

50376  
1981  
136  
N° d'ordre: 943

50376  
1981  
136

# THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

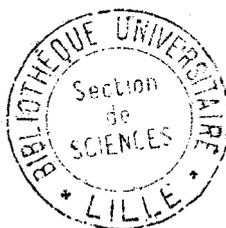
pour obtenir le grade de

**DOCTEUR TROISIEME CYCLE**

Spécialité : Electronique

par

Abdeljelil FARZA



## **APPLICATION DU BILAN D'ENTROPIE A LA CARACTERISATION DES PERTES PAR CONDUCTION THERMIQUE EN REGIME VARIABLE**

Soutenue le 15 juillet 1981 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury	MM. A. LEBRUN	Président
	P. THERY	Rapporteur
	L. RACZY	Examinateur
	B. DUTHOIT	Invité
	J. VANHOVE	Invité

*à tous ceux qui me sont chers,*

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Mesures Automatiques de l'Université des Sciences et Techniques de Lille dans le cadre du Centre de Recherche Science des Matériaux et Techniques de Construction (CRESMAT).

Monsieur le Professeur LEBRUN, Directeur du Laboratoire, m'a accueilli dans son service. Je lui exprime ma profonde gratitude pour les conseils et encouragements qu'il m'a prodigués et l'honneur qu'il me fait de présider le jury de cette thèse.

Monsieur THERY m'a confié le thème de ce mémoire. Je le remercie de m'avoir incité à développer l'aspect expérimental de ma recherche, donné les bases fondamentales de la thermophysique, ainsi que pour son étroite et amicale collaboration tout au long de ce travail.

Je suis particulièrement reconnaissant à Monsieur DUTHOIT, Assistant au Département de Génie Civil de l'I.U.T. de Béthune pour son amicale collaboration et les conseils qu'il m'a prodigués tout au long de mon travail. Je le remercie de bien vouloir faire partie du jury.

Je remercie Monsieur le Professeur RACZY, Directeur de l'Institut "Informatique, Mesures, Automatiques" de l'EUDIL pour l'honneur qu'il me fait de juger ce travail.

Je remercie Monsieur VANHOVE, Directeur du Laboratoire de Thermique de l'Ecole des Mines de Douai pour avoir accepté de faire partie du jury.

J'adresse mes remerciements au personnel de laboratoire qui m'a aidé tout au long de mon travail. En particulier, Messieurs PAUQUET, WATTRELOT et VERBEKE qui m'ont conseillé dans la mise au point du système d'acquisition de données et à Messieurs CORNET et RAVALITERA qui ont toujours réalisé les capteurs nécessaires à l'accomplissement de mon travail.

Mes sincères remerciements à Madame CASTEGNIER qui a dactylographié ce manuscrit.

Je remercie enfin tout le personnel qui a assuré l'impression de ce document.

# SOMMAIRE



INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE I : RAPPEL DE QUELQUES NOTIONS THERMODYNAMIQUES DE BASE .....	4
I-1- EXPRESSION GENERALE DU SECOND PRINCIPE .....	4
I-2- REVERSIBILITE ET IRREVERSIBILITE .....	5
I-3- LES PRINCIPALES CAUSES D'IRREVERSIBILITES DANS LES TRANSFORMATIONS REELLES .....	5
I-4- DESCRIPTION DU PROCESSUS DE CONDUCTION THERMIQUE .....	6
I-4-1- Le champ de température .....	6
I-4-2- Le gradient de température .....	7
I-4-3- Flux et conductivité thermique (loi de Fourier) .....	7
I-4-4- Résistance thermique .....	8
I-4-5- Capacité thermique .....	8
CHAPITRE II : LES BILANS D'ÉNERGIE ET D'ENTROPIE EN REGIME VARIABLE .....	9
II-1- DESCRIPTION DE L'ETAT D'UN SYSTEME EN DESEQUILIBRE THERMIQUE .....	9
II-2- LE BILAN D'ENERGIE INTERNE .....	11
II-3- LE BILAN DES ECHANGES D'ENTROPIE .....	13
II-3-1- Augmentation interne d'entropie par conduction thermique .....	14
II-3-2- Les échanges d'entropie avec le monde extérieur .....	16
II-3-3- Variation d'entropie d'un système en évolution .....	18
CHAPITRE III : REPRÉSENTATION ANALYTIQUE DES PROCESSUS DE STOCKAGE ET DE TRANSFERT DE CHALEUR A TRAVERS UNE PAROI RÉELLE .....	21
III-1- REPRESENTATION ANALYTIQUE DU TRANSFERT DE LA CHALEUR DANS UNE PAROI MONODIMENSIONNELLE .....	21
III-2- PROPRIETES DE LA MATRICE DE TRANSFERT .....	23
III-3- FONCTIONS DE TRANSFERT CARACTERISTIQUES DES PROCESSUS DE STOCKAGE ET DE TRANSFERT DE CHALEUR .....	24

III-4- SIMULATION DE LA DISSIPATION INTERNE PAR CONDUCTION THERMIQUE DANS LES PROCESSUS DE TRANSFERT ET DE STOCKAGE DE LA CHALEUR DANS UNE PAROI HOMOGENE EN REGIME VARIABLE .....	28
III-4-1- Simulation des évolutions thermocinétiques .....	28
III-4-2- Simulation du bilan d'entropie dans le processus de stockage- déstockage de chaleur sensible .....	30
III-4-2-1- Influence de l'amplitude de la variation de tem- pérature imposée .....	37
III-4-2-2- Influence du temps de montée du signal .....	37
III-4-3- Simulation du bilan d'entropie dans les processus de transfert de chaleur (sans stockage) .....	45
III-4-3-1- Inversion d'un gradient sur les surfaces limites de l'échantillon .....	45
III-4-3-2- Variation antisymétrique de température sur les faces limites de l'échantillon .....	50
III-4-4- Etablissement d'un gradient thermique dans un échantillon ini- tialement en équilibre thermique .....	55
 CHAPITRE IV : ETUDE EXPERIMENTALE .....	 64
IV-1- DISPOSITIF EXPERIMENTAL A TEMPERATURES IMPOSEES .....	65
IV-1-1- Les fluxmètres thermiques .....	65
IV-1-2- Chaîne d'acquisition numérique .....	69
IV-2- MESURE DE LA DEGRADATION PAR CONDUCTION THERMIQUE DANS UN PROCESSUS DE STOCKAGE-DESTOCKAGE DE CHALEUR SENSIBLE .....	72
- Description de la mesure .....	76
- Application à la mesure de la capacité thermique.....	77
IV-3- AUGMENTATION D'ENTROPIE DUE AU TRANSFERT PUR DE CHALEUR DANS UNE PA- ROI HOMOGENE .....	79
IV-3-1- Inversion du gradient .....	79
IV-3-2- Echange d'entropie nécessaire pour établir un gradient thermique dans un échantillon à température moyenne constante .....	84
IV-4- ECHANGES D'ENTROPIE DANS UNE TRANSFORMATION QUELCONQUE. APPLICATION A L'IDENTIFICATION DE LA RESISTANCE THERMIQUE .....	86
- Traitement des fluctuations autour du régime permanent .....	94
 CHAPITRE V : RÉSISTANCE APPARENTE DES SYSTÈMES BICOUCHES , , , ,	 96
 CONCLUSION .....	 109
ANNEXE I .....	111
ANNEXE II .....	127
 BIBLIOGRAPHIE .....	 133

## I N T R O D U C T I O N

Il existe plusieurs modes de représentation de l'évolution des systèmes réels : les méthodes de bilan, les méthodes de modèle etc...

Les "méthodes de bilan" consistent à caractériser l'évolution par le bilan d'échange d'énergie et d'entropie avec le monde extérieur. Ce sont des méthodes de sciences exactes fondées sur un petit nombre de postulats d'origine expérimentale. La thermodynamique fournit par ses deux principes une axiomatique concernant les échanges d'énergie et d'entropie à l'échelle macroscopique. Elle ne fait aucune hypothèse sur la nature des systèmes étudiés ; les principes permettent d'expliquer les résultats observés.

Les "méthodes de modèle" cherchent à interpréter les phénomènes et pénétrer leurs mécanismes. On cherche à découvrir la manière suivant laquelle se produisent les phénomènes. On va au-delà de l'expérimentation et on cherche à imaginer un mécanisme capable de donner une interprétation aux faits observés. Les méthodes de bilan et de modèle sont complémentaires.

Les transferts de chaleur dans les parois réelles sont habituellement représentés à l'aide de modèles établis par résolution de l'équation de Fourier. Ces modèles sont en général très complexes puisque les systèmes réels sont à constantes distribuées. L'utilisation de ces modèles est limitée aux matériaux homogènes puisque l'équation de Fourier n'admet de solutions simples que dans ces cas.

Une description aussi détaillée de l'évolution des systèmes est surabondante lorsque l'on ne s'intéresse qu'à des problèmes pratiques tels que la gestion et le contrôle des échanges énergétiques entre un système et le monde extérieur. Il est alors possible de simplifier la description en se limitant à calculer en temps réel les bilans des échanges d'énergie et d'entropie avec le monde extérieur.

Les études théoriques concernant l'exploitation du bilan d'entropie ont été largement développées dans la littérature depuis 1950 pour caractériser la dissipation interne. Aucune étude n'a été entreprise, à notre connaissance, en vue d'utiliser le bilan d'entropie pour traiter les résultats expérimentaux. L'objet de notre travail est d'introduire le bilan d'entropie comme une méthode de traitement des échanges énergétiques en régime variable.

Dans la partie théorique du travail, nous reprenons les principes de base permettant d'effectuer des bilans sur l'état d'un système en évolution.

En général, le système est très complexe et évolue de façon plus ou moins aléatoire. L'objectif de la méthode n'est pas d'étudier ce qui se passe dans le système en évolution, mais plutôt de montrer comment il faut traiter les flux et températures superficielles pour appliquer les principes de la thermodynamique afin d'effectuer des bilans sur un système en évolution. Cette description énergétique de l'état d'un système introduit naturellement l'énergie interne et l'entropie comme grandeurs représentatives de son état en déséquilibre thermique.

Cette représentation, particulièrement simple, a l'avantage de représenter par deux seules variables indépendantes les échanges entre un système à constantes distribuées et le monde extérieur.

Cette description énergétique permet naturellement la caractérisation des processus de stockage-déstockage et de dégradation de la chaleur. Le bilan d'énergie modélise le processus de stockage de chaleur sensible. Le bilan d'entropie introduit les notions fondamentales "d'entropie créée" et "d'entropie échangée" avec le monde extérieur pour entretenir les processus de dissipation interne. La densité temporelle d'entropie échangée avec le monde extérieur permet d'entretenir l'évolution des processus de dissipation interne ; elle est mesurable en temps réel. Le traitement du bilan des échanges d'entropie conduit à une évaluation des pertes dans les processus cycliques de stockage et de transfert de la chaleur.

Pour préciser le domaine d'application des méthodes de bilan dans le domaine de l'instrumentation, nous simulons dans une deuxième partie les échanges d'entropie entre une paroi homogène et le monde extérieur en régime variable. Nous avons simulé pour cela la réponse à des variations de température imposées modulée en créneau exponentiel. L'utilisation de ces signaux permet de représenter les réponses à une grande diversité de signaux allant de l'impulsion au signal lentement variable. L'irréversibilité due aux variations rapides est génératrice d'une augmentation d'entropie. Cette augmentation représentative des pertes internes peut être caractérisée par un coefficient de qualité des processus de stockage de chaleur.

Dans un processus de transfert d'énergie, l'augmentation d'entropie est due surtout à la conduction thermique provoquée par le transfert de chaleur dans la paroi. La simulation de ces processus montre qu'il est possible d'identifier la résistance thermique par traitement des variations de flux et de température en régime quasi-stationnaire.

Plusieurs types de transformations fondamentales sont étudiés en détail :

- Les transformations du premier type : la température des surfaces d'échange évolue dans le temps. Elle est identique sur les deux faces. Il n'y a pas de gradient thermique imposé et les pertes par irréversibilité sont d'autant plus importantes que les phénomènes de stockage-déstockage de chaleur sont rapidement variables dans le temps.

- Les transformations du deuxième type sont à température moyenne constante. Un système de refroidissement évacue à chaque instant une quantité de chaleur égale à la quantité de chaleur reçue du côté émission. Dans une telle transformation, il y a augmentation d'entropie par conduction thermique.

De façon plus générale, lorsque l'on applique une différence de température en créneau sur une paroi, il y a à la fois stockage et transfert de chaleur dans la paroi. Dans une paroi homogène les processus sont découplés. Le traitement des flux et température superficielle permet de calculer les pertes caractérisant les processus de stockage et de transfert d'énergie.

La partie expérimentale décrit les expériences réalisées pour vérifier les résultats théoriques précédents. Le dispositif expérimental est essentiellement constitué par une paroi homogène comportant sur chacune de ses surfaces d'échanges un thermofluxmètre et un capteur de température. Cette configuration expérimentale conduit à représenter les évolutions thermocinétiques par les variations de flux et de température superficielle. Elle est particulièrement bien adaptée à l'étude expérimentale des échanges à température imposée. Deux plaques échangeuses de  $50 \times 50 \text{ cm}^2$  réglées en températures  $T_1$  et  $T_2$  sont appliquées sur les surfaces externes du système. Un sélecteur de bains à électrovannes permet de porter les plaques aux températures  $T_1$ ,  $T_2$  ou d'imposer un gradient thermique dans l'échantillon. Le dispositif expérimental à températures imposées permet d'enregistrer les variations de flux, de température en régime variable et de représenter après traitement le bilan des échanges d'entropie avec le monde extérieur.

L'étude développée présente l'originalité, par rapport aux autres résultats actuellement disponibles, d'introduire la résistance thermique non pas à partir d'un modèle plus ou moins idéalisé d'une configuration expérimentale, mais à partir d'un traitement permettant de quantifier le processus de dégradation de la chaleur. L'exploitation du bilan des échanges d'entropie dans les transformations réversibles permet également de calculer la capacité thermique de la paroi.

## CHAPITRE I : RAPPEL DE QUELQUES NOTIONS THERMODYNAMIQUES DE BASE

Le premier principe de la thermodynamique concerne le bilan des échanges d'énergie entre un système matériel subissant des transformations quelconques et le monde extérieur. Il ne fait aucune différence entre les diverses formes de l'énergie.

Le second principe permet de calculer la quantité de travail susceptible d'être recueillie dans une transformation déterminée et de calculer le rendement par rapport à une transformation choisie comme référence.

Alors que le premier principe considère toutes les transformations comme également possibles, le second principe permet de préciser le sens dans lequel tendent réellement à évoluer les systèmes et par suite les conditions d'équilibre stable des systèmes.

Le second principe introduit une distinction fondamentale entre les transformations réversibles et les transformations irréversibles.

### I-1- EXPRESSION GENERALE DU SECOND PRINCIPE

Si l'on considère une transformation élémentaire quelconque d'un système matériel quelconque, la quantité de chaleur infiniment petite échangée  $\delta Q$  peut se mettre sous la forme [1] :

$$\delta Q = T \delta S - \delta f$$

avec  $\delta f \geq 0$

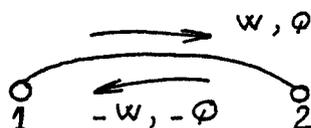
où  $T$  est la température absolue ou thermodynamique du système, température supposée uniforme ( $273,15^\circ + t^\circ\text{C}$ )

$dS$  est la différentielle univoque  $S(x,y \dots)$  fonction des paramètres  $x, y$  qui définissent l'état du système et qu'on appelle son entropie.  $\delta f$  est un terme essentiellement positif ou nul auquel on donne le nom de travail non compensé.

Il correspond aux irréversibilités internes du système et ne s'annule que s'il y a réversibilité totale ou restreinte pour la transformation envisagée. Ce terme représente l'énergie dissipée. Il caractérise les pertes en régime variable.

### I-2- REVERSIBILITE ET IRREVERSIBILITE

Une transformation réversible est habituellement définie comme une suite continue d'états d'équilibre. Dans ces conditions, les variables d'état ont à tout instant des valeurs bien déterminées et les variations des propriétés thermodynamiques du système peuvent être représentées au moyen des fonctions mathématiques simples. Au sens exact des mots, une suite d'états d'équilibre ne peut constituer une transformation et il faut supposer que des actions extérieures très faibles, théoriquement aussi petites que l'on veut, provoquent le déplacement dans le sens désiré.



Si l'on change le sens de ces actions, le système évolue en sens inverse et on peut aussi revenir à l'état initial en repassant successivement, mais dans l'ordre inverse, par tous les états antérieurs.

Les quantités de chaleur, de travail échangées avec le milieu extérieur, sont dans les deux sens, égales et de signes contraires, si l'on suppose l'absence de forces de frottements. Une transformation réversible est infiniment lente (quasi-statique).

Les transformations réelles sont irréversibles à cause des phénomènes de dissipations : frottement, effet Joule etc... Leur représentation détaillée est très complexe et en pratique, on se limite à effectuer des bilans pour caractériser les évolutions.

### I-3- LES PRINCIPALES CAUSES D'IRREVERSIBILITES DANS LES TRANSFORMATIONS REELLES

Les transformations réelles, celles qui tendent à se produire dans la nature, s'effectuent dans un sens bien déterminé et sont toujours irréversibles. Les transformations réversibles ne constituent qu'un cas limite idéal où toutes les résistances passives auraient disparu.

L'une des causes les plus importantes d'irréversibilité des phénomènes réels est liée à l'existence des forces de frottements qui interviennent dans tout processus de diffusion.

La diffusion de masse par mise en contact de deux gaz ou de deux liquides est un processus irréversible qui s'effectue naturellement. Pour séparer les deux gaz mélangés, il faudra dépenser une certaine quantité d'énergie pour revenir à l'état initial. De la même façon, un échange de chaleur ne peut être réversible que si les températures des deux corps en présence sont infiniment voisines. Ce n'est, en effet, qu'à cette condition qu'il sera possible, par des modifications infiniment petites de la température de l'un d'eux, de renverser le sens de l'échange de chaleur.

Comme il n'existe pas de substance parfaitement conductrice de la chaleur, la transmission de celle-ci à travers une paroi exige un gradient de température fini ( $\frac{dT}{dx} < 0$ ) qui rend le phénomène irréversible. L'irréversibilité se localise au passage à travers la paroi, et elle est d'autant plus élevée que le corps est moins bon conducteur de la chaleur.

#### I-4- DESCRIPTION DU PROCESSUS DE CONDUCTION THERMIQUE

On introduit la conduction pour représenter la chute de température provoquée par la diffusion de la chaleur. (10)

La conduction de la chaleur dans un matériau en régime permanent provoque des variations spatiales de température représentées par la distribution de la température.

Il est donc nécessaire de définir le champ de température et de gradient de température pour caractériser la conduction thermique.

##### I-4-1- LE CHAMP DE TEMPERATURE

C'est une fonction de coordonnées  $x, y, z$  et du temps  $t$ . C'est-à-dire

$$T = f(x,y,z,t) \quad (I-4-1-00)$$

Le champ de température représente l'ensemble des températures de tous les points de l'espace à un moment déterminé.

L'équation (I-4-1-00) est l'expression mathématique d'un tel champ. Le champ de température est variable ou non stationnaire si la température dépend du temps. Lorsque la température ne varie pas avec le temps, le champ est stationnaire ou permanent. Le champ de température unidimensionnel permanent est exprimé par la relation  $T = f(x)$ .

I-4-2- LE GRADIENT DE TEMPERATURE

Le lieu des points à mêmes températures constitue une surface isotherme. Comme un seul et même point de l'espace ne peut avoir de températures différentes, les surfaces isothermes de deux températures différentes ne peuvent se couper. La température dans une substance ne varie que dans la direction normale aux surfaces isothermes (direction X, figure I-4-2-A).

Le taux de variation de la température  $\Delta T$  dans une substance avec la distance normale entre les surfaces isothermes  $\Delta n$  est le gradient de température.

Celui-ci se présente par l'un des symboles :

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta T}{\Delta n} \right) = \frac{\partial T}{\partial n} \quad [\text{K/m}]$$

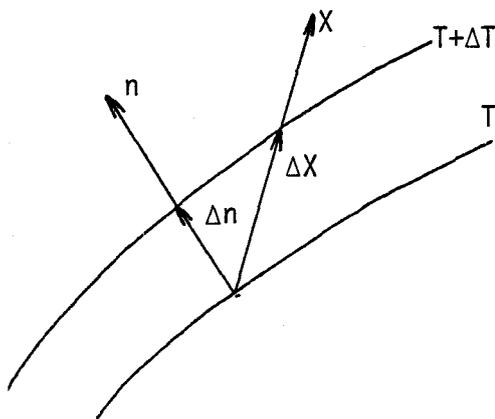


Figure I-4-2-A

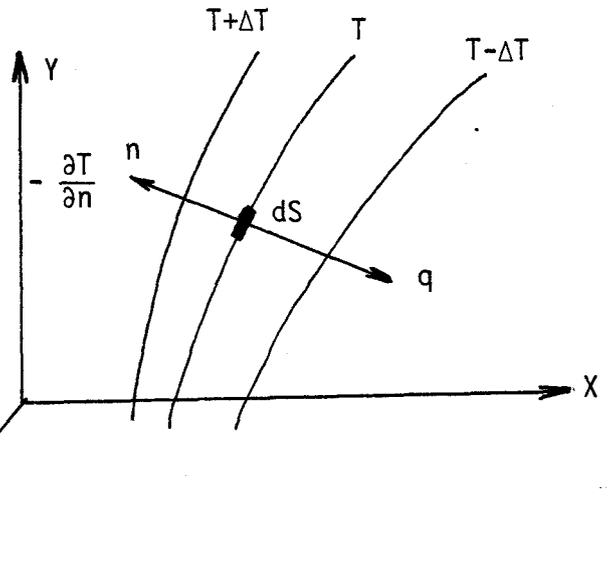


Figure I-4-2-B

I-4-3- FLUX ET CONDUCTIVITE THERMIQUE (LOI DE FOURIER)

L'énergie thermique s'écoule toujours d'une région de haute température vers une région de température plus basse.

On définit le flux thermique  $\Phi_{(n)}$  comme étant la quantité de chaleur  $\partial Q$  qui traverse par unité de temps suivant la normale n, l'élément de surface dS (figure I-4-2-B)

$$\Phi_{(n)} = \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (\text{I-4-3-00})$$

Le flux thermique s'exprime par unité de surface en  $\text{W/m}^2$ .

Le flux est lié au champ de température par la relation phénoménologique :

$$\Phi_{(n)} = - \lambda \frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial n} \quad dS \quad (\text{I-4-3-01})$$

$\lambda$  étant la conductivité thermique suivant la direction normale et s'exprime en  $\text{Watts}/^\circ\text{C.m}$

La conductivité thermique est une propriété physique du matériau et caractérise la facilité du matériau à transférer de la chaleur.

La conductivité thermique diffère d'une substance à l'autre et dépend dans chaque cas de la structure, de la masse volumique, de l'humidité, de la pression et de la température du corps.

#### I-4-4- RESISTANCE THERMIQUE

De la relation I-4-3-01 on définit la valeur locale de la résistance thermique  $dR$  sous la forme :

$$dT = \frac{dn}{\lambda dS} \quad \Phi_{(n)} = dR \quad \Phi_{(n)}$$

La résistance globale de l'échantillon, supposée homogène, est obtenue par intégration

$$R = \int dR = \int \frac{dn}{\lambda dS} = \frac{e}{\lambda S} \quad (I-4-4-00)$$

( $e$  : épaisseur de l'échantillon se mesurant en mètres,  $\lambda$  en Watts/m°C,  $R$  en °C/W).

#### I-4-5- CAPACITE THERMIQUE

La capacité thermique d'un corps est la quantité de chaleur nécessaire pour élever sa température de un degré à pression constante. Compte tenu de la définition de la chaleur spécifique  $c$ , nous obtenons pour une élévation de température :

$$dQ = M.c dT \quad M \text{ étant la masse du corps}$$

d'où

$$\boxed{C = \frac{dQ}{dT} = M.c} \quad (I-4-5-00)$$

( $M$  en kg,  $c$  en J/Kg°C,  $Q$  en Joules,  $C$  en J/°K)

## CHAPITRE II : LES BILANS D'ÉNERGIE ET D'ENTROPIE EN RÉGIME VARIABLE

### II-1- DESCRIPTION DE L'ETAT D'UN SYSTEME EN DESEQUILIBRE THERMIQUE

En physique macroscopique, les systèmes sont représentés par des modèles géométriques auxquels on attribue des propriétés de continuité définies en analyse mathématique [5][6].

Il en résulte la possibilité de localiser les informations dans le temps et l'espace à l'aide de quatre paramètres ( $x_1, x_2, x_3, t$ ).

Le système est décomposé en parcelles de matière limitées par des surfaces géométriques de définition simple. Dans les systèmes homogènes, les éléments de volume ont mêmes caractéristiques physiques ; ces caractéristiques sont différentes dans les milieux hétérogènes.

D'une façon générale, il est possible d'associer une valeur numérique  $F$  à toute grandeur définie à l'échelle des cellules élémentaires. Les premières études de thermodynamique portent sur les systèmes en équilibre macroscopique.

Pour une grandeur quelconque de densité massique  $\rho$ , la valeur globale  $F$  s'exprime par l'intégrale de volume

$$F = \int_V \rho f dV \quad (\text{II-1-00})$$

$f$  étant la densité massique de la grandeur  $F$ .

$\rho$  étant la masse volumique exprimée en  $\text{Kg/m}^3$

Dans le cas particulier de l'énergie interne :

$$U = \int_V \rho \cdot u \cdot dV \quad (\text{II-1-01})$$

$U$  : c'est l'énergie interne du système qui s'exprime en Joules

$u$  : c'est la densité d'énergie interne qui s'exprime en  $\text{J/Kg}$

et l'entropie s'écrit sous la forme :

$$S = \int_V \rho \cdot s \cdot dV \quad (\text{II-1-02})$$

Avec  $S$  : entropie totale en J/K (Joule par degré Kelvin)  
 $s$  : densité d'entropie en J/K.Kg

Pour un système échangeant uniquement de la chaleur avec le monde extérieur, on introduit une variable intensive, la température représentative du niveau des échanges. A l'équilibre thermique, la température est uniforme. Ses variations sont liées aux variations d'énergie interne par la relation thermodynamique bien connue :

$$\Delta U = U_f - U_i = C \cdot \Delta T \quad (\text{II-1-03})$$

avec  $\Delta T = T_f - T_i$

$\Delta T$  s'exprime en degré

$C$  est la capacité thermique du système caractérisant l'aptitude du système à stocker la chaleur ;  $C$  s'exprime en J/degré.

La thermodynamique classique ne s'intéresse qu'aux échanges énergétiques se produisant entre le système et le monde extérieur. Lorsque le système passe d'un état d'équilibre initial caractérisé par  $[U_i, T_i]$  à un état final caractérisé par  $[U_f, T_f]$ . Il y a échange d'énergie entre le système et le monde extérieur avec apparition de flux de chaleur traversant la surface d'échange entre le système et le monde extérieur.

Pour représenter l'état d'un système en évolution, on introduit le concept d'état local qui repose essentiellement sur le fait que les propriétés des éléments du système ne sont pas très éloignées de celles qui caractérisent l'équilibre. On peut considérer que la température locale  $T(x_1, x_2, x_3, t)$  a une valeur constante dans un élément de volume de dimensions faibles par rapport à celles du système. La température locale est une fonction de point. Il en résulte des échanges de chaleur entre deux points à températures inégales ; l'état d'un système en évolution est représenté par la distribution de densité de flux thermique :

$$\phi(x_1, x_2, x_3, t) \quad \text{qui s'exprime en } W/m^2$$

L'échange de chaleur entre le système et le monde extérieur est représenté par la quantité :

$$\Phi = \iint_S \phi(x_1, x_2, x_3, t) \, ds \quad (\text{II-1-04})$$

$S$  étant la surface extérieure du système.  $\Phi$  s'exprime en watts.

II-2- LE BILAN D'ENERGIE INTERNE

Etant donnée une grandeur physique  $F$  définie sur un système physique, la fonction  $F$  n'a une valeur numérique déterminée qu'à l'équilibre. Lorsque le système subit une évolution extérieure,  $F$  est une fonction du temps dont les variations peuvent être représentées par une vitesse d'évolution  $\frac{dF}{dt}$

$$dF = \frac{dF}{dt} dt$$

avec

$$F = \int_V \rho f \cdot dv \quad (II-2-00)$$

Pour une grandeur conservative, les variations de la quantité  $F$  sont uniquement dues aux échanges de flux à travers la surface externe du système

$$dF = - \int_S J_f \cdot ds$$

$J_f$  étant le flux associé à la grandeur  $F$  orienté suivant la normale extérieure à la surface séparant le système au monde extérieur. Compte tenu de la relation (II-2-00), il est facile d'établir en utilisant les méthodes de l'analyse vectorielle l'expression de la loi de conservation :

$$\rho \frac{\partial F}{\partial t} + \text{div } J_f = 0 \quad (II-2-01)$$

avec 
$$\text{div } J_f = \frac{\partial}{\partial x} J_{fx} + \frac{\partial}{\partial y} J_{fy} + \frac{\partial}{\partial z} J_{fz}$$

Suivant le premier principe de la thermodynamique, il y a conservation de l'énergie. Il en résulte pour un volume de dimension finie, la loi de conservation.

$$\int_V \rho \frac{du}{dt} dV = - \int_S \phi \cdot dS \quad (II-2-02)$$

$\phi$  étant la densité de flux d'énergie

et localement :

$$\rho \frac{du}{dt} + \text{div } \phi = 0 \quad (II-2-03)$$

Cette relation montre que les variations d'énergie interne sont définies à chaque instant lorsqu'on connaît les flux sur la surface externe du système à étudier. Partant des variations d'énergie interne, il est possible de définir une température moyenne à partir de la relation précédente. Nous utilisons pour cela la relation suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II-2-04})$$

$$\int_V \rho \frac{\partial u}{\partial t} dv = \int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dv = - \int_S \phi dS \quad (\text{II-2-05})$$

Introduisons la capacité thermique par la relation :

$$C = \int_V \rho c \cdot dv \quad (\text{II-2-06})$$

et la température moyenne :

$$\int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dv = \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \int_V \rho c dv = C \frac{\partial \bar{T}}{\partial t}$$

Dans le cas particulier du système monodimensionnel de la figure (II-2-a) échangeant de la chaleur à travers deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  parallèles, la variation d'énergie interne et de température moyenne s'exprime en fonction des flux  $\phi_1$  et  $\phi_2$  traversant les surfaces  $S_1$  et  $S_2$

$$\Phi_1 = \int_{S_1} \phi dS$$

$$\Phi_2 = \int_{S_2} \phi dS$$

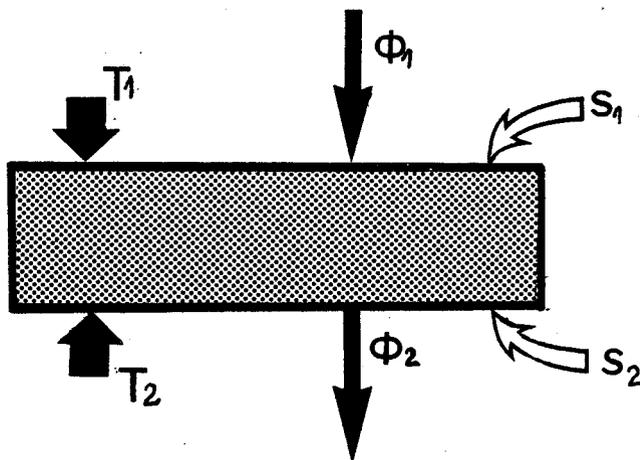


Figure II-2-a-

Nous obtenons par combinaison des relations précédentes :

$$C \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = (\Phi_1 - \Phi_2) = \Delta\Phi \quad (\text{II-2-07})$$

Soit pour une transformation finie entre deux états d'équilibre

$$\Delta U = C \Delta T = \int_{t_i}^{t_f} \Delta\Phi(t) dt$$

avec

$$\Delta U = U_f - U_i$$

$$\Delta T = T_f - T_i$$

La relation (II-2-07) permet également de définir la variation de la température moyenne entre deux états successifs d'un système en déséquilibre thermique. Dans ce cas, la différence entre deux valeurs successives de la température moyenne  $\bar{\Delta T} = \bar{T}_f - \bar{T}_i$  s'exprime en fonction de  $\Delta\Phi$  par la relation :

$$\Delta U = C \bar{\Delta T} = \int_{t_i}^{t_f} \Delta\Phi(t) dt \quad (\text{II-2-08})$$

La combinaison linéaire  $\Delta\Phi$  des flux de chaleur mesurés sur les surfaces externes représente la variation de la quantité de chaleur accumulée à chaque instant dans le système.

Cette coordonnée représente la variation temporelle d'énergie interne. C'est une fonction d'état au sens de la thermodynamique. Cette combinaison linéaire  $\Delta\Phi$  introduit la température moyenne  $\bar{T}$  d'un système en évolution comme une variable d'état. L'intégration de cette coordonnée dans le temps permet d'évaluer en temps réel le bilan des échanges d'énergie avec le monde extérieur.

### II-3- LE BILAN DES ECHANGES D'ENTROPIE

L'entropie est une variable extensive permettant de représenter la dégradation de la chaleur. L'entropie totale est liée à la densité d'entropie par la relation (II-1-02). L'entropie n'est pas une grandeur conservative. Ses variations sont dues aux échanges de chaleur avec le monde extérieur. Elles sont également dues à la dégradation de l'énergie à l'intérieur du système dans les transformations irréversibles.

Pour définir la forme du flux d'entropie, nous rappelons la relation thermodynamique bien connue :

$$du = T ds \quad (\text{II-3-00})$$

reliant les densités massiques d'énergie et d'entropie dans un système échangeant de façon réversible de la chaleur avec le monde extérieur. Pour un système en évolution, les variations locales d'énergie interne sont liées aux variations locales d'entropie par la relation :

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T} \frac{du}{dt}$$

soit compte tenu de la relation (II-2-04)

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\rho c}{T} \frac{dT}{dt} = - \frac{\text{div } \phi}{T} \quad (\text{II-3-01})$$

Et, d'après la relation vectorielle :

$$\text{div } \frac{\phi}{T} = \frac{1}{T} \text{div } \phi + \phi \text{ grad } \frac{1}{T} \quad (\text{II-3-02})$$

$$\text{Il vient : } \frac{ds}{dt} = - \text{div } \frac{\phi}{T} - \frac{\phi}{T^2} \text{ grad } T \quad (\text{II-3-03})$$

Cette relation montre que la variation locale d'entropie est due à un échange avec le monde extérieur représenté par le terme  $\text{div } \frac{\phi}{T}$

La densité de flux d'entropie est donc égale à :

$$J_s = \frac{\phi}{T} \quad (\text{II-3-04})$$

Le premier terme du second membre de l'équation (II-3-03) représente les échanges d'entropie avec le monde extérieur.

### II-3-1- AUGMENTATION INTERNE D'ENTROPIE PAR CONDUCTION THERMIQUE

Le second terme du second membre de la relation (II-3-03) représente l'augmentation interne d'entropie par conduction thermique due au passage de la chaleur. L'étude de l'augmentation d'entropie par dissipation interne a fait l'objet de nombreux travaux [4][5][6]

Formellement, on introduit l'augmentation interne d'entropie par conduction thermique par la relation :

$$\rho \frac{di s}{dt} = - \frac{\Phi(x,t)}{T^2} \text{ grad } T \quad (\text{II-3-1-00})$$

di s augmentation interne d'entropie par unité de masse.

Dans le cas particulier du régime permanent, le flux thermique a une valeur uniforme  $\Phi_0$

$$\Phi(x,t) = \Phi_0$$

Il en résulte pour l'augmentation interne d'entropie par unité de temps la relation :

$$\frac{\Delta i S}{dt} = \int_V \rho \frac{di s}{dt} dV = \Phi_0 \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T^2} = \Phi_0 \frac{\Delta T}{T_1 T_2} \quad (\text{II-3-1-01})$$

L'augmentation d'entropie provoquée par le phénomène de conduction thermique est proportionnelle au produit du flux  $\Phi_0$  par la quantité :

$$\Delta\left(\frac{1}{T}\right) = \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \quad (\text{II-3-1-02})$$

Les quantités  $\Phi_0$  et  $\Delta\left(\frac{1}{T}\right)$  sont conjuguées par rapport à l'entropie. Leur produit est représentatif de l'augmentation d'entropie par conduction thermique en régime permanent.

En régime instationnaire, la densité de flux n'est pas uniforme. A chaque instant, l'état du transfert est caractérisé par la distribution du flux  $\Phi(x_1, x_2, x_3, t)$  ; Connaissant la différence de température  $\Delta T$  aux bornes d'un échantillon monodimensionnel, il est possible d'introduire à chaque instant une densité de flux moyen par la relation :

$$\bar{\Phi} = \frac{\Delta T}{S.R}$$

R étant la résistance thermique de l'échantillon.

Dans le cas particulier de la figure (II-2-a) :

$$R = \frac{e}{\lambda.S} \quad \text{en } ^\circ\text{C/W}$$

e = épaisseur de l'échantillon se mesurant en mètres,

$\lambda$  = conductivité thermique en Watts/ $^\circ\text{C.m}$

S = surface de la section droite en  $\text{m}^2$

La densité de flux locale peut être considérée comme la superposition de  $\bar{\Phi}(t)$  et d'une fluctuation spatiale  $\phi'(x,t)$

$$\phi(x,t) = \bar{\Phi}(t) + \phi'(x,t) \quad (\text{II-3-1-03})$$

Compte tenu de la relation de définition, la moyenne spatiale de la fluctuation  $\phi'(x,t)$  est identiquement nulle.

$$\int_V \phi'(x,t) \cdot dv = 0$$

Il en résulte pour l'augmentation interne d'entropie par conduction thermique :

$$\frac{\Delta i S}{dt} = \frac{\Phi \Delta T}{T_1 T_2} + \int_V \frac{\phi'^2}{\lambda T^2} dv \quad (\text{II-3-1-04})$$

La variation temporelle représentative de l'augmentation d'entropie s'exprime par la superposition de deux contributions. L'une,  $D_1$  représente l'augmentation d'entropie correspondant à un régime permanent caractérisé par une différence de température  $\Delta T$  aux bornes de l'échantillon

$$D_1 = \int_{t_0}^t \frac{\Delta T^2}{RT_1 T_2} dt \quad (\text{II-3-1-05})$$

L'autre terme,  $D_2$  représente l'augmentation d'entropie due à la circulation du flux  $\phi'$  représentatif du régime transitoire (ou de l'écart par rapport au régime permanent)

$$D_2 = \int_{t_0}^t \int_V \frac{\phi'^2}{\lambda T^2} dv \cdot dt \quad (\text{II-3-1-06})$$

En régime variable, l'augmentation d'entropie par conduction thermique est égale à  $D_1 + D_2$ . Cette quantité est minimale en régime permanent lorsque  $D_2 = 0$ . Ce résultat est conforme au principe de la dissipation minimale en régime permanent<sup>[4]</sup>

### II-3-2- LES ECHANGES D'ENTROPIE AVEC LE MONDE EXTERIEUR

Connaissant la densité de flux d'entropie  $J_S = \frac{\Phi}{T}$ , il est possible d'exprimer les échanges d'entropie avec le monde extérieur par la relation de conservation [2] [3] :

$$\frac{\Delta e S}{dt} = \int_V \rho \frac{de S}{dt} dv dt = - \int_S J_S ds dt \quad (\text{II-3-2-00})$$

Dans le cas particulier de la paroi monodimensionnelle représentée figure II-2-a , le développement de la relation précédente conduit à :

$$\Delta e S = - \int_{t_0}^t \left( \frac{\phi_2}{T_2} - \frac{\phi_1}{T_1} \right) dt \quad (\text{II-3-2-01})$$

Les températures  $T_1$  et  $T_2$  sont imposées sur les surfaces d'échanges.

Pour simplifier la notation, introduisons les coordonnées généralisées :

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$$

$$\Sigma\phi = \frac{1}{2} (\phi_1 + \phi_2)$$

$$\Delta\left(\frac{1}{T}\right) = - \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \quad (\text{II-3-2-02})$$

$$\Sigma\left(\frac{1}{T}\right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right)$$

La densité temporelle d'entropie a pour expression :

$$\frac{de S}{dt} = \frac{\phi_1}{T_1} - \frac{\phi_2}{T_2} = \Delta\phi \Sigma\left(\frac{1}{T}\right) - \Sigma\phi \Delta\left(\frac{1}{T}\right) \quad (\text{II-3-2-03})$$

$$\Delta e S = \int_{t_0}^t \left| \Delta\phi \Sigma\left(\frac{1}{T}\right) - \Sigma\phi \Delta\left(\frac{1}{T}\right) \right| dt = J_1 - J_2$$

L'échange d'entropie à travers les surfaces externes du système permet d'entretenir les processus de stockage et de transfert de chaleur à travers l'échantillon.

$$\text{Le terme } J_1 = \int_{t_0}^t \Delta\phi \Sigma\left(\frac{1}{T}\right) dt \quad (\text{II-3-2-04})$$

entretient le processus de stockage.

Par contre le terme :

$$J_2 = \int_{t_0}^t \Sigma\phi \Delta\left(\frac{1}{T}\right) dt \quad (\text{II-3-2-05})$$

entretient le processus de transfert de chaleur à travers l'échantillon.

Dans le cas particulier du transfert de chaleur en régime permanent  $\Sigma\Phi$  tend vers  $\Phi_0$  et le terme  $J_2$  compense l'augmentation interne d'entropie par conduction thermique représentée par l'équation (II-3-1-04).

L'équation (II-3-2-05) représentant l'échange d'entropie avec le monde extérieur est valable à la fois en régime permanent ou variable.

$\Delta(\frac{1}{T})$  est un facteur intensif ou force généralisée caractérisant le transfert quel que soit le régime permanent ou instationnaire. Le produit entre coordonnées généralisées  $\Sigma\Phi$  et  $\Delta(\frac{1}{T})$  permet de rendre compte de la dissipation interne.

### II-3-3- VARIATION D'ENTROPIE D'UN SYSTEME EN EVOLUTION

Dans les deux paragraphes précédents, nous avons calculé les échanges d'entropie avec le milieu extérieur et l'augmentation d'entropie par conduction thermique. La variation locale d'entropie est un bilan qui s'exprime en fonction de ces deux quantités. Localement, nous pouvons exprimer la variation locale d'entropie comme la superposition de contributions :

$$\frac{ds}{dt} = \frac{de s}{dt} + \frac{dj s}{dt}$$

représentant l'augmentation interne et les échanges avec le monde extérieur.

Pour l'ensemble du système, d'une façon globale, nous avons :

$$\Delta S = \int_{t_0}^t \int_V \rho \frac{ds}{dt} dt dv = J_1 - J_2 + D_1 + D_2 \quad (\text{II-3-3-00})$$

L'entropie est une variable d'état au sens de la thermodynamique.

Pour des transformations cycliques, nous aurons :

$$\Delta S = \Delta e S + \Delta i S = 0$$

Cette relation permet de calculer l'augmentation d'entropie par dissipation interne  $\Delta i S$  lorsque l'on connaît le bilan  $J_1 - J_2$  des échanges d'entropie avec le monde extérieur.

Lorsque le système ne subit pas une transformation cyclique, la variation  $\Delta S$  de l'entropie n'est pas identiquement nulle.

Pour un système en évolution, la variation d'entropie peut s'exprimer en fonction de la température moyenne et des écarts par rapport à cette dernière.

Partant de la relation thermodynamique

$$\rho \frac{ds}{dt} = \frac{\rho c}{T} \frac{dT}{dt}$$

nous obtenons par intégration dans le temps pour la variation locale d'entropie :

$$\int_{t_0}^t \rho \frac{ds}{dt} dt = \int_{t_0}^t \frac{\rho c}{T} \frac{dT}{dt} dt = \rho c \log \frac{T(x,t)}{T(x,t_0)} \quad (\text{II-3-3-01})$$

Pour simplifier cette relation, exprimons la température locale en fonction de la température moyenne introduite précédemment et la fluctuation spatiale  $\theta(x,t)$  autour de la température moyenne  $\bar{T}(t)$  par la relation :

$$T(x,t) = \bar{T}(t) + \theta(x,t) \quad (\text{II-3-3-02})$$

Compte tenu de cette définition, la moyenne spatiale de la fluctuation est nulle

$$\int_V \theta(x,t) dV = 0$$

En introduisant cette variable dans l'argument du logarithme de la relation (II-3-3-01)

$$\frac{T(x,t)}{T(x,t_0)} = \frac{\bar{T}(t) + \theta(x,t)}{\bar{T}(t_0) + \theta(x,t_0)} = \frac{\bar{T}(t)}{\bar{T}(t_0)} \left| \frac{1 + \theta(x,t)/\bar{T}(t)}{1 + \theta(x,t)/\bar{T}(t_0)} \right|$$

L'expression locale de la variation d'entropie par unité de volume s'exprime par la relation :

$$\rho c \text{ Log } \frac{T(x,t)}{T(x,t_0)} = \rho c \text{ Log } \frac{\bar{T}(t)}{\bar{T}(t_0)} + \rho c \left| \text{Lg} \left( 1 + \frac{\theta(x,t)}{\bar{T}(t)} \right) - \text{Lg} \left( 1 + \frac{\theta(x,t_0)}{\bar{T}(t_0)} \right) \right|$$

Les variations spatiales de température étant faibles vis-à-vis de la température moyenne, il est possible de faire l'approximation :

$$\text{Log} \left( 1 + \frac{\theta}{T} \right) \sim \frac{\theta}{T} - \frac{\theta^2}{2T^2}$$

En intégrant sur le volume du système, nous obtenons pour la variation globale d'entropie :

$$\Delta S = \int_V \rho C \text{Log} \frac{T(x,t)}{T(x,t_0)} dV = C \text{Log} \frac{\bar{T}(t)}{\bar{T}(t_0)} - \int_V \frac{\rho C}{2} \left| \frac{\theta^2(x,t)}{\bar{T}^2(t)} - \frac{\theta^2(x,t_0)}{\bar{T}^2(t_0)} \right| dV$$

(II-3-3-03)

La variation d'entropie s'exprime en fonction de la température moyenne  $\bar{T}$  et des fluctuations spatiales par rapport à l'état d'équilibre  $\theta(x,t)$ .

Cette relation généralise la relation bien connue :

$$\Delta S = C \text{Log} \frac{T_f}{T_i} \quad (\text{II-3-3-04})$$

définissant la variation d'entropie entre un état d'équilibre initiale à la température  $T_i$  et un état final à la température  $T_f$ .

La variation d'entropie s'exprime par la superposition de deux termes de signification différente :

$$\Delta S = \Delta S_1 - \Delta S_2 \quad (\text{II-3-3-05})$$

Le premier terme :

$$\Delta S_1 = C \text{Log} \frac{\bar{T}(t)}{\bar{T}(t_0)} \quad (\text{II-3-3-06})$$

représente la variation d'entropie liée au stockage ou au déstockage de chaleur sensible.

Le second terme :

$$\Delta S_2 = \int_V \frac{\rho C}{2} \left| \frac{\theta^2(x,t)}{\bar{T}^2(t)} - \frac{\theta^2(x,t_0)}{\bar{T}^2(t_0)} \right| dV \quad (\text{II-3-3-07})$$

représente la variation d'entropie nécessaire pour modifier la distribution interne des températures. Ce terme  $\Delta S_2$  peut également être introduit par une fonction thermodynamique du type énergie libre généralisée<sup>[4][5]</sup>. Cette fonction permet notamment d'appliquer les méthodes variationnelles à l'étude des évolutions thermocinétiques au voisinage de l'équilibre.

### CHAPITRE III : REPRÉSENTATION ANALYTIQUE DES PROCESSUS DE STOCKAGE ET DE TRANSFERT DE CHALEUR A TRAVERS UNE PAROI RÉELLE.

#### III-1- REPRESENTATION ANALYTIQUE DU TRANSFERT DE LA CHALEUR DANS UNE PAROI MONO-DIMENSIONNELLE

Considérons une paroi plane d'épaisseur  $2e$  faible vis-à-vis de ses dimensions transversales, soumise à des variations superficielles de température

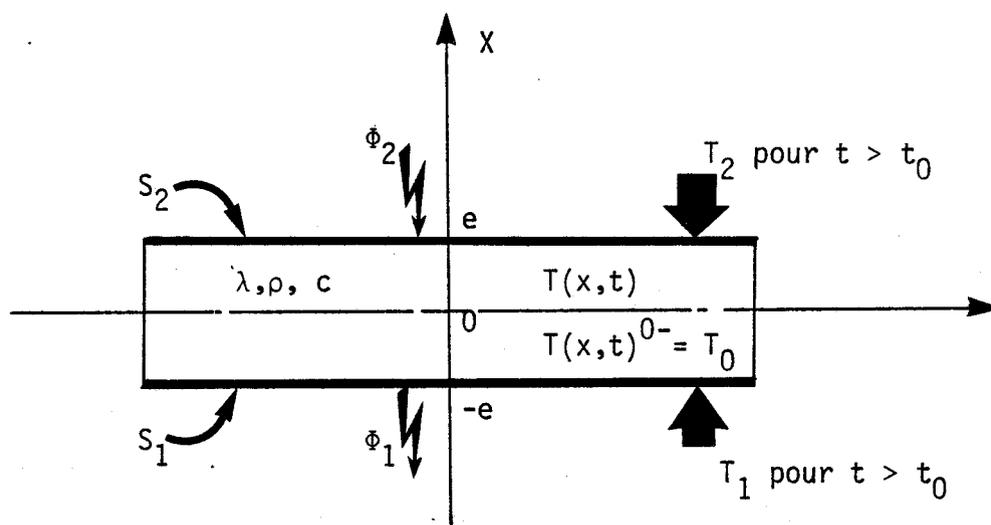


Figure III-1-a

L'évolution temporelle du champ de température dans la paroi est solution de l'équation de Fourier :

$$a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{III-1-00})$$

avec  $-e \leq x \leq e$

et  $a = \frac{\lambda}{\rho c}$  = la diffusivité thermique qui se mesure en  $m^2 \cdot s^{-1}$

La densité du flux thermique s'exprime localement en fonction du champ de température par la loi de Fourier

$$\phi(x,t) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial X}$$

Les conditions aux limites sont définies par les relations :

$$\text{Pour } X = -e \quad \rightarrow \quad \begin{cases} T(-e,t) = T_1(t) \\ \phi(-e,t) = \phi_1(t) \end{cases}$$

$$X = e \quad \rightarrow \quad \begin{cases} T(e,t) = T_2(t) \\ \phi(e,t) = \phi_2(t) \end{cases}$$

Soient  $T'_{(x,p)}$  et  $\phi'_{(x,p)}$  les transformées de Laplace de  $T(x,t)$  et  $\phi(x,t)$

$$T'_{(x,p)} = \mathcal{L} [T(x,t)] \quad \phi'_{(x,p)} = \mathcal{L} [\phi(x,t)]$$

$$\text{avec } \mathcal{L} [f(x,t)] = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(x,t) dt$$

Les méthodes de calcul opérationnel nous permettent d'écrire la solution de l'équation de la diffusion sous la forme matricielle [10] [19]

$$\begin{vmatrix} T'_{(x,p)} \\ \phi'_{(x,p)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{Ch } \sqrt{\frac{p}{a}} x & -\frac{1}{b \sqrt{p}} \text{Sh } \sqrt{\frac{p}{a}} x \\ -b \sqrt{p} \text{Sh } \sqrt{\frac{p}{a}} x & \text{Ch } \sqrt{\frac{p}{a}} x \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T'_{(0,p)} \\ \phi'_{(0,p)} \end{vmatrix}$$

En appliquant cette solution générale au transfert représenté figure III-1-a, nous obtenons la relation suivante :

$$\begin{vmatrix} T'_2(p) \\ \phi'_2(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{Ch } \sqrt{\frac{p}{a}} 2a & -\frac{1}{b \sqrt{p}} \text{Sh } \sqrt{\frac{p}{a}} 2a \\ -b \sqrt{p} \text{Sh } \sqrt{\frac{p}{a}} 2a & \text{Ch } \sqrt{\frac{p}{a}} 2a \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T'_1(p) \\ \phi'_1(p) \end{vmatrix}$$

(III-1-01)

Cette relation matricielle permet de calculer le flux thermique et les variations de température dans un plan de section situé à la sortie du système lorsque l'on aurait les quantités analogues dans le plan d'entrée.

De façon générale, la connaissance de flux et température dans un plan de section droite détermine l'évolution thermocinétique du matériau monodimensionnel homogène.

### III-2- PROPRIETES DE LA MATRICE DE TRANSFERT

La matrice de transfert a une forme analogue à la matrice de chaîne utilisée en électricité. Le déterminant de cette matrice a la propriété remarquable d'être égal à l'unité :

$$\operatorname{Ch}^2 \sqrt{\frac{p}{a}} 2e - \operatorname{Sh}^2 \sqrt{\frac{p}{a}} 2e = 1$$

La matrice inverse s'écrit sous la forme :

$$\begin{vmatrix} T_1'(p) \\ \phi_1'(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \operatorname{Ch} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e & b \sqrt{p} \operatorname{Sh} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e \\ \frac{1}{b \sqrt{p}} \operatorname{Sh} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e & \operatorname{Ch} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_2'(p) \\ \phi_2(p) \end{vmatrix} \quad (\text{III-2-00})$$

Les relations (III-1-01) et (III-2-00) peuvent être simplifiées lorsque l'on s'intéresse aux régimes quasi-stationnaires lentement variables ou pour représenter les propriétés des matériaux de faible épaisseur. Dans ce cas particulier, le temps caractéristique est faible vis-à-vis du temps caractérisant les variations imposées et il est possible de faire des approximations.

Compte tenu des relations de définition :

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \text{ en } m^2 S^{-1}$$

$$b = \sqrt{\lambda \rho c} \text{ en } J K^{-1} m^{-2} S^{1/2}$$

il est facile d'établir :

$$\operatorname{Ch} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e \rightarrow 1$$

$$\frac{1}{b \sqrt{p}} \operatorname{Sh} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e \rightarrow \frac{2e}{b \sqrt{a}} = \frac{2e}{\lambda} = r \quad \text{en } (^\circ/\text{W m}^2)$$

$$b \sqrt{p} \operatorname{Sh} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e \rightarrow \frac{b p}{\sqrt{a}} 2e = p.c \quad \text{en } (\text{J}/^\circ \text{ m}^2)$$

r et c sont respectivement les résistance et capacité de la paroi par unité de surface.

En effectuant les simplifications, nous obtenons :

$$\begin{vmatrix} T_2'(p) \\ \phi_2'(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -r \\ -p.c & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_1'(p) \\ \phi_1'(p) \end{vmatrix} \quad \text{(III-2-01)}$$

La relation inverse s'exprime par :

$$\begin{vmatrix} T_1'(p) \\ \phi_1(p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & r \\ p.c & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_2'(p) \\ \phi_2'(p) \end{vmatrix}$$

Le transfert de chaleur dans une paroi homogène est représenté par une "matrice de chaîne" :

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

dans laquelle :  $a_{11} = a_{22}$  puisque la paroi est symétrique.

### III-3- FONCTIONS DE TRANSFERT CARACTERISTIQUES DES PROCESSUS DE STOCKAGE ET DE TRANSFERT DE CHALEUR

Partant des relations de définition, il est possible de simplifier la représentation de la dynamique des phénomènes de stockage et de transfert de chaleur en diagonalisant la matrice (III-1-01). Il suffit pour cela de retrancher membre à membre les relations matricielles (III-1-01) et (III-2-00).

Nous obtenons alors pour la première ligne :

$$T_1'(p) - T_2'(p) = \text{Ch} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e [T_2'(p) - T_1'(p)] + \frac{\text{Sh} \sqrt{p/a} 2e}{b \sqrt{p}} [\phi_1'(p) + \phi_2'(p)]$$

Soit :

$$\Sigma \phi'(p) = \frac{b \sqrt{p} \left[ 1 + \text{Ch} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e \right]}{2 \text{Sh} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e} \Delta T'(p) \quad (\text{III-3-00})$$

avec

$$\Delta T'(p) = T_1'(p) - T_2'(p)$$

$$\Sigma \phi'(p) = \frac{\phi_1'(p) + \phi_2'(p)}{2}$$

De la deuxième ligne :

$$\Sigma T'(p) = \frac{1}{b \sqrt{p}} \frac{\left[ 1 + \text{Ch} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e \right]}{2 \text{Sh} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e} \Delta \phi'(p) \quad (\text{III-3-01})$$

Avec :

$$\Sigma T'(p) = \frac{T_1'(p) + T_2'(p)}{2}$$

$$\Delta \phi'(p) = \phi_1'(p) - \phi_2'(p)$$

Les équations (III-3-00) et (III-3-01) introduisent deux fonctions de transfert :

- La première équation (III-3-00) introduit la fonction de transfert caractéristique de la dynamique de transfert de chaleur à travers l'échantillon.

- La seconde équation (III-3-01) est représentative de la dynamique des processus de stockage-déstockage de chaleur sensible.

Les transformées de Laplace inverses de ces équations représentent la réponse à une impulsion infiniment brève (impulsion de Dirac) caractérisée par :

$$\delta(t) = 0 \quad \text{pour} \quad t \neq 0$$

et

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

Connaissant la réponse impulsionnelle, il est possible de déterminer les variations des coordonnées généralisées  $\Sigma\phi(t)$  et  $\Sigma T(t)$  en régime variable par les intégrales de convolution :

$$\Sigma\phi(t) = \int_0^t h_t(\tau) \Delta T(t-\tau) d\tau$$

$$\Sigma T(t) = \int_0^t h_s(\tau) \Delta\phi(t-\tau) d\tau$$

avec :

$$h_t(\tau) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1 + \text{Ch} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e}{b \sqrt{p} 2 \text{Sh} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e} \right] \quad (\text{III-3-02})$$

$$h_s(\tau) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{b \sqrt{p}} \frac{1 + \text{Ch} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e}{2 \text{Sh} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e} \right] \quad (\text{III-3-03})$$

Les fonctions  $h_t(\tau)$  et  $h_s(\tau)$  sont représentatives de la dynamique des processus de transfert et de stockage de la chaleur dans une paroi homogène. Elles permettent de simuler la réponse à des sollicitations quelconques par des produits de convolution notés :

$$\Sigma\phi(t) = h_t(t) \otimes \Delta T(t) \quad (\text{III-3-04})$$

$$\Sigma T(t) = h_s(t) \otimes \Delta\phi(t) \quad (\text{III-3-05})$$

Les évolutions  $\Sigma\phi(t)$  et  $\Sigma T(t)$  peuvent également être simulées lorsque l'on connaît la réponse indicielle ou la réponse à une variation en échelon de la grandeur d'entrée.

La transformée de Laplace de l'échelon est égale à  $\frac{1}{p}$ . Les transformées de Laplace des réponses indicielles caractéristiques des processus de transfert de chaleur et de stockage de la chaleur sont obtenues en divisant les équations (III-3-00) et (III-3-01) par la variable de Laplace  $p$ .

Le transfert de chaleur à travers l'échantillon soumis à une variation en échelon de différence de température imposée est représenté par la relation obtenue en divisant l'équation (III-3-00) par p.

$$\Sigma\phi'(p) = \frac{b}{\sqrt{p}} \frac{\left[ 1 + \operatorname{Ch} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e \right]}{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e} \Delta T'(p) \quad (\text{III-3-06})$$

De la même façon, le stockage de chaleur dans l'échantillon soumis à des variations de température imposée s'obtient à partir de l'équation (III-3-01)

$$\Delta\phi'(p) = b \sqrt{p} \frac{2 \operatorname{Sh} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e}{\left[ 1 + \operatorname{Ch} \sqrt{\frac{p}{a}} 2e \right]} \Sigma T'(p) \quad (\text{III-3-07})$$

Les variations temporelles de  $\Sigma\phi$  et  $\Delta\phi$  représentatives des transferts de flux dans un matériau initialement au repos à la température  $T_0$  et soumis à des variations de température  $T_1$  et  $T_2$  en échelon imposée sur les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  (figure III-3-a) ont été calculées dans un travail précédent [7] [8]

$$\Sigma\Phi(t) = \frac{\lambda S}{e} [T_1 - T_2] \left[ 1 + 2 \sum_{p=1}^{\infty} e^{-\frac{a p^2 \Pi^2 t}{e^2}} \right] \quad (\text{III-3-08})$$

$$\Delta\Phi(t) = \frac{2 \lambda S}{e} [T_1 + T_2 - 2T_0] \sum_{p=0}^{\infty} e^{-\frac{a(2p+1)^2 \Pi^2 t}{4 e^2}} \quad (\text{III-3-09})$$

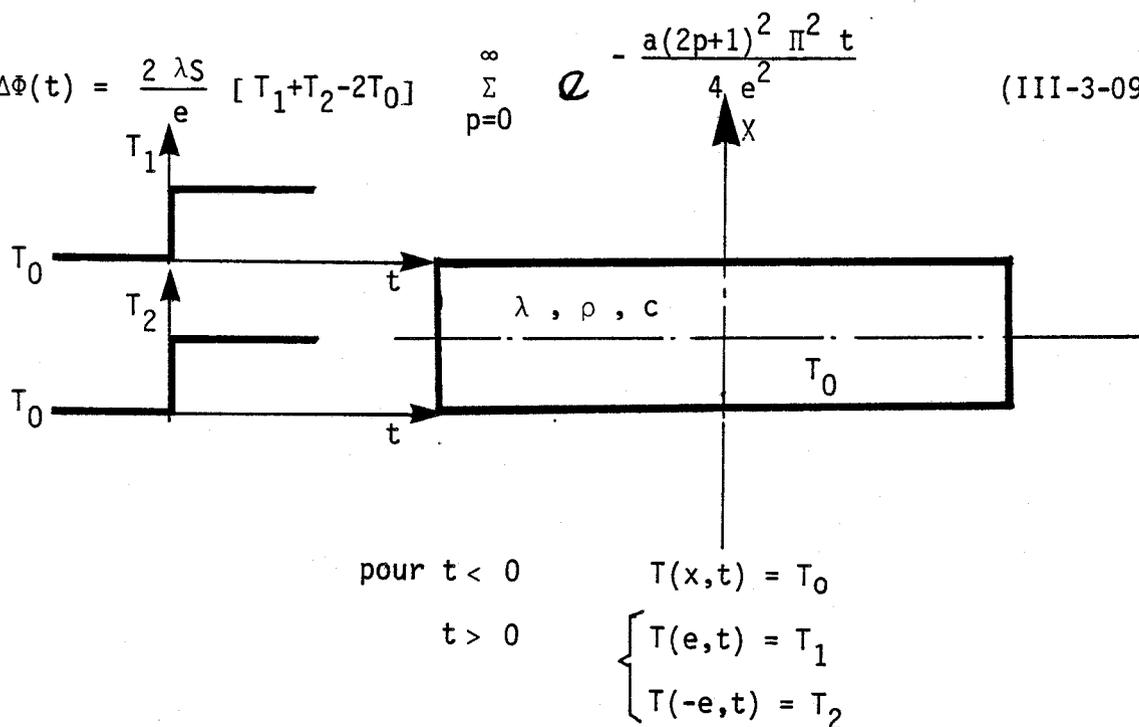


Figure III-3-a

Connaissant la réponse à une sollicitation en échelon, il est possible de calculer la réponse à une sollicitation de forme quelconque par un produit de convolution.

### III-4- SIMULATION DE LA DISSIPATION INTERNE PAR CONDUCTION THERMIQUE DANS LE PROCESSUS DE TRANSFERT ET DE STOCKAGE DE LA CHALEUR DANS UNE PAROI HOMOGENE EN REGIME VARIABLE

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons établi les expressions représentant les échanges d'entropie entre une paroi réelle et le monde extérieur en régime variable.

Nous avons montré en particulier que pour une transformation cyclique, l'augmentation d'entropie peut être calculé en fonction des échanges d'entropie avec le monde extérieur par la relation :

$$\Delta_e S(\text{cycle}) + \Delta_i S(\text{cycle}) = 0$$

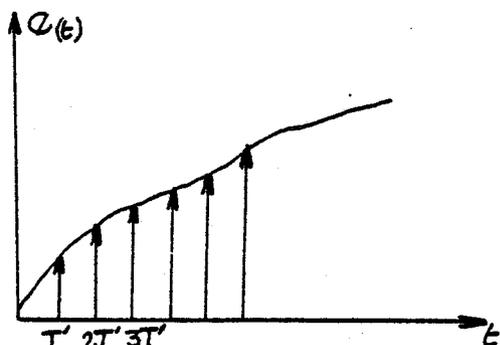
Dans la seconde partie, nous avons rappelé les méthodes permettant de représenter l'évolution des combinaisons  $\Delta\phi(t)$  et  $\Sigma\phi(t)$ . Connaissant les flux et température sur les surfaces externes d'une paroi en régime variable, il est possible de simuler les échanges d'énergie et d'entropie avec le monde extérieur en régime variable.

Compte tenu de la symétrie du problème, nous nous sommes limités à l'étude de quelques transformations particulières.

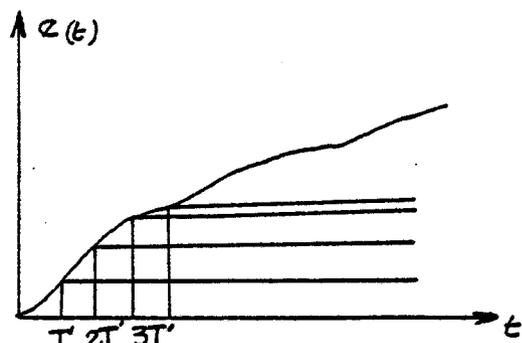
- Le stockage-destockage de chaleur sensible : une telle transformation est caractérisée par la condition  $\Delta(\frac{1}{T}) = 0$ . Les températures des deux surfaces d'échange varient dans le temps mais ont toujours la même valeur.
- Le processus de transfert de chaleur sans stockage : la transformation est caractérisée par la contrainte  $\Delta\phi = 0$ . La température moyenne de l'échantillon ne varie pas dans le temps.
- Les évolutions complexes dans lesquelles il y a, à la fois stockage et transfert de chaleur à travers le système.

#### III-4-1- SIMULATION DES EVOLUTIONS THERMOCINETIQUES

Les évolutions temporelles caractérisant les évolutions thermocinétiques ont été simulées sur calculateurs de tables du type CBM Commodore ou Tektronix 4051, programmées en Basic. Deux fonctions discontinues sont habituellement introduites pour discrétiser les évolutions continues : l'impulsion de Dirac et l'échelon unité. La figure III-4-1-a représente la décomposition d'une évolution continue en une suite d'impulsions ou en une suite d'échelons.



Décomposition en suite d'impulsion



Décomposition en suite d'échelon

Figure III-4-1-a

La transformation d'un signal quelconque  $e(t)$  par un système linéaire peut être représentée par la superposition des réponses élémentaires

$$s(kT') = \sum_j h(jT') e[(k-j)T']$$

$$k, j = 0, 1 \dots N$$

$h(jT')$  étant la réponse impulsionnelle représentative de la transformation opérée par le système linéaire.

$T'$  étant le pas de discrétisation.

Il est possible d'exprimer de façon équivalente la transformation du signal  $e(t)$  par la relation :

$$s(kT') = \sum_j u(jT') \left[ e[(k-j)T'] - e[(k-j-1)T'] \right]$$

Le signal de sortie s'exprime alors par une superposition de réponses indicielles pondérées par les amplitudes des échelons utilisés pour la décomposition du signal  $e(t)$ . [14] [17] [18]

Nous avons utilisé cette dernière équation pour calculer les échantillons représentatifs des évolutions  $\Sigma\Phi(kT')$  et  $\Delta\Phi(kT')$  générées par des variations imposées de température superficielles. Connaissant les valeurs successives de  $\Delta T(kT')$ , le produit de convolution avec les échantillons représentatifs de l'équation (III-3-08) permet de simuler l'évolution de  $\Sigma\Phi(kT')$ . La même méthode a été appliquée pour calculer les échantillons représentatifs de l'évolution  $\Delta\Phi(kT')$  correspondant à l'équation (III-3-09) et des variations de la quantité  $\Sigma T(kT')$ .

Connaissant les échantillons représentatifs des évolutions temporelles  $\Delta T(t)$ ,  $\Sigma T(t)$ ,  $\Delta\Phi(t)$ ,  $\Sigma\Phi(t)$ , il est possible de calculer la densité d'entropie échangée avec le monde extérieur

$$\frac{dS(kT')}{dt} = \frac{\Delta\Phi(kT') \Sigma(kT')}{T_1(kT') T_2(kT')} + \frac{\Sigma\Phi(kT') \Delta T(kT')}{T_1(kT') T_2(kT')}$$

et d'en déduire la variation des bilans  $J_1$  et  $J_2$  introduits précédemment.

III-4-2- SIMULATION DU BILAN D'ENTROPIE DANS LE PROCESSUS DE STOCKAGE-DESTOCKAGE DE CHALEUR SENSIBLE

Une telle transformation schématisée figure III-4-1-b est une transformation symétrique

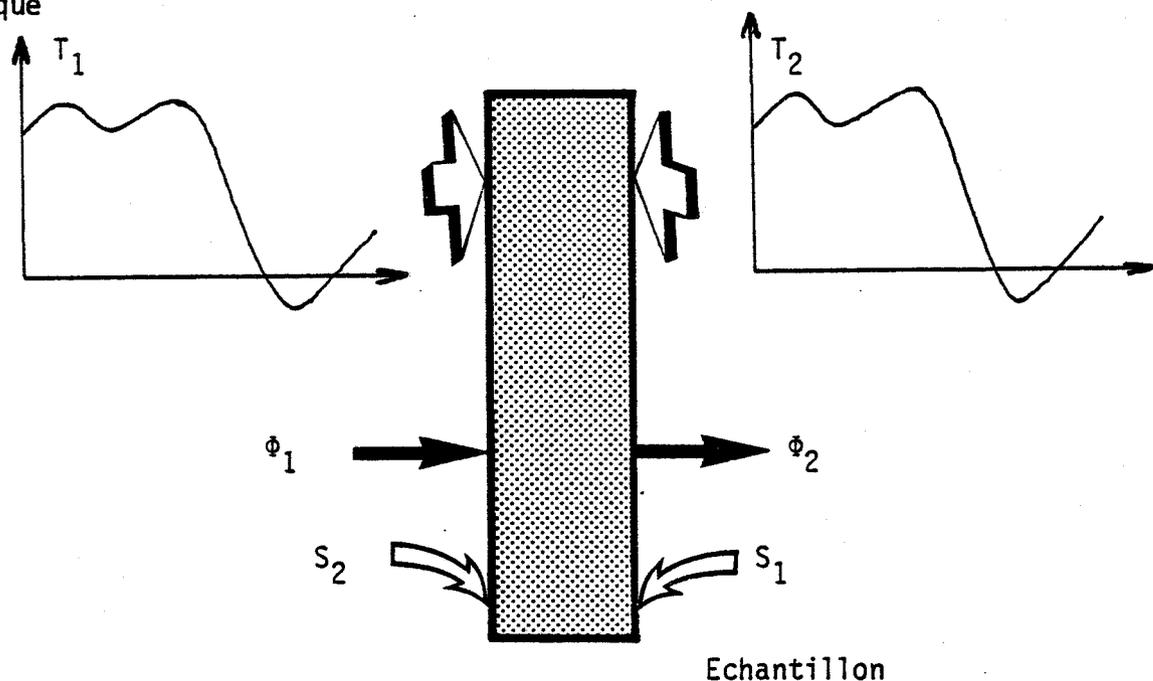


Figure III-4-1-b : Transformation symétrique de stockage-déstockage de chaleur sensible

La paroi étant homogène, les flux traversant les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  ont même amplitude et sont de signes contraires. Il en résulte que pour une telle transformation  $\Sigma\Phi(t) = 0$  ce qui était prévisible compte tenu de l'équation (III-3-01).

La combinaison  $\Delta\Phi(t)$  est alors représentative du processus de stockage-destockage de chaleur sensible. Pour caractériser la dynamique de ce processus, nous avons simulé la réponse à une élévation de température imposée sur les surfaces de l'échantillon représentée par un signal du type "créneau exponentiel" à partir d'un état d'équilibre à la température  $T_0$ . La simulation de la réponse à des formes exponentielles permet de représenter les réponses correspondant à une grande diversité de signaux allant de l'impulsion au signal lentement variable.

Une évolution typique est représentée figure III-4-1-A3 le processus est caractérisé par un régime transitoire de forte amplitude lorsque le temps de montée du signal exponentiel tend vers zéro. L'amplitude du stockage de chaleur sensible est représentée par la surface de l'impulsion représentative de la variation de  $\Delta\Phi$  au début du régime transitoire.

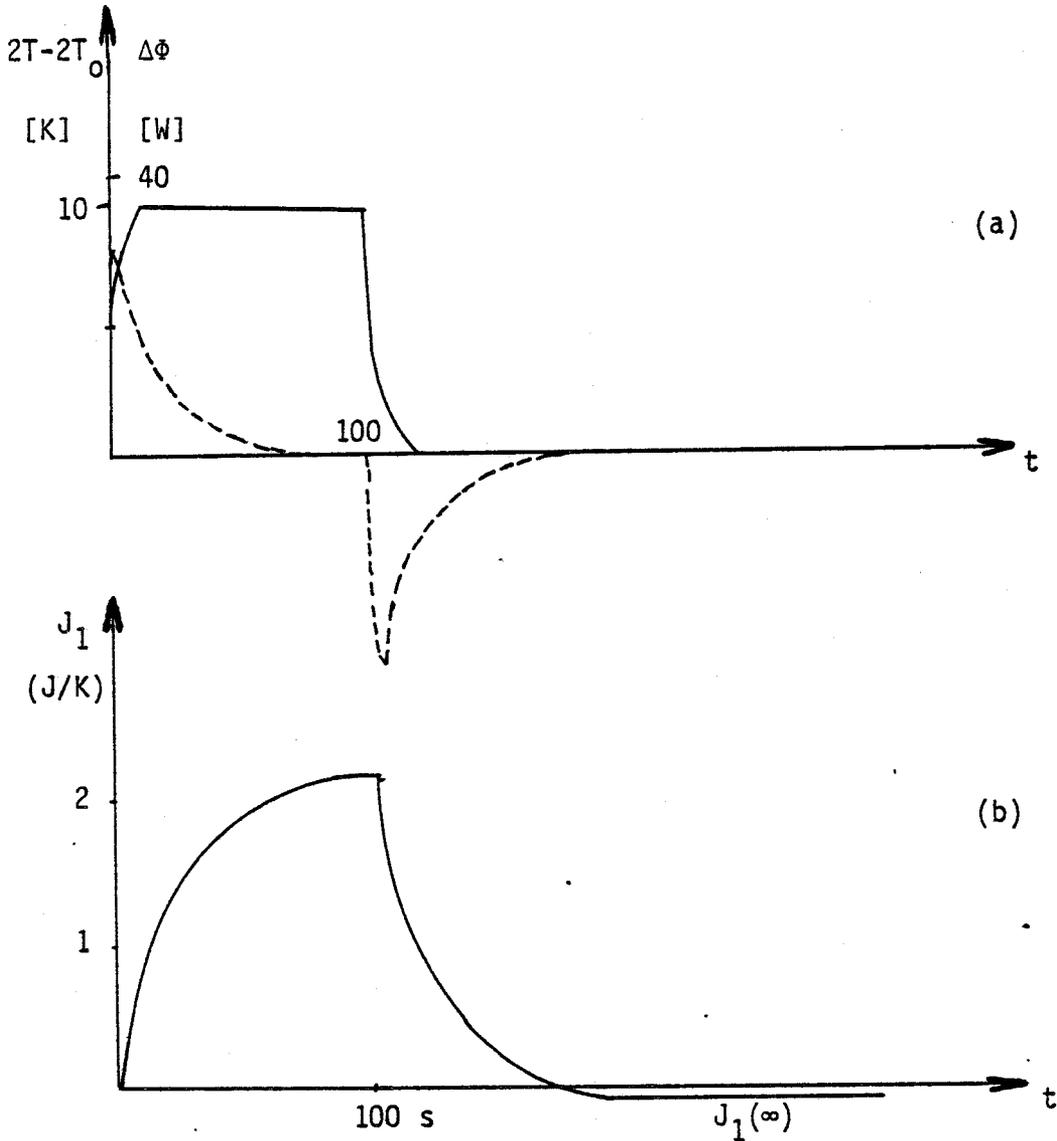


Figure III-4-1-A3 : Simulation des échanges d'entropie dans les processus de stockage-déstockage de chaleur sensible

$T_0$ ,  $T$  : valeurs de la température caractéristique de la transformation

(a) : variations temporelles des quantités  $2(T-T_0)$  et  $\Delta\Phi(t)$   
(b) : bilan des échanges d'entropie avec le milieu extérieur

Connaissant à la fois  $\Delta\Phi(t)$  et les variations de température imposées sur les surfaces externes de la paroi, il est possible de calculer les variations de la densité temporelle d'entropie  $\frac{\Delta\Phi(t)}{T(t)}$  et le bilan  $J_1$  des échanges d'entropie avec le monde extérieur. Dans une transformation réversible infiniment lente, la chaleur est restituée à la même température qu'elle a été stockée. Le bilan des échanges d'entropie avec le milieu extérieur (représenté par une fonction d'état) a une valeur identiquement nulle. Par contre, dans une transformation cyclique réelle, la chaleur n'est pas restituée à un niveau de température égal au niveau où elle a été fournie. Le bilan des échanges d'entropie avec le milieu extérieur n'a plus une valeur identiquement nulle et la valeur asymptotique  $J_1(\infty)$  est représentative de l'augmentation d'entropie par conduction thermique dans les processus de stockage de chaleur sensible.

La dynamique des processus de stockage-déstockage de chaleur sensible représentée par l'équation (III-3-09) est caractérisée par un temps fondamental :

$$\tau_s = \frac{4e^2}{a \Pi^2} = \frac{R C}{\Pi^2}$$

R et C sont respectivement la résistance et la capacité thermique de l'échantillon, pour un échantillon de plexiglass d'épaisseur  $2e = 5$  mm,  $RC = 215$  secondes et  $\tau_s = 27,78$  secondes.

Les figures III-4-1-A1 et III-4-1-A2 représentent les variations de température imposée et les différences de flux correspondant à une programmation en créneaux de durée variable et de temps de montée du signal constant (égal à 1 sec.).

Quelle que soit la durée du créneau, on vérifie que :

$$\int_0^{\infty} \Delta\Phi(t) dt = 0$$

Il y a restitution de la chaleur stockée lorsque la durée du créneau est inférieure au temps caractéristique  $\tau_s$ , la variable  $\Delta\Phi(t)$  ne passe pas par zéro et la température moyenne ( $T = \frac{1}{C} \int \Delta\Phi(t) ; dt$ ) n'atteint pas la température T imposée sur les parois.

Le processus de stockage ne passe pas par un état d'équilibre intermédiaire. Il en résulte une diminution de la qualité du transfert puisque la circulation des flux provoque une augmentation importante d'entropie par conduction thermique dans l'échantillon.

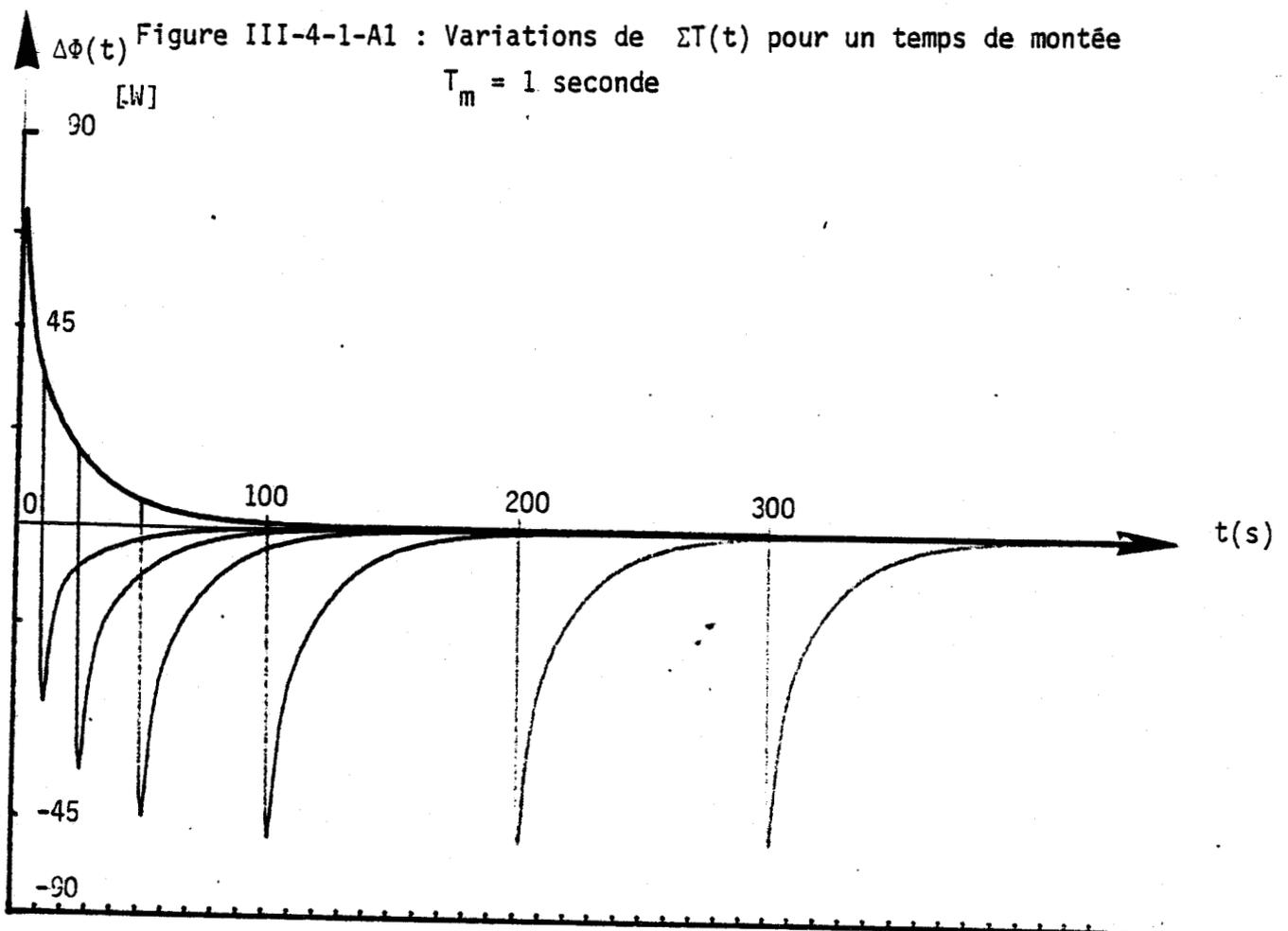
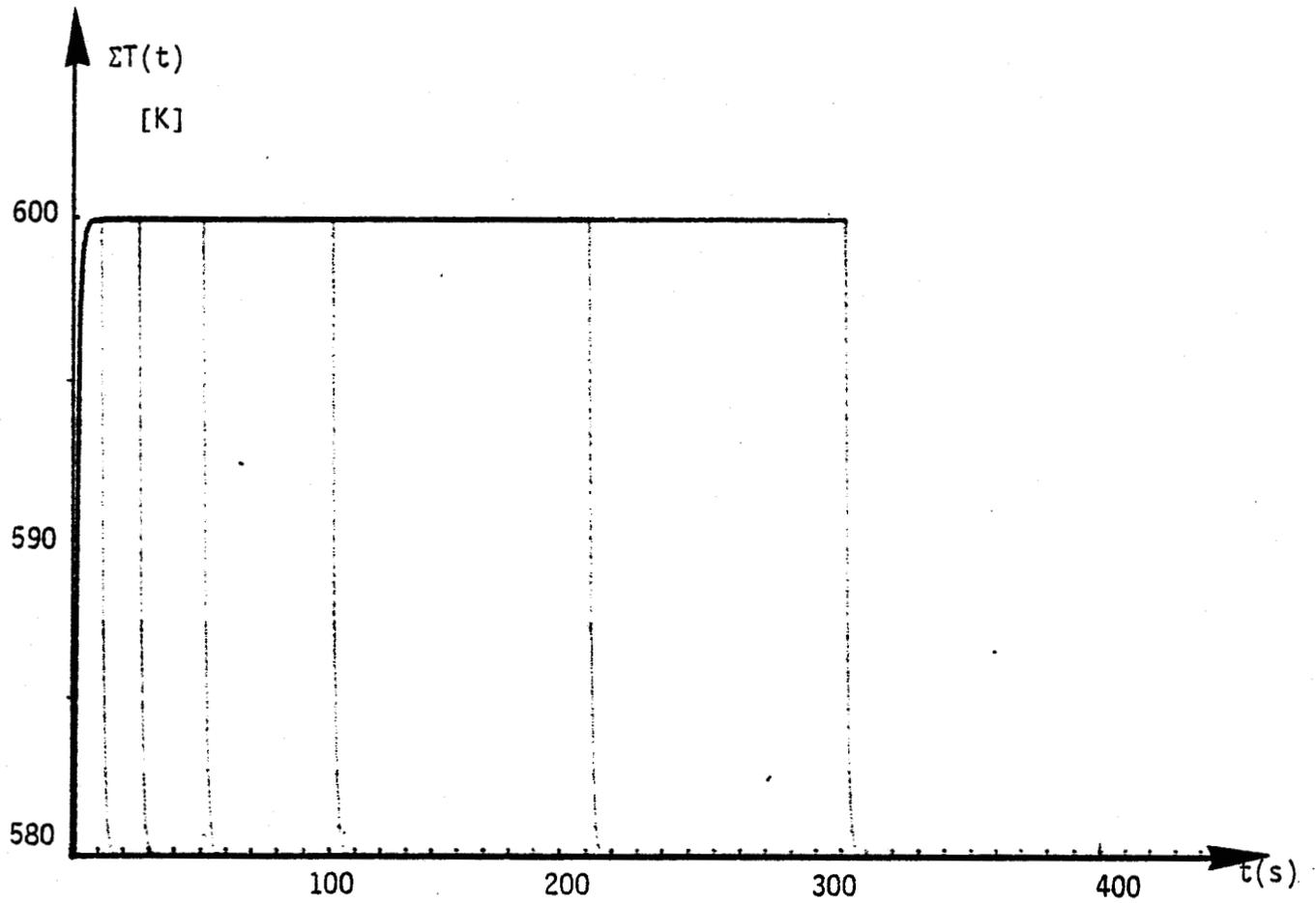


Figure III-4-1-A2 : Variation imposée  $\Delta \Phi(t)$  pour une variation de température imposée représentée figure III-4-1-A1



Ces résultats nous amènent à distinguer les transformations rapides dans lesquelles le système n'est jamais en équilibre thermique des transformations dans lesquelles la température moyenne prend une valeur égale à la température imposée sur les parois externes de l'échantillon. Dans ce cas particulier, le système passe par un état quasi-statique caractérisé par  $\Delta\Phi = 0$ .

Transformation avec passage par un état quasi-statique : Nous introduisons cette notation pour représenter les stockages dans lesquels le système passe par un état caractérisé par  $\Delta\Phi = 0$ . Dans le cas particulier d'un créneau de température imposée à temps de montée exponentiel, la solution générale III-3-09 permet de définir les largeurs de créneaux pour lesquelles le transfert passe par un état quasi-statique. L'étude détaillée de la solution III-3-09 permet de montrer que pour les valeurs du temps  $t > 0,058 RC$ , le terme fondamental de la série représente la solution à 1 % près. Pour ces valeurs du temps, il est en effet facile de vérifier que :

$$e^{-\frac{a \pi^2 t}{4 e^2}} > 100 e^{-\frac{9a \pi^2 t}{4 e^2}}$$

Le second membre (représentant le deuxième terme du développement de la solution générale) est au moins 100 fois plus petit que le terme fondamental.

La solution étant du type exponentiel,  $\Delta\Phi$  tend vers zéro lorsque la durée du créneau est supérieure à  $3 \tau_s$ . Dans ces conditions,  $\Delta\Phi$  passe par zéro et la température moyenne de l'échantillon devient approximativement égale à la température imposée sur les surfaces externes de l'échantillon. Le système passe alors par un régime quasi-statique.

Divers types de stockage en régime quasi-statique sont représentés figures III-4-1-B1 et III-4-1-E1.

Pour chacun de ces stockages, la chaleur est restituée à un niveau sensiblement égal. Il en résulte une valeur sensiblement constante de la valeur asymptotique  $J_1(\infty) = -0,132$  pour une élévation de température  $T - T_0 = 10^\circ K$  ( $J_1(\infty) = 10,1$  pour  $T - T_0 = 100^\circ K$ ).

Pour une transformation quasi-statique,  $J_1(\infty)$  a une valeur constante quelle que soit la durée du créneau de la température imposée. Un coefficient de qualité du processus de stockage de chaleur sensible peut être introduit :

$$\text{soit : } \frac{1}{Q} = \frac{J_1(\infty) T}{C(T - T_0)} = \frac{J_1(\infty)}{C(1 - \frac{T_0}{T})}$$

$C(\frac{T - T_0}{T})$  représente la quantité d'entropie pour faire passer la température de la paroi de la valeur initiale  $T_0$  à la valeur  $T$  dans une transformation à température imposée constante.

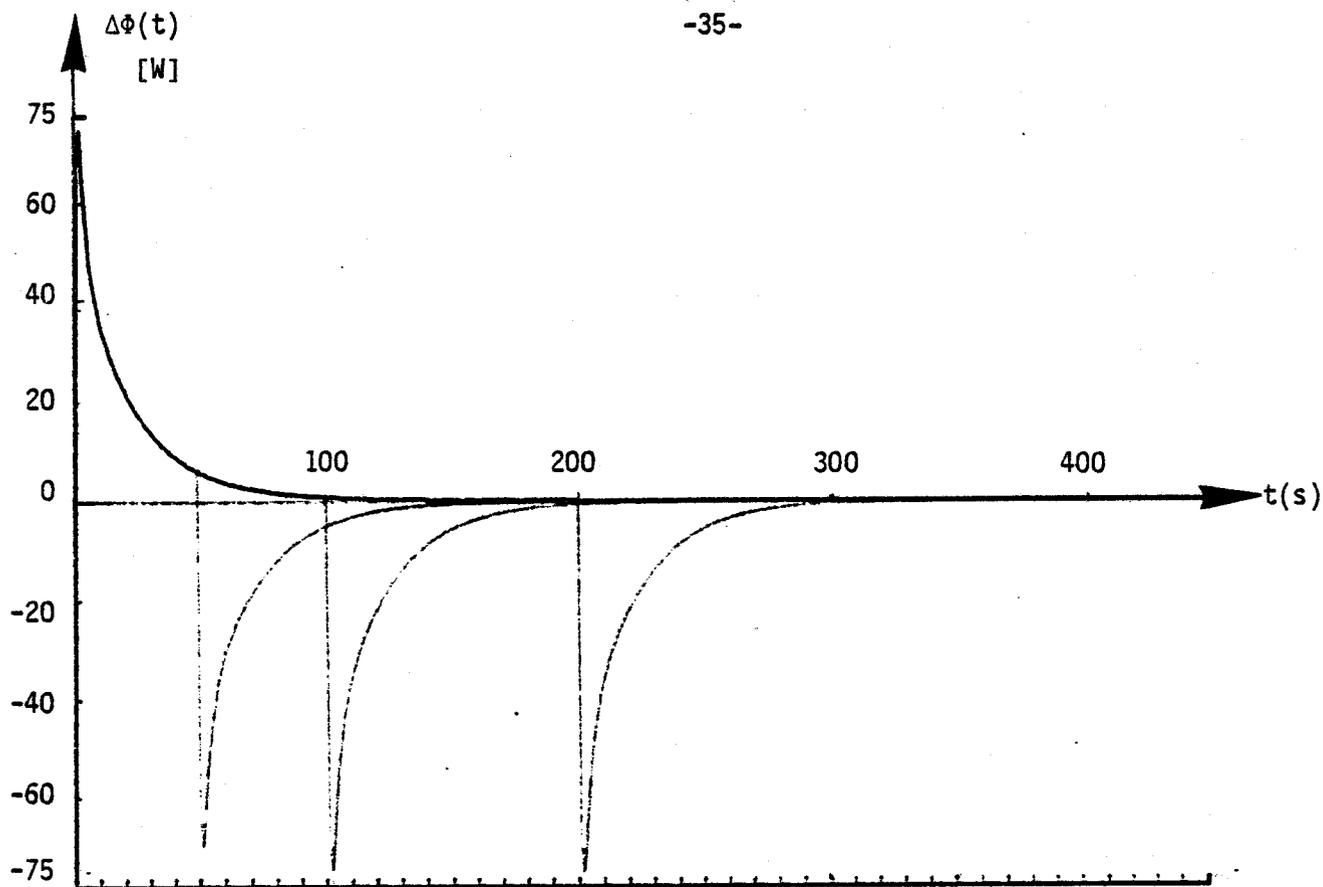


Figure III-4-1-B1 : Variation de  $\Delta\phi(t)$  pour une élévation de température d'amplitude  $T-T_0 = 10^\circ\text{K}$

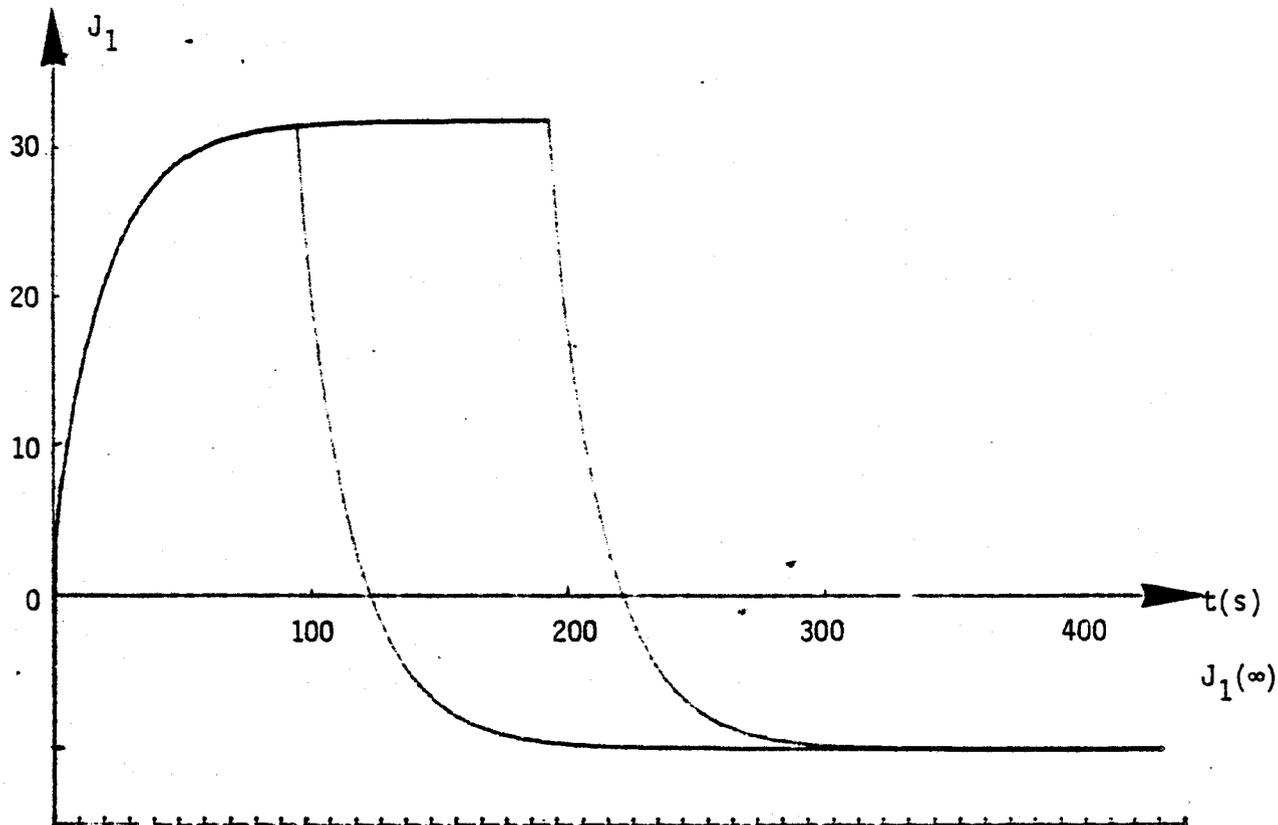


Figure III-4-1-E2 : Bilan des échanges d'entropie avec le monde extérieur pour une élévation de température d'amplitude  $T-T_0 = 100^\circ\text{K}$



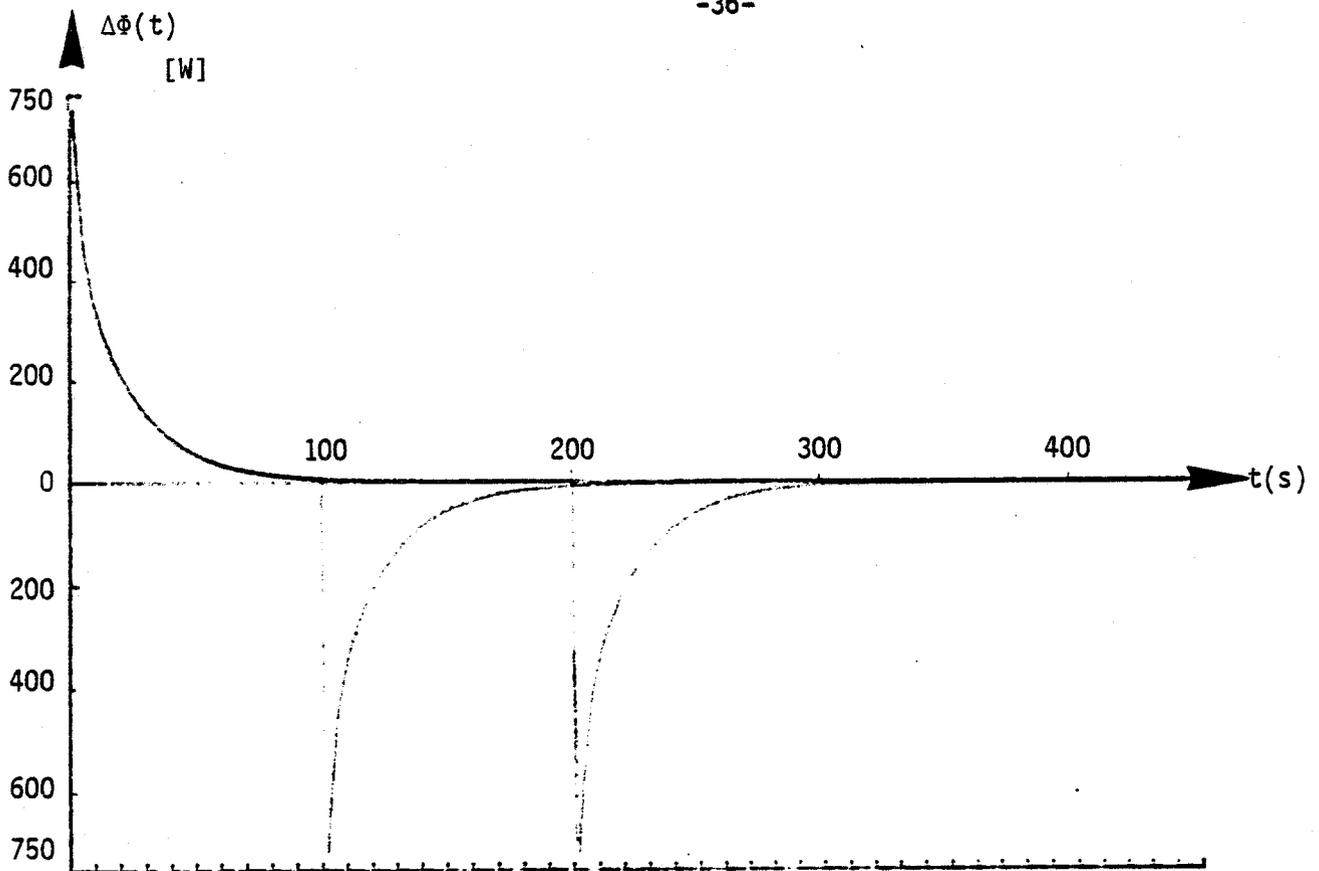


Figure III-4-1-E1 : Variation de  $\Delta\phi(t)$  pour une élévation de température d'amplitude  $T-T_0 = 100^\circ\text{K}$

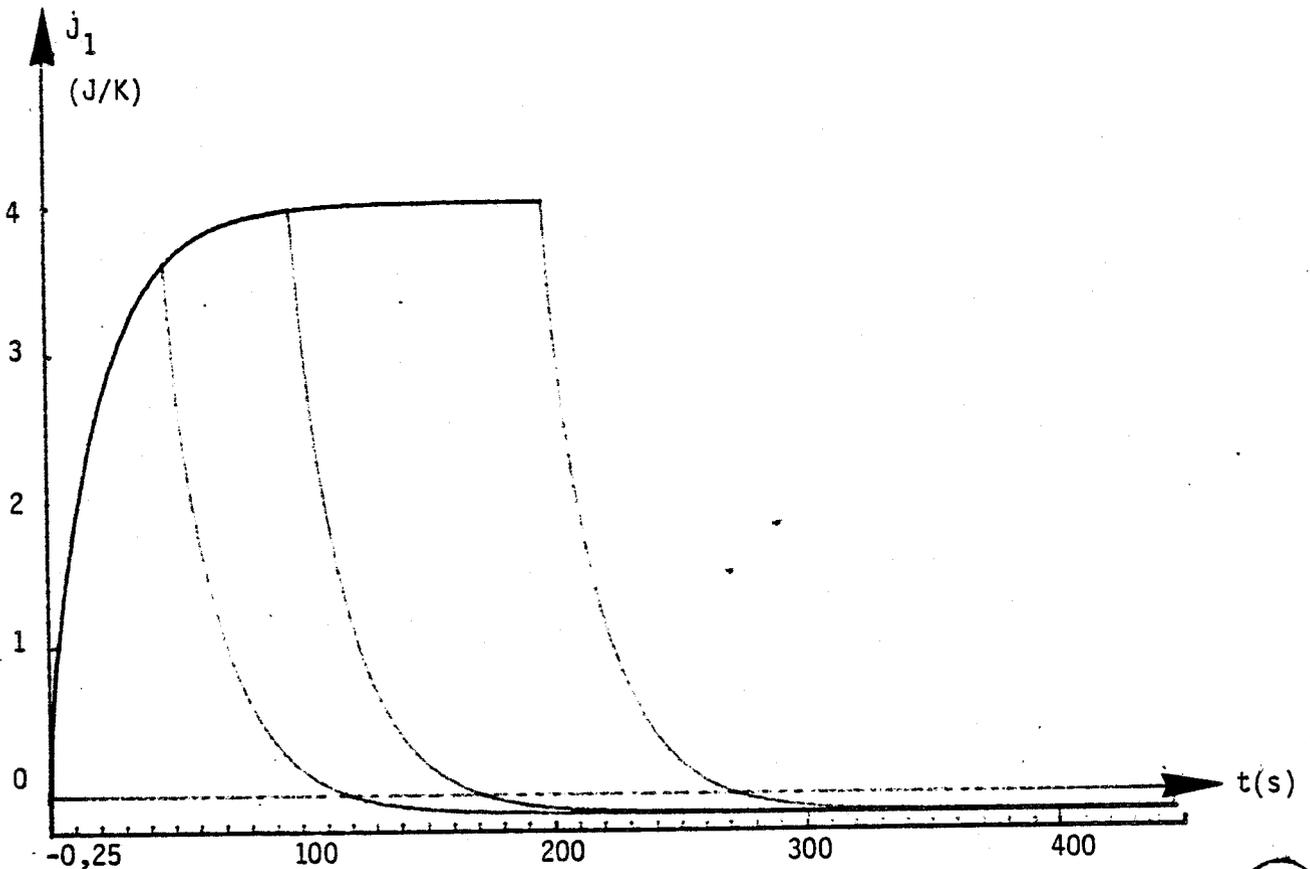


Figure III-4-1-B2 : Bilan des échanges d'entropie avec le monde extérieur pour élévation de température d'amplitude  $T-T_0 = 10^\circ\text{K}$



### III-4-2-1- Influence de l'amplitude de la variation de température imposée

Les variations de  $\Delta\Phi(t)$  correspondantes à des variations de températures imposées d'amplitudes différentes ( $10^\circ$  et  $100^\circ$ ) sont représentées figures III-4-2-1-B1 et III-4-2-1-C1. La densité temporelle d'entropie  $\frac{\Delta\Phi}{T_1 T_2}$  présente des variations d'autant plus dissymétriques que l'écart entre les températures  $T_0$  et  $T$  est important (figures III-4-2-1-G<sub>1</sub>, G<sub>2</sub> et G<sub>3</sub>). Il en résulte un degré d'irréversibilité d'autant plus élevé que la variation de température imposée est importante (figures III-4-2-1-F1 et III-4-2-1-D1).

Pour caractériser le degré d'irréversibilité du système, nous représentons figure III-4-2-1-a la variation du coefficient  $Q$  en fonction de la variation de température imposée. Le coefficient de qualité d'une transformation symétrique de stockage-déstockage prend une valeur très importante lorsque le rapport  $\frac{T_0}{T} \rightarrow 1$ .

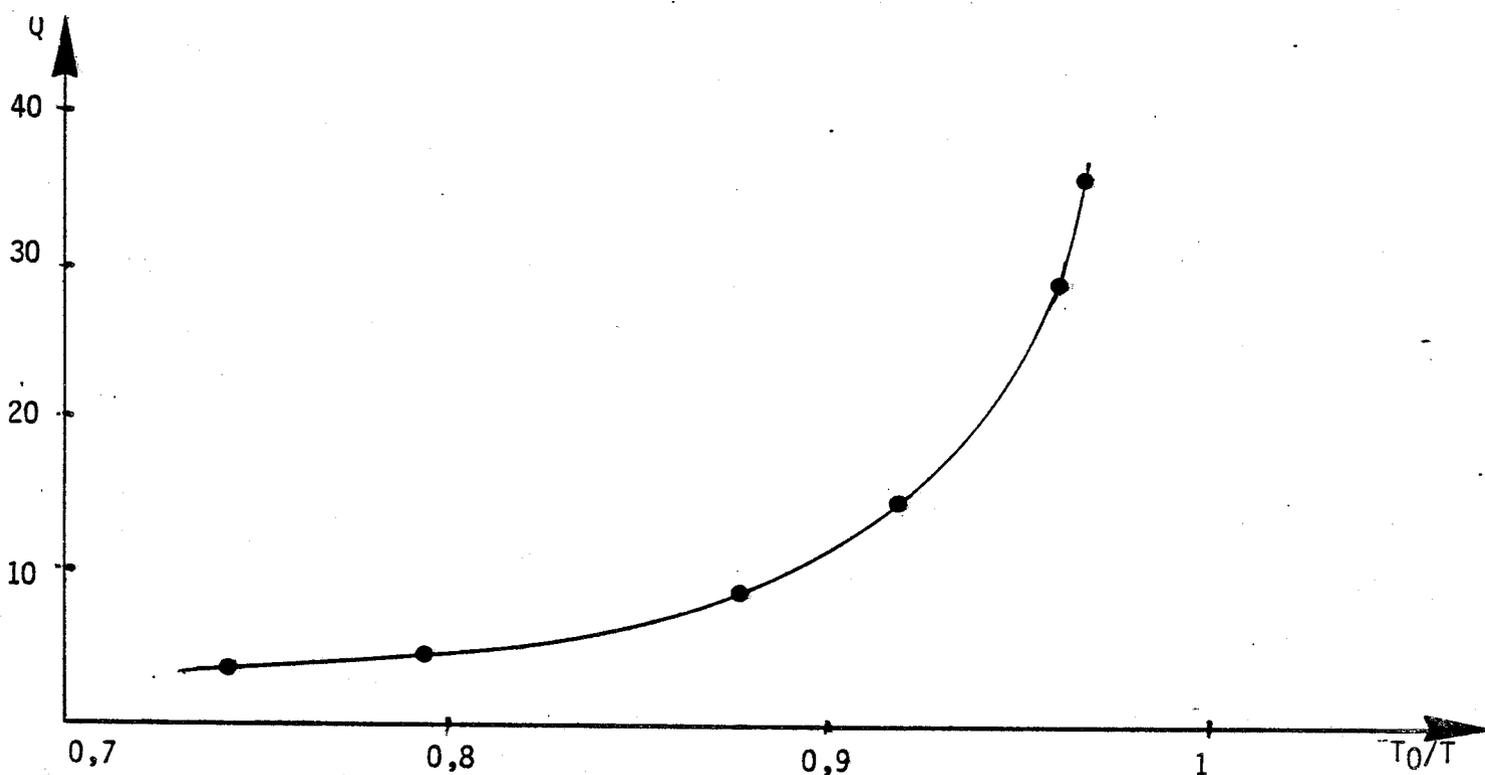


Figure III-4-2-1-a

### III-4-2-2- Influence du temps de montée du signal

Une transformation est d'autant plus irréversible qu'elle est plus rapide. Il en résulte que l'augmentation d'entropie  $J_1(\infty)$  dans un processus de stockage-déstockage de chaleur sensible sera d'autant plus importante que le temps de montée du créneau exponentiel aura une valeur plus faible.

Le coefficient  $\frac{1}{Q}$  est un nombre sans unités d'autant plus faible que la transformation est réversible. Ce coefficient peut être considéré comme un coefficient de qualité du stockage-déstockage de chaleur sensible. Il dépend de la forme et de l'amplitude des variations de température imposée.

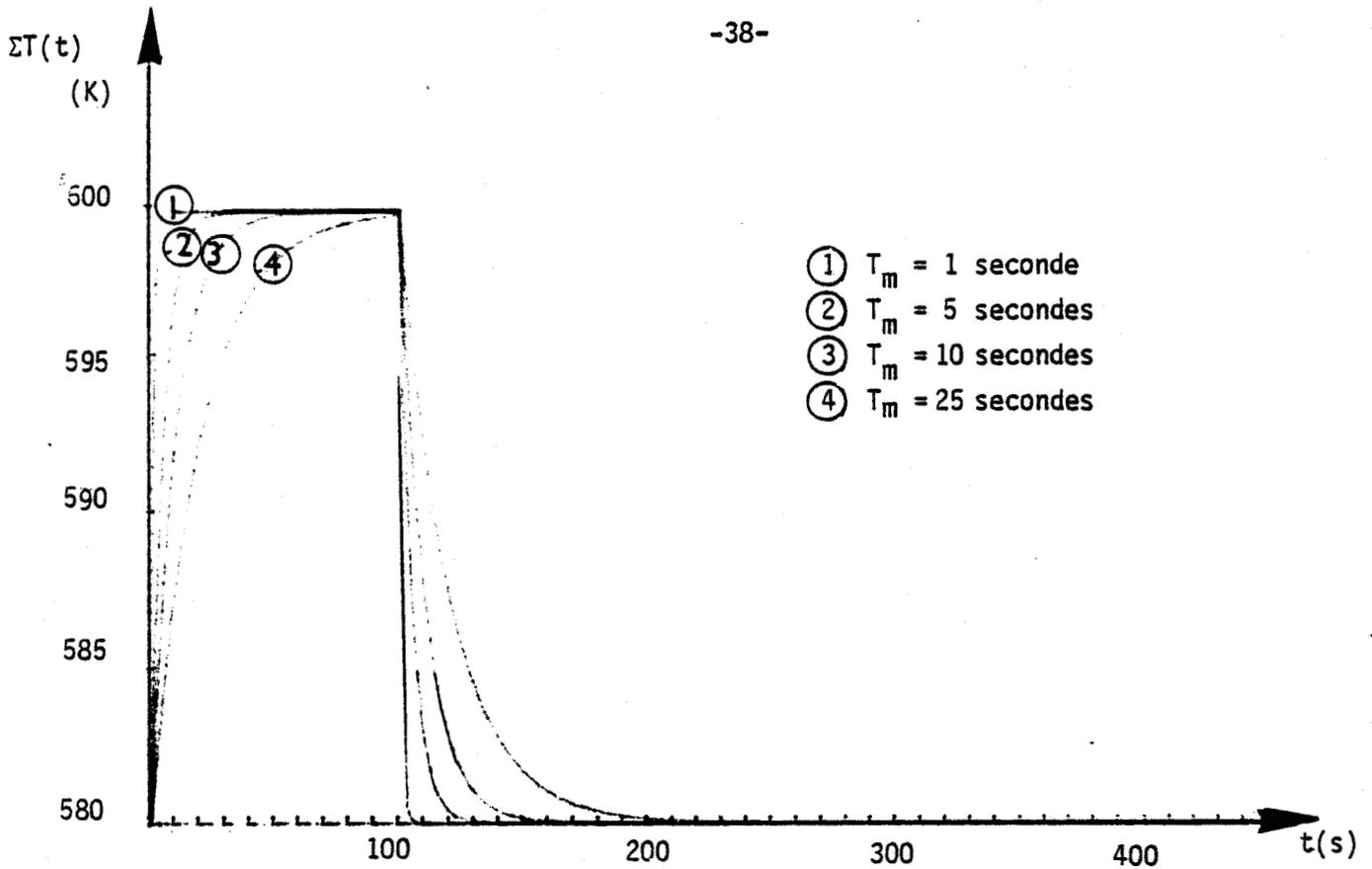


Figure III-4-2-1-A1

Créneaux de température imposée à temps de montée variable

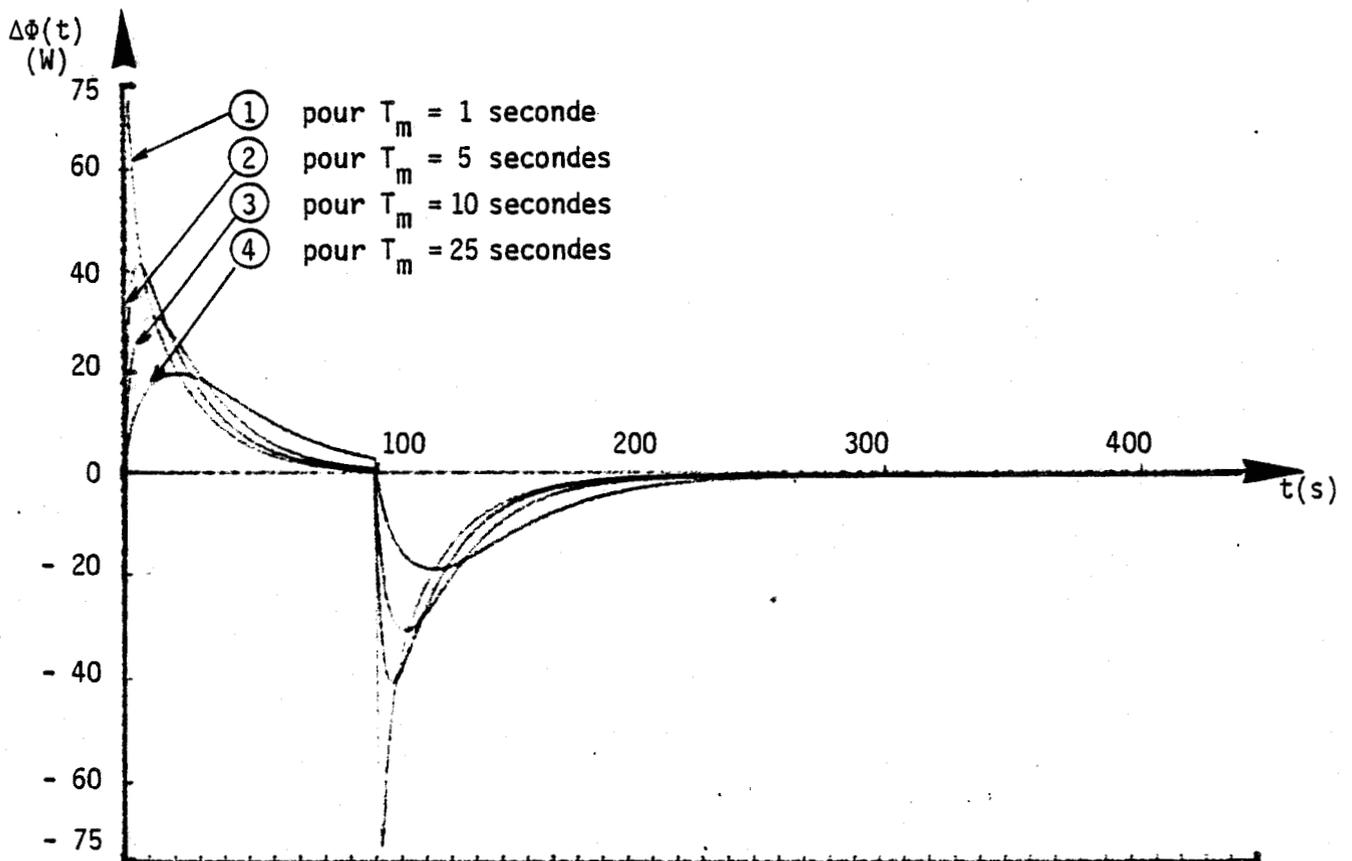


Figure III-4-2-1-B1

Variation de  $\Delta\Phi(t)$  correspondant à une variation de température imposée de  $T - T_0 = 10^\circ\text{K}$

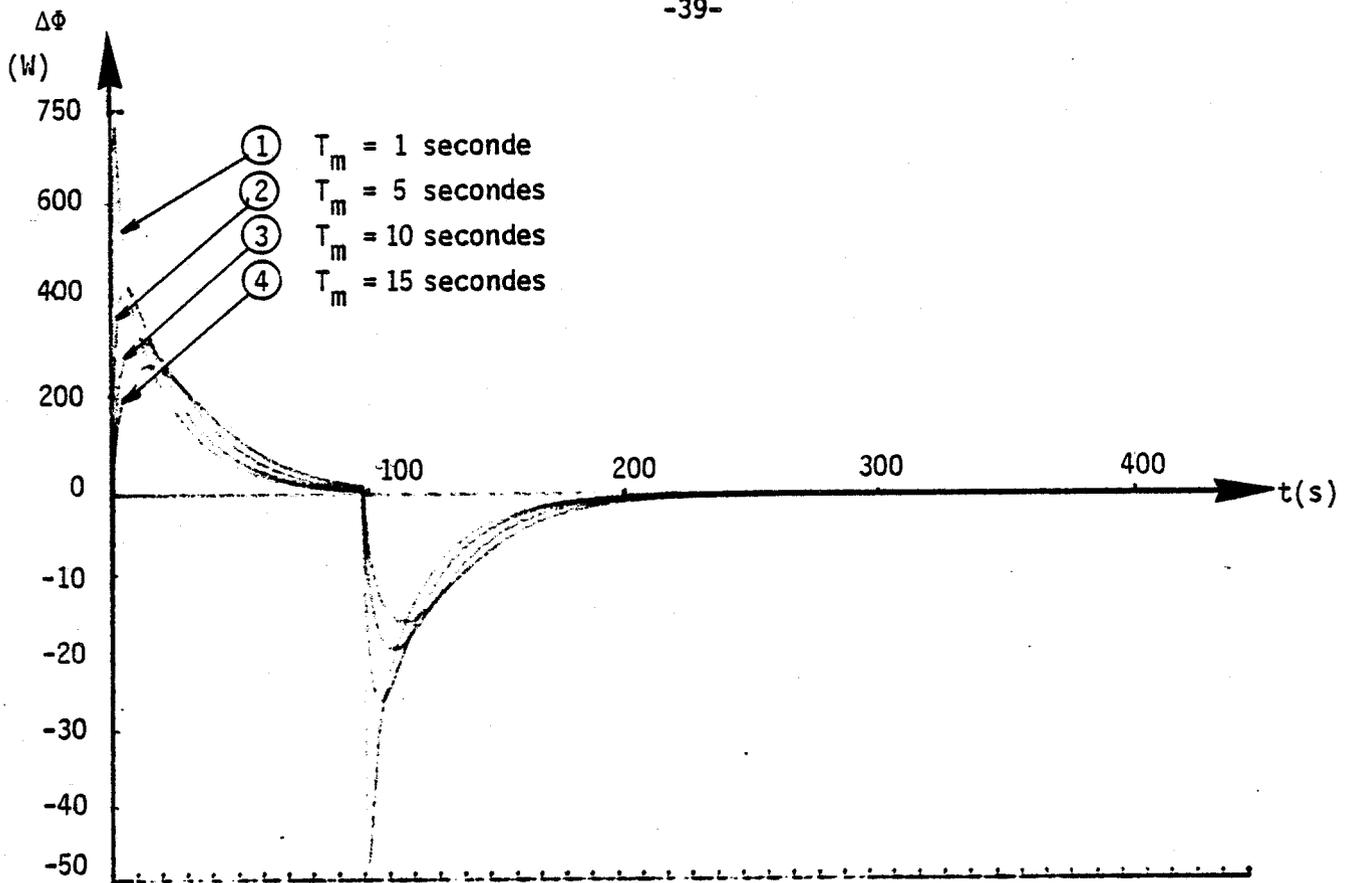


Figure III-4-2-1-C1 : Variation de  $\Delta\Phi(t)$  pour une température imposée à temps de montée variable avec  $T - T_0 = 100^\circ\text{K}$

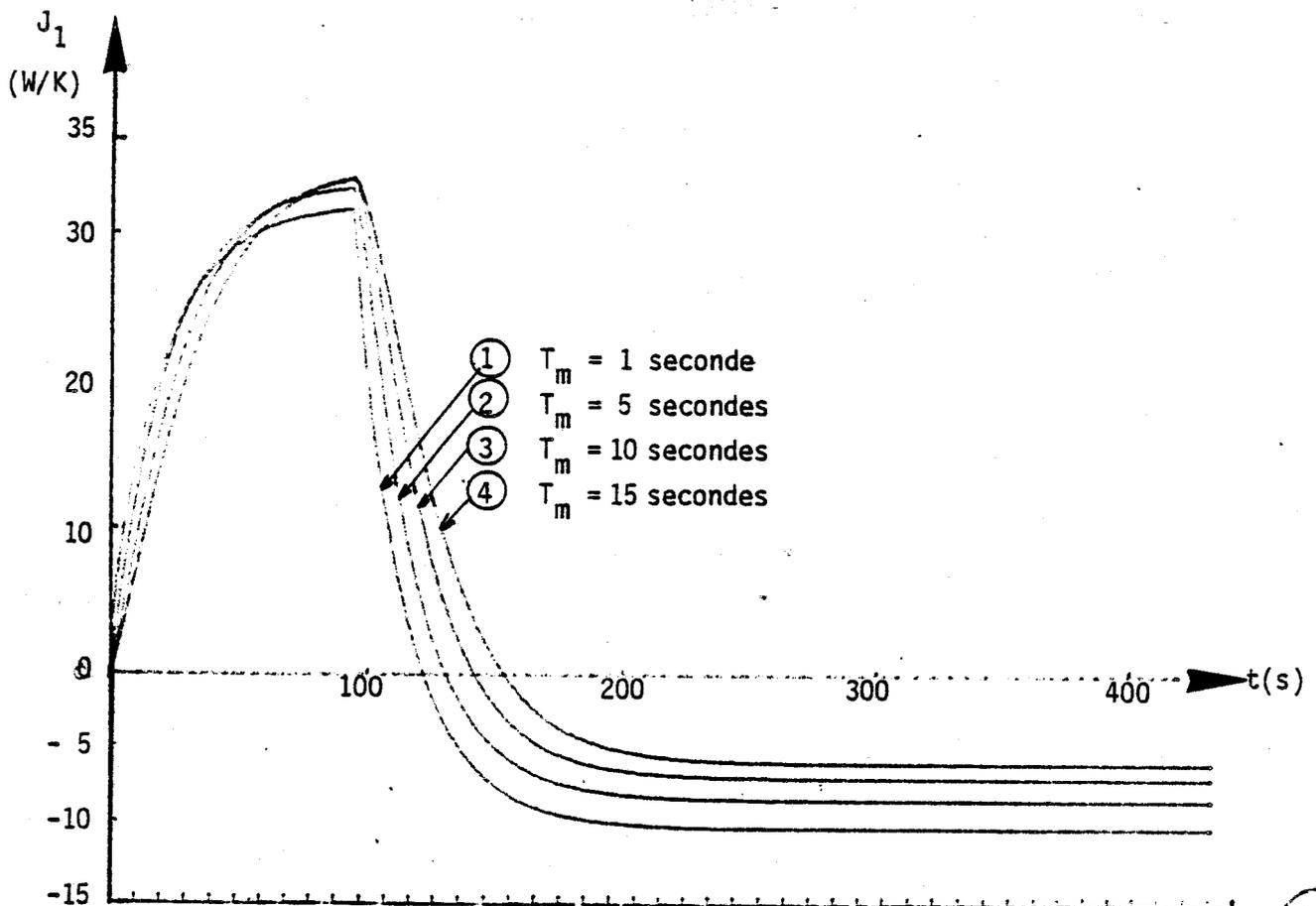


Figure III-4-2-1-D1 : Bilan des échanges d'entropie avec le monde extérieur



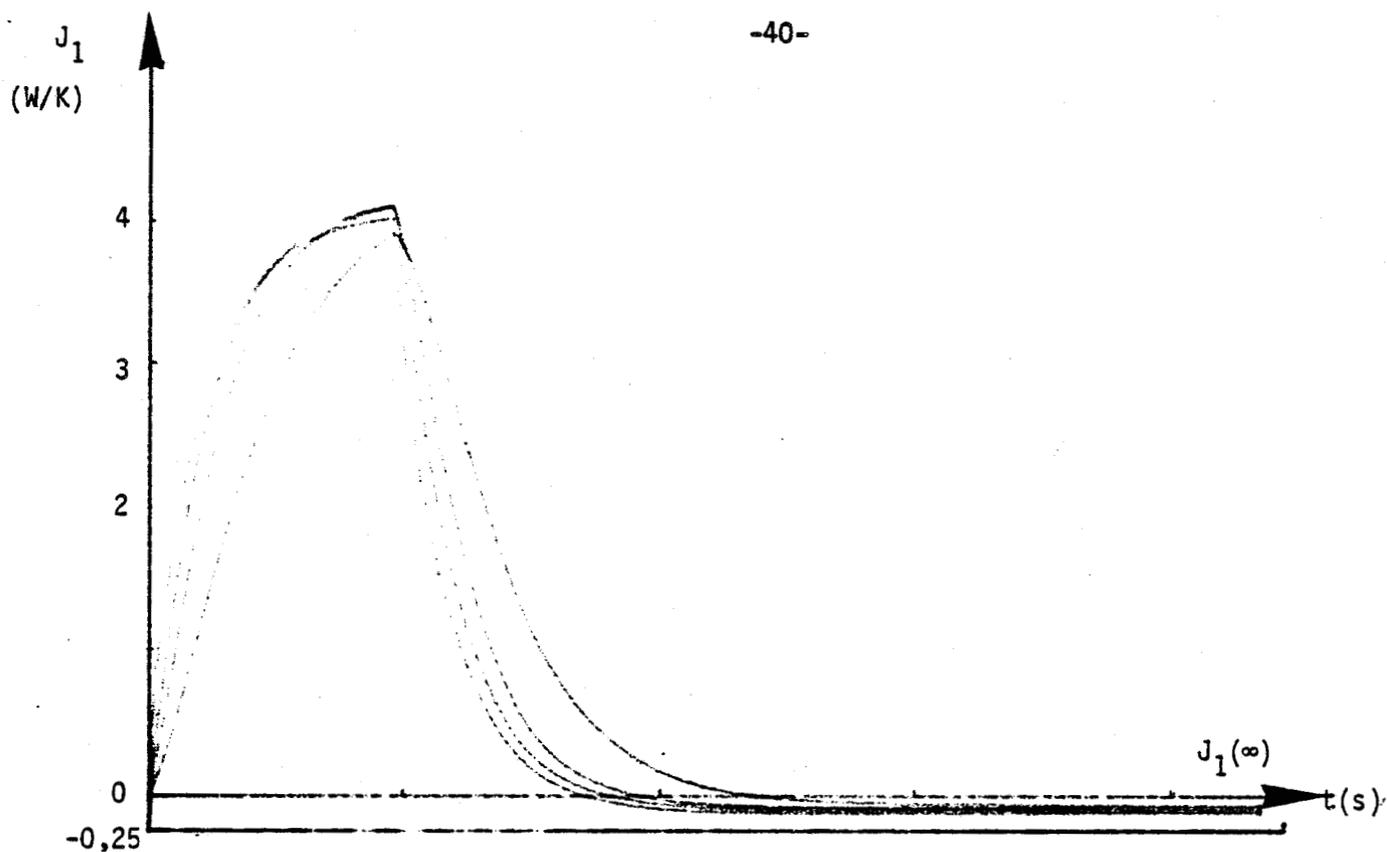


Figure III-4-2-1-E1 : Bilan des échanges d'entropie avec le monde extérieur pour un temps de montée de la température imposée variable avec  $T-T_0 = 10^\circ$

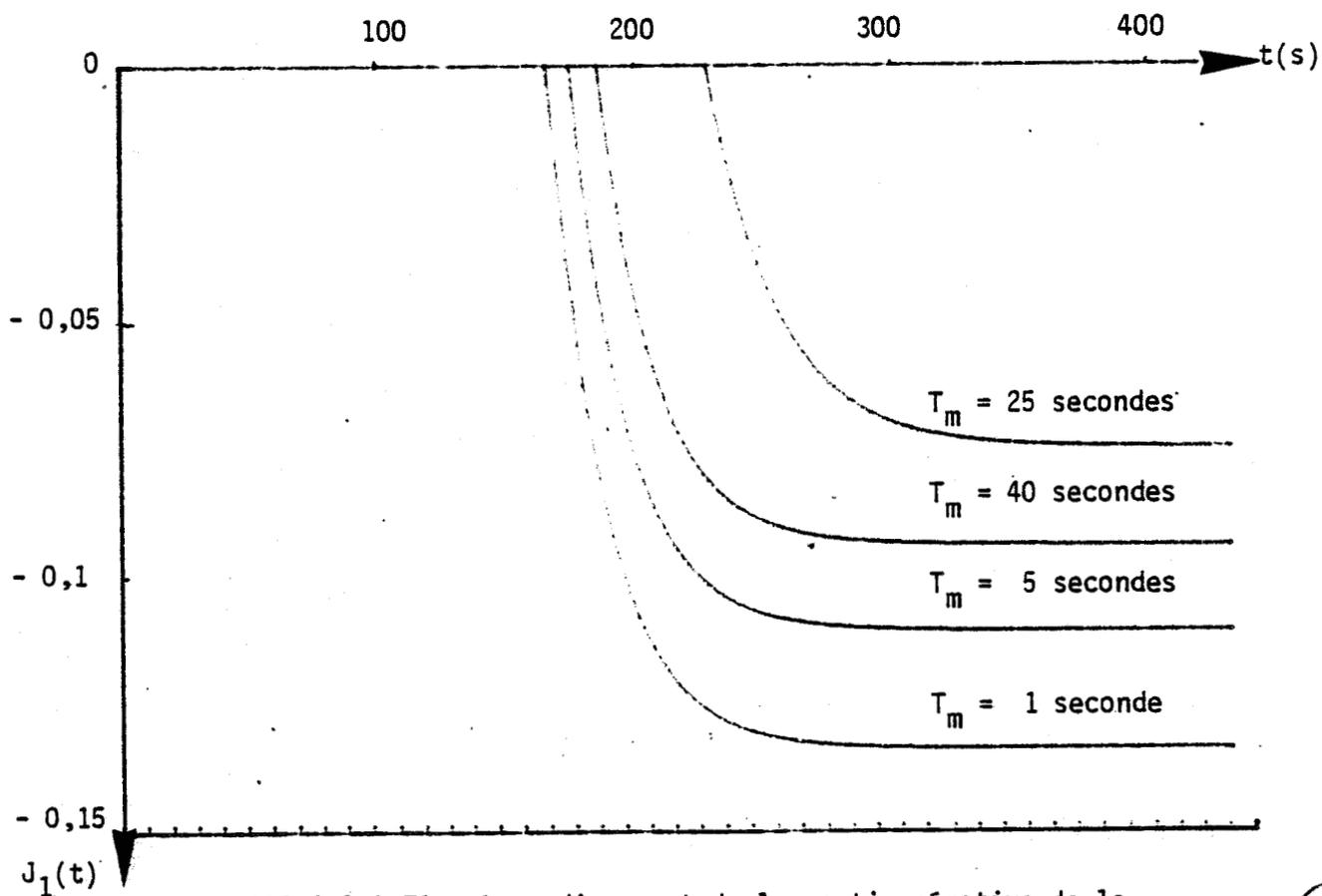


Figure III-4-2-1-F1 : Agrandissement de la partie négative de la figure III-4-2-1-E1



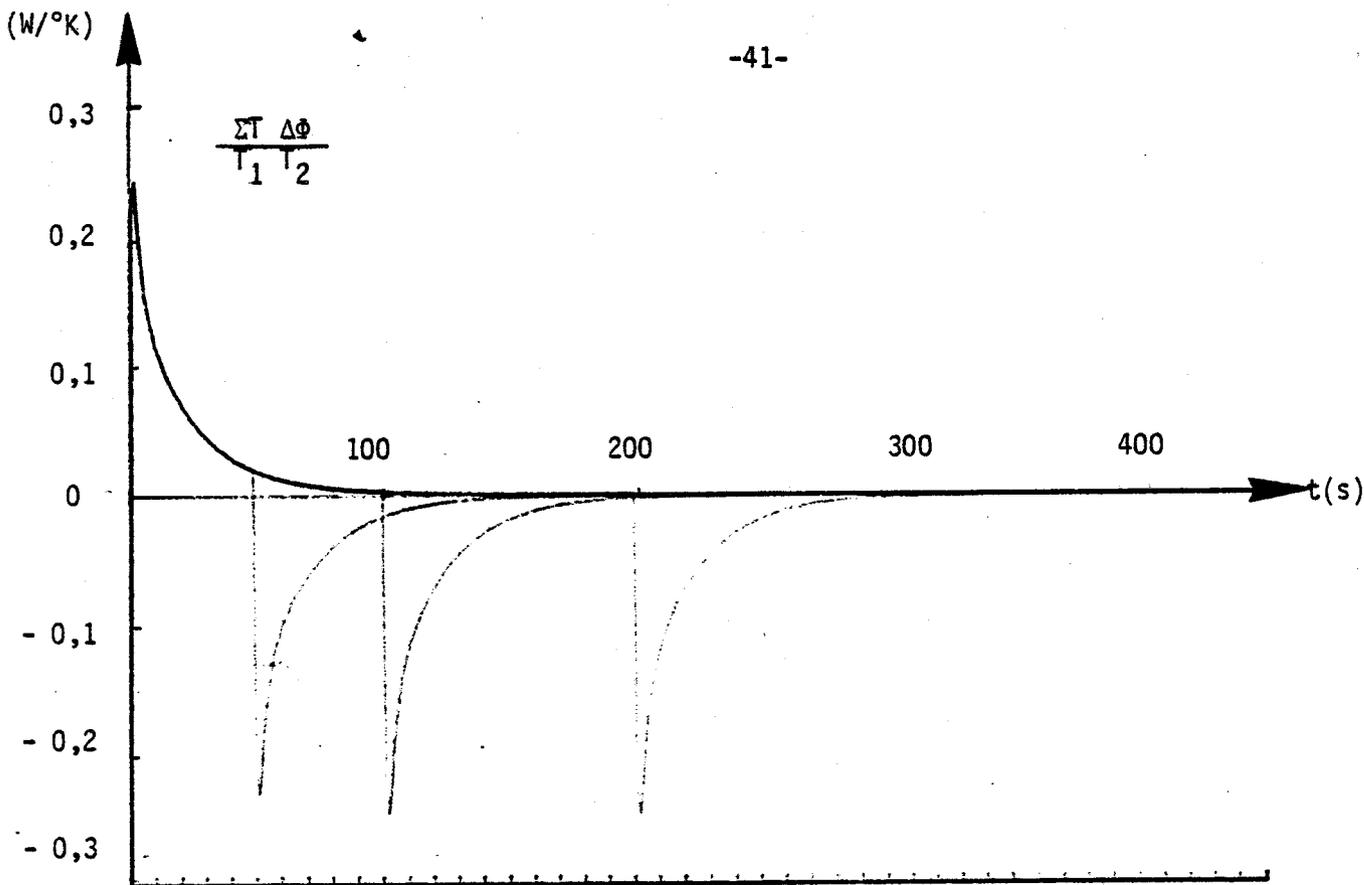


Figure III-4-2-G1 : Densité temporelle d'entropie pour une élévation de température imposée de 10°K. L'entropie stockée lors de l'élévation de température est pratiquement déstockée lors du retour à l'équilibre.

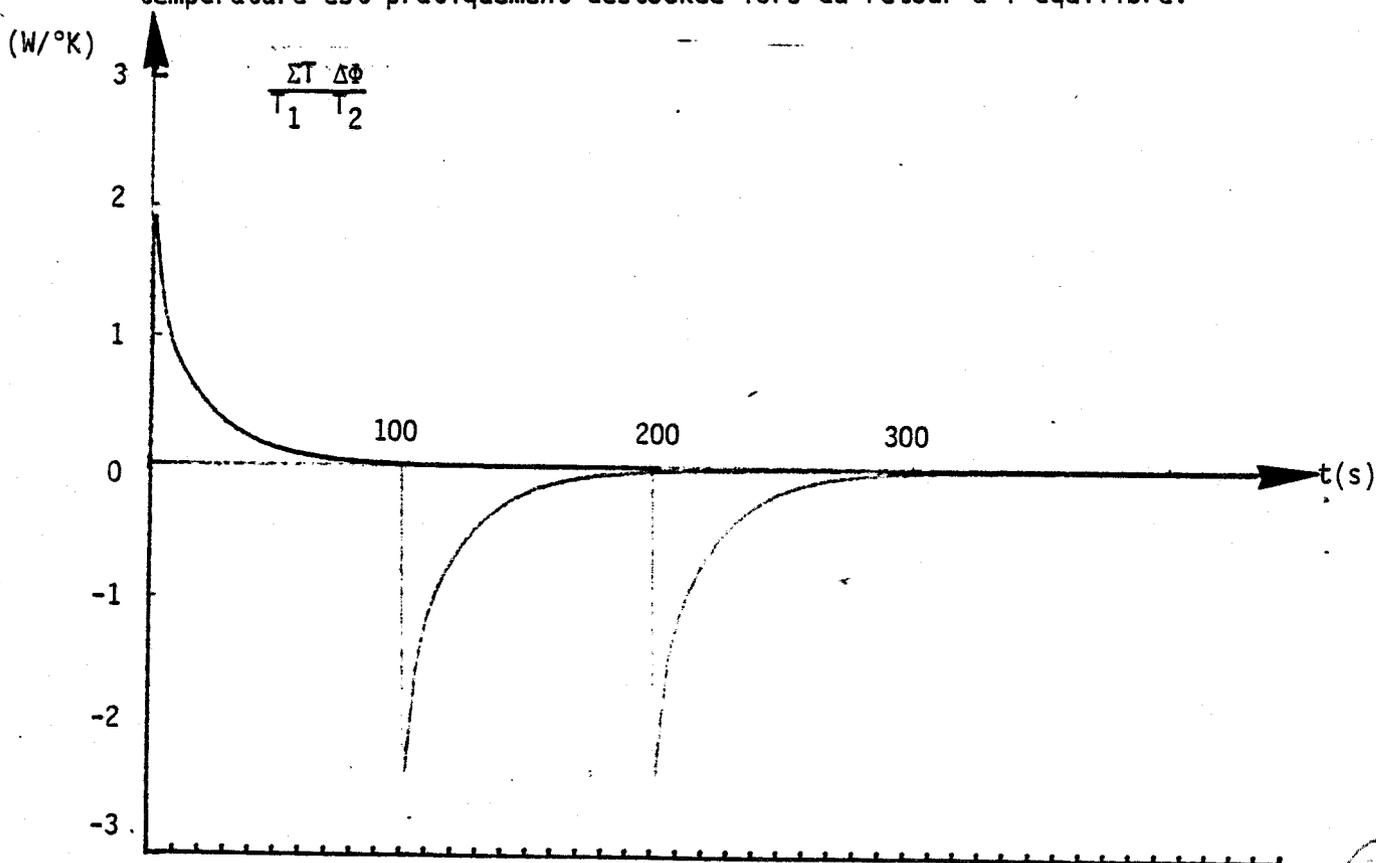


Figure III-4-2-1-G2 : Densité temporelle d'entropie pour une élévation de température de 100 K. Il y a déséquilibre entre les échanges d'entropie dans les processus de stockage-déstockage de chaleur sensible.



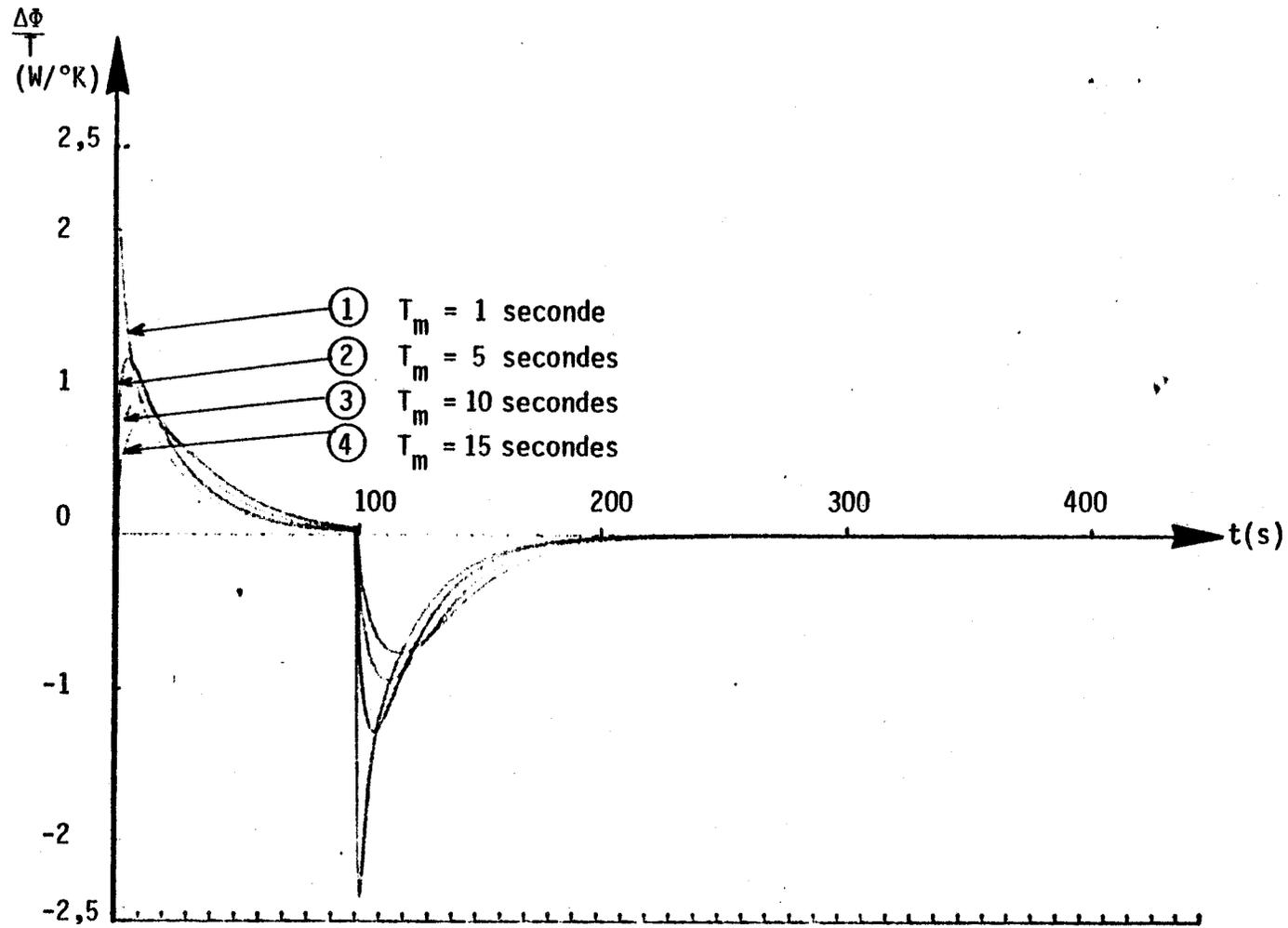


Figure III-4-2-1-G3 : Densité temporelle d'entropie échangée par une élévation de température de  $100^\circ K$  et diverses valeurs du temps de montée.

Pour une variation de température imposée de  $10^\circ$

$J_1(\infty) = 0,133$  avec  $T_m = 1$  seconde

$J_1(\infty) = 0,094$  avec  $T_m = 10$  secondes

La variation de  $J_1(\infty)$  est d'autant plus grande lorsque les variations de températures imposées ont des amplitudes plus importantes.

Les courbes représentatives du coefficient de qualité pour des variations de température imposée de  $10^\circ$  et  $100^\circ$  sont représentées figures III-4-2-2-a et III-4-2-2-b.

Le coefficient de qualité représente l'importance des pertes dans le processus de stockage.

Les résultats obtenus montrent que les pertes sont plus importantes en régime rapidement variable.

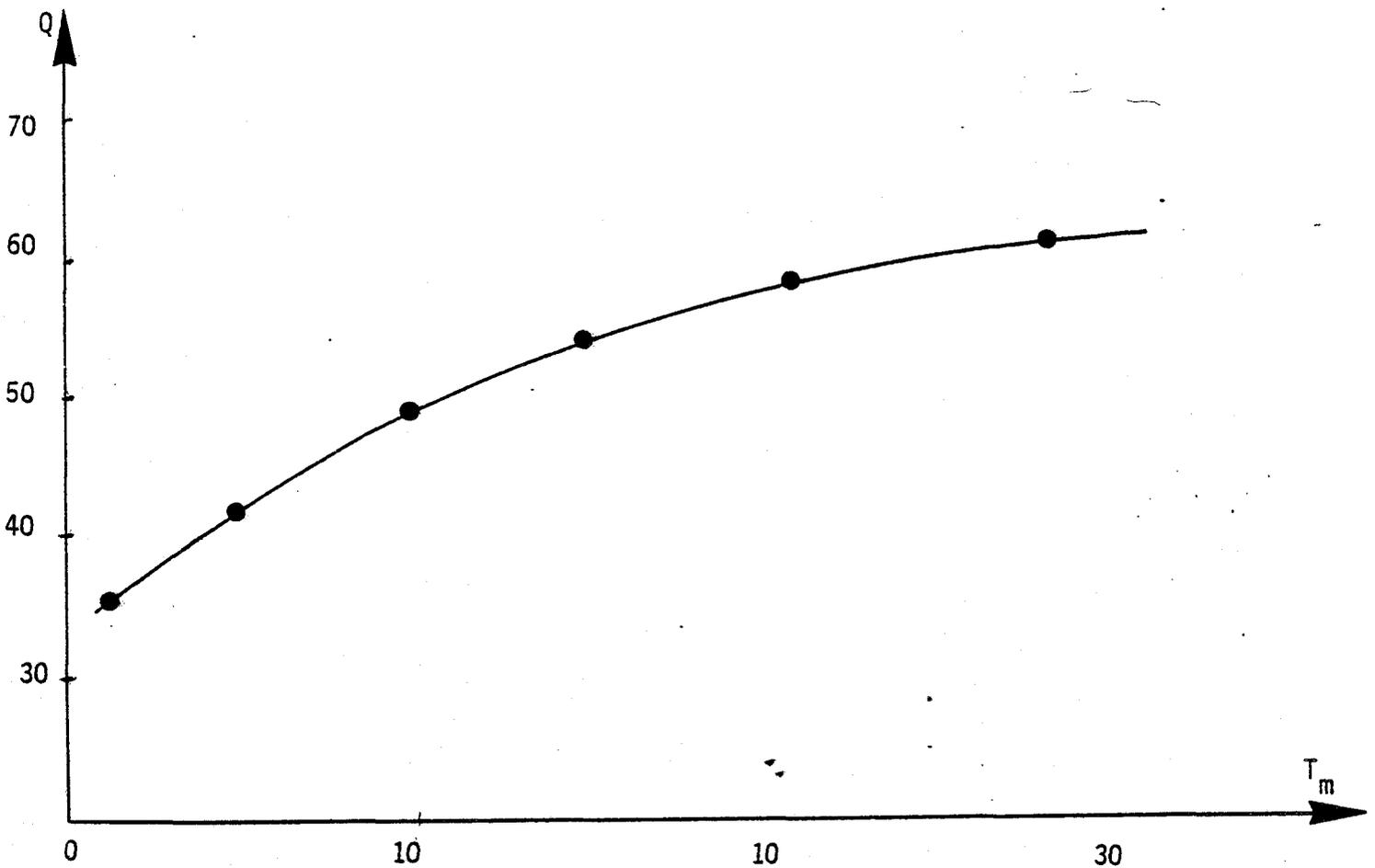


Figure III-4-2-2-a : Coefficient de qualité pour une variation de température imposée de  $T - T_0 = 10^\circ K$

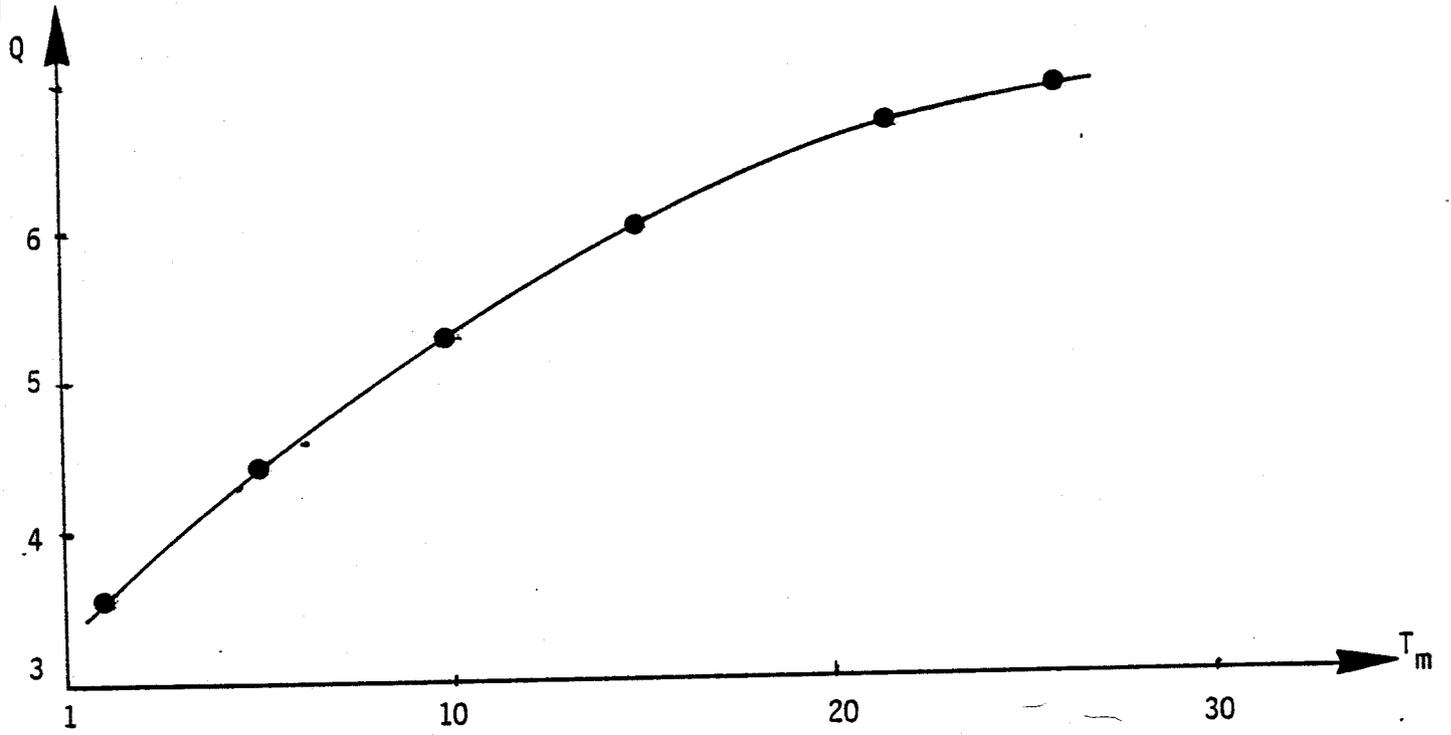


Figure III-4-2-2-b : Coefficient de qualité pour une variation de température imposée de 100°C

### III-4-3- SIMULATION DU BILAN D'ENTROPIE DANS LES PROCESSUS DE TRANSFERT DE CHALEUR (SANS STOCKAGE)

Un transfert pur de chaleur est caractérisé par la contrainte  $\Delta\phi(t) = 0$ . Le bilan des échanges de chaleur avec le monde extérieur est identiquement nul et la température moyenne est constante. Pour réaliser une telle transformation, en pratique, il faut prélever à chaque instant sur une surface de l'échantillon une quantité de chaleur égale à la quantité injectée sur une autre surface d'échange.

Dans ces conditions,  $\Delta\phi(t) = 0$  et l'évolution est représentée par la seule combinaison de flux  $\Sigma\phi(t)$ . La connaissance simultanée de  $\Sigma\phi(t)$  et de la différence de température entre les surfaces limites de l'échantillon permet de calculer le bilan des échanges d'entropie avec le monde extérieur. La dynamique du processus de transfert de chaleur est représentée par l'équation (III-3-08). Elle est caractérisée par la constante de temps :

$$\tau_t = \frac{e^2}{a \pi^2} = \frac{RC}{4\pi^2} = \frac{\tau_s}{4}$$

Pour un plexiglass d'épaisseur  $2e = 5$  mm, on a  $\tau_t = \frac{27,78}{4} = 6,94$

$\tau_t = 6,94$ secondes
--------------------------

La somme des flux converge beaucoup plus rapidement vers son régime permanent que la différence des flux (à un terme fondamental de constante de temps beaucoup plus important égal à  $\tau_s = 27,78$  s pour le même échantillon).

De façon générale, il est difficile d'imposer la contrainte expérimentale  $\Delta\phi = 0$ . Dans le cas particulier d'un matériau homogène, cette contrainte peut être réalisée en inversant un gradient thermique ou en imposant des variations de température de signes opposés sur les surfaces d'échange avec le monde extérieur.

#### III-4-3-1- Inversion d'un gradient sur les surfaces limites de l'échantillon

Initialement, l'échantillon est soumis sur ses faces externes à un gradient de température imposé par les échangeurs qui se trouvent aux températures  $T_1, T_2$ . A l'instant  $t = t_1$ , on inverse le gradient. Il est alors possible de simuler les échanges d'entropie par traitement de flux et des températures superficielles sur les surfaces externes de l'échantillon.

La figure III-4-3-1-A1 représente les températures  $T_1, T_2$  imposées par les plaques échangeuses sur les faces externes de l'échantillon et la figure III-4-3-1-B1 la différence de température qui en résulte pour différentes valeurs du temps de montée.

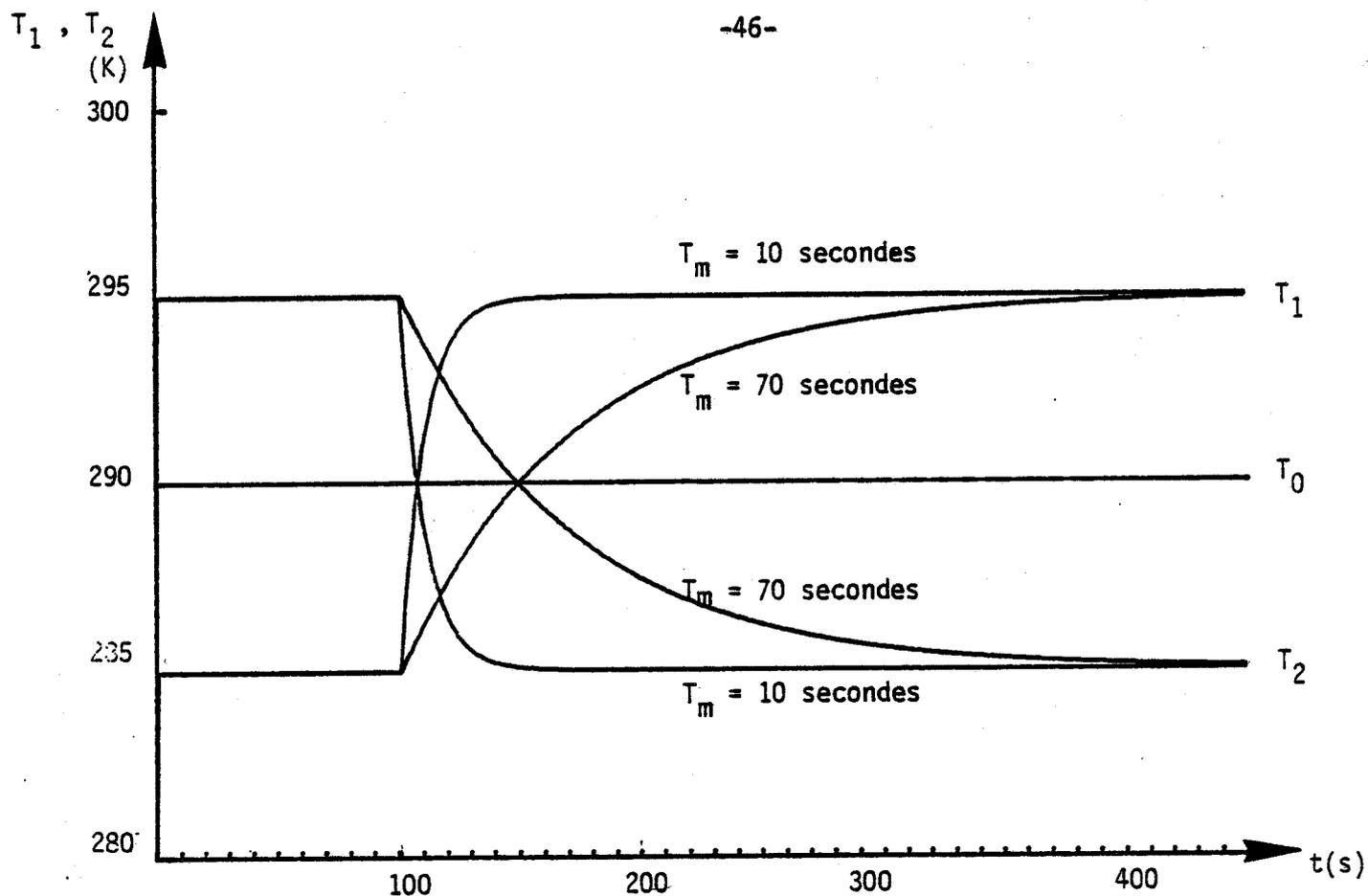


Figure III-4-3-1-A1 : Variations des températures imposées  $T_1$ ,  $T_2$  pour  $T_m = 10$  secondes et  $T_m = 70$  secondes

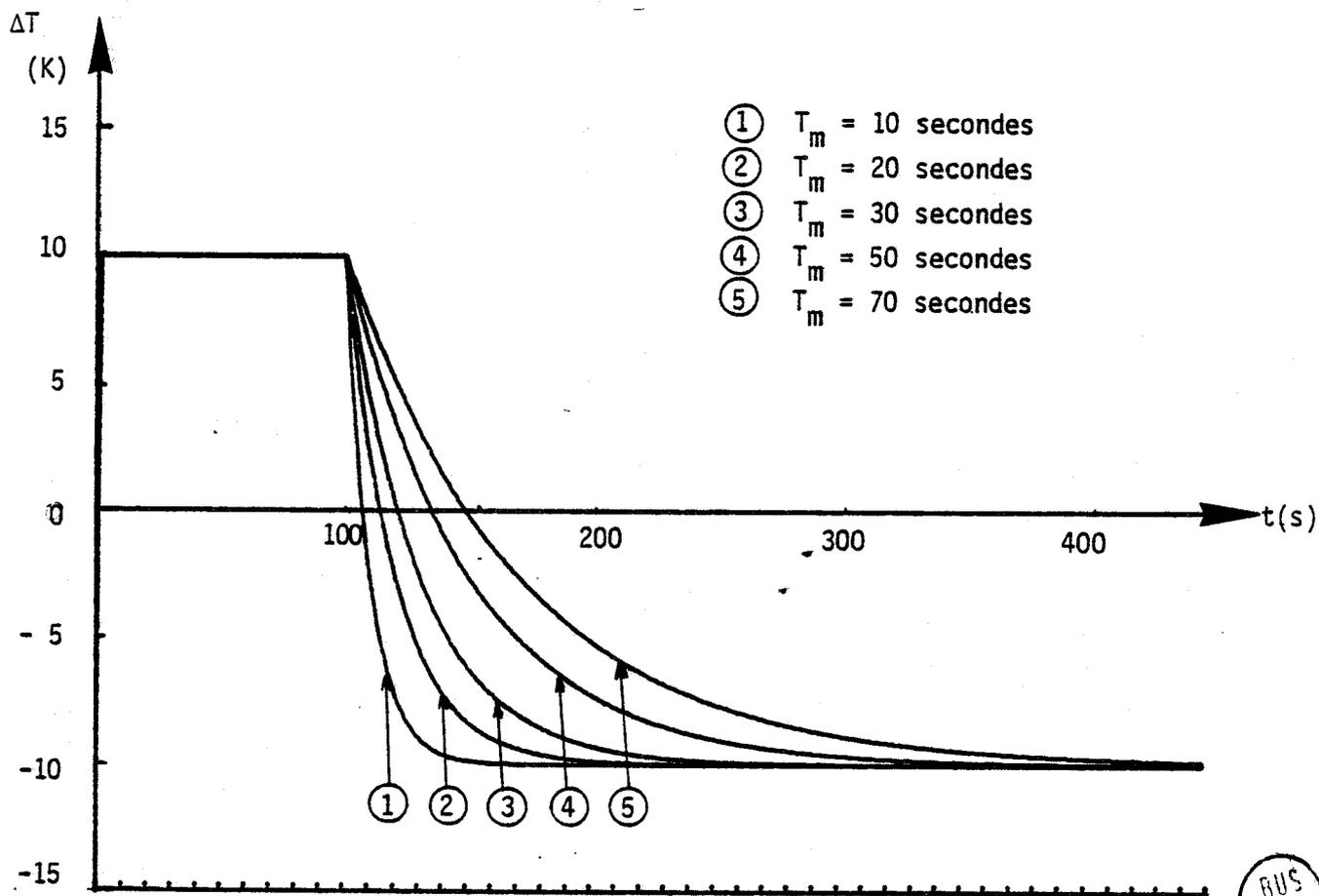


Figure III-4-3-1-B1 : Inversion d'un gradient de température à temps de montée variable.



Pour les faibles valeurs de temps de montée, l'évolution de la variable  $\Sigma\Phi(t)$  est caractérisée par un dépassement indiciel générant une augmentation d'entropie en régime transitoire.

Dans une telle transformation, l'échange d'entropie avec le monde extérieur est représenté par le seul terme  $J_2$ . Il y a dissipation interne par conduction thermique. En régime lentement variable, on peut considérer que l'échantillon est à chaque instant en régime permanent et l'augmentation interne d'entropie est égale à :

$$\frac{1}{R} \int_t^t \Delta T^2 / T_1 T_2 dt$$

Pour des valeurs importantes du temps de montée du signal de température appliqué sur les faces extérieures de l'échantillon, il y a similitude entre la figure III-4-3-1-D1 qui représente la densité temporelle d'entropie  $\frac{\Sigma\Phi \Delta T}{2 T_1 T_2}$  et la courbe III-4-3-1-E1 qui représente la quantité  $\frac{\Delta T^2}{T_1 T_2}$ .

Le bilan  $J_2 = \int_{t_1}^{t_f} \frac{\Delta T \Sigma\Phi}{2 T_1 T_2} dt$

et la quantité  $\int_{t_1}^{t_f} \frac{\Delta T^2}{R T_1 R_2} dt$

représentés figure III-4-3-1-D2 augmentent linéairement en fonction du temps.

Il en résulte que la résistance apparente définie par le rapport des pentes

$$R_a = \frac{\int_{t_1}^{t_f} \Delta T^2 / T_1 T_2 dt}{J_2} \quad (III-4-3-1-01)$$

est une fonction de transformation qui tend vers la résistance thermique apparente de l'échantillon pour les transformations les plus lentes.

Pour une transformation rapide, la résistance apparente calculée à partir du bilan d'entropie prend une valeur plus faible qu'en régime permanent.

A partir des résultats de simulation précédents, nous avons pu estimer la résistance thermique par application de la relation (III-4-3-1-01).

Nous représentons dans le tableau ci-dessous la variation de la résistance apparente de l'échantillon en fonction du temps de montée du signal appliqué sur ces faces externes.

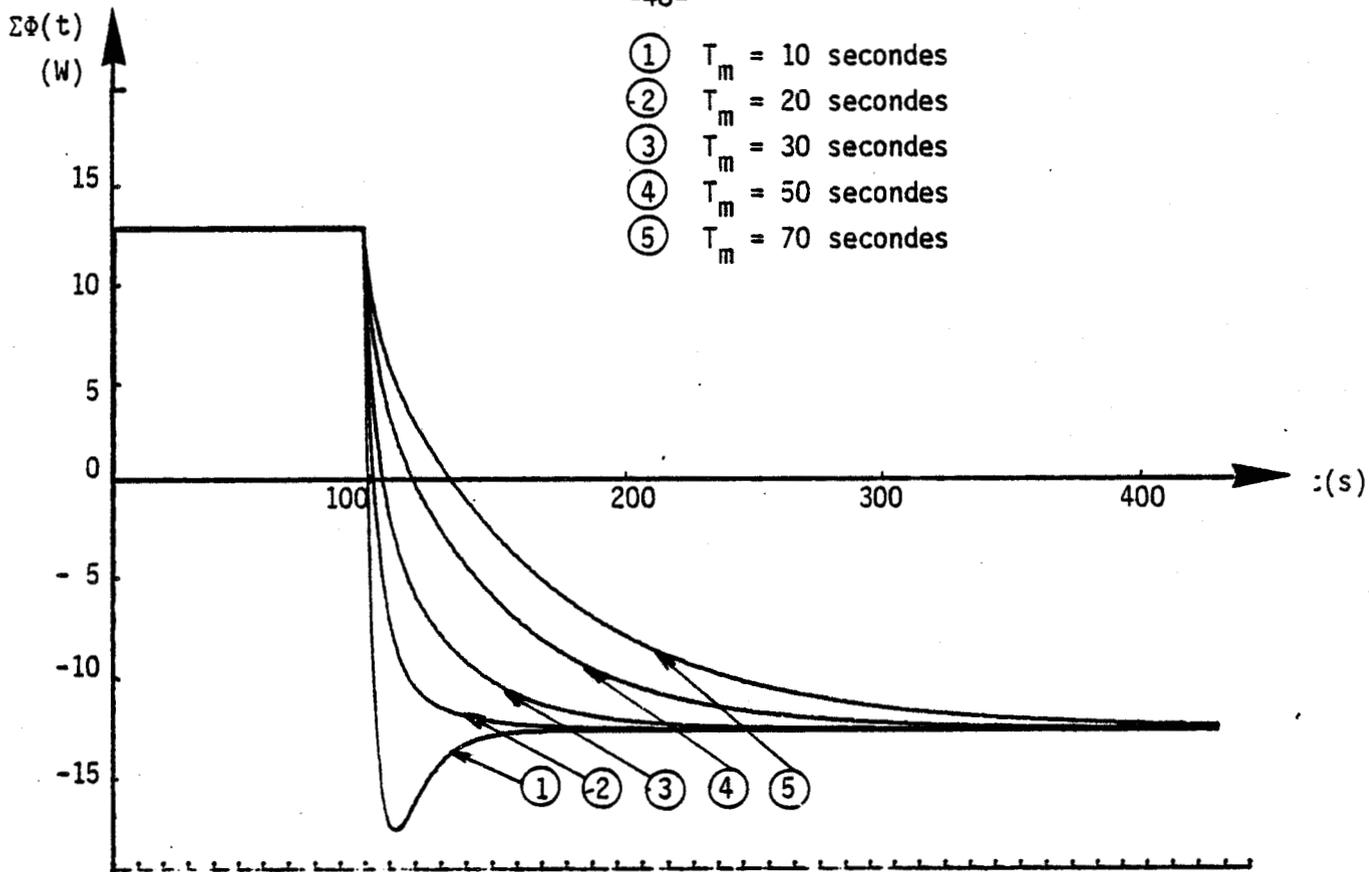


Figure III-4-3-C1 : Variation de  $\Sigma\Phi(t)$  en fonction du temps avec le temps d'inversion comme paramètre

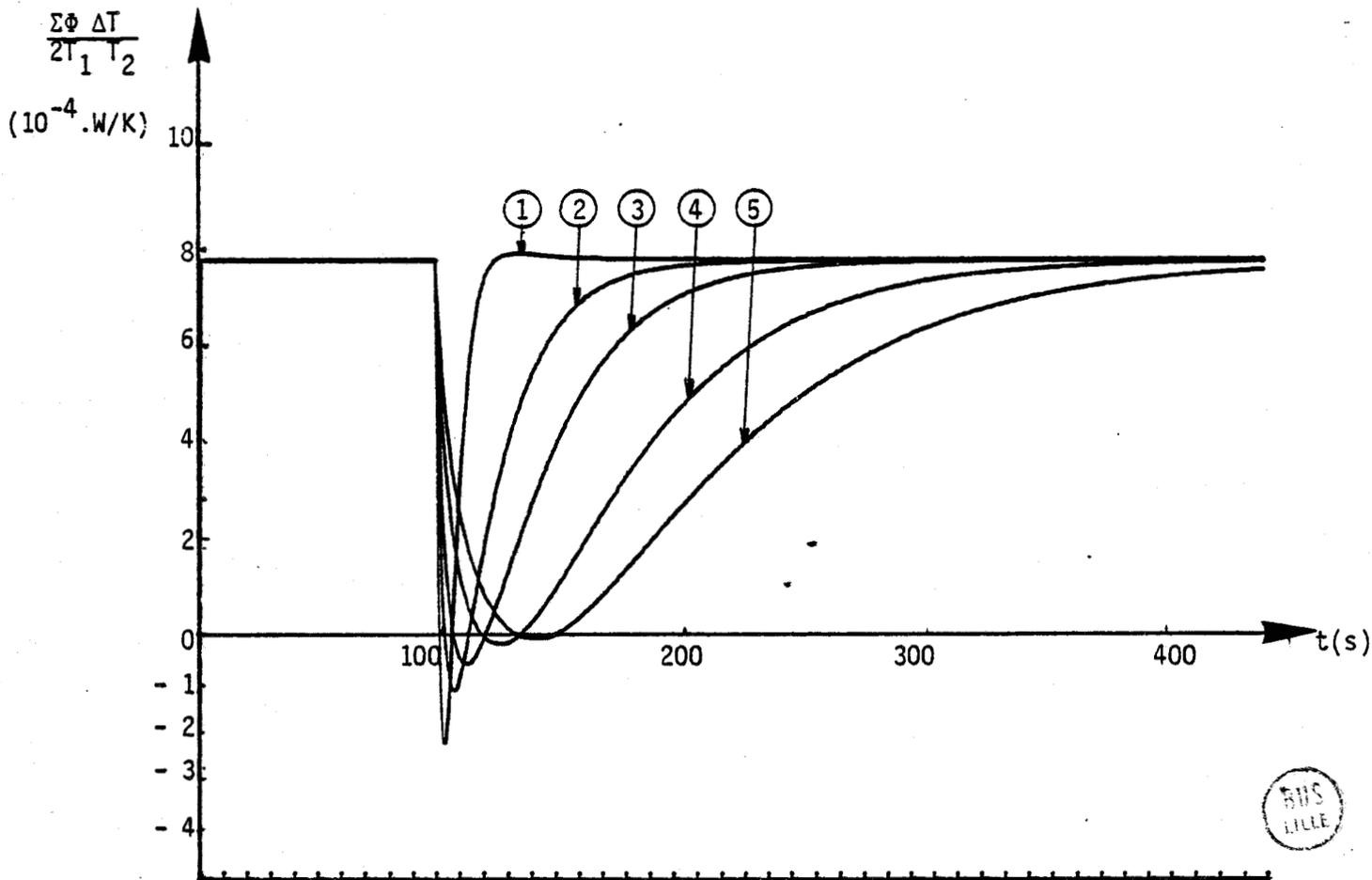


Figure III-4-3-1-D1 : Densité temporelle d'entropie correspondant aux évolutions simulées figures III-4-3-1-B1 et III-4-3-1-C1



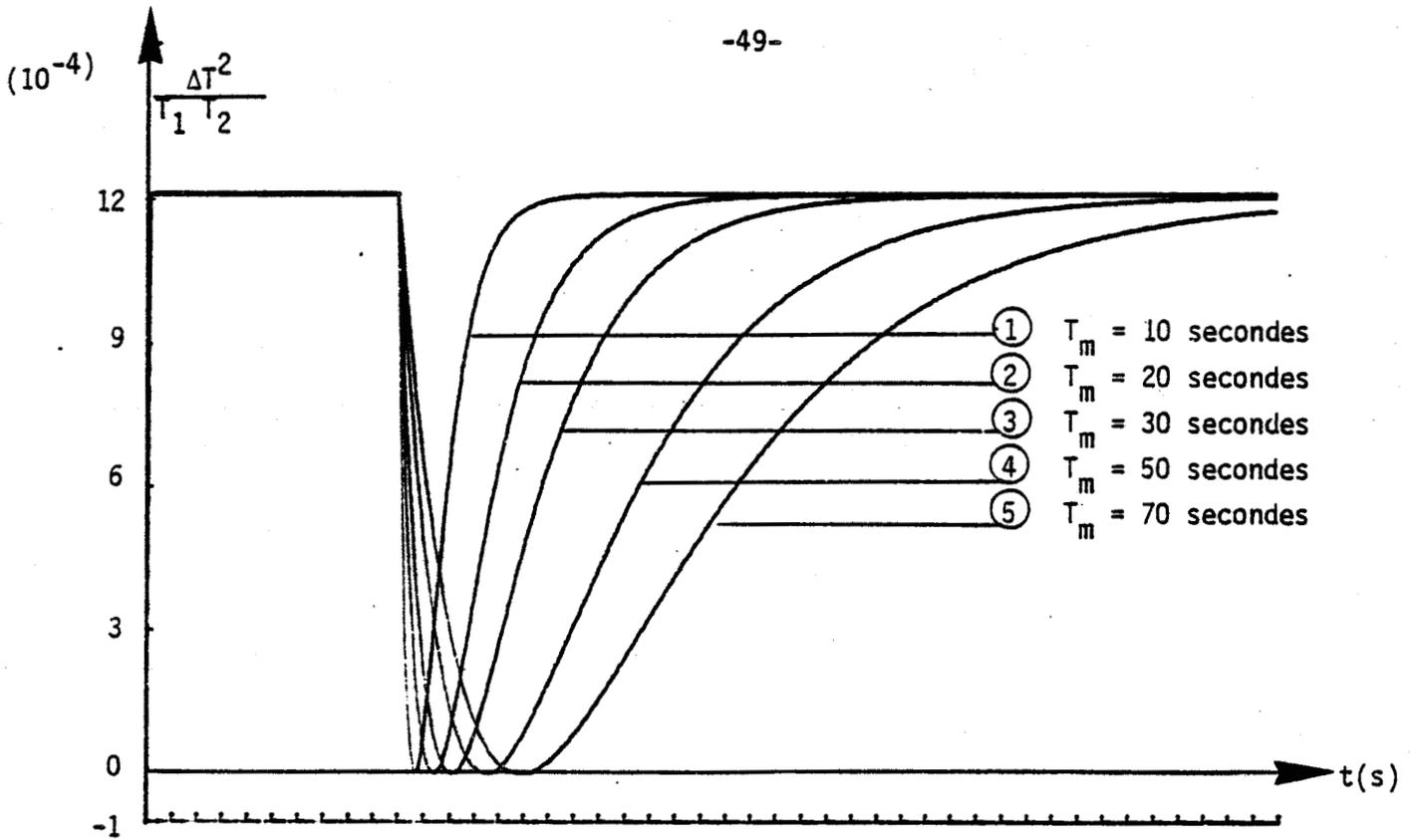


Figure III-4-3-1-E1 : Variation de la quantité  $\frac{\Delta T^2}{T_1 T_2}$  lors de l'inversion d'un gradient thermique à temps de montée variable.

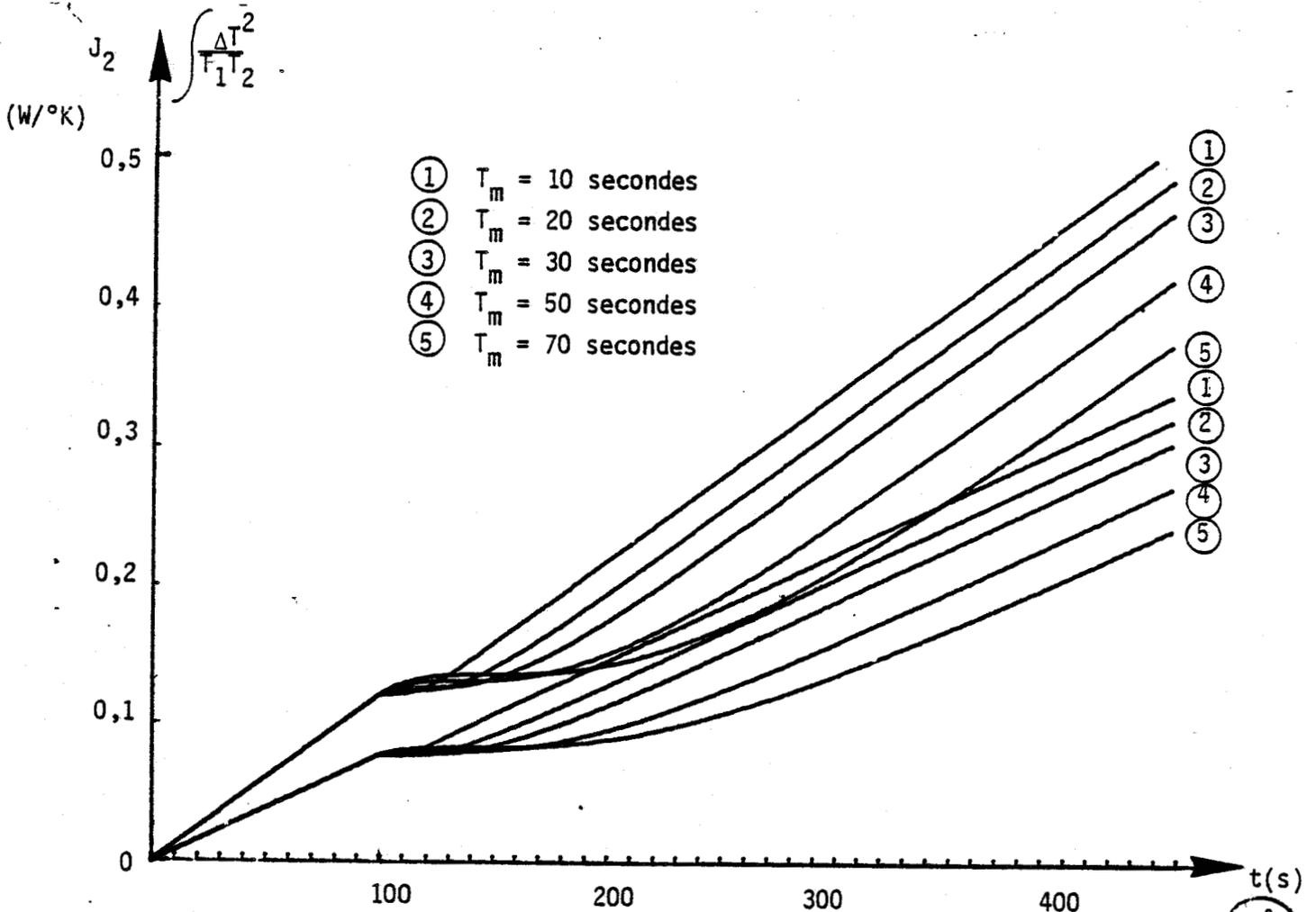


Figure III-4-3-1-D2 : Variation du bilan J<sub>2</sub> et de la quantité  $\int \frac{\Delta T^2}{T_1 T_2}$  pour un temps d'inversion du gradient variable.



$R_a (^{\circ}/W)$	1,529	1,539	1,544	1,548	1,55
$T_m (s)$	10	20	30	50	70

La valeur théorique de la résistance thermique de l'échantillon est de  $1,557^{\circ}/W$ .

III-4-3-2- Variation antisymétrique de température sur les faces limites de l'échantillon

Pour réaliser une telle transformation, il faut imposer des variations antisymétriques de température de part et d'autre de l'échantillon de façon à maintenir la température moyenne constante (figure III-4-3-a) .

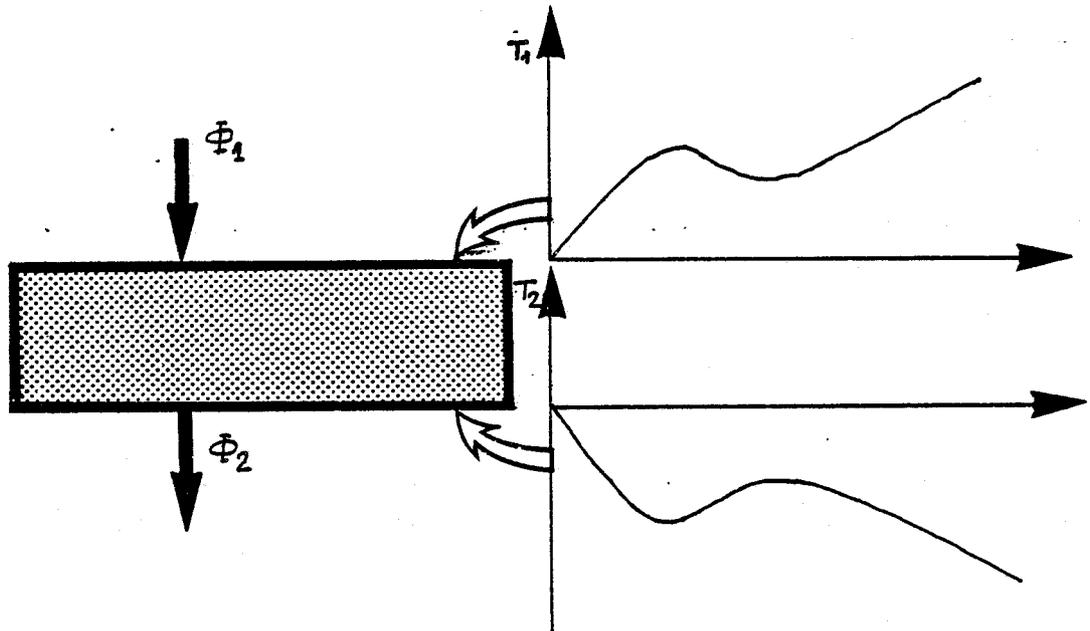


Figure III-4-3-a

Initialement, l'échantillon et les plaques échangeuses sont à la température  $T_0$  , à l'instant  $t_0^+$  , la plaque supérieure est à la température  $T_1 = T_0 + \Delta T$  et la plaque inférieure à la température  $T_2 = T_0 - \Delta T$ .

Nous représentons sur les figures III-4-3-2-A1 et III-4-3-2-B1 les variations de  $\Delta T$  et la combinaison de  $\Sigma\phi(t)$  correspondante à une programmation en créneaux de durée variable. Il y a dépassements de  $\Sigma\phi$  à l'établissement et au retour à zéro qui vérifient la relation :

$$\boxed{\int \Sigma\phi(t) dt = 0}$$



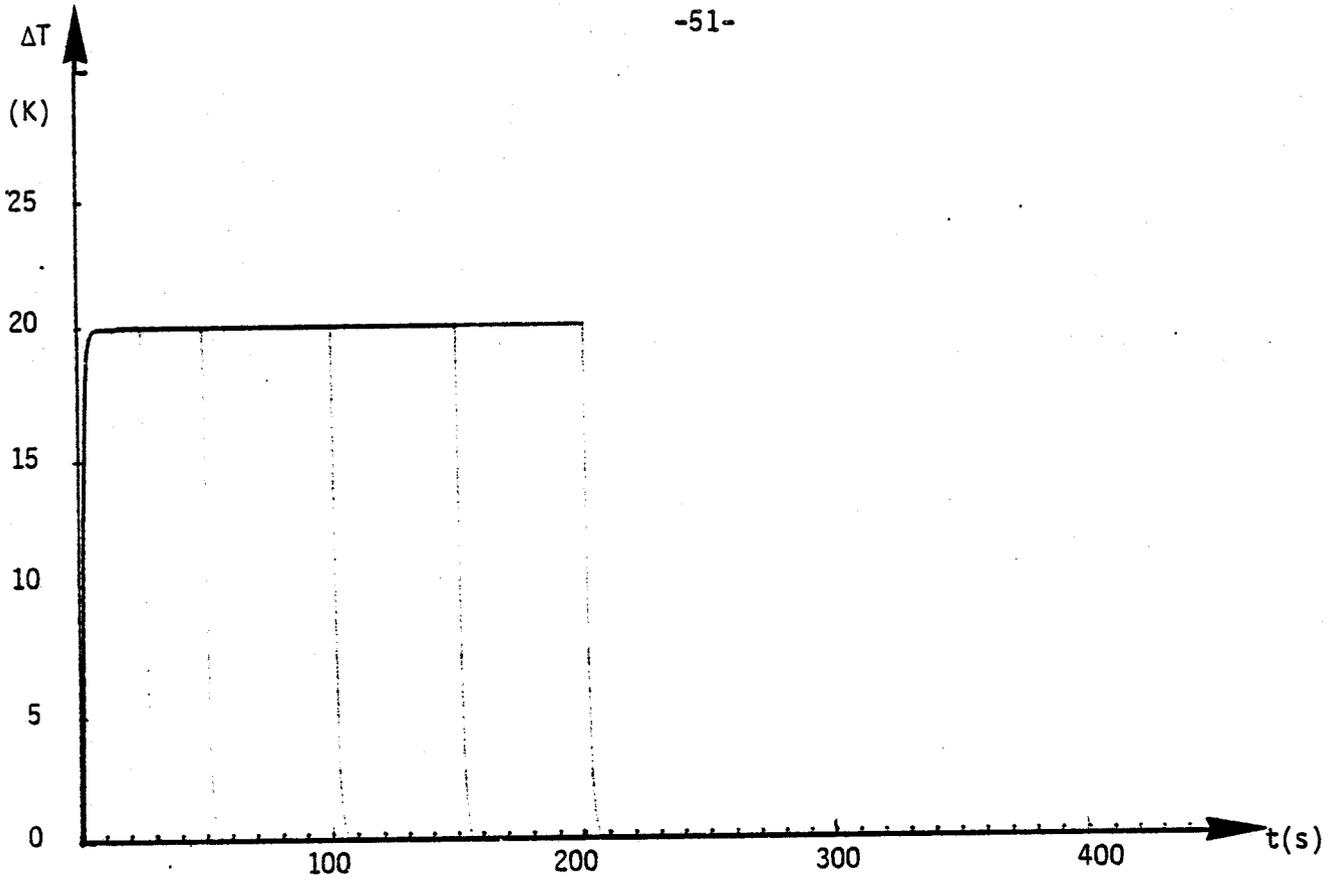


Figure III-4-3-2-A1 : Variation de la durée du gradient de température imposée pour  $T_m = 1$  seconde

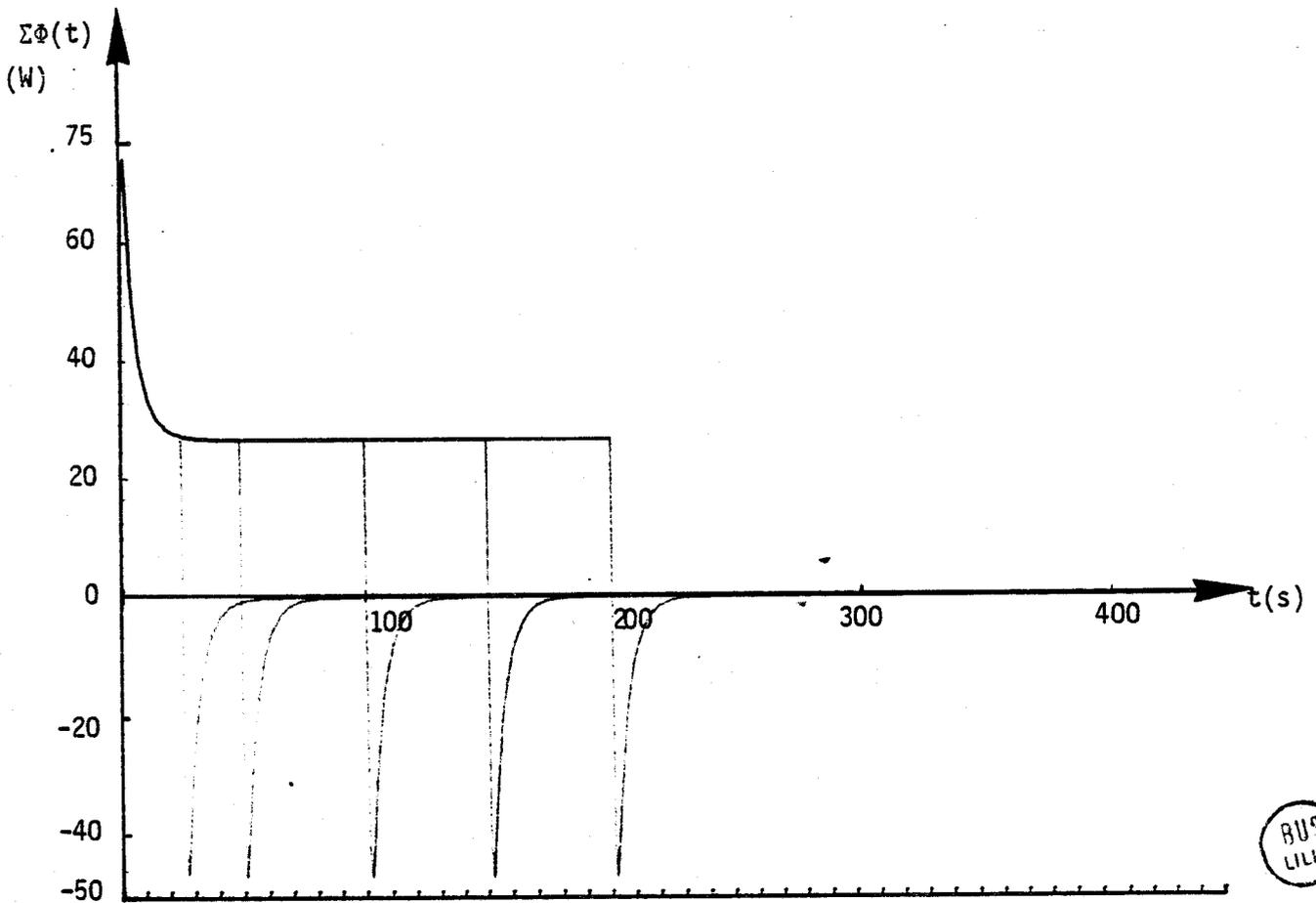


Figure III-4-3-2-B1 :  $\Sigma\Phi(t)$  pour un gradient de température de durée variable



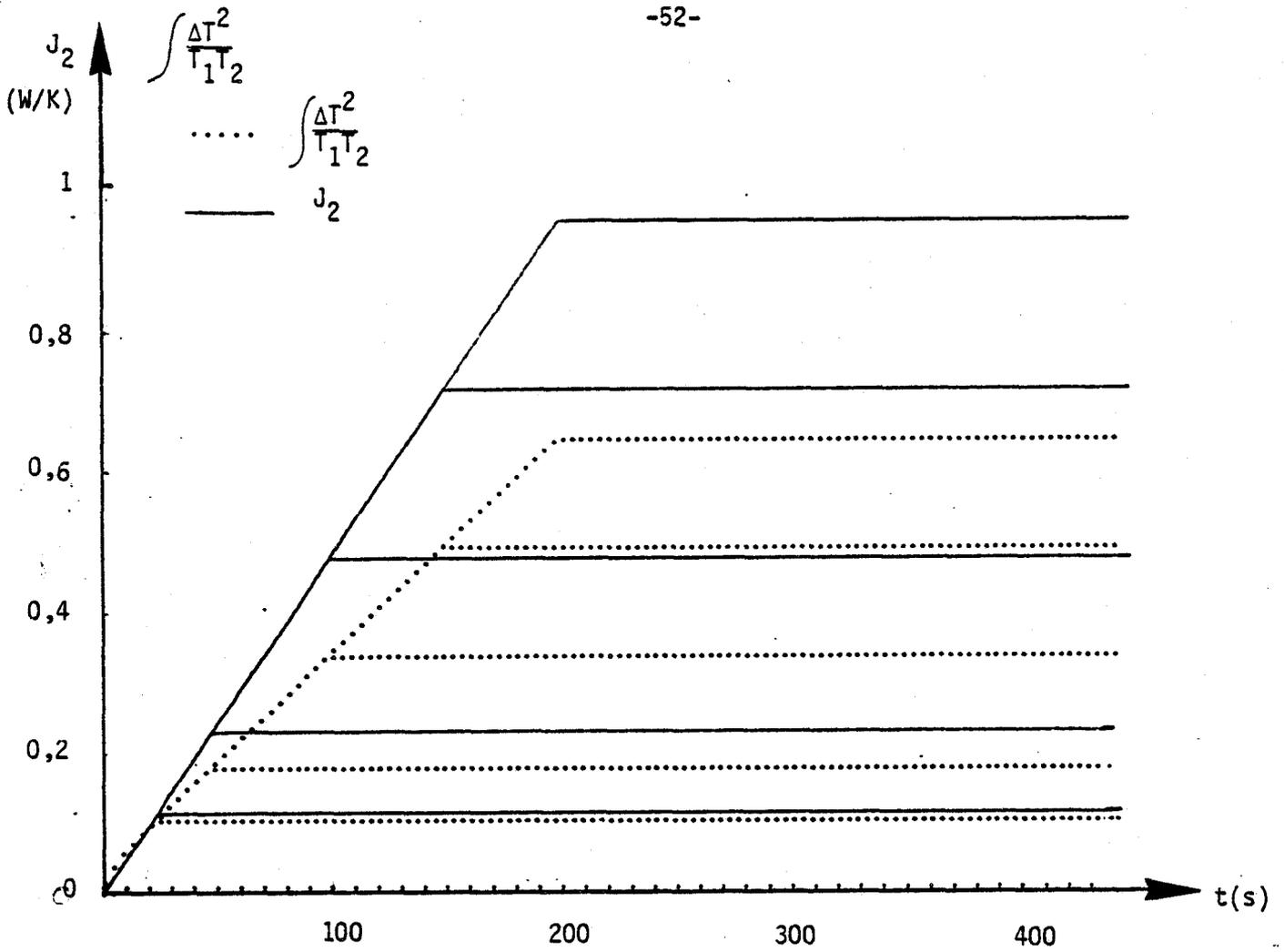


Figure III-4-3-2-C1 : Variation de  $J_2$  et de  $\Delta T^2/T_1 T_2$  en fonction du temps

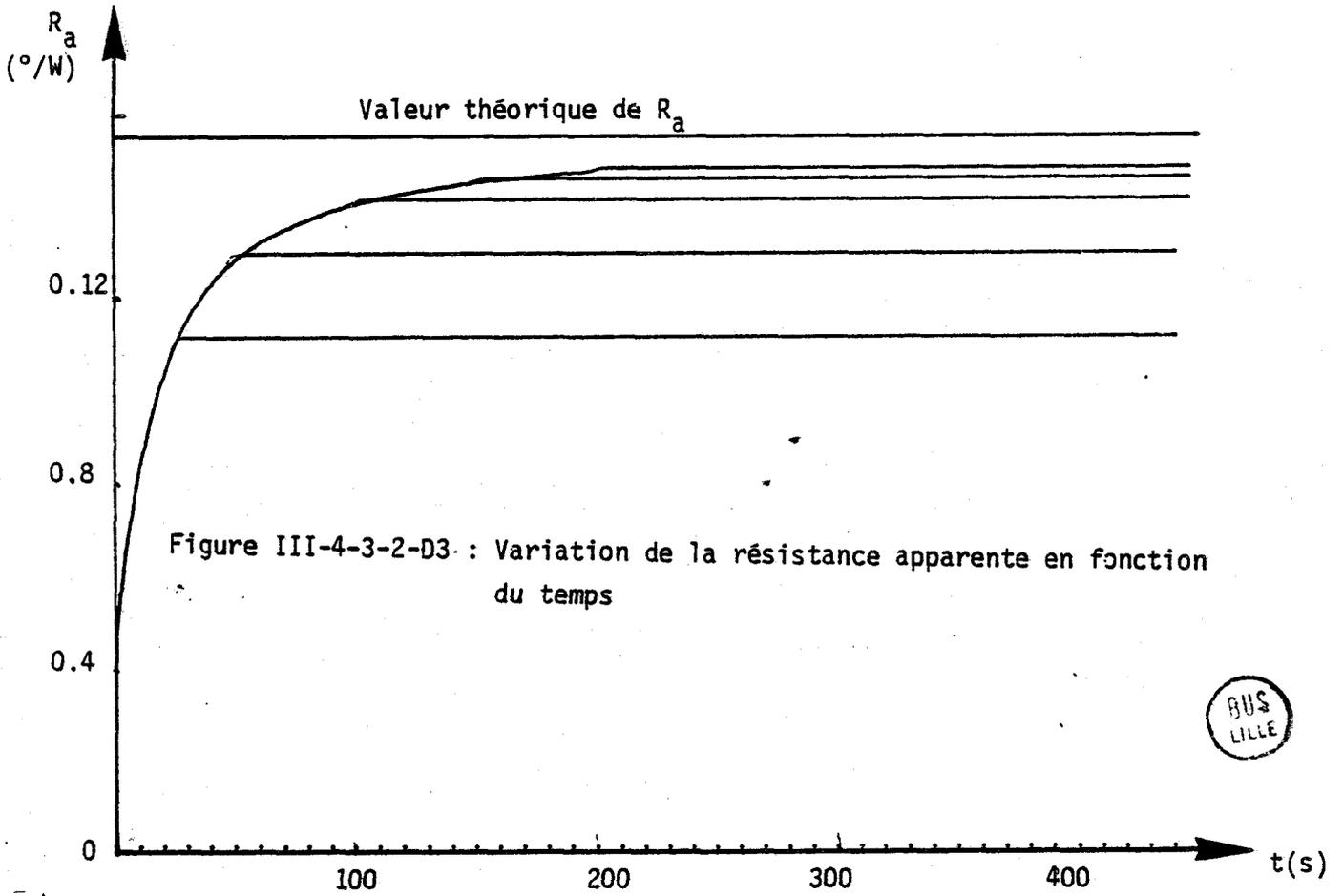


Figure III-4-3-2-D3 : Variation de la résistance apparente en fonction du temps



La résistance apparente de l'échantillon déterminée par cette méthode tend vers sa résistance thermique effective lorsque la période du signal appliqué sur les faces externes de l'échantillon est supérieure à la constante du temps du matériau.

Nous représentons sur la figure III-4-3-2-D3 la variation de la résistance apparente du matériau en fonction du temps avec comme paramètre la période du signal appliquée.

Pour déterminer la valeur de la résistance thermique de l'échantillon avec une précision de 2 % près, il faut appliquer sur les faces limites de cet échantillon des crêneaux de température antisymétriques de même amplitude ayant une période supérieure à la constante de temps du matériau.

Le temps de montée du signal influe peu sur la détermination de la résistance thermique. Il est souhaitable de ne pas appliquer des signaux à fronts raides.

Le tableau ci-contre nous donne la variation de la résistance apparente en fonction du temps de montée du signal appliqué pour une période égale à 260 secondes et maintenue constante.

R(°/W)	1,4981	1,5183	1,5247	1,5279
T <sub>m</sub> (s)	1	5	10	20

Le matériau étant homogène  $\Delta\Phi = 0$  et l'échange d'entropie est représenté par le seul terme  $J_2$ . Comme précédemment, en régime lentement variable, l'augmentation interne d'entropie par conduction thermique est représentée par  $\frac{1}{R} \int \Delta T^2 / T_1 T_2 dt$  et la résistance thermique peut être estimée par application de la relation (III-4-3-1-01). Les résultats obtenus montrent que la résistance apparente de l'échantillon tend vers la résistance thermique en régime lentement variable.

Dans le cas général, il y a à la fois stockage et transfert de chaleur. Ces processus sont indépendants lorsque la paroi est homogène. Dans le prochain paragraphe, nous généralisons les résultats obtenus à un transfert réel, avec variation de la température moyenne de l'échantillon.

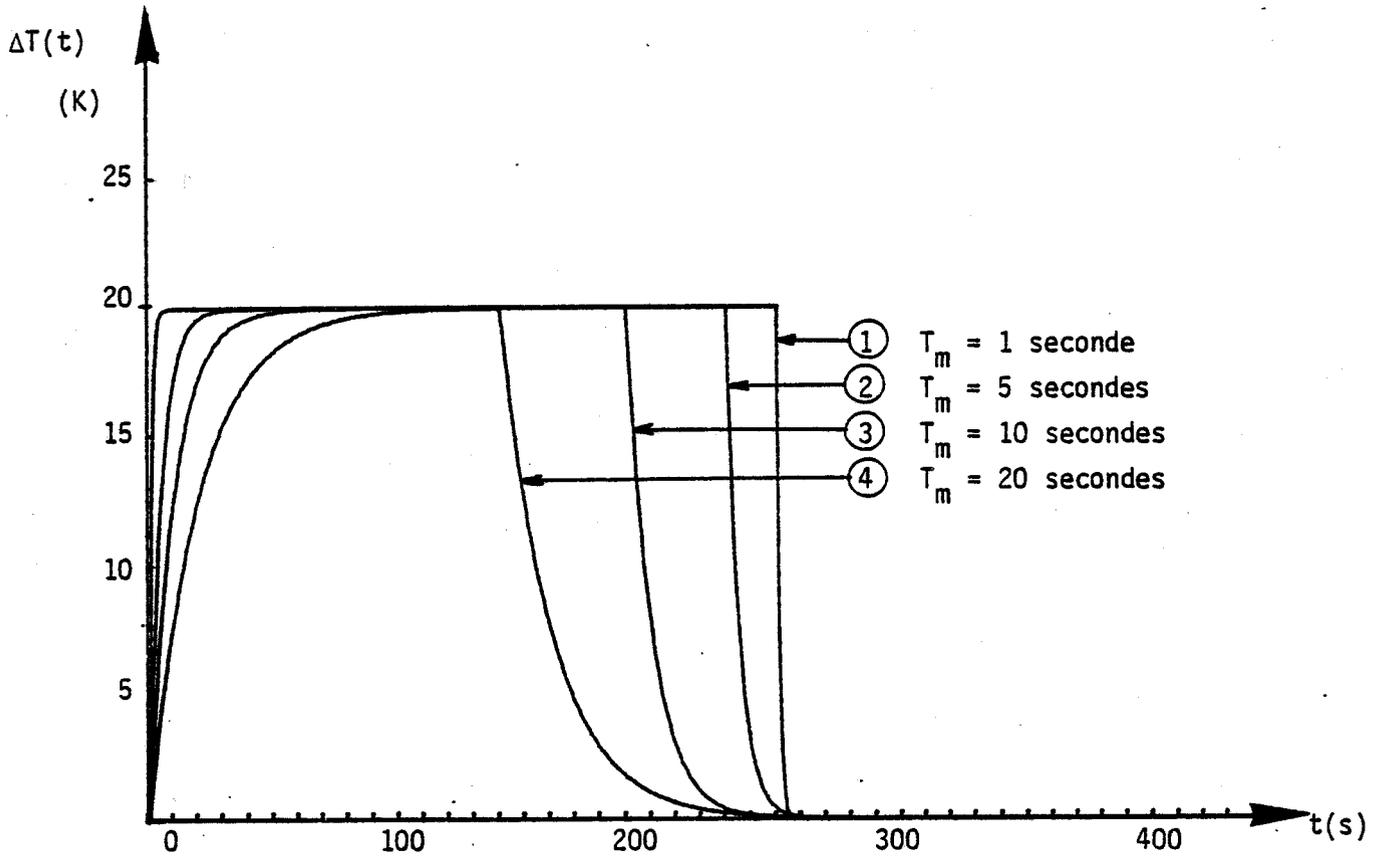


Figure III-4-3-2-C1 :  $\Delta T(t)$  de durée constante et temps de montée variable

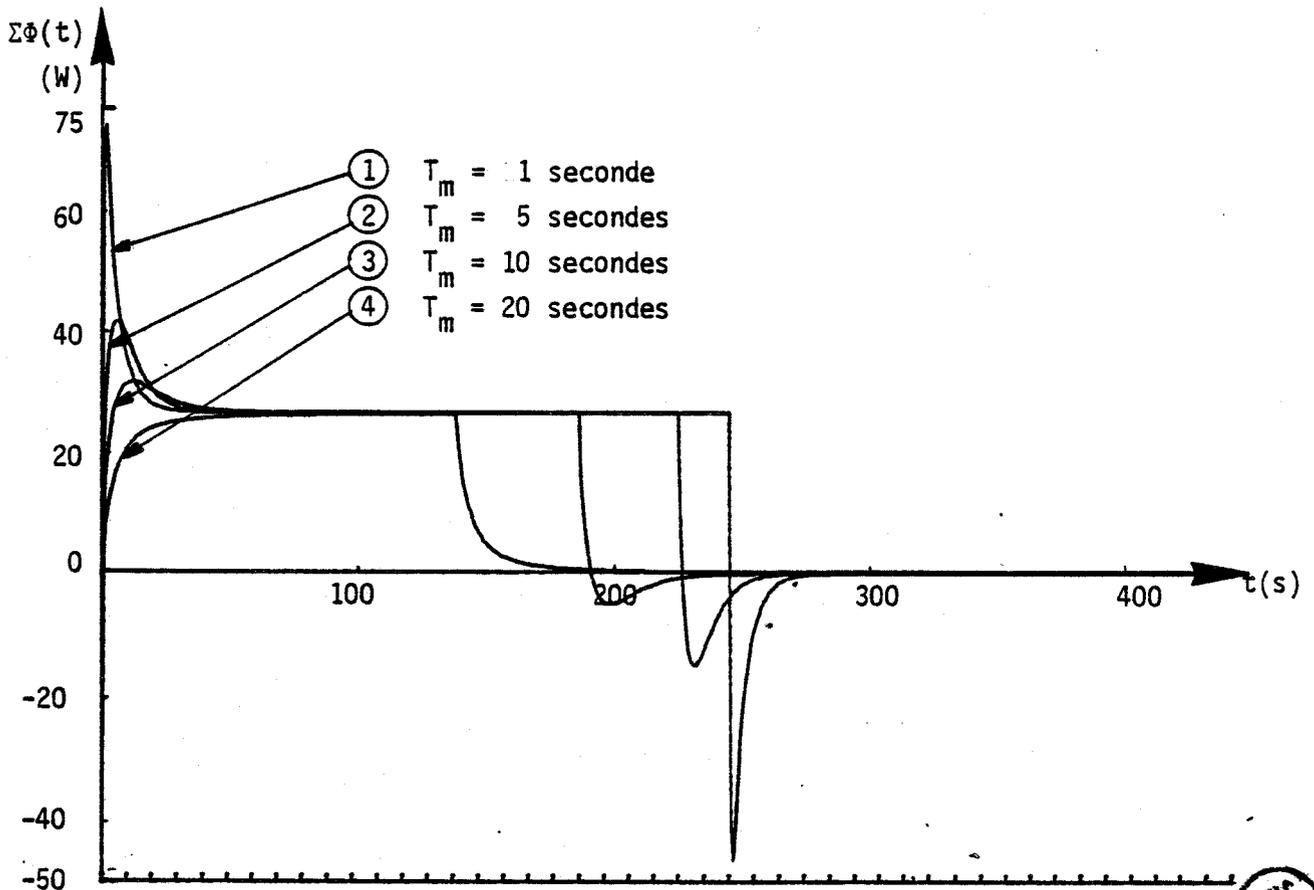


Figure III-4-3-2-D1 : Variation de  $\Delta \Phi(t)$  correspondant au  $\Delta T(t)$  de la figure III-4-3-2-C1



### III-4-4- ETABLISSEMENT D'UN GRADIENT THERMIQUE DANS UN ECHANTILLON INITIALEMENT EN EQUILIBRE THERMIQUE

Pour élargir le domaine d'application des résultats obtenus précédemment, nous avons simulé les échanges d'entropie par traitement des flux et températures superficielles sur les surfaces d'un échantillon initialement à l'équilibre thermique et soumis sur la face avant à une variation de température assimilable à un créneau.

Nous avons d'abord simulé le traitement correspondant à des créneaux ayant un temps de montée constant égal à une seconde et de durée variable représentés figure III-4-4-A.. Les combinaisons de flux  $\Delta\Phi(t)$  et  $\Sigma\Phi(t)$  sont représentées figures III-4-4-B et III-4-4-C.

La densité temporelle d'entropie représentative du processus de transfert de chaleur dans l'échantillon  $\frac{\Delta T \Sigma\Phi}{2 T_1 T_2}$  est représentée figure III-4-4-D. Elle est caractérisée par la superposition d'un régime permanent et d'un régime transitoire à deux impulsions de surfaces inégales. La densité temporelle d'entropie permettant d'entretenir le régime permanent est égale à  $\frac{\Delta T^2}{R T_1 T_2}$ . Compte tenu des courbes présentées figure III-4-4-D, la résistance apparente en régime variable définie par :

$$J_2 = \int \frac{\Delta T \Sigma\Phi}{2 T_1 T_2} dt = \frac{1}{R_a} \int \frac{\Delta T^2}{T_1 T_2} dt$$

est inférieure à la résistance réelle de l'échantillon.

L'écart est d'autant plus faible que la durée du créneau est importante (figure III-4-4-E).

La variation temporelle de  $R_a$  est caractérisée par une variation brusque en synchronisme avec l'impulsion négative figurant dans la densité temporelle d'entropie. Cette impulsion négative de surface indépendante de la largeur du créneau génère une variation de résistance apparente d'amplitude constante qui tend à se rapprocher de la valeur asymptotique  $R_a(\infty)$  de la résistance thermique réelle de l'échantillon.

L'étude précédente ayant montré l'effet des régimes transitoires sur la valeur de la résistance apparente, nous avons simulé ce phénomène en détail. La figure III-4-4-F représente les variations de température imposée sur la surface de l'échantillon. La durée totale du signal est fixée à 270 secondes, le temps de montée prend des valeurs égales à 1, 5, 20 secondes. La constante de temps du matériau est toujours égale à 215 secondes. Les processus de transfert et de stockage de chaleur sont représentés par les évolutions de  $\Sigma\Phi(t)$  et  $\Delta\Phi(t)$  figures III-4-4-4 et III-4-4-6. Les densités temporelles d'entropie correspondantes sont représentées figures III-4-4-I et III-4-4-J.

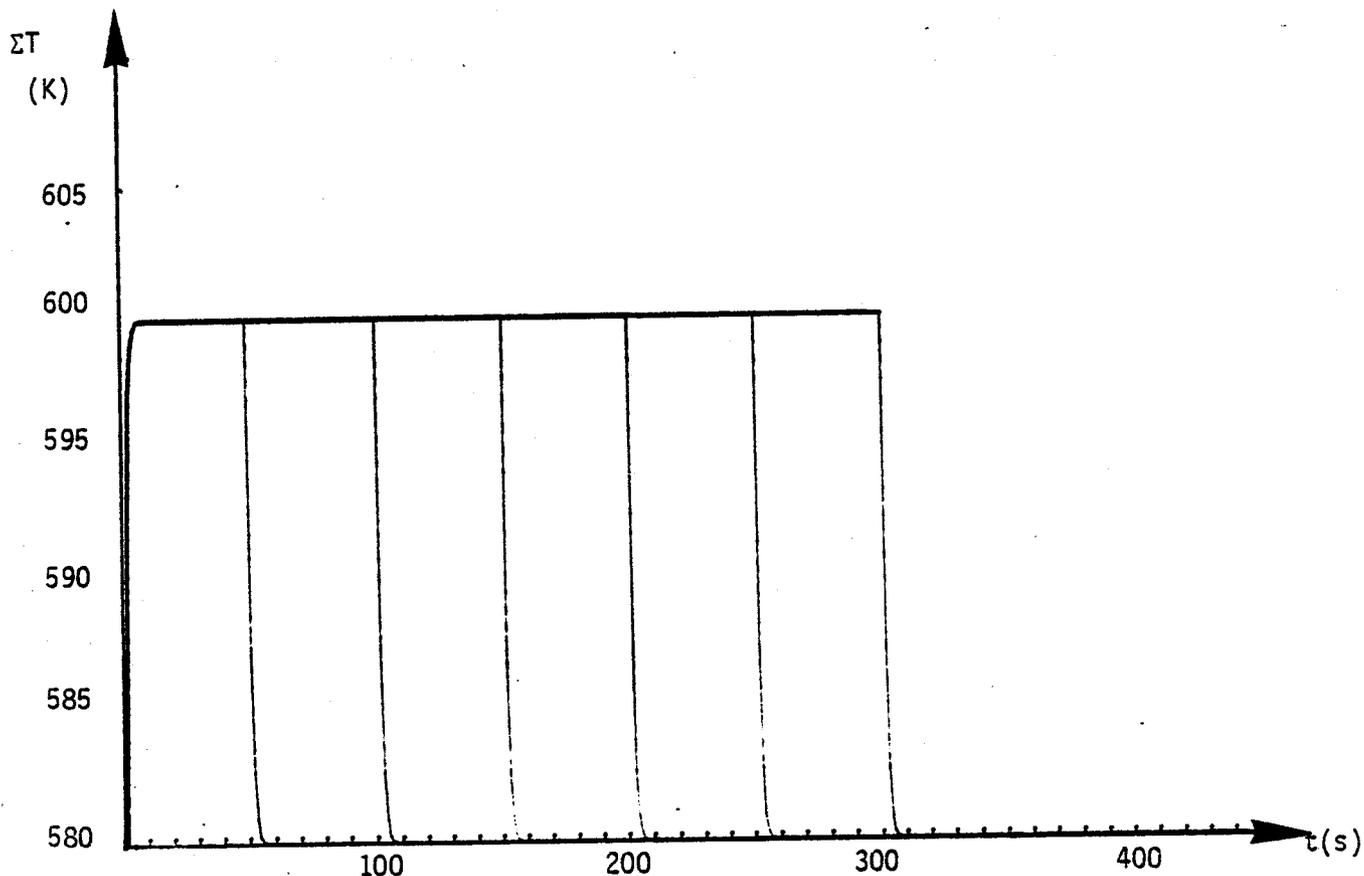


Figure III-4-4-A : Variation de la température imposée sur la surface de l'échantillon.

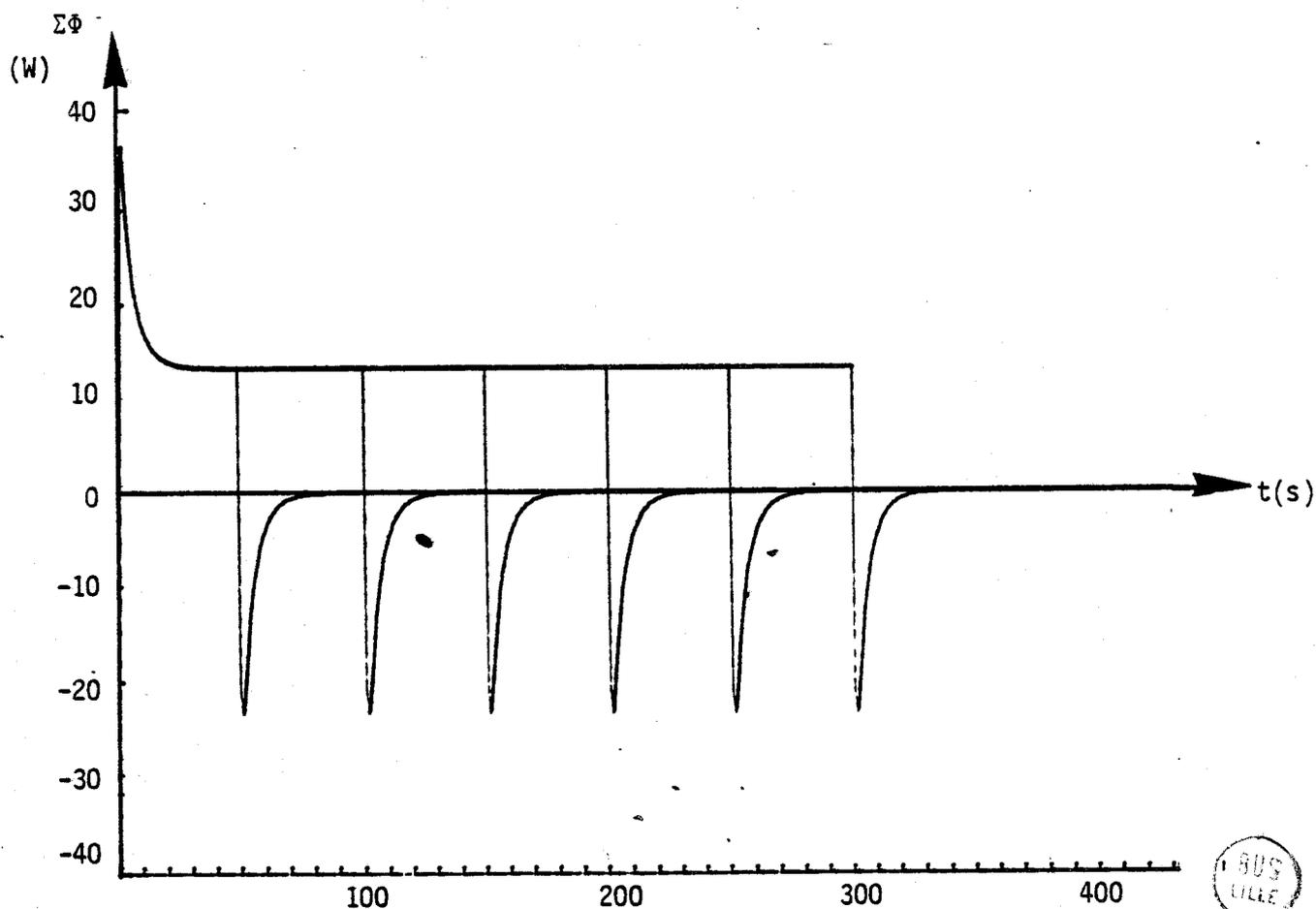


Figure III-4-4-B : Variations de  $\Sigma \Phi(t)$  correspondantes



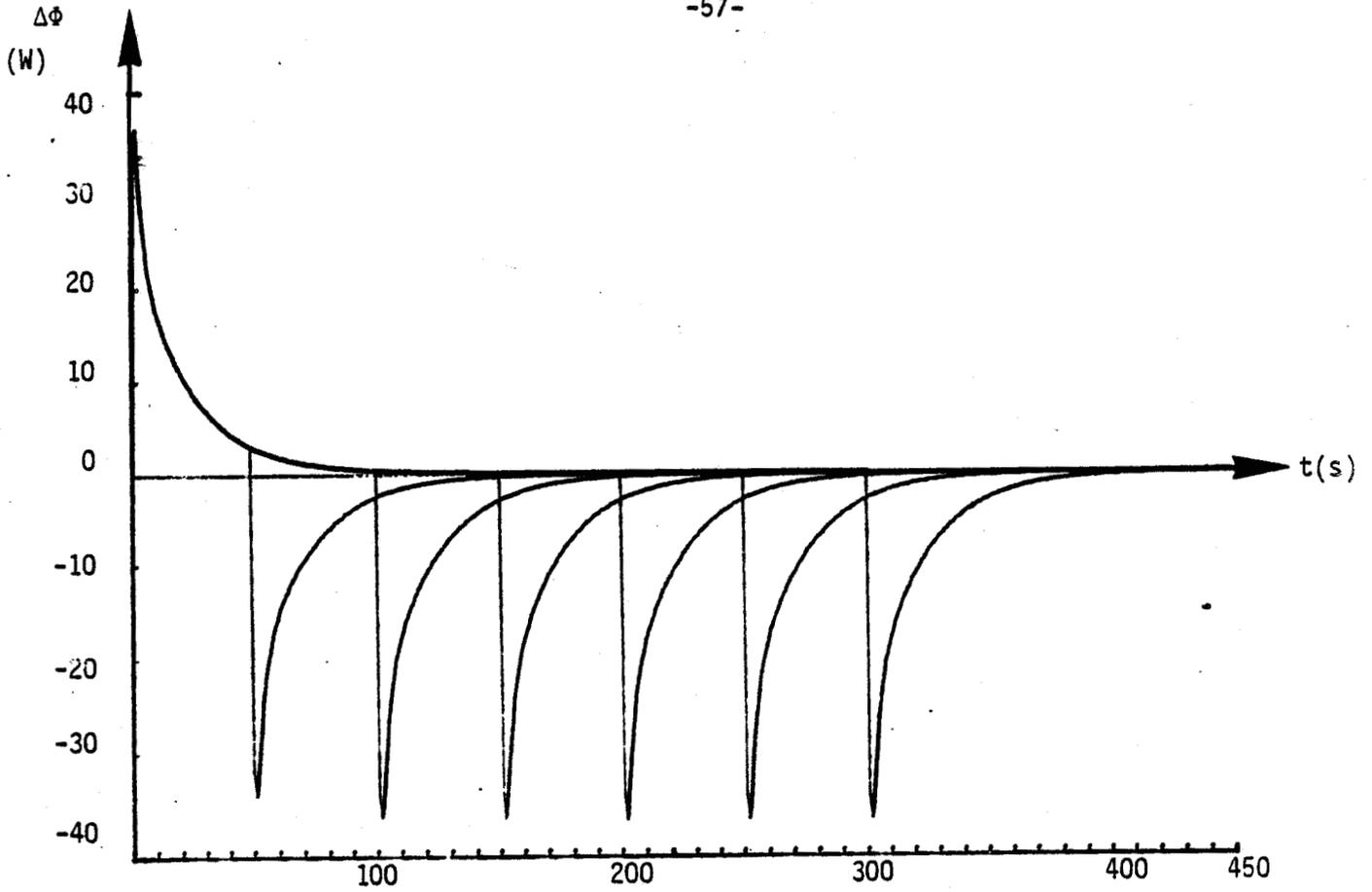


Figure III-4-4-C : Variations de  $\Delta\phi$  correspondantes

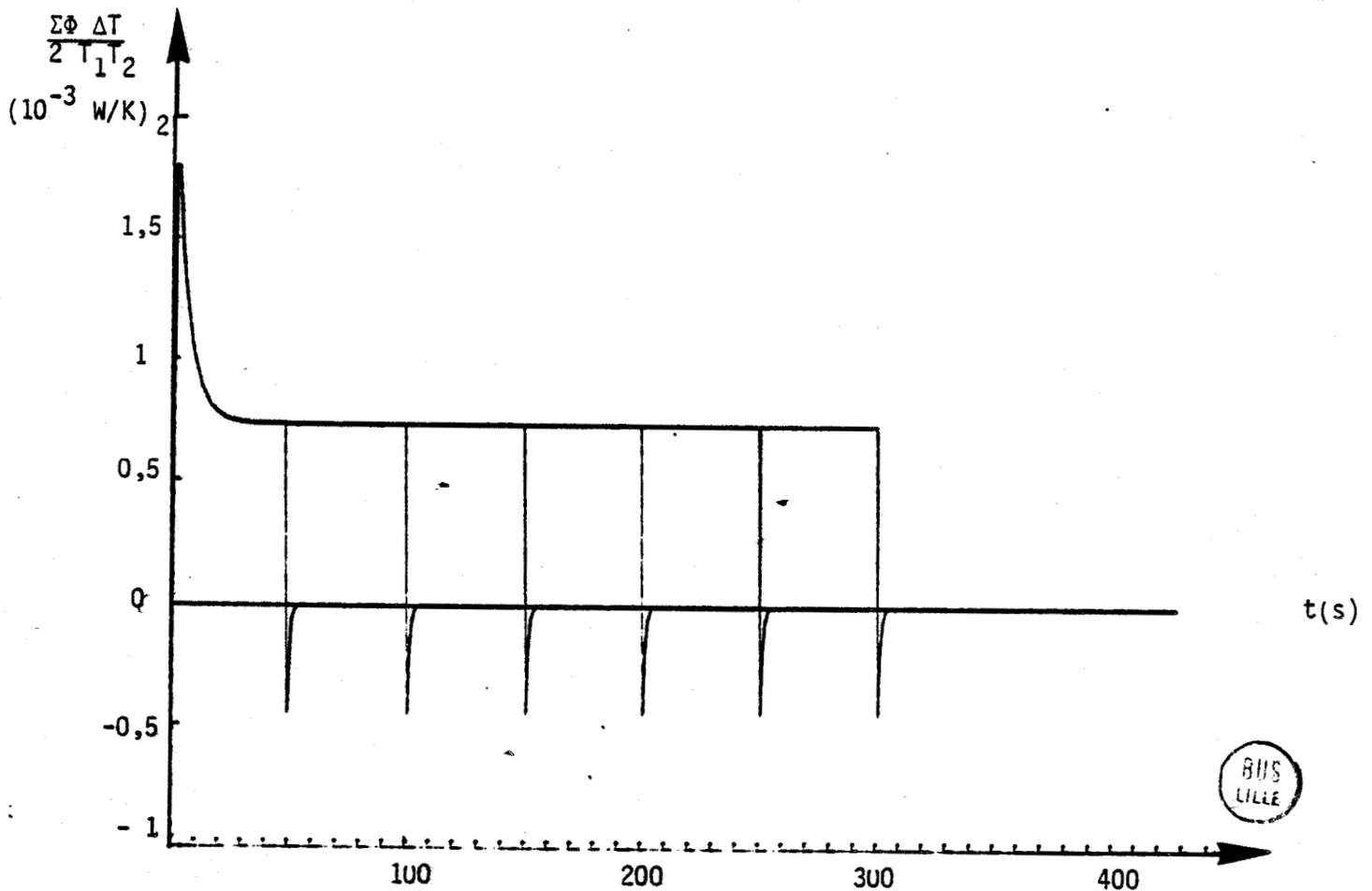


Figure III-4-4-D : Densité temporelle d'entropie



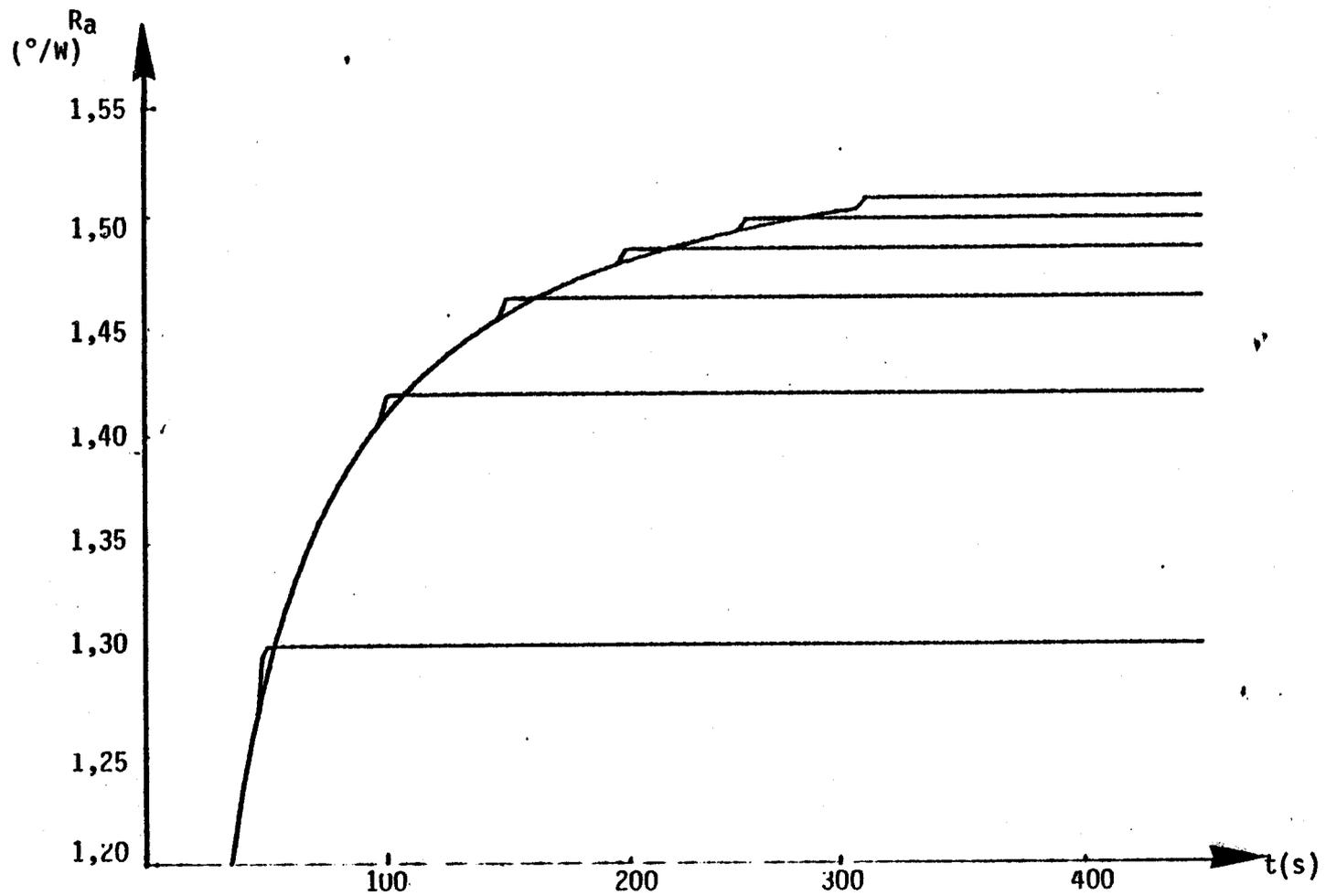


Figure III-4-4-E : Variation de la résistance apparente en fonction du temps

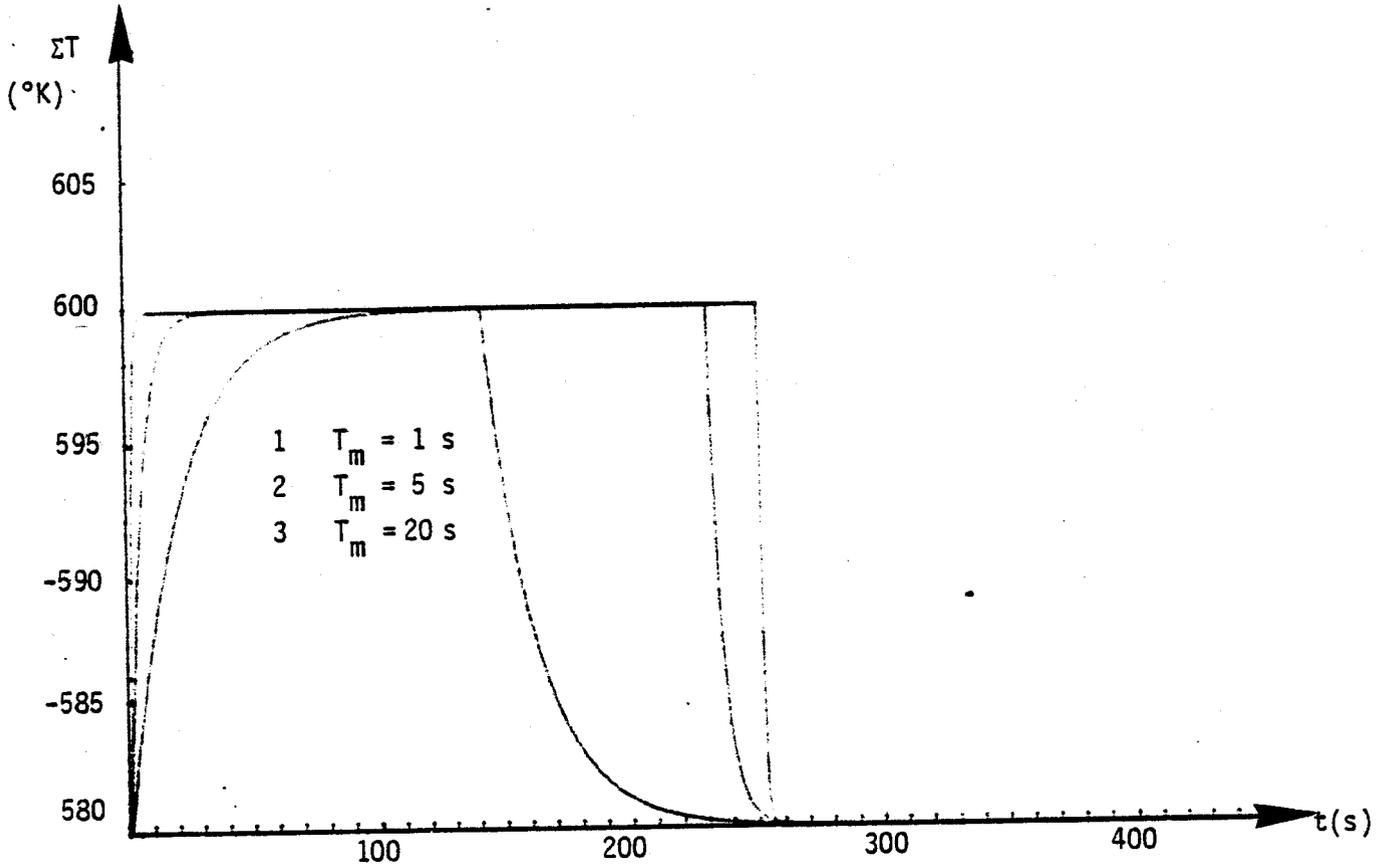


Figure III-4-4-F : Variation de température imposée modulée en créneaux de temps de montée variable.

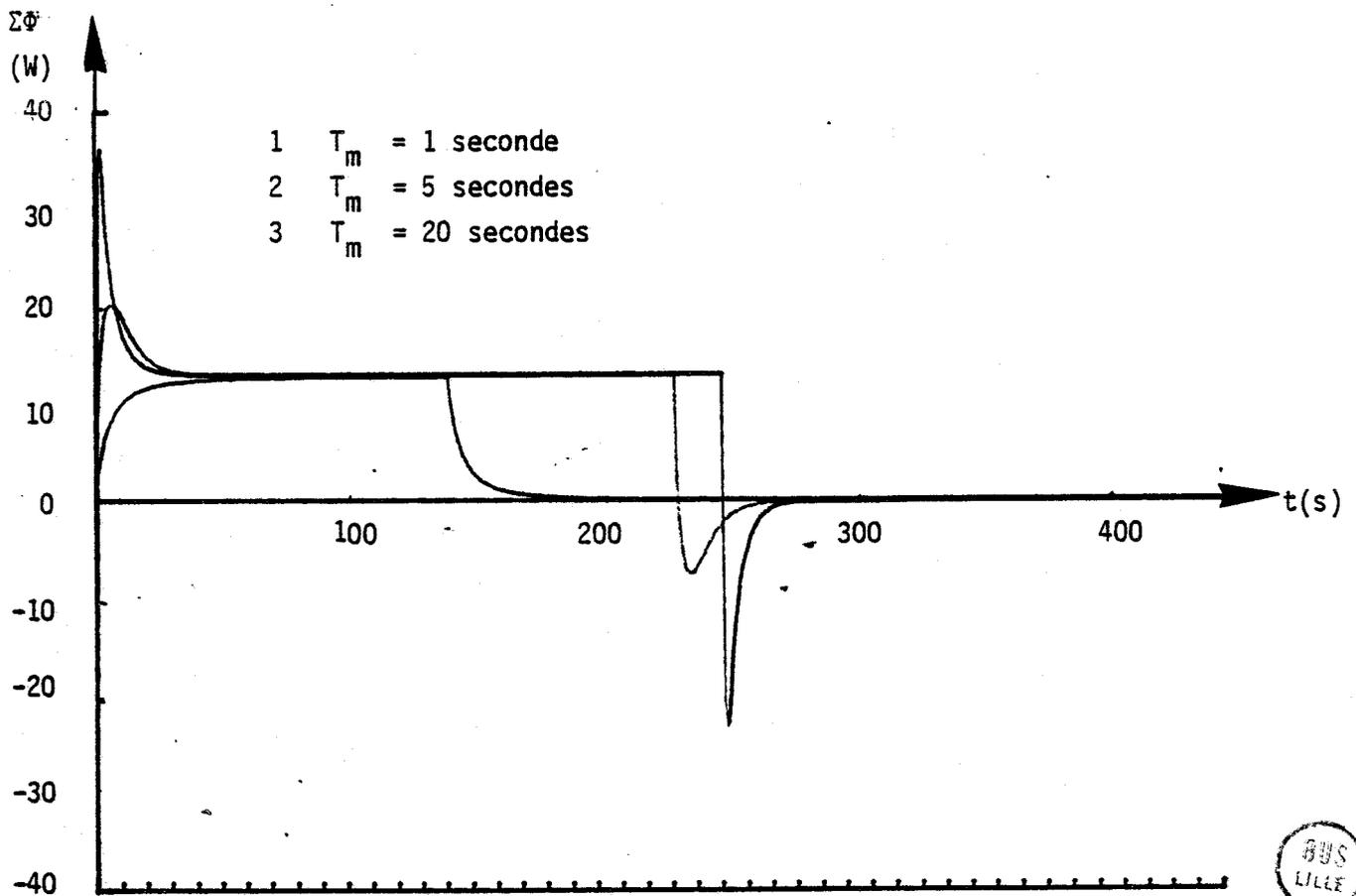


Figure III-4-4-G : Variations de  $\Sigma \Phi(t)$  correspondantes



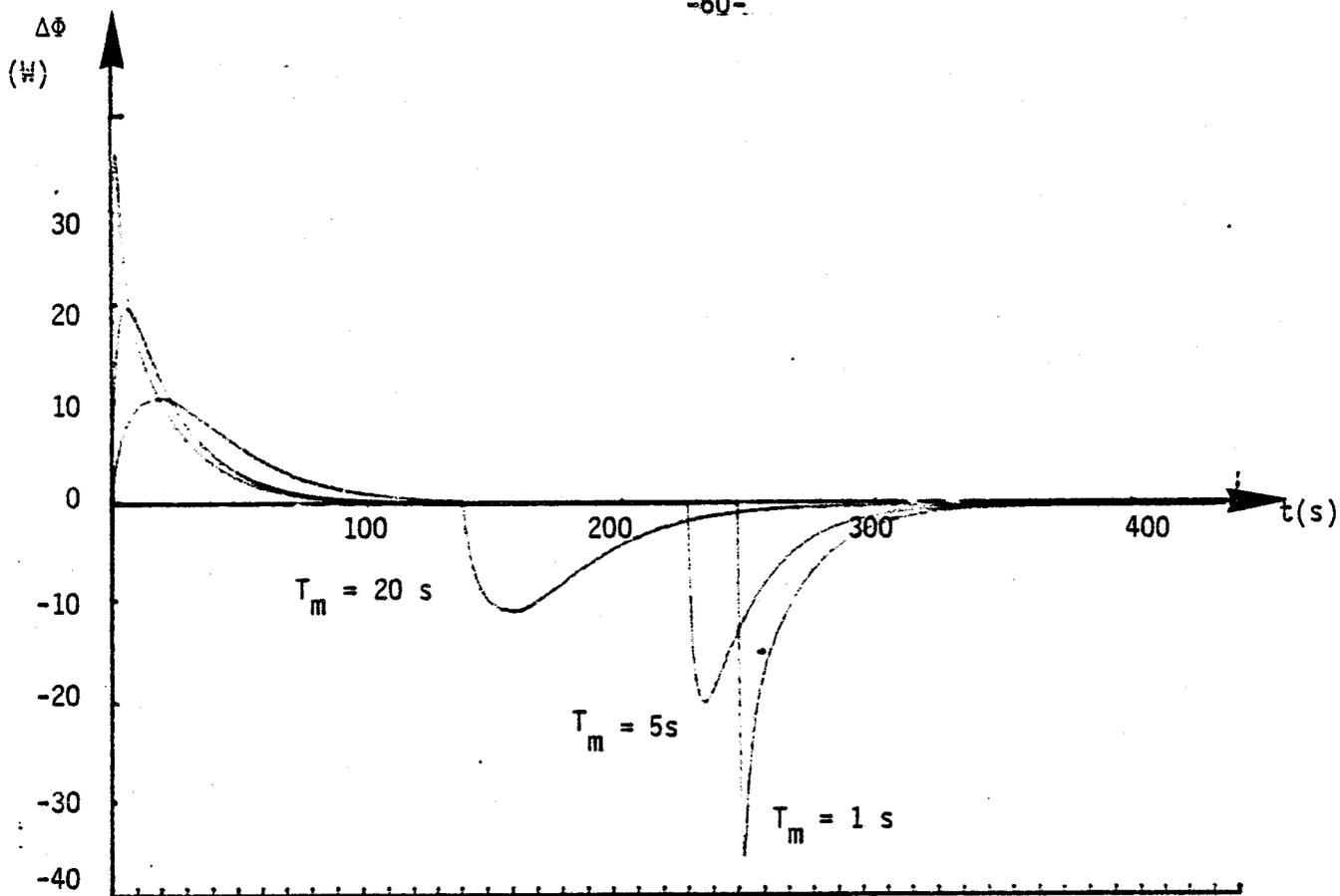


Figure III-4-4-H : Variations de  $\Delta\Phi(t)$  correspondantes

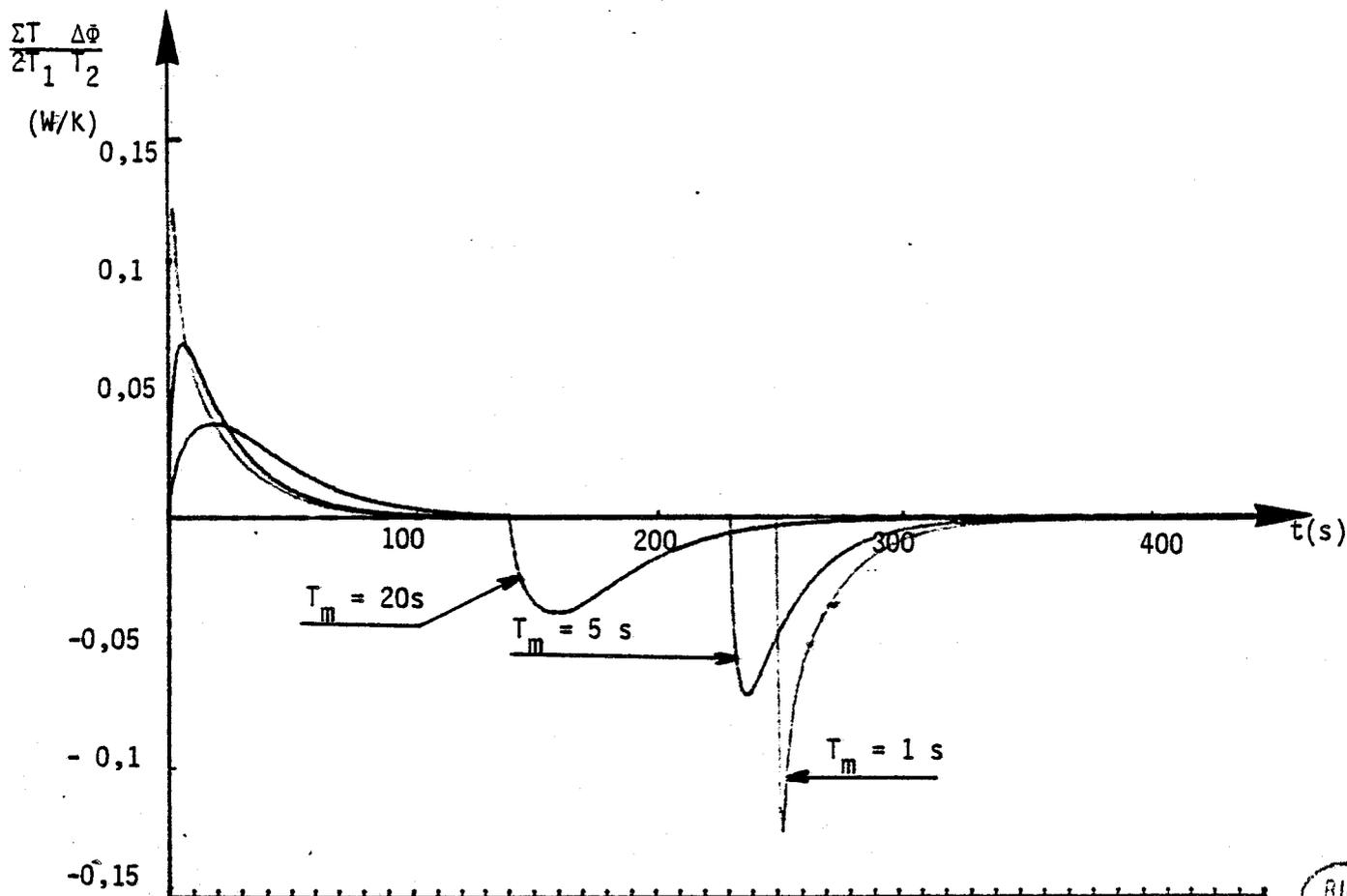


Figure III-4-4-1- : Densité temporelle d'entropie caractéristique du processus de stockage-déstockage de chaleur



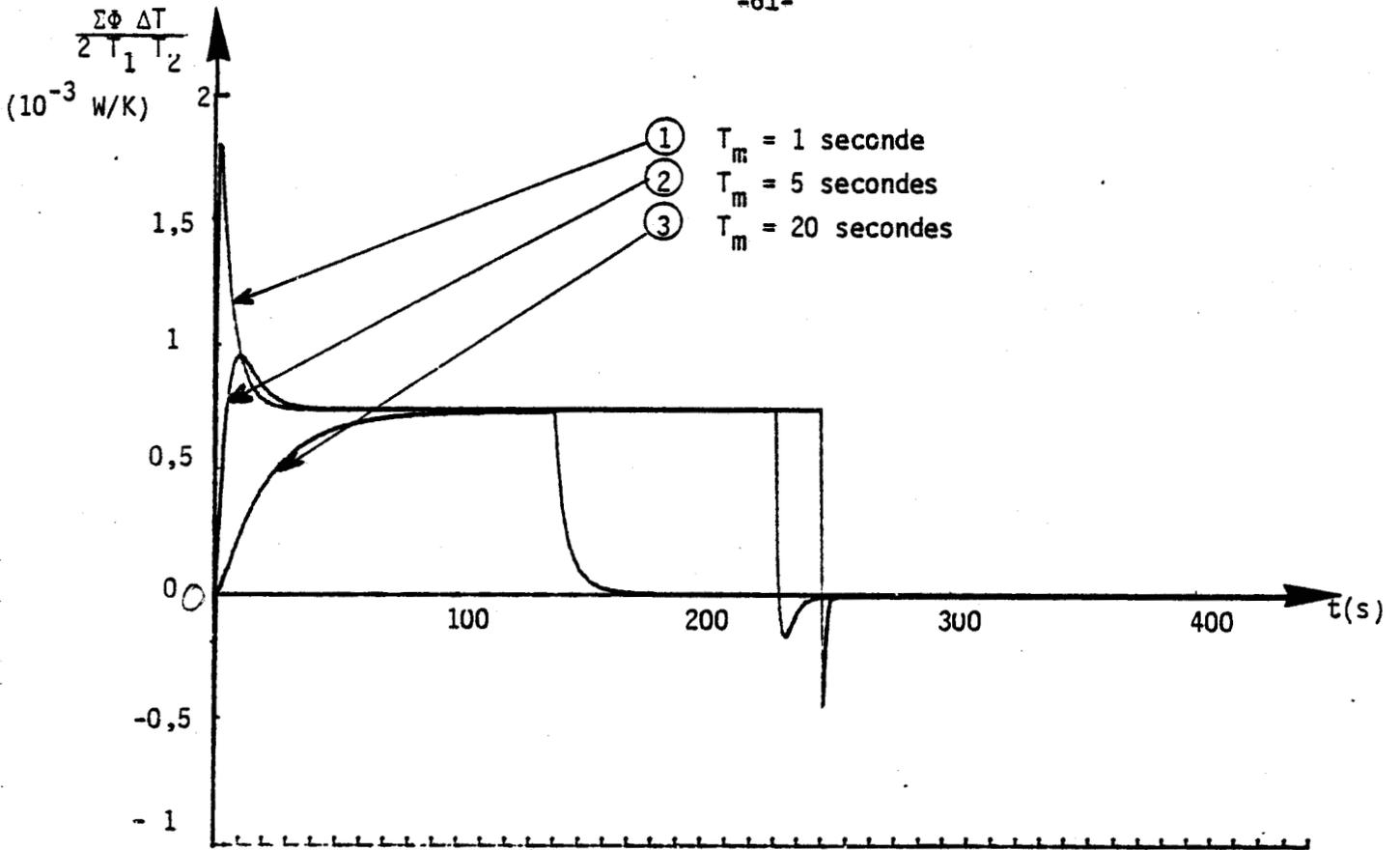


Figure III-4-4-J : Densité temporelle d'entropie caractéristique du processus de transfert de chaleur à travers l'échantillon

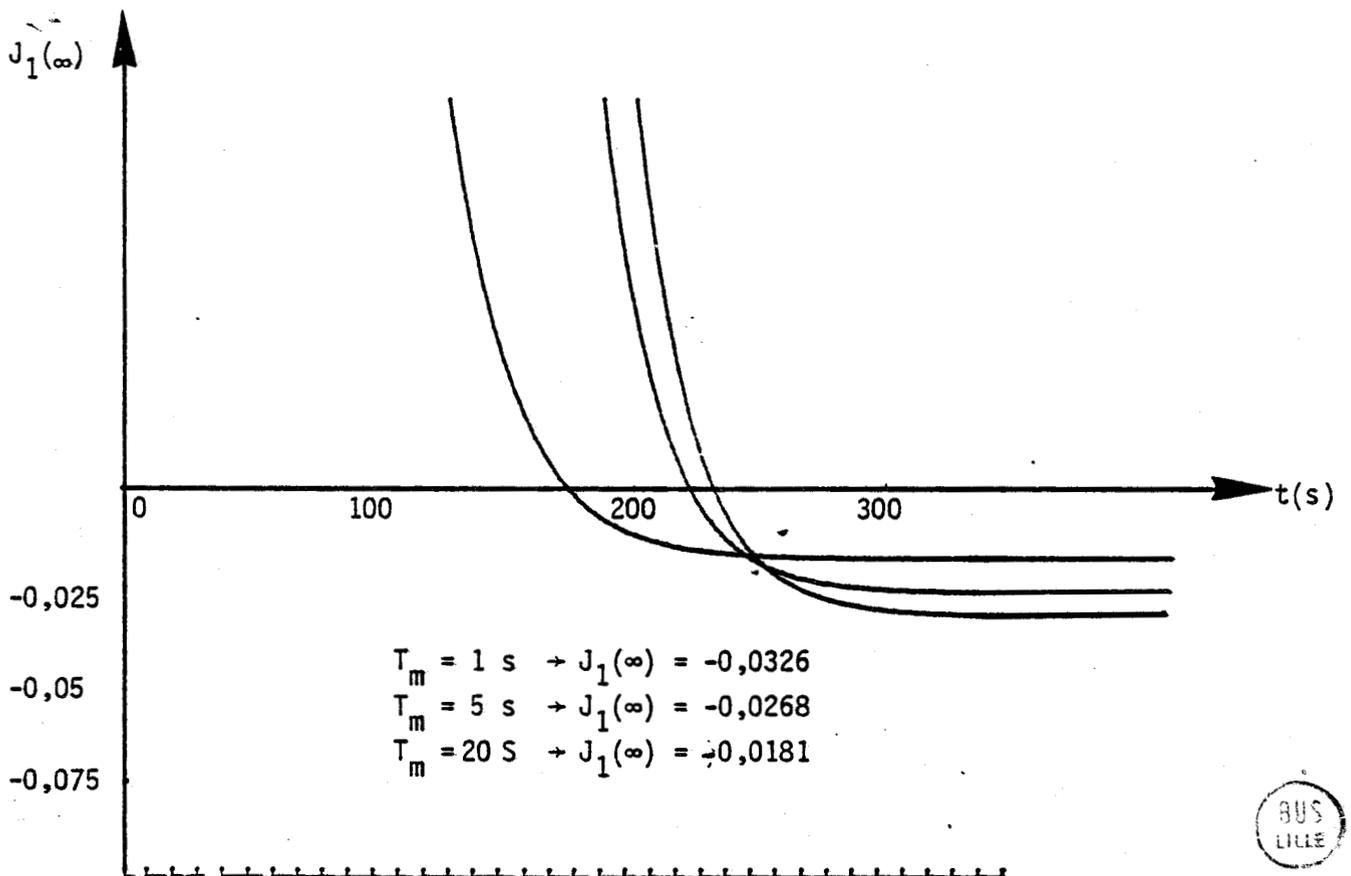


Figure III-4-4-L : Valeurs asymptotiques de  $J_1(\infty)$  représentant les pertes dans le processus de stockage-déstockage de chaleur

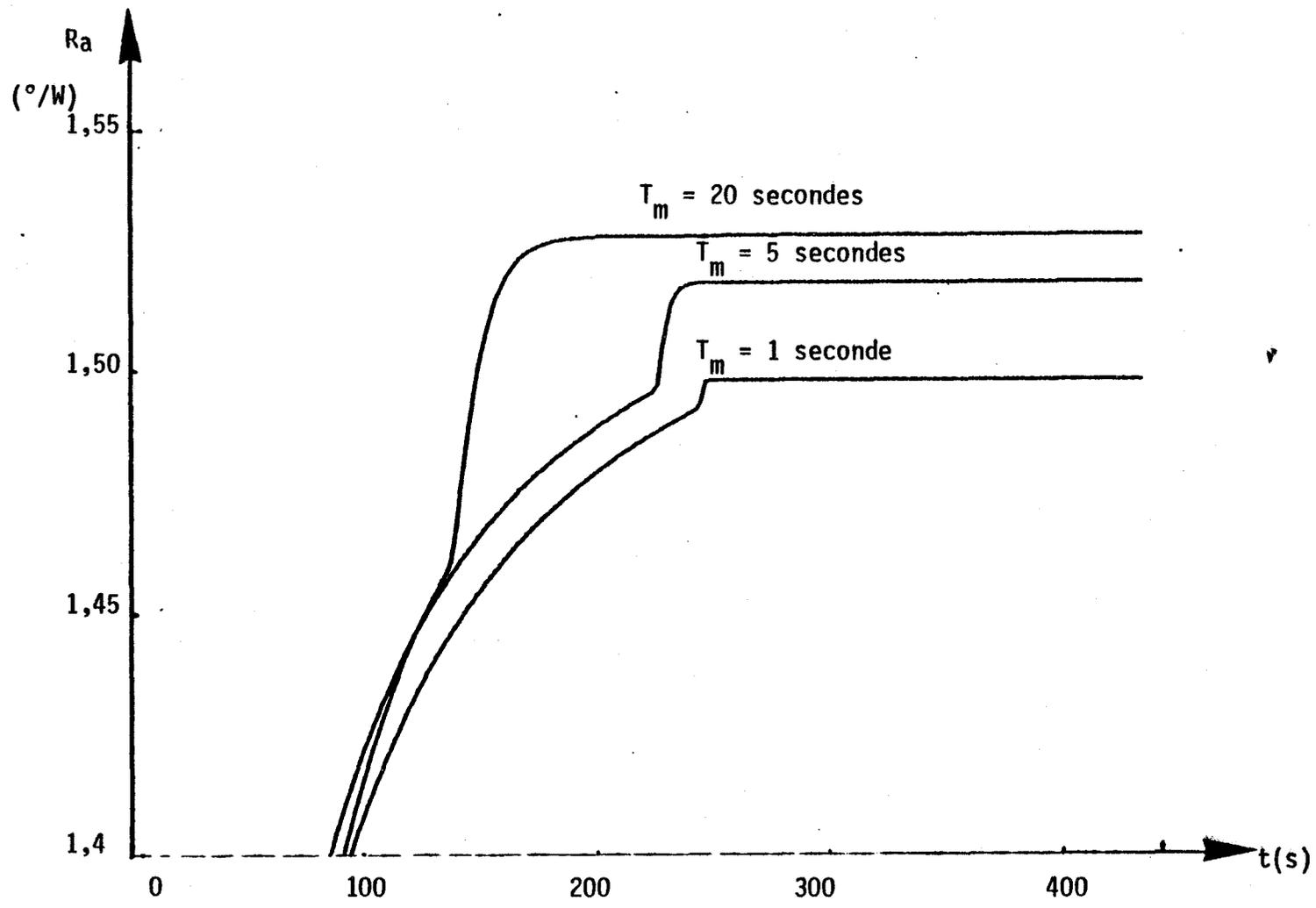


Figure III-4-4-K : Variation de la résistance apparente en fonction du temps de montée.

La résistance apparente définie par la même relation que précédemment est représentée par la figure III-4-4-K . Nous retrouvons sur ces courbes les caractéristiques précédentes, c'est-à-dire, l'apparition d'une variation de résistance apparente localisée à l'instant du retour à l'équilibre. L'amplitude des variations de résistance apparente est d'autant plus importante que le temps de montée du créneau exponentiel a une valeur importante. Pour un temps de montée égal à 20 secondes, il n'y a plus de dépassement de  $\Sigma\Phi(t)$  par rapport à sa valeur en régime établi et la résistance apparente en régime variable est pratiquement égale à la résistance thermique effective de l'échantillon (figure III-4-4-K).

Dans ces transformations, il y a également stockage de chaleur sensible dans l'échantillon. Les pertes dues à l'irréversibilité des processus représentées par  $J_1(\infty)$  sont représentées figure III-4-4-L . Nous retrouvons les résultats de la partie précédente. La qualité de l'échange thermique est d'autant meilleure que le temps de montée du créneau exponentiel a une valeur importante.

## CHAPITRE IV : ETUDE EXPERIMENTALE

Partant de l'expression théorique du bilan d'entropie, nous avons montré dans les parties précédentes qu'il était possible de traiter les flux et températures de surface représentatifs d'une évolution quelconque pour calculer l'augmentation d'entropie par conduction thermique.

En principe, les méthodes de bilan permettent de traiter tous les transferts de chaleur quelles que soient les conditions limites. Plusieurs configurations expérimentales sont actuellement étudiées au laboratoire. Dans ce travail, nous nous sommes limités à l'étude d'expériences à "températures imposées" sur les surfaces d'échange des échantillons. Cette configuration expérimentale particulière a l'avantage de définir avec précision le niveau de température auquel s'effectuent les échanges de chaleur. Le dispositif expérimental a été conçu de façon à permettre l'étude détaillée de plusieurs types de transformations fondamentales.

- Le stockage-déstockage de chaleur sensible sans transfert de chaleur à travers le système. Les surfaces d'échange avec le monde extérieur sont toutes portées à la même température et évoluent ensemble à la même température.
- Le transfert pur de chaleur sans variation de température moyenne réalisé en prélevant sur une surface d'échange un flux de chaleur égal au flux reçu sur une autre surface d'échange.
- Les évolutions complexes dans lesquelles il y a variation de la température moyenne et transfert de chaleur à travers l'échantillon.

#### IV-1- LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL A TEMPERATURES IMPOSEES

Le dispositif expérimental (figure IV-1-a) met en oeuvre deux plaques échangeuses de  $50 \times 50 \text{ cm}^2$  réglées en température par deux circulateurs d'eau en provenance de bains thermostatés (régulés aux températures  $T_1$  et  $T_2$ ). Le système de régulation est classique. Il comporte un circuit de refroidissement et une résistance chauffante pilotée en tout ou rien. Seule une zone centrale de  $144 \text{ cm}^2$  est utilisée en pratique afin d'assurer l'uniformité du flux thermique dans l'échantillon.

Un commutateur à électrovannes permet d'imposer des variations rapides de température de  $T_1$  à  $T_2$  ou inversement sur les surfaces externes du système échantillon-fluxmètres. Les possibilités de commutation permettent de bien mettre en évidence et caractériser les processus de stockage et de transfert de la chaleur par conduction.

Les capteurs de température sont des thermocouples de type N montés de façon à fournir des informations électriques représentatives des températures des surfaces d'échange de l'échantillon.

##### IV-1-1- LES FLUXMETRES THERMIQUES

Un thermofluxmètre est un capteur du type ampèremètre utilisé dans les mesures électriques. Il doit, comme l'ampèremètre, avoir un coefficient de transfert élevé, une faible résistance thermique et une faible constante de temps.

Les premiers capteurs utilisés<sup>[13]</sup> ont été des fluxmètres à paroi auxiliaire. Ils utilisent comme information utile la différence de température induite par le passage d'un flux de chaleur entre les surfaces limites d'une paroi solide.

Une thermopile constituée par 1000 thermocouples montés en série est utilisée pour mesurer la différence de température entre les deux côtés d'une paroi auxiliaire de quelques dixièmes de millimètres d'épaisseur.

La nécessité de réaliser des thermofluxmètres de façon simple nous a conduit à reprendre à la base l'étude de l'effet thermoélectrique dans les feuilles minces recouvertes d'un dépôt électrolytique. Nous avons montré dans notre Diplôme d'Etudes Approfondies qu'il était possible de réaliser un thermocouple de surface en déposant une couche électrolytique de cuivre sur une feuille conductrice de nature différente.

Disposant d'un thermocouple de surface, il est possible de réaliser une cellule fluxmétrique élémentaire. Le principe de la mesure consiste à induire dans le plan de chacun des thermocouples disposés perpendiculairement au trajet

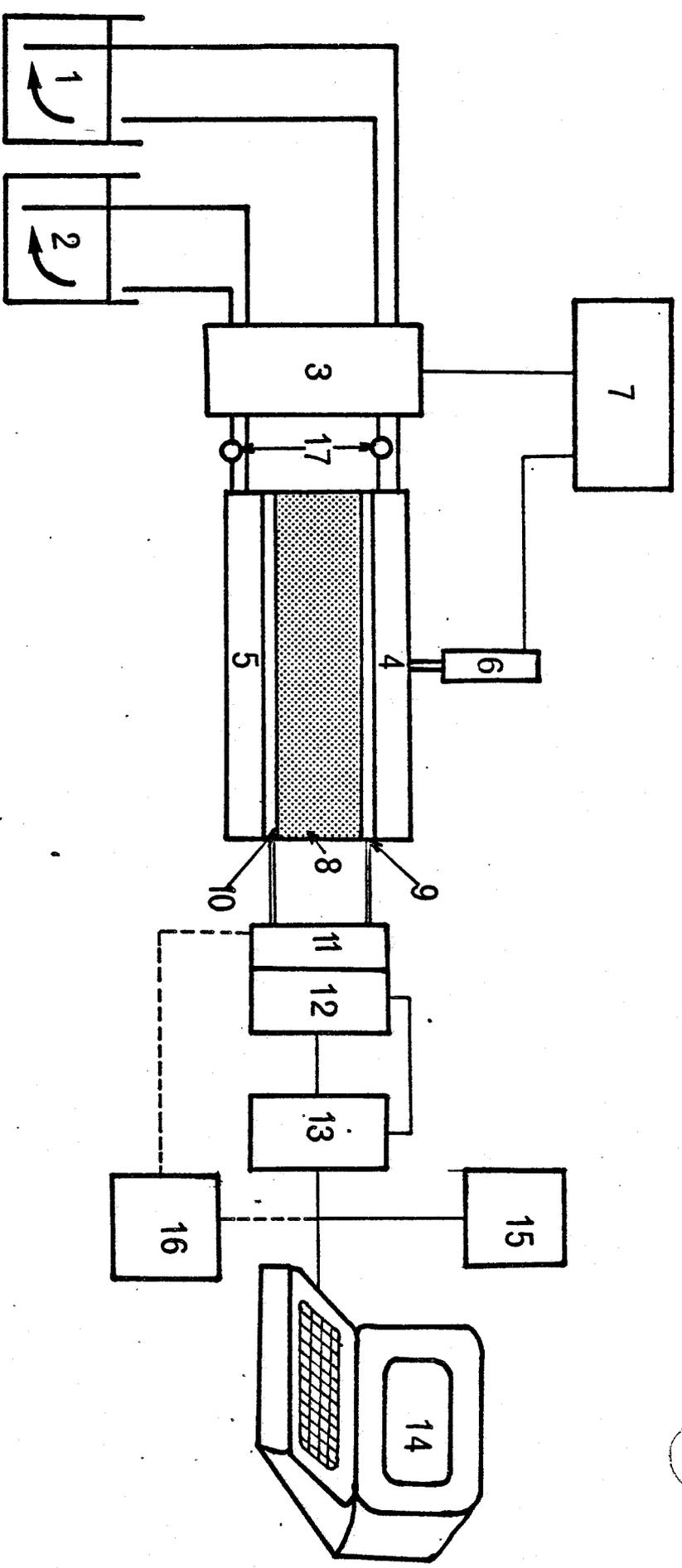


Figure IV-1-a : Dispositif expérimental

- (1)(2) bacs thermorégulés
- (3) sélecteur de bain
- (4)(5) échangeurs plans
- (6) vérin pneumatique
- (7) pupitre de commande
- (8) échantillon
- (9)(10) fluxmètres + thermocouples

- (11) amplificateurs
- (12) scrutateur multivoies
- (13) multimètre programmable BUS GPIB
- (14) calculateur 3032 Commodore
- (15) imprimante
- (16) tables traçantes
- (17) circulateurs

de la chaleur des gradients thermiques d'amplitudes proportionnelles au flux thermique inducteur. Cette fonction peut être réalisée en évacuant la chaleur par des contacts thermiques recouvrant partiellement la surface de chacun des thermocouples (figure IV-1-1-a).

Le gradient thermique superficiel est obtenu par une faible distorsion des lignes de flux de flux.

De façon plus générale, il est possible d'introduire un gradient thermique tangentiel en rendant le thermoélément dissymétrique. La dissymétrie spatiale utile du milieu de transmission de la chaleur provoque une distorsion des lignes de flux et l'apparition d'un gradient thermique tangentiel dans le plan des thermoéléments. L'optimisation des profils à réaliser en vue d'obtenir une sensibilité maximale fait l'objet de recherches actuelles (figure IV-1-1-b).

Plusieurs cellules ont été réalisées par mise en oeuvre d'un thermocouple constitué par un laminé de constantan d'épaisseur 25  $\mu\text{m}$  recouvert d'un dépôt électrolytique de cuivre d'épaisseur voisine de 1  $\mu\text{m}$ . L'ensemble est solidaire d'un support Kapton de 50  $\mu\text{m}$ .

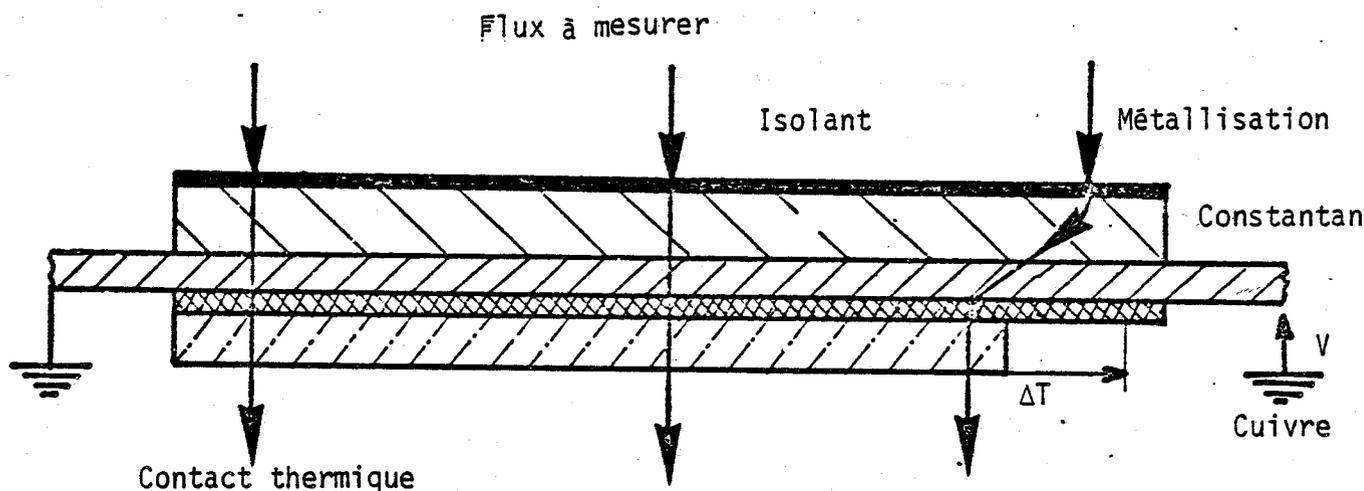


Figure IV-1-1-a : Cellule fluxmétrique à gradient thermique tangentiel

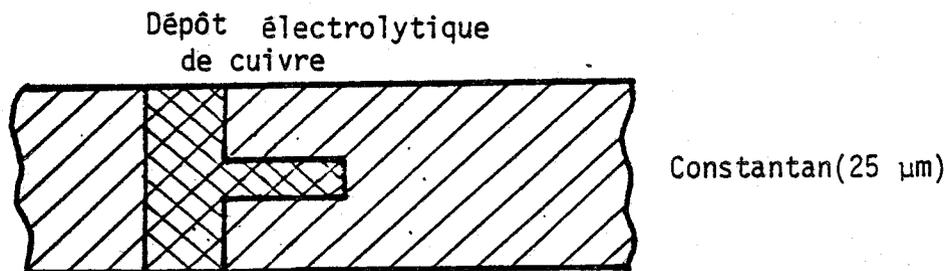


Figure IV-1-1-b : Thermoélément dissymétrique (vu de dessus)

Le coefficient de sensibilité des thermocouples est faible. La sensibilité d'une cellule fluxmétrique est d'autant plus faible que seule une faible partie du flux de chaleur est utilisée pour créer le gradient thermique tangentiel. Pour augmenter la sensibilité des fluxmètres, les thermoéléments sont connectés en série. La figure IV-1-1-c représente deux rangées de cellules élémentaires soumises au même flux thermique.

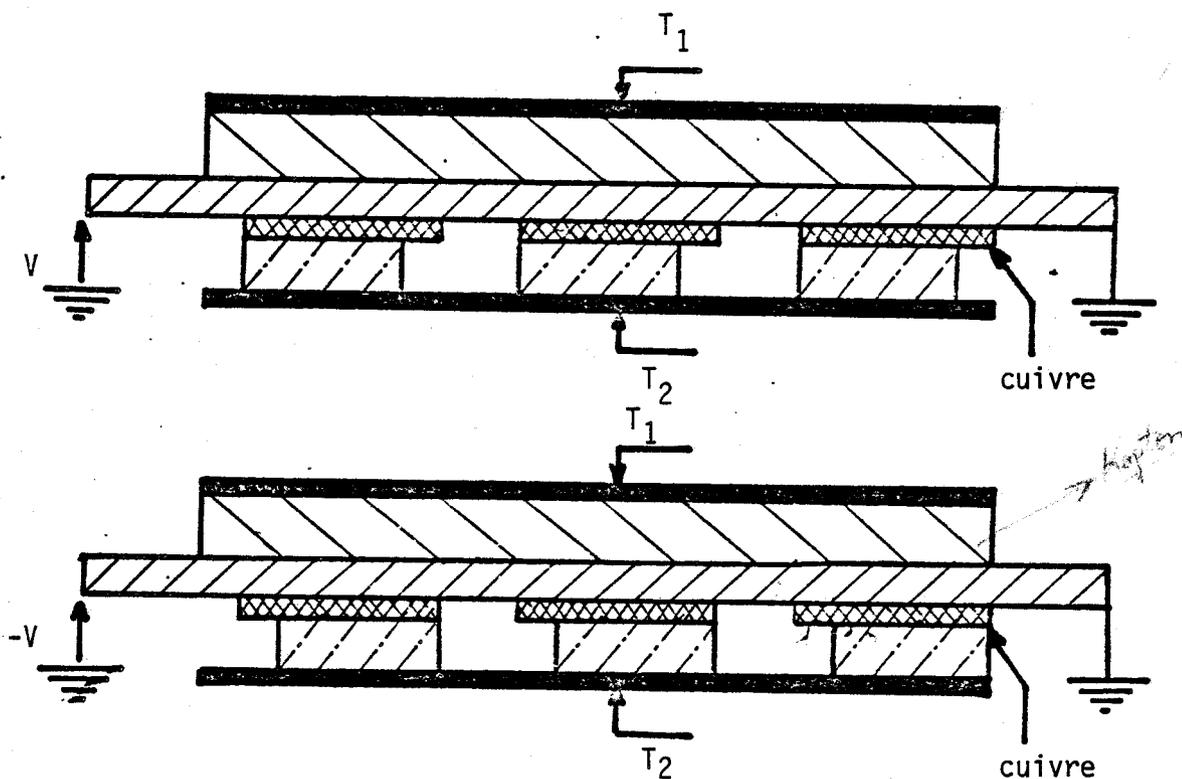


Figure IV-1-1-c : Connexion des thermocouples en série

Fluxmètres à intégration de thermocouples :

Partant d'un laminé de constantan de 25 microns d'épaisseur sur support Kapton (d'épaisseur 50 microns), nous avons réalisé par gravure chimique un circuit de 7 mètres de longueur et de largeur 1,8 mm replié sur un carré de  $12 \times 12 \text{ cm}^2$ . En utilisant la technologie des circuits imprimés, nous avons déposé sur le circuit constantan une résine photosensible aux endroits à protéger du cuivrage et avons revêtu de cuivre électrolytique le circuit constantan sur des zones de longueur 2,5 mm distantes l'une de l'autre de la même longueur (2,5 mm). Pour simplifier la réalisation des masques, les régions cuivrées ont été alignées dans une direction perpendiculaire aux conducteurs constituant le circuit constantan. Cette méthode a permis de disposer 1400 dépôts électrolytiques sur les 7 mètres de longueur du circuit constantan.

Les contacts thermiques recouvrant partiellement les régions cuivrées ont été réalisées en résine photosensible thermodurcissable utilisée pour sensibiliser les circuits imprimés.

Placées entre échangeurs à température imposée, les cellules élémentaires étudiées précédemment fournissent une information électrique proportionnelle aux flux thermique traversant le plan de section droite. Elles ne constituent pas pour cela un fluxmètre thermique. Un fluxmètre est un capteur d'usage plus général qui doit fournir une information électrique proportionnelle au flux thermique, quelles que soient les conditions limites imposées sur les surfaces externes du capteur. Les variations des températures  $\theta_1$  et  $\theta_1'$  induites sur la surface du circuit constantan doivent être proportionnelles à la valeur de la différence de température entre les surfaces externes quelle que soit la charge thermique du dispositif.

La surface de mesure recouverte de thermocouples étudiée précédemment est dissymétrique par construction. Les dépôts de cuivre rendent le milieu anisotrope et les échanges de chaleur ne peuvent pas être représentés par un simple milieu monodimensionnel équivalent.

La figure IV-1-1-d représente un fluxmètre à thermocouples de surface assemblés face à face. Le dispositif est symétrique par construction et possède une sensibilité deux fois plus grande que celle des fluxmètres étudiés précédemment.

Les fluxmètres utilisés sont caractérisés par les valeurs  $2 R_f = 0,16 (^{\circ}/W)$ ,  $2 C_f = 10 J/^{\circ}C$  et un coefficient de transfert égal à  $500 \mu V/W$ .

La méthode utilisée pour la caractérisation des fluxmètres est exposée dans l'annexe I.

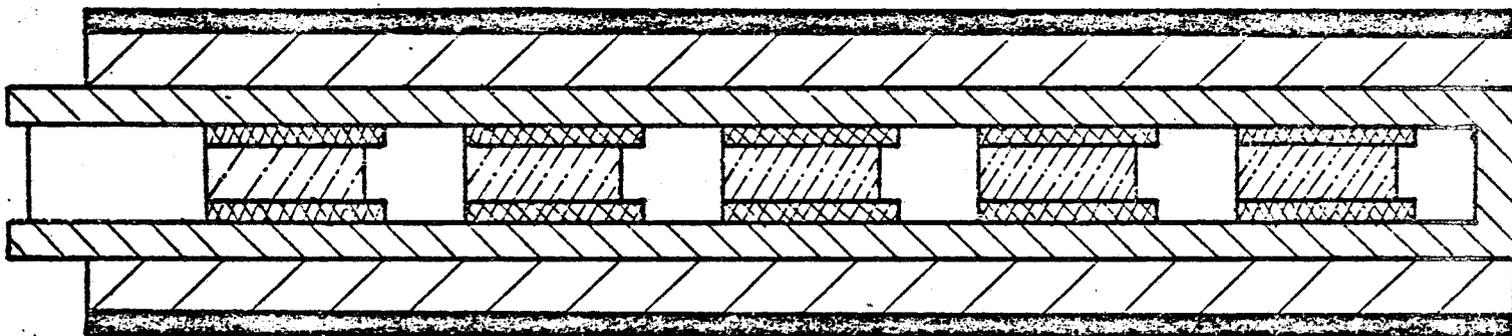


Figure IV-1-1-d : Cellules symétriques

#### IV-1-2- CHAÎNE D'ACQUISITION NUMÉRIQUE

La chaîne de mesure comporte un multiplexeur bas niveau 40 voies et un multimètre numérique de résolution  $2 \mu V$  programmable. Le banc de mesures thermiques et la chaîne de mesure sont contrôlés par un ordinateur grand public du type CBM 3032. Les appareils de mesure sont connectés sur ordinateur par un bus IEEE suivant le schéma synoptique de la figure IV-1-2-a.

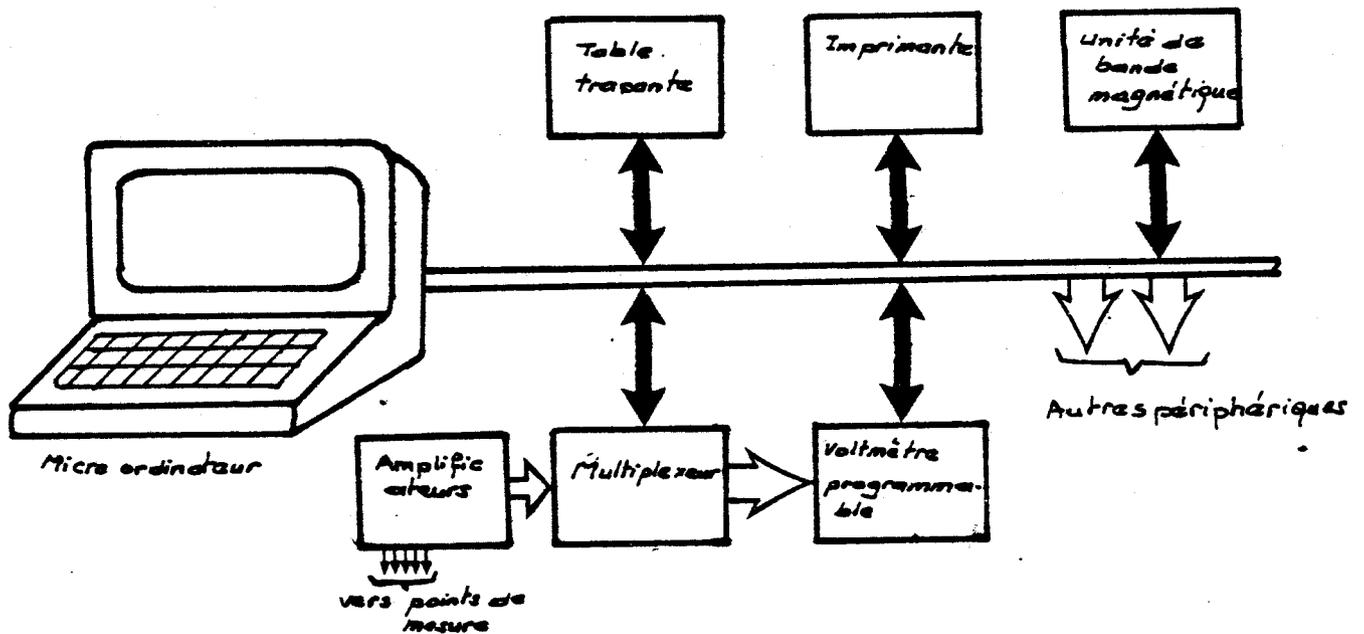


Figure IV-1-2-a : Schéma synoptique de la chaîne d'acquisition numérique.

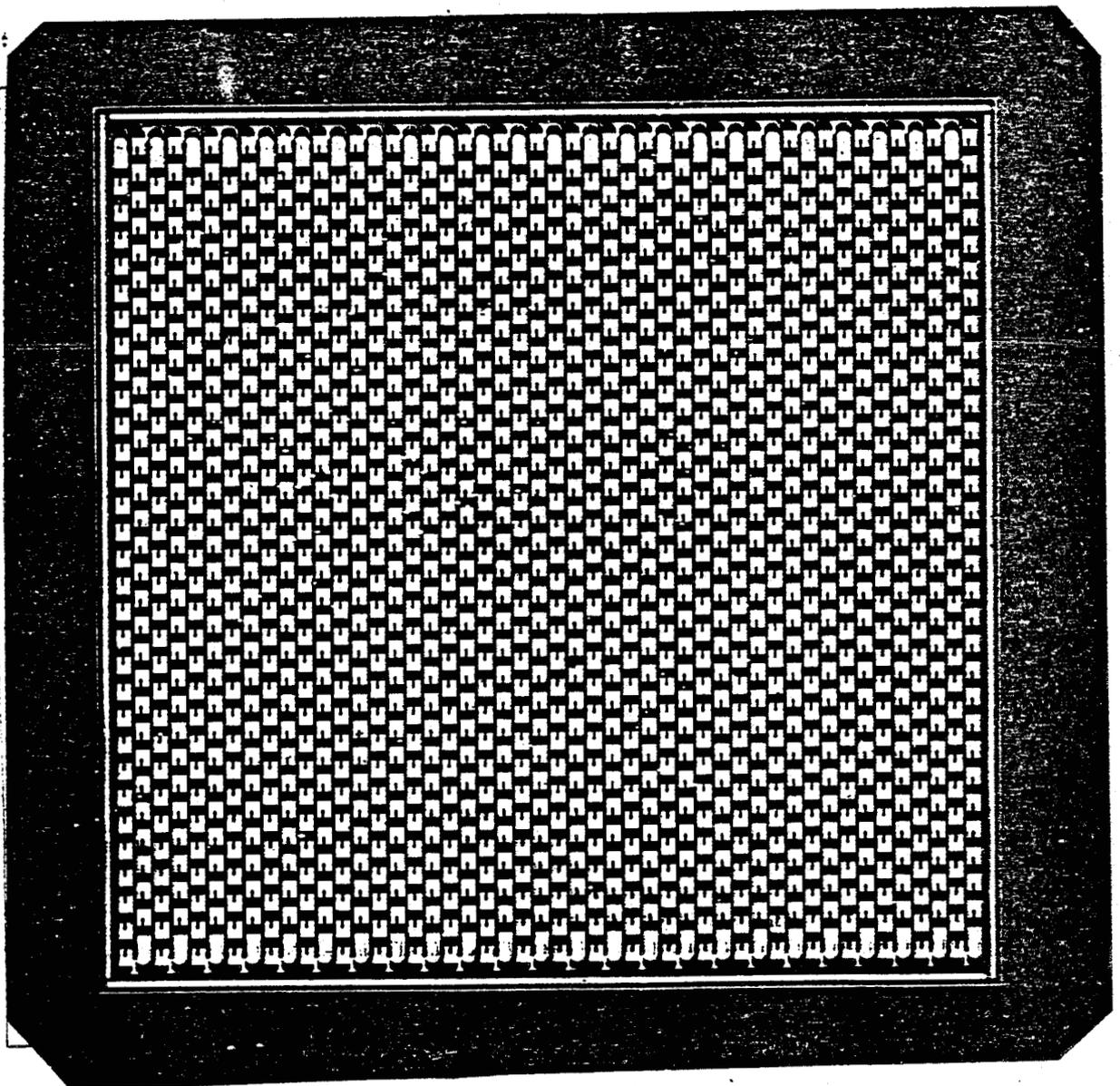
Les tensions en provenance des capteurs de flux et de température sont transformées en informations numériques par le système d'acquisition et rangées en mémoire. La période d'acquisition est choisie telle que les conditions d'application du théorème de Shannon soient respectées. La période d'échantillonnage des signaux doit être au moins inférieure à la moitié de l'inverse de la fréquence la plus élevée du spectre du signal (flux ou température) enregistré .

L'ensemble multimètre-voltmètre programmable a une cadence maximale de 0,1 sec./voie. Cette limite supérieure nous conduit à enregistrer des signaux dont le spectre s'étend en pratique jusque 5 Hz.

Après acquisition, des tableaux  $A(I,J)$  ,  $B(I,J)$  sont remplis de  $N$  mesures (flux ou température), les valeurs sont enregistrées sur cassette ou traitées directement. L'exploitation des enregistrements permet de représenter les évolutions sur table traçante.

Les données peuvent également être traitées afin de présenter les échanges thermiques en régime variable. Les principaux programmes utilisés nous ont permis de représenter :

- le stockage-déstockage de chaleur sensible et la température moyenne de l'échantillon,
- la densité temporelle des échanges d'entropie avec le monde extérieur,
- le bilan des échanges d'entropie en régime variable,
- la variation temporelle de la résistance apparente de l'échantillon.



Fluxmètre intégré...



IV-2- MESURE DE LA DEGRADATION PAR CONDUCTION THERMIQUE DANS UN PROCESSUS DE STOCKAGE-DESTOCKAGE DE CHALEUR SENSIBLE

Dans une telle transformation, les deux plaques échangeuses évoluent à la même température ( $\Delta T = 0$ ). Les échanges sont décrits par la relation (III-3-08) dans laquelle  $T_1 = T_2$ . Les phénomènes de stockage-déstockage provoquent des variations de température moyenne (augmentation et diminution). La transformation cyclique de la figure IV-2-A représente une telle transformation. Il y a au début de l'échange augmentation de la température moyenne puis retour à la valeur initiale lors du déstockage de chaleur sensible.

Le bilan d'entropie sur la transformation s'écrit :

$$\int_{t_0}^{\infty} v \frac{\phi'^2}{\lambda T^2} dv dt = - \int_{t_0}^{\infty} \frac{\Delta\Phi(t)}{T(t)} dt = - J_1(\infty) \quad (14)$$

La valeur asymptotique  $J_1(\infty)$  est représentative de l'augmentation interne d'entropie par conduction thermique dans un processus de stockage-déstockage de chaleur sensible. C'est une fonction de transformation qui caractérise le degré d'irréversibilité des processus de stockage.

Pour des vitesses de variations lentes de la température des plaques échangeuses ( $\frac{dT}{dt} < \frac{dT}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{c}$ ), l'échange de chaleur est pratiquement réversible. La température des plaques est égale à la température moyenne de l'échantillon et  $J_1(\infty) \rightarrow 0$ .

Par contre, lorsque la vitesse de variation de la température imposée sur les surfaces est importante ( $\frac{dT}{dt} > \frac{dT}{dt} = \frac{\Delta\Phi}{c}$ ), le processus de stockage est irréversible. Le déséquilibre entre les variations des températures superficielles et de la température moyenne fait apparaître une distribution de flux  $\phi'$  dans le matériau. L'augmentation d'entropie provoquée par la circulation de ces flux est représentée par la valeur asymptotique  $J_1(\infty)$ .

Connaissant à la fois  $\Delta\Phi(t)$  et les variations de température imposées sur les surfaces externes de la paroi, il est possible de calculer les variations de la densité temporelle et le bilan  $J_1$  des échanges d'entropie avec le monde extérieur. Dans une transformation réversible (infiniment lente), le bilan des échanges d'entropie avec le monde extérieur (représentés par une fonction d'état) a une valeur identiquement nulle. Par contre, dans une transformation cyclique réelle, la valeur asymptotique  $J_1(\infty)$  a une valeur non nulle représentative de l'irréversibilité par conduction thermique dans les processus de stockage-déstockage de chaleur sensible.  $J_1(\infty)$  a une valeur d'autant plus importante que le temps de montée de la variation de température imposée est faible d'une part et que l'amplitude de la variation de température imposée a une valeur élevée.

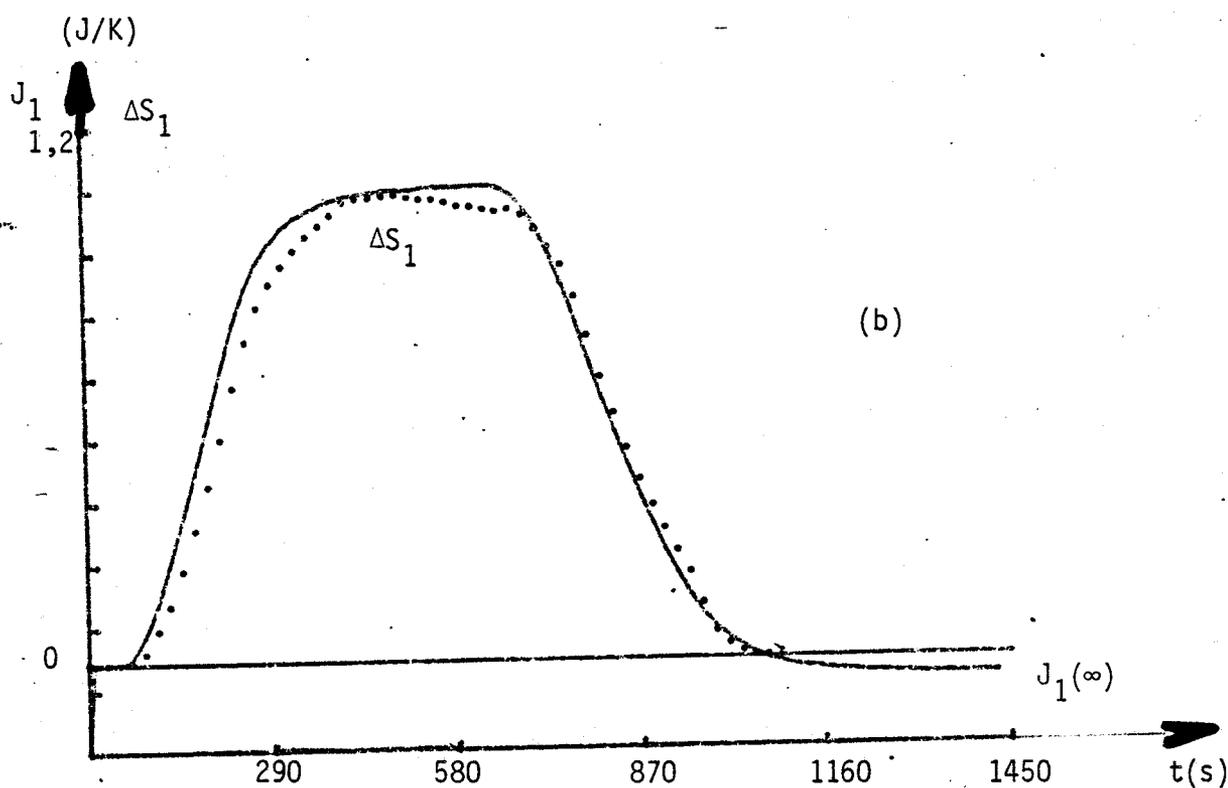
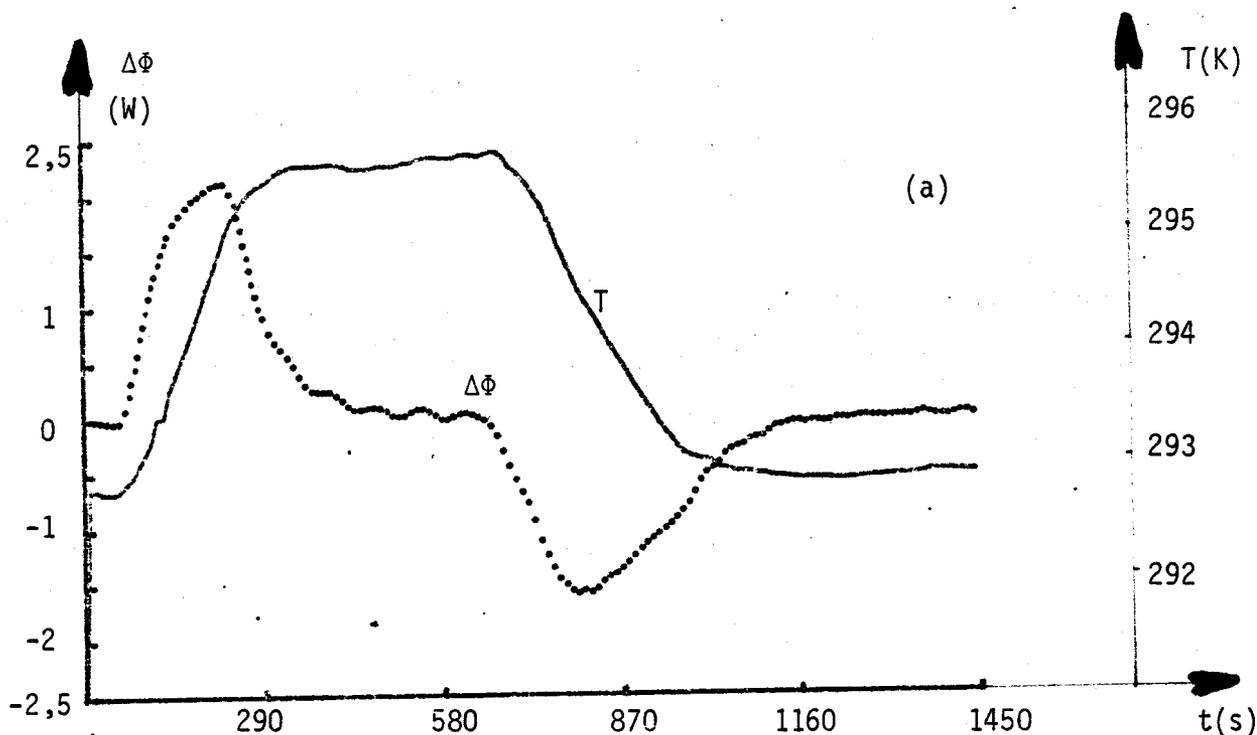


Figure IV-2-A = Transformation symétrique ( $T_2=T_1=T$ ) cyclique de stockage-déstockage de chaleur sensible réalisée sur un échantillon de plexiglass d'épaisseur 0,5 cm .  $C = 148 \text{ J/}^\circ\text{K}$

- (a) : Représentation des variations de températures imposées  $T(t)$  et de la quantité de chaleur stockée à chaque instant dans l'échantillon  $\Delta\Phi$
- (b) : Représentation des intégrales  $J_1$  et  $\Delta S_1$  . La valeur asymptotique de  $J_1(\infty)$  représente l'augmentation d'entropie par dissipation interne sur le cycle.  $\Delta S_1$  représente la variation d'entropie puis une transformation réversible  $\Delta S_1 = C \text{ Log } \frac{T}{T_0}$  .



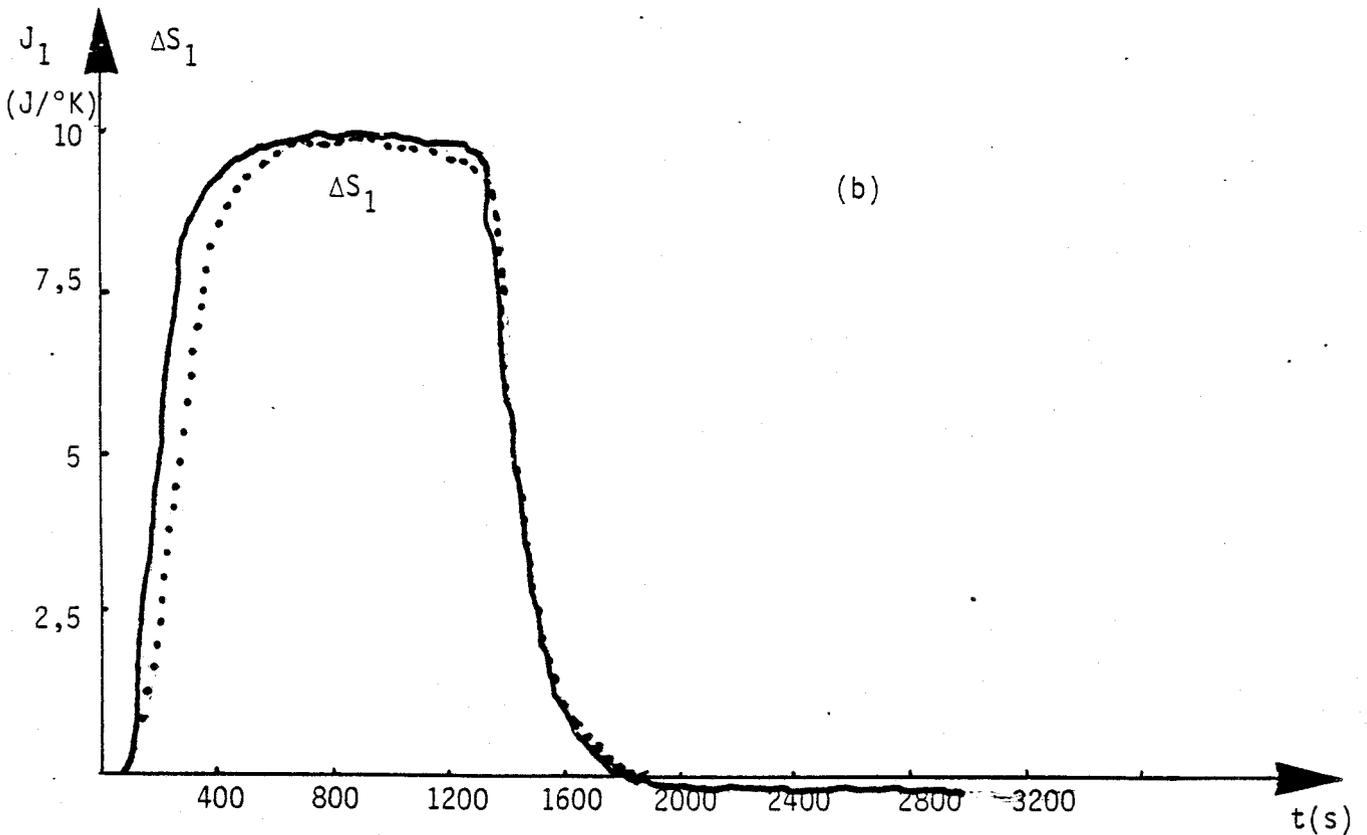
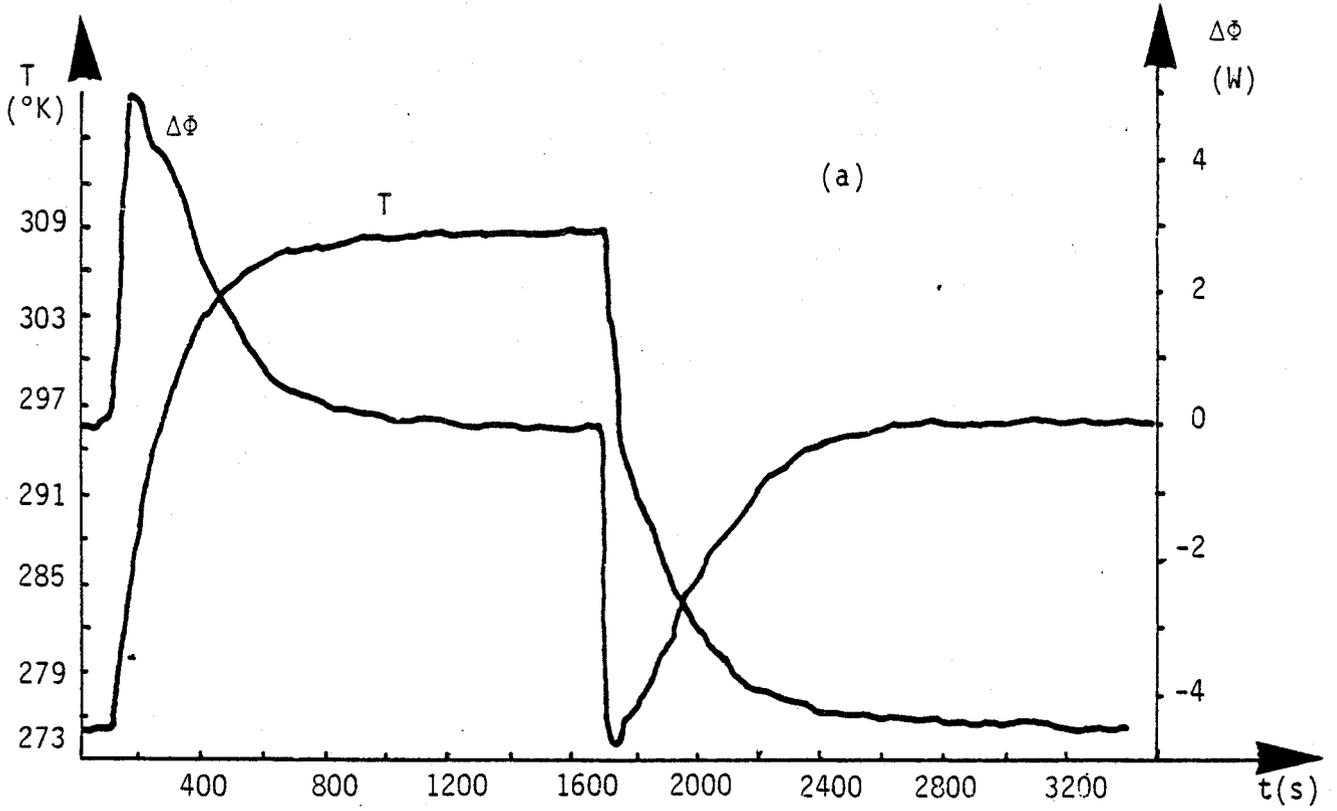


Figure IV-2-B : Transformation symétrique ( $T_2=T_1=T$ ) cyclique de stockage-déstockage de chaleur sensible réalisée sur un échantillon de plexiglass d'épaisseur 10 mm .  $C = 284 \text{ J}/^{\circ}\text{K}$ .  
Même légende que la figure IV-2-A

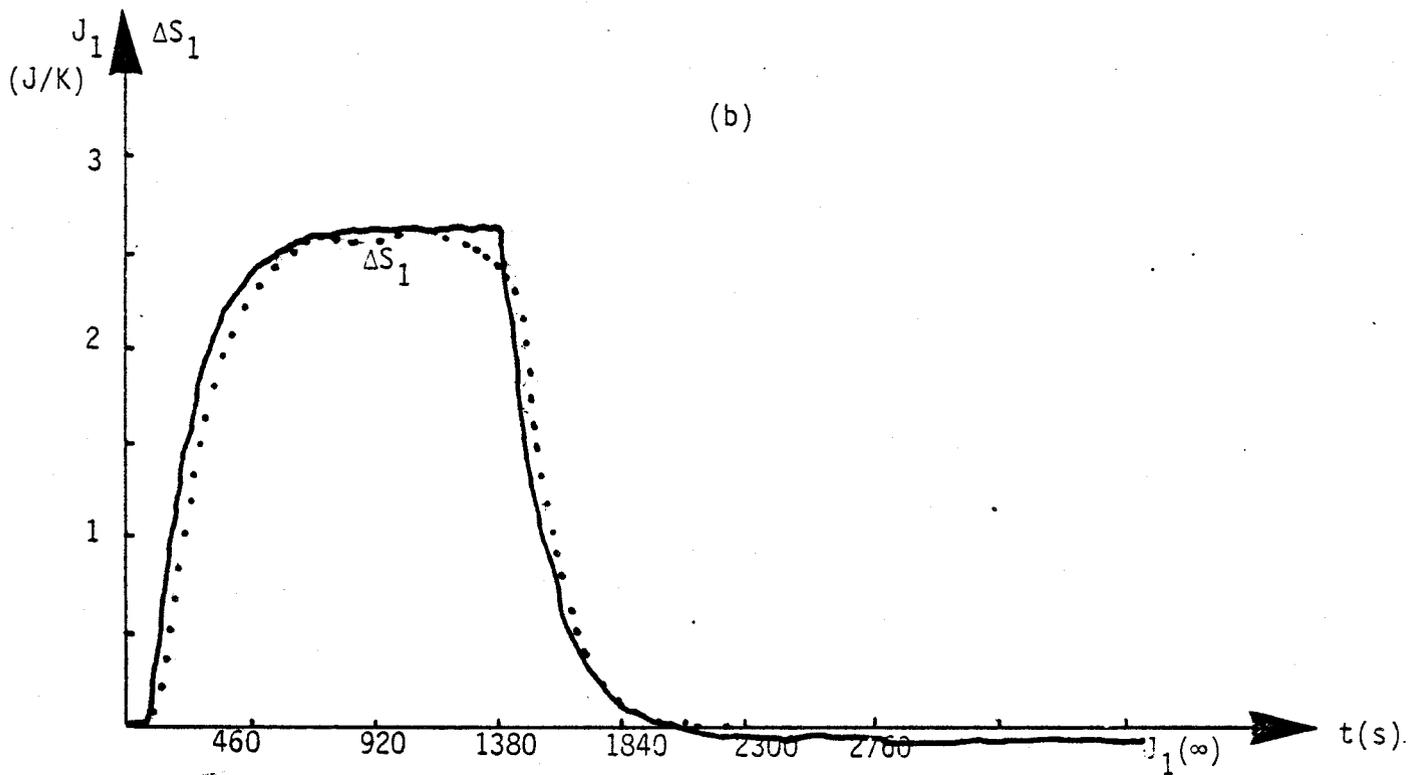
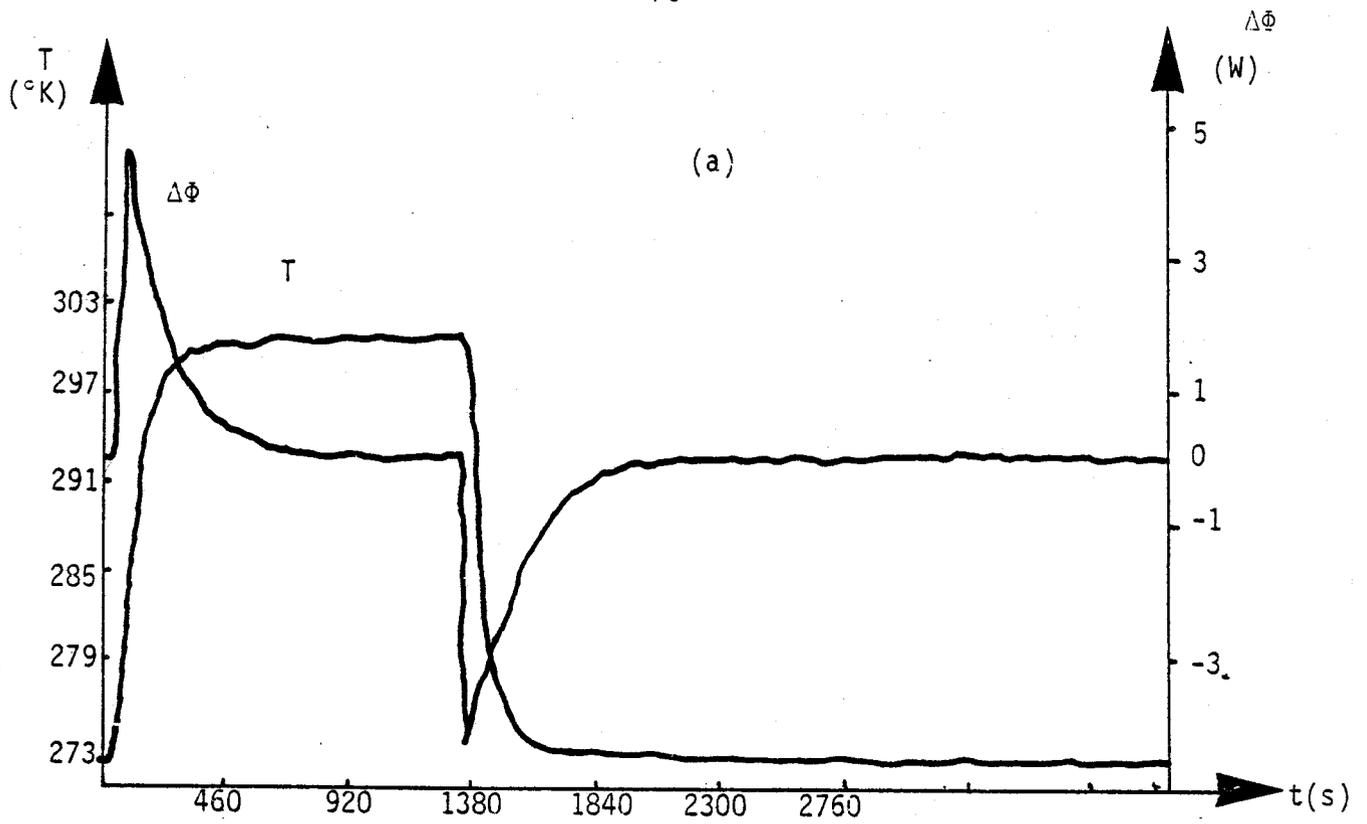


Figure IV-2-C : Transformation symétrique ( $T_2=T_1=T$ ) cyclique de stockage-déstockage de chaleur sensible réalisée sur un échantillon de klégicel d'épaisseur 14 mm.  $C = 86,5 \text{ J/}^{\circ}\text{K}$   
Même légende que la figure IV-2-A

DESCRIPTION DE LA MESURE :

L'échantillon et les thermo-fluxmètres sont soumis au champ de température imposé par les deux plaques échangeuses portées à la même température. Au début de l'expérience, les plaques sont toutes deux alimentées par le même bain thermostaté à la température  $T_1$ . Dans une deuxième phase de stockage, elles sont alimentées par le bain thermostaté à la température  $T_2$  et dans la dernière phase, il y a déstockage de chaleur et retour à l'état initial. Le débit des circulateurs est réglé de façon qu'il y ait égalité des températures des plaques en régime transitoire.

Dans ces transformations, il y a variation brusque de la température sur les surfaces d'échange du système échantillon-fluxmètres. Il est possible de simplifier la procédure expérimentale en plongeant une résistance chauffante dans le bain thermostaté utilisé pour imposer des variations de températures dans les échangeurs. Il y a retour à l'état d'équilibre initial lorsque l'on supprime l'effet de chauffe.

Une telle transformation est représentée figure III-2-A, les variations de températures imposées sur les surfaces d'échange étant rigoureusement égales,  $\Sigma\phi = 0$ . Connaissant les variations de  $\Delta\phi(t)$  et  $T(t)$ , il est possible de calculer le bilan des échanges d'entropie avec le monde extérieur. Dans une transformation réversible, le bilan des échanges d'entropie est égal à la variation d'entropie du système  $\Delta S_1 = C \text{ Log } \frac{T}{T_0}$ .

La courbe représentée figure IV-2-A,b montre un faible écart par rapport à la réversibilité. La valeur asymptotique  $J_1(\infty) = -0.048$  conduit à un coefficient de qualité  $Q \approx 27$ .

Connaissant les variations de température imposées sur les surfaces du système, nous avons pu calculer  $\Delta\phi(t)$  en effectuant le produit de convolution de l'évolution réelle avec la relation (III-3-09). Les bilans théoriques calculés à partir des résultats du calcul sont compatibles avec les résultats obtenus par traitement des relevés expérimentaux.

Les graphes de la figure IV-2-B représentent des évolutions analogues observées sur un échantillon de plexiglass d'épaisseur 10 mm ; la durée des évolutions thermocinétiques est beaucoup plus importante mais nous retrouvons les mêmes mesures caractéristiques que précédemment. La valeur asymptotique  $J_1(\infty) = -0,08$  conduit à un coefficient de qualité  $Q = 131$  pour une élévation en amplitude de la température imposée sur les faces externes de l'échantillon de  $-10^\circ\text{C}$  environ.

La figure IV-2-c représente les évolutions observées sur un échantillon de klégicel de 14 mm d'épaisseur. Ce matériau est utilisé en isolation, la valeur asymptotique  $J_1(\infty) = -0,058$  et  $Q = 46$ .

APPLICATION A LA MESURE DE LA CAPACITE THERMIQUE

La capacité thermique est introduite par le premier principe de la thermodynamique par la relation (II-1-03).

Elle peut également être mesurée par traitement des flux et variations de température dans un processus de stockage-déstockage de chaleur sensible à condition que les pertes par conduction thermique soient suffisamment faibles. Dans une transformation suffisamment lente pour être considérée comme quasi-réversible, la relation (II-3-3-05) conduit à :

$$\Delta S = S_1 - S_2 \sim \Delta S_1 = C \text{ Log } \frac{T}{T_i}$$

$\Delta iS$  tend vers zéro puisque la transformation est quasi-réversible.

$$\Delta eS = \int \frac{\Delta \Phi}{T} dt \sim \int \frac{\Delta \Phi}{\bar{T}} dt$$

Pour des variations de température imposées suffisamment lentes ( $d \frac{(\Delta T)}{dt} < \frac{\Delta \Phi}{C}$ ), le transfert est quasi réversible. La température des plaques échangeuses est à chaque instant pratiquement égale à la température moyenne de l'échantillon. Dans ces conditions, une capacité apparente peut être définie par la relation :

$$C_a \text{ Log } \frac{T(t)}{T(t_0)} = \int_{t_0}^t \frac{\Delta \Phi}{T} dt$$

L'exploitation de cette relation nous a permis d'identifier la capacité thermique des échantillons de plexiglass, klégicel et de polystyrène par traitement des flux et températures de surfaces.

Nous représentons dans le tableau ci-dessous les valeurs mesurées de la capacité apparente de plusieurs matériaux.

Le domaine d'exploitation de cette méthode de mesure a pu être étendu à des systèmes bicouches réalisés en superposant deux à deux des plaques de polystyrène, de plexiglass et de klégicel

Matériau pour $S = 169 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	épaisseur e mm	P Kg/m <sup>3</sup>	M en grammes	Ca en J/°C	c cal/°cgr
Plexiglass	2,35	1190	49	67	0,36 3 %
	4,9	1190	98	138	0,36 2 %
	14,8	1190	299	428	0,36 2 %
	29,4	1190	608	872	0,36 2 %
Polystyrène	10	11,7	7	68	0,32 10 %
	18,7	11,7	12	14,8	0,32 10 %
Klégicel	14	210	51	76,6	0,35 3 %

Détermination de la capacité apparente des plaques  
de Plexiglass, de Klégicel et de Polystyrène.



IV-3- AUGMENTATION D'ENTROPIE DUE AU TRANSFERT PUR DE CHALEUR DANS  
UNE PAROI HOMOGENE

IV-3-1- INVERSION DE GRADIENT

Dans une telle transformation caractérisée par la contrainte  $\Delta\Phi(t) = 0$ , la température moyenne est constante et le bilan des échanges d'entropie avec le monde extérieur est à chaque instant représentatif de la dissipation interne et des variations spatiales du champ de température.

La contrainte  $\Delta\Phi(t)$  est réalisée lorsque l'on inverse le gradient dans un échantillon initialement traversé par un flux de chaleur en régime permanent. La résolution de l'équation de Fourier montre que dans une telle transformation les flux mesurés sur les surfaces d'échanges  $S_1$  et  $S_2$  d'un échantillon homogène ont mêmes amplitudes, mais sont de signes contraires. La contrainte  $\Delta\Phi(t)$  est donc vérifiée à chaque instant.

Une telle transformation peut être réalisée en commutant à l'instant  $t = 0$  les alimentations des plaques échangeuses. La figure IV-3-A représente les évolutions des quantités  $\Delta T(t)$ ,  $\Sigma\Phi(t)$  et  $\Delta\Phi(t)$  observées sur un échantillon de polystyrène de 18,7 mm d'épaisseur. Le temps de commutation des plaques échangeuses est grand vis-à-vis de la constante de temps  $J_t$  introduite dans la partie théorique. Dans ces conditions, le système évolue en régime quasi-stationnaire et la résistance apparente calculée à partir de la relation :

$$R_a = \frac{1}{J_2} \int \frac{\Delta T^2}{T_1 T_2} dt$$

est de 27,5°/W. Elle est sensiblement égale à la résistance thermique de l'échantillon mesurée en régime permanent :  $R_p = 28°/W$ .

Des résultats semblables ont été obtenus par traitement d'évolutions beaucoup plus lentes représentées figure IV-3-B .

Ces résultats sont reproductibles et ont été vérifiés en répétant les expériences sur une série de plaques de plexiglass d'épaisseur 10 mm, 5 mm et 2 mm (figures IV-3-B , IV-3-C , IV-3-D).

Le tableau ci-dessous montre que la résistance apparente a toujours le même ordre de grandeur que la résistance thermique mesurée en régime permanent.

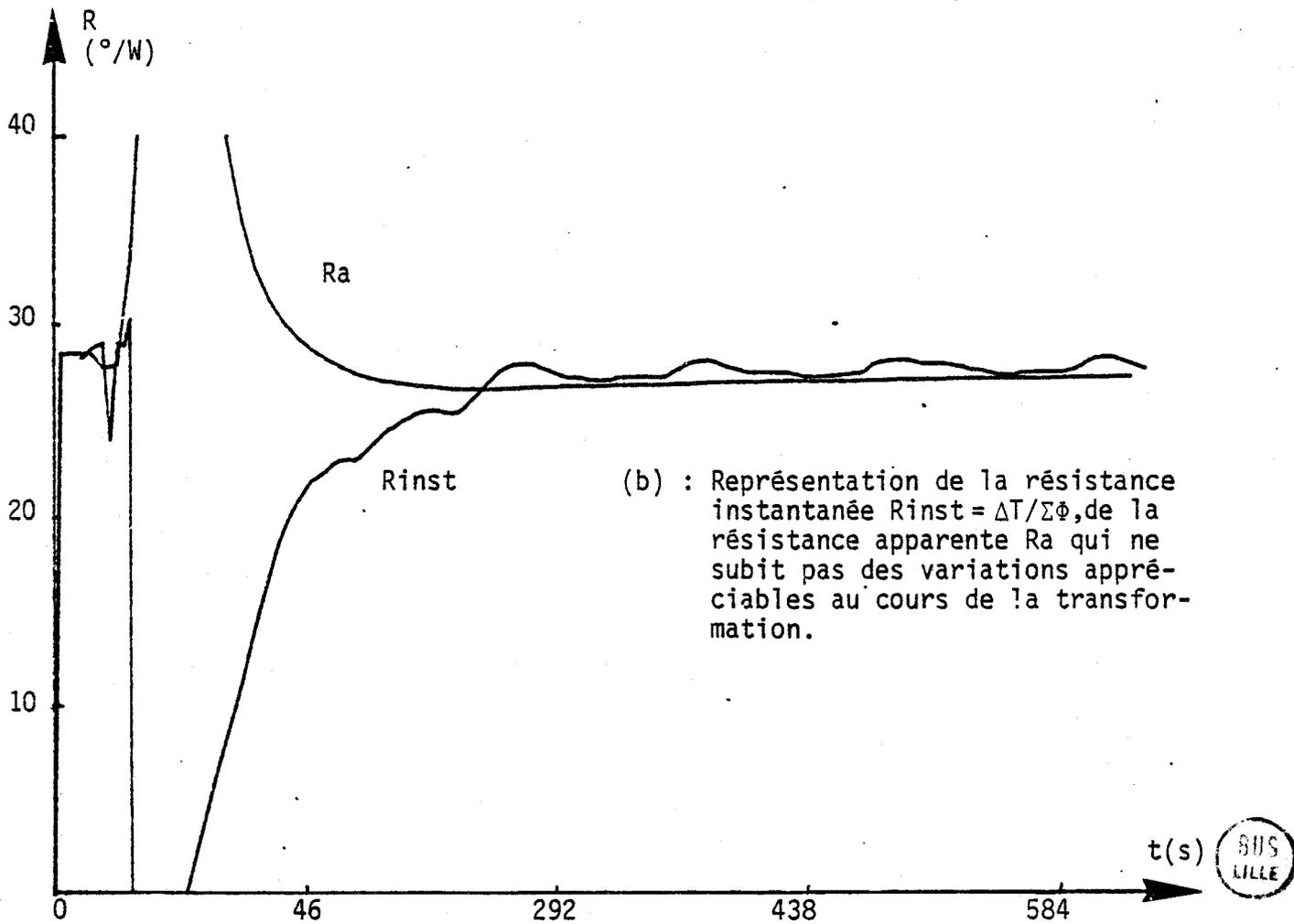
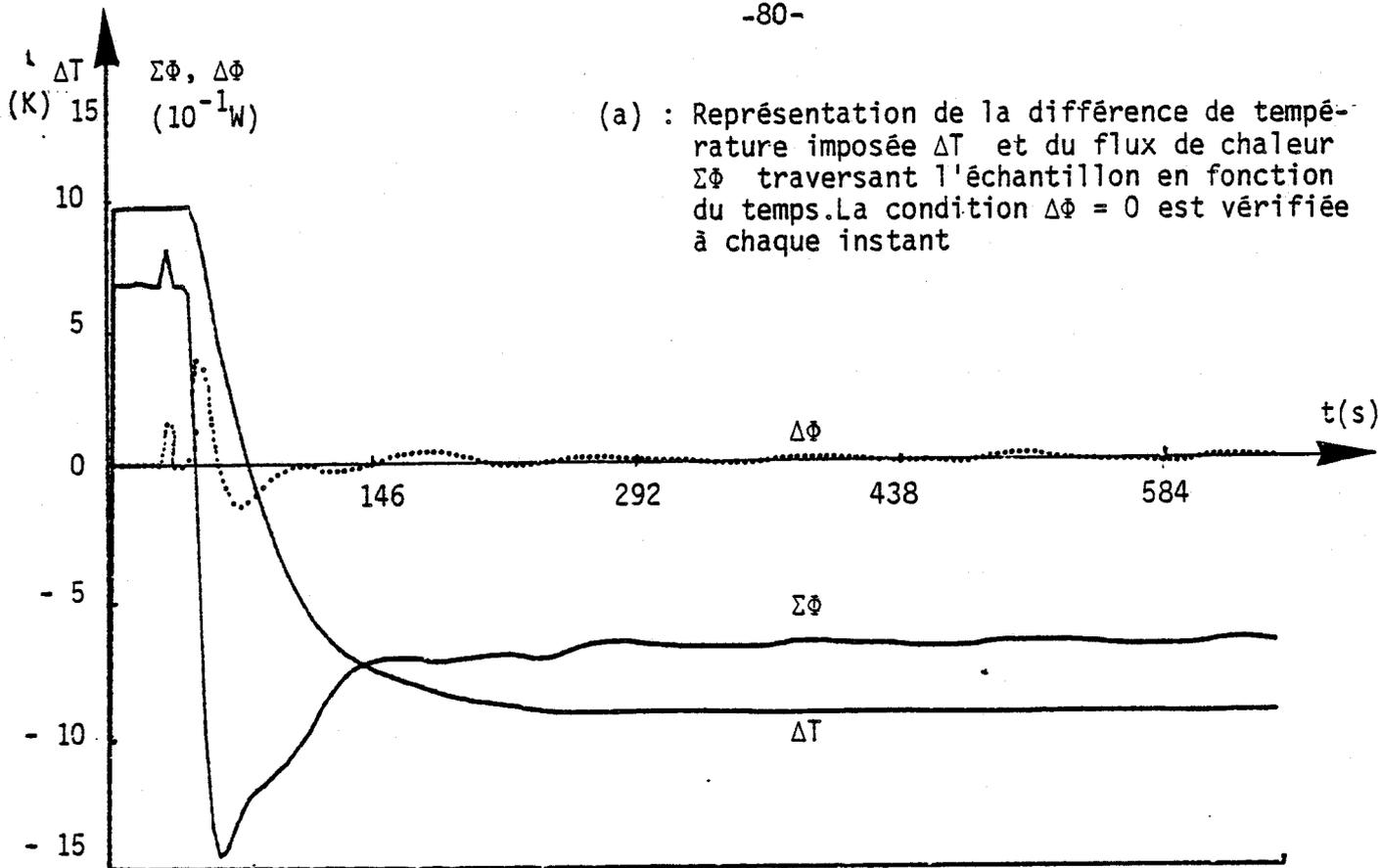


Figure 4-3-A : Inversion d'un gradient thermique sur un échantillon de polystyrène d'épaisseur 18,7 mm.



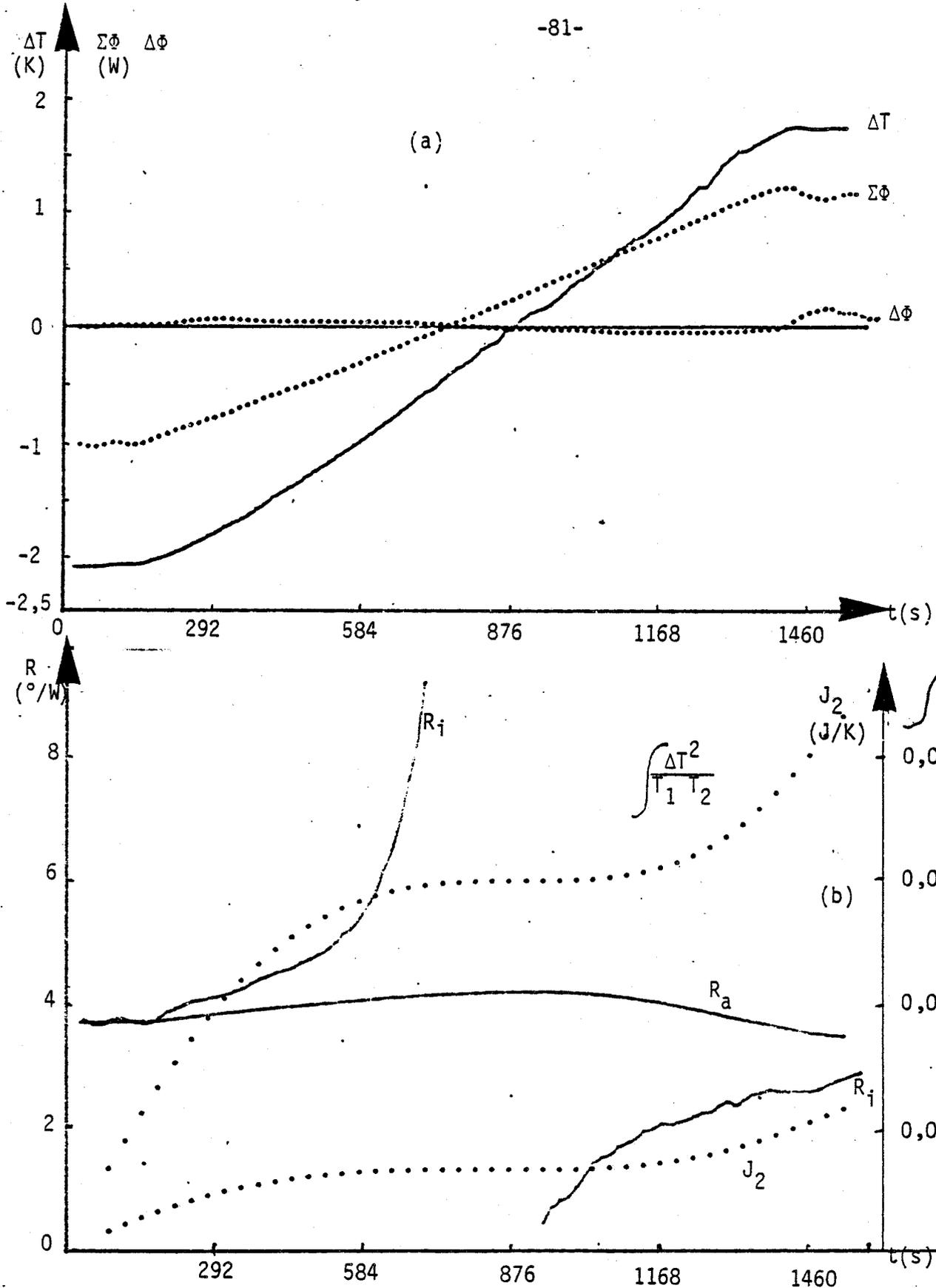


Figure IV-3-B : Inversion d'un gradient thermique sur un échantillon de plexiglass d'épaisseur 1 cm

(a) : Représentation de la différence de température imposée  $\Delta T$  et du flux de chaleur  $\Sigma\Phi$  traversant l'échantillon en fonction du temps. La condition  $\Delta\Phi = 0$  est vérifiée à chaque instant

(b) : Représentation des intégrales  $J_2 \int_{t_0}^t \frac{\Delta T^2}{T_1 T_2} dt$  de la

résistance instantanée  $R_i = \Delta T / \Sigma\Phi$ , de la résistance apparente  $R_a = D_2 / J_2$  qui ne subit pas de variations appréciables au cours de la transformation.



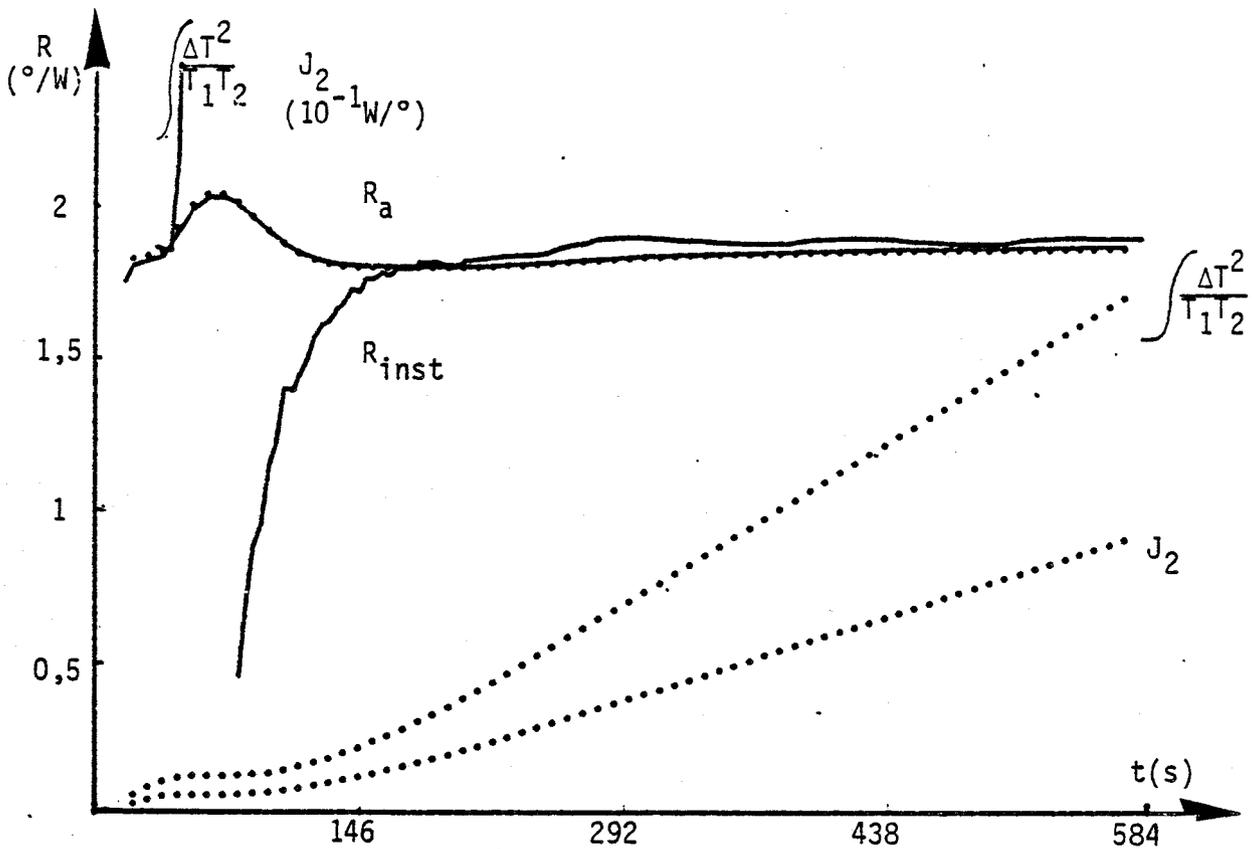
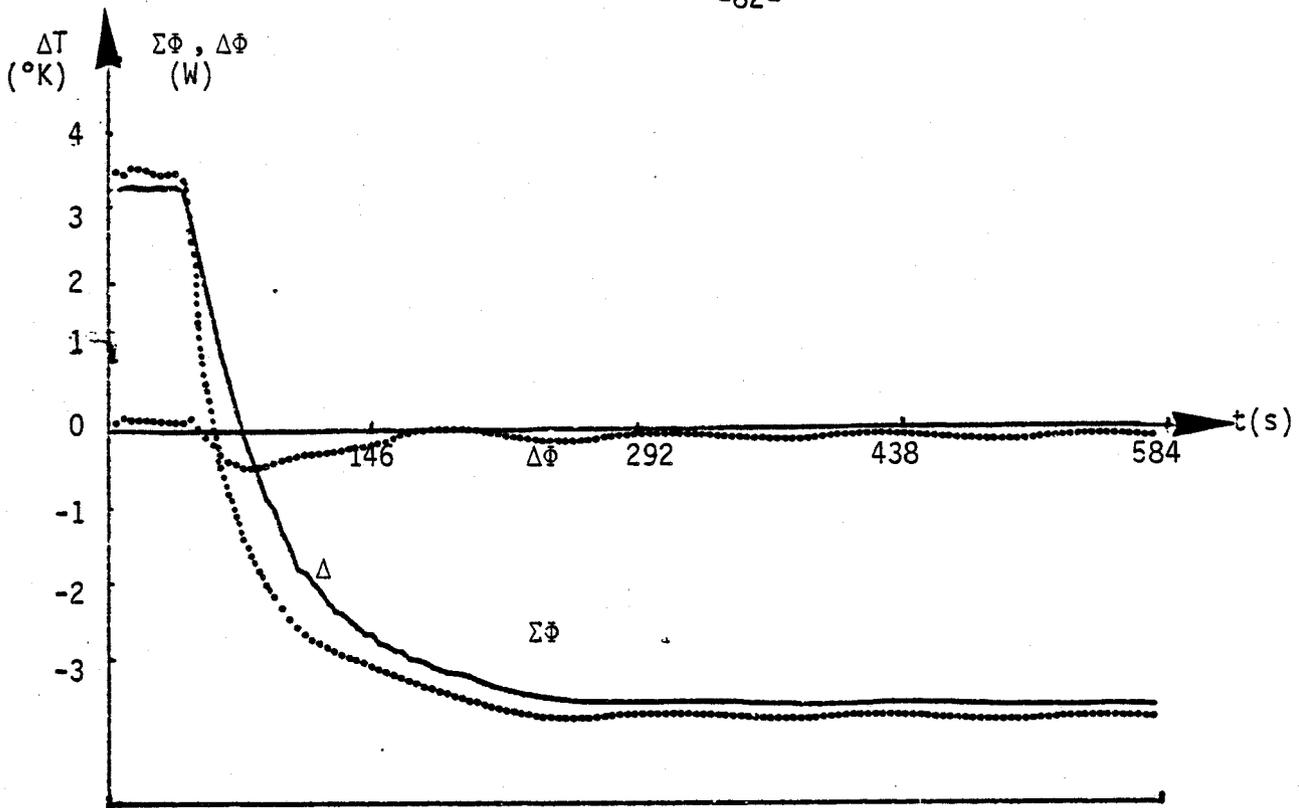


Figure IV-3-C : Même légende que la figure IV-3-B pour une plaque de plexiglass de 5 mm d'épaisseur



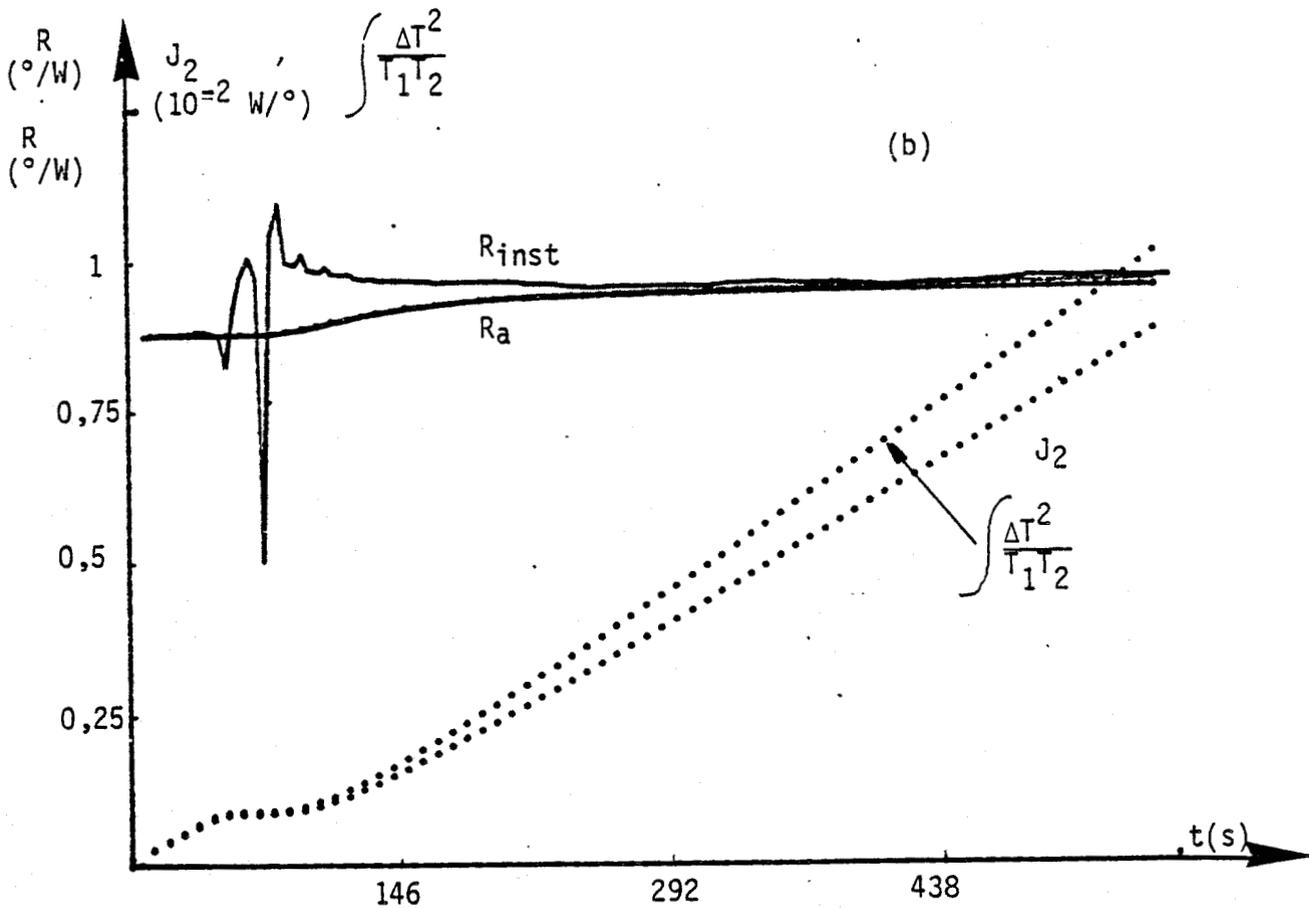
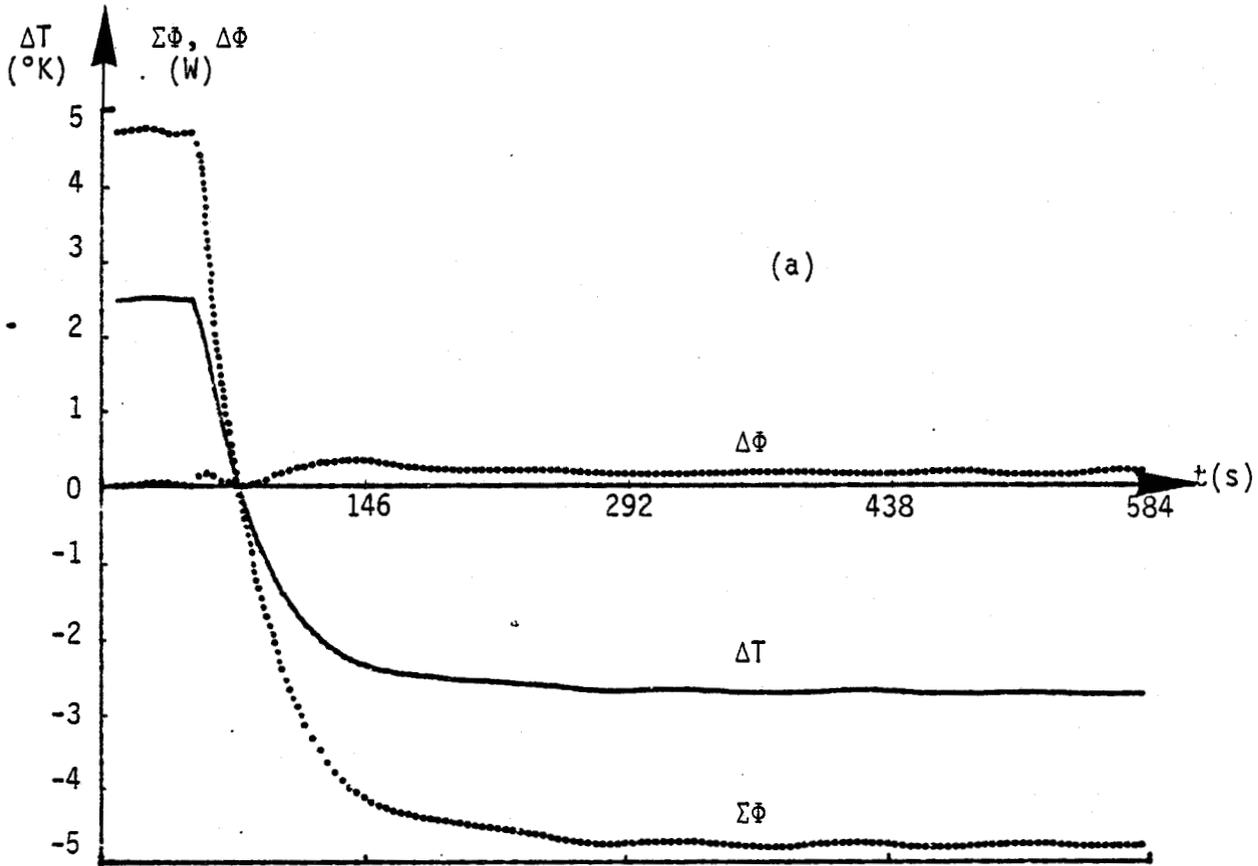


Figure IV-3-D : Môme lègeude que la figure IV-3-B pour une plaque de plexiglass de 2,35 mm d'épaisseur



épaisseur	$R_p$ °/W	$R_a$ °/W	$\Delta R = R_p - R_a$	$\frac{\Delta R}{R_p}$ %
2,35 mm	0,92	0,88	$\Delta R = 0,04$	4,34 %
5 mm	1,8	1,73	0,07	3,88 %
10 mm	3,6	3,55	0,05	1,38 %

#### IV-3-2- ECHANGE D'ENTROPIE NECESSAIRE POUR ETABLIR UN GRADIENT THERMIQUE DANS UN ECHANTILLON A TEMPERATURE MOYENNE CONSTANTE

La méthode de traitement mise au point peut être utilisée pour mesurer la quantité d'entropie nécessaire pour établir un gradient thermique dans un échantillon à température moyenne constante. Partant d'un état d'équilibre thermique à la température  $T_0$ , des variations de température de signes contraires sont imposées sur les surfaces de l'échantillon. Lorsque l'échantillon est homogène, les flux à travers les surfaces d'échange sont de signes contraires et la contrainte  $\Delta\phi = 0$  est vérifiée à chaque instant. La température moyenne est donc constante.

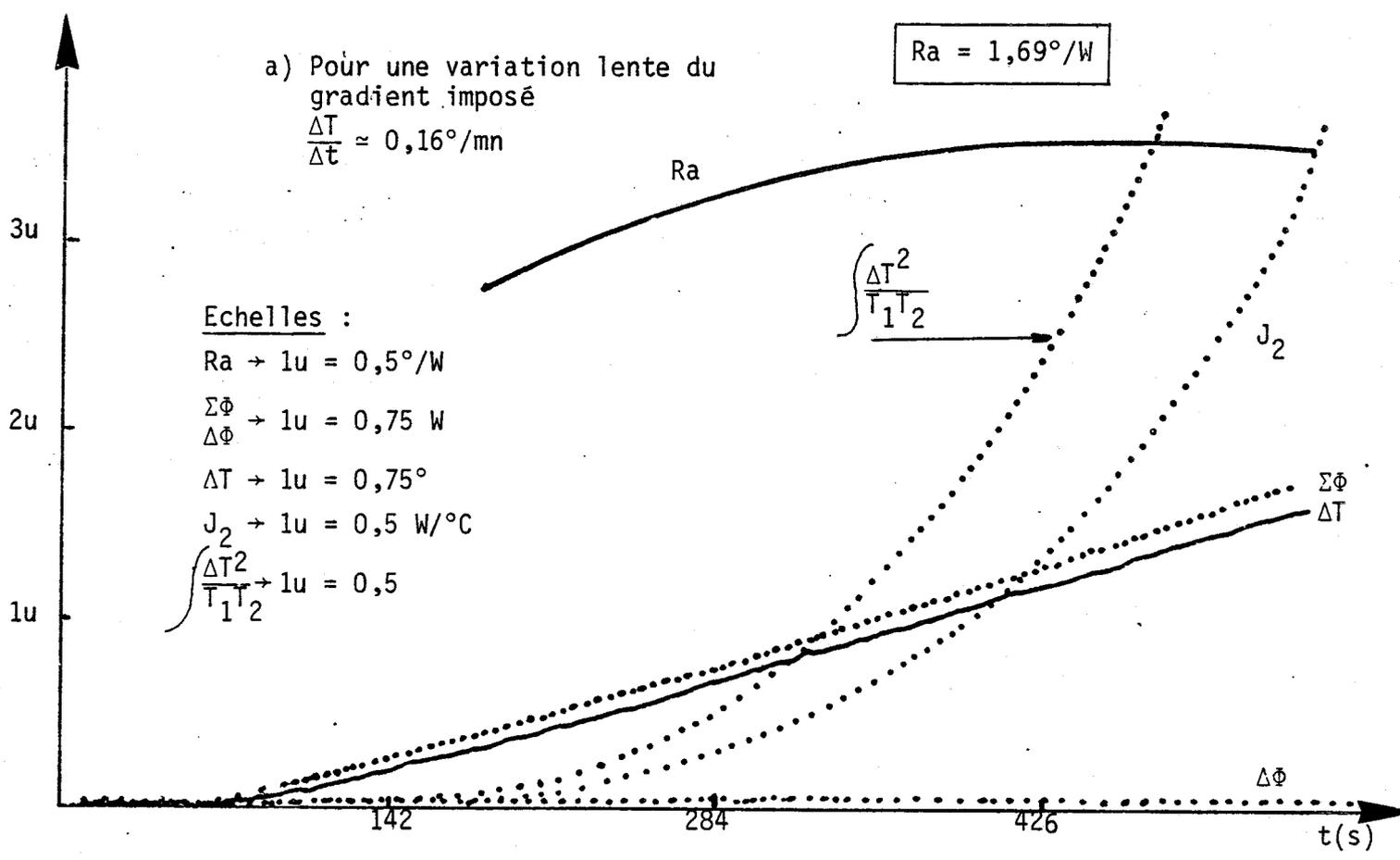
Pour réaliser une telle transformation en pratique, un groupe frigorifique est utilisé pour faire varier la température du liquide circulant dans l'échangeur inférieur. Lorsque la puissance de refroidissement est constante, la température de l'échangeur inférieur diminue linéairement en fonction du temps. La pente varie de 0,04 °/mn à 2 °/mn. La circulation de l'eau dans l'échangeur supérieur est réglée de façon à ce que la température s'élève de 0,04°/mn à 2°/mn. Une évolution typique obtenue sur un échantillon de plexiglass de 1 cm d'épaisseur est représentée figure IV-3-2-A .

L'échange d'entropie permet de compenser les pertes par conduction thermique et d'apporter la contribution  $\Delta S_2$  nécessaire à l'établissement du champ de température. En général, l'échange d'entropie pour établir le champ de température est d'importance faible vis-à-vis de l'échange d'entropie nécessaire pour entretenir la circulation des flux thermiques. La résistance apparente calculée à partir du bilan d'entropie est voisine de la résistance thermique de l'échantillon.

a) Pour une variation lente du gradient imposé

$\frac{\Delta T}{\Delta t} \approx 0,16^\circ/\text{mn}$

$Ra = 1,69^\circ/\text{W}$



b) Pour une variation rapide du gradient imposé

$\frac{\Delta T}{\Delta t} \approx 1,05^\circ/\text{mn}$

$Ra = 1,59^\circ/\text{W}$

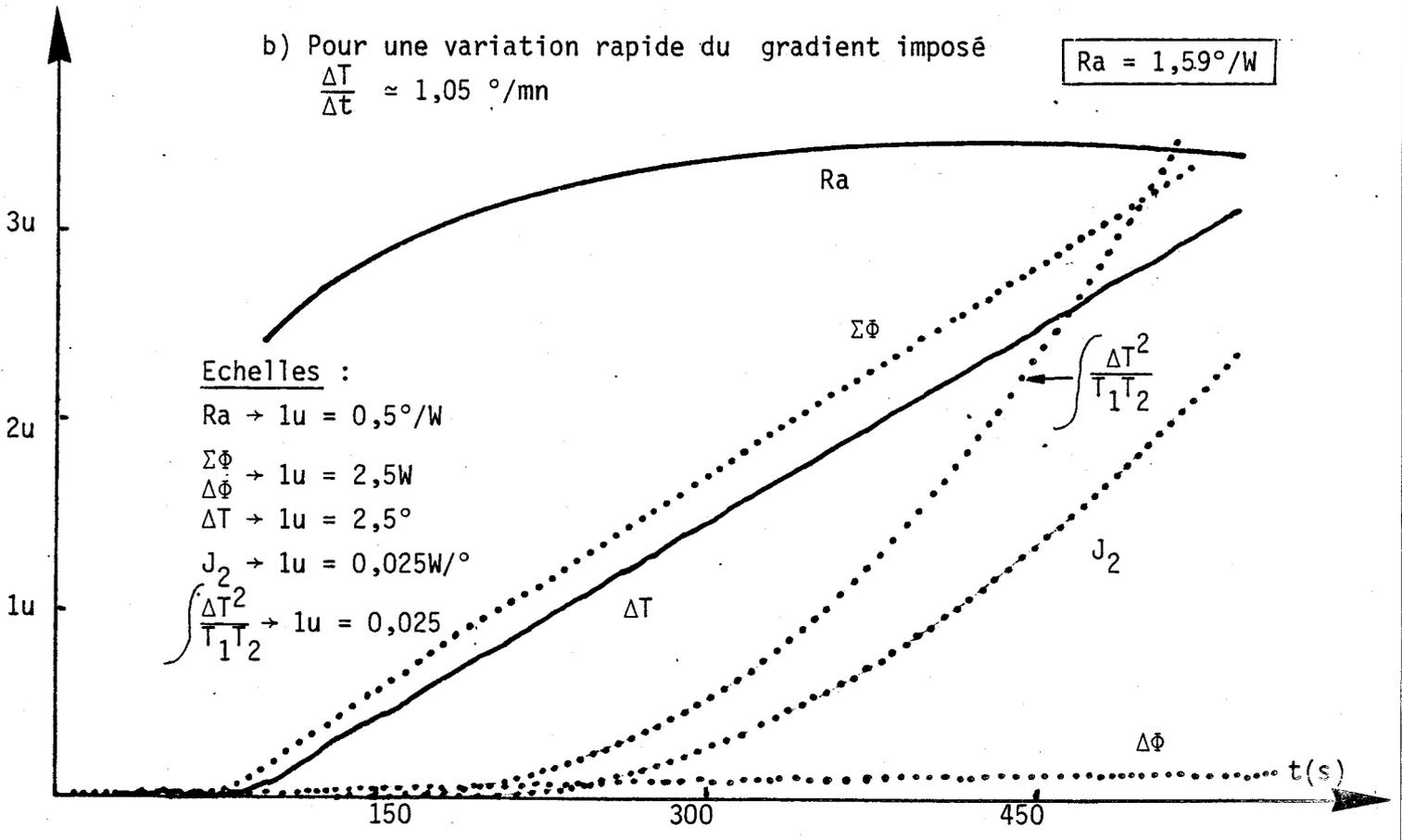


Figure IV-3-2-A : Etablissement d'un gradient thermique sur un échantillon de plexiglass de 10 mm d'épaisseur



IV-4- ECHANGES D'ENTROPIE DANS UNE TRANSFORMATION QUELCONQUE.  
APPLICATION A L'IDENTIFICATION DE LA RESISTANCE THERMIQUE

Dans les parties précédentes, nous avons calculé les échanges d'entropie dans les processus de stockage et de transfert d'énergie à travers une paroi homogène. Nous avons également montré dans la première partie qu'une transformation quelconque pouvait toujours être considérée comme la superposition d'un transfert et d'un stockage d'énergie. Il en résulte dans une transformation quelconque des échanges d'entropie dûe :

- à une variation de la température moyenne du système qui est fonction du temps,
- à l'entretien du transfert de chaleur à travers le matériau en régimes transitoire et permanent,
- à la génération d'une distribution d'écart  $\theta$  par rapport à la température moyenne  $\bar{T}(t)$

Notre étude expérimentale a permis de montrer que dans une telle transformation, le terme  $J_1$  introduit précédemment entretient uniquement le processus de stockage-déstockage de chaleur sensible, tandis que le terme  $J_2$  entretient le processus de transfert d'énergie à travers l'échantillon. L'augmentation d'entropie par conduction thermique étant surtout dûe au transfert d'énergie à travers l'échantillon, nous nous sommes surtout intéressés au problème de l'identification de la résistance thermique apparente par traitement des flux et variations de température de surface.

Le schéma de la figure IV-4-a représente le montage utilisé. On distingue deux capteurs de flux et de température disposés sur les faces d'entrée et de sortie de l'échantillon, ainsi que deux plaques échangeuses  $P_1$  et  $P_2$  sur lesquelles vient s'appliquer une précision mécanique afin d'assurer un contact thermique convenable entre les divers interfaces.

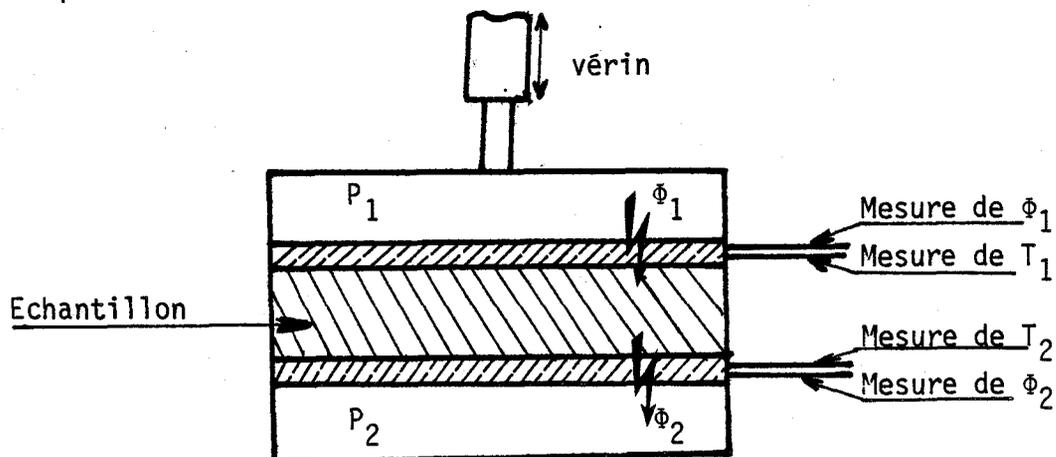


Figure IV-4-a

L'une des plaques, soit  $P_2$ , est maintenue à température constante ; l'autre,  $P_1$ , subit des élévations ou diminutions de température de formes et de durées variables. Les variations de température sont réalisées en chauffant le liquide circulant dans les échangeurs à l'aide d'une résistance chauffante ou en le refroidissant à l'aide d'une circulation d'eau froide ou un refroidisseur type frigorifique.

Dans la partie théorique, nous avons montré qu'une résistance apparente pouvait être définie par la relation (III-4-3-1-01) . Cette résistance est calculable à chaque instant par traitement des flux et température de surface.

La figure III-4-A représente les variations de flux et de température sur une plaque de plexiglass de 10 mm d'épaisseur. Lorsque l'on impose sur une des deux faces une élévation de température de durée 1150 secondes, la constante de temps du plexiglass étant 1000 secondes, on obtient une résistance apparente (calculée à partir du bilan d'entropie) égale à  $3,52^\circ/\text{W}$ . La résistance apparente en régime quasi-stationnaire (figure IV-4-B) est pratiquement égale à la résistance thermique qui est de  $3,6^\circ/\text{W}$  (mesurée en régime permanent).

En régime de variations rapides (figure IV-4-C), la durée de l'élévation en température est de 415 s. inférieure à la constante de temps  $J_t$  . On obtient une résistance apparente calculée par la même méthode que précédemment .  $R_a = 2,82^\circ/\text{W}$  est beaucoup plus faible que la valeur mesurée en régime permanent (figure IV-4-B).

Ce résultat montre que lorsque l'échantillon est soumis à des fluctuations rapidement variables dans le temps, l'entropie dissipée en régime transitoire n'est plus négligeable par rapport à l'entropie dissipée en régime permanent. Il en résulte une diminution de la résistance apparente calculée en supposant le système en régime permanent.

Nous représentons sur les graphes IV-4-D,E,F les mêmes évolutions observées sur un klegicel de 14 mm d'épaisseur.

Dans les tableaux des pages 92 et 93 nous présentons les valeurs de la résistance apparente de plusieurs types de matériaux. Les paramètres sont la durée et la forme du signal  $\Delta F(t)$  représentant l'élévation de température appliquée sur une face de l'échantillon, la température de l'autre face est maintenue constante.

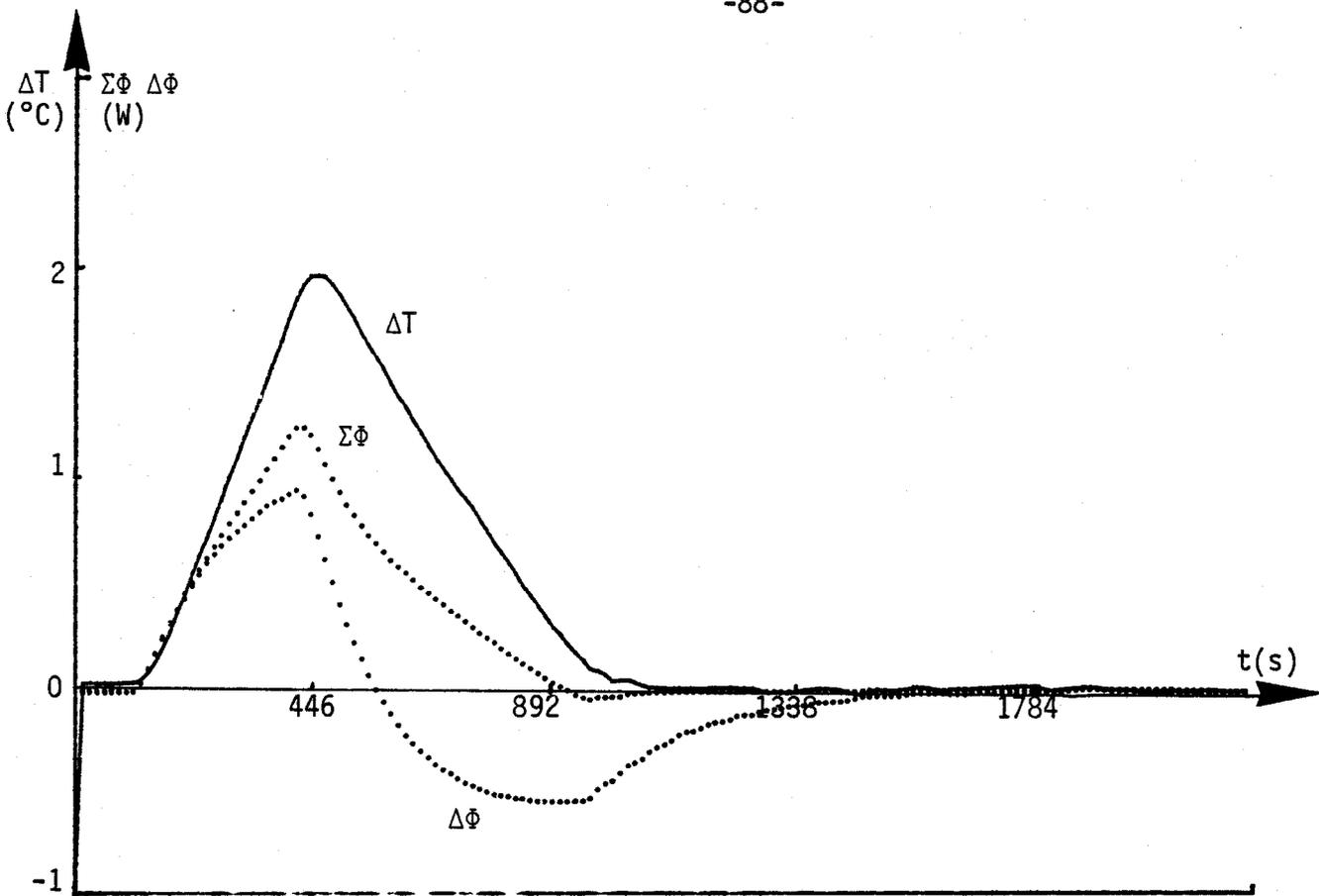


Figure IV-4-A : Variations de  $\Sigma\Phi(t)$  et  $\Delta\Phi(t)$  pour une élévation de température  $\Delta T$  de durée  $T_s > T_e$  (plexiglass de 10 mm d'épaisseur)

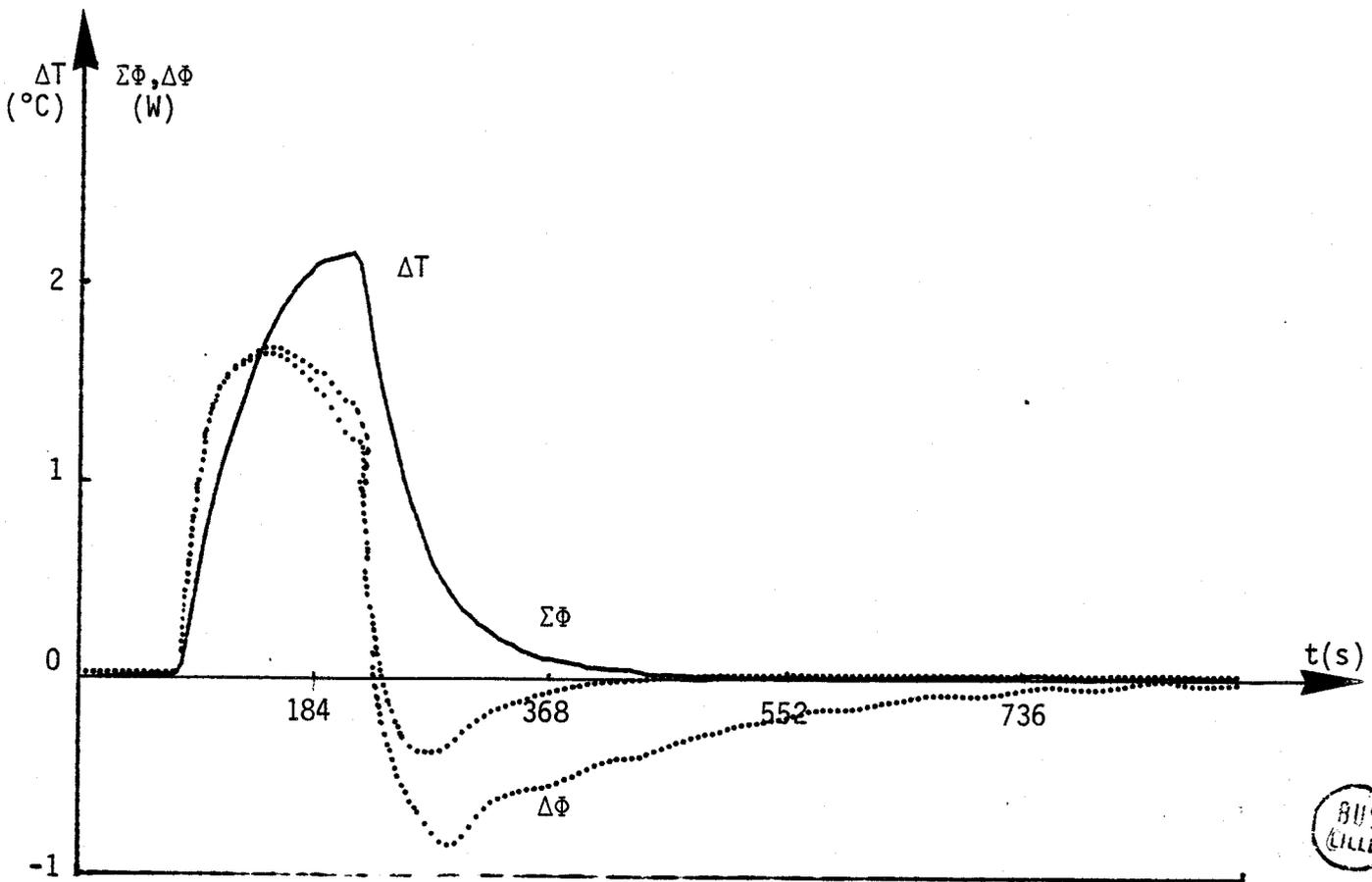


Figure IV-4-C : Variation de  $\Sigma\Phi(t)$ ,  $\Delta\Phi(t)$  pour une élévation de température  $\Delta T$  de durée  $T_s < T_e$  (plexiglass de 10 mm d'épaisseur)



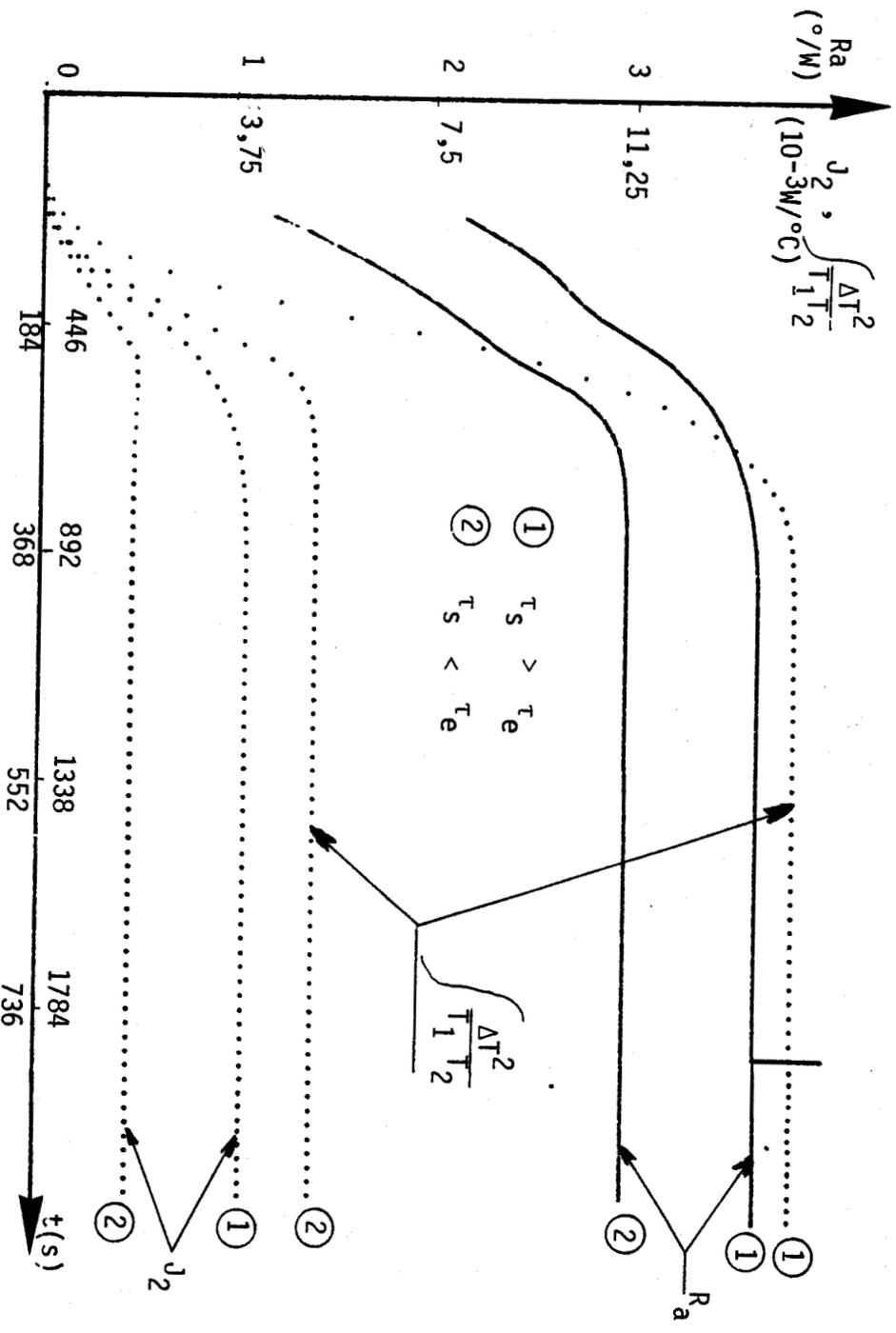


Figure IV-4-B : Variations de la résistance apparente  $R_a$  et des quantités  $J_2$  et  $\frac{\Delta T^2}{T_1 T_2}$  pour  $T_s > T_e$  et  $T_s < T_e$  (plexiglass de 10 mm d'épaisseur)

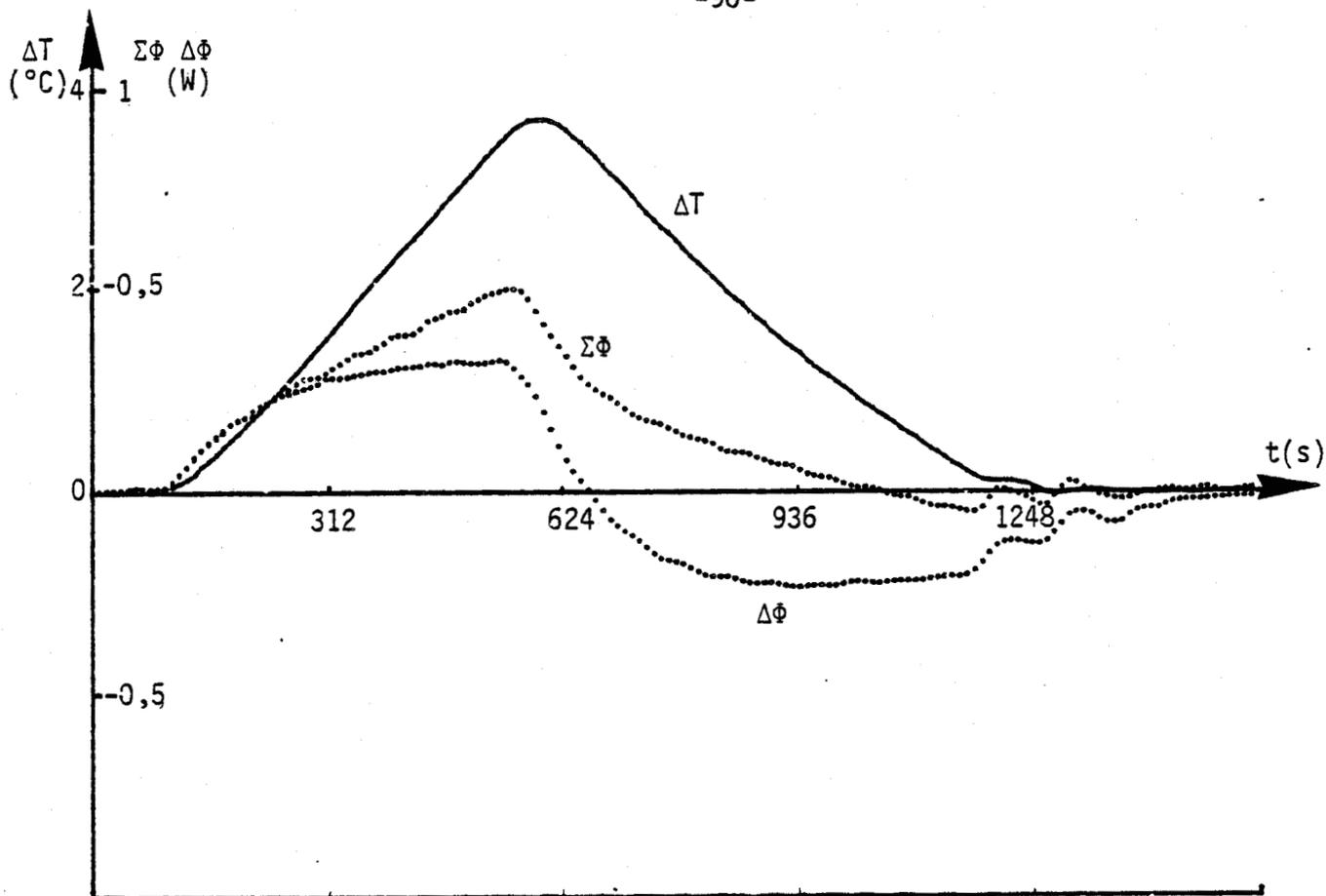


Figure IV-4-D : Variation de  $\Sigma\Phi(t)$ ,  $\Delta\Phi(t)$  pour une variation de  $\Delta T(t)$  de durée  $T_s$  supérieure à la constante de temps de l'échantillon  $\tau_e$  (klegicel,  $e = 14$  mm)

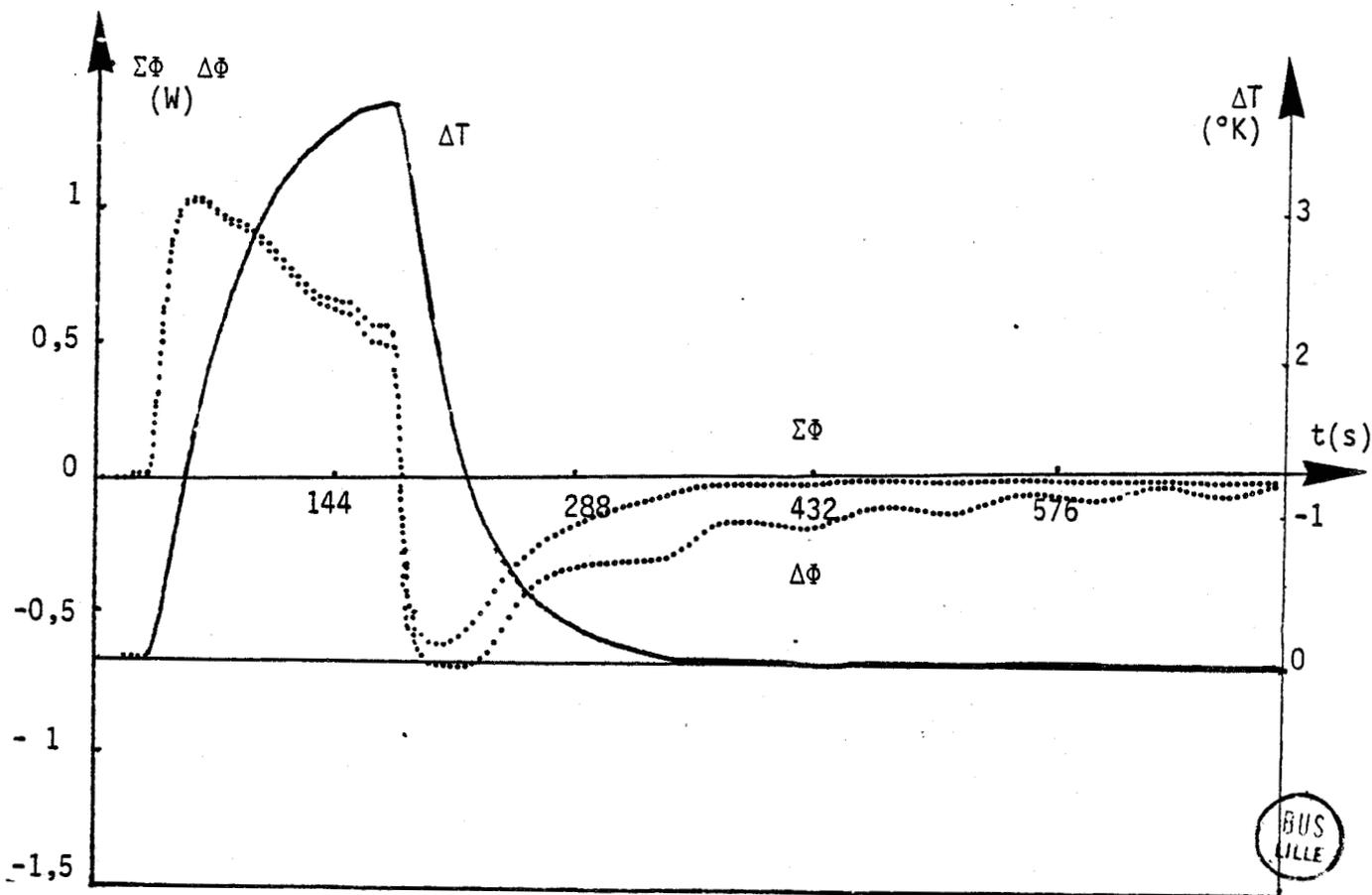


Figure IV-4-E : Variations de  $\Sigma\Phi(t)$ ,  $\Delta\Phi(t)$  pour une variation  $\Delta T(t)$  de durée inférieure à la constante de temps de l'échantillon (klegicel,  $e = 14$  mm).

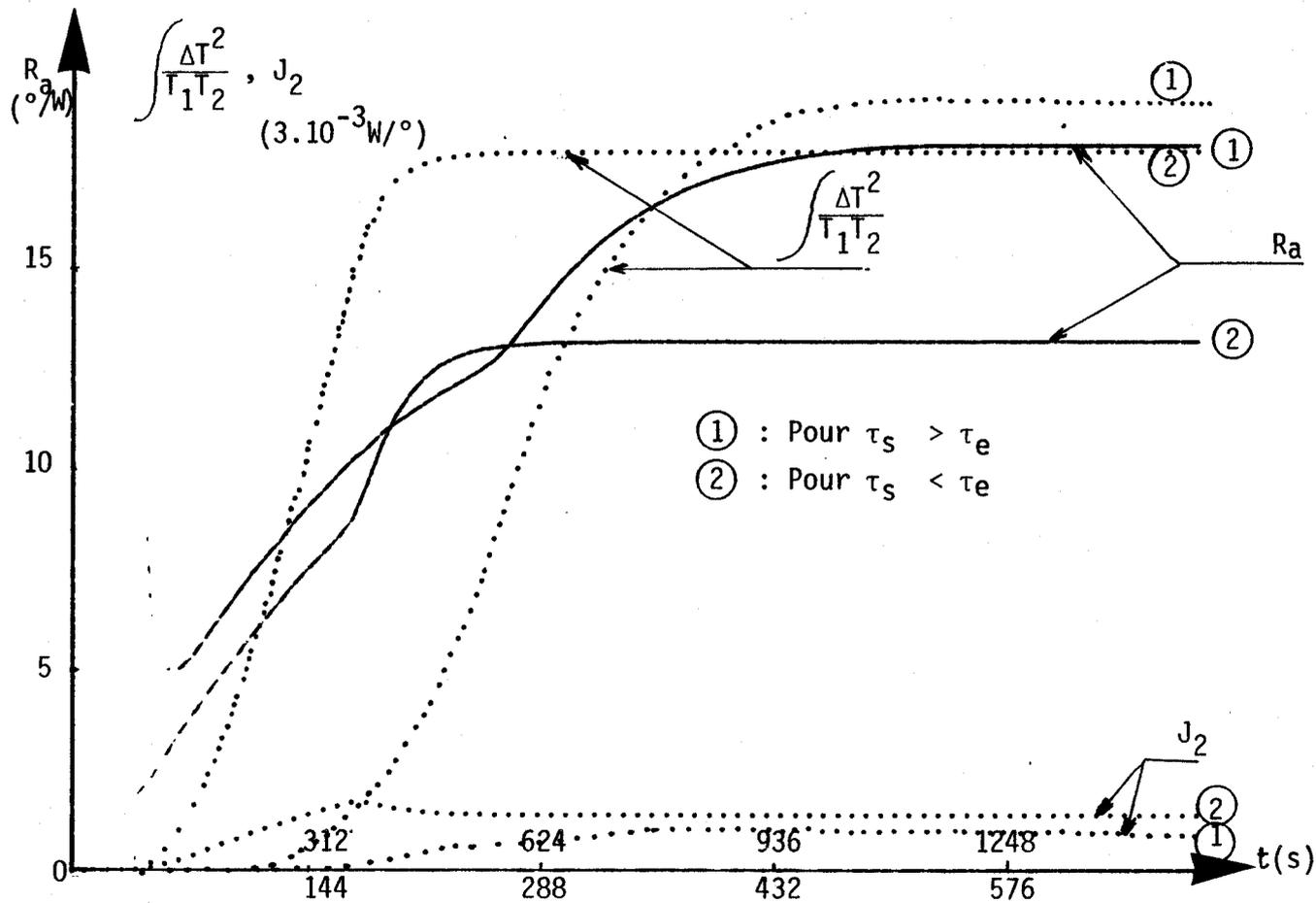
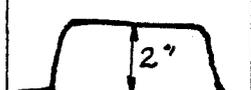


Figure IV-4-F : Variations de la résistance apparente et des quantités  $J_2$  et  $\frac{\Delta T^2}{T_1 T_2}$  pour  $\tau_s > \tau_e$  et  $\tau_s < \tau_e$

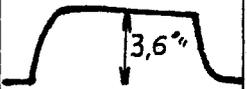
Plexiglass Plexiglass :  $e = 10 \text{ mm}$   
 $C = 276 \text{ J/}^\circ$   
 $R_p = 36^\circ\text{C/W}$   
 $\tau_e \approx 1000 \text{ secondes}$

$R_p$  = résistance mesurée en régime permanent

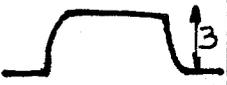
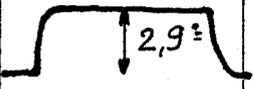
$\tau_e$  = constante de temps du matériau

Durée du signal	Forme du signal	$R_a$ ( $^\circ/\text{W}$ )	$\Delta R = R_p - R_a$ ( $^\circ/\text{W}$ )	$\frac{\Delta R}{R_p}$ %
360 s		2,82	0,78	21,6 %
820 s		3,42	0,18	5 %
950 s		3,58	0,02	0,5 %
2000 s		3,57	0,03	0,83 %

Klegicel :  $R_p = 18$   
 $C = 76,6 \text{ J/}^\circ$   
 $\tau_e \approx 1380 \text{ s}$

Durée du signal	Forme du signal	$R_a$ ( $^\circ/\text{W}$ )	$\Delta R$ ( $^\circ/\text{W}$ )	$\frac{\Delta R}{R_p}$ %
350 s		13,16	4,84	26,8 %
720 s		16,83	1,17	6,5 %
1250 s		17,92	0,08	0,4 %
2400 s		17,9	0,1	0,55 %

Polystyrène :  $e = 18,4 \text{ mm}$   
 $R_p \approx 28$   
 $C \approx 15 \text{ J/}^\circ$   
 $\tau_e \approx 50 \text{ secondes}$

Durée du signal	Forme du signal	$R_a$ ( $^\circ/\text{W}$ )	$\Delta R$ ( $^\circ/\text{W}$ )	$\frac{\Delta R}{R_p}$ %
250 s		21,82	6,18	22,07 %
750 s		27,2	0,8	2,8 %
640 s		27,8	0,2	0,71 %
1050 s		27,6	0,4	1,42 %

TRAITEMENT DES FLUCTUATIONS AUTOUR DU REGIME PERMANENT

Dans la partie précédente, nous avons montré la possibilité d'identifier la résistance thermique par traitement des flux et variations de température provoquées par un échauffement localisé sur l'une des surfaces d'échanges d'un échantillon homogène. Les résultats obtenus peuvent être généralisés à des signaux de formes plus complexes.

La figure IV-4-G représente une variation de température imposée caractérisée par deux alternances, l'une positive, l'autre négative. Pour un tel signal, la durée de traitement est le temps T tel que :

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \Delta\Phi(t) . dt = 0$$

afin d'éliminer l'effet du stockage de chaleur dans l'échantillon. Une telle transformation est représentée figure IV-4-G. La valeur de la résistance calculée par traitement des fluctuations autour du régime permanent est égale à la résistance thermique de l'échantillon (figure IV-4-H). Cette convergence de la résistance apparente vers la résistance thermique de l'échantillon montre l'intérêt du bilan d'entropie pour traiter les fluctuations autour du régime permanent.

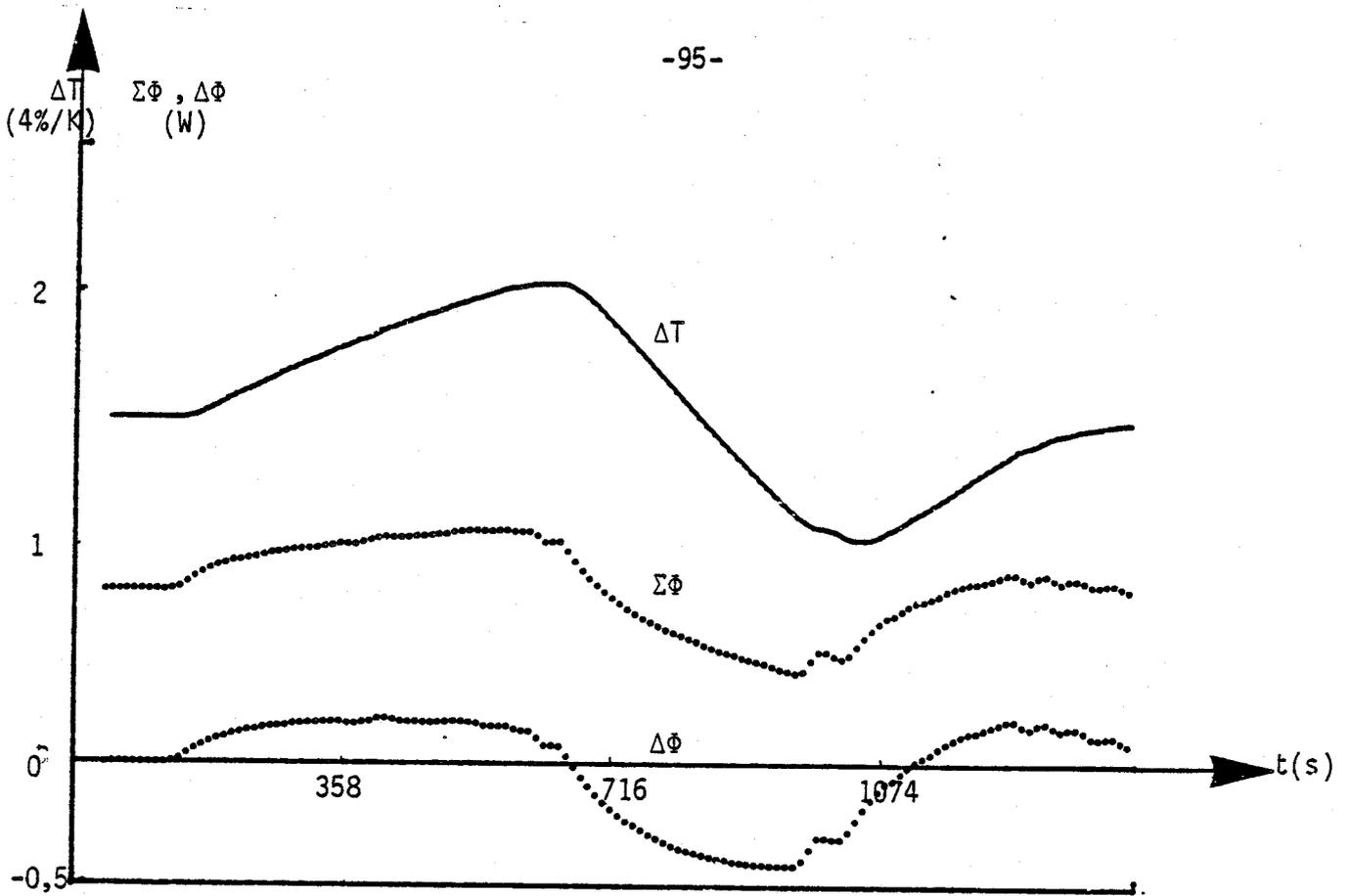


Figure IV-4-G : Représentations de  $\Sigma\Phi(t)$ ,  $\Delta\Phi(t)$  pour une variation de température  $\Delta T$  imposée, caractérisée par deux alternances (positive et négative) (Klégicel de 14 mm d'épaisseur)

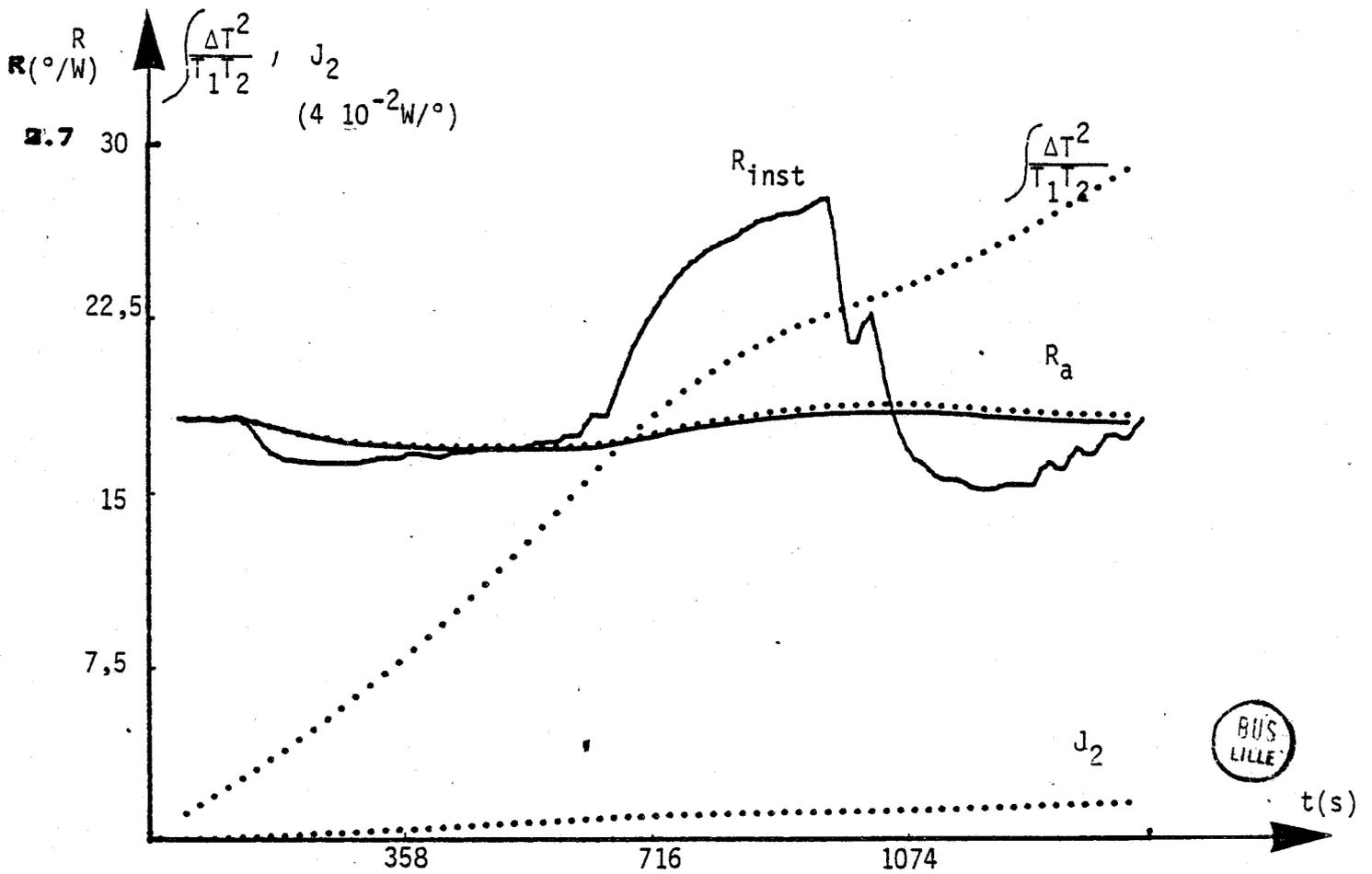


Figure IV-4-H : Variations des quantités  $J_2$  et  $\frac{\Delta T^2}{T_1 T_2}$  de la résistance instantanée  $R_{inst} = \frac{\Delta T}{\Sigma\Phi}$  et de  $R_a$

BUS LILLE

## CHAPITRE V : RÉSISTANCE APPARENTE DES SYSTÈMES BICOUCHES

Considérons le bicouche représenté figure IV-A constitué en empilant deux plaques de nature différente notées "1" et "2"

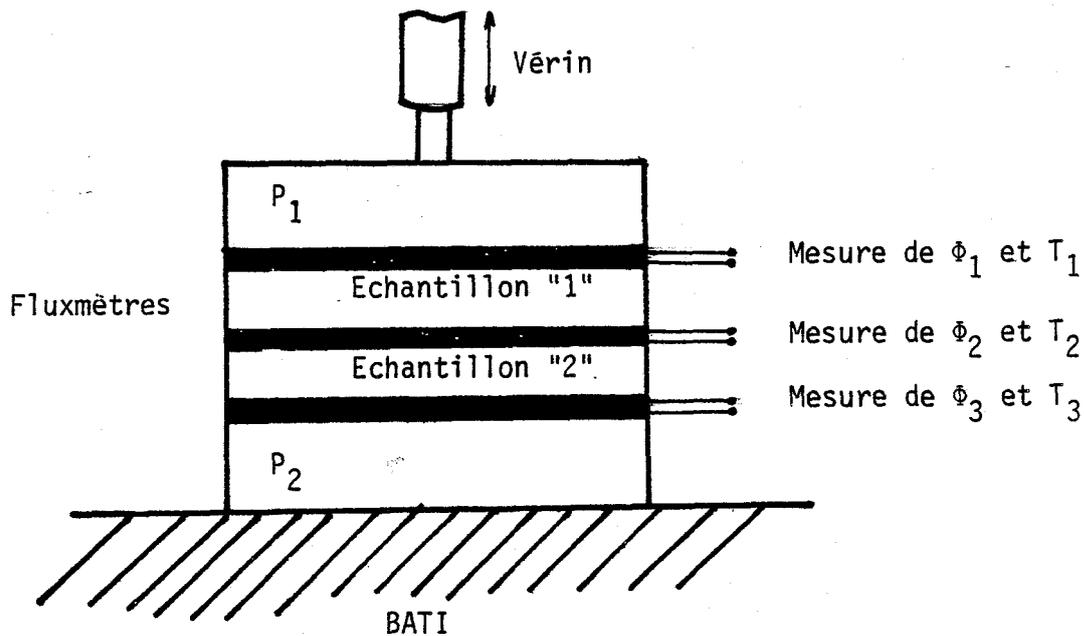


Figure IV-A

Introduisons les notations :

$$\Sigma\Phi_1 = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$\Delta T_1 = T_1 - T_2$$

$$\Sigma\Phi_2 = \Phi_2 + \Phi_3$$

$$\Delta T_2 = T_2 - T_3$$

$$\Sigma\Phi = \Phi_1 + \Phi_3$$

$$\Delta T = T_1 - T_3$$

Des capteurs de flux et de température sont placés sur chacune des surfaces de séparation et l'ensemble est disposé entre les échangeurs thermiques décrits précédemment. L'échangeur inférieur est régulé à une valeur de consigne constante, l'échangeur supérieur génère des variations de température sur la face supérieure du bicouche. Dans ces conditions, il est possible de mesurer les échanges d'entropie entre chaque matériau et le milieu extérieur.

Introduisons les intégrales :

$$J_{21} = \int \frac{\Sigma\Phi_1 \Delta T_1}{T_1(T_1 - \Delta T_1)} dt$$

pour l'échantillon 1,

$$J_{22} = \int \frac{\Delta\Phi_2 \Delta T_2}{(T_1 - \Delta T_1)(T_1 - \Delta T_1 - \Delta T_2)} dt$$

pour l'échantillon 2,

et

$$J_{2t} = \int \frac{\Sigma\Phi \Delta T}{T_1 (-T_1 - \Delta T_1 - \Delta T_2)} dt$$

pour l'ensemble du bicouche.

#### TRAITEMENT DES BILANS INDIVIDUELS

Pour chaque échantillon placé entre capteurs de flux et de température, nous pouvons généraliser les méthodes de traitement précédentes et introduire des résistances apparentes par les relations :

$$Ra_1 = \frac{1}{J_{21}} \int \frac{\Delta T_1^2}{T_1(T_1 - \Delta T_1)} dt = \frac{I_1}{J_{21}}$$

$$Ra_2 = \frac{1}{J_{22}} \int \frac{\Delta T_2^2}{(T_1 - \Delta T_1)(T_1 - \Delta T_1 - \Delta T_2)} dt = \frac{I_2}{J_{22}}$$

$$R_a = \frac{1}{J_{2t}} \int \frac{\Delta T^2}{T_1(T_1 - \Delta T_1 - \Delta T_2)} dt = \frac{I_t}{J_{2t}}$$

Les évolutions des flux sont représentées figures IV-C-b , IV-A-b , IV-E-b et IV-G-b , pour deux types de bicouche :

- Le premier est constitué par une plaque de polystyrène sur une plaque de plexiglass ayant chacune une épaisseur de 10 mm.

- Le second est constitué par une plaque de plexiglass d'épaisseur 10 mm disposée sur une plaque de feutre d'épaisseur 5 mm.

Les matériaux utilisés sont contrastés du point de vue thermique puisque le polystyrène a une forte résistance et une faible capacité thermique, alors que le plexiglass a une forte capacité et une faible résistance thermique.

### RESULTATS OBTENUS

Les résistances apparentes  $Ra_1$  et  $Ra_2$  sont égales aux résistances thermiques des matériaux mesurés en régime permanent.

L'application des méthodes de traitement développées dans la partie précédente au cas où la température varie sur les deux surfaces externes de l'échantillon conduit à des mesures correctes de la résistance apparente. Il en résulte une extension du domaine d'application de la méthode étudiée.

#### Bicouche constitué de matériaux de même nature :

Nous avons étudié des bicouches constitués par des plaques de plexiglass d'épaisseurs différentes. Dans ces conditions, les variations de température  $\Delta T$ ,  $\Delta T_1$ ,  $\Delta T_2$  sont corrélées et nous obtenons :

$$Ra = Ra_1 + Ra_2$$

#### Bicouche quelconque

Les variations de température  $\Delta T$ ,  $\Delta T_1$ ,  $\Delta T_2$  ne sont plus corrélées. Il y a stockage dans l'une des plaques constituant le bicouche.

Lorsque l'on impose une élévation de température sur la surface externe de l'échantillon le moins capacitif (polystyrène), on a :

$$Ra > Ra_1 + Ra_2$$

Nous représentons sur les figures IV-D-d, IV-F-d les résistances apparentes  $Ra$ ,  $Ra_1$  et  $Ra_2$  pour une élévation de température sur la face externe de l'échantillon le moins capacitif des bicouches : (plexiglass de 10 mm + polystyrène de 10mm) et (plexiglass de 10 mm + feutre de 5 mm).

Par contre, on impose une élévation de température sur la face externe de l'échantillon le plus capacitif

$$Ra < Ra_1 + Ra_2$$

Nous représentons sur les figures IV-B-d et IV-H-d les résistances apparentes  $R_a$  ,  $R_{a_1}$  et  $R_{a_2}$  pour une élévation de température sur la face externe de l'échantillon le plus capacitif des bicouches cités précédemment.

La caractérisation des bicouches en régime variable fait actuellement l'objet d'études théorique et expérimentale développées au laboratoire.



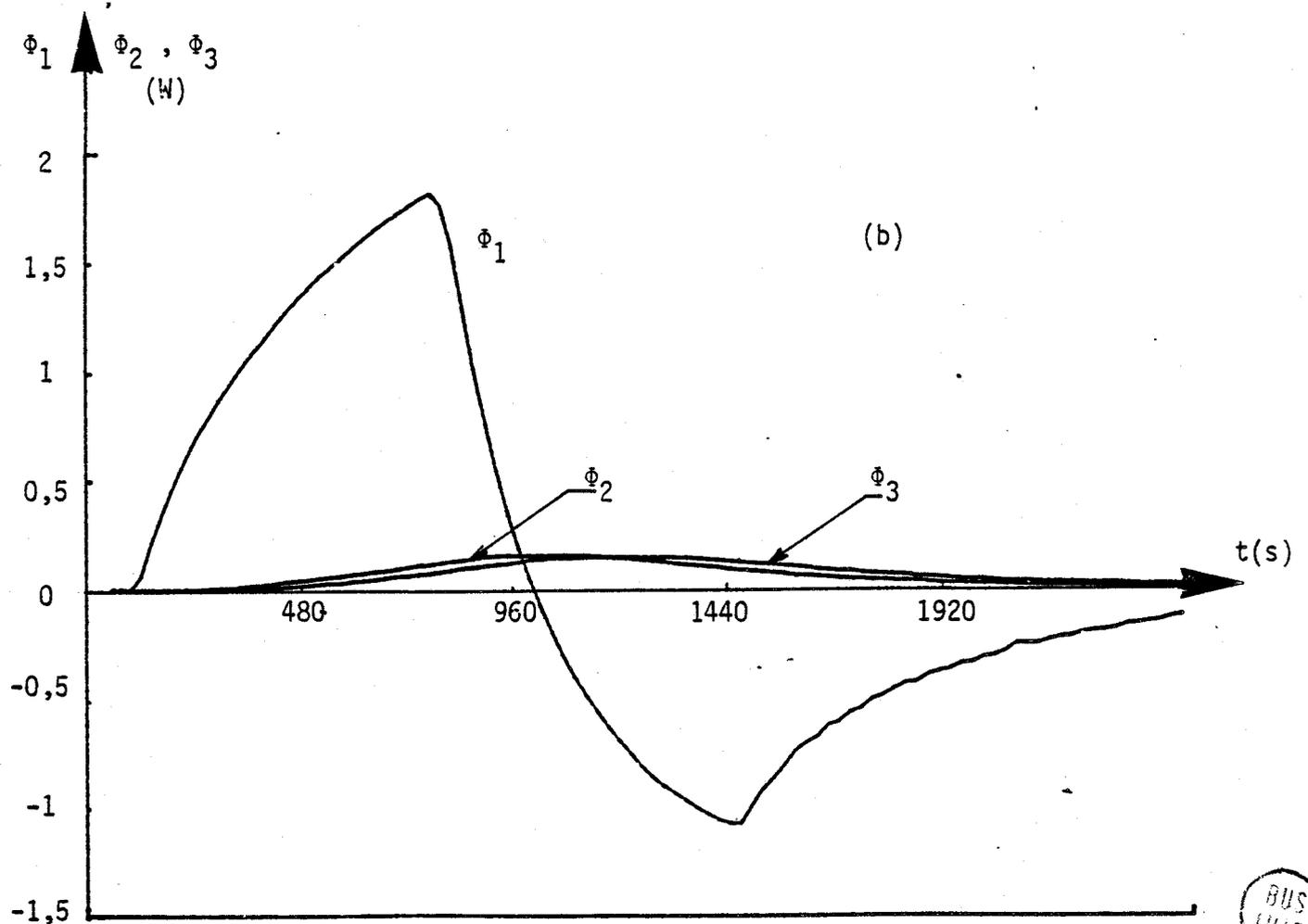
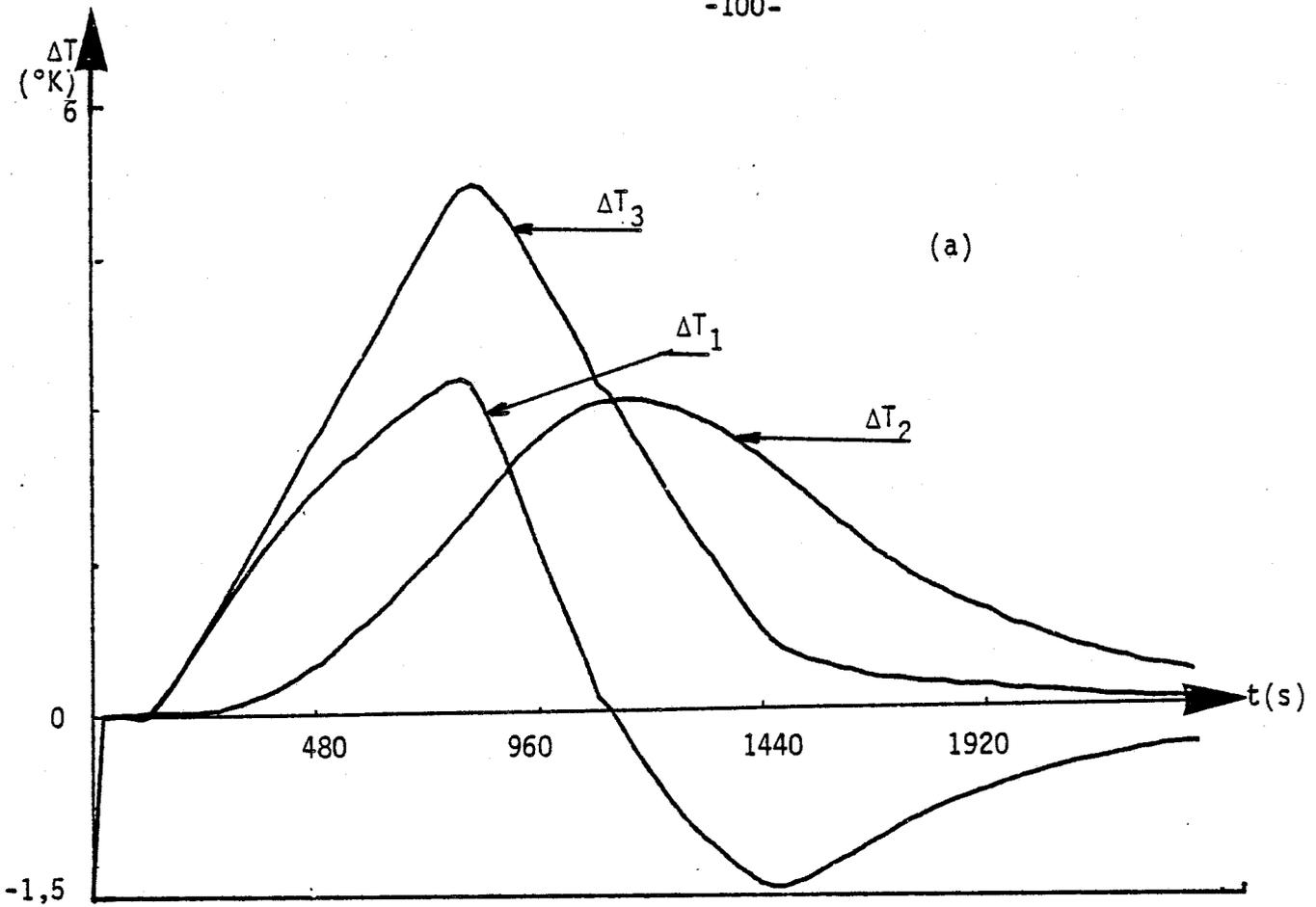


Figure IV-A : Bicouches : plexiglass de 10 mm + polystyrène de 10 mm  
Élévation en température sur la surface externe du plexiglass



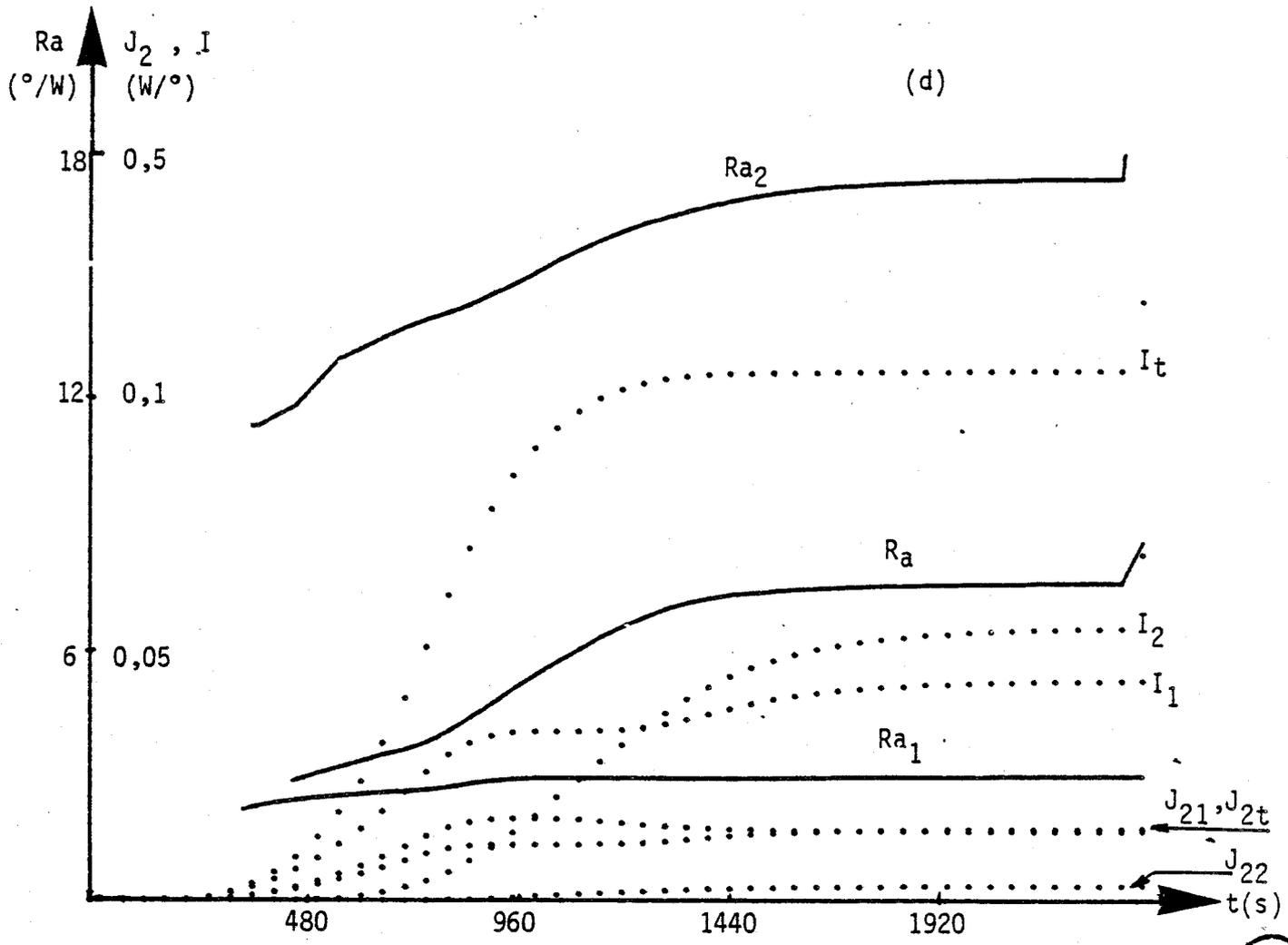
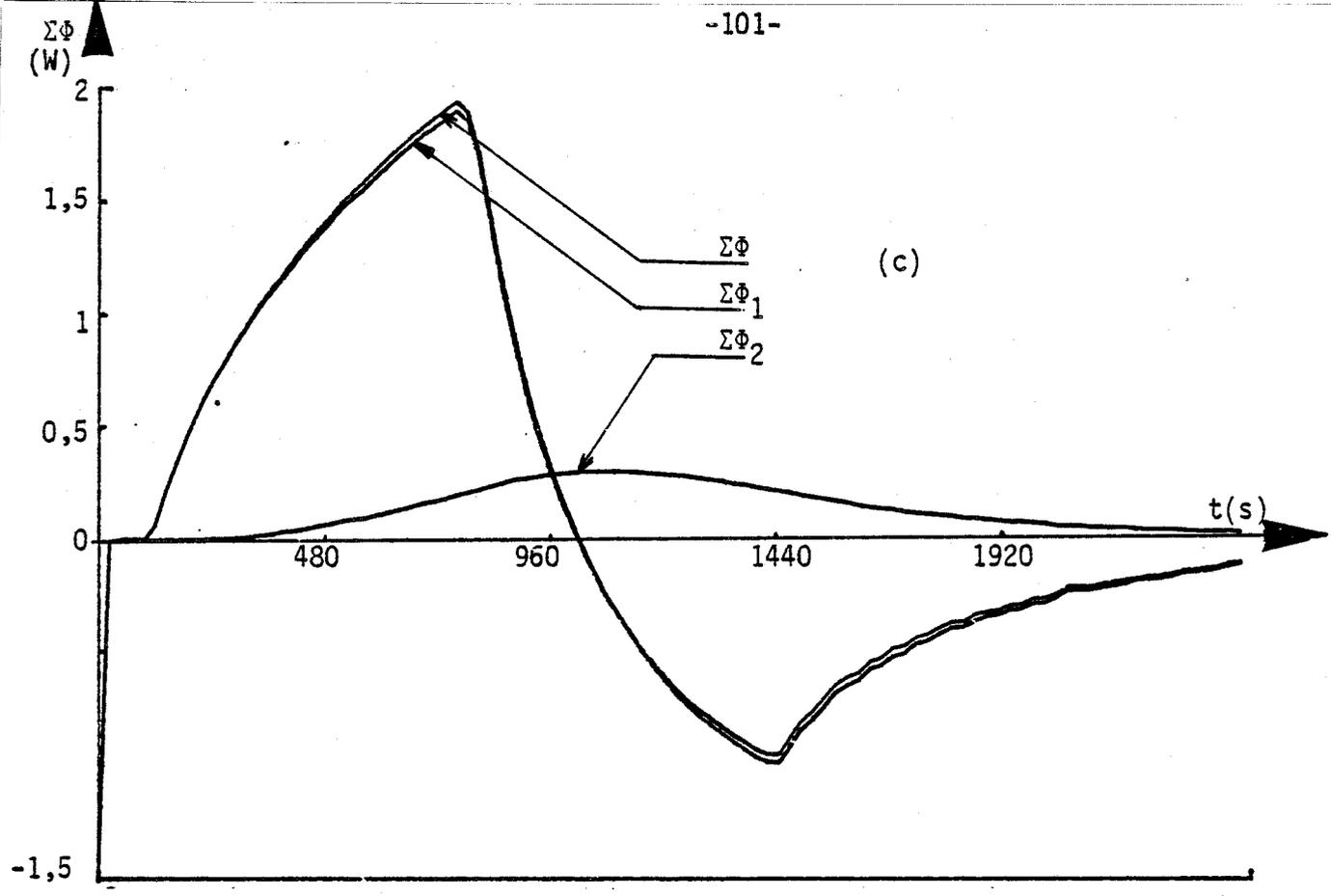


Figure IV-B : Bicouches : Plexiglass de 10 mm + polystyrène de 10 mm -  
Élévation en température sur la surface externe du plexiglass



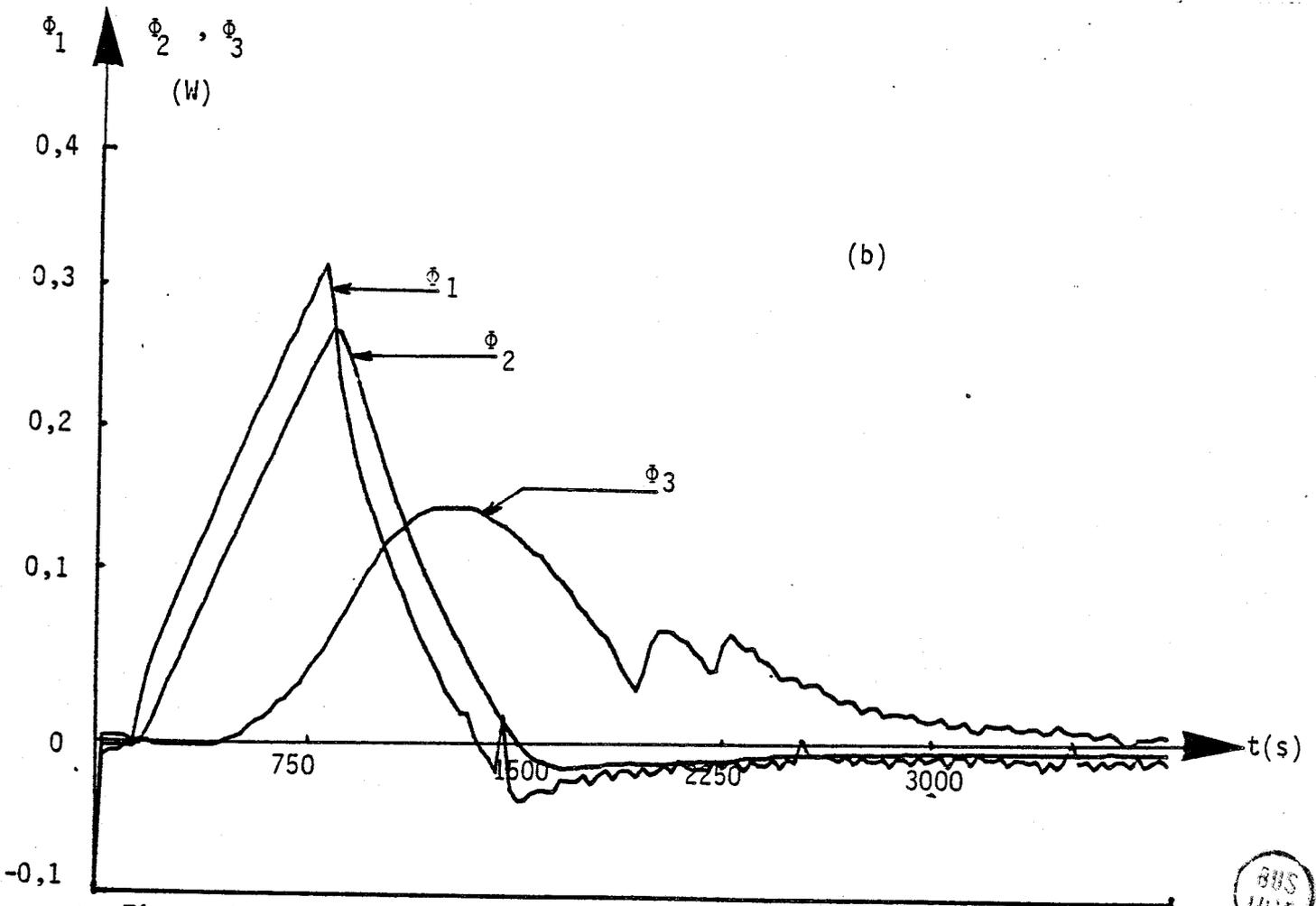
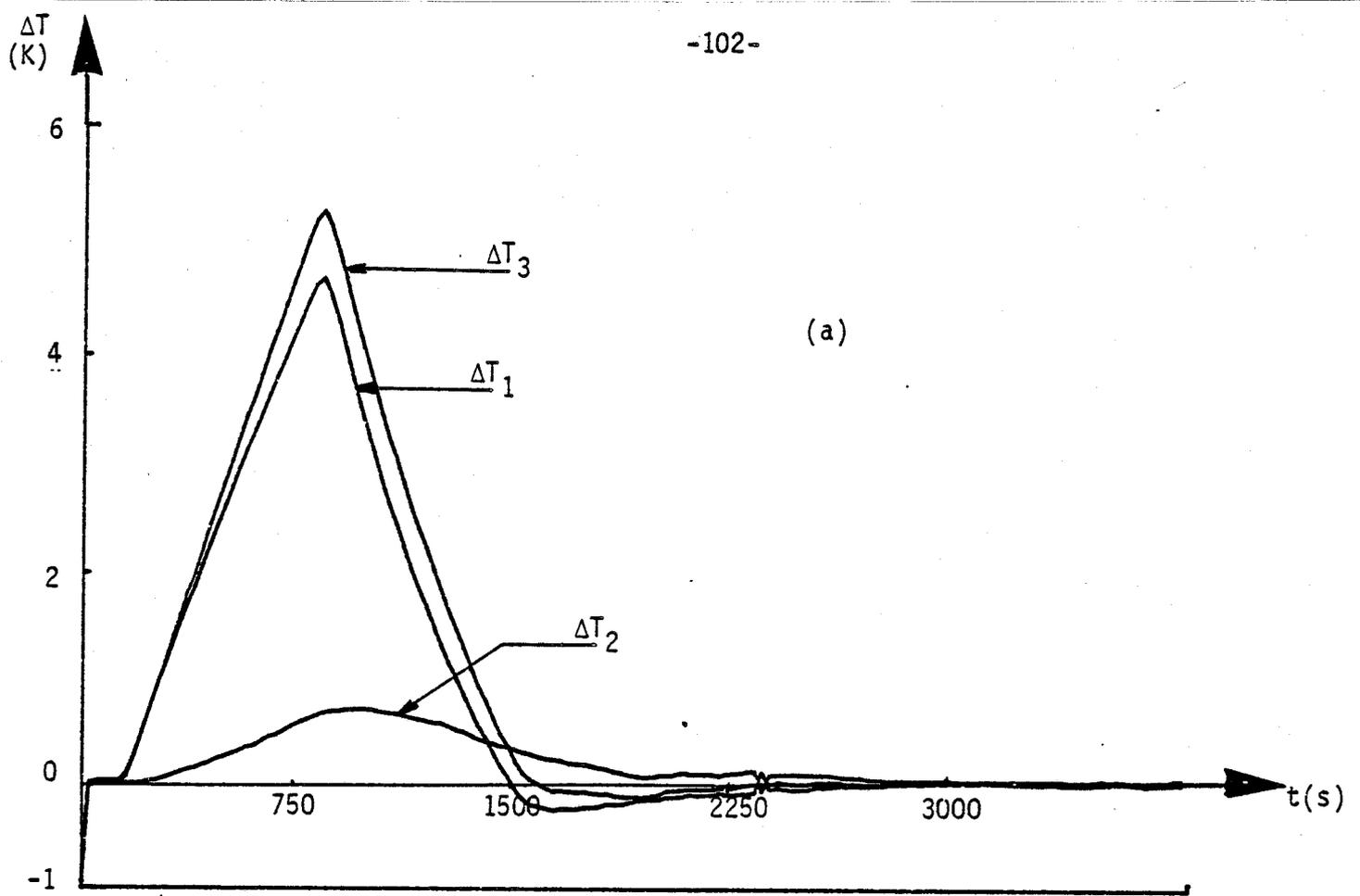


Figure IV-C : Bicouche : Polystyrène de 10 mm + plexiglass de 10 mm  
Elévation en température sur la surface externe du polystyrène  
Même légende que la figure IV-A



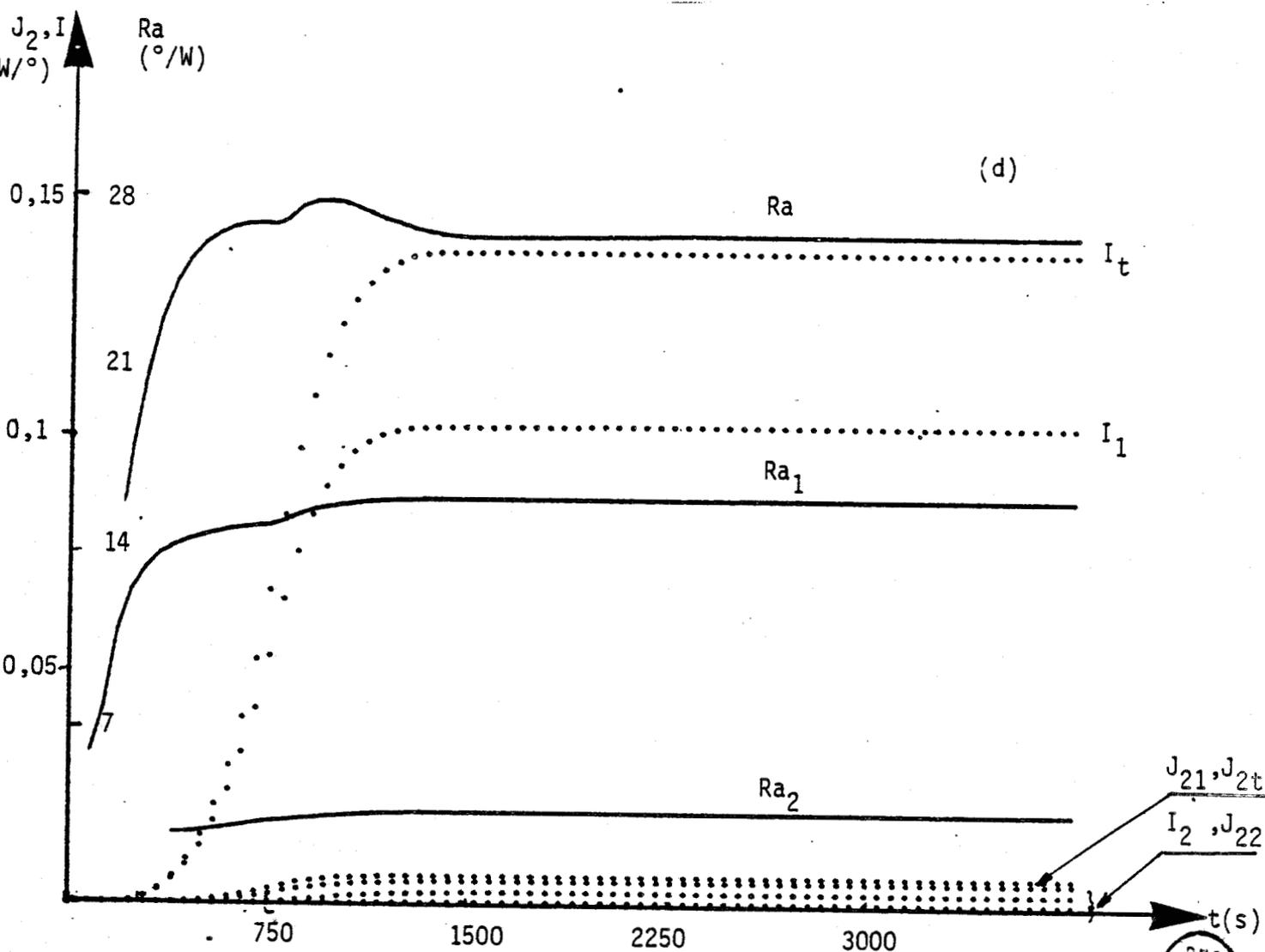
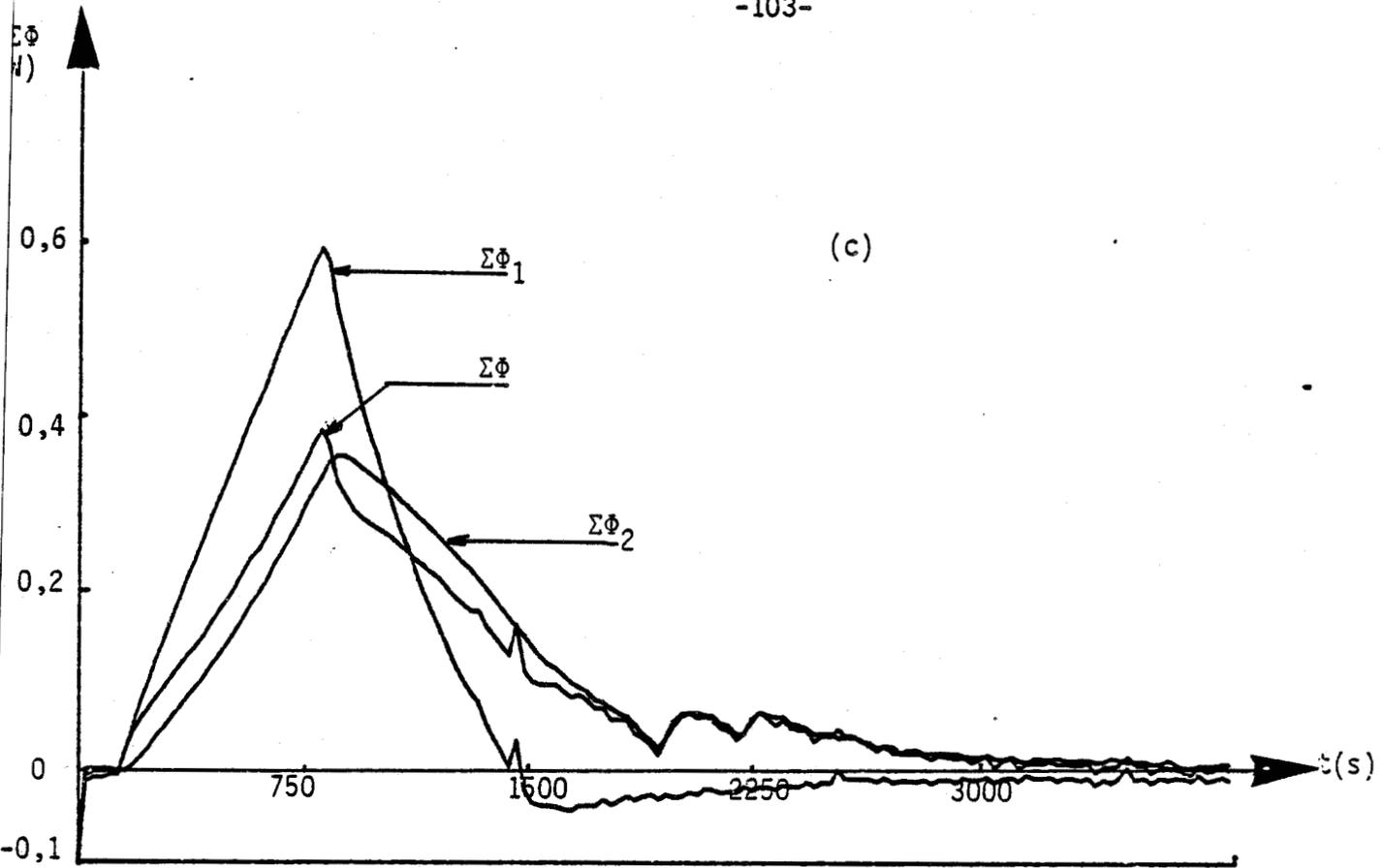


Figure IV-D : Bicouche : Polystyrène de 10 mm + Plexiglass de 10 mm  
Elévation en température sur la surface externe du polystyrène  
Même légende que la figure IV-B



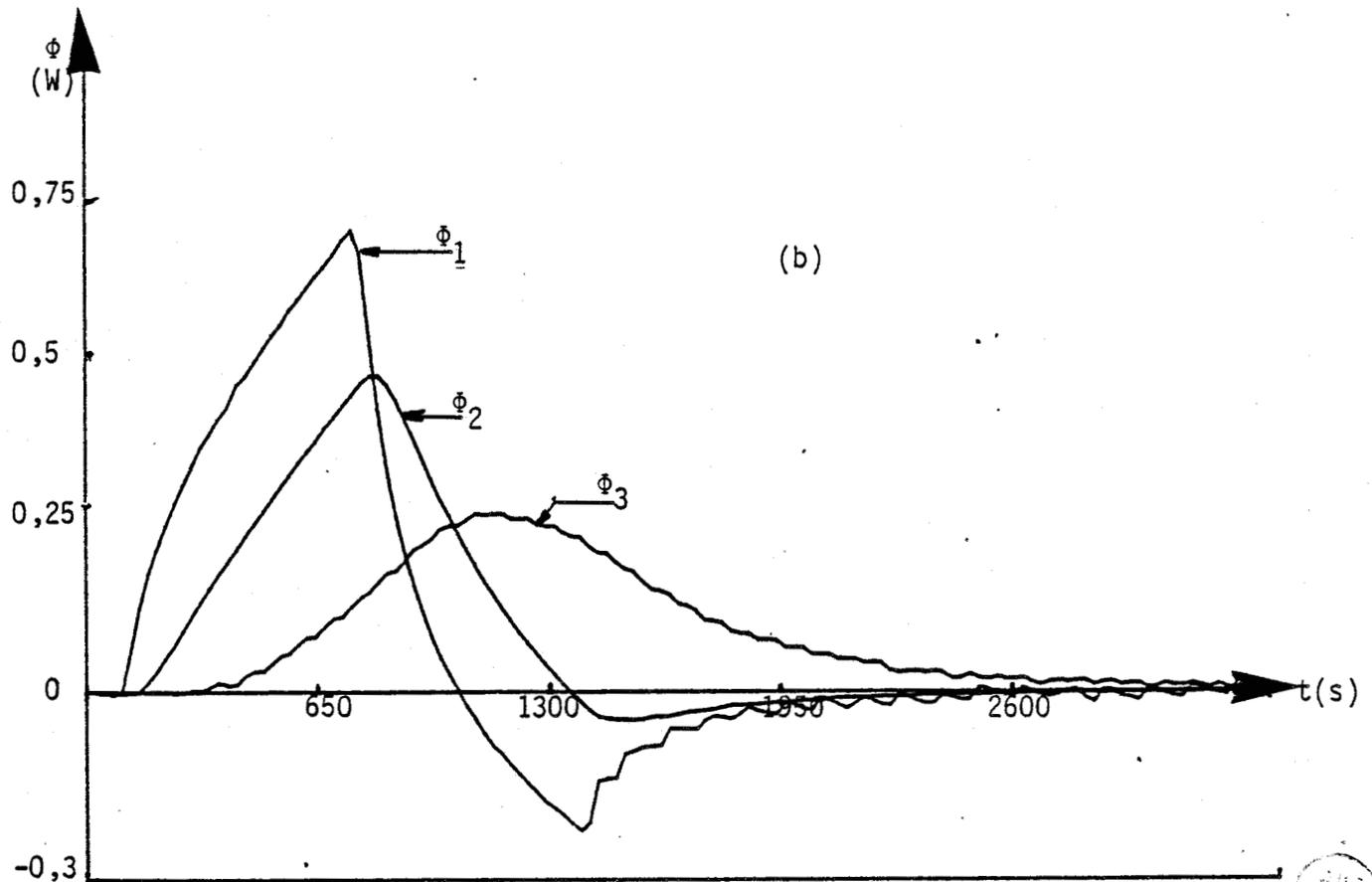
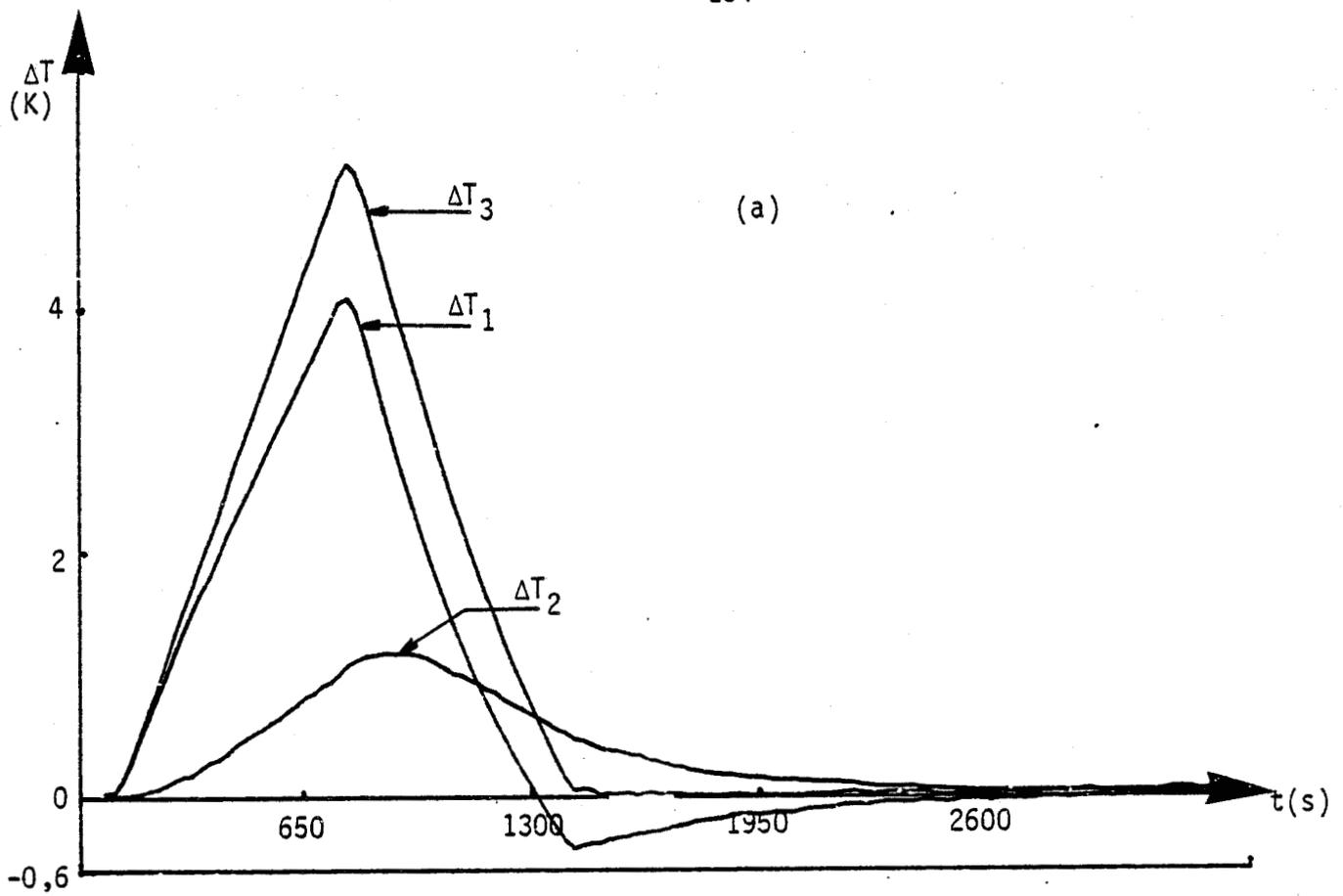


Figure IV-E : bicouche : feutre de 5 mm + plexiglass de 10 mm  
Elévation en température sur la surface externe du feutre.  
Même légende que la figure IV-A



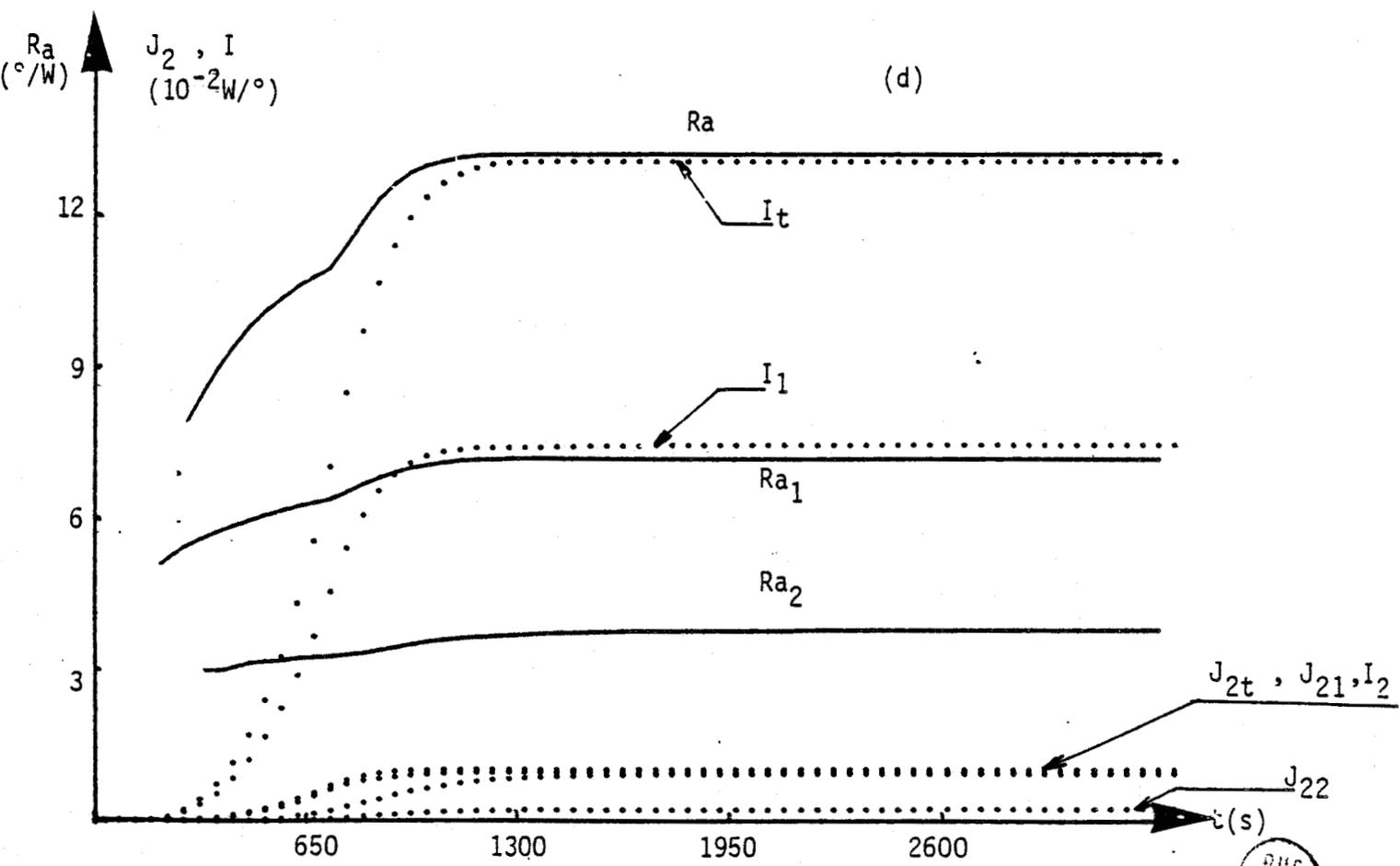
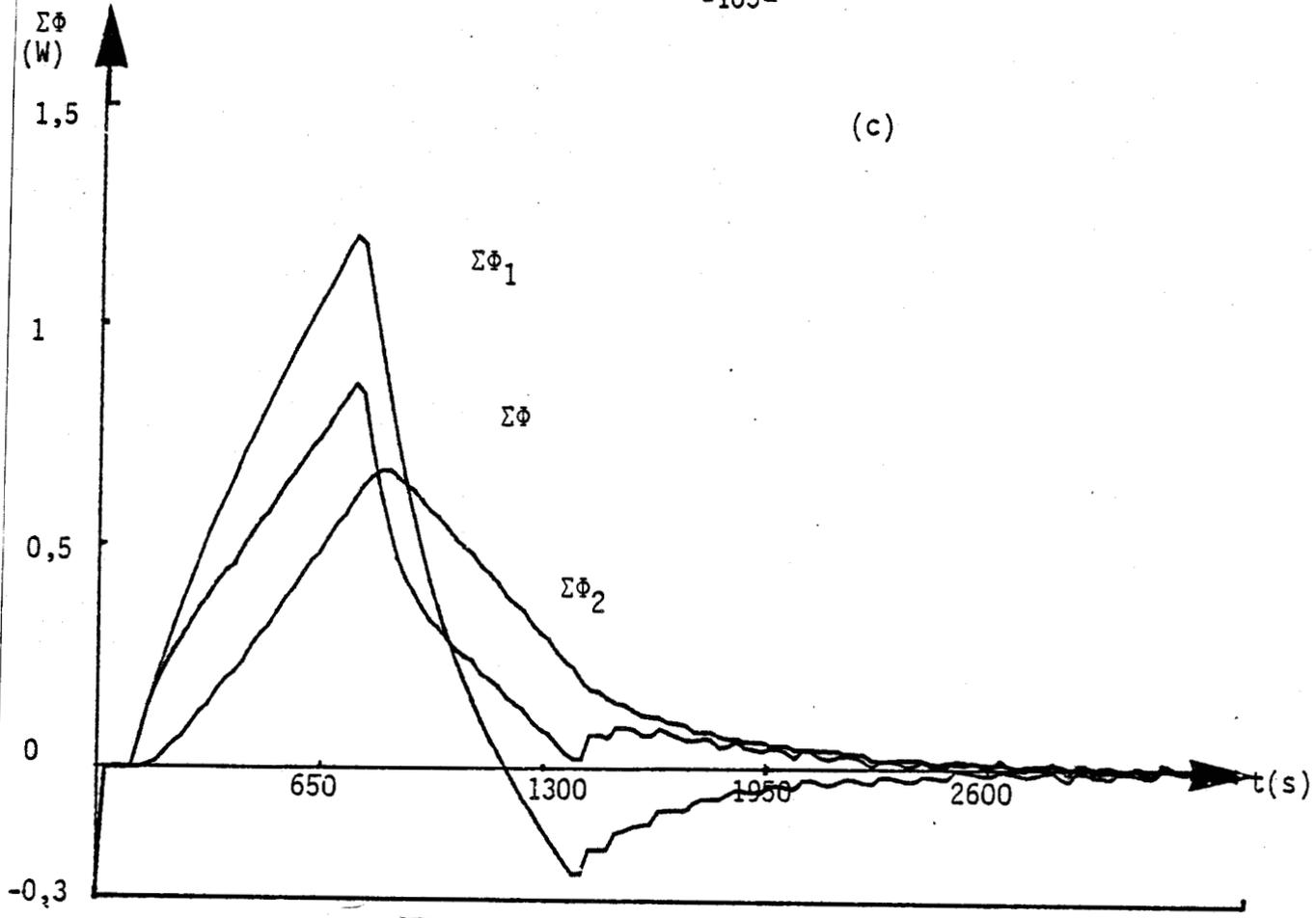


Figure IV-F : Bicouche : feutre de 5 mm + Plexiglass de 10 mm  
Elévation en température sur la surface externe du feutre  
Même légende que la figure IV-B



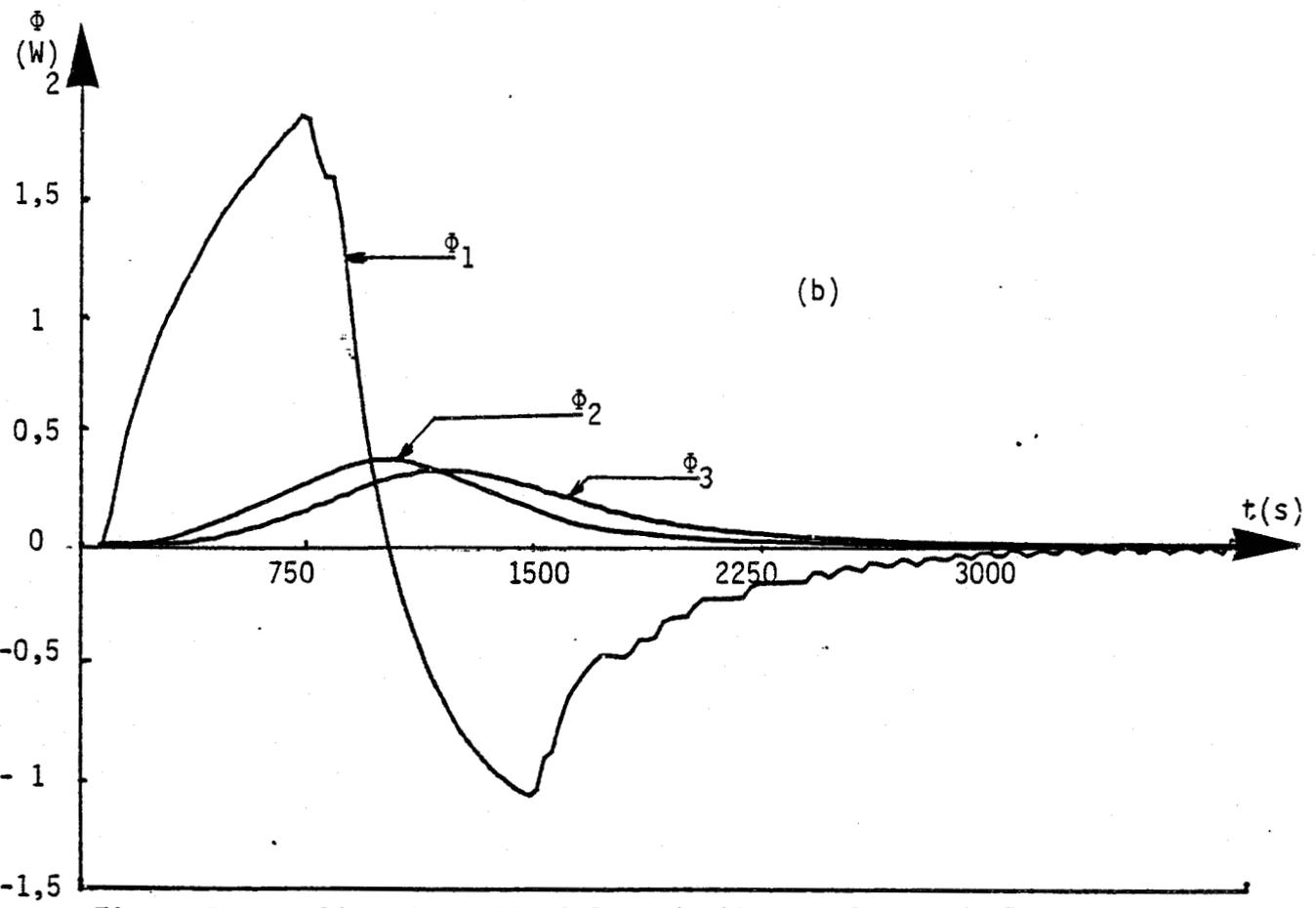
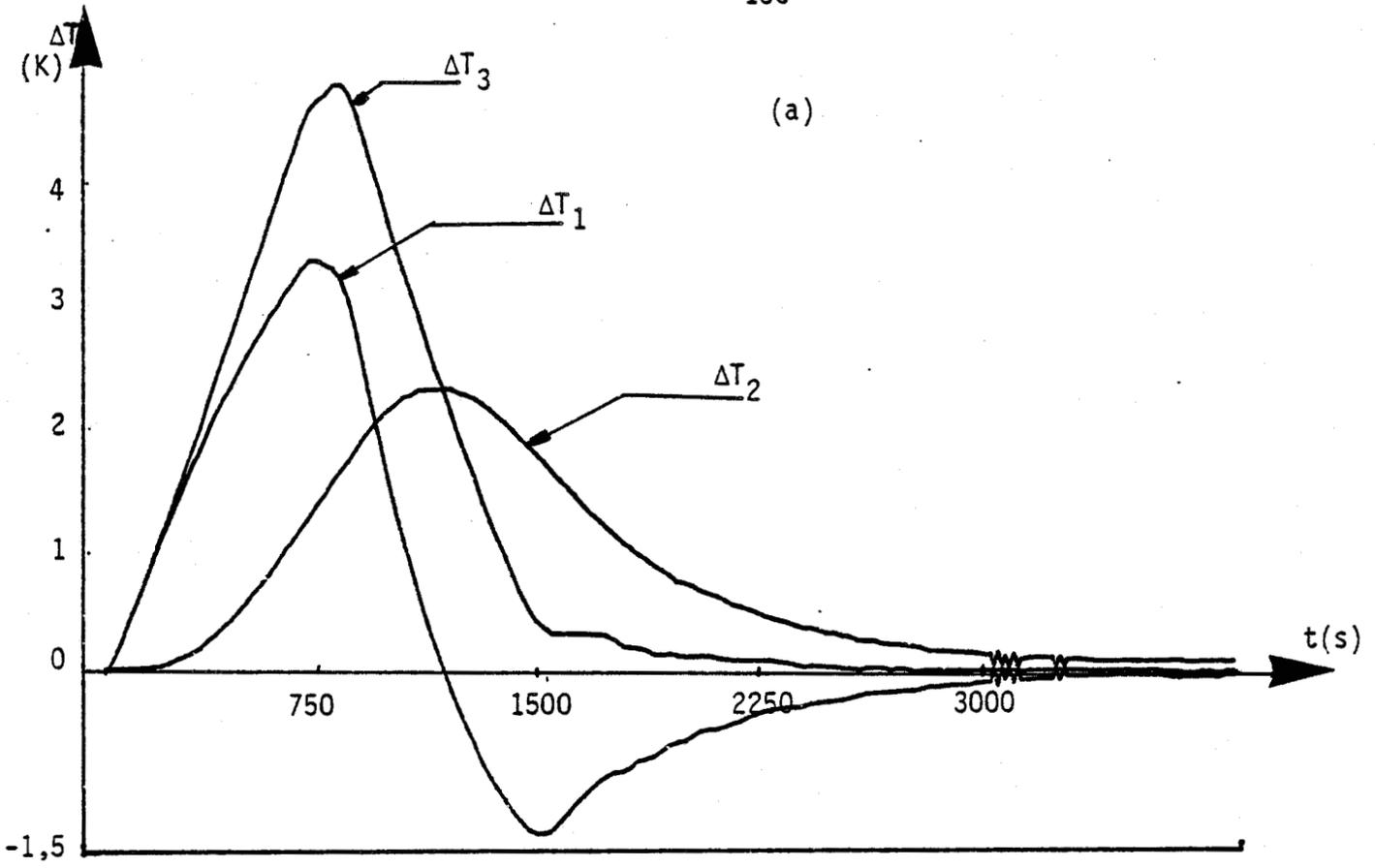


Figure IV-G : Bicouche : Plexiglass de 10 mm + feutre de 5 mm  
Élévation de température sur la surface interne du plexiglass  
Même légende que la figure IV-A



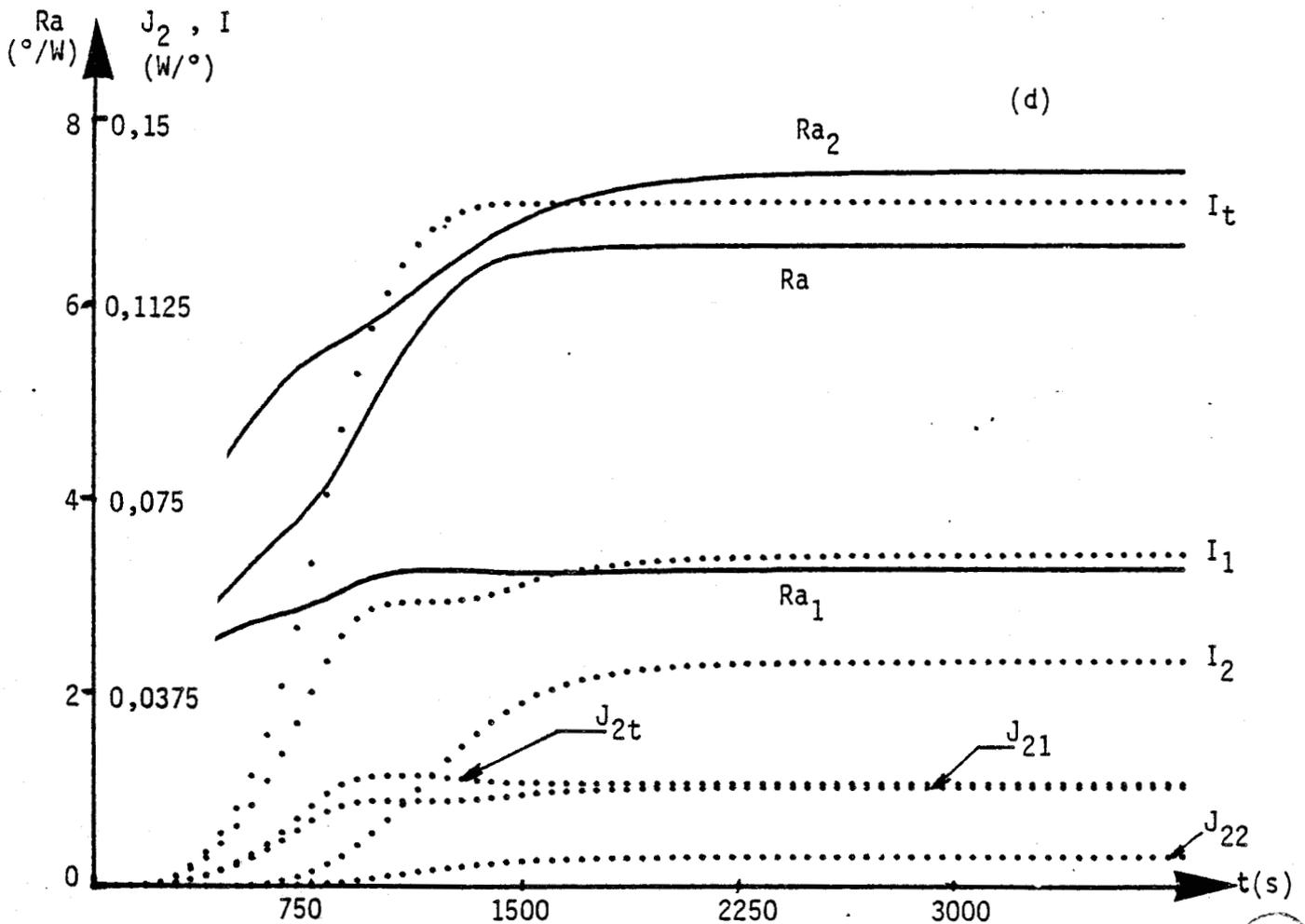
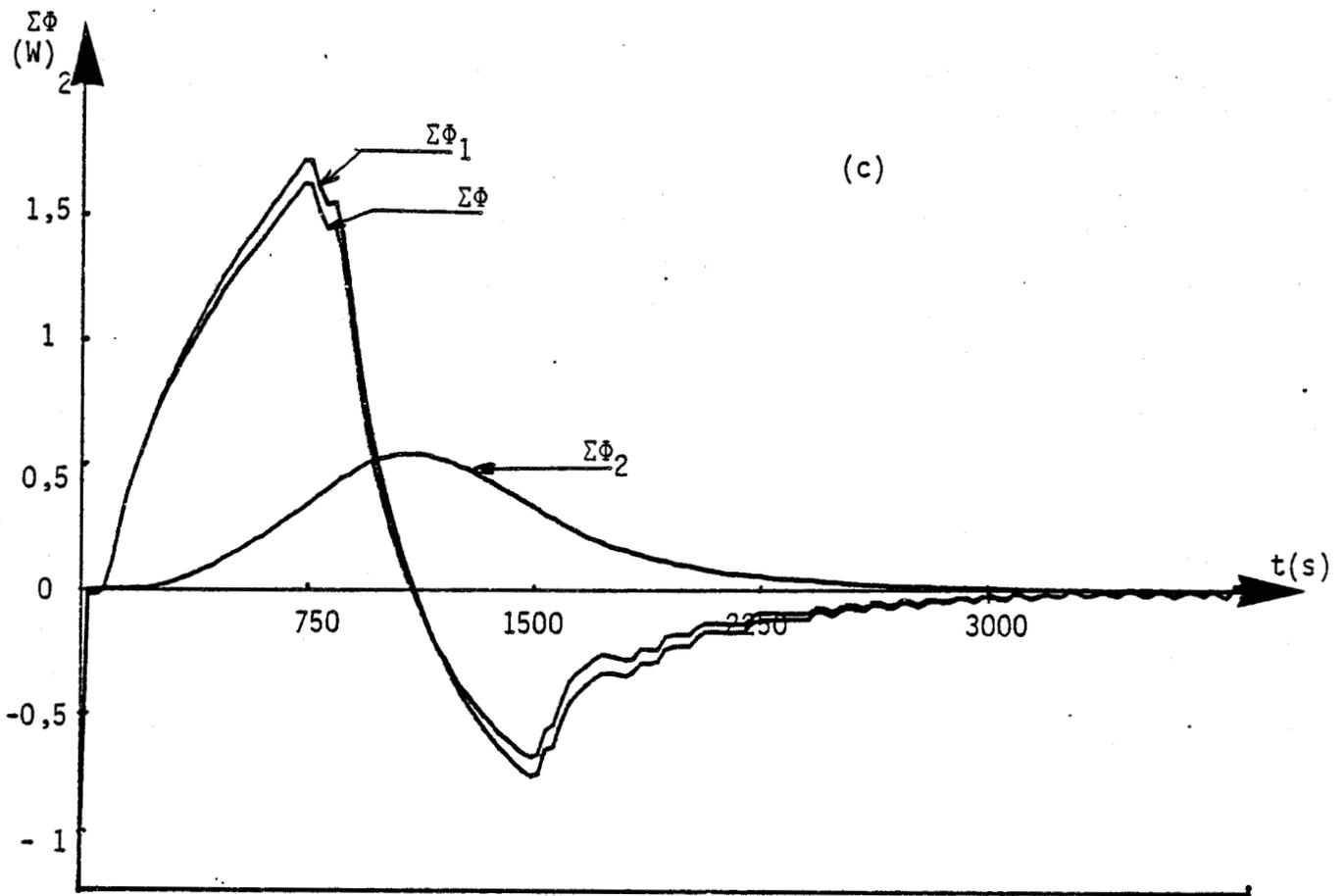
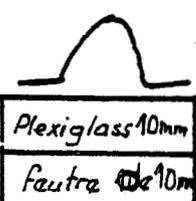
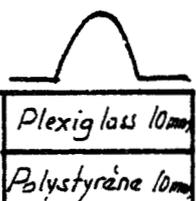
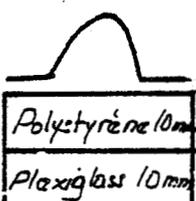
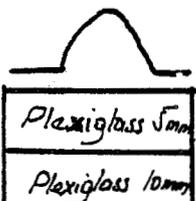


Figure IV-H : Bichouche : plexiglass de 10 mm + feutre de 5 mm  
Élévation de température sur la surface externe du Plexiglass  
Même légende que la figure IV-B



Constitution du bicouche	Côté élévation de température	$Ra_1$ %/W	$Ra_2$ %/W	$Ra$ %/W	$Ra_1+Ra_2$ %/W
	Plexiglass de 10 mm d'épaisseur	3,49	7,43	6,6	10,92
	feutre de 5 mm d'épaisseur	7,39	3,51	13,2	10,90
	plexiglass de 10mm d'épaisseur	16,8	3,47	7,68	20,27
	polystyrène de 10mm d'épaisseur	3,52	16,5	26,38	20,02
	Plexiglass de 10mm d'épaisseur	3,52	1,66	5,22	5,18
	Plexiglass de 5 mm d'épaisseur	1,68	3,49	5,19	5,17

Variations de  $Ra$  ,  $Ra_1$  ,  $Ra_2$  pour deux types de bicouches

## C O N C L U S I O N

Partant de l'expression théorique des bilans d'énergie et d'entropie, nous avons montré qu'il était possible de caractériser les échanges entre un système et le milieu extérieur par traitement des flux et température de surface. Le bilan d'énergie s'exprime uniquement en fonction des flux mesurés sur les surfaces d'échange et permet de calculer la quantité d'énergie contenue dans le système à chaque instant. Le bilan d'entropie introduit le niveau de température auquel s'effectuent les échanges d'énergie sur les surfaces externes du système. Il introduit la notation de dégradation de l'énergie par conduction thermique. La dégradation de l'énergie apparaît sous la forme d'une "création interne" d'entropie compensée par un échange d'entropie avec les sources externes provoquant le déséquilibre thermique. Dans la première partie théorique, nous avons montré l'intérêt des transformations cycliques pour calculer la quantité d'entropie dégradée par conduction thermique.

Disposant d'un formalisme général, nous avons pu simuler les "pertes par conduction thermique" dans une paroi réelle en régime variable. Dans ce cas particulier, toute l'évolution thermocinétique peut être représentée par une solution analytique obtenue par résolution de l'équation de Fourier.

Cette solution introduit naturellement deux "modes normaux" représentatifs des processus de stockage et de transfert de l'énergie à travers la paroi. Nous avons simulé les échanges d'entropie dans le processus de stockage de la chaleur en régime variable. Connaissant l'entropie stockée et l'entropie dissipée dans une transformation cyclique, nous avons introduit un "coefficient de qualité" pour un processus de stockage-déstockage de chaleur sensible. De la même façon, pour le processus de transfert de l'énergie à travers l'échantillon, nous avons distingué l'entropie des régimes permanent et transitoire. L'échange d'entropie avec le milieu extérieur permet d'entretenir les pertes par conduction thermique en régimes permanent et transitoire. Lorsque l'échange d'entropie nécessaire pour entretenir le régime permanent est important vis-à-vis de l'entropie dissipée en régime transitoire, le bilan d'entropie échangée avec le monde extérieur permet d'identifier la résistance thermique par traitement des flux et températures de surface.

Les résultats de simulation ont été vérifiés expérimentalement sur des échantillons homogènes. Le déséquilibre thermique a été provoqué en imposant des variations de températures de surface à l'aide d'échangeurs appliqués contre les parois externes de l'échantillon. Ce dispositif expérimental a permis d'étudier

successivement le stockage-déstockage de chaleur sensible et le "transfert pur" sans variation de température moyenne. Les évolutions observées expérimentalement sont conformes aux résultats de simulation. Cette étude expérimentale montre la possibilité de mesurer les pertes par conduction thermique en régime variable et montre en particulier que la résistance effective de la paroi n'est pas égale à la résistance thermique mesurée en régime permanent.

L'accord entre résultats théoriques et expérimentaux montre l'intérêt du bilan d'entropie pour identifier les pertes par conduction thermique en régime variable. Le formalisme est général et ne dépend pas du détail de la configuration expérimentale. Des expériences actuellement réalisées au laboratoire en disposant les fluxmètres sur des parois réelles ont permis d'identifier les pertes par conduction thermique en régime variable.

Les développements potentiels de la méthode présentée sont très importants, notamment pour calculer les pertes par conduction thermique dans les "parois multicouches". Les premières expériences réalisées ont permis de montrer que la résistance apparente en régime variable dépend de l'ordre dans lequel sont empilées les plaques constituant le multicouche.

## ANNEXE 1

### COMMUNICATION - ÉTUDE ET CARACTÉRISATION D'UN NOUVEAU FLUXMÈTRE CALORIFIQUE

PAR MM. P. THERY, A. FARZA, G. RAVALITERA, DE L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE (C.R.E.S.M.A.T.)

#### STUDY AND CHARACTERIZATION OF A NEW HEAT FLUXMETER

SUMMARY : The thermoelectric properties of thin conductive sheets covered with an electrolytic deposit have been gathered to realise a new heat fluxmeter. A very sensitive captor has been made integrating 1200 elementary cells on a roughly one square decimeter surface. Theoretical results about thermic exchange dynamic in a three layers superposed system allowed us to show that the electric information supplied, was representating of the instant value of the thermic flux in permanent and unsteady conditions.

RESUME : Les propriétés thermoélectriques des couches conductrices minces recouvertes d'un dépôt électrolytique ont été mises en oeuvre pour réaliser un nouveau fluxmètre calorifique. Un capteur très sensible a été réalisé en intégrant 1200 cellules élémentaires sur une surface voisine de un décimètre carré. Les résultats théoriques concernant la dynamique des échanges thermiques dans un milieu symétrique à trois couches superposées ont permis de montrer que l'information électrique obtenue était représentative de la valeur instantanée du flux calorifique en régimes permanent et transitoire.

#### INTRODUCTION

Les couches conductrices recouvertes d'un dépôt électrolytique ont des propriétés particulières dues à l'existence de courants induits circulant à travers la surface séparant les conducteurs superposés. Ces courants, localement proportionnels à la valeur du gradient thermique tangentiel, induisent dans chacun des conducteurs des chutes ohmiques proportionnelles à la moyenne spatiale du gradient thermique. Ces informations ont été exploitées pour apporter une solution nouvelle au problème de la mesure des flux calorifiques. Le fluxmètre réalisé est essentiellement constitué par une feuille de constantan cuivré traversée par le flux calorifique à mesurer. La trajectoire de la chaleur est légèrement déviée de façon à créer une différence de température dans le plan de la métallisation. La tension électrique induite dans le dispositif par effet thermoélectrique est proportionnelle au flux calorifique qui lui a donné naissance. L'étude de la dynamique des échanges calorifiques dans le capteur a permis de montrer que l'information électrique obtenue était représentative de la valeur du flux calorifique aussi bien en régimes permanent et transitoire.

RESULTATS THEORIQUES

Calcul des courants induits par effet thermoélectrique dans un système à deux couches conductrices superposées

Les équations phénoménologiques permettant de représenter le couplage thermoélectrique dans un conducteur homogène sont bien connues(2). Elles peuvent être écrites sous la forme :

$$j = \sigma E - \alpha \sigma \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1-1) \quad , \quad \phi = \alpha T j - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1-2)$$

$j$  et  $\phi$  étant les densités de flux électrique et calorifique,  $\sigma$  et  $\lambda$  les conductivités électrique et thermique,  $\alpha$  le coefficient thermoélectrique et  $T$  la température absolue,  $E$  le champ électrique. La première équation permet de déterminer les densités de courants électriques dans chacun des conducteurs 1 et 2 (représentés figure 1) soumis au gradient thermique  $\partial T/\partial x$ .

$$j_1 = \sigma_1 E_1 - \alpha_1 \sigma_1 \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2-1) \quad , \quad j_2 = \sigma_2 E_2 - \alpha_2 \sigma_2 \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2-2)$$

L'épaisseur des conducteurs 1 et 2 étant faible vis-à-vis de leurs dimensions latérales, les variations de température dans le sens de l'épaisseur peuvent être négligées et l'étude peut être limitée au couplage thermoélectrique tangentiel dans la direction  $ox$ . Pour un système de largeur unité, les courants induits dans chacun des conducteurs sont :  $I_1 = e_1 j_1$  ,  $I_2 = e_2 j_2$

$$\text{soit : } I_1 = \sigma_1 e_1 E_1 - \alpha_1 \sigma_1 e_1 \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3-1)$$

$$I_2 = \sigma_2 e_2 E_2 - \alpha_2 \sigma_2 e_2 \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3-2)$$

Ces équations définissant le comportement électrique du système peuvent être résolues lorsque l'on a précisé les conditions limites de type électrique. En circuit ouvert, la somme des courants induits est nulle en chaque point du système :

$$I_1(x) + I_2(x) = 0 \quad (4)$$

D'autre part, sur la surface de séparation des conducteurs, il y a conservation de la composante tangentielle du champ électrique :

$$E_1(x) = E_2(x) = E(x) \quad (5)$$

Les champs électromoteurs d'origine thermoélectrique  $\alpha_1 \partial T/\partial x$  et  $\alpha_2 \partial T/\partial x$  ayant des valeurs différentes, la conservation de la composante tangentielle du champ électrique ne peut être réalisée que si les courants  $I_1$  et  $I_2$  ont des valeurs différentes de zéro. L'exploitation des conditions limites (4) et (5) permet de calculer les valeurs du champ électrique et des courants  $I_1$  et  $I_2$  en chaque point du système :

$$E = \frac{(\alpha_1 \sigma_1 e_1 + \alpha_2 \sigma_2 e_2)}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (6)$$

$$I_1 = - I_2 = \frac{(\alpha_2 - \alpha_1) \sigma_1 \sigma_2 e_1 e_2}{(\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2)} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (7)$$

Le couplage thermoélectrique est matérialisé par une distribution de courants électriques localisés aux endroits où le gradient thermique tangentiel a une valeur non nulle. Ces courants induits par l'inégalité des champs thermoélectriques dans les milieux conducteurs se referment à travers la surface de séparation (figure 7). Les valeurs de  $I_1$  et  $I_2$  sont telles que les chutes ohmiques provoquées par le passage de ces courants compensent localement le déséquilibre dû à l'inégalité des champs thermoélectriques. Il est en effet facile de vérifier que :

$$E = \frac{\alpha_1 \sigma_1 e_1 + \alpha_2 \sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} = \alpha_1 \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{I_1}{\sigma_1 e_1} = \alpha_2 \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{I_2}{\sigma_2 e_2} \quad (8)$$

Tensions induites dans chacun des conducteurs

La circulation des courants induits provoque des chutes ohmiques dans chacune des couches conductrices. Pour mesurer la tension apparaissant dans chaque couche, nous utilisons des circuits de mesures constitués par des conducteurs de types 1 et 2 de façon à éliminer les forces électromotrices classiques d'origine thermoélectrique (figure 2). Dans la partie commune aux deux conducteurs, le champ électrique interne est défini par la relation (8). Les tensions apparaissant dans les conducteurs 1 et 2 sont définies par les relations intégrales :

$$V_1 = \int_{c_1} \alpha_1 \frac{\partial T}{\partial x} dx + \int_{c_1} \frac{I_1}{\sigma_1 e_1} dx \quad (9-1)$$

$$V_2 = \int_{c_2} \alpha_2 \frac{\partial T}{\partial x} dx + \int_{c_2} \frac{I_2}{\sigma_2 e_2} dx \quad (9-2)$$

Les premiers termes des membres de droite s'annulent sur un circuit fermé. Les tensions observables  $V_1$  et  $V_2$  sont uniquement dues à la circulation des courants  $I_1$  et  $I_2$  (figure 2).

$$V_1 = \int_{c_1} I_1 \frac{dx}{\sigma_1 e_1} = \int_{c_1} I_1 dR_1 = \int_0^l \frac{(\alpha_2 - \alpha_1) \sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx$$

$$V_2 = \int_{c_2} \frac{I_2}{\sigma_2 e_2} dx = \int_{c_2} I_2 dR_2 = \int_0^l \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) \sigma_1 e_1}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx$$

La sommation est effectuée entre 0 et  $l$  puisque les courants induits sont localisés dans cette région de l'espace. Les expressions définissant les tensions  $V_1$  et  $V_2$  peuvent être simplifiées en introduisant la moyenne spatiale  $(\overline{\partial T / \partial x})$  du gradient thermique tangentiel dans la région  $0 < x < l$ .

$$V_1 = R_1 \overline{I_1} = \frac{(\alpha_2 - \alpha_1) \sigma_2 e_2 l}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \left( \overline{\frac{\partial T}{\partial x}} \right) \quad (10-1)$$

$$V_2 = R_2 \overline{I_2} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) \sigma_1 e_1 \ell}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (10-2)$$

$V_1$  et  $V_2$  sont des mesures de la moyenne spatiale du gradient thermique tangentiel dans les conducteurs 1 et 2, ou de la valeur instantanée du flux calorifique traversant le système suivant la direction  $ox$ .

### VERIFICATION EXPERIMENTALE

Les dispositifs étudiés ont été réalisés en déposant par voie électrolytique une couche de cuivre d'épaisseur voisine de 1 micron sur une feuille de constantan d'épaisseur voisine de vingt cinq microns.

Les tensions électriques  $V_1$  et  $V_2$  apparaissant dans chaque conducteur ont été mesurées en connectant un microvoltmètre dans des circuits constitués par des fils de cuivre et de constantan de façon à éliminer les forces électromotrices classiques d'origine thermoélectriques. Dans ces conditions, nous avons réalisé des expériences montrant que les tensions  $V_1$  et  $V_2$  sont proportionnelles à la moyenne spatiale du gradient thermique.

Lorsque la surface du système est soumise à une distribution symétrique de température réalisée en plaçant le système entre les échangeurs thermiques représentés figure 3

$$T(x) = T(-x) \quad \frac{\partial T(x)}{\partial x} = - \frac{\partial T(-x)}{\partial x}$$

nous avons observé  $V_1 = V_2 = 0$

Ces résultats sont conformes à la théorie puisque  $\left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0$

Lorsque la distribution de température imposée est antisymétrique caractérisée par une valeur constante du gradient thermique (figure 3) défini par la relation :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_1 - T_2}{\ell} \quad - \frac{\ell}{2} < x < + \frac{\ell}{2}$$

Les tensions  $V_1$  et  $V_2$  sont liées par la relation :

$$V_1 - V_2 = (\alpha_2 - \alpha_1) (T_1 - T_2)$$

Ce résultat facilement interprété par les relations (10) montre que les tensions  $V_1$  et  $V_2$  sont proportionnelles à la moyenne spatiale du gradient thermique.

### APPLICATION A LA MESURE DES FLUX THERMIQUES

#### Définition d'un fluxmètre

Un fluxmètre thermique est un capteur destiné à fournir une information électrique proportionnelle au flux calorifique traversant le dispositif. En régime permanent, le fluxmètre est caractérisé par son coefficient de transfert  $K$ , sa sensibilité, sa résistance thermique  $R$ . La connaissance de la capacité thermique permet de prévoir les per-

formances en régime transitoire.

La méthode classique de mesure instantanée d'un flux calorifique consiste à interposer sur le trajet du flux une résistance thermique et à mesurer la différence de température induite par le passage du flux entre les extrémités de la résistance. Dans les dispositifs calorimétriques classiques, le système de mesure est constitué par une pile thermoélectrique qui sert également de résistance thermique<sup>(4)</sup>.

La mise en oeuvre de cette méthode pour réaliser un fluxmètre calorifique pose des problèmes de principe importants. Les fils thermoélectriques doivent en effet être maintenus dans une matrice thermiquement isolante et ne transportent plus la totalité du flux calorifique. L'information électrique fournie par les fils thermoélectriques n'est proportionnelle au flux traversant le dispositif que si les soudures sont rendues isothermes par application d'un plan métallique sur les surfaces externes du capteur. De tels capteurs ont été réalisés<sup>(5)(6)(7)</sup> et ont permis de mesurer les transferts thermiques en régime transitoire. La méthode de fabrication est artisanale et ne se prête pas à la réalisation industrielle de capteurs de grandes dimensions.

#### Les fluxmètres réalisés - Calcul du coefficient de transfert

Les résultats obtenus précédemment nous amènent à proposer une solution nouvelle au problème de la mesure des flux calorifiques. Pour mesurer la valeur d'un flux calorifique, il suffit de perturber légèrement le trajet de la chaleur de façon à la faire passer dans un dépôt électrolytique.

#### Principe de fonctionnement de la cellule fluxmétrique élémentaire

La cellule est constituée par deux feuilles de constantan cuivré en contact thermique sur la plus grande partie de leurs surfaces en regard (figure 4). Cette dissymétrie de construction permet de canaliser le flux calorifique dans le contact thermique et d'induire une différence de température  $\theta_1 - \theta'_1$  proportionnelle au flux calorifique à mesurer dans la feuille de constantan cuivré. Dans ces conditions, la tension apparaissant dans la cellule fluxmétrique est déterminée par la valeur instantanée des températures  $\theta_1, \theta_2, \theta'_1, \theta'_2$  définies figure 4. La tension électrique  $V$  apparaissant dans la feuille de constantan supérieure est déterminée par la relation (10-1).

$$V_{\text{sup}} = \frac{(\alpha_2 - \alpha_1) \sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} [\theta_1 - \theta'_1] = \alpha [\theta_1 - \theta'_1]$$

$\theta_1 - \theta_2$  moyenne spatiale de la différence de température induite par le flux calorifique.

La tension apparaissant dans la cellule fluxmétrique est déterminée par la relation :

$$V = \alpha [(\theta_1 - \theta'_1) + (\theta'_2 - \theta_2)] = \alpha [(\theta_1 - \theta_2) - (\theta'_1 - \theta'_2)] \quad (11)$$

Cette relation permet de calculer le coefficient de transfert de la cellule fluxmétrique défini par la relation  $V = K\Phi$ . En régime permanent, la cellule fluxmétrique peut être décomposée en deux dérivationes séparées par la ligne  $A_1 B_1$ , connectées en parallèle entre les plans isothermes  $AA'$  et  $BB'$  (figure 4). Chaque dérivation peut être assimilée à un ensemble symétrique à trois couches superposées et les différences de température  $\Theta_1 - \Theta_2$  et  $\Theta'_1 - \Theta'_2$  sont liées à la différence de température  $T_1 - T_2$  imposée aux bornes de la cellule par les relations :

$$\Theta_1 - \Theta_2 = (T_1 - T_2) \frac{e/\lambda_1}{[e/\lambda_1 + \varepsilon/\lambda']} , \quad \Theta'_1 - \Theta'_2 = (T_1 - T_2) \frac{e/\lambda_2}{[e/\lambda_2 + \varepsilon/\lambda']}$$

$\lambda_1$  et  $e$  étant la conductivité et l'épaisseur du contact thermique,  $\lambda_2$  la conductivité thermique de la région où il n'y a pas contact thermique.

$\lambda'$  et  $\varepsilon$  étant la conductivité et l'épaisseur du milieu isolant supportant la couche de constantan cuivré. En pratique  $\lambda_1 \gg \lambda'$  et  $\lambda_2$  ; la tension  $V$  est définie par la relation :

$$V = \frac{\alpha e \left[ \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right] [T_1 - T_2]}{[e/\lambda_2 + \varepsilon/\lambda']} \quad (12)$$

La cellule fluxmétrique est réalisée de façon telle que le contact thermique canalise la presque totalité du flux calorifique. Il en résulte entre le flux calorifique à mesurer  $\Phi$  et la différence de température  $T_2 - T_1$ , la relation :

$$T_1 - T_2 = \left[ \frac{2\varepsilon}{\lambda'} + \frac{2e}{\lambda_1} \right] \frac{\Phi}{S} = \frac{2\varepsilon}{\lambda' S} \Phi$$

d'où la valeur du coefficient de transfert

$$K = \frac{2\alpha e \varepsilon}{\lambda' S} \frac{(1/\lambda_1 - 1/\lambda_2)}{(e/\lambda_2 + \varepsilon/\lambda')} \quad (13)$$

#### RÉPONSE INDICIELLE DE LA CELLULE FLUXMÉTRIQUE

La tension de sortie induite par une variation temporelle quelconque du flux calorifique est parfaitement déterminée lorsque l'on connaît la réponse indicielle du fluxmètre. La réponse indicielle est l'expression analytique représentant la tension de sortie induite par une variation brusque de la différence des températures superficielles  $\Delta T = T_1 - T_2$  représentable par une fonction mathématique du type échelon. En pratique, la réponse indicielle du fluxmètre est assimilée à celle d'un circuit du premier ordre (définie par un seul paramètre) et le capteur est caractérisé par un temps de réponse représentant la durée du passage d'un état d'équilibre thermique à un état de conduction stationnaire caractérisé par une valeur uniforme du gradient thermique. La cellule fluxmétrique réalisée est telle que la presque totalité de la chaleur est canalisée par le contact thermique qui est également la dérivation de plus grande inertie. Dans ces conditions,

la réponse du fluxmètre en régime variable est déterminée par la réponse indicielle du milieu symétrique à trois couches superposées représenté figure 5 (contact thermique et couches isolantes supportant les feuilles de constantan cuivré). La réponse indicielle représente l'évolution thermocinétique provoquée en imposant les conditions limites suivantes :

$$T'_1(L, t) = T_1 \quad T'_2(-L, t) = T_2 \quad t > 0$$

$$T'_1(x, 0) = T'_2(x, 0) = T'_0(x, 0) = T_0 \quad t < 0$$

$T'_1$ ,  $T'_2$ ,  $T'_0$  étant les températures des milieux représentés figure 2. La méthode classique de détermination de la réponse propre compte tenu des conditions limites consiste à introduire les variables complexes  $z = \sqrt{p/a}$ ,  $z' = \sqrt{p/a'}$  ( $a$  et  $a'$  étant les diffusivités des milieux) et à déterminer les transformées de Laplace  $T''_1(x, z')$ ,  $T''_2(x, z')$ ,  $T''_0(x, z)$  par les méthodes de calcul opérationnel. L'expression générale de la solution est complexe<sup>(3)</sup>. Elle se simplifie en introduisant les composantes symétrique et antisymétrique du champ de températures par les relations :

$$\Sigma T'(x, t) = \frac{T'_1(x, t) + T'_2(x, t)}{2} \quad \Delta T'(x, t) = \frac{T'_1(x, t) - T'_2(x, t)}{2}$$

Ce changement de fonctions inconnues conduit à représenter les conditions limites par les relations :

$$\Sigma T = \frac{T_1 + T_2 - 2 T_0}{2} \quad \Delta T = \frac{T_1 - T_2}{2}$$

L'évolution des flux calorifiques est également représentée par les deux composantes :

$$\Sigma \Phi(x, t) = \frac{\Phi_1(x, t) + \Phi_2(x, t)}{2} \quad \Delta \Phi(x, t) = \frac{\Phi_1(x, t) - \Phi_2(x, t)}{2}$$

$\Sigma \Phi(x, t)$  représente le flux calorifique global traversant la portion de milieu comprise entre les plans de côtés  $+x$  et  $-x$ .  $\Delta \Phi(x, t)$  représente la quantité de chaleur stockée dans cette région de l'espace.

La résolution de l'équation de Fourier a permis de montrer que les composantes  $\Sigma \Phi(x, t)$  et  $\Delta \Phi(x, t)$  représentant la réponse propre du système sont découplées. Les transformées de Laplace  $\Sigma \Phi'$  et  $\Delta \Phi'$  s'expriment par les relations :

$$\Sigma \Phi'(x, z') = \Delta T z' S \frac{[\bar{N}_2 \exp z'(e-x) + N_2 \exp -z'(e-x)]}{2p D_2(p) \operatorname{ch} z' \epsilon} \quad (14)$$

$$\Delta \Phi'(x, z') = \Sigma T z' S \frac{[\bar{N}_1 \exp z'(e-x) + N_1 \exp -z'(e-x)]}{2p D_1(p) \operatorname{ch} z' \epsilon} \quad (15)$$

Expressions dans lesquelles :

$$N_1 = 1 + \frac{z' \lambda'}{z \lambda} \operatorname{coth} z \epsilon \quad N'_1 = 1 - \frac{z' \lambda'}{z \lambda} \operatorname{coth} z \epsilon$$

$$N_2 = 1 + \frac{z' \lambda'}{z \lambda} \operatorname{th} z \epsilon \quad N'_2 = 1 - \frac{z' \lambda'}{z \lambda} \operatorname{th} z \epsilon$$

$$D_1 = \text{th } z' \varepsilon + \frac{z' \lambda'}{z \lambda} \coth z e, \quad D_2 = \text{th } z' \varepsilon + \frac{z' \lambda'}{z \lambda} \text{th } z e$$

Les échanges calorifiques entre le contact thermique et le milieu extérieur sont définis par ces relations dans lesquelles on impose  $x = e$  :

$$\Sigma \Phi(e, z') = \Delta T \frac{z' S}{p D_2(p) \text{ch } z' \varepsilon} \quad (16)$$

$$\Delta \Phi(e, z') = \Sigma T \frac{z' S}{p D_1(p) \text{ch } z' \varepsilon} \quad (17)$$

La composante symétrique  $\Sigma \Phi$  est couplée à la seule différence de température  $\Delta T$ . Elle est indépendante de l'état initial du système.  $\Sigma \Phi$  et  $\Delta T$  sont des grandeurs thermiques conjuguées. L'ensemble de ces deux quantités caractérise totalement le passage de la chaleur dans le fluxmètre et définit le mode antisymétrique. Ces relations montrent que le flux calorifique traversant le fluxmètre en régime variable est proportionnel à la seule différence de température appliquée entre les surfaces externes du capteur. De la même façon, la composante  $\Delta \Phi$  est couplée uniquement à la composante  $\Sigma T$ . L'ensemble  $[\Delta \Phi, \Sigma T]$  définit un mode symétrique qui dépend des conditions initiales.

La connaissance des flux calorifiques permet de déterminer la composante antisymétrique du champ de température par application de la loi de Fourier.

$$\Delta T(e, p) = \Theta_1 - \Theta_2 = \frac{\Delta T z' \lambda' \text{th } z e}{z \lambda p \text{ch } z' \varepsilon D_2(p)} \quad (18)$$

Le contact thermique ayant une valeur très faible, il est possible de faire l'approximation  $\text{th } z e \sim z e$ . Dans ces conditions, la différence de température  $\Theta_1 - \Theta_2$  est proportionnelle à la valeur instantanée du flux calorifique traversant le contact thermique.

$$\Theta_1 - \Theta_2 = - \frac{\lambda' e}{\lambda e} \Sigma \Phi(e, z') \quad (19)$$

Par inversion de la transformée de Laplace, on détermine l'évolution temporelle de la différence de température aux bornes du contact thermique.

$$\Theta_1 - \Theta_2 = \frac{(T_1 - T_2)e/\lambda_1}{[e/\lambda + \varepsilon/\lambda']} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(T_1 - T_2) \sqrt{a/m_j} \sin \sqrt{m_j/a'} \varepsilon}{\varepsilon + \frac{\lambda' e}{\lambda} \frac{\cos^2 \sqrt{m_j/a'} \varepsilon}{\cos^2 \sqrt{m_j/a} e}} \exp - m_j t \quad (20)$$

Les coefficients  $m_j$  étant les racines de l'équation :

$$\text{tg} \sqrt{\frac{m_j}{a'}} \varepsilon + \frac{\lambda'}{\lambda} \sqrt{\frac{a}{a'}} \text{tg} \sqrt{\frac{m_j}{a}} e = 0 \quad (21)$$

La première racine  $m_1$  de cette équation définit la constante de temps fondamentale de la dérivation de plus grande inertie qui est également celle du capteur. Pour les temps de l'ordre de grandeur de  $1/m_1$  le fluxmètre se comporte comme un circuit du premier ordre et la réponse

indicielle peut être représentée par l'expression :

$$u(t) = \frac{\alpha e(1/\lambda_1 - 1/\lambda_2)}{(e/\lambda_2 + \epsilon/\lambda')} (T_1 - T_2) [1 - \exp - m_1 t] \quad (22)$$

La connaissance de la réponse indicielle permet de déterminer la réponse en régime variable par un produit de convolution :

$$v(t) = \left[ \frac{d}{dt} (T_1 - T_2) \right] \otimes u(t) \quad (23)$$

Cette relation permet de calculer la tension de sortie lorsque l'on connaît la différence de températures appliquée entre les surfaces externes du capteur.

### LES FLUXMETRES REALISES

Un fluxmètre calorifique est un capteur du type ampèremètre utilisé dans les mesures électriques. Il doit, comme l'ampèremètre avoir un coefficient de transfert élevé, une faible résistance interne et une faible constante de temps. La réalisation d'un tel dispositif doit être conçue de façon à optimiser ces performances. La cellule dont le fonctionnement a été étudié dans la partie théorique de notre travail a le grand avantage d'être réalisable de façon industrielle. Le mode d'assemblage des cellules élémentaires est représenté figure 6. Les connexions sont réalisées de façon à additionner les forces électromotrices induites dans chaque cellule situées sur les faces supérieure et inférieure du capteur. Les cellules fluxmétriques sont disposées sur un fil de constantan d'épaisseur 25 microns sur support kapton d'épaisseur égale 50 microns. Les cellules fluxmétriques élémentaires de 2 mm<sup>2</sup> de surface ont été réalisées par dépôt électrolytique. Le contact thermique canalisant le flux calorifique à mesurer est une résine thermodurcissable photosensible d'épaisseur égale à 25 microns. Un fluxmètre sensible a été réalisé en intégrant 1200 cellules élémentaires sur une surface de un décimètre carré. Le circuit constantan, d'épaisseur 25 microns, disposé sur un support kapton d'épaisseur 50 microns a été gravé suivant les techniques classiques de traitement des circuits imprimés. Les cellules fluxmétriques cuivrées par électrolyse ont une surface de 2 mm<sup>2</sup>. Le contact thermique est une résine thermodurcissable d'épaisseur 25 microns. La faible épaisseur du capteur réalisé, voisine de 0,3 mm, est à l'origine de caractéristiques particulièrement intéressantes : faible résistance interne et faible constante de temps. Ces caractéristiques rendent les performances du capteur particulièrement intéressantes en régime variable.

## CARACTERISATION DES FLUXMETRES

### Le dispositif expérimental

La figure 1 représente un fluxmètre soumis au champ de températures imposées par deux plaques échangeuses réglées aux températures  $T_1$  et  $T_2$  à  $0,1^\circ$  près par une circulation d'eau en provenance de deux thermostats. Le mouvement de la plaque supérieure entraînée par un vérin électropneumatique est contrôlé de façon à imposer des variations rapides de températures sur la surface supérieure du fluxmètre initialement à la température de l'échangeur inférieur. Des thermocouples en contact thermique avec les plaques échangeuses fournissent à chaque instant la valeur des températures superficielles imposées sur les surfaces externes du fluxmètre. Les informations électriques en provenance des thermocouples et des fluxmètres sont échantillonnées et mesurées séquentiellement par un multiplexeur et un voltmètre numérique programmable. Ces données sont mises en mémoire dans un mini-calculateur du type Tektronix 4051 avant traitement.

### Mesure du coefficient de transfert

Pour mesurer la valeur du coefficient de transfert  $K$  défini par la relation  $V = K\Phi$ , nous utilisons simultanément deux fluxmètres à étalonner de coefficients  $K_1$  et  $K_2$  et réalisons les mesures suivantes. Dans une première expérience, figure 9, les fluxmètres sont soumis au même flux calorifique. Le rapport des tensions observées pour chaque valeur du flux est égal au rapport des coefficients de transfert. Dans une deuxième expérience, une puissance  $P$  parfaitement connue est dissipée entre les fluxmètres. L'observation des tensions induites conduit à une seconde relation entre  $K_1$  et  $K_2$  et permet la détermination de  $K_1$  et  $K_2$  (compte tenu de la valeur de  $K_1/K_2$ ). Pour les fluxmètres réalisés, nous avons mesuré :  $K_1 \approx K_2 \approx 2\text{mV/W}$  soit  $32\text{mV/W/m}^2$  avec une précision de 2 % dans la gamme de température  $15^\circ\text{C}$ - $40^\circ\text{C}$  pour des flux compris entre 0 et 40 W.

### Mesure de la capacité thermique des fluxmètres

Les fluxmètres placés entre deux plaques échangeuses sont portés de la température d'équilibre initiale  $T_1$  à la température d'équilibre finale  $T_2$ . Le flux calorifique total  $\Delta\Phi(t)$  traversant les fluxmètres permet de calculer l'énergie accumulée entre les plans  $A_1, A_1'$  et  $A_2, A_2'$ . Ces évolutions permettent de calculer la capacité thermique du capteur connaissant les températures  $T_1$  et  $T_2$ . Les valeurs mesurées, égales à 40 joules/ $^\circ$ , sont compatibles avec les valeurs calculées théoriquement en calculant la capacité thermique du volume contenu entre les plans  $A_1, A_1'$  et  $A_2, A_2'$ .

### Mesure de la constante de temps

La mesure directe de la résistance thermique fluxmètre est difficile à réaliser compte tenu de la faible épaisseur du capteur et de l'importance des résistances de contact sur le résultat de la mesure. Pour caractériser entièrement le dispositif, nous avons remplacé la mesure de la résistance thermique par la mesure de la constante de temps.

Le fluxmètre est soumis à une variation brusque de la température superficielle réalisée en appliquant un échangeur thermique sur sa partie supérieure. La variation de température appliquée n'est pas rigoureusement assimilable à un échelon et le signal de sortie du capteur est défini par le produit de convolution :

$$v(t) = \left( \frac{d}{dT} \Delta T \right) \otimes u(t)$$

La déconvolution de cette relation permet de déterminer  $u(t)$  et la constante de temps  $\tau$  lorsque l'on connaît simultanément  $v(t)$  et  $\Delta T(t)$ . La valeur de la constante de temps a été ajustée de façon à ce que l'écart entre la réponse du système réel et celle du modèle soit minimal au sens des moindres carrés. La valeur mesurée 3 s est compatible avec la valeur théorique obtenue par résolution de l'équation (23).

### CONCLUSION

La mise en oeuvre des couches conductrices minces recouvertes d'un dépôt électrolytique a permis de réaliser un nouveau fluxmètre calorifique. La technique de fabrication est plus simple que les méthodes classiques qui nécessitent l'assemblage d'un grand nombre de thermocouples. L'utilisation des techniques les plus simples de l'électronique a été suffisante pour réaliser des capteurs très sensibles. Le perfectionnement des techniques utilisées permet d'envisager à court terme la réalisation de fluxmètres scrutables permettant de visualiser en temps réel l'état des échanges calorifiques à travers des surfaces de grande étendue.

Les applications potentielles du capteur réalisé sont nombreuses. En métrologie, les mesures fluxmétriques sont particulièrement intéressantes puisque le traitement de ces informations permet la caractérisation rapide des matériaux par analyse des évolutions thermocinétiques. L'introduction de ces capteurs dans le domaine du contrôle et de la régulation est envisageable puisque la mesure d'un flux calorifique permet de prévoir une variation de température, d'où la réalisation de nouvelles chaînes de contrôle. Citons enfin les applications dans le domaine de la mesure de l'énergie solaire puisqu'un fluxmètre calorifique permet la mesure du rayonnement global.

### BIBLIOGRAPHIE

- (1) THERY, PAUQUET J. - "Propriétés thermoélectriques des systèmes à deux couches conductrices superposées. Application aux mesures de flux calorifiques" - Journal of Physics (à paraître)
- (2) LANDAU, LIFSCHITS - "Electrodynamique des milieux continus" - Tome VIII - Editions Mir 1969 - p. 143-149
- (3) WATTIAU F. - Thèse de 3<sup>e</sup> cycle - "Contribution à l'étude théorique et expérimentale des échanges thermiques en régime transitoire dans les matériaux de construction" - Université des Sciences et Techniques de Lille 1 - Décembre 1978
- (4) CALVET, PRAT - "Microcalorimétrie" - Editions Masson - 1956

- (5) MARECHAL - "Utilisation des fluxmètres thermiques" - I.I.F.  
Juin 1957
- (6) DUL'NEV , KUZ'MIN, PHILIPENKO,-TIKHONOV - "Particularités de la mesure de flux thermiques transitoires à l'aide de capteurs de chaleur réalisant la méthode de la paroi auxiliaire" - Inzhener, fig. Zh bielorus SSSR, 32, n° 5, p. 772-778 (1977)
- (7) DEVISME, MARECHAL - "Contribution aux mesures dans le bâtiment" - Annales de l'I.T.B.T.P. , n° 165 , p. 54-70 - 1979

#### REMERCIEMENTS

Nous remercions Monsieur MARECHAL, Chef de la Division Thermique du Centre Expérimental du Bâtiment et des Travaux Publics, qui nous a incité à développer de nouveaux fluxmètres calorifiques et avec qui nous avons des discussions très fructueuses sur les méthodes de caractérisation des fluxmètres.

Nous remercions Monsieur CORNET, Responsable du Service de Technologie de l'I.U.T. de Béthune qui a mis au point une méthode de fabrication industrielle des fluxmètres.

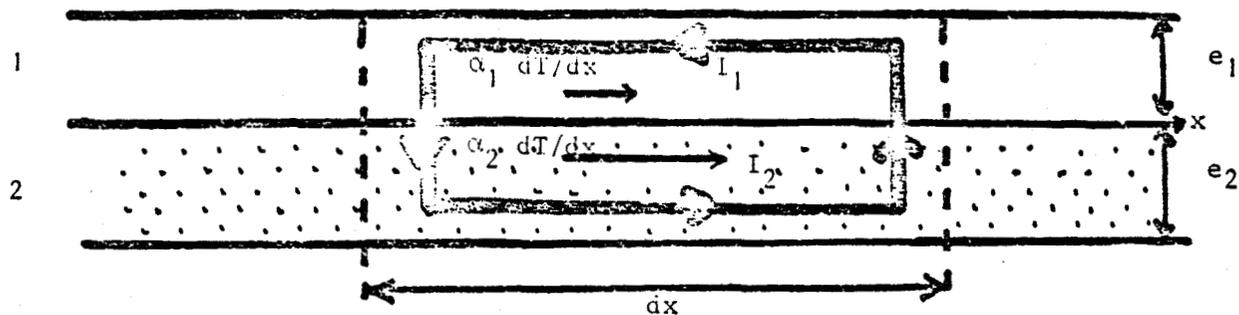


Figure 1 : Courants induits par un gradient thermique tangentiel orienté suivant OX

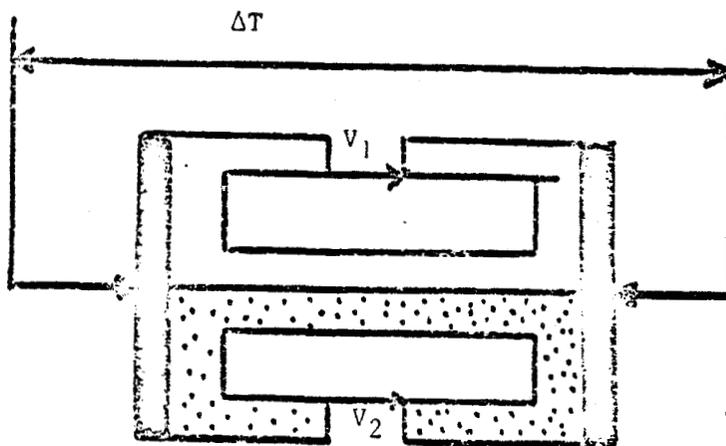


Figure 2 : Tensions  $V_1$  et  $V_2$  induites dans chacun des conducteurs superposés.

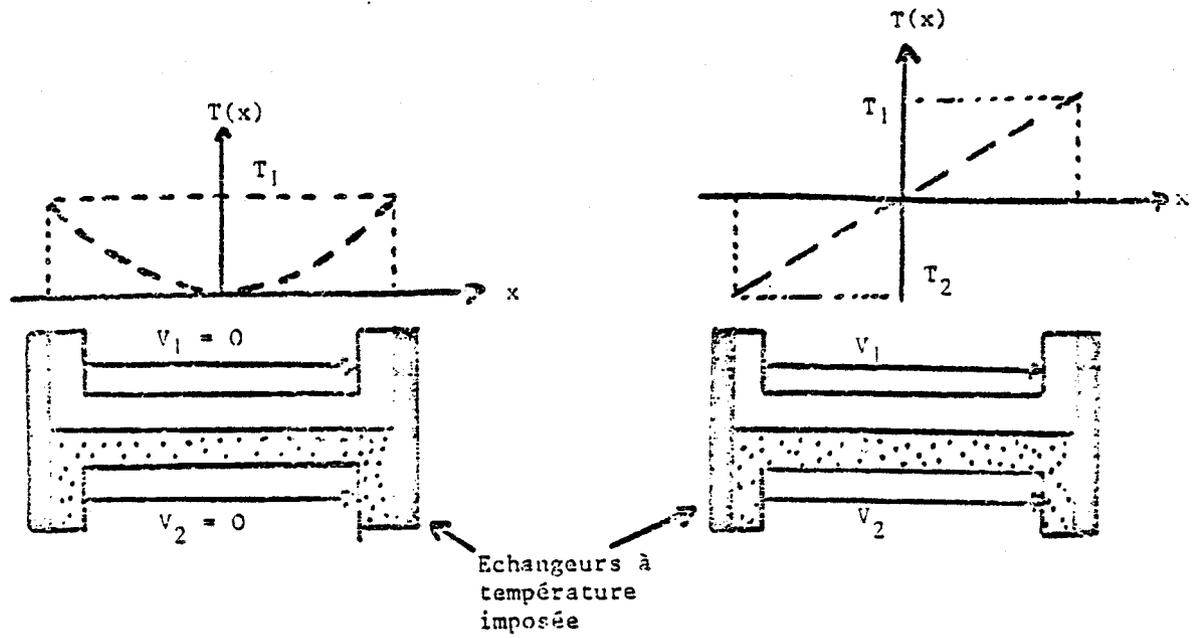


Figure 3 : Tensions induites dans chacun des conducteurs sous l'effet de distributions de températures symétrique et antisymétrique

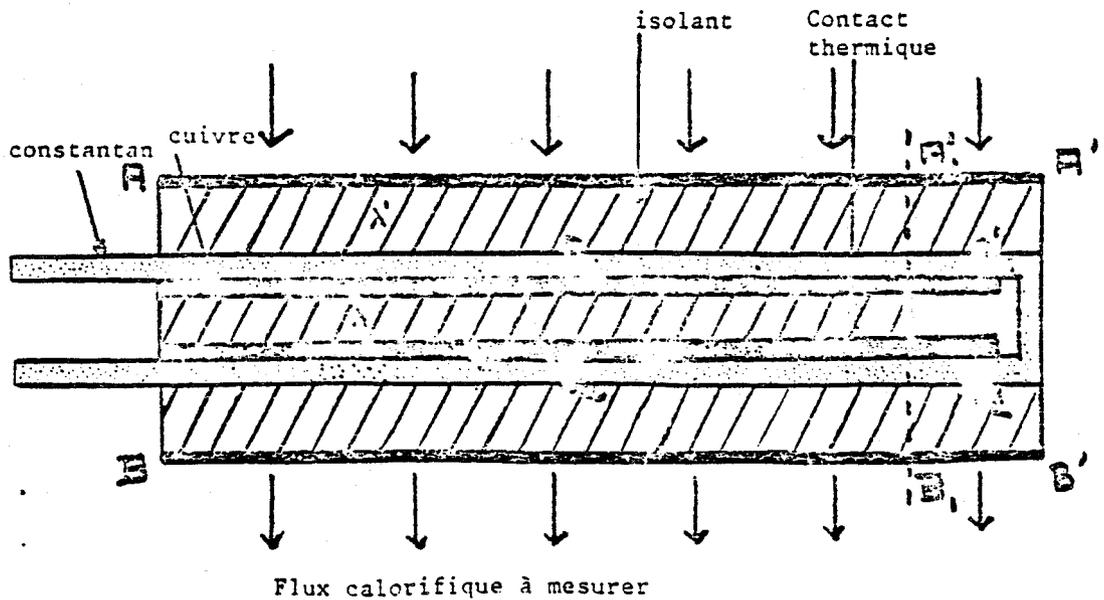


Figure 4 : schéma de la cellule fluxmétrique

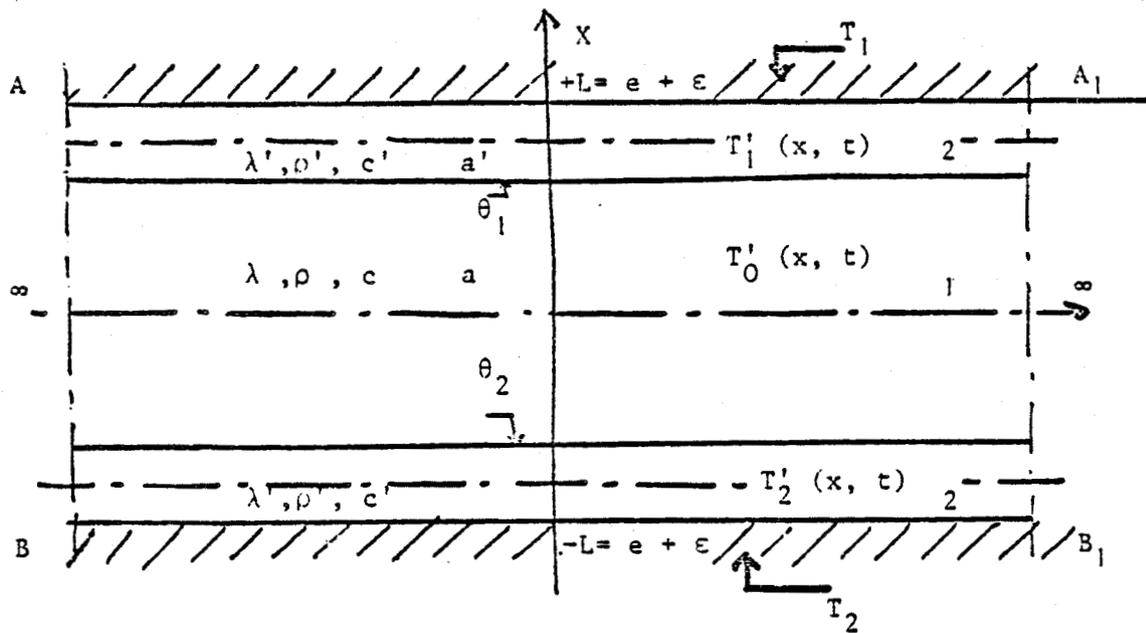
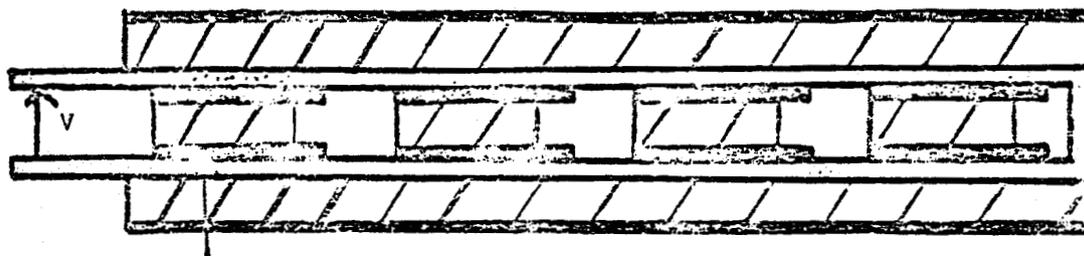


Figure 5 : système à trois couches superposées équivalent à la connexion de plus grande inertie thermique



Cellule élémentaire

Figure 6 : Connexion des cellules en série

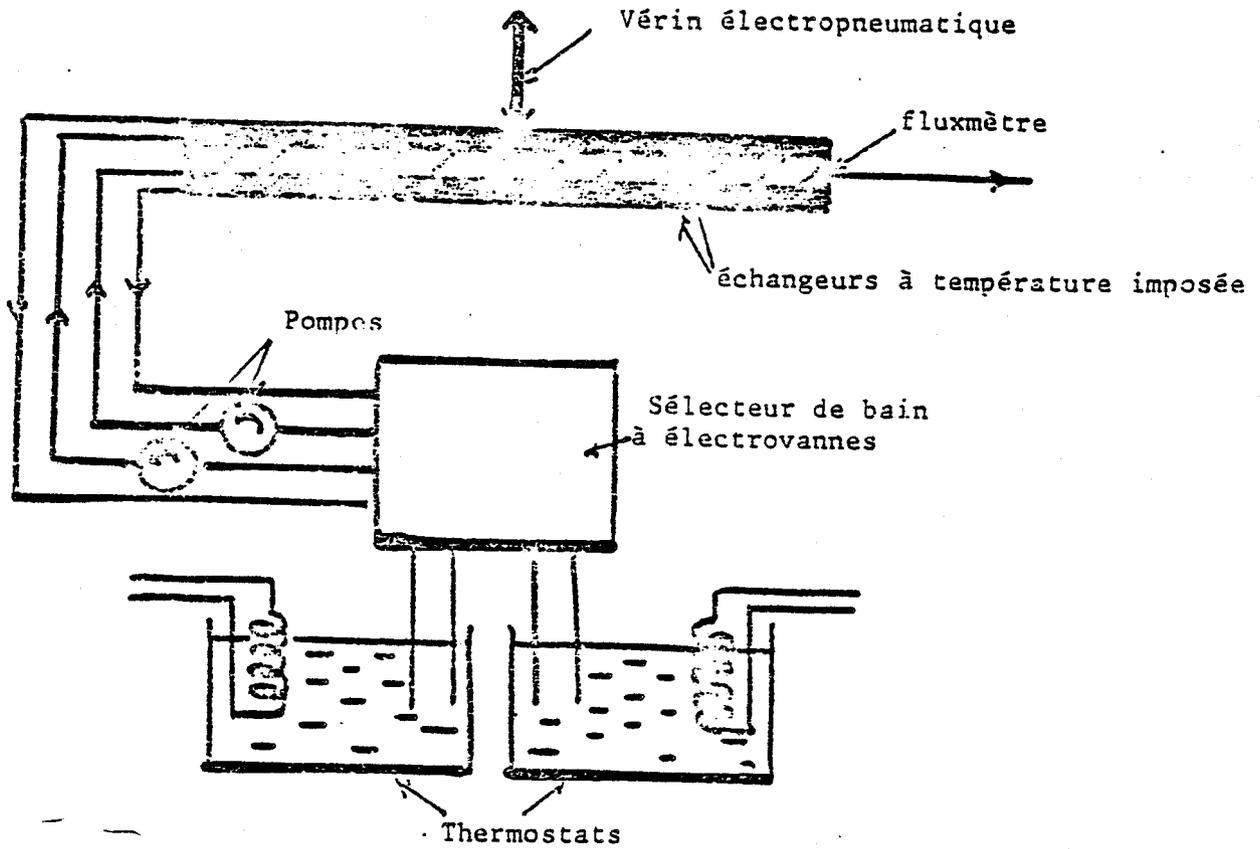


Figure 7 : Schéma du dispositif expérimental

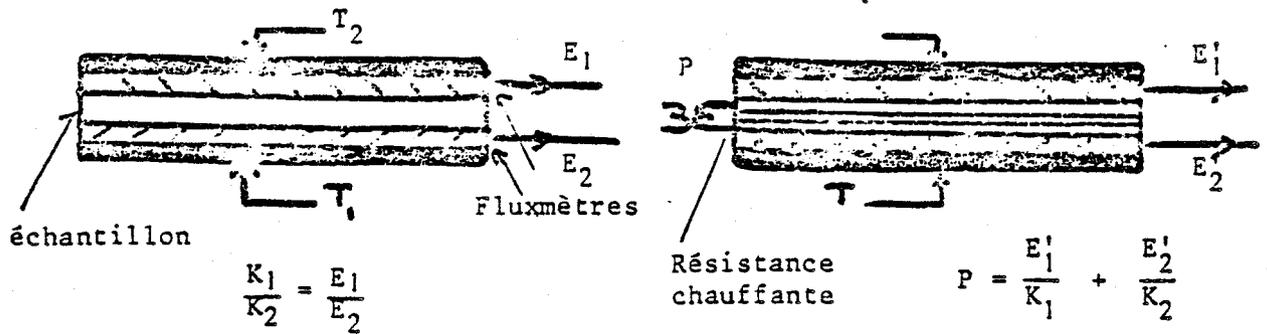


Figure 8 : Mesure des coefficients de transfert

ANNEXE II

```
INIT
10 PRINT "PROGRAMME DE SIMULATION"
20 PRINT "NBRE DE POINTS,NBRE DE VOIES"
30 INPUT N,V
40 PRINT "VALEUR DES TEMP.T1+T0:T2+T0:T0"
50 INPUT T1,T2,T0
60 PRINT "PERIODE DU SIGNAL"
70 INPUT T
80 PRINT "NBRE DE PTS PERIODE DU SIGNAL"
90 INPUT K1
100 K2=T/K1
110 PRINT "CONSTANTE T3=CTE DU MATERIAL"
120 INPUT T3
130 K=T3T
140 PRINT "TEMPS DE MONTEE DU SIGNAL"
150 INPUT T4
160 PRINT "VALEUR SURFACE,EPAISSEUR,CONDUCTION"
170 REM INPUT S,E,D
210 REM FORME DE T1,T2
220 M=INT(CENT/3/2)
230 DIM A(N,V),R(15),C(N),B(N)
240 GO TO 360
250 REM
260 REM
270 FOR I=1 TO K1
280 A(I,1)=T1
290 A(I,2)=T2
300 NEXT I
310 FOR I=K1 TO N
320 A(I,1)=0
330 A(I,2)=0
340 NEXT I
350 GO TO 440
360 FOR I=1 TO KI+1
370 A(I,1)=T0+T1*(1-EXP(-1*(I-1)*K2/T4))
380 A(I,2)=T0+T2*(1-EXP(-1*(I-1)*K2/T4))
390 NEXT I
400 FOR I=KI+1 TO N
410 A(I,1)=T0+T1*EXP(-1*(I-KI-1)*K2/T4)*(1-EXP(-1*K2*K1/T4))
420 A(I,2)=T0+T2*EXP(-1*(I-KI-1)*K2/T4)*(1-EXP(-1*K2*K1/T4))
430 NEXT I
440 FOR I=1 TO N
450 A(I,1)=A(I,1)+A(I,2)
460 A(I,2)=A(I,1)-2*A(I,2)
470 NEXT I
480 STOP
490 C=0
500 FOR J=1 TO N
510 B(J)=0
520 A(I,3)=0
530 NEXT J
540 I=1
550 A0=A(I+1,1)-A(I,1)
560 C0=0
570 R0=0
580 REM END
```

A(I,2)=0  
A(I,1)=0



590 REM

B(J)=5\*D\*S/E\*AO

-128-

600 FOR J=I+1 TO N

610 C0=0

620 R(1)=EXP(-1\*3.1412\*(J-I)\*K2/T3)

630 IF R(1)<1.0E-19 THEN 700

640 P=2

650 R(P)=EXP(-1\*(2\*(P-1)+1)\*2\*3.1412\*(J-I)\*K2/T3)

660 C0=C0+R(P)

670 IF R(P)<=R(1)/100 THEN 700

680 P=P+1

690 GO TO 650

700 B(J)=2\*D\*S/E\*AO\*(C0+R(1))

710 NEXT J

720 FOR J=I TO N-1

730 A(J,3)=B(J+1)+A(J,3)

740 NEXT J

750 I=I+1

760 IF I>N-1 THEN 790

770 GO TO 550

780 STOP

790 FOR J=1 TO N

800 A(J,4)=0

805 B(J)=0

810 NEXT J

820 R=0

830 I=1

840 A0=A(I+1,2)-A(I,2)

845 IF ABS(A0)<1.0E-7 THEN 1060

850 C0=0

860 R0=0

865 REM J=I

890 REM B(J)=7\*D\*S/E\*AO

910 FOR J=I+1 TO N

920 C0=0

930 R(1)=EXP(-1\*3.1412\*(J-I)\*4\*K2/T3)

940 IF R(1)<1.0E-19 THEN 1010

950 P=2

960 R(P)=EXP(-1\*P\*2\*3.1412\*(J-I)\*4\*K2/T3)

970 C0=C0+R(P)

980 IF R(P)<=R(1)/100 THEN 1010

990 P=P+1

1000 GO TO 960

1010 B(J)=D\*S/E\*AO\*(C0+2\*(C0+R(1)))

1020 NEXT J

1030 FOR J=I TO N-1

1040 A(J,4)=B(J+1)+A(J,4)

1050 NEXT J

1060 I=I+1

1070 IF I>N-1 THEN 1090

1080 GO TO 860

1090 STOP

1100 PRINT "STOCKAGE DANS QUEL FICHIER"

1110 INPUT K0

1120 FIND K0

1130 DIM A(N,V)

1140 FOR I=1 TO N

1150 FOR K=1 TO V

1160 PRINT @33:A(I,K)

1170 NEXT K

1180 NEXT I

1200 STOP

1210 FOR I=1 TO N-1

1220 A(I,3)=A(I+1,1)\*A(I,3)\*2/(A(I+1,1)\*2-A(I+1,2)\*2)

1230 A(I,4)=A(I,4)\*A(I+1,2)\*2/(A(I+1,1)\*2-A(I+1,2)\*2)

1240 A(I,2)=A(I+1,2)\*2/(A(I+1,1)\*2-A(I+1,2)\*2)\*4

1260 NEXT I

005  
L11E

```
10 PRINT "CALCUL ET TRACAGE DE LA RESISTANCE APPARENTE"  
24 PRINT "NOMBRE DE POINTS"  
26 INPUT N  
27 PRINT "NOMBRE DE VOIES"  
28 INPUT S  
29 PRINT "RESIST. DE QUEL FICHER"  
30 INPUT P1  
40 PRINT P1  
45 M=INT((N+1)/2)  
50 DIM A(N,S),V(N,S),W(M,5),R(M,1),J(N,2),R2(M,1),R1(N,1),AL(N)  
55 DIM K1(N),U(N)  
60 FOR I=1 TO N  
70 FOR K=1 TO S  
80 INPUT @33:V(I,K)  
85 INPUT @33:A(I,K)  
90 PRINT V(I,K),A(I,K);I  
100 NEXT K  
110 NEXT I  
115 STOP  
150 PRINT "NORMALISATION DES DONNEES"  
160 FOR I=1 TO N  
170 A(I,1)=A(I,1)/2000  
180 A(I,2)=A(I,2)/2000  
190 A(I,3)=A(I,3)/(2450*5.2E-5)  
200 A(I,4)=A(I,4)/(2450*5.2E-5)  
210 A(I,3)=ABS(A(I,3))  
220 A(I,4)=ABS(A(I,4))  
230 A(I,1)=A(I,1)/(3.65E-4+1.0E-5*ABS(A(I,4)))  
240 A(I,2)=A(I,2)/(4.9E-4+1.0E-5*ABS(A(I,3)))  
250 A(I,4)=A(I,4)+273  
260 A(I,3)=A(I,3)+273  
270 PRINT A(I,1),A(I,2),A(I,3),A(I,4)  
280 NEXT I  
292 FOR I=1 TO N  
284 U(I)=(A(I,1)-A(I,2))/A(I,3)  
295 NEXT I  
286 D0=0  
297 FOR I=1 TO N-2 STEP 2  
289 D0=D0+9.88/3*(U(I)+U(I+2)+4*U(I+1))  
290 IF LOG(A(I+2,3)/A(I,3))=0 THEN 294  
292 K1(I)=D0/LOG(A(I+2,3)/A(I,3))  
294 PRINT "K1(I)";K1(I);I  
296 NEXT I  
300 PRINT "VALEUR DE C"  
310 INPUT C  
320 PRINT "PERIODE D'ACQUISITIONS"  
330 INPUT P  
340 PRINT "VALEUR DE LA TEMP. INITIALE"  
350 INPUT V(I,1)  
360 FOR I=1 TO N  
380 A(I,1)=A(I,1)+A(I,2)  
390 A(I,2)=A(I,1)-2*A(I,2)  
400 J(I,1)=A(I,3)+A(I,4)  
410 A(I,3)=A(I,4)-A(I,3)  
420 R1(I,1)=2*A(I,3)/A(I,1)  
430 PRINT @41:V(I,1),@41:A(I,1),@41:A(I,2),@41:J(I,1)
```



```

430 PRINT A(I,3),A(I,1),A(I,2),R(I,1)
440 NEXT I
445 STOP
450 FOR I=1 TO N
460 J(I,2)=A(I,3)*2/(A(I,4)*(A(I,4)-A(I,3)))
470 PRINT J(I,2),I
480 NEXT I
485 STOP
490 V(I,I,5)=0
500 FOR I=1 TO N-2 STEP 2
510 V(I,I+3)/2,5)=(A(I,2)+A(I+2,2)+4*A(I+1,2))/3*P+V(I,I+1)/2,5)
520 PRINT V(I,(I+3)/2,5),(I+3)/2
530 NEXT I
535 STOP
540 PRINT "CALCUL DE -J2"
550 FOR I=1 TO N
560 A(I,I)=A(I,1)*A(I,3)/(2*A(I,4)*(A(I,4)-A(I,3)))
570 NEXT I
580 V(I,I,2)=0
590 FOR I=1 TO N-2 STEP 2
600 V(I,I+3)/2,2)=(A(I,1)+A(I+2,1)+4*A(I+1,1))*P/3+V(I,I+1)/2,2)
610 PRINT V(I,(I+3)/2,2),(I+3)/2
620 NEXT I
625 STOP
630 PRINT "CALCUL INT. DE TEMP. AU CARRE"
640 FOR I=1 TO N-2 STEP 2
650 V(I,I+3)/2,1)=(A(I,2)+A(I+2,2)+4*A(I+1,2))/3*(C)*P+V(I,I+1)/2,1)
660 PRINT V(I,(I+3)/2,1),(I+3)/2
670 NEXT I
675 STOP
680 FOR I=1 TO N-2 STEP 2
690 V(I,(I+3)/2,4)=R(I,1)*LOG(V(I,(I+3)/2,1)/V(I,1,1))
700 PRINT V(I,(I+3)/2,4),(I+3)/2
710 NEXT I
715 STOP
720 FOR I=1 TO N
730 J(I,1)=A(I,2)*J(I,1)/(2*A(I,4)*(A(I,4)-A(I,3)))
740 PRINT J(I,1),I
750 NEXT I
755 STOP
760 V(I,I,3)=0
770 FOR I=1 TO N-2 STEP 2
780 V(I,I+3)/2,3)=(A(I,1)+A(I+2,1)+4*A(I+1,1))*P/3+V(I,I+1)/2,3)
790 PRINT V(I,(I+3)/2,3),(I+3)/2
800 NEXT I
805 STOP
810 FOR I=1 TO N-2 STEP 2
820 R((I+3)/2,1)=-V(I,(I+3)/2,3)+V(I,(I+3)/2,2)+V(I,(I+3)/2,4)
830 R((I+3)/2,1)=V(I,I+3)/2,5)/R((I+3)/2,1)
840 PRINT R((I+3)/2,1),(I+3)/2
850 NEXT I
855 STOP
860 FOR I=1 TO N/2
870 IF V(I,2)=0 THEN 900
880 R2(I,1)=V(I,5)/V(I,2)
890 PRINT R2(I,1),I
900 NEXT I
905 GO TO 1050
920 PRINT "STOCKAGE DANS QUEL FICHIER"
930 INPUT L
940 FIND L
950 DIM A(N,S),R1(N),J(N,2),V(N,S)
960 FOR I=1 TO N
970 FOR K=1 TO S
980 WRITE A(N,S),V(N,S),R1(N),J(N,1),J(N,2)
990 PRINT A(I,K),V(I,K),R1(I),J(I,1),J(I,2)
1000 NEXT K

```



```

1010 PRINT "TERMINEE"
1020 END
1050 PRINT "TRACAGE SUR TABLE TRACANTE"
1060 PRINT "INDIQUER LE NOM DE LA COURBE A*"
1070 INPUT A$
1080 PRINT "AVOIR RELEVÉ VALEUR MINI ET MAX"
1090 PRINT "COURBE EN FONCTION DU TEMPS: 1 OUI, 2 NON"
1100 INPUT Z
1110 IF Z=1 THEN 1200
1120 IF Z=2 THEN 1210
1130 PRINT "ERREUR DE NUMERO"
1140 GO TO 1090
1150 PRINT "VALEUR MINI AXE X"
1160 INPUT N1
1170 PRINT "VALEUR MAX AXE X"
1180 INPUT N2
1190 GO TO 1220
1200 N1=0
1210 N2=N
1220 PRINT "VALEUR MINI AXE Y"
1230 INPUT R3
1240 PRINT "VALEUR MAX AXE Y"
1250 INPUT R4
1260 PRINT "NBRE DE TRAITX AXE X"
1270 INPUT W
1280 PRINT "NBRE DE TRAITX AXE Y"
1290 INPUT Q
1300 WINDOW N1,N2,R3,R4
1310 VIEWPORT 15,125,10,90
1320 HOME @1:
1340 PRINT "NUMERO DE LA COURBE:"
1350 INPUT Z1
1370 MOVE N1,R3
1380 RMOVE @1:-(N2-N1)/40,-(R4-R3)/20
1400 MOVE @1:N1,R3
1410 FOR H=0 TO W
1420 DRAW @1:N1+(N2-N1)/40*H,R3
1430 RMOVE @1:0,(R4-R3)/100
1440 RDRAW @1:0,-(R4-R3)/100
1450 NEXT H
1460 RMOVE @1:0,-(R4-R3)/20
1480 MOVE @1:N2,R3
1490 RMOVE @1:0,-(R4-R3)/10
1510 MOVE @1:N1,R3
1520 RMOVE @1:-(N2-N1)/25,0
1540 MOVE @1:N1,R3
1550 FOR H=0 TO Q
1560 DRAW @1:N1,R3+(R4-R3)/Q*H
1570 RMOVE @1:-(N2-N1)/100,0
1580 RDRAW @1:-(N2-N1)/100,0
1590 NEXT H
1600 MOVE @1:N1,R4
1610 RMOVE @1:-(N2-N1)/5,0
1630 MOVE @1:N1,R3
1700 PRINT "QUELLE COURBE DESIREZ VOUS:"
1710 PRINT "1=SOMME DES FLUX, 2=DIFF.FLUX, 3=DIFF.TEMP, 4=DIF.TEM. T2/T1*T2"
1720 PRINT "5=INT.DIF.TEM. T2/T1*T2, 6=INT.J1, 7=TEM.MOY, 8=C*LOG, 9=INT.J2"
1730 PRINT "10=R INST, 11=R ENTROPIE, 12=R INT/INT"
1850 INPUT X2
1860 IF X2<=3 THEN 1980
1870 IF X2=4 THEN 2060
1871 IF X2=5 THEN 1901
1872 IF X2=6 THEN 1903
1873 IF X2=7 THEN 1905
1874 IF X2=8 THEN 1907

```

3777  
501

1875 IF X2=9 THEN 1889  
1880 IF X2=10 THEN 2110  
1890 IF X2=11 THEN 2200  
1900 IF X2=12 THEN 2300  
1901 S=5  
1902 GO TO 1920  
1903 S=3  
1904 GO TO 1920  
1905 S=1  
1906 GO TO 1920  
1907 S=4  
1908 GO TO 1920  
1909 S=2  
1910 FOR I=1 TO N-2 STEP 2  
1930 REM  
1912 MOVE @: I, A(I+3)/2, B  
1934 RDRM @: I, B  
1914 NEXT I  
1915 MOVE @: NI, R3  
1916 GO TO 3000  
1917 S=X2  
1918 FOR I=1 TO N-1  
1919 REMOVE @: I, H(I, S)  
1920 REMDRM @: I, B  
1921 RDRM @: I, H(I, S)  
1924 NEXT I  
1925 MOVE @: NI, R3  
1926 GO TO 3000  
1927 FOR I=1 TO N-1  
1928 DRM @: I, H(I, S)  
1930 NEXT I  
1931 MOVE @: NI, R3  
1932 GO TO 3000  
1933 S=2  
1934 FOR I=1 TO N-2 STEP 2  
1935 REM  
1936 DRM @: I, A(I+3)/2, B  
1937 MOVE @: I, A(I+3)/2, B  
1934 RDRM @: I, B  
1935 NEXT I  
1936 MOVE @: NI, R3  
1937 GO TO 3000  
1938 S=1  
1939 FOR I=1 TO N-1  
1940 DRM @: I, H(I, S)  
1941 REMOVE @: I, B  
1942 RDRM @: I, H(I, S)  
1943 NEXT I  
1944 MOVE @: NI, R3  
1945 GO TO 3000  
1946 FOR I=1 TO N-1  
1947 DRM @: I, H(I, S)  
1948 MOVE @: NI, R3  
1949 GO TO 3000  
1950 FOR I=1 TO N-2 STEP 2  
1951 DRM @: I, R2((I+3)/2, I)  
1952 NEXT I  
1953 MOVE @: NI, R3  
1954 GO TO 3000  
1955 S=1  
1956 FOR I=1 TO N-2 STEP 2  
1957 DRM @: I, R2((I+3)/2, I)  
1958 MOVE @: NI, R3  
1959 GO TO 3000  
1960 MOVE @: NI, R3  
1961 GO TO 3000  
1962 PRINT "DESIRES-VOUS UNE AUTRE COURSE: I=OUI, 2=NON"  
1963 INPUT X3  
1964 IF X3=1 THEN 1700  
1965 IF X3=2 THEN 1050

B I B L I O G R A P H I E

- [1] M. KLING - Cours de Thermodynamique - Ecole Centrale des arts manufacturés (1968)
- [2] P. GLANSDORFF, I. PRIGOGINE - "Structure stabilité et fluctuation", Masson (1971)
- [3] S.R. DE GROOT, P. MAZUR - "New equilibrium thermodynamics"
- [4] M.A. BIOT - "Variational principles in irreversible thermodynamics with application to viscoelasticity", Physical Review, vol. 93, n° 6, pp. 1463-1469, (1955)
- [5] M.A. BIOT - "Thermoelasticity and irreversible thermodynamics" - Journal of applied Physics, Vol. 27, n° 3, pp. 240-253, (1956)
- [6] M.A. BIOT - "Variational principles in heat transfer", Oxford University Press (1970)
- [7] P. THERY, J.P. DUBUS, F. WATTIAU - "Détermination de la diffusivité et de la chaleur massique par traitement d'évolution thermocinétique en régime transitoire", Int. J. Heat and Mass Transfer, vol. 23, pp. 562-566 (1980)
- [8] F. WATTIAU - "Contribution à l'étude théorique et expérimentale des échanges thermiques en régime transitoire dans les matériaux de construction. Application à la mesure des constantes thermophysiques". Thèse de 3<sup>e</sup> cycle (1978)
- [9] THERY P., MARECHAL J.C. - "Etude de la caractérisation d'un nouveaux flux-mètre thermique" - Journal of Physics E. Instrumentation, Vol. 13, pp. 859-865 (1980)
- [10] CARSLAW, JEAGER - "Conduction of heat in solids", Oxford Clarendon Press 5<sup>e</sup> Edition (1978)
- [11] THERY P., PAUQUET J. - "Propriétés thermoélectriques des systèmes à deux couches conductrices superposées. Application aux mesures de flux calorifique - J. Physics E. : Sci. Instr., Vol. 13 pp. 323-327 (1980)

- .../...
- [12] THERY P., DUTHOIT B., PAUQUET J. - "Propriétés thermoélectriques des systèmes à deux couches minces superposées - Application à la mesure des flux thermiques" - Revue de physique appliquée n°15, pp. 741-747 (1980)
  - [13] THERY P., FARZA A., RAVALITERA G. - "Description et caractérisation d'un nouveau fluxmètre thermique" - Colloque Mesucora, Porte de Versailles (1979)
  - [14] MAX J. - "Méthode et techniques de traitement du signal" , Masson (1977)
  - [15] G.D.C. KUIKEN - "A note on the definition of entropy" , Revue "Entropie" N°85
  - [16] G. METZGER , J.P. VABRE - "Circuits à constantes localisées" , Masson (1966)
  - [17] J. ORTUSI - "Mathématiques appliquées à l'électronique" - Tome 2 : transformations temps-fréquence"
  - [18] D. DINDELEUX - "Systèmes linéaires apériodiques", Analyse indicielle et impulsionnelle - Revue "Mesures-Régulations-Automatisme" (1979)
  - [19] MAILLARD R. - "Etude analytique et expérimentale des quadripôles. Application à la représentation de la transmission de la chaleur en régime variable dans les parois composées" - RGT, N° 90, (1969)

