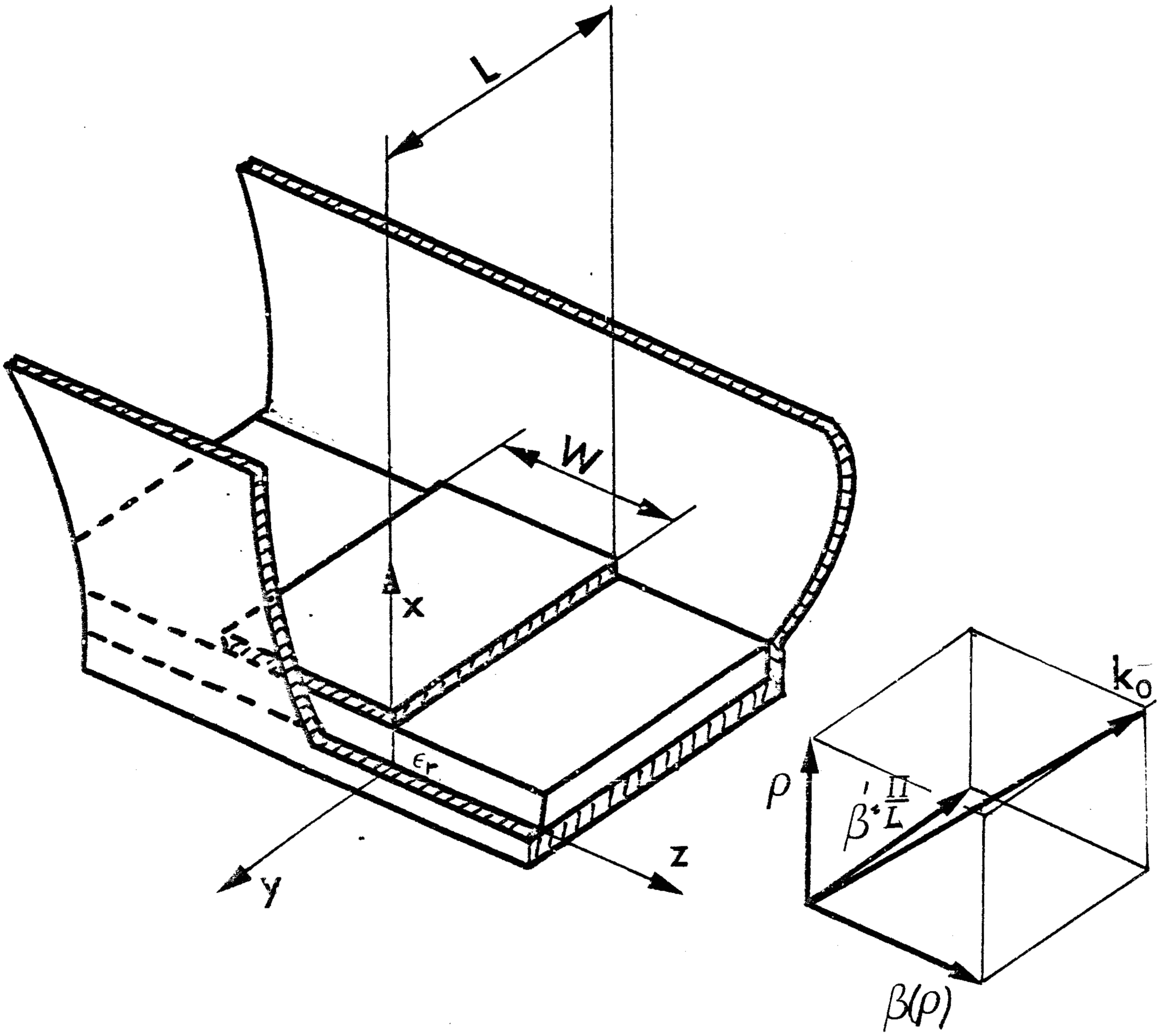


Figure E2 : Le résonateur microruban court-circuité

La stratégie d'étude de la ligne microruban que nous allons exposer est une généralisation aux guides ouverts de la méthode dite de la résonance transverse [58][59][60].

Construisons un résonateur de longueur L en court-circuitant cette ligne en $y = 0$ et en $y = L$ au moyen de deux plans métalliques infinis comme l'indique la figure E2. A la fréquence de résonance, les ondes sont stationnaires dans les trois directions de l'espace (Ox, Oy, Oz). Dans ces conditions, il n'y a plus de direction privilégiée dans ce système électromagnétique et de ce fait, le résonateur peut être considéré soit comme une ligne microruban court-circuitée, soit comme un résonateur construit au moyen d'un guide rectangulaire rempli de dielectrique limité par deux discontinuités en $z = \pm W/2$ qui correspondent à un arrêt du plan metallique supérieur.

Dans le premier cas, la direction de propagation étant Oy, on connait parfaitement les discontinuités de bout du résonateur microruban (murs électriques) et les conditions de résonance($L = \lambda g/2$, λg etant la longueur d'onde du mode de la ligne microruban étudié). Par contre on ne peut en déduire la fréquence de résonance, la relation de dispersion (ω, β) etant précisément l'inconnue du problème.

Le second point de vue est très interessant ; en effet les modes qui viennent interagir sur les deux discontinuités de bout (en $z = \pm W/2$) se propagent selon Oz et sont parfaitement connus (voir figure E3)

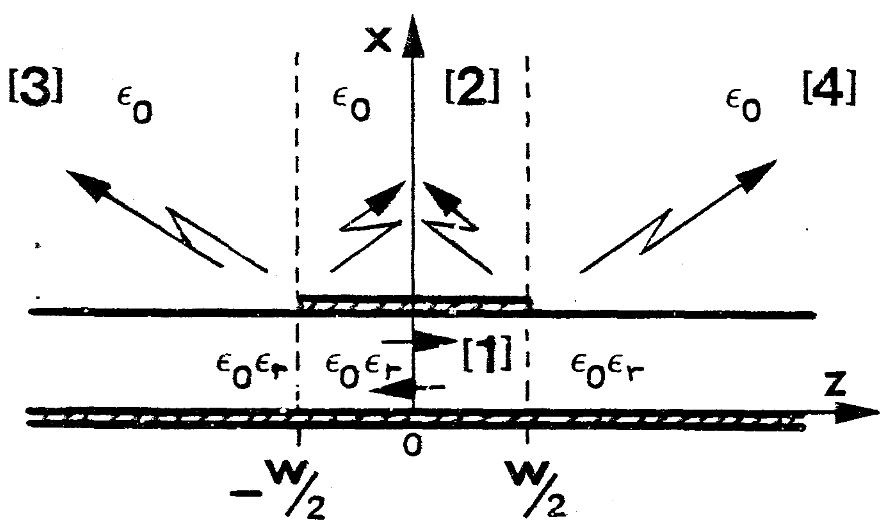


Figure E3

- modes discrets guidés et évanescents (TE_{n1} et TM_{n1}) dans la région 1
- modes continus (rayonnés et évanescents) dans la région 2
- modes discrets guidés et modes continus (rayonnés et evanescents) dans les régions 3 et 4.

On peut alors comme dans le cas des résonateurs diélectriques cylindriques caractériser ces discontinuités et en particulier, obtenir la valeur des coefficients de réflexion du mode considéré. La connaissance de ces coefficients de réflexion à une fréquence fixée F permet le calcul de la"hauteur" du résonateur (ici la largeur W du ruban métallique) qui satisfait aux conditions de résonance.

Connaissant la fréquence de résonance de la structure ainsi constituée (W, a, L, ε_r), on en déduit la relation de dispersion (F, $\beta_g = \pi/L$) du mode de la ligne microruban de géométrie (W, a) et de paramètre constitutif ε_r.

Grâce à cette méthode, on peut établir sans ambiguité le caractère rayonnant ou non de ce guide (excitation des modes rayonnés dans les régions 2, 3 ou 4). Dans les zones du diagramme de dispersion ou ce guide est non rayonnant (hypothèse qui semble la plus vraisemblable à priori), le traitement électromagnétique est absolument rigoureux (résonateur sans pertes) Par contre si la ligne rayonne, on est astreint à la même approximation que celle effectuée dans le chapitre III pour les résonateurs diélectriques cylindriques. Dans les deux cas on a accès aux caractéristiques de dispersion (ω , $\beta = \beta' - j\beta''$) et à la configuration spatiale des champs électromagnétiques de la ligne microruban.

Cette méthode est également applicable à tous les guides plaqués tels la ligne coplanaire et la ligne microfente. Nous n'avons pas encore de résultats concernant les lignes plaquées par contre, une analyse du guide image basée sur le même schéma a été entreprise par S. TOUTAIN [61][62] et figurera dans sa Thèse de Doctorat d'état [63].

Les discontinuités opérées sur les guides plaqués tels que les lignes microruban ou coplanaire font également l'objet de notre attention. Entre autres les résonateurs microrubans sont susceptibles d'apporter des solutions techniques nouvelles dans l'intégration monolithique des fonctions de l'électronique dans le domaine microonde. En particulier, nous éspérons que la méthode mise au point dans ce mémoire servira à A. DERYCKE pour mieux cerner les problèmes liés au couplages circuits-modules actifs préaccordés [64][65].

Plus généralement, l'étude des discontinuités élémentaires sur les lignes plaquées apparait déja comme une étape nécessaire dans la conception des circuits intégrés monolithiques.

A plus long terme, les techniques développées ici trouveront je l'espère de nombreuses applications dans le domaine des antennes plaquées, des antennes diélectriques, des capteurs utilisés en Génie biologique et Médical et, dans l'étude des réseaux optiques.

CONCLUSION

Ce travail concerne le traitement électromagnétique des discontinuités opérées sur les guides diélectriques.

Ces discontinuités étant contenues entièrement dans un plan perpendiculaire à l'axe de propagation du guide, la technique utilisée pour déterminer toutes leurs caractéristiques électromagnétiques est le raccordement des champs transversaux dans le plan de celles-ci.

Cette méthode repose sur la connaissance du spectre de modes dans chacune des régions séparées par la discontinuité. Ce spectre comporte une partie discrète (modes guidés) et une partie continue (modes rayonnés et évanescents).

Après un examen critique des différentes méthodes conduisant à la résolution des équations de raccordement des champs dans le plan de la discontinuité, nous avons décrit au chapitre II une autre analyse rigoureuse du problème . Dans cette analyse, nous exprimons les équations de continuité sous la forme d'un système d'équations intégrales couplées qui est résolu au moyen d'une méthode itérative: les séries de NEUMANN. Toutes les caractéristiques électromagnétiques de la discontinuité (coefficient de réflexion du mode incident, conversion de modes, couplage aux modes continus etc..) peuvent être déduites.

Les résultats obtenus sur des discontinuités en guide plan diélectrique corroborent toutes les informations partielles publiées dans la littérature et, en particulier, l'accord est quasi parfait avec la seule méthode rigoureuse différente de la nôtre et d'efficacité comparable.

Par ailleurs, dans le but de formuler les conditions de fonctionnement des résonateurs diélectriques (confinement et rayonnement), la méthode exposée au chapitre II a été appliquée aux discontinuités planes élémentaires que l'on rencontre dans les trois configurations de base des résonateurs cylindriques (résonateur isolé - résonateur sur substrat - résonateur semi-blindé).

L' obtention des coefficients de réflexion du mode résonant sur les discontinuités élémentaires précédentes nous ont permis de déterminer les paramètres pratiques des résonateurs c'est à dire, la fréquence de résonance et le coefficient de qualité de rayonnement en fonction de ses paramètres géométriques et constitutifs.

L'originalité de cette méthode résulte du fait que les conditions de résonance et le rayonnement sont traités simultanément. Toutefois, à cause de l'évolution temporelle qui est spécifique à chaque mode, le traitement rigoureux reste trés complexe. Grâce à des considérations d'ordre physique, on élabore une solution approximative qui apparait néammoins plus complète que les théories antérieures.

En plus de l' intérêt spécifique présenté par l'analyse rigoureuse des discontinuités en guide ouvert, cette étude s'est révélée fort prometteuse quant aux perspectives d'avenir qu'elle sous tend.

Dans le prolongement de l'étude des résonateurs, nous avons défini un nouveau modèle analytique du guide image permettant de mettre en évidence l'existence de modes à pertes limitant la bande d'utilisation réelle de cette structure de propagation. Dans le même esprit, nous avons repris l'étude de la ligne microruban en tenant compte d'un éventuel rayonnement.

Au dela de ces études de propagation maintenant traditionnelles au sein de notre groupe, nous espérons, à moyen terme pouvoir élargir nos activités à l'étude des circuits intégrés monolithiques; les enseignements recueillis au cours de ce travail nous seront alors d'un grand secours. Un premier pas dans cette voie a été fait au niveau de l'étude du couplage entre les modules préaccordés et les circuits millimétriques qui leurs sont associés. Nous pensons continuer dans cette voie afin de mieux appréhender les problèmes liés à la conception des circuits intégrés dont la topologie finale devra nécessairement tenir compte des diverses interactions entre discontinuités.

ANNEXE I

LE SPECTRE DE MODES DU GUIDE PLAN DIELECTRIQUE

La géométrie du guide plan diélectrique est présentée figure A1-1
L'invariance en translation le long de l'axe Oy de ce système implique que le champs ne dépendent pas explicitement de la variable y.

$$\left(\frac{\partial}{\partial y} \equiv 0 \right) \tag{A1-1}$$

Compte tenu de cette simplification les équations de Helmholtz s'écrivent

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + K^2 \right) \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0 \qquad \text{dans la région (2) telle que } |x| \leq \tag{A1-2}$$

avec $K^2 = \omega^2 \varepsilon_o \mu_o \varepsilon_r - \beta^2$

et $$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2 \right) \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0 \qquad \text{dans les deux régions (1) et (3)} \quad |x| > d \tag{A1-3}$$

avec $k^2 = \omega^2 \varepsilon_o \mu_o - \beta^2$

Les solutions générales de ces équations s'écrivent

$$\begin{cases} E_{z1} = A\, e^{-jkx} + B\, e^{+jkx} \\ H_{z1} = A'\, e^{-jkx} + B'\, e^{+jkx} \end{cases} \qquad x > d$$

$$\begin{cases} E_{z2} = C\, e^{-jKx} + D\, e^{+jKx} \\ H_{z2} = C'\, e^{-jKx} + D'\, e^{+jKx} \end{cases} \qquad |x| \leq d \tag{A1-4}$$

$$\begin{cases} E_{z3} = E\, e^{-jkx} + F\, e^{+jkx} \\ H_{z3} = E'\, e^{-jkx} + F'\, e^{+jkx} \end{cases} \qquad x < -d.$$

Les constantes ABA'... E'F' sont toutes des constantes arbitraires.

A) Recherche des modes guidés

Ces modes sont tels que leurs champs respectent la condition de rayonnement. Cela impose que $k^2 < 0$ ou $k = j\gamma$ avec $\gamma \in \mathcal{R}$ $(\gamma > 0)$. Cette condition entraîne également la nullité des constantes

AA' et FF' et les égalités suivantes :
E = B E' = B'

d'où le nouveau système

$$\begin{cases} E_{31} = B\,e^{-\gamma x} \\ H_{31} = B'\,e^{-\gamma x} \end{cases} \qquad x > d$$

$$\begin{cases} E_{32} = P\cos Kx + Q\sin Kx \\ H_{32} = P'\cos Kx + Q'\sin Kx \end{cases} \qquad |x| \leq d \qquad \text{(A1-5)}$$

$$\begin{cases} E_{33} = B\,e^{+\gamma x} \\ H_{33} = -B'\,e^{+\gamma x} \end{cases} \qquad x < -d$$

au P,Q,P',Q' sont des constantes pouvant être calculées à partir de C D C' D'.

- Considérations de symétrie

L'axe Oy étant un axe de symétrie de la section droite du guide, la solution générale écrite ci-dessus va se scinder en une solution paire telle que

$$\begin{aligned} E_3(x) &= E_3(-x) \\ H_3(x) &= -H_3(-x) \end{aligned} \qquad \text{(A1-6)}$$

et une solution impaire telle que

$$\begin{aligned} E_3(x) &= -E_3(-x) \\ H_3(x) &= H_3(-x) \end{aligned} \qquad \text{(A1-7)}$$

Ces solutions étant idépendantes entre elles.
La solution paire correspond au système précédent pour lequel on fait (Q = P' = 0) Tandis que la solution impaire correspond à (P = Q' = 0).

Des composantes longitudinales, on tire des composantes transversales sur lesquelles on applique les conditions de continuité. Celles-ci étant exprimées en x = d et x = -d, les conditions de symétrie permettent de réduire leur nombre de moitié.

Pour les solutions paires,
ces conditions s'expriment sous forme matricielle de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \cos Kd & -e^{-\gamma d} & 0 & 0 \\ \frac{\varepsilon_r}{K}\sin Kd & \frac{1}{\gamma}e^{-\gamma d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin Kd & -e^{-\gamma d} \\ 0 & 0 & \frac{\cos Kd}{K} & -\frac{e^{-\gamma d}}{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ B \\ B' \\ Q' \end{bmatrix} = 0 \qquad \text{(A1-9)}$$

Nous obtenons une forme similaire pour les solutions impaires.
L'existence de solutions non trivales nécessite la nullité du déterminant des coefficients du système. On peut remarquer que ce déterminant (4 x 4) se sépare en un produit de deux sous déterminant (2 x 2) ou que le système d'équations précédent se sépare en deux sous systèmes matriciels.

$$\begin{bmatrix} \cos Kd & -e^{-\gamma d} \\ \frac{\varepsilon_r}{K}\sin Kd & \frac{1}{\gamma}e^{-\gamma d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ B \end{bmatrix} = 0 \qquad \text{système(I)} \qquad \text{(A1-10)}$$

$$\begin{bmatrix} \sin Kd & -e^{-\gamma d} \\ \frac{\cos Kd}{K} & -\frac{e^{-\gamma d}}{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B' \\ Q' \end{bmatrix} = 0 \qquad \text{système(II)} \qquad \text{(A1-11)}$$

chacun de ses deux déterminants définissent des solutions indépendantes.
Le système I correspond à des solutions transverses magnétiques paires ($E_z \neq o$; $H_z = o$) notées pTM et le système II à des solutions transverses électriques paires ($E_z = o$; $H_z \neq o$) notées pTE

Une étude analogue sur les solutions impaires conduit également à une subdivision en deux classes de même type notées iTM et iTE
Les équations caractéristiques résultant au calcul du déterminant pour chaqu type de solutions sont regroupées dans le tableau ci-dessous.

pTM	$\cot g\, kd = -\frac{\gamma \varepsilon_r}{k}$
pTE	$tg\, kd = \gamma / k$
iTM	$tg\, kd = \gamma \varepsilon_r / k$
iTE	$\cot g\, kd = -\gamma / k$

(A1-12)

Tous les modes issus de ces équations caractéristiques ont une fréquence de coupure non nulle à l'exception des modes pTEo et iTMo dont nous allons donner les expressions des champs transversaux :

- Mode pTEn

$$E_y = A_{em} \cos K_m x$$
$$E_{yo} = A_{em} e^{+\gamma_m d} \cos K_m d \; e^{-\gamma_m |x|} \qquad \text{(A1-13)}$$
$$H_{xo} = -\frac{\beta_m}{\omega \mu_o} E_y$$

Relation d'orthogonalité

Celle ci s'écrit

$$\langle H_m | E_n \rangle = 2 P \delta_{mn} = -\int_S E_{yn} \cdot H_{xm}^{*} \, ds \qquad \text{(A1-14)}$$

Compte tenu de la relation entre H_x et E_y cette relation peut prendre la forme

$$\delta_{mn} \frac{2 \omega \mu_o P}{\beta_m} = \int_S E_{yn} E_{ym}^{*} \, ds \qquad \text{(A1-15)}$$

De cette relation découle l'expression de A_{en} lorsque m = n

$$A_{en} = \sqrt{\frac{2 \omega \mu_o P}{\beta_n \left(d + \frac{1}{\gamma_n} \right)}} \qquad \text{(A1-16)}$$

P étant la puissance transportée par le mode

K_n et γ_n correspondent à la n^{ieme} solution de l'équation caractéristique des modes pTE

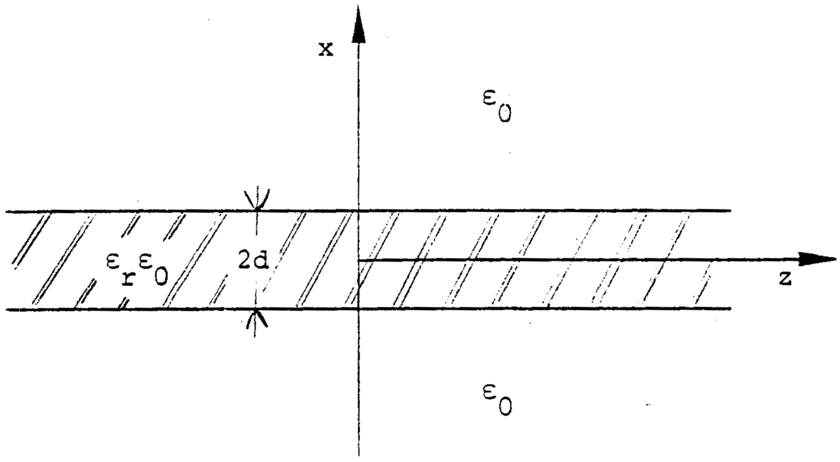
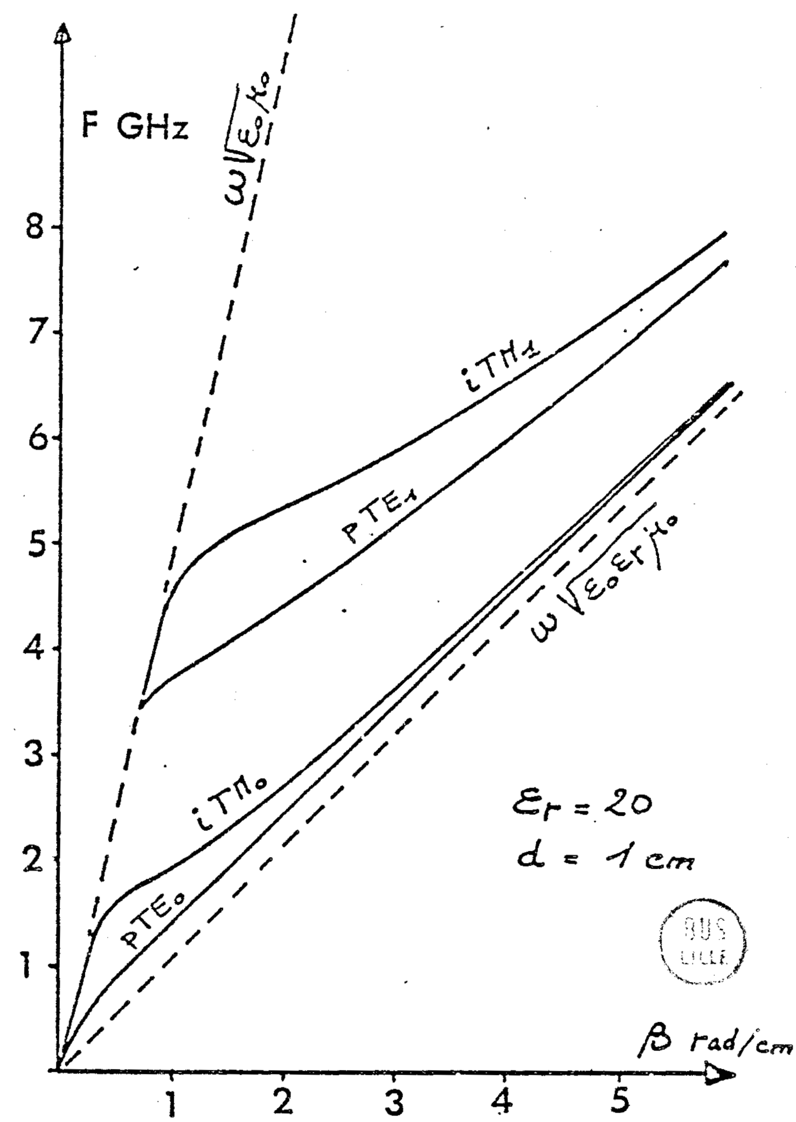


Figure A1-1 : Le guide plan diélectrique

Figure A1-2 : Courbes de dispersion des modes pTE_0, iTM_0, pTE_1, iTM_1.



- Mode iTMn

$$H_{ym} = A_{mm} \cos K_m x$$
$$H_{ym} = A_{mm}\, e^{+\gamma_n d} \cos K_n d\; e^{-\gamma_m |x|} \qquad \text{(A1-17)}$$
$$E_{xm} = \frac{\beta_n}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r(x)}\, H_{ym}$$

De la même façon que pour les modes pTEn la relation d'orthogonalité pour les modes iTMn s'écrit

$$< H_m | E_m > = 2P\delta_{mm} = + \int_S E_{xm} \cdot H_{ym}^{*}\, ds \qquad \text{(A1-18)}$$

et peut prendre la forme suivante :

$$\frac{2\omega\varepsilon_0 P}{\beta_m}\, \delta_{mm} = \int_S \frac{H_{ym}}{\varepsilon_r(x)} \cdot H_{ym}^{*}\, ds \qquad \text{(A1-19)}$$

de laquelle on peut tirer l'expression de Amn

avec

$$A_{mm} = \sqrt{\frac{\gamma_m}{\beta_m}\; \frac{2\omega\varepsilon_0\varepsilon_r P}{\dfrac{\varepsilon_r k_0^2}{\varepsilon_r \gamma_n^2 + \beta_n^2} + \gamma_n d}} \qquad \text{(A1-20)}$$

P représente toujours la puissance transportée par le mode.
Les modes fondamentaux pTEo et iTMo (n = o) ont une courbe de dispersion représentée sur la figure A1-2

B) Recherche des modes continus

Les solutions trouvées précédemment correspondent aux modes guidés de la structure, il reste à étudier l'autre classe de solutions : les modes continus.

Ces modes ne respectent pas la condition de rayonnement, le vecteur k est réel. Afin de différencier les modes continus des modes guidés nous poserons

$$\begin{cases} \rho = k \\ \sigma = K \end{cases} \qquad \text{(A1-21)}$$

avec

$$\begin{cases} \sigma^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_r - \beta^2(\rho) \\ \rho^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \beta^2(\rho) \end{cases} \qquad \text{(A1-22)}$$

Les solutions des équations de Helmholtz s'écrivent alors :

$$\begin{cases} E_{31} = A\, e^{-j\rho x} + B\, e^{+j\rho x} \\ H_{31} = A'\, e^{-j\rho x} + B'\, e^{+j\rho x} \end{cases} \qquad x > d$$

$$\begin{cases} E_{32} = P\cos\sigma x + Q\sin\sigma x \\ H_{32} = P'\cos\sigma x + Q'\sin\sigma x \end{cases} \qquad |x| \leq d \qquad \text{(A1-23)}$$

$$\begin{cases} E_{33} = E\, e^{-j\rho x} + F\, e^{+j\rho x} \\ H_{33} = E'\, e^{-j\rho x} + F'\, e^{+j\rho x} \end{cases} \qquad x < -d$$

Les considérations de symétrie sont les mêmes que précédemment ce qui nous permet de séparer le système en deux sous systèmes respectivement caractéristiques des modes pairs et des modes impairs.

Explicitons le cas des modes pairs

$$\begin{cases} E_{31} = A\, e^{-j\rho x} + B\, e^{+j\rho x} \\ H_{31} = A'\, e^{-j\rho x} + B'\, e^{+j\rho x} \end{cases} \qquad x > d$$

$$\begin{cases} E_{32} = P\cos\sigma x \\ H_{32} = Q'\sin\sigma x \end{cases} \qquad |x| \leq d \qquad \text{(A1-24)}$$

$$\begin{cases} E_{33} = B\, e^{-j\rho x} + A\, e^{+j\rho x} \\ H_{33} = -\left(B'\, e^{-j\rho x} + A'\, e^{+j\rho x} \right) \end{cases} \qquad x < -d$$

Les équations de MAXWELL nous donnent les composantes transversales des champs Ey, Hy, Ex, Hx en fonction de E_z et H_z dans chacune des régions. Comme dans le cas de la recherche des modes guidés la symétrie par rapport à l'axe Oy réduit à 4 les conditions de continuité qui peuvent s'exprimer en x = d. Ici, le nombre d'inconnues n'est pas de 4 mais de 6 ; nous nous trouvons en face d'un système sous déterminé pouvant s'exprimer sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \cos\sigma d & -e^{-j\rho d} & -e^{+j\rho d} & 0 & 0 & 0 \\ -\dfrac{j\sin\sigma d}{\sigma} & \dfrac{e^{-j\rho d}}{\rho} & -\dfrac{e^{+j\rho d}}{\rho} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\sigma d & -e^{-j\rho d} & -e^{+j\rho d} \\ 0 & 0 & 0 & j\dfrac{\cos\sigma d}{\sigma} & \dfrac{e^{-j\rho d}}{\rho} & -\dfrac{e^{+j\rho d}}{\rho} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ A \\ B \\ Q' \\ A' \\ B' \end{bmatrix} =$$

(A1-25)

Les solutions de ce système ne mènent plus à une équation caractéristique reliant les 2 vecteurs d'onde ρ et σ entre eux comme dans le cas des modes guidés. Nous pouvons cependant noter que ce système d'équations se sépare en 2 sous-systèmes indépendants :

$$\begin{bmatrix} \cos\sigma d & -e^{-j\rho d} & -e^{+j\rho d} \\ -\frac{j\sin\sigma d}{\sigma} & \frac{e^{-j\rho d}}{\rho} & -\frac{e^{+j\rho d}}{\rho} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ A \\ B \end{bmatrix} = 0 \qquad \text{(A1-26)}$$

$$\begin{bmatrix} \sin\sigma d & -e^{-j\rho d} & -e^{+j\rho d} \\ \frac{j\cos\sigma d}{\sigma} & \frac{e^{-j\rho d}}{\rho} & -\frac{e^{+j\rho d}}{\rho} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q' \\ A' \\ B' \end{bmatrix} = 0 \qquad \text{(A1-27)}$$

Le système I correspond à des solutions transverses magnétiques ($E_z \neq o$ $H_z = o$) notées pTM(ρ)

Le système II a des solutions transverses électriques notées pTE (ρ).
Ces conditions de continuité nous permettent en fait d'exprimer les constantes A et B (au A'B') en fonction de P (ou de Q'). Ceci étant fait les conditions de continuité sont satisfaites quelque soient les valeurs de σ et ρ qui ne seront liées que par la relation :

$$\sigma^2 - \rho^2 = \omega^2 \varepsilon_o \mu_o (\varepsilon_r - 1) \qquad \text{(A1-28)}$$

$$\text{et avec} \quad \beta^2(\rho) = k_o^2 - \rho^2 \qquad \text{(A1-29)}$$

Nous avons donc une configuration de champ correspondant à un couple de valeur $(\omega, \beta(\rho))$ ce qui défini un mode. Il sera toujours possible d'exprimer les constantes (A.....Q') en fonction de l'une d'entre elles et du vecteur d'onde et, étant donné le domaine continu de variation de celui-ci

$$\rho \in [o, \infty[$$

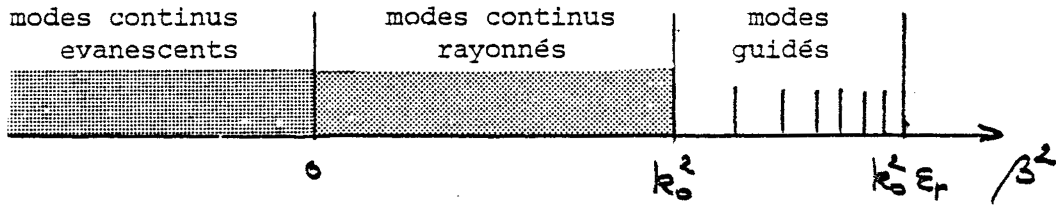
pour une même pulsation ω on peut construire une infinité de modes de constante de phase $\beta(\rho)$

On peut distinguer deux catégories de modes dit "continus" selon la valeur du vecteur d'onde transversal ρ :

- si ρ est inférieur à k_o la constante de phase $\beta(\rho)$ est réelle, les modes correspondants sont appelés modes "rayonnés". C'est en utilisant ces modes comme support de propagation que l'énergie peut s'extraire du "piège" que constitue pour elle le guide

- Si ρ est supérieur à k_0 , la constante de phase $\beta(\rho)$ est imaginaire pure $\beta = -j\alpha$, les modes sont donc évanescents dans la direction de propagation et ne participent pas au rayonnement.

Nous pouvons tracer un diagramme exprimant la nature des modes du guide pla diélectrique en fonction de la valeur de la constante de phase



- Tout ce que nous avons dit sur les modes pairs est valable dans le cas des modes impairs.

Expression des modes pTE(ρ)

Moyennant quelques changements de variables pour simplifier l'écriture nous pouvons écrire les champs transversaux sous la forme :

$$E_y(\rho) = B_e^r \cos\sigma x \qquad |x| < d$$
$$E_y(\rho) = B_e^r \cdot \left(D_e^r\, e^{-i\rho|x|} + D_e^{r*}\, e^{+i\rho|x|}\right) \qquad |x| \geqslant d \qquad \text{(A1-30)}$$
$$H_x(\rho) = -\frac{\beta(\rho)}{\omega\mu_0}\, E_y(\rho) \qquad \forall x$$

avec
$$D_e^r = \frac{e^{-i\rho d}}{2}\left(\cos\sigma d - \frac{i\sigma}{\rho}\sin\sigma d\right) \qquad \text{(A1-31)}$$

Flux de puissance et relation d'orthogonalité

La nature de la puissance dépend de la nature de la constante de phase $\beta(\rho)$
Nous pouvons donc écrire :

$$\mathcal{P}\,\delta(\rho-\rho') = \frac{1}{2}\int_S \left(E(\rho)\wedge H^*(\rho')\right)\vec{k}\,ds = \frac{1}{2}\,\frac{\beta^*(\rho')}{\omega\mu_0}\int_S E_y(\rho)\,E_y^*(\rho')\,ds \qquad \text{(A1-32)}$$

ou $\mathcal{P}$ est une puissance transportée réelle pour $\beta(\rho)$ réel et, pour $\beta(\rho)$ imaginair $\mathcal{P}$ représente une énergie stockée.

Si l'on pose $\mathcal{P} = \beta^*(\rho)\,P / |\beta(\rho)|$ ou P est strictement une quantité réelle, la relation d'orthogonalité des modes peut s'écrire :

$$\langle H(\rho') \,|\, E(\rho) \rangle = \frac{2P\,\beta^*(\rho)}{|\beta(\rho)|}\,\delta(\rho-\rho') \qquad \text{(A1-33)}$$

Cette relation d'orthogonalité nous permet de calculer l'amplitude B_e^r lorsque $\rho = \rho'$

$$B_e^r(\rho) = \sqrt{\frac{2\omega\mu_0 P}{\pi\,|\beta(\rho)|\,\left(\cos^2\sigma d + \frac{\sigma^2}{\rho^2}\sin^2\sigma d\right)}} \qquad \text{(A1-34)}$$

Expression des modes iTM(ρ)

Expression des champs

$$\begin{aligned} H_y(\rho) &= B_m^r \cos\sigma x && |x| < d \\ H_y(\rho) &= B_m^r \left(D_m^r e^{-i\rho|x|} + D_m^{r*} e^{+i\rho|x|} \right) && |x| \geq d \qquad \text{(A1-35)} \\ E_x(\rho) &= \frac{\beta(\rho)}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_r(x)}\, H_y(\rho) && \forall x \end{aligned}$$

avec $$D_m^r = \frac{e^{i\rho d}}{2}\left(\cos\sigma d - i\frac{\sigma}{\rho\varepsilon_r}\sin\sigma d \right) \qquad \text{(A1-36)}$$

la relation d'orthogonalité des modes peut s'écrire :

$$\langle H(\rho') | E(\rho) \rangle = \frac{2P\beta(\rho)}{|\beta(\rho)|}\,\delta(\rho-\rho') = \frac{\beta(\rho)}{\omega\varepsilon_0}\int_S \frac{H_y(\rho)}{\varepsilon_r(x)} \cdot H_y^*(\rho')\, ds \qquad \text{(A1-37)}$$

De cette relation nous pouvons déduire l'amplitude B_m^r :

$$B_m^r(\rho) = \sqrt{\frac{2\omega\varepsilon_0\varepsilon_r P}{\pi\,|\beta(\rho)|\left(\varepsilon_r\cos^2\sigma d + \frac{\sigma^2}{\rho^2}\sin^2\sigma d\right)}} \qquad \text{(A1-38)}$$

Dans la suite de ce travail, il est nécessaire de connaitre ces mêmes modes de part et d'autre d'une éventuelle discontinuité sur le guide et en particulier, nous nous intéressons à ces modes lorsque la structure diélectrique n'existe plus c'est-à-dire dans l'espace libre.

Expression des modes pTE(ρ) en espace libre

Ces expressions découlent des précédentes en faisant tendre soit d vers zéro soit ε_r vers 1

$$E_y(\rho) = B_e^t \cos px \qquad \forall x \tag{A1-39}$$
$$H_x(\rho) = -\frac{\beta(\rho)}{\omega\mu_0} E_y(\rho)$$

la relation d'orthogonalité est identique à la relation (A1-37) et permet de calculer B_e^t:

$$B_e^t(\rho) = \sqrt{\frac{2\omega\mu_0 P}{\pi |\beta(\rho)|}} \tag{A1-40}$$

Expression des modes iTM(ρ) en espace libre

En faisant tendre ε_r vers 1 ou d vers zéro on obtient :

$$H_y(\rho) = B_m^t \cos px \qquad \forall x \tag{A1-41}$$
$$E_x(\rho) = -\frac{\beta(\rho)}{\omega\varepsilon_0} H_y(\rho)$$

La relation d'orthogonalité (A1-37) se simplifie et devient:

$$\langle H(\rho') | E(\rho) \rangle = \frac{2P\beta(\rho)}{|\beta(\rho)|} \delta(\rho-\rho') = \frac{\beta(\rho)}{\omega\varepsilon_0} \int_S H_y(\rho) \cdot H_y^*(\rho')\, ds \tag{A1-42}$$

et B_m^t a pour expression

$$B_m^t(\rho) = \sqrt{\frac{2\omega\varepsilon_0 P}{\pi |\beta(\rho)|}} \tag{A1-42}$$

ANNEXE II

LES APPROXIMATIONS DANS LE TRAITEMENT DES DISCONTINUITES D'EPAISSEUR SYMETRIQUE EN GUIDE PLAN DIELECTRIQUE

Pour résoudre les équations de continuité (I-29) et (I-30), il est possible de faire des approximations en fonction du problème à traiter. L'objet de cette annexe est de rappeler les principales méthodes approximatives utilisées et leur domaine d'applicabilité.

- Suppression de la partie continue des spectres de modes

La difficulté dans la résolution des deux problèmes exprimés par les conditions de continuité (I-29) et (I-30) vient du caractère continu d'une partie du spectre de modes de part et d'autre de la discontinuité. Par référence aux études similaires réalisées en guide fermé, un des premiers réflexes est de négliger tous les modes continus.

Il est bien évident qu'une telle approximation est inacceptable dans le cas de l'arrêt brusque du guide plan que l'on sait fort rayonnant.

Pour le changement de section du guide cette approximation est justifiable lorsque la différence de hauteur entre les deux guides est minime.

Dans ce cas les équations (I-29) prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} (1 + a_o)\, E^1_{y_o} = c_o\, E^2_{y_o} & \text{(A2-1)} \\ (1 - a_o)\, H^1_{x_o} = c_o\, H^2_{x_o} & \text{(A2-2)} \end{cases}$$

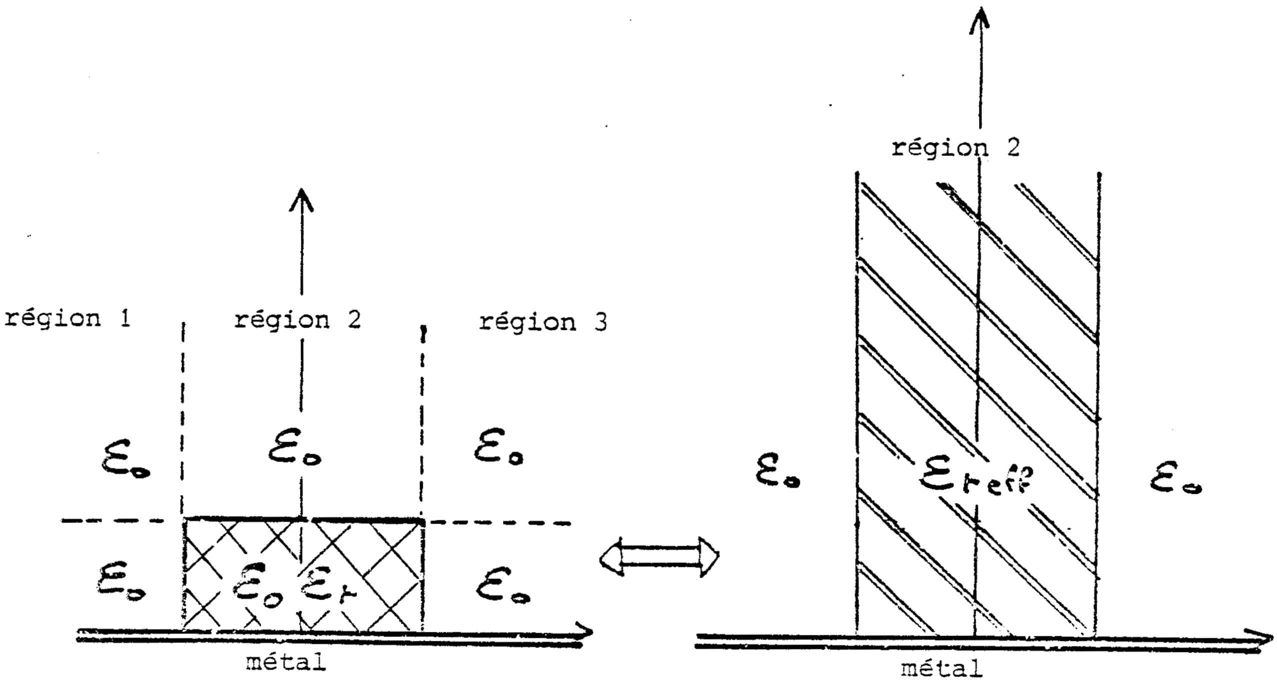
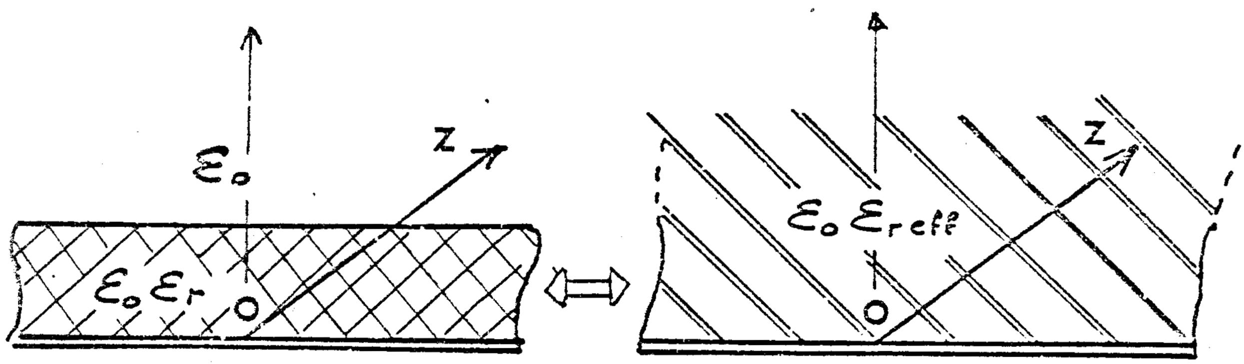


Figure A2-1 : La méthode de la permittivité effective



$$k_z = F\,(\text{fréquence}, \varepsilon_r) = \omega\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_r \text{eff}}$$

Figure A2-2

En utilisant la relation entre les champs H_x et les champs E_y, on obtient les deux relations suivantes :

$$\begin{cases} (1 + a_0)\, E^1_{y_0} = c_0\, E^2_{y_0} & \text{(A2-3)} \\ \beta_1 (1 - a_0)\, E^1_{y_0} = \beta_2\, c_0\, E^2_{y_0} & \text{(A2-4)} \end{cases}$$

Puis en utilisant les relations d'orthogonalité des modes, on peut isoler les deux coefficients de réflexion et de transmission qui ont pour expressions:

$$\frac{1 + a_0}{1 - a_0} = \frac{\beta_1}{\beta_2} \Leftrightarrow a_0 = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \qquad \text{(A2-5)}$$

$$c_0 = \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2} * \frac{1}{P} < H^2 | E^1 > \qquad \text{(A2-6)}$$

ou β_1 est la constante de phase du guide de la région I et β_2 celle de la région II.

La relation (A2-5) est identique à celle que l'on obtient pour la réflexion d'une onde plane issue d'un milieu semi-infini de permittivité $\varepsilon_r$eff egale à β_1/k_0 situé dans la région I sur un milieu semi infini de permittivité ε_r eff$_2$ = β_2/k_0 situé dans la région II.

De nombreuses structures de propagation ont été étudiées en utilisant cette approximation que l'on appelle approximation de la " permittivité effective".

Cette méthode consiste à remplacer une région de l'espace inhomogène par un milieu homogène de permittivité effective comprise entre ε_0 et $\varepsilon_0\varepsilon_r$.

Ainsi pour le guide image (fig. A2-1) KNOX et TOULIOS [14] substituent à la région 2 un milieu homogène de permittivité ε_r eff . Cette permittivité est calculée comme l'indique la figure (A2-2) en remplaçant la structure plane diélectrique (métal, $\varepsilon_0\varepsilon_r$, ε_0) par une structure semi infini (métal, ε_r eff) ayant la même constante de phase k_z. Le problème se réduit alors à la réflexion multiple d'une onde piégée dans le milieu homogène sur les deux dioptres séparant les milieux de natures différentes.

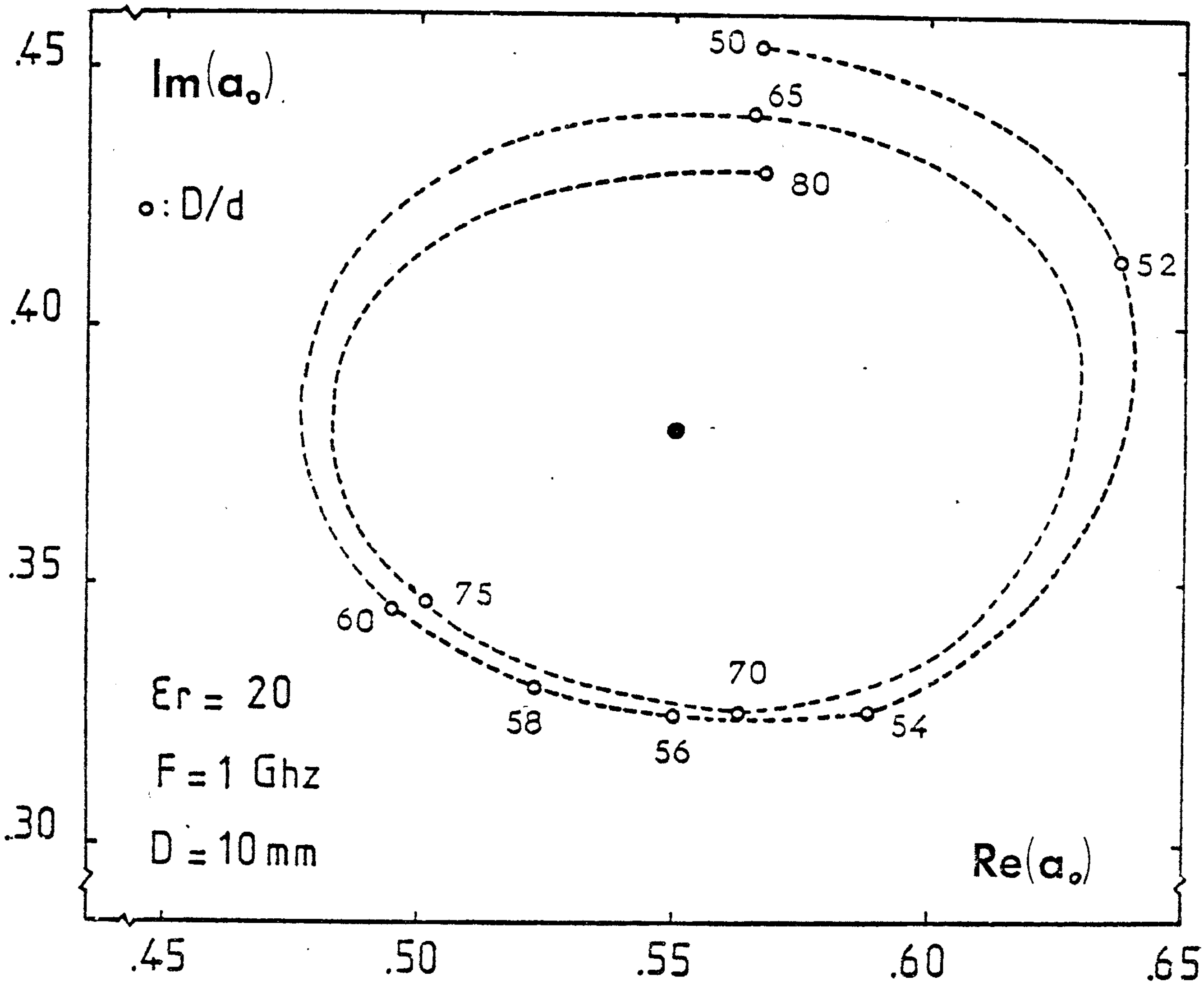


Figure A2-4 : Lieu dans le plan complexe du coefficient de réflexion a_0 du mode incident pTE_0 sur la discontinuité représentée sur la figure A2-2 en fonction du surdimensionnement D/d.

Introduction des parois métalliques

Toujours dans le but de supprimer les intégrales dans les équations (I-29,I-3(de nombreux auteurs [8][15][16] ont placé de part et d'autre du ou des guides plans diélectriques des plans métalliques. Cette opération a pour effet de supprimer la partie continue du spectre de modes qui est remplacée par une suite de modes discrets que l'on pourra tronquer à partir d'un certain rang.

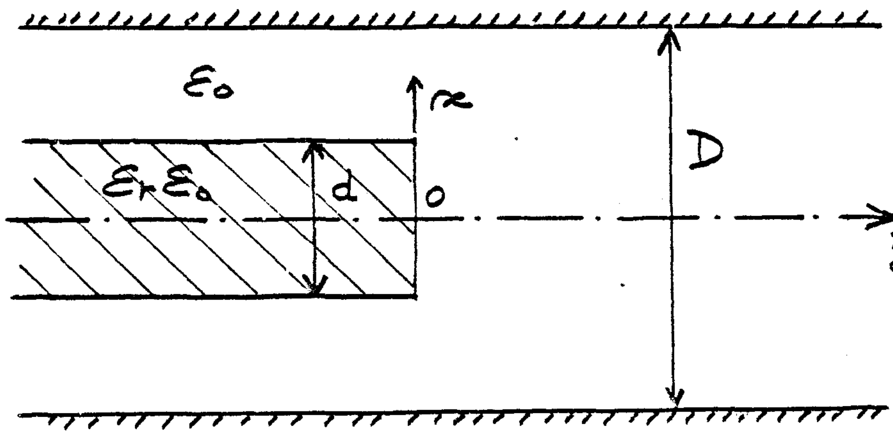


fig.A2-3

On pourra alors assimiler les modes dits "de surface" de la nouvelle structu (décroissance exponentielle à l'extérieur du diélectrique) aux modes guidés de la structure réelle et les modes de volume (champ oscillant dans le diéle trique et dans l'air) aux modes continus.

En éloignant suffisamment les plans métalliques on pouvait espérer décrire correctement le cas ouvert. Malheureusement cette méthode ne semble donner de bon résultats que lorsque la discontinuité est peu rayonnante ; en effet, la convergence du coefficient de réflexion d'une structure fort rayonnante en l'occurence l'arrêt brusque du guide plan diélectrique est très len en fonction du surdimensionnement $\frac{D}{d}$ (voir figure A2-4) L'augmentation de ce surdimensionnement augmente le nombre de modes de volume à considérer pour d'obtenir la précision demandée d'où une augmentation prohibitive des dimensions des matrices à inverser numériquement.

Le cas des structures peu rayonnantes est différent, l'énergie restant au voisinage du guide ou restant stockée au voisinage de la discontinuité (mode evanescent), il n'y a plus d'effet nuisible dû aux plans métalliques puisqu'il n'y a plus d'énergie pouvant s'y réfléchir (effet des modes rayonnés) [16]

LA METHODE DE D. MARCUSE [17][18][19]

MARCUSE propose une méthode approximative pour évaluer les pertes par rayonnement du changement de section d'un guide lorsque le "saut" de géométrie est beaucoup plus petit que la mi-hauteur d de l'un des guides. Cette approximation est fondée sur le fait qu'il y a une quasi orthogonalité entre les modes rayonnés de part et d'autre de la discontinuité lorsque les 2 structures de propagation sont voisines (cette quasi orthogonalité concerne les modes directs de chacune des structures, il faut donc tenir compte du fait que les modes rayonnés de la région I sont inverses et ceux de la région II sont directs)

En négligeant également dans un premier temps le coefficient de réflexion du mode guidé incident, MARCUSE transforme les équations (I-29,30) en utilisant d'une part l'orthogonalité vraie des modes dans chacune des régions de l'espace et d'autre part l'approximation de l'orthogonalité des modes rayonnés de part et d'autre de la discontinuité.

On peut ainsi isoler les coefficients $q^t(\rho)$ et $q^r(\rho)$ et les équations (I-29) deviennent :

$$\begin{cases} q^t(\rho) = \dfrac{\beta(\rho)}{2P\beta^*(\rho)} < H^2(\rho) \mid E_0^1 > + q^r(\rho) & \text{(A2-7)} \\ q^t(\rho) = \dfrac{\beta_1}{2P\beta^*(\rho)} < H^2(\rho) \mid E_0^1 > - q^r(\rho) & \text{(A2-8)} \end{cases}$$

En faisant la somme et la différence de ces 2 équations nous obtenons les expressions approchées de $q^t(\rho)$ et $q^r(\rho)$

$$\begin{cases} q^t(\rho) = \dfrac{\beta(\rho)+\beta_1}{4P\beta^*(\rho)} < H^2(\rho) \mid E_0^1 > & \text{(A2-9)} \\ q^r(\rho) = \dfrac{\beta_1-\beta(\rho)}{4P\beta^*(\rho)} < H^2(\rho) \mid E_0^1 > & \text{(A2-10)} \end{cases}$$

Notons que dans la publication de MARCUSE seuls les modes continus rayonnés sont pris en compte [17].

Le rayonnement direct étant plus important que le rayonnement inverse et en utilisant toujours l'approximation de l'orthogonalité des modes rayonnés, on peut isoler le coefficent de transmission C_0 dans les deux équations (I-29) On obtient les deux équations suivantes :

et
$$\begin{cases} C_0 = \dfrac{1}{2P}(1+a_0) < H_0^2 \mid E_0^1 > & \text{(A2-11)} \\ C_0 = \dfrac{1}{2P}(1-a_0) < E_0^2 \mid H_0^1 > & \text{(A2-12)} \end{cases}$$

Les relations entre E_y et H_x (ANNEXE I) fournissent une relation simple entre les deux produits scalaires

$$< E_0^2 \mid H_0^1 > = \frac{\beta_1}{\beta_2} < H_0^2 \mid E_0^1 > \tag{A2-13}$$

ou β_1 étant la constante de phase du mode pTE_0 dans le guide de gauche, β_2 étant la constante de phase du mode pTE_0 dans le deuxième guide.
En multipliant l'équation (A2-11) par β_1 et (A2-12) par β_2 et en additionnant les résultats nous pouvons exprimer C_0 :

$$C_0 = \frac{2\beta_1}{\beta_1+\beta_2} \times \frac{1}{2P} < H_0^2 \mid E_0^1 > \tag{A2-14}$$

Le coefficient de réflexion est ensuite obtenu en divisant membre à membre les équations (A2-11) et (A2-12).

$$a_0 = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \tag{A2-15}$$

Les pertes par rayonnement sont alors calculées soit à partir des équations (A2-9) et (A2-10) et de l'équation ci-dessous

$$\frac{\Delta P}{P} = \int_0^{k_0} \left(|q^r(\rho)|^2 + |q^t(\rho)|^2 \right) d\rho \tag{A2-16}$$

soit à partir des équations (A2-14) et (A2-15) et de:

$$\frac{\Delta P}{P} = 1 - |a_0|^2 - |c_0|^2 \tag{A2-18}$$

la différence enregistrée entre ces deux calculs permet de tester quantitativement la validité de l'approximation.

L'APPROXIMATION DE LEWIN [20]

LEWIN a étudié dans son article le rayonnement d'un guide Laser à arsenure de Gallium c'est-à-dire une structure ou le saut d'indice ($\Delta\varepsilon_r$) entre le milieu actif et les matériaux enrobants est très petit. Dans ces conditions les relations de dispersion dans chacun des milieux

$$\sigma^2 = k_0^2 \varepsilon_{r1} - \beta^2(\rho) \tag{A2-19}$$

$$\Delta\varepsilon_r = \varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2} \tag{A2-20}$$

$$\rho^2 = k_0^2 \varepsilon_{r2} - \beta^2(\rho) \tag{A2-21}$$

montrent que pour $\beta^2(\rho)$ très grand les deux vecteurs d'onde σ et ρ sont identiques.

L'approximation de LEWIN consiste donc à ignorer le saut d'indice $\Delta\varepsilon_r$ pour tous les modes continus. Si l'on se replace dans le contexte des configurations des figures I-11 et I-12 , l'approximation de LEWIN peut s'appliquer quelque soit la discontinuité à condition que la permittivité ε_r du matériaux diélectrique soit proche de 1 (cas des guides optiques).

Dans ce cas les modes du spectre continu ignorent la discontinuité ou ce qui revient au même, les modes continus de part et d'autre de la discontinuité sont orthogonaux. (On peut noter que l'approximation de MARCUSE converge vers la même proposition mais dans le cas de faibles discontinuités et quelque soit la permittivité du diélectrique).

La méthode utilisée par LEWIN pour résoudre le système d'équations (I-29, I-30) consiste à exprimer en premier lieu l'ensemble des modes continus réfléchis au moyen des modes inverses continus transmis

$$\int_0^\infty q^r(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^1(\rho) \\ -H_x^1(\rho) \end{Bmatrix} d\rho = \int_0^\infty q^R(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^2(\rho) \\ -H_x^2(\rho) \end{Bmatrix} d\rho \tag{A2-22}$$

En utilisant ensuite l'orthogonalité avec les modes transmis pTE (ρ) on peut transformer les équations (I-29,I-30) :

$$\begin{cases} q^t(\rho)\ \dfrac{2\beta^*(\rho)P}{|\beta(\rho)|} = q^R(\rho)\ \dfrac{2\beta^*(\rho)P}{|\beta(\rho)|} + (1+a_o) < H^2(\rho) | E_o^1 > & \text{(A2-23)} \\ q^t(\rho)\ 2P|\beta(\rho)| = -q^R(\rho)\ 2P|\beta(\rho)| + (1-a_o)\beta_1 < H^2(\rho) | E_o^1 > & \text{(A2-24)} \end{cases}$$

En éliminant $q^R(\rho)$ entre ces deux équations on obtient :

$$2q^t(\rho).2P|\beta(\rho)| = \left[(1+a_o)\beta(\rho) + (1-a_o)\beta_1\right] < H^2(\rho) | E_o^1 > \qquad \text{(A2-25)}$$

Si on répète la même opération en remplacant l'ensemble des modes continus transmis par les modes continus réfléchis directs

tel que :

$$\int_0^\infty q^t(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^2(\rho) \\ H_x^2(\rho) \end{Bmatrix} d\rho = \int_0^\infty q^T(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^1(\rho) \\ H_x^1(\rho) \end{Bmatrix} d\rho \qquad \begin{matrix} \text{(A2-26)} \\ \text{(A2-27)} \end{matrix}$$

nous pouvons transformer le système d'équation (I-29,I-30) en deux équations dont les expressions sont :

$$q^r(\rho)\ \frac{2\beta^*(\rho)P}{|\beta(\rho)|} = q^T(\rho)\ \frac{2\beta^*(\rho)P}{|\beta(\rho)|} + c_o < H^1(\rho) | E_o^2 > \qquad \text{(A2-28)}$$

$$-q^r(\rho)\ 2P|\beta(\rho)| = q^T(\rho)\ 2P|\beta(\rho)| + c_o\beta_2 < H^1(\rho) | E_o^2 > \qquad \text{(A2-29)}$$

La différence pondérée de ces 2 équations nous donne l'expression de $q^r(\rho)$ suivante :

$$2q^r(\rho)\ 2P|\beta(\rho)| = c_o\left(\beta(\rho) - \beta_2\right) < H^1(\rho) | E_o^2 > \qquad \text{(A2-30)}$$

Il suffit ensuite d'utiliser les relations d'orthogonalité de façon rigoureu pour isoler les 2 autres inconnues du système c'est-à-dire a_o et c_o

$$(1+a_o)2P = \int_0^\infty q^t(\rho) < H_o^1 | E^2(\rho) > + c_o < H_o^1 | E_o^2 > \qquad \text{(A2-31)}$$

$$(1-a_o)2P\beta_1 = \int_0^\infty q^t(\rho)\beta(\rho) < H_o^1 | E^2(\rho) > + c_o\beta_2 < H_o^1 | E_o^2 > \qquad \text{(A2-32)}$$

$$\begin{cases} 2P c_0 = (1+a_0) < H_0^2 \mid E_0^1 > + \int_0^{\infty} q^r(\rho) < H_0^2 \mid E^1(\rho) > & \text{(A2-33)} \\ 2P/\beta_2 c_0 = (1-a_0)/\beta_1 < H_0^2 \mid E_0^1 > - \int_0^{\infty} q^r(\rho)/\beta(\rho) < H_0^2 \mid E^1(\rho) > & \text{(A2-34)} \end{cases}$$

On obtient un système surdéterminé de 6 équations pour seulement 4 inconnues : $q^t(\rho)$, $q^r(\rho)$, a_0 et c_0.

Selon les équations choisies, les solutions du système seront différentes et l'écart entre ces solutions fournira une information sur la validité de cette approximation.

ANNEXE III

L'ARRET BRUSQUE DU GUIDE PLAN DIELECTRIQUE EXCITE PAR LE MODE iTM_0

L'étude en mode iTM_0 est strictement similaire à celle du mode pTE_0. Grâce aux considérations de symétrie on démontre qu'un mode incident iTM_n ne peut générer que des modes iTM continus ou discrets de part et d'autre de la discontinuité (fig. A3-1).

Les équations de continuité en z = 0 s'écrivent

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} E_{x_0}^{1i} \\ H_{y_0}^{1i} \end{Bmatrix} + \sum_{n=0,1\ldots} a_n \begin{Bmatrix} E_{xn}^{1r} \\ H_{yn}^{1r} \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q^r(\rho) \begin{Bmatrix} E_x^{1r}(\rho) \\ H_y^{1r}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho}_{\text{région I}} = \underbrace{\int_0^\infty q^t(\rho) \begin{Bmatrix} E_x^{2t}(\rho) \\ H_y^{2t}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho}_{\text{Région II}} \qquad \begin{matrix} \text{(A3-} \\ \text{(A3-} \end{matrix}$$

En tenant compte des relations entre les champs électrique et magnétique et entre les champs directs et rétrogrades, on peut grâce aux propriétés d'orthogonalité des modes transformer les équations de continuité en un système d'équations intégrales qui s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} q^t(\rho) = q_0^t(\rho) + 1./\left[2P.\left(\langle H^2(\rho)|E_0^1\rangle + \langle H_0^1|E^2(\rho)\rangle\right)\right] * \\ \left\{ \int_0^\infty q^t(\rho') \left[\langle H^2(\rho)|E_0^1\rangle * \langle H^1(\rho')|E^2(\rho)\rangle - \frac{\beta(\rho)}{\beta(\rho')} \langle H_0^1|E^2(\rho)\rangle \langle H^2(\rho)|E^1(\rho')\rangle \right. \right. \\ \qquad \left. \left. + \sum_{n=1,2} \left[\langle H_n^1|E^2(\rho)\rangle \langle H^2(\rho)|E_0^1\rangle - \langle H^2(\rho)|E_n^1\rangle \langle H_0^1|E^2(\rho)\rangle\right] \right] \right\} \quad \text{(A3-} \\ \\ \begin{Bmatrix} a_n \\ q^r(\rho) \end{Bmatrix} = \frac{1}{4P} \frac{\begin{Bmatrix} 1 \\ 1/\beta(\rho) \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 \\ \beta(\rho) \end{Bmatrix}} \int_0^\infty q^t(\rho') \left[\langle \begin{Bmatrix} H_n^1 \\ H^1(\rho) \end{Bmatrix} | E^2(\rho')\rangle - \langle H^2(\rho')| \begin{Bmatrix} E_n^1 \\ E^1(\rho) \end{Bmatrix} \rangle \right] d\rho' \quad \begin{matrix} \text{(A3-} \\ \text{(A3-} \end{matrix} \\ \\ \text{avec} \quad q_0^t(\rho) = \frac{1}{P} \frac{\langle H^2(\rho)|E_0^1\rangle \langle H_0^1|E^2(\rho)\rangle}{\langle H^2(\rho)|E_0^1\rangle + \langle H_0^1|E^2(\rho)\rangle} \quad \text{(A3-} \end{array} \right.$$

Tous les produits scalaires $<\,|\,>$ sont calculables analytiquement. Par rapport au cas du mode pTE$_o$ la seule difficulté supplémentaire est due à la dépendance en x de la relation qui lie le champ électrique E_x et le champ magnétique H_y (voir annexe I). La quantité $q_o^t(\rho)$ représente la fonction de couplage aux modes continus transmis lorsque l'on néglige tous les modes continus et les modes supérieurs réfléchis.

Ces équations tests équivalentes aux équations (II-33), (II-37) et (II-38) sont pour l'excitation iTM$_o$:

$$\begin{cases} 1 = \dfrac{1}{4P} \displaystyle\int_0^\infty q^t(\rho')\left[<H_o^1 | E^2(\rho')> + <H^2(\rho') | E_o^1>\right] d\rho' & \text{(A3-7)} \\ 1 = \displaystyle\sum_{n=0,1\ldots} |a_n|^2 + \int_0^{k_o} \left(|q^t(\rho)|^2 + |q^r(\rho)|^2\right) d\rho & \text{(A3-8)} \\ \mathcal{I}m\,(a_o) = -\dfrac{1}{2} \displaystyle\int_{k_o}^\infty \left(|q^t(\rho)|^2 + |q^r(\rho)|^2\right) d\rho & \text{(A3-9)} \end{cases}$$

On peut noter une différence importante entre l'équation (A3-9) et son homologue en mode pTE$_o$(II-38). En effet pour l'excitation iTM$_o$ (et plus généralement dans le cas d'une excitation iTM$_n$) la partie imaginaire du coefficient de réflexion est négative contrairement au cas de l'excitation pTE$_o$.

ANNEXE IV

CAS DU CHANGEMENT DE SECTION DU GUIDE PLAN DIELECTRIQUE EN POLARISATION pTE_0

Rappelons l'équation de continuité des champs transversaux dans le plan de la discontinuité explicitée au chapitre I

$$\begin{Bmatrix} E_{y_0}^{1i} \\ H_{x_0}^{1i} \end{Bmatrix} + \sum_n a_n \begin{Bmatrix} E_{y_n}^{1r} \\ H_{x_n}^{1r} \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q^r(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{1r}(\rho) \\ H_x^{1r}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho =$$

$$\sum_n c_n \begin{Bmatrix} E_{y_n}^{2t} \\ H_{x_n}^{2t} \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q^t(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{2t}(\rho) \\ H_x^{2t}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho \qquad \begin{matrix} (A4-1) \\ (A4-2) \end{matrix}$$

L'application de la méthode des séries de NEUMANN nécessite la mise sous forme d'équations intégrales de ce système. En utilisant les mêmes critères de sélection des équations intégrales couplées (§ II-1-2) on obtient le système suivant :

$$\left\{ \begin{aligned}
q^t(\rho) &= q_0^t(\rho) + \frac{|\beta(\rho)|}{2P\beta^*(\rho)} \times \frac{1}{\beta_0^I + \beta(\rho)} \Big\{ \int_0^\infty q^r(\rho')(\beta_0^I - \beta(\rho')) \langle H^2(\rho) | E^1(\rho') \rangle d\rho' \\
&\quad + \sum_{n=1,2..} (\beta_0^I - \beta_n^{II})\, a_n \langle H^2(\rho) | E_n^1 \rangle \Big\} && (A4-3) \\
c_n &= c_{n_0} + \frac{1}{2P(\beta_0^I + \beta_n^{II})} \Big\{ q^r(\rho')(\beta_0^I - \beta_n^{II}) \langle H_n^2 | E^1(\rho') \rangle \\
&\quad + \sum_{n=1,2..} (\beta_0^I - \beta_n^I)\, a_n \langle H_n^2 | E_n^1 \rangle \Big\} && (A4-4) \\
a_n &= \frac{1}{4P\beta_n^I} \Big\{ \int_0^\infty q^t(\rho')(\beta_n^I - \beta(\rho')) \langle H_n^1 | E^2(\rho') \rangle \\
&\quad + \sum_n c_n (\beta_n^I - \beta_n^{II}) \langle H_n^1 | E_n^2 \rangle && (A4-5) \\
q^r(\rho) &= \frac{1}{4.P|\beta(\rho)|} \Big\{ \int_0^\infty q^t(\rho')(\beta(\rho) - \beta(\rho')) \langle H^1(\rho) | E^2(\rho') \rangle d\rho' \\
&\quad + \sum_n c_n (\beta(\rho) - \beta_n^{II}) \langle H^1(\rho) | E_n^2 \rangle \Big\} && (A4-6)
\end{aligned} \right.$$

avec

$$\left\{\begin{array}{l} q_o^t(\rho) = \dfrac{2\beta_o^I \, |\beta(\rho)|}{2P\beta^*(\rho).(\beta_o^I+\beta(\rho))} < H^2(\rho) \, | \, E_o^1 > \quad \text{(A4-7)} \\[2em] C_{no} = \dfrac{2\beta_o^I}{2P\,(\beta_o^I+\beta_n^{II})} < H_n^2 \, | \, E_o^1 > \quad \text{(A4-8)} \end{array}\right.$$

Ces deux quantités sont obtenues en négligeant les modes continus et les modes supérieurs réfléchis. Les tests de vérification de la méthode sont quelque peu différents mais s'obtiennent comme dans le cas précédent. Ces équations tests s'écrivent :

$$1 = \sum_n |a_n|^2 + \sum_n |c_n|^2 + \int_0^{k_o} \left(|q^t(\rho)|^2 + |q^r(\rho)|^2\right) d\rho \quad \text{(A4-9)}$$

(Equation de conservation de l'énergie)

$$\mathcal{Y}_{rm}(a_o) = \frac{1}{2}\int_{k_o}^{\infty} \left(|q^t(\rho)|^2 + |q^r(\rho)|^2\right) d\rho \quad \text{(A4-10)}$$

$$1 = \frac{1}{4P\beta_o^I}\left\{\int_0^{\infty} q^t(\rho')\,(\beta_o^I+\beta(\rho')) < H_o^1 \, | \, E^2(\rho') > + \sum_n c_n\,(\beta_o^I+\beta_n^{II}) < H_o^1 \, | \, E_n^2 > \right\} \quad \text{(A4-11)}$$

Notons que dans ce problème le test d'arrêt de la procédure de calcul est effectué en utilisant le coefficient de transmission.

$$\left| [c_o]_{p+1} - [c_o]_p \right| \leq 10^{-3} \quad \text{(A4-12)}$$

ANNEXE V

COUPURE TRANSVERSALE D'UN GUIDE PLAN

Nous avons analysé le cas de la jonction sans contact représenté sur la figure A5-1 pour illustrer la capacité de la méthode à traiter plusieurs discontinuités en interaction.

L'étude que nous avons faite concerne l'excitation pTE_o. Compte tenu des considérations de symétries évoquées au chapitre I, les équations de continuité s'écrivent :

$$\begin{Bmatrix} E_{y_o}^{1i} \\ H_{x_o}^{1i} \end{Bmatrix} + \sum_n a_n \begin{Bmatrix} E_{y_n}^{1r} \\ H_{x_n}^{1r} \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q^r(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{1r}(\rho) \\ H_x^{1r}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho =$$

$$\int_0^\infty q^{2t}(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{2t}(\rho) \\ H_x^{2t}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho + \int_0^\infty q^{2r}(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{2r}(\rho) \\ H_x^{2r}(\rho) \end{Bmatrix} d\rho \qquad \text{(A5-1)} \quad \text{(A5-2)}$$

- conditions en $z = o$

et

$$\int_0^\infty q^{2t}(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{2t}(\rho) \\ H_x^{2t}(\rho) \end{Bmatrix} e^{-j\beta(\rho)L} d\rho + \int_0^\infty q^{2r}(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{2r}(\rho) \\ H_x^{2r}(\rho) \end{Bmatrix} e^{+j\beta(\rho)L}$$

$$\sum_n t_n \begin{Bmatrix} E_{y_n}^{1t} \\ H_{x_n}^{1t} \end{Bmatrix} e^{-j\beta_n L} + \int_0^\infty q^{1t}(\rho) \begin{Bmatrix} E_y^{1t}(\rho) \\ H_x^{1t}(\rho) \end{Bmatrix} e^{-j\beta(\rho)L} \qquad \text{(A5-3)} \quad \text{(A5-4)}$$

conditions en $z = L$

Les champs de la région située au delà de $z = L$ sont affectés de l'incice 1 parce que les 2 guides en regard sont identiques et supportent le même spectre de modes.

En tenant compte d'une part de la relation qui lie Hx au champ Ey et des relations entre champ direct et champ inverse et en effectuant les changemen de variables suivants d'autre part.

$$p^r(\rho) = q^{2r}(\rho)\, e^{+j\beta(\rho)L} \qquad \text{(A5-5)}$$

$$c_n = t_n\, e^{-j\beta_n L} \qquad \text{(A5-6)}$$

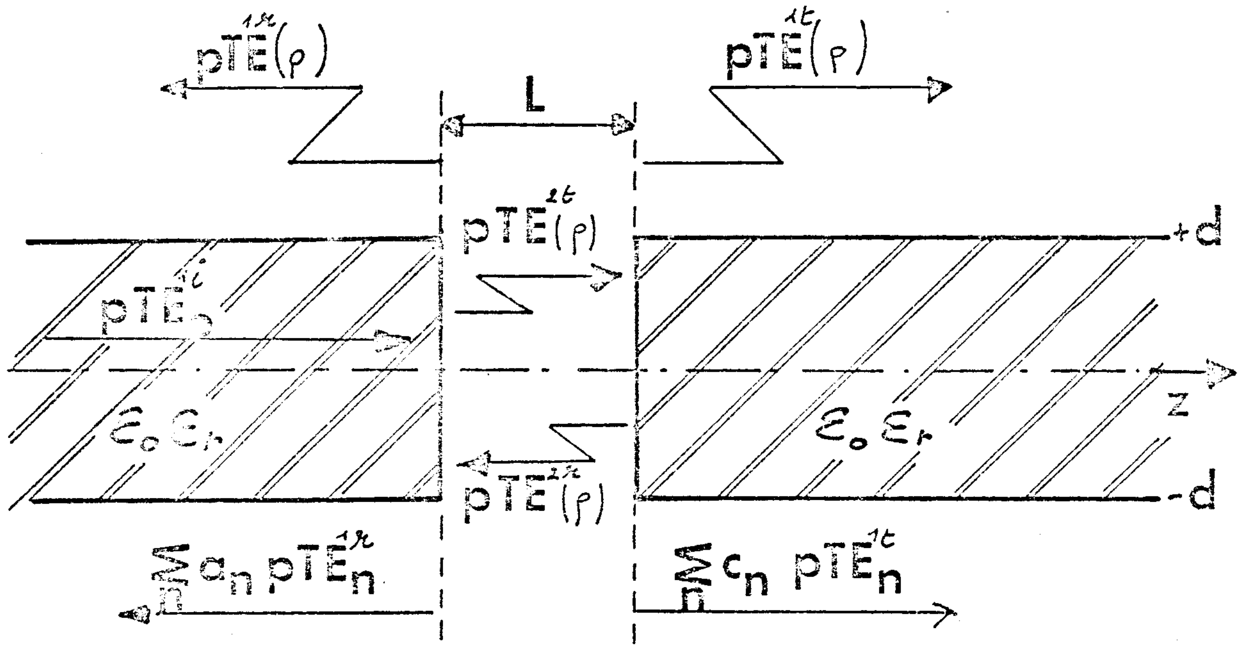


Figure A5-1

Coupure transversale d'un guide plan

$$q^{2t}(\rho) = q^{L}(\rho) \tag{A5-7}$$

$$t(\rho) = q^{1t}(\rho)\, e^{-j\beta(\rho)L} \tag{A5-8}$$

Les relations de continuité précédentes prennent la forme simplifiée suivant

$$E^1_{y_0}\begin{Bmatrix}(1+a_0)\\ \beta_0(1-a_0)\end{Bmatrix} + \sum_n a_n\begin{Bmatrix}1\\ -\beta_n\end{Bmatrix}E^1_{y_n} + \int_0^\infty q^r(\rho)\begin{Bmatrix}1\\ -\beta(\rho)\end{Bmatrix}E^1_y(\rho)\,d\rho =$$

$$\int_0^\infty q^t(\rho)\begin{Bmatrix}1\\ \beta(\rho)\end{Bmatrix}E^2_y(\rho)\,d\rho + \int_0^\infty p^r(\rho)\,e^{-j\beta(\rho)L}\begin{Bmatrix}1\\ -\beta(\rho)\end{Bmatrix}E^2_y(\rho)\,d\rho$$

(A5-9)
(A5-10)

en z = 0

$$\int_0^\infty q^t(\rho)\,e^{-j\beta(\rho)L}\begin{Bmatrix}1\\ \beta(\rho)\end{Bmatrix}E^2_y(\rho)\,d\rho + \int_0^\infty p^r(\rho)\begin{Bmatrix}1\\ -\beta(\rho)\end{Bmatrix}E^2_y(\rho)\,d\rho =$$

$$\sum_n c_n\begin{Bmatrix}1\\ \beta_n\end{Bmatrix}E^1_{y_n} + \int_0^\infty t(\rho)\begin{Bmatrix}1\\ \beta(\rho)\end{Bmatrix}E^1_y(\rho)\,d\rho$$

(A5 11)
(A5-12)

en z = L

L'orthogonalité des modes permet de transformer les équations de continuité précédentes en un système surdimensionné d'équations intégrales. Les considéra tions du §II-1-2 restent les critères de choix des équations intégrales formant le système à résoudre par les séries de NEUMANN

Ce système s'écrit :

$$q^t(\rho) = q^t_0(\rho) + \frac{|\beta(\rho)|}{2P\,\beta^*(\rho)} \times \frac{1}{\beta_0+\beta(\rho)}\left\{\sum_n a_n(\beta_0-\beta_n)\langle H^2(\rho)\,|\,E^1_n\rangle\right.$$

$$\left.\int_0^\infty q^r(\rho')(\beta_0-\beta(\rho'))\langle H^2(\rho)\,/\,E^1(\rho')\rangle\right\} - p^r(\rho)\,e^{-j\beta(\rho)L} \times \frac{\beta_0-\beta(\rho)}{\beta_0+\beta(\rho)} \tag{A5-13}$$

$$\left\{\begin{aligned}
c_n &= \frac{1}{4P\beta_n}\int_0^{\infty}\left[q^t(\rho')\,e^{-j\beta(\rho')L}(\beta_n-\beta(\rho'))+p^r(\rho')(\beta_n-\beta(\rho'))\right]\langle H_n^1\,|\,E^2(\rho')\rangle && \text{(A5-14)}\\
t(\rho) &= \frac{1}{4P|\beta(\rho)|}\int_0^{\infty}\left[q^t(\rho')\,e^{-j\beta(\rho')L}(\beta(\rho)-\beta(\rho'))+p^r(\rho')(\beta(\rho)-\beta(\rho'))\right]\langle H^1(\rho)\,|\,E^2(\rho')\rangle && \text{(A5-15)}\\
p^r(\rho) &= \frac{1}{4P|\beta(\rho)|}\left\{\sum_n c_n\,(\beta(\rho)-\beta_n)\,\langle H^2(\rho)\,|\,E_n^1\rangle \right.\\
&\qquad\left. +\int_0^{\infty} t(\rho')\,(\beta(\rho)-\beta(\rho'))\,\langle H^2(\rho)\,|\,E^1(\rho')\rangle\right\} && \text{(A5-16)}\\
q^r(\rho) &= \frac{1}{4P|\beta(\rho)|}\int_0^{\infty}\left[q^t(\rho').(\beta(\rho)-\beta(\rho'))+p^r(\rho')\,e^{-j\beta(\rho')L}(\beta(\rho)+\beta(\rho'))\right]\langle H^1(\rho)\,|\,E^2(\rho')\rangle && \text{(A5-17)}\\
a_n &= \frac{1}{4P\beta_n}\int_0^{\infty}\left[q^t(\rho')(\beta_0-\beta(\rho'))+p^r(\rho')\,e^{-j\beta(\rho')L}(\beta_0+\beta(\rho'))\right]\langle H_n^1\,|\,E^2(\rho)\rangle && \text{(A5-18)}\\
q_0^t(\rho) &= \frac{2\beta_0\,|\beta(\rho)|}{2P|\beta^*(\rho)|\,(\beta_0+\beta(\rho))}\,\langle H^2(\rho)\,|\,E_0^1\rangle && \text{(A5-19)}
\end{aligned}\right.$$

L'organigramme de calcul de la solution du problème au moyen des séries de NEUMANN est le suivant

$$[q^t(\rho)]_P = \text{Fonction}\left(q_0^t(\rho),\,[a_n]_{P-1},\,[q^r(\rho)]_{P-1}\,[p^r(\rho)]_{P-1}\right)$$

$$\downarrow$$

$$[c_n]_P \text{ et } [t(\rho)]_P = \text{Fonctions}\left([q^t(\rho)]_P,\,[p^r(\rho)]_{P-1}\right)$$

$$\downarrow$$

$$[p^r(\rho)]_P = \text{Fonction}\left([c_n]_P,\,[t(\rho)]_P\right)$$

$$\downarrow$$

$$[q^r(\rho)]_P \text{ et } [a_n]_P = \text{Fonctions}\left([q^t(\rho)]_P,\,[p^r(\rho)]_P\right).$$

$$\downarrow$$

$$P = P+1$$

Les solutions stabilisées du problème obtenues au moyen des équations intégrales couplées précédentes doivent ensuite vérifier les équations tests suivantes

$$\left\{\begin{array}{ll} 1 = \sum_n |a_n|^2 + \int_0^{k_0} \left(|q^r(\rho)|^2 + |q^t(\rho)|^2 - |p^r(\rho)|^2\right) d\rho & \text{(A5-20)} \\ \int_0^{k_0} |q^t(\rho)|^2 d\rho = \int_0^{k_0} \left(|p^r(\rho)|^2 + |t(\rho)|^2\right) d\rho + \sum_n |e_n|^2 & \text{(A5-21)} \\ 2\,\mathcal{I}m(a_0) = \int_{k_0}^{\infty} \left(|q^t(\rho)|^2 + |q^r(\rho)|^2 - |p^r(\rho)|^2 e^{-2|\beta(\rho)|L}\right) d\rho & \text{(A5-22)} \\ 0 = \int_{k_0}^{\infty} \left(|t(\rho)|^2 + |p^r(\rho)|^2 - |q^t(\rho)|^2 e^{-2|\beta(\rho)|L}\right) d\rho & \text{(A5-23)} \\ 1 = \frac{1}{4P\beta_0} \int_0^{\infty} \left(q^t(\rho)(\beta_0 + \beta(\rho)) + p^r(\rho) e^{-j\beta(\rho)L}(\beta_0 - \beta(\rho))\right) \langle H_0^1 | E^2(\rho)\rangle & \text{(A5-24)} \end{array}\right.$$

lors de conservation de l'énergie au niveau des 2 discontinuités

Le test d'arrêt de la procédure numérique que nous avons utilisé dans ce cas est:

$$\left| [c_0]_{p+1} - [c_0]_p \right| < 10^{-3} \qquad \text{(A5-25)}$$

ANNEXE VI

TRAITEMENT ELECTROMAGNÉTIQUE DE DISCONTINUITÉS OPÉRÉES SUR UN GUIDE DIELECTRIQUE CYLINDRIQUE EXCITÉ PAR LE MODE TE_{01}

La discontinuité de base est représentée sur la figure (A6-1). Le guide circulaire propage un mode TE_{01} et, au niveau de la discontinuité ce mode excite l'ensemble des modes TE dans chacune des régions situées de part et d'autre de la discontinuité. Avant d'étudier la discontinuité, nous allons donner les expressions de tous les modes TE possibles.

I. LES MODES GUIDES TE_{0n}

-Expression des champs

$$
\begin{aligned}
E^1_{\theta n} &= A_{en}\, J_1(K_n r) && r \leq a \\
E^1_{\theta n} &= A_{en}\, \frac{J_1(K_n a)}{K_1(\gamma_n a)}\, K_1(\gamma_n r) && r > a \\
H^1_{rn} &= -\frac{\beta_n}{\omega\mu_0}\, E_{\theta n} && \forall r
\end{aligned}
\qquad \text{(A6-1)}
$$

-Equation de dispersion

$$
\frac{J_1(K_n a)}{J_0(K_n a)} + \frac{K_n}{\gamma_n} * \frac{K_1(\gamma_n a)}{K_0(\gamma_n a)} = 0 \qquad
\begin{cases} K_n^2 = k_0^2 \varepsilon_r - \beta_n^2 \\ \gamma_n^2 = \beta_n^2 - k_0^2 \end{cases}
\qquad \text{(A6-2)}
$$

Le diagramme de dispersion du mode TE_{01} est représenté sur la figure(A6-2)

-Relation d'orthogonalité

$$
\langle H_m | E_n \rangle = 2P\delta_{mn} = -2\pi \int_0^\infty r\, E_{\theta n}\, H^*_{rm}\, dr \qquad \text{(A6-3)}
$$

De cette relation découle l'expression de l'amplitude

$$
A_{en} = \sqrt{\frac{2\omega\mu_0 P}{\pi a^2 \beta_n \left(1 + \frac{K_n^2}{\gamma_n^2}\right) * \left| J_0(K_n a) . J_2(K_n a) \right|}} \qquad \text{(A6-4)}
$$

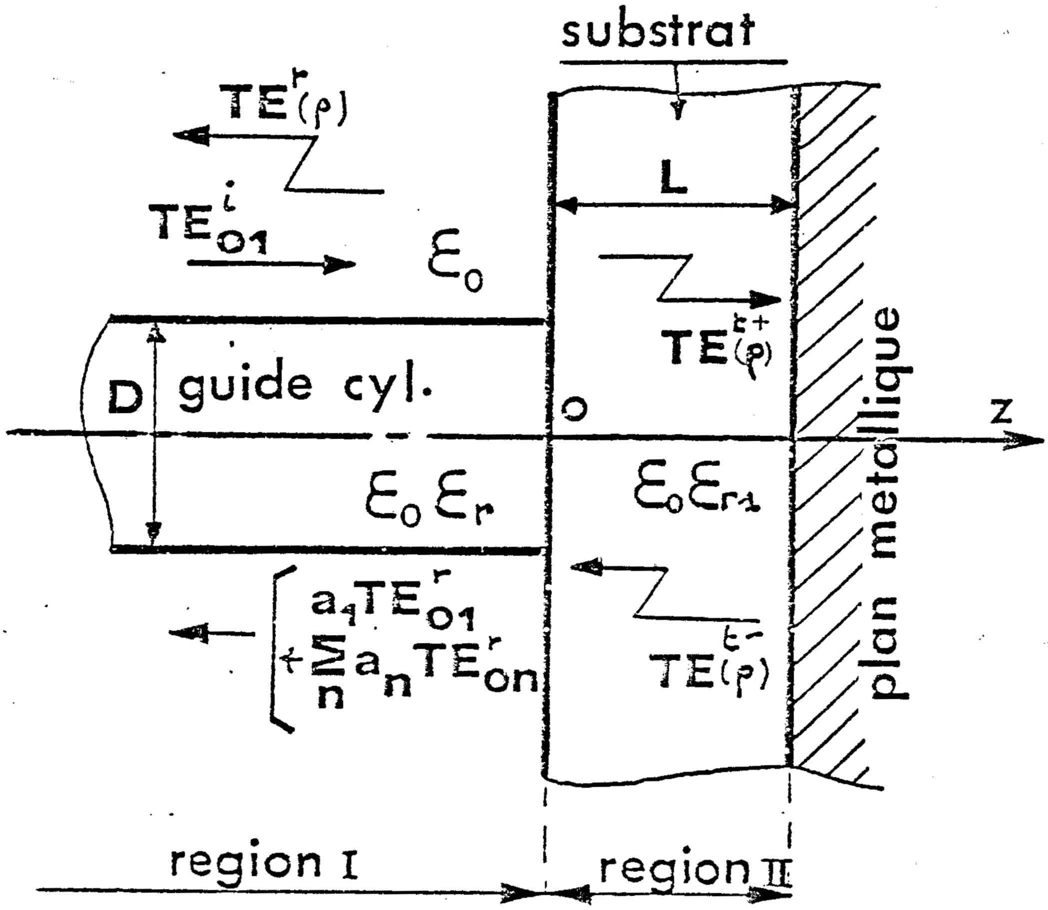

substrat
$TE^{r}_{(\rho)}$
TE^{i}_{01}
ε_0
L
$TE^{t+}_{(\rho)}$
D
guide cyl.
o
z
$\varepsilon_0 \varepsilon_r$
$\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}$
$a_1 TE^{r}_{01} + \sum_n a_n TE^{r}_{0n}$
$TE^{t-}_{(\rho)}$
plan metallique
region I
region II

Figure A6-1

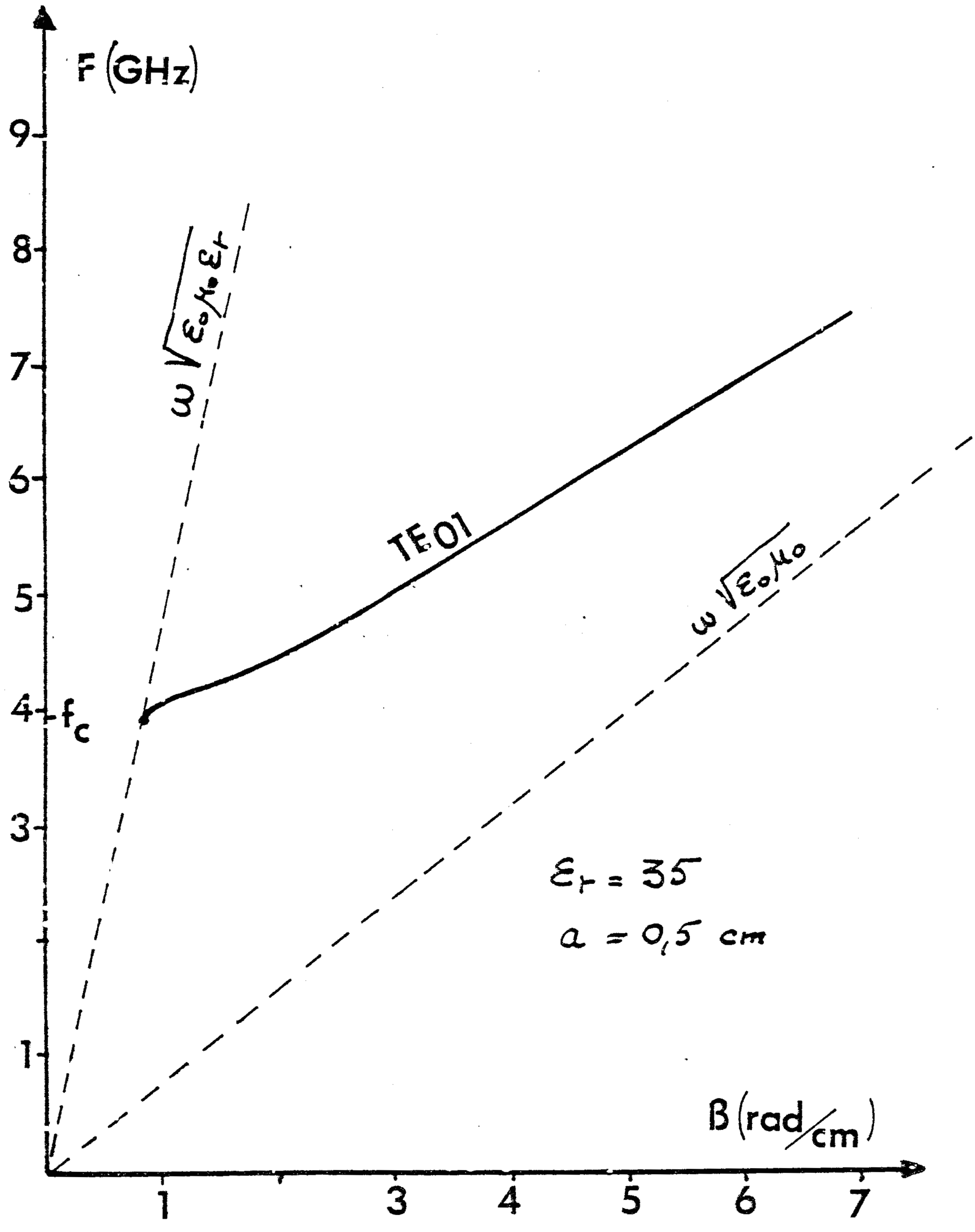


Figure A6-2 : Diagramme de dispersion du mode TE_{01} du guide diélectrique cylindrique

II LES MODES CONTINUS TE(ρ) DE LA REGION I

-Expression des champs

$$\begin{cases} E_\theta^1(\rho) = B_e^r J_1(\sigma r) & r \leq a \\ E_\theta^1(\rho) = B_e^r \left(C_e^r J_1(\rho r) + D_e^r N_1(\rho r)\right) & r > a \\ H_r^1(\rho) = -\beta_1(\rho)\, E_\theta^1(\rho) & \forall r \end{cases} \qquad \text{(A6-5)}$$

avec

$$\sigma^2 = k_0^2 \varepsilon_r - \beta_1^2(\rho) \quad \text{et} \quad \rho^2 = k_0^2 - \beta_1^2(\rho) \qquad \text{(A6-6)}$$

Les conditions de continuité en r=a fournissent les expressions de C_e^r et de D_e^r :

$$\begin{cases} C_e^r = \frac{\pi}{2} \rho a \left[J_1(\sigma a) N_0(\rho a) - \frac{\sigma}{\rho} J_0(\sigma a) N_1(\rho a) \right] & \text{(A6-7)} \\ D_e^r = -\frac{\pi}{2} \rho a \left[J_1(\sigma a) J_0(\rho a) - \frac{\sigma}{\rho} J_0(\sigma a) J_1(\rho a) \right] & \text{(A6-8)} \end{cases}$$

-Relation d'orthogonalité

Celle-ci s'écrit:

$$< H^1(\rho') \mid E^1(\rho) > = 2P \frac{\beta_1^*(\rho)}{|\beta_1(\rho)|} \delta(\rho - \rho') \qquad \text{(A6-9)}$$

Cette relation permet de calculer l'amplitude

$$B_e^r = \sqrt{\frac{\rho \omega \mu_0 P}{\pi |\beta_1(\rho)| \left(C_e^{r2} + D_e^{r2} \right)}} \qquad \text{(A6-10)}$$

III LES MODES CONTINUS TE(ρ) DE LA REGION II

-Expression des champs

$$\begin{cases} E_\theta^2(\rho) = B_e^t J_1(\rho r) \\ H_r^2(\rho) = -\frac{\beta_2(\rho)}{\omega \mu_0} E_\theta^2(\rho) \end{cases} \qquad \text{(A6-11)}$$

avec

$$\rho^2 = k_0^2 \varepsilon_{r1} - \beta_2^2(\rho) \qquad \text{(A6-12)}$$

La relation d'orthogonalité s'écrit:

$$< H^2(\rho) \mid E^2(\rho) > = 2P \frac{\beta_2^*(\rho)}{|\beta_2(\rho)|} \delta(\rho - \rho') \qquad \text{(A6-13)}$$

L'amplitude B_e^t est déduite de celle-ci ou de B_e^r en faisant tendre a vers zéro et en remplaçant ε_r par ε_{r1} et $\beta_1(\rho)$ par $\beta_2(\rho)$.

$$B_e^t = \sqrt{\frac{2 \omega \mu_0 P . \rho}{2\pi |\beta_2(\rho)|}} \qquad \text{(A6-14)}$$

IV TRAITEMENT DE LA DISCONTINUITÉ

Les relations de continuité en z=0 s'écrivent:

$$\begin{Bmatrix} 1+a_1 \\ \beta_1(1-a_1) \end{Bmatrix} E^1_{\theta 1} + \sum_{n>1} \begin{Bmatrix} a_n \\ -\beta_n a_n \end{Bmatrix} E^1_{\theta n} + \int_0^\infty \begin{Bmatrix} q^{\kappa}(\rho) \\ -\beta_1(\rho) q^{\kappa}(\rho) \end{Bmatrix} E^1_\theta(\rho)\, d\rho$$

$$= \int_0^\infty \begin{Bmatrix} q^{t+}(\rho)\,(1-X) \\ q^{t+}(\rho)\,\beta_2(\rho)\,(1+X) \end{Bmatrix} E^2_\theta(\rho)\, d\rho \qquad \begin{matrix}(A6\text{-}15)\\(A6\text{-}16)\end{matrix}$$

avec

$$X = \Delta \exp(-2j\beta_2(\rho) L) \qquad (A6\text{-}17)$$

La transformation de ces équations de continuité en équations intégrales obéi aux critères exposés dans le chapitre II. Le système d'équations intégrales couplées s'écrit:

$$q^t(\rho) = q^t_0(\rho) + \frac{\beta_2(\rho)}{2P|\beta_2(\rho)|} \frac{1}{[\beta_1(1-X)+\beta_2(\rho)(1+X)]} *$$

$$\left\{ \sum_{n>1} a_n(\beta_1-\beta_n) < H^2(\rho)\,|\,E^1_n > + \int_0^\infty q^{\kappa}(\rho')(\beta_1-\beta_1(\rho')) < H^2(\rho)\,|\,E^1(\rho') > d\rho' \right. \qquad (A6\text{-}18)$$

$$q^t_0(\rho) = \frac{\beta_1 * \beta_2(\rho)}{P|\beta_2(\rho)|} \frac{< H^2(\rho)\,|\,E^1_1 >}{[\beta_1(1-X)+\beta_2(\rho)(1+X)]} \qquad (A6\text{-}19)$$

$$q^{\kappa}(\rho) = \frac{1}{4P|\beta_1(\rho)|} \int_0^\infty q^t(\rho')\,[\beta_1(\rho)(1-X')-\beta_2(\rho')(1+X')] < H^1(\rho)\,|\,E^2(\rho') > d\rho' \qquad (A6\text{-}20)$$

$$a_n = \frac{1}{4P\beta_n} \int_0^\infty q^t(\rho')\,[\beta_n(1-X')-\beta_2(\rho')(1+X')] < H^1_n\,|\,E^2(\rho') > d\rho' \qquad (A6\text{-}2$$

Tous les produits scalaires sont calculés grâce aux intégrales de LOMMEL suivantes:

$$\int_0^a r\, J_1(\rho' r)\, J_1(\sigma r)\, dr = \frac{a}{\rho'^2 - \sigma^2}\left[\sigma J_1(\rho' a) J_0 \sigma a - \rho' J_1(\sigma a) J_0(\rho' a)\right] \tag{A6-22}$$

$$\int_a^\infty r\, J_1(\rho' r)\, K_1(\gamma r)\, dr = \frac{a}{\gamma^2 + \rho'^2}\left[\gamma J_1(\rho' a) K_2(\gamma a) - \rho' J_2(\rho' a)\, K_1(\gamma a)\right] \tag{A6-23}$$

$$\int_a^\infty r\, J_1(\rho' r)\, N_1(\rho r)\, dr = \frac{a}{\rho^2 - \rho'^2}\left[\rho J_1(\rho' a) N_0(\rho a) - \rho' N_1(\rho a)\, J_0(\rho' a)\right] \tag{A6-24}$$

Les équations tests s'écrivent:

$$1 = \frac{1}{4P\beta_1}\int_0^\infty q^t(\rho')\left[\beta_1(1-X') - \beta_2(\rho')(1+X')\right] < H_1^1 \mid E^2(\rho') > d\rho' \tag{A6-25}$$

$$1 = \sum_n |a_n|^2 + \int_0^{k_0} |q^r(\rho)|^2 d\rho + \int_0^{k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}}} |q^t(\rho)|^2 (1-\Delta^2)\, d\rho \tag{A6-26}$$

cette dernière étant la loi de conservation de l'énergie et:

$$2\, \mathcal{I}m\,(a_1) = \int_{k_0}^\infty |q^r(\rho)|^2 d\rho + \int_0^{k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}}} |q^t(\rho)|^2\, 2\Delta \sin(2\beta_2(\rho)L)\, d\rho + \int_{k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}}}^\infty |q^t(\rho)|^2\left[1 - \Delta^2 e^{-4|\beta_2(\rho)|L}\right] d\rho \tag{A6-27}$$

ANNEXE VII

TRAITEMENT ÉLECTROMAGNÉTIQUE DES DISCONTINUITÉS OPÉRÉES SUR UN GUIDE DIÉLECTRIQUE CYLINDRIQUE EXCITÉ PAR LE MODE TM_{01}

La figure (A7-1) représente la discontinuité etudiée. Le mode incident TM_{01} excite des modes TM continus ou guidés dans les deux régions I et II.

I LES MODES GUIDES TM_{0n}

-Expression des champs

$$\begin{cases} H^1_{\theta_n} = A_{mn}\ J_1(K_n r) & r \leq a \\ H^1_{\theta_n} = A_{mn}\ \dfrac{J_1(K_n a)}{K_1(\gamma_n a)}\ K_1(\gamma_n r) & r > a \\ E^1_{r_n} = \dfrac{\beta_n}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r(r)} * H_\theta & \forall r \end{cases} \qquad \text{(A7-1)}$$

-Relation de dispersion

$$\frac{J_1(K_n a)}{J_0(K_n a)} + \frac{K_n}{\gamma_n \varepsilon_r}\ \frac{K_1(\gamma_n a)}{K_0(\gamma_n a)} = 0 \qquad \begin{cases} K_n^2 = k_0^2 \varepsilon_r - \beta_n^2 \\ \gamma_n^2 = \beta_n^2 - k_0^2 \end{cases} \qquad \text{(A7-2)}$$

Le diagramme de dispersion du mode TM_{01} est représenté figure (A7-2).

-La relation d'orthogonalité s'écrit:

$$< H_m \mid E_n > = 2P\delta_{mn} = 2\pi \int_0^\infty r\, E_{r_n} * H^*_{\theta_m}\, dr \qquad \text{(A7-3)}$$

elle permet d'obtenir l'expression de l'amplitude

$$A_{mn} = \sqrt{\frac{2\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r P}{\pi \beta_n a^2 |\mathcal{F}|}} \qquad \text{(A7-4)}$$

avec:

$$\mathcal{F} = J_1^2(K_n a)(1-\varepsilon_r) - J_0(K_n a)J_2(K_n a) + \frac{K_n^2}{\varepsilon_r \gamma_n^2} J_0(K_n a) * \left(J_0(K_n a) - \frac{2\varepsilon_r J_1(K_n a)}{K_n a}\right) \qquad \text{(A7-5)}$$

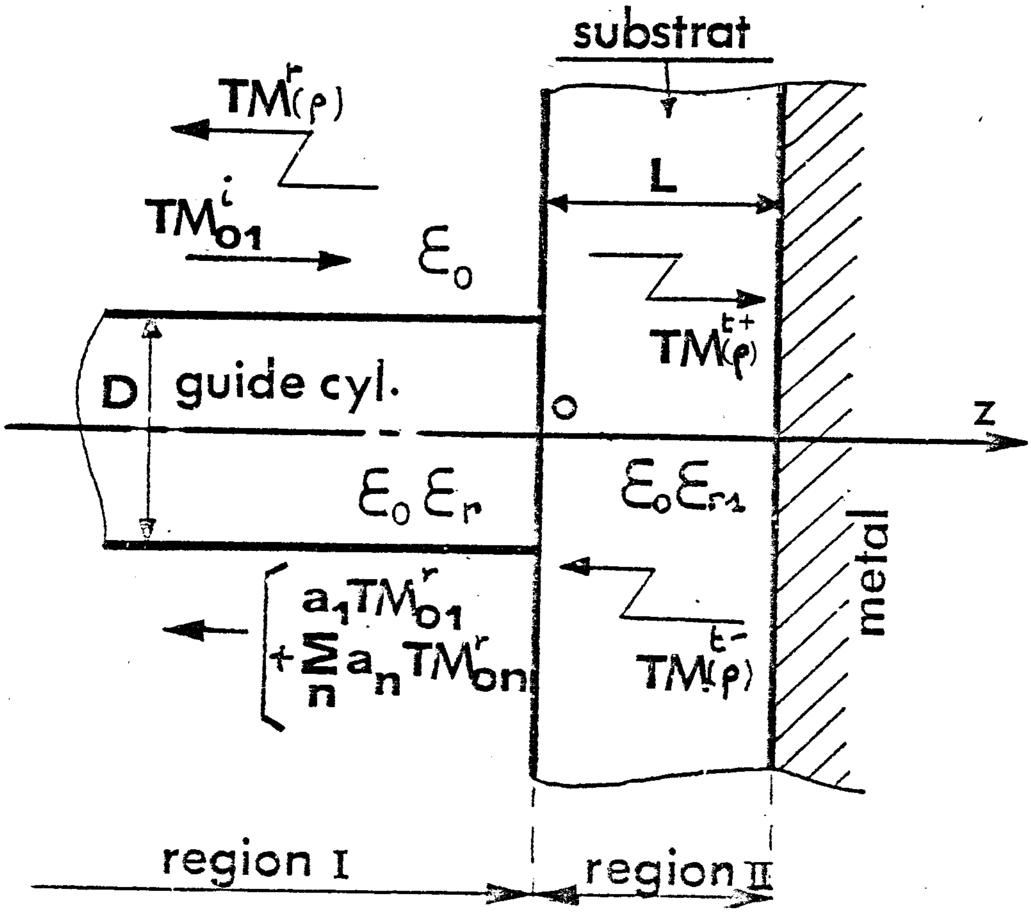

substrat
TM(ρ)
TM01
ε0
L
TM(ρ)
D
guide cyl.
O
z
ε0 εr
ε0 εr1
a1TM01
+Σ an TM0n
n
TM(ρ)
metal
region I
region II

Figure A7-1

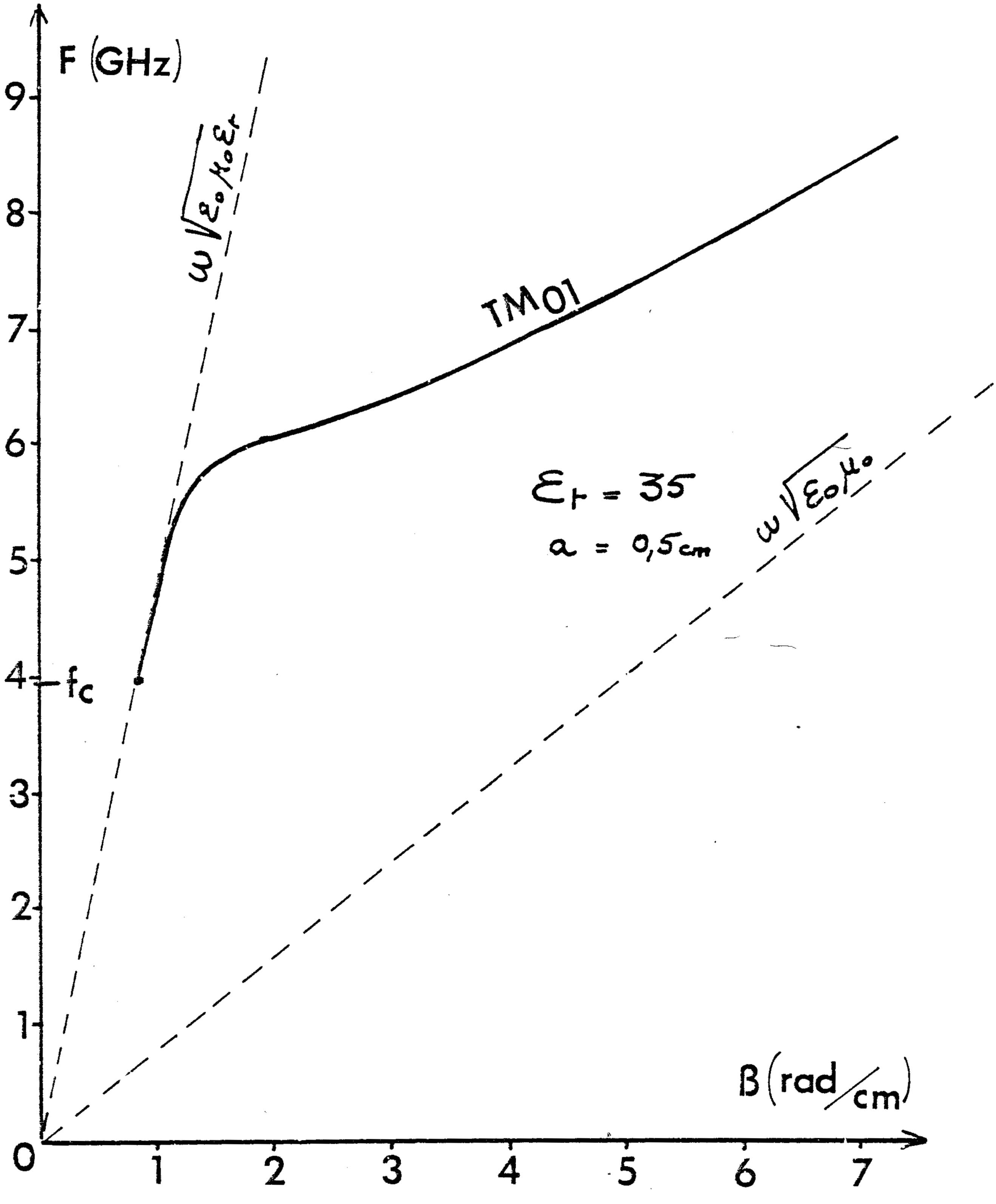


Figure A7-2 : Diagramme de dispersion du mode TM_{01} du guide diélectrique cylindrique

II LES MODES CONTINUS DE LA REGION I

- Les champs ont pour expression

$$\begin{cases} H_\theta^1(\rho) = B_m^r \, J_1(\sigma r) & r \leq a \\ H_\theta^1(\rho) = B_m^r \, (C_m^r J_1(\rho r) + D_m^r N_1(\rho r)) & r > a \\ E_r^1(\rho) = \dfrac{\beta_1(\rho)}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r(x)} \, H_\theta^1(\rho) & \forall r \end{cases} \quad \text{(A7-6)}$$

avec

$$\sigma^2 = k_0^2 \varepsilon_r - \beta_1^2(\rho) \quad \text{et} \quad \rho^2 = k_0^2 - \beta_1^2(\rho) \quad \text{(A7-7)}$$

Les conditions de continuité des champs E_z et H_θ en r=a permettent d'exprimer les quantités C_m^r et D_m^r :

$$\begin{cases} C_m^r = \dfrac{\pi}{2} \rho a \left[J_1(\sigma a) \, N_0(\rho a) - \dfrac{\sigma}{\rho \varepsilon_r} J_0(\sigma a) \, N_1(\rho a) \right] & \text{(A7-8)} \\ D_m^r = -\dfrac{\pi}{2} \rho a \left[J_1(\sigma a) J_0(\rho a) - \dfrac{\sigma}{\rho \varepsilon_r} J_0(\sigma a) \, J_1(\rho a) \right] & \text{(A7-9)} \end{cases}$$

- La relation d'orthogonalité s'écrit:

$$< H^1(\rho') | E^1(\rho) > = 2\pi \int_S r \, E_r^1(\rho) \, H_\theta^{*1}(\rho') \, dr = \frac{\beta_1(\rho)}{|\beta_1(\rho)|} 2P \, \delta(\rho - \rho') \quad \text{(A7-9)}$$

pour $\rho = \rho'$ on obtient en utilisant les intégrales de LOMMEL l'amplitude B_m^r

$$B_m^r = \sqrt{\frac{\rho \, \omega \varepsilon_0 P}{\pi \, |\beta_1(\rho)| \, (C_m^{r2} + D_m^{r2})}} \quad \text{(A7-10)}$$

III LES MODES CONTINUS DE LA REGION II

- Expression des champs:

$$\begin{cases} H_\theta^2(\rho) = B_m^t \, J_1(\rho r) \\ E_r^2(\rho) = \dfrac{\beta_2(\rho)}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{r1}} \, H_\theta^2(\rho) \end{cases} \quad \text{(A7-11)}$$

avec

$$\rho^2 = k_0^2 \varepsilon_{r1} - \beta_2^2(\rho) \quad \text{(A7-12)}$$

La relation d'orthogonalité est identique à la précédente, l'amplitude B_m^t s'écrit:

$$B_m^t = \sqrt{\frac{\rho \, \omega \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} P}{\pi \, |\beta_2(\rho)|}} \quad \text{(A7-13)}$$

IV ETUDE DE LA DISCONTINUITÉ

En tenant compte des relations entre les champs des modes directs et rétrogrades les équations de continuité des champs dans le plan de la discontinuité s'écrivent:

$$E^1_{r1}(1+a_1) + \sum_{n>1} a_n E^1_{rn} + \int_0^\infty q^x(\rho) E^1_r(\rho) d\rho = \int_0^\infty [q^{t+}(\rho) + q^{t-}(\rho)] E^2_r(\rho) d\rho \tag{A7-15}$$

$$H^1_{\theta 1}(1-a_1) - \sum_{n>1} a_n H^1_{\theta n} - \int_0^\infty q^x(\rho) H^1_\theta(\rho) d\rho = \int_0^\infty [q^{t+}(\rho) - q^{t-}(\rho)] H^2_\theta(\rho) d\rho \tag{A7-16}$$

La nullité du champ électrique E_r sur le plan métallique en z=L fournit une relation entre $q^{t-}(\rho)$ et $q^{t+}(\rho)$:

$$q^{t-}(\rho) = - q^{t+}(\rho)\, e^{-2j\beta_2(\rho)L} = - q^{t+}(\rho)\, X(\rho) \tag{A7-17}$$

Les équations (A7-15) et (A7-16) se simplifient et deviennent:

$$E^1_{r1}(1+a_1) + \sum_{n>1} a_n E^1_{rn} + \int_0^\infty q^x(\rho) E^1_r(\rho) d\rho = \int_0^\infty q^{t+}(\rho)(1-X(\rho)) E^2_r(\rho) d\rho \tag{A7-18}$$

$$H^1_{\theta 1}(1-a_1) - \sum_{n>1} a_n H^1_{\theta n} - \int_0^\infty q^x(\rho) H^1_\theta(\rho) d\rho = \int_0^\infty q^{t+}(\rho)(1+X(\rho)) H^2_\theta(\rho) d\rho \tag{A7-19}$$

En utilisant les relations d'orthogonalité des modes et les critères de choix des expressions des inconnues $q^{t+}(\rho), q^x(\rho)$ et $a_n (\forall n)$ explicitées au chapitre II, on obtient le système d'équations intégrales couplées suivant:

$$q^{t+}(\rho) = q^t_0(P) + \frac{\beta_2(\rho)}{2P\left[\beta_2(\rho)(1-X(\rho)) < E^2(\rho) | H^1_1 > + \beta^*_2(\rho)(1-X(\rho)) < H^2(\rho) | E\right.}$$

$$\left\{ \sum_n a_n \left[< H^2(\rho) | E^1_n > < E^2(\rho) | H^1_1 > - < E^2(\rho) | H^1_n > < H^2(\rho) | E^1_1 > \right] + \right.$$

$$\int_0^\infty q^x(\rho') \left[< H^2(\rho) | E^1(\rho') > < E^2(\rho) | H^1_1 > - < E^2(\rho) | H^1(\rho') > < H^2(\rho) | E^1_1 > \right.$$

avec:

(A7-20)

$$q^t_0(\rho) = \frac{2\beta_2(\rho) < H^2(\rho) | E^1_1 > < E^2(\rho) | H^1_1 >}{2P\left[\beta_2(\rho)(1-X(\rho)) < E^2(\rho) | H^1_1 > + \beta^*_2(\rho)(1-X(\rho)) < H^2(\rho) | E_1\right.}$$

(A7-21)

$$q^{k}(\rho) = \frac{1}{4P|\beta_1(\rho)|} \int_0^\infty q^{t+}(\rho') \Big[\beta_1^*(\rho)(1 - X(\rho')) < H^1(\rho) | E^2(\rho') >$$

$$- \beta_1(\rho)(1 + X(\rho')) < E^1(\rho) | H^2(\rho') > \Big] d\rho'$$

(A7-22)

$$a_n = \frac{1}{4P} \int_0^\infty q^{t+}(\rho') \Big[(1 - X(\rho')) < H_n^1 | E^2(\rho') >$$

$$- (1 + X(\rho')) < E_n^1 | H^2(\rho') > \Big] d\rho'$$

(A7-23)

le système d'équations tests s'écrit:

$$1 = \frac{1}{4P} \int_0^\infty q^{t+}(\rho) \Big[(1 - X(\rho)) < H_1^1 | E^2(\rho) >$$

$$+ (1 + X(\rho)] < E_1^1 | H^2(\rho) > d\rho \qquad \text{(A7-24)}$$

$$1 = \sum_n |a_n|^2 + \int_0^{k_0} |q^{k}(\rho)|^2 d\rho + \int_0^{k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}}} |q^{t+}(\rho)|^2 (1 - \Delta^2)\, d\rho$$

(A7-25)

(Equation de conservation de l'énergie)

et:

$$2\,\mathcal{I}m(a_1) = - \int_{k_0}^\infty |q^{k}(\rho)|^2 d\rho + 2 \int_0^{k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}}} |q^{t+}(\rho)|^2 \sin\beta_2(\rho) L \; d\rho$$

$$- \int_{k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}}}^\infty |q^{t+}(\rho)|^2 (1 - \Delta^2 e^{-2|\beta_2(\rho)|L})\, d\rho \qquad \text{(A7-26)}$$

ANNEXE VIII

MÉTHODE DE MESURE DU COEFFICIENT DE QUALITÉ DES RÉSONATEURS DIÉLECTRIQUES

-Généralités

La vérification expérimentale des caractéristiques d'une discontinuité en guide ouvert est difficile à mettre en œuvre . En effet, la mesure précise du module et de la phase du coefficient de réflexion implique:

a) La possibilité de réaliser des transitions large bande entre le système sous test et l'appareillage.

b) L'utilisation de références fiables

c) La necessité d'éviter toutes réflexions parasites au delà de la discontinuité.

La dernière de ces conditions peut être facilement remplie en plaçant le système à mesurer dans une chambre anéchoïque(figure A8-1), les deux premières ne sont vérifiées que pour des valeurs discrètes de la fréquence. La mesure dans ces conditions concernerait le coefficient de réflexion global du système de mesure lié aux interactions multiples des discontinuité

Seule une méthode temporelle (T.D.R.) pourrait éventuellementnous permettre de différencier la contribution de chaque élement du montage au coefficient de réflexion global. Cependant, une telle mesure n'est possible que si le guide étudié est monomode dans le spectre de fréquence de l'impulsion et, ne peut être efficace qu'associée à un traitement numérique du signal réfléchi .

Ces considérations nous ont conduit à limiter les vérifications expérimentales des résultats théoriques à la caractérisation des résonateurs diélectriques. A notre sens, cette méthode est la seule à allier précision et simplicité.

D'une manière générale, les paramètres pratiques d'un résonateur (fréquence de résonance, coefficient de qualité propre, coefficient de couplage à l'excitation) sont déduits de l'évolution de la courbe de réponse de ce résonateur.

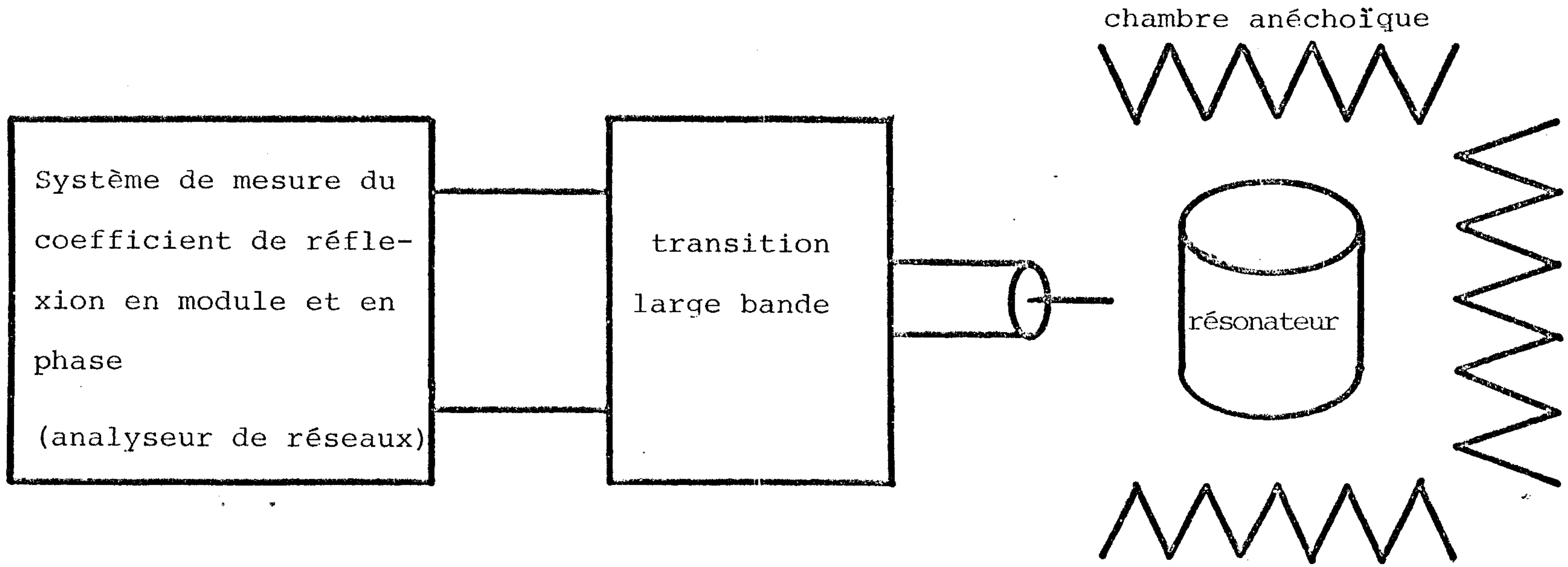

chambre anéchoïque
Système de mesure du coefficient de réflexion en module et en phase (analyseur de réseaux)
transition large bande
résonateur

Figure A8-1

Au voisinage de sa fréquence de résonance, le coefficient de réflexion du résonateur dans son plan d'entrée se met sous la forme:

$$\rho = \frac{(\beta - 1) - 2j\, Q_0\, \Delta\omega / \omega_0}{(\beta + 1) + 2j\, Q_0\, \Delta\omega / \omega_0} \qquad \text{(A8-1)}$$

ou ω_0 est la pulsation de résonance

Q_0 le coefficient de qualité du résonateur

β le coefficient de couplage à l'excitation

$\Delta\omega$ l'ecart en pulsation par rapport à la pulsation de résonance.

A partir de cette formulation, il est alors aisé de determiner les paramètres pratiques du résonateur

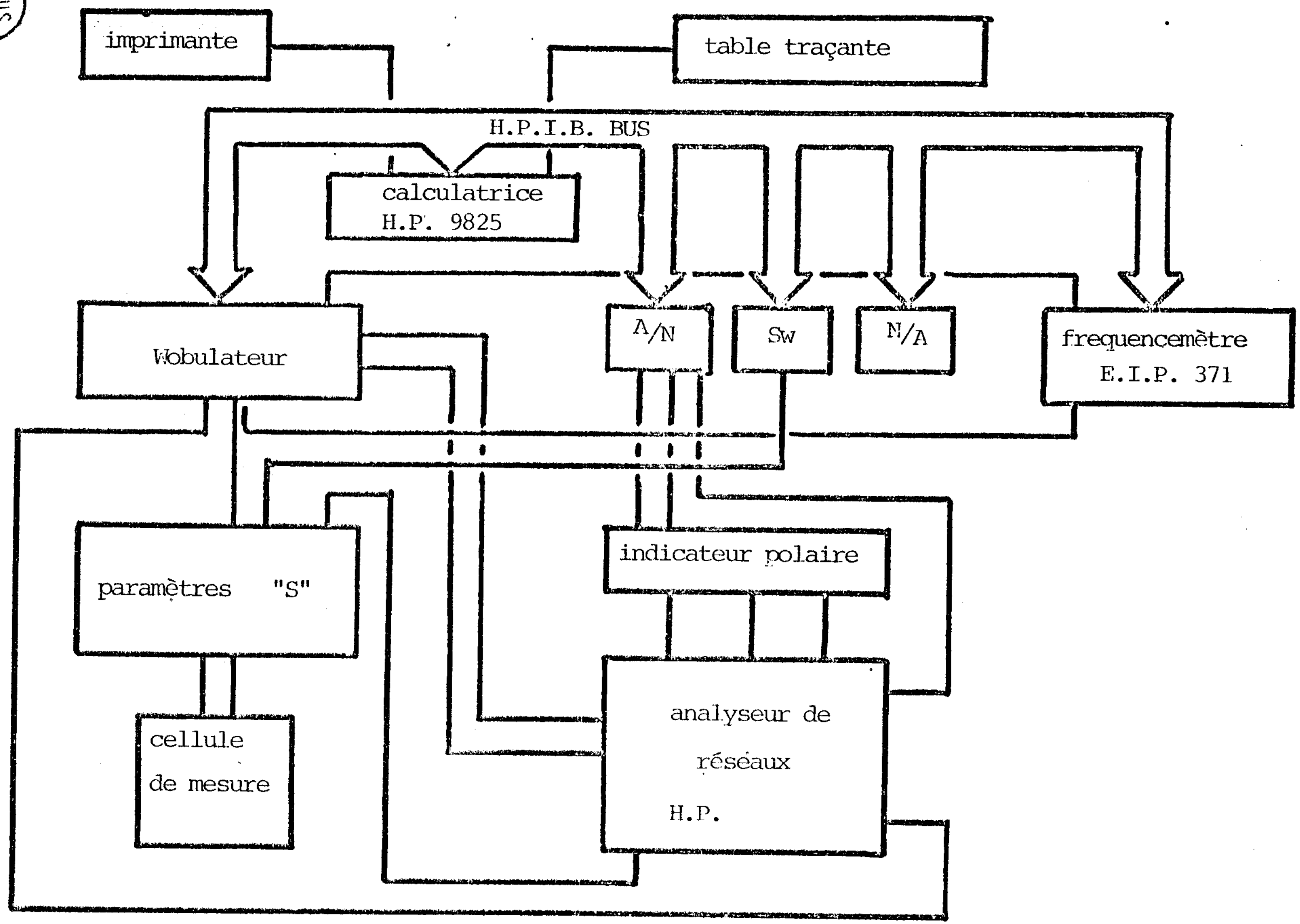
Le problème principal réside dans la necessité de localiser avec précision le plan d'entrée du résonateur. Si cela pose déja certains problème lors de la caractérisation de cavités réalisées à partir de guides fermés, il est impossible de déterminer ce plan à priori lors de la caractérisation des résonateurs diélectriques. De plus, les résonateurs non blindés ont des coefficients de qualité si faibles que la modelisation (A8-1) n'est valable que pour des fréquences très proches de la fréquence de résonance. Ces deux remarques nous ont amené à mettre au point une mesure automatique et statistique des paramètres pratiques des résonateurs sur analyseur de réseaux.

- <u>Description de la chaine de mesure</u>

La chaine de mesure est présentée sur la figure A8-2 . L'élément principal est un ensemble réflectométrique HP 8743 A associé à deux tiroirs de traitement du signal HP 8413 A et HP 8414 A.

L'ensemble est commandé par calculateur HP 9825 par l'intermédiaire d'un BUS HPIB. La fréquence du générateur peut être synchronisée sur celle du quartz d'un fréquencemètre EIP 371, la précision en fréquence obtenue est alors de l'ordre de 10^{-9} [66]. Dans cette configuration et pour des raisons pratiques, l'information module est prise à la sortie correspondante du tiroir phase-gain (HP 8413 A) alors que l'on utilise

Figure A8-2


imprimante
table traçante
H.P.I.B. BUS
calculatrice
H.P. 9825
Wobulateur
A/N
Sw
N/A
frequencemètre
E.I.P. 371
paramètres "S"
indicateur polaire
cellule
de mesure
analyseur de
réséaux
H.P.

les sorties X Y de l'indicateur polaire pour accéder à la phase.

Les possibilités techniques de ce système permettent l'utilisation d'une méthode statistique de mesure des faibles coefficients de qualité.

- Méthode statistique de mesure

Le coefficient de réflexion de la cavité mesurée est

$$\rho_{MES} = \frac{(\beta-1) - 2jQ_0\,\Delta\omega/\omega_0}{(\beta+1) + 2jQ_0\,\Delta\omega/\omega_0}\, e^{j\varphi} = \rho\, e^{j\varphi} \qquad \text{(A8-2)}$$

ou φ est la rotation de phase due à la mauvaise localisation du plan d'entrée. La méthode que l'on propose consiste à mesurer ce coefficient de réflexion pour N valeurs de la pulsation très proches de la pulsation de résonance puis à traiter ces informations pour en déduire le coefficient de qualité Q_0

Supposons que l'angle φ soit déduit des mesures, dans ce cas on a accès au coefficient de reflexion dans son plan d'entrée (ρ). On peut alors introduire la variable y (admittance réduite en théorie des lignes) telle que:

$$y = \frac{1-\rho}{1+\rho} \qquad \text{(A8-3)} \qquad\qquad \rho = \frac{1-y}{1+y} \qquad \text{(A8-4)}$$

de ces relations on extrait l'expression de

$$y_n = \frac{1}{\beta}\left(1 + 2jQ_0\,\frac{\omega_i - \omega_0 + (n+1)\,\delta\omega}{\omega_0}\right) \qquad \text{(A8-5)}$$

ou ω_i est la pulsation initiale de mesure

$\delta\omega$ est la variation de pulsation entre chaque point de mesure

En utilisant deux mesures et en décomposant en partie imaginaire et partie réelle ($y_n = R_n + j\,\mathcal{Y}_n$), on obtient les relations suivantes:

$$R_n - R_m = 0 \quad \text{et} \quad R_n = \frac{1}{\beta} \quad \forall n \qquad \text{(A8-6)}$$

$$\frac{Y_n - Y_m}{(n-m)\,\delta\omega} = \frac{2Q_0}{\beta\,\omega_0} \qquad \forall n \text{ et } \forall m \tag{A8-7}$$

Puisque l'on dispose de N mesures on obtient les relations suivantes:

$$\left\langle \frac{1}{\beta} \right\rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \mathcal{R}_n \tag{A8-8}$$

$$\left\langle \frac{2Q_0}{\beta\,\omega_0} \right\rangle = \left(\sum_{n=1}^{N} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{N} \frac{Y_n - Y_m}{(n-m)\,\delta\omega} \right) \Big/ N(N-1) \tag{A8-9}$$

d'ou la valeur moyenne du coefficient de qualité

$$\langle Q_0 \rangle = \frac{\omega_0}{2(N-1)} \; \frac{\displaystyle\sum_{n=1}^{N} \sum_{m \neq n}^{N} \frac{Y_n - Y_m}{(n-m)\,\delta\omega}}{\displaystyle\sum_{n=1}^{N} \mathcal{R}_n} \tag{A8-10}$$

Ces résultats supposent connu l'angle φ . La recherche de cet angle se fait par dichotomie la solution étant détectée pour la valeur minimum de la quantité

$$\sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \left| \mathcal{R}_n - \mathcal{R}_m \right| \tag{A8-11}$$

ou

$$\mathcal{R}_n = \text{Réelle}\left(\frac{1 - \rho_{mes}\, e^{-j\varphi}}{1 + \rho_{mes}\, e^{-j\varphi}} \right) \tag{A8-12}$$

Bibliographie

[1] Ch. VASSALLO "Notes de cours de l'école d'été d'électromagnétisme, LANNION, juillet 1973.

[2] H. KRESSEL et J.K. BUTLER "Semiconductor lasers and heterojunction LEDs" Academic Press, NEW YORK, Ch.5.

[3] F.K. REINHART, I. HAYASHI et M. PANISH "Mode reflectivity and waveguide properties of double heterostructure injection lasers" J. of APPL. Phys., vol.42, n° 11, pp. 4466-4479, Octobre 1971.

[4] J.K. BUTLER et J. ZOROOFCHI "Radiation fields of Ga As injection lasers" J. of Quantum Electron., vol QE-10, pp. 809-815, Octobre 1974.

[5] G.A. HOCKHAM et A.B. SHARPE "Dielectric waveguide discontinuities" Electronic Letters, vol. 8, pp. 230-231, Mai 1972.

[6] T. IKEGAMI "Reflectivity of mode at facet and oscillation mode in double heterojunction injection lasers" IEEE. J. Quantum Electron., vol. QE-6, pp. 470-476, Juin 1972.

[7] S.F. MAHMOUD et J.C. BEAL "Scattering of surface waves at a dielectric discontinuity on a planar waveguide" IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., vol MTT-23, pp. 193-198, Fevrier 1975.

[8] P.J. CLARRICOATS et K.R. SLINN "Numerical solution of waveguide discontinuity problems" IEE. Proc., vol. 114, pp. 878-886, Juillet 1967.

[9] T.E. ROZZI "Rigorous analysis of the step discontinuity in a planar dielectric waveguide" IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., vol MTT-26 PP. 738-746, Octobre 1978.

[10] T.E. ROZZI et G. in't VELD "Field and network analysis of interactingstep discontinuities in planar dielectric waveguide" IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., vol MTT-27, pp. 303-309, Avril 1979.

[11] T.E. ROZZI et G. in't VELD "Variational treatment of the diffraction at the facet of d.h. lasers and dielectric millimeter wave antennas" IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-28, pp. 61-73, Fevrier 1980.

[12] R. COLLIN "Field Theory of guided waves" MAC GRAW HILL, NEW YORK, 1960.

[13] Ch. VASSALLO "Discontinuité d'épaisseur dans les guides diélectriques" Colloque Optique Hertzienne et diélectrique, LILLE, 1979.

[14] R.M. KNOX et P.P. TOULIOS "Rectangular image lines for millimeter integrated circuits" Proc. of the Symposium on submillimeter waves, Mars 1970.

[15] S.T. PENG et A. OLINER "An improved calculation procedure for scattering by dielectric steps" Proc. International URSI. Symposium on electromagnetic waves, MUNICH, AOUT 1980.

[16] M. PETENZI et Ph. GELIN " Caractérisation électromagnétique de discontinuités simples ou multiples sur un guide diélectrique en boitier" présentée au congrès URSI Nord Américain, QUEBEC, Juin 1980.

[17] D. MARCUSE "Radiation losses of tapered dielectric slab waveguides" Bell Syst. Tech. J., vol. 49, pp. 273-290, février 1970.

[18] D. MARCUSE "Radiation losses of the dominant mode in round diélectric waveguide" Bell Syst. Tech. J., vol 49, p 1665, Octobre 1970

[19] D. MARCUSE et R. DEROSIER " Mode conversion caused by diameter changes of a round dielectric waveguide" Bell Syst. Tech. J., vol 48, p 3217 Décembre 1969.

[20] L. LEWIN "A method for the calculation of the radiation pattern and mode conversion properties of a solid state heterojunction laser" IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., vol MTT-23, pp. 576-585, Juillet 1975

[21] Ph. GELIN et M. PETENZI "Analyse des discontinuités transverses sur les guides ouverts et fermés. Application à l'arret brusque d'un guide plan diélctrique" Colloque O.H.D. Lille Juin 1979.

[22] Ph. GELIN, M. PETENZI, J. CITERNE " Rigorous analysis of the scattering of surface waves in an abruptly ended slab dielectric waveguide" IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., vol MTT-29, pp. 107-114, Février 1975.

[23] C.T. BAKER "The numerical treatment of integral equations" pp. 34-37, CLARENDON PRESS OXFORD.

[24] J. MATHEWS et R.L. WALKER " Mathematical methods of physics" pp. 288-289, W.A. BENJAMIN INC. New York.

[25] B. FRIEDMAN " Principles and techniques of applied mathematics" p. 36, JOHN WILEY&SONS INC. New York.

[26] B. RULF "Discontinuity radiation in surface waveguide" J. Opt. Soc. Amer., vol 65, n°11, pp. 1248-1252, Novembre 1975.

[27] Ph. GELIN, M. PETENZI, J. CITERNE "New rigorous analysis of the step discontinuity in a slab dielectric waveguide" Electronic Letters, vol. 15, n° 12, pp. 355-356, Juin 1979.

[28] Ph. GELIN, M. PETENZI, J. CITERNE "Scattering of surface waves on transverse discontinuities in planar dielectric waveguides" Proc. International URSI. Symposium on electromagnetic waves, MUNICH, Aout 1980 et, à paraitre dans RADIO SCIENCES Special Issue.

[29] Ph. GELIN, S. TOUTAIN, J.F. LEGIER, J. CITERNE "Study of localised discontinuities in open waveguides. Application to some useful microwave devices" Congrès National Polonais M.E.C.S., Octobre 1980.

[30] J.P. HUGONIN et R. PETIT "A numerical study of the problem of diffraction at a non périodic obstacle" Optics communication, n° 20, p. 360, 1977.

[31] J.P. HUGONIN et R. PETIT "A numerical study of the problem of diffraction at a locally deformed plane waveguide" Optics communication, n° 22, p. 221, 1977.

[32] J.P. HUGONIN "Etudes théoriques et numériques du guide diélectrique localement déformé" Colloque Optique Hertzienne et diélectrique, LILLE Juin 1979.

[33] J.P. HUGONIN "On the numérical study of the deformed dielectric wave-guide" Proc. International URSI. Symposium, MUNICH, Aout 1980.

[34] R.D. RICHTMYER "Dielectric resonators" J. Appl. Phys., vol. 10, n° 6 pp. 391-398, Juin 1939.

[35] H.M. SCHLICKE "Quasi degenerated modes in high permittivity dielectric cavities" J. Appl. Phys., vol. 24, pp. 187-191, Fevrier 1953.

[36] A. OKAYA "The rutile microwave resonator" Proc. of the I.R.E., vol. 48 P. 1921, Novembre 1960.

[37] Y. YEE "An investigation of microwave dielectric resonators" Microwave Laboratory Report 1065, Stanford University, Juillet 1963.

[38] A. OKAYA et L.F. BARASH "The dielectric microwave resonator" Proc. of the I.R.E., vol. 50, pp. 2081-2092, Octobre 1962.

[39] S.B. COHN "Microwave bandpass filters containing high-Q dielectric resonator" IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., vol MTT-16,pp. 218-227, Avril 1968.

[40] P. GUILLON et Y. GARAULT "Accurate resonant frequencies of dielectric resonators" IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-25, pp. 916-922, Novembre 1977.

[41] Y. GARAULT et P. GUILLON "Higher accuracy for the resonance frequencies of dielectric resonators" Electronics Letters, vol. 12, n° 18, pp. 475-476, Septembre 1976.

[42] Ph. CHOTEAU, J. CITERNE, L. RACZY, P. GUILLON "A quick accurate design of a frequency stabilized coaxial dielectric resonators" Electronics Letters, vol. 11, n° 24, pp. 570-572, Novembre 1975.

[43] Ph. CHOTEAU "Etude théorique et expérimentale de résonateurs diélectriques composites stables en température" Thèse de 3^{ième} Cycle LILLE Juin 1976

[44] S. TOUTAIN, J. CITERNE, Ph. GELIN, J.P. PARNEIX, L. RACZY "Complex Permittivity measurements of liquids using a microwave dielectric resonator" European Microwave Conference ROME 1976.

[45] T. ITOH et R.S. RUDOKAS " New method for computing the resonant frequencies of dielectric resonators" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-25, pp. 52-54, Janvier 1977.

[46] P. DEBYE " Der lichtdruck auf kugeln von behebigem material" Ann. Phys. vol. 30, n° 4, pp. 57-136, 1909.

[47] M. GASTINE, L. COURTOIS, J.L. DORMAN "Electromagnetic resonances of free dielectric spheres" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-15 n° 12, pp. 694-700, Décembre 1967.

[48] J. Van BLADEL " On the resonances of a dielectric resonator of very high permittivity" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-23 n° 2, pp. 199-208, Février 1975.

[49] M. VERPLANKEN et J. Van BLADEL "The electric dipole resonances of ring resonators of very high permittivity" IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-24, pp. 108-112, Fevrier 1976.

[50] M. VERPLANKEN et J. Van BLADEL "The magnetic dipole resonances of ring resonators of very high permittivity" IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-27, pp. 328-334, Avril 1979.

[51] C. CHANG et T. ITOH "Resonant characteristics of dielectric resonators for millimeter-waves integrated circuits" A.E.Ü., 33, 4, pp. 141-144, 1979.

[52] L. PETERSON "On the theory of coupling between finite dielectric resonators" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-24,pp. 615-618, Septembre 1976

[53] Y. KONISHI "External Q of a TE_{01} dielectric resonator used for wave-guide band-pass filter" Transaction of the IECE of JAPAN, vol. 59, n° 1, Janvier 1976

[54] P. GUILLON "Contribution à l'étude des résonateurs dielectriques. Application aux filtres microondes" Thèse d'état LIMOGES, Mars 1978.

[55] Ph. GELIN, M. PETENZI, P. KENNIS, J. CITERNE "Analysis of the scattering mechanism in an abruptly ended rod dielectric waveguide. Application to the determination of the characteristics of dielectric resonators." Proc. MTT Symposium pp. 220-222, WASHINGTON, Mai 1980.

[56] Ph. GELIN, S. TOUTAIN, P. KENNIS, J. CITERNE "Scattering of the TE_{01} and TM_{01} modes on transverse discontinuities in a rod dielectric waveguide. Application to the dielectric resonators." IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-29, pp. 712-719, Juillet 1981.

[57] L. FAUCON, P. KENNIS, S. TOUTAIN, Ph. GELIN "Characterisation of packaged dielectric resonators coupled to microstrip-line" European Microwave Conference, VARSOVIE, Septembre 1980.

[58] H. HERMERT "Guided modes and radiation characteristics of covered microstrip-line" A.E.Ü, vol. 30, pp. 65-70, 1976

[59] H. HERMERT "Field distribution of microstrip guided waves" A.E.Ü., vol. 31, pp. 145-149, 1977

[60] H. HERMERT "Guiding characteristics and radiation characteristics of planar waveguides" European Microwave Conference, VARSOVIE, Septembre 1980.

[61] Ph. GELIN, S. TOUTAIN, J.F. LEGIER "A new analytical model for rectangular image guide" Electronics Letters, vol. 16, n° 11, Mai 1980.

[62] J.F. LEGIER, S. TOUTAIN, Ph. GELIN, J. CITERNE "Multimodal characterisation of flat dielectric rectangular image guides" European Microwave Conference, VARSOVIE, Septembre 1980.

[63] S. TOUTAIN Thèse d'état à paraitre

[64] A. DERYCKE, L. DUPONT, M. Del GUIDICE, G. SALMER "An accurate broadband desktop computer modeling for radial integrated microwave circuits" European Microwave Conference, PARIS, Septembre 1978.

[65] A. DERYCKE Thèse d'état à paraitre

[66] E. PLAYEZ "Cours de DEA"