

50376  
1982  
135

N° d'ordre : 290

50376  
1982  
135

# THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le titre de

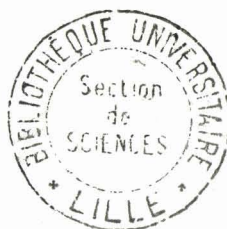
DOCTEUR INGENIEUR  
EN MECANIQUE

par

Bernard LEMOINE

## ETUDE D'UN COMPRESSEUR HYPERTROCHOIDAL A PALETTES

Soutenue le 29 AVRIL 1982



### JURY

MM. FLAMME J.M.	Professeur (ENSI Valenciennes)	Président
HENRY J.P.	Professeur (UST Lille)	Rapporteur
CAILLIERET G.	Directeur Technique de la S.A. CREPPELLE	Examineur
LEROY A.	Professeur (F.P. Ms)	Examineur
PARSY F.	Professeur (UST Lille)	Examineur
LECOINTE Y.	Directeur des Recherches à l'E.N.S.T.I.M. Douai	Invité

*Merci à la chance*

*A la mémoire de Jean-Claude CASCIOLA*

## R E M E R C I E M E N T S

*J'ai eu le plaisir, durant cette étude, de travailler avec le Professeur Jean-Marie FLAMME, un homme affable, compréhensif, attentif, au contact de qui j'ai appris ce qu'est la recherche tournée vers les applications industrielles. Je le remercie très sincèrement de l'aide et des conseils qu'il m'a apportés durant ces trois dernières années et je souhaite vivement pouvoir continuer à travailler à ses côtés dans les années à venir.*

*Je dois avouer que tout a commencé grâce à la présence, parmi mes supérieurs hiérarchiques directs, d'Yves LECOINTE, Ingénieur des Mines, Directeur des Recherches à l'Ecole Nationale Supérieure des Techniques Industrielles et des Mines de Douai. C'est un homme dynamisant auprès de qui j'ai pu puiser toutes les ressources nécessaires pour faire cette étude en même temps que mon travail quotidien et je l'en remercie très sincèrement. De ce travail commun est née une amitié qui survivra à nos mutations professionnelles respectives et j'en suis ravi.*

*Mes remerciements iront aussi au personnel du Département Mécanique de l'Ecole sans qui la réalisation du prototype eût été impossible, au personnel du Centre de Calcul de l'Ecole avec une mention particulière pour son responsable Roland DAUL et au personnel du CETIM (Centre Technique des Industries Mécaniques) avec qui j'ai pu travailler grâce à M. Bernard VILLECROZE, Délégué Régional du CETIM, avec qui il est très agréable de travailler et je l'en remercie.*

*Je remercie également Madame LALOUX qui s'est brillamment acquittée de la dactylographie de cette thèse.*

## TABLE DES MATIERES

- <u>INTRODUCTION</u>	p. 1
- <u>1ÈRE PARTIE</u>	
<u>1. OBJET DE L'ÉTUDE</u>	p. 3
1.1. - DEFINITION DES TROCHOIDES	p. 3
1.2. - DEFINITION DE L'HYPERTROCHOIDE	p. 8
1.3. - LE CAPSULISME HYPERTROCHOIDAL A PALETTES	p. 11
1.3.1. - CAPSULISME SINUSOIDAL	p. 11
1.3.2. - CAPSULISME HYPERTROCHOIDAL	p. 13
<u>2. PROGRESSIONS DE L'OPTIMISATION</u>	p. 14
2.1. - DEFINITION DE L'ÉTUDE	p. 14
2.2. - DÉVELOPPEMENT DE L'ÉTUDE	p. 15
2.2.1. - CALCULS VOLUMETRIQUES DU COMPRESSEUR	p. 15
2.2.1.1. - Calcul de l'aire comprise entre le rotor et le stator dans un schéma plan	p. 15
2.2.1.2. - Calcul de la compression	p. 18
2.2.2. - RESULTATS DES CALCULS	p. 18
2.2.3. - DETERMINATION DES REACTIONS AUX APPUIS DE LA PALETTE	p. 23
2.2.3.1. - Détermination de l'accélération du centre de gravité de la pa- lette	p. 24
2.2.3.2. - Détermination de RN, RAV et RAR	p. 29
2.3. - POINTS D'ÉTUDE PARTICULIERS	p. 37
2.3.1. - INFLUENCE DE LA MASSE VOLUMIQUE DE LA PALETTE	p. 37
2.3.2. - INFLUENCE DE L'ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE	p. 37
2.3.3. - INFLUENCE DE LA LARGEUR DE LA PALETTE	p. 38
2.3.4. - INFLUENCE DE LA VITESSE DE ROTATION	p. 38
2.3.5. - INFLUENCE DE LA PRESSION DE TARAGE	p. 38

<b>3. UN MATERIAU COMPOSITE : LE KINEL</b>	p. 39
<b>3.1. - LES MATERIAUX DE FROTTEMENT SEC</b>	p. 39
3.1.1. - LES POLYMERES	p. 39
3.1.2. - LES LUBRIFIANTS SOLIDES	p. 40
3.1.3. - LES METAUX ET LES INORGANQUES	p. 41
<b>3.2. - LE CHOIX DU KINEL 5508</b>	p. 41
3.2.1. - MISE EN OEUVRE DU KINEL 5508	p. 41
3.2.2. - PROPRIETES DU KINEL 5508	p. 42
3.2.3. - COMPARAISON DU KINEL AVEC D'AUTRES MATERIAUX UTILISES EN MECANIQUE	p. 43

## **- 2ÈME PARTIE**

<b>1. OPTIMISATION DES PARAMETRES</b>	p. 44
<b>1.1. - VARIATION DE L'ANGLE D'INCLINAISON</b>	p. 44
1.1.1. - MODELE DE CALCUL N° 1	p. 45
1.1.2. - MODELE DE CALCUL N° 2	p. 53
<b>1.2. - VARIATION DE LA LARGEUR DE LA PALETTE</b>	p. 58
1.2.1. - MODELE DE CALCUL N° 3	p. 58
1.2.2. - MODELE DE CALCUL N° 4	p. 62
<b>1.3. - VARIATION DE LA FORME GEOMETRIQUE DE LA PALETTE</b>	p. 69
1.3.1. - ANALOGIE AVEC L'ANCIENNE FORME	p. 69
1.3.2. - AUTRES MODELES DE CALCUL ETABLIS POUR UN RAYON DE BEC DE PALETTE EGAL A SA LARGEUR	p. 74
1.3.3. - MODELE DE CALCUL N° 5	p. 75
1.3.4. - MODELE DE CALCUL N° 6	p. 82
1.3.5. - MODELE DE CALCUL N° 7	p. 89
<b>1.4. - VARIATION DES PARAMETRES ANALYTIQUES DE L'HYPER-             TROCHOIDE</b>	p. 97
1.4.1. - MODELE DE CALCUL N° 8	p. 99
 <b>2. REALISATION D'UN COMPRESSEUR A AIR OPTIMISE</b>	 p. 105
<b>2.1. - VALEURS DES PARAMETRES RETENUES</b>	p. 105
2.1.1. - LE MATERIAU DE CONSTRUCTION DES PALETTES	p. 105
2.1.2. - LA LARGEUR DE LA PALETTE	p. 105
2.1.3. - LA LONGUEUR DE LA PALETTE	p. 105
2.1.4. - L'ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE	p. 106
2.1.5. - AUTRES PARAMETRES RETENUS	p. 108
2.1.6. - RECAPITULATIF DES PARAMETRES DE CONSTRUCTION	p. 108

2.2. - CALCUL DES CONTRAINTES PAR ELEMENTS FINIS	p. 109
2.2.1. - PHASE DE MODELISATION	p. 109
2.2.2. - PHASE DE RESOLUTION	p. 111
2.2.3. - PHASE DE RESTITUTION DES RESULTATS	p. 111
2.3. - LA PHOTOÉLASTICIMETRIE D'UNE PALETTE	p. 113
2.3.1. - PRECAUTIONS D'USINAGE	p. 113
2.3.2. - LES RESULTATS	p. 114
2.4. - RÉALISATION D'UN PROTOTYPE	p. 117
2.4.1. - LE STATOR	p. 117
2.4.2. - LE ROTOR	p. 118
2.4.3. - L'ARBRE	p. 119
2.4.4. - LES FLASQUES	p. 119
2.4.5. - LES PALETTES	p. 120

### - 3ÈME PARTIE

3.1. - <u>CONCEPTION D'UNE STATION D'ESSAI EN BOUCLE OUVERTE</u>	p. 121
3.1.1. - DESCRIPTION DU MONTAGE	p. 121
3.1.2. - PARTIE "MECANIQUE"	p. 123
3.1.2.1. - Caractéristiques générales	p. 123
3.1.2.2. - Le moteur à courant continu	p. 123
3.1.2.3. - Le variateur de vitesse	p. 124
3.1.2.4. - L'accouplement	p. 124
3.1.3. - PARTIE "MESURES"	p. 124
3.1.3.1. - Les capteurs de pressions	p. 125
3.1.3.2. - Les capteurs de débit	p. 126
3.1.3.3. - Les capteurs de températures	p. 128
3.1.3.4. - Mesure du couple	p. 128
3.1.4. - PARTIE "CALCULS"	p. 129
3.1.4.1. - L'unité de mesures	p. 131
3.1.4.2. - L'unité de dépouillement systématique	p. 132
3.1.4.3. - Précision de mesures	p. 132
3.1.5. - ESTIMATION DU COUT DE LA STATION D'ESSAI	p. 134
3.1.5.1. - Partie mécanique	p. 135
3.1.5.2. - Partie mesures	p. 135
3.1.5.3. - Partie calculs	p. 135
3.1.6. - CONCLUSION	p. 136

### - CONCLUSION

p. 138

- BIBLIOGRAPHIE

p. 140

- ANNEXES

- Listing du programme de calcul I
- Listing du programme de calcul II

p. 141

P. 156

# **INTRODUCTION**



## INTRODUCTION

L'étude développée dans ce travail concerne la conception de compresseurs à palettes définis sur base d'un brevet d'invention, dont l'originalité réside dans la définition analytique d'une famille de surfaces statoriques (surfaces hypertrochoïdales) et dans la possibilité de choix optimal d'une surface dans la famille.

En principe la sujétion qui préside à ce choix est la minimisation des sollicitations dynamiques des palettes et le contrôle de leurs mouvements parasites.

L'objet de ce travail est l'évaluation, par calcul et expérience, de l'un des effets déterminants sur la sollicitation dynamique des palettes, à savoir l'inclinaison par rapport à une direction radiale des rainures qui les contiennent.

Il est évident que l'influence de ce paramètre ne peut s'inscrire que dans l'étude d'autres paramètres déterminants pour la mise au point de ce type de compresseur tels que : la forme géométrique des palettes, la nature du matériau composant les palettes, le fonctionnement à sec souhaité pour cette étude, et la cylindrée du compresseur.

La portée de cette étude réside dans une extension du domaine d'utilisation des compresseurs à palettes, notamment vers un accroissement de leur cylindrée mais aussi vers une possibilité nouvelle de fonctionnement sans aucune lubrification. On pourra ainsi exploiter la simplicité de ce type de compresseur dans des applications qui leur étaient précédemment inaccessibles.

Après avoir déterminé de façon précise les sollicitations dynamiques qui s'exercent sur les palettes en un point de fonctionnement quelconque, nous nous sommes intéressés à l'utilisation de matériaux nouveaux qui sont en mesure de permettre un fonctionnement à sec du compresseur.

Les essais des prototypes nous ont permis d'affiner les résultats obtenus par le calcul afin de mettre au point un compresseur à caractère industriel.

La dernière partie de cette étude décrit une station d'essai de compresseurs telle qu'elle devrait être envisagée pour assurer une bonne percep-

tion des qualités réelles de ce type de compresseur et permettre, le cas échéant, de les améliorer soit en créant des formes statoriques nouvelles, soit en utilisant des matériaux en cours de mise au point dans différents centres de recherche.

**1<sup>ère</sup> PARTIE**

## 1 - OBJET DE L'ETUDE

Cette étude a pour objet la définition de surfaces statoriques à directrice uniformément distante d'une hypertrochoïde de symétrie 2.

### 1.1. - DEFINITION DES TROCHOIDES

Une trochoïde est la courbe décrite par un point  $P$  lié à une circonférence  $C$  roulant sans glisser sur une circonférence de base  $O$ . Trois grandeurs sont donc nécessaires mais suffisantes pour caractériser une trochoïde. Choisissons par exemple :

- le segment  $R_b$  dont la longueur  $|R_b|$  est le rayon de la circonférence de base (que nous considérerons désormais comme positif)
- le segment  $R_r$  dont la longueur  $|R_r|$  est le rayon de la circonférence roulante affecté d'un signe tel que la somme algébrique de  $R_b + R_r$  mesure en module la distance  $|R_m|$  séparant le centre de la base et le centre de la roulante
- l'excentricité  $E$  séparant le point  $I$  du centre de la roulante dont le signe est le même que celui de  $R_r$  (si  $E = R_r$  la trochoïde est dite ordinaire avec ses points de rebroussement donc d'un intérêt pratique très faible).

Pour des questions de commodité, on appelle  $|R_m|$  le rayon moyen de la trochoïde ( $|R_m| = R_b + R_r$ ) et  $k$  leur rapport du rayon de la roulante au rayon de la base :  $k = \frac{R_r}{R_b}$

Résumons dans le tableau ci-après les trois types de trochoïdes obtenus en fonction des signes respectifs de  $R_b$ ,  $R_r$  et de la valeur du rapport  $k$  :

Rb	Rr	Rm	k	type de trochoïde
+	+	+	$0 < k$	Epitrochoïde
+	-	+	$-1 < k < 0$	Hypotrochoïde
+	-	-	$k < -1$	Péritrochoïde

Dans l'expression mathématique des trochoïdes dans un repère  $Oxy$  nous définissons la position relative de la base et de la roulante correspondant au point  $P$  par l'angle :

$$\kappa = (\vec{Ox}, \vec{Oc})$$



L'affixe du point courant  $P$  d'une trochoïde s'écrit donc en fonction de ce paramètre par son affixe complexe (en identifiant  $k$  au rapport de 2 nombres entiers  $m$  et  $n$   $K = \frac{m}{n}$ )

$$Z = R_m \exp(ik) + E \exp\left(i \frac{m+n}{n} \kappa\right)$$

La normale extérieure  $\vec{n}$  à la trochoïde en un point courant  $P$  passe par le point de contact  $I$  de la base sur la roulante. La position de  $I$  est définie par le paramètre  $\kappa$  et par la mesure du segment  $OI$  :

$$\overline{OI} = \frac{n}{m+n} R_m$$

La direction de la normale  $\vec{n}$  peut alors être définie par l'angle  $\mu$  :

$$\mu = (O\vec{x}, I\vec{u})$$

et analytiquement, on détermine  $\mu$  en écrivant :

$$\mu = \arctg \left[ \frac{\operatorname{Im} \frac{dZ}{d\kappa}}{\operatorname{Re} \frac{dZ}{d\kappa}} \right] + \delta \pi, \quad \delta = +1 \text{ si } \operatorname{Re} \frac{dZ}{dx} > 0$$

$$\delta = -1 \text{ si } \operatorname{Re} \frac{dZ}{dx} < 0$$

Il est à remarquer qu'une trochoïde donnée appartient toujours à deux des types définis précédemment. En affectant les indices 1 et 2 aux paramètres correspondant à chacun des types auxquels appartient une courbe donnée, on établit que les deux groupes de paramètres sont liés par les relations suivantes :

$$k_1 + k_2 + 1 = 0$$

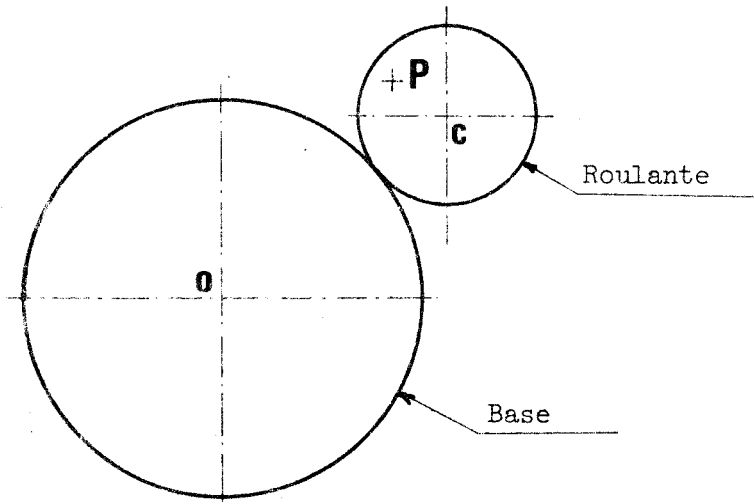
$$R_{m1} + E_2 = R_{m2} + E_1 = 0$$

En particulier toute épitrochoïde s'identifie à une péritrochoïde.

Il est désormais possible d'écrire l'affixe d'un point courant  $U$  de la directrice de la surface trochoïdale en exprimant que ce point se trouve sur la normale en  $P$  à la trochoïde à une distance constante  $A$  de cette courbe.

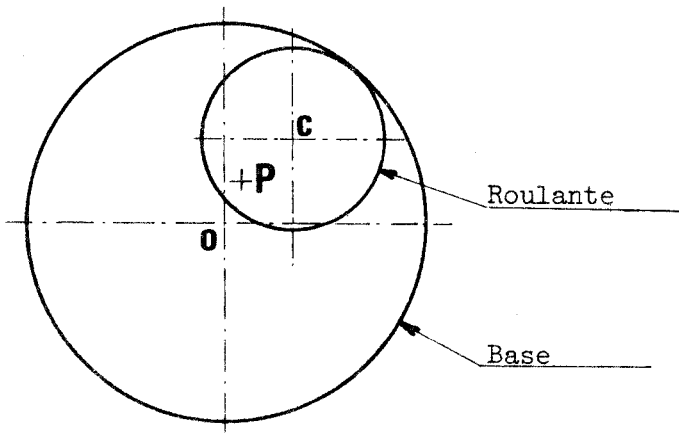
$$Z = R_m \exp(ik) + E \exp\left(i \frac{m+n}{n} \kappa\right) + A \exp(i\mu)$$

Différents cas de figures des trochoïdes



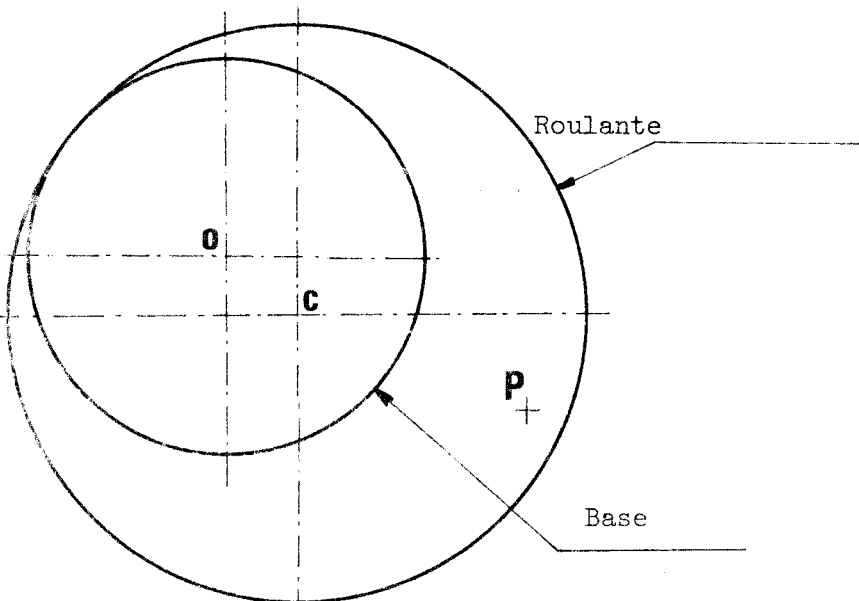
EPITROCHOÏDE

- la base est absolument fixe



HYPOTROCHOÏDE

- La roulante tourne sans glissement  
autour de la base



PERITROCHOÏDE

MS  
1111

On peut alors définir une famille de courbes à un paramètre s'appuyant sur une trochoïde de référence.

Pour les courbes de symétrie 2, on peut donner la formule générale :  
(affixe complexe)

$$Z = A \exp \left( i \left( -\frac{1}{2} \kappa \right) \right) + B \exp \left( i \left( \frac{1}{2} \kappa \right) \right) + C \exp \left( i \left( \frac{3}{2} \kappa \right) \right)$$

ellipse

epitrochoïde

Si  $A = C$  et  $B$  quelconque : sinuoïde polaire



## 1.2. - DEFINITION DE L'HYPERTROCHOÏDE

La définition de l'hypertrochoïde est présentée dans le brevet F 7336639; nous la rappelons ci-après :

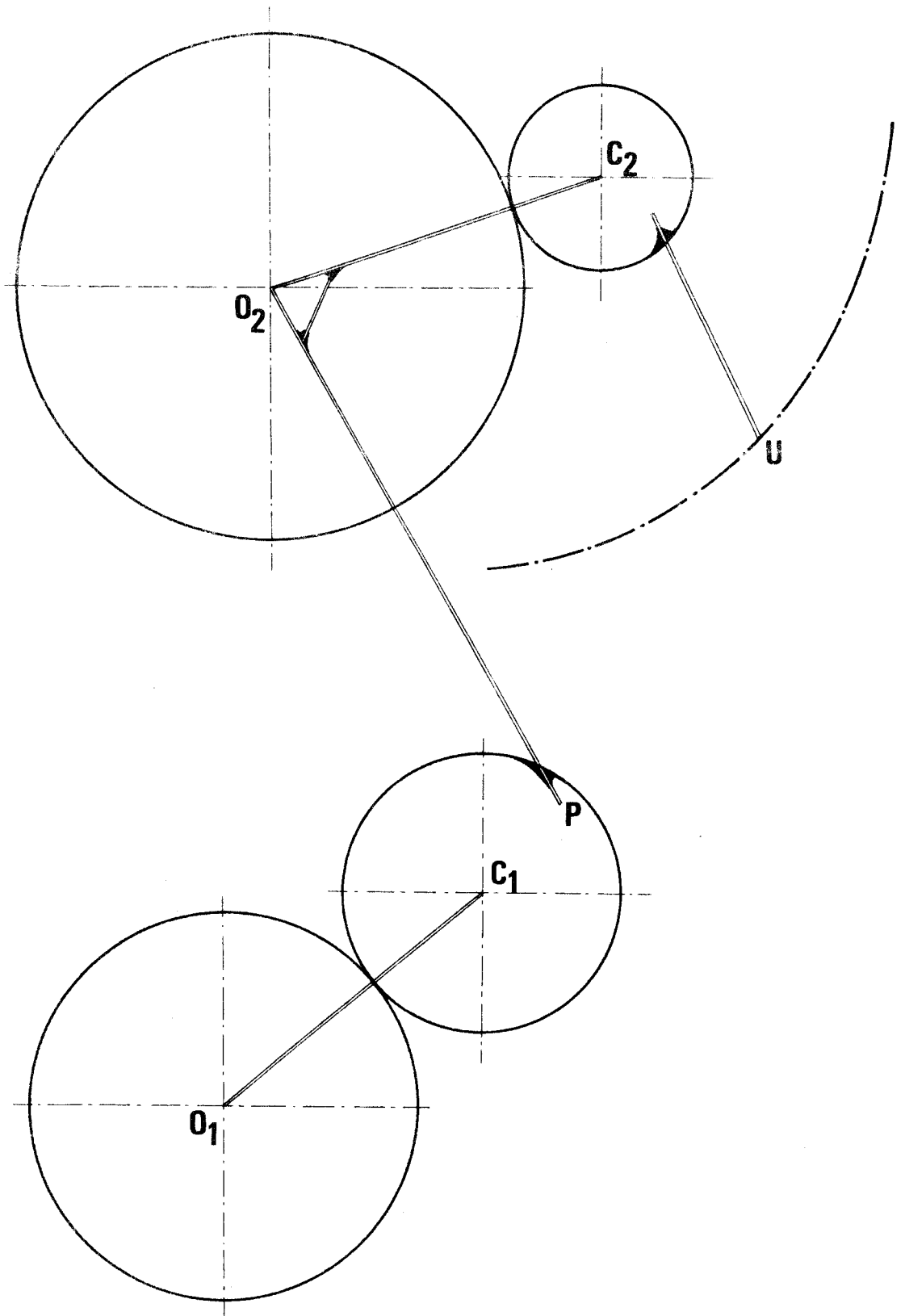
On considère un mécanisme générateur constitué de  $n$  groupes de deux circonférences, astreints à satisfaire certaines conditions :

- la circonférence de base du 1er groupe est absolument fixe
- les centres des circonférences de base de tout groupe autre que le premier groupe sont solidaires des circonférences de base n'ont aucun mouvement absolu de rotation autour de leur centre
- les centres de circonférences roulantes de tout groupe autre que le premier groupe sont solidaires des circonférences roulantes du groupe précédent.

Dans un tel mécanisme générateur, un point quelconque  $P$  solide de la circonférence roulante du  $n^e$  groupe décrit une hypertrochoïde d'ordre  $n$ .

La figure de la page suivante schématise le mécanisme générateur d'une hypertrochoïde d'ordre 2.

Pour définir le mécanisme générateur d'ordre  $n$ ,  $5n$  grandeurs géométriques sont nécessaires parmi lesquelles  $3n$  paramètres indépendants de tout système d'axes.



Mécanisme générateur d'une hypertrochoïde d'ordre 2

On choisit des  $3n$  paramètres de la façon suivante :

- a)  $n$  valeurs algébriques des distances séparant les centres des circonférences de base et roulante d'un même groupe
- b)  $(n - 1)$  distances séparant les centres des circonférences de base de tout groupe autre que le premier et des circonférences roulantes du groupe précédent ( $PO_2$  sur la figure)
- c) la distance séparant le point générateur de l'hypertrochoïde du centre de la circonférence roulante du dernier groupe ( $UC_2$  sur la figure)
- d)  $n$  rapports de la mesure algébrique du rayon de la circonférence roulante au rayon de la circonférence de base dans un même groupe.

Après avoir calculé, de proche en proche, les positions angulaires de tous les éléments articulés du mécanisme générateur, on peut établir l'équation de l'hypertrochoïde générée en utilisant par souci de simplification l'affixe complexe  $\zeta$  du point  $U$

$$\zeta = X + jy \quad (j^2 = -1)$$

$$\zeta = R_1 \exp(j \rho_1) \exp(j k_1 \gamma) + \sum_{i=2}^{n+1} [D_i \exp(j \delta_i) + R_i \exp(j \rho_i)] \exp \left[ j \frac{\pi (k_m + 1)}{i - 1} \gamma \right]$$

$$\exp \left[ j \frac{\pi k_m}{m = 1} \gamma \right]$$

Dans cette équation générale

$\gamma$  est défini par la position angulaire à l'instant  $t$  du rayon de la circonférence de base par rapport à sa position d'origine.

$\rho_i$  sont les angles que font les rayons des circonférences des bases de chaque groupe avec l'axe horizontal du repère dans la position d'origine.

$\delta_i$  sont les angles que font les barres de raccordement inter-groupe avec l'axe horizontal du repère dans la position d'origine.

### 1.3. - LE CAPSULISME HYPERTROCHOIDAL A PALETTES

Une machine volumétrique à piston rotatif (compresseur à palettes) est composée des éléments suivants :

- un piston cylindrique (rotor)
- un carter entourant le piston constitué de deux flasques perpendiculaires à l'axe du piston et d'une virole dont la surface a pour génératrice une hypertrochoïde (stator)
- un ensemble d'éléments d'étanchéité (palettes) interposées entre le rotor et le stator de manière à définir plusieurs chambres de compression dont le volume varie ; la différence entre le volume maximal et le volume minimal est la cylindrée de la chambre.

La figure de la page suivante représente une coupe orthogonale d'une machine à palettes. Elle fait apparaître le piston cylindrique (1) muni de rainures (2) dans lesquelles coulisent des palettes (3). Le piston (ou rotor) peut tourner à l'intérieur du carter (4) dont la surface interne (5) a pour directrice une hypertrochoïde. Les lumières d'échappement et d'admission apparaissent respectivement en (6) et (7)

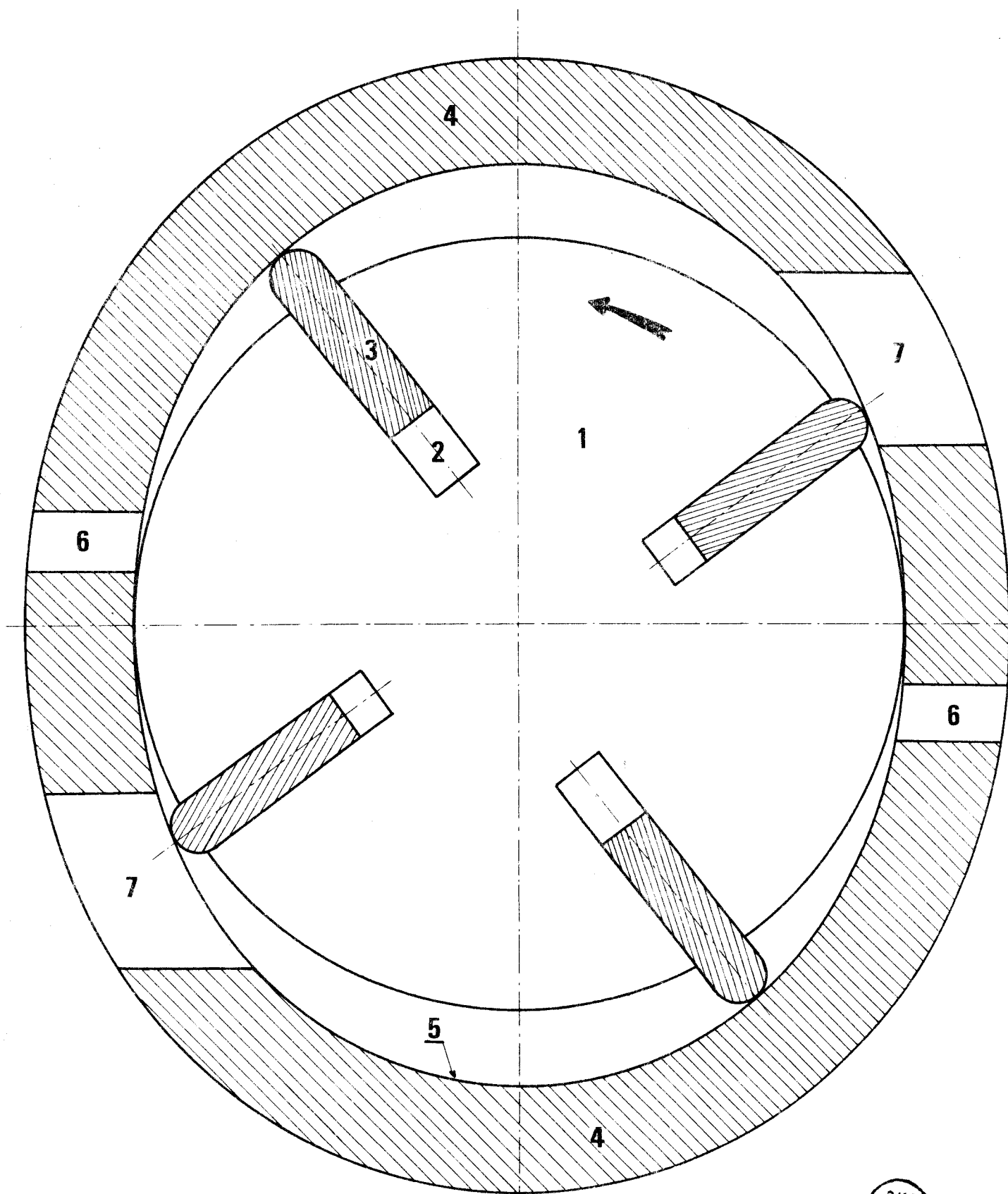
#### 1.3.1. CAPSULISME SINUSOIDAL

Un brevet britannique 937 389 décrit une machine de ce type dont l'originalité réside dans le choix de la génératrice statorique. Il s'agit d'une sinusoïde polaire.

L'avantage de cette invention réside dans la facilité apparente d'usinage de l'enveloppe statorique. En contrepartie, cette courbe très simple est définie par un faible nombre de paramètres, et elle est de ce fait insuffisamment modulable pour fournir un compromis satisfaisant entre les exigences contradictoires auxquelles doit satisfaire une machine volumétrique à palettes.

Les points sur lesquels il est indispensable de pouvoir intervenir facilement sont les suivants :

- la cylindrée,
- la forme géométrique des chambres,
- le taux volumétrique de compression,
- l'étendue des lumières,
- la variation de l'angle formé par une palette, et la normale à la courbe statorique,
- le niveau des efforts d'inertie, leur variation en vitesse et en direction,



Coupe orthogonale d'une machine à palettes

- le niveau des contraintes sur la palette,
- le nombre de palettes ...

Il est évident que la sinusoïde polaire, qui, pour une cylindrée donnée de la machine, ne permet de choisir librement que trois paramètres, exclut tout processus d'optimisation prenant en considération l'ensemble des contraintes mécaniques de bon fonctionnement.

En fait, on peut voir facilement que pour une cylindrée et un rapport volumétrique donnés, le choix de cette courbe exclut même toute action tendant à minimiser l'état de contraintes des palettes.

#### 1.3.2 CAPSULISME HYPERTROCHOIDAL

On peut pallier les inconvénients du capsulisme sinusoïdal en utilisant comme courbe statorique une hypertrochoïde ou une courbe uniformément distante d'une hypertrochoïde (cf description chapitre 1.2.)

## 2 - PROGRESSIONS DE L'OPTIMISATION

### 2.1. - DEFINITION DE L'ETUDE

La définition analytique de la courbe directrice du stator que l'on se propose d'étudier est la suivante :

$$Z = L_1 \exp(k_1 i\kappa) + L_2 \exp(k_2 i\kappa) + L_3 \exp(k_3 i\kappa)$$

avec  $L_1 = \frac{10,5}{4}$  ,  $L_2 = -79$  ,  $L_3 = \frac{17,5}{4}$  ,  $k_1 = \frac{1}{2}$  ,  $k_2 = -\frac{1}{2}$  ,  $k_3 = +\frac{3}{2}$

C'est une hypertrochoïde de symétrie 2 où  $\kappa$  désigne le paramètre cinématique et où les longueurs  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$  sont exprimées en mm.

Le choix des coefficients résulte d'une étude d'optimisation faite par Monsieur FLAMME, Professeur à l'ENSIMEV, afin de définir la meilleure courbe statorique dans le cadre de sujétions imposées par ailleurs. Ce modèle de calcul apporte une réponse analytique globale aux problèmes de conception des compresseurs. Il aboutit à la définition d'une courbe unique.

Outre la définition de l'hypertrochoïde statorique, les autres éléments nécessaires à la réalisation sont :

- longueur de la génératrice du stator (B) : entre 80 et 100mm pour obtenir une cylindrée proche d'une valeur arrondie,
- vitesse de rotation du rotor ( $\omega$ ) : 3000t/mm pour utiliser un moteur électrique standard,
- nombre de palettes ( $n_p$ ) : 4 dans une première étape, pour réduire le nombre d'usinages des rainures,
- fluide comprimé : air (dans une première étape),
- type d'admissions (par lumière) et d'échappements (par clapets).

On peut remarquer que le grand axe de l'hypertrochoïde ( $\kappa = \pi$  et  $\kappa = 3\pi$ ) a pour valeur 172mm, et que le petit axe ( $\kappa = 0$  et  $\kappa = 2\pi$ ) a pour valeur 144mm. D'où une "excentricité" maximale de 14mm par rapport au rayon moyen.

L'objet de l'étude est de minimiser, dans le cadre qui vient d'être précisé, les sollicitations dynamiques des palettes en fonctionnement.

## 2.2. - DEVELOPPEMENT DE L'ETUDE

Cette étude peut être décomposée en trois phases principales

- a) Les calculs théoriques,
- b) Le choix des matériaux,
- c) La réalisation d'un prototype.

### 2.2.1. - CALCULS VOLUMETRIQUES DU COMPRESSEUR

Le calcul du volume maximal de la chambre nous permet de déterminer la cylindrée du compresseur, et d'en déduire avec précision la largeur B du stator.

Afin de pouvoir intervenir sans difficultés sur les données mécaniques de l'étude, il nous a paru intéressant d'écrire un programme de calcul paramétré et de n'introduire les valeurs numériques des paramètres qu'en fin de calcul.

Les paramètres retenus sont les suivants :

- a) caractéristiques analytiques de l'hypertrochoïde L1, L2, L3,  
 $k_1, k_2, k_3,$
- b) jeu radial de fonctionnement entre le rotor et le stator,
- c) la largeur d'une palette,
- d) le rayon de tête de palette (palettes à bec circonférentiel disposé symétriquement),
- e) la cylindrée,
- f) l'angle de fermeture de l'admission,
- g) l'angle d'ouverture de l'échappement,
- h) la pression de refoulement du fluide comprimé (pression de tarage des clapets de refoulement),
- i) la vitesse de rotation du rotor,
- j) la masse volumique des palettes,
- k) les coefficients de frottement tête de palette/stator,
- l) le coefficient de frottement flanc de palette/rotor,
- m) la pression de gaz au fond des rainures de palettes.

Par conséquent, il est possible de modifier les valeurs de ces 18 paramètres de façon indépendante ou simultanée pour réaliser l'objectif fixé.

#### 2.2.1.1. - Calcul de l'aire comprise entre le rotor et le stator dans un schéma plan.

Le calcul est fait avec le programme I donné en annexe. Il fait appel aux paramètres suivants :



L1 = distance algébrique séparant les centres des circonférences de base et de roulante du groupe 1

L2 = distance algébrique séparant les centres des circonférences de base et roulante du groupe 2

L3 = distance algébrique séparant les centres des circonférences de base et roulante du groupe 3

K1 = rapport de mesure algébrique du rayon de la circonférence roulante 1 au rayon de la circonférence de base 1

K2 = rapport de la mesure algébrique du rayon de la circonférence roulante 2 au rayon de la circonférence de base 2

K3 = rapport de C mesure algébrique du rayon de la circonférence roulante 3 au rayon de la circonférence de base 3

Dans notre cas, remarquons que  $K3 = 1 - K1$ .

J = jeu de fonctionnement = rayon minimal de l'hypertrochoïde - rayon du rotor

RR = rayon du rotor  $RR = L1 + L2 + L3 - J$

NP = nombre de palettes

RP = rayon de l'extrémité de la palette

AL3 = angle d'inclinaison de l'axe de la palette par rapport au rayon du rotor

TET = paramètre cinématique de l'hypertrochoïde

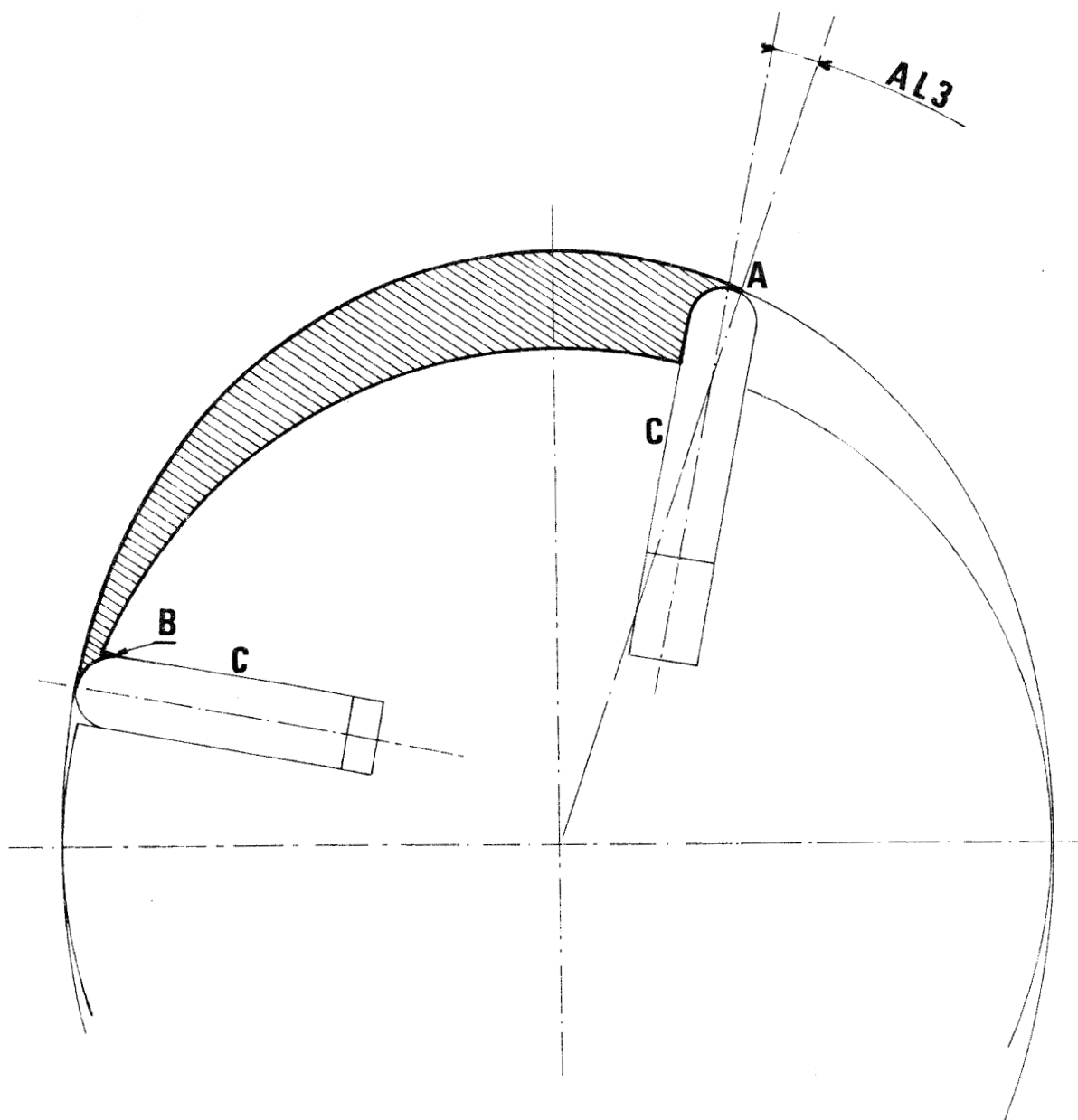
G = position angulaire d'un point du rotor (mobile) par rapport au stator (supposé fixe).

Avec ces différents paramètres, l'expression analytique de l'hypertrochoïde devient :

$$Z = L1 * \exp (+K1 i TET) + L2 * \exp (K2 i TET) + L3 * \exp ((1-K1) i TET)$$

Nous considérons, pour cette première étape des calculs, que le rayon en tête de palette est égal à la demi-largeur.

Le calcul de l'aire est fait en intégrant de faibles valeurs (pas angulaire de 0,1 degré) dont le périmètre est défini par la trace de l'hypertrochoïde, la circonférence du rotor, la face de la palette ou de la rainure, et l'extrémité arrondie de la palette.



Les points délicats de ce calcul sont :

- la détermination du point de contact entre l'arrondi de la tête de palette et l'hypertrochoïde. Ce point n'étant pas le sommet de palette (sauf pour une position particulière) - Point A -
- la prise en compte du mouvement alternatif de la palette surtout lorsque l'extrémité arrondie de la palette se trouve dans la rainure du rotor (au voisinage de  $G = 0$  et  $G = 180^\circ$ ) - Point B -

- nous supposons qu'il y a étanchéité entre les flancs de palette et la rainure du rotor (jeu de glissement mécanique très faible)
- zone C -

La valeur de l'angle d'inclinaison de la palette par rapport au rayon du rotor (AL3) joue un rôle prépondérant dans l'étude de minimisation des sollicitations dynamiques exercées sur la palette.

Cette détermination est faite analytiquement, et peut être vérifiée expérimentalement comme elle l'a déjà été par d'autres compresseurs hypetrochoïdaux.

Il est aisé de mettre en évidence que seules les valeurs de AL3 positives améliorent le fonctionnement de la machine.

#### 2.2.1.2. - Calcul de la compression

Pour pouvoir mener à bien les calculs de compression, nous avons considéré que la compression est polytropique de coefficient  $\gamma = 1,35$ .

Dans ce cas, nous savons que :

$$P = P_0 \left( \frac{V_0}{V} \right)^\gamma \quad \text{pour la pression}$$

$$T = T_0 \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \quad \text{pour la température}$$

$$W = \frac{P V - P_0 V_0}{\gamma - 1} \quad \text{pour le travail}$$

Les paramètres choisis au départ sont :

$$P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_0 = 20^\circ\text{C}$$

Les résultats des calculs reproduits dans les pages suivantes (aire, pression et volume d'une chambre) sont établis pour positions du rotor (GD) comprises entre  $45^\circ$  et  $135^\circ$ . Ils permettent de constater que le travail nécessaire pour passer d'une position angulaire du rotor à la position suivante (distante d'un degré) croît jusqu'à une valeur maximale.

#### 2.2.2. - RESULTATS DES CALCULS

Ces résultats sont présentés dans les 4 pages suivantes.

TABIEAU DES VALEURS DE L'AIRE, DE LA PRESSION,  
ET DU VOLUME DE LA CHAMBRE pour des valeurs de  
GD comprises entre 45° et 90°

G D en degrés	S C Y L en mm <sup>2</sup>	P en bar	V en mm <sup>3</sup>
45.000	1287.943	1.013	109015.956
46.000	1286.732	1.014	108913.463
47.000	1285.120	1.016	108776.973
48.000	1282.838	1.018	108583.311
49.000	1279.897	1.022	108334.951
50.000	1276.299	1.025	108030.343
51.000	1272.039	1.030	107669.745
52.000	1267.135	1.036	107254.706
53.000	1261.595	1.042	106785.734
54.000	1255.410	1.049	106262.214
55.000	1248.602	1.056	105665.969
56.000	1241.181	1.065	105057.878
57.000	1233.151	1.074	104378.166
58.000	1224.522	1.084	103647.782
59.000	1215.304	1.096	102867.531
60.000	1205.521	1.108	102039.478
61.000	1195.167	1.121	101163.053
62.000	1184.267	1.135	100240.424
63.000	1172.829	1.149	99272.302
64.000	1160.878	1.165	98260.730
65.000	1148.411	1.183	97205.465
66.000	1135.445	1.201	96107.971
67.000	1122.019	1.220	94971.611
68.000	1108.117	1.241	93794.864
69.000	1093.776	1.263	92581.021
70.000	1079.013	1.286	91331.434
71.000	1063.834	1.311	90046.632
72.000	1048.281	1.338	88730.123
73.000	1032.335	1.366	87380.432
74.000	1016.045	1.395	86001.588
75.000	999.422	1.427	84594.539
76.000	982.482	1.460	83160.670
77.000	965.253	1.495	81702.344
78.000	947.753	1.533	80221.084
79.000	929.992	1.572	78717.754
80.000	912.003	1.614	77195.092
81.000	893.805	1.659	75654.747
82.000	875.414	1.706	74098.056
83.000	856.860	1.756	72527.600
84.000	838.171	1.809	70945.671
85.000	819.332	1.866	69351.130
86.000	800.409	1.925	67749.360
87.000	781.405	1.989	66140.824
88.000	762.344	2.056	64527.444
89.000	743.248	2.128	62911.052
90.000	724.143	2.204	61293.997

TABEAU DES VALEURS DE L'AIRE, DE LA PRESSION,  
ET DU VOLUME DE LA CHAMBRE pour des valeurs de  
GD comprises entre 91° et 135°

G D en degrés	S C Y L en mm <sup>2</sup>	P en bar	V en mm <sup>3</sup>
91.000	705.043	2.285	59077.293
92.000	685.978	2.371	58063.558
93.000	666.972	2.463	56454.850
94.000	648.041	2.560	54852.412
95.000	629.212	2.664	53258.656
96.000	610.501	2.775	51674.912
97.000	591.940	2.893	50103.850
98.000	573.546	3.019	48546.919
99.000	555.333	3.154	47005.269
100.000	537.333	3.297	45481.730
101.000	519.565	3.450	43977.741
102.000	502.048	3.614	42495.092
103.000	484.807	3.788	41035.778
104.000	467.858	3.975	39601.107
105.000	451.218	4.174	38192.671
106.000	434.919	4.387	36813.071
107.000	418.969	4.613	35462.991
108.000	403.391	4.856	34144.441
109.000	388.207	5.114	32859.166
110.000	373.455	5.389	31608.842
111.000	359.089	5.681	30394.571
112.000	345.189	5.992	29218.023
113.000	331.752	6.322	28080.653
114.000	318.798	6.672	26984.165
115.000	306.337	7.040	25929.448
116.000	294.381	7.429	24917.443
117.000	282.959	7.837	23950.634
118.000	272.075	8.263	23029.372
119.000	261.743	8.706	22154.833
120.000	251.981	9.165	21328.512
121.000	242.800	9.636	20551.470
122.000	234.207	10.116	19824.068
123.000	226.215	10.601	19147.618
124.000	218.842	11.087	18523.510
125.000	212.089	11.566	17951.939
126.000	205.963	12.032	17433.397
127.000	200.488	12.478	16969.999
128.000	195.652	12.896	16560.665
129.000	191.471	13.278	16206.808
130.000	187.950	13.615	15908.776
131.000	185.089	13.900	15666.559
132.000	182.902	14.125	15481.420
133.000	181.386	14.284	15353.131
134.000	180.544	14.374	15281.833
135.000	180.378	14.392	15267.844

TABLEAU DES VALEURS DE LA TEMPERATURE, DU TRAVAIL,  
ET DU TRAVAIL CUMULE pour des valeurs de GD comprises  
entre 45° et 90°

GD	T	W	Σ W
en degrés	en degrés C	en joules	en joules
45.000	20.000	0	0
46.000	20.097	103,892	103,892
47.000	20.225	138,556	242,448
48.000	20.408	196,488	438,936
49.000	20.644	253,842	692,778
50.000	20.933	311,781	1004,559
51.000	21.278	370,626	1375,185
52.000	21.676	428,662	1803,848
53.000	22.129	487,068	2290,915
54.000	22.637	547,143	2838,058
55.000	23.201	606,472	3444,530
56.000	23.820	666,141	4110,671
57.000	24.495	726,974	4837,645
58.000	25.228	788,328	5625,973
59.000	26.018	850,478	6476,451
60.000	26.866	912,161	7388,612
61.000	27.773	976,395	8365,007
62.000	28.740	1040,286	9405,293
63.000	29.767	1105,571	10510,865
64.000	30.855	1170,849	11681,713
65.000	32.006	1238,890	12920,603
66.000	33.222	1307,878	14228,481
67.000	34.500	1375,613	15604,094
68.000	35.846	1448,122	17052,215
69.000	37.258	1519,698	18571,913
70.000	38.738	1592,808	20164,722
71.000	40.289	1668,668	21833,389
72.000	41.909	1743,523	23576,912
73.000	43.604	1824,102	25401,014
74.000	45.372	1903,203	27304,218
75.000	47.217	1985,080	29289,298
76.000	49.140	2069,308	31358,605
77.000	51.142	2154,604	33513,209
78.000	53.226	2242,302	35755,511
79.000	55.394	2333,597	38089,107
80.000	57.648	2425,751	40514,858
81.000	59.991	2520,548	43035,406
82.000	62.424	2618,681	45654,087
83.000	64.950	2718,191	48372,279
84.000	67.570	2819,586	51191,865
85.000	70.292	2929,290	54121,155
86.000	73.113	3035,570	57156,725
87.000	76.038	3147,491	60304,215
88.000	79.069	3262,521	63566,736
89.000	82.211	3380,955	66947,691
90.000	85.465	3501,766	70449,457

805  
LILLE

T ABLEAU DES VALEURS DE LA TEMPERATURE, DU TRAVAIL,  
ET DU TRAVAIL CUMULE pour des valeurs de GD comprises  
entre 91° et 135°

G D	T	W	$\Sigma$ W
en degrés	en degrés C	en joules	en joules
91.000	88.856	3627.954	74077.411
92.000	92.327	3756.081	77833.493
93.000	95.039	3887.337	81720.830
94.000	99.678	4023.774	85744.604
95.000	103.546	4162.540	89907.145
96.000	107.548	4306.396	94213.541
97.000	111.685	4451.664	98665.205
98.000	115.961	4601.529	103266.734
99.000	120.381	4756.991	108023.724
100.000	124.946	4912.679	112936.403
101.000	129.660	5072.539	118006.942
102.000	134.525	5235.158	123244.100
103.000	139.542	5399.293	128643.392
104.000	144.715	5566.932	134210.323
105.000	150.046	5736.515	139946.838
106.000	155.531	5902.889	145849.727
107.000	161.174	6073.078	151922.804
108.000	166.973	6240.295	158163.099
109.000	172.924	6404.122	164567.221
110.000	179.023	6563.049	171130.270
111.000	185.266	6718.219	177848.489
112.000	191.644	6864.421	184712.909
113.000	198.149	7000.173	191713.082
114.000	204.766	7120.753	198833.835
115.000	211.483	7228.074	206041.909
116.000	218.284	7318.602	213380.511
117.000	225.139	7376.632	220757.143
118.000	232.027	7413.103	228170.245
119.000	238.920	7417.277	235587.523
120.000	245.778	7380.865	242968.387
121.000	252.563	7301.736	250270.124
122.000	259.237	7181.269	257451.392
123.000	265.746	7004.941	264456.333
124.000	272.033	6768.858	271222.191
125.000	278.047	6471.975	277694.166
126.000	283.731	6116.933	283811.099
127.000	289.008	5677.992	2894681.598
128.000	293.833	5192.508	294681.598
129.000	298.136	4630.383	299311.980
130.000	301.859	4007.079	303319.059
131.000	304.995	3332.042	306651.101
132.000	307.366	2594.095	309245.196
133.000	309.059	1822.231	311067.428
134.000	310.009	1021.633	312089.061
135.000	310.196	201.210	312290.270

### 2.2.3. - DETERMINATION DES REACTIONS AUX APPUIS DE LA PALETTE.

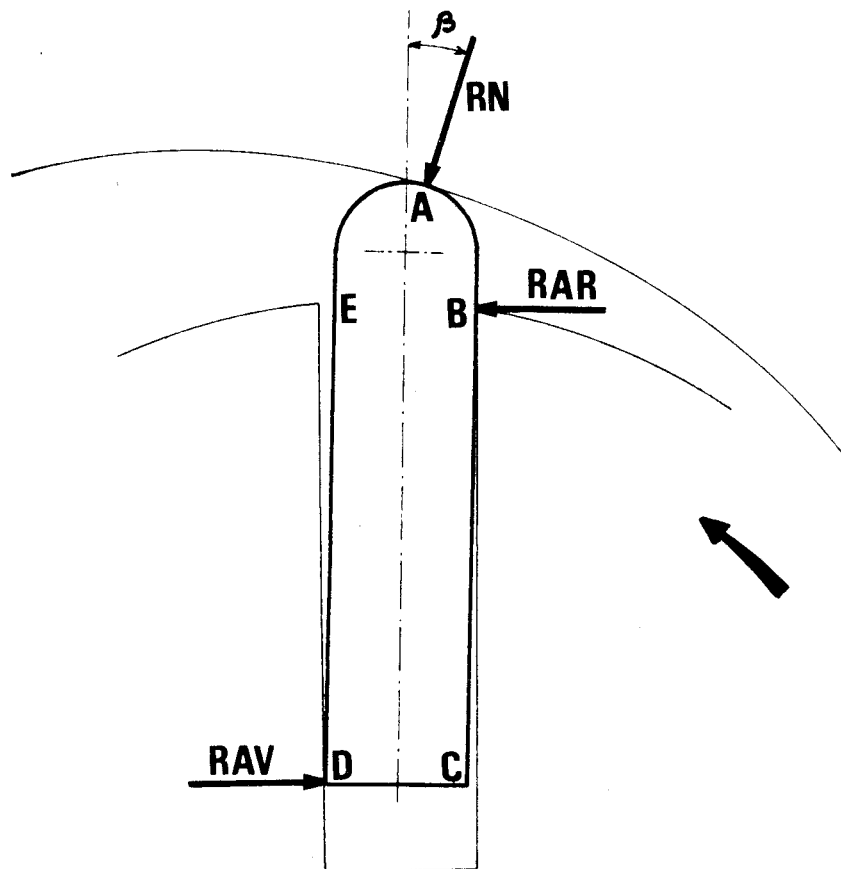
On considère que chaque palette est soumise à un système de trois réactions passant par les points de contacts entre la palette et le stator d'une part, entre la palette et le rotor d'autre part.

Ces réactions sont désignées par :

RN : contact entre la tête de palette et le stator (réaction "normale")

RAV : contact entre la base de la palette et le rotor (réaction "avant")

RAR : contact entre le flanc de palette et le rotor (réaction "arrière")

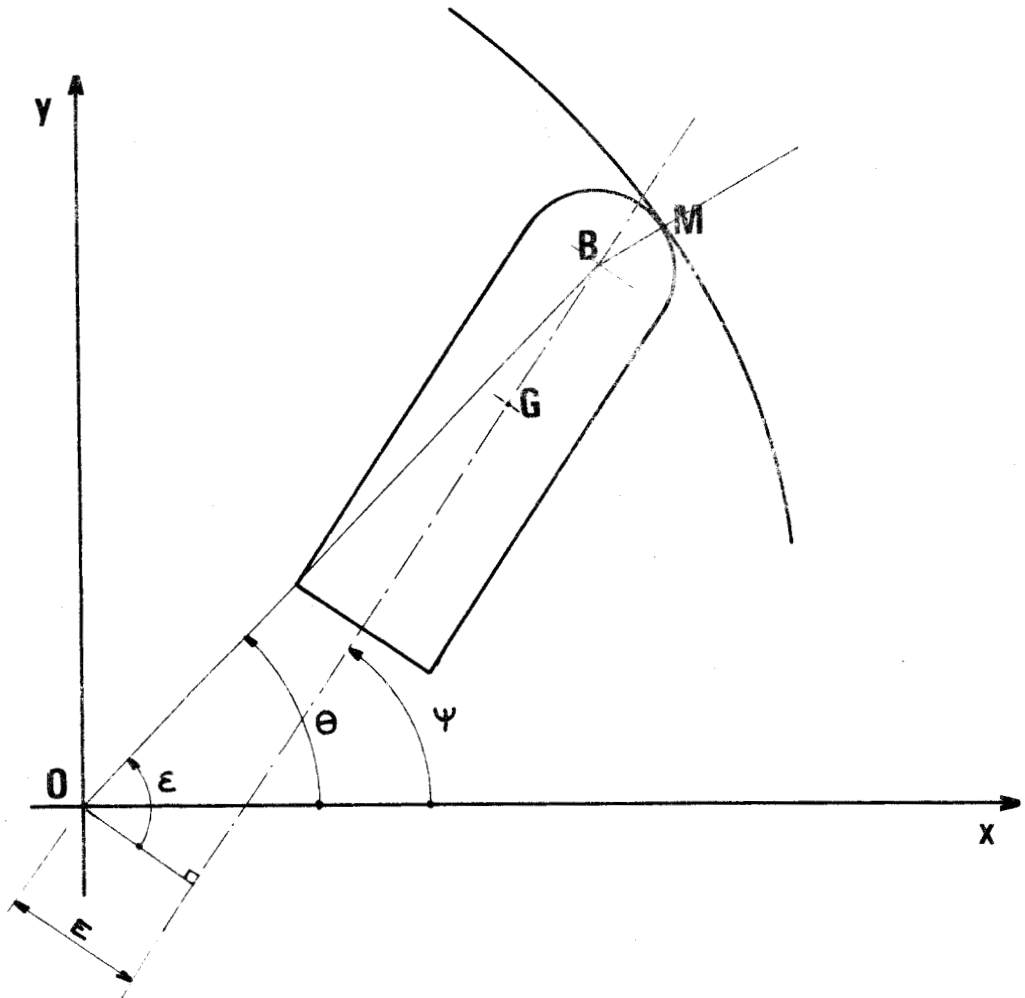


Par convention dans le calcul, lorsque les valeurs de RAR et RAV sont négatives cela signifie que la palette est archboutée dans l'autre sens. Les points de contact sont alors A, E et C. Si RN devient nul puis négatif, c'est que la palette "décolle" du stator.

Les réactions d'appui sont déterminées dans le programme II dont l'organigramme figure en annexe.



2.2.3.1. - Détermination de l'accélération du centre de gravité de la palette.



Coordonnées au point M de contact palette-stator

$$TRO X(T) = A1 * \cos(B1 * T) + A2 * \cos(B2 * T) + A3 * \cos(B3 * T)$$

$$TRO Y(T) = A1 * \sin(B1 * T) + A2 * \sin(B2 * T) + A3 * \sin(B3 * T)$$

$$\text{avec } B3 = 1 - B1$$

Coordonnées du point B centre de la circonférence de tête de la palette

$$TRN X(T) = TRO X(T) - RP * \sin(V)$$

$$\text{avec } V = \text{Arc tg} \left[ \frac{TRO Y(T)}{TRO X(T)} \right]$$

$$TRN Y(T) = TRO Y(T) + RP * \cos(V)$$

$$\text{TRO } 1 \text{ } X(T) = \frac{d}{dT} \text{TRO } X(T)$$

$$\text{TRO } 1 \text{ } Y(T) = \frac{d}{dT} \text{TRO } Y(T)$$

$$\text{TRO } 2 \text{ } X(T) = \frac{d^2}{dT^2} \text{TRO } X(T)$$

$$\text{TRO } 2 \text{ } Y(T) = \frac{d^2}{dT^2} \text{TRO } Y(T)$$

Pour simplifier les écritures, posons :

$$\text{TRN } X(T) = \text{RE} \quad \text{partie réelle de } z_B$$

$$\text{TRN } Y(T) = \text{XI} \quad \text{partie imaginaire de } z_B$$

$$\frac{d}{dT} \text{TRN } X(T) = \text{REP} \quad \text{partie réelle de la dérivée première de } z_B/T$$

$$\frac{d}{dT} \text{TRN } Y(T) = \text{XIP} \quad \text{partie imaginaire de la dérivée première de } z_B/T$$

Calculons ensuite REP et XIP

$$\text{REP} = \frac{d}{dT} [\text{TRN } X(T)] = \frac{d}{dT} \text{TRO } X(T) - \text{RP} \cdot \cos(V) \cdot \text{VP}$$

$$\text{avec } \text{VP} = \frac{dV}{dT} = \frac{d}{dT} \text{Arctg} \left[ \frac{A1 \cdot B1 \cdot \cos(B1 \cdot T) + A2 \cdot B2 \cdot \cos(B2 \cdot T)}{-A1 \cdot B1 \cdot \sin(B1 \cdot T) - A2 \cdot B2 \cdot \sin(B2 \cdot T)} \right. \\ \left. \frac{+A3 \cdot B3 \cdot \cos(B3 \cdot T)}{-A3 \cdot B3 \cdot \sin(B3 \cdot T)} \right]$$

$$\text{et } \frac{d}{dT} \text{TRO } X(T) = \text{TRO } 1 \text{ } X(T)$$

$$\text{XIP} = \frac{d}{dT} [\text{TRN } Y(T)] = \frac{d}{dT} \text{TRO } Y(T) - \text{RP} \cdot \sin(V) \cdot \text{VP}$$

Posons :

$$\text{RES} = \frac{d}{dT} (\text{REP}) = \frac{d^2}{dT^2} [\text{TRN } X(T)]$$

$$\text{XIS} = \frac{d}{dT} (\text{XIP}) = \frac{d^2}{dT^2} [\text{TRN } Y(T)]$$

$$\text{VS} = \frac{d}{dT} (\text{VP}) = \frac{d^2}{dT^2} (V)$$

$$R_{EX} = TRO\ 2\ X(T) + RP \cdot \sin(V) \cdot VP^2 - RP \cdot \cos(V) \cdot VS$$

$$XIS = TRO\ 2\ Y(T) - RP \cdot \cos(V) \cdot VP^2 - RP \cdot \sin(V) \cdot VS$$

Posons aussi :

$$TRO\ 3\ X(T) = \frac{d}{dT} TRO\ 2\ X(T)$$

$$TRO\ 3\ Y(T) = \frac{d}{dT} TRO\ 2\ Y(T)$$

$$VS = \frac{[TRO\ 3\ Y(T) \cdot TRO\ 1\ X(T) - TRO\ 1\ Y(T) \cdot TRO\ 3\ X(T)] [TRO\ 1\ X(T)^2 + TRO\ 1\ Y(T)^2]}{[TRO\ 1\ X(T)^2 + TRO\ 1\ Y(T)^2]^2}$$

$$\frac{2[TRO\ 2\ Y(T) \cdot TRO\ 1\ X(T) - TRO\ 1\ Y(T) \cdot TRO\ 2\ X(T)] [TRO\ 1\ X(T) \cdot TRO\ 2\ X(T) + TRO\ 1\ Y(T) \cdot TRO\ 2\ Y(T)]}{[TRO\ 1\ X(T)^2 + TRO\ 1\ Y(T)^2]^2}$$

#### VITESSE DU POINT B

$$\vec{V}_B \begin{cases} \frac{d}{dt} TRN\ X(T) = \frac{d}{dT} TRN\ X(T) \frac{dT}{dt} = REP \frac{d(T)}{dt} \\ \frac{d}{dt} TRN\ Y(T) = \frac{d}{dT} TRN\ Y(T) \frac{dT}{dt} = XIP \frac{d(T)}{dt} \end{cases}$$

#### ACCELERATION DU POINT B

$$\vec{Y}_B \begin{cases} \frac{d^2}{dt^2} TRN\ X(T) = \frac{d^2}{dT^2} [TRN\ X(T)] \left(\frac{dT}{dt}\right)^2 + \frac{d}{dT} [TRN\ X(T)] \frac{d^2 T}{dt^2} \\ \frac{d^2}{dt^2} TRN\ Y(T) = \frac{d^2}{dT^2} [TRN\ Y(T)] \left(\frac{dT}{dt}\right)^2 + \frac{d}{dT} [TRN\ Y(T)] \frac{d^2 T}{dt^2} \end{cases}$$

$$\vec{Y}_B \begin{cases} RES \left(\frac{dT}{dt}\right)^2 + REP \frac{d^2 T}{dt^2} \\ XIS \left(\frac{dT}{dt}\right)^2 + XIP \frac{d^2 T}{dt^2} \end{cases}$$

Calcul de  $\frac{d(T)}{dt}$  et de  $\frac{d^2(T)}{dt^2}$

$$\theta = \text{Arc tg} \left[ \frac{TRO\ Y(T) + RP \cdot \cos(V)}{TRO\ X(T) - RP \cdot \sin(V)} \right]$$

$$\frac{d\theta}{dt} \times \frac{dt}{dT} = \frac{1}{1 + [TRO\ Y(T) + RP \cdot \cos(V)]^2} \times A$$

$$\text{avec } A = [ \text{TRO } 1 \text{ Y(T)} - \text{RP} \cdot \sin(V) \cdot \text{VP} ] [ \text{TRO X(T)} - \text{RP} \cdot \sin(V) ]$$

$$- [ \text{TRO } 1 \text{ X(T)} - \text{RP} \cdot \cos(V) \cdot \text{VP} ] [ \text{TRO Y(T)} + \text{RP} \cdot \cos(V) ]$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \varepsilon + \theta$$

$$\frac{d\psi}{dt} = - \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{d\theta}{dt} = \omega \quad \text{vitesse de rotation angulaire du rotor}$$

$$\varepsilon = \text{Arc sin } E \quad [ \text{TRO X(T)} - \text{RP} \cdot \sin(V) ] + [ \text{TRO Y(T)} + \text{RP} \cdot \cos(V) ]^2 \quad 1/2$$

E = distance entre l'axe de la palette et l'axe du rotor, elle est  
fonction de l'inclinaison de la palette

$$\varepsilon = \text{Arc sin } \left[ \frac{E}{[ \text{TRN X(T)}^2 + \text{TRN Y(T)}^2 ]^{1/2}} \right]$$

$$\frac{d}{dt} \times \frac{dt}{dT} = \left[ \frac{1}{1 - \frac{E^2}{[ \text{TRN X(T)}^2 + \text{TRN Y(T)}^2 ]^{1/2}}} \right] \times B$$

$$B = \frac{E [ \text{TRO X(T)} \cdot \text{TRO } 1 \text{ X(T)} + \text{TRO Y(T)} \cdot \text{TRO } 1 \text{ Y(T)} - \text{RP} \cdot \text{TRO } 1 \text{ X(T)} + \text{RP} \cdot \text{TRO } 1 \text{ Y(T)} ]}{[ \text{TRN X (T)}^2 + \text{TRN Y(T)}^2 ]^{3/2}}$$

en remarquant que

$$\text{TRO X(T)}^2 + \text{TRO Y(T)}^2 + \text{RP}^2 - 2 \cdot \text{TRO X(T)} \cdot \text{RP} + 2 \cdot \text{TRO Y(T)} \cdot \text{RP}$$

$$= \text{TRN X(T)} + \text{TRN Y(T)} = \text{RE} + \text{XI}$$

selon les notations employées

$$\frac{dT}{dt} = \omega / \left[ \frac{C}{D} + E \cdot \frac{F}{G} \right] \quad (E : \text{distance entre l'axe de la palette et l'axe du rotor})$$

$$\begin{aligned} \text{avec } C &= \text{TRO X(T)} \cdot \text{TRO } 1 \text{ Y(T)} - \text{TRO Y(T)} \cdot \text{TRO } 1 \text{ X(T)} + \text{RP}^2 \cdot \text{VP} \\ &- [ \text{RP} \cdot \sin(V) ] [ \text{VP} \cdot \text{TRO X(T)} + \text{TRO } 1 \text{ Y(T)} ] . \\ &+ [ \text{RP} \cdot \cos(V) ] [ \text{VP} \cdot \text{TRO Y(T)} - \text{TRO } 1 \text{ X(T)} ] \end{aligned}$$

$$D = 1 + [TRO Y(T) + RP \cdot \cos(V)]^2$$

$$F = [TRO X(T) \cdot TRO 1 X(T) + TRO Y(T) \cdot TRO 1 Y(T) - RP \cdot TRO 1 X(T) + RP \cdot TRO 1 Y(T)$$

$$G = [TRO X(T)^2 + TRO Y(T)^2 + RP^2 - 2 TRO X(T) \cdot RP + 2 TRO Y(T) \cdot RP - E^2]^{1/2} [TRO X(T)^2 + TRO Y(T)^2 + RP^2 - 2 RP \cdot TRO X(T) + 2 RP \cdot TRO Y(T)]^2$$

$$\underbrace{TRN X(T)^2 + TRN Y(T)^2 = RE^2 + XI^2}_{\text{TRN X(T)}^2 + \text{TRN Y(T)}^2 = RE^2 + XI^2}$$

$$TRN Y(T)^2 = RE^2 + XI^2$$

On a en outre  $\omega = \text{cte}$ , d'où il résulte  $\frac{div}{dt} = 0$

$$\text{On a posé } \frac{d(T)}{dt} = \omega / \left[ \frac{C}{D} + E \frac{F}{G} \right]$$

$$\frac{d(T)}{dt} = \omega / \frac{C}{1 + XI} + \frac{F - E}{[RE^2 + XI^2 - E^2]^{1/2} [RE^2 + XI^2]^2}$$

$$\text{En posant } \left[ \frac{C}{D} + E \frac{F}{G} \right] = K.$$

$$\frac{d(T)}{dt} = \frac{\omega}{K}$$

$$\frac{d^2(T)}{dt^2} = - \frac{\omega}{K^2} \frac{dK}{dT} \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{dK}{dT} = \frac{\frac{dC}{dT} D - C \frac{dD}{dT}}{D^2} + \frac{E}{G^2} \left[ \frac{dF}{dT} \cdot G - F \frac{dG}{dT} \right]$$

Les calculs de  $\frac{dC}{dT}$ ,  $\frac{dD}{dT}$ ,  $\frac{dF}{dT}$  et  $\frac{dG}{dT}$  ne présentant pas de difficultés, ne sont pas repris ici.

Nous déduisons des résultats précédents que :

$$\vec{OG} \begin{cases} TRN X(T) = L \cdot \cos(\psi) \\ TRN Y(T) = L \cdot \sin(\psi) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{avec } L = |BG| \text{ distance du centre} \\ \text{de gravité au centre de cour-} \\ \text{bure de la tête de palette} \end{array}$$

d'où  $V_G$  vitesse du point G

$$V_G \begin{cases} \frac{d}{dt} \text{TRN } X(T) + L * \text{SIN}(\psi) * \omega \\ \frac{d}{dt} \text{TRN } Y(T) + L * \text{COS}(\psi) * \omega \end{cases}$$

et  $\gamma_G$  accélération du point G

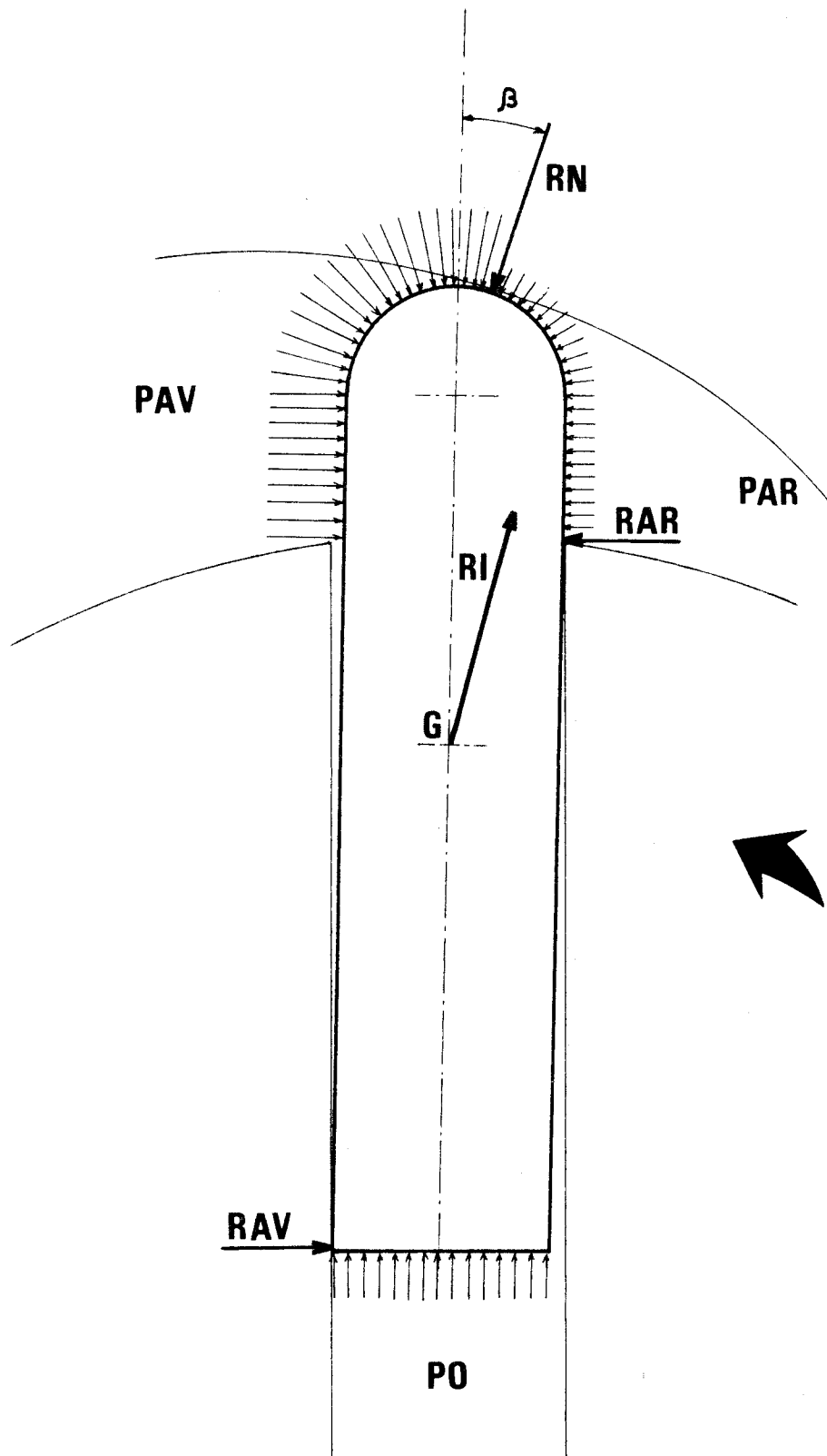
$$\gamma_G \begin{cases} \frac{d^2}{dt^2} \text{TRN } X(T) + L * \text{COS}(\psi) * \omega^2 \\ \frac{d^2}{dt^2} \text{TRN } Y(T) + L * \text{SIN}(\psi) * \omega^2 \end{cases}$$

#### 2.2.3.2. Détermination de RN, RAV et RAR

Le système de forces extérieures s'exerçant sur la palette est le suivant :

- a) force de frottement palette/stator (FRN)
- b) forces de frottement palette/rotor avant et arrière (FRAV et FRAR)
- c) résultante d'inertie (RI) (avec la masse volumique en paramètre)
- d) effet de la pression de la chambre avant
- e) effet de la pression de la chambre arrière
- f) effet de la pression sur le fond de la palette (en fond de rainure).

L'ensemble de ces forces extérieures représenté à la page suivante peut se réduire à un système de trois forces dont deux (RAR et RAV) sont perpendiculaires au flanc de la palette et dont la troisième (RN) est inclinée d'un angle  $\beta$  par rapport à l'axe de la palette.



BUS  
LILLE

PAV = Pression avant

PAR = Pression arrière

PO = Pression en fond de rainures

Aux pages suivantes figurent les résultats des calculs faits pour une pression de tarage de 7bars, avec un matériau de masse volumique  $1,6\text{g/cm}^3$ . On peut y lire successivement les grandeurs suivantes :

AL3 : inclinaison de l'axe de la palette par rapport au rayon du rotor (en  $^{\circ}$ )

RNmaxi : réaction d'appui en tête de palette : valeur maximum (en daN)

GRN : position angulaire du rotor pour laquelle on a RN maxi

RAV maxi : réaction avant maximum (en daN)

GRAV : position angulaire du rotor pour laquelle RAV est maximum

RAR maxi : réaction arrière maximum (en daN)

GRAR : position angulaire du rotor pour laquelle RAR est maximum

[RAR+RN+RAR] maxi : somme arithmétique des forces maximum

GSOM : position angulaire du rotor pour laquelle la somme arithmétique des réactions est maximum

$\beta_1$  : Valeur de l'angle d'inclinaison de RN par rapport à l'axe de la palette ( $\beta$  sur le dessin) lorsque la palette est la plus sollicitée

GPT : position angulaire du rotor par rapport au stator au moment où la pression dans la chambre atteint la pression de tarage.



AL3	- 10°	- 9°	- 8°	- 7°	- 6°
R N Maxi en daN	38,93	38,43	37,93	37,42	36,89
GRN	110°	110°	110°	110°	110°
RAV maxi en daN	- 1,74	- 1,11	- 0,49	0,117	0,71
GRAV	110°	110°	110°	110°	110°
RAR maxi en daN	76,21	74,32	72,43	70,54	68,66
GRAR	117°	117°	117°	117°	117°
[RN+RAR+RAV] maxi	110,70	107,43	104,19	100,94	98,36
G SOM	117°	117°	117°	117°	117°
B1	17,59°	16,66°	15,72°	14,79°	13,85°
GPT	117°	117°	117°	117°	117°



AL3	- 5°	- 4°	- 3°	- 2°	- 1°
RN maxi en daN	36,36	35,81	35,25	34,68	34,09
GRN	110°	110°	110	110°	110°
RAV maxi en daN	1,31	1,89	2,47	3,03	3,60
GRAV	110°	110°	110°	110°	111°
RAR maxi en daN	66,79	64,92	63,05	61,18	59,33
GRAR	117°	117	117	117°	117°
(RN + RAR + RAV) maxi	96,03	94,24	92,42	90,58	88,74
G SOM	116°	116°	116	116°	116°
B1	12,91	11,72°	10,78	9,85°	8,91°
GPT	117°	117°	117	117°	117°

AL3	0°	1°	2°	3°	4°
R N maxi en daN	45,34	45,46	45,59	45,70	45,32
G R N	67°	66°	66°	66°	65°
R A V maxi en daN	4,17	3,82	3,48	3,14	2,79
G R A V	112°	113°	113°	114°	115°
R A R maxi en daN	57,48	57,17	57,02	56,88	56,76
G R A R	117°	116°	116°	116°	116°
(R N + R A R + R A V) maxi	86,88	85,65	84,44	83,22	82,02
G S O M	116°	116°	116°	116°	116°
β1	7,98°	7,04°	6°10	5°10	4°20
G P T	117°	116°	116°	116°	116°



AL3	5°	6°	7°	8°	9°
RN maxi en daN	45,23	46,03	46,13	46,22	46,32
GRN	65°	64°	64°	63°	63°
RAV maxi en daN	2,48	2,16	1,84	1,53	1,22
GRAV	115°	115°	115°	116°	116°
RAR maxi en daN	56,66	56,59	56,52	56,48	56,34
GRAR	116°	116°	116°	116°	116°
(RN+RAR+RAV) maxi	80,81	79,63	78,43	77,25	76,02
G SOM	116°	116°	116°	116°	116°
B1	3°29	2,35	1°41	0°48	- 0°45
GPT	116°	116°	116°	116°	116°

AL3	10°	11°	12°
RN maxi en daN	27,53	26,86	26,18
GRN	110°	110°	110°
RAV maxi en daN	0,917	0,617	0,323
GRAV	115°	115°	115°
RAR maxi en daN	56,19	56,06	55,95
GRAR	116°	116°	116°
[RN + RAR + RAV] maxi	74,79	73,56	72,46
G SOM	116°	116°	115°
B1	- 1,39°	- 2,33°	- 3,47
GPT	116°	116°	116°



## 2.3. - POINTS D'ETUDE PARTICULIERS

Les calculs faits à partir de ces programmes (reproduits en annexe) mettent en évidence un certain nombre de points précis qu'il sera intéressant d'étudier par la suite.

### 2.3.1. - INFLUENCE DE LA MASSE VOLUMIQUE DE LA PALETTE

La résultante des réactions d'inertie est proportionnelle à la masse volumique des matériaux ; les réactions aux contacts palette-rotor et palette-stator étant liées à ces effets d'inertie, on a intérêt à choisir pour les palettes un matériau de faible masse volumique.

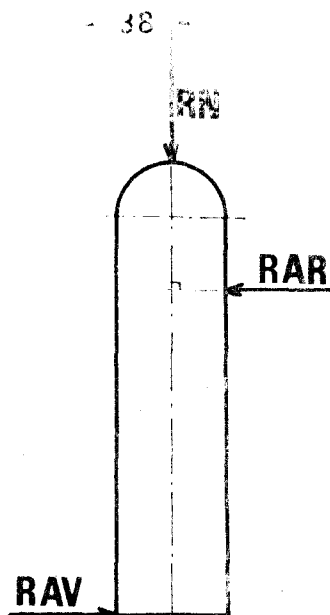
Il est par ailleurs intéressant d'éviter dans toute la mesure du possible la lubrification dans ces contacts des palettes, ce que permettent en principe les matériaux synthétiques composites et notamment ceux mis au point par le centre de recherche de RHONE-POULENC ; les caractéristiques de l'un d'entr'eux (le KINEL) choisi pour cette étude sont décrites en paragraphe 3 de cette première partie.

### 2.3.2. - INFLUENCE DE L'ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE

Les tableaux des pages précédentes montrent que les valeurs négatives de l'angle d'inclinaison de la palette par rapport au rayon du rotor ( $AL3 < 0$ ) ne sont pas favorables puisque les réactions d'appuis qui y correspondent sont plus fortes.

Ces valeurs négatives correspondent à une inclinaison de la palette par rapport à la direction radiale en opposition avec le sens de rotation du rotor.

Le cas le plus intéressant correspond à une inclinaison de la palette vers l'avant comprise entre  $8^\circ$  et  $9^\circ$  (avec les paramètres choisis pour le calcul) en effet on a, pour ces valeurs d'  $AL3$  une valeur de  $\beta$  (inclinaison de la réaction en tête de palette par rapport à l'axe de la palette) qui est voisine de  $0^\circ$ , ce qui signifie que le système de forces extérieures qui chargent la palette est le moins défavorable : la réaction  $RN$  est en effet appliquée suivant l'axe de la palette lorsqu'elle atteint sa valeur maximum.



système de charges de la  
palette le moins défavorable

#### 2.3.3. - INFLUENCE DE LA LARGEUR DE LA PALETTE

Le dimensionnement de la palette doit permettre de résister aux sollicitations dynamiques auxquelles elle est soumise. Une augmentation de la largeur de la palette permet de supporter des sollicitations plus importantes mais l'augmentation de volume, donc de poids de la palette, induit lui-même des surcharges importantes.

#### 2.3.4. - INFLUENCE DE LA VITESSE DE ROTATION

C'est à titre indicatif que nous ferons varier la vitesse de rotation du rotor de 3000t/mn (vitesse retenue) à 8000t/mn.

#### 2.3.5. - INFLUENCE DE LA PRESSION DE TARAGE

Il est prévu de fonctionner avec une pression de tarage (valeur de la pression du gaz à la sortie du compresseur) de 7 bars. Nous avons fait les calculs pour une pression de tarage de 14b, autre valeur de pression de gaz utilisée industriellement.

L'influence de chacun de ces paramètres fait l'objet de la seconde partie de ce mémoire.

### 3 - UN MATERIAU COMPOSITE : LE KINEL

L'utilisation du frottement sec dans notre cas est particulièrement intéressante. Il évite dans une large mesure de polluer le gaz comprimé par des produits lubrifiants qu'on serait obligé d'éliminer après compression du gaz. Si cette opération est envisageable, elle reste toujours délicate et incomplète. C'est pour éviter cette étape techniquement difficile et financièrement onéreuse que nous nous sommes imposé le frottement sec entre la palette et l'ensemble rotor-stator.

#### 3.1. - LES MATERIAUX DU FROTTEMENT SEC

On peut classer les matériaux permettant le frottement sec en 3 classes :

- les matériaux polymères
- les lubrifiants solides
- les métaux et les inorganiques

##### 3.1.1. - LES POLYMERES

Sans entrer dans les détails, on peut signaler que les polymères ont, en général, des coefficients de frottement plus faible que ceux des métaux mais que la valeur de ce coefficient peut varier de façon importante en fonction de la vitesse de glissement et de la charge appliquée.

L'usure des polymères est régie par l'état de surface de la contreface et par l'établissement d'un film de transfert.

La température créée par le frottement a également une influence sur la tenue des matériaux. On distingue à ce sujet deux classes de polymères :

- les thermoplastiques qui se ramolissent sous l'effet de la température,
- les thermodurcissables qui autorisent des températures d'utilisation supérieures mais qui se dégradent souvent chimiquement sous l'effet de la chaleur.



Afin de diminuer certains inconvénients liés aux polymères, on peut adjoindre des éléments d'addition pour améliorer notamment la tenue mécanique, le coefficient de frottement ou les propriétés thermiques.

#### THERMOPLASTIQUES

- Polyéthylène à haute masse moléculaire
- Polyacétals
- Polyamides
- Polytétrafluoroéthylène (PTFE)
- Polycarbonate ....

#### THERMODURCISSABLES

- Phénoliques
- Polyesters
- Epoxydes
- Silicones
- Polyimides

Principales charges utilisées dans les polymères pour :

##### a) réduire le coefficient de frottement

- Graphite
- Bisulfure de molybdène ( $\text{MoS}_2$ )
- Fluorure de graphite ( $\text{CF}_x$ )
- Polytétrafluoroéthylène

##### b) améliorer les propriétés thermiques

- Poudre de bronze
- Poudre d'argent
- Carbone ou graphite

##### c) améliorer les caractéristiques mécaniques

- Amiante
- Verre
- Carbone
- Fibres textiles
- Mica
- Métaux, Oxydes

KINEL 5508

### 3.1.2. - LES LUBRIFIANTS SOLIDES

On classe généralement sous ce vocable de lubrifiants solides des corps dont la structure lamellaire donne des propriétés intéressantes en frottement. Ce sont principalement le graphite et le bisulfure de molybdène. Ils sont souvent utilisés comme charges dans des polymères

mais on les rencontre également ces lubrifiants dans des matrices métalliques frittées.

### 3.1.3. - LES METAUX ET LES INORGANIKUES

Certains matériaux déposés en couches minces sont utilisés comme matériaux de frottement, principalement pour les applications sous vide ou à température élevée ou alors lorsqu'on a besoin de propriétés électriques.

Les métaux utilisés sont des métaux mous tels que l'or, l'argent et le plomb. Pour les utilisations à température élevée, on fait appel à plusieurs catégories de corps inorganiques tels que les oxydes ( $PbO$  et  $SiO_2$ ), les sulfures ( $Pb S$ ), les fluorures ( $CaF_2$ ,  $BaF$ ) et des nitrures ( $BN$ )

## 3.2. - LE CHOIX DU KINEL 5508

Il s'agissait de trouver un matériau de frottement à sec qui conserve de bonnes qualités mécaniques à chaud, qui ne se dégrade pas lorsqu'il est soumis à des cycles de longue durée à température élevée ( $200^{\circ}C$  environ), qui s'usine facilement et qui donne un état de surface adéquat. Une faible masse volumique améliore l'état de sollicitations dynamiques de la palette.

Un des matériaux mis au point par le Centre de Recherche de RHONE-POULENC (Division Spécialités Chimiques) répond globalement à toutes ces préoccupations, il s'appelle le KINEL 5508.

Les "KINEL" sont une famille de poudre à mouler à base de résine polyimides qui permettent d'obtenir par des moyens de transformation classiques des pièces exemptes de porosité dont les performances thermomécaniques sont bien supérieures à celles des résines thermodurcissables et thermoplastiques conventionnelles.

Les compositions à base de graphite, de bisulfure de molybdène, de polytétrafluoroéthylène présentent des qualités de faible usure, de faible coefficient de frottement et de bonne stabilité dimensionnelle sous charge et à chaud.

### 3.2.1. - MISE EN OEUVRE DU KINEL 5508

Les pièces en KINEL 5508 sont obtenues par moulage par compression à chaud à partir des étapes suivantes :

- pastillage à froid sous une pression de 300bars

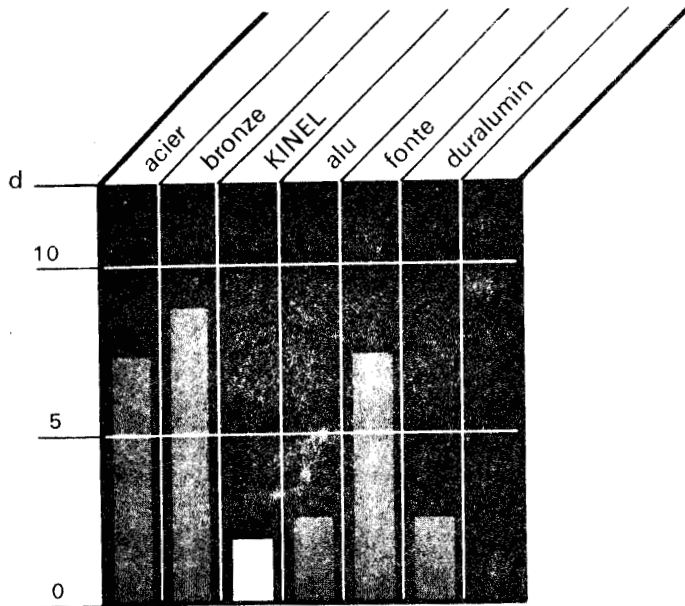
- préchauffage en étuve ventilée jusqu'à ce que le coeur de la pièce atteigne 110 à 120°C
- moulage à 250°C et 300b de pression
- recuisson de 24h à 250°C pour obtenir les propriétés thermorésistantes maximales

3.2.2. - PROPRIETES DU KINEL 5508

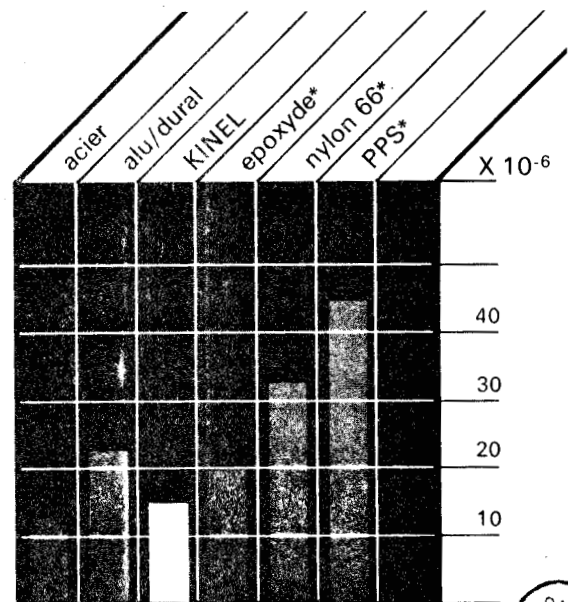
- Couleur	noire
- Densité	1,60
- Résistance en flexion (kg/mm <sup>2</sup> ) (1)	
à 25°C	environ 8
à 200°C	environ 6
à 250°C	environ 5,5
- Module de flexion (kg/mm <sup>2</sup> ) (1)	
à 25°C	environ 740
à 200°C	environ 710
à 250°C	environ 700
- Résistance en compression (kg/cm <sup>2</sup> )	environ 11
Résistance au choc à 25°C	
essai Izod sur éprouvette entaillée (ft.1b/in)	0,4
- Dureté Rockwell, échelle M	95
- Dureté Brinell à 25°C (kg/mm <sup>2</sup> )	25
- Conductibilité thermique $\frac{\mu \cdot \text{th} \cdot \text{cm}}{\text{cm}^2 \cdot ^\circ \text{C} \cdot \text{s.}}$	$34,8 \cdot 10^{-4}$
- Tenue au vieillissement thermique à 250°C	
résistance en flexion (kg/mm <sup>2</sup> ) mesurée à 25°C	
initialement	8
après 1000h à 250°C	6

(1) Mesures effectuées avec des éprouvettes de 70 x 12 x 5mm avec une portée de 50mm

3.2.3. - COMPARAISON DU KINEL 5508 AVEC D'AUTRES MATERIAUX UTILISES  
EN MECANIQUE



DENSITES MOYENNES



\* renforcé de fibres de verre

COEFFICIENTS LINEAIRES DE  
DILATATION ENTRE - 30 et + 30°C

BUS  
LILLE

**2ème PARTIE**

## 1 - OPTIMISATION DES PARAMETRES

### 1.1. - VARIATION DE L'ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE

Pour obtenir un maximum de résultats afin d'optimiser la forme et les dimensions de la palette et pour justifier le choix du KINEL comme matériau de construction pour ces palettes, nous avons défini un certain nombre de graphes des valeurs des réactions aux appuis (RN, RAR et RAV exprimées en daN) en fonction de la position angulaire du rotor par rapport au stator (définie par  $G$  exprimé en  $^{\circ}$ )

Dans un premier temps, afin de bien poser le problème, nous nous sommes fixé les paramètres suivants :

a) paramètres analytiques de l'hypertrochoïde

$$\begin{array}{ll} L1 = \frac{10,5}{4} & K1 = + \frac{1}{2} \\ L2 = - 79 & K2 = - \frac{1}{2} \\ L3 = \frac{17,5}{4} & K3 = + \frac{3}{2} \end{array}$$

b) nombre de palettes : 4

c) vitesse de rotation : 3000t/mn

d) cylindrée du compresseur : 0,75 litre

e) fluide comprimé : air donc  $\gamma = 1,35$

Nous avons alors fait varier 4 paramètres

a) angle d'inclinaison de la palette

b) masse volumique de la palette

c) largeur de la palette

d) pression de tarage

Pour chacune des variations de paramètres, nous avons fait une fiche de présentation du modèle calculé, et nous avons écrit les observations ou conclusions partielles qui apparaissent pour chacun de ces cas.

1.1.1. MODELE DE CALCUL N° 1

PARAMETRES ANALYTIQUES DE L'HYPERTROCHOIDE

L 1 = + 2,625	K 1 = + 0,5
L 2 = - 79	K 2 = - 0,5
L 3 = + 4,375	K 3 = + 1,5

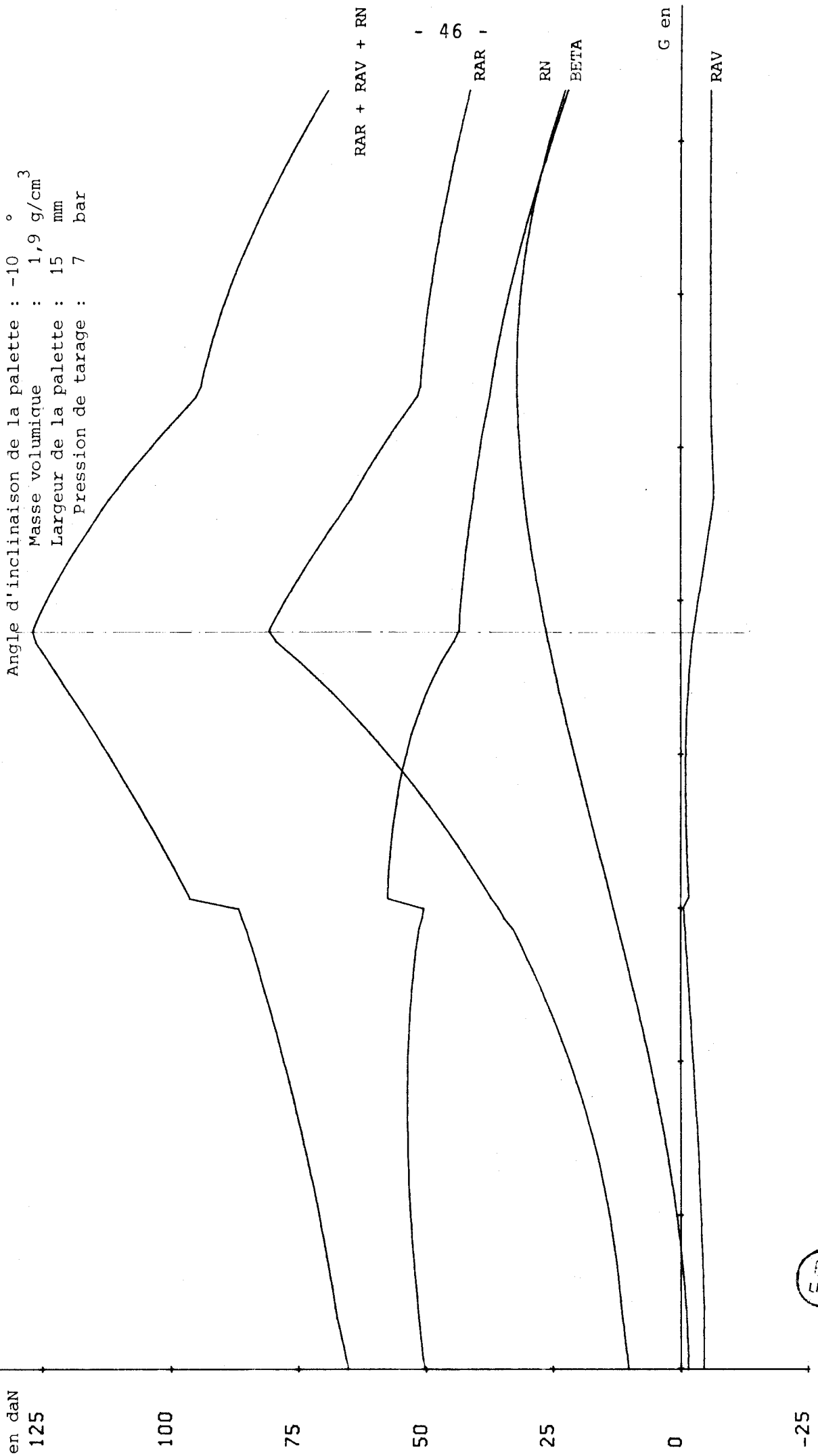
PARAMETRES GEOMETRIQUES

CYLINDREE (en litre) .....	0,75
NOMBRE DE PALETTES .....	4
LARGEUR DE LA PALETTE (en mm) .....	15
RAYON DE COURBURE EN TETE DE PALETTE (en mm).....	7,5
ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE (en degrés) ...	VARIABLE

PARAMETRES PHYSIQUES

NATURE DU GAZ COMPRIE .....	air
MASSE VOLUMIQUE DE LA PALETTE (en g/cm <sup>3</sup> ) .....	1,9
PRESSION DE TARAGE DU COMPRESSEUR (en bars) .....	7
PRESSION DE GAZ EN FOND DE RAINURE (en bars) ....	0
VITESSE DE ROTATION DU ROTOR (en t/mn).....	3000

Angle d'inclinaison de la palette : -10 °  
 Masse volumique : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
 Largeur de la palette : 15 mm  
 Pression de tarage : 7 bar



165  
 150  
 135  
 120  
 105  
 90  
 75  
 60  
 45



en daN

Angle d'inclinaison de la palette : 0 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 15 mm  
pression de tarage : 7 bar

125

100

75

50

25

0

-25

45

60

75

90

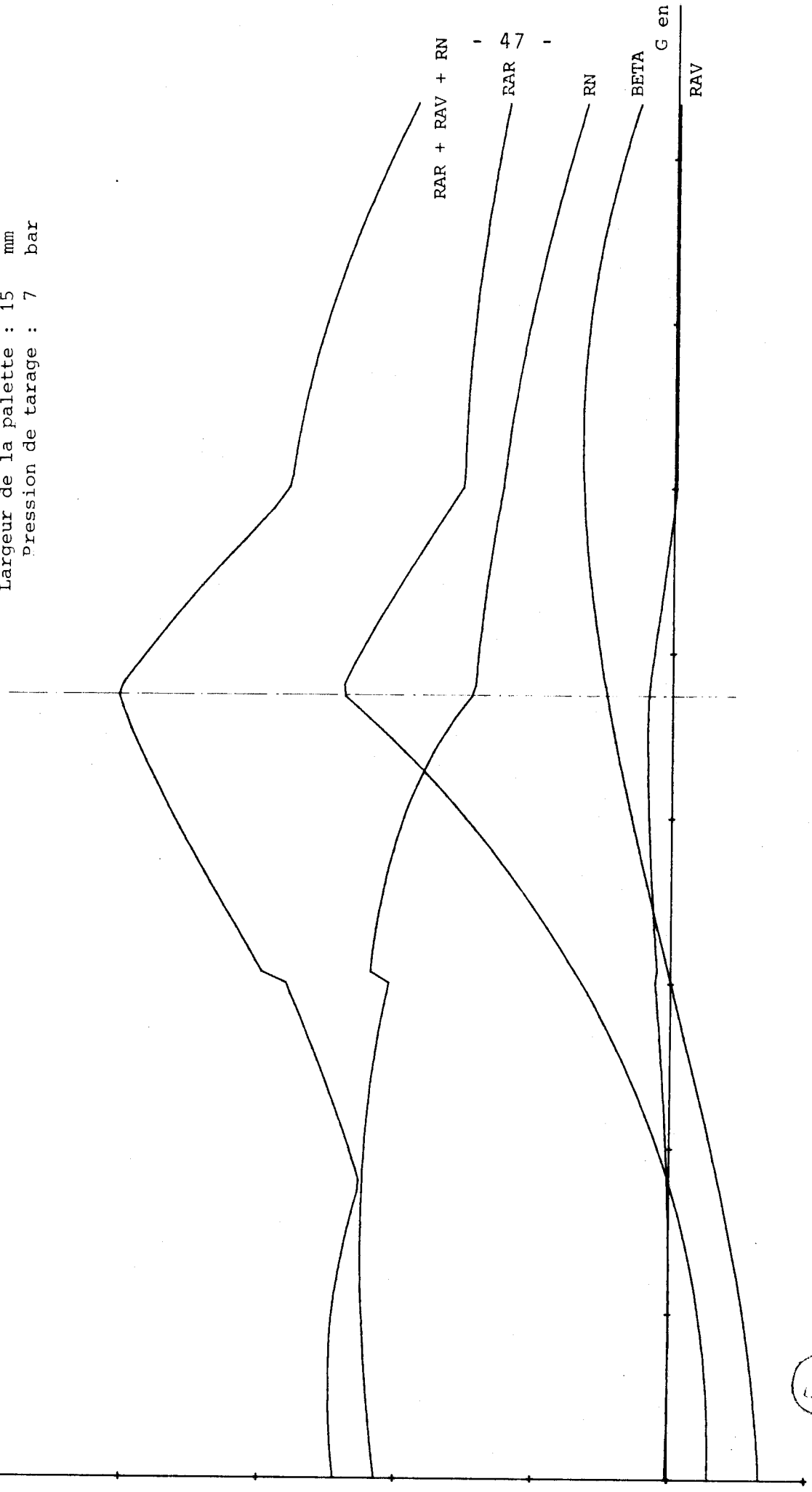
105

120

135

150

165



Angle d'inclinaison de la palette : 8 °  
 Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
 Largeur de la palette : 15 mm  
 Pression de tarage : 7 bar



F en daN

125

100

75

50

25

0

-25

Angle d'inclinaison de la palette : 9 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 15 mm  
Pression de tarage : 7 bar

RAV + RAR + R

- 49

RAR

RN

G en

RAV

BETA

45

60

75

90

105

120

135

150

165



F en daN

Angle d'inclinaison de la palette : 15 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 15 mm  
Pression de tarage : 7 bar

125

100

75

50

25

0

-25

45

60

75

90

105

120

135

150

165

RAV + RAR +

RAR

RAV

en °

RAV

BETA

- 50 -

RUS  
LILLE

### OBSERVATIONS SUR LE MODELE DE CALCUL N° 1

Nous avons fait varier l'angle d'inclinaison de l'axe de la palette par rapport à la direction radiale (AL3) selon les valeurs suivantes :

$$AL3 = - 10^{\circ} \quad , \quad AL3 = 0^{\circ} \quad , \quad AL3 = 8^{\circ} \quad , \quad AL3 = 9^{\circ} \quad \text{et} \quad AL3 = 15^{\circ}$$

L'observation des graphes correspondants met en évidence :

#### AL3 < 0 - Cas défavorable

$$RAR \text{ maxi} = 81 \text{ daN et } (RAR + RAV + RN) \text{ max} = 126 \text{ daN}$$

Pour  $G = 117^{\circ}$  (angle à partir duquel la pression de gaz dans la chambre de compression atteint la pression de tarage), l'inclinaison de RN par rapport à l'axe de la palette est de  $17,6^{\circ}$ , ce qui est nettement défavorable.

#### AL3 = 0°

On a diminué RAR maxi et ER maxi de 25% par rapport au cas précédent ( $AL3 = - 10^{\circ}$ ).

Dans l'état de sollicitations maximum ( $G = 117^{\circ}$ ), l'inclinaison de RN par rapport à l'axe de la palette n'est plus que de  $8^{\circ}$ .

#### AL3 = 8° et AL3 = 9°

On a encore diminué RAR maxi et ER maxi de 10% par rapport au cas précédent ( $AL3 = 0^{\circ}$ ).

Dans l'état de sollicitations maximum, l'inclinaison de RN par rapport à l'axe de la palette est voisin de zéro. C'est le cas le plus favorable.

#### AL3 = 15°

Le maximum de l'état de sollicitations n'a plus lieu pour  $G = 117^{\circ}$  mais pour  $G = 53^{\circ}$ . On peut remarquer que ce maximum est le plus faible des cas traités dans ce modèle de calcul.

Il y a un problème de fonctionnement lorsque  $G$  atteint  $163^{\circ}$  avec de brusques variations des valeurs des réactions aux appuis.

CONCLUSIONS POUR LE MODELE N° 1

Il faut calculer la valeur de l'angle d'inclinaison de la palette par rapport à la direction radiale pour laquelle on a  $\beta = 0$  à  $G = 117^\circ$ . Cette valeur d'AL3 doit varier selon les cas de  $+ 5^\circ$  à  $+ 10^\circ$ .

$\beta = 0$  signifie que la réaction d'appui en tête de palette se situe dans l'axe de symétrie de la palette

$G = 117^\circ$  correspond à la position angulaire du rotor par rapport au stator pour laquelle la pression du gaz comprimé atteint la pression de tarage du compresseur.

1.1.2.

MODELE DE CALCUL N°2
----------------------

PARAMETRES ANALYTIQUES DE L'HYPERTROCHOIDE

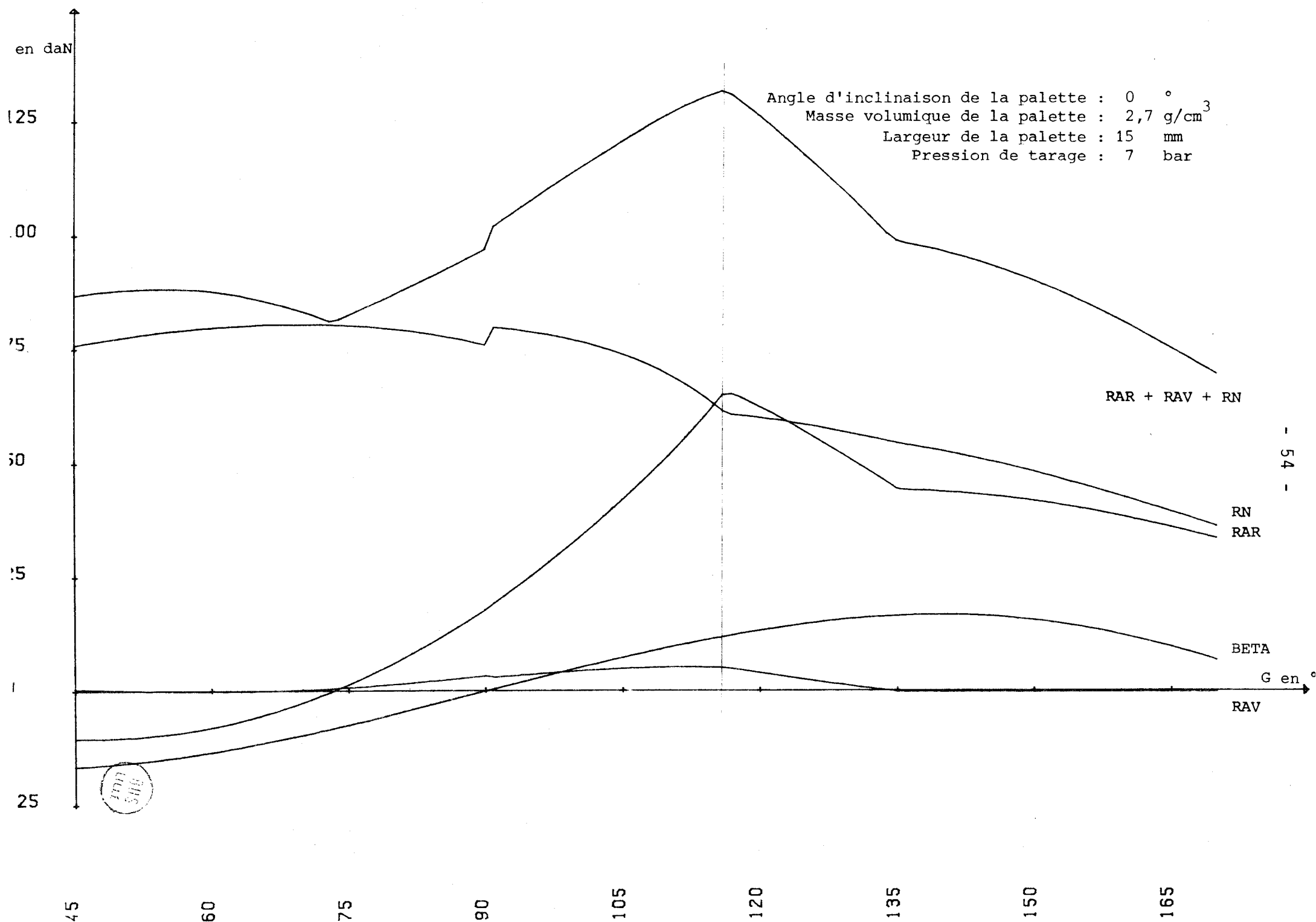
L 1 = + 2,625	K 1 = + 0,5
L 2 = - 79	K 2 = - 0,5
L 3 = + 4,375	K 3 = + 1,5

PARAMETRES GEOMETRIQUES

CYLINDREE (en litre) .....	0,75
NOMBRE DE PALETTES .....	4
LARGEUR DE LA PALETTE (en mm) .....	15
RAYON DE COURBURE EN TETE DE PALETTE (en mm) ..	7,5
ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE (en degrés) .	VARIABLE

PARAMETRES PHYSIQUES

NATURE DU GAZ COMPRIME .....	air
MASSE VOLUMIQUE DE LA PALETTE (en g/cm <sup>3</sup> ) .....	2,7
PRESSION DE TARAGE DU COMPRESSEUR (en bars) ...	7
PRESSION DE GAZ EN FOND DE RAINURE (en bars) ..	0
VITESSE DE ROTATION DU ROTOR (en t/mn) .....	3000





F en daN

Angle d'inclinaison de la palette : 8 °  
Masse volumique de la palette : 2,7 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 15 mm  
Pression de tarage : 7 bar

125

100

75

50

25

0

-25

RAR + RAV + RN

RAR

RN

G en °

BETA

RAV

BUS  
LILLE

45

60

75

90

105

120

135

150

165

r en dan

125

100

75

50

25

25

Angle d'inclinaison de la palette : 9 °  
Masse volumique de la palette : 2,7 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 15 mm  
Pression de tarage : 7 bar

RAR + RAV + RN

RAR

RN

- 56 -

G en °

BETA

RAV

45

60

75

90

105

120

135

150

165



OBSERVATIONS SUR LE MODELE DE CALCUL N° 2

Par rapport au modèle de calcul n° 1, nous avons fait varier la valeur de la masse volumique du matériau qui compose la palette (alliage léger).

Les valeurs des réactions ont augmenté de 30% par rapport au cas précédent. On remarque que  $R_N$  est toujours positif, cela signifie que la palette ne "décolle" plus du stator.

La recherche de la valeur d'AL3 pour que l'inclinaison de  $R_N$  par rapport à l'axe de la palette soit voisine de zéro se confirme.

CONCLUSIONS POUR LE MODELE N° 2

On a intérêt à choisir un matériau ayant une masse volumique aussi faible que possible pour construire les palettes. Il faut en outre, autant que possible, que ce matériau supporte bien le frottement à sec. Il n'est par conséquent pas intéressant d'envisager la construction des palettes en alliage léger, tout au moins dans le cadre de nos options.

## 1.2. - VARIATION DE LA LARGEUR DE LA PALETTE

1.2.1.

MODELE DE CALCUL N°3
----------------------

### PARAMETRES ANALYTIQUES DE L'HYPERTROCHOIDE

L 1 = 2,625	K 1 = + 0,5
L 2 = - 79	K 2 = - 0,5
L 3 = + 4,375	K 3 = + 1,5

### PARAMETRES GEOMETRIQUES

CYLINDREE (en litre) .....	0,75
NOMBRE DE PALETTES .....	4
LARGEUR DE LA PALETTE (en mm) .....	VARIABLE
RAYON DE COURBURE EN TETE DE PALETTE (en mm) .....	1/2 largeur
ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE (en degrés) .....	8°

### PARAMETRES PHYSIQUES

NATURE DU GAZ COMPRIE .....	air
MASSE VOLUMIQUE DE LA PALETTE (en g/cm <sup>3</sup> ) .....	1,9
PRESSION DE TARAGE DU COMPRESSEUR (en bars) .....	7
PRESSION DE GAZ EN FOND DE RAINURE (en bars) .....	0
VITESSE DE ROTATION DU ROTOR (en t/mn) .....	3000

en da

Angle d'inclinaison de la palette : 8 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 10 mm  
Pression de tarage : 7 bar

125

100

75

50

25

0

-25

- 69 -

RAR + RAV + RN

RAR

RN

RAV

BETA

G en

808  
LITE  
SUB

45

60

75

90

105

120

135

150

165

en daN

25

00

5

0

5

25

Angle d'inclinaison de la palette : 8 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 15 mm  
Pression de tarage : 7 bar

45

60

75

90

105

120

135

150

165

RAR + RAV + RN

RAR

RN

RAV

BETA

er

- 09 -



OBSERVATIONS SUR LE MODELE DE CALCUL N° 3

En gardant une valeur favorable pour AL3 (nous avons choisi  $8^\circ$ ), nous avons donné 2 valeurs différentes de largeur pour la palette : LP = 10mm et LP = 15mm.

En diminuant la largeur de la palette, on améliore le fonctionnement en abaissant l'état de sollicitations de la palette (surtout pour  $G < 105^\circ$ ). Les valeurs de RN restant inférieures à 28 daN pendant la phase de compression du gaz.

CONCLUSIONS POUR LE MODELE N° 3

On a intérêt à diminuer la largeur de la palette tout en assurant la résistance mécanique de celle-ci.

1.2.2.

MODELE DE CALCUL N°4

PARAMETRES ANALYTIQUES DE L'HYPERTROCHOIDE

L 1 = + 2,625	K 1 = + 0,5
L 2 = - 79	K 2 = - 0,5
L 3 = + 4,375	K 3 = + 1,5

PARAMETRES GEOMETRIQUES

CYLINDREE (en litre) .....	0,75
NOMBRE DE PALETTES .....	4
LARGEUR DE LA PALETTE (en mm) .....	VARIABLE
RAYON DE COURBURE EN TETE DE PALETTE (en mm) ....	1/2 largeur
ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE (en degrés) ...	8°

PARAMETRES PHYSIQUES

NATURE DU GAZ COMPRIE .....	air
MASSE VOLUMIQUE DE LA PALETTE (en g/cm <sup>3</sup> ) .....	1,9
PRESSION DE TARAGE DU COMPRESSEUR (en bars) .....	14
PRESSION DE GAZ EN FOND DE RAINURE (en bars) ....	0
VITESSE DE ROTATION DU ROTOR (en t/mn) .....	3000



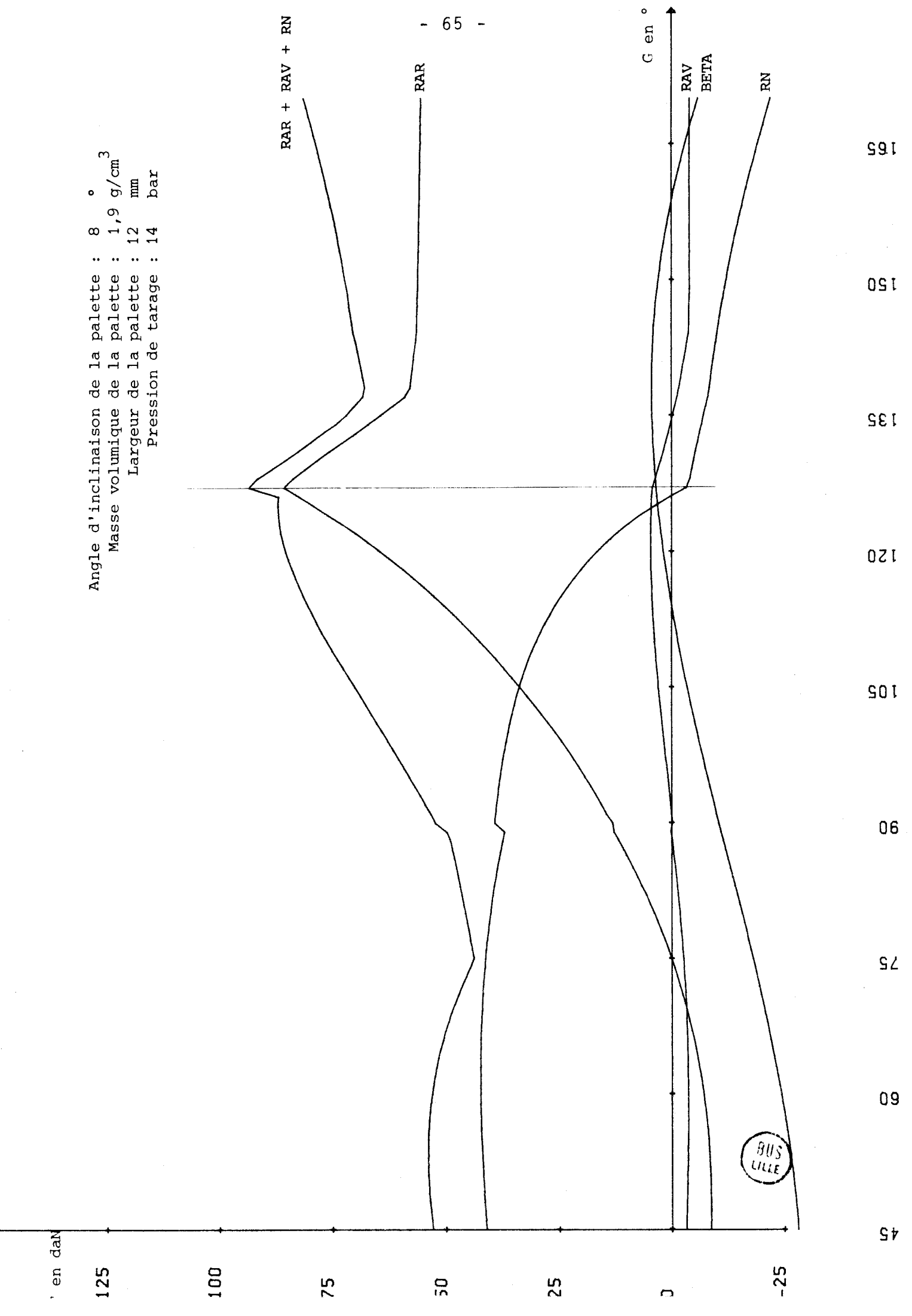
Angle d'inclinaison de la palette : 8 °  
 Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
 Largeur de la palette : 6 mm  
 Pression de tarage : 14 bar



Angle d'inclinaison de la palette : 8 °  
 Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
 Largeur de la palette : 8 mm  
 Pression de tarage : 14 bar

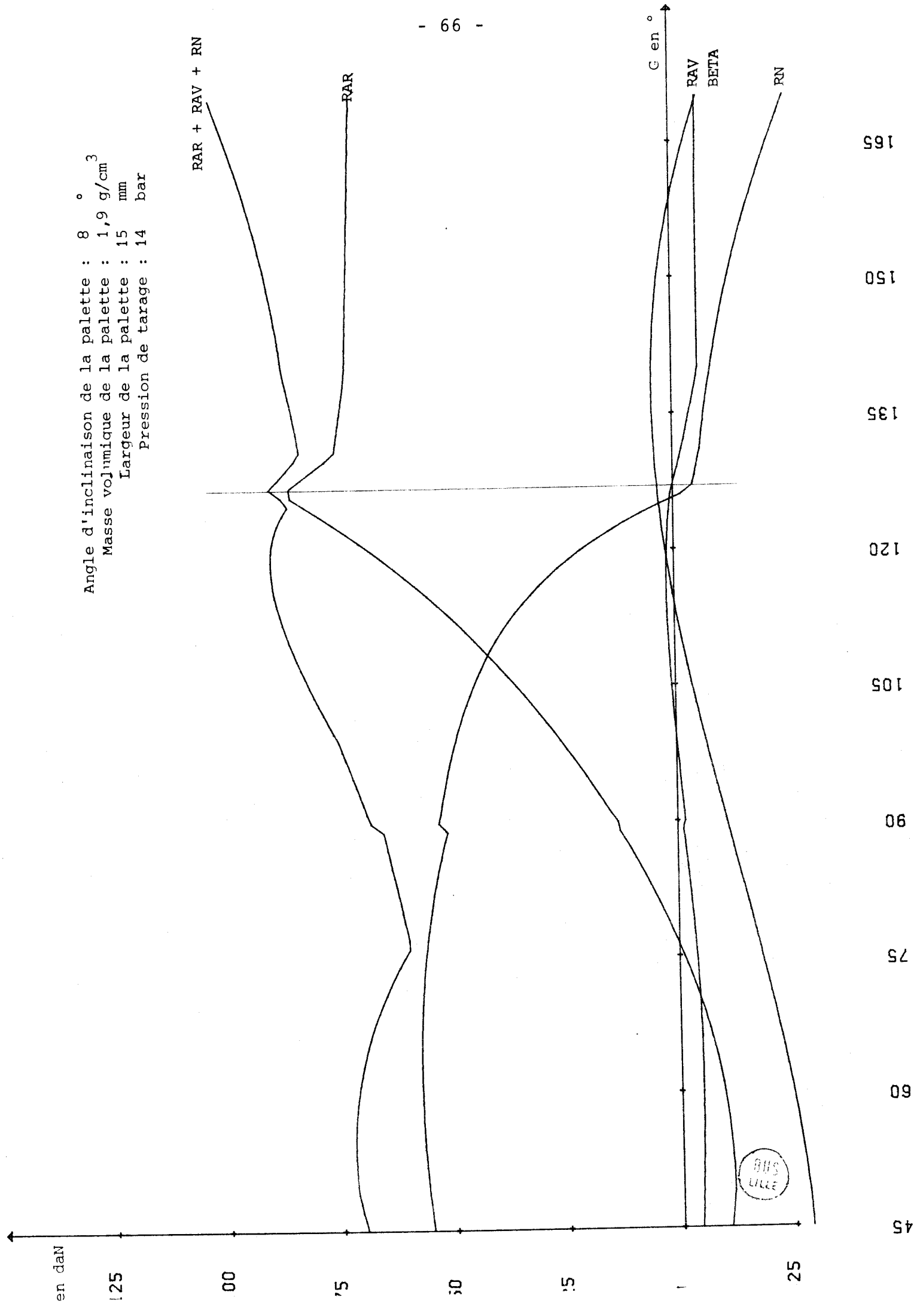


Angle d'inclinaison de la palette : 8 °  
 Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
 Largeur de la palette : 12 mm  
 Pression de tarage : 14 bar



Angle d'inclinaison de la palette : 8 °  
 Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
 Largeur de la palette : 15 mm  
 Pression de tarage : 14 bar

- 66 -



#### OBSERVATIONS SUR LE MODELE DE CALCUL N° 4

On a doublé la valeur de la pression de tarage du compresseur par rapport aux trois modèles précédents.

On a donc une pression de 14bars pour  $G = 126^\circ$  au lieu de  $117^\circ$  pour  $PT = 7$  bars.

On n'a plus  $\beta = 0$  pour l'état de sollicitations maximal. Il faut donc recalculer la valeur de l'angle d'inclinaison de la palette pour lequel  $\beta = 0$  pour  $G = 126^\circ$ .

En augmentant la largeur de la palette, on augmente l'état global des sollicitations dynamiques appliquées à la palette.

On remarque aussi que  $RN$  est toujours négatif en fin de compression, et donc que la palette "décolle" dans chacun des cas. Il faudrait envisager d'installer une pression en fond de rainure pour éviter ce phénomène.

#### CONCLUSIONS POUR LE MODELE N° 4

Si on augmente la pression de tarage de compression, il faut établir une pression en fond de rainure qui permette à la palette de garder le contact avec le stator.

RECAPITULATIF DES CONCLUSIONS RELATIVES AUX QUATRE PREMIERS MODELES DE CALCUL

- 1) Il existe une valeur optimale d'inclinaison de la palette par rapport à la direction radiale, comprise entre  $+ 5^{\circ}$  et  $+ 10^{\circ}$  pour laquelle l'état de sollicitations dynamiques appliqué à la palette est minimum,
- 2) On a intérêt à choisir un matériau aussi peu dense que possible pour confectionner les palettes,
- 3) Il faut diminuer la largeur de la palette au maximum en assurant sa résistance mécanique,
- 4) Il faut prévoir d'établir une pression d'air entre le fond de la rainure du rotor et la base de la palette pour que celle-ci ne "décolle" pas du stator en fin de compression.

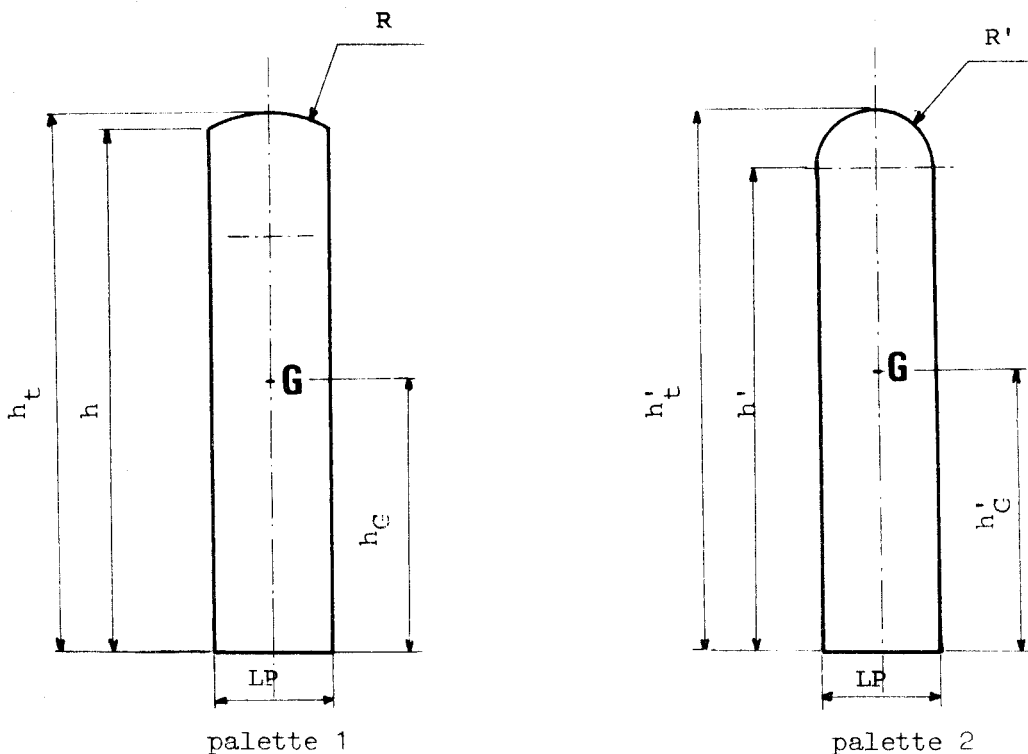
### 1.3. - VARIATION DE LA FORME GEOMETRIQUE DE LA PALETTE

#### 1.3.1. - ANALOGIE AVEC L'ANCIENNE FORME

Les modèles de calcul précédents ont été déterminés avec une palette à tête demi-cylindrique. Le contact de la palette avec le stator se fait sur une génératrice oscillant de  $- 15^\circ$  à  $+ 15^\circ$  par rapport à l'axe de symétrie de la palette.

Nous avons mis en évidence des risques de "décollement" de la palette lorsque la pression de tarage augmente. Nous avons donc modifié la forme de la tête de la palette pour lui donner un rayon de courbure différent de la  $1/2$  largeur de la palette (tête demi-cylindrique).

Ce paragraphe consiste à établir l'analogie entre ces deux formes géométriques de palettes représentées ci-dessous :

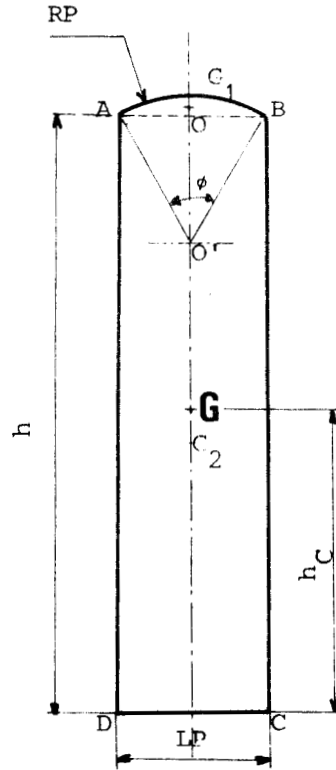


Nous allons essayer de mettre en évidence une analogie cinématique et dynamique entre les deux cas.

Il faut donc que les centres de gravité de deux palettes aient la même trajectoire. Ils auront ainsi même vitesse et même accé-

lération pour un cas de fonctionnement donné.

Calcul de la position du centre de gravité de la palette 1



Soit  $G_1$  : le centre de gravité de la surface comprise entre la corde AB et l'arc AB

Soit  $G_2$  : le centre de gravité du rectangle ABCD

Soit  $G$  : le centre de gravité de la palette

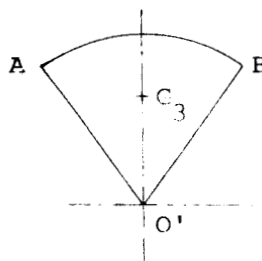
On définit l'angle  $\phi$  tel que  $\phi = 2 \text{ Arc Sin } \frac{LP}{2RP}$

L'aire de la surface comprise en AB et la corde AB est :

$$S_{G_1} = \frac{\phi}{2} RP^2 - LP \frac{RP}{2} \cos \frac{\phi}{2} = \frac{RP}{2} [ \phi \cdot RP - LP \cos \frac{\phi}{2} ]$$

Soit  $G_3$  le centre de gravité de la surface  $[S_{G_1} + O'AB]$

c'est à dire



L'aire de cette surface est donnée par  $S_{G_3} = \phi \frac{RP^2}{2}$



$$\begin{aligned} O'G_3 \times S_{G_3} &= \iiint O'M.dS = \int_0^{RP} \int_{-\phi/2}^{+\phi/2} R P^2 \cos \theta . d\theta . dRP \\ &= \int_0^{RP} RP^2 \int_{-\phi/2}^{\phi/2} \cos \theta . d\theta . dRP = \int_0^{RP} RP^2 \left[ \sin \theta \right]_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} dRP \end{aligned}$$

$$O'G_3 \times S_{G_3} = 2 \sin \frac{\phi}{2} \cdot \frac{RP^3}{3}$$

$$O'G_3 = \frac{4}{3} \left[ \sin \frac{\phi}{2} \right] \times \frac{RP}{\phi}$$

Soit G4 le centre de gravité du triangle O'BA

$$O'G_4 = \frac{RP}{3} \cos \frac{\phi}{2}$$

$$S_{G_4} = \frac{LP.RP}{2} \cos \frac{\phi}{2}$$

$$\text{Or on a } O'G_1 \times S_{G_1} = O'G_3 \times S_{G_3} - O'G_4 \times S_{G_4}$$

$$O'G_1 \times S_{G_1} = \frac{2}{3} \sin \frac{\phi}{2} RP^3 - \frac{RP}{3} \cos \frac{\phi}{2} \cdot \frac{LP \times RP}{2} \cos \frac{\phi}{2}$$

$$\text{On connaît } S_{G_1} = \frac{RP}{2} \left[ \phi.RP - LP \cos \frac{\phi}{2} \right]$$

$$\text{On en déduit donc } O'G_1 = \frac{\frac{4RP}{3} \sin \frac{\phi}{2} - \frac{LP}{3} \cos^2 \frac{\phi}{2}}{\phi.RP - LP \cos \frac{\phi}{2}} \cdot RP$$

$$\text{On remarque sur le dessin que } OG_2 = \frac{h}{2}$$

On a alors :

$$OG \times S_G = OG_2.S_{G_2} - OG_1.S_{G_1}$$

$$= \frac{h}{2} \cdot h \cdot LP - \frac{\frac{4}{3} RP \sin \frac{\phi}{2} - \frac{LP}{3} \cos^2 \frac{\phi}{2}}{\phi.RP - LP \cos \frac{\phi}{2}} \times RP^2 \times \frac{1}{2} \left[ \phi RP - LP \cos \frac{\phi}{2} \right]$$

$$\text{On sait que } S_G = S_{G_2} + S_{G_1}$$

D'où

$$OG = \frac{\frac{h^2}{2} LP - \frac{RP^2}{2} \left[ \frac{4RP}{3} \sin \frac{\phi}{2} - \frac{LP}{3} \cos^2 \frac{\phi}{2} \right]}{\frac{RP}{2} \left[ \phi.R - LP \cos \frac{\phi}{2} \right] + LP \times h.}$$

Pour que les deux centres de gravité des palettes aient la

même trajectoire, il faut que la distance entre le centre de gravité et l'extrémité en tête de palette soit la même dans les deux cas, c'est-à-dire :

$$h_t - h_G = h'_t - h'_G \quad (1)$$

$$h_t = h + RP \left(1 - \cos \frac{\phi}{2}\right)$$

$$h'_t = h' + RP'$$

$$h_G = h_t - OG \quad \text{OG calculé précédemment}$$

$$h'_G = h'_t - OG' \quad \begin{array}{l} \text{OG' est déduit de OG en remplaçant} \\ \text{LP par LP' et en donnant à } \phi \text{ la valeur } \pi \end{array}$$

$$\text{donc } OG' = \frac{\frac{h'^2}{2} \times LP' - \frac{2}{3} RP'^3}{\frac{\pi}{2} RP'^2 + LP' h'}$$

Appliquons l'égalité (1)

$$A = h + RP \left(1 - \cos \frac{\phi}{2}\right) - h + \frac{\frac{h^2}{2} RP - \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{3} \left(\sin \frac{\phi}{2}\right) \cdot RP - \frac{LP}{3} \cos^2 \frac{\phi}{2} \right] RP^2}{\frac{RP}{2} \left[ \phi \cdot RP - LP \cos \frac{\phi}{2} \right] + h \cdot LP}$$

$$B = h' + RP' - h' + \frac{\frac{h'^2}{2} RP'^2 - \frac{2}{3} RP'^3}{\frac{\pi}{2} RP'^2 + LP' h'}$$

avec  $A = B$

Nous allons conserver dans les deux modèles une même largeur de palette ( $LP = LP'$ ) et une même hauteur de flanc de palette ( $h = h'$ ) pour conserver les conditions de guidage palette/rotor identiques.

On a alors :

$$RP \left(1 - \cos \frac{\phi}{2}\right) + \frac{\frac{h^2}{2} RP - \frac{RP^2}{2} \left[ \frac{4}{3} RP \sin \frac{\phi}{2} - \frac{LP}{3} \cos^2 \frac{\phi}{2} \right]}{\frac{RP}{2} \left[ \phi RP - LP \cos \frac{\phi}{2} \right] + h \cdot LP} = RP' + \frac{\frac{h^2}{2} RP' - \frac{2}{3} RP'^3}{\frac{\pi}{2} RP'^2 + LP \cdot h}$$

Nous avons donc maintenant cette condition relationnelle en RP et RP' à introduire dans le programme de calcul si on veut pouvoir scrupuleusement comparer les valeurs des réactions aux appuis dans les deux cas.

Malheureusement, cette modification augmente le temps de calcul du programme principal.

Après avoir simulé plusieurs modèles de calculs, nous nous sommes rendus compte que cette variation de la géométrie de la palette n'introduit pas de modifications supérieures à 1% de la valeur calculée de la résultante d'inertie.

Nous continuons donc à travailler avec le même programme principal en modifiant simplement la valeur du rayon de la tête de palette (RP), en conservant la même largeur de palette (LP) et la même hauteur totale (h).

1.3.2. - AUTRES MODELES DE CALCUL ETABLIS POUR UN RAYON DE BEC DE PALETTE  
EGAL A SA LARGEUR

Pour la suite de l'étude, nous allons travailler avec une palette ayant pour rayon de tête de palette une valeur égale à la largeur de la palette (au lieu de la demi-largeur).

Nous nous attachons dans cette seconde phase de calcul à mesurer l'influence de la vitesse de rotation du rotor en lui donnant pour valeur 3000, 6000 et 8000t/mn.

Nous vérifions aussi les conclusions partielles de la première phase de calculs (paragraphe 1).

Nous nous sommes fixés les paramètres suivants :

a) paramètres analytiques de l'hypertrochoïde

L 1 = 2,625	K 1 = 0,5
L 2 = - 79	K 2 = - 0,5
L 3 = 4,375	K 3 = 1,5

b) nombre de palettes : 4

c) cylindrée du compresseur : 0,75 litre

d) fluide comprimé : air

e) rayon en tête de palette : largeur de la palette

f) pression de tarage : 7 bars

Nous avons fait varier 4 paramètres

a) masse volumique de la palette

b) la largeur de la palette

c) l'inclinaison de la palette par rapport au rayon du rotor

d) la vitesse de rotation du rotor

1.3.3. MODELE DE CALCUL N°5

PARAMETRES ANALYTIQUES DE L'HYPERTROCHOIDE

L 1 = 2,625	K 1 = 0,5
L 2 = - 79	K 2 = - 0,5
L 3 = 4,375	K 3 = 1,5

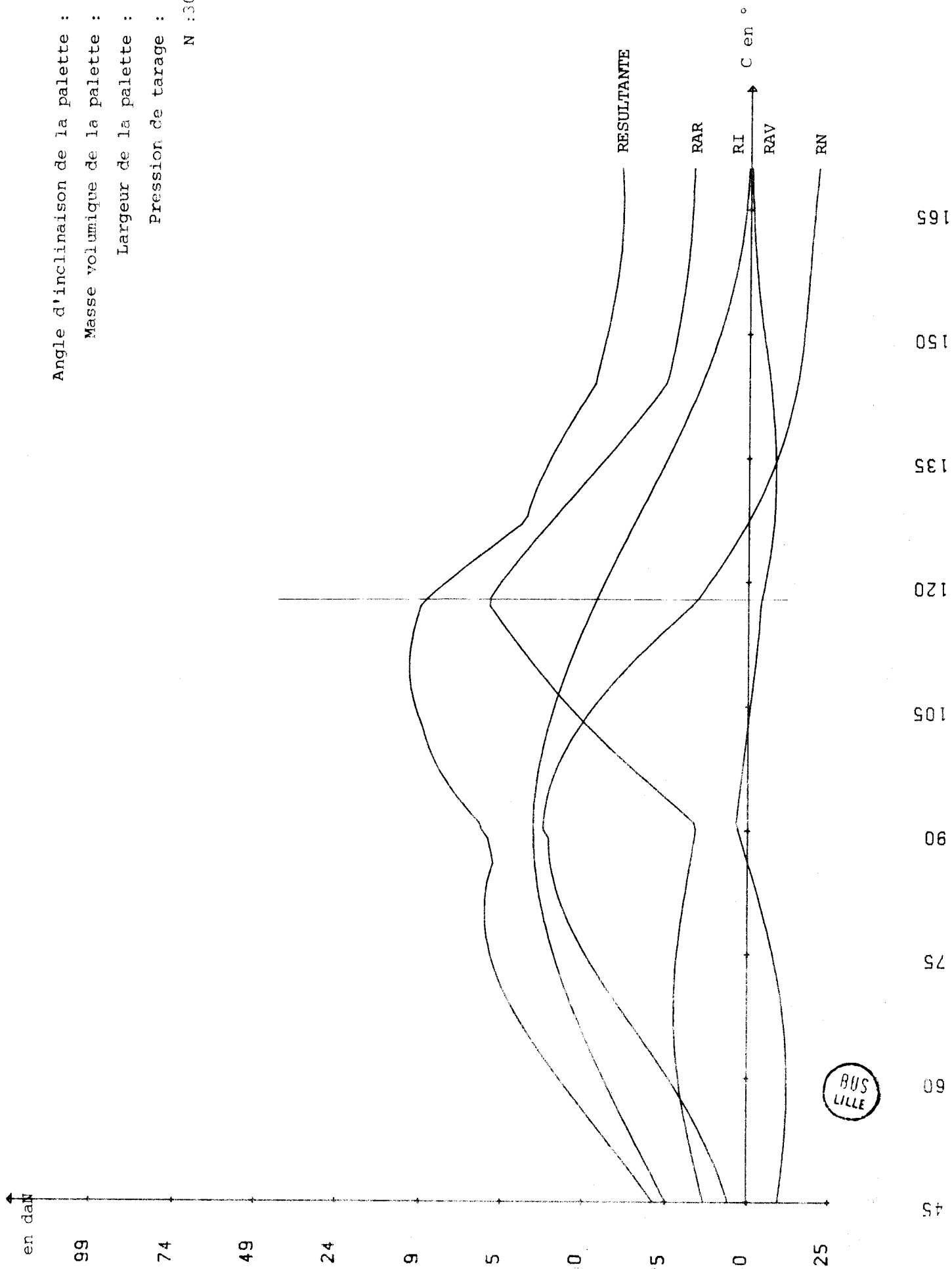
PARAMETRES GEOMETRIQUES

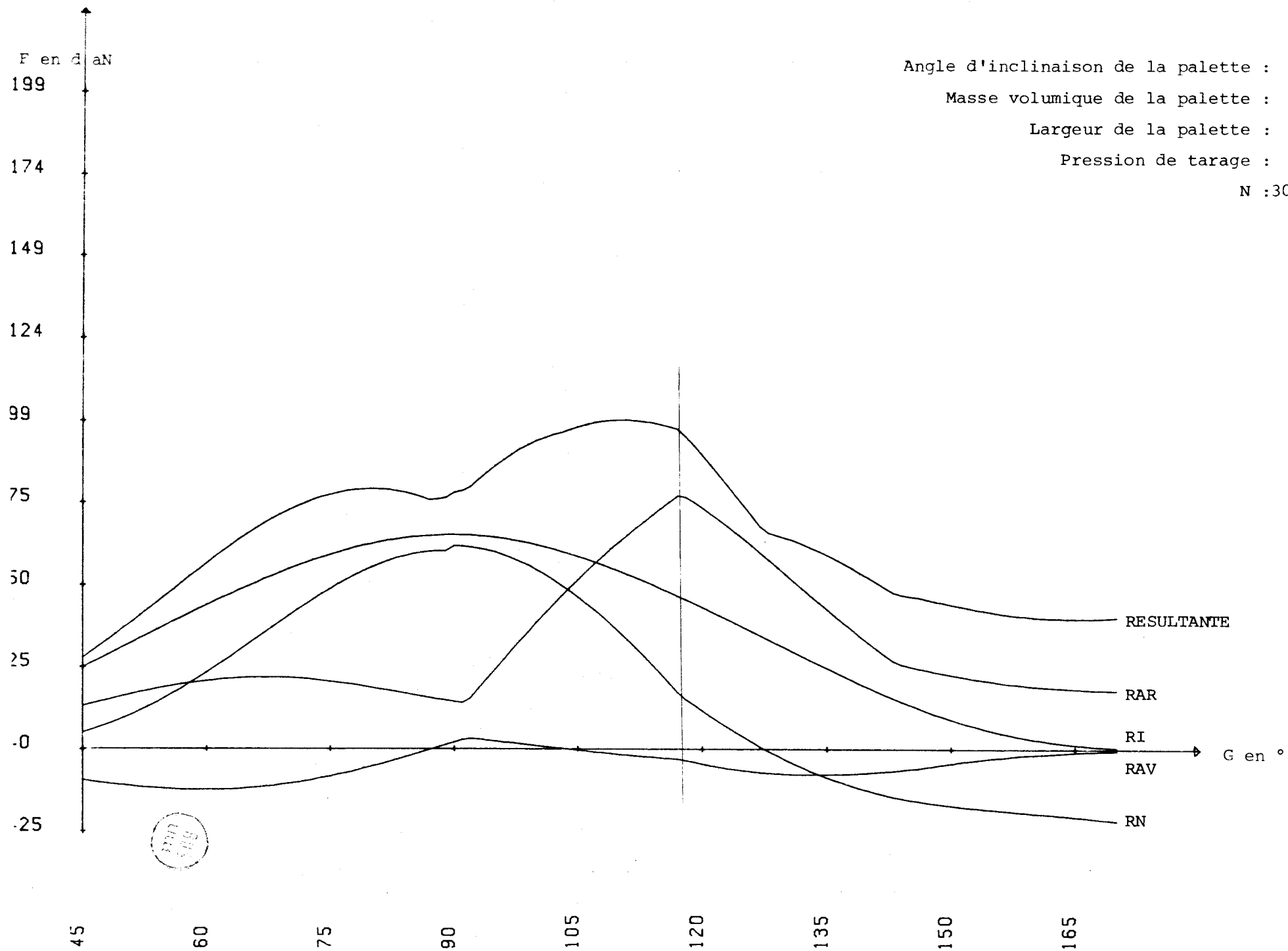
CYLINDREE (en litre) .....	0,75
NOMBRE DE PALETTES .....	4
LARGEUR DE LA PALETTE (en mm) .....	10
RAYON DE COURBURE EN TETE DE PALETTE (en mm).....	10
ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE (en degrés) .....	VARIABLE

PARAMETRES PHYSIQUES

NATURE DU GAZ COMPRISE .....	air
MASSE VOLUMIQUE DE LA PALETTE (en g/cm <sup>3</sup> ) .....	1,9
PRESSION DE TARAGE DU COMPRESSEUR (en bars) .....	7
PRESSION DE GAZ EN FOND DE RAINURE (en bars) .....	0
VITESSE DE ROTATION DU ROTOR (en t/mn) .....	3000

Angle d'inclinaison de la palette : 2 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 10 mm  
Pression de tarage : 7 bars  
N : 3000 t/mn





Angle d'inclinaison de la palette : 4 °

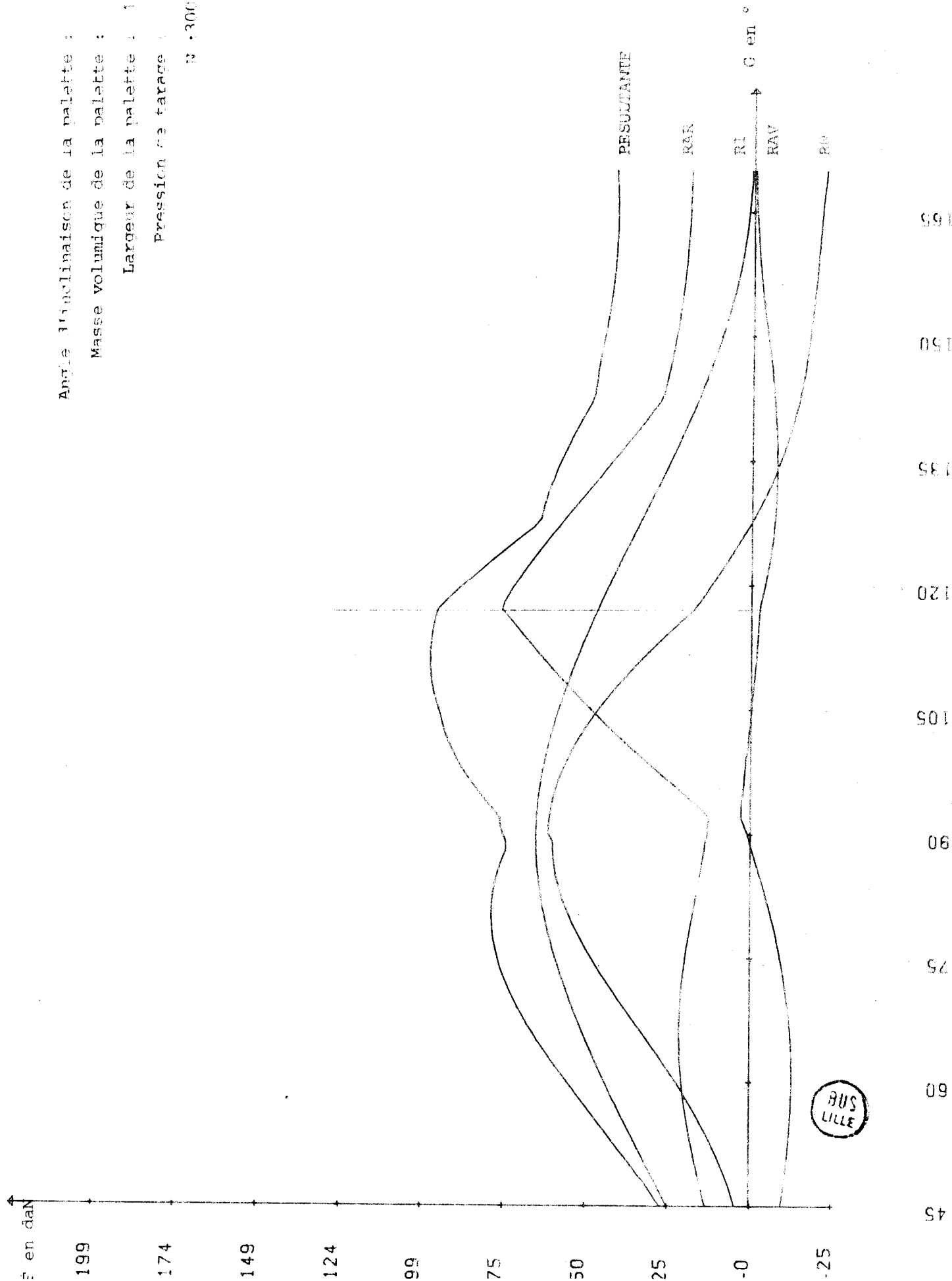
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>

Largeur de la palette : 10 mm

Pression de tarage : 7 bars

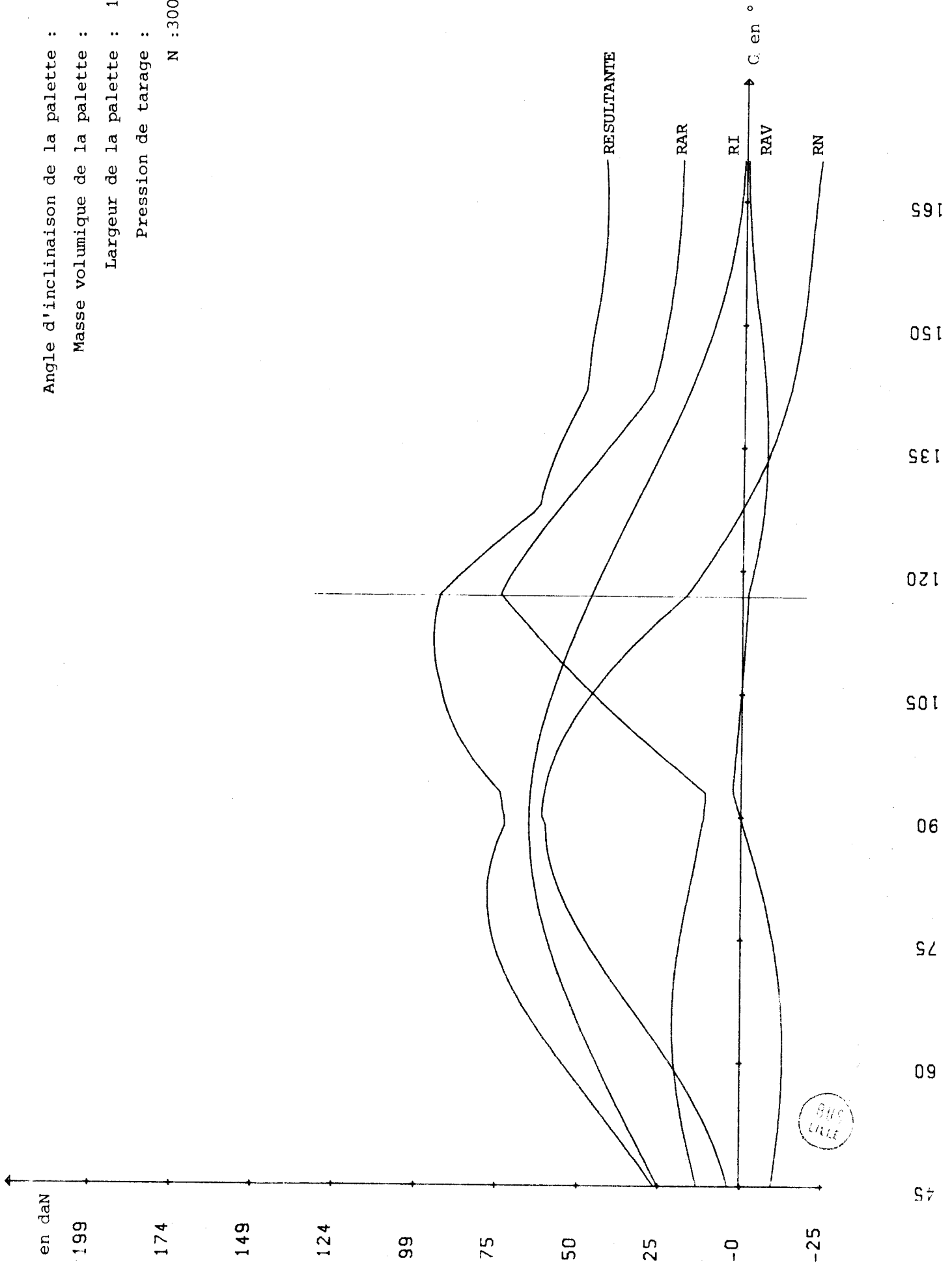
N : 3000 t/mn

Angle d'inclinaison de la palette : 6 °  
 Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
 Largeur de la palette : 10 mm  
 Pression de tarage : 7 bars  
 N : 3000 t/min

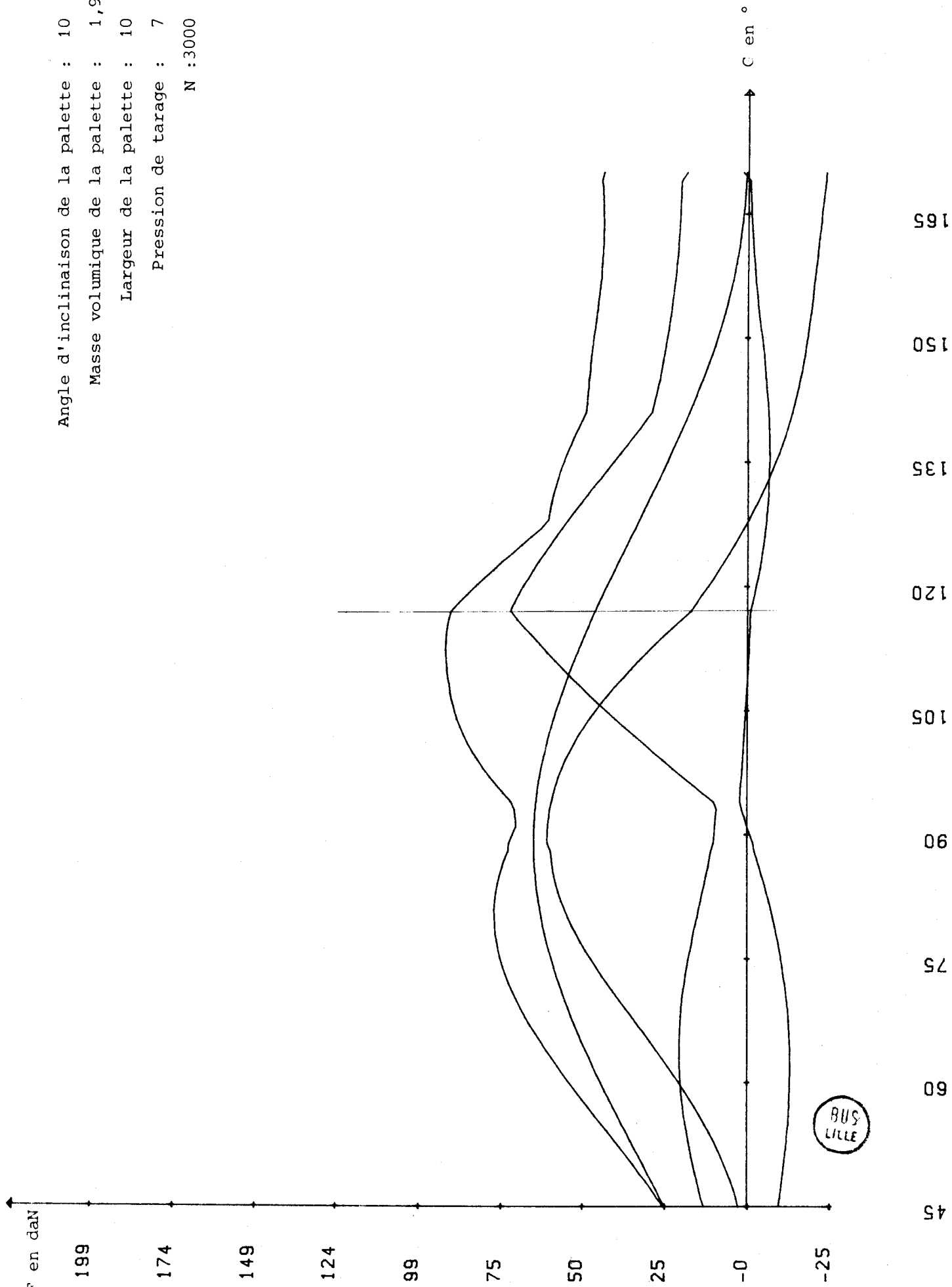




Angle d'inclinaison de la palette : 8 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 10 mm  
Pression de tarage : 7 bars  
N : 3000 t/mn



Angle d'inclinaison de la palette : 10 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 10 mm  
Pression de tarage : 7 bars  
N : 3000 t/mn



#### OBSERVATIONS SUR LE MODELE DE CALCUL N° 5

Les graphes tracés pour cinq valeurs de l'angle d'inclinaison de la palette par rapport à l'axe du rotor ( $AL3 = 2^\circ$ ,  $AL3 = 4^\circ$ ,  $AL3 = 6^\circ$ ,  $AL3 = 8^\circ$  et  $AL3 = 10^\circ$ ) conduisent aux mêmes conclusions que pour le modèle de calcul n° 1.

L'angle optimum pour cette nouvelle forme de palette est de  $7^\circ$  pour une largeur de palette de 10mm, il est de  $5^\circ$  pour une largeur de palette de 6mm.

Nous avons ajouté le tracé de la résultante d'inertie (RI) et enlevé le tracé de  $\beta$  par rapport aux quatre modèles de calcul précédent.

#### CONCLUSIONS POUR LE MODELE N°5

Il existe un angle d'inclinaison de la palette (nouvelle forme). optimum. Cet angle  $AL3$  est de  $7^\circ$  pour  $N = 3000t/mn$  et  $\rho = 1,9g/cm^3$

1.3.4.

MODELE DE CALCUL N° 6

PARAMETRES ANALYTIQUES DE L'HYPERTROCHOIDE

L 1 = 2,625	K 1 = 0,5
L 2 = - 79	K 2 = - 0,5
L 3 = 4,375	K 3 = 1,5

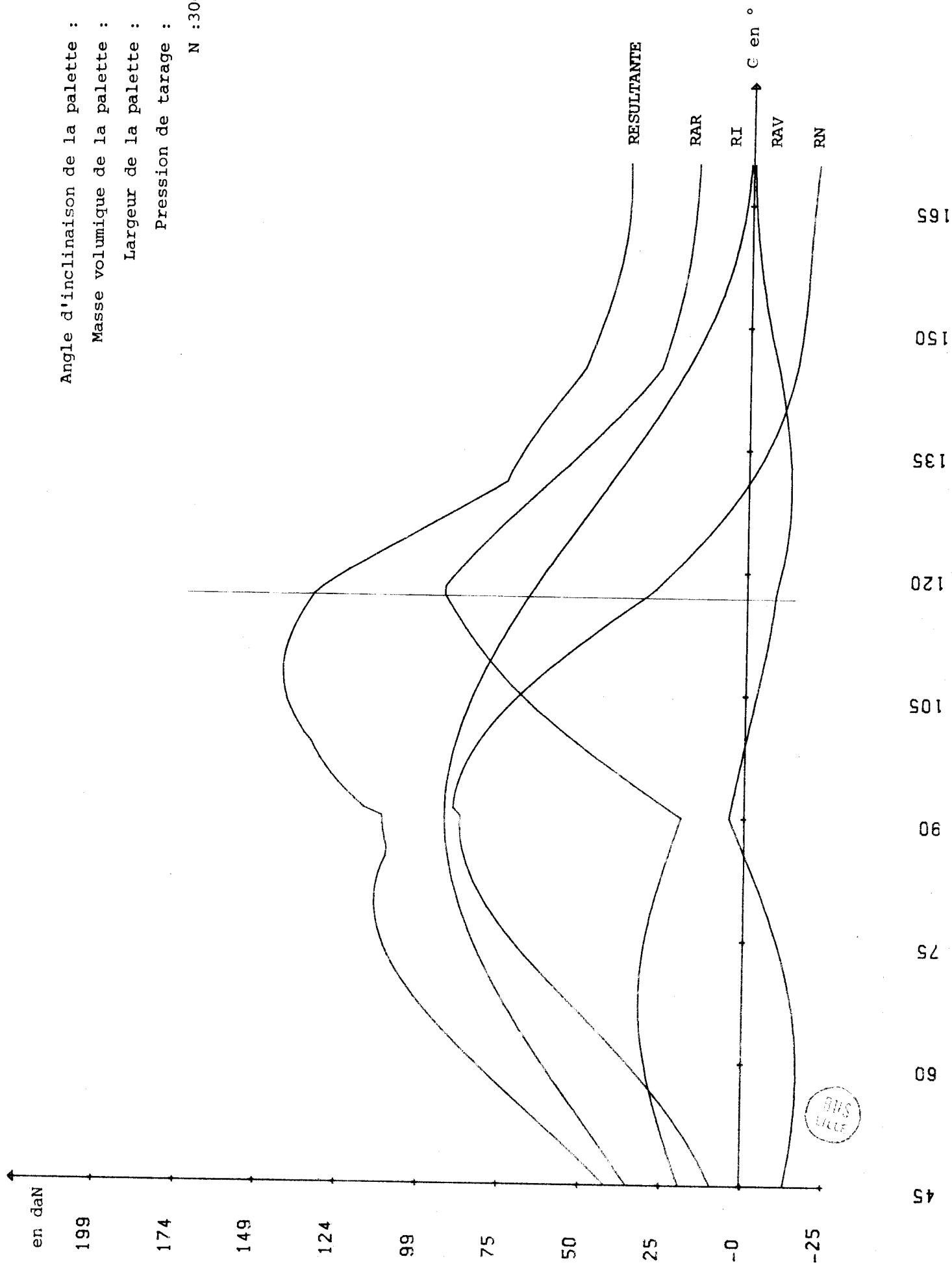
PARAMETRES GEOMETRIQUES

CYLINDREE (en litre) .....	0,75
NOMBRE DE PALETTES .....	4
LARGEUR DE LA PALETTE (en mm) .....	10
RAYON DE COURBURE EN TETE DE PALETTE (en mm) .....	10
ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE (en degrés) .....	VARIABLE

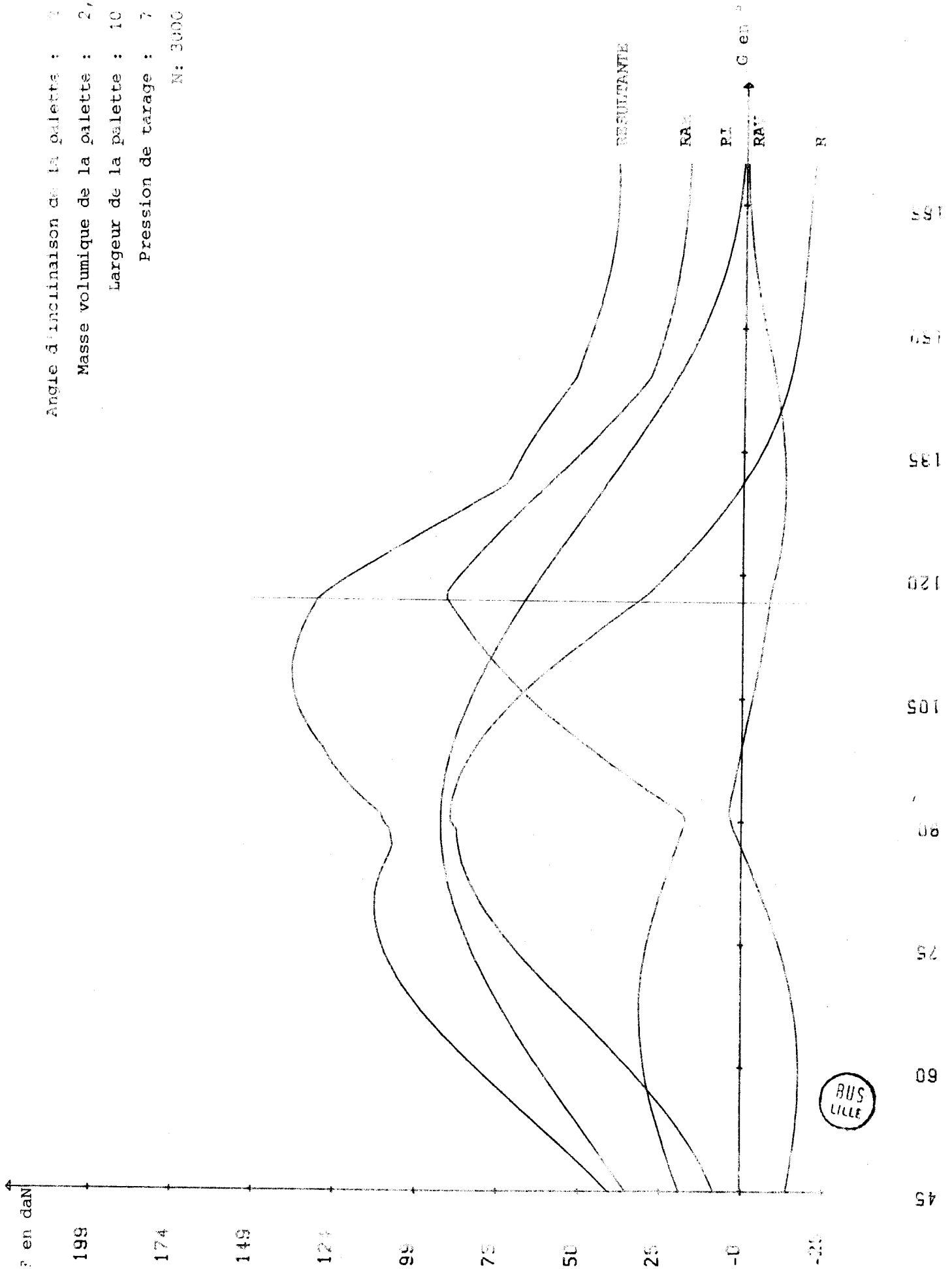
PARAMETRES PHYSIQUES

NATURE DU GAZ COMPRIE .....	air
MASSE VOLUMIQUE DE LA PALETTE (en g/cm <sup>3</sup> ) .....	2,7
PRESSION DE TARAGE DU COMPRESSEUR (en bars) .....	7
PRESSION DE GAZ EN FOND DE RAINURE (en bars) .....	0
VITESSE DE ROTATION DU ROTOR (en t/mn) .....	3000

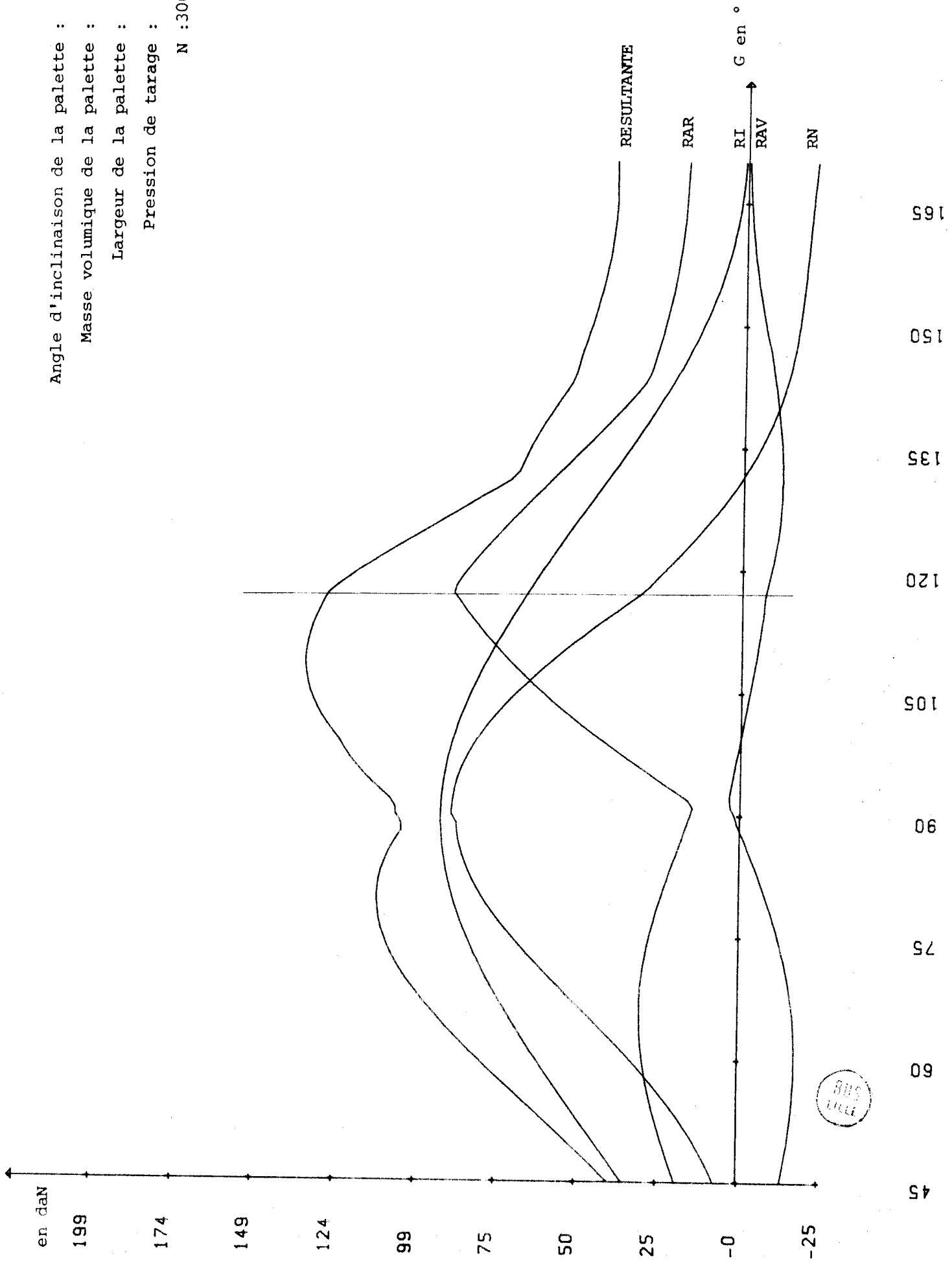
Angle d'inclinaison de la palette : 0 °  
Masse volumique de la palette : 2,7 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 10 mm  
Pression de tarage : 7 bars  
N : 3000 t/mn



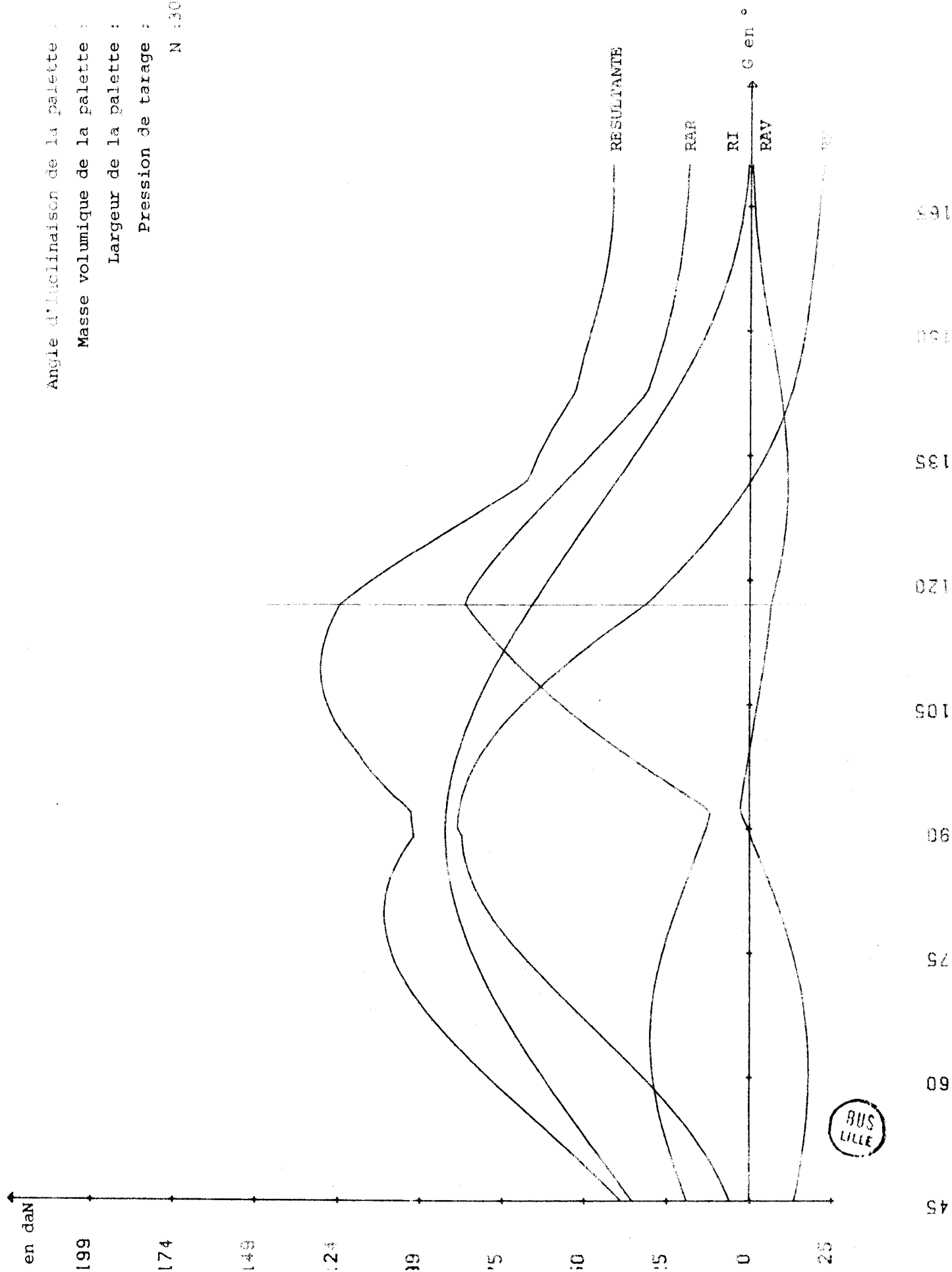
Angle d'inclinaison de la palette : 1°  
 Masse volumique de la palette : 2,7 g/cm<sup>3</sup>  
 Largeur de la palette : 10 mm  
 Pression de tarage : 7 bars  
 N: 3000 g/Mc



Angle d'inclinaison de la palette : 4 °  
Masse volumique de la palette : 2,7 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 10 mm  
Pression de tarage : 7 bars  
N : 3000 t/mn



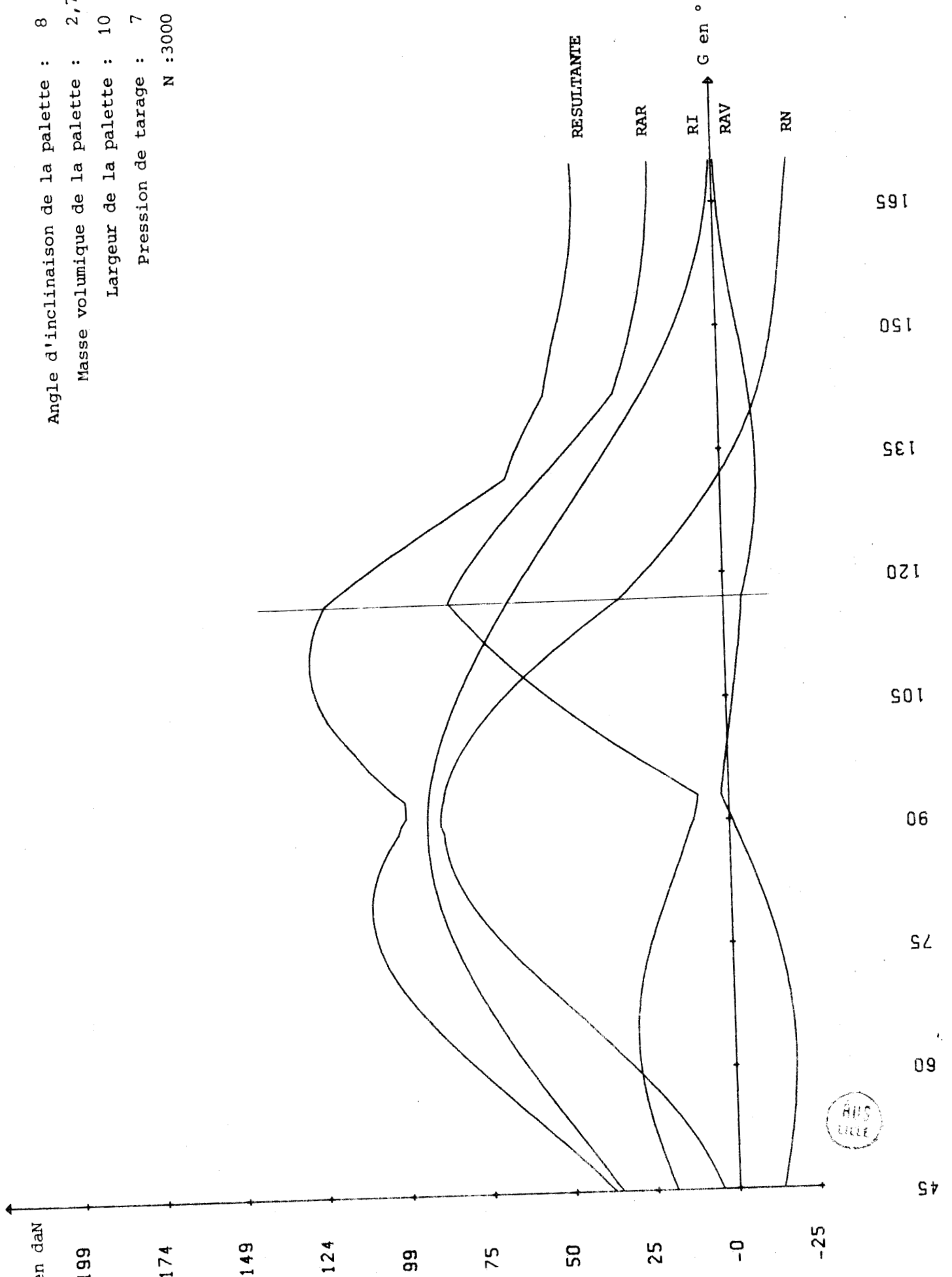
Angle d'inclinaison de la palette : 6 °  
Masse volumique de la palette : 2,7 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 10 mm  
Pression de tarage : 7 bars  
N : 3000 t/mm



BUS  
LILLE



Angle d'inclinaison de la palette : 8 °  
 Masse volumique de la palette : 2,7 g/cm<sup>3</sup>  
 Largeur de la palette : 10 mm  
 Pression de tarage : 7 bars  
 N : 3000 t/mn



#### OBSERVATIONS SUR LE MODELE DE CALCUL N° 6

Nous avons augmenté la masse volumique du matériau constituant la palette ( $p = 2,7\text{g/cm}^3$ ).

La réaction d'appui arrière (RAR) atteint son maximum pour  $G = 117^\circ$  (on atteint alors la pression de tarage) alors que la réaction normale (RN) en tête de palette est maximum pour  $G = 90^\circ$  lorsque la résultante d'inertie est maximum (excentration maximum).

Pour  $AL3 = 6^\circ$  on relève RAR max = 87 daN

RN max = 86 daN

#### CONCLUSIONS POUR LE MODELE N° 6

Une variation de la masse volumique de la palette ne modifie pas l'allure des courbes obtenues par le calcul. On a toutefois intérêt à avoir pour les palettes une masse volumique aussi faible que possible.

1.3.5.

MODELE DE CALCUL N° 7

PARAMETRES ANALYTIQUES DE L'HYPERTROCHOIDE

L 1 = 2,625	K 1 = 0,5
L 2 = - 79	K 2 = - 0,5
L 3 = 4,375	K 3 = + 1,5

PARAMETRES GEOMETRIQUES

CYLINDREE (en litre) .....	0,75
NOMBRE DE PALETTES .....	4
LARGEUR DE LA PALETTE (en mm) .....	10 et 6
RAYON DE COURBURE EN TETE DE PALETTE (en mm) .....	10 et 6
ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE (en degrés) .....	VARIABLE

PARAMETRES PHYSIQUES

NATURE DU GAZ COMPRIME .....	air
MASSE VOLUMIQUE DE LA PALETTE (en g/cm <sup>3</sup> ) .....	1,9 et 2,7
PRESSION DE TARAGE DU COMPRESSEUR (en bars) .....	7
PRESSION DE GAZ EN FOND DE RAINURE (en bars) .....	0
VITESSE DE ROTATION DU ROTOR (en t/mn) .....	6000

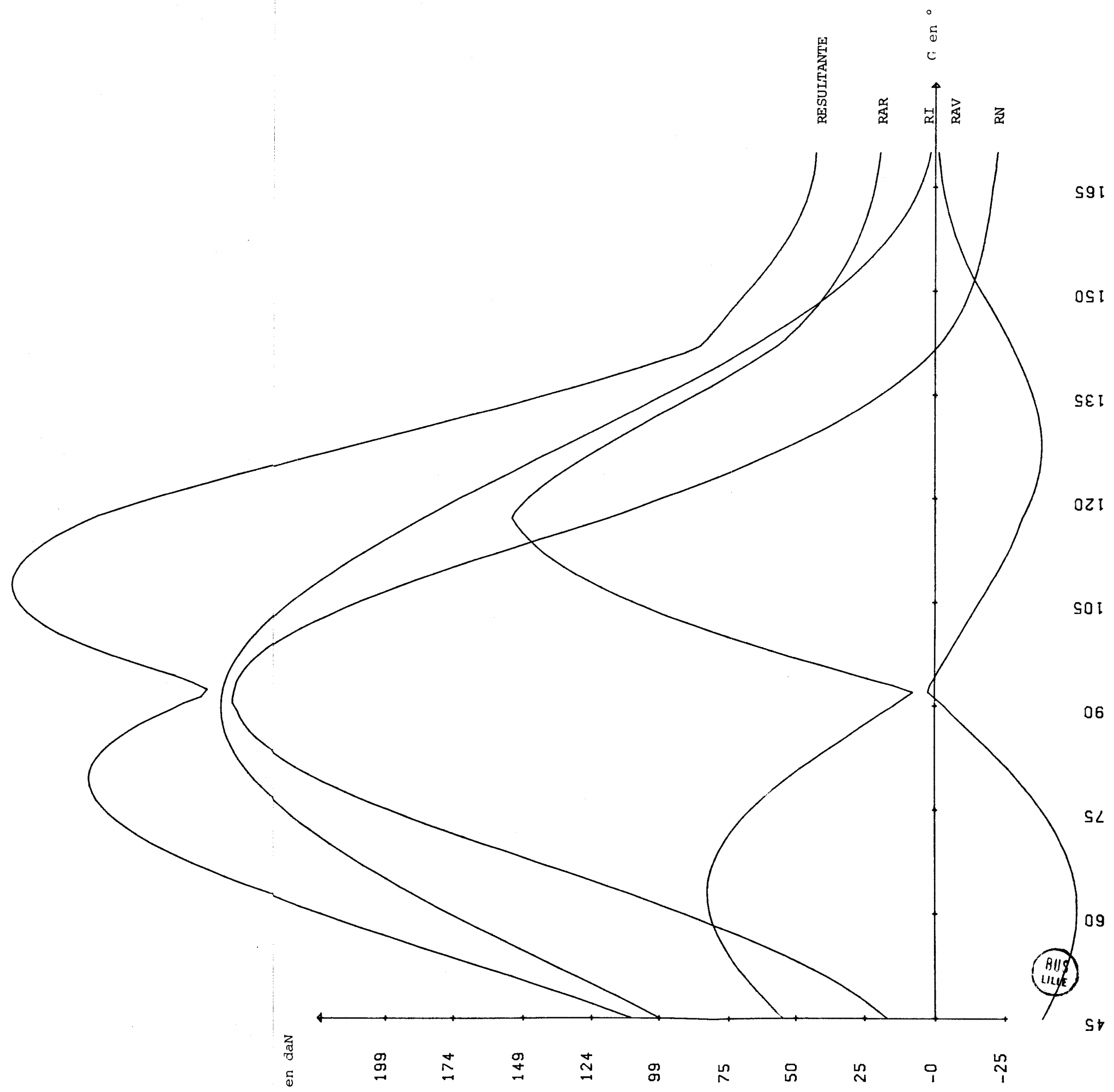
Angle d'inclinaison de la palette : 6 °

Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>

Largeur de la palette : 10 mm

Pression de tarage : 7 bars

N : 6000 t/mn



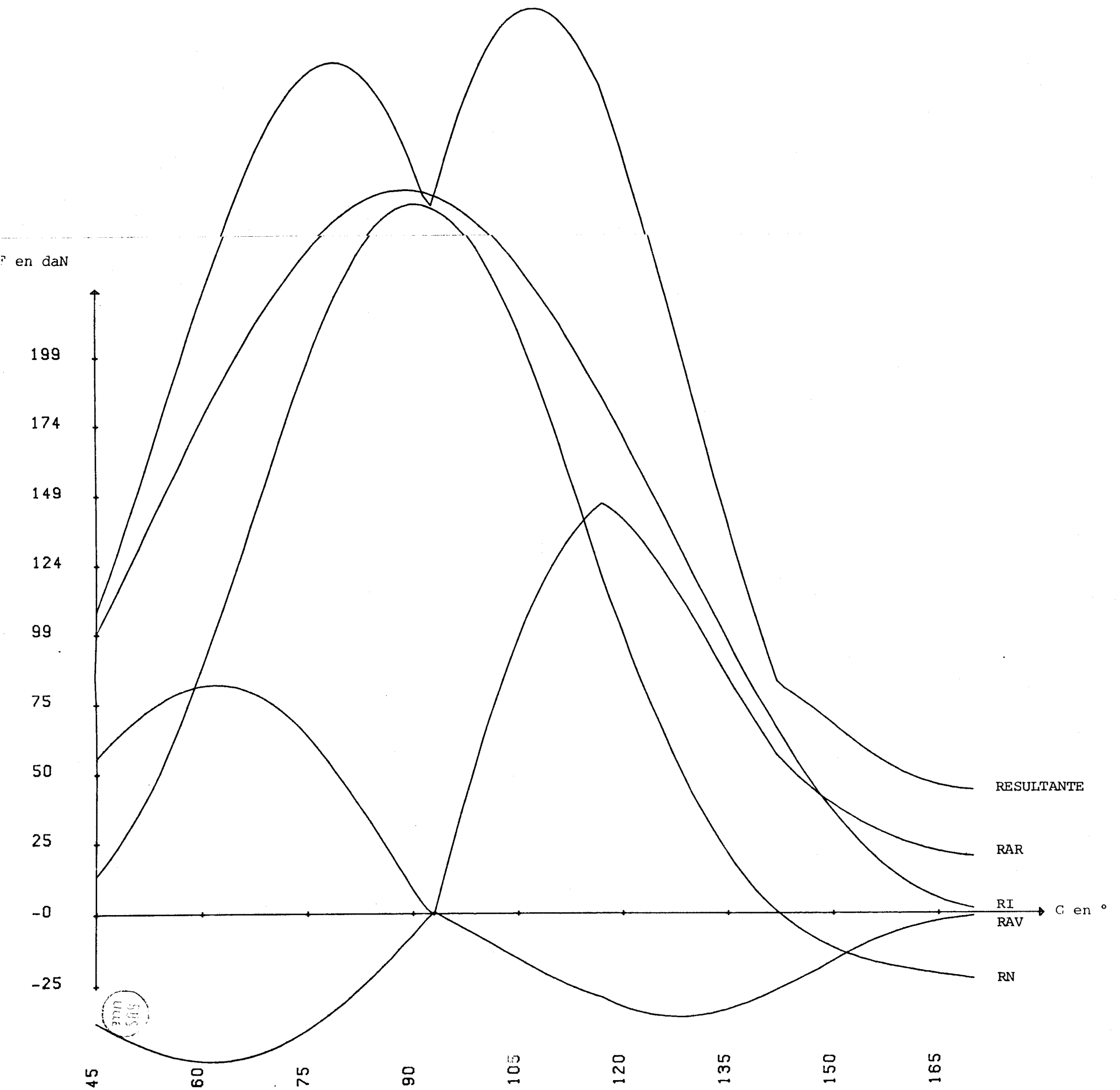
Angle d'inclinaison de la palette : 8 °

Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>

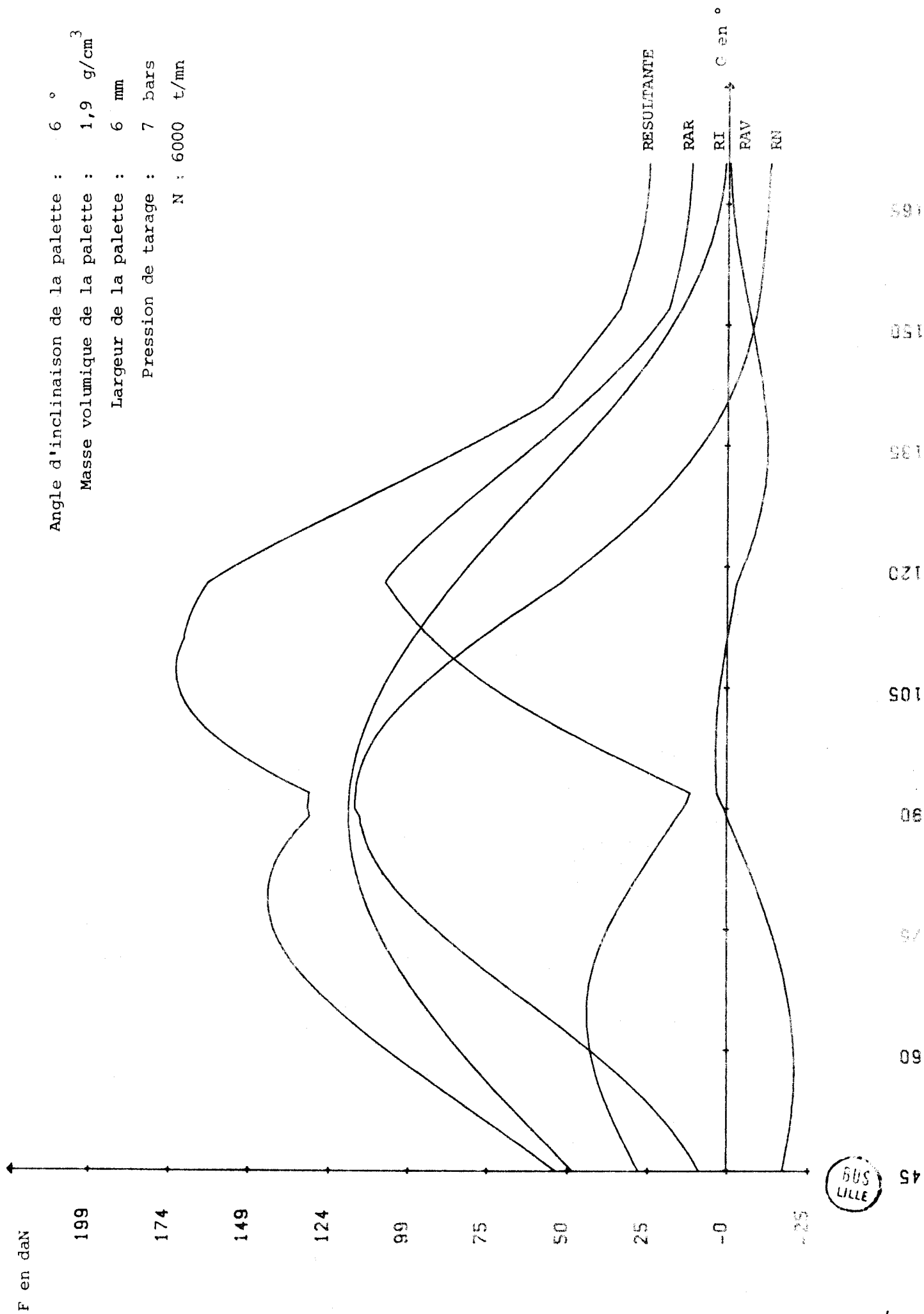
Largeur de la palette : 10 mm

Pression de tarage : 7 bars

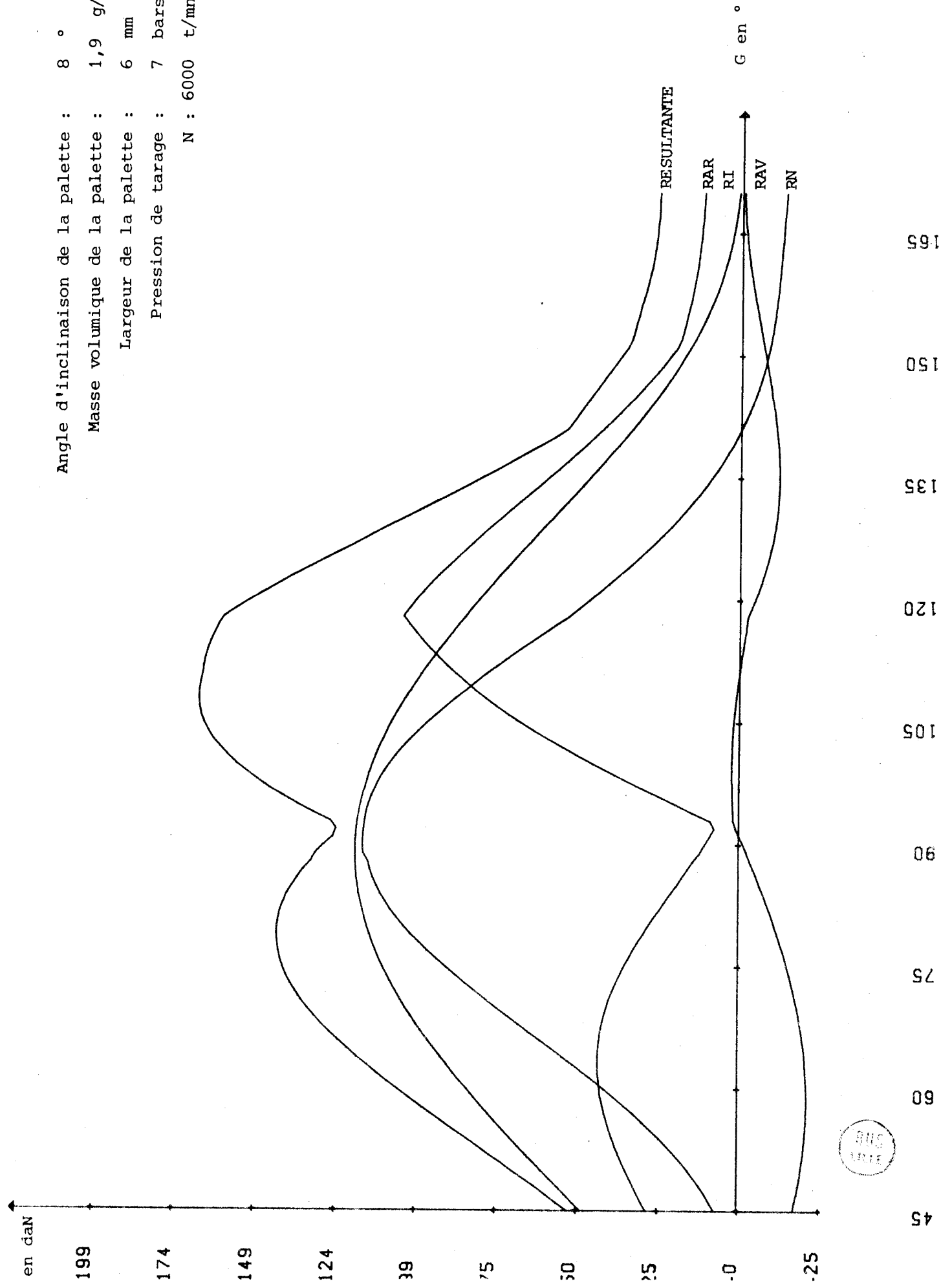
N : 6000 t/mn



Angle d'inclinaison de la palette : 6 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 6 mm  
Pression de tarage : 7 bars  
N : 6000 t/mn



Angle d'inclinaison de la palette : 8 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 6 mm  
Pression de tarage : 7 bars  
N : 6000 t/mn



#### OBSERVATIONS SUR LE MODELE DE CALCUL N° 7

Première constatation, en augmentant la vitesse de rotation, on augmente considérablement la valeur des réactions d'appuis (RN en particulier).

Une inclinaison de la palette de  $2^\circ$  par rapport au rayon du rotor correspond à un abaissement de 3% des valeurs de RN et RAR.

La réaction d'appui maximum n'est plus exercée pour  $G = 117^\circ$  (RAR maxi) mais pour  $G = 90^\circ$  (RN maxi).

En diminuant la largeur de la palette (6mm) au lieu de 10mm on abaisse la valeur maximum de RN à une valeur égale à celle de RAR maxi. La palette est alors fortement sollicitée de  $G = 60^\circ$  à  $G = 125^\circ$ .

En augmentant la masse volumique de la palette, on parvient à obtenir  $RAR < 0$  pour  $G = 90^\circ$ , c'est-à-dire que la palette bascule dans sa raie au moment où les sollicitations dues à la résultante d'inertie sont les plus fortes. Des effets de chocs répétés sont alors à craindre.

#### CONCLUSIONS POUR LE MODELE N° 7

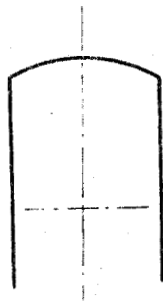
L'augmentation de la vitesse de rotation n'apporte pas de solutions au problème de décollement de la palette en fin de compression. Elle augmente par contre les sollicitations d'une façon considérable.

A résistance mécanique égale, ceci nous amène à avoir une palette plus large, donc plus volumineuse donc plus lourde, ce qui ne fait qu'augmenter encore plus la résultante d'inertie pour  $G = 90^\circ$  (palette sortie au maximum).

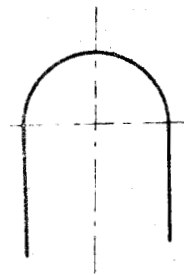


RECAPITULATIF DES CONCLUSIONS RELATIVES AUX MODELES DE CALCUL N° 5, 6 ET 7

- 1) Toutes choses égales par ailleurs, la nouvelle forme de la palette paraît être légèrement plus favorable que la précédente.



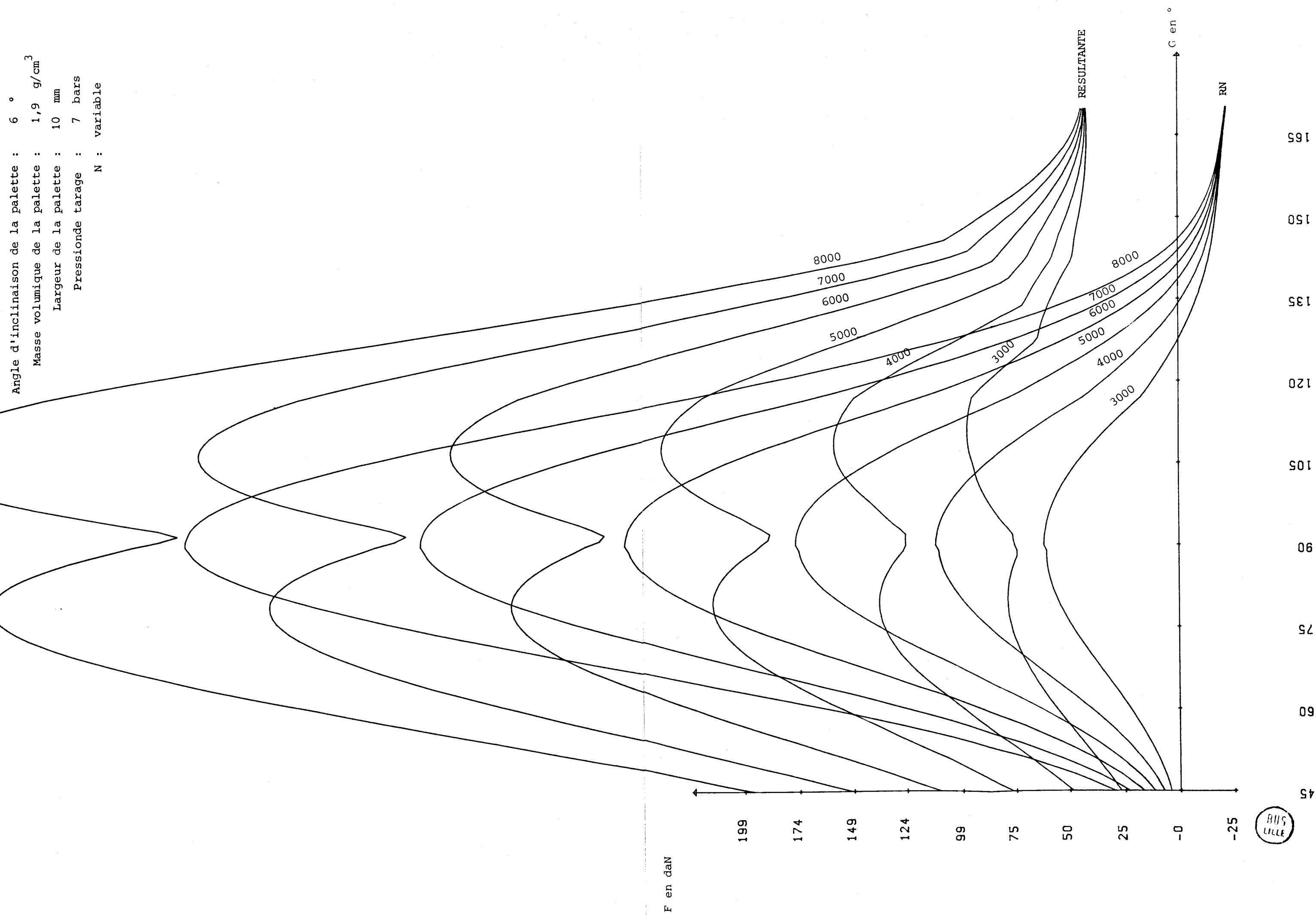
nouvelle forme



ancienne forme

- 2) La valeur optimum de l'angle d'inclinaison de la palette par rapport à l'axe du rotor est passée de  $8^\circ$  à  $7^\circ$
- 3) On confirme qu'il ne faut pas alourdir les palettes en choisissant un matériau trop dense. Ce choix devient crucial lorsque la vitesse de rotation augmente. Le graphe de la page suivante montre l'effet de la vitesse de rotation sur la valeur de la réaction d'appui en tête de palette (RN) et sur la somme arithmétique des réactions d'appuis (RN + RAR + RAV)

Angle d'inclinaison de la palette : 6 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 10 mm  
Pression de tarage : 7 bars  
N : variable



BIUS  
LILLE

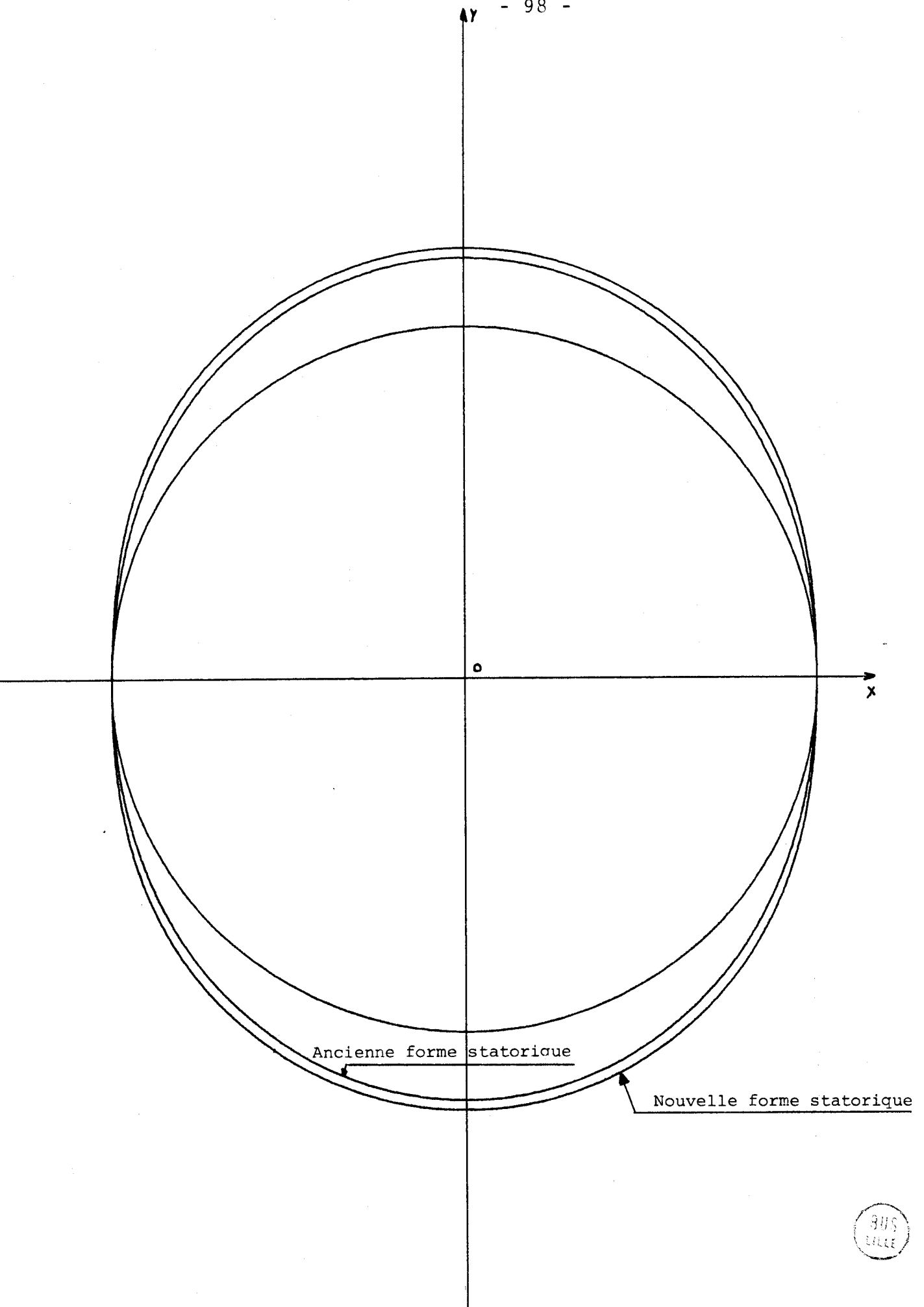
#### 1.4. - VARIATION DES PARAMETRES ANALYTIQUES DE L'HYPERTROCHOÏDE

Nous avons intégré dans le calcul les paramètres d'une seconde hypertrochoïde qui a pour paramètres :

L 1 = 1,10	(au lieu de 2,625)	K 1 = 0,5
L 2 = - 80	(au lieu de - 79)	K 2 = - 0,5
L 3 = 6,90	(au lieu de 4,375)	K 3 = + 1,5

La nouvelle hypertrochoïde représentée à la page suivante est tangente au rotor pour  $\kappa = 0^\circ$  et  $\kappa = 2\pi$ . Elle est par contre un peu plus "arrondie" que la précédente. Ceci a pour effet de diminuer notablement la hauteur du stator pour une cylindrée égale : 58mm (au lieu de 84mm) pour une cylindrée de 0,75 litre.

Nous introduisons aussi, à ce stade, un programme de calcul supplémentaire qui nous permet d'évaluer la puissance perdue par frottement lors de la compression du gaz. (Il s'agit du frottement palette/rotor et palette/stator).



1.4.1. MODELE DE CALCUL N° 8

PARAMETRES ANALYTIQUES DE L'HYPERTROCHOIDE

L 1 = 1,10	K 1 = 0,5
L 2 = - 80	K 2 = - 0,5
L 3 = 6,90	K 3 = 1,5

PARAMETRES GEOMETRIQUES

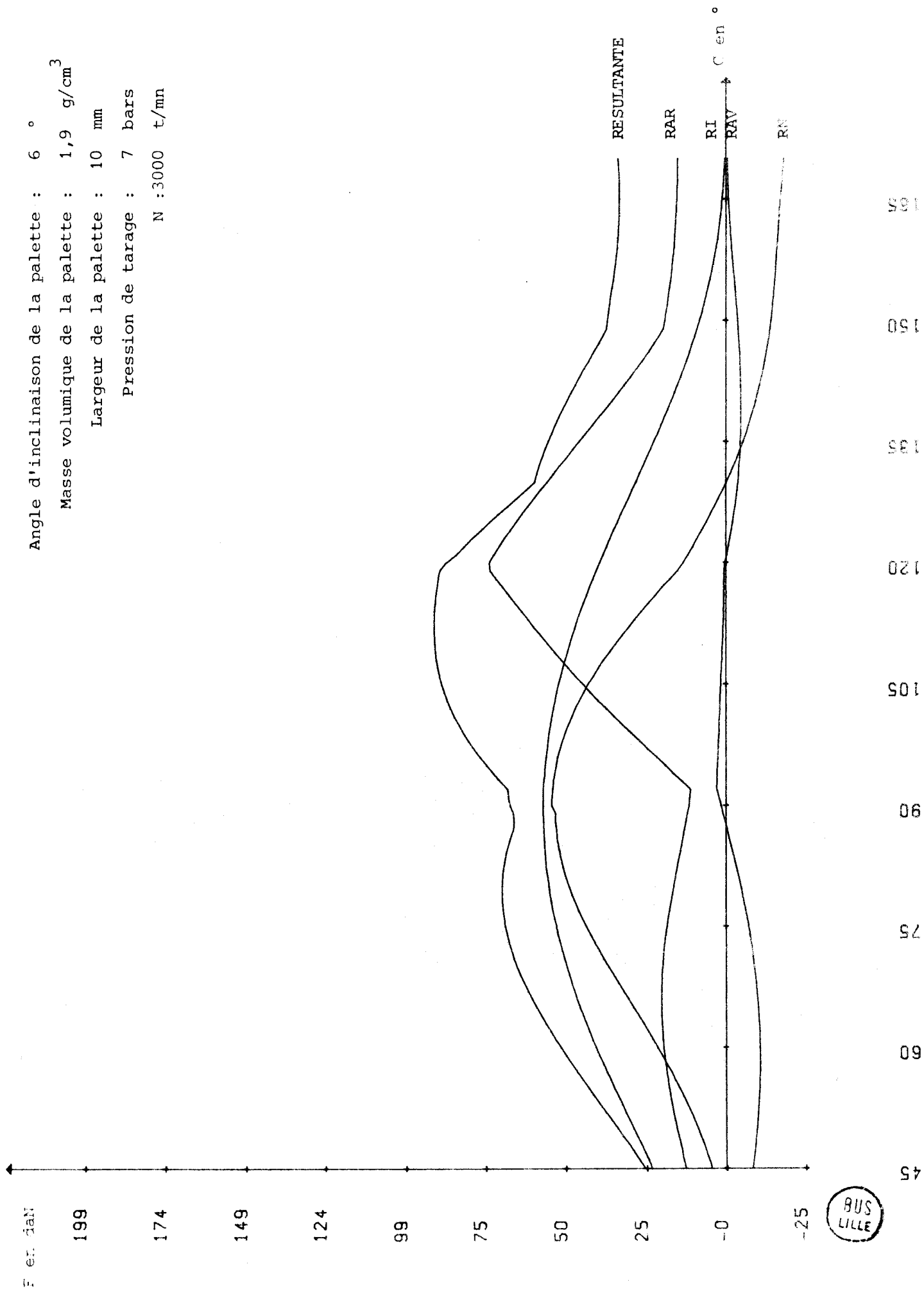
CYLINDREE (en litre) .....	0,75
NOMBRE DE PALETTES .....	4
LARGEUR DE LA PALETTE (en mm) .....	10
RAYON DE COURBURE EN TETE DE PALETTE (en mm) .....	10
ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE (en degrés) ....	6



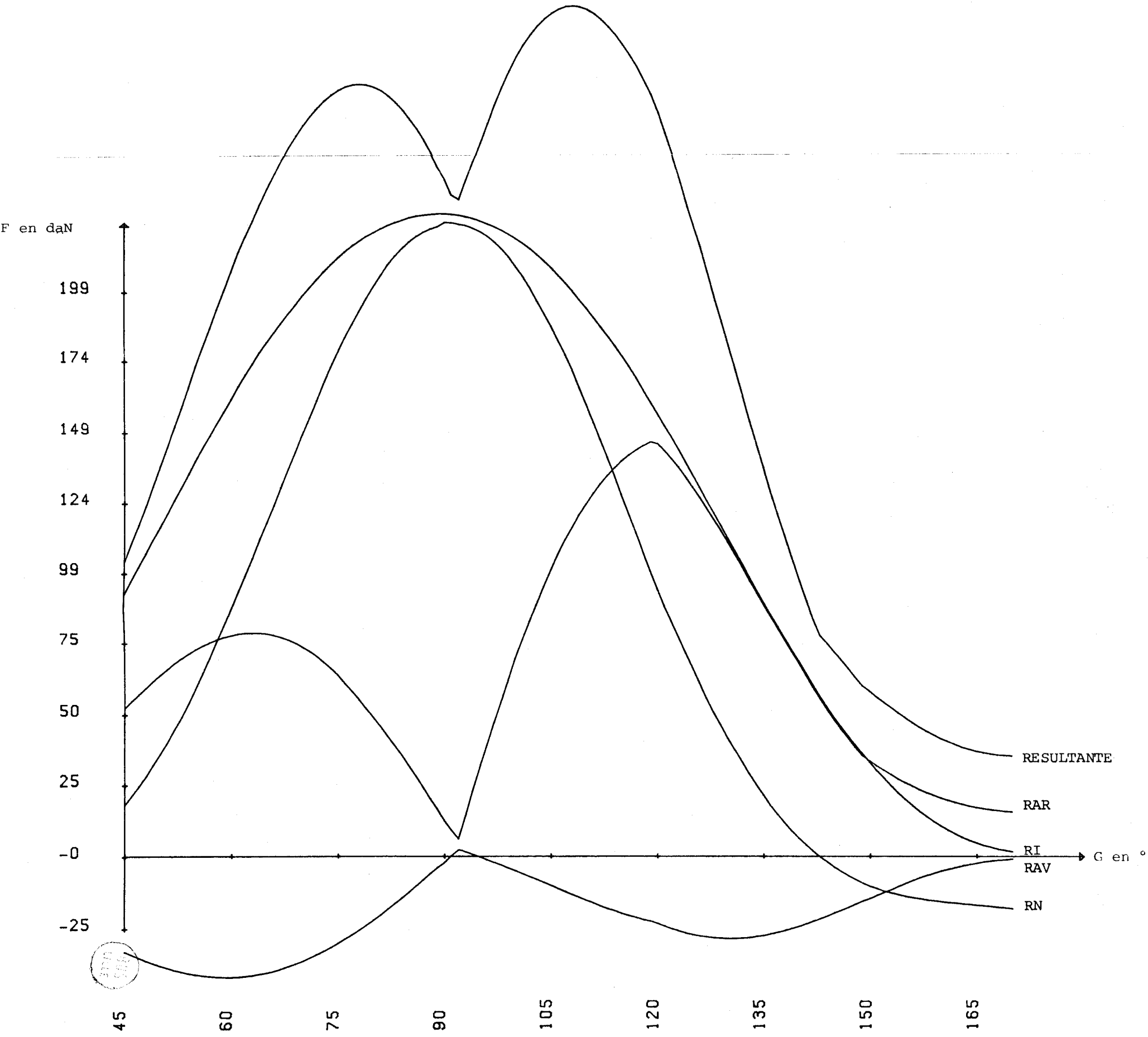
PARAMETRES PHYSIQUES

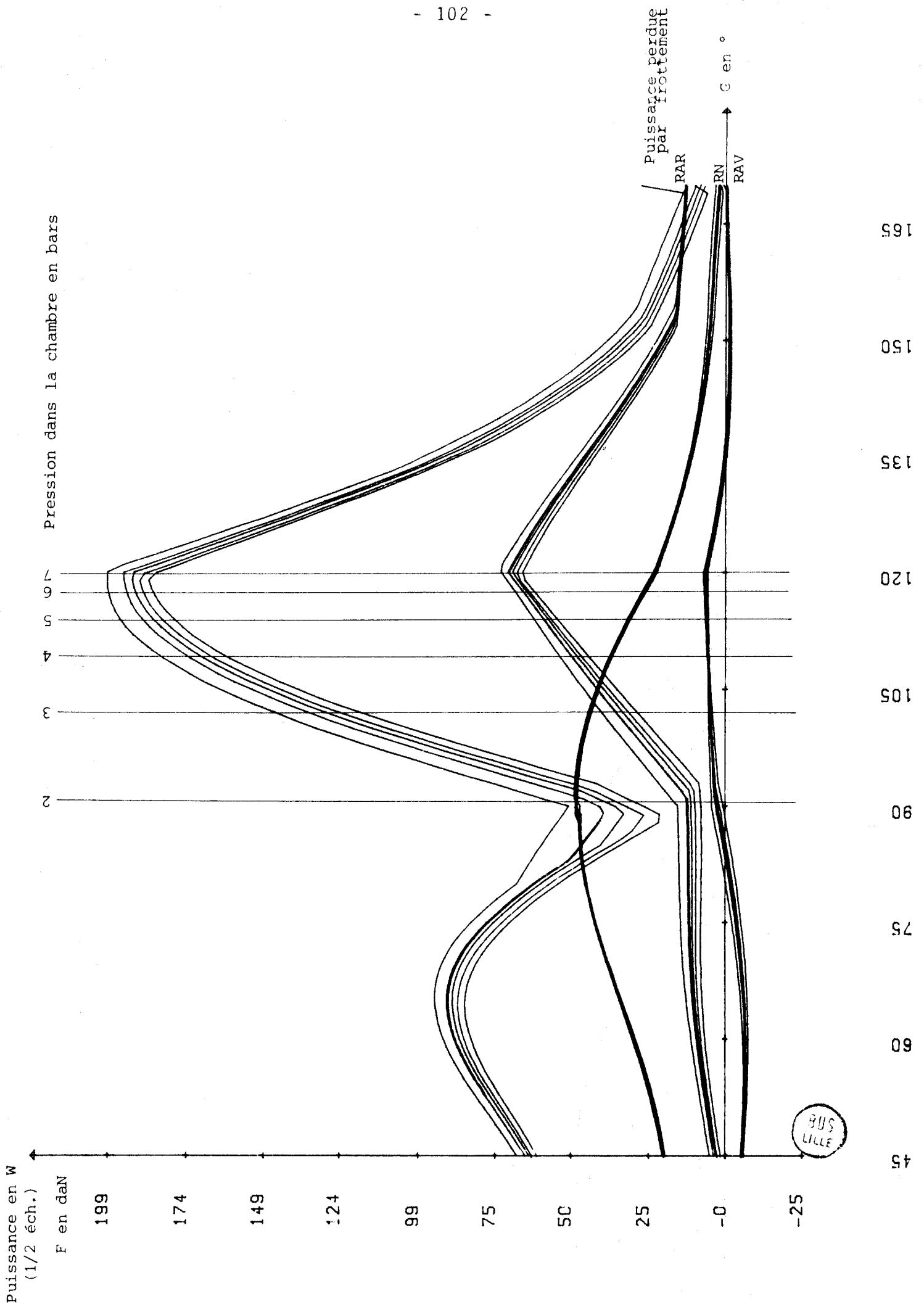
NATURE DU GAZ COMPRIME .....	air
MASSE VOLUMIQUE DE LA PALETTE (en g/cm <sup>3</sup> ) .....	1,9
PRESSION DE TARAGE DU COMPRESSEUR (en bars) .....	7
PRESSION DE GAZ EN FOND DE RAINURE (en bars) .....	0
VITESSE DE ROTATION DU ROTOR (en t/mn) .....	3000 et 6000

Angle d'inclinaison de la palette : 6 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 10 mm  
Pression de tarage : 7 bars  
N : 3000 t/mn



Angle d'inclinaison de la palette : 6 °  
Masse volumique de la palette : 1,9 g/cm<sup>3</sup>  
Largeur de la palette : 10 mm  
Pression de tarage : 7 bars  
N : 6000 t/mn







OBSERVATIONS SUR LE MODELE DE CALCUL N° 8

La nouvelle courbe statorique permet de diminuer la valeur des réactions d'appuis sur la palette.

En comparant les modèles de calcul n° 5 et n° 8, on remarque que pour une même valeur d'inclinaison de la palette la réaction normale RN maximum est passée de 63 daN à 53 daN et la réaction arrière RAR maximum est passée de 76 daN à 73 daN.

Cette amélioration est plus évidente en augmentant la vitesse de rotation à 6000t/mn. (comparaison des modèles de calcul n° 7 et 8). On constate que RN maximum passe de 261 daN à 224 daN et que RAR maximum passe de 153 daN à 147 daN.

Sachant qu'à 3000t/mn, la tête de palette se déplace sur la stator à la vitesse moyenne de 25m/s ; on a tout intérêt à minimiser la valeur de la réaction en tête de palette.

On calcule aisément qu'il suffit d'une pression de 4,5 bars dans la rainure pour maintenir constamment la palette en contact avec le stator (pour une pression de tarage de 7 bars).

Le troisième graphe montre l'influence de la valeur d'AL3 (inclinaison de la palette) sur la puissance perdue par frottement.

Cette puissance perdue par frottement pour un cycle de compression (1 chambre) est de :

421 watts pour AL3 = 0.

408 watts pour AL3 = 4.

397 watts pour AL3 = 8.

387 watts pour AL3 = 12.

L'échelle des puissances sur le graphe est de  $1/2$  par rapport à l'échelle des forces représentées.

#### CONCLUSIONS POUR LE MODELE N° 8

Les nouveaux paramètres analytiques de l'hypertrochoïde sont plus intéressants que les précédents quelle que soit la vitesse de rotation du rotor.

En inclinant la palette vers l'avant, on diminue la puissance perdue par frottement.

On a diminué la hauteur du stator de 26mm en gardant une cylindrée identique. Cette nouvelle disposition est très favorable pour l'usinage du stator.

## 2 - REALISATION D'UN COMPRESSEUR A AIR OPTIMISE

### 2.1. - VALEURS DE PARAMETRES RETENUES

#### 2.1.1. LE MATERIAU DE CONSTRUCTION DES PALETTES

Le matériau retenu fait l'objet d'une présentation technique détaillée dans le paragraphe 3 de la 1ère partie de ce mémoire.

Il est à noter que l'ensemble des calculs qui précèdent ont été établis avec une masse volumique de  $1,9\text{g/cm}^3$  ou  $2,7\text{g/cm}^3$  pour comparer l'influence des matériaux (KINEL - Alliage léger).

Il faut noter que le premier matériau à frottement sec envisagé était le KINEL 5504. Ce matériau a une masse volumique voisine de  $1,9\text{g/cm}^3$ . Nos travaux avançant, nous avons eu l'occasion de tester sur le prototype, réalisé à l'Ecole des Mines de DOUAI, un autre matériau de frottement à sec proposé par le Centre de Recherches de RHONE-POULENC qui est le KINEL 5508, un peu moins dense que le KINEL 5504, et légèrement plus résistant en flexion à cause des fibres de verre plus longues intégrées dans la texture ( 3mm au lieu de 2mm).

Nous travaillons donc à présent avec le KINEL 5508 qui a une masse volumique de  $1,6\text{g/cm}^3$ .

#### 2.1.2. - LA LARGEUR DE LA PALETTE

En fonction des caractéristiques mécaniques du matériau constituant la palette, et des efforts appliqués à cette palette lors d'une compression, la largeur minimum donnée par le calcul de résistance des matériaux est de 3,89mm.

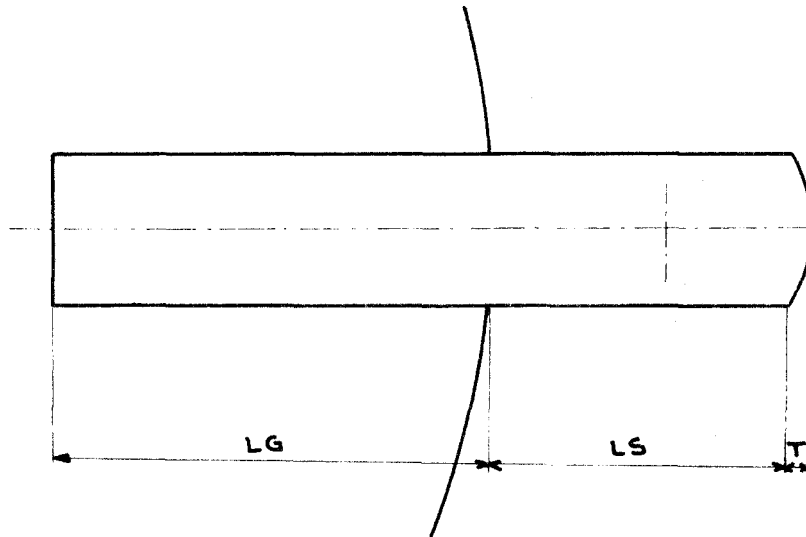
En fait, nous travaillons avec un coefficient de sécurité de 2 ce qui nous amène à une largeur de palette de 8mm.

#### 2.1.3. - LA LONGUEUR DE LA PALETTE

La longueur de la palette est obtenue par le calcul en fonction des considérations de guidages à flancs parallèles communément appliquées

en mécanique.

Cette longueur correspond à la somme des longueurs de trois tronçons



LG = longueur de guidage

LS = longueur sortie de la rainure

LG = 2,5 fois la largeur de la palette = 20mm

LS maximum = excentration maximum de l'hypertrochoïde = 16mm

$T = RP(1 - \cos \frac{\alpha}{2}) = 1,1\text{mm}$

La longueur calculée de la palette est donc de 37,1mm.

#### 2.1.4. - L'ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE

Nous avons mis en évidence l'existence d'un angle optimum d'inclinaison de la palette pour minimiser les charges dynamiques que subit celle-ci.

Le tableau de la page suivante donne les valeurs maxima de la réaction avant (RAV), de la réaction arrière (RAR) et de la réaction normale en tête de palette (RN) ainsi que les positions angulaires du rotor par rapport au stator correspondantes et l'angle d'inclinaison de RN par rapport à l'axe de la palette. Ce tableau montre que nous sommes dans un cas moins défavorable pour  $AL3 = 6^\circ$  ( $\beta$  voisin de  $0^\circ$ ).

Cette inclinaison vers l'avant de la palette influe surtout sur la valeur calculée de la réaction arrière ainsi que sur la direction de la réaction normale par rapport à l'axe de symétrie de la palette. Elle diminue aussi la puissance perdue par frottement.

AL3 Angle d'inclinaison de la palette	10	8	6	4	0
RAV maxi (en daN) Valeur maxi de la réaction "avant"	7,13	6,80	6,51	6,30	5,72
GRAV maxi Angle pour lequel on a RAV maxi	119°	119°	120°	120°	120°
RAR maxi (en daN) Valeur maxi de la réaction "arrière"	65,56	67,15	68,78	70,42	72,84
GRAR maxi Angle pour lequel on a RAR maxi	120°	120°	120°	120°	120°
RN maxi (en daN) Réaction normale maxi	33,77	33,77	33,76	33,77	33,75
GRN maxi Angle pour lequel on a RN maxi	90°	90°	90°	90°	90°
$\beta$ Angle d'inclinaison de RN maxi par rapport à l'axe de la palette	- 4,50°	- 2,69°	+ 0,20°	+ 3,01°	+ 6,17°
[ RAR + RN + RAV ] maxi (en daN) (pour G = 120°)	94,65	96,19	97,77	99,40	101,85
Puissance maxi perdue (en w) par frottement (G 120°)	372,47	377,29	381,84	387,70	398,50

#### 2.1.5. - AUTRES PARAMETRES RETENUS

Nous avons réalisé le prototype pour une cylindrée de 0,75 litre (hauteur du stator 58mm), avec une vitesse de rotation de 3000t/mn, un 1/2 jeu entre le rotor et le stator de 5/100mm, une pression d'air en fond de rainure de 4,5b pour éviter le décollement de la palette et une pression de tarage du compresseur de 7bars (valeur industrielle de l'air comprimé).

#### 2.1.6. - RECAPITULATIF DES PARAMETRES DE CONSTRUCTION

##### PARAMETRES ANALYTIQUES DE L'HYPERTROCHOIDE

L 1 = + 1,10	K 1 = + 0,5
L 2 = - 79	K 2 = - 0,5
L 3 = + 6,90	K 3 = + 1,5

##### PARAMETRES GEOMETRIQUES

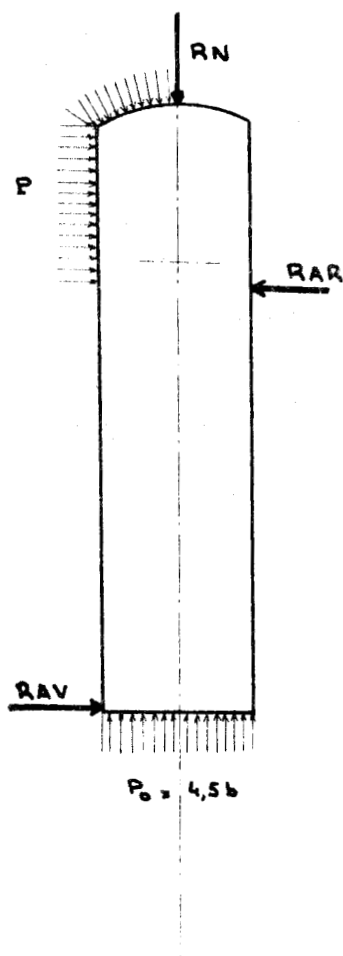
CYLINDREE (en litre) .....	0,75
NOMBRE DE PALETTES .....	4
LARGEUR DE LA PALETTE (en mm) .....	8
RAYON DE COURBURE EN TETE DE PALETTE (en mm) ...	8
ANGLE D'INCLINAISON DE LA PALETTE (en degrés) ..	6

##### PARAMETRES PHYSIQUES

NATURE DU GAZ COMPRIE .....	air
MASSE VOLUMIQUE DE LA PALETTE (en g/cm <sup>3</sup> ) .....	1,6
PRESSION DE TARAGE DU COMPRESSEUR (en bars) ....	7
PRESSION DE GAZ EN FOND DE RAINURE (en bars) ...	4,5
VITESSE DE ROTATION DU ROTOR (en t/mn) .....	3000

## 2.2. - CALCUL DES CONTRAINTES PAR ELEMENTS FINIS

Nous connaissons les cas de charges les plus défavorables pour la palette lors d'une compression ainsi que les réactions aux appuis correspondantes.

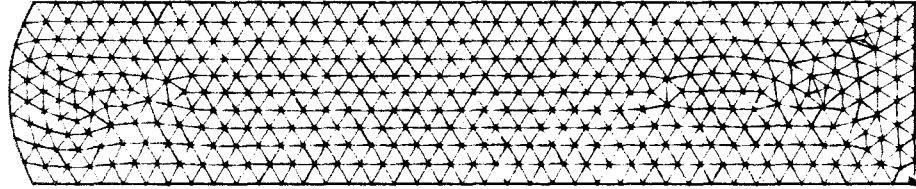


Nous avons introduit ces valeurs dans un programme de calculs par éléments finis modifiés pour la circonstance et bâti sur trois modules principaux.

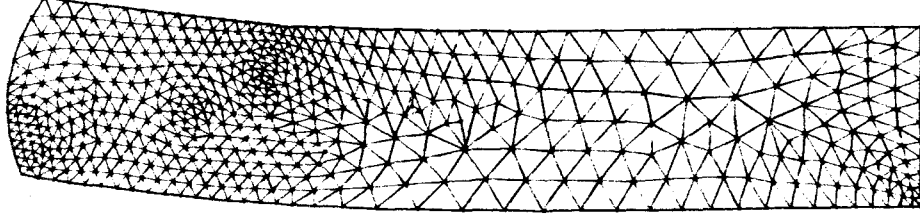
### 2.2.1. PHASE DE MODELISATION

Le premier programme (JOB TRIANG) conduit à la détermination automatique des coordonnées des sommets des triangles avec une optimisation (JOB OPTIMI) devant aboutir à des triangles sub-équilatères

Maillage d'une palette



PALETTE NON SOLLICITEE



PALETTE SOLLICITEE AU MAXIMUM





en vue d'améliorer la convergence, c'est-à-dire la précision des résultats, pour un nombre de degré de liberté donné .

Le second programme (JOB NUMERO) permet de numérotter chacun des noeuds dans le but de réduire les distances numériques nodales. Il faut, en effet, diminuer la largeur de bande de la matrice principale pour économiser de la place en mémoire centrale.

Le troisième programme (JOB D'ESSAI) permet le tracé automatique de la palette discrétisée.

La page suivante montre le dessin de la "triangulation" d'une palette représentée à l'échelle  $\frac{1}{4}$  et sollicitée au maximum.

#### 2.2.2. - PHASE DE RESOLUTION

Une première étape dans cette résolution est constituée par le programme d'initialisation de la matrice principale en fonction du chargement de la palette (JOB INITPLAN).

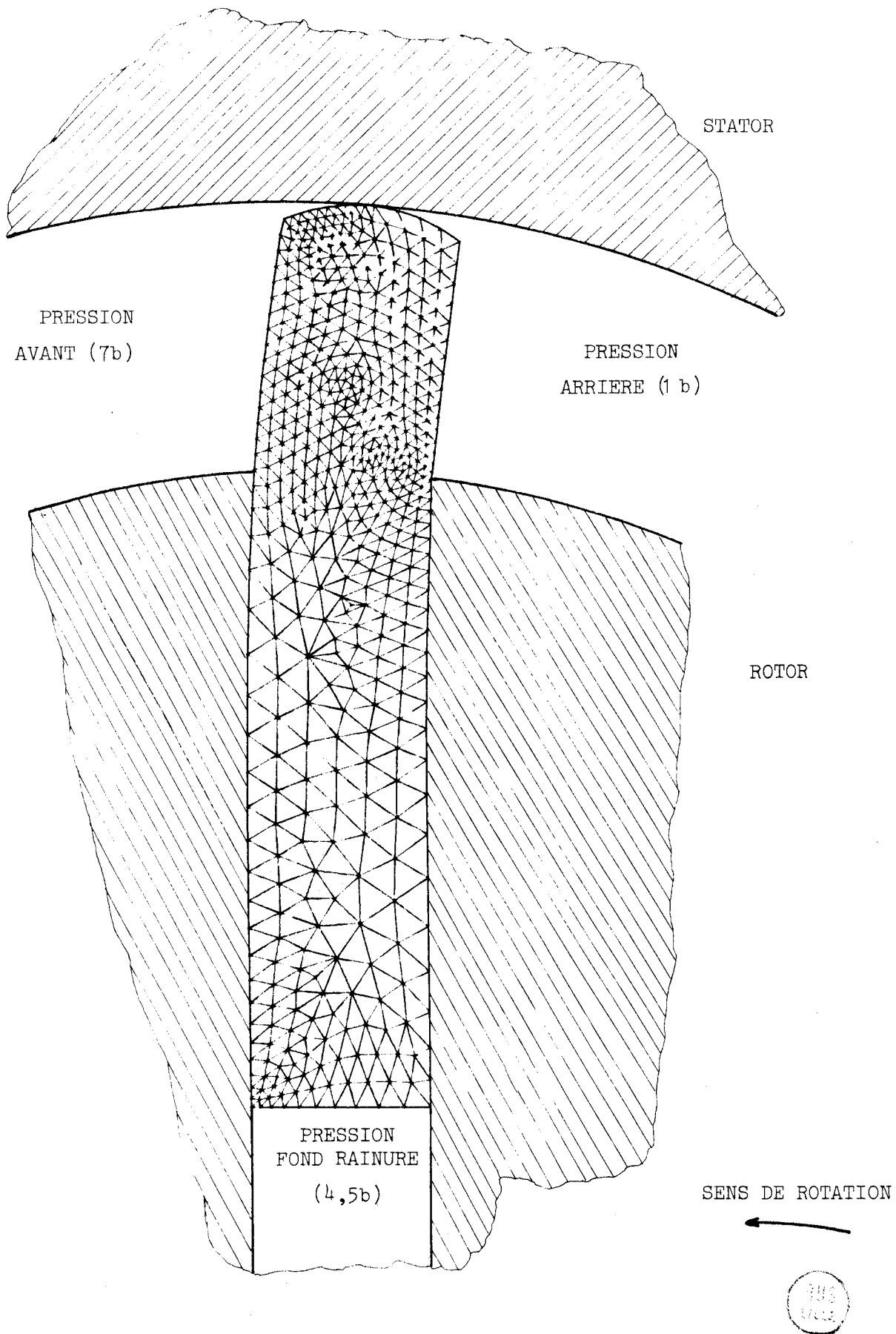
La seconde étape de cette phase est la résolution du système linéaire (JOB GRINVERS).

#### 2.2.3. - PHASE DE RESTITUTION DES RESULTATS

C'est un programme de visualisation par tracé automatique des déplacements avec ou non la prise en compte de dilatations thermiques (JOB DEFORMEE).

Les résultats numériques de ce calcul par éléments finis sont intéressants . Ils donnent pour chacun des 539 noeuds, sommets de 972 triangles :

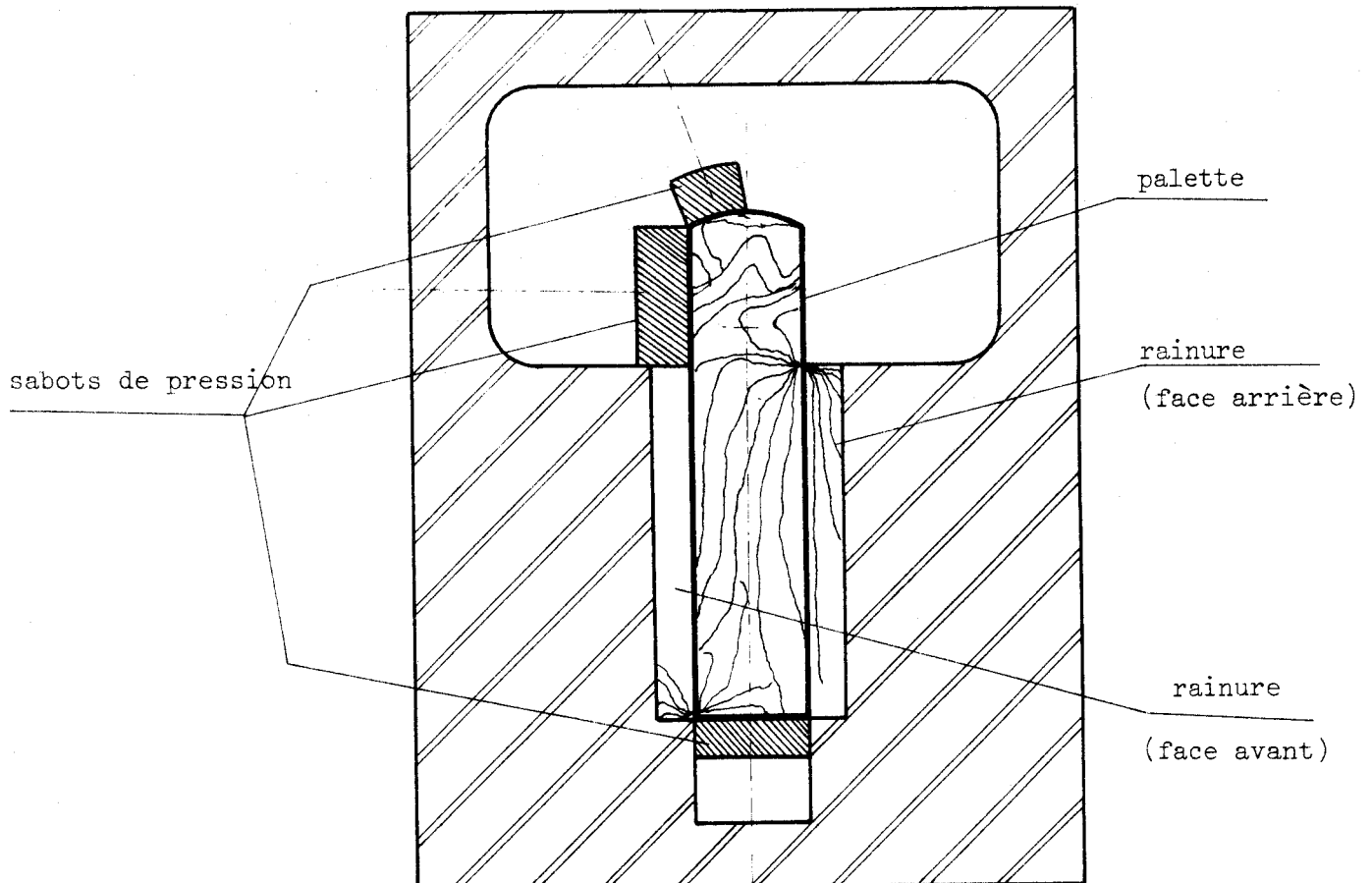
- la position en X et Y du point par rapport au repère de la palette
- les déplacements du point selon les axes UX et UY
- les coordonnées du centre de gravité du triangle
- la valeur des contraintes principales SX et SY



## 2.3. - LA PHOTOELASTICIMETRIE D'UNE PALETTE

Il nous est apparu intéressant d'analyser par des moyens physiques la répartition des contraintes dans une palette sollicitée par des charges que nous connaissons.

Nous avons donc réalisé un cadre d'essai pour une palette en matière photoélasticimétrique (PSM 5 de Photolastic Division (Caroline du Nord) de 6mm d'épaisseur. La maquette de la palette est réalisée à l'échelle 4.



### 2.3.1. - PRECAUTIONS D'USINAGE

La difficulté principale consiste à ne pas introduire de contraintes résiduelles par usinage. Les points particulièrement importants sont :

- le serrage de la pièce : il faut essayer de brider la pièce dans des zones non destinées à l'analyse. Le serrage doit rester modéré, sur des surfaces portantes les plus grandes possibles. On a interposé entre la palette et les brides métalliques des cales en plastique afin d'éviter tout phénomène de poinçonnement ;

- la lubrification : il faut absolument éviter l'eau et le pétrole qui sont fortement absorbés par le matériau photoélastique. Nous avons donc usiné la palette à sec en prenant de très faibles profondeurs de passe pour ne pas échauffer le matériau.

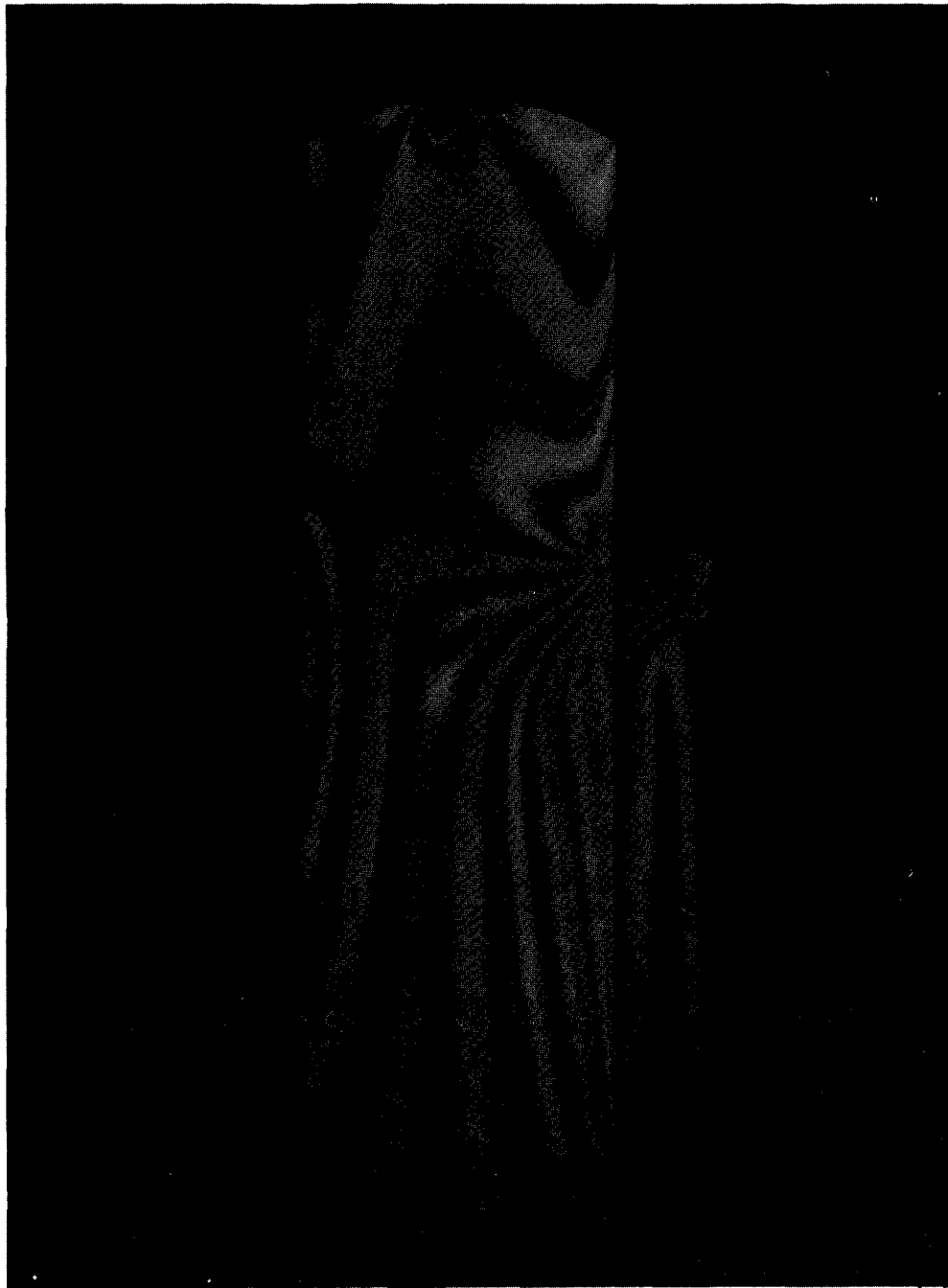
### 2.3.2. - LES RESULTATS

Nous retrouvons sur les photos d'élasticimétrie les courbes d'influence que nous présentions après le calcul par éléments finis.

Les photographies qui sont présentées dans ce paragraphe ont été faites au CETIM (Etablissement de Senlis) par Monsieur GUINET et par l'auteur. Elles montrent deux types d'expériences :

a) l'optimiscopie qui permet de visualiser les lignes isochromes (une couleur correspond à une valeur de contrainte donnée) et les lignes isoclines ou lignes d'écoulement des contraintes principales (pointillé noir). Les premières lignes forment la carte isostatique (lignes "d'écoulement" des contraintes) et les secondes lignes forment la carte des cisaillements (critère de Tresca)

b) l'ellipsométrie qui est une technique optique de mesure des caractéristiques de la lumière polarisée émergeant d'un modèle photoélastique.



PHOTOELASTICIMETRIE : le réseau des lignes isochromes  
c'est à dire des lignes de niveau des contraintes de  
cisaillement (critère de TRESCA) pour une palette dans  
son état de sollicitations dynamiques maximum  
( $G = 117^\circ$ ,  $P = 7b$ )





PHOTOELASTICIMETRIE : Le réseau des isostatiques, c'est à dire des lignes d'écoulement des contraintes principales la tête de palette dans son état de sollicitations dynamiques maximum ( $G = 117^\circ$ ,  $P = 7b$ )

## 2.4. - REALISATION D'UN PROTOTYPE

Le compresseur à air que nous avons réalisé dans les laboratoires du Département Mécanique de l'Ecole des Mines de DOUAI comprend essentiellement deux parties, le rotor et le stator reliés par deux flasques fixes. Les différentes chambres sont séparées par quatre palettes.

### 2.4.1. - LE STATOR

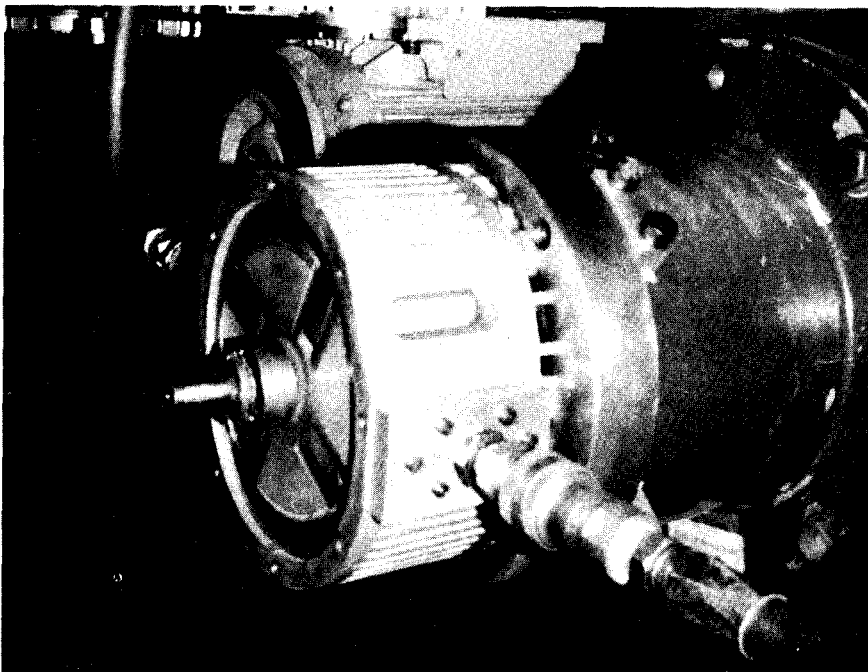
La génératrice interne du stator est une hypertrochoïde dont les paramètres analytiques sont définis au § 2.1.

Pour des raisons de régularité des épaisseurs, la génératrice extérieure est aussi une hypertrochoïde uniformément distante de la première.

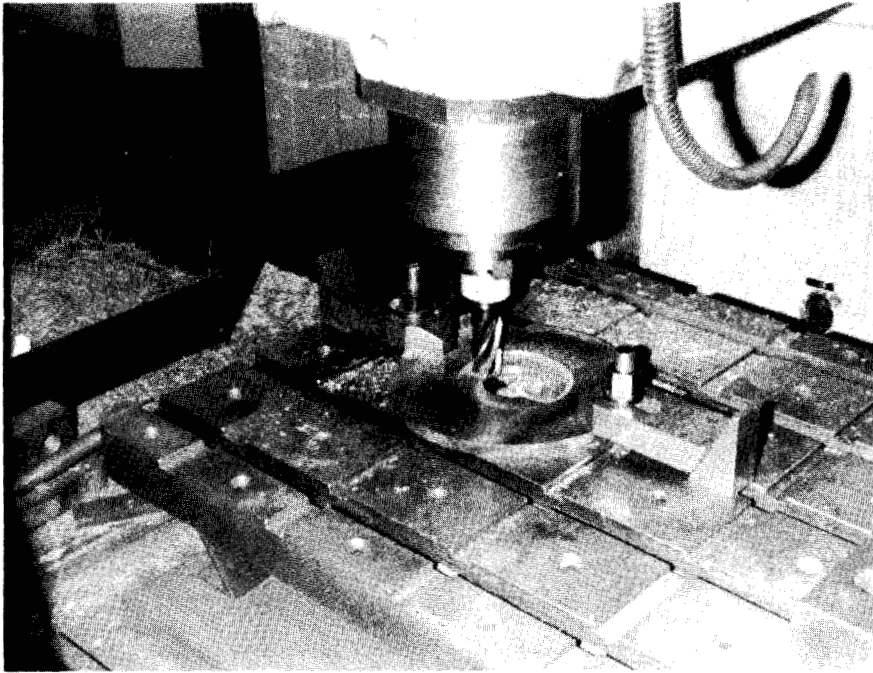
Compte tenu des élévations de température dues à la compression de l'air, il nous est apparu nécessaire d'usiner sur toute la surface externe des ailettes de refroidissement.

Le stator est en aluminium AU 4G. Il est chemisé par une pièce en fonte qui forme la face interne du stator. Cette "chemise" montée par emmanchement serré a deux avantages pour un prototype :

- la possibilité de changer de matière si nécessaire,
- la possibilité de modifier les paramètres analytiques de l'hypertrochoïde sans recommencer tout l'usinage de l'enveloppe (130h)



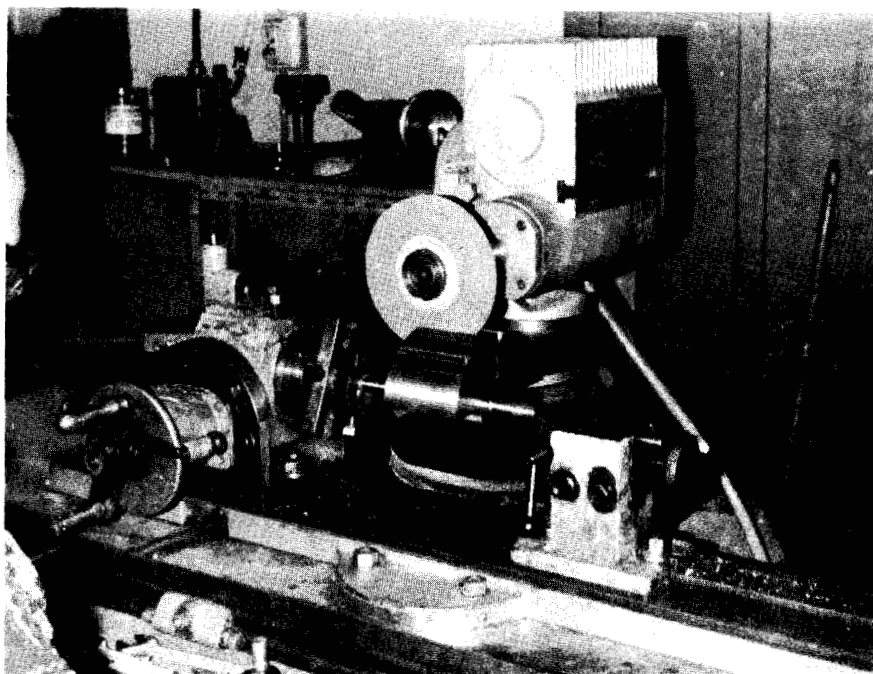
Les usinages exécutés sur une fraiseuse à commande numérique suivant les plans dessinés par l'auteur.



#### 2.4.2. LE ROTOR

Le rotor est cylindrique. Il est en acier 18 CD 4 traité et rectifié (extérieur + intérieur des rainures).

Ce rotor est monté sur un arbre cannelé

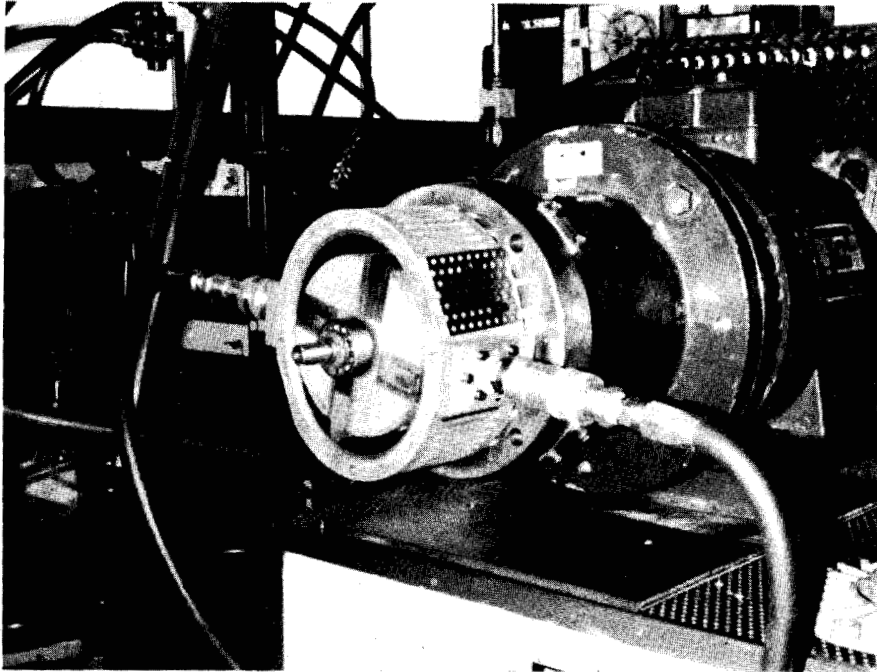




#### 2.4.3. - L'ARBRE

L'arbre est en XC38. Il supporte le rotor et se positionne par rapport aux deux flasques par deux roulements à billes à rotules.

Il assure l'entraînement du rotor en étant monté en prise directe dans l'arbre creux du moteur électrique.



#### 2.4.4. - LES FLASQUES

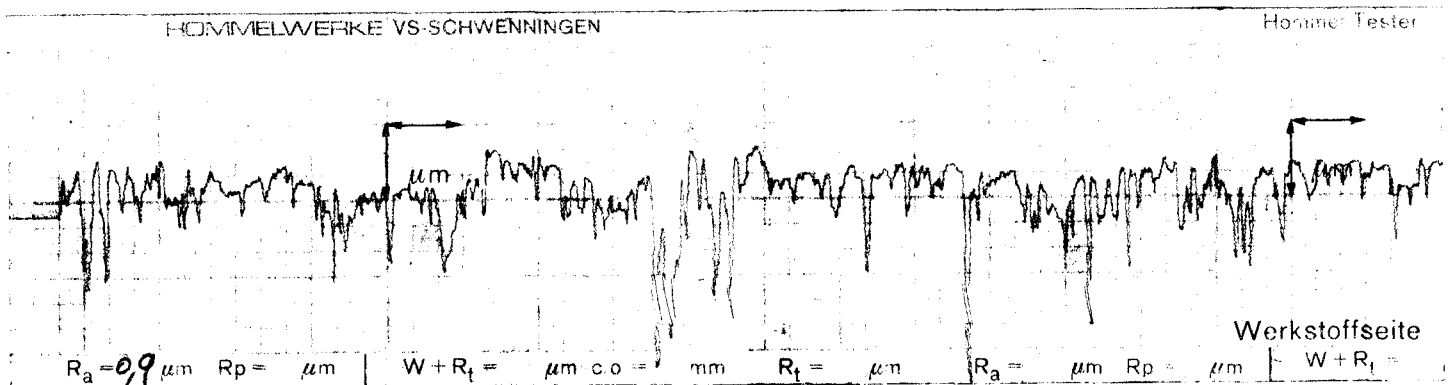
Les flasques sont aussi en AU 4G. Ils ont une forme moulée avec des ailettes de refroidissement. Ils sont doublés d'une partie interne en fonte emmanchée à force dans l'aluminium.

Ils sont montés sur le stator par des ajustements glissants hypertrochoïdaux type H7h6.

#### 2.4.5. - LES PALETTES

Elles sont usinées par fraisage dans du KINEL 5508 puis polies à la machine.

Le parallélisme des faces est assuré avec une tolérance inférieure au 1/100 de mm, et l'état de surface est de qualité "rectifiée".



Mesure de rugosité d'un flanc de palette

**3ème PARTIE**

## 5.1. - CONCEPTION D'UNE STATION D'ESSAI EN BOUCLE OUVERTE

### 3.1.1. - DESCRIPTION DU MONTAGE

La station d'essai de compresseurs à air (en boucle ouverte) doit permettre la détermination des caractéristiques techniques de ces machines volumétriques et en particulier les rendements (rendement "total", rendement volumétrique et rendement mécanique), avec le souci permanent d'une très grande souplesse d'adaptation aux cas particuliers, minimisant ainsi le temps d'intervention tant pour la partie "mécanique" que pour la partie "mesures" proprement dite.

Il est nécessaire de prévoir en parallèle de la station d'essais des moyens d'étalonnage des différents capteurs installés sur cette station.

Pour un compresseur, les rendements peuvent sommairement se définir comme suit :

Rendement "total"  $\eta_t$

$$\eta_t = \frac{\text{puissance pneumatique fournie par le compresseur}}{\text{puissance mécanique fournie au compresseur}}$$

Rendement "volumétrique"  $\eta_v$

$$\eta_v = \frac{\text{débit volumique réel fourni par le compresseur}}{\text{débit volumique théorique du compresseur}}$$

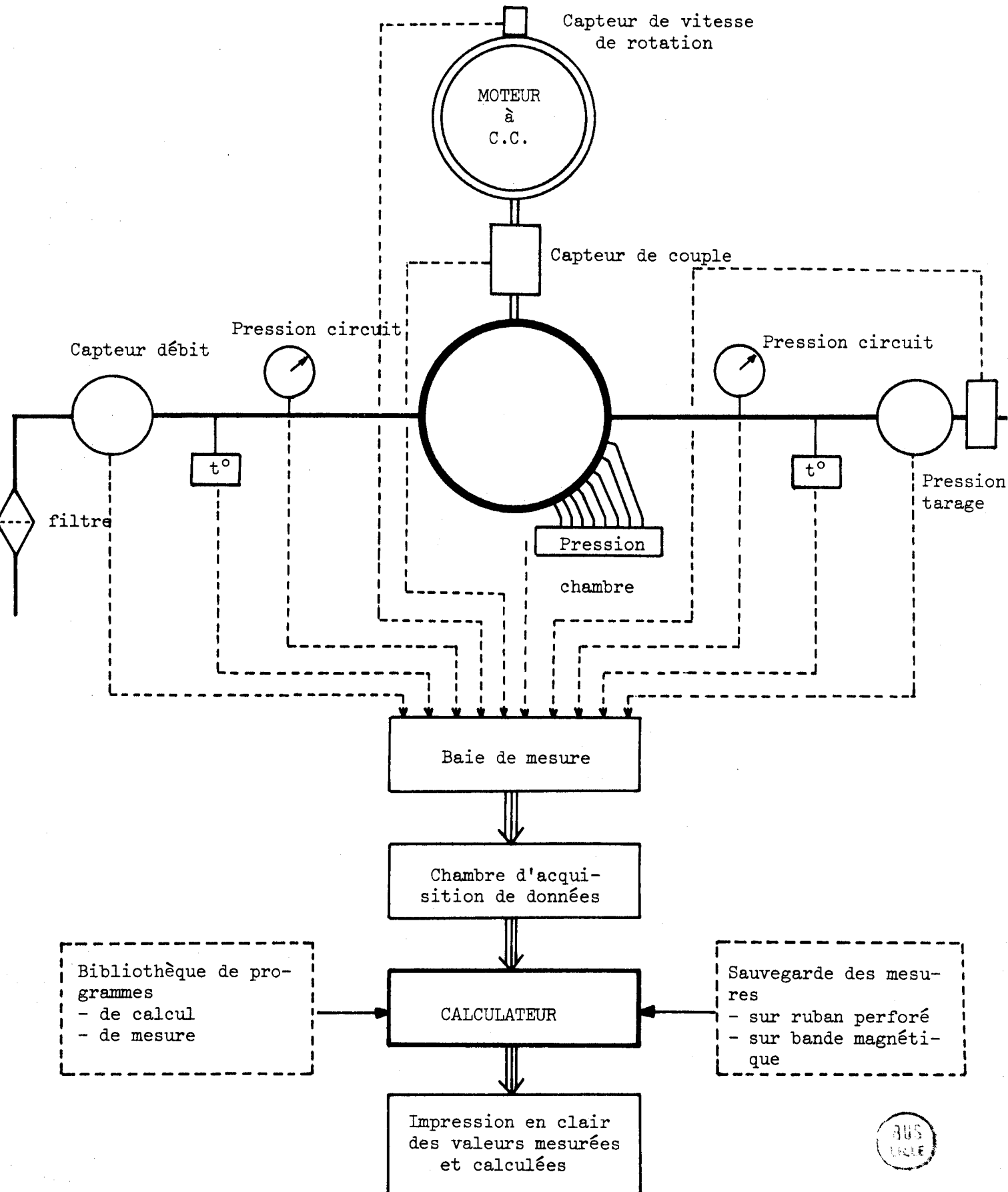
Rendement "mécanique"  $\eta_m$

$$\eta_m = \frac{\text{rendement total}}{\text{rendement volumétrique}}$$

Ces rendements sont des grandeurs caractéristiques du compresseur. Ils ne sont pas constants et dépendent du point de fonctionnement du compresseur (vitesse de rotation, pression de tarage, température ...). La mesure précise de tous les paramètres correspondant à un point de fonctionnement donné permettra d'obtenir, par une analyse détaillée, de très nombreux renseignements et notamment les différentes origines des pertes et leurs valeurs.

Le montage de cette station d'essai en boucle ouverte est présenté à la page suivante, chacun des éléments figurant dans ce montage fait l'objet d'une présentation technique soit au chapitre "3.2. - PARTIE MECANIQUE", soit au chapitre "3.3. - PARTIE MESURES ET CALCULS".

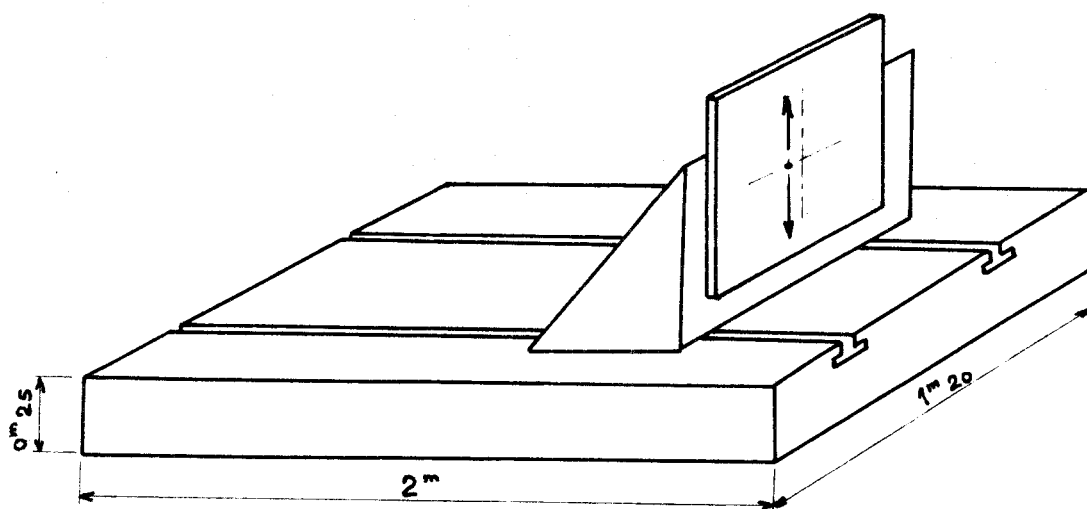
MONTAGE POUR STATION  
D'ESSAIS DE COMPRESSEUR



### 3.1.2. - PARTIE "MECANIQUE"

#### 3.1.2.1. - Caractéristiques générales

Le compresseur doit être facilement mis en place en bout de l'arbre moteur à l'aide d'une équerre de montage qui coulisse verticalement par rapport à un marbre rainuré en fonte. Cette disposition particulière évitera le réglage toujours délicat d'une ligne d'arbre. La forte épaisseur du marbre a pour but d'amortir les éventuelles vibrations.



#### 3.1.2.2. - Le moteur à courant continu

La puissance installée serait de 15kw à 3000t/mn. Le moteur à courant continu est à vitesse variable. Une armoire de commande à thyristors permet de passer de quelques tours par minute à 3000t/mn.

Le moteur à courant continu serait équipé d'un moto ventilateur muni de filtres pour éviter tout échauffement accidentel. Il serait équipé d'une dynamotachymétrie à 2 collecteurs qui nous renseignerait à chaque instant sur la vitesse de rotation du moteur.

### 3.1.2.3. - Le variateur de vitesse

L'avantage du variateur de vitesse électronique est de créer la possibilité d'une variation continue de la vitesse de rotation du moteur, ce que les variateurs mécaniques permettent difficilement dans la gamme de puissance souhaitée.

Avec un variateur à thyristors, la variation de vitesse du moteur à courant continu est obtenue par variation de sa tension d'induit.

La partie puissance du variateur comprend un pont de GRAETZ complet (composé uniquement de thyristors d'où l'appellation). En modifiant le temps de conduction des thyristors, on fait varier la tension continue appliquée à l'induit du moteur et par conséquent sa vitesse.

L'adjonction de contacteurs inverseurs dans le circuit d'induit ou d'inducteur permet d'obtenir, si on le désire, l'inversion du sens de marche et le freinage électrique du moteur par récupération (renvoi de l'énergie active au réseau).

Le variateur serait muni d'une régulation de vitesse qui compare à tout instant la vitesse réelle du moteur, mesurée par une génératrice tachymétrique, à la valeur de la consigne, affichée à l'aide d'un potentiomètre. En cas d'écart entre le "signal" et la "consigne", la régulation modifie l'instant d'allumage des thyristors de façon à faire tendre cet écart vers zéro. Une limitation d'intensité électronique interdit que le courant ne dépasse une valeur pré-réglée.

### 3.1.2.4. - Accouplements

Les accouplements devront être du type "à lames flexibles" afin d'assurer un bon centrage, d'avoir une rigidité minimum en torsion et de faciliter le montage du couplemètre.

### 3.1.3. - PARTIE "MESURES"

Les prises de mesure sont constituées par :

- les capteurs de pression
- les capteurs de température
- les débitmètres
- le couplemètre
- la dynamo tachymétrique du moteur à courant continu.

Les informations ainsi recueillies sont ensuite converties en tension analogique puis envoyées sur une chaîne d'acquisition de données qui les stockera pour permettre au calculateur de les mettre en forme (points de mesure ou courbes).

#### 3.1.3.1. - Les capteurs de pression

Il y a deux types de mesure de pression à effectuer sur un compresseur.

a) Mesures de pression "statiques" à l'entrée et à la sortie du compresseur. Ce sont des mesures globales, et d'une relative constance dans le temps.

b) Mesures de pression "dynamiques" dans la chambre de compression pour être informé à chaque instant de l'état de compression du gaz entre son état d'admission et son état d'échappement. On dispose dans ce cas d'une fraction de seconde (1/50 de seconde pour un compresseur tournant à 3000t/mn) pour acquérir la valeur de la pression sur 8 ou 10 capteurs situés dans une chambre de compression.

Les premiers capteurs (mesures statiques) peuvent être des capteurs à fils tendus (jauges de contraintes). Une précision de l'ordre de 0,1% suffit et leur étalonnage peut se faire à l'aide d'une balance manométrique. La plage de mesure envisagée est : 0 - 14 bars.

Les capteurs du second type (mesures dynamiques) doivent être piézorésistifs et de très petite taille. On ne peut faire dans ce cas qu'une mesure relative de pression.

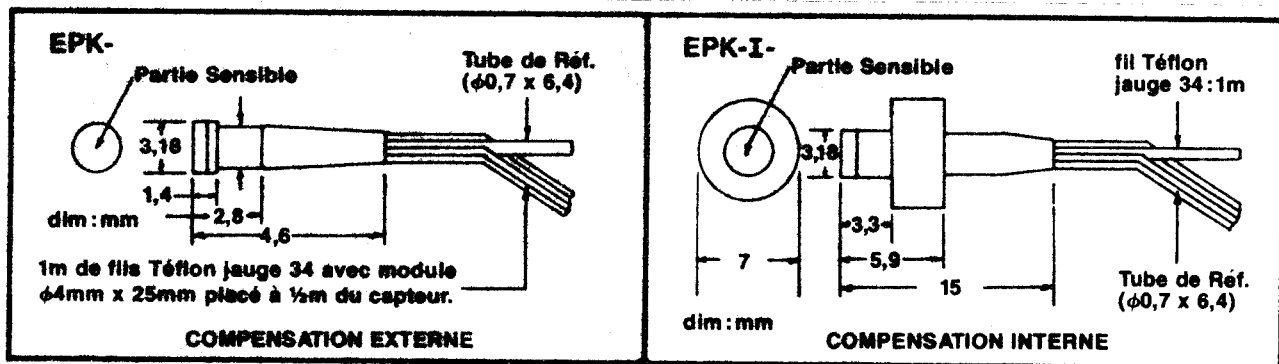
Les capteurs miniatures utilisent les derniers progrès réalisés dans la technologie des semi-conducteurs. Ils associent quatre jauges d'extensométrie semi-conducteurs montées en pont de Wheatstone. Ils peuvent être connectés directement sur la plupart des enregistreurs ou des systèmes d'acquisition de données sans utiliser d'amplificateur.

Il existe des modules de compensation thermique qui peuvent être placés à l'intérieur ou à l'extérieur du capteur. Cette fonction de compensation est assurée par des résistances à couche métallique.

Ces capteurs de mesure dynamique seront du type "à effleurement" pour éviter tout retard d'information dû à un



volume de gaz mort. Leur temps de réponse est voisin 3ms. Les dimensions "hors tout" sont de 3 à 5mm de diamètre et 4 à 6mm de longueur. Leur précision est de l'ordre de  $\pm 0,1\%$  de la plage de mesure qui sera de 0-14bars dans notre cas.



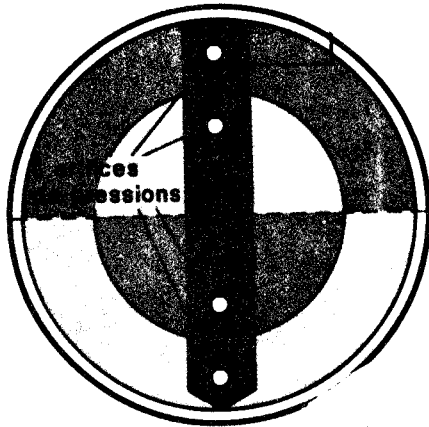
Exemple de capteurs miniatures présentés par la Société ENTRAN  
(capteurs français)

### 3.1.3.2. - Les capteurs de débit

Il existe deux types principaux de capteurs de débit : les débitmètres à turbine et les débitmètres à pression différentielle.

Les débitmètres à turbine, plus souvent utilisés dans les applications hydrauliques, ont une certaine inertie dans les variations brusques de régime et nous leur avons préféré les débitmètres à pression différentielle qui ont la même précision  $\pm 1\%$  et une répétabilité légèrement supérieure ( $\pm 0,1\%$  de la valeur réelle). De plus ces débitmètres sont d'une conception mécanique plus simple puisqu'ils n'ont pas de pièce en mouvement.

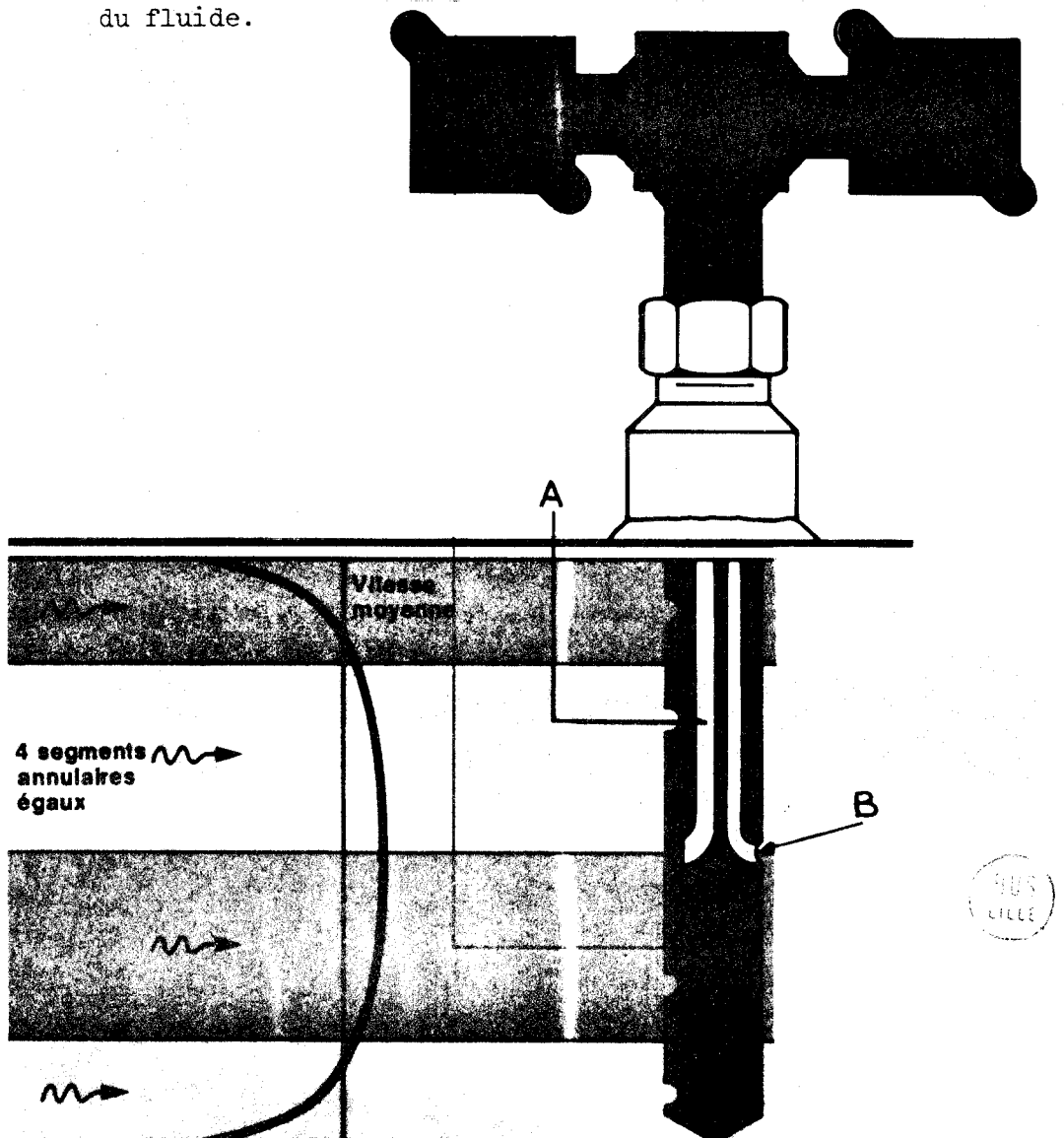
Le principe du débitmètre à pression différentielle est simple. Un tube (sonde) comportant 4 orifices (par exemple) de pression est plongé dans la canalisation où on souhaite faire la mesure. Ces orifices font face à l'écoulement du gaz.



Chaque orifice capte une pression engendrée par la vitesse du gaz dans chacune des 4 sections égales.

Un tube intérieur (repéré A) transmet la moyenne des pressions détectées par les 4 orifices à la chambre "haute pression" de l'appareil différentiel de mesure. Cette moyenne est la somme de la pression due à la vitesse et de la pression statique.

Un orifice arrière (repéré B), médiant, capte la basse pression. Cet orifice est opposé au sens d'écoulement du fluide.



La différence entre la haute pression du tube d'interpolation (A) et la basse pression du tube arrière (B) est proportionnelle au carré du débit selon le théorème de Bernouilli.

La précision du débit ainsi mesuré est de 1% de la valeur réelle.

#### 3.1.3.3. - Mesure de températures

Il y a deux mesures de température de l'air à effectuer. La première à l'entrée de l'air dans la boucle d'essai, et la seconde à la sortie du compresseur.

On préférera choisir des sondes à résistance platine plutôt que des sondes à thermocouples pour lesquelles on a besoin d'une référence extérieure.

Les résistances thermométriques (ou sondes) à platine se présentent sous la forme d'un cylindre en Pyrex ou en céramique, de 1 à 5mm de diamètre et de 10 à 40mm de longueur dans lequel le fil platine est noyé. L'élément sensible en platine a le plus souvent une résistance électrique de 100  $\Omega$  à 0°C.

#### 3.1.3.4. - Mesure du couple

Pour pouvoir prendre en compte les variations rapides de couples d'entraînement du compresseur et afin d'éliminer les effets secondaires, néfastes dans les mesures rapides, des forces axiales et radiales des supports de palier, nous avons étudié pour cette station d'essai les capteurs de torsion sans contact.

Le domaine d'application de ces capteurs de torsion englobe la mesure de la valeur moyenne et la mesure stato-dynamique du mouvement rotatif.

Le principe de fonctionnement de ce capteur inductif est simple. L'arbre de mesure possède en son milieu un diamètre induit représentant, sur une longueur bien déterminée, la barre de torsion. C'est la base de mesure. Deux flasques solidaires de l'arbre de mesure et situés de part et d'autre de celui-ci portent des dispositifs inductifs de mesure. L'angle de torsion est donc utilisé pour effectuer la mesure du moment de torsion.

La grande sensibilité du système de mesure inductif permet de tenir un très petit angle de torsion (environ  $0^{\circ}25$ ) ce qui permet d'obtenir une grande élasticité de torsion et, par là, une haute fréquence propre du capteur.

Les avantages techniques de ces capteurs de torsion sont nombreux. On peut les étalonner de façon statique grâce à une méthode de mesure inductive (et à la transmission rotative sans contact incorporée). Cet étalonnage se fait indépendamment de la vitesse de rotation du capteur. La mesure dynamique du couple peut se faire sans parasites jusqu'à un nombre de tours très élevé grâce à la transmission sans contact de la mesure. Enfin, il n'y a aucun entretien mécanique à effectuer même en service continu.

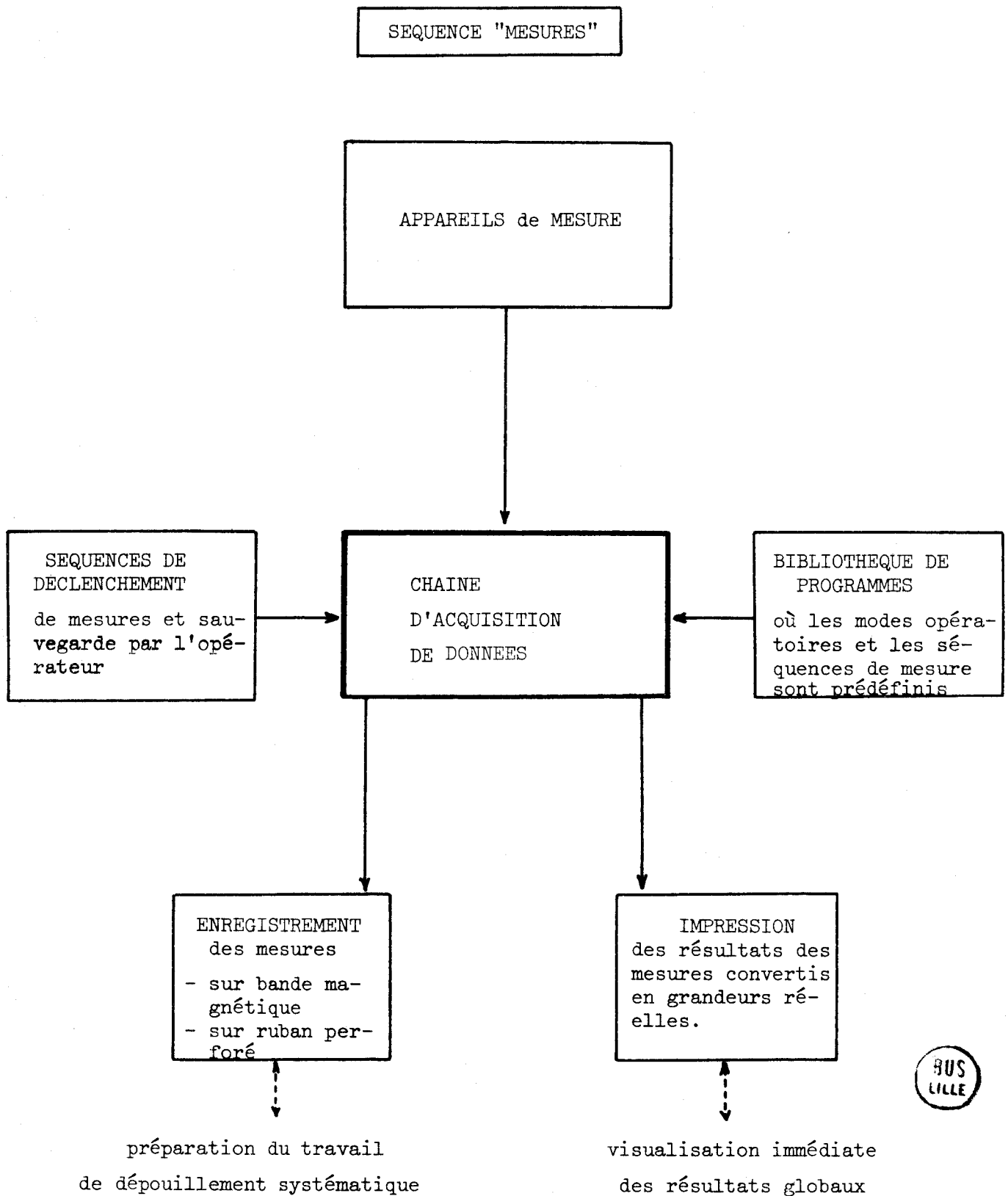
Il est à noter qu'il existe au CETIM (Centre Technique des Industries Mécaniques) - Etablissement de Senlis - un banc d'étalonnage de "couplemètre" d'une capacité de 2 à 500m daN maximum muni de paliers à air sans frottement permettant un étalonnage statique du capteur de torsion avec une précision inférieure à 0,05% de la plage d'utilisation. La précision dynamique de ces capteurs étant de l'ordre de 0,5% de la valeur réelle ( $\pm 0,2\%$  sur demande).

#### 3.1.4. - PARTIE "CALCULS"

Les séquences "Mesures" et "Dépouillement systématique" devront être séparées afin d'avoir une plus grande souplesse dans l'utilisation de la station d'essai.

L'unité de "Mesures" sera constituée par une baie de mesure qui fera du conditionnement de signal (fonction du type de capteur choisi) et par une chaîne d'acquisition de données suffisamment puissante pour permettre de travailler avec une bonne précision. Cette chaîne d'acquisition de données est composée d'un convertisseur analogique et d'un mini-ordinateur qui a pour tâches principales :

- d'ordonner les séquences de mesures (Partie "Mesures")
- de faire le dépouillement des résultats (Partie "Dépouillement systématique").



L'unité de "Dépouillement systématique" sera composée, en dehors du calculateur, d'une bibliothèque de programmes en langage évolué (pour permettre une modification), d'un système de sauvegarde des mesures et de moyens d'impression et de traçage.

#### 3.1.4.1. - L'unité de mesures

La baie de mesure permettra de conditionner les signaux venus des différents capteurs à l'aide d'amplificateurs "choppers" à entrée différentielle, d'amplificateurs type pont d'extensométrie ou d'amplificateurs linéarisateurs.

Ces mesures, faites par échantillonnage, ainsi conditionnées sont introduites dans un convertisseur analogique à 16 entrées différentielles  $\pm 10$  V. La fréquence maximum d'échantillonnage pourra être de 60 à 100 Hz.

Il sera intéressant de prévoir un affichage numérique pour l'ensemble des valeurs globales mesurées c'est à dire :

- le débit à la sortie du compresseur
- la température du gaz à la sortie du compresseur
- la pression de tarage de l'installation
- la vitesse moyenne de rotation du moteur
- la valeur moyenne du couple transmis

#### 3.1.4.2. - L'unité de dépouillement systématique

Le mini-ordinateur, coeur de la chaîne d'acquisition de données, permettra d'automatiser le dépouillement des mesures et de limiter ainsi les risques d'erreur humaine.

Les corrections des mesures en fonction des courbes d'é-talonnage des capteurs (stockées en mémoire) se feront de façon automatique.

Les résultats devront être exprimés directement en grandeur physique avec possibilité de faire varier les unités de ces grandeurs.

Pour ces différents travaux une bibliothèque de programmes sera confectionnée pour arriver à la présentation des résultats souhaités (tableaux, courbes ...) Le langage retenu pourra être le Basic ou le Fortran pour des fréquences de calculs inférieures à 20 Hz. Au-delà, seul le Fortran convient.

Le dépouillement des résultats, compte-tenu de la séparation de la séquence "Mesures" et de la séquence "Dépouillement", pourra se faire en temps réel ou en différé après stockage des mesures recueillies sur ruban perforé ou sur bande magnétique.

On peut estimer à 1500 le nombre de mesures à effectuer pour caractériser simplement un compresseur. Dans les phases de recherches d'optimum de formes géométriques ou de régime de fonctionnement ce nombre de valeurs recueillies pourra être multiplié par 3 ou 4. Il faut donc un mini-ordinateur d'une capacité de 128 K mots au minimum de mémoire.

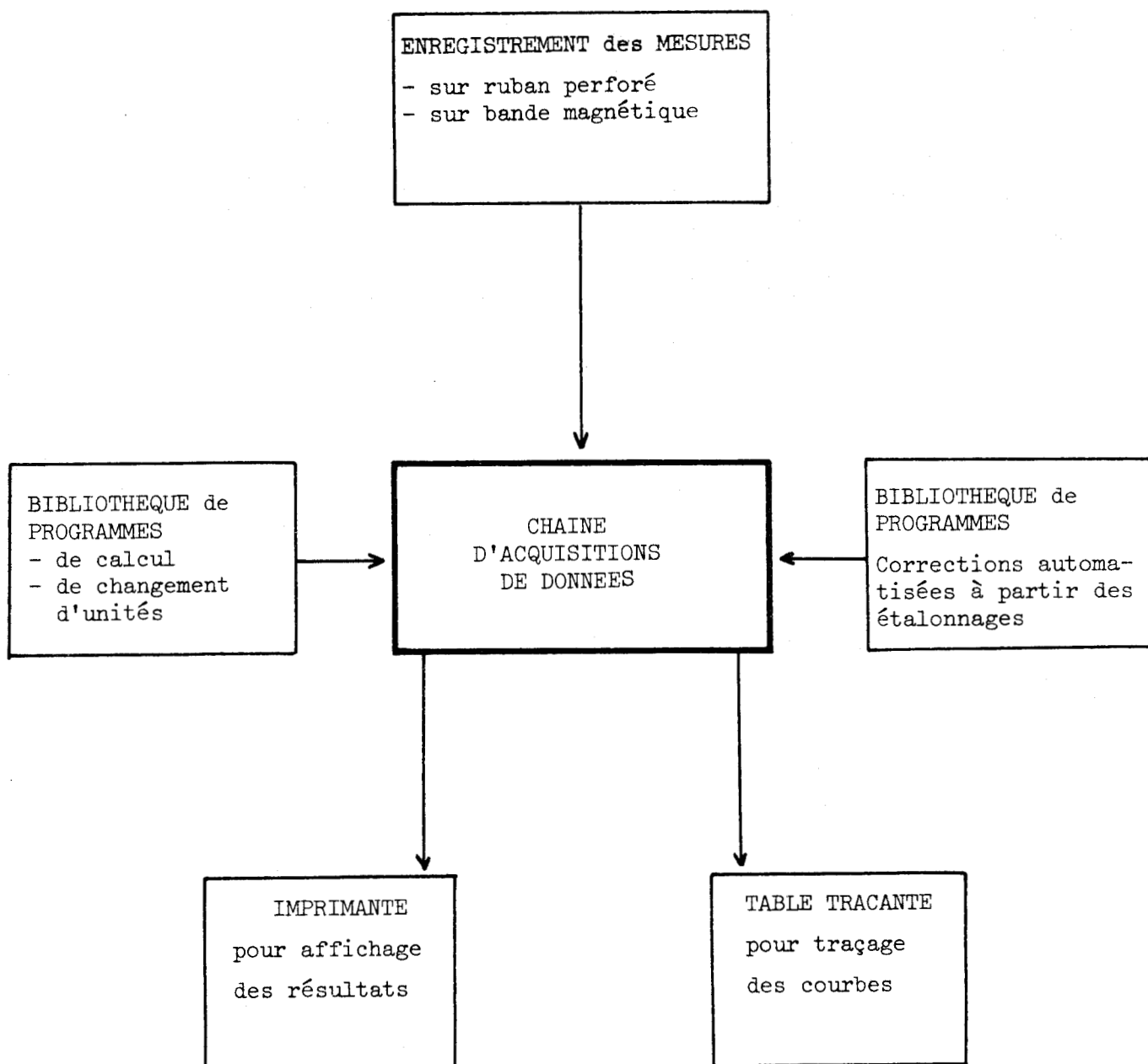
#### 3.1.4.3. - Précision des mesures

La notion de précision, dès qu'on aborde les mesures physiques devient vite trop complexe pour pouvoir être exposée en quelques lignes. Disons simplement que l'on peut déterminer avec plus ou moins de difficultés une limite supérieure de l'incertitude qui va entâcher les mesures effectuées.

Dans ce cas, l'incertitude maximale sera donc la somme des incertitudes survenant au cours des différentes étapes de la mesure.

Parmi les principales sources d'incertitudes qui sont à prendre en compte dans le cas d'une station d'essai comme la nôtre,

SEQUENCE "DEPOUILLEMENT SYSTEMATIQUE"





nous pouvons citer :

- caractères intrinsèques des appareils (capteurs, conditionneurs, mesureurs, bancs d'étalonnage)
- nature du phénomène mesuré (constant, instationnaire ou pseudostatique ...)
- montage des capteurs
- nature du traitement des signaux mesurés (moyenne linéaire ou quadratique, filtrage ...)
- procédure expérimentale
- perturbations parasites non contrôlables
- erreurs de l'opérateur

et cette liste n'est malheureusement pas exhaustive.

D'un point de vue pratique le banc d'essai de compresseurs pourrait être conçu pour atteindre une incertitude maximale de 0,5% sur les grandeurs mesurées. Il s'agirait dans ce cas de "mesures fines" correspondant à la classe "A" du point de norme ISO 131, DIS 4409.

Les performances demandées par la norme sont sévères et les matériels à acquérir doivent être des appareils de haute précision donc d'un prix d'achat élevé.

Pour obtenir un coût d'exploitation raisonnable du banc d'essai, on doit envisager de l'utiliser pour des mesures de classe "B" ou "C" pour lesquelles la norme demande des incertitudes maximum de 1% et 2%.

En effet, les incertitudes propres au matériel demeureront les mêmes quelle que soit la précision des mesures à effectuer. Par contre, il sera beaucoup plus rapide d'effectuer une mesure moins précise, la procédure étant alors moins élaborée.

Au vu d'expériences similaires, on peut estimer que le relevé et le dépouillement des caractéristiques d'un compresseur à air pourrait être :

de 8 à 12 heures pour des mesures de classe "C" (erreur 2%)

de 20 à 30 heures pour des mesures de classe "B" (erreur 1%)

de 50 à 80 heures pour des mesures de classe "A" (erreur 0,5%)

### 3.1.5. - ESTIMATION DU COUT DE LA STATION D'ESSAI

Estimation effectuée en novembre 1981 - Prix des matériels hors taxe et non montés :

### 3.1.5.1. - Partie "Mécanique"

1 marbre en fonte rainuré	40 000F
dimensions 2m50 x 1m50 x 0m20	
1 moteur à courant continu	40 000F
avec armoire de commande pour variations de vitesses de 0 à 3000t/mn	
Puissance 15kw à 3000t/mn	
1 accouplement à lames flexibles	1 000F

### 3.1.5.2. - Partie "Mesures"

2 capteurs de pressions pour mesure statique	3 000F pièce
type jauge extensométrie - 0-14 bars	
10 capteurs de pressions pour mesure dynamique	3 200F pièce
piézo résistifs et miniatures - 0-14bars	
2 capteurs de débit déprimogènes	3 500F pièce
vitesse maximum du gaz 20 m/s	
2 capteurs de température	2 100F pièce
sonde platine 100 $\Omega$ - 0 à 300°C	
1 capteur de mesure de couple	22 000F
capteur de torsion sans contact	

nota : la mesure de la vitesse de rotation du moteur à courant continu peut se faire soit à partir de la dynamo tachymétrique installée sur le moteur, soit à partir du codeur incrémental installé sur le couplemètre.

### 3.1.5.3. - Partie "Calculs"

1 baie de mesure de conditionnement	20 000F
de signaux provenant des capteurs	
1 chaîne d'acquisition de données avec un	100 000F
convertisseur analogique 16 bits	
fréquence maximum d'échantillonnage 10k Hz	
1 calculateur compatible avec le convertisseur	200 000F
(problème d'interface)	
capacité mémoire 128 k mots	
- imprimante type télétype	
- perforateur de ruban	
1 table traçante rapide	50 000F
format 420 x 210mm	

Il faut ajouter à ces coûts ceux des "petits matériels" du type flexibles, câbles blindés, raccords, brides, équerres de montage, pièces d'adaptation ..... estimés pour un montant total de 50 000F environ.

#### 3.1.6. - CONCLUSION

Cette station d'essai devra répondre à la plupart des besoins que l'on rencontre dans le domaine des compresseurs à air. Elle devra en outre s'adapter suivant les besoins :

- aux différents matériels à tester
- aux différents types de mesure à effectuer
- aux différentes classes de précision de mesure.

Si une grande précision est atteinte (0,5%), on pourra faire des essais de laboratoires en "mesures fines" qui permettront d'obtenir une multitude de renseignements par une analyse mathématique poussée.

RECAPITULATIF DES COUTS DE LA STATION D'ESSAIS

MATERIELS	Nb	prix unitaire	Montant H.T.
Marbre en fonte	1		40 000
Moteur à courant continu	1		40 000
Accouplement	1		1 000
Capteurs de pressions statiques	2	3 000	6 000
Capteurs de pressions dynamiques	10	3 200	32 000
Capteurs de débit	2	3 500	7 000
Capteurs de température	2	2 100	4 200
Capteur de couple	1		22 000
Baie de mesure	1		20 000
Chaîne d'acquisition de données	1		100 000
Calculateur	1		200 000
Table traçante	1		50 000
Petits matériels			50 000
MONTANT TOTAL H.T.			572 200

Soit une valeur arrondie à 600KF H.T. et montage non compris (évaluation en novembre 1981).



**CONCLUSION**

## CONCLUSION

Les nombreux calculs, les quelques simulations et les différents essais qui se sont succédés dans cette étude nous permettent d'affirmer que, dans le cadre des caractéristiques retenus pour cette étude :

- il existe une valeur optimale d'inclinaison de la palette par rapport à la direction radiale du rotor, comprise entre  $+ 5^{\circ}$  et  $+ 10^{\circ}$  (inclinaison vers l'avant de la palette par rapport au sens de rotation du compresseur), pour laquelle l'état des sollicitations dynamiques appliquées à la palette est minimum,
- il faut choisir un matériau aussi peu dense que possible pour construire les palettes,
- il faut diminuer la largeur des palettes au maximum tout en assurant leur résistance mécanique,
- il faut établir une pression d'air entre le fond de la rainure du rotor et la base de la palette pour que celle-ci ne "décolle" pas du stator en fin de compression.

En étudiant particulièrement la forme géométrique de la palette, nous nous sommes rendus compte de l'intérêt que nous avons à diminuer la courbure de la tête de palette pour réduire la puissance perdue par frottement et augmenter l'adhérence de la palette au contact du stator (condition d'étanchéité de la chambre) en fin de compression.

Nous savons aussi que nous pouvons augmenter la vitesse de rotation du rotor (de 3000 à 6000t/mn) à condition de fabriquer les palettes dans un matériau de masse volumique inférieure à  $1,8\text{g/cm}^3$ .

En modifiant les valeurs des paramètres de définition analytique de l'hypertrochoïde définissant la génératrice statorique, nous nous sommes rendus

compte que, toutes choses égales par ailleurs, nous pouvions diminuer la hauteur statorique donc faciliter notablement les conditions de réalisation industrielle de ce type de compresseur (diminution de la hauteur statorique de 75 à 58mm pour une cylindrée de 0,75 litre).

Les simulations faites par le tracé de la déformée du maillage d'une palette calculé à partir de la méthode des éléments finis et par la photoélasticimétrie sont venues en appui des résultats annoncés par le calcul.

La réalisation d'un prototype expérimental, dans les laboratoires du Département Mécanique de l'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES TECHNIQUES INDUSTRIELLES ET DES MINES DE DOUAI nous a permis de mettre en pratique toutes les conclusions induites par les deux premières parties de cette étude. Les essais en laboratoire ont, en outre, permis de constater l'excellente tenue en fonctionnement à sec des matériaux nouveaux (type KINEL) mis au point par le Centre de Recherche de RHONE-POULENC, ces matériaux n'ayant pas encore été employés dans ce type d'application à caractère dynamique.

Il est sûr que la mise en service d'une station d'essai de compresseur, telle qu'elle est décrite dans la dernière partie de cette étude, permettrait d'améliorer notablement la connaissance que nous avons de ce type particulier, mais intéressant, de compresseur.

Les japonais ont compris l'intérêt industriel de cette nouvelle génération de compresseur parfaitement équilibrés dynamiquement et d'un encombrement très réduit (à cylindrée égale), par rapport à tous les autres types de compresseurs rotatifs ou alternatifs. Ils en fabriquent une version, de petite cylindrée, à fonctionnement lubrifié, depuis quelques années.

Nous avons quelques mois d'avance sur eux pour ce prototype à forte cylindrée et à fonctionnement à sec. Il nous paraît intéressant d'exploiter cette avance pour produire un tel compresseur industriellement.

B I B L I O G R A P H I E

- GENERATION DES SURFACES TROCHOIDALES  
Professeur J.M. FLAMME
- CONTROLE MORPHOLOGIQUE DES SURFACES TROCHOIDALES  
Professeur J.M. FLAMME
- CAPSULISME HYPERTROCHOIDAL A PALETTES  
Professeur J.M. FLAMME
- LES MATERIAUX DE FROTTEMENT SEC  
RHONE-POULENC Spécialités Chimiques
- PROGRAMMES DE CALCUL PAR ELEMENTS FINIS  
Ecole des Mines de Douai - M. MARTIN SIEGFRIED
- LA PHOTOELASTICIMETRIE EN MECANIQUE  
J. GUINET - CETIM Etablissement de Senlis
- BANC D'ESSAI DU CETIM POUR LES TRANSMISSIONS HYDRAULIQUES  
M. LECERF - CETIM Etablissement de Senlis



**ANNEXES**

TRACE DE L'HYPERTROCHOIDE  
DANS UN SYSTEME D'AXES ORTHONORMES

```

READ L1,L2,L3,K1,K2,J
DIMENSION IB(392)
LEC=7
READ(LEC,1)L1,L2,L3,K1,K2,J
1 FORMAT(8F10.0)
CALL PLOTS(IB,392,6)
EC=0.01
CALL FACTOR(EC,EC)
PI=4.0*ATAN(1.0)
PAS=PI/180.0
LP=3
DO 10 I=1,721
TET=PAS*(I-1)
X=L1*COS(K1*TET)+L2*COS(K2*TET)+L3*COS((1.-K1)*TET)
Y=L1*SIN(K1*TET)+L2*SIN(K2*TET)+L3*SIN((1.-K1)*TET)
X=-X
Y=-Y
CALL PLOT(X,Y,LP)
LP=2
C IF(MOD(I+1,90)NE0) CALL CROI(X,Y,EC)
10 CONTINUE
A=8.0
LP=3
DO 11 I=1,721
TET=PAS*(I-1)
TET=TET+2.*PI
X=L1*COS(K1*TET)+L2*COS(K2*TET)+L3*COS((1.-K1)*TET)
Y=L1*SIN(K1*TET)+L2*SIN(K2*TET)+L3*SIN((1.-K1)*TET)
XP=-K1*L1*SIN(K1*TET)-K2*L2*SIN(K2*TET)-(1.-K1)*L3*SIN((1.-K1)*TET)
YV=L1*K1*COS(K1*TET)+L2*K2*COS(K2*TET)+(1.-K1)*L3*COS((1.-K1)*TET)
VV=ATAN2(YV,XP)
XA=X-A*SIN(VV)
YA=Y+A*COS(VV)
CALL PLOT(XA,YA,LP)
LP=2
11 CONTINUE
LP=3
RP=L1+L2+L3-J
DO 20 I=1,361
TET=VI-1)*PAS
CALL PLOT(RP*COS(TET),RP*SIN(TET),LP)
LP=2
20 CONTINUE
CALL PLOT(0.0,0.0,999)
STOP
END

```



CALCUL DU RAYON DE COURBURE DE  
L'HYPERTROCHOÏDE EN UN POINT COURANT

```

REAL L1,L2,L3,K1,K2,J
LECH3
READ(LEC,1)L1,L2,L3,K1,K2,J
1  FORMAT(8F10.0)
PI=4*ATAN(1)
PAS=PI/180
DO 10 I=1,361
  TET=PI*(I-1)
  X=L1+COS(K1*TET)+L2*COS(K2*TET)+L3*CCS((1.-K1)*TET)
  Y=L1+SIN(K1*TET)+L2*SIN(K2*TET)+L3*SIN((1.-K1)*TET)
  XP=L1+K1*SIN(K1*TET)+L2*K2*SIN(K2*TET)+L3*(1.-K1)*SIN((1.-K1)*TET
A)
  YP=L1+K1*COS(K1*TET)+L2*K2*COS(K2*TET)+L3*(1.-K1)*CCS((1.-K1)*TET)
  XPP=L1+K1+COS(K1*TET)+L2*K2*K2+COS(K2*TET)+L3*(1.-K1)*(1.-K1
A)*COS((1.-K1)*TET)
  YPP=L1+K1+K1*SIN(K1*TET)+L2*K2*K2*SIN(K2*TET)+L3*(1.-K1)*(1.-K1)*
ASIN((1.-K1)*TET)
  RAYON DE COURBURE = PARTIE IMAGINAIRE DE ZPRIMBARRE * ZSEC DIVIS
C  A  E PAR LE MODULE DE Z A LA PUISSANCE 3/2
C  AYCOUR=(YPP*XP-Y*XP)/(X**2+Y**2)**(3./4.)
1880 FORMAT(1H,4F18.3)
  WRITE(4,1880)TET,X,Y,AYCOUR
10 CONTINUE
STOP
END

```



CALCUL DES COORDONNEES D'UN POINT COURANT DE L'HYPERTROCHOIDE  
ET DES DERIVEES PREMIERES, SECONDES ET TROISIEMES

CALCUL DES COORDONNEES DU POINT DE CONTACT DE LA PALETTE AVEC  
LE STATOR

ABSCISSE X D'UN POINT DE L'HYPERTROCHOIDE EN FONCTION DU PARAMETRE  
 ANGULAIRE DE DEFINITION DE CETTE COURBE

```

FUNCTION TRUX(T)
COMMON A1,A2,A3,E1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3
TRUX=A1*COS(B1*T)+A2*CCS(B2*T)+A3*COS((1.-B1)*T)
RETURN
END
    
```

ORDONNEE Y D'UN POINT DE L'HYPERTROCHOIDE EN FONCTION DU PARAMETRE  
 ANGULAIRE DE DEFINITION DE CETTE COURBE

```

FUNCTION TROY(T)
COMMON A1,A2,A3,E1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3
TROY=A1*SIN(B1*T)+A2*SIN(B2*T)+A3*SIN((1.-B1)*T)
RETURN
END
    
```

ABSCISSE X DU POINT DE CONTACT ENTRE LA PALETTE ET LA GENERATRICE STA-  
 TORIQUE HYPERTROCHOIDALE

```

FUNCTION TRNX(T)
COMMON A1,A2,A3,E1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3
V=ATAN2(TROY(T),TROIX(T))
TRNX=TROX(T)-RP*SIN(V)
RETURN
END
    
```

ORDONNEE Y DU POINT DE CONTACT ENTRE LA PALETTE ET LA GENERATRICE STATO-  
 RIQUE HYPERTROCHOIDALE

```

FUNCTION TRNY(T)
COMMON A1,A2,A3,E1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3
V=ATAN2(TROY(T),TROIX(T))
TRNY=TROY(T)+RP*COS(V)
RETURN
END
    
```

DERIVEE PREMIERE DE TRO X(T)

```

FUNCTION TR01X(T)
COMMON A1,A2,A3,E1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3
TRO1X=-B1*A1*SIN(B1*T)-B2*A2*SIN(B2*T)-(1.-B1)*A3*SIN((1.-B1)*T)
RETURN
END

```

DERIVEE PREMIERE DE TRO Y(T)

```

FUNCTION TR01Y(T)
COMMON A1,A2,A3,E1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3
TRO1Y=B1*A1*COS(B1*T)+B2*A2*COS(B2*T)+(1.-B1)*A3*COS((1.-B1)*T)
RETURN
END

```

DERIVEE SECONDE DE TRO X(T)

```

FUNCTION TR02X(T)
COMMON A1,A2,A3,E1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3
TRO2X=-B1*B1*A1*COS(B1*T)-B2*B2*A2*COS(B2*T)-(1-B1)**2*A3*COS((1-
SB1)*T)
RETURN
END

```

DERIVEE SECONDE DE TRO Y(T)

```

FUNCTION TR02Y(T)
COMMON A1,A2,A3,E1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3
TRO2Y=-B1*B1*A1*SIN(B1*T)-B2*B2*A2*SIN(B2*T)-(1-B1)**2*A3*SIN((1-
SB1)*T)
RETURN
END

```

DERIVEE TROISIEME DE TRO X(T)

```

FUNCTION TRO3X(T)
COMMON A1,A2,A3,E1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3
TRO3X=B1**3*A1*SIN(B1*T)-B2**3*A2*SIN(B2*T)+(1-B1)**3*A3*SIN
S(71-B1)*T)
RETURN
END

```

DERIVEE TROISIEME DE TRO Y(T)

```

FUNCTION TRO3Y(T)
COMMON A1,A2,A3,E1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3
TRO3Y=B1**3*A1*CCS(B1*T)-B2**3*A2*CCS(B2*T)+(1-B1)**3*A3*CCS
S(71-B1)*T)
RETURN
END

```

### CALCUL DE L'AIRe D'UNE CHAMBRE

(prise dans une section droite du compresseur)

Ce calcul fait appel à un sous-programme "AIRE" qui transforme le périmètre de la surface en un contour polynomial et calcule l'aire par intégration.

```

SUBROUTINE AIRE(X,Y,N,NP,SU)
DIMENSION X(N),Y(N)
NP1=NP-1
SU=0
DO 1 I=2,NP1
1 SU=SU+(Y(I)-Y(1))*(X(I-1)-X(I+1))/2.
SU=ABS(SU)
RETURN
END

```

FONCTION RELATIONNELLE ENTRE LA POSITION DU POINT DE CONTACT PALETTE/  
STATOR ET LE POINT D'INTERSECTION DU RAYON HYPERTROCHOIDAL AVEC LE ROTOR.

```

FUNCTION FUN(T)
COMMON A1,A2,A3,E1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3
PI=4*ATAN(1)
ANG=G+AL3
51 IF(ANG<PI)GOTO 50
ANG=ANG-PI
GOTO 51
50 CONTINUE
IF(ABS(ABS(ANG)-PI/2)<1.E-5)GOTO 100
FUN=TRNY(T)-YI-(TRNX(T)-XI)*SIN(G+AL3)/COS(G+AL3)
RETURN
100 FUN=TRNX(T)-XI
RETURN
END

```

CALCUL DES COORDONNEES DE POINTS PAR ITERATION AVEC UN PAS AN-  
GULAIRE DE 0,1°

```

SUBROUTINE VAL(T)
COMMON A1,A2,A3,E1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3
PI=4*ATAN(1)
DT=0.1
XI=RR*COS(G)
YI=RR*SIN(G)
FXY=FUN(T)
200 IF(ABS(FXY)<1.E-3)GOTO 100
GXY=FXY
T0=T
T=T+DT
300 FXY=FUN(T)
IF((FXY+GXY)>0)GOTO 200
T=T0
DT=DT/10
T=T+DT
GOTO 300
100 CONTINUE
RETURN
END

```

RELATION ANGULAIRE ENTRE LA POSITION DU RAYON HYPERTROCHOIDAL ET LA POSITION DU RAYON DU ROTOR ISSU DU POINT D'INTERSECTION DU RAYON HYPERTROCHOIDAL AVEC LE CONTOUR DU ROTOR

```

SUBROUTINE VALU(TETA, EPS, T)
COMMON A1, A2, A3, B1, B2, XJ, RR, RP
COMMON XI, YI, G, AL3
PI=4*ATAN(1)
DT=0.1
FXY=CERC(T, EPS, TETA)
200 IF(ABS(FXY).LT.1E-3)GOTO 100
GXY=FXY
T0=TETA
TETA=TETA+DT
300 FXY=CERC(T, EPS, TETA)
IF((FXY+GXY).GT.0.)GOTO 200
TETA=T0
DT=DT/100
TETA=TETA+DT
GOTO 300
100 RETURN
END

```

RELATION ENTRE LA POSITION DU POINT DE CONTACT PALETTE/STATOR ET LA POSITION DU POINT D'INTERSECTION DE L'AXE DE LA PALETTE AVEC LE CONTOUR DU ROTOR

```

FUNCTION CERC(T, EPS, TETA)
COMMON A1, A2, A3, B1, B2, XJ, RR, RP
COMMON XI, YI, G, AL3
PI=4*ATAN(1)
ANG=G+AL3
51 IF(ANG.LT.PI)GOTO 50
ANG=ANG-PI
GOTO 51
50 IF(ABS(ABS(ANG)-PI/2).LT.1E-5)GOTO 100
CERC=(RR*SIN(TETA)-TRNY(T))-(RR*COS(TETA)-TRNX(T))*SIN(G+AL3)/
+COS(G+AL3) -RP/COS(G+AL3)*EPS
RETURN
100 CERC=RR*COS(TETA)-TRNX(T)+RP*EPS*SIN(G+AL3)
RETURN
END

```



PROGRAMME DE CALCUL DE LA PRESSION D'AIR DANS UNE CHAMBRE PENDANT LA  
PHASE DE COMPRESSION

- détermination de l'aire maximum et minimum de la chambre (section droite)
- calcul de la hauteur du stator pour une cylindrée donnée

```

SUBROUTINE PRESS(P,XC,IOR1,IMAX1,GD,ABC,IICMIN,IICMAX,INPI,IWRIT1,
*IWRIT2)
  DIMENSION P(180),XC(180)
  DIMENSION X(2000),Y(2000)
  COMMON A1,A2,A3,B1,B2,XJ,RR,RP
  COMMON XI,YI,G,AL3,F1,CYLO,P1,P1
  COMMON H,GDEP
507 FORMAT(8(F10.3,5X))
  PAS=PI/100.
  PSI=1.35
  ICPAS=1
  G=GD*PI/180.
  T=G+ABC*PI-0.5
  TETA=G-2.*RP/RR
  GA=G+PI/2.
  TMAX=GA+ABC*PI-0.5
  TITI=GA-2.*RP/RR
  TT=T
  TATA=TETA
  TM=TMAX
  TI=TITI
  IPAS=1
  JPAS=1
3558 IOR=IOR1
  IMAX=IMAX1
3559 DO 1500 IC=IOR,IMAX,ICPAS
  G=IC*PI/180.
  T=TT
  CALL VAL(T)
  TT=T
  1 GGG=G*180./PI
  XXX=TRUX(T)
  Y=YTROY(T)
  IF(IWRIT1.EQ.1) WRITE(4,507) GGG,XXX,YYY
  EPS=1.
  TETA=TATA
  GOTO(3101,3102),IPAS
3101 CALL VAL(TETA,EPS,T)
  IPAS=2
  GOTO 3103
3102 TETA=TETA+ICPAS*PI/180.
3103 TATA=TETA

```

```

X(1)=RR*COS(TETA)
Y(1)=RR*SIN(TETA)
X(2)=TRNX(T)-RP*SIN(G+AL3)*EPS
Y(2)=TRNY(T)+RP*COS(G+AL3)*EPS
K=2
ANG1=ATAN2(Y(2)-TRNY(T),X(2)-TRNX(T))
IF(ANG1.LT.0) ANG1=ANG1+2.*PI
ANG2=ATAN2(TROY(T)-TRNY(T),TROX(T)-TRNX(T))
IF(ANG2.LE.0) ANG2=ANG2+2.*PI
IF(ANG2.GT.ANG1) ANG2=ANG2-2.*PI
ANG=ANG1
700 K=K+1
ANG=ANG-PAS
IF(ANG.LT.ANG2) GOTO 701
X(K)=TRNX(T)+RP*COS(ANG)
Y(K)=TRNY(T)+RP*SIN(ANG)
GOTO 700
701 X(K)=TROX(T)
Y(K)=TROY(T)
TETI=TETA
TMAX=TM
G=G+PI/2
CALL VALU(TMAX)
TM=TMAX
600 K=K+1
T=T+PAS
BIY=TROY(T)
IF(BIY.LT.0) K=K-1
IF(BIY.LT.0) TETA=PI+PAS
IF(BIY.LT.0) GOTO 900
IF(T.GT.TMAX) GOTO 601
X(K)=TROX(T)
Y(K)=TROY(T)
GOTO 600
601 CONTINUE
T=TMAX
X(K)=TROX(T)
Y(K)=TROY(T)
EPS=-1
TETA=TI
GOTO 4101,4102),JPAS
4101 CALL VALU(TETA,EPS,T)
JPAS=2
GOTO 4101
4102 TETA=TETA+ICPAS*PI/180
4103 TI=TETA
ANG1=ATAN2(Y(K)-TRNY(T),X(K)-TRNX(T))
IF(ANG1.LT.0) ANG1=ANG1+2.*PI
XF=TRNX(T)-RP*SIN(G+AL3)*EPS
YF=TRNY(T)+RP*COS(G+AL3)*EPS
ANG2=ATAN2(YF-TRNY(T),XF-TRNX(T))
IF(ANG2.LE.0) ANG2=ANG2+2.*PI
IF(ANG2.GT.ANG1) ANG2=ANG2-2.*PI
ANG=ANG1
800 K=K+1
ANG=ANG-PAS
IF(ANG.LT.ANG2) GOTO 801
X(K)=TRNX(T)+RP*COS(ANG)
Y(K)=TRNY(T)+RP*SIN(ANG)
GOTO 800
801 X(K)=XF
Y(K)=YF

```



```

      K=K+1
      X(K)=RR*COS(TETA)
      Y(K)=RR*SIN(TETA)
900  K=K+1
      TETA=TETA-PAS
      IF (TETA.LT.TETI) GOTO 901
      IF (K.GT.2000) WRITE(4,623)
623  FORMAT (1H , 'K EST SUPERIEUR A 2000',/)
      X(K)=RR*COS(TETA)
      Y(K)=RR*SIN(TETA)
      GOTO 900
901  X(K)=X(1)
      Y(K)=Y(1)
      CALL AIRE(X,Y,1000,K,SCYL)
      G=G-PI/2
      GD=G/PI*180
      XC(IC)=SCYL
1500 CONTINUE
      SCYLMA=XC(IOR1)
      SCYLM1=XC(IMAX1)

      H=0.125*CYLO/(SCYLMA-SCYLM1)
31  FORMAT(6(F10.3))
      V1=SCYLMA*H
4059 FORMAT(1H , 'LA HAUTEUR CALCULEE DU STATOR EST :',F10.3)
      DO 15 IC=IICMIN,IICMAX
      V2=XC(IC-INPI)*H
      P(IC)=PI*(V1/V2)**PSI
      IF (P(IC).GE.PT) P(IC)=PT
      IF (IWRIT2.EQ.1) WRITE(4,507) P(IC),XC(IC)
      IF (IWRIT2.EQ.1) WRITE(4,507) P(IC),XC(IC)
15  CONTINUE
      RETURN
      END

```



### CALCUL DES PARAMETRES PHYSIQUES DE COMPRESSION

- Aire de la section droite de la chambre de compression
- Volume de la chambre de compression
- Pression dans la chambre de compression
- Température du gaz comprimé
- Travail nécessaire à la compression du gaz

```
REAL L1,L2,L3,K1,K2,J
DIMENSION XC(200)
DIMENSION X(1000),Y(1000)
DIMENSION YY(200,8)
DIMENSION IBUF(392)
COMMON A1,A2,A3,B1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,C,AL3
CALL PLOTS(IBUF,392,5)
CALL FACTOR(0L1,0L,01)
CALL STEP(2)
CALL PLOT(800L,0L,2)
CALL PLOT(0L,0L,3)
CALL PLOT(0L,2000L,2)
CALL PLOT(0L,0L,3)
CALL STEP(1)
LECH3
IMP=4
READ(LEC,1)L1,L2,L3,K1,K2,J,XP
1 FORMAT(8F10.0)
A1=L1
A2=L2
A3=L3
B1=K1
B2=K2
XJ=J
RP=XP
PI=4*ATAN(1)
PAS=PI/180
GPAS=PI/180
CYLO=750000
AL3=6*PI/180
SCYLMA=1287.943
SCYLMI=1804356
SCYL=1287.943
H=0.125*CYLO/(SCYLMA-SCYLMI)
V1=SCYL*H
T1=29302
TCEL1=20000
P1=18013
PSI=1.35
W1=0
SW=W1
```

```

WRITE(IMP,4059)H
IUR=450+1.
IMAX=1350
ICPAS=1
GD=450
WRITE(IMP,4060)GD,SCYL,P1,V1,TCEL1,W1,SW
XC(1)=SCYL
KC=1
G=GD*PI/1800
RR=L1+L2+L3-J
RR=ABS(RR)
DO 7500 IEX=1,2
IF(IEX.EQ.2)KC=0
IF(IEX.EQ.2)IUR=1350
IF(IEX.EQ.2)IMAX=2250
IF(IEX.EQ.2)GD=1350
T=G+20*PI-0.5
TETA=G-20*RP/RR
GA=G+PI/20
TMAX=GA+20*PI-0.5
TITI=GA-20*RP/RR
TI=T
TATA=TETA
TM=TMAX
TI=TTTTI
IJ=3
IPAS=1
JPAS=1
DO 1500 IC=IUR,IMAX,ICPAS
G=IC*PI/1800
T=TI
CALL VAL(T)
TI=T
EPS=10
TETA=TATA
GOTO(3101,3102),IPAS
3101 CALL VALU(TETA,EPS,T)
IPAS=2
GOTO 3103
3102 TETA=TETA+ICPAS*PI/1800
3103 TATA=TETA
X(1)=RR*COS(TETA)
Y(1)=RR*SIN(TETA)
X(2)=TRNX(T)-RP*SIN(G+AL3)*EPS
Y(2)=TRNY(T)+RP*COS(G+AL3)*EPS
K=2
ANG1=ATAN2(Y(2)-TRNY(T),X(2)-TRNX(T))
IF(ANG1.LT.0)ANG1=ANG1+2*PI
ANG2=ATAN2(TRUY(T)-TRNY(T),TRUX(T)-TRNX(T))
IF(ANG2.LE.0)ANG2=ANG2+2*PI
IF(ANG2.GT.ANG1)ANG2=ANG2-2*PI
ANG=ANG1
700 K=K+1
ANG=ANG-FAS
IF(ANG.LT.ANG2)GOTO 701
X(K)=TRNX(T)+RP*COS(ANG)
Y(K)=TRNY(T)+RP*SIN(ANG)
GOTO 700

```



```

701 X(K)=TROX(T)
    Y(K)=TROX(T)
    TETI=TETA
    TMAX=TM
    G=G+PI/2
    CALL VAL(TMAX)
    TM=TMAX
600 K=K+1
    T=T+PAS
    IF (T.GT.TMAX)GOTO 601
    X(K)=TROX(T)
    Y(K)=TROX(T)
    GOTO 600
601 CONTINUE
    T=TMAX
    X(K)=TROX(T)
    Y(K)=TROX(T)
    EPS=1E
    TETA=TI
    GOTO(4101,4102),JPAS
4101 CALL VALU(TETA,EPS,T)
    JPAS=2
    GOTO 4103
4102 TETA=TETA+ICPAS*PI/180
4103 TI=TETA
    XA1=TT+180/PI
    XA2=TATA+180/PI
    XA3=TM+180/PI
    XA4=TI+180/PI
    ANG1=ATAN2(Y(K)-TRNY(T),X(K)-TRNX(T))
    IF (ANG1.LT.0)ANG1=ANG1+2*PI
    XF=TRNX(T)-RP*SIN(G+AL3)*EPS
    YF=TRNY(T)+RP*COS(G+AL3)*EPS
    ANG2=ATAN2(YF-TRNY(T),XF-TRNX(T))
    IF (ANG2.LE.0)ANG2=ANG2+2*PI
    IF (ANG2.GT.ANG1)ANG2=ANG2-2*PI
    ANG=ANG1
800 K=K+1
    ANG=ANG-PAS
    IF (ANG.LT.ANG2)GOTO 801
    X(K)=TRNX(T)+RP*COS(ANG)
    Y(K)=TRNY(T)+RP*SIN(ANG)
    GOTO 800
801 X(K)=XF
    Y(K)=YF
    K=K+1
    X(K)=RR*COS(TETA)
    Y(K)=RR*SIN(TETA)
900 K=K+1
    TETA=TETA-PAS
    IF (TETA.LT.TETI)GOTO 901
    X(K)=RR*COS(TETA)
    Y(K)=RR*SIN(TETA)
    GOTO 900
901 X(K)=X(1)
    Y(K)=Y(1)
    CALL AIRE(X,Y,1000,K,SCYL)
    G=G-PI/2
    GD=G/PI*180
    Z=IG

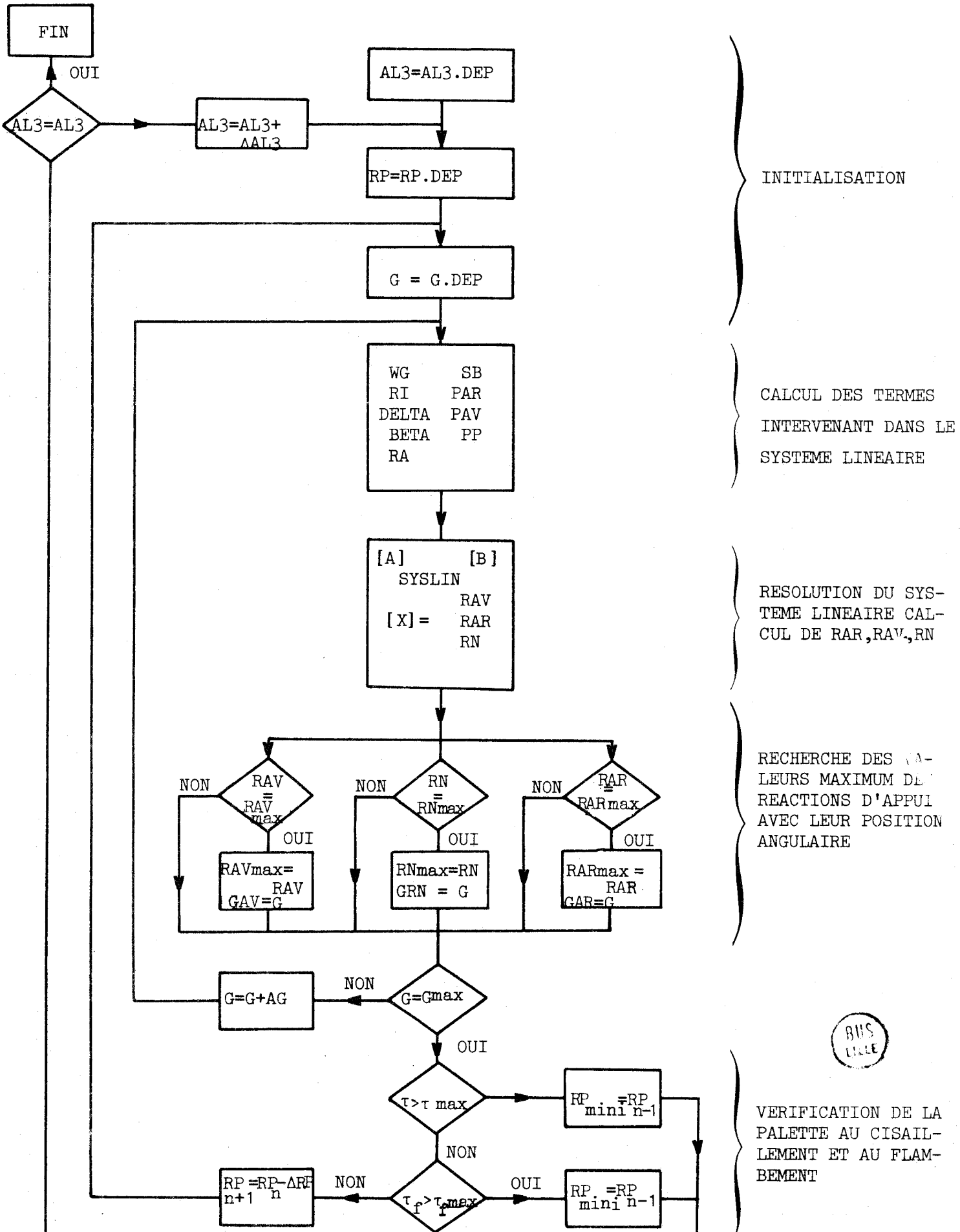
```



```
CALL PLOT(Z,SCYL,IJ)
IJ=2
CALL PLOT(0,0,999)
IF(IEXNE.1)GOTO 8000
KC=KC+1
XC(KC)=SCYL
V2=H*SCYL
P2=P1*(V1/V2)**PSI
T2=T1*(P2/P1)**((PSI-1)/PSI)
TCEL=T2-273.2
W2=(P2*V2-P1*V1)/(PSI-1)
SW=SW+2
YY(KC,1)=GD
YY(KC,2)=SCYL
YY(KC,3)=P2
YY(KC,4)=V2
YY(KC,5)=TCEL
YY(KC,6)=W2
YY(KC,7)=SW
WRITE(IMP,4060)(YY(KC,JJ),JJ=1,7)
4060 FORMAT(1H,7(F10.3,8X))
V1=V2
P1=P2
T1=T2
W1=W2
8000 KC=KC+1
1500 CONTINUE
7500 CONTINUE
C
STOP
END
```



ORGANIGRAMME DU PROGRAMME II





SOUS-PROGRAMME DE RESOLUTION D'UN SYSTEME LINEAIRE

```

SUBROUTINE SYSLIN(A,B,X,N,NDA)
  DIMENSION A(NDA,NDA),B(NDA),X(NDA)
C*****
C*****
C****
C****      POUR LA RESOLUTION DE TOUT SYSTEME LINEAIRE
C****
      DO 1 K=1,NM1
C*****
      NM1=N-1
      I=K+1
      M=K
      2 IF(ABS(A(I,K))-ABS(A(M,K)))5,5,3
      3 M=I
      5 IF(I=N)4,6,6
      4 I=I+1
      GO TO 2
      6 IF(A(M,K))8,7,8
      7 WRITE(4,333)
333 FORMAT(1H0,' SYSTEME IMPOSSIBLE!')
      STOP SYLEQ
      GOTO 2000
      8 IF(M=K)9, 11,9
      9 DO 10 J=K,N
      R=A(K,J)
      A(K,J)=A(M,J)
      10 A(M,J)=R
      R=B(K)
      B(K)=B(M)
      B(M)=R
      11 KP1=K+1
      DO 12 I=KP1,N
      R=A(I,K)/A(K,K)
      A(I,K)=0.0D00
      DO 13 J=KP1,N
      13 A(I,J)=A(I,J)-R*A(K,J)
      12 B(I)=B(I)-R*B(K)
      1 CONTINUE
      X(N)=B(N)/A(N,N)
      DO 14 IE=1,NM1
      I=N-IE
      TX=0.0D00
      IP1=I+1
      DO 15 J=IP1,N
      15 TX=TX-A(I,J)*X(J)
      IF(A(I,I))14,7,14
      14 X(I)=(B(I)+TX)/A(I,I)
      DET=1.0D00
      DO 50 I=1,N
      50 DET=DET*A(I,I)
      51 FORMAT(4 DET = ',E10.3)
2000 RETURN
END

```



# CALCUL DES REACTIONS AUX APPUIS PALETTE/ROTOR ET PALETTE/STATOR

- Calcul de la réaction de contact de la tête de palette avec le stator et de son angle d'inclinaison ( $\beta$ ) avec la direction radiale
- Calcul des réactions de contact avant et arrière des flancs de palettes avec la rainure du rotor
- Calcul de la puissance perdue par frottement

```

REAL L1,L2,L3,K1,K2,J,LP
REAL LF,LFMAX
COMMON/BLUC/IBUF(50)
DIMENSION P(180),XC(180)
DIMENSION B(3), A(3,3), R(3)
DIMENSION D(2,2), C(2), G(2)
DIMENSION GAMA(136),RAV(136),RAR(136),ETA(136),KA(136)
COMMON A1,A2,A3,B1,B2,XJ,RR,RP
COMMON XI,YI,G,AL3,FI,CYLO,P1,PT
COMMON H,GDEP
READ (3,1) L1, L2, L3, K1, K2, J
READ (3,1) GMIN, GMAX, PT
READ(3,1) RP, DRP, ALMIN, ALMAX, VR, XMVP, CYLO
READ(3,1) PF1,PF2,PG
READ(3,1) E, TOMAX, SIGLIM
READ (3,1) PPO
1 FORMAT(8F10.0)
600 FORMAT(1F,5X,100(1*'))
603 FORMAT(1F,5X,9(1*'),F10.3),7*')
703 FORMAT(1F,16X,1*'),4X,1AL3',3X,1*'),4X,1RP',4X,1*'),4X,1LP',4X,1*'),4
  *X,1P1',4X,1*'),4X,1PT',4X,1*'),3X,1CYLO',3X,1*'),4X,1H',5X,1*')
700 FORMAT(1F,16X,7(1*'),F10.3),1*')
802 FORMAT(1F,5X,1*'),4X,1AL3',3X,1*'),3X,1GFRAY',2X,1*'),3X,1FRAV',3X,1
  S*'),3X,1GFRAR',2X,1*'),3X,1FRAR',3X,1*'),3X,1GFRN',3X,1*'),4X,1GRN',3X
  S,1*'),4X,1XRP',3X,1*'),4X,1RO',3X,1*')

```

C

```

RO=XMVP*1000000.
A1=L1
A2=L2
A3=L3
B1=K1
B2=K2
XJ=J
PI=4*ATAN(1)
GPAS=PI/180.
P1=30
P0=P1
RR=L1+L2+L3-J
RR=ABS(RR)
G1MIN=GMIN
G1MAX=GMAX
YGMIN=GMIN
YGMAX=GMAX
IALMIN=ALMIN

```





CALCUL DE "BETA"

```

V=ATAN2(TRO1Y(T),TRO1X(T))

RE=TRNX(T)
XI=TRNY(T)
VP=(TRO2Y(T)*TRO1X(T)-TRO2X(T)*TRO1Y(T))/(TRC1Y(T)**2+TRC1X(T)**2)
VS=(TRO3Y(T)*TRC1X(T)-TRO1Y(T)*TRC3X(T))*(TRO1X(T)**2+TRO1Y(T)**2
S)-2*(TRO2Y(T)*TRC1X(T)-TRO1Y(T)*TRC2X(T))*(TRO1X(T)*TRO2X(T)+TRO1Y
S(T)*TRO2Y(T))/(TRO1X(T)**2+TRC1Y(T)**2)**2
RES=TRO2X(T)+RP*SIN(V)*VP*VP-RP*COS(V)*VS
XIS=TRO2Y(T)+RP*COS(V)*VP*VP-RP*SIN(V)*VS
REP=TRO1X(T)-RP*COS(V)*VP
XIP=TRO1Y(T)-RP*SIN(V)*VP
EXEN=(L2-L1-L3)*SIN(AL3)/COS(AL3)
EPSI=ATAN(EXEN**2/(RE*RE+XI*XI))
U1=TROX(T)+TRO1Y(T)-TRCY(T)*TRC1X(T)+RP*RP*VP-RP*SIN(V)*(VF*TROX(T
S)+TRO1Y(T))+RP*COS(V)*(VF*TROY(T)-TRC1X(T))
V1=1+XI**2
U2=TROX(T)+TRO1X(T)+TRCY(T)*TRC1Y(T)-RP*TRO1X(T)+RP*TRO1Y(T)
V3=RE*RE+XI*XI
V2=V3-EXEN**2
AA=U1/V1+EXEN*U2/V2**0.5/V3**2
U1P=TROX(T)+TRO2Y(T)-TROY(T)+TRO2X(T)+RP**2*VS+RP*COS(V)*(VF*
STROX(T)+TRO1Y(T))*VP-RP*SIN(V)*(VS*TROX(T)+VP*TRO1X(T)+TRO2Y(T))
S=RP*SIN(V)*VP*(VF*TRCY(T)-TRO1X(T))+RP*COS(V)*(VS*TROY(T)+
SVP*TRO1Y(T)-TRO2X(T))
V1P=2*(TROY(T)+RP*COS(V))*(TRO1Y(T)-RP*SIN(V)*VP)
U2P=TRO1X(T)**2+TROX(T)*TRO2X(T)+TROY(T)*TRO2Y(T)+TRO1Y(T)**2
S=RP*TRO2X(T)+RP*TRO2Y(T)+RP*TRC2Y(T)
V2P=2*TRCX(T)*TRC1X(T)+2*TROY(T)*TRO1Y(T)-2*RP*TRO1X(T)+2*RP*TRO1Y
S(T)
AAP=(U1P*V1-U1*V1P)/V1**2+EXEN/V2/V3**4*(U2P*V2**0.5*V3**2+U2*
S(0.5*V2**(-0.5)*V3**2+2*V2**0.5*V3)*V2P)
TTP=OMEG/AA
TTS=-OMEG/AA**2*AAP*TTP
GGX=RCS*TTP**2+REP*TTS
GGY=XIS*TTP**2+XIP*TTS
DELTA=G+AL3-ATAN2(GGY,GGX)
RI=PP*SGRT(GGX*GGX+GGY*GGY)/10000
V=ABS(V)
BETA=PI/2L-V+(G+AL3)
IF(TROX(T))13,401,15
15 BETA=-BETA
GO TO 401
13 BETA=3B*PI/2L-V-(G+AL3)
401 CONTINUE

```



```

C          CALCUL DE RA ET SB
C
      TETA = TATA
      GO TO (10,2),JPAS
10     CALL VALU (TETA,-1E,T)
      IPAS=2
      GO TO 3
2      TETA=TETA+IP/180E*PI
3      TATA=TETA
      XS=RR*CCS(TETA)
      YS=RR*SIN(TETA)
      XB=TRNX(T)+RP*SIN(G+AL3)
      YB=TRNY(T)-RP*CCS(G+AL3)
      SB=(YXB-XS)*(XB-XS)+(YB-YS)*(YB-YS)**0.5
      IF(YB.LE.YS) SB=0E

```

```

C
      TETA=TETE
      GOTO(4,5),JPAS
4     CALL VALU(TETA,+1E,T)
      JPAS=2
      GOTO6
5     TETA=TETA+IP*PI/180E
6     TETE=TETA
      XR=RR*CCS(TETA)
      YR=RR*SIN(TETA)
      XA=TRNX(T)-RP*SIN(G+AL3)
      YA=TRNY(T)+RP*CCS(G+AL3)
      RA=(YA-XR)*(YA-XR)+(YR-YS)*(YR-YS)**0.5
      IF(YA.LE.YR) RA=0E

```

```

      PAV=P(IG)
      IG12=90E+IGMIN
      IF(IG.GE.IG12) GO TO 135
      PAR=PI
      GO TO 136
135   PAR=P(IG-90)
136   CONTINUE
410   FUAV=H*RP*PAV*(1-SIN(BETA))/100E
      FUAR=H*RP*PAR*(1+SIN(BETA))/100E
430   CONTINUE
      FVAV=H*RP*PAV*CCS(BETA)/100E
      GVAV=H*RA*PAV/100E
      FVAR=H*RP*PAR*CCS(BETA)/100E
      GVAR=H*SB*PAR/100E

```



```

C
C      RESOLUTION      SYSTEME      LINEAIRE
C
      B(1)=FVAV+FUAR-RI*ABS(COS(DELTA))-2.*RP*H*PP0/100.
      B(2)=RI*ABS(SIN(DELTA))+FVAV+GVAV-FVAR-GVAR
      B(3)=RI*ABS(SIN(DELTA))*G+GVAV*RA/2.-GVAR*SM/2.
      B3=B(3)
      A(1,3)=PG*SIN(BETA)-COS(BETA)
      A(2,1)=-1.
      A(2,2)=1.
      A(2,3)=-(SIN(BETA)+PG*COS(BETA))
      A(3,1)=PG*RP
      H2X=TROX(T)
      IF(H2X*GELO)GOTO 90
      EPSP=1.
      GO TO 91
90      EPSP=-1.
91      A(1,1)=EPSP*PF1
      A(1,2)=EPSP*PF2
      A(3,1)=EPSP*PF1*RP*TA
      A(3,2)=SB-EPSP*PF2*RF
      C(1)=B(1)
      C(2)=B(2)
      D(1,1)=A(1,2)
      D(1,2)=A(1,3)
      D(2,1)=A(2,2)
      D(2,2)=A(2,3)
      XW=0.
      CALL SYSLIN (A,B,R,3,3)
      SOMR=ABS(R(1))+ABS(R(2))+ABS(R(3))
92      CONTINUE
C
      TETA1=TETA+180./PI
999      G3=G*180./PI
      GAMA(IG3)=G3

```



```

      RAV(IG3)=R(1)
      RAR(IG3)=R(2)
      RN(IG3)=R(3)
C  HIA CONTIENT LA REACTION D INERTIE
      RAVO=ABS(PF1+RAV(IG3))
      RARO=ABS(PF2+RAR(IG3))
      COSA=COS(ATAN((XIP+TTP-L+COS(G+AL3)*CMEG)/(REF+ITP-L*SIN(G+AL3)
S*OMEG)))
      RNO=ABS((RN(IG3)+PG*SIN(ATAN((XIP+TTP-L+COS(G+AL3)*CMEG)/(REF+
STTP-L*SIN(G+AL3)+OMEG))))
      RACIN=SQRT((TRNX(T)**2+TRNY(T)**2)/(XG*XG+YG*YG))
      PUISF=(RAVO+RARO)*COSA+RNO*RACIN
      PUISF=PUISF*100
      BTA(IG3)=0.5*PUISF
      BETO=BETA*(180/PI)
      WRITE(4,603)G3,PAV,PAR,BETO,R(1),R(2),R(3),SOMR,PUISF
E
C
C
1000 CONTINUE
      FRAR=PF2+RARMAX
      FRAV=PF1+RAVMAX
      GRN=PG+RNMAX
      GIAL=IAL
      TO=30/4+RARMAX/2/RF/H
      WRITE(4,802)
      *WRITE(4,603) GIAL,GCAV,RAVMAX,GCAR,RARMAX,GCN,RNMAX,RP,RO
      CALL PLOTS(IBUF,100,6)
      FACT1=1./6
      FACT2=1./15
      CALL AXE(FACT1,G1MIN,G1MAX,15.,FACT2,-25.,200.,25.,0,25)
      CALL FACTOR(FACT1,FACT2)
      DO 2000 JRO=1,IG3MAX
      IPLUM=2
      IF (JRO.EQ.1) IPLUM=3
2000 CALL PLOT(GAMA(JRO),RAV(JRO),IPLUM)
      DO 2001 JR1=1,IG3MAX
      IPLUM=2
      IF (JR1.EQ.1) IPLUM=3
2001 CALL PLOT(GAMA(JR1),RAR(JR1),IPLUM)
      DO 2002 JR2=1,IG3MAX
      IPLUM=2
      IF (JR2.EQ.1) IPLUM=3
2002 CALL PLOT(GAMA(JR2),RN(JR2),IPLUM)
      DO 2004 JR4=1,IG3MAX
      IPLUM=2
      IF (JR4.EQ.1) IPLUM=3
2004 CALL PLOT(GAMA(JR4),BTA(JR4),IPLUM)
      CALL PLOT(0.,0.,999)
1001 CONTINUE
      STOP
      END

```





## COMPRESSEUR PALETTE , SOLLICITATIONS DYNAMIQUES

### COMPRESSEUR PALETTE , FONCTIONNEMENT SANS LUBRIFICATION

---

#### ETUDE D'UN COMPRESSEUR HYPERTROCHOIDAL A PALETTES

L'étude développée dans ce travail concerne la conception de compresseurs à palettes définis sur base d'un brevet d'invention, dont l'originalité réside dans la définition analytique d'une famille de surfaces statoriques (surfaces hypertrochoïdales) et dans la possibilité de choix optimal d'une surface dans la famille.

En principe, la sujétion qui préside à ce choix est la minimisation des sollicitations dynamiques des palettes et le contrôle de leurs mouvements parasites.

L'objet de ce travail est l'évaluation, par calcul et par expérience, de l'un des effets déterminants sur la sollicitation dynamique des palettes, à savoir l'inclinaison par rapport à une direction radiale des rainures qui les contiennent.

La portée de cette étude réside dans l'extension du domaine d'utilisation des compresseurs à palettes, notamment par une possibilité nouvelle de fonctionnement sans lubrification.