

N° d'ordre 507

50376
1981
13

50376
1981
13

THESE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES
ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

J.C. BURIEZ

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES ATMOSPHERES NUAGEUSES
PAR INTERPRETATION DE SPECTRES A HAUTE RESOLUTION
APPLICATION A VENUS ET AUX PLANETES JOVIENNES



Soutenue le 28-01-1981 devant la Commission d'examen

Membres du Jury

H.C. Van de HULST	Président
J. LENOBLE	} Examineurs
M. HERMAN	
P. GLORIEUX	} Rapporteurs
Y. FOUQUART	
C. de BERGH	
A.L. FYMAT	

Monsieur Van de HULST, professeur à l'Université de Leiden, a bien voulu me faire l'honneur de présider mon jury. Je lui en suis profondément reconnaissant.

Je tiens à remercier Madame LENOBLE, professeur à l'Université de Lille I, qui dirige le laboratoire d'Optique Atmosphérique dans lequel ce travail a été effectué. J'adresse également mes remerciements à Messieurs HERMAN et GLORIEUX, professeurs à l'Université de Lille I, qui ont accepté de juger ce travail.

Les articles inclus dans cette thèse témoignent de l'étroite collaboration que j'ai eue avec Y. FOUQUART, maitre-assistant à l'Université de Lille I qui a dirigé ce travail, C. de BERGH, chargée de recherches à l'Observatoire de Meudon et A.L. FYMAT, du Jet Propulsion Laboratory. Ils savent que je leur suis reconnaissant bien sûr d'avoir accepté de juger mon travail, mais surtout d'en avoir permis la réalisation.

Sans cette collaboration, ce travail n'aurait pu aboutir. Mais il n'aurait pu être réalisé non plus sans la collaboration des membres du laboratoire d'Optique Atmosphérique. Je ne voudrais pas dresser ici la liste (trop longue) de ceux qui, à des titres très divers, m'ont aidé dans mon travail. Qu'ils sachent que tous, chercheurs, ingénieurs, techniciens, secrétaires, je les remercie vivement.

S O M M A I R E

INTRODUCTION

CHAPITRE I - GENERALISATION DE L'APPROXIMATION DE CURTIS-GODSON AUX ATMOSPHERES DIFFUSANTES INHOMOGENES.

*"Généralisation of the CURTIS-GODSON approximation
to inhomogeneous scattering atmosphere"*

(J.C. BURIEZ and Y. FOUQUART, *J. Quant. Spectros.
Radiat. Transfer* 24, 407 (1980)).

- INTRODUCTION

I - DISTRIBUTION DES ABONDANCES PONDEREES D'ABSOR- BANT DANS UNE ATMOSPHERE NUAGEUSE

II - GENERALISATION DE L'APPROXIMATION DE CURTIS-GODSON

III - PRECISION DE L'APPROXIMATION GENERALISEE

IV - RESUME ET CONCLUSIONS

CHAPITRE II - INFORMATIONS CONTENUES DANS LES LARGEURS EQUIVALENTES DE RAIES.

- INTRODUCTION

I - RAIES FORMEES DANS UNE ATMOSPHERE CLAIRE HOMOGENE

II - RAIES FORMEES DANS UNE ATMOSPHERE NON-HOMOGENE MAIS ISOTHERME

III - RAIES FORMEES DANS UNE ATMOSPHERE QUELCONQUE

a) Cas des raies faibles

b) Cas des raies fortes

c) Illustration

IV - MESURE DES LARGEURS EQUIVALENTES

V - RESUME ET CONCLUSIONS

CHAPITRE III - LES LARGEURS EQUIVALENTES DE RAIES EN SPECTROPOLARIMETRE.

*"Spectropolarimetry of Venus and Jupiter Clouds :
Information Content of Equivalent Widths"*

(J.C. BURIEZ, Y. FOUQUART and A.L. FYMAT,
Astron. Astrophys. 79, 287 (1979)).

I - INTRODUCTION

II - LARGEURS EQUIVALENTES EN ATMOSPHERE DIFFUSANTE

A - Intensité

B - Généralisation à la polarisation

C - Comparaison entre intensité et polarisation

III - INFORMATION ATMOSPHERIQUE A PARTIR DES LARGEURS EQUIVALENTES EN POLARISATION

A - Altitude du sommet du nuage

B - Rapport des échelles de hauteur

C - Profil vertical des paramètres du nuage

IV - RESUME ET CONCLUSIONS

CHAPITRE IV - LES PROFILS DE RAIES

- INTRODUCTION

I - POSSIBILITES ET LIMITES

a) Raies isolées

b) Raies non isolées

II - METHODE DE CALCUL

a) Toute l'absorption a lieu en atmosphère claire

b) Toute l'absorption a lieu en atmosphère nuageuse

c) L'absorption a lieu en atmosphère claire et en atmosphère nuageuse

III - APPLICATION AUX SPECTRES DE JUPITER ET SATURNE

"Méthane line profiles near 1.1 μ as a probe of the Jupiter cloud structure and C/H ratio"

(J.C. BURIEZ and C. DE BERGH, *Astron. Astrophys.* **83**, 149 (1980)).

"A study of the atmosphere of Saturne based on methane line profiles near 1.1 μ "

(J.C. BURIEZ and C. DE BERGH, *Astron. Astrophys.*, *in press* (1981)).

CONCLUSION

- ANNEXE A : Schéma de calcul de la distribution $p(\tilde{\nu})$ et de la pression $\tilde{P}$ (introduite au chap. I).

- ANNEXE B : Schéma de la méthode décrite au chapitre IV 2b (détermination de P_v^2).

I N T R O D U C T I O N

A l'époque des sondes spatiales, on peut se demander si l'observation des planètes à partir du sol terrestre présente encore un intérêt. En fait, les sondes ne permettent pas de tout mesurer, et encore moins de tout mesurer directement. Les méthodes d'analyse des données transmises sont souvent très proches des méthodes d'interprétation des observations au sol. L'accumulation des informations acquises grâce aux observatoires terrestres permet de définir les mesures à effectuer lors des missions spatiales. Réciproquement, les nouveaux résultats ainsi obtenus précisent les mesures à effectuer depuis la terre. Missions spatiales et observations au sol sont complémentaires pour l'étude des planètes.

L'état actuel des connaissances implique toutefois une meilleure précision de la mesure comme de l'analyse. Dans le proche infra-rouge, la méthode la plus utilisée pour l'interprétation quantitative des spectres planétaires a été — et reste encore — celle de la courbe de croissance des largeurs équivalentes de raies. Elle a été développée initialement pour le modèle de la couche réfléchissante (RLM). L'atmosphère est considérée comme une couche gazeuse purement absorbante au-dessus d'une surface réfléchissante. Cette couche inhomogène en température et en pression peut être assimilée à une couche isotherme à une pression moitié de celle de la surface réfléchissante (approximation dite "de CURTIS-GODSON"). L'atmosphère est alors caractérisée par trois paramètres (température, pression, abondance de gaz absorbant) que la mesure des largeurs équivalentes de raies permet de déterminer.

Cette méthode est bien adaptée à l'étude de l'atmosphère de Mars, elle convient beaucoup moins à l'étude des atmosphères diffusantes de Vénus ou Jupiter. Un modèle aussi simple que celui de la couche réfléchissante ne peut plus être retenu pour l'étude d'une atmosphère nuageuse. En 1965, CHAMBERLAIN¹ développe la théorie de la formation des raies dans une atmosphère diffusante. La méthode de la courbe de croissance est ainsi étendue au cas des atmosphères diffusantes homogènes (HSM) ; les largeurs équivalentes de raies sont calculées analytiquement pour la diffusion isotrope (BELTON², 1968) puis anisotrope: FOUQUART et LENOBLE³ (1973) développent leurs calculs à l'aide de la fonction de distribution du chemin optique, définie

par VAN DE HULST et IRVINE⁴ (1962). FOUQUART⁵ (1975) élargit ce concept pour l'étude des atmosphères diffusantes inhomogènes, en introduisant la notion de profondeur de pénétration des photons. Cette méthode est cependant peu précise, et la complexité des modèles inhomogènes conduit à recourir à des méthodes d'intégration numérique en fréquence pour le calcul des largeurs équivalentes de raies (par exemple SATO et al⁶ (1977)).

Dans ce travail nous développons une méthode d'analyse des spectres formés dans un milieu diffusant réaliste où pression, température, etc... varient. Nous appliquons ensuite cette méthode aux spectres de Jupiter et Saturne aux environs de $1,1 \mu$. Dans un premier temps, nous généralisons au cas des atmosphères nuageuses l'approximation de CURTIS-GODSON. Pour cela, nous introduisons la distribution de l'abondance de gaz absorbant pondérée par la pression et la température (chapitre I). Nous pouvons alors développer une expression analytique de la largeur équivalente d'une raie élargie essentiellement par effet de pression, et étendre la technique de la courbe de croissance à n'importe quelle atmosphère non-conservative (chapitre II). Cette généralisation n'est d'ailleurs pas limitée à l'intensité totale réfléchie par l'atmosphère planétaire mais peut s'appliquer aussi à l'intensité polarisée (chapitre III).

En fait, le principal obstacle à l'étude des largeurs équivalentes des raies formées en atmosphère nuageuse ne se situe pas tellement au niveau de l'interprétation à l'aide de modèles d'atmosphère plus ou moins complexes, mais plus directement au niveau de la mesure elle-même. La largeur équivalente d'une raie est d'autant plus difficile à mesurer que l'atmosphère est diffusante (chapitre II). Dès 1968, BELTON, HUNTEN et GOODY⁷ considèrent la mesure des largeurs équivalentes du gaz carbonique sur Vénus trop imprécise ("où finit la raie et où est le continuum ?"). Ils abandonnent la méthode usuelle d'interprétation des raies d'absorption et développent une méthode dans laquelle les raies sont analysées en faisant coïncider un spectre synthétique avec les observations. Le profil d'une raie suffisamment résolue est évidemment plus riche en informations que sa seule largeur équivalente ; par contre, l'analyse d'un spectre est beaucoup plus rapide au moyen des largeurs équivalentes. C'est pourquoi la technique du spectre synthétique est peu utilisée. Citons toutefois pour Vénus les raies de la bande du CO_2 à $1,05 \mu$ et à $0,78 \mu$ étudiées par

REGAS et al⁸⁻⁹ en tenant compte de l'inhomogénéité verticale de l'atmosphère, et pour les planètes joviennes les spectres de la bande $3 \nu_3$ du CH_4 étudiés — avant ce travail — à l'aide de modèles où toute l'atmosphère ou du moins toute la couche nuageuse est supposée homogène¹⁰⁻¹⁶.

Nous nous sommes intéressés plus particulièrement aux spectres à haute résolution enregistrés à l'aide d'un spectromètre à transformée de FOURIER, par CONNES et MICHEL¹⁷ en 1973 (résolution instrumentale : $0,016 \text{ cm}^{-1}$ pour le spectre de Vénus) et par CONNES et MAILLARD¹⁵⁻¹⁶ en 1974 (résolution instrumentale : $0,05 \text{ cm}^{-1}$ pour Jupiter et $0,1 \text{ cm}^{-1}$ pour Saturne). La bande du CO_2 sur Vénus aux environs de $1,22 \mu$ a été étudiée en collaboration avec DURTESTE¹⁸ ; nous ne reviendrons pas ici sur l'analyse de ce spectre de Vénus qui reste malheureusement incertaine du fait d'une très grande incertitude expérimentale sur le niveau zéro. Par contre, une étude plus approfondie a porté sur les spectres de Jupiter et de Saturne dans la région de la bande $3 \nu_3$ du méthane. Bien que les méthodes de résolution de l'équation de transfert en milieu inhomogène aient beaucoup gagné en rapidité, il est hors de question de résoudre l'équation de transfert pour chaque fréquence (pour la région de la $3 \nu_3$, l'intervalle de 90 cm^{-1} a été étudié avec un pas de $0,012 \text{ cm}^{-1}$). Nous avons ainsi été amené à développer une méthode rapide de calcul approché du profil d'une raie, non isolée, formée dans une atmosphère nuageuse quelconque (chapitre IV). Cette méthode, basée sur le concept de distribution de "l'abondance pondérée" introduite pour la généralisation de l'approximation de CURTIS-GODSON, a été appliquée aux principaux modèles d'atmosphères inhomogènes utilisés pour l'étude des planètes.

PRINCIPAUX MODELES D'ATMOSPHERES INHOMOGENES UTILISES

RLM ("Reflecting Layer Model") : Une couche d'atmosphère claire est située au-dessus d'une surface réfléchissante (le sol ou le sommet d'un nuage dense dans lequel l'absorption est négligeable).

HCM ("Homogeneous Cloud Model") : mélange uniforme de particules diffusantes et de molécules de gaz ; autrement dit, l'échelle de hauteur des particules est égale à celle du gaz ambiant. Ce modèle, dans lequel la pression varie, ne doit pas être confondu avec le HSM ("Homogeneous Scattering Model") dans lequel toutes les caractéristiques, dont la pression, restent constantes.

DCM ("Dispersed Cloud Model") : l'échelle de hauteur des particules est plus petite que l'échelle de hauteur du gaz ambiant. Un tel modèle va du HCM ($H_p/H_g = 1$) au RLM ($H_p/H_g = 0$). Ici, nous avons choisi $H_p/H_g = 1/2$.

RSM ("Reflecting Scattering Model") : une couche d'atmosphère surplombe un nuage homogène dont le sommet est situé à la pression P_1 . Un tel modèle va du HCM ($P_1 \sim 0$) au RLM (absorption négligeable dans le nuage).

TCM ("Two-cloud Model") : un premier nuage situé à la pression P_1 surplombe un nuage semi-infini dont le sommet se trouve à la pression P_2 . Ici, nous avons considéré le cas où les couches nuageuses sont suffisamment denses pour que l'absorption y soit négligeable ; l'absorption a lieu seulement dans l'atmosphère claire située au-dessus du premier nuage et entre les deux nuages.

R E F E R E N C E S

- 1 - CHAMBERLAIN, J.W., Astrophys. J. 141, 1184 (1965).
- 2 - BELTON, M.J.S., J. Atm. Sci. 25, 596 (1968).
- 3 - FOUQUART Y., LENOBLE, J., J.Q.S.R.T. 13, 447 (1973).
- 4 - VAN DE HULST H.C., IRVINE W.M., La Physique des Planètes, Congrès et colloques de l'Université de Liège, 24, 78 (1962).
- 5 - FOUQUART Y., Thèse, Université des Sciences et Techniques de Lille (1975).
- 6 - SATO M., KAWABATA K., HANSEN J.E., Astrophys. J. 216, 947 (1977).
- 7 - BELTON M.J.S., HUNTEN D.M., GOODY R.M., The atmospheres of Venus and Mars, J.C. Brandt and M.B. McElroy Ed., Gordon & Breach, 69 (1969).
- 8 - REGAS J.L., GIVER L.P., BOESE R.W., MILLER J.H., Astrophys. J. 173, 711 (1972).
- 9 - REGAS J.L., GIVER L.P., BOESE R.W., MILLER J.H., Icarus 24, 11 (1975).
- 10 - TRAFTON L., Astrophys. J. 182, 615 (1973).
- 11 - TRAFTON L., MACY W., Astrophys. J. 196, 867 (1975).
- 12 - MACY W., Icarus 29, 49 (1976).
- 13 - MAILLARD J.P., COMBES M., ENCRENAZ T., LECACHEUX J., Astron. Astrophys. 25, 219 (1973).
- 14 - DE BERGH C., VION M., COMBES M., LECACHEUX J., MAILLARD J.P., Astron. Astrophys. 28, 457, (1973).
- 15 - DE BERGH C., MAILLARD J.P., LECACHEUX J., COMBES M., Icarus 29, 307 (1976).
- 16 - LECACHEUX J., DE BERGH C., COMBES M., MAILLARD J.P., Astron. Astrophys. 53, 29 (1976).
- 17 - CONNES P., MICHEL G., Astrophys. J. Letters, 190, L29 (1974).
- 18 - DURTESTE Y., Diplôme d'études approfondies, Université de Lille (1978).

C H A P I T R E I

GENERALISATION DE L'APPROXIMATION DE CURTIS-GODSON AUX ATMOSPHERES DIFFUSANTES INHOMOGENES

GENERALIZATION OF THE CURTIS-GODSON APPROXIMATION TO INHOMOGENEOUS SCATTERING ATMOSPHERES

J. C. BURIEZ and Y. FOUQUART

Laboratoire d'Optique Atmosphérique (ERA 466), Université des Sciences et Techniques de Lille, 59655
Villeneuve D'Ascq-Cedex, France

(Received 24 January 1980)

Abstract—The Curtis-Godson approximation, which was initially derived to compute the transmission through clear inhomogeneous atmospheres, has been generalized to any cloudy atmosphere by means of the scaled amount distribution. For most of the realistic atmospheres, the accuracy of this generalized approximation is comparable to or even better than for the clear case.

INTRODUCTION

Radiative transfer computations in realistic atmospheres deal with absorption along non-homogeneous paths. For the case of clear atmospheres, approximations with one parameter ("scaling approximation") or two parameters ("Curtis¹-Godson² approximation") are extensively used. These approximate solutions reduce the non-homogeneous path to a homogeneous path with equivalent amount of absorber $\bar{u}$, pressure $\bar{P}$ and temperature $\bar{\theta}$.

In the scaling approximation (see Goody,³ Chap. 6), it is assumed that $\bar{P}$ and $\bar{\theta}$ can be assigned to fixed standard values and only $\bar{u}$ is determined. In the Curtis-Godson approximation (CGA), a temperature-scaled amount of absorber and a mean pressure are calculated. Physically, in the scaling approximation only the line intensity of the gas absorbing along the equivalent homogeneous path is adjusted, while in the CGA both width and intensity are adjusted so as to give the correct absorption in the strong and weak line regions. The CGA is obviously much more powerful and accurate, but fails when most of the absorbing gas is located at the lower pressures; this is the reason why the CGA cannot be used to compute radiative heating rates in the stratosphere where ozone absorption occurs in the upper levels.⁴

In the case of cloudy atmospheres, the exact path followed by the photons cannot be determined; thus, the gaseous absorption cannot be directly calculated. Even for the ideal case of a homogeneous scattering atmosphere, the calculation of an absorption profile is a complicated process which requires the solving of the Radiative Transfer Equation (RTE) many times. The transmission functions averaged over a broad spectral interval can be approximated by a sum of exponentials⁵ and the corresponding calculations are largely reduced. This method has been extensively used to compute the radiative heating and cooling rates in the atmosphere.^{6,7} An alternative procedure makes use of the distribution of photon optical path,⁸ which enables us to separate scattering and absorption processes. This latter method also applies to compute synthetic profiles and has been used to analyze the spectra reflected by planetary atmospheres.^{9,10}

In this paper, we generalize the CGA to the case of inhomogeneous scattering atmospheres. The use of the scaled amount for the inhomogeneous clear atmospheres and the effectiveness of the distribution of photon optical paths in the case of homogeneous scattering atmospheres led us to introduce the distribution of scaled amount. This distribution function, developed in the first part of this paper, is then used to derive the generalized approximation. The results of some test of accuracy are presented and discussed in the third part.

1. DISTRIBUTION OF SCALED AMOUNTS OF ABSORBER IN A CLOUDY ATMOSPHERE

Clearly, since the photon path is undefinable in scattering atmospheres, the classical CGA does not apply. On the other hand, the distribution of photon optical paths enables us to generalize most of the clear case methods to homogeneous scattering atmospheres. These considerations suggest that we make use of some distribution function in the more general case

of inhomogeneous scattering atmospheres. The problem is that the amounts of absorber, pressure and temperature vary along the path, so that there is no direct relationship between the total path length followed by the photon and the corresponding absorption. We are thus led to make use of a distribution of total amounts of absorber instead of a total photon path length distribution.

Consider $\mathcal{N}$ photons which are reflected (transmitted) by a cloudy atmosphere. The ratio of the radiances in the line and the continuum can be written as

$$\frac{I_\nu}{I_c} = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \exp\left(-\int_{(i)} k_\nu(P, \theta) du_i\right), \quad (1)$$

where k_ν is the absorption coefficient at the frequency ν , which varies with pressure and temperature, and du_i is the amount of absorbing gas encountered by the i th photon between altitudes z and $z + dz$ ($du_i = \beta_i n(z) dz$ where $n(z)$ is the number density of absorbing gas molecules and β_i is an amplification factor which depends on the scattering process and the boundary conditions but is independent of the absorption process).

For clear, non-homogeneous atmospheres, the scaling approximation applies when the absorption coefficient can be factored as

$$k_\nu(P, \theta) = \phi(P, \theta)\psi(\nu). \quad (2)$$

With the same condition, the scaling approximation can be generalized to scattering atmospheres and we may define a scaled amount $\tilde{u}$ such that

$$d\tilde{u}/du = \phi(P, \theta)/\phi(\bar{P}, \bar{\theta}) = k_\nu(P, \theta)/k_\nu(\bar{P}, \bar{\theta}), \quad (3)$$

where $\bar{P}$ and $\bar{\theta}$ are fixed standards of pressure and temperature.

In this definition, the ratio $d\tilde{u}/du$ depends only upon the altitude but does not depend on the particular photon considered. Thus, with Eq. (3), Eq. (1) becomes

$$\frac{I_\nu}{I_c} = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \exp(-k_\nu(\bar{P}, \bar{\theta})\tilde{u}_i), \quad (4)$$

where $\tilde{u}_i$ is the total scaled amount of absorbing gas encountered by the i th photon.

In general, we will introduce the probability distribution $p(\tilde{u})$ of a photon contributing to the continuum radiance after encountering the scaled amount $\tilde{u}$, so that, instead of Eq. (4), we have

$$\frac{I_\nu}{I_c} = \int_0^\infty p(\tilde{u}) \exp(-k_\nu(\bar{P}, \bar{\theta})\tilde{u}) d\tilde{u} \quad (5)$$

with the normalization condition $\tilde{\mu}_0 = 1$, where the $\tilde{\mu}_j$ are the generalized moments

$$\tilde{\mu}_j = \int_0^\infty p(\tilde{u}) \tilde{u}^j d\tilde{u}. \quad (6)$$

This distribution function $p(\tilde{u})$ can be directly calculated by means of the Monte-Carlo method, as has been done for the path length distribution.¹¹⁻¹³ It is also possible to invert the Laplace transform, Eq. (5). This latter method requires the separate task of calculating the reflected (transmitted) radiances for different values of the absorption coefficient $k_\nu(\bar{P}, \bar{\theta})$ and that of inverting the Laplace transform. Several exact methods are available to solve the RTE in vertically inhomogeneous atmospheres (see, for example, Lenoble¹⁴). Equation (5) is quite general and also applies to horizontally inhomogeneous atmospheres; nevertheless, the problem of computing I_ν/I_c is much more complex, and Monte Carlo or Markov Chain techniques¹⁵ are the only exact methods available.

To invert the Laplace transform, we make use of a fast method developed by Fouquart¹⁶ to compute the photon path length distribution. The ratios I_ν/I_c can be approximated by means of

Padé approximants,¹⁷ viz.

$$\frac{I_\nu}{I_c} \approx I_0 + \frac{P_{N-1}\{k_\nu(\bar{P}, \bar{\theta})\}}{Q_N\{k_\nu(\bar{P}, \bar{\theta})\}}, \quad (7)$$

where I_0 is the limit of I_ν/I_c for $k_\nu(\bar{P}, \bar{\theta}) \rightarrow \infty$; $P_{N-1}(k_\nu)$ and $Q_N(k_\nu)$ are polynomials of degree $N-1$ and N , respectively. A typical value is $N=5$, which requires us to solve the RTE for $2N=10$ values of the absorption coefficient using any method.

Inverting analytically the Laplace transform, Eq. (5), we get the distribution function

$$p(\tilde{u}) \approx I_0 \delta(0) + \sum_{n=1}^N A_n \exp(\gamma_n \tilde{u}), \quad (8)$$

where δ is the Dirac function, γ_n is the n th root of $Q_N(k_\nu)$, and A_n is the corresponding residue. Because of the properties of the function in Eq. (7), the roots are known to be real negative or complex conjugate. The generalized moments, Eq. (6), can be written

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_0 &= I_0 + \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{(-\gamma_n)}, \\ \tilde{\mu}_{j>0} &= \Gamma(j+1) \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{(-\gamma_n)^{j+1}}, \end{aligned} \quad (9)$$

where $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ is the gamma function.

The accuracy of the approximation in Eq. (7) is generally excellent but it is well known that the inversion of the Laplace transform is ill-conditioned (see, for example, Bellmann *et al.*¹⁸). Thus, in some cases, the approximate distribution function $p(\tilde{u})$ may differ strongly from the actual distribution. This is not a crucial limitation since we are interested not in the distribution function itself but in quantities which always involve integrations of $p(\tilde{u})$ and are well approximated by using Eq. (8). A very bad case is the simple reflecting layer model (RLM) for which the actual distribution is a δ function; Eq. (8) corresponds to much smoother distributions and the agreement between the approximate and the actual functions $p(\tilde{u})$ is only qualitative (see Fig. 1). However, the equivalent widths calculated using the approximate distribution function of Fig. 1 agree within 0.2 per 100 with the exact values.

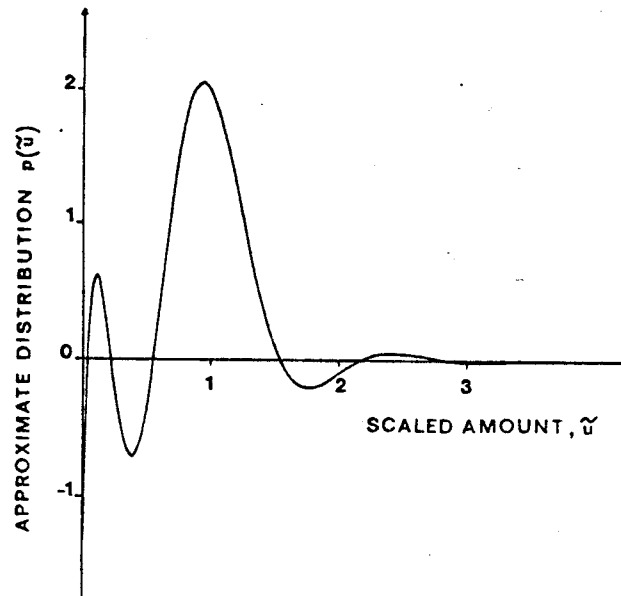


Fig. 1. Approximate distribution function of the scaled amounts of absorber for a reflecting layer model (RLM). The exact amount is a Dirac function $\delta(1)$.

2. GENERALIZATION OF THE CURTIS-GODSON APPROXIMATION

The scaling approximation has already been used more or less explicitly to calculate radiative heating rates in cloudy atmospheres.^{7,19} In these papers, the scaled amount for a Lorentz line was written as

$$d\bar{u} = \frac{S(\theta)}{S(\bar{\theta})} \left(\frac{\alpha(\theta, P)}{\alpha(\bar{\theta}, \bar{P})} \right)^n du, \quad (10)$$

where $S(\theta)$ is the line intensity and $\alpha(\theta, P)$ is the Lorentz half-width at the pressure P and temperature θ . Strictly speaking, $n = 1$ for strong lines and $n = 0$ for weak lines. This approximation is obviously poor when both strong and weak lines are considered. Empirical values, such as $n = 0.5$ or $n = 0.9$ (McClatchey *et al.*²⁰) can improve the approximation in some cases but, fundamentally, as noted by Goody,³ the scaling approximation reduces a function of three parameters for a homogeneous path to a function of a single variable for a non-homogeneous path.

Following the reasoning which led to the GGA in clear atmospheres, we will search for a mean pressure $\bar{P}$ such that agreement is obtained for both strong and weak absorptions.

We consider the mean transmission over a spectral interval $\Delta\nu$ and, assume as for the clear case, that $\Delta\nu$ is large compared to the equivalent widths of the individual lines; we still consider $\mathcal{N}$ photons reflected (transmitted) by a cloudy atmosphere. Then, for Lorentz lines, the ratio of $I_{\Delta\nu}/I_c$, where

$$I_{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} I_\nu d\nu,$$

is the radiance averaged over $\Delta\nu$, can be written as

$$T = \frac{I_{\Delta\nu}}{I_c} = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu \exp \left(- \int_{(i)} du_i \sum_k \frac{S_k \alpha_k}{\pi[(\nu - \nu_k)^2 + \alpha_k^2]} \right), \quad (11)$$

where the integration with respect to du_i corresponds to the path of the i th photon along which both α and S vary, and the summation with respect to k extends over all lines in the spectral interval $\Delta\nu$.

In the strong-line limit, absorption is independent of α_k in the denominator, so that we can replace it by a mean value $\bar{\alpha}_k$, which does not vary along the path, i.e.

$$T \approx \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu \exp \left(- \int_{(i)} du_i \sum_k \frac{S_k \alpha_k}{\pi[(\nu - \nu_k)^2 + \bar{\alpha}_k^2]} \right). \quad (12)$$

For the weak-line limit, this equation can be expanded as

$$T \approx \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu \left(1 - \int_{(i)} du_i \sum_k \frac{S_k \alpha_k}{\pi[(\nu - \nu_k)^2 + \bar{\alpha}_k^2]} \right), \quad (13)$$

$$T \approx 1 - \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \frac{1}{\Delta\nu} \int_{(i)} du_i \sum_k \frac{S_k \alpha_k}{\bar{\alpha}_k}, \quad (14)$$

while, from the exact expression (11), we have

$$T \approx 1 - \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \frac{1}{\Delta\nu} \int_{(i)} du_i \sum_k S_k. \quad (15)$$

These last two equations are equivalent if

$$\frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \int_{(i)} du_i \sum_k \frac{S_k \alpha_k}{\bar{\alpha}_k} = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} \int_{(i)} du_i \sum_k S_k. \quad (16)$$

We now define two scaled amounts of absorber u' and u'' as

$$du' \sum_k S_k' \frac{\alpha_k'}{\bar{\alpha}_k} = du \sum_k S_k \frac{\alpha_k}{\bar{\alpha}_k} \quad (17)$$

and

$$du'' \sum_k S_k'' = du \sum_k S_k. \quad (18)$$

As already noticed (see Section 1), the ratios du'/du and du''/du are independent of the individual photons so that Eq. (16) can be re-written as

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i' \sum_k S_k' \frac{\alpha_k'}{\bar{\alpha}_k} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i'' \sum_k S_k'', \quad (19)$$

where u_i' and u_i'' are the total scaled amount of absorber encountered by the i th photon. Practically, S_k' and S_k'' are evaluated at the same temperature $\bar{\theta}$ and α' at a standard pressure P_0 . At this stage, the mean pressure $\bar{P}$ is still unknown; typically $P_0 = 1$ atm. With these conditions, the definitions (17) and (18) become, respectively,

$$du' \sum_k S_k(\bar{\theta}) \frac{\alpha_k(\bar{\theta}, P_0)}{\alpha_k(\bar{\theta}, \bar{P})} = du \sum_k S_k(\theta) \frac{\alpha_k(\theta, P)}{\alpha_k(\bar{\theta}, \bar{P})} \quad (20)$$

and

$$du'' \sum_k S_k(\bar{\theta}) = du \sum_k S_k(\theta). \quad (21)$$

Thus, since the Lorentz half-width is proportional to the pressure, Eq. (19) is reduced to

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i' \frac{P_0}{\bar{P}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i''. \quad (22)$$

As in Section 1, we will be more general using the distribution functions $p(u')$ and $p(u'')$. Then, using the notations of Eq. (6), the mean pressure $\bar{P}$ can be evaluated as

$$\bar{P} = P_0(\mu_1'/\mu_1''). \quad (23)$$

Returning to Eq. (12), the mean transmission can be written as

$$T = \int_0^\infty du' p(u') \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu \exp \left(-u' \sum_k \frac{S_k(\bar{\theta}) \alpha_k(\bar{\theta}, P_0)}{\pi[(\nu - \nu_k)^2 + \alpha_k(\bar{\theta}, \bar{P})^2]} \right). \quad (24)$$

The distribution functions $p(u')$ and $p(u'')$ {see Eqs. (20) and (21)} can be determined by using the method described in Section 1. Then, the approximate mean transmission is calculated by using Eq. (24). This approximation is valid for both the strong line and the weak line limits, providing that $\bar{P}$ is derived from Eq. (23). An analogue to homogeneous path would be obtained if, instead of Eq. (24), we had

$$T \approx \int_0^\infty d\bar{u} p(\bar{u}) \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu \exp \{ -\bar{u} k_\nu(\bar{P}, \bar{\theta}) \}, \quad (25)$$

where the absorption coefficient k_ν is defined at the temperature $\bar{\theta}$ and pressure $\bar{P}$ as

$$k_\nu(\bar{P}, \bar{\theta}) = \sum_k \frac{S_k(\bar{\theta}) \alpha_k(\bar{\theta}, \bar{P})}{\pi[(\nu - \nu_k)^2 + \alpha_k(\bar{\theta}, \bar{P})^2]}. \quad (26)$$

To deduce Eq. (25) from Eq. (24), we have to introduce a new scaled amount of absorber $\tilde{u}$ as

$$\tilde{u} = u' \frac{\alpha(\tilde{\theta}, P_0)}{\alpha(\tilde{\theta}, \tilde{P})} = u' \frac{P_0}{\tilde{P}}. \quad (27)$$

Because of the normalization condition $\tilde{\mu}_0 = \mu'_0 = 1$, the distribution functions $p(\tilde{u})$ and $p(u')$ are related by

$$p(\tilde{u}) = p(u') \tilde{P} / P_0. \quad (28)$$

Equation (25) together with Eq. (23) summarizes the generalization of the CGA to inhomogeneous scattering atmospheres. We now ask what is the physical meaning of the pressure $\tilde{P}$ in this approximation?

The paths actually followed by the photons only depend on the scattering characteristics of the medium and are independent of the absorption characteristics. But, when absorption occurs, some of the photons are absorbed and do not escape. Consequently, the statistics of the remaining photons are changed and the mean photon paths are affected by absorption as is also the case for any moment of the distribution. Thus, strong and weak absorptions correspond to different mean photon paths and to different pressures. Similarly, the manner in which the absorption varies with respect to pressure and temperature also affects the mean photon path.

From these considerations, it follows that $\tilde{P}$ cannot be understood as the line formation pressure. As a matter of fact, $\tilde{P}$ is the pressure associated with $\tilde{\mu}_1 = \mu'_1 P_0 / \tilde{P} = \mu''_1$ {see Eqs. (23) and (27)}, where μ''_1 is the mean amount of absorber, weighted by the temperature and encountered by the photons after entering the atmosphere, so that $\tilde{P}$ is a mean pressure with the same meaning as in the original CGA. It corresponds to all of the photons being reflected (or transmitted) in the continuum and thus can be understood as a weak line-formation pressure.

We have based our derivation on the Lorentz profile. Nevertheless, as for the original CGA, our results are of greater validity. Following Goody's reasoning,³ it can easily be shown that the generalized CGA also applies for Doppler or Voigt profiles.

3. ACCURACY OF THE GENERALIZED CGA

For the sake of clarity, we chose to illustrate the accuracy of the generalized CGA in the case of an isolated spectral line. The quantity we are mostly interested in, is the equivalent width (EW)

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} (1 - I_\nu / I_c) d\nu. \quad (29)$$

Following the statement of Section 2, W can be approximated by

$$W \approx \bar{W} = \int_0^\infty p(\tilde{u}) w(\tilde{u}) d\tilde{u}, \quad (30)$$

where $w(\tilde{u}) = \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - \exp(-k_\nu(\tilde{P}, \tilde{\theta})\tilde{u})] d\nu$ is the usual EW of an absorption line formed in the absence of scattering at temperature $\tilde{\theta}$, pressure $\tilde{P}$ and abundance $\tilde{u}$. For a Lorentz line, w reduces to the Ladenberg Reiche function (see, for example, Goody³); thus, Eq. (30) can be rewritten as

$$\bar{W} = 2\pi\tilde{\alpha} \int_0^\infty p(\tilde{u}) L\left(\frac{\tilde{S}\tilde{u}}{2\pi\tilde{\alpha}}\right) d\tilde{u}. \quad (31)$$

The strong line limit is obtained when absorption is strong for all the significant scaled amounts; in this case, we have the "square-root regime"

$$\bar{W} \approx 2(\tilde{S}\tilde{\alpha})^{1/2} \tilde{\mu}_{1/2}. \quad (32)$$

The weak line limit can be obtained if the distribution $p(\tilde{u})$ decreases rapidly with increasing $\tilde{u}$

(with such a condition, the case of semi-infinite conservative cloud is excluded). The linear regime is then

$$\bar{W} = \bar{S}\bar{\mu}_1. \quad (33)$$

Following the procedure described in Section 1, the approximate EWs can be obtained with relatively small computational effort. From Eqs (8) and (31), we have

$$\frac{\bar{W}}{\bar{\alpha}} = \frac{\bar{S}\bar{\mu}_1}{\bar{\alpha}} \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{(-\gamma_n)^{3/2} \left(\frac{\bar{S}\bar{\mu}_1}{\pi\bar{\alpha}} - \gamma_n \right)^{1/2}}. \quad (34)$$

As seen in Section 1, the determination of the A_n and γ_n coefficients requires to solve the RTE about 10 times: then the calculation of $\bar{W}/\bar{\alpha}$ for any value of $\bar{S}\bar{\mu}_1/\bar{\alpha}$ directly follows from Eq. (34). On the opposite, the calculation of the exact EWs requires a different numerical integration for each value of the line intensity $\bar{S}$.

As a basis for comparison, we chose the reflecting layer model (RLM) for which the generalized CGA reduces to the usual one. We also selected three other simple models: (i) the homogeneous cloud model (HCM), i.e. a uniform mixture of cloud particles and gas molecules (for the purpose of this study, such a model is inhomogeneous since absorption varies with the pressure); (ii) the dispersed cloud model (DCM) where the scale height of the particles is smaller than the scale height of the ambient gas, corresponding to a cloud which becomes thinner as the pressure decreases (here, we chose $H_p/H_g = 1/2$); (iii) the two cloud model (TCM) for which absorption occurs above the first cloud and between the two clouds.

Such models are often used to simulate scattering planetary atmospheres. The HCM or the DCM can roughly simulate the upper atmosphere of Venus²¹ while the TCM is often used for Jupiter.²² In both the HCM and DCM, the cloud is semi-infinite. In the TCM, the upper cloud has an optical thickness $\tau_c = 1$ in the continuum and is located at the pressure P_1 . The lower cloud is semi-infinite and begins at the pressure $P_2 = 4P_1$. For all cases, the mixing ratio of the absorbing gas is constant throughout the atmosphere, which is assumed to be isothermal. The incident and emergent angles are zero. The phase function of the particles is isotropic and the continuum single scattering albedo is 0.99.

For the one-cloud models (HCM and DCM), we have used the F_N method,²³ and divided the atmosphere into nine homogeneous sublayers of increasing thickness. The method of spherical harmonics (or P_l approximation) was extended to the TCM by using a computing program written by Devaux²⁴ for two layers.

Obviously, the penetration of the light within the cloud depends upon the scattering particles concentration; thus, for the one-cloud models, we found the mean pressure $\bar{P}$ as a function of t_0 the optical depth at the pressure $P_0 = 1$ atm: $\bar{P} = t_0^{-1} \times 3.5$ atm for the HCM and $\bar{P} = t_0^{-1/2} \times 1.6$ atm for the DCM. With the TCM we obtained $\bar{P} = 0.55 P_2$, when P_2 is the pressure at the top of the lower cloud. With the RLM, we got the classical result $\bar{P} = P_c/2$, where P_c is the cloud top pressure.

From Eqs. (32) and (33), it can be seen that $\bar{\mu}_1$ is the mean scaled amount of absorber encountered by all the photons in the weak line regime, while $(\bar{\mu}_{1/2})^2$ is the apparent scaled amount corresponding to the strong line regime. Thus, the ratio $r = (\bar{\mu}_{1/2})^2/\bar{\mu}_1$ can be considered as an indicator of the importance of the scattering processes in the formation of absorption lines. For the RLM, r is obviously equal to 1; we obtained $r = 0.63$ for the TCM, $r = 0.61$ for the DCM and $r = 0.35$ for the HCM. It must be outlined that the HCM is rather an extreme case: the reflecting scattering model (RSM), which has pure absorbing gas above pressure P_1 and homogeneous cloud beneath appears as much more realistic for planetary atmospheres studies; such a model would have, here, a ratio r lying between 0.35 and 1.

The approximate curves of growth are presented in Fig. 2, where $\bar{W}/\bar{\alpha}$ is drawn as a function of $\bar{S}\bar{\mu}_1/\bar{\alpha}$. For the sake of clarity, the exact curves of growth have not been reported but the relative differences $(\bar{W} - W)/W$, where W is the exact EW, are shown in Fig. 3. The maximum discrepancy varies from +6% for the RLM to -3% for the TCM, -4% for the DCM and -16% for the HCM.

The opposite signs of the relative differences for the clear and cloudy cases are significant

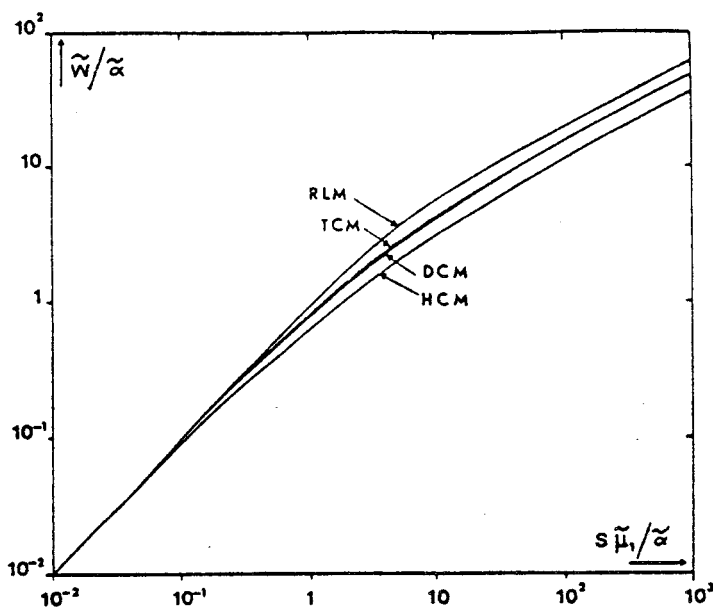


Fig. 2. Approximate curves-of-growth for a reflecting layer model (RLM), a two-cloud model (TCM), a dispersed cloud model (DCM), and a homogeneous cloud model (HCM). See the description in Section 3.

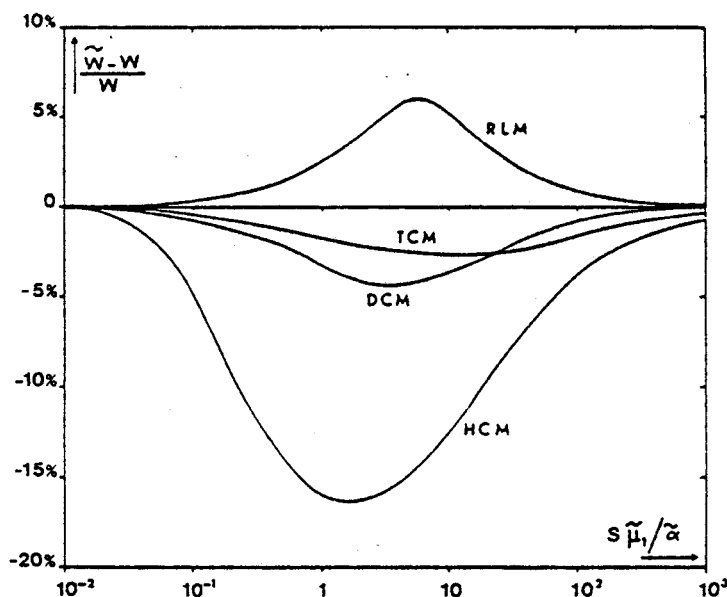


Fig. 3. Relative differences between the approximate EWs and the actual values for the models of Fig. 2.

and explainable. The CGA depends upon two parameters which are determined from the requirements of complete agreement for the absorption in the line wings ($\nu - \nu_0 \gg \alpha$) and for the EWs of the weak lines. For an isothermal RLM, the first requirement fixes $S\tilde{\alpha}\tilde{u}$; Addition of the second requirement implies $S\tilde{u}$ and consequently, the mean pressure $\bar{P} = P_c/2$.

If, instead of considering the weak lines, we search for a complete agreement in the intermediate region of the curve of growth, we find that the mean pressure varies from $P_c/2$ (weak lines) to $P_c/\sqrt{2}$ (strong lines) (see Appendix). The EW increases as a function of $S\tilde{u}/\tilde{\alpha} \equiv (S\tilde{u}\tilde{\alpha})/\tilde{\alpha}^2$. Thus, using an unique effective pressure $\bar{P} = P_c/2$, we are led to overestimate the EW in the intermediate regions ($\tilde{W} > W$).

In a scattering medium, when absorption increases, the variation of the statistical mean path

length produces a reduction of the line formation pressure. We thus have two compensating effects which result in an absolute decrease of $(\bar{W} - W)$. For the present cases, the overall effect is to underestimate the EW so that the relative difference is negative.

As already mentioned, the ratio $r = (\bar{\mu}_{1/2})^2 / \bar{\mu}_1$ can be considered as a measure of the importance of the scattering processes in the line formation. Qualitatively, the smaller r , the larger is the reduction of the formation pressure with increasing absorption; thus the larger is the compensating effect compared to the clear case (RLM). This is the reason for the increasing error when going from the DCM ($r = 0.61$) to the HCM ($r = 0.35$). For the same reason, in scattering medium, the generalized CGA can be more accurate than the original CGA; this is particularly the case for the present DCM and TCM for which the maximum discrepancy is lower than for the RLM.

Small value of r are associated with large $\bar{\mu}_1$. In this case, the line wings are strongly deepened and the continuum level is hardly measurable. For the $R(0)$ line of the $0.783 \mu\text{m}$ CO_2 band, Sato *et al.*²⁵ report discrepancies as large as a factor of two for the HCM depending on the use of a continuum level which is 0.99 or 0.999 of the real value. Compared to the usual experimental uncertainties, the accuracy of the generalized CGA appears quite tolerable.

It is worth to note that, for the extreme case $r \rightarrow 0$ ($\bar{\mu}_1 \rightarrow \infty$), the linear regime no longer exists; this is the case of a semi-infinite conservative cloud for which all lines belong to the square-root regime. In this case, $\bar{P}$ is undefined, but a one-parameter approximation is quite sufficient.

As the original CGA, the generalized CGA has been designed so as to give the best approximation of the transmission averaged over a broad spectral interval including both strong and weak lines. However, it is interesting to compare the actual and the approximate line profiles. They are shown in Figs. 4-7 for three different Lorentz lines. The coincidence in the line wings is required by the CGA; the discrepancies in the shoulders and in the line core are related to the increase of the formation pressure with $\nu - \nu_0$. This variation causes an overestimate of the absorption in the shoulders and an underestimate in the line core; these two opposite errors compensate for the weak lines as required by the CGA. With scattering, the decrease of the statistical mean path length with increasing absorption acts so as to reduce the formation pressure in the shoulders producing a better agreement than for the RLM.

The large discrepancies in the line core are due to the utilization of a Lorentz profile throughout the atmosphere, including its use at very low pressures. The discrepancies would have been reduced if we had made use of the more realistic Voigt profile.

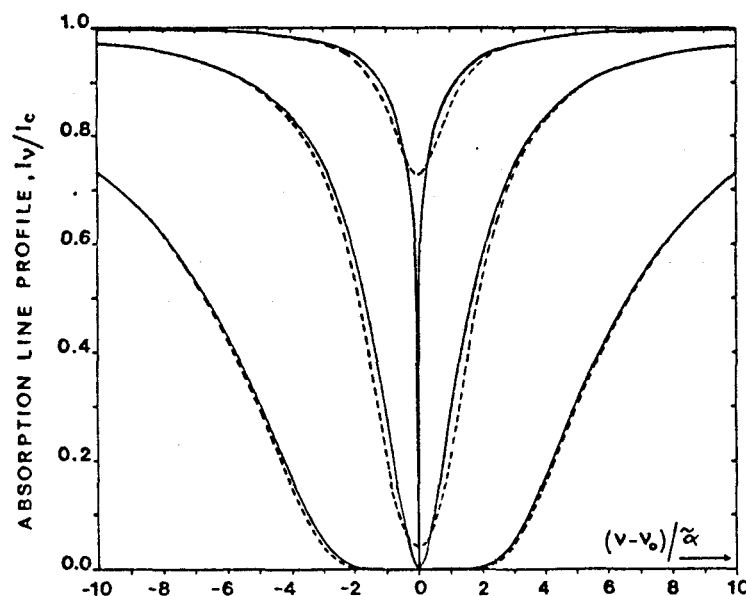


Fig. 4. Exact (—) and approximate (---) absorption line profiles for the RLM with $S\bar{\mu}_1/\bar{\alpha} = 1, 10$, and 100.

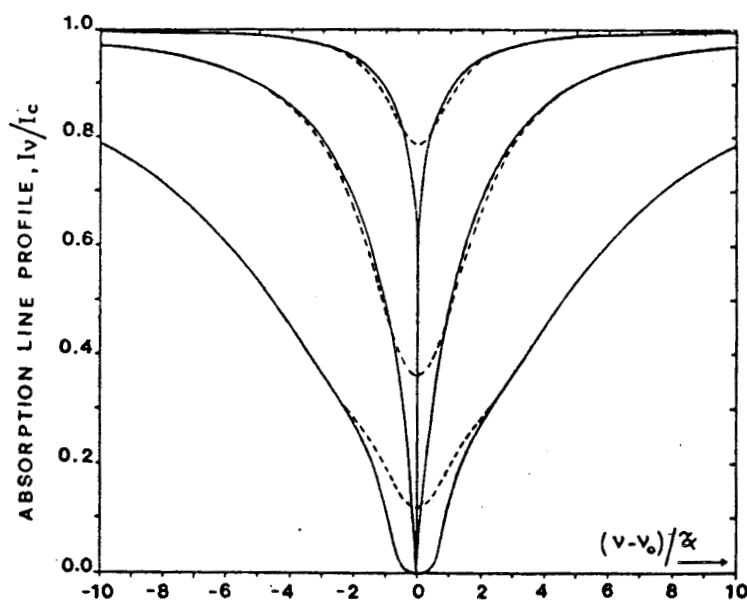


Fig. 5. As in Fig. 4 but for the TCM.

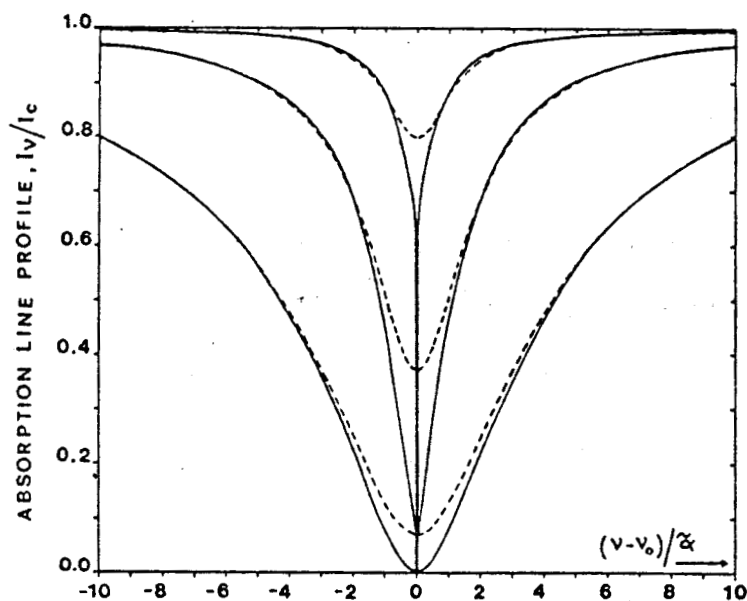


Fig. 6. As in Fig. 4 but for the DCM.

The tests presented here concern the reflected radiation. For the transmitted light, the differences between the absorption processes in clear and cloudy conditions are not very large; the distribution of the scaled amount $p(\bar{u})$ presents a sharp maximum which approximately corresponds to the directly transmitted light. We thus can expect an accuracy comparable to that for the clear case.

Our tests have been done for a limited number of atmospheric models. In particular, we did not explore the cases of a variable mixing ratio of the absorber. However, the effectiveness of both the generalized CGA and the original CGA must be similar. As noted by Goody³, the CGA is poor if most of the absorbing material is at the lower pressure, but good in the opposite case.

4. SUMMARY AND CONCLUSIONS

(1) The CGA, which was initially derived for the case of clear inhomogeneous atmospheres, has been generalized to scattering atmospheres. As in the original approximation, agreement is required for strong and weak absorption.

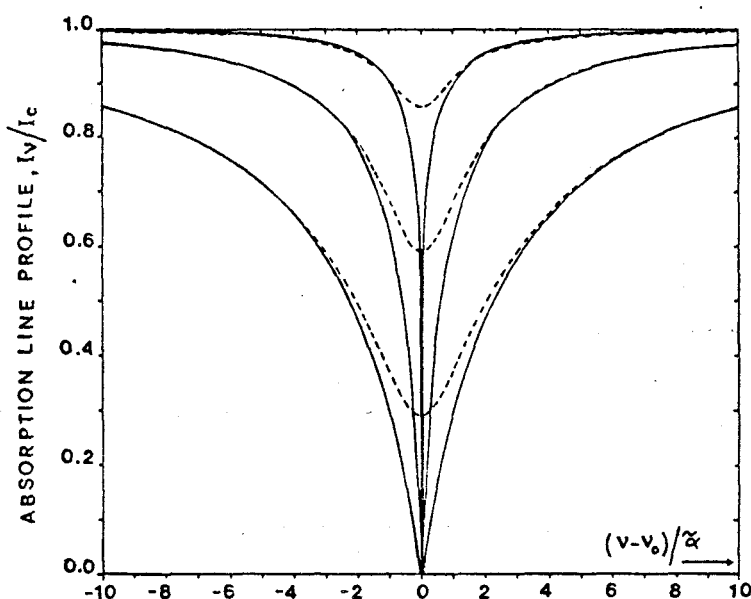


Fig. 7. As in Fig. 4 but for the HCM.

(2) A line formed in a clear inhomogeneous atmosphere is simulated by a line absorbing along a homogeneous path with scaled amount of absorber $\bar{u}$ at a definable pressure $\bar{P}$; similarly a line formed in an inhomogeneous scattering atmosphere is simulated using a distribution $p(\bar{u})$ of homogeneous paths with scaled amounts $\bar{u}$, all at the definable pressure $\bar{P}$. The effects of scattering upon absorption are included in the distribution $p(\bar{u})$ and $\bar{P}$ can be understood as a weak line formation pressure.

(3) Practically, the only computational problem consists in the solution of the RTE. However, since a complete knowledge of the distribution $p(\bar{u})$ is not necessary, the method described in Section 1 enables to considerably reduce the calculations (for most of the practical cases we found that solving the RTE for about ten values of the absorption coefficient provides quite a good accuracy). Providing the solutions of the RTE, by using any method, the generalized CGA is of quite general use and applies for horizontally as well as vertically inhomogeneous atmospheres.

(4) The ratio $r = (\bar{\mu}_{12})^2 / \bar{\mu}_1$, where $\bar{\mu}_j$ is the j th moment of the distribution $p(\bar{u})$, is a good indicator of the influence of scattering in the absorption process. This number decreases from 1 for a clear atmosphere to 0 for a conservative semi-infinite atmosphere (in this case every line belongs to the square-root regime).

(5) For the cases such as $r > 0.5$, including most of the realistic atmospheres, the accuracy of the generalized CGA is comparable to or even better than for the clear case. In the extreme cases of small r , it is worth noting that, since the linear regime can only be obtained for very weak lines, a one-parameter approximation is generally accurate enough.

(6) The generalized CGA also gives satisfactory line profiles if we except the line core. Here again, the agreement between approximate and true profiles is quite similar to the one obtained in the clear case with the original CGA.

Acknowledgements—We would like to thank C. de Bergh for helpful discussions and C. Devaux for providing subroutines used in our tests of accuracy.

REFERENCES

1. A. R. Curtis, *Quart. J. R. Met. Soc.* **78**, 638 (1952).
2. W. L. Godson, *Quart. J. R. Met. Soc.* **79**, 367 (1953).
3. R. M. Goody, *Atmospheric Radiation I. Theoretical Basis*. Clarendon Press, Oxford (1964).
4. G. E. Hunt and S. R. Mattingly, *JQSRT* **16**, 505 (1976).
5. W. J. Wiscombe and J. W. Evans, *J. Comp. Phys.* **24**, 416 (1977).
6. E. Raschke and U. Stucke, *Beitr. Physik. Atmos.* **46**, 203 (1973).
7. A. A. Lacis and J. E. Hansen, *J. Atmos. Sci.* **31**, 118 (1974).

8. H. C. Van de Hulst and W. M. Irvine, In *La Physique des Planètes, Congrès et Colloques de l'Université de Liège*, Vol. 24, 78 (1962).
9. Y. Fouquart, Thesis, Université des Sciences et Techniques de Lille, France (1975).
10. J. C. Buriez, Y. Fouquart, and A. L. Fymat, *Astron. Astrophys.* **79**, 287 (1979).
11. B. A. Kargin, L. D. Krasokutskaya, and Y. E. Feygelson, *Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR, Atm. Oc. Phys.* **8**, 287 (1972).
12. V. I. Dianov-Klovov, N. A. Yevstratov, I. P. Malkov, and O. P. Ozerenski, *Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR, Atm. Oc. Phys.* **10**, 452 (1974).
13. J. F. Appleby and W. M. Irvine, *Astrophys. J.* **183**, 337 (1973).
14. J. Lenoble [Ed.], *Standard Procedures to Compute Atmospheric Radiative Transfer in a Scattering Atmosphere*. IAMAP, Boulder, Colorado (1977).
15. L. W. Esposito and L. L. House, *Astrophys. J.* **219**, 1058 (1978).
16. Y. Fouquart, *JQSRT* **14**, 497 (1974).
17. G. Baker, *The Padé Approximant in Theoretical Physics*, Chap. 1. Academic Press, New York (1970).
18. R. Bellmann, R. E. Kalaba, and J. A. Lockett, *Numerical Inversions of the Laplace Transform*. Elsevier, New York (1966).
19. Y. Fouquart and B. Bonnel, *Beitr. Physik. Atmos.* **53**, 35 (1980).
20. R. A. Mc Clatchey, R. W. Fenn, J. E. A. Selby, F. E. Volz, and J. S. Garing, *Optical Properties of the Atmosphere*, AFCRL 71-0279, Envir. Res. Papers No. 354, 91 pp.
21. A. A. Lacis, *J. Atmos. Sci.* **32**, 1107 (1975).
22. J. C. Buriez and C. de Bergh, *Astron. Astrophys.* **83**, 149 (1980).
23. C. Devaux, P. Grandjean, Y. Ishiguro, and C. E. Siewert, *Astrophys. Space Sci.* **62**, 225 (1979).
24. C. Devaux, Thesis, Université des Sciences et Techniques de Lille, France (1977).
25. M. Sato, K. Kawabata, and J. E. Hansen, *Astrophys. J.* **216**, 947 (1977).

APPENDIX

We now derive the relation between the mean pressure $\bar{P}$ associated to the scaled amount $\bar{u}$ and the cloud top pressure P_c for an isothermal reflecting layer model. The exact EW can be expressed in terms of Γ -functions [see Goody,³ Eq. (6.6)] as

$$W = 2\sqrt{(\pi)\alpha_c} \frac{\Gamma\left(\frac{SU}{2\pi\alpha_c} + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{SU}{2\pi\alpha_c}\right)}, \quad (\text{A1})$$

where S is the line intensity, U the total amount of absorber encountered by the photons and α_c the Lorentz half-width at the cloud top. An approximate EW corresponding to a homogeneous path with amount $\bar{U}$ and half-width $\bar{\alpha}$ can be written with the Ladenberg and Reiche function [see Goody,³ Eq. (4.10)] as

$$\bar{W} = 2\pi\bar{\alpha}L\left(\frac{S\bar{U}}{2\pi\bar{\alpha}}\right). \quad (\text{A2})$$

The CGA is a two-parameter approximation. The first condition is agreement between the actual and approximate wings. For the simple RLM, Eqs. (20) and (27) reduces to

$$\bar{\alpha}\bar{U} = \int \alpha du = \frac{\alpha_c U}{2}. \quad (\text{A3})$$

The second requirement is the equality of the actual and approximate EWs of the weak lines; instead, we assign $\bar{W}$ and W to agree for any line. Using (A3) we obtain:

$$yL\left(\frac{X}{2y^2}\right) = \frac{1}{\sqrt{(\pi)}} \frac{\Gamma\left(X + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(X)} \quad (\text{A4})$$

where $y = (\bar{\alpha}/\alpha_c) = (\bar{P}/P_c)$ and $X = SU/2\pi\alpha_c$.
For small X , we have

$$L\left(\frac{X}{2y^2}\right) \approx \frac{X}{y^2} \quad (\text{A5})$$

and

$$\begin{aligned} \Gamma\left(X + \frac{1}{2}\right) &\approx \sqrt{(\pi)} \\ X\Gamma(X) &= \Gamma(X+1) \approx 1 \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

so that (A4) is satisfied if $y = 1/2$; this is the classical result of the CGA: $\bar{P} = P_c/2$.

For large X , we can use the asymptotic expansions

$$L\left(\frac{X}{2y^2}\right) = \sqrt{\left(\frac{X}{\pi y^2}\right)} \left(1 - \frac{y^2}{4X}\right) \quad (\text{A7})$$

and

$$\Gamma(X+1) \approx X^X e^{-X} \sqrt{2\pi X} \left(1 + \frac{1}{12X}\right). \quad (\text{A8})$$

A first order expansion of Eqs. (A7) and (A8) with respect to $1/X$ confirms that Eq. (A3) is sufficient to provide agreement for the EWs of the strong lines whatever $\bar{P}$ is; however, a second order expansion gives $y = 1/\sqrt{2}$ or $\bar{P} = P_c/\sqrt{2}$.

A detailed numerical study shows that Eq. (A4) is verified for y increasing monotonely from $1/2$ to $1/\sqrt{2}$ with X increasing from 0 to ∞ .

C H A P I T R E I I

INFORMATIONS CONTENUES DANS LES LARGEURS EQUIVALENTES DE RAIES

INTRODUCTION

Si l'on considère un modèle d'atmosphère claire homogène, on peut déterminer, à partir des largeurs équivalentes de raies, l'abondance de gaz absorbant rencontrée par les photons le long de leur trajet, la pression de formation des raies et leur température de rotation.

Si maintenant : on considère une atmosphère quelconque, qui peut être inhomogène verticalement et horizontalement, quelles informations peut on déduire des largeurs équivalentes mesurées à partir d'un spectre expérimental ? A quoi correspond l'abondance, la pression et la température que l'on déduit des mesures en appliquant les relations établies pour le simple modèle de la "couche réfléchissante" ?

Nous supposerons dans un premier temps que la mesure des largeurs équivalentes de raies à partir d'un spectre expérimental ne pose pas de problème. On considèrera notamment que le niveau continu (en absence d'absorption) du spectre est très bien défini et que les raies sont suffisamment isolées les unes des autres... On verra quelles informations peuvent être déduites de telles largeurs équivalentes sans faire d'hypothèse sur le type d'atmosphère.

En pratique, la mesure de la largeur équivalente d'une raie, qui, par définition, correspond à un intervalle spectral infini, n'est pas possible directement. On est amené à extrapoler sa valeur à partir d'une mesure correspondant à un intervalle spectral fini. A partir d'une même mesure, on montrera que l'on peut obtenir des valeurs de largeurs équivalentes différentes pour des modèles d'atmosphères différents, ce qui rend alors impossible l'obtention d'informations sans faire d'hypothèse sur le type d'atmosphère.

Nous nous limiterons au cas où toutes les raies appartiennent à un même spectre ; nous n'envisagerons pas l'étude des variations des largeurs équivalentes en fonction des angles d'incidence et d'émergence. Une telle étude peut apporter des informations complémentaires mais essentiellement d'ordre qualitatif. Par exemple, la variation de l'absorption due au CO_2 sur Vénus en fonction de l'angle de phase — observée pour la première fois par KUIPER¹ en 1952 — a permis d'exclure le modèle de la "couche réfléchissante".

Pour que ces informations soient quantitatives, il faudrait que les mesures à différents angles de phase ou à différents endroits d'une planète correspondent à la même réalité physique. Ceci suppose, en pratique, que les variations temporelles et spatiales soient négligeables.

I - RAIES FORMEES DANS UNE ATMOSPHERE CLAIRE HOMOGENE

La largeur équivalente d'une raie de LORENTZ formée dans une atmosphère claire homogène s'exprime à l'aide de la fonction de LADENBERG ET REICHE (voir, par exemple, GOODY²)

$$W = 2\pi \alpha(\theta, P) L \left(\frac{S(\theta) U}{2\pi \alpha(\theta, P)} \right) , \quad (II-1)$$

α étant la demi-largeur de LORENTZ - qui dépend de la température θ et est proportionnelle à la pression P -, S l'intensité de la raie et U l'abondance totale de gaz absorbant rencontrée par les photons. En utilisant le développement limité de la fonction de LADENBERG et REICHE pour les petits arguments ($SU/2\pi\alpha \ll 1$), on obtient le "régime linéaire" pour les raies faibles

$$W = S(\theta) U , \quad (II-2)$$

et en utilisant le régime asymptotique ($SU/2\pi\alpha > 3$), on obtient le "régime en racine carrée" pour les raies fortes

$$W = (4S(\theta) \alpha(\theta, P) U)^{1/2} . \quad (II-3)$$

Les deux dernières équations peuvent être résumées sous la forme

$$W = (4\alpha(\theta, P))^{1-b} (S(\theta) U)^b , \quad (II-4)$$

avec $b = 1$ pour le régime linéaire et $b = 1/2$ pour le régime en racine carrée.

La largeur équivalente d'une raie varie avec le nombre quantique m , par l'intermédiaire de l'intensité de la raie

$$S_m(\theta) = \frac{S_b(\theta)}{Q_r(\theta)} \left| m \right| \exp \left(- \frac{hc}{k\theta} B m(m-1) \right) \quad (II-5)$$

où S_b est l'intensité de la bande, Q_r la fonction de partition de rotation, $B_m(m-1)$ l'énergie de rotation dans l'état le plus bas, h la constante de PLANCK, c la vitesse de la lumière et k la constante de BOLTZMANN. Nous négligerons ici la variation de la demi-largeur de LORENTZ avec le nombre quantique pour simplifier mais ceci n'affecte en rien les raisonnements qui suivent. Les équations (II-4) et (II-5) permettent alors d'écrire

$$\ln \frac{W_m}{|m|^b} = \ln W_1 - b \frac{hc}{k\theta} B_m(m-1) \quad (\text{II-6})$$

où W_1 correspond à la largeur équivalente de la raie $R(0)$.

$$W_1 = (4\alpha(\theta, P))^{1-b} \left(\frac{S_b(\theta)}{Q_r(\theta)} U \right)^b \quad (\text{II-7})$$

Ainsi, la mesure des largeurs équivalentes de plusieurs raies d'une même bande, appartenant au même régime de la courbe de croissance, permet de déterminer la "température de rotation" θ à partir de la pente de $\ln (W_m/|m|^b)$ en fonction de $m(m-1)$. A partir de l'origine de cette courbe, on peut déterminer l'abondance U si $b = 1$, ou le produit de U par la pression P si $b = 1/2$ (voir Equ. (II-7)).

Rigoureusement, l'équation (II-6) n'est valable que si toutes les raies appartiennent soit au régime linéaire soit au régime en racine carrée. Son utilisation développée par GRAY YOUNG³ pour des raies du régime intermédiaire est approximative. La détermination de la température à partir de raies appartenant à des régimes différents n'est possible que si l'on fait une hypothèse sur la valeur de la pression P , à priori inconnue (MARGOLIS et FOX⁴). Nous privilégierons, dans ce qui suit, l'étude du régime linéaire et celle du régime en racine carrée.

II - RAIES FORMÉES DANS UNE ATMOSPHERE NON-HOMOGÈNE MAIS ISOTHERME

Considérons une atmosphère dont la structure verticale et horizontale est quelconque mais isotherme dans la région de formation des raies. Nous utiliserons la fonction de distribution $p(\hat{u})$ de l'abondance de gaz absorbant pondérée simplement par la pression et définie à partir de

$$d\hat{u} \hat{P} = du P \quad (\text{II-8})$$

Pour une atmosphère claire, $p(\tilde{u})$ est une simple fonction de Dirac. Pour le cas général, le schéma de calcul a été donné dans le premier chapitre. La pression $\tilde{P}$ est la pression de formation des raies faibles ; elle est telle que l'"abondance pondérée" moyenne est égale à l'abondance vraie de gaz absorbant rencontrée en moyenne par les photons,

$$\tilde{\mu}_1 = \mu_1 \quad . \quad (II-9)$$

Les largeurs équivalentes des raies fortes peuvent s'exprimer à l'aide du moment d'ordre 1/2 de la fonction $p(\tilde{u})$ (cf. Equ. I-32)

$$W = 2 (S(\theta) \alpha(\theta, \tilde{P}))^{1/2} \tilde{\mu}_{1/2} \quad , \quad (II-10)$$

et celles des raies très faibles à l'aide du moment d'ordre 1 (cf. Equ. I-33)

$$W = S(\theta) \mu_1 = S(\theta) \tilde{\mu}_1 \quad . \quad (II-11)$$

En utilisant l'"indicateur de diffusion" déjà rencontré au chapitre I

$$r = (\tilde{\mu}_{1/2})^2 / \tilde{\mu}_1 \quad , \quad (II-12)$$

les équations (II-10) et (II-11) peuvent être mises sous la forme

$$W = (4\alpha(\theta, \tilde{P}) r)^{1-b} (S(\theta) \mu_1)^b \quad (II-13)$$

avec $b = 1$ pour le régime linéaire (ou régime de très faible absorption)
et $b = 1/2$ pour le régime en racine carrée (ou régime de forte absorption).

Les régimes obtenus pour une atmosphère claire homogène (Equ. II-4) et pour une atmosphère isotherme (Equ. II-13) sont identiques à condition que

$$U = \mu_1 \text{ et } \alpha(\theta, P) = r \alpha(\theta, \tilde{P}) \equiv \alpha(\theta, r\tilde{P}) \quad ,$$

ce qui définit l'atmosphère claire homogène équivalente (ou "apparente") par l'abondance "apparente" μ_1 et la pression "apparente" $r\tilde{P}$.

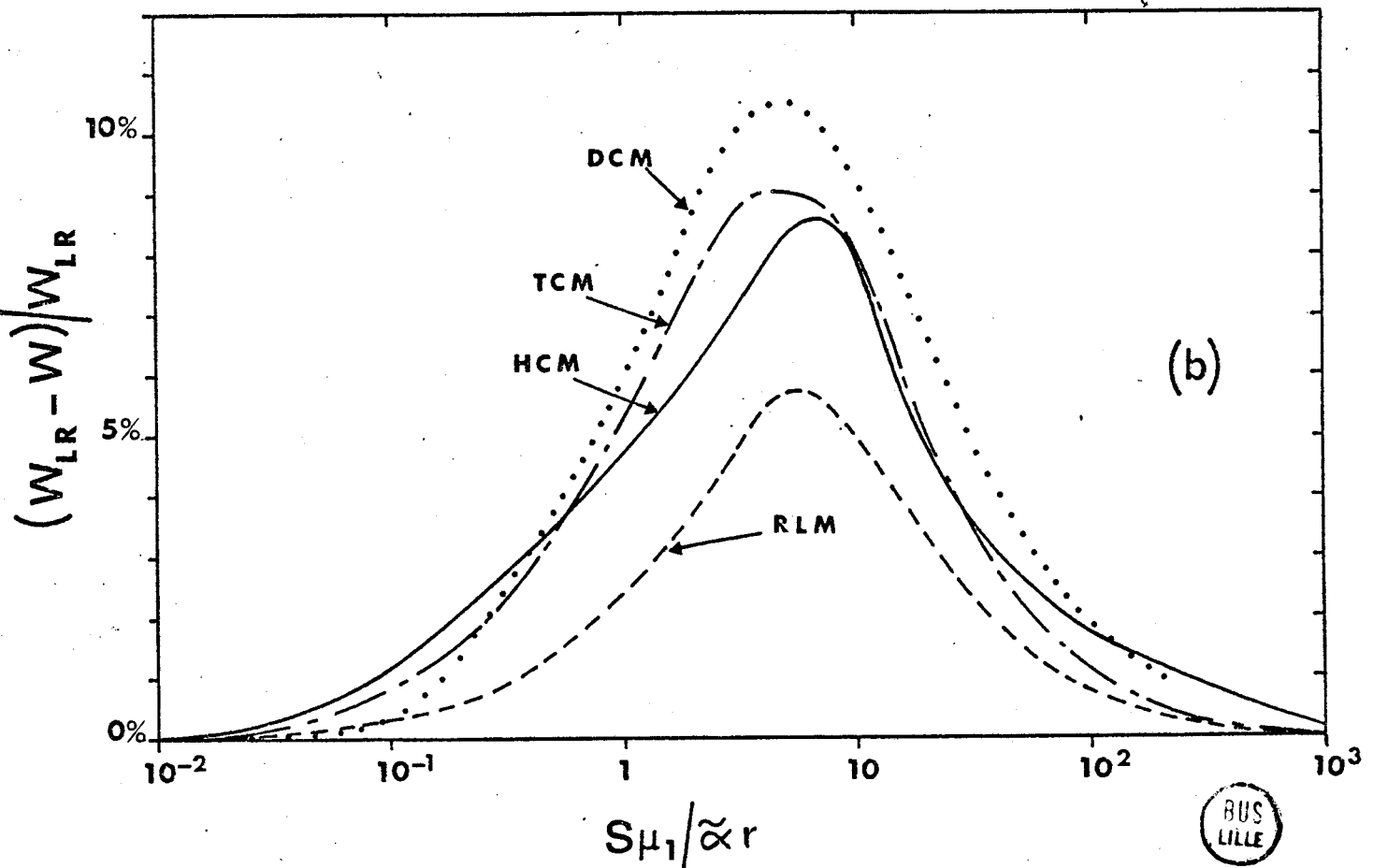
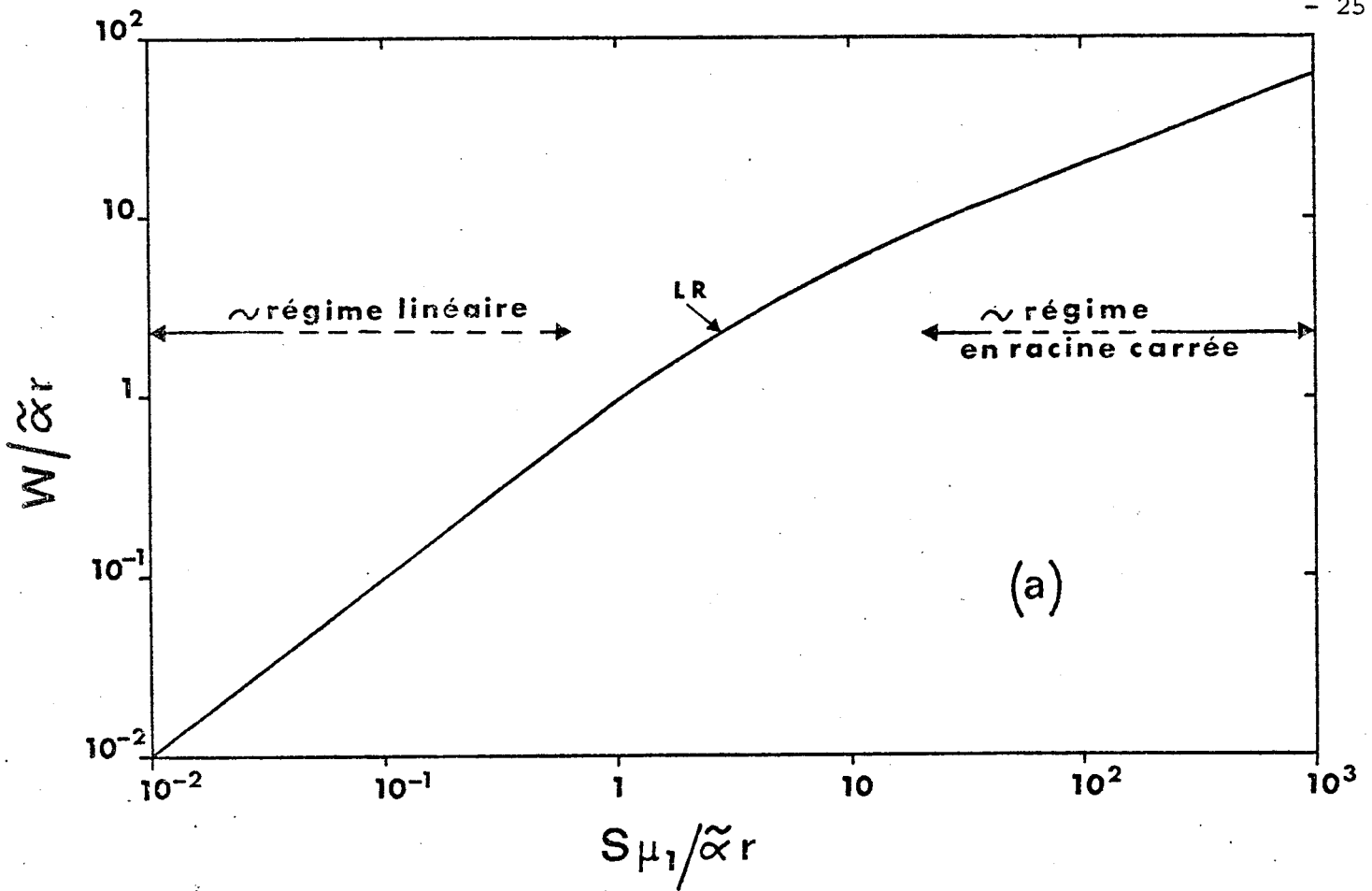


Figure 1 - Les courbes de croissance "apparentes" des 4 modèles illustrant le premier chapitre sont comparées à la courbe de croissance d'une atmosphère claire homogène. Pour plus de clarté, seule cette dernière courbe (LR = LADENBERG ET REICHE) est reportée en (a) tandis que les écarts relatifs sont reportés en (b).

Ainsi, la température de rotation Θ peut être déterminée en suivant la même démarche que dans le cas d'une atmosphère claire homogène (cf. Equ. II-6 et 7). On peut déterminer ensuite l'abondance moyenne μ_1 si les raies appartiennent au régime linéaire, ou le produit $\mu_1 \tilde{rP}$ si les raies appartiennent au régime en racine carrée. Si le domaine d'intensité des raies étudiées s'étend du régime linéaire au régime en racine carrée, on détermine ainsi une abondance μ_1 et une pression $\tilde{rP}$.

A ce stade, on peut s'interroger si une information supplémentaire ne peut pas être déduite des raies appartenant au régime intermédiaire. En fait, les courbes $W/\alpha r = f(S\mu_1/\alpha r)$, qui sont équivalentes à des courbes de croissance, diffèrent relativement peu selon le type d'atmosphère. Sur la figure 1, les courbes correspondant aux quatre modèles inhomogènes qui ont illustré le premier chapitre sont comparées à la courbe de croissance de raies formées en atmosphère claire homogène (Equ. II-1). Les écarts relatifs restent inférieurs ou de l'ordre de 10 %, ce qui n'est pas excessif compte-tenu des incertitudes expérimentales. De plus, ces écarts sont dus pour une grande part à la variation de la pression dans l'atmosphère, indépendamment de l'influence de la diffusion, puisque l'on observe déjà des écarts de l'ordre de 6 % entre les largeurs équivalentes formées en atmosphère claire inhomogène (P varie de 0 à P_c) et celles formées en atmosphère claire homogène ($P = P_c/2$). Il ne faut donc pas s'attendre à obtenir une information spécifique à partir du régime intermédiaire. Cependant, plus l'indicateur de diffusion r est petit, plus le régime linéaire correspond à des largeurs équivalentes de raies petites et donc difficilement mesurables. Dans ce cas, les raies appartenant au régime intermédiaire peuvent servir à extrapoler de façon plus ou moins précise le régime linéaire. Nous excluons bien sûr de cette étude le cas irréaliste d'une atmosphère diffusante semi-infinie sans absorption continue pour laquelle $r \rightarrow 0$.

Une détermination de l'abondance "apparente" μ_1 et de la pression "apparente" $\tilde{rP}$ peut permettre d'éliminer un certain nombre de modèles atmosphériques. La pression apparente des raies formées en atmosphère claire est égale à la moitié de la pression au sommet de la couche réfléchissante P_c , et l'abondance apparente est égale à

$$U_{app} = \eta \text{ cH}^* P_c = \eta \text{ cH}^* (2 P_{app}), \quad (\text{II-14})$$

c étant la concentration de gaz absorbant supposée constante dans l'atmosphère, H^* l'échelle de hauteur de pression ramenée à la température de 273° K, et η le facteur de masse d'air égal à $\cos^{-1} \theta_0 + \cos^{-1} \theta$, θ_0 et θ étant les angles d'incidence et d'émergence. Définissons le facteur de masse d'air "apparent"

$$\eta_{app} = \frac{\mu_1}{2c H^* r_P} \quad (II-15)$$

Pour les exemples qui illustrent le premier chapitre, ce facteur est égal à 2.0 pour l'atmosphère claire (RLM), à 4.6 pour le modèle à deux nuages (TCM), à 4.0 pour le nuage dispersé (DCM) et à 6.5 pour le nuage homogène (HCM). Si la concentration c est connue avec une bonne précision - telle celle du gaz carbonique sur Vénus - il est alors possible à partir de la connaissance du rapport $\mu_1 / (2c H^* r_P)$ d'éliminer un certain nombre de modèles d'atmosphère. Si, au contraire, la concentration en gaz absorbant est une inconnue à déterminer, la seule connaissance des largeurs équivalentes de raies de ce gaz absorbant ne permet pas de déterminer cette concentration. Il est cependant possible de la déterminer en comparant les largeurs équivalentes de raies du gaz absorbant de concentration inconnue et celles d'un autre gaz de concentration connue (par exemple, les raies de HCl et celle de CO₂ sur Vénus). Mais il est alors nécessaire (i) qu'il s'agisse d'un même spectre expérimental pour éviter l'influence des variations temporelles et spatiales, (ii) qu'il s'agisse du même domaine spectral à cause de la variation des propriétés des particules diffusantes avec la longueur d'onde, (iii) et surtout qu'il s'agisse du même régime de la courbe de croissance. Cette dernière condition est souvent difficile à réaliser car le régime en racine carrée n'est pas toujours atteint par les raies d'un gaz mineur, et le régime linéaire ne peut être atteint que par des raies extrêmement faibles et donc difficiles à mesurer.

III - RAIES FORMEES DANS UNE ATMOSPHERE QUELCONQUE

Nous n'avons considéré jusqu'à présent que des atmosphères isothermes de sorte qu'il n'y avait aucune ambiguïté sur la signification de la température de rotation. Dans une atmosphère réaliste, la température varie avec la pression; SAGAN et REGAS⁵ ont souligné l'importance de ce problème que nous reprenons ici de façon plus quantitative à l'aide des abondances "pondérées" de gaz absorbant.

a) - Cas des raies faibles (régime linéaire)

Dans le premier chapitre, la pression $\tilde{P}$ associée à la fonction de distribution $p(\tilde{u})$ a été introduite parce que l'on s'intéressait à la fois aux raies fortes et aux raies faibles. Ici, nous ne nous intéresserons d'abord qu'aux raies faibles dont la largeur équivalente est indépendante de la pression. Il suffit donc de pondérer l'abondance de gaz absorbant uniquement par l'intensité de la raie (cf Equ. I-18)

$$d\mu''(m) S_m(\theta'') = du S_m(\theta) \quad , \quad (\text{II-16})$$

pour exprimer la largeur équivalente d'une raie faible à l'aide du moment d'ordre 1 de la fonction de distribution $p(u''(m))$

$$W_m = S_m(\theta'') \mu''_1(m) \quad . \quad (\text{II-17})$$

la température θ'' est arbitraire. Nous choisirons ici pour θ'' la température de rotation des raies faibles définie à partir de l'équation (II-6)

(avec $b = 1$). Plus précisément, la courbe $\ln(W/|m|)$ en fonction de $m(m-1)$ n'est plus rigoureusement une droite puisque le terme

$$W_1(m) = \frac{S_b(\theta'')}{Q_r(\theta'')} \mu''_1(m) \quad (\text{II-18})$$

qui représente l'ordonnée à l'origine dépend du nombre quantique de chaque raie. La température de rotation θ'' - et de même l'abondance "apparente" U'' - est donc définie par le critère des moindres carrés qui minimise l'écart quadratique

$$E'' = \sum_{\text{raies}} \left[\ln \left(\frac{W_m}{|m|} \right) - \ln \left(\frac{S_b(\theta'')}{Q_r(\theta'')} U'' \right) - \frac{hc}{K\theta''} B m(m-1) \right]^2 \quad . \quad (\text{II-19})$$

En tenant compte des équations (II-17) et (II-5), on peut aussi écrire

$$E'' = \sum_{\text{raies}} \ln^2 \left(\frac{\mu''_1(m)}{U''} \right) \quad , \quad (\text{II-20})$$

ce qui équivaut à minimiser la variation de μ''_1 avec m ,

$$\mu''_1(m) \approx U'' \quad \forall m \quad . \quad (\text{II-21})$$

Cette relation ne peut pas être explicitée aisément dans le cas général, mais peut l'être davantage dans le cas du modèle de la "couche réfléchissante" (RLM) pour lequel l'intégration de l'équation (II-16) donne

$$\mu''_1(m) = \int \frac{S_m(\theta)}{S_m(\theta'')} du \quad (II-22)$$

Développons le calcul de façon approchée en considérant, d'une part, que l'atmosphère est adiabatique de sorte que la température θ est proportionnelle à $P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ et, d'autre part, que l'intensité $S_m(\theta)$ est proportionnelle à $(\theta)^{x_m}$ (avec $x_m \geq 0$). — Ceci est pratiquement exact pour $m = 1$ mais très approximatif pour les autres valeurs de m . — Supposons de plus que la concentration en gaz absorbant reste constante dans l'atmosphère de sorte que l'abondance soit proportionnelle à la pression. Les relations (II-21) et (II-22) donnent alors

$$\int_0^{\theta_C} \left(\frac{\theta}{\theta''} \right)^{x_m} \frac{1}{\theta^{\gamma-1}} d\theta = \frac{\theta_C^{x_m + \frac{\gamma}{\gamma-1}}}{(x_m + \frac{\gamma}{\gamma-1}) (\theta'')^{x_m}} \approx \text{cte } \forall m, \quad (II-23)$$

θ_C étant la température au niveau de la surface réfléchissante. En dérivant l'équation (II-23) par rapport à x_m , on obtient

$$\theta'' \approx \theta_C \exp \left(- \frac{(\gamma-1)}{\gamma + x_m(\gamma-1)} \right), \quad (II-24)$$

soit pour $\gamma - 1 \ll 1$

$$\theta'' \approx \frac{\theta_C}{\gamma} \approx \frac{\int \theta du}{\int du}. \quad (II-25)$$

Ainsi, ce calcul très approché montre que dans le cas d'une atmosphère claire, la température de rotation θ'' obtenue à partir des largeurs équivalentes des raies faibles est peu différente de la température moyenne de l'atmosphère, définie par $\int \theta du / \int du$, bien qu'elle ne lui soit pas rigoureusement égale. Dans le cas d'une atmosphère nuageuse, on peut s'attendre à ce que la température de rotation des raies faibles soit peu différente de la température moyenne des couches traversées par les photons en l'absence d'absorption.

D'après le critère des moindres carrés (cf Equ. II-21), l'abondance "apparente" U diffère peu des abondances pondérées correspondant à chaque raie individuellement $\mu''_1(m)$. En particulier $U \approx \mu''_1(m^*)$, où m^* est un

nombre quantique tel que l'intensité S_m^* soit sensiblement indépendante de la température. Dans ce cas $\mu_1^*(m) = \mu_1$, l'abondance vraie de gaz absorbant rencontrée en moyenne par les photons. L'abondance "apparente" U est donc sensiblement égale à l'abondance moyenne μ_1 .

b) - Cas des raies fortes (régime en racine carrée)

Reprenons la même démarche pour les raies fortes en pondérant l'abondance de gaz absorbant à la fois par l'intensité de la raie et par la demi-largeur de LORENTZ, soit (cf Equ. I-17)

$$du'(m) S_m(\theta') \alpha(\theta', P') = du S_m(\theta) \alpha(\theta, P) \quad . \quad (II-26)$$

La largeur équivalente d'une raie forte s'exprime à l'aide du moment d'ordre 1/2 de la fonction de distribution $p(u'(m))$

$$W_m = (4 S_m(\theta') \alpha(\theta', P'))^{1/2} \mu'_{1/2}(m) \quad . \quad (II-27)$$

La pression P' est arbitraire. Comme précédemment, on choisit pour θ' la température de rotation des raies fortes obtenue à partir de l'équation (II-6) (avec $b = 1/2$), c'est à dire par minimilisation de l'écart quadratique

$$E' = \sum_{\text{raies}} \left[\ln \left(\frac{W_m}{\mu'^{1/2}} \right) - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{S_b(\theta')}{Q_r(\theta')} \frac{1}{\alpha U'} \right) - \frac{hc}{2k\theta'} B_{m(m-1)} \right]^2 \quad (II-28)$$

$\alpha U'$ étant le produit de la demi-largeur de LORENTZ par l'abondance "apparente". En tenant compte des équations (II-27) et (II-5), cet écart quadratique devient

$$E' = \frac{1}{4} \sum_{\text{raies}} \ln^2 \left(\frac{\alpha(\theta', P') (\mu'_{1/2}(m))^2}{\alpha U'} \right) \quad . \quad (II-29)$$

Autrement dit, la température de rotation θ' des raies fortes est telle que les moments $\mu'_{1/2}(m)$ définis pour cette température de référence et pour une pression arbitraire P' , soient sensiblement indépendants du nombre quantique,

$$\{\mu'_{1/2}(m)\}^2 \sim \frac{\alpha U'}{\alpha(\theta', P')} \quad \forall m \quad . \quad (II-30)$$

Dans le cas particulier du modèle de la "touche réfléchissante" (RLM), l'intégration de l'équation (II-26) donne

$$(\mu'_{1/2(m)})^2 \equiv \mu'_{1(m)} = \int \frac{S_m(\theta) \alpha(\theta, P)}{S_m(\theta') \alpha(\theta', P')} d\theta \quad . \quad (II-31)$$

En posant les mêmes hypothèses simplificatrices que celles définies pour l'étude des raies faibles, avec $\alpha(\theta, P) = \alpha_0 \left(\frac{P}{P_0}\right) \left(\frac{\theta_0}{\theta}\right)^{1/2}$, les relations (II-30) et (II-31) donnent

$$\int_0^{\theta_c} \frac{\theta^{x_m + \frac{(\gamma+3)}{2(\gamma-1)}}}{\theta^{x_m}} d\theta = \frac{\theta_c^{x_m + \frac{(3\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}}{\left(x_m + \frac{3\gamma+1}{2(\gamma-1)}\right) \theta_c^{x_m}} \sim \text{cte } \forall m \quad , \quad (II-32)$$

soit, après dérivation par rapport à x_m

$$\theta' \sim \theta_c \exp \left(- \frac{(\gamma-1)}{2\gamma + \left(x_m - \frac{1}{2}\right) (\gamma-1)} \right) \quad . \quad (II-33)$$

Pour $\gamma - 1 \ll 1$, on obtient

$$\theta' \sim \theta_c \left(\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right) \sim \frac{\int \theta \alpha(\theta, P) d\theta}{\int \alpha(\theta, P) d\theta} \quad . \quad (II-34)$$

Ainsi, pour une atmosphère claire, la température de rotation θ' des raies fortes ne peut plus être assimilée à la température moyenne de l'atmosphère. Si la température croît avec la pression, la température de rotation θ' des raies fortes est supérieure à la température de rotation θ'' des raies faibles, à cause de la pondération de l'abondance par la pression (cf Equ. II-31, ou de façon plus explicite, Equ. II-34).

Dans le cas d'une atmosphère nuageuse, les pressions élevées jouent encore un rôle important à cause de cette pondération de l'abondance par la pression ; mais, d'un autre côté, les raies fortes sont formées moins profondément que les raies faibles. La température θ' peut donc être supérieure ou inférieure à θ'' selon l'importance de la diffusion.

Hormis le cas irréaliste d'une atmosphère isotherme, les températures de rotation des raies fortes et des raies faibles ne peuvent être égales que si la diffusion joue un rôle important dans le processus de formation des raies.

Le produit "apparent" $\overline{\alpha U}$ est peu différent de chacun des produits $\alpha(\theta', P') \{ \mu_{1/2}^*(m) \}^2$ (Equ. II-30). En particulier, considérons une raie telle que le produit $\alpha(\theta', P) S_{*m}(\theta)$ soit sensiblement indépendant de la température ; l'abondance $u^*(m)$ est alors pondérée uniquement par la pression. Pour cette raie, l'équation (II-26) se ramène à l'équation (II-8) si l'on choisit comme pression de référence non plus une pression P' arbitraire, mais la pression moyenne $\bar{P}$ (définie implicitement par l'équation II-9). Ainsi le produit $\overline{\alpha U}$ sera peu différent de $\alpha(\theta', \bar{P}) (\mu_{1/2}^*)^2$ soit, en tenant compte de (II-9) et (II-12) $\alpha(\theta', \bar{P}) r\mu_1$ ou $\alpha(\theta', r\bar{P}) \mu_1$.

En conclusion, si les températures de rotation sont déterminées par la méthode habituellement utilisée pour des atmosphères claires homogènes, on déduit comme pour un modèle isotherme, l'abondance moyenne μ_1 à partir des largeurs équivalentes appartenant au régime linéaire et le produit de cette abondance μ_1 par la pression $r\bar{P}$ à partir des largeurs équivalentes appartenant au régime en racine carrée.

c) - Illustration

Les températures de rotation déterminées à partir des largeurs équivalentes de raies du CO_2 mesurées sur les spectres de Vénus sont de l'ordre de 240-250° K (voir la revue par YOUNG⁶ en 1972, ou plus récemment les mesures de YOUNG et al⁷⁻¹¹ ou celles de DIERENFELDT et al¹²). En utilisant le profil de température (Fig. 2) du modèle principal de l'atmosphère de Vénus du C.N.E.S.¹³ - tenant compte des résultats des Venera 11 et 12 et de Pioneer-Venus - une température de 245° K correspond à une pression de l'ordre de 0,10 atm.

Nous avons simulé numériquement les processus d'absorption dans deux types d'atmosphères - une atmosphère claire et une atmosphère nuageuse - qui, pour les mêmes conditions d'observations (les angles d'incidence et d'émergence étant $\theta = \theta_0 = 45^\circ$), correspondent à une pression moyenne $\bar{P}$ égale à 0,10 atm. Nous avons alors calculé les largeurs équivalentes de raies en

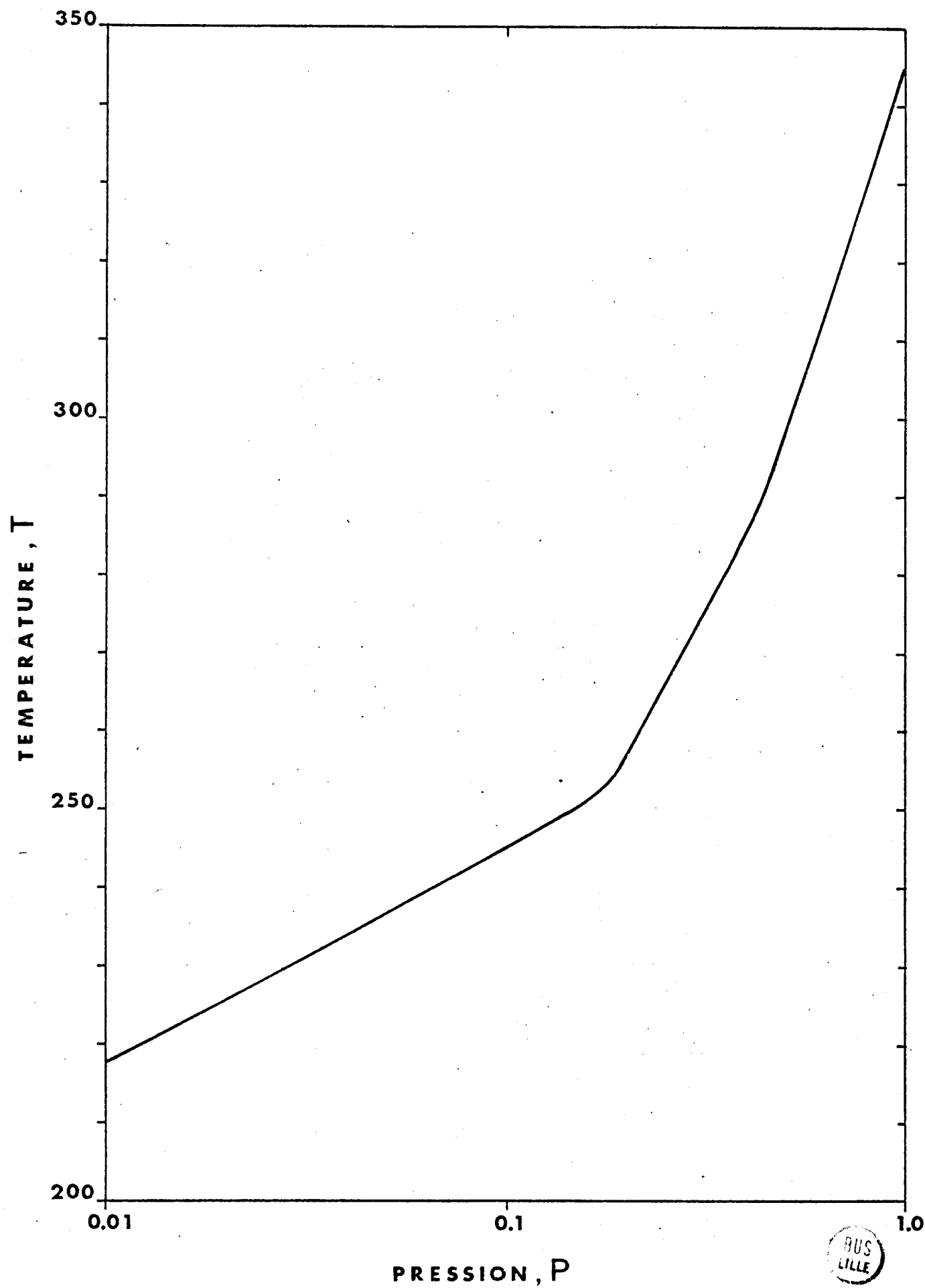


Figure 2 - Profil de température du modèle principal de l'atmosphère de Vénus du C.N.E.S. (1980).

régime linéaire et en régime en racine carrée. Ceci nous a fourni un ensemble de données pseudo-expérimentales à partir desquelles nous avons déterminé les températures de rotation θ' et θ'' en utilisant les relations du type (II-6).

Le modèle d'atmosphère claire a une pression au sommet de la couche réfléchissante égale à 0,20 atm. L'abondance totale de gaz carbonique rencontrée par les photons est alors de 3.3 km-atm. La température de rotation obtenue à partir des largeurs équivalentes de toutes les raies jusqu'à la raie P(40) est de 241,6° K pour le régime linéaire (Fig. 3a) et de 247,8° K pour le régime en racine carrée (Fig. 3b). On peut remarquer que ces températures sont très voisines respectivement de la température moyenne $\int \theta \, du / \int du$ égale à 241, 8° K et de la température $\theta \alpha \, du / \alpha \, du$ égale à 247,9° K (cf les équations II-25 et II-34).

Pour le modèle d'atmosphère nuageuse, nous avons choisi le cas simple de particules diffusant de façon isotrope, mélangées uniformément avec les molécules de gaz carbonique (H.C.M.). L'épaisseur optique totale τ_c est égale à 10 ; en tenant compte des relations de similarité¹⁴, cette valeur est en accord avec les mesures de Pioneer¹⁵ et des Venera 11 et 12¹⁶ pour un facteur d'anisotropie moyen voisin de 0,7. L'albédo de diffusion du continu ω_c est égal à 0,995, ce qui correspond à une valeur de l'albédo sphérique relativement faible $A_s = 0,83$, pouvant correspondre au proche infra-rouge. Dans ces conditions, une pression moyenne $\bar{P} = 0,10$ atm. correspond à une abondance moyenne de gaz carbonique $\mu_1 = 3,0$ km-atm. Le calcul des largeurs équivalentes, effectué à l'aide de la méthode F_N^{17} , a été limité pour des raisons d'économie à cinq raies représentatives R(0), P(10), P(20), P(30) et P(40). La température de rotation est alors égale à 241,9° K pour le régime linéaire (Fig. 4a) et à 244,8° K pour le régime en racine carrée (Fig. 4b).

Cette illustration entraîne plusieurs remarques :

(i) On observe une quasi-linéarité de la fonction $\ln(W_m / |m|^b)$ en fonction de $m(m-1)$ pour le régime linéaire comme pour le régime en racine carrée aussi bien pour l'atmosphère nuageuse (Figs.4) que pour l'atmosphère claire (Figs. 3). Les écarts quadratiques sur la température de rotation sont toujours restés inférieurs à 0,3° K. Ainsi, si l'on connaît les largeurs équivalentes de raies appartenant au même régime de la courbe de croissance, la température de rotation est bien déterminée de la même façon quelque soit le type d'atmosphère.

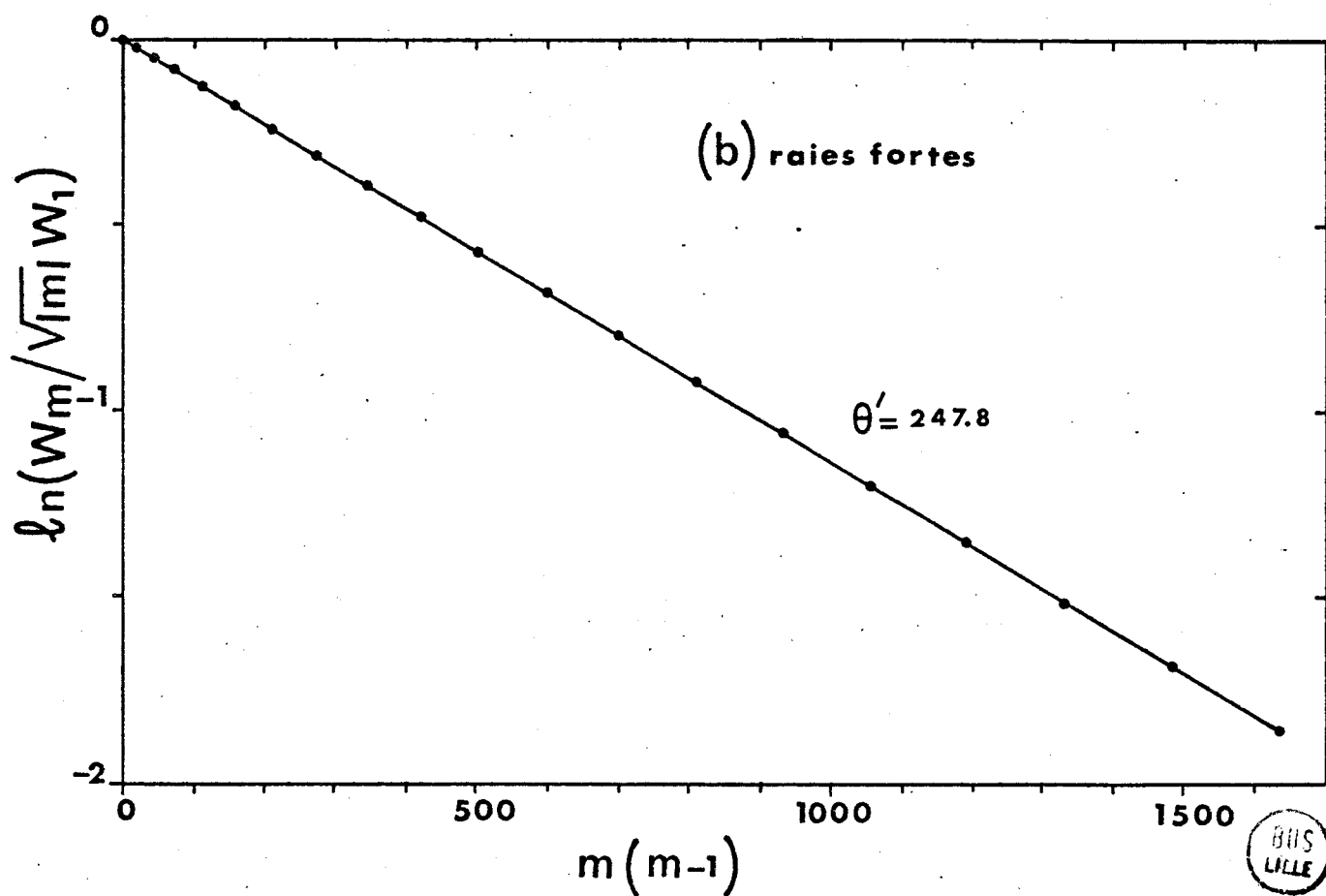
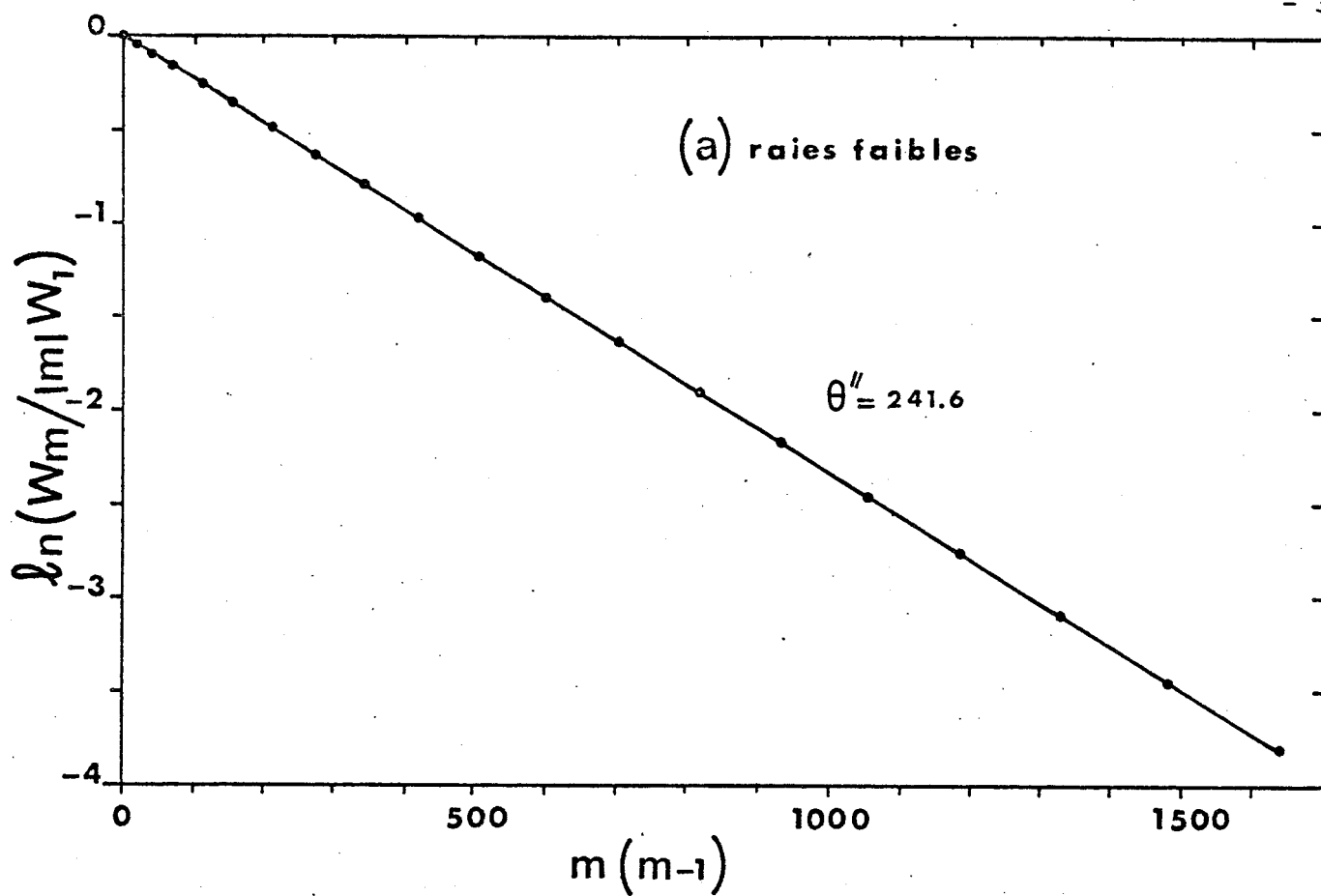


Figure 3 - Détermination de la température de rotation pour le modèle d'atmosphère claire (RLM) décrit en § 3c.

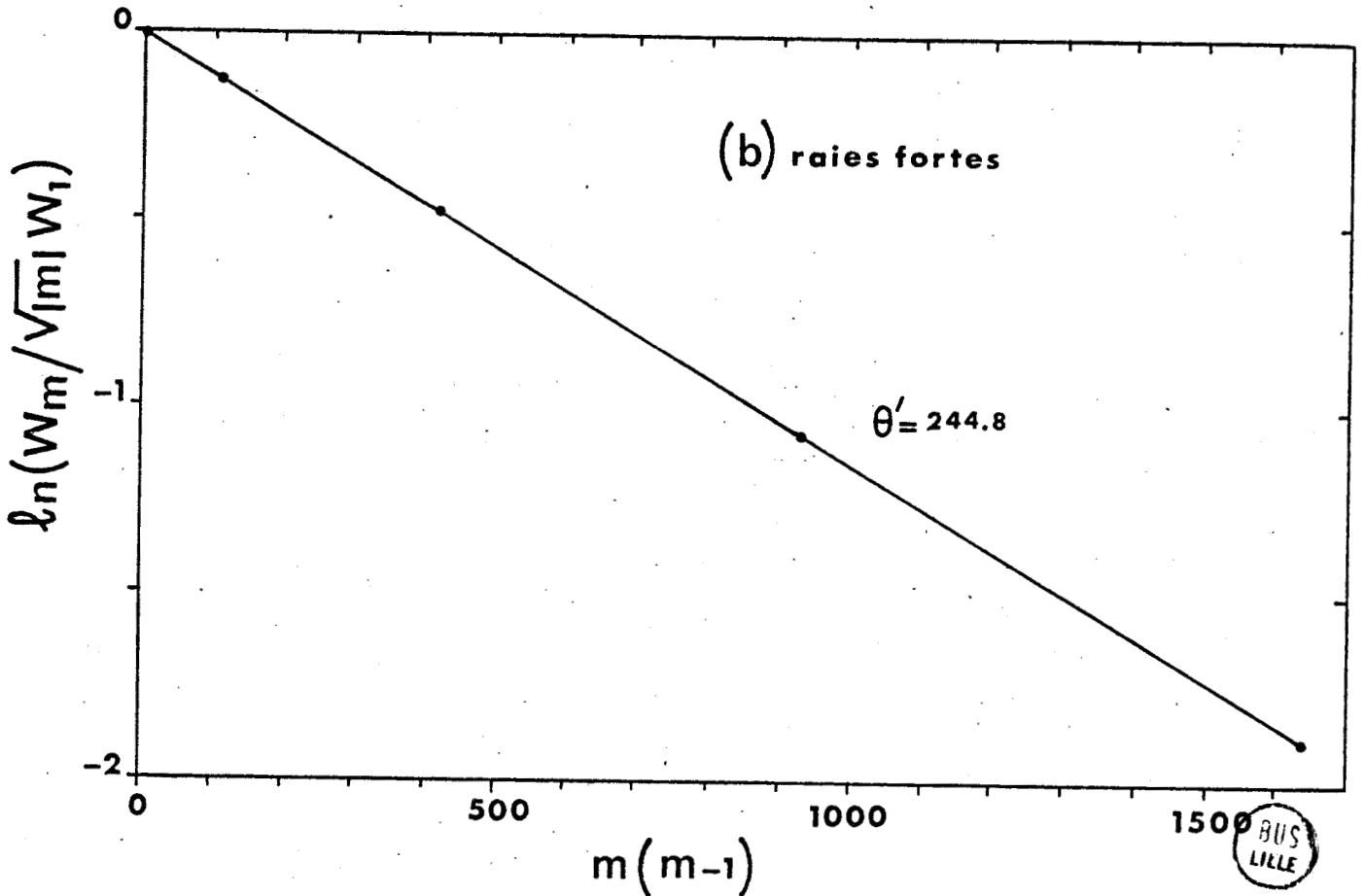
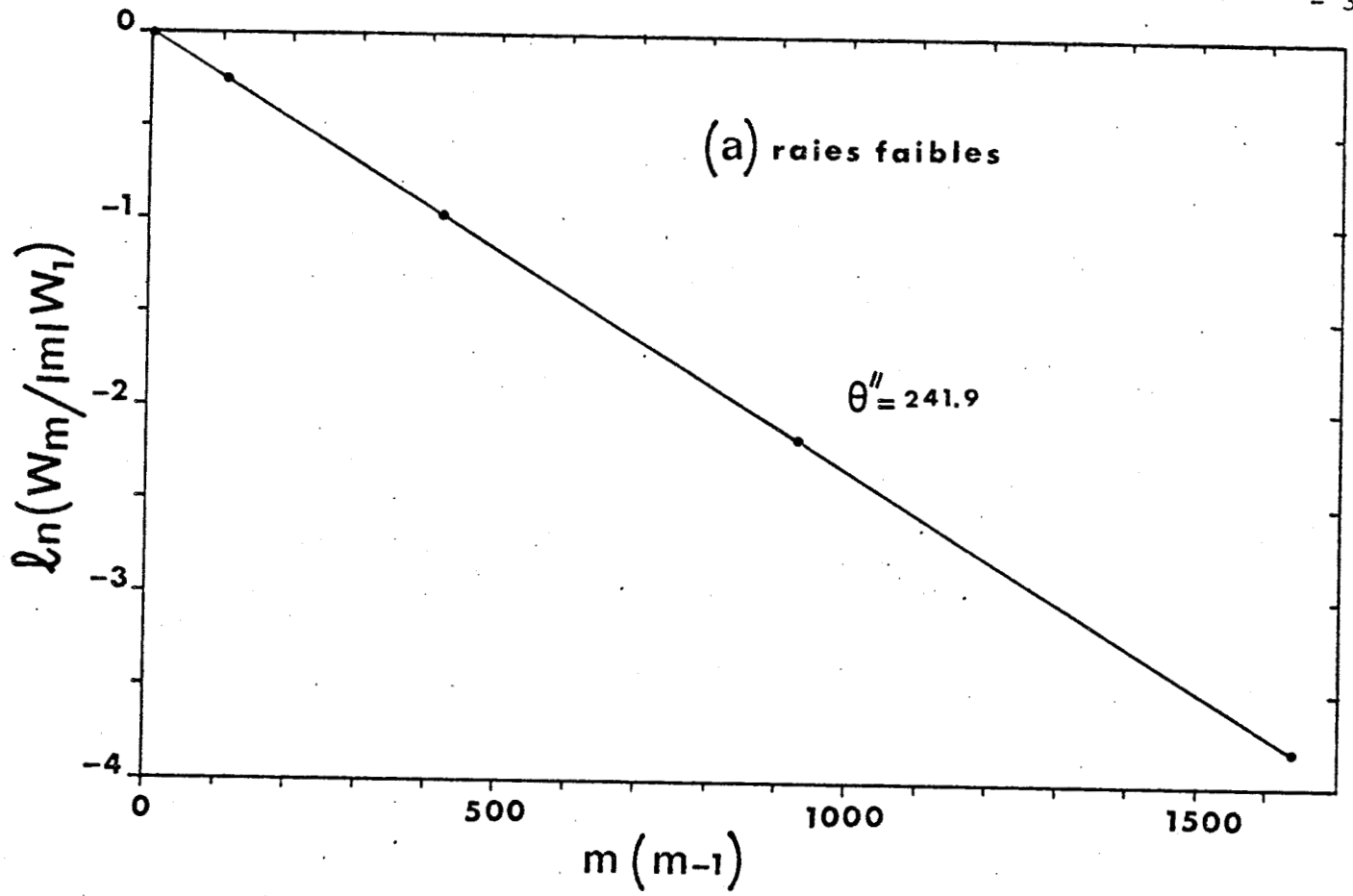


Figure 4 - Détermination de la température de rotation pour le modèle d'atmosphère nuageuse (HCM) décrit en § 3c.

(ii) Alors que les deux types d'atmosphères donnent une température de rotation des raies faibles $\theta'' \sim 242^\circ \text{ K}$, on observe bien pour les raies fortes une température de rotation correspondant à une pénétration moins profonde en atmosphère nuageuse ($\theta' \sim 245^\circ \text{ K}$) qu'en atmosphère claire ($\theta' \sim 248^\circ \text{ K}$). Cependant, même pour le modèle d'atmosphère nuageuse - pour lequel l'indicateur de diffusion a une valeur relativement petite : $r = 0.36$ - la température de rotation θ' des raies fortes reste plus élevée que la température de rotation θ'' des raies faibles. D'autre part, dans le cas limite où $r \rightarrow 0$, toutes les raies appartiennent au régime en racine carrée et correspondent donc à la même température. Il est donc plus aisé de définir une température pour toute la courbe de croissance en atmosphère nuageuse qu'en atmosphère claire (contrairement aux idées communément admises ; voir DIERENFELDT et al¹² par exemple).

(iii) Les écarts observés entre l'abondance apparente U'' calculée à partir de l'origine de la courbe $\ln(W_m/m)$ en fonction de $m(m-1)$ à l'aide de relations du type (II-6) et (II-7) (avec $b=1$) et l'abondance réelle μ_1 rencontrée en moyenne par les photons en absence d'absorption sont inférieurs au millièème en valeur relative aussi bien pour l'atmosphère claire (Fig. 3a) que pour l'atmosphère nuageuse (Fig. 4a). Une telle précision a été obtenue également en ce qui concerne les raies fortes en comparant la quantité $\overline{gU'}$ calculée à partir des courbes 3b et 4b et le produit de l'abondance réelle moyenne μ_1 par la demi-largeur de LORENTZ associée à la température de rotation θ' et à la pression rP .

(iiii) Incidemment, on peut essayer de vérifier la compatibilité entre la détermination des températures de rotation (~ 240 ou 250° K) issues des mesures expérimentales de largeurs équivalentes et la connaissance actuelle de l'atmosphère de Vénus. Nous avons comparé notre modèle d'atmosphère nuageuse avec le modèle préliminaire de la structure de Vénus déduit des mesures de distribution des particules lors de la descente de la sonde Pioneer¹⁵. La figure 5 représente l'épaisseur optique isotrope équivalente obtenue à l'aide des relations de similarité¹⁴ d'une part en utilisant un facteur d'anisotropie $g \sim 0.7$ pour toutes les particules (modèle A de la figure 5), d'autre part en utilisant un facteur d'anisotropie $g \sim 0.2$ pour les plus petites particules (celles du "mode I" dans le modèle de TOMASKO et al¹⁵) et $g \sim 0.7$ pour les autres particules (modèle B de la figure 5). Ce dernier modèle, plus réaliste, est beaucoup plus proche du modèle qui a servi pour notre illustration. On peut observer sur la figure 5 que même avec ce modèle B on sonde des niveaux de pressions plus élevées qu'avec notre modèle de nuage homogène puisque τ_c

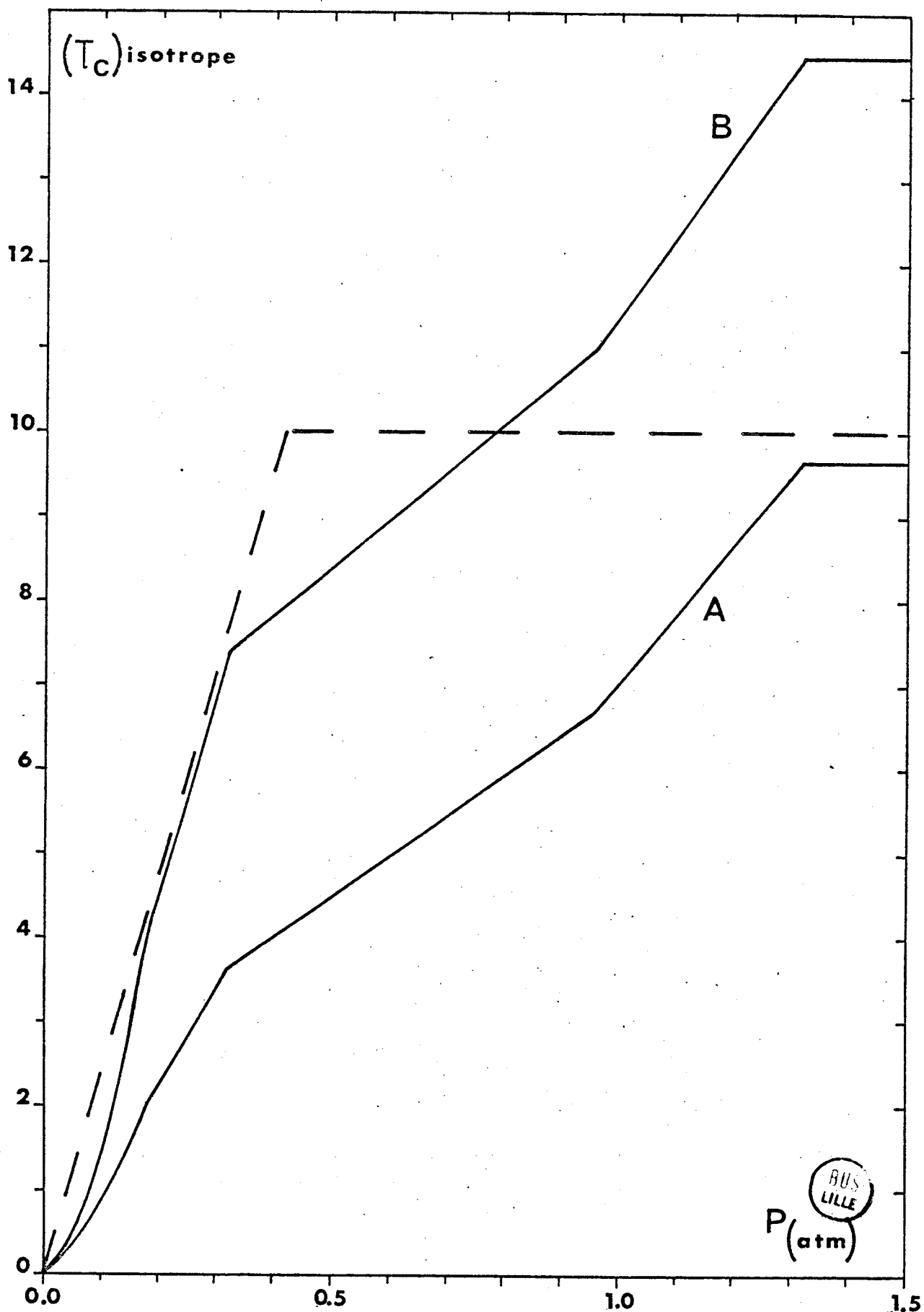


Figure 5 - Comparaison de l'épaisseur optique isotrope τ_C au-dessus du niveau de pression P de notre modèle d'atmosphère nuageuse - - - avec celle déduite du modèle de TOMASKO et al (1979) — (A) avec $g = 0.7$ pour toutes les particules ; — (B) avec $g = 0.2$ pour les petites particules (mode I) et $g = 0.7$ pour les autres particules.

y augmente moins rapidement avec la pression, ce qui correspondrait à des températures de rotation supérieures à 245° K. Cet effet serait amplifié si l'albédo de diffusion du continu ω_c était très proche de 1 comme ce doit être le cas aux environs de 0,6 μ m. Cependant, étant donnée l'incertitude liée au profil de température ($\sim 10^\circ$ K), il apparaît que le modèle préliminaire de la structure nuageuse de Vénus reste compatible avec des températures de rotation de l'ordre de 240 - 250° K. Il ne semble pas toutefois que la détermination de la température de rotation puisse être un argument décisif pour éliminer tel ou tel modèle atmosphérique à cause des incertitudes très grandes liées à la mesure des largeurs équivalentes de raies.

IV - MESURE DES LARGEURS EQUIVALENTES

Dans ce qui précède, on a vu que l'on pouvait conserver la même technique que celle établie pour le simple modèle de la "couche réfléchissante" pour déduire à partir des largeurs équivalentes de raies une température de rotation (ou des températures de rotation assez voisines pour les régimes extrêmes), l'abondance de gaz absorbant rencontrée en moyenne par les photons en absence d'absorption, et la pression $r\bar{P}$ produit de la pression moyenne $\bar{P}$ par l'indicateur de diffusion r . Ceci revient à dire que si l'on connaît les largeurs équivalentes de raies d'absorption, on peut en déduire ces quantités (température, abondance, pression) sans faire d'hypothèse préalable sur la structure de l'atmosphère étudiée.

En pratique, cependant, on ne peut pas mesurer directement une largeur équivalente W définie pour un intervalle de fréquence infini. On doit se contenter de la mesure correspondant à un intervalle de fréquence fini, qui peut être relativement faible à cause du recouvrement des raies. Nous allons voir que l'extrapolation de la valeur de W à partir de cette mesure peut dépendre fortement du modèle d'atmosphère envisagé.

Les raies d'absorption ne peuvent être mesurées que sur un intervalle de fréquence $2\Delta\nu$ fini. De plus, la connaissance du niveau continu I_c est souvent incertaine. On mesure donc une quantité W^* limitée par un niveau I_o et un intervalle de fréquence $2\Delta\nu$,

$$W^*(I_o, \Delta\nu) = \int_{-\Delta\nu}^{+\Delta\nu} \left(1 - \frac{I_\nu}{I_o}\right) d\nu \quad . \quad (II-32)$$

Pour chacun des modèles d'atmosphères décrit dans le premier chapitre, les quantités W^* ont été calculées, à l'aide de l'approximation de CURTIS-GODSON généralisée, pour un niveau I_0 égal à 99 % du niveau continu réel I_c , sur un intervalle de fréquence $2\Delta\nu$ défini par $I(\Delta\nu) \equiv I_0$. Les rapports W^*/W sont reportés sur la figure 6, en fonction de $W/(\tilde{\alpha}r)$, W étant la largeur équivalente réelle et $\tilde{\alpha}r$ la demi-largeur de LORENTZ "apparente". Ces rapports W^*/W diminuent évidemment avec W mais aussi avec r . Ceci apparaît clairement sur la figure 6 où r varie de 1 (RLM) à 0,35 (HCM). On peut le mettre en évidence de façon analytique en réécrivant l'équation (II-32) sous la forme

$$W^*(I_0, \Delta\nu) = \frac{I_c}{I_0} \left(W - 2\Delta\nu \left(1 - \frac{I_0}{I_c}\right) - 2 \int_{\Delta\nu}^{\infty} \left(1 - \frac{I_\nu}{I_c}\right) d\nu \right) \quad (II-33)$$

L'intégrale peut être calculée en supposant $\Delta\nu \gg \alpha(\theta, P)$ de sorte que le coefficient d'absorption devienne

$$k_\nu(P, \theta) \approx S(\theta) \alpha(\theta, P) / \pi(\nu - \nu_0)^2, \quad (II-34)$$

$$(\nu - \nu_0 \geq \Delta\nu)$$

ou encore que l'intensité puisse être mise sous la forme (cf Equ. I-5)

$$I_\nu/I_c = \int_0^\infty p(\tilde{\nu}) \exp - (S(\tilde{\theta}) \alpha(\tilde{\theta}, \tilde{P}) \tilde{\nu} / \pi(\nu, \nu_0)^2) d\tilde{\nu} \quad (II-35)$$

$$(\nu - \nu_0 \geq \Delta\nu)$$

En limitant le développement en série de l'exponentielle au 1er ordre, l'équation (II-33) devient alors

$$W^*(I_0, \Delta\nu) = \frac{I_c}{I_0} \left[W - 2\Delta\nu \left(1 - \frac{I_0}{I_c}\right) - \frac{2S(\tilde{\theta}) \alpha(\tilde{\theta}, \tilde{P})}{\pi\Delta\nu} \tilde{\mu}_1 \right] \quad (II-36)$$

Dans le cas où $I(\Delta\nu) \equiv I_0$, on obtient

$$W^*(I_0) = \frac{I_c}{I_0} \left(W - 4 \left(1 - \frac{I_0}{I_c}\right)^{1/2} \left(\frac{S(\tilde{\theta}) \alpha(\tilde{\theta}, \tilde{P}) \tilde{\mu}_1}{\pi} \right)^{1/2} \right) \quad (II-37)$$

soit, pour les régimes extrêmes, en tenant compte d'une relation du type (II-13)

$$\frac{W^*(I_0)}{W} = \frac{I_c}{I_0} \left(1 - \frac{2}{(\pi r)^{1/2}} \left(\frac{W}{4r \alpha(\tilde{\theta}, \tilde{P})} \right)^{\frac{1}{2b} - 1} \left(1 - \frac{I_0}{I_c} \right)^{1/2} \right) \quad (II-38)$$

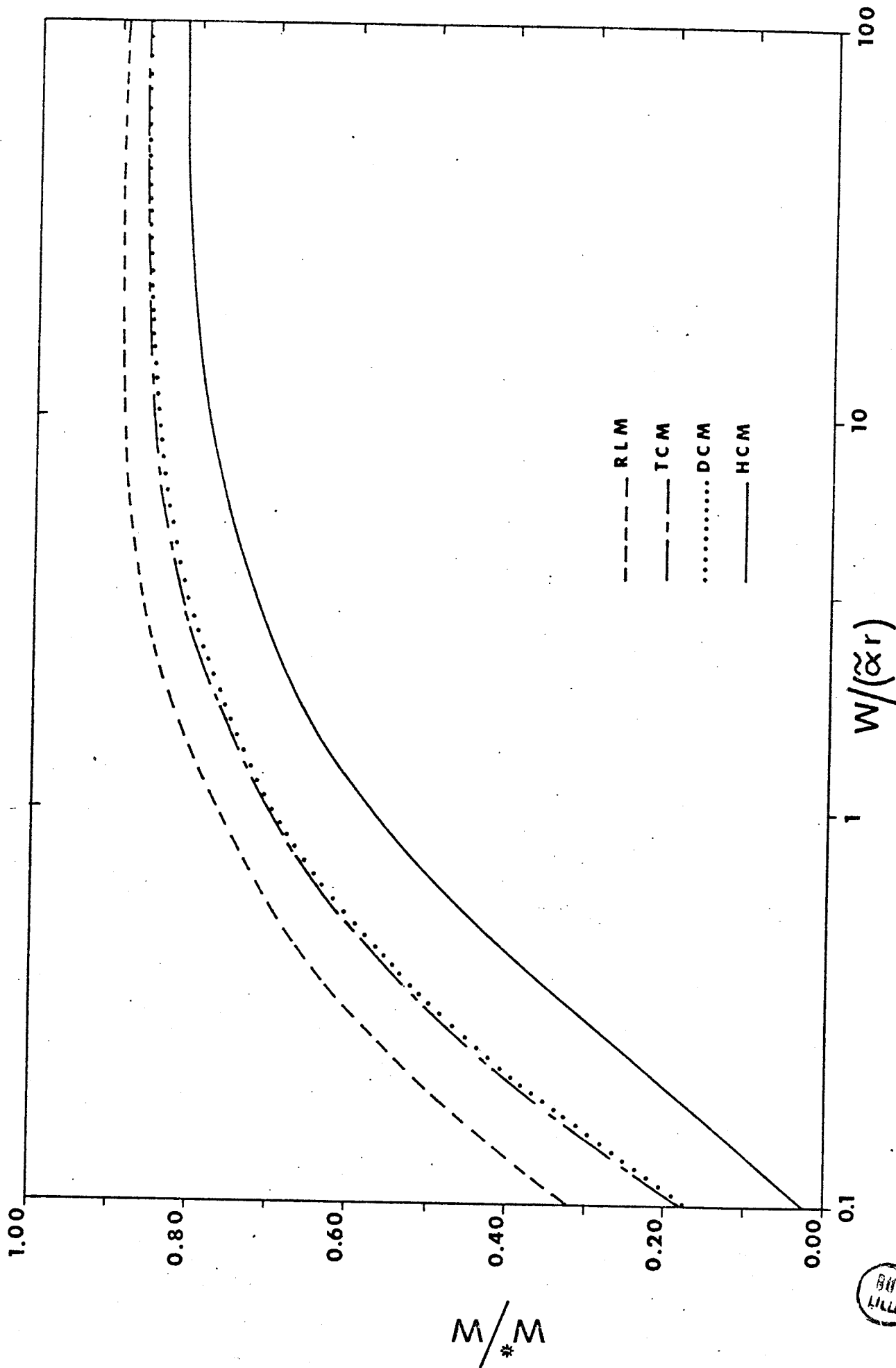


Figure 6 - Rapport entre la largeur équivalente W^* limitée par un niveau continu égal à 99 % du niveau continu réel et la largeur équivalente réelle W , en fonction de W/α_r , α_r étant la demi-largeur de LORENTZ "apparente". Les quatre modèles (RLM, TCM, DCM, HCM) ont été décrits dans le 1er chapitre.

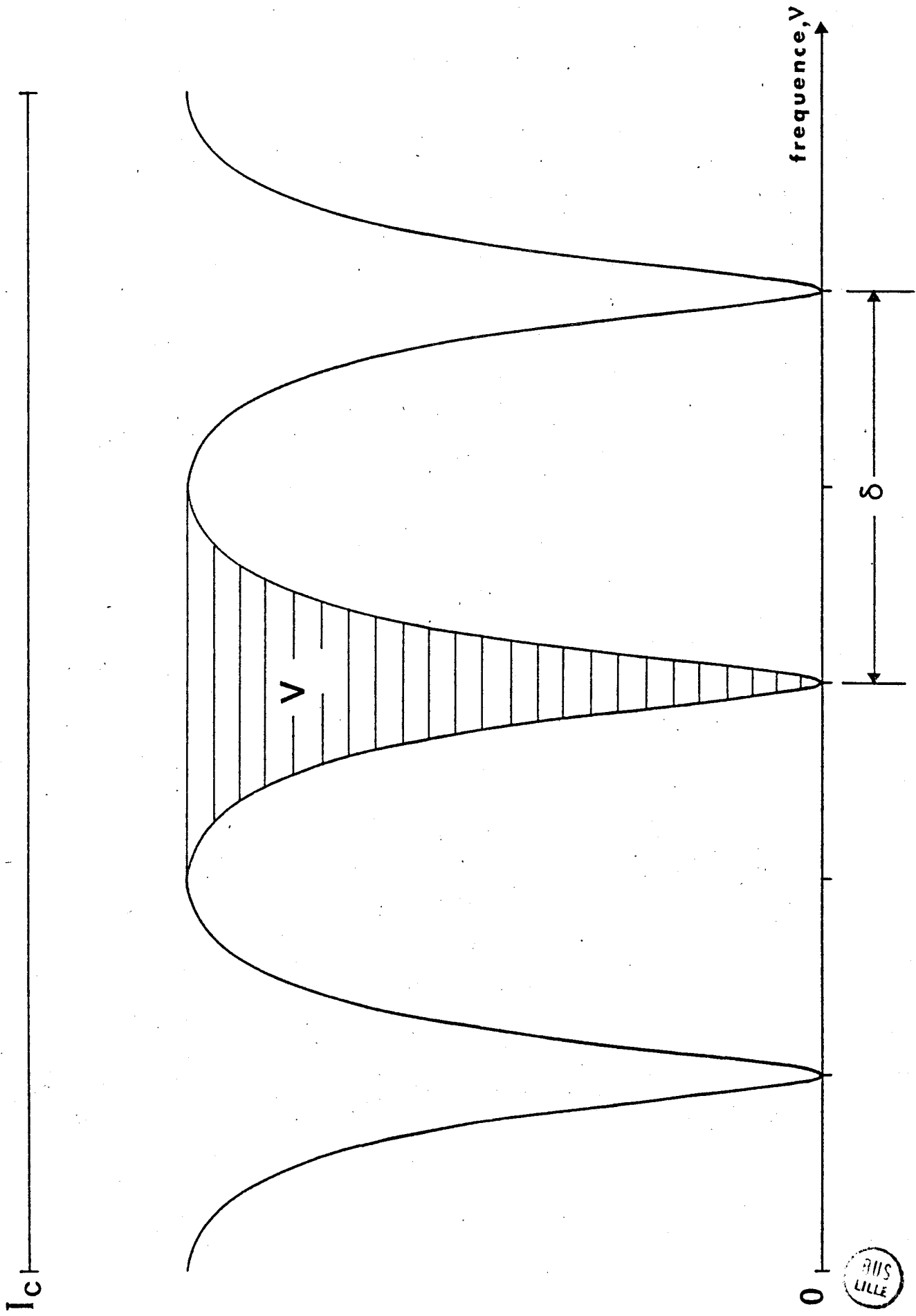


Figure 7 - Modèle de raies fortes régulièrement espacées (Modèle d'ELSASSER).



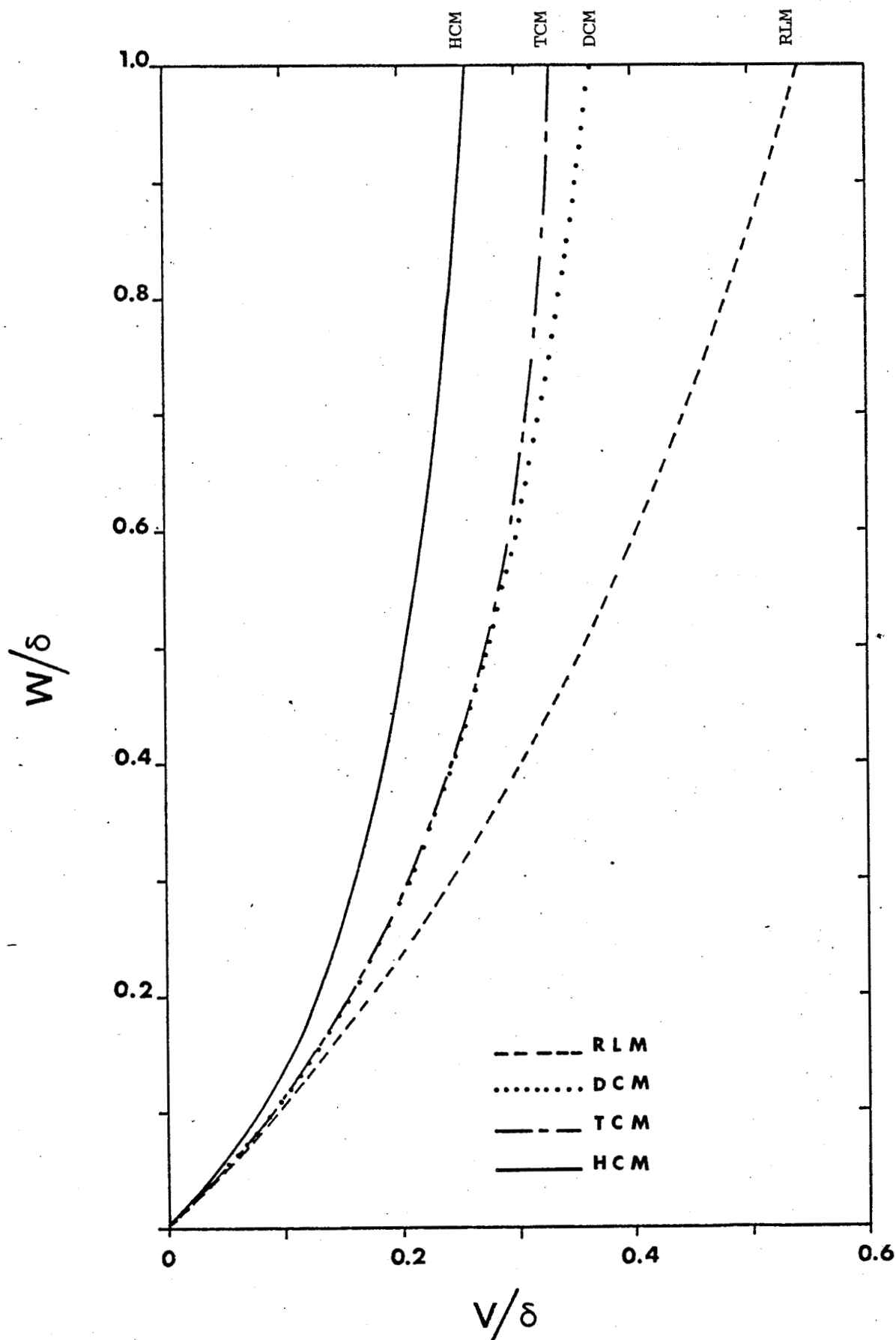


Figure 8 - Variation de la largeur équivalente réelle W en fonction de la largeur équivalente mesurée V (cf. figure 7).



Pour une largeur équivalente W correspondant à une pression apparente $\hat{P}$, l'écart entre W et W^* varie en $1 / \sqrt{r}$. L'extrapolation de la largeur équivalente W à partir d'une mesure de W^* dépend donc du modèle d'atmosphère envisagé. Pour les raies faibles ($b = 1$), l'écart relatif $\frac{W-W^*}{W}$ varie comme $1 / \sqrt{W}$ alors que pour les raies fortes ($b = 1/2$), cet écart est indépendant de la largeur équivalente elle-même.

En fait, en ce qui concerne les raies fortes, l'incertitude est beaucoup plus importante à cause du recouvrement des raies. Pour illustrer ce problème, nous avons considéré un modèle régulier du type ELSASSER. Les raies fortes de même intensité sont régulièrement espacées d'un intervalle δ . Nous avons calculé, pour les différents modèles d'atmosphères illustrant le premier chapitre, la largeur équivalente "apparente" V , hachurée sur la figure 7, et la largeur équivalente W qui serait obtenue pour une raie isolée. La figure 8 montre clairement que la relation entre W et V dépend du modèle d'atmosphère envisagé. Par exemple, une largeur équivalente mesurée $V \sim 0,4 \text{ cm}^{-1}$ pour un intervalle $\delta \sim 2 \text{ cm}^{-1}$ correspond à une largeur équivalente W égale à $0,47 \text{ cm}^{-1}$ pour l'atmosphère claire (RLM), à $0,57 \text{ cm}^{-1}$ pour le nuage dispersé (DCM) ou pour le modèle à 2 nuages (TCM) et à $0,94 \text{ cm}^{-1}$ pour le nuage homogène (HCM) ; autrement dit, à une mesure de V correspond dans ce cas une valeur de W double avec le HCM que celle obtenue avec le RLM.

Ainsi, l'extrapolation des valeurs de W à partir des mesures dépend de l'hypothèse faite sur le type d'atmosphère, et donc la température de rotation et l'abondance "apparentes" qui sont déduites des mesures, peuvent être très différentes de la température et de l'abondance qui auraient été déduites à partir des valeurs exactes des largeurs équivalentes.

V - RESUME ET CONCLUSIONS

1 - Les largeurs équivalentes de raies formées en atmosphère diffusante inhomogène suivent pratiquement la même courbe de croissance que si elles étaient formées dans une atmosphère claire dans laquelle l'abondance totale de gaz absorbant serait égale à l'abondance μ_1 de gaz absorbant rencontrée en moyenne par les photons en absence d'absorption, et pour laquelle la pression de formation des raies serait égale au produit de la pression moyenne $\hat{P}$ par l'indicateur de diffusion r .

2 - Les températures de rotation peuvent être déterminées de la même façon quelque soit le type d'atmosphère. En toute rigueur, la température de rotation des raies fortes est différente de celle de raies faibles. Cependant l'écart entre ces températures de rotation est encore plus faible en atmosphère diffusante qu'en atmosphère claire.

3 - En pratique, la mesure de la largeur équivalente d'une raie isolée et définie sur un intervalle de fréquence infini n'est pas possible. Sa valeur est extrapolée à partir d'une mesure correspondant à un intervalle de fréquence limité. Cette extrapolation dépend du modèle d'atmosphère envisagé. S'il s'agit d'une atmosphère nuageuse et que l'on effectue cette extrapolation en faisant l'hypothèse d'une atmosphère claire, alors on sous-estime les valeurs des largeurs équivalentes ; ceci peut entraîner une erreur sur la température de rotation et une sous-estimation de l'abondance moyenne de gaz absorbant.

R E F E R E N C E S

- 1 - KUIPER G.P. , The Atmospheres of the Earth and Planets, Univ. of Chicago Press (1952).
- 2 - GOODY R.M., Atmospheric Radiation I. Theoretical basis, Clarendon Press (1964).
- 3 - GRAY YOUNG L., Icarus 11, 66 (1969).
- 4 - MARGOLIS J.S. and FOX K., Astrophys. J. 157, 935 (1969).
- 5 - SAGAN C. and REGAS J., Comm. Astroph. Space Phys. 2, 161 (1970).
- 6 - YOUNG L.D.G., Icarus 17, 632 (1972).
- 7 - SCHORN R.A.J., WOSZCZYK A. and YOUNG L.D.G., Icarus 25, 64 (1974).
- 8 - YOUNG L.D.G., YOUNG A.T. and WOSZCZYK A., Icarus 25, 239 (1975).
- 9 - YOUNG L.D.G., SCHORN R.A.J. and YOUNG A.T., Icarus 30, 559 (1977).
- 10 - YOUNG A.T., YOUNG L.D.G. and SCHORN R.A.J., Icarus 34, 46 (1978).
- 11 - SCHORN R.A.J., YOUNG A.T. and YOUNG L.D.G., Icarus 38, 420 (1979).
- 12 - DIERENFELDT K.E., FINK U. and LARSON H.P., Icarus 14, 11 (1977).
- 13 - Modèle d'atmosphère de Vénus - Actualisation janvier 80, Projet Vénus, Centre National d'Etudes Spatiales, France (1980).
- 14 - VAN DE HULST H.C. and GROSSMAN K., in The Atmospheres of Venus and Mars, BRANDT J.C. and McELROY M.B. Ed., Gordon & Breach, 35 (1968).
- 15 - TOMASKO M.G., DOOSE L.R. and SMITH P.H., Science 205, 80 (1979).
- 16 - MOROZ V.I., GOLOVIN Yu.M., EKONOMOV A.P., MOSHKIN B.E., PARFENT'EV N.A., SAN'KO N.F., Nature 284, 243 (1980).
- 17 - DEVAUX C., GRANDJEAN P., ISHIGURO Y. and SIEWERT C.E., Astrophys. Space Sci., 62, 225 (1979).

CHAPITRE III

LES LARGEURS EQUIVALENTES DE RAIES EN SPECTROPOLARIMETRIE

Les spectres à haute résolution enregistrés entre 1,2 et 2,5 μm par CONNES et al¹ en 1966 ont permis un important approfondissement de la connaissance de l'atmosphère de Vénus. Avant même les premières mesures "in situ" effectuées lors de la descente de Venera IV en octobre 1967, on considérait que " CO_2 est probablement le constituant majeur dans l'atmosphère de Vénus", on savait que les raies d'absorption étaient formées dans une couche nuageuse située aux environs de 0,1 atm à une température $\sim 240^\circ \text{K}$, et on connaissait les rapports de mélange des gaz mineurs tels que HCl ou HF avec une bonne précision. De même, l'analyse de la raie de la vapeur d'eau à 8189 $\text{\AA}$ montra que "les nuages sont composés d'une autre substance que la glace"².

D'un autre côté, HANSEN et ARKING³ interprétèrent les mesures de polarisation sur Vénus et déterminèrent l'indice de réfraction et le rayon moyen des particules situées aux environs de 0,05 atm. C'est essentiellement la prise en compte des résultats de la spectroscopie quantitative et de la polarimétrie qui mit en évidence que les nuages visibles de Vénus sont formés d'une solution aqueuse d'acide sulfurique⁴.

Puisque les phénomènes d'absorption affectent chacun des paramètres de STOKES (I, Q, U, V), il est séduisant d'associer la spectroscopie et la polarimétrie. Le but de l'article qui suit est de voir quelles informations peuvent être fournies par la spectropolarimétrie en plus des informations données par la spectroscopie et par la polarimétrie.

On a défini par l'équation (I-5) la fonction de distribution "d'abondance pondérée" $\tilde{u}$ de gaz absorbant. De façon similaire, on peut définir pour chacun des paramètres $X = I, Q, U, V$, une fonction de distribution $p(X, \tilde{u})$ définie par

$$\frac{x_v}{x_c} = \int_0^\infty p(X, \tilde{u}) \exp(-k_v(\tilde{P}, \tilde{\theta})\tilde{u}) d\tilde{u} \quad . \quad (\text{III-1})$$

Pour une première approche de la spectropolarimétrie, nous avons utilisé le simple modèle diffusant homogène (HSM), dans lequel toutes les caractéristiques de l'atmosphère, y compris la pression, restent constantes. Ce modèle simple avait permis de mettre en évidence le rôle joué par les particules diffusantes dans l'atmosphère de Vénus par l'interprétation des

largeurs équivalentes⁵ et des profils de raies² correspondant à l'intensité totale I. Dans une couche diffusante homogène, l'abondance de gaz rencontrée le long d'un trajet de longueur L est

$$\tilde{u} \equiv u = M \omega_c \lambda, \quad (\text{III-2})$$

M étant "l'abondance spécifique"², ω_c l'albédo de diffusion continu et λ le chemin optique introduit par VAN DE HULST et IRVINE⁶ $\lambda = (\sigma + k_c) L$, σ et k_c étant les coefficients de diffusion et d'absorption des particules. Pour le modèle diffusant homogène (HSM) il est alors plus simple d'utiliser les fonctions de distributions $p(X, \lambda)$ qui ne dépendent que des caractéristiques des particules diffusantes. Les fonctions de distributions $p(X, \tilde{u})$ leur sont reliées par la relation

$$p(X, \tilde{u}) = p(X, \lambda) / M \omega_c. \quad (\text{III-3})$$

Dans l'article concernant les largeurs équivalentes de raies en spectropolarimétrie, nous utilisons donc des distributions de chemin optique, mais la généralisation à n'importe quel type d'atmosphère inhomogène peut être faite à l'aide des distributions "d'abondance pondérée" qui peuvent être calculées d'une façon similaire à celle décrite dans le premier chapitre.

R E F E R E N C E S

- 1 - CONNES P., CONNES J., BENEDICT W.S. and KAPLAN L.D., *Astrophys. J.* 147, 1230 (1967).
- 2 - BELTON M.J.S., HUNTEN D.M. and GOODY R.M. in the Atmospheres of Venus and Mars, BRANDT J.C. and McELROY M.B. Ed., GORDON & BREACH, 69 (1969).
- 3 - HANSEN J.E. and ARKING A., *Science* 171, 669 (1971).
- 4 - YOUNG A.T., *Icarus* 18, 546 (1973).
- 5 - BELTON M.J.S., *J. Atm. Sci.* 25, 596 (1969).
- 6 - VAN DE HULST H.C. and IRVINE W.M., in La Physique des Planètes, Congrès et Colloques de l'Université de Liège 24, 78 (1962).

Spectropolarimetry of Venus and Jupiter Clouds: Information Content of Equivalent Widths

J. C. Buriez¹, Y. Fouquart¹, and A. L. Fymat² *

¹ Laboratoire d'Optique Atmosphérique (ERA 466), Université des Sciences et Techniques de Lille, 59650 Villeneuve d'Ascq, France

² Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California 91103, USA

Received November 20, 1978

Summary. The theory of the curve-of-growth for absorption lines formed in an anisotropically scattering medium, particularly the clouds of Venus and Jupiter, is generalized to the case of polarization using an extension of the concept of photon path length distribution. It is shown that strong lines associated with the Stokes' parameter Q , which are of particular relevance in spectropolarimetry, can be measured with state-of-the-art detectors. While spectra of the Stokes' parameters I_1 and I_2 are formed at substantially the same level within the cloud as I , it is found that spectra of $Q = I_1 - I_2$ are formed at a much higher level. The latter level can be derived from the rotational temperature associated to Q , and is shown to be nearer the cloud top than the photopolarimetric level. Thus, spectropolarimetry can provide an accurate location of the cloud top. It is also demonstrated that simultaneous measurements of the equivalent widths of strong I - and Q -lines can provide analytical relations for retrieving the scale-height ratios of ambient gas-to-cloud particles and minor constituent-to-ambient gas molecules without resorting to any other independent measurement. Observations at a set of phase angles are lastly applied to provide a technique for the vertical profiling of cloud parameters, at least at high levels in the cloud.

Key words: spectropolarimetry — planetary spectra — equivalent widths — Venus — Jupiter

1. Introduction

The analytical theory for the study of multiple scattering of arbitrarily polarized light within spectral lines and the corresponding composite bands has recently been provided by Fymat (1974). It was generally developed for the four Stokes' intensity parameters in the case of absorption, emission or resonance-fluorescence spectra, and for a variety of spectral

line shapes: Doppler, Lorentz, Voigt, Galatry. (The same developments could, of course, be carried out for different representations of the light polarization state and for other line shapes.) The same author has also extensively studied the spectropolarimetry of a planetary disk, such as that of Venus, both detailed and integrated over the disk, in the particular case of absorption lines observed in the light diffusely reflected by this planet's atmosphere. The study encompassed the cases where the spectra were formed in the presence of either very small (nonspherical) particles that can be described by the Rayleigh (-Cabannes) phase-matrix of scattering or of large polydisperse spherical particles, described by the Mie matrix, for which the effects are more marked. The main conclusions were that:

- i) polarization within spectral lines is indeed present,
- ii) it varies in the same sense as the line strength but, as the line becomes very strong and tends to saturation, it decreases,
- iii) a polarization reversal may take place at certain line strengths, or during longitudinal or latitudinal scans of the planetary disk, or both,
- iv) the spectral polarization can cause a distortion in the overall structure of the vibration-rotation band, and
- v) from an experimental point of view, the search for strong, unsaturated lines was recommended using low-noise detectors.

The variations of spectral polarization between these two cases of Rayleigh (-Cabannes) and Mie scattering are indicative of the changes that must take place when lines are formed in clear or cloudy atmospheres or as we transit from a clear to a cloudy region.

Several of the above theoretically predicted conclusions were confirmed (Forbes and Fymat, 1974) using Venus telescopic data obtained during two consecutive series of observations at the Cassegrain focus of the 154 cm telescope of the National Mexican Observatory, Baja California, New Mexico. July 12 and 13, 1972, using a Fourier spectropolarimeter (resolution: 0.5 cm^{-1} , spectral range: $0.8\text{--}2.7 \mu\text{m}$). Nevertheless, because they were not sufficiently resolved, these first polarization spectra could not be fully exploited and interpreted in terms of Venus' cloud parameters, as would now be possible with current state-of-the-art I.R. detectors.

While, ultimately, the analysis of polarization line profiles would be desirable, the study of the *equivalent widths* (EW) of

Send offprint requests to: J. C. Buriez, U.E.R. de Physique Fondamentale, Université des Sciences et Techniques, F-59650 Villeneuve d'Ascq, France

* JPL Atmospheres Publication Number 978 — Supported by the Planetary Atmospheres Program Office, NASA, under contract NAS 7-100 with JPL-CIT

these lines, although they are less rich in information, would be very helpful at this stage. Our objective in this article is to show explicitly the kind of information that EW's in polarization can provide with particular reference to Venus and Jupiter. After a brief review of this concept in the case of a scattering atmosphere, the next section provides a generalization to the case of polarization and a comparison between the two cases for weak and strong absorptions. Section 3 then details the atmospheric information that can be derived from polarization EW's, specifically the cloud top pressure, values of the scale-height ratios of gas-to-cloud particles and gas-to-gas, and the vertical profiling of the cloud parameters in the upper levels of the cloud.

II. Equivalent Widths in a Scattering Atmosphere

This section provides a brief review of the main expressions for EW's of intensity spectral lines formed in a scattering atmosphere. Their generalizations to polarization are subsequently carried out and contrasted with the former ones. Both results will later be used in demonstrating the additional cloud and atmospheric information that can be derived with spectropolarimetry.

A. Intensity

The EW of an absorption line formed in a scattering atmosphere,

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 - \frac{I(\omega_\nu)}{I(\omega_c)} \right) d\nu, \quad (1)$$

can be analytically expressed by means of the *photon path length distribution* $p(\lambda)$ [van de Hulst and Irvine, 1962]. This distribution function is provided by the inverse Laplace transform of the ratio of the reflected intensities in the line and the continuum:

$$\frac{I(\omega_\nu)}{I(\omega_c)} = \int_0^\infty p(\lambda) \exp(-r_\nu \lambda) d\lambda. \quad (2)$$

Here, ω_ν and ω_c are the single scattering albedos at the frequency ν and in the continuum, respectively;

$$r_\nu = \frac{\omega_c}{\omega_\nu} - 1 = \frac{k_\nu}{\sigma + k_c}, \quad (3)$$

where σ and k_c measure the scattering and absorption coefficients of the particles, k_ν is the absorption coefficient at frequency ν for the absorbing gas, and $\lambda = (\sigma + k_c)L$ is the photon optical path corresponding to the geometrical path L . Equation (2) can be interpreted as follows: the intensity reflected in the continuum, $I(\omega_c)$, results from contributions by photons which during scattering in the cloud have travelled a finite optical path λ . Transmission through the ambient gas, giving rise to the spectral line, results in an attenuation of this intensity by the factor $\exp(-k_\nu L) = \exp(-r_\nu \lambda)$. Now, if $p(\lambda)d\lambda$ denotes the probability corresponding to an optical path between λ and $\lambda + d\lambda$, then, the observed line intensity will be expressed by Eq. (2). With Eqs. (2) and (3), Eq. (1) becomes:

$$W = \int_0^\infty p(\lambda) w\left(\frac{\lambda}{\sigma + k_c}\right) d\lambda, \quad (4)$$

where $w[\lambda/(\sigma + k_c)]$ is the equivalent width of a line formed in a purely absorbing medium along the geometric length $L = \lambda/(\sigma + k_c)$.

In the latter case of a clear atmosphere, we have for a Lorentz line:

$$w(L) = 2\pi\alpha_L L \left(\frac{SnL}{2\pi\alpha_L} \right), \quad (5)$$

$L(x) = x \exp(-x)[I_0(x) + I_1(x)]$ being the Ladenberg-Reiche function (see, for example, Goody, 1964), S the line intensity, α_L the Lorentz half-width and n the number density of absorbing gas molecules. Using the Ladenberg-Reiche expansion for weak arguments, we obtain the "linear régime", for weak lines:

$$w(L) \cong SnL, \quad (6)$$

and, similarly, we get the so-called "square-root régime" for the strong lines:

$$w(L) \cong 2(nSL\alpha_L)^{1/2}. \quad (7)$$

The simple approximate expressions thus obtained can be extended to the case of lines formed in a scattering medium. For this purpose, Eq. (4) is re-written as:

$$W = 2\pi\alpha_L \int_0^\infty p(\lambda) L \left(\frac{SM\omega_c \lambda}{2\pi\alpha_L} \right) d\lambda, \quad (8)$$

where $M = n/\sigma$ is the specific abundance introduced by Belton et al. (1968). If $p(\lambda)$ decreases rapidly to zero (excluding the case of a semi-infinite cloud with $1 - \omega_c \ll 1$), the linear régime:

$$W \cong SM\omega_c \langle \lambda \rangle, \quad (9)$$

where $\langle \lambda \rangle$ is the "mean optical path"

$$\langle \lambda \rangle = \int_0^\infty p(\lambda) \lambda d\lambda, \quad (10)$$

can still be obtained for weak lines. Likewise, if the absorption is strong for all the significant optical paths, we also obtain the square-root régime:

$$W \cong 2(SM\omega_c \alpha_L \langle \Lambda \rangle)^{1/2}, \quad (11)$$

where $\langle \Lambda \rangle^{1/2}$ is the effective optical path or "square-root optical path":

$$\langle \Lambda \rangle^{1/2} = \int_0^\infty p(\lambda) \lambda^{1/2} d\lambda. \quad (12)$$

A rigorous study of such curves-of-growth of absorption lines formed in a scattering atmosphere can be found in Fouquart and Lenoble (1973). This study depends of course on the expressions used for $p(\lambda)$. Several methods have been proposed for computing these functions. For example, for a semi-infinite atmosphere, Irvine (1964) obtained an exact expression of $p_n(\lambda)$, the probability that a photon contributing to the n -times scattered component of the intensity, say I_n , has travelled an optical path λ . Thus, if we know the components of the intensity for each scattering order, $p(\lambda)$ could be evaluated from the expression:

$$p(\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n(\omega_c)}{I(\omega_c)} \frac{\exp(-\lambda) \lambda^{n-1}}{(n-1)!}. \quad (13)$$

On the other hand, for the case of clouds of arbitrary optical thickness, $p(\lambda)$ can be computed with either the Monte-Carlo Method (Kargin *et al.*, 1972; Appleby and Irvine, 1973) or using the very definition of $p(\lambda)$ as an inverse Laplace transform (Heinrich, 1973). We use the fast method developed by Foucart (1974) which utilizes interpolations of the function $I(\omega_v)/I(\omega_c)$ by means of Padé approximants. We write in this case:

$$\frac{I(\omega_v)}{I(\omega_c)} = \frac{P_{N-1}(r_v)}{Q_N(r_v)}, \quad (14)$$

where $P_{N-1}(r_v)$ and $Q_N(r_v)$ are polynomials of degree $N-1$ and N , respectively. Inverting analytically the Laplace transform, we can write the distribution function as:

$$p(\lambda) = \sum_{m=1}^N A_m \exp(\gamma_m \lambda), \quad (15)$$

where γ_m is the m th root of $Q_N(r)$ and A_m is the corresponding residue. Because of the properties of the function in Eq. (14), the roots γ_m are known to be real negative or complex conjugate. In this formulation, the EW of a Lorentz line is:

$$W = SM\omega_c \sum_{m=1}^N \frac{A_m}{(-\gamma_m)^{3/2}(SM\omega_c/\pi\alpha_L - \gamma_m)^{1/2}}. \quad (16)$$

The linear régime, Eq. (9), corresponds to the weak lines such that $(SM\omega_c/\pi\alpha_L)$ is small compared to $|\gamma_m|$, and the square-root régime, Eq. (11), to the strong lines such that $(SM\omega_c/\pi\alpha_L)$ is large compared to $|\gamma_m|$.

We shall now generalize these results to the case of polarization.

B. Generalization to Polarization

In the preceding section, we defined the distribution function $p(\lambda)$ [we shall now write it $p(I, \lambda)$] for all the photons reflected after having travelled a total optical path λ in the cloud. In the same way, we can define similar functions, say $p(I_i, \lambda)$ and $\bar{p}(I_r, \lambda)$, corresponding to photons emerging in planes respectively parallel to and perpendicular with the incident plane:

$$\frac{I_i(\omega_v)}{I_i(\omega_c)} = \int_0^\infty p(I_i, \lambda) \exp(-r_v \lambda) d\lambda \quad (17)$$

and

$$\frac{I_r(\omega_v)}{I_r(\omega_c)} = \int_0^\infty \bar{p}(I_r, \lambda) \exp(-r_v \lambda) d\lambda. \quad (18)$$

These new functions are simply related to $p(I, \lambda)$ by:

$$I(\omega_c)p(I, \lambda) = I_i(\omega_c)p(I_i, \lambda) + I_r(\omega_c)\bar{p}(I_r, \lambda). \quad (19)$$

We can also associate a distribution function, say $p(Q, \lambda)$, to the polarized intensity $Q(\omega_v) = I_i(\omega_v) - I_r(\omega_v)$. It will be defined by:

$$Q(\omega_c)p(Q, \lambda) = I_i(\omega_c)p(I_i, \lambda) - I_r(\omega_c)\bar{p}(I_r, \lambda), \quad (20)$$

or, more directly, by:

$$\frac{Q(\omega_v)}{Q(\omega_c)} = \int_0^\infty p(Q, \lambda) \exp(-r_v \lambda) d\lambda. \quad (20 \text{ bis})$$

Though the latter function does not have a clear physical meaning, it will be very useful for spectropolarimetric studies. More generally, a suitable distribution function can be associated with each parameter of the Stokes' intensity vector $\vec{I} \equiv (I, Q, U, V)$. Nevertheless, since the quantities U and V are difficult to measure owing to their small magnitude, we will restrict our study to $p(I, \lambda)$, $p(Q, \lambda)$, $p(I_i, \lambda)$, and $\bar{p}(I_r, \lambda)$. Clearly, all the results of Section A above can be generalized to every Stokes' parameter. In particular, the new distribution functions can be obtained by means of Eq. (15), and the associated equivalent widths can be computed from Eq. (16) provided the suitable A_m and γ_m , corresponding to the Stokes' parameter of interest, have been obtained.

To illustrate these considerations and the capabilities of the spectropolarimetric measurement, we have computed the total and polarized intensities (I and Q) reflected from a semi-infinite atmosphere using the tables of Abhyankar and Fymat (1971) for Rayleigh scattering and, for Mie scattering, employing a combination of the successive orders of scattering and the spherical harmonics methods of radiative transfer as proposed by Deuze (1974). The calculations have been carried out for different single scattering albedos, and the corresponding A_m and γ_m have been derived by means of the Padé approximants method, Eqs. (14) and (15). Some spectral lines formed in two particular clouds, called "Venus cloud" and "Jupiter cloud", were then studied. The "Venus cloud" was characterized by a refractive index $m = 1.44$ and a drop size distribution,

$$n(r) = n_0 r^{12} \exp(-12r/r_m), \quad (21)$$

having a mode radius $r_m = 0.83 \mu\text{m}$. This model is known to give a good fit to the ground-based photopolarization measurements (Hansen and Hovenier, 1974). It has been studied at a wavelength of $1 \mu\text{m}$, corresponding for Venus to a region of CO_2 absorption, and a continuum single scattering albedo $\omega_c = 0.9992$ (Travis, 1975). Similarly, we adopted for the "Jupiter cloud" a refractive index $m = 1.36$ and a drop size distribution,

$$n(r) = n_0/r \exp(-I_n^2(r/r_0)/0.6), \quad (22)$$

with a mean radius $r_0 = 0.19 \mu\text{m}$ (Morozhenko and Yanovitskii, 1973). Around $1 \mu\text{m}$ (a region of CH_4 and NH_3 absorption) the continuum single scattering albedo for isotropic scattering would be $\omega_c = 0.99$ (Pilcher *et al.*, 1973) which after proper scaling would give $\omega_c = 0.9975$ for this anisotropic cloud.

Two typical examples of the distribution functions are shown in Fig. 1a for Rayleigh scattering and Fig. 1b for Mie scattering ("Venus cloud") at phase angle $\alpha \approx 120^\circ$. It must be stressed that $p(Q, \lambda)$ does not have the same physical meaning as $p(I, \lambda)$, $p(I_i, \lambda)$, or $\bar{p}(I_r, \lambda)$ and thus may become negative for certain λ values without violating any physical principles. While $p(I_i, \lambda)$ and $\bar{p}(I_r, \lambda)$ represent respectively the number of i -polarized and r -polarized photons having travelled an optical path length λ inside the cloud, $p(Q, \lambda)$ is just their weighted difference. Generally, when $p(Q, \lambda)$ is negative, λ is moderate-to-large and yields a "dilution" of the polarization. However, it must be noted that $p(Q, \lambda)$ can also become negative for small λ when the sign of the primary polarized intensity is opposite that resulting from all the subsequent scattering orders; in this case, the degree of polarization is relatively weak. This is actually the case for the "Jupiter cloud" around a

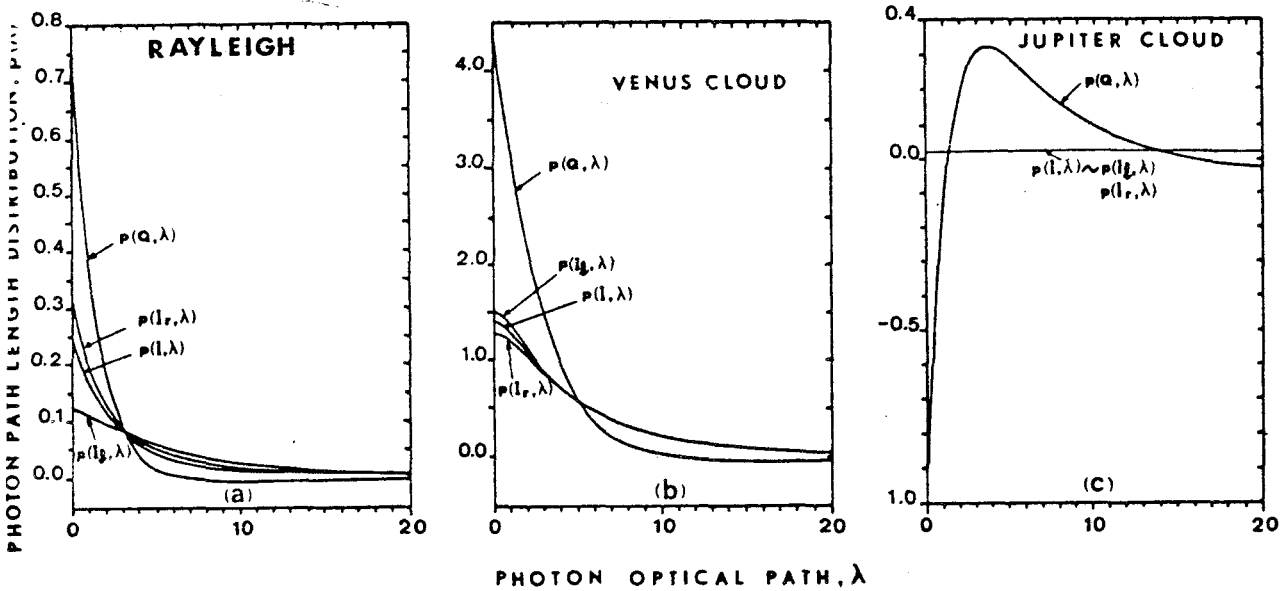


Fig. 1. Distribution functions of optical paths (a) for Rayleigh scattering with $\omega_c = 0.999$ and $\mu = \mu_0 = 0.5$, (b) for Venus Cloud with $\omega_c = 0.9992$ and $\mu = \mu_0 = 0.47$, (c) for Jupiter Cloud near a neutral point ($\mu_0 = 1$; $\mu = 0.93$) with $\omega_c = 0.9975$ (contrast with a and b)

neutral point of polarization, as shown in Fig. 1c. We shall next carry a comparative analysis of EW's between the two cases of intensity and polarization.

C. Comparison between Intensity and Polarization

In the general case, the polarized intensity originates from the first orders of scattering so that $p(Q, \lambda)$ vanishes much more rapidly than $p(I, \lambda)$ and, consequently, the equivalent widths $W(Q)$ are much smaller than $W(I)$. (The relative proportions of $W(Q)$ and $W(I)$ depend of course of the particular atmosphere and cloud considered.) This effect is particularly apparent on the curves-of-growth shown in Fig. 2 for the two typical cases of Fig. 1 (Rayleigh scattering and Venus cloud). To further illustrate, the variations of the EW's as a function of the cosine, μ , of the observer's zenith angle (with a normal incidence for reasons of computational economies) for both cases of Rayleigh and Mie scattering, Figs. 3-6 are provided: Fig. 3 describes the variations of the mean path length $\langle \lambda \rangle$ (to which the EW's of the weak lines are proportional); Fig. 4 describes the corresponding variations of the effective path length $\langle \lambda \rangle^{1/2}$ (appropriate for strong lines); in Fig. 5, the variations of the degree of continuum polarization are graphed. Similarly, Fig. 6 shows the center-to-limb variations of these different quantities, for Rayleigh scattering, with two different albedo values $\omega_c = 0.999$ and 0.99 .

We shall now discuss these several situations for the polarization EW's.

1. Equivalent Widths $W(Q)$ for Weak Absorption

In contrast with the other mean path lengths, defined earlier, $\langle \lambda(Q) \rangle$ can become negative, as happens for both Venus and Jupiter clouds, since the distribution function $p(Q, \lambda)$ can also become negative. Hence, strictly speaking, $\langle \lambda(Q) \rangle$ cannot properly be called a "mean path length". In the latter instance, the EW's can also become negative; this corresponds to the fact that, for very weak absorption, $|Q(\omega_v)/Q(\omega_c)|$ can be greater than 1, i.e., for $Q(\omega_c) > 0$, $I_r(\omega_v)$ decreases much more rapidly than $I_i(\omega_v)$.

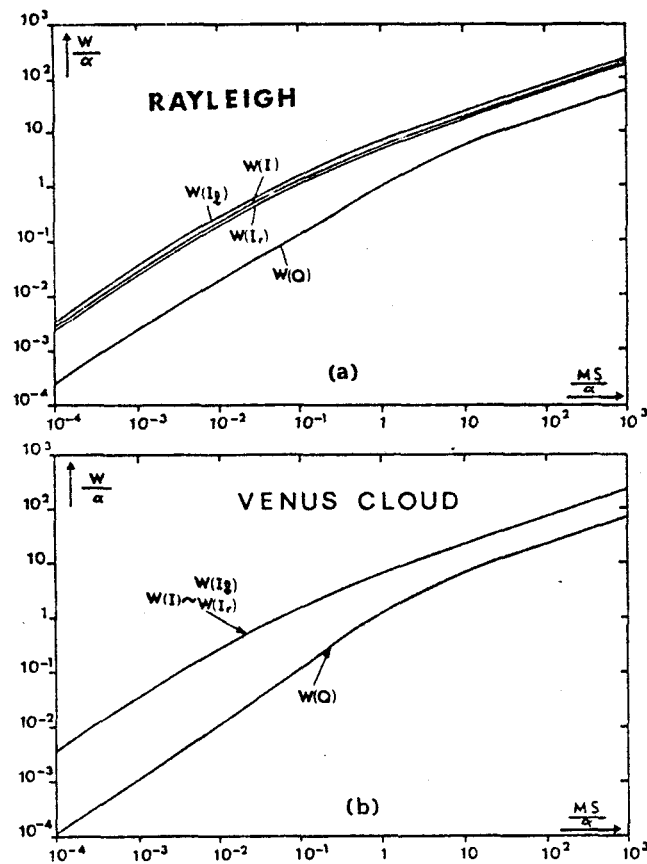


Fig. 2. Curves of growth for the same case as Figs. 1a and b

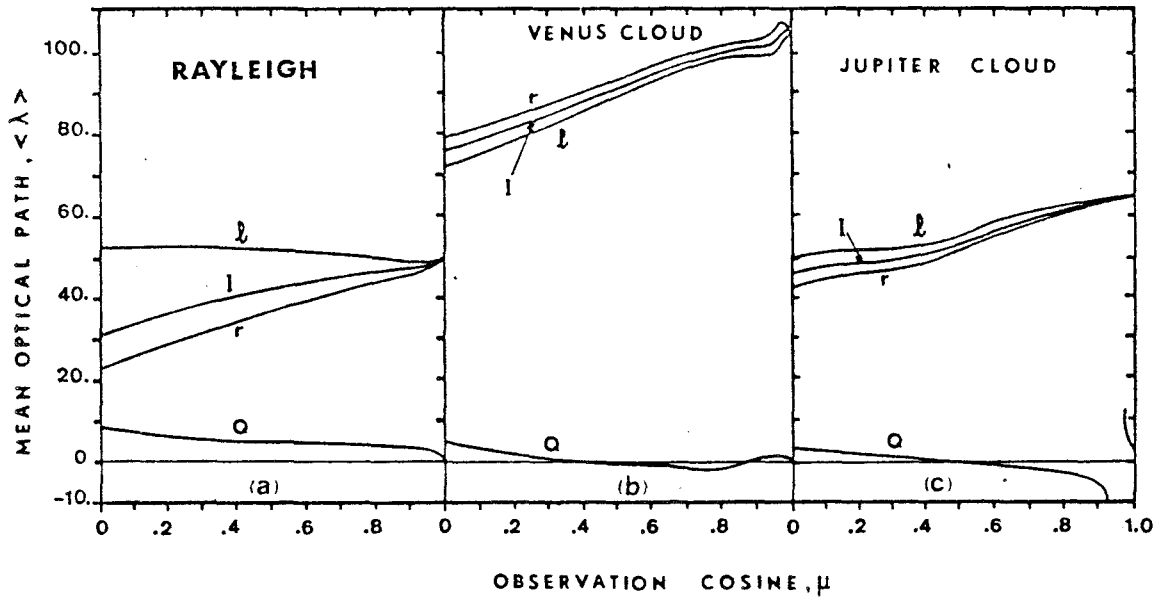


Fig. 3. Variations of the mean optical paths (proportional to equivalent widths of the weak lines) with the cosine of the observer's zenith angle (μ) for a normal incidence ($\mu_0 = 1$). The continuum albedos are (a) $\omega_c = 0.999$ for Rayleigh scattering, (b) $\omega_c = 0.9992$ for Venus Cloud, (c) $\omega_c = 0.9975$ for Jupiter Cloud

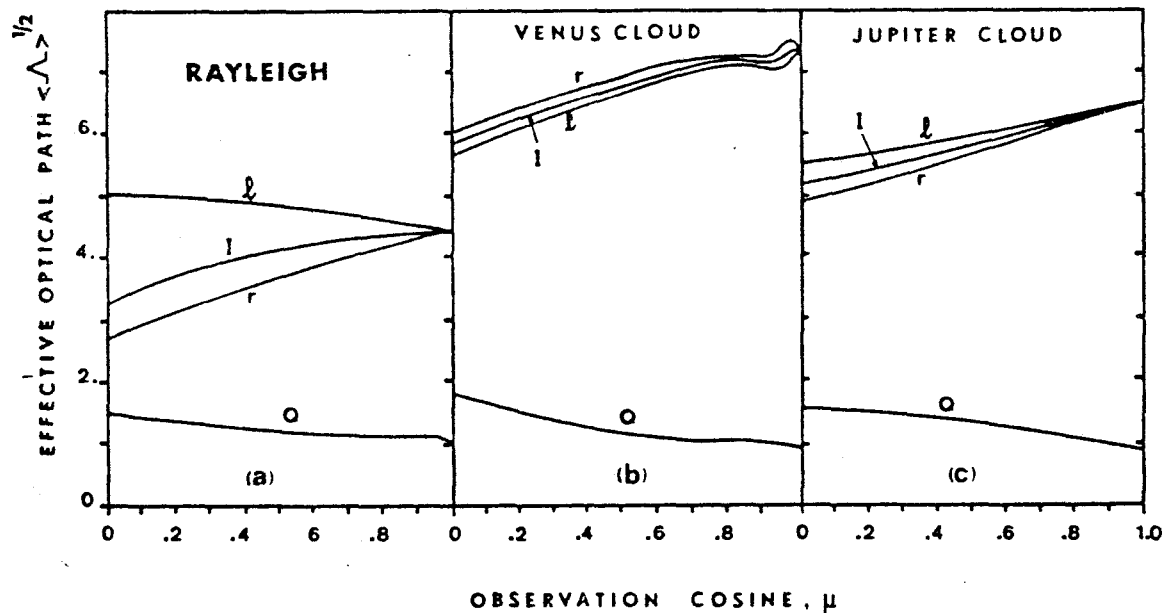


Fig. 4. Variations of the effective optical paths (proportional to equivalent widths of the strong lines) with μ , for the same cases as Fig. 3

Nevertheless, if we except the cases of very weak polarization (in which a discontinuity in $\langle\lambda(Q)\rangle$ can be observed around a neutral point such as, for example, in the Jupiter cloud case), $|\langle\lambda(Q)\rangle|$ is always weak compared to $\langle\lambda(I)\rangle$ so that the values $W(Q)$ of weak lines are very small (see Fig. 3). Moreover, the ratio of the areas limited by the Q and I -profiles, $|W(Q)Q(\omega_c)/W(I)I(\omega_c)|$ is only about a few percent for molecular scattering and a few tenths of a percent for Mie scattering. Thus, for the weak lines, since the intensity EW's, $W(I)$, are already difficult to measure, it is clear that in the present state-of-the-art, it is

not possible to use the corresponding $W(Q)$. For strong lines, however, the situation is quite different, as will next be seen.

2. Equivalent Widths $W(Q)$ for Strong Absorption

In the case of strong absorption, the photons which travel a very long path in the cloud are all absorbed so the polarization dilution effect mentioned earlier does not take place, and the $W(Q)$'s are positive (see Fig. 4). Let us determine the range of variation of the corresponding effective optical paths in the general case.

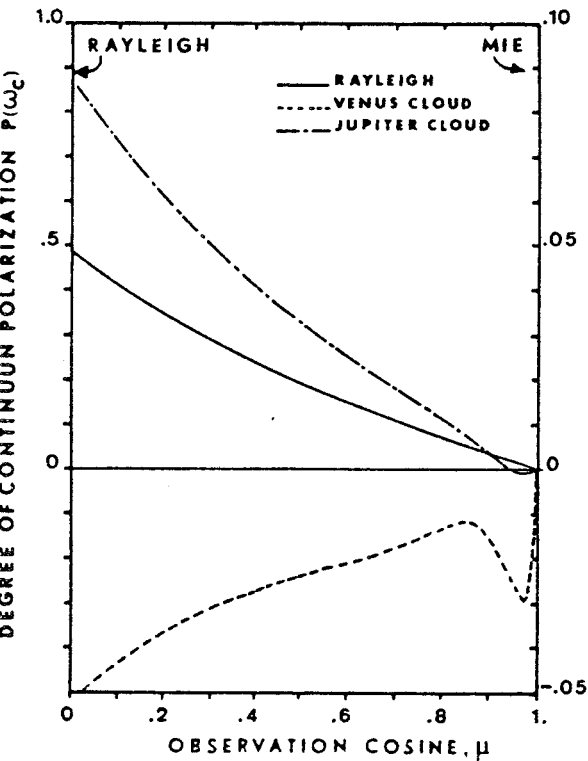


Fig. 5. Degree of continuum polarization corresponding to the cases of Figs. 3 and 4

Estimation of $\langle \Lambda(Q) \rangle^{1/2}$ for a Semi-infinite Layer. Using the successive orders of scattering, we can write:

$$Q(\omega_v) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n(\omega_c) \left(\frac{\omega_v}{\omega_c} \right)^n, \quad (23)$$

where Q_n is the n -times scattered component of the polarized intensity. For a semi-infinite cloud, the distribution function

$p(Q, \lambda)$ can be obtained in analogy to Eq. (13) as:

$$p(Q, \lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q_n(\omega_c)}{Q(\omega_c)} \frac{\exp(-\lambda) \lambda^{n-1}}{(n-1)!}. \quad (24)$$

Then, using the definitions in Eqs. (10) and (12), we get:

$$\langle \lambda(Q) \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q_n(\omega_c)}{Q(\omega_c)} \langle \lambda_n \rangle, \quad (25)$$

with $\langle \lambda_n \rangle = n$, and

$$\langle \Lambda(Q) \rangle^{1/2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q_n(\omega_c)}{Q(\omega_c)} \langle \Lambda_n \rangle^{1/2}, \quad (26)$$

with $\langle \Lambda_n \rangle^{1/2} = \Gamma(n + \frac{1}{2})/\Gamma(n)$. The corresponding EW's can subsequently be obtained using relations similar to Eqs. (9) and (11) for Q , and Eqs. (25) and (26). Now, the ratios $Q_n(\omega_c)/Q(\omega_c)$, whose sum is unity, may be positive or negative. However, as far as the polarized intensity is concerned, the first orders of scattering are preponderant and, in the case of relatively strong polarization, the relation in Eq. (23) shows that the first ratios must all be positive. Moreover, since $\langle \Lambda_n \rangle^{1/2}$ is a slowly increasing function of n , ($\langle \Lambda_n \rangle^{1/2} = 0.886, 1.329, 1.662, 1.939, 2.181, \dots$ for $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$, respectively) it is seen that in the general case where $Q_n(\omega_c)/Q(\omega_c)$ becomes very weak for $n \approx 10$, $\langle \Lambda(Q) \rangle^{1/2}$ must be about 1 to 1.5. The latter ratios will further depend only very weakly on ω_c , since the first orders of scattering are not very sensitive to this parameter. Indeed, in the preceding examples, it is found that when ω_c varies from 0.999 to 0.99, $\langle \Lambda(Q) \rangle^{1/2}$ for Rayleigh scattering decreases by approximately 8% while $\langle \Lambda(I) \rangle^{1/2}$ for the same case decreases by roughly 39%. The corresponding variations for the Venus cloud when ω_c decreases from 0.9997 to 0.99 are 3% and 38%, respectively.

Generalization to a Finite Layer. For a cloud with a finite optical thickness τ , Eqs. (25) and (26) are still valid but the expressions of $\langle \lambda_n \rangle$ and $\langle \Lambda_n \rangle^{1/2}$ are much more complex. However, $\langle \Lambda_1 \rangle^{1/2}$ can be obtained from the distribution function

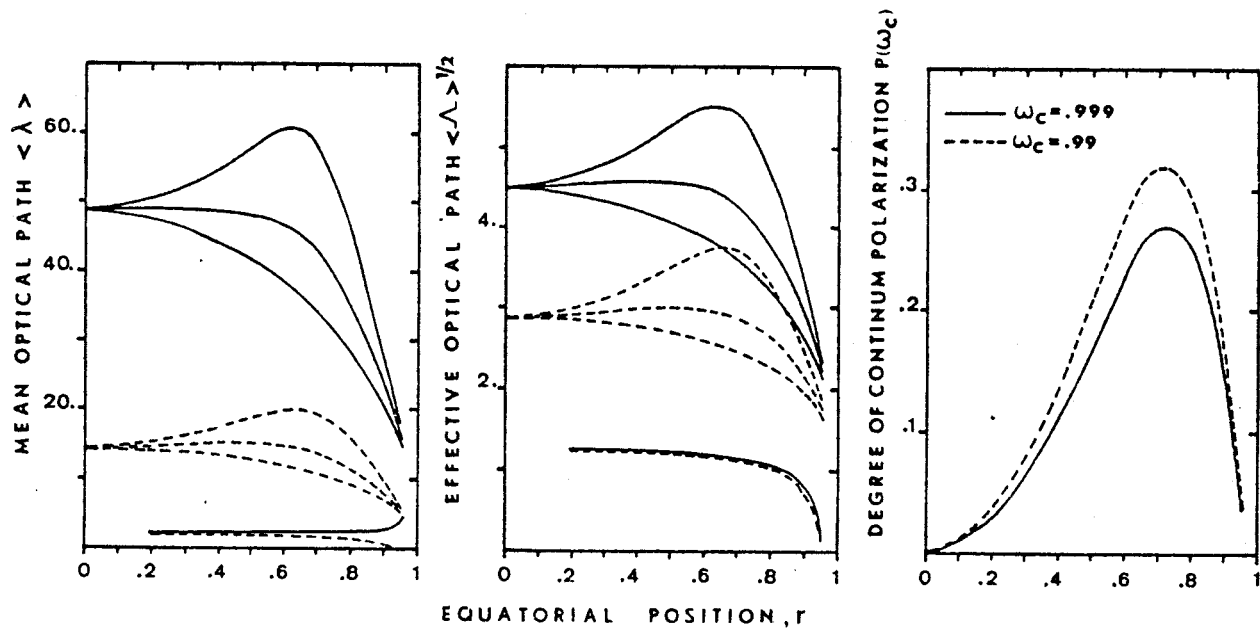


Fig. 6. Center-to-limb variations for a planet at zero phase angle, for Rayleigh scattering with two albedo values: — $\omega_c = 0.999$ and - - - $\omega_c = 0.99$

corresponding to primary scattering [Irvine (1964), Eq. (6.2)]. We find:

$$\langle \Lambda_1 \rangle^{1/2} = \frac{\gamma(\frac{3}{2}, \tau/\mu_0 + \tau/\mu)}{1 - \exp(-\tau/\mu_0 - \tau/\mu)}, \quad (27)$$

where $\gamma(a, x) = \int_0^x t^{a-1} \exp(-t) dt$ is the incomplete gamma function. Thus, the discrepancy between the semi-infinite case and the finite case is larger than 10% only for $\tau(1/\mu_0 + 1/\mu) \lesssim 2.5$; this roughly gives $\tau \lesssim 1$. Generalizing this conclusion to all orders of scattering is rather speculative but, since the first orders of scattering are even more important for the finite clouds, it seems reasonable to say that $\langle \Lambda(Q) \rangle^{1/2}$ will not vary very much with the cloud optical thickness except for very small thicknesses.

Thus, the $W(Q)$'s associated with strong absorption and relatively strong polarization must be measurable in the present state-of-the-art of detector technology; indeed, the ratio of the areas of the Q - and I -profiles, $|W(Q)Q(\omega_c)/W(I)I(\omega_c)|$, will be about a few tenths of a percent for molecular scattering and a few percent for Mie scattering. Specifically, Fig. 4 shows that, for both Venus and Jupiter clouds, $W(Q)/W(I) = \langle \Lambda(Q) \rangle^{1/2} / \langle \Lambda(I) \rangle^{1/2}$ varies from the value ~ 0.13 at the zenith to ~ 0.30 at the horizon for an overhead sun; greater values should be obtained for grazing incidences. For the typical example of Venus cloud (phase angle = 124° ; wavelength = $1 \mu\text{m}$), $W(Q)/W(I)$ is about 0.31; with $P(\omega_c) = -Q(\omega_c)/I(\omega_c) = -4.3\%$, the area $|W(Q)Q(\omega_c)|$ is about 1.3% that of $|W(I)I(\omega_c)|$. Greater values could be obtained at other wavelengths [Forbes (1971) gives a value of the polarization of nearly 9% at $3.6 \mu\text{m}$], or using a detailed spectropolarimetry over the planetary disk, which takes advantage of grazing incidences. For Jupiter, Kemp *et al.* (1978) provide the following values of the I.R.

polarization (wavelength = $1.6 \mu\text{m}$): approximately 0.32–0.9% for the whole disk, 6.7% near the north pole, 0.4% at the equator and 2.42% near the south pole. The ratio of the areas will be approximately 0.1 or 0.2% for the integrated disk polarization, 3% at the north pole, 0.1% at the equator and 1% at the south pole.

3. Equivalent Widths $W(I_i)$ and $W(I_r)$

If we except the case of very strong polarization which is practically observable only for molecular scattering, the variations of $W(I_i)$, $W(I_r)$, and $W(I_i) - W(I_r)$ are very similar to those of $W(I)$. Indeed, we have the following relationships between these quantities:

$$W(I_i) = \frac{W(I) - P(\omega_c)W(Q)}{1 - P(\omega_c)}, \quad (28)$$

$$W(I_r) = \frac{W(I) + P(\omega_c)W(Q)}{1 + P(\omega_c)}, \quad (29)$$

and

$$W(I_i) - W(I_r) = \frac{2P(\omega_c)}{1 - P^2(\omega_c)} (W(I) - W(Q)). \quad (30)$$

Now, as seen earlier, $W(Q)$ is always much smaller than $W(I)$, and $P(\omega_c) = -Q(\omega_c)/I(\omega_c)$ is typically a few percent for Mie scattering. It is then clear that $W(I_i)$ and $W(I_r)$ are close to $W(I)$, and that the variations of their difference $W(I_i) - W(I_r)$ are also very similar to those of $W(I)$.

Experimentally, the quantity to determine corresponds to an area limited by the line profile; thus, a measure of the ability of determining a given equivalent width $W(I)$ will be the product $W(I)I(\omega_c)$. The quantities $W(I_i)I_i(\omega_c)$ and $W(I_r)I_r(\omega_c)$ are smaller

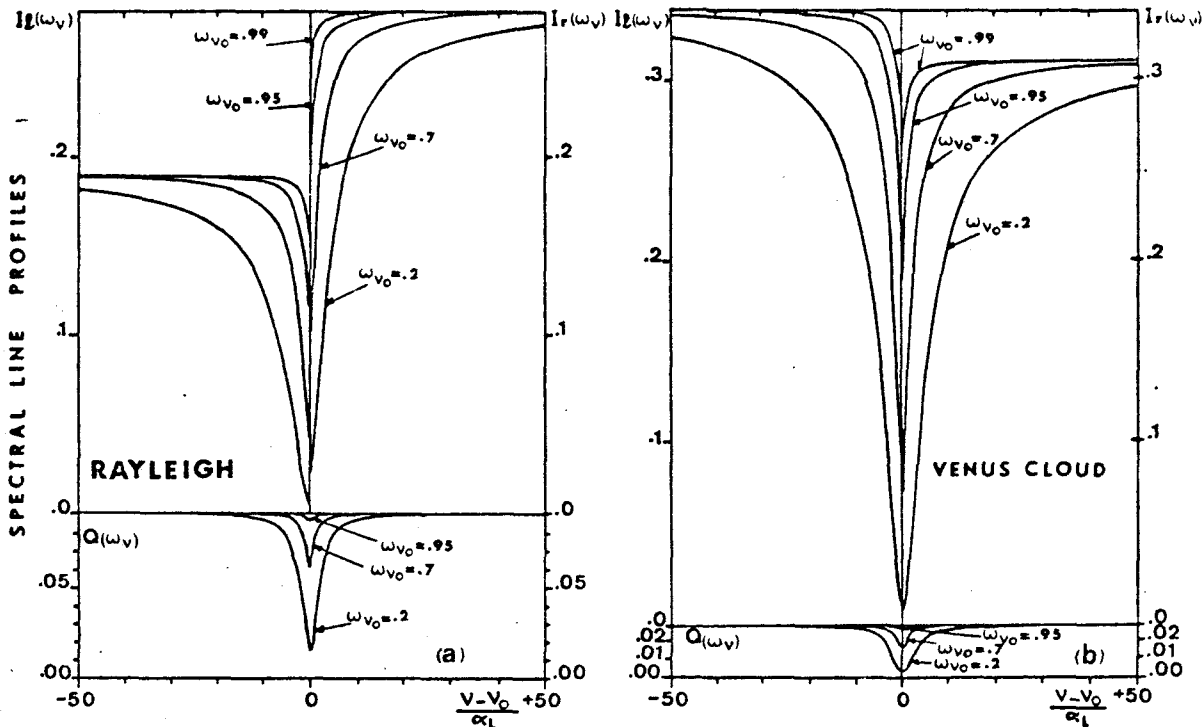


Fig. 7. I_i , I_r - and Q -line profiles (for an incident flux $\pi F = \pi$) for the same case as in Fig. 1a and b, for different values of the single scattering albedo at the line center

than $W(I)I(\omega_c)$ by about a factor of two; on the other hand, the difference $W(I_l) - W(I_r)$ must be associated to an area $P(\omega_c)$ smaller [see Eq. (30)]; hence, $W(I_l) - W(I_r)$ would be very hardly measurable for weak lines.

To sum up, therefore, it appears that the most interesting quantity to compare with $W(I)$ is $W(Q)$ and that experimentally, one must restrict the analysis to lines associated with strong absorption and relatively strong polarization. In order to emphasize what can be expected from spectropolarimetric data, we have drawn I_l , I_r , and Q -line profiles in the same scale in Fig. 7 (molecular scattering and Venus cloud) at a phase angle $\alpha \cong 120^\circ$. Values of the single scattering albedo at the line center are $\omega_{v_0} = 0.99$ (linear régime), 0.95 and 0.7 (intermediate régime), and 0.2 (square-root régime). The figures show clearly that measuring $W(Q)$ would be possible only for moderate-to-strong lines. These results are in agreement with, and confirm our earlier conclusions (Fymat, 1974).

We are now in the position of being able to determine the atmospheric information content of polarization EW's. This will be the object of the next section.

III. Atmospheric Information from Polarization Equivalent Widths

The informations coming from spectropolarimetric data by means of the EW analysis are of a similar nature to those which have already been obtained from the classical spectral measurements. However, they are of special interest because they refer to different sounding levels from those associated with the former measurements. It is then important to determine how different are the respective formation levels associated with $W(I)$, $W(Q)$, $W(I_l)$, and $W(I_r)$. For this purpose, denote by t

and τ the optical depth and the total optical thickness "in the continuum", and introduce the general distribution $f_\nu(I, t)$ of the photons reflected at frequency ν after having penetrated into the cloud down to an optical depth between t and $t + dt$. Using this function, we can write the total intensity at frequency ν as:

$$I(\omega_\nu, \tau) = I(\omega_c, \tau) \int_0^\tau f_\nu(I, t) dt. \quad (31)$$

[This expression is to be compared with Eq. (2).] Practically, approximations to $f_\nu(I, t)$ could be obtained by computing the intensity reflected from clouds of increasing optical thicknesses:

$$f_\nu(I, t) \cong \frac{1}{I(\omega_c, \tau)} \frac{I(\omega_\nu, t + \Delta t) - I(\omega_\nu, t - \Delta t)}{2\Delta t}, \quad (32)$$

with the limiting value for $t \rightarrow 0$ (cloud top) being provided from primary scattering:

$$f(I, 0) = \frac{1}{I(\omega_c, \tau)} \lim_{t \rightarrow 0} \left[\frac{dI(\omega_\nu, t)}{dt} \right]. \quad (33)$$

For reflection from a semi-infinite atmosphere, we have:

$$f(I, 0) = \frac{\mu\mu_0}{\mu + \mu_0} \frac{I_1(\omega_c, \infty)}{I(\omega_c, \infty)}, \quad (34)$$

which is, of course, independent of frequency.

In the same way, we can define the other distribution functions $f_\nu(I_l, t)$, $f_\nu(I_r, t)$, and $f_\nu(Q, t)$. Examples of these distributions for Rayleigh scattering are shown in Fig. 8 for different values of ω_ν , $\omega_c = 0.99$ and $\tau = 4$; the observer's zenith angle is 60° for normal incidence. It appears clearly that the polarized intensity comes only from the upper levels of the layer and, therefore, that absorption occurs at much higher levels for

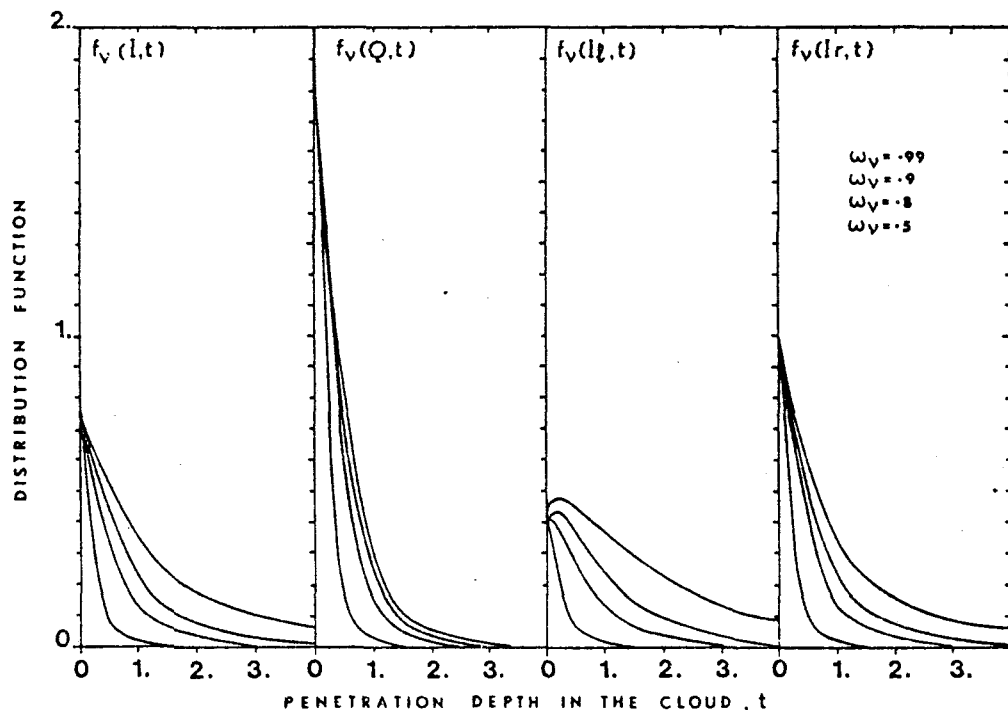


Fig. 8. Distribution functions of penetration depth t for a Rayleigh atmosphere, for different albedos ω_ν , with a continuum albedo $\omega_c = 0.99$ and an optical thickness $\tau = 4$

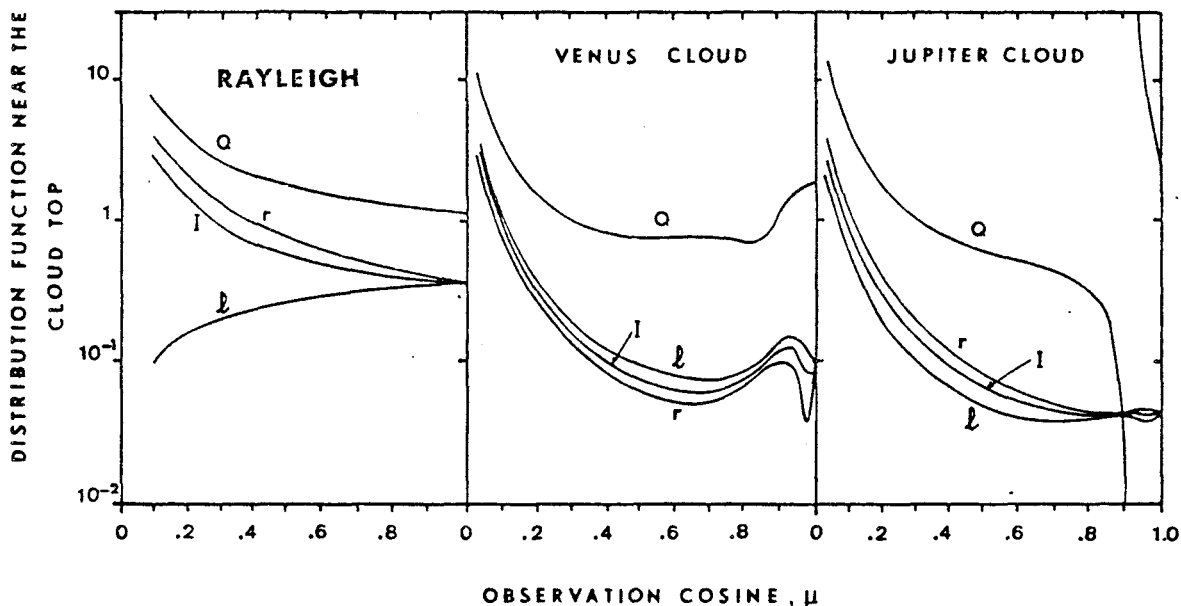


Fig. 9. Limiting value near the cloud top of the distribution functions of the penetration depth, for the same cases as Fig. 3

Q -lines than for I -, I_r -, or I_r -lines. Increasing τ or ω_c will allow the photons to come from deeper levels, but that will affect $f_v(Q, t)$ only slightly and, thus, the difference between the levels where absorption occurs for Q -lines and I -lines will increase.

For weak polarization, $f_v(Q, 0)$ can be negative. As stated earlier, this is a consequence of the primary polarized intensity having a sign opposite that of the total polarized intensity. If we except this case, the limiting values of the f -functions for $t \rightarrow 0$ are indicative of the general features of these distributions. These limits are shown in Fig. 9 as a function of μ for molecular scattering and for Mie scattering (Venus and Jupiter clouds). Excluding the discontinuity of $f_v(Q, 0)$ for the Jupiter cloud (associated with a neutral point), $f_v(I, 0)$ and $f_v(Q, 0)$ are seen to increase with decreasing μ , which is clearly related to a higher formation level at grazing angles. It also appears that the formation levels of the Q - and the I -lines must be quite different although the I -, I_r -, and I_r -lines must be formed at close levels for Mie scattering. As a matter of fact, with the relations $I_i = (I + Q)/2$ and $I_r = (I + Q)/2$, we can write:

$$f_v(I_i, t) = \frac{f_v(I, t) - P(\omega_c)f_v(Q, t)}{1 - P(\omega_c)}, \quad (35)$$

and

$$f_v(I_r, t) = \frac{f_v(I, t) + P(\omega_c)f_v(Q, t)}{1 + P(\omega_c)}, \quad (36)$$

or

$$f_v(I_i, t) - f_v(I_r, t) = \frac{2P(\omega_c)}{1 - P^2(\omega_c)} [f_v(I, t) - f_v(Q, t)]. \quad (37)$$

Since the degree of polarization $P(\omega_c)$ is generally small, $f_v(I_i, t)$ and $f_v(I_r, t)$ are not very different from $f_v(I, t)$. Their difference $f_v(I_i, t) - f_v(I_r, t)$ will also exhibit the same features as $f_v(I, t)$ at great optical depths for which absorption occurs principally. Therefore, $W(I)$, $W(I_i)$, and $W(I_r)$, and even the difference $W(I_i) - W(I_r)$, correspond to roughly similar levels whereas

$W(Q)$ corresponds to a much higher level of the scattering layer. $W(I_i)$ and $W(I_r)$ would correspond to very different levels only if $P(\omega_c)$ were large, that is, for molecular scattering.

Let us now set forth explicitly the atmospheric and cloud information that can be provided by spectropolarimetry using only equivalent widths.

A. Cloud Top Height

Consider several lines belonging to the same régime of the curve-of-growth. The variation of their EW's with the line intensity can be written as:

$$W = KS^b, \quad (38)$$

where $b = 1$ for the linear régime and $b = 0.5$ for the square-root régime [see Eqs. (6) and (7) for a clear atmosphere and Eqs. (9) and (11) for a scattering atmosphere]. The line intensity is temperature dependent through the Boltzmann factor and the partition function $Z(T)$, according to the relation:

$$S(T) = S(T_0) \frac{Z(T_0)}{Z(T)} \exp \left(1.439E'' \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right), \quad (39)$$

where $E'' = B^*m(m-1)$ is the rotational energy of the lower state of the transition and T_0 is a reference temperature. Thus, we can write:

$$\ln \frac{W}{m^b} = \ln W_1 - 1.439bE'' \left(\frac{1}{T} \right). \quad (40)$$

The rotational temperature is then deduced from the slope of the curve W versus the rotational energy E'' (see, e.g., Gray-Young, 1969; Margolis and Fox, 1969). It is possible to associate this temperature with a pressure P using a temperature profile derived from direct and ground-based infrared data (Marov, 1962; Orton and Ingersoll, 1976).

This method can also be applied to the polarization EW's. If the absorption occurs only in the scattering layer, the

rotational temperature $T(Q)$ derived from $W(Q)$ will correspond to a higher level than that derived from either the intensity or the photopolarization, and this level will also be closer to the cloud top ($P > P_{top}$). On the contrary, if the absorption occurs only in the clear atmosphere (with no scattering) above the cloud, the rotational temperatures derived from both the total and the polarized intensities will be similar and will correspond to a pressure $P \sim P_{top}/2$. In a realistic case, the rotational temperature $T(Q)$ can be associated with a level relatively close to the cloud top; while the precise location of this level depends on the relative importance of the absorption in the clear and the cloudy atmosphere, it will always be higher and nearer the cloud top than that derived from either intensity or photopolarization data. Such measurements could equally be helpful for the study of the Jovian atmosphere for which, unlike the Venus atmosphere, neither the pressure at the top of the first cloud layer nor the relative importance of the clear and cloudy atmospheres are well known. Concerning the Venus atmosphere, the rotational temperature derived from the polarized intensity could be used to locate more precisely the cloud top and confirm that the clear atmosphere above the cloud has only a small influence. This problem, however, becomes more complex when absorption occurs simultaneously in both the clear and the cloudy atmosphere because the expression of the EW's becomes much more complicated and involves more parameters (Foucart, 1975).

B. Scale-height Ratios

Let us recall briefly what can be deduced from the total intensity line measurements. The relations in Eqs. (9) and (11), or the more general relations in Eqs. (8) or (16), have been derived for homogeneous scattering atmospheres in which the parameters M , S , and α_L remain constant within the cloud. If further, ω_c does not vary with optical depth, the path lengths $\langle \lambda \rangle$ and $\langle \Lambda \rangle^{1/2}$, and more generally the distribution functions, will remain unchanged for the realistic atmospheric model in which the pressure varies with the optical depth. (They can be computed for a given ω_c and a drop size distribution which can themselves be derived from photometric and photopolarimetric data.) In this case, the average quantities $\bar{M}$, $\bar{S}$ and $\bar{\alpha}_L$ will be generally different for different régimes of the curve-of-growth. With the knowledge of the rotational temperature and the line intensity, and for given scattering properties of the cloud layer, one can derive the specific abundance M_w from the weak lines [see Eq. (9)] and, from the strong lines [see Eq. (11)], the product $M_s P_s$, where P_s is the pressure of the formation level of the strong lines. Now, if the scale heights of the scattering particles and the absorbing gas were equal, $M_w = M_s$, and one could obtain P_s from simultaneous measurements of strong and weak lines belonging to the same narrow spectral interval. (This is a restrictive condition due to the wavelength variations of the particles' properties.) On the other hand, if the scale-height ratio is unknown, one must use some independent data such as occultation or polarization measurements in order to determine it (Lacis, 1975). Spectropolarimetry could be very helpful in this regard since the above ratio could be deduced directly from simultaneous measurements of I - and Q -lines without resorting to independent experiments. We shall detail the procedure in the case of cloud particles or a gaseous minor constituent imbedded in the ambient air.

1. Gas-to-cloud Particles

Let $m = H_g/H_p$ denote the scale-height ratio of the ambient gas to the scattering particles, and assume that the mixing ratio of the absorbing gas to the ambient gas is roughly constant within the cloud (this is, for example, the case of CO_2 on Venus). Then, the quantities $M_s(I)P_s(I)$ and $M_s(Q)P_s(Q)$ can be derived from the equivalent widths of the strong I - and Q -lines; here, $P_s(I)$ and $P_s(Q)$ are the pressure at the I - and Q -line formation levels. Thus, if the difference in altitude between these two levels is z ($z > 0$), we have:

$$P_s(I) = P_s(Q) \exp(z/H_g), \quad (41)$$

$$M_s(I) = M_s(Q) \exp(z/H_g - z/H_p), \quad (42)$$

and thus,

$$\frac{1}{H_p} - \frac{2}{H_g} = \frac{1}{z} \ln \left(\frac{M_s(Q)P_s(Q)}{M_s(I)P_s(I)} \right). \quad (43)$$

Without any assumption on z , one can readily derive some information about the value of m since:

$$\frac{M_s(Q)P_s(Q)}{M_s(I)P_s(I)} \geq 1 \Leftrightarrow m \geq 2. \quad (44)$$

With some idea about the value of z , m can be determined more precisely. As an example, for the Venus clouds, the photopolarization level was found to be close to 50 mb (Kawabata and Hansen, 1975) (Note that this level could be determined, as discussed in Sect. III.A above, from the rotational temperature of the Q -lines); the formation level of the CO_2 lines is around 120 mb (Dierenfeldt et al., 1977). These pressures correspond approximately to 68 km and 64 km heights (Marov, 1972); with $H_g \approx 5.3$ km, we have from Eq. (43):

$$m \approx 2 + 1.32 \ln \left(\frac{M_s(Q)P_s(Q)}{M_s(I)P_s(I)} \right) \quad (45)$$

or, assuming $\alpha_L = \alpha_0(P/P_0)(T_0/T)^{1/2}$ in Eq. (11),

$$m \approx 2 + 1.32 \ln \left\{ \frac{W^2(Q)S(T_I)T_Q^{1/2}\langle \Lambda(I) \rangle}{W^2(I)S(T_Q)T_I^{1/2}\langle \Lambda(Q) \rangle} \right\} \quad (46)$$

where T_I and T_Q are the I and Q rotational temperatures. This relation could be used to derive m and to verify the value $m = 1.5$ proposed by Lacis (1975).

2. Gas-to-gas

When $m = H_g/H_p$ is known, it is possible to derive the scale-height H_m of some minor constituent such as CO on Venus. Indeed, instead of Eq. (48) we have in this case:

$$\frac{1}{H_p} - \frac{1}{H_g} - \frac{1}{H_m} = \frac{1}{z'} \ln \left\{ \frac{M'_s(Q)P'_s(Q)}{M'_s(I)P'_s(I)} \right\}, \quad (47)$$

where $M'_s(Q)P'_s(Q)$ and $M'_s(I)P'_s(I)$ are obviously deduced from the EW's of the strong lines of the minor constituent, and z' would correspond to the difference in the levels of formation of the I - and Q -lines of this same constituent. In this manner, it should be possible for example to determine the scale-height of CO on Venus and, thus, to have some information about the dependence on altitude of the mixing ratio of CO to CO_2 . As

in the previous situation, even without the knowledge of z' , we can readily state the result

$$\frac{M(Q)P(Q)}{M(I)P(I)} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{m-1}{H_g} \geq \frac{1}{H_m}, \quad (48)$$

If, however, z' is known, Eq. (47) could be used for deriving H_m more accurately.

C. Vertical Profiling of Cloud Parameters

More generally, a better knowledge of the vertical profile of some cloud parameters could be retrieved from spectropolarimetric measurements. One way of obtaining information about the vertical structure of a planetary atmosphere using spectroscopic data is to study the reflected radiation for different zenith angles (phase-angle variations or center-to-limb variations for the outer planets). Here, we recall that $W(Q)$ is essentially sensitive to the first orders of scattering and that it corresponds to levels of formation in the cloud that vary according to the zenithal angles of incidence ($\theta_0 = \cos^{-1} \mu_0$) and observation ($\theta = \cos^{-1} \mu$). This will be much more pronounced than for $W(I)$ since the latter quantity corresponds to the deeper levels where the higher scattering orders play an important role. Thus, for $W(I)$, the depth reached by a given photon optical path λ will depend on the geometry (Foucart, 1975) while in single scattering ^{little} of relevance to $W(Q)$ this depth is:

$$z = \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right)^{-1} \lambda.$$

Hence, the formation levels associated with $W(Q)$ must have a strong variation with (μ, μ_0) as confirmed by Fig. 9. Consequently, different cloud levels will be sounded with different (μ, μ_0) values, i.e. with different phase angles. The deepest Q formation levels should approach the highest I formation levels (corresponding to great zenith angles). Spectropolarimetry is thus a very useful tool for vertical investigation of cloud characteristics.

Moreover, if molecular scattering is important (which may be the case for UV spectra), it could be possible to sound simultaneously four different formation levels associated to $W(I)$, $W(Q)$, $W(I_i)$, and $W(I_r)$ (see Figs. 8 or 9).

IV. Summary and Conclusions

1. The theory for the curve-of-growth of absorption lines formed in Venus's and Jupiter's clouds has been generalized to the case of polarization, particularly for the Stokes's parameters I_i , I_r , and Q . Linear and square-root régimes, with the corresponding mean and effective optical paths, have been obtained in each case. When the photon path-length distributions associated with each Stokes's parameter are evaluated using Padé's approximants, analytical expressions can be derived for the corresponding equivalent widths. In both Venus and Jupiter, the equivalent width for Q is always smaller than those for I , I_i , and I_r and must therefore correspond to a higher level in the cloud. For the disk-integrated polarization, it is approximately 1–5% that of I in the case of Venus, and approximately 0.5% for Jupiter. Hence, it is concluded that equivalent widths

in polarization are measurable for both planets with good I.R. detectors. Polarization detailed over the planetary disk would be different according to the region observed on the disk and to phase angle, but it will yield in most cases a larger ratio of the equivalent widths which would lead to an even simpler measurement.

2. Spectral line polarization (particularly that for Q), if formed in the cloud, will correspond to levels somewhere between the cloud top (P_{top}) and the photopolarization level below. The component intensities, I_i and I_r , are formed further below but at substantially the same level as I . An approximate location of the cloud top that is more accurate than that derived from photopolarization can be obtained from the rotational temperature of the Q -lines. On the other hand, if the spectral polarization is formed in the clear atmosphere above the cloud, the associated rotational temperature and that derived from the intensity spectrum would correspond sensibly to the same level, $P_{top}/2$. This argument can in turn be used for determining whether the clear atmosphere above the cloud plays any significant role in the line absorption and polarization processes.

3. Since spectropolarimetry sounds simultaneously two different cloud levels (one corresponding to the unpolarized, and the other to the polarized, intensity) the ratio of the CO_2 scale-height to that of the cloud particles can be determined from the combined interpretation of intensity and polarization equivalent widths. This determination does not resort to any other independent measurement. For Venus, if the altitude difference between the levels of formation of Q - and I -lines is known, an analytical expression, Eq. (43), has been provided for this ratio.

4. With the knowledge of the CO_2 -to-cloud particles scale-height ratio, the similar ratio between CO (or any other appropriate minor constituent) and CO_2 can likewise be determined, Eq. (47).

5. Another interest of $W(Q)$ over $W(I)$, $W(I_i)$, and $W(I_r)$ is the fact that, being essentially sensitive to the first orders of scattering, it will correspond to levels of formation in the cloud that are different according to the angles of incidence, μ_0 , and observation, μ . This will be much more pronounced than for $W(I)$ since $W(I)$ is formed at deeper levels where the higher scattering orders enter into play. In this latter case, the depth in the cloud reached by a given photon optical path λ will depend little on the geometry (Foucart, 1975) while, in single scattering, this depth is $(1/\mu + 1/\mu_0)^{-1} \lambda$. Thus, different cloud levels will be sounded with different (μ, μ_0) values, i.e. with different phase angles.

Acknowledgement. We gratefully acknowledge helpful discussions with Dr. J. Lenoble.

References

- Abhyankar, K. D., Fymat, A. L.: 1971, *Astrophys. J.* **165**, 673
- Abhyankar, K. D., Fymat, A. L.: 1971, *Astrophys. J. Suppl.* **195**, 35
- Appleby, J. F., Irvine, W. M.: 1974, *Astrophys. J.* **183**, 337
- Belton, M., Hunten, D. M., Goody, R. M.: 1968, in *The Atmospheres of Venus and Mars*, J. C. Brandt and M. B. McElroy Ed., Gordon and Breach, 69

- Dierenfelt, K. E., Fink, U., Larson, H. P.: 1977, *Icarus*, **31**, 11
- Deuze, J. L.: 1974, Thèse de 3ème Cycle, Université de Lille
- Forbes, F. F.: 1971, *Astrophys. J.* **165**, L21
- Forbes, F. F., Fymat, A. L.: 1974, in *Planets, Stars and Nebulae studied with photopolarimetry*, T. Gehrels, Ed., The University of Arizona Press, 639
- Foucart, Y.: 1974, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **14**, 497
- Foucart, Y.: 1975, Thèse, Université de Lille
- Foucart, Y., Lenoble, J.: 1973, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **13**, 447
- Fymat, A. L.: 1974, in *Planets, Stars and Nebulae studied with Photopolarimetry*, T. Gehrels, Ed., The University of Arizona Press, 617
- Gray-Young, L. D.: 1969, *Icarus*, **11**, 66
- Goody, R. M.: 1964, *Atmospheric Radiation I. Theoretical basis*, Clarendon Press
- Hansen, J. E., Hovenier, J. W.: 1974, *J. Atmospheric Sci.* **31**, 1137
- Heinrich, M.: 1973, Proceedings of the International Radiation Symposium, Sendai, Japan, 287
- Irvine, W. M.: 1964, *Bull. Astron. Inst. Neth.* **17**, 266
- Kargin, B. A., Krasnokutskaya, L. D., Feyfel'son, Ye. M.: 1972, *Bull. (Izv.) Acad. Sci. U.S.S.R.* **8**, 287
- Kawabata, K., Hansen, J. E.: 1975, *J. Atmospheric Sci.* **32**, 1133
- Kemp, J. C., Rudy, R. J., Lebofsky, M. J., Rieke, G. H.: 1978, *Icarus* **35**, 263
- Lacis, A. A.: 1975, *J. Atmospheric Sci.* **32**, 1107
- Margolis, J. S., Fox, K.: 1969, *Astrophys. J.* **157**, 935
- Marov, M. Ya.: 1972, *Icarus* **16**, 415
- Morozhenko, A. V., Yanovitskii, E. G.: 1973, *Icarus* **18**, 583
- Orton, G. S., Ingersoll, A. P.: 1976, in *Jupiter*, T. Gehrels, Ed., The University of Arizona Press, 206
- Pilcher, C. B., Prinn, R. G., McCord, T. B.: 1973, *J. Atmospheric Sci.* **30**, 302
- Travis, L. D.: 1975, *J. Atmospheric Sci.* **32**, 1190
- van de Hulst, H. C., Irvine, W. M.: 1962, in *La Physique des Planètes*, Congrès et Colloques de l'Université de Liège **24**, 78

CHAPITRE IV

LES PROFILS DE RAIES

INTRODUCTION

Nous avons déjà souligné la difficulté de définir la largeur équivalente d'une raie du fait que l'intervalle spectral est toujours limité et le niveau continu souvent incertain (cf. chapitre II-§ 4). Cet inconvénient est particulièrement renforcé pour la bande $3\nu_3$ du méthane dans les spectres joviens, d'une part à cause de la présence de multiplets parmi les raies du méthane, et d'autre part à cause de la présence d'une absorption continue due à l'hydrogène.

Dans la bande $3\nu_3$ du méthane, les raies correspondant à un nombre quantique $J > 2$ sont en fait des multiplets de raies très rapprochées. L'absorption totale n'est pas suffisamment faible pour que l'approximation linéaire soit applicable et les raies dans un multiplet ne sont pas suffisamment séparées pour que l'absorption puisse être négligée dans la région de recouvrement ; il n'est donc pas possible de considérer la largeur équivalente d'un multiplet comme la somme des largeurs équivalentes individuelles des raies du multiplet. De ce fait, même pour le modèle de la couche réfléchissante (RLM), il n'existe plus d'expression analytique de la largeur équivalente. La technique de la courbe de croissance peut encore être appliquée¹ mais elle nécessite de calculer les largeurs équivalentes par intégration numérique avec un pas en fréquence suffisamment fin. Le calcul de la largeur équivalente nécessite donc, en pratique le calcul du profil de la raie.

La présence d'une absorption continue due à la bande dipolaire de l'hydrogène² limite encore les possibilités de la technique des largeurs équivalentes. En effet (i) le niveau du pseudo-continuum est mal défini car l'affaïssement du continuum est dû à l'aile de la bande dipolaire mais aussi aux ailes de raies fortes du méthane ; cette dernière cause a d'autant plus d'importance que l'atmosphère est diffusante ; ainsi, la mesure de la largeur équivalente d'une raie doit être évaluée très différemment selon que l'on considère une atmosphère claire (RLM) ou un nuage homogène (HCM) ; (ii) l'absorption due à l'hydrogène n'est pas constante sur tout l'intervalle spectral considéré ; cette variation affecte les paramètres tels que l'abondance "apparente" : l'abondance de méthane rencontrée par les photons en absence d'absorption par le méthane n'est pas la même suivant l'importance de l'absorption par l'hydrogène, dans une atmosphère diffusante.

Ainsi, l'étude des profils de raies s'avère être pratiquement la seule méthode d'analyse de la région de la bande $3\nu_3$ du méthane dans les spectres joviens. Nous présenterons d'abord, de manière non exhaustive, les possibilités et les limites de la technique du spectre synthétique. Nous développerons ensuite une méthode de calcul adaptée à cette technique. Si le calcul est aisé lorsque l'absorption dans les nuages est négligeable par rapport à l'absorption en atmosphère claire, il n'en est pas de même lorsque toute l'absorption a lieu dans le nuage. L'approximation de CURTIS-GODSON généralisée n'est pas satisfaisante au voisinage du centre d'une raie mais donne un excellent accord dans les ailes (cf. chap. I). Elle apparaît donc comme une bonne base de départ pour rechercher une approximation valable pour tout le profil. Nous présenterons la méthode de calcul dans un cadre tout à fait général ; nous conserverons, pour les illustrations, les modèles d'atmosphères décrits dans le chapitre I. Nous verrons ensuite son application aux spectres de Jupiter et de Saturne.

I - POSSIBILITES ET LIMITES

Nous ne nous sommes pas souciés jusqu'à présent de la convolution du profil d'une raie d'absorption par un profil instrumental. En effet, cette convolution ne modifie pas la mesure de la largeur équivalente d'une raie si la limite de résolution reste très petite devant l'intervalle spectral considéré. Par contre, le profil instrumental a une très grande importance lorsque l'on compare des profils synthétiques à des profils expérimentaux. Il importe donc de définir au départ quelques ordres de grandeurs concernant la résolution des spectres étudiés. Ceux-ci sont présentés dans le tableau page suivante.

La limite de résolution expérimentale $\Delta\nu$ est comparée à la demi-largeur de LORENTZ "apparente" $\alpha(\tilde{\nu}, r\tilde{P})$, c'est à dire celle qui serait déduite de l'étude de largeurs équivalente de raies isolées. Le rapport $\Delta\nu / \alpha(\tilde{\nu}, r\tilde{P})$ est très grossièrement égal à 2 pour les modèles moyens obtenus pour Vénus³ et Jupiter⁴ et ~ 10 pour le modèle moyen obtenu pour Saturne⁵.

De même, on peut s'inquiéter de savoir si le profil d'absorption est suffisamment bien représenté par un profil de LORENTZ et s'il n'y a pas lieu d'utiliser un profil de VOIGT tenant compte à la fois de l'élargissement de la raie par collisions et par effet DOPPLER. Les différences entre les largeurs équivalentes de raies de VOIGT et de LORENTZ ne sont notables que

Planète	Vénus	Jupiter	Saturne
Référence	DURTESTE ³ (1978)	BURIEZ et DE BERG ⁴ (1980)	BURIEZ et DE BERGH ⁵ (1980)
Région spectrale étudiée	8150-8210 cm ⁻¹	9045-9135 cm ⁻¹	9045-9135 cm ⁻¹
Limite de résolution expérimentale $\Delta\nu$	0,016 cm ⁻¹	0,09 cm ⁻¹	0,20 cm ⁻¹
$\alpha(\tilde{\nu}, r\tilde{P})$	$\sim 0,008$ cm ⁻¹	$\sim 0,05$ cm ⁻¹	$\sim 0,02$ cm ⁻¹
$\Delta\nu / \alpha(\tilde{\nu}, r\tilde{P})$	~ 2	~ 2	~ 10
$y = \alpha(\tilde{\nu}, r\tilde{P}) / \beta(\tilde{\nu})$	~ 1	~ 5	~ 2

pour les faibles valeurs du rapport $y = \alpha/\beta$, $(\beta \ln 2)^{1/2}$ est la demi-largeur

DOPPLER). Pour des raies formées le long d'un trajet homogène, JANSSON et KORB⁶ rapportent des écarts inférieurs à 5 % pour $y = 1$; 1,5 % pour $y = 2$ et 0,2 % pour $y = 5$. L'utilisation d'un profil de VOIGT pour l'étude des largeurs équivalentes de raies n'est donc pas indispensable, surtout pour les planètes joviennes (voir les rapports $\alpha(\tilde{\nu}, r\tilde{P}) / \beta(\tilde{\nu})$ dans le tableau précédent). Si, maintenant, on compare des profils synthétiques de raies de VOIGT et de LORENTZ formées le long d'un trajet homogène, on observe des écarts maximums entre les intensités relatives I_v / I_c égaux à 0,1 pour $y = 1$; 0,04 pour $y = 2$ et 0,007 pour $y = 5$; ceci pour une résolution infinie. Si l'on considère une fonction d'appareil triangulaire ayant une largeur à mi-hauteur égale à deux fois la demi-largeur de LORENTZ, les écarts précédents tombent respectivement à 0,03 ; 0,008 et 0,001. Ces écarts restent relativement faibles ; ils sont toutefois amplifiés dans le cas d'une atmosphère diffusante inhomogène. Nous utilisons donc le profil de VOIGT pour les profils synthétiques comparés aux profils observés. Mais, par souci de simplicité, nous conservons le profil de LORENTZ pour illustrer les possibilités et les limites liées aux profils de raies.

Comme pour l'étude des largeurs équivalentes de raies (chap. II) nous nous limiterons d'abord au cas idéal de raies isolées (définies sur un intervalle spectral théoriquement infini). Nous nous placerons ensuite dans le cas plus réaliste de raies non isolées.

a) - Raies isolées

Nous avons vu, dans le chapitre II, que l'étude des largeurs équivalentes de raies permet — dans le cas idéal de raies suffisamment isolées — de déterminer l'abondance de gaz absorbant "apparente" (ou abondance "moyenne") μ_1 et la demi-largeur de LORENTZ "apparente" $\alpha(\tilde{\theta}, r\tilde{P})$. Mais elle ne permet pas de déterminer séparément l'indicateur de diffusion r et la demi-largeur "moyenne" $\alpha(\tilde{\theta}, \tilde{P})$. Sur la figure 1, les profils de raies isolées correspondent à une même abondance μ_1 et une même demi-largeur $\alpha(\tilde{\theta}, r\tilde{P})$ pour les différents modèles d'atmosphères (RLM, TCM, HCM, DCM) déjà utilisés dans les chapitres I et II. A une intensité de raie $S(\theta)$ donnée, correspondent des largeurs équivalentes sensiblement égales pour les quatre modèles (les écarts restent inférieurs à 5 %). Trois valeurs représentatives du rapport $S(\theta) \mu_1 / \alpha(\theta, r\tilde{P})$ ont été sélectionnées : 0,3 (raie faible) ; 3 (raie intermédiaire) ; 30 (raie forte). Les profils sont convolués par une fonction triangulaire de largeur à mi-hauteur égale à deux fois la demi-largeur "apparente" de LORENTZ ($\Delta\nu/\alpha(\theta, r\tilde{P}) = 2$).

Cette figure 1 illustre de façon particulièrement frappante le titre de cette section : schématiquement, à droite de la figure, les "possibilités" et à gauche, les "limites". D'un côté, les profils correspondant à la couche réfléchissante (RLM) et au nuage homogène (HCM) sont très différents bien qu'ils correspondent aux mêmes valeurs de l'abondance μ_1 et de la pression "apparente" $r\tilde{P}$. De l'autre côté, les profils correspondant au modèle à deux nuages (TCM) et au nuage dispersé (DCM) sont très voisins bien qu'ils correspondent à une réalité très différente.

Les deux premiers modèles (RLM et HCM) correspondent à des valeurs de l'indicateur de diffusion très différentes : respectivement $r = 1$ et 0,35. Au contraire, les deux autres modèles (TCM et DCM) correspondent respectivement à 0,63 et 0,61. D'une façon générale, l'analyse des profils de raies permet de déterminer l'indicateur de diffusion r : dès que la distance au centre de la raie $(\nu - \nu_0)$ est grande devant la demi-largeur de LORENTZ, le rapport des intensités à la fréquence ν et dans le continu peut s'écrire de

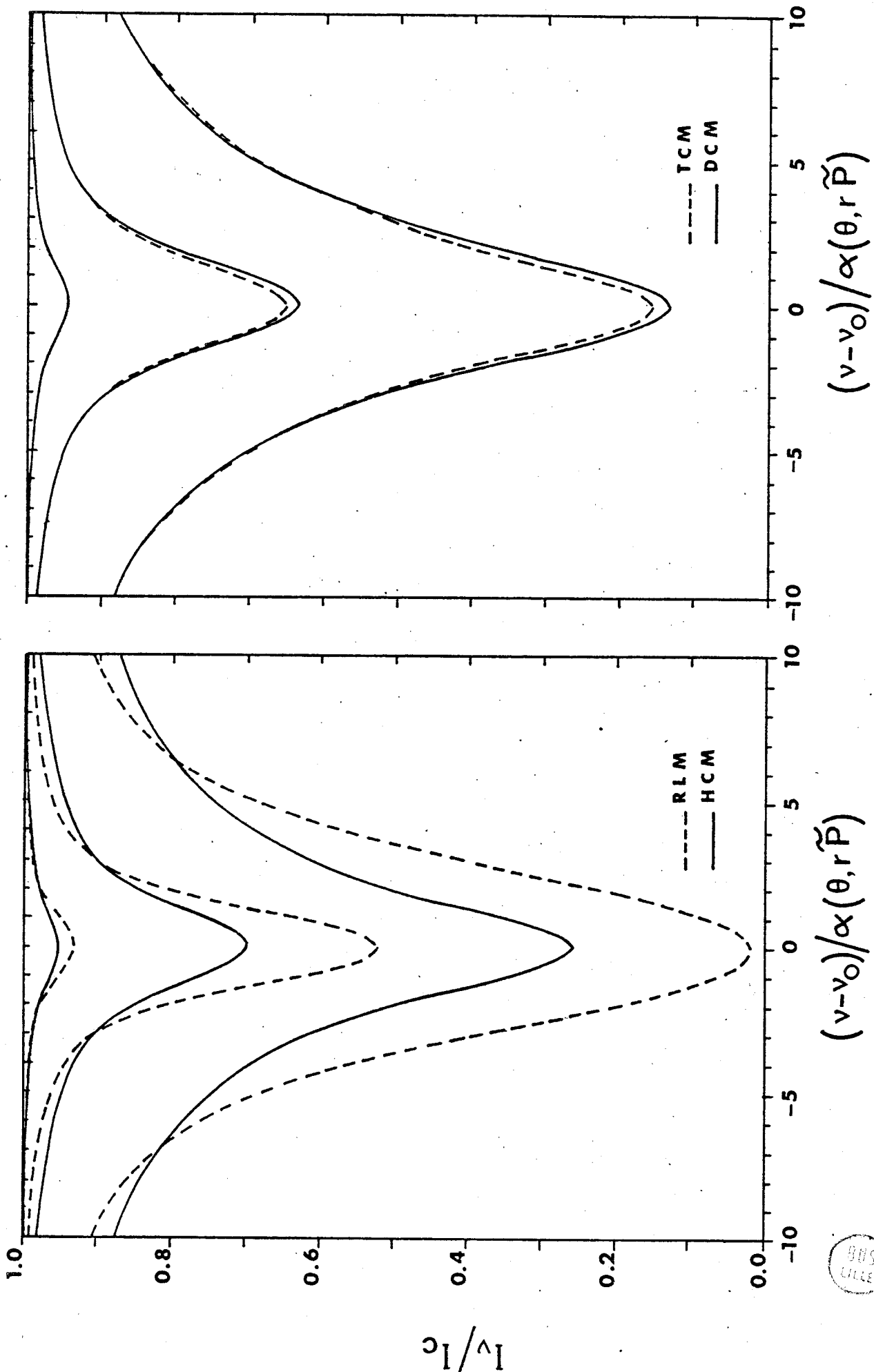


Figure 1 - Profils de raies pour $S(\theta) \mu_1/\alpha(\theta, r_P) = 0,3 ; 3 ; 30$ pour chacun des modèles d'atmosphère décrits dans le chapitre I. Les profils sont convolués par une fonction triangulaire de largeur à mi-hauteur $\Delta\nu = 2 \alpha(\theta, r_P)$.



façon quasi-exacte

$$\frac{I_v}{I_c} = \int_0^\infty p(\tilde{u}) \exp \left(- \frac{S(\tilde{\theta})}{\pi(\nu - \nu_0)^2} \alpha(\tilde{\theta}, \tilde{P}) \tilde{u} \right) d\tilde{u} , \quad (IV-1)$$

où $p(\tilde{u})$ est la distribution de l'abondance de gaz absorbant pondérée par la pression et la température (cf. chap. I).

En particulier, très loin dans les ailes, lorsque l'absorption devient faible, on obtient

$$\lim_{\substack{S(\tilde{\theta}) \rightarrow 0 \\ (\nu - \nu_0)^2}} \left(\frac{I_v}{I_c} \right) = 1 - \frac{S(\tilde{\theta})}{\pi(\nu - \nu_0)^2} \alpha(\tilde{\theta}, \tilde{P}) \tilde{\mu}_1 . \quad (IV-2)$$

L'analyse des ailes de raies permet de déterminer le produit $\alpha(\tilde{\theta}, \tilde{P}) \tilde{\mu}_1$. Les profils de raies permettent évidemment d'obtenir l'information contenue dans les largeurs équivalentes, c'est à dire les quantités $\mu_1 \simeq \tilde{\mu}_1$ et $\alpha(\tilde{\theta}, r\tilde{P}) = r \alpha(\tilde{\theta}, \tilde{P})$. Il est ainsi possible de déterminer l'abondance "moyenne" μ_1 , la demi-largeur de LORENTZ "moyenne" $\alpha(\tilde{\theta}, \tilde{P})$ et l'indicateur de diffusion r .

L'inversion de l'équation (IV-1) permet, en théorie, de déterminer non seulement le rapport $r = (\tilde{\mu}_{1/2}) / \tilde{\mu}_1$ mais aussi toute la fonction de distribution $p(\tilde{u})$. En pratique, l'inversion de la transformée de LAPLACE est mal conditionnée. Nous avons déjà souligné ce problème dans le chapitre I. Des calculs d'intensités ont été effectués pour un trajet homogène à l'aide de la fonction de DIRAC et à l'aide de la fonction de distribution approchée représentée sur la figure 1 du chapitre I. Bien que les deux distributions soient bien différentes, les écarts $\Delta I_v / I_c$ restent inférieurs à 5×10^{-5} (pour $I_v / I_c > 0,005$). La distinction entre les deux distributions nécessiterait donc un rapport signal / bruit à peu près 1000 fois supérieur à celui obtenu pour les spectres joviens étudiés. Il est donc, en pratique, impossible d'obtenir par inversion de l'équation (IV-1) la distribution $p(\tilde{u})$ exacte. Par contre, la détermination de quantités intégrées telles que les moments $\tilde{\mu}_1$ et $\tilde{\mu}_{1/2}$ est possible.

Nous n'avons fait appel, pour la détermination de l'indicateur de diffusion r , qu'à la forme des ailes des raies. Une information supplémentaire peut être obtenue à partir de la région centrale des raies : comparons les raies correspondant au modèle à deux nuages (TCM) et au modèle

du nuage dispersé (DCM) de la figure 1. Au centre des raies, les écarts ne sont pas dû au fait que les indicateurs de diffusion r soient légèrement différents. D'une façon qui peut paraître paradoxale, lorsque l'on ajuste le rapport P_1/P_2 (pression du 1er nuage / pression au sommet de 2e nuage) pour obtenir $r = 0,61$ comme pour le nuage dispersé, les écarts maximaux au centre des raies sont doublés : $\Delta I_{\nu}/I_c = 0,050$ pour $P_1/P_2 = 0,20$ (au lieu de $\Delta I_{\nu}/I_c = 0,025$ pour $P_1/P_2 = 0,25$). Ceci est lié au fait que la distribution $p(\tilde{\nu})$ n'est appropriée que pour les ailes, là où le coefficient d'absorption est proportionnel à la demi-largeur de LORENTZ α . Elle n'est pas appropriée pour le centre et les épaules de raies puisque le coefficient d'absorption diminue avec α pour $\nu - \nu_0 < \alpha$ puis augmente pour $\nu - \nu_0 > \alpha$. Au centre d'une raie "convoluée", il n'est pas possible de définir "un" coefficient d'absorption. L'information supplémentaire obtenue par l'analyse de la région centrale des raies ne peut donc pas s'exprimer d'une façon aussi simple que pour les ailes de raies. Cependant, à cause de la loi de variation du coefficient d'absorption en fonction de la pression, il est clair que cette information concerne les hautes couches de l'atmosphère alors que les ailes de raies sensibles au facteur $\tilde{\mu}_1 \propto \alpha(\tilde{\nu}, \tilde{P})$ sondent des couches plus profondes.

Il est hors de question d'espérer déterminer la structure réelle, extrêmement complexe, de l'atmosphère à partir des seuls profils de raies. Imaginons que la structure de l'atmosphère étudiée soit celle d'un nuage dispersé (DCM) et que les trois raies reportées sur la figure 1 soient des raies expérimentales. Essayons de faire coïncider les profils d'un modèle à deux nuages (TCM) avec ces profils "expérimentaux". La mesure des largeurs équivalentes fixe les paramètres μ_1 et $r\tilde{P}$. On peut encore ajuster le rapport des pressions P_1/P_2 et l'épaisseur optique τ_1 du premier nuage. Pour le cas de la figure 1 ($P_1/P_2 = 0,25$ et $\tau_1 = 1$), les écarts entre les profils synthétiques et "expérimentaux" ne sont significatifs (supérieurs au bruit expérimental) que si le rapport signal / bruit est supérieur à 40. Pour τ_1 fixé, le meilleur accord est obtenu pour $P_1/P_2 = 0,30$, cas où les écarts ne sont significatifs que pour $s/n > 100$. On pourrait encore améliorer cet accord en faisant varier τ_1 . Il n'est donc pas possible d'éliminer l'hypothèse de deux couches nuageuses denses distinctes. Du point de vue optique, ce modèle à deux nuages est une schématisation — grossière — du nuage dispersé. La figure 2 représente la relation entre la profondeur optique t_c (définie dans le continu) et la pression P pour les deux modèles (DCM et TCM) : nous

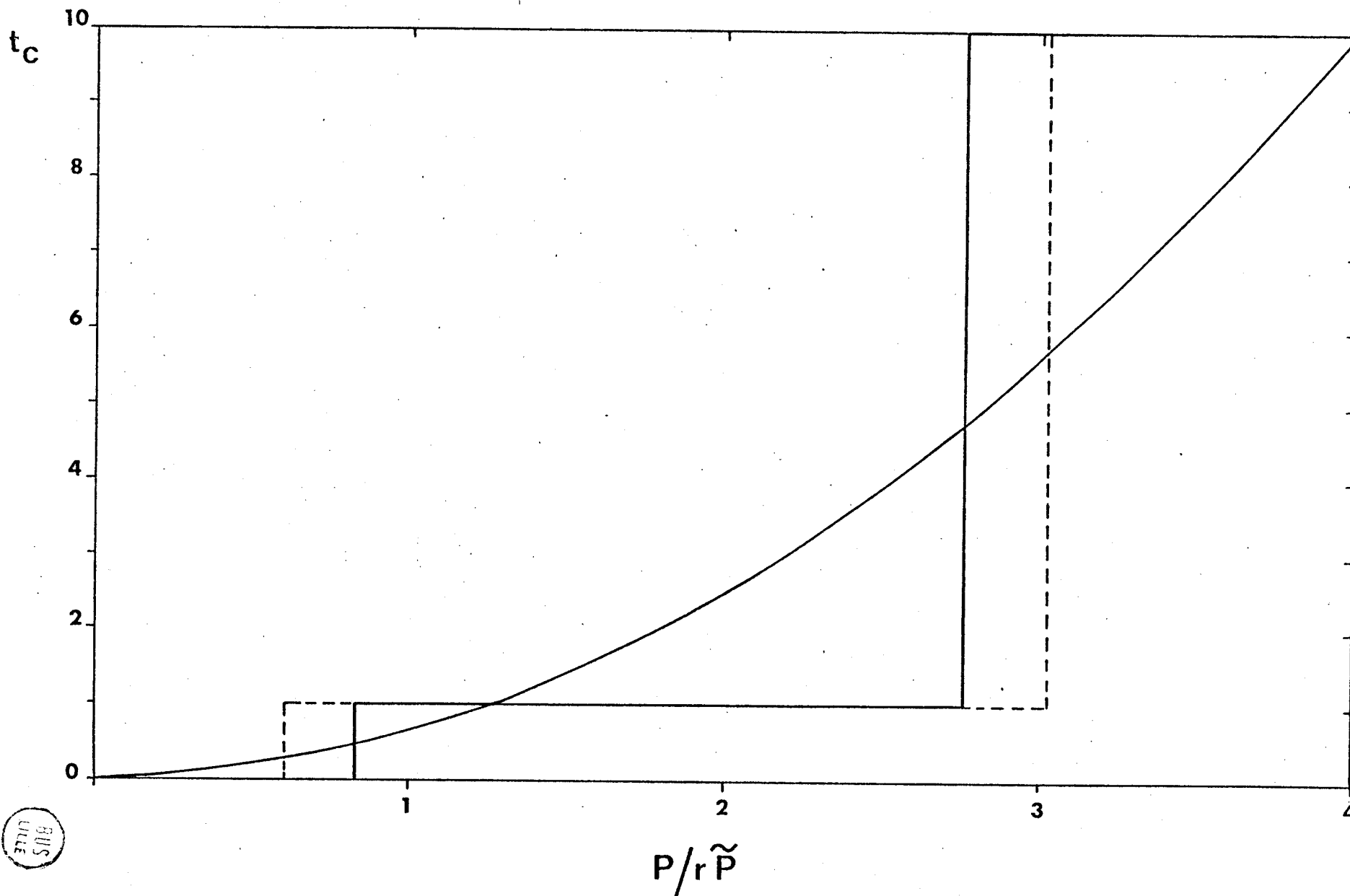


Figure 2 - Variation de la profondeur optique t_c en fonction de la pression P pour une pression apparente $r\tilde{P}$. La courbe continue correspond au nuage dispersé (DCM ; $H_p/H_g = 1/2$) ; les courbes en escaliers correspondent au modèle à deux nuages (TCM ; pressions P_1 et P_2) — $P_1/P_2 = 0,3$ et --- $P_1/P_2 = 0,2$.

avons reporté le cas où $P_1/P_2 = 0,20$ (cf. § précédent : même indicateur r que pour le nuage dispersé, et donc meilleur accord dans les ailes de raies) et le cas où $P_1/P_2 = 0,30$ (meilleur accord pour tout le profil) ; la courbe continue du nuage dispersé est approximée par les courbes en escalier des modèles à deux nuages ; la relation $t_c(P)$ est mieux approximée par le cas $P_1/P_2 = 0,30$ dans les hautes couches de l'atmosphère ; c'est pourquoi il donne un meilleur accord aux centres de raies.

En pratique, la technique du spectre synthétique permet d'éliminer un certain nombre de modèles d'atmosphère mais elle ne permet pas de déterminer "le" modèle d'atmosphère. Les différents modèles qui permettent l'accord entre spectre synthétique et spectre observé correspondent, du point de vue optique, à une schématisation — plus ou moins grossière suivant la qualité du spectre expérimental — de la structure réelle de l'atmosphère.

b) - Raies non isolées

Nous avons vu dans le chapitre II, que la largeur équivalente d'une raie est difficile à mesurer à cause d'un intervalle spectral toujours limité et d'un niveau continu souvent incertain. Ces inconvénients conservent-ils autant d'importance pour les profils de raies ?

Considérons d'abord le recouvrement des raies dans le cas d'un niveau continu connu. Si l'on utilise la technique de la courbe de croissance, il faut extrapoler dans les ailes la forme qu'aurait une raie si elle était isolée. Lorsqu'on calcule un profil synthétique, on prend en compte les raies voisines et il n'y a donc pas lieu de faire une telle extrapolation ; on analyse tout le profil expérimental ; en particulier la région de recouvrement des raies est favorable à la détermination du produit $\tilde{P}_{\mu_1}$, puisque, comme pour l'équation (IV-2), on peut écrire

$$\lim_{\substack{\tilde{k}_v \rightarrow 0 \\ \tilde{P} \rightarrow 0}} \left(\frac{I_v}{I_c} \right) = 1 - \left(\frac{\tilde{k}_v}{\tilde{P}} \right) \tilde{P}_{\mu_1} \quad (\text{IV-3})$$

avec

$$\frac{\tilde{k}_v}{\tilde{P}} = \sum_j \frac{S_j(\tilde{\theta})}{\pi(\nu - \nu_j)^2} \frac{\alpha_j(\tilde{\theta}, P_0)}{P_0} ; \quad (\text{IV-4})$$

la sommation sur j concerne toutes les raies du spectre ; P_0 est une pression de référence ($P_0 = 1 \text{ atm}$). Le recouvrement des raies n'entraîne pas de limitation dans la détermination des différents paramètres, sauf si l'on analyse un domaine spectral où l'absorption est si forte que l'on observe en tout point un affaïssement notable du continuum. Dans ce cas, le passage à la limite de l'équation (IV-3) est imprécis.

Un affaïssement du continuum rend en général difficile la localisation de celui-ci sur le tracé du spectre. Il en résulte une incertitude sur l'intensité dans les ailes de raies et donc sur les principaux paramètres physiques. La valeur de l'intensité aux centres des raies reste cependant peu modifiée et donc l'information concernant les très hautes couches de l'atmosphère est peu perturbée.

En conclusion, l'analyse des profils des raies est beaucoup plus riche en informations que la seule étude de leurs largeurs équivalentes. Le recouvrement des raies n'est pas "en soi" un handicap pour l'interprétation des profils alors qu'il en est un pour celle des largeurs équivalentes. Une analyse fine du spectre expérimental requiert toutefois une bonne détermination du niveau continu.

La technique du spectre synthétique ne permet pas de déterminer la structure réelle de l'atmosphère mais simplement une schématisation de celle-ci. L'utilisation de modèles très complexes ne peut être justifiée que si (1) de nombreux paramètres peuvent être fixés grâce à des mesures indépendantes de l'étude des profils de raies, (2) les spectres sont de qualité exceptionnelle à la fois en résolution et en rapport signal / bruit.

Si l'atmosphère étudiée est encore mal connue, il faut donc se contenter d'utiliser des modèles d'atmosphère très simples et rechercher des informations essentielles telles que : (i) quelle région de l'atmosphère sonde-t-on avec les spectres observés ? (la détermination de la pression "apparente" $r\tilde{P}$ ou la pression moyenne $\tilde{P}$ fournit une information intéressante) ; (ii) cette région de l'atmosphère est-elle très diffusante ? (r est un excellent indicateur) ; (iii) en particulier, la diffusion joue-t-elle un rôle important dans les très hautes couches de l'atmosphère ? (les centres de raies y sont essentiellement formés) ; (iv) éventuellement, quelle est la concentration du gaz absorbant ? (μ_1 est l'abondance "moyenne" de gaz absor-

bant).

II - METHODE DE CALCUL

La technique du profil synthétique nécessite de calculer le rapport des intensités I_v/I_c en tout point du spectre étudié. Malgré le développement de méthodes de résolution de l'équation de transfert, celles-ci ne sont pas actuellement adaptées à cette technique. En effet, prenons l'exemple précis des spectres joviens que nous avons étudiés ; l'intervalle spectral de 90 cm^{-1} est décrit avec un pas de $0,012 \text{ cm}^{-1}$ (pas nécessaire pour prendre en compte la convolution par la fonction d'appareil) ; il est hors de question de résoudre l'équation de transfert $90 / 0,012 = 7500$ fois pour chaque modèle envisagé !

Ce nombre peut être restreint : si le calcul exact de l'intensité réfléchie est effectué pour quelques fréquences judicieusement choisies, on peut interpoler les valeurs de l'intensité aux autres fréquences. Le profil d'une raie individuelle peut être assez bien décrit à partir d'une dizaine de points (~ 5 points, si elle est symétrique). Plus de 40 raies du méthane ont été étudiées ; ainsi, cette méthode nécessiterait encore de résoudre l'équation de transfert de 200 à 400 fois pour chaque modèle (c'est à dire à chaque fois que l'on change une caractéristique de l'atmosphère, ne serait-ce que la concentration en gaz absorbant).

Il a donc été nécessaire de développer une méthode de calcul approché, très rapide, adaptée à la technique du spectre synthétique. La nécessité de résoudre de nombreuses fois l'équation de transfert tient au fait que les processus d'absorption et de diffusion sont intimement liés dans les atmosphères diffusantes inhomogènes. Nous envisagerons donc d'abord deux cas extrêmes : (a) toute l'absorption a lieu en atmosphère claire (la séparation entre les phénomènes de diffusion et d'absorption est relativement simple), (b), toute l'absorption a lieu en atmosphère nuageuse. Nous verrons ensuite le cas du modèle "diffusant et réfléchissant" (RSM) qui est le modèle d'atmosphère inhomogène le plus couramment utilisé pour l'étude des planètes (voir, par exemple, pour Vénus, REGAS et al⁷⁻⁸ ; pour Jupiter, CLEMENTS⁹, WALLACE et SMITH¹⁰, COCHRAN¹¹, WEST¹² ; pour Saturne, MACY¹³).

a) - Toute l'absorption a lieu en atmosphère claire

Même pour le modèle le plus simple, celui de la couche réfléchissante (RLM), l'approximation de CURTIS-GODSON n'est pas adaptée à l'étude des spectres à haute résolution. La figure 4 du premier chapitre montre des écarts très importants entre le profil exact et le profil approché. La convolution de ces profils par une fonction d'appareil diminue les écarts $\Delta I_v / I_c$ maximums ; ils restent cependant de l'ordre de 0,05 pour une limite de résolution $\Delta v = 2 \alpha(\theta, \tilde{P})$.

Le profil exact peut être facilement calculé à partir de

$$I_v / I_c = \exp(-\eta \delta_v) \quad , \quad (IV-5)$$

où η est le facteur de masse d'air et δ_v l'épaisseur optique de la couche d'atmosphère claire au-dessus de la pression P_c de la surface réfléchissante

$$\delta_v = \int_0^{P_c} k_v(P, \theta) \quad c H^* \quad dP \quad . \quad (IV-6)$$

c est la concentration de gaz absorbant et H^* l'échelle de hauteur de pression ramenée à 273° K. Dans le cas particulier d'une raie de LORENTZ formée dans une atmosphère isotherme dans laquelle la concentration c reste constante, l'équation (IV-6) s'intègre analytiquement

$$\eta \delta_v = \frac{S \mu_1}{4\pi\alpha(\theta, \tilde{P})} \ln \left(1 + \left(\frac{2\alpha(\theta, \tilde{P})}{v-v_0} \right)^2 \right) \quad , \quad (IV-7)$$

avec $\tilde{P} = P_c/2$ et $\mu_1 = \eta \int_0^{P_c} c H^* \quad dP = 2\eta \quad c H^* \quad \tilde{P}$.

Dans le cas général, l'équation (IV-6) s'intègre numériquement en découpant la couche inhomogène d'atmosphère claire en plusieurs sous-couches homogènes.

Considérons maintenant le modèle à deux nuages (TCM). On suppose que les nuages sont suffisamment denses pour que l'absorption gazeuse y soit négligeable. Soient δ_{v1} et δ_{v2} les épaisseurs optiques des couches d'atmosphère claire situées respectivement au-dessus du premier nuage et entre les deux nuages

$$\delta_{v1} = \int_0^{P_1} k_v(P, \theta) \quad c H^* \quad dP \quad , \quad (IV-8)$$

$$\delta_{v2} = \int_{P_1}^{P_2} k_v(P, \theta) cH^* dP \quad . \quad (IV-9)$$

Un photon réfléchi dans le continu a une probabilité I_1 d'être réfléchi directement par le premier nuage. Autrement dit, I_1 est le rapport de l'intensité réfléchie dans le continuum par le premier nuage à l'intensité totale dans le continuum. Le rapport des intensités dans la raie et dans le continu peut être mis sous la forme

$$\frac{I_v}{I_c} = I_1 + \int_0^\infty p(\gamma) e^{-(2+\gamma)\delta_{v2}} d\gamma e^{-\eta\delta_{v1}} \quad (IV-10)$$

avec

$$\int_0^\infty p(\gamma) d\gamma = 1 - I_1 \quad . \quad (IV-11)$$

$p(\gamma)$ est la probabilité qu'a un photon réfléchi dans le continu d'avoir parcouru entre les deux nuages un trajet de longueur $(2+\gamma)d$, d étant la distance entre les deux nuages ($\gamma = 0$ correspond au trajet aller-retour minimal). Cette probabilité est fonction des caractéristiques des particules diffusantes (diagrammes de diffusion, épaisseurs optiques et albédos continus) et des conditions d'observations ; mais elle est totalement indépendante de l'absorption gazeuse. Elle peut être facilement calculée en inversant la transformée de LAPLACE de l'équation (IV-10) lorsqu'il n'y a pas d'absorption au-dessus du premier nuage. Cette inversion peut être effectuée à l'aide des approximations de PADE (cf. chap. I). Ainsi, il suffit de résoudre l'équation de transfert pour une dizaine de valeurs de δ_{v2} pour être en mesure de calculer l'intensité pour n'importe quel couple $(\delta_{v1}, \delta_{v2})$.

b) Toute l'absorption a lieu en atmosphère nuageuse

Nous venons de voir que dans le cas où toute l'absorption a lieu en atmosphère claire, la séparation entre les phénomènes de diffusion et d'absorption est relativement simple. Ce n'est plus le cas lorsque toute l'absorption a lieu en atmosphère diffusante. Le calcul du rapport I_v/I_c peut, cependant, être rapide lorsque le coefficient d'absorption peut être mis sous la forme $k_v(P, \theta) = \phi(P, \theta) \chi(\nu)$. C'est ce qui nous a conduit à

utiliser la distribution d'abondance "pondérée" (cf. chap. I). Si l'on se contente d'étudier les ailes des raies, on peut écrire

$$\frac{I_v}{I_c} \approx \int_0^{\infty} p(u') \exp(-k_v(P_o, \tilde{\theta}) u') du' , \quad (IV-12)$$

où u' est défini par Eq. (I-20) pour une température $\tilde{\theta}$ et une pression P_o arbitraires.

L'approximation de CURTIS-GODSON généralisée a consisté à rechercher l'accord non seulement dans les ailes de raies mais aussi pour les largeurs équivalentes des raies faibles. La pression de référence n'est plus arbitraire mais égale à la pression "moyenne" $\tilde{P}$, définie par Eq. (I-23). Le rapport I_v/I_c s'écrit alors

$$\frac{I_v}{I_c} \approx \int_0^{\infty} p(\tilde{u}) \exp(-k_v(\tilde{P}, \tilde{\theta}) \tilde{u}) d\tilde{u} , \quad (IV-13)$$

ou, d'une façon équivalente (cf. Eqs. (I-27-28))

$$\frac{I_v}{I_c} \approx \int_0^{\infty} p(u') \exp(-k_v(\tilde{P}, \tilde{\theta}) \frac{P_o}{\tilde{P}} u') du' . \quad (IV-14)$$

Cette approximation n'est pas appropriée pour le calcul de l'intensité près du centre de la raie (cf. chap. I figs 4 à 7). Pour le cas extrême du nuage homogène (HCM), on observe des écarts $\Delta I_v/I_c$ maximums $\sim 0,35$ pour une résolution $\Delta v = 2 \alpha(\theta, r\tilde{P})$.

L'approximation que nous proposons pour les profils de raies consiste à rechercher un accord à la fois pour les ailes de raies et pour les centres de raies "convoluées". Le rapport I_v/I_c est mis sous la forme

$$\frac{I_v}{I_c} \approx \int_0^{\infty} p(u') \exp(-k_v(P_v, \tilde{\theta}) \frac{P_o}{P_v} u') du' \quad (IV-15)$$

mais à la différence de l'approximation de CURTIS-GODSON (Eq. IV-14), la

pression P_v n'est plus une constante, mais une fonction du rapport I_v/I_c (*)

$$P_v^2 = \sum_{m=0}^M a_m \left(\frac{I_v}{I_c} \right)^m \quad (IV-16)$$

Les coefficients a_m sont déterminés à l'aide d'une méthode de moindres carrés de telle sorte que l'expression (IV-15) soit appropriée non seulement pour les ailes mais aussi pour les centres de raies isolées convoluées par le profil instrumental. Les détails de la méthode de calcul sont reportés en annexe B. La détermination de la fonction $p(u')$ et des coefficients a_m nécessite de résoudre l'équation de transfert environ 30 ou 40 fois. Il est alors possible de décrire toutes les raies du spectre étudié, en effectuant le calcul de I_v/I_c au moyen des Eqs. (IV 15 et 16) de façon itérative. Notons que si la concentration en gaz absorbant reste constante dans l'atmosphère, on peut faire varier cette concentration sans devoir résoudre à chaque fois l'équation de transfert. En effet, si la fonction de distribution a été déterminée pour une concentration c_o , elle est connue pour n'importe quelle autre valeur de c puisque la relation de normalisation de $p(u')$ impose

$$\{p(u')\}_c = \frac{c_o}{c} \{p(u')\}_{c_o} \quad (IV-17)$$

Cette approximation, définie par Eqs. (IV-15 et 16), a été testée pour les raies isolées formées dans le nuage homogène (HCM) et le nuage dispersé (DCM). La limite de résolution est $2 \alpha(\theta, r\tilde{P})$. La fonction P_v^2 est mise sous la forme d'un polynôme d'ordre $M \leq 3$; elle est reportée sur la figure 3. De même que $\tilde{P}$ était la pression de formation des raies faibles

(*) Nous avons approximé P_v^2 plutôt que P_v , car c'est P_v^2 qui intervient dans Eq. (IV-15). Ceci apparait de façon simple pour une raie de LORENTZ

$$k_v(P_v, \tilde{\theta}) \frac{P_o}{P_v} = \frac{S(\tilde{\theta}) \alpha(\tilde{\theta}, P_o)}{\pi \{ (\nu - \nu_o)^2 + \alpha^2(\tilde{\theta}, P_o) \left(\frac{P_v}{P_o} \right)^2 \}}$$

et reste valable pour une raie de VOIGT.

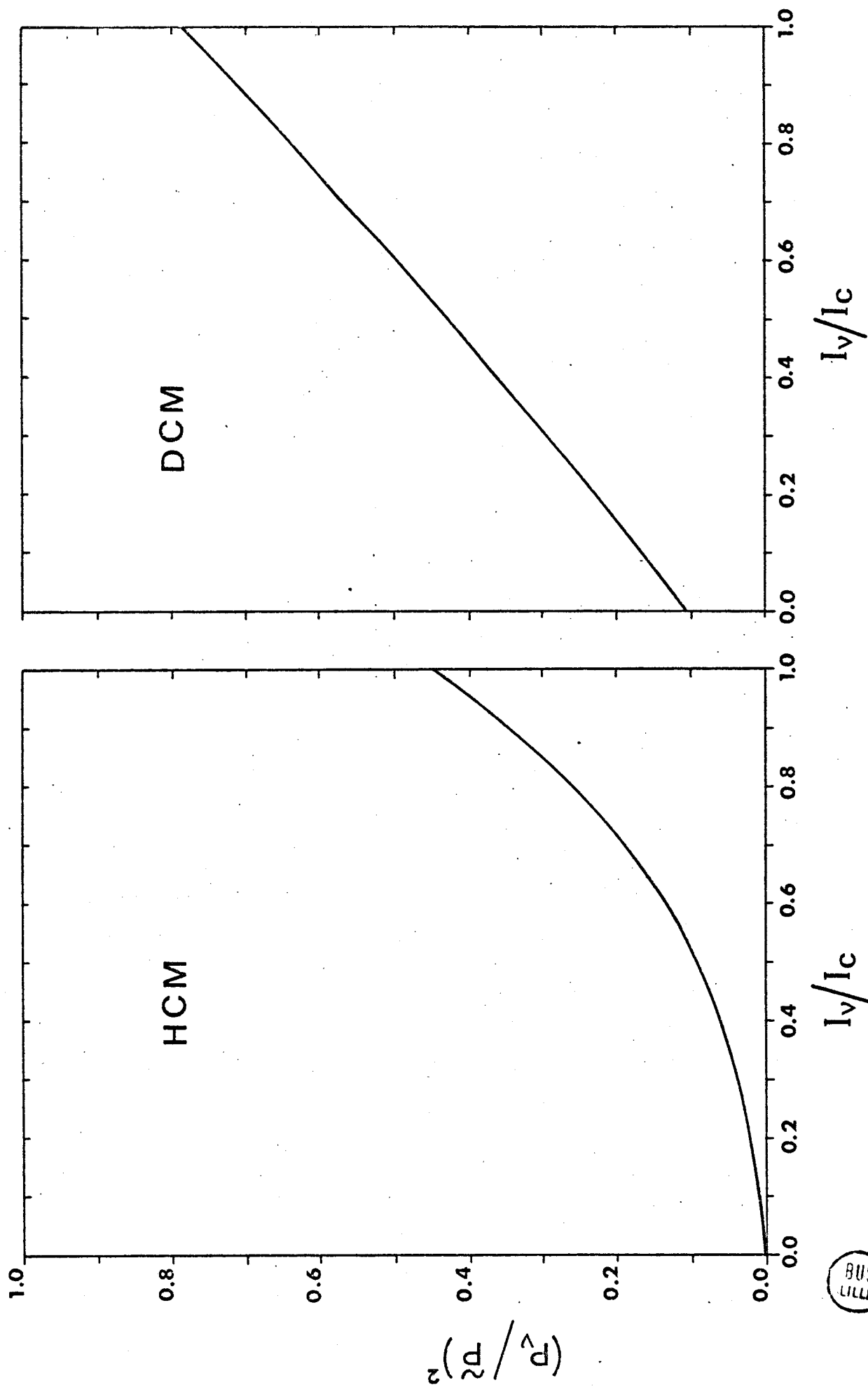


Figure 3 - Relation entre P_v et I_v/I_c (Eq IV-16) pour les nuages homogène (HCM) et dispersé (DCM) ; la limite de résolution est $\Delta v = \alpha(\theta, rP)$.

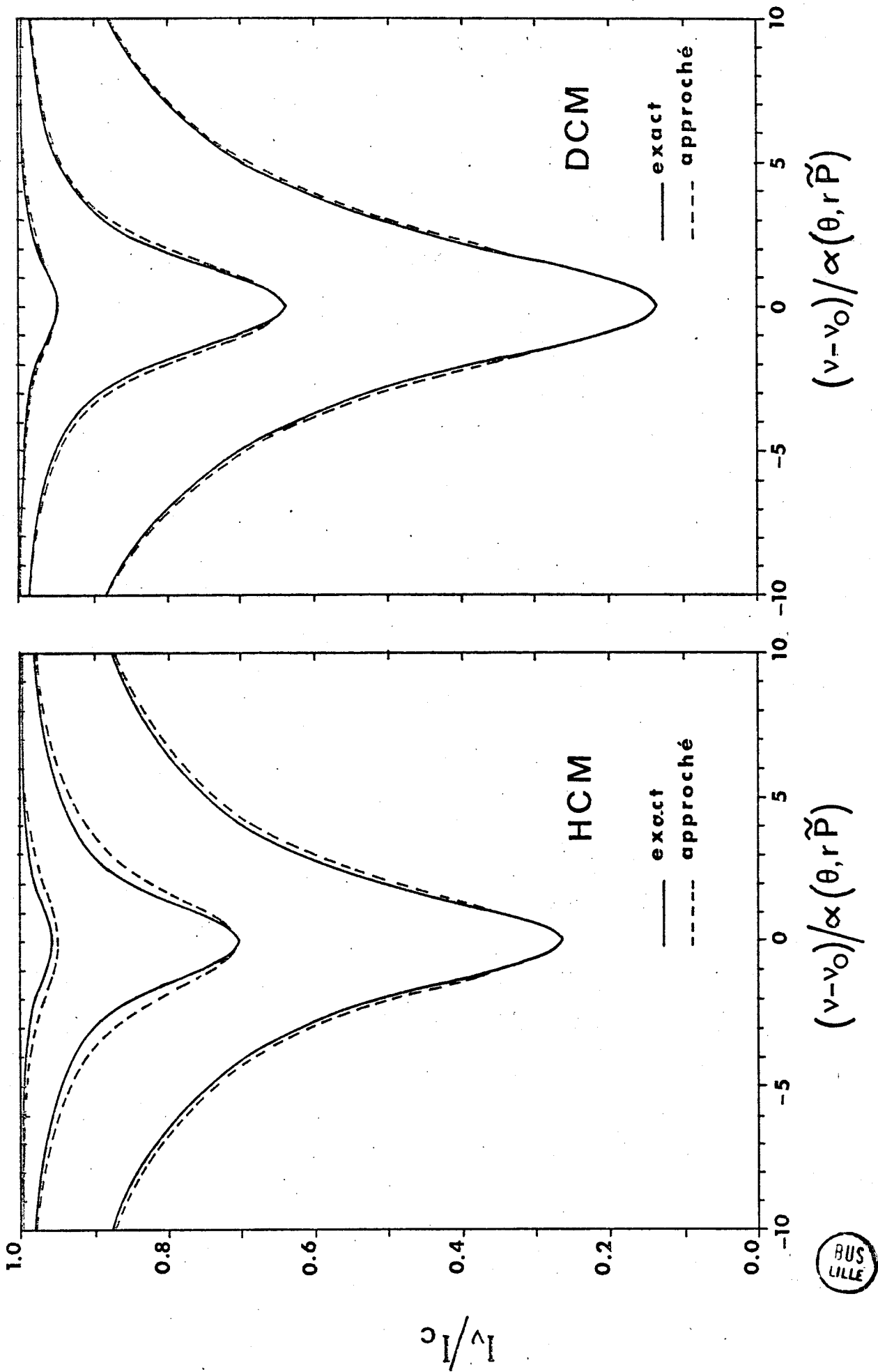


Figure 4 - Comparaison entre les profils exacts et les profils approchés (Eqs IV-15-16) pour les nuages homogène (HCM) et dispersé (DCM). $S(\theta) \mu_1/\alpha(\theta, r\tilde{P}) = 0,3$; 3 et 30. La limite de résolution est $\Delta v = 2\alpha(\theta, r\tilde{P})$.



(chap. I), P_v peut être considéré comme la pression de formation des centres de raies convoluées ("pression de formation" s'entend ici au sens large du terme) ; P_v correspond ainsi à des pressions inférieures à $\hat{P}$ (voir fig. 3).

Les profils approchés sont comparés aux profils exacts sur la figure 4. Les écarts $\Delta I_v/I_c$ sont toujours très faibles aux centres des raies (à cause de la définition de P_v^2) et dans les ailes (I_v/I_c y est pratiquement indépendant de P_v^2). Dans les épaules de raies, les écarts restent respectivement inférieurs à 0,035 et 0,025 pour n'importe quelle raie formée dans les nuages homogènes (HCM) et dispersé (DCM). De telles incertitudes sont comparables au bruit expérimental des spectres joviens étudiés ($s/n = 30$ pour Jupiter et 25 pour Saturne).

La précision de l'approximation dépend évidemment de la résolution spectrale. Par exemple, dans le cas du nuage homogène, l'incertitude $\Delta I_v/I_c$ maximale est trois fois plus grande si la résolution est dix fois meilleure. Une meilleure précision peut être obtenue si le domaine des intensités de raies étudiées est limité : l'étude de la bande du gaz carbonique à 8192 cm^{-1} sur Vénus¹ ne concerne que des raies fortes ; l'étude de la région de la bande $3 \nu_3$ du méthane sur Jupiter² et Saturne³ porte sur des raies fortes et des raies intermédiaires. La précision de la méthode est liée principalement à la prise en compte de l'absorption aux très faibles pressions (jusqu'à $P \sim 0$). Les modèles envisagés ici sont en fait des cas extrêmes.

Il est important de souligner que les écarts $\Delta I_v/I_c$ observés dans les épaules de raies ne sont pas aléatoires, mais toujours de même signe (car P_v^2 est trop faible). Lors de la comparaison entre spectre synthétique et spectre expérimental, il est intéressant de savoir que l'intensité approchée n'est en aucun cas supérieure à l'intensité exacte.

En toute rigueur, tout le spectre ne peut être décrit à l'aide de (Eq. IV-15) que si la distribution $p(u')$ est la même pour toutes les raies du spectre étudié. Elle dépend de la façon dont l'absorption varie en fonction de la température. Rappelons la définition de l'abondance "pondérée" u' (Eq. I-20)

$$du' \sum_k S_k(\tilde{\theta}) \frac{\alpha_k(\tilde{\theta}, P_0)}{\alpha_k(\tilde{\theta}, \tilde{P})} = du \sum_k S_k(\theta) \frac{\alpha_k(\tilde{\theta}, P)}{\alpha_k(\tilde{\theta}, \tilde{P})} \quad (IV-18)$$

En général, l'abondance "pondérée" u' n'est pas définie pour tout le spectre. Une seule distribution $p(u')$ est rigoureusement valable pour toutes les raies (i) soit si l'on se contente d'étudier des raies correspondant au même nombre quantique (par exemple les multiplets $R(5)$, $R(5)^*$ et $R(5)^{**}$ dans les spectres joviens ; (ii) soit si l'atmosphère peut être considérée isotherme ; dans ce dernier cas, l'équation (IV-18) se réduit à

$$du' P_0 = du P \quad (IV-19)$$

Nous avons vu, dans le § 1 de ce chapitre, qu'il n'était pas possible de connaître la structure réelle de l'atmosphère à partir des seuls profils de raies. En particulier, le profil de température $\theta(P)$ peut difficilement être obtenu à partir des profils de raies (dans le proche infra-rouge). Dans ces conditions, (i) ou bien on se contente de la détermination d'"une" température voisine de la température de rotation définie à partir des largeurs équivalentes de raies isolées (cf. chap II), (ii) ou bien on utilise un profil thermique obtenu à partir d'observations indépendantes (mesures dans l'infra-rouge lointain ou éventuellement mesures "in situ"). Dans l'hypothèse d'un modèle d'atmosphère non isotherme, il est encore concevable d'utiliser une seule distribution $p(u')$ —définie pour un nombre quantique "moyen"—à condition que la température de référence $\tilde{\theta}$, qui intervient dans les équations (IV-18 et 15), ne soit plus arbitraire. Prenons comme exemple le modèle d'atmosphère nuageuse de Vénus qui a servi d'illustration dans le chapitre II ; nous avons utilisé la même distribution $p(u')$ —définie pour la raie $P(20)$ —pour les raies $R(0)$, $P(10)$, $P(30)$ et $P(40)$; les écarts $\Delta I_v / I_c$ entre les intensités calculées à l'aide de cette distribution et à l'aide des distributions exactes restent $\lesssim 0,03$ si l'on choisit pour $\tilde{\theta}$ la température de rotation ($\tilde{\theta} \approx 245^\circ \text{ K}$) ; ils deviennent $\lesssim 0,01$ si l'on ajuste cette température de référence ($\tilde{\theta} \approx 230^\circ \text{ K}$). Cette dernière température est inférieure à la température de rotation parce que l'intensité aux centres des raies (formés très haut dans l'atmosphère) joue un rôle plus important pour l'analyse des profils de raies que pour celle des largeurs équivalentes. De même que P_v , $\tilde{\theta}$ pourrait être exprimé en fonction de I_v / I_c ; ceci n'est pas indispensable car l'approximation $\theta = \text{constante}$ est moins grossière que l'approximation $P = \text{constante}$.

c) L'absorption a lieu en atmosphère claire et en atmosphère nuageuse

Le modèle gravitationnel le plus fréquemment utilisé pour l'étude des atmosphères planétaires consiste en une couche d'atmosphère nuageuse recouverte d'une couche d'atmosphère claire. Pour un tel modèle "diffusant et réfléchissant" (RSM), le rapport des intensités dans la raie et dans le continu peut être mis sous la forme

$$\frac{I_v}{I_c} = \left(\frac{I_v}{I_c} \right)_{P > P_1} \exp(-\eta \delta_v) ; \quad (IV-20)$$

P_1 représente la pression au sommet de la couche nuageuse. L'épaisseur optique δ_v , définie par une équation du type (IV-8) est facilement calculée de façon exacte. La contribution des couches situées à des pressions supérieures à P_1 est prise en compte à l'aide de l'approximation développée précédemment (§b).

Rappelons que d'une part, la distribution $p(u')$ est définie pour les ailes et non pour le coeur de la raie, d'autre part, le centre de la raie est formée essentiellement aux faibles pressions. Le calcul exact de l'absorption dans les couches supérieures de l'atmosphère améliore ainsi fortement la précision du rapport I_v/I_c . Ceci est à rapprocher du fait que l'approximation de CURTIS-GODSON est mal adaptée au calcul de l'absorption aux faibles pressions ; nous avons déjà rapporté une incertitude $\Delta I_v/I_c$ maximale de l'ordre de 0,05 pour le simple modèle de la "couche réfléchissante" (RLM) pour des profils convolués (limite de résolution $\Delta v = 2\alpha(\theta, rP)$) ; cette incertitude est diminuée par un facteur 3 si seulement le 1/3 supérieur de l'atmosphère est pris en compte de façon exacte.

Ainsi pour l'étude des spectres joviens, nous avons pu obtenir dans la plupart des cas une précision $\Delta I_v/I_c \sim 0,01$. Dans le cas du spectre moins résolu de Saturne, on a même souvent pu choisir la pression P_v , définie pour la couche nuageuse, constante pour toutes les valeurs de I_v/I_c , en conservant cette précision.

III - APPLICATION AUX SPECTRES DE JUPITER ET SATURNE

L'étude des profils des raies du méthane au voisinage de $1,1 \mu$ est compliquée par la présence d'une absorption continue due à la bande dipolaire de l'hydrogène. L'épaisseur optique due à l'absorption moléculaire

est pour une couche d'épaisseur Δz

$$\Delta \delta_v = \sum_i k_{v_i}(P, \theta) \rho_{CH_4} \Delta z + s_v(\theta) \rho_{H_2}^2 \Delta z. \quad (IV-21)$$

ρ_G est la densité en unités d'Amagat du gaz G ; s_v est le coefficient d'absorption de la bande de l'hydrogène (voir DE BERGH et al² et les références correspondantes) ; k_{v_i} est le coefficient d'absorption de la ième raie du méthane. La distribution d'abondance "pondérée" est définie dans les ailes de raie, là où le coefficient d'absorption se ramène à

$$k_{v_i}(P, \theta) = \frac{S_i(\theta) \alpha(\theta, P)}{\pi(\nu - \nu_{oi})^2} = \frac{S_i(\theta) \alpha_o \left(\frac{\theta_o}{\theta}\right)^{1/2} P}{\pi(\nu - \nu_{oi})^2} \quad (IV-22)$$

avec $\alpha_o = 0,078 \text{ cm}^{-1}/\text{atm}$ à $\theta_o = 273^\circ \text{ K}$.

Si l'on suppose vérifiés l'équilibre hydrostatique et la loi des gaz parfaits, l'abondance du gaz G peut s'écrire

$$\rho_G \Delta z = C_G H^* \Delta P, \quad (IV-23)$$

C_G étant la concentration du gaz et H^* l'échelle de hauteur de pression ramenée à 273° K ; $H^* \Delta P$ est l'abondance totale de gaz (absorbant ou non) comprise dans la couche d'épaisseur Δz .

Les concentrations du méthane et de l'hydrogène peuvent être considérées constantes dans l'atmosphère. En tenant compte des Eqs (IV-22 et 23), l'équation (IV-21) peut être réécrite

$$\Delta \delta_v = f(\theta) P H^* \Delta P \quad (IV-24)$$

avec

$$f(\theta) = \sum_i \frac{S_i(\theta)}{\pi(\nu - \nu_{oi})^2} \alpha_o \left(\frac{\theta_o}{\theta}\right)^{1/2} C_{CH_4} + s_v \frac{\theta_o}{\theta} C_{H_2}^2 \quad (IV-25)$$

Ainsi, puisque l'on est en présence de deux gaz absorbants, il est plus commode d'utiliser la distribution de l'abondance de gaz total pondérée par la pression P et la fonction $f(\theta)$. Notons cette abondance "pondérée" v' . On a la relation simple

$$p(v') = p\left(\frac{u'_G}{C_G}\right) = C_G p(u'_G) \quad (IV-26)$$

Pour les différents modèles dans lesquels l'absorption a lieu en atmosphère nuageuse, cette fonction a pu être calculée par la méthode décrite dans le chapitre I. Les calculs ont été effectués pour des raies de nombre quantique $J = 5$. Pourvu que la température $\bar{\theta}$ de référence soit bien représentative de la couche nuageuse (cf § 2b), cette fonction $p(v')$ est bien adaptée au calcul de l'absorption par n'importe quelle raie du méthane ($0 \leq J \leq 7$) et par la bande dipolaire de l'hydrogène, quelque soit le rapport CH_4/H_2 .

Malgré son efficacité, la méthode générale décrite en § 2b-c est moins précise et moins rapide que celle qui a été développée pour les modèles dans lesquels l'absorption a lieu uniquement en atmosphère claire (§ 2-a). Aussi un travail préliminaire à la comparaison entre spectres synthétiques et spectre expérimental a été nécessaire. Il a consisté à étudier la déformation des profils de quelques raies représentatives du spectre en fonction des principaux paramètres d'un modèle d'atmosphère. Cette analyse préliminaire et les résultats obtenus à l'aide des spectres synthétiques sont présentés dans les deux articles inclus à la suite de ce chapitre.

R E F E R E N C E S

- 1 - MARGOLIS J.S., FOX K., Astrophys. J. 157, 935 (1969).
- 2 - DE BERGH C., LECACHEUX J., COMBES M., MAILLARD J.P., Astron. Astrophys. 35, 333 (1974).
- 3 - DURTESTE Y., Diplôme d'études approfondies, Université de Lille (1978).
- 4 - BURIEZ J.C., DE BERGH C., Astron. Astrophys. 83, 149 (1980). (inclus dans ce travail).
- 5 - BURIEZ J.C., DE BERGH C., Astron. Astrophys. (1981), in press (inclus dans ce travail).
- 6 - JANSSON P.A., KORB C.L., J.Q.S.R.T. 8, 1399 (1968).
- 7 - REGAS J.L., GIVER L.P., BOESE, R.W., MILLER J.H., Astrophys. J. 173, 711 (1972).
- 8 - REGAS J.L., GIVER L.P., BOESE, R.W., MILLER J.H., Icarus 24, 11 (1975).
- 9 - CLEMENTS A.E., Ph. D. thesis, Univ. of Arizona, Tucson (1974).
- 10 - WALLACE L., SMITH G.R., Astrophys. J. 212, 252 (1977).
- 11 - COCHRAN W.D., Icarus 31, 325 (1977).
- 12 - WEST R.A., Icarus 38, 34 (1979).
- 13 - MACY W., Icarus 32, 328 (1977).

Methane Line Profiles near $1.1\ \mu$ as a Probe of the Jupiter Cloud Structure and C/H Ratio

J. C. Buriez¹ and C. de Bergh²

¹ Laboratoire d'Optique Atmosphérique (ERA 466), Université des Sciences et Techniques de Lille, F-59650 Villeneuve d'Ascq, France

² Observatoire de Meudon, F-92190 Meudon, France

Received April 11, 1979

Summary. Recent laboratory measurements have allowed us to study the line profiles due to methane absorptions near $1.1\ \mu$ in the spectrum of Jupiter by considering not only the strong lines of the $3\nu_3$ band but also many other lines of weaker intensities. Profiles of more than 40 lines of CH_4 within the same spectral interval are analyzed in a high-resolution interferometric spectrum of Jupiter recorded by Connes and Maillard in 1974. The absorption by the dipole band of hydrogen in the same spectral region is taken into account.

Scattering models with one and two clouds are investigated. Based on line shape considerations, we find that, for all models studied, the radiation at $1.1\ \mu$ comes essentially from pressure levels higher than $1.5\ \text{atm}$ and that a large number of scattering particles quite high in the atmosphere ($P \sim 0.2\ \text{atm}$) is required. The C/H ratios derived are of the order of $(1.5 \pm 0.7) 10^{-3}$, corresponding to 3.2 ± 1.5 times the solar value given by Lambert (1978).

Key words: Jupiter – planetary atmospheres – scattering

Introduction

The manifolds of the R -branch of the $3\nu_3$ band of CH_4 in spectra of Jupiter have been used since 1969 (see reviews of Ridgway et al., 1976 and Wallace and Huntten, 1978) for estimates of CH_4 abundance and atmospheric pressures and temperatures. It is, actually, the only spectral range in the near infrared from which such measurements could be made.

The analyses made with the assumption that some reflecting level exists in the atmosphere gave rather consistent results in the sense that an effective pressure and a rotational temperature could be defined. Bergstrahl, in 1973, did not obtain a much better agreement when he used scattering models instead of a reflecting layer model to interpret center-to-limb variations of the equivalent widths of the manifolds of the R -branch of the $3\nu_3$ band recorded on photographic plates as well as with a photoelectric scanner. Later on, in a jovian interferometric spectrum recorded in 1974 under higher resolution by Connes and Maillard (limit of resolution: $0.09\ \text{cm}^{-1}$), several indications of the inadequacy of the RLM to explain the experimental line profiles were observed: the $R6$ and $R7$ manifolds had narrower line widths than the $R0$ and $R1$ lines, and there was some filling in of the strongest manifolds like $R2$ and $R3$ (de Bergh et al., 1976). In addition, the "interlopers" between the R -manifolds clearly corresponded

to higher CH_4 abundances than the R -manifolds of the $3\nu_3$ band (Combes et al., 1977).

In 1976 a set of high resolution laboratory spectra of CH_4 – CH_4 and CH_4 – H_2 at room temperature and at low temperatures was recorded with a Fourier Transform Spectrometer at Meudon (Maillard and de Bergh, 1977). Combes and Encrenaz (1979) selected in the Connes and Maillard spectrum of 1974 near $1.1\ \mu$ some isolated lines of the "interlopers" which did not seem to vary in intensity with temperature and showed that "apparent abundances" in the RLM hypothesis deduced from line depth measurements of lines of different intensities increased regularly as the line intensities decreased, and that this "law of variation" could be extrapolated to the weaker absorptions in the visible range, although the error bars are quite large in the visible.

An analysis of the whole spectral region around $1.1\ \mu$ in the interferometric laboratory spectra recorded at Meudon has been made recently (Pierre et al., 1979) and most of the observed lines in the laboratory spectra have been assigned rotationally. Intensity and line broadening measurements have been done in parallel (de Bergh et al., 1979). It has, therefore, become possible to use many other line profiles near $1.1\ \mu$, in addition to the R -manifolds of the $3\nu_3$ band, to determine atmospheric parameters in the jovian planets. Widely different CH_4 line intensities allow the planetary atmosphere to be probed over a large vertical extent.

In this paper, we use these new laboratory results to interpret the Jupiter interferometric spectrum recorded in 1974 by Connes and Maillard. The analysis is made by computing synthetic line profiles corresponding to various types of scattering models and comparing them with the observed profiles, using the H_2 pressure-induced absorption to fix the range in pressures at the top of the lower cloud deck. As the lines are pressure-broadened, we obtain CH_4 abundances and atmospheric pressures simultaneously.

The main results are, first, that, for all models considered, there is need for scattering particles rather high in the atmosphere ($\sim 0.2\ \text{atm}$), at least at the time where the observations were made. There is also indication that, in any case, almost all the radiation at $1.1\ \mu$ cannot come from very deep in the atmosphere ($P < 1.5\ \text{atm}$). For all models, CH_4 concentrations of: $(2.6 \pm 1.2) 10^{-3}$ were obtained, which correspond to C/H ratios 3.2 ± 1.5 times the solar ratio of Lambert (1978).

1. The Data

1.1. Planetary Spectrum

The jovian spectrum analyzed here was recorded at Mt Palomar in 1974 by Connes and Maillard. Experimental details have been

Send offprint requests to: C. de Bergh

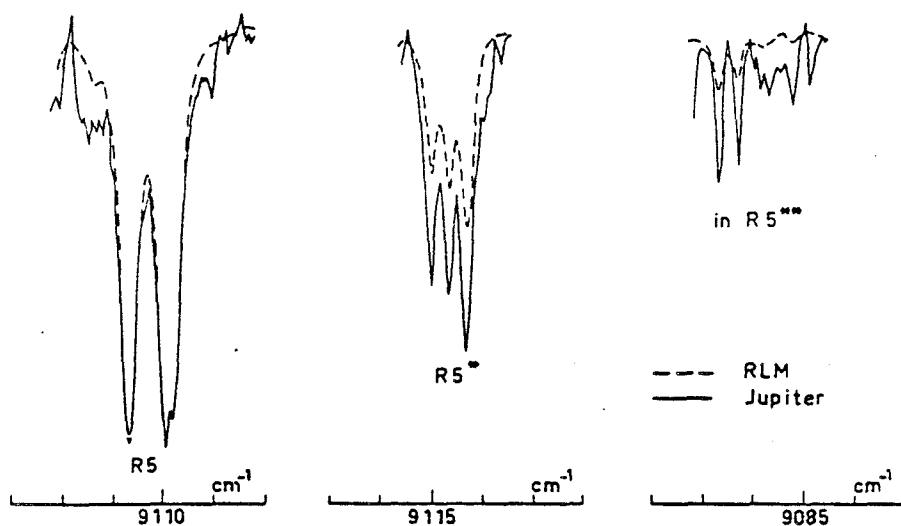


Fig. 1. Comparison between selected line profiles in the spectrum of Jupiter and profiles in a laboratory spectrum of CH_4 recorded for $P=500$ Torr, $l=64$ m and $T=150^\circ$ K. The resolution of the laboratory spectrum of CH_4 is similar to the resolution of the spectrum of Jupiter

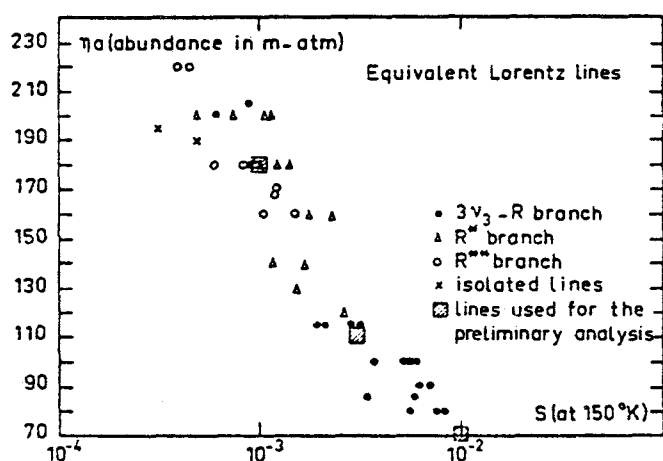


Fig. 2. Apparent CH_4 abundance as a function of the line intensity (at 150° K) for the lines observed in the spectrum of Jupiter near 1.1μ . The lines are assumed to be Lorentzian. In order to obtain good fits with the observed profiles, the line widths of the synthetic spectra had to be varied from 0.11 cm^{-1} for the strongest lines to 0.05 cm^{-1} for the weakest lines

given elsewhere (de Bergh et al., 1976). With an instrumental resolution of 0.05 cm^{-1} , a signal-to-noise ratio ($S/2\sigma$) near 1.1μ of 30 was obtained in 1 h and 30 min. The Doppler broadening is relatively small as the slit was only $4''$ wide. The slit was kept centered along the central meridian by using an image rotator for guiding. The height of the slit was $20''$, which means that tropical belts and zones were included. The seeing was approximately $2''$ and was taken into account when computing synthetic spectra. A Moon spectrum was used for calibration, as explained in de Bergh et al. (1976).

2. Laboratory Data

More than 40 lines of methane were used in this analysis. They include lines of the R -branch of the $3\nu_3$ band, lines of the two other vibration bands identified by Pierre et al. (1979) and a few

weak isolated lines. The intensities were measured on a CH_4 spectrum at 50 Torr pressure (de Bergh et al., 1979). Those of the R -branch of the $3\nu_3$ band agree well with Bergstrahl and Margolis (1971) intensities up to $R=4$. For $R \geq 5$, de Bergh et al. (1979) obtain larger intensities. To take into account the weak lines present in the wings of the studied lines, we applied some corrections to the intensities measured by de Bergh et al. (1979); indeed, under the jovian atmospheric conditions, these lines, which are extremely weak in a 50 Torr and 64 m path length laboratory spectrum, affect significantly the CH_4 line profiles. In some cases we added lines in the wings of our synthetic line profiles, in other cases we only increased globally the intensities of the studied lines. The adequacy of these corrections was checked by comparing synthetic spectra with laboratory spectra at various pressures and abundances. It is very important to take properly into account all these minor absorption lines which, in Jupiter, are strongly reinforced.

We verified that the frequency shifts due to pressure observed in laboratory spectra of $\text{CH}_4\text{-H}_2$ mixtures (Maillard and de Bergh, 1977) could not affect the line profiles in the jovian interferometric spectrum analyzed here.

The broadening coefficients were found to be the same for all lines of the studied range (de Bergh et al., 1979). We used in this analysis the $\text{CH}_4\text{-H}_2$ broadening coefficient that Varanasi et al. (1973) obtained for the $2\nu_3$ band. There is, however, indication, from the Maillard and de Bergh (1977) laboratory spectra that the dependence on temperature is stronger for the $3\nu_3$ band. But the effect of this difference on our results is not very important. It would result only in a slight change in the cloud pressures we obtain (by less than 20%).

The H_2 laboratory data used in the present analysis are the same as in de Bergh et al. (1974).

II. Inadequacy of the Reflecting Layer Model

In the previous analysis of the R -branch of the $3\nu_3$ band in this same Jupiter spectrum (de Bergh et al., 1976) it was found that the reflecting layer model led to a CH_4 abundance of $\eta a = 110 \pm 12$ m.am. (with $\eta=2.1$), a rotational temperature of $175 \pm 10^\circ$ K and an effective pressure of 0.9 atm. With the revised intensities of the R -branch of the $3\nu_3$ band we have obtained (see Part I), we

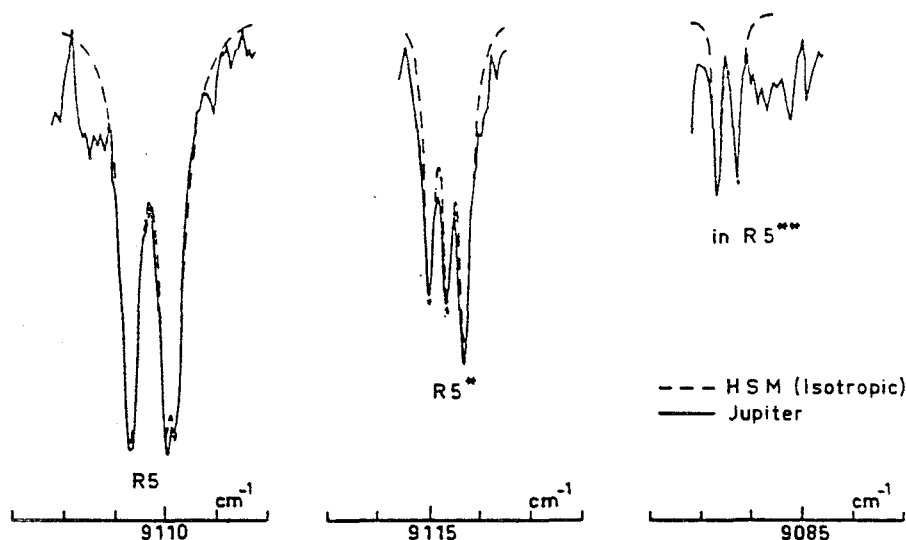


Fig. 3. Comparison between selected line profiles in the spectrum of Jupiter and synthetic spectra computed for isotropic HSM with $P=0.5$ atm, $T=150^\circ$ K, a CH_4 specific amount of 28 m-am and $\bar{\omega}_c=0.99$

now find that a rotational temperature closer to 150° K is more appropriate.

But, if we compare the spectrum of Jupiter with a laboratory spectrum of CH_4 which gives a good fit for the R -branch manifolds of the $3\nu_3$ band, we see that the weaker CH_4 lines present in the same range are much stronger in the spectrum of Jupiter than in the laboratory spectrum (see Fig. 1). We show in Fig. 2 what we obtain in terms of apparent abundance from fitting the experimental line profiles near 1.1μ with lorentzian profiles. We find that, first, it is necessary to increase the CH_4 abundance as the line intensities decreased (as had already been observed by Combes and Encarnaz, 1979), and, second, that the line widths themselves have to be decreased with decreasing intensities in order to obtain good fits (from about 0.11 cm^{-1} for the strongest lines to about 0.05 cm^{-1} for the weakest lines). When intensities at 150° K are used, there is no clear dependence on the J values.

Any scattering model of the Jupiter atmosphere should therefore produce this type of behaviour which was established by studying 42 line profiles near 1.1μ .

It is interesting to note that the simplest scattering model (isotropic homogeneous scattering model-H.S.M.) produces effects in the right direction, as shown on Fig. 3. A very good agreement between observed and synthetic profiles is obtained for a temperature of 150° K and a pressure of 0.5 atm. The cores of all the R -manifolds of the $3\nu_3$ band fit much better with a H.S.M. than with the R.L.M. But, such an atmospheric model is unrealistic.

III. The Atmospheric Parameters

1. Gases

The temperature profile we used is an average temperature profile taken from Gautier et al. (1979) who deduced thermal profiles in Jupiter by inverting far infrared spectral measurements. We assumed that the temperature at the tropopause is $110 \pm 10^\circ$ K and that the pressure at the tropopause level is 0.2 ± 0.1 atm.

The CH_4/H_2 concentration was kept constant in the atmosphere, but the eventuality of a depletion of CH_4 high in the atmosphere was also considered.

The value of the ratio $[\text{H}_2]/[\text{H}_2 + \text{He}]$ used in this paper is 0.88 (see., e.g., Orton, 1975a, b and Gautier et al., 1977).

2. Particles

The scattering particles can be characterized by three parameters: the phase function, the scattering continuum albedo, and the altitude distribution.

a) Phase function

No direct measurement has been made near 1.1μ which would allow us to know which phase function is appropriate for the $3\nu_3$ region. The phase function has to be extrapolated from measurements in the visible. Morozhenko and Yanovitskii (1973) [M. and Y., by abbreviation] have made polarization measurements, in the range 0.373 – 0.800μ , for the disk of Jupiter and at its center. They assumed that the particles were spherical and deduced, using the Mie theory, a refractive index of about 1.36 and a size distribution:

$$n(r) = \frac{n_0}{r} \exp\left(-\frac{\ln^2 r/r_0}{0.6}\right)$$

with a mean radius $r_0 \approx 0.19 \mu$. Such characteristics obtained with the Mie theory allow us the determination of the phase function at any wavelength. Figure 4 shows the phase function at 1.1μ computed with the M. and Y. (1973) parameters.

Recently, Tomasko et al. (1978) [T. et al., by abbreviation] determined phase functions for the cloud particles from photometric observations of Pioneer 10 at various phase angles. The phase functions can be expressed by an Henyey-Greenstein form at two terms:

$$P(\theta) = f_1 P(g_1, \theta) + (1 - f_1) P(g_2, \theta),$$

where

$$P(g, \theta) = (1 - g^2)/(1 + g^2 - 2g \cos \theta)^{3/2},$$

θ is the scattering angle and g is the anisotropy parameter:

$$g = \langle \cos \theta \rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} P(\theta) \cos \theta d(\cos \theta).$$

The coefficients f_1 , g_1 , and g_2 vary with the spectral range, but these variations are small between 0.390 – 0.500μ and 0.595 – 0.720μ . Additional small variations are also seen between the

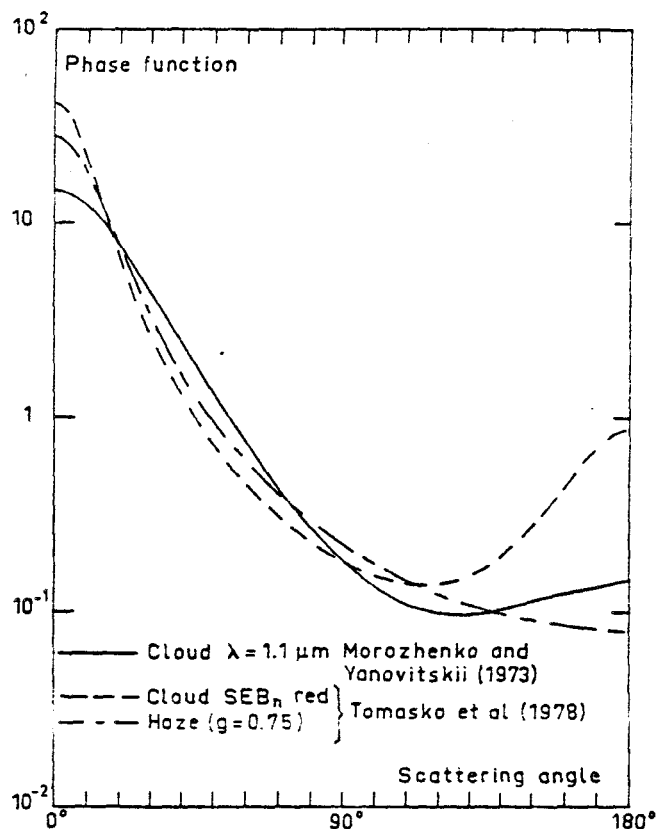


Fig. 4. The two phase functions used in this paper: Morozhenko and Yanovitskii (1973) at 1.1μ and Tomasko et al. (1978) for the SEB_n in the red; the phase function corresponding to the haze proposed by Tomasko et al. (1978) is also shown in the figure

$STrZ$ and the SEB_n . The coefficients for the SEB_n are, in the red, $f_1 = 0.938$, $g_1 = 0.80$, and $g_2 = -0.65$; the corresponding phase function is shown in Fig. 4.

The anisotropy parameters of the M. and Y. (1973) phase function and of the T. et al. (1978) phase function have very similar values, respectively 0.74 and 0.71; nevertheless, the line profiles may be quite different, as will be shown further.

In fact, it is not possible to decide which phase function may be the most appropriate here. The characteristics of the particles determined by M. and Y. (1973) may be inappropriate (see Kawabata and Hansen, 1975 and Kawabata and Hansen, 1976) while the T. et al. (1978) phase function corresponds to measurements in the visible of center-to-limb variations which may be very sensitive to horizontal inhomogeneities.

However, we have noticed that, for the incident and emergent conditions corresponding to the spectrum of Jupiter analyzed here, the line profile computed for the M. and Y. (1973) phase function is always deeper than, and that computed for the T. et al. (1978) phase function is always shallower than the profile corresponding to isotropic scattering, if the absorption coefficient is properly scaled to match the regions of weak absorptions. As a consequence, we carried out the computations for each of the two phase functions and assumed that we could reasonably exclude the atmospheric conditions for which no agreement could be obtained for both phase functions.

b) Continuum Scattering Albedo

Few reflectivity measurements of Jupiter have been made near 1.1μ , and those of Pilcher et al. (1973) must be used with caution (see Pilcher and Kunkle, 1976). By extrapolating corrections in the visible, Wallace and Smith (1977) estimated that the reflectivity varies between 0.67 and 0.76, depending on the region of the disk considered. These values agree reasonably well with recent measurements of Woodman et al. (1979). We used here a continuum albedo $\bar{\omega}_c = 0.995$ for the M. and Y. (1973) phase function and a continuum albedo $\bar{\omega}_c = 0.99$ for the function of T. et al. (1978); the reflectivities are in very close agreement for the conditions of the observed spectrum (0.719 and 0.722, respectively). These reflectivities correspond to a total absence of gaseous absorption, i.e. absence of absorption due to both methane and hydrogen.

We will see in the next part that the continuum albedo will be less important in the study of line profiles than the phase function.

We note here that this reflectivity would be decreased by the presence of a haze above the cloud, with the characteristics suggested by Tomasko et al. (1978); the anisotropy factor of the Henyey-Greenstein function would be $g \sim 0.75$ (Fig. 4), the albedo $\bar{\omega}_c \sim 0.95$ and the optical thickness $\tau_c < 0.5$. The reflectivity would then be less than 12% smaller than in the absence of the haze (for our observational conditions).

c) Altitude Distribution

The altitude of the top of the visible clouds in Jupiter is still controversial. Estimates range from pressures of 0.2–0.3 atm (Wallace and Smith, 1977) to pressures of 0.4–0.7 atm (Sato and Hansen, 1979).

As we have already mentioned, Tomasko et al. (1978) suggest, above these clouds, a haze of optical thickness between 0.1 and 0.5. West (1979) obtains an optical thickness of $3/8$. This haze, which plays an important role in center-to-limb variations, has much less influence on line profiles at the center of the disk of Jupiter. Indeed, in the extreme case of a haze of optical thickness 0.5 (the other characteristics being those of Tomasko et al., 1978), the intensity ratios I_c/I_e differ by less than 0.025 from the intensity ratios computed with no haze (for our observational conditions).

So, without rejecting the possibility that such a haze may be present, we will neglect its influence on the computed line profiles at the center of the disk of Jupiter.

IV. The Method

Because of the various uncertainties and the numerous parameters which play a role in the computation of the synthetic profiles, the analysis made here was limited to the most simple vertically inhomogeneous scattering models.

The first models considered here were ones with a single cloud for which there is absorption above and within. The method of successive orders of scattering (see, e.g., Lenoble, 1977) was used with a 24-point Gaussian quadrature. For the scattering albedos considered, an optical thickness of 50 was considered as being infinite (the differences in reflectivity between $\tau = 50$ and $\tau = \infty$ being less than 0.1%). This total optical thickness was divided into 65 layers of optical thicknesses ranging between 0.1 and 1.

The second set of models consisted of two-cloud models for which absorption occurs above the first cloud and between the two clouds. The method of spherical harmonics (or P_l approxi-

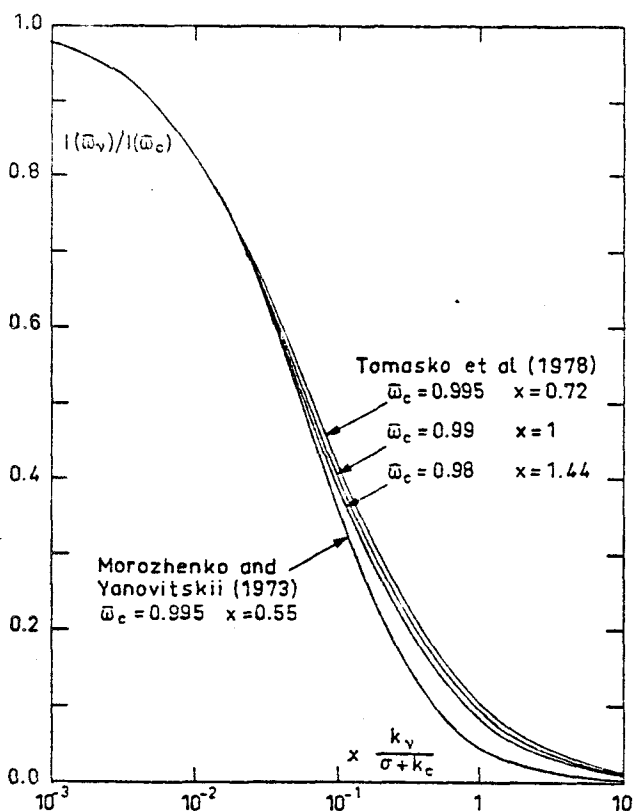


Fig. 5. Intensity ratios $I(\bar{\omega}_v)/I(\bar{\omega}_c)$ as a function of the absorption coefficient k_v for the two phase functions of M. and Y. (1973) and T. et al. (1978). Ratios for these different values of the continuum albedo $\bar{\omega}_c$ are shown in the latter case. The absorption coefficient was scaled so that the regions of weak absorptions match

mation) was extended to those models using a computing program written by Devaux (1977) for two layers.

In both cases, thirty Fourier terms were used in the azimuthal expansion for the phase function of Tomasko et al., sixteen were sufficient for the Morozhenko and Yanovitskii phase function.

The clear atmosphere was divided into layers of 0.1 atm. Because of the influence of weak pressures on the line centers, it was necessary to use Voigt profiles. We used Young's (1965) Voigt program as a subroutine in our computer program.

For each model, we wanted to study constraints deduced from the dipole band of hydrogen on one hand, and constraints deduced from the methane lines on the other hand. The last constraints being much more complex, we first made a preliminary study of the various parameters used in line profiles computations.

Our approach is as follows: as seen in Part II, a homogeneous reflecting layer model (R.L.M.) adjusted for a line of given strength overestimates absorption for stronger lines and underestimates absorption for weaker lines; this, clearly, must be related to scattering effects. A direct attempt to fit synthetic to observed spectra for various cloud models is a tremendous work, so the preliminary study was limited to three lines: a "strong" one, an "intermediate" one and a "weak" one with intensities of $10^{-2} \text{ cm}^{-1} (\text{m-atm})^{-1}$, $3 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1} (\text{m-atm})^{-1}$ and $10^{-3} \text{ cm}^{-1} (\text{m-atm})^{-1}$ at 150° K, respectively. From Fig. 2, we see that the "intermediate" line would fit experimental data in the R.L.M. for a total CH_4 abundance ηa of $\sim 110 \text{ m-atm}$ and a Lorentz

half-width of $\sim 0.08 \text{ cm}^{-1}$; the corresponding profile is called "pseudo-experimental". For this preliminary study, we fit, for each cloud model, the synthetic profile of the "intermediate" line with this "pseudo-experimental" profile. It is then possible to adjust the various parameters in order that synthetic profiles of a "strong" line and a "weak" line be less deep and more deep, respectively, than the synthetic profiles corresponding to the R.L.M.

In order to take into account the variation of line intensities with temperature, profiles are shown, in Parts V and VI, for rotational numbers $J=2$ and $J=6$, for both the "strong" and the "weak" lines (the average of the profiles corresponding to $J=2$ and $J=6$ is used for fitting the "intermediate" line). The line profiles have been truncated for frequencies located at less than 0.05 cm^{-1} from the line centers, in order to be able to neglect, in this first step, instrumental convolution which strongly affects the line centers.

Absorption by hydrogen was always included in our computations. However, for more clarity, we have shown, in most cases, the relative intensities $I(\text{CH}_4 + \text{H}_2)/I(\text{H}_2)$.

This preliminary study simplifies considerably the search for the best agreements between synthetic profiles and the whole portion of the planetary spectrum. We consider as acceptable a model which gives a synthetic profile compatible with the signal-to-noise ratio not for each line but, on the average, for the whole spectral range (see Fig. 17).

V. One-cloud Models (OCM)

The reflecting scattering models (RSM) are, among the one cloud models, the ones which have been studied the most extensively for the atmosphere of Jupiter (see, e.g., Cochran, 1977; Wallace and Smith, 1977; Sato and Hansen, 1979; West, 1979). They have pure gas above the pressure P_1 and an homogeneous cloud (i.e. a uniform mixture of cloud particles and gas molecules) beneath that level. The extreme cases correspond to negligible absorption above the cloud ($P_1 \sim 0$) for the homogeneous cloud model (HCM) and negligible absorption in the cloud for the reflecting layer model (RLM). However, these models are not the only OCM that should be considered since the scattering particles have a scale height which is generally different from that of the absorbing gas. Such models have been called dispersed cloud models (DCM) by Sato and Hansen (1979).

Below, we see the influence of the main parameters, as discussed in Part IV, for the one-cloud models.

1. Influence of the Characteristics of the Scattering Particles

The relative influences of the phase function and continuum albedo of the particles are illustrated in Fig. 5 for the simple homogeneous scattering model (HSM) in which the absorption coefficient is independent of depth in the atmosphere. The reflected intensities $I(\bar{\omega}_v)/I(\bar{\omega}_c)$ can then be computed as a function of

$$r_v = \frac{\bar{\omega}_v}{\bar{\omega}_c} - 1 = \frac{k_v}{\sigma + k_c},$$

where $\bar{\omega}_v$ and $\bar{\omega}_c$ are the single scattering albedos at the frequency v and in the continuum, respectively, σ and k_c are the scattering and absorption coefficients of the particles, and k_v is the absorption coefficient at frequency v for the absorbing gas.

If, for a family of computed profiles, we properly scale the absorption coefficient so that the regions of weak absorption

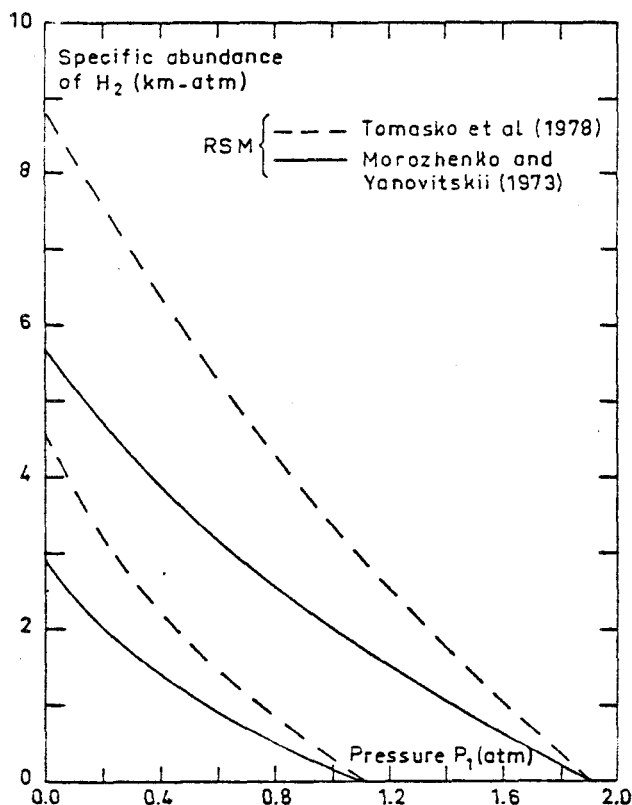


Fig. 6. Maximum and minimum values of the specific abundance of hydrogen deduced from the dipole absorption band in the case of the RSM. P_1 is the pressure at the cloud top. For the M. and Y. phase function, the continuum albedo is $\bar{\omega}_c = 0.995$. For the T. et al. phase function, $\bar{\omega}_c = 0.99$

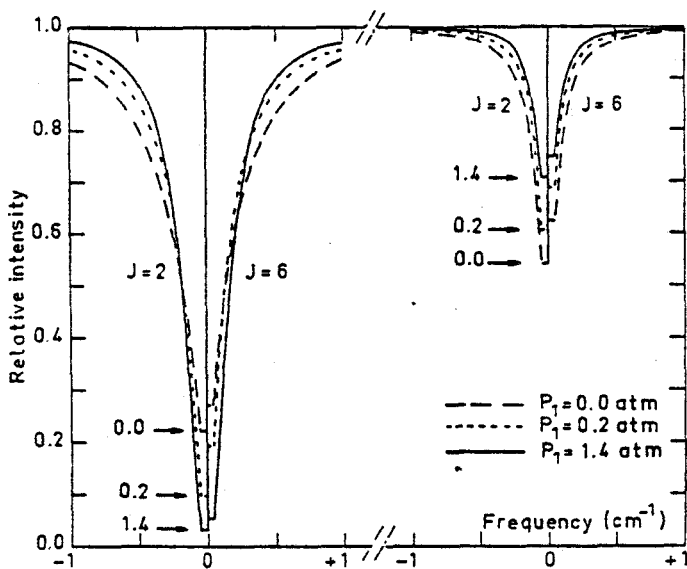


Fig. 8. This figure illustrates the influence of the pressure at the cloud top for the RSM. The profiles were computed for the T. et al. (1978) phase function. The specific abundance of methane and the C/H ratio were adjusted as for Fig. 7. For $P_1 = 0$, $M = 23.5$ m-am, and $C/H = 1.9 \cdot 10^{-3}$. For $P_1 = 0.2$ atm, $M = 11$ m-am, and $C/H = 0.6 \cdot 10^{-3}$. For $P_1 = 1.4$ atm, $M = 0$, and $C/H = 0.6 \cdot 10^{-3}$

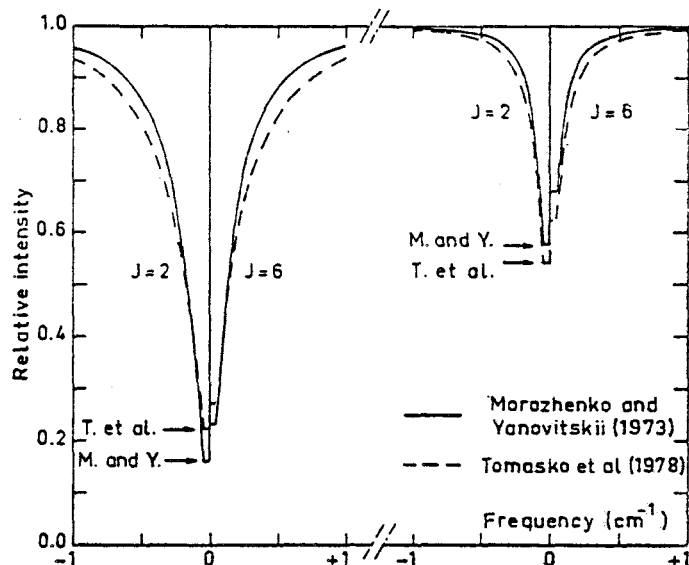


Fig. 7. This figure illustrates the influence of the phase function for the HCM. The profiles correspond to lines with intensities equal to 10^{-2} and 10^{-3} cm^{-1} (m-am) $^{-1}$ at 150° K for two different values of the quantum number J . The specific abundance of methane and the C/H ratio are adjusted so that the absorption due to the dipole band of hydrogen and the depth of an "intermediate" line of intensity $3 \cdot 10^{-3}$ cm^{-1} (m-am) $^{-1}$ at 150° K matched the observations. The profile drawn for the M. and Y. phase function corresponds to $\bar{\omega}_c = 0.995$, $M = 9$ m-am and $C/H = 1.2 \cdot 10^{-3}$. The profile drawn for the T. et al. phase function corresponds to $\bar{\omega}_c = 0.99$, $M = 23.5$ m-am, and $C/H = 1.9 \cdot 10^{-3}$

match in intensity, we see that the continuum albedo has a relatively weak influence on the intensity profiles (Fig. 5). The maximum differences between the profile corresponding to $\bar{\omega}_c = 0.99$ and the profile corresponding to $\bar{\omega}_c = 0.98$ (or 0.995) for the same phase function (Tomasko et al., 1978) corresponding to reflectivities of 0.722 and 0.594 (or 0.834) are four times smaller than the maximum differences between profiles corresponding to a same reflectivity but two different phase functions. The calculations illustrated in Fig. 5 confirm that the similarity relations of Hansen (1969) are not valid for the strong absorptions and that, backscattering plays a significant role.

For the two different phase functions (M. and Y., 1973 and T. et al., 1978) we therefore obtain different specific abundances of hydrogen corresponding to a same lowering of the continuum level by the wing of the hydrogen dipole absorption. The extreme values allowed for the specific abundances of hydrogen are shown in Fig. 6 for the case of the RSM.

The shape of the line profiles is also very sensitive to the scattering diagram of the particles, as shown in Fig. 7 for the HCM. Profiles of a "strong" and a "weak" line have been computed for the two phase functions of M. and Y. (1973) and T. et al. (1978). The value of the specific abundance of hydrogen is the most probable value determined from the dipole band; the value of the specific abundance of methane has been adjusted so that the depths of "intermediate" synthetic and pseudo-experimental lines (not shown in the figure) coincide as defined in Part IV.

For the two phase functions, the required effect on the line centers is indeed obtained; i.e. the "strong" lines are less deep

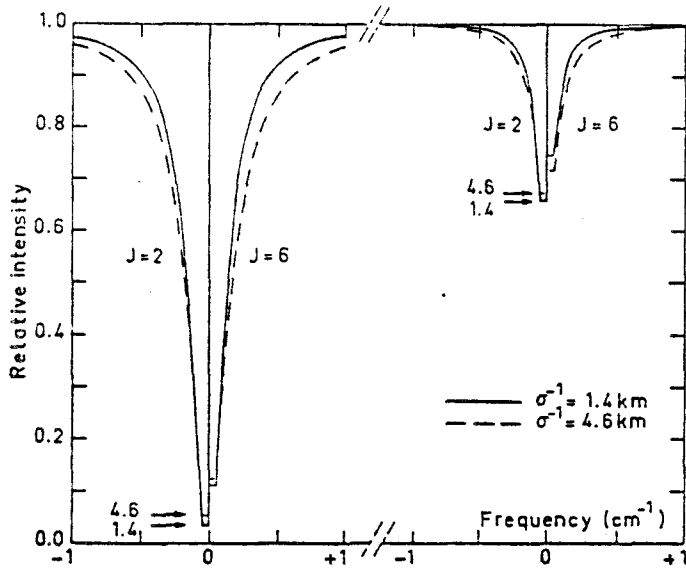


Fig. 9. This figure illustrates the influence of the photon mean free path between scattering by the cloud particles for the RSM. The profiles were computed for the T. et al. (1978) phase function. The pressure at the cloud top is $P_1 = 0.5$ atm. The values for σ^{-1} (photon mean free path) are the maximum and minimum values compatible with the dipole absorption of hydrogen at $P = 1$ atm. The specific abundance of methane is adjusted as for Fig. 7.

For $\sigma^{-1} = 1.4$ km at $P = 1$ atm, we have $M = 3.5$ m-am, and $C/H = 0.96 \cdot 10^{-3}$.

For $\sigma^{-1} = 4.6$ km at $P = 1$ atm, we have $M = 7.7$ m-am and $C/H = 0.66 \cdot 10^{-3}$.

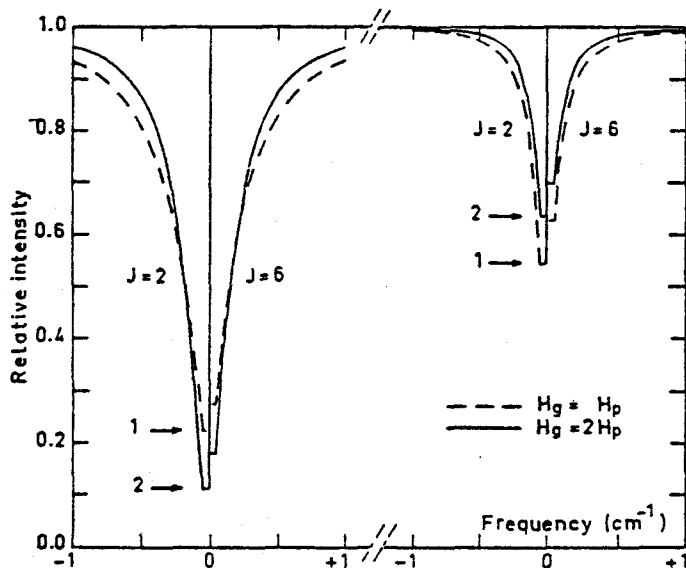


Fig. 10. This figure illustrates the influence of the gas-to-cloud particles scale-height ratio. The profiles were computed for the T. et al. (1978) phase function. The specific abundance of methane and the C/H ratio are adjusted as for Fig. 7. For $H_g/H_p = 1$, we have $M = 23.5$ m-am and $C/H = 1.9 \cdot 10^{-3}$. For $H_g/H_p = 2$, we have $M = 7$ m-am, and $C/H = 0.9 \cdot 10^{-3}$.

than for the RLM and the "weak" lines are deeper than for the RLM [compare line profiles for HCM in Fig. 7 with line profiles for RLM ($P_1 = 1.4$ atm) in Fig. 8]. However, for a HCM corresponding to the T. et al. (1978) phase function, this effect is too strong as the wings of the lines become much too broad.

2. Influence of the Pressure at the Top of the Cloud

It is obvious that, the higher the pressure at the cloud top the closer the line profiles are to those corresponding to the RLM. Figure 8 illustrates that this pressure must be low if the depths of the lines are to have a behaviour notably different from that given by the RLM. Indeed, the profiles shown in Fig. 8 are constrained to the same absorption by the dipole band of H_2 and to an identical depth for the "intermediate" pseudo-experimental line in order that we can study the departures of the profiles of "strong" and "weak" lines obtained for new models from the profiles corresponding to the RLM. For the T. et al. (1978) phase function, the profiles corresponding to a RSM with a pressure at the cloud top of only 0.2 atm are located approximately midway between the profiles for HCM ($P_1 = 0$) and RLM ($P_1 = 1.4$ atm) shown on Fig. 8. A similar result is obtained for the phase function of M. and Y. (1973). Although not shown in Fig. 8 we find that profiles corresponding to a pressure of 0.5 atm at the top of the cloud would be about midway between profiles for 0.2 atm and profiles for 1.4 atm. This preliminary approach already suggests that we may be led to eliminate models with pressures at the cloud top close to 0.5 atm which would correspond to a cloud of NH_3 as suggested by thermodynamic considerations (Weiden-schilling and Lewis, 1973).

3. Influence of the Photon Mean Free Path

An objection which could be brought is that we constrain our models to match the absorption by the dipole 2-0 band which leads to hydrogen specific abundances less than those deduced from the H_2 4-0 S(1) line (Sato and Hansen, 1979). We will come back to this disagreement in Part VI. but here we only look at the influence of the value of the specific abundance of hydrogen on the methane profiles.

The higher the H_2 specific abundance, the larger the photon mean free path is between scatterings by the cloud particles (which means that the photons will come from higher pressure atmospheric levels). It is well known that, in the simple RLM, for a line of given depth, the higher the pressure of formation, the broader the wings. This effect still exists when scattering is considered as shown in Fig. 9 for a RSM with a pressure of 0.5 atm at the cloud top. The photon mean free paths used are deduced directly from the extreme values of the H_2 specific abundance obtained from the dipole band (Fig. 6).

We have seen previously that, for a RSM, an agreement between experimental and synthetic CH_4 line depths could be obtained only if the pressure at the cloud top was low. In these conditions, profiles computed by using the most probable H_2 specific abundances deduced from the dipole absorption have wings which are stronger than for the RLM (see Fig. 8). However, we have found that synthetic profiles corresponding to the RLM in Fig. 8 have line wings already sufficiently broad compared to those of the experimental profiles. So, the best agreements will not be obtained for large values of the photon mean free path but, rather, for small values of this path.

Alternatively, if the wings of the synthetic CH_4 lines are too broad, we can try to obtain a good fit to the planetary spectrum

Table 1. Model parameters obtained

	One-cloud models (O.C.M.)		Two-cloud model (T.C.M.)
	RSM	DCM ($Hg=2Hp$) ^a	
CH ₄ amount above the top cloud (m-am)	0-25	(0)	5-40
Pressure P_1 (atm)	0-0.20	(0)	0.05-0.35
Optical thickness τ_1	∞	∞	0.5-4
CH ₄ specific abundance (m-am)	12-21 ^b	6-13 at $P=1$ atm	(0)
CH ₄ amount between the clouds (m-am)	—	—	60-150
Pressure P_2 (atm)	—	—	1.1-1.5 ^c
C/H	$(0.9-2.2) 10^{-3}$	$(0.8-1.4) 10^{-3}$	$(0.8-2.0) 10^{-3}$

^a Possible only with the Tomasko et al. phase function

^b With the Tomasko et al. phase function; these values have to be multiplied by about 0.6 for the phase function of Morozhenko and Yanovitskii

^c With the phase function of Tomasko et al.; for the Morozhenko and Yanovitskii phase function: $\tau_1 \sim 1-6$ and P_2 slightly weaker ($\sim 10\%$)

by assuming that the continuum level has been effectively lowered, for a large part, by these wings. Then, the photon mean free path is decreased, as the percentage of absorption due to H₂ is decreased.

However, we found that values of the H₂ specific abundance weaker than the values we had selected (see Fig. 6) had to be excluded as they would have produced CH₄ profiles much more resolved than the observed ones.

4. Influence of the Ratio Between Gas and Particle Scale Height

DCM models where the scale height of the particles is smaller than the scale height of the ambient gas, corresponding to a cloud which becomes thinner as the pressure decreases, were also considered.

We have chosen a scale height ratio Hg/Hp equal to 2, as suggested by the good agreement obtained with the simple HSM (Part II). Indeed, for the line wings, the HSM model is very comparable to a DCM model with $Hg/Hp=2$, since the absorption coefficient varies as the product MP (M : specific abundance; P : pressure); this product is constant for this DCM if the temperature profile is isothermal.

At the line centers, however, the absorption coefficient does not vary as the product MP ; this explains the fact that the line depths are deeper (less deep) for the strong lines (weak lines) with the chosen DCM, compared to the HSM.

The good agreement with the observational spectrum obtained with a HSM (Fig. 3) corresponds to the case of isotropic scattering. A synthetic spectrum computed for a HSM with the M. and Y. phase function has line depths which are not in such good agreement (the synthetic "strong" lines are slightly too strong). With a DCM with $Hg/Hp=2$, instead of a HSM, this disagreement is even stronger. Thus, a DCM can be considered only if the phase function corresponds to strong back scattering, such as the one of T. et al. (1978).

The strong sensitivity of the line profiles to the ratio of the scale heights is shown in Fig. 10 where the DCM with $Hg=2Hp$

is compared to the HCM with $Hg=Hp$. By comparing Figs. 8 and 10, we can see that the DCM with $Hg=2Hp$ is much closer to the RSM (with $P_1=0.2$ atm) than to the HCM; this effect could be expected as the DCM and the RSM both correspond to a decrease, with decreasing pressure, of the number of particles compared to the number of gas molecules (in a continuous way for the DCM, and discontinuous way for the RSM).

5. Conclusion

We have looked for an acceptable range of the different parameters rather than for the best possible agreement between synthetic and observational spectra. The preliminary study of the various parameters has provided useful insights into their influence. The values we have obtained for the different parameters are given in Table 1. With the two phase functions used for the RSM we have obtained ranges of C/H ratios which are of the same order of magnitude. The pressures and the total CH₄ abundances above the cloud top are slightly lower for the M. and Y. (1973) phase function than for the T. et al. (1978) phase function; in all cases, they are in the range: 0-0.2 atm and 0-0.25 m.atm., respectively. On the contrary, the specific abundance of methane does depend strongly on those characteristics and is somewhat less significant.

In the case of the DCM, a scale height ratio Hg/Hp as large as 2 is not compatible with the phase function of M. and Y. (1973); it cannot be much larger than 2 for the T. et al. phase function. We see that, with this last phase function, the model corresponding to $Hg/Hp=2$ and the RSM give approximately the same specific amount at a pressure of about 0.5 atm, which corresponds to the effective pressure of the simple HSM. The range of the C/H ratio compatible with the DCM is almost included within the acceptable limits for the RSM.

In summary, a model with only one cloud (OCM) is sufficient to explain the shape of the line profiles near 1.1 μ . It requires a pressure at the top of the cloud which is very low: $P_1 \leq 0.2$ atm; the ratio of the scale heights gas-particles cannot be very large: $Hg/Hp \leq 2$; the C/H ratio is of the order of: $0.8 \cdot 10^{-3}$ - $2.2 \cdot 10^{-3}$,

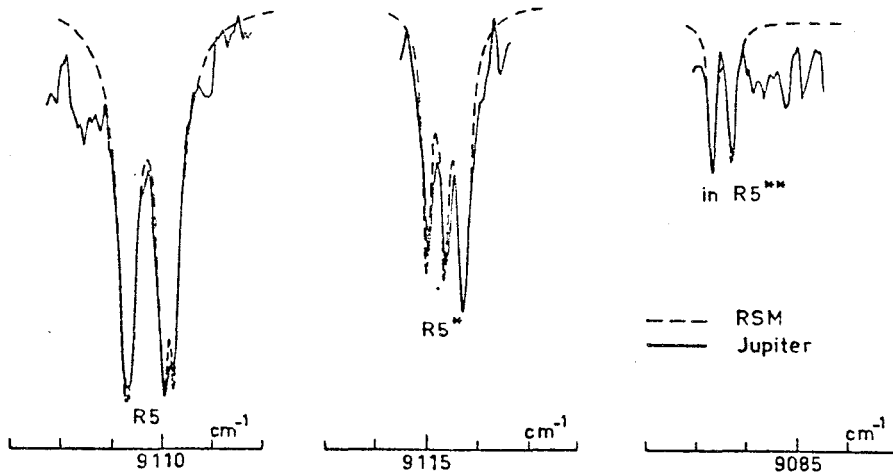


Fig. 11. Comparison between selected line profiles in the spectrum of Jupiter and synthetic spectra computed for RSM with $P_1 = 0.1$ atm, $C/H = 1.4 \cdot 10^{-3}$

which is between 1.7 and 4.7 times the solar ratio. An example of the agreement between the observational and synthetic spectra is illustrated in Fig. 11.

VI. Two-cloud Models (TCM)

Based on thermodynamic considerations (Lewis, 1969), Danielson and Tomasko (1969) have introduced a two-cloud model; the upper cloud was composed of NH_3 ice and the lower semi-infinite cloud was composed of NH_4SH overlying an H_2O ice cloud.

The most realistic two-cloud model is that for which absorption occurs both inside the clouds and in the clear atmosphere. Such a model has, as extreme cases, a TCM with a first cloud infinitely thin and a RSM with a first cloud infinitely deep. However, analyses of scattering models based on center-to-limb variations in methane absorptions give results not very different between these two extreme models, for isotropic scattering (Wallace and Smith, 1977) as well as for anisotropic scattering (Clements, 1974; West, 1979). We decided, therefore, to study only TCM in which the cloud layers are very dense, so that absorption is negligible there.

1. Influence of the Characteristics of the Scattering Particles

Figure 12 illustrates the influence of the phase function on the maximum and minimum values of the pressure at the top of the lower cloud which are compatible with the dipole absorption of hydrogen. This figure corresponds to $P_1 = 0.5$ atm. For lower values of the pressure P_1 , the values of P_2 would be slightly higher; for higher values of P_1 , the curves tend to be horizontal lines corresponding to the extreme cases (where $P_1 = P_2$) which are equivalent to RLM.

The M. and Y. (1973) phase function allows lower values of the pressure P_2 than does the T. et al. (1978) phase function. However, they have very similar effects if one considers as a parameter the proportion of photons reflected in the continuum directly by the first cloud instead of the optical depth τ_1 of the first cloud. For the conditions of incidence and emergence corresponding to the spectrum of Jupiter, the optical thicknesses $\tau_1 = 1, 2, 4$ for the phase function of T. et al. (1978) correspond then to optical thicknesses of about 2.3, 3.5, 6 respectively, for the phase function of M. and Y. (1973).

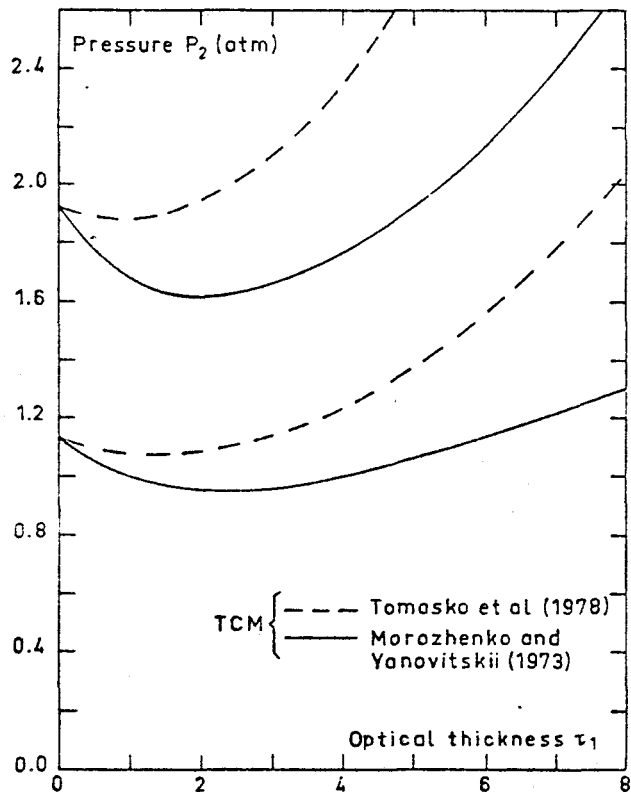


Fig. 12. Maximum and minimum values of the pressure at the top of the second cloud deduced from the dipole absorption band of hydrogen in the case of the TCM. The pressure P_1 of the first cloud, of optical thickness τ_1 , selected for this figure is 0.5 atm

If we consider a set of models with different phase functions such that the first cloud reflects the same amount of light in the continuum, we obtain very nearly identical methane line profiles, especially if we constrain the pressure P_2 to the same lowering of the continuum level by the dipole band of hydrogen.

We have also found that the value of the continuum albedo $\bar{\omega}_c$ is even less critical than the form of the phase function in the study of the line profiles.

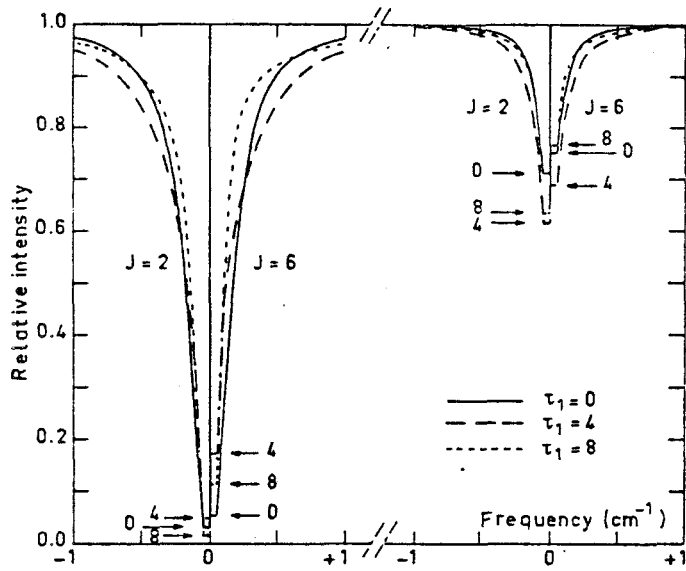


Fig. 13. This figure illustrates the influence of the optical thickness of the top cloud for the TCM. The profiles were computed for the T. et al. (1978) phase function. The pressure at the top of the first cloud is $P_1 = 0.4$ atm. The pressure at the top of the second cloud and the C/H ratio were adjusted as for Fig. 7. For $\tau_1 = 0$, we have $P_2 = 1.4$ atm. and $C/H = 0.6 \cdot 10^{-3}$. For $\tau_1 = 4$, we have $P_2 = 1.7$ atm. and $C/H = 1.3 \cdot 10^{-3}$. For $\tau_1 = 8$, we have $P_2 = 3.4$ atm. and $C/H = 2.1 \cdot 10^{-3}$.

2. Influence of the Optical Thickness of the Top Cloud

When the optical thickness of the first cloud is increased from zero to infinity, the model changes from one RLM with a pressure P_2 at the cloud top to another RLM with a pressure P_1 at the cloud top; in these limiting cases, both models are incompatible with the observed hydrogen dipole absorption for pressures of the cloud less than 1.1 atm.

So, it is not surprising that the computed intensity at a given frequency goes through an extreme when the optical thickness varies. Figure 13 illustrates this variation for line profiles, in the case where the pressure at the top of the first cloud is $P_1 = 0.4$ atm. This variation would be even more severe if the pressure P_1 were lower. The value of the pressure P_2 at the top of the second cloud is adjusted in each case so that it is compatible with the dipole band absorption. The concentration of CH_4 is determined by fitting a synthetic profile to the "intermediate" pseudo-experimental line profile.

On the average, the depths of "strong" lines are minima for an optical thickness $\tau_1 \sim 2$, whereas the wings of lines and the depths of "weak" lines, which both correspond to relatively weak absorptions, are the strongest for $\tau_1 \sim 4-5$ [these values correspond to the phase function of T. et al. (1978); for the phase function of M. and Y. (1973) they would be of the order of 3-4 and 6-7, respectively].

As we attempt to obtain strong lines less deep but not broader than in the case of the RLM, an optical thickness of the order of 2 is more favorable.

Furthermore, the highest optical depths are less acceptable because, for high optical depths, the line centers are formed almost solely in the clear atmosphere located above the first cloud corresponding to temperatures lower than 150° K for the most

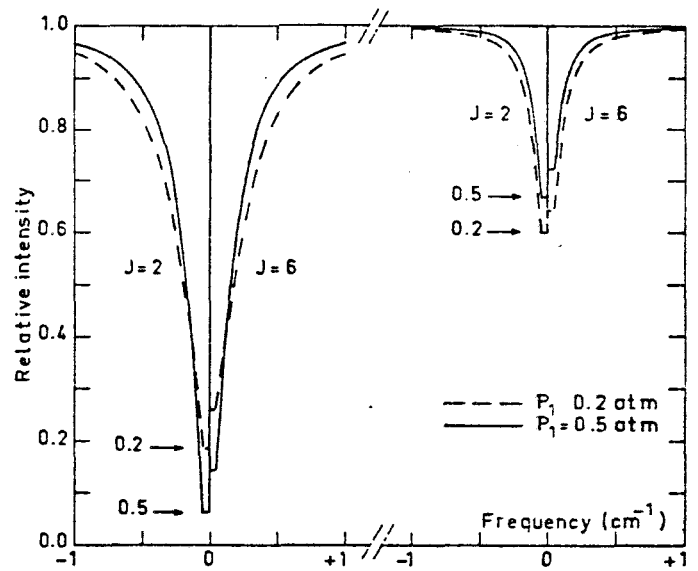


Fig. 14. This figure illustrates the influence of the pressure of the top cloud for the TCM. The optical thickness of the first cloud is $\tau_1 = 2$ for the phase function of T. et al. (1978). The pressure at the top of the second cloud and the C/H ratio were adjusted as for Fig. 7.

For $P_1 = 0.2$ atm, we have $P_2 = 1.4$ atm. and $C/H = 1.3 \cdot 10^{-3}$. For $P_1 = 0.5$ atm, we have $P_2 = 1.4$ atm. and $C/H = 0.8 \cdot 10^{-3}$.

part. In this temperature regime, there would be a strong dependence on quantum number, as shown in Fig. 13, but such a dependence is not observed in the planetary spectrum (Fig. 2).

3. Influence of the Pressure of the Top Cloud

As in the case of the RSM, we find that, in the case of the TCM, the line profiles are strongly sensitive to the pressure at the top of the first cloud; this effect is shown in Fig. 14. Here also, only models with low values of pressure at the cloud top are consistent with the observations. Extremely low values correspond, of course, to cases where the optical depth of the first cloud is sufficiently low. Incidentally, a rather standard model for the Jupiter atmosphere corresponding to $P_1 \sim 0.5$ atm and $P_2 \sim 2$ atm (see Combes and Encrenaz, 1979) does not give a satisfactory agreement with the observations analyzed here.

4. Influence of the Pressure at the Top of the Lower Cloud

The values of pressures at the top of the lower cloud deduced from the (2-0) dipole band of hydrogen (Fig. 12) are slightly lower than those deduced from the H_2 4-0 $S(1)$ line (Sato and Hansen, 1979; West, 1979). However, as for the OCM, the best agreement with the jovian spectrum is obtained not for the maximum values of the H_2 abundance compatible with the dipole band but, rather, for the minimum values.

Figure 14 when compared with Fig. 15 is a good illustration of this deduction. We see that either a decrease in the pressure P_1 of the first cloud, or an increase in the pressure P_2 at the top of the second cloud produces a broadening of the wings and variations of the line depths which are in the same sense. We also observe that, for the same increase in width of the wings, the

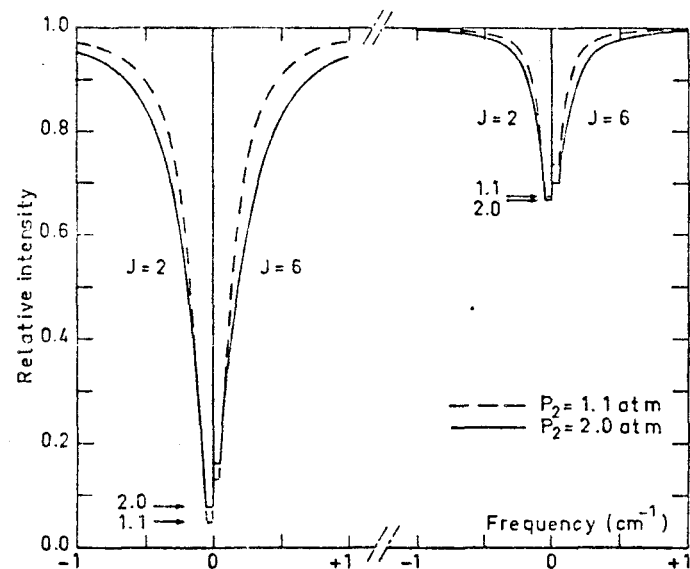


Fig. 15. This figure illustrates the influence of the pressure of the bottom cloud for the TCM. The selected P_2 pressures correspond to limits permitted by the dipole absorption of hydrogen, if the top cloud has an optical thickness τ_1 equal to 2 (Tomasko et al., 1978) and is located at 0.5 atm. The C/H ratio was adjusted so that the depth of the "intermediate" line matched the observations, as for Fig. 7.

For $P_2 = 1.1$ atm, we have $C/H = 0.9 \cdot 10^{-3}$.

For $P_2 = 2.0$ atm, we have $C/H = 0.7 \cdot 10^{-3}$.

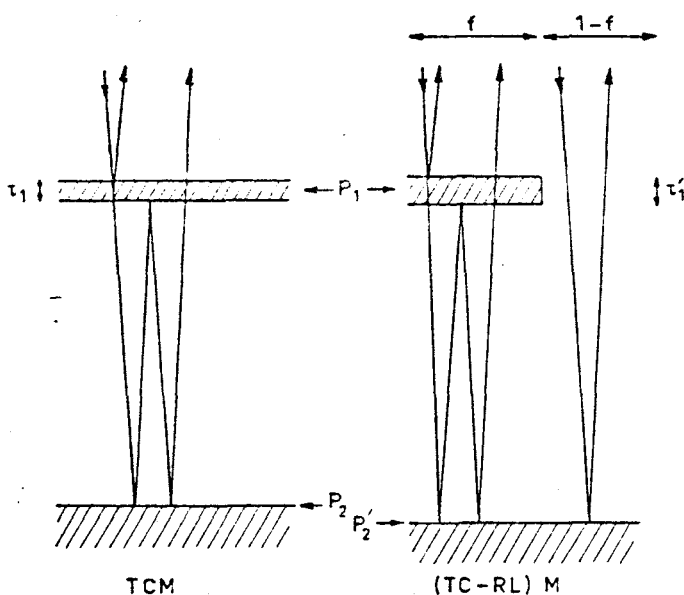


Fig. 16. Schematic representation of a TCM and a TCM-RLM. f is the fraction of the observed part of the planetary disk which is covered with a cloud located at pressure P_1 .

corresponding variation of line depth is much less important if the wing broadening is due to a variation of P_2 than if it is due to a variation of P_1 . In fitting our models to the observations, the line depths will depend mostly on the pressure P_1 while the wings are fitted by an appropriate value of the pressure P_2 .

5. Conclusion

The values obtained for the various parameters compatible with the observations are given in Table 1. Again, the pressure at the level of the first cloud is very low; 0.35 atm seems to be an extreme upper limit.

The possibility of the presence of a relatively thin cloud with an optical thickness τ_1 of the order of 0.5 cannot be excluded a priori. This cloud should not be confused with the haze suggested by Tomasko et al. (1978); indeed, for the incident and emergent conditions corresponding to the observations, a cloud of optical thickness $\tau_1 = 0.5$ would have a reflectivity of 0.08, whereas a haze with the characteristics given in Part III would have a reflectivity five times weaker.

With the exception of the values of optical thickness, our results obtained with the T. et al. (1978) and M. and Y. (1973) phase functions are very comparable. The first cloud is at a pressure of the order of 0.05–0.35 atm, and the second cloud at a pressure of 1.0–1.5 atm. The C/H ratios range from $0.8 \cdot 10^{-3}$ to $2 \cdot 10^{-3}$. They are very similar to the ratios obtained for the OCM. These results tend to indicate that a more complicated two-cloud model for which absorption occurs within both clouds as well as in the clear part of the atmosphere, would give very comparable limits for the C/H ratio. A CH_4 abundance of 40 m-atm above the visible cloud seems to be, here also, an extreme upper limit.

An example of the agreement between the spectrum of Jupiter in the whole spectral region and a synthetic spectrum is shown in Fig. 17.

VII. The Influence of Horizontal Inhomogeneities

As the measurements correspond to an average over belts and zones, we need to ask what is the meaning of the pressure P_1 for horizontally inhomogeneous models, and how would the C/H ratio be affected.

It is not worthwhile to study all the cases possible within the framework of the OCM or TCM, but, to understand how the inhomogeneous nature affects our results, we treated a simple case consisting of a TCM-RLM combination for two horizontally stratified regions, viz. a belt and a zone. Starting with a basic TCM consisting of a thin cloud overlying a dense cloud, we assume that the thin cloud covers only a fraction f of the region observed by the interferometer. Figure 16 compares this (TC-RL)M to the TCM studied previously.

For the same pressure P_1 and for the same methane concentration, the (TC-RL)M would have the same absorption-scattering processes as the TCM above the altitude of the top cloud if the reflectivity in the continuum of the top cloud of the (TC-RL)M is $1/f$ times higher than that of the TCM; in other words, the optical thickness of the top cloud must be more than $1/f$ times for the (TC-RL)M than for the equivalent TCM.

Between the top cloud and the dense cloud, multiple scattering occurs for the fraction f of the region considered, whereas the fraction $(1-f)$ is reflected only once. For the line profiles to be the same, the pressure P_2' of the dense cloud of the (TC-RL)M must be therefore slightly larger than the pressure P_2 of the equivalent TCM. This adjustment of P_2' depends on the frequency dependent attenuation of radiation between the two clouds. However, strong absorptions are not very sensitive to this adjustment as the reflected photons come essentially from the top cloud. Consequently we have found that for the (TC-RL)M and the TCM, 1. if the optical thickness τ_1' is selected such that the reflectivity of the top cloud is $1/f$ times greater than for a homogeneous distributed top

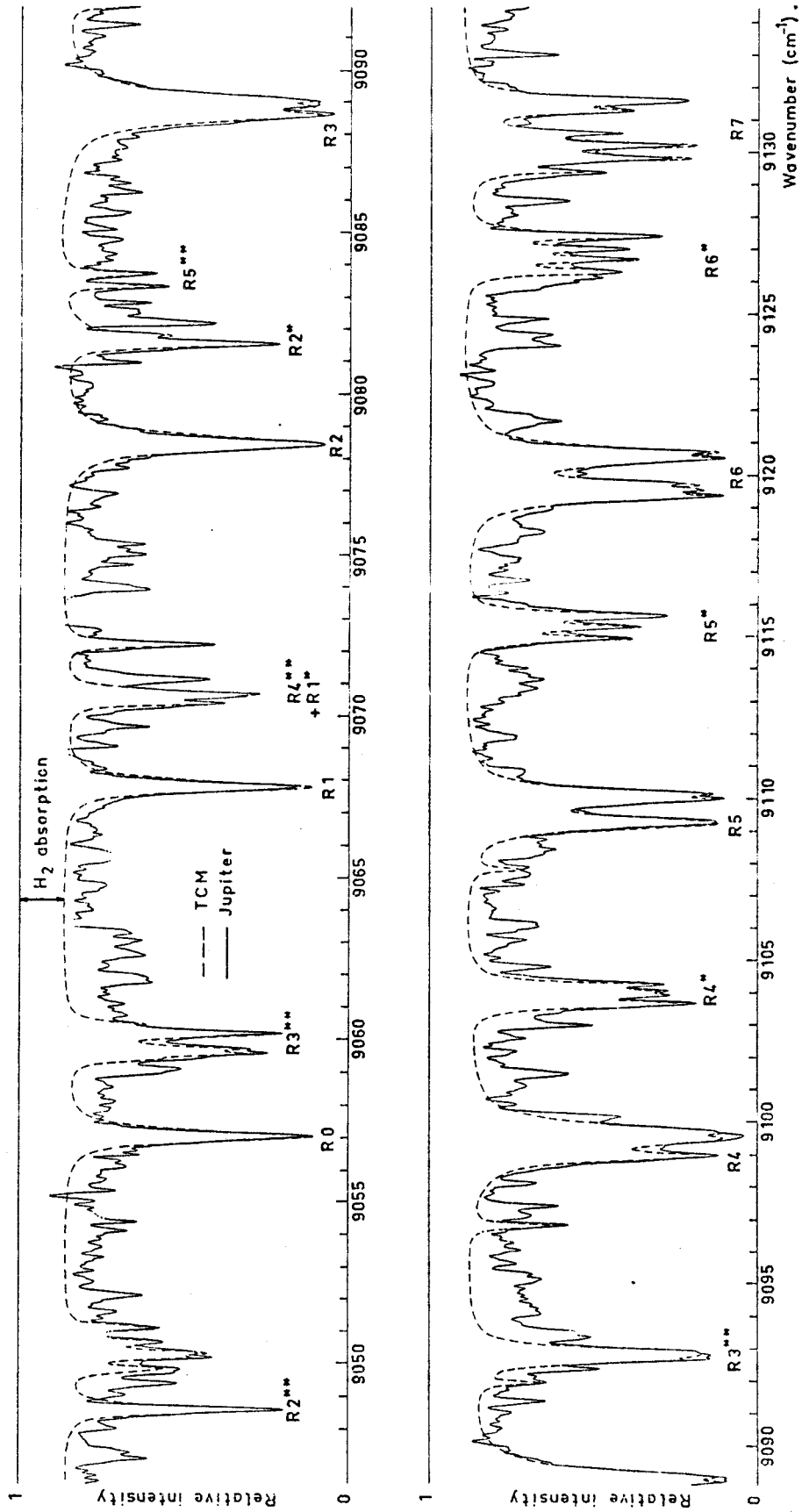


Fig. 17. Comparison between the spectrum of Jupiter near 1.1 μ and a synthetic spectrum computed for TCM with $P_1 = 0.1$ atm, $P_2 = 1.1$ atm, $\tau_1 = 1$ and $C/H = 1.25 \cdot 10^{-3}$.



cloud of optical thickness $\tau_1 \sim 2$; if pressures P'_2 and P_2 correspond to the same amount of weak absorption in the dipole H_2 band, then the line profiles are very nearly identical if the pressure P_1 and the methane concentration are the same.

This line of reasoning also applies to a (TC-TC)M, a (RS-RS)M, and so on ... but it could be only a qualitative approach since the rigorous computations are very complex (see Appleby and Irvine, 1975). We rather consider the OCM or TCM as average models which allow us to probe the absorption and scattering processes in the jovian atmosphere. The main results given in Part VIII would not be fundamentally revised if all the vertical and horizontal inhomogeneities are taken into account.

VIII. Discussion

Given the large uncertainties in our knowledge of the atmosphere of Jupiter at the present time we have limited the study to the simplest vertically inhomogeneous models and to the influence of the major parameters. As for the parameters we did not discuss in detail, we see that, for instance, a temperature profile near the tropopause warmer than the average profile we have used would improve often the agreement between synthetic and observational profiles and, especially, for lines $R\ 0$ or $R\ 1$ whose strengths are very strongly dependent on temperature. However, the uncertainties in laboratory and observational data are still too large to allow us to test the temperature profile. We have also found that, by severely decreasing the amount of methane in the upper atmospheric layers in our models, the eventual dissociation of CH_4 by U.V. near the tropopause would not produce any significant improvement of the agreement between synthetic and observed profiles.

Within the limitations of these uncertainties we are able to draw a number of conclusions about the vertical structure in the jovian atmosphere. First, we find that, on the average, lines must be formed relatively high in the atmosphere. With the simple RLM, pressures of formation of the order of 0.5–1 atm are required; the simple HSM gives good agreement with the observations for the whole spectral range with an effective pressure of 0.5 atm. The quantitative study of vertically inhomogeneous models and, also, the qualitative study of horizontally inhomogeneous models confirm that an important fraction of radiation (more than 10% in all cases) must be reflected at very high levels in the atmosphere, around 0.1–0.3 atm. A large fraction of reflected light at this high level implies the presence of a cloud near tropopause for all or part of the observed region of the planet. The presence of a haze cannot be excluded but it, alone, is insufficient to explain such a large fraction of reflected light at altitudes near 0.2 atm.

Secondly, these low pressures of formation require large methane concentrations corresponding to a C/H ratio of $\sim (1.5 \pm 0.7) \cdot 10^{-3}$ or 3.2 ± 1.5 times the solar ratio of Lambert (1978).

Although the results deduced from our models imply the presence of a cloud at pressures lower than those generally expected for ammonia condensation, they do not, in our opinion, exclude the existence of an ammonia cloud. Indeed the OCM can be considered as a simplified model corresponding to a succession of cloud layers which may or may not overlap; one of these layers may very well correspond to a region of ammonia crystals but it would not be the only cloud layer. In the TCM, the two clouds which play an important role are located at altitudes higher and lower, respectively, than would be expected for a NH_3 ice cloud; however, one can exclude neither the presence of a thin

NH_3 cloud at a pressure close to 0.5 atm which would have a secondary effect on the methane and hydrogen line formation, nor that of a more important NH_3 cloud extending high in the atmosphere where the pressure is very low.

Since our observations correspond to a portion along the central meridian of the jovian disk, our results can be considered as an average over probable horizontal pole-to-pole inhomogeneities. In contrast, results deduced from a study of center-to-limb variations can be much more affected by these horizontal inhomogeneities, as even the lightest haze affects the center-to-limb variations (see, e.g., Sato and Hansen, 1979).

Previous analyses of the jovian atmospheric structure have been based primarily on center-to-limb variations. With the horizontally homogeneous TCM and RSM, Cochran (1977) finds abundances very different from those of Clements (1974) and of Wallace and Smith (1977). Although these last authors find cloud pressures in good agreement with our results, their computations were carried out for isotropic scattering and a comparison cannot be reliably made. The most comparable results are those of West (1979) who uses, like us, a phase function derived from the T. et al. (1978) measurements. West obtains the best agreement with his measurements at 6190 Å, 7250 Å, and 8900 Å for an optical thickness of the first cloud: $\tau_1 \sim 2$, a CH_4 abundance of ~ 23 m-am above the first cloud (of which ~ 5 m-am are above a light haze) and an abundance of ~ 90 m-am between the two clouds. If we take the same optical thickness $\tau_1 \sim 2$, which is the center of our range of preferred values, we obtain very similar abundances, 24 ± 6 m-am and 92 ± 14 m-am, respectively. Nevertheless, when we compare our pressures with his, the agreement is not so good. West gives a pressure for the first cloud of ~ 0.55 atm, compared to our estimate of 0.26 ± 0.08 atm, and a pressure at the top of the second cloud of ~ 2.7 atm, compared to our value of 1.3 ± 0.2 atm. However, his pressures are not based on simultaneously obtained spectra because the methane bands he used are not sensitive to pressure; rather his pressures were obtained from a totally independent measurement, the equivalent width of the 4–0 S(1) line of hydrogen.

Simultaneous measurements are important since, as Hunt and Bergstrahl (1977) have pointed out, there are significant temporal variations in the hydrogen quadrupole lines in the atmosphere of Jupiter. Furthermore, a spectrum of the $R\ 5$ manifold obtained recently by de Bergh (unpublished) at Mc Donald Observatory indicates that variations in the CH_4 absorptions may also be significant.

Rigorously, analyses of the jovian atmosphere should be based not only on simultaneous spectra, but should also utilize spectra of the same wavelength range. However, this last requirement may be less important than simultaneous observations as the phase function deduced from Pioneer 10 for the blue and the red are not very different (Tomasko et al., 1978). Furthermore, the good agreement between results such as ours for the near infrared and West's results for the visible seems to reinforce this hypothesis, unless the coincidence is purely fortuitous.

Acknowledgements. We are very much indebted to P. Connes and J. P. Maillard for carrying out the observations. We would like to thank Y. Foucart for encouraging this work and providing advice on numerous occasions.

BUS
LILLE

References

- Appleby, J.F., Irvine, W.M.: 1973, *Astrophys. J.* **183**, 337
- de Bergh, C., Lecacheux, J., Combes, M.: 1974, *Astron. Astrophys.* **35**, 333
- de Bergh, C., Maillard, J.P., Lecacheux, J., Combes, M.: 1976, *Icarus* **29**, 307
- de Bergh, C., Maillard, J.P., Pierre, G., Hilico, J.C.: 1979, (in preparation)
- Bergstralh, J.T., Margolis, J.S.: 1971, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **11**, 1285
- Bergstralh, J.T.: 1973, *Icarus* **19**, 390
- Clements, A.E.: 1974, Ph. D. thesis, Univ. of Ariz., Tucson
- Cochran, W.D.: 1977, *Icarus* **31**, 325
- Combes, M., Maillard, J.P., de Bergh, C.: 1977, *Astron. Astrophys.* **61**, 531
- Combes, M., Encrenaz, T.: 1979, *Icarus* **39**, 1
- Danielson, R.E., Tomasko, M.G.: 1969, *J. Atm. Sci.* **26**, 889
- Devaux, C.: 1977, thesis, University of Lille, France
- Gautier, D., Lacombe, A., Revah, I.: 1977, *J. Atm. Sci.* **34**, 1130
- Gautier, D., Marten, A., Baluteau, J.P., Lacombe, A.: 1979, *Icarus* **37**, 214
- Hansen, J.E.: 1969, *Astrophys. J.* **158**, 337
- Hunt, G.E., Bergstralh, J.T.: 1977, *Icarus* **30**, 511
- Kawabata, K., Hansen, J.E.: 1975, *Bull. Amer. Astron. Soc.* **7**, 382
- Kawata, Y., Hansen, J.E.: 1976, in *Jupiter*, ed. T. Gehrels. Univ. of Arizona Press, p. 516
- Lambert, D.L.: 1978, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **182**, 249
- Lenoble, J.: 1977, Standard Procedures to compute Atmospheric Radiative Transfer in a Scattering Atmosphere, Radiation Commission, IAMAP, NCAR, Boulder, Colorado
- Lewis, J.S.: 1969, *Icarus* **10**, 393
- Maillard, J.P., de Bergh, C.: 1977, Proceedings of the Symposium on Planetary Atmospheres, Ottawa, Canada, p. 25
- Morozhenko, A.V., Yanovitskii, E.G.: 1973, *Icarus* **18**, 583
- Orton, G.S.: 1975a, *Icarus* **26**, 125
- Orton, G.S.: 1975b, *Icarus* **26**, 142
- Pierre, G., Hilico, J.C., de Bergh, C., Maillard, J.P.: 1979 (to be published in *J. Molec. Spectroscop.*)
- Pilcher, C.B., Prinn, R.G., McCord, T.B.: 1973, *J. Atm. Sci.* **30**, 302
- Pilcher, C.B., Kunkle, T.D.: 1976, *Icarus* **27**, 407
- Ridgway, S.T., Larson, H.P., Fink, U.: 1976, in *Jupiter*, ed. T. Gehrels, Univ. of Arizona Press, p. 384
- Sato, M., Hansen, J.E.: 1979 (submitted to *J. Atm. Sci.*)
- Tomasko, M.G., West, R.A., Castillo, N.D.: 1978, *Icarus* **33**, 558
- Varanasi, P., Sarangi, S., Pugh, L.: 1973, *Astrophys. J.* **179**, 977
- Wallace, L., Smith, G.R.: 1977, *Astrophys. J.* **212**, 252
- Wallace, L., Hunten, D.M.: 1978, *Rev. Geophys. Space Phys.* **16**, 289
- Weidenschilling, S.J., Lewis, J.S.: 1973, *Icarus* **20**, 465
- West, R.A.: 1979, *Icarus* **38**, 34
- Woodman, J.H., Cochran, W.D., Slavsky, D.B.: 1979, *Icarus* **37**, 73
- Young, C.: 1965, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **5**, 549

Note added in proof: Improved intensity measurements of the 4-0 S(1) line of hydrogen have been made very recently (J. Brault, private communication). The new value appears to be significantly stronger than indicated by previous measurements and in better agreement with theory. Cloud pressures and C/H ratios obtained by using the equivalent width of the 4-0 S(1) line will have to be revised accordingly.

Study of the Atmosphere of Saturn
based on Methane Line Profiles near $1.1\ \mu$ J. Buriez¹ and C. de Bergh²¹Laboratoire d'Optique atmosphérique (ERA 466), Université des Sciences et Techniques de Lille, F-59655 Villeneuve d'Ascq, France
²Observatoire de Meudon, F-92190 Meudon, France

Received March 11, accepted July 15, 1980

Summary. We investigate in this paper constraints on models of Saturn atmosphere given by the shapes of CH_4 lines near $1\ \mu$ in an interferometric spectrum (effective limit of resolution: $0.1\ \text{cm}^{-1}$). A new study of this spectral range in the laboratory (Buriez et al., 1980; de Bergh et al., 1980) allows us to consider numerous CH_4 lines in addition to the $3\nu_3$ lines, which were the only lines included in all previous analyses of the region $1.1\ \mu$ in Saturn spectra. The widening of the range of CH_4 line intensities appears to improve the determination of the atmospheric parameters significantly. For a classical model including a clear atmosphere above a haze layer and a dense cloud below the haze, the range of possible values for the pressure at the top of the haze is restricted by our analysis to $0.17 \pm 0.06\ \text{atm}$. The obtained values for the CH_4/H_2 ratio are more uncertain but they exclude the solar value ($\text{C}/\text{H} = 4.7 \cdot 10^{-4}$; Lambert, 1978); we find $(4 \pm 2) \cdot 10^{-3}$ for CH_4/H_2 ratio in Saturn.

Key words: Saturn - planetary atmospheres - scattering

Introduction

In current models of Saturn's atmosphere (see, e.g., Teifel, 1976; Macy, 1977; Podolak and Danielson, 1977; Caldwell, 1977; Trafton and Price, 1979), a haze or a cloud extends above the expected NH_3 sublimation level. The pressure at the top of the scattering layer varies from $\sim 0.1\ \text{atm}$ to $\sim 0.5\ \text{atm}$ depending on the model. Consequently, estimates of the CH_4/H_2 mixing ratio are quite uncertain: Macy (1977) and Caldwell (1977) find values around $2 \cdot 10^{-3}$ whereas Podolak and Danielson (1977) prefer 10^{-3} . Macy (1977) used the equivalent widths of the $3\nu_3 - \text{CH}_4$ lines recorded by Trafton in 1970-1971 to constrain the CH_4/H_2 ratio, but he also needed to use other measurements which were not recorded simultaneously and which corresponded to different wavelength ranges. Indeed, the lines of the $3\nu_3$ band could be fitted just as well by synthetic profiles corresponding to a homogeneous clear (Trafton, 1973) or scattering (Trafton and Macy, 1975) atmosphere as by profiles corresponding to an inhomogeneous atmosphere (Macy, 1976).

In 1974, Connes and Maillard recorded an interferometric spectrum of Saturn with an effective limit of resolution near $1.1\ \mu$ better by a factor of ~ 2 than that of the spectrum recorded by Trafton. Nevertheless, an atmospheric model as simple as a purely reflecting layer could not be excluded by an analysis of

just the $3\nu_3 - \text{CH}_4$ band (Lecacheux et al., 1976). In this paper, we reconsider the analysis of line profiles of CH_4 near $1.1\ \mu$ in the interferometric (Connes and Maillard) spectrum of Saturn. The differences between the previous analysis and the present one are: (i) we enlarge the range of possible models; (ii) we use the revised line intensities of the $3\nu_3 - \text{CH}_4$ band of de Bergh et al. (1980) which differ significantly from the values of Begstrahlh and Margolis (1971) used in the first analysis, and, above all, (iii) we analyse, in addition, lines and manifolds located between the $3\nu_3$ lines. These interlopers have intensities weaker than most of the $3\nu_3$ lines, and, as we will see further, they are very helpful in constraining the models.

The analysis made here is similar to the one we made for Jupiter (Buriez and de Bergh, 1980). The same 42 lines of CH_4 are considered and the same computer program is used. We find that models of Saturn with a homogeneous haze layer - above a dense cloud - give an acceptable agreement with the observations only if the haze-top pressure is $0.17 \pm 0.05\ \text{atm}$, and therefore close to the pressure at the inversion level [see Tokunaga (1978) and Sect. IV-b in this paper]. We also obtain limits on the CH_4/H_2 mixing ratio: $(4.0 \pm 2.0) \cdot 10^{-3}$. As for Jupiter, they correspond to quite high values of the C/H ratio compared to the solar value: C/H on Saturn is between 2.1 and 6.4 times the solar ratio (Lambert, 1978).

1. The Data

A detailed description of the Saturn spectrum analyzed here has been given in Lecacheux et al. (1976). We will only mention that the instrumental resolution is $0.1\ \text{cm}^{-1}$ and that the slit, $5''6$ wide and $13''$ high, included essentially the southern temperate and polar regions. The signal-to-noise ratio near $1.1\ \mu$ is ~ 25 .

A lunar spectrum was recorded for calibration. The continuum level used in the present analysis would be the flux level in the absence of the CH_4 absorptions and also in the absence of the absorption due to the dipole band of hydrogen [see de Bergh et al. (1974) for details on the H_2 absorption near $1.1\ \mu$].

The laboratory intensity measurements of the CH_4 lines analyzed here are given in de Bergh et al. (1980). The J -attributions have been reported in a paper by Pierre et al. (1980). The line widths used here are the same as those used in Buriez and de Bergh (1980).

II. The Model

Thermodynamic considerations related to the presence of NH_3 in the Saturn atmosphere imply the existence of a very dense

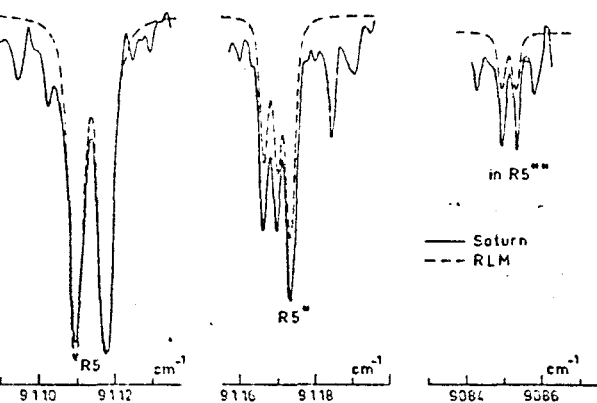


Fig. 1. Comparison between selected line profiles in the spectrum of Saturn and synthetic profiles computed for a reflecting layer model. The pressure at the reflecting level is 1.1 atm and the CH_4/H_2 ratio is $5.5 \cdot 10^{-4}$.

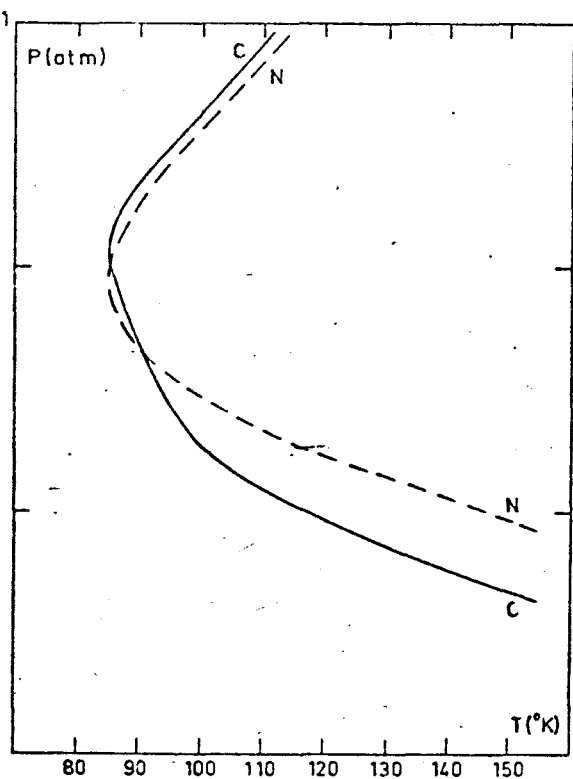


Fig. 2. Temperature profiles of the Saturn atmosphere derived from infrared emissivity measurements - from Gautier et al. (1977).

and near the NH_3 sublimation level (Weidenschilling and Lewis, 1973). The uncertainty on the location of this level is mainly due to the uncertainty of the temperature profile, as the NH_3 sublimation level is only very weakly dependent on the NH_3 concentration. In the spectrum analyzed here, the $3\nu_3$ lines of CH_4 by themselves do not allow us to eliminate a model as simple as the reflecting layer model (Lecacheux et al., 1976). The supplementary constraint given by the H_2 dipole absorption is also insuffi-

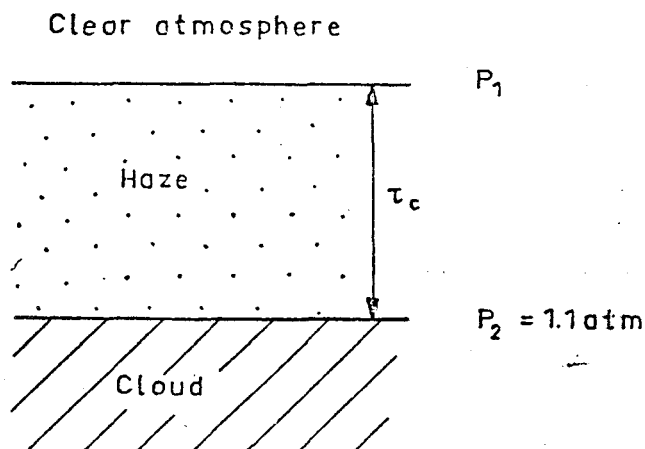


Fig. 3. Our nominal model. The pressure $P_2 = 1.1$ atm corresponds to the NH_3 sublimation level for the profile N of Gautier et al. (1977) and a solar N/H ratio.

cient to eliminate such a model, but in this particular case, the uncertainties in both laboratory measurements and the determination of the continuum level dominate (Lecacheux et al., 1976). However, when weak CH_4 lines belonging to absorption bands other than the $3\nu_3$ band are considered, we find that a reflecting layer model which explained both the $3\nu_3 - \text{CH}_4$ lines and the H_2 dipole absorption is no longer appropriate. The synthetic line profiles of the weak lines are clearly too weak compared with the observed ones. This is illustrated in Fig. 1. We have shown line profiles for a total pressure at the reflecting level of 1.1 atm, which is the pressure at which NH_3 sublimation would occur for the typical temperature profile (N) derived from infrared emissivities by Gautier et al. (1977) and shown in Fig. 2. The H_2 abundance corresponding to that pressure is 93 km - am H_2 , if $[\text{H}_2]/[\text{H}_2 + \text{H}_2]$ is assumed to be 0.886 and the gravitational acceleration 1050 cm s^{-2} (Palluconi, 1972). We obtain a good fit for the $3\nu_3$ lines with $\text{CH}_4/\text{H}_2 = 5.5 \cdot 10^{-4}$. The lines shown in Fig. 1 are almost independent of temperature ($J=5$) and are representative of the intensity range of all the 42 CH_4 lines analysed; one belongs to the $3\nu_3$ band, the other two belong to the two bands denoted by * and ** in Pierre et al. (1980). The disagreement observed for the weakest lines confirms that an extended haze must be present above the dense cloud, as required by several other observations (see, e.g., the review of Tralton, 1978).

The model we consider in Part III is an isotropic homogeneous haze overlying the cloud deck. The continuum absorption indicated by the reflectivity measurements is taken into account by assuming a single-scattering albedo in the continuum of $\bar{\omega}_c = 0.99$ for the haze and the same albedo in the continuum for the dense cloud. The temperature profile is the profile (N) in Gautier et al. (1977). Our nominal model, shown in Fig. 3, is then characterized by the pressure P_1 at the top of the haze layer and the haze optical thickness in the continuum, τ_c . For this nominal model, we have assumed that the dust particles above the haze, which are necessary to explain the wavelength variation of reflectivity at shorter wavelengths (Podolak and Danielson, 1977), play a negligible part in the line formation process at 1.1 μ .

We then discuss, in Sect. IV, the different assumptions of this model and, more particularly, we look at the influence of the characteristics and distribution of the scattering particles.

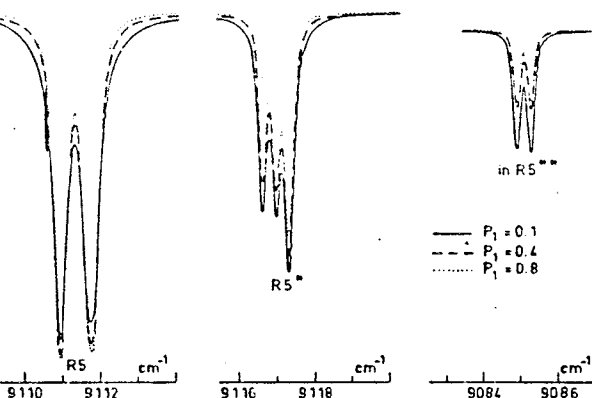


Fig. 4. Comparison between synthetic line profiles computed for a nominal model with three different values of the pressure at the top of the haze layer. For $P_1 = 0.1$ atm, we have $\tau_c = 6$ and $\text{CH}_4/\text{H}_2 = 3.3 \cdot 10^{-3}$, for $P_1 = 0.4$ atm, we have $\tau_c = 8$ and $\text{CH}_4/\text{H}_2 = 1.3 \cdot 10^{-3}$ and for $P_1 = 0.8$ atm, we have $\tau_c = \infty$ and $\text{CH}_4/\text{H}_2 = 0.9 \cdot 10^{-3}$.

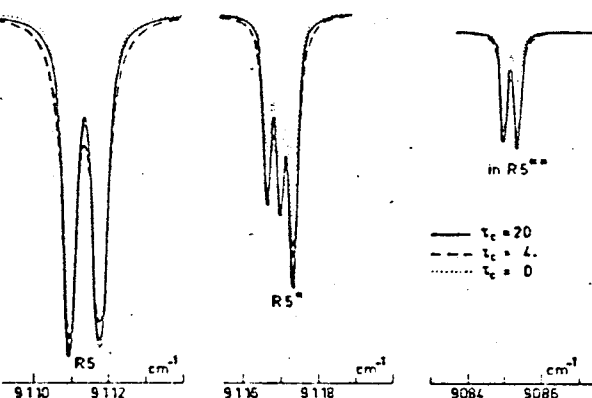


Fig. 5. Comparison between synthetic line profiles computed for a nominal model with $P_1 = 0.15$ atm and three different values of τ_c . The CH_4/H_2 ratios are: $0.55 \cdot 10^{-3}$ for $\tau_c = 0$, $1.75 \cdot 10^{-3}$ for $\tau_c = 4$ and $5.7 \cdot 10^{-3}$ for $\tau_c = 20$.

Constraints on the Model

We review here the constraints on our nominal model which can be derived from the analysis of the spectrum of Saturn near 1.1μ .

Influence of the Pressure at the Top of the Haze Layer

Figure 4 illustrates synthetic profiles corresponding to pressures at the top of the haze layer equal to 0.1, 0.4, and 0.8 atm, respectively. The optical thicknesses of the haze are adjusted in order to produce a same lowering of the continuum level due to the dipole H_2 absorption. The ratios CH_4/H_2 selected are those which give the best agreement between synthetic and observed profiles of the $3\nu_3$ band only.

As P_1 decreases, scattering plays an increasingly important role and the weak absorptions are enhanced compared to the strong ones: weak lines deepen and strong lines widen. This is shown in Fig. 4 where the continuum level for the CH_4 absorp-

tions is the same in the three cases corresponding to the three values of P_1 . In practice, however, we choose for each model a continuum level for the CH_4 absorptions which gives a fit as good as possible for the wings of the CH_4 lines and assures that the CH_4 absorption plus the H_2 dipole absorption are compatible with the observed absorption near 1.1μ , taking into account the uncertainties in the H_2 absorption coefficient ($\sim 30\%$) and in the lunar reference continuum ($\sim 4\%$).

A pressure close to 0.1 atm is an extreme lower limit. For lower values of P_1 , although the line depths may still agree with the observed ones, the wings would be too broad. Pressures of the order of 0.4 atm are, on the contrary, much too high: the weak lines are too shallow.

b) Influence of the Haze Optical Thickness

In paragraph a), the optical thickness was chosen to correspond to the most probable value of the H_2 dipole absorption. For Fig. 5, we no longer set such a constraint. We still take the H_2 absorption into account but, in order to facilitate the comparison between the different profiles we draw the ratios $I_\nu(\text{H}_2 + \text{CH}_4)/I_\nu(\text{H}_2)$.

Given the pressures P_1 and P_2 which set the boundaries of the haze, when the optical thickness τ_c increases, the reflected photons are scattered a larger number of times by the particles in the haze, and, on the other hand, the photons penetrate only to higher levels, at lower pressures. This last point implies the necessity for higher CH_4/H_2 ratios in order to explain the $\text{CH}_4 - 3\nu_3$ lines. In other words, the influence of scattering on the absorption process first increases and then decreases when τ_c varies from 0 to ∞ . The two extreme cases correspond to a reflecting layer at pressure P_2 (when $\tau_c \rightarrow 0$, the photons are not scattered at all in the "haze") and a reflecting layer at pressure P_1 (when $\tau_c \rightarrow \infty$, the photons are not absorbed by the gaseous molecules in the "haze"). Thus, one observes a broadening and then a narrowing of the line wings, whereas the weak lines get deeper and deeper (see Fig. 5), this last effect disappearing, however, for very large optical thicknesses as it is washed out by the instrumental and Doppler line broadening.

It is clear that the optical thickness must be neither too small nor too large. Profiles corresponding to $\tau_c \rightarrow \infty$ are so sharp that they are already excluded by the analysis of the $3\nu_3$ lines only. In practice, an even stronger constraint on the upper limit of τ_c is given by the dipole band of hydrogen. Indeed, the greater the value of τ_c , the weaker is the absorption by the dipole H_2 band. When τ_c is very large, the wings of the strong lines do not extend very far and, consequently, neither the H_2 absorption, nor the wings of the strong CH_4 lines can explain the observed lowering of the continuum level which is $\sim 14\%$ near 9050 cm^{-1} . As an illustration of this, the case $\tau_c = 20$ (Fig. 5) which gives a reasonable agreement for both strong and weak CH_4 lines does not explain the observed lowering of the continuum level: the absorption near 9050 cm^{-1} cannot exceed 5% .

c) The Results

In Fig. 6 we show the ratios CH_4/H_2 obtained for the best agreement between the profiles computed for the model shown in Fig. 3 and the experimental profiles of the $\text{CH}_4 - 3\nu_3$ band, as a function of the specific amount of hydrogen and for different values of the pressure at the top of the haze. We have substituted

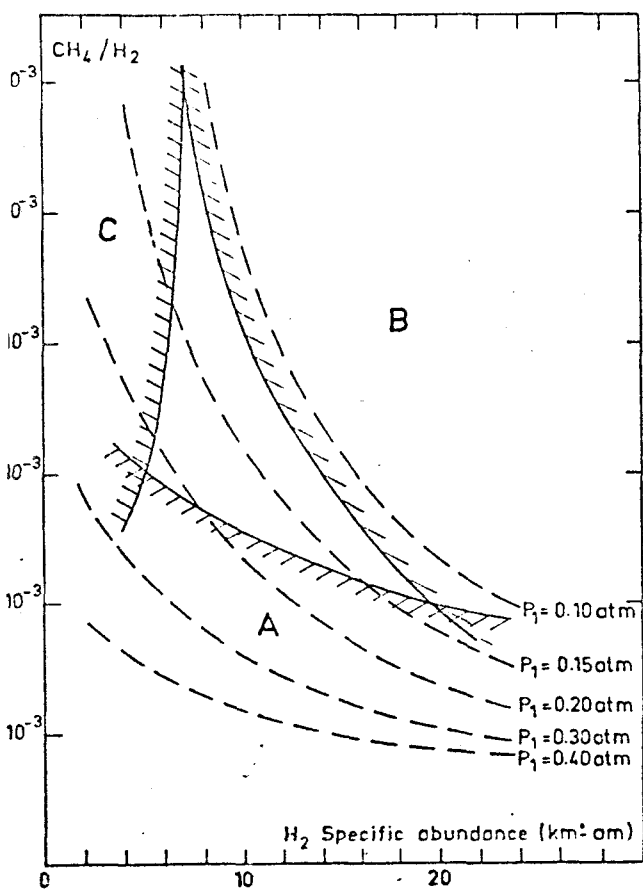


Fig. 6. CH_4/H_2 ratios as a function of the H_2 specific amount – corresponding to isotropic scattering – and the pressure P_1 obtained by matching the observations. The regions excluded by our analysis are: the region A – because of too shallow synthetic weak lines, the region B – because of too broad line wings and the region C – because of insufficient absorption by H_2 .

On the abscissa the specific amount of hydrogen (i.e. the column amount of H_2 in unit scattering optical depth) for the haze optical thickness τ_c , as it is a more meaningful parameter (see further Vb)).

Taking into account not only the $3\nu_3$ lines but all the CH_4 lines near $1.1\ \mu$ for which an analysis is possible and including the dipole H_2 absorption as well, we find that three regions of Fig. 6 have to be excluded because synthetic and experimental profiles disagree for the physical conditions to which they correspond. In the first region, the synthetic weak lines are too shallow; in a second region, the line wings are too broad and in a third region there is not enough dipole H_2 absorption.

We find that the values of CH_4/H_2 which give good agreement with the observations analysed here are $(4 \pm 2) \cdot 10^{-3}$. They correspond to a C/H ratio between 2.1 and 6.4 times the solar ratio (Lambert, 1978). The pressure at the top of the haze must be $P_1 = 0.17 \pm 0.06$ atm, i.e. the hydrogen abundance above the haze must be 14 ± 5 km-atm. Figure 7 illustrates the agreement obtained between the observed spectrum of Saturn and a synthetic spectrum corresponding to an average case: $P_1 = 0.15$ atm, $\tau_c = 9.5$, and $\text{CH}_4/\text{H}_2 = 3.5 \cdot 10^{-3}$.

IV. Discussion

Our nominal model consists of a homogeneous and isotropic haze overlying a dense cloud, and overlaid by a clear atmosphere. As mentioned above, we have not included in this model the UV absorbing dust which must also be present. We discuss here the influence of the characteristics of the scattering particles on the results derived in Sect. III, i.e. the effects of their scattering diagram and their scattering and absorbing coefficients. We then see how a different temperature profile or the presence of dust above the haze, which both can modify the pressures limiting the haze layer, could affect the line profiles. We finally discuss the effect of vertical and horizontal inhomogeneities which are most probably present in the Saturn atmosphere.

a) Influence of the Characteristics of the Scattering Particles

1. The Anisotropy

The optical thickness τ and the scattering albedo $\tilde{\omega}_s$ derived with the hypothesis of anisotropic scattering are very different from those derived with the hypothesis of isotropic scattering. However, one can take into account the anisotropy and still do the computations with an isotropic phase function by using the similarity relations (Van de Hulst and Grossman, 1968; Hansen, 1969):

$$1 - \tilde{\omega}_s^{\text{iso}} = (1 - \tilde{\omega}_s) / (1 - \langle \cos \theta \rangle)$$

and

$$\tau^{\text{iso}} = \tau (1 - \langle \cos \theta \rangle)$$

or, equivalently, by scaling the specific amount by the relationship:

$$M^{\text{iso}} \tilde{\omega}_s^{\text{iso}} = M \tilde{\omega}_s / (1 - \langle \cos \theta \rangle),$$

where $\langle \cos \theta \rangle$ is the anisotropy factor.

The adequacy of the similarity relations depends on the characteristics of the particles and the directions of the incident and emergent radiation. For the observing conditions of the spectrum analysed here and for the phase function derived by Bugaenko et al. (1975) from polarization observations of the center of Saturn's disk, these relations are quite adequate. This is illustrated in Fig. 8. In Fig. 8a, are shown the ratio of the reflected intensities in the line and in the continuum, I_l/I_c , as a function of the product $M \tilde{\omega}_s k_s$ for a semi-infinite completely homogeneous scattering medium (the absorption coefficient k_s is then independent of pressure and temperature); the differences between the ratio I_l/I_c corresponding to the Bugaenko et al. phase function and the ratio corresponding to the similarity relations are always less than 0.01. In order to take into consideration the vertical inhomogeneity of the atmosphere, we also show in Fig. 8b, the percentage of photons which have penetrated down to, at least, the optical depth τ_c in the continuum – to which the pressure is related in a way depending on the model considered: the differences remain less than 0.03. Note that, if we replace the scaling factor $1 - \langle \cos \theta \rangle = 0.281$ by 0.30, the differences are even lower; they become less than 0.01 for the two cases of Figs. 8a and b. Consequently, the results reported in IIIc would be the same if we had used the Bugaenko et al. phase function, provided that the specific amount of hydrogen is less by a factor 0.30.

In the case of Jupiter, a similar derivation of the phase function by Morozhenko and Yanovitskii (1973) has been criticized

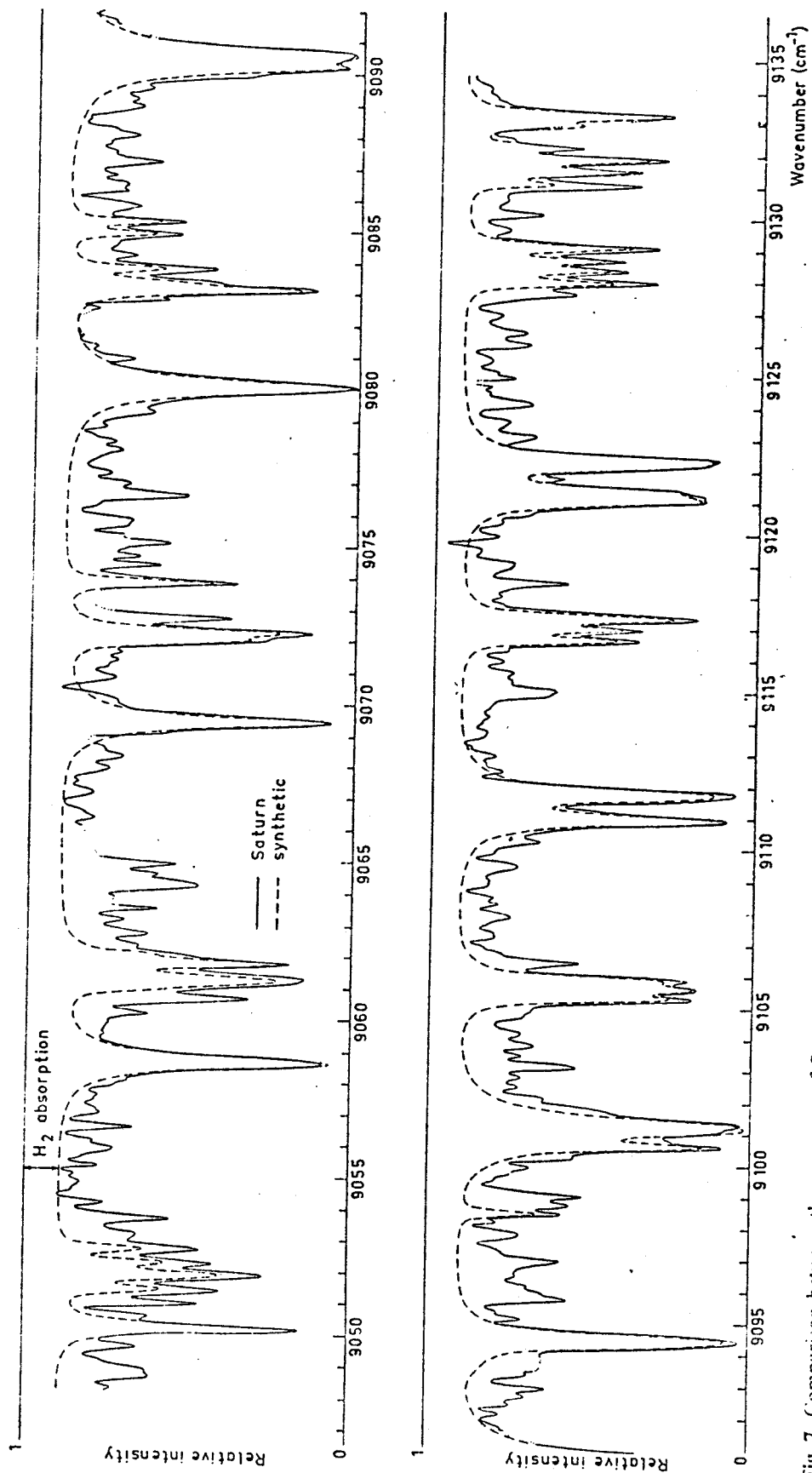


Fig. 7. Comparison between the spectrum of Saturn near 1.1μ and a synthetic spectrum computed for our nominal model with $P_1 = 0.15 \text{ atm}$, $\tau_1 = 9.5$, and $\text{CH}_4/\text{H}_2 = 3.5 \cdot 10^{-3}$



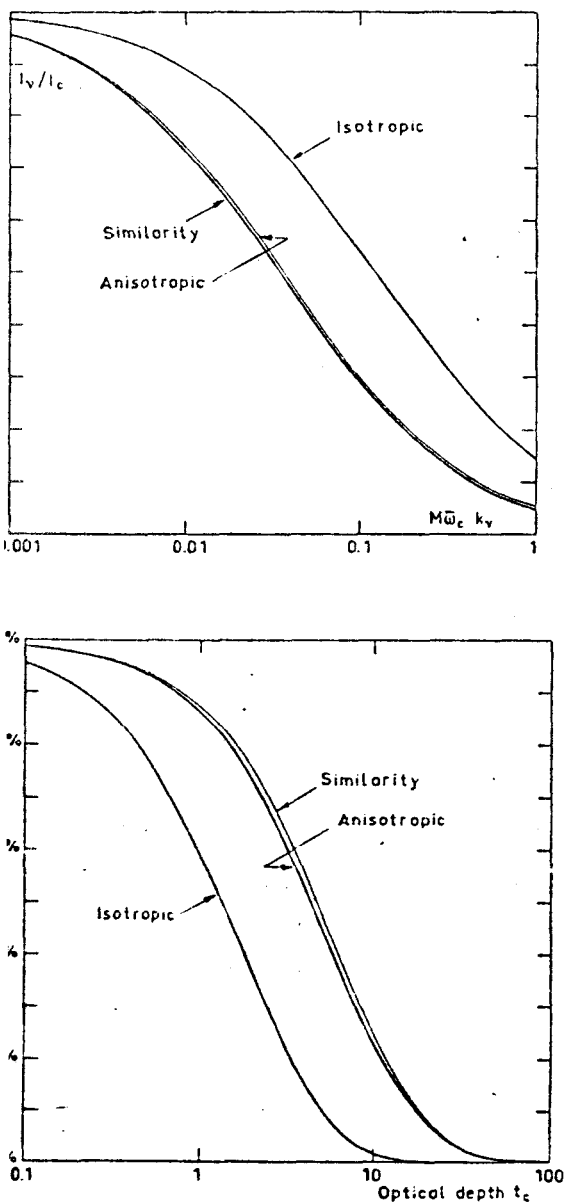


Fig. 8. a Intensity ratios I_v/I_c as a function of the product of the specific amount of absorber M by the absorption coefficient k_v , in a semi-infinite homogeneous scattering medium. Curves are shown for the isotropic phase function and for the Bugaenko et al. (1975) phase function ($\bar{\omega}_c = 0.99$ and 0.9972 , respectively). Also shown is the curve obtained by using the similarity relations with an anisotropy parameter $\langle \cos \theta \rangle = 0.719$. b Percentage of photons which have penetrated at least down to the optical depth τ_c in the continuum. The scattering characteristics are the same as in Fig. 8a

Kawabata and Hansen, 1975; Kawata and Hansen, 1976). Nevertheless, we have shown (Buriez and de Bergh, 1980), that pressures P_1 are only slightly lower for the Morozhenko and Kovitskii phase function than for the Tomasko et al. (1978) phase function, and that the CH_4/H_2 ratios obtained by using either the one or the other phase function are not very different. We therefore conclude that the true phase function, eventually different

from the Bugaenko et al. phase function, would not significantly modify the values of the ratio CH_4/H_2 or the pressure P_1 determined with isotropic scattering.

2. The Continuum Absorption

Another concern is the importance of the absorption by particles and/or molecules in the continuum, which is expressed by the value of the continuum albedo $\bar{\omega}_c$. Trafton and Macy (1975) have determined a value of 0.73 ± 0.05 for the reflectivity near 1.1μ at the center of the disk by calibrating their spectrum with the reflectivity measurements of Bugaenko (1972) at 0.83μ ; the corresponding value for the isotropic single-scattering albedo is $\bar{\omega}_c = 0.987 \pm 0.005$. Later, Bugaenko (1973) found 0.70 for the reflectivity at 1.1μ . Recently, Fink and Larson (1979) determined a geometric albedo of ~ 0.5 near 1.1μ - which corresponds to $\bar{\omega}_c \sim 0.985$, whereas Clark and McCord (1979), with higher precision spectrophotometric data, obtained much higher reflectivities - corresponding to values of $\bar{\omega}_c$ around 0.995 .

The uncertainty in the value of $\bar{\omega}_c$ is increased by the uncertainty of the phase function. Indeed, a reflectivity of 0.70 at the center of the disk corresponds to an isotropic albedo $\bar{\omega}_c = 0.985$, but, with the phase function of Bugaenko et al. (1975), this reflectivity gives an anisotropic albedo $\bar{\omega}_c = 0.9924$ which corresponds, with the similarity relations, to an isotropic albedo $\bar{\omega}_c = 0.973$.

Taking into account these considerations, we have chosen for our nominal model an equivalent isotropic albedo $\bar{\omega}_c = 0.99$ but we do not exclude values such as 0.995 or 0.98 . Figure 9 illustrates the influence of the continuum albedo when comparing profiles corresponding to $\bar{\omega}_c = 0.99$ and $\bar{\omega}_c = 0.98$. The differences between the cases $\bar{\omega}_c = 0.99$ and $\bar{\omega}_c = 0.995$ are quite similar, but, obviously, in the opposite direction. The cases illustrated in Fig. 9 show that the differences between synthetic profiles for two models differing only by the value of the albedo $\bar{\omega}_c$ are not very significant. These differences would be even less important (< 0.01) if the value of the specific amount of H_2 was increased by 16% when the albedo varies from 0.99 to 0.98 , without changing either the pressure P_1 or the CH_4/H_2 ratio.

In our nominal model, we had assumed that the continuum absorption occurs in the same way in the haze and in the cloud. In order to verify that the line profiles would not be significantly modified for a different altitude distribution of the continuum absorption, we have compared two cases: (1) $\bar{\omega}_c = 0.99$ in the haze and in the cloud (our nominal case) and (2) $\bar{\omega}_c = 1$ in the haze, and total continuum absorption in the cloud (i.e. the cloud reflectivity is equal to zero), which is a somewhat extreme case. The optical thickness τ_c has been adjusted so that the two cases correspond to the same reflectivity of the planet: in (1), the continuum absorption affects the photons progressively in the atmosphere, whereas, in (2), the continuous absorption affects the photons in a discontinuous way. We find that if all the parameters are the same ($P_1 = 0.15$ atm, $P_2 = 1.1$ atm, $\tau_c = 5.8$, and $\text{CH}_4/\text{H}_2 = 2.4 \cdot 10^{-3}$ for both cases) the profiles $I_v(\text{CH}_4 + \text{H}_2)/I_v(\text{H}_2)$ are nearly identical (the differences are less than 0.01).

b) Influence of the Temperature Profile

The influence of temperature on the line profiles studied here is two-fold: an influence - which we characterize as "direct" - on parameters such as the line intensities or half-widths, and an "indirect" influence: the line profiles depend on the value of P_2

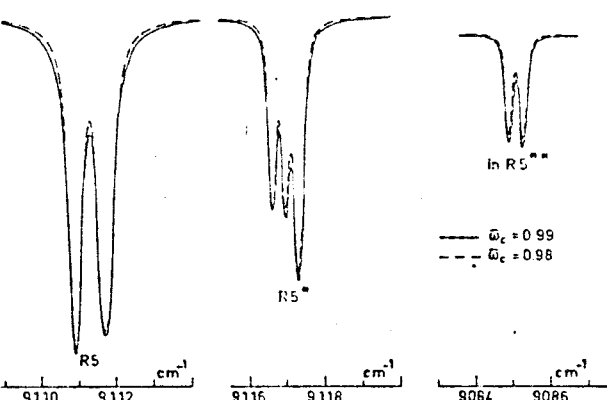


Fig. 9. Comparison between synthetic profiles computed for the same model as for Fig. 7 and two different values of the continuumbedo ω_c .

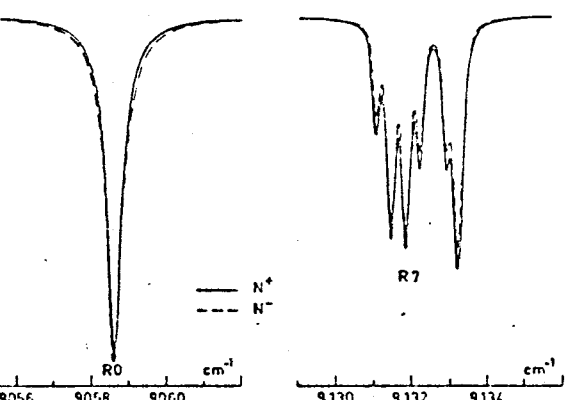


Fig. 10. Comparison between synthetic profiles computed for the same model as for Fig. 7 and two different temperature profiles: N^+ and N^- . The temperatures are 5° higher (or lower) for the profile N^+ (or N^-) than for the profile N of Gautier et al. (1977).

which itself depends on the temperature profile, as we have associated the sublimation level of NH_3 with P_2 .

Temperature profiles of Saturn derived essentially from infrared measurements have been reviewed by Tokunaga (1978). They differ from each other more in the stratospheric region than in the region at and below the inversion level, which is the region probed by near infrared measurements. The altitude of the inversion level is approximately the same in most models except that of Wallace (1975), but the stratospheric temperature of Wallace's model is in disagreement with more recent measurements (see Tokunaga, 1978): the temperatures at the inversion level differ by at most 10 K. As pressure increases, the uncertainty on temperature increases.

In order to study the influence of temperature below the inversion level on our results we have selected the temperature profile C of Gautier et al. (1977). It is very similar to the profile N – which is the temperature profile chosen for our nominal atmospheric model – near the inversion level but differs markedly at lower altitudes, the difference reaching $\sim 30^\circ\text{K}$ near 1 atm (see Fig. 2). The pressure P_2 corresponding to the profile C is 2.3 atm, whereas that corresponding to profile N is 1.1 atm.

Consider a line with a rotational number such that the line strength is almost independent of temperature ($J=4$ or 5). We shall use two models with a haze extending from the same pressure P_1 to a pressure P_2 equal to 1.1 atm for one model and 2.3 atm for the other model. The characteristics of the haze above the level 1.1 atm are the same if the specific amount of hydrogen has the same value for the two models, which implies a larger optical thickness in the continuum for the model with $P_2 = 2.3$ atm than for the model with $P_2 = 1.1$ atm. For the cases selected in part III – corresponding to $P_2 = 1.1$ atm – the optical thickness is already > 4 , which means that more than 85% of the photons are reflected without reaching the level 1.1 atm. Thus, the differences between synthetic line profiles corresponding to the two models with different values of P_2 are expected to be small; we have indeed found that differences between line profiles computed for the two models with the temperature profiles N and C and the characteristics given above do not exceed 2% of the intensity in the continuum. The “indirect” effect of temperature is therefore extremely slight.

If we now consider lines whose strengths are more sensitive to temperature such as lines with $J=0$ and $J=7$ the two extreme values of J among the studied lines – the differences between line profiles computed for the same conditions as above remain within the noise limits. The reason is that the values of the pressure P_1 and the specific amount of H_2 derived from the present analysis imply that the atmospheric regions being considered are essentially regions where the temperature profiles N and C are not very different.

In order to see the effect of temperature near the inversion level, we have also computed line profiles for two temperature profiles 5° K warmer and 5° K colder than the N profile, respectively. Figure 10 shows profiles of the line $R0$ and the manifold $R7$ of the $3\nu_3$ band for the model $P_1 = 0.15$, $P_2 = 1.1$ atm, $\tau_c = 9.5$, and $\text{CH}_4/\text{H}_2 = 3.5 \cdot 10^{-3}$. Even for the lines of $R7$, which are the most sensitive to temperature, an uncertainty of $\pm 5^\circ\text{K}$ at altitudes near the inversion level leads to intensity differences lower than the noise in the spectrum.

In conclusion, the choice of a temperature profile different from the one used in our nominal model – profile N of Gautier et al. (1977) – would not have any significant effect on our results, unless this profile is drastically different from current profiles derived from infrared measurements.

c) Influence of the Presence of Dust above the Haze

The analysis of the $1.1\ \mu$ range clearly indicates the presence of scattering particles high in the atmosphere. We expect these particles to be essentially NH_3 crystals. One may ask, however, if some of the scattering particles could not be dust particles instead of NH_3 crystals. Indeed, in models such as those of Macy (1977) or Podolak and Danielson (1977) where the NH_3 haze does not extend above 0.4 atm, the reflectivity variation at short wavelengths required the presence of absorbing dust particles above the haze.

The dust particles in Podolak and Danielson's model are much too inefficient at $1.1\ \mu$ ($\tau = 0.03$) to have any significant effect on the radiation: only 1% of the photons are directly reflected in the continuum by these dust particles.

In Macy's model for the temperate region of Saturn, there are dust particles between altitudes corresponding to 27 and 43 km-am H_2 . The dust layer is located above the haze layer which extends down to a dense cloud at an altitude corresponding to 94 km-am H_2 . The scattering optical thickness of the haze is 10. The

scattering optical thickness of the dust particles is 1 at 0.7μ , and, by using the approximate Van de Hulst (1957) relations is 0.42 at 1.1μ , which corresponds to about 20% of the photons reflected in the continuum. We have drawn profiles corresponding to this model. A good agreement is obtained for the strongest lines we analyse for a value of CH_4/H_2 equal to $1.8 \cdot 10^{-3}$, but, as can be expected, weak lines disagree – we are, indeed in atmospheric conditions excluded by our analysis (see Fig. 6). We have then compared these synthetic profiles with synthetic profiles obtained for a model without dust particles but in which the haze extends between the altitudes corresponding to 27 and 94 km-am H_2 – we have replaced the layers of dust plus haze in Macy's model by a haze. We have adjusted the optical thickness in our nominal model to 11.5 in order to have the same ratio CH_4/H_2 . The profiles obtained under these conditions almost coincide with the ones obtained for Macy's model. We conclude from this comparison that the homogeneous haze of our model can be equivalent to an inhomogeneous distribution of scattering particles: some fraction of the "haze" particles in our nominal model may very well be dust particles strongly absorbing UV radiation.

However, the dust particles in models such as Podolak and Danielson's or Macy's models do not explain our line profile as they are either too inefficient at 1.1μ or located too low in the atmosphere. This favors the hypothesis according to which NH_3 crystals are present very high in the atmosphere, up to the level of the temperature inversion.

4) Influence of Large Vertical and Horizontal Inhomogeneities

In our previous paper about Jupiter (Buriez and de Bergh, 1980), we considered two sets of models: the "reflecting-scattering" models in which the scattering particles are uniformly distributed in the atmosphere below the level P_1 and the "two-cloud" models in which scattering particles are concentrated in an upper cloud at a pressure P'_1 and in a lower dense cloud at a pressure P'_2 . The CH_4/H_2 ratios corresponding to one type of model or the other are comparable (to $\pm 10\%$). We have also shown qualitatively in the same paper that this ratio would not be significantly modified if horizontal inhomogeneities were considered. We shall not repeat all these developments here, but, from the similarity between our Jupiter and Saturn analyses, we conclude that the CH_4/H_2 ratios derived for Saturn would not be very different from the values derived for our nominal model (Sect. III) in an atmosphere which is actually very inhomogeneous, both vertically and horizontally.

It is clear that the pressure P_1 we have determined has a real meaning only if the top of the neutral atmosphere of Saturn can be properly represented by a haze with small vertical or horizontal inhomogeneities. However, even if these particles are more concentrated over certain regions of the planetary disk, one expects that a large number of scattering particles is present above the level 0.4 atm. Indeed, in all our models, the pressure is always less than 0.4 atm at unit scattering optical thickness (more than 90% of the photons are reflected above this level).

Conclusions

For the radiation at 1.1μ , Saturn's atmosphere is equivalent to a homogeneous haze. The optical thickness of the haze is great enough that the location of the dense NH_3 cloud below it will not significantly affect the CH_4 absorption line profiles. In contrast,

the location of the top of the haze is strongly constrained by the analysis of both strong and weak CH_4 absorptions near 1.1μ : the derived abundance of hydrogen above the haze is 14 ± 5 km-am.

2. The value of the specific amount of hydrogen characterizing this homogeneous haze strongly depends on the anisotropy of the particles. Using the Bugaenko et al. (1975) phase function which corresponds to particles with a refractive index $n \sim 1.4$ and an average radius: $r \sim 1 \mu$, the specific amount of hydrogen is of the order of 3 km-am, within a factor of 2. The corresponding density of particles which varies with pressure is 50 cm^{-3} at the pressure 1 atm. Assuming that the haze is made of ammonia crystals, the mass density is then about $2 \cdot 10^{-7} \text{ g/l}$ (between 10^{-7} and $4 \cdot 10^{-7} \text{ g/l}$) at the pressure 1 atm. We are, therefore, really in the presence of a "haze" and not a "cloud": the cloud that is supposed to be present near the NH_3 sublimation level has a mass density about 10^4 more important (Weidenschilling and Lewis, 1973).

3. Nothing in our analysis requires that this haze is made of ammonia crystals. In addition, even if the Saturn atmosphere is equivalent to a well-mixed haze for the radiation at 1.1μ , there is no constraint on the homogeneity of the haze. However, we think that even if the actual haze in Saturn is inhomogeneous, the H_2 abundance above the haze should not differ from 15 ± 10 km-am. Indeed: (i) as we have indicated in IVd, in our nominal model more than 40% of the photons are reflected above the level 35 km-am H_2 . (ii) Although the comparison with other results is often difficult, particularly because of a different role of scattering at different wavelengths, it is clear that the total amount of hydrogen deduced with the hypothesis of a reflecting layer is an upper limit of the real abundance of H_2 above the haze or the upper cloud in the more realistic hypothesis that the absorption occurs both in the clear atmosphere and the scattering atmosphere. In the case of strong absorptions, even with the hypothesis of a reflecting layer, the H_2 abundance is relatively weak: Martin et al. (1976) found 25^{+10}_{-9} km-am H_2 by analysing the fundamental 1–0 band (they would have found even less if they had taken into account the NH_3 continuum absorption in the wing of the H_2 band) and de Bergh et al. (1977) obtained 25 ± 4 km-am from the analysis of the $Q(1)$ quadrupole line of hydrogen. The low H_2 abundances deduced from the present analysis are therefore quite in agreement with what could be expected if scattering is taken into account. (iii) The result we obtain agrees with measurements in the UV which are sensitive to Rayleigh scattering above the haze or cloud. Teifel (1976) deduced from measurements at 0.355μ an H_2 abundance above the cloud of 10 ± 3 km-am H_2 . Furthermore, the increase in reflectivity observed for wavelengths less than 0.35μ requires the presence of a clear atmosphere above any haze or dust layer: the H_2 abundance in the clear atmosphere varies from 7 km-am (Podolak and Danielson, 1977), to 27 km-am (Macy, 1977).

4. The analysis of the 1.1μ region therefore indicates the presence of scattering particles high in the atmosphere. It also allows us to determine, in a way depending only slightly on the assumptions of the model (see Sect. IV), the ratio CH_4/H_2 . Although the uncertainties on this ratio are still large [$(4 \pm 2) \cdot 10^{-3}$] for the spectrum analysed here, we can conclude that measurements at 1.1μ exclude a solar value for the C/H ratio.

Acknowledgements. We are very much indebted to P. Connes and J. P. Maillard for carrying out the observations. We want to thank Y. Fouquart for a critical reading of the manuscript.

ferences

- Bergh, C., Lecacheux, J., Combes, M.: 1974, *Astron. Astrophys.* **35**, 333
- Bergh, C., Lecacheux, J., Maillard, J.P.: 1977, *Astron. Astrophys.* **56**, 227
- Bergh, C., Maillard, J.P., Pierre, G., Hilico, J.C.: 1980 (in preparation)
- Bergstralh, J.T., Margolis, J.S.: 1971, *J. Quant. Spectroscop. Radiat. Transfer* **11**, 1285
- Gaenko, L.A.: 1972, *Astron. Vestn.* **6**, 19
- Gaenko, L.A.: 1973, Candidate's Dissertation, Kiev
- Gaenko, O.I., Dlugach, Zh.M., Morozhenko, A.V., Yanovitskii, E.G.: 1975, *Solar System Research* **13**, 9
- Riez, J.C., de Bergh, C.: 1980, *Astron. Astrophys.* **83**, 149
- Idwell, J.: 1977, *Icarus* **30**, 493
- Irak, R.N., McCord, T.B.: 1979, *Icarus* **40**, 180
- Irak, U., Larson, H.P.: 1979, *Astrophys. J.* **233**, 1021
- Irak, O.G., Price, M.J.: 1979, *Icarus* **37**, 272
- Irak, D., Lacombe, A., Revah, I.: 1977, *Astron. Astrophys.* **61**, 149
- Irak, D., Courtin, R.: 1979, *Icarus* **39**, 28
- Hansen, J.E.: 1969, *Astrophys. J.* **158**, 337
- van de Hulst, H.C.: 1957, *Light Scattering by Small Particles*, Wiley, New-York
- van de Hulst, H.C., Grossman, K.: 1968, in *The Atmospheres of Venus and Mars*, J. C. Brandt and M. V. McElroy ed., Gordon and Breach, New-York, 35
- Kawabata, K., Hansen, J.E.: 1975, *Bull. Amer. Astron. Soc.* **7**, 382
- Kawata, Y., Hansen, J.E.: 1976, in *Jupiter*, T. Gehrels ed., Univ. of Arizona Press, 516
- Lambert, D.L.: 1978, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **182**, 249
- Lecacheux, J., de Bergh, C., Combes, M., Maillard, J.: 1976, *Astron. Astrophys.* **53**, 29
- Macy, W.: 1976, *Icarus* **29**, 49
- Macy, W.: 1977, *Icarus* **32**, 328
- Martin, T.Z., Cruikshank, D.P., Pilcher, C.B., Sinton, W.M.: 1976, *Icarus* **27**, 391
- Morozhenko, A.V., Yanovitskii, E.G.: 1973, *Icarus* **18**, 583
- Palluconi, F.D.: 1972, *The Planet Saturn (1970)*, NASA Space Vehicle Design Criteria (Environment), NASA SP-8091
- Pierre, G., Hilico, J.C., de Bergh, C., Maillard, J.P.: 1980, *J. Molec. Spectr.* (in press)
- Podolak, M., Danielson, R.: 1977, *Icarus* **30**, 479
- Teifel, V.: 1976, *Soviet Astron.* **19**, 500
- Tomasko, M.G., West, R.A., Castillo, N.D.: 1978, *Icarus* **33**, 558
- Tokunaga, A.T.: 1978, *The Saturn System*, Proceedings of a NASA workshop, Reston, Virginia, 53
- Trafton, L.: 1973, *Astrophys. J.* **182**, 615
- Trafton, L.: 1978, *The Saturn System*, Proceedings of a NASA workshop, Reston, Virginia, 31
- Trafton, L., Macy, W.: 1975, *Astrophys. J.* **196**, 867
- Wallace, L.: 1975, *Icarus* **25**, 538
- Weidenschilling, S.J., Lewis, J.S.: 1973, *Icarus* **20**, 465

C O N C L U S I O N

Notre but était d'interpréter des spectres planétaires dans le proche infra-rouge en utilisant dans la mesure du possible une méthode de calcul simple. L'une des raisons était, disons, "financière" : étant donnés les temps de calculs numériques nécessaires à la résolution de l'équation de transfert en milieu inhomogène, il est nécessaire de limiter l'utilisation de tels programmes de calcul. L'autre raison est plus "physique" : on ne peut cerner ce qui est essentiel dans le transfert du rayonnement que si l'on utilise des modèles physiques assez simples.

Le modèle d'atmosphère le plus simple est celui de la "couche réfléchissante" (RLM). Même pour ce modèle dans lequel seules pression, température et éventuellement concentration de gaz absorbant varient, il a fallu introduire l'approximation de CURTIS-GODSON. L'atmosphère est alors assimilée à une couche homogène définie par une pression $\bar{P}$, une température $\bar{\theta}$ et une abondance de gaz absorbant $\bar{u}$. Un tel modèle, s'il est réaliste, est idéal pour l'analyse des spectres planétaires puisque, en laboratoire, une cellule d'absorption permet une simulation directe de la couche d'atmosphère.

Les photons réfléchis par une atmosphère claire ont tous rencontré la même abondance de gaz. Il n'en est pas de même dans le cas d'une atmosphère nuageuse. Les modèles diffusants ne peuvent plus être simulés à l'aide d'une seule cellule d'absorption. Si l'atmosphère est homogène, une cellule contenant une abondance de gaz u simule le modèle pour les photons réfléchis par l'atmosphère après avoir rencontré cette même abondance u . Une simulation est donc encore possible si l'on dispose d'un grand nombre de cellules différentes. Si l'atmosphère n'est pas homogène, les photons qui ont rencontré une abondance de gaz u ne sont pas absorbés de la même manière s'ils ont pénétré profondément dans l'atmosphère ou non. Selon les conditions de température et de pression régnant dans l'atmosphère le long du trajet des photons, la cellule d'absorption doit donc contenir une abondance de gaz plus ou moins importante.

Le problème est compliqué par le fait que la loi de variation de l'absorption avec l'altitude n'est pas la même suivant la fréquence observée. On fait alors l'approximation suivante : le gaz est soumis aux mêmes conditions de température et de pression dans toutes les cellules d'absorption ; les abondances de gaz dans ces cellules sont choisies pour permettre une simulation de l'effet de l'atmosphère sur l'absorption dans les ailes des raies. Si l'on s'intéresse aux largeurs équivalentes de raies, la simulation permet de déterminer les largeurs équivalentes de raies fortes (pour lesquelles l'influence des ailes est prépondérante) ; la pression à priori arbitraire est alors choisie de façon à pouvoir déterminer aussi les largeurs équivalentes des raies faibles. Si au contraire on s'intéresse aux profils des raies, la pression est choisie de sorte que la simulation soit valable non seulement dans les ailes mais aussi aux centres des raies.

Cette idée simple de reconstituer un spectre planétaire à l'aide d'un grand nombre de cellules d'absorption nous a conduit à introduire la fonction de distribution de l'abondance de gaz absorbant pondérée par la température et la pression. Pour le calcul des largeurs équivalentes de raies, nous avons ainsi pu généraliser au cas de n'importe quel type d'atmosphère l'approximation de CURTIS-GODSON initialement développée pour les atmosphères claires. Une approximation du même type a été développée pour les profils de raies synthétiques ; elle nous a permis de réduire de façon notable les temps de calculs numériques.

Il nous semble plus important encore de souligner que la notion de "distribution d'abondance pondérée" nous a permis de voir sous un angle nouveau quels types d'informations peuvent être obtenus à partir d'un spectre planétaire :

Les largeurs équivalentes de raies idéalement isolées et formées dans une atmosphère nuageuse (non conservative) diffèrent très peu de celles qui seraient formées dans une atmosphère claire définie par une température $\tilde{\theta}$, une pression $r\tilde{p}$ et une abondance de gaz absorbant μ_1 : $\tilde{\theta}$ est la température de rotation déterminée à partir des équations classiques établies pour le modèle de la couche réfléchissante ; μ_1 est l'abondance de gaz absorbant rencontrée en moyenne par les photons en

absence d'absorption et $\hat{P}$ est la pression de formation correspondante ; r est le rapport des abondances "pondérées" en régime d'absorption forte et faible ; il varie de 1 (pas de diffusion) à 0 (nuage conservatif semi-infini) ; c'est donc un excellent "indicateur de diffusion".

A partir de la mesure de largeurs équivalentes de raies, il n'est possible d'éliminer des modèles d'atmosphères que si l'on connaît une relation liant μ_1 et $r\hat{P}$, ce qui nécessite de connaître la concentration en gaz absorbant. L'interprétation des profils de raies est plus riche en informations : l'analyse des ailes de raies permet de déterminer l'indicateur de diffusion r et donc d'éliminer un certain nombre de modèles sans faire d'hypothèse sur la concentration en gaz absorbant ; l'analyse de la région centrale des raies impose des conditions supplémentaires sur la structure des hautes couches de l'atmosphère.

La possibilité d'une détermination précise des paramètres tels que $\hat{O}$, $\hat{P}$, μ_1 et r doit être envisagée avec précaution: les raies ne sont jamais parfaitement isolées. Pour la mesure d'une largeur équivalente, la forme des ailes de la raie doit être extrapolée différemment suivant le type de modèle envisagé. Les quantités $\hat{O}$, μ_1 et $r\hat{P}$ peuvent être déterminées à partir des valeurs des largeurs équivalentes de la même façon quelque soit le modèle d'atmosphère, mais, en pratique, les largeurs équivalentes des raies observées doivent être mesurées différemment suivant le type d'atmosphère (pour tenir compte de la forme des ailes de raies). Pour l'analyse des profils de raies, le problème est différent puisque l'on étudie le spectre en tenant compte du recouvrement des raies. Une grande incertitude peut toutefois subsister si le niveau continu n'est pas connu avec précision.

Dans tous les cas, l'analyse d'un spectre planétaire ne permet pas de déterminer la structure réelle de l'atmosphère, mais simplement une schématisation de celle-ci. Pour des atmosphères extrêmement complexes telles que celles de Jupiter et Saturne, nous avons défini les informations essentielles que l'on peut obtenir à partir d'un spectre observé : (i) la région sondée par l'atmosphère, (ii) l'importance de la diffusion dans cette région, (iii) plus particulièrement le rôle joué par la diffusion dans les très hautes couches de l'atmosphère ; (iv) la concentration du gaz absorbant.

Nous avons analysé la région de la bande $3\nu_3$ du méthane dans les spectres de Jupiter et de Saturne enregistrés par CONNES et MAILLARD en 1974. Nous pouvons résumer les résultats obtenus sous forme de réponses aux questions précédentes :

(i) l'atmosphère sondée correspond pour les différents modèles sélectionnés à des pressions "apparentes" relativement faibles

$$r_P^{\lambda} \approx 0,5 \pm 0,2 \text{ atm pour Jupiter}$$

$$r_P^{\lambda} \approx 0,2 \pm 0,1 \text{ atm pour Saturne.}$$

(ii) L'indicateur de diffusion obtenu est

$$r \approx 0,7 \pm 0,2 \text{ pour Jupiter}$$

$$r \approx 0,6 \pm 0,2 \text{ pour Saturne}$$

ce qui exclut l'hypothèse d'une atmosphère claire, sans que l'on puisse faire la distinction entre un modèle à un seul nuage étendu et un modèle à plusieurs nuages denses.

(iii) Cependant, dans tous les cas, la présence de particules diffusantes haut dans l'atmosphère est nécessaire. Plus de 10 % des photons réfléchis par Jupiter pénètrent tout au plus jusqu'au niveau correspondant à 0,3 atm. Cette proportion passe à 30 % pour le même niveau dans le cas de Saturne.

(iv) Les concentrations obtenues correspondent à un enrichissement du rapport C/H comparé à la valeur solaire

$$\frac{\text{CH}_4}{\text{H}_2} = (2,8 \pm 1,3) 10^{-3} \text{ pour Jupiter } (*)$$

$$\frac{\text{CH}_4}{\text{H}_2} = (4 \pm 2) 10^{-3} \text{ pour Saturne}$$

(*) Valeurs révisées à l'aide des mesures d'intensités S_J les plus récentes (C. DE BERGH, communication privée).

L'imprécision du résultat est liée aux limites expérimentales à la fois au niveau du spectre observé (résolution instrumentale et rapport s/n) et au niveau des mesures en laboratoire (incertitudes sur les intensités des raies, les demi-largeurs de LORENTZ,...). Mais cette imprécision est aussi liée à la technique du spectre synthétique elle-même (indépendamment des difficultés pour utiliser cette technique). Pour repousser plus loin les limites de la connaissance des planètes à partir d'un spectre observé, on peut joindre à la spectroscopie l'apport de la polarimétrie. Nous avons montré que l'on pouvait généraliser à n'importe quel paramètre de STOKES la notion de distribution d'abondance "pondérée". Tandis que les spectres des paramètres de STOKES I_ℓ et I_r sont formés à l'intérieur d'un nuage pratiquement au même niveau que I , le spectre de $Q = I_\ell - I_r$ est formé beaucoup plus haut dans l'atmosphère. L'obtention du spectre de Q permettrait ainsi une meilleure localisation du sommet des nuages. De plus, la comparaison entre les largeurs équivalentes des raies fortes formées dans un nuage et associées respectivement à I et Q permettrait une détermination du rapport des échelles de hauteur gaz ambiant- particules ou gaz mineur-gaz ambiant. S'il est possible d'obtenir un rapport signal/bruit suffisamment élevé pour permettre une comparaison entre les profils des raies fortes, l'information sera encore plus riche : de la même façon que pour I , on obtient pour Q un indicateur de diffusion correspondant à des niveaux plus élevés dans l'atmosphère. La spectropolarimétrie apparaît donc comme un puissant moyen d'investigation des planètes qui devrait être développé dans les années à venir.

A N N E X E A

Schéma de calcul de la distribution $p(u)$ et de la pression $\tilde{P}$ (introduites au chapitre I).

1 - Découpage de l'atmosphère en un nombre fini de couches homogènes.
La i -ème couche est caractérisée par :

- le diagramme de diffusion
- l'épaisseur optique mise sous la forme

$$\Delta\tau(i) = \Delta\tau_c(i) + K f(i) \Delta a(i) \quad . \quad (B1)$$

$\Delta\tau_c(i)$ représente l'épaisseur optique de la couche dans le continu ; K est homogène à un coefficient d'absorption massique ; $f(i)$ sera la fonction de pondération ; $\Delta a(i)$ est l'abondance réelle de gaz absorbant contenue dans la couche.

- l'albédo de simple diffusion

$$\omega(i) = \omega_c(i) \Delta\tau_c(i) / \Delta\tau(i) \quad , \quad (B2)$$

$\omega_c(i)$ étant l'albédo continu.

2 - Calcul préliminaire de l'intensité continue I_c : résolution de l'équation de transfert pour $K = 0$ dans Eq. (B1).

3 - Calcul de la fonction $p(u')$:

- calcul de la fonction de pondération intervenant dans Eq. (B1) :

$$f(i) = du / du' \quad ; \quad \text{ce rapport est défini par Eq. (I-20)}$$

- résolution de l'équation de transfert pour $(2N-1)$ valeurs de K bien réparties sur l'intervalle $]0, \infty[$ et éventuellement pour $K \rightarrow \infty$ si une partie du rayonnement est réfléchi sans rencontrer de gaz absorbant. Typiquement, $N = 5$.

- Approximation des rapports des intensités $I(K) / I_c$ au moyen de Eq. (I-7).

- Calcul de la fonction $p(u')$ par Eq. (I-8) et des moments μ'_1 et $\mu'_{1/2}$ par Eq. (I-9). A ce stade, "l'indicateur de diffusion" $r = (\tilde{\mu}_{1/2})^2 / \mu'_1$ peut être calculé puisqu'il est identique à $(\mu'_{1/2})^2 / \mu'_1$.

4 - Calcul du moment μ''_1 :

- Calcul d'une nouvelle fonction de pondération intervenant dans Eq. (B1) : $f(i) = du / du''$; ce rapport est défini par Eq. (I-21).

- Calcul de $p(u'')$ puis de μ''_1 comme précédemment (§ 3) ou plus directement calcul de μ''_1 à partir de la résolution de l'équation de transfert pour K très petit

$$\mu''_1 = - \frac{1}{I_c} \lim_{K \rightarrow 0} \left(\frac{d I(K)}{dK} \right) \quad (B3)$$

soit

$$\mu''_1 \approx \frac{1}{K} \left(1 - \frac{I(K)}{I_c} \right) , \text{ pour } K \text{ très petit.} \quad (B4)$$

5 - Détermination de $\tilde{P}$ et $p(\tilde{u})$ par Eqs. (I-23 et 28).

A N N E X E B

Schéma de la méthode décrite au chapitre IV 2b (détermination de P_v^2)

1 - Le rapport des intensités I_v/I_c défini par Eq (IV-15) est approximé à l'aide d'un approximant de PADE (cf. chap. I ou Annexe 1 : calcul de la fonction $p(u')$)

$$\frac{I_v}{I_c} \approx I_o + \frac{P_{N-1}(K)}{Q_N(K)} \quad (B1)$$

avec

$$K = k_v(P_v, \theta) \frac{P_o}{P_v}$$

($I_o \neq 0$ seulement si une partie du rayonnement est réfléchi sans rencontrer de gaz absorbant).

2 - Résolution de l'équation de transfert à J fréquences ν_j pour L intensités S_ℓ de raies isolées, réparties sur l'intervalle $[S_{\min}, S_{\max}]$ des intensités des raies observées. Les fréquences ν_j sont choisies de manière à permettre l'interpolation du profil de la raie ℓ à partir des J intensités $I_v(S_\ell, \nu_j)$. Typiquement $L \approx J \approx 5$.

3 - Si $\Delta\nu$ est la limite de résolution expérimentale, on choisit une fréquence ν_j sur l'intervalle $]\nu_o, \nu_o + \Delta\nu[$. Pour cette fréquence, les L valeurs de $I_v(S_\ell, \nu_j)$ permettent de déterminer L valeurs de $P_v^2(I_v)$ à partir de Eq (B1). Par moindres carrés, on obtient une première détermination des coefficients a_m de Eq (IV-16)

$$P_v^2 = \sum_{m=0}^{M < L} a_m \left(\frac{I_v}{I_c} \right)^m \quad (B2)$$

4 - Calcul de l'intensité $I_{o\ell}$ convoluée au centre de la raie ($\ell = 1, L$).

(a) à partir des intensités $I_v(S_\ell, \nu_j)$ calculées au § 2 : $I_{o\ell}^{\text{exact}}$

(b) à partir des Eqs. (B1) et (B2) de façon itérative : $I_{o\ell}^{\text{appr}}$.

5 - Les paramètres a_m sont corrigés de proche en proche jusqu'à ce que l'écart quadratique moyen

$$E = \sum_{\ell=1}^L \left[I_{o\ell}^{\text{exact}} - I_{o\ell}^{\text{appr}} \right]^2 \quad (\text{B3})$$

soit minimal. Pour accélérer ce calcul, on utilise une méthode de gradient minimal. En général 3 ou 4 itérations suffisent.

6 - On peut alors calculer I_v pour n'importe quelle raie (isolée ou non) à n'importe quelle fréquence à partir des Eqs. (B1) et (B2). La précision de la méthode dans la zone critique des épaules de raies peut être estimée en comparant les profils convolués approchés aux profils convolués "exacts" (à partir de § 2).

