N° d'ordre : 297

50376 1982 23

THESE

présentée à

1'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE I

pour obtenir le titre de

Docteur-Ingénieur

en

MECANIQUE DES FLUIDES

Section de HIKMAT MUH

JETS TOURNANTS LIBRE ET PARIETAL

Soutenue le 02 Juillet 1982

devant la commission d'examen

Membres du Jury :

Président : M. ZEYTOUNIAN, Professeur, Université de Lille I.

Rapporteurs : M. DYMENT, Professeur, Université de Lille I.

M. COUSTEIX, Chef de Groupe de Recherches O.N.E.R.A.-C.E.R.T. Toulouse.

Examinateurs : M. MARTIN, Professeur, E.N.S.E.M., Université de Nancy.

M. FLORENT, Professeur, Université de Valenciennes.

par



Je tiens en premier lieu à remercier Monsieur le Professeur DYMENT qui m'a dirigé au cours de cette étude et Monsieur COUSTEIX, Chef de Groupe de RecherchesO.N.E.R.A-C.E.R.T. qui a bien voulu examiner ce travail.

Je tiens aussi à adresser mes remerciements à Monsieur ZEYTOUNIAN, Professeur à l'Université de Lille I, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence du Jury, ainsi que Monsieur le Professeur MARTIN de l'E.N.S.E.M., Université de Nancy et Monsieur le Professeur FLORENT de l'Université de Valenciennes qui ont accepté de faire partie du Jury.

Mes vifs remerciements vont aussi à Monsieur LAMPRE pour la réalisation du banc d'essai.

Je dois également remercier mon camarade NAJI pour son aide importante.

Je remercie enfin Mme PÉTIAUX qui a bien voulu, avec compétence s'occuper de la partie dactylographie de ce travail, ainsi qu'aux personnes du service de reproduction de l'U.E.R. de Mathématiques Pures et Appliquées pour leur travail efficace et leur gentillesse.

TABLE DES MATIERES

	Pages
SOMMAIRE	I
NOMENCLATURE	II
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I : BASES THEORIQUES	<u>)</u> }
1.1. Les équations du mouvement	4
1.2. Approximation de couche limite	7
1.3. Jet tournant libre	12
1.4. Jet tournant pariétal	14
1.5. Recherche de solutions avec similitude	17
1.5.1. Jet tournant libre	17
1.5.2. Jet tournant pariétal	21
CHAPITRE II : DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET METHODES DE MESURES	22
2.1. Dispositif expérimental	22
2.2. Méthodes de mesures	23
2.3. Essais	24
2.3.1. Jet tournant libre	24
2.3.2. Jet tournant pariétal	25
CHAPITRE III : ETUDE EXPERIMENTALE DU JET TOURNANT LIBRE	28
3.1. Introduction	28
3.2. Ecoulement moyen	30
3.2.1. Profil de la vitesse radiale moyenne	30
3.2.2. Profil de la vitesse tangentielle moyenne.	31

3.3. Contraintes de Reynolds	32
3.4. Echelles caractéristiques	34
3.4.1. Echelles de vitesse moyenne	34
3.4.2. Echelles de longueur	36
3.5. Ordres de grandeurs des termes négligés	37
CHAPITRE IV : ETUDE EXPERIMENTALE DU JET TOURNANT PARIETAL	40
4.1. Introduction	40
4.2. Profils de vitesse moyennes	41
4.3. Degré de rotation local et épaisseur du jet	42
CONCLUSION	<u>դ</u> ,
LISTE DE REFERENCES	46
ANNEXE A : ANEMOMETRIE A FIL CHAUD	49
A.1. Principe de la méthode	49
A.2. Etalonnage de la sonde	50
A.3. Equation de base	51

LISTE DES FIGURES 55 - 110

SOMMAIRE

L'objet de ce travail est d'abord l'étude, à caractère essentiellement expérimental, du jet tournant libre issu de l'interstice entre deux disques coaxiaux très voisins, l'un fixe, l'autre en rotation. L'analyse théorique a montré que ce type de jet ne possède pas de similitude complète; toutefois, une solution semblable approximative existe lorsque la vitesse tangentielle devient petite, ce qui a été vérifié par l'expérience.

Les mesures des vitesses moyennes radiale et tangentielle montrent que la vitesse radiale atteint un état de similitude bien plus rapidement que la vitesse tangentielle.

L'analyse théorique et l'expérience indiquent que les maxima de vitesses radiale et tangentielle peuvent servir d'échelles de vitesse, et que leurs variations asymptotiques sont respectivement de la forme $(r-r_0)^{-1}$ et $(r-r_0)^{-2}$ dans le domaine étudié.

En ce qui concerne les contraintes turbulentes, les mesures ont montré que le champ turbulent est non isotropique de sorte que l'hypothèse de Boussinesq n'est pas valable. L'évaluation des différents termes de contraintes de Reynolds dans les équations du mouvement permet de faire des estimations sur la structure de la turbulence dans le jet tournant libre. Il s'avère que certaines contraintes turbulentes et leurs dérivées radiales ne peuvent pas être négligées dans les équations de Reynolds comme c'est le cas lorsqu'on utilise brutalement l'approximation de la couche limite.

Le second sujet de ce travail concerne le jet tournant pariétal. Là encore les mesures montrent qu'il n'y a pas de solution semblable sauf au loin où on retrouve asymptotiquement l'écoulement de Von Karman.

I

NOMENCLATURE

	Nous donnons ici la liste des principaux symbole	s utilisés; les
autres so	ont définis dans le texte.	
Symbole	Grandeur	Dimensions physiques
e	énergie interne spécifique	$L^2 T^{-2}$
$\dot{e}_r, \dot{e}_\theta, \dot{e}_z$	vecteurs unitaires en coordonnées cylindriques	
h	écartement entre les disques	L
k	coefficient de conduction thermique	$ML.T^{-3}K^{-1}$
p	pression moyenne	$M L^{-1} T^{-2}$
p'	fluctuation de pression	$M L^{-1} T^{-2}$
r,θ, z	coordonnées cylindriques, où z est la	
	distance axiale à partir du plan médian des	
	deux disques pour le jet libre et à partir	
	de la paroi fixe pour le jet pariétal.	
ro	origine virtuelle du jet.	L
R	rayon du disque supérieur	\mathbf{L}
Re	nombre de Reynolds (Re = $\frac{\Omega R^2}{V}$)	
S	nombre de rotation (S = $\frac{\Omega R}{U}$)	
Т	température	°K
U	vitesse radiale moyenne à la sortie	$L T^{-1}$
u,v,w	composantes moyennes de la vitesse radiale,	
	tangentielle et axiale respectivement.	L T ⁻¹
u',v',w'	composantes fluctuantes de la vitesse radiale,	
	tangentielle et axiale.	L T ⁻¹
u _m ,v _m	valeurs maximales de u et de v	L T ⁻¹
. δ	épaisseur du jet (distance axiale entre les	L
	plans où u = u _m et u = u _{m/2} pour le jet libre,	
	et entre le disque mobile et le plan où $u = u_m/2$	
	pour le jet pariétal.	

*	distance axiale du plan médian des	L
	deux disques au plan où u = u_m , dans le cas du jet libre.	
ε	rapport de l'écartement au rayon du disque fixe :	
	$\varepsilon = h/R.$	
η	coordonnée axiale adimensionnelle : $\eta = (z + \delta^*)/\delta$	
μ	viscosité dynamique	$ML^{-1}T^{-1}$
ν	viscosité cinématique	$L^{2} T^{-1}$
ξ	coordonnée axiale adimensionnelle : $\xi = z/\delta$	
ρ	masse volumique	ML ⁻³
τ	contrainte de cisaillement	$ML^{-1} T^{-2}$
Ω	taux de rotation	−1

INTRODUCTION

Les écoulements de cisaillement libres tels que les jets, les sillages ou les zones de mélange constituent une classe très importante en ce qui concerne les applications aux problèmes de l'ingénieur.

Ces écoulements sont caractérisés par les propriétés physiques suivantes :

- La partie principale de la vitesse a une direction de droite ou de plan donnée.

- L'écoulement se produit dans un domaine présentant une distorsion géométrique (domaine "mince") orthogonale à la direction de la vitesse.

- Les frontières sont libres en partie ou en totalité, ce qui a pour conséquence que l'écoulement est turbulent, même à nombre de Reynolds modéré.

Les écoulements de cisaillement libre axiaux sans rotation, c'est-à-dire quasi parallèles à une direction de droite donnée, sont assez bien connus. Parmi les écoulements quasi parallèles à une direction de plan, le jet radial est un des plus simples. Les cas de jets radiaux libre et pariétal ont été étudiés par de nombreux auteurs [11, 15, 16, 24]. Ils présentent une solution avec similitude : la vitesse maximale et l'épaisseur du jet peuvent y servir d'échelles de vitesse et de longueur.

Dans la recherche présentée ici nous considérons le cas de jets en rotation, la rotation étant induite par un obstacle tournant. Le problème particulier abordé concerne les jets issus de l'interstice entre deux disques coaxiaux, l'un fixe, l'autre tournant à vitesse constante. Ces écoulements complexes ne présentent pas de similitude, sauf dans certains cas particuliers : lorsque la rotation peut être négligée ce qui est le cas si on se place suffisamment loin (RILEY [19]).

Pour le problème plus simple de l'écoulement induit par un seul disque en rotation, sans alimentation radiale, CHANAUD [5] a trouvé approximativement qu'une solution semblable existe, mais seulement à des distances supérieures à 2 fois le rayon du disque.

Même en ce qui concerne les jets axiaux, dès qu'une rotation est présente, il n'y a plus de solution semblable. Ainsi, CHIGIER et CHERVINSKY [6] ont obtenu, a propos d'un jet axial circulaire avec rotation que les vitesses axiale et tangentielle ne présentent une similitude que si la rotation est modérée ou bien très loin de l'émission du jet. PRATTE et KEFFER [17] ont étudié un jet analogue issu d'un tube tournant : ils ont trouvé que l'écoulement admet une similitude qui est atteinte plus rapidement pour la vitesse moyenne que pour le profil de l'intensité turbulente normale.

A notre connaissance, aucune publication n'a paru au sujet du problème qui fait l'objet de notre recherche.

Le premier chapitre de notre mémoire contient une étude théorique faite en établissant les équations de Reynolds simplifiées grâce à l'approximation de couche limite. Nous montrons ensuite l'impossibilité d'obtenir des solutions semblables complètes.

Le second chapitre est consacré à la description du montage expérimental.

Dans le troisième chapitre est traité l'écoulement de jet libre. On fournit sous forme adimensionnelle les distributions axiales de la vitesse radiale, de la vitesse tangentielle, de l'intensité de la turbulence et des contraintes de Reynolds en fonction de la position radiale et du nombre de rotation.

Compte tenu des résultats expérimentaux, un retour en arrière est fait en ce qui concerne l'approximation de couche limite appliquée aux équations du problème. Il est montré que certains termes de ces équations ne peuvent pas être négligés, contrairement à ce qui a été fait dans une première approche.

Le quatrième chapitre contient des résultats relatifs au jet pariétal. On a pu obtenir les profils de vitesse moyenne radiale et tangentielle. Une comparaison a été faite avec l'écoulement dû à un disque tournant (problème de VON KARMAN [2, 3, 7, 8]) et avec un jet purement radial (solution de GLAUERT [11]). Une tentative a été faite pour atteindre le tenseur de turbulence mais les expériences n'ont pas pu être poursuivies pour des raisons techniques qui seront exposées.

CHAPITRE I

BASES THEORIQUES

Dans ce chapitre, nous allons aborder l'aspect théorique du problème. Pour ce faire, nous formulerons les hypothèses simplificatrices qui tiennent compte des propriétés physiques du phénomène étudié.

1.1. LES EQUATIONS DU MOUVEMENT

Etant donnée la symétrie radiale du problème nous allons formuler les équations de Navier-Stokes en coordonnées cylindriques (r, θ ,z). Les équations de conservation de la masse et de quantité de mouvement pour un fluide newtonien à propriétés physiques constantes s'écrivent :

(1)
$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \phi = 0$$

(2)
$$\rho \left(\frac{DU}{Dt} - \frac{\Psi^2}{r}\right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left(\Delta U - \frac{U}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} + F_r$$

(3)
$$\rho \left(\frac{DV}{Dt} + \frac{UV}{r}\right) = -\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left(\Delta V - \frac{V}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial U}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{3}\mu \frac{\partial \phi}{\partial \theta} + F_{\theta}$$

(4)
$$\rho \frac{DW}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \Delta W + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial \phi}{\partial z} + F_{z}$$

(5)
$$\rho \frac{De}{Dt} = -k\Delta T - P\phi + \Phi$$

 $(6) \qquad P = \rho R T$

$$\begin{split} \frac{D}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + W \frac{\partial}{\partial z} , \\ \Delta &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} , \\ \phi &= \frac{1}{r} \frac{\partial (rU)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\partial W}{\partial z} , \\ \phi &= 2 \mu \left[(\frac{\partial U}{\partial r})^2 + (\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{U}{r})^2 + (\frac{\partial W}{\partial z})^2 \right] \\ &+ \mu \left[(\frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial z})^2 + (\frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z})^2 + (\frac{\partial U}{r \partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial r})^2 \right] \\ &- \frac{2}{3} \mu \phi^2 . \end{split}$$

 $\mathcal R$ est la constante des gaz parfaits.

Dans le but de montrer l'influence de l'agitation turbulente sur le mouvement moyen, nous utilisons la procédure classique de Reynolds. Nous appliquons cette procédure aux équations (1), (2), (3) et (4) dans le cas d'un fluide incompressible isotherme.

Posons :

U = u + u' V = v + v' W = w + w'P = p + p'

avec

Les valeurs moyennes sont données par :

$$a(\vec{x}) = \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} A(t, \vec{x}) dt$$

On suppose T suffisamment grand pour que la grandeur a ne dépende pas du temps; on a alors par définition :

$$\overline{\mathbf{u}}' = \overline{\mathbf{v}}' = \overline{\mathbf{w}}' = \overline{\mathbf{p}}' = \mathbf{0}$$
.

En prenant la moyenne des équations, on obtient les équations dites de l'écoulement moyen :

(7)
$$\frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

(8)
$$\rho(\frac{Du}{Dt} - \frac{v^{2}}{r}) = F_{r} - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu(\Delta u - \frac{u}{r^{2}} + \frac{2}{r^{2}} \frac{\partial v}{\partial \theta}) - \frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru'^{2}) + \rho \frac{\overline{v'^{2}}}{r} - \rho \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} - \frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\overline{u'v'}) + \rho \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial z} - \frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\overline{u'v'}) + \frac{\partial v}{r} + \frac{uv}{r} = F_{\theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu (\Delta v - \frac{v}{r^{2}} + \frac{2}{r^{2}} \frac{\partial u}{\partial \theta}) - \frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\overline{v'^{2}})$$

$$-\rho \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v'v'}) - 2 \frac{\rho}{r} (\overline{u'v'}) - \rho \frac{\partial}{\partial r} (\overline{u'v'})$$

(10)
$$\frac{Dw}{Dt} = F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \Delta w - \rho \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w'^2}) - \frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u'w'})$$

 $- \frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\overline{v'w'}) .$

Ces équations restent identiques à celles de Navier-Stokes à l'exception des derniers termes du second membre qui font intervenir les composantes turbulentes. Ces termes s'appellent les contraintes de Reynolds.

Introduisons à présent des hypothèses caractéristiques du problème qui nous concerne :

> - écoulement stationnaire : $\frac{\partial}{\partial t}$ - écoulement à symétrie radiale : $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ - forces extérieures nulles : $\vec{F} = 0$.

Les équations (7), (8), (9) et (10) s'écrivent alors :

(11)
$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ur) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

(12)
$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru'^2) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'w'}) + \frac{v'^2}{r}$$

(13)
$$u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = v \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial}{\partial r} \left(\overline{u'v'} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{v'w'} \right) - \frac{\partial}{$$

(14)
$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + v \left[\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rw) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] - \frac{\overline{\partial w'^2}}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r'w')$$

1.2. APPROXIMATION DE COUCHE LIMITE

Dans le problème que nous nous proposons d'étudier, certaines grandeurs sont négligeables par rapport à d'autres. Pour cela, nous utiliserons les approximations de la couche limite qui ont été introduites par Prandtl et qui permettent de réduire le nombre de termes dans les équations de Reynolds.

On reviendra sur cette question à la fin du chapitre III.

Les échelles de longueur caractéristiques du domaine d'écoulement suivant les directions r et z sont R et h respectivement. Le rapport $\varepsilon = \frac{h}{R}$ est très petit devant l'unité : $\varepsilon \ll 1$.

Pour obtenir des formes simplifiées des équations de Reynolds où l'ordre de grandeur des termes négligés apparaissent clairement, nous introduisons les variables adimensionnalisées suivantes, toutes d'ordre 1, dites variables normalisées

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{R}$$
, $\hat{\mathbf{z}} = \frac{\mathbf{z}}{h}$, $\hat{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u}}{U}$, $\hat{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v}}{\Omega R}$, $\hat{\mathbf{w}} = \frac{\mathbf{w}}{W}$,

U, ΩR , W sont les vitesses caractéristiques suivant \vec{e}_r , \vec{e}_{θ} et \vec{e}_r respectivement. Dans notre problème U et ΩR sont données.

Les contraintes turbulentes $\overline{u'}^2$, $\overline{v'}^2$ et $\overline{w'}^2$ sont généralement du même ordre de grandeur. L'ordre de grandeur des contraintes turbulentes de cisaillement ($\overline{u'_i u'_j}$, $i \neq j$) comparé à celui des contraintes turbulentes normales dépend du coefficient de corrélation R_{ij} , $i \neq j$. Si on admet que R_{ij} est de l'ordre de l'unité, alors toutes les contraintes turbulentes sont du même ordre de grandeur, ce qui correspond manifestement au cas le plus général. Soit λU^2 cet ordre de grandeur, avec λ inconnu. On pose donc :

$$\frac{1}{u_{i}^{!} u_{j}^{!}} = \frac{\overline{u_{i}^{!} u_{j}^{!}}}{\lambda v^{2}}$$

On remarque que λ doit être petit car les fluctuation de vitesse étant petites devant les vitesses moyennes, on doit avoir par exemple $\sqrt{u'^2} < U$.

La pression est normalisée en posant

$$\hat{p} = \frac{p}{E \rho U^2}$$

Comme l'origine des pressions est arbitraire, le paramètre d'approximation E est en fait significatif de l'ordre de grandeur des variations de pression. Etant donné que dans un jet la pression varie très peu, on sait à priori que E doit être petit à l'égard de l'unité.

De l'équation de continuité, on déduit que W = ε U . Les équations de Reynolds (12), (13) et (14) s'écrivent :

$$(15) \quad \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} - S^2 \frac{\hat{v}^2}{\hat{r}} = -E \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{r}} + \frac{S}{Re} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left[\frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} (\hat{r}\hat{u})\right] + \frac{S}{\epsilon^2 Re} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{z}^2} \\ - \frac{\lambda}{\hat{r}} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} (\hat{r} \frac{\hat{u}'^2}{u'^2}) + \lambda \frac{\hat{v'^2}}{\hat{r}} - \frac{\lambda}{\epsilon} \frac{\partial \hat{u'w'}}{\partial \hat{z}}$$

$$(16) \quad S(\hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{z}} + \frac{\hat{u}\hat{v}}{\hat{r}}) = \frac{S^{2}}{Re} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left[\frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left(\hat{r}\hat{v}\right)\right] + \frac{S^{2}}{\epsilon^{2}Re} \frac{\partial^{2}\hat{v}}{\partial \hat{z}^{2}} - \lambda \frac{\partial(\hat{u'v'})}{\partial \hat{r}}$$
$$- \frac{\lambda}{\epsilon} \frac{\partial(\hat{v'w'})}{\partial \hat{z}} - 2 \lambda \frac{\hat{u'v'}}{\hat{r}}$$
$$(17) \quad \hat{u} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{z}} = - \frac{E}{\epsilon^{2}} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{z}} + \frac{S}{Re} \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial^{2}}{\partial \hat{r}^{2}} (r\hat{w}) + \frac{S}{\epsilon^{2}Re} \frac{\partial^{2}\hat{w}}{\partial \hat{z}^{2}} - \frac{\lambda}{\epsilon^{2}} \frac{\partial w'^{2}}{\partial \hat{z}}$$

 $-\frac{\lambda}{\hat{\mathbf{r}}}\frac{\partial}{\partial\hat{\mathbf{r}}}(\hat{\mathbf{r}}\ \mathbf{u'w'})$

avec S = $\frac{\Omega R}{U}$ Re = $\frac{\Omega R^2}{v}$

Nous pouvons noter que les conditions S << 1 et S >> 1 sont sans signification pour nous car la première conduit au problème du jet purement radial et la seconde au problème d'un obstacle en rotation sans alimentation. C'est pourquoi, nous prenons S de l'ordre de l'unité. Autrement dit, on peut poser :

$$\hat{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u}}{\Omega \mathbf{R}} , \quad \hat{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v}}{\Omega \mathbf{R}} , \quad \hat{\mathbf{w}} = \frac{\mathbf{w}}{\varepsilon \Omega \mathbf{R}} , \quad \hat{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{E} \rho \, \Omega^2 \mathbf{R}^2}$$
$$\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}} = \frac{\overline{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}}{\lambda \Omega^2 \mathbf{R}^2}$$

Dans le problème classique de Von Karman, le disque est infini : il n'y a plus de longueur caractéristique et il faut considérer le nombre de Reynolds local $\frac{\Omega r^2}{\nu}$. Pour un disque fini, le paramètre utile est le nombre de Reynolds introduit ci-dessus, formé avec le rayon du disque, Re = $\frac{\Omega R^2}{\nu}$. Pour un écoulement turbulent Re doit être >> 1 car les cas Re << 1(problème de Stokes) ou Re \sim 1 conduisent à un jet avec une vitesse très faible, ce qui n'a pas de sens pratique.

Compte tenu de ces nouvelles normalisations, les équations de Reynolds s'écrivent :

(18)
$$\hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} - \frac{\hat{v}^2}{\hat{r}} + E \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{r}} = \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left[\frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left(\hat{r}\hat{u}\right)\right] + \frac{1}{Re\epsilon^2} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{z}^2} - \frac{\lambda}{\hat{r}} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left(\hat{r}\hat{u'}^2\right) + \lambda \frac{\hat{v'}^2}{\hat{r}} - \frac{\lambda}{\epsilon} \frac{\partial \hat{u'w'}}{\partial \hat{z}}$$

$$(19) \quad \hat{\mathbf{u}} \frac{\partial \hat{\mathbf{v}}}{\partial \hat{\mathbf{r}}} + \hat{\mathbf{w}} \frac{\partial \hat{\mathbf{v}}}{\partial \hat{\mathbf{z}}} + \frac{\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{v}}}{\hat{\mathbf{r}}} = \frac{1}{\operatorname{Re}} \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{r}}} \left[\frac{1}{\hat{\mathbf{r}}} \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{r}}} \left(\hat{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{v}} \right) \right] + \frac{1}{\operatorname{Ree}^2} \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{v}}}{\partial \hat{\mathbf{z}}^2} - \frac{\lambda}{\partial \hat{\mathbf{r}}} \left(\frac{\hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{v}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}} \right) - \frac{\lambda}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{z}}} \left(\frac{\hat{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{w}}{\mathbf{v}} \right) - 2 \lambda \frac{\hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{v}}{\hat{\mathbf{r}}},$$

$$(12) \quad \lambda = \frac{\partial \hat{\mathbf{w}}}{\partial \hat{\mathbf{v}}} + \frac{\partial \hat{\mathbf{w}}}{\partial \hat{\mathbf{v}}} = E - \frac{\partial \hat{\mathbf{p}}}{\partial \hat{\mathbf{r}}} - 1 - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{w}}}{\partial \hat{\mathbf{v}}} - \frac{1}{2} - \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{w}}}{\partial \hat{\mathbf{w}}} - \frac{1}{2} - \frac{$$

 $(20) \quad \hat{\mathbf{u}} \frac{\partial \hat{\mathbf{w}}}{\partial \hat{\mathbf{r}}} + \hat{\mathbf{w}} \frac{\partial \hat{\mathbf{w}}}{\partial \hat{\mathbf{z}}} + \frac{\mathbf{E}}{\varepsilon^2} \frac{\partial \hat{\mathbf{p}}}{\partial \hat{\mathbf{z}}} = \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{1}{\hat{\mathbf{r}}} \frac{\partial^2}{\partial \hat{\mathbf{r}}^2} \left(\hat{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{w}} \right) + \frac{1}{\mathrm{Re}\varepsilon^2} \frac{\partial^2 \hat{\mathbf{w}}}{\partial \hat{\mathbf{z}}^2} - \frac{\lambda}{\varepsilon^2} \frac{\partial \mathbf{w'}^2}{\partial \hat{\mathbf{z}}} - \frac{\lambda}{\hat{\mathbf{r}}} \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{r}}} \left(\hat{\mathbf{r}} \ \mathbf{u'w'} \right)$

Simplifions en laissant de côté, dans chaque équation des termes petits devant d'autres retenus. On obtient :

(21)
$$\hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} - \frac{\hat{v}^2}{\hat{r}} = \frac{1}{\operatorname{Re}\varepsilon^2} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{z}^2} - \frac{\lambda}{\varepsilon} \frac{\partial (\overline{u^{\dagger}w^{\dagger}})}{\partial \hat{z}}$$

(22)
$$\hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{z}} + \frac{\hat{u}\hat{v}}{\hat{r}} = \frac{1}{\operatorname{Rec}^2} \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{z}^2} - \frac{\lambda}{\varepsilon} \frac{\partial (\overline{v'w'})}{\partial \hat{z}},$$

(23)
$$\hat{u}\frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{r}} + \hat{w}\frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{z}} + \frac{E}{\varepsilon^2}\frac{\partial\hat{p}}{\partial\hat{z}} = \frac{1}{\operatorname{Re}\varepsilon^2}\frac{\partial^2\hat{w}}{\partial\hat{z}^2} - \frac{\lambda}{\varepsilon^2}\frac{\partial(w'^2)}{\partial\hat{z}}$$

Pour que la turbulence ne soit pas négligeable, il faut avoir $\lambda = \varepsilon$. Plaçons-nous loin des parois. La viscosité devient négligeable si Re $\varepsilon^2 >> 1$.

Cela étant, les deux premières équations s'écrivent :

(24)
$$\hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial z} - \frac{\hat{v}^2}{\hat{r}} + \frac{\partial}{\partial \hat{z}} (\hat{u'w'}) = 0 ,$$

(25)
$$\hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{v}}{\partial z} + \frac{u \hat{v}}{\hat{r}} + \frac{\partial}{\partial \hat{z}} (\hat{v' w'}) = 0$$

et la troisième :

(26)
$$\frac{E}{\varepsilon} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{z}} + \frac{\partial (w'^2)}{\partial \hat{z}} = 0 ,$$

ce qui montre que le cas le plus général correspond à $E = \epsilon$.

Récapitulons : la normalisation à écrire est :

(27)
$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{R}$$
, $\hat{\mathbf{z}} = \frac{\mathbf{z}}{\varepsilon R}$, $\hat{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u}}{\Omega R}$, $\hat{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v}}{\Omega R}$, $\hat{\mathbf{w}} = \frac{\mathbf{w}}{\varepsilon \Omega R}$, $\hat{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{\varepsilon \rho \Omega^2 R^2}$
$$\frac{\hat{\mathbf{u}}_1^! \mathbf{u}_j^!}{\hat{\mathbf{u}}_j^! \mathbf{u}_j^!} = \frac{\overline{\mathbf{u}}_1^! \mathbf{u}_j^!}{\varepsilon \Omega^2 R^2}$$
.

Cela étant, si Re $\varepsilon^2 >> 1$, on obtient les équations simplifiées

(28)
$$\frac{\partial (\hat{r}\hat{u})}{\partial \hat{r}} + \hat{r} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{z}} = 0$$

(29)
$$\hat{\mathbf{u}} \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}}{\partial \hat{\mathbf{r}}} + \hat{\mathbf{w}} \frac{\partial \hat{\mathbf{u}}}{\partial \hat{\mathbf{z}}} - \frac{\hat{\mathbf{v}}^2}{\hat{\mathbf{r}}} + \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{z}}} \left(\frac{\hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{w}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}} \right) = 0$$

(30)
$$\hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{z}} + \frac{\hat{u}\hat{v}}{\hat{r}} + \frac{\partial}{\partial \hat{z}} (\hat{v'w'}) = 0$$

(31)
$$\frac{\partial}{\partial \hat{z}} \left(\hat{p} + \overline{w'^2} \right) = 0$$

1.3. JET TOURNANT LIBRE

En revenant aux grandeurs physiques, les équations simplifiées s'écrivent :

(32)
$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ur)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

(33)
$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} + \frac{\partial (\overline{u'w'})}{\partial z} = 0$$

(34)
$$u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} + \frac{\partial(\overline{v'w'})}{\partial z} = 0$$

Prenons l'origine de l'axe \dot{e}_z à égale distance des deux disques. D'après la nature physique du problème, il n'y a aucune raison pour que l'écoulement soit symétrique par rapport au plan z = 0 puisque l'un des disques est fixe et l'autre mobile (on verra au chapitre III que le profil de u est symétrique par rapport au plan z = δ^*) Soient $z = -\Delta_1$ et $z = \Delta_2$ les frontières du jet. On a

$$\Delta_1 > \delta + \delta^* \text{ et } \Delta_2 > \delta - \delta^*.$$

Les conditions aux limites sont :

(35)
$$u = v = \overline{u'w'} = \overline{v'w'} = 0$$
 pour $z = -\Delta_1$ et $z = \Delta_2$
 $u = u_m, w = 0$ pour $z = -\delta^*$.

Nous allons établir une forme intégrale du système d'équations. Pour cela on multiplie l'équation (33) par r et (32) par u et on les additionne. En intégrant de - $\Delta_1 \ge \Delta_2$ et en utilisant les conditions aux limites, on trouve :

(36)
$$\frac{d}{dr} \int_{-\Delta_1}^{\Delta_2} \mathbf{r} \ \mathbf{u}^2 \ d\mathbf{z} - \int_{-\Delta_1}^{\Delta_2} \mathbf{v}^2 \ d\mathbf{z} = 0 \quad .$$

Cette équation contient un terme avec la composante tangentielle de la vitesse et on voit que le moment radial n'est pas constant.

Toutefois, pour les faibles rotations, on peut négliger le second terme de l'équation (36), hypothèse qui est encore valable pour de grandes distances radiales car la vitesse tangentielle diminue plus vite en fonction de r que la vitesse radiale. On aboutit alors en première approximation à la même équation que celle qui régit le jet purement radial.

On procède de la même façon pour la 2ème équation de Reynolds. On multiplie l'équation (34) par r et (32) par v et en intégrant de $-\Delta_1 \ge \Delta_2$ après les avoir ajoutées, on obtient :

(37)
$$\frac{d}{dr} \int_{-\Delta_1}^{\Delta_2} r^2 uv dz = 0.$$

Cette expression montre que le moment angulaire est constant. Un examen des deux équations (36) et (37) fait en 1.5 va montrer qu'il n'y a pas de solutions semblables.

1.4. JET TOURNANT PARIETAL

En présence d'une paroi, il n'est pas possible de négliger partout les contraintes visqueuses devant les contraintes de turbulence. En effet, très près de la paroi c'est la turbulence qui est négligeable.

Les équations simplifiées s'écrivent :

(38)
$$\frac{\partial (ru)}{\partial r} + r \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

(39)
$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\tau_{rz}}{\rho} - \overline{u'w'} \right)$$

(40)
$$u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{^{L}\theta z}{\rho} - \overline{v'w'} \right)$$

avec $\tau_{rz} = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$ et $\tau_{\theta z} = \mu \frac{\partial v}{\partial z}$.

Les conditions aux limites dans ce cas sont :

(41)
$$u = w = u' = v' = w' = 0 \qquad v = \Omega r , \qquad z = 0$$
$$u = v = u' = v' = w' = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0 , \qquad z = \Delta$$

où $\Delta > \delta$, Δ étant la frontière du jet et δ l'épaisseur.

Grâce à une procédure analogue à celle utilisée en 1.3, on obtient les deux équations intégrales :

(42)
$$\frac{d}{dr} \int_{0}^{\Delta} r u^{2} dz - \int_{0}^{\Delta} v^{2} dz = -r \frac{\tau_{ro}}{\rho}$$

(43)
$$\frac{d}{dr} \int_{0}^{\Delta} r^{2} u v dz = -r^{2} \frac{\tau_{\theta 0}}{\rho}$$

où
$$\tau_{ro} = \mu \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0}$$
 et $\tau_{\theta o} = \mu \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=0}$ sont les contraintes de

cisaillement à la paroi du disque tournant respectivement suivant \vec{e}_r et \vec{e}_{θ} .

Les équations (42) et (43) expriment la conservation du moment radial et du moment angulaire. La contrainte à la paroi τ_{ro} est toujours positive car sinon il y aurait décollement.

Il faut noter que pour r grand on retrouve toujours la solution de Von Karman.

Cela étant, trois cas se présentent :

- S >> 1

Ce cas a été étudié par plusieurs chercheurs [2, 3, 7, 10] qui ont montré que la dérivée du moment radial est positive mais reste petite à l'égard de la quantité $\int_{0}^{\Delta} v^2 dz$. Donc d'après l'équation (42) la contrainte pariétale τ_{ro} est positive. Notons que le cas S $\longrightarrow \infty$ correspond au problème de Von Karman pour lequel le rapport local $\frac{u_m}{\Omega r}$ est voisin de 0.11.

- S << 1

Ce cas est très voisin du jet purement radial pour lequel la dérivée du moment radial est négative. La contrainte pariétale est toujours positive selon (42) pour un disque fini si le rapport $\frac{u_m}{\Omega r}$ est >> 1. Par contre, pour un disque infini, ce rapport décroit lorsque r décroit et cela jusqu'à la valeur 0.11 obtenue pour des grandes distances radiales (r $\rightarrow \infty$). On retombe ainsi au loin sur le problème de Von Karman.

- S ∿ 1

Ce cas qui correspond à notre étude est le plus compliqué. Comme on le constate dans les 2 cas ci-dessus, le rapport local des vitesses maximales radiale et tangentielle $\frac{u_m}{\Omega r}$ est un paramètre caractéristique du type de l'écoulement. On va utiliser ce paramètre pour tenter d'expliquer ce cas : à la sortie du jet, le rapport $\frac{u_m}{\Omega r}$ est voisin de l'unité. Mais lorsque r croît, la vitesse radiale maximale u_m décroit et la vitesse tangentielle Ωr croit, donc le rapport $\frac{u_m}{\Omega r}$ diminue jusqu'à une valeur voisine de 0.11, valeur qui caractérise le cas S >> 1 (problème de Von Karman).

On peut diviser la zone de l'écoulement en deux régions : la première correspond à R < r < r_1 où r_1 est la distance radiale pour laquelle le rapport $\frac{u_m}{\Omega r}$ est voisin de 0.11; la deuxième correspond à r > r_1 .

Dans la première région, la quantité $\int_{0}^{\Delta} r u^{2} dz$ diminue lorsque r augmente puisque la vitesse radiale diminue, donc la dérivée suivant r du moment radial est négative, et par conséquent la contrainte pariétale τ_{ro} est positive d'après (42).

Dans la seconde région, on a la même situation que pour le cas S >> 1 , donc la contrainte pariétale τ_{ro} est toujours positive.

En conclusion, le moment radial commence par diminuer lorsque r augmente, puis il croit à cause de la force centrifuge.

Revenons maintenant à l'équation (43). La contrainte pariétale tangentielle ($\tau_{\theta 0} = \mu \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=0}$) est négative car $\frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=0}$ est négative (pente du profil de la vitesse tangentielle à la paroi, voir Chapitre IV). Donc le gradient radial du moment angulaire est positif.

1.5. RECHERCHE DE SOLUTIONS AVEC SIMILITUDE

1.5.1. Jet tournant libre

D'après l'équation (36), la dérivée suivant r du moment radial est positive et devient nulle à de grandes distances de l'axe de rotation puisque la composante tangentielle de la vitesse diminue rapidement avec r . Pour avoir des solutions semblables, il faut que le moment radial soit constant, ce qui n'est pas le cas pour nous. Donc, il ne peut y avoir de similitude complète. Mais une similitude approximative peut être trouvée quand la composante tangentielle de la vitesse est négligeable dans les équations (33) et (36), qui deviennent alors identiques à celles du jet libre purement radial.

Considérons ce cas asymptotique :

Supposons qu'une solution semblable existe sous la forme :

$$\frac{u}{u_m} = f'(\eta) \quad \text{avec} \quad \eta = \frac{z + \delta^*}{\delta}$$

où $u_m \sim r^a$, $\delta \sim r^b$, et où nous supposons que δ^* ne dépend pas de r; nous verrons que ce résultat est vérifié par l'expérience pour tous les cas.

En substituant dans l'équation (36), on obtient :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\mathbf{r}} (\mathbf{r} u_{\mathrm{m}}^{2} \delta) \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f'}^{2}(\eta) \,\mathrm{d}\eta = 0 .$$

L'intégrale étant nécessairement différente de zéro, on obtient la condition :

$$(44) 2a + b + 1 = 0$$

Nous remarquons qu'il faut une deuxième relation pour déterminer les exposants a et b. Nous allons déterminer cette dernière à partir de l'équation (33) en utilisant l'hypothèse de Prandtl pour la contrainte de Reynolds $-\rho \overline{u'w'}$:

$$-\overline{u'w'} = v_t \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{avec} \quad v_t = \alpha u_m \delta$$

où α est une constante qui peut être déterminée par expérience. Selon SCHLICHTING [22] α est compris entre 0.025 et 0.03.

Donc l'équation (33) peut s'écrire :

(45)
$$\frac{\delta}{u_m} \cdot \frac{du_m}{dr} f'^2 - \frac{ff''}{ru_m} \frac{d}{dr} (ru_m \delta) = \alpha f'''$$

De cette équation, on tire que :

 $\frac{\delta}{u_{m}} \frac{du_{m}}{dr} \text{ et } \frac{1}{ru_{m}} \frac{d}{dr} (r u_{m} \delta) \text{ doivent être indépendants de } r \text{ .}$ Ceci entraine b = 1 . A partir de la relation (44), on obtient a = -1 .
L'équation (45) devient alors :

(46)
$$f'^2 + ff'' + \gamma^2 f''' = 0$$

avec les conditions aux limites : $\begin{bmatrix} f = 0, f' = 1 & pour \\ f' = f'' = 0 & pour \\ n = \infty \end{bmatrix}$

où γ est une constante qui peut être déterminée à partir des conditions aux limites.

La solution est :

(47)
$$f'(\eta) = \operatorname{sech}^2\left(\frac{\eta}{\gamma\sqrt{2}}\right) .$$

La condition f' = $\frac{1}{2}$ pour η = 1 permet de déterminer γ , et l'expression (47) s'écrit :

(48)
$$f'(\eta) = \operatorname{sech}^2 (0.881 \eta)$$

Cette expression caractérise le profil des vitesses pour un jet libre purement radial.

Pour la composante v qui est petite mais non nulle, nous supposons aussi que $\frac{v}{v_m} = g(\eta)$ avec $v_m \sim r^c$ où c est une constante. L'équation (37) s'écrit :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left(r^2 u_{\mathrm{m}} v_{\mathrm{m}} \delta\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{f'} g \, \mathrm{d}\eta = 0$$

L'intégrale étant différente de zéro, on en déduit :

(49)
$$a+b+c+2=0$$

d'où c = -2.

Revenons à l'équation générale (36) et plaçons-nous à une distance r donnée. Le second terme est une constante positive et il en est donc de même pour :

$$\frac{d}{dr} (r u_m^2 \delta) \int_{-\infty}^{+\infty} f'^2 d\eta$$

On doit donc avoir 2a + b + 1 > 0 et à l'aide de l'équation (49), qui est toujours valable, on trouve :

(50)
$$a > -\frac{1+b}{2}$$
 et $c < -\frac{3+b}{2}$

CHANAUD [5] propose de prendre b = 1, on obtient alors : a > -1 et c < -2.

A partir de cette analyse, il apparaît clairement qu'il n'existe pas de solution semblable complète pour ce type de problème, mais on peut avoir une solution semblable approximative partout où il est légitime de négliger le terme de force centrifuge. On peut alors diviser la zone du développement du jet en trois régions pour r croissant de R à l'infini :

- Une première, $\mathbb{R} < r \leq r_1^*$, correspond à un fort degré de rotation $(\frac{v_m}{u_m} \sim 1)$. Donc les forces centrigures ne peuvent être négligées et dans ce cas les exposants a et c sont des fonctions de r, ce qui signifie qu'il n'y a pas de solutions semblables.
- Une seconde, r₁^{*} ≤ r ≤ r₂^{*}, dans laquelle on peut négliger les forces centrifuges. Donc il peut y avoir une solution semblable approximative.
 Le comportement du jet est identique à celui du jet purement radial.
 On peut caractériser cette zone par la condition :

$$a = -1$$
 et $c = -2$

- Une troisième, $r \ge r_2^*$, où le degré de rotation est nul, qui correspond à un jet purement radial. Les distances r_1^* et r_2^* ne sont définies qu'en termes d'ordre de grandeur.

1.5.2. Jet tournant pariétal

Comme on l'a vu en 1.4, la dérivée suivant r du moment radial est d'abord négative puis positive lorsque r augmente. Comme pour le jet libre tournant, on peut avoir une solution semblable approximative et on peut également diviser la zone de jet en trois régions : une région qui caractérise le jet pariétal purement radial (r petit et (ou) Ω faible), une région intermédiaire et une région située au loin où on va avoir une solution du type Von Karman.

CHAPITRE II

DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET METHODES DE MESURES

2.1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le dispositif expérimental (fig. 1, 2 et 3) est constitué de deux disques lisses en aluminium de même diamètre (jet libre) ou de diamètre différent (jet pariétal), montés parallèlement. L'alimentation en air se fait au travers d'un orifice situé sur le disque supérieur.

Pour les deux dispositifs, le disque supérieur est de 30 cm de diamètre et de 2.5 cm d'épaisseur. Il est fixé solidement à un tube cylindrique de 5 cm de diamètre intérieur et de 2 m de longueur. Les deux disques sont placés l'un par rapport à l'autre à une distance h qu'on peut mesurer à l'aide de trois micromètres fixés au disque supérieur. Ils sont placés à 1 cm de la sortie du jet et sont séparés par une distance angulaire de 120°. Trois prises de pression sont aussi disposées sur le disque supérieur à une distance de 2 cm de la sortie et elles font entre elles également un angle de 120°. Le parallélisme des deux disques est contrôlé grâce à la mesure de la différence de pression entre deux prises effectuée par un capteur. Cette différence a été trouvée de l'ordre de 1 à 3 % ce qui est dû au non parallélisme du disque inférieur.

On dispose de deux disques inférieurs; l'un, utilisé pour le jet libre, est de 30 cm de diamètre et de 2 cm d'épaisseur, l'autre qui sert à réaliser le jet pariétal, est de 75 cm de diamètre et de 2 cm d'épaisseur. Chaque disque inférieur peut coulisser verticalement à l'aide d'un système de déplacement mécanique. Il est solidaire d'un palier et peut être entrainé

à l'aide d'un moteur à courant continu de puissance 2KW, équipé d'un variateur de vitesse et d'un système de poulies. La vitesse de rotation peut atteindre 5000 t/mn pour le jet libre et 1300 pour le jet pariétal. La vitesse de rotation est mesurée à l'aide d'un compteur de signaux et d'un capteur électro-magnétique à affichage numérique direct, de précision + 3 t/mn. La vitesse de rotation est vérifiée à l'aide d'un stroboscope.

Le réglage de l'alimentation en air se fait par une micro-vanne de contrôle; le débit est mesuré à l'aide d'un rotamètre.

L'ensemble des appareils est fixé solidement sur une structure rigide et lourde afin d'éviter les vibrations.

2.2. METHODES ET MESURES

La vitesse moyenne et les fluctuations sont mesurées à l'aide de sondes à fils chauds simples et croisés de 1.2 mm de longueur et de 5µm de diamètre ("platinum plated tungsten"). La sonde est reliée à un anémomètre à température constante (55H01 - DISA) dont le signal de sortie est linéarisé à l'aide d'un linéarisateur DISA 55H25, ce qui permet d'avoir des mesures correctes des caractéristiques de l'écoulement même en présence de grandes fluctuations turbulentes. Le linéarisateur donne une relation simple entre la tension de sortie et la vitesse de refroidissement du fil (Annexe A).

Le signal de sortie est décomposé en sa composante continue et sa composante fluctuante. Les mesures de la composante continue et des intensités de turbulence s'effectuent respectivement à l'aide d'un voltmètre digital DISA 55D31 et d'un voltmètre efficace 55D35.

Pour la mesure des contraintes de Reynolds, nous avons utilisé une sonde à fils croisés. La valeur instantanée du signal est ensuite ajoutée ou soustraite à l'aide du processeur DISA 55B25. Dans toutes les mesures le signal de sortie final alimente une table traçante qui donne les différents profils en fonction du déplacement vertical de la sonde (Fig. 4, 5 et 6).

Les sondes utilisées ont été étalonnées dans le noyau potentiel d'un jet circulaire. La vitesse moyenne du jet a été mesurée à l'aide d'un pitot double et d'un manomètre miniscope de type DEBRO qui permet d'obtenir une précision de + 0.01 mm. d'eau (Annexe A).

Les déplacements vertical et radial des sondes sont effectués à l'aide d'un mécanisme de type DISA 55E40. Le mouvement vertical (direction \overrightarrow{Oz}) a été accompli par un moteur pas à pas du type DISA 55C01, lequel est contrôlé par une unité de balayage DISA 52B01. Chaque pas du moteur est de 0.02 mm. et le temps de balayage est choisi très grand afin d'avoir une longue durée d'intégration sur les voltmètres. Le signal de sortie de l'unité de balayage est proportionnel au déplacement vertical.

Le déplacement radial est réalisé de façon manuelle avec une précision de l'ordre de \pm 0.25 mm. à l'aide d'un système de déplacement qui a été fabriqué au laboratoire.

2.3. ESSAIS

2.3.1. Jet tournant libre

Les essais ont consisté à alimenter le montage en air envoyé par un compresseur. Cette alimentation est acheminée à travers une conduite circulaire. Le débit est contrôlé par une micro-vanne et est maintenu dans

la gamme où on peut considérer l'écoulement comme incompressible. On a considéré trois valeurs de la vitesse radiale moyenne et trois valeurs de la vitesse tangentielle à la sortie du jet. Ces trois valeurs sont portées sur la première colonne et sur la ligne 2 du tableau 1. Leur rapport $S = \frac{\Omega R}{u}$ est donné dans la partie centrale du tableau. Il varie entre 1.67 et 5.55. La ligne supérieure du tableau donne le nombre de Reynolds correspondant.

Notons qu'on a considéré une seule valeur de rapport $\varepsilon = \frac{h}{R}$ qui est égale à 0.0167.

La distribution des composantes de la vitesse moyenne et des tensions de Reynolds a été déterminée dans trois positions radiales $\frac{r}{h} = 80$, $\frac{r}{h} = 92$ et $\frac{r}{h} = 104$ à l'aide d'une sonde à fil chaud. Une quatrième position $\frac{r}{h} = 116$ a été considérée pour déterminer à la fois les composantes maximales radiale et tangentielle et l'épaisseur δ du jet. Dans chaque section, un balayage de sonde dans la direction Oz a été accompli par un moteur pas à pas, chaque pas étant de 0.02 mm. La position de la sonde est à chaque fois choisie pour déterminer les différentes composantes de la vitesse et des tensions de Reynolds (Annexe A).

2.3.2. Jet tournant pariétal.

On a procédé de la même façon que pour le jet libre tournant. Le tableau 2 présente les différentes valeurs des variables utilisées. Les composantes radiale et tangentielle de la vitesse ont été mesurées à l'aide d'une sonde à fil chaud simple dans les positions $\frac{r}{h} = 100$, $\frac{r}{h} = 115$, $\frac{r}{h} = 130$ et $\frac{r}{h} = 145$. Le rapport $\varepsilon = \frac{h}{R}$ a été pris égal à 0.0133.

ſ	$\text{Re} \times 10^{-5}$			
	3.57	5.00	7.14	
ΩR m/sec U m/sec	39.3	54.98	78.54	
23.58	1.67	2.33	3.33	
18.86	2.08	2.89	4,16	s
14.15	2.78	3.90	5.55	

Tableau 1

Conditions d'essais pour le jet libre.

]	$Re \times 10^{-5}$			
	0.614	1.0	1.84	
ΩRm/sec	6.75	11	20.26	
26•5	0.255	0.415	0.764	
17•68	0.382	0.622	1.146	S
13.26	0.509	0.829	1.528	

Tableau 2

Conditions d'essais pour le jet pariétal.

CHAPITRE III

ETUDE EXPERIMENTALE DU JET TOURNANT LIBRE

3.1. INTRODUCTION

L'analyse faite au Chapitre 1 fait apparaître trois paramètres importants ayant une influence sur l'écoulement. Ces paramètres sont : - le nombre de rotation S = $\frac{\Omega R}{U}$ - le nombre de Reynolds Re = $\frac{\Omega R^2}{v}$

- le rapport de l'écartement des deux disques au rayon : $\varepsilon = \frac{h}{R}$.

Pour la suite, on se fixe $\varepsilon << 1$ pour avoir un écoulement de cisaillement libre.

Le choix de S comme paramètre caractéristique de la rotation n'est pas général. PRATTE et KEFFER [17] et CHGIER et CHERVINSKY [6] ont utilisé, lors de leurs expériences portant sur un jet tournant axial, un paramètre adimensionnel qu'il appellent également nombre de rotation et dont l'expression est :

$$\frac{G_{\theta}}{G_{x} R_{o}}$$

où G_{θ}, G_x sont respectivement les moments angulaire et axial, et R₀ est le rayon du tube.

Ils supposent que ce paramètre est constant dans le jet pleinement développé, hypothèse non valable dans notre cas car le moment radial augmente avec r et par conséquent le nombre de rotation diminue. On serait tenté de définir ici le nombre de rotation comme le rapport de la vitesse maximale tangentielle à la vitesse maximale radiale. Or, la vitesse tangentielle diminue plus vite que la vitesse radiale (1.5.1) de sorte que ce paramètre diminue dans le sens de l'écoulement. Pour avoir un paramètre constant, on a choisit comme nombre de rotation le rapport des vitesses tangentielle et radiale à la sortie du jet, c'est-à-dire : $S = \frac{\Omega R}{II}$.

Dans les écoulements de cisaillement libre turbulent, beaucoup de chercheurs ont montré que le nombre de Reynolds n'a pas d'effet sur l'écoulement en l'absence de parois solides. Par contre, cet effet se fait sentir dans les zones de couche limite lorsqu'il y a des parois solides (jet pariétal).

Pour le jet purement radial, le profil des vitesses à la sortie est supposé uniforme (U = cte), mais ce n'est pas le cas dans notre problème. Il a été montré que la vitesse radiale dépend fortement de la vitesse de rotation [1]. Donc, on ne peut pas affirmer exactement que le profil des vitesses à la sortie est uniforme; le maximum de la vitesse est atteint près du disque en rotation. Lorsque le nombre de Reynolds est suffisamment grand, le profil de la vitesse tangentielle est donné par BAKKE et al [1]:

$$\mathbf{v} = \Omega \mathbb{R} \left[1 - (1 - K) \left(\frac{z + \frac{h}{2}}{h/2} \right)^{1/7} \right] - h/2 \leq z \leq 0$$
$$\mathbf{v} = K \Omega \mathbb{R} \left(\frac{\frac{h}{2} - z}{h/2} \right)^{1/7} \qquad 0 \leq z \leq h/2$$

où K = $\frac{V_0}{\Omega R}$ est le rapport de la vitesse tangentielle au point z = 0 à la vitesse de rotation du disque à la sortie. Les auteurs en question montrent que K est une fonction de S et ε qui admet un minimum égal à 0.12 pour 2 \leq S \leq 3.
Il existe d'autres facteurs parasites ayant une influence sur les mesures de la vitesse. Parmi ceux-ci, on peut citer l'écoulement induit par la face inférieure du disque en rotation et l'épaisseur de ce dernier.

3.2. ECOULEMENT MOYEN

Les résultats expérimentaux ont été représentés sous forme adimensionnelle pour différents nombre de rotations et pour différentes positions radiales $\frac{r}{h}$. Cette représentation permet en particulier de tester la validité de l'hypothèse d'existence d'une solution semblable.

Le tableau 1 présente les données utilisées dans nos expériences.

3.2.1. Profil de la vitesse radiale moyenne

La figure 7 présente la distribution de la vitesse radiale moyenne adimensionnelle $\frac{u}{u_m}$ en fonction de la distance axiale adimensionnelle $\xi = \frac{z}{\delta}$ à $\frac{r}{h}$ fixe et en prenant S comme paramètre. On constate immédiatement que les profils ne sont pas symétriques par rapport au plan z = 0. On remarque aussi que la vitesse maximale est déviée vers les z négatifs, donc vers le disque mobile. On note que la distance de déviation δ^* croit avec S. On voit également que le profil des vitesses dépend fortement de S, donc il n'y a pas de similitude.

Sur les figures 8, 9 et 10 sont données les profils de vitesse $\frac{u}{u_m}$ en fonction $n = \frac{z+\delta}{\delta}^{*}$ pour 3 valeurs de $\frac{r}{h}$ et pour S variable. Il apparaît alors que le profil des vitesses est approximativement symétrique par rapport à l'axe n = 0, c'est-à-dire $z = -\delta^{*}$. Sur ces mêmes figures nous avons tracé à la fois la courbe représentatrice de l'équation (49), qui est celle d'un jet libre purement radial et la courbe dont l'équation est : $\frac{u}{u_m} = \exp[-0.693 n^2]$ qui a été proposée par PATEL [15]. On remarque que les

points expérimentaux coıncident avec la courbe représentative de (49) pour $|\eta| \ge 1$ et pour $\eta > 0$, alors que pour $-1 < \eta < 0$, ils se situent légèrement en dessous.

La figure 11 présente le profil de la vitesse radiale moyenne $\frac{u}{u_m}$ en fonction de η pour S fixe et $\frac{r}{h}$ radiale. On remarque que les points expérimentaux s'alignent sur une courbe unique $\frac{u}{u_m} = f'(\eta)$. Autrement dit, le profil de vitesse est approximativement semblable si on prend u_m et δ comme respectivement échelle de vitesse radiale et de longueur, mais il ne faut pas oublier que δ^* est une fonction de S.

3.2.2. Profil de la vitesse tangentielle moyenne.

La figure 12 fournit le profil de la vitesse moyenne tangentielle adimensionnelle $\frac{v}{v_m}$ en fonction de ξ pour $\frac{r}{h}$ constant et pour différentes valeurs de S. On constate que le profil n'est pas symétrique par rapport au plan z = 0 et qu'il est situé en grande partie dans la zone contenant le disque en rotation.

On remarque également que le profil est moins influencé par le nombre de rotations que le profil de la vitesse moyenne radiale.

Les figures 13, 14 et 15 présentent les profils de la vitesse moyenne tangentielle en fonction de η pour 3 valeurs $\frac{r}{h}$ et S variable. On remarque que lorsque le rapport $\frac{r}{h}$ augmente, les profils tendent vers une forme unique et tendent à devenir symétrique par rapport à l'axe $\eta = 0$. Sur la figure 16, le profil de la vitesse moyenne tangentielle adimensionnelle $\frac{v}{v_m}$ est représenté en fonction de η pour S constant et pour différentes valeurs du rapport $\frac{r}{h}$. On voit que comme pour la vitesse radiale, il y a similitude approximative, en particulier pour $\frac{r}{h}$ grand. Ceci justifie la

division du jet en trois zones esquissée en 1.5.1.

3.3. CONTRAINTES DE REYNOLDS

Dans le tenseur des contraintes de Reynolds

$$\begin{pmatrix} \rho \overline{u'^2} & \rho \overline{u'v'} & \rho \overline{u'w'} \\ \rho \overline{u'v'} & \rho \overline{v'^2} & \rho \overline{v'w'} \\ \rho \overline{u'w'} & \rho \overline{v'w'} & \rho \overline{w'^2} \end{pmatrix}$$

les termes de la diagonale représentent des contraintes normales, et les autres représentent des contraintes de cisaillement.

Les figures 17, 18, 19, 20, 21, et 22 montrent les intensités de turbulence radiale et tangentielle en fonction de η pour différentes valeurs de S à $\frac{r}{h}$ constant ($\frac{r}{h} = 80$ fig. 17 et 18, $\frac{r}{h} = 92$ fig. 19 et 20, $\frac{\dot{r}}{h} = 104$ fig. 21 et 22).

On remarque que l'intensité de turbulence dans la direction radiale augmente sensiblement avec S et que le profil n'est pas symétrique par rapport à $\eta = 0$.

L'intensité de turbulence dans la direction tangentielle semble être très affectée par la rotation. Elle augmente avec S et devient du même ordre de grandeur que l'intensité de turbulence radiale à partir d'une certaine valeur de S. On remarque que les profils sont approximativement symétriques par rapport à l'axe n = 0.

Etant donnée que la composante w'² décroit lorsque S croit [13], on peut la négliger par rapport aux autres composantes dans l'expression de l'énergie cinétique de turbulence qui s'écrit alors $k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2})$.

Les figures 23, 24 et 25 présentent k sous forme adimensionnelle en fonction de η pour S variable et pour les mêmes valeurs de $\frac{r}{h}$ que cidessus. Les profils de l'énergie cinétique turbulente apparaissent approximativement symétriques par rapport à $\eta = 0$. Les figures 26, 27, et 28 donnent les intensités de turbulence radiale et tangentielle et l'énergie cinétique turbulente en fonction de η à S constant et pour différentes valeurs de $\frac{r}{h}$. On voit que ces profils ne sont plus semblables. On remarque également (fig. 26) que l'intensité de turbulence radiale augmente légèrement avec r dans une zone de l'ordre de l'épaisseur du jet. Cependant l'intensité de turbulence tangentielle diminue lorsque r augmente, mais cette diminution devient faible et atteint une limite qui caractérise le jet purement radial.

Les figures suivantes consacrées aux contraintes de cisaillement $(\frac{\overline{u'w'}}{u_m^2}, \frac{\overline{u'v'}}{u_m^2}, \frac{\overline{v'w'}}{u_m^2})$. Celles-ci sont représentées en fonction de η pour

 $\frac{r}{h}$ constant et pour différentes valeurs de S. Sur les figures 29 à 36, on constate que les composantes $\overline{u'v'}$ et $\overline{v'w'}$ deviennent du même ordre de grandeur que $\overline{u'w'}$ pour de grandes valeurs de S.

Les mesures effectuées pour le jet libre tournant révèlent la nature non isotropique de la viscosité turbulente. Autrement dit, il n'est pas possible d'utiliser l'hypothèse de Boussinesq pour décrire un tel écoulement.

On remarque que la distribution de la composante $\overline{u'w'}$ (fig. 29, 32, 33) a la même forme que pour un jet purement radial [18] et qu'il n'y a pas de symétrie par rapport à l'origine. On voit également que cette quantité ne s'annule pas au point $\eta = 0$ où la vitesse est maximale. Ceci, explique pourquoi on ne peut utiliser l'hypothèse d'une viscosité turbulente de Boussinesq. De plus à $\frac{r}{b}$ fixé, $\overline{u'w'}$ semble dépendre peu de S.

Les figures 30, 33 et 36 montrent que la composante u'v' est toujours positive et que les profils sont sensiblement symétrique par rapport à $\eta = 0$. On remarque aussi que cette composante augmente avec S.

Selon les figures 31 et 34, la composante v'w' varie fortement en fonction de S. Elle est petite et peut être négligée par rapport aux autres

contraintes turbulentes de cisaillement pour S petit, mais elle devient du même ordre de grandeur pour des grandes valeurs de S. On voit aussi que les profils ne sont pas symétriques par rapport à $\eta = 0$ et que leurs maximums sont atteints dans la zone du disque en rotation ($\eta < 0$).

Les figures 37 et 38 présentent la distribution de $\frac{u'w'}{u_m^2}$ et de $\frac{\overline{u'v'}}{u_m^2}$ en fonction de η , à S constant, et pour différentes valeurs de $\frac{r}{h}$. On remarque que $\frac{\overline{u'w'}}{u_m^2}$ diminue lorsque r augmente et ceci de façon notable dans la zone $\eta > 0$. On voit également que lorsque r augmente les profils tendent de plus en plus vers la distribution correspondant à un jet libre purement radial (avec symétrie par rapport à l'origine et similitude).

Il faut noter que la distribution de la composante $\overline{v'w'}$ n'apparaît pas ici car elle est difficile à mesurer, surtout lorsque le rapport $\frac{r}{h}$ est grand.

3.4. ECHELLES CARACTERISTIQUES

3.4.1. Echelles de vitesse moyenne

Comme on peut le remarquer dans les précédentes sections, les échelles caractéristiques de vitesses moyennes radiale et tangentielle sont les vitesses maximales u_m et v_m . Ces vitesses sont déterminées expérimentalement.

Les figures 39 et 40 présentent les variations des vitesses u_m et v_m en fonction du rapport $\frac{r}{h}$ pour différentes valeurs de S.

L'analyse donnée en 1.5 a montré que la diminution des vitesses u_m et v_m dépend de S dans la région où la vitesse tangentielle est grande et qu'on ne peut négliger, sauf pour de grandes distances radiales. Les résultats montrent que pour $\frac{r}{h} \ge 80$, S n'intervient plus.

Un examen des figures 39 et 40 montre que les vitesses maximales radiale et tangentielle décroissent asymptotiquement lorsque r croît. On peut mettre leurs variations sous la forme :

(51)
$$\frac{\underline{u}_{m}}{\underline{u}} = 22.3 \left(\frac{\underline{r}}{h} - 30\right)^{-1}$$

(52)
$$\frac{v_{m}}{\Omega R} = 163 \left(\frac{r}{h} - 30\right)^{-2}$$

En extrapolant les deux droites des figures 39 et 40, on détermine l'origine fictive r_0 du jet. Les deux droites fournissent sensiblement la même origine $\frac{r_0}{h} \approx 30$. Cette origine peut être considérée comme une source ayant la forme d'une fente annulaire de hauteur nulle, de moments radial et angulaire finis et de débit nul, le débit dans le jet étant uniquement obtenu par entrainement.

On remarque que la vitesse maximale tangentielle décroit plus rapidement que la vitesse radiale. Donc, un état de similitude voisin du jet radial peut être atteint et on peut alors considérer qu'après une distance égale à 20 fois l'écartement des deux disques le jet libre tournant admet le même profil de vitesse radiale moyenne que le jet libre purement radial.

La figure 41 présente le degré de rotation local $\frac{v_m}{u_m}$ en fonction de S pour différentes valeurs de $\frac{r}{h}$. On remarque que sa variation est linéaire et qu'il décroit lorsque le rapport $\frac{r}{h}$ croit. Il peut se mettre sous la forme :

(53)
$$\frac{v_{\rm m}}{u_{\rm m}} = \frac{7.3 \text{ s}}{(\frac{r}{\rm h} - 30)}$$

Par combinaison des équations (51) et (52), on obtient une relation simple entre u_m , v_m et S :

(54)
$$\frac{u_m S}{\sqrt{\Omega R v_m}} = 1.75$$

3.4.2. Echelles de longueur

Le problème n'étant pas symétrique, le lieu de vitesse maximale u_m se trouve du côté du disque mobile (fig. 7).

La figure 42 présente la distance δ^* en fonction de S pour différentes valeurs de $\frac{r}{h}$. On constate que δ^* ne dépend pas de r et qu'elle varie en fonction de S de façon parabolique :

(55)
$$\frac{\delta^*}{h} = 0.21 \text{ s}^2$$
.

L'analyse théorique faite au chapitre 1 indique que le jet libre tournant turbulent s'élargit linéairement dans la zone dite de développement. Ceci est confirmé sur la figure 43 qui présente l'épaisseur δ du jet en fonction de $\frac{r}{h}$ pour différentes valeurs de S. Sur la même figure on a tracé les variations de l'épaisseur dans le cas d'un jet purement radial.

On constate que l'épaisseur du jet libre tournant dépend fortement de S ; Les droites obtenues sont approximativement parallèles. Dans le cas d'un jet purement radial, la pente est de l'ordre de 0.11 [18], mais dans notre cas, elle varie entre 0.11 et 0.13 à cause de la non symétrie du problème et des phénomènes perturbateurs (épaisseur du disque en rotation et écoulement produit par sa face inférieure).

On remarque aussi que le jet s'étend latéralement de façon considérable par rapport au jet purement radial.

La figure 44 présente l'origine virtuelle C relative à l'épaisseur du jet en fonction de S suivant la relation :

(56)
$$C = 1.37 \text{ s}^{2.3}$$

Sur la figure 45, on a tracé une courbe unique qui représente les variations de l'épaisseur du jet en fonction de l'abscisse $\frac{x}{b}$ + C

où x = r - R. On constate que tous les points se situent approximativement sur une droite dont l'équation peut s'écrire :

(57)
$$\frac{\delta}{h} = 0.125 \left(\frac{x}{h} + C\right)$$

3.5. ORDRES DE GRANDEURS DES TERMES NEGLIGES

On se propose ici d'évaluer les ordres de grandeur de termes négligés afin de justifier la validité de l'approximation de couche limite faite au chapitre 1.

L'équation (14) peut s'écrire sous la forme :

(58)
$$\frac{\partial}{\partial z} \left(w^2 + \overline{w'}^2 - v \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(uw + \overline{u'w'} \right) \right] = 0$$

De l'équation de continuité, on peut déduire que w est de l'ordre de $\frac{\delta u_m}{r}$ donc de l'ordre de 0.125 u_m . Pour comparer le terme de viscosité au terme w^2 , nous évaluons l'ordre de grandeur du rapport $\frac{w^2}{\sqrt{\frac{\partial w}{\partial z}}}$ soit 0.125 Re_L où Re_L est le nombre de Reynolds local Re_L = $\frac{u_m \delta}{v}$, dont la valeur est de l'ordre 10⁴. On en conclut que le rapport $\frac{w^2}{\sqrt{\frac{\partial w}{\partial z}}}$ est de l'ordre de 10³. Donc on peut négliger dans (58) le terme de viscosité par rapport au terme w^2 . En intégrant l'équation obtenue de z à l'infini, on obtient :

$$\frac{p-p_{\infty}}{\rho} = \frac{1}{r} \int_{z}^{\infty} \frac{\partial}{\partial r} \left[r(uw + \overline{u'w'}) \right] dz + (w_{\infty}^{2} - w^{2}) - \overline{w'^{2}}$$

Pour évaluer l'ordre de grandeur du terme de pression, on considère les deux cas suivants qui se présentent :

- $\overline{w'}^2$ est du même ordre de grandeur que $\overline{u'}^2$ (cas du jet purement radial). En se fondant sur l'expérience, $\overline{u'w'} \sim 0.05 u_m^2$, $\overline{w'}^2 \sim 0.1 u_m^2$, et $uw \sim 0.125 u_m^2$. On suppose de plus $w_{\infty} \sim w(z)$. Le terme de pression devient de l'ordre - 0.12 u_m^2 .

 $-\overline{w'}^2$ est beaucoup plus petit que u'^2 [13], il est donc du même ordre que w^2 selon l'expérience et en raisonnant de la même façon que ci-dessus on trouve que le terme de pression est de l'ordre $-0.04 u_m^2$.

L'équation (12) peut s'écrire sous la forme :

(59)
$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{2} u^2 + \overline{u'}^2 + \frac{p - p_{\infty}}{\rho}\right) + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{u'w'}\right) + \frac{v'^2 - u'^2}{r}$$

Examinons premièrement le terme de viscosité :

Il est du même ordre que $v \frac{u}{\delta}$. Le terme $\overline{u'w'}$ est de l'ordre de 0.05 u_m^2 ; d'après nos mesures le rapport $\frac{\overline{u'w'}}{v\frac{\partial u}{\partial z}}$ est donc de l'ordre de 0.05 Re_L, soit 10³. Cela signifie que le terme de la contrainte turbulente est prépondérant.

Les mesures ont montré que v'^2 et u'^2 sont du même ordre de grandeur dans le cas des grands nombres de rotation, donc le dernier terme de l'équation (59) peut être négligé. Mais, pour un jet purement radial, le terme v'^2 est du même ordre que $0.5 u'^2$ [18]. Comme u'^2 est de l'ordre $0.1 u_m^2$, le terme $\frac{v'^2 - u'^2}{r}$ devient de l'ordre $- 0.05 \frac{u_m^2}{r}$. Finalement l'ordre de grandeur du rapport $\frac{\rho u'^2 + (p-p_m)}{\frac{\rho}{2} u^2}$ est de -0.04 pour le premier cas et de 0.12 pour le deuxième. En négligeant les termes $\frac{v'^2 - u'^2}{r}$ et $u'^2 + \frac{p-p_m}{\rho}$, on commet une erreur de l'ordre de 9 % dans le premier cas et de 12 % dans le second. En considérant l'équation (13) qui s'écrit

(60)
$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 (uv + \overline{u'v'}) \right] + \frac{\partial (vw)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial v}{\partial z} - \overline{v'w'} \right) ,$$

et en raisonnant comme pour l'équation (59), on peut négliger le terme de viscosité $v \frac{\partial v}{\partial z}$ devant le terme de contrainte turbulente $\overline{v'v'}$. Les mesures effectuées ont montré que le terme $\overline{u'v'}$ est de l'ordre 0.04 u_m^2 à grands nombres de rotation et pour des petites distances radiales de l'ordre 0.01 u_m^2 à grandes distances radiales et pour des nombres de rotation modérés. Le rapport $\frac{\overline{u'v'}}{uv}$ est alors de l'ordre 0.04 $\frac{u_m}{v_m}$ ou 0.01 $\frac{u_m}{v_m}$. Le rapport $\frac{v_m}{u_m}$ est respectivement de l'ordre 0.6 et 0.15 (fig. 41). Donc $\frac{\overline{u'v'}}{uv}$ est de l'ordre de 0.07 dans les cas. Ainsi, en négligeant ce terme on commet une erreur de 7 %.

A la lumière de ces résultats, on peut conclure que l'approximation de couche limite appliquée à notre problème entraine de grandes erreurs et en particulier pour la projection radiale de l'équation de la dynamique. En fait, les équations (12) et (13) doivent être écrites sous la forme :

(61)
$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2 + v'^2}{r} = -\frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'w'}) - \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{ru'}^2}{\partial r}$$

(62)
$$u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = -\frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \overline{u'v'})$$

Les équations intégrales qui en découlent suivant le même procédé qu'en 1.3 sont :

(63)
$$\frac{\partial}{\partial r} \int_{-\infty}^{+\infty} r(u^2 + \overline{u'^2}) dz - \int_{-\infty}^{+\infty} (v^2 + \overline{v'^2}) dz = 0$$

(64)
$$\frac{\partial}{\partial r} \int_{-\infty}^{+\infty} r^2 (uv + u'v') dz = 0$$

CHAPITRE IV

ETUDE EXPERIMENTALE DU JET TOURNANT PARIETAL

4.1. INTRODUCTION

Lorsqu'un disque tourne dans un fluide infini au repos, les particules du fluide situées près du disque ont tendance à se disperser dans la direction radiale sous l'action de la force centrifuge. Ce problème est d'une grande importance pratique à cause de ses nombreuses applications en mécanique des fluides et en particulier dans le domaine des turbomachines. Von Karman a étudié ce problème en laminaire et en turbulent. Il a trouvé une solution exacte dans le cas laminaire et une solution approximative dans le cas turbulent qui a été confirmée par les mesures de CHAM et HEAD [3]. Notons d'ailleurs que ce dernier cas a été intensivement étudié par de nombreux chercheurs [2, 3, 7, 8, 10].

Dans ce type d'écoulement la composante tangentielle de la vitesse est beaucoup plus grande que la composante radiale et cela spécialement près du disque. Donc, le jet tournant créé par le disque en rotation se trouve confiné près de celui-ci. Von Karman caractérise ce type d'écoulement par un nombre de Reynolds local $\frac{\Omega r^2}{\nu}$. L'écoulement est laminaire lorsque ce nombre est inférieur à 1.85 × 10⁵ et il devient entièrement turbulent pour un nombre de Reynolds supérieur à 2.85 × 10⁵.

Dans ce travail, on étudie le jet tournant pariétal turbulent sur une paroi en rotation avec une alimentation radiale provenant de l'interstice entre le disque en rotation et un disque fixe de diamètre plus petit. On suppose que le nombre de rotation à la sortie S = $\frac{\Omega R}{U}$ est de l'ordre de 1.

Ce problème présente un caractère mixte entre le jet purement radial et le jet créé par un disque en rotation dans le fluide au repos.

Le but des expériences effectuées est simplement de déterminer les profils de vitesse radiale et tangentielle à différentes positions radiales et pour différents nombres de rotation. Une comparaison entre ces profils, ceux du jet purement radial et ceux correspondant à un disque tournant est présentée.

Une étude complète du jet pariétal aurait nécessité la détermination des contraintes turbulentes, mais il s'agit de mesures très difficiles surtout au voisinage du disque en rotation car, d'une part le disque n'est pas parfaitement plan et il est soumis à des vibrations, et d'autre part la mesure de certaines contraintes de Reynolds nécessite le positionnement de la sonde dans un plan perpendiculaire à la surface du disque. Or, comme l'épaisseur de la couche limite est de l'ordre de la longueur du fil de la sonde, on ne peut mesurer qu'une valeur moyenne et non locale de ces contraintes.

4.2. PROFILS DE VITESSE MOYENNES

Sur les figures 46, 47, 48 et 49, on représente le profil adimensionnel typique de la vitesse moyenne radiale en fonction de $\xi = \frac{z}{\delta}$ pour différentes positions radiales et en prenant le nombre S comme paramètre. z est la distance au disque tournant et les échelles de vitesse et de longueur sont respectivement la vitesse maximale u_m et l'épaisseur du jet δ . Ces figures montrent que le profil de vitesse radiale ne présente pas de similitude. Il coîncide avec la solution de GLAUERT [11] pour le jet purement radial et pour r petit; il tend vers la solution de Von Karman pour des grandes positions radiales et (ou) pour les grandes valeurs de S. On peut aussi

remarquer que le lieu de la vitesse maximale s'approche de la surface du disque lorsque le rapport r/h et (ou) S augmentent. A titre de comparaison, on peut noter que la distance adimensionnelle entre le disque et les points où $u = u_m$ est égale à 0.23 pour le jet purement radial et à 0.19 pour l'écoulement de Von Karman.

Sur les figures 51, 52 et 53 sont représentés sous forme adimensionnelles les profils de la vitesse tangentielle en fonction de ξ et pour différentes valeurs de S; la vitesse tangentielle locale de la paroi est prise comme échelle de vitesse. On constate que ces profils ne sont pas semblables et que pour les grandes distances radiales, ils tendent vers la solution de Von Karman.

Une autre représentation des vitesses radiale et tangentielle est donnée sur les figures 54 et 55 avec S constant et pour différentes valeurs de $\frac{r}{h}$.

4.3. DEGRE DE ROTATION LOCAL ET EPAISSEUR DU JET

Pour caractériser le jet on va utiliser le rapport $\frac{u_m}{\Omega r}$ qu'on peut appeler degré de rotation local. Ce rapport prend la valeur 0.11 pour le problème de Von Karman. Sur la figure 56, on a représenté $u_m/\Omega r$ en fonction de $\frac{r}{h}$ pour différentes valeurs de S. On constate que lorsque S augmente on s'approche de la solution de Von Karman et ceci d'autant plus que r est grand. La figure 57 confirme cette constatation.

Pour comparer nos résultats à ceux de CHAM et HEAD [3] on a porté sur la figure 58, l'épaisseur du jet δ en fonction de r pour différents nombres de rotation S sans utiliser de représentation adimensionnelle car dans le problème de Von Karman il n'y a pas de longueur caractéristique.

On remarque que δ diminue quand S augmente et en particulier pour les grandes distances radiales : ceci peut être imputé aux effets des forces centrifuges.

CONCLUSION

En ce qui concerne le jet tournant libre, l'analyse théorique du chapitre I a conclu à l'absence d'une similitude complète, mais on a réussi à obtenir une solution semblable approximative pour des grandes distances radiales en négligeant la vitesse tangentielle.

Ce résultat a été confirmé expérimentalement. En particulier le profil de la vitesse radiale atteint son état de similitude plus vite que le profil de la vitesse tangentielle : cet état coîncide avec celui du jet libre purement radial.

Pour les grandes distances radiales, l'expérience a montré que la vitesse radiale maximale varie asymptotiquement en $(r-r_0)^{-1}$ comme pour le jet purement radial et que la vitesse tangentielle varie en $(r-r_0)^{-2}$. Ceci est en bon accord avec l'hypothèse faite sur la vitesse tangentielle dans l'analyse théorique du phénomène.

L'épaisseur du jet varie linéairement en fonction du rapport $\frac{r}{h}$. La pente est du même ordre que pour le jet purement radial.

Les intensités de turbulence radiale et tangentielle dépendent du nombre de rotation S. L'intensité de turbulence tangentielle devient du même ordre de grandeur que l'intensité de turbulence radiale pour les grandes valeurs de S.

Les mesures des contraintes de Reynolds ont révélé l'anisotropie du champ turbulent. Les contraintes turbulentes ne sont pas proportionnelles aux gradients locaux des vitesses moyennes, donc on ne peut pas utiliser le modèle de viscosité effective.

Pour les grandes valeurs de S, les trois contraintes turbulentes $\overline{u'w'}$, $\overline{v'w'}$ et $\overline{u'v'}$ deviennent du même ordre de grandeur.

L'évaluation des différents termes turbulents dans les équations de Reynolds montre que certaines contraintes turbulentes et leurs dérivées radiales ne doivent pas être négligées : leur mise à l'écart entrainerait des erreurs pouvant dépasser 10 %.

En ce qui concerne le jet pariétal tournant, nos mesures révèlent l'absence d'une solution semblable sauf si on se place suffisamment loin, là où l'écoulement se rapproche ce celui de Von Karman.

LISTE DE REFERENCES

- [1] E. BAKKE, J.F. KREIDER and F. KREITH "Turbulent source flow between parallel stationnary and co-rotating disks" J. Fluid Mech. 1973, vol. 58, part 2, pp. 209-231.
- [2] T. CEBECI and D.E. ABBOTT "Boundary layer on a rotating disk".AIAA Journal, 1975, vol. 13, n° 6, pp. 829-832.
- [3] T.S. CHAM and M.R. HEAD "Turbulent boundary Layer flow on a rotating disk". J. Fluid Mech. 1969, vol. 37, part 1, pp. 129-147.

[4] R.C. CHANAUD "The radial jet with weak swirl". Chemical Engineering Science, 1964, vol. 19, p. 933.

- [5] R.C. CHANAUD "Measurement of mean flow velocity beyound a rotating disk".J. Basic Engineering, ASME, 1971, pp. 199-204.
- [6] N.A. CHIGIER and A. CHERVINSKY "Experimental investigation of swirling vortex motion in jet". J. Applied Mechanics ASME, 1967, pp. 443-451.
- [7] P. COOPER "Turbulent boundary layer on a rotating disk calculated with an effective viscosity". AIAA Journal, 1971, pp. 255-261.
- [8] L.A. DORFMAN "Hydrodynamic resistance an heat loss of rotating solids". 1963, OLIVER and BOYD L.T.D.

[9] A. DYMENT "Formulation asymptotique des écoulements d'un fluide incompressible entre deux disques coaxiaux voisins en rotation". 1981, C.R. Acad. Sc. Paris, série II, pp. 129-132.

[10] F.F. ERIAN and Y.H. TONG "Turbulent flow due to a rotating disk". The physics of fluids, 1971, vol. 14, nº 12, PP. 2588-2591.

[11] M.B. GLAUERT "The wall jet". J. fluid Mech. 1956, vol. 1, pp. 625-643.

[12] J.O. HINZE "Turbulence" Mc Graw-Hill, 1975.

[13] D.G. LILLEY "Prediction of Inert Turbulent swirl flows". AIAA Journal vol. 11, n° 7, 1973, pp. 955-960.

[14] M. O'NAN and W.H. SCHWARZ "The swirling radial free jet "Applied scientific research. Series A, vol. 15, 1966, pp. 289-312.

[15] R.P. PATEL "Some measurement in radial free jet". AIAA Journal, 1979, vol. 17, nº 6, pp. 657-659.

[16] M. POREH, Y.G. TSUEI and J.E. CERMAK "Investigation of turbulent radial wall jet", J. Applied Mechanics ASME, 1967, pp. 457-463.

[17] B.D. PRATTE and J.F. KEFFER "The swirling turbulent jet". J. Basic Engineering ASME, 1972, pp. 739-748.

[18] N. RAJARATNAM "Turbulent jets". Elsevier Scientific Publishing Company, 1976.

[19] N. RILEY "Radial jets with swirl" Quaterly Journal of Mechanics and Applied Mahtematics, 1962, vol. 15, pp. 435-469.

[20] W.G. ROSE "A swirling round turbulent jet". J. Applied Mechanics ASME, 1962, pp. 615-625.

[21] J.A. SCHETZ "Injection and mixing in turbulent flow". Martin Summerfield, 1980.

[22] H. SCHLICHTING "Boundary-Layer theory" Mc Graw-Hill, 1968.

[23] SHAO-LIN LEE "Axisymmetrical turbulent swirling jet". J. Applied Mechanics ASME, 1965, pp. 258-262.

[24] P.O. WITZE and H.A. DWYER "The turbulent radial jet". J. Fluid Mech., 1976, vol. 75, part 3, pp. 401-417.

ANNEXE A

ANEMOMETRIE A FIL CHAUD

L'anémométrie à fil chaud est une méthode qui sert pour déterminer la vitesse instantanée d'un écoulement à partir de la connaissance du transfert de chaleur entre un fil très fin chauffé électriquement et l'écoulement.

A.1. Principe de la méthode :

On maintient souvent le fil à une température constante à l'aide d'un système d'asservissement électronique. Ce fil constitue l'une des branches d'un pont de Wheatsone. La tension de sorrt de E entre les deux broches de la sonde est une fonction non linéaire de la vitesse de refroidissement effective du fil, donnée par la loi de King :

$$E^2 = A + B U_e^n$$

où

A, B et n sont des constantes dont les valeurs dépendent des propriétés physiques du fil.

U est la vitesse de refroidissement effective donnée par :

(2)
$$U_e^2 = U_N^2 + K^2 U_T^2 + H^2 U_B^2$$

avec

 U_N est la composante de la vitesse normale au fil U_T est la composante de la vitesse parallèle au fil U_B est la composante de la vitesse perpendiculaire à U_N et U_T (fig. a) K et H sont des constantes qui caractérisent les sensibilités directionnelles du fil pour les vitesses U_T et U_B respectivement. Si les variations de l'amplitude de la vitesse moyenne sont grandes, la tension de sortie ne correspond pas aux mesures exactes de la vitesse. Et comme de plus, la relation (1) n'est pas linéaire, l'utilisation d'un linéarisateur est nécessaire.

Le linéarisateur est un appareil électronique qui réalise la fonction de transfert :

(3)
$$E_{\rm S} = C (E^2 - E_{\rm o}^2)^{\rm m}$$

où C, m sont des constantes et E_0 est la tension qui correspond à une vitesse nulle.

En combinant (1) et (3), on obtient :

$$E_{S} = C (A + B U_{e}^{n} - E_{o}^{2})^{m}$$

En posant $E_0^2 = A$ et $m = \frac{1}{n}$, la tension de sortie du linéariseur devient directement proportionnelle à la vitesse U_e :

$$E_{S} = C U_{e}$$

A.2. Etalonnage de la sonde

En principe, la sonde doit toujours être étalonnée avant de procéder aux mesures proprement dites. Dans notre cas, la sonde a été étalonnée dans le noyau d'un jet libre circulaire. La sonde et un tube de Pitot sont placé sur une même section afin qu'on puisse mesurer la même vitesse.

En faisant varier la vitesse de sortie du jet, le tube de Pitot donne la pression dynamique qu'on relève sur un micromanomètre. Cette pression dynamique correspond à la vitesse moyenne de refroidissement du fil (notons qu'ici $U_e = U_N$ puisque $U_T = U_B = 0$), qui s'écrit :

(5)
$$U_{e} = \sqrt{\frac{2\rho_{f} gh}{\rho_{a}}}$$

où

g est l'accélération de la pesanteur

h est la hauteur lue sur le manomètre en mètre

 ρ_{f} est la densité du fluide du manomètre

 $\rho_{\rm g}$ est la densité de l'air

A chaque valeur de h mesurée sur le manomètre, donc à chaque vitesse, correspond une tension de sortie E lue sur le voltmètre digital. La relation entre la vitesse et la tension de sortie est donnée par l'équation (1) . De cette même équation, on a

 $A = E_o^2$ pour $U_e = 0$

Donc, l'éqution (1) peut s'écrire sous la forme linéaire :

(6)
$$\log (E^2 - E_0^2) = \log B + n \log U_e$$

Cette relation permet de déterminer la valeur de n qui n'est autre que la pente de la courbe Log $(E^2-E_o^2) = f(Log U_e)$; une fois n déterminé, on affiche m = $\frac{1}{n}$ sur le linéarisateur et la constante C (équation 4) peut être déterminée par calibration de la sonde.

A.3. Equation de base

Le fil est placé au sein de l'écoulement dans le plan (r,z) de telle sorte que la normale fait un angle θ avec la direction \vec{e}_r (fig. b). Les composantes de la vitesse suivants les directions \vec{e}_r , \vec{e}_{θ} , \vec{e}_z sont $\vec{u} + u'$, $\vec{v} + v'$ et $\vec{w} + w'$.

On obtient les relations suivantes :

(7)

$$U_{\overline{N}} = (\overline{u} + u') \cos \theta + (\overline{w} + w') \sin \theta$$

$$U_{\overline{T}} = -(\overline{u} + u') \sin \theta + (\overline{w} + w') \cos \theta$$

$$U_{\overline{B}} = \overline{v} + v'$$



Fig∙a



Fig · b

A partir des relations (2), (4) et (7), on peut déduire l'expression de la tension de sortie E qui s'écrit :

$$\overline{E^{2}} = C^{2} \left[(\overline{u}^{2} + \overline{u'^{2}})(\cos^{2}\theta + K^{2}\sin^{2}\theta) + (\overline{w}^{2} + \overline{w'^{2}})(K^{2}\cos^{2}\theta + \sin^{2}\theta) + (\overline{u}^{2} + \overline{u'^{2}})(K^{2}\cos^{2}\theta + \sin^{2}\theta) + (\overline{u}^{2} + \overline{u'^{2}}) + (\overline{u}^{2} + \overline{u'^{2}}) + (\overline{u}^{2} + \overline{u'^{2}})(K^{2}\cos^{2}\theta + \sin^{2}\theta) + (\overline{u}^{2} + \overline{u'^{2}})(K^{2}\cos^{2}\theta + \cos^{2}\theta + \sin^{2}\theta) + (\overline{u}^{2} + \overline{u'^{2}})(K^{2}\cos^{2}\theta + \sin^{2}\theta) + (\overline{u}^{2} + \overline{u'^{2}})(K^{2}\cos^{2}\theta + \sin^{2}\theta) + (\overline{u}^{2} + \overline{u'^{2}})(K^{2}\cos^{2}\theta + \cos^{2}\theta + \sin^{2}\theta) + (\overline{u}^{2} + \overline{u'^{2}})(K^{2}\cos^{2}\theta + \cos^{2}\theta + \cos^{2}\theta + \sin^{2}\theta) + (\overline{u}^{2} + \overline{u'^{2}})(K^{2}\cos^{2}\theta + \cos^{2}\theta +$$

et par analogie, on peut écrire l'expression de la tension fluctuante e :

(9)
$$\overline{e^2} = C^2 \left[\overline{u'^2} (\cos^2 \theta + K^2 \sin^2 \theta) + \overline{w'^2} (K^2 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + \overline{H^2 v'^2} + (1 - K^2) \overline{u'w'} \sin 2 \theta \right]$$

En tenant compte des deux relations suivantes :

$$E = \overline{E} + e$$
 et $\overline{E}^2 = \overline{E}^2 + \overline{e}^2$,

et des équations (8) et (9), on trouve :

(10)
$$\overline{E}^{2} = C^{2} \left[\overline{u}^{2} (\cos^{2} \theta + K^{2} \sin^{2} \theta) + \overline{w}^{2} (K^{2} \cos^{2} \theta + \sin^{2} \theta) + H^{2} \overline{v}^{2} + (1 - K^{2}) \overline{u} \overline{w} \sin 2\theta \right]$$

En général, on prend $\theta = \pm 45^{\circ}$ Pour $\theta = \pm 45^{\circ}$, les équations (9) et (10) donnent :

(11)
$$\vec{E}^{2}(45) = C^{2} \left[(\vec{u}^{2} + \vec{w}^{2}) (\frac{1+K^{2}}{2}) + H^{2} \vec{v}^{2} + \vec{u}\vec{w} (1-K^{2}) \right]$$

(12)
$$\overline{e^2}(45) = C^2 \left[(\overline{u'^2} + \overline{w'^2}) (\frac{1+K^2}{2}) + H^2 \overline{v'^2} + \overline{u'w'} (1-K^2) \right]$$

Pour $\theta = -45^{\circ}$, on a :

(13)
$$\overline{E}^{2}(-45) = C^{2}\left[\left(\overline{u}^{2} + \overline{w}^{2}\right)\left(\frac{1+K^{2}}{2}\right) + H^{2}\overline{v}^{2} - \overline{u}\overline{w}(1-K^{2})\right]$$

(14)
$$\overline{e}^{2}(-45^{\circ}) = C^{2}\left[\overline{(u'^{2} + w'^{2})} (\frac{1+K^{2}}{2}) + H^{2} \overline{v'^{2}} - \overline{u'w'} (1-K^{2})\right]$$

On en déduit :

$$\overline{u'w'} = \frac{\overline{e^2}(+45) - \overline{e^2}(-45^\circ)}{2C^2(1-K^2)}$$

Pour déterminer les composantes de la vitesse moyenne et les autres tensions de Reynolds, on fait tourner la sonde dans plusieurs plans. Ceci permet d'obtenir un système d'équations, qu'on peut résoudre (DISA INFORMATION N° 17, 22 et 23).



BH Gali



A Disque inférieur en rotation.(Ø 30 cm - 75 cm)
B Disque supérieur fixe, Ø 30 cm
C 3 micromètres de mesure d'écartement.
D 3 prises de pression.
E Mécanisme de déplacement du disque.
F Palier.
G Moteur (2 Kw).
H Mécanisme de centrage.
1 Mécanisme de déplacement de sonde.
J Sonde à fil chaud

Figure 2 : Jet libre en rotation.



Figure 3: Jet parietal en rotation.



Figure 4: Instruments de mesures.



- (B) Tube guide de déplacement (Oz^2) .
- C Chariot de déplacement (Or) -



BIIS

58



















Fig. 13










ť

ę

Fig. 18





65) Re









(BUS ULE







 $\left[rac{\partial f}{\partial t}
ight]_{U_{n}}$

78













Fig. 32







NGS



5/16











BUS





с









BUS





JL










Fig. 50





Fig. 51









Fig. 53

105





Fig. 54

106



Fig. 55



١

Fig. 56

BILS ULLE



Fig. 57





ECOULEMENT RADIAL TURBULENT JET LIBRE PARIETAL DISQUE TOURNANT

Les jets tournants constituent un exemple d'écoulement turbulent de cisaillement rendu complexe par les effets de la rotation.

Dans cette étude, à caractère essentiellement expérimental, on met en évidence certaines conséquences de ce caractère complexe, notamment le fait que le champ turbulent n'est pas isotrope. Les hypothèses de viscosité effective se trouvent en défaut et certaines simplifications classiques dans les équations de Reynolds conduisent à des résultats insuffisamment précis.

Outre l'étude du champ turbulent, les expériences ont permis d'obtenir les profils de vitesses moyennes et d'établir des lois simples d'évolution de certaines grandeurs caractéristiques telles que les vitesses maximales et les épaisseurs de jet.