

N° d'ordre : 264

50376
1981
42

50376
1981
42

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR INGÉNIEUR

par

Fariborz KAZEMI

Ingénieur de l'Université de Karlsruhe

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES HARMONIQUES DES COURANTS PRIMAIRES DES MONTAGES REDRESSEURS TRIPHASES



Soutenu le 13 mars 1981 devant la Commission d'Examen

MM.	C. MAIZIERES	Président
	G. SEQUIER	Rapporteur
	F. NOTELET	Rapporteur
	A. LEROY	Examineur

AVANT - PROPOS



Les recherches dont les résultats sont résumés dans ce mémoire ont été effectuées dans le cadre du Laboratoire Applications des Redresseurs de Puissance de l'Université des Sciences et Techniques de Lille. Notre travail a été dirigé pour la partie théorique par Monsieur le Professeur G. SEGUIER, pour la partie expérimentale par Monsieur le Professeur F. NOTELET. Nous tenons à leur exprimer notre très profonde gratitude pour la façon dont ils ont dirigé notre activité et pour tout ce qu'ils nous ont appris.

Nous remercions très vivement Monsieur le Professeur C. MAIZIERES d'avoir accepté de présider le Jury auquel nous soumettons ce mémoire. Grâce à lui nous avons toujours trouvé au Service d'Electrotechnique de l'UER d'I.E.E.A. un excellent accueil et toute l'aide que nous sollicitons.

Nous sommes heureux que Monsieur A. LEROY, Chef du Laboratoire de Contrôle et Mesures du Centre de Distribution de Lille d'Electricité de France, ait bien voulu examiner notre travail et faire partie de notre Jury.

Nous avons trouvé une aide précieuse auprès des enseignants et des techniciens du Département Génie Electrique de l'I.U.T. de Béthune pour la réalisation des essais. Qu'ils trouvent ici l'expression de notre reconnaissance.

Nous exprimons notre vive gratitude à Madame C. LEMAIRE et à Monsieur HOUZE qui ont assuré la réalisation pratique de ce mémoire.

I N T R O D U C T I O N

-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-

L'augmentation du nombre et de la puissance unitaire des convertisseurs statiques changeant la présentation de l'énergie électrique fournie par le réseau industriel conduit à porter de plus en plus d'attention aux perturbations que ces convertisseurs induisent dans ce réseau [1] (1).

Le problème est particulièrement important dans les pays en cours d'industrialisation où certains équipements à redresseurs ont des puissances notables par rapport à la puissance totale du réseau.

Par perturbations on entend les harmoniques de rang parfois élevé dus aux commutations, les harmoniques de fréquence multiple de celle du réseau dus à la forme d'onde non sinusoïdale des courants absorbés, parfois même la consommation de puissance réactive.

Notre étude est consacrée aux harmoniques des courants non sinusoïdaux absorbés par les plus usuels et les plus importants des convertisseurs, les montages redresseurs.

Dans son ouvrage, H. BUHLER [2] consacre un chapitre entier à ce problème de la réaction des convertisseurs alternatif-continu sur le réseau d'alimentation.

G. SEGUIER [3] a modifié la partie de son cours traitant des montages redresseurs pour insister sur les harmoniques des courants primaires et montrer qu'ils peuvent influencer sur le type même de montage à utiliser.

(1) Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie amenée en fin de mémoire.

Résultats antérieurs

● La démarche classique d'examen d'un montage redresseur [3] [4] est toujours la même :

- étude des tensions en négligeant les chutes de tension,
- étude des courants toujours en négligeant les chutes de tension,
- étude des chutes de tension à l'aide des courants précédemment déterminés,
- études des contraintes maximales, en particulier lors d'un court-circuit.

Le fonctionnement d'un montage dépend des caractéristiques du récepteur branché du côté continu. D'ordinaire, dans les études générales, on suppose le courant redressé parfaitement lissé.

Ce procédé conduit à des courants pris à la source formés de créneaux rectangulaires ou de paliers à valeurs constantes avec des transitions de durée nulle. Si les redresseurs du montage sont tous des diodes ou tous des thyristors fonctionnant avec le même retard au déblocage, les harmoniques des courants pris à la source triphasée ne dépendent que de l'ordre n de la tension redressée, n étant un multiple de 3.

Ces courants dits courants primaires, ne comportent outre le fondamental, que les harmoniques de rang p égal à $k n \pm 1$. Le rapport de l'amplitude de l'harmonique p à celle du fondamental est égal à $1/p$.

Les *hypothèses* conduisant à ces règles simples sont les suivantes :

- réseau infiniment puissant ,
- résistances et réactances de fuites du transformateur, d'ordinaire interposé entre le réseau et les redresseurs, négligeables,
- redresseurs parfaits,
- récepteur infiniment inductif pour que le courant qui le traverse soit parfaitement lissé.

● Il est évident que de nombreuses études ont été consacrées à l'influence sur le fonctionnement et les caractéristiques de la non satisfaction de ces hypothèses. Parmi les auteurs français qui ont le plus étudié ces problèmes, il faut citer M. DEMONTVIGNIER [4] , G. KOUSKOFF [5] et M. LECORGUILLIER [6]. Ils ont surtout traité du débit sur un récepteur présentant en série une résistance, une inductance et une force contre-électromotrice, des effets des inductances situées en amont des redresseurs.

Il est très difficile de tenir compte à la fois de tous les phénomènes. H. SCHOORENS [8] a proposé de prendre comme point de départ les résultats de l'étude générale effectuée avec toutes les hypothèses indiquées puis d'appliquer aux résultats obtenus des règles de correction qu'il indique.

Peu d'études ont été consacrées aux harmoniques des courants primaires lorsqu'on s'écarte des hypothèses simplificatrices, sauf toutefois pour les montages alimentés en monophasé [9]. On avait en effet des craintes quant aux effets des harmoniques lorsqu'on a électrifié en monophasé une partie du réseau de grande traction, les locomotives étant équipées de moteurs à courant continu alimentés à travers des redresseurs.

Si en triphasé, une étude comparable n'avait pas été faite cela tient, nous semble-t-il à trois raisons :

- le besoin ne s'en est fait ressentir que plus récemment,

- pour étudier les harmoniques des courants primaires, il faut connaître le courant redressé et passer du secondaire au primaire du transformateur. Or un nouveau procédé pour effectuer ce passage a récemment été trouvé.

- l'exploitation des relations établies est extrêmement lourde si on n'a pas à sa disposition un ordinateur.

● Le passage du courant redressé aux courants fournis par le réseau triphasé ne présente pas de difficulté du moins si on suppose le transformateur parfait. Durant chaque intervalle de fonctionnement des équations d'ampères-tours donnent les relations linéaires liant les divers courants.

M. DEMONTVIGNIER [10] a montré que pour tout montage redresseur, entièrement à diodes ou entièrement à thyristors, délivrant une tension redressée d'ordre n , on passait du courant redressé à un courant primaire à l'aide de la même "fonction de transformation". Celle-ci est formée, par période du réseau, de n paliers de même largeur et d'amplitudes correspondant aux n sinus d'angles régulièrement décalés de $2\pi/p$ entre eux.

R. BAUSIERE ET G. SEGUIER [11] ont encore simplifié ce passage en établissant une relation qui donne les harmoniques des courants primaires directement en fonction de l'expression du courant redressé pendant $1/n^{\text{ième}}$ de la période du réseau.

Présentation de notre étude

Parmi les hypothèses de l'étude générale certaines affectent peu les formes d'ondes et donc les taux d'harmoniques des courants primaires. On ne peut négliger la chute de tension directe des redresseurs et les résistances des enroulements du transformateur pour le calcul du rendement de la transformation alternatif-continu ; mais, précisément parce que ce rendement est très élevé dans les équipements de forte puissance, on peut négliger ces causes de chute de tension dans le problème qui nous intéresse. Il en est de même des temps de commutation des redresseurs qui sont très faibles devant la période du réseau industriel. Le courant magnétisant du transformateur et le courant actif correspondant aux pertes dans le fer peuvent être négligés devant les courants "de travail".

Mais deux causes d'écart notables entre les harmoniques réels et ceux de l'étude générale subsistent : il s'agit de la nature du récepteur, du phénomène d'empiètement.

Pour arriver au tracé de caractéristiques exploitables, il nous a semblé préférable d'étudier *séparément* les effets de ces deux causes. Il s'est d'ailleurs rapidement révélé que l'influence de la nature du récepteur était beaucoup plus grande que celle de l'empiètement, aussi lui avons-nous réservé une place plus importante dans notre étude.

● *La première partie* traite de *l'influence du récepteur* sur les harmoniques des courants primaires. Nous avons considéré le cas d'un récepteur résistant, inductif et présentant une f.c.e.m.

Le chapitre 1 indique la méthode utilisée et son application au montage à *diodes* délivrant une tension redressée d'ordre 3.

Le chapitre 2 est relatif aux montages à *diodes* délivrant une tension d'ordre 6.

Le chapitre 3 traite du redresseur à *thyristors* fournissant une tension d'ordre 3.

Le chapitre 4 est consacré aux montages à *thyristors* fournissant une tension redressée d'ordre 6.

Le chapitre 5 examine le cas du montage en *pont triphasé mixte* dont on connaît l'intérêt mais dont l'étude est plus compliquée que celle des autres montages usuels.

● *La deuxième partie* examine *l'influence de l'empiètement* sur les harmoniques des courants primaires. Nous n'avons considéré que deux montages car cela suffit à montrer que, si on s'en tient à des valeurs normales de l'angle d'empiètement, la valeur relative des harmoniques est beaucoup moins affectée par ce phénomène que par la nature du récepteur.

Le chapitre 6 traite du *pont triphasé à diodes*.

Le chapitre 7 est consacré au *pont triphasé mixte*.

● Cette étude a entraîné des calculs ne présentant pas de difficulté particulière mais souvent longs et conduisant à des relations très lourdes. Nous avons abrégé le plus possible la présentation de ces calculs, surtout lorsqu'ils diffèrent peu de ceux rencontrés dans les chapitres précédents.

Nous n'avons reproduit que quelques unes des caractéristiques; pour en faciliter la consultation nous les avons regroupées à la fin de ce mémoire.

P R E M I E R E P A R T I E

I N F L U E N C E D U R E C E P T E U R

C H A P I T R E I

PRELIMINAIRES. MONTAGE A DIODES DELIVRANT UNE TENSION REDRESSEE D'ORDRE 3

I - PRELIMINAIRES

I.1. METHODE DE CALCUL DES TAUX D'HARMONIQUES

Pour calculer les taux d'harmoniques des courants primaires d'un montage redresseur, nous avons utilisé la méthode récemment proposée par R. BAUSIERE et G. SEGUIER [11]. Elle n'est applicable que dans cette première partie où on suppose le montage redresseur parfait car son emploi nécessite cette hypothèse.

La démonstration étant un peu longue, nous n'en rappellerons que le principe et les résultats.

I.1.1. Principe

Une source de tensions triphasées équilibrées de période T alimente un montage redresseur supposé parfait (fig. 11) :

- pertes nulles dans les diodes et les thyristors, dans le ou les transformateurs et, s'il y en a, dans la ou les bobines interphases.
- courants magnétisants et angles d'empiètement négligeables.

Si le montage redresseur est d'ordre n , la tension redressée u_c est formée de n portions ou groupes de portions de sinusoïdales identiques par période T . Le courant redressé i_c a la même période T/n que u_c .

On suppose d'abord que u_c n'a qu'une expression tout au long de l'intervalle de durée T/n . On généralise ensuite.

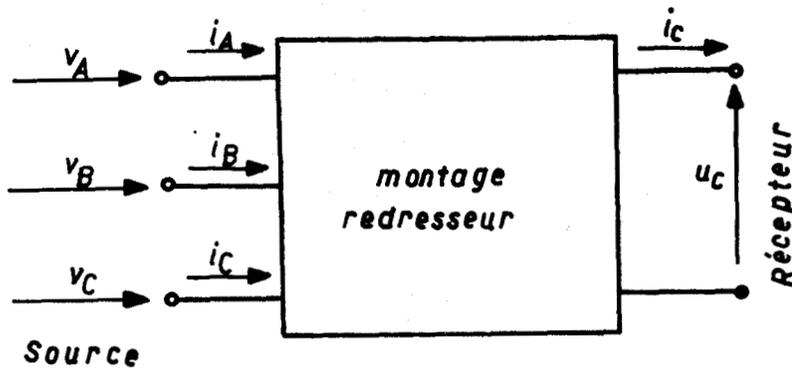


Figure 1.1.

● Pendant chaque intervalle, les redresseurs conducteurs donnent au schéma équivalent au montage une configuration déterminée. Celle-ci et les équations d'ampères-tours donnent *les relations linéaires* permettant le passage de i_c aux courants primaires i_A , i_B et i_C .

Pour que les courants primaires soient équilibrés, c'est-à-dire identiques à $T/3$ et $2T/3$ près, il faut que n soit multiple de 3.

$$n = 3k$$

Pendant le premier intervalle, si $i_c = f(t)$,

$$i_A = C_1 f(t), \quad i_B = C_{2k+1} f(t), \quad i_C = C_{k+1} f(t)$$

Pendant le second, $i_c = f(t-T/n)$,

$$i_A = C_2 f(t-T/n), \quad i_B = C_{2k+2} f(t-T/n), \quad i_C = C_{k+2} f(t-T/n) \dots$$

La condition $i_A + i_B + i_C = 0$ permet d'écrire

$$C_1 + C_{2k+1} + C_{k+1} = 0,$$

$$C_2 + C_{2k+2} + C_{k+2} = 0 \dots$$

● La puissance $u_c i_c$ débitée par le montage a la même période que u_c et i_c . Il en est de même de la puissance $v_A i_A + v_B i_B + v_C i_C$ prise à la source, en indiquant par v_A , v_B , v_C les tensions de celle-ci.

De la périodicité de cette puissance et du fait que cette périodicité se conserve quand on décale la tension de sortie par rapport aux ondes des tensions d'alimentation, on déduit que les deux quantités :

$$F(t_j) = \frac{\sqrt{3}}{2} C_j \sin \left[\omega t_j + (j-1) \frac{2\pi}{n} \right] - \left(\frac{1}{2} C_j + C_{2k+j} \right) \cos \left[\omega t_j - (j-1) \frac{2\pi}{n} \right]$$

$$G(t_j) = \frac{\sqrt{3}}{2} C_j \cos \left[\omega t_j + (j-1) \frac{2\pi}{n} \right] + \left(\frac{1}{2} C_j + C_{2k+j} \right) \sin \left[\omega t_j - (j-1) \frac{2\pi}{n} \right],$$

avec $j = 1, 2, 3, \dots, n$ et $t_j = t - (j-1) \frac{T}{n}$,

conservent les mêmes valeurs à t_j donné, quel que soit j .

● Passant alors au calcul de l'amplitude I_{pm} de l'harmonique de rang p des courants primaires,

$$I_{pm} = \sqrt{A_p^2 + B_p^2}$$

on arrive finalement à montrer

- que I_{pm} ne diffère de zéro que si :

$$p = ln \pm 1$$

- que A_p et B_p sont donnés pour les harmoniques existants par :

$$A_p = \frac{2\sqrt{3}n}{3T} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} C_1 \int_0^{T/n} f(t) \sin p\omega t dt \mp \left(\frac{1}{2} C_1 + C_{2k+1} \right) \int_0^{T/n} f(t) \cos p\omega t dt \right]$$

$$B_p = \frac{2\sqrt{3}n}{3T} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} C_1 \int_0^{T/n} f(t) \cos p\omega t dt \pm \left(\frac{1}{2} C_1 + C_{2k+1} \right) \int_0^{T/n} f(t) \sin p\omega t dt \right]$$

1.1.2. Application. Généralisation

Ces résultats simplifient beaucoup le calcul des harmoniques des courants primaires

- en indiquant **ceux** qui existent,
- en limitant l'intégration à un $n^{\text{ième}}$ de la période T , au lieu de devoir intégrer sur une période (harmoniques de rang pair) ou **une** demi-période (fondamental et harmoniques impairs).

Souvent même le passage du courant continu aux courants primaires, c'est-à-dire la détermination de C_1, C_{2k+1} n'est pas nécessaire.

Il faut toutefois bien préciser comment on utilise les résultats de cette démonstration.

I.1.2.2. Une configuration par période du u_c

● Si la conduction est continue et si la tension u_c ne présente qu'une expression pendant chacune de ses périodes, les coefficients C_1 et C_{2k+1} sont les mêmes tout au long de celle-ci.

La figure 1.2.a. montre, dans le cas du montage P.3 par exemple, une allure des formes d'ondes de u_c et i_c

L'amplitude de l'harmonique p est donnée par

$$I_{pm} = \frac{2\sqrt{3}n}{3T} \sqrt{C_1^2 + C_{2k+1}^2 + C_{2k+1}^2} \sqrt{\left[\int_0^{T/n} f(t) \cos p\omega t dt \right]^2 + \left[\int_0^{T/n} f(t) \sin p\omega t dt \right]^2}$$

On a donc

$$I_{pm} = \frac{\sqrt{D_p^2 + E_p^2}}{\sqrt{D_1^2 + E_1^2}} \quad (1.1)$$

avec $D_p = \int_0^{T/n} f(t) \cos p\omega t dt$; $E_p = \int_0^{T/n} f(t) \sin p\omega t dt$

$D_1 = \int_0^{T/n} f(t) \cos \omega t dt$; $E_1 = \int_0^{T/n} f(t) \sin \omega t dt$

$f(t)$ étant l'expression i_c entre 0 et T/n

● Si la conduction est discontinue et si, en dehors de l'intervalle où il est nul, le courant i_c présente une seule expression par période de u_c on peut encore utiliser les relations (1.1). La figure 1.2.b donne un exemple de formes d'ondes de u_c et i_c lors du débit sur f.e.m. correspondant à ce cas. Il suffit d'intégrer durant la partie de la période du courant i_c où celui diffère de zéro, de t_1 à t_2 par exemple.

● Si la conduction est discontinue et si, en dehors de l'intervalle où il est nul, le courant i_c présente deux expressions par période de u_c , les relations (1) sont toujours applicables à condition de bien choisir l'intervalle d'intégration.

La figure 1.2.c correspond encore à un débit d'un montage P.3 sur un récepteur R.L.E. Mais le courant i_c qui part de zéro pour $t = t_3$, n'est pas encore nul quand, en $t = t_4$, la tension u_c change d'expression, il ne retrouve une valeur nulle que pour $t = t_5$.

Pendant les intervalles (à courant redressé et donc à courant primaires non nuls) $t_1 t_2$ et $t_3 t_4$, la diode conductrice est la même, le schéma équivalent est le même, les coefficients C_1 et C_{2k+1} conservent les mêmes valeurs. Mais pendant l'intervalle $t_4 t_5$, c'est une autre diode qui conduit, les coefficients sont différents.

On doit donc calculer D_p par :

$$D_p = \int_{t_1}^{t_2} i_c(t) \cos p\omega t dt + \int_{t_3}^{t_4} i_c(t) \cos p\omega t dt,$$

et de même pour E_p , D_1 et E_1 .

Cette possibilité de calculer I_{pm}/I_{lm} à partir de la seule expression de i_c , sans avoir à considérer pour le montage redresseur autre chose que son rang n montre que

- pour les montages à diodes les harmoniques des courants primaires ne dépendent que de n et de la nature du récepteur,

- pour les montages tout thyristors, ces harmoniques ne dépendent que de n , du retard au débloccage ψ des thyristors et des caractéristiques du récepteur.

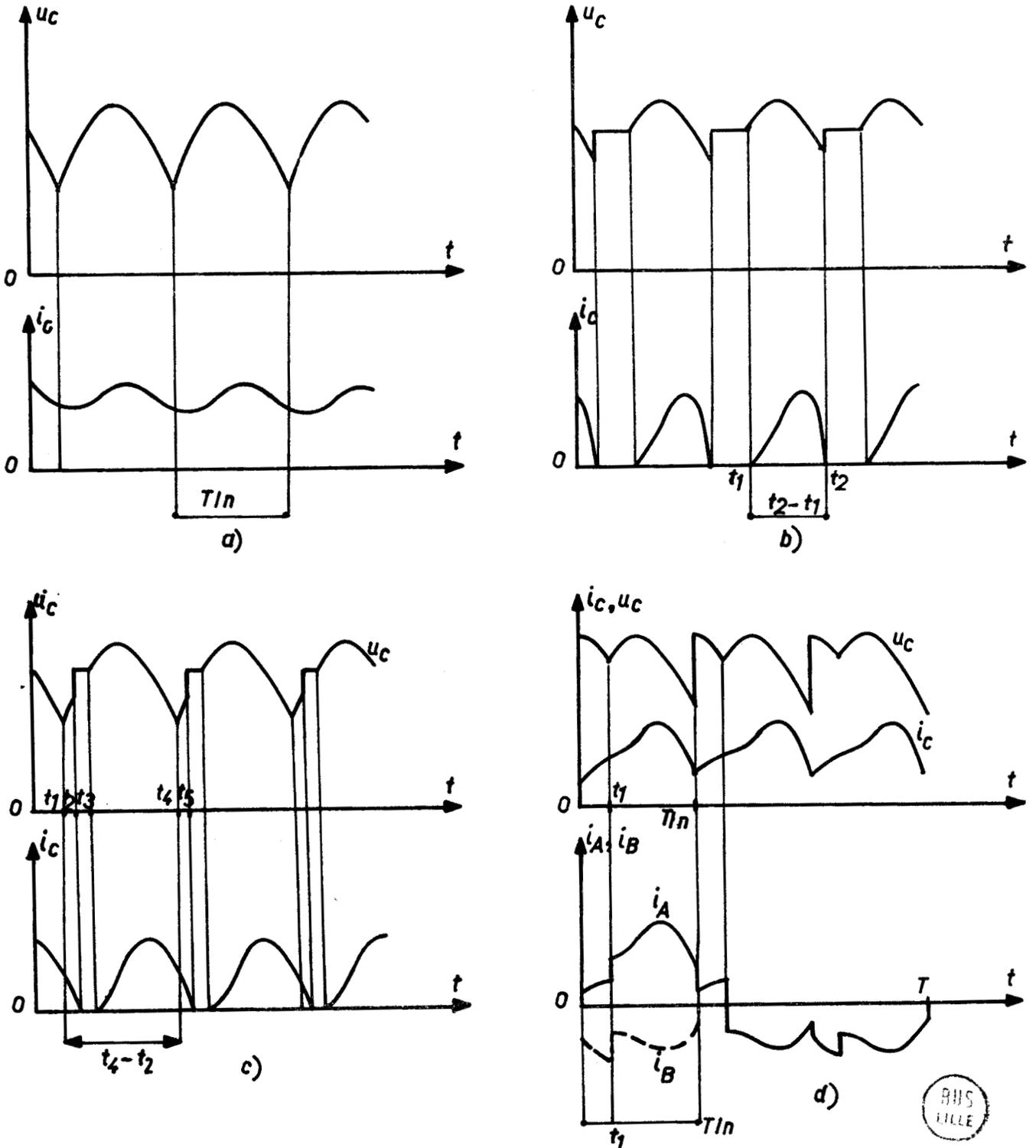


Figure 1.2.

I.1.2.2. Deux configurations par période de u_c

● Si l'on met en série deux montages redresseurs, l'un à diodes, l'autre à thyristors, ou si on emploie un montage en pont mixte, en conduction continue la tension redressée compte deux expressions par période T/n . Au cours de chaque intervalle de durée T/n , les redresseurs conducteurs donnent au schéma équivalent au montage total deux configurations distinctes.

La figure 1.2. d montre pour un montage en pont mixte fonctionnant en conduction continue avec ψ égal à $\pi/6$, et un certain couplage du transformateur de rapport m , la forme d'onde de la tension u_c , du courant i_c et des courants primaires i_A et i_B .

Si pour $0 < t < t_1$, $i_A = i_c/3m$, $i_B = -2i_c/3m$,

pour $t_1 < t < T/3$, $i_A = 2i_c/3m$, $i_B = -i_c/3m \dots$

Pour calculer les taux d'harmoniques il faut maintenant tenir compte des coefficients C_1, C_{2k+1} .

- Pour $0 < t < t_1$, si on a une configuration correspondant à C'_1 et C'_{2k+1} , on calcule A'_p, B'_p, A'_1, B'_1 en intégrant de $t = 0$ à $t = t_1$. Par exemple, pour A'_p ,

$$A'_p = \frac{2\sqrt{3}n}{3T} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} C'_1 \int_0^{t_1} i_c(t) \sin p\omega t dt + \left(\frac{1}{2} C'_1 + C'_{2k+1} \right) \int_0^{t_1} i_c(t) \cos p\omega t dt \right]$$

- Pour $t_1 < t < T/n$, si la configuration correspond à C''_1 et C''_{2k+1} , on calcul A''_p, B''_p, A''_1 et B''_1 en intégrant de t_1 à T/n . Ainsi pour A''_p

$$A''_p = \frac{2\sqrt{3}n}{3T} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} C''_1 \int_{t_1}^{T/n} i_c(t) \sin p\omega t dt + \left(\frac{1}{2} C''_1 + C''_{2k+1} \right) \int_0^{t_1} i_c(t) \cos p\omega t dt \right]$$

- On en déduit :

$$A_p = A'_p + A''_p, \quad B_p = B'_p + B''_p, \quad I_{pm} = \sqrt{A_p^2 + B_p^2},$$

$$A_1 = A'_1 + A''_1, \quad B_1 = B'_1 + B''_1, \quad I_{1m} = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$$

Dans le cas du montage mixte correspondant à la figure 1.2.d

$$C'_{2k+1} = -2C'_1, \quad C''_1 = 2C'_1, \quad C''_{2k+1} = -C'_1.$$

• S'il y a des intervalles à courant nul, il faut comme nous l'avons souligné précédemment, veiller à n'utiliser les mêmes coefficients que pour la même configuration. On pourrait généraliser au cas où il y a plus de deux configurations par période de u_c .

1.2. CARACTERISATION DU RECEPTEUR

La tension redressée est formée, en conduction continue, de n portions (ou groupe de portions) de sinusoïdes. On désigne par V_m l'amplitude de ces sinusoïdes. Leur pulsation ω et leur période T sont celles du réseau triphasé alimentant le montage.

On considère un récepteur actif de f.e.m. E , de résistance R et d'inductance L . On le caractérise à l'aide des deux paramètres α et φ tels que

$$\alpha = \frac{E}{V_m} ; \quad \varphi = \text{arc tg } Q, \text{ avec } Q = \frac{L\omega}{R} \quad (1.2.)$$

Pour un montage à diodes, les rapports I_{pm}/I_{lm} ne sont fonctions que de n , α et φ .

Pour un montage à thyristors ou mixte, ils sont fonction de n , α , φ et ψ .

Dans la suite de ce chapitre on ne considèrera que le montage redresseur à diodes d'ordre n égal à 3.

II CONDUCTION CONTINUE

II.1 CONDITION DE CONTINUITÉ DU COURANT i_c

Pour trouver la limite de la conduction continue, on considère que le courant i_c part de zéro pour $\omega t = \gamma$ où la tension $V_m \sin(\omega t + \pi/6)$ croissante égale E (figure 1.3). Si la conduction est discontinue, i_c s'annule avant que ωt atteigne $\frac{2\pi}{3} + \gamma$. A la limite (cas représenté) il s'éteint juste pour $\omega t = \frac{2\pi}{3} + \gamma$.

Examinons, dans ce cas, les deux expressions $f_1(t)$ et $f_2(t)$ que présente i_c au cours de l'une de ses périodes.

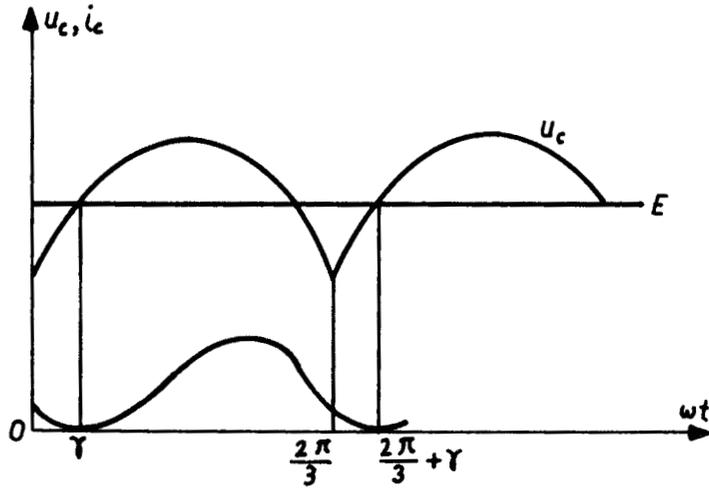


Figure 1.3.

- Pour $\gamma < \omega t < 2\pi/3$, $u_c = V_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$.

De $Ri_c + L \frac{di_c}{dt} + E = V_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$ on déduit :

$$i_c = f_1(t) = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) - \alpha \frac{V_m}{R} + A e^{-\frac{(\omega t - \gamma)}{Q}}$$

avec $Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$, $\text{tg } \varphi = L\omega/R$, $\alpha V_m = E$

Pour trouver la constante d'intégration A, on écrit que i_c est nul pour $\omega t = \gamma$. D'où

$$A = \frac{\alpha V_m}{R} - \frac{V_m}{Z} \sin(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi)$$

D'où, en remplaçant Z par $R \sqrt{1+Q^2}$, l'expression du courant :

$$f_1(t) = \frac{V_m}{R} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) - \alpha + \left[\alpha - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi) \right] e^{-\frac{\gamma - \omega t}{Q}} \right\}$$

et la valeur de i_c pour $\omega t = 2\pi/3$:

$$i_c(\frac{2\pi}{3}) = \frac{V_m}{R} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\frac{\pi}{6} + \varphi) - \alpha + \left[\alpha - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi) \right] e^{-\frac{\gamma - \omega t}{Q}} \right\}$$

- Pour $2\pi/3 < \omega t < 4\pi/3$, $u_c = V_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3}) = V_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$

De $Ri_c + L \frac{di_c}{dt} = V_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) - E$ on déduit :

$$f_2(t) = \frac{V_m}{R} \left[\frac{\sin(\omega t - \frac{\pi}{2} - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} - \alpha \right] + B e^{-\frac{(\omega t - 2\pi/3)}{Q}}$$

B est donné par $f_2(2\pi/3) = f_1(2\pi/3)$

$$B \frac{R}{V_m} + \frac{\sin(\pi/6 - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} - \alpha = \frac{\sin(\pi/6 + \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} - \alpha + \left[\alpha - \frac{\sin(\gamma + \pi/6 - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} \right] e^{(\gamma - 2\pi/3)/Q}$$

$$B = \frac{V_m}{R} \left\{ \frac{\sqrt{3} \sin \varphi}{\sqrt{1+Q^2}} + \left[\alpha - \frac{\sin(\gamma + \pi/6 - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} \right] e^{\frac{\gamma - 2\pi/3}{Q}} \right\}$$

D'où la seconde expression du courant

$$f_2(t) = \frac{V_m}{R} \left\{ \frac{\sin(\omega t - \pi/2 - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} - \alpha + \frac{\sqrt{3} \sin \varphi}{\sqrt{1+Q^2}} e^{-\frac{(\omega t - 2\pi/3)}{Q}} + \left[\alpha - \frac{\sin(\gamma + \pi/6 - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} \right] e^{-\frac{(\gamma - \omega t)}{Q}} \right\}$$

- La conduction est continue si $f_2(2\pi/3 + \gamma) \gg 0$

D'où la condition :

$$\sin(\gamma + \pi/6 - \varphi) + \sqrt{3} \sin \varphi e^{-\gamma/Q} - \sin(\gamma + \pi/6 - \varphi) e^{-2\pi/3Q} \gg \alpha \sqrt{1+Q^2} (1 - e^{-2\pi/3Q})$$

$$\frac{\sqrt{3} \sin \varphi e^{-\gamma/Q}}{1 - e^{-2\pi/3Q}} + \sin(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi) \geq \alpha \sqrt{1+Q^2}$$

Mais l'angle γ est défini par l'égalité $\sin(\gamma + \pi/6) = \alpha$ et $\sin \varphi$ et $\cos \varphi$ sont liés à Q par

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{Q}{\sqrt{1+Q^2}}$$

De sorte que

$$\sin(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi) = \sin(\gamma + \frac{\pi}{6}) \cos \varphi - \cos(\gamma + \frac{\pi}{6}) \sin \varphi$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \left[\alpha - Q \cos(\gamma + \frac{\pi}{6}) \right] = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} (\alpha - Q \sqrt{1-\alpha^2})$$

En reportant dans la condition de continuité, celle-ci devient :

$$\frac{\sqrt{3} Q e^{-\gamma/Q}}{1 - e^{-2\pi/3Q}} + \alpha - Q \sqrt{1-\alpha^2} - \alpha(1+Q^2) \gg 0$$

$$\boxed{-\alpha Q - \sqrt{1-\alpha^2} + \sqrt{3} \frac{e^{-\frac{\pi/6 - \arcsin \alpha}{Q}}}{1 - e^{-2\pi/3Q}} \gg 0 \quad (1.3.)}$$

La valeur de α au-dessus de laquelle la conduction est discontinue croît avec Q , passant de 0,5 pour Q nul à $3\sqrt{3}/2\pi$ quand Q tend vers l'infini.

On a tracé la courbe $\alpha(\varphi)$ séparant la zone à conduction continue (zone 1) de celles à conduction discontinue sur la planche ⁽¹⁾.

II.2. EXPRESSION DU COURANT REDRESSE

Si la conduction est continue, la tension u_c est égale à $V_m \sin(\omega t + \pi/6)$ pendant tout l'intervalle $0, T/3$ (fig. 1.4.). Durant celui-ci, le courant i_c est donné par la même expression.

$$\text{De } L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = V_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) - \alpha V_m$$

On déduit :

$$i_c = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) - \alpha \frac{V_m}{R} + A e^{-\omega t/Q}$$

Si on indique par i_0 la valeur i_c pour $t = 0$,

$$i_0 = \frac{V_m}{Z} \sin(\frac{\pi}{6} - \varphi) - \alpha \frac{V_m}{R} + A$$

$$A = i_0 - \frac{V_m}{Z} \sin(\frac{\pi}{6} - \varphi) + \alpha \frac{V_m}{R}$$

D'où l'expression du courant i_c

$$i_c = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) - \alpha \frac{V_m}{R} + \left[i_0 - \frac{V_m}{Z} \sin(\frac{\pi}{6} - \varphi) + \alpha \frac{V_m}{R} \right] e^{-\omega t/Q}$$

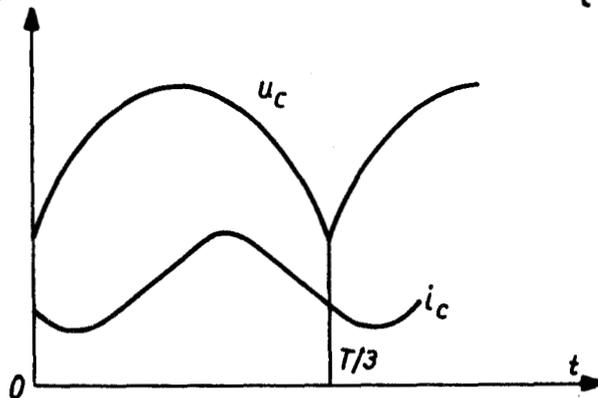


Figure 1.4.

(1) Toutes les planches de caractéristiques sont groupées à la fin de ce mémoire.

Pour éliminer i_o on écrit $i'(2\pi/3) = i_o$:

$$i_o = \frac{V_m}{Z} \sin\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right) - \alpha \frac{V_m}{R} + \left[i_o - \frac{V_m}{Z} \sin\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) + \alpha \frac{V_m}{R} \right] e^{-2\pi/3Q}$$

$$i_o = \frac{\frac{V_m}{Z} \left[\sin\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) e^{-2\pi/3Q} \right]}{1 - e^{-2\pi/3Q}} - \alpha \frac{V_m}{R}$$

D'où

$$i_c = \frac{V_m}{Z} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) - \alpha \frac{V_m}{R} + \frac{V_m}{Z} \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) (e^{\frac{2\pi}{3Q}} - 1 - e^{\frac{2\pi}{3Q}})}{1 - e^{-2\pi/3Q}} \right] e^{-\frac{\omega t}{Q}}$$

$$= \frac{V_m}{Z} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) - \alpha \frac{V_m}{R} + \frac{V_m}{Z} \frac{\sqrt{3}\sin\varphi}{1 - e^{-2\pi/3Q}} e^{-\omega t/Q}$$

En remplaçant Z par $R\sqrt{1+Q^2}$, $\cos\varphi$ par $1/\sqrt{1+Q^2}$ et $\sin\varphi$ par $Q/\sqrt{1+Q^2}$

il vient :

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[\frac{\sqrt{3Q} e^{-\omega t/Q}}{(1+Q^2)(1 - e^{-2\pi/3Q})} - \alpha + \frac{\sin(\omega t + \pi/6 - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} \right]$$

qu'on écrit :

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[M e^{-\omega t/Q} + N \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) - \alpha \right]$$

avec

$$M = \frac{\sqrt{3Q}}{(1+Q^2)(1 - e^{-2\pi/3Q})} ; N = 1/\sqrt{1+Q^2}$$

(1.4)

II.3. CALCUL DES HARMONIQUES

On utilise les relations (1.1)

- Pour les harmoniques de rang $p = 3l \pm 1$

$$D_p = \frac{V_m}{R} \int_0^{2\pi/3} \left[Me^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) - \alpha \right] \cos p\omega t \, d\omega t$$

ou en décomposant :

$$\int_0^{2\pi/3} Me^{\frac{-\omega t}{Q}} \cos p\omega t \, d\omega t = \left[\frac{Me^{\frac{-\omega t}{Q}}}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left(-\frac{1}{Q} \cos p\omega t + p \sin p\omega t \right) \right]_0^{2\pi/3}$$

$$= \frac{M}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[e^{\frac{-2\pi}{3Q}} \left(\frac{1}{2Q} + p \sin p \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{1}{Q} \right]$$

$$\int_0^{2\pi/3} N \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) \cos p\omega t \, d\omega t = \frac{N}{2} \int_0^{2\pi/3} \left\{ \sin[(p+1)\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi] - \sin[(p-1)\omega t - \frac{\pi}{6} + \varphi] \right\} d\omega t$$

$$= \frac{N}{2} \left[\frac{-1}{p+1} \cos[(p+1)\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi] + \frac{1}{p-1} \cos[(p-1)\omega t - \frac{\pi}{6} + \varphi] \right]_0^{2\pi/3}$$

$$= \frac{N}{2} \left[\frac{-\cos[(p+1)\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \varphi]}{p+1} + \frac{\cos[(p-1)\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + \varphi]}{p-1} - \frac{2 \cos(\frac{\pi}{6} - \varphi)}{p^2 - 1} \right]$$

$$\int_0^{2\pi/3} -\alpha \cos p\omega t \, d\omega t = -\frac{\alpha}{p} \sin p \frac{2\pi}{3}$$

De même pour E_p ;

$$E_p = \frac{V_m}{R} \int_0^{2\pi/3} \left[Me^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) - \alpha \right] \sin p\omega t \, d\omega t$$

On obtient en décomposant,

$$\int_0^{2\pi/3} Me^{\frac{-\omega t}{Q}} \sin p\omega t \, d\omega t = \left[\frac{Me^{\frac{-\omega t}{Q}}}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left(-\frac{1}{Q} \sin p\omega t - p \cos p\omega t \right) \right]_0^{2\pi/3}$$

$$= \frac{M}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[e^{\frac{-2\pi}{3Q}} \left(-\frac{1}{Q} \sin p \frac{2\pi}{3} + \frac{p}{2} \right) + p \right]$$

$$\int_0^{2\pi/3} N \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) \sin p \omega t dt = \frac{N}{2} \int_0^{2\pi/3} \left\{ \cos[(p-1)\omega t - \frac{\pi}{6} + \varphi] - \cos[(p+1)\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi] \right\} d\omega t$$

$$= \frac{N}{2} \left\{ \frac{\sin[(p-1) \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + \varphi]}{p-1} - \frac{\sin[(p+1) \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \varphi]}{p+1} + \frac{2p \sin(\frac{\pi}{6} - \varphi)}{p^2 + 1} \right\}$$

$$\int_0^{2\pi/3} -\alpha \sin p \omega t d\omega t = -\frac{\alpha}{p} \left[1 - \cos p \frac{2\pi}{3} \right] = \frac{-3\alpha}{2p}$$

- Pour le fondamental,

Il suffit de faire $p = 1$ dans les termes en M et en α . Pour ceux en N , à cause de l'apparition de $p - 1$ dans les dénominateurs il faut reprendre le calcul :

$$\int_0^{2\pi/3} N \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) \cos \omega t d\omega t = \frac{N}{2} \int_0^{2\pi/3} \left[\sin(2\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) + \sin(\frac{\pi}{6} - \varphi) \right] d\omega t$$

$$= \frac{N}{2} \left[\frac{1}{2} \sin \varphi + \frac{2\pi}{3} \sin(\frac{\pi}{6} - \varphi) + \frac{1}{2} \cos(\frac{\pi}{6} - \varphi) \right]$$

$$\int_0^{2\pi/3} N \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) \sin \omega t d\omega t = \frac{N}{2} \int_0^{2\pi/3} \left[\cos(\frac{\pi}{6} - \varphi) - \cos(2\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) \right] d\omega t$$

$$= \frac{N}{2} \left[\frac{1}{2} \cos \varphi + \frac{2\pi}{3} \cos(\frac{\pi}{6} - \varphi) + \frac{1}{2} \sin(\frac{\pi}{6} - \varphi) \right]$$

En regroupant ,

$$\frac{D_p}{V_m/R} = \frac{M}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[\frac{1}{Q} + \left(\frac{1}{2Q} + p \sin p \frac{2\pi}{3} \right) e^{-2\pi/3Q} \right] - \frac{\alpha}{p} \sin p \frac{2\pi}{3}$$

$$+ \frac{N}{2} \left\{ \frac{1}{p-1} \cos \left[(p-1) \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] - \frac{1}{p+1} \cos \left[(p+1) \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] - \frac{2 \cos(\frac{\pi}{6} - \varphi)}{p^2 - 1} \right\}$$

$$\frac{E_p}{V_m/R} = \frac{M}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[p + \left(\frac{p}{2} - \frac{1}{Q} \sin p \frac{2\pi}{3} \right) e^{-2\pi/3Q} \right] - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{p}$$

$$+ \frac{N}{2} \left[\frac{1}{p-1} \sin \left[(p-1) \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] - \frac{1}{p+1} \sin \left[(p+1) \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] + \frac{2p}{p^2 - 1} \sin(\frac{\pi}{6} - \varphi) \right]$$

$$\frac{D_1}{V_m/R} = \frac{M}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[\frac{1}{Q} + \left(\frac{1}{2Q} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) e^{-2\pi/3Q} \right] - \frac{\alpha\sqrt{3}}{2} + N \left[\frac{\sin \varphi}{4} + \frac{\pi \sin(\frac{\pi}{6} - \varphi)}{3} + \frac{\cos(\frac{\pi}{6} - \varphi)}{4} \right]$$

$$\frac{E_1}{V_m/R} = \frac{M}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2Q} \right) e^{-2\pi/3Q} \right] - \frac{3\alpha}{2} + N \left[\frac{\cos \varphi}{4} + \frac{\pi \cos(\frac{\pi}{6} - \varphi)}{3} + \frac{\sin(\frac{\pi}{6} - \varphi)}{4} \right]$$

Par la relation $I_{p_{iu}} / I_{l_m} = \sqrt{D_p^2 + E_p^2} / \sqrt{D_1^2 + E_1^2}$, ces expressions permettent de tracer la partie correspondant à la conduction continue des caractéristiques des planches 2,3 et 4.

III - CONDUCTION DISCONTINUE

Il existe deux modes de conduction discontinue suivant que le courant redressé, en dehors de l'intervalle où il est nul, présente, par période $T/3$ de la tension u_c , une expression ou deux.

III.1. DELIMITATION DES DEUX MODES

La conduction discontinue à "une seule expression de i_c " correspond aux formes d'ondes de la figure 1.5. Le courant i_c , parti de zéro pour $\omega t = \gamma$ tel que $V_m \sin(\pi/6 + \gamma) = E$, s'annule pour $\omega t = \Gamma$ tel que Γ soit inférieur à $2\pi/3$

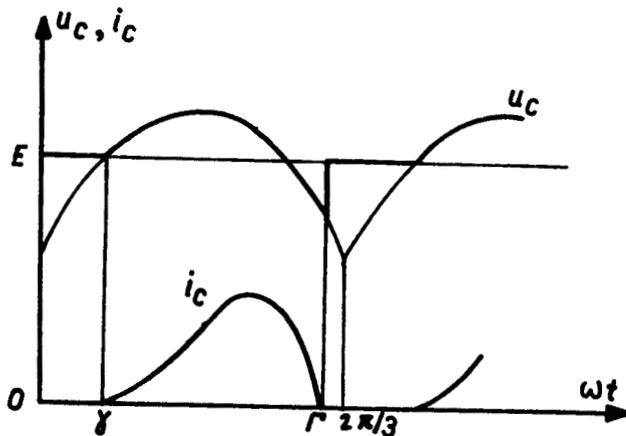


Figure 1.5.

Pour $\omega t > \gamma$,
de $L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = V_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) - E$, avec $i_c(\gamma) = 0$

On déduit, comme au début du paragraphe II.1,

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) - \alpha + \left[\alpha - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi) \right] e^{\frac{\gamma - \omega t}{Q}} \right\} \quad (1.5)$$

La conduction est discontinue "à une seule expression", si cette expression de i_c conduisait à une valeur négative ou nulle pour $\omega t = \frac{2\pi}{3}$

D'où la condition :

$$\frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\frac{\pi}{6} + \varphi) - \alpha + \left[\alpha - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi) \right] e^{\frac{\gamma - 2\pi/3}{Q}} \ll 0$$

ou, puisque $\sin(\gamma + \pi/6) = \alpha$, $\sin \varphi = \frac{Q}{\sqrt{1+Q^2}}$, $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}}$,

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} Q - \alpha(1+Q^2) + \left[\alpha(1+Q^2) - \alpha + Q\sqrt{1-\alpha^2} \right] e^{\frac{\text{arc sin } \alpha - 5\pi/6}{Q}} \ll 0$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} Q - \alpha(1+Q^2) + (\alpha Q^2 + Q\sqrt{1-\alpha^2}) e^{\frac{\text{arc sin } \alpha - 5\pi/6}{Q}} \ll 0 \quad (1.6)$$

Quand Q va de zéro à l'infini, ou φ de zéro à $\pi/2$, la valeur de α *au-dessus* de laquelle i_c ne présente qu'une expression croît de 0,5 à $\sqrt{3}/2$

On a tracé en traits interrompus sur la planche 1 la courbe séparant les deux modes de conduction discontinue.

III.2. CONDUCTION DISCONTINUE A "UNE SEULE EXPRESSION" DE i_c

● Pendant l'intervalle γ, Γ , avec $\Gamma < 2\pi/3$, le courant redressé i_c est donné par la relation (1.5) qu'on écrit :

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[P e^{\frac{\gamma - \omega t}{Q}} + N \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) - \alpha \right];$$

$$\text{vec } P = \alpha - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi), \quad N = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \quad (1.7)$$

La valeur de γ découle directement de celle de α puisque

$$\sin(\gamma + \frac{\pi}{6}) = \alpha$$

A partir de α et Q on calcule Γ en écrivant :

$$\frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin \left(\Gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \alpha + \left[\alpha - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin \left(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right] e^{\frac{\gamma - \Gamma}{Q}} = 0$$

ou en remplaçant $\sin \left(\gamma + \frac{\pi}{6} \right)$, $\sin \varphi$ et $\cos \varphi$ par leurs expressions en fonction de α et Q .

$$\begin{aligned} \sin \left(\Gamma + \frac{\pi}{6} \right) - Q \cos \left(\Gamma + \frac{\pi}{6} \right) - \alpha(1+Q^2) + \left[\alpha(1+Q^2) - \alpha + Q \sqrt{1-\alpha^2} \right] e^{\frac{\gamma - \Gamma}{Q}} &= 0 \\ \sin \left(\Gamma + \frac{\pi}{6} \right) - Q \cos \left(\Gamma + \frac{\pi}{6} \right) - \alpha(1+Q^2) + (\alpha Q^2 + Q \sqrt{1-\alpha^2}) e^{(\gamma - \Gamma)/Q} &= 0 \quad (1.8) \end{aligned}$$

● La similitude des expressions (1.4) et (1.7) du courant i_c facilite le calcul des amplitudes des harmoniques des courants primaires.

$$D_p = \frac{V_m}{R} \int_{\gamma}^{\Gamma} \left[P e^{\frac{\gamma - \omega t}{Q}} + N \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \alpha \right] \cos p \omega t \, d\omega t$$

$$\int_{\gamma}^{\Gamma} P e^{\frac{\gamma - \omega t}{Q}} \cos p \omega t \, d\omega t = P e^{\frac{\gamma}{Q}} \left[\frac{e^{-\frac{\omega t}{Q}}}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left(-\frac{1}{Q} \cos p \omega t + p \sin p \omega t \right) \right]_{\gamma}^{\Gamma}$$

$$= \frac{P}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[\left(\frac{-1}{Q} \cos p \Gamma + p \sin p \Gamma \right) e^{\frac{\gamma - \Gamma}{Q}} + \frac{1}{Q} \cos p \gamma - p \sin p \gamma \right]$$

$$\int_{\gamma}^{\Gamma} N \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \cos p \omega t \, d\omega t = \frac{N}{2} \left\{ \frac{-1}{p+1} \cos \left[(p+1)\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] + \frac{1}{p-1} \cos \left[(p-1)\omega t - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] \right\}_{\gamma}^{\Gamma}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{N}{2} \left\{ \frac{1}{p+1} \left[\cos \left[(p+1)\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] - \cos \left[(p+1)\Gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{p-1} \left[\cos \left[(p-1)\gamma - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] - \cos \left[(p-1)\Gamma - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\int_{\gamma}^{\Gamma} -\alpha \cos p \omega t \, d\omega t = -\frac{\alpha}{p} (\sin p \Gamma - \sin p \gamma)$$

De même,

$$E_p = \frac{V_m}{R} \int_{\gamma}^{\Gamma} \left[P e^{\frac{\gamma - \omega t}{Q}} + N \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \alpha \right] \sin p \omega t \, d\omega t$$

$$\int_{\gamma}^{\Gamma} P e^{\frac{\gamma - \omega t}{Q}} \sin p \omega t \, d\omega t = P e^{\frac{\gamma}{Q}} \left[\frac{e^{-\frac{\omega t}{Q}}}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left(-\frac{1}{Q} \sin p \omega t - p \cos p \omega t \right) \right]_{\gamma}^{\Gamma}$$

$$= \frac{P}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[\left(-\frac{1}{Q} \sin p \Gamma - p \cos p \Gamma \right) e^{\frac{\gamma - \Gamma}{Q}} + \frac{1}{Q} \sin p \gamma + p \cos p \gamma \right]$$

$$\int_{\gamma}^{\Gamma} N \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \sin p \omega t \, d\omega t = \frac{N}{2} \left[\frac{1}{p-1} \sin \left[(p-1) \omega t - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] - \frac{1}{p+1} \sin \left[(p+1) \omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] \right]_{\gamma}^{\Gamma}$$

$$= \frac{N}{2} \left\{ \frac{1}{p-1} \left[\sin \left[(p-1) \Gamma - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] - \sin \left[(p-1) \gamma - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] \right] - \frac{1}{p+1} \left[\sin \left[(p+1) \Gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] - \sin \left[(p+1) \gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] \right] \right\}$$

$$\int_{\gamma}^{\Gamma} -\alpha \sin p \omega t \, d\omega t = \frac{\alpha}{p} (\cos p \Gamma - \cos p \gamma)$$

● Pour calculer l'amplitude du *fondamental* on peut faire p égal à 1 dans les relations précédentes, sauf pour les termes en N . Ceux-ci ont pour valeurs

$$\int_{\gamma}^{\Gamma} N \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \cos \omega t \, d\omega t = \frac{N}{2} \int_{\gamma}^{\Gamma} \left[\sin \left(2\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + \sin \left(\frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right] d\omega t$$

$$= \frac{N}{2} \left[-\frac{1}{2} \cos \left(2\Gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + \frac{1}{2} \cos \left(2\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + (\Gamma - \gamma) \sin \left(\frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right]$$

$$\int_{\gamma}^{\Gamma} N \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \sin \omega t \, d\omega t = \frac{N}{2} \int_{\gamma}^{\Gamma} \left[\cos \left(\frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \cos \left(2\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right] d\omega t$$

$$= \frac{N}{2} \left[(\Gamma - \gamma) \cos \left(\frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{1}{2} \sin \left(2\Gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + \frac{1}{2} \sin \left(2\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right]$$

En regroupant l'ensemble des résultats on obtient donc :

$$\begin{aligned} \frac{D_p}{V_m/R} &= \frac{P}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[(p \sin p\Gamma - \frac{1}{Q} \cos p\Gamma) e^{\frac{\gamma-\Gamma}{Q}} + \frac{1}{Q} \cos p\gamma - p \sin p\gamma \right] \\ &+ \frac{N}{2(p+1)} \left\{ \cos \left[(p+1)\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] - \cos \left[(p+1)\Gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] \right\} \\ &+ \frac{N}{2(p-1)} \left\{ \cos \left[(p-1)\Gamma - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] - \cos \left[(p-1)\gamma - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] \right\} + \frac{\alpha}{p} (\sin p\gamma - \sin p\Gamma) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{E_p}{V_m/R} &= \frac{P}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[- \left(\frac{1}{Q} \sin p\Gamma + p \cos p\Gamma \right) e^{\frac{\gamma-\Gamma}{Q}} + \frac{1}{Q} \sin p\gamma + p \cos p\gamma \right] \\ &+ \frac{N}{2(p+1)} \left\{ \sin \left[(p+1)\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] - \sin \left[(p+1)\Gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] \right\} \\ &+ \frac{N}{2(p-1)} \left\{ \sin \left[(p-1)\Gamma - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] - \sin \left[(p-1)\gamma - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] \right\} + \frac{\alpha}{p} (\cos p\Gamma - \cos p\gamma) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{D_1}{V_m/R} &= \frac{P}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[\left(\sin \Gamma - \frac{\cos \Gamma}{Q} \right) e^{\frac{\gamma-\Gamma}{Q}} + \frac{\cos \gamma - \sin \gamma}{Q} \right] + \alpha (\sin \gamma - \sin \Gamma) \\ &+ \frac{N}{2} \left[\frac{1}{2} \cos \left(2\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{1}{2} \cos \left(2\Gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + (\Gamma - \gamma) \sin \left(\frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{E_1}{V_m/R} &= \frac{P}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[- \left(\frac{1}{Q} \sin \Gamma + \cos \Gamma \right) e^{\frac{\gamma-\Gamma}{Q}} + \frac{\sin \gamma}{Q} + \cos \gamma \right] + \alpha (\cos \Gamma - \cos \gamma) \\ &+ \frac{N}{2} \left[\frac{1}{2} \sin \left(2\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{1}{2} \sin \left(2\Gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + (\Gamma - \gamma) \cos \left(\frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right] \end{aligned}$$

Ces relations permettent de tracer les caractéristiques des planches 2, 3, 4 pour la conduction discontinue à une seule expression (valeurs de α supérieures à $\sqrt{3}/2$; partie gauche des courbes pour α compris entre 0,5 et $\sqrt{3}/2$).

III.3. CONDUCTION DISCONTINUE A "DEUX EXPRESSIONS DE i_c

● Le courant redressé i_c , parti de zéro pour $\omega t = \gamma$, n'est pas nul pour $\omega t = 2\pi/3$. Il s'éteint pour $\omega t = \Gamma$ tel que

$$2\pi/3 < \Gamma < 2\pi/3 + \gamma.$$

La figure 1.6. donne les formes d'ondes de la tension u_c et du courant i_c correspondant à ce mode de fonctionnement.

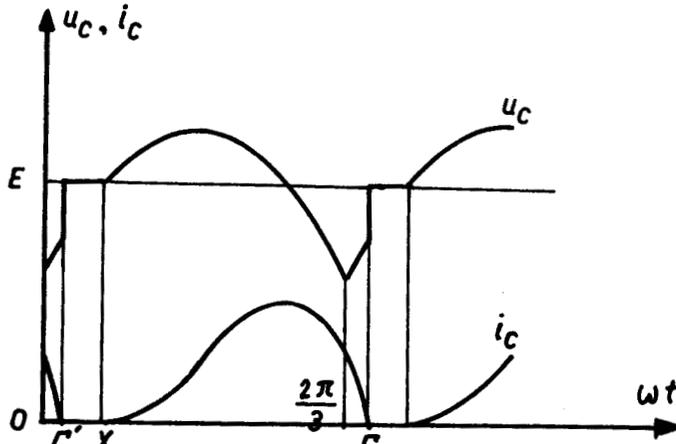


Figure 1.6.

- Pour $\gamma < \omega t < 2\pi/3$, le courant i_c est encore donné par la relation

(1.5.) :

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) - \alpha + \left[\alpha - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi) \right] e^{\frac{\gamma - \omega t}{Q}} \right\} \quad (1.5)$$

d'où la valeur de i_c pour $\omega t = 2\pi/3$

$$i_c(2\pi/3) = \frac{V_m}{R} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\frac{5\pi}{6} - \varphi) - \alpha + \left[\alpha - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi) \right] e^{\frac{\gamma - 2\pi/3}{Q}} \right\}$$

- Pour $0 < \omega t < \Gamma'$, avec $\Gamma' = \Gamma - \frac{2\pi}{3}$, i_c est encore solution de

$$L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = V_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) - \alpha V_m$$

donc

$$i_c = Be^{-\omega t/Q} + \frac{V_m}{R} \left[\frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi) - \alpha \right]$$

On déduit B du fait que $i_c(0)$ égale $i_c(2\pi/3)$

$$B = \frac{V_m}{R} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \varphi\right) - \alpha + \left[\alpha - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin\left(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) e^{-\frac{\gamma-2\pi/3}{Q}} \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) + \alpha \right\} \\ = \frac{V_m}{R} \left\{ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1+Q^2}} \sin \varphi + \left[\alpha - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin\left(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) e^{-\frac{\gamma-2\pi/3}{Q}} \right] \right\}$$

D'où la seconde expression i_c :

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left\{ \left[\frac{\sqrt{3}Q}{1+Q^2} + \left(\alpha - \frac{\sin\left(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi\right)}{\sqrt{1+Q^2}} \right) e^{-\frac{\gamma-2\pi/3}{Q}} \right] e^{-\omega t/Q} + \frac{\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi\right)}{\sqrt{1+Q^2}} - \alpha \right\} \quad (1.9)$$

Pour trouver Γ' on écrit que, lorsque $\omega t = \Gamma'$, i_c s'annule.

$$\left[\frac{\sqrt{3}Q}{1+Q^2} + \left(\alpha - \frac{\sin\left(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi\right)}{\sqrt{1+Q^2}} \right) e^{-\frac{\gamma-2\pi/3}{Q}} \right] e^{-\Gamma'/Q} + \frac{\sin\left(\Gamma' + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) - Q \cos\left(\Gamma' + \frac{\pi}{6}\right) - \alpha}{1+Q^2} = 0$$

En résumé, on a donc pendant l'intervalle où, si i_c diffère de zéro, u_c égale $V_m \sin(\omega t + \pi/6)$.

Pour $0 < \omega t < \Gamma'$,

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[T e^{-\omega t/Q} + N \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) - \alpha \right]$$

Pour $\gamma < \omega t < 2\pi/3$,

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[P e^{(\gamma-\omega t)/Q} + N \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) - \alpha \right]$$

L'angle Γ' est tel que

$$T e^{-\Gamma'/Q} + N^2 \sin\left(\Gamma' + \frac{\pi}{6}\right) - N^2 Q \cos\left(\Gamma' + \frac{\pi}{6}\right) - \alpha = 0$$

avec

$$P = - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin\left(\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) ; N = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} ; T = \sqrt{3}QN^2 + P e^{-\frac{\gamma-2\pi/3}{Q}}$$

● Pour calculer les *harmoniques*, on écrit

$$\frac{D_p}{V_m/R} = \int_0^{2\pi/3} \frac{R}{V_m} i_c \cos p\omega t dt = D'_p + D''_p + D'''_p + D^{IV}_p + D^V_p$$

$$\text{avec } D'_p = \int_0^{\Gamma'} T e^{-\omega t/Q} \cos p\omega t d\omega t \quad ; \quad D''_p = \int_0^{\Gamma'} N \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) \cos p\omega t d\omega t$$

$$D'''_p = \int_{\gamma}^{2\pi/3} P e^{\frac{\gamma - \omega t}{Q}} \cos p\omega t d\omega t \quad ; \quad D^{IV}_p = \int_{\gamma}^{2\pi/3} N \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) \cos p\omega t d\omega t$$

$$D^V_p = -\alpha \left[\int_0^{\Gamma} \cos p\omega t d\omega t + \int_{\gamma}^{2\pi/3} \cos p\omega t d\omega t \right]$$

Les calculs se mènent et se simplifient comme ceux effectués pour les autres modes de fonctionnement. Ils donnent :

$$D'_p = \frac{T}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[(p \sin p\Gamma' - \frac{1}{Q} \cos p\Gamma') e^{-\Gamma'/Q} + \frac{1}{Q} \right] \quad ;$$

$$D''_p = \frac{N}{2(p+1)} \left[\cos(\pi/6 - \varphi) - \cos[(p+1)\Gamma' + \pi/6 - \varphi] \right] - \frac{N}{2(p-1)} \left[\cos(\pi/6 - \varphi) - \cos[(p-1)\Gamma' - \pi/6 + \varphi] \right] \quad ;$$

$$D'''_p = \frac{P}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[(p \sin p \frac{2\pi}{3} + \frac{1}{2Q}) e^{(\gamma - 2\pi/3)/Q} + \frac{1}{Q} \cos p\gamma - p \sin p\gamma \right] \quad ;$$

$$D^{IV}_p = \frac{N}{2(p+1)} \left[\cos[(p+1)\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi] - \cos[(p+1) \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \varphi] \right] \\ - \frac{N}{2(p-1)} \left[\cos[(p-1)\gamma - \frac{\pi}{6} + \varphi] - \cos[(p-1) \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + \varphi] \right] \quad ;$$

$$D^V_p = -\frac{\alpha}{p} \left(\sin p \frac{2\pi}{3} - \sin p\gamma + \sin p \Gamma' \right).$$

De la même façon,

$$\frac{P}{V_m/R} = \int_0^{2\pi/3} \frac{c}{V_m} \sin p\omega t \, d\omega t = E'_p + E''_p + E'''_p + E^{IV}_p + E^V_p$$

avec

$$E'_p = \int_0^{\Gamma'} T e^{-\omega t/Q} \sin p\omega t \, d\omega t \quad ; \quad E''_p = \int_0^{\Gamma'} N \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \sin p\omega t \, d\omega t \quad ;$$

$$E'''_p = \int_{\gamma}^{2\pi/3} P e^{\frac{\gamma-\omega t}{Q}} \sin p\omega t \, d\omega t \quad ; \quad E^{IV}_p = \int_{\gamma}^{2\pi/3} N \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \sin p\omega t \, d\omega t \quad ;$$

$$E^V_p = -\alpha \left[\int_0^{\Gamma'} \sin p\omega t \, d\omega t + \int_{\gamma}^{2\pi/3} \sin p\omega t \, d\omega t \right]$$

On obtient :

$$E'_p = \frac{T}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[(-p \cos p \Gamma' - \frac{1}{Q} \sin p \Gamma') e^{-\Gamma'/Q} + p \right] ;$$

$$E''_p = \frac{N}{2(p+1)} \left[\sin \left(\frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \sin \left[(p+1)\Gamma' + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] \right] \\ + \frac{N}{2(p-1)} \left[\sin \left(\frac{\pi}{6} - \varphi \right) + \sin \left[(p-1)\Gamma' - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] \right]$$

$$E'''_p = \frac{P}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[\left(\frac{P}{2} - \frac{1}{Q} \sin p \frac{2\pi}{3} \right) e^{\frac{\gamma-2\pi/3}{Q}} + \frac{1}{Q} \sin p\gamma + p \cos p\gamma \right] ;$$

$$E^{IV}_p = \frac{N}{2(p+1)} \left[\sin \left[(p+1)\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right] + \sin \left(p \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right] \\ - \frac{N}{2(p-1)} \left[\sin \left[(p-1)\gamma - \frac{\pi}{6} + \varphi \right] + \sin \left(p \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + \varphi \right) \right]$$

$$E^V_p = -\frac{\alpha}{p} \left(\cos p\gamma - \cos p\Gamma' + \frac{3}{2} \right) .$$

● Le calcul de D_1 et E_1 qui donnent l'amplitude du *fondamental* aboutit aux résultats suivants :

$$\frac{D_1}{V_m/R} = \frac{T}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[(\sin \Gamma' - \frac{1}{Q} \cos \Gamma') e^{-\Gamma'/Q} + \frac{1}{Q} \right] - \alpha \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin \gamma + \sin \Gamma' \right) \\ + \frac{N}{2} \left[\frac{1}{2} \sin \varphi + (2\pi/3 - \gamma + \Gamma') \sin (\pi/6 - \varphi) + \frac{1}{2} \cos (2\gamma + \pi/6 - \varphi) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cos (\pi/6 - \varphi) - \frac{1}{2} \cos (2\Gamma' + \pi/6 - \varphi) \right] \\ + \frac{P}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[\left(\frac{1}{2Q} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) e^{(\gamma-2\pi/3)/Q} + \frac{1}{Q} \cos \gamma + \sin \gamma \right]$$

$$\frac{E_1}{V_m/R} = \frac{T}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[(\cos \Gamma' - \frac{1}{Q} \sin \Gamma') e^{-\Gamma'/Q} + 1 \right] - \alpha \left(\frac{3}{2} + \cos \gamma - \cos \Gamma' \right)$$

$$+ \frac{N}{2} \left[\frac{1}{2} \cos \varphi + \left(\frac{2\pi}{3} - \gamma + \Gamma' \right) \cos \left(\frac{\pi}{6} - \varphi \right) + \frac{1}{2} \sin \left(2\gamma + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{1}{2} \sin \left(2\Gamma' + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right]$$

$$+ \frac{P}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2Q} \right) e^{(\gamma - 2\pi/3)/Q} + \frac{1}{Q} \sin \gamma + \cos \gamma \right]$$

Ces relations permettent de tracer la partie des caractéristiques I_{pm}/I_{lm} relatives à la zone de fonctionnement 2.

IV - CARACTERISTIQUES

IV.1 - CARACTERISTIQUES CALCULEES

A l'aide des relations précédentes on a tracé, pour diverses valeurs de α (égal à E/V_m), les variations en fonction de φ

- du rapport I_{2m}/I_{1m} (planche 2),
- du rapport I_{4m}/I_{1m} (planche 3),
- des rapports I_{5m}/I_{1m} et I_{7m}/I_{1m} (planche 4).

Le passage d'un mode de fonctionnement au suivant est marqué par un point sur les courbes.

L'examen des planches 2,3 et 4 appelle quelques remarques :

● *L'harmonique 2 a une valeur relative toujours supérieure ou égale à 0,5 qui correspond à la conduction continue avec Q infini.*

- En conduction continue, I_2/I_1 est d'autant plus élevé que α est lui-même plus grand. L'augmentation de Q permet de ramener I_2/I_1 à une valeur voisine de 1/2 mais cela exige une valeur de Q d'autant plus forte que α est voisin de $3\sqrt{3}/2\pi$.

- La conduction discontinue entraîne une forte croissance de I_2/I_1 qui est alors compris entre $\sqrt{2}/2$ et 1. La valeur de I_2/I_1 dépend alors surtout de α comme le montre la faible pente des courbes correspondantes ; l'augmentation de Q réduit peu l'harmonique 2.

• L'harmonique 4 peut, suivant les valeurs de α et de Q , avoir une valeur supérieure ou inférieure à celle, égale à $1/4$ du fondamental, qu'on obtient en conduction continue avec Q infini.

Pour les faibles valeurs de α , le rapport I_4/I_1 est généralement inférieur à $1/4$.

En conduction discontinue à Q donné, I_4/I_1 augmente au fur et à mesure que α croît.

• Les harmoniques 5 et 7, malgré la variété des formes des caractéristiques, suivent à peu près les mêmes lois que l'harmonique 4.

En conduction continue, I_5/I_1 et I_7/I_1 sont, pour les valeurs usuelles de Q , inférieurs à $1/5$ et $1/7$.

Plus la conduction est discontinue plus ces rapports augmentent. D'ailleurs à la limite quand α tend vers un, le courant i_c tend à passer sous forme d'impulsions très brèves ; tous les termes du développement en série de ce courant tendent à avoir des valeurs égales.

IV.2. VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

Nous avons vérifié les résultats précédents grâce au montage expérimental de la figure 1.7.

La tension E est obtenue à l'aide d'une génératrice à courant continu débitant à travers une inductance de lissage dans un rhéostat non inductif de faible résistance R_h . Ce lissage est nécessaire pour supprimer les harmoniques dus au collecteur de la génératrice. On règle E par l'excitation de celle-ci. Le courant débité dans ce circuit est d'une cinquantaine d'ampères. On vérifie à l'oscilloscope que la tension E aux bornes de R_h ne présente pas d'ondulation notable.

Le montage redresseur, alimenté par le réseau à travers un autotransformateur à curseurs, est constitué d'un transformateur et de diodes qui permettraient de débiter un courant redressé d'une centaine d'ampères. On limite la valeur moyenne I_c de ce courant à quelques ampères pour que les résistances et réactances du montage redresseur et de son alimentation ne produisent pas de chute de tension sensible.

Le circuit de débit du montage redresseur est formé d'une résistance variable et d'un variomètre. Les valeurs R et $L\omega$ de ce circuit ont été déterminées à 50 Hz, pour diverses positions de la partie mobile du variomètre.

La tension aux bornes d'un shunt non inductif parcouru par le courant primaire est appliquée à l'analyseur de spectre Hewlett Packard 3580A.

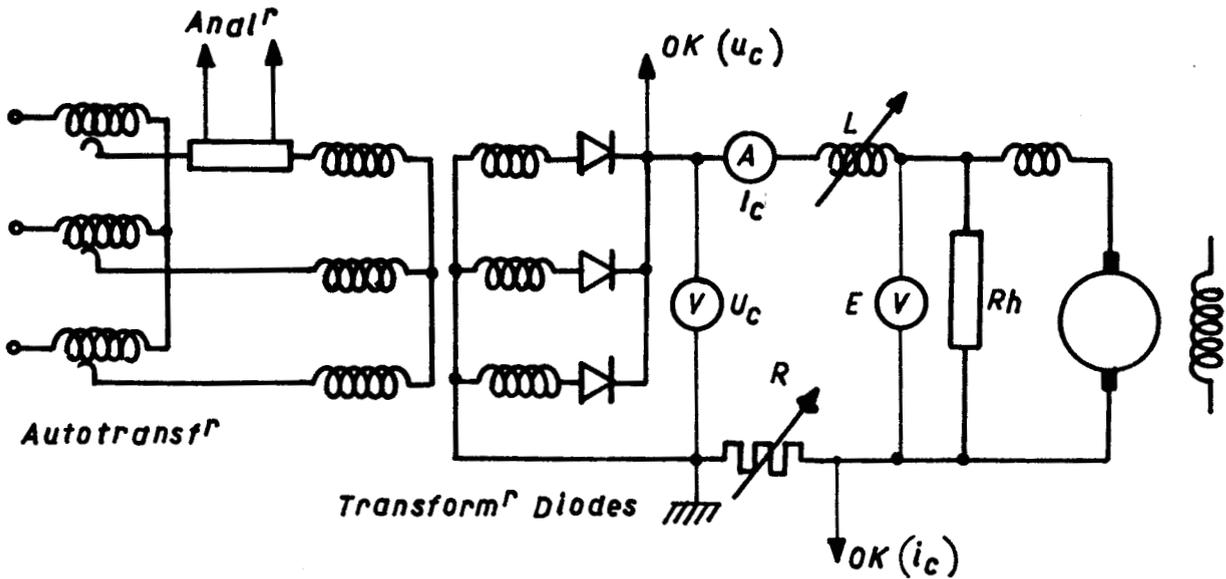


Figure 1.7.

- La figure 1.8. donne trois exemples de formes d'ondes de la tension u_c , du courant i_c et les spectres correspondants du courant primaire.

Pour une même valeur de Q , en augmentant E on a successivement

- un fonctionnement en conduction discontinue (en haut)
- un fonctionnement en conduction discontinue à deux expressions de i_c par période (au milieu),

- un fonctionnement en conduction discontinue à une seule expression de i_c par période (en bas).

On voit qu'au fur et à mesure que α croît, l'importance relative des harmoniques augmente.

- Pour diverses valeurs de α , on a relevé les variations de taux d'harmoniques quand Q (ou) varie.

La figure 1.9. donne les résultats trouvés pour $\alpha = 0$ et $\alpha = 0,8$. On a reproduit les courbes calculées et pointé (par 0, + ou x) les valeurs mesurées.

La concordance entre les calculs et les mesures est meilleure que ce qu'on pouvait espérer compte tenu de l'imprécision des lectures sur l'analyseur et de celle de la détermination de α et Q .

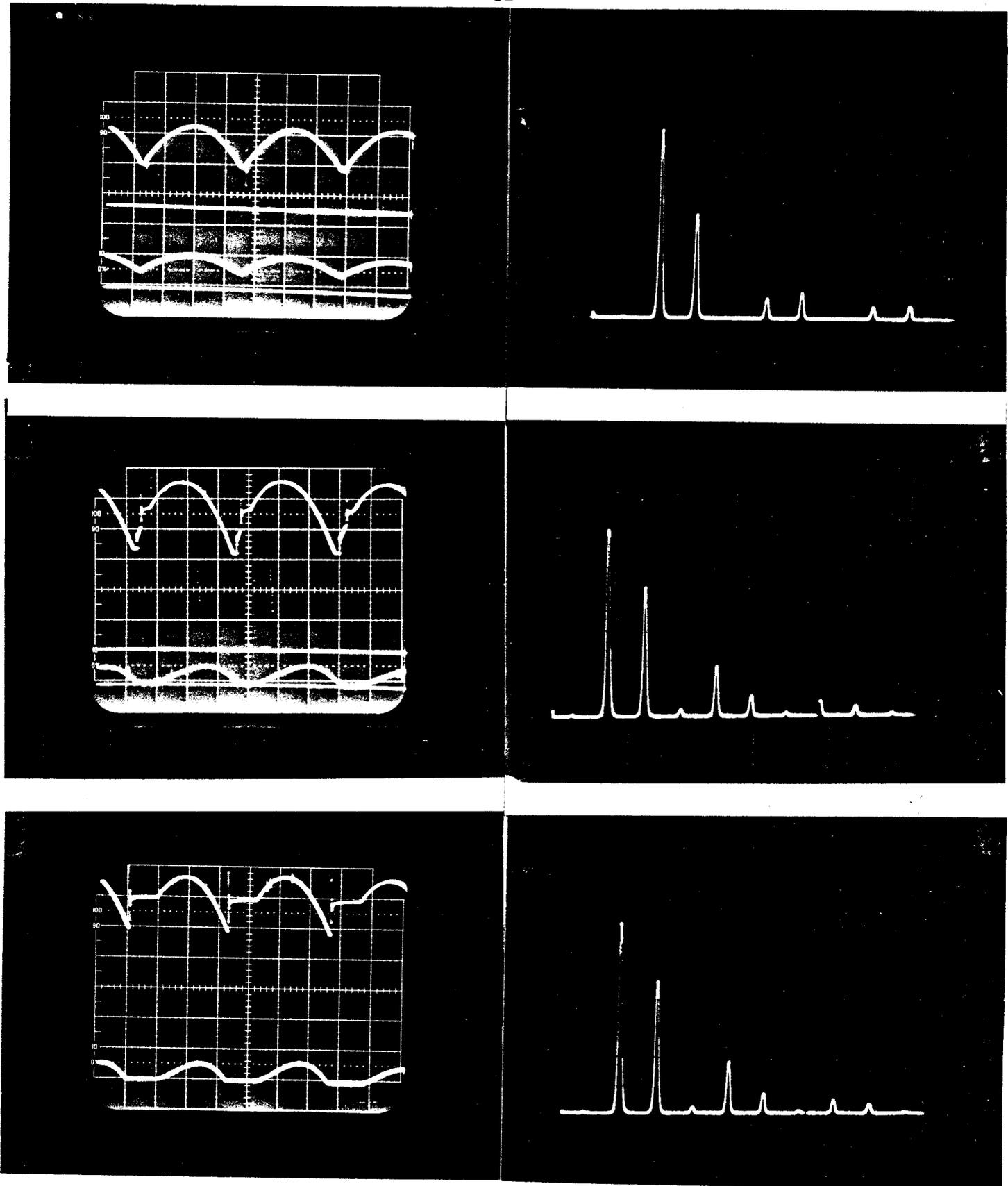


Figure 1.8

BUS
LILLE

(sur chaque cliché de gauche, en haut u_c , en bas i_c)

(sur chaque cliché de droite, de gauche à droite, I_{1m} , I_{2m} , I_{4m} ,...)

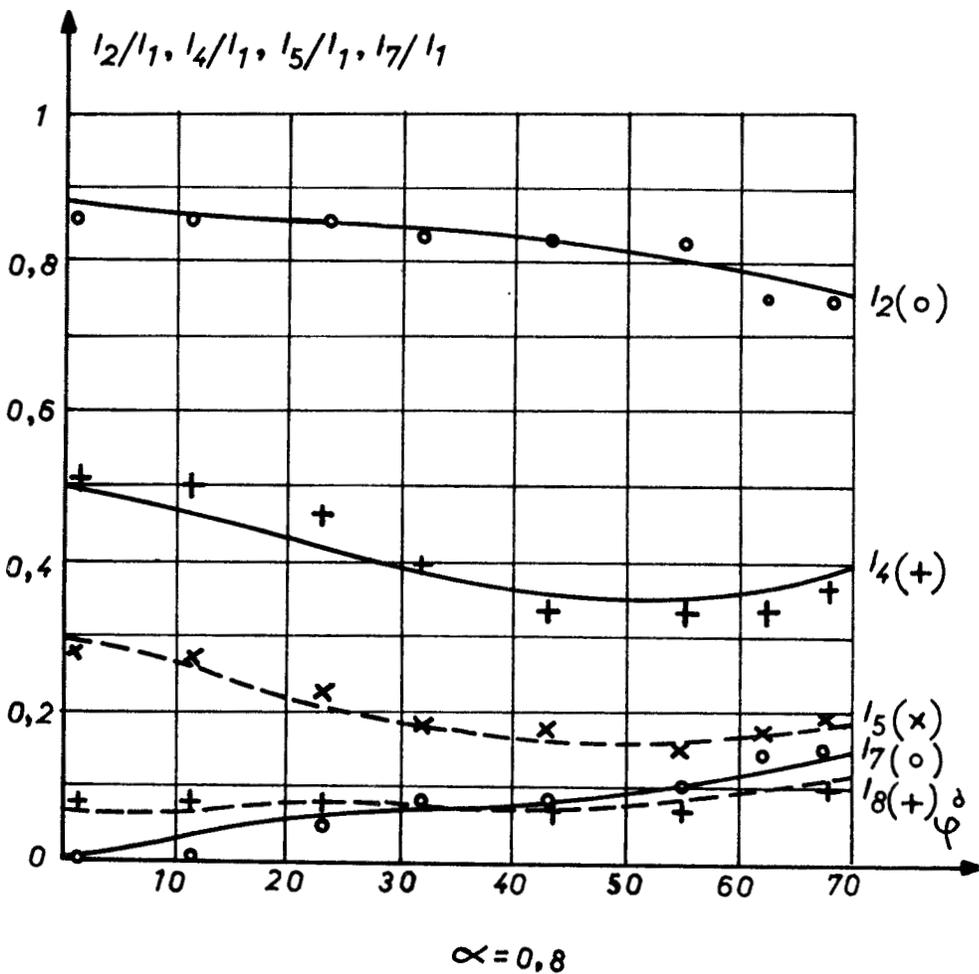
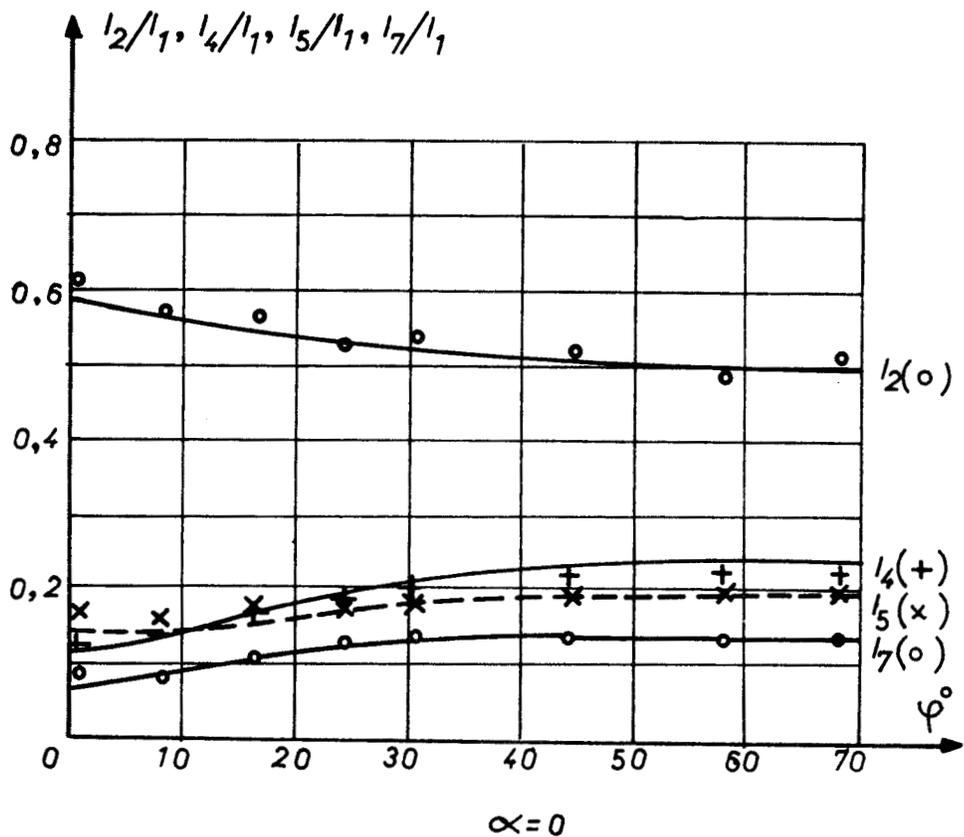


Figure 1.9.

C H A P I T R E I I

MONTAGES A DIODES DELIVRANT UNE TENSION REDRESSEE D'ORDRE 6

Les montages redresseurs délivrant une tension redressée d'ordre 6 sont les plus fréquemment utilisés. Notre étude s'applique aux montages en pont (P.D.3 et S.3) redressant à l'aide de 6 diodes les trois tensions fournies par une source en étoile ou en triangle, au montage P.6 redressant les six tensions secondaires d'un transformateur tri-hexaphasé. Pour le montage double-étoile, à cause de la différence des tensions redressée suivant qu'on est en-deçà de l'intensité critique ou au-delà, il faudrait faire une étude particulière à moins de supposer infinie l'inductance de la bobine interphases.

Nous raisonnerons sur le montage P.6 mais les résultats sont directement utilisables pour les montages P.D.3 et S.3.

Les procédés de calcul étant les mêmes que ceux utilisés pour l'ordre 3, nous les présentons plus rapidement.

I - DELIMITATION DES ZONES DE FONCTIONNEMENT

● La tension à la sortie du montage redresseur, si celui-ci débite vite, est

$$V_m \sin(\omega t + \pi/3) \quad , \quad \text{pour } 0 < \omega t < \pi/3$$

$$V_m \sin \omega t \quad , \quad \text{pour } \pi/3 < \omega t < 2\pi/3$$

Supposons (figure 2.1.) le courant i_c nul, pour $\omega t = \gamma$ tel que

$$V_m \sin(\gamma + \pi/3) = E$$

$$\sin(\gamma + \pi/3) = \alpha \quad (2.1.)$$

- Si i_c , parti de zéro pour $\omega t = \gamma$, redevient nul pour $\omega t \leq \frac{\pi}{3}$ (tracé en traits interrompus), la conduction est discontinue et i_c ne présente qu'une expression par période.

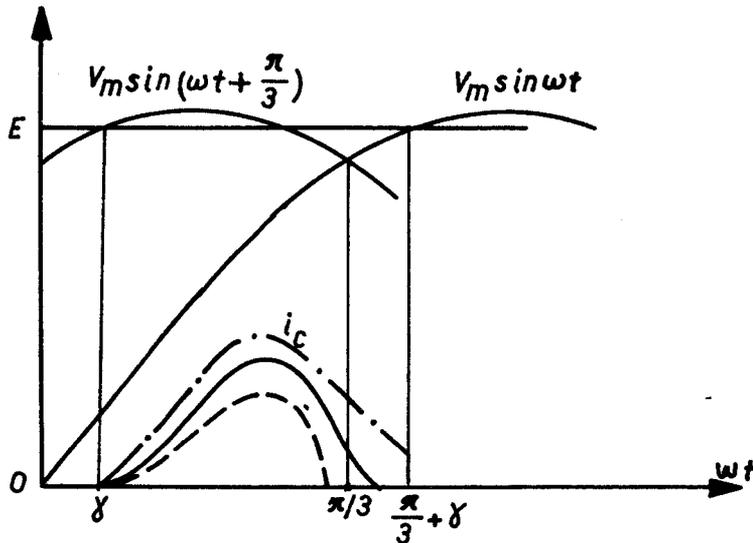


Figure 2.1.

- Si i_c s'annule pour ωt compris entre $\pi/3$ et $\pi/3 + \gamma$ (tracé en trait continu), la conduction est discontinue et i_c présente deux expressions par période.

- Si i_c ne s'annule pas avant $\omega t = \pi/3 + \gamma$ (tracé en traits mixtes), en régime permanent la conduction est continue.

● A partir de $\omega t = \gamma$, en conduction discontinue, le courant i_c est donné par

$$Ri_c + L \frac{di_c}{dt} = V_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) - \alpha V_m$$

$$i_c = A e^{(\gamma - \omega t)/Q} + \frac{V_m}{R} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + Q^2}} \sin(\omega t + \frac{\pi}{3} - \varphi) - \alpha \right]$$

Puisque i_c est nul pour $\omega t = \gamma$,

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left\{ \left[\alpha - \frac{\sin(\gamma + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{(\gamma - \omega t)/Q} + \frac{\sin(\omega t + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha \right\}$$

D'où $i_c(\pi/3)$:

$$i_c(\pi/3) = \frac{V_m}{R} \left\{ \left[\alpha - \frac{\sin(\gamma + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{(\gamma - \pi/3)/Q} + \frac{\sin(2\pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha \right\} \quad (2.2.)$$

La séparation entre les deux modes de conduction discontinue correspond à $i_c(\pi/3) = 0$:

$$\left[\alpha - \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin \left(\gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) \right] e^{(\gamma - \pi/3)Q} + \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right) - \alpha = 0$$

ou, en remplaçant

$$\sin \left(\gamma + \frac{\pi}{3} \right) \text{ par } \alpha, \quad \cos \left(\gamma + \frac{\pi}{3} \right) \text{ par } \sqrt{1-\alpha^2}, \quad \cos \varphi \text{ par } \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \text{ et } \sin \varphi \text{ par } \frac{Q}{\sqrt{1+Q^2}}$$

$$\left[\alpha(1+Q^2) - \alpha + Q \sqrt{1-\alpha^2} \right] e^{(\gamma - \pi/3)Q} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} Q - \alpha(1+Q^2) = 0$$

D'où l'équation de la courbe en traits interrompus (Pl. 5) séparant dans le système d'axes φ (ou Q), α les zones correspondant aux deux modes de conduction discontinue.

$$\boxed{(\alpha Q^2 + Q \sqrt{1-\alpha^2}) e^{(\arcsin \alpha - 2\pi/3)Q} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{Q}{2} - \alpha(1+Q^2) = 0} \quad (2.3.)$$

Quand Q va de zéro à l'infini, la valeur de α va de $\sqrt{3}/2$ à 0,968 (courbe en traits interrompus de la Planche 5).

● Si la conduction se poursuit au-delà de $\omega t = \pi/3$; alors i_c est donné par

$$Ri_c + L \frac{di_c}{dt} = V_m \sin \omega t - \alpha V_m$$

$$i_c = B e^{(\pi/3 - \omega t)/Q} + \frac{V_m}{R} \left[\frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} - \alpha \right]$$

La valeur de i_c pour $\omega t = \pi/3$ donnée la relation (2.2) conduit à celle de la constante d'intégration.

$$B = \frac{V_m}{R} \left\{ \left[\alpha - \frac{\sin(\gamma + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} \right] e^{\frac{\gamma - \pi/3}{Q}} + \frac{\sin \varphi}{1+Q^2} \right\}$$

D'où

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left\{ \left[\alpha - \frac{\sin(\gamma + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} \right] e^{(\gamma - \omega t)/Q} + \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1+Q^2}} e^{(\pi/3 - \omega t)/Q} + \frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} - \alpha \right\}$$

La séparation des conductions continue et discontinue correspond à l'annulation de i_c pour $\omega t = \pi/3 + \gamma$, soit à

$$-\alpha \sqrt{1 - \alpha^2} (1 - e^{-\pi/3Q}) - \sin(\gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi) e^{-\pi/3Q} + \sin \varphi e^{-\gamma/Q} + \sin(\gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi) = 0$$

En remplaçant $\sin(\gamma + \frac{\pi}{3})$, $\cos(\gamma + \frac{\pi}{3})$; $\sin \varphi$ et $\cos \varphi$ par leurs expressions en fonction de α et Q , on obtient :

$$-\alpha Q - \sqrt{1 - \alpha^2} + \frac{e^{(\pi/3 - \arcsin \alpha)/Q}}{1 - e^{-\pi/3Q}} = 0 \quad (2.4.)$$

Cette relation permet le tracé de la courbe en trait continu de la Planche 5. Sur celle-ci on remarque l'étroitesse de la zone 2 : pour la plupart des valeurs de Q , le passage de la zone 1 à la zone 3 correspond à une augmentation de α inférieure à 0,015.

La figure 2.2. donne pour les 3 modes de fonctionnement les formes d'ondes de la tension u_c et du courant i_c

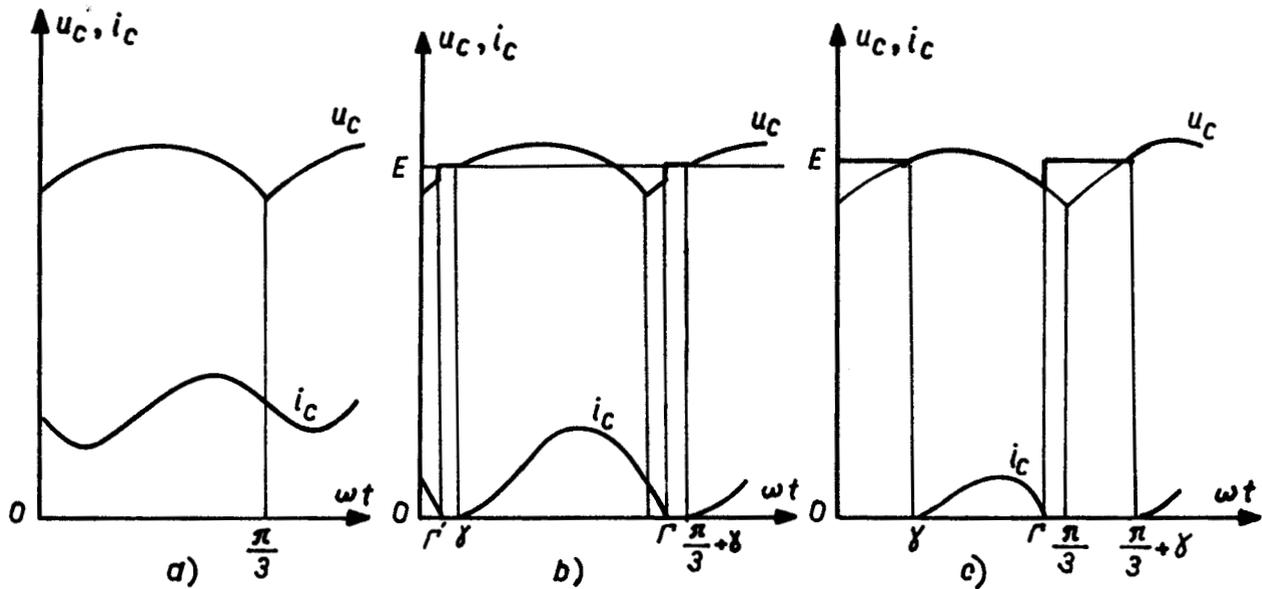


Figure 2.2.

II - CONDUCTION CONTINUE

En conduction continue (figure 2.2.a.), la tension u_c égale $V_m \sin(\omega t + \Pi/3)$ durant tout l'intervalle $0, \Pi/3$.

$$\text{De } L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = V_m \sin(\omega t + \Pi/3) - \alpha V_m,$$

On déduit :

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[\frac{\sin(\omega t + \Pi/3 - \varphi) - \alpha}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] + \frac{V_m}{R} \left[\frac{Ri_c}{V_m} - \frac{\sin(\Pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} + \alpha \right] e^{-\omega t/Q}$$

Pour obtenir i_{co} on écrit que i_{co} égale $i_c(\Pi/3)$

D'où i_{co} et i_c

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[\frac{\sin(\Pi/3 + \varphi) - \sin(\Pi/3 - \varphi)e^{-\Pi/3Q}}{\sqrt{1 + Q^2} (1 - e^{-\Pi/3Q})} - \alpha \right]$$

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[Me^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t + \Pi/3 - \varphi) - \alpha \right],$$

avec $M = \frac{Q}{(1 + Q^2)(1 - e^{-\Pi/3Q})}$; $N = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2}}$ (2.5)

• Le calcul des amplitudes des harmoniques donne :

$$\frac{B_p}{V_m/R} = \frac{M}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[\frac{1}{Q} + \left(-\frac{1}{2Q} + p \sin p \frac{\Pi}{3} \right) e^{-\Pi/3Q} \right] - \frac{\alpha}{p} \sin p \frac{\Pi}{3}$$

$$+ \frac{N}{2} \left[-\frac{1}{p+1} \cos\left(p \frac{\Pi}{3} + \frac{2\Pi}{3} - \varphi\right) + \frac{1}{p-1} \cos\left(p \frac{\Pi}{3} - \frac{2\Pi}{3} + \varphi\right) - \frac{2}{p^2 - 1} \cos\left(\frac{\Pi}{3} - \varphi\right) \right]$$

$$\frac{E_p}{V_m/R} = \frac{M}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[p - \left(\frac{p}{2} + \frac{1}{Q} \sin p \frac{\Pi}{3} \right) e^{-\Pi/3Q} \right] - \frac{\alpha}{2p}$$

$$+ \frac{N}{2} \left[\frac{1}{p-1} \sin\left(p \frac{\Pi}{3} - \frac{2\Pi}{3} + \varphi\right) - \frac{1}{p+1} \sin\left(p \frac{\Pi}{3} + \frac{2\Pi}{3} - \varphi\right) + \frac{2p}{p^2 - 1} \sin\left(\frac{\Pi}{3} - \varphi\right) \right]$$

• Pour le *fondamental* on obtient :

$$\frac{D}{V_m/R} = \frac{M}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[\frac{1}{Q} + \left(-\frac{1}{2Q} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) e^{-\pi/3Q} \right] - \alpha \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$+ \frac{N}{2} \left[\frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) + \frac{1}{2} \cos\varphi + \frac{\pi}{3} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) \right]$$

$$\frac{E}{V_m/R} = \frac{M}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2Q}\right) e^{-\pi/3Q} \right] - \frac{\alpha}{2}$$

$$+ \frac{N}{2} \left[\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) - \frac{1}{2} \sin\varphi + \frac{\pi}{3} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) \right]$$

III - CONDUCTION DISCONTINUE " A UNE EXPRESSION "

• Pendant l'intervalle de conduction γ, Γ (voir figure 2.2.c.), le courant i_c a l'expression établie au début du paragraphe 1 :

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left\{ \left[\alpha - \frac{\sin(\gamma + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{(\gamma - \omega t)/Q} + \frac{\sin(\omega t + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha \right\}$$

qu'on écrit :

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[P e^{(\gamma - \omega t)/Q} + N \sin(\omega t + \frac{\pi}{3} - \varphi) - \alpha \right]$$

(2.6)

avec

$$P = \alpha - \frac{\sin(\gamma + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} ; \quad N = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2}}$$

Pour trouver Γ on met i_c sous la forme

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left\{ \left[\alpha - \frac{\sin(\gamma + \pi/3) - Q \cos(\gamma + \pi/3)}{1 + Q^2} \right] e^{(\gamma - \omega t)/Q} \right.$$

$$\left. + \frac{\sin(\omega t + \pi/3) - Q \cos(\omega t + \pi/3)}{1 + Q^2} - \alpha \right\} ;$$

l'angle Γ est tel que $i_c(\Gamma) = 0$. Compte tenu du fait que $\sin(\gamma + \pi/3) = \alpha$ et $\cos(\gamma + \pi/3) = \sqrt{1 - \alpha^2}$, la relation donnant cet angle s'écrit :

$$(\alpha Q^2 + Q\sqrt{1 - \alpha^2}) e^{(\gamma - \Gamma)/Q} + \sin\left(\Gamma + \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\Gamma + \frac{\pi}{3}\right) - \alpha(1 + Q^2) = 0 \quad (2.7)$$

● Le calcul de D_p et E_p donnant l'amplitude relative des harmoniques de rang $p = 6l \pm 1$ permet d'obtenir :

$$\begin{aligned} \frac{D_p}{V_m/R} &= \frac{P}{p + \frac{1}{Q^2}} \left[(p \sin p\Gamma - \frac{1}{Q} \cos p\Gamma) e^{(\gamma-\Gamma)/Q} + \frac{1}{Q} \cos p\gamma - p \sin p\gamma \right] \\ &+ \frac{N}{2(p+1)} \left[\cos \left[(p+1)\gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi \right] - \cos \left[(p+1)\Gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi \right] \right] \\ &- \frac{N}{2(p-1)} \left[\cos \left[(p-1)\gamma - \frac{\pi}{3} + \varphi \right] - \cos \left[(p-1)\Gamma - \frac{\pi}{3} + \varphi \right] \right] - \frac{\alpha}{p} (\sin p\Gamma - \sin p\gamma) \\ \frac{E_p}{V_m/R} &= \frac{P}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[-\left(\frac{1}{Q} \sin p\Gamma + p \cos p\Gamma\right) e^{(\gamma-\Gamma)/Q} + \frac{1}{Q} \sin p\gamma + p \cos p\gamma \right] \\ &+ \frac{N}{2(p+1)} \left[\sin \left[(p+1)\gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi \right] - \sin \left[(p+1)\Gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi \right] \right] \\ &- \frac{N}{2(p-1)} \left[\sin \left[(p-1)\gamma - \frac{\pi}{3} + \varphi \right] - \sin \left[(p-1)\Gamma - \frac{\pi}{3} + \varphi \right] \right] - \frac{\alpha}{p} (\cos p\gamma - \cos p\Gamma). \end{aligned}$$

● Pour le *fondamental*,

$$\begin{aligned} \frac{D_1}{V_m/R} &= \frac{P}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[(\sin\Gamma - \frac{1}{Q} \cos\Gamma) e^{(\gamma-\Gamma)/Q} + \frac{1}{Q} \cos\gamma - \sin\gamma \right] - \alpha (\sin\Gamma - \sin\gamma) \\ &+ \frac{N}{2} \left[\frac{1}{2} \cos \left(2\gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) - \frac{1}{2} \cos \left(2\Gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) + (\Gamma-\gamma) \sin \frac{\pi}{3} - \varphi \right] \\ \frac{E_1}{V_m/R} &= \frac{P}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[-(\cos\Gamma + \frac{1}{Q} \sin\Gamma) e^{(\gamma-\Gamma)/Q} + \frac{1}{Q} \sin\gamma + \cos\gamma \right] - \alpha (\cos\gamma - \cos\Gamma) \\ &+ \frac{N}{2} \left[\frac{1}{2} \sin \left(2\gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) - \frac{1}{2} \sin \left(2\Gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) + (\Gamma-\gamma) \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) \right]. \end{aligned}$$

IV CONDUCTION DISCONTINUE " A DEUX EXPRESSIONS"

● Au cours de la période 0, T/6 de la tension u_c ... durant les deux intervalles (voir figure 2.2.b.) où le courant i_c diffère de zéro, i_c est solution de

$$Ri_c + L \frac{di_c}{dt} = V_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) - \alpha V_m$$

- Pendant l'intervalle γ , $\pi/3$ il est donné par la relation (2.6) et pour $\omega t = \pi/3$ il atteint la valeur :

$$i_c(\pi/3) = \frac{V_m}{R} \left[P e^{(\gamma - \pi/3)/Q} + N \sin \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right) - \alpha \right]$$

- Pendant l'intervalle 0, Γ' ,

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[T e^{-\omega t/Q} + \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) - \alpha \right]$$

On obtient T en écrivant que $i_c(0)$ égale $i_c \pi/3$

$$T + N \sin \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) - \alpha = P e^{(\gamma - \pi/3)/Q} + N \sin \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi \right) - \alpha$$

$$T = P e^{(\gamma - \pi/3)/Q} + N \sin \varphi = P e^{(\gamma - \pi/3)/Q} + Q N^2$$

L'angle Γ' étant tel que $i_c(\Gamma') = 0$ est donné par

$$T e^{-\Gamma'/Q} + \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \sin \left(\Gamma' + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) - \alpha = 0$$

$$T e^{-\Gamma'/Q} + \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \left[\sin \left(\Gamma' + \frac{\pi}{3} \right) - Q \cos \left(\Gamma' + \frac{\pi}{3} \right) \right] - \alpha = 0$$

Avec ce mode de fonctionnement,

$$\text{pour } 0 < \omega t < \Gamma', i_c = \frac{V_m}{R} \left[T e^{(-\omega t)/Q} + N \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) - \alpha \right],$$

$$\text{pour } \Gamma' < \omega t < \gamma, i_c = 0,$$

$$\text{pour } \gamma < \omega t < \frac{\pi}{3}, i_c = \frac{V_m}{R} \left[P e^{(\gamma - \omega t)/Q} + N \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) - \alpha \right],$$

avec

$$P = \alpha - \frac{\sin(\gamma + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}}; N = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}}; T = P e^{(\gamma - \pi/3)/Q} + Q N^2;$$

$$T e^{\Gamma'/Q} + N^2 \sin \left(\Gamma' + \pi/3 \right) - N^2 \cos \left(\Gamma' + \pi/3 \right) - \alpha = 0.$$

(2.7.)

• De ces deux expressions on déduit, pour les harmoniques,

$$\begin{aligned} \frac{D_p}{V_m/R} &= \frac{T}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[(p \sin p\Gamma' - \frac{1}{Q} \cos p\Gamma') e^{-\Gamma'/Q} + \frac{1}{Q} \right] - \frac{\alpha}{p} (\sin p \frac{\pi}{3} - \sin p\gamma + \sin p\Gamma') \\ &+ \frac{P}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[(p \sin p \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2Q}) e^{(\gamma - \pi/3)/Q} + \frac{1}{Q} \cos p\gamma - p \sin p\gamma \right] \\ &+ \frac{N}{2(p+1)} \left[\cos [(p+1)\gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi] - \cos [(p+1)\Gamma' + \frac{\pi}{3} - \varphi] + \cos(p \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} - \varphi) + \cos(\frac{\pi}{3} - \varphi) \right] \\ &- \frac{N}{2(p-1)} \left[\cos [(p-1)\gamma - \frac{\pi}{3} + \varphi] - \cos [(p-1)\Gamma' - \frac{\pi}{3} + \varphi] + \cos(p \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + \varphi) + \cos(\frac{\pi}{3} - \varphi) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{E_p}{V_m/R} &= \frac{T}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[-(\frac{1}{Q} \sin p\Gamma' + p \cos p\Gamma') e^{-\Gamma'/Q} + p \right] - \frac{\alpha}{p} (\cos p\gamma - \cos p\Gamma' + \frac{1}{2}) \\ &+ \frac{P}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[(\frac{1}{Q} \sin p \frac{\pi}{3} + \frac{p}{2}) e^{(\gamma - \pi/3)/Q} + \frac{1}{Q} \sin p\gamma + p \cos p\gamma \right] \\ &+ \frac{N}{2(p+1)} \left[\sin [(p+1)\gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi] - \sin [(p+1)\Gamma' + \frac{\pi}{3} - \varphi] + \sin(p \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} - \varphi) + \sin(\frac{\pi}{3} - \varphi) \right] \\ &- \frac{N}{2(p-1)} \left[\sin [(p-1)\gamma - \frac{\pi}{3} + \varphi] - \sin [(p-1)\Gamma' - \frac{\pi}{3} + \varphi] + \sin(p \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + \varphi) - \sin(\frac{\pi}{3} - \varphi) \right] \end{aligned}$$

• De même, pour le *fundamental*, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{D_1}{V_m/R} &= \frac{T}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[(\sin \Gamma' - \frac{\cos \Gamma'}{Q}) e^{-\Gamma'/Q} + \frac{1}{Q} \right] - \alpha \left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin \gamma + \sin \Gamma' \right] \\ &+ \frac{P}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2Q} \right) e^{(\gamma - \pi/3)/Q} + \frac{\cos \gamma}{Q} - \sin \gamma \right] \\ &+ \frac{N}{4} \left[\cos \varphi + 2 \left(\frac{\pi}{3} - \gamma + \Gamma' \right) \sin \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) + \cos \left(2\gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) - \cos \left(2\Gamma' + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) + \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{E_1}{V_m/R} &= \frac{T}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[-(\cos \Gamma' + \frac{\sin \Gamma'}{Q}) e^{-\Gamma'/Q} + 1 \right] - \alpha \left(\cos \gamma - \cos \Gamma' + \frac{1}{2} \right) \\ &+ \frac{P}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[-\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2Q} \right) e^{(\gamma - \pi/3)/Q} + \frac{\sin \gamma}{Q} + \cos \gamma \right] \\ &+ \frac{N}{4} \left[-\sin \varphi + 2 \left(\frac{\pi}{3} - \gamma + \Gamma' \right) \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) + \sin \left(2\gamma + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) - \sin \left(2\Gamma' + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) + \sin \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) \right] \end{aligned}$$

V - CARACTERISTIQUES

• L'ensemble des relations précédentes permet, pour les trois modes de fonctionnement, d'évaluer les rapports I_5/I_1 , I_7/I_1 ; I_{11}/I_1 , I_{13}/I_1 ... par

$$\frac{I_P}{I_1} = \frac{\sqrt{D^2 + E^2}}{\sqrt{D_1^2 + E_1^2}}$$

On a tracé, en fonction de φ , pour diverses valeurs de α , les variations de

$$I_5/I_1 \text{ et } I_7/I_1 \text{ (Pl. 6)}$$

$$I_{11}/I_1 \text{ et } I_{13}/I_1 \text{ (Pl. 7)}$$

● L'examen des courbes donnant l'importance relative de l'harmonique 5 montre que $1/5$ est la valeur la plus basse du rapport I_5/I_1 . En conduction continue ce rapport augmente beaucoup, à Q donné, quand α se rapproche en $3/\pi$. En conduction discontinue I_5/I_1 est très supérieur à $1/5$ et décroît assez lentement quand Q augmente.

- L'harmonique 7 a une importance relative I_7/I_1 , inférieure à $1/7$ pour les faibles valeurs de α . Mais quand α devient voisin de $3/\pi$, I_7/I_1 augmente très vite à Q donné.

- Pour les harmoniques 11 et 13 tant que α est inférieur à $3/\pi$, les courbes relatives aux diverses valeurs de α sont très voisines ; I_{11}/I_1 et I_{13}/I_1 ne diffèrent guère de $1/11$ et $1/13$.

- Evidemment si α tend vers 1, les courants se réduisent à des impulsions et tous les rapports tendent vers 1.

● Les vérifications expérimentales ont été effectuées à l'aide du montage de la figure 1.7. dans lequel on a ajouté au groupe de diodes à cathodes réunies un groupe de diodes à anodes réunies pour obtenir le "moins" de la tension redressée. Les relevés expérimentaux confirment avec une bonne approximation les résultats des calculs.

● Les courbes tracées pour les montages à diodes délivrant une tension redressée d'ordre 3 (Pl. 2, 3 et 4) puis d'ordre 6 (Pl. 6 et 7) permettent de formuler quelques remarques générales.

1° Les caractéristiques du récepteur ont une grande influence sur les harmoniques des courants puis à la source. Le fait que le récepteur soit actif (α élevé) joue un rôle aussi important, sinon plus, que celui qu'il soit très inductif (Q élevé).

Si $Ri_{c\text{ moy}}$ est faible devant E , E est peu inférieur à $u_{d.\text{moy}}$.
En conduction continue, α diffère alors peu de 0,827 si n égale 3, de 0,955 si n égale 6. On voit que les valeurs de α donnent aux premiers harmoniques une valeur relative très supérieure à $1/p$ à moins que Q soit grand.

En conduction discontinue, les rapports I_p/I_1 des premiers harmoniques dépendent assez peu de Q .

2° Au moins pour le premier harmonique ($p = 2$ si $n = 3$, $p = 5$ si $n = 6$) la valeur $1/p$ du rapport I_p/I_1 constitue un minimum, comme le montrent les planches 4 et 6.

Pour les autres harmoniques, les lois donnant leurs amplitudes relatives sont moins simples mais quand α devient voisin de l'unité tous les harmoniques sont très importants.

CHAPITRE III

MONTAGE A THYRISTORS DELIVRANT

UNE TENSION REDRESSE D'ORDRE 3

Si l'on remplace les diodes par des thyristors, la tension redressée tend à être plus ondulée, ce qui entraîne une augmentation des harmoniques des courants primaires.

L'étude se simplifie car le fonctionnement à deux expressions du courant redressé par période T/n disparaît.

Nous repérons par ψ l'angle de retard à l'amorçage d'un thyristor repéré par rapport à l'entrée en conduction de la diode qu'il remplace lorsque le montage à diodes fonctionnait en conduction continue.

I - DELIMITATION DES ZONES DE FONCTIONNEMENT

1.1. CONDITION DE CONTINUITE DE LA CONDUCTION

Pour $\omega t = \psi$, le courant i_c étant nul, on débloque le thyristor Th_1 relié à la phase dont la tension est $V_m \sin(\omega t + \pi/6)$. Si la tension aux bornes de ce thyristor, qui vaut alors $V_m \sin(\psi + \pi/6) - E$, est positive, il entre en conduction (figure 3.1.)

$$Ri_c + L \frac{di_c}{dt} = V_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) - \alpha V_m$$

$$D'où $i_c = Ae^{-(\omega t - \psi)/Q} + \frac{V_m}{R} \left[\frac{\sin(\omega t + \pi/6 - \alpha)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right]$$$

On trouve la constante d'intégration en écrivant que i_c est nul pour

$$\omega t = \psi$$

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left\{ \left[\alpha - \frac{\sin(\psi + \pi/6 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{(\psi - \omega t)/Q} + \frac{\sin(\omega t + \pi/6 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha \right\}$$

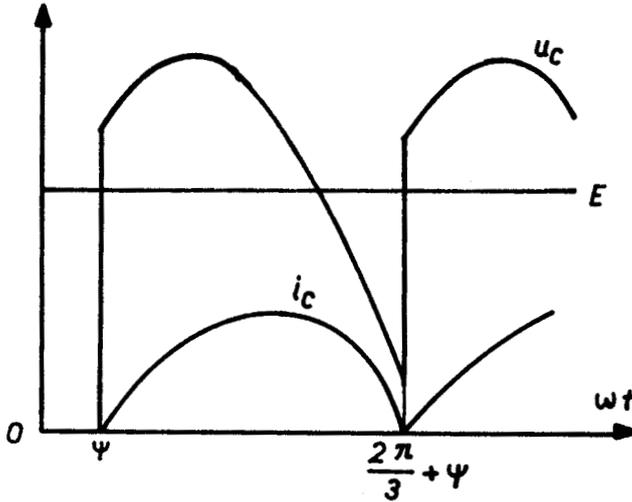


Figure 3.1.

On est à la limite de la conduction continue si i_c s'annule juste pour

$$\omega t = 2\pi/3 + \psi$$

$$\frac{i_c(2\pi/3 + \psi)}{V_m/R} = \left[\alpha - \frac{\sin(\psi + \frac{\pi}{6}) - Q \cos(\psi + \frac{\pi}{6})}{1 + Q^2} \right] e^{-\frac{2\pi}{3Q}} + \frac{\sin(\frac{5\pi}{6} + \psi) - Q \cos(\frac{5\pi}{6} + \psi)}{1 + Q^2} - \alpha$$

La condition $i_c(2\pi/3 + \psi) \geq 0$ s'écrit, en développant tous les sinus et cosinus,

$$\left[\alpha(1+Q^2) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\psi - \frac{1}{2} \cos\psi + Q \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\psi - \frac{Q}{2} \sin\psi \right] e^{-2\pi/3Q} + \frac{1}{2} \cos\psi - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\psi + Q \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\psi + \frac{Q}{2} \sin\psi - \alpha(1+Q^2) \leq 0$$

ou

$$(1 - e^{-2\pi/3Q}) \left[-\alpha(1+Q^2) + \frac{1}{2} \cos\psi + \frac{Q}{2} \sin\psi \right] + (1 + e^{-2\pi/3Q}) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\psi + \frac{Q\sqrt{3}}{2} \cos\psi \right) \geq 0$$

$$\alpha \leq \frac{1}{2(1+Q^2)} \left[\cos\psi + Q \sin\psi + \sqrt{3} (Q\cos\psi - \sin\psi) \frac{1+e^{-2\pi/3Q}}{1-e^{-2\pi/3Q}} \right] \quad (3.1)$$

1.2. CONDITION D'AMORCAGE

● *En conduction continue*, le thyristor Th_3 qui conduisait avant celui, Th_1 , qu'on veut débloquent pour $\omega t = \psi$ rendait la tension redressée égale à $V_m \sin(\omega t + 5\pi/6)$ et la tension aux bornes de Th_1 égale à

$$V_m \sin(\omega t + \pi/6) - V_m \sin(\omega t + 5\pi/6) = \sqrt{3} \sin \omega t.$$

● *En conduction discontinue*, le thyristor recevant son signal de gâchette pour $\omega t = \psi$ a alors à ses bornes une tension égale à $V_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) - E$. Il ne peut s'amorcer que si

$$\sin\left(\psi + \frac{\pi}{6}\right) > \alpha \quad (3.2)$$

S'il amorce il conduit jusqu'à ce que le courant i_c s'annule. Ce courant ne repartira de zéro qu'à l'amorçage du thyristor suivant, pour $\omega t = \psi + 2\pi/3$. Le courant i_c ne peut présenter qu'une expression par période.

1.3. ZONES DE FONCTIONNEMENT

● Partons du cas où on veut amorcer les thyristors à ψ nul et comparons ce cas à celui du montage à diodes vu au chapitre 1. Une diode équivaut à un thyristor dont la gâchette serait alimentée en permanence.

En conduction continu une diode devenait passante pour $\omega t = 0$. Le thyristor Th_1 qui remplace cette diode, débloquent pour $\omega t = 0$, devient lui aussi passant. La zone 1 de la planche 1 est aussi celle de la conduction continue du montage à thyristors pour $\psi = 0$.

Mais dès que la conduction était discontinue la diode devenait passante pour $\omega t = \gamma = \arcsin \alpha - \pi/6 > 0$. Il ne peut y avoir de fonctionnement normal du montage à thyristors avec conduction discontinue et amorçage à ψ nul (1).

Il faut noter que le régime à conduction continue à ψ nul ne peut s'établir à partir de l'état au repos du montage si E diffère de zéro, le premier thyristor ne pouvant s'amorcer pour $\omega t = 0$ la tension à ses bornes est alors $-E$. Mais cela n'a guère d'importance car lors du débit sur récepteur actif on débute avec de fortes valeurs de ψ et on augmente $u_{c \text{ moy}}$. (et par là E) en réduisant ψ .

● Pour ψ supérieur à zéro on peut avoir :

- soit un fonctionnement en conduction continue, si la condition (3.1.) est satisfaite.
- soit un fonctionnement en conduction discontinue, si la condition (3.1.) n'est pas satisfaite mais si la condition (3.2.) est remplie.
- soit impossibilité de fonctionnement normal avec amorçage pour ψ si α ne remplit ni l'une ni l'autre des deux conditions.

Sur la planche 8, on a tracé, pour quelques valeurs de ψ , les courbes $\alpha = f(Q)$ au-dessous desquelles la conduction est continue.

Sur la planche 9 pour quatre valeurs de ψ , on a délimité les 3 zones de fonctionnement.

(Pour ψ supérieur à $\pi/2$, la conduction continue nécessiterait que α soit négatif. On n'a pas traité ici ce cas qui correspond au fonctionnement en onduleur assisté).

(1) On sait comment on pallie cet inconvénient "des impulsions prématurées" en envoyant sur la gâchette des signaux larges ou des trains d'impulsions. Le thyristor débloqué pour $\omega t = \psi$ ne devient effectivement conducteur que pour $\omega t = \gamma$.

II - CONDUCTION CONTINUE

● En conduction continue, pendant tout l'intervalle ψ , $\psi + 2\pi/3$, le courant i_c est solution de

$$Ri_c + L \frac{di_c}{dt} = V_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) - \alpha V_m.$$

donc

$$i_c = Ae^{-(\omega t - \psi)/Q} + \frac{V_m}{R} \left[\frac{\sin(\omega t + \pi/6 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha \right]$$

On déduit A de la valeur $i_{c\psi}$ du courant pour $\omega t = \psi$

$$i_{c\psi} = \frac{V_m}{R} \left\{ \left[\frac{Ri_{c\psi}}{V_m} - \frac{\sin(\psi + \pi/6 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} + \alpha \right] e^{(\psi - \omega t)/Q} + \frac{\sin(\omega t + \pi/6 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha \right\}$$

Pour $\omega t = 2\pi/3 + \varphi$, i_c recouvre la valeur de $i_{c\psi}$. D'où

$$i_{c\psi} (1 - e^{-2\pi/3Q}) = \frac{V_m}{R} \left[\frac{\sin(\pi/6 + \varphi - \psi) - \sin(\pi/6 - \varphi + \psi)e^{-2\pi/3Q}}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha (1 - e^{-2\pi/3Q}) \right]$$

$$i_{c\psi} = \frac{V_m}{R} \left[\frac{\cos(\psi - \varphi)}{2\sqrt{1 + Q^2}} - \frac{\sqrt{3}\sin(\psi - \varphi)}{2\sqrt{1 + Q^2}} \cdot \frac{1 + e^{-2\pi/3Q}}{1 - e^{-2\pi/3Q}} - \alpha \right]$$

et, en reportant, l'expression de i_c :

$$i_c = + \frac{V_m}{R} \left[- \frac{\sqrt{3}\sin(\psi - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \frac{e^{(\psi - \omega t)/Q}}{1 - e^{-2\pi/3Q}} + \frac{\sin(\omega t + \pi/6 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha \right]$$

qu'on écrit :

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[- M e^{(\psi - \omega t)/Q} + N \sin(\omega t + \pi/6 - \varphi) - \alpha \right]$$

avec

$$M = \sqrt{\frac{3}{1 + Q^2}} \sin(\psi - \varphi) \frac{1}{1 - e^{-2\pi/3Q}} ; N = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2}}$$

(3.3.)

• Pour évaluer l'importance relative des harmoniques de rang $3l \pm 1$, on calcule D_p et E_p par

$$D_p = \int_{\psi}^{\psi + 2\pi/3} i_c \cos p\omega t \, d\omega t, \quad E_p = \int_{\psi}^{\psi + 2\pi/3} i_c \sin p\omega t \, d\omega t.$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \frac{D_p}{V_m/R} &= -\frac{M}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left\{ \left[p \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \psi\right) - \frac{1}{Q} \cos p\left(\frac{2\pi}{3} + \psi\right) \right] e^{-\frac{2\pi}{3Q}} + \frac{1}{Q} \cos p\psi - \sin p\psi \right\} \\ &+ \frac{N}{2(p+1)} \left[\cos\left[(p+1)\psi + \frac{\pi}{6} - \varphi\right] - \cos\left[(p+1)\left(\frac{2\pi}{3} + \psi\right) + \frac{\pi}{6} - \varphi\right] \right] \\ &- \frac{N}{2(p-1)} \left[\cos\left[(p-1)\psi - \frac{\pi}{6} + \varphi\right] - \cos\left[(p-1)\left(\frac{2\pi}{3} + \psi\right) - \frac{\pi}{6} + \varphi\right] \right] \\ &- \frac{\alpha}{p} \left[\sin p\left(\frac{2\pi}{3} + \psi\right) - \sin p\psi \right]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{E_p}{V_m/R} &= -\frac{M}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left\{ -\left[p \cos p\left(\frac{2\pi}{3} + \psi\right) + \frac{1}{Q} \sin p\left(\frac{2\pi}{3} + \psi\right) \right] e^{-\frac{2\pi}{3Q}} + \frac{1}{Q} \sin p\psi + p \cos p\psi \right\} \\ &+ \frac{N}{2(p+1)} \left[\sin\left[(p+1)\psi + \frac{\pi}{6} - \varphi\right] - \sin\left[(p+1)\left(\frac{2\pi}{3} + \psi\right) + \frac{\pi}{6} - \varphi\right] \right] \\ &- \frac{N}{2(p-1)} \left[\sin\left[(p-1)\psi - \frac{\pi}{6} + \varphi\right] - \sin\left[(p-1)\left(\frac{2\pi}{3} + \psi\right) - \frac{\pi}{6} + \varphi\right] \right] \\ &+ \frac{\alpha}{p} \left[\cos p\left(\frac{2\pi}{3} + \psi\right) - \cos p\psi \right] \end{aligned}$$

. De la même façon, pour le *fondamental*, on trouve

$$\begin{aligned} \frac{D_1}{V_m/R} &= -\frac{M}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left\{ \left[\sin(2\pi/3 + \psi) - \frac{1}{Q} \cos(2\pi/3 + \psi) \right] e^{-(2\pi/3Q)} + \frac{1}{Q} \cos\psi - \sin\psi \right\} \\ &+ \frac{N}{4} \left[\cos(2\psi - \varphi) + \cos(2\psi + \pi/6 - \varphi) + 4\pi/3 \sin(\pi/6 - \varphi) \right] \\ &- \alpha \left[\sin(2\pi/3 + \psi) - \sin\psi \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_p &= -\frac{M}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left\{ -\left[\cos(2\pi/3 + \psi) + \frac{1}{Q} \sin(2\pi/3 + \psi) \right] e^{-(2\pi/3Q)} + \frac{1}{Q} \cos\psi - \sin\psi \right\} \\ &+ \frac{N}{4} \left[\cos(2\psi - \varphi) + \sin(2\psi + \pi/6 - \varphi) + \frac{4\pi}{3} \cos(\pi/6 - \varphi) \right] \\ &+ \alpha \left[\cos(2\pi/3 + \psi) - \cos\psi \right] \end{aligned}$$

III - CONDUCTION DISCONTINUE

Pendant l'intervalle ψ, Γ avec $\Gamma < \psi + 2\pi/3$, la tension appliquée au récepteur est $V_m \sin(\omega t + \pi/6)$.

On peut utiliser tous les résultats établis au Chapitre I, § III.2 à condition de remplacer γ par ψ :

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[P e^{(\psi - \omega t)/Q} + N \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) - \alpha \right]$$

$$\text{avec } P = \alpha - \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2}} \sin \left(\psi + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) ; N = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2}}$$

L'angle Γ est donné par

$$\sin \left(\Gamma + \frac{\pi}{6} \right) - Q \cos \left(\Gamma + \frac{\pi}{6} \right) - \alpha(1 + Q^2) + (\alpha Q^2 + Q \sqrt{1 - \alpha^2}) e^{(\psi - \Gamma)/Q} = 0$$

Les expressions de D_p, E_p, D_1 , et E_1 sont utilisables à condition d'effectuer la même substitution.

IV CARACTERISTIQUES

● A l'aide des relations que nous venons d'établir ou de rappeler nous avons tracé, en fonction de φ , pour diverses valeurs de α et trois valeurs de l'angle ψ , les courbes donnant :

$$I_2/I_1 \quad (\text{Pl. 10, haut Pl. 11})$$

$$I_4/I_1 \quad (\text{bas Pl. 11, Pl. 12})$$

$$I_5/I_1 \quad (\text{Pl. 13})$$

Lorsque la conduction est continue, l'harmonique 2 présente, à α et Q donnés, une valeur relative qui croît beaucoup lorsque ψ augmente. La conduction discontinue, qui correspond à la quasi totalité des caractéristiques pour les valeurs de α voisines de $3\sqrt{3} \cos \psi/2\pi$ quand ψ diffère nettement de zéro, entraîne des valeurs du rapport I_2/I_1 largement supérieures à 1/2 et décroissant lentement en fonction de ψ .

- En conduction continue, le taux d'*harmonique 4* est inférieur à $1/4$. Mais dès que la conduction est discontinue, il est d'autant plus fort que ψ est plus grand et α plus élevé.

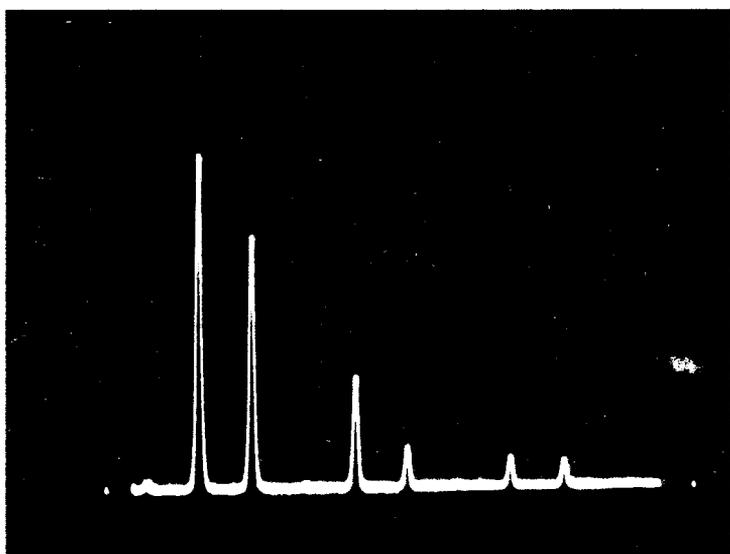
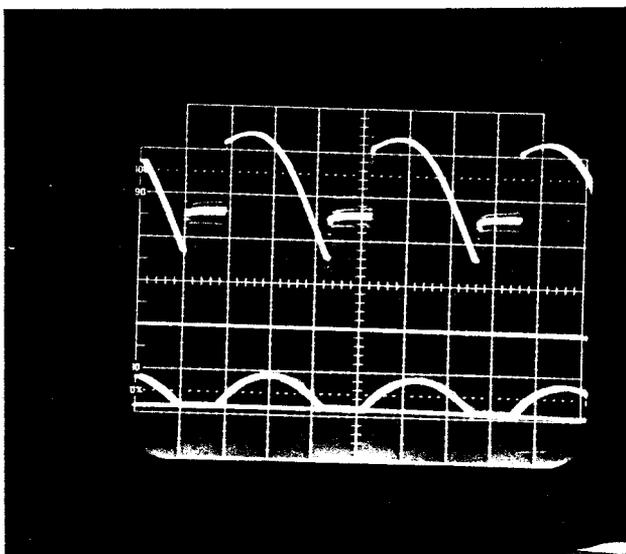
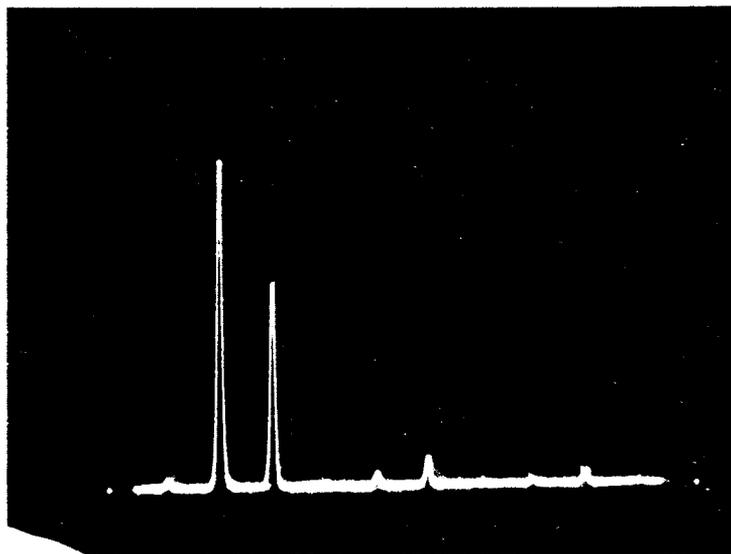
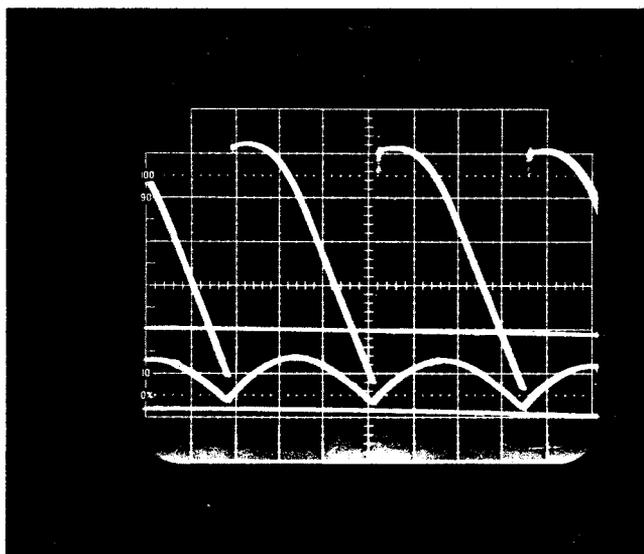
La même remarque est applicable à l'*harmonique 5* et aux harmoniques de rang plus élevé.

● Nous avons vérifié expérimentalement ces résultats à l'aide du montage de la figure 1.7. en remplaçant les diodes par des thyristors.

- La figure 3.2 reproduit en haut la forme d'onde de la tension u_c et du courant i_c et, à côté, le spectre du courant primaire pour un fonctionnement en conduction continue.

La partie inférieure donne les mêmes relevés quand par augmentation de E , on a rendu la conduction discontinue.

- La figure 3.3. donne un exemple de relevé des taux d'harmoniques des courants primaires. A côté des courbes calculés pour $\psi = \pi/6$, et $\alpha = 0,75$ on a pointé les valeurs mesurées. Compte-tenu des causes d'imprécision, la vérification est satisfaisante.



7/15/54
UCLA

Figure 3.2.

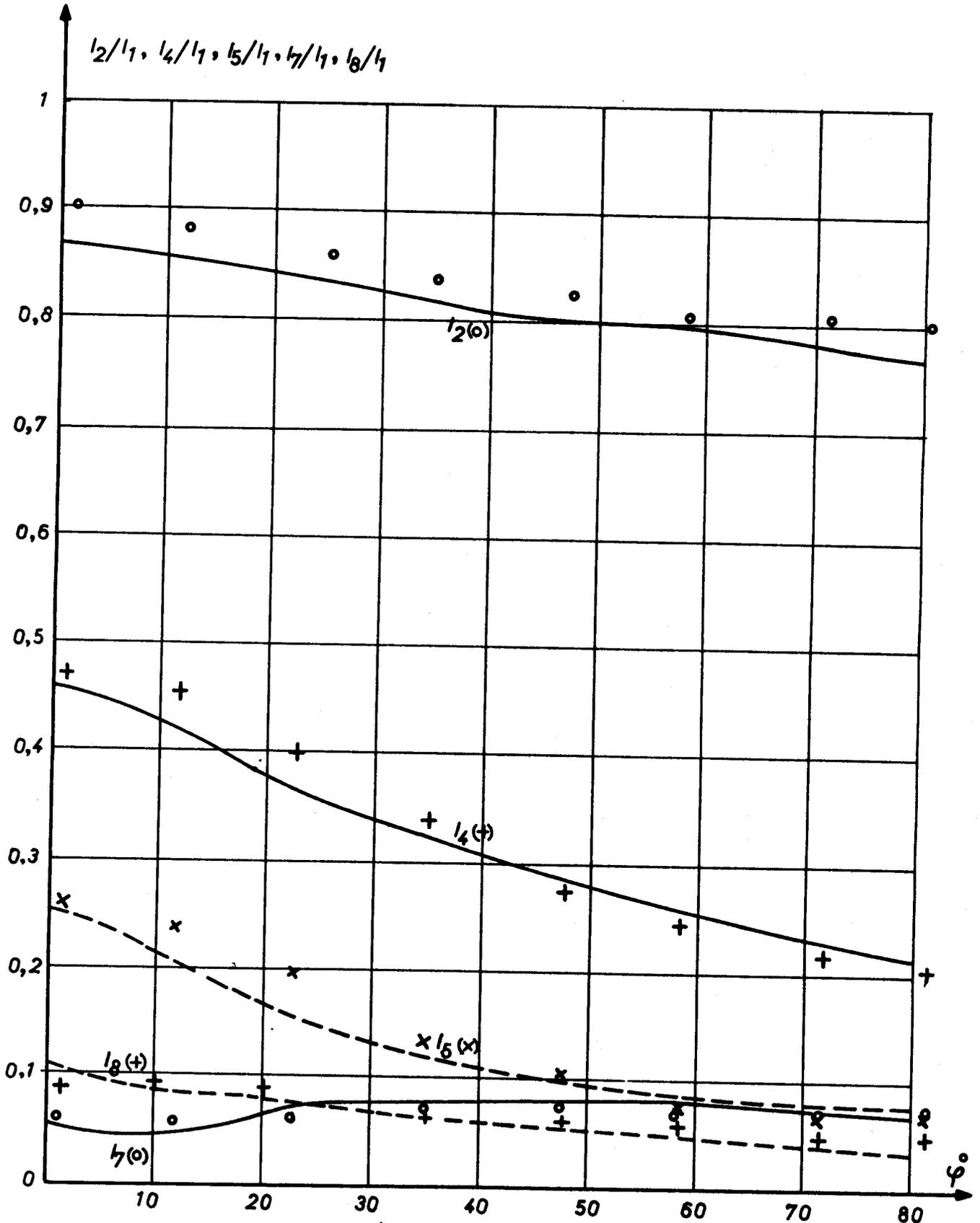


Figure 3.3.



CHAPITRE IV

MONTAGES A THYRISTORS DELIVRANT

UNE TENSION REDRESSEE D'ORDRE 6

Lorsqu'on remplace les 6 diodes des montages délivrant une tension redressée d'ordre 6 par 6 thyristors, les problèmes rencontrés sont les mêmes que ceux traités au chapitre précédent ; aussi les exposerons-nous plus rapidement.

I - DELIMITATION DES ZONES DE FONCTIONNEMENT

Deux modes de fonctionnement sont possibles :

- conduction continue (figure 4.1.a.)
- conduction discontinue (figure 4.1.b.)

La figure 4.1.c. correspond à la limite de la conduction continue.

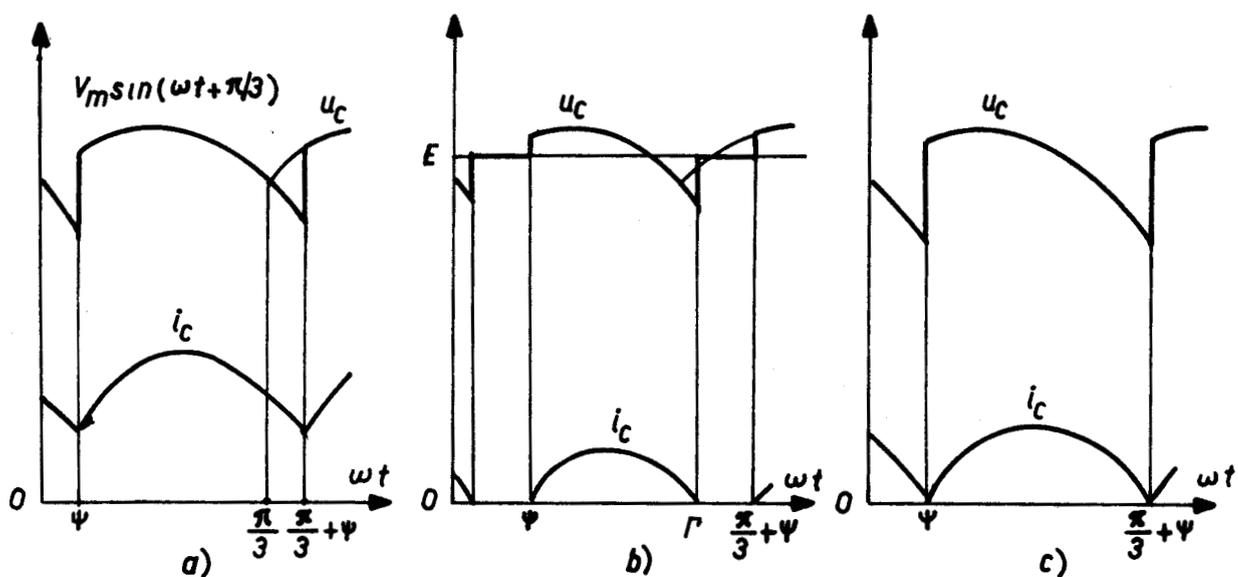


Figure 4.1.

● *Condition de continuité de la conduction.*

On est à la limite de la conduction continue si le courant i_c parti de zéro pour $\omega t = \psi$ s'annule pour $\omega t = \psi + \Pi/3$.

A partir de $\omega t = \psi$,

$$Ri_c + L \frac{di_c}{dt} = V_m \sin(\omega t + \Pi/3) - \alpha V_m$$

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[\frac{\sin(\omega t + \Pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} + \left[\alpha - \frac{\sin(\psi + \Pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{(\psi - \omega t)/Q} \right]$$

Si $i_c(\psi/3 + \varphi) \geq 0$, il vient

$$\frac{\sin(\Pi/3 + \varphi - \psi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha + \left[\alpha - \frac{\sin(\psi + \Pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{-\Pi/3Q} \geq 0$$

ou, en exprimant $\sin(\Pi/3 + \varphi - \psi)$ et $\sin(\psi + \Pi/3 - \varphi)$ en fonction des sinus et cosinus de φ , de $\Pi/3$ et de ψ ,

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \psi - \frac{1}{2} \sin \psi + \frac{Q}{2} \cos \psi + \frac{Q\sqrt{3}}{2} \sin \psi - \alpha(1+Q^2)$$

$$+ \left[-\frac{1}{2} \sin \psi - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \psi + \frac{Q}{2} \cos \psi - \frac{Q\sqrt{3}}{2} \sin \psi + \alpha(1+Q^2) \right] e^{-\Pi/3Q} \geq 0$$

En regroupant les termes, il vient :

$$\alpha \leq \frac{1}{2(1+Q^2)} \left[\sqrt{3}(Q \sin \psi + \cos \psi) + (Q \cos \psi - \sin \psi) \frac{1 + e^{-\frac{\Pi}{3Q}}}{1 - e^{-\frac{\Pi}{3Q}}} \right] \quad (4.1)$$

● *Condition d'amorçage*

Pour qu'en conduction discontinue, un thyristor puisse s'amorcer pour $\omega t = \psi$; il faut

$$v_m \sin\left(\psi + \frac{\Pi}{3}\right) > E$$

$$\sin\left(\psi + \frac{\Pi}{3}\right) > \alpha$$

(4.2)

● *Zones de fonctionnement*

Pour chaque valeur de ψ , dans le système d'axes α , au-dessous de la courbe traduisant la condition (4.1) la conduction est continue.

Dans la zone située au-dessus de cette courbe et au-dessous de la droite représentant la condition (4.2), la conduction est discontinue.

La zone située au-dessus de la courbe et de la droite correspond à l'impossibilité d'amorçage ou de fonctionnement normal.

Sur la planche 14, on a tracé ces courbes et ces droites pour $\psi = \pi/12$, $\psi = \pi/6$, $\psi = \pi/3$ et rappelé la courbe correspondant à ψ nul.

II - CONDUCTION CONTINUE

● Pendant tout l'intervalle $\psi, \psi + \pi/3$, la tension u_c est égale à $V_m \sin(\omega t + \pi/3)$ et le courant i_c , solution de

$$Ri_c + L \frac{di_c}{dt} = V_m \sin(\omega t + \pi/3) - \alpha V_m$$

a pour expression

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[\frac{\sin(\omega t + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha + \left[\frac{Ri_{c\psi}}{V_m} - \frac{\sin(\psi + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} + \alpha \right] e^{(\psi - \omega t)/Q} \right]$$

La valeur $i_{c\psi}$ de i_c pour $\omega t = \psi$ s'obtient en écrivant que i_c égale à nouveau $i_{c\psi}$ pour $\omega t = \psi + \pi/3$.

$$i_{c\psi} = \frac{V_m}{R\sqrt{1+Q^2}} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\psi - \varphi) - \frac{1}{2} \sin(\psi - \varphi) \frac{1 + e^{-\pi/3Q}}{1 - e^{-\pi/3Q}} - \alpha\sqrt{1 + Q^2} \right]$$

L'expression de i_c durant cet intervalle s'écrit donc

$$i_c = \frac{V_m}{R} \left[-Me^{(\psi - \omega t)/Q} + N \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) - \alpha \right],$$

avec

$$M = \frac{\sin(\psi - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \frac{1}{1 - e^{-\pi/3Q}}; \quad N = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2}}$$

Les quantités D_p, E_p, D_1, E_1 permettant de calculer l'amplitude relative des harmoniques de rang $p = 6 \pm 1$ ont pour valeurs :

$$\frac{D_p}{V_m/R} = -\frac{M}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[p \sin p \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) - \frac{1}{Q} \cos p \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) e^{-\pi/3Q} + \frac{1}{Q} \cos p \psi - p \sin p \psi \right]$$

$$+ \frac{N}{2(p+1)} \left[\cos \left[(p+1)\psi + \frac{\pi}{3} - \varphi \right] - \cos \left[(p+1) \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) + \frac{\pi}{3} - \varphi \right] \right]$$

$$- \frac{N}{2(p-1)} \left[\cos \left[(p-1)\psi - \frac{\pi}{3} + \varphi \right] - \cos \left[(p-1) \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) - \frac{\pi}{3} + \varphi \right] \right]$$

$$- \frac{\alpha}{p} \left[\sin p \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) - \sin p \psi \right].$$

$$\frac{E_p}{V_m/R} = -\frac{M}{p^2 + \frac{1}{Q^2}} \left[-p \cos p \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) + \frac{1}{Q} \sin p \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) \right] e^{-\pi/3Q} + \frac{1}{Q} \sin p \psi + p \cos p \psi$$

$$+ \frac{N}{2(p+1)} \left[\sin \left[(p+1)\psi + \frac{\pi}{3} - \varphi \right] - \sin \left[(p+1) \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) + \frac{\pi}{3} - \varphi \right] \right]$$

$$- \frac{N}{2(p-1)} \left[\sin \left[(p-1)\psi - \frac{\pi}{3} + \varphi \right] - \sin \left[(p-1) \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) - \frac{\pi}{3} + \varphi \right] \right]$$

$$+ \frac{\alpha}{p} \left[\cos p \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) - \cos p \psi \right].$$

$$\frac{D_1}{V_m/R} = - \frac{M}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[\left[\sin \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) - \frac{1}{Q} \cos \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) \right] e^{-\pi/3Q} + \frac{\cos \psi}{Q} - \sin \psi \right]$$

$$+ \frac{N}{4} \left[\cos(2\psi - \varphi) + \cos \left(2\psi + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) + \frac{2\pi}{3} \sin \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) \right] - \alpha \left[\sin \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) - \sin \psi \right]$$

$$\frac{E_1}{V_m/R} = - \frac{M}{1 + \frac{1}{Q^2}} \left[- \left[\cos \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) + \frac{1}{Q} \sin \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) \right] e^{-\pi/3Q} + \frac{\sin \psi}{Q} + \cos \psi \right]$$

$$+ \frac{N}{4} \left[\sin(2\psi - \varphi) + \sin \left(2\psi + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) + \frac{2\pi}{3} \cos \left(\frac{\pi}{3} - \varphi \right) \right] + \alpha \left[\cos \left(\frac{\pi}{3} + \psi \right) - \cos \psi \right].$$

III - CONDUCTION DISCONTINUE

Pendant l'intervalle ψ, Γ , avec $\Gamma < \psi + \pi/3$, (voir figure 4.1.b.) la tension appliquée au récepteur est $V_m \sin(\omega t + \pi/3)$.

On peut utiliser toutes les relations établies au paragraphe III du chapitre 2 à condition de *remplacer* γ par ψ .

Ainsi :

$$\text{Pour } \psi < \omega t < \Gamma, i_c = \frac{V_m}{R} \left[P e^{(\psi - \omega t)/Q} + N \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) - \alpha \right],$$

avec

$$P = \alpha - \frac{\sin(\psi + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \quad ; \quad N = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2}}$$

L'angle Γ est donné par :

$$\left(\alpha Q^2 + Q \sqrt{1 - \alpha^2} \right) e^{(\psi - \Gamma)/Q} + \sin \left(\Gamma + \frac{\pi}{3} \right) - Q \cos \left(\Gamma + \frac{\pi}{3} \right) - \alpha(1 + Q^2) = 0.$$

Les expressions donnant D_p, E_p, D_1, E_1 sont utilisables à condition de remplacer γ par ψ .

IV - CARACTERISTIQUES

• Pour trois valeurs de l'angle ψ et quelques valeurs de α , on a tracé, en fonction de φ , les variations de

$$I_5/I_1 \text{ (Pl. 15)}$$

$$I_7/I_1 \text{ (Pl. 16)}$$

$$I_{11}/I_1 \text{ (Pl. 17)}$$

- Le rapport I_5/I_1 est supérieur à $1/5$ et ne tend vers cette valeur que si, la conduction étant continue, Q tend vers l'infini.

En conduction continue, à α et φ donnés, I_5/I_1 croît rapidement quand ψ augmente.

En conduction discontinue, quand α devient supérieur à $3 \cos\psi/\pi$, I_5/I_1 tend rapidement vers 1 et dépend de moins en moins de φ .

- Le rapport I_7/I_1 reste voisin de $1/7$ tant qu'on est en conduction continue. Les courbes présentent alors un minimum voisin de zéro. Ce minimum est d'autant plus net et se produit pour une valeur de φ d'autant plus voisine de $\pi/2$ que α est plus grand.

En conduction discontinue, I_7/I_1 tend vers 1 mais reste plus faible que I_5/I_1 .

- Le rapport I_{11}/I_1 est voisin de $1/11$ dès que Q présente une valeur notable, à condition que α soit inférieur à $3 \cos\psi/\pi$ ou voisin de cette valeur. Quand α tend vers $\sin(\psi + \pi/3)$ la durée des intervalles où i_c est différent de zéro est de plus en plus brève et I_{11}/I_1 tend forcément vers 1.

Les mêmes remarques s'appliquent à l'harmonique 13 et aux harmoniques de rang plus élevé.

• Les vérifications expérimentales sont d'aussi bonne qualité que celles rapportées au chapitre précédent pour le montage à thyristors délivrant une tension d'ordre 3.

● L'examen de l'ensemble des résultats obtenus aux chapitres 3 et 4 permet de dégager quelques *remarques générales* :

- Désignons par U_{CO} la valeur moyenne de la tension redressée en conduction continue d'un montage à diodes. Lorsqu'on remplace ces dernières par des thyristors, quand le rapport E/U_{CO} croît la conduction discontinue apparaît d'autant plus vite que Q est plus faible et ψ plus grand.

- En conduction continue, le taux du premier harmonique p est supérieur à $1/p$ et cela d'autant plus que Q est plus faible, α et ψ plus grands.

Pour les harmoniques de rang plus élevé, le rapport I_p/I_1 n'excède guère $1/p$.

- En conduction discontinue, le paramètre le plus important est le rapport $E/U_{CO} \cos \psi$. Dès qu'il devient voisin de un ou supérieur, l'importance relative des harmoniques, surtout de ceux de plus faible rang, croît très vite. Plus α se rapproche de la condition limite d'amorçage, moins est influent l'accroissement de Q .

CHAPITRE V

MONTAGE EN PONT TRIPHASE MIXTE

Le montage en pont mixte redressant trois tensions v_1, v_2, v_3 à l'aide de trois thyristors Th_1, Th_2, Th_3 et de trois diodes D'_1, D'_2, D'_3 (figure 5.1.) nécessite une étude spéciale car, même en conduction continue, le courant redressé i_c présente deux expressions par période.

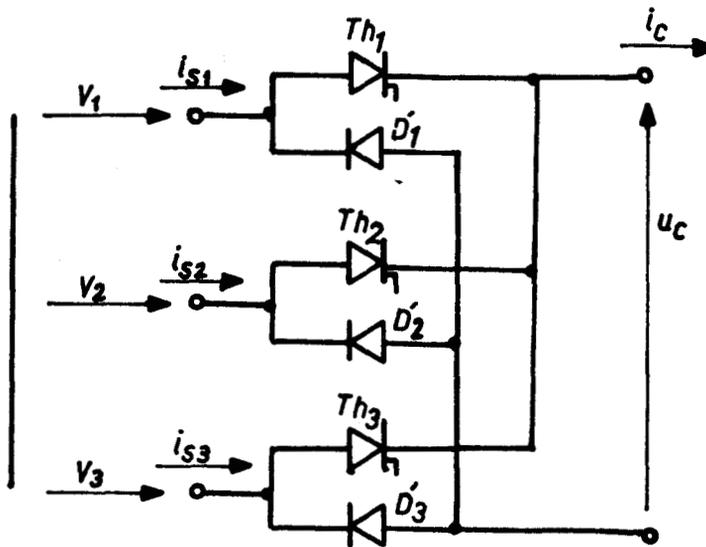


Figure 5.1.

- On peut déduire directement les harmoniques des courants primaires du transformateur (s'il y en a un) de ceux des courants secondaires. Ces derniers en effet comportent le fondamental et tous les harmoniques sauf ceux de rang égal à 3 ou à un multiple de 3. Quel que soit le couplage du transformateur, le rapport entre termes du développement en série des courants primaires et

termes du développement en série des courant secondaires de même fréquence est le même.

$$\left(\frac{I_{pm}}{I_{lm}}\right) \text{ au prim.} = \left(\frac{I_{pm}}{I_{lm}}\right) \text{ au sec.}, \text{ pour } p = 2,4,5,7,8,10\dots$$

- Le courant i_{S1} se déduit du courant redressée i_c par

$$\left. \begin{aligned} i_{S1} &= i_c \text{ quand } Th_1 \text{ et } D'_2 \text{ ou } D'_3 \text{ conduisent,} \\ i_{S1} &= -i_c \text{ quand } D'_1 \text{ et } Th_2 \text{ ou } Th_3 \text{ conduisent,} \\ i_{S1} &= 0 \text{ quand } Th_1 \text{ et } D'_1 \text{ sont bloqués} \\ &\text{ou quand } Th_1 \text{ et } D'_1 \text{ débitent simultanément} \end{aligned} \right\} (5.1.)$$

- La méthode de calcul du fondamental et des harmoniques des courants secondaires (donc primaires) indiquée par R. BAUSIERE et G. SEGUIER est encore utilisable. Toutefois, il est ici aussi simple de partir des diverses expressions au long de la période d'un courant i_{S1} par exemple.

- Notons enfin que même si le courant redressé est parfaitement lissé, les taux d'harmoniques varient quand l'angle de retard au débloqué ψ des thyristors varie. Aussi est-il nécessaire ici de commencer par l'étude de ce cas théorique avant de traiter de l'influence des paramètres Q et α caractérisant le récepteur.

I - PRELIMINAIRE. CAS DU COURANT REDRESSE PARFAITEMENT LISSÉ.

● Si i_c est constant et égal à I_c , deux cas sont à considérer :

- Si $\psi < \pi/3$ (figure 5.2.a)

Il n'y a pas d'intervalle à débit simultané des diodes et thyristors reliés aux mêmes bornes.

Pour $\psi < \omega t < \psi + 2\pi/3$, Th_1 conduit : $i_{S1} = I_c$

pour $\psi < \omega t < \pi/3$, Th_1 et D'_2 débitent : $u_c = v_1 - v_2$

pour $\pi/3 < \omega t < \psi + 2\pi/3$, Th_1 et D'_3 débitent : $u_c = v_1 - v_3$

Pour $\psi + 2\pi/3 < \omega t < \pi$, ni Th_1 ni D'_1 ne débitent : $i_{S1} = 0$

Pour $\pi < \omega t < 5\pi/3$, D'_1 conduit : $i_{S1} = -I_c$

Pour $5\pi/3 < \omega t < 2\pi + \psi$, ni Th_1 , ni D'_1 ne conduisent : $i_{S1} = 0$

- Si $\psi > \pi/3$ (figure 5.2.b)

Pendant certains intervalles, il y a débit simultané des diodes et des thyristors de même indice :

Pour $\psi < \omega t < \psi + 2\pi/3$, Th_1 conduit.

pour $\psi < \omega t < \pi$, Th_1 et D'_3 débitent : $i_{S1} = I_c$, $u_c = v_1 - v_3$

pour $\pi < \omega t < \psi + 2\pi/3$, Th_1 et D'_1 débitent : $i_{S1} = 0$, $u_c = 0$

Pour $\psi + 2\pi/3 < \omega t < 5\pi/3$, D'_1 conduit, Th_1 est bloqué : $i_{S1} = -I_c$

Pour $5\pi/3 < \omega t < 2\pi + \psi$, D'_1 et Th_1 sont bloqués : $i_{S1} = 0$

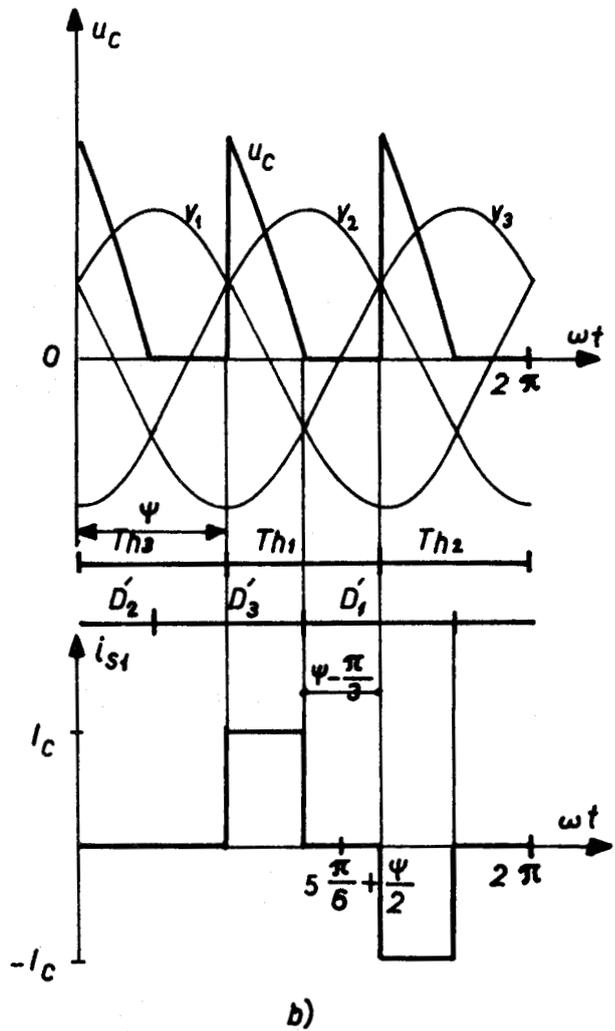
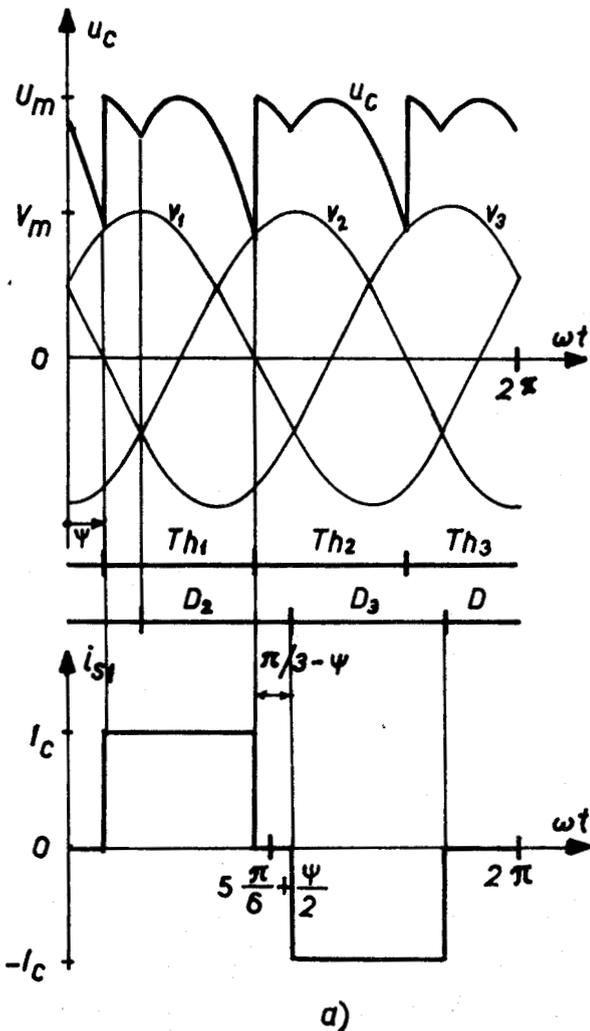


Figure 5.2

● On en déduit l'amplitude du fondamental et des divers harmoniques des courants secondaires

- Si $\psi < \pi/3$, en prenant $\omega t' = \omega t - \frac{5\pi}{6} - \frac{\psi}{2}$.

Pour $\frac{\pi}{6} - \frac{\psi}{2} < \omega t' < \frac{5\pi}{6} - \frac{\psi}{2}$, $i_{S1} = -I_c$

Pour $\frac{5\pi}{6} - \frac{\psi}{2} < \omega t' < \pi + \frac{\pi}{6} - \frac{\psi}{2}$, $i_{S1} = 0$

de plus $i_{S1}(\omega t') = -i_{S1}(-\omega t')$

$$B_p = 0, I_{pm} = |A_p|$$

$$\begin{aligned} A_p &= \frac{4}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{6} - \frac{\psi}{2}}^{\frac{5\pi}{6} - \frac{\psi}{2}} -I_c \sin \omega t \, d\omega t \\ &= \frac{-4}{2\pi} \frac{I_c}{p} \left[\cos p \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\psi}{2} \right) - \cos p \left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\psi}{2} \right) \right] \end{aligned}$$

$$I_{pm} = \left| I_c \frac{4}{p\pi} \sin p \frac{\pi}{3} \sin \frac{p}{2} (\pi - \psi) \right|$$

- Si $\psi > \pi/3$, en prenant encore $\omega' t = \omega t - \frac{5\pi}{6} - \frac{\psi}{2}$,

Pour $\frac{\psi}{2} - \frac{\pi}{6} < \omega' t < \frac{5\pi}{6} - \frac{\psi}{2}$, $i_{S1} = -I_c$,

pour $\frac{5\pi}{6} - \frac{\psi}{2} < \omega' t < \pi + \frac{\psi}{2} - \frac{\pi}{6}$, $i_{S1} = 0$

On a encore $i_{S1}(\omega' t) = -i_{S1}(-\omega' t)$

$$A_p = \frac{4}{2\pi} \int_{\frac{\psi}{2} - \frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6} - \frac{\psi}{2}} -I_c \sin p\omega' t \, d\omega' t$$

On retrouve

$$I_{pm} = \left| I_c \frac{4}{p\pi} \sin p \frac{\pi}{3} \sin \frac{p}{2} (\pi - \psi) \right| \quad (5.2.)$$

Pour les harmoniques de rang 3 ou multiple de 3,
 $\sin p \frac{\pi}{3}$ et $I_{pm} = 0$

Pour tous les autres,

$$\sin p \frac{\pi}{3} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

La relation (5.2.) devient :

$$I_{pm} = I_c \frac{2\sqrt{3}}{p\pi} \left| \sin \frac{p}{2} (\pi - \psi) \right|, \text{ pour } p = 3k \pm 1 \quad (5.2')$$

Les courbes de la planche 18 montrent, pour ψ allant de 0 à π , les variations des valeurs efficaces des harmoniques des courants secondaires rapportées à I_c ,

$$I_1/I_c, I_2/I_c, I_4/I_c, I_5/I_c.$$

I_1/I_c est représenté par un quart de sinusöide, I_2/I_c par une demi-sinusöide, I_4/I_c par deux demi-sinusöides ...

On vérifie que, pour $\psi = 0$, les harmoniques de rang $6k \pm 1$ existent seuls.

La partie inférieure de la planche 18 montre, pour les premiers harmoniques les variations de leur valeur rapportée à celle du fondamental quand ψ varie.

I_p/I_1 , que l'on soit au primaire ou au secondaire, est donné par $(I_p/I_c) / (I_1/I_c)$.

II - $\psi < \pi/3$. MODES DE FONCTIONNEMENT. EXPRESSIONS DU COURANT i_{S1}

- La tension v_1 , égale à $V_m \sin(\omega t + \pi/6)$, ne devient la plus négative des tensions v_1, v_2, v_3 qu'à partir de $\omega t = \pi$ ou $\pi/3 + 2\pi/3$. Si ψ est compris entre zéro et $\pi/3$, le thyristor Th_1 conduit au plus tard jusqu'à $\omega t = \pi$, le retour du courant i_c s'opère donc par D'_2 ou D'_3 ; il ne peut y avoir conduction simultanée de Th_1 et D'_1 . Il faut donc distinguer encore le cas où ψ est inférieur à $\pi/3$ de celui où ψ étant supérieur à $\pi/3$ cette conduction simultanée est possible.

- Nous supposons la commande des thyristors réalisée par des signaux où des trains d'impulsions suffisamment larges pour que les thyristor Th_1 , par exemple, entré en conduction pour $\omega t = \psi$ puisse redevenir conducteur après un intervalle à courant i_c nul si, au cours de l'intervalle $\psi, \psi + 2\pi/3$, la tension à ses bornes redevient positive.

- Pour $\psi < \pi/3$, quatre modes de fonctionnement sont possibles (figures 5.3., 5.4., 5.5. et 5.6.)

- . conduction continue (mode 1),
- . premier type de conduction discontinue à deux expressions (non nulles) de i_c par période de ce courant (mode 2),
- . conduction discontinue à trois expressions du courant i_c par période (mode 3)
- . deuxième type de conduction discontinue à deux expressions par période (mode 4).

Pour certaines valeurs de ψ , quand α croît on saute le mode 3, passant de 1 en 2 puis directement en 4.

- Nous allons pour chacun des modes, établir les expressions du courant i_c durant l'une de ses périodes ($\psi < \omega t < \psi + 2\pi/3$) et en déduire

- . les expressions du courant i_{S1} tout au long de sa période ($\psi < \omega t < \psi + 2\pi/3$)
- . la condition qui marque le passage de ce mode de fonctionnement au suivant.

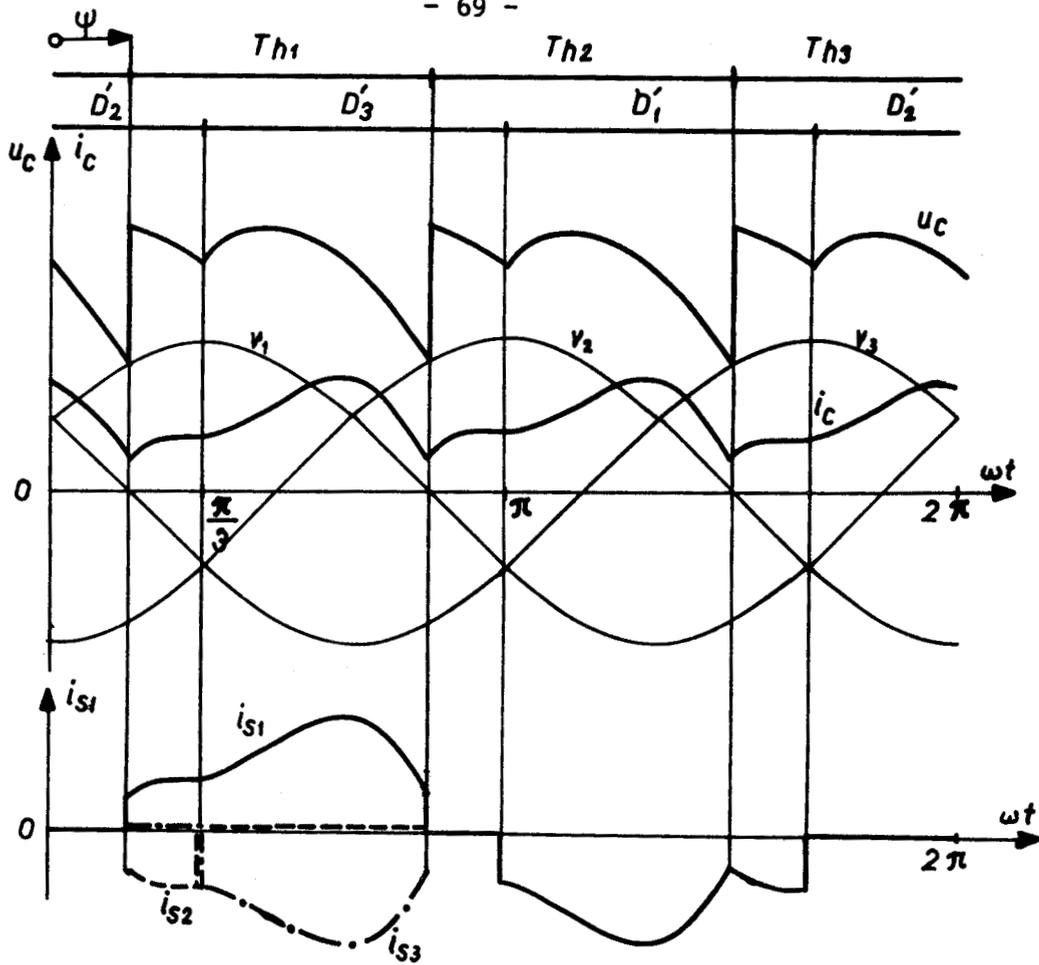


Figure 5.3. (1er mode)

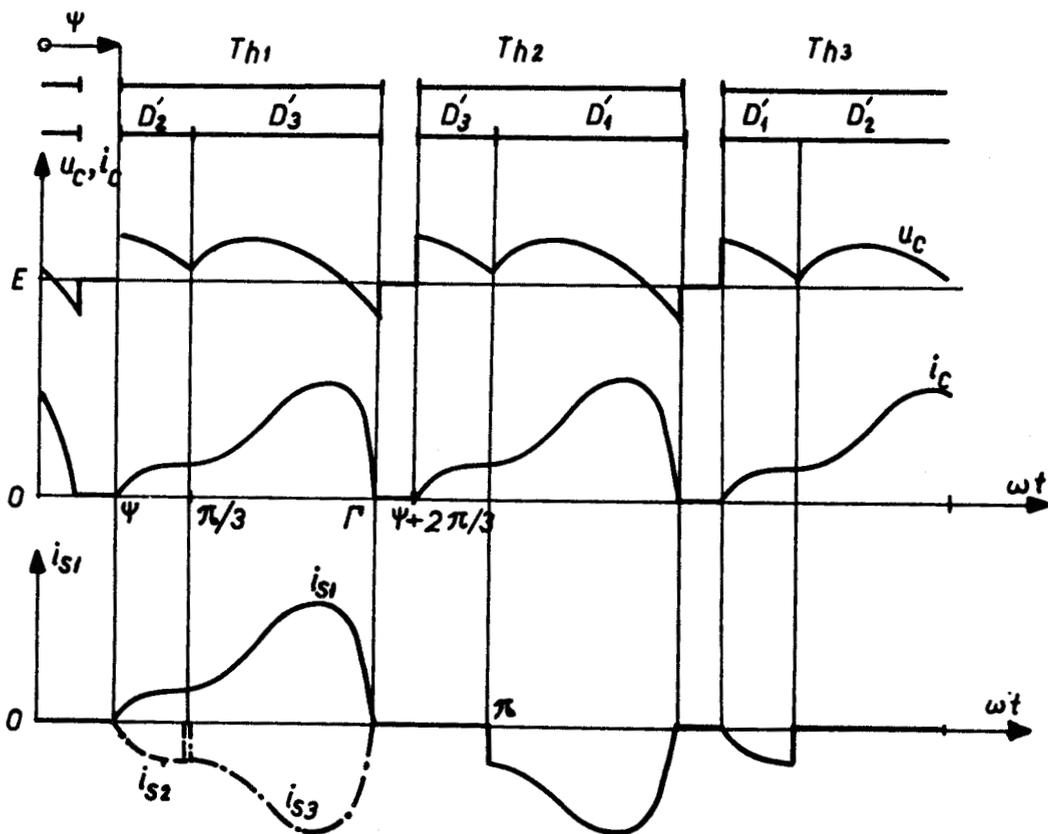


Figure 5.4. (2e mode)



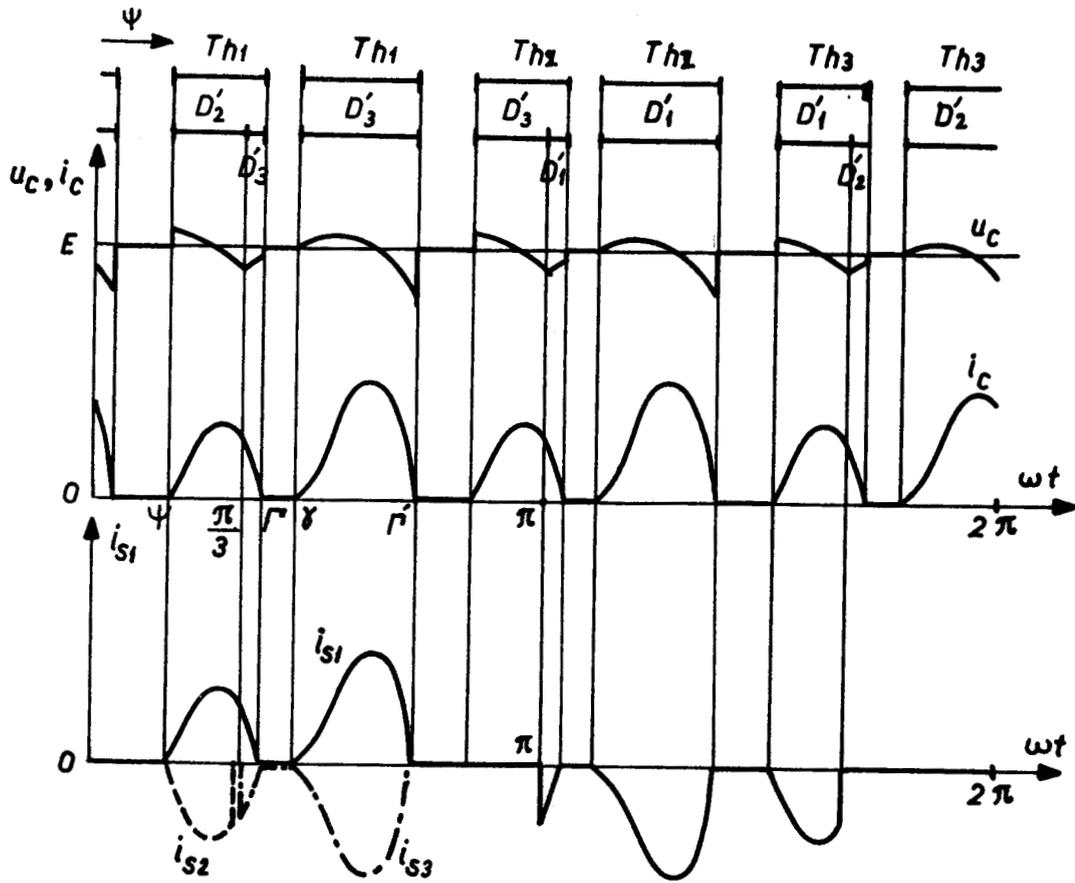


Figure 5.5. (3e mode)

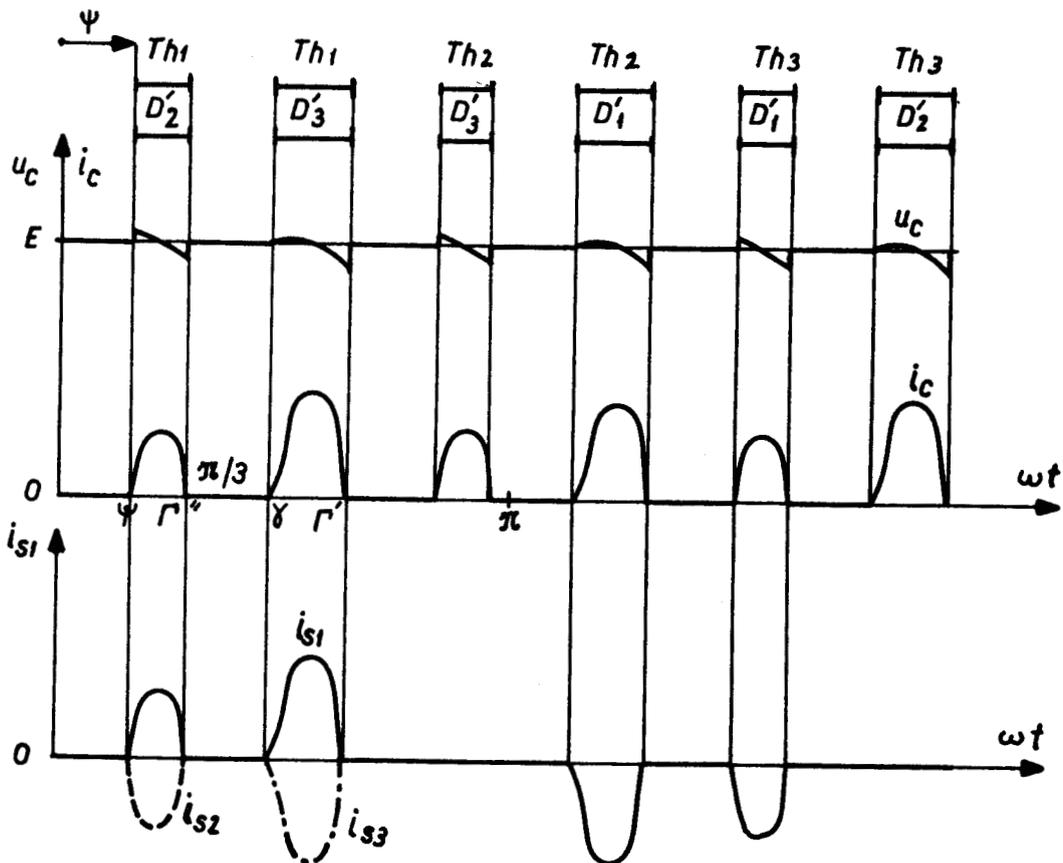


Figure 5.6. (4e mode)



II.1. PREMIER MODE (figure 5.3.)

Pour le premier mode de fonctionnement, la conduction est continue et le courant redressé présente deux expressions pour chacune de ses périodes.

II.1.1. Expressions du courant redressé

- Pendant l'intervalle ψ , $\Pi/3$, Th_1 et D'_2 conduisent :

$$u_c = v_1 - v_2 = U_m \left[\sin(\omega t + \Pi/6) - \sin(\omega t - \Pi/2) \right] = U_m \sin(\omega t + \Pi/3)$$

$$\text{avec } U_m = \sqrt{3} V_m$$

On pose

$$\alpha = \frac{E}{U_m}$$

(5.3.)

De $L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = U_m \sin(\omega t + \Pi/3) - \alpha U_m$

on déduit la première expression de i_c :

$$i_c = \frac{U_m}{R} \left[\frac{\sin(\omega t + \Pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha + M_1 e^{-\omega t/Q} \right]$$

Pendant l'intervalle $\Pi/3; 2\Pi/3 + \psi$, la conduction Th_1 et D'_3 rend u_c égal à $v_1 - v_3$ ou $U_m \sin \omega t$

$$L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = U_m \sin \omega t - \alpha U_m$$

donne la seconde expression de i_c :

$$i_c = \frac{U_m}{R} \left[\frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha + M_2 e^{-\omega t/Q} \right]$$

- On obtient M_1 et M_2 en écrivant d'abord que les deux expressions de i_c donnent des valeurs égales pour $\omega t = \Pi/3$

$$M_1 e^{-\Pi/3Q} - \alpha + \frac{\sin(2\Pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} = M_2 e^{-\Pi/3Q} - \alpha + \frac{\sin(\Pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}}$$

$$M_1 - M_2 = \frac{e^{\Pi/3Q}}{\sqrt{1+Q^2}} \left[\sin\left(\frac{\Pi}{3} - \varphi\right) - \sin\left(\frac{2\Pi}{3} - \varphi\right) \right] = -\frac{Q}{1+Q^2} e^{\Pi/3Q} \quad (5.4)$$

On note ensuite que la première expression pour $\omega t = \psi$ donne la même valeur de i_c que la seconde pour $\omega t = 2\Pi/3 + \psi$

$$M_1 e^{-\psi/Q} + \frac{\sin(\psi + \Pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} - \alpha = M_2 e^{-(2\Pi/3 + \psi)/Q} + \frac{\sin(2\Pi/3 + \psi - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} - \alpha$$

$$M_1 - M_2 e^{-2\Pi/3Q} = \frac{e^{\psi/Q}}{\sqrt{1+Q^2}} \left[\sin\left(\frac{2\Pi}{3} + \psi - \varphi\right) - \sin\left(\frac{\Pi}{3} + \psi - \varphi\right) \right] = \frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sqrt{1+Q^2}} e^{\psi/Q}$$

$$= \frac{(Q \cos\psi - \sin\psi)}{1+Q^2} e^{\psi/Q} \quad (5.5)$$

Du système d'équations (5.4.) et (5.5.) on déduit

$$-M_1 + M_2 + M_1 - M_2 e^{-2\Pi/3Q} = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} \left[Q e^{\Pi/3Q} + (Q \cos\psi - \sin\psi) e^{\psi/Q} \right]$$

$$M_2 = \frac{Q e^{\Pi/3Q} + (Q \cos\psi - \sin\psi) e^{\psi/Q}}{(1+Q^2) (1 - e^{-2\Pi/3Q})}$$

$$-M_1 e^{-2\Pi/3Q} + M_2 e^{-2\Pi/3Q} + M_1 - M_2 e^{-2\Pi/3Q} = \frac{1}{1+Q^2} \left[Q e^{-\Pi/3Q} + (Q \cos\psi - \sin\psi) e^{\psi/Q} \right]$$

$$M_1 = \frac{Q e^{-\Pi/3Q} + (Q \cos\psi - \sin\psi) e^{\psi/Q}}{(1+Q^2) (1 - e^{-2\Pi/3Q})}$$

- D'où les deux expressions du courant i_c

$$\left. \begin{aligned} \psi < \omega t < \Pi/3 ; i_c &= \frac{U_m}{R} \left[M_1 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t + \Pi/3 - \varphi) - \alpha \right] \\ \Pi/3 < \omega t < 2\Pi/3 + \psi ; i_c &= \frac{U_m}{R} \left[M_2 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha \right] \end{aligned} \right\} (5.6)$$

avec

$$N = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} ; M_1 = \frac{Qe^{-\Pi/3Q} + (Q\cos\psi - \sin\psi)e^{\psi/Q}}{(1-Q^2)(1-e^{-2\Pi/3Q})} ; M_2 = \frac{Qe^{\Pi/3Q} + (Q\cos\psi - \sin\psi)e^{\psi/Q}}{(1+Q^2)(1-e^{-2\Pi/3Q})}$$

II.1.2. Expressions du courant i_{S1}

Les expressions successives du courant i_{S1} se déduisent de l'identité à $2\Pi/3$ et $4\Pi/3$ près des courants i_{S1} , i_{S2} , i_{S3}

$$\begin{aligned} i_{S1}(\omega t + 2\Pi/3) &= i_{S3}(\omega t) \\ i_{S1}(\omega t + 4\Pi/3) &= i_{S2}(\omega t) \end{aligned}$$

On obtient donc :

$$\left. \begin{aligned} \psi < \omega t < \Pi/3, i_{S1} &= -i_{S2} = \frac{U_m}{R} \left[M_1 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t + \Pi/3 - \varphi) - \alpha \right] \\ \Pi/3 < \omega t < 2\Pi/3 + \psi, i_{S1} &= -i_{S3} = \frac{U_m}{R} \left[M_2 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha \right] \\ 2\Pi/3 + \psi < \omega t < \Pi, i_{S1} &= 0 \\ \Pi < \omega t < 4\Pi/3 + \psi, i_{S1} &= \frac{-U_m}{R} \left[M_2 e^{-(\omega t - 2\Pi/3)/Q} + N \sin(\omega t - 2\Pi/3 - \varphi) - \alpha \right] \\ 4\Pi/3 + \psi < \omega t < 5\Pi/3, i_{S1} &= -\frac{U_m}{R} \left[M_1 e^{-(\omega t - 4\Pi/3)/Q} + N \sin(\omega t - \Pi - \varphi) - \alpha \right] \\ 5\Pi/3 < \omega t < 2\Pi + \psi, i_{S1} &= 0 \end{aligned} \right\} (5.7)$$

II.1.3. Limite de la conduction continue

Pour trouver la limite de la conduction continue on écrit que i_c , parti d'une valeur nulle pour $\omega t = \psi$, redevient nul exactement pour $\omega t = +2\pi/3$.

- De $\omega t = \psi$ à $\omega t = \pi/3$,

$$L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = U_m \sin(\omega t + \pi/3) - \alpha U_m, \text{ avec } i_c(\psi) = 0,$$

donne

$$i_c = \frac{U_m}{R} \left[\frac{\sin(\omega t + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha + \left[\alpha - \frac{\sin(\psi + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{(\psi - \omega t)/Q} \right] \quad (5.8)$$

D'où la valeur de i_c à la fin de cet intervalle

$$i_c(\pi/3) = \frac{U_m}{R} \left[\frac{\sin(2\pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha + \left[\alpha - \frac{\sin(\psi + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{(\psi - \pi/3)/Q} \right]$$

A partir de $\omega t = \pi/3$, i_c est solution de

$$L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = v_1 - v_3 - E = U_m (\sin \omega t - \alpha)$$

$$i_c = \frac{U_m}{R} \left[\frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha + \left[\alpha - \frac{\sin(\pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} + \frac{Ri_c(\pi/3)}{U_m} \right] e^{(\pi/3 - \omega t)/Q} \right] \quad (5.9)$$

La limite de la conduction continue est donc donnée par

$$\frac{\sin(2\pi/3 + \psi - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha + \left[\alpha - \frac{\sin(\pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} + \frac{\sin(2\pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha \right] e^{-(\pi/3 + \psi)/Q}$$

$$+ \left[\alpha - \frac{\sin(\psi + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{-2\pi/3Q} = 0$$

qui peut s'écrire

$$-\alpha(1 + Q^2) (1 - e^{-2\pi/3Q}) + \sin(2\pi/3 + \psi) - Q \cos(2\pi/3 + \psi) + Q e^{-(\pi/3 + \psi)/Q}$$

$$- [\sin(\psi + \pi/3) - Q \cos(\psi + \pi/3)] e^{-2\pi/3Q} = 0$$

D'où la valeur limite de α au dessus de laquelle la conduction devient continue

$$\alpha_{lim} = \frac{\sin(2\pi/3 + \psi) - Q \cos(2\pi/3 + \psi) + Q e^{-(\pi/3 + \psi)/Q} - [\sin(\pi/3 + \psi) - Q \cos(\pi/3 + \psi)] e^{-2\pi/3Q}}{(1 + Q^2) (1 - e^{-2\pi/3Q})} \quad (510)$$

A noter que pour $\psi = 0$, au dessus de la courbe limitant la conduction continue indiquée sur la planche 14, l'amorçage à ψ nul est impossible.

11.2 DEUXIEME MODE (FIGURE 5.4)

Pour ce mode de conduction discontinue, l'intervalle de conduction des thyristors n'est pas interrompu mais il dure moins d'un tiers de la période. Pendant ce tiers, on trouve deux expressions du courant i_c puis un intervalle à i_c nul.

11.2.1 Expressions du courant redressé

Pendant l'intervalle $\psi, \pi/3$, Th_1 et D'_2 débitent. La valeur initiale du courant i_c étant nulle, la première expression de i_c est donnée par la relation (5.8).

A partir de $\omega t = \pi/3$ et jusqu'à $\omega t = \Gamma$ où i_c redevient nul, Th_1 et D'_3 conduisent. La relation (5.9) donne l'expression de i_c

Le courant i_c est nul pour $\Gamma < \omega t < \psi + 2\pi/3$

L'angle Γ étant tel qu'il annule la seconde expression de i_c sa valeur est donnée par

$$\frac{U_m}{R} \left[\frac{\sin(\Gamma - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha + \left[\alpha - \frac{\sin(\pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} + \frac{\sin(2\pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha \right] e^{-(\Gamma - \pi/3)/Q} + \left[\alpha - \frac{\sin(\psi + \pi/3 - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{-(\Gamma - \psi)/Q} \right] = 0 \quad (5.10)$$

L'écriture des expressions de i_c et celle de la relation donnant Γ peut se simplifier et se mettre sous la forme

$$\psi < \omega t < \pi/3, i_c = \frac{U_m}{R} [M_3 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t + \pi/3 - \varphi) - \alpha] \quad (5.8')$$

$$\pi/3 < \omega t < \Gamma, i_c = \frac{U_m}{R} [M_4 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha] \quad (5.9')$$

$$\Gamma < \omega t < \pi/3 + \psi, i_c = 0$$

et $M_4 e^{-\Gamma/Q} + N^2 (\sin \Gamma - Q \cos \Gamma) - \alpha = 0 \quad (5.10')$

$$M_3 = \left\{ \alpha \left[-\frac{1}{1+Q^2} \sin(\psi + \pi/3) - Q \cos(\psi + \pi/3) \right] \right\} e^{\psi/Q}; M_4 = M_3 + \frac{Q}{1+Q} e^{\pi/3Q}$$

II.2.2. Expressions du courant i_{S1}

Puisque pour $\psi < \omega t < \Pi/3$, $i_{S1} = -i_{S2} = i_c$, $i_{S3} = 0$
 pour $\Pi/3 < \omega t < \Gamma$, $i_{S1} = -i_{S3} = i_c$, $i_{S2} = 0$
 pour $\Gamma < \omega t < \psi + 2\Pi/3$, $i_{S1} = i_{S2} = i_{S3} = 0$

Le courant i_{S1} a pour expressions successives,

$$\begin{aligned}
 \psi < \omega t < \Pi/3 & , i_{S1} = \frac{U_m}{R} [M_3 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t + \Pi/3 - \varphi) - \alpha] \\
 \Pi/3 < \omega t < \Gamma & , i_{S1} = \frac{U_m}{R} [M_4 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha] \\
 \Gamma < \omega t < \Pi & , i_{S1} = 0 \\
 \Pi < \omega t < 2\Pi/3 + \Gamma & , i_{S1} = -\frac{U_m}{R} [M_4 e^{-(\omega t - 2\Pi/3)/Q} + N \sin(\omega t - 2\Pi/3 - \varphi) - \alpha] \\
 2\Pi/3 + \Gamma < \omega t < 4\Pi/3 + \psi & , i_{S1} = 0 \\
 4\Pi/3 + \psi < \omega t < 5\Pi/3 & , i_{S1} = -\frac{U_m}{R} [M_3 e^{-(\omega t - 4\Pi/3)/Q} + N \sin(\omega t - \Pi - \varphi) - \alpha] \\
 5\Pi/3 < \omega t < 2\Pi + \psi & , i_{S1} = 0
 \end{aligned}$$

(5.11)

II.2.3. Limite de ce mode de fonctionnement

A valeurs données de ψ et ζ , quand α augmente, après être passé du mode 1 au mode 2, la conduction de chaque thyristor, durant chaque période présente une interruption. Le thyristor Th_1 entré en conduction pour $\omega t = \psi$ s'éteint soit alors qu'il conduisait avec D'_3 (mode 3) soit alors qu'il conduisait avec D'_2 (mode 4) ; ce thyristor redevient conducteur quand sa tension anodique est à nouveau positive.

Pour trouver les limites séparant le deuxième mode de fonctionnement du troisième ou du quatrième on cherchera les conditions d'annulation de l'intervalle où Th_1 est, à chaque période, bloqué entre deux intervalles de débit.

11.3 TROISIEME MODE (FIGURE 5:5)

Pour ce mode de conduction discontinue, Th_1 débloqué pour $\omega t = \psi$ conduit d'abord avec D'_2 , puis avec D'_3 ; il s'éteint ensuite ; il redevient conducteur avec D'_3 puis s'éteint jusqu'à la période suivante. Il y a donc cinq intervalles à distinguer par période du courant i_c , dont trois à valeur non nulle.

11.3.1. Expression du courant redressé

Pour $\phi < \omega t < \pi/3$; le courant i_c est encore donné par la relation (5.8) ou (5.8').

Pour $\pi/3 < \omega t < \Gamma$, son expression est encore celle établie en (5.9) ou (5.9')

La relation (5.10) ou (5.10') donne l'angle Γ mais celui-ci est maintenant voisin de $\pi/3$.

- la commande des gâchettes ayant une durée suffisante, le thyristor Th_1 redevient conducteur quand, pour $\omega t = \gamma$, la tension v_1-v_3 devient supérieure à E . L'angle Γ est donc donné par

$$U_m \sin \gamma = E$$

ou
$$\sin \gamma = \alpha, \text{ avec } \gamma < \pi/2$$

A partir de $\omega t = \gamma$, de

$$L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = U_m \sin \omega t - E, \text{ avec } i_c(\gamma) = 0$$

on déduit

$$i_c = \frac{U_m}{R} \left\{ \frac{\sin(\omega t - \phi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha + \left[\alpha - \frac{\sin(\gamma - \phi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{(\gamma - \omega t)/Q} \right\} \quad (5.13)$$

Le courant i_c redevient nul pour $\omega t = \Gamma'$. Cet angle est donc donné par

$$\frac{\sin(\Gamma' - \phi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha + \left[\alpha - \frac{\sin(\gamma - \phi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{(\gamma - \Gamma')/Q} = 0 \quad (5.14)$$

- D'où les expressions successives de i_c durant l'intervalle ψ , $\psi+2\pi/3$ et les relations donnant les angles Γ , γ et Γ' .

$$\psi < \omega t < \pi/3, i_c = \frac{U_m}{R} [M_3 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t + \pi/3 - \varphi) - \alpha] \quad (5.8')$$

$$\pi/3 < \omega t < \Gamma, i_c = \frac{U_m}{R} [M_4 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha] \quad (5.9')$$

$$\Gamma < \omega t < \gamma, i_c = 0$$

$$\gamma < \omega t < \Gamma', i_c = \frac{U_m}{R} [M_5 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha] \quad (5.13')$$

$$\Gamma' < \omega t < 2\pi/3 + \psi, i_c = 0$$

$$M_4 e^{-\Gamma/Q} + N^2 (\sin \Gamma - Q \cos \Gamma) - \alpha = 0 \quad (5.10')$$

$$\sin \gamma = \alpha \quad (5.12)$$

$$M_5 e^{-\Gamma'/Q} + N^2 (\sin \Gamma' - Q \cos \Gamma') - \alpha = 0 \quad (5.14')$$

avec

$$M_3 = \left[\alpha - \frac{1}{1+Q^2} [\sin(\psi + \pi/3) - Q \cos(\psi + \pi/3)] \right] e^{\psi/Q}$$

$$M_4 = M_3 + \frac{1}{1+Q^2} e^{\pi/3Q}$$

$$M_5 = \left[\alpha - \frac{1}{1+Q^2} (\alpha - Q \sqrt{1-\alpha^2}) \right] e^{(\text{arc sin } \alpha)/Q}$$

II.3.2. Expressions du courant i_{S1}

Quand ωt va de ψ à $2\pi+\psi$, le courant i_{S1} a comme expressions successives :

$$\psi < \omega t < \pi/3, i_{S1} = \frac{U_m}{R} [M_3 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t + \pi/3 - \varphi) - \alpha]$$

$$\pi/3 < \omega t < \Gamma, i_{S1} = \frac{U_m}{R} [M_4 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha]$$

$$\Gamma < \omega t < \gamma, i_{S1} = 0$$

$$\gamma < \omega t < \Gamma', i_{S1} = \frac{U_m}{R} [M_5 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha]$$

$$\Gamma' < \omega t < \pi, i_{S1} = 0$$

$$\begin{aligned}
 \Pi < \omega t < 2\Pi/3 + \Gamma, i_{S1} &= -\frac{U_m}{R} \left[M_4 e^{-(\omega t - 2\Pi/3)/Q} + N \sin(\omega t - 2\Pi/3 - \varphi) - \alpha \right] \\
 2\Pi/3 + \Gamma < \omega t < 2\Pi/3 + \gamma, i_{S1} &= 0 \\
 2\Pi/3 + \gamma < \omega t < 2\Pi/3 + \Gamma', i_{S1} &= -\frac{U_m}{R} \left[M_5 e^{-(\omega t - 2\Pi/3)/Q} + N \sin(\omega t - 2\Pi/3 - \varphi) - \alpha \right] \\
 2\Pi/3 + \Gamma' < \omega t < 4\Pi/3 + \Psi, i_{S1} &= 0 \\
 4\Pi/3 + \psi < \omega t < 5\Pi/3, i_{S1} &= \frac{-U_m}{R} \left[M_3 e^{-(\omega t - 4\Pi/3)/Q} + N \sin(\omega t - \Pi - \varphi) - \alpha \right] \\
 5\Pi/3 + \psi < \omega t < 2\Pi + \psi, i_{S1} &= 0
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

II.3.3. Limite de ce mode de fonctionnement

Le passage du mode 3 au mode 2 correspond à l'annulation de l'intervalle Γ, γ .

La condition limite est obtenue en écrivant Γ égale γ :

$$M_4 e^{-\gamma/Q} + N^2 (\sin \gamma - Q \cos \gamma) - \alpha = 0$$

En remplaçant $\sin \gamma$ par α et M_4 par sa valeur on obtient :

$$\alpha - Q\sqrt{1-\alpha^2} + \alpha Q^2 e^{\arcsin \alpha / Q} = [\sin(\psi + \Pi/3) - Q \cos(\psi + \Pi/3)] e^{\psi/Q} - Q e^{\Pi/3Q} \tag{5.16}$$

On en déduit, à ψ et Q donnés, la valeur α_{2lim} de α au-dessus de laquelle le fonctionnement s'effectue suivant le troisième mode.

II.4. QUATRIEME MODE (FIGURE 5.6.)

Lors de ce mode de fonctionnement; Th_1 conduit avec D'_2 , s'éteint, redevient passant avec D'_3 , s'éteint à nouveau avant le début de la conduction de Th_2 .

II.4.1. Expressions du courant redressé

Pour $\psi < \omega t < \Gamma''$, Th_1 et D'_2 conduisent, le courant i_c est donné par la relation (5.8')

Le courant i_c s'annule pour $\omega t = \Gamma'' < \Pi/3$. L'angle Γ'' est donc tel que

$$M_3 e^{-\Gamma''/Q} + N \sin(\Gamma'' + \Pi/3 - \varphi) - \alpha = 0 \tag{5.17}$$

Le thyristor redevient conducteur pour $\omega t = \gamma$, avec

$$\sin \gamma = \alpha$$

Il conduit alors avec D'_3 , et i_c est donné par (5.13'). Le courant redevient nul pour $\omega t = \Gamma'$ [relation(5.14')]

D'où les expressions successives du courant i_c durant l'intervalle ψ , $\psi + 2\pi/3$ et les relations donnant les angles Γ'' , γ et Γ' :

$$\psi < \omega t < \Gamma'', i_c = \frac{U_m}{R} [M_3 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t + \pi/3 - \varphi) - \alpha] \quad (5.8')$$

$$\begin{aligned} \Gamma' < \omega t < \gamma, i_c &= 0 \\ \gamma < \omega t < \Gamma', i_c &= \frac{U_m}{R} [M_5 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha] \end{aligned} \quad (5.13')$$

$$\Gamma' < \omega t < 2\pi/3 + \psi, i_c = 0$$

$$M_3 e^{-\Gamma''/Q} + N^2 [\sin(\Gamma'' + \pi/3) - Q \cos(\Gamma'' + \pi/3)] - \alpha = 0 \quad (5.17')$$

$$\sin \gamma = \alpha$$

$$M_5 e^{-\Gamma'/Q} + N^2 (\sin \Gamma' - Q \cos \Gamma') - \alpha = 0 \quad (5.14')$$

M_3 , M_5 et N ont les mêmes expressions que lors des modes précédents.

II.4.2. Expressions du courant i_{S1}

Des expressions de i_c on déduit celles de i_{S1} :

$$\psi < \omega t < \Gamma'', i_{S1} = \frac{U_m}{R} [M_3 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t + \pi/3 - \varphi) - \alpha]$$

$$\Gamma'' < \omega t < \gamma, i_{S1} = 0$$

$$\gamma < \omega t < \Gamma', i_{S1} = \frac{U_m}{R} [M_5 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha]$$

$$\Gamma' < \omega t < \gamma + 2\pi/3, i_{S1} = 0$$

$$\gamma + 2\pi/3 < \omega t < \Gamma' + 2\pi/3, i_{S1} = -\frac{U_m}{R} [M_5 e^{-(\omega t - 2\pi/3)/Q} + N \sin(\omega t - 2\pi/3 - \varphi) - \alpha]$$

$$\Gamma' + 2\pi/3 < \omega t < \psi + 4\pi/3, i_{S1} = 0$$

$$\psi + 4\pi/3 < \omega t < \Gamma'' + 4\pi/3, i_{S1} = -\frac{U_m}{R} [M_3 e^{-(\omega t - 4\pi/3)/Q} + N \sin(\omega t - \pi - \varphi) - \alpha]$$

$$\Gamma'' + 4\pi/3 < \omega t < \psi + 2\pi, i_{S1} = 0$$

(5.18)

II.4.3. Limites de ce mode de fonctionnement

● A ψ et Q donnés, quand α diminue on quitte ce mode de fonctionnement quand i_c ne s'annule plus avant $\omega t = \pi/3$. La valeur limite $\alpha_{3\text{lim}}$ de α est donc celle pour laquelle i_c s'annule juste pour $\alpha = \pi/3$

$$M_3 e^{-\pi/3Q} + N \sin(2\pi/3 - \varphi) - \alpha = 0$$

On peut écrire cette condition

$$\left\{ \alpha - \frac{1}{1+Q} [\sin(\psi - \pi/3) - Q \cos(\psi + \pi/3)] \right\} e^{(\psi - \pi/3)/Q} + \frac{1}{1+Q^2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{Q}{2} \right) - \alpha = 0$$

$\alpha_{3\text{lim}} = \frac{\sqrt{3+Q} - [(\sqrt{3}-Q)\cos\psi + (1-\sqrt{3}Q)\sin\psi]}{2(1+Q^2)} e^{(\psi - \pi/3)/Q} \quad (5.19)$

- Pour certaines valeurs de ψ , à Q donné, $\alpha_{3\text{lim}}$ est inférieur à $\alpha_{2\text{lim}}$. Alors le troisième mode de fonctionnement n'existe pas, on passe directement du deuxième au quatrième quand α croît ; l'interruption de la conduction de Th_1 apparaît lors du débit de D'_2 , non lors du débit de D'_3 .

- Pour toutes les valeurs de ψ , $\alpha_{1\text{lim}}$ et $\alpha_{2\text{lim}}$ sont supérieurs à $\alpha_{3\text{lim}}$. Cela signifie que lorsque la conduction discontinue apparaît c'est par arrêt de la conduction de Th_1 avant $\omega t = \psi + 2\pi/3$ et non par interruption du débit de Th_1 entre $\psi = \psi + 2\pi/3$. Lorsqu'on quitte la conduction continue, on passe forcément par le mode 2.

● La limite supérieure du quatrième mode quand α croît est donnée par la condition d'amorçage.

Pour que, à l'instant $t = \psi/\omega$ (avec $\psi < \pi/3$), où le thyristor Th_1 reçoit son signal de déblocage, ce redresseur entre en conduction il faut que

$$v_1 - v_2 = U_m \sin(\omega t + \pi/3)$$

soit alors supérieur à E .

D'où la condition d'amorçage à l'instant ψ/ω :

$$\boxed{\sin(\psi + \Pi/3) > \alpha} \quad (5.20)$$

La planche 19 montre pour $\psi = \Pi/6$, la séparation des zones de fonctionnement. On a dilaté fortement l'échelle des α pour que la zone 3, malgré son étroitesse soit visible.

III. $\psi > \Pi/3$. MODES DE FONCTIONNEMENT. EXPRESSIONS DU COURANT i_{S1}

Pour ψ compris entre $\Pi/3$ et Π , quand α croît trois modes de fonctionnement se succèdent (figure 5.7., 5.8. et 5.9.)

mode 1 : conduction continue

mode 2 : conduction discontinue à deux expressions non nulles de i_c par période.

mode 3 : conduction discontinue à une expression non nulle de i_c par période.

III.1 PREMIER MODE

III.1.1. Expressions du courant redressé

Pour $\psi < \omega t < \Pi$, Th_1 et D'_3 conduisent :

$$u_c = v_1 - v_3 = U_m \sin \omega t$$

$$\text{De } L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = U_m \sin \omega t - \alpha U_m$$

on déduit

$$i_c = \frac{U_m}{R} \left[\frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha + M_6 e^{-\omega t/Q} \right] \quad (5.21)$$

Pour $\Pi < \omega t < 2\Pi/3 + \psi$, Th_1 et D'_1 conduisent :

$$L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = -\alpha U_m$$

$$i_c = \frac{U_m}{R} (-\alpha + M_7 e^{-\omega t/Q}) \quad (5.22)$$

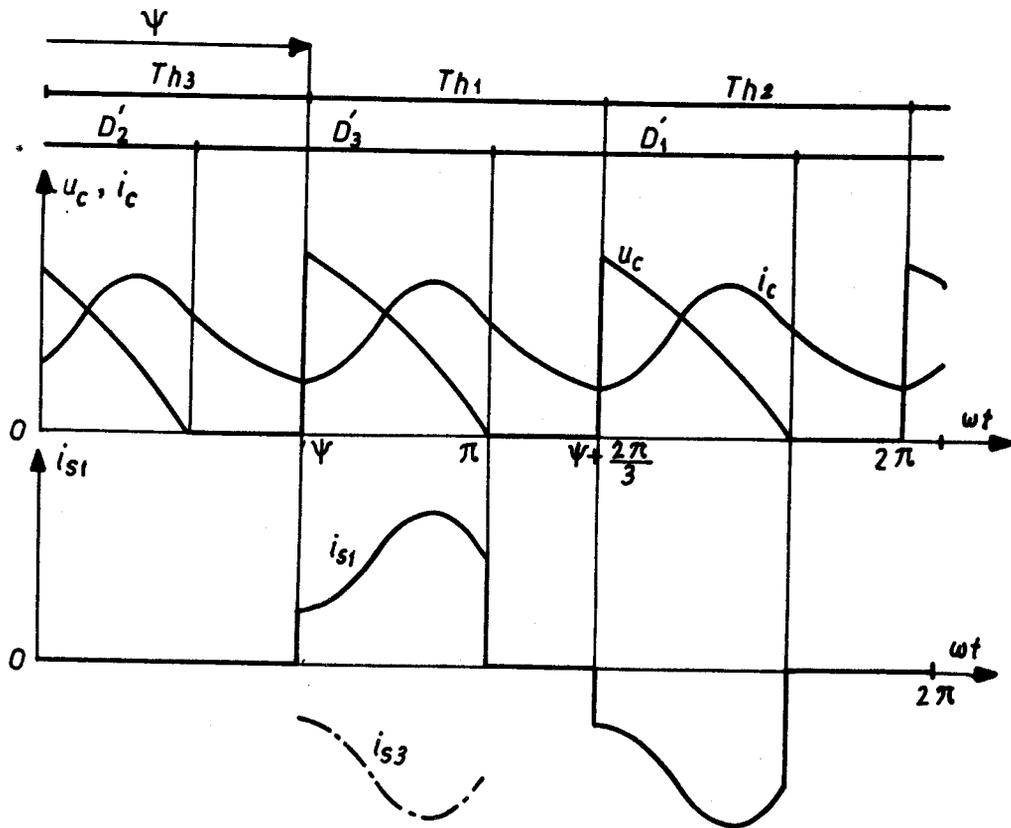


Figure 5.7

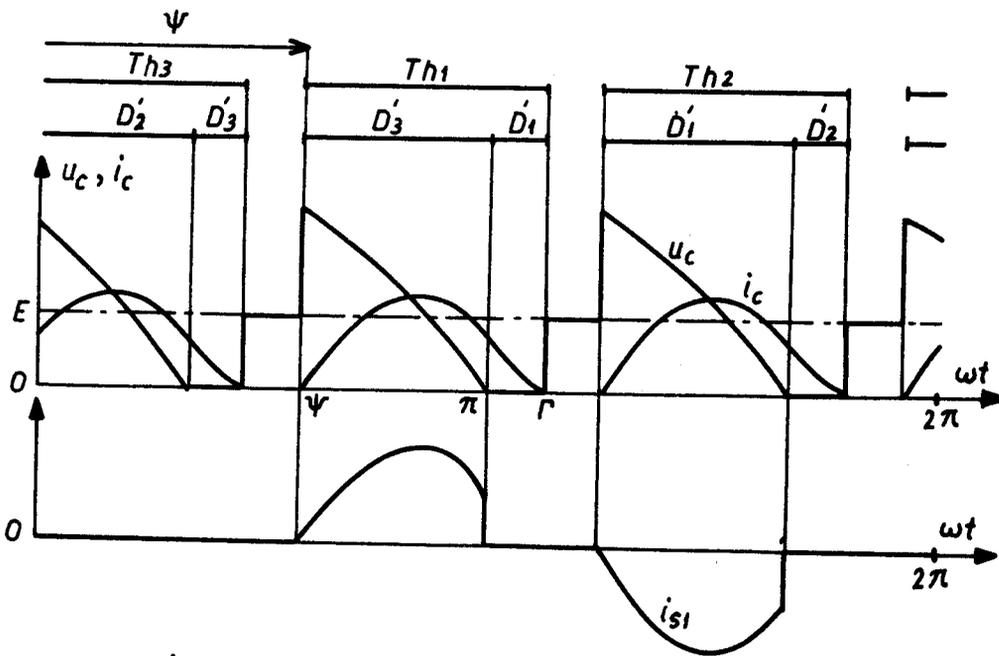


Figure 5.8.

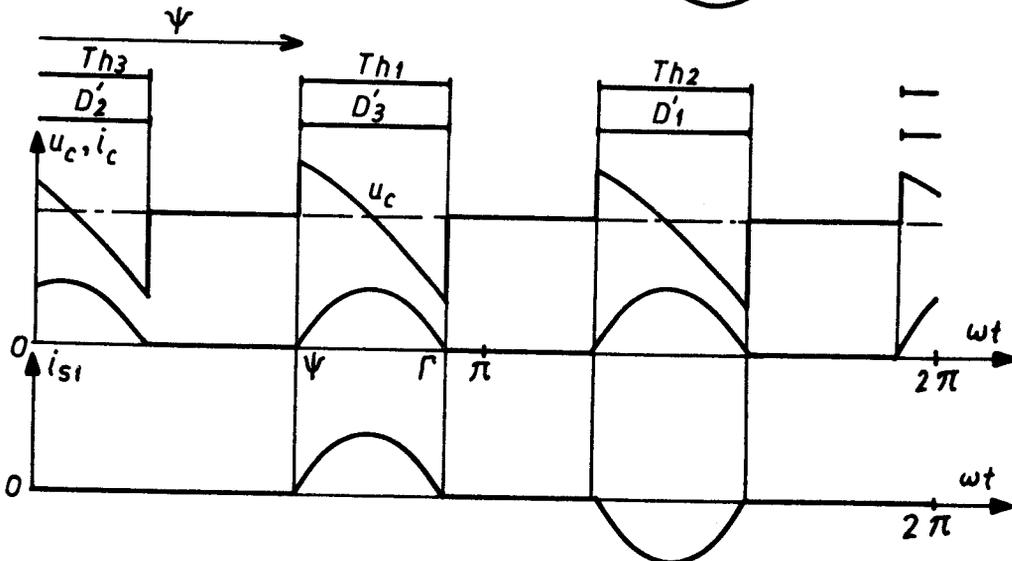


Figure 5.9



Les deux expressions donnent la même valeur de i_c pour $\omega t = \Pi$. Donc

$$M_6 - M_7 = - \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1+Q^2}} e^{\Pi/Q}$$

La première expression pour $\omega t = \psi$ et la deuxième pour $\omega t = 2\Pi/3 + \psi$ donnent le même i_c . Donc

$$M_6 - M_7 e^{-2\Pi/3Q} = \frac{-\sin(\psi - \varphi)}{\sqrt{1+Q^2}} e^{\psi/Q}$$

D'où

$$M_7 = \frac{\sin \varphi e^{\Pi/Q} - \sin(\psi - \varphi) e^{\psi/Q}}{\sqrt{1+Q^2} (1 - e^{-2\Pi/3Q})}$$

$$M_6 = \frac{\sin \varphi e^{\Pi/3Q} - \sin(\psi - \varphi) e^{\psi/Q}}{\sqrt{1+Q^2} (1 - e^{-2\Pi/3Q})}$$

D'où les deux expressions de i_c :

$$\psi < \omega t < \Pi, i_c = \frac{U_m}{R} [M_6 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha] \quad (5.21')$$

$$\Pi < \omega t < \psi + 2\Pi/3, i_c = \frac{U_m}{R} [M_7 e^{-\omega t/Q} - \alpha] \quad (5.22')$$

avec

$$M_6 = \frac{Q e^{\Pi/3Q} + (Q \cos \psi - \sin \psi) e^{\Pi/Q}}{(1+Q^2) (1 - e^{-2\Pi/3Q})} ; M_7 = \frac{Q e^{\Pi/Q} + (Q \cos \psi - \sin \psi) e^{\Pi/Q}}{(1+Q^2) (1 - e^{-2\Pi/3Q})}$$

III.2.1. Expressions du courant redressé

Pendant l'intervalle $\psi, \Pi, i_{S1} = i_c, i_{S3} = -i_c, i_{S2} = 0$

Pendant l'intervalle $\Pi, \psi + 2\Pi/3, i_{S1} = i_{S2} = i_{S3} = 0$

Au cours d'une période i_{S1} a donc pour expressions successives :

$$\left. \begin{aligned} \psi < \omega t < \Pi, i_{S1} &= \frac{U_m}{R} [M_6 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha] \\ \Pi < \omega t < \psi + 2\Pi/3, i_{S1} &= 0 \\ \psi + 2\Pi/3 < \omega t < 5\Pi/3, i_{S1} &= - \frac{U_m}{R} [M_6 e^{-(\omega t - 2\Pi/3)/Q} + N \sin(\omega t - 2\Pi/3 - \varphi) - \alpha] \\ 5\Pi/3 < \omega t < 2\Pi + \psi, i_{S1} &= 0 \end{aligned} \right\} (5.23)$$

III.1.3. Limite de ce mode de fonctionnement

A ψ et φ donnés quand α croissant atteint $\alpha_{4\text{lim}}$ la conduction cesse d'être continue. Cette limite correspond à l'annulation de i_c pour $\omega t = 2\pi/3 + \psi$

$$M_7 e^{-(2\pi/3 + \psi)/Q} = \alpha_{4\text{lim}}$$

Donc

$$\alpha_{4\text{lim}} = \frac{Q e^{(\pi/3 - \psi)/Q} + (Q \cos \psi - \sin \psi) e^{-2\pi/3Q}}{(1 + Q^2) (1 - e^{-2\pi/3Q})} \quad (5.24)$$

III.2. DEUXIEME MODE (FIGURE 5.8)

III.2.1. Expressions du courant i_{S1}

Entre $\omega t = \psi$ et $\omega t = \pi$, Th_1 et D'_3 conduisent :

$$L \frac{di_c}{dt} + Ri_c = U_m \sin \omega t - \alpha V_m, \text{ avec } i_c(\psi) = 0,$$

$$i_c = \frac{U_m}{R} \left[M_8 e^{-\omega t/Q} + \frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} - \alpha \right] \quad (5.25)$$

Puisque $i_c(\psi) = 0$,

$$M_8 = \left[\alpha - \frac{\sin(\psi - \varphi)}{\sqrt{1 + Q^2}} \right] e^{\psi/Q}$$

Entre $\omega t = \pi$ et $\omega t = \Gamma$, Th_1 et D'_1 conduisent

$$i_c = \frac{U_m}{R} (M_9 e^{-\omega t/Q} - \alpha)$$

La continuité de i_c pour $\omega t = \pi$ donne

$$M_9 = M_8 + \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 + Q^2}} e^{\pi/Q}$$

D'où les expressions successives de i_c

$$\psi < \omega t < \pi, \quad i_c = \frac{U_m}{R} \left[M_8 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha \right] \quad (5.25)$$

$$\pi < \omega t < \Gamma, \quad i_c = \frac{U_m}{R} \left[M_9 e^{-\omega t/Q} - \alpha \right]$$

$$\Gamma < \omega t < \psi + 2\pi/3, \quad i_c = 0$$

$$\text{avec } M_8 = \left(\alpha + \frac{Q \cos \psi - \sin \psi}{1 + Q^2} \right) e^{\psi/Q}$$

III.2.2. Expressions du courant i_{S1}

Le courant i_{S1} a pour expressions :

$$\left. \begin{aligned} \psi < \omega t < \Pi, \quad i_{S1} &= \frac{U_m}{R} [M_8 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha] \\ \Pi < \omega t < \psi + 2\Pi/3, \quad i_{S1} &= 0 \\ \psi + 2\Pi/3 < \omega t < 5\Pi/3, \quad i_{S1} &= \frac{-U_m}{R} [M_8 e^{-(\omega t - 2\Pi/3)/Q} + N \sin(\omega t - 2\Pi/3 - \varphi) - \alpha] \\ 5\Pi/3 < \omega t < 2\Pi + \psi, \quad i_{S1} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.26)$$

III.2.3. Limite de ce mode de fonctionnement

Lorsque α croît, à ψ et φ donnés, on passe du deuxième au troisième mode pour $\alpha_{51\text{lim}}$ tel que i_c s'annule juste pour $\omega t = \Pi$.

Compte tenu de la relation (5.25') et de l'expression de M_8 , $\alpha_{51\text{lim}}$ est donné par

$$\left(\alpha_{51\text{lim}} + \frac{Q \cos \psi - \sin \psi}{1 + Q^2} \right) e^{(\psi - \Pi)/Q} + \frac{Q}{1 + Q^2} - \alpha_{51\text{lim}} = 0$$

$$\boxed{\alpha_{51\text{lim}} = \frac{(Q \cos \psi - \sin \psi) e^{(\psi - \Pi)/Q} + Q}{(1 + Q^2) (1 - e^{(\psi - \Pi)/Q})}} \quad (5.27)$$

III.3. TROISIEME MODE (FIGURE 5.9)

III.3.1. Expression des courants

Pour $\psi < \omega t < \Gamma$, Th_1 et D'_3 conduisent, i_c est encore donné par la relation (5.25').

L'angle Γ correspond à l'annulation de i_c :

$$M_8 e^{-\Gamma/Q} + N \sin(\Gamma - \varphi) - \alpha = 0$$

Le courant i_c est ensuite nul jusqu'à $\omega t = 2\Pi/3 + \psi$

On a donc

$$\psi < \omega t < \Gamma, \quad i_c = \frac{U_m}{R} [M_8 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha] \quad (5.25')$$

$$\Gamma < \omega t < \psi + 2\pi/3, \quad i_c = 0$$

$$\text{avec } M_8 e^{-\Gamma/Q} + N^2 (\sin \Gamma - Q \cos \Gamma) - \alpha = 0 \quad (5.28')$$

Ce qui donne pour expressions successives de i_{S1}

$$\psi < \omega t < \Gamma, \quad i_{S1} = \frac{U_m}{R} [M_8 e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - \varphi) - \alpha]$$

$$\Gamma < \omega t < \psi + 2\pi/3, \quad i_{S1} = 0$$

$$\psi + 2\pi/3 < \omega t < \Gamma + 2\pi/3, \quad i_{S1} = -\frac{U_m}{R} [M_8 e^{-(\omega t - 2\pi/3)/Q} + N \sin(\omega t - 2\pi/3 - \varphi) - \alpha]$$

$$\Gamma + 2\pi/3 < \omega t < \psi + 2\pi, \quad i_{S1} = 0$$

III.3.2. Condition d'amorçage

Pour qu'en conduction dis continue, le thyristor Th_1 puisse s'amorcer pour $\omega t = \psi$, il faut qu'alors $v_1 - v_3$ soit supérieur à E . D'où la condition d'amorçage :

$$\sin \psi > \alpha$$

La planche 22 montre pour $\psi = \pi/3$ et $\psi = 2\pi/3$ la séparation des zones correspondant aux divers modes de fonctionnement.

IV - CARACTERISTIQUES

IV.1. TRACE DES CARACTERISTIQUES

• Nous n'avons pas indiqué les expressions des amplitudes du fondamental et des harmoniques pour les sept modes de fonctionnement et des harmoniques (4 pour $\psi < \pi/3$, 3 pour $\psi \geq \pi/3$) ; c'eût été trop long.

Mais pour chacun des modes nous avons donné les expressions successives que présente le courant i_{S1} au cours d'une de ses périodes. Elles sont données par les relations (5.7), (5.11), (5.15), (5.18), (5.23), (5.26), et (5.29). On a calculé les amplitudes I_{1m} et I_{pm} directement par

$$I_{1m} = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \qquad I_{pm} = \sqrt{A_p^2 + B_p^2}$$

avec

$$A_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_{S1} \sin \omega t \, d\omega t \quad ; \quad B_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_{S1} \cos \omega t \, d\omega t$$

$$A_p = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_{S1} \sin p\omega t \, d\omega t \quad ; \quad B_p = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} i_{S1} \cos p\omega t \, d\omega t$$

Pendant tous les intervalles où i_{S1} diffère de zéro on a mis son expression sous la forme

$$i_{S1} = \frac{U_m}{R} [M e^{-\omega t/Q} + N \sin(\omega t - x) - \alpha]$$

pour que toutes les intégrales soient de la même forme ; seuls varient le coefficient M , l'angle x et les limites d'intégration.

● Les planches 20 et 21 donnent pour $\psi = \pi/6$ et diverses valeurs de α , les variations, en fonction de ψ , des taux d'harmoniques 2, 4, 5 et 7.

Les planches 23 et 24 puis 25 et 26 donnent les mêmes caractéristiques pour $\psi = \pi/3$ puis pour $\psi = 2\pi/3$.

Pour situer les diverses valeurs de α utilisées rappelons qu'en conduction le rapport de la tension redressée moyenne à l'amplitude U_m est :

- 0,891 pour $\psi = \pi/6$,
- 0,716 pour $\psi = \pi/3$,
- 0,239 pour $\psi = 2\pi/3$.

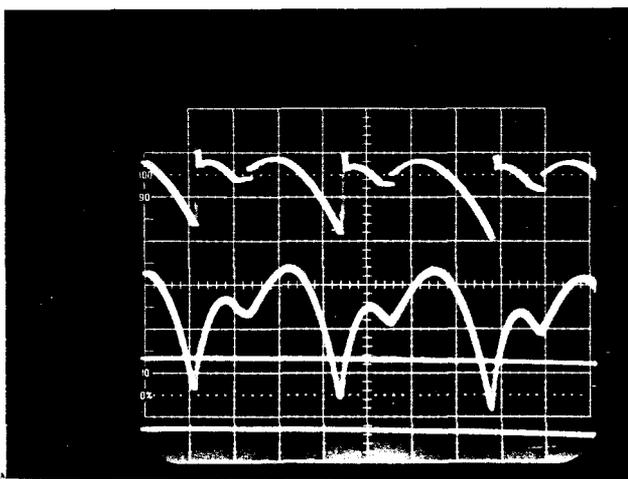
● L'examen des courbes obtenues montre qu'en conduction continue quand Q tend vers l'infini on retrouve bien les taux d'harmoniques donnés par les caractéristiques de la planche 18.

Pour les faibles valeurs de ψ des taux d'harmoniques du même ordre de grandeurs que ceux que donne le montage P3. Toutefois, pour les fortes valeurs de α le taux d'harmonique 2 ne diminue pas quand Q augmente.

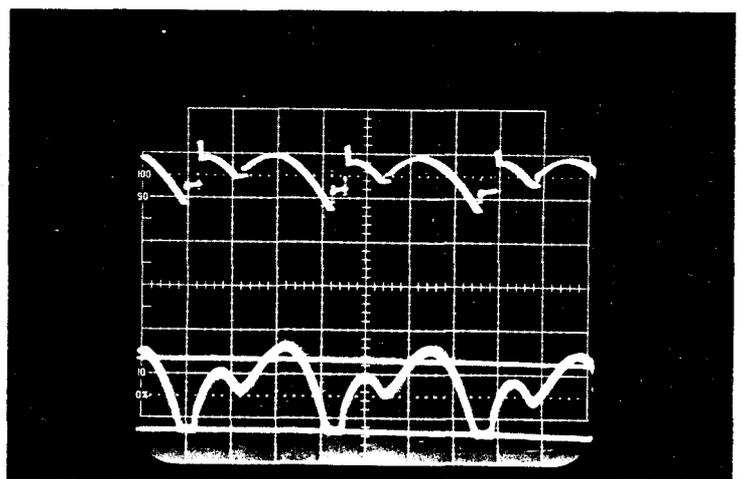
Pour les fortes valeurs de ψ , les taux d'harmoniques trouvés sont très importants quand α cesse d'être négligeable. Ce résultat était prévisible car la planche 18 donnait pour ψ voisin de 180° des rapports I_2/I_1 , I_4/I_1 , I_5/I_1 , I_7/I_1 supérieurs à $1/2, 1/4, 1/5$ et $1/7$ en conduction continue avec courant parfaitement lissé. Quand α rend la conduction discontinue les harmoniques prennent, surtout si Q est faible, des valeurs comparables au fondamental.

IV.2. Vérifications expérimentales

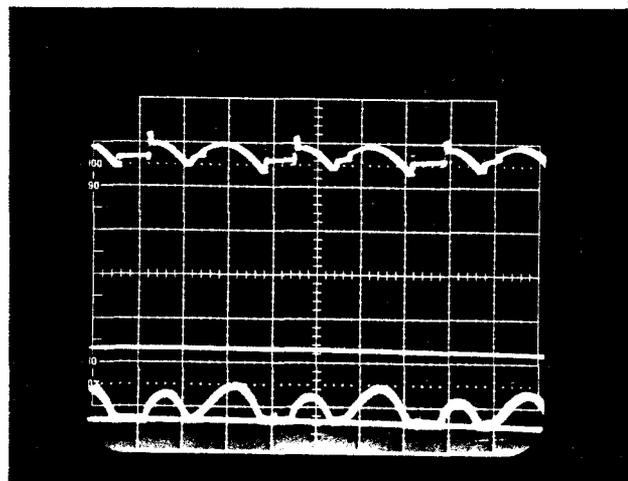
A l'aide d'un montage analogue à celui de la figure 1.7. mais où le transformateur est supprimé on a vérifié la description du fonctionnement du montage et les caractéristiques qu'on en a déduit.



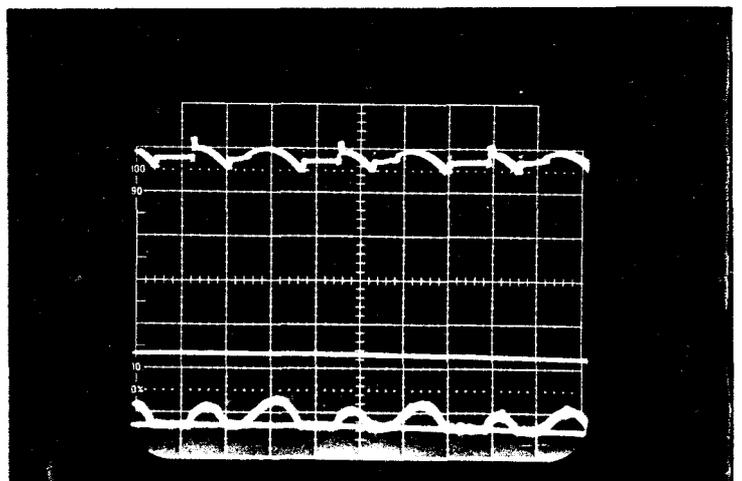
a)



b)



c)



d)

figure 5.10

La figure 5.10 montre les formes d'ondes de la tension redressée u_c (en haut) et du courant redressé i_c (en bas) quand α et ψ constants, ψ étant inférieur à $\pi/3$, on augmente α .

On voit bien ce qui caractérise

- le premier mode (cliché a) : pas de palier à i_c nul durant lequel u_c serait égal à E;
- le deuxième mode (cliché b) : un palier à i_c nul, u_c égalant alors E, par période de u_c ou i_c .
- le troisième mode (cliché c) : deux paliers à u_c égal à E par période de u_c , le second apparaissant alors que u_c croît.
- le quatrième mode (cliché d) : deux paliers à u_c égal à E par période de u_c , les deux apparaissant alors que u_c décroît.

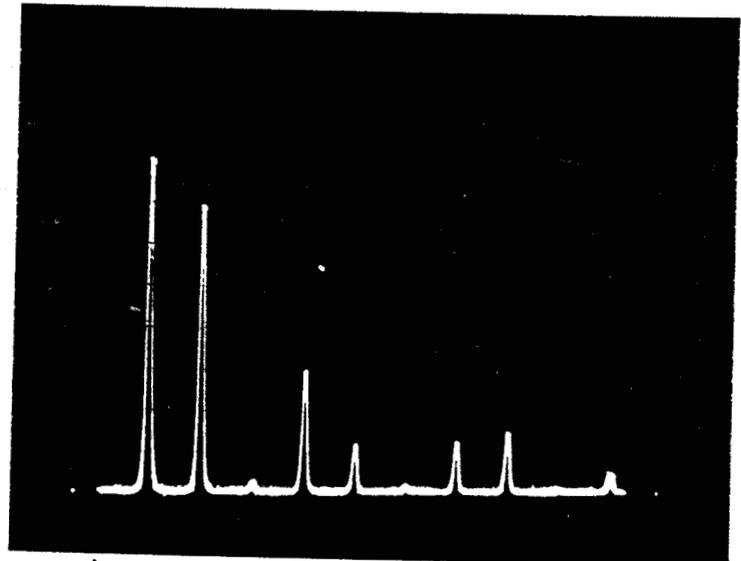
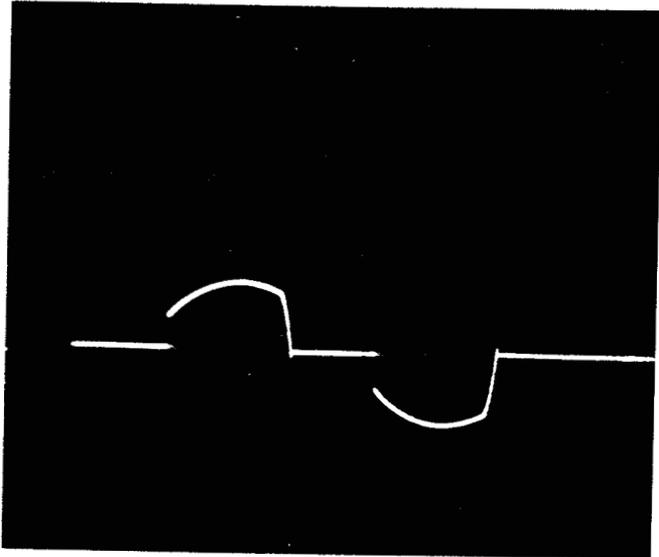
On a reproduit (figure 5.11) les formes d'ondes et les spectres du courant secondaire i_{S1} relevés pour une valeur de ψ supérieure à $\pi/3$; on a pris $\psi = 2\pi/3$.

Quand α est faible (figure 5.11.a) le montage fonctionne suivant le premier mode : brusques variations de i_{S1} au début et à la fin de chaque alternance.

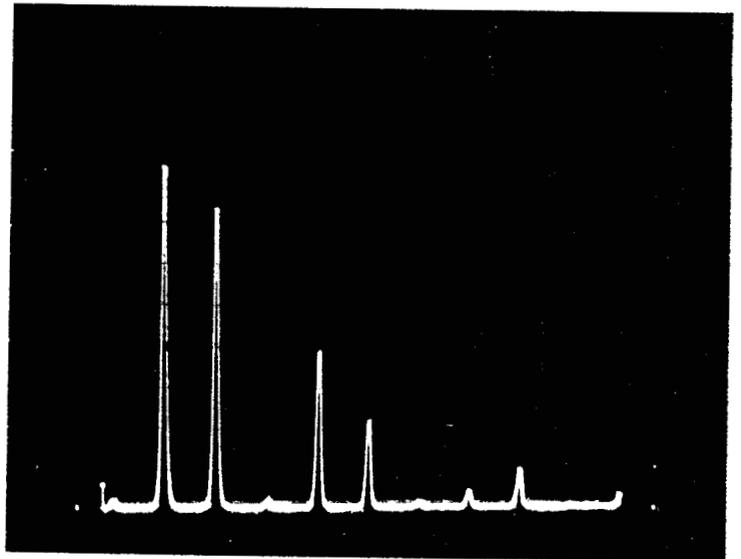
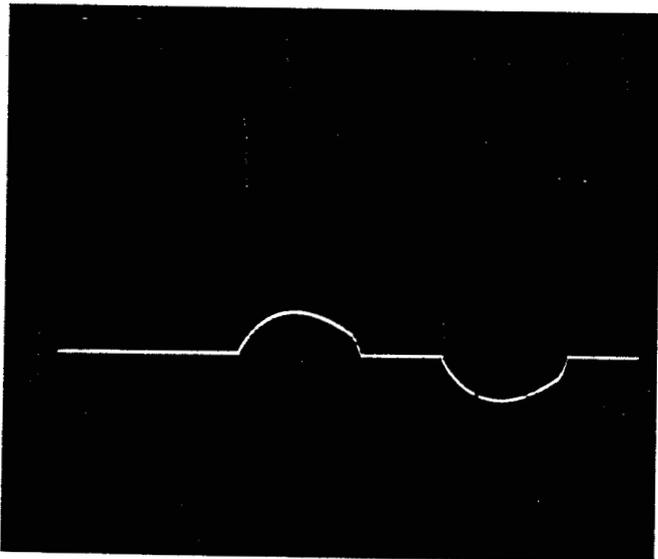
L'augmentation de α fait passer au deuxième mode (figure 5.11.b) : i_{S1} s'établit progressivement, seule son annulation est brusque.

Pour α fort (figure 5.11.c), l'établissement et la disparition de i_{S1} au début et à la fin de chacune de ses alternances s'opèrent sans discontinuité.

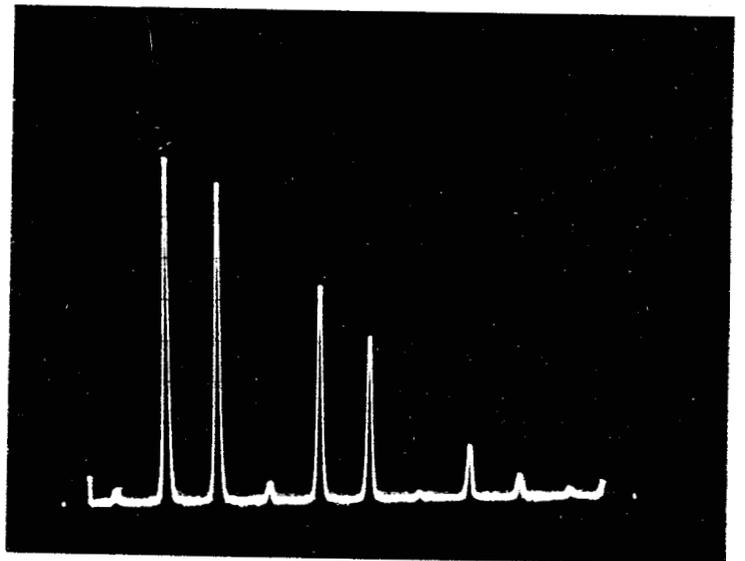
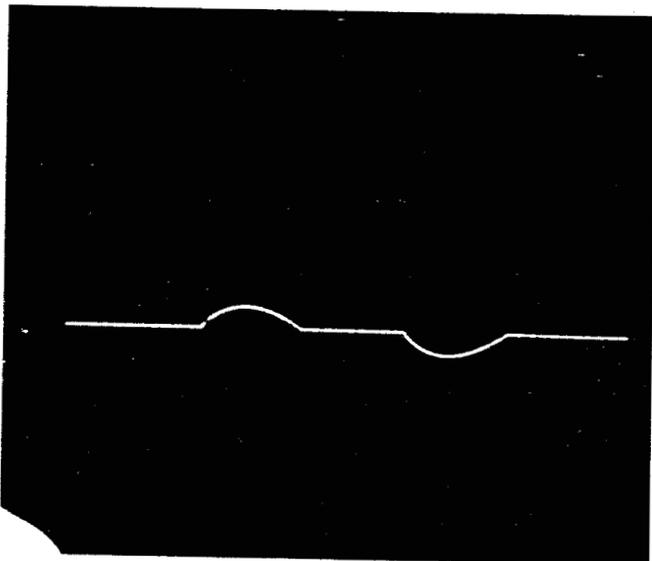
Les spectres correspondants montrent les taux d'harmoniques élevés caractéristiques de ces fonctionnements à ψ élevé surtout lorsque la valeur de α est relativement importante.



a)



b)



c)



Figure 5.11

A la précision de détermination de ψ , φ et α près et compte tenu de l'imprécision des mesures du fondamental et des harmoniques, les courbes relevées confirment bien les résultats des courbes calculées (Planche 20, 21, 24, 25 et 26).

Si on compare le pont mixte au montage P3 à thyristors, le premier conduit à une moindre consommation de puissance réactive, mais il produit des harmoniques de courants plus importants surtout pour les fortes valeurs de retard à l'amorçage.

DEUXIEME PARTIE

INFLUENCE DE L'EMPIETEMENT

C H A P I T R E VI

PONT TRIPHASE A DIODES

Lorsqu'un montage redresseur fonctionne en conduction continue, si on néglige les réactances situées en amont des redresseurs les courants dans ces derniers peuvent s'établir et s'éteindre instantanément. A ces brusques variations des courants dans les redresseurs correspondent des brusques variations de la valeur instantanée des courants fournis par la source. On peut se demander dans quelle mesure les inductances en amont en "adoucissant" les variations du courant primaire le rendent plus sinusoïdal et diminuent son taux d'harmoniques.

Pour limiter le nombre de paramètres nous séparerons les effets de la nature de la charge de ceux des réactances en amont ou de l'empiètement. Pour cela nous supposerons le récepteur infiniment inductif.

Nous nous limiterons à l'étude de deux montages :

- le pont triphasé symétrique à six diodes, car c'est le plus usuel des montages redresseurs alimentés en triphasé. Nous montrerons que si on remplaçait les diodes par des thyristors l'effet bénéfique de l'empiètement serait réduit.

- le pont triphasé mixte car, comme nous venons de le voir, ses propriétés diffèrent sensiblement de celles des autres montages.

I - EXPRESSIONS DU COURANT PRIMAIRE

La figure 6.1. schématise le pont redresseur triphasé à six diodes. On rend compte de la réactance du réseau d'alimentation et de la réactance de fuites du transformateur, s'il y en a un, par une inductance N . La présence d'un transformateur ne modifie pas les taux d'harmoniques.

Le courant redressé est supposé constant et égal à sa valeur moyenne I_c .

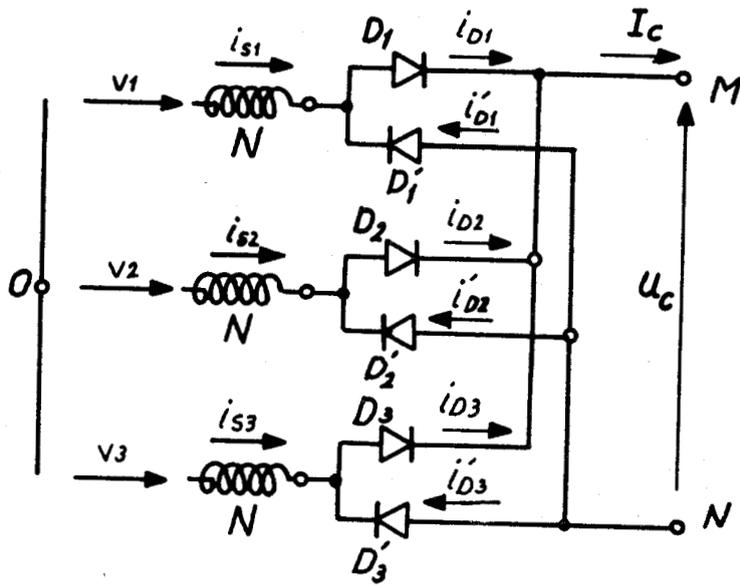


Figure 6.1

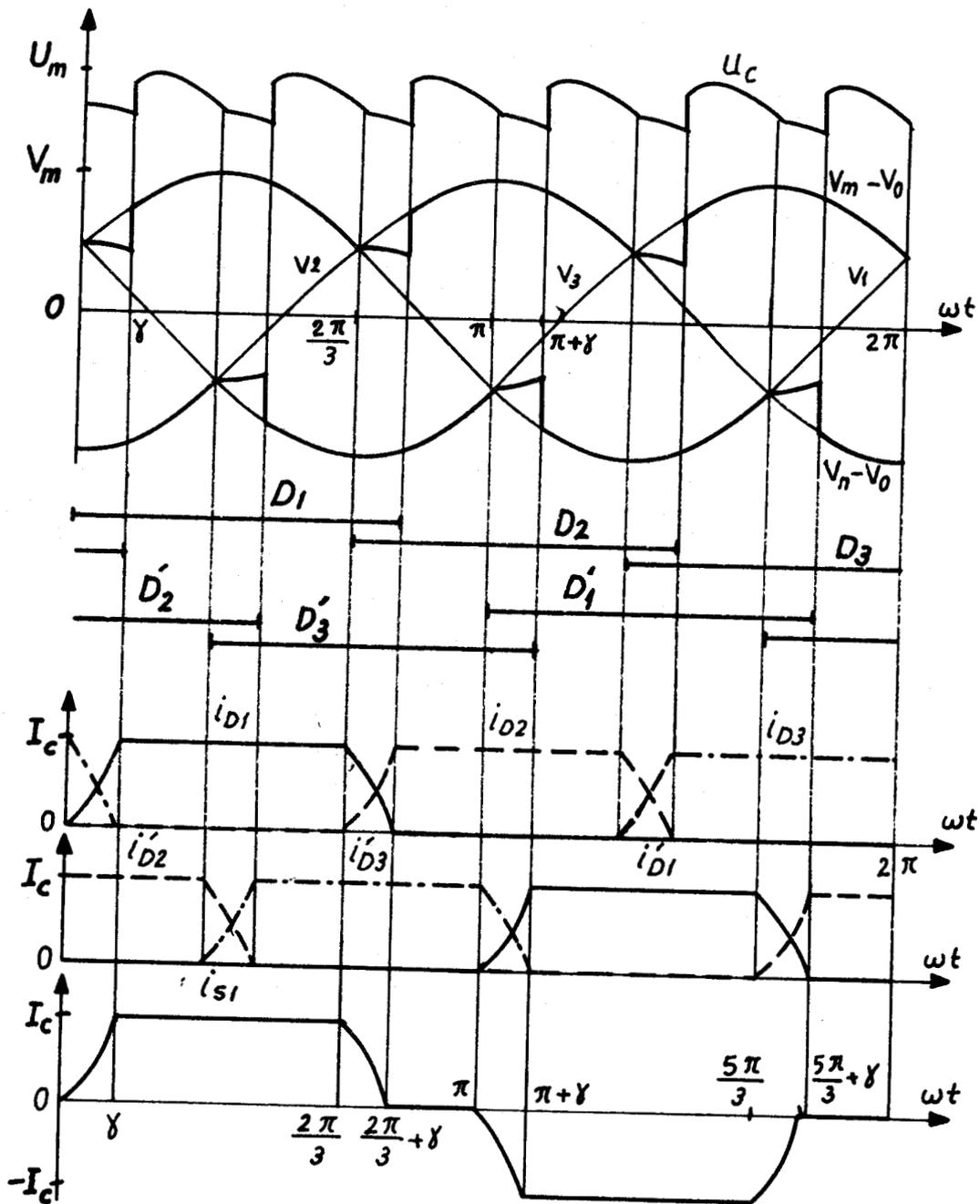


Figure 6.2

Sur la figure 6.2. on a tracé les intervalles de conduction des six diodes en désignant par γ l'angle d'empiétement. On en a déduit les formes d'ondes des tensions redressées partielles $v_M - v_0$, $v_N - v_1$ et totale u_c , des courants dans les diodes i_{D1} , i_{D2} , i_{D3} et $i_{D'1}$, $i_{D'2}$ et $i_{D'3}$, du courant dans le premier fil de ligne i_{S1} , égal à $i_{D1} - i_{D'1}$.

● A l'instant $t = 0$, où v_1 égal à $V_m \sin(\omega t + \pi/6)$, devient supérieur à v_3 , égal à $V_m \sin(\omega t + 5\pi/6)$, la diode D_1 entre en conduction

Pour $0 < \omega t \leq \gamma$, D_1 et D_3 conduisent simultanément :

$$v_M - v_0 = v_1 - N \frac{di_{S1}}{dt} = v_3 - N \frac{di_{S3}}{dt}$$

$$i_{S1} + i_{S3} = I_c$$

De cette relation on déduit $\frac{di_{S3}}{dt} = - \frac{di_{S1}}{dt}$

En reportant dans la précédente, il vient

$$\frac{di_{S1}}{dt} = \frac{v_1 - v_3}{2N} = \frac{\sqrt{3} V_m}{2N} \sin \omega t$$

$$i_{S1} = - \frac{U_m}{2N\omega} \cos \omega t + C$$

La constante d'intégration C est telle que i_{S1} soit nul pour $t = 0$

$$\text{donc } C = \frac{U_m}{2N\omega}$$

$$i_{S1} = \frac{U_m}{2N\omega} (1 - \cos \omega t)$$

Le courant i_{S1} atteint la valeur I_c pour $\omega t = \gamma$. D'où la relation donnant l'angle d'empiétement :

$$1 - \cos \gamma = \frac{2N\omega I_c}{U_m}$$

(6.1)

- Pendant l'intervalle $0, \gamma, D_1, D_3$ et D'_2 conduisent

$$\left. \begin{aligned} i_{S1} &= \frac{U_m}{2N\omega} (1 - \cos \omega t) \\ i_{S2} &= - I_c \\ i_{S3} &= I_c - \frac{U_m}{2N\omega} (1 - \cos \omega t) \end{aligned} \right\} (6.2)$$

- Pendant l'intervalle $\gamma < \omega t < \pi/3, D_1$ et D'_2 débitent :

$$i_{S1} = I_c, \quad i_{S2} = - I_c, \quad i_{S3} = 0 \quad (6.3)$$

Les courants i_{S1}, i_{S2}, i_{S3} sont déphasés deux à deux de $2\pi/3$; de plus l'alternance négative de chacun d'eux reproduit au signe près, avec un retard de π , son alternance positive. Ayant les expressions de ces courants pendant le premier sixième de la période, on en déduit sans difficulté leurs expressions tout au long de celle-ci.

Ainsi, pour le premier,

$$\begin{aligned} 0 < \omega t < \gamma, \quad i_{S1} &= \frac{U_m}{2N\omega} (1 - \cos \omega t) \\ \gamma < \omega t < 2\pi/3, \quad i_{S1} &= I_c = \frac{U_m}{2N\omega} (1 - \cos \gamma) \\ 2\pi/3 < \omega t < 2\pi/3 + \gamma, \quad i_{S1} &= I_c - \frac{U_m}{2N\omega} [1 - \cos(\omega t - 2\pi/3)] \\ &= - \frac{U_m}{2N\omega} [\cos(\omega t + \pi/3) + \cos \gamma] \\ i_{S1}(\omega t + \pi) &= - i_{S1}(\omega t) \end{aligned} \quad (6.4)$$

II - HARMONIQUES DU COURANT PRIMAIRE

Le développement en série des courants primaires ne comporte, outre le fondamental, que les harmoniques de rang impair non multiple de 3. Le calcul de leurs amplitudes ne comporte pas de difficulté particulière.

Ainsi pour l'harmonique p, le terme A_p est donné par

$$\begin{aligned}
 A_p &= \frac{U_m}{\pi N \omega} \left[\int_0^\gamma (1 - \cos \omega t) \sin p \omega t \, d\omega t + \int_\gamma^{2\pi/3} (1 - \cos \gamma) \sin p \omega t \, d\omega t \right. \\
 &\quad \left. + \int_{2\pi/3}^{2\pi/3+\gamma} -\cos(\omega t + \pi/3) + \cos \gamma \sin p \omega t \, d\omega t \right] \\
 &= \frac{U_m}{\pi N \omega} \left[-\frac{1}{p} (\cos p \gamma - 1) + \frac{1}{2(p+1)} [\cos(p+1)\gamma - 1] + \frac{1}{2(p-1)} [\cos(p-1)\gamma - 1] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{p} (1 - \cos \gamma) (\cos p \gamma + \frac{1}{2}) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{p} \cos \gamma \left[\cos p (2\pi/3 + \gamma) + \frac{1}{2} \right] + \frac{1}{2(p+1)} (\cos [(p+1)(2\pi/3 + \gamma) + \pi/3] - \frac{1}{2}) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2(p-1)} (\cos [(p-1)(2\pi/3 + \gamma) - \pi/3] - \frac{1}{2}) \right]
 \end{aligned}$$

Après regroupement des termes on obtient l'expression de A_p qui suit.

B_p, A₁ et B₁ ont été calculés de la même façon.

$$\begin{aligned}
 A_p &= \frac{U_m}{\pi N \omega} \left\{ \frac{1}{2(p+1)} \left[\cos(p+1)\gamma + \cos [(p+1)(2\pi/3 + \gamma) + \pi/3] - \frac{3}{2} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2(p-1)} \left[\cos(p-1)\gamma + \cos [(p-1)(2\pi/3 + \gamma) - \pi/3] - \frac{3}{2} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{p} \left[\cos \gamma [\cos p (2\pi/3 + \gamma) - \cos p \gamma] + \frac{3}{2} \right] \right\} \\
 B_p &= \frac{U_m}{\pi N \omega} \left\{ -\frac{1}{2(p+1)} \left[\sin(p+1)\gamma + \sin [(p+1)(2\pi/3 + \gamma) + \pi/3] + \sin p 2\pi/3 \right] \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2(p-1)} \left[\sin(p-1)\gamma + \sin [(p-1)(2\pi/3 + \gamma) - \pi/3] + \sin p 2\pi/3 \right] \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{p} \left[\cos \gamma [\sin p (2\pi/3 + \gamma) - \sin p \gamma] - \sin p 2\pi/3 \right] \right\} \\
 A_1 &= \frac{U_m}{\pi N \omega} \left[-\frac{1}{4} \cos 2\gamma - \cos \gamma \cos(\gamma - \pi/3) + \frac{1}{4} \cos(2\gamma - \pi/3) + \frac{5}{8} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right] \\
 B_1 &= \frac{U_m}{\pi N \omega} \left[\frac{1}{4} \sin 2\gamma + \cos \gamma \sin(\gamma - \pi/3) - \frac{1}{4} \sin(2\gamma - \pi/3) + \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3}{4} \right]
 \end{aligned}$$

III - CARACTERISTIQUES REMARQUES

• A l'aide des relations ainsi établies et qui sont utilisables tant que γ est inférieur à $\pi/3$, nous avons tracé (Pl. 27) les variations des taux d'harmoniques 5, 7, 11 et 13 lorsque γ va de zéro à $\pi/6$.

On voit que, lorsque l'angle d'empiétement croît, la réduction de la valeur relative des harmoniques est notable et cela d'autant plus que leur rang est plus élevé.

On ne saurait toutefois augmenter *systématiquement* les réactances amont et l'angle d'empiétement, car cet accroissement aggraverait les deux inconvénients de l'empiétement :

- la consommation de puissance réactive,
- la chute de tension inductive. Pour $\gamma = \pi/6$, cette chute de tension est égale à 6,7% de la tension à vide. Elle atteindrait 25% si γ égalait $\pi/3$.

• Lorsqu'on remplace les diodes par des *thyristors* , on sait [2] [3] qu'à valeurs données de N et de I_c l'angle d'empiétement diminue.

La relation (6.1) est à remplacer par

$$\cos\psi - \cos(\psi + \gamma) = \frac{2 N \omega I_c}{U_m}$$

A $N\omega I_c/U_m$ donné, si l'angle γ vaut 30° pour $\psi = 0$, pour $\psi = \pi/3$ il ne vaut plus que $8^\circ 30'$.

Si la chute de tension inductive reste la même, l'allongement des temps de montée et de descente des créneaux de courant est plus faible : la réduction des taux d'harmoniques est atténuée.

. Si l'on ne suppose plus le récepteur infiniment inductif, les inductances amont ont un double effet :

- lors des commutations, elles allongent la durée de celles-ci ;
- en dehors des commutations elles sont insérées en série avec l'inductance du circuit récepteur et augmentent l'effet de celle-ci.

A valeur moyenne du courant redressé donnée, lorsque l'ondulation de celui-ci croît, la durée des commutations diminue car elles se produisent toujours

au voisinage des passages de i_c par son minimum. A la limite, en conduction discontinue, il n'y a plus de courant à commuter

En règle générale, l'augmentation de l'ondulation du courant redressé se traduit par une diminution de la réduction des harmoniques des courants primaires.

● L'étude présentée dans ce chapitre ne s'applique qu'au pont triphasé (P.D. 3 ou S.3). Pour les autres montages délivrant une tension redressée d'ordre 6 (P.6 montage en double étoile) et pour ceux délivrant une tension d'un ordre différent de 6, on pourrait faire des études analogues qui conduiraient à des conclusions voisines.

CHAPITRE VII
-0-0-0-0-0-0-0-0-0-

PONT TRIPHASE MIXTE

Même en conduction continue, le montage en pont triphasé à 3 diodes et 3 thyristors donne des taux d'harmoniques des courants primaires qui varient avec l'angle de retard au débloqué des thyristors (Pl. 18). Il est donc intéressant de voir l'influence de l'empiétement sur ces taux d'harmoniques.

Nous considérons le schéma équivalent de la figure 7.1. qui ne diffère de celui de la figure 6.1. que par le remplacement des diodes à cathodes réunies par les thyristors Th_1 , Th_2 et Th_3 .

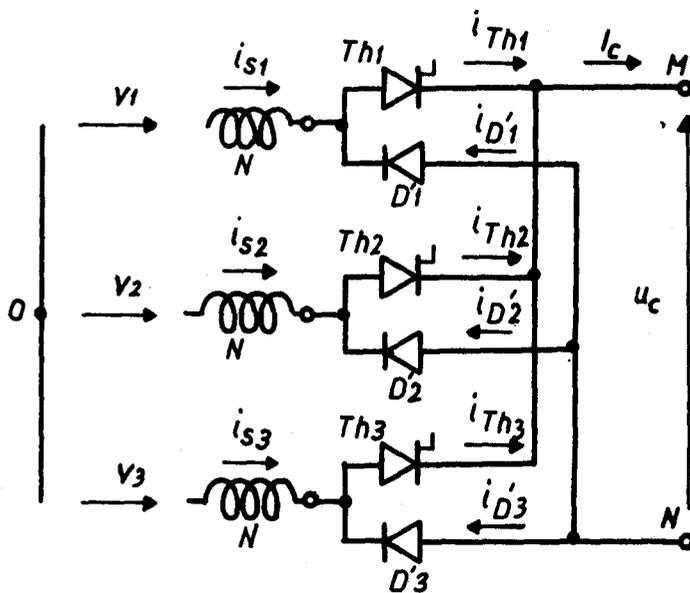


Figure 7.1

Si l'on désigne par β l'angle d'empiétement des thyristors et par γ celui des diodes, β est inférieur ou égal à γ .

Prenons encore $v_1 = V_m \sin(\omega t + \pi/6)$ et considérons les intervalles de débit de Th_1 et D'_1 .

Le thyristor Th_1 conduit en même temps que Th_3 pour $\psi < \omega t < \psi + \beta$; il écoule seul I_c pour $\psi + \beta < \omega t < 2\pi/3 + \psi + \beta$; il conduit en même temps que Th_2 pour $2\pi/3 + \psi < \omega t < 2\pi/3 + \psi + \beta$.

La diode D'_1 conduit avec D'_3 pour $\pi < \omega t < \pi + \gamma$, écoule seule I_c pour $\pi + \gamma < \omega t < 5\pi/3$, conduit avec D'_2 pour $5\pi/3 < \omega t < 2\pi/3 + \gamma$.

Ceci conduit à trois modes de fonctionnement :

- si $2\pi/3 + \psi + \beta < \pi$ ou $\psi < \pi/3 - \beta$, le débit de Th_1 cesse avant l'entrée en conduction de D'_1 .
- si $\pi < 2\pi/3 + \psi + \beta < \pi + \gamma$ ou $\pi/3 + \beta < \psi < \pi/3 - \beta + \gamma$, la commutation $Th_1 - Th_2$ et la commutation $D'_3 - D'_1$ coïncident partiellement.
- si $2\pi/3 + \psi + \beta > \pi + \gamma$ ou $\psi > \pi/3 - \beta + \gamma$, la commutation $Th_1 - Th_2$ se déroule alors que D'_1 est la seule diode conductrice.

Nous nous limitons à l'étude du premier et du troisième mode de fonctionnement. Le second ne correspond en effet qu'à une variation de ψ réduite car égale à $\gamma - \beta$, différence de deux angles faibles.

I - FONCTIONNEMENT A $\psi < \pi/3 - \beta$

La figure 7.2. montre pour $\psi < \pi/3 - \beta$, la forme d'onde des tensions redressées partielles et totale, des courants dans les redresseurs et du premier courant fourni par la source i_{S1} , égal à $i_{Th_1} - i_{D'_1}$

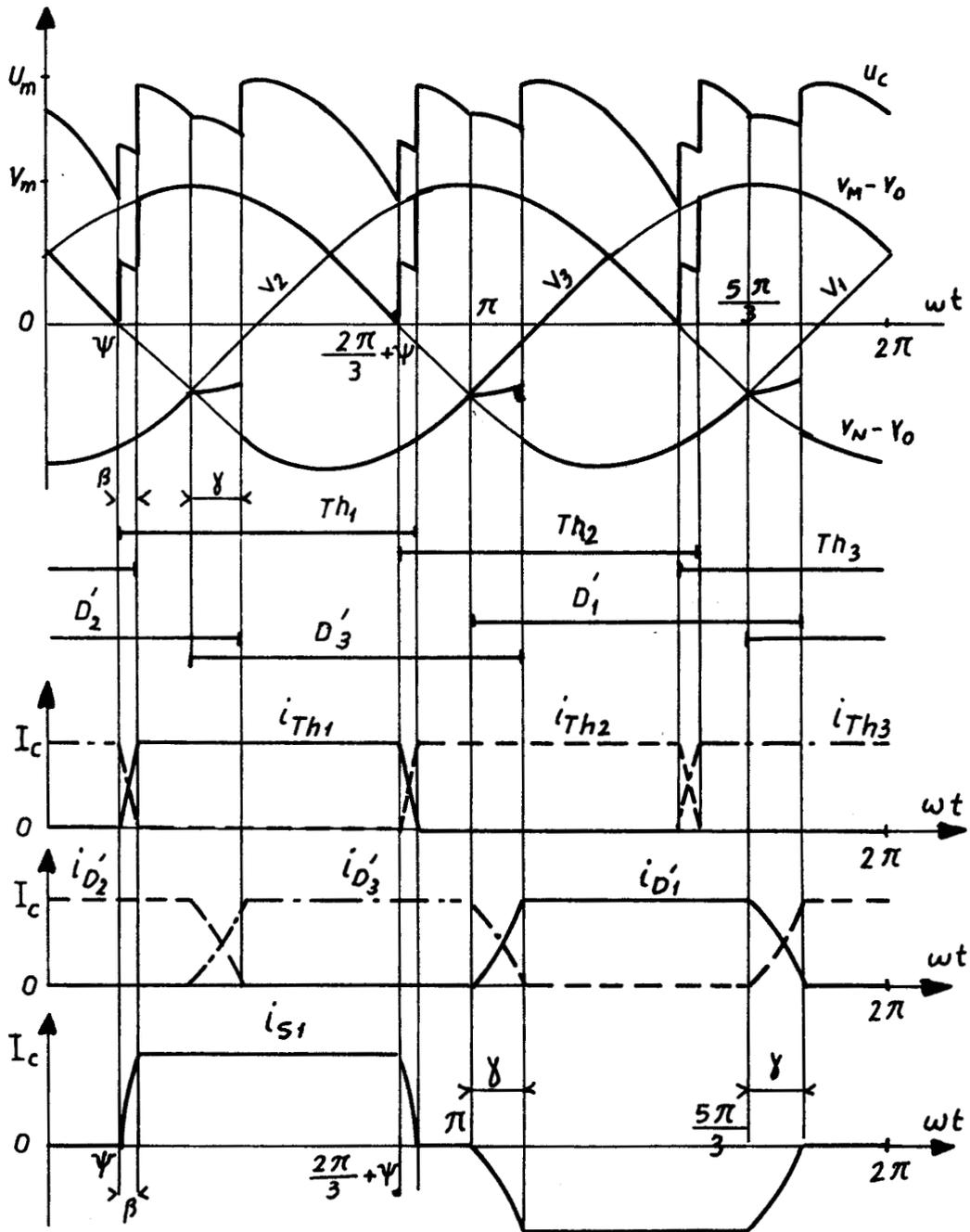


Figure 7.2

I.1. ETUDE DES COMMUTATIONS

● Pendant l'intervalle $\psi, \psi + \beta$, les thyristors Th_3 et Th_1 débitent simultanément

$$v_1 = N \frac{di_{Th_1}}{dt} = v_3 - N \frac{di_{Th_3}}{dt}$$

$$i_{Th_1} + i_{Th_3} = I_c + \text{constante}$$



On en déduit

$$\begin{aligned}
 di_{Th_1}/dt &= - di_{Th_3}/dt \\
 \frac{di_{Th_1}}{dt} &= \frac{v_1 - v_3}{2N} = \frac{U_m}{2N} \sin(\omega t + \pi/6) - \sin(\omega t + 5\pi/6) = \frac{U_m}{2N} \sin \omega t \\
 i_{th_1} &= -\frac{U_m}{2N\omega} \cos \omega t + C^{te}; C^{te} = \frac{U_m}{2N\omega} \cos \psi \text{ puisque } i_{Th_1}(\psi) = 0 \\
 i_{Th_1} &= \frac{U_m}{2N\omega} (\cos \psi - \cos \omega t)
 \end{aligned}$$

L'angle de commutation β est donné par

$$I_c = \frac{U_m}{2N\omega} [\cos \psi - \cos(\psi + \beta)]$$

D'où la relation connue

$$\cos \psi - \cos(\psi + \beta) = \frac{2N\omega I_c}{U_m} \quad (7.1)$$

Le courant i_{Th_3} est égal à

$$\begin{aligned}
 i_{Th_3} &= I_c - i_{Th_1} = \frac{U_m}{2N\omega} \left[\frac{2N\omega I_c}{U_m} - \cos \psi + \cos \omega t \right] \\
 &= \frac{U_m}{2N\omega} [\cos \omega t - \cos(\psi + \beta)]
 \end{aligned}$$

Durant cet intervalle, on a donc

$$\begin{aligned}
 i_{Th_1} &= \frac{U_m}{2N\omega} (\cos \psi - \cos \omega t) \\
 i_{Th_3} &= \frac{U_m}{2N\omega} [\cos \omega t - \cos(\psi + \beta)]
 \end{aligned}$$

$$\text{et } i_{S1} = i_{Th_1}; i_{S3} = i_{Th_3}; i_{S2} = -I_c$$

• Pendant l'intervalle $\Pi, \Pi + \gamma$, les diodes D'_3 et D'_1 conduisent simultanément.

De

$$\begin{aligned}
 v_1 + N \frac{di_{D'_1}}{dt} &= v_3 + N \frac{di_{D'_3}}{dt} \\
 i_{D'_1} + i_{D'_3} &= I_c
 \end{aligned}$$

On déduit

$$i_{D'_1} = \frac{U_m}{2N\omega} \cos \omega t + C$$

ou, puis $i_{D'_1}$ est nul pour $\omega t = \Pi$,

$$i_{D'_1} = \frac{U_m}{2N\omega} (\cos \omega t + 1)$$

La valeur de l'angle γ est telle que $i_{D'_1}(\Pi + \gamma) = I_c$. On retrouve

$$1 - \cos \gamma = \frac{2N\omega I_c}{U_m} \quad (7.3)$$

Durant cet intervalle, on a donc

$$\left. \begin{aligned} i_{D'_1} &= \frac{U_m}{2N\omega} (1 + \cos \omega t) \\ i_{D'_3} &= \frac{U_m}{2N\omega} (-\cos \gamma - \cos \omega t) \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

$$\text{et } i_{S1} = -i_{D'_1} \quad ; \quad i_{S3} = -i_{D'_2} \quad ; \quad i_{S1} = I_c$$

La comparaison des relations (7.3) et (7.1) permet de calculer β à partir de γ et ψ .

$$\boxed{\cos(\psi + \beta) = \cos \psi + \cos \gamma - 1} \quad (7.5)$$

1.2. EXPRESSIONS SUCCESSIVES DE i_{S1}

Puisque les courants i_{Th_1} , i_{Th_2} et i_{Th_3} sont identiques à $2\pi/3$ ou $4\pi/3$ près et qu'il en est de même de $i_{D'_1}$, $i_{D'_2}$ et $i_{D'_3}$ le courant i_{S1} égal $i_{Th_1} + i_{D'_1}$, a pour expressions successives.

$$\psi < \omega t < \psi + \beta \quad , \quad i_{S1} = \frac{U_m}{2N\omega} (\cos \psi - \cos \omega t)$$

$$\psi + \beta < \omega t < 2\pi/3 + \psi \quad , \quad i_{S1} = I_c = \frac{U_m}{2N\omega} (1 - \cos \gamma)$$

$$2\pi/3 + \psi < \omega t < 2\pi/3 + \psi + \beta \quad , \quad i_{S1} = \frac{U_m}{2N\omega} [\cos(\omega t - 2\pi/3) - \cos(\psi + \beta)]$$

$$2\pi/3 + \psi + \beta < \omega t < \Pi \quad , \quad i_{S1} = 0$$

$$\begin{aligned}
 \Pi < \omega t < \Pi + \gamma & , i_{S1} = - \frac{U_m}{2N\omega} (1 + \cos \omega t) \\
 \Pi + \gamma < \omega t < 5\Pi/3 & , i_{S1} = - \frac{U_m}{2N\omega} (1 - \cos \gamma) \\
 5\Pi/3 < \omega t < 5\Pi/3 + \gamma & , i_{S1} = \frac{U_m}{2N\omega} [\cos \gamma + \cos (\omega t - 2\Pi/3)] \\
 5\Pi/3 + \gamma < \omega t < 2\Pi + \psi & , i_{S1} = 0
 \end{aligned}
 \tag{7.6}$$

Pour que le courant i_{S1} soit effectivement nul pour ωt compris entre $5\Pi/3 + \gamma$ et $2\Pi + \psi$ il faut que γ soit inférieur à $\Pi/3 + \psi$.

II - FONCTIONNEMENT A $\psi > \Pi/3 - \beta + \gamma$

II.1. ETUDE DES COMMUNICATIONS

Si ψ est supérieur à $\Pi/3 + \gamma - \beta$, la commutation $Th_1 - Th_2$ se produit alors que la commutation $D'_3 - D'_1$ est terminée. Cela n'affecte ni les relations donnant les angles de commutation :

$$1 - \cos \gamma = \cos \psi - \cos (\psi + \beta) = \frac{2N\omega I_c}{U_m} ,$$

ni les expressions des courants dans les redresseurs durant celles-ci [relations (7.2) et (7.4)]

Mais les expressions successives de la tension redressée u_c et des courants secondaires, i_{S1} par exemple, sont modifiées.

La figure 7.3 montre le tracé des formes d'ondes

- de la tension redressée u_c , de période $2\Pi/3\omega$, égale à $v_3 - v_2$ quand Th_3 et D'_2 conduisent seuls, à zéro quand Th_3 et D'_3 débitent simultanément.
- des courants dans les thyristors et dans les diodes
- du courant i_{S1} , égal à $i_{Th_1} - i_{D'_1}$.

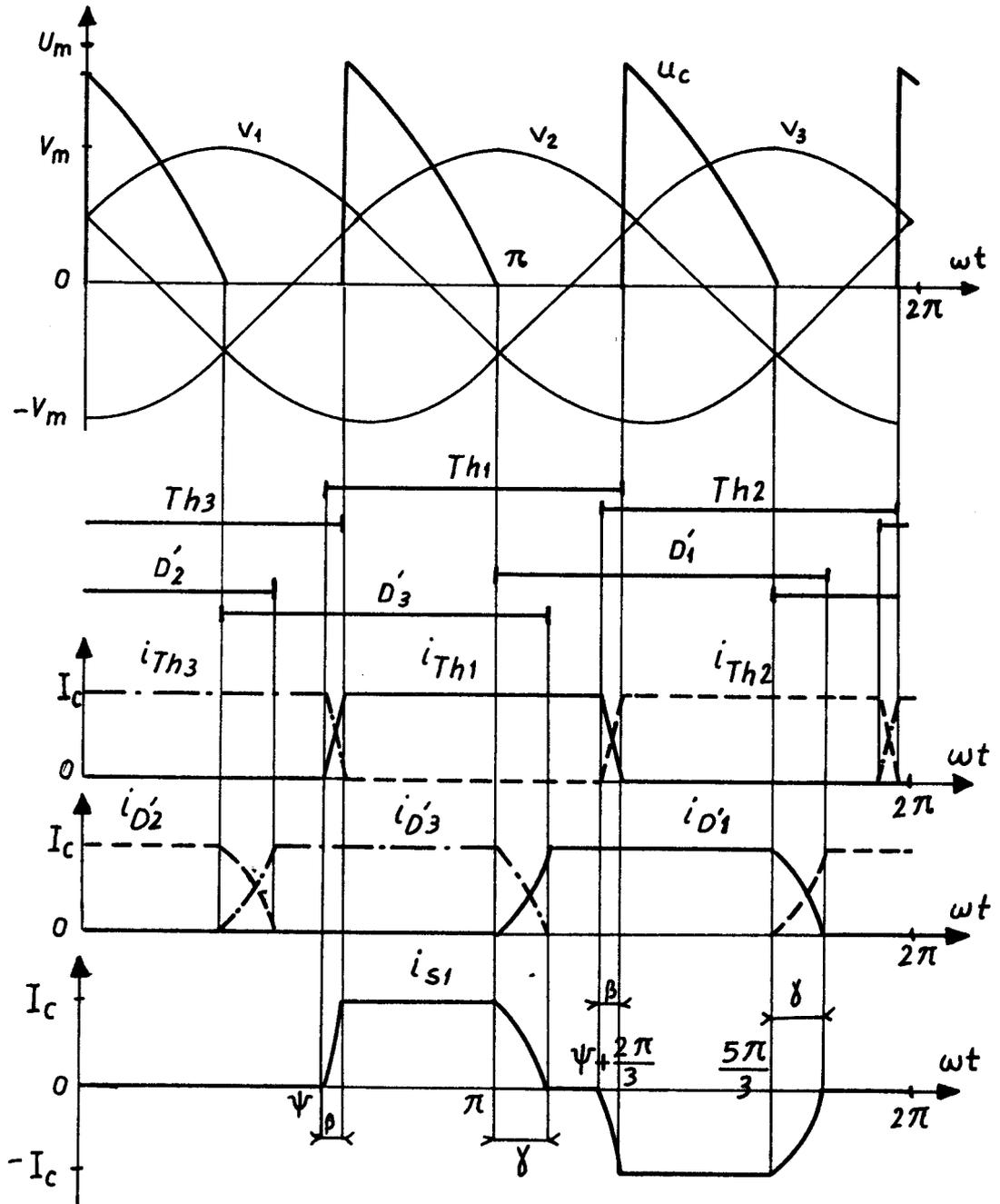


Figure 7.3.

II.2. - EXPRESSIONS SUCCESSIVES DE i_{S1}

Le premier courant fourni par la source a successivement les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 \psi < \omega t < \psi + \beta & , i_{S1} = i_{Th1} = \frac{U_m}{2N\omega} (\cos\psi - \cos \omega t) \\
 \psi + \beta < \omega t < \Pi & , i_{S1} = I_c = \frac{U_m}{2N\omega} (1 - \cos \gamma) \\
 \Pi < \omega t < \Pi + \gamma & , i_{S1} = -\frac{U_m}{2N\omega} (\cos\gamma + \cos \omega t) \\
 \Pi + \gamma < \omega t < \psi + 2\Pi/3 & , i_{S1} = 0 \\
 \psi + 2\Pi/3 < \omega t < \psi + 2\Pi/3 + \beta & , i_{S1} = \frac{U_m}{2N\omega} [\cos(\omega t - 2\Pi/3) - \cos(\psi + \beta) - 1 + \cos\gamma] \\
 & = \frac{U_m}{2N\omega} [\cos(\omega t - 2\Pi/3) - \cos\psi] \\
 \psi + 2\Pi/3 + \beta < \omega t < 5\Pi/3 & , i_{S1} = -\frac{U_m}{2N\omega} (1 - \cos\gamma) \\
 5\Pi/3 < \omega t < 5\Pi/3 + \gamma & , i_{S1} = \frac{U_m}{2N\omega} [\cos\gamma + \cos(\omega t - 2\Pi/3)] \\
 5\Pi/3 + \gamma < \omega t < 2\Pi + \psi & , i_{S1} = 0
 \end{aligned} \tag{7.7}$$

III - CARACTERISTIQUES

On calcule le terme A_p de l'amplitude I_{pm} de l'harmonique de rang p du courant i_{S1} par

$$\begin{aligned}
 A_p = \frac{U_m}{2\Pi N\omega} & \left[\int_{\psi}^{\psi+\beta} (\cos\psi - \cos\omega t) \sin p\omega t \, d\omega t + \int_{\psi+\beta}^{2\Pi/3+\psi} (1 - \cos\gamma) \sin p\omega t \, d\omega t \right. \\
 & - \int_{2\Pi/3+\psi}^{2\Pi/3+\psi+\beta} [\cos\omega t + \Pi/3) + \cos(\psi + \beta)] \sin p\omega t \, d\omega t \\
 & - \int_{\Pi}^{\Pi+\gamma} (1 + \cos\omega t) \sin p\omega t \, d\omega t - \int_{\Pi+\gamma}^{5\Pi/3} (1 - \cos\gamma) \sin p\omega t \, d\omega t \\
 & \left. - \int_{5\Pi/3}^{5\Pi/3+\gamma} [\cos(\omega t + \Pi/3) - \cos\gamma] \sin p\omega t \, d\omega t \right]
 \end{aligned}$$

Si $\psi < \Pi/3 - \beta$

$$A_p = \frac{U_m}{2\pi N\omega} \left[\int_{\psi}^{\psi+\beta} (\cos\psi - \cos\omega t) \sin p\omega t \, d\omega t + \int_{\psi+\beta}^{\pi} (1 - \cos\gamma) \sin p\omega t \, d\omega t \right. \\ - \int_{\pi}^{\pi+\gamma} (\cos\gamma + \cos\omega t) \sin p\omega t \, d\omega t \\ - \int_{\psi+2\pi/3}^{\psi+2\pi/3+\beta} [\cos(\omega t + \pi/3) + \cos\psi] \sin p\omega t \, d\omega t - \int_{\psi+2\pi/3+\beta}^{5\pi/3} (1 - \cos\gamma) \sin p\omega t \, d\omega t \\ \left. - \int_{5\pi/3}^{5\pi/3+\gamma} [\cos(\omega t + \pi/3) - \cos\gamma] \sin p\omega t \, d\omega t \right],$$

Si $\psi > \pi/3 - \beta + \gamma$.

B_p , A_1 et B_1 sont donnés par des relations analogues.

Nous avons ainsi tracé les variations de taux des premiers harmoniques en fonction de γ d'abord pour $\psi = \pi/6$ (Pl. 28) puis pour $\psi = \pi/2$ et $2\pi/3$ (Pl.29)

On voit que l'harmonique 2 diminue quand β croît mais sa réduction relative est plus importante quand il est faible que quand il est fort.

Quant aux autres harmoniques il est difficile de dégager des lois générales. Certains diminuent quand γ croît, d'autres augmentent. Pour certaines valeurs de ψ , des harmoniques nuls en l'absence d'empiètement apparaissent avec celui-ci.

CONCLUSIONS

On connaît bien la valeur des harmoniques des courants primaires des montages redresseurs alimentés par le réseau triphasé dans le cas où

- . le montage est tout diodes ou tout thyristors,
- . le courant redressé est supposé parfaitement lissé,
- . les impédances du réseau triphasé et des éléments du montages sont négligées.

Si n est l'ordre de la tension redressée, n'existent que des harmoniques de rang égal à $kn+1$. L'amplitude d'un harmonique est inversement proportionnelle à son rang.

• En regroupant les montages par familles (montages à diodes donnant n égal à 3 puis à 6) nous avons cherché l'influence de la *nature du récepteur* sur les harmoniques des courants primaires.

Nous avons envisagé le cas d'un récepteur présentant une résistance, une inductance et une force contre électromotrice. Le calcul des harmoniques suppose l'établissement de l'expression du courant redressé, le passage de celle-ci aux expressions des courants primaires, enfin le développement en série de ces derniers. Les calculs sont longs et conduisent à des relations très lourdes.

- Les nombreuses caractéristiques tracées montrent que c'est toujours le premier harmonique, celui de rang 2 si n égale 3, celui de rang 5 si n égale 6, qui a la plus grande amplitude.

Sa valeur relative correspondant à un lissage parfait, $1/2$ ou $1/5$, constitue sa valeur relative minimum. Si la conduction est continue, sa valeur augmente quand l'inductance du circuit de débit diminue. Mais c'est surtout en conduction discontinue que l'on trouve des valeurs du premier harmonique voisines de celle du fondamental.

- Pour les harmoniques de rang plus élevé, les lois d'évolution en fonction de l'inductance et de la f.c.e.m. sont moins simples. En particulier, pour le second, celui de rang 4. si n égale 3, celui de rang 7 si n égale 6, en conduction continue on trouve des valeurs relatives inférieures à celles, $1/4$ ou $1/7$, que donnerait un lissage parfait.

- Lorsqu'on fonctionne en commutation retardée, à caractéristiques du récepteur données, l'importance relative du premier harmonique augmente quand le retard au déblocage des thyristors croît.

En résumé, *pour réduire l'importance des harmoniques des courants primaires surtout du premier, il faut réduire le plus possible l'ondulation du courant redressé.*

● Nous avons ensuite examiné l'influence de *l'empiètement* sur les harmoniques des courants primaires.

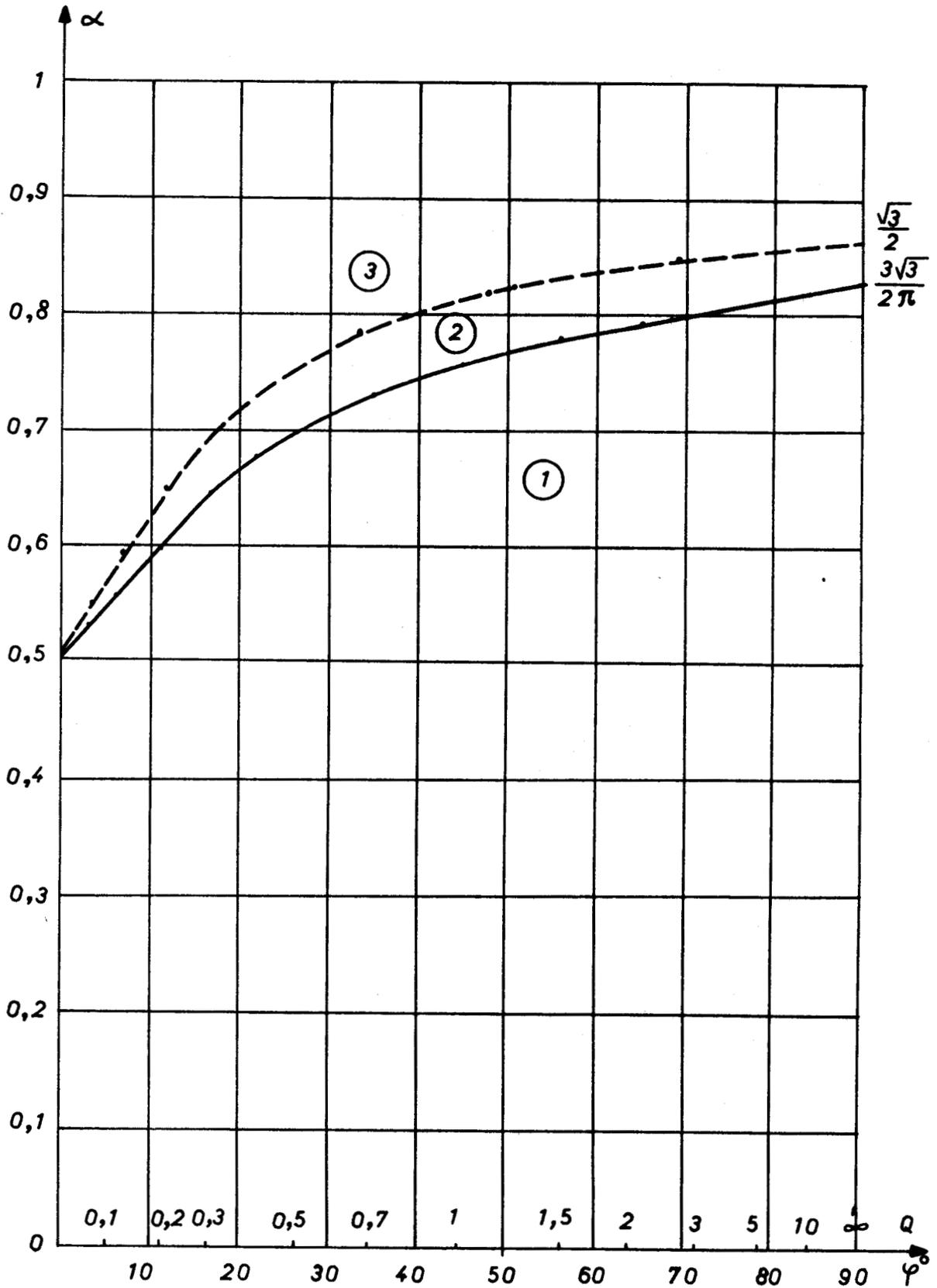
L'empiètement, qui ne se produit qu'en conduction continue, réduit la valeur relative des harmoniques et cela d'autant plus que leur rang est plus élevé.

Toutefois ce phénomène ne saurait être systématiquement utilisé pour réduire les harmoniques car il aggrave l'autre inconvénient des montages redresseurs en ce qui concerne le réseau d'alimentation : l'absorption de puissance réactive.

● Le montage en *pont triphasé mixte* nous a semblé mériter une étude spéciale malgré les difficultés que présente celle-ci. Il est en effet le seul montage simple alimenté en triphasé permettant de réduire la puissance réactive absorbée lorsqu'on réduit la tension continue. Mais cet avantage est contrebalancé par l'importance des harmoniques des courants primaires, surtout pour les fortes valeurs du retard au déblocage des thyristors.

Cette étude ne prétend pas résoudre toute la question des harmoniques des courants primaires. Les lois qui guident leurs variations en fonction des divers phénomènes qui affectent leurs amplitudes sont complexes.

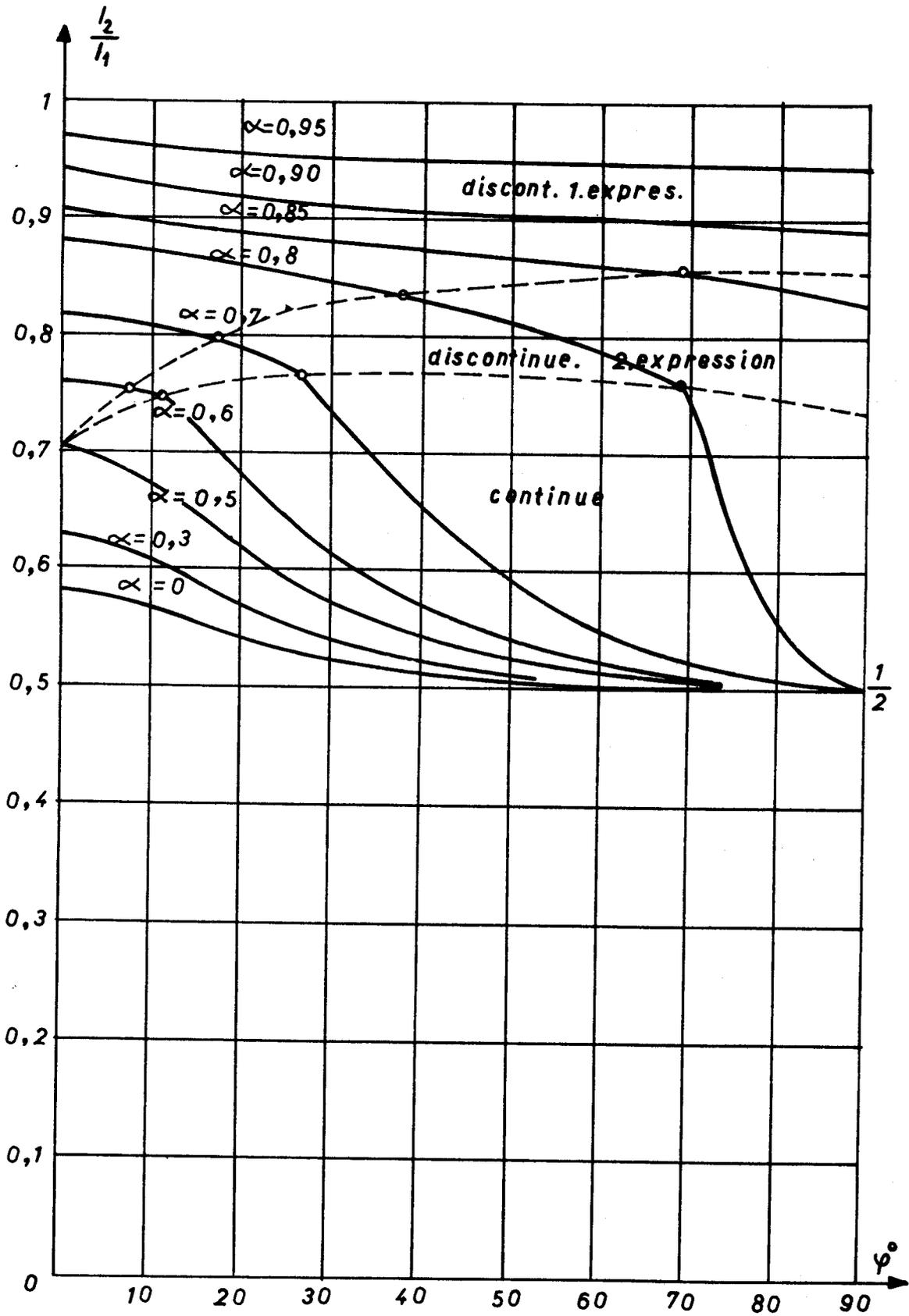
Elle montre seulement que ces harmoniques sont d'ordinaire nettement plus importants que ce qu'indique la théorie simplifiée usuelle des montages redresseurs. Elle donne en outre les moyens de calculer ces amplitudes et les illustre par quelques réseaux de caractéristiques.



Pl. 1. $n = 3$. MONTAGE A DIODES :

- 1 conduction continue
- 2 conduction discontinue, deux expressions par période
- 3 conduction discontinue, une expression par période

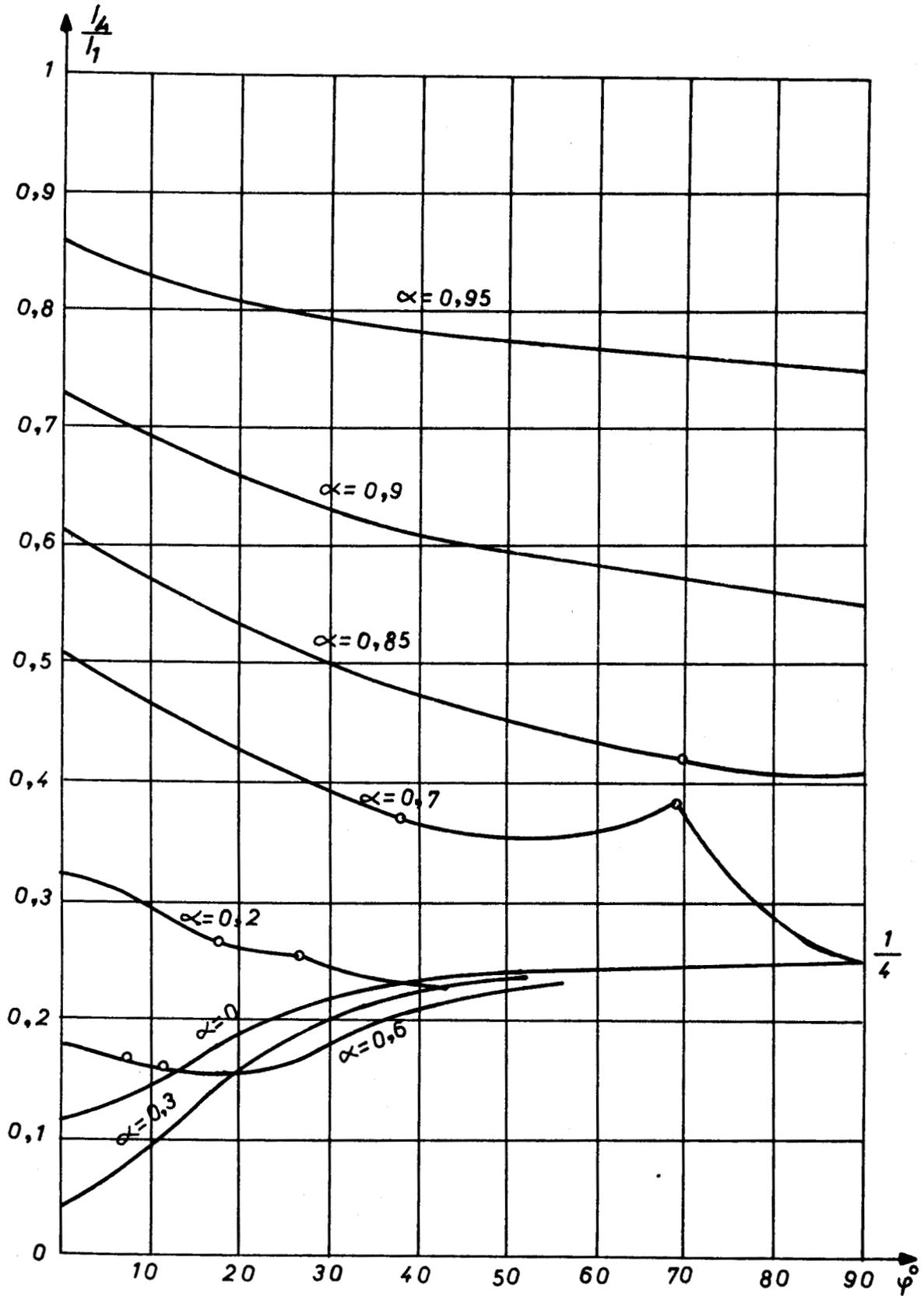




Pl. 2. n = 3 MONTAGE A DIODES

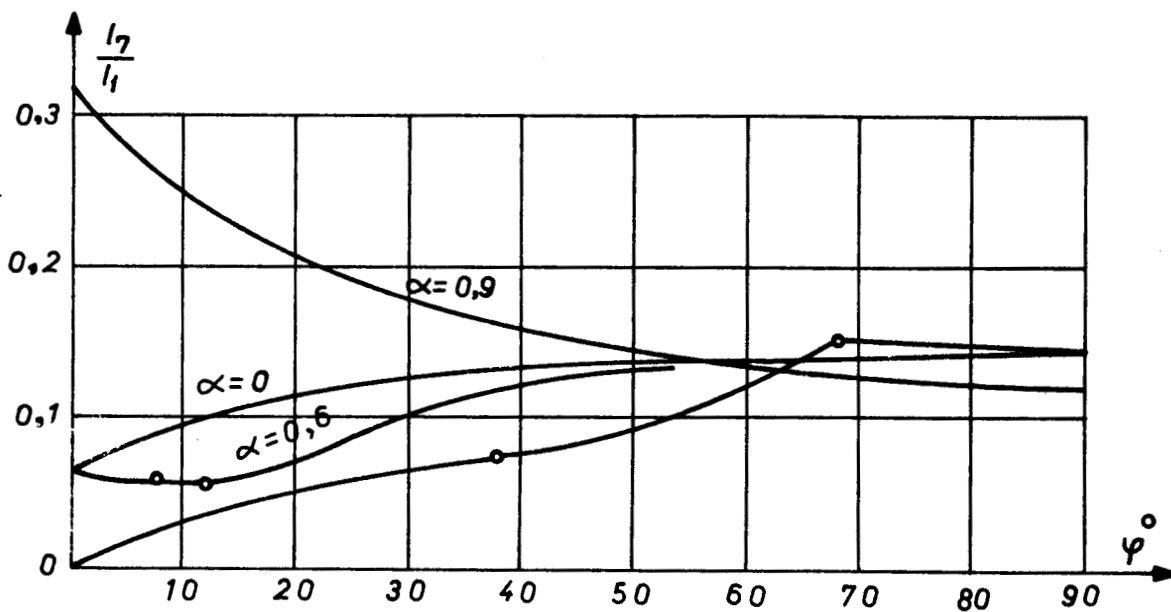
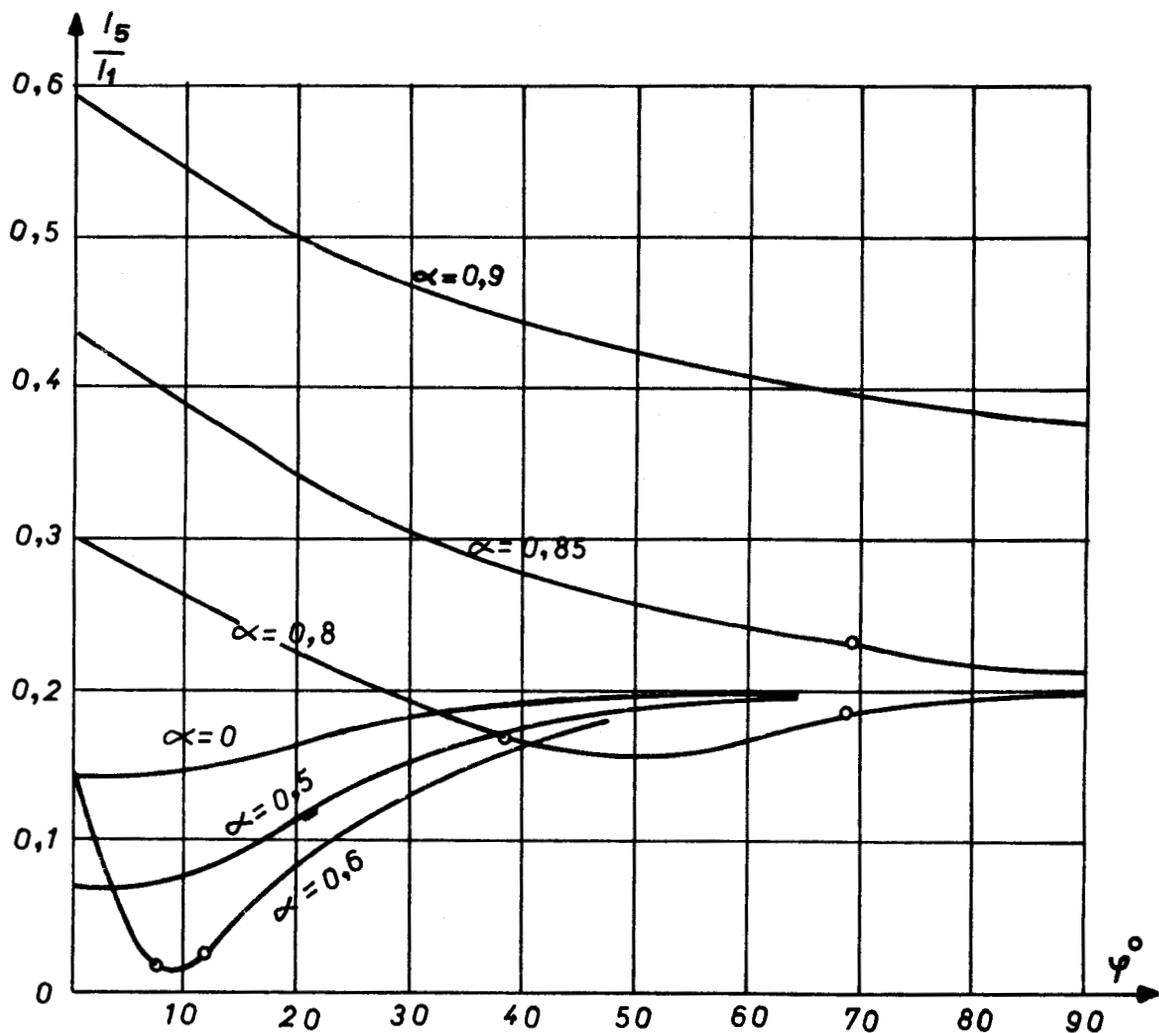
TAUX D'HARMONIQUE 2





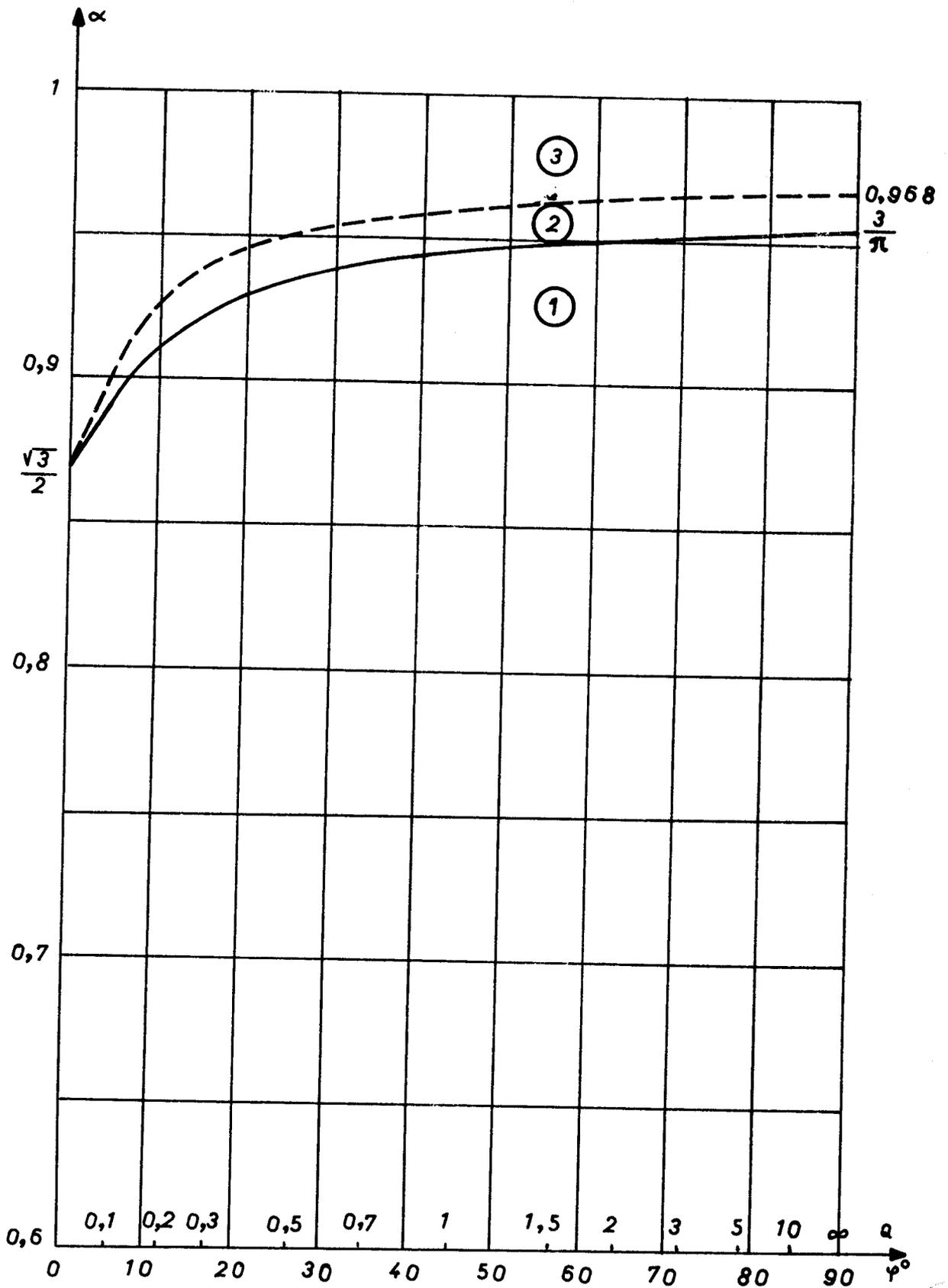
Pl. 3. n = 3 MONTAGE A DIODES
TAUX D'HARMONIQUE 4





Pl. 4. n = 3 MONTAGE A DIODES
TAUX D'HARMONIQUES 5 ET 7

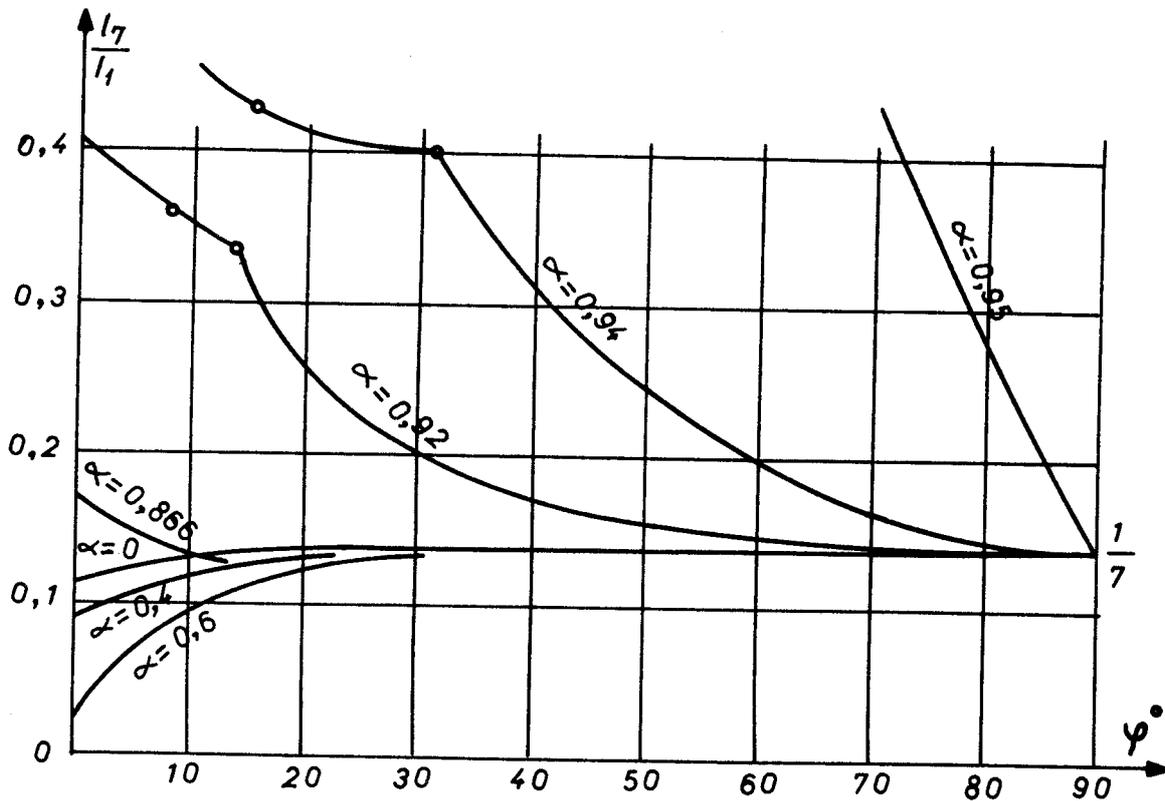
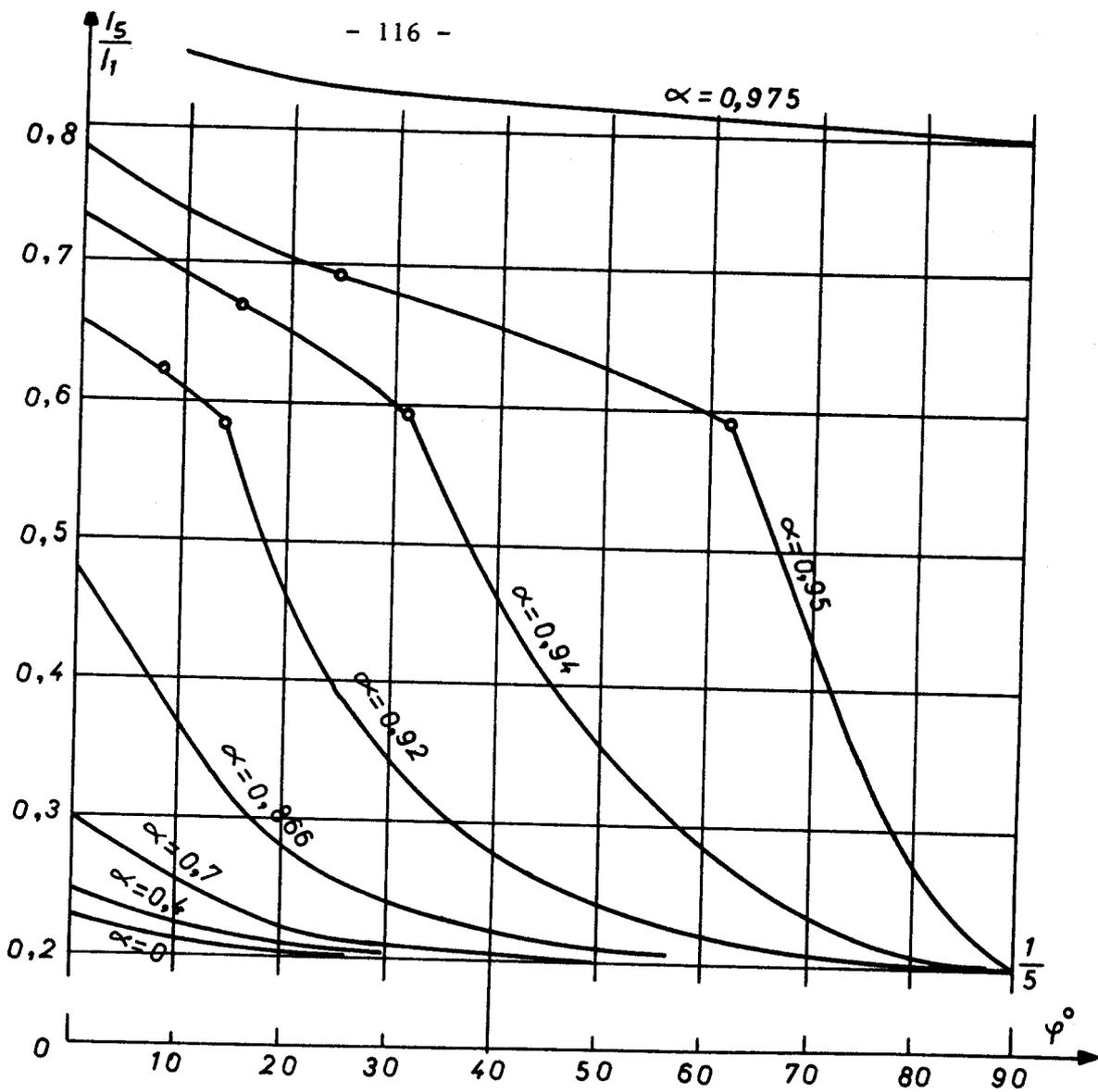




Pl. 5. n = 6 MONTAGES A DIODES

- 1 Conduction continue
- 2 Conduction discontinue, deux expressions par période
- 3 Conduction discontinue, une expression par période

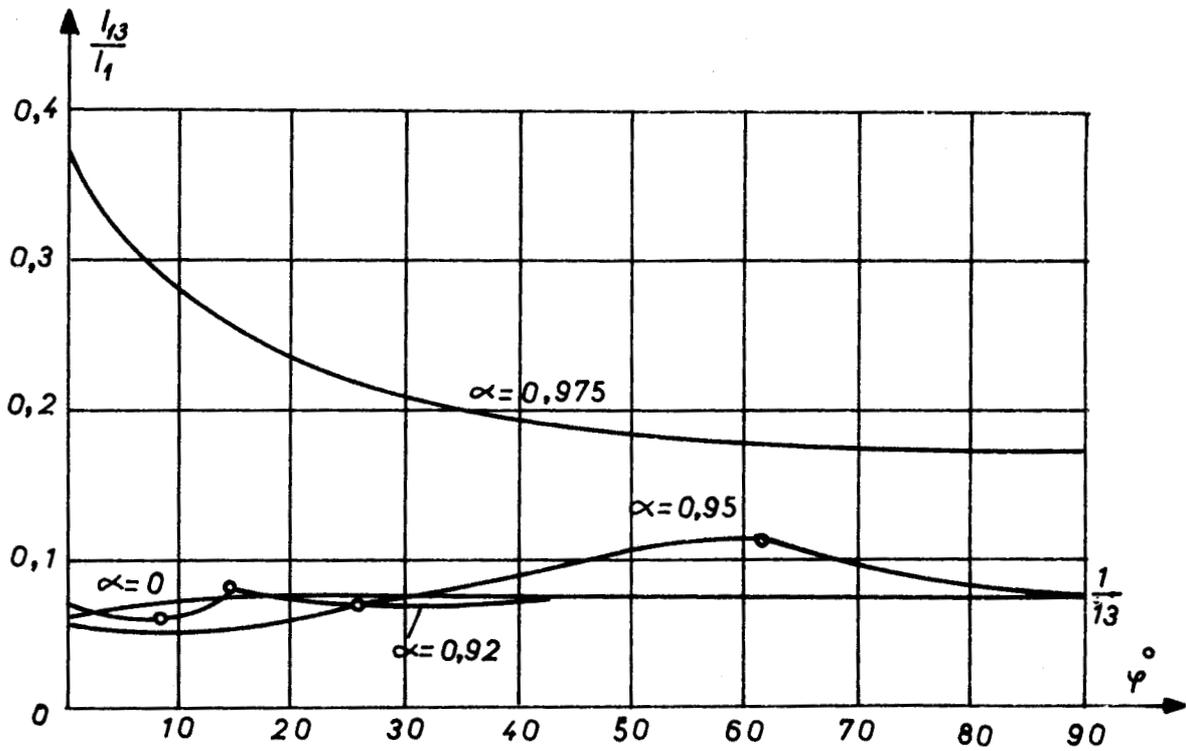
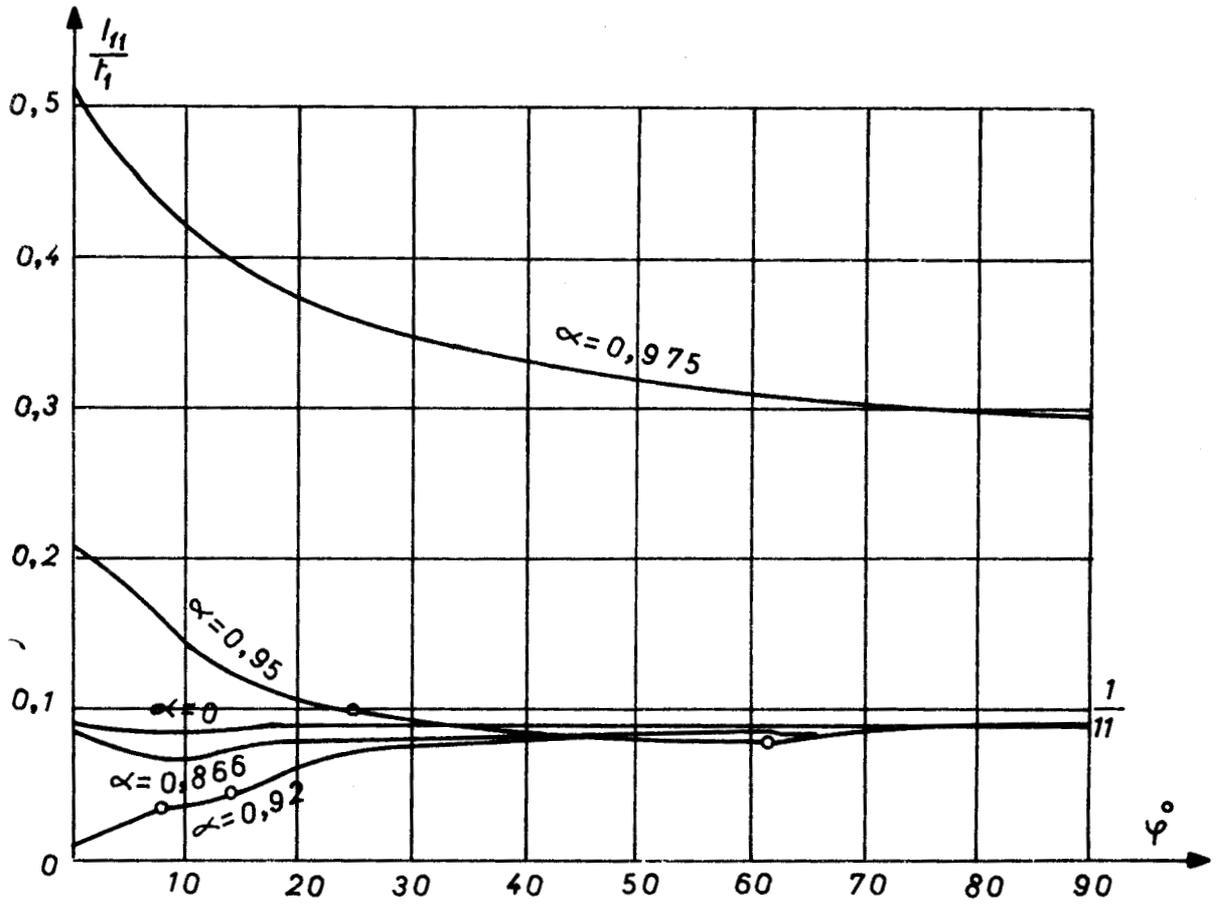




BUS
LILLE

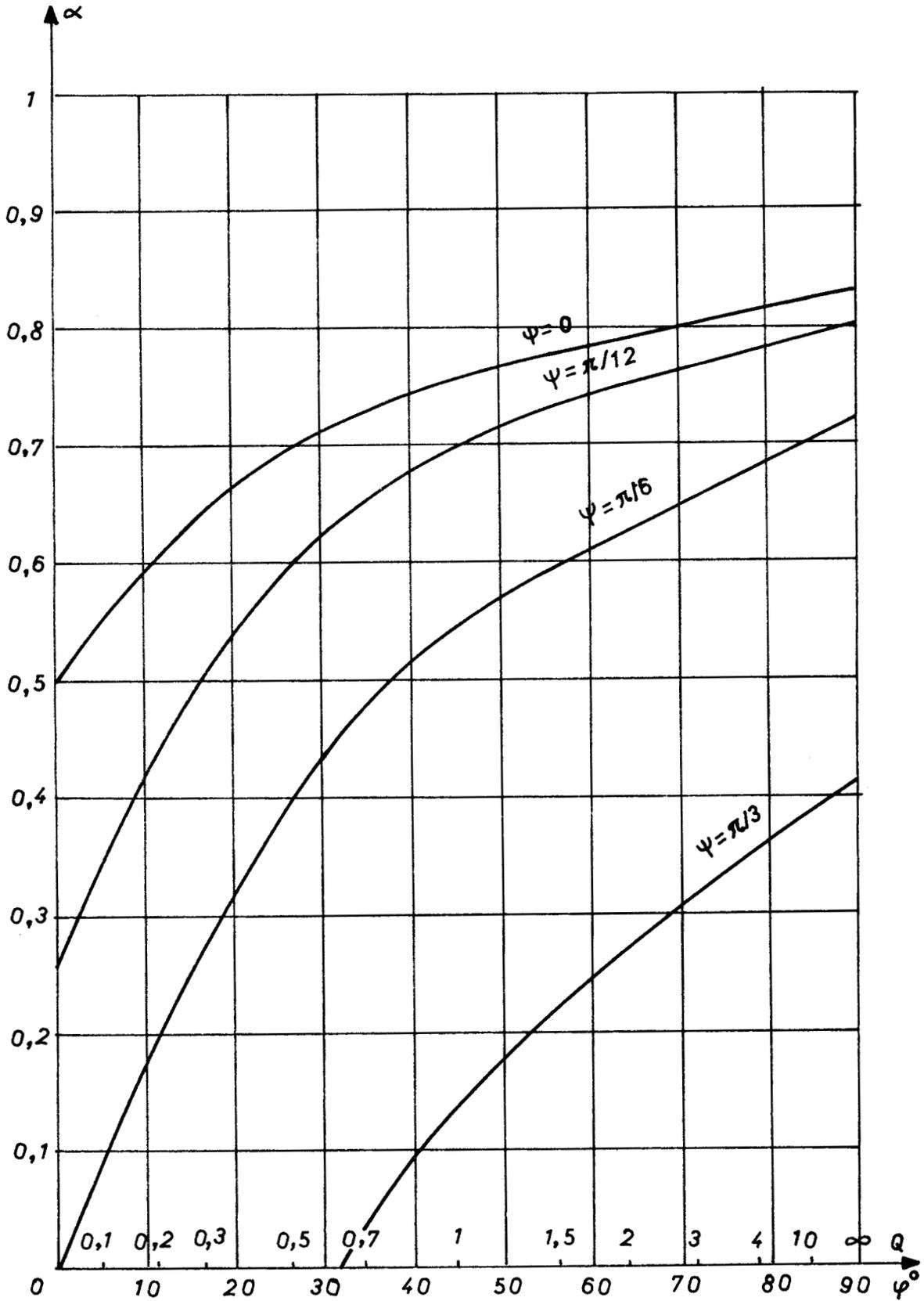
Pl. 6 n = 6 MONTAGES A DIODES

TAUX D'HARMONIQUES 5 ET 7



Pl. 7. n = 6 MONTAGES A DIODES
TAUX D'HARMONIQUES 11 ET 13

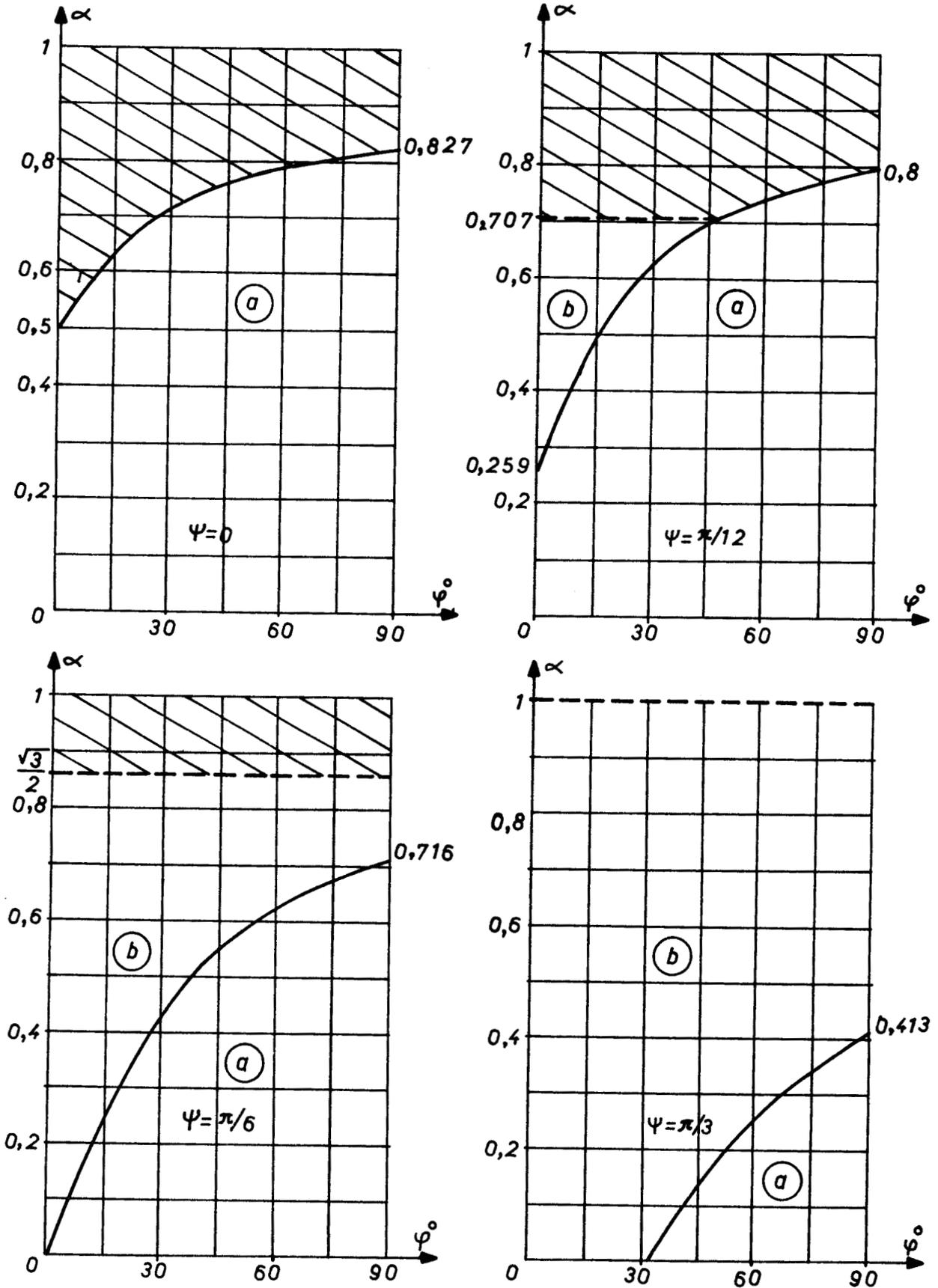




Pl. 8. $n = 3$ MONTAGE A THYRISTORS

Valeur de α au-dessous desquelles la conduction est continue

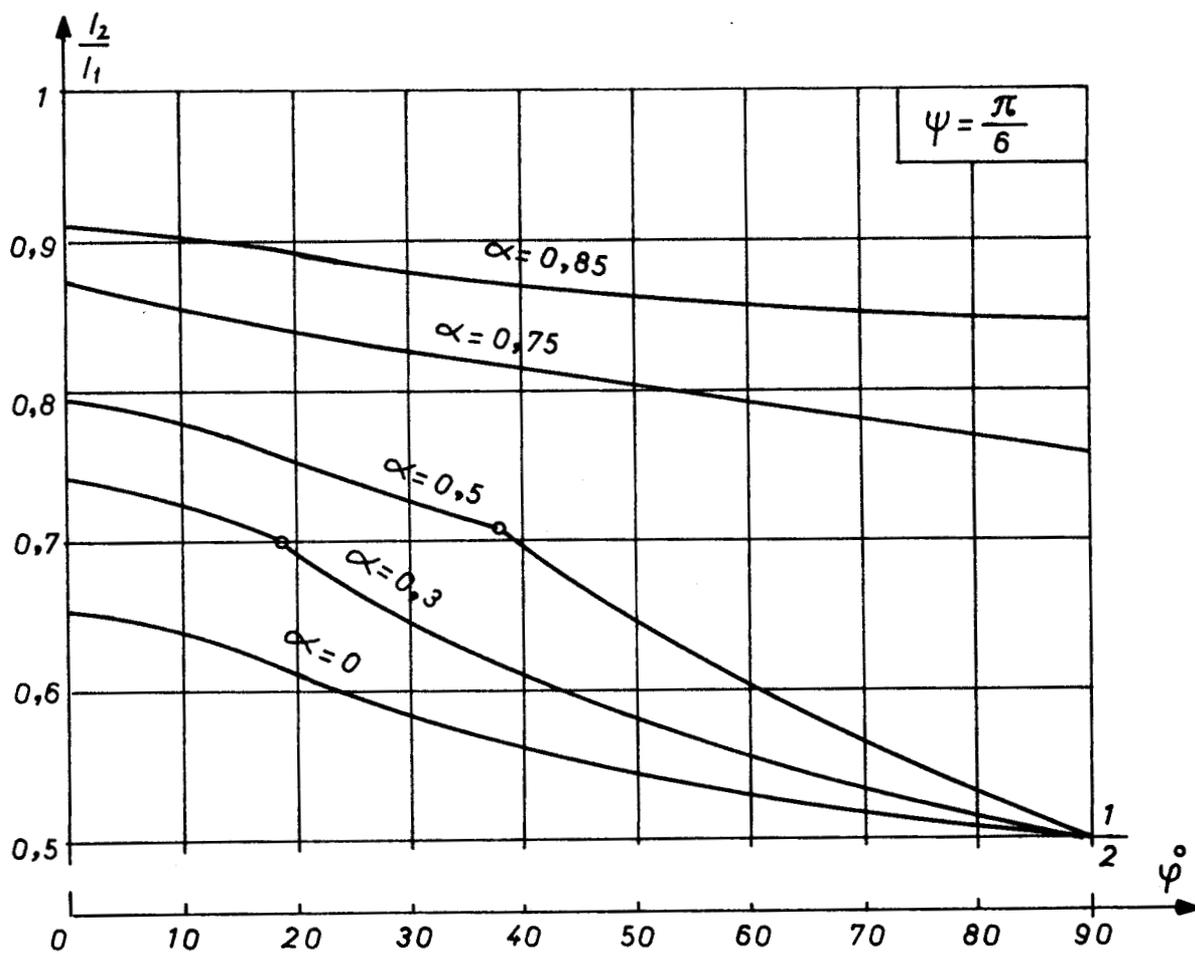
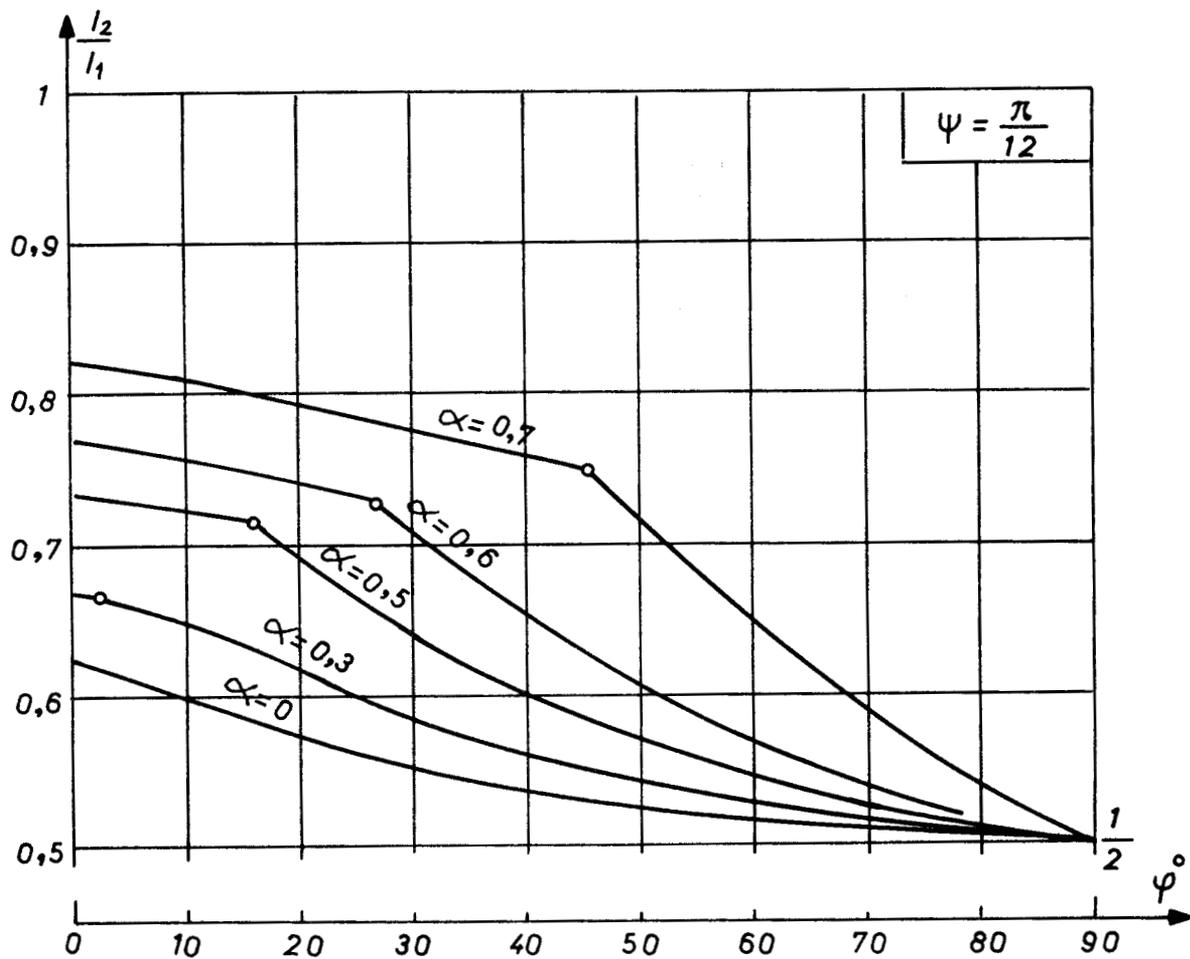




Pl. 9. $n = 3$ MONTAGE A THYRISTORS

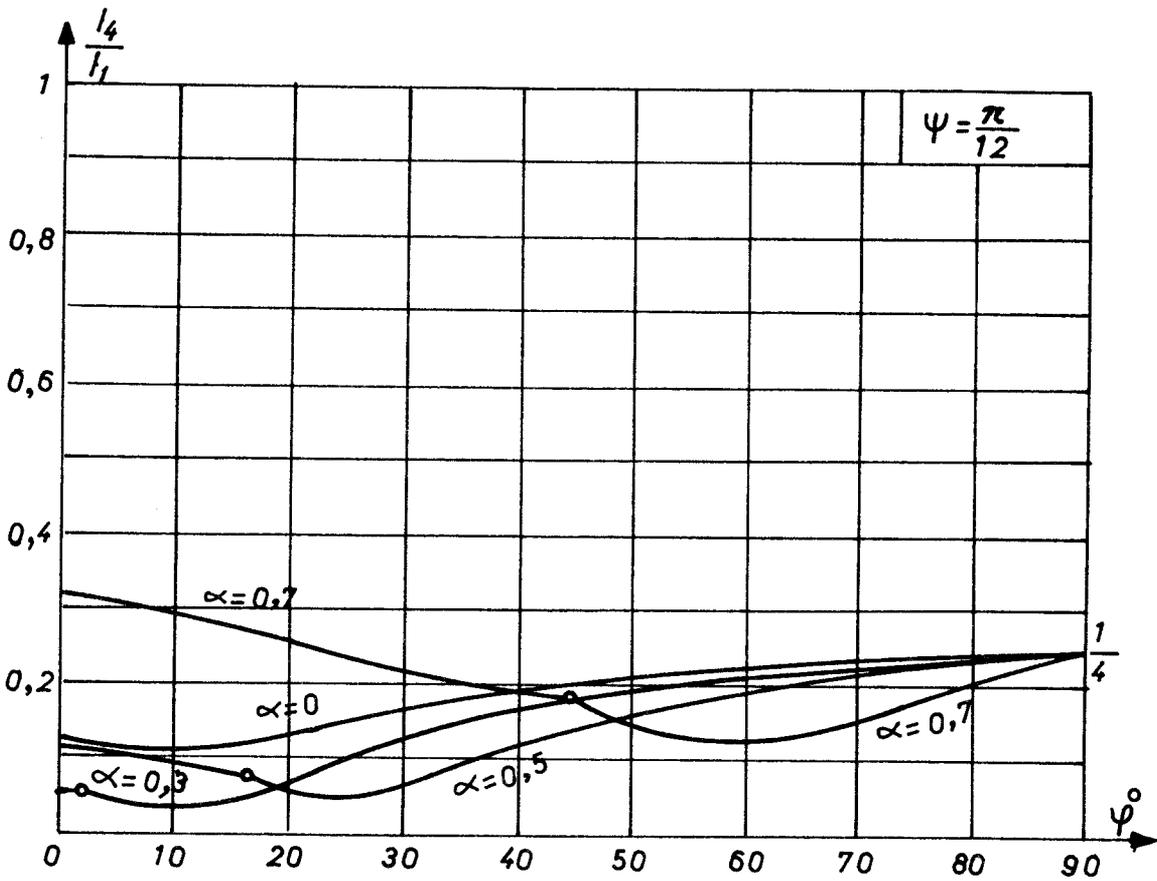
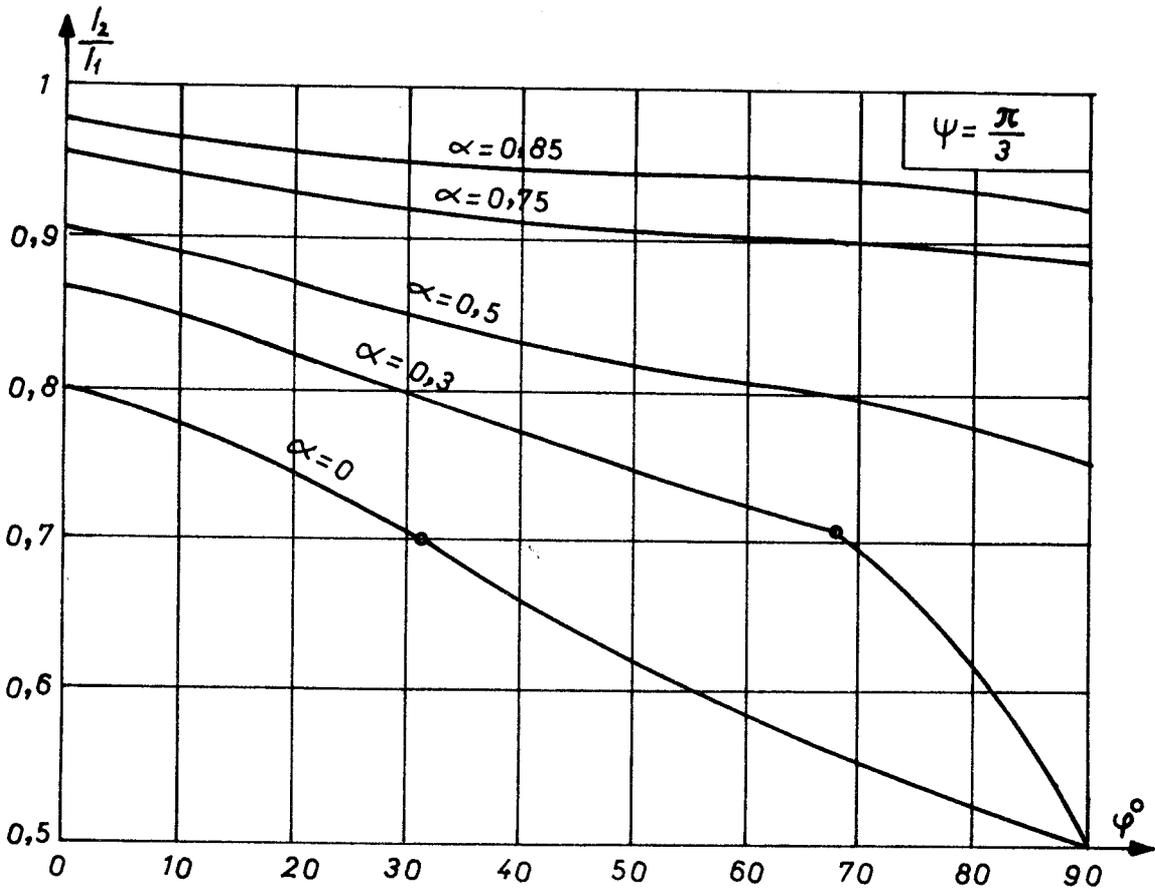
a) Cond. continue b) cond. discontinue
 (la zone hachurée est celle où un fonctionnement normal
 n'est pas possible avec amorçage à ψ)





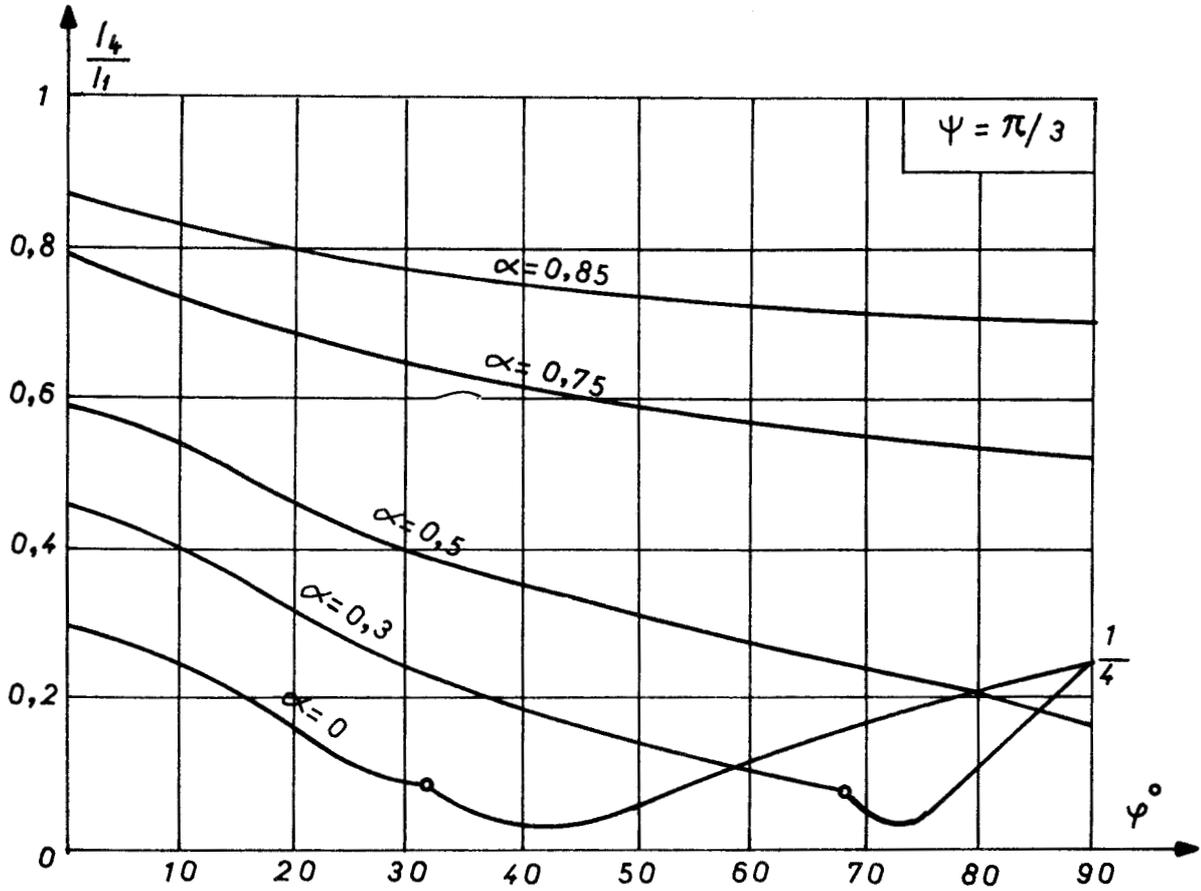
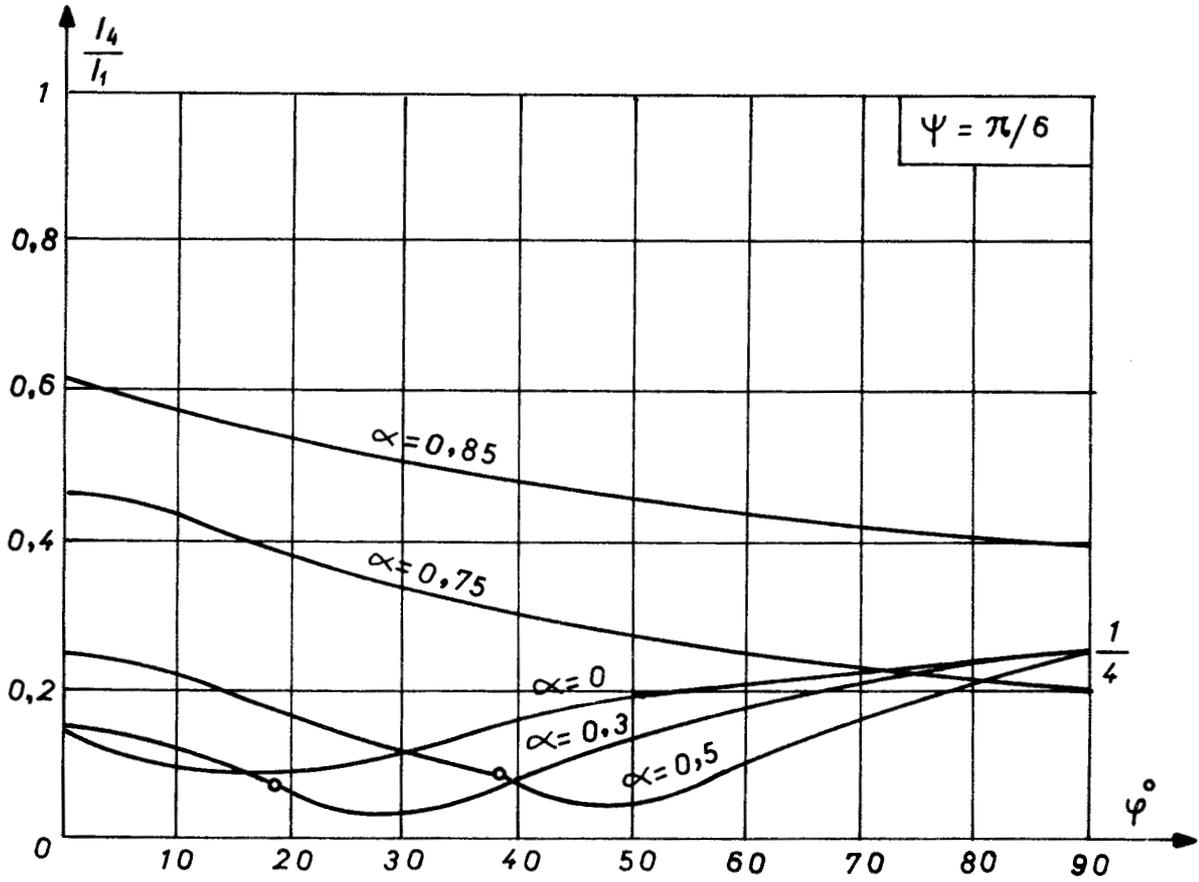
Pl. 10 n = 3 MONTAGE A THYRISTORS

TAUX D'HARMONIQUE 2 (début)



Pl. 11. n = 3 MONTAGE A THYRISTORS
 TAUX D'HARMONIQUE 2 (suite)
 TAUX D'HARMONIQUE 4 (début)

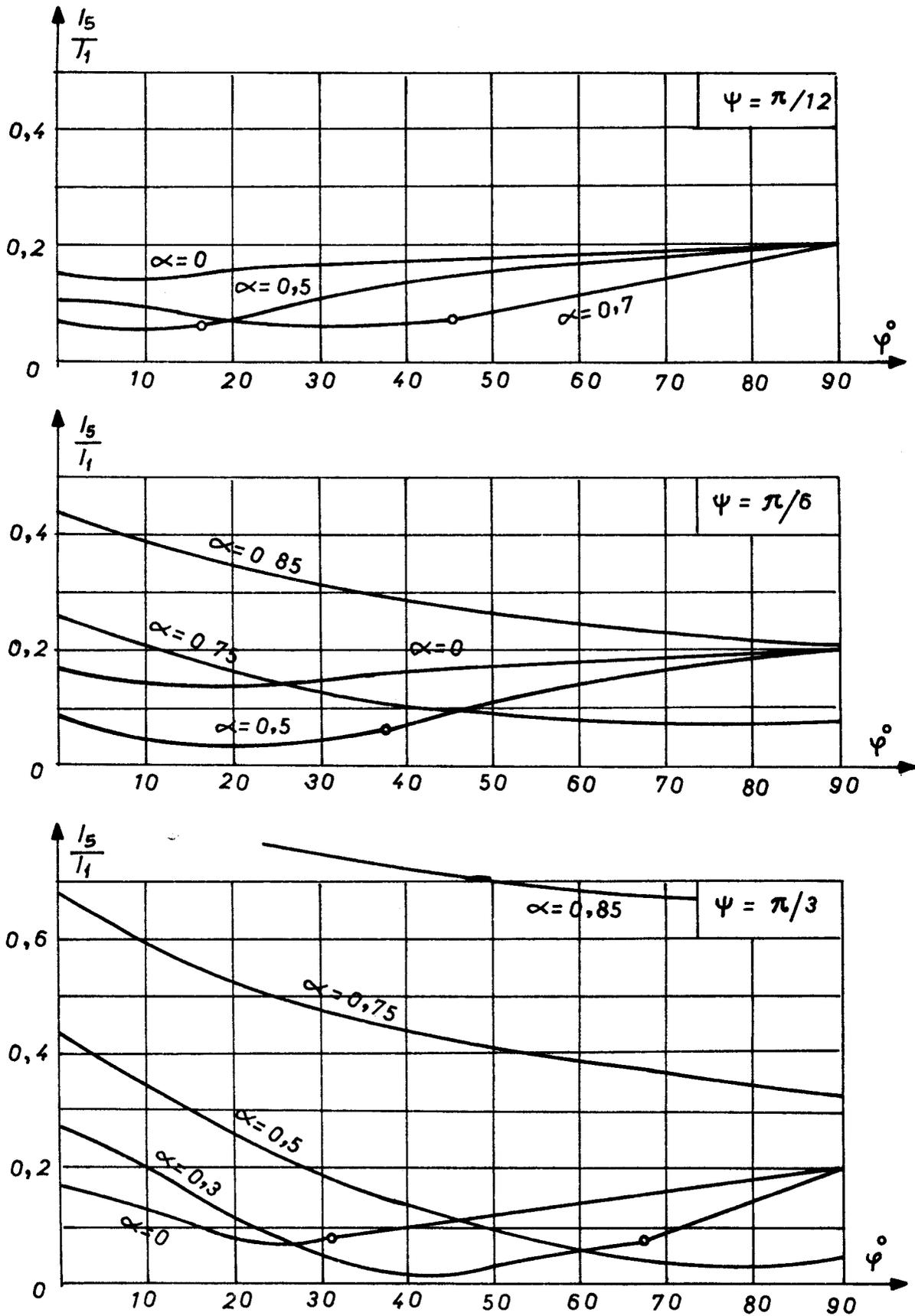




Pl. 12. $n = 3$ MONTAGE A THYRISTORS

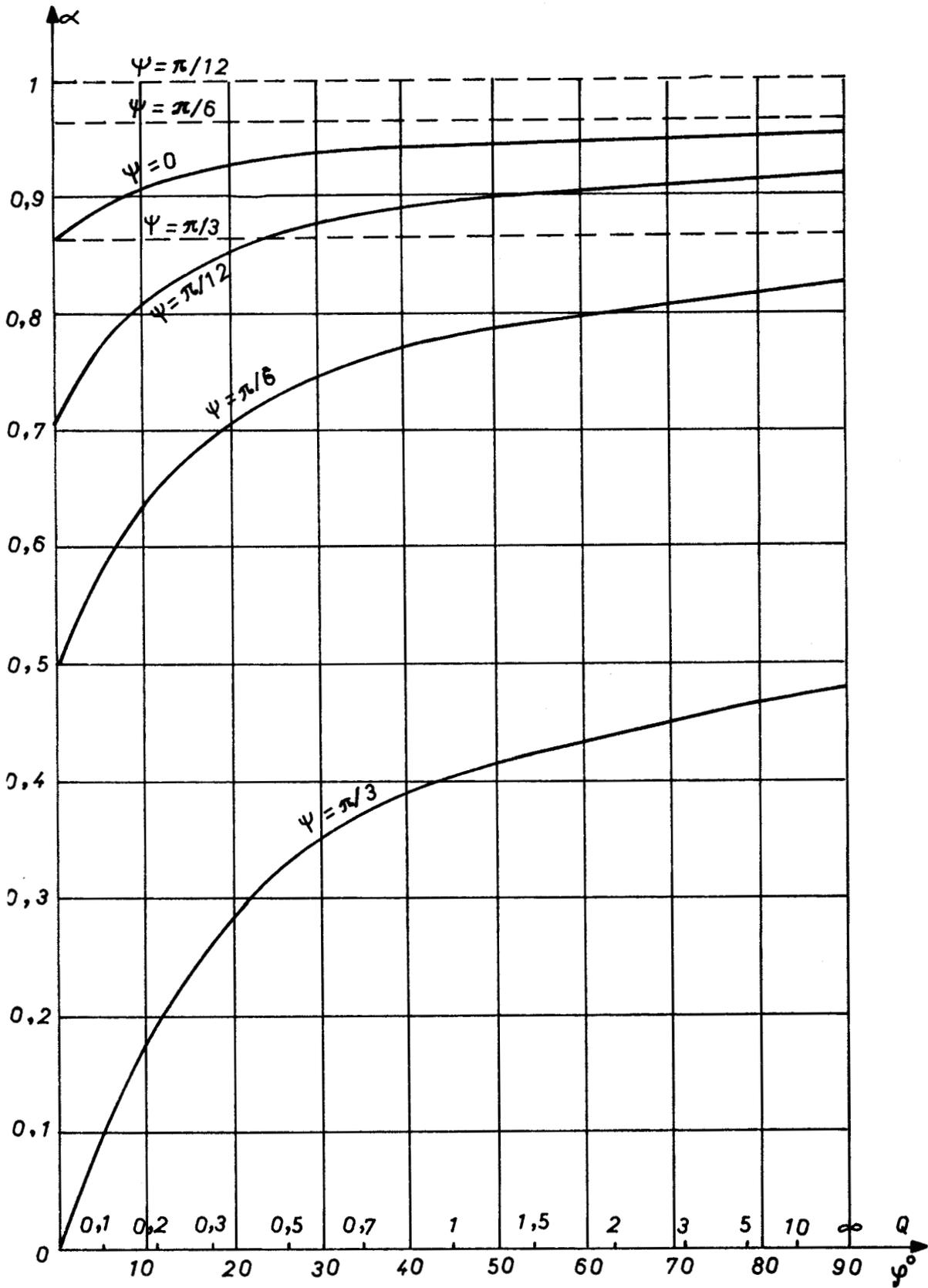
TAUX D'HARMONIQUE 4





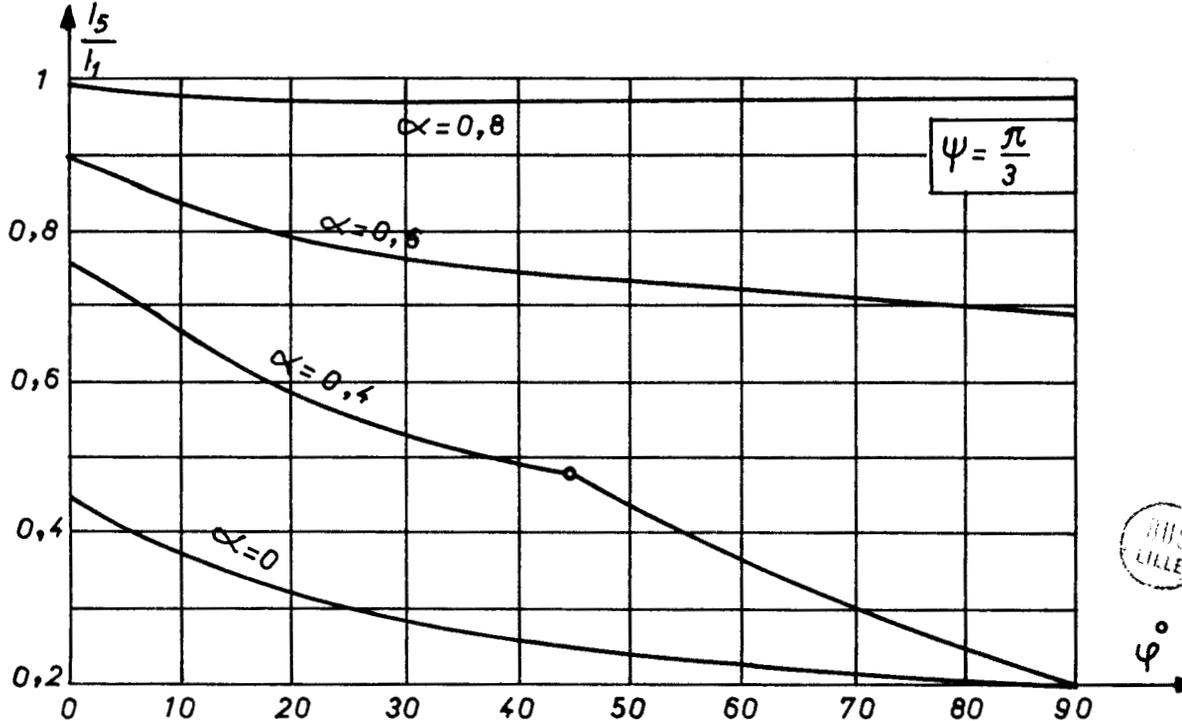
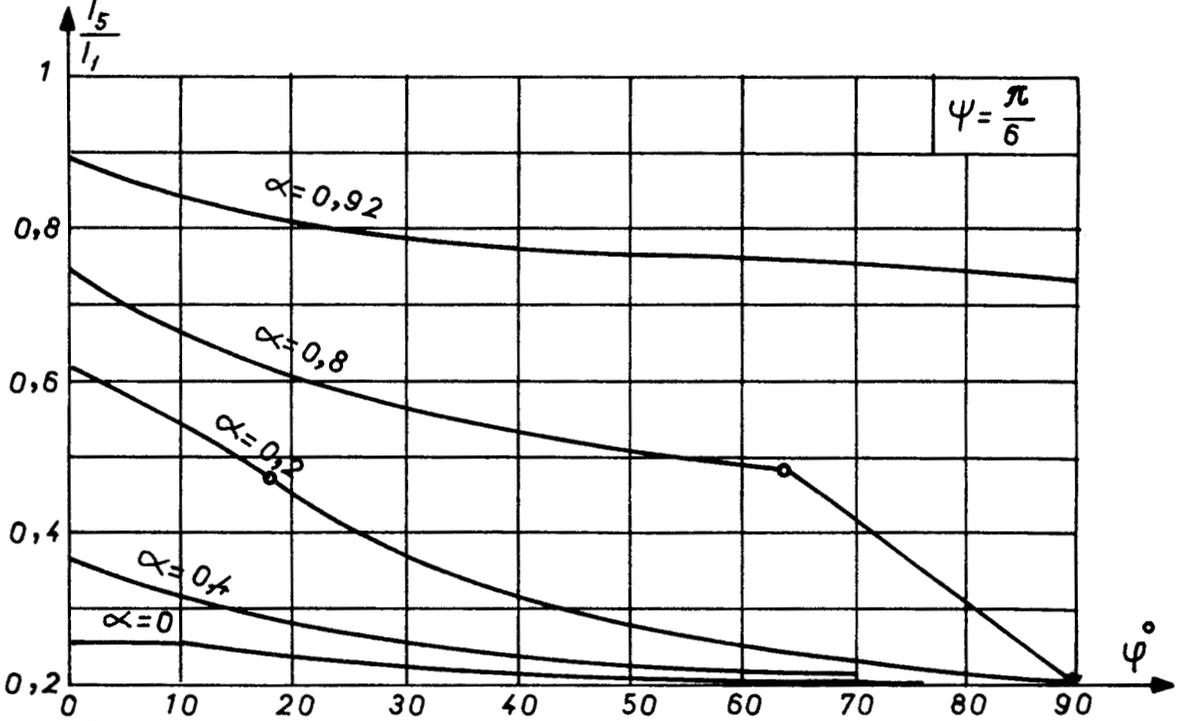
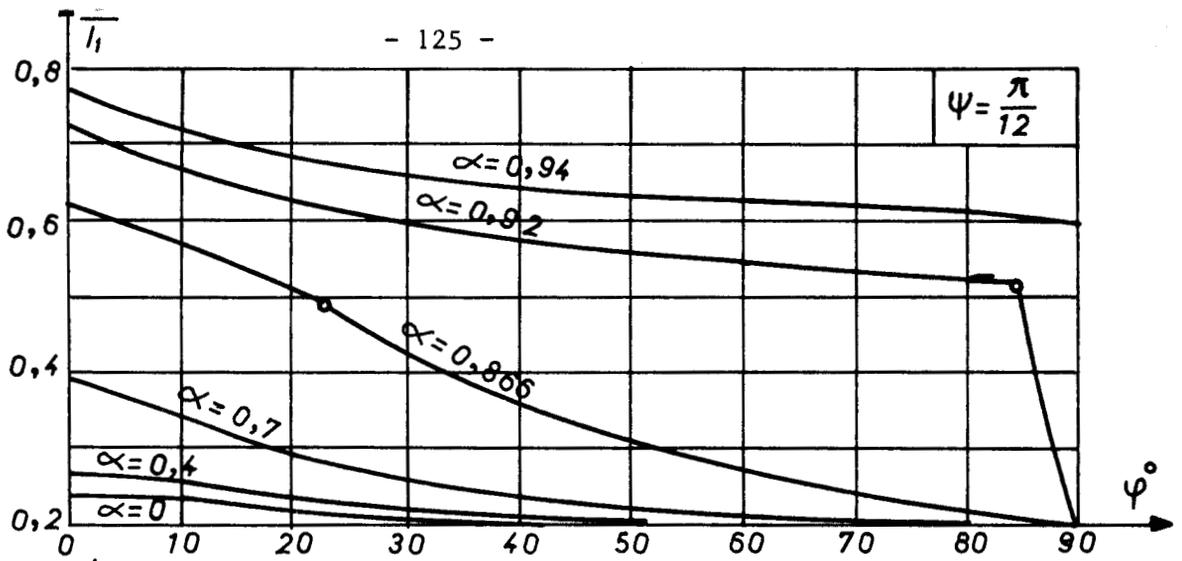
Pl. 13. n = 3 MONTAGE A THYRISTORS
TAUX D'HARMONIQUE 5

3115
LILLE

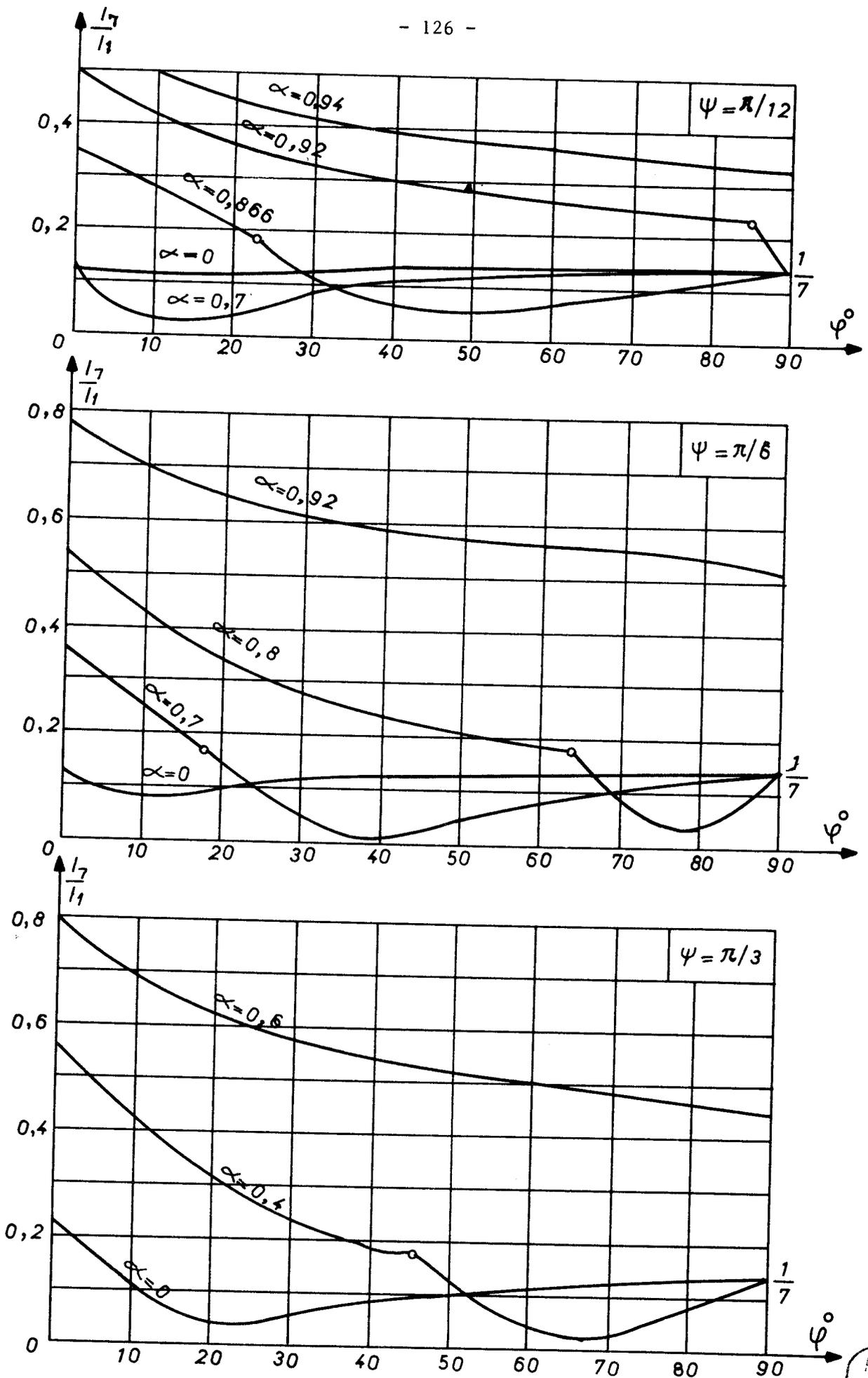


Pl. 14 n = 6 MONTAGES A THYRISTORS

DELIMITATION DES ZONES DE FONCTIONNEMENT

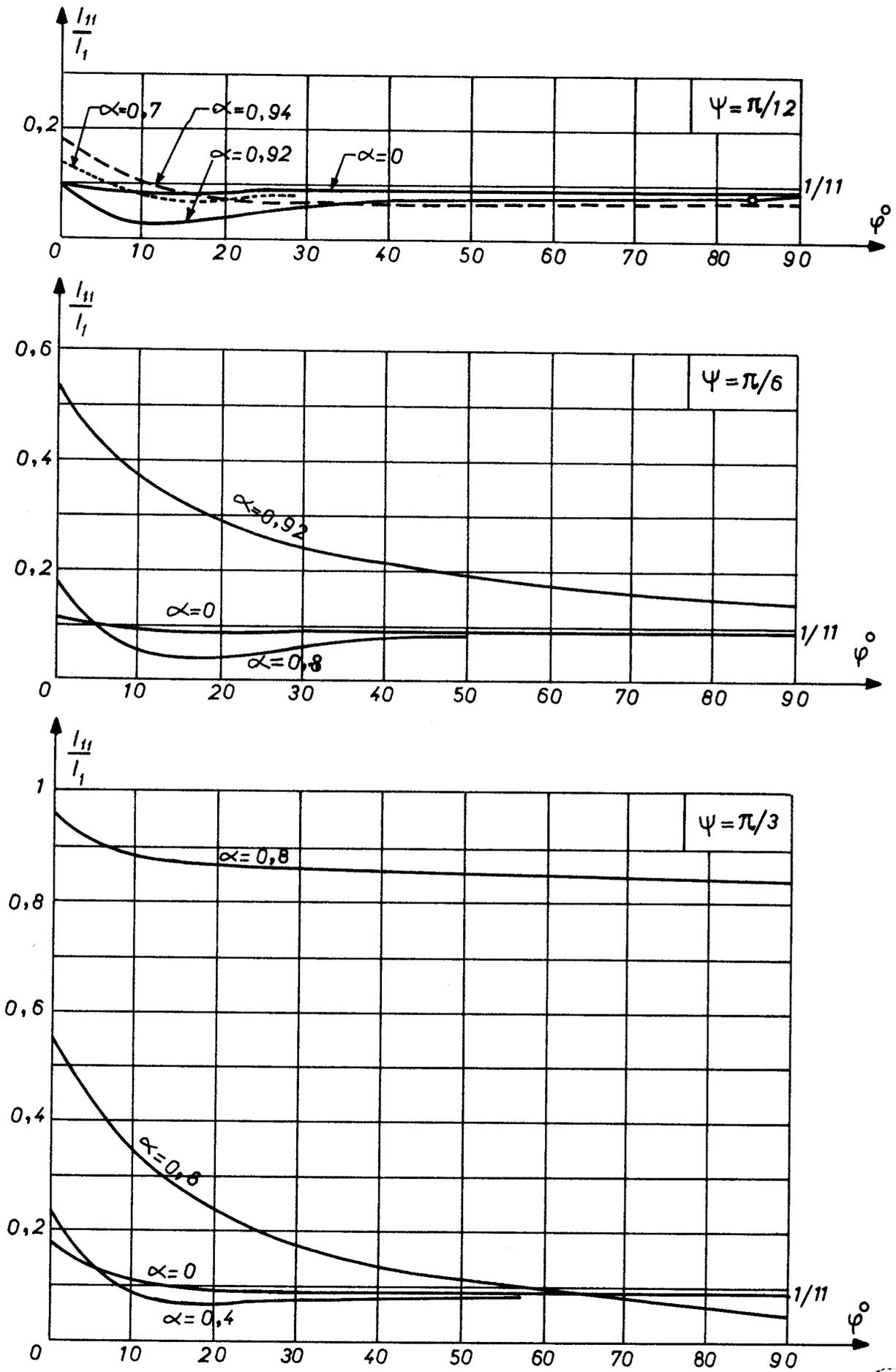


Pl. 15 n = 6 MONTAGES A THYRISTORS
TAUX D'HARMONIQUE 5



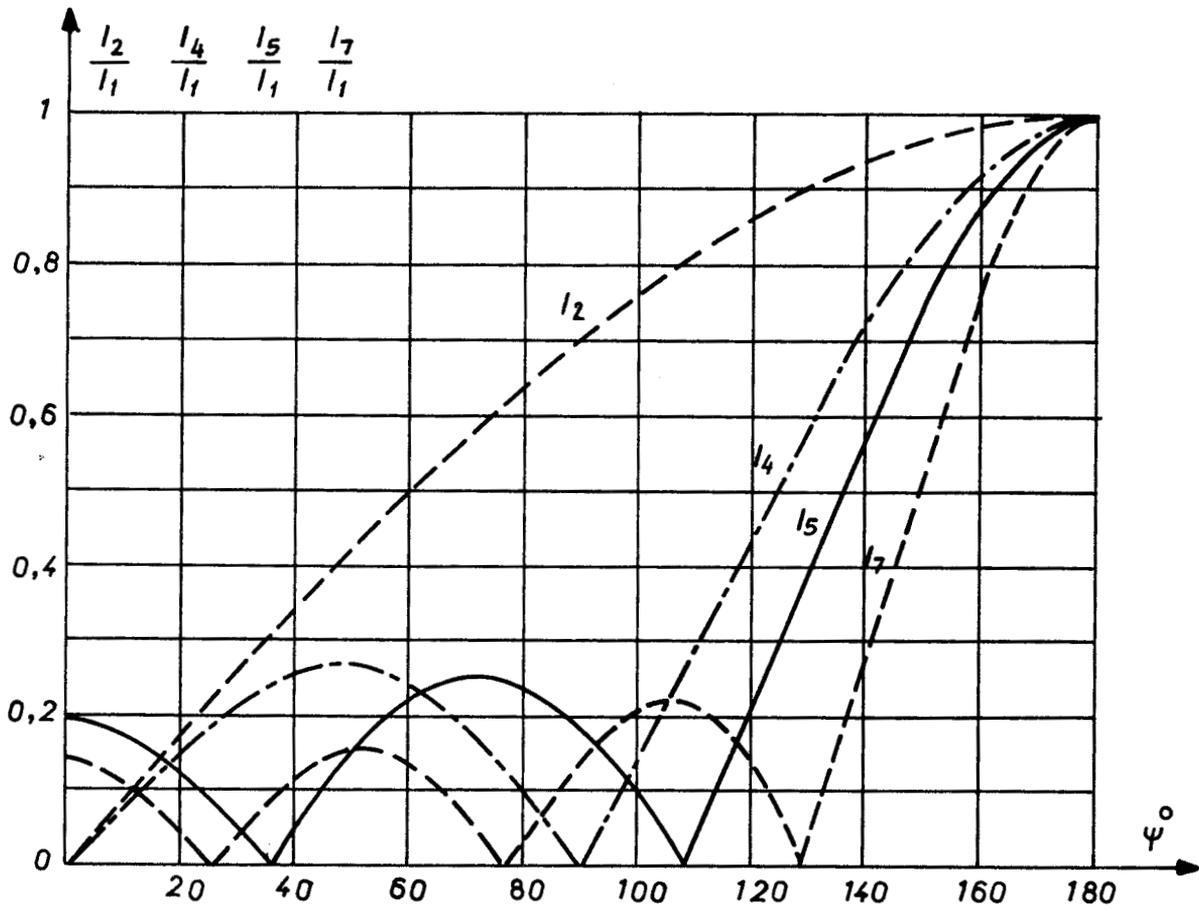
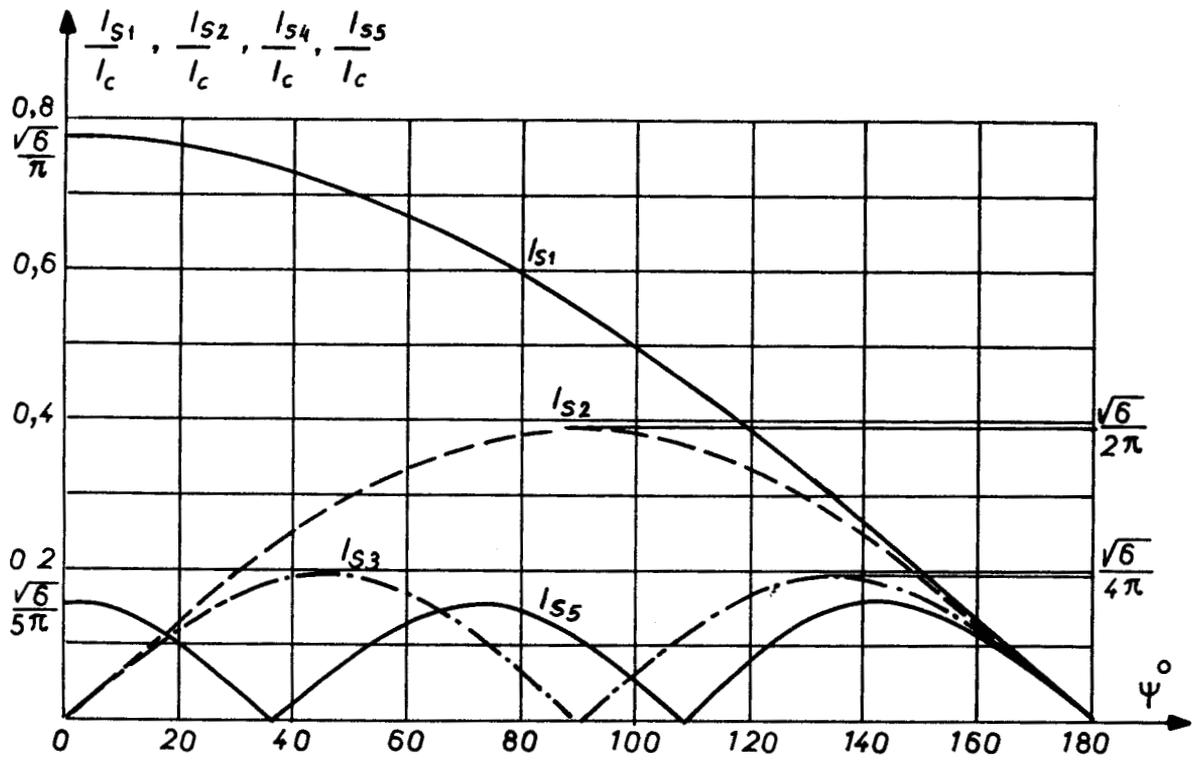
Pl. 16 n = 6 MONTAGES A THYRISTORS
TAUX D'HARMONIQUE 7





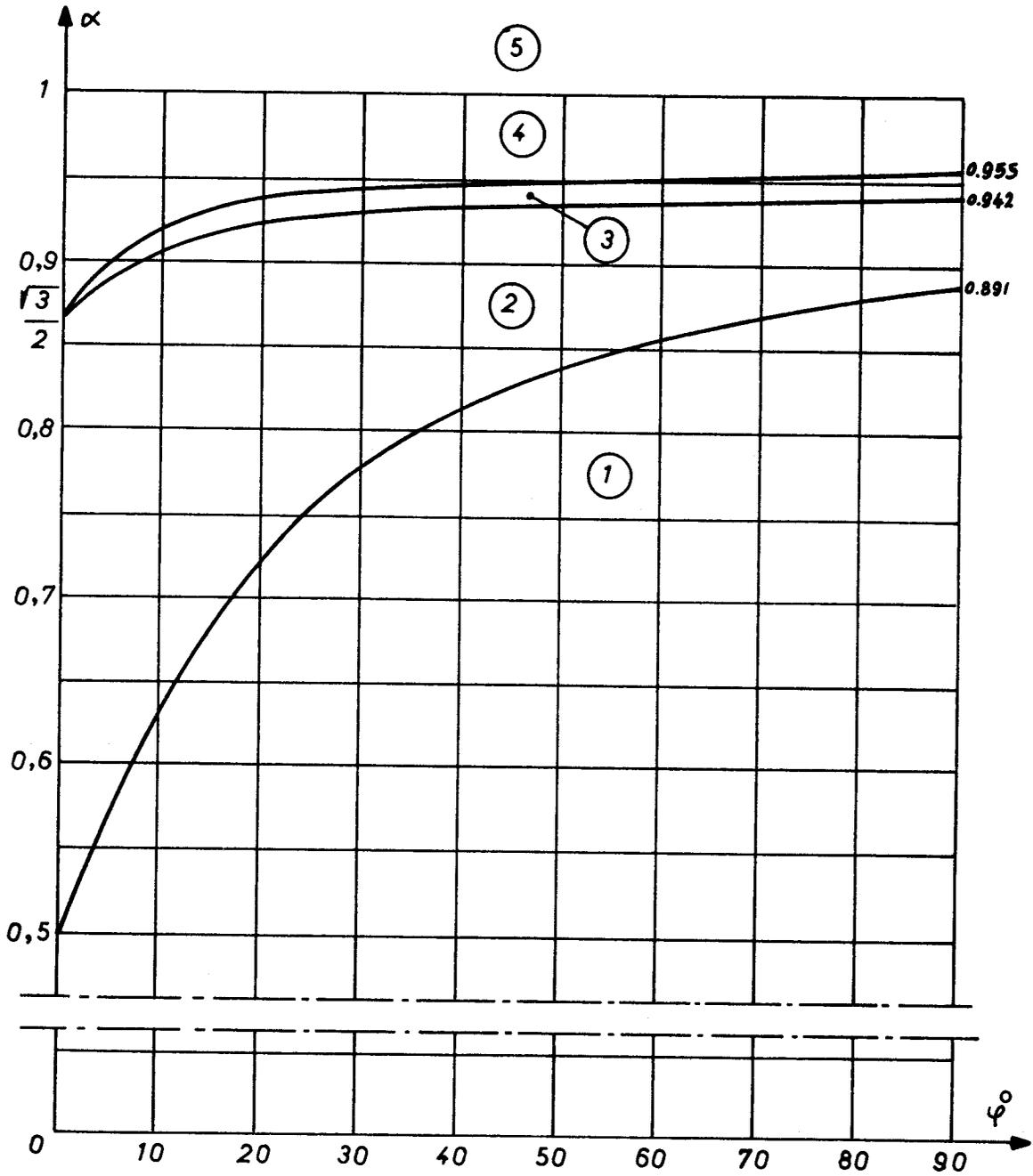
Pl. 17 $n = 6$ MONTAGES A THYRISTORS
TAUX D'HARMONIQUE 11





P1. 18 PONT TRIPHASE MIXTE
HYPOTHESE DU COURANT PARFAIT

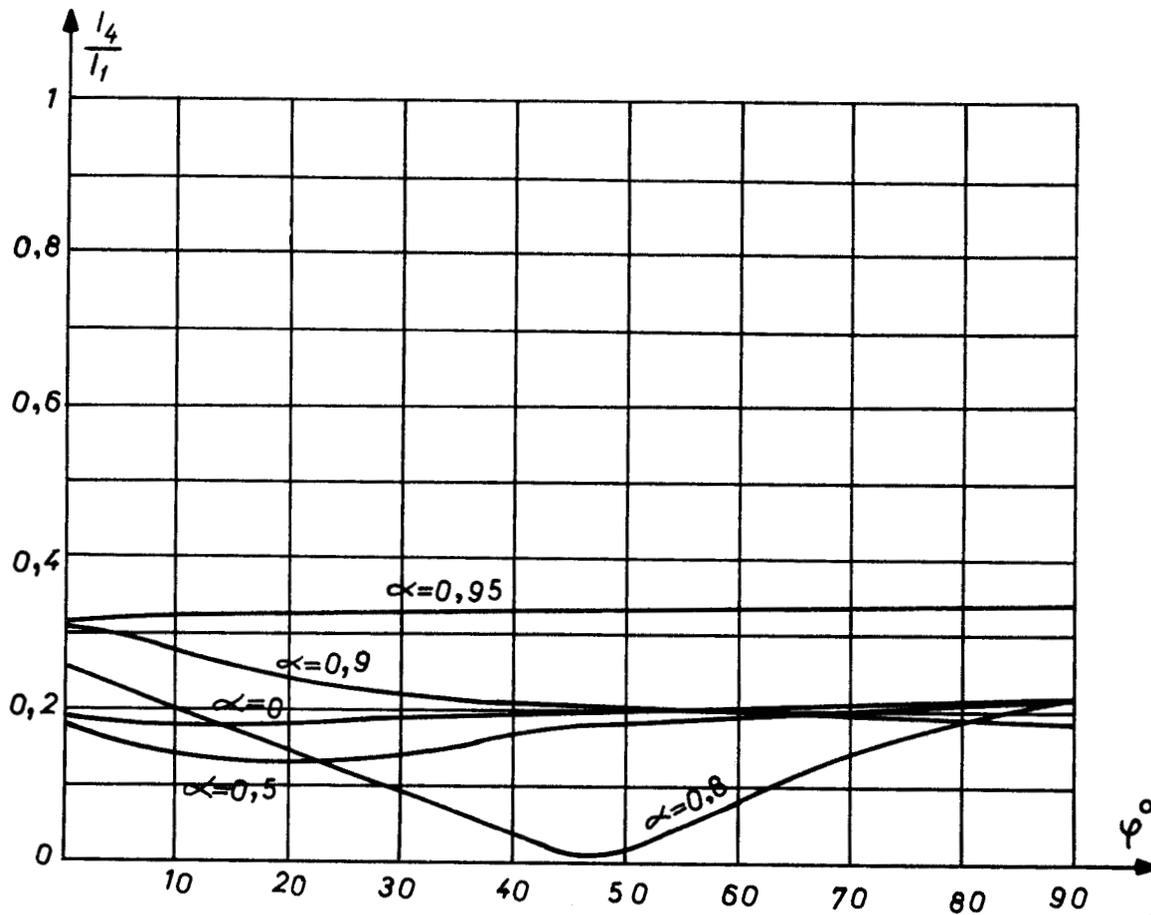
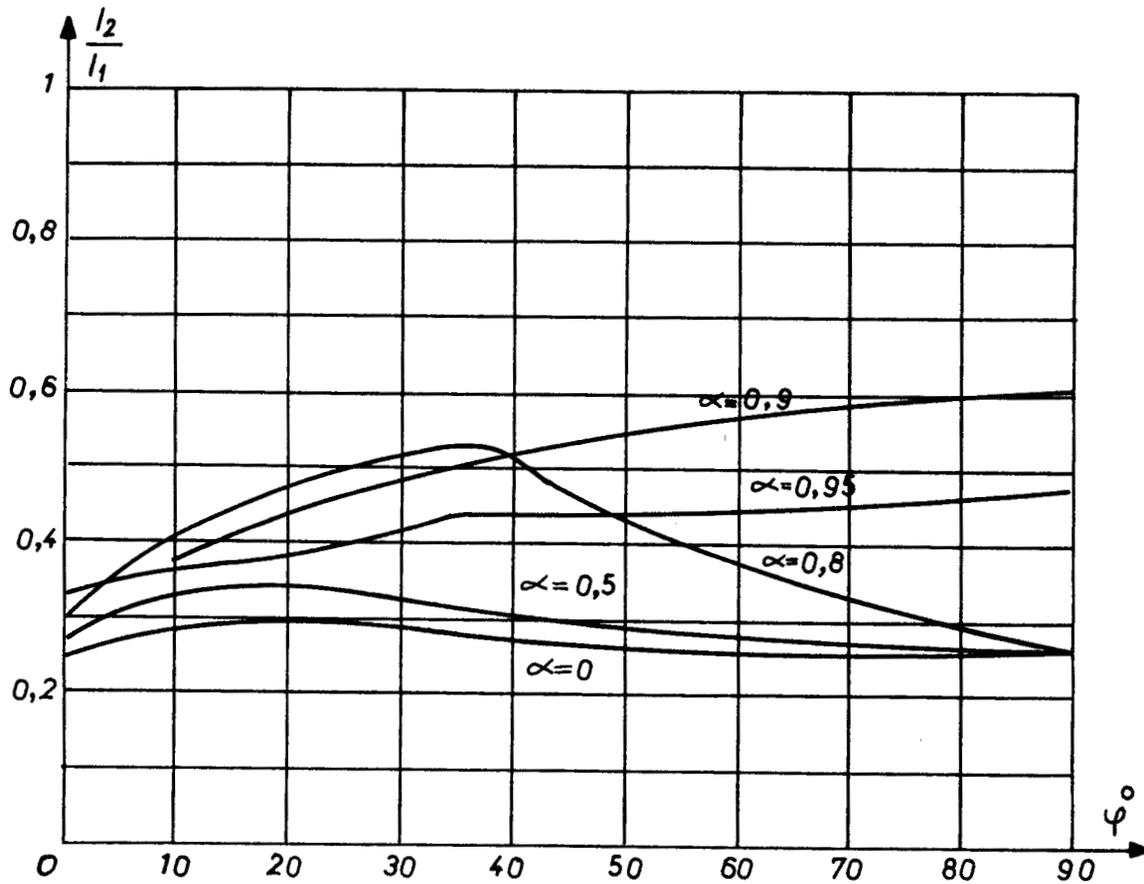




P1. 19 PONT TRIPHASE MIXTE $\psi = \pi/6$

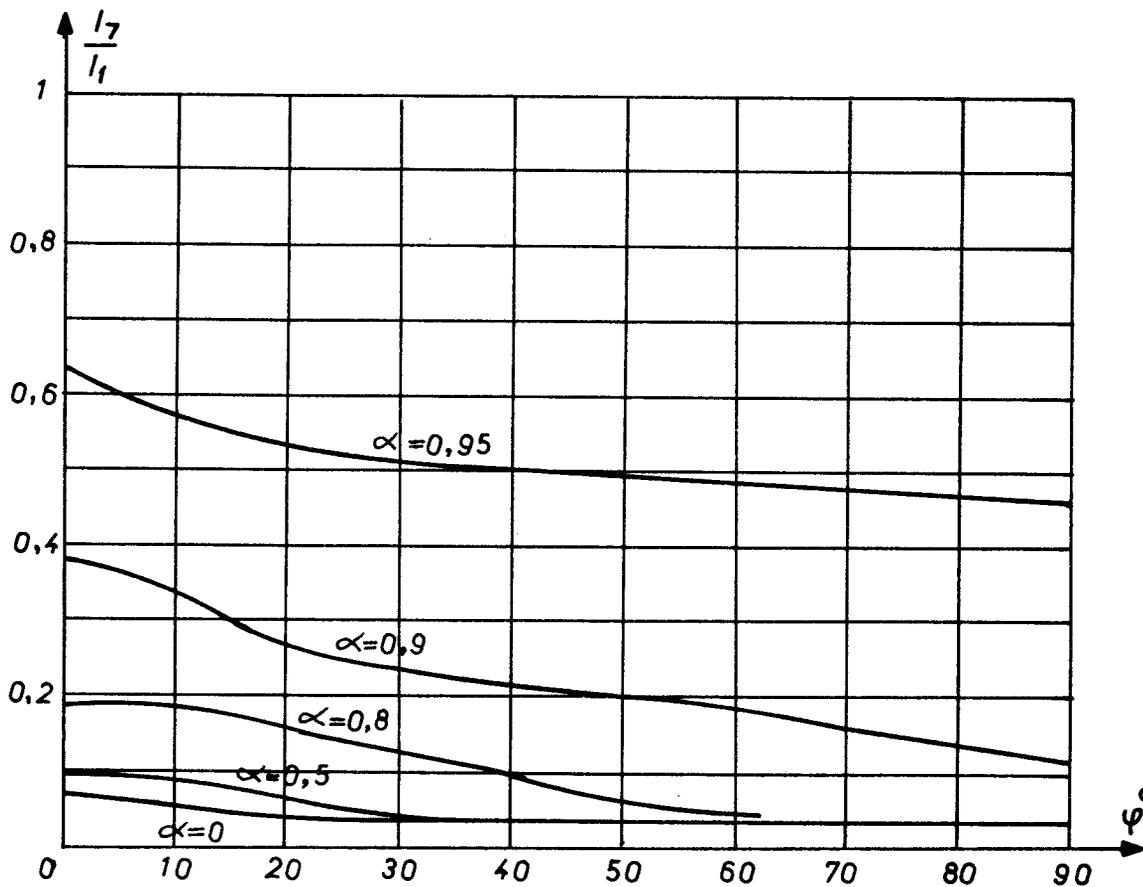
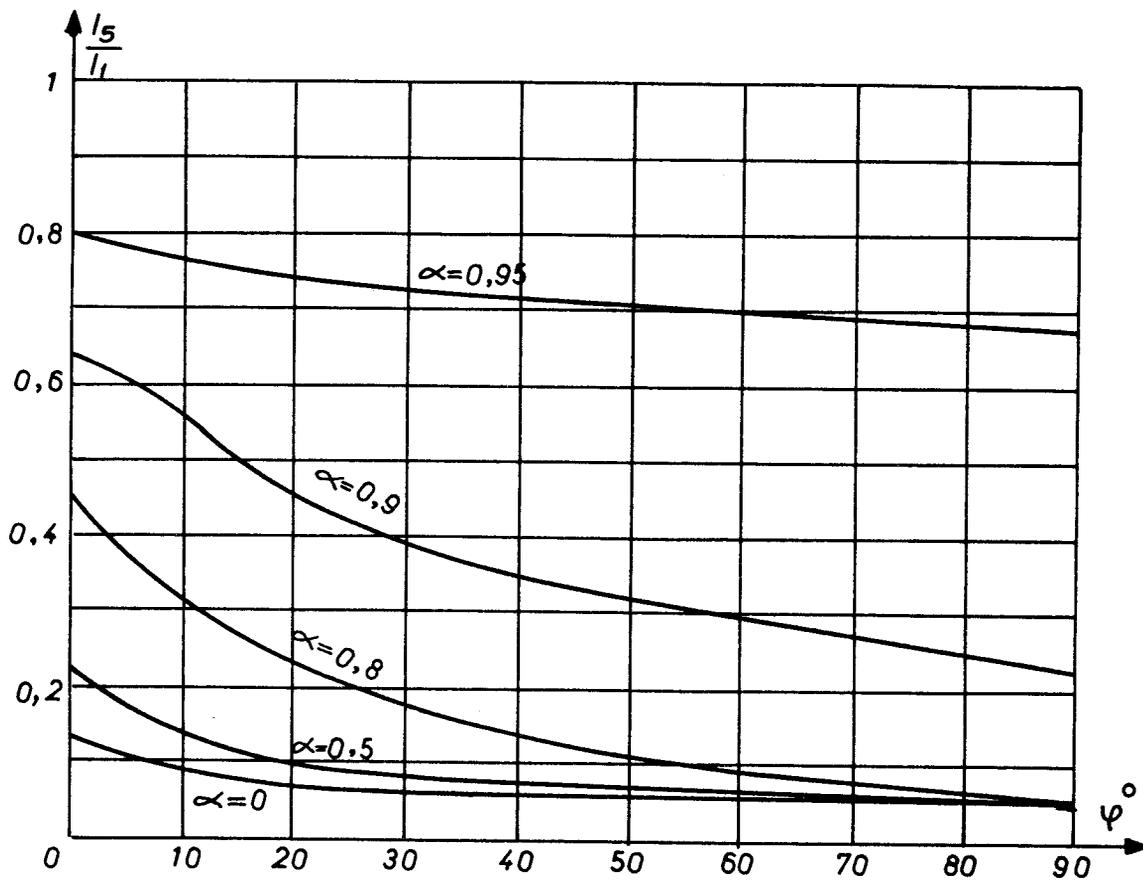
- 1 Conduction continue (1e mode)
- 2 Conduction discontinue (2e mode)
- 3 " " (3e mode)
- 4 " " (4e mode)
- 5 Amorçage





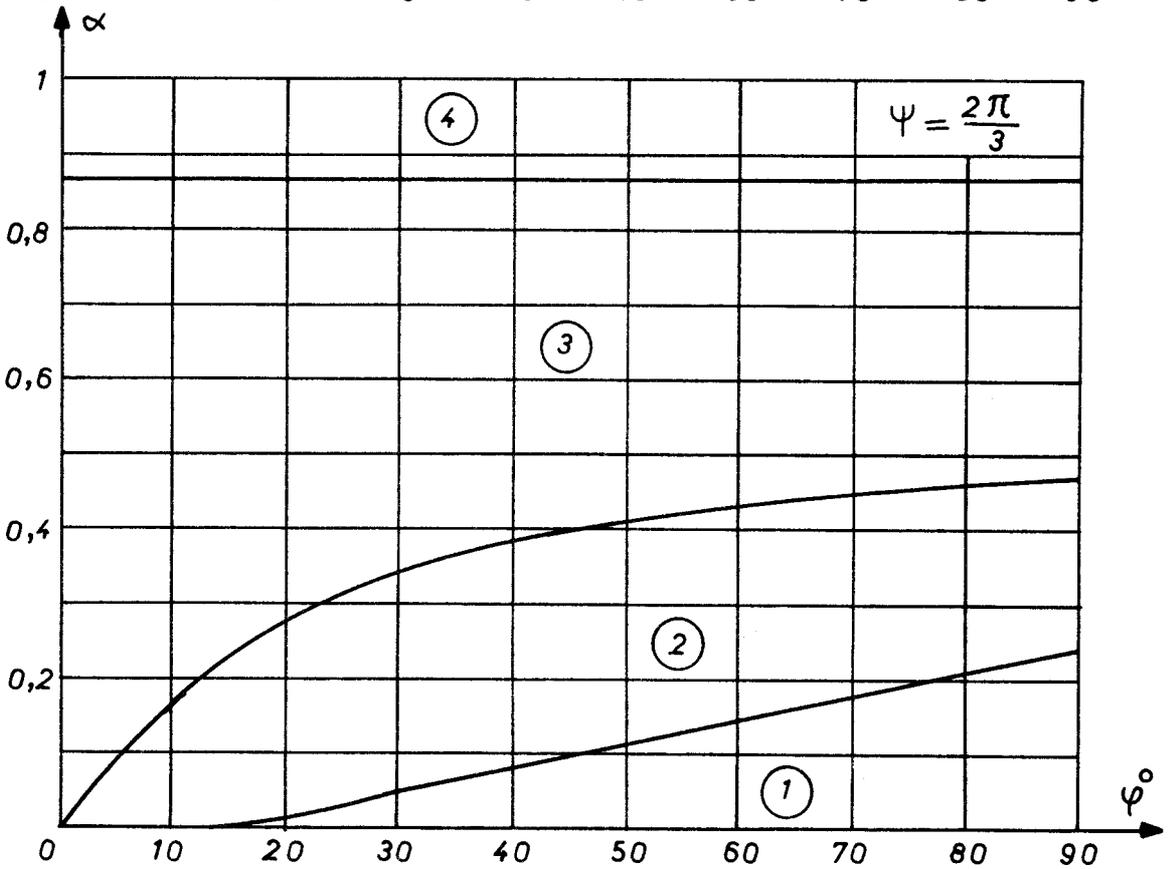
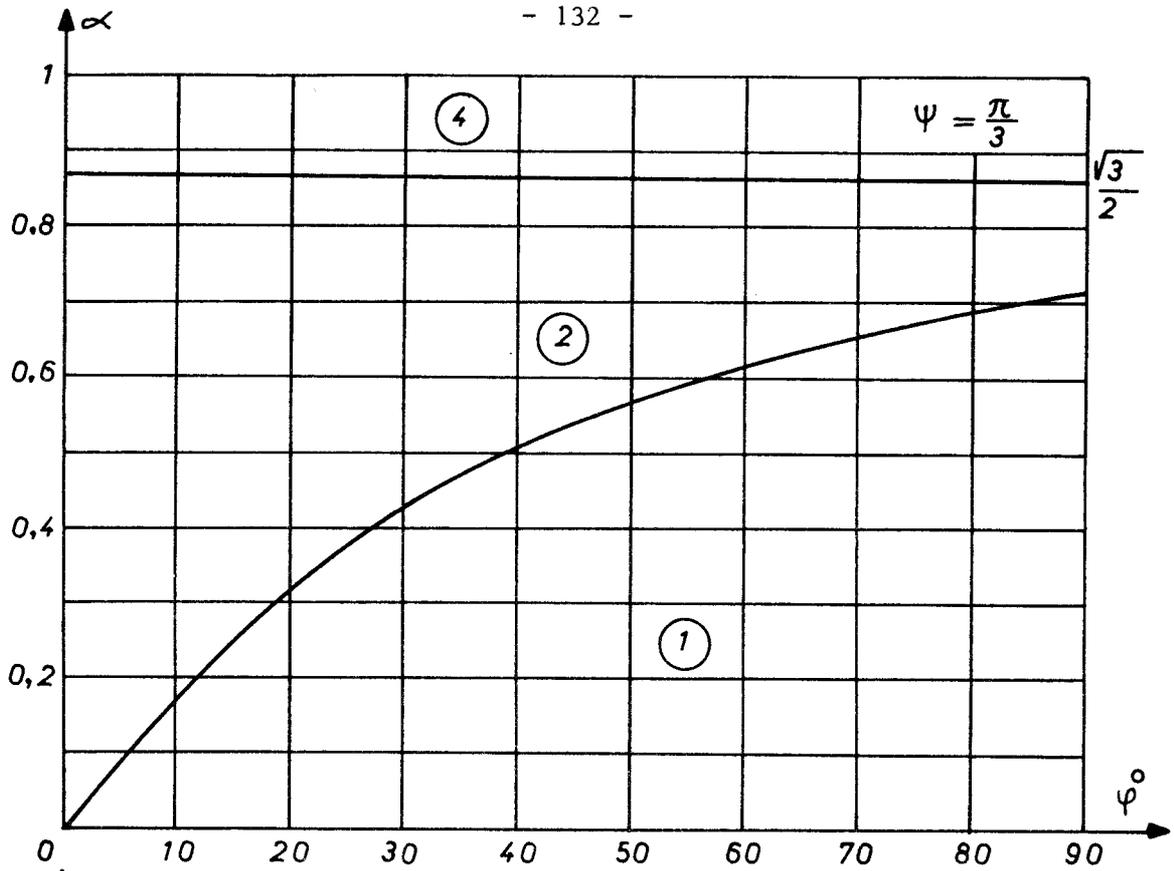
P1. 20 PONT TRIPHASE MIXTE $\psi = \pi/6$
TAUX D'HARMONIQUES 2 ET 4





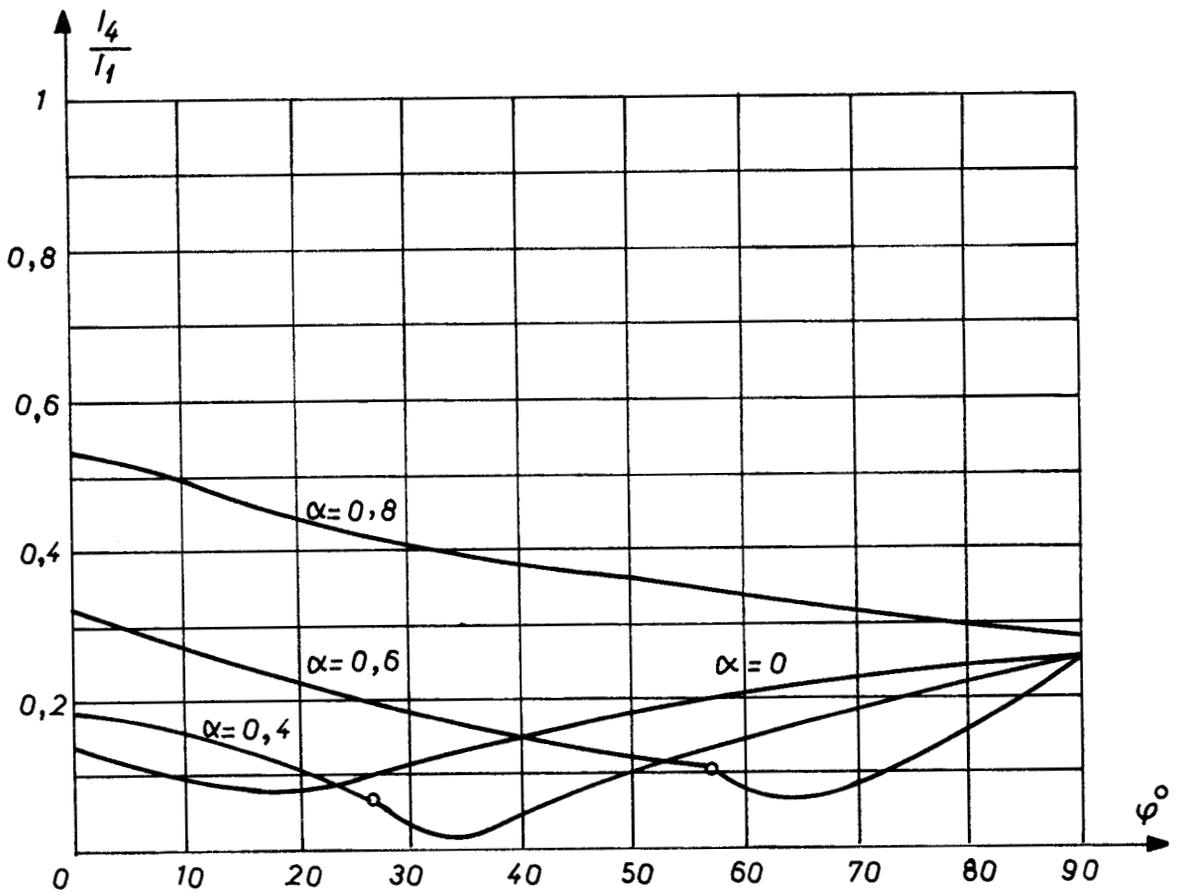
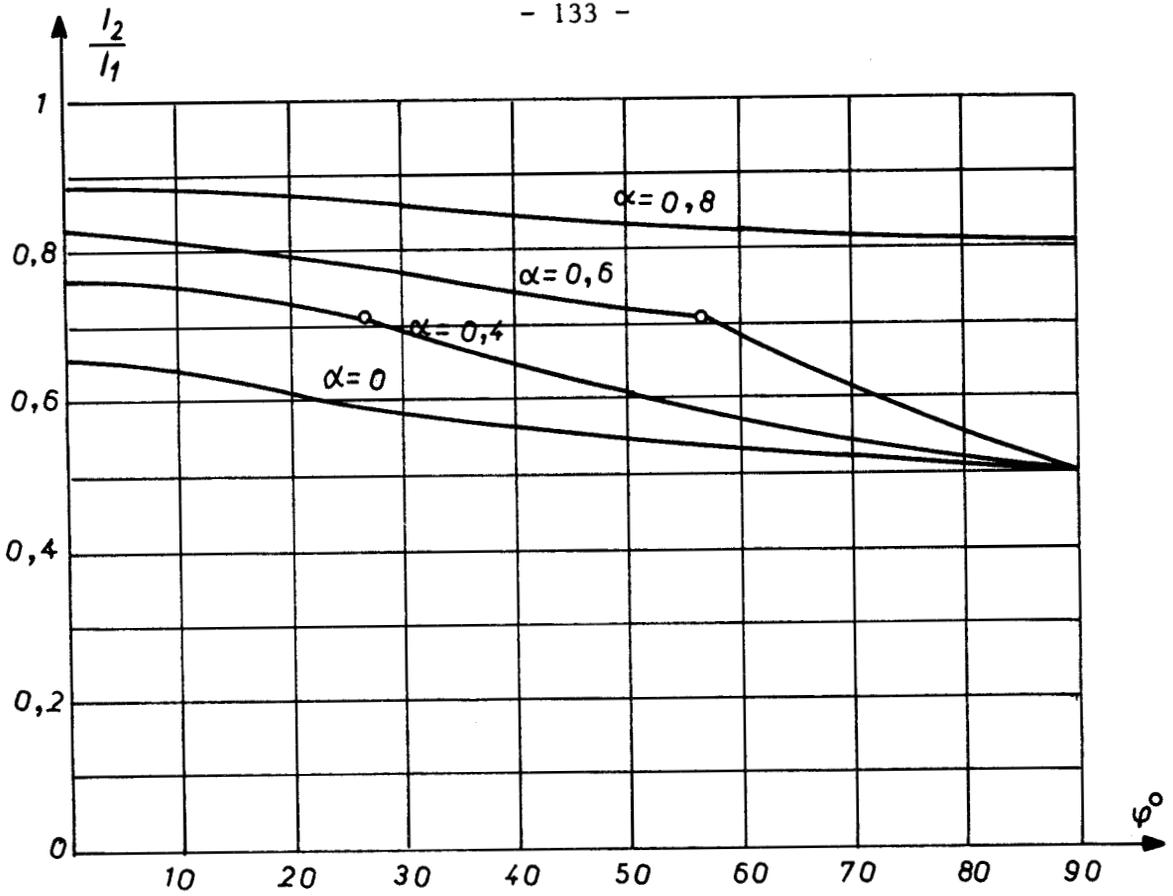
Pl. 21 PONT TRIPHASE MIXTE $\psi = \pi/6$
TAUX D'HARMONIQUES 5 ET 7





P1. 22 PONT TRIPHASE MIXTE $\psi = \pi/6$
 SEPARATION DES ZONES DE FONCTIONNEMENT
 1 conduction continue (1e mode)
 2 conduction discontinue (2e mode)
 3 " " (3e mode)
 4 amorçage impossible (4e mode)

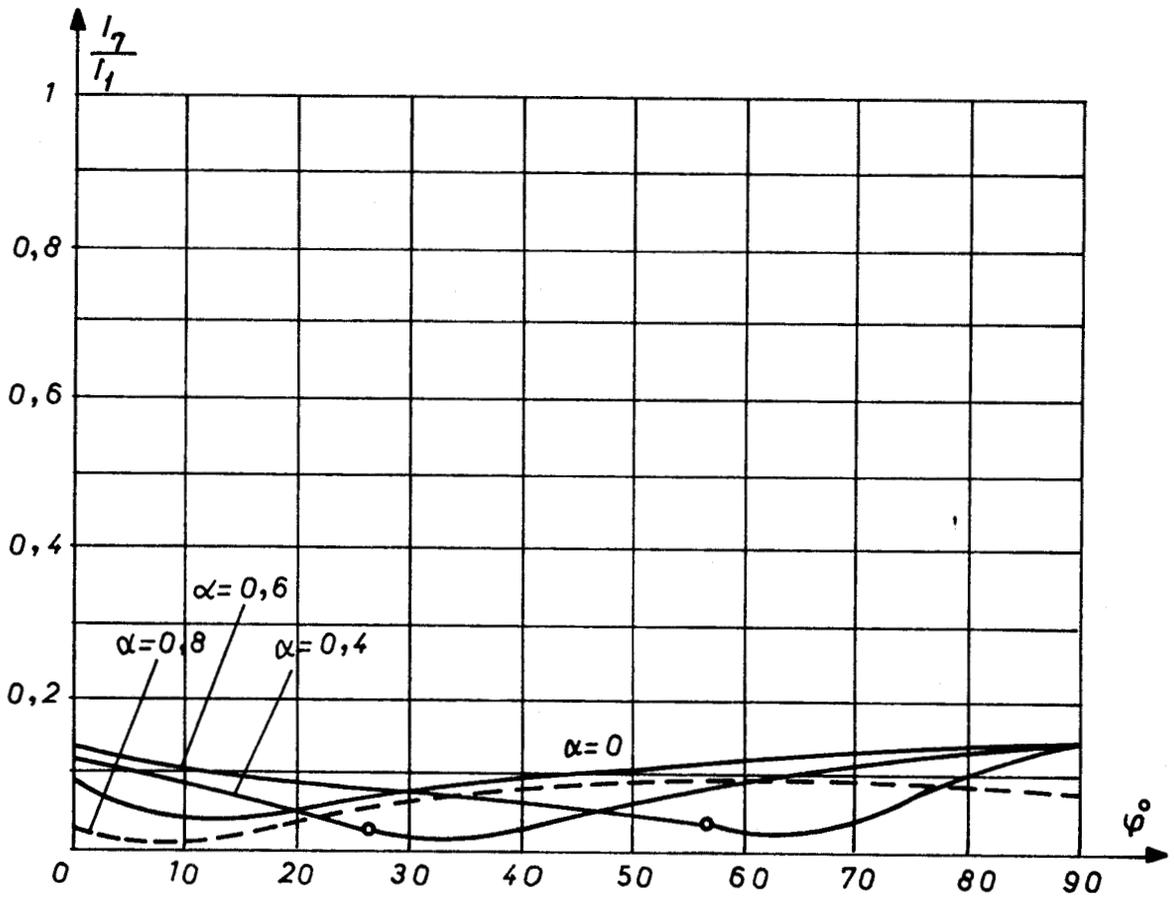
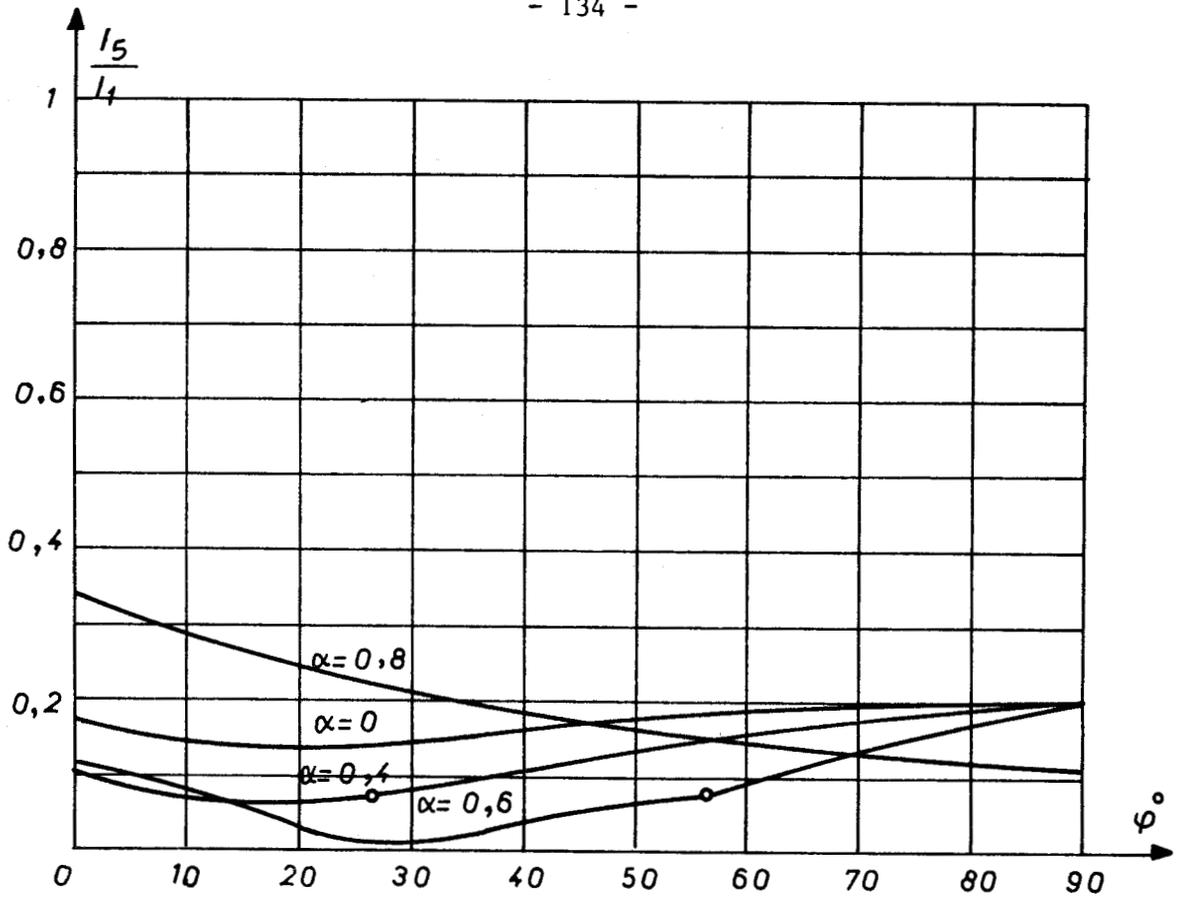




Pl. 23 PONT TRIPHASE MIXTE
TAUX D'HARMONIQUES 2 ET 4

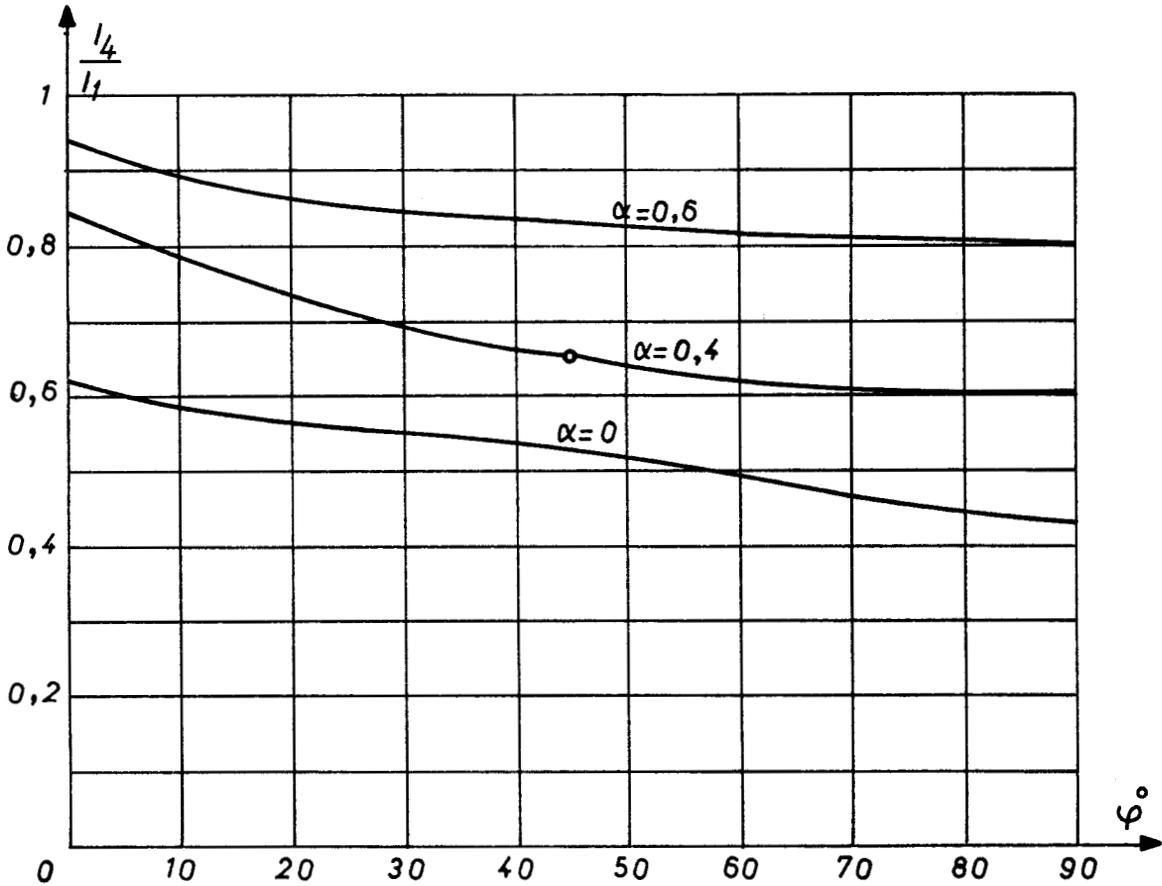
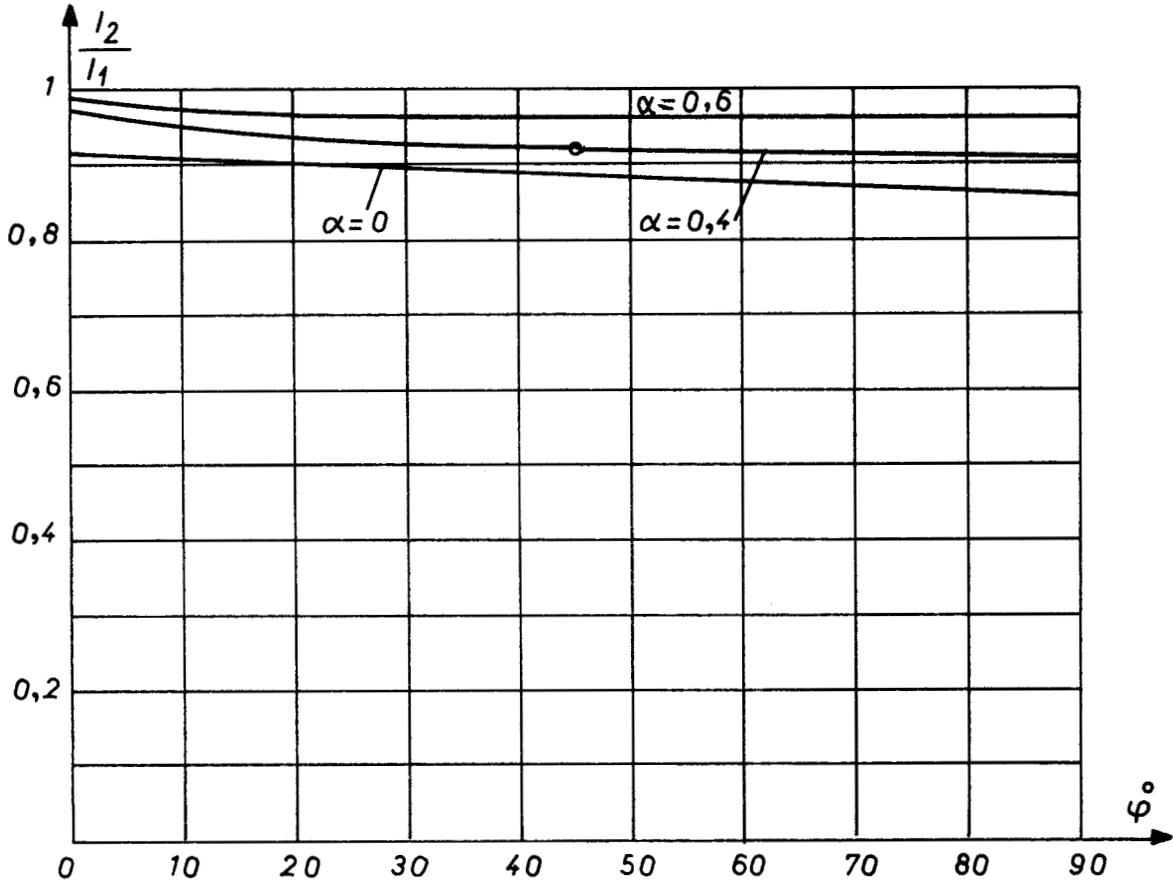
$\psi = \pi/6$





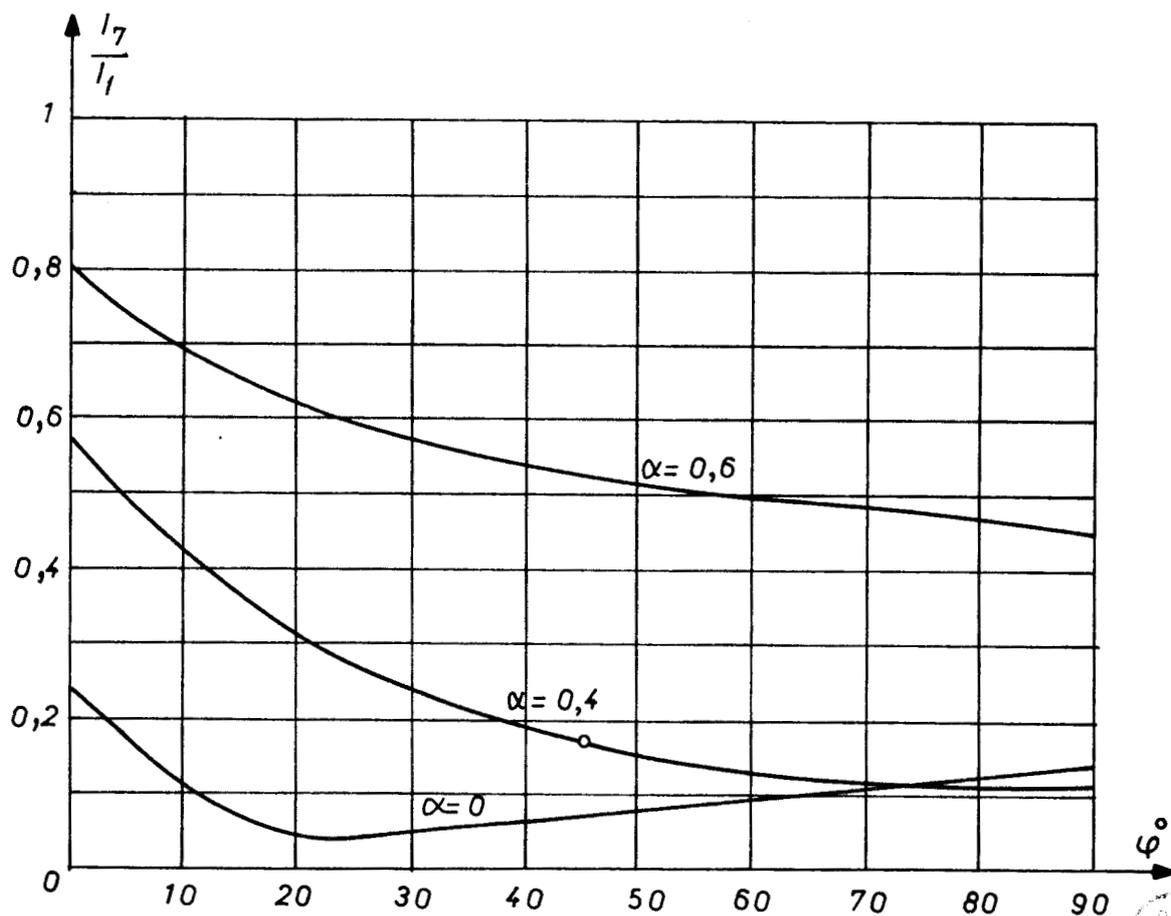
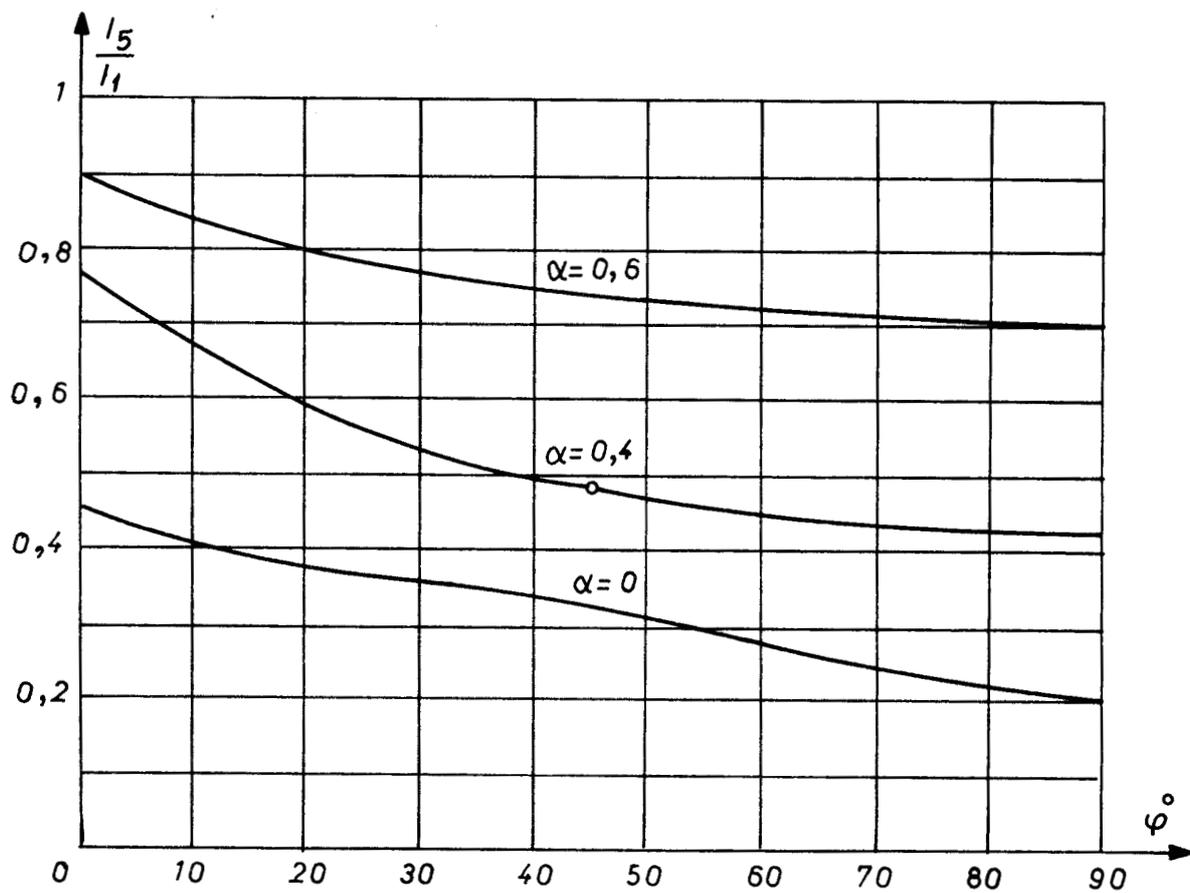
Pl. 24 PONT TRIPHASE MIXTE $\psi = \pi/6$
TAUX D'HARMONIQUES 5 ET 7





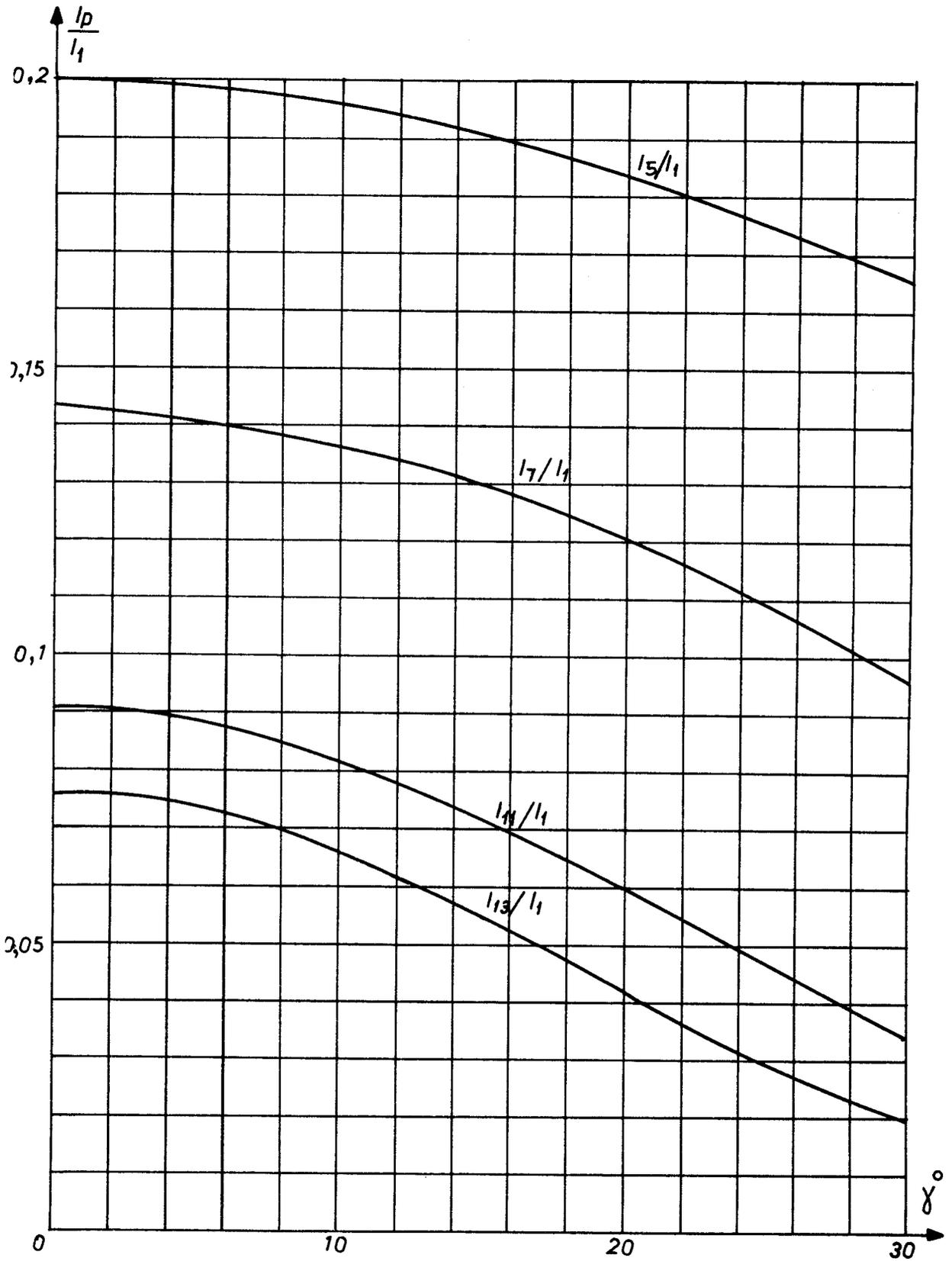
P1. 25 PONT TRIPHASE MIXTE $\psi = 2\pi/6$
AUX D'HARMONIQUES 2 ET 4





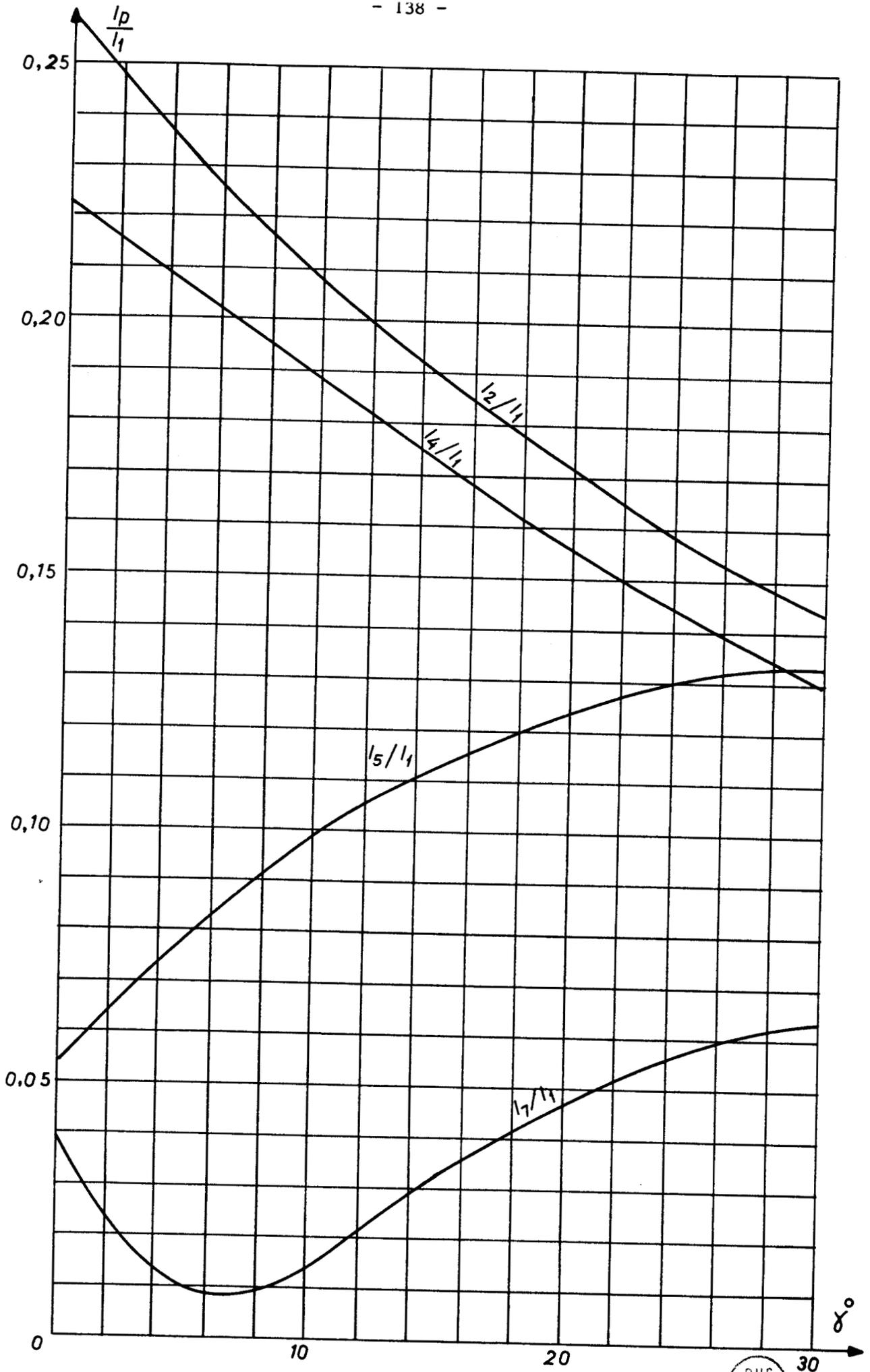
Pl. 26 PONT TRIPHASE MIXTE $\psi = 2\pi/3$
TAUX D'HARMONIQUES 5 ET 7





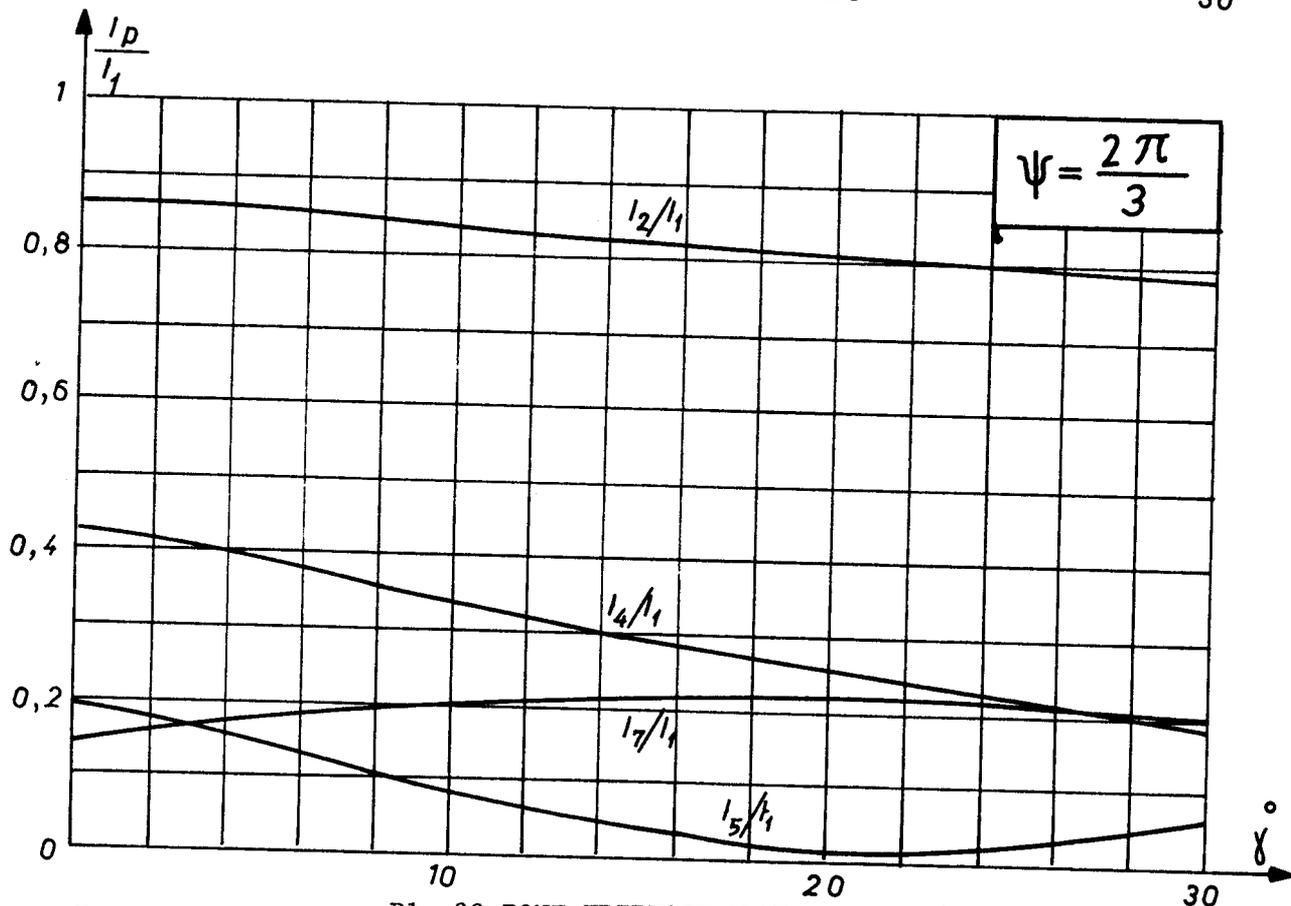
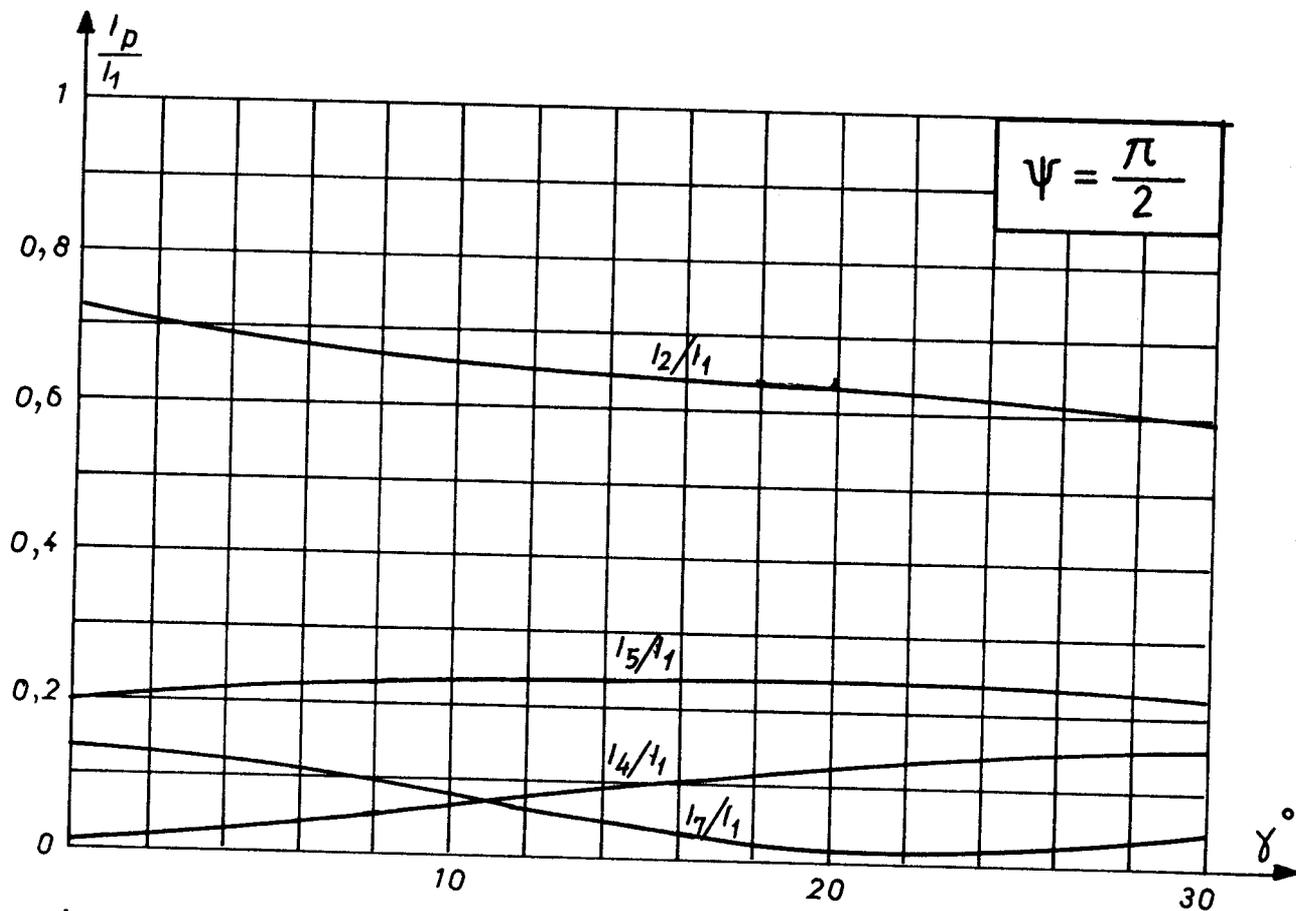
Pl. 27 PONT A SIX DIODES
INFLUENCE DE L'ANGLE D'EMPIETEMENT





Pl.28 PONT TRIPHASE $\psi = \pi/6$
Influence de l'angle d'empiétement





Pl. 29 PONT TRIPHASE MIXTE $\psi = \frac{\pi}{2}$ puis $\frac{2\pi}{3}$
 INFLUENCE DE L'ANGLE D'EMPIETEMENT



B I B L I O G R A P H I E
o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o-o

- [1] : M. CHANAS : Perturbations de tension affectant le fonctionnement des réseaux : fluctuations brusques, flicker, déséquilibres et harmoniques. Revue Générale de l'Electricité, t. 87, n°12, Déc. 1978, p 925-943.
- [2] : H. BÜHLER : Electronique Industrielle 1 ; Electronique de Puissance. Editions Glorgi, Suisse, 1978.
- [3] : G. SEGUIER : L'Electronique de Puissance. Dunod Editeur, Paris, 1979.
- [4] : G. SEGUIER ; Les montages redresseurs. Dunod Editeur, Paris, 1970 .
- [5] : M. DEMONTVIGNIER : Méthode générale de calcul des redresseurs à vapeur de mercure.
Revue Générale de l'Electricité, t. 15, n°12, mars 1972, p 493-499.
- Quelques propriétés des redresseurs à vapeur de mercure.
Revue Générale de l'Electricité t. 16, n°13, Sept 1974, p 506-516.
- Théorie des redresseurs à commutation retardée.
Revue Générale de l'Electricité, t. 32, n°19, Nov. 1932, P 625-635.
- La consommation de puissance réactive par le circuit continu dans les redresseurs et les onduleurs.
Revue Générale de l'Electricité, t.60, n°12, Déc. 1951, p 509-516.
- [6] : G. KOUSKOFF : Fonctionnement des soupapes ioniques
Revue Générale de l'Electricité, t. 57
n° 3, mars 1948, p 105-113.
n° 4, avril 1948, p 162-172.
n° 5, mai 1948, p 204-215.

- [7] : J. LECORGUILLIER : Les redresseurs en simple alternance
Eyrolles Editeur, Paris, 1953.
- [8] : H. SCHOORENS : Contribution à l'étude des montages redresseurs. Appli-
cation au pont triphasé mixte.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Lille, n°113, Nov. 1970.
- [9] : M. DEMONTVIGNIER : Génération des harmoniques de courant primaire par
les redresseurs monophasés. Application aux locomotives à redresseurs.
Revue Générale de l'Electricité, t. 65, n°1, Janv. 1956, p 36-60.
- [10] : M. DEMONTVIGNIER : Soupapes électriques. Redresseurs. Onduleurs.
Cours de l'Ecole Supérieure d'Electricité, n° 2037, 1966.
- [11] : R. BAUSIERE, G. SEGUIER :-Généralisation de la relation donnant le rang
des harmoniques des courants primaires des montages redresseurs triphasés.
C.R. Acad. Sc. Paris, t. 287, Oct. 78, série B, p 245-248.
-General determination of rank and peak value
of primary current harmonics in any 3 phase rectifier network.
Proceedings IEE, Vol.126, Nov. 1979, p 1197-1198.

TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS

INTRODUCTION

1

PREMIERE PARTIE : INFLUENCE DU RECEPTEUR

CHAPITRE I- PRELIMINAIRES. MONTAGE A DIODES DELIVRANT UNE TENSION REDRESSEE
D'ORDRE 3

6

I. Préliminaires

6

I.1 Méthode de calcul des taux d'harmoniques

6

I.2 Caractérisation du récepteur

13

II. Conduction continue

13

II.1 Condition de continuité de i_c

13

II.2 Expression du courant redressé

16

II.3 Calcul des harmoniques

18

III. Conduction discontinue

20

III.1 Délimitation des deux modes

20

III.2 Conduction discontinue "à une seule expression"

21

III.3 Conduction discontinue "à deux expressions"

25

IV. Caractéristiques

29

IV.1 Caractéristiques calculées

29

IV.2 Vérifications expérimentales

30

CHAPITRE II- MONTAGES A DIODES DELIVRANT UNE TENSION REDRESSEE D'ORDRE 6

34

I. Délimitation des zones de fonctionnement

34

II. Conduction continue

38

III. Conduction discontinue "à une expression"

39

IV. Conduction discontinue "à deux expressions"

40

V. Caractéristiques

43

CHAPITRE III- MONTAGE A THYRISTORS DELIVRANT UNE TENSION REDRESSEE D'ORDRE 3 46

I. Délimitation des zones de fonctionnement

46

I.1 Condition de continuité de la conduction

46

I.2 Condition d'amorçage

48

I.3. Zones de fonctionnement

48

II. Conduction continue

50

III. Conduction discontinue

52

IV Caractéristiques

52

CHAPITRE IV- MONTAGES A THYRISTORS DELIVRANT UNE TENSION REDRESSE D'ORDRE 6	56
I Délimitation des zones de fonctionnement	56
II. Conduction continue	58
III. Conduction discontinue	60
IV. Caractéristiques	61
CHAPITRE V- MONTAGE EN PONT TRIPHASE MIXTE	63
I. Préliminaire. Cas du courant redressé parfaitement lissé	64
II. $\psi < \pi/3$. Modes de fonctionnement. Expressions du courant i_{S1}	68
II.1 Premier mode	71
II.2 Deuxième mode	75
II.3 Troisième mode	77
II.4 Quatrième mode	80
III. $\psi > \pi/3$. Modes de fonctionnement. Expressions du courant i_{S1}	82
III.1 Premier mode	82
III.2 Deuxième mode	85
III.3 Troisième mode	86
IV Caractéristiques	87
IV.1 Tracé des caractéristiques	87
IV.2 Vérifications expérimentales	89
<i>DEUXIEME PARTIE : INFLUENCE DE L'EMPIETEMENT</i>	
CHAPITRE VI - PONT TRIPHASE A DIODES	93
I. expressions du courant primaire	93
II. Harmoniques du courant primaire	95
III. Caractéristiques. Remarques.	97
CHAPITRE VII- PONT TRIPHASE MIXTE	99
I. Fonctionnement à $\psi < \pi/3 - \beta$	100
I.1. Etude des commutations	101
I.2 Expressions successives de i_{S1}	103
II. Fonctionnement à $\psi > \pi/3 - \beta + \gamma$	104
II.1 Etude des commutations	104
II.2 Expressions successives de i_{S1}	105
III. Caractéristiques	106

CONCLUSIONS	108
PLANCHES	
1 à 4 Montage à diodes, n = 3	111
5 à 7 Montage à diodes, n = 6	115
8 à 13 Montage à thyristors, n = 3	118
14 à 17 Montages à thyristors, n = 6	124
18 à 26 Pont triphasé mixte	128
27 Pont à six diodes, empiètement	137
28 et 29 Pont triphasé mixte, empiètement	138

BIBLIOGRAPHIE

TABLE DES MATIERES

