

50576  
1981  
124

50376  
1981  
124

N° d'ordre : 523

# THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES**

par

Bernard DEMOULIN

Maître ès Sciences

86 343  
036 120470

## ETUDE DE LA PÉNÉTRATION DES ONDES ELECTROMAGNÉTIQUES A TRAVERS DES BLINDAGES HOMOGÈNES OU DES TRESSSES A STRUCTURE COAXIALE



Soutenu le 17 juin 1981 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury MM.

P. GRIVET

Président, Rapporteur

P. DEGAUQUE

Rapporteur

J. FONTAINE

Rapporteur

R. GABILLARD

Rapporteur

M. BOUTONNAT

Examineur

R. LE BLANC

Examineur

J.R. WAIT

Examineur

B.U. LILLE 1



D 030 105143 8

A mes parents,

A Marine,

Ce travail a été effectué au LABORATOIRE DE RADIOPROPAGATION ET ELECTRONIQUE de l'Université des Sciences et Techniques de LILLE dirigé par Monsieur le Professeur GABILLARD.

Qu'il me soit permis d'exprimer à Monsieur le Professeur GABILLARD mes sentiments de profonde gratitude pour les encouragements et les nombreux conseils qu'il m'a prodigués tout au long de ce travail.

Je remercie Monsieur le Professeur P. GRIVET, Membre de l'Institut, de m'avoir fait l'honneur de juger mon travail et de présider le jury. Qu'il veuille bien trouver ici l'expression de ma déférente gratitude.

Pendant toute la durée de cette étude, j'ai bénéficié des conseils et encouragements de Monsieur le Professeur P. DEGAUQUE. Cette collaboration a été très enrichissante et a contribué à susciter ma passion pour la recherche. Je tiens à lui exprimer toute ma reconnaissance pour cette aide amicale et efficace.

Je remercie Monsieur le Professeur J. FONTAINE de l'Université de CLERMONT-FERRAND de m'avoir fait l'honneur de juger mon travail et de participer au jury. Je tiens à lui exprimer toute ma reconnaissance.

Monsieur le Professeur J.R. WAIT de l'Université d'Arizona a accepté d'examiner ce travail et de participer au jury. Qu'il me soit permis de lui exprimer mes remerciements et ma reconnaissance.

Une partie de ce travail a été effectuée sous contrat avec le Centre d'Etudes et Recherches des Charbonnages de France (C.E.R.CHAR). Je tiens à remercier Monsieur GAGNIERE qui a suivi depuis de nombreuses années le déroulement du projet. Je remercie également Monsieur M. BOUTONNAT qui me fait l'honneur d'examiner mon travail et de participer au jury.

Je remercie également Monsieur M. LE BLANC Chef de Département à la Société Aérospatiale qui a bien voulu examiner mon travail et participer au Jury.

Je tiens à remercier Monsieur M. CAUTERMAN Membre du Laboratoire, pour l'aide amicale qu'il m'a apportée tout au long de ce travail. Tous les autres membres de l'équipe de recherches ont également apporté leur collaboration sympathique, qu'ils soient tous remerciés.

Ces remerciements s'adressent également à l'ensemble du personnel technique et administratif et plus particulièrement aux personnes ayant contribué à l'élaboration de ce document : Mme GARDIN, Melle CAMBIE, MM DEHORTER et PLUQUET.

Je ne terminerai pas cet avant propos sans exprimer ma reconnaissance aux personnels du C.E.R.CHAR, des Houillères des bassins, (du Nord- Pas-de-Calais de Lorraine et de Provence) pour leur collaboration spontanée mais efficace qui a grandement facilitée le déroulement des campagnes de mesures.

Je remercie également le service des Relations Extérieures des Houillères du Bassin Nord- Pas-de-Calais et la rédaction du magazine "Relais" pour la production de documents photographiques.

# S O M M A I R E

=====

## INTRODUCTION

## CHAPITRE I : IMPEDANCE DE TRANSFERT DES STRUCTURES COAXIALES A BLINDAGES

### HOMOGENES

#### I.1. Définition de l'impédance de transfert des blindages homogènes

I.1.1. Choix de la définition de l'impédance de transfert

I.1.2. Formalisme introduit par S.A. SCHELKUNOFF

I.1.3. Formalisme utilisant la théorie des guides d'ondes

I.1.4. Formalisme utilisant le modèle plan

I.1.5. Formalisme basé sur le concept d'impédance et admittance mutuelles

#### I.2. Impédance de transfert de deux blindages homogènes et concentriques

I.2.1. Application du formalisme des guides d'ondes

I.2.2. Calcul de l'impédance de transfert par le modèle des blindages plans

I.2.3. Calcul de l'impédance de transfert équivalente par l'application du formalisme des lignes couplées

I.2.4. Comparaison des trois modèles

#### I.3. Optimisation de l'impédance de transfert d'une structure coaxiale à trois blindages successifs

I.3.1. Position du problème

I.3.2. Influence des paramètres géométriques

I.3.3. Influence des paramètres physiques

I.3.4. Conclusion

## CHAPITRE II : DETERMINATION EXPERIMENTALE DES PARAMETRES DE TRANSFERT D'UN CABLE COAXIAL

### II.1. Expérimentation utilisant les signaux sinusoïdaux

II.1.1. Configuration du banc de mesures

II.1.2. Réalisation pratique

II.1.3. Résultats de mesures obtenus sur trois échantillons

### II.2. Introduction des notions "d'inductance" et de "capacité" de transfert

II.2.1. Définition des inductance et capacité de transfert

II.2.2. Calcul de la réponse en régime harmonique

### II.3. Réponse d'un câble coaxial soumis à une perturbation E.M. engendrée par une impulsion de courant

II.3.1. Réponse à des impulsions rectangulaires

II.3.2. Réponse à des impulsions de forme trapézoïdale

II.3.3. Construction de la réponse au moyen de la transformation rapide de FOURIER

II.3.4. Identification des "Impédance" et "Capacité" de transfert par observation directe

### II.4. Développement d'un banc de mesures donnant accès aux variations des "modules" et "phases" des paramètres de transfert

II.4.1. Passage au domaine temporel et au domaine spectral

II.4.2. Mise en oeuvre de l'expérimentation

II.4.3. Traitement numérique des signaux

II.4.4. Applications de la méthode de mesures

II.4.5. Déconvolution des signaux

II.4.6. Améliorations envisageables du banc de mesures

CHAPITRE III : PARAMETRES DE TRANSFERT DES BLINDAGES TRESSES EN STRUCTURE COAXIALE. CAS DES BLINDAGES A FAIBLE RECOUVREMENT

III.1. Pénétration du champ électromagnétique dans un blindage tressé, relation avec les phénomènes de diffraction

III.1.1. Expériences mettant en évidence les phénomènes de diffraction

III.1.2. Inductance et capacité de transfert équivalentes à une ouverture pratiquée sur le blindage d'un câble coaxial

III.2. Inductance et capacité de transfert d'une distribution d'ouvertures dans un blindage homogène

III.2.1. Application de la théorie de la diffraction au problème de la distribution périodique d'ouvertures

III.2.2. Inductance de transfert et capacité de transfert d'une distribution d'ouvertures circulaires

III.3. Détermination des paramètres de transfert des tresses à faible recouvrement optique

III.3.1. Caractérisation géométrique des tressés

III.3.2. Détermination des paramètres de transfert des blindages tressés à partir de l'expérimentation

III.3.3. Détermination analytique de l'inductance et capacité de transfert du blindage tressé

III.3.4. Comparaison des résultats de l'expérimentation et du calcul des paramètres de transfert

III.4. Autres approches permettant le calcul des paramètres de transfert d'une tresse à faible recouvrement

III.4.1. Généralités

III.4.2. Calcul de l'inductance de transfert d'une tresse à fuseaux filiformes.

CHAPITRE IV : PARAMETRES DE TRANSFERT DES BLINDAGES TRESSÉS EN STRUCTURE  
COAXIALE. CAS DES BLINDAGES A RECOUVREMENT IMPORTANT

IV.1. Classification des blindages en fonction des résultats  
obtenus lors des expériences

IV.1.1. Caractéristiques des échantillons expérimentés

IV.1.2. Expériences où les phénomènes de couplage s'apparentent  
à la diffraction

IV.1.3. Expériences où les phénomènes de couplage suivent le  
modèle inductance de transfert

IV.1.4. Expériences où les phénomènes de couplage s'apparentent  
aux courants de FOUCAULT induits

IV.1.5. Remarques générales sur les résultats d'expériences

IV.2. Construction des modèles théoriques traduisant le  
comportement des blindages

IV.2.1. Couplage électromagnétique par diffraction par les  
ouvertures

IV.2.2. Couplage électromagnétique par induction de courants  
de FOUCAULT

IV.3. Application de l'étude des paramètres de transfert aux  
problèmes d'efficacité de blindage

IV.3.1. Application au calcul de la réponse transitoire d'un  
système

IV.3.2. Application à l'optimisation de l'efficacité de blindage  
des tresses

CHAPITRE V : MISE EN OEUVRE D'UNE TELECOMMUNICATION EN GALERIES DE MINES  
A PARTIR D'UN RESEAU DE CABLE COAXIAL A FUITES

V.1. Résultats des campagnes de mesures effectuées sur les  
réseaux équipés de la première génération de câble CERLIL

V.1.1. Caractérisation de la première génération de câble CERLIL

V.1.2. Résultats obtenus sur les sites d'exploitation

V.1.3. Possibilités d'amélioration des liaisons poste fixe -  
poste mobile

V.2. Etude de la nouvelle génération de câble CERLIL

V.2.1. Modélisation théorique des paramètres du câble à fuites  
de type CERLIL

V.2.2. Recherche des caractéristiques géométriques du câble  
coaxial à fuites CERLIL-2

V.2.3. Comparaison des câbles CERLIL-1 et CERLIL-2 du point  
de vue de l'exploitation

V.2.4. Comportement des câbles à fuites vis à vis des  
perturbations électromagnétiques.

CONCLUSION

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXES

FORMULAIRE

# INTRODUCTION

## I N T R O D U C T I O N

=====

La présence conjointe des sources de rayonnement électromagnétique de plus en plus nombreuses et des équipements électroniques devenus complexes et sensibles entraîne des effets indésirables.

Leurs conséquences sont bien souvent traduites par un dérangement momentané ou permanent de certaines fonctions.

Une réglementation nationale et internationale définit l'utilisation du spectre de fréquences et tente de donner aux constructeurs et utilisateurs des normes concernant l'immunité aux parasites.

L'action entreprise consiste à limiter le rayonnement perturbateur et à munir les équipements de protections suffisantes contre les risques de perturbations.

Ces fonctions sont assurées en priorité par les blindages et plus particulièrement par ceux situés au niveau des liaisons galvaniques reliant les équipements.

La protection électromagnétique consiste à éviter la pénétration du champ à l'intérieur des lignes véhiculant les signaux. Les câbles coaxiaux équipés d'un blindage suffisamment efficace peuvent résoudre le problème.

Le travail faisant l'objet de notre thèse est l'étude expérimentale et théorique de la pénétration du champ électromagnétique à travers les structures coaxiales.

La technologie couramment mise en oeuvre dans la fabrication des câbles coaxiaux fait généralement appel à trois variétés de blindages.

Les blindages homogènes, les blindages composés de rubans enroulés et les blindages tressés pour lesquels la densité des conducteurs caractérise le recouvrement de la tresse.

Notre thèse constitue une étude théorique et expérimentale de l'ensemble des divers problèmes de blindages utilisables pour les câbles coaxiaux.

Cette étude nous a conduit à des applications pratiques importantes. Concernant d'une part, l'optimisation de câbles à haute immunité aux parasites et d'autre part, une application qui tire au contraire parti d'une insuffisance de blindage du câble coaxial.

Comme nous le montrerons au chapitre V, ces câbles appelés câbles à fuites sont utilisés pour assurer des télécommunications dans des galeries de mines. Une part importante de notre travail de thèse a consisté à rechercher l'optimisation de ces câbles. Cette étude a été effectuée sous contrat avec le C.E.R.CHAR.\*

Nos travaux ont déjà donné lieu à un développement industriel appréciable.

Pour caractériser "l'efficacité de blindage" présentée par le conducteur extérieur du câble coaxial, il faut utiliser un paramètre susceptible de s'adapter aux configurations les plus diverses.

Dans un premier chapitre nous nous intéressons à l'efficacité des blindages homogènes définie au moyen de l'impédance de transfert.

Cette grandeur linéique est introduite par quatre formalismes différents qui font chaque fois apparaître le caractère universel de ce paramètre.

Une première application concerne tout d'abord le calcul de l'efficacité de blindage des câbles composés de deux blindages concentriques. Nous montrons à l'aide du formalisme des lignes couplées que les résultats sont fortement influencés par les résonances liées à la longueur du câble et par la nature des impédances connectées entre les blindages. Les éléments apportés par cette première étape sont ensuite généralisés aux câbles composés de trois blindages concentriques.

En agissant individuellement sur chaque paramètre géométrique et électrique, nous recherchons par l'approche théorique l'optimisation de l'efficacité de blindage.

La pénétration du champ électromagnétique dans les blindages homogènes est essentiellement due à la diffusion de la composante électrique parallèle à la surface. Lorsqu'il s'agit de tresses, la structure hétérogène du blindage complique singulièrement le mécanisme de pénétration.

Pour expliquer complètement les résultats expérimentaux nous devons généraliser le formalisme des impédances et admittances mutuelles. A l'impédance de transfert définie précédemment il faut ajouter une inductance et une capacité de transfert.

Le second chapitre est consacré à la description d'un procédé de mesures destiné à isoler chacun de ces trois paramètres.

L'originalité de la méthode que nous avons mise au point réside dans l'utilisation d'une technique temporelle. Des impulsions de courant de forme trapézoïdale correctement calibrées en durée et temps de transition sont injectées dans la tresse du câble. Nous montrons à l'aide de quelques exemples que la forme et l'amplitude des tensions perturbatrices recueillies aux extrémités du câble permet d'identifier les paramètres de transfert.

Le traitement des signaux par transformation de FOURIER nous donne ensuite accès aux variations en fonction de la fréquence du module et de la phase de l'impédance et admittance de transfert.

Les résultats expérimentaux montrent l'analogie existant entre la diffraction du champ par les ouvertures et le comportement des tresses à faible recouvrement.

Pour calculer les inductance et capacité de transfert équivalentes à une distribution d'ouvertures LEE et BAUM ont introduit un formalisme basé sur la théorie de la diffraction.

Dans un troisième chapitre nous développons ce formalisme et nous le généralisons au calcul des inductance et capacité de transfert d'un câble coaxial à blindage tressé. Les paramètres de transfert s'expriment alors simplement en fonction des caractéristiques géométriques de la tresse.

Pour délimiter le domaine de validité du modèle, une comparaison des résultats théoriques et expérimentaux a été entreprise sur quelques prototypes de tresses.

Lorsqu'il s'agit de tresse à très faible recouvrement le calcul peut être mené conformément à la théorie des tresses filiformes proposée par WAIT. Nous développons les étapes essentielles de la démonstration et donnons quelques résultats.

Pour des tresses à recouvrement important le mécanisme de pénétration de l'onde est étroitement relié à la structure géométrique de la tresse.

Dans le quatrième chapitre nous montrons à partir de nombreuses expériences que la pénétration du champ peut suivre deux types de comportements.

Pour certaines configurations particulières de l'angle de tressage et du recouvrement, les résultats s'apparentent à ceux rencontrés lors de l'étude de la diffraction par les ouvertures. Dans les autres cas nous interprétons le couplage électromagnétique par un phénomène d'induction de courants de FOUCAULT sur la surface de contact des fuseaux. Ce raisonnement nous conduit à exprimer l'impédance de transfert de la tresse sous une forme analytique simple. La confrontation de ce modèle avec les résultats expérimentaux nous a d'ailleurs donné satisfaction.

Il existe une opposition de phase entre ces deux phénomènes de couplage électromagnétique, cette particularité peut être exploitée de façon à rechercher une compensation donnant une efficacité de blindage optimale. Nous montrons à partir d'une expérience pratiquée sur un échantillon de tresse, qu'une très petite variation des paramètres géométriques permet d'atteindre l'impédance de transfert minimum. Le gain réalisé sur l'efficacité de blindage est de 20 dB.

Le cinquième chapitre de notre thèse concerne l'étude des télécommunications en galeries de mines à partir d'un câble coaxial à fuites dont nous rappelons brièvement le principe.

Un émetteur connecté à l'extrémité du câble engendre un mode de propagation à l'intérieur de la structure coaxiale. Le faible recouvrement de la tresse favorise la transition de l'énergie vers l'extérieur, un récepteur situé dans l'environnement du câble sera ainsi soumis au champ rayonné .

Le câble coaxial à fuites permet de cette façon d'établir une liaison bidirectionnelle entre un poste fixe et un poste mobile.

Une première génération de câble avait été définie il y a quelques années à partir d'une étude empirique. Cette première génération était prévue pour des liaisons d'une longueur de 2 000 mètres plusieurs réseaux sont actuellement implantés et donnent satisfaction.

L'extension à des liaisons hertziennes pouvant atteindre 10 kilomètres a nécessité une recherche sur l'amélioration des installations futures.

Des résultats de mesures pratiquées in-situ ont révélé que l'insertion d'amplificateurs peut compenser efficacement l'atténuation engendrée au cours de la propagation. Compte tenu des conditions imposées par le milieu environnant, le câble sera utilisé simultanément comme support hertzien et ligne d'alimentation. Cette contrainte a imposé une révision des caractéristiques de la première génération et notamment une diminution importante de la résistance linéique de la tresse.

L'étude fondamentale des tresses à faible recouvrement nous a conduit à la détermination des caractéristiques d'une nouvelle génération de câble.

La réalisation est maintenant passée au stade industriel, plusieurs kilomètres de ce nouveau câble ont été fabriqués. Les mesures faites au laboratoire ont montré que les prévisions théoriques de l'inductance de transfert, de l'atténuation linéique du mode de propagation coaxial et de la résistance de la tresse sont respectées.

Un réseau de deux milles mètres vient d'être implanté sur un site d'exploitation minier, une campagne de mesures a été récemment entreprise. Les résultats obtenus montrent que la nouvelle génération de câble permet une amélioration appréciable des performances de la liaison hertzienne tout en réduisant la résistance linéique de la tresse dans un rapport qui autorise l'insertion d'amplificateurs.

Le présent travail est accompagné de quelques annexes contenant le détail de certains calculs.

# CHAPITRE I

## CHAPITRE I

=====

### IMPEDANCE DE TRANSFERT DES STRUCTURES COAXIALES

#### A BLINDAGES HOMOGENES

---

Dans le premier chapitre nous définissons l'efficacité de blindage à partir de la notion d'impédance de transfert, nous montrons comment ce paramètre est relié aux quatre formalismes suivants :

- le formalisme introduit par SCHELKUNOFF [1] qui généralise le concept d'impédance de surface d'un câble coaxial de dimension longitudinale infinie.
- le formalisme des guides d'ondes où le blindage est considéré individuellement (sans conducteur intérieur). [12]
- le formalisme des blindages plans qui est un cas particulier du précédent. La formulation est beaucoup plus simple puisqu'elle s'apparente au problème de la pénétration de l'onde plane normale à un plan conducteur [11]
- le formalisme des impédances et admittances mutuelles, l'impédance de transfert devient l'impédance mutuelle reliant la ligne perturbatrice et la ligne coaxiale. [6]

Cette dernière approche conduit à l'application de la théorie des lignes couplées. L'efficacité de blindage s'exprime alors en fonction du courant perturbateur et des tensions apparaissant aux extrémités du câble.

Les formalismes des guides d'ondes, des blindages plans et des lignes couplées sont appliqués au cas particulier de deux structures concentriques.

La théorie des lignes couplées est ensuite généralisée pour étudier l'efficacité d'un câble comportant trois blindages concentriques.

## I.1. Définition de l'impédance de transfert des blindages homogènes

### I.1.1. Choix de la définition de l'impédance de transfert

Le choix d'une définition de l'impédance de transfert d'un câble coaxial doit satisfaire un double objectif :

- rechercher une grandeur linéique caractérisant l'efficacité de blindage du câble.
- rechercher la définition d'un paramètre primaire permettant la résolution d'un système de lignes couplées.

Pour répondre au premier objectif, nous nous plaçons dans l'hypothèse des structures de longueurs infinies. L'impédance de transfert est tout d'abord introduite par le concept d'impédance de surface avec le formalisme de S.A. SCHELKUNOFF. La définition de l'impédance de transfert peut aussi se faire à partir d'un raisonnement basé sur la théorie des guides d'ondes ou des modèles plans. Cette seconde possibilité facilite l'extension du formalisme au problème des blindages successifs.

Pour répondre au second objectif nous faisons l'analogie avec la théorie des lignes de transmission couplées. L'impédance de transfert définie précédemment devient une impédance mutuelle. Cette notion offre plus de généralité pour l'application au problème des blindages successifs et des blindages tressés.

Dans ce paragraphe nous développons les hypothèses sur lesquelles sont fondées chacune de ces définitions et les résultats obtenus.

### I.1.2. Formalisme introduit par S.A. SCHELKUNOFF

Dans un article écrit en 1934 et consacré à la théorie électromagnétique du câble coaxial S.A. SCHELKUNOFF [1] [2] établit une équation permettant le calcul de l'impédance de transfert du blindage d'un câble.

Cette approche théorique considère le câble parcouru par deux courants. Un courant  $I_2$ , appelé courant perturbateur et un courant  $I_1$  attaché au câble coaxial ;  $I_2$  circule dans le blindage et la masse servant de conducteur de retour,  $I_1$  circule dans le blindage et le conducteur intérieur au câble coaxial.

La répartition de chacun de ces courants est représentée dans la section d'une structure coaxiale par le schéma de la figure (I.1)

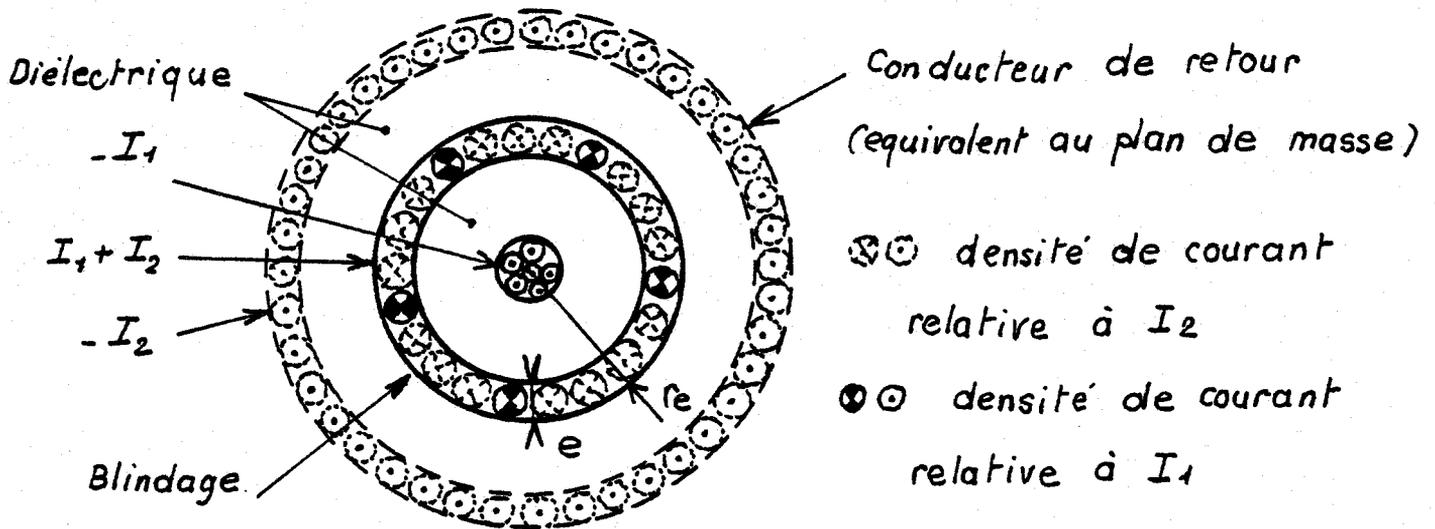


Figure (I - 1)

A partir de ce formalisme, nous pouvons admettre qu'au sein du blindage, il y a superposition de deux densités de courant dues à l'effet perturbateur et à sa conséquence.

L'application du principe de superposition suppose toutefois que les constantes physiques des matériaux composant le câble sont linéaires.

En utilisant le concept d'impédance de surface S.A. SCHELKUNOFF écrit l'expression donnant le champ électrique sur les surfaces intérieures et extérieures au blindage. Le système obtenu s'exprime alors en fonction des courants  $I_1$  et  $I_2$ , il comporte 4 coefficients homogènes à des impédances linéiques.

A chacun de ces coefficients va correspondre les impédances de surface et l'impédance de transfert propre au blindage.

Considérons le câble coaxial, auquel nous attachons un repère cylindrique  $(r, \theta, z)$  Fig.(I,2)

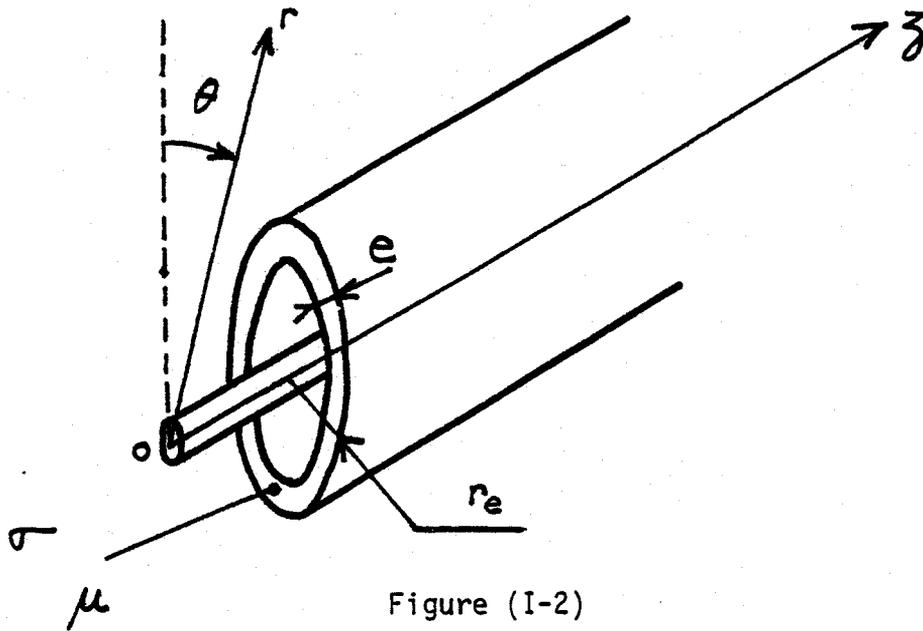


Figure (I-2)

Le blindage est de section circulaire de rayon extérieur "r<sub>e</sub>" et d'une épaisseur uniforme "e".

L'espace intérieur au blindage contient le conducteur central isolé dans un diélectrique.

Le blindage a une conductivité  $\sigma$  et une perméabilité absolue  $\mu$ . Les expressions du champ électromagnétique dans le blindage sont solutions de l'équation d'onde.

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0 \quad (I-1)$$

où  $k^2 = (\omega^2 \mu \epsilon + j\omega \mu \sigma)^{1/2} \quad (I-2)$

Cette notation suppose une dépendance du temps de la forme  $e^{-j\omega t}$  et fait abstraction des sources de courant localisées.

Si nous admettons une répartition du champ uniforme sur la périphérie du blindage en négligeant les courants radiaux, le champ E.M. dans le blindage est limité aux deux seules composantes  $E_z$  et  $H_\theta$ . Elles peuvent s'écrire sous la forme :

$$H_\theta(r, z) = [AJ_1(k'r) + BN_1(k'r)] (A_0 e^{\Gamma z} + B_0 e^{-\Gamma z}) \quad (I-3)$$

$$E_z(r, z) = \eta_0 [AJ_0(k'r) + BN_0(k'r)] (A_0 e^{\Gamma z} + B_0 e^{-\Gamma z}) \quad (I-4)$$

où  $\eta_0 = \frac{k}{\sigma} \quad (I-5)$  et  $k'^2 = k^2 + \Gamma^2 \quad (I-6)$

J et N sont les fonctions de BESSEL de 1<sup>re</sup> et 2<sup>me</sup> espèce d'ordre 0 et 1  
 $r$  est solution de l'équation modale obtenue lorsque nous appliquons les conditions de continuité du champ sur la surface du blindage. Compte tenu de la conductivité élevée, le calcul de  $r$  est singulièrement simplifié puisque nous obtenons la constante de propagation du mode TEM des lignes de transmission conduisant à l'approximation (annexe I-1) :

$$|r| \ll |k| \text{ soit } k' \approx k \quad (\text{I-7})$$

Les composantes  $E_z$  et  $H_\theta$  sont ensuite reliées aux courants  $I_1, I_2$ , par les deux systèmes suivants :

$$\begin{cases} E_z(r_e - e) = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ E_z(r_e) = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \quad (\text{I-8})$$

$$\begin{cases} H_\theta(r_e - e) = - \frac{I_1}{2\pi(r_e - e)} \\ H_\theta(r_e) = \frac{I_2}{2\pi r_e} \end{cases} \quad (\text{I-9})$$

Le système (I-8) introduit les impédances de surface ( $Z_{11}$  et  $Z_{22}$ ), le système (I-9) traduit l'application du théorème d'AMPERE en supposant que les dimensions transversales sont très petites vis à vis de la longueur d'onde.

La substitution des expressions (I-3) et (I-4) des composantes  $E_z$  et  $H_\theta$  dans les systèmes (I-8) et (I-9) permet de calculer analytiquement et de façon exacte chacun des éléments  $Z_{ij}$ .

$$(\text{I-10}) \quad Z_{11} = \frac{\eta_0}{2\pi(r_e - e)} \frac{N_1(kr_e) J_0[k(r_e - e)] - J_1(kr_e) N_0[k(r_e - e)]}{\Delta}$$

$$Z_{22} = \frac{\eta_0}{2\pi r_e} \frac{J_0(kr_e) N_1[k(r_e - e)] - J_1[k(r_e - e)] N_0(kr_e)}{\Delta} \quad (I-11)$$

Nous avons également symétrie des éléments  $Z_{12}$  et  $Z_{21}$

$$Z_{12} = Z_{21} = - \frac{\eta_0}{\pi^2 k r_e (r_e - e)} \frac{1}{\Delta} \quad (I-12)$$

expression dans lesquelles

$$\Delta = J_1(kr_e) N_1[k(r_e - e)] - J_1[k(r_e - e)] N_1(kr_e) \quad (I-13)$$

Nous pouvons interpréter chacun de ces éléments et leur donner une signification physique :

$Z_{11}$  est l'impédance de surface intérieure au blindage c'est d'ailleurs cette impédance qui intervient dans le calcul de la constante de propagation de la ligne coaxiale. Nous utiliserons plutôt le symbole  $Z_{1int}$ .

$Z_{22}$  est l'impédance de surface extérieure au blindage, nous utiliserons le symbole  $Z_{1ext}$ .

$$Z_{11} = Z_{1int} \quad \text{et} \quad Z_{22} = Z_{1ext} \quad (I-14)$$

$Z_{12}$  et  $Z_{21}$  représentent  $Z_t$

l'IMPEDANCE DE TRANSFERT du blindage.

Les expressions analytiques font aussi apparaitre la propriété intéressante de symétrie du paramètre impédance de transfert

$$Z_{12} = Z_{21} = Z_t \quad (I-15)$$

(Le symbole utilisé par la suite pour caractériser l'impédance de transfert est  $Z_t$ ).

I.1.3. Formalisme utilisant la théorie des guides d'ondes

Considérons la structure du blindage représentée sur la figure (I-3), divisons l'espace en trois milieux distincts 1, 2 et 3

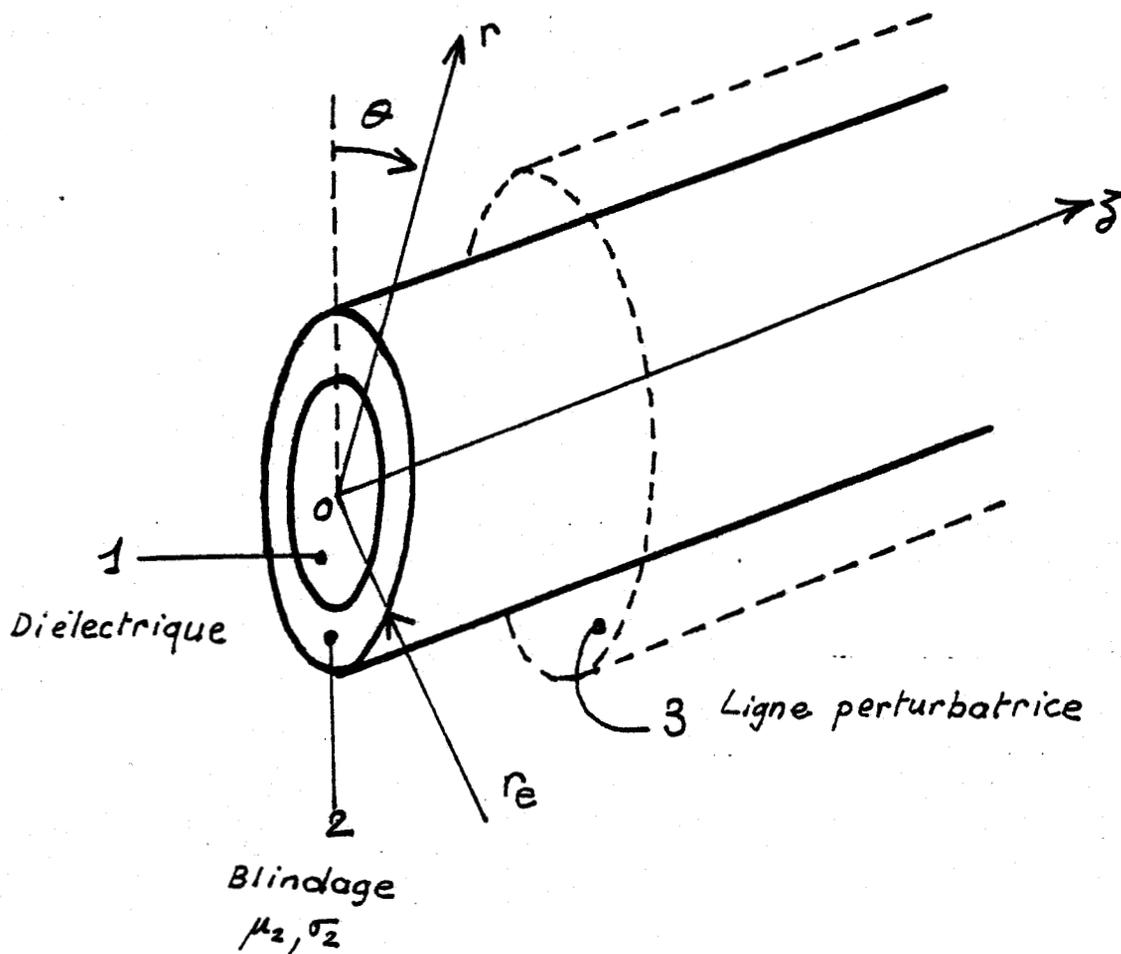


Figure (I-3)

Cette formulation fait abstraction du conducteur intérieur, le blindage se comporte de cette façon comme un guide cylindrique creux couplé à une ligne perturbatrice coaxiale.

Le champ électromagnétique dans le blindage s'exprime d'une façon tout à fait analogue aux expressions (I-3) et (I-4) pour  $E_z$  et  $H_\theta$ .

L'impédance de transfert est alors donnée par le rapport du champ électrique sur la surface intérieure au blindage au courant parcourant la section du blindage soit :

$$Z_t = \frac{E_{z2}(r = r_e - e)}{I} \quad (I-16)$$

avec 
$$I = \int_{r_e}^{r_e - e} \sigma_2 E_{z2}(r) 2\pi r dr \quad (I-17)$$

Le rapport A/B des constantes intervenant dans les expressions de  $E_z$  et  $H_\theta$  est calculé à partir de la condition imposée au champ magnétique sur la surface intérieure du blindage.

En effet si les dimensions transversales des blindages sont petites par rapport à la longueur d'onde, le guide d'ondes cylindrique intérieur au blindage fonctionne en modes évanescents, ce comportement implique la condition

$$H_{\theta 1}(r = r_e - e) = 0 \quad (I-18)$$

L'expression analytique de l'impédance de transfert obtenue à partir de (I-16) est dans ce cas tout à fait identique aux paramètres  $Z_{12}$  et  $Z_{21}$  de la théorie de S.A. SCHELKUNOFF.

#### I.1.4. Formalisme utilisant le modèle plan

Lorsque l'épaisseur du blindage est petite vis à vis du rayon du blindage. Nous pouvons assimiler la diffusion du champ électrique à la pénétration d'une onde plane dans une paroi conductrice illuminée sous incidence normale figure (I-4)[9]

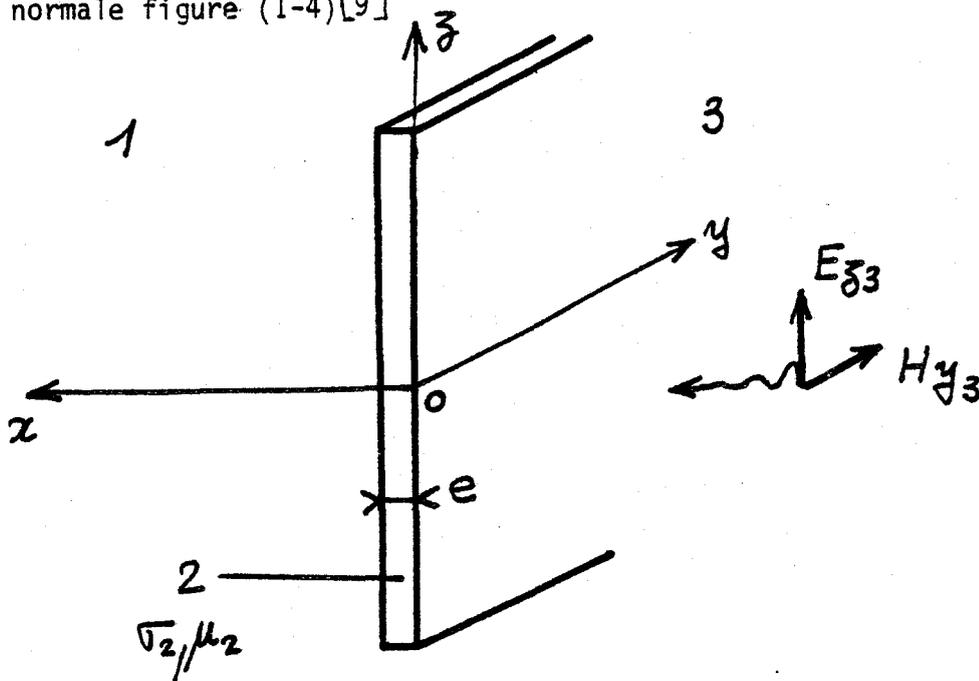


Figure (I-4)

L'impédance de transfert est donnée par l'expression (I-16) dans laquelle le champ électrique est déterminé à l'ombre de la paroi

$$E_{z2}(r = r_e - e) = E_{z2}(x = e) \quad (I-19)$$

Le courant I est le résultat du théorème d'AMPERE appliqué sur la surface extérieure du blindage de forme cylindrique :

$$I = - 2\pi r_e H_{y2}(x = 0) \quad (I-20)$$

Nous obtenons l'expression analytique de l'impédance de transfert

$$Z_t = - \frac{\omega \mu_0}{2\pi r_e} \frac{1}{k_1 \operatorname{ch}(jk_2 e) + k_2 \frac{\mu_0}{\mu_2} \operatorname{sh}(jk_2 e)} \quad (I-21)$$

où  $k_1^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_1$  et  $k_2 = (j\omega \mu_2 \sigma_2)^{1/2}$  (I-22)

lorsque  $e \ll r_e$ , nous obtenons aux fréquences basses ( $|k_2 e| \ll 1$ ) et aux fréquences hautes ( $|k_2 e| \gg 1$ ) une expression analogue aux limites de l'expression exacte (I-12), écrite à l'aide des développements limités (basses fréquences) ou asymptotiques (hautes fréquences) des fonctions de BESSEL. (Formulaire)

#### I.1.5. Formalisme basé sur le concept d'impédance et admittance mutuelles

Le câble coaxial et la ligne perturbatrice peuvent être représentés par les schémas équivalents des figures (I-5,a), (I-5,b)

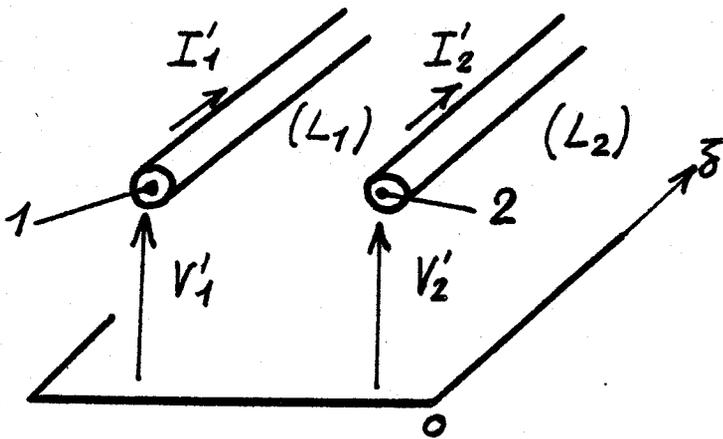


Figure (I-5,a)

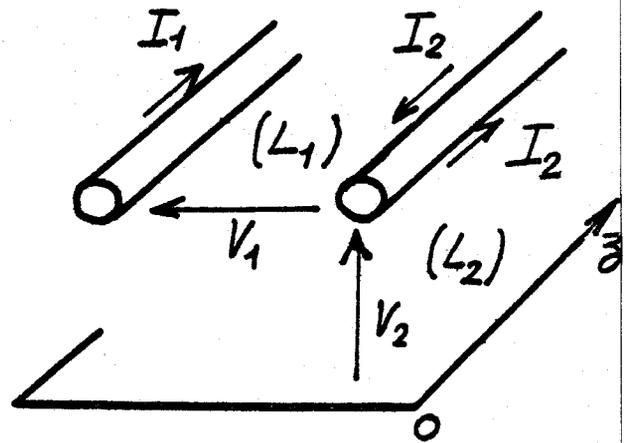


Figure (I-5,b)

où  $(L_1)$  représente la ligne coaxiale et  $(L_2)$  la ligne perturbatrice.

Sur le schéma (a), les tensions  $V'$  sont référencées par rapport au plan de masse, les courants  $I'$  sont attachés à chaque conducteur.

Sur le schéma (b), les tensions  $V$  et courants  $I$  sont relatifs à la ligne  $(L_1)$  et à la ligne  $(L_2)$ . Ces paramètres peuvent être reliés par les systèmes différentiels suivants :

$$\begin{cases} \left( -\frac{dV'}{dz} \right) = (Z')(I') \\ \left( -\frac{dI'}{dz} \right) = (Y')(V') \end{cases} \quad (I-23)$$

$$\begin{cases} \left( -\frac{dV}{dz} \right) = (z)(I) \\ \left( -\frac{dI}{dz} \right) = (y)(V) \end{cases} \quad (I-24)$$

Le système (I-23) introduit les paramètres impédance et admittance mutuelles  $Z'_{ij}$  et  $Y'_{ij}$  de la théorie classique des lignes couplées.

Nous pouvons alors exprimer chaque paramètre  $z_{ij}$  et  $y_{ij}$  du système (I-24) en fonction de  $Z'_{ij}$  et  $Y'_{ij}$ .

Nous montrons les identités suivantes (annexe I-2)

$$z_{11} = Z_1^{(0)} + Z_i + Z_b \text{ int} \quad (I-25)$$

$$z_{22} = Z_2^{(0)} + Z_b \text{ ext} + Z_g \quad (I-26)$$

$$z_{12} = Z_{21} = -Z_t \quad (I-27)$$

où  $Z_t$  est l'impédance de transfert du blindage. Lorsque nous sommes en présence de blindages homogènes  $Z_t$  s'identifie à l'expression (I-12).

$Z_{b \text{ int}}$  et  $Z_{b \text{ ext}}$  aux expressions (I-10) et (I-11)

$Z_g$  est l'impédance de surface du plan de masse

$Z_1^{(0)}$  et  $Z_2^{(0)}$  sont reliées aux inductances linéiques de chaque ligne.

$$Z_1^{(0)} = jL_1\omega \quad \text{et} \quad Z_2^{(0)} = jL_2\omega \quad (\text{I-28})$$

L'hypothèse du blindage homogène implique pour les coefficients  $y_{ij}$  les relations

$$y_{12} = y_{21} = 0 \quad (\text{pas de couplage capacitif entre } L_1 \text{ et } L_2)$$

$$(\text{I-29})$$

$$y_{11} = Y_1 \text{ et } y_{22} = Y_2$$

où  $Y_1$  et  $Y_2$  sont les admittances linéiques de chaque ligne.

Lorsque nous pouvons négliger la réaction de la ligne coaxiale sur la ligne perturbatrice.

$$|Z_t I_1| \ll |Z_2 I_2| \quad (\text{I-30})$$

Nous obtenons des expressions analytiques très simples des tensions de paradiaphonie  $V_1(0)$  et télédiaphonie  $V_1(L)$  apparaissant aux extrémités du câble coaxial. Ces expressions seront détaillées dans le chapitre II de notre thèse.

## I.2. Impédance de transfert de deux blindages homogènes et concentriques

### I.2.1. Application du formalisme des guides d'ondes

Nous considérons deux blindages concentriques de section circulaire représentés sur la figure (I-6). Les blindages 2 et 4 sont composés d'un matériau très conducteur.

L'espace 3 séparant deux blindages successifs est un diélectrique.

Le milieu 1 intérieur au blindage est également un diélectrique. Dans l'application de la théorie des guides d'ondes nous faisons abstraction du conducteur central.

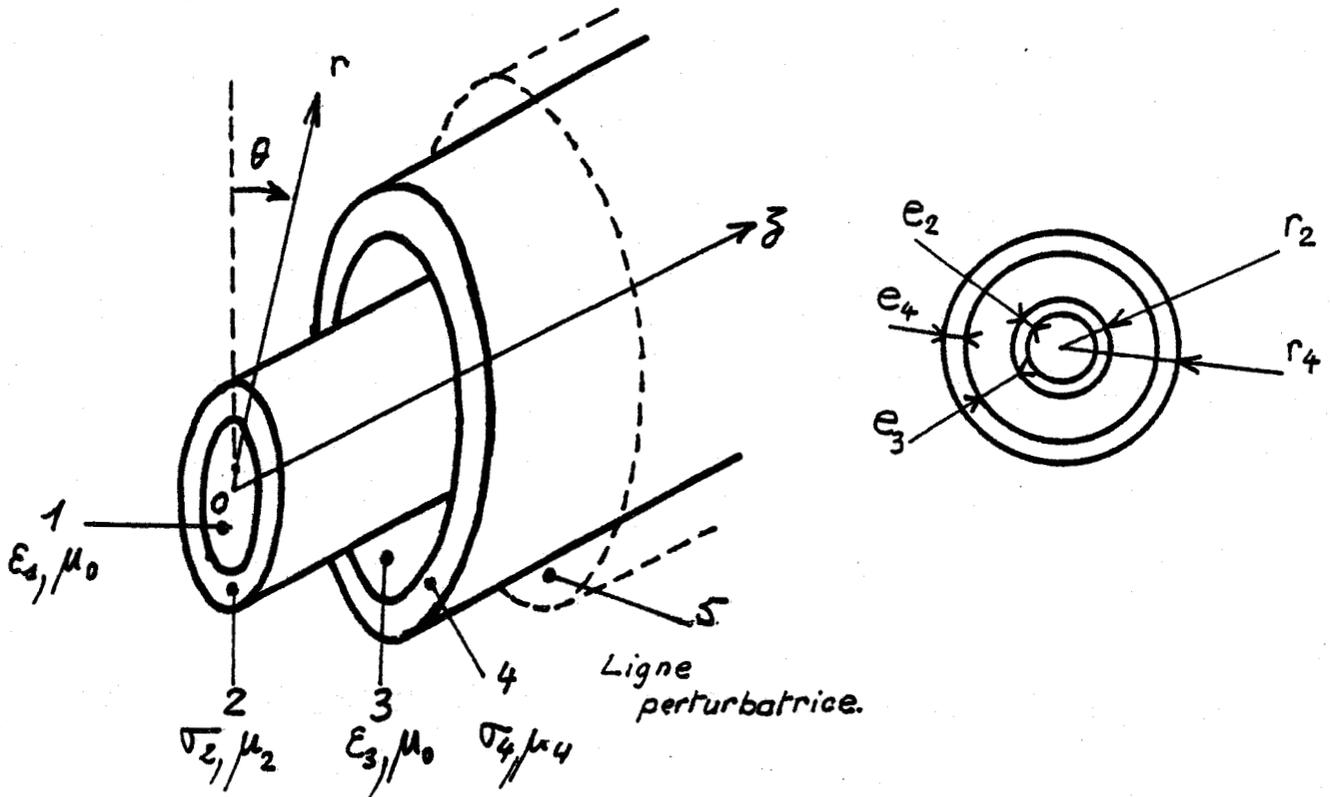


Figure (I-6)

Le champ électromagnétique dans chacun des blindages est donné par des expressions semblables aux relations (I-3) et (I-4) du paragraphe précédent.

Le champ électrique longitudinal dans le diélectrique séparant deux blindages peut s'écrire sous la forme

$$E_{z_3} = [A_3 J_0(k'_3 r) + B_3 N_0(k'_3 r)] e^{\pm \Gamma_3 z} \quad (I-31)$$

où  $k'_3 = (k_3^2 + \Gamma^2)^{1/2} \quad (I-32)$

avec  $k_3^2 = \omega^2 \mu_3 \epsilon_3 \quad (I-33)$

$\Gamma_3$  est la constante de propagation du mode TEM dans la ligne formée des deux blindages successifs.

Sur un tronçon de largeur infinitésimale, la génération du mode TEM entre 2 et 4 engendre deux ondes se propageant dans deux directions opposées. figure (I-7)

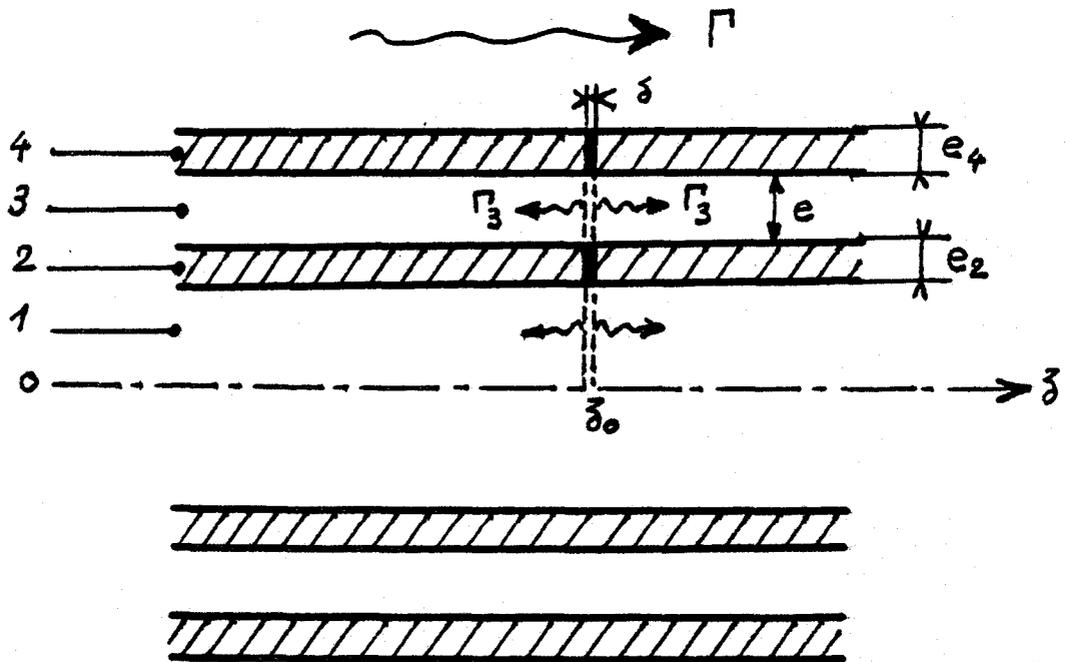


Figure (I-7)

La composante  $H_{\theta z}$  du champ magnétique s'exprime par la relation :

$$H_{\theta 3} = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \left( \frac{\partial E_{z3}}{\partial r} - \frac{\partial E_{r3}}{\partial z} \right) \quad (I-34)$$

à gauche et à droite du point d'abscisse  $z = z_0$ , nous excitons les deux modes de propagation caractérisés par la composante  $E_{r3}$  du champ électrique radial.

$$z < z_0 \quad E_{r3}(z) = E_{r3}(z_0) e^{\Gamma \Delta z} \quad \frac{\partial E_{r3}}{\partial z} = \Gamma_3 E_{r3}(z) \quad (I-35)$$

$$z > z_0 \quad E_{r3}(z) = E_{r3}(z_0) e^{-\Gamma \Delta z} \quad \frac{\partial E_{r3}}{\partial z} = -\Gamma_3 E_{r3}(z)$$

où  $\Delta z = z - z_0$

en  $z = z_0$  il y a continuité de la composante  $E_{r3}$  que nous traduisons par les relations :

$$E_{r3}(z = z_0^+) = E_{r3}(z = z_0^-) \quad (I-36)$$

d'où  $\left( \frac{\partial E_{r3}}{\partial z} \right)_{z=z_0} = 0$

Cette situation conduit à l'expression suivante de la composante magnétique  $H_{\theta 3}$

$$H_{\theta 3} = - \frac{1}{j \omega \mu_0} \frac{\partial E_{z3}}{\partial r} = \frac{k'_3}{j \omega \mu_0} \left[ A_3 J_1(k'_3 r) + B_3 N_1(k'_3 r) \right] e^{\pm \Gamma_3 z} \quad (I-37)$$

Pour évaluer l'impédance de transfert, nous appliquons les conditions de continuité du champ au passage de chaque interface et nous tenons compte de la condition de propagation évanescente appliquée au champ magnétique dans le diélectrique 1 [10]

$$H_{\theta 2}(r_2 - e_2) = H_{\theta 1}(r_2 - e_2) = 0 \quad (I-38)$$

L'impédance de transfert est ensuite calculée d'une façon tout à fait analogue à la méthode décrite dans le paragraphe I-1.3.

### I.2.2. Calcul de l'impédance de transfert par le modèle des blindages plans

Nous sommes dans la configuration représentée par le schéma de la figure (I-8), chacun des deux blindages est matérialisé par deux parois conductrices d'épaisseur  $e_2$  et  $e_4$  séparées par un espace diélectrique d'épaisseur  $e_3$ .

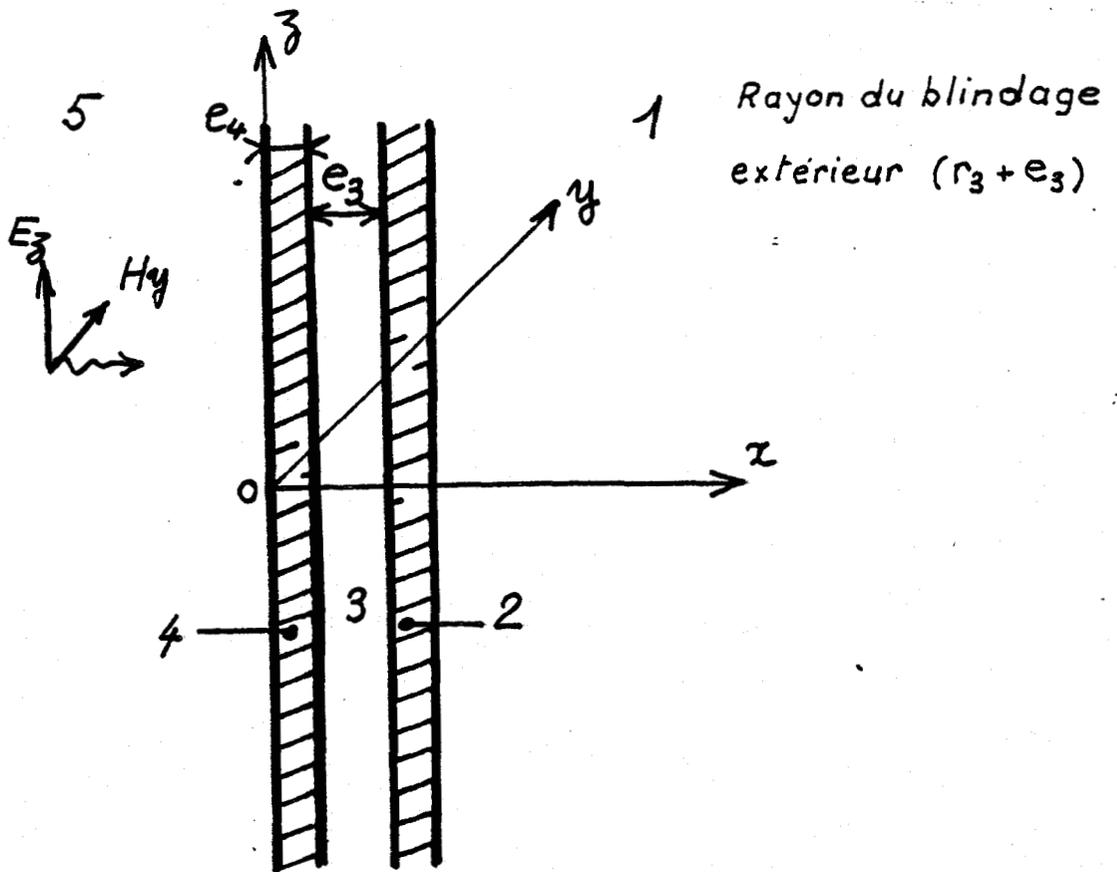


Figure (I-8)

Pour calculer l'impédance de transfert nous généralisons l'étude proposée dans le paragraphe I-1.4., relative à la pénétration d'une onde plane dans une paroi conductrice. La présence conjointe des deux plans conducteurs et de l'espace diélectrique conduit à une expression analytique plus complexe que celle trouvée dans le problème de la paroi unique. [11]

L'exploitation numérique du modèle plan est toutefois plus simple. Elle donne une approximation satisfaisante de la théorie des guides d'ondes lorsque les épaisseurs des structures coaxiales sont très petites devant leurs rayons

$$e_2 + e_3 + e_4 \ll r_2 - e_2 \quad (I-39)$$

### I.2.3. Calcul de l'impédance de transfert équivalente par l'application du formalisme des lignes couplées

L'application du formalisme des lignes couplées permet de traiter les structures coaxiales à trois dimensions. Nous considérons dans ce cas l'influence de trois paramètres supplémentaires. Il s'agit de la longueur du câble "L" et de la valeur des impédances "Z<sub>02</sub>" et "Z<sub>L2</sub>" connectées aux extrémités de la ligne de propagation composée de deux blindages successifs figure (I-9)

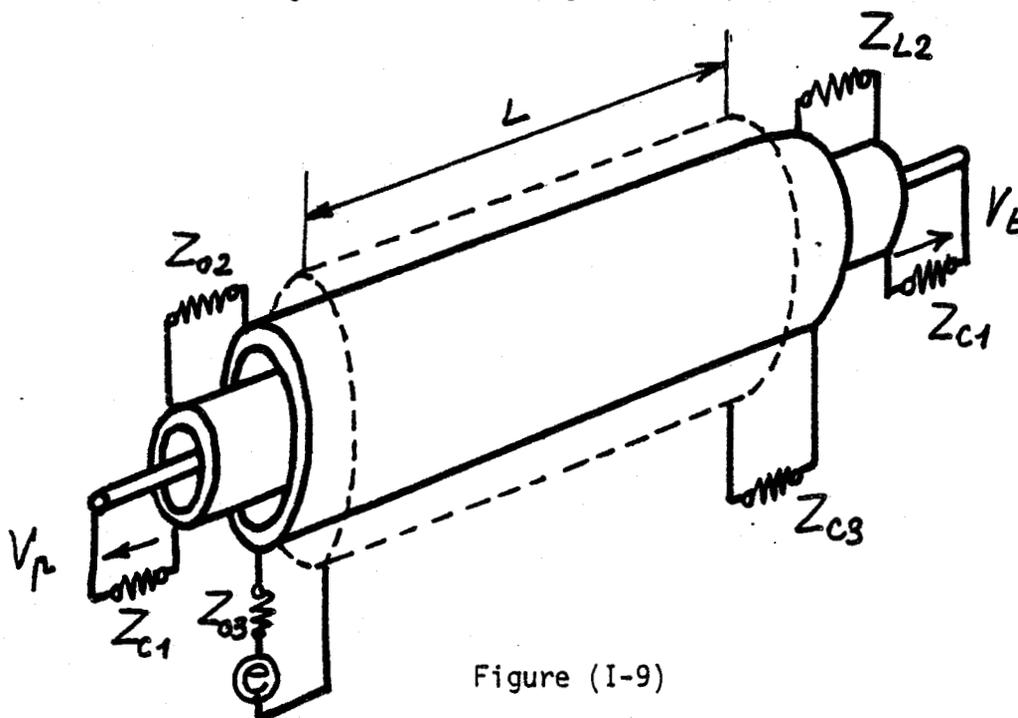


Figure (I-9)

La démarche suivie est tout à fait identique à celle développée dans le paragraphe I.1.5.

Nous assimilons la ligne coaxiale, la ligne entre blindages et la ligne perturbatrice à un système de trois lignes couplées ( $L_1$ ), ( $L_2$ ) et ( $L_3$ ). Nous distinguons deux représentations des tensions et courants figurées sur les schémas (b) et (c) de la figure (I.10)

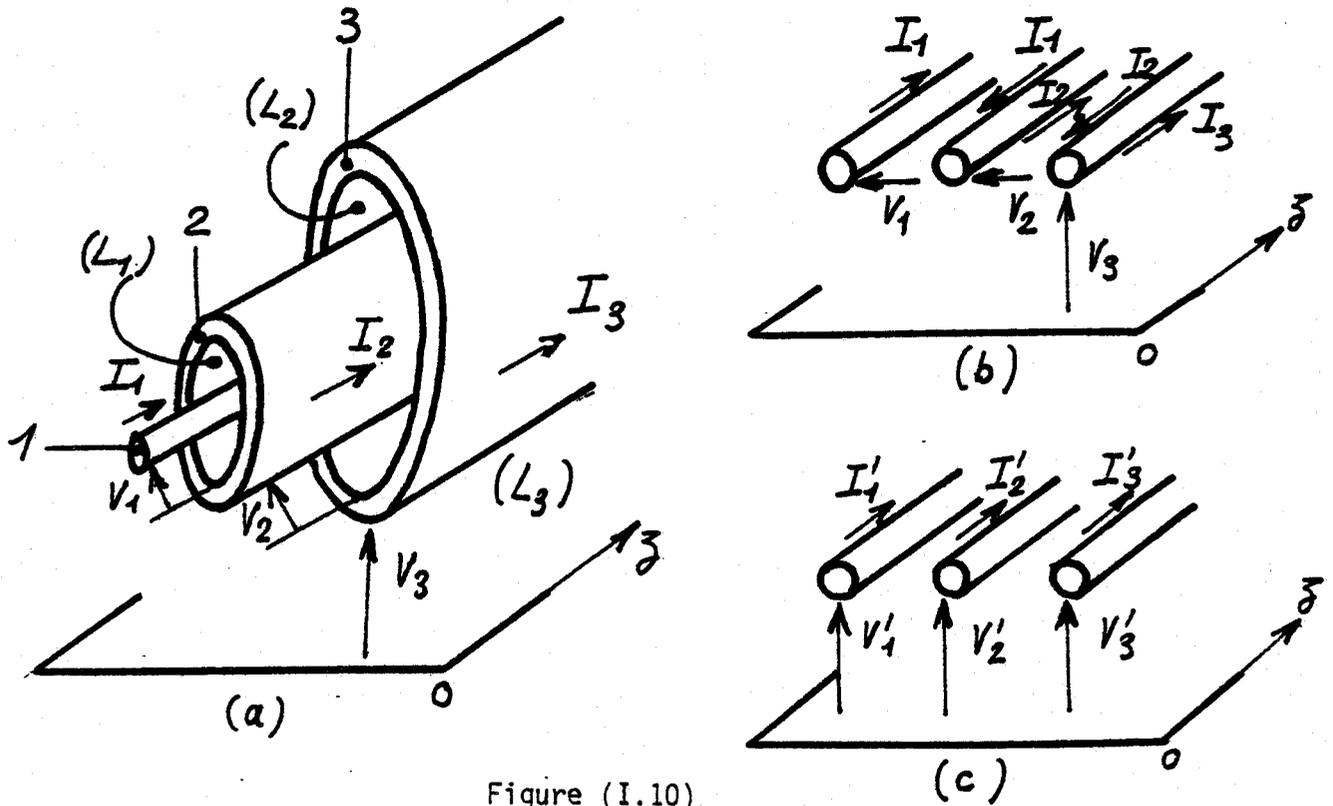


Figure (I.10)

Nous pouvons relier ces paramètres au moyen des systèmes matriciels suivants :

$$\begin{cases} \left(-\frac{dV'}{dz}\right) = (Z')(I') \\ \left(-\frac{dI'}{dz}\right) = (Y')(V') \end{cases} \quad (I-40) \quad \begin{cases} \left(-\frac{dV}{dz}\right) = (z)(I) \\ \left(-\frac{dI}{dz}\right) = (y)(V) \end{cases} \quad (I-41)$$

Nous détaillons dans l'annexe I-2 une partie de notre travail consistant à montrer que les paramètres  $z_{ij}$  du système (I-38) sont reliés aux impédances linéiques et impédance de transfert propres à chaque ligne.

$$\begin{aligned} z_{11} &= Z_1 = Z_1^{(0)} + Z_{1i} + Z_{b2} \text{ int} \\ z_{22} &= Z_2 = Z_2^{(0)} + Z_{b2} \text{ int} + Z_{b3} \text{ int} \\ z_{33} &= Z_3 = Z_3^{(0)} + Z_{b3} \text{ ext} + Z_g \end{aligned} \quad (\text{I-42})$$

expressions dans lesquelles

$$Z_i^{(0)} = jL_i \omega \quad (\text{I-43})$$

où " $L_i$ " est l'inductance linéique de chacune des lignes ( $L_1$ ), ( $L_2$ ) et ( $L_3$ ).

$Z_{1i}$  est l'impédance de surface du conducteur central.

$Z_b$  sont les impédances de surface de chaque blindage telles qu'elles sont définies par les expressions (I-10) et (I-11).

$Z_g$  est l'impédance de surface du conducteur de référence (plan de masse).

D'autre part

$$\begin{aligned} z_{13} &= -\Delta Z_{12} & z_{12} &= -Z_{t2} + \Delta Z_{12} & z_{23} &= -Z_{t3} + \Delta Z_{23} \\ z_{31} &= -\Delta Z_{21} & z_{21} &= -Z_{t2} + \Delta Z_{21} & z_{32} &= -Z_{t3} + \Delta Z_{32} \end{aligned} \quad (\text{I-44})$$

expressions dans lesquelles  $Z_{t2}$  et  $Z_{t3}$  sont les impédances de transfert de chaque blindage considéré individuellement et données par la relation (I-12).

Nous montrons dans l'annexe I-2 que les éléments  $\Delta Z_{ij}$  sont nuls, cette particularité résulte de l'application du concept d'impédances mutuelles établi dans l'hypothèse quasi statique.

Comme nous sommes en présence de blindages homogènes nous ajoutons les conditions sur les paramètres admittances

$$y_{ij} = Y_i \quad \text{et} \quad y_{ij} = 0 \quad \text{si} \quad i \neq j \quad (\text{I-45})$$

où  $Y_i$  est l'admittance linéique d'une ligne ( $L_i$ ).

Si nous négligeons la réaction de la ligne ( $L_2$ ) sur la ligne perturbatrice, nous introduisons l'approximation suivante

$$|Z_{t3} I_2| \ll |Z_3 I_3| \quad (\text{I-46})$$

La résolution des systèmes (I-40) et (I-41) sont ramenés au système différentiel suivant

$$\begin{pmatrix} -\frac{d^2 I_1}{dz^2} \\ -\frac{d^2 I_2}{dz^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_1^2 & -Z_{t2} Y_1 \\ -Z_{t2} Y_2 & \gamma_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -Z_{t3} Y_2 I_3(z) \end{pmatrix} \quad (\text{I-47})$$

où  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont les constantes de propagation des lignes ( $L_1$ ) et ( $L_2$ )

$$\gamma_1^2 = Z_1 Y_1 \quad \gamma_2^2 = Z_2 Y_2 \quad (\text{I-48})$$

La résolution du système (I-47) permet de calculer l'amplitude des tensions perturbatrices  $V_1(0)$  et  $V_1(L)$  en fonction de la distribution du courant perturbateur  $I_3(z)$ .

### 1.2.4. Comparaison des trois modèles [14]

Pour que le modèle utilisant les lignes couplées offre un critère de comparaison avec le modèle guides d'ondes et le modèle plan, nous allons définir deux grandeurs homogènes à une impédance de transfert.

$$Z_{tp} = \frac{2}{L} \left| \frac{V_1(0)}{I_{03}} \right|$$
$$Z_{tt} = \frac{2}{L} \left| \frac{V_1(L)}{I_{03}} \right|$$

(I-49)

Ces expressions supposent que le courant perturbateur suit une variation exponentielle de la forme :

$$I_3(z) = I_{03} e^{-\gamma_3 z} \quad (I-50)$$

où  $\gamma_3$  est la constante de propagation de la ligne perturbatrice.

Les courbes traduisant l'évolution de l'impédance de transfert sont tracées sur les PL(I-1) et PL(I-2).

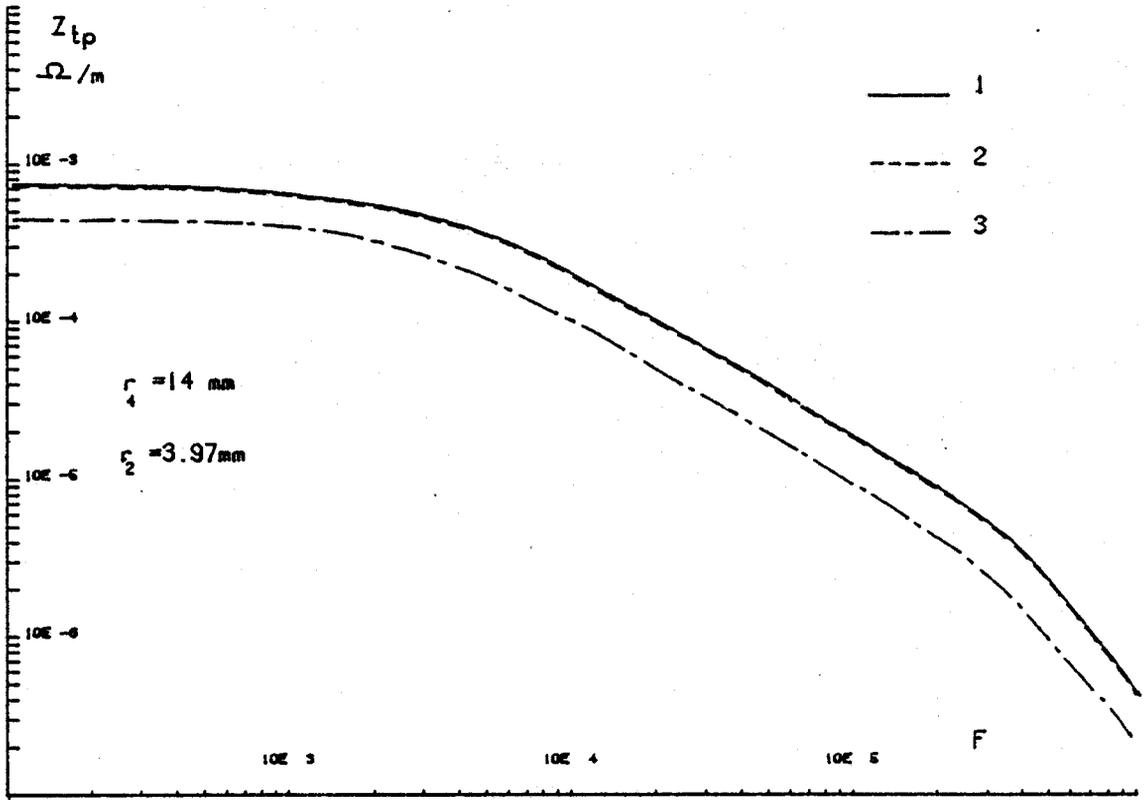
Deux structures coaxiales de caractéristiques géométriques différentes sont envisagées.

Les paramètres communs aux itérations numériques correspondent aux constantes suivantes :

- blindage en cuivre  $\sigma_2 = \sigma_4 = 5,85 \cdot 10^7$  mho/m
  - diélectrique de permittivité relative 2,35
  - épaisseur des blindages  $e_2 = e_4 = 0,2$  mm
  - longueur du câble  $L = 20$  m
  - rayon du conducteur central 1,05 mm
- } modèle lignes couplées

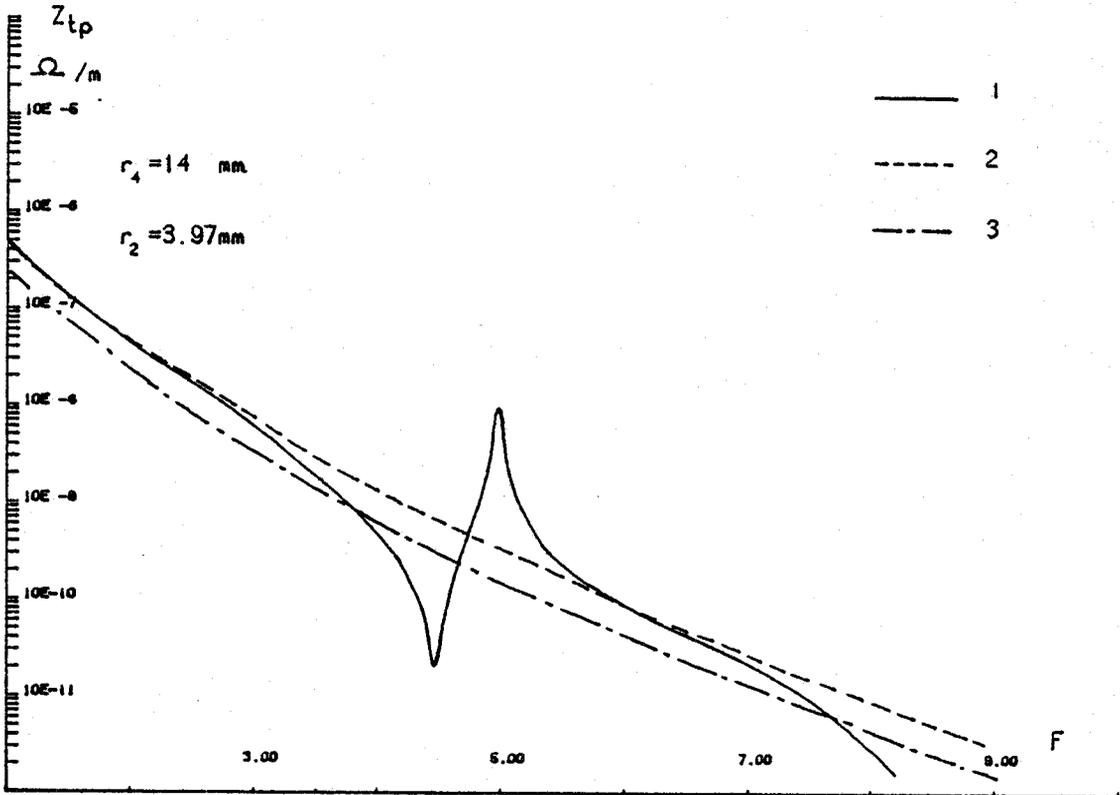
#### PL(I-1)

- Les lignes de propagation sont connectées sur court-circuit  
courbe 1
- Des fréquences basses à 1 MHz, l'impédance de transfert calculée par le modèle guide d'ondes (courbe 2) ou le modèle ligne couplée (courbe 1) est tout à fait identique.



PL(I-1,a)

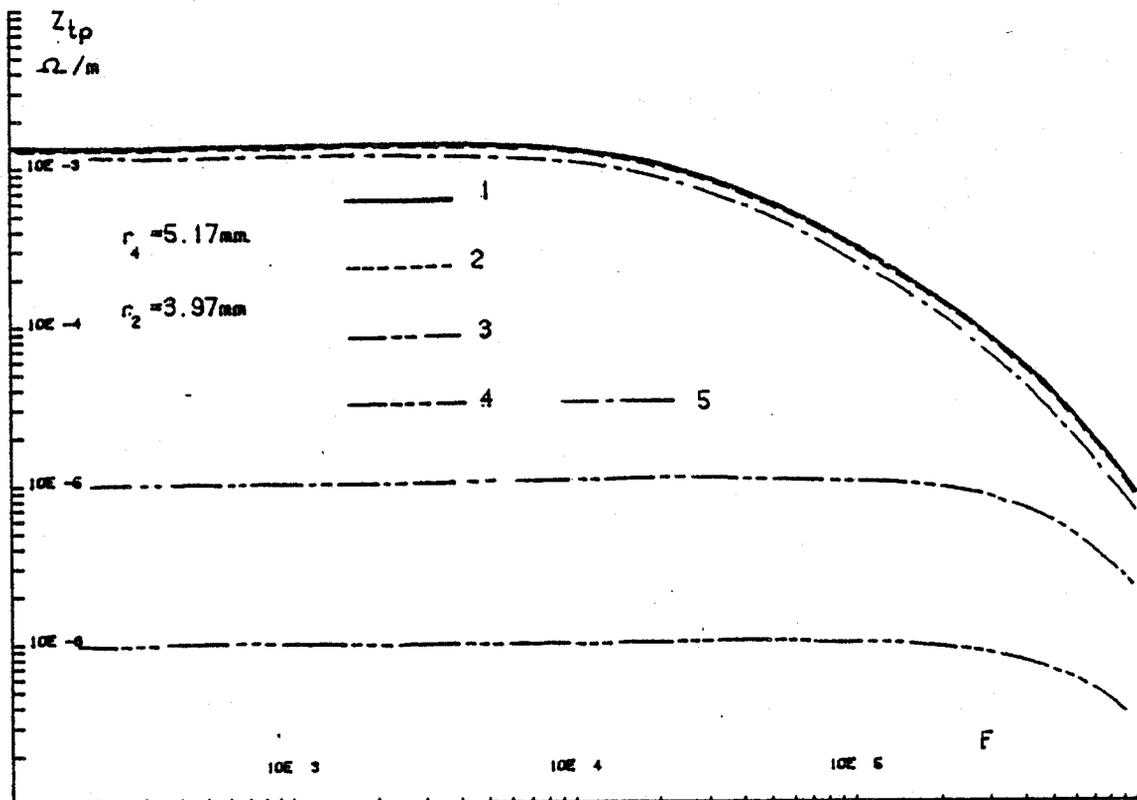
Hz



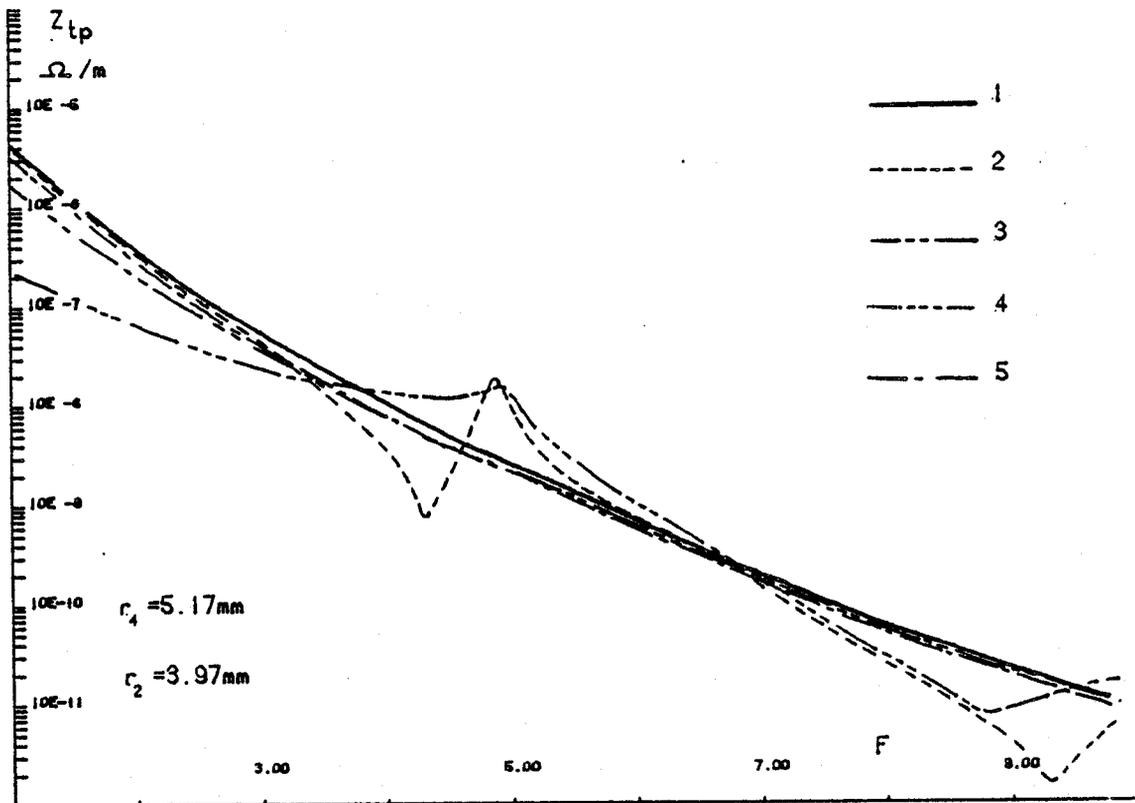
PL(I-1,b)

Mhz





PL(I-2, a)



PL(I-2, b)



Le calcul élaboré dans l'hypothèse du modèle plan (courbe 3 ) introduit un écart par rapport aux résultats précédents. En effet l'approximation  $e_2 + e_3 + e_4 \ll r_2 - e_2$  n'est pas satisfaite.

- Au-dessus de 1 MHz, l'impédance de transfert calculée par le modèle lignes couplées subit des variations importantes au voisinage des fréquences de résonance de la ligne de propagation formée par les 2 blindages successifs.

Le modèle "lignes couplées" permet de cette façon de prendre en compte les modifications d'efficacité de blindage dues aux effets de résonance.

### PL(I-2)

#### - Modèle "lignes couplées"

Les impédances connectées aux extrémités des "blindages" sont respectivement des courts-circuits (courbe 2 ), l'impédance caractéristique  $9 \Omega$  (courbe 3 ) et une impédance de  $100 \Omega$  (courbe 4).

Les variations de l'impédance de transfert équivalente sont aux fréquences basses, fortement influencées par la connexion des blindages.

Aux fréquences élevées (1MHz, 10 MHz) les résultats convergent vers la caractéristique obtenue par la théorie des guides d'ondes (courbe 1 ) La connexion des blindages sur l'impédance caractéristique de la ligne de propagation "entre-blindages" élimine les résonances.

#### - Modèle plan (courbe 5 )

Les résultats sont semblables aux valeurs obtenues par le modèle guides d'ondes.

L'approximation  $e_2 + e_3 + e_4 \ll r_2 - e_2$  est satisfaite.

Les résultats numériques que nous venons de proposer montrent les multiples possibilités offertes par la modélisation basée sur la théorie des lignes couplées.

Le prochain paragraphe illustre l'application de cette approche au cas d'un câble comportant 3 blindages successifs. Nous cherchons à optimiser cette structure du point de vue de son efficacité de blindage en agissant sur les paramètres géométriques et physiques de chaque blindage.

I.3. Optimisation de l'impédance de transfert d'une structure coaxiale à trois blindages successifs [5] [6] [3] [13]

I.3.1. Position du problème

La structure coaxiale comporte 3 blindages concentriques conformes au schéma de la figure (I-11)

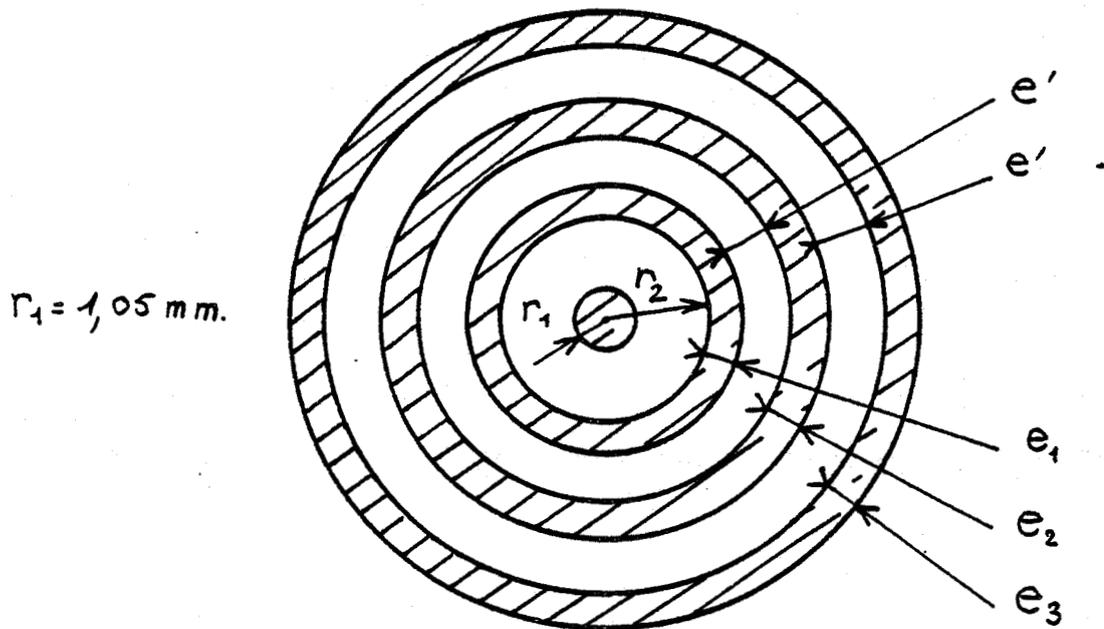


Figure (I-11)

L'étude comprend deux étapes caractérisées par une action sur les paramètres géométriques et physiques de la structure.

L'action sur les paramètres géométriques consiste à modifier la longueur du câble et l'épaisseur du diélectrique situé entre blindages. L'application du modèle théorique permet d'apprécier l'influence de ces éléments sur l'impédance de transfert équivalente du câble.

L'action sur les paramètres physiques répond au même objectif, elle concerne les propriétés intrinsèques aux diélectriques et matériaux conducteurs ou magnétiques intervenant dans la structure coaxiale.

Les courbes traduisant en fonction de la fréquence les variations de l'impédance de transfert sont chaque fois comparées à une référence qui est celle d'un câble coaxial à blindage unique. L'épaisseur "e" du blindage étant alors égale à la somme des trois épaisseurs conductrices composant le câble "3 blindages".

Si "r<sub>2</sub>" est le rayon intérieur du blindage de référence, nous avons pour paramètres invariants :

$$r_2 = 3,95 \text{ mm} \quad e = e_1 + e_2 + e_3 = 0,4 \text{ mm}$$

### I.3.2. Influence des paramètres géométriques

#### PL(I-3,a)

Les trois blindages en cuivre ont une épaisseur identique

$$e_1 = e_2 = e_3 = 0,13 \text{ mm}$$

L'épaisseur e' du diélectrique entre blindages est de 0,5 mm.

La longueur du câble est successivement égale à 20 m (courbe 3) et 100 m (courbe 2).

Les résultats obtenus montrent qu'au-dessus de 10 kHz, l'impédance de transfert de la structure 3 blindages est inférieure à son homologue calculée avec la structure 1-blindage (courbe 1).

Aux fréquences plus élevées les résonances liées à la longueur du câble apparaissent. Les fluctuations introduites ont une amplitude maximum qui rejoint l'impédance de transfert du câble à blindage unique.

#### PL(I-3,b)

La longueur du câble est de 20 m, l'épaisseur des blindages est identique à celle de l'exemple précédent.

Les courbes 2, 3 et 4 sont paramétrées pour différentes épaisseurs du diélectrique entre blindages respectivement égales à 0,5 - 0,2 et 0,05 mm.

Aux fréquences supérieures à 10 kHz, l'impédance de transfert est d'autant plus faible que l'épaisseur du diélectrique est importante. L'action sur ce paramètre permet à épaisseur de cuivre constante ( $e_1 = e_2 = e_3 = 0.13 \text{ mm}$ ) d'améliorer singulièrement les performances du blindage.

Au-dessus de 1MHz, le mode de propagation "entre blindages" engendre des résonances qui dégradent l'efficacité de blindage.

### I.3.3. Influence des paramètres physiques

#### PL(I-4,a)

Pour éliminer les résonances nous pouvons connecter les blindages sur leur impédance caractéristique. Cette solution nécessite la construction de connecteurs triaxiaux d'un prix de revient très élevé. La mise en oeuvre technologique est un problème difficile à résoudre si nous souhaitons donner aux connecteurs une excellente immunité contre les perturbations.

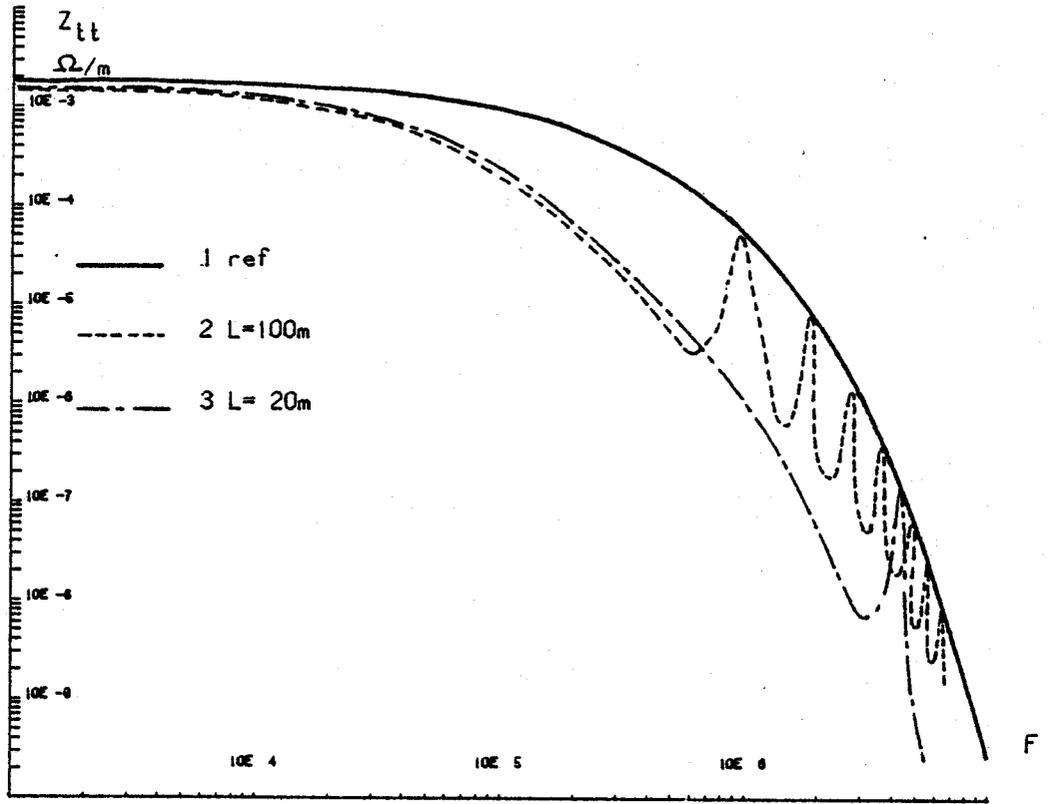
Une autre solution consiste à introduire des particules conductrices dans le diélectrique situé entre les blindages. Nous disposons dans ce cas un absorbant électromagnétique pouvant atténuer l'amplitude des résonances.

Pour un câble de 20 m composé de 3 blindages identiques ( $e_1 = e_2 = e_3 = 0,13 \text{ mm}$ ) espacés de 0,5 mm, nous représentons les variations d'impédance de transfert en fonction de la conductivité "SG" de l'absorbant.

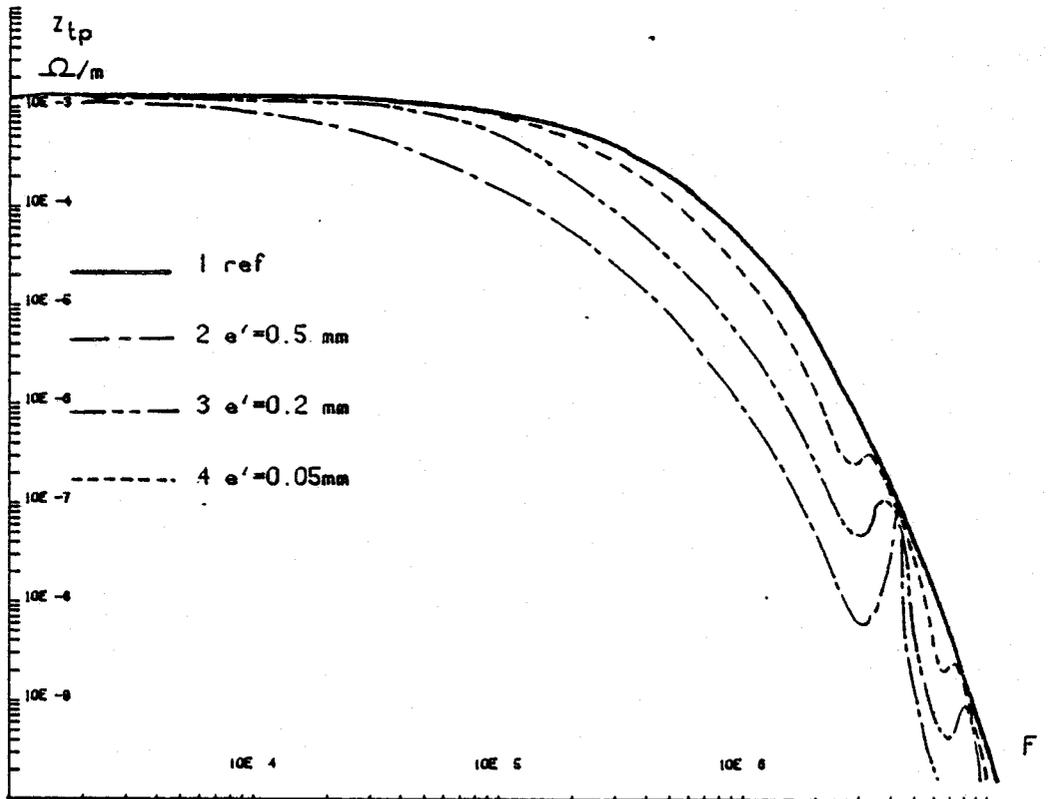
Les résonances figurées sur les courbes 2, 3 et 4 sont éliminées lorsque "SG" devient supérieure à  $10^{-2} \text{ mho/m}$ . Le recours à l'absorbant permet de bénéficier des avantages apportés par l'espacement diélectrique  $e'$ , puisqu'aux fréquences élevées nous diminuons l'impédance de transfert avec un volume de cuivre pratiquement inchangé.

#### PL(I-4,b)

Nous pouvons fortement modifier l'impédance de transfert en agissant sur la nature des matériaux constituant les blindages.

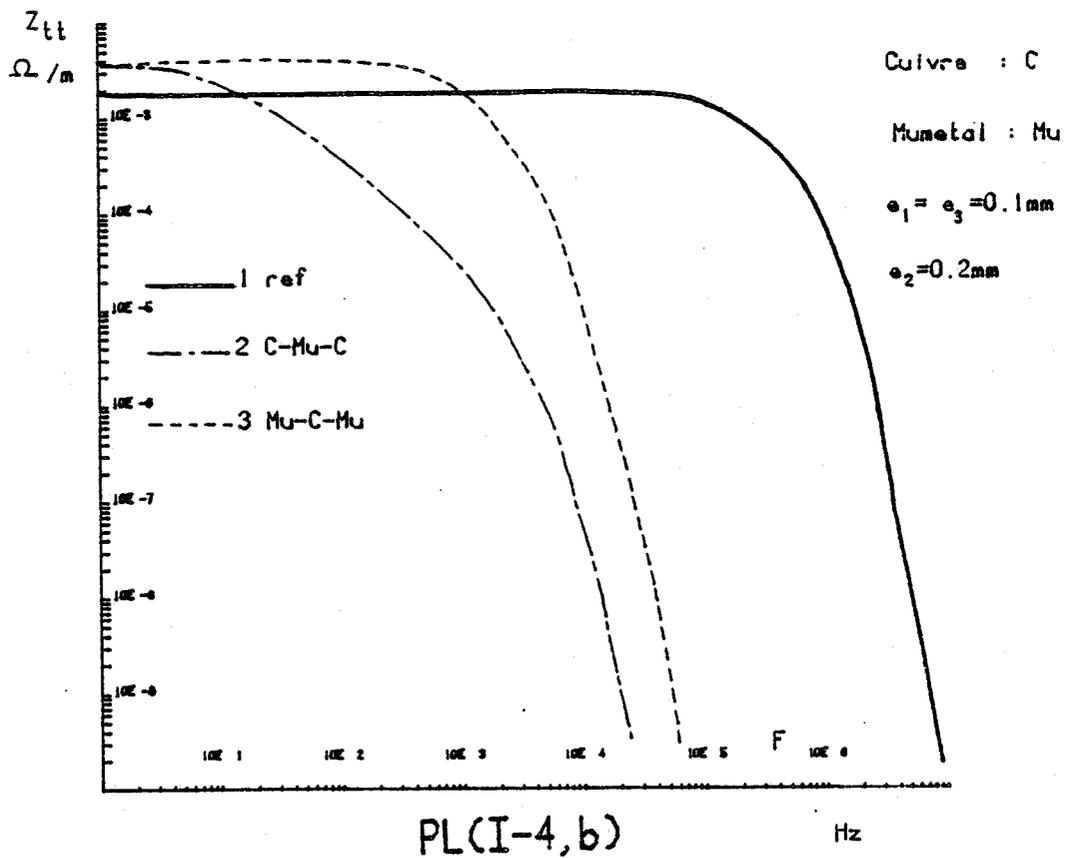
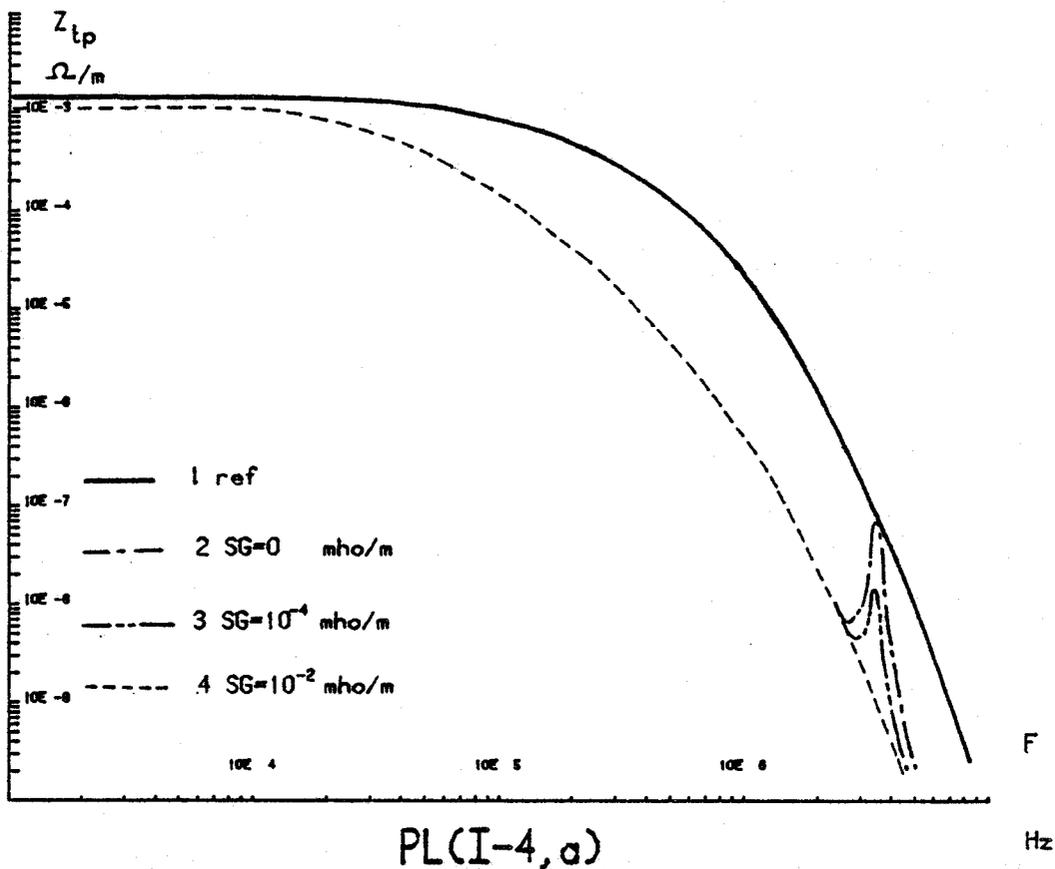


PL(I-3, a)



PL(I-3, b)





Nous donnons quelques résultats exploités en simulant la configuration hybride où les blindages sont alternativement en cuivre et mumétal.

(mumétal conductivité  $\sigma = 5 \cdot 10^6$  mho/m, perméabilité relative  $\mu_r = 20000$ )

L'épaisseur de chaque blindage correspond aux paramètres suivants :

blindage extérieur	$e_1 = 0,1$ mm
blindage intermédiaire	$e_2 = 0,2$ mm
blindage intérieur	$e_3 = 0,1$ mm

La courbe 3 est relative à la répartition (mumétal-cuivre-mumétal);

La courbe 2 est relative à la répartition (cuivre-mumétal-cuivre);

Les blindages sont en contact galvanique.

Aux très basses fréquences (1 Hz - 10 Hz), la distribution de la composante longitudinale du champ électrique  $E_z$  est uniforme quelque soit la répartition des matériaux. L'impédance de transfert est dans ce cas supérieure au résultat obtenu avec la référence (courbe 1).

En effet la conductivité électrique du mumétal est plus faible que celle du cuivre d'où une augmentation de la résistance linéique globale du blindage.

Compte tenu de la valeur importante du coefficient de perméabilité relative du mumétal, l'effet de pénétration du champ électrique se manifeste aux fréquences très basses supérieures à 10 Hz.

La diffusion du champ dans chacun des trois blindages est alors fonction de la répartition des matériaux. Les résultats obtenus montrent que la répartition (cuivre - mumétal - cuivre) offre la meilleure efficacité de blindage.

Nous interprétons facilement le résultat à partir de la définition de l'impédance de transfert caractérisée par le rapport  $E_z/I$ .



La valeur de l'impédance de transfert est conditionnée par l'amplitude du champ  $E_z$ , or  $E_z$  est d'autant plus grand que la conductivité superficielle du blindage est faible puisqu'au fréquences élevées il y a concentration du courant en surface.

Cette solution implique un film de cuivre à l'intérieur du blindage à haute perméabilité de façon à éviter tout affaiblissement prohibitif du mode de propagation coaxial.

PL(I-5,a) et PL(I-5,b)

La perméabilité magnétique relative de matériaux ferromagnétiques diminue lorsque la fréquence augmente. La courbe figurée sur la PL(I-5,a) [4] montre l'évolution de ce paramètre, le coefficient  $\mu_r$  égal à 20 000 aux fréquences très basses tend vers l'unité aux fréquences supérieures à 300 kHz.

Les courbes faisant l'objet des exploitations numériques de la PL(I-5,b) tiennent compte de ce comportement.

courbe 2 (variation de  $\mu_r$  avec la fréquence, blindage en contact galvanique)

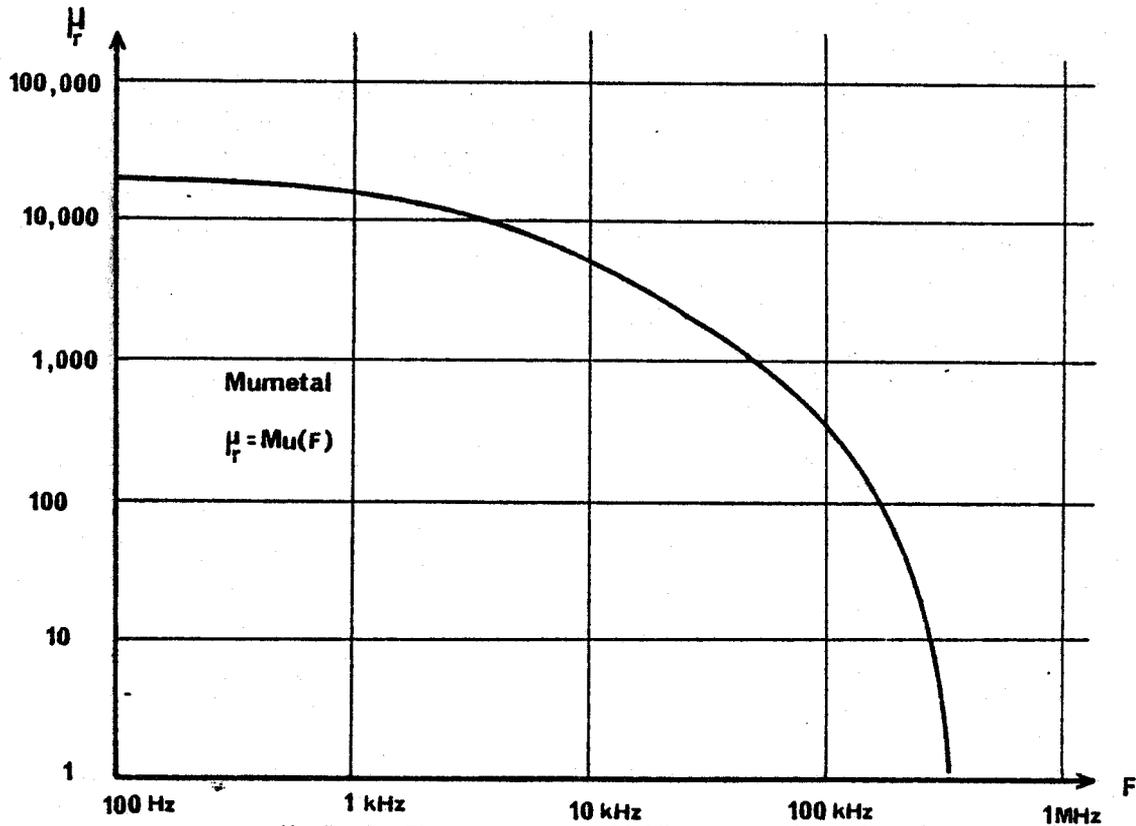
courbe 3 (variation de  $\mu_r$  avec la fréquence, espacement du diélectrique  $e' = 0,5$  mm)

courbe 4 ( $\mu_r$  est une constante)

Il s'agit de la répartition (cuivre-mumétal-cuivre) l'épaisseur des blindages est conforme aux paramètres de l'étude précédente.

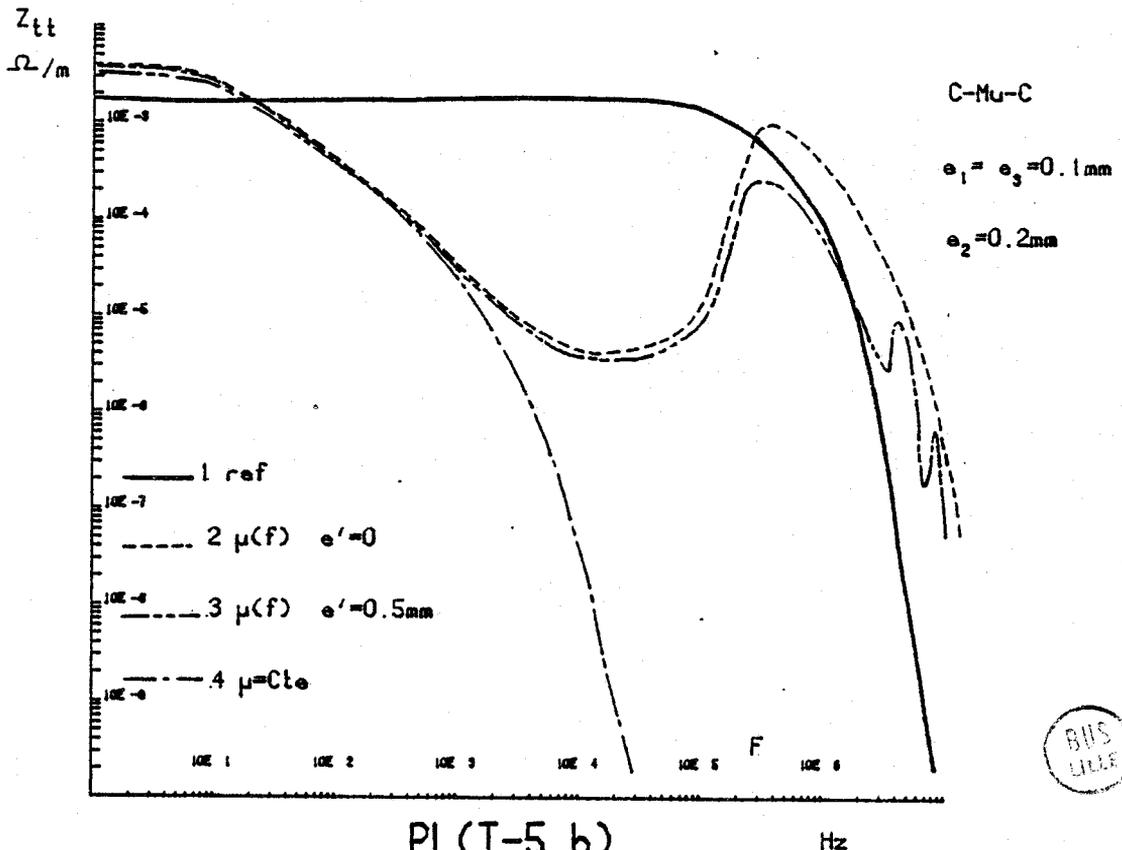
Entre 10 Hz et 100 kHz nous obtenons évidemment le même résultat avec la caractéristique à coefficient  $\mu_r$  indépendant de la fréquence.

Au-dessus de 300 kHz, il y a diminution de l'efficacité de blindage dûe aux variations de la constante de perméabilité.



From: Handbook: Electromagnetic shielding materials and performances  
 Author: Donald R.J. White, MSEE/PE (Don White Consultants, INC.)

PL(I-5, a)



PL(I-5, b)



Ces caractéristiques montrent aussi le rôle joué par l'impédance de surface des blindages. En effet aux fréquences moyennes (10 kHz - 100 kHz), l'impédance de surface du blindage métallique est très importante, l'espacement introduit par le diélectrique a donc peu d'influence.

Lorsque la fréquence devient supérieure à 300 kHz l'impédance de surface décroît, l'espacement diélectrique offre la possibilité de compenser partiellement la remontée de l'impédance de transfert.

#### I.3.4. Conclusion

Cette étude théorique donne une première idée du comportement d'un câble à 3 blindages en fonction de multiples paramètres. Les variations de l'impédance de transfert en fonction de la fréquence peuvent être caractérisées par deux comportements distincts.

Aux fréquences basses inférieures à 100 kHz, l'efficacité de blindage peut être singulièrement améliorée par l'adjonction d'un écran à perméabilité élevée. Les performances de blindage étant dans ce cas indépendantes de leur espacement géométrique.

Aux fréquences élevées le coefficient de perméabilité du matériau tend vers l'unité. Dans ces conditions l'espacement des blindages permet de diminuer l'impédance de transfert. Les résultats obtenus sont toutefois fortement perturbés par les résonances des modes de propagation entre blindage, l'utilisation d'un absorbant électromagnétique mélangé au diélectrique situé entre les blindages permet d'atténuer les résonances.

L'utilisation conjointe d'un blindage en cuivre et d'écrans à haute perméabilité implique nécessairement que l'écran à perméabilité élevée soit situé entre deux écrans en cuivre. Nous diminuons de cette façon l'amplitude du champ de diffusion et l'affaiblissement du mode coaxial.

Le modèle théorique peut alors être appliqué à l'évaluation des performances de blindages du câble par approches successives sur les paramètres caractérisant chaque blindage.

Cette formulation n'aura toutefois qu'un aspect suffisamment général si nous introduisons les concepts d'inductance et capacité de transfert des blindages tressés.

## C O N C L U S I O N

=====

Les résultats obtenus dans ce premier chapitre montrent que l'efficacité de blindage peut être caractérisée au moyen de l'impédance de transfert.

L'étude de structures complexes composées de plusieurs blindages concentriques révèle que la ligne de propagation formée par deux blindages successifs influence fortement les performances du câble du point de vue de son immunité électromagnétique.

La présence d'un espacement diélectrique entre les blindages améliore l'efficacité. Cette ligne de propagation engendre toutefois des résonances qui détériorent les performances du câble.

Ces résonances peuvent être efficacement atténuées par le mélange de particules conductrices au diélectrique situé entre les blindages.

Une amélioration importante de l'efficacité peut être envisagée en substituant un blindage à grande perméabilité magnétique (mumétal).

Les résultats théoriques ont montré qu'un feuillard de mumétal, situé entre deux blindages de cuivre correspond à la répartition idéale offrant la meilleure immunité.

Cette étude montre d'autre part que le concept d'impédance de transfert permet un traitement assez simple des expressions donnant les tensions perturbatrices aux extrémités d'un câble à blindage unique. Ce résultat est utilisé dans la suite de notre travail, il facilite le dépouillement lors de l'expérimentation sur le banc de mesures des paramètres de transfert.

## CHAPITRE II

DETERMINATION EXPERIMENTALE DES PARAMETRES DE TRANSFERT  
D'UN CABLE COAXIAL

---

. L'évolution de l'impédance de transfert d'un blindage homogène est une caractéristique décroissante en fonction de la fréquence. Pour les câbles comportant des blindages tressés les résultats d'expériences montrent qu'il y a une remontée de l'impédance de transfert pour les fréquences supérieures à une fréquence de transition comprise entre 500 kHz et 1 MHz. [19] [7] [25]

Des expériences pratiquées sur des échantillons de tresse à faible recouvrement font apparaître au-dessus de la fréquence de transition deux types de comportements caractéristiques :

- Les tensions perturbatrices aux extrémités du câble ont des amplitudes relatives différentes.
- La loi de variation de ces tensions en fonction de la fréquence est une caractéristique linéaire.

Pour expliquer ces résultats il faut généraliser le concept d'impédances et admittances mutuelles de la théorie des lignes couplées. Nous exprimons alors simplement chacune des tensions en fonction de trois paramètres traduisant le couplage électromagnétique :

- l'impédance de transfert ;
- l'inductance de transfert ;
- la capacité de transfert.

Pour isoler chacun de ces paramètres à partir de l'expérimentation, nous avons développé une méthode de mesure basée sur une technique utilisant les impulsions. [20] [21]

Dans ce chapitre nous décrivons de façon détaillée l'analyse des signaux permettant la recherche des informations dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel.

A l'aide de quelques exemples nous illustrons les possibilités offertes par la mesure.

II.1. Expérimentation utilisant les signaux sinusoïdaux

II.1.1. Configuration du banc de mesures

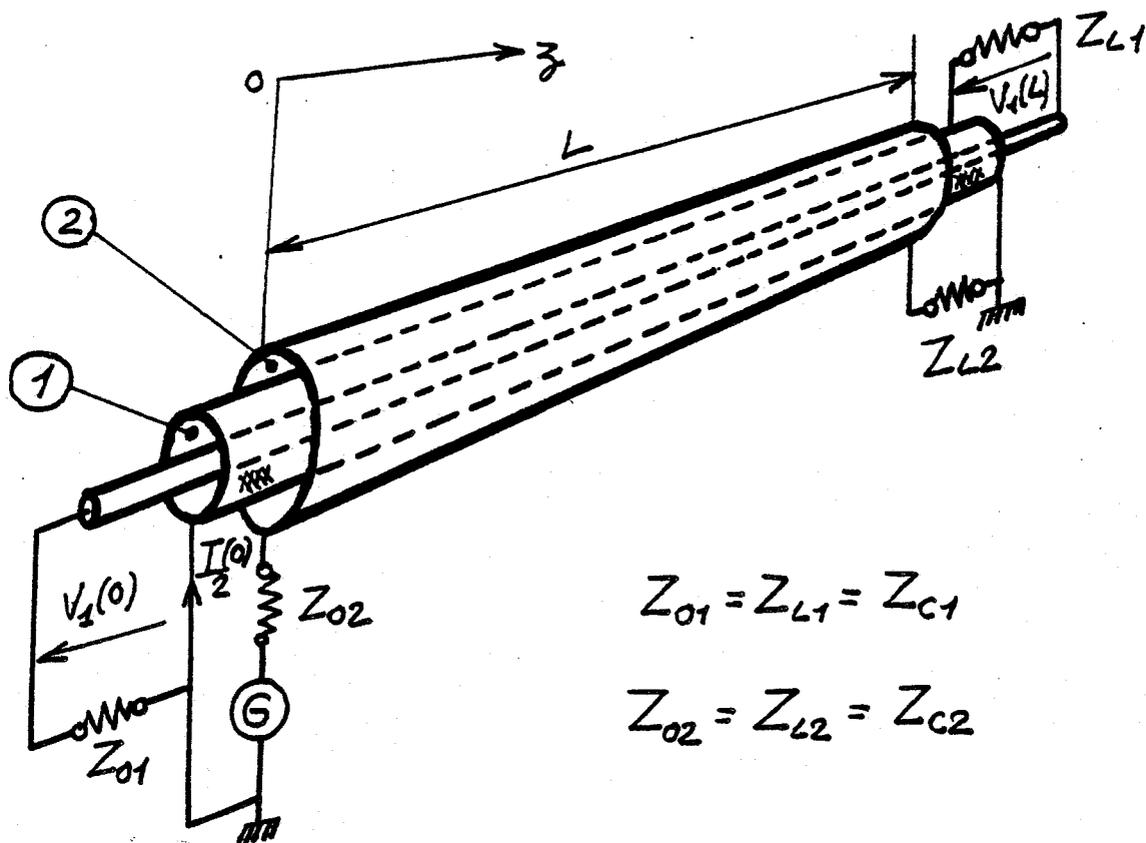
La mesure que nous souhaitons entreprendre doit donner accès à l'impédance de transfert  $Z_t$  déjà introduite dans le chapitre I.

D'un point de vue expérimental, nous disposons d'informations sur les tensions perturbatrices apparaissant aux extrémités du câble et d'une information relative au courant perturbateur parcourant le blindage.

Etudions plus particulièrement la configuration de mesure dans laquelle les lignes 1 et 2 sont entièrement adaptées et couplées par l'impédance de transfert. Figure (II.1).

La ligne 2 est la ligne perturbatrice.

La ligne 1 est la ligne coaxiale (câble coaxial).



$$Z_{01} = Z_{L1} = Z_{C1}$$

$$Z_{02} = Z_{L2} = Z_{C2}$$

Figure (II-1)

Lorsque chacune des lignes est adaptée, les tensions aux extrémités du câble coaxial s'écrivent  $V_1(0)$  et  $V_1(L)$  et correspondent à la convention de signe de la figure (II.1)

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1(0) = - \frac{I_2(0)}{2} Z_t \frac{1 - e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)L}}{\gamma_1 + \gamma_2} \\ V_1(L) = + \frac{I_2(0)}{2} Z_t \frac{e^{-\gamma_1 L} - e^{-\gamma_2 L}}{\gamma_1 - \gamma_2} \end{array} \right. \quad (II.1)$$

$\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont les constantes de propagation propres à chacune des lignes.

$$\gamma_1 = \alpha_1 + j\beta_1 \quad \text{et} \quad \gamma_2 = \alpha_2 + j\beta_2 \quad (II.2)$$

Si nous négligeons l'affaiblissement en ligne  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  se réduisent aux seules constantes de phase que nous exprimons en fonction des constantes linéiques primaires de chaque ligne

$$\beta_1 = \sqrt{L_1 C_1} \omega \quad \text{et} \quad \beta_2 = \sqrt{L_2 C_2} \omega \quad (II.3)$$

Lorsque la longueur d'onde est bien supérieure à la longueur du câble, nous pouvons confondre les exponentielles des expressions (II.1) avec leur développement limité au premier ordre, nous obtenons alors des expressions très simples de  $V_1(0)$  et  $V_1(L)$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1(0) \approx - \frac{I_2(0)}{2} Z_t L \quad (II.4) \\ V_1(L) \approx - \frac{I_2(0)}{2} Z_t L \quad (II.5) \end{array} \right.$$

La longueur "L" du câble coaxial doit être très inférieure à la longueur d'onde la plus faible de façon à toujours satisfaire les approximations

$$|\gamma_1 L| \ll 1 \quad \text{et} \quad |\gamma_2 L| \ll 1$$

La longueur des échantillons est limitée en valeur minimum par les effets d'extrémité. L'impédance de transfert est un paramètre linéique, le résultat de la mesure est proportionnel à l'intégration de ce paramètre sur toute la longueur de l'échantillon.

Dans les applications pratiques nous rencontrons deux variétés de blindages.

Les blindages homogènes et les blindages à structure périodique.

Dans le premier cas nous devons diminuer les défauts d'immunité des connecteurs. Il faut que la longueur de l'échantillon soit suffisamment importante pour que la tension perturbatrice due à l'impédance de transfert du câble soit supérieure aux tensions parasites introduites par les transitions provoquées par les connecteurs.

Dans le second cas la structure périodique est souvent associée à la présence d'une tresse ou d'une distribution d'ouvertures dans le blindage.

Pour que l'intégration de l'impédance de transfert soit réaliste il faut disposer d'un échantillon de longueur très supérieure à la période "d" des motifs géométriques.

Pour les expériences mises en oeuvre dans la suite, des échantillons de 1,2 m de longueur ont donné pleinement satisfaction. La fréquence maximum des signaux est de 30 MHz.

L'impédance caractéristique de la ligne perturbatrice doit être assez élevée pour pouvoir négliger l'affaiblissement en ligne.

Pour les câbles les plus usuels des impédances caractéristiques de  $20\Omega$  à  $60\Omega$  ont donné satisfaction.

L'adaptation de la ligne perturbatrice est obtenue au moyen d'une méthode de réflectométrie. Le recours à cette solution est d'une mise en oeuvre rapide, la précision obtenue n'est toutefois pas meilleure que 20 %.

Les résultats exploités par la suite ont montré qu'une imprécision de l'impédance caractéristique connectée à l'extrémité de la ligne perturbatrice n'entraîne pas de modifications sensibles sur la mesure des paramètres de transfert.

La méthode de mesure de l'impédance de transfert, telle qu'elle a été décrite précédemment apporte inévitablement une limitation aux fréquences élevées.

En effet si nous développons les expressions (II.1) au second ordre nous obtenons les limites suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} -2 \frac{V_1(0)}{I_2(0)} \frac{1}{L} \rightarrow Z_t - \frac{Z_t}{2} (\gamma_1 + \gamma_2) L \\ -2 \frac{V_1(L)}{I_2(0)} \frac{1}{L} \rightarrow Z_t + \frac{Z_t}{2} (\gamma_1 - \gamma_2) L \end{array} \right. \quad (II.7)$$

Il y a perturbation de la mesure due aux effets de propagation, ces expressions montrent que la mesure de la tension  $V_1(L)$  engendre le minimum d'erreur sur  $Z_t$  car le terme complémentaire est proportionnel à la différence des constantes de propagation.

Aux effets de propagation évoqués ci-dessus, nous devons ajouter le rayonnement propre de la ligne perturbatrice. Le blindage du câble est au potentiel de la masse alors que le conducteur extérieur de la cellule est au potentiel du générateur, cette ligne agit par conséquent comme une antenne induisant une tension parasite sur les appareils et connecteurs placés à proximité.

Cette limitation est surtout sensible pour les faibles valeurs d'impédances de transfert ou lorsque les mesures sont pratiquées à des fréquences élevées favorisant les couplages par induction.

Pour réduire l'action de la ligne perturbatrice sur son proche environnement, nous pouvons isoler cette ligne par un écran métallique équipotentiel au plan de masse et concentrique à la cellule de mesure.

Cette solution introduit une ligne de propagation qu'il faut également adapter, la conception mécanique de l'ensemble est aussi plus compliquée.

Pour éviter le recours à la cellule quadriaxiale, il est parfois avantageux de protéger l'appareillage sensible par une cage de FARADAY.

Ces équipements ne trouvent toutefois leur justification que si nous cherchons à évaluer des impédances de transfert inférieures à  $10^{-4} \Omega/m$  ou travailler à des fréquences très élevées supérieures à 50 MHz.

Dans la suite de notre travail nous nous intéressons à la phénoménologie du couplage électromagnétique à travers des câbles tressés ou des blindages homogènes comportant des ouvertures. Les impédances de transfert mesurées sont supérieures à  $10^{-4} \Omega/m$ , les phénomènes que nous souhaitons identifier se manifestent généralement à des fréquences inférieures à 30 MHz, nous sommes par conséquent à l'intérieur des limites envisagées dans ce paragraphe.

Nous donnons à titre d'exemple quelques résultats obtenus en signaux sinusoïdaux à partir de trois expériences sur trois échantillons de câble.

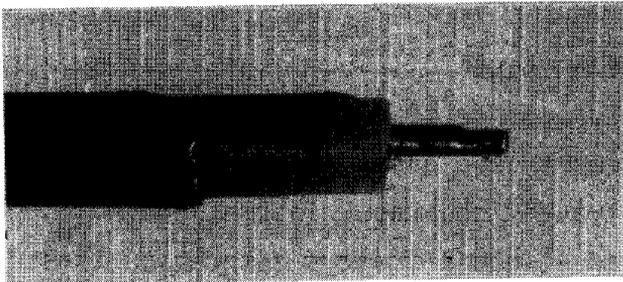
### II.1.3. Résultats de mesures obtenus sur trois échantillons

La détermination des impédances de transfert à partir des tensions mesurées  $V_1(0)$  et  $V_1(L)$  a été faite sur trois échantillons de câbles coaxiaux. Les caractéristiques géométriques de chaque échantillon sont reportées sur la PL-(II-1,a).

Pour les échantillons 1 et 2, nous obtenons la superposition des courbes d'impédances de transfert mesurées à partir des tensions  $V_1(0)$  et  $V_1(L)$ . PL-(II-1,b).

Pour l'échantillon 1 nous avons également fait apparaître les variations théoriques calculées par l'expression ( I-12 ) du premier chapitre. Nous obtenons une bonne correspondance des résultats expérimentaux et théoriques jusque la fréquence de 2 MHz, au-dessus de cette valeur nous assistons à une remontée de l'impédance déterminée expérimentalement, ce comportement traduit la limitation de notre banc de mesure à  $|Z_t| = 210^{-5} \Omega/m$ .

Les caractéristiques d'impédance de transfert mesurées sur l'échantillon 3 fait apparaître une singularité. En effet au-dessus de 300 kHz, nous n'obtenons plus la juxtaposition des impédances déterminées à partir de  $V_1(0)$  et  $V_1(L)$ , les courbes deviennent proportionnelles à la fréquence.

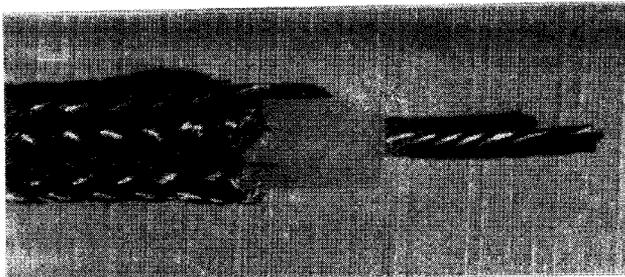


Echantillon - I

Blindage Homogène (Cuirre)

Diamètre  $D = 9 \text{ mm.}$

Epaisseur  $e = 0,3 \text{ mm.}$

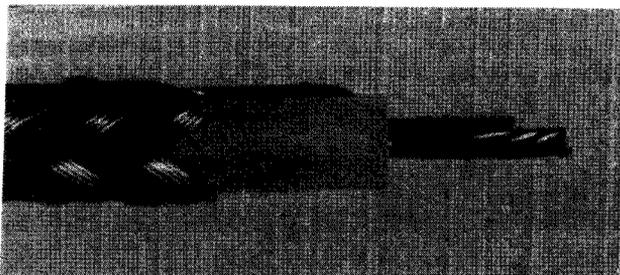


Echantillon - II

Tresse-Recouvrement  
important RG213-U

Diamètre  $D = 7,3 \text{ mm.}$

Recouvrement  $A = 0,98$



Echantillon - III

Tresse-Faible Recouvrement

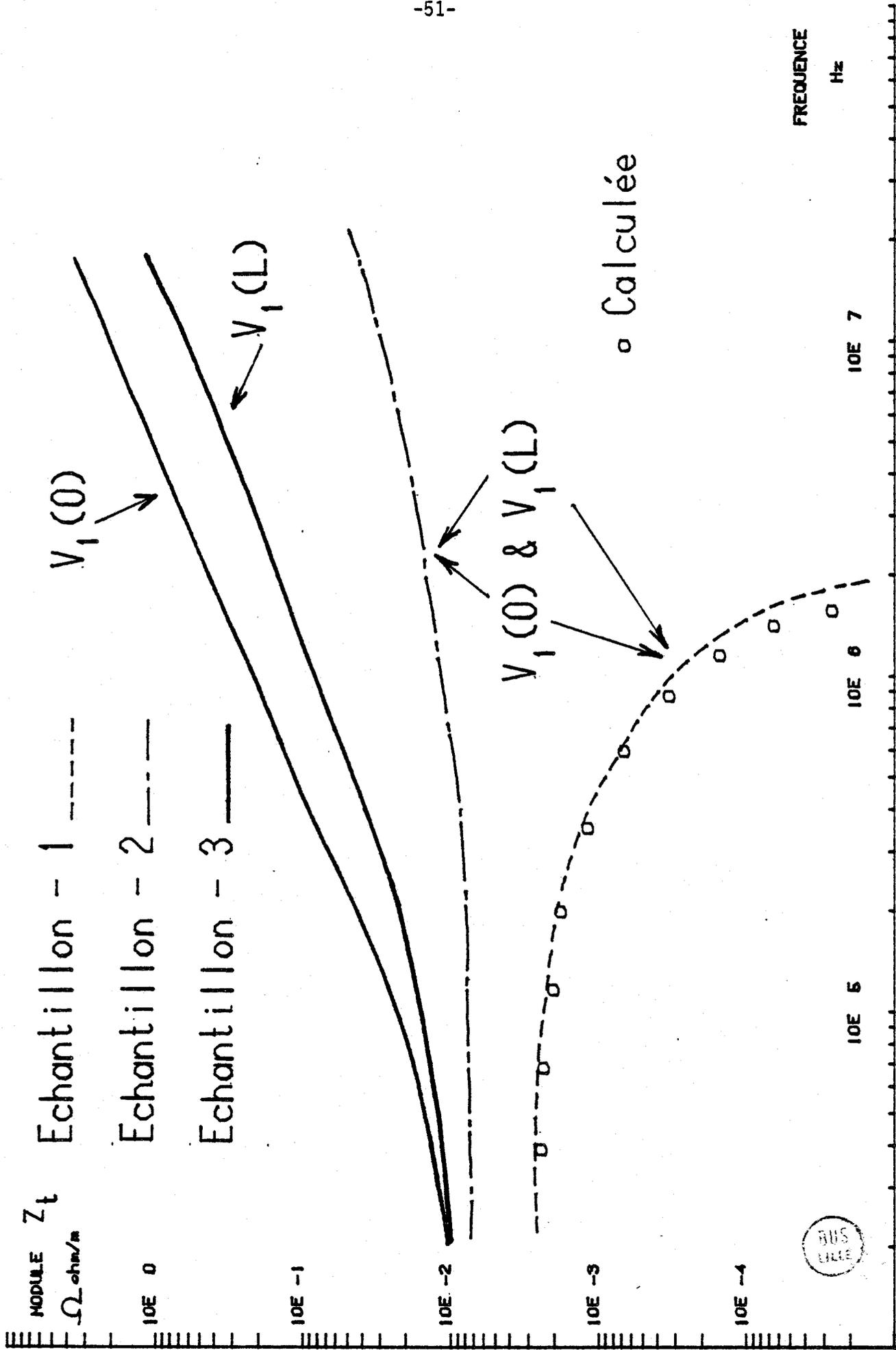
CERLIL (Prototype)

Diamètre  $D = 7,3 \text{ mm.}$

Recouvrement  $A = 0,64$



PL(II-1, a)



PL(II-1,b)

La structure du blindage de l'échantillon 3 est une tresse à faible recouvrement optique, le phénomène de couplage est très différent de celui envisagé pour le blindage homogène où l'impédance de transfert traduit la diffusion du champ électrique parallèle à l'axe du câble [24] (chapitre I).

Ces résultats suggèrent d'ajouter un terme supplémentaire à l'impédance de transfert. L'inductance de transfert " $L_t$ ".

L'impédance de transfert s'exprime sous la forme

$$Z_t = Z_{t0} + jL_t\omega \quad (\text{II-8})$$

$Z_{t0}$  traduit la diffusion du champ électrique ou plus généralement la contribution de l'impédance interne des conducteurs composant la tresse.

Si cette expression est satisfaisante pour traduire la linéarité de la courbe  $Z_t(\omega)$  lorsque la fréquence est supérieure à 1 MHz, elle n'explique pas l'écart engendré à partir de la mesure de  $V_1(0)$  ou de  $V_1(L)$ .

Pour introduire l'inductance de transfert, nous admettons l'hypothèse d'un couplage magnétique entre l'extérieur et l'intérieur du câble coaxial, cette situation n'est pas en contradiction avec la théorie des lignes couplées du premier chapitre de notre thèse.

En généralisant ce concept, [27] [57] nous devons associer au couplage magnétique un couplage électrostatique que nous traduisons par un terme capacité de transfert " $C_t$ ". La capacité de transfert étant une extension de la capacité mutuelle rencontrée dans l'étude des lignes couplées.

Nous montrons par la suite que l'action conjuguée de l'inductance de transfert " $L_t$ " et de la capacité de transfert " $C_t$ " permet d'expliquer l'écart enregistré entre  $V_1(0)$  et  $V_1(L)$ .

Les variations d'impédances de transfert obtenues à partir de l'échantillon 2 à bon recouvrement optique font aussi apparaître une remontée de l'impédance de transfert pour les fréquences supérieures à 1 MHz. Nous verrons au chapitre IV de notre thèse qu'un tel comportement peut également être attribué à l'inductance de transfert mais aussi à d'autres types de couplages électromagnétiques.

II.2. Introduction des notions "d'inductance" et de "capacité" de transfert

II.2.1. Définition des inductance et capacité de transfert

Nous pouvons d'un point de vue mathématique introduire les inductance et capacité de transfert à partir des équations différentielles des lignes couplées exprimées sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{dV_1}{dz} = Z_1 I_1 - Z_t I_2 \\ -\frac{dV_2}{dz} = -Z_t I_1 + Z_2 I_2 \end{array} \right. \quad (II-9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{dI_1}{dz} = Y_1 V_1 + Y_t V_2 \\ -\frac{dI_2}{dz} = Y_t V_1 + Y_2 V_2 \end{array} \right. \quad (II-10)$$

Il s'agit de la définition introduite par F. VANCE [27] , faisant référence aux notations du schéma de la figure (II.3)

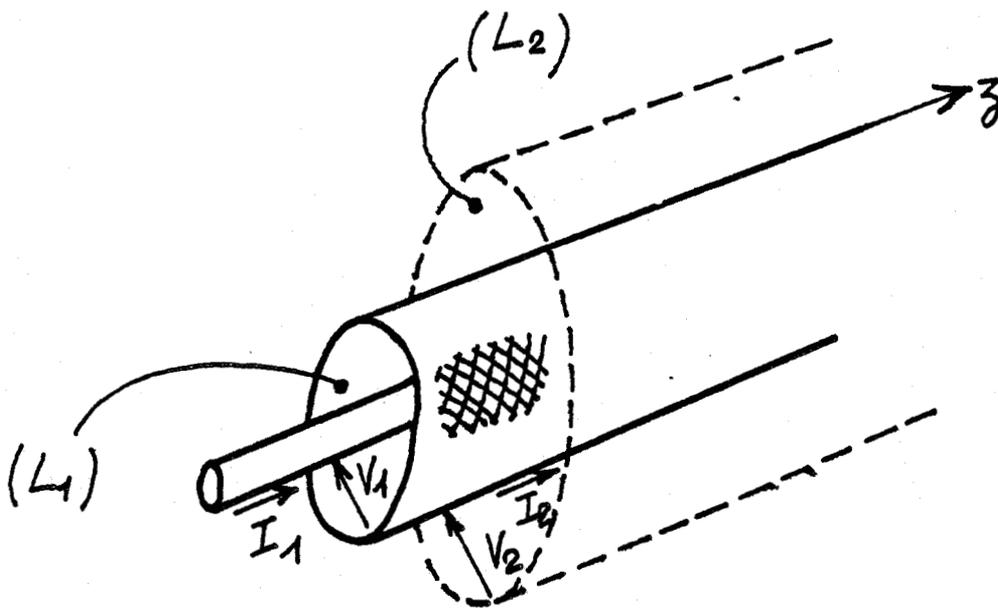


Figure (II-3)

$(Z_1, Y_1)$  et  $(Z_2, Y_2)$  sont les constantes linéiques primaires des lignes  $(L_1)$  et  $(L_2)$ .

" $Z_t$ " est l'impédance de transfert que nous exprimons sous la forme :

$$Z_t = Z_{t0} + jL_t\omega \quad (\text{II-11})$$

où  $Z_{t0} = R_{t0} + jX_{t0} \quad (\text{II-12})$

est l'élément relatif à la diffusion et " $L_t$ ", l'inductance de transfert.

$Y_t$  est l'admittance de transfert

$$Y_t = jC_t\omega \quad (\text{II-13})$$

où  $C_t$  est la capacité de transfert.

### II.2.2. Calcul de la réponse en régime harmonique

Si nous utilisons les conventions du schéma de la cellule de mesure figure (II-1) où  $(L_1)$  est la ligne coaxiale et  $(L_2)$  la ligne perturbatrice, nous négligeons la réaction de la ligne  $(L_2)$  sur la ligne  $(L_1)$ , condition que nous pouvons exprimer par :

$$|Z_t I_1| \ll |Z_2 I_2| \quad \text{et} \quad |Y_t V_1| \ll |Y_2 V_2| \quad (\text{II-14})$$

Nous obtenons alors le système :

$$\begin{cases} -\frac{dV_1}{dz} = Z_1 I_1 - Z_t I_2 \\ -\frac{dI_1}{dz} = Y_1 V_1 + Y_t V_2 \end{cases} \quad (\text{II-15})$$

dans lequel  $I_2 = I_{20} e^{-\gamma_2 z}$  et  $V_2 = Z_{c2} I_{20} e^{-\gamma_2 z} \quad (\text{II-16})$

Les solutions du système (II-15) s'écrivent très simplement lorsque les lignes ( $L_1$ ) et ( $L_2$ ) sont adaptées, nous obtenons pour  $V_1(o)$  et  $V_1(L)$  les expressions suivantes :

$$V_1(o, \omega) = - \frac{I_2(o, \omega)}{2} (Z_{to} + jL'_t \omega) \frac{1 - e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)L}}{\gamma_1 + \gamma_2} \quad (II-17)$$

$$V_1(L, \omega) = - \frac{I_2(o, \omega)}{2} (Z_{to} + jL''_t \omega) \frac{1 - e^{-(\gamma_2 - \gamma_1)L}}{\gamma_2 - \gamma_1} e^{-\gamma_1 L} \quad (II-18)$$

où " $L'_t$ " et " $L''_t$ " peuvent être assimilées à des inductances de transfert équivalentes. [17]

$$L'_t = L_t + Z_{c1} Z_{c2} C_t \quad (II-19)$$

$$L''_t = L_t - Z_{c1} Z_{c2} C_t \quad (II-20)$$

Ces expressions montrent que l'existence d'un couplage capacitif peut modifier l'amplitude relative des tensions  $V_1(o)$  et  $V_1(L)$ , comme cela a été observé dans l'expérimentation de l'échantillon 3 du paragraphe précédent.

Les expressions (II-19) et (II-20) permettent de distinguer deux régions :

- les fréquences basses pour lesquelles

$$L'_t \omega \ll |Z_{to}| \quad \text{et} \quad L''_t \omega \ll |Z_{to}|$$

d'où

$$(II-21)$$

$$V_1(o) = V_1(L)$$

- les fréquences hautes dans le cas contraire, la fréquence de transition des deux régions est fonction des caractéristiques du blindage. Les expériences mises en oeuvre dans notre thèse ont montré que les fréquences de transition sont comprises entre 150 kHz et 1 MHz.

Pour pouvoir isoler par un procédé de mesure les paramètres de transfert  $Z_{to}$ ,  $L'_t$ ,  $L''_t$  il faut avoir accès aux mesures des grandeurs  $V_1(0)$ ,  $V_1(L)$  et  $I_2(0,\omega)$  exprimées en module et en phase.

L'expérimentation par une méthode basée sur l'exploitation des modules de la tension et du courant n'est plus possible. C'est dans ce but que nous avons étudié un procédé de mesure basé sur l'injection d'impulsions de courant.

La mesure comporte deux étapes :

- une première étape qualitative consistant à visualiser les signaux  $V_1(0,t)$ ,  $V_1(L,t)$  et  $I_2(0,t)$ , cette première approche permet d'apprécier la nature du couplage électromagnétique.
- une seconde étape basée sur le traitement numérique des signaux précédents. Le logiciel calcule les variations d'amplitude et de phase de  $Z_t$  et  $Y_t$  en fonction de la fréquence.

### II.3. Réponse d'un câble coaxial soumis à une perturbation E.M. engendrée par une impulsion de courant

#### II.3.1. Réponse à des impulsions rectangulaires

Le système (II-15) peut aussi s'exprimer en fonction de la variable temps sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} - \frac{\partial V_1}{\partial z} = L_1 \frac{\partial I_1}{\partial t} + R_1 I_1 - L_t \frac{\partial I_2}{\partial t} - R_0 I_2 \\ - \frac{\partial V_1}{\partial z} = C_1 \frac{\partial V_1}{\partial t} + C_t \frac{\partial V_2}{\partial t} \end{array} \right. \quad (II-22)$$

Expressions dans lesquelles :

$L_1$  et  $C_1$  sont les inductance et capacité linéiques du câble coaxial .

$R_1$  : la résistance linéique du câble coaxial .

$L_t$  et  $C_t$  : les inductance et capacité de transfert.

$R_0$  est la résistance linéique du blindage.

La traduction dans le domaine temporel de la diffusion du champ n'est pas simple, c'est pour cette raison que nous nous limitons dans l'approche analytique au seul effet de la résistance linéique du blindage auquel nous ajoutons inductance et capacité de transfert.

Prenons la transformée de LAPLACE de chacune des expressions. Si nous supposons nuls courants et tensions à l'instant  $t = 0$

$$V_2(z,0) = 0, I_2(z,0) = 0, V_1(z,0) = 0 \text{ et } I_1(z,0) = 0 \quad (\text{II-23})$$

Le système (II-22) peut s'écrire :

$$\begin{cases} -\frac{dV_1}{dz} = Z_1(p) I_1 - Z_t(p) I_2 \\ -\frac{dI_1}{dz} = Y_1(p) V_1 + Y_t(p) V_2 \end{cases} \quad (\text{II-24})$$

expressions dans lesquelles :

$$Z_1(p) = L_1 p + R_1$$

$$Z_t(p) = L_t p + R_0$$

$$Y_1(p) = C_1 p$$

$$Y_t(p) = C_t p$$

(II-25)

Dans une première approximation nous négligeons la résistance linéique du câble coaxial vis à vis de l'inductance opérationnelle, nous pourrions vérifier cette hypothèse à postériori.

Les solutions du système (II-24) sont dans ce cas très simples, elles s'expriment sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1(o,p) = - \frac{I_2(o,p)}{2} (R_0 + L'_t p) \frac{1 - e^{-(\theta_1 + \theta_2)p}}{(\theta_1 + \theta_2)p} \quad (II-26) \\ V_1(L,p) = - \frac{I_2(o,p)}{2} (R_0 + L''_t p) \frac{1 - e^{-(\theta_2 - \theta_1)p}}{(\theta_2 - \theta_1)p} e^{-\theta_1 p} L \quad (II-27) \end{array} \right.$$

$\theta_1$  et  $\theta_2$  sont les temps de propagation dans les lignes ( $L_1$ ) et ( $L_2$ ).

Définissons une impulsion rectangulaire par la fonction  $I_2(o,t)$

$$I_2(o,t) = I_{o2} [\gamma(t) - \gamma(t - \tau)] \quad (II-28)$$

où  $\gamma(t)$  est la fonction unité

$$\begin{array}{l} \gamma(t) = 0 \quad t < 0 \\ \gamma(t) = 1 \quad t \geq 0 \end{array} \quad (II-29)$$

et " $\tau$ " la largeur de l'impulsion.

La transformée de LAPLACE du courant s'exprime par conséquent

$$I_2(o,p) = \mathcal{L} [I_2(o,t)] = \frac{I_{o2}}{p} (1 - e^{-\tau p}) \quad (II-30)$$

Si nous admettons que les temps de propagation ont une durée inférieure à la largeur " $\tau$ " de l'impulsion, le profil de la réponse du câble est représenté sur la figure (II-4) où

$$\begin{cases} V_1(0,t) = \mathcal{L}^{-1}[V_1(0,p)] \\ V_1(L,t) = \mathcal{L}^{-1}[V_1(L,p)] \end{cases} \quad (\text{II-31})$$

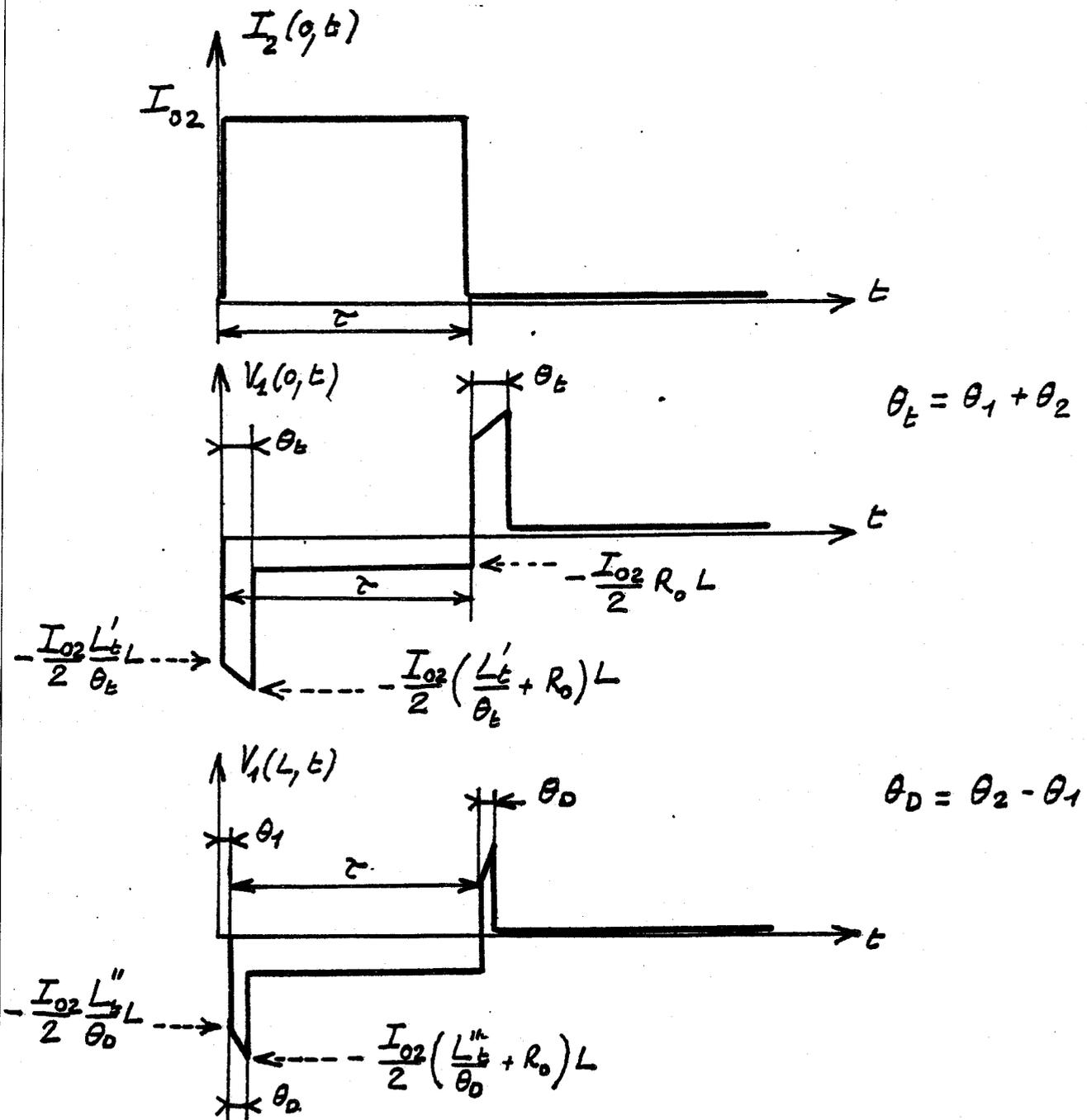


Figure (II-4)

Aux points de transition du courant en  $t = 0$  et  $t = \tau$  la réponse du câble présente un effet de dérivation caractérisé par des amplitudes maximum ou minimum proportionnelles à des quantités fonction de " $L'_t$ " et " $L''_t$ ". Durant la phase stationnaire du courant  $0 < t < \tau$ , la réponse offre un palier proportionnel à " $R_0$ ".

Ces résultats montrent que la réponse impulsionnelle contient toutes les informations permettant d'identifier

$$L_t, C_t \text{ et } R_0.$$

Pratiquement il n'est pas très aisé d'utiliser des impulsions parfaitement rectangulaires, d'autre part cette solution conduit à une disproportion très importante du maximum et minimum de  $V_1(0,t)$  et  $V_1(L,t)$ . En effet ces amplitudes sont inversement proportionnelles à " $\theta_t$ " =  $\theta_1 + \theta_2$  et " $\theta_D$ " =  $\theta_2 - \theta_1$  quantités difficiles à évaluer avec précision.

C'est pour donner à la mesure un caractère plus réaliste que nous utiliserons par la suite des impulsions de forme trapézoïdale. L'expérimentateur peut de cette façon régler la durée de transition des signaux et ajuster la valeurs des maximums ou minimums de la réponse à un niveau compatible avec l'amplitude du palier caractérisant  $R_0$ .

Si la durée de transition du signal est très supérieure au temps de propagation, nous allons montrer que la mesure devient totalement indépendante de  $\theta_t$  et  $\theta_D$ .

### II.3.2. Réponse à des impulsions de forme trapézoïdale

L'impulsion de courant trapézoïdale est caractérisée par les trois paramètres suivants :

Durée :  $\tau$   
Transition :  $\tau_D$  (temps de descente et montée)  
Amplitude :  $I_{02}$

Ces notations sont conformes au schéma de la figure (II.5)

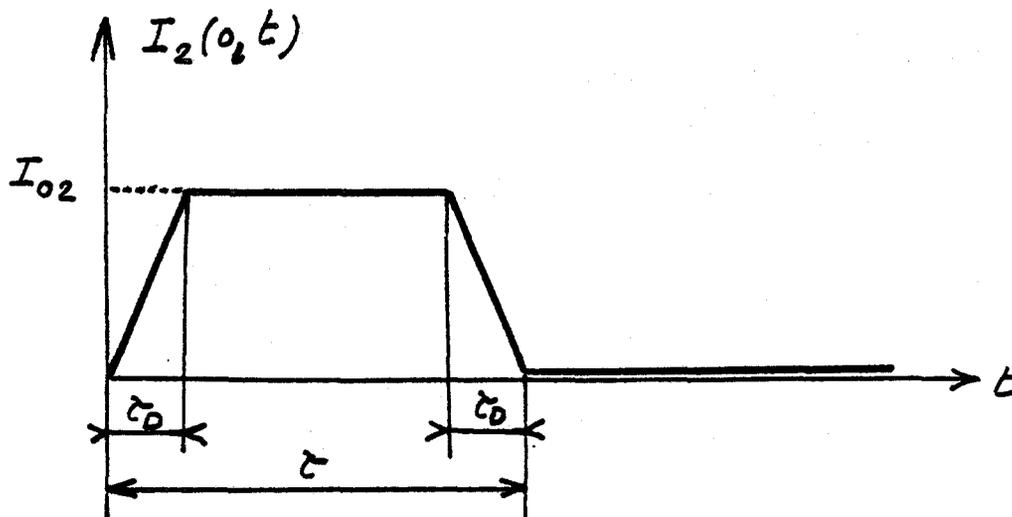


Figure (II-5)

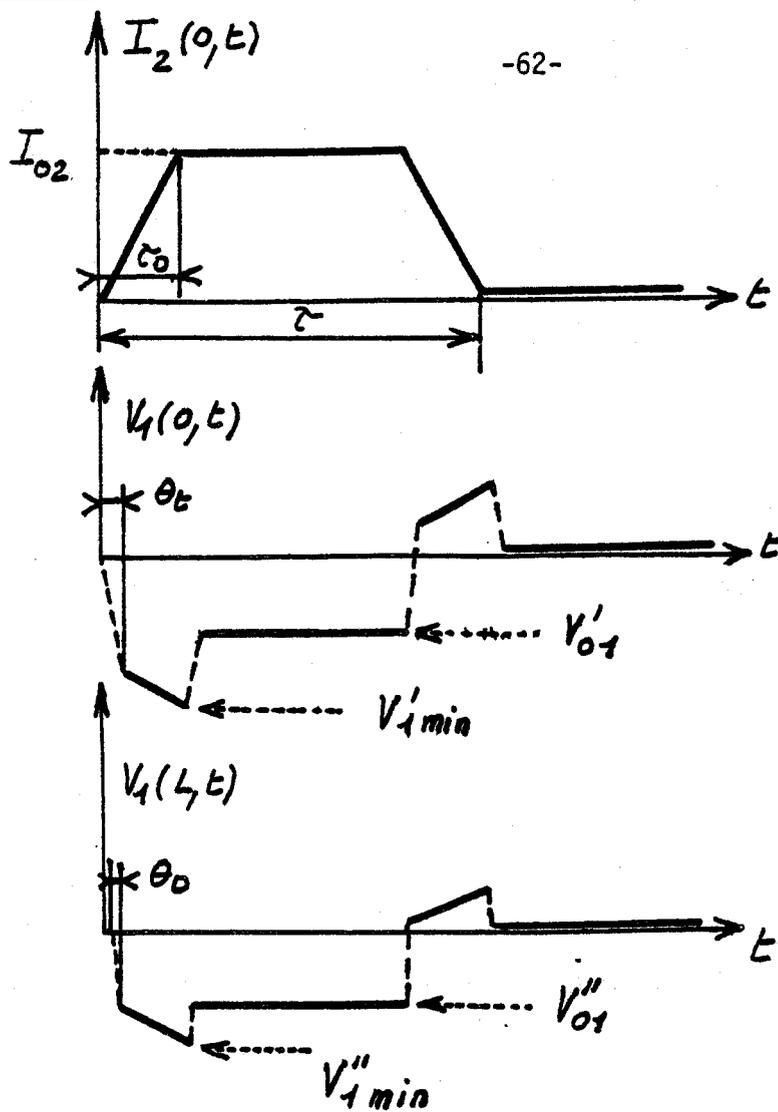
Si nous exprimons analytiquement le courant  $I_2(o, t)$ , à la demi largeur ( $0 < t < \tau/2$ ) nous obtenons les relations suivantes :

$$I_2(o, t) = I_{o2} \left[ t\gamma(t) - (t - \tau_D)\gamma(t - \tau_D) \right] / \tau_D \quad (\text{II-32})$$

$$I_2(o, p) = \mathcal{L} [I_2(o, t)] = \frac{I_{o2}}{\tau_D p^2} (1 - e^{-\tau_D p}) \quad (\text{II-33})$$

Les réponses  $V_1(o, t)$  et  $V_1(L, t)$  sont calculées par la transformation inverse de LAPLACE appliquée sur les expressions (II-26) et (II-27).

Lorsque  $\theta_t$  et  $\theta_D$  sont très inférieurs au temps de transition, l'allure générale de la réponse est représentée sur la figure (II-6)



$\theta_t$  et  $\theta_0 \ll \tau_D$

Figure (II-6)

Nous distinguons également des valeurs caractéristiques de la réponse définie par les amplitudes extrêmes et celles correspondantes au palier. Les valeurs exactes ont respectivement pour expressions

$$(II-34) \quad V'_{1\min} = V_1(0, \tau_D) = -\frac{I_{02}}{2} \left[ R_0 \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\theta_t}{\tau_D} \right) + \frac{L'_t}{\tau_D} \right] L$$

$$(II-35) \quad V'_{01} = V''_{01} = V_1(0, \tau_D + \theta_t) = V_1(L, \tau_D + \theta_1 + \theta_0) = -\frac{I_{02}}{2} R_0 L$$

$$(II-36) \quad V''_{\min} = V_1(L, \tau_D + \theta_1) = -\frac{I_{02}}{2} \left[ R_0 \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\theta_D}{\tau_D} \right) + \frac{L''_t}{\tau_D} \right] L$$

Si nous ajustons la transition du courant perturbateur pour satisfaire les conditions

$$\theta_t \ll \tau_D \text{ et } \theta_D \ll \tau_D \quad (\text{II-37})$$

Les expressions (II-34) et (II-36) dépendent uniquement du temps de transition

$$V'_{1\min} \approx - \frac{I_{02}}{2} \left( R_0 + \frac{L'_t}{\tau_D} \right) L \quad (\text{II-38})$$

$$V'_{01} = V''_{01} \approx - \frac{I_{02}}{2} R_0 L \quad (\text{II-39})$$

$$V''_{1\min} \approx - \frac{I_{02}}{2} \left( R_0 + \frac{L''_t}{\tau_D} \right) L \quad (\text{II-40})$$

Si le blindage obéit à ce type de comportement nous obtenons directement au moyen de la réponse transitoire les trois paramètres caractéristiques du blindage :

$$L_t = - \tau_D \left( \frac{V'_{1\min} + V''_{1\min}}{I_{02}L} - R_0 \right) \quad (\text{II-41})$$

$$C_t = - \frac{1}{Z_{c1}Z_{c2}} \left( \frac{V'_{1\min} - V''_{1\min}}{I_{02}L} \right) \tau_D \quad (\text{II-42})$$

$$\text{où } R_0 = - 2 \frac{V'_{01}}{I_{02}L} \quad (\text{II-43})$$

Les résultats sont très intéressants puisqu'ils permettent d'extraire l'inductance et la capacité de transfert à partir de la visualisation de la réponse.

Les éléments introduits dans cette approche analytique sont toutefois fondés sur l'approximation consistant à négliger la diffusion du champ électrique dans le blindage rendant de ce fait la composante réelle de l'impédance de transfert indépendante de la fréquence.

Dans le cas général cette hypothèse n'est plus justifiée et nous devons recourir à une approche numérique faisant appel à la transformation rapide de FOURIER.

### II.3.3. Construction de la réponse au moyen de la transformation rapide de FOURIER.

#### Comparaison avec les résultats expérimentaux.

Le courant perturbateur  $I_2(o,t)$  peut aussi s'exprimer par son expression duale dans le domaine spectral en appliquant l'opérateur de FOURIER (Annexes - II)

$$I_2(o,\omega) = \mathcal{F} [I_2(o,t)] \quad (\text{II-44})$$

Pour évaluer la réponse temporelle il suffit d'exploiter les expressions (II-17) et (II-18) et de rechercher la transformée inverse

$$V_1(o,t) = \mathcal{F}^{-1} [V_1(o,\omega)] \quad (\text{II-45})$$

$$V_1(L,t) = \mathcal{F}^{-1} [V_1(L,\omega)] \quad (\text{II-46})$$

Deux expériences vont nous permettre de comparer les résultats expérimentaux et théoriques obtenus par la programmation des expressions (II-45) et (II-46). Les câbles expérimentés sont :

- un câble tressé du type CERLIL  
Echantillon 3 PL-(II-1)
- un câble à blindage homogène  
Echantillon 1 PL-(II-1)

- Expérimentation du câble tressé (Echantillon 3)

Sur la PL-(II-2) nous avons fait figurer les oscillogrammes correspondant aux signaux

$$I_2(o,t), V_1(o,t) \text{ et } V_1(L,t)$$

La longueur de l'échantillon est égale à 1,2 m.

L'allure générale des signaux montre une bonne corrélation entre l'approche analytique précédente et l'existence des paramètres  $L_t$ ,  $C_t$  et  $R_o$ . Compte tenu des paramètres de l'impulsion perturbatrice

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{o2} = 80 \text{ mA} \\ \tau = 3,7 \text{ } \mu\text{s} \\ \tau_D = 1,1 \text{ } \mu\text{s} \end{array} \right. \quad (\text{II-47})$$

Nous déduisons les valeurs de  $L_t$ ,  $C_t$  et  $R_o$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_t = 16,9 \text{ nH/m} \\ R_o = 12,2 \text{ m}\Omega/\text{m} \\ C_t = 3,9 \text{ pF/m} \end{array} \right. \quad (\text{II-48})$$

L'impédance caractéristique des lignes est respectivement  $ZC_1 = 50 \text{ } \Omega$  et  $ZC_2 = 41 \text{ } \Omega$

Les paramètres indiqués en (II-47) et (II-48) ont été introduits dans le programme de calcul donnant la réponse du câble à une impulsion. Les résultats obtenus sont figurés sur la PL-(II-2), nous observons une très bonne correspondance entre la forme et l'amplitude des signaux expérimentaux et théoriques.

Ce résultat est fondamental, il nous permet d'attribuer au câble tressé à faible recouvrement une inductance et une capacité de transfert

- Expérimentation du câble à blindage homogène (Echantillon 1)

Sur la PL-(II-3) sont figurés les oscillogrammes correspondant aux signaux.

$$I_2(o,t), V_1(o,t) \text{ et } V_1(L,t)$$

Nous observons une identité des réponses aux deux extrémités, la réponse ne fait pas apparaître de dérivation au point de transition du courant, la pénétration de la perturbation est accompagnée d'une relaxation. [37]

Les caractéristiques de l'impulsion de courant sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{O2} = 125 \text{ mA} \\ \tau = 0,8 \text{ } \mu\text{s} \\ \tau_D = 230 \text{ ns} \end{array} \right. \quad (\text{II-49})$$

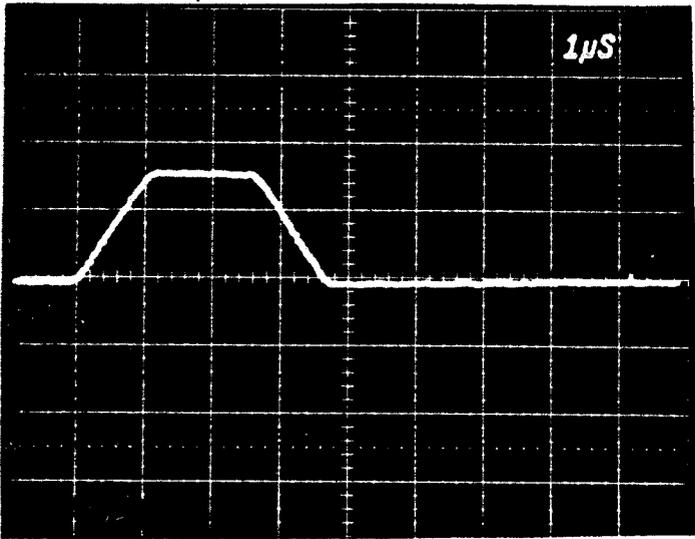
Compte tenu des caractéristiques de l'échantillon, (II-17) et (II-18) ont été programmées à partir de l'expression de  $Z_{t0}(\omega)$  donnée par (I-12) nous devons y ajouter la condition du blindage homogène  $L_t = 0$  et  $C_t = 0$

L'application de la transformée inverse sur les expressions  $V_1(o,\omega)$  et  $V_1(L,\omega)$  ainsi calculées, restitue des signaux théoriques de profil et d'amplitude identiques aux signaux expérimentaux.

# Echantillon - 3

Experimentation

Théorie

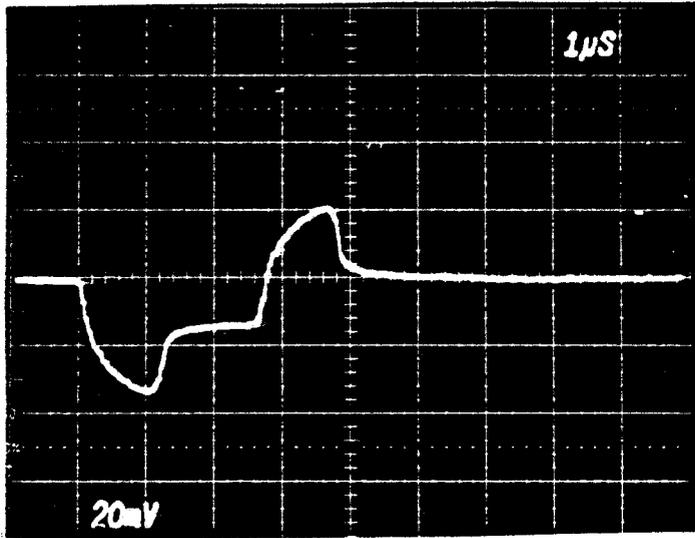


$I_2(0,t)$

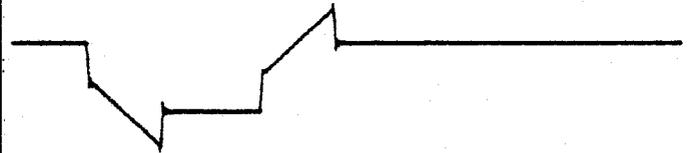


1  $\mu$ s.

50 mA.

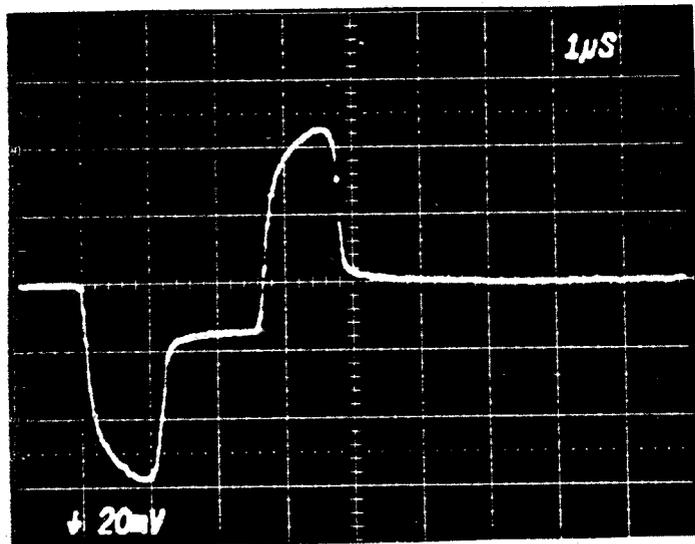


$V_1(L,t)$

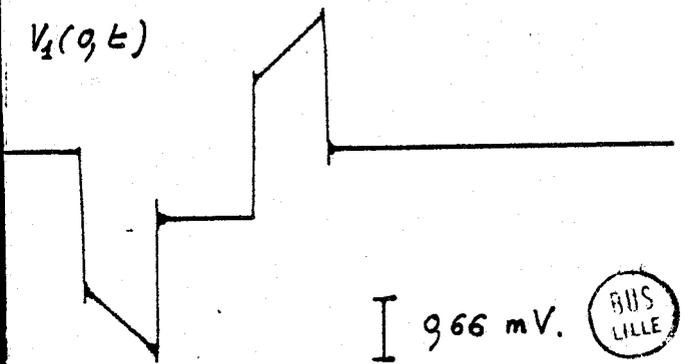


0,66 mV.

$V_1(L,t) \times 31$



$V_1(0,t)$



966 mV.



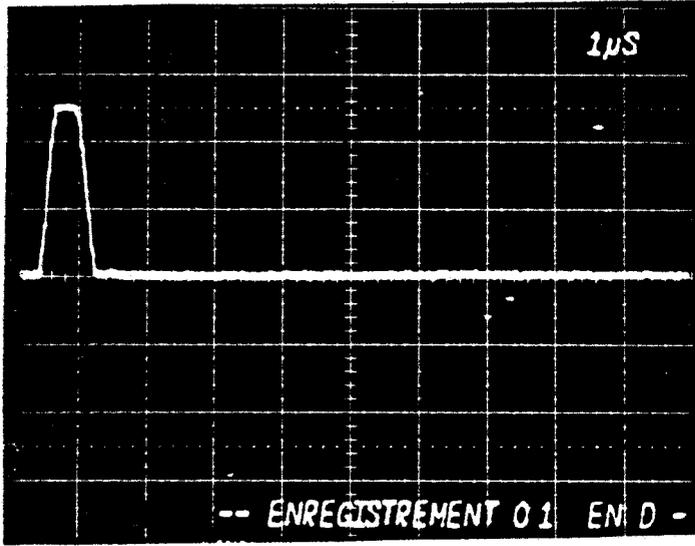
$V_1(0,t) \times 31$

PL(II-2)

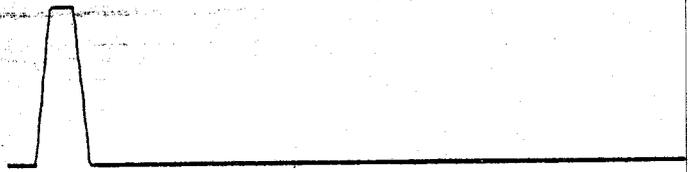
Echantillon-1

Experimentation.

Théorie

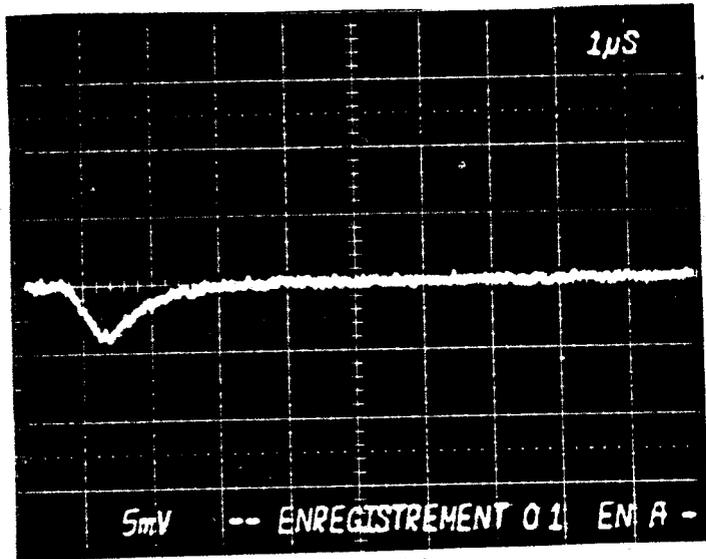


$I_2(0,t)$

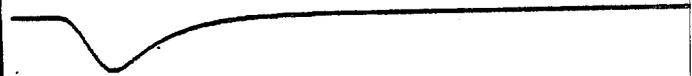


1  $\mu$ S.

50 mA.

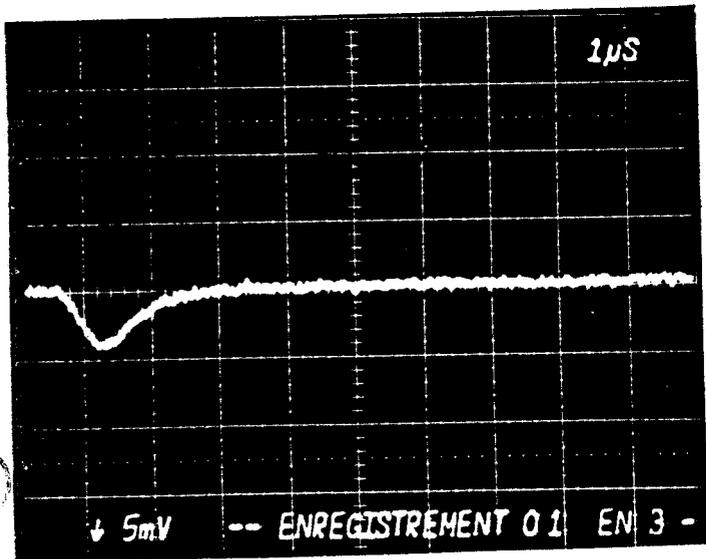


$V_2(L,t)$

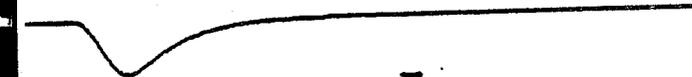


0,16 mV.

$V_2(L,t) \times 31$



$V_2(0,t)$



0,16 mV.

$V_2(0,t) \times 31$

PL(II-3)



Les résultats que nous venons d'exposer associent au blindage tressé correspondant à la structure de l'échantillon 3 un couplage du type inductance et capacité de transfert.

L'allure générale de la réponse du câble contient par conséquent les informations permettant d'identifier la nature du couplage. En effet la seconde expérience montre que le couplage par diffusion engendre une relaxation sur la réponse du câble.

#### II.3.4. Identification des "Impédance" et "Capacité" de transfert par observation directe

L'utilisation du montage totalement adapté n'est pas le seul moyen permettant d'identifier l'impédance et la capacité de transfert des blindages.

D. MEREWETHER [16] proposait en 1976 d'autres configurations où les impédances terminales étaient des courts-circuits ou simplement une ligne ouverte.

Nous allons comparer les résultats théoriques obtenus en appliquant les trois montages fondamentaux (adaptation - court-circuit - circuit-ouvert).

Pour faciliter l'analyse nous nous limitons tout d'abord aux expressions établies pour les signaux sinusoidaux que nous écrivons sous la forme d'un développement limité au premier et second ordre, impliquant les conditions :

$$|\gamma_1 L| \ll 1 \quad \text{et} \quad |\gamma_2 L| \ll 1 \quad (\text{II-50})$$

En posant

$$Z_t(\omega) = Z_{t0}(\omega) + jL_t\omega \quad \text{et} \quad Y_t = jC_t\omega \quad (\text{II-51})$$

Nous obtenons les relations :

- adaptation totale

$$Z_{o1} = Z_{L1} = Z_{C1}$$

(II-52)

$$Z_{o2} = Z_{L2} = Z_{C2}$$

$$V_1(o,\omega) = -\frac{I_{o2}}{2} (Z_t + Y_t Z_{C1} Z_{C2}) L + \frac{I_{o2}}{4} (Z_t + Y_t Z_{C1} Z_{C2})(\gamma_1 + \gamma_2) L^2 \quad (II-53)$$

$$V_1(L,\omega) = -\frac{I_{o2}}{2} (Z_t - Y_t Z_{C1} Z_{C2}) L + \frac{I_{o2}}{4} (Z_t - Y_t Z_{C1} Z_{C2})(\gamma_1 + \gamma_2) L^2 \quad (II-54)$$

- court circuit

$$Z_{o2} = Z_{L2} = Z_{C2}$$

(II-55)

$$Z_{o1} = Z_{C1} \quad Z_{L1} = 0$$

$$V_1(o,\omega) = -I_{o2} Z_t L + \frac{I_{o2}}{2} \left[ Z_t (2\gamma_1 + \gamma_2) - Y_t Z_{C1} Z_{C2} \gamma_1 \right] L^2 \quad (II-56)$$

$$Z_{o1} = 0 \quad Z_{L1} = Z_{C1}$$

$$V_1(L,\omega) = I_{o2} Z_t L + \frac{I_{o2}}{2} \left[ Z_t (2\gamma_1 + \gamma_2) + Y_t Z_{C1} Z_{C2} \gamma_1 \right] L^2 \quad (II-57)$$

- circuit ouvert

$$Z_{o2} = Z_{L2} = Z_{C2}$$

(II-58)

$$Z_{o1} = Z_{C1} \quad Z_{L1} = \infty$$

$$V_1(0, \omega) = - I_{o2} Y_t Z_{C1} Z_{C2} L + \frac{I_{o2}}{2} \left[ Y_t Z_{C1} Z_{C2} (2\gamma_1 + \gamma_2) - Z_t \gamma_1 \right] L^2 \quad (\text{II-59})$$

$$Z_{o1} = \infty \quad Z_{L1} = Z_{C1}$$

$$V_1(L, \omega) = + I_{o2} Y_t Z_{C1} Z_{C2} L - \frac{I_{o2}}{2} \left[ Y_t Z_{C1} Z_{C2} (2\gamma_1 + \gamma_2) + Z_t \gamma_1 \right] L^2 \quad (\text{II-60})$$

Si nous analysons le développement au premier ordre nous distinguons les particularités propres à chaque montage :

- les lignes adaptées introduisent dans les réponses  $V_1(0)$  et  $V_1(L)$  les informations impédance et admittance de transfert ;
- les signaux obtenus avec une terminaison en court-circuit sont identiques et proportionnels à l'impédance de transfert ;
- les réponses en présence du circuit ouvert à une extrémité montrent qu'il y a opposition de phase entre  $V_1(0)$  et  $V_1(L)$ , l'amplitude des signaux est dans ce cas proportionnelle à l'admittance de transfert.

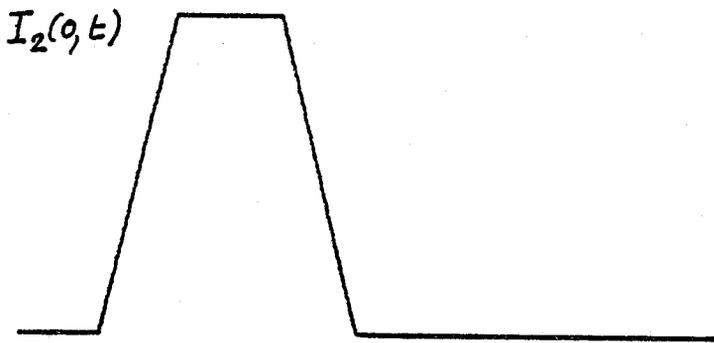
Lorsque la longueur de la ligne n'est plus faible devant la longueur d'onde il faut introduire le développement d'ordre supérieur, les expressions obtenues montrent qu'il y a interférence des paramètres  $Z_t$  et  $Y_t$  sur la réponse des montages court-circuit et circuit ouvert.

Si nous formons l'addition et la soustraction des réponses obtenues en lignes adaptées :

$$\begin{cases} V_A(\omega) = V_1(0, \omega) + V_1(L, \omega) \\ V_S(\omega) = V_1(0, \omega) - V_1(L, \omega) \end{cases} \quad (\text{II-61})$$

les expressions (II-53) et (II-54) montrent que même prolongées au deuxième ordre, les informations  $V_A$  et  $V_S$  permettent d'isoler impédance et admittance de transfert.

Les résultats que nous venons d'exposer peuvent être transposés au domaine temporel sans difficultés. Les signaux des PL(II-4,a) et PL(II-4,b) ont été simulés théoriquement en considérant les paramètres propres au blindage de l'échantillon 3.



Amplitudes  
relatives  
pour  $V_1(0,t)$  et  $V_2(4t)$

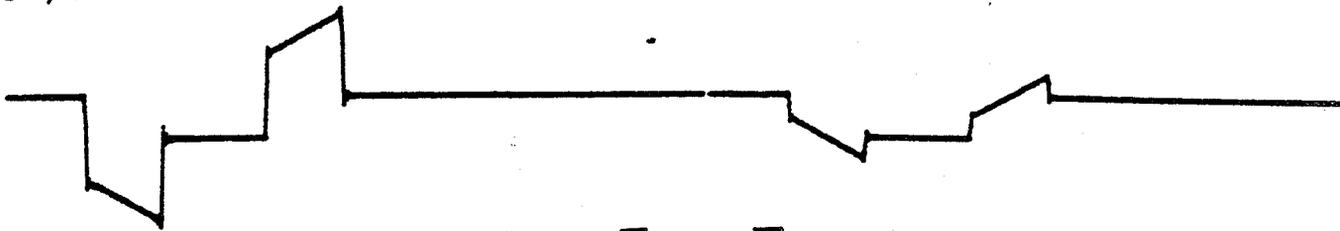
1  $\mu$ S

Adaptation.

Adaptation

$V_1(0,t)$

$V_2(4t)$



$$Z_{01} = Z_{L1} = Z_{C1}$$

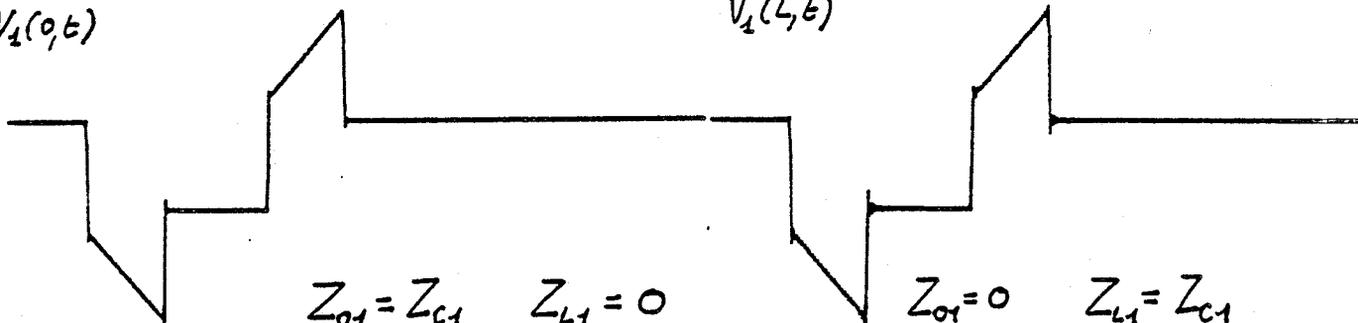
PL(II-4, a)

Court-circuit

Court-circuit

$V_1(0,t)$

$V_2(4t)$



$$Z_{01} = Z_{C1} \quad Z_{L1} = 0$$

$$Z_{01} = 0 \quad Z_{L1} = Z_{C1}$$

Circuit ouvert

Circuit ouvert

$V_1(0,t)$

$V_2(4t)$



$$Z_{01} = Z_{C1} \quad Z_{L1} = \infty$$

$$Z_{01} = \infty \quad Z_{L1} = Z_{C1}$$

PL(II-4, b)



La forme des réponses traduit de façon très évidente les propriétés des configurations court-circuit et circuit-ouvert. Ces deux configurations offrent à l'expérimentateur un moyen très simple permettant d'identifier rapidement l'existence de la capacité de transfert.

Dans le cas général les paramètres de transfert du blindage sont toutefois moins apparents il faut alors recourir à une double comparaison du comportement du câble dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel.

Les lignes adaptées vont nous permettre à partir des signaux addition et soustraction de traiter numériquement cette information et d'en tirer l'évolution du module et phase des paramètres de transfert en fonction de la fréquence.

C'est cet aspect du problème que nous développons dans le paragraphe suivant.

#### II.4 Développement d'un banc de mesures donnant accès aux variations des "modules" et "phases" des paramètres de transfert

##### II.4.1. Passage au domaine temporel et au domaine spectral

Nous disposons des trois signaux caractéristiques représentant le courant perturbateur et la réponse du câble aux deux extrémités

$$I_2(o,t) \quad V_1(o,t) \quad \text{et} \quad V_1(L,t)$$

Pour extraire les paramètres impédance et capacité de transfert nous utilisons le montage adapté et nous traitons les signaux "addition" et "soustraction" comme cela est démontré dans le paragraphe (II-2-4)

$$\begin{cases} V_A(t) = V_1(o,t) + V_1(L,t) \\ V_S(t) = V_1(o,t) - V_1(L,t) \end{cases} \quad (\text{II-62})$$

Appliquons la transformation directe de FOURIER

$$\begin{cases} I_2(o,\omega) = \mathcal{F} [I_2(o,t)] \\ V_A(\omega) = \mathcal{F} [V_A(t)] \\ V_S(\omega) = \mathcal{F} [V_S(t)] \end{cases} \quad (II-63)$$

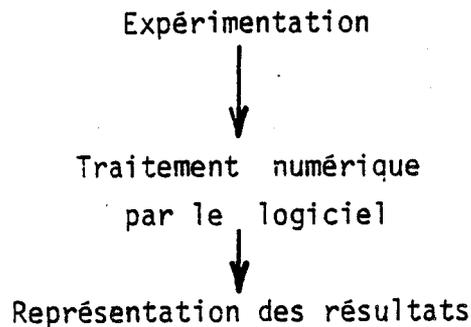
Formons les rapports

$$R_Z = V_A(\omega) / I_2(o,\omega) \quad \text{et} \quad R_Y = V_S(\omega) / I_2(o,\omega) \quad (II-64)$$

Les impédance et admittance de transfert sont alors exprimées en module et phase par les relations :

$$\begin{cases} |Z_t(\omega)| = |R_Z| / L \\ |Y_t Z_{C1} Z_{C2}| = |R_Y| / L \end{cases} \quad \begin{cases} \psi (Z_t(\omega)) = \psi(R_Z) \\ \psi (Y_t(\omega)) = \psi(R_Y) \end{cases} \quad (II-65)$$

La mise en oeuvre de la mesure nécessite trois phases que nous pouvons rassembler dans le synoptique suivant :



#### II.4.2. Mise en oeuvre de l'expérimentation

L'expérimentation doit satisfaire trois objectifs :

- génération, amplification et mémorisation des signaux ;
- définition de la transition et de la durée des impulsions de courant pour couvrir une gamme allant de 25 kHz à 30 MHz ;
- permettre le transfert des informations vers le calculateur.

Le schéma descriptif du banc de mesure est représenté sur la PL-(II-5), les éléments essentiels sont :

- (1) Une cellule triaxiale de 1,2 m.
- G Un générateur d'impulsions trapézoïdales ajustables en largeur  $\tau$  et temps de transition  $\tau_D$
- I Pince de courant large bande (0-50 MHz)
- A Amplificateur large bande  $Z_e = 50 \Omega$   
gain 30 dB 1 kHz - 900 MHz.
- D.P.O. Oscilloscope, 4 mémoires numériques adressables, capacité de 512 échantillons du signal et les calibres tension et base de temps.
- I.F. Dispositif interface contrôlant le transfert des informations entre l'oscilloscope et l'enregistreur magnétique.  
Travail réalisé au Laboratoire par A. MAYEUR [68]
- E Enregistreur magnétique, il transfère sur cassette une image ASCII du contenu des mémoires de l'oscilloscope en créant un fichier de base. Travail réalisé au Laboratoire par B. GABILLARD [22]
- PDP1103 Calculateur; il met en oeuvre les fonctions :
- lecture de l'enregistreur
  - transfert des fichiers sur support disquette.
  - traitement numérique des signaux.
  - transfert des résultats sur périphérique (imprimante, table traçante).

Des expériences pratiquées sur un nombre important d'échantillons de structures très diverses ont montré que deux profils d'impulsion de courant suffisaient à définir les paramètres de transfert sur la gamme recherchée (25 kHz - 30 MHz).

Le profil de l'impulsion de courant est caractérisé par la largeur  $\tau$  et le temps de transition  $\tau_D$  le premier paramètre est en fait étroitement relié à l'unité de base de temps choisie pour visualiser la réponse.

Deux unités de base de temps nous permettent de couvrir la gamme recherchée (1  $\mu$ s/ division et 100 ns/division).

Sur la PL-(II-6) sont reproduits les oscillogrammes de l'expérience réalisée sur l'échantillon 3 .

● Base de temps 1 $\mu$ s/division (a)

Il faut ajuster la durée " $\tau$ " de l'impulsion de courant pour que la réponse du câble soit encadrée par la fenêtre disponible sur cette base du temps.

Le temps de transition  $\tau_D$  est ajusté pour satisfaire deux conditions :

- Représenter les effets de "pic" dûs aux dérivations du courant avec suffisamment de définition.
- Ajuster l'amplitude des "pics", pour que l'influence de l'inductance et capacité de transfert d'une part, résistance du blindage ( $R_0$ ) ou relaxation de diffusion d'autre part interviennent en proportion sensiblement équivalentes.

● Base de temps 100 ns/division (b)

Cette seconde phase de l'expérimentation a pour but de faire apparaître les effets essentiellement associés aux "pics" de la première phase. L'impulsion de courant est presque triangulaire pour que la réponse contienne l'information relative à l'action conjuguée de l'inductance et de la capacité de transfert.

Les 6 signaux sont transférés vers le calculateur PDP-1103 en vue du traitement numérique ultérieur.

Les calibres tensions et base de temps sont également transférés puis décodés par le logiciel.

Oscilloscope

Inter-face

Générateur

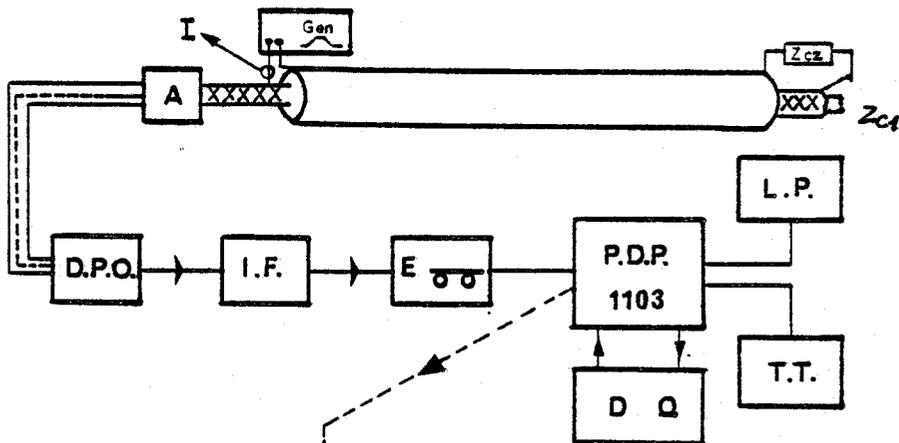
D.P.O.

Enregistreur

Amplificateur



banc de mesures des paramètres de transfert de structures coaxiales



LOGICIEL  
 ↓  
 ENTREE DES INFORMATIONS  
 ↓  
 TRAITEMENT ELEMENTAIRE  
 ↓  
 F.F.T.  
 ↓  
 CONVERSION DES VARIABLES "MACHINES" EN VARIABLES "REELLES"  
 ↓  
 SORTIE DES RESULTATS SUR PERIPHERIQUE

PL(II-5)



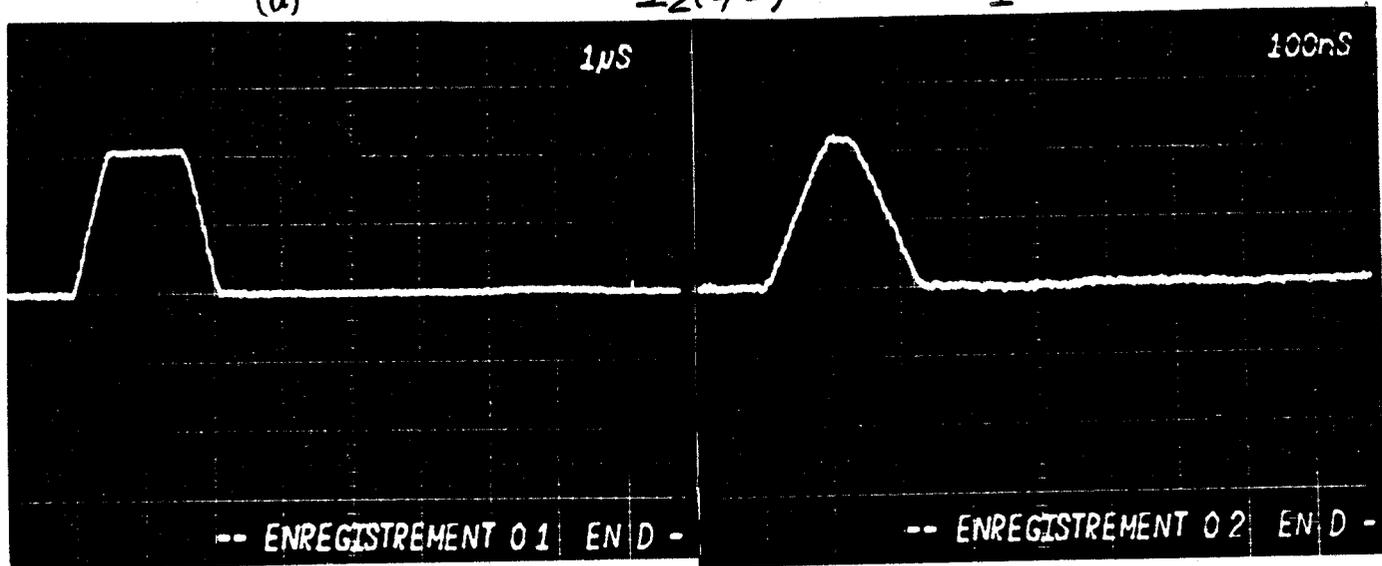
Echantillon - 3

$I_2(0,t)$

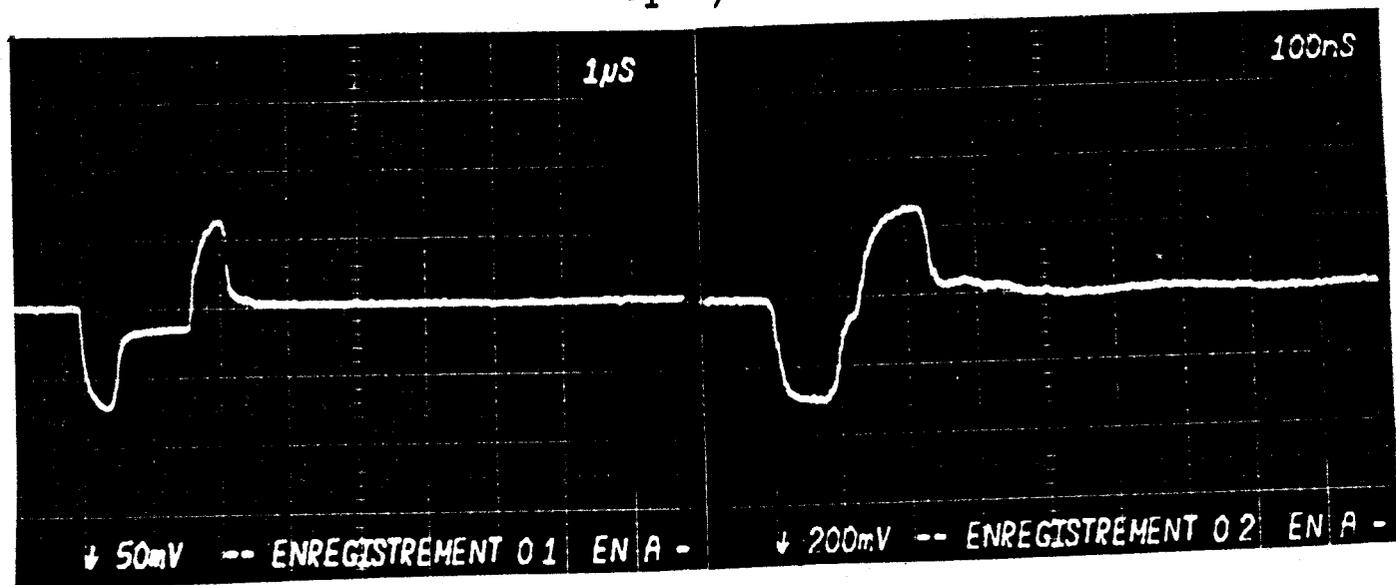
I 50mA

(a)

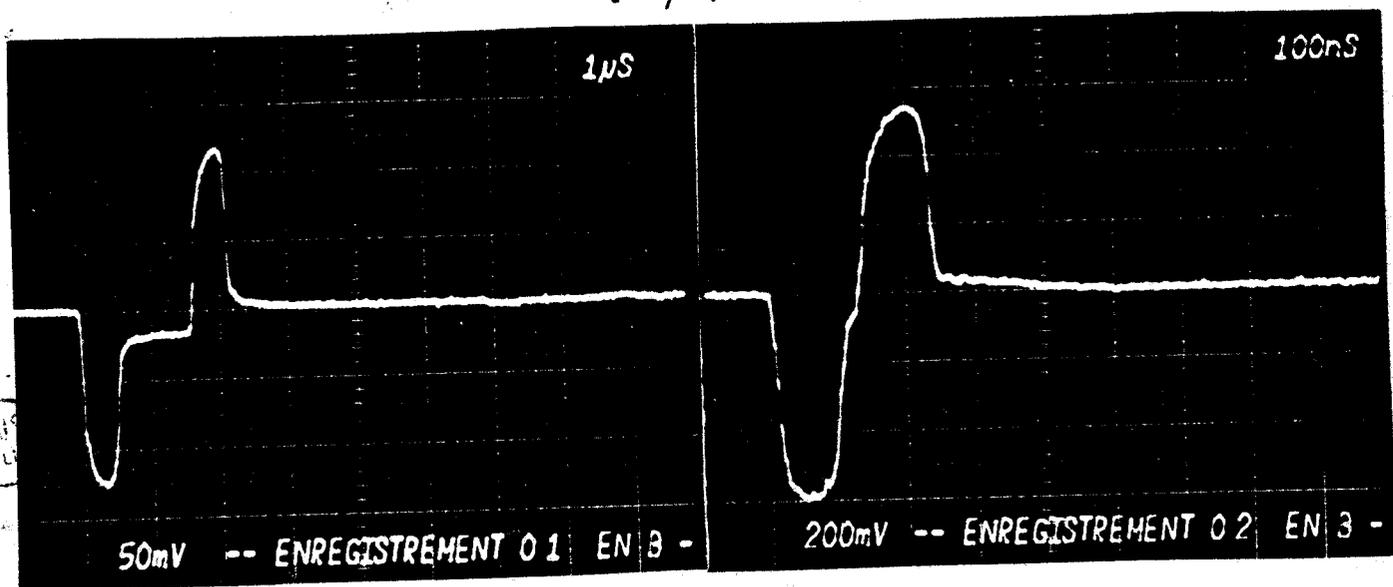
(b)



$V_1(L,t) \times 31$



$V_1(0,t) \times 31$

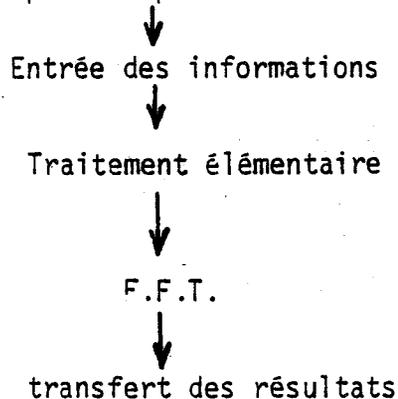


### II.4.3. Traitement numérique des signaux

Le traitement numérique des signaux est élaboré au moyen d'un logiciel programmé en langage FORTRAN, ce travail a été réalisé au Laboratoire par J.P. BAL et M. CAMBIE.

Le programme est structuré en unités de sous-programme puis segmenté pour ajuster le volume du programme à la capacité mémoire disponible.

Le logiciel comprend 4 phases :



#### • Entrée des informations

Il s'agit d'établir le dialogue machine-opérateur en vue d'acquérir les données essentielles au traitement (identification des fichiers, gain amplificateur, longueur de l'échantillon, bornes de convolution).

#### • Traitement élémentaire

C'est la phase de lecture du fichier (image de la mémoire oscilloscope) de la conversion numérique des informations ASCII.

Un signal mémorisé est échantillonné en 512 points, chaque échantillon est défini sur 1024 niveaux correspondant à l'incrémenté linéaire des 8 divisions du graticule de l'oscilloscope.

Après la phase de conversion numérique, les valeurs sont corrigées pour prévenir les éventuels défauts d'acquisition.

Le signal transmis par l'oscilloscope est la superposition du profil exact, et du bruit propre. Le bruit ayant 3 origines :

- bruit de la chaîne d'amplification
- bruit de l'oscilloscope
- bruit de digitalisation.

La forme générale du signal est celle donnée par le schéma de la figure (II-7,a)

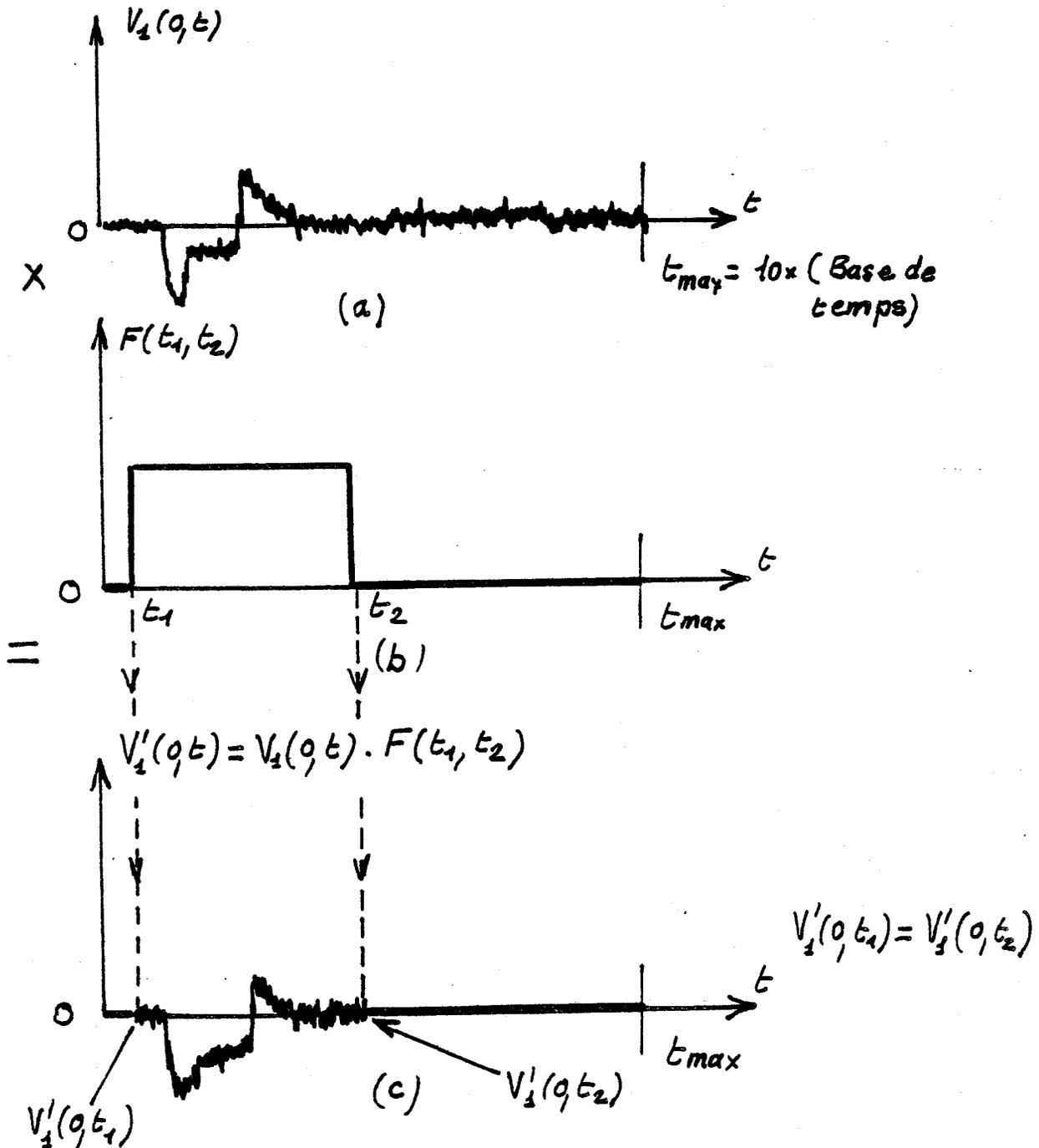


Figure II-7

L'addition du bruit au signal introduit une information parasite qui a pour effet de perturber le spectre calculé par transformation rapide de FOURIER.

Pour atténuer cet effet, il convient de convoluer les signaux par une fenêtre rectangulaire figure (II-7,b) et figure (II-7,c). L'intervalle définissant la convolution ( $t_1, t_2$ ) est choisi de façon à éviter toute troncature de la réponse. La pratique de la convolution ajoute néanmoins une perturbation supplémentaire, puisque les effets de bord dus au bruit vont engendrer une ondulation du spectre. On peut minimiser cet effet en recourant à la fenêtre de HAMMING. Dans notre cas particulier le niveau du bruit reste toujours très faible, l'expérience a montré que l'ondulation résiduelle du spectre n'entraînait pas de perturbation sensible, les signaux traités par le calculateur ont pour expressions :

$$\left\{ \begin{array}{l} V'_1(0,t) = V_1(0,t) F(t_1, t_2) \\ V'_1(L,t) = V_1(L,t) F(t_1, t_2) \\ I'_2(0,t) = I_2(0,t) F(t_1, t_2) \end{array} \right. \quad (\text{II-66})$$

où  $F(t_1, t_2)$  est la fenêtre rectangulaire, les bornes sont choisies pour satisfaire les conditions suivantes :

$$t_1 \leq t \leq t_2 \quad F(t_1, t_2) = 1 \quad (\text{II-67})$$

$$\begin{array}{l} \text{avec} \quad V'_1(0,t) = V_1(0,t_2) \\ \quad \quad \quad I'_2(0,t) = I_2(0,t_2) \\ \quad \quad \quad V'_1(L,t) = V_1(L,t_2) \end{array}$$

pour  $0 < t < t_1$  et  $t_2 < t < t_{\max}$

Les signaux réponses convolués sont utilisés pour générer "l'addition" et la "soustraction".

$$\begin{array}{l} V_A(t) = [V'_1(0,t) + V'_1(L,t)] / 2 \\ V_S(t) = [V'_1(0,t) - V'_1(L,t)] / 2 \end{array} \quad (\text{II-68})$$

• Transformation rapide de FOURIER (F.F.T.)

Elle est appliquée aux signaux  $V_A(t)$ ,  $V_S(t)$  et  $I'_2(o,t)$  au moyen de l'algorithme rapide de COLLEY-TUCKEY (Annexe - II)

Pour disposer d'une définition suffisante du spectre, nous sommes confrontés à une double difficulté, en effet il faut avoir l'information dans la zone basse fréquence du spectre et éliminer la zone haute fréquence fortement perturbée par le bruit.

Les raies définies par l'algorithme sont incrémentées par l'harmonique fondamental  $f_0 = 1/t_{max}$  où " $t_{max}$ " est l'excursion de la base de temps, soit  $t_{max} = 10t_0$  où  $t_0$  est le calibre base du temps. Sur le calibre le plus grand nous disposons de raies espacées de 100 kHz, cette définition est insuffisante. Pour améliorer le résultat nous pouvons élargir la fenêtre définie par  $(0, t_{max})$  en ajoutant un complément d'échantillon. Si nous souhaitons conserver la base 512, il faut sous échantillonner le signal, il en résulte un manque de définition des transitoires.

L'expérience a montré [62] que seule une extension de la base d'échantillonnage permettait de résoudre le problème.

Nous avons conservé la densité de 512 échantillons pour définir le signal et dilaté la fenêtre dans un rapport 4 passant ainsi de la base 512 à 2048 figure (II-8).

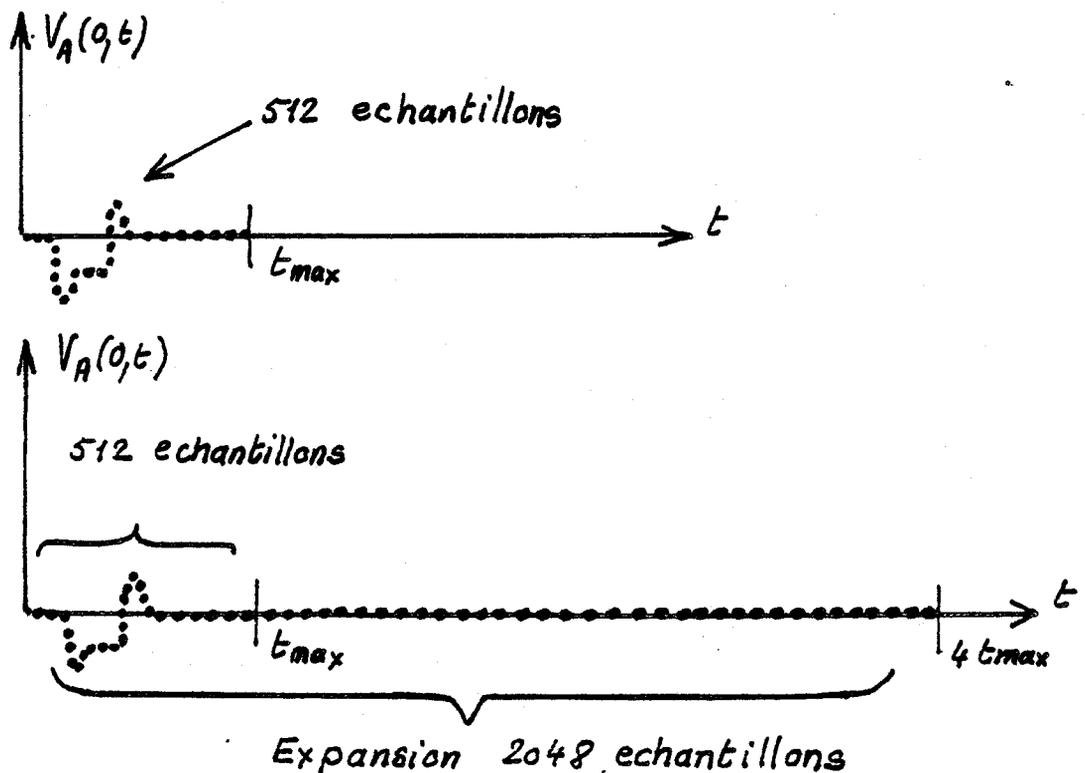


Figure (II-8)

L'espacement des échantillons du spectre devient pour chaque base de temps

$$1\mu\text{s}/\text{division} \quad \Delta f = 25 \text{ kHz}, f_{\min} = \pm 25 \text{ kHz}, f_{\max} = \pm 1024 f_{\min}$$

(II-6)

$$100\text{ns}/\text{division} \quad \Delta f = 250 \text{ kHz}, f_{\min} = \pm 250 \text{ kHz}, f_{\max} = \pm 1024 f_{\min}$$

L'influence du bruit limite fortement la signification du spectre aux fréquences élevées, l'expérience a montré que les 100 premiers échantillons restituaient dans la plupart des cas une information peu perturbée par le bruit.

Compte tenu de cette remarque, nous obtenons une excursion du spectre utile limitée aux variations des fréquences positives encadrées par les bornes suivantes :

#### Spectre I

$$1\text{ns}/\text{division} \quad \Delta f = 25 \text{ kHz}, f_{\min} = 25 \text{ kHz}, f_{\max} = 2,5 \text{ MHz} \quad (\text{II-70})$$

#### Spectre II

$$100\text{ns}/\text{division} \quad \Delta f = 250 \text{ kHz}, f_{\min} = 250 \text{ kHz}, f_{\max} = 25 \text{ MHz} \quad (\text{II-71})$$

Nous pouvons de cette façon couvrir 3 décades, l'interférence des deux spectres sur la seconde décade (250 kHz, 2,5 MHz), donne la possibilité à l'expérimentateur d'interpréter la continuité des résultats donnés par l'exploitation des bases de temps 1 $\mu$ s et 100 ns.

En effet l'extrémité supérieure du premier spectre  $f_{\max} = 2,5 \text{ MHz}$  expression (II-70) peut, dans certains cas critiques, être quand même perturbée par le bruit.

L'exploitation du second spectre expression (II-71), permet de lever l'ambiguïté très facilement puisque la forme des signaux a été recherchée pour accentuer le comportement des transitoires.

La zone inférieure du second spectre ( $f_{\min} = 250$  kHz, expression II-71), est toutefois convoluée par l'effet de troncature dû à la représentation sur une base de temps rapide. Le transitoire est mélangé à une relaxation de constante de temps bien supérieure à l'exploration de la base de temps, il en résulte une perturbation de troncature engendrée sur la zone inférieure du second spectre. L'indétermination est alors très facilement levée par l'exploitation du premier spectre.

● Transfert des résultats

Les résultats du traitement numérique sont exprimés par les rapports "R<sub>Z</sub>" et "R<sub>Y</sub>"

$$\left\{ \begin{array}{l} R_Z = \frac{V_A(\omega)}{I'_2(0,\omega)} \\ R_Y = \frac{V_S(\omega)}{I'_2(0,\omega)} \end{array} \right. \quad (\text{II-72})$$

Les variables "R<sub>Z</sub>" et "R<sub>Y</sub>" sont des valeurs numériques sans dimension; pour traduire ces informations en valeur réelle nous faisons la conversion suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} |Z_t| = \frac{2}{L} \frac{V}{G.A} |R_Z| \\ |Z_{C1}Z_{C2}Y_t| = \frac{2}{L} \frac{V}{G.A} |R_Y| \end{array} \right. \quad (\text{II-73})$$

- où
- V : le calibre tension
  - G : le gain de l'amplificateur
  - A : le calibre intensité
  - L : la longueur de l'échantillon

Les valeurs numériques ainsi calculées subissent une interpolation linéaire afin de corrélérer la position des échantillons du spectre et la représentation en échelle logarithmique des résultats.

#### α II.4.4. Applications de la méthode de mesures

Nous montrons à titre d'exemple les résultats de mesures obtenus sur les échantillons 1 et 3 de la PL-(II-1)

##### • Echantillon 3 , blindage tressé du type CERLIL.

Les oscillogrammes correspondant ont été reproduits sur la PL-(II-6), sont également tracés les signaux addition et soustraction calculés après application de la convolution. PL-(II-7)

Sur les PL-(II-8,a) et PL-(II-8,b) sont reproduites les variations des impédance et admittance de transfert déduites du traitement numérique des signaux.

Les points transférés font clairement apparaitre l'interférence des premier et second spectres successivement explorés avec les bases de temps 1  $\mu$ s et 100 ns.

Sur chaque zone est superposée la courbe enveloppe traduisant les variations des paramètres de transfert.

Nous distinguons la fréquence de transition à 200 kHz, au-dessus de cette valeur les variations du module de  $|Z_t|$  et  $|Y_t|$  sont parfaitement linéaires, le diagramme de phase devient asymptote à la valeur caractéristique  $+\frac{\pi}{2}$ .

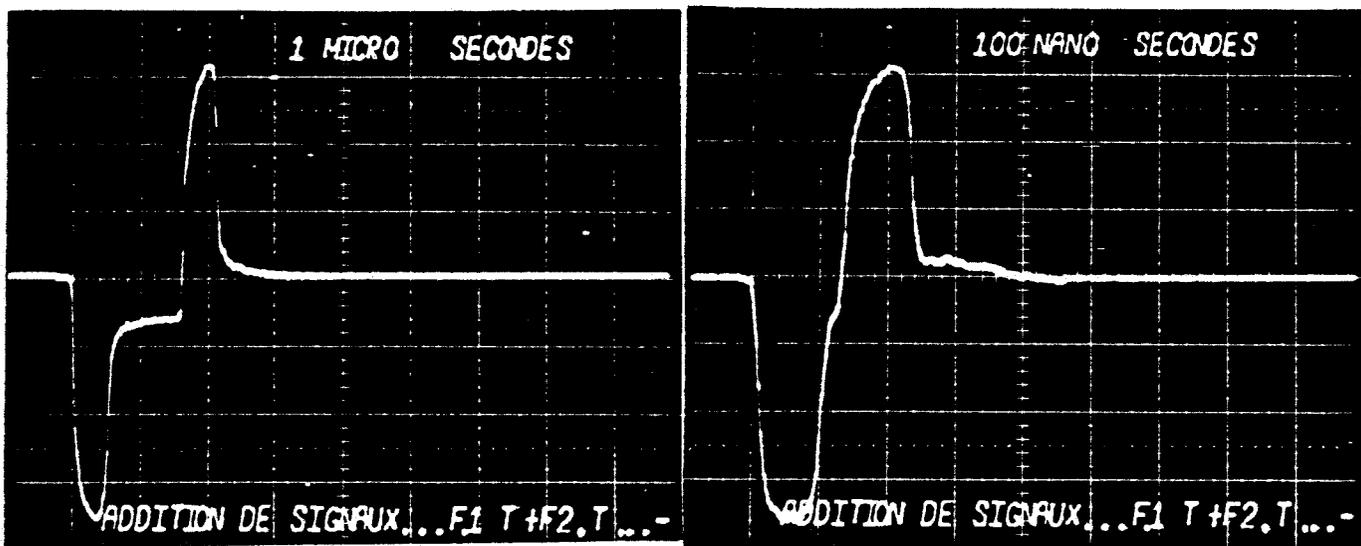
Ces remarques nous permettent de déduire les paramètres

$$R_0 = 10 \text{ m}\Omega/\text{m} \quad L_t = 16 \text{ nH/m} \quad C_t = 2,9 \text{ pF/m} \quad (\text{II-74})$$

et de justifier le bon accord avec les paramètres tirés de l'observation directe des signaux (paragraphe II.2.3.)

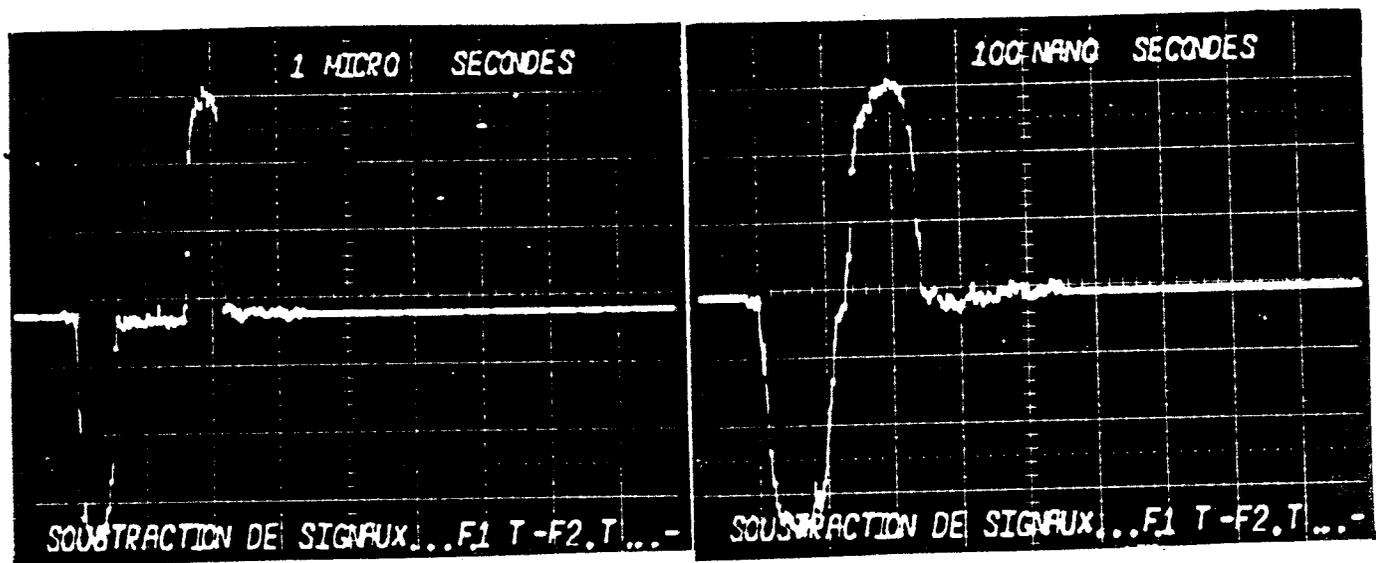
### Echantillon - 3

$$V_A = V_1(0,t) + V_1(L,t)$$

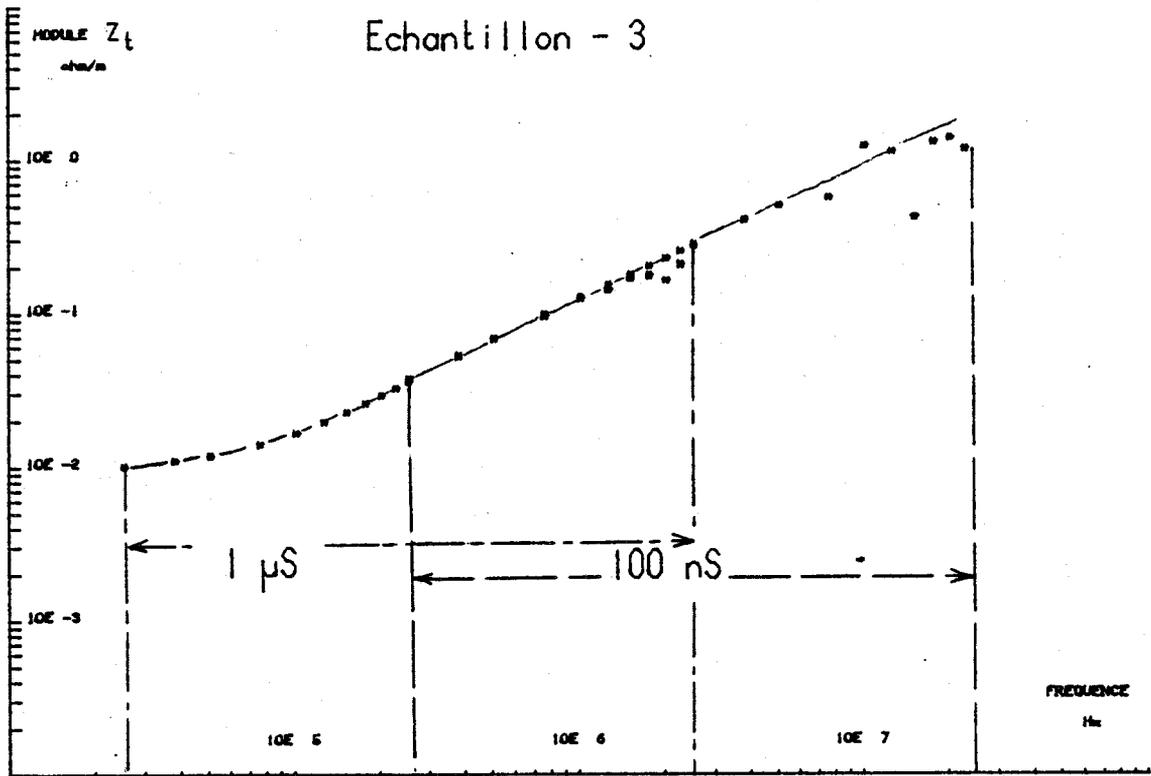


Amplitudes normalisées sur 7 divisions (oscilloscope)

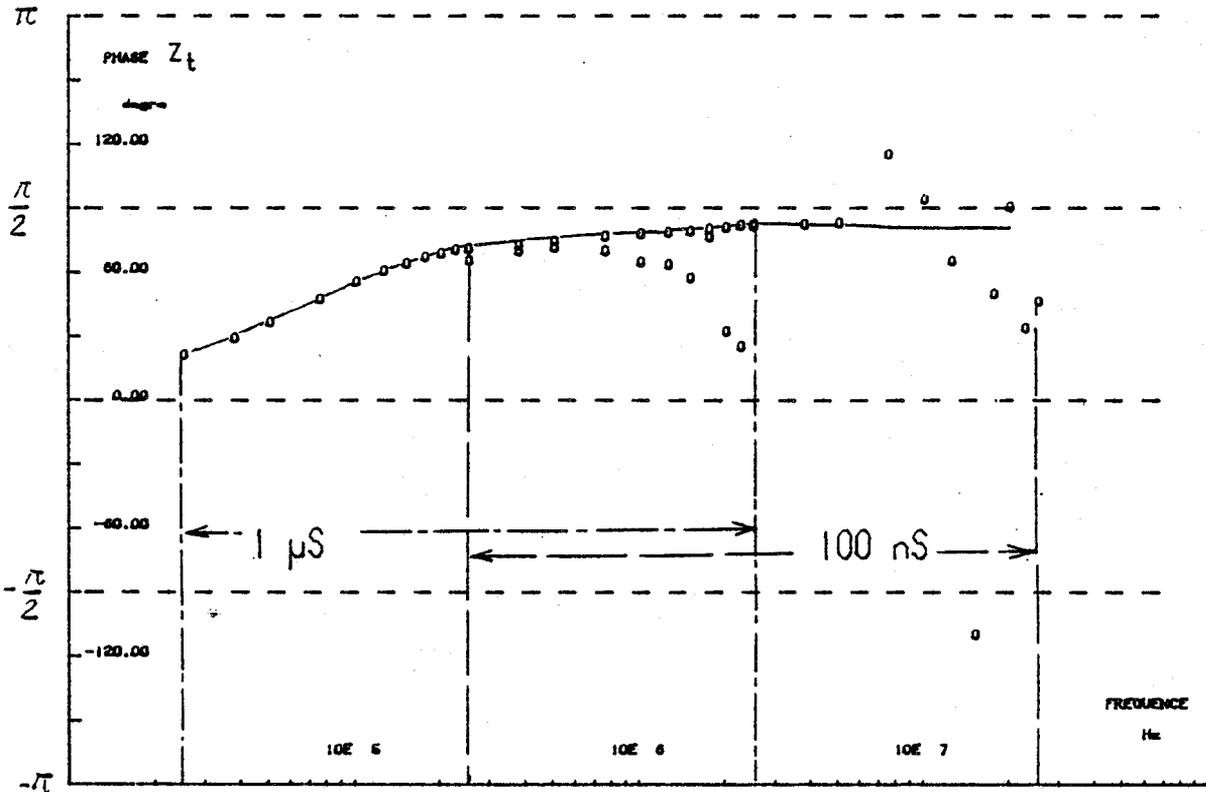
$$V_S = V_1(0,t) - V_1(L,t)$$

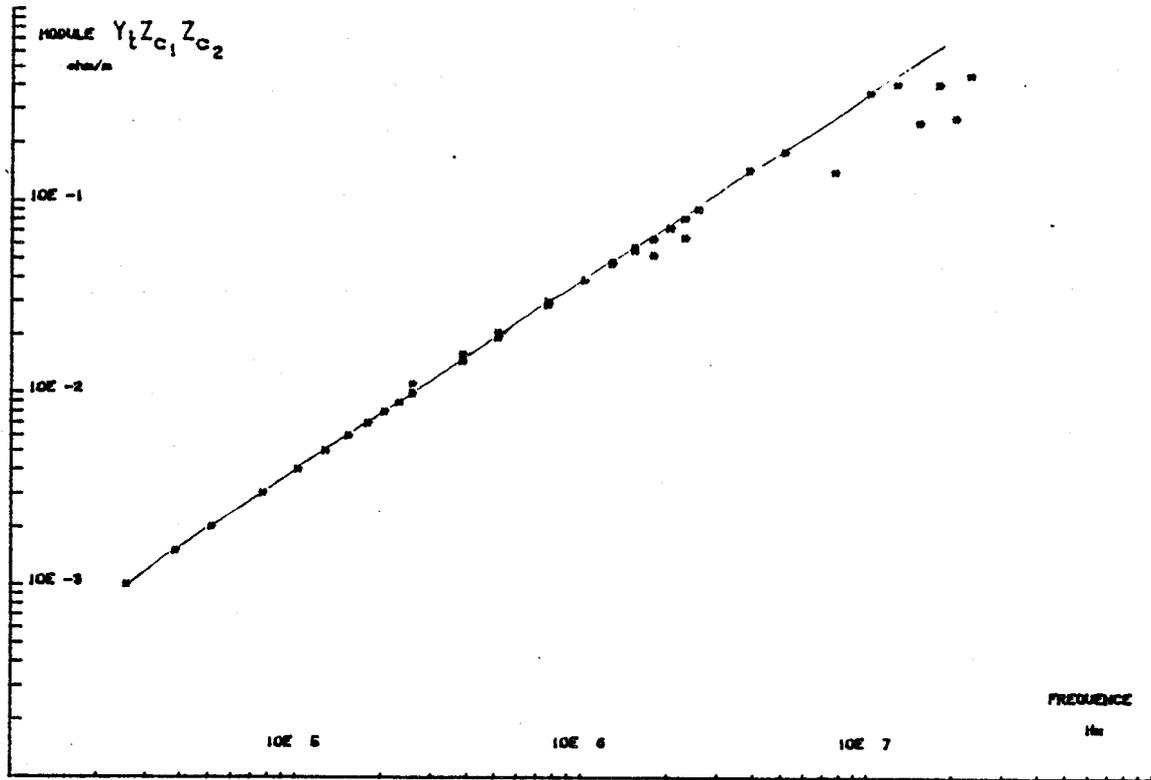


PL(CII-7)

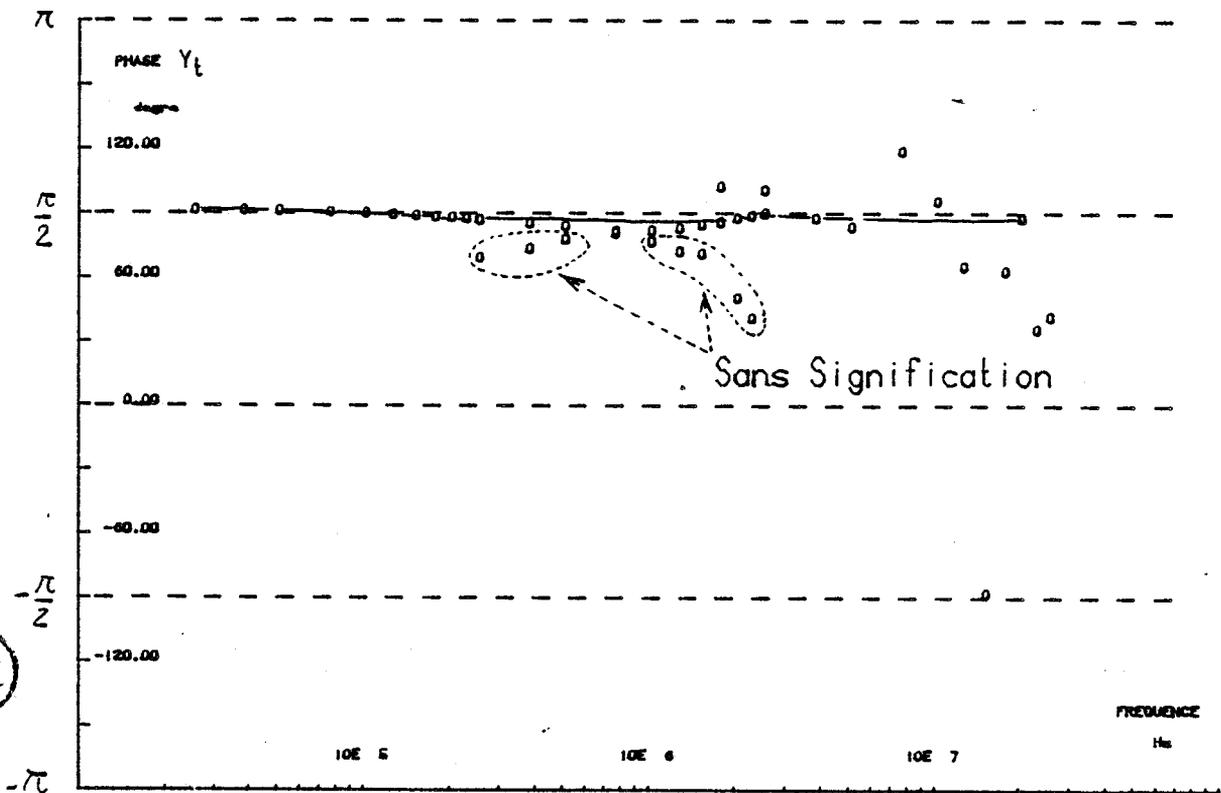


PL(II-8, a)

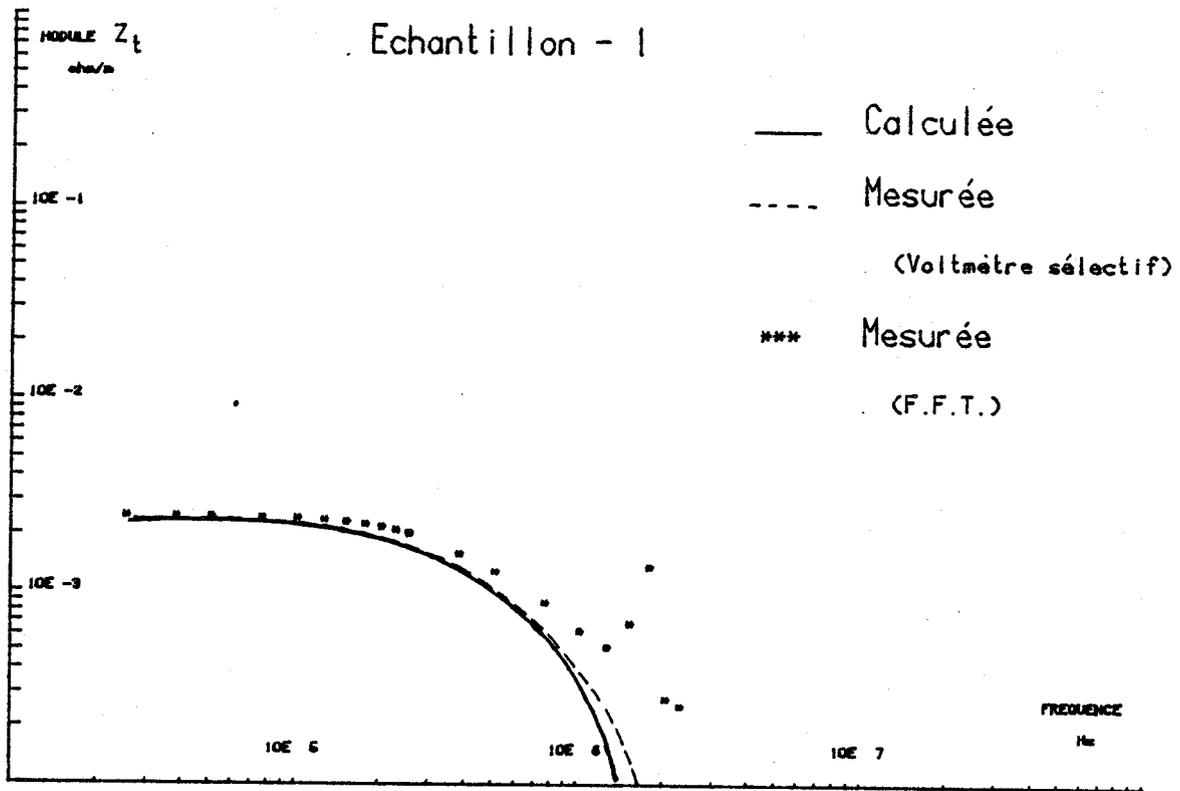




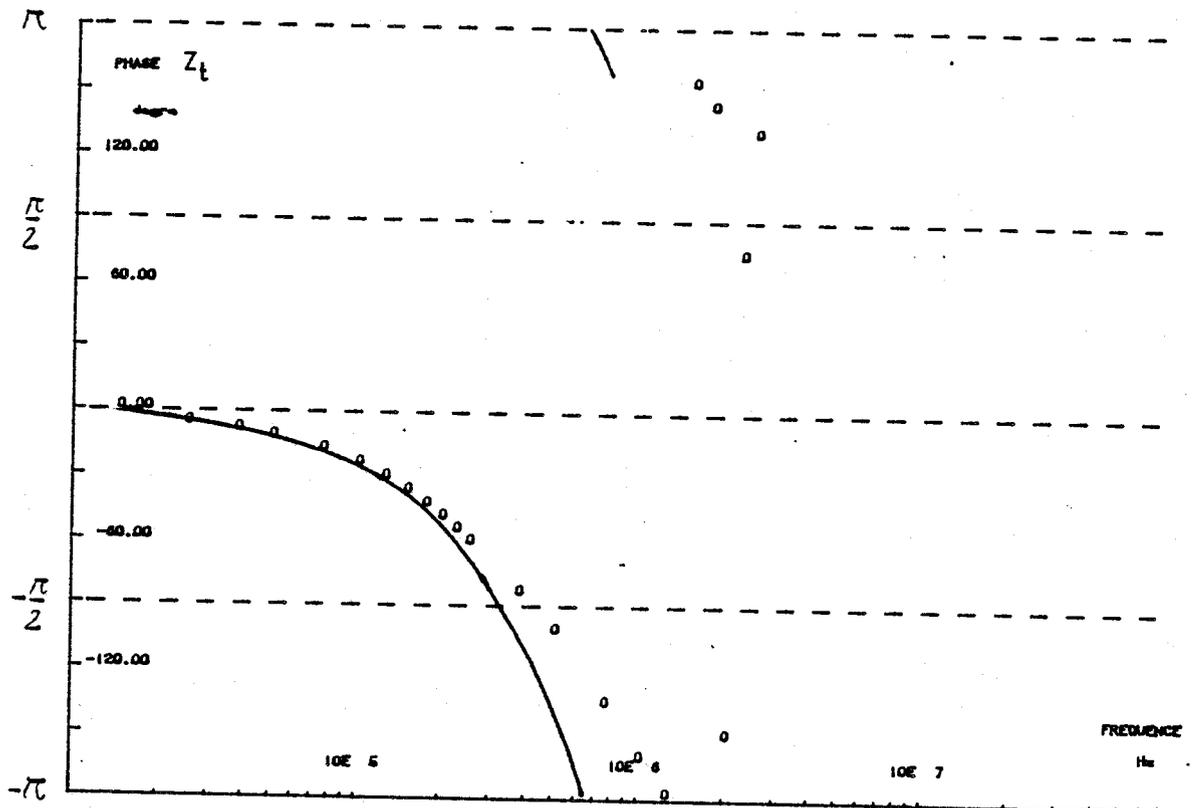
PL(II-8,b)

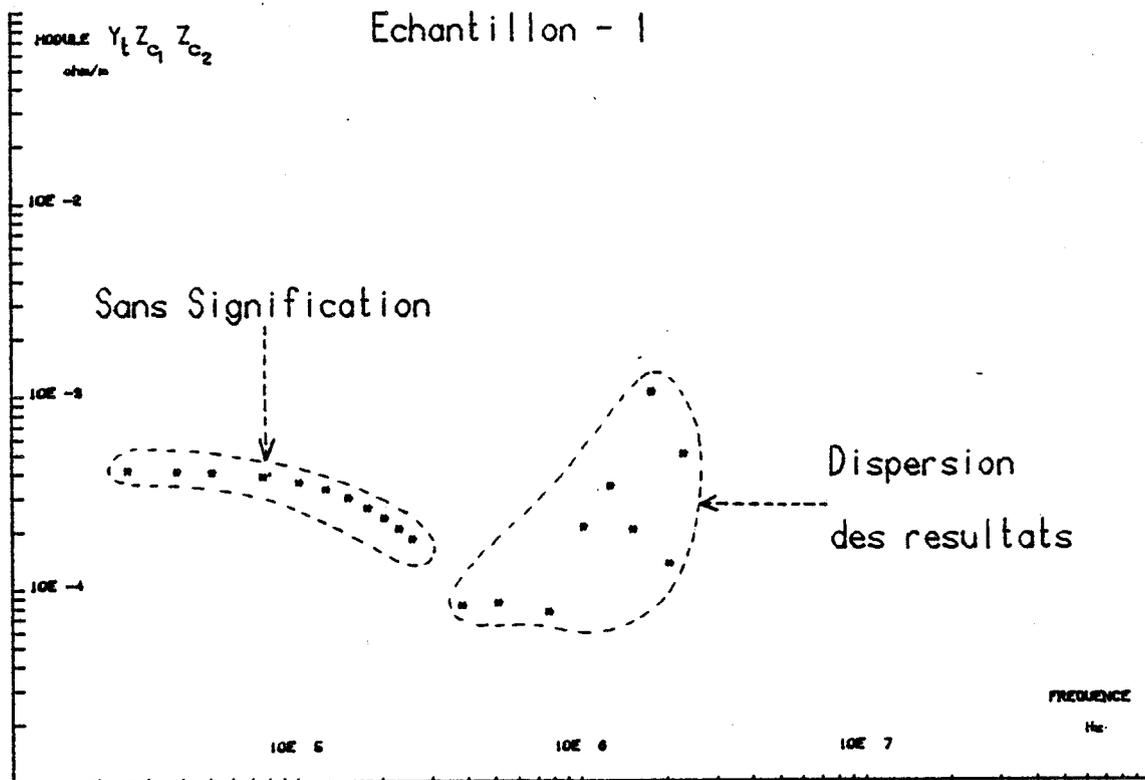


BIS  
LILLE

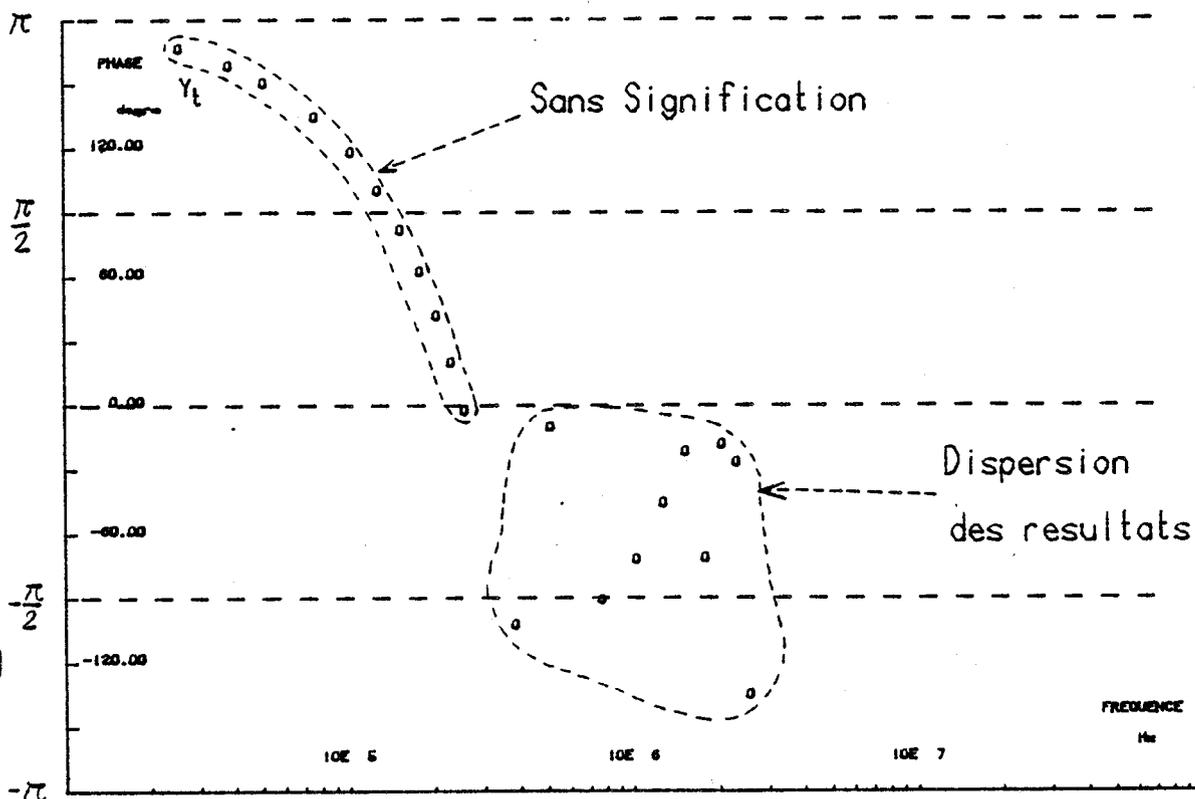


PL(II-9, a)





PL(II-9,b)



● Echantillon 1 , blindage homogène

Sur la PL-(II-9,a) sont reproduites les variations du module et de la phase de l'impédance de transfert.

Il y a un bon accord avec les variations relevées en signaux sinusoidaux (récepteur sélectif) et les variations théoriques calculées par l'expression (chapitre I).

La présence du bruit limite la sensibilité à  $10^{-4} \Omega/m$ .

Dans le blindage homogène n'intervient que la diffusion du champ électromagnétique. Cette hypothèse est très bien vérifiée sur les résultats de la PL-(II-9,b) où sont reproduits les points correspondants aux variations de l'admittance de transfert. En effet, les points obtenus sont dispersés de façon aléatoire rendant impossible d'identification de la capacité de transfert.

Les expériences que nous venons de décrire montrent que l'utilisation conjointe de l'impulsion de courant et du traitement numérique offre à l'expérimentateur des possibilités très intéressantes pour aborder l'étude physique du couplage électromagnétique intervenant dans les blindages coaxiaux. Cette méthode de mesures a été utilisée lors de l'expérimentation des échantillons de câble analysés dans les chapitres III, IV, V de notre thèse.

II.4.5. Déconvolution des signaux

Le recours au traitement numérique offre également d'importantes possibilités sur la mesure des paramètres de transfert. Nous pouvons compenser assez simplement les défauts d'adaptation de la ligne coaxiale et la convolution engendrée par la propagation dans la ligne perturbatrice et la ligne coaxiale.

● Compensation des défauts d'adaptation

Pour appliquer la méthode de mesure, nous sommes tributaires de l'adaptation de la ligne coaxiale, les impédances connectées aux extrémités du câble sont bien souvent structurées en  $50 \Omega$ , puisqu'elles dépendent de l'impédance d'entrée de la chaîne d'amplification.



L'impédance caractéristique " $Z_{C1}$ " de la ligne coaxiale peut être différente de  $50 \Omega$  ( $75 \Omega$  par exemple). Cette situation revient à connecter la ligne coaxiale sur les impédances  $Z_{O1} = Z_{L1} = 50 \Omega$ , en provoquant un défaut d'adaptation systématique.

Dans ces conditions de fonctionnement, les expressions de  $V_1(o, \omega)$  et  $V_1(L, \omega)$  développées au premier ordre ( $|\gamma_1 L| \ll 1$  et  $|\gamma_2 L| \ll 1$ ) s'écrivent sous forme matricielle suivante : (annexe-II)

$$\begin{pmatrix} V_1(o) \\ V_1(L) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_t \\ Y_t Z_{C1} Z_{C2} \end{pmatrix} I_{o2} \quad (\text{II-75})$$

Dans le cas où les impédances  $Z_{O1}$  et  $Z_{L1}$  sont égales  $Z_{O1} = Z_{L1} = Z_L$

L'impédance et l'admittance de transfert sont déduites des expressions

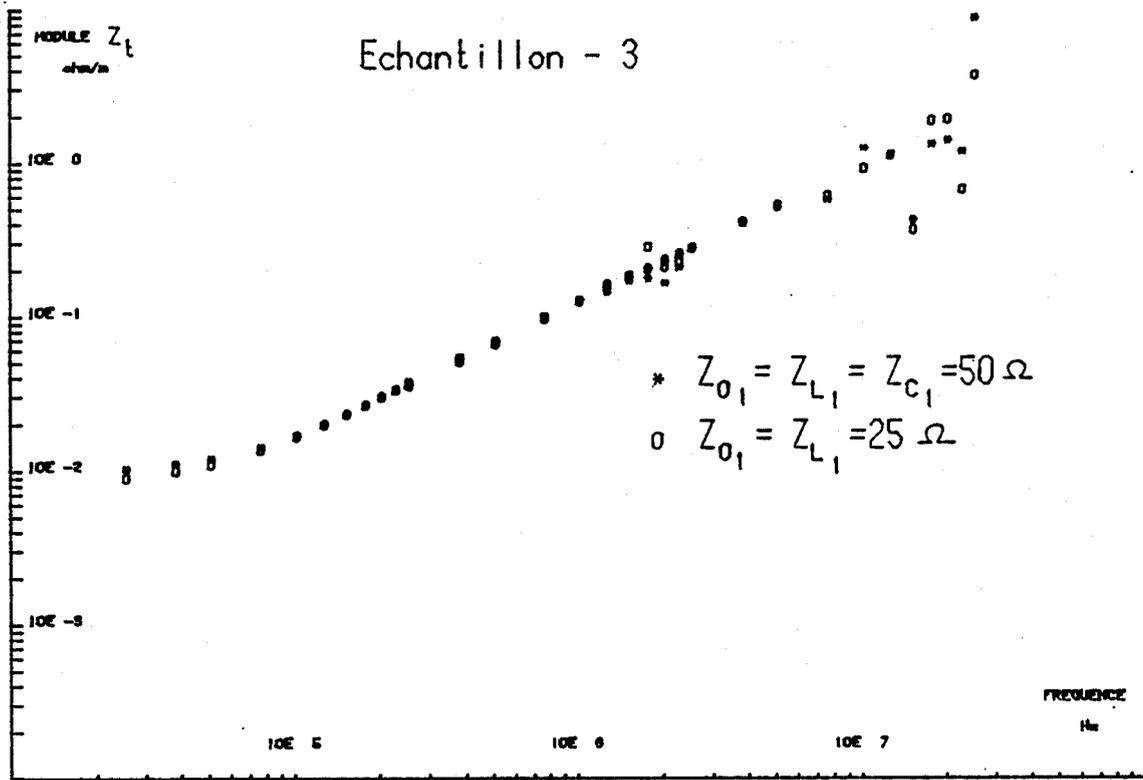
$$Z_t = \frac{V_1(o, \omega) + V_1(L, \omega)}{I_{o2}(o, \omega)L} \quad Y_t = \frac{V_1(o, \omega) - V_1(L, \omega)}{I_2(o, \omega)L} \frac{1}{Z_L Z_{C2}} \quad (\text{II-76})$$

Ces résultats analytiques montrent que le défaut d'adaptation de ligne coaxiale ne modifie pas la valeur de l'impédance de transfert issue de la mesure, pour obtenir la valeur exacte de l'admittance il faut diviser le résultat par  $Z_L Z_{C2}$  et non par  $Z_{C1} Z_{C2}$  comme nous avons pratiqué précédemment.

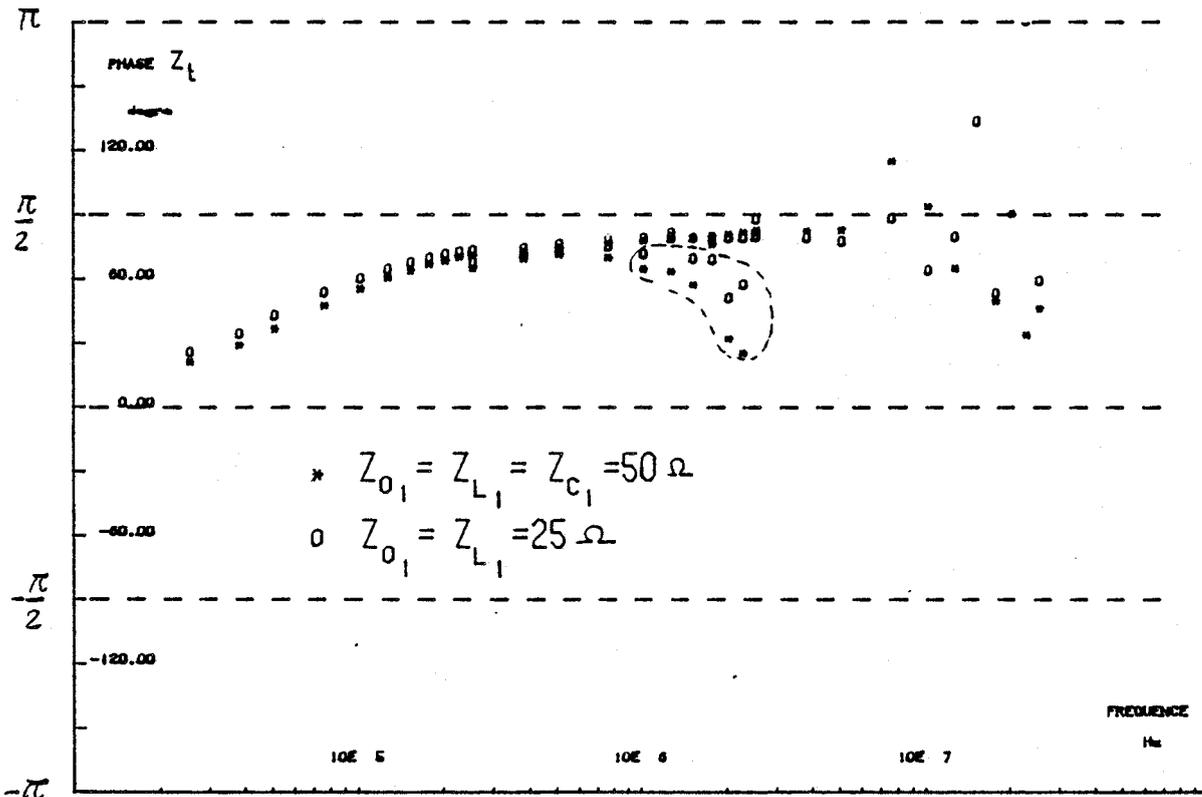
Les résultats rassemblés sur les PL-(II-10,a) et PL-(II-10,b) ont été exploités sur l'échantillon 3 d'impédance caractéristique  $Z_{C1} = 50 \Omega$ .

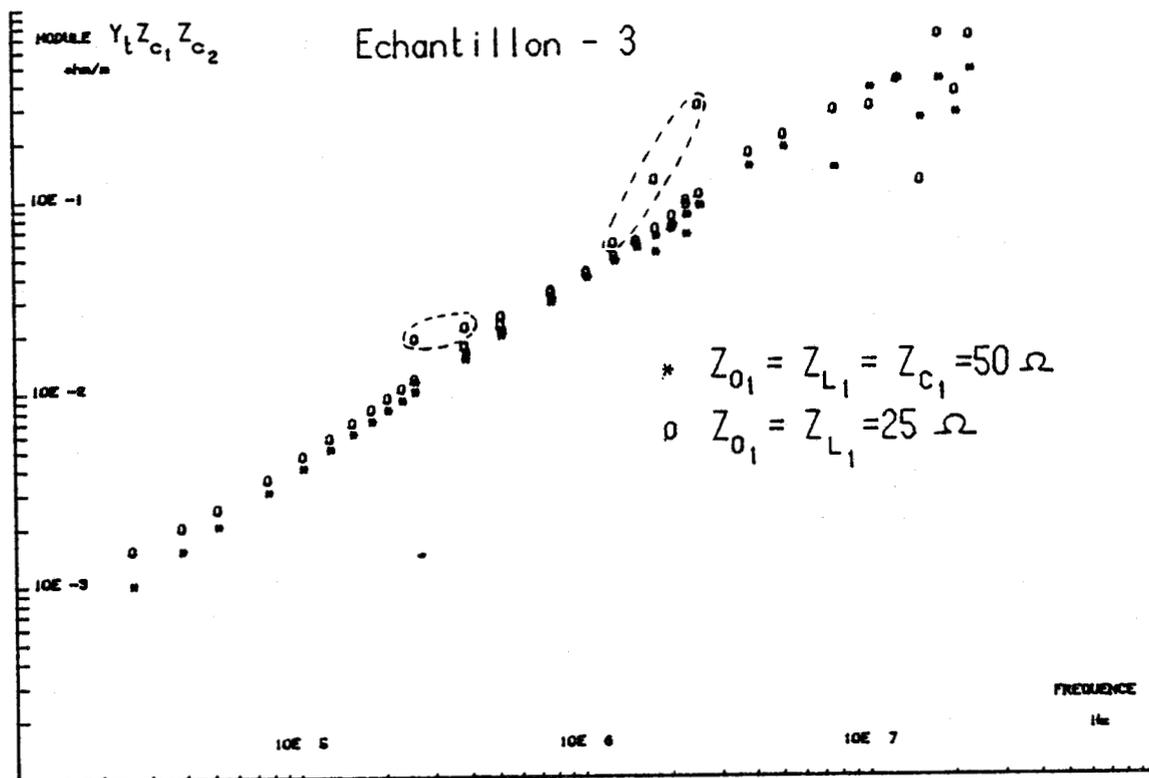
L'impédance " $Z_L$ " prenant successivement pour valeurs

$$Z_L = 50 \Omega \quad \text{et} \quad Z_L = 25 \Omega.$$

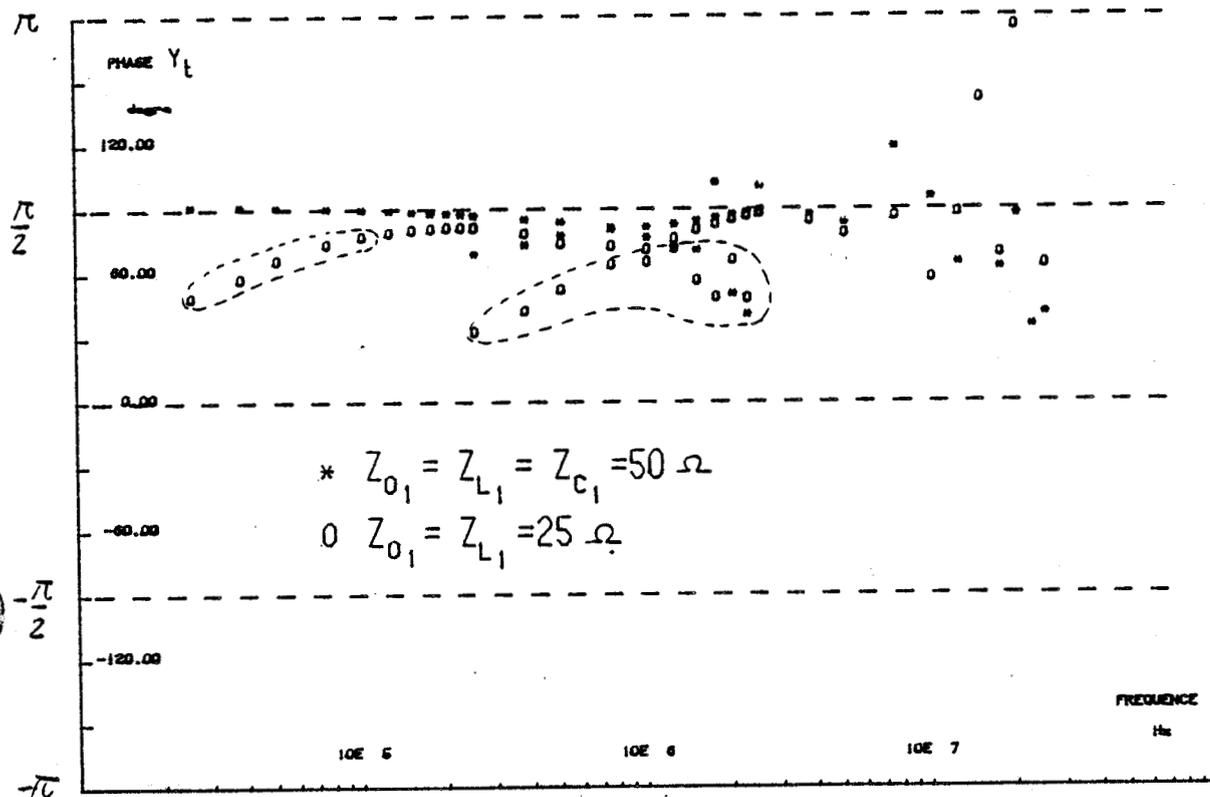


PL(II-10, a)





PL(II-10,b)



BUS LILLE

Les valeurs numériques transférées par le calculateur, ont été compensées et elles montrent un excellent accord entre la mesure adaptée et la mesure sans adaptation.

• Compensation des effets de propagation [26]

Les tensions  $V_1(o,\omega)$  et  $V_1(L,\omega)$  peuvent s'exprimer sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1(o,\omega) = - \frac{I_2(o,\omega)}{2} \left[ Z_{to}(\omega) + jL'_t \omega \right] G_o(\omega) \\ V_1(L,\omega) = - \frac{I_2(o,\omega)}{2} \left[ Z_{to}(\omega) + jL_t \omega \right] G_L(\omega) \end{array} \right. \quad (II-77)$$

où

$$G_o(\omega) = \frac{1 - e^{-(\gamma_1 + \gamma_2) L}}{\gamma_1 + \gamma_2} \quad G_L(\omega) = \frac{1 - e^{-(\gamma_2 - \gamma_1)L}}{\gamma_2 - \gamma_1} e^{-\gamma_1 L} \quad (II-78)$$

Les fonctions  $G_o(\omega)$  et  $G_L(\omega)$  engendrent une convolution du résultat final, éloignant de ce fait la signification souhaitée des rapports  $R_Z$  et  $R_Y$  (II-72), puisque ces rapports ont pour objectif la caractérisation de l'impédance et admittance de transfert considérés comme paramètres intrinsèques au blindage .

Pour illustrer la conséquence de la perturbation introduite par la propagation nous avons reproduits sur les PL-(11,a) et PL-(11,b) les résultats d'expériences réalisées dans les conditions suivantes :

- Expérience I

Echantillon 3 câble CERLIL longueur 1,2 m

- Expérience II

Echantillon 3 câble CERLIL longueur 4,4 m.



Sur l'évolution du module des admittance et impédance de transfert nous constatons une bonne corrélation des deux mesures. Au voisinage de 15 MHz les résultats obtenus sur le câble de 4,4 m sont toutefois perturbés.

Sur les variations de phases, nous observons une rotation assez importante du paramètre, l'effet étant d'autant plus apparent que la fréquence est élevée.

Le traitement numérique permet la compensation des effets liés à la propagation dans la ligne coaxiale et perturbatrice traduit par les fonctions  $G_0$  et  $G_L$  (expression II-78).

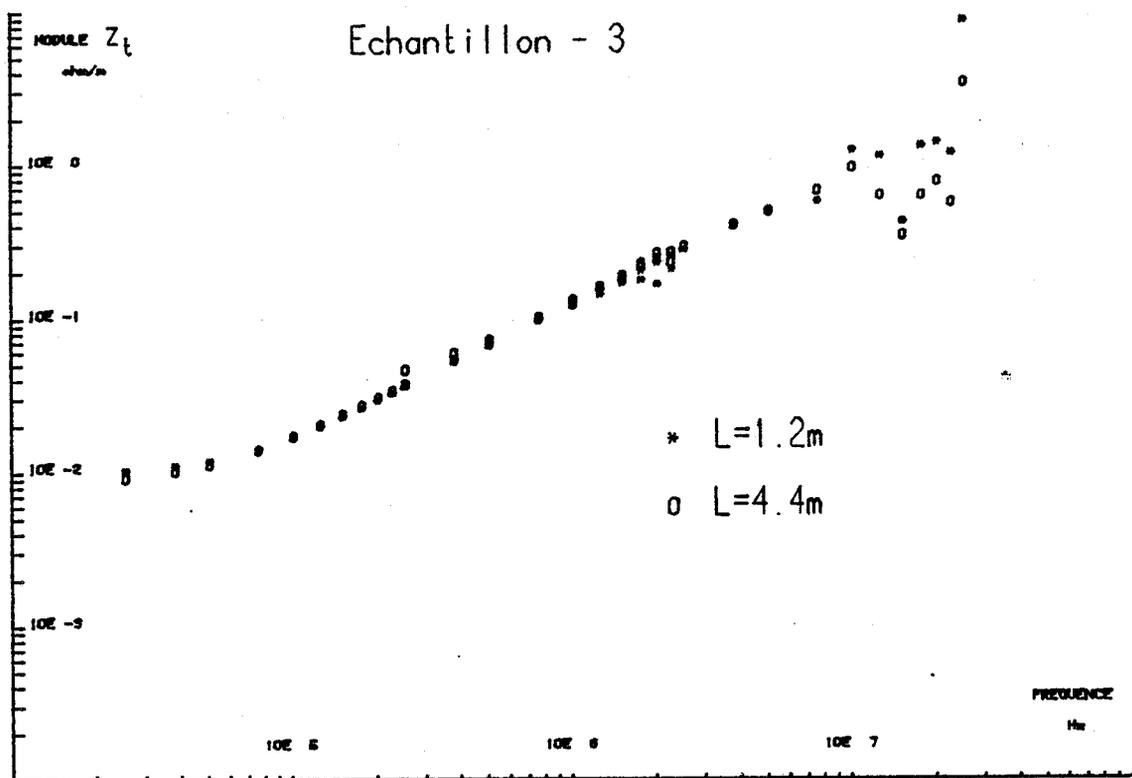
La mise en oeuvre de la déconvolution a nécessité une modification du logiciel afin de traiter séparément les signaux  $V_1(o,t)$  et  $V_1(L,t)$  en vue de la compensation des effets de propagation.

Nous distinguons les séquences suivantes :

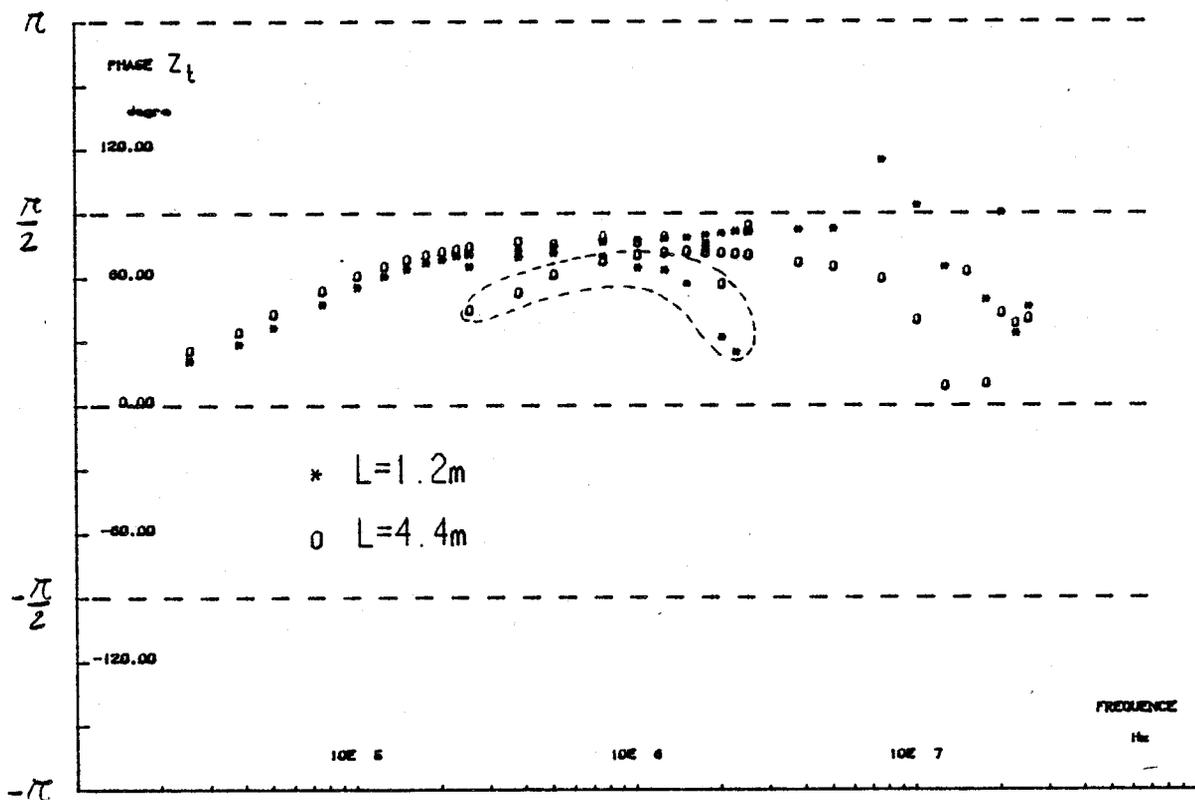
$$\left\{ \begin{array}{l} V'_1(o,t) = V_1(o,t) F(t_1, t_2) \\ V'_1(L,t) = V_1(L,t) F(t_1, t_2) \\ I'_2(o,t) = I_2(o,t) F(t_1, t_2). \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Traitement élémentaire} \\ \text{par la fonction Fenêtre} \\ F(t_1, t_2) \end{array} \quad \text{(II-79)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V''_1(o,\omega) = \mathcal{F}[V'_1(o,t)] \\ V''_1(L,\omega) = \mathcal{F}[V'_1(L,t)] \\ I''_2(o,\omega) = \mathcal{F}[I'_2(o,t)] \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Transformation rapide} \\ \text{de FOURIER} \\ \text{F.F.T.} \end{array} \quad \text{(II-80)}$$

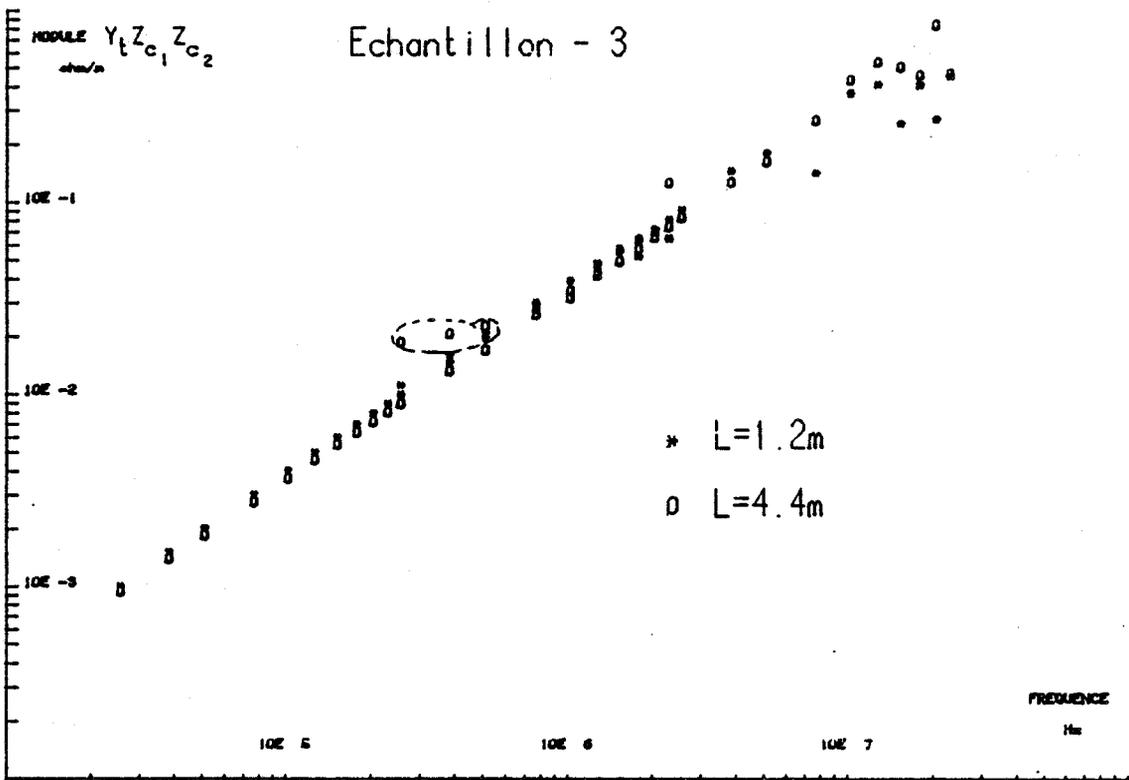
$$\left\{ \begin{array}{l} V'''_1(o,\omega) = V''_1(o,\omega)/G_0(\omega) \\ V'''_1(L,\omega) = V''_1(L,\omega)/G_L(\omega) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Déconvolution ou} \\ \text{compensation des effets} \\ \text{de propagation} \end{array} \quad \text{(II-81)}$$



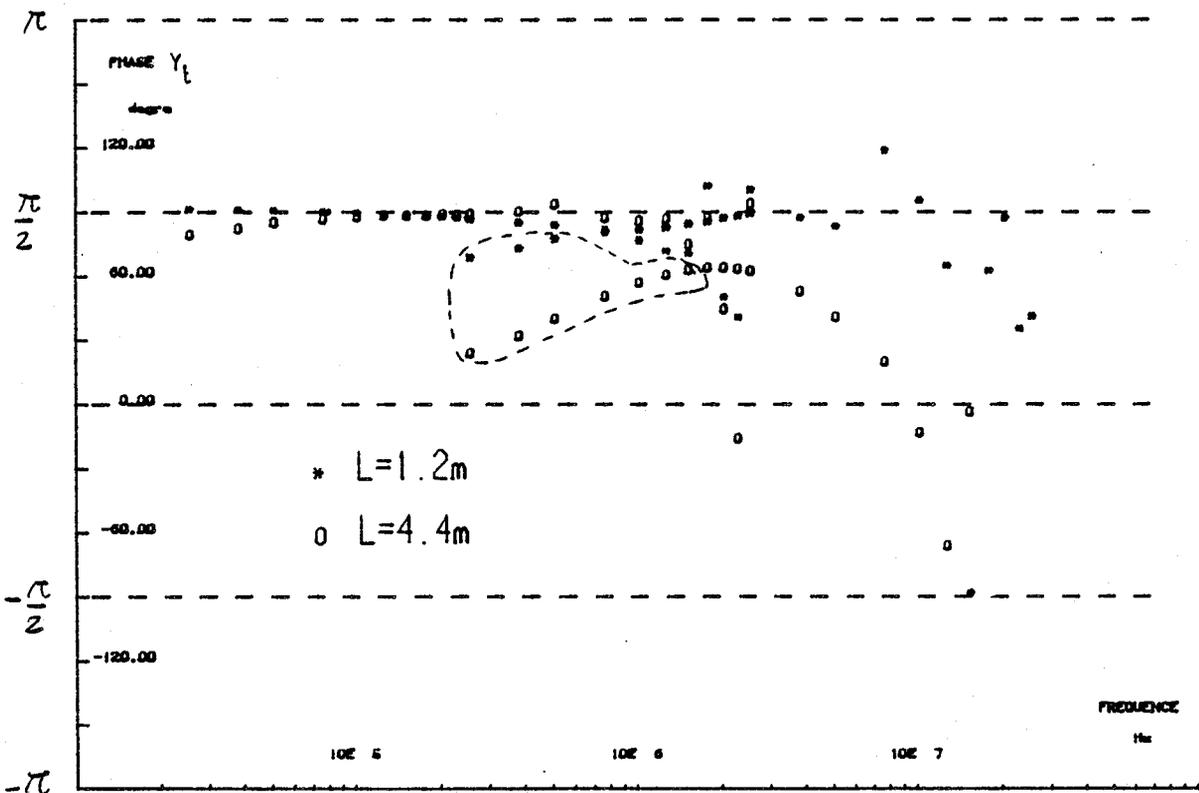
PL(II-11, a)



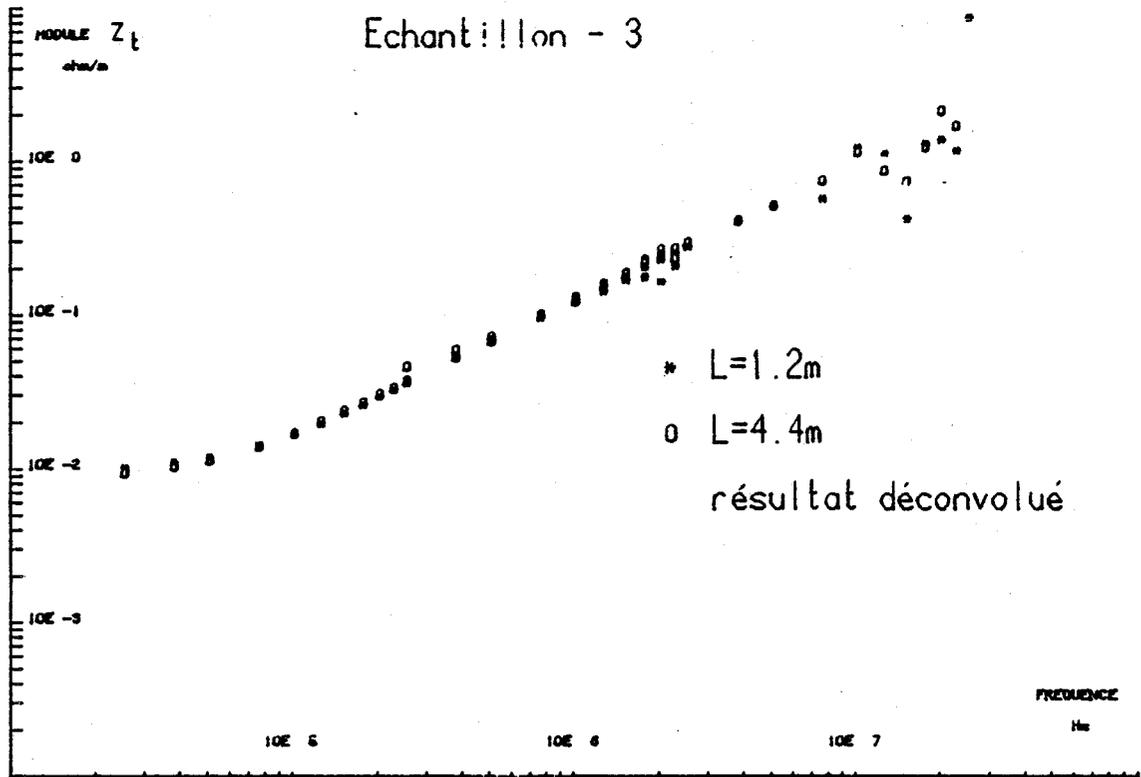
BIS  
LILLE



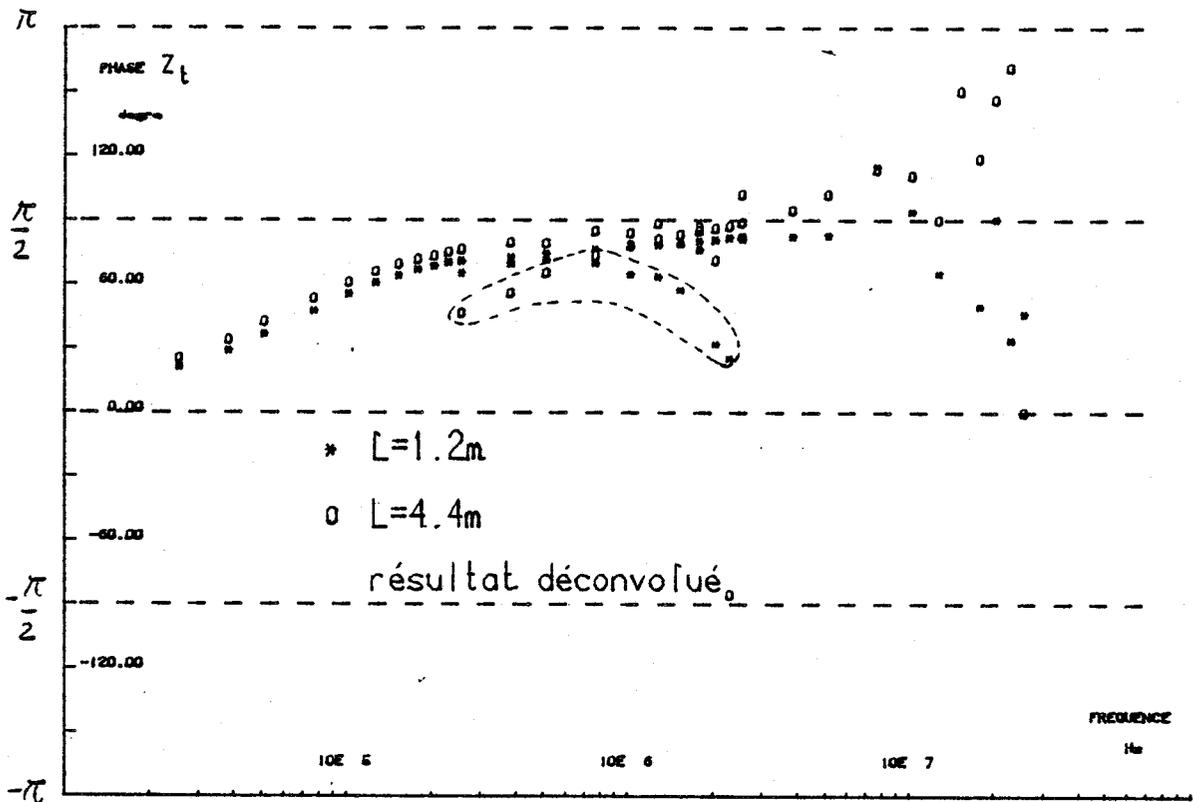
PL(II-11,b)

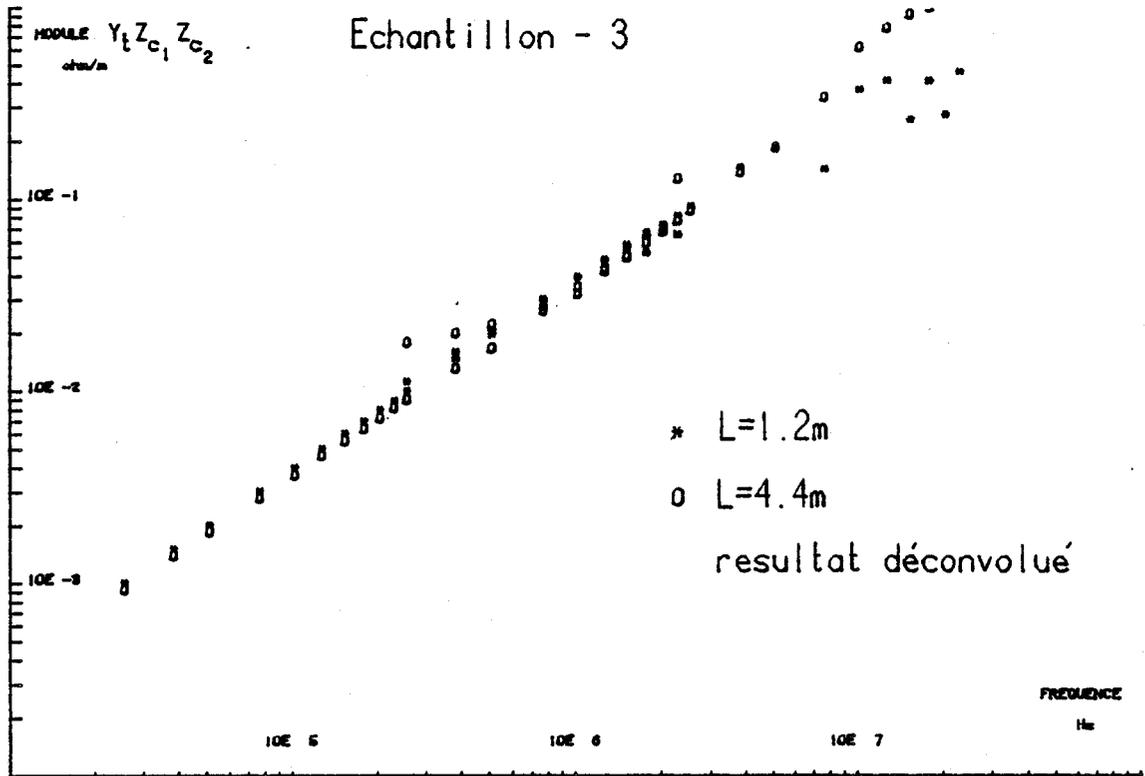


PL(II-11,b)

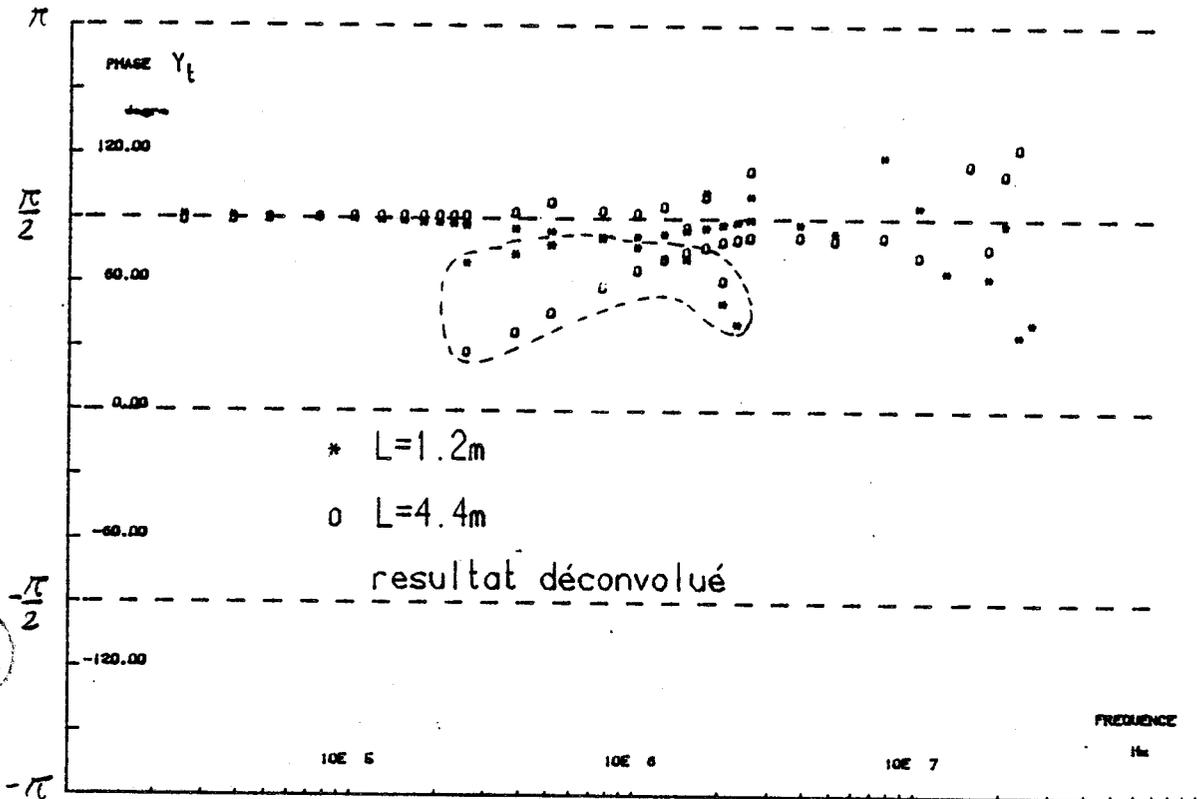


PL(II-12, a)





PL(II-12,b)



## C O N C L U S I O N

-----

La méthode de mesure que nous venons de décrire est destinée à l'étude de la pénétration du champ électromagnétique dans les blindages tressés.

Compte-tenu de la gamme des fréquences explorées (20 kHz - 30 MHz) et d'une sensibilité minimum de  $10^{-4}$   $\Omega/m$ , un banc de mesures structuré en cellule triaxiale (ligne perturbatrice - Câble coaxial) a donné pleinement satisfaction.

L'excitation de la ligne perturbatrice est faite au moyen d'impulsions calibrées. Cette solution offre une grande souplesse de réglage.

Nous avons montré que l'opérateur peut procéder au diagnostic rapide de la nature du couplage en agissant sur la durée et sur le temps de transition de l'impulsion perturbatrice.

Lorsqu'elles les lignes de propagation sont adaptées, l'addition et la soustraction des réponses aux deux extrémités du câble, permet d'extraire individuellement chaque paramètre de transfert.

Le traitement numérique par transformation rapide de Fourier donne ensuite accès au domaine fréquentiel.

Chaque information de tension ou courant s'exprime alors en fonction d'une variable numérique complexe.

Nous avons montré à partir de quelques exemples que cette solution apporte trois avantages déterminants :

- l'évolution des impédance et admittance de transfert est représentée en module et en phase
- les défauts d'adaptation du câble coaxial peuvent être compensés
- les phénomènes de propagation intervenant aux fréquences élevées sont compensés au moyen d'une procédure de déconvolution.

Ces éléments permettent de tirer de la mesure le caractère intrinsèque de chaque paramètre de transfert.

## CHAPITRE III

CHAPITRE III

=====

PARAMETRES DE TRANSFERT DES BLINDAGES TRESSES

EN STRUCTURE COAXIALE

---

CAS DES BLINDAGES A FAIBLE RECOUVREMENT

Trois expériences préliminaires sont tout d'abord pratiquées sur des câbles respectivement constitués de tresse à faible recouvrement et de blindages homogènes comportant des petites et des grandes ouvertures.

Un modèle théorique du câble tressé a été élaboré à partir des développements proposés par LEE et BAUM [28]

Cette approche théorique est fondée sur l'application de la théorie de la diffraction par des ouvertures réparties sur le blindage supposé parfaitement conducteur.

Lorsque l'espacement des ouvertures est petit par rapport à la longueur d'onde, nous donnons le détail de la démonstration conduisant au calcul analytique des inductance et capacité de transfert.

Ces deux paramètres s'expriment alors très simplement en fonction des caractéristiques géométriques du blindage, des polarisabilités magnétiques et des polarisabilités électriques équivalentes aux ouvertures. [28] [29]

Pour délimiter le domaine de validité du modèle théorique deux séries d'expériences ont été entreprises. Elles concernent des blindages homogènes avec ouvertures circulaires et plusieurs prototypes de tresses à faible recouvrement. Enfin pour les tresses à très faible recouvrement nous donnons quelques résultats obtenus avec le modèle des tresses filiformes proposé par WAIT [34]

III.1. Pénétration du champ électromagnétique dans un blindage tressé - relation avec les phénomènes de diffraction

III.1.1. Expériences mettant en évidence les phénomènes de diffraction

Les résultats faisant l'objet du second chapitre de notre thèse montrent qu'il est possible d'attribuer au blindage à faible recouvrement une inductance et une capacité de transfert.

Ces deux paramètres linéiques traduisent le couplage existant entre l'extérieur et l'intérieur du blindage.

Pour évaluer théoriquement ces paramètres nous proposons de les relier aux phénomènes de diffraction par les ouvertures.

Expérimentons tout d'abord 3 échantillons de câble correspondant aux caractéristiques suivantes :

Câble 1 : blindage tressé à faible recouvrement (Echantillon 3, PL(II-1,a) (Chapitre-II)

Câble 2 : blindage composé de rubans de cuivre enroulés et formant de grandes ouvertures Figure (III-1)

Câble 3 : blindage homogène avec petites ouvertures circulaires (Echantillon 1, PL(II-1,a) avec ouvertures d'un diamètre de 4 mm).

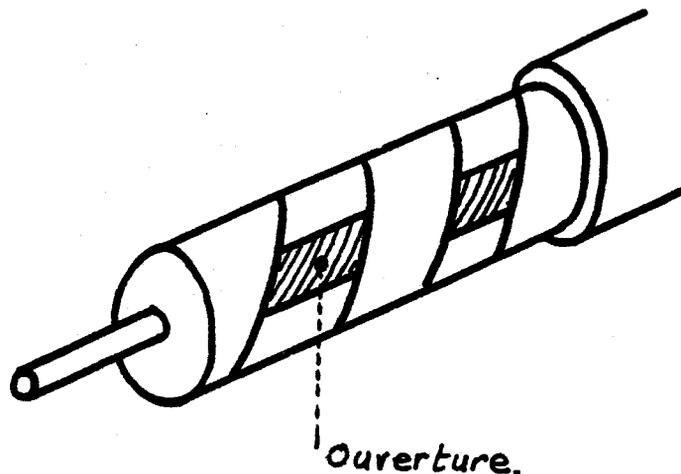


Figure (III-1)

Sur la PL(III-1) sont reproduits les oscillogrammes du courant et tensions recueillis aux extrémités du câble.

- Les signaux (a) sont relatifs à la mesure pratiquée sur le câble homogène avec ouvertures (câble 3).
- Les signaux (b) correspondent aux résultats obtenus avec le blindage à grandes ouvertures (câble 2).
- Les signaux relatifs aux expériences pratiqués sur le câble à faible recouvrement (câble 1) sont reproduits sur la PL(II-2) (Chapitre II)

Les notations utilisées sont conformes au schéma de la figure (II-1) (chapitre II).

L'allure générale des réponses  $V_1(0,t)$  et  $V_1(L,t)$  est semblable, mais appelle toutefois deux remarques :

- une relaxation due à la diffusion du champ électrique est superposée aux réponses obtenues avec le câble 3, cet effet se produit à la suite des transitions du courant perturbateur.
- le câble 2 représente un exemple particulier pour lequel, les couplages par inductance et capacité se compensent mutuellement. Ceci est traduit sur la réponse  $V_1(L,t)$ , puisque l'effet de dérivation n'y apparaît pas.

Pour décrire d'une façon plus précise le comportement de chaque câble, nous transposons l'évolution des paramètres de transfert en fonction de la fréquence.

Les variations des module et phase de l'impédance de transfert PL(III-2,a) et PL(III-2,b), montrent tout d'abord aux fréquences basses (inférieures à 500 kHz) des lois de variations assez différentes, et reliées à la structure du blindage.

Aux fréquences élevées les variations du module de  $Z_t$  sont linéaires et la phase de ce paramètre est centrée sur  $+\frac{\pi}{2}$ . Nous pouvons par conséquent y associer le concept d'inductance de transfert.

Les variations de l'admittance de transfert PL(III-3,a) et PL(III-3,b) sont également conformes aux résultats obtenus au chapitre second et nous permettent d'étendre le concept de capacité de transfert.

Le câble 3 représente le modèle idéal, où la pénétration de l'onde est soumise à la superposition de deux effets :

- la diffusion du champ électrique ;
- la diffraction du champ électromagnétique par les ouvertures.

Aux fréquences élevées, c'est principalement la diffraction qui se manifeste par les couplages du type inductance et capacité de transfert.

Pour étudier concrètement ce mécanisme, considérons le caractère TEM de l'onde perturbatrice se propageant sur la surface extérieure du blindage.

Les composantes du champ électromagnétique sont orthogonales, nous distinguons une composante magnétique  $H_{ext, \theta}$  tangentielle à la surface du blindage et une composante électrique  $E_{ext, r}$  normale à cette surface.

L'interaction de ces composantes avec les ouvertures pratiquées dans le blindage est tout à fait analogue au problème de la diffraction d'une onde plane par une ouverture contenue dans un plan infiniment conducteur.

Nous pouvons montrer que l'excitation du mode de propagation à l'intérieur du câble coaxial est générée par une distribution de dipôles électriques et magnétiques équivalents aux ouvertures.

La propagation du mode coaxial provoque les courants et tensions associés au couplage électromagnétique.

L'approche que nous venons de décrire est bien sûr très qualitative. Dans un article publié en 1975 LEE et BAUM [28], donnent les expressions de l'inductance et capacité de transfert reliées au diamètre du blindage à la densité des ouvertures et à leur polarisabilité.

Nous allons rappeler les étapes essentielles de la démonstration proposée par les auteurs, le détail des calculs étant développé dans l'annexe III-1.

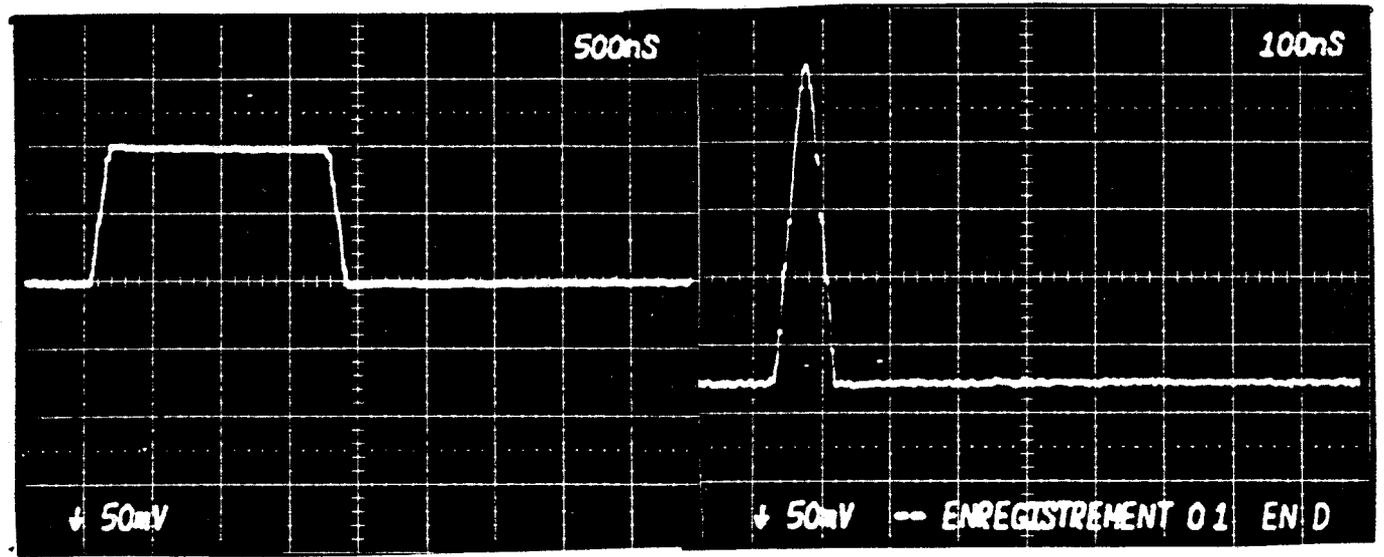
### III.1.2. Inductance et capacité de transfert équivalentes à une ouverture pratiquée sur le blindage d'un câble coaxial

Représentons le câble coaxial, auquel nous attachons un repère cylindrique  $(z, r, \theta)$  figure (III-2)

I 50 mA (a)

$I_2(0, t)$

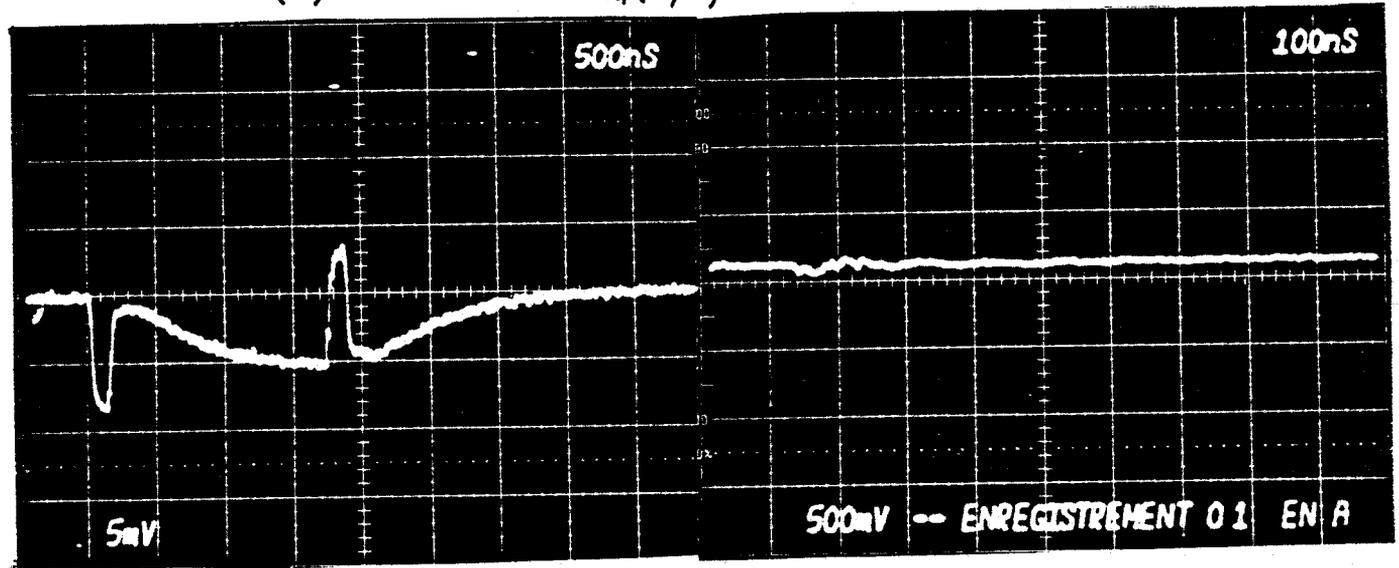
I 20 mA (b)



(a)

$V_1(L, t) \times 31$

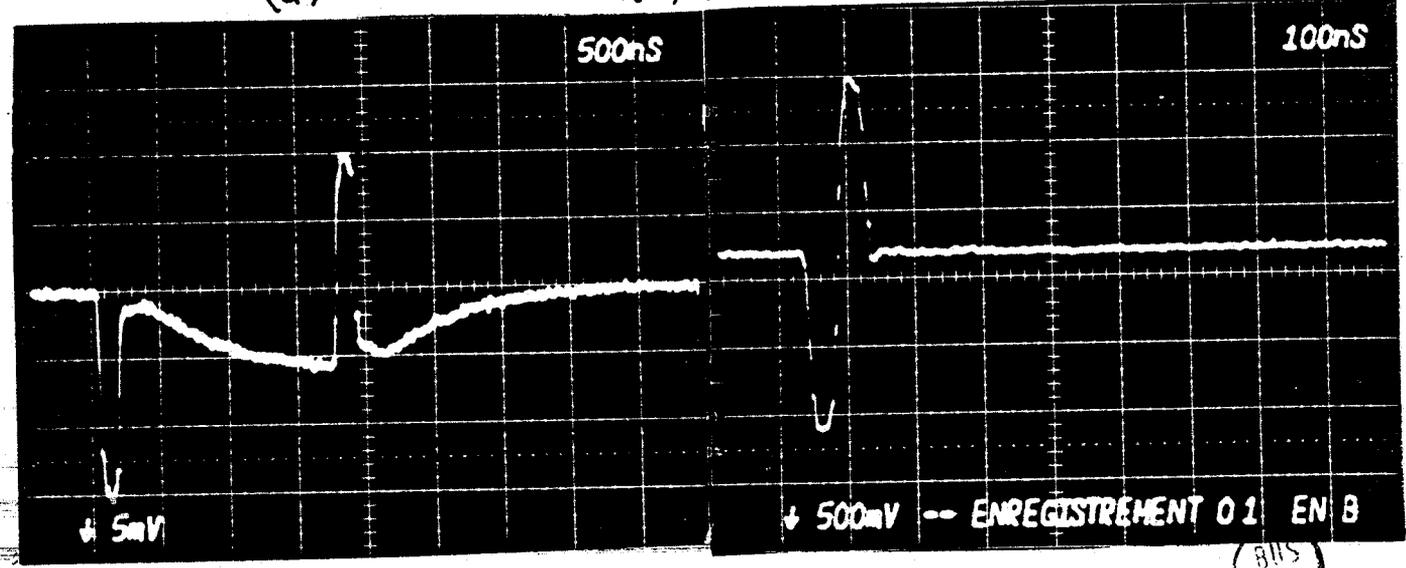
(b)

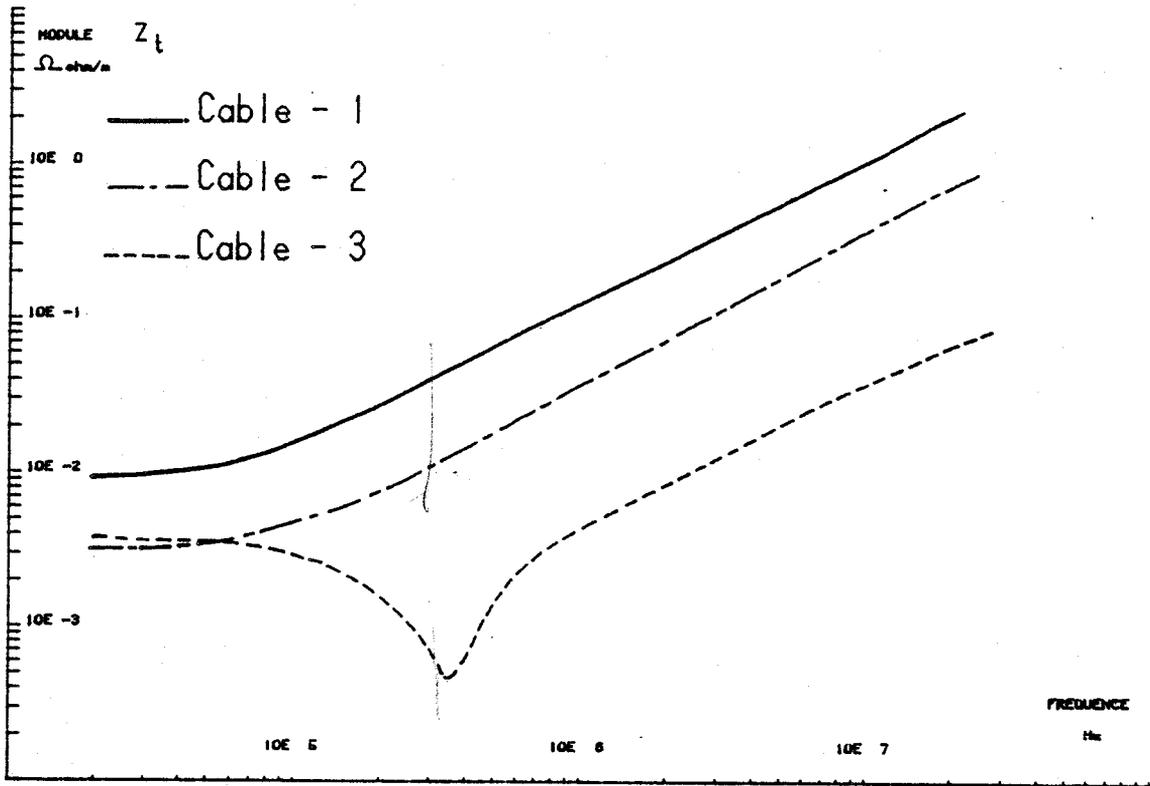


(a)

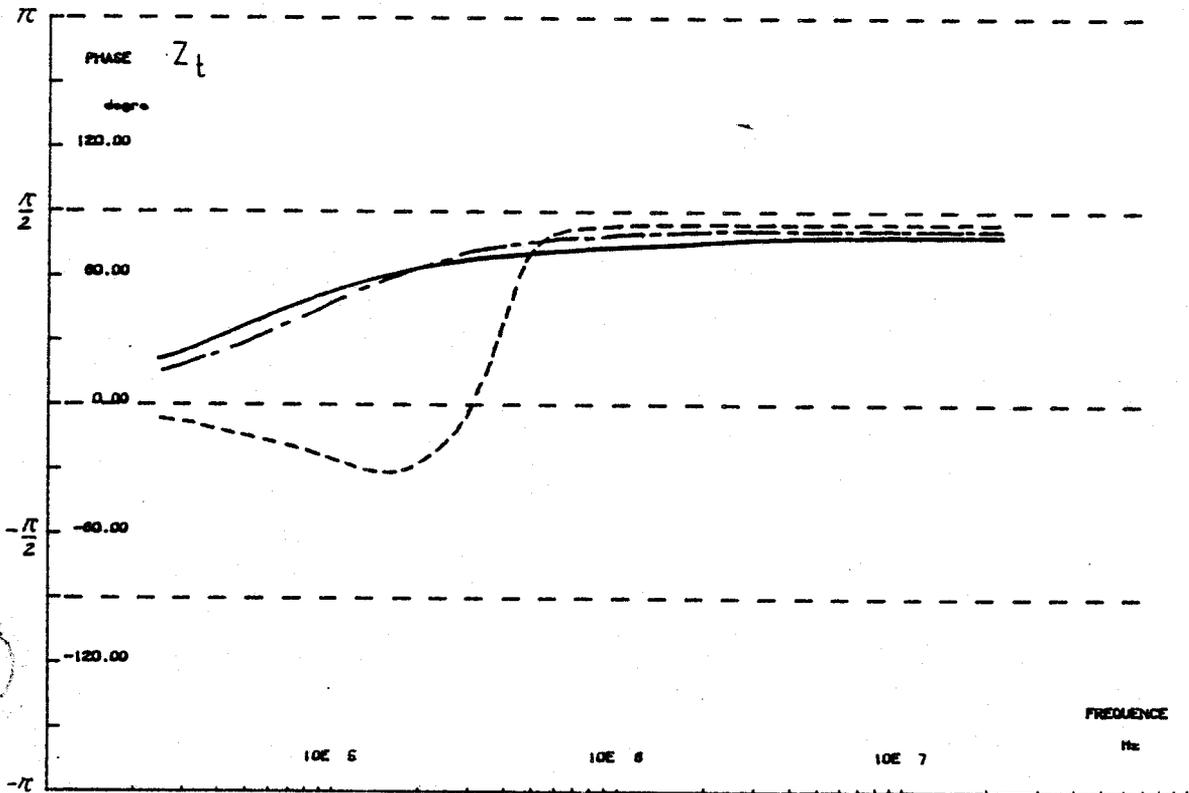
$V_1(0, t) \times 31$

(b)



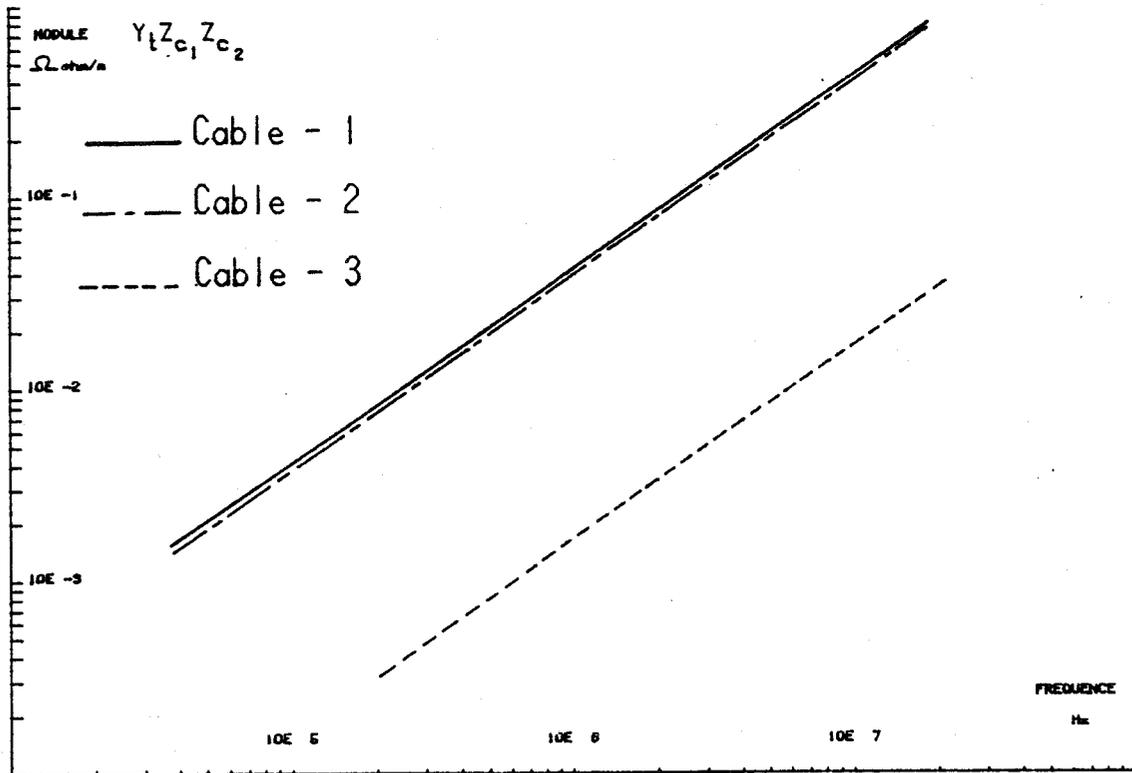


PL(III-2, a)

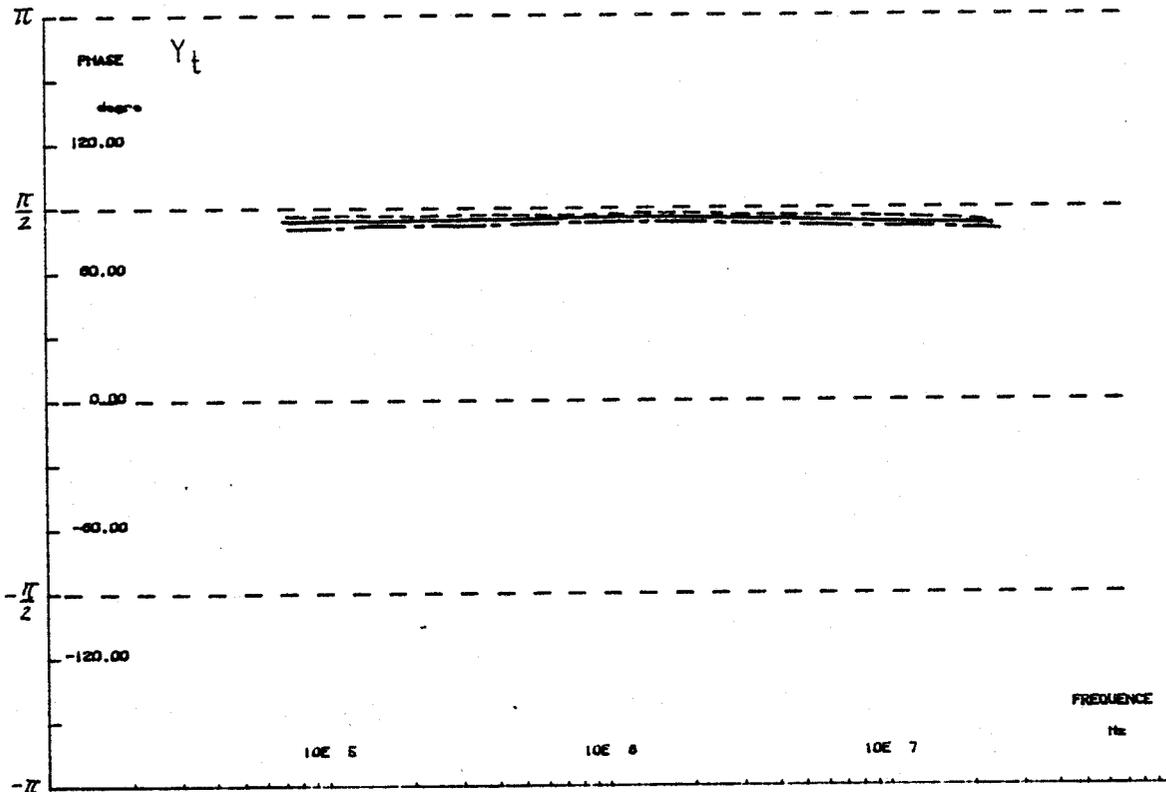


BUS  
EDGE

PL(III-2, b)



PL(III-3, a)



PL(III-3, b)

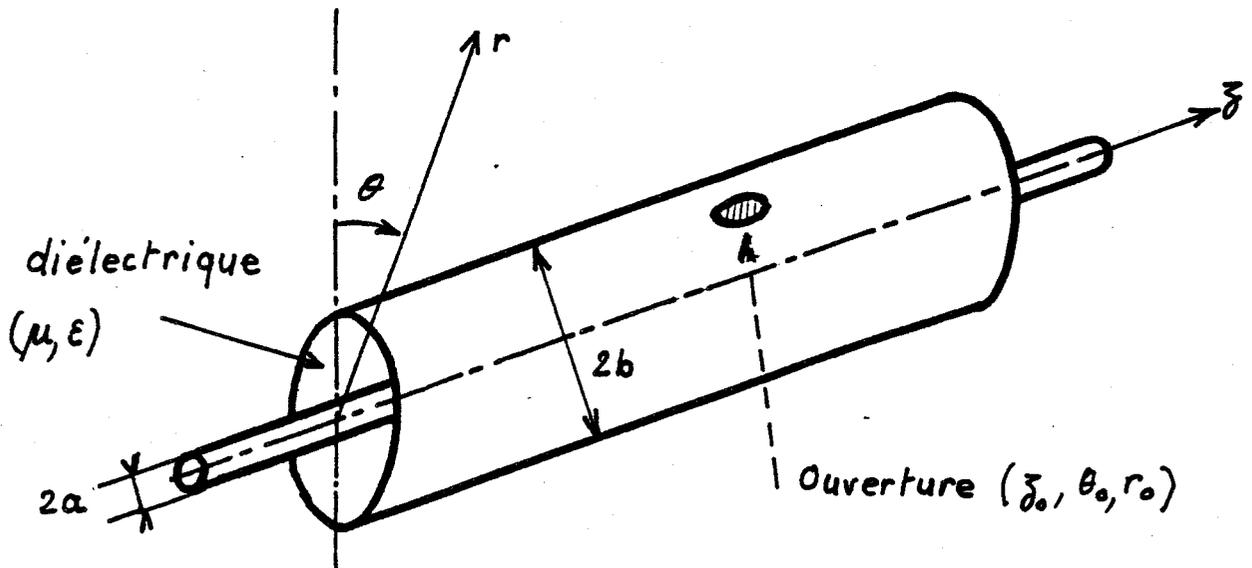


figure (III - 2)

Nous supposons les conducteurs parfaits, l'ouverture est située au point de coordonnées  $(z_0, r_0, \theta_0)$ . Les dimensions transversales de l'ouverture sont très petites par rapport à la longueur d'onde.

Le champ électromagnétique  $(\vec{E}, \vec{H})$  associé au mode de propagation guidé intérieur au câble coaxial peut s'exprimer à l'aide du couple d'équations de MAXWELL.

$$\begin{cases} \nabla_{\wedge} \vec{E} = j \omega \mu \vec{H} - \vec{J}^* \\ \nabla_{\wedge} \vec{H} = -j \omega \epsilon \vec{E} + \vec{J} \end{cases} \quad (\text{III-1})$$

Cette écriture suppose une fonction sinusoïdale du temps de la forme  $e^{-j\omega t}$

$\vec{J}$  et  $\vec{J}^*$  sont des termes source densité de courant électrique et densité de courant magnétique que nous allons relier à la diffraction provoquée par les ouvertures.

$\vec{J}$  et  $\vec{J}^*$  peuvent aussi s'exprimer en fonction des vecteurs polarisation électrique  $\vec{P}$  et magnétique  $\vec{M}$

$$\vec{J} = -j\omega\vec{P} \quad \text{et} \quad \vec{J}^* = -j\omega\mu\vec{M} \quad (\text{III-2})$$

Ecrivons le champ électromagnétique sous la forme suivante :

$$\vec{E} = \vec{a}_z E_z + \vec{E}_t \quad \text{et} \quad \vec{H} = \vec{a}_z H_z + \vec{H}_t \quad (\text{III-3})$$

où  $\vec{E}_t, \vec{H}_t$  sont les composantes transversales du champ. Après quelques transformations données dans l'annexe III nous pouvons éliminer les termes  $E_z$  et  $H_z$ , le système (III-1) s'exprimant alors sous la forme :

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} &= -j\omega\mu \vec{H}_t \wedge \vec{a}_z + \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla_t \nabla_t (\vec{H}_t \wedge \vec{a}_z) + \vec{J}_\Lambda^* \wedge \vec{a}_z - \frac{\nabla_t J_z}{j\omega\epsilon} \\ -\frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} &= -j\omega\epsilon \vec{a}_z \wedge \vec{E}_t + \frac{1}{j\omega\mu} \nabla_t \nabla_t (\vec{a}_z \wedge \vec{E}_t) + \vec{a}_z \wedge \vec{J} - \frac{\nabla_t J_z^*}{j\omega\mu} \end{aligned} \right. \quad (\text{III-4})$$

Les composantes  $\vec{E}_t$  et  $\vec{H}_t$  peuvent s'écrire en fonction d'une suite de modes orthogonaux  $\vec{e}_n, \vec{h}_n$

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{E}_t(z, r, \theta) &= \sum_n V_n(z) \vec{e}_n(r, \theta) \\ \vec{H}_t(z, r, \theta) &= \sum_n I_n(z) \vec{h}_n(r, \theta) \end{aligned} \right. \quad (\text{III-5})$$

La combinaison des systèmes (III-5) et (III-4) et des propriétés d'orthogonalité nous conduit aux "n" systèmes différentiels de la forme :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV_n}{dz} &= j k_n Z_n I_n - v_n \\ \frac{dI_n}{dz} &= j k_n Y_n V_n - i_n \end{aligned} \right. \quad (\text{III-6})$$

Expressions dans lesquelles

$$k_n = (k^2 - k_{c_n}^2)^{1/2} \quad z_n = \frac{1}{\gamma_n} = \frac{k_n}{\omega\epsilon} \quad (\text{III-7})$$

où

$k$  est le nombre d'onde en espace libre correspondant au diélectrique intérieur au câble coaxial.

$k_{c_n}$  est le nombre d'onde de coupure du guide.

Les constantes " $v_n$ " et " $i_n$ " sont des termes sources qui s'expriment par les intégrales

$$\left\{ \begin{array}{l} v_n(z) = \iint_{S_g} \left( \vec{J}_t^* \vec{h}_n - \frac{\vec{e}_n \nabla_t J_z}{j\omega\epsilon} \right) r dr d\theta \\ i_n(z) = \iint_{S_g} \left( \vec{J}_t \vec{e}_n - \frac{\vec{h}_n \nabla_t J_z^*}{j\omega\epsilon} \right) r dr d\theta \end{array} \right. \quad (\text{III-8})$$

Les intégrales sont calculées sur la section droite du guide coaxial de surface  $S_g$ .

Compte tenu des faibles dimensions du guide par rapport à la longueur d'onde, nous pouvons considérer uniquement la propagation du mode "TEM".

Seul subsiste le système d'ordre  $n = 0$ .

Il en résulte la condition suivante sur le nombre d'onde de coupure (Annexe I)

$$k_{c_0} = 0 \quad (\text{III-9})$$

Le système (III-6) peut alors s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV_0}{dz} = j \frac{k_0^2}{\omega\epsilon} I_0 - v_0 \\ \frac{dI_0}{dz} = j\omega\epsilon V_0 - i_0 \end{array} \right. \quad (\text{III-10})$$

Compte tenu de la condition  $k_{c_0} = 0$ , le nombre d'onde  $k_0$  s'identifie à la constante  $k$

$$k = \omega^2 \mu \epsilon \quad (\text{III-11})$$

La propagation TEM implique la loi de répartition quasi statique des composantes du champ à l'intérieur du guide. Les vecteurs  $\vec{e}_0$  et  $\vec{h}_0$  se réduisent alors à leur seule composante radiale et angulaire que nous pouvons exprimer sous la forme suivante (Annexe III-1)

$$\vec{h}_0 = - \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{r} \vec{a}_\theta \quad \text{et} \quad \vec{e}_0 = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{r} \vec{a}_r \quad (\text{III-12})$$

où  $N$  est une constante de normalisation géométrique

$$N = \frac{1}{2\pi} \text{Log} \left( \frac{b}{a} \right) \quad (\text{III-13})$$

Nous pouvons relier les constantes  $V_0$  et  $I_0$  aux tensions  $V$  et courants  $I$  définis sur la ligne de transmission au moyen des relations suivantes : (annexe III-1)

$$V_0 = \frac{V}{\sqrt{N}} \quad \text{et} \quad I_0 = I\sqrt{N} \quad (\text{III-14})$$

Si nous combinons les expressions (III-14) et le système (III-10), les expressions (III-12) aux intégrales (III-8), nous obtenons le système équivalent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV}{dz} = jL\omega I + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_a^b J_\theta^* dr d\theta \\ \frac{dI}{dz} = jC\omega V + \frac{1}{N} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_a^b J_r dr d\theta \end{array} \right. \quad (\text{III-15})$$

où L et C sont les inductances et capacités linéiques du câble coaxial.

L'épaisseur du blindage étant nulle nous écrivons les densités de courant sous la forme suivante :

$$\begin{cases} J_{\theta}^* = K^* (b, z, \theta) \delta(r - b) \\ J_r = K_r (b, z, \theta) \delta(r - b) \end{cases} \quad (\text{III-16})$$

Les intégrales contenues dans le système (III-15) sont "équivalentes" à deux termes sources

"V<sub>eq</sub>" et "I<sub>eq</sub>"

que nous réduisons à deux intégrales simples :

$$\begin{cases} V_{eq} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_{\theta}^* (b, z, \theta) d\theta \\ I_{eq} = \frac{1}{N} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_r (b, z, \theta) d\theta \end{cases} \quad (\text{III-17})$$

Nous pouvons montrer que les densités de courant électrique  $\vec{J}$  et courant magnétique  $\vec{J}^*$  s'expriment en fonction des moments dipolaires électrique  $\vec{p}$  et magnétique  $\vec{m}$  équivalents à l'ouverture (Annexe III-1) d'où:

$$\begin{cases} \vec{K} (r, z, \theta) = - \frac{j\omega\mu \vec{m}}{r} \delta(\theta - \theta_0) \delta(z - z_0) \\ \vec{K} (r, z, \theta) = - \frac{j\omega\vec{p}}{r} \delta(\theta - \theta_0) \delta(z - z_0) \end{cases} \quad (\text{III-18})$$

Les termes sources sont alors reliés aux composantes  $m_{\theta}$  et  $p_r$  de ces dipôles :

$$\begin{cases} V_{eq} = - \frac{j\omega\mu}{2\pi b} m_{\theta} \delta(z - z_0) \\ I_{eq} = \frac{j\omega}{N2\pi b} p_r \delta(z - z_0) \end{cases} \quad (\text{III-19})$$

Les moments dipolaires  $\vec{m}$  et  $\vec{p}$  s'expriment en fonction des polarisabilités magnétiques  $\alpha_m$  : et polarisabilité électrique  $\alpha_e$  de l'ouverture (annexe III-2)

Pour l'ouverture située sur le blindage nous les relierons de la façon suivante :

$$\begin{cases} \vec{m} = \alpha_m \vec{H}_{int} + \alpha_m \vec{H}_{ext} \\ \vec{p} = \epsilon \alpha_e \vec{E}_{int} + \epsilon \alpha_e \vec{E}_{ext} \end{cases} \quad (III-20)$$

où  $\vec{H}_{int}$ ,  $\vec{E}_{int}$  et  $\vec{H}_{ext}$ ,  $\vec{E}_{ext}$  sont les composantes du champ respectivement à l'intérieur et à l'extérieur du blindage figure (III-3)

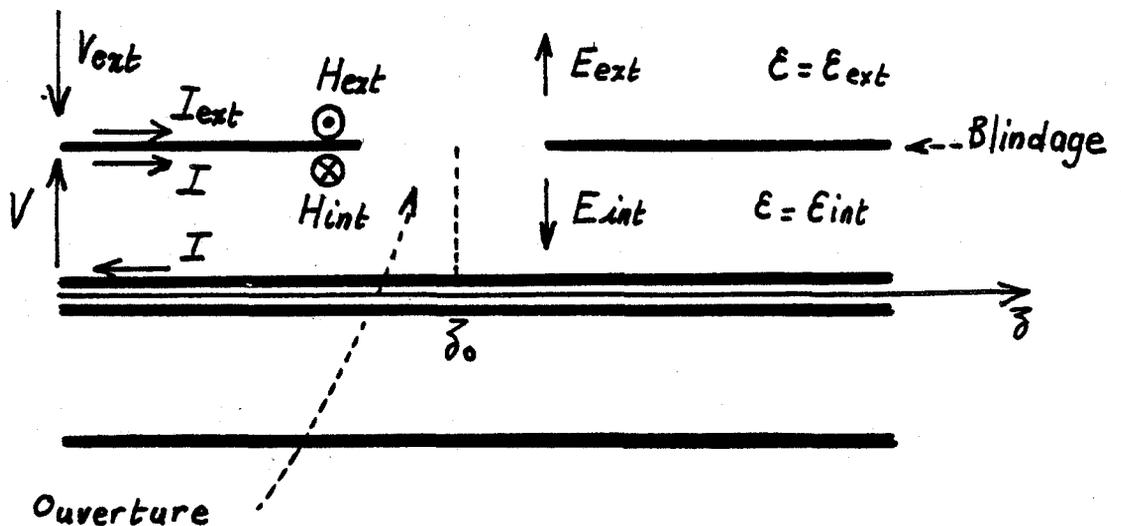


Figure (III-3)

L'expression (III-20) suppose que la constante de permittivité "ε" est identique à l'extérieur et à l'intérieur du blindage, dans le cas contraire nous devons utiliser une permittivité équivalente (paragraphe III-2-2 Expression (III-52)

Les paramètres  $\vec{H}_{int}$ ,  $\vec{E}_{int}$ ,  $\vec{H}_{ext}$  s'expriment alors très facilement au moyen des relations suivantes (Annexe - I-1)

$$H_{int_\theta} = + \frac{I}{2\pi b} \quad H_{ext_\theta} = - \frac{I_{ext}}{2\pi b} \quad E_{int_r} = - \frac{V}{b \log\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (III-21)$$

Le terme source  $V_{eq}$  est directement proportionnel au courant perturbateur " $I_{ext}$ ", il s'exprime :

$$V_{eq} = \frac{j\omega\mu\alpha_{m\theta}}{(2\pi b)^2} I_{ext} \delta(z - z_0) \quad (III-22)$$

où  $\alpha_{m\theta}$  est la composante dyadique de  $\alpha_m$  : orientée dans la direction angulaire  $\theta$ .

Si nous appliquons le théorème de GAUSS à l'extérieur du blindage, nous montrons très facilement que le terme source  $I_{eq}$  est proportionnel à la charge électrique  $Q_{ext}$  induite par la perturbation

$$I_{eq} = - \frac{j\omega\epsilon\alpha_e}{N(2\pi b)^2} \left( \frac{Q_{ext}}{\epsilon_{ext}} \right) \delta(z - z_0) \quad (III-23)$$

Pour alléger ces deux expressions utilisons les deux notations  $L'_t$  et  $C'_t$  et  $C''_t$

$$L'_t = \frac{\mu\alpha_{m\theta}}{(2\pi b)^2} \quad (III-24)$$

$$C'_t = \frac{\epsilon\alpha_e C_{ext} C}{(2\pi b)^2 \epsilon_{ext} \epsilon_{int}}$$

$$C''_t = \frac{\epsilon\alpha_e C^2}{(2\pi b)^2 \epsilon_{int}^2} \quad (III-25)$$

Le système (III-15) peut alors s'écrire sous la forme

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV}{dz} = j [L - L'_t \delta(z - z_0)] \omega I + j L'_t \delta(z - z_0) \omega I_{\text{ext}} \\ \frac{dI}{dz} = j [C + C''_t \delta(z - z_0)] \omega V - j \omega C'_t \left( \frac{Q_{\text{ext}}}{C_{\text{ext}}} \right) \delta(z - z_0) \end{array} \right. \quad (\text{III-26})$$

où  $L'_t$  est  $C'_t$  sont les inductance et capacité de transfert équivalentes à l'ouverture.

Nous allons maintenant traiter le cas où les ouvertures sont distribuées périodiquement. Cette situation offre un intérêt pratique très intéressant puisqu'elle nous permet de calculer les paramètres de transfert des blindages tressés.

### III.2 Inductance et capacité de transfert d'une distribution d'ouvertures dans un blindage homogène

#### III.2.1. Application de la théorie de la diffraction au problème de la distribution périodique d'ouvertures

Soit un câble de longueur infinie, le blindage comporte des ouvertures identiques espacées d'une période "x"

Nous allons tout d'abord montrer comment la présence des ouvertures dans le blindage modifie les caractéristiques linéiques du câble coaxial.

Pour cela, considérons tout d'abord le câble sans perturbation extérieure ( $Q_{\text{ext}} = 0$  et  $I_{\text{ext}} = 0$ )

Aux éléments  $\delta(z - z_0)$  du système (III - 26) nous faisons correspondre l'expression :

$$\sum_{n = -\infty}^{+\infty} \delta(z - nx) \quad (\text{III-27})$$

que nous pouvons aussi écrire sous forme d'un développement de FOURIER

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(z - n x) = \frac{1}{x} \sum_{m = -\infty}^{+\infty} e^{j \frac{2\pi m z}{x}} \quad (\text{III-28})$$

Utilisons les notations habituelles de la théorie des lignes de transmission figure (III-4)

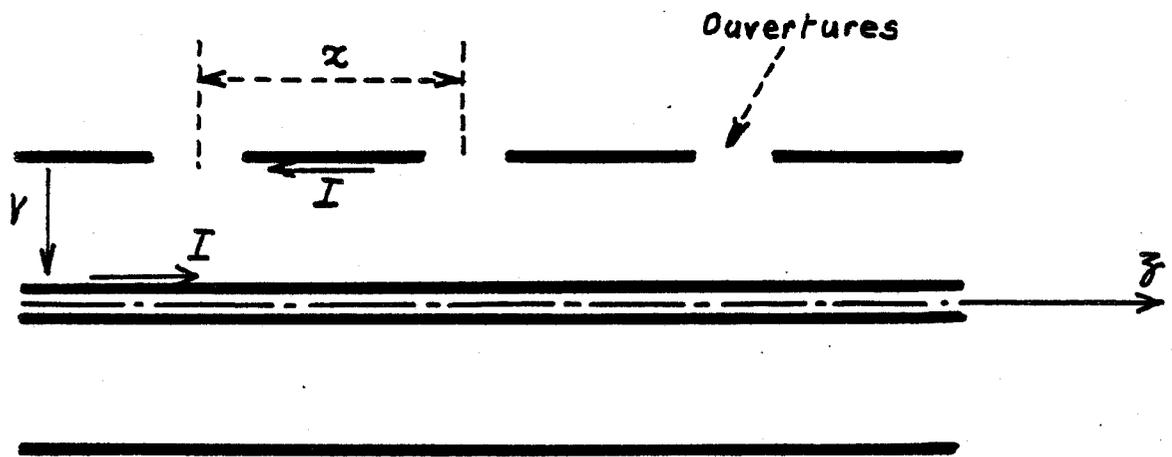


Figure (III-4)

Il en résulte une permutation du signe des composantes  $H_{int_e}$  et  $E_{int_r}$  (expression III-21)

Le système (III-26) s'exprime alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV}{dz} = j \left[ L + L'_t \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(z - n x) \right] \omega I \\ \frac{dI}{dz} = j \left[ C - C''_t \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(z - n x) \right] \omega V \end{array} \right. \quad (III-29)$$

Ces expressions montrent que l'influence des ouvertures a pour effet d'augmenter l'inductance et de diminuer la capacité de la ligne.

Pour évaluer d'un point de vue quantitatif, les paramètres ainsi modifiés, établissons l'expression du nombre d'onde  $k'$  attaché au mode coaxial.

Utilisons le théorème de FLOQUET pour écrire les courant et tension sous la forme de séries [63]

$$\left\{ \begin{array}{l} V(z) = \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} V_{n'} e^{j(k' + \frac{2\pi n'}{x}) z} \\ I(z) = \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} I_{n'} e^{j(k' + \frac{2\pi n'}{x}) z} \end{array} \right. \quad (III-30)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V(z) = \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} V_{n'} e^{j(k' + \frac{2\pi n'}{x}) z} \\ I(z) = \sum_{n'=-\infty}^{+\infty} I_{n'} e^{j(k' + \frac{2\pi n'}{x}) z} \end{array} \right. \quad (III-31)$$

Si nous combinons les expressions (III-28), (III-30) et (III-31) au système (III-29), nous obtenons le système linéaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} (k' + \frac{2\pi p}{x}) V_p = (L + \frac{L'_t}{x} t) \omega I_p + \frac{L'_t}{x} t \omega \sum_{m \neq 0} I_{p-m} \\ (k' + \frac{2\pi p}{x}) I_p = (C - \frac{C''_t}{x} t) \omega V_p - \frac{C''_t}{x} t \omega \sum_{m \neq 0} V_{p-m} \end{array} \right. \quad (III-32)$$

où "p" correspond au spectre des valeurs entières.

$$p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Dans le cas général k' est solution numérique du système implicite (III-32).

Si nous limitons la résolution du problème au seul mode dominant p = 0, k' s'exprime sous la forme :

$$k'^2 = \left( L + \frac{L' t}{x} \right) \left( C - \frac{C'' t}{x} \right) \omega^2 \quad (\text{III-33})$$

Cette simplification consiste à admettre que la période "x" des ouvertures est très petites par rapport à la longueur d'onde. Dans ces conditions nous pouvons associer à l'expression (III-33), les inductance et capacité modifiées L' et C'

$$L' = L + \frac{L' t}{x} \quad \text{et} \quad C' = C - \frac{C'' t}{x} \quad (\text{III-34})$$

Si maintenant nous faisons intervenir la perturbation extérieure nous obtenons le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{dV}{dz} = j L' \omega I + j \frac{L' t}{x} \omega I_{\text{ext}} \\ \frac{dI}{dz} = j C' \omega V - j \frac{C' t}{x} \omega \begin{pmatrix} Q_{\text{ext}} \\ C_{\text{ext}} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (\text{III-35})$$

Nous devons relier le système (III-35) aux éléments du schéma de la figure (II-1) (chapitre II) pour lequel nous rappelons les notations figure (III-5)

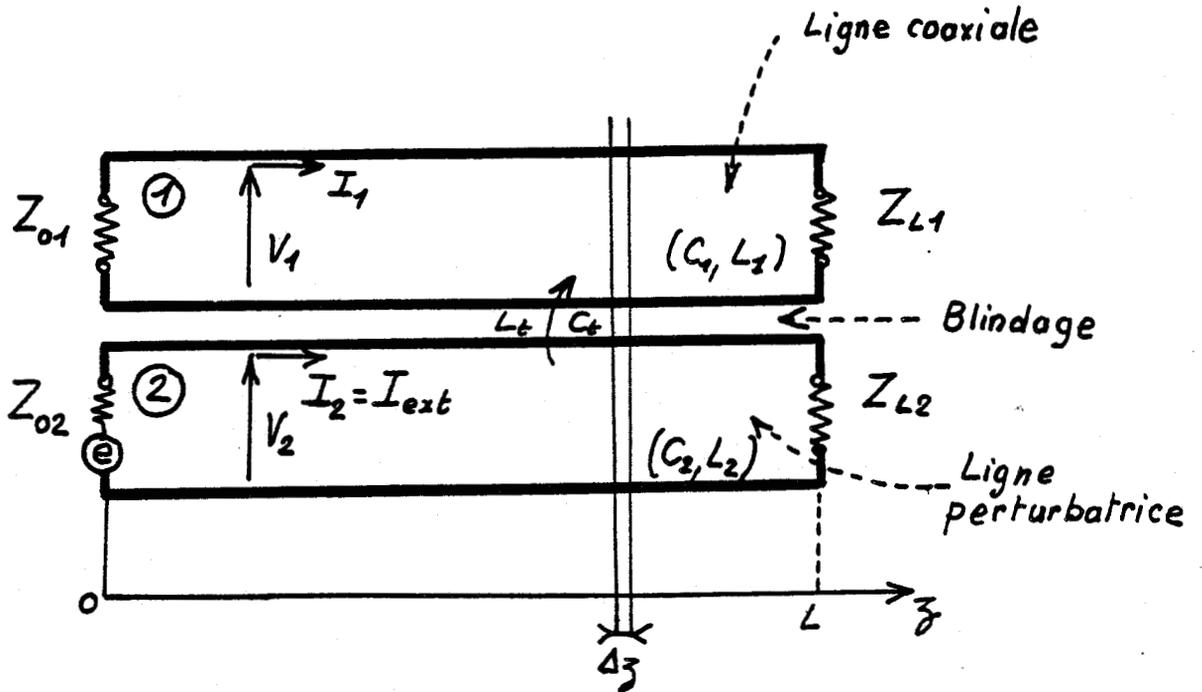


Figure (III-5)

Les caractéristiques linéiques  $L_1$ ,  $C_1$  et  $L_2$  et  $C_2$  sont les inductances et capacités compte tenu de l'effet des ouvertures alors que les paramètres  $L$ ,  $C$  et  $C_{ext}$  introduits précédemment sont les éléments de la structure coaxiale idéale (sans ouvertures).

Représentons le schéma équivalent des deux lignes couplées sur un tronçon de longueur infinitésimale  $\Delta z$  figure(III-6)



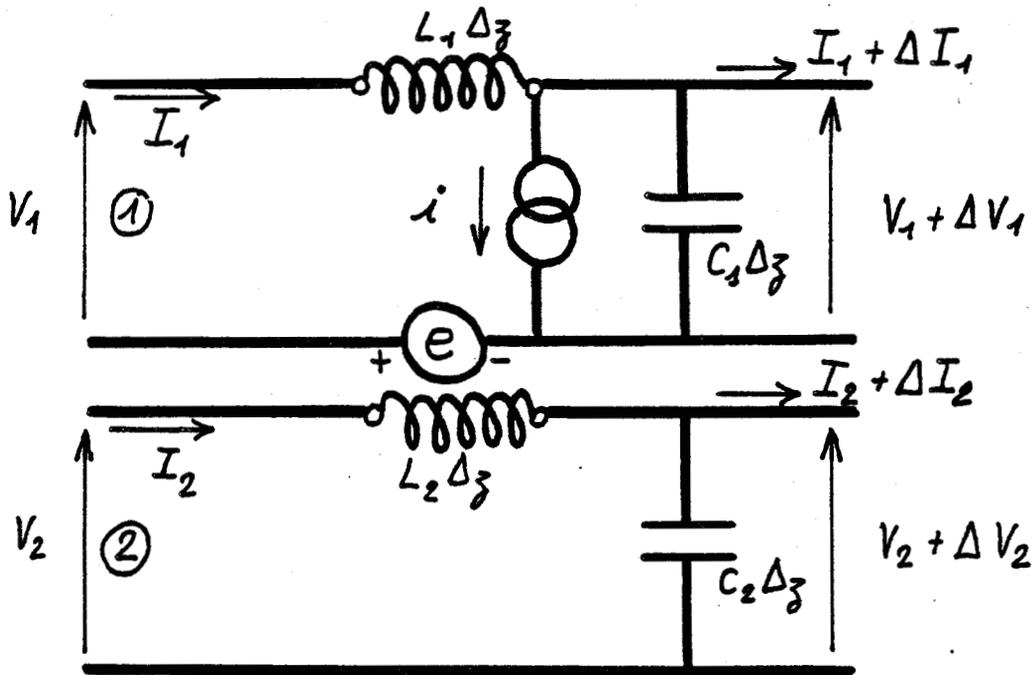


figure (III-6)

"e" et "i" sont des générateurs de tension et de courant équivalents aux termes sources du système (III-35), nous pouvons par conséquent écrire :

$$\begin{cases} \frac{dV}{dz} = \frac{\Delta V_1}{\Delta z} = -j L_1 \omega I_1 + e \\ \frac{dI}{dz} = \frac{\Delta I_1}{\Delta z} = -j C_1 \omega V_1 - i \end{cases} \quad (\text{III-36})$$

Explicitons les termes sources :

$$e = j \frac{L'_t}{x} \omega I_2 \quad i = j \frac{C'_t}{x} \omega \left( \frac{Q_{\text{ext}}}{C_{\text{ext}}} \right) \quad (\text{III-37})$$



La capacité de transfert est suffisamment faible pour admettre l'approximation

$$C_{\text{ext}} \approx C_2 \quad (\text{III-38})$$

d'où

$$i = j \frac{C'_t}{x} \omega V_2 \quad (\text{III-39})$$

Si nous comparons le système (III-36) aux systèmes (II-9) et (II-10) du chapitre II où interviennent les équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} - \frac{dV_1}{dz} = Z_1 I_1 - Z_t I_2 \\ - \frac{dI_1}{dz} = Y_1 V_1 + Y_t V_2 \end{array} \right. \quad (\text{III-40})$$

$Z_t$  et  $Y_t$  sont respectivement les impédance et admittance de transfert du blindage :

$$Z_t = j \frac{L'_t}{x} \omega \quad \text{et} \quad Y_t = j \frac{C'_t}{x} \omega \quad (\text{III-41})$$

nous avons introduit dans le chapitre II les paramètres :

$$Z_t = R_0 + j L_t \omega \quad \text{et} \quad Y_t = j C_t \omega \quad (\text{III-42})$$

La conductivité du blindage étant infinie  $R_0 = 0$ . L'inductance de transfert " $L_t$ " et la capacité de transfert " $C_t$ " du blindage comportant les ouvertures périodiques sont données par les expressions (III-41) où nous remplaçons  $L'_t$  et  $C'_t$  par leurs valeurs (III-24) et (III-25)

$$L_t = \frac{v \mu \alpha_{m\theta}}{\pi^2 D^2} \quad (\text{III-43})$$

$$C_t = \frac{v \epsilon \alpha_e C_1 C_2}{\pi^2 D^2 \epsilon_1 \epsilon_2} \quad (\text{III-44})$$

où  $v = \frac{1}{x}$  (III-45)

représente la densité d'ouvertures.

Nous rappelons la signification des paramètres contenus dans ces expressions :

- D diamètre du blindage ( $D = 2b$ )
- $\alpha_{m\theta}$  et  $\alpha_e$  polarisabilités magnétique et électrique de l'ouverture
- $C_1$  et  $C_2$  capacité des lignes coaxiale et perturbatrice compte tenu des approximations  $C_1 \approx C$  et  $C_2 \approx C_{ext}$
- $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  permittivité absolue du diélectrique composant les lignes coaxiale et perturbatrice
- $\epsilon$  permittivité absolue équivalente au milieu environnant l'ouverture.

Nous avons uniquement étudié l'hypothèse où les ouvertures sont distribuées sur une génératrice parallèle à l'axe du câble. Il n'y a aucune difficulté à généraliser le problème au cas d'ouvertures distribués dans la direction angulaire  $\theta$ .

Il suffit dans les expressions (III-43) et (III-44) d'adapter le paramètre " $v$ " à la densité totale d'ouverture.

III.2.2. Inductance de transfert et capacité de transfert d'une distribution d'ouvertures circulaires

Expérimentation et approche théorique [30]

- expérimentation

Pour vérifier la validité de l'application de la théorie des polarisabilités aux blindages coaxiaux, un modèle expérimental a été développé, il s'agit d'une structure très simple constituée d'un blindage en cuivre homogène, sur une génératrice du blindage des ouvertures circulaires sont régulièrement pratiquées.

Sur la PL(III-4,a) sont reproduites les caractéristiques géométriques du blindage et des ouvertures correspondantes.

A ces paramètres sont également associées trois caractéristiques supplémentaires, définissant d'une façon plus globale la répartition des ouvertures, il s'agit :

densité des ouvertures	"v"	
recouvrement	$A = 1 - \frac{vd^2}{4D}$	(III-45)
rapport de proximité	$\rho = \frac{d}{x}$	

Aux fréquences élevées les variations des paramètres sont parfaitement linéaires, la valeur limite de la phase est égale à  $+\frac{\pi}{2}$  (PL (III-2,a) et PL(III-2,b)), PL(III-3,a) et PL(III-3,b).

Nous pouvons par conséquent mesurer très facilement la pente des caractéristiques afin d'en déduire l'inductance et l'admittance de transfert

$f \times 1 \text{ MHz}$	$L_t = \frac{\Delta  Z_t }{\Delta \omega}$	$\psi (Z_t) = \frac{\pi}{2}$	
$f > 1 \text{ MHz}$	$C_t = \frac{1}{Z_{c1} Z_{c2}}$	$\frac{\Delta  Z_{c1} Z_{c2} Y_t }{\Delta \omega}$	$\psi (Y_t) = \frac{\pi}{2}$

(III-46)

Cinq expériences de ce type ont été pratiquées, les caractéristiques géométriques et les paramètres de transfert sont reproduits dans le tableau (III-1)

ref.	A	d mm.	$p = \frac{x}{d}$	v /m	L <sub>t</sub> nH/m		C <sub>t</sub> pF/m		
					Th.Val.	Exp.Val.	Th.g=1,07	Th.g=1,4	Exp.Val.
EXP-2	0,988	4	0,110	28	0,43	0,53	0,19	0,27	0,23
EXP-3	0,960	4	0,360	90	1,49	1,4	0,62	0,86	0,58
EXP-4	0,987	2	0,220	110	0,25	0,16	0,10	0,14	0,06
EXP-5	0,948	3	0,630	210	1,48	0,98	0,60	0,85	0,40
EXP-6	0,991	3	0,108	36	0,19	0,22	0,08	0,11	0,06

Tableau (III-1)

- Approche théorique

Dans le tableau (III-1) sont également reproduites la valeur des inductance et capacité de transfert calculées au moyen des expressions

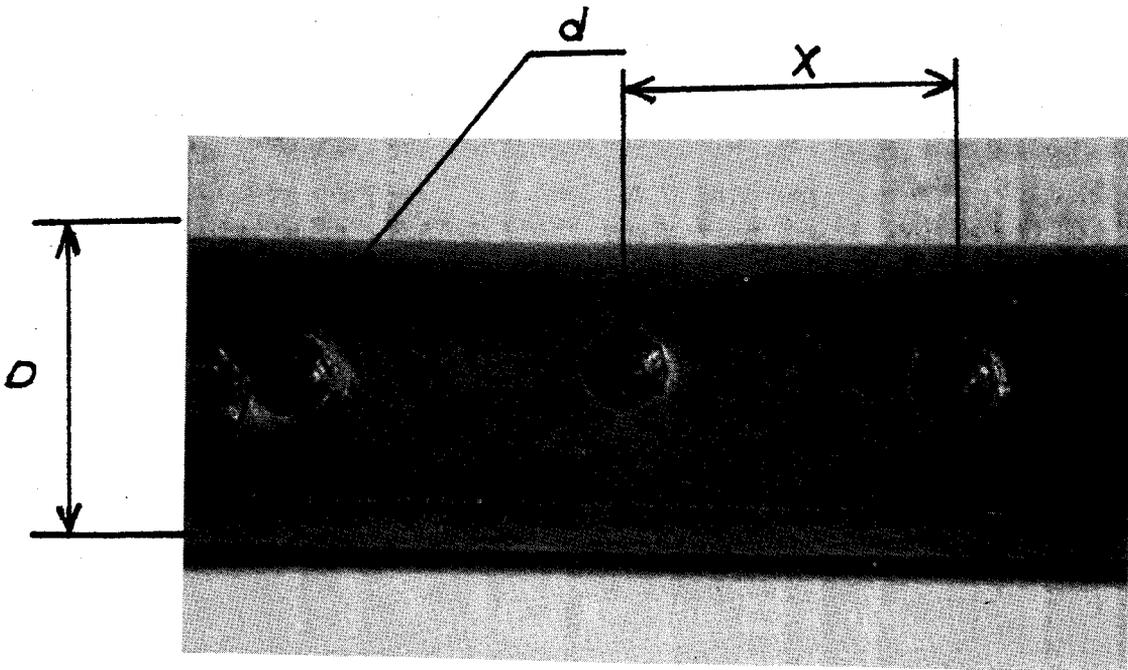
$$L_t = \frac{\nu \alpha_m \mu_0}{\pi^2 D^2} \quad C_t = \frac{\nu \alpha_e \epsilon_1 \epsilon_2 C_1 C_2}{\pi^2 D^2 \epsilon_1 \epsilon_2} \quad (III-47)$$

Les polarisabilités magnétique et électrique de l'ouverture circulaire sont calculées en (Annexe -III-4), elles ont pour expression :

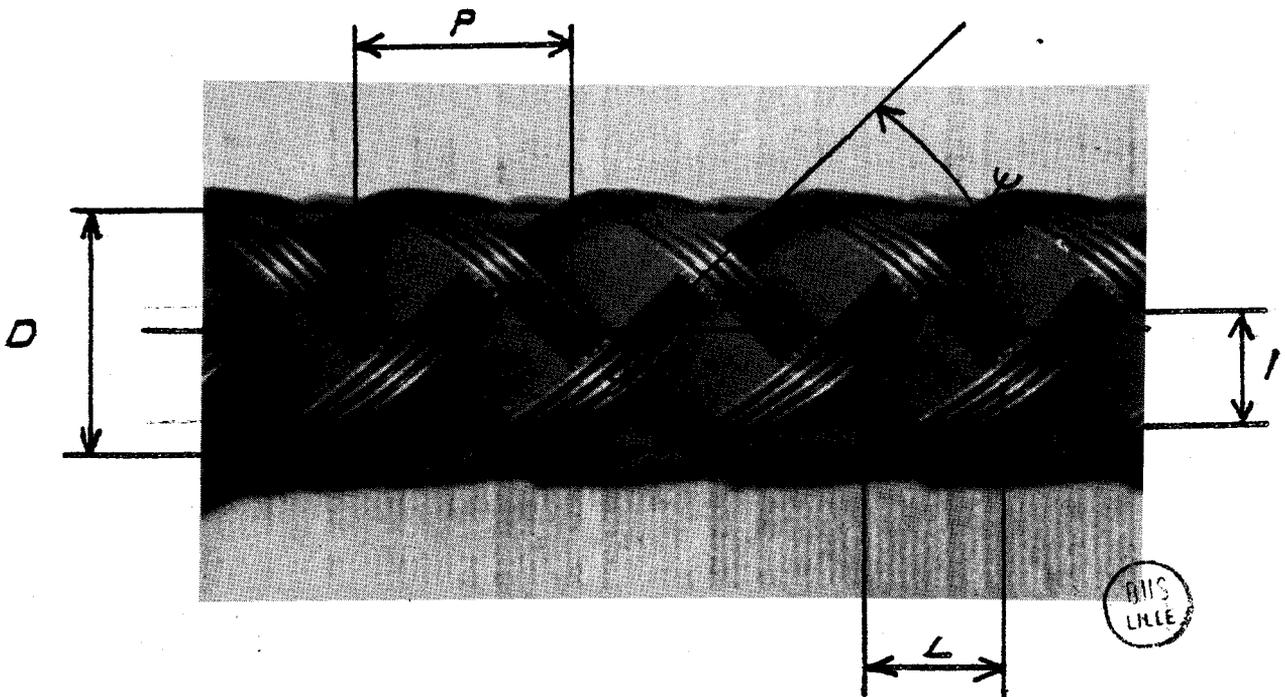
$$\alpha_m = \frac{d^3}{6} \quad \alpha_e = \frac{d^3}{12} \quad (III-48)$$

C<sub>2</sub> est la capacité linéique de la ligne perturbatrice (C<sub>2</sub>=191 p F/m).

ε<sub>2</sub> la permittivité absolue du diélectrique (ε<sub>r2</sub> = 2)



PL(III-4, a)



PL(III-4, b)

$C_1$  la capacité linéique du câble coaxial ( $C_1 = 110$  pF/m)

$\epsilon_1$  la permittivité absolue du diélectrique ( $\epsilon_{r1} = 2,3$ )

$\epsilon$  est la permittivité intervenant dans le calcul du moment dipolaire électrique équivalent à l'ouverture.

L'ouverture étant généralement située à la transition de deux diélectriques de permittivités différentes  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  fig.(III-7).

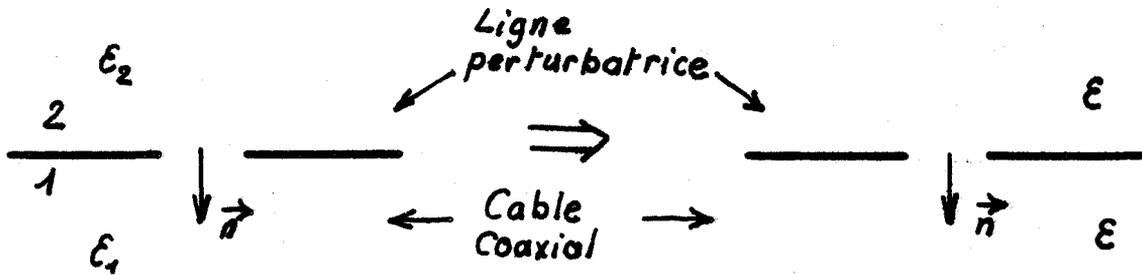


Figure (III-7)

Nous devons introduire une permittivité " $\epsilon$ " équivalente, qui est le résultat de la condition de continuité du vecteur induction électrique appliquée sur la transition 1 , 2

$$\vec{n}(D_1 - D_2) = 0 \quad D_{1n} = D_{2n} = D_n$$

où

$$D_1 = \epsilon_1 E_1 \quad D_2 = \epsilon_2 E_2$$

(III-49)

Nous associons aux composantes normales  $E_{n1}$  et  $E_{n2}$  la composante équivalente  $E_n$  :

$$E_n = \frac{E_{n1} + E_{n2}}{2}$$

(III-50)

que nous pouvons aussi écrire :

$$E_n = \frac{D_n}{\epsilon}$$

(III-51)

où  $\epsilon$  est la permittivité équivalente

$$\epsilon = \frac{2\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \quad (\text{III-52})$$

L'expression de la capacité de transfert peut, compte tenu de cette expression, s'écrire sous la forme :

$$C_t = g \frac{\nu \alpha_e C_1 C_2}{\pi D^2 \epsilon_1} \quad (\text{III-53})$$

où  $g$  est le facteur correctif introduit par VANCE [31]

$$g = \frac{2\epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \quad (\text{III-54})$$

Le calcul de la capacité de transfert nous conduit à considérer une valeur minorante et majorante du facteur correctif

$$g = 1,07 \quad (\epsilon_{r1} = 2,3, \epsilon_{r2} = 2) \quad (\text{III-55})$$

$$g = 1,40 \quad (\epsilon_{r1} = 2,3, \epsilon_{r2} = 1)$$

Nous pouvons de cette façon introduire l'erreur due à l'évidement du diélectrique pratiqué au voisinage de l'ouverture figure (III-8)

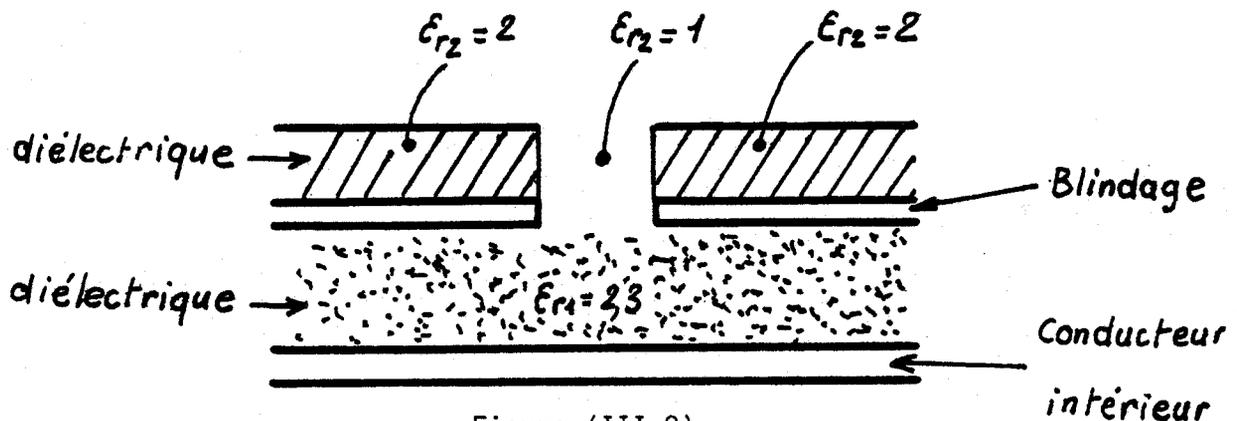


Figure (III-8)

Les résultats obtenus montrent une bonne corrélation entre les valeurs théoriques et mesurées de l'inductance de transfert.

Sur l'échantillon EXP-5 il existe toutefois un écart relatif de 50 % entre valeur théorique et expérimentale.

Cette différence est due à l'effet d'interaction mutuelle engendré par la proximité des ouvertures. Pour cette expérience nous avons le plus grand rapport de proximité ( $\rho = 0,630$ ), la proximité modifie la répartition de la densité de courant électrique au voisinage du bord de l'ouverture. Fig(III-9)

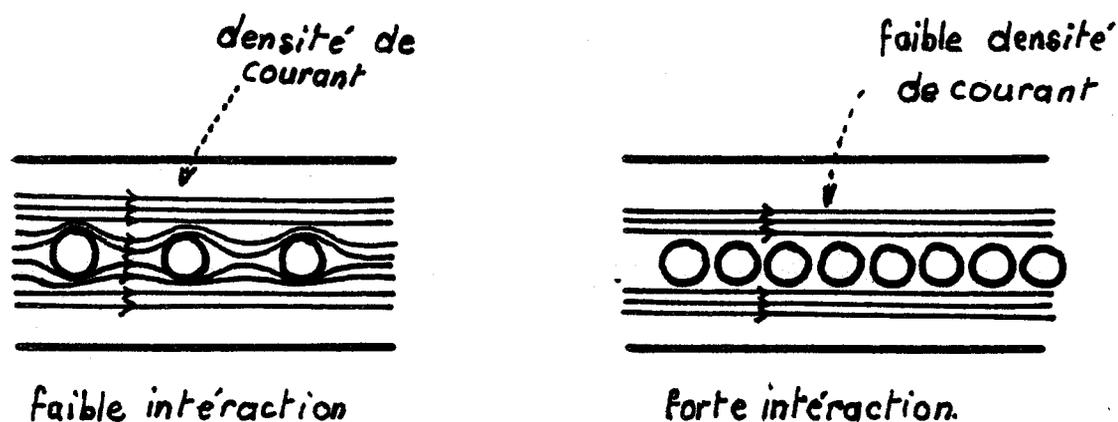


Figure (III-9)

Le calcul de la polarisabilité magnétique est fondé sur l'hypothèse de l'ouverture isolée, pour traiter la polarisabilité magnétique des ouvertures à grand rapport de proximité nous devons ajouter une correction tenant compte de l'interaction mutuelle des moments magnétiques équivalents distribués sur la surface de l'ouverture.

La détermination de la capacité de transfert est soumise à des écarts parfois importants entre valeur théorique et valeur mesurée. Ce résultat peut être influencé par les trois facteurs suivants :

- Précision de la mesure dépendant surtout de la détermination des paramètres  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $ZC_1$  et  $ZC_2$  et de la soustraction des signaux.

- Influence de l'épaisseur du blindage.
- Inhomogénéité du diélectrique au voisinage de l'ouverture figure (III -10)

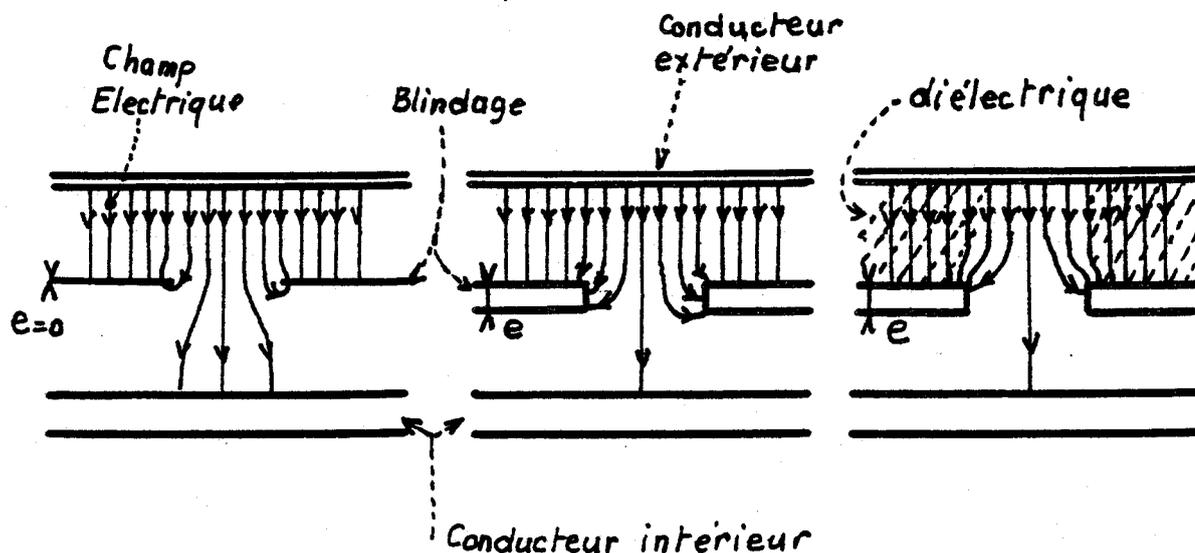


Figure (III-10)

En effet lorsque l'épaisseur du blindage ne peut plus être considérée très petite vis à vis de la dimension de l'ouverture des lignes de champ électrique se ferment sur le bord de l'ouverture, la capacité de transfert mesurée est donc plus petite que le laisse prévoir la théorie.

Pour prendre en compte l'évidement du diélectrique au voisinage de l'ouverture, nous avons considéré deux valeurs limites du facteur correctif "g". Ceci constitue toutefois une approximation assez grossière qui ne tient pas compte de la distorsion des lignes de champ électrique provoquées par la transition (diélectrique - air).

Les résultats apportés par cette étude sont satisfaisants puisqu'ils montrent que l'application de la théorie des polarisabilités électrique et magnétique permet d'évaluer avec une assez bonne précision l'inductance et la capacité de transfert des blindages à structure coaxiale comportant des ouvertures.

L'inductance ne peut pas être directement reliée au recouvrement optique A. En effet les échantillons EXP-4 et EXP-2 ayant même recouvrement ont respectivement une inductance de 0,25 nH/m et 0,43 nH/m. L'expression (III-47) de  $L_t$  montre que ce terme est proportionnel à " $vd^3$ " donc à  $(1-A)d$  où d est le diamètre de l'ouverture. C'est le facteur  $(1-A)d$  qui permet de caractériser précisément l'efficacité de blindage.

Pour améliorer la précision de mesure de la capacité de transfert, nous pouvons augmenter la capacité de la ligne perturbatrice en réduisant l'espacement entre le blindage et le conducteur extérieur. Cette solution est toutefois très limitée par l'effet de proximité qui risque de modifier les hypothèses de l'onde quasi TEM introduite au début de ce chapitre.

Le paragraphe suivant est consacré à la théorie des polarisabilités appliquée au calcul des inductance et capacité de transfert des tresses à faible recouvrement.

### III.3 Détermination des paramètres de transfert des tresses à faible recouvrement optique.

#### III.3.1. Caractérisation géométrique des tresses

La structure du blindage tressé à faible recouvrement est représentée sur la PL(III-4,b).

La répartition des fuseaux forme un ensemble de cellules géométriques indiscernables sur lesquelles nous distinguons :

- deux surfaces conductrices en contact galvanique,
- une surface conductrice sans contact,
- une ouverture.

Les ouvertures forment des losanges de diagonales L et l figure (III-11) que nous pouvons évaluer à partir des paramètres primaires de la tresse ( $e, N, \psi, D, d$ )

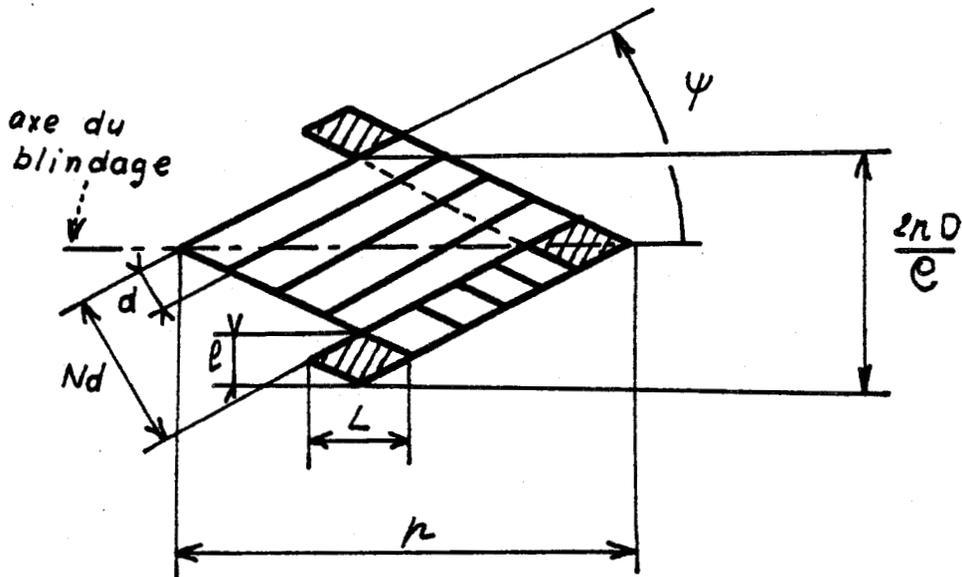


Figure (III-11)

$$l = \frac{2\pi D}{e} - \frac{Nd}{\cos\psi} \quad L = l \cotg\psi \quad p = (\epsilon_v)^{-1} \quad (III-56)$$

Nous calculons la densité d'ouverture "v" et le recouvrement A à partir des expressions:

$$v = \frac{e^2 \operatorname{tg}\psi}{2\pi D} \quad A = \frac{\pi D - s}{\pi D} \quad (III-57)$$

où  $s = v \frac{Ll}{2}$

5 échantillons de câble à faible recouvrement sont expérimentés les caractéristiques géométriques correspondant à chaque échantillon sont reproduites dans le Tableau (III-2)



ref câble	D mm	d mm	e	N	$\psi$	$v$ /m	L mm	l mm	A	$v'$ /m	L' mm	l' mm	A'
LC-1	7,5	0,4	8	4	45°	1358	3,6	3,6	0,62	1280	3,6	3,6	0,64
LC-2	9	0,4	8	4	62°	2128	1,9	3,6	0,73	1760	2,6	4,8	0,61
LC-3	3	0,2	8	4	22°	1371	3,7	1,5	0,60	1028	4,5	1,8	0,55
LC-4	3	0,4	8	4	25°	1583	1,3	0,6	0,93	933	3	1,4	0,79
LC-5	6,5	0,2	8	4	45°	1567	3,9	3,9	0,41	1520	4	4	0,40

calculé

mesuré

Tableau (III-2)

Dans le tableau(III-2) sont également reportées les densités d'ouvertures, les dimensions des ouvertures et le recouvrement calculés par les expressions ci-dessus et directement mesurés sur la tresse.

Nous obtenons une bonne correspondance entre ces deux types de résultats lorsque le recouvrement est faible. Dans le cas contraire il n'est plus possible de prévoir exactement les paramètres par le calcul.

Il y a une déformation importante des fuseaux due à l'effet d'ondulation. Cet effet limite par conséquent la validité de l'hypothèse sur laquelle est basée le calcul(épaisseur des fuseaux faible par rapport au diamètre de la tresse).

### III.3.2. Détermination des paramètres de transfert des blindages tressés à partir de l'expérimentation [26]

Les variations des modules et phases des paramètres de transfert sont reproduites sur les PL(III-5,a), PL(III-5,b), PL(III-6,a), PL(III-6,b).

$|Z_t|$  la loi de variation est sensiblement la même pour les 4 échantillons. Au-dessus de 300 kHz, comportement linéaire de l'impédance de transfert. Pour l'échantillon LC-4, la remontée a lieu aux fréquences supérieures à 1 MHz.

$\psi(Z_t)$  Au-dessus de 300 kHz, les résultats sont conformes au concept d'inductance de transfert puisque la phase est centrée sur la limite  $+\frac{\pi}{2}$

Sur l'échantillon LC-4, cette limite n'est pas atteinte, nous observons une rotation du paramètre.

$|Y_t Z_{C1} Z_{C2}|$  Comportement parfaitement linéaire pour les cinq échantillons.

$\psi(Y_t)$  Tous les résultats sont centrés sur la limite caractéristique  $+\frac{\pi}{2}$

Ces résultats montrent qu'il est possible de leur associer le concept d'admittance de transfert. Le concept d'inductance de transfert est applicable pour quatre de ces échantillons. En effet l'échantillon LC-4 constitue un cas particulier qui sera évoqué dans le chapitre IV de notre thèse.

Dans le paragraphe suivant nous développons le calcul analytique des paramètres de transfert appliqué au blindage tressé et fondé sur la théorie de la diffraction par les ouvertures.

### III.3.3 Détermination analytique de l'inductance et capacité de transfert du blindage tressé

Un blindage tressé peut en première approximation être assimilé à un blindage homogène comportant des ouvertures figure (III - 12)

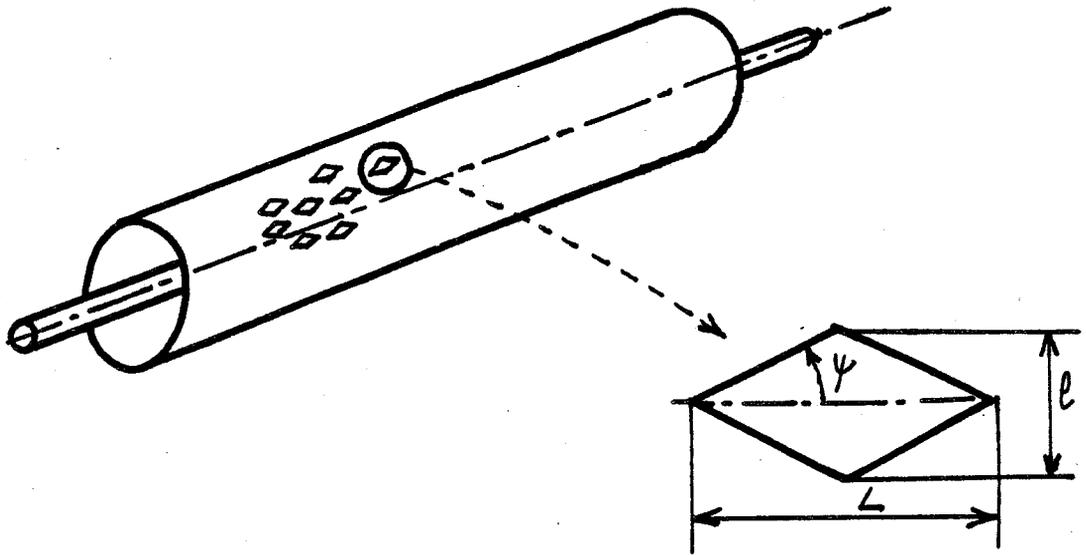


Figure (III-12)

Ceci suppose les hypothèses suivantes :

- matériau parfaitement conducteur (ou de conductivité très importante).
- épaisseur du blindage infinitésimale.
- on néglige l'interaction des ouvertures.

Lorsque les conditions ci-dessus sont justifiées, inductance et capacité de transfert sont données par les expressions (III-47) que nous écrivons :

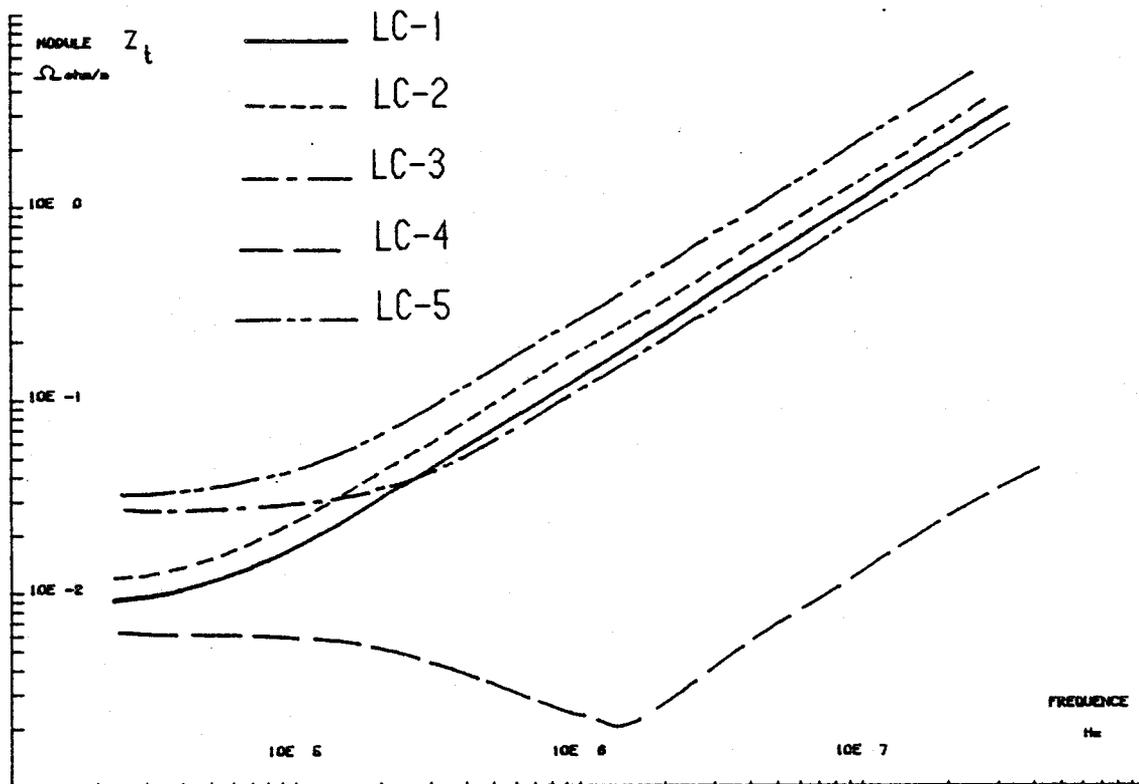
$$L_t = \frac{\nu \alpha \mu_0}{\pi^2 D^2}$$

$$C_t = g \frac{\nu \alpha \epsilon_1 \epsilon_2}{\pi^2 D^2 \epsilon_1}$$

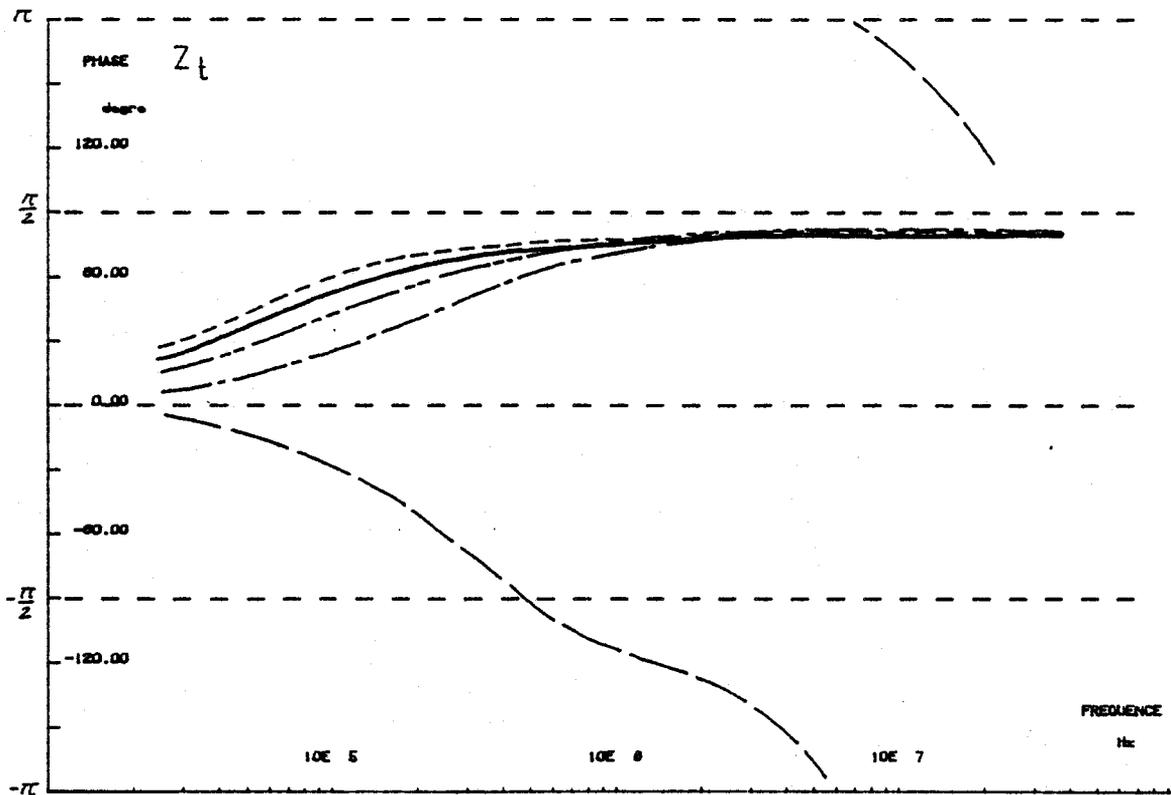
où

$$g = \frac{2\epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \tag{III-58}$$

où l'indice 1 se rapporte à la ligne coaxiale et 2 à la ligne perturbatrice.

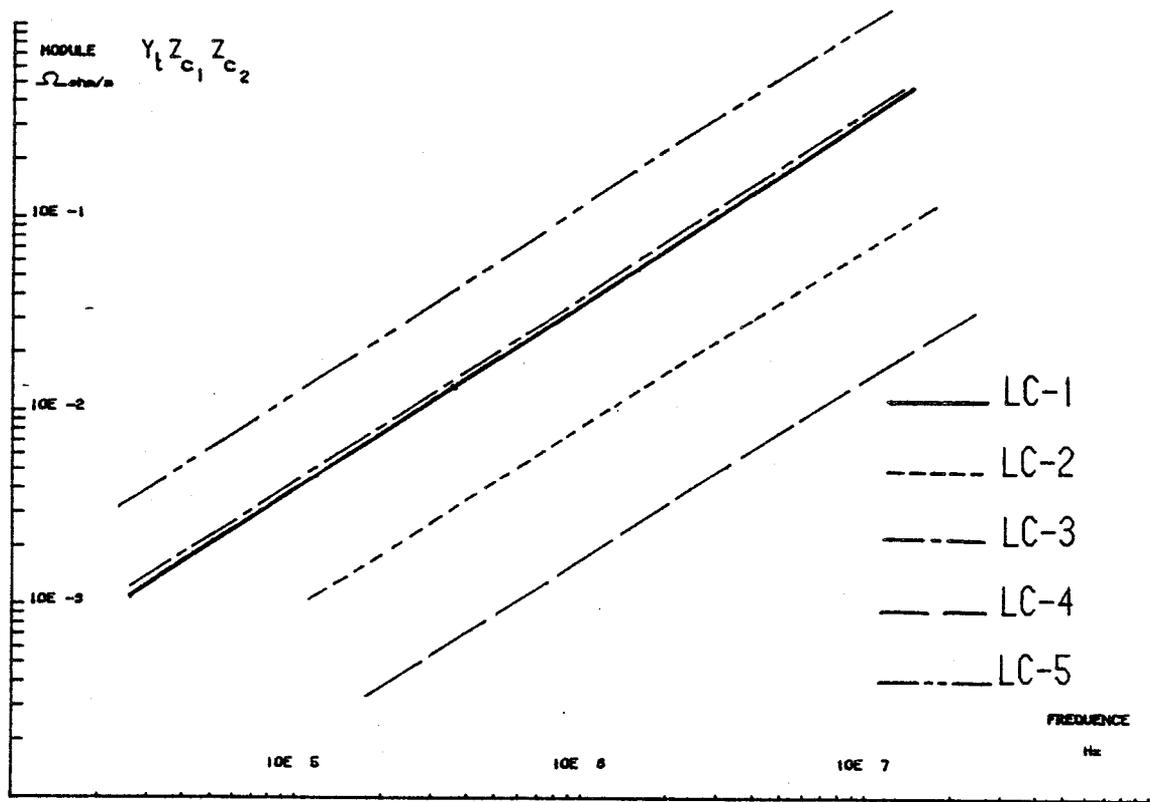


PL(III-5, a)

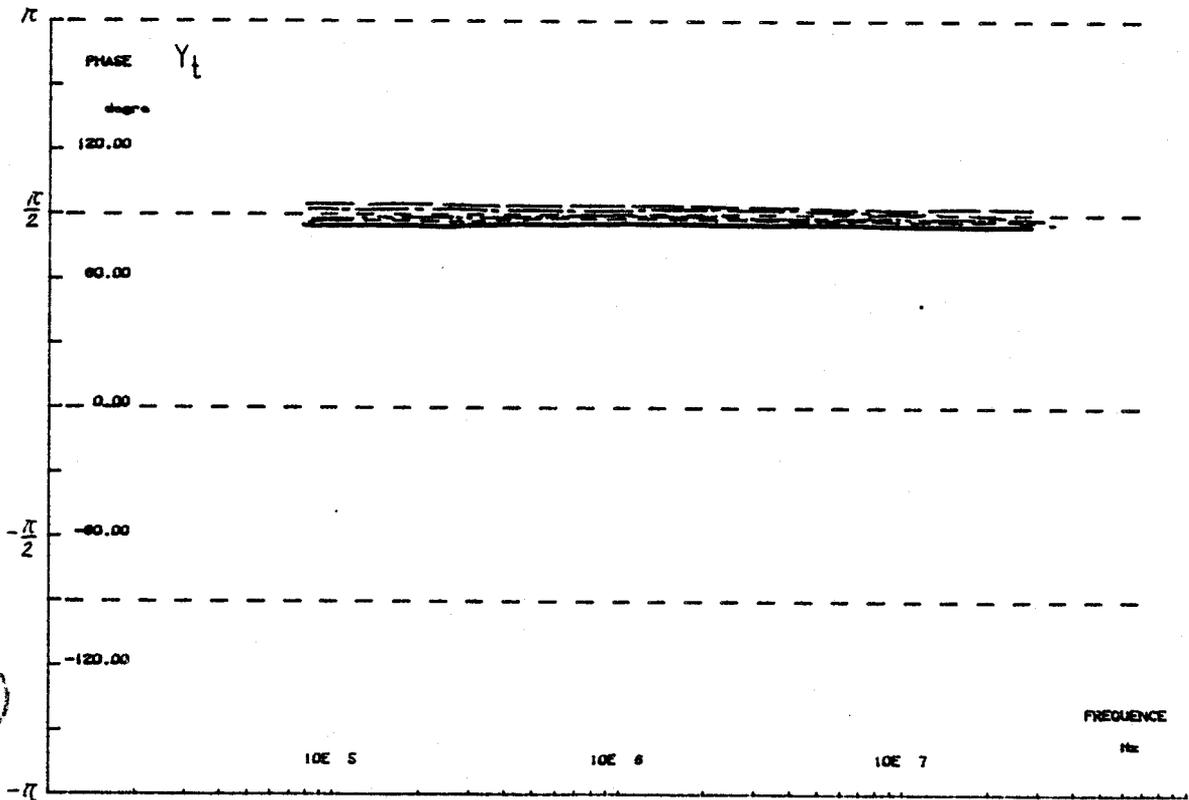


PL(III-5, b)





PL(III-6, a)



BHS  
LILLE

PL(III-6, b)

Le problème consiste maintenant à calculer les polarisabilités magnétique et électrique de l'ouverture. Les résultats exposés au paragraphe III-2 montrent que l'orientation relative du champ électromagnétique perturbateur et des axes attachés à l'ouverture est conforme aux schémas de la figure (III-13)

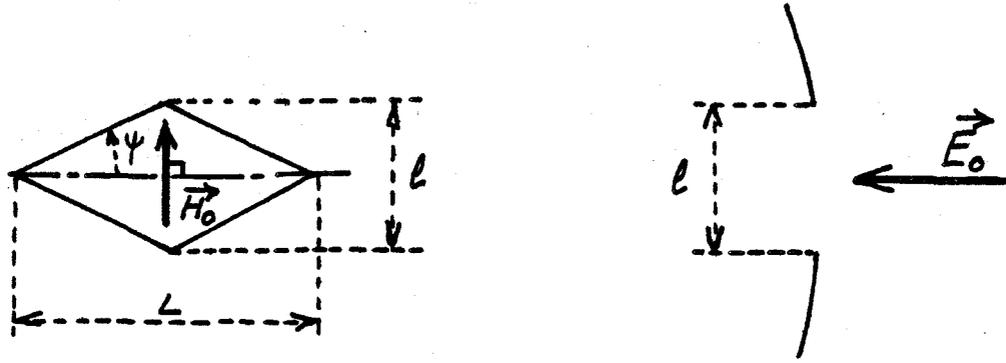


Figure (III-13)

$\alpha_m$  est la composante dyadique associée à la direction de  $\vec{H}_0$ .

$\alpha_m$  et  $\alpha_e$  peuvent être évaluées numériquement comme cela est exposé en(Annexe III-3), nous pouvons aussi résoudre analytiquement le problème en utilisant l'approximation de l'ellipse équivalente. Il suffit de choisir une ellipse d'excentricité "e" de grand axe "Leq" et petit axe "leq" conformément aux schémas de la figure (III -14) [29]

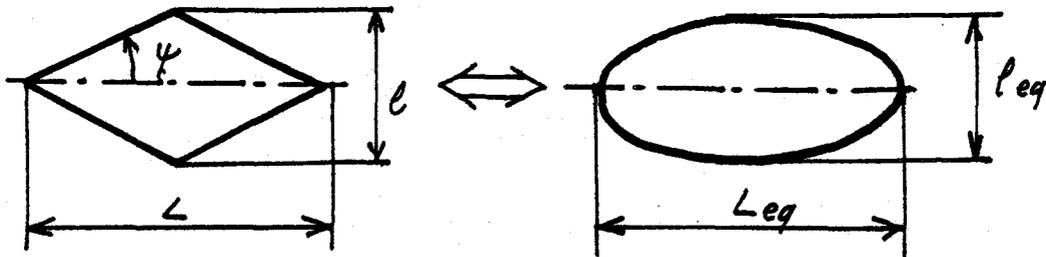


Figure (III-14)

$$e = \left( 1 - \frac{2}{\frac{leq}{L}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$leq = Leq \operatorname{tg} \psi$$

$$\psi < 45^\circ$$

$$leq = Leq \operatorname{cotg} \psi$$

$$\psi > 45^\circ$$

(III-59)

Le calcul analytique des polarisabilités de l'ouverture elliptique est abondamment développé dans l'annexe III-4, il conduit aux expressions suivantes :

- polarisabilité électrique :

$$\alpha_e = - \frac{\pi L e q^3}{24} \left[ \frac{1 - e^2}{E(e)} \right] \quad (\text{III-60})$$

- polarisabilité magnétique ;  $\vec{H}_0$  parallèle au grand axe

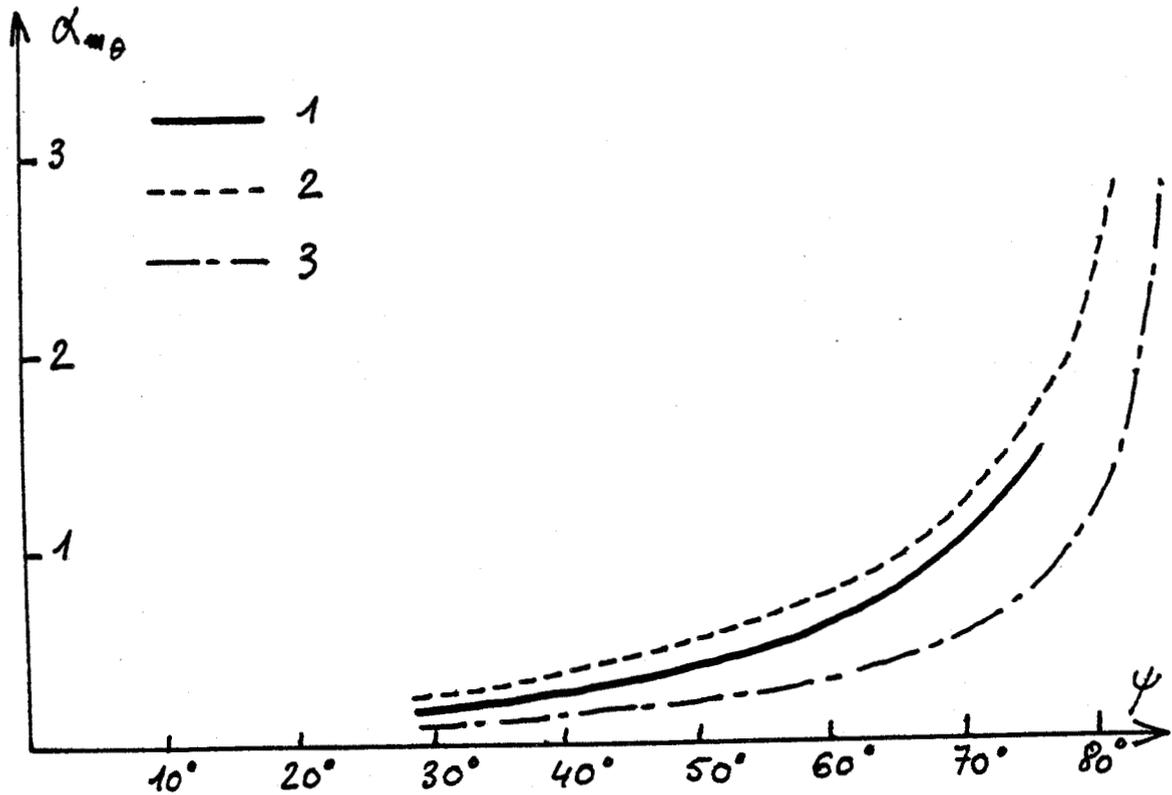
$$\alpha_m = \frac{\pi L e q^3}{24} \left[ \frac{e^2}{K(e) - E(e)} \right] \quad (\text{III-61})$$

- $\vec{H}_0$  parallèle au petit axe

$$\alpha_m = \frac{\pi L e q^3}{24} \left[ \frac{e^2 (1 - e^2)}{E(e) - (1 - e^2)K(e)} \right]$$

où  $E(e)$  et  $K(e)$  sont les intégrales elliptiques données dans le formulaire.

Pour définir le choix des grand et petit axes de l'ellipse, sont représentés sur la figure (III-15) les variations de la polarisabilité magnétique du losange comparée à la polarisabilité de l'ellipse équivalente [67]



Figure(III-15)

- Courbe 1 polarisabilité du losange calculée numériquement (surface normalisée  $S = \frac{1}{2} L^2 = 1 \text{ m}^2$ )

- Courbe 2 polarisabilité de l'ellipse circonscrite sur le losange

$\psi < 45^\circ$        $L_{eq} = L$        $l_{eq} = l$   
 $\psi > 45^\circ$        $L_{eq} = l$        $L_{eq} = L$

- Courbe 3 polarisabilité de l'ellipse de surface normalisée  $S = \pi L_{eq} l_{eq} = 1 \text{ m}^2$

Nous voyons qu'en fonction de l'excentricité "e" l'ellipse circonscrite sur le losange constitue la meilleure approximation puisque l'écart relatif n'excède pas ( 20 %).

Ce résultat nous permet de confondre le losange avec l'ellipse circonscrite et de mener analytiquement le calcul des paramètres de transfert.

III.3.4. Comparaison des résultats de l'expérimentation et du calcul des paramètres de transfert

Pour procéder à cette comparaison nous pouvons calculer les paramètres de transfert à partir des dimensions de l'ouverture ( $L'$ ,  $l'$ ) et comparer ces valeurs aux résultats de l'expérience.

Cette solution assez proche des préoccupations pratiques entraîne toutefois des fluctuations assez importantes des paramètres de transfert puisque nous sommes tributaires de la précision avec laquelle les dimensions sont évaluées, la polarisabilité étant proportionnelle au cube des dimensions.

Nous avons donc préféré partir de trois informations de base :

- l'inductance de transfert évaluée par l'expérience
- la densité d'ouverture  $v$
- l'angle de tressage  $\psi$

L'expression (III-58) de l'inductance  $L_t$  combinée aux expressions (III-61), nous donne accès aux dimensions de l'ellipse équivalente ( $L_{eq} - l_{eq}$ ). Ces valeurs sont comparées aux dimensions mesurées ( $L', l'$ )  
Tableau (III-3)

référence du calcul				ellipse équivalente		dimensions de l'ouverture élémentaire (losange)	
Ref. câble	$\psi$	$v' / m$	$L_t$ nH/m	$L_{eq}$ mm	$l_{eq}$ mm	$L'$ mm	$l'$ mm
LC-1	45°	1280	16	3,2	3,2	3,6	3,6
LC-2	62°	1760	22	4,2	2,2	2,6	4,8
LC-3	22°	1028	16	3,6	1,44	4,5	1,8
LC-4	25°	933	-	-	-	9	1,4
LC-5	45°	1520	25	3,2	3,2	4	4

Tableau (III-3)

Nous ajoutons un second critère de comparaison tableau (III-4), qui consiste à calculer la capacité de transfert à partir du couple déterminé précédemment ( $Leq$ ,  $leq$ ), la valeur obtenue est comparée au résultat mesuré sur les caractéristiques

ref cable	$\psi$	$v' / m$	$Leq$ mm	$C_1$ pF/m	$C_2$ pF/m	$g$	$\epsilon_{r1}$	Th. $C_t$ pF/m	$Z_{C1}$ $\Omega$	$Z_{C2}$ $\Omega$	exp. $C_t$ pF/m
LC-1	45°	1280	3,2	108	100	1,17	2,3	3,9	50	41	2,9
LC-2	62°	1760	4,2	91	118	1,2	2,3	3	50	34	2,4
LC-3	22°	1028	3,6	100	45	1,2	2,3	2,4	50	90	1,16
LC-4	25°	933	1,4	100	45	1,2	2,3	-	50	90	0,14
LC-5	45°	1520	3,2	83	136	1,2	1,5	4	50	38	9,3

Tableau (III-4)

Pour les échantillons LC-1 et LC-2 nous obtenons une bonne correspondance des dimensions mesurées et prévues théoriquement (écart 15%).

Pour LC-3 et LC-5 l'écart entre ces valeurs est plus important que précédemment (écart 20%).

Pour LC-4, il n'est pas possible de conclure à l'existence de l'inductance de transfert puisque la limite  $+\frac{\pi}{2}$  de la phase n'est pas atteinte.

Pour cet échantillon nous procédons différemment, nous déduisons le couple  $Leq$ ,  $leq$  de la mesure de la capacité de transfert en combinant les expressions (III-58), (III-60).

Sur cette expérience nous enregistrons l'écart le plus important le grand axe du losange est égal à 3 mm alors que le grand axe de l'ellipse est égal à 1,4 mm.

Les résultats que nous venons d'exposer montrent que la théorie des polarisabilités permet d'évaluer le paramètre de transfert d'un câble à faible recouvrement avec une précision satisfaisante. L'échantillon LC-4 correspondant au recouvrement optique le plus important a toutefois montré une dispersion importante avec les résultats de la théorie de la diffraction par les ouvertures.

Cet échantillon appartient à la classe intermédiaire où sont combinées les propriétés des blindages à faible recouvrement et haut recouvrement.

Dans le chapitre IV de notre thèse, le comportement des tresses à haut recouvrement sera analysé par une méthode analogue à celle décrite dans le présent chapitre. Pour interpréter complètement les résultats de l'expérience nous serons contraints de subordonner au couplage par diffraction un mécanisme de couplage par induction.

Avant d'aborder cette étude, nous développons dans le paragraphe suivant les principales étapes du calcul de l'inductance de transfert élaboré à partir de la théorie de la propagation dans les tresses filiformes.

### III.4. Autres approches permettant le calcul des paramètres de transfert d'une tresse à faible recouvrement

#### III.4.1. Généralités

Lorsque l'interaction électromagnétique entre les ouvertures n'est plus négligeable, l'application de la théorie des polarisabilités devient difficile à mettre en oeuvre.

Pour évaluer les paramètres de transfert de telles structures, d'autres approches ont été proposées. Elles sont basées sur la résolution du problème de l'interaction de l'onde électromagnétique avec le guide d'ondes composé du conducteur central et de la tresse structurée sous la forme de fuseaux filiformes.

Lorsque la définition géométrique du blindage est une hélice ayant un seul sens d'enroulement plusieurs solutions ont été obtenues. La formulation consiste à écrire les potentiels magnétostatiques et électrostatiques en tenant compte des conditions aux limites imposées par la tresse [15], [33], une autre solution revient à utiliser les propriétés des transformations conformes [32], [42]. Les paramètres de transfert s'expriment alors sous la forme de séries numériques.

J.R. WAIT [34], [35], [36] a proposé la généralisation du problème au cas de blindages composés d'hélices symétriques ayant deux sens d'enroulement opposés.

Il nous a paru intéressant de rappeler brièvement les hypothèses et les principales étapes du développement analytique conduisant au calcul de l'inductance de transfert.

### III.4.2. Calcul de l'inductance de transfert d'une tresse à fuseaux filiformes

Pour simplifier la démonstration considérons une tresse composée uniquement de deux fuseaux filiformes de diamètre "d", formant deux hélices de pas "p" ayant respectivement un sens d'enroulement à "droite" et un sens d'enroulement à "gauche".

Nous définissons le sens d'enroulement par les critères géométriques suivants : figure (III-16)

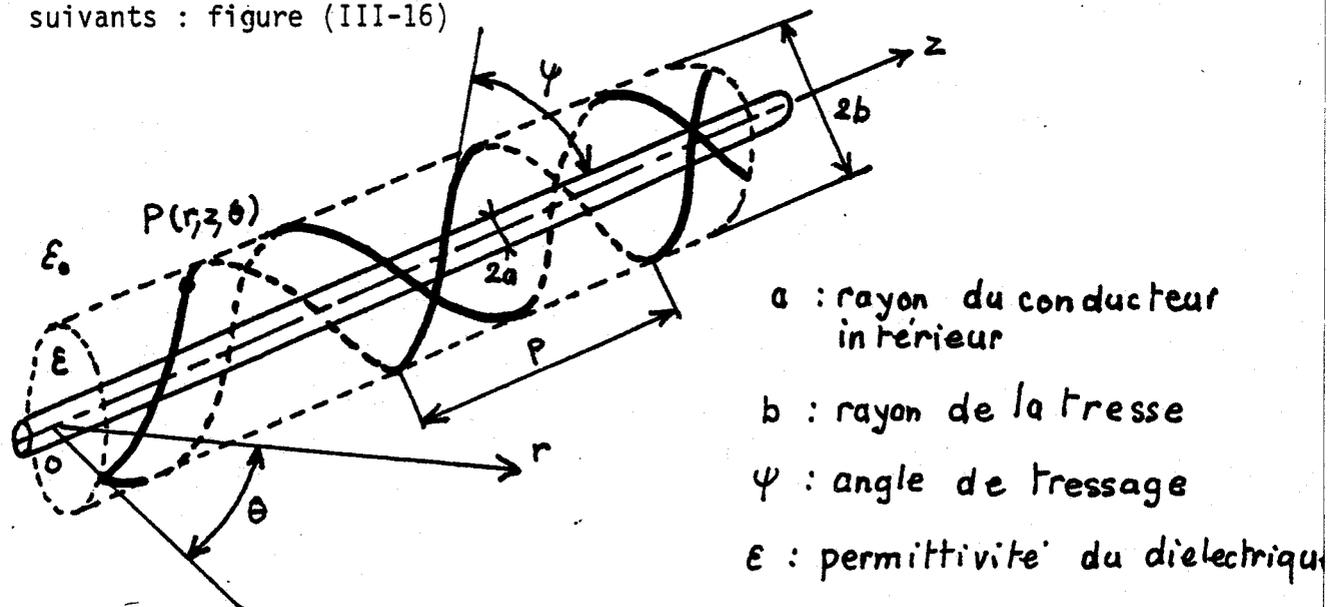


Figure (III-16)

Soit le système cylindrique attaché au câble  $(z, r, \theta)$  et  $P(r, z, \theta)$  un point courant sur l'hélice.

Une hélice à "droite" est telle qu'à la progression positive dans la direction angulaire  $0\vec{\theta}$  correspond la progression positive dans la direction longitudinale  $o\vec{z}$ .

Une hélice à "gauche" est telle qu'à la progression positive dans la direction angulaire  $0\vec{\theta}$  correspond la progression négative dans la direction longitudinale  $o\vec{z}$ .

. Représentation du courant

Le courant circulant dans le conducteur hélicoidal s'exprime sous la forme :

$$I(z) = \sum_{-\infty}^{+\infty} I_m e^{-j\beta_0 z} e^{-j \frac{2\pi m}{p} z} \quad (\text{III-62})$$

où  $\beta_0$  est la constante de propagation attachée à la direction longitudinale  $o\vec{z}$ .

Le vecteur densité de courant  $\vec{J}$  associé au conducteur peut être décrit à l'aide des deux composantes angulaire  $J_\theta$  et longitudinale  $J_z$ .

Appliquons l'hypothèse des conducteurs filiformes en exprimant  $J_\theta$  et  $J_z$  sous la forme de fonction de DIRAC  $\delta$ .

Pour une hélice à "droite" nous obtenons :

$$J_z(\theta, z) = I(z) \frac{\cos\psi}{b} \delta \left( \theta - \frac{2\pi}{p} z \right) \quad (\text{III-63})$$

$$J_\theta(\theta, z) = I(z) \frac{\sin\psi}{b} \delta \left( \theta - \frac{2\pi}{p} z \right) \quad (\text{III-64})$$

Exprimons la fonction "δ" sous la forme d'un développement

$$\delta \left( \theta - \frac{2\pi}{p} z \right) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn \left( \theta - \frac{2\pi}{p} z \right)} \quad (\text{III-65})$$

$J_z$  et  $J_\theta$  s'expriment alors :

$$J_z(\theta, z) = \frac{\cos \psi}{2\pi b} \sum_n \sum_m I_m e^{-j\beta_{m,n} z} e^{jn\theta} \quad (\text{III-66})$$

$$J_\theta(\theta, z) = \frac{\sin \psi}{2\pi b} \sum_n \sum_m I_m e^{-j\beta_{m,n} z} e^{jn\theta} \quad (\text{III-67})$$

$$\text{où } \beta_{m,n} = \beta_0 + \frac{2\pi}{p} (m + n) \quad (\text{III-68})$$

Les composantes du champ électromagnétique sont reliées aux potentiels vecteurs de HERTZ électrique  $\vec{\pi}$  et magnétique  $\vec{\pi}^*$  exprimés sous la forme d'une série analogue aux expressions (III-66) (III-67) [34]

Pour déterminer les coefficients inconnus contenus dans l'expression des potentiels, il faut appliquer les conditions aux limites sur la surface de la tresse et résoudre le système linéaire suivant :

$$\begin{aligned} E_z(b_{\text{int}}) &= E_z(b_{\text{ext}}) \\ H_z(b_{\text{int}}) &= H_z(b_{\text{ext}}) + J_\theta(\theta, z) \\ E_\theta(b_{\text{int}}) &= E_\theta(b_{\text{ext}}) \\ H_\theta(b_{\text{int}}) &= H_\theta(b_{\text{ext}}) - J_z(\theta, z) \end{aligned} \quad (\text{III-69})$$

Les coefficients obtenus permettent d'écrire les composantes  $E_z$  et  $E_\theta$  [34], sous la forme d'une expression proportionnelle aux éléments de courant  $I_m$ .

Pour calculer la contribution de l'hélice "gauche", il faut utiliser la représentation suivante des densités de courant.

$$\hat{J}_z(\theta, z) = \frac{\cos\psi}{2\pi b} \sum_n \sum_m I_m e^{-j\hat{\beta}_{m,n}z} e^{jn\theta} \quad (\text{III-70})$$

$$\hat{J}_\theta(\theta, z) = -\frac{\sin\psi}{2\pi b} \sum_n \sum_m I_m e^{-j\hat{\beta}_{m,n}z} e^{jn\theta} \quad (\text{III-71})$$

où 
$$\hat{\beta}_{m,n} = \beta_{m,-n} = \beta_0 + \frac{2\pi}{p} (m - n) \quad (\text{III-72})$$

$\hat{E}_\theta$  et  $\hat{E}_z$  sont évalués par une démonstration analogue à la précédente.

Il faut ensuite appliquer la condition aux limites sur le fil composant la tresse (diamètre  $d$ )

$$(E_z + \hat{E}_z) \cos\psi + (E_\theta + \hat{E}_\theta) \sin\psi + E_z^p \cos\psi = I(z) Z_f \quad (\text{III-73})$$

La condition aux limites est appliquée sur la génératrice extérieure du fil, les coordonnées  $r$  et  $\theta$  prenant alors pour valeurs particulières :

$$r = b \quad \theta = \frac{2\pi}{p} \left( z - \frac{d}{2 \sin\psi} \right) \quad (\text{III-74})$$

$E_z^P$  est la composante longitudinale du champ primaire (ou champ perturbateur),  $Z_f$  est l'impédance de surface du fil.

L'expression (III-73) est une équation modale d'où sont tirées les solutions donnant les valeurs possibles de la constante de propagation  $\beta_0$ .

Après quelques développements compliqués l'équation modale s'exprime sous forme implicite conduisant à une procédure de résolution numérique de l'équation.

HILL et WAIT [35], [36] ont trouvé des solutions lorsque les conditions suivantes sont satisfaites :

la composante longitudinale du champ primaire est nulle  $E_z^P = 0$ , l'impédance de surface de la tresse est nulle  $Z_f = 0$ , le rayon de la tresse est beaucoup plus petit que la longueur d'onde en espace libre  $b \ll \lambda$ .

La résolution numérique de l'équation modale fait apparaître deux solutions pour la constante  $\beta_0$ .

Une solution dite monofilaire où  $\beta_0$  prend une valeur numérique proche de la constante trouvée en espace libre dans le milieu extérieur au câble.

Une solution dite bifilaire (coaxiale) où la composante trouvée est proche de la constante en espace libre relative au diélectrique intérieur au câble coaxial.

Ces deux constantes définissent respectivement le mode monofilaire et le mode bifilaire (coaxial).

A chacune de ces constantes correspond une solution des champs électrique  $E_z$  et magnétique  $H_\theta$ .

La définition de l'impédance de transfert proposée par HILL et WAIT est la suivante :

$$Z_t = \frac{(\bar{E}_z)_{r=b}}{2\pi b \left[ (\bar{H}_\theta)_{r=b_{\text{ext}}} - (\bar{H}_\theta)_{r=b_{\text{int}}} \right]} \quad (\text{III-75})$$

où  $\bar{E}_z$  et  $\bar{H}_\theta$  sont les valeurs moyennes du champ électrique et magnétique calculées sur la surface d'une ouverture de la tresse. Cette impédance de transfert diffère toutefois notablement des définitions introduites précédemment.

En effet qu'il s'agisse des expressions (I-16) ou (I-27) données au chapitre I, l'impédance de transfert s'exprime par le rapport du champ électrique longitudinal et du courant perturbateur. Par contre la définition relative à l'expression (III-75) traduit le rapport du champ électrique et du courant circulant réellement dans le blindage c'est-à-dire l'action perturbatrice et sa conséquence.

De plus l'existence de deux modes de propagation conduit à la recherche de deux valeurs numériques de l'impédance de transfert. Cette approche du problème permet toutefois de distinguer deux cas particuliers :

- La permittivité du diélectrique est identique à celle du milieu environnant ( $\epsilon \neq \epsilon_0 = 1$ )

Les constantes de propagation monofilaire et bifilaire (coaxiale) sont confondues, il y correspond une seule valeur de l'impédance de transfert.

- Il y a contraste des permittivités ( $\epsilon/\epsilon_0 \neq 1$ )

Les constantes de propagation sont distinctes, il faut par conséquent calculer deux valeurs de l'impédance de transfert respectivement associées aux modes monofilaire et bifilaire (coaxial).

HILL et WAIT ont calculé pour un nombre quelconque de fuseaux, les valeurs correspondantes de l'inductance de transfert données par l'expression suivante :

$$L_t = \frac{Z_t}{j\omega} \quad (\text{III-76})$$

où  $Z_t$  répond à la définition (III-75)

La configuration proposée par les auteurs a pour caractéristiques :

$$\epsilon/\epsilon_0 = 1 \quad \text{ou} \quad \epsilon/\epsilon_0 = 2,5$$

Rayon de la tresse  $b = 10 \text{ mm}$

- diamètre du conducteur de la tresse  $d = 1 \text{ mm}$
- diamètre du conducteur intérieur  $3 \text{ mm}$

L'inductance de transfert ainsi calculée est indépendante de la fréquence lorsqu'elle est inférieure à 10 MHz. [36]

Pour apprécier la dispersion existant entre l'approche par la théorie de la propagation et la théorie de la diffraction par les ouvertures telle qu'elle est développée dans les paragraphes précédents nous proposons quelques comparaisons.

Considérons un angle de tressage de  $45^\circ$  et plaçons nous dans l'approximation de l'ouverture circulaire circonscrite équivalente. L'inductance de transfert s'exprime sous la forme suivante :

$$L_t = \frac{\nu \mu_0 L^3}{24\pi^2 b^2} \quad (\text{III-77})$$

$$\text{où } \nu = \frac{e^2}{2p} \quad \text{et} \quad L = \frac{2p}{e} - d \quad (\text{III-78})$$

$$\text{avec } p = 2\pi b \quad (\text{III-79})$$

Les inductances de transfert calculées par la théorie de la propagation [36] et celles données par l'expression (III-77) sont rassemblées dans le Tableau (III-5)

Diffrac. (III- )					Théorie E.M. Fil hélicoïdal $\psi = 45^\circ$		
Nbre de fuseaux C	$v \text{ m}^{-3}$	L mm	A	$L_T$ nH/m	$L_T$ $\epsilon/\epsilon_0=1$ nH/m	$L_T$ Bifil. $\epsilon/\epsilon_0=2,5$ nH/m	$L_T$ Monofil. $\epsilon/\epsilon_0=2,5$ nH/m
2	32	61,8	0,03	397	152	114	343
4	127	30,4	0,06	189	123	114	171
8	509	14,7	0,12	85	100	114	114
16	2038	6,85	0,24	34	90	-	-

TABLEAU (III-5)

Nous voyons que l'influence du contraste de permittivité est surtout sensible sur les inductances de transfert déterminées au moyen de la constante de propagation monofilaire. La dispersion des résultats confirme la dépendance étroite existant entre la constante de propagation et la définition traduite par l'expression (III-75).

Si nous comparons l'inductance calculée par la théorie de la propagation en faisant abstraction du contraste de permittivité ( $\epsilon/\epsilon_0 = 1$ ) et l'inductance trouvée par la théorie de la diffraction, nous distinguons deux comportements.

Lorsque le recouvrement est inférieur à 10 % la théorie de la diffraction donne une valeur plus importante. Pour les recouvrements supérieurs à 10 % c'est la situation inverse. Le second comportement peut être relié à l'approximation de la tresse filiforme qui est surtout conditionnée par le recouvrement. La nature du problème suggère une remarque relative à l'analogie existant avec l'interaction d'une onde plane et d'une nappe de fils parallèles de dimensions infinies. On peut montrer que l'approximation filiforme n'est plus justifiée lorsque le rapport du diamètre des fils et de leur espacement devient supérieur à 10 % [38], [39]

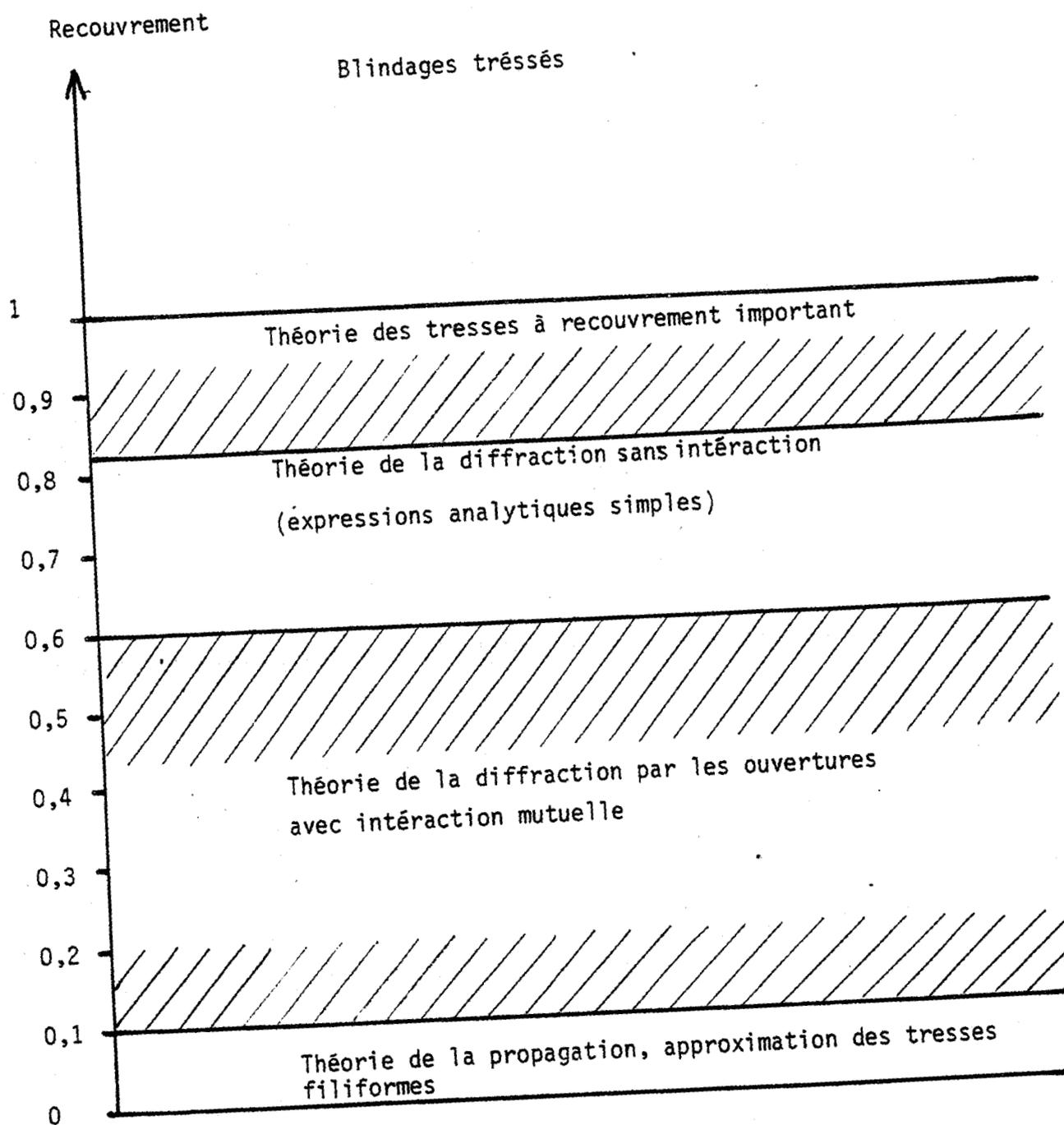
Nous atteignons cette limite pour le dernier exemple proposé dans le Tableau (III-5), puisque le recouvrement de la tresse est de 26 %.

Les résultats obtenus dans le paragraphe précédent ont d'autre part montré que la théorie de la diffraction par les ouvertures offre une approximation satisfaisante pour les recouvrements supérieurs à 60 %.

L'application de chacun de ces modèles semble difficile pour la gamme des recouvrements compris entre 10 et 60 %. Le calcul de l'inductance de transfert peut toutefois y être envisagé en modifiant l'approche théorique de la diffraction. Il s'agit de prendre en compte l'interaction mutuelle entre les ouvertures en pratiquant une discrétisation de la surface en domaines élémentaires. Cette solution nécessite le recours à une itération numérique ce qui complique singulièrement les calculs.

Lorsque le recouvrement devient supérieur à 80 % pour des tresses à forte densité de conducteurs, d'autres approches peuvent être nécessaires et elles sont détaillées dans le chapitre suivant.

Compte tenu de ces quelques résultats et remarques nous pouvons décrire les limites de validité des différentes modélisations par le synoptique de la figure (III-17)



////// Régions hybrides.

Figure (III-17)



## C O N C L U S I O N

=====

Un accord satisfaisant a été enregistré entre les inductances et capacités de transfert mesurées et celles calculées à partir du modèle de la diffraction. Nous avons d'ailleurs vu que les paramètres qui influencent le plus le couplage électromagnétique sont principalement le recouvrement du blindage et les dimensions transversales des ouvertures.

La limite de validité du modèle a été atteinte lorsque l'interaction entre les ouvertures intervient. Les expériences ont montré que cet effet se manifeste quand le rapport du diamètre et de l'espacement des ouvertures devient supérieur à 0,6.

L'étude des tresses à faible recouvrement a d'autre part montré que l'approximation des ellipses équivalentes circonscrites aux ouvertures était justifiée. Un accord satisfaisant entre les paramètres de transfert calculés par le modèle de diffraction et ceux mesurés a été trouvé pour les recouvrements situés entre 60 et 80 %. Pour les autres catégories de tresse il faut faire référence à des formalismes particuliers.

C'est notamment le cas des tresses à très faible recouvrement pour lesquelles le calcul exact de l'inductance de transfert peut être donné par la théorie des blindages filiformes. Pour les recouvrements importants (supérieurs à 90 %) il faut envisager la combinaison de plusieurs mécanismes de couplage. Ce dernier aspect sera développé dans le prochain chapitre.

## CHAPITRE IV

CHAPITRE IV

=====

PARAMETRES DE TRANSFERT DES BLINDAGES TRESSÉS EN

STRUCTURE COAXIALE

---

CAS DES BLINDAGES A RECOUVREMENT IMPORTANT

A partir d'une série de quinze expériences pratiquées sur des blindages tressés à recouvrement important (supérieur à 90 %) nous montrons que le couplage électromagnétique suit deux comportements :

- Un couplage du type diffraction par les ouvertures
- Un couplage du type induction.

Pour le premier comportement nous distinguons deux catégories d'expériences caractérisées de la manière suivante :

- les expériences pour lesquelles inductance et capacité de transfert sont parfaitement définies ;
- les expériences où seule l'inductance de transfert apparaît dans le résultat de la mesure.

Le second comportement ne peut plus être justifié par les concepts d'inductance et capacité de transfert. A l'aide d'un raisonnement basé sur l'induction de courants de FOUCAULT au niveau de la surface de contact des fuseaux, nous proposons une expression de l'impédance de transfert qui traduit les caractéristiques observées lors de l'expérience. [40]

IV.1. Classification des blindages en fonction des résultats obtenus  
lors des expériences

IV.1.1. Caractéristiques des échantillons expérimentés

Cinq échantillons de tresses ont été expérimentés. Nous identifions chaque échantillon au moyen de trois paramètres géométriques primaires :

- Le diamètre des conducteurs élémentaires "d"
- Le nombre de conducteurs par fuseau "N"
- Le nombre de fuseaux "e"

Nous ajoutons également la nature du matériau composant les conducteurs.

• Echantillon I

d = 0, 15 mm

N = 6

e = 24

Cuivre recouvert  
d'argent.

• Echantillon II

d = 0, 15 mm

N = 8

e = 24

Cuivre

• Echantillon III

d = 0, 15 mm

N = 6

e = 24

Cuivre recouvert  
d'étain

• Echantillon IV

d = 0, 15 mm

N = 12

e = 24

Cuivre recouvert d'étain

• Echantillon V

d = 0, 15 mm

N = 14

e = 48

Cuivre recouvert  
d'étain.

Les échantillons I, II, III et IV sont ensuite utilisés sur des structures coaxiales de diamètre variable. Cette solution permet de modifier l'angle de tressage et le recouvrement. L'expérimentateur peut de cette façon disposer d'un choix assez étendu de configurations de blindages tressés.

Quinze expériences ont été élaborées en respectant ce principe. Dans chaque cas nous déterminons les variations des modules et phases de l'impédance et admittance de transfert en fonction de la fréquence.

Les résultats sont divisés en trois catégories, chacune des catégories envisagées est étroitement reliée au mécanisme de pénétration de l'onde électromagnétique à travers la tresse. Nous distinguons :

- Phénomènes du type diffraction "D"
- phénomènes du type inductance de transfert "L"
- Phénomènes du type induction "C"

Pour définir complètement chaque expérience du point de vue géométrique, nous ajoutons aux trois paramètres primaires ( $d$ ,  $N$ ,  $\theta$ ) des éléments de construction supplémentaires :

- Diamètre de la tresse sur diélectrique  $D$
- Angle de tressage  $\psi$

Les impératifs de construction introduisent des ouvertures, nous pouvons les caractériser au moyen de trois paramètres secondaires:

- Les dimensions des ouvertures  $L$  et  $l$
- La densité d'ouvertures  $v$
- Le recouvrement  $A$ .

Les paramètres secondaires ont été directement mesurés sur la tresse à partir d'une macro-photographie figure (IV-1)

Les paramètres secondaires sont également accessibles par les expressions analytiques du chapitre III de notre thèse (Expressions III - 59)

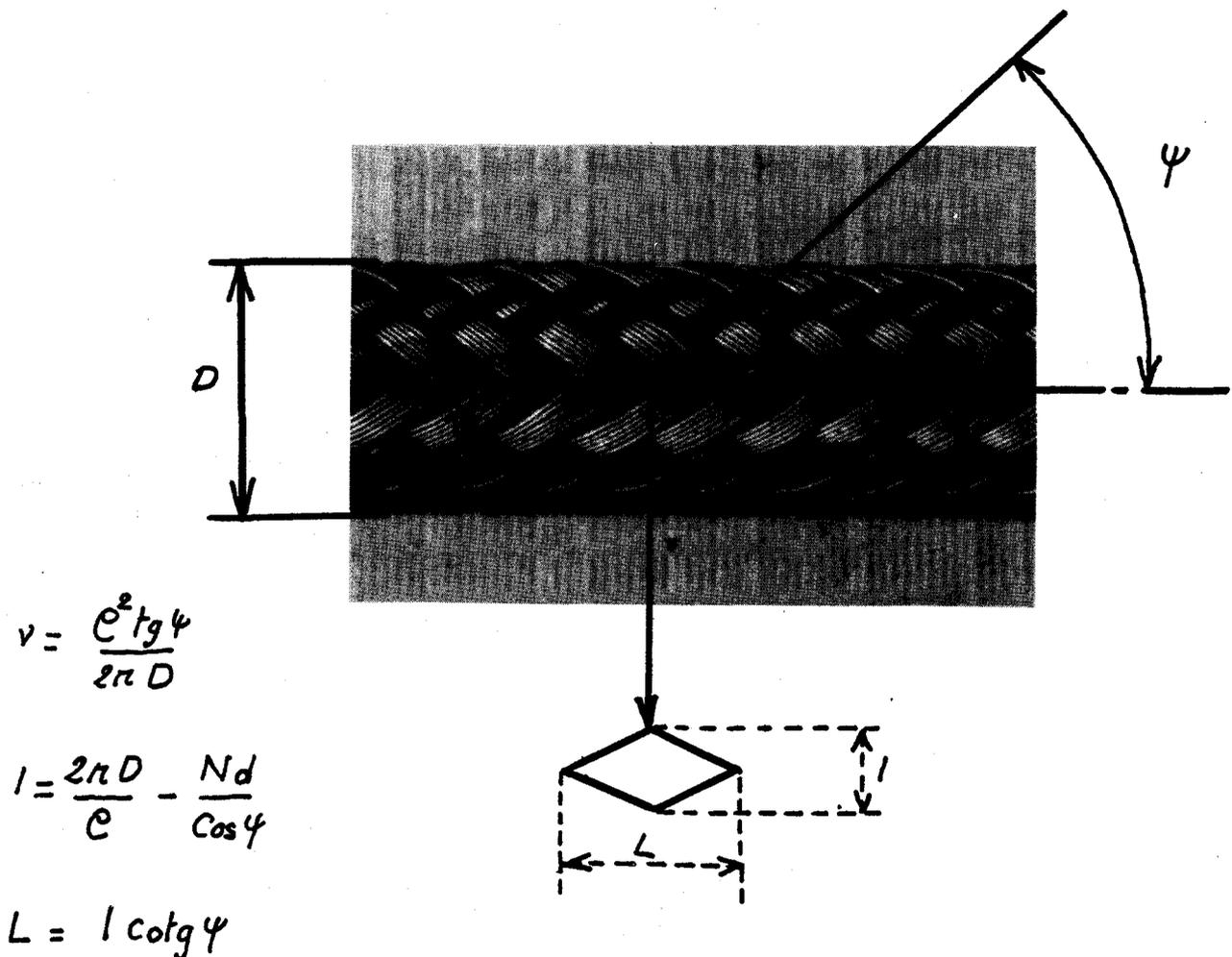


Figure (IV-1)

Le tableau (IV-1) contient toutes les informations géométriques permettant d'identifier chacune des expériences mises en oeuvre.

Nous distinguons :

- Référence de l'expérience
- Référence de l'échantillon de tresse
- Diamètre de la tresse sur isolant D
- Angle de tressage  $\psi$
- Densité des ouvertures  $\nu$
- Dimensions des ouvertures L, l
- Recouvrement A

} paramètres calculés  
et mesurés

référence expérience	référence échantillon	D mm	$\psi$	Calculés				Mesurés			
				$\nu$ m <sup>-1</sup>	L mm	l mm	A	$\nu'$ m <sup>-1</sup>	L' mm	l' mm	A'
D <sub>1</sub>	III	6,5	37°	10 628	0,76	0,57	0,89	10 267	0,70	0,52	0,91
D <sub>2</sub>	III	7,3	43°	11 710	0,79	0,73	0,85	10 483	0,66	0,62	0,90
D <sub>3</sub>	IV	11	28°	4 431	1,58	0,84	0,92	4 931	0,90	0,47	0,97
D <sub>4</sub>	II	9,2	43,6°	9 489	0,79	0,75	0,90	8 108	0,64	0,61	0,94
D <sub>5</sub>	II	8,8	40°	8 741	0,88	0,74	0,90	8 011	0,57	0,43	0,96
L <sub>1</sub>	I	7,3	54°	17 285	0,28	0,38	0,96	16 275	0,19	0,27	0,98
L <sub>2</sub>	III	9,2	53°	13 223	0,69	0,91	0,86	14 500	0,45	0,61	0,93
		D	$\psi$	$\nu$	L	l	A	$\nu'$	L'	l'	A'
C <sub>1</sub>	I	3	27°	15 570	0	0	1	-	0	0	1
C <sub>2</sub>	III	3	19°	10 522	0	0	1	-	0	0	1
C <sub>3</sub>	IV	9,2	23°	4 230	1,07	0,45	0,97	3 272	0,5	0,22	0,99
C <sub>4</sub>	IV	6,5	17°	4 312	0	0	1	-	0	0	1
C <sub>5</sub>	II	7,3	31°	7 546	0,85	0,51	0,93	7 476	0,4	0,2	0,98
C <sub>6</sub>	II	7,7	35°	8 336	0,79	0,55	0,93	7 734	0,52	0,37	0,97
C <sub>7</sub>	V	20	28°	9 746	0,45	0,24	0,99	10 127	0,30	0,16	0,99
C <sub>8</sub>	II	8	38°	8 952	0,73	0,57	0,92	8 000	0,47	0,37	0,97

diffraction

Inductance

Induction

Tableau (IV-1)



Nous constatons une dispersion entre les valeurs calculées et mesurées. En effet pour déterminer les dimensions des ouvertures, nous supposons que chaque fuseau est d'épaisseur très petite vis à vis des dimensions de ces ouvertures.

Pour les blindages à recouvrement important cette condition n'est pas toujours respectée, il faut par conséquent subordonner au calcul la mesure directe. La forme géométrique des ouvertures est dans la plupart des cas des losanges. Pour quelques câbles (expériences D<sub>3</sub>, C<sub>3</sub> et C<sub>7</sub>) nous observons une dispersion de forme et de dimensions, les paramètres retenus sont les valeurs moyennes intégrées sur un grand nombre de mesures.

#### IV.1.2. Expériences où les phénomènes de couplage s'apparentent à la diffraction

Sur les PL(IV-1,a) et PL(IV-1,b) sont reproduites les variations des modules et phases de l'impédance de transfert des câbles où les résultats obtenus s'apparentent le plus au modèle avec diffraction par les ouvertures (chapitre III paragraphe III-2).

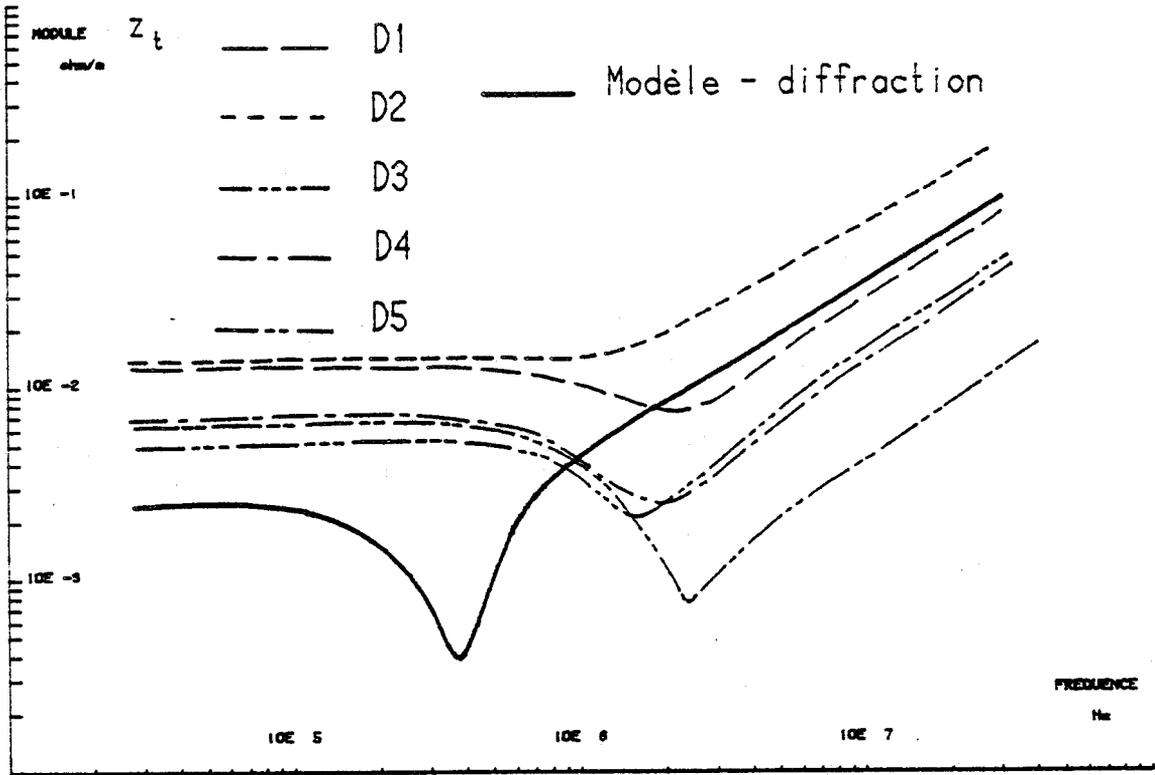
A titre de référence sont rappelées les variations d'impédance de transfert du câble homogène avec ouvertures.

Nous distinguons sur chaque expérience, l'effet de diffusion du champ électrique aux fréquences les plus basses. Aux fréquences élevées généralement supérieures à 1MHz, les variations de l'impédance de transfert sont linéaires. A ce comportement il faut ajouter la présence de la capacité de transfert facilement mesurable.

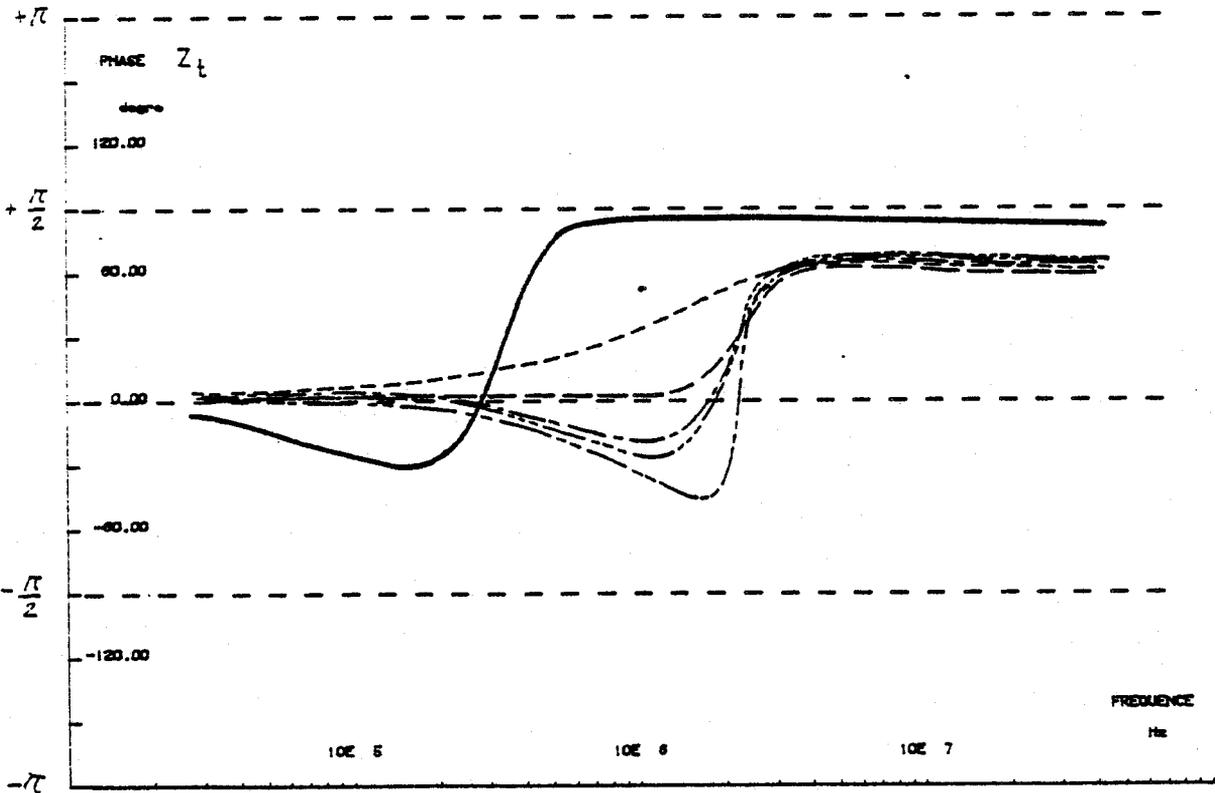
Ces résultats suggèrent toutefois une remarque intéressante sur les variations de phases de l'impédance de transfert.

Sur les tresses à haut recouvrement la valeur limite est approximativement égale à  $+\frac{\pi}{3}$ , la limite obtenue avec le modèle diffraction est parfaitement centrée sur  $+\frac{\pi}{2}$  comme le prévoit la théorie.

Les variations de phase de l'admittance de transfert n'ont pas été reproduites, les résultats obtenus sont conformes au modèle diffraction (limite de la phase centrée sur  $+\frac{\pi}{2}$ )

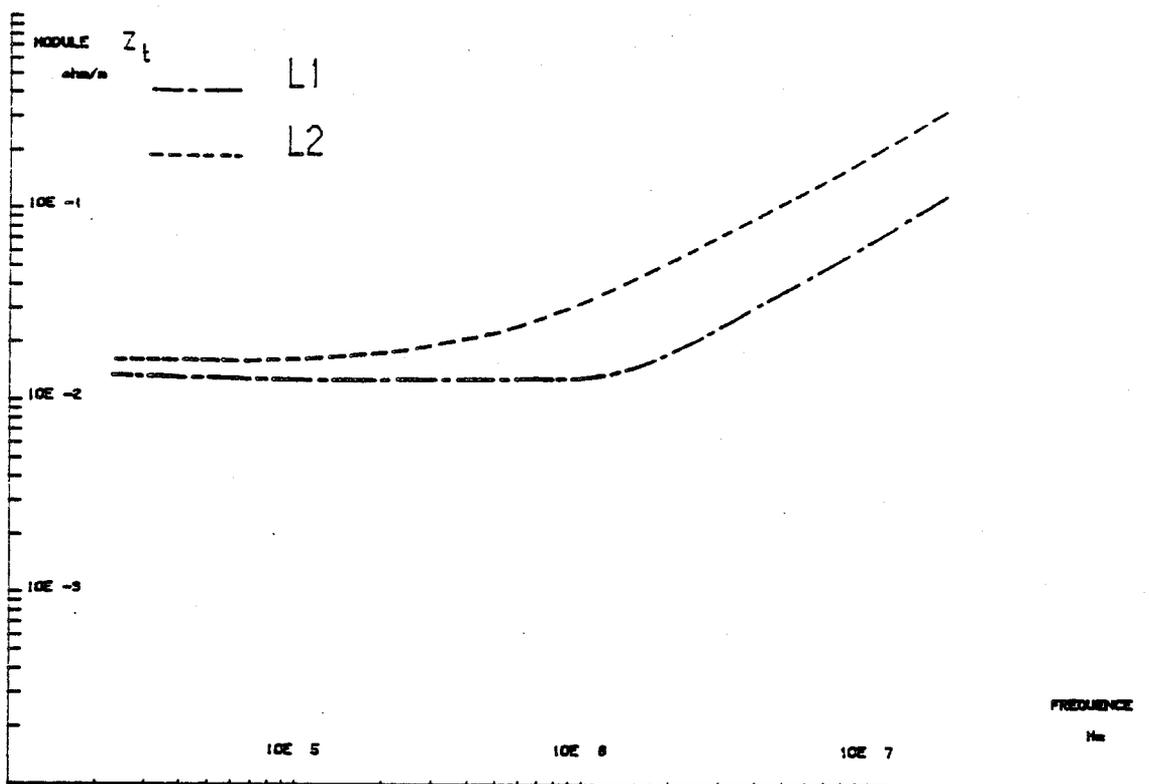


PL(IV-1,a)

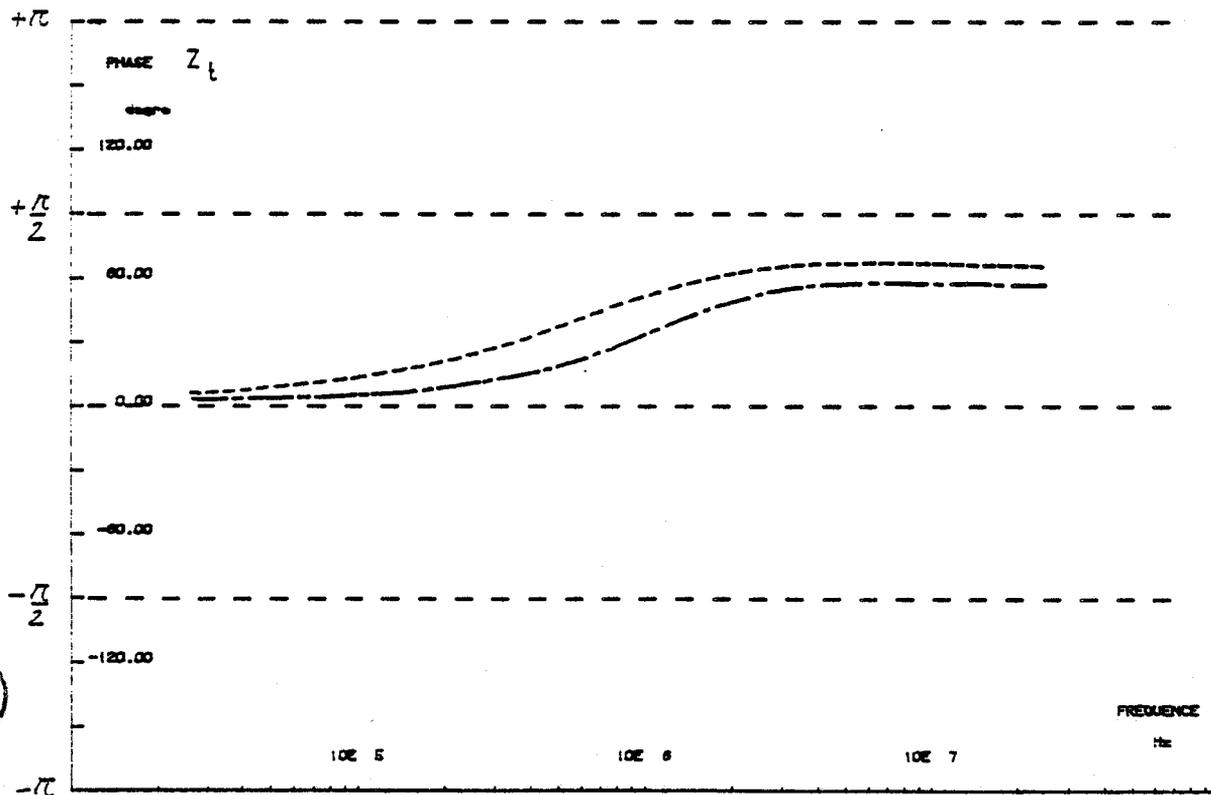


PL(IV-1,b)





PL(IV-2, a)



BUS  
LILLE

PL(IV-2, b)

IV.1.3. Expériences où les phénomènes de couplage suivent le modèle inductance de transfert

La particularité de ces expériences est contenue dans les remarques suivantes : PL(IV-2,a) et PL(IV-2,b)

- La capacité de transfert n'est pas mesurable
- Les variations du module de l'impédance de transfert sont linéaires (fréquences élevées)
- La limite atteinte par la phase de l'impédance de transfert est comme pour les expériences précédentes centrée sur  $+\frac{\pi}{3}$

IV.1.4. Expériences où les phénomènes de couplage s'apparentent aux courants de FOUCAULT induits

Les variations des modules et phases de l'impédance de transfert sont rassemblées sur les PL(IV-3,a), PL(IV-3,b), PL(IV-4,a) et PL(IV-4,b).

Aux fréquences élevées la loi de variation de l'impédance de transfert n'est plus linéaire. Les caractéristiques obtenues sur la PL(IV-3,a) montrent que cette loi est approximativement de la forme :

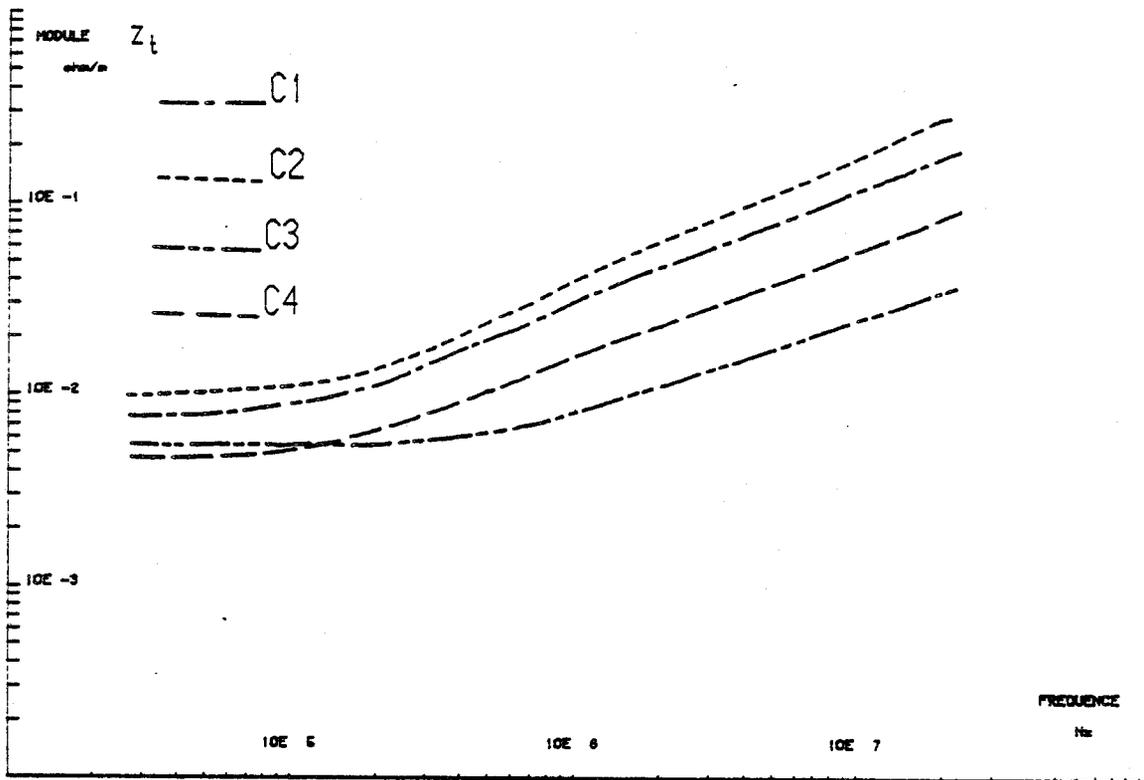
$$|Z_t| = k\sqrt{f}$$

Les variations de la phase sont toutes semblables. Aux fréquences basses, les caractéristiques sont du même type que celles enregistrées avec le blindage homogène (PL(II-9,a), chapitre II).

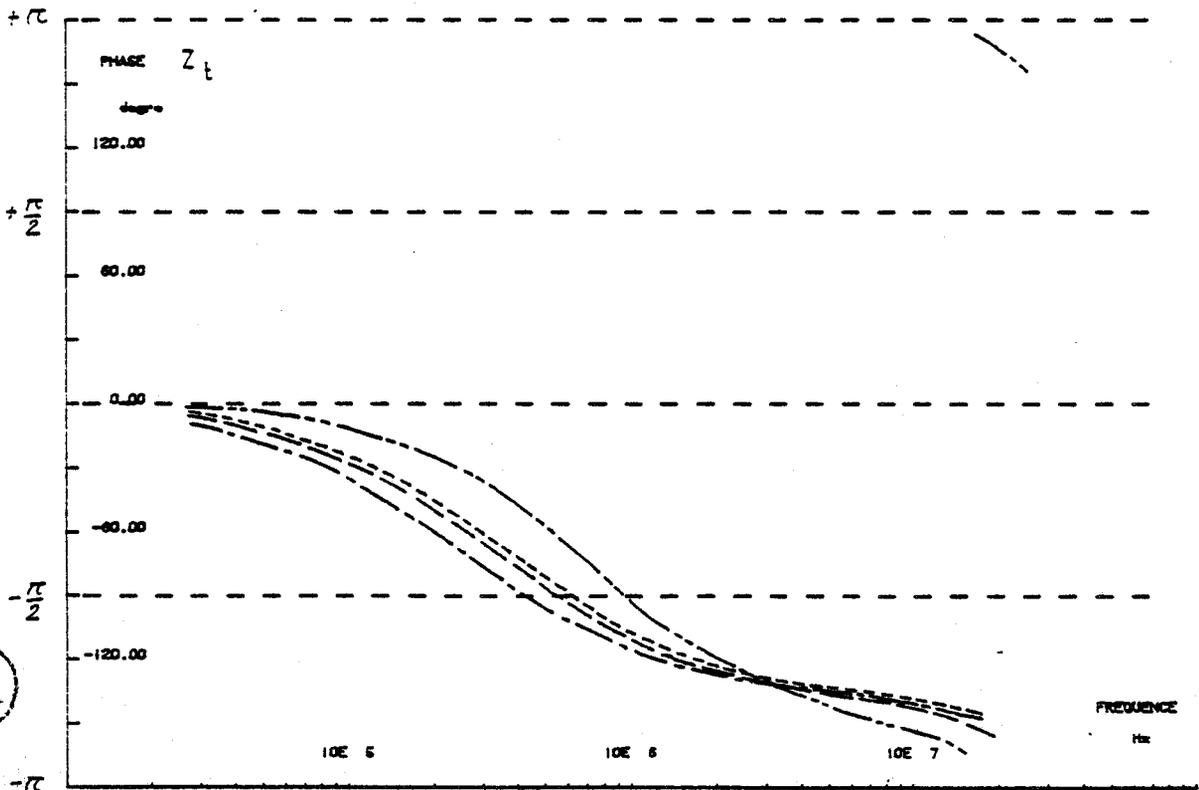
Aux fréquences élevées la limite est centrée au voisinage de la valeur particulière  $(-\frac{3\pi}{4})$ .

En ce qui concerne la détermination de la capacité de transfert, nous sommes dans la situation rencontrée précédemment. La valeur de ce paramètre est beaucoup trop petite pour être accessible à la mesure.

Le paragraphe suivant est consacré à l'interprétation du phénomène de couplage à partir d'un raisonnement basé sur l'induction de courants de FOUCAULT.

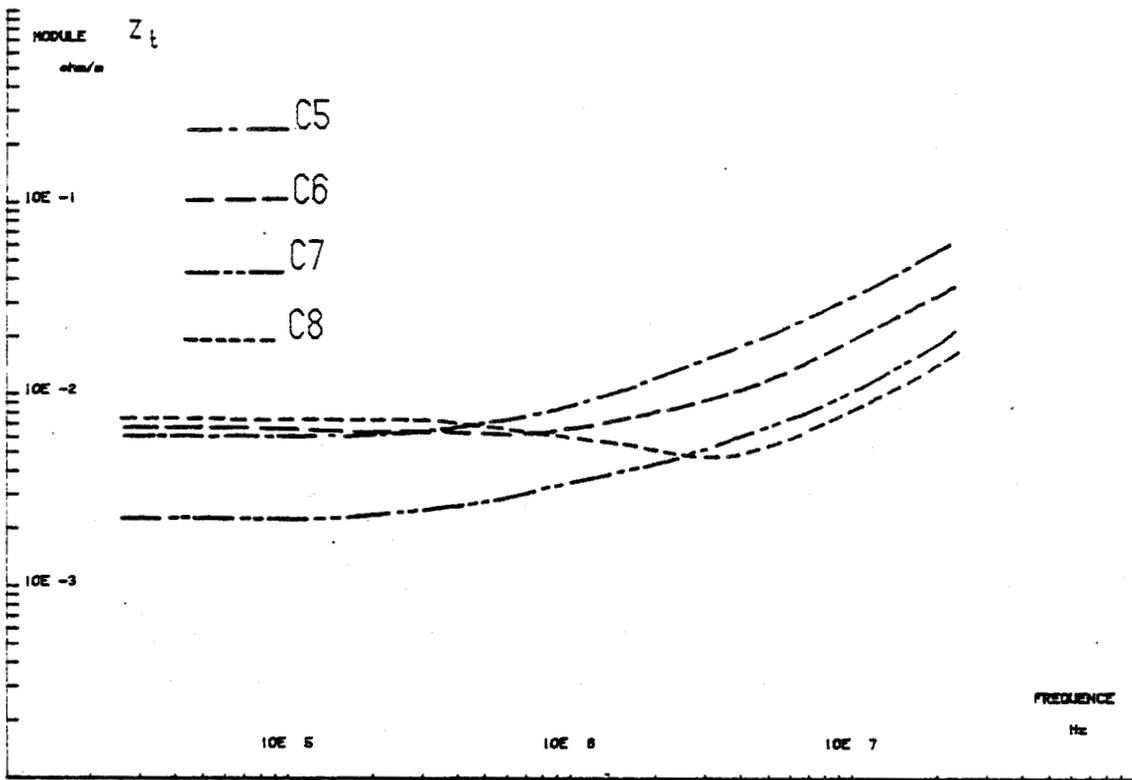


PL(IV-3, a)

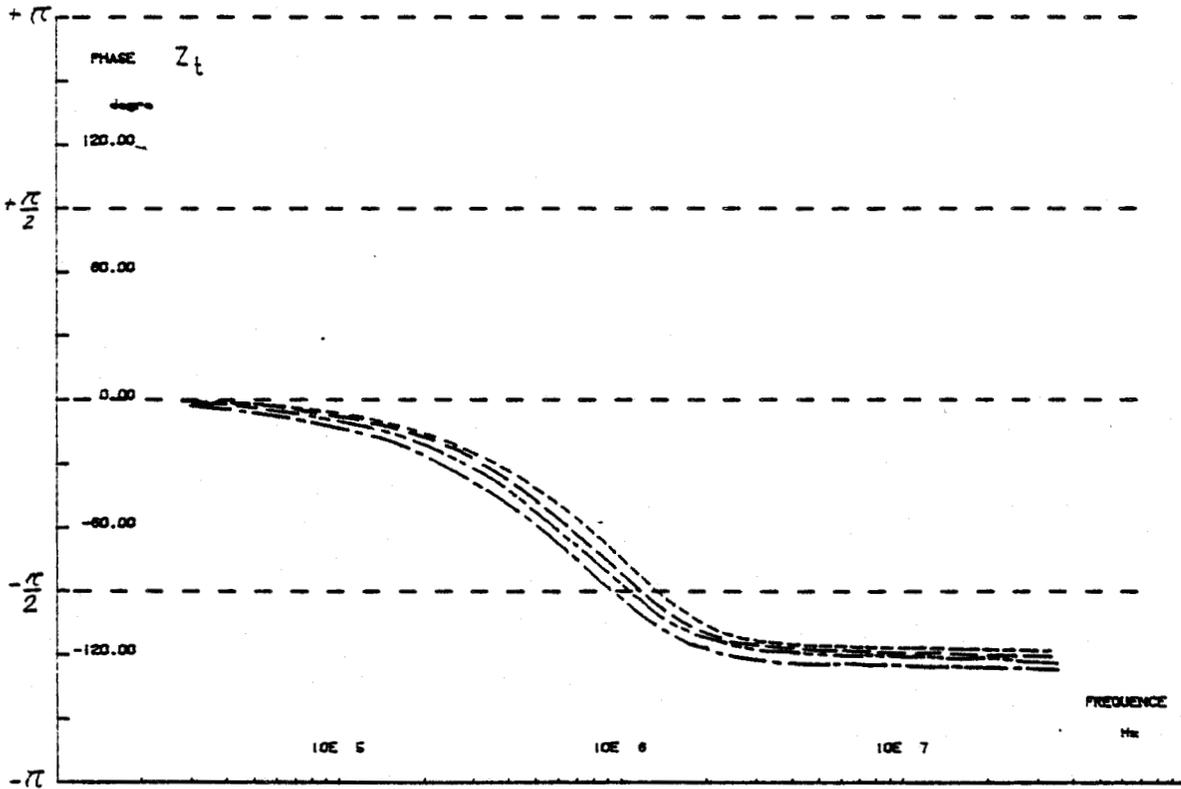


BHS  
LILLE

PL(IV-3, b)



PL(IV-4, a)



PL(IV-4, b)



#### IV.1.5. Remarques générales sur les résultats d'expériences

Ces quinze expériences pratiquées sur cinq échantillons de tresse montrent que le couplage électromagnétique à travers le blindage est étroitement lié aux caractéristiques géométriques de la tresse.

L'angle de tressage et le recouvrement sont des éléments déterminants qui modifient fortement le couplage. Les lois de variation de l'impédance de transfert sont effectivement différentes en fonction de la valeur de ces deux paramètres.

Le second paragraphe est consacré à l'interprétation théorique des mécanismes de couplage. La compréhension de ces phénomènes à l'aide de modèles simples nous permet d'accéder aux lois de variations des paramètres de transfert. La construction d'un modèle théorique de tresse devient envisageable. Le 3ème paragraphe fait l'objet de deux applications importantes de cette étude :

- Le calcul de la réponse transitoire des câbles coaxiaux soumis à une perturbation.
- L'optimisation de l'efficacité de blindage d'une tresse en fonction de ses paramètres de construction.

#### IV.2. Construction des modèles théoriques traduisant le comportement des blindages

##### IV.2.1. Couplage électromagnétique par diffraction par les ouvertures

Considérons tout d'abord le problème des fréquences élevées, et les résultats obtenus lors des expériences "D" et "L". Les variations linéaires de l'impédance de transfert et la limite de phase située au voisinage de  $+\frac{\pi}{2}$  nous conduisent à introduire l'analogie avec le modèle à diffraction par les ouvertures.

Dans le tableau (IV-2), sont reproduites les valeurs de l'inductance de transfert mesurées à partir des expériences ( $D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, L_1, L_2$ ), sont également reportées les dimensions  $L'$  et  $l'$  des ouvertures déterminées par la mesure directe figure (IV-1)

REF.	$L_t$ nH/m	$L'$ mm	$l'$ mm	$Leq$ mm	$leq$ mm	$ Z_t $ 20kHz m $\Omega$ /m	$R_o$ m $\Omega$ /m
D <sub>1</sub>	0,45	0,70	0,52	0,54	0,41	12,5	9,7
D <sub>2</sub>	1,27	0,66	0,62	0,70	0,65	13	10,6
D <sub>3</sub>	0,26	0,90	0,47	1,05	0,55	5	4,4
D <sub>4</sub>	0,25	0,64	0,61	0,52	0,49	6,5	8
D <sub>5</sub>	0,047	0,57	0,43	0,31	0,26	6,3	7,6
L <sub>1</sub>	0,9	0,19	0,27	0,55	0,40	12	13,3
L <sub>2</sub>	3	0,45	0,61	0,99	0,74	15	13

Tableau (IV-2)

Nous procédons comme au chapitre III, en comparant les dimensions au grand axe "Leq" et petit axe "leq" de l'ellipse équivalente.

Ces valeurs numériques sont calculées à partir des expressions (III-58) et des polarisabilités magnétiques  $\alpha_m$  : de l'ouverture elliptique.

Pour les expériences D<sub>2</sub> et D<sub>3</sub> nous obtenons une correspondance satisfaisante entre expérimentation et théorie.

Les expériences L<sub>1</sub> et L<sub>2</sub> donnent des ouvertures équivalentes plus grandes que les ouvertures réelles, pour les expériences D<sub>1</sub> et D<sub>4</sub> nous sommes dans la situation inverse.

Dans le tableau (IV-3) sont reportées les capacités de transfert mesurées et les capacités calculées au moyen des couples (Leq, leq) et (L', l')

REF.	$Z_{C1}$ $\Omega$	$Z_{C2}$ $\Omega$	$C_t$ pF/m	$C_1$ pF/m	$C_2$ pF/m	$C_t(\text{Leq, leq})$ pF/m	$C_t(L', l')$ pF/m
D <sub>1</sub>	50	47	0,071	85	120	0,172	0,375
D <sub>2</sub>	50	38	0,168	103	126	0,544	0,456
D <sub>3</sub>	50	23	0,181	100	172	0,205	0,129
D <sub>4</sub>	50	28	0,023	102	158	0,138	0,257
D <sub>5</sub>	50	31	0,015	107	133	0,023	0,143
L <sub>1</sub>	50	32	0	111	175	0,412	0,049
L <sub>2</sub>	50	35	0	108	127	1	0,560

Tableau (IV-3)

Pour les expériences L<sub>1</sub> et L<sub>2</sub>, la théorie prévoit des capacités de transfert de 0,05 pF/m et 0,56 pF/m. Ces valeurs sont supérieures aux limites de sensibilité de la mesure que nous estimons à 0,008 pF/m.

Lors de l'expérimentation de L<sub>1</sub> et L<sub>2</sub> il n'a pas été possible de déceler la capacité de transfert, nous pouvons par conséquent admettre que ces paramètres s'ils existent sont très faibles et bien inférieurs aux valeurs prévues par la théorie.

Le meilleur accord avec la capacité de transfert mesurée a été obtenu pour l'expérience D<sub>3</sub> où les valeurs théoriques sont comprises entre 0,2 pF/m et 0,13 pF/m, la capacité mesurée étant de 0,18 pF/m.

Dans les autres cas les capacités mesurées sont inférieures aux valeurs théoriques.

L'application du modèle diffraction offre une approximation moins satisfaisante que celle obtenue avec les tresses à faible recouvrement.

Le modèle donne toutefois l'ordre de grandeur des paramètres.

Pour définir plus complètement la loi de variation de l'impédance de transfert il faut tenir compte de la conductivité des conducteurs tressés.

Si nous considérons dans un premier temps les fréquences basses inférieures à 20 kHz, compte tenu du diamètre des conducteurs élémentaires la pénétration n'est pas soumise à l'effet de diffusion.

L'impédance de transfert est alors confondue avec la résistance linéique du blindage que nous exprimons sous la forme :

$$R_0 = (\sigma N e \frac{\pi d^2}{4} \cos \psi)^{-1} \quad (IV-1)$$

Dans le tableau (IV-2) les valeurs calculées à partir de cette expression ( $R_0$ ) sont comparées aux mesures du module de l'impédance de transfert à la fréquence de 20 kHz. Nous obtenons un bon accord entre les deux résultats.

Aux fréquences plus élevées nous devons tenir compte de la diffusion du champ électrique dans les fuseaux, nous utilisons l'expression proposée par VANCE [31]

$$Z_{td} = \frac{4}{\pi d^2 N e \sigma \cos \psi} \frac{(1 + j) d/\delta}{\text{sh}(1 + j) d/\delta} \quad (IV-2)$$

où  $\delta$  est l'épaisseur de pénétration :

$$\delta = \left( \frac{2}{\omega \mu \sigma} \right)^{1/2} \quad (IV-3)$$

Il s'agit de l'expression (I-21) introduite au chapitre I dans laquelle nous substituons à l'épaisseur "e" du blindage l'épaisseur "d" d'un fuseau. La résistance  $R_0$  étant égale à la valeur donnée par l'expression (IV-1).

Pour traduire les variations d'impédance de transfert, nous devons considérer la contribution des deux éléments suivants :

- L'impédance due à la diffusion
- L'inductance due à la diffraction

soit :

$$Z_t = Z_{td} + jL_t\omega \quad (IV-4)$$

#### IV.2.2. Couplage électromagnétique par induction de courants de FOUCAULT

Pour interpréter les résultats des expériences de la catégorie "C", le modèle diffraction devient insuffisant. En effet la variation de l'impédance de transfert en  $\sqrt{f}$  et la valeur limite de la phase de  $-\frac{3\pi}{4}$  sont en contradiction avec le concept précédent de l'inductance de transfert.

Pour faciliter l'interprétation des résultats études de façon approfondie le mécanisme de contact d'un fuseau supérieur et de son homologue inférieur.

L'effet de contact peut être assez bien traduit par la superposition de trois phénomènes :

- Diffusion du champ électrique
- Conduction superficielle
- Induction des courants de FOUCAULT

A une fréquence déterminée le champ électrique résultant sur la surface intérieure de la tresse est dû à la combinaison de chacun de ces trois effets.

Dans un blindage homogène, la composante du champ électrique intérieure au blindage est essentiellement provoquée par l'effet de pénétration décrit dans le chapitre I de notre thèse. Si nous considérons un blindage tressé de recouvrement total (sans ouvertures), nous pouvons construire l'analogie avec le blindage homogène et admettre que l'impédance de transfert est un phénomène de surface provoqué par la composante de champ électrique distribuée sous la surface de la tresse.

Etudions l'évolution de la répartition de la densité de courant en raisonnant sur la surface de contact d'un fuseau supérieur et d'un fuseau inférieur. Aux fréquences basses la répartition de la densité de courant est la même dans les conducteurs du fuseau inférieur et du fuseau supérieur.

L'impédance de transfert s'identifie à la résistance linéique du blindage donnée par l'expression (IV-1).

Aux fréquences plus élevées il y a diffusion du champ électrique, cet effet est associé à la conduction superficielle de la tresse. La structure discontinue du blindage introduit une orientation privilégiée du courant sur la surface du fuseau supérieur. La densité de courant est orientée parallèlement à l'axe des conducteurs élémentaires.

Dans ces conditions il existe une composante de champ magnétique  $H_0$  sous la surface du fuseau supérieur figure (IV-2)

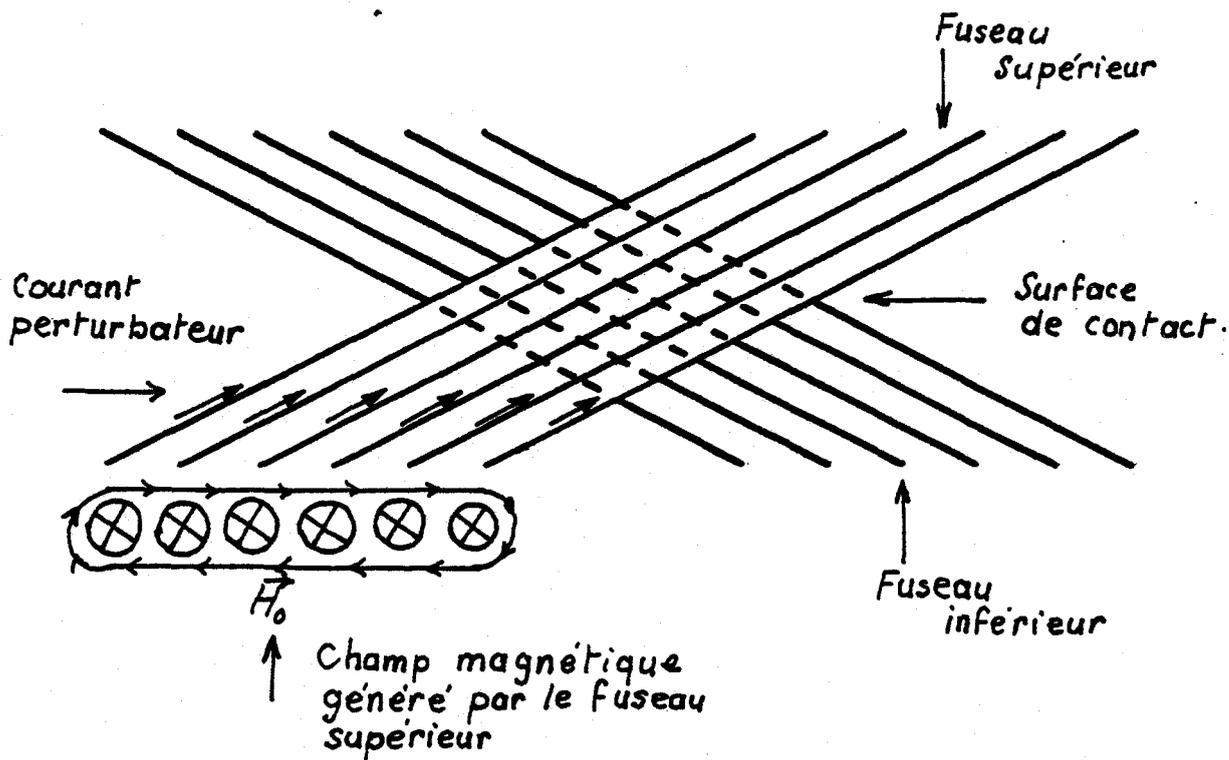


figure (IV-2)

Le champ  $\vec{H}_0$  devient un champ magnétique inducteur exprimé avec deux composantes  $H_{y_0}$  et  $H_{x_0}$ , respectivement parallèles puis perpendiculaires à l'axe  $oy$  attaché aux conducteurs élémentaires du fuseau inférieur fig.(IV-3)

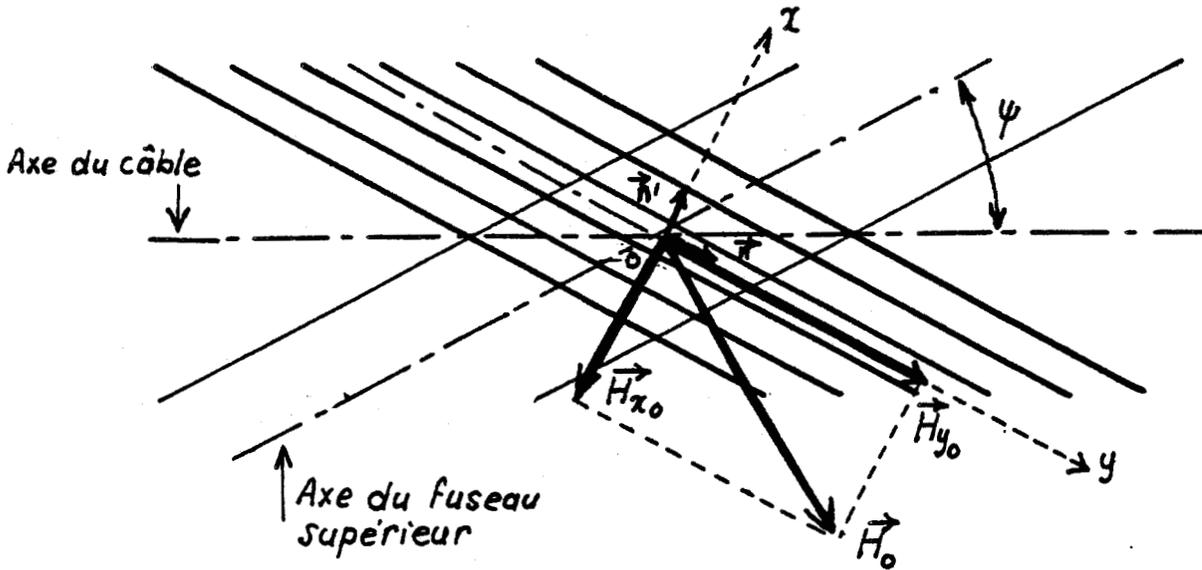


Figure (IV-3)

Le champ  $\vec{H}_0$  induit dans les conducteurs élémentaires des courants de Foucault conformément au schéma de la figure (IV-4)

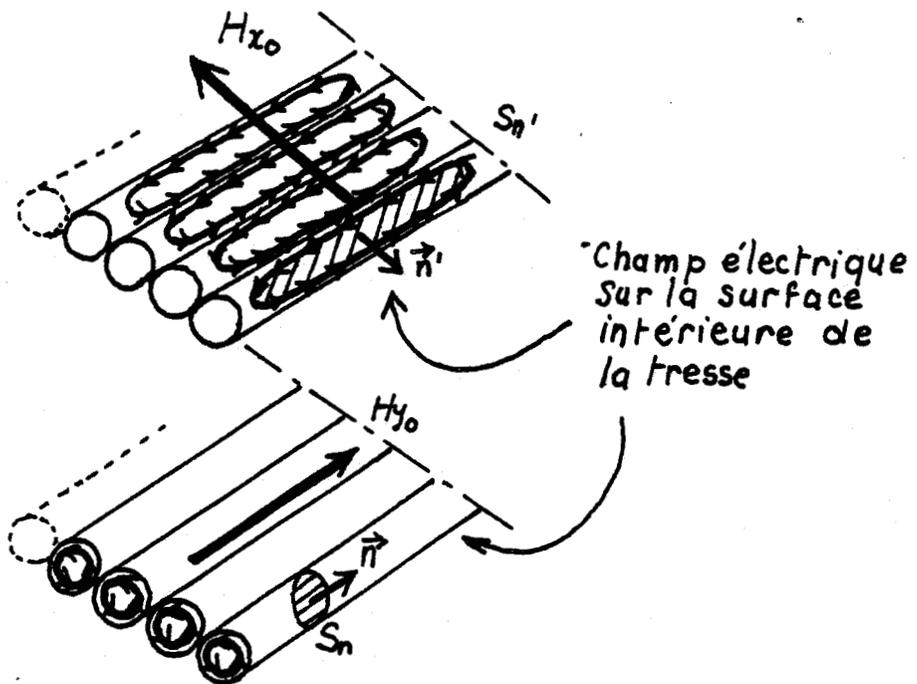


Figure (IV-4)

La circulation des courants de FOUCAULT engendre sur la surface intérieure de la tresse un champ électrique qui donne naissance aux tensions perturbatrices.

Le champ électrique peut s'exprimer en fonction de deux composantes orientées parallèlement à deux vecteurs unitaires  $\vec{n}$  et  $\vec{n}'$ :

Le vecteur  $\vec{n}$  est dirigé suivant l'axe  $oy$ , l'orientation de cet axe est fixée par le sens des courants circulant dans les fuseaux supérieurs.

Le vecteur  $\vec{n}'$  est normal au vecteur  $\vec{n}$  soit  $(\vec{n}, \vec{n}') = \frac{\pi}{2}$

Le champ électrique sur la surface intérieure peut s'écrire :

$$\vec{E}_{int} = E_n \vec{n} + E_{n'} \vec{n}' \quad (IV-5)$$

La tension perturbatrice est donnée par la circulation du champ  $\vec{E}_{int}$  dans la direction d'un conducteur élémentaire. Compte tenu de cette remarque seule la composante  $\vec{E}_n$  va contribuer au calcul de l'impédance de transfert de la tresse.

Pour calculer le champ  $\vec{E}_n$  nous devons tout d'abord évaluer, le flux  $\phi_n$ , engendré par la composante de champ  $H_{ox}$  à travers la surface  $S_{n'}$ .

Le contour définissant la surface  $S_{n'}$ , est déterminé par les courants induits.

Le flux  $\phi_{n'}$ , peut alors s'exprimer sous la forme :

$$\phi_{n'} = \iint_{S_{n'}} \mu_0 H_{ox} dS = \iint_{S_{n'}} \mu_0 H_0(y', r') \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\psi\right) dS \quad (IV-6)$$

où  $H_0(y', r')$  est la composante  $H_0$  du champ inducteur au point de coordonnées  $(y', r')$  sous le fuseau supérieur figure (IV- 5)

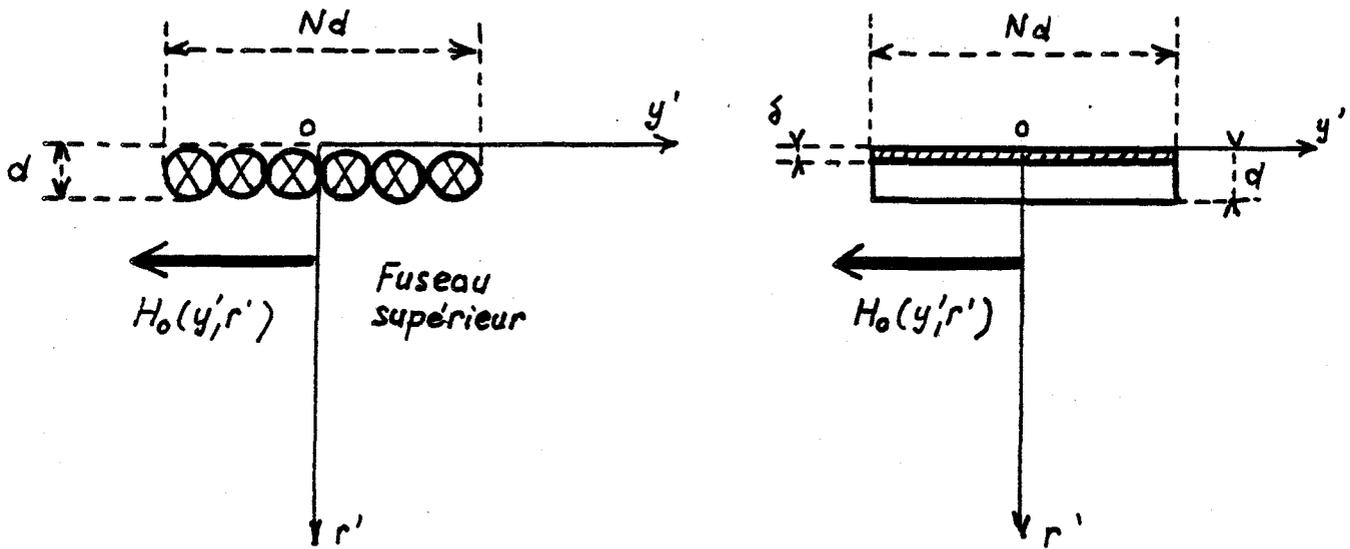


Figure (IV-5)

$\vec{oy}$  est perpendiculaire à l'axe du fuseau.

Lorsque l'épaisseur de pénétration " $\delta$ " est beaucoup plus petite que le diamètre des conducteurs  $\delta \ll d$ , nous assimilons le champ  $\vec{H}_0$  au champ produit par une lame conductrice d'épaisseur  $\delta$ , de largeur  $Nd$ .

Le flux peut alors s'écrire :

$$\Phi_{n'} = \mu_0 H_{0moy} \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\psi\right) S_{n'} \quad (IV-7)$$

où  $H_{0moy}$  est la valeur moyenne du champ  $H_0$  intégrée dans les deux dimensions  $r'$  et  $y'$ . Pour des points situés sous le fuseau le champ varie peu, nous allons confondre  $H_{0moy}$  avec la valeur du champ au point de coordonnées  $y' = 0$  et  $r' = \frac{3d}{2}$  (centre de  $S_{n'}$ ).

Nous obtenons l'expression suivante : (annexe - IV)

$$H_{0moy} = \frac{1}{\pi} \frac{I_j}{Nd} \text{Arctg} \left( \frac{N}{3} \right) \quad (IV-8)$$

où  $I_j$  est le courant dans le fuseau supérieur.

Pour évaluer l'expression (IV-7), nous admettons que les courants de FOUCAULT induits décrivent une spire équivalente de surface  $S_n$ , figure (IV- 6)

La spire est approximativement de forme rectangulaire de longueur " $l_b$ " et de hauteur " $d$ ". La densité de courant est concentrée dans un canal d'épaisseur " $\delta$ " et de largeur  $W$ .

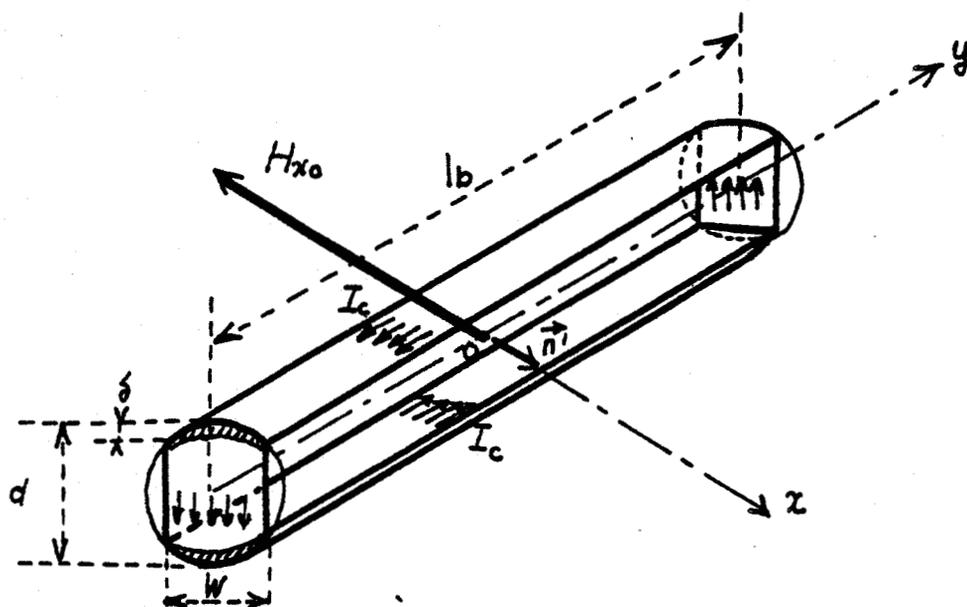


Figure (IV-6)

La dimension longitudinale " $l_b$ " est égale au segment du conducteur élémentaire en contact avec le fuseau supérieur soit :

$$l_b = \frac{Nd}{\sin\psi} \quad (IV-9)$$

Le paramètre " $W$ " est fixé par la loi de répartition de la densité de courant. Nous considérons ensuite deux approximations illustrées par les schémas (a) et (b) de la figure (IV- 7)

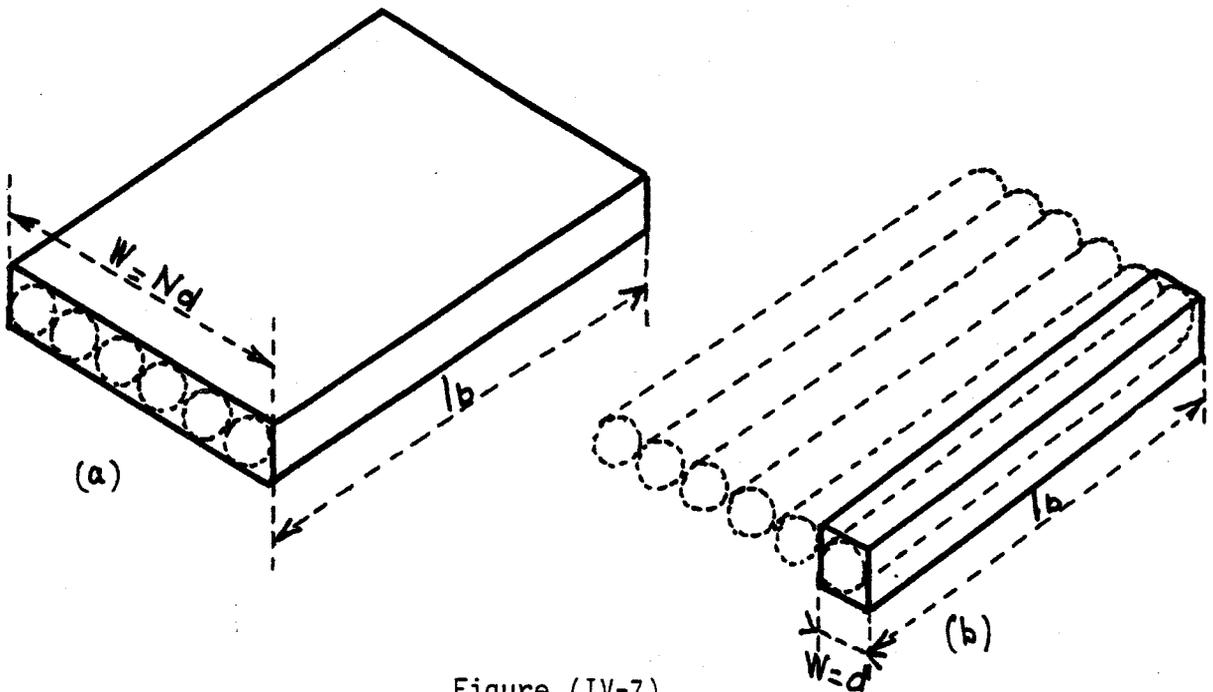


Figure (IV-7)

Si nous faisons abstraction des surfaces de discontinuité au point de contact de deux conducteurs voisins "W" s'identifie à la largeur d'un fuseau (a)

$$W = Nd \quad (IV-10)$$

Si chaque conducteur élémentaire est induit individuellement "W" s'identifie au diamètre d'un fuseau (b)

$$W = d \quad (IV-11)$$

Le courant  $I_c$  induit dans la boucle va s'exprimer sous la forme :

$$I_c = \frac{e}{Z} \quad (IV-12)$$

où  $e$  est la force électromotrice induite dans la boucle et  $Z$  l'impédance de la boucle

$$Z = Z_i + jL_b\omega \quad (\text{IV-13})$$

$L_b$  est l'inductance de la boucle et  $Z_i$  l'impédance du canal d'épaisseur  $\delta$ . Aux fréquences considérées ( $F \approx 10$  MHz), nous pouvons satisfaire l'approximation :

$$|Z_i| \ll |L_b\omega| \quad (\text{IV-14})$$

$I_c$  s'exprime sous la forme :

$$I_c = \frac{-\mu_0 H_{\text{omoy}} \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\psi\right) l_b d}{L_b} \quad (\text{IV-15})$$

L'inductance  $L_b$  prend respectivement pour expressions (Annexe IV)

- Avec  $W = d$

$$L_b = \frac{1,73 \mu_0 N d}{\pi \sin\psi} \quad (\text{IV-16})$$

- Avec  $W = Nd$

$$L_b = \frac{2\mu_0 d}{\pi \sin\psi} \left[ \text{Arctg}\left(\frac{N}{2}\right) + \frac{N}{4} \text{Log}\left(\frac{N^2 + 4}{N^2}\right) \right] \quad (\text{IV-17})$$

La composante  $E_n$  du champ électrique apparaissant sur la surface intérieure du conducteur élémentaire peut alors s'exprimer sous la forme :

$$E_n = z_i I_c \quad (\text{IV-18})$$

	Mesurée Calculée		Mesurée 10MHz		e = d F = 10 MHz		e = N <sub>d</sub> F = 10 MHz	
	$-Z_t$ 20kHz mΩ/m	R <sub>o</sub> mΩ/m	$ Z'_t $ mΩ/m	$\phi'  Z_t $	$ Z_t $ mΩ/m	$\phi  Z_t $	$ Z_t $ mΩ/m	$\phi  Z_t $
C <sub>1</sub>	7,5	8,8	151	$-\frac{3\pi}{4}$	44	$-\frac{3\pi}{4}$	27	$-\frac{3\pi}{4}$
C <sub>2</sub>	9,3	8,2	171	$-\frac{3\pi}{4}$	59	$-\frac{3\pi}{4}$	36	$-\frac{3\pi}{4}$
C <sub>3</sub>	5,3	4	24	$-\frac{5\pi}{6}$	31	$-\frac{3\pi}{4}$	17	$-\frac{3\pi}{4}$
C <sub>4</sub>	4,6	4	57	$-\frac{3\pi}{2}$	37	$-\frac{3\pi}{4}$	20	$-\frac{3\pi}{4}$
C <sub>5</sub>	6,5	6,8	33	$-\frac{3\pi}{4}$	29	$-\frac{3\pi}{4}$	17	$-\frac{3\pi}{4}$
C <sub>6</sub>	7	7,2	20	$-\frac{2\pi}{3}$	20	$-\frac{3\pi}{4}$	12	$-\frac{3\pi}{4}$
C <sub>7</sub>	2,3	1,9	11	$-\frac{2\pi}{3}$	10	$-\frac{3\pi}{4}$	6	$-\frac{3\pi}{4}$
C <sub>8</sub>	7,5	7,5	9	$-\frac{2\pi}{3}$	14	$-\frac{3\pi}{4}$	8,5	$-\frac{3\pi}{4}$

Tableau (IV-4)



où  $z_i$  est l'impédance superficielle du conducteur (annexe IV)

L'impédance de transfert  $Z_t$  de la tresse est donnée par l'expression

$$Z_t = \frac{E_n}{I} \frac{S_c}{S_t} \quad (\text{IV-19})$$

où  $S_c/S_t$  est le rapport de contact figure (IV-8) et  $I$  le courant circulant dans la tresse.

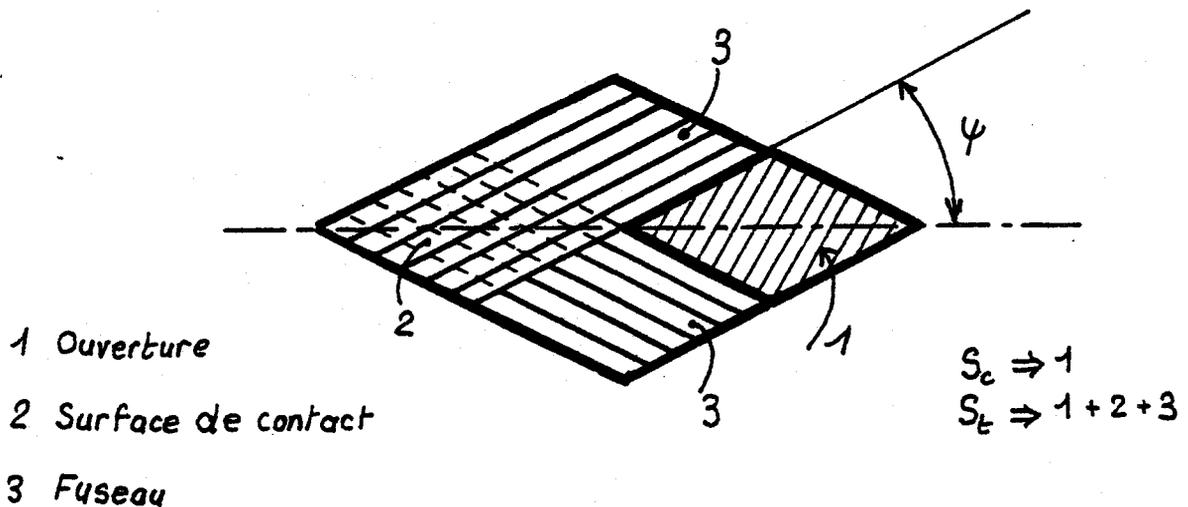


Figure (IV-8)

L'impédance de transfert est proportionnelle à  $\sqrt{f}$  et peut se mettre sous la forme :

$$Z_t = -k \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\psi\right) \left(\frac{\omega\mu}{\sigma}\right)^{1/2} e^{j\frac{\pi}{4}} \quad (\text{IV-20})$$

Expression dans laquelle la constante "k" est fonction des caractéristiques de la tresse et du choix du paramètre W.

• W = d

$$k = \frac{1,16}{eN} \operatorname{Arctg} \left( \frac{N}{3} \right) \frac{S_c}{S_t} \quad (\text{IV-21})$$

• W = Nd

$$k = \frac{1}{eNd} \frac{\operatorname{Arctg} \left( \frac{N}{3} \right)}{\operatorname{Arctg} \left( \frac{N}{2} \right) + \frac{\pi}{4} \operatorname{Log} \left( \frac{N^2+4}{N^2} \right)} \frac{S_c}{S_t} \quad (\text{IV-22})$$

Dans le tableau (IV-4) sont comparés les résultats de mesures et théoriques obtenus sur l'expérience où les phénomènes s'apparentent à l'induction de courants de FOUCAULT (Expériences C).

Nous comparons tout d'abord l'impédance de transfert mesurée à la fréquence de 20 kHz et la résistance linéique de la tresse  $R_0$  calculée au moyen de l'expression (IV-1), nous constatons un bon accord entre valeurs théoriques et mesurées.

Nous faisons également la comparaison des modules et phases de l'impédance de transfert mesurée à la fréquence de 10 MHz puis calculée par l'expression (IV-20) en considérant les deux possibilités pour le choix de la constante k (expressions IV-21 et IV-22).

Nous obtenons un accord assez satisfaisant. L'écart le plus important est observé sur les expériences  $C_1$  et  $C_2$ . Dans les autres cas le choix  $W = d$  (action individuelle des conducteurs élémentaires) offre la meilleure approximation.

Il faut toutefois remarquer que les hypothèses admises sont très idéalisées, elles assimilent les couplages à des situations limites rendant la formulation accessible par des expressions analytiques simples. L'ordre de grandeur des paramètres est assez bien respecté et peut constituer un élément de base intéressant.

### IV.3. Application de l'étude des paramètres de transfert aux problèmes d'efficacité de blindage

#### IV.3.1. Application au calcul de la réponse transitoire d'un système

Le problème généralement posé aux utilisateurs de câbles coaxiaux est la prédétermination de l'amplitude des perturbations apparaissant aux extrémités d'un câble soumis à une perturbation électromagnétique.

La modélisation des phénomènes de couplage à travers les tresses permet de répondre partiellement à cette question.

Pour illustrer le problème de la réponse transitoire, utilisons la configuration du banc de mesures décrit sur le schéma de la figure (II-1) (chapitre-II)

Sur les PL(IV-5), PL(IV-6) et PL(IV-7) sont reproduits les signaux obtenus lors des expériences  $D_1$ ,  $L_2$  et  $C_2$ . Chacun de ces signaux est comparé à son homologue théorique modélisé à partir de la transformation de FOURIER. Les paramètres de transfert introduits dans les expressions (II-17) et (II-18) sont définis en fonction des conventions suivantes :

#### PL(IV-5) Expérience $D_1$ (diffusion et diffraction)

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_t(\omega) = Z_{td} + jL_t\omega \\ Y_t(\omega) = jC_t\omega \end{array} \right. \quad (IV-23)$$

L'inductance de transfert est celle évaluée par l'expérience soit  $L_t = 0,45 \text{ nH/m}$  c'est également le cas pour la capacité de transfert  $C_t = 0,07 \text{ pF/m}$ .

Le paramètre  $Z_{td}$  est le terme complémentaire de diffusion (expression IV-2).

PL(IV-6) Expérience L<sub>2</sub>

Les résultats suggèrent d'introduire une inductance de transfert et un terme complémentaire du type induction

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_t(\omega) = R_0 + k'\sqrt{\omega} e^{j\frac{\pi}{4}} + jL_t\omega \\ Y_t(\omega) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{IV-24})$$

$L_t$  est la valeur trouvée par l'expérience soit  $L_t = 3$  nH/m.  
La capacité de transfert est nulle conformément au résultat de l'expérience.

La constante  $k'$  est calculée en appliquant l'expression (IV-20) cette constante est positive puisque l'angle de tressage est supérieur à  $45^\circ$  ( $\psi = 53^\circ$ ).

Pour définir complètement la réponse aux fréquences les plus basses nous ajoutons la résistance linéique  $R_0$  de la tresse donnée par (IV-1)

PL(IV-7) Expérience C<sub>2</sub>

Le recouvrement de la tresse est égal à l'unité, pour modéliser l'impédance de transfert nous choisissons l'expression (IV-20) à laquelle nous ajoutons la résistance linéique du blindage.

L'angle de tressage est inférieur à  $45^\circ$  ( $\psi = 20^\circ$ ) la constante  $k'$  est par conséquent négative

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_t(\omega) = R_0 + k'\sqrt{\omega} e^{j\frac{\pi}{4}} \\ Y_t(\omega) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{IV-25})$$

Expérience - D<sub>1</sub>

20 mA

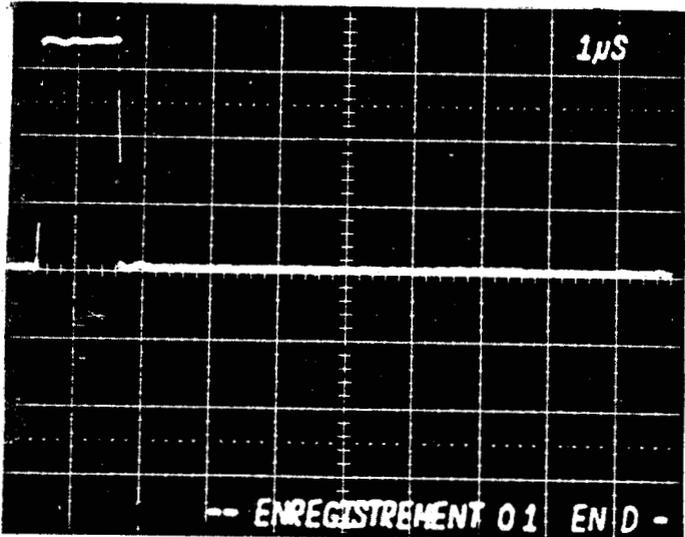
1 μs

0,28 mV.

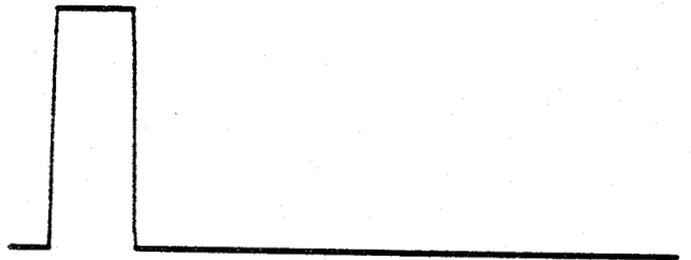
Modèle Théorique

$$Z_t = Z_{td}(\omega) + jL_t\omega$$

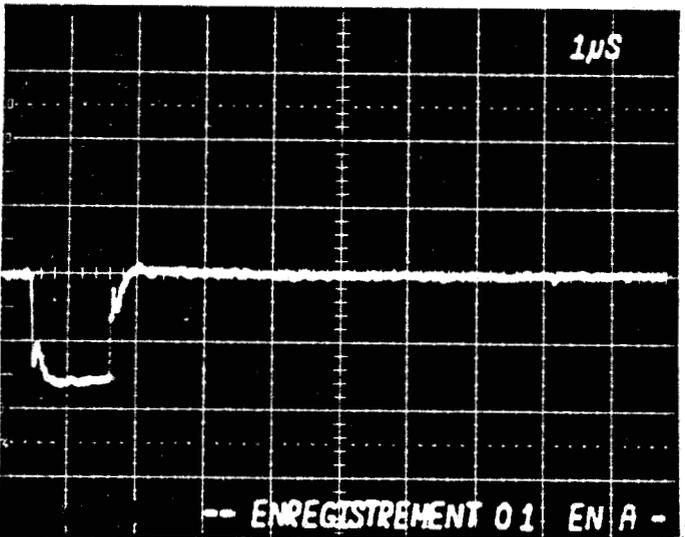
$$Y_t = jC_t\omega$$



$I_2(0,t)$

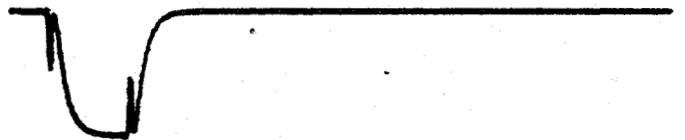


$I_2(0,t)$

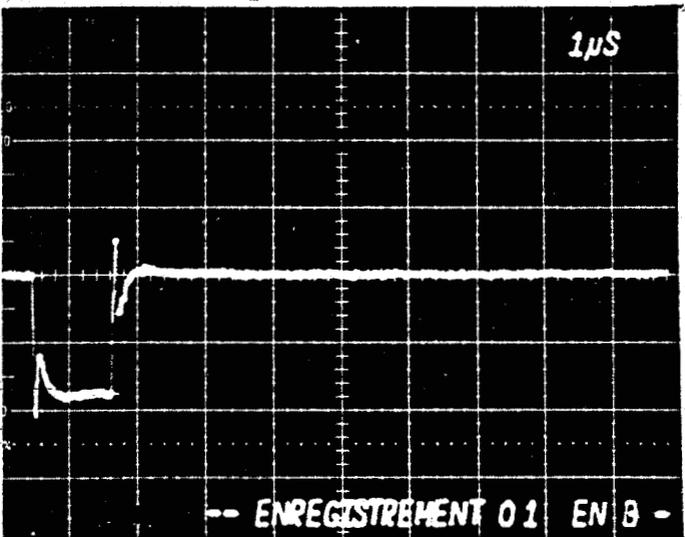


$V_1(L,t)$

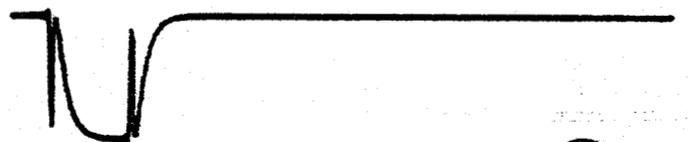
$$V_1(L,t) = \mathcal{F}^{-1} [V_1(L,\omega)]$$



$$V_1(0,t) = \mathcal{F}^{-1} [V_1(0,\omega)]$$



$V_1(0,t)$



Expérience - L<sub>2</sub>

Modèle Théorique

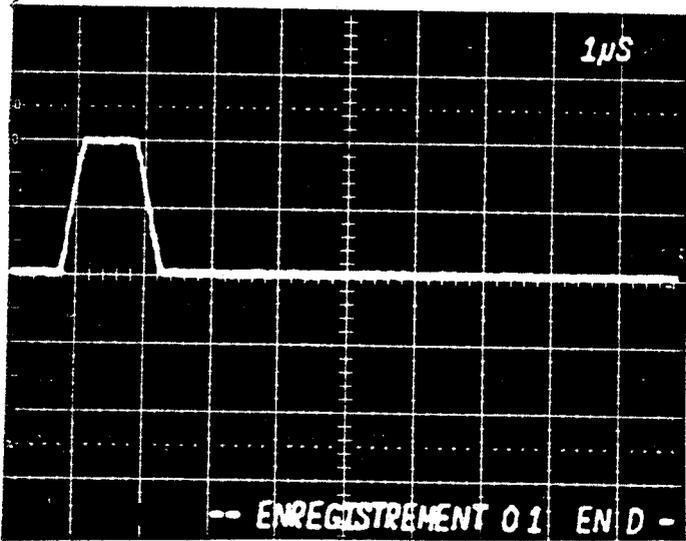
$$Z_L = R_0 + k'\sqrt{\omega} e^{j\pi/4} + jL_t\omega$$

$$Y_t = 0$$

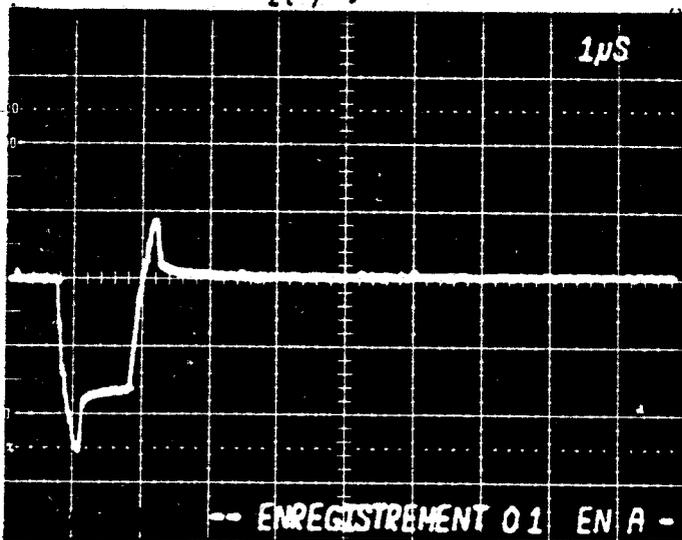
50 mA

1 μs

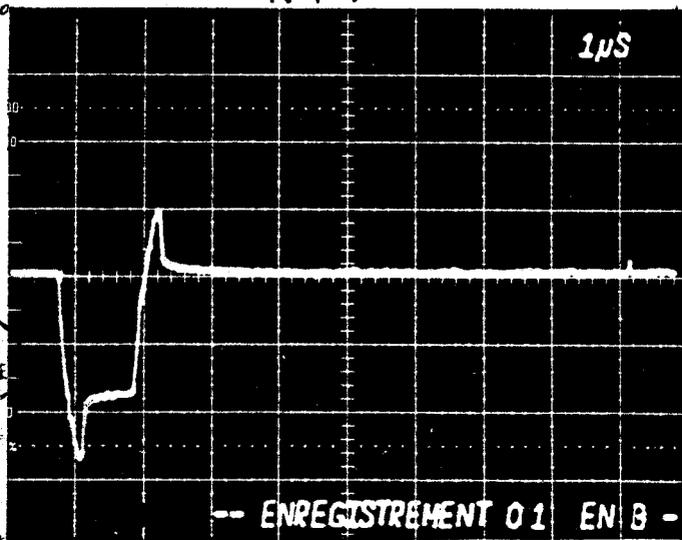
0,56 mV.



$I_2(0, t)$



$V_1(L, t)$

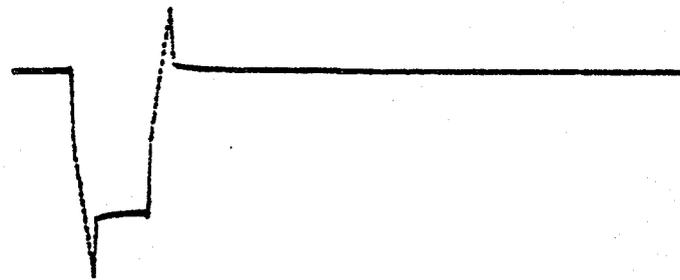


$V_2(0, t)$

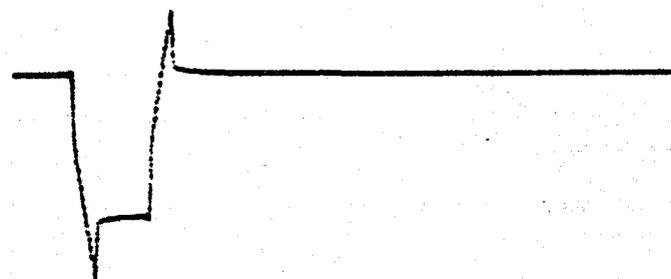


$I_2(0, t)$

$$V_1(L, t) = \mathcal{F}^{-1} [V_1(L, \omega)]$$



$$V_1(0, t) = \mathcal{F}^{-1} [V_1(0, \omega)]$$



Expérience - C2

-189-

Modèle Théorique

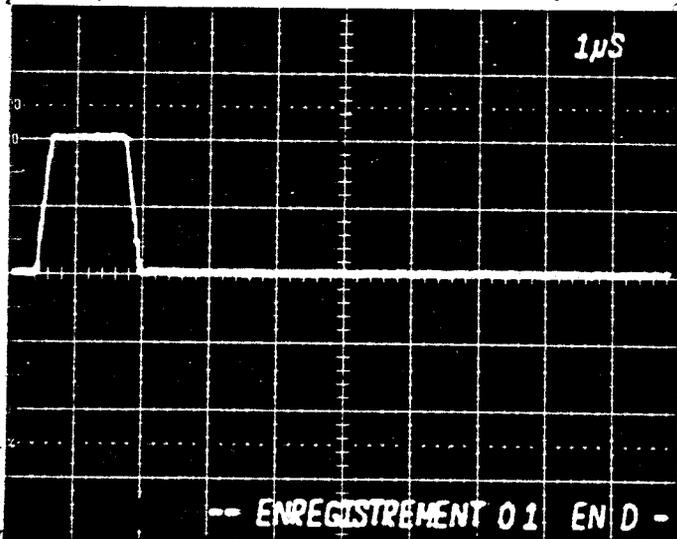
$$Z_t = R_0 + k\sqrt{\omega} e^{j\pi/4}$$

$$L_t = 0 \quad Y_t = 0$$

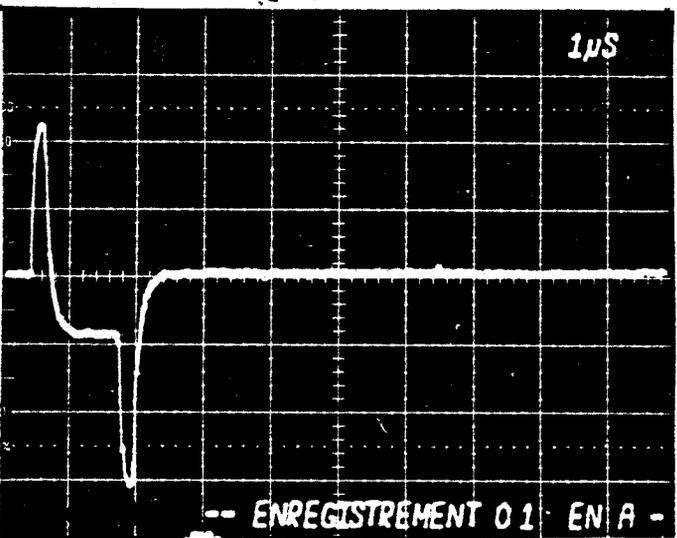
1 μs

50 mA

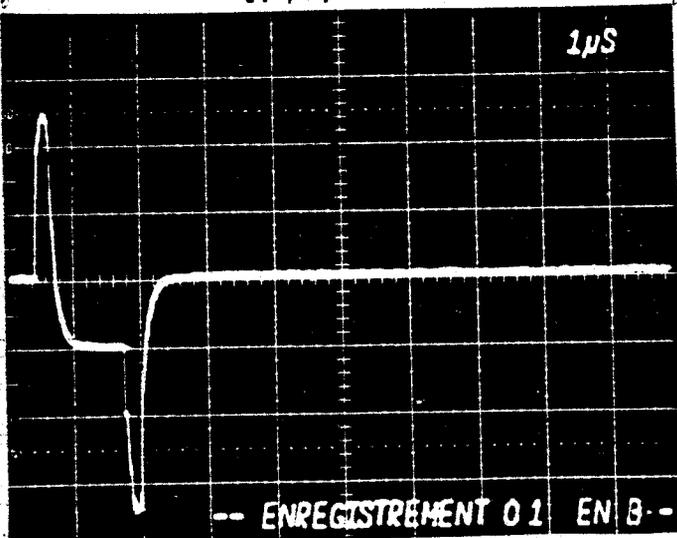
0,56 mV



$I_2(0,t)$



$V_1(L,t)$

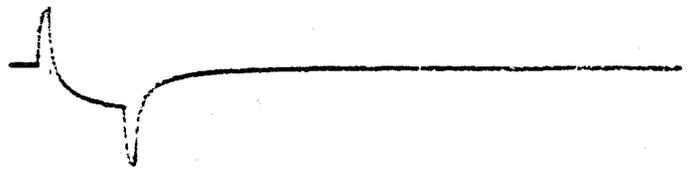


$V_2(0,t)$

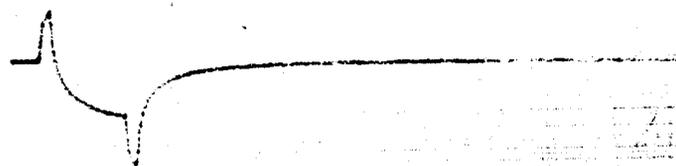


$I_2(0,t)$

$$V_1(L,t) = \mathcal{F}^{-1} [V_1(L,\omega)]$$



$$V_2(0,t) = \mathcal{F}^{-1} [V_2(0,\omega)]$$



PL(IV-7)

Ces résultats montrent que l'application des modèles proposés donne une description satisfaisante des signaux.

#### IV.3.2. Application à l'optimisation de l'efficacité de blindage des tresses

L'étude de l'interaction du champ électromagnétique avec les blindages tressés en structure coaxiale nous permet de considérer deux modes fondamentaux de couplage.:

- Le couplage par pénétration dans les ouvertures qui donne naissance à l'inductance et capacité de transfert.
- Le couplage par effets de surface, que nous interprétons par la diffusion du champ électrique et l'induction de courants de FOUCAULT.

Dans le cas général ces deux modes de couplages coexistent et contribuent au résultat global.

#### "L'IMPEDANCE DE TRANSFERT"

L'importance relative de ces deux couplages est surtout conditionnée par les paramètres géométriques de la tresse et principalement par l'angle de tressage, le recouvrement, et la dimension des ouvertures

L'expérimentation de la tresse Echantillon II met à ce titre très clairement en évidence la progression des deux modes de couplage.

Dans le tableau (IV-5) sont rappelés les références des expériences correspondantes, l'angle de tressage, le recouvrement, l'impédance de transfert mesurée à 10 MHz et la valeur de la capacité de transfert.

			à 10 MHz		
REF	$\psi$	A'	$ Z_t $ m $\Omega$ /m	$\Phi(Z_t)$	$C_t$ pF/m
D <sub>4</sub>	43,6°	0,94	14,9	$+\frac{\pi}{3}$	0,023
D <sub>5</sub>	40°	0,96	4,2	$+\frac{\pi}{3}$	0,015
C <sub>5</sub>	31°	0,98	33	$-\frac{3\pi}{4}$	0
C <sub>6</sub>	35°	0,97	20	$-\frac{2\pi}{3}$	0
C <sub>8</sub>	38°	0,97	9	$-\frac{2\pi}{3}$	0

Tableau (IV-5)

Nous voyons qu'une très petite modification des paramètres géométriques secondaires ( $\psi$  et A) engendre une fluctuation importante de l'impédance de transfert.

Sur la figure (IV- 9) sont reproduites les variations de ce paramètre en fonction de l'angle de tressage  $\psi$

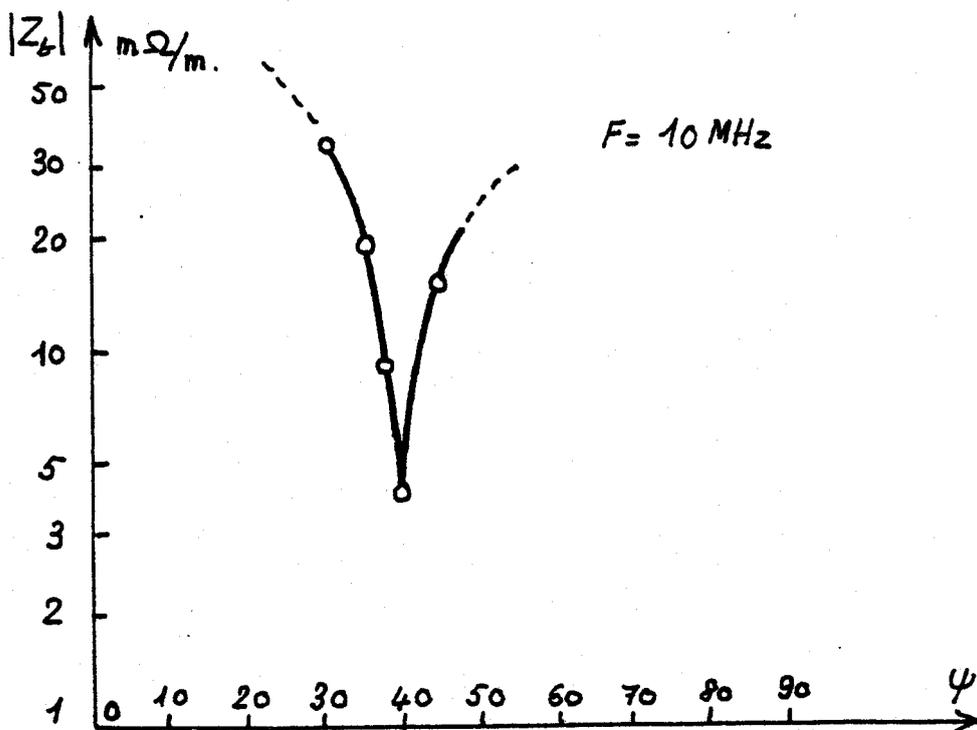


Figure (IV- 9)



Cette expérience pratiquée sur un échantillon de câble standard (RG213-U- $\psi=31^\circ$ ) montre que l'impédance de transfert peut être réduite d'un facteur 10 si l'angle de tressage et le diamètre D du câble sont très peu modifiés.

En effet :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Echantillon standard : } D = 7,3 \text{ mm } \quad \psi = 31^\circ \quad |Z_t| = 33 \text{ m}\Omega/\text{m} \\ \text{Echantillon optimisé : } D = 8,8 \text{ mm } \quad \psi = 40^\circ \quad |Z_t| = 4,2 \text{ m}\Omega/\text{m} \end{array} \right\} 10 \text{ MHz}$$

Nous remarquons toutefois que l'échantillon optimisé fait apparaître une capacité de transfert, très petite .

$$C_t = 0,015 \text{ pF/m.}$$

L'exploitation de l'opposition de phase inhérente aux deux modes de couplage apporte une réponse à l'interprétation de certains résultats expérimentaux. C'est notamment le cas de l'expérience LC-4 développée au chapitre III. Sur cet échantillon de câble il n'est pas possible de mettre en évidence l'inductance de transfert.

Ce comportement n'est pas en contradiction avec la structure du blindage (recouvrement 79 %), puisque nous sommes en présence de deux modes de couplages. L'expérience LC-4 constitue un exemple où les deux effets se compensent.

L'étude développée dans notre thèse est limitée à la fréquence maximum de 30 MHz. Pour les fréquences supérieures la compensation est certainement moins efficace puisque le mécanisme de couplage n'obéit pas aux mêmes lois de variations avec la fréquence.

L'impédance de transfert considérée comme un paramètre numérique devient insuffisante pour caractériser le blindage. La connaissance des lois de variations avec la fréquence est indispensable. L'exploitation de modèles simples peut être d'un apport très appréciable puisque 4 constantes suffisent à définir le blindage du point de vue de sa compatibilité électromagnétique :

- La résistance linéique  $R_0$
- L'inductance de transfert  $L_t$
- La capacité de transfert  $C_t$
- La constante d'induction  $k'$

## C O N C L U S I O N

=====

L'étude des blindages tressés à recouvrement important est principalement caractérisée par deux types de couplages électromagnétiques.

Si nous considérons tout d'abord la catégorie d'expériences où le couplage s'apparente à la diffraction par les ouvertures, la comparaison des paramètres calculés et mesurés appelle deux remarques :

- la capacité de transfert donnée par la mesure est généralement plus petite que celle calculée par le modèle.
- la correspondance entre les valeurs calculées et mesurées de l'inductance de transfert est surtout conditionnée par le recouvrement et l'angle de tressage. Des écarts importants ont été enregistrés lorsque ce dernier paramètre est supérieur à 50°.

La seconde catégorie d'expériences fait apparaître trois particularités. Au-dessus de la fréquence de transition (au voisinage de 1 MHz), nous observons la remontée de l'impédance de transfert, mais la loi de variation en fonction de la fréquence n'est plus linéaire. Contrairement à la limite atteinte dans le modèle diffraction ( $+\frac{\pi}{2}$ ), le diagramme de phase suit une asymptote située à ( $-\frac{3\pi}{4}$ ).

La capacité de transfert est très petite, elle n'est pas accessible par la mesure. Pour interpréter ces résultats nous avons appliqué le modèle théorique basé sur l'induction de courants de FOUCAULT. Les valeurs de l'impédance de transfert sont inférieures à celles trouvées par l'expérience, elles respectent toutefois l'ordre de grandeur.

Dans le cas général, les couplages par diffraction et par induction interviennent simultanément. Compte-tenu de l'opposition enregistrée sur les diagrammes de phase de l'impédance de transfert, nous pouvons exploiter cette propriété en vue de rechercher une tresse d'efficacité de blindage optimale.

Les imprécisions dues aux approximations introduites par les modèles théoriques ne permettent pas une prévision exacte des caractéristiques de la tresse optimale. Il faut nécessairement recourir à une simulation expérimentale. Nous avons rencontré un choix critique du recouvrement et de l'angle de tressage donnant une compensation des deux mécanismes de couplage. Par rapport à une tresse de construction classique la diminution de l'impédance de transfert est approximativement de 20 dB.

## CHAPITRE V

CHAPITRE V

=====

MISE EN OEUVRE D'UNE TELECOMMUNICATION HERTZIENNE  
EN GALERIES DE MINES A PARTIR D'UN RESEAU  
DE CABLE COAXIAL A FUTITES

Les télécommunications dans les milieux souterrains au moyen de câbles à fuites ont connu ces dernières années des développements importants. La fréquence du signal porteur et la bande passante tolérée conditionnent la technique utilisée pour provoquer le couplage électromagnétique entre la ligne de transmission et le milieu environnant [41] .

Une étude résultant de la collaboration entre le service Electronique du C.E.R.CHAR\* et le laboratoire du Professeur R. GABILLARD a conduit à la réalisation d'une première génération de câble coaxial à fuites [43] , [7] .

La liaison hertzienne est destinée aux télécommunications en galeries de mines et doit fonctionner dans la bande décimétrique.

L'originalité du système proposé réside dans la conception du blindage du câble coaxial. Il s'agit d'une tresse de construction classique ayant un faible recouvrement. Le recours à une solution aussi simple facilite la mise en oeuvre technologique et n'exige pas de critères d'installation trop rigoureux (la position du câble par rapport aux parois de la galerie pouvant être aléatoire). Le câble coaxial issu de cette étude a été appelé "CERLIL". Plusieurs réseaux de câble CERLIL sont actuellement opérationnels dans les principaux bassins miniers des houillères nationales.

Cette première génération de câble était initialement prévue pour pouvoir assurer des liaisons sur des distances de 1 500 à 2 000 mètres. L'extension à des réseaux pouvant atteindre 10 à 15 kilomètres a nécessité l'insertion d'amplificateurs et la révision des caractéristiques du câble devant se traduire notamment par une diminution importante de la résistance linéique de la tresse.

\* Centre d'Etudes et de Recherches des Charbonnages de France.

L'étude que nous développons dans ce chapitre est surtout fondée sur l'exploitation des résultats obtenus lors de campagnes de mesures in-situ et sur les éléments apportés par l'analyse approfondie du mécanisme de pénétration du champ électromagnétique à travers les tresses.

V.1. Résultats des campagnes de mesures effectuées sur les réseaux équipés de la première génération de câble CERLIL

V.I.1. Caractérisation de la première génération de câble CERLIL

En 1973, le Centre d'Etudes et Recherches des Charbonnages de France (C.E.R. CHAR) pose le problème d'une télécommunication hertzienne en galeries de mines.

La liaison hertzienne doit répondre à deux objectifs essentiels :

- Etablir une communication entre Emetteurs et Recepteurs mobiles sur une distance au moins égale à 1500 mètres. La fréquence du signal porteur est imposée par l'appareillage déjà existant, elle est égale à 7 MHz.
- Les performances de la Communication hertzienne doivent être conservées quelque soit le type de galerie et pour un environnement tout à fait quelconque.

L'utilisation d'un câble coaxial à fuites semble répondre à ces deux objectifs. Une étude préliminaire impose au câble les critères suivants :

- Disposer du meilleur rapport coût -performances.
- Le câble doit s'adapter aux conditions d'exploitation in-situ (mobilité des chantiers).
- La mise en place du réseau ne doit pas exiger des critères d'implantation trop rigoureux
- Les composants du câble doivent satisfaire les normes de sécurité en vigueur sur les sites classés.

Pour répondre à ces critères l'équipe de recherche du Professeur GABILLARD propose l'utilisation d'un câble coaxial équipé d'un blindage tressé à faible recouvrement. Cette solution ne nécessite pas le recours à une technologie onéreuse. Il s'agit de déterminer les caractéristiques de la tresse facilitant le couplage électromagnétique avec le milieu environnant le câble.

Les antennes d'émission et réception sont du type dipôles magnétiques. Pour caractériser les performances de la liaison nous pouvons évaluer l'atténuation du courant circulant à l'extérieur du câble coaxial. Cette atténuation est définie par le rapport des courants au point d'émission et au point de réception Figure (V-1).

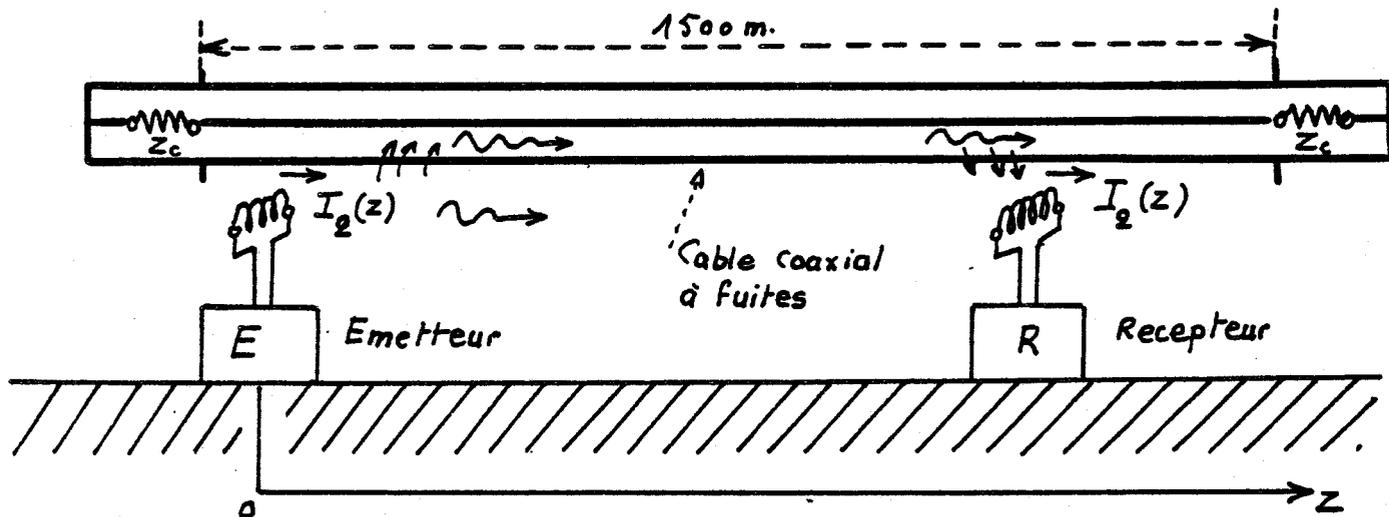


Figure (V-1)

Compte tenu des possibilités offertes par les moyens d'émission et de réception, l'atténuation maximum tolérée pour le courant extérieur au câble est de 50 dB.

La variation du courant  $I_0(z)$  est dans le cas général donnée par le diagramme de la figure (V-2)

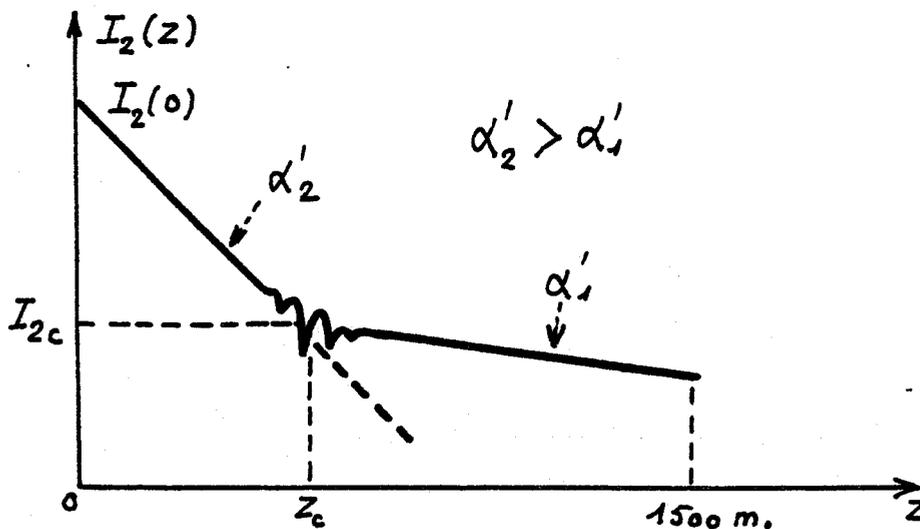


Figure (V-2)

Le courant  $I_0(z)$  résulte de la composition de deux modes de propagation, appelés modes propres.

La pondération relative de chaque mode est fonction des caractéristiques du câble, du milieu environnant et de la position du récepteur par rapport à l'émetteur.

Sur la caractéristique de la figure (V-2), nous pouvons distinguer la zone d'influence de chaque mode.

Pour les points de réception situés entre l'émetteur et la distance critique  $z_c$ , la constante linéique d'atténuation est caractérisée par le paramètre  $\alpha'_1$ .

Pour les points de réception situés au-dessus de cette distance critique, l'affaiblissement du courant extérieur est caractérisé par le paramètre  $\alpha'_2$ .

Les constantes  $\alpha'_1$  et  $\alpha'_2$  s'associent à chaque mode de propagation propre, elles sont respectivement liées aux constantes de propagation intrinsèques des lignes coaxiales et monofilaires. Nous entendons par constante intrinsèque, le paramètre calculé (ou mesuré) en faisant abstraction de toute interaction électromagnétique d'une ligne sur l'autre.

Pour l'exemple illustré sur la figure (V-2)  $\alpha'_2$  est la constante d'atténuation la plus proche de l'affaiblissement intrinsèque de la ligne monofilaire  $\alpha'_1$  la constante la plus proche de l'affaiblissement intrinsèque de la ligne coaxiale.

La distance critique  $z_c$  est fonction des caractéristiques de chaque ligne de propagation et principalement de l'atténuation intrinsèque de la ligne monofilaire.

Pour aborder dans la généralité cet aspect du problème, nous sommes confrontés à une difficulté majeure introduite par la structure géométrique de la ligne monofilaire constituée par la galerie de mine.

J.R. WAIT [41] , [52] et P. DELOGNE [53] ont résolu théoriquement le calcul des constantes de propagation propres en assimilant la galerie de mine à un guide d'onde coaxial excentré avec une paroi conductrice de conductivité quelconque.



Lorsque le câble est à proximité de la paroi, et que la longueur d'onde est grande par rapport aux dimensions transversales de la galerie. Une approximation consiste à confondre le coaxial excentré avec une ligne excitée dans le mode quasi T.E.M. et parallèle à un plan de conductivité quelconque [50], [51]

Cette approximation permet l'application du formalisme des lignes couplées, elle nous conduit assez facilement à la caractéristique de répartition du courant à l'extérieur du câble coaxial.

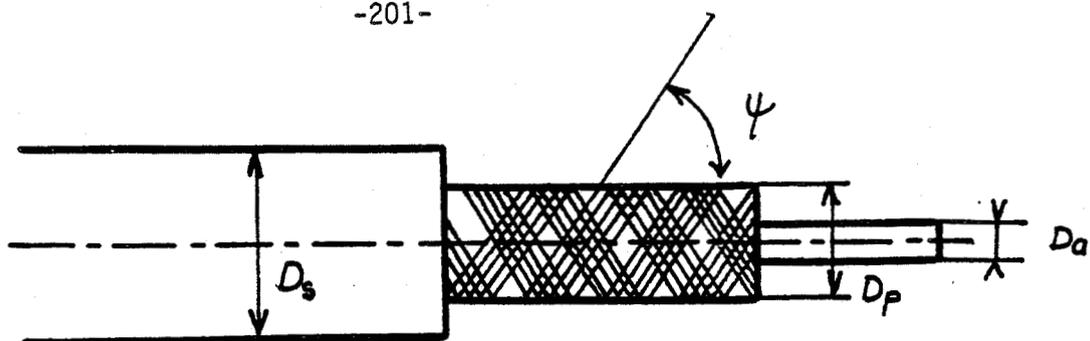
Cette approche théorique simplifiée nous a permis de déterminer les caractéristiques du câble coaxial répondant aux spécifications du cahier des charges.

Les itérations numériques ont montré que l'atténuation globale du courant extérieur au câble était principalement fonction de l'inductance de transfert de la tresse, de l'affaiblissement intrinsèque du câble coaxial, et de la permittivité relative du diélectrique primaire du câble relié au rapport des vitesses de propagation à l'extérieur et à l'intérieur du coaxial.

Compte tenu de l'affaiblissement de la ligne monofilaire, ces trois paramètres ont été optimisés pour obtenir l'atténuation minimum de 50 dB/1500 m. Les caractéristiques retenues sont les suivantes : [7] , [43] , [44]

Inductance de transfert	$L_t = 40 \text{ nH/m}$
Affaiblissement coaxial	$\alpha = 1,8 \text{ dB/100 m (7 MHz)}$
Permittivité du diélectrique	$\epsilon_r = 1,5$

La structure géométrique de la tresse devant correspondre à la valeur de ces paramètres a dans un premier temps été déterminée de façon empirique. Le câble obtenu constitue la première génération de câble "CERLIL" dont les caractéristiques détaillées sont données sur la figure (V-3).



Diamètre du conducteur intérieur	:	$D_a = 2,3$	mm
Diamètre de la tresse	:	$D_p = 6,5$	mm
Diamètre extérieur	:	$D_s = 12$	mm
Nombre de fuseaux	:	$e = 8$	
Nombre de conducteurs par fuseau	:	$N = 4$	
Diamètre d'un conducteur élémentaire	:	$d = 0,2$	mm
Angle de tressage	:	$\psi = 45^\circ$	
Impédance caractéristique	:	$Z_{C1} = 50$	$\Omega$
Recouvrement	:	$A = 0,40$	
Permittivité du diélectrique primaire	:	$\epsilon_{r1} = 1,5$	

Les mesures effectuées en laboratoires ont donné les résultats suivants.

Inductance de transfert	:	$25$	nH/m
Affaiblissement à 7 MHz	:	$1,8$	dB/100m
Résistance linéique de la tresse	:	$R_o = 30$	m $\Omega$ /m
Résistance linéique du conducteur intérieur	:	$R_i = 5$	m $\Omega$ /m

Figure (V-3)



V.1.2. Résultats obtenus sur les sites d'exploitation [47] , [48] , [55]

Des réseaux de câble CERLIL sont actuellement implantés dans les bassins des houillères du Nord, Pas-de-Calais, de Lorraine et de Provence. Trois types de communication sont couramment utilisés :

mobile-mobile	Communication entre Emetteur et Récepteur
type X → X	mobiles (notés X)
poste fixe	{ type Y → X Emetteur connecté à une extrémité du câble (noté Y), Récepteur mobile.
poste mobile	

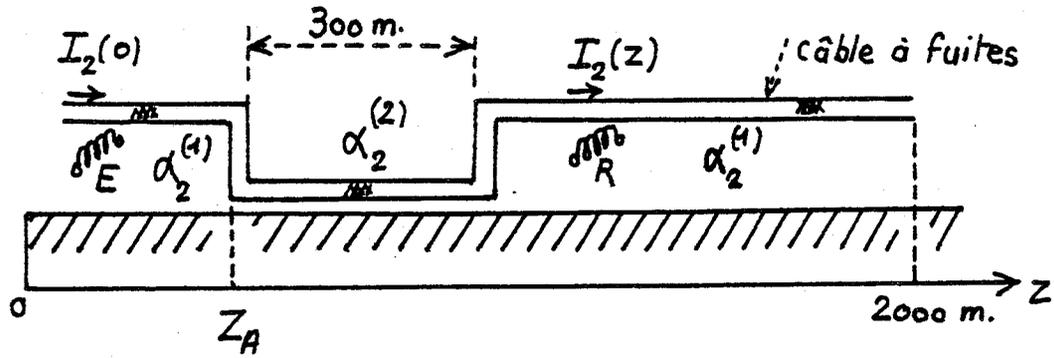
- Définition des critères de pose [45] , [46] , [49]

L'exploitation du modèle théorique simulant la liaison (mobile - mobile ou X → X) a servi d'élément guide pour établir quelques critères de pose

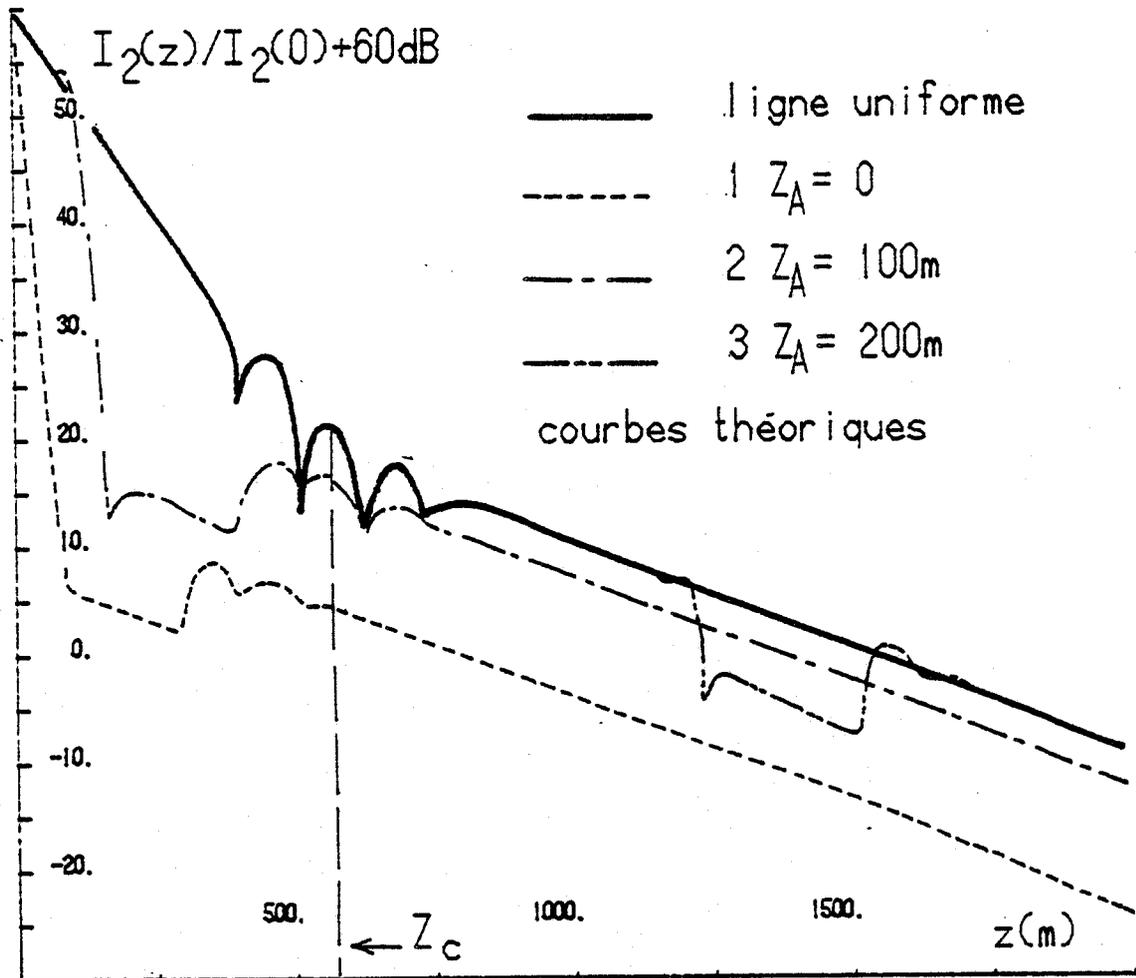
Les meilleures conditions impliquent que le câble doit être situé à une distance minimum de la paroi de la galerie égale à 20 cm.

Le câble peut sur des sections relativement importantes longer la paroi sans que cette situation modifie sensiblement les performances de la liaison.

Cet aspect du problème est illustré par les caractéristiques théoriques représentées sur la PL(V-1). Ces courbes montrent qu'un affaiblissement local excessif de la ligne monofilaire engendre deux comportements distincts.



$$\alpha_2^{(1)} = 8 \text{ dB}/100 \text{ m.} \quad \alpha_2^{(2)} = 47 \text{ dB}/100 \text{ m.}$$



Lorsque l'anomalie est située entre l'émetteur et la distance critique  $z_c$ , l'affaiblissement diminue le courant extérieur en tout point de la liaison.

Lorsque l'anomalie est située au-dessus de la distance critique  $z_c$ , l'influence de l'affaiblissement n'est sensible que pour les points de réception situés sur l'anomalie.

En effet, le rendement d'une télécommunication par câble à fuites est surtout conditionné par le niveau d'excitation de l'énergie à l'intérieur du câble coaxial.

Lorsque l'affaiblissement de la ligne monofilaire au voisinage de l'émetteur est important, le niveau d'excitation diminue, ce qui provoque une atténuation globale.

Les courbes obtenues montrent que cet effet est surtout sensible sur une distance de 100 m à partir de l'émetteur. Cette zone correspond par conséquent au transfert de "*l'énergie monofilaire*" en "*énergie coaxiale*"

Nous présentons quelques photographies du câble installé et de ses équipements annexes (installations du siège 4 de LENS au H.B.N.P.C. \*)

PL(V-2,a) Position idéale du câble à 20 cm du plafond de la galerie.

PL(V-2,b) Cheminement du câble contre la paroi et au voisinage des conducteurs de puissance.

PL(V-3,a) Emetteur-Récepteur (type Y) fixe connecté à une extrémité du câble.

PL(V-3,b) Antenne magnétique embarquée à bord d'une locomotive (type X)

Des mesures d'atténuations du courant extérieur, et du niveau reçu à une extrémité du câble ont été pratiquées sur plusieurs sites. Le courant extérieur au câble est mesuré par une boucle magnétique posée contre le câble. La dynamique de mesure est obtenue par un mesureur de champ connecté à la boucle.

\* Photographies magazine "Relais"



Cable

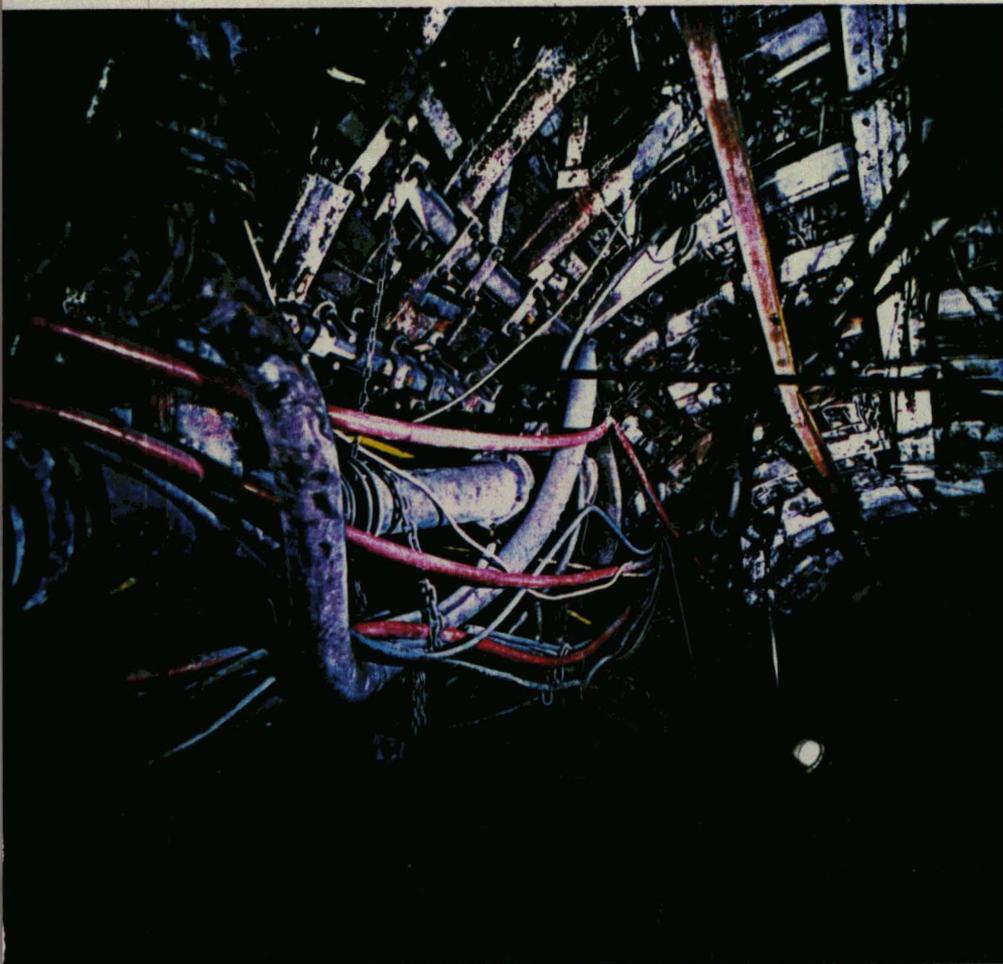
Convoyeur à bande

Belt-conveyor

PL(V-2,a)  
Print 1

Appropriate positioning  
of the cable

Position idéale du câble



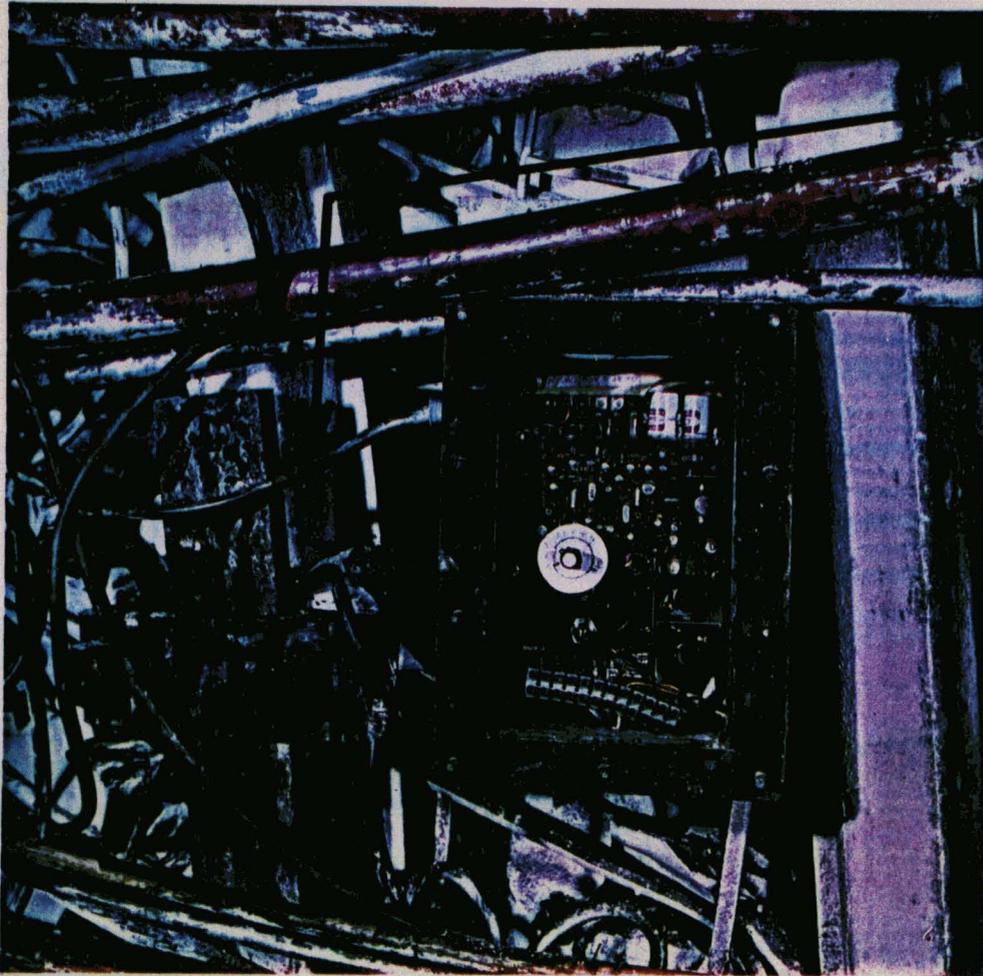
Cable

PL(V-2,b)  
Print 2

Path near the wall  
and other cables

Cheminement du câble  
près de la paroi et des  
conducteurs de puissance.

BUS  
EILLE



Cable

Pl (V-3, a)  
Print 3

The coaxial transmitter  
Emetteur  
Recepteur  
connecté à l'extrémité  
du câble



Cable

Antenne  
Antenna

Pl (V-3, b)

The magnetic antenna  
on the vehicle

Antenne magnétique  
embarquée sur une  
locomotive

BUS  
LILLE

Sur les schémas de la figure (V-4) sont présentés les trois types d'essais mis en oeuvre.

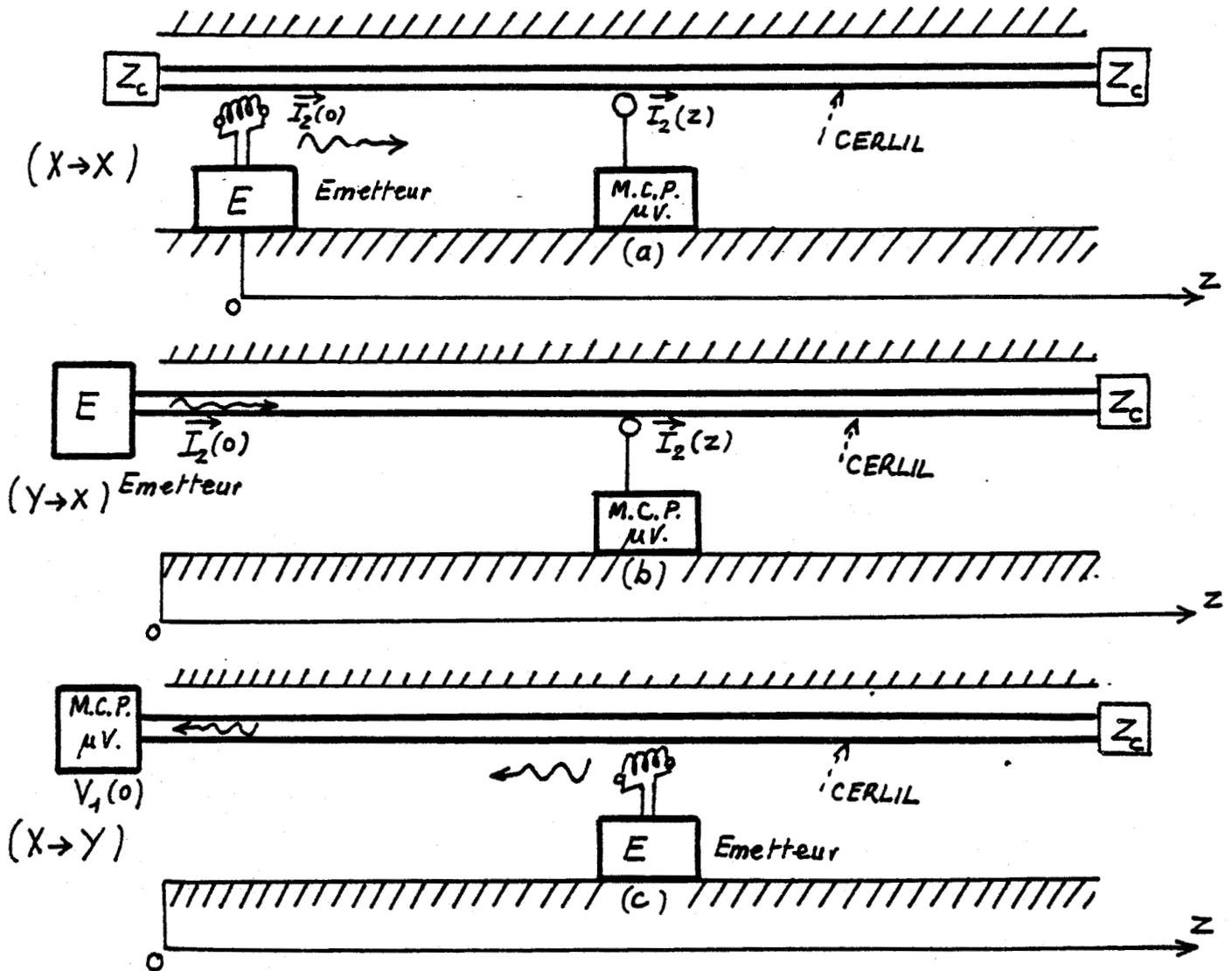


Figure (V-4)

Figure (V-4,a) Essai en liaison (mobile-mobile) (X → X) Emetteur positionné en un point fixe à une extrémité du câble.

Récepteur mobile.

Le paramètre mesuré est l'atténuation du courant en fonction de la position du récepteur.



Figure (V-4,b) Essai en liaison (Emetteur fixe connecté au câble - récepteur mobile) ( $Y \rightarrow X$ )

L'émetteur est connecté à une extrémité du câble. Le paramètre mesuré est l'atténuation du courant extérieur au câble en fonction de la position du récepteur.

Figure (V-4,c) Essai en liaison (Récepteur fixe connecté à une extrémité du câble - Emetteur mobile) ( $X \rightarrow Y$ )

Le mesureur de champ est connecté à une extrémité du câble, l'antenne d'émission est posée contre le câble.

Le paramètre mesuré est le niveau sur le récepteur en fonction de la position de l'émetteur.

(Les atténuations du courant sont normalisées à 60 dB au point d'émission).

Les caractéristiques représentées sur les PL(V-4) et PL(V-5) sont les résultats obtenus lors d'une campagne de mesures pratiquée sur réseau de 1 500 m. (Installation du Siège WENDEL à FORBACH H.B.L.).

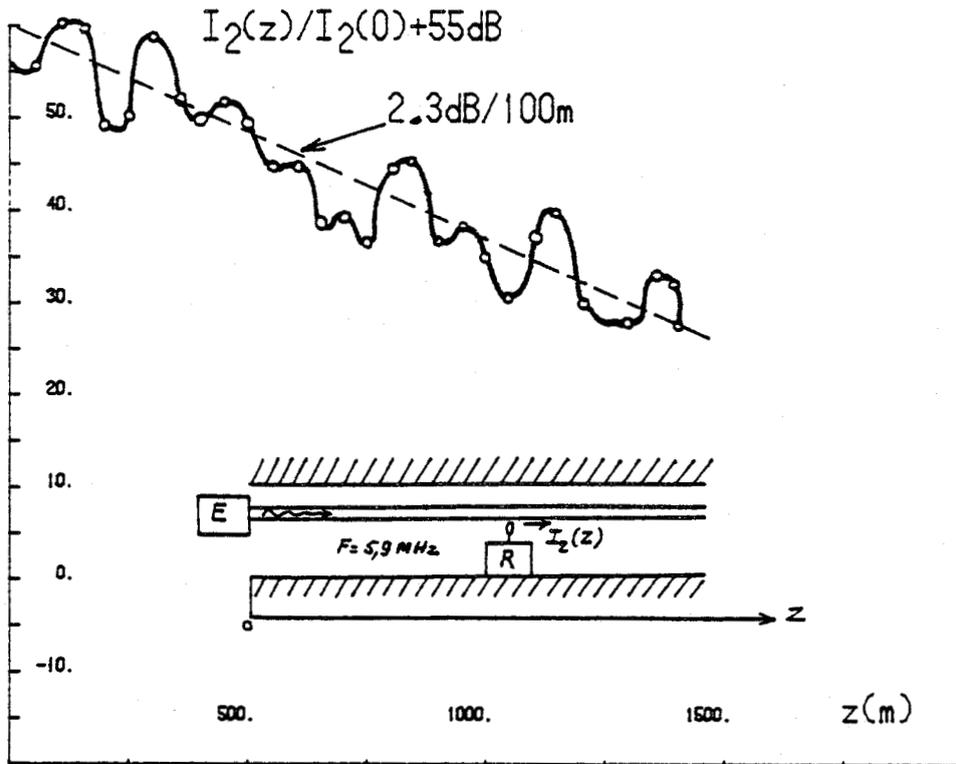
La référence de position des émetteur ou récepteur mobiles est relative à un repère fixe (axe  $oz$ )

PL(V-4,a) Emetteur connecté à une extrémité ( $z = 0$ ). Récepteur mobile ( $Y \rightarrow X$ ), figure (V-4,b)

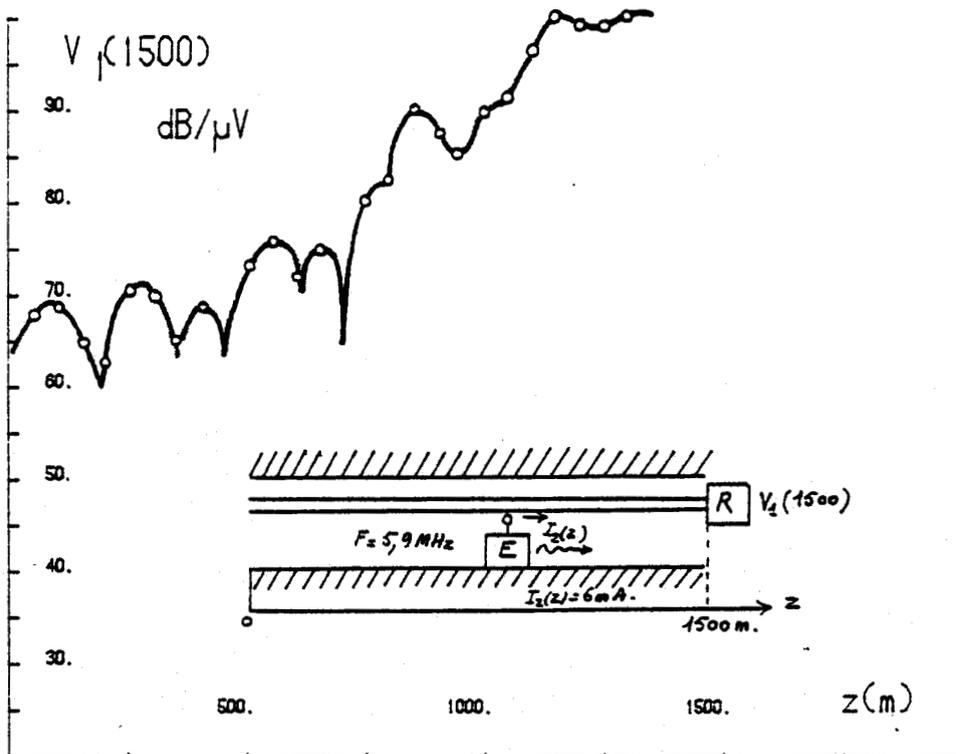
L'affaiblissement moyen du courant extérieur est égal à 2,3 dB/100m, nous constatons que cette valeur est plus importante que l'affaiblissement du câble déterminé par la mesure directe (1,8 dB/100m).

L'accroissement enregistré au cours de la mesure in-situ est provoqué par le couplage électromagnétique avec le milieu environnant le câble. Ce phénomène est d'ailleurs bien traduit par les variations irrégulières de l'affaiblissement observées lors de l'expérience.

PL(V-4,b) Récepteur connecté à une extrémité ( $z = 1\ 500$  m). Emetteur mobile ( $X \rightarrow Y$ ) figure (V-4,c).

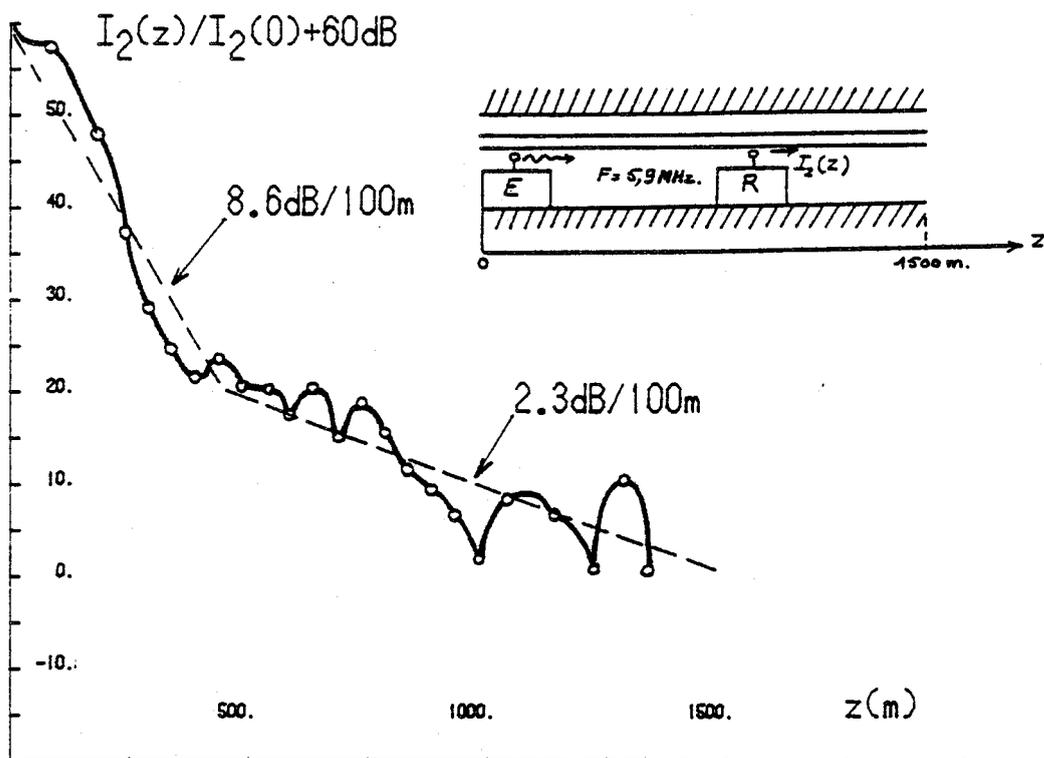


PL(V-4, a)

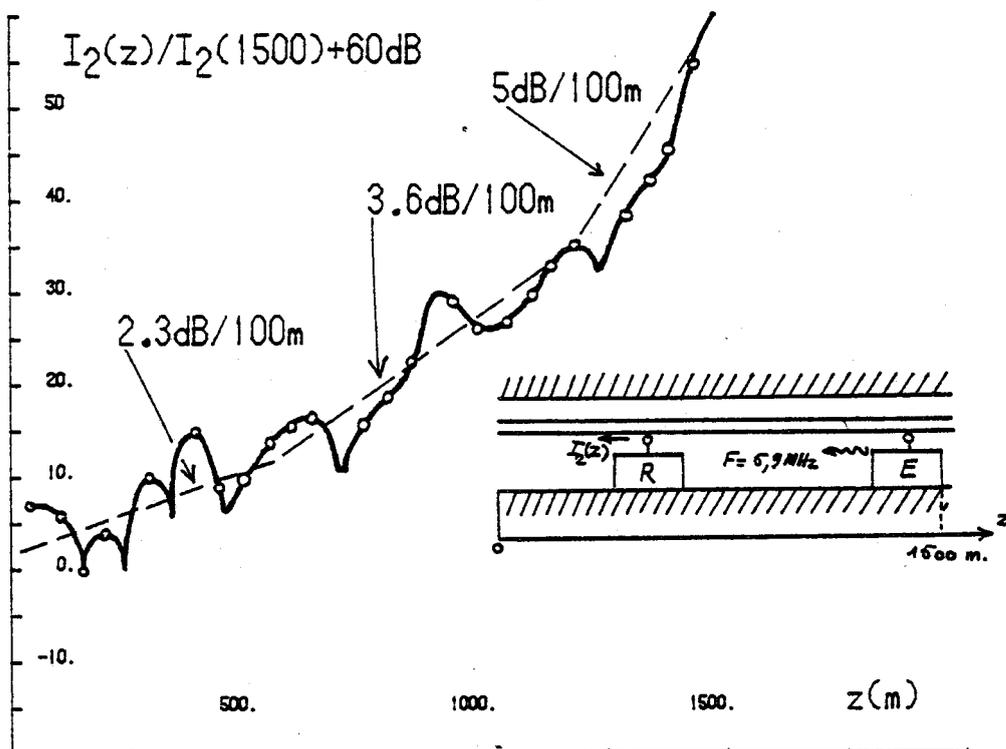


PL(V-4, b)





PL(V-5, a)



PL(V-5, b)



Lorsque l'émetteur est à proximité du récepteur, le niveau est pratiquement constant, cette zone d'une longueur de 300 m correspond à l'excitation de l'énergie à l'intérieur du câble coaxial. L'allure générale de la caractéristique est la même que précédemment, l'affaiblissement moyen est également de 2,3 dB/100m.

PL(V-5,a) Essai Emetteur fixe à l'extrémité du câble  $z = 0$  (Antenne contre le câble) Récepteur mobile ( $X \rightarrow X$ ) figure (V-4,a).

Nous distinguons deux zones de variations ayant pour affaiblissement

moyen : 8,6 dB/100 m  $0 < z < 500$  m

2,3 dB/100 m  $500 < z < 1500$  m

PL(V-5,b) Essai Emetteur fixe à l'extrémité du câble :  $z = 1500$  m (antenne contre le câble). Récepteur mobile.

L'expérience met en évidence trois zones d'affaiblissement moyen :

5 dB/100m  $1000 < z < 1500$  m

3,6 dB/100m  $500 < z < 1000$  m

2,3 dB/100m  $0 < z < 500$  m

L'atténuation globale est pour chacune des deux expériences égale à 55 dB/1500m, ce qui correspond aux performances souhaitées.

Cet essai met très clairement en évidence le transfert d'énergie entre la ligne monofilaire et le câble coaxial. En effet sur le tronçon compris entre les points hectométriques 0 et 500 m, nous observons lors de la première expérience un affaiblissement de 8,6 dB/100m, dans la seconde expérience il est égal à 2,3 dB/100m.

Dans le premier cas nous sommes à proximité de l'émetteur, la propagation monofilaire est dominante. Dans le second cas l'affaiblissement est réduit à  $2,3 \text{ dB}/100\text{m}$ , ce qui correspond au transfert du mode coaxial.

Des résultats semblables ont été obtenus sur d'autres sites d'exploitation. Un réseau d'une longueur totale de 7000 m est implanté au siège 4 de Lens (H.B.N.P.C.). Plusieurs étages d'exploitations sont desservis grâce à l'utilisation de bifurcations. Des essais effectués sur la branche la plus longue du réseau (2000 m) ont montré que l'atténuation linéique (sans bifurcation) pour une liaison (poste fixe  $\rightarrow$  poste mobile, Y  $\rightarrow$  X) est aussi égale à  $2,3 \text{ dB}/100\text{m}$ .

La mise en oeuvre de réseaux arborescents pose une difficulté nouvelle. En effet chaque bifurcation modifie la répartition de l'énergie injectée dans le câble coaxial, ceci étant surtout sensible dans les liaisons poste fixe-poste mobile.

L'exploitation des réseaux a d'autre part montré que ces types de liaisons étaient plus fréquemment utilisés que la liaison mobile-mobile initialement prévue.

Ces éléments concourent à entrevoir des possibilités d'amélioration des télécommunications tenant compte de ces facteurs.

### V.1.3. Possibilités d'amélioration des liaisons poste fixe-poste mobile

Les contraintes imposées par l'exploitation limitent fortement les possibilités d'intervention destinées à l'amélioration des performances. L'action sur deux points est toutefois envisageable :

- Insertion d'amplificateurs
- Modification des caractéristiques du câble.

La difficulté inhérente à l'utilisation d'éléments actifs est le problème de l'alimentation en énergie des composants. La solution consistant à utiliser le câble à fuites simultanément comme support hertzien et ligne d'énergie peut résoudre le problème.

C'est dans ce but qu'a été entreprise une étude de faisabilité d'amplificateurs.

Une première étape de l'étude consiste à déterminer le gain maximum admissible figure (V-5).

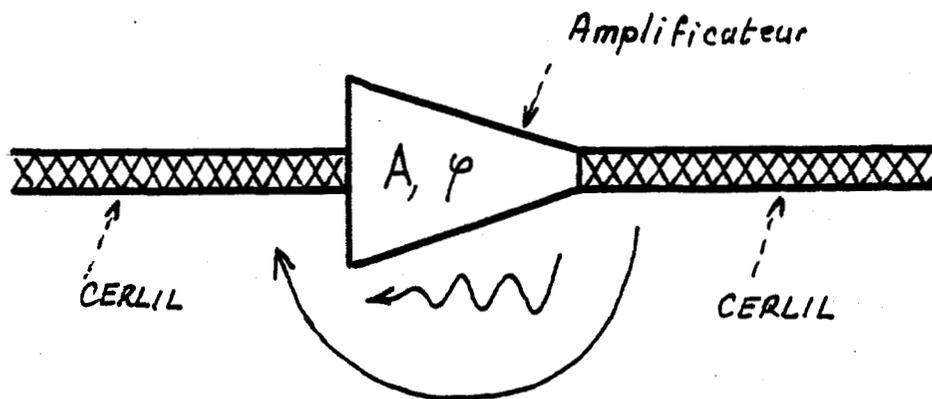


Figure (V-5)

En effet, l'association d'un câble coaxial à fuites connecté sur l'entrée et la sortie de l'amplificateur engendre une boucle de réaction.

Une mesure préliminaire a été entreprise afin d'évaluer l'ordre de grandeur du taux de réaction figure (V-6) [54] .

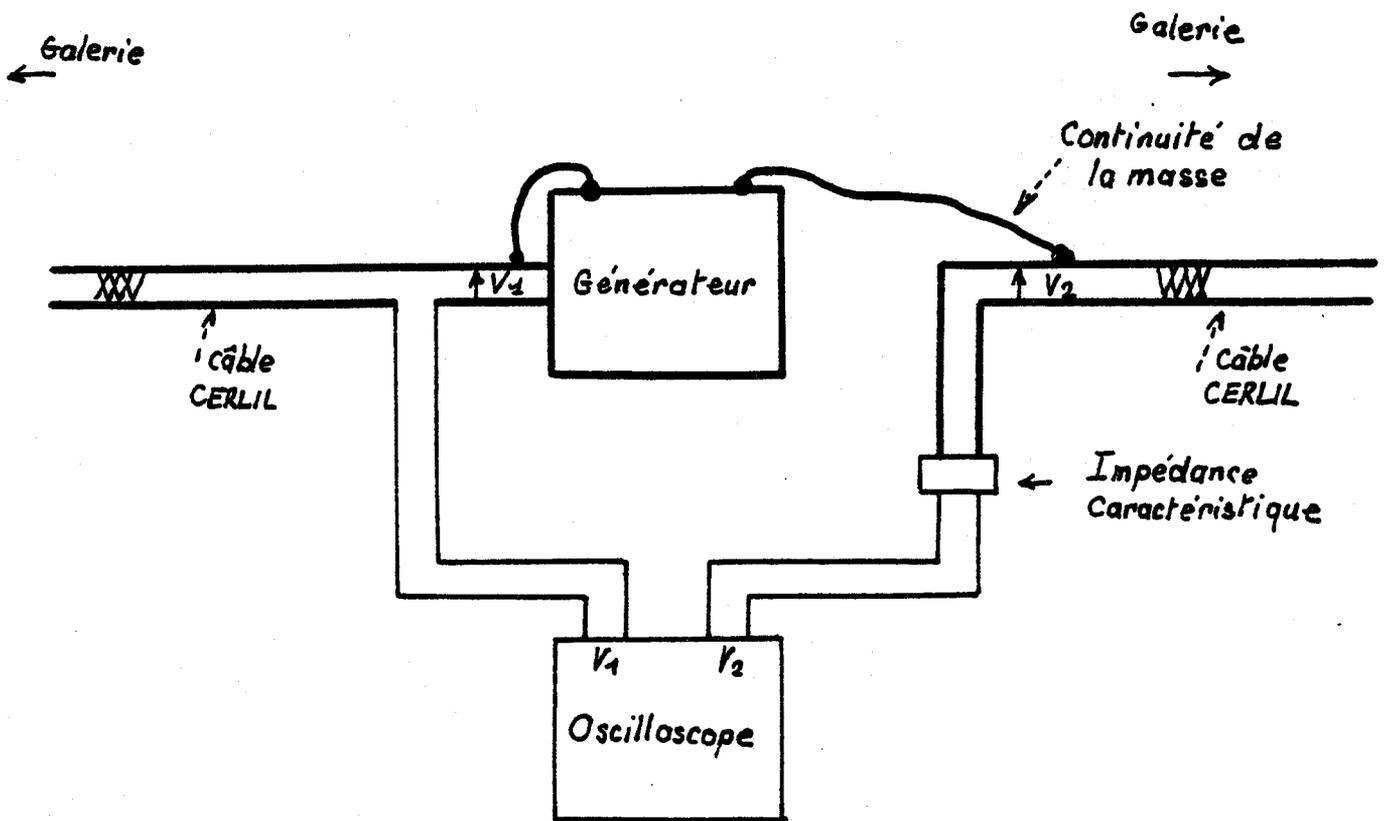


Figure (V-6)

La réaction Entrée-Sortie dépend essentiellement du couplage électromagnétique introduit par la tresse du câble.

Pour évaluer ce paramètre il suffit d'insérer un générateur, comme l'indique le schéma ci-dessus. La mesure du rapport ( $V_1/V_2$ ) de la tension à l'extrémité du câble connectée au générateur et de la tension à l'extrémité libre donne la valeur du taux de réaction.

A la fréquence de 7 MHz le rapport ( $V_1/V_2$ ) est de 40 dB la phase pouvant être quelconque. Cette valeur fixe par conséquent le gain maximum du quadripole amplificateur que nous pouvons introduire dans le réseau de câble CERLIL.

Afin de compléter cette étude préliminaire, des essais d'amplification ont été effectués sur le réseau de câble à fuites implanté sur le secteur Ste Victoire à Gardannes (Houillères du Bassin de Provence).

Les mesures ont été pratiquées dans les liaisons du type (Poste mobile-Poste fixe) ( $Y \rightarrow X$ ) et ( $X \rightarrow Y$ ) figure (V-4,b) et figure (V-4,c).

L'amplificateur a pour caractéristiques :

Fréquence 7 MHz

Bande passante à 3 dB - 280 kHz

Gainsur charge  $50 \Omega$ , 34 dB - Choix du déphasage 0 à  $180^\circ$ .

Les caractéristiques obtenues lors des essais sont reproduites sur la PL(V-6)

PL(V-6,a) Liaison Emetteur fixe connecté à une extrémité du câble ( $z=0$ ) Récepteur mobile ( $Y \rightarrow X$ )

Courbe 1 Sans amplificateur

L'atténuation globale sur 1 700 m est égale à 40 dB.

Courbe 2 Avec amplificateur à 900 m du poste fixe

L'atténuation globale sur 1 700 m est égale à 10 dB.

Le gain est par conséquent de 30 dB, l'expérience a d'autre part montré que les résultats étaient indépendants du déphasage introduit par l'amplificateur.

PL(V-6,b) Emetteur mobile - Récepteur fixe connecté à une extrémité du câble ( $z = 0$ ) ( $X \rightarrow Y$ )

Courbe 1 Sans amplificateur

Atténuation globale sur 1 700 m - 35 dB

Courbe 2 Avec amplificateur à 900 m du poste fixe

Atténuation globale sur 1 700 m - 0 dB

Le gain introduit par l'amplificateur est le même que précédemment.

Cet essai montre que l'amplificateur compense l'atténuation de la liaison du type poste fixe-poste mobile. La compensation est approximativement égale au gain de l'amplificateur.

Le principal inconvénient résultant de l'exploitation des liaisons hertziennes par câble porteur est la concentration de l'énergie à proximité du câble. Ce problème devient déterminant lorsqu'il s'agit de communiquer avec des équipements mobiles portables. Le personnel n'ayant pas toujours accès à l'environnement immédiat du câble, la distance câble antenne devient un paramètre aléatoire ajoutant de ce fait une atténuation supplémentaire. La section importante des galeries de Ste Victoire (3 x 4 m) offrait un site privilégié pour illustrer les avantages apportés par l'insertion d'amplificateurs.

L'expérience mise en oeuvre consiste à détecter le seuil de réception caractérisé par la distance "d" séparant le câble de l'antenne magnétique du récepteur portable figure (V-7).

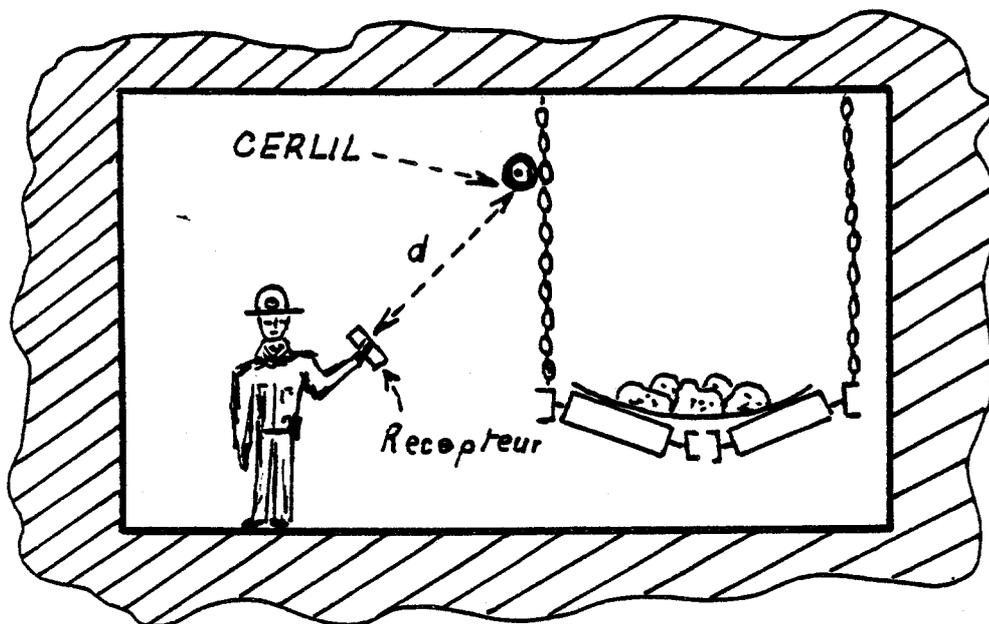
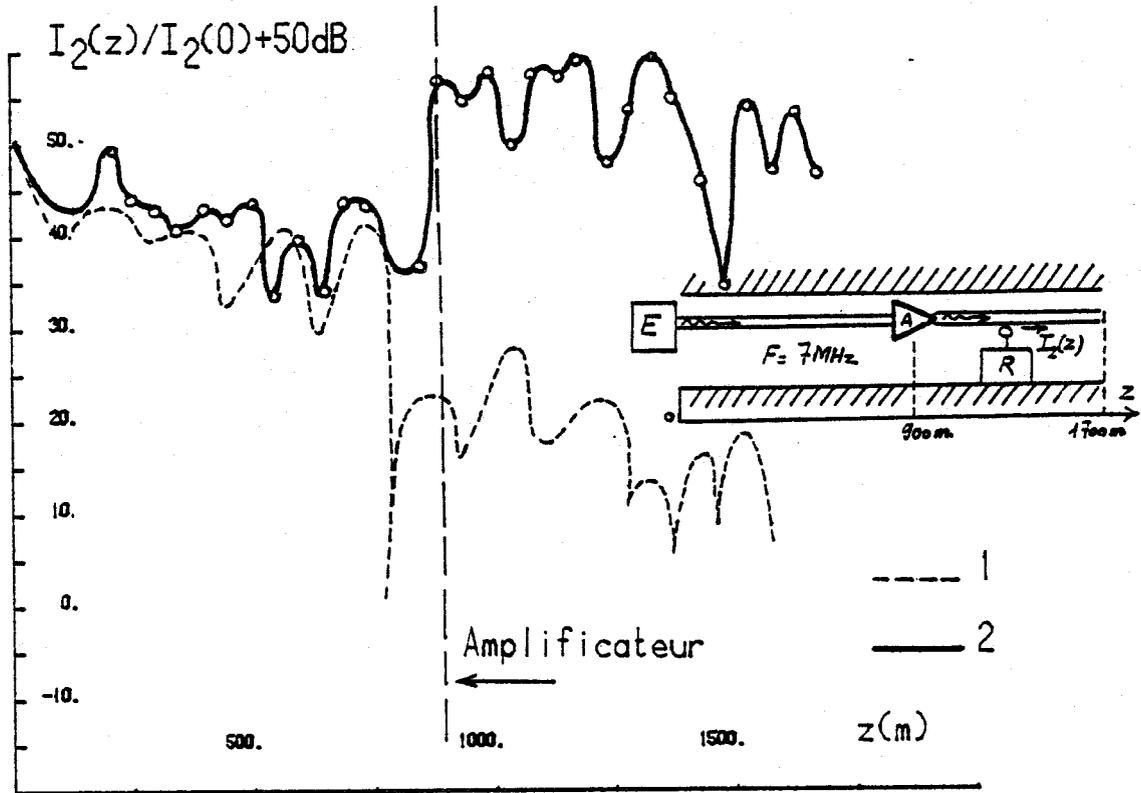
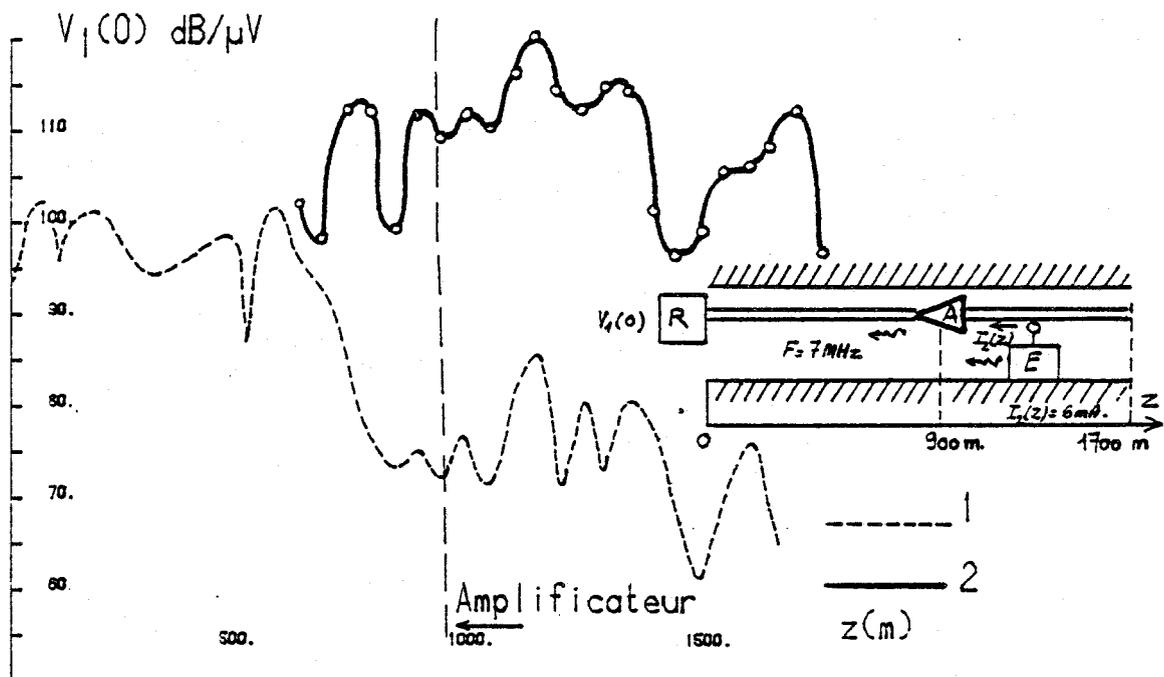


Figure (V-7)



PL(V-6, a)



PL(V-6, b)



La mesure est répétée pour différentes positions du récepteur par rapport à l'émetteur connecté à l'extrémité du câble.

Liaison passive		
Distance Emetteur Récepteur m	courant extérieur dans le câble mA	seuil de réception distance "d" (m)
550 m	12,5 mA	partout dans la galerie
1 200 m	1,2 mA	partout dans la galerie
1 300 m	0,3 mA	d limite = 2 m
1 400 m	0,14mA	d limite = 1,5 m

*Avec l'amplificateur à 900 m de l'émetteur, la réception est possible partout dans la galerie pour l'exploration complète du réseau soit 1 700 m.*

Tableau (V-1)

Les résultats rassemblés dans le tableau (V-1) montrent que l'amplificateur permet la communication en tout point de la galerie sur la totalité du réseau soit 1 700 m. Avec le réseau passif cette possibilité n'est accessible que sur une distance de 1 200 m.

Suite à ces essais positifs, une étude de faisabilité a été entreprise par le département électronique du C.E.R.C H A R., elle fait actuellement l'objet des travaux de C. DAVROU [74] .

L'utilisation de câbles à fuites en vue de l'alimentation des amplificateurs nécessite la conception d'une nouvelle génération de câble. En effet la résistance linéique de la tresse du câble de première génération (CERLIL-1), égale à 30 mΩ/m est beaucoup trop importante pour résoudre le problème de l'alimentation des Amplificateurs.

Pour répondre aux nouvelles spécifications du cahier des charges, l'étude empirique utilisée pour définir les caractéristiques du câble CERLIL-1 devient insuffisante.

La nécessité de relier avec précision l'inductance de transfert la résistance et les caractéristiques géométriques de la tresse nous a conduit à rechercher un modèle théorique "du câble à faible recouvrement".

Cette étude a été développée dans les chapitres II et III de notre thèse, dans le prochain paragraphe nous décrivons la démarche qui permet de définir les caractéristiques d'une nouvelle génération de câble "CERLIL 2"

## V.2. Etude de la nouvelle génération de câble CERLIL

### V.2.1. Modélisation théorique des paramètres du câble à fuites de type CERLIL

La tresse d'un câble est habituellement définie au moyen de cinq paramètres caractéristiques dont nous rappelons la notation et la signification

- $\Theta$  Nombre de fuseaux
- $N$  Nombre de conducteurs par fuseau
- $D$  Diamètre de la tresse
- $d$  Diamètre d'un conducteur élémentaire de la tresse
- $\psi$  Angle de tressage.

La recherche des caractéristiques d'une nouvelle génération de câble sera le résultat d'un processus d'itérations entre ces cinq éléments de construction, les spécifications souhaitées et les trois paramètres accessibles aux mesures en laboratoire

- La résistance linéique du câble :  $R_c$
- L'affaiblissement linéique du câble :  $\alpha_c$
- L'inductance de transfert de la tresse :  $L_t$

Exprimons tout d'abord chacun de ces trois paramètres

- Résistance linéique du câble :  $R_c$

La résistance linéique du câble est due à la contribution de deux termes, la résistance de la tresse  $R_o$  et la résistance du conducteur intérieur  $R_i$

$$R_c = R_o + R_i \quad (V-1)$$

$R_i$  s'exprime très simplement à l'aide du diamètre du conducteur intérieur  $d_i$  et de la conductivité du matériau correspondant

$$R_i = \frac{1}{\sigma_i} \frac{4}{\pi d_i^2} \quad (V-2)$$

Le conducteur intérieur est généralement constitué de plusieurs brins, " $d_i$ " est dans ces conditions égal au diamètre de l'enveloppe.

$R_o$  correspond à l'impédance de transfert aux fréquences basses des blindages composés de conducteurs tressés. Il s'agit de l'expression (IV-1)

$$R_o = \left( \sigma N \frac{\pi d^2}{4} \cos \psi \right)^{-1} \quad (V-3)$$

où  $\sigma$  est la conductivité de la tresse.

- Affaiblissement linéique du câble :  $\alpha_c$

A la fréquence considérée (7MHz), la résistance hautes fréquences du câble  $R_{HF}$  est plus petite que la réactance linéique du câble "L $\omega$ ", l'affaiblissement est alors donné avec une bonne approximation par la relation suivante : [58]

$$\alpha_c = \frac{R_{HF}}{2ZC_1} \quad (V-4)$$

La résistance hautes fréquences est la somme de deux termes :

$$R_{HF} = R_{HF_i} + R_{HF_C} \quad (V-5)$$

$R_{HF_i}$  est la résistance du conducteur intérieur que nous pouvons exprimer sous la forme suivante :

$$R_{HF_i} = \frac{1}{\sigma_i} \frac{1}{\pi d_i \delta_i} \quad (V-6)$$

où  $\delta_i$  est l'épaisseur de pénétration, l'expression (V-6) suppose l'approximation

$$\delta_i \ll d_i \quad (V-7)$$

$R_{HF_C}$  est la résistance hautes fréquences de la tresse, lorsque le recouvrement est assez faible (inférieur à 75 %), une approximation consiste à négliger l'effet de contact des fuseaux et admettre que  $R_{HF_C}$  est une extension de l'expression (V-3) que nous mettons sous la forme :

$$R_{HF_C} = (\sigma N e d \delta \cos \psi)^{-1} \quad (V-8)$$

avec  $\delta \ll d$

Lorsque les conducteurs composant le câble ont une conductivité et perméabilité magnétique identiques, l'atténuation linéique est donnée par l'expression :

$$\alpha_c = \left(\frac{\omega\mu}{8\sigma}\right)^{1/2} \frac{\sqrt{\epsilon_{r1}}}{60 \text{ Log} \left(\frac{D}{d_i}\right)} \left(\frac{1}{\pi d_i} + \frac{1}{NEd}\right) \quad (V-9)$$

Cette écriture suppose que l'impédance caractéristique  $Z_{C1}$  est celle d'une structure coaxiale idéale (sans ouvertures).

- Inductance de transfert du câble  $L_t$

L'inductance de transfert caractéristique du câble à fuites est le coefficient d'induction mutuelle reliant les courants et tensions définis dans la ligne coaxiale et dans la ligne extérieure (monofilaire).

Ce paramètre s'identifie par conséquent à l'inductance de transfert considérée comme le terme complémentaire de l'impédance de transfert introduit dans l'expression (II-11) (chapitre II) .

Les résultats d'expériences pratiquées sur plusieurs prototypes de tresse à faible recouvrement ont d'autre part montré que le modèle théorique de la diffraction par les ouvertures permettait une approche assez précise du calcul de l'inductance de transfert (chapitre III, paragraphe III-3).

Appliquons ce modèle théorique au calcul de l'inductance de transfert du câble CERLIL 1.

L'angle de tressage est égal à  $45^\circ$ , ce cas particulier nous permet de confondre l'ouverture de diagonale "L", au cercle circonscrit de diamètre "L". L'inductance de transfert est donnée par l'expression (III-58) que nous écrivons sous la forme :

$$L_t = \frac{\nu\mu_0 L^3}{6\pi^2 D^2} \quad (V-10)$$

où  $v$  est la densité d'ouverture tirée de l'expression (III - 57) soit :

$$v = \frac{e^2}{2\pi D} \quad (\psi = 45^\circ) \quad (V-11)$$

Une meilleure approximation consiste à calculer numériquement la polarisabilité magnétique du losange.

Les valeurs obtenues par le modèle théorique et par l'expérimentation sont les suivantes :

Cercle circonscrit	$L_t = 50 \text{ nH/m}$	} Modélisation théorie de la diffraction
Losange	$L_t = 36 \text{ nH/m}$	

Résultat de la mesure sur échantillon CERLIL 1  $L_t = 25 \text{ nH/m}$

Nous constatons une dispersion entre les valeurs données par le modèle et le résultat de l'expérience, l'étude des paramètres de transfert (chapitre III) prévoyait une telle dispersion. En effet nous avons montré que la théorie de la diffraction par les ouvertures n'offre un résultat satisfaisant que pour les recouvrements de la tresse supérieurs à 60 %.

Pour définir les caractéristiques du nouveau câble, nous souhaitons conserver un diamètre extérieur du même ordre de grandeur que précédemment. La seule possibilité pour réduire ce paramètre est l'accroissement du recouvrement. Compte tenu de cette remarque nous avons choisi un recouvrement voisin de 60 %, cette situation renforce la crédibilité du modèle à diffraction. A titre de comparaison nous rappelons les résultats obtenus avec un câble prototype (recouvrement  $A = 64 \%$ , Expérience LC-1, paragraphe III-3).

Cercle circonscrit	$L_t = 22 \text{ nH/m}$	} Modélisation par la théorie de la diffraction
Losange	$L_t = 16,2 \text{ nH/m}$	

Résultat de mesure (expérience LC-1)  $L_t = 16 \text{ nH/m}$

Le bon accord entre l'expérience et les données fournies par le modèle théorique autorise par conséquent l'application de la théorie de la diffraction en vue de déterminer les caractéristiques géométriques du câble CERLIL-2.

### V.2.2. Recherche des caractéristiques géométriques du câble coaxial à fuites CERLIL-2

La recherche d'une nouvelle structure géométrique a été établie sur trois possibilités pour le choix du diamètre de la tresse  $D = 6,5$  mm, 9 mm et 11 mm.

Le nombre de fuseaux et l'angle de tressage sont identiques aux paramètres de la version précédente soit :

$$e = 8 \quad \psi = 45^\circ$$

La simulation théorique en liaison Emetteur-mobile, Récepteur-fixe ( $X \rightarrow Y$ ) permet, compte tenu des expressions (V-9) et (V-10) de rechercher, l'inductance de transfert compatible avec les performances souhaitées.

Les critères de comparaison utilisés sont le niveau reçu sur le récepteur (émetteur à proximité) et l'atténuation globale sur 2000 m.

L'impédance caractéristique du câble est  $Z_{C1} = 50 \Omega$ , la constante de permittivité relative  $\epsilon_{r1} = 1,5$ , ce paramètre intervient lors du calcul de la constante de phase intrinsèque du câble coaxial donnée par l'expression :

$$\beta_c = \frac{\omega \sqrt{\epsilon_{r1}}}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{L_t}{L} \right) \quad (V-12)$$

$$c = 3.10^8 \text{ m/s}$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière et  $L$  l'inductance linéique de la structure coaxiale idéale (sans ouvertures). Cette relation est le résultat obtenu à partir de l'expression (III-33) (chapitre III), lorsque nous négligeons la capacité de transfert et admettons l'approximation.

$$L_t \ll L$$

$$(V-13)$$

Le réseau de courbes figuré sur la PL(V-7) montre l'allure générale des caractéristiques obtenues avec le câble de diamètre 9 mm. Les itérations numériques ont été chaque fois pratiquées sur 4 valeurs de l'inductance de transfert ( $L_t = 33, 25, 20, 15$  nH/m).

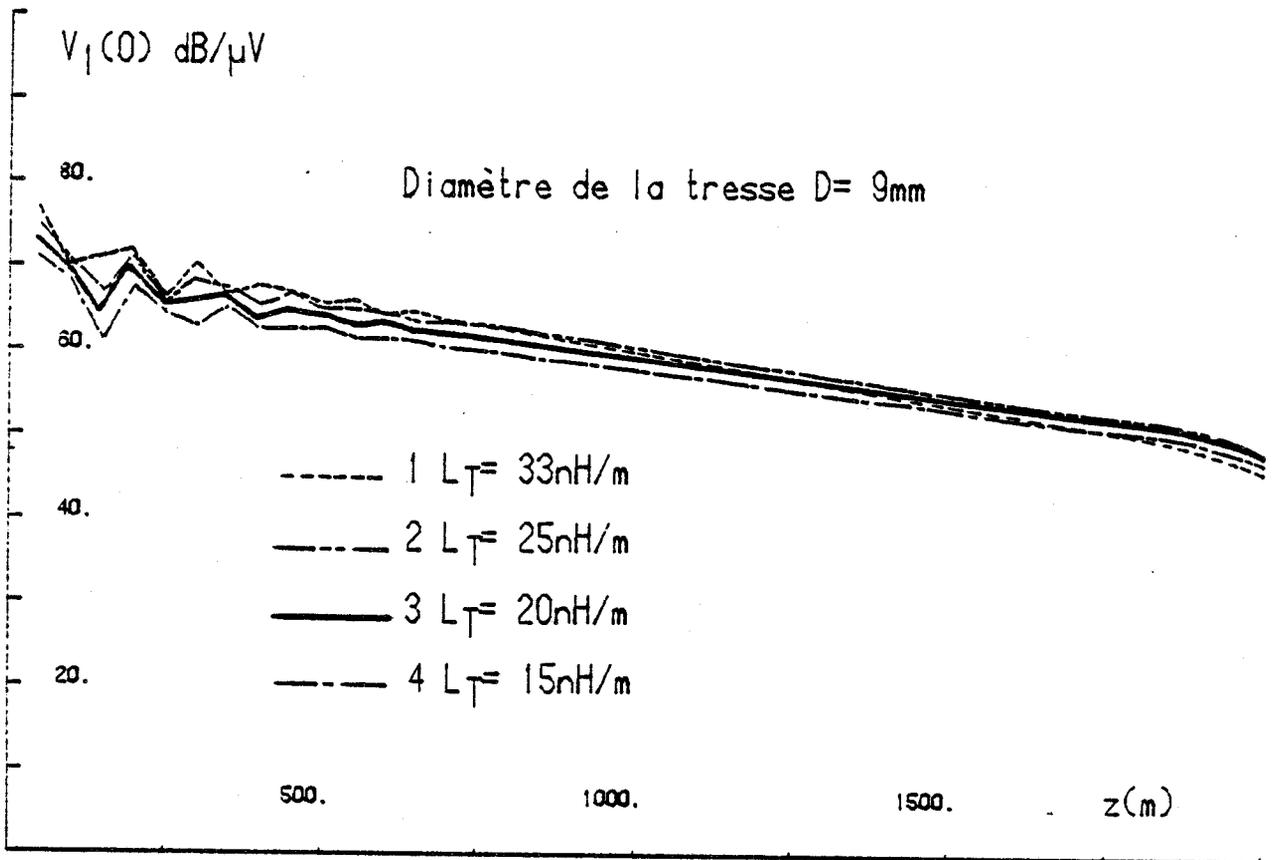
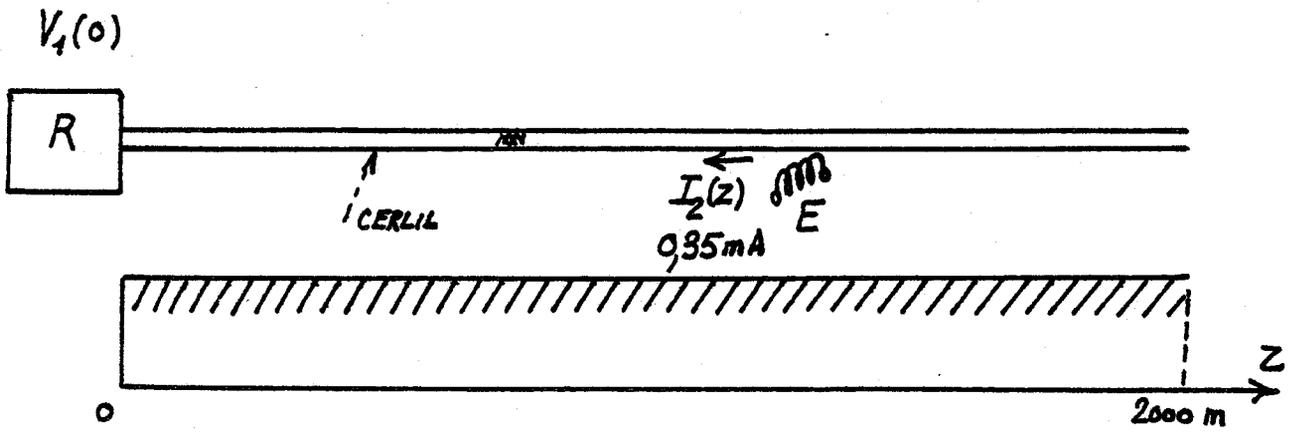
L'inductance de transfert d'environ 20 nH/m offre pour chacune des trois structures envisagées le meilleur compromis entre le niveau de réception et l'atténuation sur 2000 m. Le courant injecté par l'émetteur étant toujours le même  $I_2(z) = 0,35$  mA.

L'inductance de transfert déterminée, nous pouvons en combinant les expressions (V-10) et (V-11), calculer le taux de recouvrement correspondant. Ce paramètre fixe ensuite le diamètre des conducteurs de la tresse et le nombre de conducteurs par fuseau compatible avec les impératifs de construction.

La structure définitivement retenue donnant le meilleur rapport coût -performances et la résistance de la tresse souhaitée est conforme aux caractéristiques suivantes :

Caractéristiques CERLIL - 2

Diamètre du conducteur intérieur	$D_a = 3$	mm
Diamètre de la tresse	$D_p = 9$	mm
Diamètre extérieur	$D_s = 15$	mm
Nombre de fuseaux	$e = 8$	
Nombre de conducteurs par fuseau	$N = 8$	
Diamètre d'un conducteur élémentaire	$d = 0,2$	mm
Angle de tressage	$\psi = 45^\circ$	
Impédance caractéristique	$Z_{C1} = 50$	$\Omega$
Recouvrement	$A = 0,54$	
Permittivité du diélectrique primaire	$\epsilon_{r1} = 1,8$	



### V.2.3. Comparaison des câbles CERLIL-1 et CERLIL-2 du point de vue de l'exploitation

Un réseau expérimental équipé du câble CERLIL-2 a été implanté sur le site du siège Ledoux à Condé sur l'Escaut (H.B.N.P.C.). Des mesures effectuées en laboratoire et des essais in situ nous permettent de comparer chaque génération de câble du point de vue de l'exploitation.

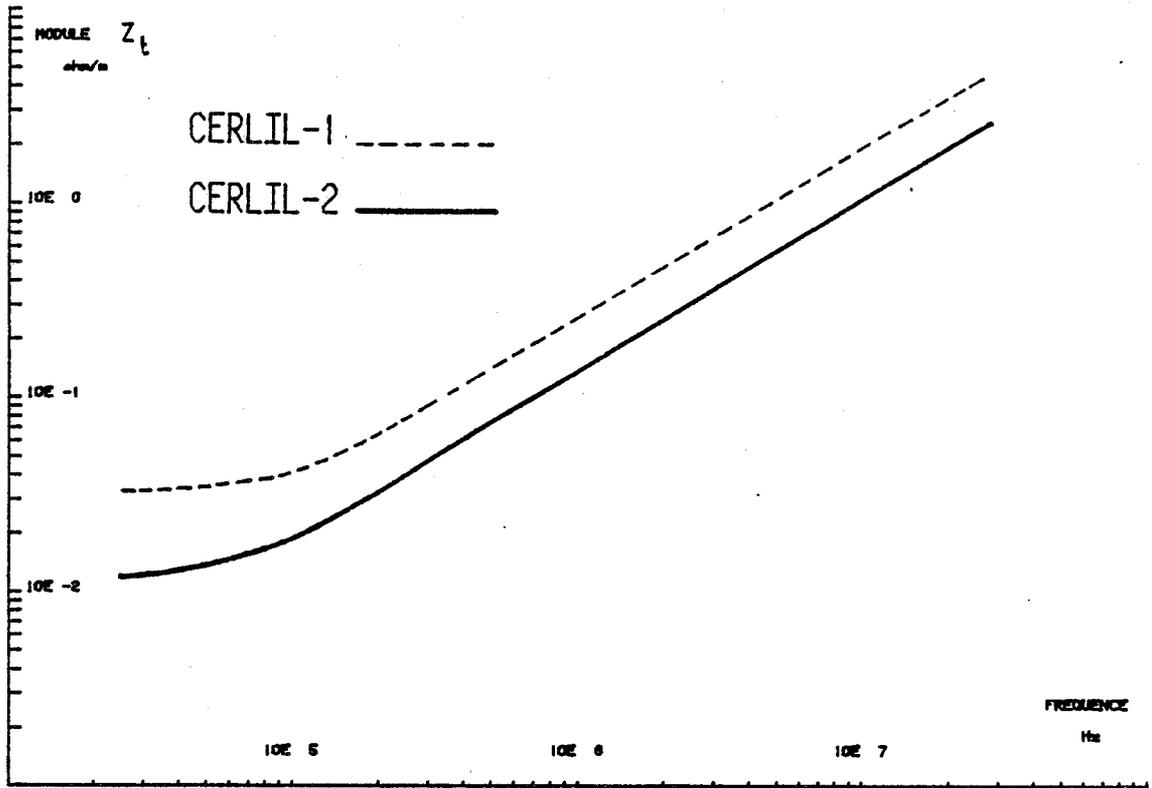
#### • Mesures en laboratoires

Ces mesures concernent l'évaluation des paramètres de transfert, de la résistance linéique du câble et l'atténuation du câble.

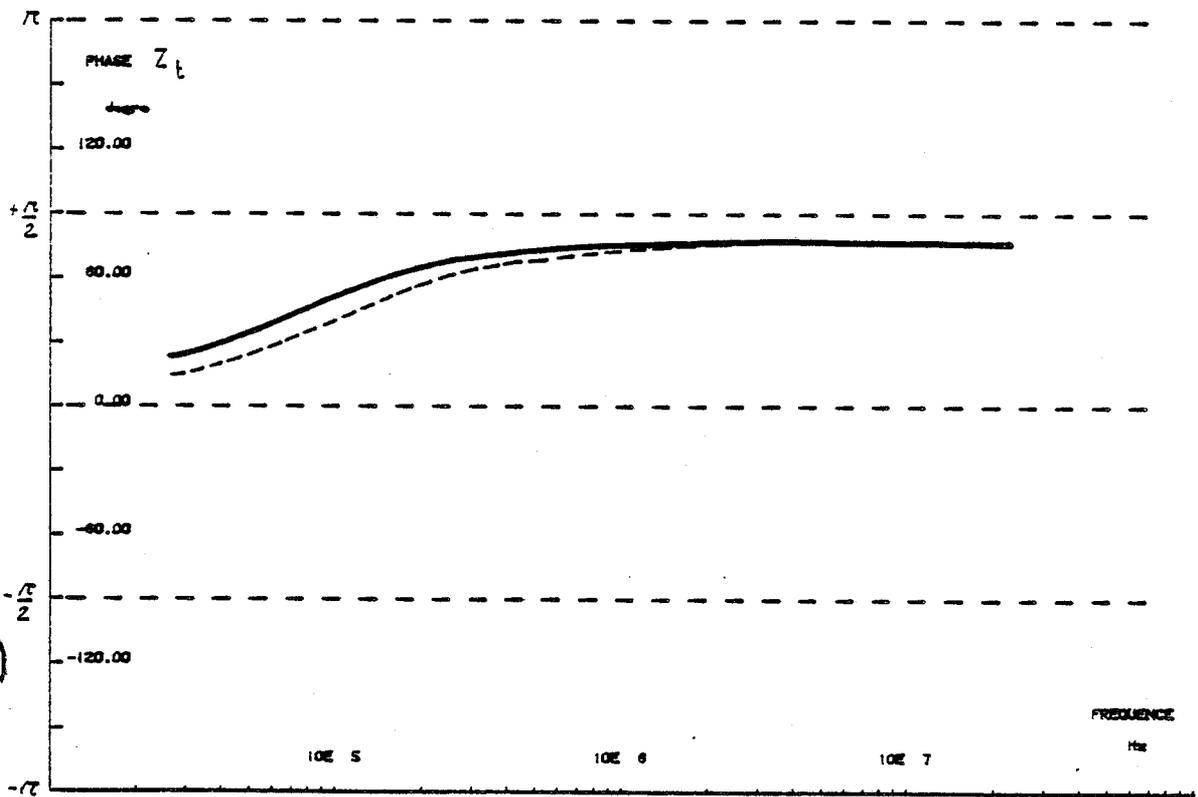
Sur la PL(V-8,a) et PL(V-8,b) sont reproduites les variations des module et phase de l'impédance de transfert relatives aux échantillons de câbles CERLIL-1 et CERLIL-2. Nous en déduisons la valeur de l'inductance de transfert et de la résistance linéique de la tresse :

$$\left. \begin{array}{l} L_t = 25 \text{ nH/m} \\ R_o = 30 \text{ m}\Omega/\text{m} \end{array} \right\} \text{ CERLIL-1}$$
$$\left. \begin{array}{l} L_t = 18 \text{ nH/m} \\ R_o = 10 \text{ m}\Omega/\text{m} \end{array} \right\} \text{ CERLIL-2}$$

Ces résultats montrent que le modèle théorique de la diffraction, permet d'approcher avec une précision très satisfaisante le calcul de l'inductance de transfert du câble à fuites de type CERLIL. La résistance de la tresse est trois fois plus petite que celle obtenue sur la première version du câble. Pour apporter une conclusion définitive à la faisabilité de l'alimentation des amplificateurs, comparons la résistance totale des deux échantillons (conducteur intérieur  $R_i$  et tresse  $R_o$ ).



PL(V-8, a)



PL(V-8, b)

BHS  
LILLE

$$R_o + R_i = 35 \text{ m}\Omega/\text{m} \quad \text{CERLIL-1}$$

$$R_o + R_i = 13 \text{ m}\Omega/\text{m} \quad \text{CERLIL-2}$$

La résistance de 13  $\Omega$  par kilomètre donnée par le câble CERLIL-2 permettra l'alimentation des amplificateurs sans chute de tension excessive.

Une mesure directe de l'atténuation du câble a été effectuée en fonction de la fréquence sur des tronçons d'une longueur de 500 m

Les affaiblissements linéiques mesurés entre 3 et 25 MHz sont reproduits par les courbes de la figure (V-9)

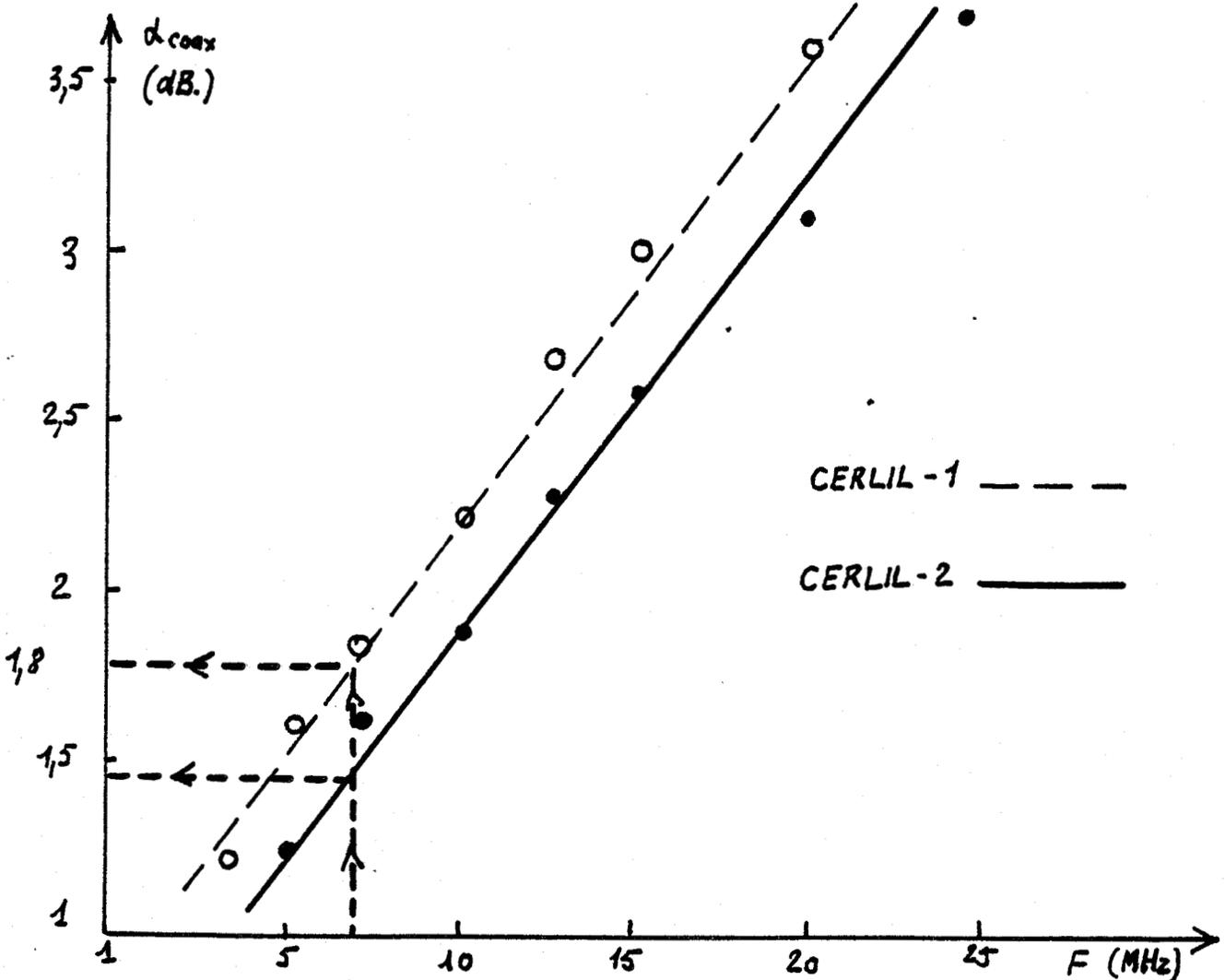


Figure V-9

L'affaiblissement à la fréquence de 7 MHz est pour chacun de ces échantillons :

$\alpha_{\text{coax.}} = 1,8 \text{ dB}/100 \text{ m}$	CERLIL-1	} $F = 7 \text{ MHz.}$
$\alpha_{\text{coax.}} = 1,5 \text{ dB}/100 \text{ m}$	CERLIL-2	

La modification des caractéristiques de la tresse a peu d'influence sur l'affaiblissement. A la fréquence de 7 MHz, il a conduction de surface, la résistance du câble est dans ce cas principalement dominée par la résistance du conducteur intérieur.

L'écart enregistré lors de l'expérience est encore réduit par la nature de matériaux composant les conducteurs. Pour la première génération il s'agit de cuivre argenté pour la seconde de cuivre nu.

L'atténuation globale en liaison poste fixe- poste mobile sera toutefois plus faible pour le réseau équipé du câble CERLIL-2, les résultats précédents laissent escompter une amélioration de 6 dB sur 2000 m.

• Mesures sur site

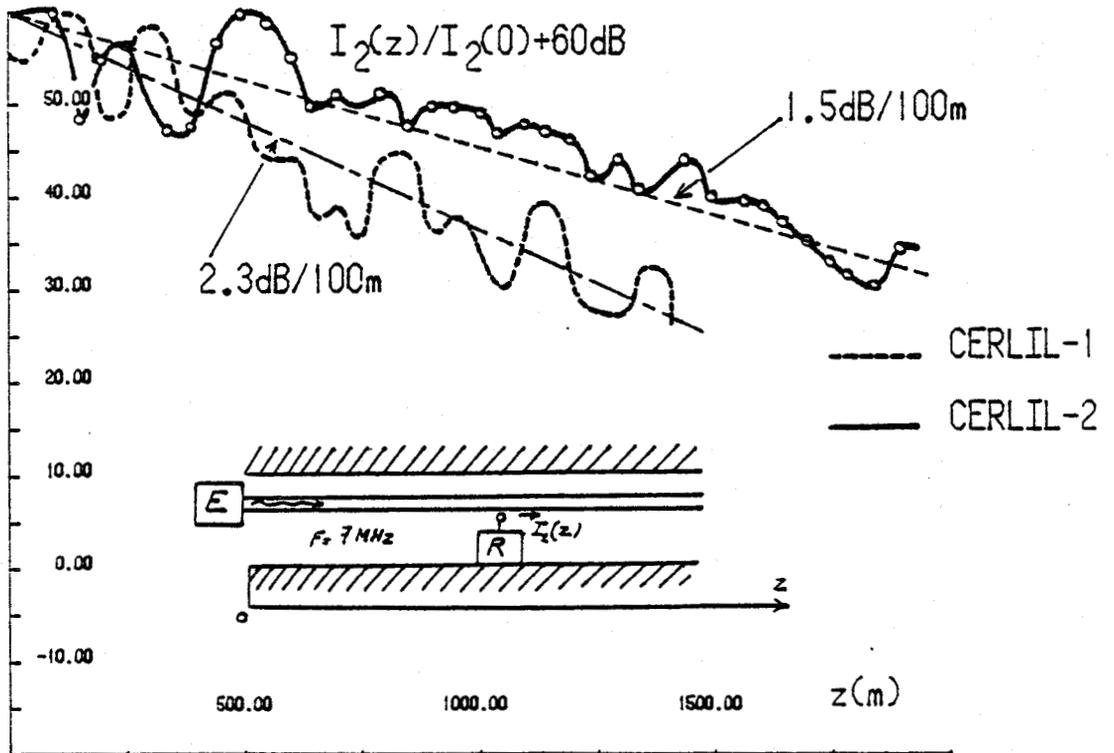
Sur la PL(V-9) sont reproduits les résultats de mesures obtenus sur le câble CERLIL-2 implanté au siège Ledoux. A titre de comparaison sont également reproduits les résultats obtenus avec le câble CERLIL-1 (expériences du siège Wendel PL(V-4)).

PL(V-9,a) Emetteur connecté à une extrémité ( $z = 0$ ) - Récepteur mobile ( $Y \rightarrow X$ ).

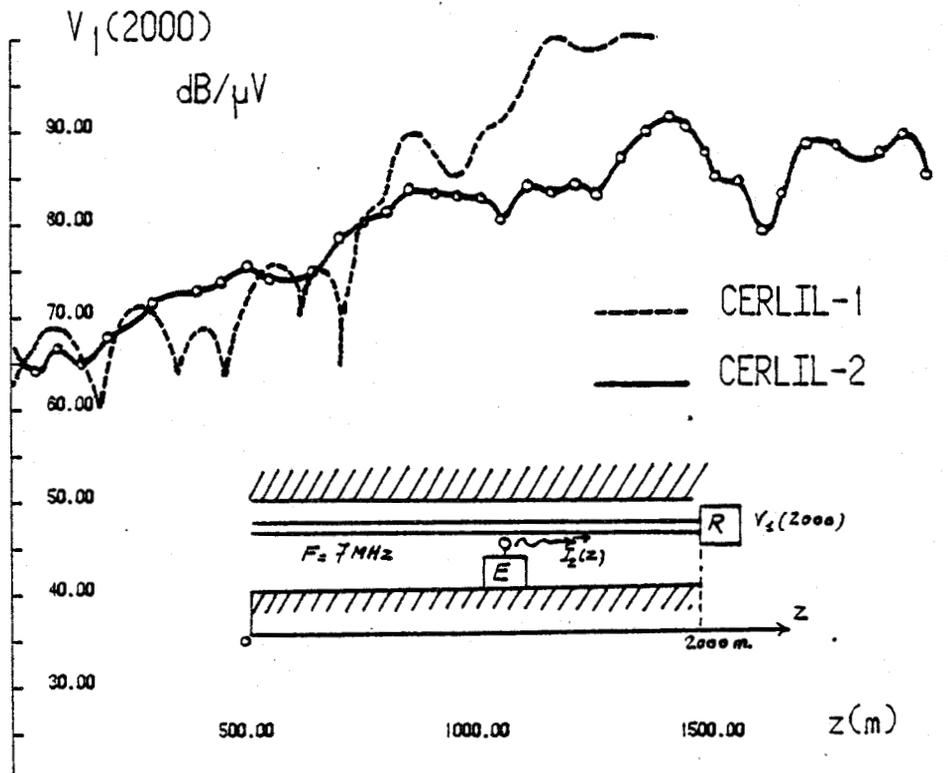
L'affaiblissement moyen enregistré avec le câble CERLIL-2 est de 1,5 dB/100 m, tandis que pour l'expérience faite avec le câble CERLIL-1 il est de 2,3 dB/100 m. Extrapolés sur une distance de 2 000 m ces résultats montrent que le gain réalisé sur l'atténuation est de 16 dB. Cette amélioration est partiellement due à l'affaiblissement plus faible du câble CERLIL-2 mais également à des conditions d'expérimentation différentes (pose du câble)

PL(V-9,b) Récepteur connecté à une extrémité ( $z = 2\ 000\ m$ ) Emetteur mobile ( $X \rightarrow Y$ ).

La tension maximum recueillie sur le récepteur est égale à 93 dB/ $\mu$ v pour l'expérience faite avec le câble CERLIL-2, avec CERLIL-1, cette tension est de 100 dB/ $\mu$ v. Nous voyons que la diminution de l'inductance de transfert a engendré une atténuation de couplage de 7 dB. Cet effet est toutefois largement compensé par l'affaiblissement linéique, puisque sur 2 000 mètres nous obtenons un niveau identique à celui observé sur une liaison de 1500 mètres équipée du câble CERLIL-1.



PL(V-9, a)



PL(V-9, b)

Ces résultats entraînent les trois remarques suivantes :

- Le câble CERLIL-2 permet une amélioration appréciable des performances des liaisons entre poste fixe et poste mobile.
- Le câble autorise l'alimentation d'une chaîne d'amplification.
- Les caractéristiques de résistance mécanique du câble CERLIL-2 sont améliorées puisque le diamètre du câble est plus important.

V.2.4. Comportement des câbles à fuites vis à vis des perturbations électromagnétiques [55] , [56]

L'induction des perturbations électromagnétiques dans le réseau de câble à fuites va se manifester sous deux aspects. Le câble collecte toutes les perturbations réparties sur le réseau et la pénétration de ces perturbations dans le câble dépend essentiellement des caractéristiques de blindage présentées par la tresse.

Sur la figure (V-10) sont reproduits des résultats de mesures effectuées sur le réseau de câble à fuites CERLIL-1 d'une longueur de 7 000 mètres (avec bifurcations) implanté au siège 4 de LENS H.B.N.P.C.

Figure (V-10,a) Amplitude du champ électrique perturbateur mesuré dans la galerie à proximité du récepteur.

Figure (V-10,b) Amplitude des tensions perturbatrices recueillies sur le récepteur connecté au câble.

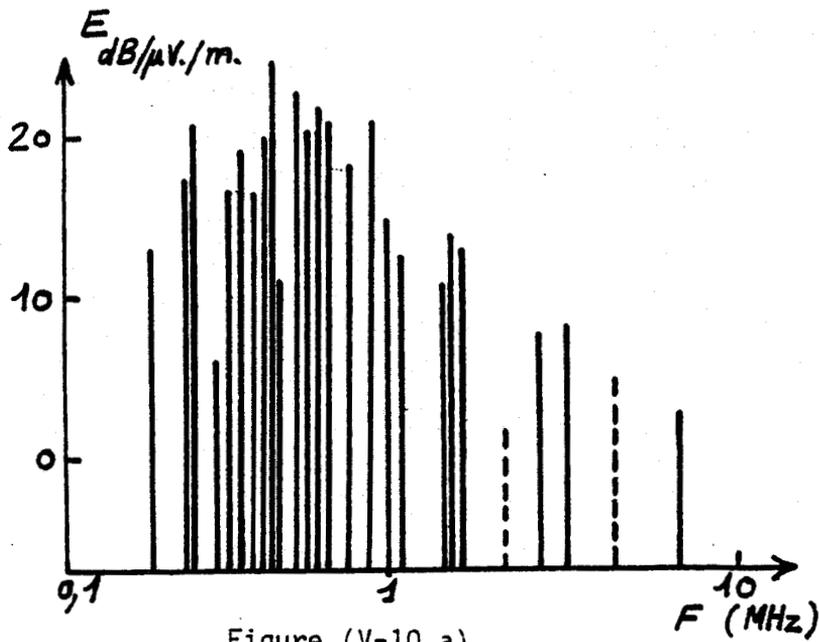


Figure (V-10,a)

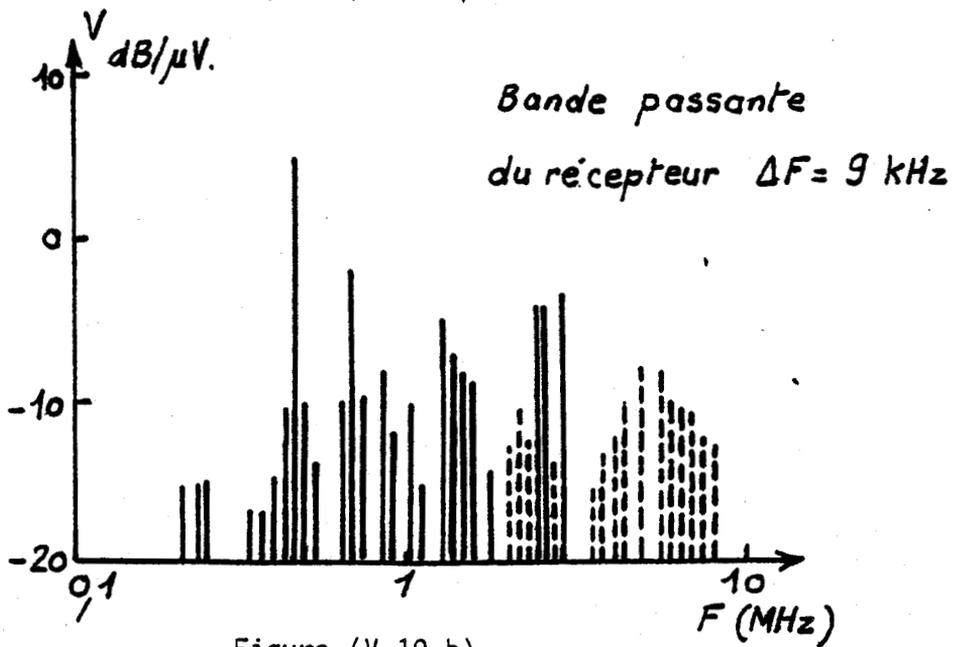


Figure (V-10,b)

L'amplitude des perturbatrices basses fréquences apparaissant sur le récepteur sont atténuées par le blindage du câble. Dans la région hautes fréquences du spectre nous observons une densité plus importante des perturbations (traits pointillés) ces raies hautes fréquences sont introduites par les moteurs asynchrones qui équipent les convoyeurs et la machinerie d'extraction du charbon.



Ces moteurs sont répartis le long du réseau, ils induisent par conséquent des perturbations qui sont véhiculées par le câble à fuites.

Ces mesures correspondent à des bruits sous forme d'impulsions (trait continu) ou de raies spectrales (traits pointillés). Si nous comparons le niveau de bruit recueilli sur le récepteur à la fréquence de 7 MHz dans une bande passante de 9 kHz et la sensibilité minimum du récepteur soit:  $10 \mu\text{V}$ , nous obtenons un rapport signal/Bruit de 28 dB ce qui correspond à un niveau tout à fait tolérable. Enfin nous pouvons constater sur la figure (V-10,b) que le niveau de bruit est pratiquement uniforme sur la bande 1-10 MHz et qu'il ne constitue donc pas un critère décisif pour le choix de la fréquence.

## C O N C L U S I O N

-----

Les mesures effectuées sur les installations équipées de la première génération du câble de type CERLIL peuvent être caractérisées par l'atténuation moyenne du courant extérieur au câble. Si nous normalisons les résultats au cas particulier de la liaison hertzienne entre poste fixe et poste mobile (Y → X ou X → Y) et sur une distance de 2 000 mètres, l'atténuation enregistrée à la fréquence de 7 MHz est pratiquement la même quelque soit le site 46 dB/ 2 000 mètres.

Une amélioration très satisfaisante des performances de la liaison peut être obtenue par l'amplification du mode de propagation coaxial. Compte-tenu de la réaction entrée-sortie introduite par le blindage à fuites, nous avons montré que le gain maximum toléré par l'amplificateur inséré dans la ligne doit être de 40 dB la phase pouvant être quelconque.

Des expériences mises en oeuvre in-situ ont d'autre part montré que des amplificateurs espacés de 900 mètres ayant un gain de 34 dB et une bande passante de 280 kHz compensaient très efficacement l'atténuation en ligne.

L'insertion d'amplificateurs sur les réseaux futurs, nécessite une diminution importante de la résistance linéique de la tresse. La compréhension du mécanisme de couplage électromagnétique à travers les tresses à faible recouvrement a conduit à un modèle théorique définissant très exactement les caractéristiques d'une nouvelle génération de câbles.

Nous comparons les paramètres essentiels de chaque câble relevés à partir de mesures pratiquées au Laboratoire :

### Première génération CERLIL-1

Résistance de la tresse	$R_0$	= 30 m $\Omega$ /m
Inductance de transfert	$L_t$	= 25 nH/m
Affaiblissement coaxial	$\alpha_{\text{coax.}}$	= 1,8 dB/100m (7 MHz)

## Seconde génération CERLIL-2

Résistance de la tresse	$R_0$	=	10 m $\Omega$ /m	
Inductance de transfert	$L_t$	=	18 nH/ m	
Affaiblissement coaxial	$\alpha_{\text{coax}}$	=	1,5 dB/100 m	(7 MHz)

La nouvelle structure de tresse a peu modifié l'inductance de transfert, le couplage électromagnétique sera donc pratiquement inchangé. La résistance linéique est trois fois plus petite et la nouvelle version montre une amélioration de l'affaiblissement coaxial.

Les mesures faites sur le réseau de câble CERLIL-2 implanté au siège Ledoux (H.B.N.P.C.) ont montré une amélioration très appréciable de l'atténuation engendrée dans les liaisons poste fixe - poste mobile. Sur une distance de deux milles mètres le gain par rapport aux résultats obtenus avec le câble CERLIL-1 est approximativement de 16 dB. D'autre part la diminution importante de la résistance linéique de la tresse permet de résoudre le problème de l'alimentation des amplificateurs.

Les caractéristiques de résistance mécanique du câble CERLIL-2 sont également améliorées par l'utilisation de matériaux isolants plus denses et par un diamètre extérieur du câble plus important (15 mm).

Ces éléments laissent espérer un accroissement des possibilités offertes par les télécommunications par câble à fuites. L'insertion d'amplificateurs combinée à cette nouvelle génération de câble permettra dans un avenir très proche le développement de réseaux de câbles couvrant des distances très importantes.

CONCLUSION

## C O N C L U S I O N

---

Le projet faisant initialement l'objet de notre thèse était l'étude des télécommunications en galeries de mines au moyen d'un câble coaxial à fuites.

La recherche d'une tresse à faible recouvrement qui facilite le couplage électromagnétique a nécessité une étude approfondie de ce phénomène. La complexité des mécanismes physiques provoquant le transfert du champ électromagnétique à travers une surface hétérogène constituée de conducteurs et d'ouvertures nous a conduit à élargir le thème initial de notre travail.

Nous nous sommes par conséquent orientés vers l'étude des tresses abordée du point de vue très général de leur efficacité de blindage. Nous avons conduit ce travail avec le souci d'aboutir à une étude fondamentale tout autant rigoureuse qu'utilisable.

"L'efficacité de blindage" de l'enveloppe extérieure d'une structure coaxiale est tout d'abord définie par l'impédance de transfert. Nous avons montré que le caractère universel et intrinsèque de ce paramètre permettait de le traiter comme une impédance mutuelle afin de l'introduire dans le système des lignes couplées.

Une première étape a été d'associer cette notion à la recherche d'un modèle théorique du blindage homogène. Les tensions perturbatrices apparaissant aux extrémités du câble s'expriment alors en fonction des constantes physiques et géométriques du blindage.

Une application de ce modèle a été donnée pour déterminer les conditions d'optimisation d'une structure comprenant trois blindages homogènes concentriques.

Pour généraliser la modélisation au cas des blindages tressés il faut introduire deux paramètres supplémentaires l'inductance et la capacité de transfert. Ils traduisent respectivement la pénétration des composantes magnétiques et électriques du champ perturbateur à travers les ouvertures. Des expressions très simples de chacun de ces paramètres ont été proposées.

La confrontation de ce modèle théorique avec les résultats de l'expérience a montré que l'approximation de la diffraction par les ouvertures était justifiée pour les recouvrements supérieurs à 60 %.

Ces résultats ont ensuite été largement utilisés pour déterminer avec une précision très satisfaisante les caractéristiques du câble coaxial à fuites de type CERLIL, qui est actuellement en exploitation sur quelques dizaines de kilomètres de galeries des Charbonnages de France.

L'extension de ces raisonnements aux tresses à recouvrement important a révélé toute la complexité des mécanismes de pénétration. L'expérience a mis en évidence la coexistence de deux phénomènes de couplage respectivement associés à la pénétration par les ouvertures et à des effets de surfaces. Le second phénomène de couplage a d'ailleurs été interprété au moyen d'un modèle théorique basé sur l'induction des courants de FOUCAULT.

Les nombreux résultats que nous avons donnés n'ont pu être obtenus que grâce à une méthode de mesure souple et rapide basée sur la technique en impulsions.

Le recours à cette solution nous a permis de progresser très efficacement dans la compréhension des phénomènes de couplage électromagnétique à travers les tresses.

Une application immédiate concerne tout d'abord la recherche des structures de tresse, offrant l'efficacité de blindage optimale. Nous avons trouvé par l'expérimentation le choix critique du recouvrement et de l'angle de tressage qui donne l'impédance de transfert minimum. La recherche de ces conditions au moyen de la combinaison des modèles théoriques demeure encore imprécise. Pour maîtriser cet aspect du problème il faut approfondir la connaissance que nous avons des phénomènes et notamment chercher à évaluer l'influence de la déformation de la tresse provoquée lors du bobinage sur la pénétration du champ.

A plus long terme, l'étude des structures coaxiales peut aider très efficacement l'analyse des problèmes rencontrés en compatibilité électromagnétique.

Pour généraliser cette étude il faut considérer d'autres variétés de structures coaxiales et notamment les blindages composés de rubans métalliques et les effets associés aux discontinuités de blindage. Ce travail nécessitera en plus l'exploration du spectre des hautes fréquences étendues à la gamme (30 - 100 MHz).

## BIBLIOGRAPHIE

B I B L I O G R A P H I E

=====

- [1] S.A. SCHELKUNOFF  
"The electromagnetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical shields"  
Bell System. Tech. pp 533-579 Oct. 1934
  
- [2] S.A. SCHELKUNOFF and F.M. ORENKO  
"Cross talk between coaxial transmission lines"  
Bell system Tech. pp 144-164 1937.
  
- [3] E.P. FOWLER  
"Some recent work on the screening efficiency of braided and multiscreened signal cables"  
A.E.E. Winfrith int. Rep. Dorchester U.K.
  
- [4] D.R.J. WHITE  
"Handbook on electromagnetic shielding materials and performance"  
Ed. by Don. White Cons. Inc., German town, Maryland 1975.
  
- [5] B. DEMOULIN, P. DEGAUQUE, J. FONTAINE, M. CAUTERMAN and R. GABILLARD  
"Theoretical investigation and experiment of shielding effectiveness of a multibraided coaxial cable"  
I.E.E.E. International Symp. on Electromagnetic Compatibility  
WASHINGTON 13-15 July 1976, pp. 210-214
  
- [6] B. DEMOULIN, P. DEGAUQUE, M. CAUTERMAN and R. GABILLARD  
"Behaviour of a three braided coaxial cable in a Wide frequency range".  
Papier invité pour présentation à :  
IEEE/URSI Symp. AMHERST Mass. October 1976.
  
- [7] B. DEMOULIN  
"Application de la notion d'impédance de transfert au calcul du blindage d'un câble à haute immunité aux perturbations électromagnétiques et au calcul de faisabilité d'une télécommunication par câble coaxial rayonnant"  
Thèse Doctorat 3ème cycle LILLE Septembre 1973.
  
- [8] K.E. GOULD  
"Cross talk in coaxial câbles - Analysis based on short circuited and open tertiaries  
Bell Syst. Techn. pp 341-357 July 1940.

- [9] B. DEMOULIN, P. DEGAUQUE et S. NADER  
"Pénétration d'une onde électromagnétique plane à travers une paroi conductrice de dimensions transversales infinies"  
Rapport d'avancement convention CNET/USTL Janvier 1980.
- [10] J.A. GRUNDY  
"Sinusoidal response of coaxial current shunt"  
Proc. I.E.E. Vol. 124 n° 5 May 1977.
- [11] F.A.M. RIZK  
"Low frequency shielding effectiveness of a double cylinder enclosure"  
I.E.E.E. Trans. on Electromagnetic Compatibility  
Vol. E.M.C. 19 n° 1 February 1977.
- [12] S. SHENFELD  
"Coupling impedance of cylindrical tubes"  
I.E.E.E. Trans. on Electromagnetic Compatibility  
Vol. E.M.C. 14 n° 1 February 1972.
- [13] P. DEGAUQUE, B. DEMOULIN  
"Etude des câbles coaxiaux à tresses multiples soumis à des perturbations électromagnétiques"  
Journées d'Etudes SEE, 16 novembre 1977, ref. 77 25422.
- [14] B. DEMOULIN, P. DEGAUQUE, M. CAUTERMAN and R. GABILLARD  
"Shielding performance of triply shielded coaxial cable".  
I.E.E.E. Trans. on Electromagnetic Compatibility  
Vol. EMC 22 n° 3 August 1980, pp. 173-180.
- [15] K.F. CASEY  
"On the effective transfer impedance of thin coaxial cable shields"  
I.E.E.E. Trans on Electromagnetic Compatibility  
Vol. EMC 18 n° 3 August 1976, pp 110-117.
- [16] D.E. MEREWETHER and T. FRANK EZELL  
"The effect of mutual inductance and mutual capacitance on the transient response of braided shield coaxial cable"  
I.E.E.E. Trans on Electromagnetic Compatibility  
Vol. EMC 18 n° 1 February 1976, pp 15-20.
- [17] S. FRANKEL  
"Multiconductor transmission line analysis"  
Edit. Artech House Inc. 1977.

- [18] L.W. RICKETTS, J.E. BRIDGES, J. MILETTA  
"EMP Radiation and protective techniques"  
Ed. John Wiley New-York 1976.
- [19] L. KRUGEL  
"Mechrfachschirmung flexiber koaxialkabel"  
Telefunken Zeitung, dezember 1956, Helft 114.
- [20] B. DEMOULIN, P. DEGAUQUE and R. GABILLARD  
"Transient response of braided-wire shields", présenté à I.E.E.E. Intern.  
Symp. on Electrom. Compat., San Diego, Octobre 1979, Proceedings 79 CH 1383-9  
EMC, pp. 19-26.
- [21] B. DEMOULIN et P. DEGAUQUE  
"Etude expérimentale du blindage des tresses de câbles coaxiaux : méthodes  
en impulsions"  
1ère partie : Description du dispositif de mesure - Mai 1980. Rapport USTL
- [22] B. GABILLARD  
Thèse 3ème cycle (en préparation)
- [23] J.C. LECOMPTE et J. BUISSON  
"Mesures et simulations des perturbations électromagnétiques sur les  
chaînes de contrôle neutronique et thermodynamique des réacteurs nucléaires"  
Journées Nationales sur la Compatibilité Electromagnétique, LILLE 27-29 Janvi  
1981.
- [24] T.RÜDY, J. BERTUCHOZ NC Laboratory Spiez, B. WAMISTER, HASLER AG Bern  
Switzerland  
"Estimation of E.M.P. induced voltage in coaxial cables with the help  
of transfer impedance"  
I.E.E.E. International Symp. on Electromagnetic Compatibility,  
Zurich March 1981.
- [25] F. FORNEROD  
"Calculation and measurement of transfer impedance of cable sheaths "  
I.E.E.E. International Symp. on Electromagnetic Compatibility, Zurich  
March 1981.
- [26] B. DEMOULIN et P. DEGAUQUE  
"Techniques de mesures en impulsions : application à la détermination  
de l'impédance et de l'admittance de transfert de câbles coaxiaux".  
Journées Nationales sur la Compatibilité Electromagnétique, Lille 27-29  
Janvier 1981.

- [27] E.F. VANCE  
"Comparison of electric and magnetic coupling through braided-wire shields"  
Stanford research Institute, tech. Rept. N AFWL-TR-73-71 May 1973.
- [28] K.S.H. LEE and Carl BAUM  
"Application of modal analysis to braided shield cables"  
I.E.E.E. Trans. on Electromagnetic Compatibility. Vol. EMC 17 n° 3  
August 1975, pp. 159-169.
- [29] E.F. VANCE  
"Shielding effectiveness of braided-wire shields"  
I.E.E.E. Trans. on Electromagnetic Compatibility. Vol. EMC 17 n° 2,  
May 1975, pp. 71-77.
- [30] B. DEMOULIN, P. DEGAUQUE and M. CAUTERMAN  
"Electromagnetic coupling through the braid of a coaxial cable". Internation  
Symp. on Electromagnetic Compatibility. Wroclaw, 17-19 Septembre 1980.  
Proceedings.
- [31] E.F. VANCE  
"Coupling to shielded cable"  
Ed. John Willey. 1978
- [32] ZDZIŚLAW, PERKOWSKI  
Optymalizacja budowy ekranów wielodrutowych przewodów współosiowych wiel ki  
czestotliwości Część I Podstawy teoretyczne 19z3 ps 517-560, Część II Metoda  
i wyniki badań' 19z4 s 685-713. Rosrrawy Elektrotechniczne 1973  
(Warszawa)?
- [33] R.W. LATHAM  
"An approach to certain cable shielding calculations" Int. Notes 90  
January 1972.
- [34] J.R. WAIT  
"Electromagnetic Theory of the loosely braided coaxial cable : Part I"  
I.E.E.E. Trans. Microwave theory and techniques.  
Vol. MTT-24 n° 9 Sept. 1976 pp. 547-553.
- [35] D.A. HILL and J.R. WAIT  
"Propagation along a coaxial cable with a helical shield"  
I.E.E.E. Trans. Microwave theory and techniques.  
Vol. MTT 28 n° 2 February 1980, pp. 84-89.
- [36] D.A. HILL and J.R. WAIT  
"Electromagnetic theory of the Loosely braided coaxial cable Part. II  
Numerical results".  
I.E.E.E. Trans. Microwave theory and Techniques  
Vol. MTT 28 n° 4 April 1980 pp. 326-331.

- [37] K.F. CASEY and E.F. VANCE  
"EMP coupling Through cable shields"  
I.E.E.E. Trans. on Antennas and propagation  
Vol. AP-26 n° 1 January 1978 pp. 100-106.
- [38] B. DEMOULIN, P. DEGAUQUE et S. NADER  
"Pénétration d'une onde électromagnétique plane à travers une grille  
métallique composée de fils parallèles".  
Rapport d'avancement convention CNET USTL, juillet 1980.
- [39] S. NADER  
"Etude de la pénétration des champs électromagnétiques transitoires à  
travers des parois conductrices et des nappes de fils parallèles"  
Thèse 3ème cycle LILLE Octobre 1980.
- [40] B. DEMOULIN, P. DEGAUQUE, M. CAUTERMAN  
"Shielding effectiveness of braids with high optical coverage"  
I.E.E.E. International Symp. Electromagnetic Compatibility Zurich 1981.
- [41] "Leaky Feeder Radio Communication Systems"  
The radio and Electronic Engineer. Vol. 45 n° 5 May 1975.
- [42] H. KADEN  
"Wirbelströme und schirmung in der nachrichtentechnik"  
Berlin Springer Verlag 1957.
- [43] J. FONTAINE, B. DEMOULIN, P. DEGAUQUE and R. GABILLARD  
"Feasibility of a radio communication in mines galleries by means of a  
coaxial cable having a high coupling impedance".  
Thru the earth Electron. Workshop 15-17 August 1973, GOLDEN Co. Rept.  
pp 130-140.
- [44] J. FONTAINE, B. DEMOULIN, P. DEGAUQUE and R. GABILLARD  
"Feasibility of a two way mobile radiocommunication in tunnels by means of  
a leaky braided coaxial cable". Proc. of Conf on leaky feeder Radiocar  
System. University of SURREY G.B., 8-10 April 1974, pp 38-48.
- [45] P. DEGAUQUE, B. DEMOULIN, J. FONTAINE and R. GABILLARD  
"Theory and experiment of a mobile radio communication in tunnels by means  
of a leaky braided coaxial cable".  
Radio Science, Vol. 11, Nbr 4, April 1976, pp. 305-314.

- [46] P. DEGAUQUE, B. DEMOULIN, M. CAUTERMAN and R. GABILLARD  
"Leaky braided coaxial cable for radiocommunication in tunnels, influence of the position of the cable".  
URSI Meeting BOULDER Co. 20-23 October 1975.
- [47] P. DEGAUQUE, B. DEMOULIN, M. CAUTERMAN et R. GABILLARD  
"Compte rendu des essais effectués sur un câble coaxial de type CERLIL aux bassins miniers des H.B.P., H.B.L. et H.B.N.P.C."  
Rapport contrat CERCHAR/USTL, Avril 1976.
- [48] P. DEGAUQUE, B. DEMOULIN  
"Compte rendu des essais effectués au bassin des Houillères de Lorraine".  
Rapport contrat CERCHAR/USTL, Septembre 1976.
- [49] P. DEGAUQUE, B. DEMOULIN  
"Rapport final du contrat sur l'étude de la propagation en galeries de mines par câble coaxial à fuites".  
Contrat CERCHAR/USTL - Mai 1977.
- [50] J.R. WAIT  
"Theory of wave propagation along a thin wire parallel to an interface"  
Radio Science, Vol 7 n° 6 June 1972.
- [51] G. COURBET  
"Recherche théorique et expérimentale sur la propagation d'une onde électromagnétique le long d'un fil parallèle à la surface du sol - Application à l'étude du sous sol proche". Thèse 3ème cycle Lille 1980.
- [52] J.R. WAIT and D.A. HILL  
"Propagation along a braided coaxial cable in a circular tunnel".  
I.E.E.E. Trans. Microwave and Techniques.  
Vol. MTT 23 n° 5 May 1975 pp 401-405.
- [53] P. DELOGNE and M. SAFAK  
"Electromagnetic theory of leaky coaxial cable" Proceedings of the colloquium on leaky feeder radio. Communications systems.  
University of Surrey 8-9-10 April pp. 125-147.
- [54] P. DEGAUQUE, B. DEMOULIN et P. MANGEZ  
"Détermination des caractéristiques des amplificateurs pour le câble coaxial CERLIL" Rapport final de la convention CERCHAR/USTL, 24.01.78.
- [55] B. DEMOULIN, P. DEGAUQUE, M. CAUTERMAN and R. GABILLARD  
"Experimental results obtained in mine on a network of leaky feeder cables".  
Papier invité pour présentation à : E.M. Guided wave Meeting, Boulder, Colorado, 28-31 Mars 1978, Proceedings (ed. by J.R. WAIT disponible auprès du N.T.I.S.) pp. 2-11.

- [56] P. DEGAUQUE, B. DEMOULIN, M. CAUTERMAN and R. GABILLARD  
"Response of a leaky braided coaxial cable in a local transient electro-  
magnetic field" Papier invité pour présentation à : Assemblée Générale  
de l'U.R.S.I., Helzinki, 1/8 août 1978.
- [57] G. CHANDESRI  
Thèse 3ème cycle (à paraître)
- [58] P. GRIVET  
"Physique des lignes de haute fréquence et d'ultra haute fréquence"  
Tome I.  
Ed. Masson 1969.
- [59] J.A. STRATTON  
"Théorie de l'électromagnétisme"  
Ed. Dunod 1961.
- [60] E. ORAN BRIGHAM  
"The Fast Fourier Transform"  
Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs New Jersey 1974.
- [61] J. LIFERMANN  
"Les méthodes rapides de transformation du signal : Fourier, Wash,  
Hadamard, Haar".  
Ed. Masson 1979.
- [62] B. DEMOULIN  
"Journée d'Etude sur les procédés de transformées de FOURIER"  
C.N.E.T., 27 Novembre 1979.
- [63] R.E. COLLIN  
"Field theory of guided waves"  
Ed. Mac Graw-Hill New York 1960.
- [64] H.A. BETHE  
"Theory of diffraction by small holes"  
Phys. revue Vol. 66 Oct. 1944 pp. 163-182.
- [65] R.W. LATHAM  
"Small holes in cable shields"  
AFWL Interaction Notes 118 September 1972.
- [66] R.F. HARRINGTON  
"Time harmonic electromagnetic fields"  
Mac Graw-Hill New York 1961.

- [67] M. HEDDEBAUT  
"Approche théorique et expérimentale de la pénétration du champ électromagnétique à travers de petites ouvertures".  
D.E.A. Electronique LILLE 1981.
- [68] A. MAYEUR  
"Etude et réalisation d'une connexion entre un oscilloscope à échantillonnage programmable et un enregistreur magnétique en vue du traitement de signaux en impulsion".  
D.E.A. Electronique LILLE 1978.
- [69] J.P. BAL  
Rapport de stage 1979.
- [70] ANGOT  
"Complements de mathématiques"  
Ed. Revue d'optique Paris 1965.
- [71] JAHNKE-EMDE-LOSCH  
"Tables of higher functions"  
B.G. Teubner Verlagsgesellschaft. Stuttgart 1960.
- [72] N.W. Mc. LACHLAN  
"Bessel functions for engineers"  
Oxford at the clarenda Press.
- [73] M. ABRAMOWITZ, I.A. SEGUN  
"Handbook of mathematical functions",  
Dover Publications, Inc. New York.
- [74] C. DAVROU  
"Mémoire CNAM en préparation" Paris.

## A N N E X E S

=====

### Annexe I-1 : Théorie du guide d'ondes coaxial

AI.1.1. Solutions de l'équation modale pour le mode transverse magnétique.

AI.1.2. Guide d'ondes avec des parois de conductivité infinie, relation avec la théorie des lignes de transmission.

### Annexe I-2 : Relations entre impédances mutuelles et impédance de transfert

AI.2.1. Cas du câble coaxial comportant un blindage

AI.2.2. Cas du câble coaxial comportant deux blindages concentriques.

### Annexe II-1 : Transformation rapide de FOURIER (F.F.T.)

### Annexe II-2 : Compensation des défauts d'adaptation.

### Annexe III-1 : Expressions des inductance et capacité de transfert d'une ouverture dans un blindage coaxial.

AIII.1.1. Recherche de l'équation aux lignes de transmissions couplées.

AIII.1.2. Calcul des termes sources équivalents  $V_{eq}$  et  $I_{eq}$ .

### Annexe III-2 : Pénétration de l'onde électromagnétique dans les petites ouvertures

AIII.2.1. Conditions aux limites dans le plan de l'ouverture.

AIII.2.2. Application du principe d'équivalence.

AIII.2.3. Dipôles magnétiques équivalents à l'ouverture.

AIII.2.4. Dipôles électriques équivalents à l'ouverture.

AIII.2.5. Polarisabilités électrique et magnétique.

Annexe III-3 : Polarisabilités électrique et magnétique.

Approche numérique.

AIII.3.1. Polarisabilité magnétique  $\alpha_m$ :

AIII.3.2. Polarisabilité électrique  $\alpha_e$

Annexe III-4 : Polarisabilités électrique et magnétique d'une ouverture de forme elliptique.

AIII.4.1. Ellipsoïde diélectrique ou magnétique dans un champ uniforme.

AIII.4.2. Expression des polarisabilités magnétique et électrique de l'ouverture elliptique.

AIII.4.3. Cas particulier de l'ouverture circulaire.

Annexe IV-1 : Couplage par induction de courants de Foucault.

Calcul de l'impédance de transfert.

AIV.1.1. Calcul du champ magnétique inducteur.

AIV.1.2. Calcul de l'inductance d'une boucle élémentaire.

AIV.1.3. Calcul de l'impédance de surface.

## THEORIE DU GUIDE D'ONDE COAXIAL

AI-1.1. Solution de l'équation modale pour le mode transverse magnétique TMEquation modale en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ 

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k_i^2 \psi = 0 \quad (\text{AI-1})$$

où  $i$  est l'indice du milieu. $k_i$  le nombre d'onde en espace libre

$$k_i^2 = \omega^2 \mu_i \epsilon_i + j \omega \mu_i \sigma_i \quad (e^{-j\omega t}) \quad (\text{AI-2})$$

Cherchons la solution générale de la forme :

$$\psi_{i,v}(r, \theta) \cdot e^{\pm \Gamma z} \quad (\text{AI-3})$$

$$\text{où } \psi_{i,v}(r, \theta) = \left[ C_{i,v} \sin(v\theta) + D_{i,v} \cos(v\theta) \right] \left[ A_{i,v} J_v(k'_{i,v} r) + B_{i,v} N_v(k'_{i,v} r) \right] \quad (\text{AI-4})$$

où  $J_v$  et  $N_v$  sont les fonctions de BESSEL de 1<sup>re</sup> et 2<sup>me</sup> espèce d'ordre  $v$  $\Gamma$  la constante de propagation du mode guidé $k'_{i,v}$  le nombre d'onde de coupure

$$k'_{i,v}^2 = k_i^2 + \Gamma^2 \quad (\text{AI-5})$$

Les composantes du champ s'écrivent :

$$E_{z_{i,v}} = k'_{i,v}{}^2 \psi_{i,v} e^{\pm \Gamma z}$$

$$\vec{E}_{t_{i,v}} = \pm \Gamma \nabla_t \psi_{i,v} e^{\pm \Gamma z} \quad (\text{AI-6})$$

$$\vec{H}_{t_{i,v}} = \mp Y_{i,v} \vec{a}_z \wedge \vec{E}_{t_{i,v}}$$

où l'indice t se rapporte aux composantes et opérateurs transverses.

$$Y_{i,v} \text{ est l'admittance du guide } Y_{i,v} = \frac{jk_i}{\Gamma} Y_i \quad (\text{AI-7})$$

où  $Y_i$  est l'admittance en espace libre.

Considérons la structure coaxiale figure (AI-1)

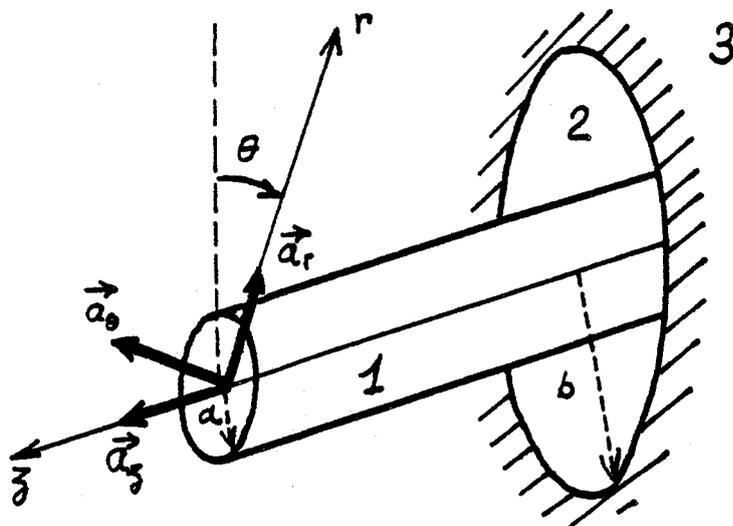


Figure (AI-1)

1 et 3 sont des matériaux bons conducteurs

$$\sigma \gg j\omega\epsilon$$

$$k_1^2 = j\omega\mu_1\sigma_1 \quad k_3^2 = j\omega\mu_3\sigma_3$$

(AI-8)

$$\gamma_1 = \left( \frac{j\sigma_1}{\omega\mu_1} \right)^{1/2} \quad \gamma_3 = \left( \frac{j\sigma_3}{\omega\mu_3} \right)^{1/2}$$

2 est un milieu tout à fait général.

Evaluons les solutions lorsque les conductivités  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  sont infinies.

AI-1.2. Guide d'ondes avec des parois de conductivité infinie ; relation avec la théorie des lignes de transmission [59]

La conductivité infinie implique sur les parois la condition aux limites

$$\begin{cases} E_{z2}(r=a) = 0 \\ E_{z2}(r=b) = 0 \end{cases} \quad (\text{AI-9})$$

Ces deux conditions conduisent à la résolution de l'équation implicite :

$$J_0(k'_2 a) N_0(k'_2 b) - J_0(k'_2 b) N_0(k'_2 a) = 0 \quad (\text{AI-10})$$

Cette équation a été établie en supposant

$$E_{\theta 2} = 0 \quad \text{et} \quad H_{r 2} = 0 \quad \text{soit} \quad v = 0$$

Lorsque les dimensions transversales du guide sont très petites par rapport à la longueur d'onde

$$|k'_2 a| \ll 1 \quad \text{et} \quad |k'_2 b| \ll 1 \quad (\text{AI-11})$$

Cette approximation nous permet de confondre les fonctions  $J_0$  et  $N_0$  avec leur développement limité au premier ordre, l'équation (AI-10) s'exprime de façon très simple

$$\text{Log} \left( \frac{k'_2 a}{k'_2 b} \right) = 0 \quad (\text{AI-12})$$

d'où  $k'_2 = 0$

d'où la valeur de la constante de propagation  $\Gamma$  du mode TEM (Transverse Electromagnétique)

$$\Gamma = j\omega (\mu_2 \epsilon_2)^{1/2} \quad \sigma_2 = 0 \quad (\text{AI-13})$$

Les composantes du champ dans le diélectrique 2 s'expriment :

$$E_{z_2}(r) = 0$$

$$\vec{E}_{r_2}(r) = \mp \Gamma \frac{2}{\pi} \frac{1}{r} B_2 e^{\pm \Gamma z} \vec{a}_r \quad (\text{AI-14})$$

$$\vec{H}_{\theta_2}(r) = -\Gamma \frac{2}{\pi} \frac{1}{r} Y_2 B_2 e^{\pm \Gamma z} \vec{a}_\theta$$

Introduisons les courants et tensions

$$I(z) = I_0 e^{\pm \Gamma z} \quad V(z) = \mp V_0 e^{\pm \Gamma z} \quad (\text{AI-15})$$

Appliquons la 1ère hypothèse quasi-statique en exprimant le théorème d'Ampère sur la surface du conducteur 1

$$H_{\theta_2}(r = a) = I(z) \quad (\text{AI-16})$$

Appliquons la 2ème hypothèse quasi-statique en calculant la tension  $V$  entre 1 et 3 par l'intégrale

$$V(z) = \int_a^b E_{r_2}(r) dr \quad (\text{AI-17})$$

Le champ EM dans le diélectrique 2 peut alors s'écrire

$$\begin{aligned} \vec{H}_{\theta_2}(r) &= I(z) \vec{h}_{\theta_2} \\ \vec{E}_{r_2}(r) &= V(z) \vec{e}_{r_2} \end{aligned} \quad (\text{AI-18})$$

où

$$\vec{h}_{\theta_2} = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{r} \vec{a}_{\theta} \quad \vec{e}_{r_2} = -\frac{1}{r} \frac{1}{\text{Log}\left(\frac{b}{a}\right)} \vec{a}_r \quad (\text{AI-19})$$

Ces notations sont conformes au schéma de la figure (AI-2)

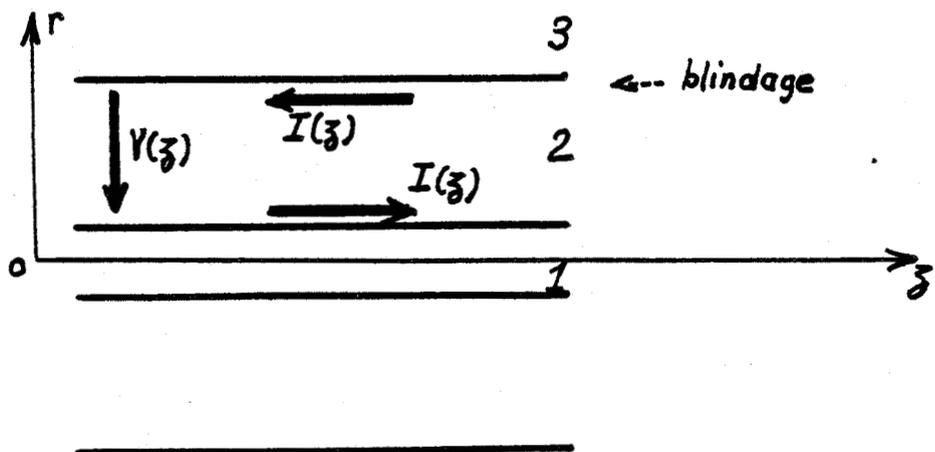


Figure (AI-2)

Nous définissons l'impédance caractéristique de la ligne

$$Z_c = \frac{V_0}{I_0} = \frac{1}{2} Y_2^{-1} \text{Log} \left( \frac{b}{a} \right) \quad (\text{AI-20})$$

Calculons les dérivées  $-\frac{\partial V}{\partial z}$  et  $\frac{\partial I}{\partial z}$

$$\begin{cases} -\frac{\partial V}{\partial z} = Z_c \Gamma I(z) = Z I(z) \\ -\frac{\partial I}{\partial z} = \frac{\Gamma}{Z_c} V(z) = Y V(z) \end{cases} \quad (\text{AI-21})$$

Nous obtenons les équations des télégraphistes où  $Z$  est l'impédance linéique

$$Z = jL\omega \quad \text{où} \quad L = \frac{\mu_2}{2\pi} \text{Log} \left( \frac{b}{a} \right) \quad (\text{AI-22})$$

où  $Y$  est l'admittance linéique

$$Y = jC\omega \quad \text{où} \quad C = \frac{2\pi\epsilon_2}{\text{Log} \left( \frac{b}{a} \right)} \quad (\text{AI-23})$$

Ces expressions sont conformes aux schéma équivalent de la Figure (AI-3)

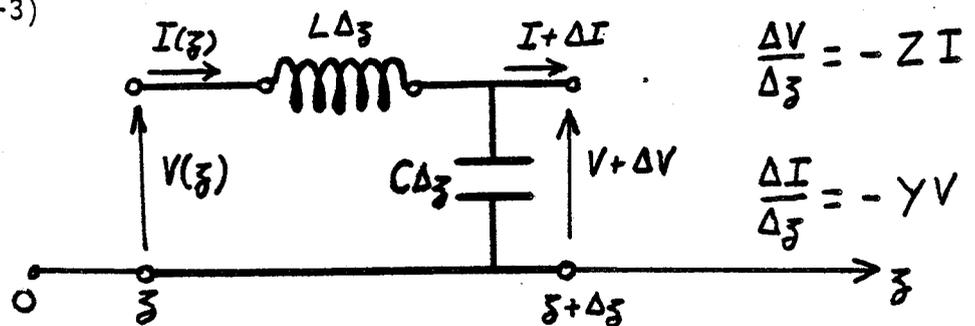


Figure (AI-1)

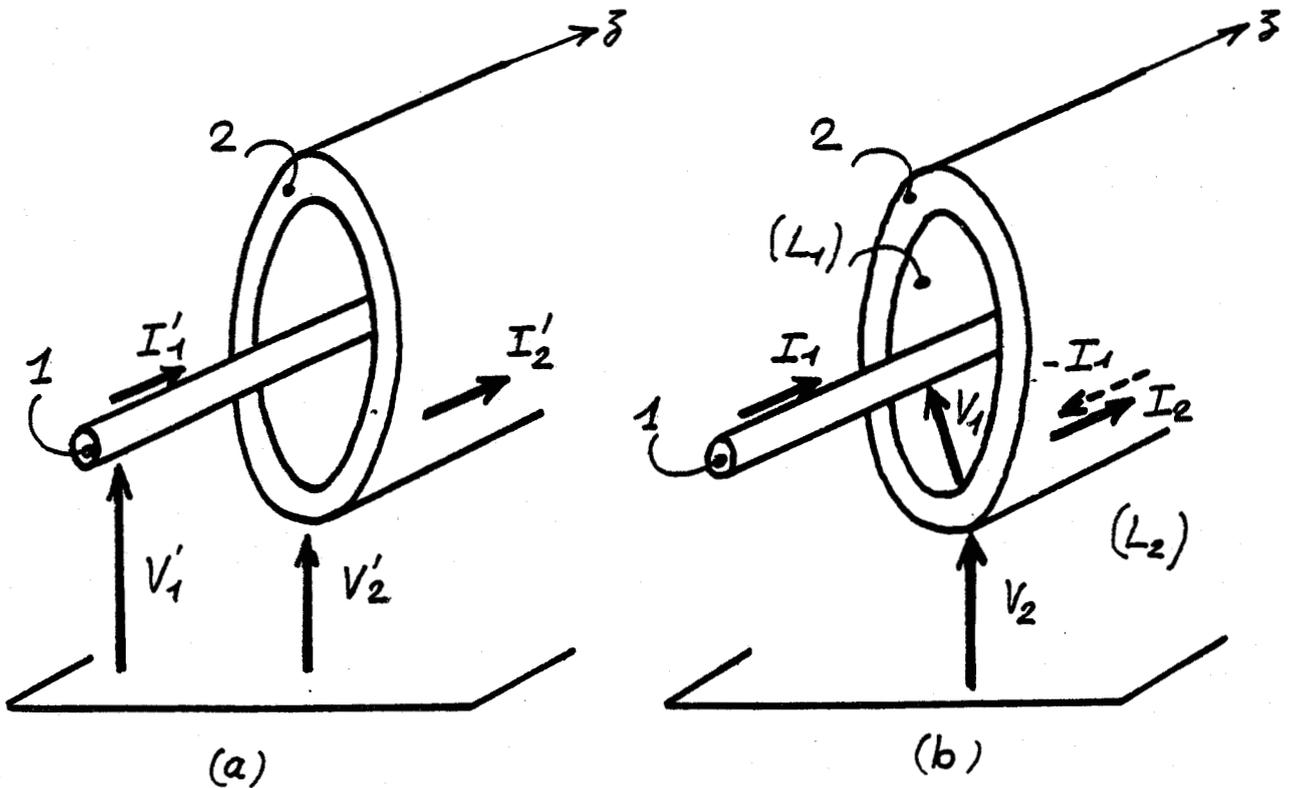
## ANNEXE I-2

=====

RELATIONS ENTRE IMPEDANCES MUTUELLES ET  
IMPEDANCE DE TRANSFERT

AI-2.1. Cas du câble coaxial comportant un blindage [14]

Nous interprétons le couplage entre la structure coaxiale et le milieu extérieur à l'aide des deux schémas de la figure (AI-4)



$$I'_2 = I_2 - I_1$$

$$V_1 = V'_1 - V'_2$$

$$I'_1 = I_1$$

$$V'_2 = V_2$$

Figure (AI-4)

. La configuration (a) utilise la définition habituelle des impédances mutuelles de la théorie des lignes couplées.

Les tensions  $V'_i$  sont les différences de potentiel entre le conducteur "i" et le plan de masse (référence)

Les courants  $I'_j$ , circulent dans chaque conducteur "j".

. Dans la configuration (b), les tensions  $V_i$  sont les différences de potentiels entre un conducteur et un autre conducteur. Ces deux éléments forment une ligne de transmission. La tension  $V_i$  est attachée à la ligne "i".

Le courant  $I_j$  est le courant circulant dans la ligne "j". Un conducteur est par conséquent parcouru par plusieurs courants, du type ( $I_j$ ).

Le signe et l'amplitude de ces courants est imposée par le couplage mutuel.

A partir des couples  $V'$ ,  $I'$  et  $V, I$  nous établissons deux équations matricielles.

$$\left( - \frac{dV'}{dz} \right) = (Z')(I') \text{ et } \left( - \frac{dV}{dz} \right) = (z)(I) \quad (\text{AI-24})$$

Les coefficients de la matrice (z) s'expriment en fonction des éléments de la matrice (Z) au moyen des relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} - \frac{dV_1}{dz} = [ (Z'_{11} - Z'_{21}) - (Z'_{12} - Z'_{22}) ] I_1 + (Z'_{21} - Z'_{22}) I_2 \\ - \frac{dV_2}{dz} = (Z'_{12} - Z'_{22}) I_1 + Z'_{22} I_2 \end{array} \right. \quad (\text{AI-25})$$

Système dans lequel

$Z'_{ij}$  est l'impédance linéique du conducteur "i" par rapport au plan de masse.

$Z'_{ij}$  est l'impédance mutuelle traduisant l'action de "i" sur "j".

Donnons la signification de chaque coefficient  $z_{ij}$

• Signification de  $z_{11}$

Utilisons l'identité

$$z_{11} I_1 = [(Z'_{11} - Z'_{21}) I_1 - (Z'_{12} - Z'_{22})] I_1 \quad (\text{AI-26})$$

posons  $V'_{1g} = (Z'_{11} - Z'_{12}) I_1$

$V'_{1g}$  représente la tension entre le conducteur 1 et le plan de masse lorsque circulent :

le courant  $I_1$  dans le conducteur 1

le courant  $- I_1$  dans le conducteur 2

posons  $V'_{2g} = (Z'_{12} - Z'_{22}) I_1$

$V'_{2g}$  représente la tension entre le conducteur 2 et le plan de masse lorsque les conditions précédentes sont satisfaites

d'où 
$$z_{11} = \frac{V'_{1g} - V'_{2g}}{I_1}$$

$V'_{1g} - V'_{2g}$  est la différence de potentiel entre 1 et 2

$z_{11}$  représente par conséquent l'impédance linéique de la ligne coaxiale (ligne  $(L_1)$ ).

Nous pouvons exprimer ce paramètre sous la forme

$$z_{11} = Z_1 + Z_{1i} + Z_{1bint} \quad (\text{AI-27})$$

où  $Z_1 = jL_1\omega$

$L_1$  est l'inductance linéique ;

$Z_{1i}$  l'impédance de surface du conducteur intérieur.

$Z_{1bint}$  impédance de surface intérieure du blindage (expression I-10)

• Signification de  $z_{12}$  et  $z_{21}$

$$\text{Utilisons l'identité } z_{12} I_2 = (Z'_{21} - Z'_{22}) I_2 \quad (\text{AI-28})$$

posons  $Z'_{21} I_2 = V'_{1g}$  et  $Z'_{22} I_2 = V'_{2g}$ .

$V'_{1g}$  est la tension entre le conducteur 1 et la masse lorsque circule dans 2 le courant  $I_2$

$V'_{2g}$  est la tension entre 2 et la masse lorsque circule dans 2 le courant  $I_2$ .

$$z_{12} = \frac{V'_{1g} - V'_{2g}}{I_2}$$

$V'_{1g} - V'_{2g}$  représente la tension perturbatrice entre 1 et 2 lorsque  $I_1 = 0$ .

$z_{12}$  représente l'impédance de transfert du blindage compte tenu des conventions de signe choisies

$$z_{12} = - Z_t \quad (\text{AI-29})$$

où  $Z_t$  est conforme à l'expression (I-12)

Par un raisonnement analogue nous voyons que  $z_{21}$  s'identifie également à l'impédance de transfert du blindage.

• Signification de  $z_{22}$

$$z_{22} = Z'_{22} \quad (\text{AI-30})$$

que nous pouvons aussi écrire

$$z_{22} = Z_2 + Z_{2b_{\text{ext}}} + Z_{2g} \quad (\text{AI-31})$$

avec  $Z_2 = jL_2\omega$

$L_2$  est l'inductance de la ligne ( $L_2$ )  
(conducteur 2 par rapport au plan de masse).

$Z_{2b_{\text{ext}}}$  est l'impédance de surface extérieure du blindage (expression I-11)

$Z_{2g}$  l'impédance de surface du plan de masse, ceci suppose que le plan de masse est parcouru par des densités de courant orientées dans la direction  $\vec{oz}$ .

Ces paramètres ont un caractère tout à fait général puisqu'ils permettent d'adapter le concept d'impédance de transfert à la théorie des lignes de transmission.

AI-2.2. Cas du câble coaxial comportant deux blindages concentriques [14]

Nous procédons comme précédemment en décrivant le système de lignes couplées figure (AI-5) au moyen des couples  $V', I'$  (schéma a) et  $V, I$  (schéma b).

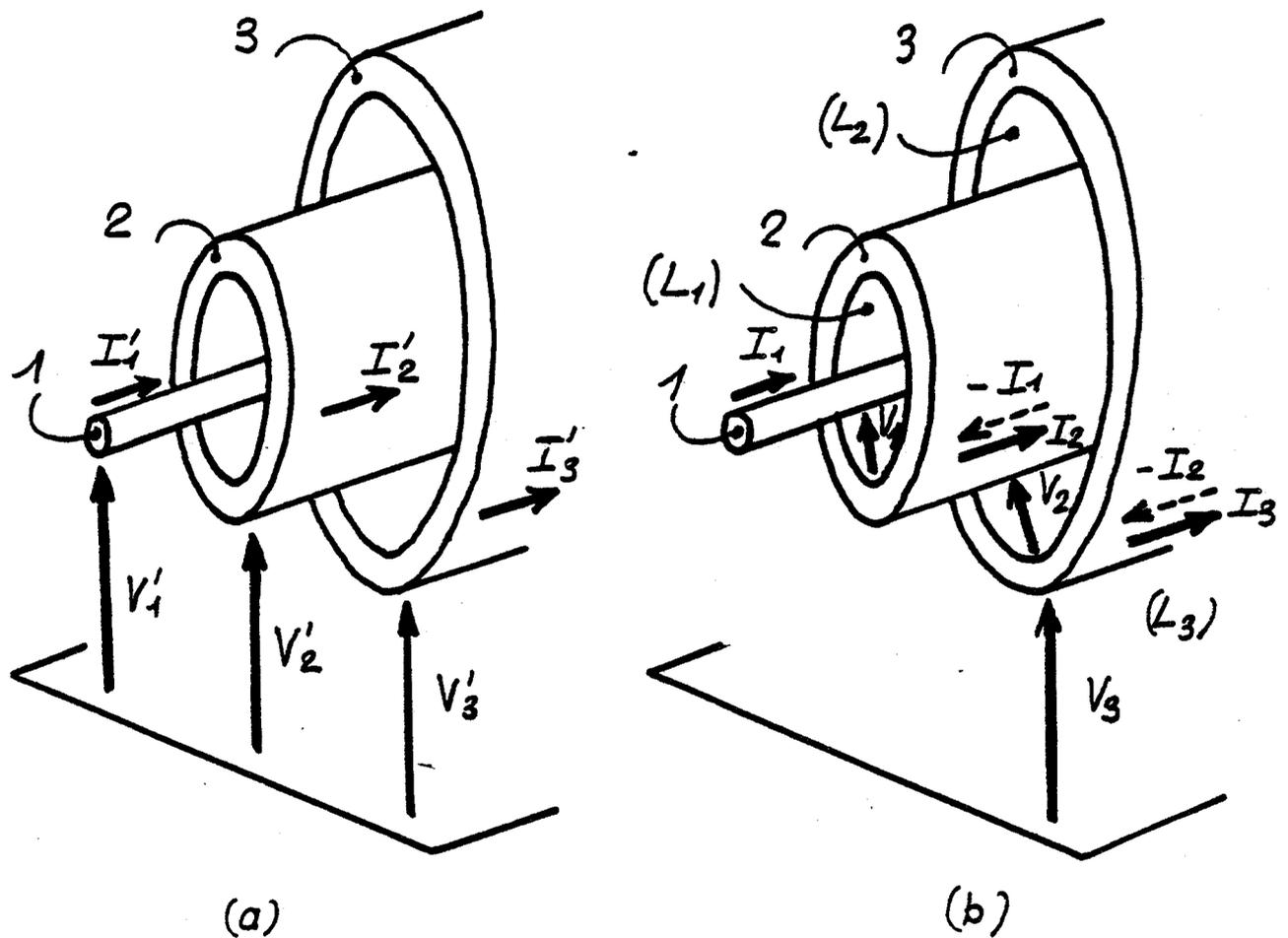


Figure (AI-5)

Nous obtenons le système suivant:

$$\begin{aligned}
 -\frac{dV_1}{dz} &= \left[ (Z'_{11} - Z'_{21})I_1 - (Z'_{12} - Z'_{22})I_1 \right] \\
 &\quad + (Z'_{21} - Z'_{22})I_2 + (Z'_{32} - Z'_{31})I_2 \\
 &\quad + (Z'_{31} - Z'_{32})I_3 \\
 -\frac{dV_2}{dz} &= \left[ (Z'_{12} - Z'_{22})I_1 + (Z'_{23} - Z'_{13})I_1 \right] \\
 &\quad + \left[ (Z'_{22} - Z'_{23})I_2 - (Z'_{32} - Z'_{33})I_2 \right] \\
 &\quad + (Z'_{32} - Z'_{33})I_3 \\
 -\frac{dV_3}{dz} &= (Z'_{13} - Z'_{23})I_1 \\
 &\quad + (Z'_{23} - Z'_{33})I_2 \\
 &\quad + Z'_{33} I_3
 \end{aligned}
 \tag{AI-32}$$

Cette écriture suppose qu'il existe entre éléments  $I'$  et  $I$ ,  $V'$  et  $V$  les relations suivantes :

$$I'_1 = I_1 \quad I'_2 = I_2 - I_1 \quad I'_3 = I_3 - I'_2
 \tag{AI-33}$$

$$V_1 = V'_1 - V'_2 \quad V_2 = V'_2 - V'_3 \quad V_3 = V'_3$$

Donnons la signification des éléments  $z_{ij}$  du système matriciel  
(AI-32)

$$\left( \frac{dV}{dz} \right) = (z)(I) \tag{AI-34}$$

• Signification de  $z_{11}$ ,  $z_{22}$ ,  $z_{33}$

Nous étendons le raisonnement du paragraphe précédent :

$$\begin{aligned} z_{11} &= Z_1 + Z_{1i} + Z_{2bint} & Z_1 &= jL_1\omega \\ z_{22} &= Z_2 + Z_{2bext} + Z_{3bint} & Z_2 &= jL_2\omega & (AI-35) \\ z_{33} &= Z_3 + Z_{3bext} + Z_g & Z_3 &= jL_3\omega \end{aligned}$$

Les inductances  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$  se rapportent à chacune des lignes ( $L_1$ ), ( $L_2$ ) et ( $L_3$ ).

$Z_{1i}$ ,  $Z_{2b}$  et  $Z_{3b}$  sont les impédances de surfaces du conducteur 1 et des blindages 2 et 3.  $Z_g$  est l'impédance de surface du plan de masse.

• Signification de  $z_{12}$  et  $z_{21}$

Utilisons l'expression

$$z_{12} I_2 = (Z'_{21} - Z'_{22})I_2 + (Z'_{32} - Z'_{31})I_2 \quad (AI-36)$$

où  $(Z'_{21} - Z'_{22})I_2$  se rapporte à l'impédance de transfert du blindage 2

$(Z'_{32} - Z'_{31})I_2$  peut être interprété comme la soustraction de deux couplages mutuels.

$Z'_{32}$  couplage de 3 sur 2

$Z'_{31}$  couplage de 3 sur 1 en faisant abstraction du blindage 2

Cette expression peut également s'écrire

$$(Z'_{32} - Z'_3)I_2 - (Z'_{31} - Z'_3)I_2$$

Les impédances mutuelles étant définies dans l'hypothèse quasi-statique (champ électrique uniforme à l'intérieur du blindage et champ magnétique nul).

L'expression (AI-36) peut alors s'écrire

$$- Z_{t3} I_2 + Z_{t3} I_2$$

puisque  $Z_{t3}$  est calculée en respectant ces hypothèses

d'où 
$$z_{12} = -Z_{t2} \quad (\text{AI-37})$$

pour évaluer  $z_{21}$  utilisons l'expression

$$z_{21} I_1 = (Z'_{12} - Z'_{22}) I_1 + (Z'_{23} - Z'_{13}) I_1 \quad (\text{AI-38})$$

$(Z'_{12} - Z'_{22}) I_1$  se rapporte également à l'impédance de transfert du blindage 2

$$(Z'_{23} - Z'_{13}) I_1 = V'_{3g}^{(1)} - V'_{3g}^{(2)}$$

où  $V'_{3g}^{(1)}$  est la tension induite entre 3 et le plan de masse lorsque circule dans 1 le courant  $I_1$

$V'_{3g}^{(2)}$  est la tension induite entre 3 et le plan de masse lorsque circule dans 2 le courant  $I_1$ .

L'hypothèse quasi statique implique que le théorème d'Ampère s'applique aux conducteurs 1 et 2.

Ces conducteurs étant concentriques

$$V'_{3g}^{(1)} = V'_{3g}^{(2)}$$

d'où 
$$z_{21} = - Z_{t2} \quad (\text{AI-39})$$

• Signification de  $z_{23}$  et  $z_{32}$

Ils sont obtenus par les expressions

$$z_{32}I_3 = (Z'_{32} - Z'_{33})I_3 \quad (\text{AI-40})$$

$$z_{23}I_3 = (Z'_{23} - Z'_{33})I_3$$

qui se rapportent à l'impédance de transfert du blindage 3  
d'où  $z_{32} = z_{23} = -Z_{t3}$  (AI-41)

• Signification de  $z_{13}$  et  $z_{31}$

$z_{13}$  et  $z_{31}$  sont introduits par les expressions

$$z_{13}I_3 = (Z'_{31} - Z'_{32})I_3 \quad (\text{AI-42})$$

$$z_{31}I_3 = (Z'_{13} - Z'_{23})I_1$$

Un raisonnement analogue à celui utilisé pour la signification de  $z_{13}$  et  $z_{31}$ , nous permet de montrer que :

$$z_{13} = z_{31} = 0 \quad (\text{AI-43})$$

ANNEXE II

=====

### TRANSFORMATION RAPIDE DE FOURIER

---

Nous rappelons tout d'abord l'expression des intégrales de FOURIER qui permettent le passage temps-fréquence

. Transformation directe

$$H(f) = \mathcal{F}[h(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (\text{AII-1})$$

. Transformation inverse

$$h(t) = \mathcal{F}^{-1}[H(f)] = \int_{-\infty}^{+\infty} H(f) e^{j2\pi ft} df \quad (\text{AII-2})$$

Exprimons la transformée discrète sur une fenêtre de durée  $T_0$  échantillonnée sur une base de  $N$  échantillons.

Soit  $e(t)$  la fonction définie dans le domaine temporel [60] [61]

$$e(kf_0) = \frac{1}{T_0} \sum_{n=0}^{N-1} e(n\tau_0) e^{-j2\pi nk\tau_0} f_0 \quad (\text{AII-3})$$

où  $k$  constitue la base des échantillons de fréquence

$$k \in \left[ -\frac{N}{2}, \frac{N}{2} \right] \quad (\text{AII-4})$$

où

$$f_0 = \frac{1}{T_0} \quad \tau_0 = \frac{T_0}{N}$$

Appliquons la transformation discrète inverse sur le spectre limité par les bornes  $[0, F_0]$

où  $[0, \frac{F_0}{2}]$  correspond aux fréquences positives

et  $[\frac{F_0}{2}, F_0]$  aux fréquences négatives

Le paramètre  $F_0$  étant directement relié à l'ordre des échantillons compris entre  $(0, N-1)$

$F_0$  est relié à la fréquence fondamentale  $f_0$  par l'expression

$$F_0 = Nf_0 \quad (\text{AII-5})$$

La transformée discrète inverse appliquée sur la fonction  $s(f)$

$$S[(N - k') \tau_0] = \frac{1}{F_0} \sum_{n=0}^{N-1} s(nf_0) e^{-j2\pi \frac{nk'}{N}} \quad (\text{AII-6})$$

$$k' \in [0, N - 1] \quad (\text{AII-7})$$

• Notations pour utiliser les algorithmes

Soit  $x$  la variable d'entrée et  $X$  la variable de sortie.

La transformation (AII-3) va s'exprimer

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W(n, k) \quad (\text{AII-8})$$

La transformation (AII-6) par l'expression

$$X_{(k')} = \sum_{n=0}^{N-1} x_{(n)} W_{(n,k')} \quad (\text{AII-9})$$

avec

$$S \left[ (N - k') \tau_0 \right] = \frac{1}{F_0} X_{(k')} \quad (\text{AII-10})$$

La recherche des coefficients  $W_{(m,k)}$  ou  $W_{(n,k')}$  est définie par l'algorithme rapide.

L'algorithme de COOLEY-TUCKEY a été utilisé pour mettre en oeuvre la Transformation de FOURIER permettant le transfert temps fréquence [69]

=====

### COMPENSATION DES DEFAUTS D'ADAPTATION

---

Lorsque des impédances  $Z_{01}$  et  $Z_{L1}$  sont connectées aux extrémités du câble coaxial, les tensions  $V_1(0)$  et  $V_1(L)$  peuvent s'exprimer sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} V_1(0) \\ V_1(L) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_t \\ \gamma_t Z_{C1} Z_{C2} \end{pmatrix} I_{o2} \quad (\text{AII-11})$$

Les coefficients  $a_{ij}$  sont déterminés par les conditions aux limites particulières

$$\begin{cases} V_1(0) = -Z_{01} I_1(0) \\ V_1(L) = Z_{L1} I_1(L) \end{cases} \quad (\text{AII-12})$$

Ces coefficients s'expriment sous la forme suivante :

$$a_{11} = -\frac{Z_{01}}{D} \left[ -\left( \frac{Z_{C1} - Z_{L1}}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) e^{-\gamma_1 L} + \left( \frac{Z_{C1} + Z_{L1}}{\gamma_1 + \gamma_2} \right) e^{\gamma_1 L} + \left( \frac{2\gamma_2 Z_{C1}}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2} \right) e^{-\gamma_2 L} - \left( \frac{2\gamma_1 Z_{L1}}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2} \right) e^{-\gamma_2 L} \right] \quad (\text{AII-13})$$

$$a_{12} = -\frac{Z_{01}}{D} \left[ \left( \frac{Z_{C1} - Z_{L1}}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) e^{-\gamma_1 L} + \left( \frac{Z_{C1} + Z_{L1}}{\gamma_1 + \gamma_2} \right) e^{\gamma_1 L} - \left( \frac{2\gamma_1 Z_{C1}}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2} \right) e^{-\gamma_2 L} + \left( \frac{2\gamma_2 Z_{L1}}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2} \right) e^{-\gamma_2 L} \right] \quad (\text{AII-14})$$

$$a_{21} = \frac{Z_{L1}}{D} \left[ -\left( \frac{2\gamma_1 Z_{01}}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2} \right) - \left( \frac{2\gamma_2 Z_{C1}}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2} \right) + \left( \frac{Z_{01} - Z_{C1}}{\gamma_1 + \gamma_2} \right) e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)L} + \left( \frac{Z_{01} + Z_{C1}}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) e^{(\gamma_1 - \gamma_2)L} \right] \quad (\text{AII-15})$$

$$a_{22} = \frac{Z_{L1}}{D} \left[ \left( \frac{2\gamma_2 Z_{01}}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2} \right) + \left( \frac{2\gamma_1 Z_{C1}}{\gamma_1^2 - \gamma_2^2} \right) + \left( \frac{Z_{01} - Z_{C1}}{\gamma_1 + \gamma_2} \right) e^{-(\gamma_1 + \gamma_2)L} - \left( \frac{Z_{01} + Z_{C1}}{\gamma_1 - \gamma_2} \right) e^{(\gamma_1 - \gamma_2)L} \right] \quad (\text{AII-16})$$

où

$$D = (Z_{01} - Z_{C1})(Z_{C1} - Z_{L1}) e^{-\gamma_1 L} + (Z_{01} + Z_{C1})(Z_{C1} + Z_{L1}) e^{\gamma_1 L} \quad (\text{AII-17})$$

lorsque  $|\gamma_1 L| \ll 1$  et  $|\gamma_2 L| \ll 1$  nous pouvons développer les exponentielles au premier ordre, nous obtenons pour chaque coefficient les expressions très simples :

$$a_{11} = - \frac{Z_{01} L}{Z_{01} + Z_{L1}} \quad (\text{AII-18})$$

$$a_{12} = - \frac{Z_{01} Z_{L1} L}{Z_{C1} (Z_{01} + Z_{L1})} \quad (\text{AII-19})$$

$$a_{21} = \frac{Z_{L1} L}{Z_{01} + Z_{L1}} \quad (\text{AII-20})$$

$$a_{22} = - \frac{Z_{01} Z_{L1} L}{Z_{C1} (Z_{01} + Z_{L1})} \quad (\text{AII-21})$$

ANNEXE III

## ANNEXE III-1

=====

EXPRESSIONS DE L'INDUCTANCE ET CAPACITE DE TRANSFERT  
D'UNE OUVERTURE DANS LE BLINDAGE COAXIAL

DEVELOPPEMENT DES CALCULS ANALYTIQUES

AIII-1.1. Recherche de l'équation aux lignes de transmissions couplées [28]

Exprimons le couple d'équations de MAXWELL à l'aide des composantes transversales et longitudinales du champ électromagnétique

$$(\nabla_t + \vec{a}_z \frac{\partial}{\partial z}) \wedge (E_z \vec{a}_z + \vec{E}_t) = j\omega\mu \vec{H}_t + j\omega\mu H_z \vec{a}_z - \vec{J}^* \quad (\text{AIII-1})$$

$$(\nabla_t + \vec{a}_z \frac{\partial}{\partial z}) \wedge (H_z \vec{a}_z + \vec{H}_t) = -j\omega\epsilon E_t - j\omega\epsilon E_z \vec{a}_z + \vec{J} \quad (\text{AIII-2})$$

où  $\nabla_t$  est l'opérateur transversal  $\nabla = \nabla_t + \vec{a}_z \frac{\partial}{\partial z}$  multiplions vectoriellement par  $\vec{a}_z$  pour former les expressions

$$\vec{a}_z \wedge (\nabla_t \vec{E}) \quad \text{et} \quad \vec{a}_z \wedge (\nabla_t \vec{H}) \quad (\text{AIII-3})$$

Nous obtenons le système

$$\begin{cases} \nabla_t E_z - \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} = -j\omega\mu \vec{H}_t \wedge \vec{a}_z + \vec{J}^* \wedge \vec{a}_z \\ \nabla_t H_z - \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = -j\omega\epsilon \vec{a}_z \wedge \vec{E}_t + \vec{a}_z \wedge \vec{J} \end{cases} \quad (\text{AIII-4})$$

Multiplions scalairement par  $\vec{a}_z$  pour former les expressions

$$\vec{a}_z(\nabla \wedge \vec{E}) \quad \text{et} \quad \vec{a}_z(\nabla \wedge \vec{H}) \quad (\text{AIII-5})$$

Le système (AIII-1) s'exprime alors

$$\left\{ \begin{array}{l} -\nabla_t(\vec{a}_z \wedge \vec{E}_t) = j\omega\mu H_z - J_z^* \\ \nabla_t(\vec{H}_t \wedge \vec{a}_z) = -j\omega\mu E_z + J_z \end{array} \right. \quad (\text{AIII-6})$$

Les systèmes (AIII-1) et (AIII-4) nous permettent d'éliminer les composantes longitudinales et d'exprimer  $\vec{E}_t$  et  $\vec{H}_t$  à l'aide des deux équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} = -j\omega\mu \vec{H}_t \wedge \vec{a}_z + \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla_t \nabla_t (\vec{H}_t \wedge \vec{a}_z) + \vec{J}^* \wedge \vec{a}_z - \frac{\nabla_t J_z}{j} \\ -\frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = -j\omega\epsilon \vec{a}_z \wedge \vec{E}_t + \frac{1}{j\omega\mu} \nabla_t \nabla_t (\vec{a}_z \wedge \vec{E}_t) + \vec{a}_z \vec{J} - \frac{\nabla_t J_z}{j\omega\mu} \end{array} \right. \quad (\text{AIII-7})$$

Les composantes du champ peuvent aussi s'exprimer sous la forme modale :

$$\begin{aligned} \vec{E}_t^{(*)}(x,y,z) &= \sum_n V_n^{(*)}(z) \vec{e}_n^{(*)}(x,y) \\ \vec{H}_t^{(*)}(x,y,z) &= \sum_n I_n^{(*)}(z) \vec{h}_n^{(*)}(x,y) \end{aligned} \quad (\text{AIII-8})$$

où  $\vec{E}_t, \vec{H}_t$  se rapportent au mode TM

et  $\vec{E}_t^*, \vec{H}_t^*$  au mode TE.

L'entier "n" aux suites  $TM_{n',m'}$  ou  $TE_{n',m'}$ ,

$\vec{e}_n^{(*)}$  et  $\vec{h}_n^{(*)}$  sont les vecteurs modaux, ils sont reliés par les propriétés d'orthogonalité.

$$\begin{aligned} \vec{h}_n &= \vec{a}_z \wedge \vec{e}_n \\ \vec{e}_m^* &= + \vec{a}_z \wedge \vec{h}_n^* \end{aligned} \quad \iint_{S_g} \vec{e}_n^{(*)} \cdot \vec{e}_m^{(*)} dS = \delta_{n,m} \quad (AIII-9)$$

$$\iint_{\bar{S}_g} \vec{h}_n^{(*)} \cdot \vec{h}_m^{(*)} dS = \delta_{n,m}$$

$S_g$  est la surface d'une section droite du guide d'ondes.

Considérons uniquement le mode TM. Introduisons les expressions (AIII-8) dans le système (AIII-7)

Exprimons tout d'abord  $\nabla_t \nabla_t (\vec{H}_t \wedge \vec{a}_z)$  et  $\nabla_t \nabla_t (\vec{a}_z \wedge \vec{E}_t)$

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla_t \nabla_t (\vec{H}_t \wedge \vec{a}_z) &= I_n \nabla_t \nabla_t (\vec{h}_n \wedge \vec{a}_z) \\ \nabla_t \nabla_t (\vec{a}_z \wedge \vec{E}_t) &= V_n \nabla_t \nabla_t (\vec{a}_z \wedge \vec{e}_n) \end{aligned} \right. \quad (AIII-10)$$

Relions  $\vec{e}_n$  aux solutions de l'équation modale (annexe I-1) par la relation suivante :

$$\vec{e}_n = - \nabla_t \psi_n(x,y) \quad (AIII-11)$$

Nous pouvons alors écrire :

$$(AIII-12) \quad \nabla_t \nabla_t (\vec{H}_t \wedge \vec{a}_z) = - \sum_n I_n \nabla_t \nabla_t^2 \psi_n(x, y) = \sum_n I_n k_n'^2 \nabla_t \psi_n = - \sum_m k_n'^2 \vec{e}_n$$

où  $k'_n$  est le nombre d'onde de coupure

$$k_n'^2 = k^2 + \Gamma^2 \quad \text{où} \quad k^2 = \omega^2 \mu \epsilon \quad (AIII-13)$$

Les identités vectorielles permettent d'établir l'expression

$$\nabla_t \nabla_t (\vec{a}_z \wedge \vec{E}_t) = - \sum_n V_n \nabla_t \nabla_t (\vec{a}_z \nabla_t \psi_n) = - \sum_n V_n \nabla_t \nabla_t \vec{a}_z \cdot \nabla_t \psi_n = 0 \quad (AIII-14)$$

Le système (AIII-7) se met sous la forme (AIII-5)

$$\left\{ \begin{aligned} - \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} &= - j\omega \mu \vec{H}_t \wedge \vec{a}_z - \frac{1}{j\omega \epsilon} \sum_n I_n k_n'^2 \vec{e}_n + \vec{J}^* \wedge \vec{a}_z - \frac{\nabla_t J_z}{j\omega \epsilon} \\ \vec{\partial H}_t / \partial z &= - j\omega \epsilon \vec{a}_z \wedge \vec{E}_t + \vec{a}_z \wedge \vec{J} - \frac{\nabla_t J_z^*}{j\omega \mu} \end{aligned} \right. \quad (AIII-15)$$

Exprimons les "n" intégrales  $\iint_{Sg} \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} \vec{e}_n \, dS$  et les "n"

$$\text{intégrales} \quad \iint_{Sg} \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} \vec{h}_n \, dS$$

En utilisant les relations d'orthogonalité, nous obtenons "n" systèmes différentiels

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV_n}{dz} &= - \frac{k^2 - k_n'^2}{j\omega \epsilon} I_n - V_n \\ \frac{dI_n}{dz} &= j\omega \epsilon V_n - I_n \end{aligned} \right. \quad (AIII-16)$$

où

$$\left\{ \begin{aligned} v_n(z) &= \iint_{S_g} \left[ (\vec{J}^* \wedge \vec{a}_z) \cdot \vec{e}_n - \frac{\vec{e}_n \cdot \nabla_t J_z}{j\omega\epsilon} \right] dx dy \\ i_n(z) &= \iint_{S_g} \left[ (\vec{a}_z \wedge \vec{J}) \cdot \vec{h}_n - \frac{\vec{h}_n \cdot \nabla_t J_z^*}{j\omega\mu} \right] dx dy \end{aligned} \right. \quad (\text{AIII-17})$$

posons  $k_n^2 = -\gamma^2 = k^2 - k_n'^2$  (AIII-18)

$$\text{et } Z_n = \frac{1}{Y_n} = \frac{k_n}{\omega\epsilon}$$

Le système (AIII-15) s'exprime alors

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV_n}{dz} &= jk_n Z_n I_n - v_n \\ \frac{dI_n}{dz} &= jk_n Y_n V_n - i_n \end{aligned} \right. \quad (\text{AIII-19})$$

Les dimensions transversales du guide étant très petites par rapport à la longueur d'onde, seul le mode TEM se propage (Annexe I-1)

Cette condition revient à ne considérer qu'un seul système  $n = 0$ , pour lequel nous imposons la condition

$$k'_0 = 0$$

d'où

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV_0}{dz} &= j\omega\mu I_0 - v_0 \\ \frac{dI_0}{dz} &= j\omega\epsilon V_0 - i_0 \end{aligned} \right. \quad (\text{AIII-20})$$

Nous devons relier les coefficients  $V_0$ ,  $I_0$  aux tension et courant  $V$ ,  $I$  de la ligne coaxiale (système AI-21).

Si nous souhaitons relier ces paramètres au moyen d'une constante réelle, nous nous conformons aux notations du schéma figure (AIII-1)

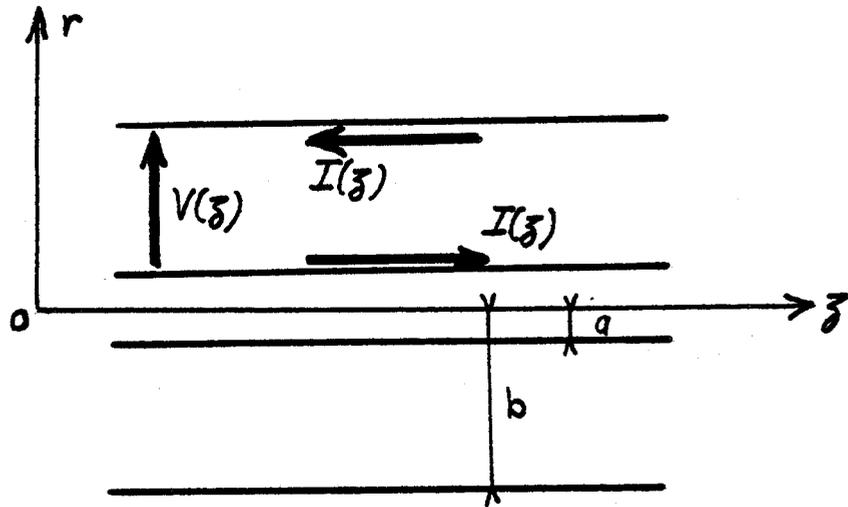


Figure (AIII-1)

$$V_0 = \frac{V}{\sqrt{N}} \quad I_0 = I\sqrt{N} \quad Z_0 = \frac{Z_c}{N} \quad \text{(AIII-21)}$$

$$N = \frac{1}{2\pi} \text{Log} \left( \frac{b}{a} \right)$$

"N" est la constante de normalisation géométrique. Nous obtenons l'équation aux lignes de transmission

$$\begin{cases} \frac{dV}{dz} = jL\omega I - v_0 \sqrt{N} \\ \frac{dI}{dz} = jC\omega V - \frac{i_0}{\sqrt{N}} \end{cases} \quad \text{(AIII-22)}$$

où  $L$  et  $C$  sont les inductance et capacité linéiques de la ligne.  $v_0 \sqrt{N}$  et  $\frac{i_0}{\sqrt{N}}$  sont les termes sources de courant et tension équivalent à l'ouverture.

AIII-1.2. Calcul des termes sources équivalents  $V_{eq}$  et  $I_{eq}$ 

Nous développons le calcul des éléments  $V_{eq}$  et  $I_{eq}$  d'où sont tirées les expressions de l'inductance et capacité de transfert

$$V_{eq} = -v_0 \sqrt{N} \quad \text{et} \quad I_{eq} = -\frac{i_0}{\sqrt{N}}$$

Les intégrales (AIII-17) peuvent s'exprimer sous la forme suivante :

$$\begin{cases} v_n(z) = \iint_{S_g} \vec{J}_t^* \cdot \vec{h}_n \, dx \, dy \\ i_n(z) = \iint_{S_g} \vec{J}_t \cdot \vec{e}_n \, dx \, dy \end{cases} \quad (\text{AIII-23})$$

Nous utilisons les propriétés d'analyse vectorielle

$$(\vec{J} \wedge \vec{a}_z) \cdot \vec{e}_n = \vec{J}_t^* \cdot \vec{h}_n$$

(AIII-24)

$$(\vec{a}_z \wedge \vec{J}) \cdot \vec{h}_n = \vec{J}_t \cdot \vec{e}_n$$

pour le mode TEM  $E_z = 0$  et  $H_z = 0$  nous pouvons alors montrer

que :

$$\vec{e}_n \cdot \nabla_t J_z = 0 \quad \vec{h}_n \cdot \nabla_t J_z^* = 0 \quad (\text{AIII-25})$$

Pour le mode "n = 0" est en coordonnées cylindriques les intégrales (AIII-23) s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_0(z) = \iint_{S_g} \vec{J}_t^* \vec{h}_0 \, r dr d\theta \\ i_0(z) = \iint_{S_g} \vec{J}_t \vec{e}_0 \, r dr d\theta \end{array} \right. \quad (\text{AIII-26})$$

$\vec{H}_t$  et  $\vec{E}_t$  peuvent s'exprimer à l'aide des vecteurs  $\vec{h}_{\theta 2}$  et  $\vec{e}_{\theta 2}$  de la théorie du guide d'onde coaxial (Annexe I-1)

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{H}_t(r) = I(z) \vec{h}_{\theta 2} \\ \vec{E}_t(r) = V(z) \vec{e}_{r 2} \end{array} \right. \quad (\text{AIII-27})$$

ou s'écire à l'aide des vecteurs  $\vec{h}_0$  et  $\vec{e}_0$  de la théorie modale.

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{H}_t(r) = I_0(z) \vec{h}_0 \\ \vec{E}_t(r) = V_0(z) \vec{e}_0 \end{array} \right. \quad (\text{AIII-28})$$

d'où  $\vec{h}_0 = \frac{\vec{h}_{\theta 2}}{\sqrt{N}}$  et  $\vec{e}_0 = \vec{e}_{r 2} \sqrt{N}$  (AIII-29)

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{eq} = - \iint_{S_g} \vec{J}_t^* \vec{h}_{\theta 2} \, r dr d\theta \\ I_{eq} = - \iint_{S_g} \vec{J}_t \vec{e}_{r 2} \, r dr d\theta \end{array} \right. \quad (\text{AIII-30})$$

que nous pouvons aussi écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{eq} = \frac{-1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_a^b J_{\theta}^* dr d\theta \\ I_{eq} = \frac{-1}{N2\pi} \int_0^{2\pi} \int_a^b J_r dr d\theta \end{array} \right. \quad (AIII-31)$$

Les composantes  $J_{\theta}^*$  et  $J_r$  peuvent s'exprimer compte tenu de l'épaisseur du blindage sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{\theta}^* = K_{\theta}^* (b, z, \theta) \delta (r - b) \\ J_r = K_r (b, z, \theta) \delta (r - b) \end{array} \right. \quad (AIII-32)$$

$\vec{J}$  et  $\vec{J}^*$  sont également reliés aux vecteurs polarisations électrique et magnétique

$$\vec{J} = -j \vec{P} \quad \vec{J}^* = -j \vec{M} \quad (AIII-33)$$

Les vecteurs  $\vec{P}$  et  $\vec{M}$  sont les densités volumiques de moments électrique  $\vec{p}$  et magnétique  $\vec{m}$

$$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{d\tau} \quad \text{et} \quad \vec{M} = \frac{d\vec{m}}{d\tau} \quad (AIII-34)$$

Dans notre cas  $\vec{p}$  et  $\vec{m}$  sont les dipôles équivalents à l'ouverture (Annexe III-2), ils sont localisés au point de coordonnées  $z = z_0$ ,  $r = b$  et  $\theta = \theta_0$ .

Evaluons les intégrales

$$\iint_{S_a} \vec{P} d\theta dz \quad \text{et} \quad \iint_{S_a} \vec{M} d\theta dz$$

où les intégrales sont étendues à la surface de l'ouverture

$$\vec{P} = \frac{-1}{j\omega} \vec{K} \delta(r - b) \quad \text{et} \quad \vec{M} = -\frac{1}{j\omega\mu} \vec{K}^* \delta(r - b) \quad (\text{AIII-35})$$

sur la surface de l'ouverture l'élément de volume  $d\tau$  des expressions (AIII-34) est réduit à l'élément de surface

$$dS = r d\theta dz$$

d'où

$$\iint_{S_a} \vec{P} d\theta dz = \iint_{S_a} \frac{d\vec{p}}{r} \delta(r - b) = \iint_{S_a} \frac{\vec{p}}{r} \delta(r - b) \delta(\theta - \theta_0) \delta(z - z_0) d\theta dz$$

(AIII-36)

$$\iint_{S_a} \vec{M} d\theta dz = \iint_{S_a} \frac{d\vec{m}}{r} \delta(r - b) = \iint_{S_a} \frac{\vec{m}}{r} \delta(r - b) \delta(\theta - \theta_0) \delta(z - z_0) d\theta dz$$

Ces moments étant localisés au point de coordonnées

$$z = z_0, r = b, \text{ et } \theta = \theta_0$$

Nous obtenons l'identité

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{K} = -j\omega\vec{p} \frac{\delta(\theta - \theta_0)}{r} \delta(z - z_0) \\ \vec{K}^* = -j\omega\mu\vec{m} \frac{\delta(\theta - \theta_0)}{r} \delta(z - z_0) \end{array} \right. \quad (\text{AIII-37})$$

d'où

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{eq} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_{\theta}^* d\theta = \frac{j\omega\mu m_{\theta}}{b} \delta(z - z_0) \\ I_{eq} = \frac{-1}{N2\pi} \int_0^{2\pi} K_r d\theta = \frac{j\omega\epsilon p_r}{b} \delta(z - z_0) \end{array} \right. \quad (\text{AIII-38})$$

## Relations avec les dipôles équivalents

Les dipôles  $\vec{m}$  et  $\vec{p}$  utilisés dans les expressions (AIII-37) et (AIII-38) sont des dipôles effectifs  $\vec{m}_{eff}$  et  $\vec{p}_{eff}$  ils sont reliés aux dipôles équivalents en espace libre par les expressions suivantes:

$$\vec{m}_{eff} = \vec{m} = \frac{\vec{m}_{eq}}{2} \qquad \vec{p}_{eff} = \vec{p} = \frac{\vec{p}_{eq}}{2} \quad (\text{AIII-39})$$

=====

PENETRATION DE L'ONDE ELECTROMAGNETIQUE DANS  
LES PETITES OUVERTURES

---

La détermination de l'expression des inductance et capacité de transfert équivalente à l'ouverture nécessite le calcul des polarisabilités électrique et magnétique. Nous donnons le détail du raisonnement permettant d'établir :

- Les conditions aux limites dans le plan de l'ouverture
- L'application du principe d'équivalence
- Les hypothèses quasi statique et de petites dimensions donnant les dipôles équivalents.
- Introduction des polarisabilités électrique et magnétique.

AIII-2.1. Conditions aux limites dans le plan de l'ouverture [64]

Considérons une ouverture dans un plan parfaitement conducteur, auquel nous associons un système de coordonnées  $oxyz$  figure (AIII-2)

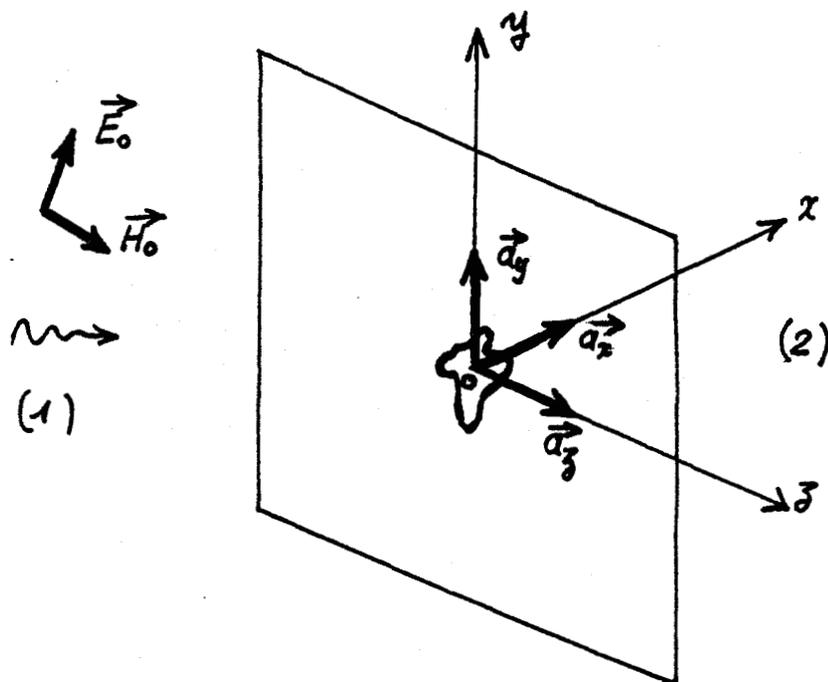


Figure (AIII-2)

Soit  $(\vec{E}_0, \vec{H}_0)$  une onde électromagnétique plane illuminant le plan.

Soit  $(\vec{E}_1, \vec{H}_1)$  les composantes du champ diffractées par l'ouverture et correspondant aux points de l'espace  $x < 0$ .

Soit  $(\vec{E}_2, \vec{H}_2)$  les composantes diffractées par l'ouverture correspondant au point de l'espace  $x > 0$

Le champ résultant sur le côté du plan illuminé s'exprime alors

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_1 \\ \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 \end{cases} \quad x < 0 \quad (\text{AIII-40})$$

Le champ résultant à l'ombre du plan

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{H} = \vec{H}_2 \\ \vec{E} = \vec{E}_2 \end{cases} \quad x > 0 \quad (\text{AIII-41})$$

Sans l'ouverture nous devons appliquer sur la surface du plan les conditions aux limites suivantes :

$$\vec{a}_x \wedge \vec{E}_0 = 0 \quad \text{et} \quad \vec{a}_x \cdot \vec{H}_0 = 0 \quad (\text{AIII-42})$$

En présence de l'ouverture, nous appliquons la condition sur les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  sur le plan et en dehors de l'ouverture soit :

$$\vec{a}_x \wedge \vec{E} = 0 \quad \text{et} \quad \vec{a}_x \cdot \vec{H} = 0 \quad (\text{AIII-43})$$

• Conditions aux limites dans l'ouverture.

Il y a continuité des composantes du champ Electromagnétique dans l'ouverture

$$\left. \begin{aligned} E_{0x} + E_{1x} &= E_{2x} \\ E_{1y} &= E_{2y} \\ E_{1z} &= E_{2z} \end{aligned} \right\} \quad \text{en } x = 0 \text{ dans l'ouverture} \quad (\text{AIII-44})$$

$$\left. \begin{aligned} H_{0y} + H_{1y} &= H_{2y} \\ H_{0z} + H_{1z} &= H_{2z} \\ H_{1x} &= H_{2x} \end{aligned} \right\} \text{ en } x = 0 \text{ dans l'ouverture (AIII-45)}$$

Il y a symétrie du champ diffracté en  $x < 0$  et  $x > 0$

Cette condition implique les relations suivantes entre les composantes

$$\left. \begin{aligned} E_{2x} &= -E_{1x} = \frac{1}{2} E_{0x} \\ H_{2y} &= -H_{1y} = \frac{1}{2} H_{0y} \\ H_{2z} &= -H_{1z} = \frac{1}{2} H_{0z} \end{aligned} \right\} \text{ en } x = 0 \text{ dans l'ouverture (AIII-46)}$$

Nous pouvons étendre cette propriété à tout point de l'espace

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{a}_x \vec{E}_2(|x|, y, z) &= -\vec{a}_x \vec{E}_1(-|x|, y, z) \\ \vec{a}_y \vec{H}_2(|x|, y, z) &= -\vec{a}_y \vec{H}_1(-|x|, y, z) \\ \vec{a}_z \vec{H}_2(|x|, y, z) &= -\vec{a}_z \vec{H}_1(-|x|, y, z) \end{aligned} \right. \quad (\text{AIII-47})$$

Nous déduisons des expressions (AIII-44) et (AIII-45) la condition sur le champ dans l'ouverture :

- la composante normale du champ électrique est la moitié de la composante normale du champ incident  $\vec{E}$ .

$$E_n = \frac{1}{2} E_{0n} \quad (\text{AIII-48})$$

- La composante tangentielle du champ magnétique est la moitié de la composante tangentielle du champ incident  $\vec{H}_0$

$$\vec{H}_t = \frac{1}{2} \vec{H}_{0t} \quad (\text{AIII-49})$$

### AIII-2.2. Application du principe d'équivalence [63]

Considérons les configurations (a), (b) et (c) de la figure (AIII-3)

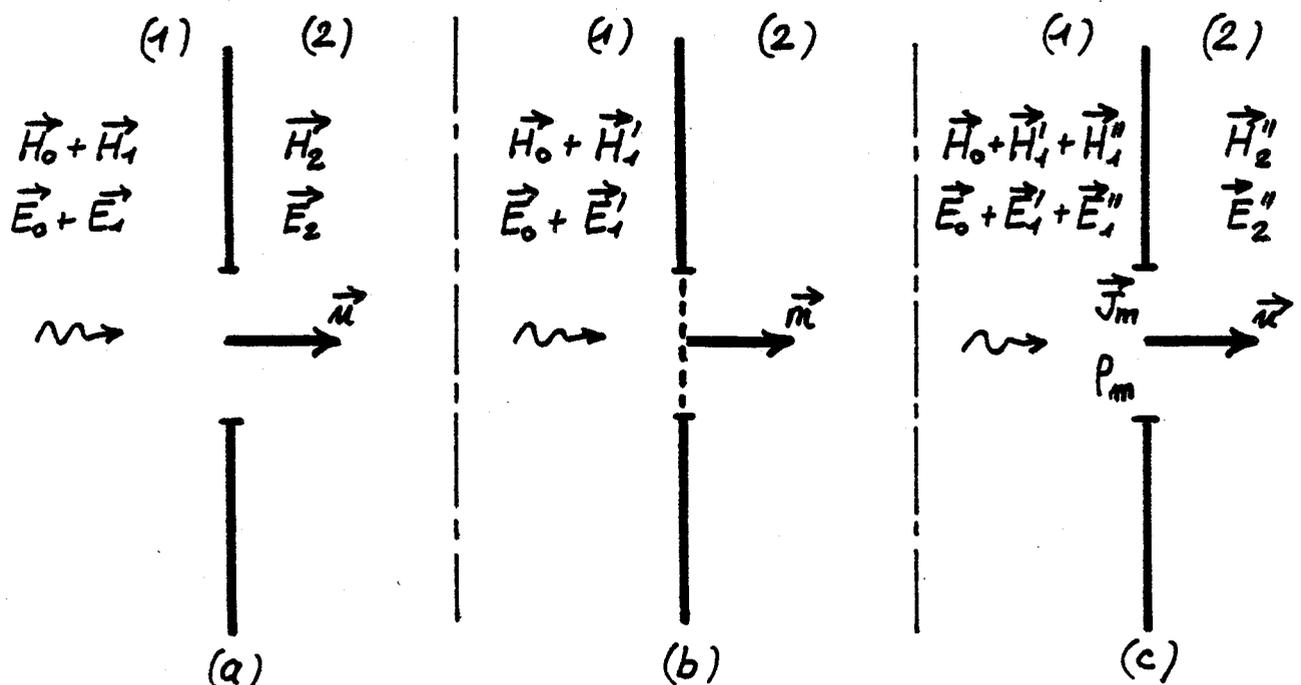


Figure (AIII-3)

- Configuration (a)

Nous sommes dans la situation évoquée dans le paragraphe précédent (plan conducteur parfait avec ouverture).

- Configuration (b)

L'ouverture est fermée par un matériau parfaitement magnétique ( $\mu = \infty$ )

A l'ombre de l'écran (2) le champ est nul, sur le côté illuminé le champ résultant est :

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'_1 \\ \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}'_1 \end{cases} \quad (\text{AIII-50})$$

où  $\vec{E}'_1$  et  $\vec{H}'_1$  sont les composantes diffractées par le matériau magnétique parfait.

Sur le plan conducteur parfait nous appliquons les conditions aux limites.

$$\begin{cases} \vec{n}_\Lambda (\vec{E}_0 + \vec{E}'_1) = 0 \\ \vec{n} \cdot (\vec{H}_0 + \vec{H}'_1) = 0 \end{cases} \quad \text{pour un point sur l'écran conducteur parfait (AIII-51)}$$

sur le matériau magnétique parfait nous appliquons la condition aux limites des écrans magnétiques parfaits

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_0 + \vec{H}'_1) = 0 \quad (\text{AIII-52})$$

• Configuration (c)

Il s'agit du plan conducteur parfait avec une ouverture illuminée par le champ électromagnétique

$$\vec{E}_0 + \vec{E}'_1 \quad \text{et} \quad \vec{H}_0 + \vec{H}'_1$$

Le champ est inhomogène puisque les composantes  $\vec{E}'_1$  et  $\vec{H}'_1$  correspondent exactement à la diffraction imposée par l'ouverture fermée par le matériau parfaitement magnétique (problème (b)).

Le champ résultant s'exprime alors

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'_1 + \vec{E}''_1 \\ \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}'_1 + \vec{H}''_1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{sur le côté illuminé} \\ \text{de l'écran} \\ (\text{AIII-53}) \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E} = \vec{E}''_2 \\ \vec{H} = \vec{H}''_2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{à l'ombre de l'écran} \\ \text{(AIII-54)} \end{array}$$

$(\vec{E}''_1, \vec{H}''_1)$  et  $(\vec{E}''_2, \vec{H}''_2)$  sont les composantes diffractées par l'ouverture.

Dans l'ouverture nous appliquons les conditions de continuité introduites dans le paragraphe (AIII-2-1).

Continuité de la composante tangentielle du champ électrique

$$\vec{n}_\Lambda \vec{E}''_2 = \vec{n}_\Lambda (\vec{E}_0 + \vec{E}'_1 + \vec{E}''_1) \quad \text{(AIII-55)}$$

Continuité de la composante normale du champ magnétique

$$\vec{n} \cdot \vec{H}''_2 = \vec{n} \cdot (\vec{H}_0 + \vec{H}'_1 + \vec{H}''_1) \quad \text{(AIII-56)}$$

Avec les conditions imposées par l'écran électrique parfait

$$\vec{n}_\Lambda \vec{E}_0 = 0 \quad \text{et} \quad \vec{n} \vec{H}_0 = 0 \quad \text{(AIII-57)}$$

Nous obtenons les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n}_\Lambda (\vec{E}''_1 - \vec{E}''_2) = - \vec{n}_\Lambda \vec{E}'_1 \\ \vec{n} (\vec{H}''_1 - \vec{H}''_2) = - \vec{n} \vec{H}'_1 \end{array} \right. \quad \text{(AIII-58)}$$

Ces relations peuvent être comparées à celles établies dans l'étude de la transition de deux milieux

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{n}_\Lambda (\vec{E}''_1 - \vec{E}''_2) = \vec{J}_m \\ \vec{n} (\vec{H}''_1 - \vec{H}''_2) = \frac{\rho_m}{\mu_0} \end{array} \right. \quad \text{(AIII-59)}$$

où  $\vec{J}_m$  est une densité de surface de courant magnétique et  $\rho_m$  la densité de surface de charges magnétiques.

Le champ diffracté par l'ouverture étant symétrique nous devons poser les quatre expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \vec{n}_\Lambda \cdot \vec{E}''_1 = \frac{\vec{J}_m}{2} & \vec{n}_\Lambda \cdot \vec{E}''_2 = -\frac{\vec{J}_m}{2} \\ \vec{n} \cdot \vec{H}''_1 = -\frac{1}{2} \frac{\rho_m}{\mu_0} & \vec{n} \cdot \vec{H}''_2 = \frac{1}{2} \frac{\rho_m}{\mu_0} \end{array} \right. \quad (\text{AIII-60})$$

Nous montrons à partir du principe d'équivalence que la distorsion du champ permet d'introduire la densité de surface des courants et charge magnétique qui vont nous permettre de calculer les dipôles équivalents à l'ouverture.

### AIII-2.3. Dipôles magnétiques équivalents à l'ouverture [65]

Intéressons nous à la configuration (e) du schéma de la figure (AIII-3).

Le champ électromagnétique à l'ombre de l'écran peut être exprimé à l'aide du couple d'équations de MAXWELL

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \vec{E}''_2 - j\omega\mu_0 \vec{H}''_2 = -\vec{J}_m \\ \text{rot } \vec{H}''_2 + j\omega\epsilon_0 \vec{E}''_2 = 0 \end{array} \right. \quad (\text{AIII-61})$$

Les composantes peuvent aussi s'exprimer à l'aide des potentiels vecteur  $\vec{F}$  et scalaire associé  $\psi$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}''_2 = \frac{1}{\epsilon_2} \text{rot } \vec{F} \\ \vec{H}''_2 = + \frac{j\omega}{N} \vec{F} - \text{grad } \psi \end{array} \right. \quad (\text{AIII-62})$$

plaçons nous dans l'hypothèse quasi statique pour laquelle

$$|j\omega\vec{F}| \ll |\text{grad } \psi| \quad (\text{AIII-63})$$

Nous obtenons la simplification :

$$\vec{H}''_2 = - \text{grad } \psi \quad (\text{AIII-64})$$

Cette hypothèse admet que les dimensions de l'ouverture sont très petites par rapport à la longueur d'onde.

Le potentiel scalaire peut s'exprimer en fonction de la densité de charge magnétique  $\rho_m(\vec{r}')$  (figure AIII-4)

$$\psi = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\mu_0} \iint_{S_a} \frac{\rho_m(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS \quad (\text{AIII-65})$$

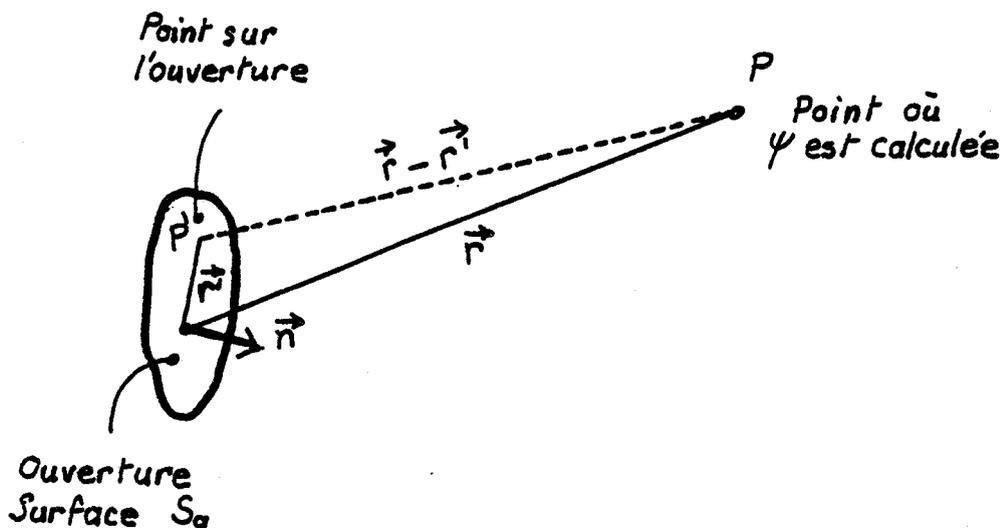


Figure (AIII-4)

La densité de charge peut également s'exprimer par la composante normale du champ magnétique dans l'ouverture (expression AIII-60)

$$\rho_m(\vec{r}') = 2\mu_0 \vec{n} \cdot \vec{H}''_2 = 2\mu_0 H''_{2n} \quad (\text{AIII-66})$$

d'où

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_a} \frac{H''_{2n}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dS \quad (\text{AIII-67})$$

Si les dimensions transversales de l'ouverture sont petites par rapport à la distance  $\vec{r}$   $|\vec{r}'| \ll |\vec{r}|$

$\psi(\vec{r})$  peut alors s'écrire :

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi r} \iint_{S_a} H''_{2n} dS + \frac{1}{2\pi} \frac{\vec{r}}{r^3} \iint_{S_a} \vec{r}' \cdot H''_{2n}(\vec{r}') dS \quad (\text{AIII-68})$$

Evaluons la première intégrale en calculant l'intégrale de surface de la première équation de MAXWELL

$$\iint_{S_a} \text{rot } \vec{E}''_2 \cdot \vec{n} dS - j\omega\mu_0 \iint_{S_a} \vec{H}''_2 \cdot \vec{n} dS = - \iint_{S_a} \vec{J}_m \cdot \vec{n} dS \quad (\text{AIII-69})$$

$$\vec{J}_m \cdot \vec{n} = -2 (\vec{n} \wedge \vec{E}''_2) \cdot \vec{n} = 0$$

$$\iint_{S_a} \text{rot } \vec{E}''_2 \cdot \vec{n} dS = \oint_C \vec{E}''_2 \cdot d\vec{l} \quad (\text{AIII-70})$$

où  $e$  est le contour de l'ouverture, sur l'écran électrique parfait  $\vec{E}_2 \cdot d\vec{l} = 0$

$$\text{d'où } \iint_{S_a} H_{2n}'' dS = 0 \quad (\text{AIII-71})$$

Le potentiel magnétostatique rayonné par l'ouverture s'exprime sous la forme :

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \frac{\vec{r}}{r^3} \iint_{S_a} \vec{r}' \cdot H_{2n}''(\vec{r}') dS = \frac{\vec{r} \cdot \vec{m}_{\text{eff}}}{2\pi r^3} = \frac{\vec{r} \cdot \vec{m}_{\text{eq}}}{4\pi r^3} \quad (\text{AIII-72})$$

où  $\vec{m}_{\text{eff}}$  est le moment effectif et  $\vec{m}_{\text{eq}}$  le moment équivalent.

Dans la suite nous utiliserons le moment effectif

$$\vec{m} = \vec{m}_{\text{eff}} = \frac{\vec{m}_{\text{eq}}}{2} = \iint_{S_a} \vec{r}' \cdot H_{2n}''(\vec{r}') dS \quad (\text{AIII-73})$$

#### AIII-2.4. Dipôle électrique équivalent à l'ouverture

Le dipôle magnétique effectif peut aussi s'exprimer sous la forme suivante

$$\vec{m} = \frac{\vec{m}_{\text{eq}}}{2} = \frac{1}{4} \iint_{S_a} \vec{r}' \wedge \vec{J} dS \quad (\text{AIII-74})$$

où  $\vec{J}$  est la densité de courant électrique en surface.

Utilisons la dualité Electrique Magnétique [66]

Nous obtenons la correspondance

$$\vec{m}_{\text{eq}} = \frac{1}{2} \iint_{S_a} \vec{r}'_{\Lambda} \vec{J} \, dS \Leftrightarrow \vec{p}_{\text{eq}} = \frac{\epsilon_0}{2} \iint_{S_a} \vec{r}'_{\Lambda} \vec{J}_m \, dS \quad (\text{AIII-75})$$

Le moment électrique effectif peut alors s'écrire compte tenu de l'expression (AIII-60)

$$\vec{p}_{\text{eff}} = \vec{p} = -\frac{\epsilon_0}{2} \iint_{S_a} \vec{r}'_{\Lambda} (\vec{n}_{\Lambda} \cdot \vec{E}''_2) \, dS \quad (\text{AIII-76})$$

Le champ  $\vec{E}''_2$  peut être relié au potentiel électrostatique  $\phi$

$$\vec{E}''_2 = -\text{grad } \phi \quad (\text{AIII-77})$$

$$\text{d'où } \vec{p} = \frac{\epsilon_0}{2} \iint_{S_a} \vec{r}'_{\Lambda} (\vec{n}_{\Lambda} \cdot \text{grad } \phi) \, dS \quad (\text{AIII-78})$$

que nous pouvons aussi écrire :

$$\vec{p} = \frac{\epsilon_0}{2} \iint_{S_a} \vec{n} (\vec{r}' \cdot \text{grad } \phi) \, dS \text{ puisque } \vec{n}' \cdot \vec{r}' = 0 \quad (\text{AIII-79})$$

expression que nous mettons sous la forme :

$$\vec{p} = \frac{\epsilon_0}{2} \vec{n} \iint_{S_a} \nabla_t (\vec{r}' \cdot \phi) \, dS - \vec{n} \frac{\epsilon_0}{2} \iint_{S_a} \phi \nabla_t \vec{r}' \, dS \quad (\text{AIII-80})$$

Pour évaluer la première intégrale utilisons le théorème d'OSTROGRADSKI sur le volume cylindrique de section  $S_a$  et d'épaisseur  $\delta(x)$

$$\iint_{S_a} \nabla_t(\vec{r}' \cdot \vec{\phi}) dS = \oint_e \vec{r}' \cdot \vec{\phi} d\vec{l} \quad (\text{AIII-81})$$

où  $\nabla_t$  est l'opérateur transversal.

Par hypothèse le potentiel sur le contour de l'ouverture est nul  $\phi(\vec{l}) = 0$

$$\text{d'où } \vec{p} = -\vec{n} \frac{\epsilon_0}{2} \iint_{S_a} \phi \nabla_t \vec{r}' dS \quad (\text{AIII-82})$$

$\vec{r}'$  peut s'exprimer en fonction du couple  $x, y$  de coordonnées cartésiennes attachées à l'ouverture (figure (AIII-2))

$$\vec{r}' = \vec{a}_y y + \vec{a}_z z \quad (\text{AIII-83})$$

Nous obtenons l'expression du moment électrique  $\vec{p}$  équivalent à l'ouverture

$$\vec{p} = -\epsilon_0 \vec{n} \iint_{S_t} \phi dS \quad (\text{AIII-84})$$

### AIII-2.5. Polarisabilités électrique et magnétique

Une ouverture est équivalente à un moment magnétique et électrique effectifs donnés par les expressions

$$\vec{m} = \iint_{S_a} \vec{r}' H_{2n}(\vec{r}') dS \quad (\text{AIII-85})$$

$$\vec{p} = -\epsilon_0 \vec{n} \iint_{S_a} \phi dS \quad (\text{AIII-86})$$

Ces deux intégrales ont été obtenues en appliquant les principes d'équivalence et de dualité. Sur la figure (AIII-5) sont reproduites l'orientation de chacun de ces dipôles

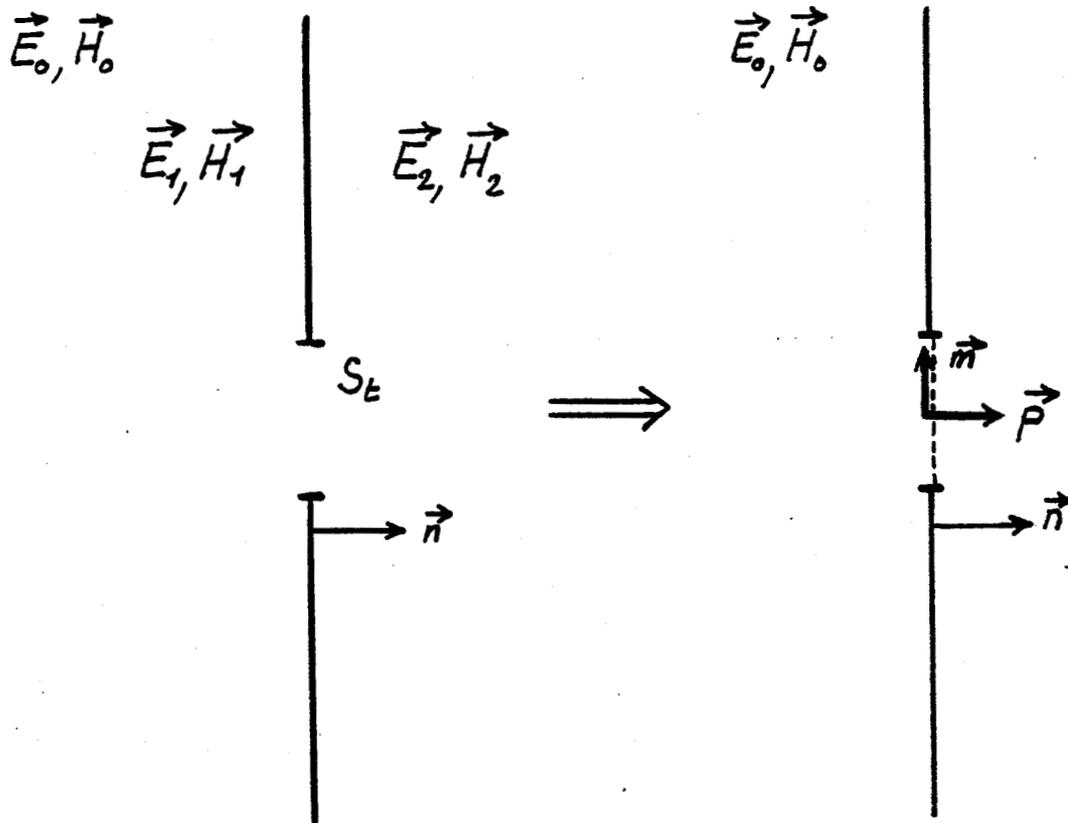


Figure (AIII-5)

Pour déterminer la valeur numérique de chacun de ces dipôles, il faut faire appel à la nature physique de ces paramètres équivalents.

. Le dipôle électrique matérialise à l'ombre de l'écran la pénétration des composantes normales du champ électrique  $\vec{E}_0$  schéma (a) figure (AIII-6).

. Le dipôle magnétique matérialise la pénétration des composantes tangentielles du champ magnétique  $\vec{H}_0$  schéma (b) figure (AIII-6)

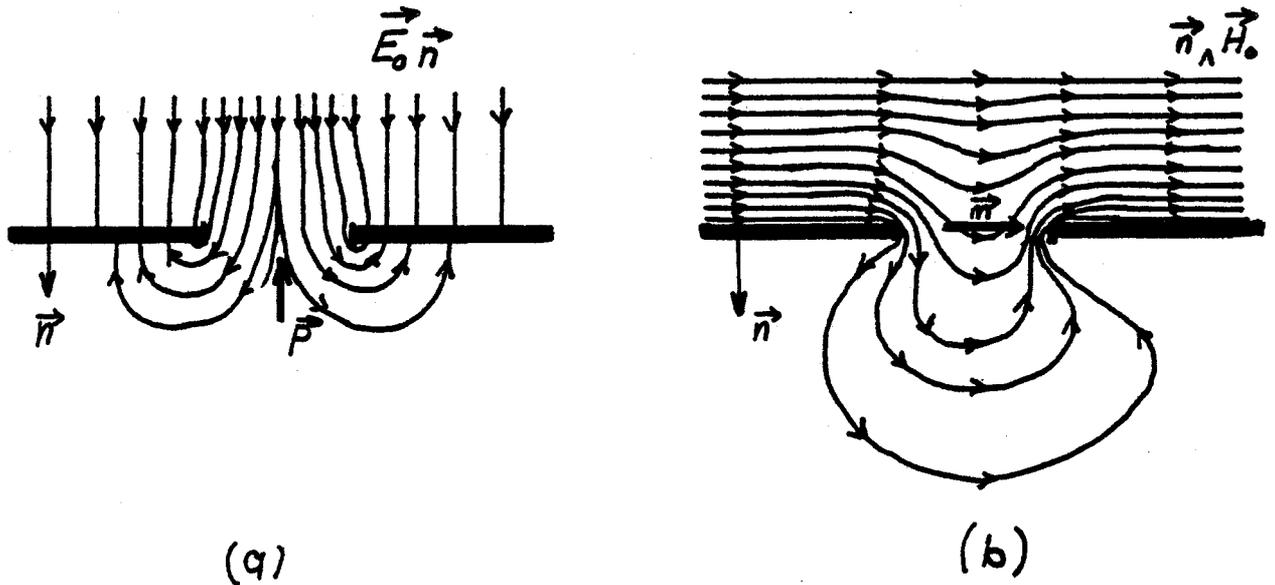


Figure (AIII-6)

Ces composantes s'expriment:

$$E_{no} = \vec{n} \cdot \vec{E}_0 \quad (\text{AIII-87})$$

$$\vec{H}_{to} = \vec{n}_\Lambda \vec{H}_0 = a_y^\rightarrow (a_y^\rightarrow H_0^\rightarrow) + a_z^\rightarrow (a_z^\rightarrow H_0^\rightarrow) \quad (\text{AIII-88})$$

L'amplitude du champ électromagnétique diffracté est proportionnelle à  $\vec{E}_0$  et  $\vec{H}_0$ .

Nous pouvons traduire cette relation de proportionnalité en exprimant  $\vec{p}$  et  $\vec{m}$  sous la forme

$$\vec{p} = (\epsilon_0 \alpha_e \vec{n}) \vec{n} \cdot \vec{E}_0 \quad (\text{AIII-89})$$

$$\vec{m} = ((\alpha_{my} \vec{a}_y) \vec{a}_y + (\alpha_{mz} \vec{a}_z) \vec{a}_z) \vec{H}_0 = \alpha_m \vec{H}_0 \quad (\text{AIII-90})$$

Le scalaire  $\alpha_e$  représente la polarisabilité électrique de l'ouverture

La dyade  $\alpha_m$  : la polarisabilité magnétique.

Ces paramètres sont essentiellement fonction de la géométrie de l'ouverture.

Nous montrons ensuite comment les polarisabilités peuvent être calculées numériquement ou analytiquement.

=====

## POLARISABILITES ELECTRIQUE ET MAGNETIQUE

---

 APPROCHE NUMERIQUE [65]
 

---

Représentons l'ouverture et le système d'axes associé oxyz  
figure (AIII-7)

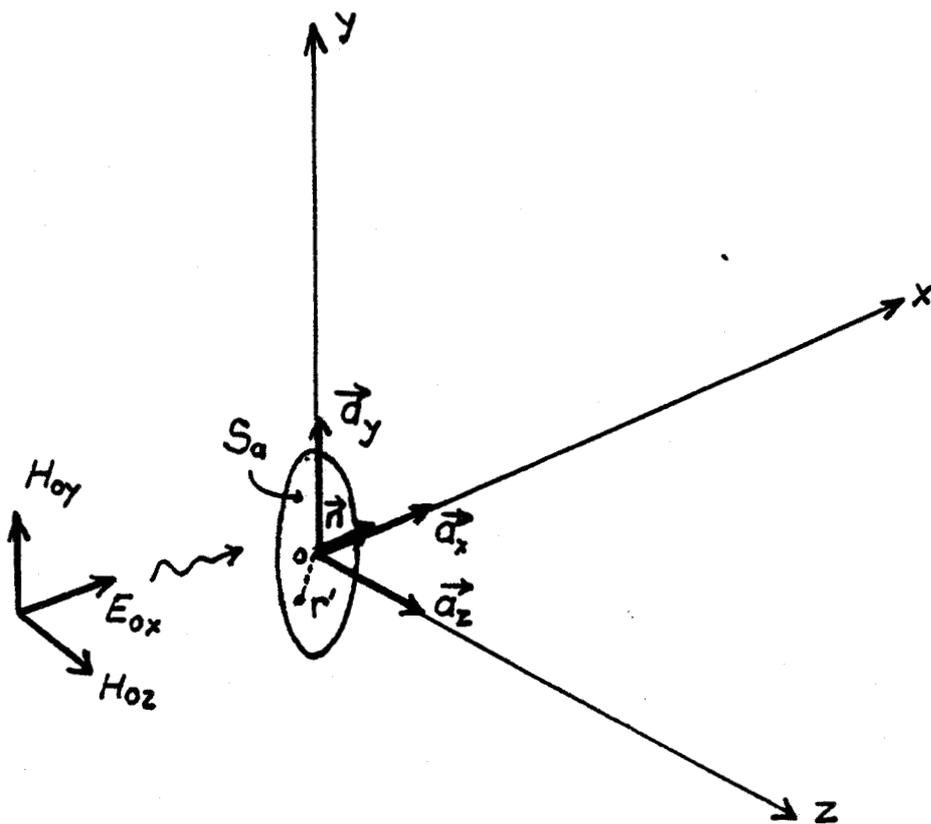


Figure (AIII-7)

AIII-3.1. Polarisabilité magnétique  $\alpha_m$ : [67]

Il s'agit de relier les expressions (AIII-85) et (AIII-90).

Intéressons nous à la composante dyadique  $\alpha_{my}$  le raisonnement étant aussi valable pour la composante  $\alpha_{mz}$ .

Pour calculer la polarisabilité nous devons tout d'abord évaluer la fonction qui traduit la répartition de la composante normale du champ  $H_{2n}(Z')$  dans l'ouverture.

Exprimons les composantes  $H_{1y}$  et  $H_{2y}$  à l'aide du potentiel scalaire associé " $\psi$ "

$$H_{1y} = - \frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad H_{2y} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \qquad (\text{AIII-91})$$

Cette écriture correspond aux propriétés de symétrie (AIII-46). Le potentiel magnétostatique dans l'ouverture est calculé à partir de la condition de continuité (AIII-49) soit :

$$\psi(0,y,z) = \frac{y}{2} H_{0y} \qquad (\text{AIII-92})$$

Exprimons le potentiel  $\psi(\vec{r})$  en un point quelconque de l'espace. Pour cela appliquons le théorème de GREEN au volume  $V$  de surface latérale  $S$  comportant une densité volumique  $\rho_m$  de charges magnétiques (figure (AIII-8))

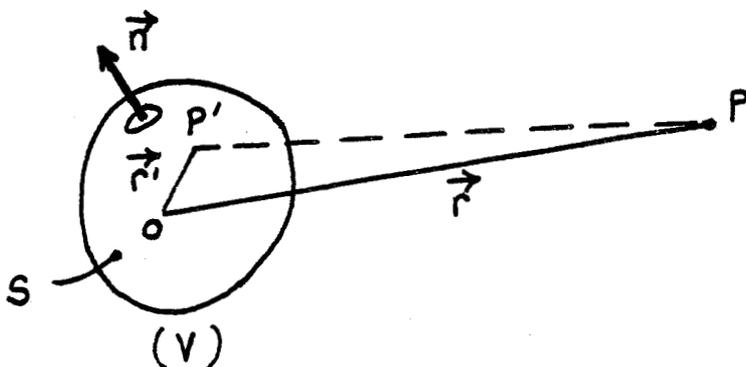


Figure (AIII-8)

$$\iiint_V \psi(\vec{r}) \delta(\vec{r}' - \vec{r}) d\tau - \frac{1}{\mu_0} \iiint_V \rho_m(\vec{r}) G(\vec{r}' | \vec{r}) d\tau =$$

(AIII-93)

$$\oint_S \psi(\vec{r}) \frac{\partial G(\vec{r}' | \vec{r})}{\partial n} dS - \oint_S G(\vec{r}' | \vec{r}) \frac{\partial \psi(\vec{r})}{\partial n} dS$$

où  $G(\vec{r}' | \vec{r})$  est la fonction de GREEN.

Les charges magnétiques n'ont de réalité que dans le problème de type magnétique (paragraphe AIII-2.2).

Dans la situation réelle  $\rho_m(\vec{r}) = 0$

Lorsque le volume  $V$  tend vers l'ouverture d'épaisseur très petite, le potentiel dans l'ouverture s'exprime de façon simple.

$$\psi(0,y,z) = \iint_{S_a} \psi \frac{\partial G}{\partial x'} dS - \iint_{S_a} G \frac{\partial \psi}{\partial x'} dS \quad (\text{AIII-94})$$

Comme nous sommes dans l'hypothèse quasi-statique expression(AIII-64 ) choisissons la fonction de GREEN de la forme

$$G(\vec{r}' | \vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\text{AIII-95})$$

pour le point  $P$  à la surface de l'ouverture  $\frac{\partial G}{\partial n'} = 0$  d'où

$$\psi(0,y,z) = - \frac{1}{2\pi} \iint_{S_a} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x'} \right)_{x'=0} dS \quad (\text{AIII-96})$$

La dérivée sous le signe somme peut aussi s'exprimer à l'aide d'une fonction de variable  $y'$  et  $z'$

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x'}\right)_{x'=0} = f(y', z') H_{oy} \quad (\text{AIII-97})$$

Compte tenu de la condition (AIII-92) la fonction  $f(y', z')$  est solution de l'équation intégrale.

$$y = \frac{1}{\pi} \iint_{S_a} \frac{f(y', z')}{\sqrt{(z - z')^2 + (y - y')^2}} dy' dz' \quad (\text{AIII-98})$$

La fonction  $f(y', z')$  nous permet d'évaluer la polarisabilité de l'ouverture, donnée par l'intégrale

$$\alpha_{my} = \iint_{S_a} y f(y, z) dy dz \quad (\text{AIII-99})$$

Pour une ouverture de forme quelconque le calcul est mené numériquement

### AIII-3.2. Polarisabilité électrique

Il s'agit de relier les expressions (AIII-86) et (AIII-89) exprimons les composantes  $E_{1x}$  et  $E_{2x}$  dans l'ouverture à l'aide du potentiel électrostatique  $\phi$

$$E_{1x} = - \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad E_{2x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{AIII-100})$$

La charge électrique étant nulle dans l'ouverture l'application du théorème de GREEN donne l'expression :

$$\phi(0,y,z) = \iint_{S_a} \phi \frac{\partial G}{\partial n} dS - \iint_{S_a} G \frac{\partial \phi}{\partial n} dS \quad (\text{AIII-101})$$

Exprimons l'intégrale  $\iint_{S_a} G \frac{\partial \phi}{\partial n} dS$

La dérivée normale peut s'écrire  $\frac{\partial \phi}{\partial n} = \nabla \phi \cdot \vec{n}$

d'où  $\iint_{S_a} G \frac{\partial \phi}{\partial n} dS = \iint_{S_a} G \nabla \phi \cdot \vec{n} dS$  (AIII-102)

Le champ dans l'ouverture  $\vec{E} = -\nabla \phi$

d'où  $\iint_{S_a} G \frac{\partial \phi}{\partial n} dS = -\iint_{S_a} G \vec{E} \cdot d\vec{S}$  (AIII-103)

Appliquons le théorème d'OSTROGRADSKI

$$\iint_{S_a} G \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \nabla \cdot (G\vec{E}) d\tau \quad (\text{AIII-104})$$

lorsque le volume tend vers la surface de l'ouverture

$$\iiint_V \nabla \cdot (G\vec{E}) d\tau \rightarrow \iint_{S_a} \nabla_t \cdot (G\vec{E}) dS \quad (\text{AIII-105})$$

appliquons à nouveau le théorème

$$\iint_{S_a} \nabla_t \cdot (G\vec{E}) dS = \oint_e G \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{AIII-106})$$

où  $\mathcal{C}$  est le contour de l'ouverture

$$\text{or } \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \oint_{S_a} G \frac{\partial \Phi}{\partial n} dS = 0 \quad (\text{AIII-107})$$

d'où l'expression du potentiel dans l'ouverture

$$\Phi(0, y, z) = \oint_{S_a} \Phi \frac{\partial G}{\partial n} dS \quad (\text{AIII-108})$$

que nous pouvons aussi écrire :

$$\Phi(0, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_a} \frac{\partial}{\partial x'} \left( \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \Phi(0, y', z') dS \quad (\text{AIII-109})$$

Le potentiel peut s'exprimer par une fonction des variables  $y'$  et  $z'$

$$\Phi(0, y', z') = g(y', z') E_{0n} \quad (\text{AIII-110})$$

Appliquons la condition de continuité dans l'ouverture  
(expression AIII-48)

$$x \rightarrow 0 \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{E_{0n}}{2} \quad (\text{AIII-111})$$

La fonction  $g(y', z')$  est solution de l'équation intégrale

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\pi} \iint_{S_a} \frac{\partial}{\partial x'} \left( \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) g(y', z') dS \right] = 1 \quad (\text{AIII-112})$$

ANNEXE AIII-4

=====

POLARISABILITES ELECTRIQUE ET MAGNETIQUE  
D'UNE OUVERTURE DE FORME ELLIPTIQUE

---

APPROCHE ANALYTIQUE [63]

---

Nous calculons à partir du problème de l'ellipsoïde plongé dans un champ uniforme, les moments magnétique et électrique équivalents à une ouverture de forme elliptique. Nous en déduisons l'expression analytique des polarisabilités électrique et magnétique de l'ellipse.

AIII-4.1. Ellipsoïde diélectrique ou magnétique dans un champ uniforme

Considérons un ellipsoïde magnétique de perméabilité  $\mu$  et un ellipsoïde diélectrique de permittivité  $\epsilon$  respectivement plongés dans un champ magnétique  $\vec{H}_0$  et un champ électrique  $\vec{E}_0$  uniformes (figure (AIII-9))

Le repère cartésien  $oxyz$  est associé à l'ellipsoïde de demi axes  $(l_x, l_y, l_z)$ .

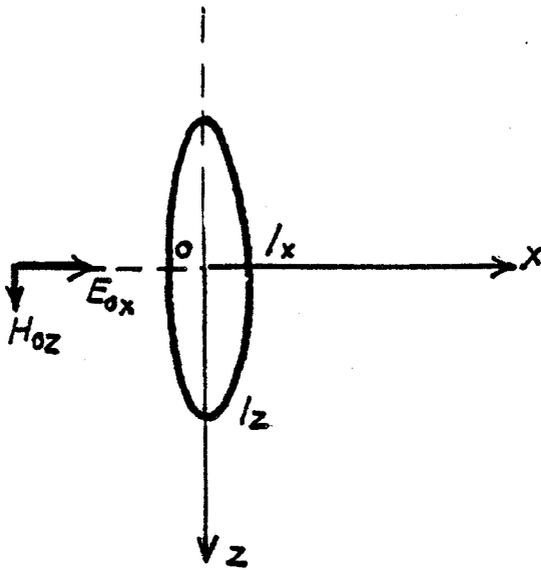
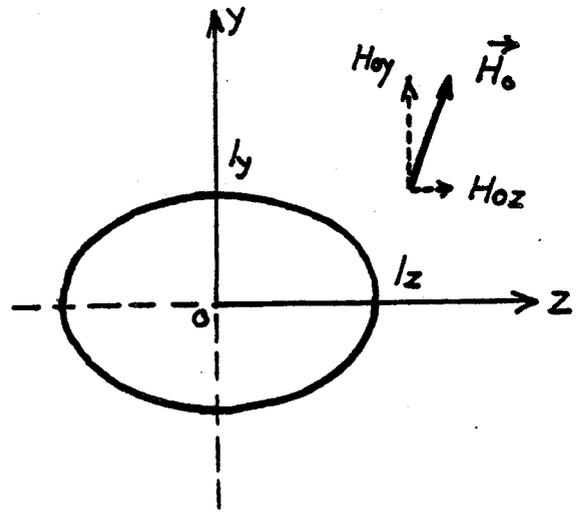
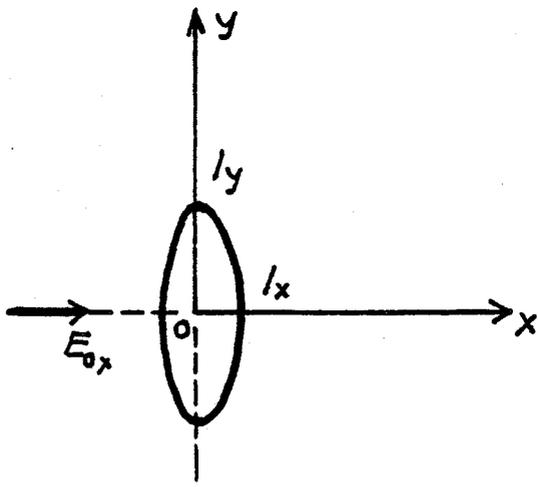


Figure (AIII-9)

Les vecteurs  $\vec{E}_0$  et  $\vec{H}_0$  peuvent s'écrire en fonction de leurs composantes respectives.

$$\vec{E}_0 = E_{0x} \vec{a}_x \quad \vec{H}_0 = H_{0y} \vec{a}_y + H_{0z} \vec{a}_z \quad (\text{AIII-114})$$

La théorie du champ électrostatique et magnétostatique à l'ellipsoïde plongé dans un champ uniforme montre qu'il est possible d'y associer des vecteurs polarisation électrique  $\vec{P}$  et polarisation magnétique  $\vec{M}$  induits

Les vecteurs  $\vec{P}$  et  $\vec{M}$  sont alors donnés par les expressions analytiques suivantes :

$$\vec{P} = P_x \vec{a}_x = \frac{\epsilon_0 E_{0x}}{L_x + \epsilon_0 / (\epsilon - \epsilon_0)} \vec{a}_x \quad (\text{AIII-115})$$

$$\vec{M} = M_z \vec{a}_z + M_y \vec{a}_y \quad (\text{AIII-116})$$

$$M_z = \frac{H_{0z}}{L_z + \mu_0 / (\mu - \mu_0)} \quad (\text{AIII-117})$$

$$M_y = \frac{H_{0y}}{L_y + \mu_0 / (\mu - \mu_0)} \quad (\text{AIII-118})$$

$L_x$ ,  $L_z$  et  $L_y$  s'expriment sous forme intégrale

$$L_x = \frac{l_x l_y l_z}{2} \int_0^\infty \frac{dv}{(v + l_x^2) [(v + l_z^2)(v + l_y^2)(v + l_x^2)]^{1/2}} \quad (\text{AIII-119})$$

$$L_z = \frac{l_x l_y l_z}{2} \int_0^\infty \frac{dv}{(v + l_z^2) [(v + l_z^2)(v + l_y^2)(v + l_x^2)]^{1/2}} \quad (\text{AIII-120})$$

$$L_y = \frac{l_x l_y l_z}{2} \int_0^{\infty} \frac{dv}{(v + l_y^2) \sqrt{(v + l_z^2)(v + l_y^2)(v + l_x^2)}} \quad (\text{AIII-121})$$

Les intégrales étant indépendantes des variables d'espace, nous relierons les vecteurs polarisations aux moments équivalents par les expressions suivantes :

$$\vec{p} = V \vec{P} \quad \text{et} \quad \vec{m} = V \vec{M} \quad (\text{AIII-122})$$

$\vec{p}$  et  $\vec{m}$  sont les moments électrique et magnétique équivalents.  $V$  le volume de l'ellipsoïde

$$V = \frac{4}{3} \pi l_x l_y l_z \quad (\text{AIII-123})$$

Nous calculons ensuite chacune des intégrales  $L_y$ ,  $L_z$  et  $L_x$  dans l'hypothèse où l'ellipsoïde tend vers la surface de forme elliptique. Nous admettons l'hypothèse suivante sur les variables  $l_x$ ,  $l_y$  et  $l_z$

$$l_z > l_y > l_x \quad (\text{AIII-124})$$

• Calcul de l'intégrale  $L_y$

Faisons le changement de variable

$$t^2 = v + l_y^2 \quad (\text{AIII-125})$$

K(e) et E(e) sont conformes aux expressions données dans le formulaire

• Calcul de l'intégrale  $L_z$

Faisons le changement de variable

$$t^2 = v + l_z^2 \quad (\text{AIII-136})$$

$$L_z = l_x l_y l_z \int_{l_z}^{\infty} \frac{dt}{t^2 (t^2 + l_y^2 - l_z^2)^{1/2} (t^2 + l_x^2 - l_z^2)^{1/2}} \quad (\text{AIII-137})$$

Multiplions le dénominateur par l'expression

$$\frac{(t^2 + l_y^2 - l_z^2) - t^2}{l_y^2 - l_z^2} \quad (\text{AIII-138})$$

d'où :

$$L_z = \frac{l_x l_y l_z}{l_y^2 - l_z^2} \left[ \int_{l_z}^{\infty} \frac{(t^2 + l_y^2 - l_z^2)^{1/2}}{t^2 (t^2 + l_x^2 - l_z^2)^{1/2}} dt - \int_{l_z}^{\infty} \frac{dt}{(t^2 + l_y^2 - l_z^2)^{1/2} (t^2 + l_x^2 - l_z^2)^{1/2}} \right] \quad (\text{AIII-139})$$

Décrivons les bornes d'intégration de la façon suivante :

$$\int_{l_z}^{\infty} = \int_{(l_z^2 - l_x^2)^{1/2}}^{\infty} - \int_{(l_z^2 - l_x^2)^{1/2}}^{l_z} \quad (\text{AIII-140})$$

Exprimons chaque intégrale au moyen des réductions suivantes : [71]

$$\int_x^\infty \frac{dt}{(t^2 - a^2)^{1/2} (t^2 - c^2)^{1/2}} = \frac{1}{c} [F(\varphi, k)] \quad (\text{AIII-141})$$

$$\int_x^\infty \frac{(t^2 - a^2)^{1/2}}{t^2 (t^2 - c^2)^{1/2}} dt = \frac{1}{c} [E(\varphi, k)] \quad (\text{AIII-142})$$

Expression dans lesquelles :

$$c = (l_z^2 - l_x^2)^{1/2}, \quad a = (l_z^2 - l_x^2)^{1/2} \sin \varphi = \frac{c}{x} \quad (\text{AIII-143})$$

L'intégrale  $L_z$  se met sous la forme :

$$L_z = \frac{l_x l_y l_z}{(l_y^2 - l_z^2)(l_z^2 - l_x^2)^{1/2}} [E(\varphi, k) - \bar{F}(\varphi, k)] \quad (\text{AIII-144})$$

lorsque  $l_x \rightarrow 0$

$$\frac{L_z}{V} = \frac{3}{4\pi l_z^3 e^2} [K(e) - E(e)] \quad (\text{AIII-145})$$

• Calcul de l'intégrale  $L_x$

Montrons la propriété  $L_x + L_y + L_z = 1$

pour celà faisons le changement de variable

$$u^2 = (v + l_x^2)(v + l_y^2)(v + l_z^2) \quad (\text{AIII-146})$$

La somme des trois intégrales peut alors s'écrire

$$L_x + L_y + L_z = \frac{l_x l_y l_z}{2} \int_{l_x l_y l_z}^{\infty} \frac{2du}{u^2} = 1 \quad (\text{AIII-147})$$

Compte tenu de cette remarque  $L_x$  peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$L_x = 1 - (L_y + L_z) \quad (\text{AIII-148})$$

d'où

$$\frac{L_x}{V} = \frac{1}{V} - \frac{3}{4\pi l_z^3} (1 - e^2)^{-1} E(e) \quad (\text{AIII-149})$$

AIII.4.2. Expression des polarisabilités magnétique et électrique de l'ouverture elliptique

• Polarisabilité magnétique

Pour l'ellipsoïde magnétique parfait  $\mu \rightarrow \infty$ , le moment magnétique induit a pour composantes lorsque  $l_x \rightarrow 0$

$$m_y = VM_y = \frac{V}{L_y} H_{oy} = \frac{4 l_z^3 e^2 (1 - e^2)}{3 [E(e) - (1 - e^2)K(e)]} H_{oy} \quad (\text{AIII-150})$$

$$m_z = VM_z = \frac{V}{L_z} H_{oz} = \frac{4 l_z^3 e^2}{3 [K(e) - E(e)]} H_{oz} \quad (\text{AIII-151})$$

$$\vec{m} = m_y \vec{a}_y + m_z \vec{a}_z \quad (\text{AIII-152})$$

Pour évaluer le moment équivalent à l'ouverture nous devons diviser par 2, pour tenir compte de la condition aux limites dans l'ouverture (expression AIII-49)

$$\vec{m}_{\text{eq}} = \frac{\vec{m}}{2} \quad (\text{AIII-153})$$

Le moment effectif est donné par l'expression (AIII-73) d'où

$$\vec{m}_{\text{eff}} = \frac{\vec{m}_{\text{eq}}}{2} \quad (\text{AIII-154})$$

Compte tenu de l'expression (AIII-90), la polarisabilité magnétique d'ouverture elliptique est donnée par les expressions suivantes :

$$\alpha_{my} = \frac{\pi l_z^3 e^2 (1 - e^2)}{3 [E(e) - (1 - e^2)K(e)]} \quad (\text{AIII-155})$$

$$\alpha_{mz} = \frac{\pi l_z^2 e^2}{3 [K(e) - E(e)]} \quad (\text{AIII-156})$$

• Polarisabilité électrique :

Appliquons à l'ellipsoïde diélectrique la condition  $\epsilon = 0$  pour lequel  $l_x \rightarrow 0$ .

Le moment électrique induit a pour expression :

$$p_x = \frac{V}{L_x - 1} \epsilon_0 E_{ox} = - \frac{\pi l_z^3 (1 - e^2)}{3E(e)} E_{ox} \quad (\text{AIII-157})$$

Les moments équivalents à l'ouverture et moments effectifs sont donnés par les relations

$$\vec{p}_{eq} = \frac{\vec{p}}{2} \quad \text{et} \quad \vec{p}_{eff} = \frac{\vec{p}_{eq}}{2} \quad (\text{AIII-158})$$

Compte tenu de l'expression (AIII-89), la polarisabilité de l'ouverture elliptique s'exprime sous la forme

$$\alpha_e = - \frac{\pi l_z^3 (1 - e^2)}{3E(e)} \quad (\text{AIII-159})$$

#### AIII-4.3. Cas particulier de l'ouverture circulaire

Pour l'ouverture circulaire  $e = 0$ , les expressions de  $\alpha_m$  et  $\alpha_e$  sont calculées en utilisant les développements limités des intégrales elliptiques (formulaire).

Nous obtenons les expressions :

$$\alpha_m = \frac{4}{3} r^3 (a_y \vec{a}_y + a_z \vec{a}_z) \quad (\text{AIII-160})$$

$$\alpha_e = - \frac{2}{3} r^3$$

où "r" est le rayon de l'ouverture.

COUPLAGE PAR INDUCTION DE COURANTS DE FOUCAULT

CALCUL DE L'IMPEDANCE DE TRANSFERT

AIV-1 Calcul du champ magnétique inducteur

Il s'agit de calculer le champ magnétique d'un feuillard de largeur  $L$  parcouru par le courant  $I$  figure (AIV-1)

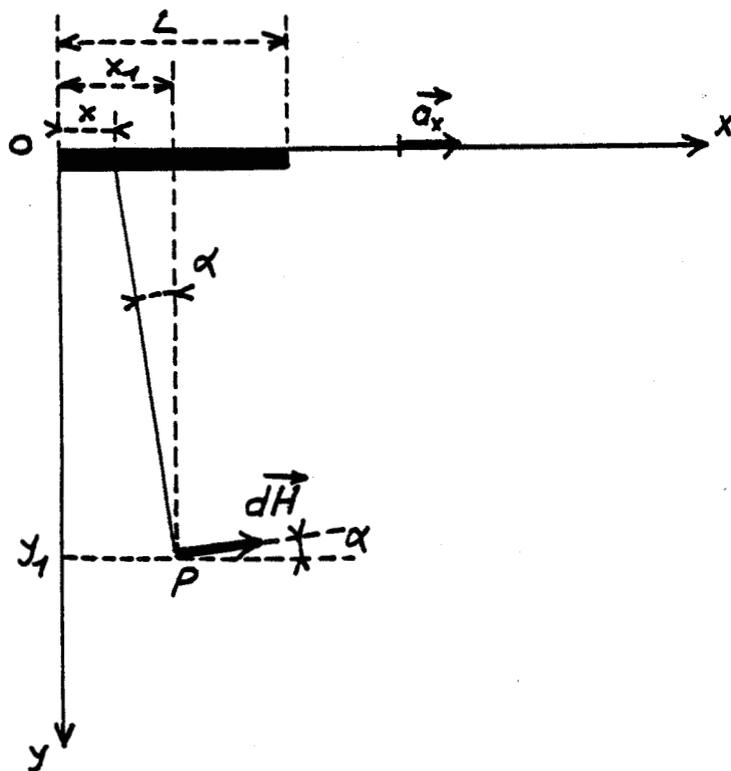


Figure (AIV-1)

Un élément de largeur  $dx$  est parcouru par le courant

$$dI = \frac{I}{L} dx$$

Nous admettons une répartition uniforme de la densité de courant dans la direction  $\vec{o}\vec{x}$ .

La composante élémentaire  $dH_x$  du champ peut alors s'écrire :

$$dH_x = \vec{a}_x \cdot d\vec{H} = \frac{1}{2\pi} \frac{I}{L} \frac{dx}{|\vec{r}|} \cos\alpha$$

où  $|\vec{r}| = \sqrt{(x_1 - x)^2 + y_1^2}$

$$H_x = \frac{1}{2\pi} \frac{y_1}{L} I \int_0^L \frac{dx}{(x_1 - x)^2 + y_1^2}$$

où  $H_x$  représente la composante  $\vec{a}_x \cdot \vec{H}$  calculée au point de coordonnées  $x_1$  et  $y_1$  que nous pouvons aussi écrire

$$H_x = \frac{1}{2\pi} \frac{I}{L} \left[ \text{Arctg} \left( \frac{x_1}{y_1} \right) + \text{Arctg} \left( \frac{L - x_1}{y_1} \right) \right]$$

#### AIV-2 Calcul de l'inductance d'une boucle élémentaire

L'approximation  $d < l_b$  étant pratiquement toujours satisfaite, nous pouvons confondre la boucle avec un tronçon de ligne de longueur  $l_b$  court-circuité aux deux extrémités (figure (AIV-2)).

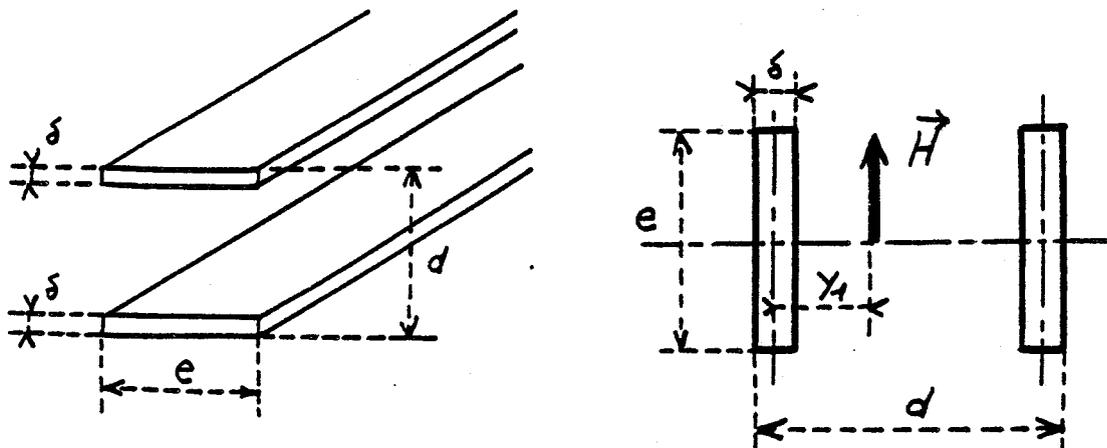


Figure (AIV-2)

L'inductance de la boucle peut alors s'exprimer par l'intégrale

$$L = \frac{\mu_0 I b}{\pi e} \int_{\frac{\delta}{2}}^{d - \frac{\delta}{2}} \left[ \operatorname{Arctg} \left( \frac{e}{2y_1} \right) + \operatorname{Arctg} \left[ \frac{e}{2(d - y_1)} \right] \right] dy_1$$

Le calcul analytique de l'intégrale donne pour résultats

$$\int \operatorname{Arctg} \left( \frac{a}{x} \right) dx = x \operatorname{Arctg} \left( \frac{a}{x} \right) + \frac{a}{2} \operatorname{Log} (a^2 + x^2) + C$$

$$L = \frac{2\mu_0 I b}{\pi e} \left[ \left( d - \frac{\delta}{2} \right) \operatorname{Arctg} \left[ \frac{e}{2 \left( d - \frac{\delta}{2} \right)} \right] - \frac{\delta}{2} \operatorname{Arctg} \left( \frac{e}{\delta} \right) + \frac{e}{4} \operatorname{Log} \left[ \frac{4 \left( d - \frac{\delta}{2} \right)^2 + e^2}{e^2 + \delta^2} \right] \right]$$

lorsque  $e = d$  et  $\delta \ll d$

$$L = \frac{2\mu_0 I b}{\pi} \left[ \operatorname{Arctg} (0,5) + 0,25 \operatorname{Log}(5) \right] = \frac{1,73\mu_0 I b}{\pi}$$

lorsque  $e = Nd$  et  $\delta \ll d$

$$L = \frac{2\mu_0 I b}{N} \left[ \operatorname{Arctg} \left( \frac{N}{2} \right) + \frac{N}{4} \operatorname{Log} \left( \frac{N^2 + 4}{N^2} \right) \right]$$

AIV-3. Calcul de l'impédance de surface du canal conducteur

Etudions le problème de l'interaction de l'onde plane avec le demi-milieu diélectrique conducteur figure (AIV-3)

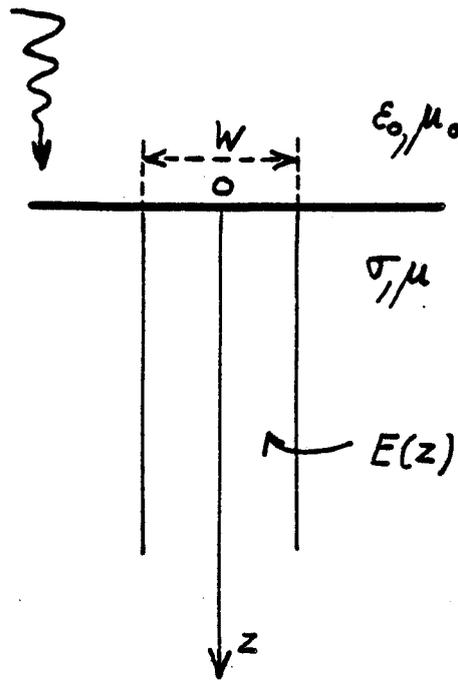


Figure (AIV-3)

La loi de répartition du champ électrique dans le conducteur est conforme à l'expression

$$E(z) = E_0 e^{-\gamma z}$$

où  $\gamma = (j\omega\mu\sigma)^{1/2}$  avec  $e^{-j\omega t}$

La densité de courant induite est égale

$$J = \sigma E(z)$$

Le courant circulant dans le canal conducteur de largeur  $W$  est :

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = W \int_0^{\infty} E_0 e^{-\gamma z} dz = \frac{\sigma E_0 W}{\gamma}$$

d'où

$$z_i = \frac{E_0}{I} = \frac{1}{W} \left( \frac{\omega \mu}{\sigma} \right)^{1/2} e^{j \frac{\pi}{4}}$$

FORMULAIRE

FORMULAIRE

=====

. Développements limités des fonctions de BESSEL [72]

- fonction de première espèce

$$J_n(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^n \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r!(r+n)!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2r} \quad (F-1)$$

- fonction de seconde espèce

$$N_n(z) = \frac{2}{\pi} \left[ \gamma + \text{Log}\left(\frac{z}{2}\right) \right] J_n(z) - \frac{1}{\pi} \sum_{r=0}^{n-1} \frac{(n-r-1)!}{r!} \left(\frac{z}{2}\right)^{n-2r}$$

$$- \frac{1}{\pi} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r \left(\frac{z}{2}\right)^{n+2r}}{r!(n+r)!} \left[ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{r} + 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n+r} \right]$$

$$n \geq 1 \quad \gamma = 0,5772215\dots \quad (F-2)$$

. Formes limites des développements asymptotiques des fonctions de BESSEL

$$J_n(z) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cos(z - \psi) \quad (F-3)$$

$$N_n(z) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \sin(z - \psi) \quad (F-4)$$

où  $\psi = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{2} \quad (F-5)$

. Relation de récurrence entre fonctions de BESSEL

$$J_n(z) N'_n(z) - J'_n(z) N_n(z) = \frac{2}{\pi z} \quad (\text{F-6})$$

. Relation avec les fonctions de BESSEL modifiées

$$I_n(z) = e^{\mp j \frac{n\pi}{2}} J_n\left(z e^{\pm j \frac{\pi}{2}}\right) \quad (\text{F-7})$$

$$K_n\left(z e^{\pm j \frac{\pi}{2}}\right) = \mp \frac{\pi}{2} e^{\mp j \frac{\pi}{2}} (n \mp 1) H_n^{(1)}(z) \quad (\text{F-8})$$

où  $H_n^{(2)}(z) = J_n(z) - jN_n(z) \quad (\text{F-9})$

$$H_n^{(1)}(z) = J_n(z) + jN_n(z) \quad (\text{F-10})$$

signe supérieur  $-\pi < \varphi(z) < \frac{\pi}{2}$

signe inférieur  $\frac{\pi}{2} < \varphi(z) < \pi$

. Dérivation des fonctions de BESSEL

$$z J'_n(z) = -n J_n(z) + z J_{n-1}(z) \quad (\text{F-11})$$

$$z N'_n(z) = -n N_n(z) + z N_{n-1}(z) \quad (\text{F-12})$$

. Transformation de LAPLACE [70]

$$F(p) = \mathcal{L}[h(t)] = \int_0^{\infty} h(t) e^{-pt} dt \quad (F-13)$$

fonction échelon  $\Gamma(t)$

$$\mathcal{L}[\Gamma(t)] = \frac{1}{p} \quad (F-14)$$

fonction linéaire  $\alpha t$

$$\mathcal{L}[\alpha t] = \frac{\alpha}{p^2} \quad (F-15)$$

. Intégrales elliptiques [73]

- Intégrale de première espèce

$$K(m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1 - m \sin^2 \theta}} d\theta \quad (F-16)$$

- Intégrale de seconde espèce

$$E(m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - m \sin^2 \theta} d\theta \quad (F-17)$$

développements limités

$$K(m) = \frac{\pi}{2} \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 m + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 m^2 + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 m^3 + \dots \right] \quad (F-18)$$

$$E(m) = \frac{\pi}{2} \left[ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{m}{1} - \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 \frac{m^2}{3} - \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 \frac{m^3}{5} \dots \right] \quad (F-19)$$

Réduction des intégrales elliptiques [71]

$$E(\psi, k) = \int_0^{\psi} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} \, d\theta \quad (\text{F-20})$$

$$F(\psi, k) = \int_0^{\psi} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (\text{F-21})$$

Ces notations sont conformes aux expressions  $E(e)$  et  $K(e)$  utilisées dans (III-60) et (III-61), où  $\psi = \frac{\pi}{2}$  et  $k = e$ . (Chapitre III)

