

N° d'ordre : 302

50376
1982
159

50376
1982
159

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR - INGÉNIEUR

par

Sophia BEN CHAABANE

Ingénieur ENIT

INFLUENCE DU DÉCENTREMENT SUR L'ATTRACTION MAGNÉTIQUE RADIALE ET SUR LES FORCES ÉLECTROMOTRICES DES MACHINES SYNCHRONES



Soutenue le 25 juin 1982 devant la Commission d'Examen

MM.	M. MORIAMEZ	Président
	G. SEGUIER	Rapporteur
	F. NOTELET	Rapporteur
	J. LESENNE	Examineur
	M. LECLERCO	Examineur
	G. SAMAIN	Examineur

AVANT-PROPOS

Les recherches dont les résultats sont présentés dans ce mémoire ont été effectuées au Laboratoire "Applications des redresseurs de Puissance" de l'Université des Sciences et Techniques de Lille. Ce travail entre dans le cadre d'une étude sur la "Réduction de l'attraction magnétique radiale due au décentrement du rotor des machines synchrones" pour laquelle la Société Jeumont-Schneider et l'Université de Lille I, ont bénéficié d'un contrat DGRST. Nous avons traité à deux, Monsieur BAHRI Abdelmoula et moi-même, l'aspect théorique de cette étude. J'en présente la première partie, Monsieur BAHRI présentera la seconde.

Je suis heureuse que Monsieur le Professeur M. MORIAMEZ, Directeur de l'Institut industriel Du Nord ait accepté de présider le Jury auquel je sou mets ce mémoire.

Je remercie très vivement Monsieur le Professeur G. SEGUIER qui a dirigé notre travail avec beaucoup d'attention et de bienveillance, nous aidant à surmonter les nombreuses difficultés auxquelles nous nous sommes heurtés. J'exprime aussi ma gratitude à Monsieur le Professeur F. NOTELET qui nous a beaucoup aidé lors du démarrage de cette étude.

Je remercie Monsieur le Professeur J. LESENNE d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Le sujet traité a été proposé par la Société Jeumont-Schneider qui nous a aidé d'abord à bien le définir, au cours du stage où elle nous a accueillis, puis a suivi avec beaucoup d'attention l'avancement de notre étude. J'exprime ma très profonde gratitude à Messieurs M. LECLERCQ et G. SAMAIN qui représentent dans le Jury cette Société.

Je remercie beaucoup Madame C. LEMAIRE et Monsieur J. HOUZE qui ont assuré la réalisation pratique de ce mémoire.

C H A P I T R E I

I N T R O D U C T I O N

I - PRESENTATION DU SUJET

Dans une machine électromagnétique, à cause de l'induction créée dans l'entrefer, les surfaces en regard du stator et du rotor s'attirent. Si le rotor est parfaitement centré par rapport au stator à l'attraction exercée sur un pôle du rotor correspond une attraction égale sur le pôle diamétralement opposé. La force d'attraction magnétique résultante est nulle.

● Mais si l'axe du rotor est décentré par rapport à l'axe d'alésage du stator et si la machine est multipolaire, l'inégalité des épaisseurs d'entrefer sous les divers pôles entraîne celle des inductions et des attractions. Il en résulte une attraction magnétique résultante de valeur constante dirigée suivant la direction du décentrement.

Cette force soumet le rotor à un phénomène de fatigue dû à une flexion rotative qui s'accroît au fur et à mesure que le décentrement augmente. Cette force correspond également à une compression constante non uniforme de l'armature statorique se superposant à la contrainte pulsatoire due au défilement des pôles successifs.

C'est pour les machines synchrones à grand nombre de pôles, tels que les alternateurs des centrales hydroélectriques, que l'effet sur le stator de l'attraction radiale due au décentrement est le plus gênant. En effet, pour ces machines, l'épaisseur de l'armature statorique est faible par rapport au diamètre. L'attraction radiale peut entraîner des déformations permanentes du stator aboutissant, à la limite, à un frottement du rotor sur le stator.

- Pour ces machines synchrones à grand nombre de pôles, il est toutefois possible de réduire l'attraction magnétique radiale due au décentrement. En effet, les forces électromotrices engendrées dans les divers enroulements d'une même phase ne sont pas égales, elles sont plus fortes pour les enroulements situés dans la zone où l'entrefer est réduit, plus faibles pour ceux situés face à un entrefer accru.

Si on groupe en parallèle les enroulements des phases de l'induit, les écarts entre f.e.m. engendrent des courants de circulation internes. Ces courants produisent dans l'entrefer une induction qui se compose avec celle créée par l'inducteur et modifie localement la valeur de l'attraction magnétique.

Suivant le mode de couplage des voies en parallèle et leur disposition par rapport à la direction du décentrement, une réduction plus ou moins notable de l'attraction radiale résultante pourra être obtenue.

- Cette étude de la réduction de l'attraction magnétique radiale des machines synchrones multipolaires par couplage en parallèle des enroulements fait l'objet de notre mémoire. Il a semblé important de l'évaluer avec précision.

- Il importe en effet de savoir si le surcoût dû à certains couplages en parallèle mérite d'être engagé. Il existe en effet plusieurs couplages possibles ; entre autres celui qui consiste à grouper en parallèle deux à deux les enroulements diamétralement opposés, mais il nécessite des connexions longues donc coûteuses.

- Même en l'absence de décentrement, l'amélioration de la connaissance du rapport de la force radiale au décentrement permet de mieux analyser le comportement dynamique du groupe dont fait partie la machine synchrone notamment de mieux déterminer ses vitesses critiques.

II - ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

- On trouve une évaluation approchée de l'attraction magnétique due au décentrement dans les divers traités d'électrotechnique qui arrivent jusqu'au calcul pratique des machines et en particulier à la détermination de la section à donner à l'arbre. Citons par exemple le cours professé par G. KOUSKOFF [1] . A. GRAY et J. PERTSCH [2] ont fait une synthèse critique des différentes méthodes d'évaluation de la force radiale dans le cas d'un défaut de positionnement entre rotor et stator. Ils montrent que toutes les formules établies donnent des résultats satisfaisants si le circuit magnétique n'est pas saturé, mais par contre conduisent à des valeurs excessives si la machine est saturée.

Dans ce cas, E. ROSENBERG [3] propose une méthode graphique permettant, à partir de la caractéristique magnétique de la machine, de déterminer la valeur corrigée de la force d'attraction radiale.

Ces formules et procédés sont supposés connus et, dans son ouvrage entièrement consacré aux machines synchrones, A. GUILBERT [4] ne parle du défaut de centrage qu'à propos des courants de circulation dans les paliers.

● La réduction de l'attraction magnétique par les courants de circulation est déjà signalée par E. ARNOLD [5] pour les machines à courant continu, mais elle a fait l'objet de très peu d'évaluations quantitatives.

La seule étude quantitative traitant directement de la réduction de l'attraction dans le cas du décentrement statique est celle de R.C. ROBINSON [6]. Il part de la machine asynchrone puis étend les résultats obtenus à la machine synchrone. Mais sa conclusion paraît très discutable : il estime en effet que le coefficient de réduction de l'attraction radiale est proportionnel au nombre de voies en parallèle, ce qui revient à dire qu'à partir d'un grand nombre de circuits en parallèle l'attraction a pratiquement disparu.

On peut aussi signaler un article de M. KRONDL [7] consacré aux machines asynchrones où il rappelle que la mise en parallèle des enroulements statiques permet de réduire l'attraction radiale due à un décentrement statique du rotor. Mais il insiste surtout sur les vibrations radiales supplémentaires qu'un tel couplage fait apparaître sur l'arbre de la machine lorsque celle-ci présente un décentrement dynamique.

Le peu d'études consacrées au sujet qui fait l'objet de notre travail nous semble lié à la quasi impossibilité qu'il y avait d'apporter une réponse quantitative d'une précision acceptable au problème posé tant qu'on ne pouvait disposer des possibilités de calcul de l'informatique.

III - PRESENTATION DE NOTRE ETUDE

● Notre étude de l'attraction magnétique puis de sa réduction a été effectuée avec les hypothèses suivantes :

- on néglige la saturation du circuit magnétique, c'est à dire que l'on suppose que la totalité des forces magnétomotrices créées tant par le courant inducteur que par les courants de l'induit sont appliquées en totalité à l'entrefer.

- on suppose l'inducteur parfait, c'est à dire qu'en l'absence de décentrement la perméance de l'entrefer face à chaque pôle varie sinusoïdalement en fonction du développement de la surface de l'induit.

- on suppose l'induit parfait, c'est à dire que les conducteurs de chaque phase pour chacun des pôles sont régulièrement répartis sur le tiers de la distance polaire qui leur est affectée.

Cette dernière hypothèse est la moins indispensable et il est facile d'adapter le programme de calcul pour tenir compte d'un bobinage donné à pas diamétral ou à pas raccourci.

• Une telle étude ne peut être menée sans effectuer des simplifications. Celles-ci doivent être opérées avec beaucoup de précautions car on travaille sur les effets de variations des épaisseurs d'entrefer donc sur des écarts.

Pour chaque simplification nous évaluerons l'erreur commise et montrerons qu'elle est d'autant plus faible que le nombre de pôles est plus grand. C'est très satisfaisant car nous nous intéressons aux machines à grand nombre de pôles.

• Notre étude a été décomposée, un peu artificiellement d'ailleurs, en deux parties :

LA PREMIERE PARTIE est consacrée aux effets du décentrement en l'absence de courant statorique, c'est à dire lorsque les divers enroulements de chacune des trois phases sont, ou non connectés ou couplés en série.

Après la présente introduction (Chap. 1), il faut légitimer le principe utilisé pour évaluer l'induction créée dans l'entrefer par le courant inducteur : l'égalité des f.m.m. appliquées à la traversée de l'entrefer sous tous les pôles. Complètement faux pour 2 pôles, ce principe est d'autant plus juste que le nombre de pôles est plus grand (Chap. 2). Ayant l'induction on peut en déduire l'attraction magnétique radiale et établir une expression de celle-ci qui corrige la relation usuellement utilisée.

De l'induction on déduit également (Chap. 3) les forces électromotrices induites dans les divers enroulements. A cause du décentrement, les f.e.m. des enroulements d'une même phase différent en amplitude et en phase. Mais pour ce qui est des différences on peut, avec une bonne approximation, ne tenir compte que de celles entre les amplitudes.

LA DEUXIEME PARTIE est consacrée aux effets des courants de circulation statoriques nés du groupement en parallèle des enroulements.

Après avoir montré les divers couplages possibles et les f.e.m. différentielles (Chap. 1') origines des courants de circulation, pour trouver la réactance qui limite l'amplitude de ceux-ci, il faut examiner la nature de la force magnétomotrice que ces courants créent (Chap. 2'). Cette étude, assez délicate, montre que la réactance à affecter aux courants de circulation est voisine de la réactance inverse ou de la réactance subtransitoire directe.

Vu l'imprécision sur cette réactance, on détermine (Chap. 3') une règle générale permettant d'obtenir l'induction résultante dans l'entrefer à partir des f.e.m. résultantes dans les différents enroulements. On calcule alors la force d'attraction magnétique radiale résultante et, en la comparant à celle obtenue en l'absence de courants de circulation, on donne le taux de réduction cherché. On montre que la valeur de ce dernier est tributaire du nombre de pôles et du bobinage statorique.

Enfin, les conclusions faites (Chap. 4') rappellent les conditions générales dans lesquelles ces calculs ont été effectués et montrent de quelle façon il faut tenir compte des valeurs du taux de réduction de la force magnétique radiale ⁽¹⁾.

(1) Malgré l'extrême prudence de notre progression vers la solution proposée, il est évident qu'une vérification expérimentale des étapes successives de celle-ci et des résultats finaux ne peut être que très enrichissante.

Dans le cadre d'un contrat d'aide à la recherche accordé par la DGRST à la Société Jeumont-Schneider et à l'Université de Lille I, une machine expérimentale spécialement destinée à cette vérification est en cours de construction.

C H A P I T R E 2

ATTRACTION MAGNETIQUE RADIALE
EN L'ABSENCE DE TOUT COURANT STATORIQUE

Si l'axe du rotor d'une machine synchrone et l'axe d'alésage de son stator ne sont pas confondus, l'épaisseur de l'entrefer sous les divers pôles est différente. Cette inégalité entraîne, si le nombre de pôles est supérieur à 2, des valeurs différentes de l'induction créée par les bobines inductrices sous les pôles diamétralement opposés. Les forces d'attraction stator-rotor s'exerçant sur ces pôles ne sont plus égales et opposées. Le rotor est soumis à une force d'attraction magnétique radiale égale à la résultante des forces de déséquilibre relatives à chaque paire de pôles. C'est cette attraction radiale résultante due au seul courant inducteur que nous nous proposons d'évaluer dans ce chapitre, avant de voir ultérieurement comment on peut la réduire.

Cette évaluation suppose successivement l'étude des variations de l'épaisseur de l'entrefer, de l'induction tout au long du développement de celui-ci, de l'attraction radiale par unité de surface et par pôle, puis de l'attraction radiale résultante.

Ce calcul est moins aisé qu'on pourrait le croire car la règle communément admise pour passer de l'épaisseur de l'entrefer à l'induction dans celui-ci est fautive pour une machine bipolaire. Nous devons consacrer une partie importante de ce chapitre à l'étude de ce passage épaisseur-induction.

I - FORCES MAGNETOMOTRICES APPLIQUEES AUX ENTREFERS

I.1. Préliminaire : variation de l'épaisseur d'entrefer

Soit O_s le centre d'alésage du stator (figure 2.1), O_r le centre du rotor autour duquel tourne celui-ci. On prend comme repère le système d'axes $O_r X, O_r Y$ tel que $O_r X$ soit dirigé suivant le décentrement $O_s O_r$.

On suppose le rotor lisse.

Désignons par e l'épaisseur de l'entrefer face à un point A de la périphérie du stator repéré par l'angle θ que fait $O_r A$ avec $O_r X$.

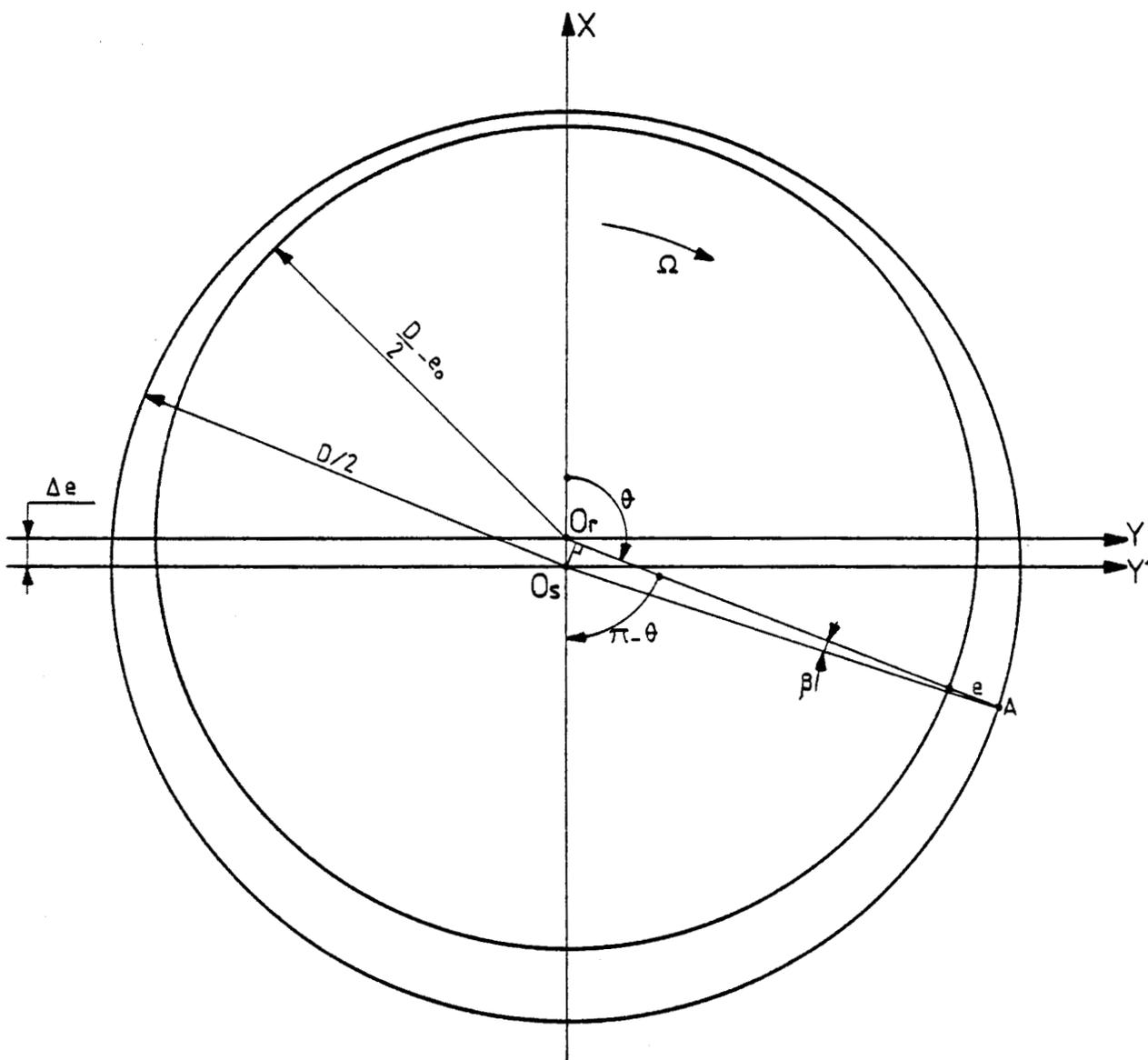


Figure 2.1

Si l'on désigne par

D le diamètre d'alésage du stator,

Δe le décentrement,

e_o l'entrefer moyen,

β l'angle sous lequel de A on voit $O_r O_s$,

en égalant $O_r A$ avec la projection sur $O_r A$ du contour $O_r O_s A$, on peut écrire

$$e + \frac{D}{2} - e_o = \Delta e \cos (\pi - \theta) + \frac{D}{2} \cos \beta \quad (2.1)$$

D'autre part la relation entre les côtés du triangle $AO_r O_s$ donne

$$\Delta e^2 = \left(e + \frac{D}{2} - e_o \right)^2 + \frac{D^2}{4} - D \left(e + \frac{D}{2} - e_o \right) \cos \beta$$

$$\text{d'où } \cos \beta = \frac{\left(e + \frac{D}{2} - e_o \right)^2 + \frac{D^2}{4} - \Delta e^2}{D \left(e + \frac{D}{2} - e_o \right)}$$

En reportant cette expression de $\cos \beta$ dans (2.1) il vient :

$$e + \frac{D}{2} - e_o = -\Delta e \cos \theta + \frac{\left(e + \frac{D}{2} - e_o \right)^2 + \frac{D^2}{4} - \Delta e^2}{2 \left(e + \frac{D}{2} - e_o \right)} \quad (2.2)$$

Si l'on pose

$$u = e + \frac{D}{2} - e_o,$$

la relation (2.2) devient

$$u = -\Delta e \cos \theta + \frac{u^2 + \frac{D^2}{4} - \Delta e^2}{2u}$$

$$u^2 + 2u \Delta e \cos \theta - \frac{D^2}{4} + \Delta e^2 = 0$$

Cette équation du second degré en u admet comme solutions :

$$u_1 = -\Delta e \cos \theta - \sqrt{\frac{D^2}{4} - \Delta e^2 \sin^2 \theta}$$

$$u_2 = -\Delta e \cos \theta + \sqrt{\frac{D^2}{4} - \Delta e^2 \sin^2 \theta}$$

Puisque u doit être positif et que $\sqrt{\frac{D^2}{4} - \Delta e^2 \sin^2 \theta}$ est très supérieur à $\Delta e \cos \theta$, la solution à retenir est u_2 .

Donc

$$e + \frac{D}{2} - e_o = -\Delta e \cos \theta + \sqrt{\frac{D^2}{4} - \Delta e^2 \sin^2 \theta}$$

Si dans cette égalité on néglige $\Delta e^2 \sin^2 \theta$ devant $D^2/4$, l'entrefer face à un point quelconque de la périphérie du stator est donné par

$$e(\theta) = e_0 - \Delta e \cos \theta \quad (2.3)$$

Ou, en désignant par x la valeur relative du décentrement,

$$e(\theta) = e_0 (1 - x \cos \theta) \quad (2.3')$$

avec $x = \Delta e / e_0$

Remarques

1) La simplification qui conduit à la relation (2.3) est légitime pour toutes les grandes machines synchrones.

Si $e_0 = D/100$ et $\Delta e = 2e_0/10$, par exemple

$$\sqrt{\frac{D^2}{4} - \Delta e^2} = 249,998 \Delta e = \frac{D}{2} - \frac{2}{1000} \Delta e$$

2) Pour les machines où, en l'absence de décentrement, l'entrefer est **variable** sous les pièces polaires, on pourra utiliser encore la relation (2.3) qui dit que la variation d'entrefer due au décentrement est une fonction sinusoïdale de θ . On écrira

$$e(\theta) = e_0(\theta) - \Delta e \cos \theta \quad (2.3'')$$

I.2. Hypothèses simplificatrices

● Pour évaluer les **variations** de l'induction dans l'entrefer dues aux **variations** de l'épaisseur de celui-ci provoquées par le décentrement, nous ferons les hypothèses simplificatrices suivantes :

1) On suppose la machine **non saturée** et les ampères-tours nécessaires par le passage du flux inducteur dans le fer négligeables devant les ampères-tours d'entrefer.

Cette hypothèse a deux conséquences :

- la surface de l'induit et les surfaces des pièces polaires de l'inducteur seront considérées comme des surfaces équipotentiels au point de vue magnétique.

- C'est la réluctance des entrefers qui consomme toute la force magnétomotrice des bobines inductrices.

2) On néglige l'épanouissement latéral et longitudinal du flux dans l'entrefer supposant que la section de passage du flux est égale à la surface S des pièces polaires (on raisonnera sur une machine à entrefer constant, en l'absence de décentrement du rotor).

● La première de ces hypothèses conduit à une évaluation par excès des variations de l'induction dans l'entrefer donc de la force radiale due au décentrement.

En effet, si la diminution de l'épaisseur d'un entrefer correspond à une augmentation de l'induction dans celui-ci, le fer situé de part et d'autre de cet entrefer sera lui aussi soumis à une induction plus forte et consommera plus d'ampères-tours. En négligeant ces derniers, on va tenir compte d'une force magnétomotrice plus forte que celle réellement appliquée dans l'entrefer, et donc l'augmentation de l'induction dans celui-ci sera surévaluée.

La seconde hypothèse corrige partiellement l'effet de la précédente. Si l'entrefer diminue, l'épanouissement du flux diminue également et l'induction sous les pôles augmente.

● Il reste à trouver une loi liant la variation d'induction à la variation d'épaisseur d'entrefer. La plus simple et, d'ailleurs la plus intuitive, consiste à considérer comme constante la f.m.m. appliquée à chaque entrefer, donc à écrire que le produit induction-épaisseur est constant.

Nous allons voir ce que vaut cette loi pour les premières valeurs du nombre p de paires de pôles, puis évaluer l'erreur commise en l'adoptant.

Pour faciliter les calculs nous supposerons que l'entrefer est constant sous chaque pôle et égal à sa valeur dans l'axe de celui-ci. Cela équivaut à supposer constante l'induction dans l'entrefer face à chacun des pôles.

I.3. F.m.m. appliquées aux entrefers pour les premières valeurs de p.

I.3.1. Machine bipolaire

Soit une machine bipolaire dont le rotor est décentré de Δe par rapport au stator (figure 2.2). Chacun des deux pôles porte un bobinage inducteur développant une f.m.m. ϵ .

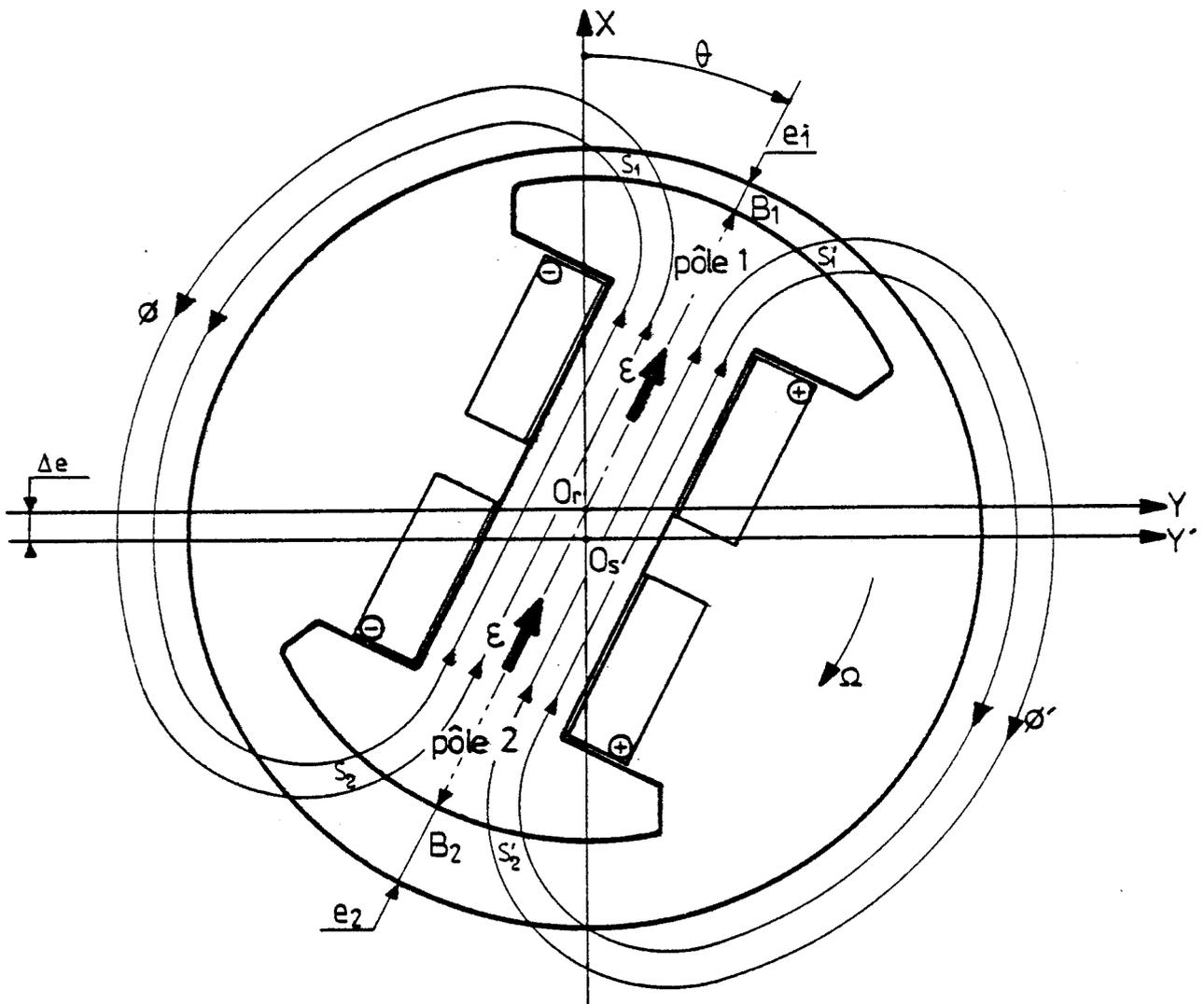


Figure 2.2

- le flux traversant le rotor se divise en deux parties ϕ et ϕ' schématisées chacune, sur la figure, par deux lignes de champ.

L'application du théorème d'Ampère le long des trajets fermés parcourus respectivement par ϕ et ϕ' donne :

$$2\varepsilon = (R_1 + R_2) \phi$$

$$\text{et } 2\varepsilon = (R'_1 + R'_2) \phi'$$

où R_1 et R_2 désignent les réluctances du trajet de ϕ dans les entrefers situés face aux pôles 1 et 2, R'_1 et R'_2 les réluctances des entrefers reconstruits par ϕ' .

Ces réluctances ont pour valeurs :

$$R_1 = \frac{e_1}{\mu_0 S_1} \quad ; \quad R_2 = \frac{e_2}{\mu_0 S_2} \quad ; \quad R'_1 = \frac{e_1}{\mu_0 S'_1} \quad ; \quad R'_2 = \frac{e_2}{\mu_0 S'_2}$$

avec μ_0 , perméabilité de l'air,

e_1 et e_2 , épaisseurs des entrefers sous les pôles 1 et 2,

S_1 et S_2 , sections des passages de ϕ sous les pôles 1 et 2,

S'_1 et S'_2 , sections des passages de ϕ' sous les pôles 1 et 2.

Si S est la surface d'une pièce polaire, les surfaces S_1 et S_2 , S'_1 et S'_2 sont liées par

$$S_1 + S'_1 = S_2 + S'_2 = S$$

En désignant par B_1 et B_2 les inductions dans l'entrefer sous les pôles 1 et 2, les flux ϕ et ϕ' s'écrivent :

$$\phi = B_1 S_1 = B_2 S_2$$

$$\phi' = B_1 S'_1 = B_2 S'_2$$

et, en reportant dans les équations des f.m.m., il vient :

$$2\varepsilon = \left(\frac{e_1}{\mu_0 S_1} + \frac{e_2}{\mu_0 S_2} \right) B_1 S_1 = \left(\frac{e_1}{\mu_0 S'_1} + \frac{e_2}{\mu_0 S'_2} \right) B_1 S'_1$$

D'où

$$e_1 + e_2 \frac{S_1}{S_2} = e_1 + e_2 \frac{S'_1}{S'_2}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{S'_1}{S'_2} = \frac{S - S_1}{S - S_2}$$

$$S_1(S - S_2) = S_2(S - S_1)$$

$$S_1 = S_2 \quad \text{et donc } S'_1 = S'_2$$

En reportant dans les expressions des flux ϕ et ϕ' l'égalité des sections, on en déduit celle des inductions:

$$B_1 = B_2$$

REMARQUE

Ce résultat conduirait à conclure que pour une machine bipolaire l'induction sous les pôles est indépendante du décentrement, donc que celui-ci ne provoque pas d'attraction radiale.

Pour cette machine en effet, l'attraction est beaucoup plus faible que pour celles à $2p$ supérieur à 2. Son évaluation nécessite une étude plus précise du champ dans l'entrefer tenant compte des variations de l'épaisseur de celui-ci et de l'épanouissement latéral du flux.

Heureusement que cette attraction est faible car le procédé de réduction que nous étudierons par la suite ne lui est pas applicable, puisque celui-ci consiste à mettre en parallèle des circuits dans lesquels des paires de pôles différentes génèrent, du fait du décentrement, des f.e.m. différentes.

I.3.2. Machine tétrapolaire

La figure (2.3) schématise une machine à 4 pôles. Le décentrement Δe rend les épaisseurs d'entrefer e_1 , e_2 , e_3 et e_4 différentes et fonctions de θ ; il en est de même des inductions B_1 , B_2 , B_3 et B_4 sous les pôles. Les lignes de champ représentées traversent toutes deux bobines inductrices mais les épaisseurs des entrefers rencontrés varient : les quatre flux ϕ_{12} , ϕ_{14} , ϕ_{32} et ϕ_{34} ne peuvent être égaux.

Puisqu'on suppose constante l'induction dans chaque entrefer, les deux flux inégaux qui le traversent ne peuvent occuper des portions égales de la surface totale S .

Enfin, ϕ_{14} traverse S'_4 sous le pôle 4 et S_1 sous le pôle 1 :

$$\phi_{14} = B_4 S'_4 = B_1 S_1 \quad (2.7)$$

Les huit surfaces sont liées par

$$S_1 + S'_1 = S_2 + S'_2 = S_3 + S'_3 = S_4 + S'_4 = S$$

• Le théorème d'Ampère appliqué aux trajets des quatre flux donne

$$\begin{aligned} 2\epsilon &= \left(\frac{e_1}{\mu_0 S'_1} + \frac{e_2}{\mu_0 S_2} \right) B_2 S_2 \\ &= \left(\frac{e_2}{\mu_0 S'_2} + \frac{e_3}{\mu_0 S_3} \right) B_2 S'_2 \\ &= \left(\frac{e_3}{\mu_0 S'_3} + \frac{e_4}{\mu_0 S_4} \right) B_4 S_4 \\ &= \left(\frac{e_4}{\mu_0 S'_4} + \frac{e_1}{\mu_0 S_1} \right) B_4 S'_4 \end{aligned}$$

• On en déduit les relations entre les surfaces S_1, S_2, S_3 et S_4

- l'égalité des deux premières expressions de 2ϵ donne :

$$\begin{aligned} e_1 \frac{S_2}{S'_1} + e_2 &= e_2 + e_3 \frac{S'_2}{S_3} \\ S_2 S_3 e_1 &= S'_1 S'_2 e_3 = (S - S_1) (S - S_2) e_3 \end{aligned}$$

Donc

$$S_2 = \frac{e_3 S (S - S_1)}{S e_3 - S_1 e_3 + S_3 e_1} \quad (2.8)$$

- l'égalité des deux dernières expressions de 2ϵ donne :

$$\begin{aligned} e_3 \frac{S_4}{S'_3} + e_4 &= e_4 + e_1 \frac{S'_4}{S_1} \\ S_4 S_1 e_3 &= S'_3 S'_4 e_1 = (S - S_3) (S - S_4) e_1 \end{aligned}$$

Donc

$$S_4 = \frac{e_1 S (S - S_3)}{S e_1 - S_3 e_1 + S_1 e_3} \quad (2.8')$$

- l'égalité de la seconde et de la troisième expression de 2ϵ donne, compte tenu de (2.5) et (2.6) :

$$\begin{aligned} \left(\frac{e_2}{S'_2} + \frac{e_3}{S_3}\right) B_3 S_3 &= \left(\frac{e_3}{S'_3} + \frac{e_4}{S_4}\right) B_3 S'_3 \\ e_2 \frac{S_3}{S'_2} + e_3 &= e_3 + e_4 \frac{S'_3}{S_4} \\ S_3 S_4 e_2 = S'_2 S'_3 e_4 &= (S - S_2) (S - S_3) e_4 \end{aligned} \quad (2.8'')$$

• les relations (2.8) permettent d'exprimer S_2 , S_3 et S_4 en fonction de S_1

- en reportant les expressions de S_2 et S_4 dans (2.8'') il vient :

$$e_2 S_3 \frac{e_1 S (S - S_3)}{S e_1 - S_3 e_1 + S_1 e_3} = e_4 (S - S_3) \left[S - \frac{e_3 S (S - S_1)}{S e_3 - S_1 e_3 + S_3 e_1} \right]$$

ce qui, après regroupement des termes donne :

$$\begin{aligned} S(e_1 e_4 - e_2 e_3) &= e_1 S_3 (e_2 + e_4) - e_3 S_1 (e_2 + e_4) \\ S_3 &= S_1 \frac{e_3}{e_1} + S \frac{e_1 e_4 - e_2 e_3}{e_1 (e_2 + e_4)} \end{aligned} \quad (2.9)$$

- en reportant cette expression de S_3 dans (2.8), il vient :

$$S_2 = \frac{e_3 S (S - S_1)}{S e_3 - S_1 e_3 + S_1 e_3 + S \frac{(e_1 e_4 - e_2 e_3)}{e_2 + e_4}}$$

ce qui donne

$$S_2 = \frac{e_3 (e_2 + e_4) (S - S_1)}{e_4 (e_1 + e_3)} \quad (2.9')$$

- en reportant l'expression de S_3 dans la relation (2.8'), on en déduit :

$$S_4 = \frac{e_1 S \left[S - S_1 \frac{e_3}{e_1} - S \frac{e_1 e_4 - e_2 e_3}{e_1 (e_2 + e_4)} \right]}{S e_1 + S_1 e_3 - e_1 \left[S_1 \frac{e_3}{e_1} + S \frac{e_1 e_4 - e_2 e_3}{e_1 (e_2 + e_4)} \right]}$$

il vient :

$$S_4 = S - S_1 \frac{e_3 (e_2 + e_4)}{e_2 (e_1 + e_3)} \quad (2.9'')$$

b) F.m.m. appliquées aux entrefers situés sous les pôles de même nature

• les relations (2.4) et (2.5) donnent :

$$B_1 S'_1 = B_2 S_2 ; B_2 S'_2 = B_3 S_3$$

$$B_1 S'_1 S'_2 = B_3 S_2 S_3$$

$$B_1 (S-S_1) (S-S_2) = B_3 S_2 S_3$$

relation qu'il est commode de mettre sous la forme

$$S_2 (B_1 S_1 - B_1 S - B_3 S_3) = B_1 S (S_1 - S)$$

En remplaçant S_2 et S_3 par leurs expressions, il vient :

$$(S-S_1) \frac{e_3 (e_2 + e_4)}{e_4 (e_1 + e_3)} \left[B_1 S_1 - B_1 S - B_3 S_1 \frac{e_3}{e_1} - B_3 S \frac{e_1 e_4 - e_2 e_3}{e_1 (e_2 + e_4)} \right] = B_1 S (S_1 - S)$$

ce qui, après simplifications, donne

$$\boxed{B_1 e_1 = B_3 e_3} \quad (2.10)$$

• De la même façon des équations des flux on déduit :

$$B_2 S'_2 = B_2 S_2 \frac{S'_2}{S_2} = B_1 S'_1 \frac{S'_2}{S_2} = B_1 S_1 \frac{S'_1}{S_1} \frac{S'_2}{S_2} = B_4 S'_4 \frac{S'_1}{S_1} \frac{S'_2}{S_2}$$

$$B_2 S_1 S_2 = B_4 S'_1 S'_4$$

$$B_2 S_1 S_2 = B_4 (S-S_1) (S-S_4)$$

et, en remplaçant S_2 et S_4 par leurs valeurs :

$$B_2 S_1 (S-S_1) \frac{e_3 (e_2 + e_4)}{e_4 (e_1 + e_3)} = B_4 (S-S_1) S_1 \frac{e_3 (e_2 + e_4)}{e_2 (e_1 + e_3)}$$

$$\boxed{B_2 e_2 = B_4 e_4} \quad (2.11)$$

Les relations (2.10) et (2.11) montrent que les forces magnétomotrices appliquées aux entrefers situés sous les pôles de même nature (tous les deux Nord ou tous les deux Sud) 1 et 3, 2 et 4 sont égales quelle que soit la direction des pôles par rapport au décentrement et la valeur de celui-ci.

c) Relation entre les deux forces magnétomotrices

L'égalité (2.4), $B_1 S'_1 = B_2 S_2$, donne

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{S_2}{S-S_1}$$

ou, compte-tenu de (2.9')

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{e_3(e_2+e_4)}{e_4(e_1+e_3)}$$

Puisque la machine est tétrapolaire, on a toujours

$$e_1 + e_3 = e_2 + e_4 = 2e_0$$

Donc
$$\boxed{\frac{B_1}{B_2} = \frac{e_3}{e_4}} \quad (2.12)$$

Pour que les deux f.m.m., celle correspondant aux pôles 1 et 3, et celle correspondant aux pôles 2 et 4, soient égales il faudrait que :

$$B_1 e_1 = B_2 e_2$$

ou, en tenant compte de (2.12)

$$B_1 e_1 = e_2 B_1 \frac{e_4}{e_3}$$

$$e_1 e_3 = e_2 e_4$$

Si on désigne par θ l'angle que fait l'axe du pôle 1 avec l'axe $O_r X$, les différents entrefers ont pour épaisseurs

$$e_1 = e_0 - \Delta e \cos \theta,$$

$$e_2 = e_0 - \Delta e \cos (\theta - \Pi/2) = e_0 - \Delta e \sin \theta,$$

$$e_3 = e_0 - \Delta e \cos (\theta - \Pi) = e_0 + \Delta e \cos \theta,$$

$$e_4 = e_0 - \Delta e \cos (\theta + \Pi/2) = e_0 + \Delta e \sin \theta$$

Pour que $e_1 e_3$ égale $e_2 e_4$ il faut que

$$(e_0 - \Delta e \cos \theta) (e_0 + \Delta e \cos \theta) = (e_0 - \Delta e \sin \theta) (e_0 + \Delta e \sin \theta)$$

$$e_0^2 - \Delta e^2 \cos^2 \theta = e_0^2 - \Delta e^2 \sin^2 \theta$$

Cette condition est remplie si $\sin^2 \theta = \cos^2 \theta$, donc

$$\text{pour } \theta = \frac{\Pi}{4} + k \frac{\Pi}{2},$$

ce qui correspond à la configuration dans laquelle un axe interpolaire se trouve confondu avec la direction du décentrement.

- En supposant $e_1 e_3$ égal à $e_2 e_4$ on commet une erreur pour toutes les autres valeurs de θ . Elle est maximale pour $\theta = k \pi/2$, c'est à dire quand l'axe d'un pôle est confondu avec la direction du décentrement. Elle revient alors à négliger Δe^2 devant e_o^2 .

En supposant l'égalité de toutes les f.m.m. appliquées à tous les entrefers, on commet donc une erreur qui n'est acceptable que si $(\Delta e/e_o)^2$ est négligeable devant 1.

I.3.3. Machine hexapolaire

Pour voir, quand le nombre de pôles croît, si l'égalité des f.m.m. consommées sous les pôles de même nature se conserve, et étudier l'évolution de l'écart entre les deux types de f.m.m., nous avons repris la même étude pour la machine à 6 pôles.

La figure (2.4) schématise celle-ci et indique les notations adoptées pour les épaisseurs d'entrefer, les inductions, les flux et les surfaces d'entrefer.

a) Relations entre les surfaces

• L'application du théorème d'Ampère aux circuits des six flux, conduit aux relations suivantes :

- flux ϕ_{16} et ϕ_{12} passant par l'entrefer 1,

$$2 \epsilon = \left(\frac{e_1}{\mu_o S_1} + \frac{e_6}{\mu_o S'_6} \right) B_1 S_1 = \left(\frac{e_1}{\mu_o S'_1} + \frac{e_2}{\mu_o S_2} \right) B_1 S'_1$$

On en déduit

$$e_6 S_1 S_2 = e_2 (S - S_1) (S - S_6) \quad (2.13)$$

- flux ϕ_{12} et ϕ_{32} passant par l'entrefer 2,

$$2 \epsilon = \left(\frac{e_1}{\mu_o S'_1} + \frac{e_2}{\mu_o S_2} \right) B_2 S_2 = \left(\frac{e_2}{\mu_o S'_2} + \frac{e_3}{\mu_o S_3} \right) B_2 S'_2$$

On en déduit

$$e_1 S_2 S_3 = e_3 (S - S_2) (S - S_1) \quad (2.14)$$

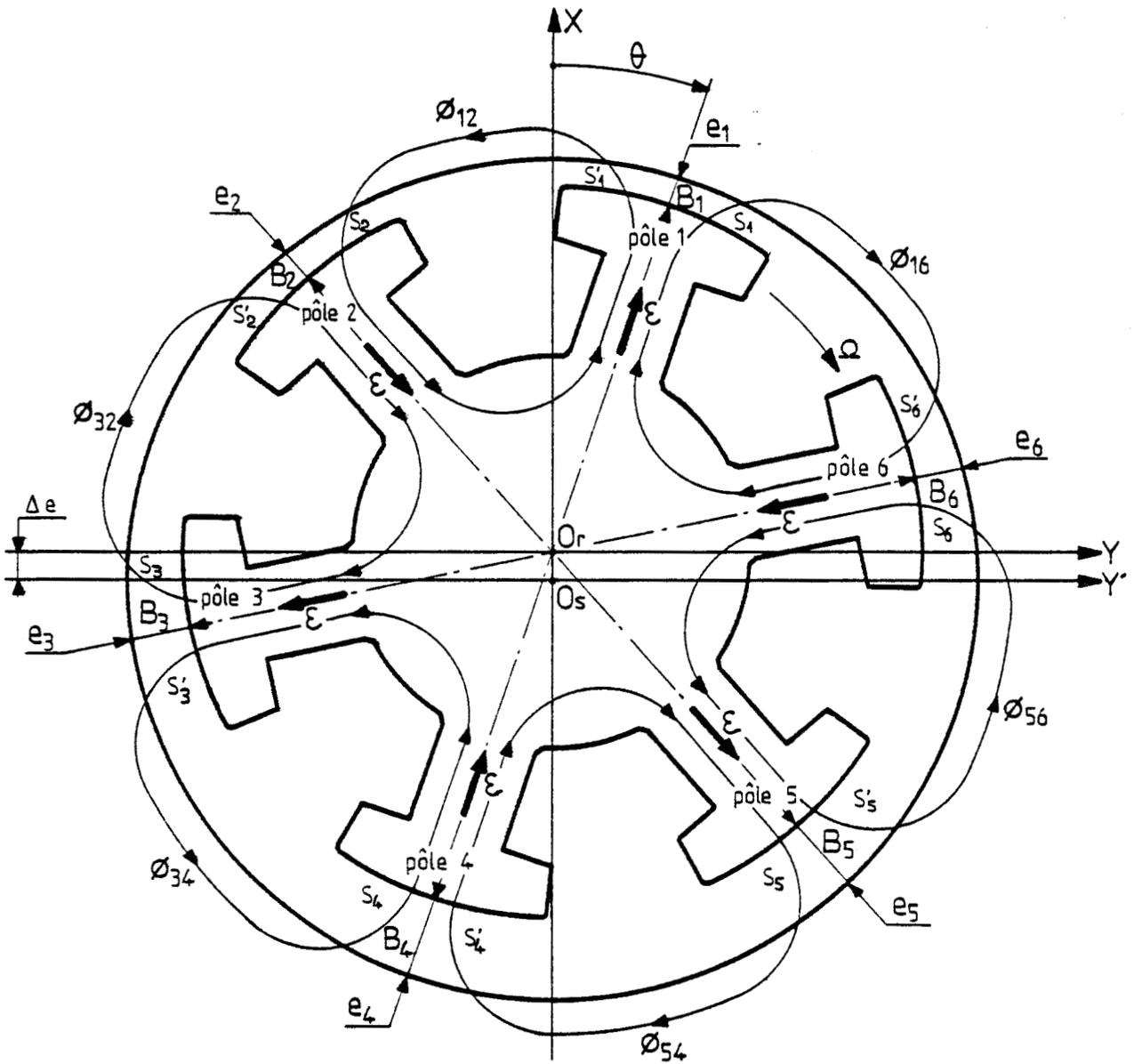


Figure 2.4

et ainsi de suite. Les quatre autres relations se déduisent des deux premières par permutation circulaire des indices

$$e_2 S_3 S_4 = e_4 (S - S_3) (S - S_2) \quad (2.15)$$

$$e_3 S_4 S_5 = e_5 (S - S_4) (S - S_3) \quad (2.16)$$

$$e_4 S_5 S_6 = e_6 (S - S_5) (S - S_4) \quad (2.17)$$

$$e_5 S_6 S_1 = e_1 (S - S_6) (S - S_5) \quad (2.18)$$



• Les équations (2.13), (2.15) et (2.17) permettent d'établir entre les surfaces S_1, S_3, S_5 les relations suivantes :

$$S_1 = \frac{e_2 S (S - S_6)}{S e_2 - S_6 e_2 + S_2 e_6}$$

$$S_3 = \frac{e_4 S (S - S_2)}{S e_4 - S_2 e_4 + S_4 e_2}$$

$$S_5 = \frac{e_6 S (S - S_4)}{S e_6 - S_4 e_6 + S_6 e_4}$$

De la même façon de (2.14), (2.16) et (2.18) on déduit les expressions suivantes de S_2, S_4 et S_6

$$S_2 = \frac{e_3 S (S - S_1)}{S e_3 - S_1 e_3 + S_3 e_1}$$

$$S_4 = \frac{e_5 S (S - S_3)}{S e_5 - S_3 e_5 + S_5 e_3}$$

$$S_6 = \frac{e_1 S (S - S_5)}{S e_1 - S_5 e_1 + S_1 e_5}$$

b) F.m.m. appliquées aux entrefers situés sous les pôles de même nature

• Des deux expressions du flux ϕ_{32} , égal à $B_2(S - S_2)$ et à $B_3 S_3$ on déduit

$$B_3 = B_2 \frac{S - S_2}{S_3}$$

De même, puisque $\phi_{34} = B_3(S - S_3) = B_4 S_4$

$$B_3 = \frac{B_4 S_4}{(S - S_3)}$$

Donc

$$B_2 \frac{S - S_2}{S_3} = B_4 \frac{S_4}{S - S_3}$$

$$B_2 S (S - S_2) = S_3 (B_4 S_4 + B_2 S - B_2 S_2)$$

En remplaçant S_3 par son expression, cette égalité donne

$$B_2 S (S - S_2) = \frac{e_4 S (S - S_2) (B_4 S_4 + B_2 S - B_2 S_2)}{S e_4 - S_2 e_4 + S_4 e_2}$$

ou, après simplification,

$$B_2 e_2 = B_4 e_4$$

- De même, puisque $B_5 S_5 = B_4 (S - S_4)$

$$\text{et } B_5 (S - S_5) = B_6 S_6$$

alors
$$\frac{B_4 (S - S_4)}{S_5} = \frac{B_6 S_6}{S - S_5}$$

$$B_4 S (S - S_4) = S_5 (B_6 S_6 + B_4 S - B_4 S_4)$$

ce qui donne, en remplaçant S_5 par son expression,

$$B_4 e_4 = B_6 e_6$$

Donc

$$B_2 e_2 = B_4 e_4 = B_6 e_6$$

(2.19)

• De la même façon, l'égalité des deux expressions de ϕ_{12} et ϕ_{32} donne

$$\frac{B_1 (S - S_1)}{S_2} = B_2 = \frac{B_3 S_3}{S - S_2}$$

$$B_1 S (S - S_1) = S_2 (B_3 S_3 + B_1 S - B_1 S_1)$$

Après remplacement de S_2 par son expression et simplifications, il vient

$$B_1 e_1 = B_3 e_3$$

- Les deux expressions de ϕ_{34} et de ϕ_{54} donnent

$$\frac{B_3 (S - S_3)}{S_4} = B_4 = \frac{B_5 S_5}{S - S_4}$$

$$B_3 S (S - S_3) = S_4 (B_5 S_5 + B_3 S - B_3 S_3)$$

ce qui, après remplacement de S_4 par son expression et simplifications, donne

$$B_3 e_3 = B_5 e_5$$

Donc

$$B_1 e_1 = B_3 e_3 = B_5 e_5$$

(2.20)

Les relations (2.19) et (2.20) montrent que pour la machine hexapolaire, comme pour la machine tétrapolaire, les f.m.m. consommées sous les pôles de même nature sont égales, et cela quelle que soit la position angulaire du rotor.

• Il reste à voir la relation qui existe entre les deux groupes de f.m.m.. Pour la machine tétrapolaire nous avons trouvé deux positions limites correspondant à l'égalité de $B_1 e_1$ et $B_2 e_2$, puis à leur plus grand écart. La première est telle qu'un axe interpolaire se trouve confondu avec l'axe du décentrement, et la seconde est telle que ce dernier soit confondu avec un axe polaire.

Examinons ces deux cas limites pour une machine à 6 pôles.

c) Un axe interpolaire est dans l'axe du décentrement

Dans cette position (figure 2.5) l'ensemble rotor-alésage statorique est symétrique par rapport à l'axe $O_r X_r$. En particulier, pour les pôles 1 et 2, on peut écrire :

que les entrefers moyens sont égaux :

$$e_1 = e_2$$

et que les surfaces traversées par le flux ϕ_{12} sont égales :

$$S'_1 = S_2$$

De $\phi_{12} = B_1 S'_1 = B_2 S_2$ on déduit $B_1 = B_2$ et, puisque $e_1 = e_2$,

$$B_1 e_1 = B_2 e_2$$

On retrouve que, lorsqu'un axe interpolaire se trouve dans l'axe du décentrement, les f.m.m. appliquées à tous les entrefers sont égales.

d) un axe polaire est dans l'axe du décentrement

Dans cette position (figure 2.6) la configuration des entrefers est à nouveau symétrique par rapport à l'axe $O_r X_r$.

Cette symétrie entraîne notamment :

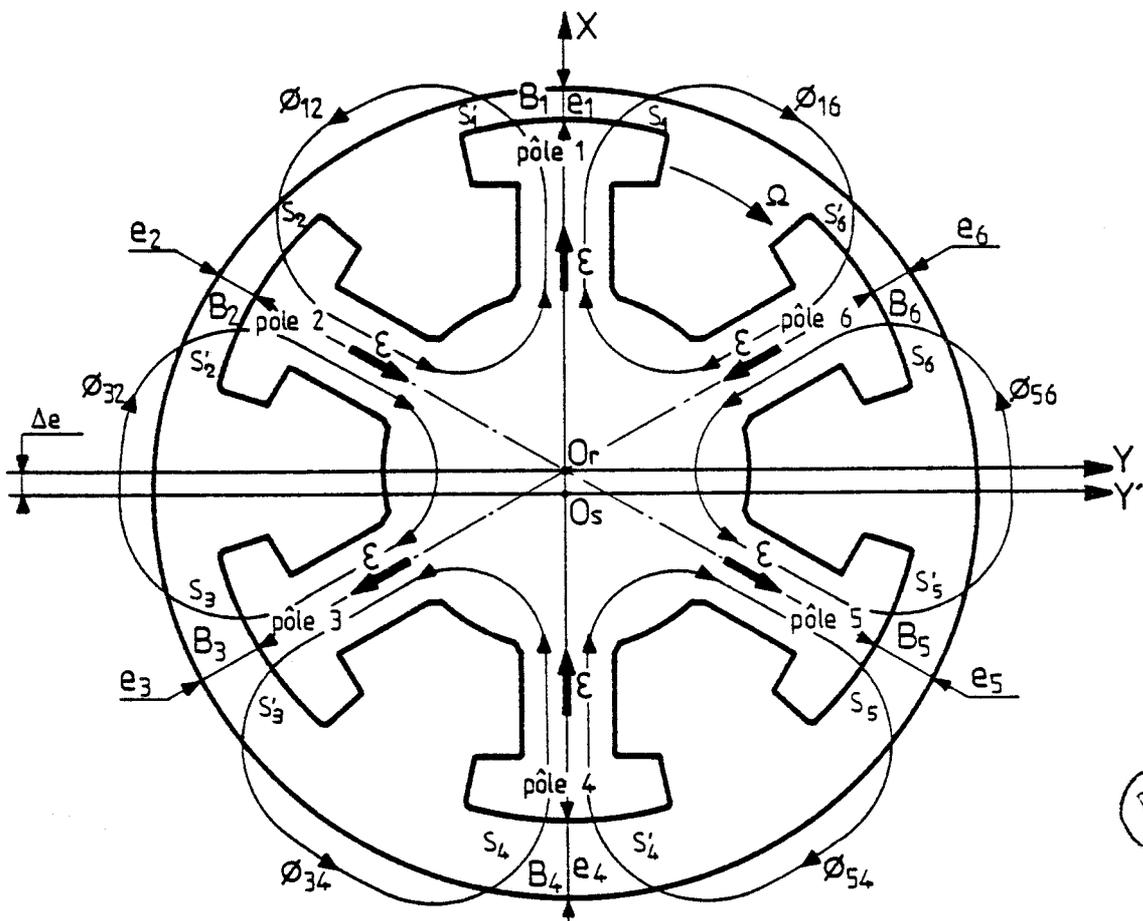
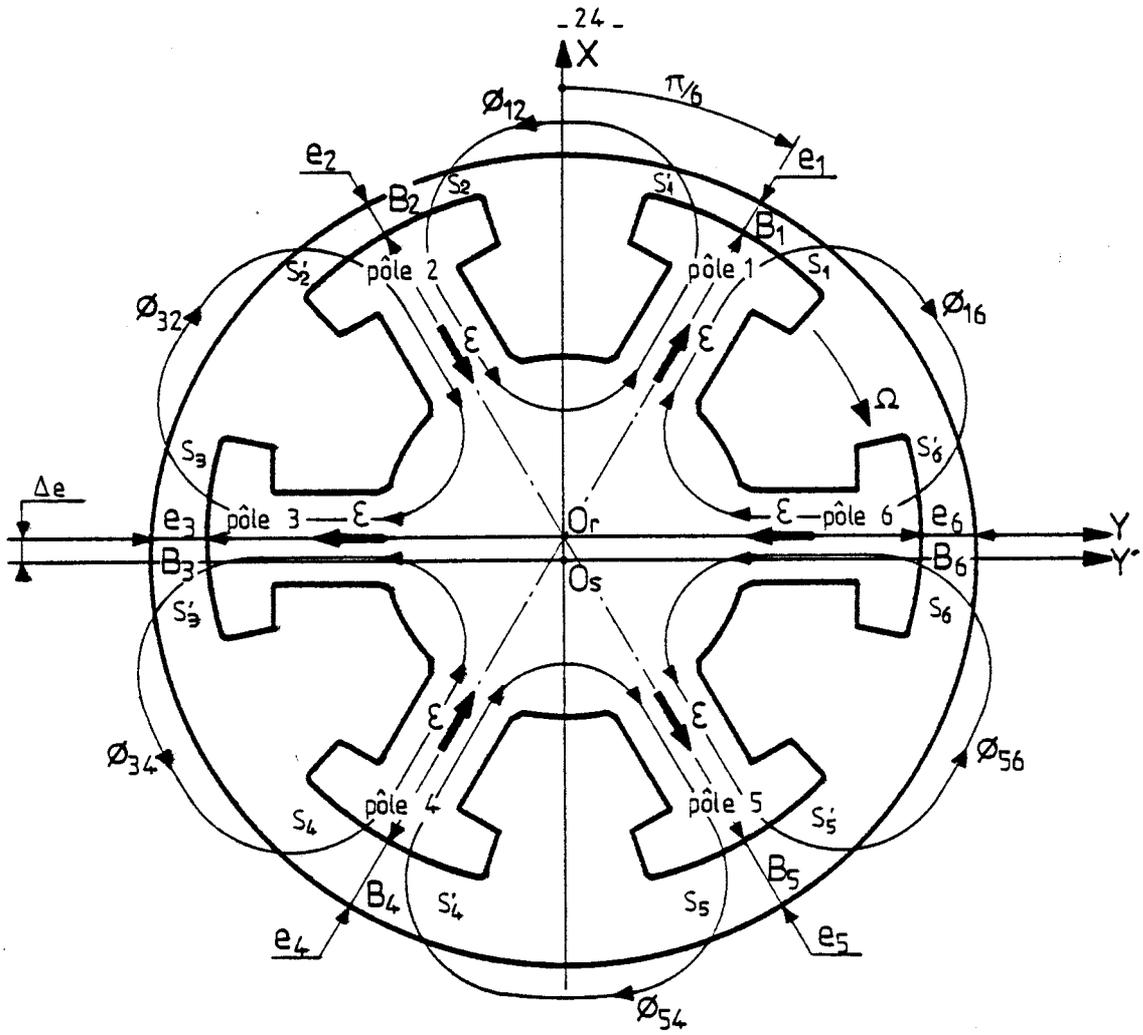
- l'égalité des flux ϕ_{12} et ϕ_{16} , des surfaces S_1 et S'_1 . Donc

$$B_1 \frac{S}{2} = B_2 S_2 = B_6 S'_6$$

- l'égalité des flux ϕ_{34} et ϕ_{54} , des surfaces S_4 et S'_4 , donc

$$B_4 \frac{S}{2} = B_3 S'_3 = B_5 S_5$$

• Pour trouver la relation liant B_1 à B_2 , on applique le théorème d'Ampère le long du trajet des deux flux passant par le pôle 2, puis par le pôle 3.



BIS
LILLE

$$2\epsilon = \left(\frac{2e_1}{\mu_0 S} + \frac{e_2}{\mu_0 S_2} \right) B_2 S_2 = \left(\frac{e_2}{\mu_0 S'_2} + \frac{e_3}{\mu_0 S_3} \right) B_2 S'_2$$

ce qui entraîne

$$2e_1 S_2 S_3 = e_3 S S'_2 \quad (2.21)$$

$$2\epsilon = \left(\frac{e_2}{\mu_0 S'_2} + \frac{e_3}{\mu_0 S_3} \right) B_3 S_3 = \left(\frac{e_3}{\mu_0 S'_3} + \frac{2e_4}{\mu_0 S} \right) B_3 S'_3$$

ce qui entraîne

$$2e_4 S'_2 S'_3 = e_2 S S_3 \quad (2.22)$$

Puisque $S'_2 = S - S_2$ et $S'_3 = S - S_3$, de la relation (2.21) on déduit

$$S_3 = \frac{e_3 S (S - S_2)}{2e_1 S_2}$$

et en reportant dans (2.22)

$$2e_4 (S - S_2) \left[S - \frac{e_3 S (S - S_2)}{2e_1 S_2} \right] = \frac{e_2 e_3 S^2 (S - S_2)}{2e_1 S_2}$$

$$2e_4 (2e_1 S S_2 - e_3 S^2 + e_3 S S_2) = e_2 e_3 S^2$$

$$S_2 = \frac{e_3 S (e_2 + 2e_4)}{e_4 (4e_1 + 2e_3)}$$

Cette valeur de S_2 portée dans $B_1 S/2 = B_2 S_2$ donne

$$\boxed{\frac{B_1}{B_2} = \frac{e_3 (e_2 + 2e_4)}{e_4 (2e_1 + e_3)}} \quad (2.23)$$

• Pour que $B_1 e_1$ égale $B_2 e_2$ il faudrait que

$$e_1 e_3 (e_2 + 2e_4) = e_2 e_4 (2e_1 + e_3)$$

$$e_1 e_2 e_3 + 2e_1 e_3 e_4 = 2e_1 e_2 e_4 + e_2 e_3 e_4$$

ou, sachant que dans cette position, les entrefers ont pour valeurs moyennes

$$e_1 = e_0 - \Delta e \quad ; \quad e_2 = e_0 - \Delta e/2$$

$$e_3 = e_0 + \Delta e/2 \quad ; \quad e_4 = e_0 + \Delta e \quad ,$$

Il faudrait que

$$(e_o - \Delta e)(e_o^2 - \frac{\Delta e^2}{4}) + 2(e_o + \frac{\Delta e}{2})(e_o^2 - \Delta e^2) = 2(e_o - \frac{\Delta e}{2})(e_o^2 - \Delta e^2) + (e_o + \Delta e)(e_o^2 - \frac{\Delta e^2}{4})$$

$$e_o^3 - \frac{3}{4} e_o \Delta e^2 - \frac{1}{4} \Delta e^3 = e_o^3 - \frac{3}{4} e_o \Delta e^2 + \frac{1}{4} \Delta e^3$$

$$e_o^3 - \frac{3}{4} e_o \Delta e^2 - \frac{1}{4} \Delta e^3 = e_o^3 - \frac{3}{4} e_o \Delta e^2 - \frac{1}{4} \Delta e^3 + \frac{1}{2} \Delta e^3$$

Supposer cette condition réalisée revient donc à négliger

$$\frac{1}{2} \Delta e^3 \text{ par rapport à } e_o^3 - \frac{3}{4} e_o \Delta e^2 - \frac{1}{4} \Delta e^3.$$

ou, en posant $\Delta e/e_o = x$, x^3 par rapport à $2 - \frac{3}{2} x^2 - \frac{1}{2} x^3$

• L'erreur commise en écrivant l'égalité des f.m.m. sous les deux types de pôles est beaucoup moins forte que pour la machine à quatre pôles, où on devait négliger x^2 devant 1.

Pour $x = 0,2$, on néglige 0,008 devant 1,936 pour 6 pôles, et 0,04 devant 1 pour 4 pôles.

I.4. Généralisation à la machine à 2 p pôles

Nous allons étendre à une machine ayant un nombre quelconque p de paires de pôles les résultats que nous venons d'établir pour $p = 2$ et $p = 3$. Pour cela nous montrerons

- que, quelle que soit la position du rotor, les f.m.m. consommées sous les pôles de même nature sont égales
- que, lorsqu'un axe interpolaire est dans la direction du décentrement, les f.m.m. des deux groupes sont égales
- et que, lorsqu'un axe polaire est dans la direction du décentrement, l'écart entre les f.m.m. des deux groupes diminue quand le nombre de pôles croît.

I.4.1. Egalité des f.m.m. appliquées aux entrefers situés sous les pôles de même nature

La figure (2.7) représente une machine à 2p pôles dans une position telle que l'axe du pôle 1 fasse un angle θ quelconque avec l'axe $O_r X$. Les notations adoptées pour les entrefers, les inductions, les flux et les sections de leurs passages dans les entrefers y sont indiquées.

- Si on applique le théorème d'Ampère aux deux flux, $\phi_{1(2p)}$ et ϕ_{12} qui passent par le pôle 1, on obtient :

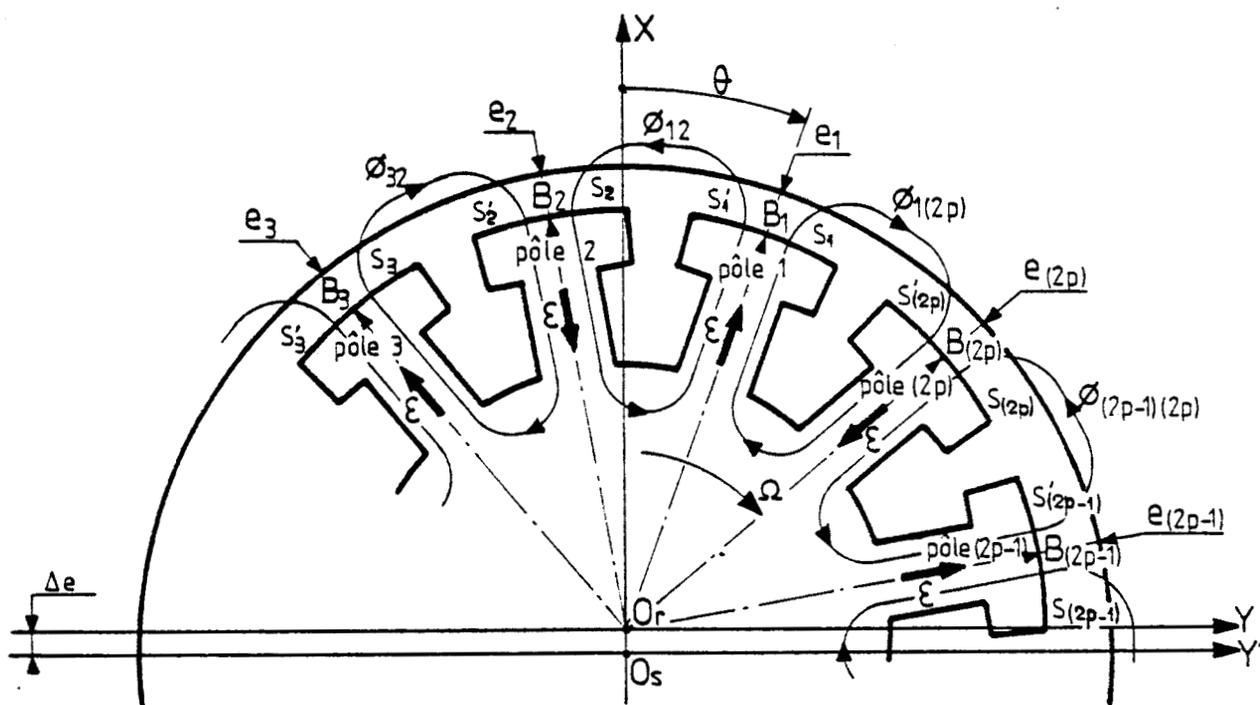


Figure 2.7

$$2 \epsilon = \left(\frac{e_1}{\mu_0 S_1} + \frac{e_{(2p)}}{\mu_0 S'_{(2p)}} \right) B_1 S_1 = \left(\frac{e_1}{\mu_0 S'_1} + \frac{e_2}{\mu_0 S_2} \right) B_1 S'_1$$

On en déduit

$$S_1 = e_2 S \frac{S - S_{(2p)}}{e_{(2p)} S_2 + e_2 (S - S_{(2p)})}$$

D'autre part, ces deux flux ont pour expression

$$\phi_{12} = B_1 (S - S_1) = B_2 S_2$$

$$\text{Donc} \quad B_1 = \frac{B_2 S_2}{S - S_1}$$

$$\phi_{1(2p)} = B_{(2p)} (S - S_{(2p)}) = B_1 S_1$$

$$\text{donc} \quad B_{(2p)} (S - S_{(2p)}) = \frac{B_2 S_2 S_1}{S - S_1}$$

En remplaçant dans cette égalité S_1 par son expression, on obtient

$$B_{(2p)} e_{(2p)} = B_2 e_2$$

En opérant de la même façon pour les divers groupes de deux flux passant par les pôles de numéro impair, on obtient

$$B_{(2p)} e_{(2p)} = B_2 e_2 = B_4 e_4 = B_6 e_6 = \dots$$

(2.24)

• De même pour les deux flux passant par le pôle 2p, le théorème d'Ampère donne :

$$2 \epsilon = \left(\frac{e_{(2p-1)}}{\mu_0 S'_{(2p-1)}} + \frac{e_{(2p)}}{\mu_0 S_{(2p)}} \right) B_{(2p)} S_{(2p)} = \left(\frac{e_1}{\mu_0 S_1} + \frac{e_{(2p)}}{\mu_0 S'_{(2p)}} \right) B_{(2p)} S'_{(2p)}$$

$$\text{d'où : } S_{(2p)} = e_1 S \frac{S - S_{(2p-1)}}{e_{(2p-1)} S_1 + e_1 (S - S_{(2p-1)})}$$

$$\text{Or } \phi_{(2p-1)(2p)} = B_{(2p-1)} (S - S_{(2p-1)}) = B_{(2p)} S_{(2p)}$$

$$\phi_{1(2p)} = B_{(2p)} (S - S_{(2p)}) = B_1 S_1$$

On en déduit

$$B_{(2p-1)} (S - S_{(2p-1)}) = B_1 S_1 \frac{S_{(2p)}}{S - S_{(2p)}}$$

et, en remplaçant $S_{(2p)}$ par son expression,

$$B_{(2p-1)} e_{(2p-1)} = B_1 e_1$$

On peut procéder ainsi pour les flux passant par les pôles 2, 4, 6... pour montrer que :

$$\boxed{B_{(2p-1)} e_{(2p-1)} = B_1 e_1 = B_3 e_3 = B_5 e_5 = \dots} \quad (2.25)$$

L'égalité des f.m.m. appliquées à tous les pôles de même nature (Nord ou Sud) est donc une propriété générale, indépendante de la position du rotor.

I.4.2. Relation entre les deux groupes de f.m.m. quand un axe interpolaire est dans l'axe du décentrement

Dans cette position (figure 2.8) l'ensemble rotor-intérieur du stator est symétrique par rapport à l'axe $O_r X_r$, ce qui permet notamment d'écrire :

$$e_i = e_{(i+1)} \quad ,$$

$$S'_i = S_{(i+1)} \quad ,$$

où S'_i est la surface de l'entrefer situé face au pôle i que traverse le flux $\phi_{i(i+1)}$, et $S_{(i+1)}$ celle de l'entrefer situé face au pôle (i+1) traversée par le même flux :

$$\phi_{i(i+1)} = B_i S'_i = B_{(i+1)} S_{(i+1)}$$

donc

$$B_i = B_{(i+1)}$$

et

$$B_i e_i = B_{(i+1)} e_{(i+1)}$$

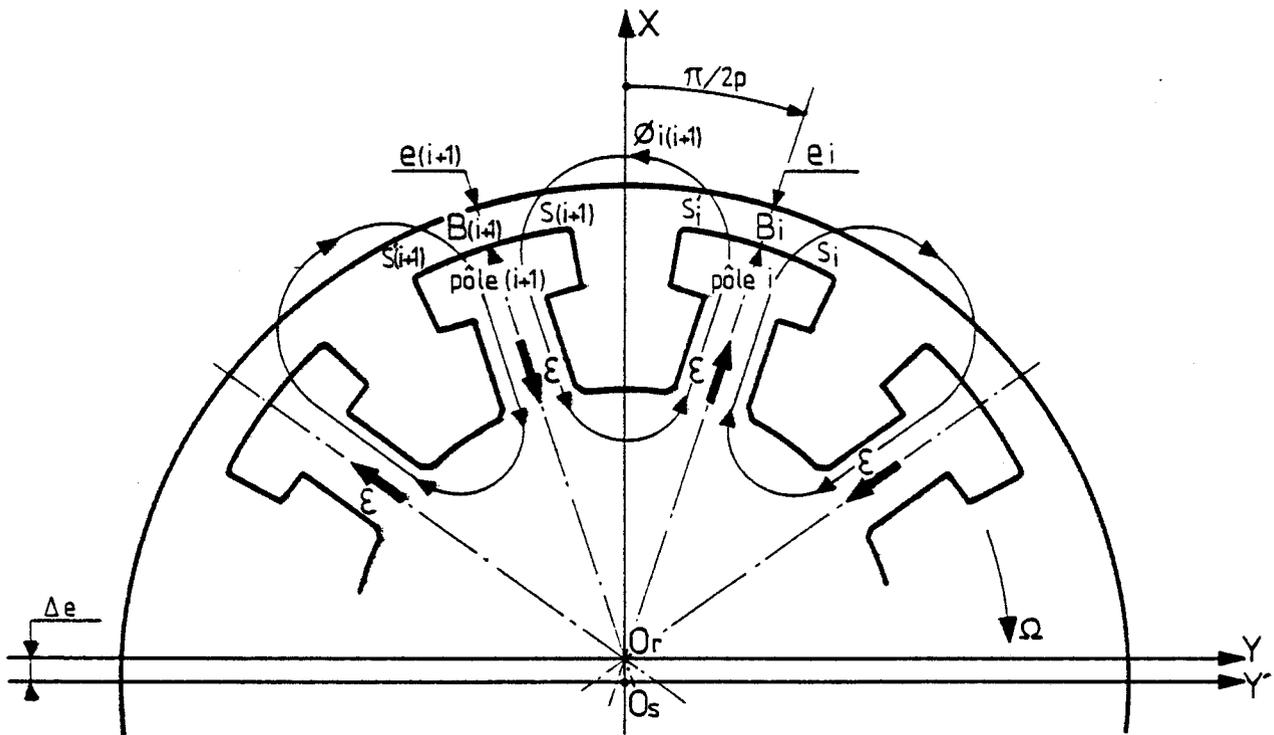


Figure 2.8

Cette relation et celles notées (2.24) et (2.25) trouvées précédemment, permettent de conclure que dans cette position, et quel que soit le nombre de pôles, tous les entrefers consomment la même force magnétomotrice.

I.4.3. Relation entre les deux groupes de f.m.m. quand l'axe d'un pôle est dans l'axe du décentrement

Pour comparer les f.m.m. consommées sous les pôles de nature différente, il faut déterminer pour chaque pôle, les deux surfaces traversées par les deux flux qui le traversent. Il y a donc $4p$ surfaces à calculer.

En fait, dans cette position aussi, la machine est symétrique par rapport à l'axe du décentrement, et les surfaces symétriques par rapport à $O_r X$ sont égales, ce qui ramène leur nombre à $2p$. De plus, les deux surfaces situées face aux pôles dont l'axe coïncide avec $O_r X$ sont connues ; elles valent $S/2$; le nombre de surfaces est ainsi ramené à $2p-2$. Enfin, les deux surfaces situées sous un pôle i quelconque sont liées par $S_i + S'_i = S$.

Le problème se ramène donc à la résolution d'un système de $(p-1)$ équations à $(p-1)$ inconnues. De plus les relations (2.12) et (2.23) ne montrent pas la possibilité de raisonner par récurrence.

Vu les difficultés que présente ce calcul pour un nombre de pôles grand ou indéfini, nous nous proposons de suivre l'évolution, en fonction de p , de l'erreur relative qu'on commet en supposant égales les f.m.m. consommées sous deux pôles de nature différente.

Ayant déjà étudié les cas où $2p=4$ et $2p=6$, nous allons faire de même pour $2p=8$ et $2p=12$.

a) relation entre B_1 et B_2 pour une machine à 8 pôles

Appliquons le théorème d'Ampère le long des trajets des deux flux passant par chacun des pôles 2, 3 et 4 de la machine représentée sur la figure (2.9) dans la position où l'axe du pôle 1 est confondu avec l'axe $O_r X$.

- pour le pôle 2 :

$$2\epsilon = \left(\frac{e_1}{\mu_0 S'_1} + \frac{e_2}{\mu_0 S_2} \right) B_2 S_2 = \left(\frac{e_2}{\mu_0 S'_2} + \frac{e_3}{\mu_0 S_3} \right) B_2 S'_2$$

ce qui donne, puisque $S'_1 = S/2$,

$$S_2 = \frac{e_3 S^2}{2e_1 S_3 + e_3 S}$$

- pour le pôle 3 :

$$2\epsilon = \left(\frac{e_2}{\mu_0 S'_2} + \frac{e_3}{\mu_0 S_3} \right) B_3 S_3 = \left(\frac{e_3}{\mu_0 S'_3} + \frac{e_4}{\mu_0 S_4} \right) B_3 S'_3$$

ce qui donne,

$$S_3 = e_4 S \frac{S - S_2}{e_2 S_4 + e_4 (S - S_2)}$$

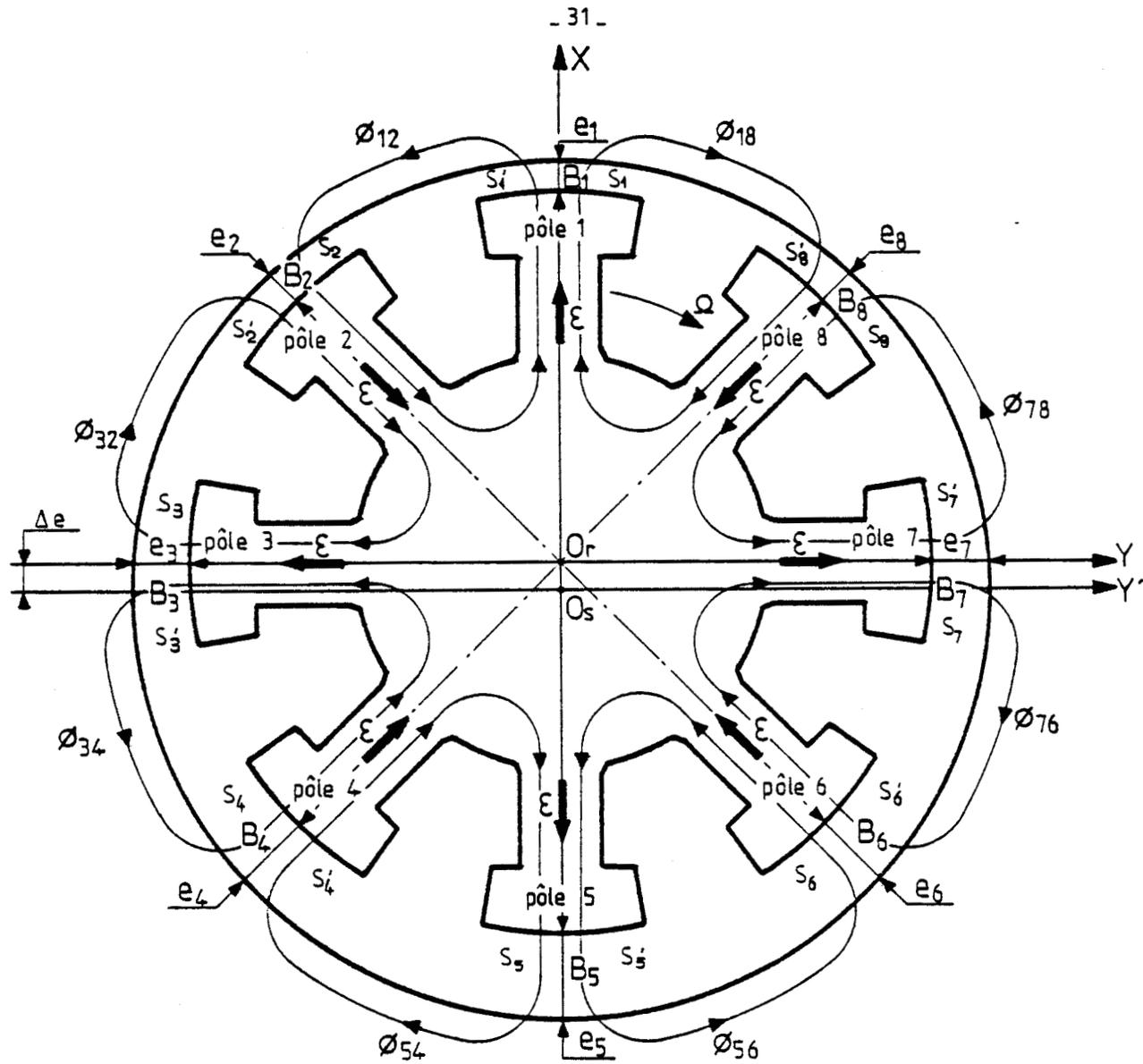


Figure 2.9

- pour le pôle 4 :

$$2\epsilon = \left(\frac{e_3}{\mu_0 S'_3} + \frac{e_4}{\mu_0 S_4} \right) B_4 S_4 = \left(\frac{e_4}{\mu_0 S'_4} + \frac{e_5}{\mu_0 S_5} \right) B_4 S'_4$$

ce qui donne, puisque $S_5 = S/2$,

$$S_4 = \frac{2e_5 S (S - S_3)}{e_3 S + 2e_5 (S - S_3)}$$

Si on reporte S_4 dans S_3 , il vient successivement :

$$S_3 = \frac{e_4 S (S - S_2) [e_3 S + 2e_5 (S - S_3)]}{2e_2 e_5 S (S - S_3) + e_4 (S - S_2) [e_3 S + 2e_5 (S - S_3)]}$$

$$S - S_3 = \frac{2e_2 e_5 S^2 (S - S_3)}{2e_2 e_5 S (S - S_3) + e_4 (S - S_2) [e_3 S + 2e_5 (S - S_3)]}$$

$$S_3 = \frac{e_4 (e_3 + 2e_5) S (S - S_2)}{2e_5 [e_2 S + e_4 (S - S_2)]}$$



En reportant cette expression de S_3 dans celle de S_2 , nous obtenons :

$$S_2 = \frac{2e_3e_5 S^2 [e_2S + e_4(S - S_2)]}{2e_1e_4(e_3+2e_5) S(S-S_2) + 2e_3e_5S [e_2S+e_4(S-S_2)]}$$

$$S-S_2 = \frac{e_1e_4(e_3+2e_5) S(S - S_2)}{e_1e_4(e_3+2e_5)(S-S_2) + e_3e_5 [e_2S+e_4(S-S_2)]}$$

$$S_2 = S \frac{e_3e_5(e_2 + e_4)}{e_4(e_1e_3+2e_1e_5+e_3e_5)}$$

Puisque $B_1S/2 = B_2S_2$, $B_1/B_2 = 2 S_2/S$ ce qui donne

$$\boxed{\frac{B_1}{B_2} = \frac{e_3}{e_4} \left[\frac{2e_5(e_2+e_4)}{e_1e_3+2e_1e_5+e_3e_5} \right]} \quad (2.26)$$

b) relation entre B_1 et B_2 pour une machine à 12 pôles

Soit une machine à 12 pôles présentant un décentrement Δe et dont l'axe du pôle 1 se trouve confondu avec l'axe $O_r X$ (figure 2.10).

Sachant que $S'_1 = S_7 = S/2$, l'application du théorème d'Ampère aux trajets des flux passant par les pôles 2,3,4,5 et 6 permet d'établir entre les différentes surfaces les relations suivantes :

$$S_2 = \frac{e_3S^2}{2e_1S_3 + e_3S}$$

$$S_3 = \frac{e_4S(S - S_2)}{e_2S_4 + e_4(S - S_2)}$$

$$S_4 = \frac{e_5S(S - S_3)}{e_3S_5 + e_5(S - S_3)}$$

$$S_5 = \frac{e_6S(S - S_4)}{e_4S_6 + e_6(S - S_4)}$$

$$S_6 = \frac{2e_7S(S - S_5)}{e_5S + 2e_7(S - S_5)}$$

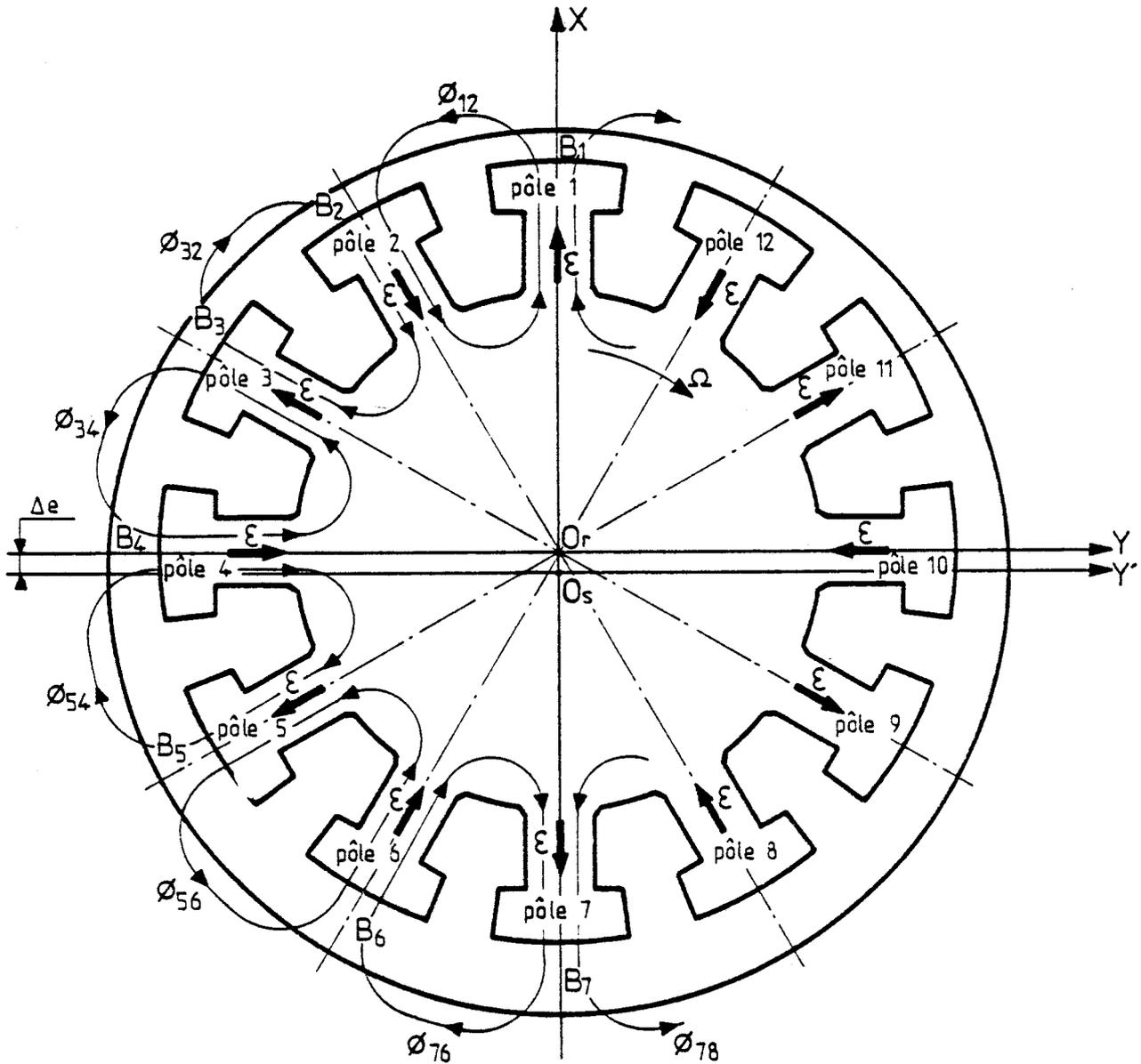


Figure 2.10

En utilisant la méthode de résolution par substitution, on trouve comme expression de la surface S_2

$$S_2 = S \frac{e_3 e_5 e_7 (e_2 e_4 + e_2 e_6 + e_4 e_6)}{e_4 e_6 [e_3 e_5 (e_1 + e_7) + 2e_1 e_7 (e_3 + e_5)]}$$

Puisqu'on a encore $B_1 S/2 = B_2 S_2$, alors :

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{e_3}{e_4} \left[\frac{2e_5 e_7 (e_2 e_4 + e_2 e_6 + e_4 e_6)}{e_6 [e_3 e_5 (e_1 + e_7) + 2e_1 e_7 (e_3 + e_5)]} \right] \quad (2.27)$$



c) erreur relative commise en supposant $B_1 e_1 = B_2 e_2$

Ayant constaté que, pour une machine multipolaire, l'écart entre les forces magnétomotrices consommées sous deux pôles de nature différente est maximum lorsqu'un axe polaire se trouve confondu avec la direction du décentrement, il convient d'évaluer, dans ce cas où elle est maximale, l'erreur relative δ commise en supposant que le produit Be est le même sous tous les pôles.

Cette erreur relative est fonction

- du nombre de pôles $2p$ de la machine,
- et de la valeur relative du décentrement $x = \Delta e / e_o$

L'erreur consiste à supposer $B_1 e_1 = B_2 e_2$. L'erreur relative est égale à l'écart de $B_2 e_2$ et $B_1 e_1$ de part et d'autre de leur valeur moyenne rapporté à cette valeur moyenne.

$$\delta = \frac{\frac{1}{2} (B_2 e_2 - B_1 e_1)}{\frac{1}{2} (B_2 e_2 + B_1 e_1)} = \frac{1 - \frac{B_1 e_1}{B_2 e_2}}{1 + \frac{B_1 e_1}{B_2 e_2}} \quad (2.28)$$

Evaluons δ pour les quatre valeurs de p étudiées.

- Machine à 4 pôles

Pour cette machine, la relation (2.12) donne

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{e_3}{e_4}$$

avec, si

$$e_1 = e_o - \Delta e,$$

$$e_2 = e_4 = e_o$$

$$e_3 = e_o + \Delta e$$

$$\delta = \frac{1 - \frac{e_o + \Delta e}{e_o} \frac{e_o - \Delta e}{e_o}}{1 + \frac{e_o + \Delta e}{e_o} \frac{e_o - \Delta e}{e_o}} = \frac{\left(\frac{\Delta e}{e_o}\right)^2}{2 - \left(\frac{\Delta e}{e_o}\right)^2}$$

$$\delta \% = 100 \frac{x^2}{2 - x^2}$$

- Machine à 6 pôles

Pour 6 pôles, le rapport B_1/B_2 est donné par (2.23) :

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{e_3 (e_2 + 2e_4)}{e_4 (2e_1 + e_3)}$$

avec

$$e_1 = e_0 - \Delta e$$

$$e_2 = e_0 - \Delta e/2$$

$$e_3 = e_0 + \Delta e/2$$

$$e_4 = e_0 + \Delta e$$

$$\text{Donc } \delta = \frac{1 - \frac{e_3(e_2+2e_4)}{e_4(2e_1+e_3)} \frac{e_1}{e_2}}{1 + \frac{e_3(e_2+2e_4)}{e_4(2e_1+e_3)} \frac{e_1}{e_2}} = \frac{e_2 e_3 (e_4 - e_1) + 2e_1 e_4 (e_2 - e_3)}{e_2 e_3 (e_4 + e_1) + 2e_1 e_4 (e_2 + e_3)}$$

$$\delta = \frac{(1 - \frac{x^2}{4}) 2x - 2(1 - x^2) x}{(1 - \frac{x^2}{4}) 2 + 2(1 - x^2) 2}$$

$$\delta \% = 100 \frac{x^3}{4 - 3x^2}$$

- Machine à 8 pôles

La relation (2.26) donne

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{2e_3 e_5 (e_2 + e_4)}{e_4 [2e_1 e_5 + e_3 (e_1 + e_5)]}$$

avec

$$e_1 = e_0 - \Delta e$$

$$e_2 = e_0 - \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta e$$

$$e_3 = e_0$$

$$e_4 = e_0 + \frac{\sqrt{2}}{2} \Delta e$$

$$e_5 = e_0 + \Delta e$$



$$\delta = \frac{1 - \frac{2e_1 e_3 e_5 (e_2 + e_4)}{e_2 e_4 [2e_1 e_5 + e_3 (e_1 + e_5)]}}{1 + \frac{2e_1 e_3 e_5 (e_2 + e_4)}{e_2 e_4 [2e_1 e_5 + e_3 (e_1 + e_5)]}}$$

$$\delta = \frac{2e_1 e_5 e_2 e_4 + e_3 e_2 e_4 (e_1 + e_5) - 2e_3 e_1 e_5 (e_2 + e_4)}{2e_1 e_5 e_2 e_4 + e_3 e_2 e_4 (e_1 + e_5) + 2e_3 e_1 e_5 (e_2 + e_4)}$$

$$\delta = \frac{2(1-x^2) \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) + 1 \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) 2 - 2(1-x^2) 2}{2(1-x^2) \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) + 1 \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) 2 + 2(1-x^2) 2}$$

$$\delta \% = 100 \frac{x^4}{8 - 8x^2 + x^4}$$

- Machine à 12 pôles

D'après la relation (2.27)

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{2e_3 e_5 e_7 [e_2 e_6 + e_4 (e_2 + e_6)]}{e_4 e_6 [e_3 e_5 (e_1 + e_7) + 2e_1 e_7 (e_3 + e_5)]}$$

avec

$$\begin{aligned} e_1 &= e_0 - \Delta e = e_0 (1-x) & ; & & e_5 &= e_0 \left(1 + \frac{x}{2}\right) \\ e_2 &= e_0 - \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta e = e_0 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}x\right) & ; & & e_6 &= e_0 \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}x\right) \\ e_3 &= e_0 - \frac{1}{2} \Delta e = e_0 \left(1 - \frac{x}{2}\right) & ; & & e_7 &= e_0 (1+x) \\ e_4 &= e_0 \end{aligned}$$



cela donne
$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{2(1+x) \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^2}{1\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}x\right) \left(2 - \frac{3}{2}x^2\right)} ; \frac{e_1}{e_2} = \frac{1-x}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}x}$$

et en reportant dans (2.27)

$$\delta = \frac{1 - \frac{2(1-x^2) \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^2}{\left(1 - \frac{3}{4}x^2\right) \left(2 - \frac{3}{2}x^2\right)}}{1 + \frac{2(1-x^2) \left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^2}{\left(1 - \frac{3}{4}x^2\right) \left(2 - \frac{3}{2}x^2\right)}}$$

$$\delta \% = 100 \frac{x^6}{32 - 48x^2 + 18x^4 - x^6}$$

A l'aide de ces relations nous avons tracé sur la figure (2.11) les caractéristiques donnant $\delta\%$ en fonction de x pour $2p$ successivement égal à 4, 6, 8 et 12, en changeant deux fois d'échelle pour $\delta\%$.

- Toutes ces courbes partent de 0 pour $x = 0$ et atteignent 100% pour $x = 1$. Ce résultat est prévisible : si un pôle N par exemple touche le stator ($x = 1$) tous les pôles N sont au même potentiel magnétique que le fer du stator ; sous les pôles N la f.m.m. appliquée à l'entrefer est nulle, sous les pôles S elle est égale à 2ϵ ; en prenant ϵ pour valeur de la f.m.m. sous tous les pôles on commet une erreur de $\pm 100\%$.

- Mais pour les valeurs faibles ou moyennes de x , l'erreur qui varie comme x^p diminue très vite quand p augmente. Pour $2p$ égal à 12, l'erreur n'est que de 0,074% pour $x = 0,5$; elle n'atteint 1% que lorsque x devient à peine supérieur à 0,7.

I.5. Conclusion. Extension de la règle proposée

● L'étude des f.m.m. appliquées aux entrefers d'une machine synchrone à pôles saillants et à rotor décentré a été menée en supposant notamment la saturation du fer négligeable, et l'entrefer face à toute la surface d'une pièce polaire d'égale épaisseur, tant avant le décentrement qu'après.

Dans ces conditions, les f.m.m. appliquées à chaque instant aux entrefers situés sous les pôles de même nature sont égales. Mais entre les f.m.m. sous les pôles Nord et les f.m.m. appliquées sous les pôles Sud il existe un écart. Cet écart, alternatif, de période égale à la durée de $1/p^{\text{ième}}$ de tour du rotor, fait que la f.m.m. appliquée à un entrefer oscille de part et d'autre de sa valeur moyenne.

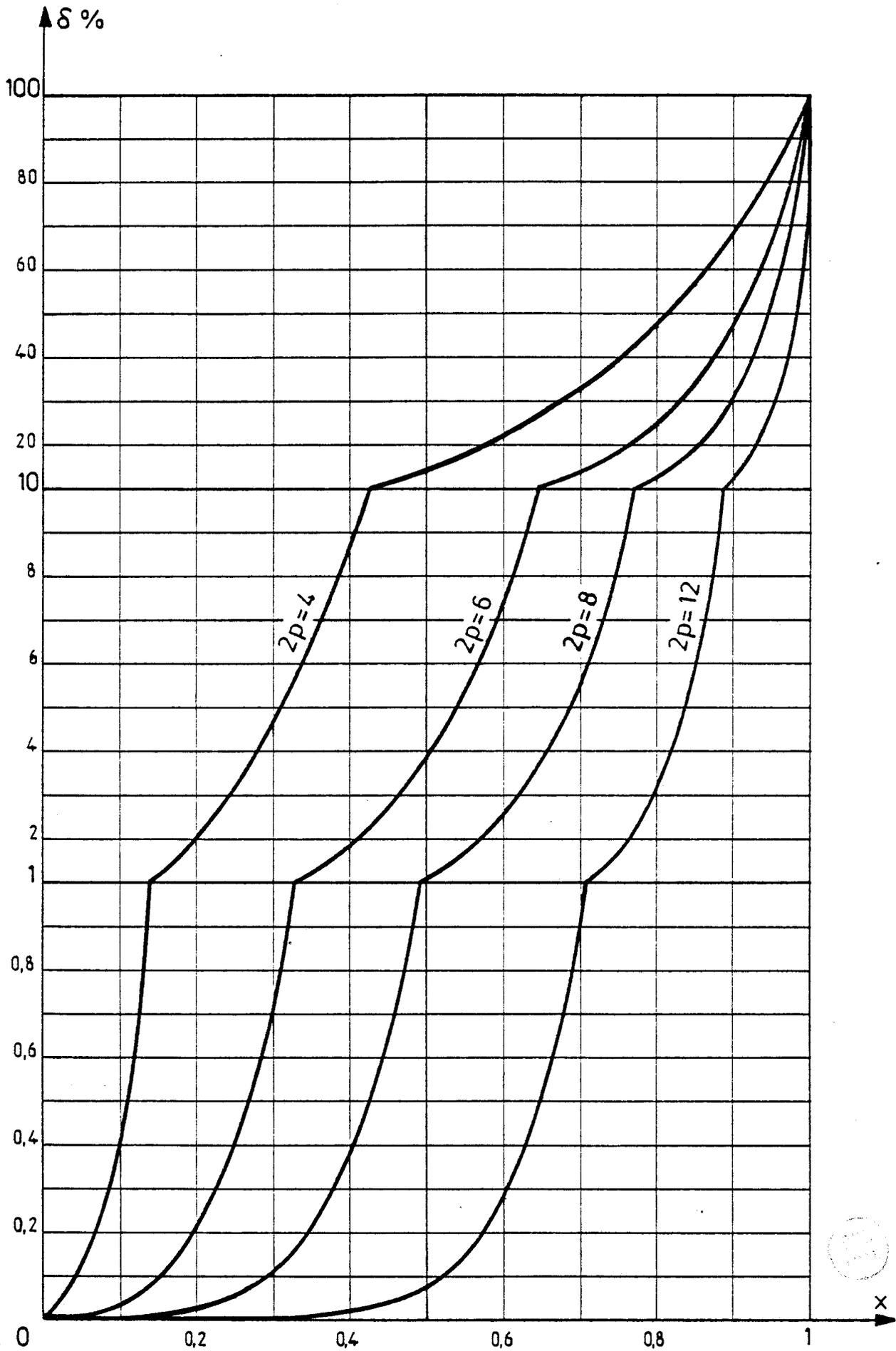


Figure 2.11

L'examen de l'amplitude relative de cet écart montre qu'il est d'autant plus faible que le nombre de pôles est plus grand, qu'il varie comme x^p , x désignant la valeur relative $\Delta e/e_o$ du décentrement.

Pour les nombres de pôles élevés et les valeurs "raisonnables" du décentrement ($x < 0,8$ par exemple), on peut donc admettre que les f.m.m. appliquées à tous les entrefers sont constantes et égales. Si on néglige la saturation, leur valeur est celle de la f.m.m. développée par une bobine inductrice.

On écrira donc

$$\frac{B_i e_i}{\mu_o} = \frac{B_o e_o}{\mu_o}$$

ou

$$B_i e_i = B_o e_o$$

(2.29)

$B_i e_i$ étant la f.m.m. consommée sous le pôle i quand le décentrement y rend l'épaisseur d'entrefer égale à e_i .

$B_o e_o$ celle consommée sous ce même pôle quand le décentrement est nul et l'épaisseur d'entrefer égale à e_o .

● Il reste à voir dans quelle mesure on peut utiliser cette constance des f.m.m. appliquées aux entrefers au cas où même en l'absence de décentrement, l'épaisseur d'entrefer varie sous les pièces polaires.

1) Si on néglige la saturation, la surface de chacune des pièces polaires et la surface du stator sont des surfaces équipotentielles. La f.m.m. tout au long de l'entrefer situé sous un pôle est la même.

2) Les f.m.m. sous les pôles de même nature sont égales. En effet (figure 2.12), si ϵ est la f.m.m. d'une bobine inductrice, $\epsilon_{(i-1)}$, ϵ_i et $\epsilon_{(i+1)}$ les f.m.m. consommées dans les entrefers des pôles $(i-1)$, i et $(i+1)$, l'équation des f.m.m. le long des trajets des flux $\phi_{i(i+1)}$ et $\phi_{i(i-1)}$ donne :

$$2 \epsilon = \epsilon_i + \epsilon_{(i+1)} = \epsilon_i + \epsilon_{(i-1)}$$

d'où
$$\epsilon_{(i+1)} = \epsilon_{(i-1)}$$

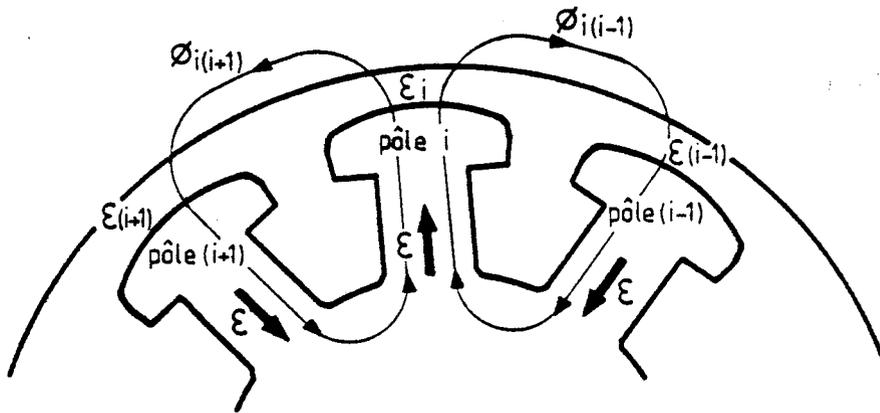


Figure 2.12

3) Quand un axe interpolaire est dans l'axe du décentrement $O_r X_r$, la symétrie de la figure montre que les f.m.m. appliquées à deux pôles symétriques par rapport à $O_r X_r$ sont égales. Or il s'agit de pôles de nature différente. Dans cette position toutes les f.m.m. sont égales.

4) Quand le rotor n'est pas dans cette position, les f.m.m. sous les pôles Nord diffèrent des f.m.m. sous les pôles Sud. L'écart est maximum quand l'axe d'un pôle est confondu avec $O_r X_r$.

Les procédés de calcul utilisés pour évaluer cet écart dans le cas d'entrefers d'épaisseurs constantes ne sont plus utilisables. Mais ils ont montré que l'écart était d'autant plus faible que la différence d'épaisseur entre deux entrefers consécutifs était elle-même plus réduite, donc qu'il y avait plus de pôles. Cette conclusion reste valable quel que soit le profil des pièces polaires.

Pour les machines à grand nombre de pôles, même si l'entrefers sous les pièces polaires n'est pas constant on peut, pour les décentremments "raisonnables", admettre que les f.m.m. appliquées à tous les entrefers sont **constantes et égales**. L'erreur est du même ordre que celle calculée pour les machines à entrefers constants, c'est-à-dire tout à fait négligeable dans les conditions que nous venons de préciser.

II -INDUCTION - FORCE D'ATTRACTION RADIALE

Sachant comment passer des variations de l'épaisseur d'entrefer dues au décentrement aux variations de l'induction, il est maintenant possible de calculer la force magnétique d'attraction radiale.

Ce calcul est effectué successivement pour un entrefer donnant une onde d'induction en créneaux, puis pour un entrefer donnant une onde d'induction sinusoïdale. Dans le premier cas, nous évaluerons l'influence des diverses simplifications possibles sur la précision des résultats.

II.1. Répartition de l'induction en créneaux

II.1.1. Repérage de la position des pôles

On prend comme origine des temps l'instant où l'axe d'un pôle Sud coïncide avec l'axe $O_r X_r$ du décentrement pris comme origine des angles. Ce pôle Sud sera noté "pôle 1" et sa position angulaire en fonction du temps sera :

$$\alpha(t,1) = \Omega t$$

La numérotation des pôles s'effectuant dans le sens opposé au sens de rotation, la position d'un pôle i à un instant t sera (figure 2.13) :

$$\alpha(t,i) = \Omega t - (i-1) \frac{\pi}{p}$$

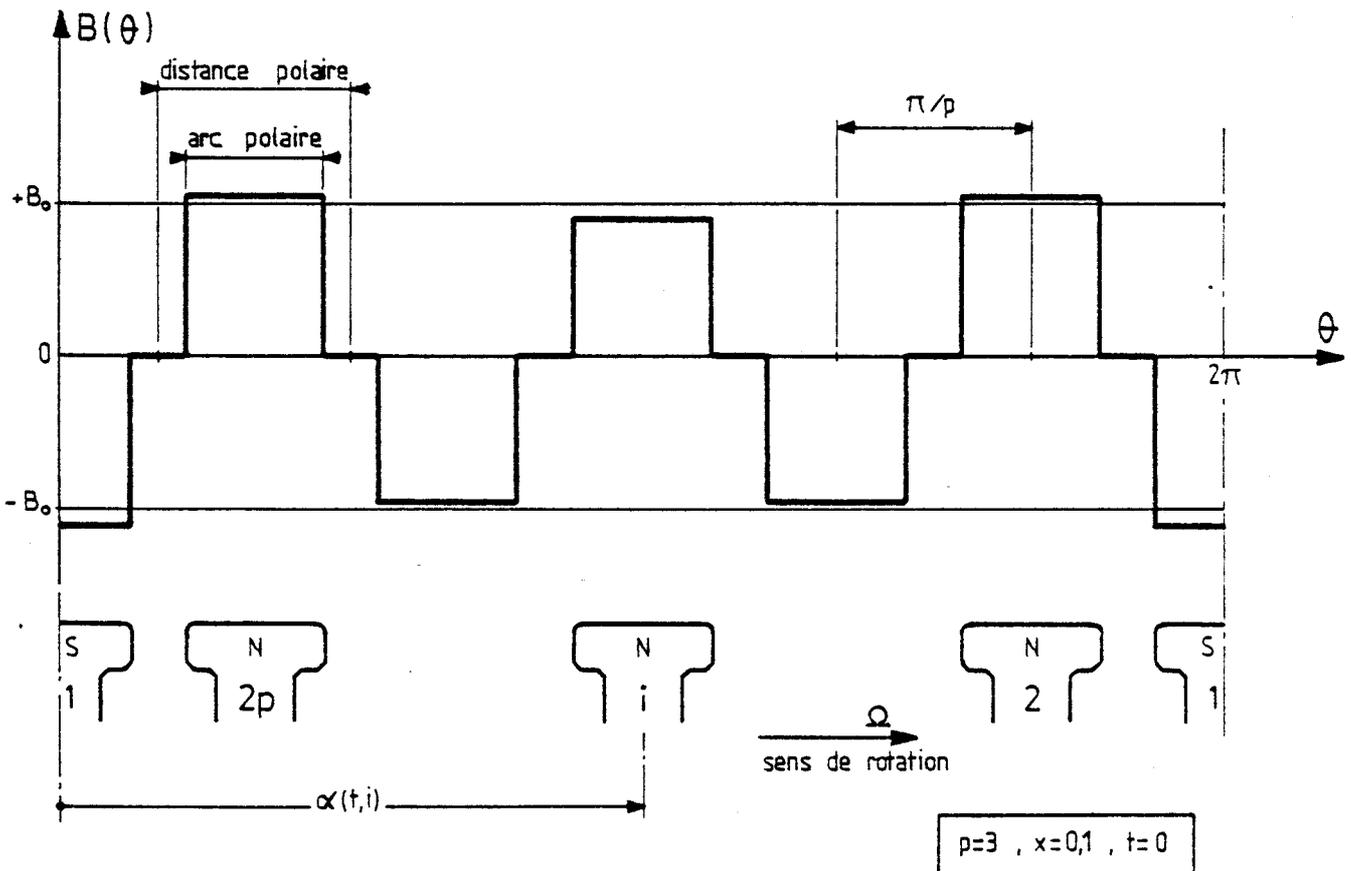


Figure 2.13

Afin que les angles aient toujours des valeurs positives, nous prendrons en fait

$$\alpha(t,i) = 2\Pi - (i-1) \frac{\Pi}{p} + \Omega t \quad (2.30)$$

D'autre part la largeur l de la projection sur le stator d'une pièce polaire sera caractérisée par le rapport β de l'arc polaire à la distance polaire, tel que :

$$l = \beta \frac{\Pi}{p} \frac{D}{2} \quad (2.31)$$

II.1.2. Schématisation de l'onde d'induction

- Puisqu'on utilise le fait que la force magnétomotrice consommée sous un pôle est la même avant et après décentrement, nous pouvons écrire que l'induction dans l'axe du pôle i est :

$$B[\alpha(t,i)] e[\alpha(t,i)] = B_o e_o (-1)^i,$$

$$B[\alpha(t,i)] = \frac{B_o e_o}{e[\alpha(t,i)]} (-1)^i, \quad (2.32)$$

le terme $(-1)^i$ tenant compte de la nature du pôle.

Nous supposerons que l'épaisseur de l'entrefer sous un pôle est constante malgré le décentrement, donc que l'induction est constante sous tout le pôle.

Dans l'axe l'épaisseur déduite de (2.3') vaut

$$e[\alpha(t,i)] = e_o [1-x \cos \alpha(t,i)]$$

Nous prendrons donc :

$$B(t,i) = (-1)^i \frac{B_o}{1-x \cos \alpha(t,i)}$$

$$\text{pour } \alpha(t,i) - \beta \frac{\Pi}{2p} \leq \theta \leq \alpha(t,i) + \beta \frac{\Pi}{2p},$$

l'induction étant nulle dans le reste de l'intervalle :

$$[\alpha(t,i) - \frac{\Pi}{2p}, \alpha(t,i) + \frac{\Pi}{2p}].$$

Ainsi la courbe donnant l'induction le long de la surface interne du stator sera supposée formée de $2p$ créneaux d'amplitudes inégales (figure 2.13).

II.1.3. Expression de la force d'attraction magnétique radiale

- Soit un pôle i dont l'axe, à un instant t donné, fait avec l'axe $O_r X$ un angle $\alpha(t,i)$, et soit un élément de surface ds de son entrefer contenu dans l'angle $d\tau$, se trouvant de part et d'autre d'un point faisant un angle τ avec l'axe polaire.

La force d'attraction radiale sollicitant ds est :

$$df(t,i) = \frac{1}{2\mu_0} B^2(\tau) ds$$

avec :

$$B(\tau) = \frac{B_0 (-1)^i}{1 - x \cos \alpha(t,i)}$$

$$- \beta \Pi/2p \leq \tau \leq \beta \Pi/2p$$

$$\text{et } ds = \frac{1}{2} LD d\tau$$

L étant la longueur utile des pôles.

d'où

$$df(t,i) = \frac{LD}{4\mu_0} \frac{B_0^2}{[1 - x \cos \alpha(t,i)]^2} d\tau \quad (2.33)$$

Cette force élémentaire a pour projections suivant $O_r X$ et $O_r Y$:

$$df_x(t,i) = \frac{LD}{4\mu_0} \frac{B_0^2 \cos [\alpha(t,i) + \tau]}{[1 - x \cos \alpha(t,i)]^2} d\tau$$

$$df_y(t,i) = \frac{LD}{4\mu_0} \frac{B_0^2 \sin [\alpha(t,i) + \tau]}{[1 - x \cos \alpha(t,i)]^2} d\tau$$

- La force totale s'exerçant sur le pôle i a pour composantes :

$$f_x(t,i) = \frac{LD B_0^2}{4\mu_0 [1 - x \cos \alpha(t,i)]^2} \int_{-\beta \Pi/2p}^{+\beta \Pi/2p} \cos[\alpha(t,i) + \tau] d\tau$$

$$f_x(t,i) = \frac{LD B_0^2 \cos \alpha(t,i)}{2\mu_0 [1 - x \cos \alpha(t,i)]^2} \sin \beta \frac{\Pi}{2p}$$

$$f_y(t,i) = \frac{LD B_0^2}{4\mu_0 [1 - x \cos \alpha(t,i)]^2} \int_{-\beta \Pi/2p}^{+\beta \Pi/2p} \sin[\alpha(t,i) + \tau] d\tau$$

$$f_y(t,i) = \frac{LD B_0^2 \sin \alpha(t,i)}{2\mu_0 [1 - x \cos \alpha(t,i)]^2} \sin \beta \frac{\Pi}{2p}$$

- La force d'attraction magnétique totale $F(t)$ aura donc pour composantes sur $O_r X$ et $O_r Y$:

$$F_x(t) = \frac{C}{\Pi\beta} \sin \beta \frac{\Pi}{2p} \sum_{i=1}^{2p} \frac{\cos \alpha(t,i)}{[1-x \cos \alpha(t,i)]^2} \quad (2.34)$$

$$F_y(t) = \frac{C}{\Pi\beta} \sin \beta \frac{\Pi}{2p} \sum_{i=1}^{2p} \frac{\sin \alpha(t,i)}{[1-x \cos \alpha(t,i)]^2} \quad (2.35)$$

d'où :

$$F(t) = \frac{C}{\Pi\beta} \sin \beta \frac{\Pi}{2p} \left[\left(\sum_{i=1}^{2p} \frac{\cos \alpha(t,i)}{[1-x \cos \alpha(t,i)]^2} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{2p} \frac{\sin \alpha(t,i)}{[1-x \cos \alpha(t,i)]^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.36)$$

avec

$$C = \beta \frac{\Pi LD}{2\mu_0} B_0^2 \quad (2.37)$$

C correspond donc à la somme des forces d'attraction rotor-stator en l'absence de décentrement, somme effectuée sans tenir compte de la direction de ces forces. La surface active totale est en effet $\beta \Pi D L$ et l'attraction par unité de surface est alors $B_0^2/2\mu_0$.

- La force totale $F(t)$ fait avec la direction $O_r X$ du décentrement un angle $\delta(t)$ tel que :

$$\delta(t) = \arctg \frac{F_y(t)}{F_x(t)} = \arctg \frac{\sum_{i=1}^{2p} \frac{\sin \alpha(t,i)}{[1-x \cos \alpha(t,i)]^2}}{\sum_{i=1}^{2p} \frac{\cos \alpha(t,i)}{[1-x \cos \alpha(t,i)]^2}} \quad (2.38)$$

Remarque

Lorsque le nombre de pôles tend vers l'infini le terme $\sin \beta \frac{\Pi}{2p}$ tend alors vers $\beta \frac{\Pi}{2p}$ et la relation (2.36) devient :

$$F(t) = \frac{C}{2p} \left[\left(\sum_{i=1}^{2p} \frac{\cos \alpha(t,i)}{[1-x \cos \alpha(t,i)]^2} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{2p} \frac{\sin \alpha(t,i)}{[1-x \cos \alpha(t,i)]^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.36')$$

II.1.4. Expression simplifiée de la force dans le cas de faibles décentrement

On peut obtenir une expression de $F(t)$ plus simple que celle donnée par (2.36) à condition que x soit très faible.

Considérons les pôles i et $(i+p)$ diamétralement opposés (figure 2.14)

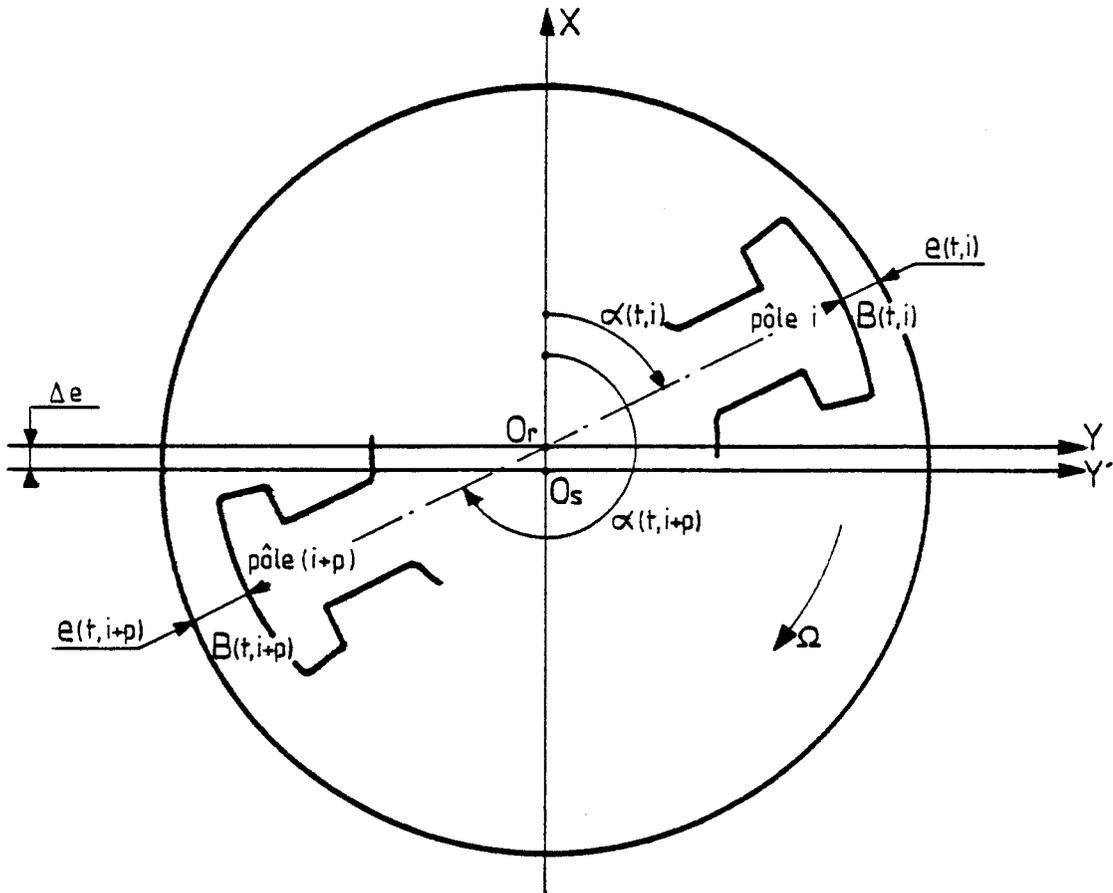


Figure 2.14

Si, à un instant t donné, l'écart angulaire du pôle i par rapport à $O_r X$ est $\alpha(t,i)$, celui du pôle $(i+p)$ est $\alpha(t,i+p)$ tel que :

$$\alpha(t,i+p) = \alpha(t,i) + \Pi$$

On en déduit

$$e(t,i) = e_0 [1 - x \cos \alpha(t,i)]$$

$$e(t,i+p) = e_0 [1 + x \cos \alpha(t,i)]$$

et puisque $B(t,i) e(t,i) (-1)^i = B(t,i+p) e(t,i+p) (-1)^{(i+p)} = B_0 e_0$

$$B(t,i) = \frac{B_0 (-1)^i}{1 - x \cos \alpha(t,i)}$$

$$B(t,i+p) = \frac{B_0 (-1)^{(i+p)}}{1 + x \cos \alpha(t,i)}$$

Par ailleurs, les forces élémentaires s'exerçant sur deux éléments de surface ds diamétralement opposés s'écrivent :

$$df(t,i) = \frac{B_0^2}{2\mu_0 [1 - x \cos \alpha(t,i)]^2} ds$$

$$df(t,i+p) = \frac{B_0^2}{2\mu_0 [1 + x \cos \alpha(t,i)]^2} ds$$

Leur résultante sera :

$$df(t,i) - df(t,i+p) = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \frac{4 x \cos \alpha(t,i)}{[1 - x^2 \cos^2 \alpha(t,i)]^2} ds$$

Si, pour les faibles valeurs de x, on néglige le terme $x^2 \cos^2 \alpha(t,i)$ devant 1, cette force résultante élémentaire s'écrit :

$$df(t,i) - df(t,i+p) = \frac{B_0^2}{\mu_0} 2 x \cos \alpha(t,i) ds$$

Comme $ds = \frac{1}{2} L D d\tau$, la force résultante s'exerçant sur la paire de pôles [i,i+p] aura pour composantes :

$$\begin{aligned} \text{sur } O_r X : & \frac{L D B_0^2}{\mu_0} x \cos \alpha(t,i) \int_{-\beta\pi/2p}^{+\beta\pi/2p} \cos [\alpha(t,i)+\tau] d\tau \\ & = \frac{4C}{\beta\pi} x \sin \beta \frac{\pi}{2p} \cos^2 \alpha(t,i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sur } O_r Y : & \frac{L D B_0^2}{\mu_0} x \cos \alpha(t,i) \int_{-\beta\pi/2p}^{+\beta\pi/2p} \sin [\alpha(t,i)+\tau] d\tau \\ & = \frac{4C}{\beta\pi} x \sin \beta \frac{\pi}{2p} \sin \alpha(t,i) \cos \alpha(t,i) \end{aligned}$$

La force d'attraction radiale totale étant la somme des forces dues aux p paires de pôles, ses composantes suivant les deux axes ont pour valeur :

$$F_x(t) = \frac{2Cx}{\beta\Pi} \sin \beta \frac{\Pi}{2p} \sum_{i=1}^p [1 + \cos 2 \alpha(t,i)]$$

$$F_y(t) = \frac{2Cx}{\beta\Pi} \sin \beta \frac{\Pi}{2p} \sum_{i=1}^p \sin 2 \alpha(t,i)$$

Comme $\sum_{i=1}^p \cos 2 \alpha(t,i)$ et $\sum_{i=1}^p \sin 2 \alpha(t,i)$ sont les sommes de p

cosinus et de p sinus d'angles régulièrement décalés de $2\Pi/p$, ces deux sommes ont une valeur instantanée nulle.

D'où $F_x(t) = C \times \frac{2p}{\beta\Pi} \sin \frac{\beta\Pi}{2p}$

et $F_y(t) = 0$

La force résultante totale est dirigée suivant $O_r X$ puisque sa composante suivant $O_r Y$ est nulle. De plus, elle est indépendante du temps.

$$F = F_x = C \times \frac{2p}{\beta\Pi} \sin \frac{\beta\Pi}{2p}$$

Si le nombre de paires de pôles est important, $\sin \beta \frac{\Pi}{2p}$ est peu différent de $\beta \frac{\Pi}{2p}$, et le produit $\frac{2p}{\beta\Pi} \sin \beta \frac{\Pi}{2p}$ tend vers 1.

D'où $F \approx C \times$ (2.39)

Cette relation montre que, pour les faibles valeurs du décentrement et, pour les machines à grand nombre de paires de pôles, la force d'attraction magnétique totale est :

- indépendante du nombre de pôles,
- constante dans le temps,
- dirigée suivant la direction du décentrement,
- et proportionnelle à celui-ci.

II.1.5. Force donnée par l'expression non simplifiée

Pour voir dans quelle mesure la relation (2.39) et les conclusions que l'on en déduit restent valables quand, le décentrement étant effectif, x cesse d'être négligeable, il faut tenir compte de la valeur du nombre 2p de pôles.

Nous allons établir les expressions F_x , F_y et F quand $2p$ tend vers l'infini, puis voir à partir de quelle valeur de $2p$ on peut utiliser les relations ainsi établies.

a) Force lorsque le nombre de pôles tend vers l'infini

Si le nombre de pôles tend vers l'infini, dans l'angle élémentaire $d\alpha$ situé de part et d'autre de l'angle α , les pièces polaires occupent une surface $\beta L \frac{D}{2} d\alpha$. L'induction dans l'entrefer étant $B_0/(1-x \cos \alpha)$, la force s'exerçant sur l'élément de surface correspondant à $d\alpha$ a pour valeur :

$$df(\alpha) = \beta L \frac{D}{2} d\alpha \frac{B_0^2}{2\mu_0 (1 - x \cos \alpha)^2}$$

et ses projections sur les deux axes sont :

$$df_x(\alpha) = \beta L D \frac{B_0^2}{2\mu_0} \frac{1}{2} \frac{\cos \alpha d\alpha}{(1 - x \cos \alpha)^2}$$

$$df_y(\alpha) = \beta L D \frac{B_0^2}{2\mu_0} \frac{1}{2} \frac{\sin \alpha d\alpha}{(1 - x \cos \alpha)^2}$$

On obtient F_x et F_y en intégrant sur toute la surface du rotor.

D'où :

$$F_x = C \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \alpha d\alpha}{(1 - x \cos \alpha)^2}$$

$$F_y = C \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \alpha d\alpha}{(1 - x \cos \alpha)^2}$$

- La composante F_y perpendiculaire à la direction du décentrement est facile à évaluer :

$$F_y = C \frac{1}{2\pi} \left[-\frac{1}{x} \frac{1}{1 - x \cos \alpha} \right]_0^{2\pi} = 0 ;$$

elle est donc nulle.

- La composante F_x fait appel à une intégrale moins simple. Un changement de variable est nécessaire.

Si
$$I = \int \frac{\cos \alpha}{(1-x \cos \alpha)^2} d\alpha$$

en posant $y = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, $\cos \alpha$ et $d\alpha$ deviennent :

$$\cos \alpha = \frac{1 - y^2}{1 + y^2}, \quad d\alpha = \frac{2 dy}{1 + y^2}$$

Donc

$$I = \int \frac{2(1 - y^2) dy}{[y^2(1+x) + 1 - x]^2}$$

$$I = \int \frac{2}{(1+x)^2} \left[\frac{1}{(y^2 + \frac{1-x}{1+x})^2} - \frac{y^2}{(y^2 + \frac{1-x}{1+x})^2} \right] dy$$

En désignant par u le rapport

$$u = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

il vient :

$$I = \frac{2}{(1+x)^2} \left[\int \frac{dy}{(y^2 + u^2)^2} - \int \frac{y^2 dy}{(y^2 + u^2)^2} \right]$$

$$= \frac{2}{(1+x)^2} \left[\int \frac{dy}{(y^2 + u^2)^2} - \int \frac{dy}{y^2 + u^2} + \int \frac{u^2 dy}{(y^2 + u^2)^2} \right]$$

$$I = \frac{2}{(1+x)^2} \left\{ \frac{y}{2u^2(y^2 + u^2)} + \frac{1}{2u^3} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{u} - \frac{1}{u} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{u} + u^2 \left[\frac{y}{2u^2(y^2 + u^2)} + \frac{1}{2u^3} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{u} \right] \right\}$$

$$F_x = \frac{C}{2\pi} \frac{2}{(1+x)^2} \left[(1+u^2) \left[\frac{y}{2u^2(y^2 + u^2)} + \frac{1}{2u^3} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{u} \right] - \frac{1}{u} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{u} \right]_{y_1}^{y_2}$$

y_1 , qui correspond à $\alpha = 0$, est nul ; $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y_1}{u} = 0$

y_2 , qui correspond à $\alpha = 2\pi$, est nul ; $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y_2}{u} = \pi$

$$F_x = \frac{C}{2} \frac{1}{(1+x)^2} \left(\frac{1+u^2}{2u^3} - \frac{1}{u} \right) = C \frac{1}{(1+x)^2} \frac{1-u^2}{2u^3}$$

$$F_x = \frac{C}{2} \frac{1}{(1+x)^2} \frac{1 - \frac{1-x}{1+x}}{\frac{1-x}{1+x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} = \frac{C}{2} \frac{1}{(1+x)^2} \frac{2x \sqrt{1+x}}{(1-x) \sqrt{1-x}}$$

$$F_x = F = \frac{Cx}{(1-x^2)^{3/2}} \quad (2.40)$$

La force est dirigée suivant l'axe du décentrement. Sa valeur ne peut être confondue avec Cx que pour les très faibles valeurs de x.

Le tableau (2.1) ci-dessous donne, pour quelques valeurs de x, le rapport F/C.

x	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
F/C	0	0,0502	0,1015	0,1552	0,2126	0,2754	0,3456

x	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65
F/C	0,4258	0,5196	0,6319	0,7698	0,9442	1,1719	1,4811

Tableau (2.1)

La courbe donnant F/C en fonction de x (figure 2.15) montre l'erreur importante qu'on commet en supposant F égal à Cx dès que x est lui-même important.

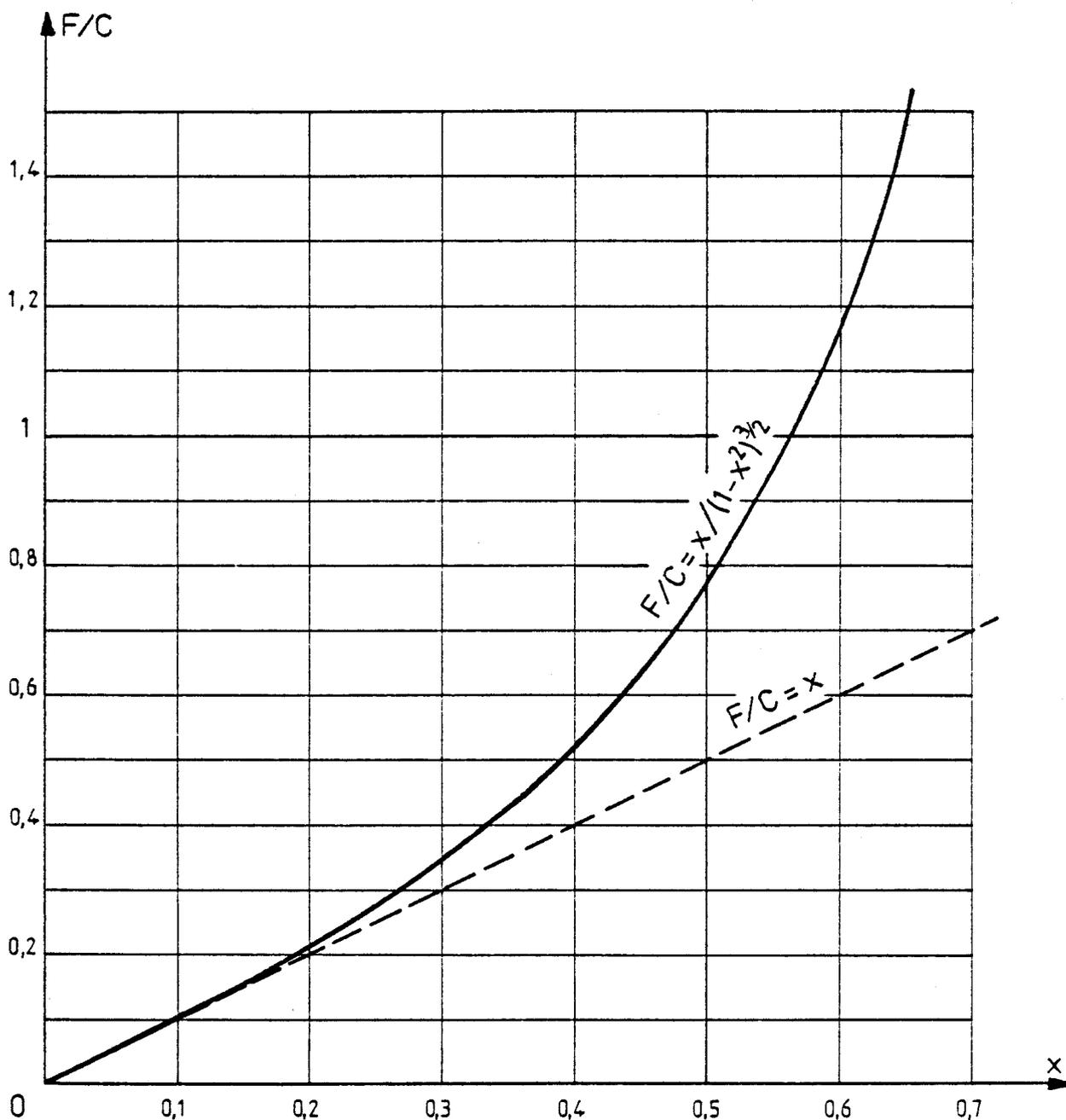


Figure 2.15

b) Force pour une valeur finie du nombre de pôles

A l'aide des relations (2.34) et (2.35) nous avons calculé pour diverses valeurs du décentrement (x), les variations en fonction du temps de F_x et F_y pour les premières valeurs de $2p$.

F_y et F_x sont des fonctions périodiques de t ou de α_1 , égal à Ωt , dont la période correspond à $1/2p$ tour du rotor. Les tableaux (2.2) (pour $x = 0,2$; $\beta = 0,5$) et (2.3) (pour $x = 0,5$; $\beta = 0,5$) donnent les valeurs ainsi trouvées successivement pour $2p = 4$, $2p = 6$ et $2p = 8$. Même chose pour les tableaux (2.4) (pour $x = 0,2$; $\beta = 0,75$) et (2.5) (pour $x = 0,5$; $\beta = 0,75$).



Ces tableaux montrent que F_y oscille de part et d'autre de zéro, et que F_x oscille autour d'une valeur moyenne très peu inférieure à celle donnée par la relation (2.40). L'erreur relative commise en utilisant cette relation est de l'ordre de celle obtenue en considérant que $(2p/\beta\pi) \sin \beta\pi/2p$ est égal à 1. D'autre part, l'amplitude des oscillations croît très fortement en fonction de x , et décroît très fortement quand $2p$ augmente.

On peut en conclure que, pour les valeurs suffisamment élevées de $2p$ ($2p \geq 10$, par exemple) et pour les valeurs "raisonnables" de x ($x \leq 0,6$, par exemple) on peut utiliser l'expression de la force d'attraction radiale résultante établie pour un nombre de pôles infini.

$p \alpha_1$	$2p = 4$		$2p = 6$		$2p = 8$	
	F_x/C	F_y/C	F_x/C	F_y/C	F_x/C	F_y/C
0°	0,21148	0	0,21028	0	0,21127	0
10°	0,21122	0,00142	0,21027	0,00002	"	0,00000
20°	0,21048	0,00267	0,21026	0,00004	"	"
30°	0,20934	0,00359	0,21024	0,00006	"	"
40°	0,20795	0,00408	0,21022	0,00007	"	"
50°	0,20646	0,00408	0,21020	0,00007	"	"
60°	0,20507	0,00359	0,21018	0,00006	"	"
70°	0,20393	0,00267	0,21016	0,00004	"	"
80°	0,20319	0,00142	0,21015	0,00002	"	"
90°	0,20293	0	0,21014	0	"	"
100°	0,20319	-0,00142	0,21015	-0,00002	"	"
110°	0,20393	-0,00267	0,21016	-0,00004	"	"
120°	0,20507	-0,00359	0,21018	-0,00006	"	"
130°	0,20646	-0,00408	0,21020	-0,00007	"	"
140°	0,20795	-0,00408	0,21022	-0,00007	"	"
150°	0,20934	-0,00359	0,21024	-0,00006	"	"
160°	0,21048	-0,00267	0,21026	-0,00004	"	"
170°	0,21122	-0,00142	0,21027	-0,00002	"	"
180°	0,21148	0	0,21028	0	"	"

Tableau (2.2)

($x = 0,2$; $\beta = 0,5$)

$p \alpha_1$	$2p = 4$		$2p = 6$		$2p = 8$	
	F_x/C	F_y/C	F_x/C	F_y/C	F_x/C	F_y/C
0°	0,86622	0	0,77332	0	0,76603	0
10°	0,85901	0,03237	0,77258	0,00348	0,76596	0,00034
20°	0,83837	0,06061	0,77044	0,00653	0,76576	0,00063
30°	0,80703	0,08121	0,76717	0,00879	0,76545	0,00085
40°	0,76903	0,09172	0,76316	0,00999	0,76507	0,00096
50°	0,72914	0,09172	0,75890	0,00999	0,76466	0,00096
60°	0,69215	0,08121	0,75490	0,00879	0,76428	0,00085
70°	0,66235	0,06061	0,75164	0,00653	0,76397	0,00063
80°	0,64306	0,03237	0,74951	0,00348	0,76377	0,00034
90°	0,63640	0	0,74877	0	0,76370	0

Tableau (2.3)

($x = 0,5$; $\beta = 0,5$)

$p \alpha_1$	$2p = 4$		$2p = 6$		$2p = 8$	
	F_x/C	F_y/C	F_x/C	F_y/C	F_x/C	F_y/C
0°	0,20468	0	0,20727	0	0,20957	0
10°	0,20443	0,00137	0,20727	0,00002	"	"
20°	0,20371	0,00258	0,20726	0,00004	"	"
30°	0,20261	0,00348	0,20724	0,00006	"	"
40°	0,20126	0,00395	0,20722	0,00006	"	"
50°	0,19983	0,00395	0,20720	0,00006	"	"
60°	0,19848	0,00348	0,20717	0,00006	"	"
70°	0,19738	0,00258	0,20716	0,00004	"	"
80°	0,19666	0,00137	0,20715	0,00002	"	"
90°	0,19641	0	0,20714	0	"	"
100°	0,19666	-0,00137	0,20715	-0,00002	"	"
110°	0,19738	-0,00258	0,20716	-0,00004	"	"
120°	0,19848	-0,00348	0,20717	-0,00006	"	"
130°	0,19983	-0,00395	0,20720	-0,00006	"	"
140°	0,20126	-0,00395	0,20722	-0,00006	"	"
150°	0,20261	-0,00348	0,20724	-0,00006	"	"
160°	0,20371	-0,00258	0,20726	-0,00004	"	"
170°	0,20443	-0,00137	0,20727	-0,00002	"	"
180°	0,20468	0	0,20727	0	"	"

Tableau (2.4)

($x = 0,2$; $\beta = 0,75$)



$p \alpha_1$	$2p = 4$		$2p = 6$		$2p = 8$	
	F_x/C	F_y/C	F_x/C	F_y/C	F_x/C	F_y/C
0°	0,83837	0	0,76228	0	0,75988	0
10°	0,83140	0,03133	0,76154	0,00343	0,75981	0,00033
20°	0,81142	0,05866	0,75944	0,00644	0,75961	0,00063
30°	0,78108	0,07860	0,75621	0,00867	0,75930	0,00084
40°	0,74431	0,08877	0,75226	0,00985	0,75892	0,00096
50°	0,70569	0,08877	0,74806	0,00985	0,75852	0,00096
60°	0,66989	0,07860	0,74411	0,00867	0,75814	0,00084
70°	0,64105	0,05866	0,74090	0,00644	0,75783	0,00063
80°	0,62239	0,03133	0,73881	0,00343	0,75763	0,00033
90°	0,61594	0	0,73808	0	0,75756	0

Tableau (2.5)

($x = 0,5$; $\beta = 0,75$)

Remarque

Il ne faudrait pas conclure, trop hâtivement, à l'examen des résultats tels ceux des tableaux (2.2), (2.3), (2.4) et (2.5), que pour les faibles valeurs de $2p$ la force d'attraction radiale a une amplitude pulsatoire et que sa direction oscille de part et d'autre de celle du décentrement.

Le principe mis en oeuvre pour calculer cette force est d'autant moins exact que $2p$ est plus faible, comme on l'a vu dans la première partie de ce chapitre. En particulier, supposer le produit Be constant conduit pour $p \alpha_1 = 0$, à surestimer l'induction sous le pôle 1 donc à surestimer F_x .

On peut simplement dire que les **procédés de calcul** utilisés pour évaluer les inductions et l'attraction radiale résultante sont mieux adaptés aux machines à grand nombre de pôles.

II.1.6. Prise en compte de la variation de l'épaisseur d'entrefer sous un même pôle

Même si en l'absence de décentrement l'entrefer sous les pièces polaires est d'épaisseur constante, le décentrement rend cette épaisseur variable tout le long d'un même pôle. Il convient d'examiner si les résultats établis en supposant que l'épaisseur de l'entrefer sous tout un pôle est égale à sa valeur dans l'axe de celui-ci, sont affectés par cette simplification.

a) Variation de l'induction

- Un point de l'entrefer, repéré à l'instant t par son écart angulaire θ avec la direction origine des angles $O_r X_r$, est face au pôle i si θ est tel que :

$$\alpha(t,i) - \beta \frac{\pi}{2p} \leq \theta \leq \alpha(t,i) + \beta \frac{\pi}{2p}$$

L'induction en ce point sera alors donnée par

$$B(\theta) e(\theta) = B_o e_o (-1)^i$$

ou, puisque $e(\theta) = e_o (1 - x \cos \theta)$,

$$B(\theta) = B_o \frac{(-1)^i}{1 - x \cos \theta}$$

- A un instant donné la courbe donnant l'induction tout le long de l'entrefer est formée de $2p$ créneaux non rectangulaires (figure 2.16), dont la largeur est égale à $\beta\pi/p$ et dont l'amplitude est limitée par la courbe enveloppe Nord et la courbe enveloppe Sud d'équations :

$$B = \frac{B_o}{1 - x \cos \theta} \quad \text{et} \quad B = - \frac{B_o}{1 - x \cos \theta}$$

Un point donné de l'entrefer d'un pôle décrit, en fonction du temps, l'une ou l'autre (selon la nature du pôle) des courbes enveloppes.

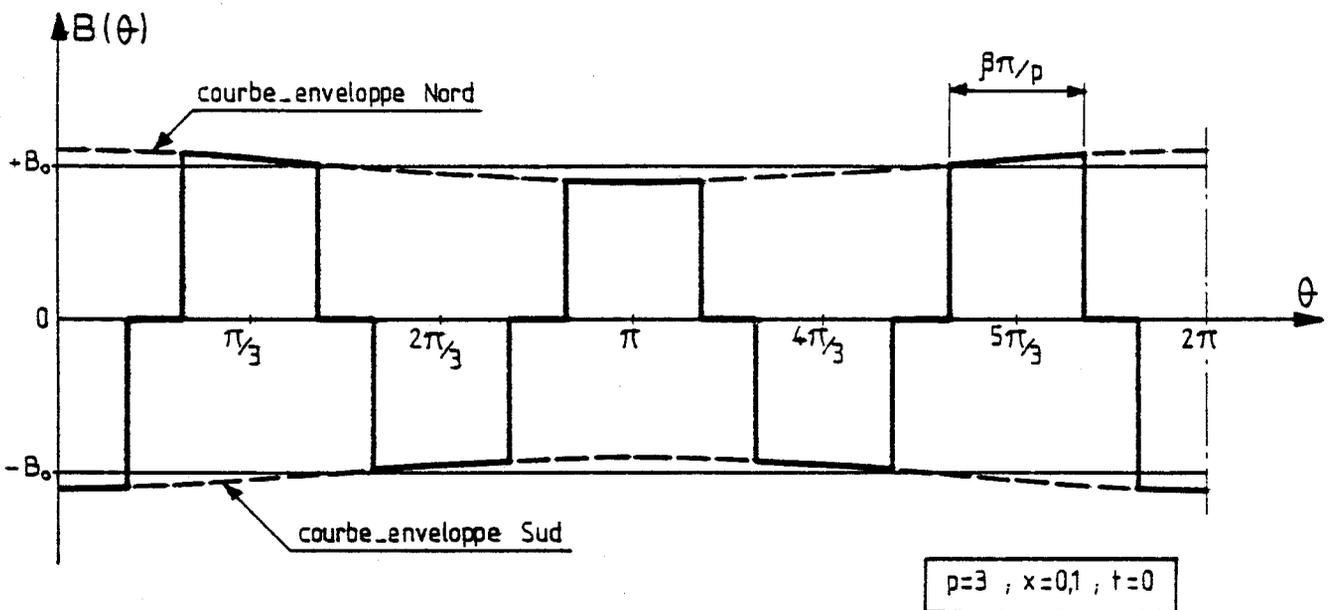


Figure 2.16

b) Force d'attraction sur un pôle

- Soit un pôle i dont l'axe fait, à l'instant t , un angle $\alpha(t, i)$ avec $O_r X$. Considérons un élément de surface ds de son entrefer contenu dans l'angle $d\tau$ de part et d'autre du point faisant un angle τ avec l'axe polaire.

La force d'attraction radiale s'exerçant sur ds est

$$df(t, i) = \frac{1}{2\mu_0} B^2(\tau) ds,$$

avec

$$- \beta \frac{\Pi}{2p} \leq \tau \leq +\beta \frac{\Pi}{2p}$$

et

$$ds = \frac{1}{2} L D d\tau$$

Donc

$$df(t, i) = \frac{1}{4\mu_0} \frac{B_0^2}{[1 - x \cos(\alpha(t, i) + \tau)]^2} L D d\tau$$

Cette force a pour projections suivant $O_r X$ et $O_r Y$:

$$df_x(t, i) = \frac{L D B_0^2}{4\mu_0} \frac{\cos(\alpha(t, i) + \tau)}{[1 - x \cos(\alpha(t, i) + \tau)]^2} d\tau$$

$$df_y(t, i) = \frac{L D B_0^2}{4\mu_0} \frac{\sin(\alpha(t, i) + \tau)}{[1 - x \cos(\alpha(t, i) + \tau)]^2} d\tau$$

- La force totale s'exerçant sur le pôle i a pour composantes

$$f_x(t, i) = \frac{C}{2\beta\Pi} \int_{-\beta\Pi/2p}^{+\beta\Pi/2p} \frac{\cos(\alpha(t, i) + \tau)}{[1 - x \cos(\alpha(t, i) + \tau)]^2} d\tau \quad (2.41)$$

$$f_y(t, i) = \frac{C}{2\beta\Pi} \int_{-\beta\Pi/2p}^{+\beta\Pi/2p} \frac{\sin(\alpha(t, i) + \tau)}{[1 - x \cos(\alpha(t, i) + \tau)]^2} d\tau \quad (2.42)$$

$$\text{pour module } f(t, i) = \sqrt{f_x^2(t, i) + f_y^2(t, i)}$$

$$\text{pour direction } \gamma(t, i) = \text{arc tg } \frac{f_y(t, i)}{f_x(t, i)}$$

la direction $\gamma(t, i)$ n'étant confondue avec celle $\alpha(t, i)$ de l'axe du pôle que si $\alpha(t, i) = 0$ ou Π .

c) Force d'attraction totale

La force d'attraction magnétique totale étant égale à la résultante des $2p$ forces s'exerçant sur les pôles, ses composantes sont données par :

$$F_x(t) = \sum_{i=1}^{2p} f_x(t,i)$$

$$F_y(t) = \sum_{i=1}^{2p} f_y(t,i)$$

alors que sa valeur et sa direction par rapport à $O_r X$ le sont par :

$$F(t) = \sqrt{F_x^2(t) + F_y^2(t)} \quad ; \quad \delta(t) = \text{arc tg} \frac{F_y(t)}{F_x(t)}$$

d) Résultats obtenus

Le calcul de $f_x(t,i)$ par la relation (2.41) n'est guère aisé car, comme nous l'avons vu (§II.1.5.a), les intégrales de la forme

$$\int \frac{\cos \tau}{(1 - x \cos \tau)^2} d\tau$$

ne conduisent à des expressions simples que si les limites d'intégration ont des valeurs particulières, ce qui n'est pas le cas ici.

Aussi avons-nous préféré utiliser la méthode de SIMPSON : prendre la valeur de $f_x(t,i)/C$ et $f_y(t,i)/C$ par unité d'angle $d\tau$ en $(n+1)$ points équidistants divisant l'arc polaire $\alpha(t,i) - \beta\pi/2p$, $\alpha(t,i) + \beta\pi/2p$ en n intervalles de largeur $\beta\pi/np$, pondérer les résultats obtenus et multiplier la valeur moyenne pondérée par $\beta \frac{\pi}{p}$ pour obtenir $f_x(t,i)/C$ et $f_y(t,i)/C$.

Pour les valeurs élevées de $2p$, on trouve, comme par l'emploi des relations (2.34) et (2.35), que F_y est nul et que F_x a la même valeur que celle qu'on obtiendrait en utilisant la relation (2.40).

Pour les premières valeurs de $2p$, F_x oscille autour de sa valeur moyenne donnée par (2.40), et F_y autour de zéro. Mais à $2p$ et x donnés, l'amplitude de ces oscillations est plus faible et décroît quand β augmente.

Sur le tableau (2.6) pour $x = 0,5$ et $2p = 6$ par exemple, après avoir reproduit les résultats donnés par (2.34) et (2.35), on a indiqué ceux obtenus pour $\beta = 0,5$ et $\beta = 0,75$ en tenant compte de la variation de l'épaisseur de l'entrefer sous un même pôle.

Cette prise en compte a donc pour effet d'étendre le domaine d'application de la relation (2.40) établie pour $2p$ infini, vers les $2p$ faibles à x donné, vers les x forts à $2p$ donné.

$\beta = 0,5$	D'après (2.34) et (2.35)		D'après (2.41) et (2.42)	
$p \alpha_1$	F_x/C	F_y/C	F_x/C	F_y/C
0°	0,77332	0	0,77771	0
10°	0,77258	0,00348	0,77723	0,00224
20°	0,77044	0,00653	0,77586	0,00420
30°	0,76717	0,00879	0,77375	0,00566
40°	0,76316	0,00999	0,77117	0,00643
50°	0,75890	0,00999	0,76843	0,00643
60°	0,75490	0,00879	0,76585	0,00566
70°	0,75164	0,00653	0,76375	0,00420
80°	0,74951	0,00348	0,76237	0,00224
90°	0,74877	0	0,76190	0

$\beta = 0,75$	D'après (2.34) et (2.35)		D'après (2.41) et (2.42)	
$p \alpha_1$	F_x/C	F_y/C	F_x/C	F_y/C
0°	0,76228	0	0,77353	0
10°	0,76154	0,00343	0,77330	0,00106
20°	0,75944	0,00644	0,77266	0,00198
30°	0,75621	0,00867	0,77167	0,00267
40°	0,75226	0,00985	0,77045	0,00303
50°	0,74806	0,00985	0,76919	0,00303
60°	0,74411	0,00867	0,76794	0,00267
70°	0,74090	0,00644	0,76695	0,00198
80°	0,73881	0,00343	0,76630	0,00106
90°	0,73808	0	0,76607	0

Tableau (2.6)

($x = 0,5$; $2p = 6$)

e) Remarques

- Ce résultat était prévisible. Prendre (n+1) points sous la pièce polaire de chacun des pôles, c'est la décomposer en n pièces polaires. On a alors n jeux de 2p pièces polaires, décalés entre eux de $\frac{2\pi \beta}{2p n}$, soumis au cours de leur rotation à la même variation d'entrefer. Les composantes pulsatoires des forces auxquelles sont soumis ces n jeux de pôles ne sont pas en phase ; leurs sommes sont inférieures à ce qu'on obtenait en les ajoutant sans tenir compte de ce déphasage, comme ce fut le cas au paragraphe (II.1.3).

Si g égalait 1, quelle que soit la valeur de $2p$, les termes pulsatoires de la force résultante seraient nuls.

Cette étude des effets de la variation de l'épaisseur de l'entrefer sous un même pôle à été présentée et utilisée bien que les résultats soient prévisibles, car elle nous a permis de tester la méthode de SIMPSON. Connaissant la valeur à trouver, nous avons pu juger de l'influence du nombre de points par pôle sur la précision des résultats calculés. Il s'est révélé qu'il était inutile d'aller au-delà de 11 points par pôle. C'est le nombre que nous prendrons pour les calculs ultérieurs quand le résultat à obtenir n'est plus prévisible.

II.2. Répartition sinusoïdale de l'induction

Nous allons maintenant considérer le cas d'un inducteur "parfait" qui, en l'absence de décentrement donnerait dans l'entrefer à la surface de l'induit, une onde d'induction sinusoïdale.

Nous allons donner deux calculs de la force d'attraction résultante radiale pour les machines à grand nombre de pôles.

- le premier utilise la même façon de procéder que celle présentée précédemment.

- le second part d'une expression de l'induction dans l'entrefer moins exacte. Mais c'est celle que nous avons dû adopter pour les calculs ultérieurs des f.e.m. induites et des courants statoriques, sinon nous arrivons à des calculs encore plus compliqués que ceux que nous présentons.

Comme précédemment, on prend pour origine des temps l'instant où l'axe d'un pôle Sud coïncide avec l'origine des angles $O_r X$.

On désigne encore par :

$\alpha(t, i)$, l'angle que fait avec $O_r X$ l'axe du pôle i ,

τ , l'angle que fait un point de l'entrefer du pôle i avec l'axe de ce pôle ($-\pi/2p \leq \tau \leq \pi/2p$),

θ , l'angle que fait un point de l'entrefer avec l'axe $O_r X$,

Ω , la vitesse angulaire du rotor.

Le décentrement Δe du rotor sera rapporté à $e_{o \min}$, la valeur minimale de l'entrefer en l'absence de décentrement, c'est à dire à l'épaisseur de l'entrefer qui est alors dans l'axe des pôles.

$$x = \frac{\Delta e}{e_{o \min}} \quad (2.43)$$

II.2.1. Calcul par le premier procédé

a) Expression de l'induction

● En l'absence de décentrement, l'induction sous le pôle i en un point distant de τ de son axe est :

$$B(i, \tau) = (-1)^i B_{mo} \cos p \tau$$

en désignant par B_{mo} l'amplitude de l'onde d'induction, c'est-à-dire l'induction dans l'axe d'un pôle.

Le facteur $(-1)^i$ tient compte de la nature du pôle. i est impair pour les pôles Sud (tel le pôle 1), pair pour les pôles Nord.

Puisqu'on admet la constance du produit Be , on écrit alors :

$$B_{mo} e_{omin} = B(i, \tau) e(i, \tau) (-1)^i$$

D'où l'entrefer sous le pôle i en un point distant de τ de l'axe polaire $\alpha(t, i)$ s'exprime par la relation suivante :

$$e(i, \tau) = \frac{B_{mo} e_{omin}}{B(i, \tau) (-1)^i} = \frac{B_{mo} e_{omin}}{B_{mo} \cos p \tau}$$

$$\text{D'où : } e(i, \tau) = \frac{e_{omin}}{\cos p \tau}$$

L'entrefer varie de la même façon sous tous les pôles et est indépendant du temps.

● Quand il y a un décentrement de valeur Δe ou $x e_{omin}$ suivant la direction fixe $O_r X$, l'épaisseur de l'entrefer en un point faisant un angle θ avec $O_r X$ est

$$e(\theta) = e(\theta) \text{ (sans décentrement) } - x e_{omin} \cos \theta$$

L'axe du pôle i fait avec $O_r X$ un angle

$$\alpha(t, i) = 2\pi - (i-1) \frac{\pi}{p} + \Omega t$$

Le point distant de τ de cet axe fait avec $O_r X$ un angle

$$\theta(t, i, \tau) = 2\pi - (i-1) \frac{\pi}{p} + \Omega t + \tau$$

D'où l'entrefer correspondant

$$e(t, i, \tau) = e_{omin} \left[\frac{1}{\cos p \tau} - x \cos \left[\Omega t + \tau - (i-1) \frac{\pi}{p} \right] \right]$$

et l'expression de l'induction sous le pôle i

$$B(t, i, \tau) = \frac{B_{mo} \cos p\tau (-1)^i}{1 - x \cos p\tau \cos \left[\Omega t + \tau - (i-1) \frac{\pi}{p} \right]} \quad (2.44)$$

A un instant t donné, la répartition de l'induction le long de l'entrefer n'est pas sinusoïdale.

Face à un point fixe du stator, la variation de l'induction en fonction du temps n'est pas non plus sinusoïdale.

Le haut de la figure (2.17) montre l'onde d'induction $B(\theta)$ le long de l'entrefer pour $t = 0$, et pour $t = \pi/6\Omega$. Le bas montre la variation de l'induction en fonction du temps $B(t)$ au droit des points fixes tels que $\theta = 0$ et $\theta = \pi/6$.

Ces deux tracés ont été effectués pour $2p = 6$ et $x = 0,25$.

b) Expression de la force d'attraction

- La force d'attraction radiale élémentaire s'exerçant sur l'élément de surface ds contenu dans l'angle $d\tau$ faisant un angle τ avec l'axe du pôle i a pour valeur

$$df(t, i, \tau) = \frac{1}{2\mu_0} B^2(t, i, \tau) L \frac{D}{2} d\tau$$

$$df(t, i, \tau) = \frac{L D B_{mo}^2}{4\mu_0} \frac{\cos^2 p\tau d\tau}{\left[1 - x \cos p\tau \cos \left(\Omega t + \tau - (i-1) \frac{\pi}{p} \right) \right]^2}$$

Elle a pour projections suivant $O_r X$ et $O_r Y$:

$$df_x(t, i, \tau) = \frac{L D B_{mo}^2}{4\mu_0} \frac{\cos^2 p\tau \cos \left[\Omega t + \tau - (i-1) \frac{\pi}{p} \right]}{\left[1 - x \cos p\tau \cos \left(\Omega t + \tau - (i-1) \frac{\pi}{p} \right) \right]^2} d\tau$$

$$df_y(t, i, \tau) = \frac{L D B_{mo}^2}{4\mu_0} \frac{\cos^2 p\tau \sin \left[\Omega t + \tau - (i-1) \frac{\pi}{p} \right]}{\left[1 - x \cos p\tau \cos \left(\Omega t + \tau - (i-1) \frac{\pi}{p} \right) \right]^2} d\tau$$

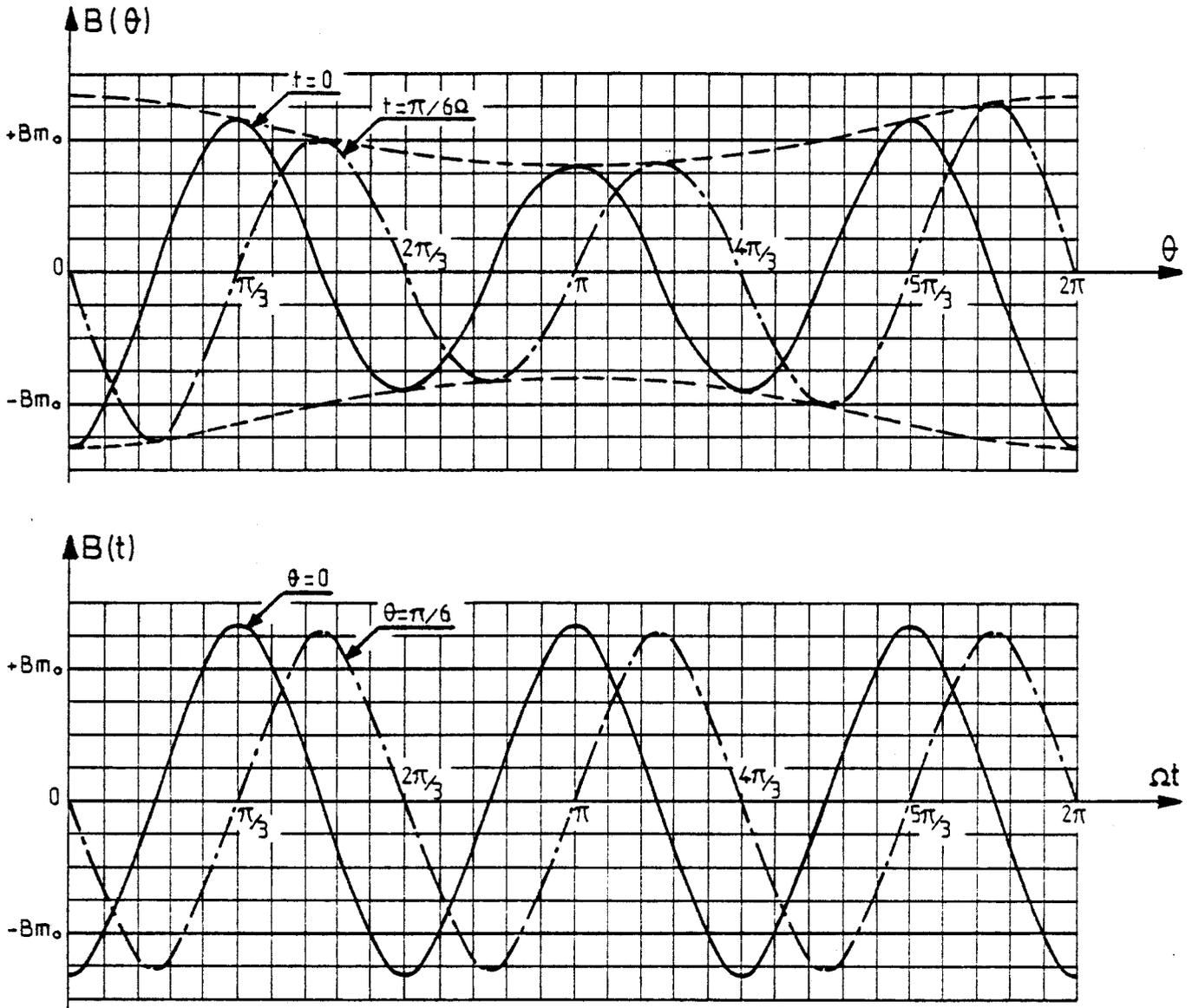


Figure 2.17

- On rapporte les forces à celle C qu'on obtiendrait, en l'absence de décentrement, si toutes les forces d'attractions élémentaires s'ajoutaient algébriquement. L'attraction par unité de surface étant $B^2/2\mu_0$, sa valeur moyenne serait $B_{\text{eff}}^2/2\mu_0$ en désignant par B_{eff} la valeur quadratique moyenne de B ; puisque celle-ci serait sinusoïdale, B_{eff} égalerait $B_{m_0}/\sqrt{2}$

$$C = \pi L D \frac{1}{2\mu_0} \frac{B_{m_0}^2}{2}$$

(2.45)



- La force totale s'exerçant sur le pôle i a pour composantes

$$f_x(t, i) = \frac{1}{\Pi} C \int_{-\Pi/2p}^{\Pi/2p} \frac{\cos^2 p\tau \cos [\Omega t + \tau - (i-1) \Pi/p]}{[1 - x \cos p\tau \cos (\Omega t + \tau - (i-1) \Pi/p)]^2} d\tau \quad (2.46)$$

$$f_y(t, i) = \frac{1}{\Pi} C \int_{-\Pi/2p}^{\Pi/2p} \frac{\cos^2 p\tau \sin [\Omega t + \tau - (i-1) \Pi/p]}{[1 - x \cos p\tau \cos (\Omega t + \tau - (i-1) \Pi/p)]^2} d\tau \quad (2.47)$$

D'où les composantes de la force d'attraction radiale totale :

$$F_x(t) = \sum_{i=1}^{2p} f_x(t, i)$$

$$F_y(t) = \sum_{i=1}^{2p} f_y(t, i)$$

c) Résultats obtenus

Par la méthode de SIMPSON, en prenant 11 points par pôle, on a calculé $f_x(t, i)$, $f_y(t, i)$ puis $F_x(t)$ et $F_y(t)$.

- Comme dans le cas de la répartition de l'induction en créneaux, pour les faibles valeurs de $2p$, F_x présente des oscillations de part et d'autre de sa valeur moyenne, F_y des oscillations de part et d'autre de zéro. Toutefois, pour une valeur raisonnable de x à $2p$ donné, l'amplitude de ces oscillations reste relativement faible.

Ainsi pour $2p = 6$ et $x = 0,5$ on trouve que :

$$F_x/C \text{ varie entre } 0,59215 \text{ et } 0,60292$$

$$\text{et } F_y/C \text{ varie entre } -0,00450 \text{ et } +0,00450$$

On voit alors que rapportées à la valeur moyenne de F_x/C , les amplitudes des oscillations suivant $O_r X$ et $O_r Y$ ne dépassent pas 1%.

- Quand le nombre de pôles a une valeur élevée, on trouve que F_y est nul, que F_x est constant et présente une valeur indépendante de $2p$. Le tableau (2.7) donne les résultats obtenus.

x	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
F/C	0	0,0426	0,0859	0,1308	0,1782	0,2292	0,2849

x	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65
F/C	0,3472	0,4179	0,5001	0,5975	0,7160	0,8642	1,0558

Tableau (2.7)

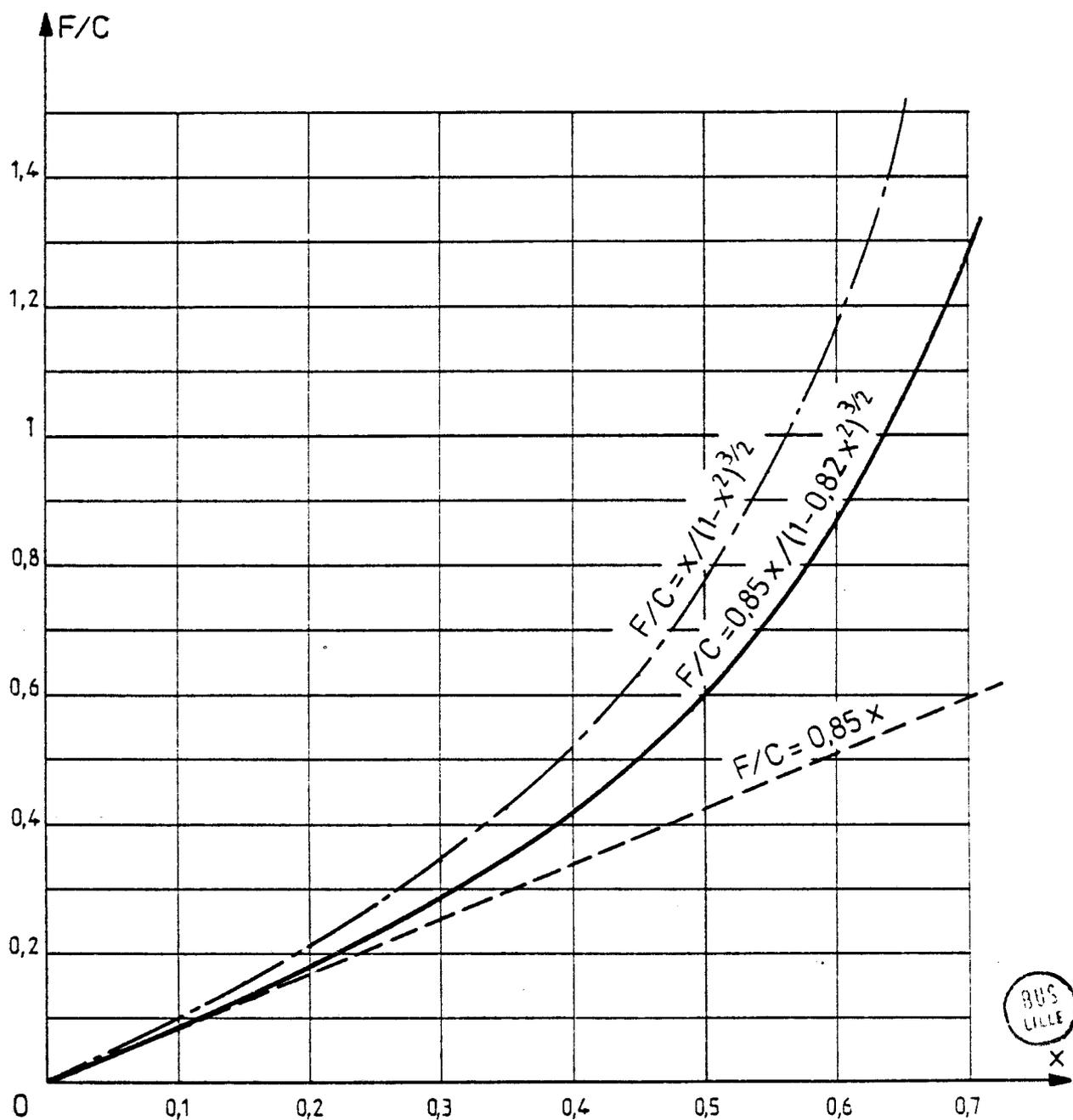


Figure 2.18

La courbe donnant F/C en fonction de x a été tracée en trait plein, sur la figure (2.18).

Sur celle-ci on a rappelé, en traits mixtes, la courbe $(F/C)(x)$ obtenue avec une onde d'induction en créneaux. On verra que c'est aussi celle que donne le second procédé.

- On voit que la **caractéristique** donnant l'effort résultant en fonction du décentrement a la même allure que celle trouvée avec une induction en créneaux.

• Pour les faibles valeurs de x , on peut la confondre avec sa tangente à l'origine et écrire :

$$F = F_x \approx 0,85 Cx \quad (2.48)$$

• pour les valeurs de x plus élevées, une relation de la même forme que (2.40) peut être utilisée :

$$F = F_x \approx \frac{0,85 Cx}{(1-0,82x^2)^{3/2}} \quad (2.49)$$

Pour x compris entre 0 et 0,60 l'écart entre ce que donne cette relation et la valeur de F calculée n'excède pas 0,5%.

II.2.2. Calcul par le second procédé

Comme nous l'avons signalé, l'expression (2.44) donne en un point fixe, une induction ne variant pas sinusoïdalement. Pour ne pas trop compliquer les calculs ultérieurs, nous supposerons cette variation sinusoïdale. Nous allons voir l'hypothèse que cela implique et l'importance des erreurs qui en résultent.

a) Schématisation de l'onde d'induction

• En l'absence de décentrement, l'induction en un point de l'entrefer représenté par l'écart angulaire constant θ qu'il fait avec $O_r X_r$ est :

$$B(t, \theta) = - B_{mo} \cos p (\theta - \Omega t)$$

Ce qui correspond à un entrefer $e(t, \theta)$ face à ce point :

$$e(t, \theta) = \frac{B_{mo} e_{omin}}{B(t, \theta)}$$

$$e(t, \theta) = \frac{e_{omin}}{|\cos p(\theta - \Omega t)|}$$

On prend la valeur absolue de $\cos p (\theta - \Omega t)$ car e est toujours positif.

- Lorsqu'il y a décentrement, l'épaisseur d'entrefer devient :

$$e(t, \theta) = \frac{e_{\text{omin}}}{|\cos p (\theta - \Omega t)|} - \Delta e \cos \theta$$
$$= e_{\text{omin}} \left(\frac{1}{|\cos p (\theta - \Omega t)|} - x \cos \theta \right)$$

Comme $|B(t, \theta)| = B_{\text{mo}} e_{\text{omin}}$, alors l'induction s'écrit :

$$B(t, \theta) = \frac{- B_{\text{mo}} \cos p (\theta - \Omega t)}{1 - x \cos \theta |\cos p (\theta - \Omega t)|} \quad (2.50)$$

en prenant un signe tel que pour $t = 0$, B soit négatif au point repéré par $\theta = 0$.

Cette expression de $B(t, \theta)$ montre qu'en un point fixe de l'entrefer l'induction

- a bien pour amplitude $B_{\text{mo}} / (1 - x \cos \theta)$, lors du passage d'un pôle face à ce point.
- a bien pour pulsation fondamentale $\omega = p\Omega$
- mais qu'elle n'est pas une fonction sinusoïdale du temps.

- Pour simplifier les calculs ultérieurs, on suppose sinusoïdale en fonction du temps l'induction en chaque point de l'entrefer en écrivant :

$$B(t, \theta) = \frac{-B_{\text{mo}} \cos p (\theta - \Omega t)}{1 - x \cos \theta} \quad (2.51)$$

En confondant $|\cos p (\theta - \Omega t)|$ avec 1, on majore l'effet de x en dehors des instants où ce cosinus est égal à l'unité. On obtient donc des valeurs de $|B|$ trop fortes ; l'erreur commise sur la force d'attraction radiale sera donc une erreur par excès.

La figure (2.19) montre des exemples de tracés de la forme d'onde de l'induction en fonction du temps, d'abord en utilisant la relation (2.50) (courbes en traits pleins) puis la relation (2.51) (sinusoïdes en traits mixtes), et ce :

pour $x = 0,2$ et $x = 0,5$,
pour $\theta = 0$, $\theta = \pm \pi/4$ et $\theta = \pi$.

On n'a tracé qu'une alternance, l'autre étant identique au signe près.

Pour ces tracés on a changé l'origine des temps afin de montrer la symétrie de chaque alternance par rapport à son milieu.

Il faut en outre remarquer que ces courbes sont indépendantes du nombre de pôles. Elles représentent en effet, en fonction de ωt ,

$$B(t) = B_{mo} \frac{\sin \omega t}{1 - x \cos \theta \sin \omega t} \quad \text{ou} \quad B(t) = B_{mo} \frac{\sin \omega t}{1 - x \cos \theta}$$

b) Expression de la force d'attraction

La force radiale s'exerçant sur l'élément de surface ds , égal à $L \frac{D}{2} d\theta$ située de part et d'autre de l'angle θ a pour valeur :

$$df(t, \theta) = \frac{L D}{4\mu_0} \frac{B_{mo}^2 \cos^2 p(\theta - \omega t)}{(1 - x \cos \theta)^2} d\theta$$

et pour projections sur les deux axes $O_r X$ et $O_r Y$

$$df_x(t, \theta) = \frac{L D}{4\mu_0} B_{mo}^2 \frac{\cos^2 p(\theta - \omega t) \cos \theta}{(1 - x \cos \theta)^2} d\theta$$

$$df_y(t, \theta) = \frac{L D}{4\mu_0} B_{mo}^2 \frac{\cos^2 p(\theta - \omega t) \sin \theta}{(1 - x \cos \theta)^2} d\theta$$

Le calcul de $F_x(t)$ et $F_y(t)$ par :

$$F_x(t) = \int_0^{2\pi} df_x(t, \theta) \quad \text{et} \quad F_y(t) = \int_0^{2\pi} df_y(t, \theta)$$

n'est guère aisé pour une valeur déterminée de $2p$. On peut avoir recours à la méthode de SIMPSON en prenant un nombre suffisant de points (par exemple $10 \times 2p$) régulièrement répartis.

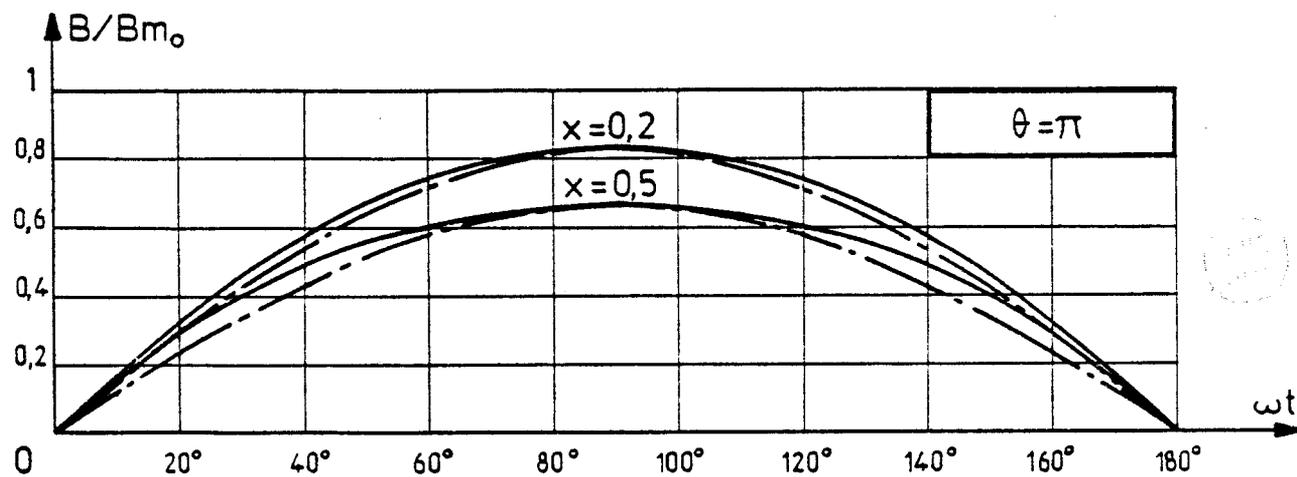
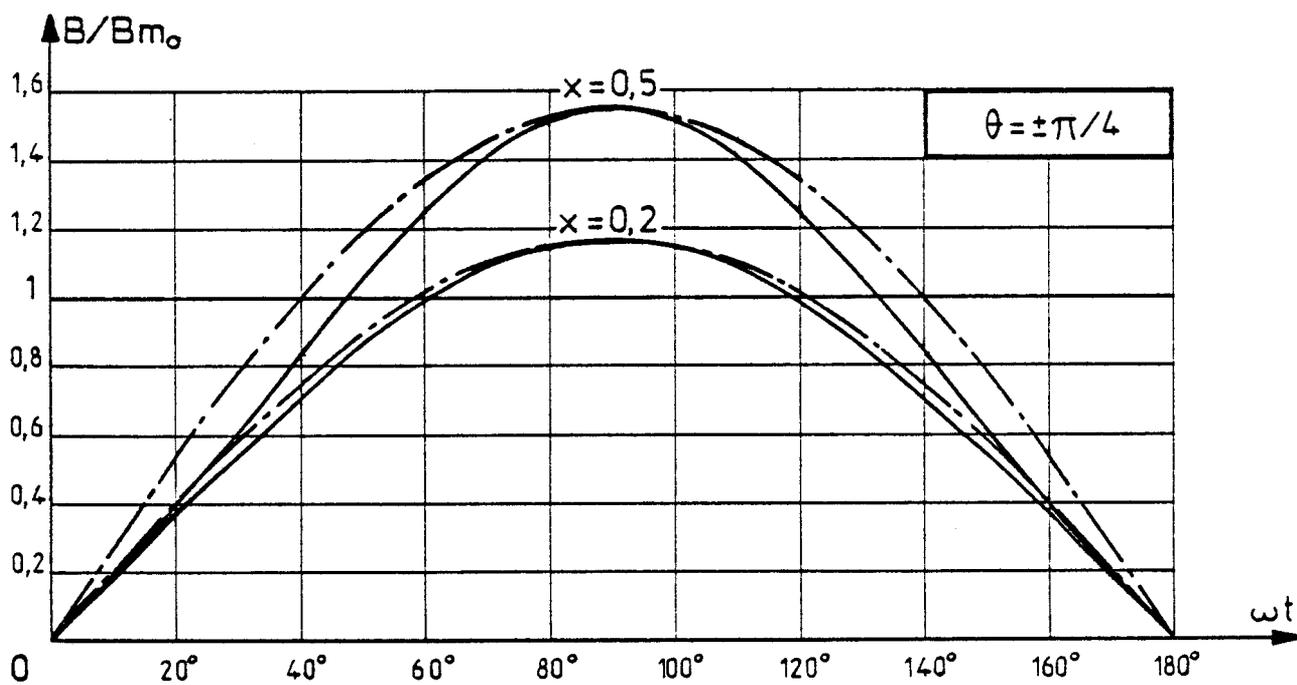
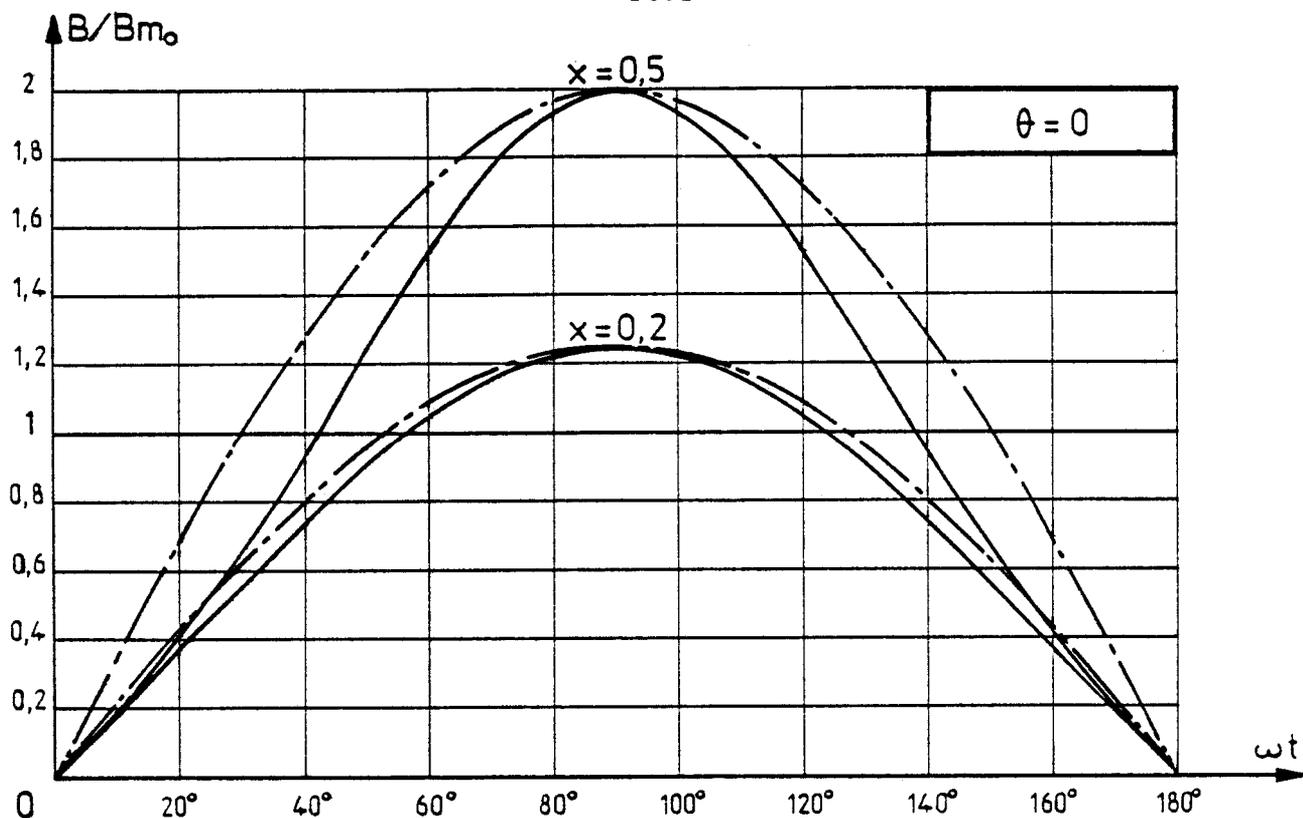


Figure 2.19

Mais lorsque le nombre de pôles est suffisamment grand, on peut prendre les valeurs de F_x et F_y trouvées pour un nombre infini de pôles. Le calcul est alors aisé si l'on remarque que lorsque p est infini, on peut prendre pour valeur de $\cos^2 p (\theta - \Omega t)$ à l'intérieur de l'angle $d\theta$ la valeur moyenne de $\cos^2 p (\theta - \Omega t)$ soit $1/2$.

Il vient alors :

$$F_x(t) = \frac{L D}{4\mu_0} \frac{B_{mo}^2}{2} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta d\theta}{(1-x \cos\theta)^2} = \frac{C}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta d\theta}{(1-x \cos\theta)^2}$$

$$F_y(t) = \frac{L D}{4\mu_0} \frac{B_{mo}^2}{2} \int_0^{2\pi} \frac{\sin\theta d\theta}{(1-x \cos\theta)^2} = \frac{C}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin\theta d\theta}{(1-x \cos\theta)^2}$$

Ces deux intégrales ont été évaluées précédemment (§II.1.5.a)

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta d\theta}{(1-x \cos\theta)^2} = \frac{2}{(1+x^2)} \left[(1+u^2) \left[\frac{y}{2u^2(y^2+u^2)} + \frac{1}{2u^3} \arctg \frac{y}{u} \right] - \frac{1}{u} \arctg \frac{y}{u} \right]_{y_1}^{y_2}$$

avec $u = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$; $y = \tg \frac{\theta}{2}$

donc $y_1 = y_2 = 0$, $\arctg \frac{y_1}{u} = 0$, $\arctg \frac{y_2}{u} = \pi$

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin\theta d\theta}{(1-x \cos\theta)^2} = \left[-\frac{1}{x(1-x \cos\theta)} \right]_0^{2\pi}$$

On obtient donc

$$F_y = 0$$

$F = F_x = \frac{Cx}{(1-x^2)^{3/2}}$	(2.52)
--------------------------------------	--------

On retrouve la même relation que pour la machine à grand nombre de pôles avec répartition de l'induction en crêteaux (relation 2.40).

La courbe en traits mixtes de la figure (2.18) donne donc aussi la force, en fonction de x , calculée par le second procédé. La comparaison avec la courbe en trait continu, plus exacte, montre que

- pour les faibles valeurs de x , l'erreur relative commise en utilisant la relation (2.52) est de l'ordre de 18%.

- quand x croît, cet écart relatif augmente et atteint 20% pour $x = 0,25$.

En conclusion, la relation (2.52) donnera toujours une valeur majorée de la force d'attraction radiale.

C H A P I T R E 3

FORCES ELECTROMOTRICES INDUITES
DANS LES ENROULEMENTS STATORIQUES

● Nous venons de montrer que le décentrement du rotor par rapport à l'axe du stator d'une machine synchrone multipolaire rend l'amplitude de l'induction créée par l'inducteur en un point fixe de la périphérie de l'induit fonction de la position angulaire de ce point par rapport au décentrement. Mais la fréquence avec laquelle cette induction varie n'est pas affectée par le décentrement, puisque les pôles successifs passent face à ce point fixe avec des intervalles de temps égaux.

Nous avons également montré qu'on pouvait avec une approximation d'autant plus acceptable que la valeur relative x du décentrement est plus faible, supposer que l'induction en un point fixe était une fonction **sinusoïdale** du temps.

Dans ces conditions un conducteur logé dans une encoche statorique est le siège d'une force électromotrice sinusoïdale dont l'amplitude est fonction de la position angulaire de cette encoche. Quand on fera la somme de ces f.e.m. on trouvera que les f.e.m. induites dans les divers enroulements d'une même phase ont des amplitudes différentes.

De plus, si ces divers enroulements sont régulièrement décalés par rapport à l'axe du stator, le décentrement fait qu'il en est autrement par rapport à l'axe du rotor. Les diverses f.e.m. induites ont non seulement des amplitudes différentes mais elles ne sont pas en **phase**.

L'étude des déphasages complique beaucoup les calculs effectués dans ce chapitre. Mais il est nécessaire de préciser dans quelle mesure les effets des écarts de phase sont négligeables devant ceux des écarts d'amplitude lorsque, comme nous le ferons ultérieurement, on met en parallèle les enroulements.

• Nous considérons ici une machine triphasée à $2p$ pôles portant un bobinage à une seule couche en sections à pas "diamétral".

Chaque section compte n spires.

S'il y a m encoches par pôle et par phase, le bobinage d'une phase pour une paire de pôles - que nous appellerons enroulement - est formé de m sections voisines. Il y a p enroulements par phase.

Nous repérons par

q le numéro de la phase (q égale 1, 2 ou 3)

k le numéro de l'enroulement (k égale 1, 2, ... ou p)

j le numéro de la section (j égale 1, 2, ... ou m).

La figure (3.1) représente, le long de l'induit développé deux enroulements successifs appartenant à une même phase.

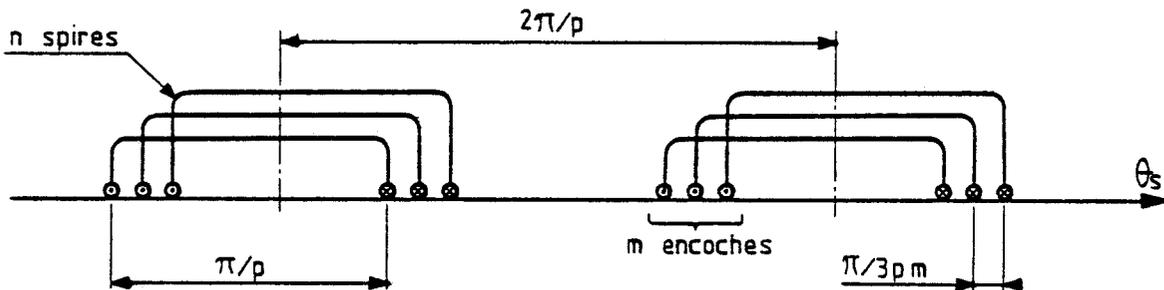


Figure 3.1

• Après avoir montré comment on passe du repérage des enroulements statoriques par rapport à l'axe du stator à leur repérage par rapport à l'axe du rotor, nous évaluerons les f.e.m. induites dans les sections, puis les f.e.m. induites dans les enroulements. C'est à partir de ces dernières qu'on évaluera par la suite les courants de circulation.

Il nous a cependant semblé intéressant d'évaluer les f.e.m. totales qu'on obtiendrait si on mettait les p enroulements de chacune des phases en série. Cela nous permettra de montrer qu'avec ce type de couplage des enroulements l'attraction magnétique radiale due au décentrement est en charge légèrement supérieure qu'à vide.

I - POSITIONS GEOMETRIQUES DES ENROULEMENTS STATORIQUES

I.1. Repérage dans le système d'axes $O_S X, O_S Y'$

I.1.1. Axes des enroulements

Si O_S est le centre de l'alésage du stator, $O_S X$ est l'axe passant par le centre du rotor et $O_S Y'$ l'axe perpendiculaire. Les enroulements statoriques sont régulièrement décalés par rapport à O_S .

Si l'axe de l'enroulement 1 de la phase 1 fait un angle γ_S avec l'axe $O_S X$ (figure 3.2), l'enroulement k de cette phase fera avec $O_S X$ un angle θ_S tel que :

$$\theta_S(1,k) = \gamma_S + (k-1) \frac{2\pi}{p}$$

(L'addition de l'indice s à un angle indique que celui-ci est évalué dans le repère $XO_S Y'$).

Les enroulements de rang k des phases 2 et 3 auront leurs axes situés respectivement en :

$$\theta_S(2,k) = \gamma_S + (k-1) \frac{2\pi}{p} + \frac{2\pi}{3p}$$

$$\theta_S(3,k) = \gamma_S + (k-1) \frac{2\pi}{p} + \frac{4\pi}{3p}$$

Ces expressions peuvent s'écrire :

$$\theta_S(1,k) = \gamma_S + (3k-3) \frac{2\pi}{3p}$$

$$\theta_S(2,k) = \gamma_S + (3k-2) \frac{2\pi}{3p}$$

$$\theta_S(3,k) = \gamma_S + (3k-1) \frac{2\pi}{3p}$$

ou, d'une façon générale, en indiquant par q le numéro de la phase,

$$\theta_S(q,k) = \gamma_S + (3k+q-4) \frac{2\pi}{3p} \quad (3.1)$$

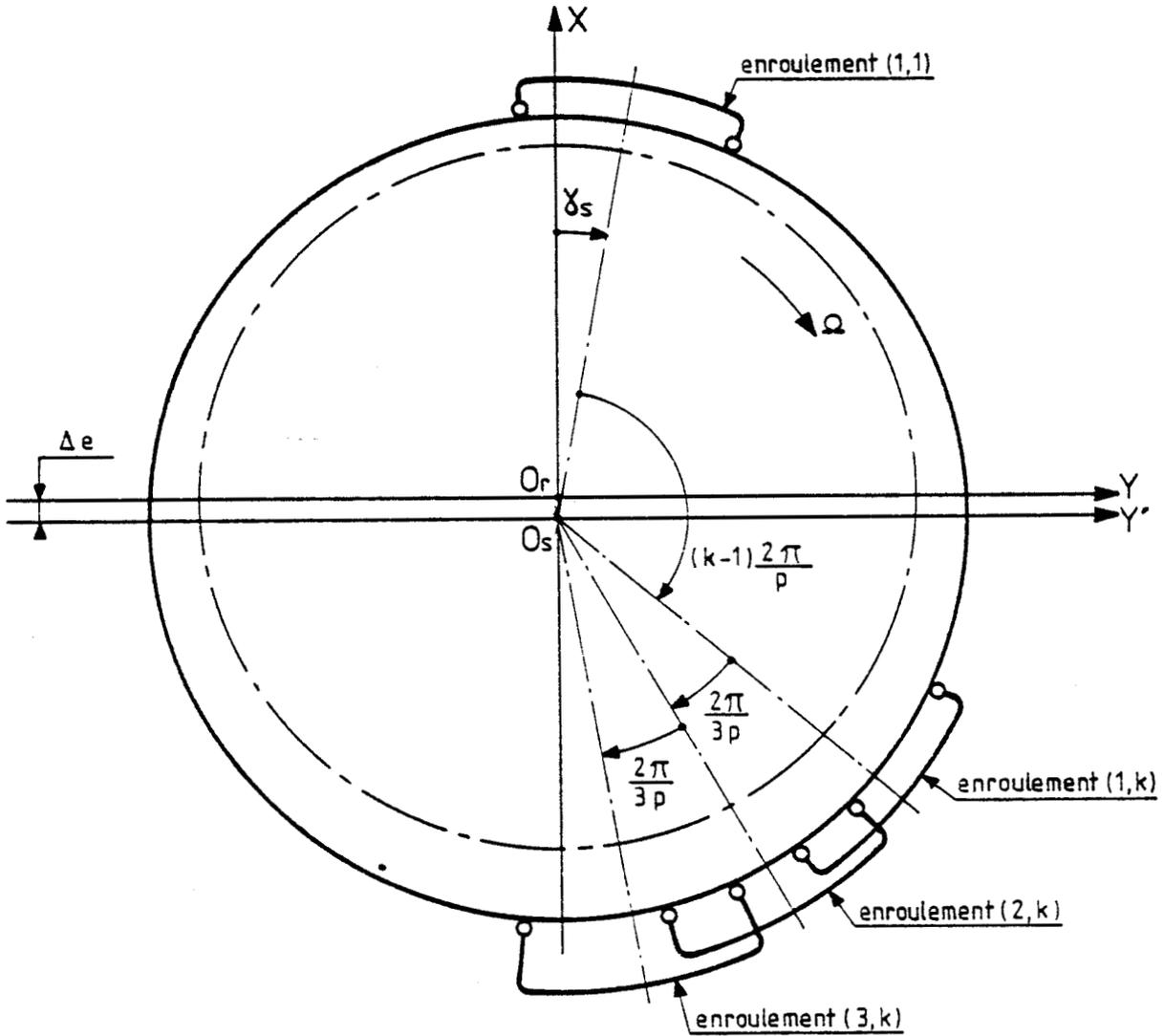


Figure 3.2

I.1.2. Repérage des côtés des sections

Le repérage de l'axe des enroulements est insuffisant car l'ouverture des sections égale à π/p à l'échelle des θ_s , variera avec leur position par rapport à l'axe du décentrement quand on passera à l'échelle des θ .

La figure (3.3) représente l'enroulement k de la phase q ; il occupe $2m$ encoches, m pour les faisceaux aller, m pour les faisceaux retour.

La position angulaire du faisceau aller de la section 1 de cet enroulement est :

$$\theta_s(q,k,1) = \theta_s(q,k) - \frac{2\pi}{3p} + \frac{\pi}{6pm}$$

celle du faisceau retour de cette section est donnée par :

$$\theta'_s(q,k,1) = \theta_s(q,k) + \frac{\pi}{p} = \theta_s(q,k) + \frac{\pi}{3p} + \frac{\pi}{6pm}$$

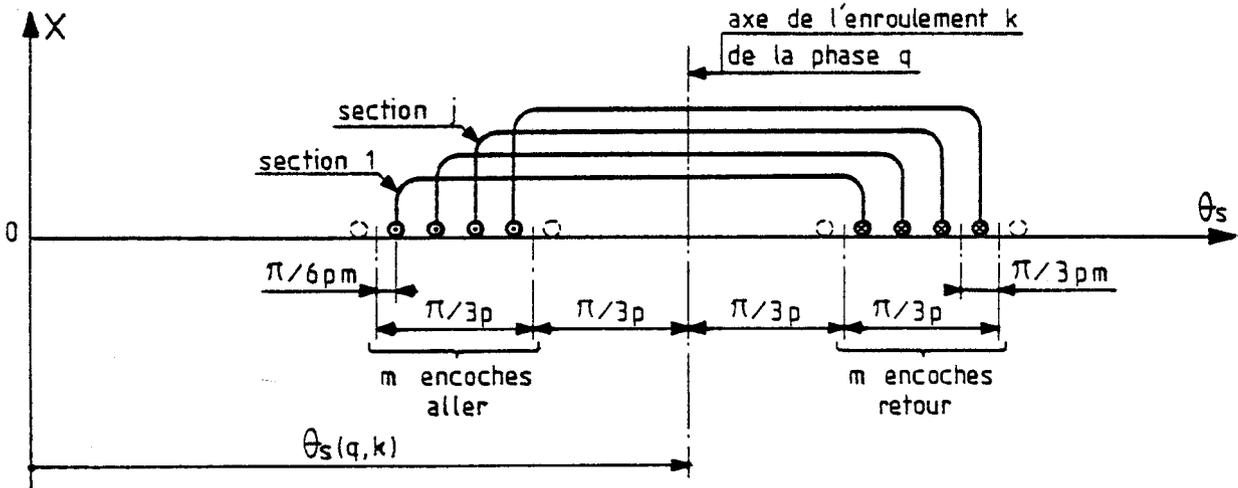


Figure 3.3

Les encoches relatives à une section j quelconque de ce même enroulement sont décalées de $(j-1) \frac{\pi}{3pm}$ par rapport à celles de la première. D'où les positions angulaires des encoches occupées par les faisceaux aller et retour de la section j de l'enroulement k de la phase q .

$$\theta_s(q, k, j) = \theta_s(q, k) - \frac{2\pi}{3p} + \frac{\pi}{6pm} + (j-1) \frac{\pi}{3pm}$$

$$\theta'_s(q, k, j) = \theta_s(q, k) + \frac{\pi}{3p} + \frac{\pi}{6pm} + (j-1) \frac{\pi}{3pm}$$

ou, en remplaçant $\theta_s(q, k)$ par sa valeur que donne la relation (3.1) :

$$\theta_s(q, k, j) = \gamma_s + (6k + 2q - 10) \frac{\pi}{3p} + (2j - 1) \frac{\pi}{6pm} \quad (3.2)$$

$$\theta'_s(q, k, j) = \gamma_s + (6k + 2q - 7) \frac{\pi}{3p} + (2j - 1) \frac{\pi}{6pm} \quad (3.3)$$

Remarque

Pour étudier toutes les positions possibles du bobinage statorique par rapport au décentrement nous ferons varier l'angle γ_s de zéro à $2\pi/3p$.

Au delà de cette valeur il suffit de permuter les numéros des phases pour retrouver une configuration déjà étudiée.

I.2. Passage du repère $XO_s Y'$ au repère $XO_r Y$

Soit un point A de la périphérie du stator faisant un angle θ_s avec l'axe $O_s X$ dans le repère $XO_s Y'$. Cherchons sa position angulaire θ dans le repère $XO_r Y$ (figure 3.4).

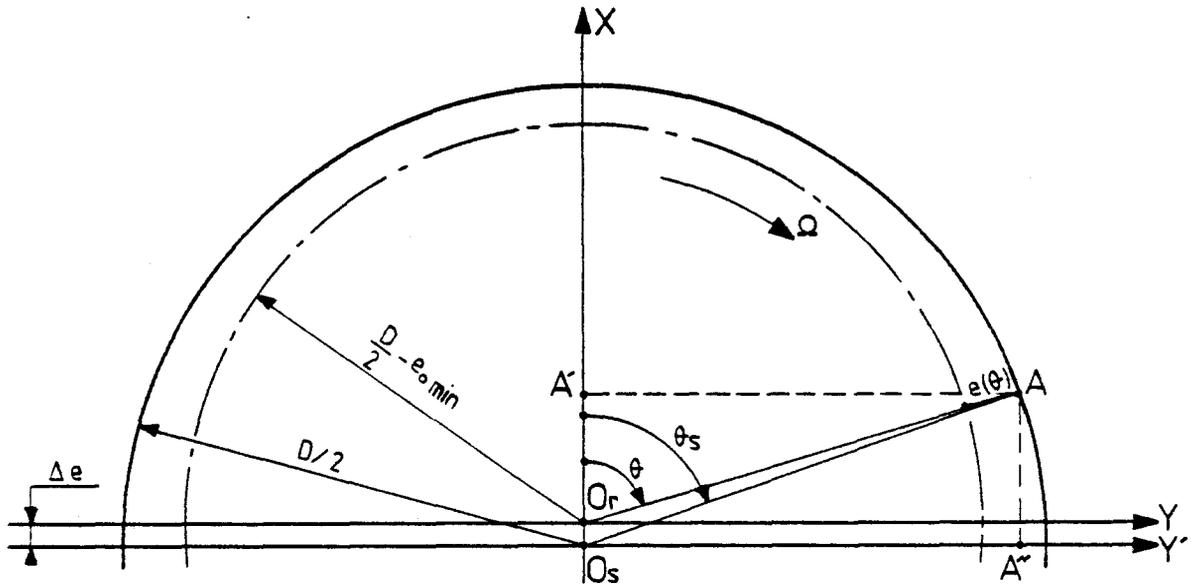


Figure 3.4

• Les projections sur l'axe $O_s X$ des vecteurs $\vec{O_s A}$ et $\vec{O_r A}$ s'écrivent respectivement :

$$O_s A' = \frac{D}{2} \cos \theta_s$$

$$O_r A' = \left(\frac{D}{2} - e_{omin} + e(\theta) \right) \cos \theta$$

Or $O_s A' = O_r A' + \Delta e$.

On en déduit

$$\frac{D}{2} \cos \theta_s = \left(\frac{D}{2} - e_{omin} + e(\theta) \right) \cos \theta + \Delta e$$

La relation (2.3) donne :

$$e(\theta) = e_{omin} - \Delta e \cos \theta$$

D'où, en reportant et en classant les termes :

$$\Delta e \cos^2 \theta - \frac{D}{2} \cos \theta + \frac{D}{2} \cos \theta_s - \Delta e = 0$$

Le discriminant de cette équation du second degré en $\cos \theta$, ayant pour valeur :

$$\Delta = \frac{D^2}{4} - 4\Delta e \left(\frac{D}{2} \cos \theta_s - \Delta e \right)$$

et étant positif quel que soit θ_s , il existe deux solutions réelles, à savoir :

$$\cos \theta = \frac{D/2 \pm \sqrt{\Delta}}{2 \Delta e}$$

La solution à retenir est celle pour laquelle on vérifie que $\cos \theta$ est bien compris entre -1 et +1.

- Pour la première solution, des deux inégalités :

$$-1 \leq \frac{D/2 + \sqrt{\Delta}}{2\Delta e} \leq 1$$

la seconde nécessiterait

$$\sqrt{\Delta} \leq 2\Delta e - \frac{D}{2} \quad ;$$

elle ne peut être satisfaite car $2\Delta e - \frac{D}{2}$ est en réalité toujours négatif.

- Pour la seconde solution, la double inégalité s'écrit :

$$-1 \leq \frac{D/2 - \sqrt{\Delta}}{2\Delta e} \leq 1$$

$$-2\Delta e \leq \frac{D}{2} - \sqrt{\Delta} \leq 2\Delta e$$

$$\left(\frac{D}{2} - 2\Delta e\right)^2 \leq \Delta \leq \left(\frac{D}{2} + 2\Delta e\right)^2$$

$$\frac{D^2}{4} - 2 D \Delta e + 4\Delta e^2 \leq \frac{D^2}{4} - 2 D \Delta e \cos \theta_s + 4\Delta e^2 \leq \frac{D^2}{4} + 2 D \Delta e + 4\Delta e^2$$

$$-1 \leq -\cos \theta_s \leq 1$$

La condition est donc remplie par la solution $\cos \theta = (D/2 - \sqrt{\Delta})/2\Delta e$, la seule à retenir.

On écrira donc :

$$\theta = \arccos \frac{\frac{D}{2} - \sqrt{\frac{D^2}{4} - 2 D \Delta e \cos \theta_s + 4\Delta e^2}}{2 \Delta e}$$

(3.4)

• Pour une même valeur de θ_s , la relation précédente donne deux valeurs possibles de l'angle θ . Il est nécessaire de définir une seconde relation entre ces deux angles.

Les projections des vecteurs $\vec{O_s A}$ et $\vec{O_r A}$ sur l'axe $O_s Y'$ étant égales, on obtient :

$$\frac{D}{2} \sin \theta_s = \left(\frac{D}{2} - e_{omin} + e(\theta)\right) \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{D/2 \sin \theta_s}{\frac{D}{2} - \Delta e \cos \theta}$$

On voit que $\sin \theta$ et $\sin \theta_s$ sont toujours de même signe, ce qui apparaît d'ailleurs directement en observant la figure (3.4).

• A valeurs données du rapport $\Delta e/D$ et de l'angle θ_s , la relation (3.4) donne deux valeurs égales et opposées de l'angle θ . On ne retiendra que celle pour laquelle $\sin \theta$ et $\sin \theta_s$ sont de même signe.

Quand θ_s va de 0 à Π puis de Π à 2Π , θ va également de 0 à Π puis de Π à 2Π . C'est évidemment au voisinage de $\Pi/2$ et de $3\Pi/2$ que la différence $\theta_s - \theta$ est la plus grande.

Remarque

Dans ce qui suit nous écrirons les relations directement en fonction des angles θ exprimés dans le repère $XO_r Y$. Mais pour toutes les applications numériques nous utiliserons la relation (3.4) puisque les conducteurs statoriques sont repérés par les angles θ_s .

II - FORCES ELECTROMOTRICES INDUITES DANS LES SECTIONS

L'évaluation de la f.e.m. induite dans une section doit tenir compte des deux effets du décentrement : l'amplitude de l'induction face aux divers points de la périphérie du stator varie ; dans le repère $XO_r Y$ les sections n'ont plus une ouverture diamétrale.

Après avoir établi l'expression, en fonction du temps, de la f.e.m. induite dans une section, nous évaluerons l'influence du décentrement sur son amplitude et sur son écart de phase.

II.1. Expression de la f.e.m.

• On prend, comme on l'a fait au chapitre précédent, pour origine des temps l'instant où un pôle Sud est dirigé suivant l'axe $O_r X$ du décentrement. L'induction en un point de l'entrefer caractérisé par θ peut être prise égale à :

$$B(t, \theta) = \frac{-B_{mo} \cos p (\theta - \Omega t)}{1 - x \cos \theta} \quad (2.51)$$

La f.e.m. induite dans un conducteur du faisceau aller de la section j de l'enroulement k de la phase q est :

$$e_{sp}(q, k, j) = L \frac{D}{2} \Omega B(t, \theta(q, k, j)) = -L \frac{D}{2} \Omega B_{mo} \frac{\cos p [\theta(q, k, j) - \Omega t]}{1 - x \cos \theta(q, k, j)}$$

en désignant par L la longueur utile des conducteurs.

La vitesse angulaire avec laquelle le flux inducteur balaie la surface de l'induit est $D\Omega/2$.

Dans un conducteur retour de cette section, la f.e.m. induite est :

$$e'_{sp}(q,k,j) = -L \frac{D}{2} \Omega B_{mo} \frac{\cos p [\theta'(q,k,j) - \Omega t]}{1 - x \cos \theta'(q,k,j)}$$

Comme les sections comptent n conducteurs aller et n conducteurs retour, la f.e.m. induite dans la section (q,k,j) est :

$$e(q,k,j) = n e'_{sp}(q,k,j) - n e_{sp}(q,k,j)$$

$$e(q,k,j) = n B_{mo} L \Omega \frac{D}{2} \left[\frac{\cos p [\theta(q,k,j) - \Omega t]}{1 - x \cos \theta(q,k,j)} - \frac{\cos p [\theta'(q,k,j) - \Omega t]}{1 - x \cos \theta'(q,k,j)} \right] \quad (3.5)$$

$\theta(q,k,j)$ et $\theta'(q,k,j)$ étant les angles que la relation (3.4) fait correspondre à $\theta_s(q,k,j)$ et à $\theta'_s(q,k,j)$ tels que les donnent les relations (3.2) et (3.3).

• La force électromotrice induite dans chaque section étant une fonction sinusoïdale du temps de pulsation $p\Omega$, on peut mettre cette f.e.m. sous la forme

$$e(q,k,j) = n B_{mo} L \Omega \frac{D}{2} U(q,k,j) \sin[p \Omega t + \eta(q,k,j)] \quad (3.6)$$

Pour chercher la valeur de $U(q,k,j)$ et de $\eta(q,k,j)$, on pose :

$$\left. \begin{aligned} A(q,k,j) &= 1 - x \cos \theta(q,k,j) \\ R(q,k,j) &= 1 - x \cos \theta'(q,k,j) \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

L'égalité des expressions (3.5) et (3.6) de $e(q,k,j)$ donne :

$$\frac{\cos p [\theta(q,k,j) - \Omega t]}{A(q,k,j)} - \frac{\cos p [\theta'(q,k,j) - \Omega t]}{R(q,k,j)} = U(q,k,j) \sin [p\Omega t + \eta(q,k,j)]$$

En développant et en identifiant les termes en $\sin p \Omega t$ puis en $\cos p \Omega t$ on obtient :

$$\frac{\cos p \theta(q,k,j)}{A(q,k,j)} - \frac{\cos p \theta'(q,k,j)}{R(q,k,j)} = U(q,k,j) \sin \eta(q,k,j)$$

$$\frac{\sin p \theta(q,k,j)}{A(q,k,j)} - \frac{\sin p \theta'(q,k,j)}{R(q,k,j)} = U(q,k,j) \cos n(q,k,j)$$

D'où la relation relative à l'amplitude :

$$U(q,k,j) = \sqrt{\frac{1}{A^2(q,k,j)} + \frac{1}{R^2(q,k,j)} - 2 \frac{\cos p[\theta'(q,k,j) - \theta(q,k,j)]}{A(q,k,j) R(q,k,j)}} \quad (3.8)$$

et celles donnant la phase

$$n(q,k,j) = \arcsin \frac{1}{U(q,k,j)} \left[\frac{\cos p \theta(q,k,j)}{A(q,k,j)} - \frac{\cos p \theta'(q,k,j)}{R(q,k,j)} \right] \quad (3.9)$$

$$n(q,k,j) = \arccos \frac{1}{U(q,k,j)} \left[\frac{\sin p \theta(q,k,j)}{A(q,k,j)} - \frac{\sin p \theta'(q,k,j)}{R(q,k,j)} \right] \quad (3.10)$$

On utilise deux relations pour définir $n(q,k,j)$ pour éviter l'ambiguïté sur le signe que donnerait l'emploi de la seconde seulement.

II.2. Base de comparaison. paramètres

- Si le décentrement tend vers zéro,

$$\theta(q,k,j) \text{ tend vers } \theta_s(q,k,j),$$

$$\theta'(q,k,j) \text{ tend vers } \theta'_s(q,k,j) \text{ égal à } \theta_s(q,k,j) + \frac{\pi}{p}$$

$A(q,k,j)$ et $R(q,k,j)$ tendent tous deux vers 1.

la f.e.m. induite devient :

$$e(q,k,j) = n B_{mo} L \frac{D}{2} U_o(q,k,j) \sin [p \omega t + \eta_o(q,k,j)]$$

avec $U_o = 2$ quels que soient q, k et j .

$$\text{Et, puisque } \sin \eta_o(q,k,j) = \sin [p \theta_s(q,k,j) + \frac{\pi}{2}]$$

$$\cos \eta_o(q,k,j) = -\cos [p \theta_s(q,k,j) + \frac{\pi}{2}]$$

$$\eta_o(q,k,j) = \pi - [p \theta_s(q,k,j) + \frac{\pi}{2}]$$

$$U_o = 2 \quad ; \quad \eta_o(q,k,j) = \frac{\pi}{2} - p \theta_s(q,k,j) \quad (3.11)$$

Le rapport U/U_0 , égal à $U/2$ permet d'évaluer l'influence du décentrement sur l'amplitude.

L'écart $\eta - \eta_0$ permet de voir l'écart de phase dû au décentrement.

• Les relations permettant d'évaluer U/U_0 et $\eta - \eta_0$ pour une section en fonction de sa position par rapport au décentrement (relations (3.4), (3.6), (3.8), (3.9) et (3.10)) font intervenir, outre le nombre de pôles $2p$,

- la valeur relative du décentrement $\Delta e/e_{\text{omin}}$, notée x .
- le rapport du diamètre d'alésage du stator D à l'épaisseur minimale d'entrefer e_{omin} à décentrement nul ; on le notera y .

$$\boxed{x = \frac{\Delta e}{e_{\text{omin}}} ; y = \frac{D}{e_{\text{omin}}}} \quad (3.12)$$

x et y constituent les deux paramètres permettant de suivre U/U_0 et $\eta - \eta_0$ en fonction de la position de la section.

Avec ces notations, la relation (3.4) devient :

$$\boxed{\theta = \arccos \frac{y \sqrt{y^2 - 8xy \cos \theta_s + 16x^2}}{4x} ,} \quad (3.13)$$

avec $\sin \theta / \sin \theta_s \geq 0$

II.3. Variation de l'amplitude

Pour évaluer la variation de l'amplitude de la f.e.m. induite dans une section, en fonction de p, x, y et de sa position, nous supposons que l'axe de celle-ci fasse un angle γ_s avec l'axe du décentrement. Cela revient à faire :

$$\begin{aligned} \theta_s(q, k, j) &= \gamma_s - \Pi/2p \\ \theta'_s(q, k, j) &= \gamma_s + \Pi/2p \end{aligned}$$

dans les relations précédentes.

Les tableaux (3.1) et (3.2) donnent, pour y égal à 200, l'évolution du rapport U/U_0 en fonction du décentrement relatif x et de la position angulaire γ_s de la section considérée. On ne fait varier γ_s que de zéro à Π , puisque pour $-\gamma_s$ on trouve évidemment le même U/U_0 que pour γ_s .

Le premier tableau concerne une machine à 8 pôles, le second une machine à 24 pôles. Les figures (3.5) et (3.6) donnent les courbes $U/U_0 = f(x)$ pour diverses positions γ_s .

U/U _o	Position de l'axe de la section : γ_s				
x	0°	45°	90°	135°	180°
0	1	1	1	1	1
0,05	1,0484	1,0339	1,0003	0,9685	0,9558
0,10	1,1018	1,0707	1,0014	0,9392	0,9154
0,15	1,1608	1,1107	1,0031	0,9119	0,8783
0,20	1,2266	1,1545	1,0055	0,8863	0,8440
0,25	1,3002	1,2027	1,0087	0,8623	0,8123
0,30	1,3832	1,2559	1,0126	0,8396	0,7829
0,35	1,4775	1,3154	1,0172	0,8183	0,7555
0,40	1,5856	1,3822	1,0225	0,7981	0,7300
0,45	1,7106	1,4581	1,0287	0,7790	0,7062
0,50	1,8572	1,5453	1,0356	0,7609	0,6838
0,55	2,0312	1,6468	1,0434	0,7436	0,6628
0,60	2,2410	1,7670	1,0521	0,7272	0,6431
0,65	2,4992	1,9120	1,0616	0,7115	0,6245

Tableau (3.1)

(p=4 , y=200)

U/U _o	Position de l'axe de la section : γ_s				
x	0°	45°	90°	135°	180°
0	1	1	1	1	1
0,05	1,0522	1,0363	1,0000	0,9661	0,9527
0,10	1,1100	1,0754	1,0001	0,9345	0,9098
0,15	1,1747	1,1176	1,0002	0,9049	0,8705
0,20	1,2473	1,1633	1,0003	0,8771	0,8345
0,25	1,3295	1,2130	1,0005	0,8510	0,8014
0,30	1,4233	1,2672	1,0007	0,8263	0,7707
0,35	1,5313	1,3265	1,0009	0,8031	0,7424
0,40	1,6571	1,3918	1,0012	0,7811	0,7160
0,45	1,8054	1,4641	1,0015	0,7603	0,6915
0,50	1,9828	1,5446	1,0018	0,7406	0,6685
0,55	2,1989	1,6348	1,0022	0,7219	0,6471
0,60	2,4678	1,7366	1,0026	0,7041	0,6270
0,65	2,8117	1,8527	1,0030	0,6871	0,6081

Tableau (3.2)

(p=12 , y=200)



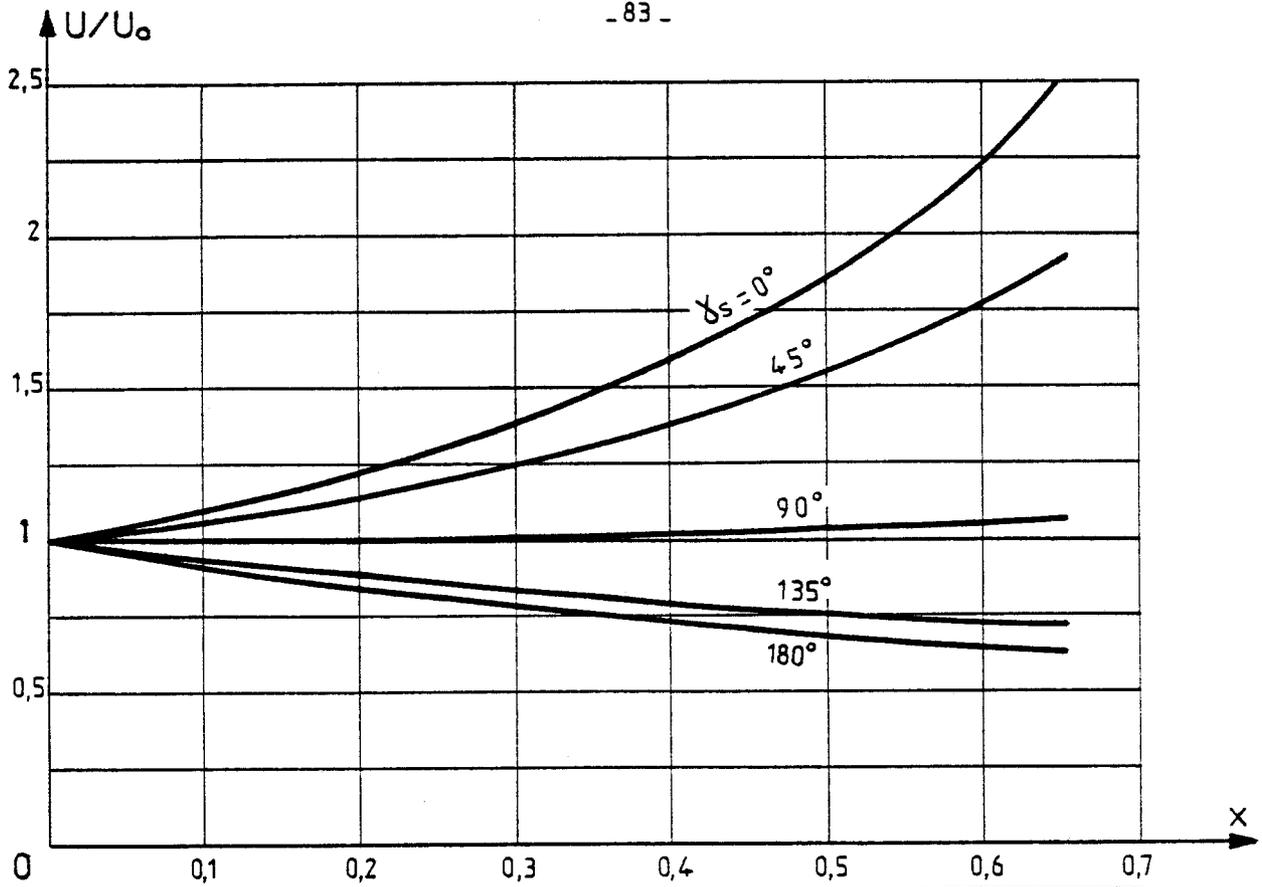


Figure 3.5

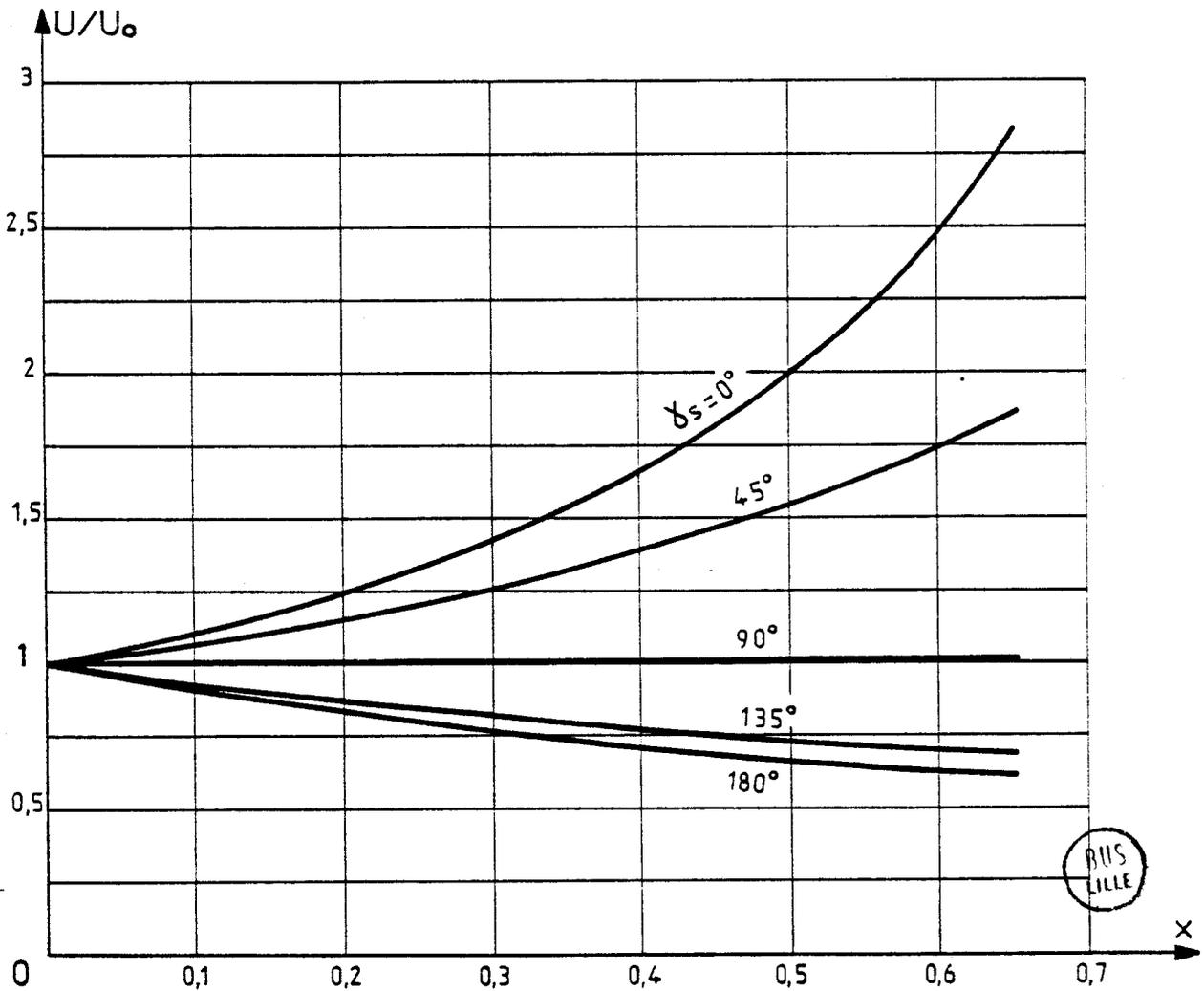


Figure 3.6

Tableaux et courbes montrent comment U/U_0 s'écarte de l'unité au fur et à mesure que l'axe de la section s'éloigne de l'axe $O_S Y'$. Le maximum est obtenu pour $\gamma_S = 0$ (axe face à l'entrefer minimum), le minimum pour $\gamma_S = \Pi$ (axe face à l'entrefer maximum).

L'écart par rapport à 1 de ces valeurs limites augmente avec le nombre de pôles. Ceci provient du fait que lorsque le nombre de pôles croît, l'ouverture d'une section statorique diminue, ce qui se traduit par un déplacement de ses encoches vers l'entrefer minimum si $\gamma_S = 0$, ou vers l'entrefer maximum si $\gamma_S = \Pi$.

Autrement dit, lorsque l'écart angulaire entre les deux côtés de la section diminue, le rapport des amplitudes tend vers le rapport des inductions maximales dans l'axe de la section. Quand p tend vers l'infini,

$$\left. \begin{aligned} (U/U_0)_{\gamma_S=0} & \text{ tend vers } \frac{e_{\text{omin}}}{e_{\text{omin}} - \Delta e} = \frac{1}{1-x} \\ (U/U_0)_{\gamma_S=\Pi} & \text{ tend vers } \frac{e_{\text{omin}}}{e_{\text{omin}} + \Delta e} = \frac{1}{1+x} \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

Le paramètre y , égal à D/e_{omin} , a très peu d'influence sur la valeur des amplitudes des f.e.m. induites dans les sections. Lorsque y passe de 100 à 600, la variation du rapport U/U_0 n'excède pas 1% pour toutes les valeurs de x inférieures ou égales à 0,65.

II.4. Variation de la phase

L'écart de phase $\eta - \eta_0$ exprime le déphasage entre la f.e.m. induite dans une section et la f.e.m. qui y serait induite si le décentrement était nul.

- Le schéma de la figure (3.7) montre, pour une machine bipolaire que $\eta - \eta_0$ est nul pour $\gamma_S = 0$ ou $\gamma_S = \Pi$ (axe de la section dans l'axe du décentrement). Si un pôle est face à $\gamma_S = 0$ pour $t = 0$, il sera face à $\gamma_S = \Pi$ une demi-période $T/2$ après, quelque soit x . Il passera face à $\gamma_S = \Pi/2$ après l'instant $t = T/4$: pour $0 < \gamma_S < \Pi$, $\eta - \eta_0$ est négatif et correspond à un retard. Ce pôle passe face à $\gamma_S = 3\Pi/2$ avant l'instant $3T/4$: pour $\Pi < \gamma_S < 2\Pi$, $\eta - \eta_0$ est positif, le décentrement produit une avance de phase

$$(\eta - \eta_0)_{-\gamma_S} = -(\eta - \eta_0)_{\gamma_S}$$

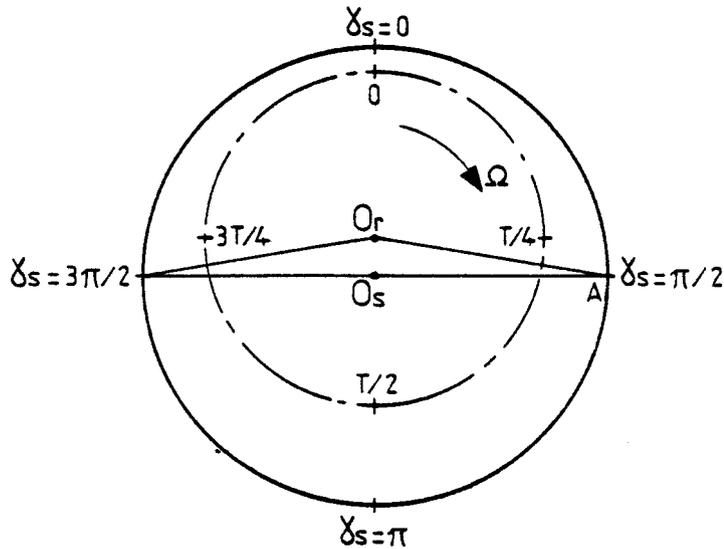


Figure 3.7

C'est au voisinage de $\gamma_s = \pm\pi/2$ que l'écart de phase est le plus important. Le schéma de la figure (3.7) montre que cet écart augmente quand x croît mais aussi quand y diminue.

Lorsque le nombre de pôles augmente, l'écart de phase, à x et y donnés, augmente aussi car à un angle géométrique correspond un angle électrique p fois plus grand.

- Les tableaux (3.3) et (3.4) illustrés par la figure (3.8) montrent pour une même valeur de y et deux valeurs du nombre de pôles, l'évolution de $\eta - \eta_0$ en fonction du décentrement relatif x et de la position angulaire γ_s de l'axe de la section. On voit que l'écart de phase, à y et γ_s donnés, est sensiblement proportionnel à x et à p .

- Pour montrer l'influence du rapport y , égal à D/e_{omin} , nous avons calculé (tableau 3.5 et figure 3.9) $\eta - \eta_0$ pour diverses valeurs de y et de p , en prenant x égal à 0,5 et $\gamma_s = 90^\circ$. On voit que l'écart de phase est sensiblement proportionnel à $1/y$.

$(\eta - \eta_0)^\circ$	Position de l'axe de la section : γ_s				
x	0°	45°	90°	135°	180°
0	0	0	0	0	0
0,05	"	-0,020	-0,068	-0,000	"
0,10	"	-0,122	-0,193	-0,099	"
0,15	"	-0,219	-0,314	-0,205	"
0,20	"	-0,271	-0,417	-0,290	"
0,25	"	-0,355	-0,523	-0,374	"
0,30	"	-0,427	-0,632	-0,452	"
0,35	"	-0,496	-0,740	-0,532	"
0,40	"	-0,559	-0,844	-0,610	"
0,45	"	-0,629	-0,949	-0,691	"
0,50	"	-0,689	-1,056	-0,772	"
0,55	"	-0,742	-1,163	-0,851	"
0,60	"	-0,800	-1,268	-0,930	"
0,65	"	-0,853	-1,375	-1,011	"

Tableau (3.3)

(p=4 , y=200)

$(\eta - \eta_0)^\circ$	Position de l'axe de la section : γ_s				
x	0°	45°	90°	135°	180°
0	0	0	0	0	0
0,05	"	-0,079	-0,258	-0,171	"
0,10	"	-0,449	-0,647	-0,449	"
0,15	"	-0,714	-0,995	-0,679	"
0,20	"	-0,953	-1,348	-0,933	"
0,25	"	-1,194	-1,691	-1,185	"
0,30	"	-1,444	-2,031	-1,427	"
0,35	"	-1,671	-2,381	-1,686	"
0,40	"	-1,925	-2,720	-1,914	"
0,45	"	-2,149	-3,056	-2,147	"
0,50	"	-2,396	-3,396	-2,396	"
0,55	"	-2,637	-3,742	-2,646	"
0,60	"	-2,874	-4,089	-2,881	"
0,65	"	-3,109	-4,426	-3,122	"

Tableau (3.4)

(p=12 , y=200)



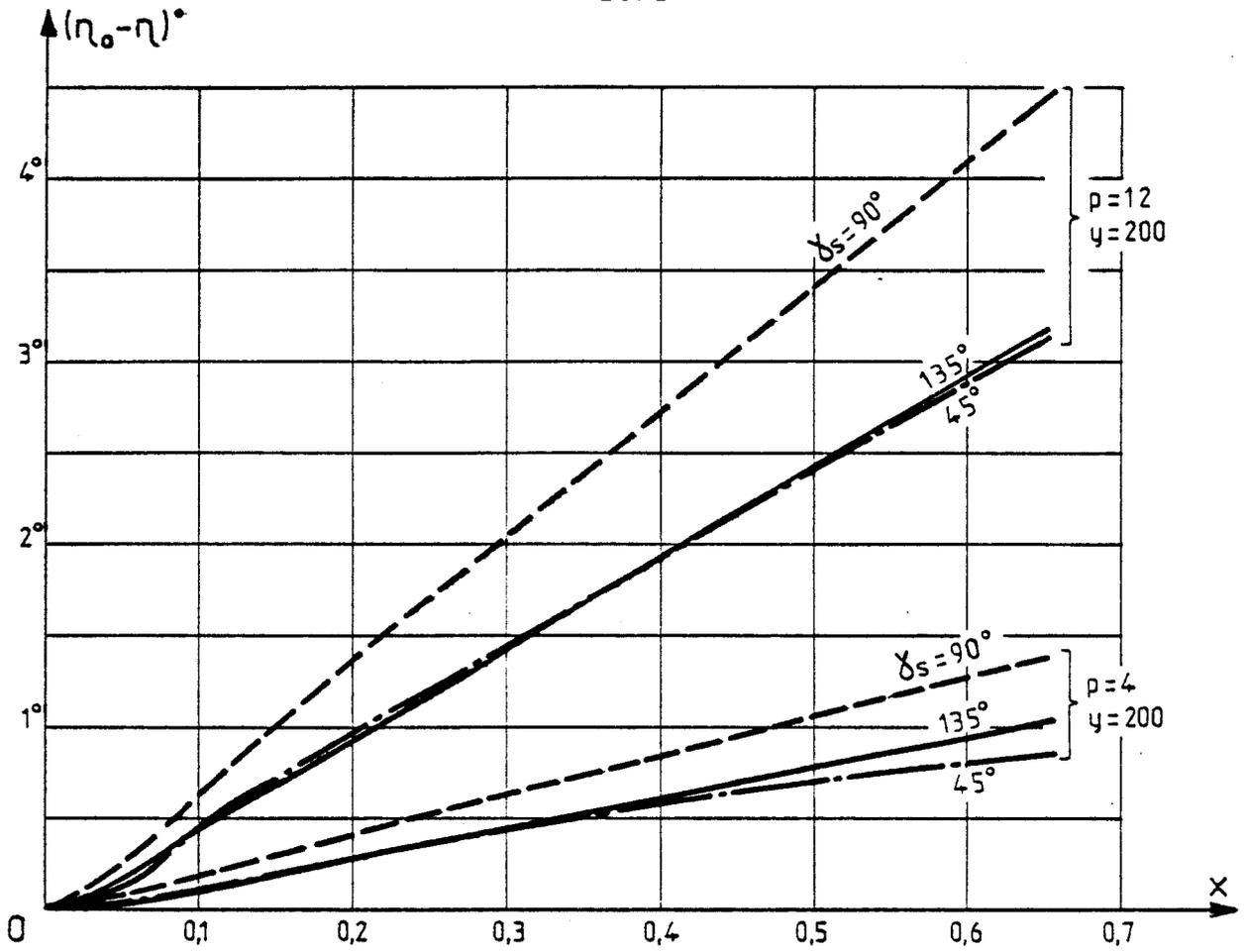


Figure 3.8

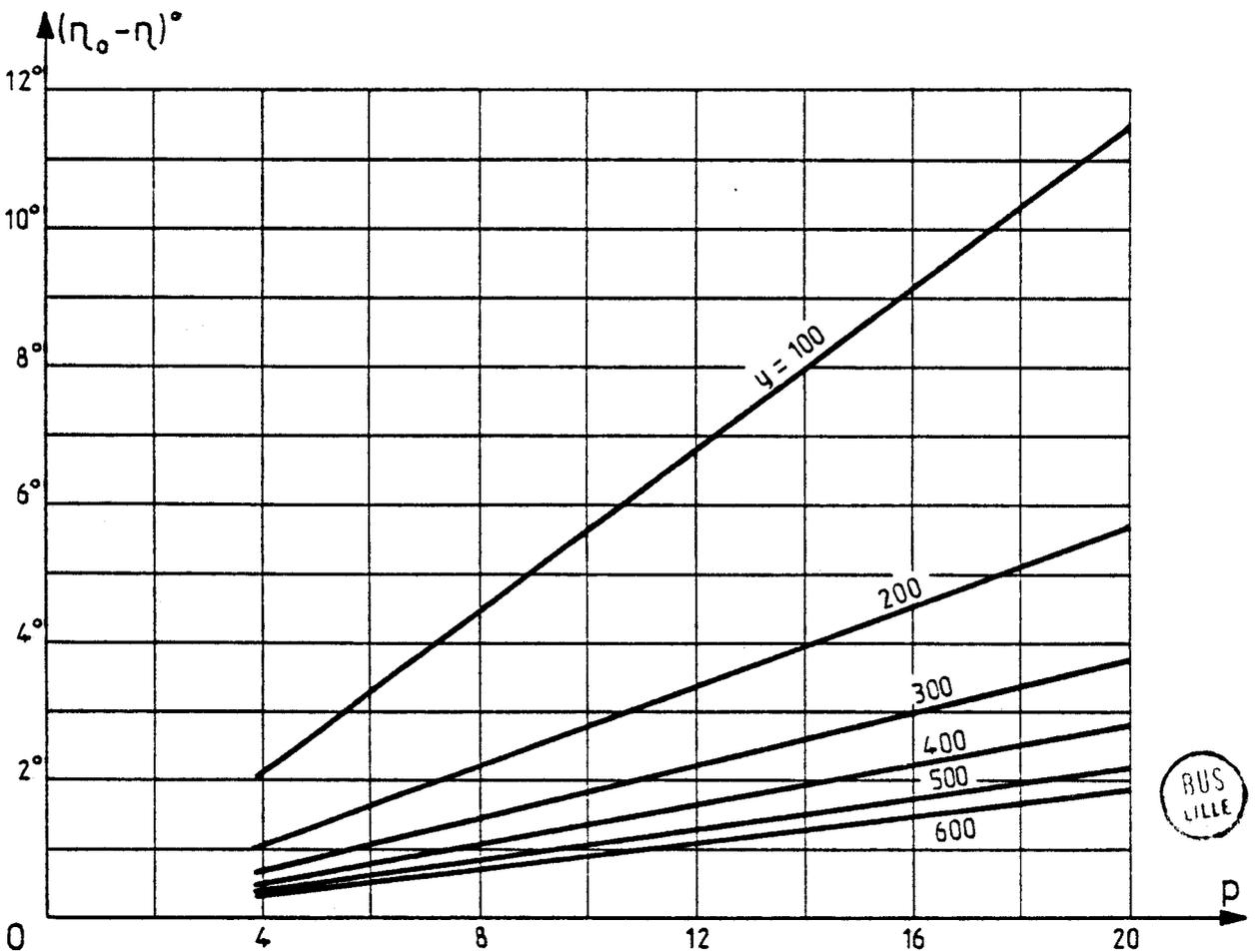


Figure 3.9

p \ y	100	200	300	400	500	600
4	- 2,117	-1,056	-0,682	-0,512	-0,407	-0,316
8	- 4,493	-2,244	-1,483	-1,083	-0,854	-0,682
12	- 6,812	-3,396	-2,240	-1,649	-1,310	-1,055
16	- 9,115	-4,557	-2,980	-2,248	-1,798	-1,406
20	-11,413	-5,690	-3,718	-2,803	-2,174	-1,821

Tableau (3.5) (Valeurs de $(\eta - \eta_0)^\circ$ pour $x = 0,5$ et $\gamma_s = 90^\circ$)

- Pour les machines à grand nombre de pôles, on peut négliger l'influence de l'ouverture de la section et déduire $\eta - \eta_0$ pour $\gamma_s = \Pi/2$ de l'écart angulaire entre $\vec{O_r A}$ et $\vec{O_s A}$ (figure 3.7).

La relation (3.13) dans laquelle on fait $\theta_s = \gamma_s = \Pi/2$, donne γ correspondant. Puisque y est beaucoup plus grand que x :

$$(\cos \gamma)_{\gamma_s = \Pi/2} = \frac{y}{4x} \left[1 - \sqrt{1 + \left(\frac{4x}{y}\right)^2} \right] = \frac{y}{4x} \frac{1}{2} \left(\frac{4x}{y}\right)^2 = \frac{2x}{y}$$

Si γ est très voisin de $\Pi/2$,

$$\gamma - \gamma_s = \frac{2x}{y}$$

A cet écart angulaire géométrique correspond un écart électrique p fois plus grand.

Pour les valeurs élevées de p , l'écart de phases en radians est donc

$$(\eta - \eta_0)_{\gamma_s = \Pi/2} = -2p \frac{x}{y} = -2p \frac{\Delta e}{D} \tag{3.15}$$

A décentrement rapporté au diamètre donné, l'écart de phase maximum est sensiblement proportionnel au nombre de pôles.

On voit que ce n'est que lorsque le décentrement rapporté au diamètre est grand et que le nombre de pôles est élevé que l'écart de phase est susceptible de créer, entre f.e.m. induites dans des sections de la même phase des différences comparables à celles dues à l'écart d'amplitude.

III. FORCES ELECTROMOTRICES INDUITES DANS LES ENROULEMENTS

III.1. Expression des forces électromotrices

Un enroulement statorique est formé de m sections voisines mises en série : la f.e.m. induite dans un enroulement est égale à la somme instantanée des m f.e.m. induites dans ces sections.

La f.e.m. induite dans l'enroulement k de la phase q a donc pour expression :

$$e(q,k) = \sum_{j=1}^m e(q,k,j)$$

$$e(q,k) = n B_{mo} L \Omega \frac{D}{2} \sum_{j=1}^m U(q,k,j) \sin [p \Omega t + \eta(q,k,j)]$$

ou, en développant $\sin [p \Omega t + \eta(q,k,j)]$,

$$e(q,k) = n B_{mo} L \Omega \frac{D}{2} \left[\sin p \Omega t \sum_{j=1}^m U(q,k,j) \cos \eta(q,k,j) \right. \\ \left. + \cos p \Omega t \sum_{j=1}^m U(q,k,j) \sin \eta(q,k,j) \right]$$

Si l'on met $e(q,k)$ sous la forme

$$e(q,k) = n B_{mo} L \Omega \frac{D}{2} V(q,k) \sin [p \Omega t + \psi(q,k)] \quad , \quad (3.16)$$

La relation relative à l'amplitude s'écrit :

$$V(q,k) = \sqrt{\left[\sum_{j=1}^m U(q,k,j) \cos \eta(q,k,j) \right]^2 + \left[\sum_{j=1}^m U(q,k,j) \sin \eta(q,k,j) \right]^2} \quad , \quad (3.17)$$

et celles donnant la phase

$$\psi(q,k) = \arcsin \left[\frac{1}{V(q,k)} \sum_{j=1}^m U(q,k,j) \sin \eta(q,k,j) \right] \quad (3.18)$$

$$\psi(q,k) = \arccos \left[\frac{1}{V(q,k)} \sum_{j=1}^m U(q,k,j) \cos \eta(q,k,j) \right] \quad (3.19)$$

Pour calculer une f.e.m. induite dans un enroulement, il faut donc successivement :

- positionner par rapport au stator ses 2 m encoches :
relations (3.2) et (3.3)
- passer de ces m angles en θ_s aux m angles en θ correspondants :
relations (3.13)
- calculer les m valeurs de $U(q,k,j)$, les m valeurs de $\eta(q,k,j)$
relations (3.8), (3.9) et (3.10)
- utiliser alors les relations (3.17), (3.18) et (3.19) pour déduire des résultats précédents $V(q,k)$ et $\psi(q,k)$.

III.2. Amplitude et phase de référence

- Si le décentrement était nul, la f.e.m. s'écrirait :

$$e(q,k) = n B_{mo} L \Omega \frac{D}{2} V_o(q,k) \sin [p \Omega t + \psi_o(q,k)]$$

D'après les relations (3.11) :

$$e(q,k) = n B_{mo} L \Omega \frac{D}{2} \left[\begin{aligned} &2 \sin [p \Omega t + \frac{\pi}{2} - p \theta_s(q,k,1)] \\ &+ 2 \sin [p \Omega t + \frac{\pi}{2} - p \theta_s(q,k,1) - \pi/3m] \\ &+ 2 \sin [p \Omega t + \frac{\pi}{2} - p \theta_s(q,k,1) - 2\pi/3m] \\ &+ \dots \dots \dots \\ &+ 2 \sin [p \Omega t + \frac{\pi}{2} - p \theta_s(q,k,1) - (m-1)\pi/3m] \end{aligned} \right]$$

On retrouve le calcul classique de la somme de m sinusoïdes régulièrement déphasées :

$V_o(q,k) = 2 m K_1 \quad , \quad \text{avec } K_1 = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{m \sin \frac{\pi}{6m}} \tag{3.20}$
$\psi_o(q,k) = \frac{\pi}{2} - p \theta_s(q,k,1) - (m-1) \frac{\pi}{6m} \tag{3.21}$

K_1 désignant le coefficient de bobinage.

Le tableau (3.6) donne les valeurs de $V_o(q,k)$ et de $\psi_o(q,k) + p\theta_s(q,k,1)$ calculées pour les premières valeurs de m.

m		1	2	3	4	5
$V_o(q,k)$		2	3,864	5,759	7,661	9,567
$\psi_o(q,k) +$	degré	90	75	70	67,5	66
$p\theta_s(q,k,1)$	radian	$\Pi/2$	$5\Pi/12$	$7\Pi/18$	$3\Pi/8$	$11\Pi/30$

Tableau (3.6)

- Pour suivre les variations de V/V_o et de $\psi - \psi_o$ on utilisera les mêmes paramètres x et y que pour l'étude de U/U_o et $\eta - \eta_o$.

V/V_o et $\psi - \psi_o$ dépendent à priori de x , de y , de p , de m et de la position angulaire $\theta_s(q,k)$, (voir figure 3.1), de l'axe de l'enroulement considéré par rapport à l'axe du décentrement.

On passe de $\theta_s(q,k)$ aux m angles $\theta_s(q,k,j)$ et aux angles $\theta'_s(q,k,j)$ intervenant dans les calculs par :

$\theta_s(q,k,j) = \theta_s(q,k) + \frac{\Pi}{6pm} (-4m + 2j - 1) \quad (3.22)$
$\theta'_s(q,k,j) = \theta_s(q,k) + \frac{\Pi}{6pm} (+4m + 2j - 1) \quad (3.23)$

III.3. Variation de l'amplitude

Le rapport V/V_o est maximum pour $\theta_s(q,k)$ nul, voisin de 1 pour $\theta_s(q,k)$ égal à $\Pi/2$, minimum pour $\theta_s(q,k)$ égal à Π .

Les tableaux (3.7) et (3.8) donnent, pour $y = 200$, les variations de V/V_o en fonction de x , pour $\theta_s(q,k)$ successivement égal à 0, $\Pi/2$ et Π , pour m égal à 2 puis à 5. Le premier est relatif à une machine à 8 pôles, l'autre à une machine à 24 pôles. On remarque que le passage de $m = 2$ à $m = 5$ n'affecte pratiquement pas le rapport V/V_o ; l'écart est toujours inférieur à 0,1%. D'ailleurs, à γ_s égal à $\theta_s(q,k)$, la comparaison avec les valeurs de U/U_o données par les tableaux (3.1) et (3.2) pour les mêmes valeurs de x , p et y présentent par rapport à celles de V/V_o obtenues pour m supérieur à 1 des écarts insignifiants. On peut utiliser les figures (3.5) et (3.6) pour illustrer les variations de V/V_o en fonction de x pour diverses valeurs de $\theta_s(q,k)$.

V/V _o	$\theta_s(q,k) = 0$		$\theta_s(q,k) = \Pi/2$		$\theta_s(q,k) = \Pi$	
	m=2	m=5	m=2	m=5	m=2	m=5
x						
0	1	1	1	1	1	1
0,05	1,0484	1,0482	1,0004	1,0004	0,9562	0,9562
0,10	1,1014	1,1013	1,0014	1,0014	0,9158	0,9157
0,15	1,1603	1,1602	1,0032	1,0032	0,8786	0,8787
0,20	1,2258	1,2257	1,0057	1,0057	0,8444	0,8445
0,25	1,2992	1,2990	1,0089	1,0089	0,8128	0,8129
0,30	1,3819	1,3817	1,0129	1,0129	0,7835	0,7836
0,35	1,4759	1,4755	1,0176	1,0177	0,7562	0,7563
0,40	1,5836	1,5831	1,0231	1,0233	0,7307	0,7308
0,45	1,7082	1,7076	1,0294	1,0296	0,7069	0,7071
0,50	1,8543	1,8535	1,0366	1,0369	0,6846	0,6848
0,55	2,0277	2,0268	1,0447	1,0450	0,6636	0,6638
0,60	2,2370	2,2359	1,0536	1,0540	0,6439	0,6441
0,65	2,4946	2,4934	1,0636	1,0641	0,6254	0,6256

Tableau (3.7)

(p = 4 ; y = 200)

V/V _o	$\theta_s(q,k) = 0$		$\theta_s(q,k) = \Pi/2$		$\theta_s(q,k) = \Pi$	
	m=2	m=5	m=2	m=5	m=2	m=5
x						
0	1	1	1	1	1	1
0,05	1,0519	1,0529	0,9999	1,0001	0,9518	0,9542
0,10	1,1103	1,1102	1,0002	1,0001	0,9104	0,9095
0,15	1,1746	1,1740	1,0002	1,0002	0,8711	0,8708
0,20	1,2466	1,2472	1,0003	1,0003	0,8346	0,8347
0,25	1,3297	1,3286	1,0005	1,0005	0,8018	0,8014
0,30	1,4226	1,4226	1,0007	1,0007	0,7710	0,7710
0,35	1,5308	1,5303	1,0010	1,0010	0,7426	0,7426
0,40	1,6563	1,6564	1,0012	1,0013	0,7163	0,7164
0,45	1,8046	1,8041	1,0015	1,0016	0,6917	0,6918
0,50	1,9818	1,9812	1,0019	1,0020	0,6689	0,6689
0,55	2,1975	2,1970	1,0023	1,0024	0,6475	0,6475
0,60	2,4658	2,4654	1,0028	1,0028	0,6273	0,6274
0,65	2,8093	2,8088	1,0032	1,0033	0,6084	0,6085

Tableau (3.8)

(p = 12 ; y = 200)



$(\psi - \psi_0)^\circ$		p = 4			p = 12		
x \ m		1	3	5	1	3	5
0		0	0	0	0	0	0
0,05		-0,068	-0,031	-0,028	-0,258	-0,241	-0,241
0,10		-0,193	-0,088	-0,079	-0,647	-0,603	-0,612
0,15		-0,314	-0,144	-0,127	-0,995	-0,940	-0,935
0,20		-0,417	-0,192	-0,179	-1,348	-1,268	-1,260
0,25		-0,523	-0,241	-0,221	-1,691	-1,594	-1,583
0,30		-0,632	-0,291	-0,262	-2,031	-1,916	-1,903
0,35		-0,740	-0,340	-0,306	-2,381	-2,234	-2,228
0,40		-0,844	-0,382	-0,346	-2,720	-2,557	-2,546
0,45		-0,949	-0,421	-0,382	-3,056	-3,880	-2,866
0,50		-1,056	-0,463	-0,417	-3,396	-3,202	-3,186
0,55		-1,163	-0,501	-0,448	-3,742	-3,522	-3,509
0,60		-1,268	-0,534	-0,476	-4,089	-3,843	-3,825
0,65		-1,375	-0,565	-0,501	-4,426	-4,167	-4,144

Tableau (3.9)

$(\theta_s(q,k) = \Pi/2 ; y = 200)$

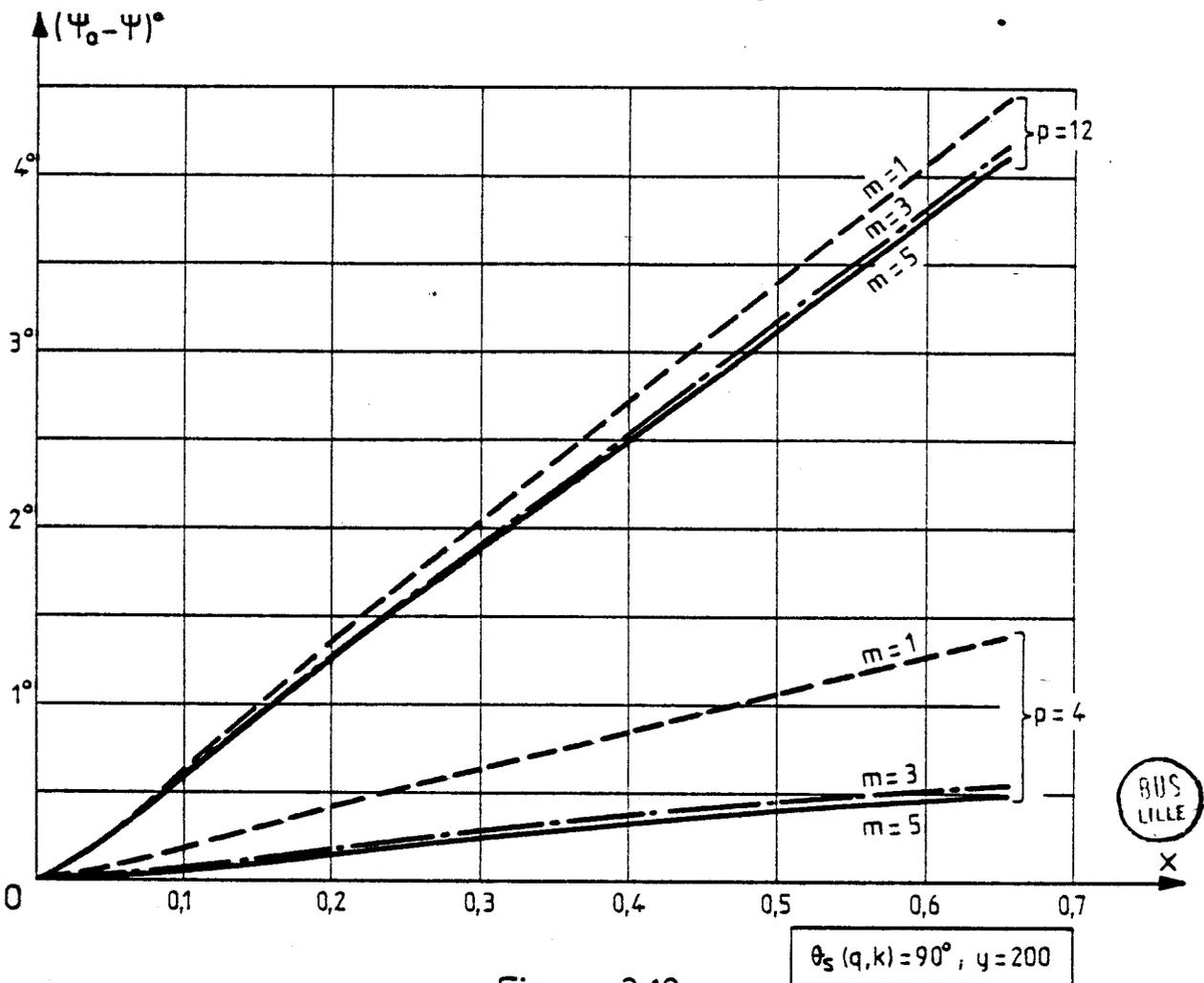


Figure 3.10

$\theta_s(q,k) = 90^\circ, y = 200$

L'augmentation de m n'affecte pratiquement pas le rapport des amplitudes, du moins si p est suffisant pour que toutes les hypothèses simplificatrices adoptées pour les calculs antérieurs soient valables. Cela est dû au fait que l'écart angulaire entre deux encoches voisines diffère peu quand on passe de l'échelle des θ_s à celle des θ ; le coefficient de bobinage est pratiquement indépendant du décentrement.

Le paramètre y est ici encore sans influence notable sur le rapport des amplitudes.

III.4 Variation de la phase

Le déphasage $\psi - \psi_0$ entre la f.e.m. induite dans un enroulement et celle qui y serait induite si x était nul varie en fonction des paramètres $\theta_s(q,k)$, p , y et x d'une façon similaire à celle trouvée pour $\eta - \eta_0$ au paragraphe (II.4). Nul pour $\theta_s(q,k)$ égal à zéro et à Π , il est maximum pour $\theta_s(q,k)$ égal à $\Pi/2$.

Toutefois sa valeur est fonction du nombre m d'encoches par pôle et par phase, comme le montre le tableau (3.9) et la figure (3.10) qu'on en a déduite. Pour y égal à 200 et la position ($\theta_s(q,k)=\Pi/2$) où il est maximum, ils montrent la variation de $\psi - \psi_0$ en fonction de x , pour m successivement égal à 1, 3 et 5, d'abord pour $2p = 8$ puis pour $2p = 24$.

Quand m croît $\psi - \psi_0$ diminue. Mais cette diminution est d'autant moins nette, en valeur absolue et à fortiori en valeur relative que le nombre de pôles est plus grand.

Pour les machines à grand nombre de pôles on peut prendre pour valeur de $\psi - \psi_0$ la valeur de l'écart de phase $\eta - \eta_0$ pour la section dont l'axe (γ_s) occupe la même position $\theta_s(q,k)$ que celui de l'enroulement considéré.

III.5. Les différences de forces électromotrices

L'étude des f.e.m. induites dans les divers enroulements conduit aux conclusions suivantes :

1° - Le décentrement fait apparaître des différences importantes entre les f.e.m. induites dans les divers enroulements de la même phase.

Ces différences seront susceptibles de donner lieu à des courants de circulation importants si on groupe ces enroulements en parallèle.

- Pour une machine à 8 pôles

Si l'axe de l'enroulement 1 de la phase 1 est dans l'axe du décentrement, les axes des trois autres font des angles $\theta_s(1,k)$ de $\pi/2$, π et $3\pi/2$ avec celui-ci.

- Si le décentrement était nul, on aurait :

$$e(1,1) = e(1,2) = e(1,3) = e(1,4) = e_m \cos \omega t$$

- Si le décentrement est tel que $x = 0,5$, pour $y = 200$ et $m = 1$ avec la même origine des temps, ces quatre f.e.m. deviennent :

$$\begin{aligned} e(1,1) &= 1,8572 e_m \cos \omega t \\ e(1,2) &= 1,0356 e_m \cos (\omega t - 1^\circ 056) \\ e(1,3) &= 0,6838 e_m \cos \omega t \\ e(1,4) &= 1,0356 e_m \cos (\omega t + 1^\circ 056) \end{aligned}$$

Ces f.e. m. sont représentables par les 4 vecteurs de la figure (3.11a).

- Pour une machine à 24 pôles

Si l'axe de l'enroulement 1 de la phase 1 est dans l'axe du décentrement, les axes des 11 autres sont décalés de $\pi/6$, $2\pi/6$, $3\pi/6$, ... , $11\pi/6$.

En l'absence de décentrement les 12 enroulements de la phase 1 seraient sièges de f.e.m. égales et en phase :

$$e(1,1) = e(1,2) = \dots = e(1,12) = e_m \cos \omega t$$

Pour x égal à 0,5, y à 200, m à 1, en prenant la même origine des temps, les 12 f.e.m. ont :

des amplitudes variant entre $1,9828 e_m$ et $0,6685 e_m$

des écarts de phase variant entre $+3^\circ 396$ et $-3^\circ 396$

La figure (3.11b) montre le vecteur $\vec{O1}$ représentant la première f.e.m. et les extrémités 2, 3, ..., 12, des vecteurs de même origine 0 représentant les 11 autres.

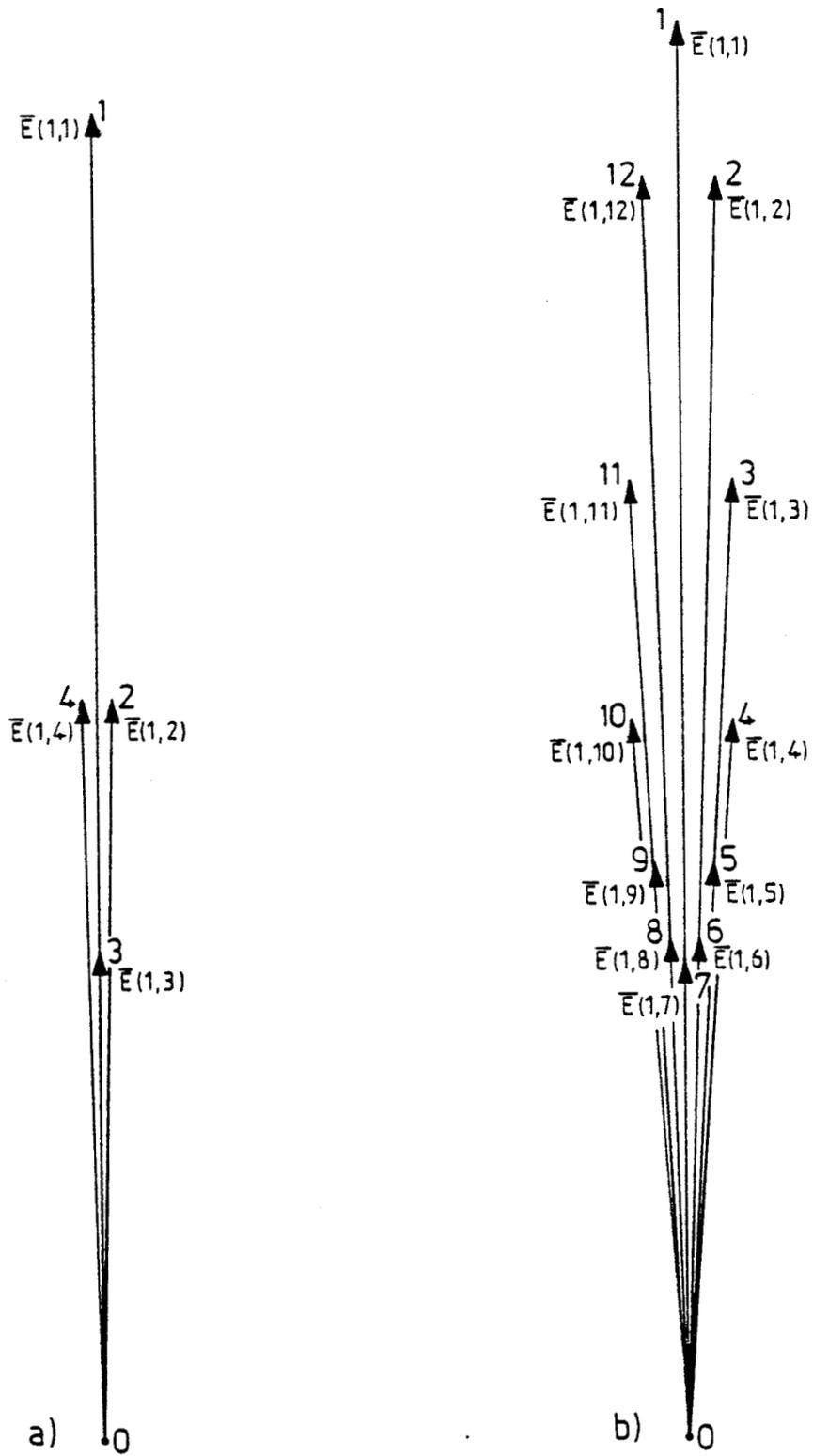


Figure 3.11



2° Les différences de f.e.m. entre enroulements de la même phase sont essentiellement dues aux différences d'amplitudes.

La différence entre deux f.e.m. correspond au vecteur reliant les extrémités des deux vecteurs représentant ces f.e.m. La figure (3.11) montre que ces différences sont dues essentiellement aux amplitudes et très peu aux écarts de phase. Encore a-t-on effectué le tracé pour $m=1$; si m était plus grand, les écarts de phase seraient plus petits.

Il faut toutefois examiner si l'écart de phase peut être encore négligé quand le nombre de pôles est très grand. On peut alors utiliser les relations approchées (3.14) et (3.15). Même pour une machine à grand nombre de pôles, on ne peut guère envisager de rapport distance polaire/ e_{omin} inférieur à 15. Si on admet un décentrement Δe égal à la moitié de e_{omin} , la relation (3.15) donne comme écart de phase maximum :

$$(\eta_o - \eta)_{\gamma_s = \pi/2} = \pi \frac{\Delta e}{\frac{\pi D}{2p}} = \frac{\pi}{30} \text{ ou } 6^\circ$$

alors que la relation (3.14) donne une variation de l'amplitude des f.e.m. allant de 0,666 à 2.

Dans la suite des calculs, on pourra négliger l'écart de phase entre f.e.m. d'enroulements de la même phase.

3° Si on néglige l'écart de phase, on peut négliger la différence entre les angles θ_s et θ comptés suivant les deux repères.

Les rapports V/V_o ou U/U_o ne dépendent pratiquement pas de y , c'est $\psi - \psi_o$ ou $\eta - \eta_o$ qui en dépendent. Si l'on suppose y très grand la relation (3.13) devient :

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{y}{4x} \left(1 - \sqrt{1 - 8 \frac{x}{y} \cos \theta_s + 16 \frac{x^2}{y^2}} \right) \\ &= \frac{y}{4x} \left(1 - \sqrt{1 - 8 \frac{x}{y} \cos \theta_s} \right) \approx \frac{y}{4x} \left[1 - \left(1 - \frac{4x}{y} \cos \theta_s \right) \right] \\ \cos \theta &\approx \cos \theta_s \end{aligned}$$

4° Si on néglige l'écart de phase, on peut supposer m égal à 1 même s'il a une valeur différente.

Si $\psi - \psi_0$ dépend de m , du moins pour les faibles valeurs de p , le rapport V/V_0 est pratiquement égal à U/U_0 quel que soit m . Pour évaluer la variation des amplitudes due au décentrement on suppose m égal à 1. S'il en diffère l'approximation sinusoïdale de la forme d'onde des f.e.m. n'en sera que plus légitime.

D'où les TRES IMPORTANTES SIMPLIFICATIONS que l'étude qui précède nous a permis de légitimer et que nous utiliserons par la suite dans nos calculs :

- On confond les angles θ avec les angles θ_s correspondants.
- On confond l'amplitude de la différence de deux f.e.m. induites dans des enroulements d'une même phase avec la différence de leurs amplitudes.
- On suppose qu'il n'y a qu'une encoche par pôle et par phase.

IV - FORCES ELECTROMOTRICES TOTALES

Bien que cela nous écarte un peu de l'objet de notre travail, la réduction de l'attraction magnétique par couplage en parallèle de enroulements, il nous a semblé intéressant d'examiner ce qu'on obtenait lors du couplage en série de tous les enroulements de la même phase. L'étude de la f.e.m. totale obtenue ainsi, nous permettra de voir si l'attraction magnétique en charge est la même.

IV.1. Expression de l'amplitude des f.e.m.

● La f.e.m. totale de chaque phase $e(q)$ est la somme des f.e.m. engendrées dans les p enroulements mis en série :

$$e(q) = \sum_{k=1}^p e(q,k)$$

Il serait possible d'exprimer de façon rigoureuse $e(q)$ à partir de l'expression non simplifiée de $e(q,k)$ que donnent les relations (3.16) à (3.19).

Mais on obtient une précision suffisante en adoptant les hypothèses simplificatrices que nous venons d'indiquer.

Avec celles-ci :

- les f.e.m. $e(q,k)$ des p enroulements de la même phase sont en phase ; il en est donc de même pour la f.e.m. totale $e(q)$.

- les f.e.m. induites dans les enroulements des phases 2 et 3, décalés de $2\pi/3p$ et $4\pi/3p$ par rapport à ceux de la phase 1, sont déphasées de $2\pi/3$ et $4\pi/3$ par rapport à celles de la phase 1 ; il en est de même des f.e.m. totales.

Les 3 f.e.m. $e(1)$, $e(2)$, $e(3)$, de même pulsation $p\omega$ ou ω , sont déphasées deux à deux de $2\pi/3$. La seule question à étudier est celle du rapport de leurs amplitudes (ou de leurs valeurs efficaces).

Nous avons vu qu'on pouvait effectuer les calculs en supposant m égal à 1.

• Si γ est l'écart angulaire de l'enroulement (1,1) par rapport à l'axe du décentrement, la relation (3.1) indique comme écart angulaire pour l'enroulement (q,k) :

$$\theta(q,k) = \gamma + (3k + q - 4) \frac{2\pi}{3p}$$

(on ne précise plus l'indice s puisqu'on confond les θ et les θ_s).

Un côté de cet enroulement est en $\theta(q,k) - \pi/2p$, l'autre en $\theta(q,k) + \pi/2p$.

L'amplitude de la f.e.m. induite dans un conducteur étant proportionnelle à l'induction maximale au point de la surface du stator où se trouve ce conducteur, $e(q,k)$ a une amplitude proportionnelle à :

$$\frac{1}{1 - x \cos[\theta(q,k) - \pi/2p]} + \frac{1}{1 - x \cos[\theta(q,k) + \pi/2p]}$$

L'amplitude de la f.e.m. totale $e(q)$ s'obtient en ajoutant les p groupes de deux termes correspondant aux p valeurs de $\theta(q,k)$ pour cette phase.



Si le décentrement était nul, chacun de ces termes serait égal à 1, la somme des p groupes égalerait 2p.

D'où le rapport de l'amplitude (ou de la valeur efficace) des f.e.m. totales à l'amplitude (ou à la valeur efficace) de la f.e.m. totale en l'absence de décentrement $E_0(q)$ s'écrit :

$$\frac{E(q)}{E_0(q)} = \frac{1}{2p} \sum_{k=1}^p \left(\frac{1}{1-x \cos[\theta(q,k) - \pi/2p]} + \frac{1}{1-x \cos[\theta(q,k) + \pi/2p]} \right) \quad (3.24)$$

avec $\theta(q,k) = \gamma + (3k + q - 4) \frac{2\pi}{3p}$

En sachant que $E_0(q)$ est le même pour les 3 phases.

IV.2. Evolution des amplitudes en fonction du nombre de pôles

Etant donné les difficultés que présente le calcul de $E(q)/E_0(q)$ pour un nombre quelconque de pôles, nous nous proposons de suivre l'évolution de ces rapports pour quelques valeurs de 2p.

IV.2.1. Machine à 4 pôles

Si 2p égale 4, les positions des 4 faisceaux à considérer par phase sont :

$$\begin{aligned} \theta(q,1) - \pi/4 & ; & \theta(q,1) + \pi/4 \\ \theta(q,1) - \pi/4 + \pi & ; & \theta(q,1) + \pi/4 + \pi . \end{aligned}$$

$$\frac{E(q)}{E_0(q)} = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{1-x \cos[\theta(q,1) - \pi/4]} + \frac{1}{1-x \cos[\theta(q,1) + \pi/4]} + \frac{1}{1+x \cos[\theta(q,1) - \pi/4]} + \frac{1}{1+x \cos[\theta(q,1) + \pi/4]} \right]$$

En groupant les termes deux à deux, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{E(q)}{E_0(q)} &= \frac{1}{4} \left[\frac{2}{1-x^2 \cos^2[\theta(q,1) - \pi/4]} + \frac{2}{1-x^2 \cos^2[\theta(q,1) + \pi/4]} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{1 - \frac{x^2}{2} [\cos\theta(q,1) + \sin\theta(q,1)]^2} + \frac{1}{1 - \frac{x^2}{2} [\cos\theta(q,1) - \sin\theta(q,1)]^2} \right] \end{aligned}$$

$$\frac{E(q)}{E_o(q)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^2}{2} \sin 2\theta(q,1)} + \frac{1}{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2} \sin 2\theta(q,1)} \right]$$

$$\boxed{\frac{E(q)}{E_o(q)} = \frac{1 - \frac{x^2}{2}}{1 - x^2 + \frac{x^4}{4} \cos^2 2\theta(q,1)}} \quad (3.25)$$

Les f.e.m. varient avec la position de l'enroulement par rapport au décentrement. Les trois f.e.m. sont inégales, elles forment donc un système déséquilibré, mais le déséquilibre est très faible sauf si x est très voisin de 1.

Pour $x = 0,5$, $\frac{E(q)}{E_o(q)} \max = \frac{7}{6} = 1,167$; $\frac{E(q)}{E_o(q)} \min = \frac{8}{7} = 1,143$

IV.2.2. Machine à 8 pôles

Si $2p = 8$, chaque amplitude est donnée par la somme de 8 termes :

$$\begin{aligned} \frac{E(q)}{E_o(q)} = \frac{1}{8} & \left[\frac{1}{1-x \cos[\theta(q,1)-\pi/8]} + \frac{1}{1-x \cos[\theta(q,1)+\pi/8]} + \right. \\ & + \frac{1}{1-x \cos[\theta(q,1)+3\pi/8]} + \frac{1}{1-x \cos[\theta(q,1)+5\pi/8]} + \\ & + \frac{1}{1-x \cos[\theta(q,1)-\pi/8+\pi]} + \frac{1}{1-x \cos[\theta(q,1)+\pi/8+\pi]} + \\ & \left. + \frac{1}{1-x \cos[\theta(q,1)+3\pi/8+\pi]} + \frac{1}{1-x \cos[\theta(q,1)+5\pi/8+\pi]} \right] \end{aligned}$$

En procédant comme précédemment par groupements des termes deux à deux, on obtient, après simplifications :

$$\boxed{\frac{E(q)}{E_o(q)} = \frac{1 - \frac{3}{2} x^2 + \frac{5}{8} x^4 - \frac{1}{16} x^6}{1 - 2x^2 + \frac{5}{4} x^4 - \frac{x^6}{4} + \frac{x^8}{64} \cos^2 4 \theta(q,1)}} \quad (3.26)$$

IV.2.3. Machines à 12 et 16 pôles

Les calculs effectués pour 2p égal à 12 puis à 16 ont conduit aux résultats suivants:

Pour 2p = 12

$$\frac{E(q)}{E_o(q)} = \frac{1 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{9}{4}x^4 - \frac{7}{8}x^6 + \frac{35}{256}x^8 - \frac{3}{512}x^{10}}{1 - 3x^2 + \frac{27}{8}x^4 - \frac{7}{4}x^6 + \frac{105}{256}x^8 - \frac{9}{256}x^{10} - \frac{1}{1024}x^{12} \cos^2 6\theta(q,1)} \quad (3.27)$$

Pour 2p = 16

$$\frac{E(q)}{E_o(q)} = \frac{1 - \frac{7}{2}x^2 + \frac{39}{8}x^4 - \frac{55}{16}x^6 + \frac{165}{128}x^8 - \frac{63}{256}x^{10} + \frac{21}{1024}x^{12} - \frac{1}{2048}x^{14}}{1 - 4x^2 + \frac{13}{2}x^4 - \frac{11}{2}x^6 + \frac{165}{64}x^8 - \frac{21}{32}x^{10} + \frac{21}{256}x^{12} - \frac{1}{256}x^{14} + \frac{1}{16384}x^{16} \cos^2 8\theta(q,1)} \quad (3.28)$$

IV.2.4. Caractéristiques. Remarques

Les relations (3.25) à (3.28) montrent que les trois f.e.m. totales déphasées deux à deux de $2\pi/3$, ont une amplitude moyenne qui dépend beaucoup de x et peu de $\theta(q,1)$. Cette dépendance de $\theta(q,1)$ fait que les trois f.e.m. sont un peu différentes.

● La différence est due à la présence au dénominateur de $E(q)/E_o(q)$ du terme :

$$\frac{1}{2^{(2p-2)}} x^{2p} \cos^2 p \theta(q,1)$$

Celui-ci a une valeur relative d'autant plus faible que x est lui-même plus faible et que 2p est plus grand.

Le tableau (3.10) montre l'évolution de $E(1)/E_o(1)$, $E(2)/E_o(2)$ et $E(3)/E_o(3)$, pour une machine à 4 pôles quand γ varie de 0 à $\pi/3$. Le calcul au-delà de $\pi/3$ est inutile puisque :

$$E(1)_{\gamma+\pi/3} = E(2)_{\gamma} ; E(1)_{\gamma+2\pi/3} = E(3)_{\gamma} ; E(1)_{\gamma+\pi} = E(1)_{\gamma}$$

Les calculs ont été effectués d'abord pour x = 0,2 puis pour x = 0,5.

γ°	$x = 0,2$			$x = 0,5$		
	$\frac{E(1)}{E_0(1)}$	$\frac{E(2)}{E_0(2)}$	$\frac{E(3)}{E_0(3)}$	$\frac{E(1)}{E_0(1)}$	$\frac{E(2)}{E_0(2)}$	$\frac{E(3)}{E_0(3)}$
0°	1,02041	1,02073	1,02073	1,14286	1,16062	1,16062
10°	1,02046	1,02058	1,02082	1,14559	1,15258	1,16593
20°	1,02058	1,02046	1,02082	1,15258	1,14559	1,16593
30°	1,02073	1,02041	1,02073	1,16062	1,14286	1,16062
40°	1,02082	1,02046	1,02058	1,16593	1,14559	1,15258
50°	1,02082	1,02058	1,02046	1,16593	1,15258	1,14559
60°	1,02073	1,02073	1,02041	1,16062	1,16062	1,14286

Tableau (3.10)

(2p = 4)

Le tableau (3.11) montre l'évolution des amplitudes des trois f.e.m. pour une machine à 8 pôles, quand γ varie de 0 à $\pi/6$, dans le cas d'un décentrement relatif x égal à 0,5.

γ°	$E(1)/E_0(1)$	$E(2)/E_0(2)$	$E(3)/E_0(3)$
0°	1,15464	1,15473	1,15473
5°	1,15465	1,15469	1,15476
10°	1,15469	1,15465	1,15476
15°	1,15473	1,15464	1,15473
20°	1,15476	1,15465	1,15469
25°	1,15476	1,15469	1,15465
30°	1,15473	1,15473	1,15464

Tableau (3.11)

(2p = 8)

On voit que, pour $2p$ égal à 8 et, à plus forte raison, pour les valeurs supérieures du nombre de pôles, on peut négliger l'écart entre les f.e.m. des trois phases et considérer que les f.e.m. forment un système équilibré direct.

● La valeur moyenne des amplitudes, avec laquelle on confond donc la valeur de celle-ci quand p est suffisant, s'obtient en prenant la valeur moyenne du terme :

$$\frac{1}{2^{(2p-2)}} x^{2p} \cos^2 p\theta(q,1), \text{ soit } \frac{1}{2} \frac{1}{2^{(2p-2)}} x^{2p}$$

ce qui donne :

Pour $2p = 4$,

$$\frac{E(q)}{E_0(q)} = \frac{1 - \frac{1}{2} x^2}{1 - x^2 + \frac{1}{8} x^4},$$

Pour $2p = 8$,

$$\frac{E(q)}{E_0(q)} = \frac{1 - \frac{3}{2} x^2 + \frac{5}{8} x^4 - \frac{1}{16} x^6}{1 - 2x^2 + \frac{5}{4} x^4 - \frac{1}{4} x^6 + \frac{1}{128} x^8},$$

Pour $2p = 12$,

$$\frac{E(q)}{E_0(q)} = \frac{1 - \frac{5}{2} x^2 + \frac{9}{4} x^4 - \frac{7}{8} x^6 + \frac{35}{256} x^8 - \frac{3}{512} x^{10}}{1 - 3x^2 + \frac{27}{8} x^4 - \frac{7}{4} x^6 + \frac{105}{256} x^8 - \frac{9}{256} x^{10} + \frac{1}{2048} x^{12}}, \dots$$

Le tableau (3.12) donne, pour x allant de 0 à 0,65, les valeurs ainsi calculées de $E(q)/E_0(q)$ pour $2p$ égal à 4, 6, 8, ... Il montre que, du moins pour les valeurs de x inférieures à 0,65, le rapport de la f.e.m. totale par phase à celle qu'on aurait en l'absence de décentrement est pratiquement **indépendant du nombre de pôles**.

On a tracé (figure 3.12) la caractéristique unique donnant $E(q)/E_0(q)$ en fonction de x . Quel que soit p , on peut prendre pour ce rapport la valeur calculée pour $2p = 4$, soit :

$$\boxed{\frac{E(q)}{E_0(q)} = \frac{1 - \frac{1}{2} x^2}{1 - x^2 + \frac{1}{8} x^4}} \quad (3.29)$$

Le rapport $E(q)/E_0(q)$ croît avec x ; ceci est dû au fait que l'augmentation des f.e.m. induites dans les enroulements situés aux endroits où le décentrement réduit l'entrefer est plus forte que la diminution des f.e.m. induites dans les enroulements situés face à un entrefer accru (voir figures 3.5 et 3.6).

x	2p=4	2p=6	2p≥8
0	1	1	1
0,05	1,00125	1,00125	1,00125
0,10	1,00504	1,00504	1,00504
0,15	1,01144	1,01144	1,01144
0,20	1,02062	1,02062	1,02062
0,25	1,03279	1,03279	1,03279
0,30	1,04828	1,04828	1,04828
0,35	1,06752	1,06752	1,06752
0,40	1,09108	1,09109	1,09109
0,45	1,11976	1,11978	1,11978
0,50	1,15464	1,15470	1,15470
0,55	1,19721	1,19737	1,19737
0,60	1,24962	1,25000	1,25000
0,65	1,31499	1,31589	1,31590

Tableau (3.12) (Valeurs de $E(q)/E_0(q)$)

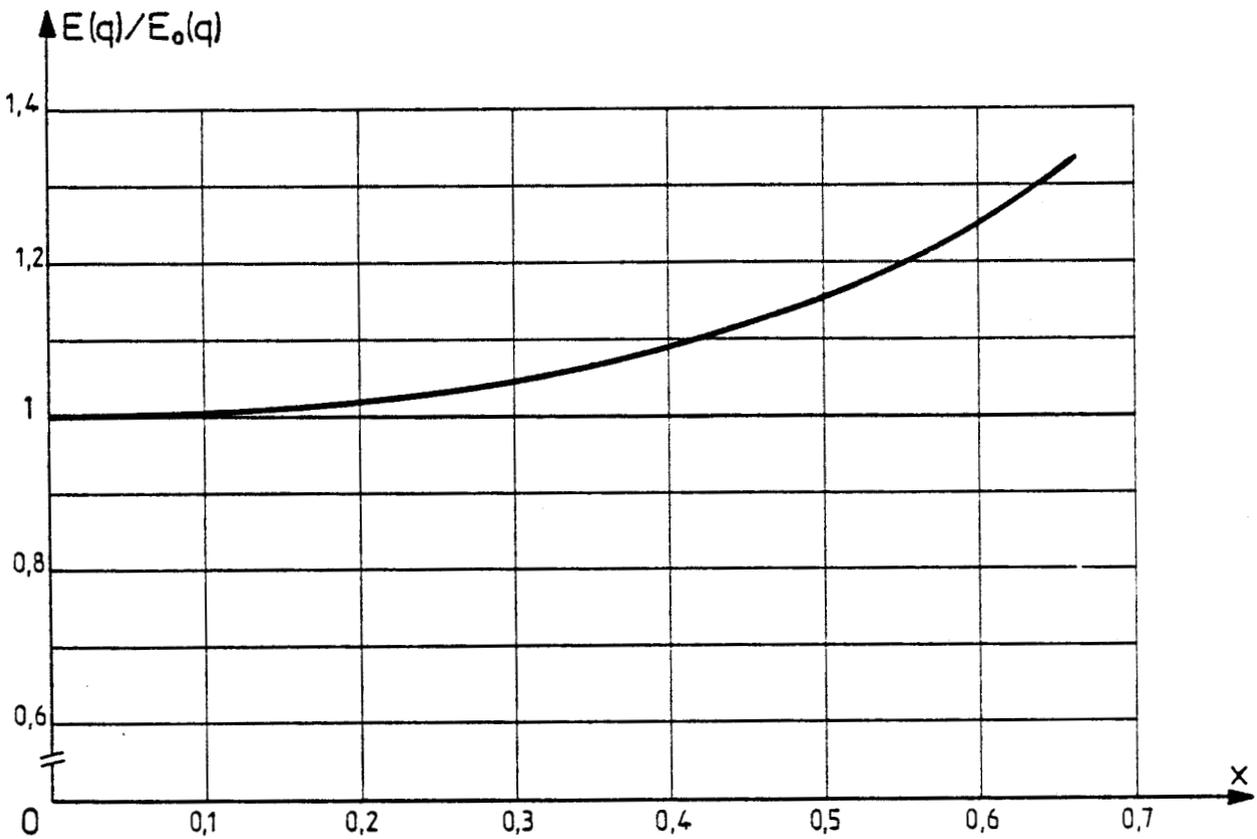


Figure 3.12



IV.3. Réaction d'induit - Attraction magnétique radiale en charge

Même lors d'un décentrement les f.e.m. de la machine forment un système équilibré. Si le réseau qui l'alimente (marche en moteur synchrone) ou sur lequel elle débite (marche en alternateur) applique à ses bornes des tensions équilibrées, les courants dans les enroulements statoriques seront eux-mêmes équilibrés.

Pour voir, du moins approximativement, l'influence de la réaction magnétique d'induit sur l'attraction magnétique radiale, nous utiliserons la façon de présenter la réaction d'induit qu'utilisent G. SEGUIER, F. NOTELET, et J. LESENNE [8] [9] dans leurs ouvrages. Dans ce paragraphe, adoptant les notations voisines des leurs, nous désignerons par :

θ_i , l'angle interne

ψ_i , le déphasage entre la f.e.m. \bar{E}_J que produirait le courant d'excitation J agissant seul, et le courant \bar{I} dans la même phase.

IV.3.1. Force magnétomotrice tournante

Les enroulements statoriques parcourus par des courants équilibrés créent une f.m.m. de réaction d'induit normale, c'est-à-dire tournant à la vitesse synchrone et présentant, à I donné et si m est suffisant, une amplitude constante et une forme d'onde sinusoïdale.

L'inducteur donne une f.m.m. alternativement positive et négative suivant la nature des pôles, tournant elle aussi à la vitesse synchrone.

Pour composer ces deux f.m.m., fonctions alternatives de l'espace, de même longueur d'onde (une double distance polaire) on prend leur fondamental. On peut composer les vecteurs qui les représentent :

ϵ_J représentant la f.m.m. créée par le courant J ,

ϵ_I représentant la f.m.m. créée par les courants I pour obtenir le vecteur représentant la f.m.m. résultante ϵ_r .

L'étude de la position relative des deux f.m.m. composantes montre que ϵ_I est décalé de $\pi/2 + \psi_i$ en arrière de ϵ_J .

Cette composition donne le diagramme des f.m.m. de la figure (3.13) tracé pour un alternateur. A vide, l'induction dans l'entrefer est due à ϵ_J , en charge elle est due à ϵ_r décalé en arrière d'un angle qui, nous allons le voir, diffère peu de θ_i .

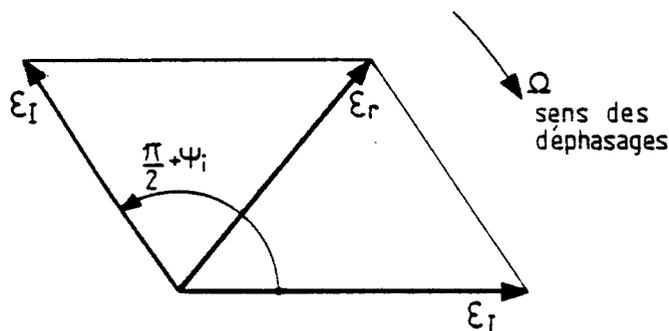


Figure 3.13

Les f.m.m. et leur composition ne font pas intervenir l'épaisseur d'entrefer, donc le décentrement.

IV.3.2. Amplitude de l'induction résultante

Si la tension \bar{V} aux bornes est constante, la f.e.m. résultante varie très peu avec la charge.

A vide $\bar{V} = \bar{E}_J$, \bar{E}_J étant la f.e.m. correspondant au seul courant d'excitation J ou à la seule f.m.m. ϵ_J .

En charge,

$$\bar{E}_r = \bar{V} + R\bar{I} + j l\omega\bar{I}$$

R, désignant la résistance de l'induit,

$l\omega$, sa réactance cyclique de fuites par phase.

$R\bar{I}$ et $l\omega\bar{I}$ sont très faibles devant V et E_r diffère peu de V. Même en présence d'un décentrement, à tension V constante, la f.e.m. résultante est pratiquement la même à vide et en charge, mais alors elle est due à ϵ_r et non plus à ϵ_J .

La figure (3.14) représente le diagramme des tensions. A vide, on a rappelé que E_J était dû à ϵ_J . En charge E_r est dû à ϵ_r ; on a rappelé que ϵ_r était la résultante de ϵ_J et ϵ_I . Puisqu'il s'agit d'un diagramme de Fresnel on a placé ϵ_I en retard de $\pi/2 + \psi_i$ par rapport à ϵ_J dans le sens des déphasages.

Si la f.e.m. à vide et en charge est supposée la même, l'amplitude de l'onde d'induction qui la crée est la même également. La seule différence tient à la position des pôles inducteurs.

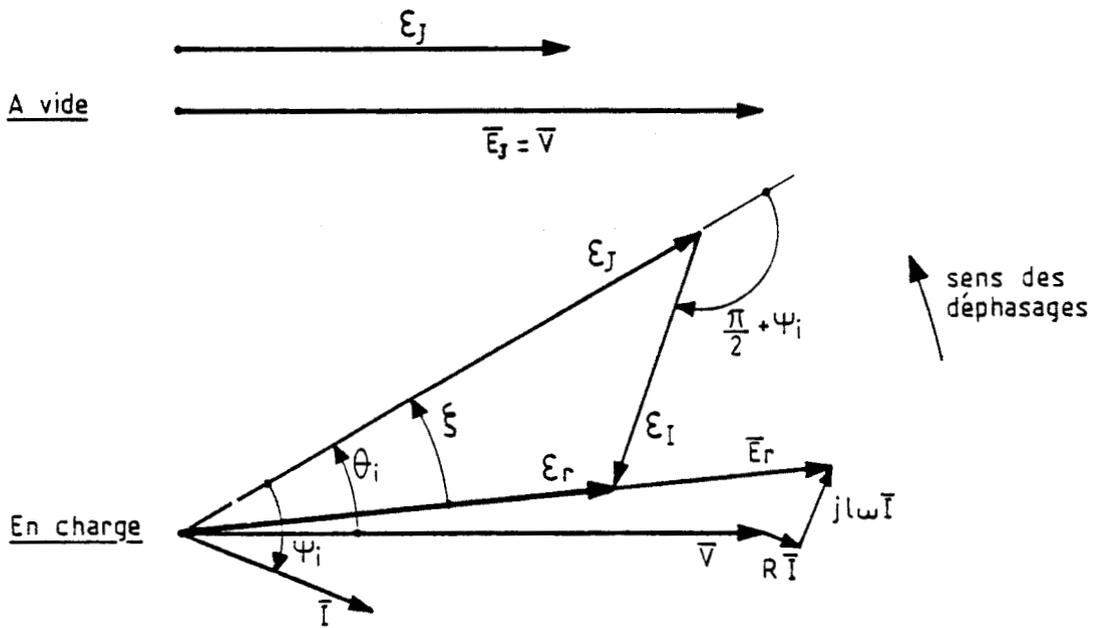


Figure 3.14

A vide, face à un maximum d'induction, on trouve un pôle Nord. En charge, les pôles Nord sont décalés d'un angle électrique ζ en avant (pour la marche en alternateur) des maxima de l'onde d'induction.

Si RI et ωI sont négligeables devant V ,

$$\zeta = \theta_i$$

Avec l'origine des temps prise (passage d'un pôle Sud face à l'axe du décentrement), on a :

$$\text{à vide : } B(t, \theta) = -B_{mo} \frac{\cos(p\theta - \omega t)}{1 - x \cos\theta}$$

$$\text{en charge : } B(t, \theta) = -B_{mo} \frac{\cos(p\theta - \omega t - \theta_i)}{1 - x \cos\theta}$$

IV.3.3. Attraction magnétique radiale dans le cas où le rotor est lisse

Les remarques qui précèdent s'appliquent directement aux machines à rotor lisse, à enroulements statoriques et rotoriques répartis dans des encoches. D'ailleurs les constructions vectorielles des figures (3.13) et (3.14) correspondent à celles utilisées pour établir le diagramme à réactance synchrone ou le diagramme de Potier.

A vide, l'onde d'induction, limitée par les courbes enveloppes $\pm B_{mo} / (1 - x \cos \theta)$ a ses maxima et ses minima qui correspondent aux axes des pôles (schématisés sur la figure (3.15) par de grosses flèches). A l'instant $t = 0$ (tracés en traits pleins) il y a un pôle Sud face à l'axe du décentrement. A l'instant t , les pôles ont avancé d'un angle Ωt (tracés en traits interrompus).

En charge, les maxima et les minima de l'onde d'induction sont aux mêmes endroits aux mêmes instants, si on suppose \bar{E}_r en charge en phase avec \bar{E}_j à vide. Les pôles sont simplement décalés de θ_i/p en avant.

Si la tension aux bornes est la même, les f.e.m. à vide et en charge ont pratiquement la même valeur, l'attraction magnétique est à chaque instant et en tout point de l'entrefer pratiquement la même : on peut considérer que l'attraction radiale résultante est inchangée.

IV.3.4. Attraction magnétique radiale dans le cas où le rotor est à pôles saillants

Pour les machines synchrones à pôles saillants, il est plus difficile de tenir compte de la réaction d'induit, même en l'absence de décentrement, car :

- la perméance de l'entrefer varie,
- la f.m.m. de l'inducteur n'est pas à répartition sinusoïdale puisque l'enroulement inducteur est constitué d'une bobine unique par pôle.

- Toutefois, si le nombre m d'encoches par pôle et par phase du stator est suffisant, la f.e.m. est due au fondamental de l'onde d'induction. Si la tension aux bornes est constante, la f.e.m. à vide et la f.e.m. en charge sont pratiquement égales, le fondamental de l'onde d'induction peut être supposé constant.

- Sans tenir compte du décentrement, nous avons tracé en haut de la figure (3.16) l'allure de l'onde d'induction à vide $B_j(\theta)$ et celle de son fondamental $B_{f(j)}(\theta)$.

Au dessous nous avons tracé, pour le fonctionnement en charge, une onde sinusoïdale $B_{fr}(\theta)$ de même amplitude que celle qu'on avait à vide. Nous l'avons décomposée en deux ondes fondamentales $B_{fj}(\theta)$ et $B_{fI}(\theta)$ correspondant l'une à l'effet de l'inducteur, l'autre à celui de la réaction d'induit. De ces fondamentaux, compte tenu de la variation de l'épaisseur d'entrefer due à la forme des pôles, nous avons déduit l'allure des courbes $B_j(\theta)$ et $B_I(\theta)$, puis celle de la somme algébrique $B_r(\theta)$ de ces deux inductions.

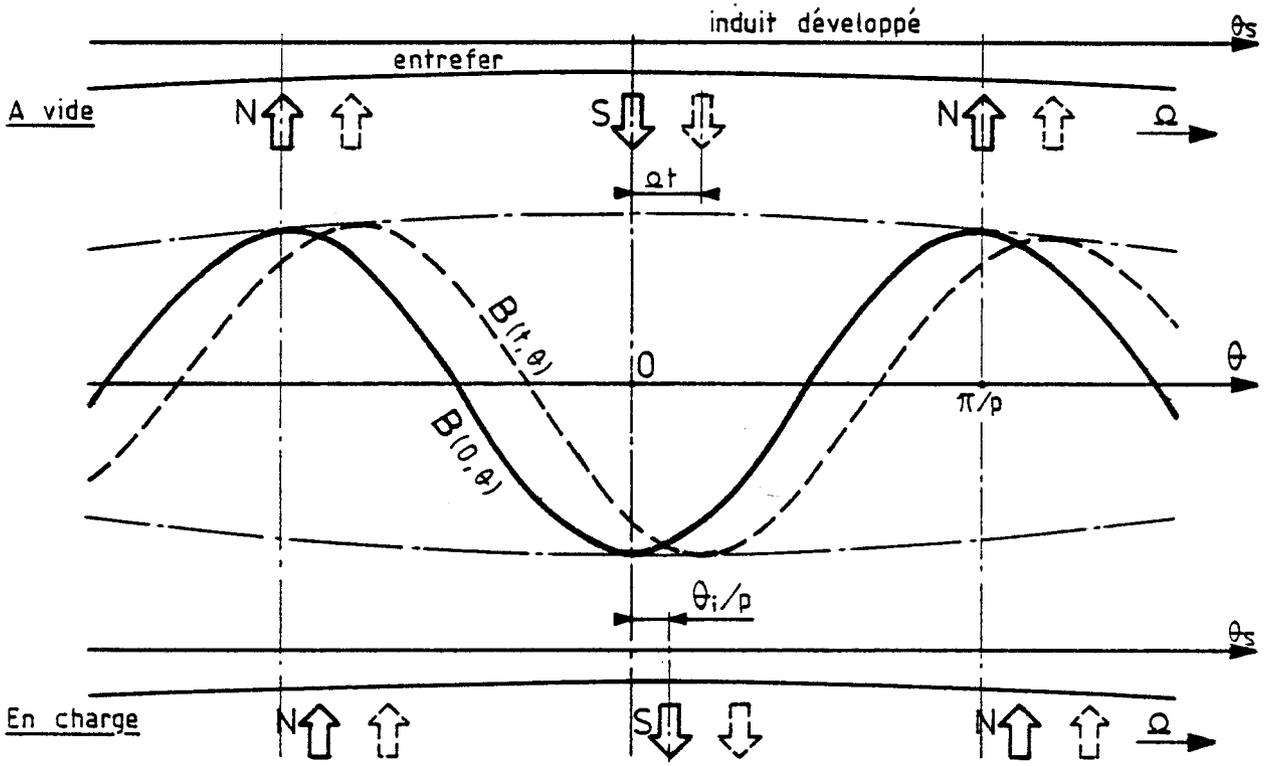


Figure 3.15

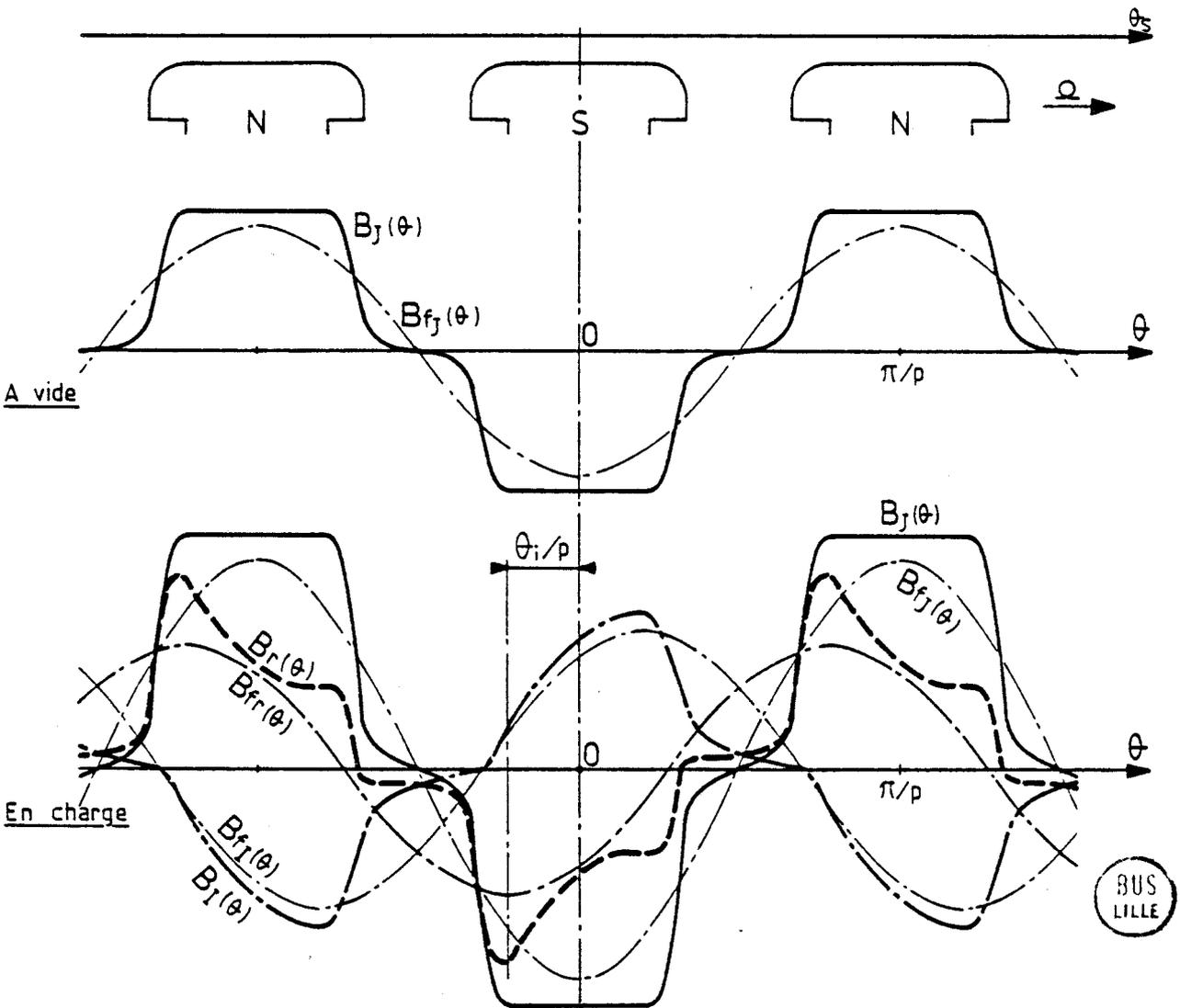


Figure 3.16

La comparaison des courbes $B_j(\theta)$ à vide et $B_r(\theta)$ en charge montre le phénomène bien connu de la **distorsion** de l'onde d'induction des machines à pôles saillants **par réaction transversale d'induit**.

S'il n'y avait que la réaction longitudinale, l'augmentation du courant d'excitation, nécessaire pour compenser celle-ci conduirait à une onde d'induction en charge très voisine de ce qu'elle était à vide.

- A cause de la réaction transversale, à valeur égale du fondamental, l'induction en charge est augmentée sous une corne polaire, diminuée sous l'autre. L'attraction magnétique étant proportionnelle au carré de l'induction, l'élévation au carré amplifie l'effet de l'augmentation et atténue celui de la réduction.

Lorsque le rotor est décentré, ce phénomène se superpose à celui de la modulation de l'amplitude de l'onde d'induction par la variation de l'épaisseur d'entrefer, mais il subsiste.

Un programme de calcul analogue à celui que nous allons développer pour le couplage en parallèle des enroulements d'une même phase pourrait être établi pour étudier cette **augmentation de l'attraction radiale en charge des machines à pôles saillants**. Toutefois, compte tenu de l'importance habituelle de la réaction transversale d'induit, on peut évaluer à 20% environ l'augmentation d'attraction qui en résulte à pleine charge.

B I B L I O G R A P H I E

-0-0-0-0-

- [1] : G. KOUSKOFF
Construction des machines électriques
Cours de l'ENSEM de Nancy, 1952
- [2] : A. GRAY, J.G. PERTSCH
Critical review of the bibliography on unbalanced magnetic pull in
dynamo-electric machines.
Bulletin A.I.E.E., 1918, p 1417-1424.
- [3] : E. ROSENBERG
Magnetic pull in electric machines
Bulletin A.I.E.E., 1918 p 1425-1469
- [4] : A. GUILBERT
Machines synchrones
Dunod éd., Paris, 1965
- [5] : E. ARNOLD
Machine dynamo à courant continu
2 tomes, Librairie Polytechnique Ch. Béranger, Paris, 1906
- [6] : R.C. ROBINSON
The calculation of unbalanced pull in synchronous and induction motors.
Transactions of I.E.E., Oct. 1943, Vol. 62, p 620-623
- [7] : M. KRONDL
Les vibrations radiales autoexcitées du rotor de machines à induction
à voies d'enroulements parallèles
Bull. de l'Assoc. Suisse des Electriciens, n°13, JUIN 1956,
p 581-588
- [8] : G. SEGUIER, F. NOTELET
Electrotechnique industrielle
Ed. Technique et Documentation, Paris, 1977
- [9] : J. LESENNE, F. NOTELET, G. SEGUIER
Introduction à l'électrotechnique approfondie.
Ed. Technique et Documentation, Paris, 1980.

TABLE DES MATIERES

PREMIERE PARTIE : INFLUENCE DU DECENTREMENT SUR L'ATTRACTION MAGNETIQUE RADIALE ET SUR LES FORCES ELECTROMOTRICES DES MACHINES SYNCHRONES

AVANT-PROPOS

CHAPITRE 1 - INTRODUCTION	1
I. Présentation du sujet	1
II. Etude bibliographique	2
III. Présentation de notre étude	3
CHAPITRE 2 - ATTRACTION MAGNETIQUE RADIALE EN L'ABSENCE DE TOUT COURANT STATORIQUE	6
I - Forces magnétomotrices appliquées aux entrefers	7
I.1. Préliminaire : variation de l'épaisseur d'entrefer	7
I.2. Hypothèses simplificatrices	9
I.3. F.m.m. appliquées aux entrefers pour les premières valeurs de p	11
I.3.1. Machine bipolaire	11
I.3.2. Machine tétrapolaire	13
I.3.3. Machine hexapolaire	19
I.4. Généralisation à la machine à 2p pôles	26
I.4.1. Egalité des f.m.m. appliquées aux entrefers situés sous les pôles de même nature	26
I.4.2. Relation entre les deux groupes de f.m.m. quand un axe interpolaire est dans l'axe du décentrement	28
I.4.3. Relation entre les deux groupes de f.m.m. quand l'axe d'un pôle est dans l'axe du décentrement	29
I.5. Conclusion - Extension de la règle proposée	37

II - Induction - Force d'attraction radiale	41
II.1. Répartition de l'induction en créneaux	41
II.1.1. Repérage de la position des pôles	41
II.1.2. Schématisation de l'onde d'induction	42
II.1.3. Expression de la force d'attraction magnétique radiale	42
II.1.4. Expression simplifiée de la force dans le cas de faibles décentrement	45
II.1.5. Force donnée par l'expression non simplifiée	47
II.1.6. Prise en compte de la variation de l'épaisseur d'entrefer sous un même pôle	54
II.2. Répartition sinusoïdale de l'induction	59
II.2.1. Calcul par le premier procédé	60
II.2.2. Calcul par le second procédé	65
 CHAPITRE 3 - FORCES ELECTROMOTRICES INDUITES DANS LES ENROULEMENTS STATORIQUES	 71
I - Positions géométriques des enroulements statoriques	73
I.1. Repérage dans le système d'axes $O_S X, O_S Y'$	73
I.1.1. Axes des enroulements	73
I.1.2. Repérage des côtés des sections	74
I.2. Passage du repère $XO_S Y'$ au repère $XO_R Y$	75
II. Forces électromotrices induites dans les sections	78
II.1. Expression de la f.e.m.	78
II.2. Base de comparaison - Paramètres	80
II.3. Variation de l'amplitude	81
II.4. Variation de la phase	84
III. Forces électromotrices induites dans les enroulements	89
III.1. Expression des forces électromotrices	89
III.2. Amplitude et phase de référence	90
III.3. Variation de l'amplitude	91
III.4. Variation de la phase	94
III.5. Les différences de forces électromotrices	94

IV. Forces électromotrices totales	98
IV.1. Expression de l'amplitude des f.e.m.	98
IV.2. Evolution des amplitudes en fonction du nombre de pôles	100
IV.2.1. Machine à 4 pôles	100
IV.2.2. Machine à 8 pôles	101
IV.2.3. Machines à 12 et 16 pôles	102
IV.2.4. Caractéristiques - Remarques	102
IV.3. Réaction d'induit - Attraction magnétique radiale en charge	106
IV.3.1. Force magnétomotrice tournante	106
IV.3.2. Amplitude de l'induction résultante	107
IV.3.3. Attraction magnétique radiale dans le cas où le rotor est lisse	108
IV.3.4. Attraction magnétique radiale dans le cas où le rotor est à pôles saillants	109

