

50376  
1982  
161

50376  
1982  
161

# THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

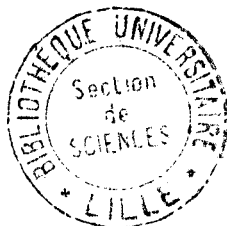
**DOCTEUR - INGÉNIEUR**

par

Abdelmoula BAHRI

Ingénieur ENIT

## RÉDUCTION DE L'ATTRACTION MAGNÉTIQUE RADIALE DES MACHINES SYNCHRONES PAR LE COUPLAGE EN PARALLÈLE DES ENROULEMENTS STATORIQUES



Soutenue le 25 juin 1982 devant la Commission d'Examen

MM.	P. BERGOUGNAN	Président
	G. SEGUIER	Rapporteur
	M. MORIAMEZ	Examineur
	F. NOTELET	Examineur
	J. LESENNE	Examineur
	M. LECLERQ	Examineur

## AVANT-PROPOS

Les recherches dont les résultats sont présentés dans ce mémoire ont été effectuées au Laboratoire "Applications des Redresseurs de Puissance" de l'Université des Sciences et Techniques de Lille. Ce travail entre dans le cadre d'une étude sur la "Réduction de l'attraction magnétique radiale due au décentrement du rotor des machines synchrones" pour laquelle la Société Jeumont-Schneider et l'Université de Lille I ont bénéficié d'un contrat d'aide DGRST. Nous avons traité à deux, Mademoiselle Sophia BEN CHAABANE et moi-même, l'aspect théorique de cette étude. Mademoiselle BEN CHAABANE en a présenté la première partie, j'en présente la seconde.

Le sujet a été proposé par la Société Jeumont-Schneider. Au cours d'un stage dans ses bureaux d'études elle nous a aidé à bien préciser le problème. Elle a ensuite suivi avec beaucoup d'attention l'avancement de notre étude. Je suis heureux que Monsieur P. BERGOUGNAN, Directeur Technique, ait accepté de présider le Jury auquel je soumetts ce mémoire. Je remercie vivement Monsieur M. LECLERCQ, Ingénieur Principal, Chef du Service Machines Synchrones qui a directement suivi notre étude.

Je tiens à témoigner ma très profonde reconnaissance à Monsieur le Professeur G. SEGUIER qui a dirigé notre travail avec beaucoup d'attention, nous consacrant tout le temps nécessaire pour nous aider à surmonter les nombreuses difficultés auxquelles nous nous sommes heurtés.

Je remercie Messieurs les Professeurs F. NOTELET et J. LESENNE qui ont bien voulu examiner notre travail.

Madame C. LEMAIRE et Monsieur J. HOUZE ont assuré la réalisation pratique de ce mémoire, qu'ils soient assurés de ma vive gratitude.

## CHAPITRE 1'

<p>COUPLAGE EN PARALLELE DES ENROULEMENTS. FORCES ELECTROMOTRICES DE CIRCULATION.</p>
---

Nous avons montré précédemment qu'un décentrement du rotor par rapport à l'axe du stator d'une machine synchrone crée une attraction magnétique radiale résultante. Ce décentrement est aussi l'origine de différences de phase, mais surtout d'amplitude entre les f.e.m. induites dans les divers enroulements statoriques d'une même phase.

Si l'on met ces enroulements en parallèle et non plus en série, ces écarts font circuler des courants dans les enroulements, que la machine soit à vide ou en charge. Ce sont ces différences de f.e.m., ou f.e.m. de circulation, qui font l'objet du présent chapitre.

Nous verrons ensuite quelle force magnétomotrice les courants de circulation créent le long de l'entrefer. Cette f.m.m. produit une induction qui, en se composant avec celle créée par l'inducteur, donne l'induction résultante. A celle-ci, si l'effet escompté du couplage en parallèle des enroulements est obtenu, correspond une force d'attraction magnétique radiale moindre que celle que nous avons calculée en l'absence de courants de circulation.

### I - MODES DE COUPLAGE DES ENROULEMENTS

Sur une machine multipolaire à bobinage par pôles conséquents, les  $p$  enroulements d'une même phase peuvent être mis en parallèle de plusieurs façons. Les critères qui peuvent conduire à opter pour tel ou tel schéma de couplage sont les suivants :

- le taux élevé de la réduction de la force d'attraction magnétique radiale.
- la répartition uniforme le long de l'entrefer de l'ensemble des voies en parallèle des trois phases.
- la facilité de la mise en oeuvre du couplage, notamment l'emploi de connexions courtes.

#### I.1. Couplage avec a voies en parallèle

Pour une machine ayant  $p$  enroulements par phase, on peut réaliser un schéma de couplage comportant  $a$  voies en parallèle identiques, à condition que  $p/a$  soit entier.

• Pour que les connexions soient courtes, on met dans chaque voie les enroulements voisins. La figure (1.1) schématise le bobinage de la phase 1 avec ses  $p$  enroulements ( $k$  indiquant le numéro de l'enroulement, va de 1 à  $p$ ) répartis en  $a$  voies (on indiquera par  $l$  le numéro de la voie). La voie 1 comporte les enroulements 1, 2, ...,  $p/a$  ; la voie  $l$  les enroulements  $(l-1)\frac{p}{a} + 1, (l-1)\frac{p}{a} + 2, \dots, l\frac{p}{a}$ .

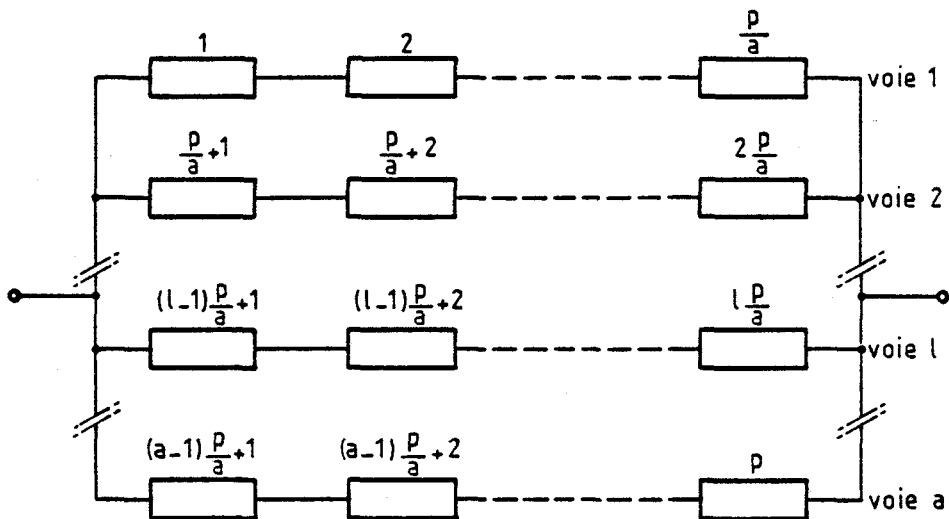


Figure 1.1

• Pour que l'effet du couplage en parallèle soit aussi indépendant que possible de la direction du décentrement, qui peut être quelconque, il faut que l'ensemble formé par les voies en parallèle des 3 phases soit réparti aussi uniformément que possible.

Prenons, par exemple, le cas d'une machine à 8 paires de pôles, dont on veut coupler les 8 enroulements statoriques en 2 voies en parallèle par phase. Si pour la phase 1 (figure 1'.2.a) la première voie comporte les enroulements 1, 2, 3, 4, la seconde les enroulements 5, 6, 7, 8 ; le courant de circulation parcourt les premiers dans un sens, les autres en sens inverse. Le couplage en parallèle équivaut à la réalisation d'une bobine ayant un axe tel que les enroulements d'une voie soient d'un côté, ceux de l'autre voie de l'autre côté.

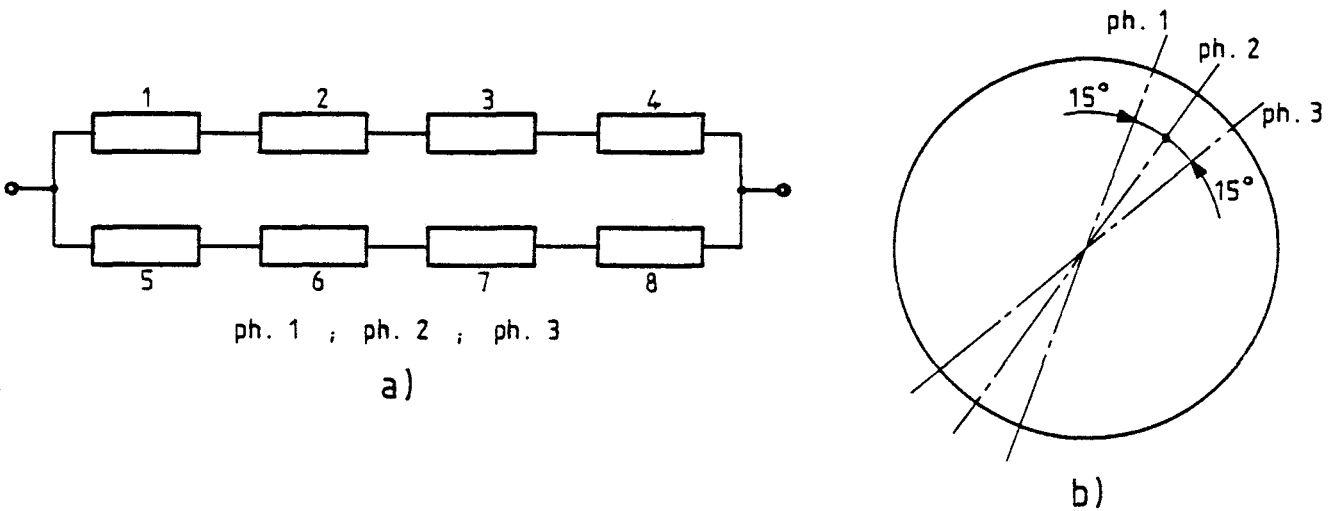


Figure 1'.2

- Si on couplait les bobines des deux autres phases en mettant dans les mêmes voies les mêmes enroulements (1, 2, 3, 4 et 5, 6, 7, 8), deux enroulements de même rang appartenant à deux phases étant décalés de  $2\pi/3p$ , soit ici de  $15^\circ$ , les bobines équivalentes aux trois phases en ce qui concerne les courants de circulation auraient leurs axes décalés de  $15^\circ$  (figure 1'.2.b). L'effet du couplage en parallèle est très tributaire de la direction du décentrement par rapport à ces bobines équivalentes qui ont des axes voisins.

- Au contraire (figure 1'.3) si on met en parallèle pour la première phase les enroulements 1, 2, 3, 4, et 5, 6, 7, 8 ; pour la seconde phase les enroulements 2, 3, 4, 5 et 6, 7, 8, 1 ; pour la troisième phase les enroulements 3, 4, 5, 6 et 7, 8, 1, 2 ; les axes des trois circuits des courants de circulation sont décalés de  $\frac{2\Pi}{3p} + \frac{2\Pi}{p}$ , soit ici de  $60^\circ$ . Ils sont régulièrement répartis sur le développement périphérique de l'induit.

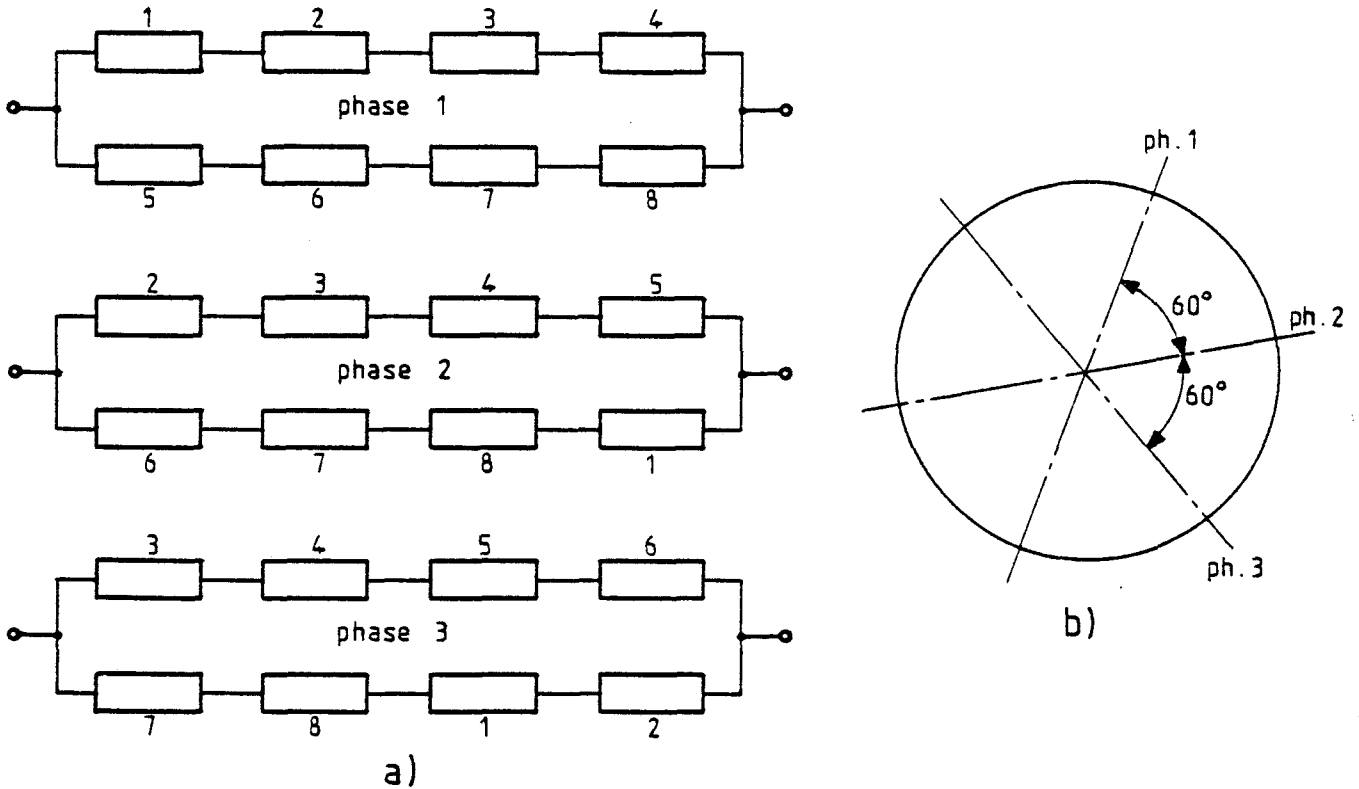


Figure 1.3

- D'une façon générale, repérons par  $k_1$  le premier enroulement de la première voie de la phase 1, par  $k_2$  le premier enroulement de la première voie de la phase 2, et par  $k_3$  le premier enroulement de la première voie de la phase 3. Pour ce qui est des circuits des courants de circulation, ceux de la phase 2 seront décalés de  $\frac{2\Pi}{3p} + (k_2 - k_1) \frac{2\Pi}{p}$  par rapport à ceux de la phase 1, alors que ceux de la phase 3 le seront de  $\frac{4\Pi}{3p} + (k_3 - k_1) \frac{2\Pi}{p}$ .

• Si ce décalage entre les phases 1 et 2 est de  $\Pi/3$  ou de  $2\Pi/3$  (ou exclusif), et si  $(k_3 - k_1) = 2(k_2 - k_1)$ , alors pour les trois phases les circuits des courants de circulation seront régulièrement répartis le long de l'induit. Pour que la première condition soit satisfaite, il faut que :

$$(k_2 - k_1) \frac{2\Pi}{p} + \frac{2\Pi}{3p} = \frac{\Pi}{3} \text{ ou } \frac{2\Pi}{3}$$

d'où :

$$\boxed{k_2 - k_1 = \frac{(2p \text{ ou } p) - 2}{6}} \quad (1'.1)$$

La deuxième condition donne alors :

$$k_3 - k_1 = \frac{(2p \text{ ou } p) - 2}{3}$$

Vu que  $(k_2 - k_1)$  et  $(k_3 - k_1)$  doivent être entiers, il faut nécessairement que :

- $p = 3K + 1$  ( $p = 4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots$ )
- ou  $p = 6K + 2$  ( $p = 2, 8, 14, 20, \dots$ )

(K étant entier)

Ces conditions excluent les cas où :

- $p = 3K$  ( $p = 3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots$ )
- et  $p = 6K + 5$  ( $p = 5, 11, 17, \dots$ )

● Si  $p$  est multiple de 3, tous les  $\Pi/3$  on trouve des axes d'enroulements appartenant à la même phase. Malgré cela, il est possible de réaliser des couplages donnant une répartition régulière des circuits en parallèle, à la seule condition que le nombre  $p/a$  d'enroulements par voie ne soit pas multiple de 3. Il en découle que :

$$\boxed{k_2 - k_1 = \frac{1}{3} [(2 \frac{p}{a} \text{ ou } \frac{p}{a}) - 1]} \quad (1'.1')$$

et

$$k_3 - k_1 = \frac{2}{3} [(2 \frac{p}{a} \text{ ou } \frac{p}{a}) - 1]$$

● Si  $p = 6K + 5$ , cela correspond alors à un nombre premier d'enroulements par phase, où l'unique mise en parallèle possible sera celle présentant  $p$  voies à un enroulement chacune.

#### Remarques

1) Pour une machine à  $p$  enroulements par phase, on peut toujours obtenir une répartition régulière des  $3a$  voies parallèles, à la seule condition que le quotient  $p/a$  soit entier et non multiple de 3.

2) Si l'on désire réaliser  $p$  voies parallèles par phase, il est plus commode de prendre  $k_1=k_2=k_3=1$ . Ainsi, chaque voie portera le même numéro que celui de l'unique enroulement qui la constitue.

3) Le tableau (1'.1) établi en prenant  $k_1=1$ , donne en fonction de  $p$  les valeurs de  $k_2$  et  $k_3$  correspondant à une répartition régulière des  $3a$  voies parallèles.

$p$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	Observations
4	1	2	3	a quelconque
6	1	2	3	$a = 3$
8	1	2	3	a quelconque
10	1	4	7	a quelconque
12	1	2	3	$a = 3$ et $a = 6$
14	1	3	5	a quelconque
15	1	4	7	$a = 3$
16	1	6	11	a quelconque
18	1	2	3	$a = 9$
20	1	4	7	a quelconque

Tableau (1'.1)

On a éliminé de ce tableau les cas où  $p$  est un nombre premier, et ceux où,  $p$  étant multiple de 3, le seul couplage offrant une répartition régulière correspond à  $a = p$ .

### I.2. Couplage avec plusieurs groupes d'enroulements en parallèle par phase

● Pour certaines valeurs du nombre  $p$  de paires de pôles, il existe plusieurs valeurs de  $a$  rendant entier le rapport  $p/a$ , donc diverses valeurs possibles de  $a$  (Pour  $p = 8$ ,  $a = 2, 4$  et  $8$  ; pour  $p = 12$ ,  $a = 2, 3, 4, 6$  et  $12$  ; pour  $p = 16$ ,  $a = 2, 4, 8$  et  $16$  ; ...)

Le couplage à  $p$  voies en parallèle par phase est très efficace en ce qui concerne les courants de circulation. En effet, chaque enroulement formant à lui seul une voie, le courant de circulation est très fort dans les enroulements situés face au minimum et au maximum d'entrefer. Quand  $a$  diminue, le nombre d'enroulements par voie augmente. Sur la figure (1'3) par exemple, si l'entrefer est minimum face à l'enroulement 1 de la phase 1, cet



enroulement est en série avec d'autres face auxquels l'entrefer est plus grand ; la f.e.m. totale dans cette voie est alors inférieure à 4 fois celle induite dans l'enroulement 1 ; le courant de circulation est diminué dans l'enroulement 1, augmenté dans 2 et 3, inversé dans 4, et l'effet des courants de circulation quant à la réduction de l'attraction radiale diminue.

• Pour pallier cette diminution quand  $p/a$  augmente, on peut former chaque phase par la mise en série de plusieurs groupes d'enroulements en parallèle.

Ainsi, pour  $p = 8$  et  $a = 2$ , au lieu d'avoir par phase 2 voies de 4 enroulements chacune complètement distinctes (figure 1'.3), on pourra mettre en série 2 groupes comptant chacun 2 fois 2 enroulements en parallèle (figure 1'.4.b), ou même 4 groupes comptant chacun 2 enroulements en parallèle (figure 1'.4.c).

Pour que cette subdivision en groupes qui, nécessitant des connexions supplémentaires et complique la réalisation du bobinage en augmentant son coût, soit intéressante, il faut mettre en parallèle des enroulements régulièrement espacés le long de l'entrefer. S'il n'y en a que deux par groupe, on mettra en parallèle des enroulements diamétralement opposés.

La figure (1'.4) montre pour  $p = 8$ , les divers couplages possibles :

- $a = 2$ , à un groupe par phase :  $g = 1$  (figure 1'.4.a)
- à deux groupes par phase :  $g = 2$  (figure 1'.4.b)
- à quatre groupes par phase :  $g = 4$  (figure 1'.4.c)
- $a = 4$ , à  $g = 1$  (figure 1'.4.d)
- à  $g = 2$  (figure 1'.4.e)
- $a = 8$ , (figure 1'.4.f.)

• Pour pouvoir décomposer en  $g$  groupes identiques chacune des phases, il faut que  $\frac{p}{ag}$  soit entier.

- Si  $\frac{p}{ag}$  est supérieur à 1, pour que la répartition régulière des trois phases soit respectée, on doit remplir, suivant la valeur de  $p$ , l'une des conditions (1'.1) ou (1'.1').

- Si  $\frac{p}{ag}$  est égal à 1, cette condition devient inutile, car chaque branche ne comporte plus qu'un enroulement. On voit sur la figure (1'.4.c) qu'on ne change rien en formant la phase 2 de 1, 3, 5, 7 en parallèle, puis 2, 4, 6, 8 en parallèle au lieu de 2, 4, 6, 8 puis 3, 5, 7, 1.

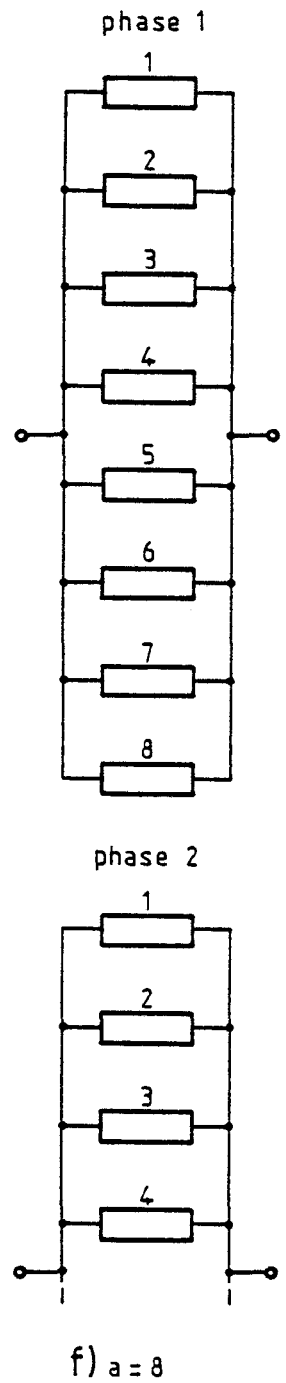
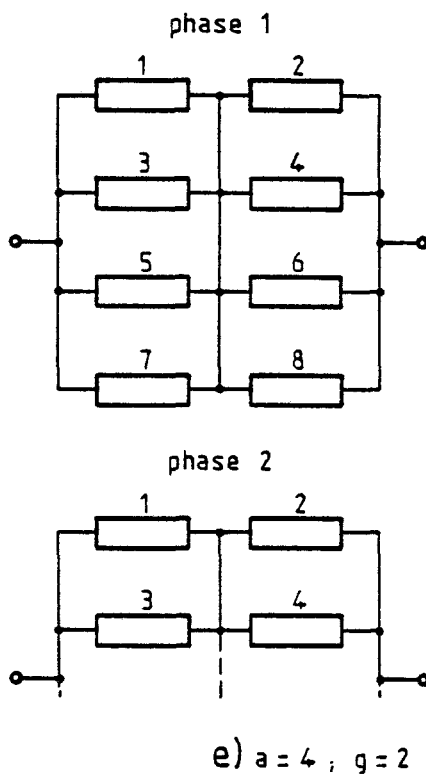
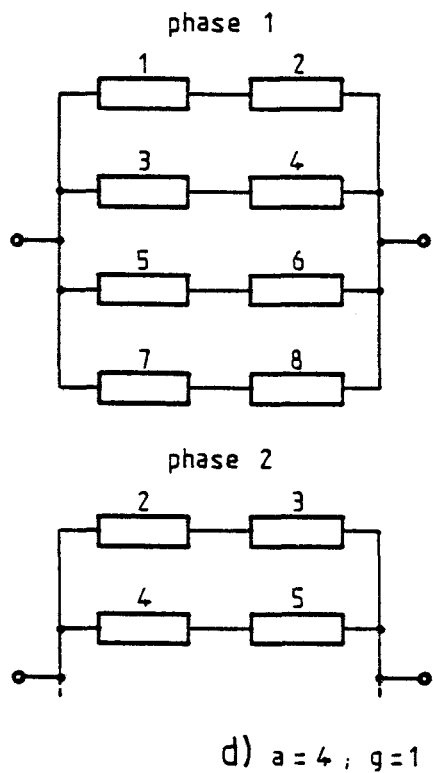
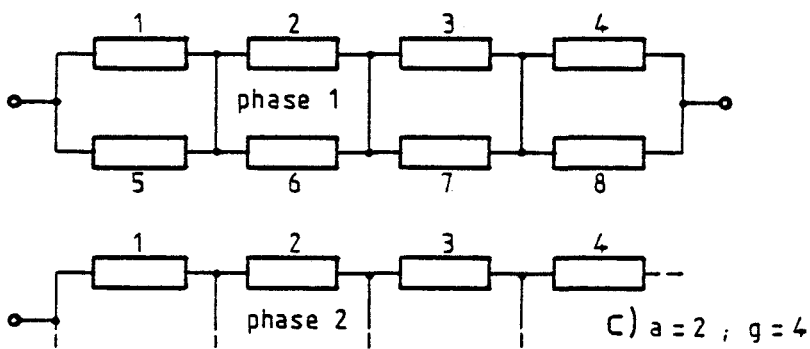
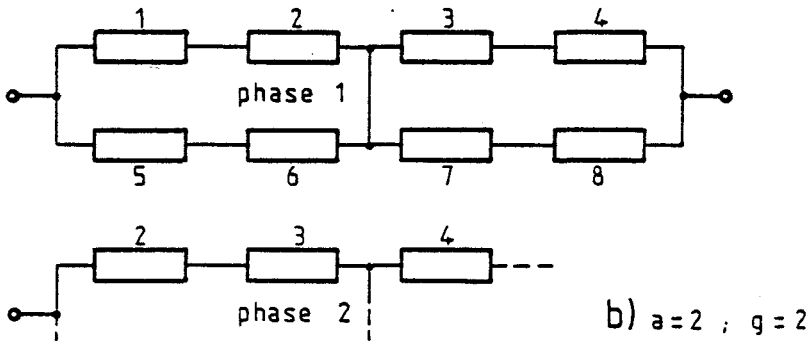
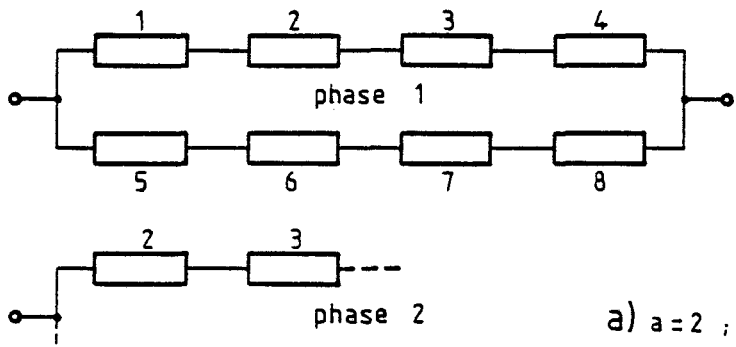


Figure 1.4



Dans chaque groupe, on doit mettre  $a$  enroulements régulièrement répartis, c'est à dire dont les numéros diffèrent deux à deux de  $p/a$ . Pour la phase 1, par exemple, il s'agit des enroulements  $k_1, k_1+p/a, k_1+2p/a, \dots, k_1+(a-1)p/a$  pour le premier groupe, et  $k_1+1, k_1+p/a+1, \dots$  pour le second groupe.

• La formation de groupes à l'intérieur d'une même voie, c'est-à-dire l'emploi de "connexions équipotentielles", permet lorsque  $p/a$  est supérieur à 1, d'augmenter l'effet des f.e.m. de circulation, et d'obtenir pour les valeurs de  $a$  inférieures à  $p$  pratiquement le même effet que pour  $a$  égal à  $p$ .

Par  $g$  on peut donc doser l'importance des courants de circulation et de leur effet sur la réduction de l'attraction radiale due au décentrement. Mais l'emploi des connexions équipotentielles peut entraîner une augmentation sensible du coût du bobinage.

### I.3. Mise en parallèle des enroulements diamétralement opposés

Si  $p$  est pair, la mise en parallèle deux à deux des enroulements diamétralement opposés de chacune des phases (figure 1'.5) constitue à priori le groupement donnant les courants de circulation les plus forts pour un décentrement donné.

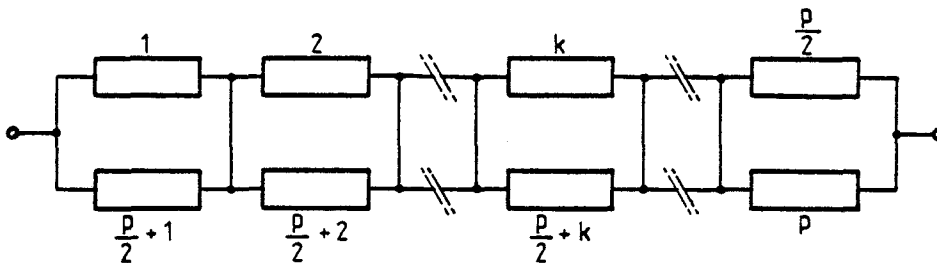


Figure 1'.5

Ce couplage qui correspond à :

$$a = 2 \text{ et } g = \frac{p}{2}$$

peut présenter des difficultés de réalisation et un coût importants, surtout si  $p$  est grand, c'est-à-dire si la machine est de grand diamètre.

## II. F.E.M. DE CIRCULATION

Les courants de circulation dans les voies mises en parallèle sont dus aux différences des f.e.m. engendrées dans ces voies, différences provoquées par le décentrement.

L'étude des f.e.m. et de leurs différences a montré :

- qu'on pouvait supposer les f.e.m. sinusoïdales,
- qu'on pouvait négliger l'influence de la multiplication du nombre  $m$  d'encoches par pôle et par phase,
- et que l'on pouvait négliger les effets des déphasages entre les f.e.m. induites dans les enroulements d'une même phase, et supposer que les déphasages entre f.e.m. des phases successives restaient égaux à  $2\pi/3$  et  $4\pi/3$ .

On peut donc calculer les f.e.m. de circulation en ne tenant compte que des écarts d'amplitudes ou de valeurs efficaces entre les f.e.m. induites dans les enroulements.

Si  $E_o$  est la valeur efficace de la f.e.m. de pulsation  $\omega$  induite dans un enroulement en l'absence de décentrement, pour un décentrement de valeur relative  $x$ , la f.e.m.  $e(q,k)$  induite dans l'enroulement  $k$  de la phase  $q$  a pour expression [voir Chap. 3, relation (3.16)] :

$$e(q,k) = \sqrt{2} E_o \frac{V(q,k)}{V_o} \sin [\omega t + \psi (q,k)]$$
$$\text{avec } E_o = \frac{1}{\sqrt{2}} 2 K_1 m n B_{mo} L \Omega \frac{D}{2}$$

où  $K_1$  est le coefficient de bobinage,  
 $m$  le nombre de spires par enroulement,  
 $B_{mo}$  l'induction maximale dans l'entrefer pour  $x$  nul,  
 $L$  et  $D$  la longueur et le diamètre d'alésage du stator, et  $\Omega$  la vitesse angulaire du rotor.

- Le rapport  $V(q,k)/V_o$  étant, si  $p$  est suffisant, indépendant de  $m$ , on peut utiliser sa valeur établie pour  $m$  égal à 1.

L'application des relations (3.17) et (3.8) donne, compte-tenu du fait qu'on confond les  $\theta$  et les  $\theta_s$  :

$$\frac{V(q,k)}{V_o} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{1 - x \cos \left[ \theta(q,k) - \frac{\pi}{2p} \right]} + \frac{1}{1 - x \cos \left[ \theta(q,k) + \frac{\pi}{2p} \right]} \right]$$

$$\text{ou } \frac{V(q,k)}{V_0} = \frac{1 - x \cos \theta(q,k) \cos \frac{\Pi}{2p}}{1 - 2x \cos \theta(q,k) \cos \frac{\Pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 [\cos 2\theta(q,k) + \cos \frac{\Pi}{p}]}$$

$\theta(q,k)$  désignant l'écart angulaire entre l'axe de l'enroulement  $(q,k)$  et la direction du décentrement [relation (3.1)].

- En ce qui concerne la phase, on prend comme origine des temps l'instant où l'axe d'un pôle Sud passe dans l'axe du décentrement. Si  $\gamma$  est l'écart angulaire entre l'axe de l'enroulement  $(1,1)$  et celui du décentrement, on a alors :  $\psi(1,1) = \Pi - p\gamma$ ,

$$\text{et } \psi(q,k) = \psi(q,1) = \psi(1,1) - (q-1) \frac{2\Pi}{3} = (5 - 2q) \frac{\Pi}{3} - p\gamma$$

- En résumé, l'étude des f.e.m., compte-tenu des simplifications adoptées, conduit en désignant par  $E(q,k)$  la valeur efficace de la f.e.m.  $e(q,k)$ , aux relations suivantes :

$$e(q,k) = \sqrt{2} E(q,k) \sin [\omega t + (5 - 2q) \frac{\Pi}{3} - p\gamma] \quad (1'2)$$

avec

$$E(q,k) = E_0 \frac{1 - x \cos \theta(q,k) \cos \frac{\Pi}{2p}}{1 - 2x \cos \theta(q,k) \cos \frac{\Pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 [\cos 2\theta(q,k) + \cos \frac{\Pi}{p}]} \quad (1'3)$$

$$E_0 = \sqrt{2} K_{1mn} B_{m0} L \Omega \frac{D}{2} \quad (1'4)$$

$$\theta(q,k) = \gamma + (3k + q - 4) \frac{2\Pi}{3p} \quad (1'5)$$

### II.1. Couplage avec a voies en parallèle

• Si on couple en a voies en parallèle les p enroulements de chacune des trois phases, une voie l quelconque sera formée de p/a enroulements connectés en série et portant, comme le montre la figure (1'6), les numéros allant de  $k_q + (1 - 1) \frac{p}{a}$  à  $k_q + 1 \frac{p}{a} - 1$ .

On désigne par  $k_q$  le numéro du premier enroulement de la phase q tel que :

$k_1$  égale 1,

$k_2$  satisfasse, si possible, l'une des conditions (1'.1) ou (1'.1'),

et  $k_3 = 2 k_2 - k_1$

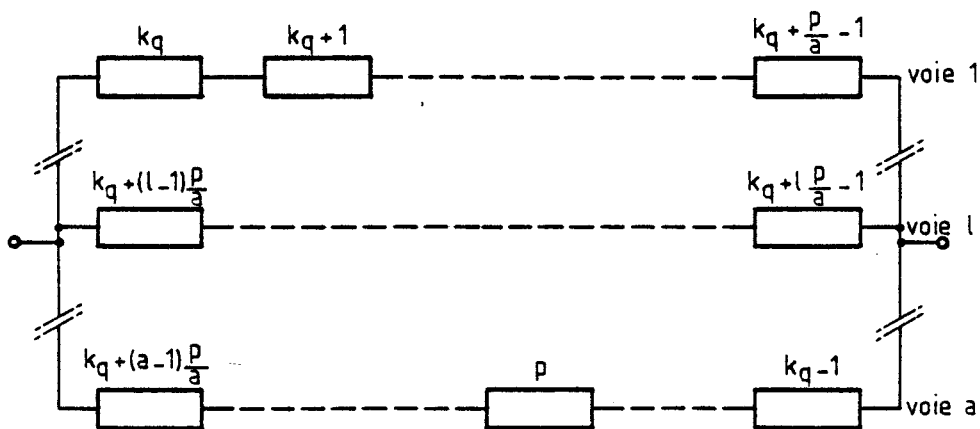


Figure 1.6

Cette voie sera le siège d'une force électromotrice totale  $e_1(q)$  telle que :

$$e_1(q) = \sqrt{2} E_1(q) \sin \left[ \omega t + (5 - 2q) \frac{\pi}{3} - p\gamma \right]$$

$$\text{avec } E_1(q) = \sum_{k=k_q + (l-1)\frac{p}{a}}^{k_q + l\frac{p}{a} - 1} E(q, k) \quad (1'.6)$$

Il faut remarquer que si une voie l se trouve constituée des enroulements allant de  $(l-1) \frac{p}{a} + k_q$  jusqu'à p, et ce ceux allant de 1 à  $(1-a) \frac{p}{a} + k_q - 1$ , la f.e.m. totale qui y est induite aura pour valeur :

$$E_1(q) = \sum_{k=k_q + (l-1)\frac{p}{a}}^p E(q, k) + \sum_{k=1}^{k_q - 1 + (1-a)\frac{p}{a}} E(q, k) \quad (1'.6')$$

• La mise en parallèle des a voies est l'origine de courants de circulation qui donnent une valeur unique à la tension aux bornes de la phase (figure 1'.7). Les courants  $i_1(q), i_2(q), \dots, i_1(q), \dots, i_a(q)$  ont une somme nulle puisqu'il s'agit de courants de circulation.

Si on désigne par X la réactance de chaque enroulement, chaque voie a une réactance égale à  $pX/a$  ; l'égalité des a expressions de la tension résultante  $e_R(q)$  s'écrit en notation complexe :

$$\begin{aligned} \bar{E}_R(q) &= \bar{E}_1(q) - j \frac{p}{a} X \bar{I}_1(q) = \bar{E}_2(q) - j \frac{p}{a} X \bar{I}_2(q) = \dots \\ &= \bar{E}_a(q) - j \frac{p}{a} X \bar{I}_a(q) \end{aligned}$$

D'où :

$$a\bar{E}_R(q) = \sum_{l=1}^a \bar{E}_l(q) - j \frac{p}{a} X \sum_{l=1}^a \bar{I}_l(q)$$

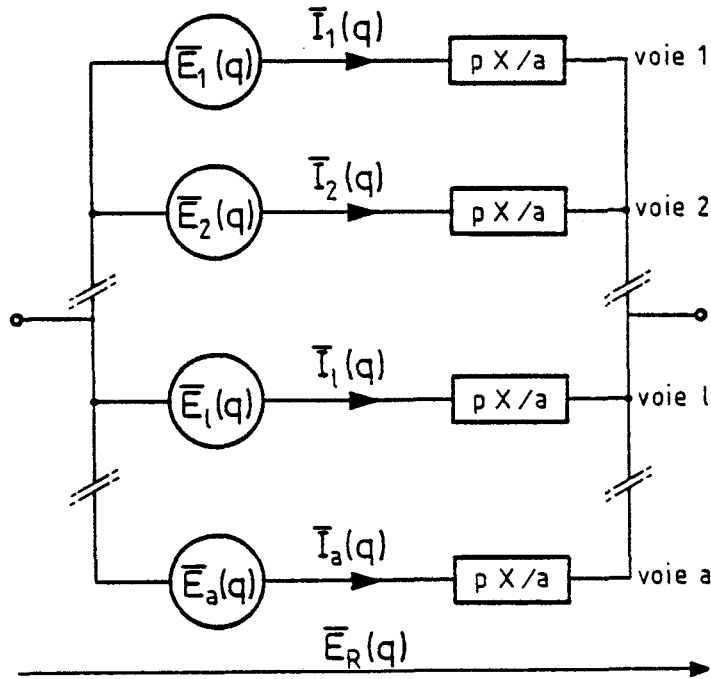


Figure 1.7

Puisque la somme des courants est nulle et que les f.e.m. induites dans les a voies sont en phase,

$$E_R(q) = \frac{1}{a} \sum_{l=1}^a E_l(q)$$

ou, vu la valeur de  $E_l(q)$

$$E_R(q) = \frac{1}{a} \sum_{k=1}^p E(q,k) \quad (1'.7)$$

La tension aux bornes d'une phase est égale à la somme des f.e.m. induites dans ses p enroulements, divisée par le nombre de voies a.

• On désigne par f.e.m. de circulation pour une voie l, la différence  $e_{cl}(q)$  entre la f.e.m. induite dans celle-ci et la tension à ses bornes. C'est cette différence qui, divisée par la réactance de la voie, donnera le courant de circulation dans celle-ci :

$$e_{cl}(q) = e_l(q) - e_R(q) ; E_{cl}(q) = E_l(q) - E_R(q)$$

$$\begin{aligned}
 e_{cl}(q) &= \sqrt{2} E_{cl}(q) \sin [\omega t + (5 - 2q) \frac{\pi}{3} - p\gamma] \\
 \text{avec} \quad E_{cl}(q) &= \sum_{k=k_q + (1-1)\frac{p}{a}}^{k_q + 1\frac{p}{a} - 1} E(q, k) - \frac{1}{a} \sum_{k=1}^p E(q, k)
 \end{aligned}
 \tag{1'.8}$$

**Remarques**

1) Si une voie l comporte à la fois les enroulements numéros p et 1, on calculera  $E_{cl}(q)$  par  $E_l(q) - E_R(q)$  en prenant pour  $E_l(q)$  non plus l'expression (1'.6) mais l'expression (1'.6').

2) Dans le couplage à p voies en parallèle par phase, chaque enroulement constitue à lui seul une voie. On peut alors exprimer la f.e.m. de circulation par enroulement de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 e_c(q, k) &= \sqrt{2} E_c(q, k) \sin [\omega t + (5 - 2q) \frac{\pi}{3} - p\gamma] \\
 \text{avec } E_c(q, k) &= E(q, k) - \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p E(q, k)
 \end{aligned}
 \tag{1'.9}$$

3) Pour ne pas multiplier les relations, nous ne donnerons pas l'expression des f.e.m. de circulation dans le cas où il y a plusieurs groupes d'enroulements en parallèle par phase (§ I.2.).

On calcule la tension aux bornes du groupe, somme des tensions des p/g enroulements qu'il comporte divisée par a. La f.e.m. de circulation dans chaque branche est égale à la somme des f.e.m. induites dans les p/ag enroulements de cette branche moins la tension aux bornes du groupe.

4) Pour étudier toutes les positions angulaires possible du décentrement par rapport aux bobinages de l'induit,

- on fera varier l'angle  $\gamma$  de 0 à  $2\pi/3a$  si la répartition du bobinage est parfaite,
- sinon il faudra faire varier  $\gamma$  de 0 à  $2\pi/a$ .

II.2. Mise en parallèle des enroulements diamétralement opposés

Si on réalise le couplage schématisé sur la figure (1'.5), on doit étudier séparément chaque circuit formé par les enroulements diamétralement opposés mis en prallèle.

La figure (1'.8) représente le circuit formé par les enroulements k et  $k \pm p/2$  de la phase q.



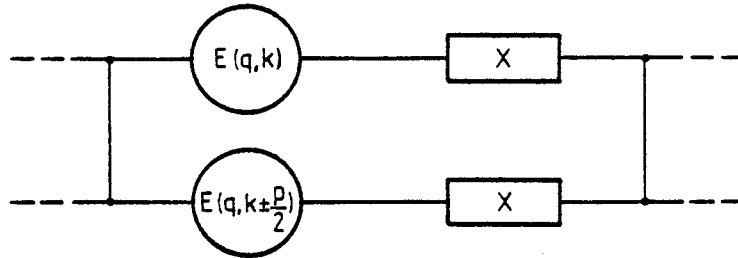


Figure 1.8

La différence des valeurs des deux f.e.m.  $e(q,k)$  et  $e(q, k \pm p/2)$  engendre dans l'enroulement  $k$  une force électromotrice de circulation  $e_c(q,k)$  telle que :

$$\left. \begin{aligned} e_c(q,k) &= \sqrt{2} E_c(q,k) \sin \left[ \omega t + (5 - 2q) \frac{\pi}{3} - p\gamma \right] \\ \text{avec} \\ E_c(q,k) &= \frac{1}{2} [E(q,k) - E(q, k \pm p/2)] \end{aligned} \right\} \quad (1'.10)$$

**Remarques**

1) les enroulements étant numérotés de 1 à  $p$ , l'enroulement  $k$  est couplé en parallèle avec

- l'enroulement  $k + \frac{p}{2}$ , si  $k \leq \frac{p}{2}$ ,
- avec l'enroulement  $k - \frac{p}{2}$ , si  $k > \frac{p}{2}$ .

2) Pour déterminer les forces électromotrices de circulation relatives aux  $p$  enroulements d'une phase, il suffit de calculer les  $p/2$  premiers puisque :

$$E_c(q, k + p/2) = - E_c(q, k)$$

3) Pour étudier l'influence de la position du bobinage par rapport à la direction du décentrement, il suffit de faire varier l'angle  $\gamma$  de 0 à  $2\pi/3p$ .

C H A P I T R E 2'

ETUDE QUALITATIVE DE LA FORCE MAGNETOMOTRICE  
CREEE PAR LES COURANTS DE CIRCULATION

• Le couplage en parallèle des  $p$  enroulements de chacune des trois phases d'une machine synchrone à  $p$  paires de pôles correspond, comme nous venons de le voir, à la création de  $3p$  f.e.m. de circulation sinusoïdales, une par enroulement. Si on groupe ces f.e.m. 3 par 3 en prenant chaque fois celles qui sont engendrées dans les enroulements de même indice des trois phases, on obtient  $p$  systèmes triphasés déséquilibrés car, si ces f.e.m. sont bien déphasés de  $2\pi/3$  et  $4\pi/3$ , leurs valeurs sont différentes.

Pour passer des f.e.m. de circulation aux courants de circulation, il faudrait connaître la ou les réactances qui lient ces f.e.m. à ces courants.

Ce passage est délicat car, comme le montre l'étude classique des diverses réactances normales de la machine synchrone, pour évaluer la réactance liée à un système donné de courants, il faut connaître les caractéristiques de la f.m.m. qu'il crée. Autrement dit, pour déduire les courants des f.e.m., il faudrait connaître les réactances ; or ce n'est que lorsqu'on connaît les courants et leurs effets que l'on sait quelles réactances il convient d'utiliser. Le but essentiel de ce chapitre est d'examiner de façon qualitative la nature des effets des courants de circulation pour en déduire les réactances qui donnent la valeur de ces courants.

• Après avoir montré comment on rend compte de la f.m.m. créée par un enroulement, nous commencerons par l'étude du cas le plus simple, celui d'un alternateur à 4 pôles et à 2 voies en parallèle par phase. On généralisera ensuite les résultats obtenus.

I - F.M.M. CREEE PAR UN ENROULEMENT STATORIQUE

Comme les courants de circulation forment des systèmes déséquilibrés, et leurs valeurs dépendent de  $p$ , de  $a$  et de la position du décentrement, il est commode de procéder pour les f.m.m. comme on l'a fait pour les f.e.m., c'est à dire d'évaluer la f.m.m. créée par chaque enroulement. On passera aux f.m.m. résultantes en ajoutant, en chaque point du développement de l'induit les  $3p$  f.m.m. créées par les  $3p$  enroulements.

On suppose l'enroulement statoriques parfait, c'est à dire les  $m$  conducteurs de chaque phase par pôle régulièrement répartis sur un tiers du développement d'une distance polaire, donc sur un arc de  $2\pi/6p$ . (C'est l'hypothèse de la valeur infinie du nombre  $m$  d'encoches par pôles et par phase).

Dans ces conditions, l'enroulement  $(q,k)$  d'axe  $\theta(q,k)$ , comptant  $m$  spires, parcouru par le courant  $i(q,k)$  crée le long de l'entrefer développé la f.m.m.  $\epsilon(q,k)$  représentée sur la figure (2'.1).

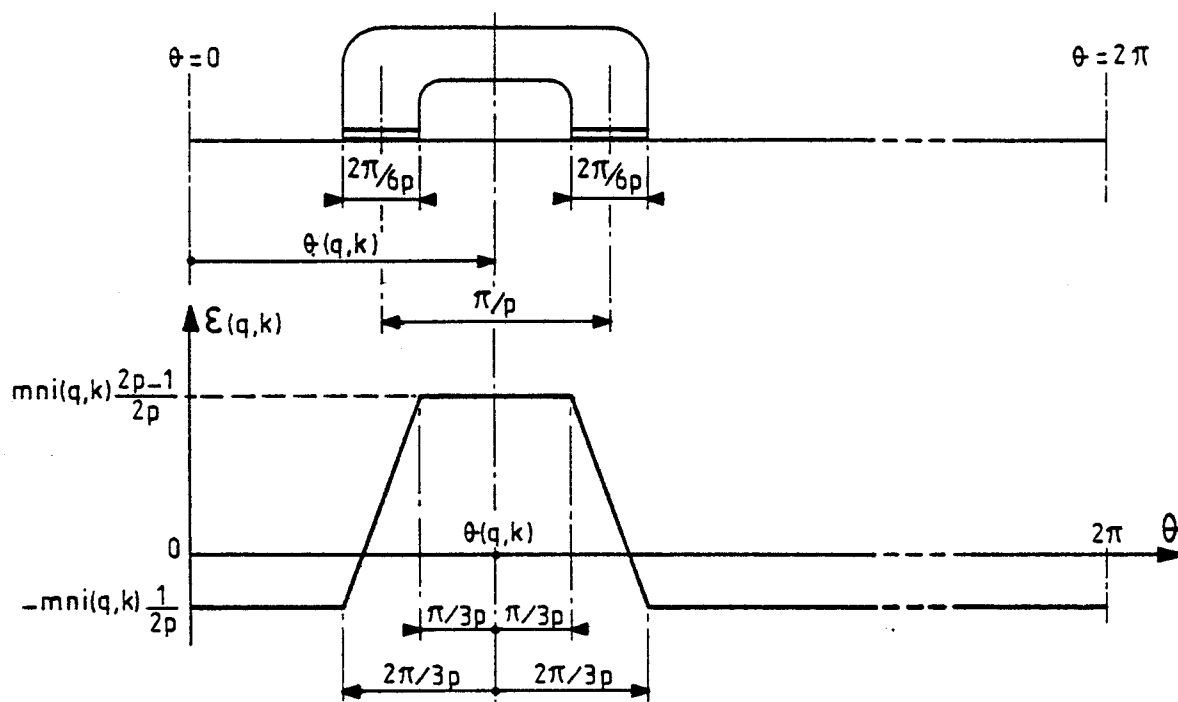


Figure 2'.1

$\epsilon(q,k)$  a donc les expressions suivantes :

$$0 \leq \theta \leq \theta(q,k) - \frac{2\Pi}{3p}, \quad \epsilon = -\frac{m n i}{2p}$$

$$\theta(q,k) - \frac{2\Pi}{3p} \leq \theta \leq \theta(q,k) - \frac{\Pi}{3p}, \quad \epsilon = \frac{m n i}{2p} \left[ -1 + 2p \frac{3p}{\Pi} \left[ \theta - \theta(q,k) + \frac{2\Pi}{3p} \right] \right]$$

$$\theta(q,k) - \frac{\Pi}{3p} \leq \theta \leq \theta(q,k) + \frac{\Pi}{3p}, \quad \epsilon = \frac{m n i}{2p} (2p - 1)$$

$$\theta(q,k) + \frac{\Pi}{3p} \leq \theta \leq \theta(q,k) + \frac{2\Pi}{3p}, \quad \epsilon = \frac{m n i}{2p} \left[ 2p-1 - 2p \frac{3p}{\Pi} \left[ \theta - \theta(q,k) - \frac{\Pi}{3p} \right] \right]$$

$$\theta(q,k) + \frac{2\Pi}{3p} \leq \theta \leq 2\Pi, \quad \epsilon = -\frac{m n i}{2p}$$

### I.1. Développement en série

● Le calcul des termes du développement en série de l'onde de f.m.m. se trouve facilité par le fait que cette onde est symétrique par rapport à l'axe de l'enroulement. Si on prend comme nouvelle variable l'angle  $\alpha$  défini par :

$$\alpha = \theta - \theta(q,k),$$

le développement ne comporte alors que les termes en cosinus dont on peut calculer les amplitudes en n'intégrant que sur une demi-période.

$$\epsilon(q,k) = \sum_{h=1}^{\infty} H_h \cos h\alpha$$

$$\text{avec } H_h = \frac{2}{\Pi} \int_0^{\Pi} \epsilon(q,k) \cos h\alpha \, d\alpha$$

Puisque

$$\text{pour } 0 \leq \alpha \leq \frac{\Pi}{3p}, \quad \epsilon(q,k) = m n i(q,k) \frac{2p-1}{2p},$$

$$\text{pour } \frac{\Pi}{3p} \leq \alpha \leq \frac{2\Pi}{3p}, \quad \epsilon(q,k) = m n i(q,k) \left[ \frac{4p-1}{2p} - \frac{3p}{\Pi} \alpha \right],$$

$$\text{pour } \frac{2\Pi}{3p} \leq \alpha \leq \Pi, \quad \epsilon(q,k) = -m n i(q,k) \frac{1}{2p},$$

on calcule l'amplitude  $H_h$  de l'harmonique d'espace de rang  $h$  par :

$$H_h = \frac{2}{\Pi} m n i(q,k) \left[ \int_0^{\Pi/3p} \frac{2p-1}{2p} \cos h\alpha \, d\alpha + \int_{\Pi/3p}^{2\Pi/3p} \left( \frac{4p-1}{2p} - \frac{3p}{\Pi} \alpha \right) \cos h\alpha \, d\alpha - \int_{2\Pi/3p}^{\Pi} \frac{1}{2p} \cos h\alpha \, d\alpha \right]$$

Ce qui, après simplifications, donne :

$$H_h = m n i(q,k) \frac{12p}{\Pi^2 h^2} \sin \frac{h\Pi}{2p} \sin \frac{h\Pi}{6p}$$

Revenant à l'angle  $\theta$ , on écrira donc :

$$\epsilon(q,k) = \sum_{h=1}^{\infty} H_h \cos h [\theta - \theta(q,k)] \quad (2'.1)$$

$$\text{avec } H_h = \frac{12p}{\Pi^2 h^2} \sin h \frac{\Pi}{2p} \sin h \frac{\Pi}{6p} m n i(q,k) \quad (2'.2)$$

La valeur efficace de la f.m.m., calculée à partir de la forme d'onde trapézoïdale de la figure (2'.1), est égale à :

$$\epsilon(q,k)_{\text{eff}} = m n i(q,k) \frac{\sqrt{16p-9}}{6p} \quad (2'.3)$$

### I.2. Propriétés du développement en série

- La relation (2'.2) montre que les harmoniques d'espace de rang égal à  $2p$  ou à un de ses multiples, ont une amplitude nulle.

Pour eux,  $\sin(h\Pi/2p) = 0$

$$H_{2p} = H_{4p} = H_{6p} = \dots = 0$$

- De plus, la résultante des harmoniques d'espace de rang  $p$  ou multiple de  $p$  créés par les  $p$  enroulements de chaque phase est elle aussi nulle.

En effet, l'harmonique d'espace de rang  $zp$  ( $z$  entier) dû à l'enroulement  $(q,k)$  s'écrit :

$$\epsilon_{zp}(q,k) = H_{zp} \cos zp [\theta - \theta(q,k)]$$

Puisque

$$\theta(q,k) = \gamma + (3k + q - 4) \frac{2\Pi}{3p},$$

$$\cos zp [\theta - \theta(q,k)] = \cos (zp\theta - zp\gamma - zk2\Pi - zq \frac{2\Pi}{3} + z \frac{8\Pi}{3})$$

$$= \cos zp (\theta - \gamma - q \frac{2\Pi}{3p} + \frac{8\Pi}{3p})$$

$\cos zp [\theta - \theta(q,k)]$  est donc indépendant du numéro  $k$  de l'enroulement.

Pour les  $p$  enroulements d'une même phase, la f.m.m. totale relative à l'harmonique d'espace de rang  $zp$  s'écrit donc :

$$\epsilon_{zp}(q) = \sum_{k=1}^p \frac{12}{\pi^2 z_p^2} \sin z \frac{\pi}{2} \sin z \frac{\pi}{6} m n i(q,k) \cos zp[\theta - \theta(q,k)]$$

$$\text{ou } \epsilon_{zp}(q) = m n \frac{12}{\pi^2 z_p^2} \sin z \frac{\pi}{2} \sin z \frac{\pi}{6} \cos zp [\theta - \theta(q,k)] \sum_{k=1}^p i(q,k)$$

Puisque, quel que soit le couplage, la somme des courants de circulation d'une même phase est nulle,  $\epsilon_{zp}(q) = 0$ .

En définitive, pour les études qualitative et quantitative de la f.m.m. due aux courants de circulation, on n'aura pas à tenir compte des harmoniques d'espace de rang multiple de p.

$$\epsilon(q) = \epsilon_1(q) + \dots + \epsilon_{(p-1)}(q) + \epsilon_{(p+1)}(q) + \dots + \epsilon_{(2p-1)}(q) + \dots$$

### I.3. Rendu de l'onde de f.m.m.

Dans les applications numériques, on est inévitablement amené à limiter à un certain rang les harmoniques dont on tient compte pour tracer les ondes de f.m.m.

• Plus p est grand, plus les harmoniques de rang élevé présentent une importance relative notable. Le tableau (2'.1) montre pour les premières valeurs de h, comment varie le rapport  $H_h/m n i$  pour diverses valeurs de p.

p \ h	1	2	3	4	5	6
2	0,4450	0,3040	0,1351	0	-0,0664	-0,0675
4	0,2429	0,2225	0,1911	0,1520	0,1094	0,0675
6	0,1646	0,1583	0,1483	0,1351	0,1191	0,1013
8	0,1241	0,1215	0,1171	0,1113	0,1040	0,0955
10	0,0995	0,0982	0,0960	0,0929	0,0890	0,0844
12	0,0831	0,0823	0,0810	0,0792	0,0769	0,0742
14	0,0713	0,0708	0,0699	0,0688	0,0673	0,0656
16	0,0624	0,0621	0,0615	0,0607	0,0598	0,0586
18	0,0555	0,0552	0,0549	0,0543	0,0536	0,0528
20	0,0499	0,0498	0,0495	0,0491	0,0486	0,0480

Tableau (2'.1)

( $H_h/m n i$ )

● Pour rendre compte correctement de l'onde de f.m.m., on est donc amené à prendre en considération d'autant plus d'harmoniques que p est plus grand.

Pour savoir, en fonction de p, jusqu'à quel rang d'harmonique  $h_M$  il faut aller, nous calculons l'écart  $\epsilon\%$  existant entre la valeur efficace de l'onde f.m.m. obtenue en tenant compte des  $h_M$  premiers harmoniques, et celle de l'onde trapézoïdale définie par la relation (2'.3).

$$\epsilon\% = 100 \frac{\epsilon_{\text{eff}} - \left[ \sum_{h=1}^{h_M} H_h^2 \right]^{1/2}}{\epsilon_{\text{eff}}}$$

Le tableau (2'.2) donne en fonction de p, l'erreur  $\epsilon\%$  que l'on commet en prenant  $h_M$  égal à 2p, 4p, 6p et 8p.

p	$h_M=2p$	$H_M=4p$	$h_M=6p$	$h_M=8p$
2	1,696	0,097	0,037	0,025
4	1,425	0,082	0,031	0,021
6	1,351	0,078	0,030	0,021
8	1,317	0,076	0,029	0,019
10	1,297	0,075	0,028	0,019
12	1,284	0,074	0,028	0,019
14	1,275	0,074	0,028	0,019
16	1,269	0,073	0,028	0,019
18	1,264	0,073	0,028	0,019
20	1,260	0,073	0,028	0,019

Tableau (2'.2) ( $\epsilon\%$ )

En pratique, on pourra s'arrêter à l'harmonique de rang  $h_M=4p$ , puisqu'alors l'erreur commise sur la valeur efficace de la f.m.m. de réaction d'induit est négligeable.

- La figure (2'.2) montre que p=4, l'onde de la f.m.m. réelle (en trapèze) et celles obtenues en tenant compte successivement
  - du fondamental seul,
  - des 2p premiers harmoniques,
  - et des 4p premiers harmoniques.

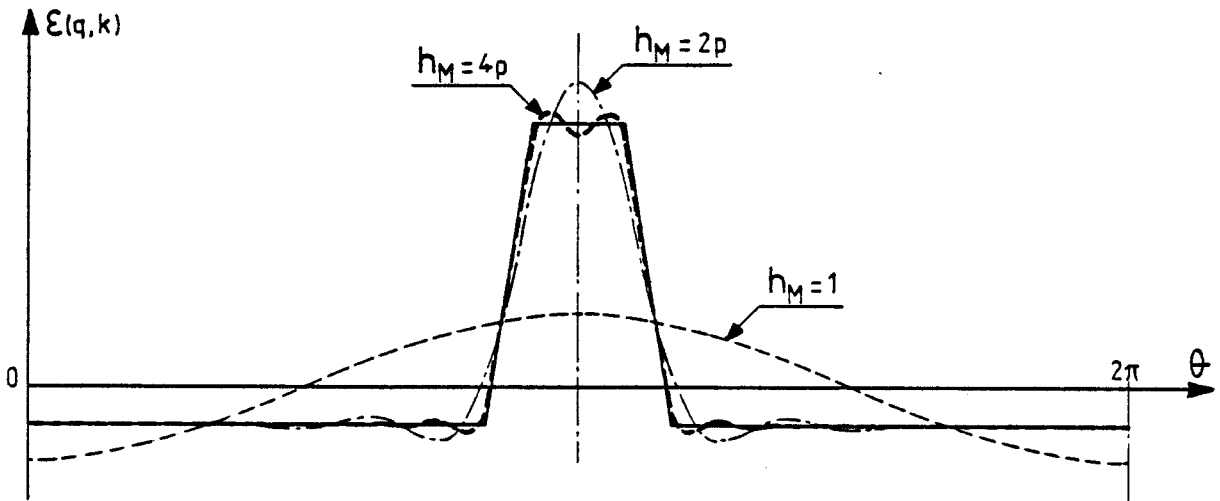


Figure 2'.2

Remarques

1) Au lieu de prendre pour la f.m.m. créée par un enroulement une forme d'onde trapézoïdale (hypothèse de  $m$  infini), on aurait pu prendre une forme d'onde rectangulaire (hypothèse de  $m$  égal à 1). Cela ne facilite en rien les calculs. De plus, dès que  $m$  est supérieur à 1, le développement en série de l'onde en gradins est plus proche de celui correspondant à  $m$  infini que de celui correspondant à  $m$  égal à 1. Sur la figure (2'.3), on a tracé le passage de  $\epsilon(q,k)$  de  $-mni(q,k)\frac{1}{2p}$  à  $+mni(q,k)\frac{2p-1}{2p}$ , pour  $m$  égal à 2, 3 et 4.

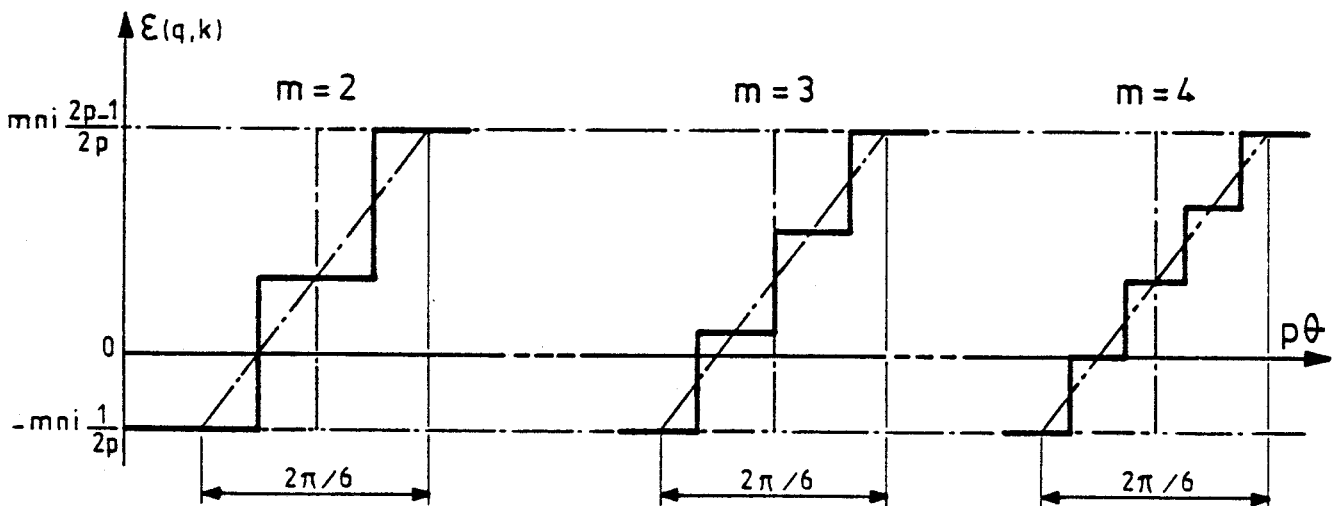


Figure 2'.3



On voit que, déjà pour  $m = 2$ , l'onde en trapèze constitue une meilleure approximation de l'onde en gradins que l'onde rectangulaire. A plus forte raison pour les valeurs plus grandes de  $m$ .

2) La remarque qui précède montre que pour les f.m.m., comme pour les f.e.m., il n'y aurait aucune difficulté à transformer les relations que nous utilisons pour les adapter à un bobinage réel déterminé.

## II - F.M.M. TOTALE DUE AUX COURANTS DE CIRCULATION - EXEMPLE SIMPLE ( $p=2$ , $a=2$ )

Dans le cas général, en groupant les f.e.m. de circulation dans les 3 enroulements de même indice des 3 phases, on obtient  $p$  système de f.e.m. déséquilibrés. On peut décomposer chacun d'eux en trois systèmes équilibrés, l'un direct, l'autre inverse et le troisième homopolaire ; arrivant ainsi à  $3p$  systèmes équilibrés. Pour chacun d'eux, en tenant compte de la réactance à déterminer, on passe aux courants qu'il engendre ; et vu les enroulements parcourus par ce système équilibré de courants, à la f.m.m. appliquée à l'entrefer. A cause des harmoniques d'espace de l'onde de f.m.m. créée par chaque enroulement, pour chacun des  $3p$  systèmes de f.e.m. ou de courants, il faut considérer successivement la f.m.m. fondamentale et les f.m.m. harmoniques.

Vu la complexité du problème, il faut commencer par l'étude détaillée du cas le plus simple, celui d'une machine à 4 pôles, à 2 voies en parallèle par phase. Nous montrerons ensuite que les conclusions auxquelles on aboutit peuvent être étendues aux machines à plus grand nombre de pôles.

### II.1. Simplification du passage courants - F.m.m.

La machine à 4 pôles, à 2 voies en parallèle est schématisée sur la figure (2'.4), où on a représenté chaque enroulement par un rectangle curviligne. Chaque phase étant formée de deux enroulements mis en parallèle, les courants qui y circulent ont même amplitude mais sont en opposition de phase. Au lieu de considérer la f.m.m. par enroulement, il est plus judicieux ici de considérer directement la f.m.m. par phase.

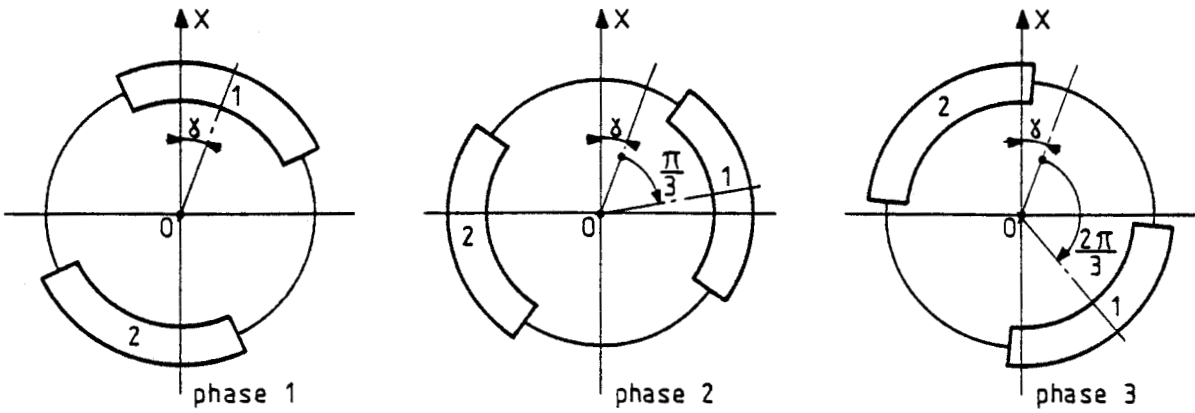


Figure 2'4

L'onde de f.m.m. par phase (figure 2'.5) présente toutes les symétries, son développement en série ne comporte donc que les termes de rang impair ; leur amplitude donnée par (2'.2) est égale à :

$$H_h = m n i(q,1) \frac{48}{\pi^2 h^2} \sin h \frac{\pi}{4} \sin h \frac{\pi}{12}$$

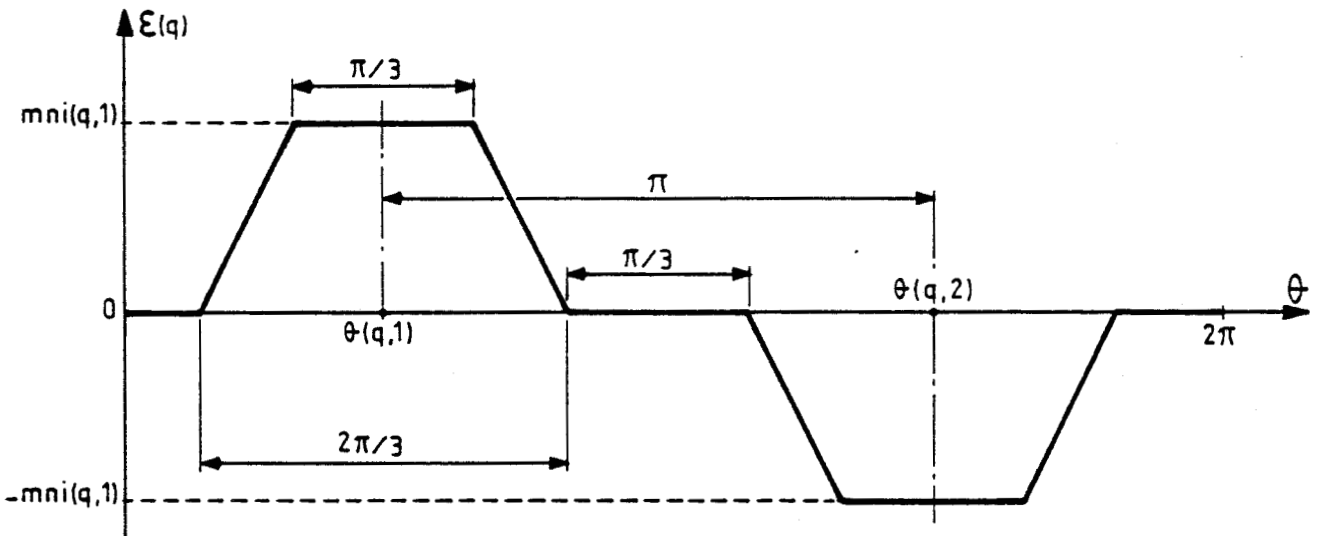


Figure 2'5

De plus, on peut rendre assez correctement compte de cette onde en ne considérant, en plus du fondamental, que l'harmonique 3.

Comme  $H_1 = 0,890 mni(q,1)$  et  $H_3 = 0,270 mni(q,1)$ , on prendra :

$$\epsilon(q) = mni(q,1) \left[ 0,890 \cos [\theta - \theta(q,1)] + 0,270 \cos 3 [\theta - \theta(q,1)] \right] \quad (2'.4)$$

## II.2. Forces électromotrices de circulation

Les forces électromotrices de circulation relatives aux trois enroulements d'indice 1, (1,1), (2,1) et (3,1), forment un système déséquilibré. Il en est de même des f.e.m. de circulation des enroulements (1,2), (2,2) et (3,2) qui ont les mêmes amplitudes que celles du système précédent, mais sont en opposition de phase.

On n'a donc ici qu'à considérer un système déséquilibré, sachant que l'autre lui est égal et opposé.

$$\begin{aligned} e_c(1,1) &= \sqrt{2} E_c(1,1) \sin(\omega t + \Pi - 2\gamma) = -e_c(1,2) \\ e_c(2,1) &= \sqrt{2} E_c(2,1) \sin(\omega t + \Pi/3 - 2\gamma) = -e_c(2,2) \\ e_c(3,1) &= \sqrt{2} E_c(3,1) \sin(\omega t - \Pi/3 - 2\gamma) = -e_c(3,2) \end{aligned}$$

On peut décomposer le premier système, et donc aussi le second, en trois systèmes équilibrés :

- un système direct :

$$\begin{aligned} e_{cd}(1,1) &= E_{dm} \sin(\omega t + \phi_d) &= -e_{cd}(1,2) \\ e_{cd}(2,1) &= E_{dm} \sin(\omega t + \phi_d - 2\Pi/3) &= -e_{cd}(2,2) \\ e_{cd}(3,1) &= E_{dm} \sin(\omega t + \phi_d - 4\Pi/3) &= -e_{cd}(3,2) \end{aligned}$$

- système inverse :

$$\begin{aligned} e_{ci}(1,1) &= E_{im} \sin(\omega t + \phi_i) &= -e_{ci}(1,2) \\ e_{ci}(2,1) &= E_{im} \sin(\omega t + \phi_i - 4\Pi/3) &= -e_{ci}(2,2) \\ e_{ci}(3,1) &= E_{im} \sin(\omega t + \phi_i - 2\Pi/3) &= -e_{ci}(3,2) \end{aligned}$$

- système homopolaire :

$$\begin{aligned} e_{co}(1,1) &= e_{co}(2,1) = e_{co}(3,1) = E_{om} \sin(\omega t + \phi_o) \\ &= -e_{co}(1,2) = -e_{co}(2,2) = -e_{co}(3,2) \end{aligned}$$

Le passage de chaque système de f.e.m. au système correspondant de courants, s'obtient en divisant la composante de tension par l'impédance correspondante qui n'est pas forcément la même pour chaque système, car la partie inductive de l'impédance dépend de la nature de la f.m.m. que le système de courants crée dans l'entrefer.

Dans cette étude qualitative, nous passons des amplitudes des f.e.m. à celles des courants sans préciser la valeur de l'impédance qui les lie. Nous supposons simplement que la résistance des enroulements est négligeable devant la ou les réactances, donc que les composantes des courants sont déphasées de  $\Pi/2$  en arrière par rapport à celles des tensions.

### II.3. Forces magnétomotrice "directe"

D'après la relation (2'.4), la f.m.m. créée par chaque phase parcourue par la composante directe des courants, s'écrit :

$$\begin{aligned}\epsilon_d(1) &= mni_d(1,1) [0,890 \cos(\theta - \gamma) + 0,270 \cos 3(\theta - \gamma)] \\ \epsilon_d(2) &= mni_d(2,1) [0,890 \cos(\theta - \gamma - \Pi/3) + 0,270 \cos 3(\theta - \gamma - \Pi/3)] \\ \epsilon_d(3) &= mni_d(3,1) [0,890 \cos(\theta - \gamma - 2\Pi/3) + 0,270 \cos 3(\theta - \gamma - 2\Pi/3)]\end{aligned}$$

avec

$$\begin{cases} i_d(1,1) = I_{dm} \sin(\omega t + \phi_d - \Pi/2) = -I_{dm} \cos(\omega t + \phi_d) \\ i_d(2,1) = I_{dm} \sin(\omega t + \phi_d - 7\Pi/6) = -I_{dm} \cos(\omega t + \phi_d - 2\Pi/3) \\ i_d(3,1) = I_{dm} \sin(\omega t + \phi_d - 11\Pi/6) = -I_{dm} \cos(\omega t + \phi_d - 4\Pi/3) \end{cases}$$

La f.m.m. directe totale créée dans l'entrefer sera donc :

$$\epsilon_d = \epsilon_d(1) + \epsilon_d(2) + \epsilon_d(3)$$

#### II.3.1. Fondamental de la f.m.m. directe totale

• Si l'on s'en tient au fondamental,

$$\begin{aligned}\epsilon_{d1} &= \epsilon_{d1}(1) + \epsilon_{d1}(2) + \epsilon_{d1}(3) \\ &= -0,890 mnI_{dm} [\cos(\omega t + \phi_d) \cos(\theta - \gamma) + \\ &\quad + \cos(\omega t + \phi_d - 2\Pi/3) \cos(\theta - \gamma - \Pi/3) + \\ &\quad + \cos(\omega t + \phi_d - 4\Pi/3) \cos(\theta - \gamma - 2\Pi/3)]\end{aligned}$$

Le développement de cette expression donne :

$$\begin{aligned}\epsilon_{d1} &= -0,890 mnI_{dm} [\cos(\omega t + \phi_d) \cos(\theta - \gamma) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\omega t + \phi_d) \cos(\theta - \gamma) - \\ &\quad - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\omega t + \phi_d) \sin(\theta - \gamma)] \\ &= +0,890 mnI_{dm} \left[ -\cos(\theta - \gamma) [\cos(\omega t + \phi_d) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\omega t + \phi_d)] + \right. \\ &\quad \left. + \sin(\theta - \gamma) [+ \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\omega t + \phi_d)] \right]\end{aligned}$$

Ce qui permet de présenter la f.m.m. directe totale sous la forme :

$$\boxed{\epsilon_{d1} = 0,445 mnI_{dm} \sqrt{5 + 4 \sin 2(\omega t + \phi_d + \frac{\Pi}{12})} \sin(\theta - \gamma + \delta_{d1})} \quad (2'.5)$$

$$\text{avec} \quad \delta_{d1} = \text{arc tg} \frac{-\sqrt{3} \sin(\omega t + \phi_d) - 2 \cos(\omega t + \phi_d)}{\sqrt{3} \cos(\omega t + \phi_d)} \quad (2'.6)$$

Ces relations montrent que le fondamental de l'onde de f.m.m. de réaction d'induit totale due à la composante directe des courants de circulation, est une sinusoïde d'amplitude variable dans le temps se déplaçant dans le sens direct à une vitesse variable. L'amplitude de cette onde se répète toutes les demi-périodes électriques, tandis que sa vitesse moyenne de déplacement est égale à  $\omega$ , soit le double de la vitesse de rotation des pôles inducteurs.

On a tracé (figure 2'.6), l'onde de f.m.m.  $\epsilon_{d1}$  pour différents instants.

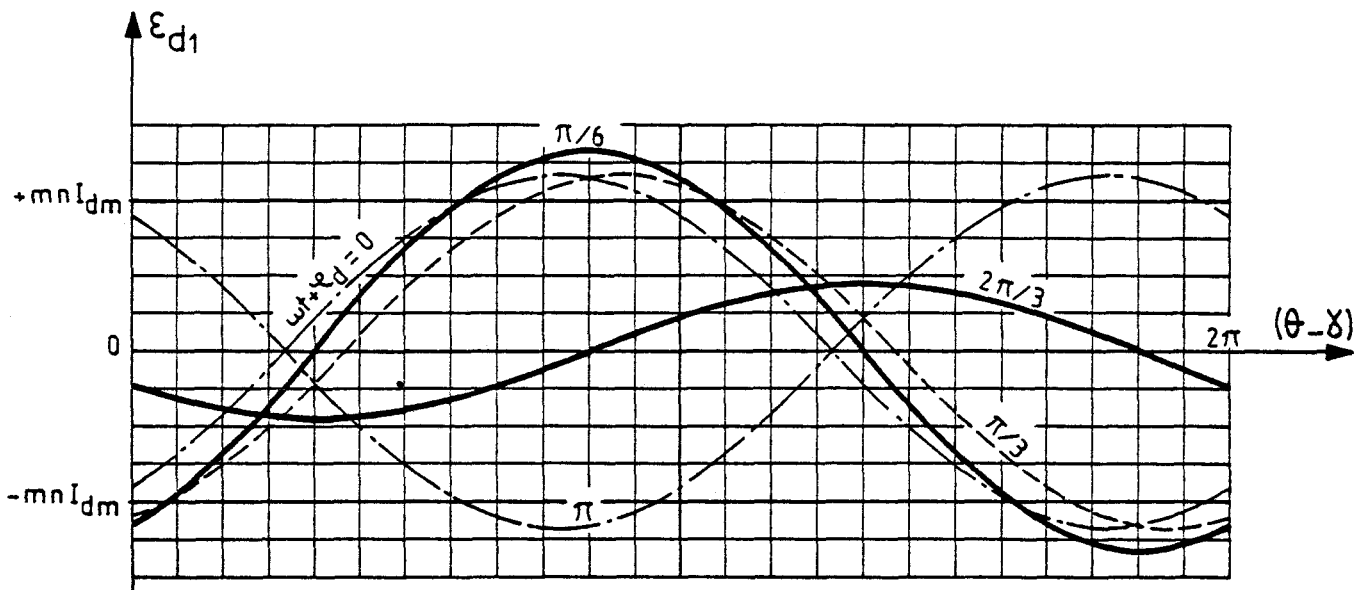


Figure 2'.6

L'amplitude maximale est obtenue pour  $\omega t + \phi_d = \pi/6$  ou  $7\pi/6$  ;  
l'amplitude minimale pour  $\omega t + \phi_d = 2\pi/3$  ou  $5\pi/3$ .

● Si l'on trace à chaque instant le vecteur  $\epsilon_{d1max}$  suivant la direction où il est maximum, on voit que le fondamental de la f.m.m. due à la composante directe est une f.m.m. tournante elliptique.

En effet, la f.m.m. donnée par la relation (2'.5) est la somme de deux f.m.m. tournantes circulaires,

l'une  $\epsilon'_{d1}$  tourne dans le sens direct à la vitesse  $\omega$  (ou  $2\Omega$ ),

l'autre  $\epsilon''_{d1}$  tourne en sens inverse à la vitesse  $\omega$  (ou  $2\Omega$ )

$$\epsilon_{d1} = \epsilon'_{d1} + \epsilon''_{d1}$$

$$\epsilon'_{d1} = 0,890 \text{ mnI}_{dm} \sin (\omega t + \phi_d - \theta + \gamma + 7\pi/6)$$

$$\epsilon''_{d1} = 0,445 \text{ mnI}_{dm} \sin (\omega t + \phi_d + \theta - \gamma - \pi/2)$$

La figure (2'.7) rappelle la construction du diagramme elliptique à partir de ceux des deux f.m.m. tournantes circulaires. A l'instant où  $\omega t + \phi_d$  égale 0, le vecteur représentant  $\epsilon'_{d1}$  fait avec la direction origine un angle  $\theta$  égal à  $\gamma + 2\pi/3$  (figure 2'.7.a). Au même instant, le vecteur représentant  $\epsilon''_{d1}$  est dirigé suivant  $\theta = \gamma + \pi$  (figure 2'.7.b). Tournant à la même vitesse mais en sens inverse, ces deux vecteurs sont en phase pour  $\omega t + \phi_d = \pi/6$ , leur direction commune fait alors un angle  $\theta = \gamma + 5\pi/6$  avec l'axe de décentrement. Un quart de période après, ils sont directement opposés, et leur résultante est dirigée suivant  $\theta = \gamma + 4\pi/3$ . L'amplitude de  $\epsilon''_{d1}$  étant la moitié de celle de  $\epsilon'_{d1}$ , le grand axe de l'ellipse (figure 2'.7.c) est alors trois fois plus grand que le petit axe.

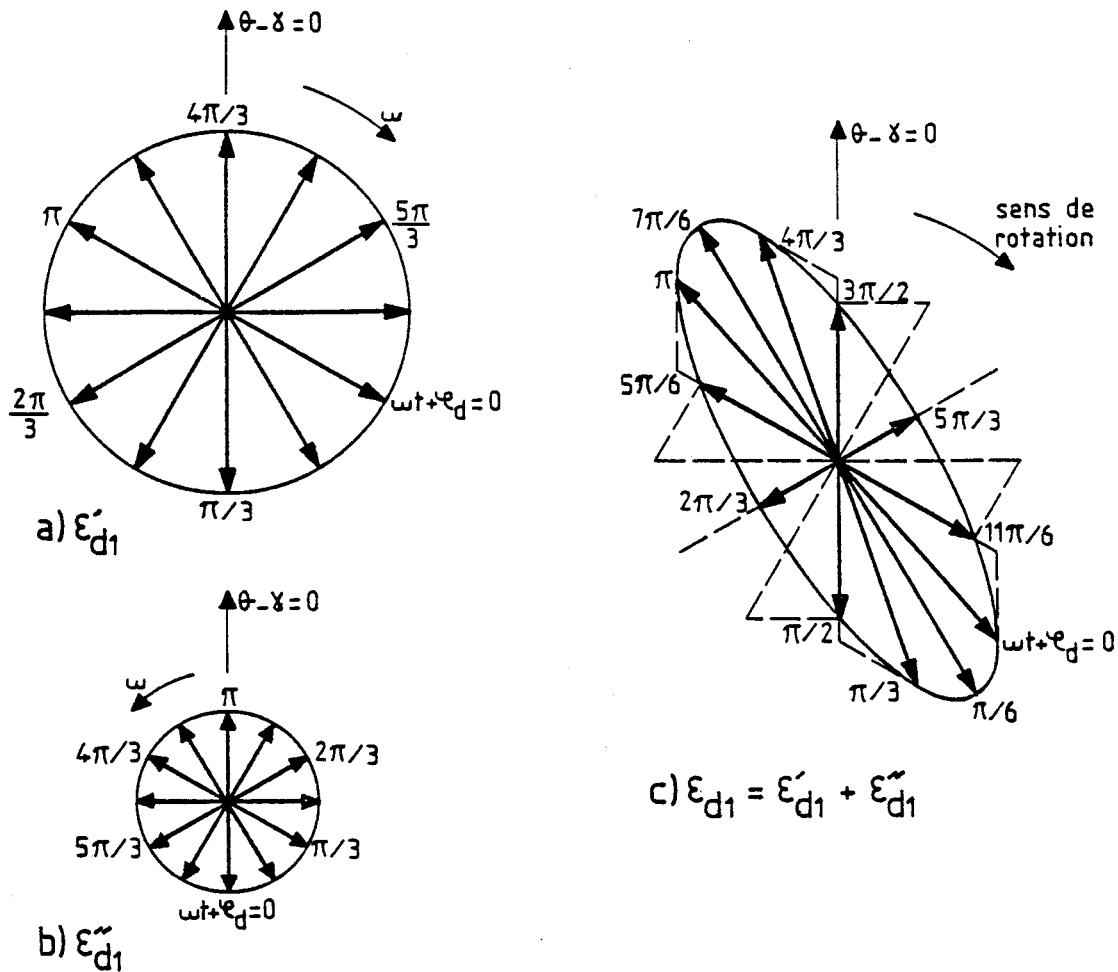


Figure 2'.7

### II.3.2. Harmonique 3 de la f.m.m. directe totale

La f.m.m. due aux courants directs et à l'harmonique 3 de la répartition spatiale a pour expression :

$$\begin{aligned}\epsilon_{d3} &= \epsilon_{d3}^{(1)} + \epsilon_{d3}^{(2)} + \epsilon_{d3}^{(3)} \\ &= -0,270mnI_{dm} [\cos(\omega t + \phi_d) \cos 3(\theta - \gamma) + \\ &\quad + \cos(\omega t + \phi_d - 2\pi/3) \cos 3(\theta - \gamma - \pi/3) + \\ &\quad + \cos(\omega t + \phi_d - 4\pi/3) \cos 3(\theta - \gamma - 2\pi/3)]\end{aligned}$$

Ce qui, tous calculs faits, donne :

$$\epsilon_{d3} = 0,540mnI_{dm} \sin(\omega t + \phi_d - \pi/6) \cos 3(\theta - \gamma) \quad (2'.7)$$

Cette expression est celle d'une onde de f.m.m. stationnaire, de longueur d'onde égale à un tiers du développement de l'induit et d'amplitude variant à la fréquence des courants.

On peut la décomposer en deux ondes sinusoïdales d'amplitudes constantes et égales (théorème de Leblanc) tournant

l'une dans le sens direct à la vitesse  $\omega/3$  ou  $2\Omega/3$ ,

l'autre à la même vitesse mais en sens inverse.

$$\epsilon_{d3} = \epsilon'_{d3} + \epsilon''_{d3}$$

avec :

$$\epsilon'_{d3} = 0,270mnI_{dm} \sin 3 \left( \frac{\omega t}{3} + \frac{\phi_d}{3} - \theta + \gamma - \frac{\pi}{18} \right)$$

$$\epsilon''_{d3} = 0,270mnI_{dm} \sin 3 \left( \frac{\omega t}{3} + \frac{\phi_d}{3} + \theta - \gamma - \frac{\pi}{18} \right)$$

La figure (2'.8) représente à différents instants l'onde de la f.m.m.  $\epsilon_{d3}$  due à l'harmonique d'espace de rang 3 et aux courants directs.

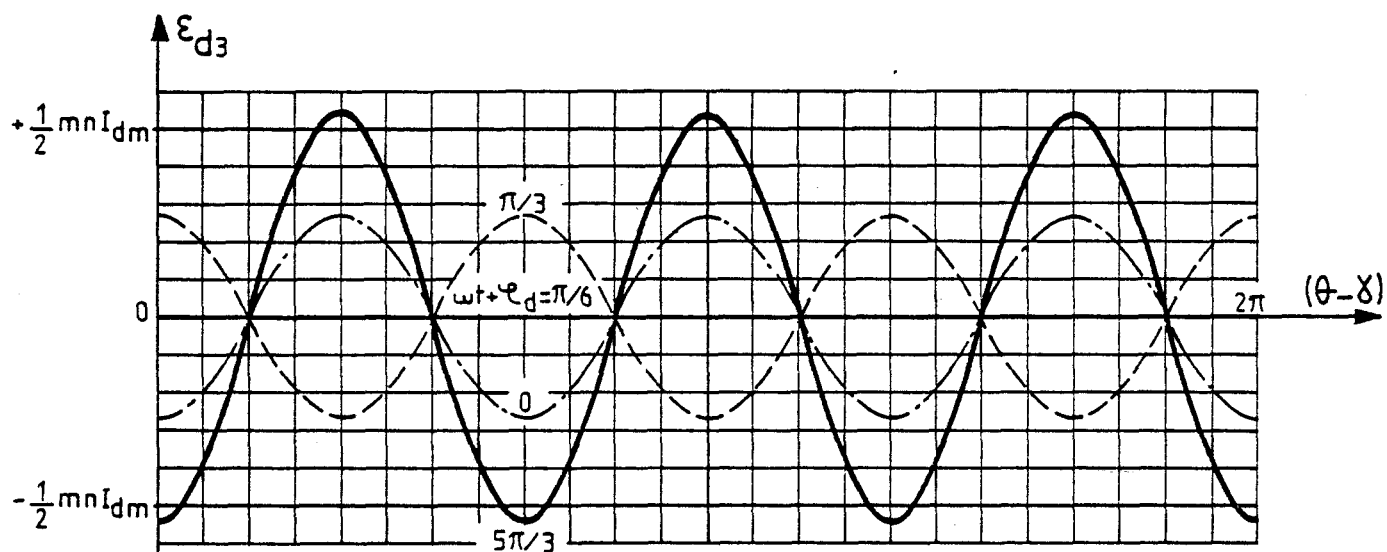


Figure 2.8

### II.3.3. Effets des autres harmoniques d'espace

La f.m.m. totale due à la composante directe des courants est la somme des f.m.m. correspondant aux divers harmoniques d'espace de rang impair. On peut classer ces f.m.m. en trois groupes.

- harmoniques de rang  $h = 3K+1$  ; ( $h = 1, 7, 13, 19, \dots$ )

Ces f.m.m. sont elliptiques, elles tournent dans le sens direct à la vitesse moyenne  $\omega/h$ . Chacune est décomposable en deux f.m.m. constantes, l'une directe de vitesse  $+\omega/h$ , l'autre inverse de vitesse  $-\omega/h$  et d'amplitude moindre.

- harmoniques de rang  $h = 3K-1$  ; ( $h = 5, 11, 17, 23, \dots$ )

Il donnent des f.m.m. elliptiques tournant dans le sens inverse à la vitesse moyenne  $\omega/h$ . Chacune est décomposable en deux f.m.m. circulaires, l'une de vitesse  $-\omega/h$ , l'autre d'amplitude moindre de vitesse  $+\omega/h$ .

- harmoniques de rang  $h = 3K$  ; ( $h = 3, 9, 15, 21, \dots$ )

Ils créent des f.m.m. d'axes fixes et d'amplitudes variables. Chacune est décomposable en deux f.m.m. d'amplitudes constantes et égales, l'une de vitesse  $+\omega/h$ , l'autre de vitesse  $-\omega/h$ .

En résumé, la f.m.m. totale due aux courants directs est formée par la superposition des 2 f.m.m. circulaires correspondant aux harmoniques d'espace successifs. Ces f.m.m. ont pour vitesse angulaire



$$\pm \frac{\omega}{h} = \pm \frac{p\Omega}{h}, \text{ avec } h \text{ impair et différent de } K p.$$

Aucune des composantes de la f.m.m. totale ne tourne à la même vitesse  $\Omega$  que les pôles inducteurs.

#### II.4. Force magnétomotrice "inverse"

Les f.m.m. dues aux systèmes inverses de f.e.m. de circulation s'écrivent pour chacune des phases :

$$\begin{aligned} \epsilon_i(1) &= m n i_i(1,1) [0,890 \cos(\theta - \gamma) + 0,270 \cos 3(\theta - \gamma)] \\ \epsilon_i(2) &= m n i_i(2,1) [0,890 \cos(\theta - \gamma - \Pi/3) + 0,270 \cos 3(\theta - \gamma - \Pi/3)] \\ \epsilon_i(3) &= m n i_i(3,1) [0,890 \cos(\theta - \gamma - 2\Pi/3) + 0,270 \cos 3(\theta - \gamma - 2\Pi/3)] \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{cases} i_i(1,1) = I_{im} \sin(\omega t + \phi_i - \Pi/2) &= - I_{im} \cos(\omega t + \phi_i) \\ i_i(2,1) = I_{im} \sin(\omega t + \phi_i - 11\Pi/6) &= - I_{im} \cos(\omega t + \phi_i - 4\Pi/3) \\ i_i(3,1) = I_{im} \sin(\omega t + \phi_i - 7\Pi/6) &= - I_{im} \cos(\omega t + \phi_i - 2\Pi/3) \end{cases}$$

Tout le long de l'entrefer, la f.m.m. inverse totale sera alors :

$$\epsilon_i = \epsilon_i(1) + \epsilon_i(2) + \epsilon_i(3)$$

##### II.4.1. Fondamental de la f.m.m. inverse totale

$$\epsilon_{i1} = \epsilon_{i1}(1) + \epsilon_{i1}(2) + \epsilon_{i1}(3)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{i1} &= -0,89 m n I_{im} [\cos(\omega t + \phi_i) \cos(\theta - \gamma) + \\ &\quad + \cos(\omega t + \phi_i - 4\Pi/3) \cos(\theta - \gamma - \Pi/3) + \\ &\quad + \cos(\omega t + \phi_i - 2\Pi/3) \cos(\theta - \gamma - 2\Pi/3)] \\ &= 0,89 m n I_{im} \left[ \cos(\theta - \gamma) \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\omega t + \phi_i) - \cos(\omega t + \phi_i) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \sin(\theta - \gamma) \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\omega t + \phi_i) \right] \right] \end{aligned}$$

Cette f.m.m. peut donc s'écrire :

$$\epsilon_{i1} = 0,445 m n I_{im} \sqrt{5+4 \sin 2(\omega t + \phi_i + \frac{5\Pi}{12})} \sin(\theta - \gamma + \delta_{i1}) \quad (2'.8)$$

$$\text{avec } \delta_{i1} = \text{arc tg} \frac{\sqrt{3} \sin(\omega t + \phi_i) - 2 \cos(\omega t + \phi_i)}{\sqrt{3} \cos(\omega t + \phi_i)} \quad (2'.9)$$

Ces relations correspondent à une onde sinusoïdale d'amplitude variable dans le temps, se déplaçant dans le sens inverse à une vitesse variable de valeur moyenne égale au double de celle des pôles inducteurs.

On a représenté (figure 2'.9) la forme de cette onde à divers instants compris entre  $\omega t + \phi_i = 0$  et  $\omega t + \phi_i = \pi$ .

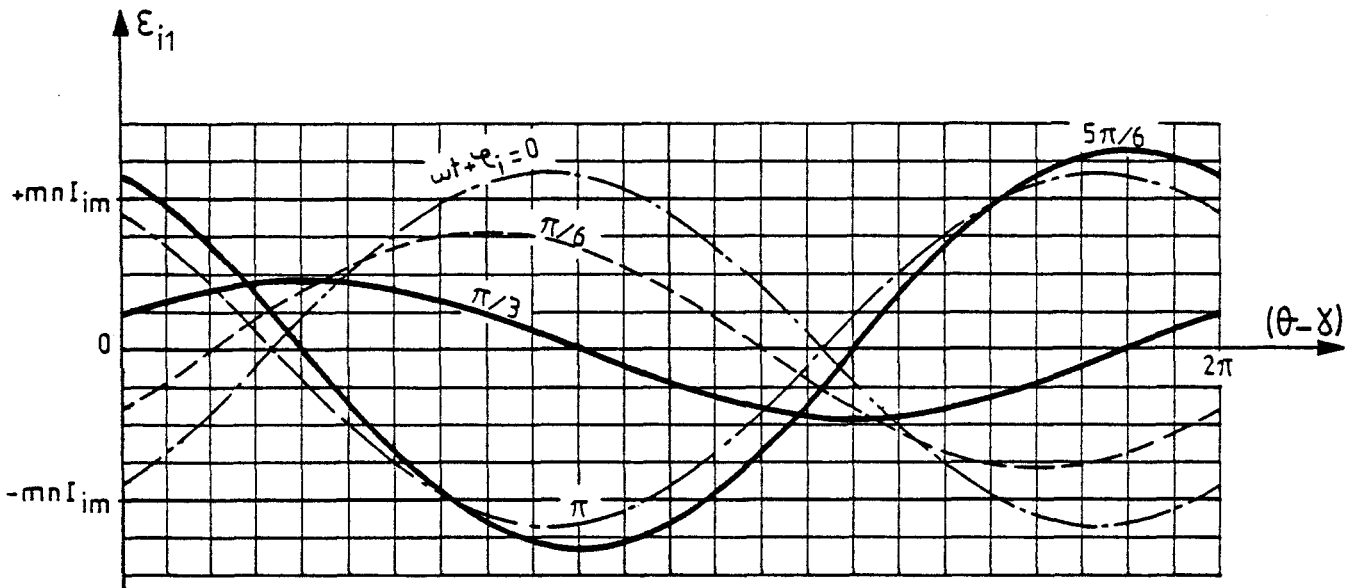


Figure 2'.9

Il s'agit encore d'une f.m.m. elliptique puisqu'on peut la décomposer en deux f.m.m. circulaires, en mettant  $\epsilon_{i1}$  sous la forme :

$$\epsilon_{i1} = \epsilon'_{i1} + \epsilon''_{i1} ,$$

avec :

$$\epsilon''_{i1} = 0,890 mnI_{im} \sin (\omega t + \phi_i + \theta - \gamma - \pi/6)$$

$$\epsilon'_{i1} = 0,445 mn I_{im} \sin (\omega t + \phi_i - \theta + \gamma - \pi/2)$$

La figure (2'.10) montre, comme l'avait fait la figure (2'.7) pour l'effet des composantes directes, la construction de l'ellipse représentant  $\epsilon_{i1}$  à partir des cercles correspondant l'un à  $\epsilon'_{i1}$  et l'autre à  $\epsilon''_{i1}$ .

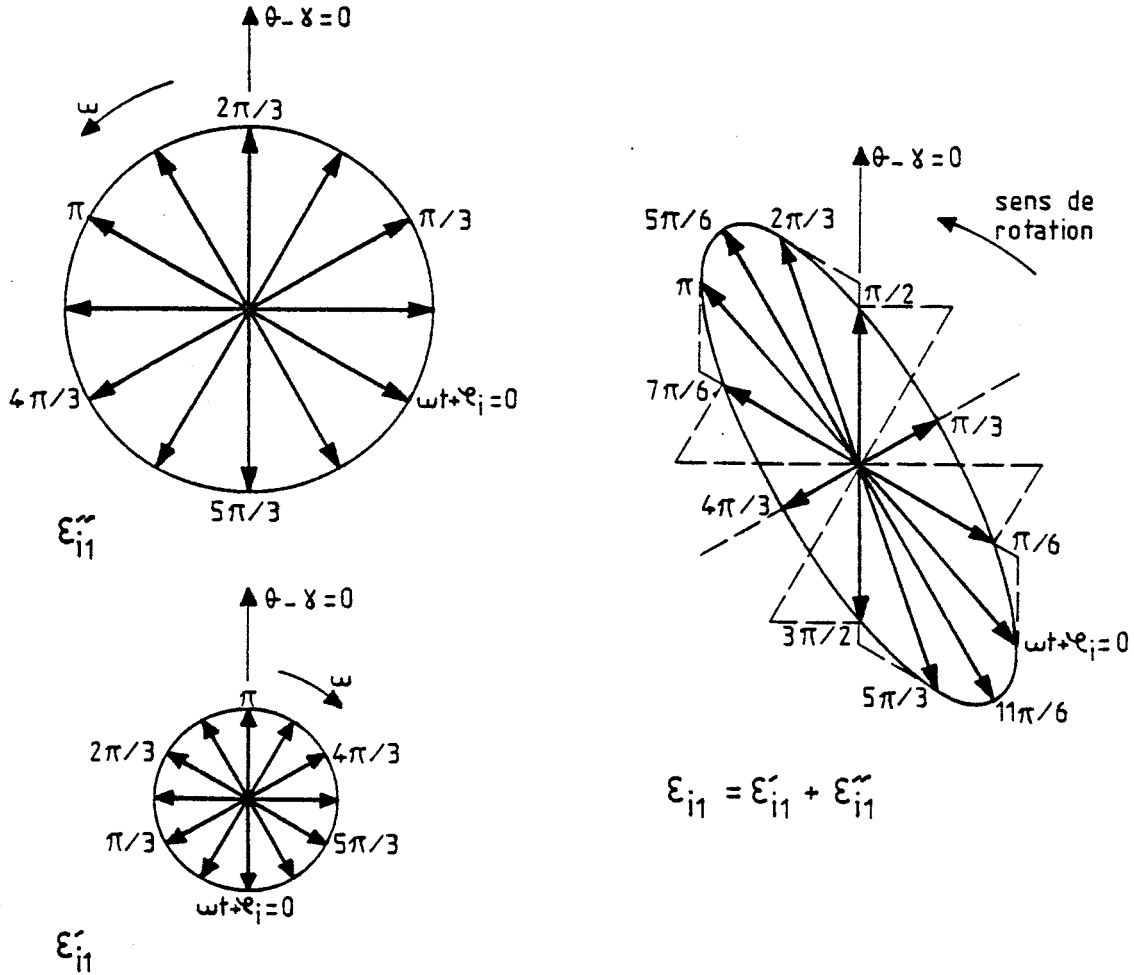


Figure 2.10

II.4.2. Forces magnétomotrices dues aux harmoniques

• Les harmoniques d'espace de rang 3 donnent avec la composante inverse des courants de circulation :

$$\epsilon_{i3} = \epsilon_{i3}^{(1)} + \epsilon_{i3}^{(2)} + \epsilon_{i3}^{(3)}$$

$$\epsilon_{i3} = 0,270mnI_{im} [-\cos(\omega t + \phi_i) \cos 3(\theta - \gamma) - \cos(\omega t + \phi_i - 4\pi/3) \cos 3(\theta - \gamma - \pi/3) - \cos(\omega t + \phi_i - 2\pi/3) \cos 3(\theta - \gamma - 2\pi/3)]$$

$$= 0,270mnI_{im} [-\cos(\omega t + \phi_i) - \sqrt{3} \sin(\omega t + \phi_i)] \cos 3(\theta - \gamma)$$

D'où :

$$\epsilon_{i3} = 0,540mnI_{im} \sin(\omega t + \phi_i - 5\pi/6) \cos 3(\theta - \gamma)$$

(2'.10)

Il s'agit là d'une f.m.m. fixe d'amplitude variant sinusoidalement. Elle est décomposable en deux f.m.m. d'amplitudes constantes et égales, de vitesse  $+\omega/3$  pour l'une,  $-\omega/3$  pour l'autre. On écrit alors :

$$\epsilon_{i3} = \epsilon'_{i3} + \epsilon''_{i3}$$

avec :

$$\epsilon'_{i3} = 0,270mnI_{im} \sin 3 \left( \frac{\omega t}{3} + \frac{\phi_i}{3} + \theta - \gamma - \frac{5\pi}{18} \right)$$

$$\epsilon''_{i3} = 0,270mnI_{im} \sin 3 \left( \frac{\omega t}{3} + \frac{\phi_i}{3} - \theta + \gamma - \frac{5\pi}{18} \right)$$

• D'une façon générale, les harmoniques d'espace donnent avec la composante inverse des courants de circulation :

- pour les harmoniques de rang 1, 7, 13, ...  $3K+1$ , une f.m.m. elliptique tournant en sens inverse à la vitesse moyenne  $\omega/h$ .

- pour les harmoniques de rang 5, 11, 17, ...,  $3K-1$ , une f.m.m. elliptique tournant dans le sens direct à la vitesse moyenne  $\omega/h$ .

- pour les harmoniques de rang 3, 9, 15, ...,  $3K$ , une f.m.m. d'axe fixe, de longueur d'onde correspondant à un  $K^{\text{ieme}}$  du développement de l'induit et d'amplitude variant à la pulsation  $\omega$ .

Toutes les f.m.m. sont donc décomposables en f.m.m. circulaires de vitesse  $\pm\omega/h$ , avec  $h$  impair et différent de  $K$  p. Aucune d'elles ne tourne à la même vitesse que les pôles inducteurs.

## II.5. Force magnétomotrice "homopolaire"

Puisque les composantes homopolaires des courants de circulation sont en phase,

$$i_o(1,1) = i_o(2,1) = i_o(3,1) = I_{om} \sin(\omega t + \phi_o - \pi/2) = -I_{om} \cos(\omega t + \phi_o),$$

La f.m.m. totale qu'ils créent s'écrit :

$$\epsilon_o = \epsilon_o(1) + \epsilon_o(2) + \epsilon_o(3)$$

avec

$$\epsilon_o(1) = mni_o(1,1) [0,890 \cos(\theta - \gamma) + 0,270 \cos 3(\theta - \gamma)]$$

$$\epsilon_o(2) = mni_o(1,1) [0,890 \cos(\theta - \gamma - \pi/3) + 0,270 \cos 3(\theta - \gamma - \pi/3)]$$

$$\epsilon_o(3) = mni_o(1,1) [0,890 \cos(\theta - \gamma - 2\pi/3) + 0,270 \cos 3(\theta - \gamma - 2\pi/3)]$$

ce qui donne :

• pour le fondamental,

$$\epsilon_{o1} = -0,890mnI_{om} \cos(\omega t + \phi_o) [\cos(\theta - \gamma) + \cos(\theta - \gamma - \Pi/3) + \cos(\theta - \gamma - 2\Pi/3)]$$

$$\epsilon_{o1} = 1,780mnI_{om} \cos(\omega t + \phi_o) \sin(\theta - \gamma - 5\Pi/6) \quad (2'.11)$$

Ceci est l'expression d'une f.m.m. pulsante d'axe fixe qui peut encore s'écrire :

$$\epsilon_{o1} = \epsilon'_{o1} + \epsilon''_{o1}$$

avec

$$\epsilon'_{o1} = 0,890 mnI_{om} \sin(\omega t + \phi_o - \theta + \gamma - \Pi/6)$$

$$\epsilon''_{o1} = 0,890 mnI_{om} \sin(\omega t + \phi_o + \theta - \gamma - 5\Pi/6)$$

• pour l'harmonique 3,

$$\epsilon_{o3} = -0,270mnI_{om} \cos(\omega t + \phi_o) [\cos 3(\theta - \gamma) + \cos 3(\theta - \gamma - \Pi/3) + \cos 3(\theta - \gamma - 2\Pi/3)]$$

$$\epsilon_{o3} = 0,270 mnI_{om} \cos(\omega t + \phi_o) \sin 3(\theta - \gamma - \Pi/6) \quad (2'.12)$$

ou :

$$\epsilon_{o3} = \epsilon'_{o3} + \epsilon''_{o3}$$

avec :

$$\epsilon'_{o3} = 0,135mnI_{om} \sin 3\left(\frac{\omega t}{3} + \frac{\phi_o}{3} - \theta + \gamma - \frac{\Pi}{6}\right)$$

$$\epsilon''_{o3} = 0,135mnI_{om} \sin 3\left(\frac{\omega t}{3} + \frac{\phi_o}{3} + \theta - \gamma - \frac{\Pi}{6}\right)$$

• D'une façon générale, les harmoniques d'espace de rang h donnent avec la composante homopolaire une f.m.m.

$$\epsilon_{oh} = \frac{48}{\Pi^2 h^2} \sin h \frac{\Pi}{4} \sin h \frac{\Pi}{12} \sqrt{3+2\cos h \frac{\Pi}{3}} mnI_{om} \cos(\omega t + \phi_o) \sin h \left(\theta - \gamma + \frac{\delta_{oh}}{h} - \frac{\Pi}{h}\right)$$

$$\text{avec } \delta_{oh} = \text{arc tg } \frac{1}{2 \sin h \frac{\pi}{2} \cos h \frac{\pi}{6}}$$

Cette f.m.m. est décomposable en deux f.m.m. circulaires de vitesses égales à  $+\omega/h$  et  $-\omega/h$ .

## II.6. Conclusion. Application à un exemple

### II.6.1. Nature de la réactance limitant les courants de circulation

L'étude qui précède montre que la réaction d'induit due aux courants de circulation diffère de celle produite par le déséquilibre des courants statoriques d'une machine synchrone sans décentrement.

#### ● Dans le cas de courants déséquilibrés (figure 2'.11.a),

- la composante directe des courants donne une f.m.m.  $\epsilon_d$ , donc un flux de réaction tournant à la vitesse  $\Omega$  du rotor ; la réactance correspondante est la réactance synchrone de valeur élevée, car le quotient du flux par la composante des courants est important .

- la composante inverse crée une f.m.m.  $\epsilon_i$  et un flux tournant à la vitesse  $\Omega$  en sens inverse du rotor. Ce flux induit dans l'inducteur, dans les amortisseurs et dans les pièces massives du rotor qu'il balaye à la vitesse  $2\Omega$ , des courants qui tendent à l'étouffer. La réactance inverse est faible car le quotient flux/composante est faible.

- la composante homopolaire crée une f.m.m. résultante  $\epsilon_o$  nulle. La réactance homopolaire serait nulle, si on négligeait les flux de fuites ; elle a une valeur très faible car il s'agit d'une réactance uniquement de fuites.

#### ● Dans le cas de courants de circulation dus à la mise en parallèle (figure 2'.11.b).

- les f.m.m. dues au fondamental de la répartition spatiale balayent le rotor les unes ( $\epsilon'_{d1}$ ,  $\epsilon'_{i1}$ ,  $\epsilon'_{o1}$ ) à la vitesse  $\Omega$ , les autres ( $\epsilon''_{d1}$ ,  $\epsilon''_{i1}$ ,  $\epsilon''_{o1}$ ) à la vitesse  $3\Omega$ .

- les f.m.m. dues à l'harmonique d'espace de rang 3 balayent le rotor les unes ( $\epsilon'_{d3}$ ,  $\epsilon'_{i3}$ ,  $\epsilon'_{o3}$ ) à la vitesse  $\Omega/3$ , les autres ( $\epsilon''_{d3}$ ,  $\epsilon''_{i3}$ ,  $\epsilon''_{o3}$ ) à la vitesse  $5\Omega/3$ .

- les f.m.m. dues à l'harmonique  $h$  balayent le rotor les unes ( $\epsilon'_{dh}, \epsilon'_{ih}, \epsilon'_{oh}$ ) à la vitesse  $\Omega(1 - 2/h)$ , les autres ( $\epsilon''_{dh}, \epsilon''_{ih}, \epsilon''_{oh}$ ) à la vitesse  $\Omega(1 + 2/h)$  ; ces deux vitesses diffèrent peu de  $\Omega$  dès que  $h$  est élevé.

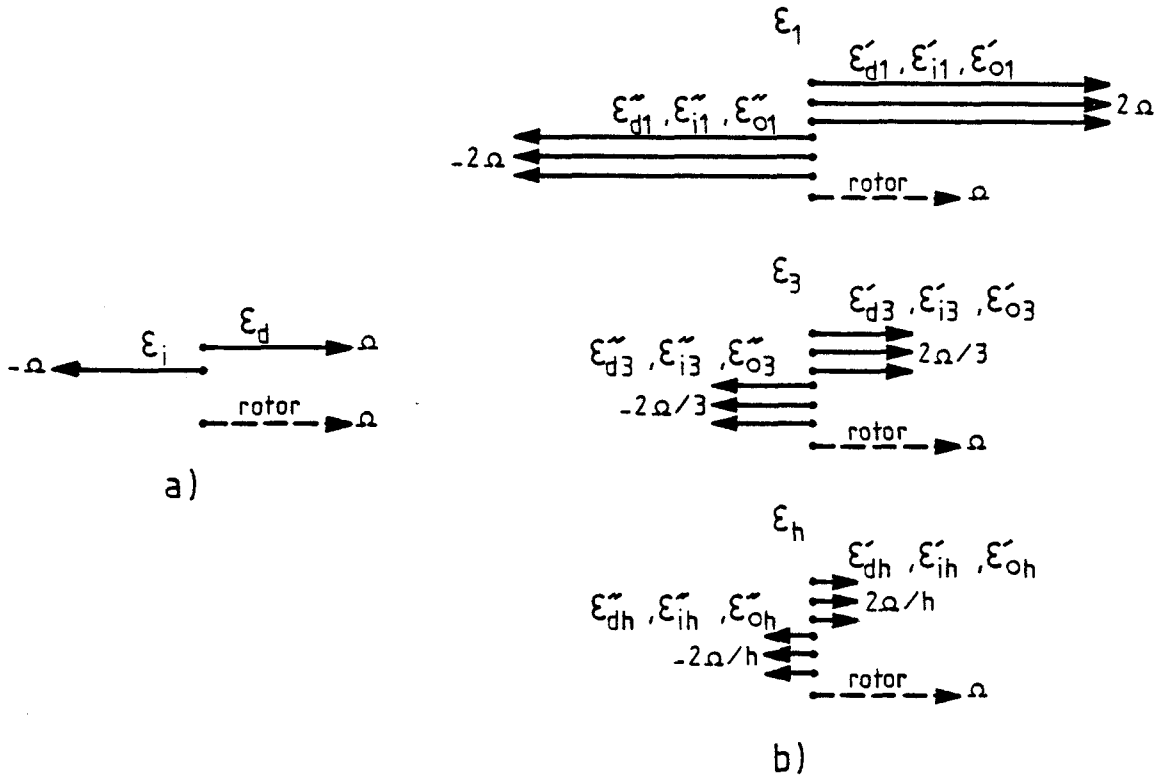


Figure 2.11

● On voit que :

- aucune des composantes ne donne une f.m.m. résultante nulle ; aucune ne correspond à une réactance de fuites.

- aucune des composantes ne donne de f.m.m. tournant à la vitesse du rotor ; aucune ne correspond à la réactance synchrone.

- toutes les f.m.m. balayent le rotor à une vitesse comprise entre  $\Omega/3$  et  $3\Omega$ . les flux correspondant induisent des courants dans l'inducteur, les amortisseurs et les pièces massives du rotor qui tendront à les étouffer.

Cela conduit à adopter l'hypothèse simplificatrice suivante ; **une seule réactance**  $X_c$  peut être utilisée pour passer des f.e.m. de circulation aux courants de circulation. Cette réactance a une valeur voisine de celle de la réactance inverse.

IL n'y a plus à décomposer les f.e.m. de circulation en divers systèmes auxquels correspondraient des réactances différentes.

II.6.2. Application au cas où p et a égalent 2

• Dans ce cas, (voir §II.2), les f.e.m. de circulation s'écrivent :

$$\begin{aligned} e_c(1,1) &= - e_c(1,2) = E_c(1,1) \sqrt{2} \sin(\omega t + \Pi - 2\gamma) \\ e_c(2,1) &= - e_c(2,2) = E_c(2,1) \sqrt{2} \sin(\omega t + \Pi/3 - 2\gamma) \\ e_c(3,1) &= - e_c(3,2) = E_c(3,1) \sqrt{2} \sin(\omega t - \Pi/3 - 2\gamma) \end{aligned}$$

En négligeant la résistance des enroulements et en désignant par  $X_c$  leur réactance, les courants ont pour expressions :

$$\begin{aligned} i(1,1) &= - i(1,2) = E_c(1,1) \frac{\sqrt{2}}{X_c} \cos(\omega t - 2\gamma) \\ i(2,1) &= - i(2,2) = E_c(2,1) \frac{\sqrt{2}}{X_c} \cos(\omega t - 2\gamma - \frac{2\Pi}{3}) \\ i(3,1) &= - i(3,2) = E_c(3,1) \frac{\sqrt{2}}{X_c} \cos(\omega t - 2\gamma - \frac{4\Pi}{3}) \end{aligned}$$

D'où les f.m.m. créées par les trois phases :

$$\begin{aligned} \epsilon(1) &= A_1 \cos(\omega t - 2\gamma) [0,890 \cos(\theta - \gamma) + 0,270 \cos 3(\theta - \gamma) \dots] \\ \epsilon(2) &= A_2 \cos(\omega t - 2\gamma - 2\Pi/3) [0,890 \cos(\theta - \gamma - \Pi/3) + 0,270 \cos 3(\theta - \gamma - \Pi/3) \dots] \\ \epsilon(3) &= A_3 \cos(\omega t - 2\gamma - 4\Pi/3) [0,890 \cos(\theta - \gamma - 2\Pi/3) + 0,270 \cos 3(\theta - \gamma - 2\Pi/3) \dots] \end{aligned}$$

où :

$$A_1 = \frac{E_c(1,1)}{X_c} \sqrt{2} \text{ mn} ; A_2 = \frac{E_c(2,1)}{X_c} \sqrt{2} \text{ mn} ; \text{ et } A_3 = \frac{E_c(3,1)}{X_c} \sqrt{2} \text{ mn}$$

- le **fondamental** de la répartition spatiale de ces trois f.m.m. donne une f.m.m. résultante  $\epsilon_1$  telle que :

$$\boxed{\epsilon_1 = 0,890 \epsilon_{1M} \sin(\theta - \gamma + \delta_1)} \quad (2'.13)$$

avec :

$$\delta_1 = \text{arc tg} \frac{(4A_1 - A_2 + A_3) \cos(\omega t - 2\gamma) + \sqrt{3} (A_2 + A_3) \sin(\omega t - 2\gamma)}{3(A_2 - A_3) \sin(\omega t - 2\gamma) - \sqrt{3} (A_2 + A_3) \cos(\omega t - 2\gamma)}$$

et :

$$\begin{aligned} \epsilon_{1M}^2 &= \frac{1}{2} (A_1^2 + A_2^2 + A_3^2) + \frac{1}{4} (A_1 A_3 - A_1 A_2 - A_2 A_3) + \\ &+ \frac{\sqrt{3}}{8} (A_1 A_2 + A_1 A_3 - A_2^2 + A_3^2) \sin 2(\omega t - 2\gamma) + \\ &+ \frac{1}{4} (2A_1^2 - A_2^2 - A_3^2 - A_1 A_2 + A_1 A_3 + 2A_2 A_3) \cos 2(\omega t - 2\gamma) \end{aligned}$$



- l'harmonique 3 de la répartition spatiale de ces trois f.m.m. donne la f.m.m. totale suivante :

$$\epsilon_3 = 0,270 \epsilon_{3M} \cos 3(\theta - \gamma) \quad (2'.14)$$

avec : 
$$\epsilon_{3M} = \frac{1}{2} \sqrt{(2A_1 + A_2 - A_3)^2 + 3(A_2 + A_3)^2} \sin(\omega t - 2\gamma + \delta_3)$$

où 
$$\delta_3 = \text{arc tg} \frac{2A_1 + A_2 - A_3}{-\sqrt{3}(A_2 + A_3)}$$

Ces deux f.m.m. et celles dues aux harmoniques d'espace suivants sont décomposables en f.m.m. circulaires.

• Nous avons appliqué les relations précédentes, valables quels que soient le décentrement et sa direction, au cas particulier suivant :

$$x = 0,1 \quad ; \quad \gamma = 0$$

Les positions des axes des 6 enroulements sont alors :

$$\begin{aligned} \theta(1,1) &= 0 & ; & & \theta(1,2) &= \pi \\ \theta(2,1) &= \pi/3 & ; & & \theta(2,2) &= 4\pi/3 \\ \theta(3,1) &= 2\pi/3 & ; & & \theta(3,2) &= 5\pi/3 \end{aligned}$$

et les f.e.m. qui y sont induites ont pour valeurs efficaces :

$$\begin{aligned} E(1,1) &= 1,0760 E_0 & ; & & E(1,2) &= 0,9340 E_0 \\ E(2,1) &= 1,0408 E_0 & ; & & E(2,2) &= 0,9692 E_0 \\ E(3,1) &= 0,9692 E_0 & ; & & E(3,2) &= 1,0408 E_0 \end{aligned}$$

D'où les f.e.m. de circulation :

$$\begin{aligned} e_c(1,1) &= -e_c(1,2) = 0,0710 \sqrt{2} E_0 \sin(\omega t + \pi) \\ e_c(2,1) &= -e_c(2,2) = 0,0358 \sqrt{2} E_0 \sin(\omega t + \pi/3) \\ e_c(3,1) &= -e_c(3,2) = -0,0358 \sqrt{2} E_0 \sin(\omega t - \pi/3) \end{aligned}$$

et les f.m.m. créées par les trois courants de circulation :

$$\epsilon(1) = A_1 \cos \omega t [0,890 \cos \theta + 0,270 \cos 3\theta + \dots]$$

$$\epsilon(2) = A_2 \cos(\omega t - 2\pi/3) [0,890 \cos(\theta - \pi/3) + 0,270 \cos 3(\theta - \pi/3) + \dots]$$

$$\epsilon(3) = A_3 \cos(\omega t - 4\pi/3) [0,890 \cos(\theta - 2\pi/3) + 0,270 \cos 3(\theta - 2\pi/3) + \dots]$$

avec :

$$A_1 = 0,0710 \sqrt{2} \text{ mn } \frac{E_0}{X_c}; \quad A_2 = 0,0358 \sqrt{2} \text{ mn } \frac{E_0}{X_c}; \quad \text{et } A_3 = -0,0358 \sqrt{2} \text{ mn } \frac{E_0}{X_c}$$

Les relations (2'.13) et (2'.14) donnent alors :

- pour le fondamental,

$$\epsilon_1 = 0,890 \text{ mn } \frac{E_0}{X_c} 10^{-3} \sqrt{5703 - 64 \cos 2\omega t} \sin(\theta + \delta_1)$$

$$\text{avec } \delta_1 = \text{arc tg } \frac{0,3004 \cos \omega t}{0,3038 \sin \omega t}$$

- pour l'harmonique 3,

$$\epsilon_3 = 0,270 \text{ mn } \frac{E_0}{X_c} 10^{-3} [151 \cos \omega t \cos 3\theta]$$

La figure (2'.12) montre, à divers instants, l'onde de f.m.m. créée le long de l'entrefer par les courants de circulation ; onde tracée en ne tenant compte que du fondamental et de l'harmonique 3. On a tracé  $\epsilon_1$  en trait mixte,  $\epsilon_3$  en trait interrompu et  $\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_3$  en trait continu.

Sur l'axe des  $\theta$  on a repéré, aux divers instants, la position des axes des pôles.

Sachant que l'entrefer est minimum pour  $\theta = 0$  et maximum pour  $\theta = \pi$ , on voit que la f.m.m. de réaction d'induit

- diminue l'induction sous chaque pôle inducteur lorsqu'il se trouve face aux entrefers réduits ( $-\pi/2 < \theta < +\pi/2$ ),

- augmente l'induction sous les pôles situés dans la zone où l'entrefer est accru ( $\pi/2 < \theta < 3\pi/2$ ).

La réaction d'induit due aux courants de circulation réduit donc, comme escompté, l'effet magnétique du décentrement et par conséquent, la force magnétique radiale qui en résulte.

Sur la figure (2'.13) on a repris le tracé de  $\epsilon$  aux mêmes instants, pour la même valeur de  $x$  et en conservant les mêmes échelles, mais en prenant en compte en plus du fondamental et de l'harmonique 3, les harmoniques d'espace de rang 5, 7, 9, 11, 13 et 15.

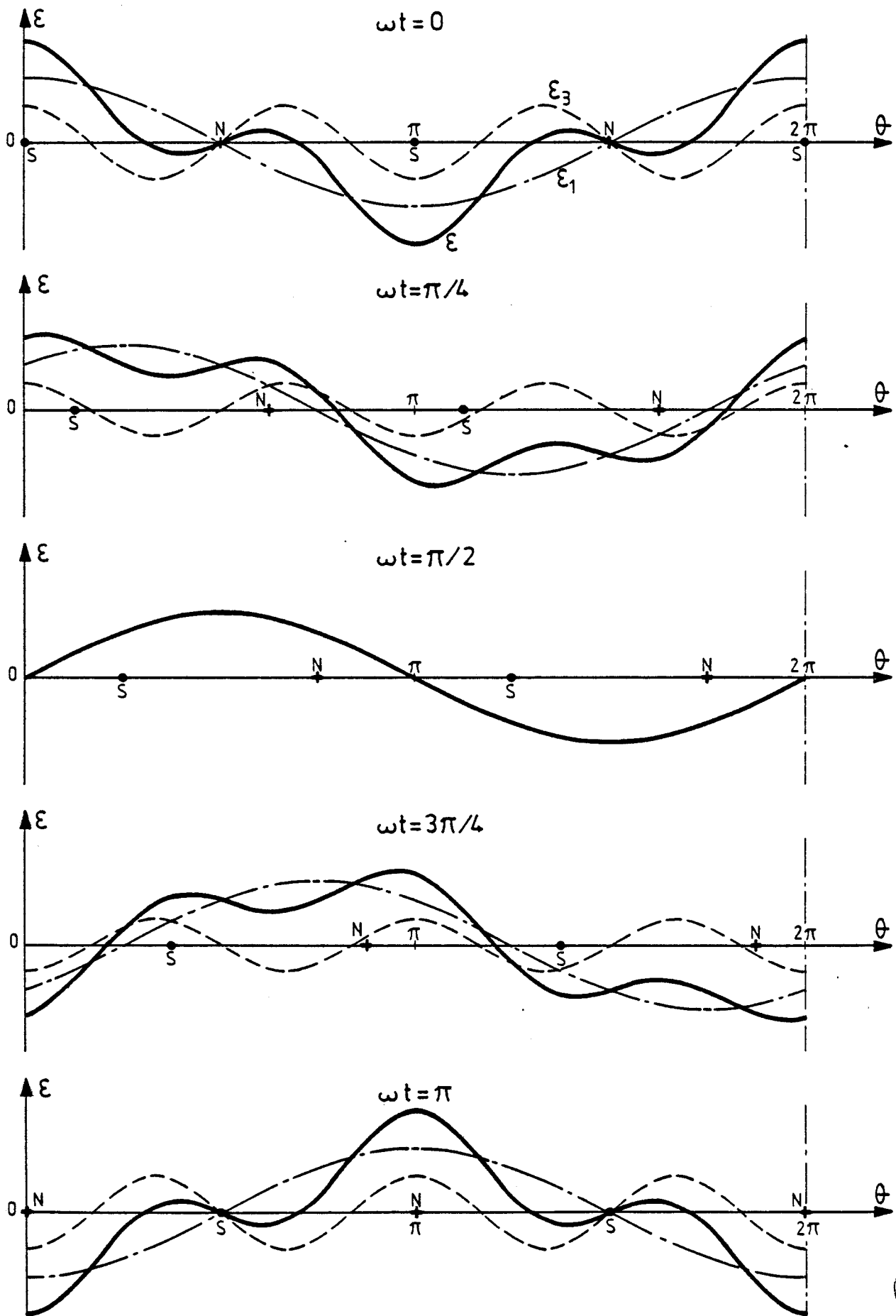


Figure 2.12



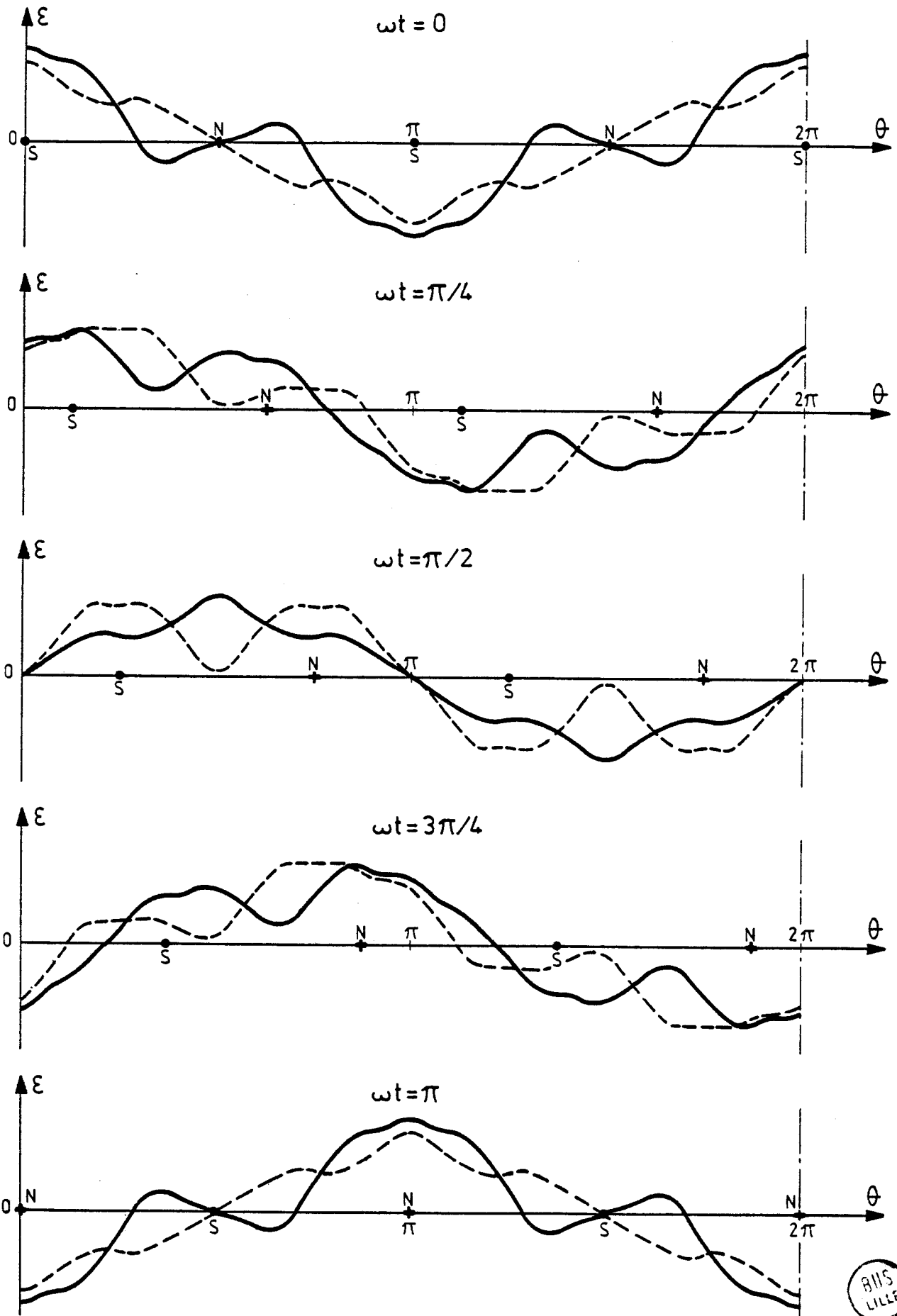


Figure 2.13



Les ondes en traits pleins correspondent à  $\gamma = 0$ , les ondes en traits interrompus à  $\gamma = \pi/6$  (on retrouve exactement la même forme d'onde de  $\epsilon$  quand  $\gamma$  varie de  $2\pi/6$ ).

On voit que les conclusions de l'étude limitée à l'harmonique 3 ne sont guère affectées.

Par ailleurs, la variation de  $\gamma$  entraîne une déformation de l'onde de f.m.m., d'autant plus faible que  $p$  est grand.

### III - GENERALISATION A LA MACHINE A 2p POLES

#### III.1. Expression de la f.m.m. totale

• Il est inutile de décomposer les  $3p$  forces électromotrices de circulation en systèmes directs, inverses et homopolaires, car les courants dus à ces composantes donnent tous des f.m.m. elliptiques ou d'axes fixes décomposables en f.m.m. tournantes circulaires de vitesse :

$$\pm \omega/h \text{ ou } \pm p\Omega/h$$

où  $h$ , rang de l'harmonique d'espace considéré, peut prendre toutes les valeurs entières sauf celles multiples de  $p$ .

N'ayant aucune f.m.m. de vitesse  $\Omega$ , on peut affecter à toutes les composantes des courants, la même réactance  $X_c$  ; il est donc inutile de décomposer ces courants.

• L'expression générale du courant de circulation dans un enroulement  $(q,k)$  quelconque s'écrit :

$$i(q,k) = I_M(q,k) \cos \left[ \omega t + (1-q) \frac{2\pi}{3} - p\gamma \right] \quad (2'.15)$$

La phase de ce courant peut être précisée dès le départ, puisque  $i(q,k)$  est déphasé de  $\pi/2$  en arrière de la f.e.m. de circulation dans la voie où il se trouve, et que cette f.e.m. est en phase avec  $e(q,k)$ .

L'amplitude dépend de  $x$ , de  $\gamma$ , du mode de couplage, et de la position angulaire  $\theta(q,k)$  de l'axe de l'enroulement.

• La f.m.m. créée par l'enroulement  $(q,k)$  a pour expression :

$$\epsilon(q,k) = \sum_{h=1}^{\infty} \epsilon_h(q,k)$$

ou

$$\epsilon(q,k) = \sum_{h=1}^{\infty} H_h \cos h [\theta - \theta(q,k)] \quad (2'.1)$$

avec

$$H_h = mni(q,k) \frac{12p}{\pi^2 h^2} \sin h \frac{\pi}{2p} \sin h \frac{\pi}{6p} \quad (2'.2)$$

On peut aussi l'écrire :

$$\left. \begin{aligned} \epsilon(q,k) &= i(q,k) \sum_{h=1}^{\infty} H'_h \cos h [\theta - \theta(q,k)] \\ \text{avec : } H'_h &= mn \frac{12p}{\Pi^2 h^2} \sin h \frac{\Pi}{2p} \sin h \frac{\Pi}{6p} \end{aligned} \right\} \quad (2'.16)$$

La f.m.m. totale créée par les 3p enroulements est :

$$\boxed{\epsilon = \sum_{q=1}^3 \left[ \sum_{k=1}^p \left[ \sum_{h=1}^{\infty} \epsilon_h(q,k) \right] \right]} \quad (2'.17)$$

### III.2. Etude de la f.m.m. correspondant à un harmonique d'espace

• Examinons dans l'onde de f.m.m. totale la partie correspondant à l'harmonique d'espace de rang h.

$$\begin{aligned} \epsilon_h &= \sum_{q=1}^3 \left[ \sum_{k=1}^p \epsilon_h(q,k) \right] = \sum_{q=1}^3 \left[ \sum_{k=1}^p H'_h i(q,k) \cos h [\theta - \theta(q,k)] \right] \\ \text{d'où :} \\ \epsilon_h &= H'_h \sum_{q=1}^3 \left[ \sum_{k=1}^p i(q,k) \cos h [\theta - \theta(q,k)] \right] \end{aligned}$$

Sachant que :  $\theta(q,k) = \gamma + (3k+q-4) \frac{2\Pi}{3p}$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \epsilon_h &= H'_h \sum_{q=1}^3 \left[ \sum_{k=1}^p i(q,k) \cos h \left[ \theta - \gamma - (3k+q-4) \frac{2\Pi}{3p} \right] \right] \\ \epsilon_h &= H'_h \cos h (\theta - \gamma) \sum_{q=1}^3 \left[ \sum_{k=1}^p i(q,k) \cos h (3k+q-4) \frac{2\Pi}{3p} \right] + \\ &\quad + H'_h \sin h (\theta - \gamma) \sum_{q=1}^3 \left[ \sum_{k=1}^p i(q,k) \sin h (3k+q-4) \frac{2\Pi}{3p} \right] \end{aligned}$$

En désignant par Q et R les deux sommes doubles, non fonctions de  $\theta$ , on peut écrire :

$$\epsilon_h = H'_h [Q \cos h (\theta - \gamma) + R \sin h (\theta - \gamma)]$$

$$\boxed{\begin{aligned} \epsilon_h &= H'_h \sqrt{Q^2 + R^2} \sin h \left( \theta - \gamma + \frac{\delta_h}{h} \right) \\ \text{avec } \delta_h &= \text{arc tg } \frac{Q}{R} \end{aligned}} \quad (2'.18)$$

$\epsilon_h$  est donc une onde sinusoïdale, présentant le long de l'entrefer h maxima et h minima.

• Il reste à étudier les termes Q et R pour voir la vitesse de déplacement de cette onde et comment varie son amplitude en fonction du temps.

- Pour Q, on a :

$$\begin{aligned}
 Q &= \sum_{k=1}^p \left[ i(1,k) \cos h(3k-3) \frac{2\Pi}{3p} + i(2,k) \cos h(3k-2) \frac{2\Pi}{3p} + i(3,k) \cos h(3k-1) \frac{2\Pi}{3p} \right] \\
 &= \sum_{k=1}^p \left[ I_M(1,k) \cos(\omega t - p\gamma) \cos h(3k-3) \frac{2\Pi}{3p} + \right. \\
 &\quad + I_M(2,k) \cos\left(\omega t - p\gamma - \frac{2\Pi}{3}\right) \cos h(3k-2) \frac{2\Pi}{3p} + \\
 &\quad \left. + I_M(3,k) \cos\left(\omega t - p\gamma - \frac{4\Pi}{3}\right) \cos h(3k-1) \frac{2\Pi}{3p} \right] \\
 &= \cos(\omega t - p\gamma) \sum_{k=1}^p \left[ I_M(1,k) \cos h(3k-3) \frac{2\Pi}{3p} - \frac{1}{2} I_M(2,k) \cos h(3k-2) \frac{2\Pi}{3p} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} I_M(3,k) \cos h(3k-1) \frac{2\Pi}{3p} \right] + \\
 &\quad + \sin(\omega t - p\gamma) \sum_{k=1}^p \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} I_M(2,k) \cos h(3k-2) \frac{2\Pi}{3p} - \frac{\sqrt{3}}{2} I_M(3,k) \cos h(3k-1) \frac{2\Pi}{3p} \right]
 \end{aligned}$$

Q est donc de la forme :

$$Q = Q_1 \cos(\omega t - p\gamma) + Q_2 \sin(\omega t - p\gamma)$$

où  $Q_1$  et  $Q_2$  sont deux sommes indépendantes du temps et de  $\theta$ .

- De la même manière,

$$\begin{aligned}
 R &= \sum_{k=1}^p \left[ i(1,k) \sin h(3k-3) \frac{2\Pi}{3p} + i(2,k) \sin h(3k-2) \frac{2\Pi}{3p} + i(3,k) \sinh(3k-1) \frac{2\Pi}{3p} \right] \\
 &= \cos(\omega t - p\gamma) \sum_{k=1}^p \left[ I_M(1,k) \sin h(3k-3) \frac{2\Pi}{3p} - \frac{1}{2} I_M(2,k) \sin h(3k-2) \frac{2\Pi}{3p} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} I_M(3,k) \sin h(3k-1) \frac{2\Pi}{3p} \right] + \\
 &\quad + \sin(\omega t - p\gamma) \sum_{k=1}^p \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} I_M(2,k) \sin h(3k-2) \frac{2\Pi}{3p} - \frac{\sqrt{3}}{2} I_M(3,k) \sin h(3k-1) \frac{2\Pi}{3p} \right]
 \end{aligned}$$

On peut donc écrire :

$$R = R_1 \cos(\omega t - p\gamma) + R_2 \sin(\omega t - p\gamma)$$

$R_1$  et  $R_2$  étant elles aussi deux sommes indépendantes du temps et de  $\theta$ .

- Le terme  $(Q^2 + R^2)$  intervenant dans l'amplitude de la f.m.m.  $\epsilon_h$ , est égal à :

$$\begin{aligned}
 Q^2 + R^2 &= (Q_1^2 + R_1^2) \cos^2(\omega t - p\gamma) + (Q_2^2 + R_2^2) \sin^2(\omega t - p\gamma) + \\
 &\quad + 2(Q_1 Q_2 + R_1 R_2) \cos(\omega t - p\gamma) \sin(\omega t - p\gamma)
 \end{aligned}$$

$$Q^2 + R^2 = \frac{1}{2} (Q_1^2 + Q_2^2 + R_1^2 + R_2^2) + \frac{1}{2} (Q_1^2 - Q_2^2 + R_1^2 - R_2^2) \cos 2(\omega t - p\gamma) + (Q_1 Q_2 + R_1 R_2) \sin 2(\omega t - p\gamma)$$

$$Q^2 + R^2 = G + G_1 \cos 2(\omega t - p\gamma) + G_2 \sin 2(\omega t - p\gamma)$$

d'où

$$Q^2 + R^2 = G + \sqrt{G_1^2 + G_2^2} \sin 2(\omega t - p\gamma + \frac{1}{2} \text{arc tg } \frac{G_1}{G_2})$$

En reportant ces termes dans la relation (5.18) on obtient :

$$\epsilon_h = H'_h \sqrt{G + (G_1^2 + G_2^2)^{\frac{1}{2}} \sin 2(\omega t - p\gamma + \frac{1}{2} \text{arc tg } \frac{G_1}{G_2})} \sin h(\theta - \gamma + \frac{\delta_h}{h}) \quad (2'.19)$$

$$\text{et } \delta_h = \text{arc tg } \frac{Q_1 \cos(\omega t - p\gamma) + Q_2 \sin(\omega t - p\gamma)}{R_1 \cos(\omega t - p\gamma) + R_2 \sin(\omega t - p\gamma)} \quad (2'.20)$$

Sous cette forme, sachant que  $Q_1, Q_2, R_1, R_2, G, G_1$  et  $G_2$  sont indépendants de  $t$  et de  $\theta$ , l'expression de  $\epsilon_h$  montre que cette f.m.m. a bien une longueur d'onde égale à un  $h^{\text{ième}}$  du développement de l'induit ; et que sa vitesse moyenne est égale à  $\omega/h$  (ou  $p\omega/h$ ), puisque  $\delta_h$  est une fonction périodique du temps de pulsation  $\omega$ .

- Vu la forme de l'expression de l'amplitude, analogue à celles trouvées en (2'.5) et (2'.8), on peut conclure que chaque harmonique d'espace crée une f.m.m. elliptique décomposable en deux f.m.m. circulaires, l'une de vitesse  $+\omega/h$ , l'autre de vitesse  $-\omega/h$ .

- Ce calcul montre que, quelle que soit la valeur des courants de circulation dans les 3p enroulements, ils donnent des harmoniques de f.m.m. de vitesse  $\pm\omega/h$  (avec  $h$  différent de  $p$ ), donc différente de la vitesse  $\pm\omega/p$  du rotor. Cela justifie l'emploi d'une réactance unique  $X_c$ .

#### Remarque

Les termes  $Q, R, G, G_1$  et  $G_2$  intervenant dans l'expression de  $\epsilon_h$  sont fonctions, pour une valeur donnée de  $p$ , de la valeur et de la direction du décentrement ainsi que du mode de couplage en parallèle adopté.



### III.3. Exemple, cas d'une machine à 16 pôles

Pour obtenir une réduction de la force magnétique radiale due au décentrement, la f.m.m. créée par les courants de circulation doit, à chaque instant,

- créer un flux soustractif sous les pôles situés dans la zone des entrefers réduits,
- par contre, créer un flux additif pour ceux se trouvant dans la zone des entrefers accrus.

Nous avons vu qu'il en était bien ainsi lors de l'étude de la machine à 4 pôles pour son unique mode de couplage parallèle. Nous nous proposons maintenant de voir ce qu'il en est pour une machine à plus grand nombre de pôles et d'observer l'influence du mode de couplage en parallèle des enroulements.

Nous considérons le cas d'une machine à 16 pôles, dont le décentrement est dirigé suivant l'axe de l'enroulement 1 de la phase 1 ( $\gamma=0$ ), et a une valeur relative  $x$  de 0,2. Dans nos calculs, nous avons tenu compte des effets des  $4p$  premiers harmoniques d'espace ( $1 \leq h \leq 32$ ).

#### III.3.1. Couplage à 8 voies en parallèle

La figure (2'.14) représente, à différents instants, l'onde de f.m.m. totale créée par les courants de circulation dans le cas où  $a = p = 8$  (figure 1'.4.f).

On voit que l'onde  $\epsilon(\theta)$  se présente comme une sinusoïde de longueur d'onde égale à une double distance polaire ; son amplitude est modulée de façon à être maximale face au minimum et au maximum de l'entrefer ( $\theta$  égal à 0 ou  $\Pi$ ), et négligeable là où le décentrement n'affecte pas l'entrefer ( $\theta = \pm\Pi/2$ ). Cette onde se déplace à une vitesse moyenne égale à celle du rotor ; au voisinage de  $\theta = \Pi/2$  et  $3\Pi/2$ , il y a une inversion de polarité.

Cette forme d'onde est tout à fait celle qui convient pour réduire l'attraction magnétique, la f.m.m. est antagoniste face aux pôles situés dans la zone des entrefers réduits, concordante face à ceux situés là où l'entrefer est accru. Sa valeur dans l'axe d'un pôle est d'autant plus grande que celui-ci est plus proche de l'axe du décentrement.

Ce mode de couplage à  $a = p$  est donc très efficace en ce qui concerne la réduction de l'attraction radiale.

### III.3.2. Mise en parallèle deux à deux des enroulements diamétralement opposés

La figure (2'.15) montre que l'onde de f.m.m. dans ce cas, qui correspond à  $a = 2$  et  $g = 4$  (figure 1'.4.c), diffère très peu de celle correspondant au schéma de couplage précédent. Seuls varient légèrement les amplitudes maximales et la façon dont s'inverse la polarité au voisinage de  $\pm \Pi/2$ . Ce mode de couplage est donc lui aussi très efficace pour réduire l'attraction magnétique.

### III.3.3. Couplage à 2 voies en parallèle sans connexion équipotentielle

La figure (2'.16) représente, aux mêmes instants que les précédentes, l'onde de f.m.m. totale dans le cas d'un couplage à  $a = 2$  et  $g = 1$ .

Pour obtenir une répartition correcte des voies tout au long du développement de l'induit, on a adopté le schéma de la figure (1'.4.a).

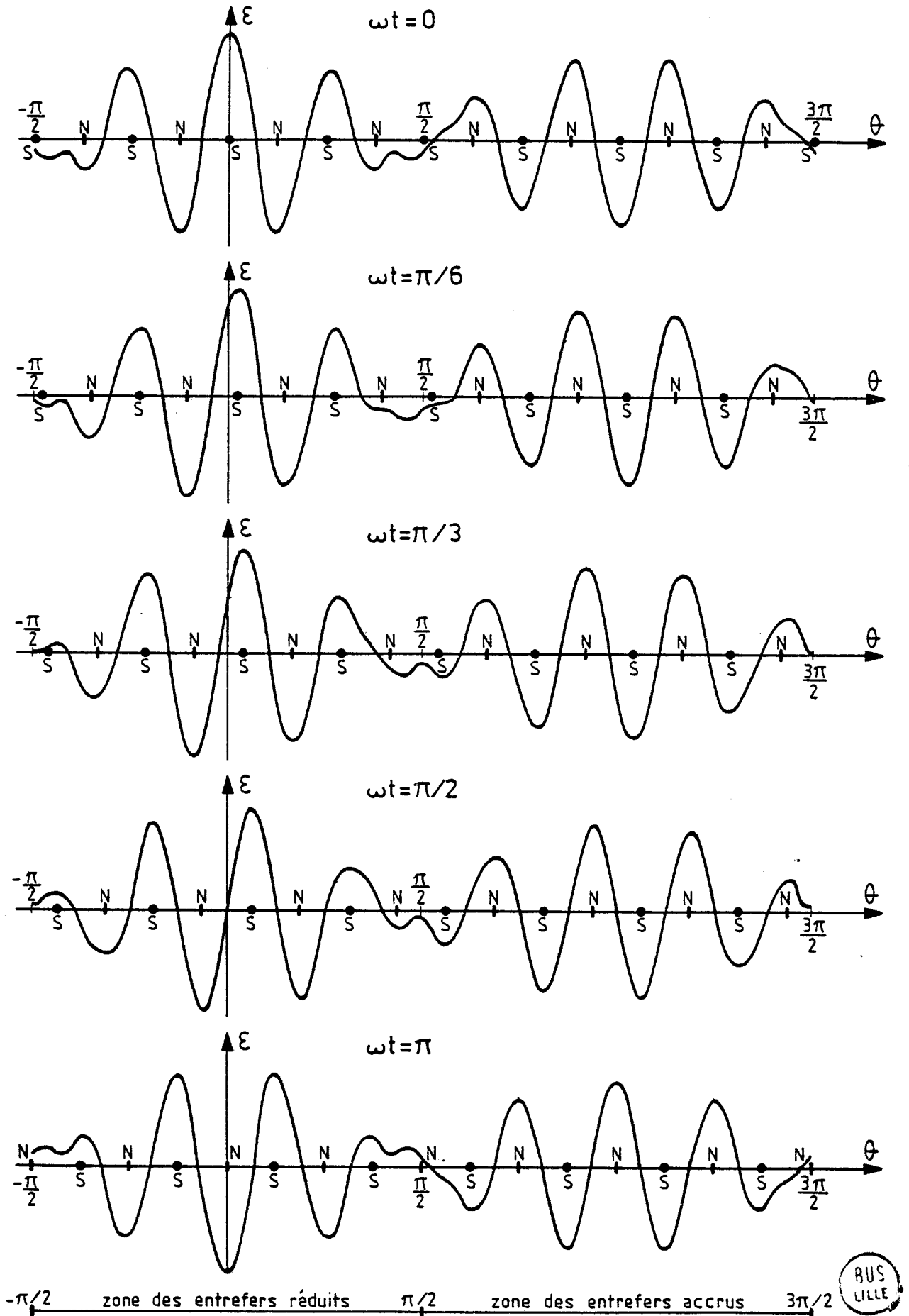
Malgré cela, l'onde de f.m.m. est très peu satisfaisante. Si au voisinage immédiat de  $\theta = 0$  puis  $\theta = \Pi$ , la f.m.m. est bien soustractive puis additive, il arrive que face à deux ou plusieurs pôles successifs la f.m.m. soit de même sens.

Cela tient au fait qu'on fait passer le même courant de circulation dans quatre enroulements. On voit qu'un tel couplage est peu efficace en ce qui concerne l'attraction magnétique résultante et au contraire accentue l'attraction entre certains pôles et le stator, aggravant la contrainte correspondante.

### III.3.4. Couplage à 2 voies en parallèle avec une connexion équipotentielle par phase

Pour réduire les inconvénients du montage précédent, on passe en ajoutant une connexion équipotentielle, au couplage à  $a = 2$ ,  $g = 2$  de la figure (1'.4.b).

L'onde de f.m.m. est alors celle représentée sur la figure (2'.17). Elle est certes nettement moins satisfaisante que celles des figures (2'.14) et (2'.15) ; on observe de fortes valeurs de la f.m.m. dans les zones voisines de  $\theta = \Pi/2$  ou de  $\theta = 3\Pi/2$  ; les amplitudes au voisinage de  $\theta = 0$  et de  $\theta = \Pi$  varient de façon irrégulière. Toutefois, la f.m.m. a bien le signe souhaité face à chacun des pôles situés au voisinage du minimum et du maximum d'entrefer.



$p=8, a=8$

Figure 2.14

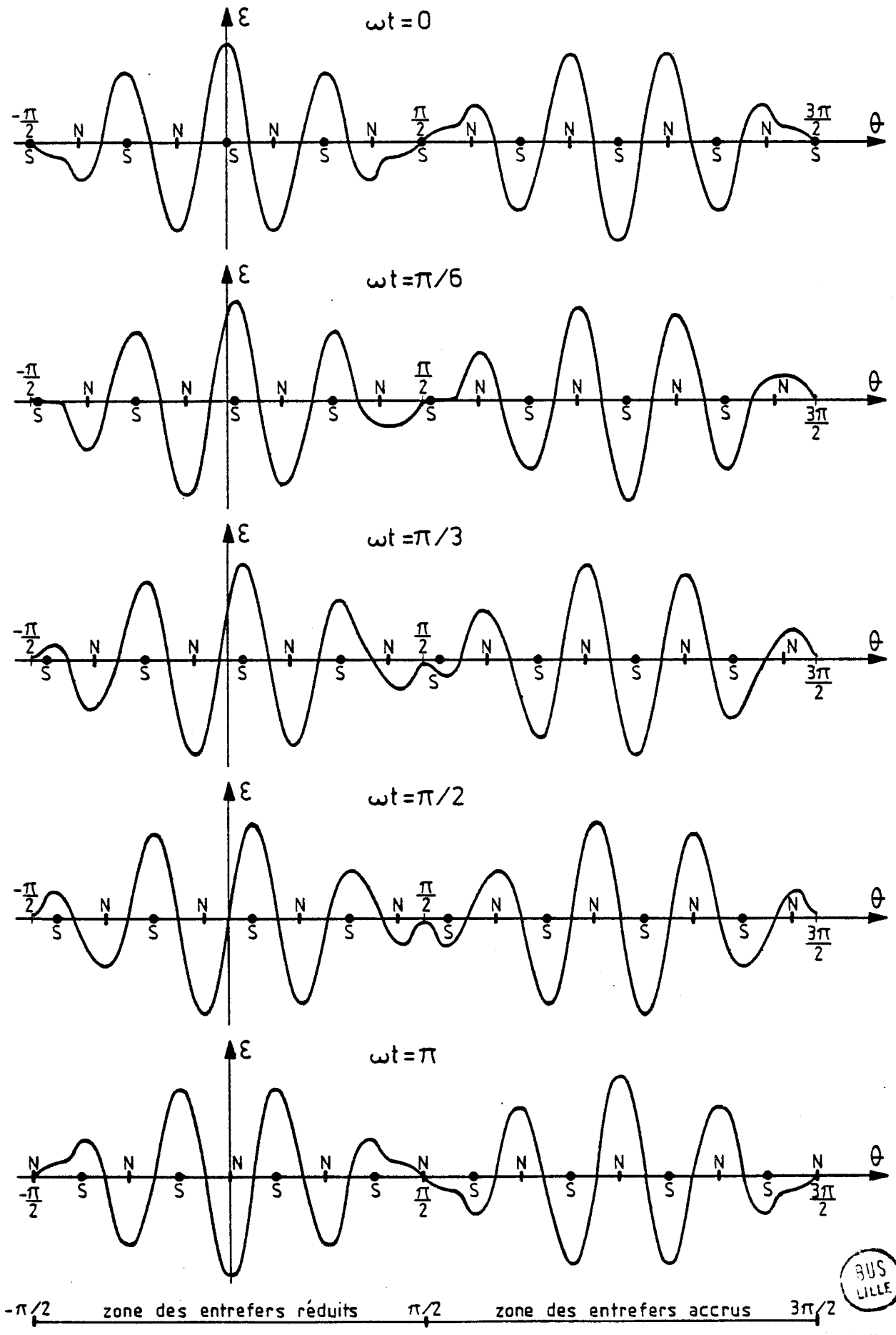
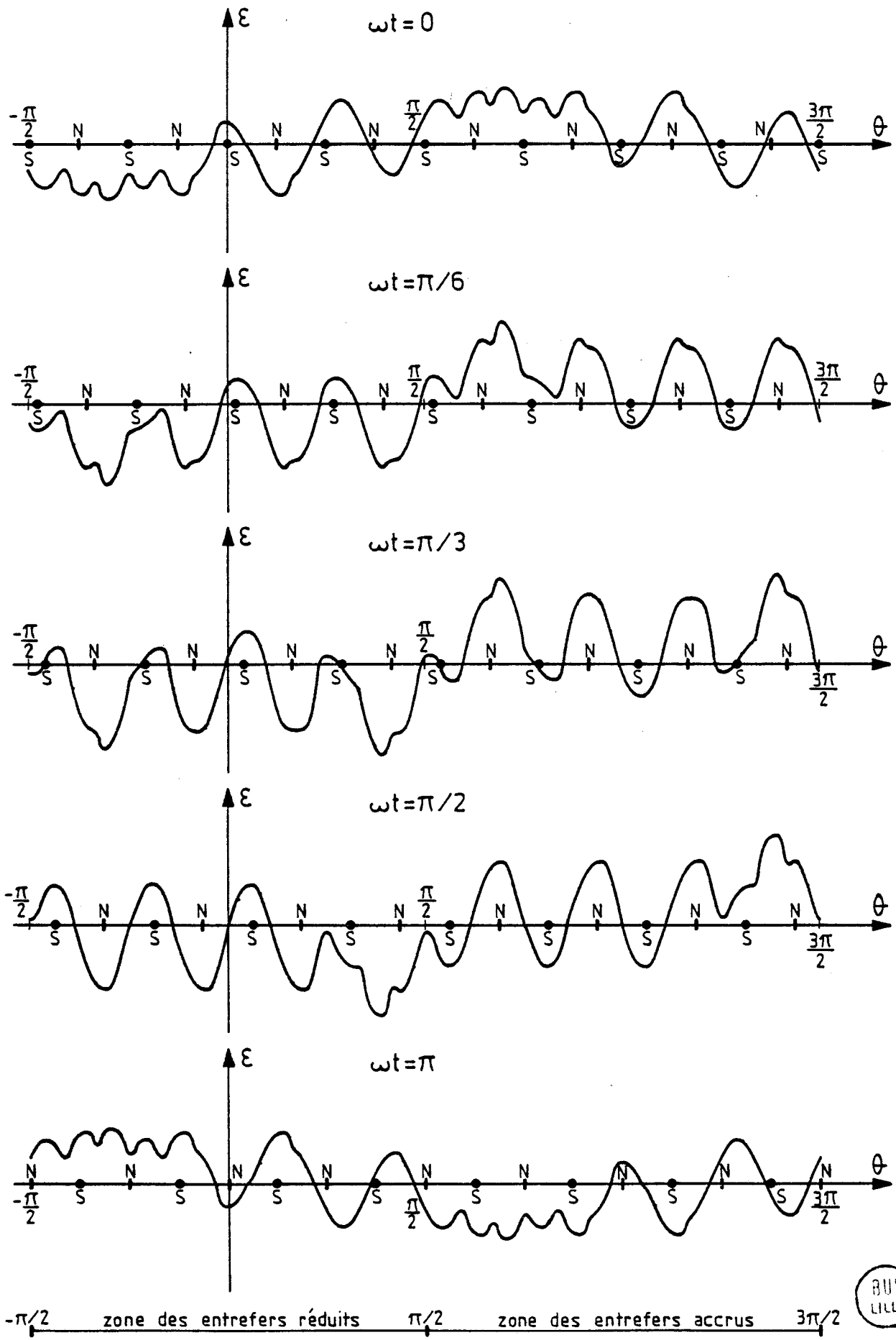


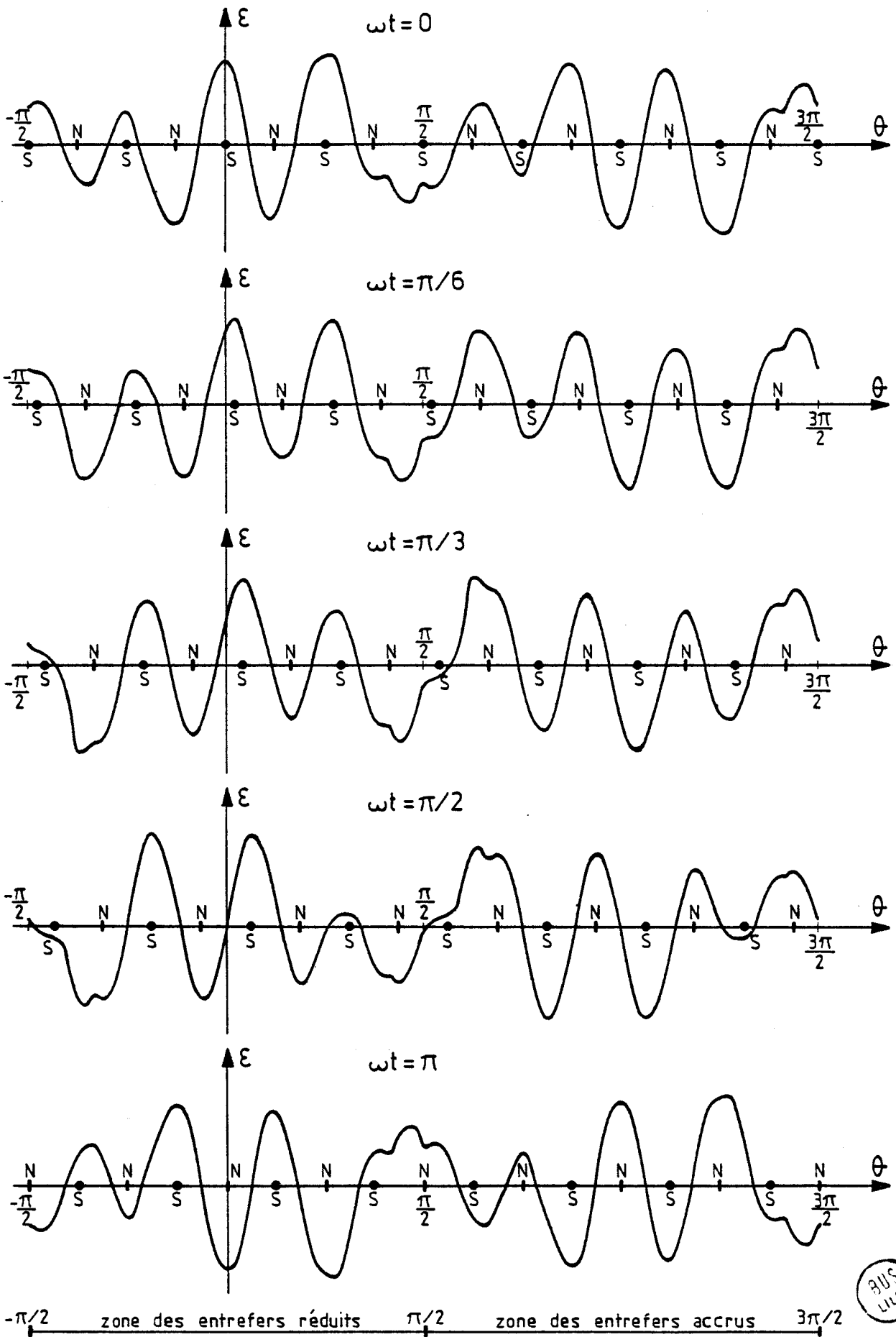
Figure 2.15



BUS LILLE

$p=8, a=2, q=1$

Figure 2.16



BUS LILLE

$p=8, a=2, g=2$

Figure 2.17

Cette étude comparative de quatre couplages d'une machine synchrone comportant le même nombre de pôles conduit à deux remarques :

- la première est que la comparaison intuitive des couplages effectuée à la fin du chapitre [1'] est bien confirmée. L'effet des courants de circulation est d'autant plus bénéfique, en ce qui concerne la réduction de l'attraction magnétique, qu'il y a moins d'enroulements par voie distincte dans le schéma de chaque phase. Si  $p/a$  diffère de 1, et si  $p$  le permet, l'augmentation du nombre de connexions équipotentielles améliore l'effet de la réaction d'induit.

- la seconde est que les quatre familles de courbes tracées pour la même valeur de  $x$  en supposant  $X_c$  égal dans les quatre cas, montrent des ondes d'amplitudes comparables. Cela signifie que si la réactance par enroulement  $X_c$  varie inévitablement avec le couplage, elle reste du même ordre de grandeur quel que soit celui-ci.

#### IV - VALEURS DES COURANTS DE CIRCULATION

Si l'on connaît la réactance  $X_c$  qui limite la valeur des courants de circulation, le calcul de ces derniers ne soulève aucune difficulté. Le courant de circulation dans les  $p/a$  enroulements de la voie 1 de la phase  $q$  a pour valeur :

$$I_{cl}(q) = \frac{E_{cl}(q)}{\frac{p}{a} X_c} \quad (2'.21)$$

$X_c$  désignant la réactance par enroulement.

La f.e.m. de circulation  $E_{cl}(q)$  est donnée par la relation (1'.8). Elle dépend de  $x$ , de  $p$ , de  $a$  et de la position de la voie considérée par rapport à la direction du décentrement.

Nous nous limiterons ici au calcul de  $I_{cl}$  dans la voie où il est le plus fort, et à la détermination pour l'ensemble du bobinage de la valeur des pertes Joule supplémentaires dues aux courants de circulation.

##### IV.1. Valeur efficace maximale du courant de circulation

Si  $p/a$  est impair, c'est dans la voie dont l'axe de l'enroulement médian coïncide avec l'axe du décentrement que le courant de circulation est maximum.

Si  $p/a$  est pair, c'est dans la voie dont les  $p/a$  enroulements sont situés symétriquement de part et d'autre de l'axe du décentrement, que ce courant sera maximum.

En désignant par  $\gamma$  l'angle que fait l'axe du premier enroulement de la voie considérée avec l'axe du décentrement, on aura :

$$\gamma = \left(1 - \frac{p}{a}\right) \frac{\Pi}{p}$$

Etant donné que la voie  $l$  peut appartenir à une phase quelconque, un enroulement  $k$  de cette voie est alors le siège d'une f.e.m.  $e(k)$  ayant pour valeur efficace :

$$E(k) = E_0 \frac{1-x \cos \theta(k) \cos \Pi/2p}{1-2x \cos \theta(k) \cos \frac{\Pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 [\cos 2\theta(k) + \cos \frac{\Pi}{p}]}$$

$$\text{avec } E_0 = \sqrt{2} K_1 m n B_{m0} L \Omega \frac{D}{2}$$

$$\text{et } \theta(k) = \gamma + (k-1) \frac{2\Pi}{p}$$

En adoptant ces notations, la relation (1'.8) donnant la f.e.m. de circulation par voie devient :

$$E_{cl} = \sum_{k=1}^{p/a} E(k) - \frac{1}{a} \sum_{k=1}^p E(k)$$

Or, d'après la relation (3.29) du chapitre 3, la somme des f.e.m. relatives aux  $p$  enroulements d'une phase peut s'écrire en fonction de  $x$  :

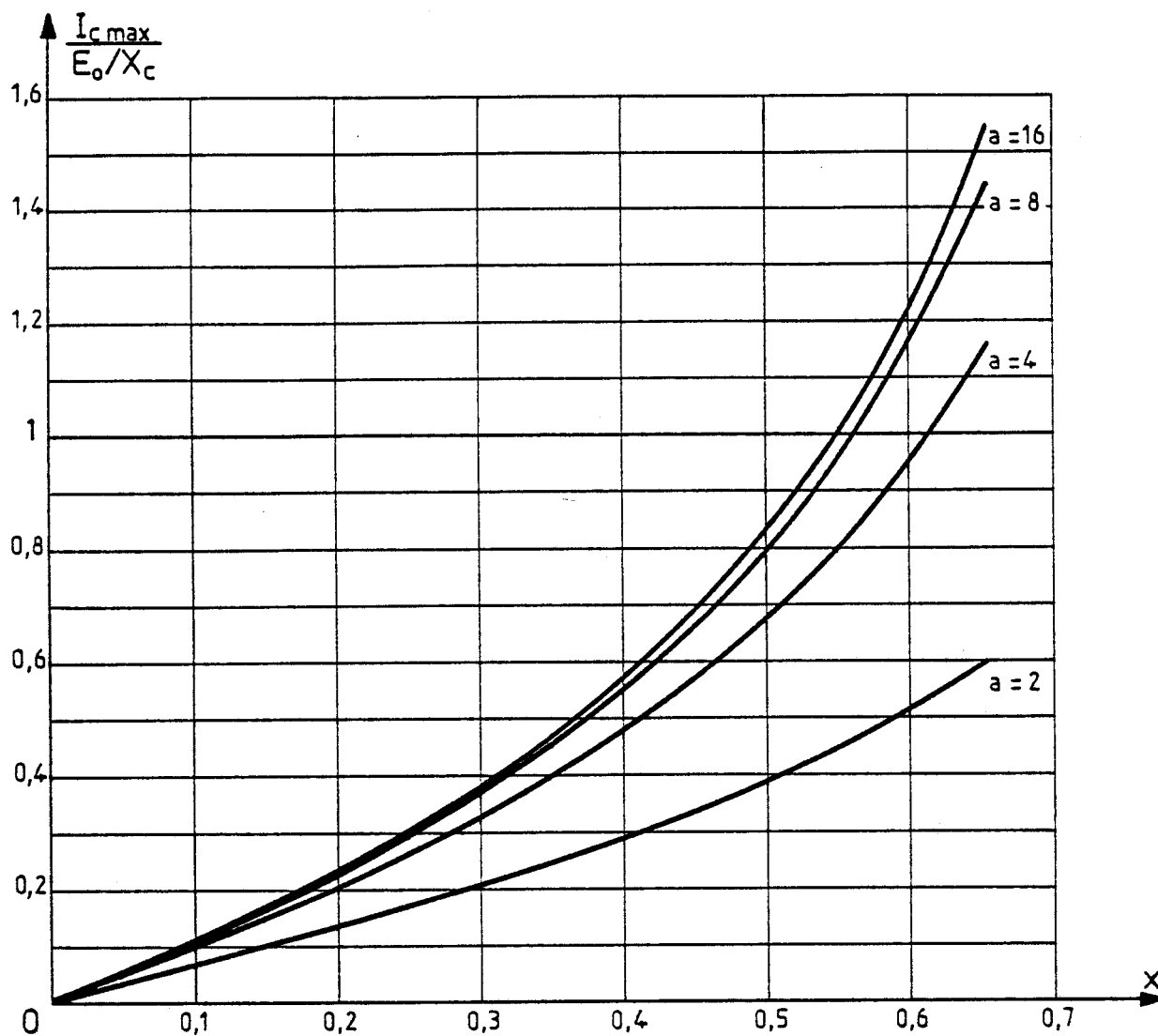
$$\sum_{k=1}^p E(k) = p E_0 \frac{1 - \frac{1}{2} x^2}{1-x^2 + \frac{1}{8} x^4} \quad (2'.22)$$

Ainsi, le courant de circulation maximum aura pour valeur efficace :

$$I_{cmax} = \frac{E_0}{X_c} \left[ \frac{1}{p/a} \sum_{k=1}^{p/a} \frac{E(k)}{E_0} - \frac{1 - \frac{1}{2} x^2}{1-x^2 + \frac{1}{8} x^4} \right] \quad (2'.23)$$

• La figure (2'.18) montre la variation en fonction de  $x$ , de la valeur efficace maximale  $I_{cmax}$  rapportée à  $E_0/X_c$ , pour les 4 couplages réalisables ( $a = 2, 4, 8$  et  $16$ ) sur une machines à 32 pôles.





p = 16

Figure 2.18

C'est évidemment pour  $a = p$  qu'on trouve les valeurs les plus élevées. Comme toutes les courbes relatives aux variations des forces électromotrices, le début de ces caractéristiques est linéaire puis s'incurve vers le haut.

● Aussi est-il intéressant pour les faibles valeurs de  $x$ , d'évaluer le rapport :

$$\frac{I_{c \max}}{x E_o / X_c}$$

qui donne la pente du début des caractéristiques, et permet une évaluation rapide de  $I_{c \max}$ . Le tableau (2'.3) donne pour les premières valeurs paires de  $p$  et les divers  $a$  correspondants, la valeur de ce rapport.

p	$I_{cmax}/x E_o / X_c$				
2	a=2:0,71				
4	a=2:0,66	a= 4:0,96			
6	a=3:0,86	a= 6:1,02			
8	a=2:0,64	a= 4:0,94	a= 8:1,03		
10	a=2:0,64	a= 5:0,96	a=10:1,03		
12	a=3:0,86	a= 6:1,01	a=12:1,03		
14	a=2:0,64	a= 7:1,01	a=14:1,03		
16	a=2:0,64	a= 4:0,94	a= 8:1,01	a=16:1,03	
18	a=9:1,01	a=18:1,03			
20	a=2:0,64	a= 4:0,92	a= 5:0,96	a=10:1,01	a=20:1,03

Tableau (2'.3)

On voit que quand p est grand, le rapport  $\frac{I_{cmax}}{x E_o / X_c}$  diffère peu de :

- 1,03 pour  $p/a = 1$ ,
- 1,01 pour  $p/a = 2$ ,
- 0,95 pour  $p/a = 4$ ,
- 0,92 pour  $p/a = 5$ ,
- et 0,64 pour  $a = 2$ .

**Remarque**

En charge, les courants de circulation se superposent aux courants utiles. Pour avoir le courant résultant dans un enroulement, il faut noter que le courant de circulation  $\bar{I}_c$  là où il est le plus fort (enroulement situé face à l'entrefer réduit) est en quadrature arrière sur la f.e.m. longitudinale (figure 2'.19).

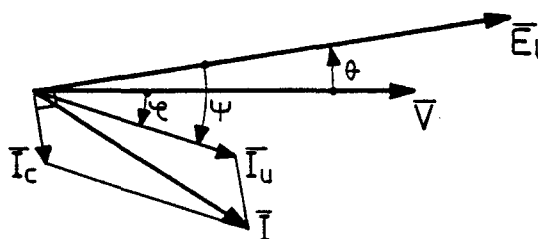


Figure 2'.19

Le courant réel  $\bar{I}$ , donné par :  $\bar{I} = \bar{I}_u + \bar{I}_c$  est à  $\bar{I}_u$  et  $\bar{I}_c$  donnés d'autant plus fort que les phases de  $\bar{I}_u$  et  $\bar{I}_c$  sont plus voisines, c'est à dire que  $\psi$  est plus voisin de  $\pi/2$  arrière.

IV.2. Pertes Joule dues aux courants de circulation

Si on désigne par  $r$  la résistance d'un enroulement statorique, les pertes Joule dues à l'ensemble des courants de circulation seront déterminées par :

$$p_{Jc} = r \sum_{q=1}^3 \sum_{l=1}^a \frac{p}{a} I_{cl}^2$$

ou, en appelant  $I_{cmoy}$  le courant efficace quadratique moyen, cette relation s'écrit encore :

D'où :

$$I_{cmoy}^2 = \frac{1}{3p} \sum_{q=1}^3 \sum_{l=1}^a \frac{p}{a} I_{cl}^2$$

En remplaçant  $I_{cl}$  par la relation (2'.21) on obtient alors :

$$I_{cmoy}^2 = \sum_{q=1}^3 \sum_{l=1}^a \frac{a}{3p^2 X_c^2} E_{cl}^2(q)$$

d'où :

$$I_{cmoy} = \frac{1}{pX_c} \sqrt{\frac{a}{3} \sum_{q=1}^3 \sum_{l=1}^a E_{cl}^2(q)}$$

(2'.24)

Le tableau (2'.4) donne les variations du rapport  $\frac{I_{cmoy}}{x E_o/X_c}$  calculé pour les faibles valeurs du décentrement ( $x \leq 0,1$ ), pour les premières valeurs de  $p$  et les divers couplages correspondants.

Pour les valeurs de  $p$  élevé et les faibles décentremets, le rapport  $\frac{I_{cmoy}}{x E_o/X_c}$  diffère peu de :

- 0,46 pour  $a = 2$
- 0,65 pour  $a = 4$
- et 0,72 pour  $a = p$

p	$I_{\text{cmoy}} / \times E_o / X_c$				
2	a=2:0,50				
4	a=2:0,46	a=4:0,66			
6	a=3:0,60	a=6:0,69			
8	a=2:0,46	a=4:0,65	a= 8:0,70		
10	a=2:0,46	a=5:0,67	a=10:0,71		
12	a=3:0,60	a=6:0,69	a=12:0,71		
14	a=2:0,46	a=7:0,70	a=14:0,71		
16	a=2:0,46	a=4:0,65	a=8:0,70	a=16:0,71	
18	a=9:0,70	a=18:0,72			
20	a=2:0,46	a=4:0,65	a= 5:0,67	a=10:0,71	a=20:0,72

Tableau (2'.4)

Les pertes Joule sont donc plus importantes lorsque le nombre de voies en parallèle augmente.

**Remarque**

En charge, les pertes Joule dues aux courants de circulation s'ajoutent directement aux pertes Joule dues aux courants utiles. On peut retrouver cette application directe du principe de la conservation des puissances en remarquant qu'à tout enroulement dans lequel il passe un courant de circulation  $I_c$  donné dans un sens, on peut en associer un autre où il passe à l'envers (figure 2'.20).

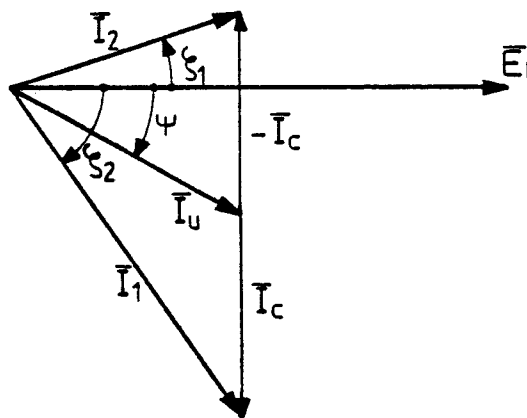


Figure 2'.20

Si  $\overline{I_1} = \overline{I_u} + \overline{I_c}$  est le courant dans le premier enroulement, il est  
 $\overline{I_2} = \overline{I_u} - \overline{I_c}$  dans le second.

$$\begin{aligned} I_1 \cos \xi_1 &= I_u \cos \psi & ; & & I_1 \sin \xi_1 &= I_u \sin \psi + I_c \\ I_2 \cos \xi_2 &= I_u \cos \psi & ; & & I_2 \sin \xi_2 &= I_u \sin \psi - I_c \end{aligned}$$

On en déduit que :

$$I_1^2 + I_2^2 = 2 I_u^2 + 2 I_c^2 \text{ quel que soit } \psi.$$

### C H A P I T R E 3'

<p>INFLUENCE DU COUPLAGE EN PARALLELE SUR LA FORCE D'ATTRACTION MAGNETIQUE RADIALE</p>
--

Pour évaluer l'effet des divers modes de couplage en parallèle des enroulements statoriques sur la force d'attraction magnétique radiale, il est nécessaire de connaître l'induction résultante tout au long de l'entrefer en tenant compte de l'effet des courants de circulation statoriques.

Plusieurs méthodes de détermination de l'induction résultante sont possibles.

La plus intuitive consiste à superposer l'induction créée par les courants de circulation statoriques à celle due aux bobines inductrices. Cette méthode suppose la connaissance des courants statoriques et, par conséquent, de la valeur de la réactance qui les lie aux f.e.m. de circulation. Or, nous venons de voir que cette réactance est difficile à définir et que sa valeur est probablement un peu tributaire du mode de couplage des enroulements. Il nous a donc semblé préférable d'écarter cette méthode, et de limiter l'emploi de la réactance à la seule détermination approchée de la valeur des courants de circulation.

Nous avons préféré déduire directement l'induction résultante des f.e.m. résultantes induites dans les différents enroulements de l'induit. Cela revient à dire que la f.e.m. totale dans un bobinage est due au flux total qui le traverse, et que ce flux total lui vient de l'entrefer où s'exercent à la fois les f.m.m. de l'induit et de l'inducteur. Cette méthode à l'avantage de conduire à des calculs ne nécessitant pas l'évaluation de la réactance et des divers termes qui la composent. Nous indiquerons comment corriger les résultats qu'on en déduit.

A l'aide de cette méthode, nous allons établir l'expression de l'induction résultante dans l'entrefer, puis en déduire celle de la force d'attraction magnétique radiale. Chaque fois, nous commencerons par les cas simples : un enroulement par voie ( $p/a=1$ ), et mise en parallèle des enroulements diamétralement opposés ( $p/2g=1$ ), avant d'examiner le cas où  $p/a$  diffère de 1.

## I - INDUCTION RESULTANTE DANS L'ENTREFER

La méthode adoptée déduit l'induction résultante des f.e.m. résultantes. Elle bénéficie des simplifications dont nous avons montré la légitimité lors de l'étude des f.e.m.

La f.e.m. induite dans un enroulement par l'inducteur et la f.e.m. due aux courants de circulation peuvent être supposées sinusoïdales et en phase.

### I.1. Procédé utilisé

• Soit un enroulement  $(q,k)$  quelconque, dont on néglige la résistance :

- S'il est en circuit ouvert, la tension à ses bornes est égale à la f.e.m. induite par le flux extérieur  $\phi_{ext}$ , seul existant alors :

$$[e(q,k)]_{\phi_o} = [e(q,k)]_{\phi_{ext}}$$

- Par contre, s'il est traversé par un courant, il crée un flux propre  $\phi_{pr}$ , et la tension à ses bornes est la f.e.m. due au flux résultant de la superposition de  $\phi_{ext}$  et  $\phi_{pr}$  :

$$[e(q,k)]_{\phi} = [e(q,k)]_{\phi_{ext}} + [e(q,k)]_{\phi_{pr}}$$

• Lors de la mise en parallèle des enroulements statoriques d'une même phase, la tension aux bornes de chacun d'eux est la f.e.m.  $e_r(q,k)$  induite par le flux résultant. Cette f.e.m. est égale à la différence entre la f.e.m.  $e(q,k)$  engendrée en l'absence de courants de circulation, et la f.e.m.  $e_c(q,k)$  due à ces derniers :

$$e_r(q,k) = e(q,k) - e_c(q,k) \quad (3'.1)$$

Le signe moins vient du fait qu'un enroulement non résistant mis en court-circuit, crée à travers lui-même un flux égal et opposé au flux qui lui a donné naissance.

Nous avons calculé la f.e.m. de circulation pour une voie l quelconque (relation 1'.8). Celle-ci comporte p/a enroulements. La f.e.m. de circulation pour un enroulement (q,k) appartenant à la voie l est donc :

$$e_c(q,k) = \frac{a}{p} e_{cl}(q)$$

et l'expression de la f.e.m. par enroulement devient :

$$e_r(q,k) = e(q,k) - \frac{a}{p} e_{cl}(q) \quad (3'.2)$$

• Lors d'un décentrement relatif x, et en l'absence de courants de circulation, la f.e.m. aux bornes d'un enroulement quelconque dont l'axe fait un angle  $\theta(q,k)$  avec la direction du décentrement, s'écrit :

$$e(q,k) = \sqrt{2} E_o \frac{1 - x \cos \theta(q,k) \cos \frac{\pi}{2p}}{1 - 2x \cos \theta(q,k) \cos \frac{\pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 [\cos 2\theta(q,k) + \cos \frac{\pi}{p}]} \sin [\omega t + (5-2q)\frac{\pi}{3} - p\gamma]$$

$$\text{avec } E_o = \sqrt{2} K_1 m n B_{mo} L \Omega \frac{D}{2} ; \text{ et } \gamma = \theta(1,1)$$

Cette f.e.m. était engendrée uniquement par les bobines inductrices et l'induction avait alors pour expression tout le long de l'entrefer :

$$B(t, \theta) = \frac{-B_{mo}}{1 - x \cos \theta} \cos (\omega t - p\theta)$$



Par une simple règle de trois, on déduit l'induction résultante obtenue à la suite d'une mise en parallèle des enroulements :

Si à  $e(q,k)$  correspondait  $B(t,\theta)$ ,  
alors à  $e_r(q,k)$  correspond  $B_r(t,\theta)$  telle que :

$$B_r(t,\theta) = B(t,\theta) \frac{e_r(q,k)}{e(q,k)} \quad (3'.3)$$

### I.2. Critique du procédé

● La relation (3'.3) ne permet d'obtenir les amplitudes de l'induction résultante dans l'entrefer, à partir des f.e.m. induites dans les enroulements, que face aux axes de ces enroulements.

$$B_{rmax} [\theta(q,k)] = \pm B_{mo} \frac{1}{1-x \cos \theta(q,k)} \frac{e_r(q,k)}{e(q,k)} \quad (3'.4)$$

On voit qu'on ne peut ainsi calculer  $B_{rmax}$  qu'en 3p points de l'entrefer. Cela n'est pas gênant si l'on peut trouver l'expression mathématique de la courbe enveloppe, lieu des maxima, passant par ces 3p points.

Mais pour certains couplages en parallèle, ces 3p points ne correspondent pas à une courbe enveloppe unique. Nous expliquerons ce résultat par la forme de l'onde de la réaction d'induit, et montrerons comment on peut s'affranchir de cet aléa par une approximation d'autant plus légitime que p est plus grand.

● Surtout, le principe même utilisé surestime la variation de l'induction dans l'entrefer et donc la réduction de l'attraction magnétique que produisent les courants de circulation.

Si la f.e.m. totale dans un enroulement statorique est bien due au flux total qui le traverse, tout ce flux ne vient pas de l'entrefer. Le courant de circulation dû à  $e_c(q,k)$  crée un flux de réaction proprement dit traversant l'entrefer, et un flux de fuites d'encoches et de têtes de bobines.

- En désignant par  $X_c$  la réactance totale, et par  $X_{cf}$  la réactance de fuites, seule la fraction :

$$(X_c - X_{cf})/X_c$$

du flux créé par les courants de circulation traverse l'entrefer. Il faut donc multiplier par le coefficient de réduction R,

tel que

$$R = (X_c - X_{cf}) / X_c$$

(3'.5)

la variation de l'induction dans l'entrefer due à la réaction d'induit.

- Pour les faibles valeurs de  $x$ , le même coefficient est à appliquer à la réduction de l'attraction magnétique.

En effet,

• si en l'absence de décentrement l'induction maximale sous un pôle est  $B_{mo}$ , l'attraction stator-rotor est pour ce pôle proportionnelle à  $B_{mo}^2$ .

• si le décentrement produit une variation d'induction  $\Delta_1 B$ , l'attraction est proportionnelle à  $(B_{mo} + \Delta_1 B)^2$ , sa variation diffère peu de  $2 B_{mo} \Delta_1 B$ .

• si les courants de circulation produisent une diminution  $\Delta_2 B$  de l'induction maximale sous ce pôle, l'attraction est proportionnelle à  $(B_{mo} + \Delta_1 B - \Delta_2 B)^2$ , la réduction est proportionnelle à  $2 B_{mo} \Delta_2 B$ .

• si  $\Delta_2 B$  est affecté d'un coefficient réducteur  $R$ , la réduction d'attraction est proportionnelle à  $2 B_{mo} R \Delta_2 B$ .

- L'évaluation de  $R$  doit tenir compte de la réalisation pratique du bobinage : mode de bobinage, ouverture relative des encoches, longueur relative des têtes de bobines.

Si  $X_c$  est de 20%,  $X_{cf}$  de 5%,

$$R = 0,75$$

Par la suite, nous effectuerons tous les calculs en négligeant les flux de fuites, donc en supposant  $R$  égal à 1, mais il faudra multiplier par  $R$  la réduction de l'attraction magnétique radiale ainsi obtenue.

### I.3. Expression de l'induction résultante

D'après l'expression (3'.2) donnant  $e_r(q,k)$ , la relation (3'.3) devient :

$$B_r(t, \theta) = B(t, \theta) \left[ 1 - \frac{a}{p} \frac{e_{cl}(q)}{e(q,k)} \right]$$

$e_{cl}(q)$  et  $e(q,k)$  étant en phase, leur rapport est aussi égal à celui de leurs valeurs efficaces :

$$B_r(t, \theta) = B(t, \theta) \left[ 1 - \frac{a}{p} \frac{E_{cl}(q)}{E(q,k)} \right]$$

La relation (1'.8) donne pour  $E_{cl}(q)$  :

$$E_{cl}(q) = \sum_{k=k_q}^{k_q-1+lp/a} E(q,k) - \frac{1}{a} \sum_{k=1}^p E(q,k)$$

d'où

$$B_r(t, \theta) = B(t, \theta) \left[ 1 - \frac{a}{pE(q,k)} \sum_{k=k_q}^{k_q-1+lp/a} E(q,k) + \frac{1}{pE(q,k)} \sum_{k=1}^p E(q,k) \right]$$

ou encore :

$$B_r(t, \theta) = B(t, \theta) \left[ 1 - \frac{a}{pE(q,k)} E_1(q) + \frac{a}{pE(q,k)} E_R(q) \right]$$

$$B_r(t, \theta) = B(t, \theta) \left[ 1 + \frac{a}{pE(q,k)} [E_R(q) - E_1(q)] \right]$$

- Les  $p$  points donnant la courbe enveloppe (Nord ou Sud) de l'induction résultante déduits des  $p$  f.e.m. de la phase  $q$ , seront calculés à partir de la relation suivante :

$$B_{rmax}[\theta(q,k)] = \pm B_{mo} \frac{1}{1-x\cos\theta(q,k)} \left[ 1 + \frac{a}{pE(q,k)} [E_R(q) - E_1(q)] \right] \quad (3'.6)$$

- Pour passer ensuite à l'onde de l'induction résultante tout au long de l'entrefer, nous supposerons qu'elle est sinusoïdale de longueur d'onde  $\lambda D/p$  modulée en amplitude suivant la courbe enveloppe  $B_{rmax}(\theta)$ .

#### I.4. Etude des courbes enveloppes

L'application de la relation (3'.6) aux deux cas particuliers correspondant à  $p/a=1$  et  $p/2g=1$ , soulève moins de difficultés que son application au cas général. Nous allons donc traiter ces deux premiers cas avant de généraliser.

##### I.4.1. Couplage à $p$ voies en parallèle par phase

###### a) Equation des courbes enveloppes

Pour ce type de couplage, étant donné qu'une voie  $l$  quelconque est constituée de l'enroulement  $k$ , tel que  $k$  égale  $l$  (le numéro de la voie est aussi celui de son unique enroulement), la f.e.m.  $E_1(q)$  dans cette voie est égale à celle de son enroulement :

$$E_1(q) = E(q,k)$$

Pour  $p/a=1$ , la relation (3'.6) devient donc :

$$\boxed{B_{rmax}[\theta(q,k)] = \pm B_{mo} \frac{1}{1-x\cos\theta(q,k)} \frac{E_R(q)}{E(q,k)}} \quad (3'.7)$$

D'autre part, d'après les relations (1'.3) et (1'.7) donnant respectivement  $E(q,k)$  et  $E_R(q)$ , le rapport de ces deux termes s'écrit :

$$\frac{E_R(q)}{E(q,k)} = \frac{\sum_{k=1}^p E(q,k)}{p E_o} \left[ \frac{1-2x \cos\theta(q,k) \cos \Pi/2p + \frac{1}{2} x^2 [\cos 2\theta(q,k) + \cos \Pi/p]}{1-x \cos \theta(q,k) \cos \Pi/2p} \right]$$

L'étude du chapitre [3], consacré aux forces électromotrices totales, nous a montré que le rapport  $E(q)/E_o(q)$  était sensiblement identique pour les trois phases, et pratiquement indépendant du nombre de pôles, du moins pour  $x$  n'excédant pas 0,65. Le rapport  $E_R(q)/E(q,k)$  dans la relation (3'.7) ne dépend donc que de la position  $\theta(q,k)$  des  $3p$  bobines successives, les  $3p$  points permettant le tracé de la courbe enveloppe sont donnés par la même relation.

L'utilisation de l'équation (3.27) établie au chapitre [3] permet d'écrire :

$$\frac{\sum_{k=1}^p E(q,k)}{p E_o} = \frac{E(q)}{E_o(q)} = \frac{1 - \frac{1}{2} x^2}{1-x^2 + \frac{1}{8} x^4}$$

Par conséquent,

$$\frac{E_R(q)}{E(q,k)} = \frac{[1 - \frac{1}{2} x^2][1 - 2x \cos\theta(q,k) \cos \frac{\Pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 (\cos 2\theta(q,k) + \cos \frac{\Pi}{p})]}{(1-x^2 + \frac{1}{8} x^4) (1-x \cos\theta(q,k) \cos \frac{\Pi}{2p})}$$

et

$$B_{rmax}[\theta(q,k)] = \pm B_{mo} \frac{[1 - \frac{1}{2} x^2][1-2x\cos\theta(q,k) \cos \frac{\Pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 (\cos 2\theta(q,k) + \cos \frac{\Pi}{p})]}{(1-x^2 + \frac{1}{8} x^4) (1-x \cos\theta(q,k) \cos \frac{\Pi}{2p}) (1-x \cos\theta(q,k))}$$

Cette expression des courbes enveloppes (Nord et Sud) montre que, à un nombre  $p$  de paires de pôles et à un décentrement relatif  $x$  donnés, l'amplitude de l'induction résultante dans l'entrefer n'est fonction que de la position angulaire  $\theta(q,k)$  des enroulements par rapport à l'axe  $O_r X$ . En prenant les  $3p$  positions relatives à l'ensemble des enroulements, on décrit (pour chaque nature de pôles) une courbe enveloppe unique, indépendante de la direction du décentrement ( $O_r X$ ) par rapport aux bobinages statoriques.

Cette courbe a pour expression :

$$B_{rmax}(\theta) = \pm B_{mo} \frac{(1 - \frac{1}{2} x^2) [1 - 2x \cos \theta \cos \frac{\pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 (\cos 2\theta + \cos \frac{\pi}{p})]}{(1 - x^2 + \frac{1}{8} x^4) (1 - x \cos \theta \cos \frac{\pi}{2p}) (1 - x \cos \theta)} \quad (3'.8)$$

**b) Influence du nombre de pôles**

Si l'on considère par exemple la courbe enveloppe Nord, on constate que quels que soient  $p$  et  $x$ , elle admet toujours un maximum à  $\theta = 0$  (suivant l'entrefer minimum), et un minimum à  $\theta = \pi$  (suivant l'entrefer maximum). En ces deux points, les maximums de l'induction résultante ont respectivement pour expressions :

$$\left. \begin{aligned} \theta = 0 : \quad B_{rmax}(0) &= B_{mo} \frac{1 - \frac{1}{2} x^2}{1 - x^2 + \frac{1}{8} x^4} \frac{1 - 2x \cos \frac{\pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 (1 + \cos \frac{\pi}{p})}{(1 - x \cos \frac{\pi}{2p}) (1 - x)} \\ \theta = \pi : \quad B_{rmax}(\pi) &= B_{mo} \frac{1 - \frac{1}{2} x^2}{1 - x^2 + \frac{1}{8} x^4} \frac{1 + 2x \cos \frac{\pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 (1 + \cos \frac{\pi}{p})}{(1 + x \cos \frac{\pi}{2p}) (1 + x)} \end{aligned} \right\} \quad (3'.9)$$

• Sur le tableau (3'.1), on a reporté pour  $x=0,2$  et  $x=0,5$ , les valeurs de ces deux extrêmes pour un nombre de paires de pôles allant de 2 à 40.

Par ailleurs, on a donné en haut de ce tableau les valeurs extrêmes qu'on avait en l'absence de courants de circulation statoriques ; elles étaient alors indépendantes de  $p$ .

p	x = 0,2		x = 0,5	
	$B_{rmax}(0)$	$B_{rmax}(\Pi)$	$B_{rmax}(0)$	$B_{rmax}(\Pi)$
p quelconque (a = 1)	$1,2500B_{mo}$	$0,8333B_{mo}$	$2,0000B_{mo}$	$0,6666B_{mo}$
2	1,0951 "	0,9706 "	-	-
4	1,0400 "	1,0077 "	1,2425 "	1,1253 "
8	1,0255 "	1,0174 "	1,1769 "	1,1473 "
16	1,0218 "	1,0198 "	1,1603 "	1,1528 "
24	1,0217 "	1,0203 "	1,1572 "	1,1539 "
32	1,0209 "	1,0204 "	1,1561 "	1,1542 "
40	2,0208 "	1,0205 "	1,1556 "	1,1544 "

Tableau (3'.1)

● La figure (3'.1) illustre l'évolution des extrêmums de  $B_{rmax}/B_{mo}$  en fonction du nombre de paires de pôles. On note que l'écart entre ces deux valeurs diminue rapidement et devient pratiquement insignifiant pour des p importants ( $p > 20$ ).

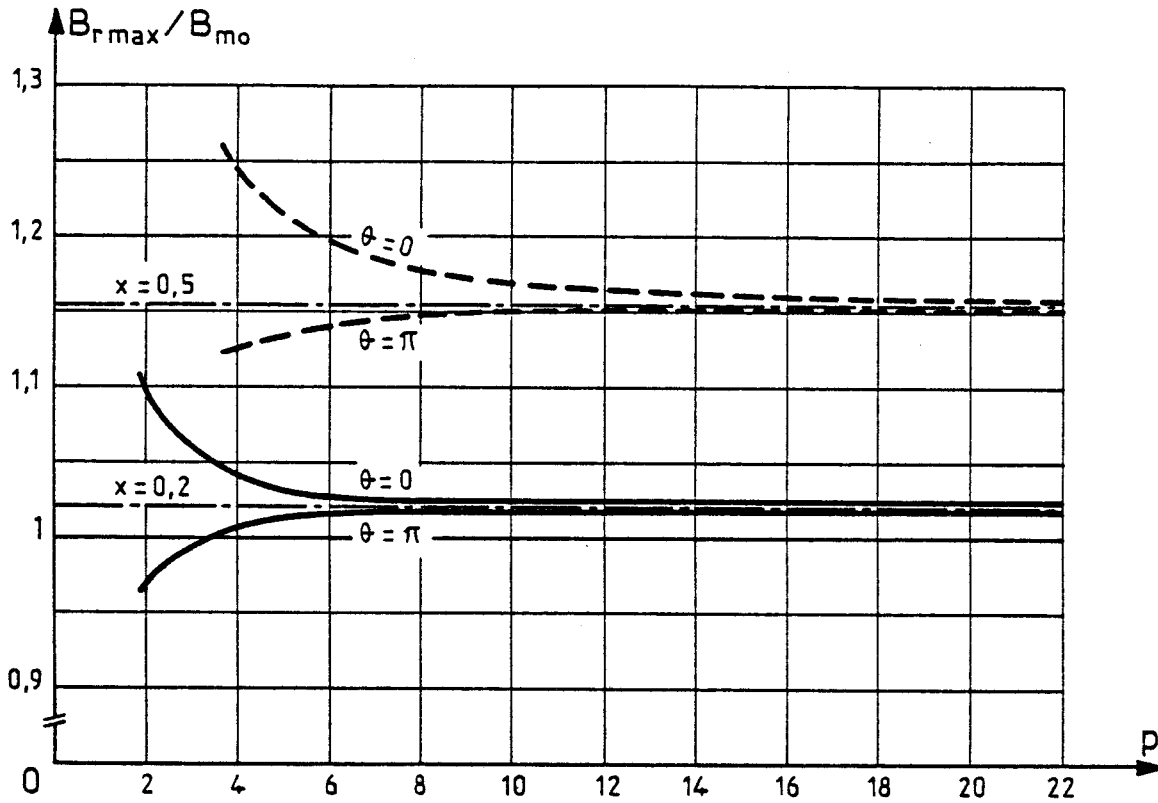


Figure 3'.1



Ce résultat est physiquement prévisible. Quand  $p$  croît, l'ouverture des enroulements diminue, l'induit équivaut, pour ce qui est des courants de circulation, à une cage de plus en plus efficace. Si l'on ne tient pas compte du coefficient de réduction  $R$ , les courants de circulation créent quand  $p$  est très grand, une induction égale et opposée à la variation d'induction qui leur a donné naissance.

**Remarque**

On peut trouver directement ce résultat par le calcul. Si  $p$  est suffisamment grand pour qu'on puisse confondre  $\cos \pi/p$  avec 1, la relation (3'.8) devient :

$$B_{rmax}(\theta) = \pm B_{mo} \frac{1 - \frac{1}{2} x^2}{1 - x^2 + \frac{1}{8} x^4} \frac{1 - 2x \cos \theta + \frac{1}{2} x^2 (\cos 2\theta + 1)}{(1 - x \cos \theta)^2}$$

mais comme  $(1 - x \cos \theta)^2 = 1 - 2x \cos \theta + \frac{1}{2} x^2 (1 + \cos 2\theta)$

$B_{rmax}$  est alors indépendant de  $\theta$ , ce qui signifie que l'amplitude de l'induction résultante est la même tout au long de l'entrefer et a pour valeur :

$$B_{rmax} = \pm B_{mo} \frac{1 - \frac{1}{2} x^2}{1 - x^2 + \frac{1}{8} x^4}$$

Cette augmentation de  $B_{rmax}$  par rapport à  $B_{mo}$  est la même que celle qu'on avait trouvée lors de l'étude de la f.e.m. totale engendrée dans les  $p$  enroulements d'une phase (chapitre 3, §IV.2.4). La f.e.m. totale  $E(q)$  est égale à la f.e.m. totale  $E_o(q)$  en l'absence de décentrement multipliée par (relation 3'.27) :

$$\frac{1 - \frac{1}{2} x^2}{1 - x^2 + \frac{1}{8} x^4}$$

Si  $p$  est très grand, dans la mesure où on confond  $R$  avec l'unité on a annulation de l'attraction magnétique radiale puisque l'amplitude de l'induction sous tous les pôles est la même.

c) Influence de la valeur du décentrement

En l'absence de voies en parallèle, les amplitudes maximales de l'induction face à l'entrefer minimum d'une part, face à l'entrefer maximum d'autre part, s'écartent rapidement de  $B_{mo}$  quand  $x$  augmente et cela indifféremment de la valeur de  $p$ .

Pour le couplage à  $p$  voies en parallèle par phase, les variations des extrêmes,  $B_{rmax}(0)$  et  $B_{rmax}(\Pi)$ , de  $B_{rmax}(\theta)$  dépendent de  $x$  et de  $p$ .

• Le tableau (3'.2) donne, pour une machine à 8 pôles et une à 24 pôles, les valeurs prises par  $B_{rmax}$  face aux entrefers minimum et maximum lorsque  $x$  varie de 0 à 0,65.

Pour montrer la réduction des écarts due aux courants de circulation, on a rapporté ces écarts aux valeurs qu'ils avaient en l'absence de ces courants :

$$\Delta B_r \% = 100 \frac{[B_{rmax}(0) - B_{rmax}(\Pi)]_{a=p}}{[B_{rmax}(0) - B_{rmax}(\Pi)]_{a=1}} \quad (3'.10)$$

Ce tableau montre l'extrême efficacité du couplage à  $p$  voies en parallèle par phase. Pour  $p = 4$ , l'écart maximum des amplitudes de l'induction résultante ne représente plus que 10% de ce qu'il était quand il n'y avait pas de voies en parallèle. La réaction d'induit atténuée à environ 90% le déséquilibre magnétique.

Cette réduction croît encore si  $p$  augmente, et atteint déjà 99% pour une machine à 12 enroulements par phase (Il ne faut toutefois pas oublier qu'on suppose  $R = 1$ ).



x	2p = 8 ; a = 4			2p = 24 ; a = 12		
	$B_{rmax}(0)$	$B_{rmax}(\Pi)$	$\Delta B_r\%$	$B_{rmax}(0)$	$B_{rmax}(\Pi)$	$\Delta B_r\%$
0	1,0000B <sub>mo</sub>	1,0000B <sub>mo</sub>	-	1,0000B <sub>mo</sub>	1,0000B <sub>mo</sub>	-
0,05	1,0053 "	0,9976 "	7,7	1,0017 "	1,0008 "	0,9
0,10	1,0135 "	0,9981 "	7,7	1,0060 "	1,0043 "	0,9
0,15	1,0250 "	1,0014 "	7,7	1,0130 "	1,0103 "	0,9
0,20	1,0400 "	1,0077 "	7,8	1,0228 "	1,0192 "	0,9
0,25	1,0590 "	1,0171 "	7,8	1,0357 "	1,0310 "	0,9
0,30	1,0825 "	1,0299 "	8,0	1,0521 "	1,0462 "	0,9
0,35	1,1113 "	1,0464 "	8,1	1,0724 "	1,0652 "	0,9
0,40	1,1464 "	1,0676 "	8,3	1,0973 "	1,0884 "	0,9
0,45	1,1895 "	1,0933 "	8,5	1,1276 "	1,1168 "	1,0
0,50	1,2425 "	1,1253 "	8,8	1,1646 "	1,1514 "	1,0
0,55	1,3086 "	1,1649 "	9,1	1,2099 "	1,1937 "	1,0
0,60	1,3923 "	1,2139 "	9,5	1,2660 "	1,2460 "	1,1
0,65	1,5009 "	1,2756 "	10,0	1,3368 "	1,3115 "	1,1

Tableau (3'.2)

● On a représenté sur la figure (3'.2) l'évolution de  $B_{rmax}/B_{mo}$  sous les entrefers situés à  $\theta = 0$  et  $\theta = \Pi$ , pour un décentrement relatif variant de 0 à 0,65, et pour p égal à 4 puis 12. On a tracé en trait interrompu, pour ces deux valeurs de  $\theta$ , les courbes  $B_{rmax}/B_{mo}$  que l'on aurait si les enroulements constituaient une voie unique.

Par contre, si on avait une infinité de voies parallèles, la valeur unique que prendrait  $B_{rmax}/B_{mo}$  en tout point de l'entrefers suit en fonction de x la courbe tracée en trait mixte.

#### d) Tracé des courbes enveloppes

A partir de la relation (3'.8), nous avons tracé sur la figure (3'.3), la forme d'onde prise par la courbe enveloppe Nord pour différentes valeurs de p, et pour un décentrement de 0,2.

On trouve bien le maximum pour  $\theta = 0$ , le minimum pour  $\theta = \Pi$ , mais comme le montre la relation (3'.8), cette courbe n'a pas une expression simple et doit être calculée pour chaque valeur de p et de x.

Plus p croît, plus la courbe s'aplatit et tend vers l'horizontale correspondant à p infini.

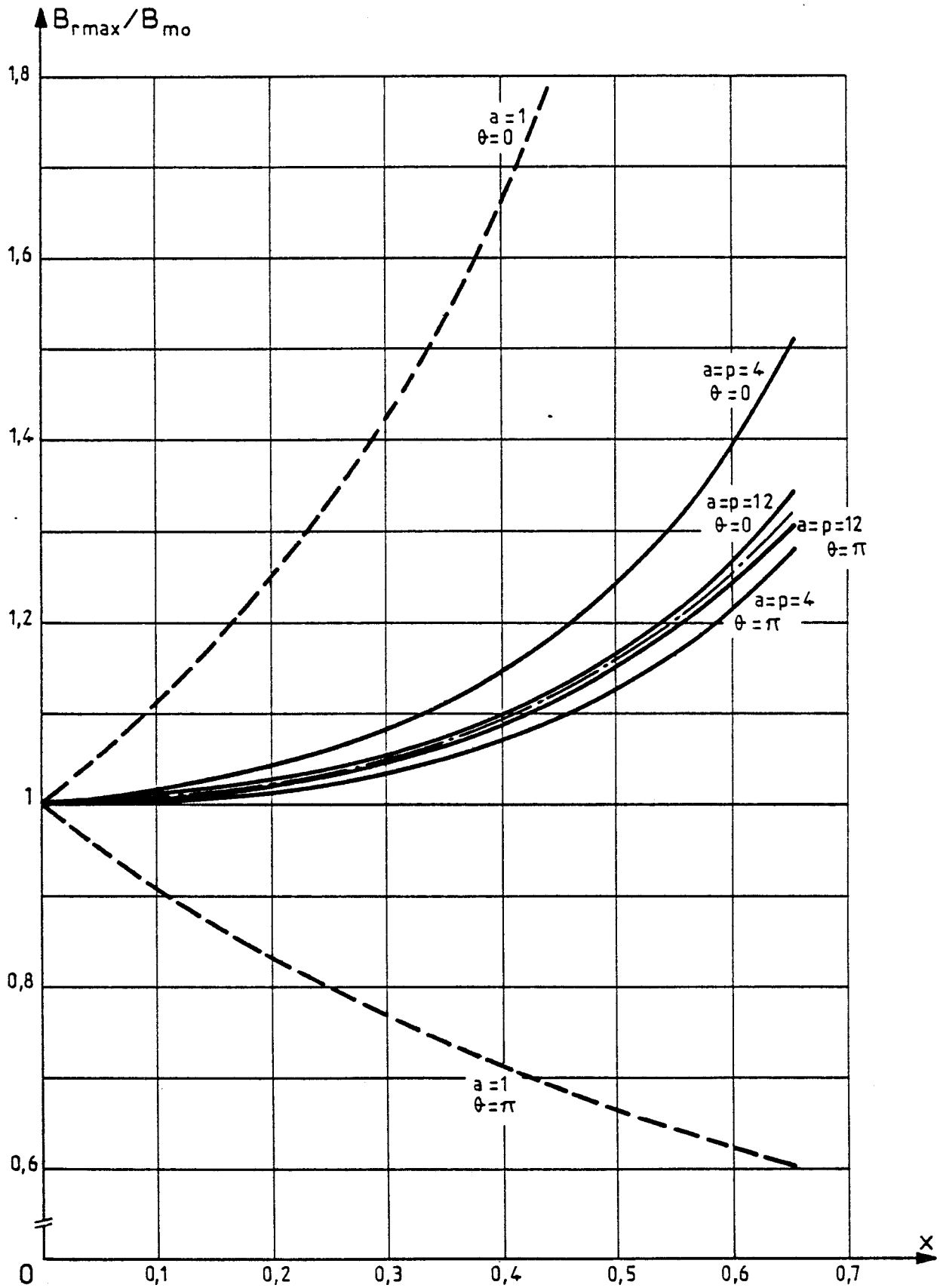


Figure 3.2



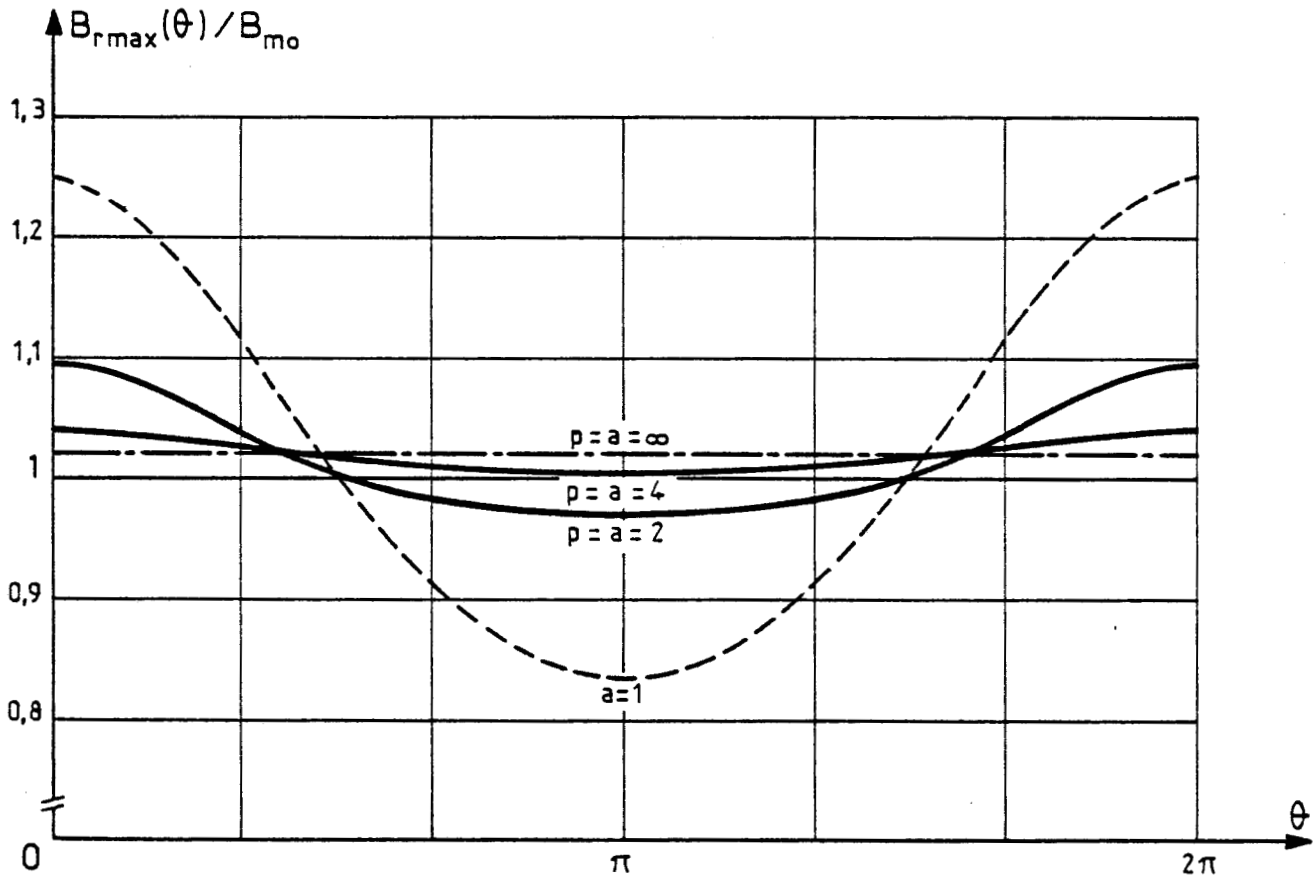


Figure 3.3

I.4.2. Mise en parallèle des enroulements diamétralement opposés

Si  $p$  est pair, on peut mettre en parallèle deux à deux les enroulements diamétralement opposés de chacune des phases. Ceci correspond à un mode de couplage à connexions équipotentielles où,  $a = 2$  et  $g = p/2$ .

a) Equations de courbes enveloppes

Dans cette configuration, un enroulement quelconque  $k$  est mis en parallèle avec celui qui lui est diamétralement opposé, de numéro  $k \pm \frac{p}{2}$ .

Si dans la relation (3'.6) donnant  $B_{rmax}$  en fonction de  $\theta(q,k)$  on tient compte du fait que pour ce mode de couplage on a :

- $p/a = 1$
- $E_R(q) = \frac{1}{2} [E(q,k) + E(q, k \pm \frac{p}{2})]$  ,
- et  $E_1(q) = E(q,k)$

On peut alors écrire :

$$B_{rmax} [\theta(q,k)] = \pm B_{mo} \frac{1}{1 - x \cos \theta(q,k)} \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{E(q,k \pm \frac{p}{2})}{E(q,k)} \right] \quad (3'.11)$$

Sachant que  $\theta(q,k \pm \frac{p}{2})$  est égal à  $\theta(q,k) \pm \Pi$ , le rapport des f.e.m. des deux enroulements diamétralement opposés s'écrit :

$$\frac{E(q,k \pm \frac{p}{2})}{E(q,k)} = \frac{(1+x \cos \theta(q,k) \cos \frac{\Pi}{2p}) (1-2x \cos \theta(q,k) \cos \frac{\Pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 [\cos 2\theta(q,k) + \cos \frac{\Pi}{p}])}{(1-x \cos \theta(q,k) \cos \frac{\Pi}{2p}) (1+2x \cos \theta(q,k) \cos \frac{\Pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 [\cos 2\theta(q,k) + \cos \frac{\Pi}{p}])}$$

On peut donc exprimer l'amplitude de l'induction résultante tout le long de l'entrefer vu que, à p et x donnés, il n'y a que la position angulaire de l'enroulement qui intervient. Les courbes enveloppes (Nord et Sud) sont donc identiques pour les trois phases et indépendantes de la position du bobinage par rapport à la direction du décentrement.

Après simplifications, on obtient :

$$B_{rmax}(\theta) = \pm B_{mo} \frac{1 - \frac{1}{2} x^2 (1 + \cos 2\theta \cos \frac{\Pi}{p})}{(1-x \cos \theta)(1-x \cos \theta \cos \frac{\Pi}{2p}) [1+2x \cos \theta \cos \frac{\Pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 (\cos 2\theta + \cos \frac{\Pi}{p})]} \quad (3'.12)$$

#### b) Influence du nombre de paires de pôles

Pour ce type de couplage, dès que p devient supérieur à 2, les courbes enveloppes admettent 4 extrêmums correspondant à :

$$\theta = 0 ; \quad \theta = \pm \frac{\Pi}{2} ; \quad \text{et } \theta = \Pi.$$

En fonction de x et p, l'amplitude de l'induction résultante s'écrit en ces points :

$$\theta = 0 \quad : \quad B_{rmax}(0) = \pm B_{mo} \frac{1 - \frac{1}{2} x^2 (1 + \cos \frac{\Pi}{p})}{(1-x)(1-x \cos \frac{\Pi}{2p}) [1+2x \cos \frac{\Pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 (1 + \cos \frac{\Pi}{p})]}$$

$$\theta = \pm \frac{\Pi}{2} \quad : \quad B_{rmax}(\pm \frac{\Pi}{2}) = \pm B_{mo}$$

$$\text{et pour } \theta = \Pi \quad : \quad B_{rmax}(\Pi) = \pm B_{mo} \frac{1 - \frac{1}{2} x^2 (1 + \cos \frac{\Pi}{p})}{(1+x)(1+x \cos \frac{\Pi}{2p}) [1-2x \cos \frac{\Pi}{2p} + \frac{1}{2} x^2 (1 + \cos \frac{\Pi}{p})]}$$

A partir de 8 pôles (p=4), la courbe enveloppe admet toujours un minimum en  $\theta = \pm \frac{\Pi}{2}$ , alors que sans courants de circulation, le minimum était à  $\theta = \Pi$ . Le maximum étant toujours à  $\theta = 0$ .

Cependant, on s'intéressera ici encore aux amplitudes  $B_{rmax}(0)$  et  $B_{rmax}(\Pi)$ , puisque c'est leur écart qui engendre la force de déséquilibre.

• Le tableau (3'.3), similaire à celui repéré (3'.1), indique pour ce type de couplage, les valeurs des amplitudes de l'induction résultante face aux entrefers minimum et maximum, et ce pour un nombre croissant de paires de pôles. Plus p est grand, plus l'écart entre ces deux amplitudes diminue. Pour les valeurs importantes de p, cet écart devient pratiquement nul. La relation (3'.12) montre en effet que quand p est très grand, les valeurs de  $B_{rmax}$  pour  $\theta = 0$  et pour  $\theta = \Pi$  tendent toutes deux vers  $B_{mo}/(1-x^2)$ .

p	x=0,2		x=0,5	
	$B_{rmax}(0)$	$B_{rmax}(\Pi)$	$B_{rmax}(0)$	$B_{rmax}(\Pi)$
p quelconque (a = 1)	$1,2500B_{mo}$	$0,8333B_{mo}$	$2,0000B_{mo}$	$0,6666B_{mo}$
2	1,0951 "	0,9706 "	-	-
4	1,0551 "	1,0222 "	1,3680 "	1,2390 "
8	1,0450 "	1,0367 "	1,3419 "	1,3082 "
16	1,0425 "	1,0404 "	1,3355 "	1,3269 "
24	1,0421 "	1,0411 "	1,3343 "	1,3305 "
32	1,0419 "	1,0414 "	1,3340 "	1,3317 "
40	1,0418 "	1,0415 "	1,3338 "	1,3323 "

Tableau (3'.3)

• La figure (3'.4) montre elle aussi que, pour un décentrement donné,  $B_{rmax}(0)$  et  $B_{rmax}(\Pi)$  tendent vers la même valeur lorsque  $p$  croît.

Par conséquent, ce mode de couplage est d'autant plus efficace que  $p$  est important, puisqu'en réduisant l'écart entre les amplitudes d'induction relatives à la zone des entrefers accrus d'une part et celles à la zone des entrefers réduits d'autre part, il atténue la force d'attraction magnétique radiale.

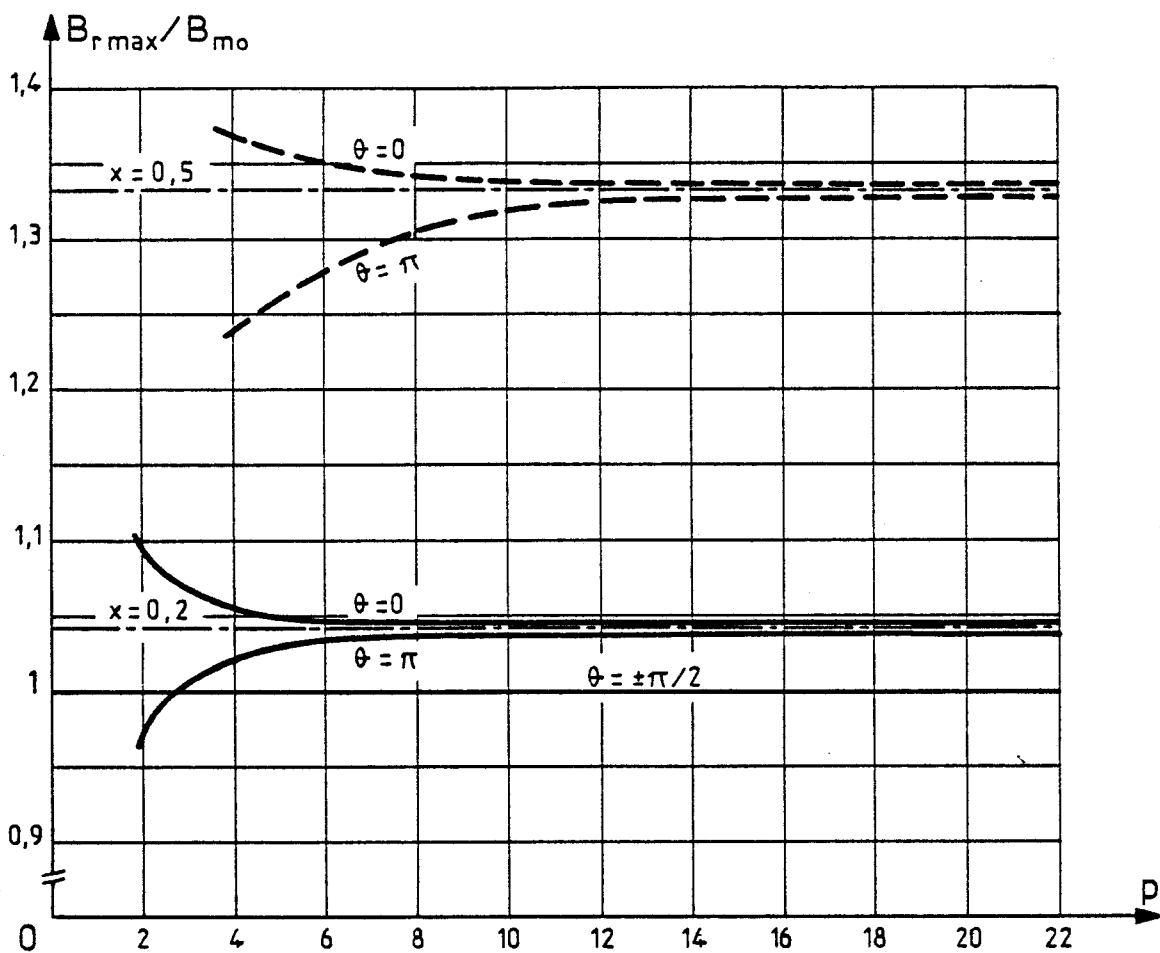


Figure 3'.4

c) Influence de la valeur du décentrement

Pour comparer l'efficacité de ce type de couplage à celle obtenue lorsque tous les enroulements étaient mis en parallèle (p voies parallèles par phase), on a donné au tableau (3'.4), et pour les mêmes machines, les valeurs de  $B_{rmax}(0)$ ,  $B_{rmax}(\Pi)$  et  $\Delta B_r\%$ , pour un décentrement relatif atteignant 0,60.

x	2p=8 ; a=2 ; g=p/2			2p=24 ; a=2 ; g=p/2		
	$B_{rmax}(0)$	$B_{rmax}(\Pi)$	$\Delta B_r\%$	$B_{rmax}(0)$	$B_{rmax}(\Pi)$	$\Delta B_r\%$
0	1,0000B <sub>mo</sub>	1,0000B <sub>mo</sub>	-	1,0000B <sub>mo</sub>	1,0000B <sub>mo</sub>	-
0,1	1,0171 "	1,0016 "	7,7	1,0109 "	1,0091 "	0,9
0,2	1,0551 "	1,0222 "	7,9	1,0432 "	1,0394 "	0,9
0,3	1,1185 "	1,0642 "	8,2	1,1011 "	1,0949 "	0,9
0,4	1,2169 "	1,1330 "	8,8	1,1934 "	1,1837 "	1,0
0,5	1,3680 "	1,2390 "	9,7	1,3371 "	1,3220 "	1,1
0,6	1,6084 "	1,4024 "	11,0	1,5675 "	1,5427 "	1,3

Tableau (3'.4)

La comparaison de ces valeurs de  $\Delta B_r\%$  avec celles du tableau (3'.2) montre que la mise en parallèle des enroulements diamétralement opposés permet de réduire le déséquilibre magnétique d'une façon pratiquement aussi efficace que le couplage à p voies en parallèle par phase.

Ce résultat était prévisible car l'étude des f.m.m. de réaction d'induit (chapitre 2', §III.3.3) avait montré que les courants de circulation produisaient dans l'entrefer des effets voisins.

d) Tracé des courbes enveloppes

A l'aide de la relation (3'.12) on a tracé (figure 3'.5), pour un décentrement relatif de 0,2, les courbes enveloppes Nord correspondant à quelques valeurs de p. Pour  $\theta$  égal à  $\pm\Pi/2$ , l'amplitude de l'induction résultante est toujours égale à  $B_{mo}$ . Les amplitudes correspondant à  $\theta = 0$  et  $\theta = \Pi$  tendent toutes deux, quand le nombre de pôles croît, vers  $B_{mo}/(1+x^2)$ .

La figure (3'.5) montre que ce mode de couplage en parallèle réduit considérablement l'écart entre les amplitudes de l'induction résultante, même pour les machines à faible nombre de pôles.

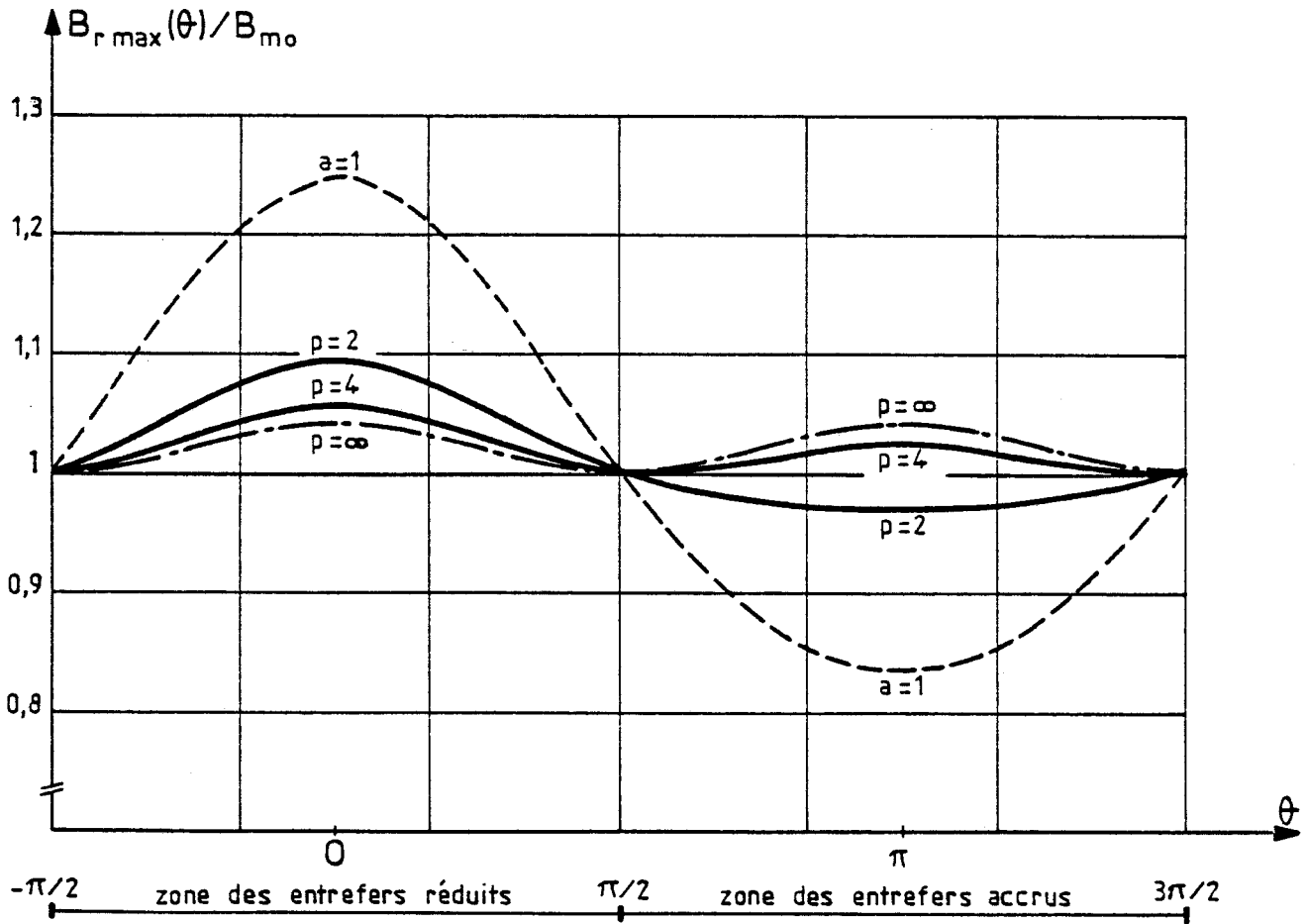


Figure 3.5

En effet, quand  $p$  croît, la courbe enveloppe s'écarte rapidement de celle qu'on avait en l'absence de courants de circulation (tracée en trait interrompu), pour se rapprocher de celle en trait mixte correspondant à  $p$  infini. Cette dernière a pour équation :

$$B_{r\max}(\theta) = \frac{B_{mo}}{1-x^2 \cos^2 \theta}$$

**Remarque**

1) Contrairement à ce qu'on obtenait pour  $a=p$ , quand  $p$  est très grand, la courbe enveloppe ne tend pas vers une droite horizontale. L'attraction magnétique s'exerçant sur chaque pôle présente une composante pulsatoire. Ce petit inconvénient est minime par rapport à celui du coût que représenterait la mise en parallèle deux à deux des enroulements diamétralement opposés d'une machine à très grand nombre de pôles.



2) Malgré ce caractère pulsatoire de l'induction sous chaque pôle, quand  $p$  tend vers l'infini, dans la mesure où on confond avec l'unité le coefficient de réduction  $R$ , l'attraction magnétique radiale résultante est nulle. En effet, les inductions sous les axes de deux pôles diamétralement opposés ont même amplitude :

$$B_{rmax}(\theta \pm \pi) = \frac{B_{mo}}{1-x^2 \cos^2(\theta \pm \pi)} = \frac{B_{mo}}{1-x^2 \cos^2 \theta} = B_{rmax}(\theta)$$

#### I.4.3. Couplage à $a$ voies en parallèle

Dans le cas général ( $p/a \neq 1$ ), l'étude de l'influence des voies en parallèle sur l'induction résultante tout le long de l'entrefer est plus complexe que celles déjà effectuées pour  $p/a=1$  et  $p/ag=1$ . En effet, à présent chaque voie comporte au moins deux enroulements successifs, ce qui rend l'induction sous un enroulement quelconque tributaire non seulement de sa propre position sur la périphérie de l'induit, mais aussi des positions occupées par les autres enroulements de sa voie.

##### a) Les $p/a$ courbes enveloppes

• L'amplitude de l'induction résultante dans l'axe d'un enroulement  $(q,k)$  appartenant à une voie  $l$ , s'écrit d'après la relation (3'.6) :

$$B_{rmax}[\theta(q,k)] = \pm B_{mo} \frac{1}{1-x \cos \theta(q,k)} \left[ 1 + \frac{a}{pE(q,k)} [E_R(q) - E_1(q)] \right]$$

On voit alors que les f.e.m. des  $p/a$  enroulements constituant la voie  $l$  influent sur la valeur de  $B_{rmax}$  en  $\theta(q,k)$ , puisque :

$$E_1(q) = \sum_{k=k_q - 1 + l p/a}^{k_q} E(q,k)$$

Comme le montre la figure (3'.6), un enroulement donné peut occuper  $p/a$  positions dans la voie à laquelle il appartient, et donc pour une valeur unique de  $E(q,k)$  on aura  $p/a$  valeurs de  $E_1(q)$ .

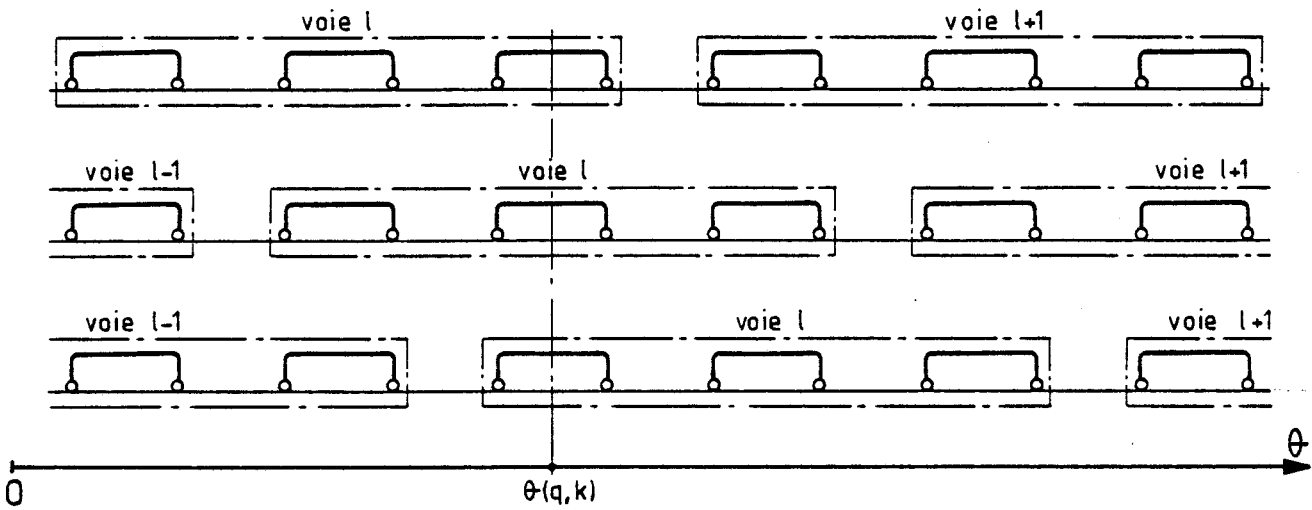


Figure 3'.6

Par conséquent, les  $3p$  valeurs de  $B_{rmax}$  obtenues sous les  $3p$  axes d'enroulements n'appartiennent plus à une même courbe enveloppe.

Pour un couplage à  $a$  voies en parallèle, on obtient donc  $p/a$  courbes enveloppes, chacune d'elles étant définie par  $3a$  points relatifs aux enroulements occupant le même rang dans leurs voies respectives.

● Considérons par exemple le cas d'une machine à 16 pôles ( $p=8$ ) pour laquelle on groupe les enroulements de chaque phase en 2 voies en parallèle, suivant la configuration de la figure (3'.7.a).

On peut décomposer les  $3p$  enroulements en  $p/a$  groupes, repérés par leur rang. Dans le cas considéré, on a 4 groupes ; le premier comporte les enroulements 1 et 5 de la phase 1, les enroulements 2 et 6 de la phase 2, les enroulements 3 et 7 de la phase 3. Les enroulements de même rang forment un système où on a trois courants de circulation passant chacun en sens inverse, dans deux enroulements décalés de  $\pi$  ; ces trois courants sont déphasés entre eux de  $2\pi/3$  ; de plus l'écart angulaire entre les enroulements 1 de la phase 1, 2 de la phase 2, 3 de la phase 3, remplit la condition illustré par le tableau (1'.1).

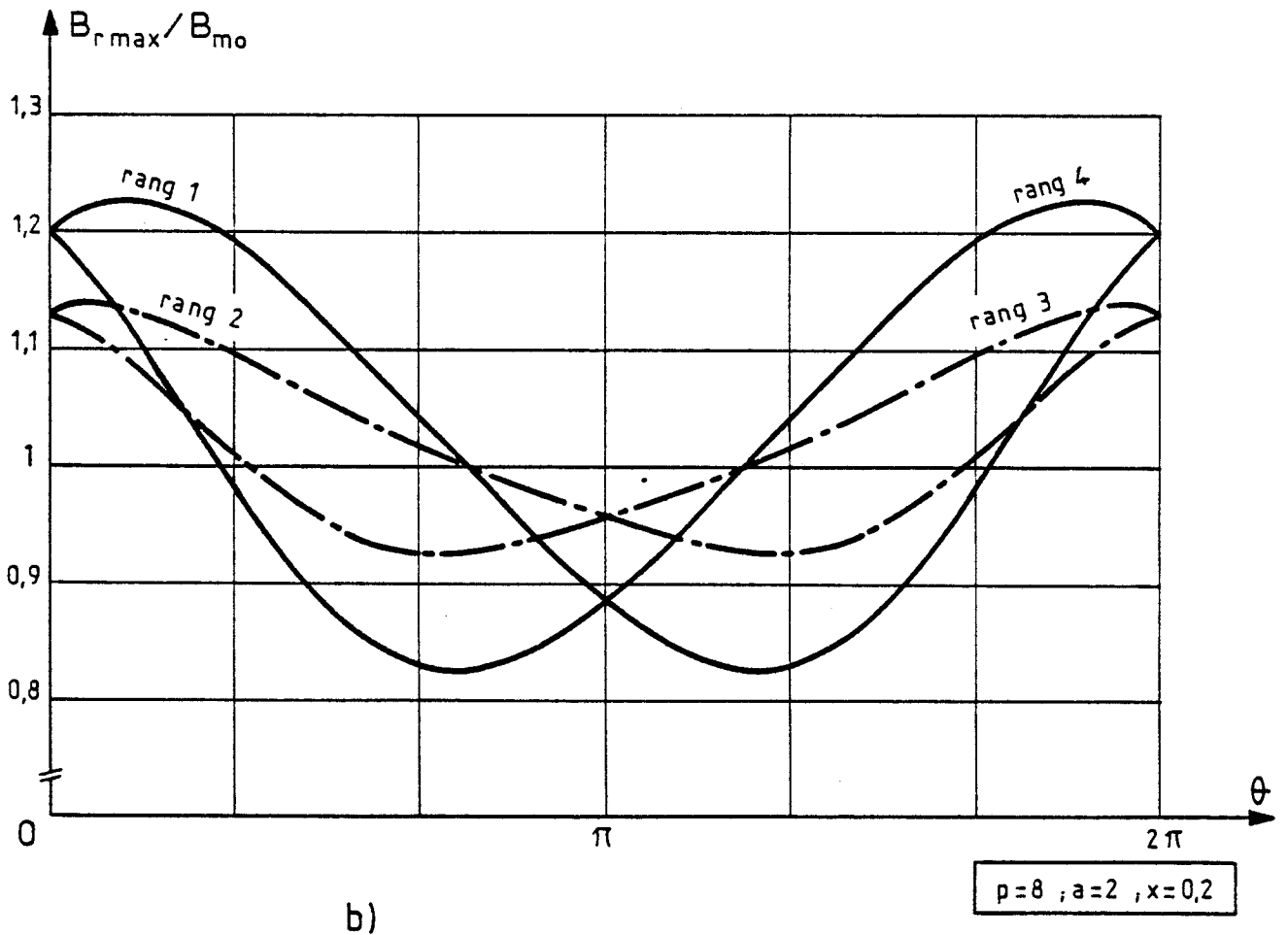
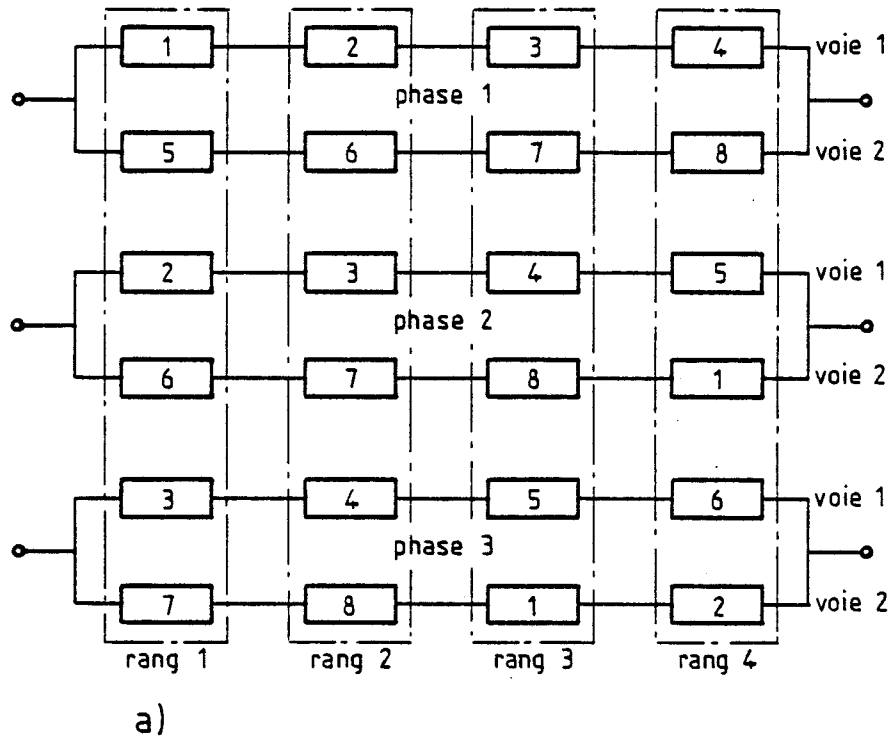


Figure 3.7



Donc pour chaque système, on peut tracer une courbe enveloppe comme on l'a fait précédemment pour les schémas où on n'avait qu'un enroulement par voie.

On a tracé (figure 3'.7.b) les quatre courbes enveloppes correspondant aux quatre rangs d'enroulements, en utilisant chaque fois la relation (3'.6), pour un décentrement relatif  $x$  égal à 0,2.

● La comparaison des quatre courbes enveloppes avec celles tracées sur la figure (3'.3) par exemple, appelle deux remarques :

- la première est que la réduction de l'écart entre les extrêmes de l'amplitude de l'induction résultante est plus faible que lorsqu'on n'avait qu'un enroulement par branchement.

- la seconde est que ce sont les enroulements de rang 1 et 4 qui donnent les courbes enveloppes présentant un maximum d'écart.

Ces deux remarques correspondent au fait

- qu'on n'applique plus à chaque enroulement la f.e.m. de circulation qui lui permettrait de créer un courant de circulation s'opposant directement à la cause de cette f.e.m. On lui applique la moyenne des f.e.m. de circulation engendrées dans les p/a enroulements du branchement.

- que ce sont les enroulements situés aux extrémités des voies qui risquent le plus d'être traversés par des courants de circulation ne répondant pas à leur besoin propre. Supposons par exemple que l'enroulement (1,1) se trouve à  $\theta(1,1)=0$ , l'enroulement (1,4) sera alors à  $\theta(1,4)=3\pi/4$ . Dans ce cas, et comme le montre la figure (3'.8), c'est la voie formée par 1-2-3-4 qui va débiter un courant de circulation dans celle composée de 5-6-7-8. Or l'enroulement 4 se trouvant dans la zone des entrefers accrus aurait plutôt besoin d'absorber un courant afin de pallier au déséquilibre magnétique causé par le décentrement. Il en est de même pour l'enroulement 8 qui, au lieu de débiter, absorbe.

D'une façon générale, ce sont toujours les courbes enveloppes relatives aux enroulements se trouvant aux extrémités des voies (rang 1 et p/a) qui sont le plus ondulées. Pour les autres rangs d'enroulements, les courbes enveloppes sont plus aplaties.

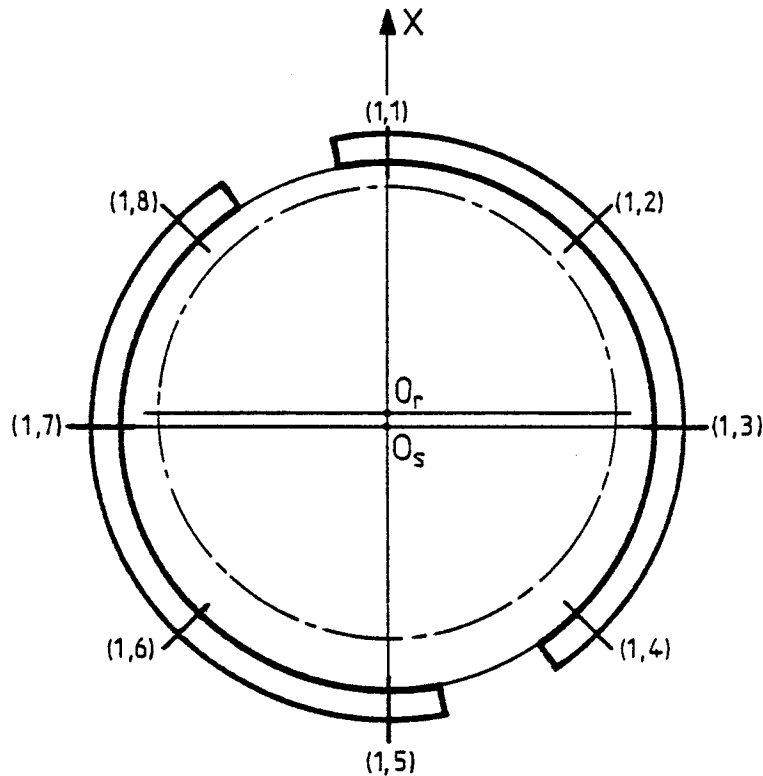


Figure 3.8

**b) Passage à la courbe enveloppe unique**

Il est difficile de prendre en compte de façon précise la variation de l'induction dans l'entrefer due aux courants de circulation quand  $a$  diffère de  $p$ . En effet, les tracés de la f.m.m. de réaction d'induit, tel celui de la figure (2'.16), le faisaient pressentir.

Reprenons l'exemple où  $p=8$  et  $a=2$ , de la figure (3'.7) et les courbes enveloppes tracées. Sur la figure (3'.9), on a ajouté le repérage des axes des 24 enroulements. Si l'amplitude de l'induction résultante sous un pôle correspond à l'enveloppe 1 (enroulement (1,1) du groupe de rang 1) quand il passe face à  $\theta=0$ , un  $24^{\text{ième}}$  de tour plus tard, elle correspond à l'enveloppe 4 (enroulement (2,1) du groupe de rang 4), un  $24^{\text{ième}}$  de tour plus tard à l'enveloppe 3 (enroulement (3,1) du groupe de rang 3), puis elle passe successivement aux enveloppes 2, 1, 4, 3, 2, 1, ... On a repéré ces points correspondants par des pointes de flèches ; on voit que  $B_{r\max}$  sous un pôle ne varie pas de façon régulière, passant à chaque  $3p^{\text{ième}}$  de tour d'une enveloppe à l'autre.

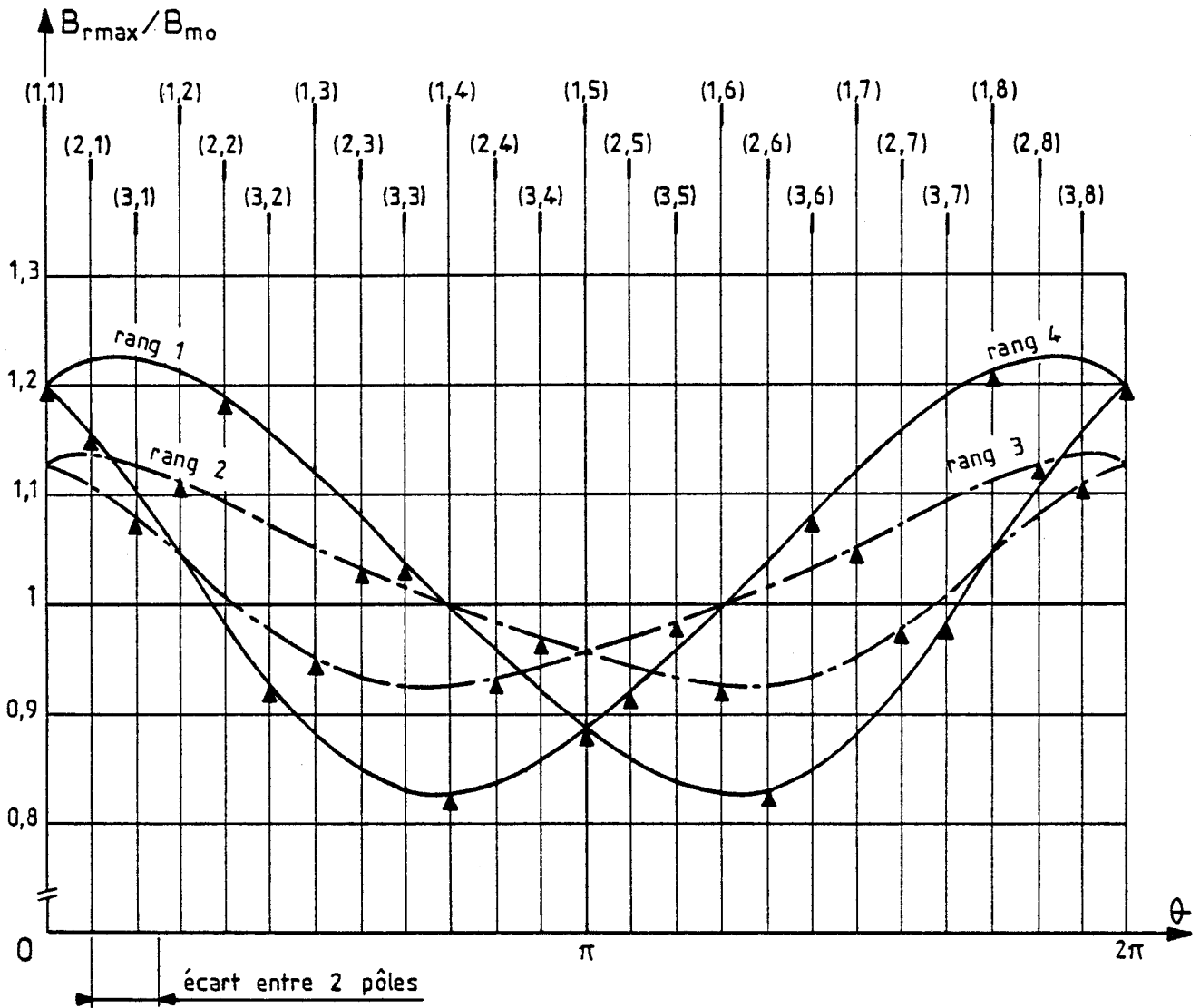


Figure 3.9

L'induction résultante sous les pôles voisins évolue de la même façon, mais avec un écart de  $1/2p$  tour .

On aura une valeur approchée de l'amplitude d'induction résultante à prendre en compte pour un point de l'entrefer, en utilisant la **moyenne quadratique** des valeurs données pour ce point par les  $p/a$  courbes enveloppes. On prendra donc :

$$\bar{B}_{rmax}(\theta) = \sqrt{\frac{a}{p} \sum_1^{p/a} B_{rmax}^2(\theta)} \quad (3'.13)$$

**Remarques**

1) On prend la moyenne quadratique car cette induction sert au calcul de l'attraction magnétique qui est proportionnelle au carré de l'induction.

2) Cette façon de déterminer  $B_{rmax}$  est d'autant plus légitime que  $p/a$  est plus petit. En effet, quand  $p/a$  diminue, l'écart angulaire entre les enroulements d'une même voie diminue ; les  $p/a$  courbes enveloppes sont plus voisines les unes des autres.

3) L'utilisation de cette courbe enveloppe ainsi lissée donne des valeurs de l'attraction magnétique totale d'autant plus précises que le nombre de pôles est plus grand : l'erreur commise sur la force s'exerçant sur chacun des pôles a alors une influence moins forte sur la précision de la force totale.

### c) Tracé de la courbe enveloppe

• Pour montrer l'influence du nombre de voies en parallèle par phase sur l'amplitude de l'induction maximale résultante tout le long de l'entrefer, on a tracé (figure 3'.10) les courbes enveloppes Nord correspondant à une machine à 16 pôles et un décentrement relatif  $x$  de 0,2 , et ce pour  $a = 2$  et  $a = 4$ .

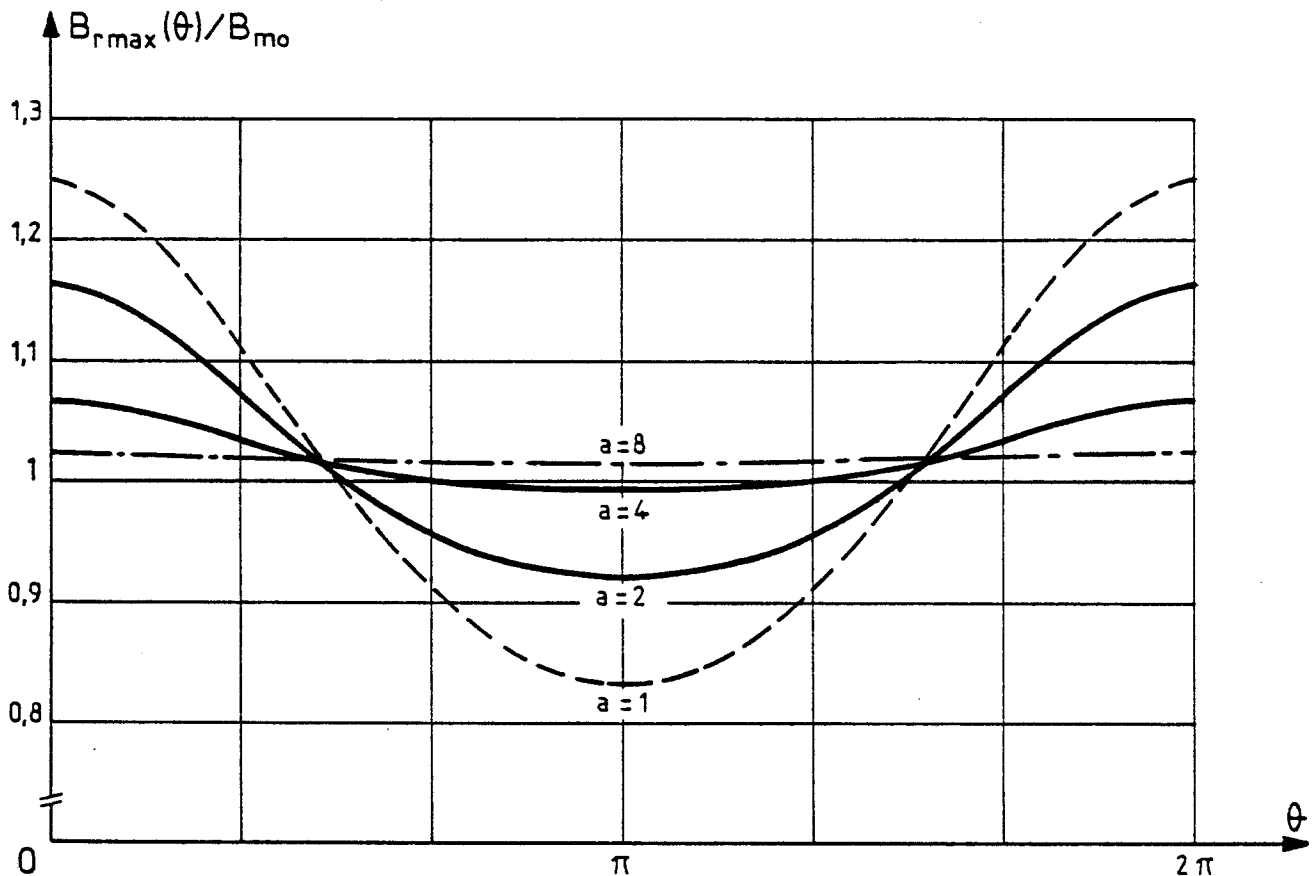


Figure 3'.10

A titre comparatif, on a reporté sur la même figure les tracés correspondant aux deux cas limites  $a = 1$  et  $a = p$ .

On voit que la réduction de l'écart entre les extrêmes de  $B_{rmax}$  est de l'ordre de 40% pour  $a = 2$  et 80% pour  $a = 4$ , alors qu'elle était de 98% pour  $a = 8$ .

● Les tracés analogues effectués à l'aide des relations (3'.6) et (3'.13) pour diverses valeurs de  $x$ , de  $p$  et de  $a$ , montrent que :

- à  $p$  et  $a$  donnés, la réduction par les courants de circulation de l'écart entre les extrêmes de la courbe enveloppe est, en valeur relative, peu dépendante de  $x$ ,

- à  $p$  et  $x$  donnés, la réduction de l'écart entre les extrêmes augmente rapidement quand  $a$  commence à croître, puis de plus en plus lentement quand  $p/a$  tend vers 1,

- à  $x$  et  $p/a$  donnés, la réduction augmente un peu quand  $p$  croît, mais à partir de  $p = 10$  les résultats obtenus diffèrent peu de ceux que donne  $p$  infini.

Nous n'avons pas jugé utile de reproduire toutes les courbes calculées pour toutes les valeurs de  $p$  et  $a$ , pour lesquelles nous déterminerons à la fin du paragraphe suivant la réduction de l'attraction magnétique. En effet, la réduction de l'écart entre les extrêmes de l'induction sous les pôles, et la réduction de l'attraction magnétique résultante évoluent de façon comparable.

● En terminant cette étude de la réduction du déséquilibre magnétique par les courants de circulation, rappelons que :

- les courbes enveloppes donnant l'amplitude de l'induction maximale résultante sont indépendantes de la position du bobinage statorique par rapport à la direction du décentrement, du moins pour tous les couplages correspondant à une répartition régulière des 3a voies.

- il faut multiplier par le coefficient  $R$ , inférieur à l'unité, les effets des courants de circulation évalués en supposant  $R$  égal à 1.



## II - FORCE D'ATTRACTION MAGNETIQUE RADIALE RESULTANTE

### II.1 Méthode et relations utilisées

Pour exprimer les forces d'attraction magnétiques radiales, nous allons utiliser le même procédé que lorsqu'il n'y avait pas de courants de circulation (ch. 2, §II.2.2) :

- l'amplitude de l'induction résultante sous l'axe polaire d'un pôle  $i$  quelconque suit la courbe enveloppe (Nord ou Sud suivant la nature du pôle) correspondant au couplage utilisé.

- en un point fixe repéré par l'angle  $\theta$  par rapport à la direction  $O_r X$  du décentrement, l'induction résultante varie sinusoïdalement en fonction du temps.

Nous avons montré la légitimité de cette seconde simplification, nécessaire si on veut que les f.e.m. restent sinusoïdales.

Dans ces conditions, l'induction en un point fixe ( $\theta$ ) à un instant  $t$  quelconque s'écrit :

$$B_r(t, \theta) = - B_{rmax}(\theta) \cos p (\theta - \Omega t)$$

ou

$$B_r(t, \theta) = - B_{rmax}(\theta) \cos (\omega t - p\theta) \quad (3'.14)$$

Le signe moins tient compte du fait qu'à l'instant  $t = 0$ , l'axe d'un pôle Sud se trouve confondu avec l'axe  $O_r X$ .

● On passe à l'induction sous un pôle, en remarquant que si à un instant  $t$  quelconque, l'axe du pôle  $i$  fait un angle  $\alpha(t, i)$  avec l'origine des angles tel que :

$$\alpha(t, i) = 2\Pi - (i-1) \frac{\Pi}{p} + \Omega t ,$$

un point situé sous ce pôle et faisant un angle  $\tau$  avec son axe, fait avec l'axe  $O_r X$  un angle

$$\theta = \alpha(t, i) + \tau$$

avec

$$\frac{-\Pi}{2p} \leq \tau \leq \frac{\Pi}{2p}$$

L'induction résultante dans l'entrefer face au pôle  $i$  s'écrit donc :

$$B_r(t, i, \tau) = - B_{rmax}(t, i, \tau) \cos [p\tau + (i-1)\Pi]$$

$$B_r(t, i, \tau) = (-1)^i B_{rmax}(t, i, \tau) \cos p\tau \quad (3'.15)$$

Dans les calculs ultérieurs  $B_{rmax}(t, i, \tau)$  sera toujours positif puisque le terme  $(-1)^i$  tient compte de la nature du pôle  $i$ .

• Pour calculer la force d'attraction magnétique radiale s'exerçant sur un pôle, on considère l'élément de surface  $ds$  de l'entrefefer du pôle  $i$ , tel que  $ds$  soit contenu dans l'angle  $d\tau$  se trouvant de part et d'autre du point faisant un angle  $\tau$  avec l'axe polaire.

La force d'attraction radiale sollicitant  $ds$  est :

$$df(t, i, \tau) = \frac{1}{2\mu_0} B_r^2(t, i, \tau) ds$$

avec :  $ds = L \frac{D}{2} d\tau$

d'où :

$$df(t, i, \tau) = \frac{LD}{4\mu_0} B_{rmax}^2(t, i, \tau) \cos^2 p\tau d\tau \quad (3'.16)$$

Cette force élémentaire a pour projections sur les axes  $O_r X$  et  $O_r Y$  :

$$df_x(t, i, \tau) = \frac{LD}{4\mu_0} B_{rmax}^2(t, i, \tau) \cos^2 p\tau \cos [\alpha(t, i) + \tau] d\tau \quad (3'.17)$$

et

$$df_y(t, i, \tau) = \frac{LD}{4\mu_0} B_{rmax}^2(t, i, \tau) \cos^2 p\tau \sin [\alpha(t, i) + \tau] d\tau \quad (3'.18)$$

Par conséquent, la force d'attraction sur le pôle  $i$  aura pour composantes :

$$\text{- sur } O_r X : \quad f_x(t, i) = \int_{-\Pi/2p}^{+\Pi/2p} df_x(t, i, \tau)$$

$$\text{- sur } O_r Y : \quad f_y(t, i) = \int_{-\Pi/2p}^{+\Pi/2p} df_y(t, i, \tau)$$

• La force d'attraction magnétique radiale totale sera égale à :

$$F(t) = \sqrt{F_x^2(t) + F_y^2(t)}$$

et sa direction formera avec celle du décentrement un angle  $\delta(t)$  tel que :

$$\delta(t) = \text{arc tg} \frac{F_y(t)}{F_x(t)}$$

où  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  ont respectivement pour expressions :

$$F_x(t) = \sum_{i=1}^{2p} f_x(t,i)$$
$$F_y(t) = \sum_{i=1}^{2p} f_y(t,i)$$

Remarques :

1) Vu la complexité des expressions donnant  $B_{rmax}(\theta)$ , nous aurons recours à la méthode de SIMPSON, pour calculer les intégrales  $f_x(t,i)$  et  $f_y(t,i)$ . Comme nous l'avons fait au chapitre [2], nous prendrons 11 points par pôle.

2) Pour juger de l'influence des voies d'enroulements parallèles, la force  $F(t)$  relative à un type de couplage sera rapportée à celle  $F_1$  qu'on avait en l'absence de tout courant statorique.

Quel que soit le nombre de pôles de la machine, cette force radiale s'écrivait :

$$F_1 = C \frac{x}{(1-x^2)^{3/2}} \quad (3'.19)$$

avec  $C = \pi \frac{LD}{4\mu_0} B_{mo}^2$

## II.2. Couplage à p voies en parallèle par phase

### II.2.1. Relations utilisées

La relation (3'.8) donnant l'équation de la courbe enveloppe de l'induction résultante  $B_{rmax}$  le long de l'entrefer, permet de déduire la variation dans le temps de l'amplitude d'induction face à un élément de surface  $ds$  de l'entrefer d'un pôle  $i$ .

Celle-ci s'écrit :

$$B_{rmax}(t,i,\tau) = \frac{B_{mo}(1 - \frac{1}{2}x^2) \left[ 1 - 2x \cos(\alpha(t,i)+\tau) \cos \frac{\Pi}{2p} + \frac{1}{2}x^2 [\cos 2(\alpha(t,i)+\tau) + \cos \frac{\Pi}{p}] \right]}{(1-x^2 + \frac{1}{8}x^4) [1-x \cos(\alpha(t,i)+\tau) \cos \frac{\Pi}{2p}] [1-x \cos(\alpha(t,i)+\tau)]} \quad (3'.20)$$

Par ailleurs, puisque la relation (3'.16) peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} df(t,i,\tau) &= \frac{LD}{4\mu_o} B_{mo}^2 \frac{B_{rmax}^2(t,i,\tau)}{B_{mo}^2} \cos^2 p\tau \, d\tau \\ &= \frac{C}{\Pi B_{mo}^2} B_{rmax}^2(t,i,\tau) \cos^2 p\tau \, d\tau \end{aligned}$$

ses projections deviennent :

$$df_x(t,i,\tau) = \frac{C}{\Pi B_{mo}^2} B_{rmax}^2(t,i,\tau) \cos^2 p\tau \cos [\alpha(t,i)+\tau] \, d\tau$$

et

$$df_y(t,i,\tau) = \frac{C}{\Pi B_{mo}^2} B_{rmax}^2(t,i,\tau) \cos^2 p\tau \sin [\alpha(t,i)+\tau] \, d\tau$$

Les composantes de la force d'attraction sur un pôle sont :

$$f_x(t,i) = \frac{C}{\Pi} \int_{-\Pi/2p}^{\Pi/2p} \frac{1}{B_{mo}^2} B_{rmax}^2(t,i,\tau) \cos^2 p\tau \cos [\alpha(t,i)+\tau] \, d\tau$$

et

$$f_y(t,i) = \frac{C}{\Pi} \int_{-\Pi/2p}^{\Pi/2p} \frac{1}{B_{mo}^2} B_{rmax}^2(t,i,\tau) \cos^2 p\tau \sin [\alpha(t,i)+\tau] \, d\tau$$

### II.2.2. Résultats obtenus

Le calcul de ces intégrales pour les 2p pôles par la méthode de SIMPSON, permet pour une valeur de décentrement donné, d'avoir les valeurs de  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  rapportées à la force C.

Comme la force d'attraction radiale  $F_1$  obtenue en l'absence de courants statoriques, celle obtenue après avoir mis en parallèle les  $p$  enroulements de chaque phase est de valeur constante dans le temps, et est toujours dirigée suivant la direction du décentrement. Cependant, comparée à  $F_1$ , on constate qu'elle décroît au fur et à mesure que le nombre de pôles, et donc de voies parallèles augmente.

Pour les décentrement relatifs  $x = 0,2$  et  $x = 0,5$ , on a reporté sur le tableau (3'.5) les valeurs de la force radiale résultante  $F$  (rapportée à  $C$ ), ainsi que celles du taux de réduction  $\Delta F\%$ , et ce pour différentes valeurs de  $p$ .  $\Delta F\%$  est défini par :

$$\Delta F\% = 100 \frac{F_1 - F}{F_1} \quad (3'.21)$$

p	x=0,2		x=0,5	
	F/C	ΔF%	F/C	ΔF%
2	0,0613	71,0	-	-
4	0,0157	92,6	0,0481	93,7
6	0,0070	96,7	0,0210	97,2
8	0,0040	98,1	0,0117	98,4
10	0,0025	98,8	0,0075	99,0
12	0,0018	99,1	0,0052	99,3
14	0,0013	99,4	0,0038	99,5
16	0,0010	99,5	0,0029	99,6
18	0,0008	99,6	0,0023	99,7
20	0,0006	99,7	0,0019	99,7

Tableau (3'.5)

On constate que, dans la mesure où on confond  $R$  avec l'unité, le taux de réduction  $\Delta F\%$  augmente d'abord très vite en fonction du nombre de voies en parallèle, puis tend vers 100% quand  $p$  devient très grand.

Ce résultat était rendu prévisible par l'étude de la réduction de la variation de l'induction résultante sous les pôles.

Sur la figure (3'.11) on a tracé en fonction de  $x$ , l'évolution de  $F/C$  pour diverses valeurs de  $p$ .

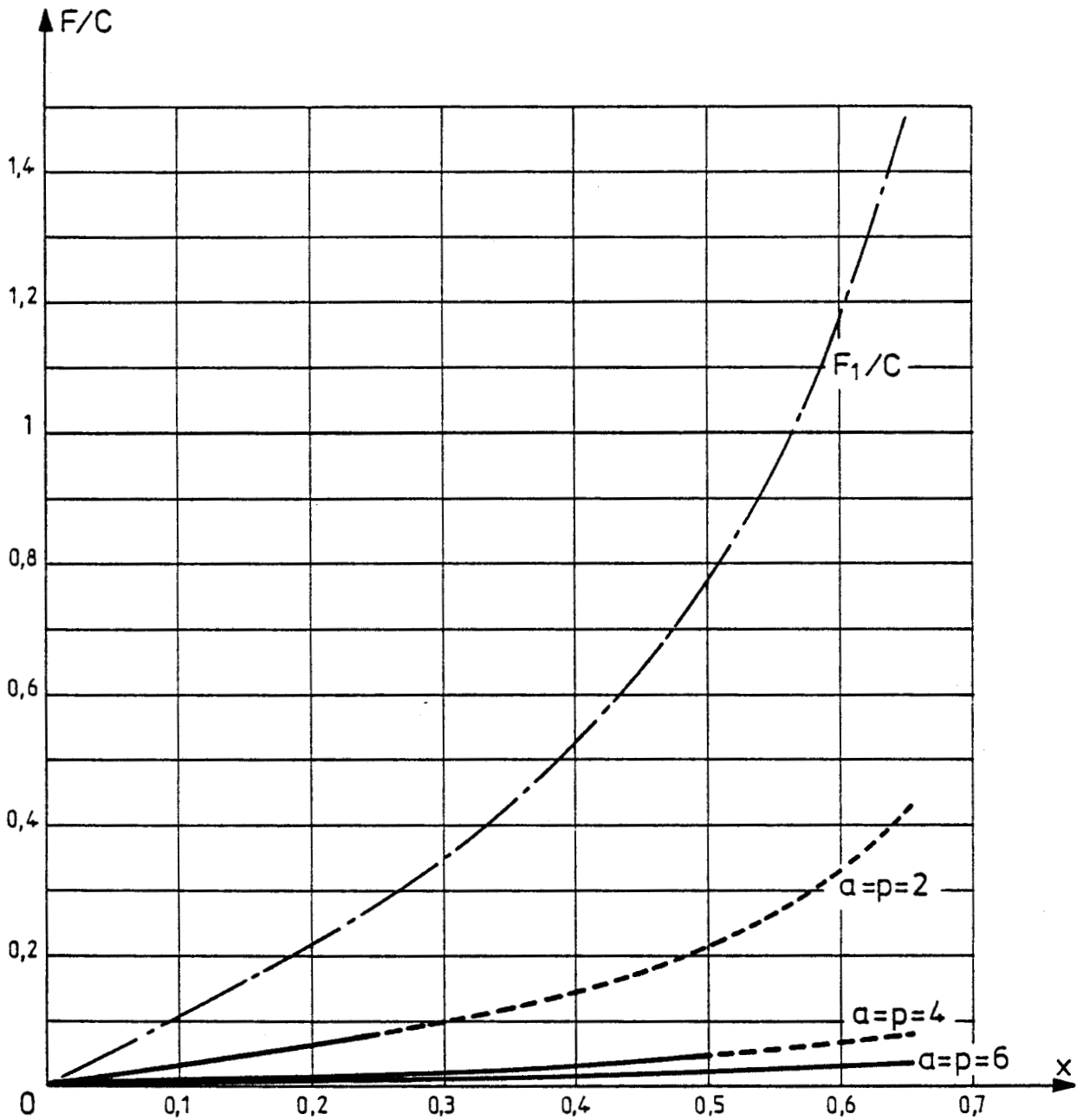


Figure 3'11

Etant donné qu'à partir des machines à 8 paires de pôles la réduction atteint déjà 98%, on n'a représenté que les tracés relatifs à  $p$  égal à 2, 4 et 6.

**Remarque**

Il faut toutefois noter que pour les faibles nombres de pôles et les décentremments importants, les calculs de  $F/C$  menés jusqu'au dix millième permettent de déceler une composante suivant l'axe  $O_r Y$  oscillant autour de zéro, et une pulsation de  $F$  autour de sa valeur moyenne.

On avait déjà trouvé cela en l'absence de courants de circulation (ch. 2 , §II.1.5.b et § II.2.1.c).

Sur la figure (3'.11) la partie des caractéristiques correspondant à ces pulsations décelables a été tracée en traits interrompus.

### II.3. Mise en parallèle des enroulements diamétralement opposés

#### II.3.1. Relations utilisées

Ayant défini par la relation (3'.12) la courbe enveloppe de l'amplitude de l'induction résultante tout le long de l'entrefer correspondant à ce type de couplage, nous en déduisons à présent l'expression de l'amplitude de l'induction en fonction du temps, face à un élément de surface  $ds$  de l'entrefer d'un pôle  $i$ .

$$B_{rmax}(t,i,\tau) = B_{mo} \frac{1 - \frac{1}{2}x^2 [1 + \cos 2(\alpha(t,i) + \tau) \cos \frac{\pi}{p}]}{[1 - x \cos(\alpha(t,i) + \tau)][1 - x \cos(\alpha(t,i) + \tau) \cos \frac{\pi}{2p}]} \times$$

$$\times \frac{1}{1 - 2x \cos(\alpha(t,i) + \tau) \cos \frac{\pi}{2p} + \frac{1}{2}x^2 [\cos 2(\alpha(t,i) + \tau) + \cos \frac{\pi}{p}]} \quad (3'.22)$$

Cette expression permet de passer aux calculs des intégrales donnant les composantes sur  $O_r X$  et  $O_r Y$  de la force sollicitant chaque pôle.

Celles-ci s'écrivent respectivement :

$$f_x(t,i) = \frac{C}{\pi} \int_{-\pi/2p}^{+\pi/2p} \frac{1}{B_{mo}^2} B_{rmax}^2(t,i,\tau) \cos^2 p\tau \cos [\alpha(t,i) + \tau] d\tau$$

$$\text{et} \quad f_y(t,i) = \frac{C}{\pi} \int_{-\pi/2p}^{+\pi/2p} \frac{1}{B_{mo}^2} B_{rmax}^2(t,i,\tau) \cos^2 p\tau \sin[\alpha(t,i) + \tau] d\tau$$

II.3.2. Résultats obtenus

En procédant aux calculs de ces intégrales par la méthode de SIMPSON, nous obtenons ici aussi une force radiale totale de valeur et direction constantes dans le temps (sauf pour les très faibles valeurs de p et les décentrement importants).

Comme le montre le tableau (3'.6), à p et x donnés, cette force est très voisine de celle obtenue lors du couplage en parallèle de tous les enroulements d'une même phase. Ce couplage est donc presque aussi efficace que le précédent, puisque leurs taux de réduction ΔF% sont pratiquement égaux.

p	x=0,2		x=0,5	
	F/C	ΔF%	F/C	ΔF%
2	0,0613	71,0	-	-
4	0,0160	92,4	0,0552	92,8
6	0,0072	96,6	0,0249	96,7
8	0,0040	98,0	0,0141	98,1
10	0,0026	98,7	0,0091	98,8
12	0,0018	99,1	0,0063	99,2
14	0,0013	99,3	0,0046	99,4
16	0,0010	99,5	0,0034	99,5
18	0,0008	99,6	0,0028	99,6
20	0,0006	99,7	0,0023	99,7

Tableau (3'.6)

II.4. Couplage à a voies en parallèle

II.4.1. Relations utilisées

Pour définir la valeur de la force d'attraction magnétique radiale obtenue à la suite d'un couplage des p enroulements de chaque phase en a voies en parallèle, il est nécessaire de déterminer tout d'abord la courbe enveloppe  $\bar{B}_{rmax}(\theta)$  donnant l'amplitude de l'induction résultante le long de l'entrefer en fonction de la valeur du décentrement.

Pour un élément de surface ds de l'entrefer d'un pôle i quelconque, on calcule l'amplitude de l'induction résultante d'après la relation (3'.13). Si ds se trouve à l'instant t à un angle  $\theta = \alpha(t,i) + \tau$  par rapport à la direction du décentrement, la force radiale qui le sollicite s'écrit:

$$df(t,i,\tau) = \frac{C}{\mu B_{mo}^2} \bar{B}_{rmax}^2(t,i,\tau) \cos^2 p \tau d\tau$$



Par la méthode de SIMPSON, on calcule les projections  $f_x(t,i)$  et  $f_y(t,i)$  de la force totale appliquée sur un pôle, en subdivisant ce dernier en dix intervalles égaux.

Les composantes de la force radiale résultante étant :

$$F_x(t) = \sum_{i=1}^{2p} f_x(t,i)$$

et

$$F_y(t) = \sum_{i=1}^{2p} f_y(t,i)$$

le module et la direction de cette force sont donnés par :

$$F(t) = \sqrt{F_x^2(t) + F_y^2(t)}$$

et

$$\delta(t) = \text{arc tg} \frac{F_y(t)}{F_x(t)}$$

En pratique, on rapportera toutes les forces à celle C obtenue en faisant la somme algébrique des forces d'attraction rotor-stator en l'absence de décentrement, si on ne tenait pas compte de la direction de ces forces :

$$C = \frac{\pi DL}{4\mu_0} B_{mo}^2$$

#### II.4.2. Résultats obtenus

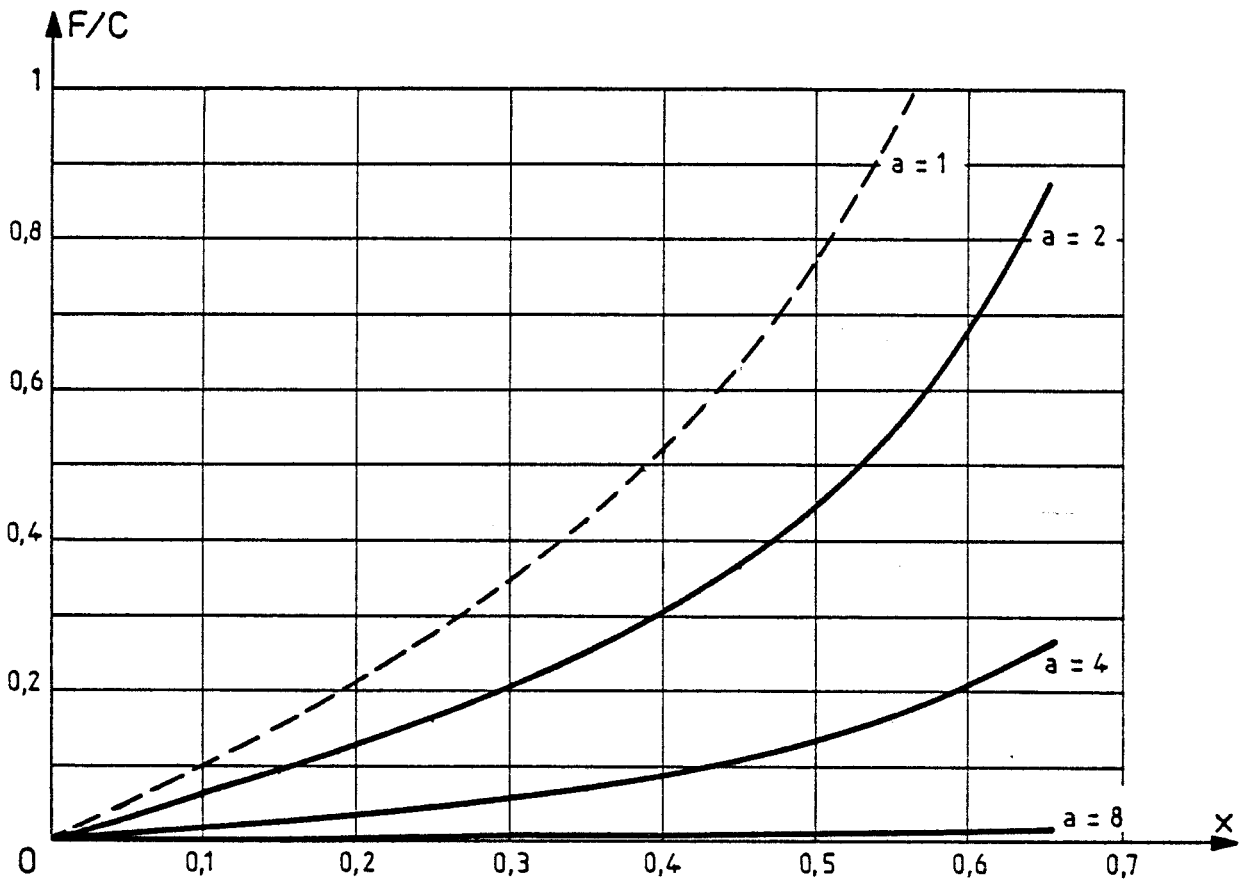
Les calculs ainsi effectués montrent que l'effort radial résultant s'exerçant entre le rotor et le stator d'une machine à a voies en parallèle par phase réparties régulièrement sur l'induit,

est toujours dirigé suivant l'axe  $O_r X$  du décentrement,

et a une valeur constante dans le temps.

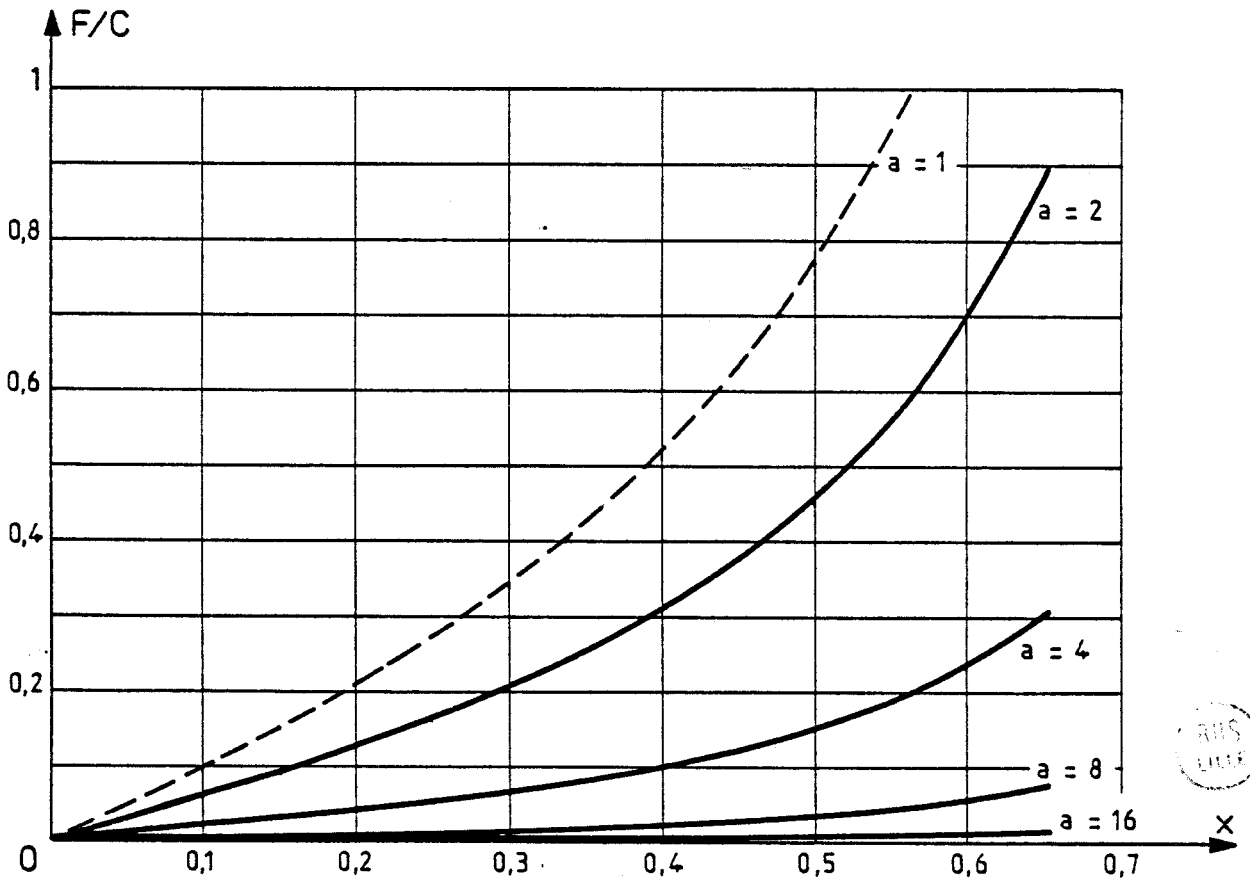
##### a) Exemples de caractéristiques

La figure (3'.12) montre la variation, en fonction du décentrement, de la force magnétique radiale résultante F rapportée à C, pour une machine à 16 pôles, présentant 2, 4, puis 8 voies en parallèle par phase. On a rappelé en traits interrompus la courbe  $[F_1/C](x)$  correspondant à a égal à 1.



$p = 8$

Figure 3.12



$p = 16$

Figure 3.13

Plus  $a$  est grand, plus l'effort radial est réduit. D'autre part, toutes ces courbes ont même allure, ce qui correspond à un taux de réduction dû aux courants de circulation pratiquement indépendant du décentrement.

La figure (3'.13) représente elle aussi les caractéristiques F/C en fonction de  $x$  mais pour une machine à 32 pôles et un nombre  $a$  de voies en parallèle successivement égal à 2, 4, 8 et 16. On retrouve que la réduction de la force radiale croît avec  $a$ , mais on remarque que le taux de réduction dépend encore moins de  $x$  que pour la machine à 16 pôles.

#### b) valeurs des taux de réduction calculés

L'indépendance de  $\Delta F\%$  vis à vis de  $x$ , surtout pour  $p$  grand, permet de donner pour chaque valeur de  $p$  et de  $a$  une valeur unique de ce taux.

Nous l'avons calculé pour les machines dont le nombre de pôles va de 4 à 64 et, chaque fois, pour les diverses valeurs de  $a$  satisfaisant à la symétrie de répartition des voies en parallèle (ce qui explique que nous n'ayons pas fait de calculs pour  $p = 6$  et  $a = 2$ , pour  $p = 12$  et  $a = 2$  ou 4, ...). L'ensemble des résultats ainsi obtenus est groupé dans le tableau (3'.7).

#### c) Présentation des résultats

Si dans le système d'axes  $p$  et  $\Delta F\%$ , on place les divers points correspondant aux valeurs du tableau (3'.7), on voit (figure 3'.14) que les points relatifs aux mêmes valeurs de  $a$  peuvent être reliés par des courbes régulières. L'observation de ces courbes rappelle qu'à  $p$  donné, plus  $a$  est grand, plus la réduction de l'attraction magnétique est importante.

Mais elle montre aussi que lorsque  $p$  est grand, la réduction devient pratiquement indépendante de  $p$ , elle ne dépend plus que de  $a$ .

Aussi est-il intéressant, pour les machines à grand nombre de pôles, de tracer (figure 3'.15) la caractéristique unique donnant  $\Delta F\%$  en fonction du nombre  $a$  de voies en parallèle par phase.

Cette courbe donne une précision suffisante quand le nombre de pôles est supérieur à 20 par exemple (pour les faibles valeurs de  $p$ , elle donne une valeur trop faible de  $\Delta F\%$ , comme le montre la figure 3'.14).

Pour  $p$  grand,  $\Delta F\%$  croît rapidement quand  $a$  va de 2 à 6. Au delà de 8 voies en parallèle, l'intérêt de l'accroissement de  $a$  est minime.

p	ΔF% pour divers a				
2	a= 2:71%				
3	a= 3:87%				
4	a= 2:46%	a= 4:93%			
5	a= 5:95%				
6	a= 3:72%	a= 6:97%			
7	a= 7:97,5%				
8	a= 2:42%	a= 4:83,7%	a= 8:98,2%		
9	a= 9:98,6%				
10	a= 2:41,4%	a= 5:89,3%	a=10:98,8%		
11	a=11:99%				
12	a= 3:69,3%	a= 6:92,4%	a=12:99,1%		
13	a=13:99,3%				
14	a= 2:41%	a= 7:94,4%	a=14:99,4%		
15	a= 3:68,9%	a=15:99,5%			
16	a= 2:40,8%	a= 4:81,6%	a= 8:85,7%	a=16:99,5%	
17	a=17:99,6%				
18	a= 9:96,6%	a=18:99,6%			
19	a=19:99,7%				
20	a= 2:40,7%	a= 4:81,3%	a= 5:87,9%	a=10:97,2%	a=20:99,7%
21	a= 3:68,6%	a=21:99,7%			
22	a= 2:40,7%	a=11:97,7%	a=22:99,7%		
23	a=23:99,8%				
24	a= 3:68,5%	a= 6:91,4%	a=12:98%	a=24:99,8%	
25	a= 5:87,7%	a=25:99,8%			
26	a= 2:40,6%	a=13:98,3%	a=26:99,8%		
27	a=27:99,8%				
28	a= 2:40,6%	a= 4:81,1%	a= 7:93,6%	a=14:98,5%	a=28:99,8%
29	a=29:99,8%				
30	a= 3:68,4%	a= 6:91,3%	a=15:98,7%	a=30:99,8%	
31	a=31:99,9%				
32	a= 2:40,6%	a= 4:81,1%	a= 8:95,1%	a=16:98,9%	a=32:99,9%

Tableau (3'.7)



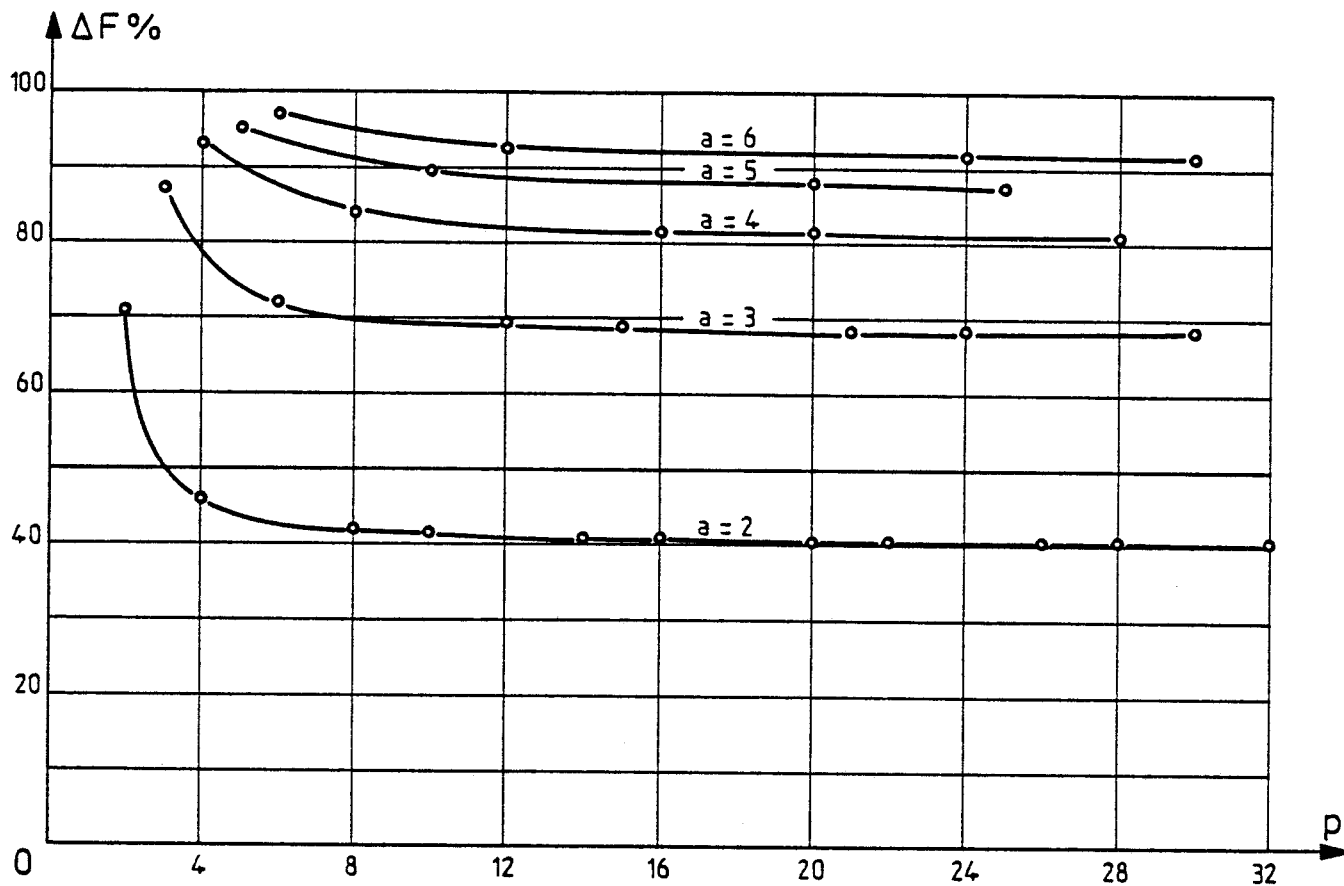


Figure 3.14

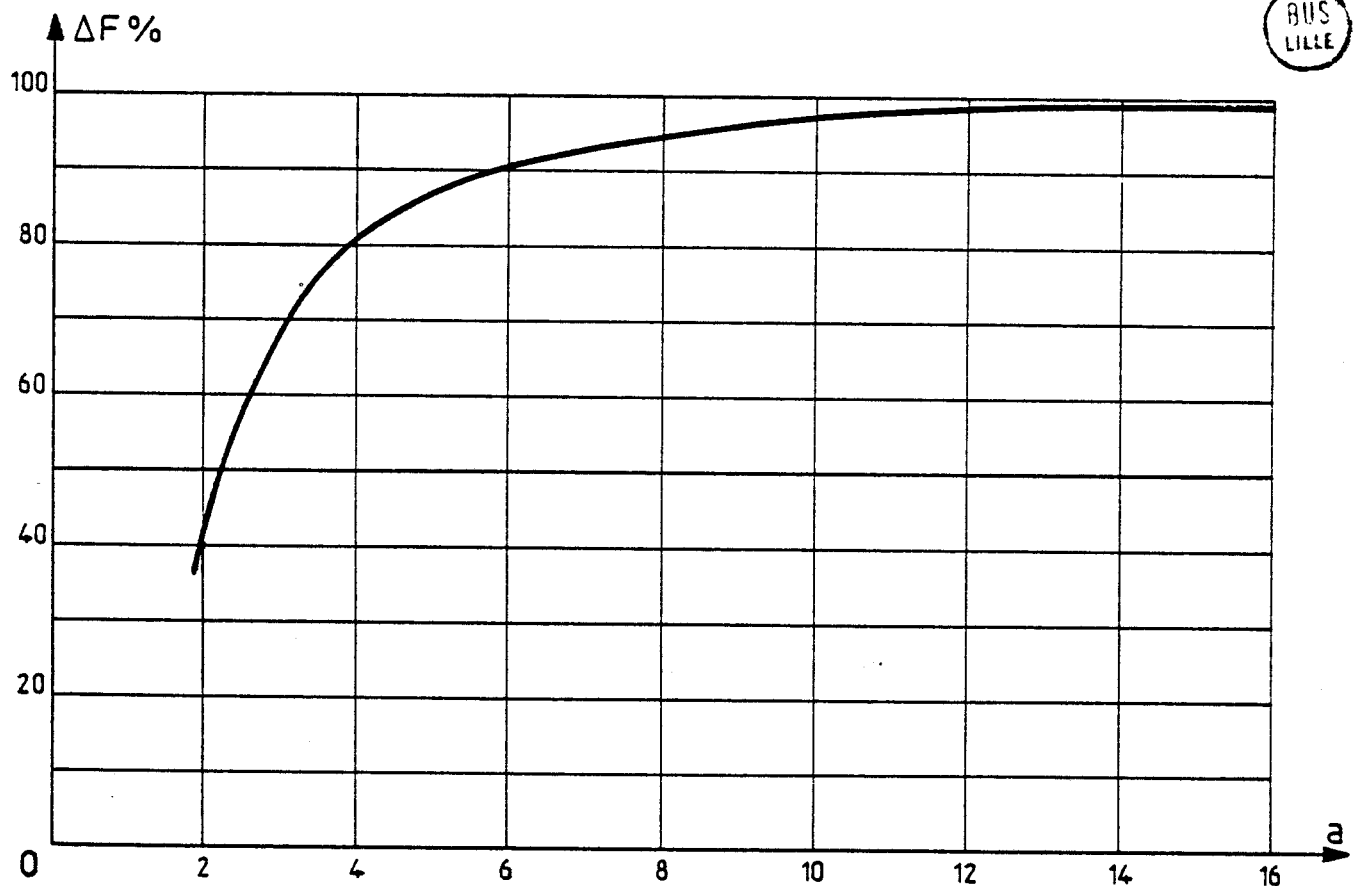


Figure 3.15

p grand

Pour les machines à grand nombre de pôles, si d'autres impératifs n'y conduisent pas ; il est inutile de multiplier exagérément le nombre de voies en parallèle par phase pour réduire l'attraction due au décentrement.

Rappelons, en terminant, que tous les  $\Delta F\%$  calculés doivent être multipliés par un coefficient R, inférieur à 1, tenant compte de la réactance de fuites intervenant dans la réactance totale de limitation des courants de circulation.

C H A P I T R E 4'

CONCLUSIONS

Cette étude de la réduction de l'attraction magnétique radiale due au décentrement du rotor des machines synchrones par le couplage en parallèle des enroulements statoriques a été présentée en deux parties :

- la première (Chapitres 1, 2 et 3) constitue la phase préparatoire. Elle montre comment calculer l'attraction stator-rotor, ce que devient cette attraction en cas de décentrement, quelles sont alors les forces électromotrices induites dans les enroulements.

- la seconde (Chapitres 1', 2' et 3') utilise les résultats de la première pour évaluer la valeur des courants de circulation nés du couplage en parallèle des enroulements statoriques, pour déterminer la réduction de l'attraction magnétique radiale qu'assurent ces courants.

● On peut être surpris par l'importance donnée, tant au niveau de l'ensemble que de chacun des chapitres, aux calculs préliminaires. C'est que le problème à traiter était délicat. Il s'agissait en effet d'étudier l'influence du décentrement et des écarts qu'il provoque par rapport au fonctionnement en son absence.

Il fallait donc étudier des différences sans se laisser prendre à des simplifications hâtives qui auraient supprimé ou faussé gravement le problème à considérer. D'autre part, il fallait faire des simplifications pour mener à terme un problème complexe, sans tomber dans des calculs inextricables.

Chaque fois que nous avons effectué une simplification, nous avons évalué l'erreur qu'elle introduisait. A chaque étape, nous avons commencé par l'examen de cas simples pour montrer la façon de prendre en compte le problème à traiter, voir les lois qui le régissent et justifier physiquement les résultats. Ensuite, l'application de ces lois au cas général est d'ordinaire si compliquée qu'il faut en confier la solution à l'ordinateur.

- Si les calculs numériques ont joué un très grand rôle dans notre travail, il nous a semblé inutile de reproduire les programmes, parfois assez lourds, que nous avons utilisés. La partie revenant aux calculs dans cette étude a, en effet, pu être menée à son terme, et les valeurs du taux de réduction de l'attraction magnétique telles qu'on peut les calculer sont données pour les diverses valeurs du nombre de pôles et du nombre de voies en parallèle par phase à la fin du chapitre 3'.

Il reste certes un problème, celui du rapport des réactances qui vient réduire le taux de réduction calculé. Mais la détermination de ce rapport suppose une étude expérimentale et des considérations physiques qui permettront d'appliquer aux autres machines les résultats obtenus sur celle qui aura servi à l'expérimentation.

- Les principales difficultés rencontrées, les simplifications adoptées et les résultats établis tout au long de cette étude peuvent se résumer ainsi :

- Pour établir l'expression de l'induction créée dans l'entrefer lorsqu'il y a décentrement, il est inévitable de supposer que la f.m.m. appliquée à l'entrefer sous chaque pôle est la même. Nous avons montré que cette hypothèse ne donne des résultats acceptables que lorsque le nombre de pôles est assez grand, supérieur à 8 par exemple.

- Le calcul de l'attraction magnétique radiale résultant du décentrement suppose la prise en compte du profil des pièces polaires. La relation communément utilisée correspond à un entrefer constant sous les pôles, elle n'est même dans ce cas valable que pour les faibles valeurs du décentrement. Nous avons proposé une formule plus générale. Nous avons calculé l'effort dans le cas d'un entrefer progressif donnant une répartition sinusoïdale de l'induction sous les pôles, puis schématisé l'onde d'induction pour que face à un point fixe du stator, l'induction varie sinusoïdalement en fonction du temps. Si le nombre de pôles est grand, on retrouve la formule générale proposée.



- Cette schématisation de l'onde d'induction donne des f.e.m. induites sinusoïdales dont seule l'amplitude est modulée en fonction de la position des enroulements par rapport au décentrement. L'étude des f.e.m. engendrées dans les divers enroulements d'une même phase montre que les différences entre ces f.e.m. sont dues aux écarts d'amplitudes, l'effet des écarts de phases pouvant être négligé.

- Lorsqu'on fait des couplages en parallèle, les f.e.m. origines des courants de circulation peuvent être considérées comme en phase avec les f.e.m. totales, ce qui simplifie beaucoup les calculs. Certains couplages rendent l'effet des f.e.m. indépendant de la position du bobinage par rapport à l'axe du décentrement.

- C'est la détermination de la réactance qui permet de passer des f.e.m. de circulation aux courants de circulation, qui constitue la partie la plus délicate de cette étude. L'examen de la f.m.m. créée dans l'entrefer par les courants de circulation montre qu'on a bien le phénomène espéré, réduction de l'induction sous les pôles situés face à l'entrefer réduit et augmentation sous les pôles situés dans la zone à entrefer accru, et cela d'autant plus qu'il y a moins d'enroulements par voie. Mais cette f.m.m. n'est pas une simple f.m.m. circulaire ; c'est une superposition de f.m.m. elliptiques. La réactance à considérer semble voisine de la réactance inverse et pas trop dépendante du mode de couplage adopté.

- Pour ne pas être gênés, dans la détermination de l'induction résultante et de la force d'attraction radiale en présence de courants de circulation, par l'imprécision sur la réactance relative à ces courants, nous n'avons pas utilisé la superposition des effets de l'induit et de l'inducteur. Nous avons déduit directement l'induction résultante de la f.e.m. résultante. Les calculs sont alors assez simples s'il n'y a qu'un enroulement par voie, beaucoup plus compliqués s'il y en a plusieurs. Ils montrent que la réduction de l'attraction est proportionnelle à celle-ci, et donc peut se traduire par un taux de réduction ne dépendant que du nombre de pôles et du nombre de voies.

A noter que toutes les simplifications opérées sont d'autant plus légitimes que les pôles sont plus nombreux.

● La réduction de l'attraction magnétique due au décentrement par le couplage en parallèle des enroulements statoriques peut être importante.

Pour les faibles nombres de pôles, cet effet réducteur est maximum quand le nombre  $a$  de voies en parallèle par phase est égal à celui  $p$  des paires de pôles.

Pour les grands nombres de pôles, la réduction atteint pratiquement son maximum quand  $a$  égale 6 ou 8.

Le maximum de réduction est égal au rapport  $R$  de la réactance correspondant au flux qui traverse l'entrefer, à la réactance totale relative aux courants de circulation. On peut estimer que ce rapport varie, suivant les machines, de 0,6 à 0,7. L'objet principal de l'étude expérimentale sur la machine prototype en cours de construction est d'en déterminer la valeur.

Il ne faut pas oublier que la réduction de l'effort radial est due à des courants de circulation qui peuvent atteindre des valeurs très élevées et poser des problèmes d'échauffement en cas de décentrement important.

● Cette étude permet d'apporter deux corrections aux conclusions de celle effectuée par R.C. ROBINSON qui concluait à la réduction de l'attraction fonction uniquement du nombre de voies en parallèle et atteignant presque 100% quand ce nombre est suffisant :

- la réduction n'est fonction que de  $a$  si  $p$  est très grand.
- la réduction doit elle-même être affectée ... d'un coefficient réducteur, de l'ordre de 0,6 ou 0,7, qui dépend de la réalisation pratique du bobinage.

## B I B L I O G R A P H I E

-0-0-0-0-

- [1] : G. KOUSKOFF  
Construction des machines électriques  
Cours de l'ENSEM de Nancy, 1952
- [2] : A. GRAY, J.G. PERTSCH  
Critical review of the bibliography on unbalanced magnetic pull in  
dynamo-electric machines.  
Bulletin A.I.E.E., 1918, p 1417-1424.
- [3] : E. ROSENBERG  
Magnetic pull in electric machines  
Bulletin A.I.E.E., 1918 p 1425-1469
- [4] : A. GUILBERT  
Machines synchrones  
Dunod éd., Paris, 1965
- [5] : E. ARNOLD  
Machine dynamo à courant continu  
2 tomes, Librairie Polytechnique Ch. Béranger, Paris, 1906
- [6] : R.C. ROBINSON  
The calculation of unbalanced pull in synchronous and induction motors.  
Transactions of I.E.E., Oct. 1943, Vol. 62, p 620-623
- [7] : M. KRONDL  
Les vibrations radiales autoexcitées du rotor de machines à induction  
à voies d'enroulements parallèles  
Bull. de l'Assoc. Suisse des Electriciens, n°13, JUIN 1956,  
p 581-588
- [8] : G. SEGUIER, F. NOTELET  
Electrotechnique industrielle  
Ed. Technique et Documentation, Paris, 1977
- [9] : J. LESENNE, F. NOTELET, G. SEGUIER  
Introduction à l'électrotechnique approfondie.  
Ed. Technique et Documentation, Paris, 1980.

## TABLE DES MATIERES

### *DEUXIEME PARTIE : REDUCTION DE L'ATTRACTION MAGNETIQUE RADIALE DES MACHINES SYNCHRONES PAR LE COUPLAGE EN PARALLELE DES ENROULEMENTS STATORIQUES*

#### AVANT-PROPOS

#### CHAPITRE 1' - COUPLAGE EN PARALLELE DES ENROULEMENTS.

##### FORCES ELECTROMOTRICES DE CIRCULATION 1

I. Modes de couplage des enroulements	2
I.1. Couplage avec a voies en parallèle	2
I.2. Couplage avec plusieurs groupes d'enroulements en parallèle par phase	6
I.3. Mise en parallèle des enroulements diamétralement opposés	9
II. F.e.m. de circulation	10
II.1. Couplage avec a voies en parallèle	11
II.2. Mise en parallèle des enroulements diamétralement opposés	14

#### CHAPITRE 2' - ETUDE QUALITATIVE DE LA FORCE MAGNETOMOTRICE CREEE PAR LES

##### COURANTS DE CIRCULATION 16

I. F.m.m. créée par un enroulement statorique	17
I.1. Développement en série	18
I.2. Propriétés du développement en série	19
I.3. Rendu de l'onde de f.m.m.	20
II. F.m.m. totale due aux courants de circulation. Exemple simple (p=2, a=2)	23
II.1. Simplification du passage courants - f.m.m.	23
II.2. Forces électromotrices de circulation	25

II.3. Force magnétomotrice "directe"	26
II.3.1. Fondamental de la f.m.m. directe totale	26
II.3.2. Harmonique 3 de la f.m.m. directe totale	29
II.3.3. Effets des autres harmoniques d'espace	30
II.4. Force magnétomotrice "inverse"	31
II.4.1. Fondamental de la f.m.m. inverse totale	31
II.4.2. Forces magnétomotrices dues aux harmoniques	33
II.5. Force magnétomotrice "homopolaire"	34
II.6. Conclusion - Application à un exemple	36
II.6.1. Nature de la réactance limitant les courants de circulation	36
II.6.2. Application au cas où p et a égalent 2	38
III. Généralisation à la machine à 2p pôles	43
III.1. Expression de la f.m.m. totale	43
III.2. Etude de la f.m.m. correspondant à un harmonique d'espace	44
III.3. Exemple, cas d'une machine à 16 pôles	47
III.3.1. Couplage à 8 voies en parallèle	47
III.3.2. Mise en parallèle deux à deux des enroulements diamétralement opposés	48
III.3.3. Couplage à 2 voies en parallèle sans connexion équipotentielle	48
III.3.4. Couplage à 2 voies en parallèle avec une connexion équipotentielle par phase	48
IV. Valeur des courants de circulation	53
IV.1. Valeurs efficace maximale du courant de circulation	53
IV.2. Pertes Joule dues aux courants de circulation	57
<b>CHAPITRE 3' - INFLUENCE DU COUPLAGE EN PARALLELE SUR LA FORCE D'ATTRACTION MAGNETIQUE RADIALE</b>	<b>60</b>
I. Induction résultante dans l'entrefer	61
I.1. Procédé utilisé	61
I.2. Critique du procédé	63
I.3. Expression de l'induction résultante	64

I.4. Etude des courbes enveloppes	65
I.4.1. Couplage à p voies en parallèle par phase	65
I.4.2. Mise en parallèle des enroulements diamétralement opposés	73
I.4.3. Couplage à a voies en parallèle	79
II. Forces d'attraction magnétique radiale résultante	87
II.1. Méthode et relations utilisées	87
II.2. Couplage à p voies en parallèle par phase	89
II.2.1. Relations utilisées	89
II.2.2. Résultats obtenus	90
II.3. Mise en parallèle des enroulements diamétralement opposés	93
II.3.1. Relations utilisées	93
II.3.2. Résultats obtenus	94
II.4. Couplage à a voies en parallèle	94
II.4.1. Relations utilisées	94
II.4.2. Résultats obtenus	95
 CHAPITRE 4' - CONCLUSIONS	 101

