

N° d'ordre : 957

50376
1982
43

50376
1982
43

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE SPÉCIALITÉS

par

Mohammed KHELKHAL

**CONTRIBUTION A LA REALISATION
D'UN SPECTROPHONE ET D'UN LASER GUIDE D'ONDE A CO₂
EXCITÉ PAR UN CHAMP RADIOFREQUENCE
EN VUE DE LA DETECTION
DE CONSTITUANTS MINEURS DE L'ATMOSPHERE**



Soutenue le 23 mars 1982 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :	M. WERTHEIMER	Professeur à l'Université de Lille I	Président
	M. LEMAIRE	Professeur à l'Université de Lille I	Rapporteur
	M. HERLEMONT	Assistant à l'Université de Lille I	Rapporteur
	M. DUBOIS	Professeur à l'Université de Lille I	Examineur
	M. BELLET	Professeur à l'Université de Lille I	Examineur

U.E



MENTALE

Ce travail a été effectué à l'U.E.R. de Physique Fondamentale de l'Université des Sciences et Techniques de Lille, dans le laboratoire de Spectroscopie Hertzienne, laboratoire associé au C.N.R.S., dirigé par Monsieur le Professeur WERTHEIMER qui a bien voulu me faire l'honneur de présider le jury. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

J'exprime toute ma reconnaissance à Monsieur LEMAIRE qui a été à l'origine de ce travail et qu'il a suivi avec un intérêt toujours renouvelé.

Je remercie Monsieur HERLEMONT qui y a collaboré et Monsieur LENOIR pour l'ambiance amicale qu'il a créée.

Je remercie Monsieur DUBOIS et Monsieur BELLET, Professeurs à l'Université des Sciences et Techniques de Lille, pour l'honneur qu'ils me font de se joindre au jury.

Je remercie Monsieur ROSSELS et Monsieur GERARD pour les parties électronique et radiofréquence de ce travail.

Je remercie enfin Madame DUPONT et Mademoiselle WALASIAK pour la dactylographie de ce mémoire, Monsieur RAFFAUD pour la reproduction des courbes et des figures.

A tous ceux qui me sont chers.

S O M M A I R E

PREMIÈRE PARTIE - DÉTECTION OPTOACOUSTIQUE

- Introduction.

- Chapitre I : Etude théorique.

A] Historique.

B] Principe de la détection optoacoustique

C] Etude de la variation de population du niveau de vibration excité.

1 - Le modèle de calcul.

2 - Population du niveau excité.

D] Expression de l'augmentation de pression dans le cas d'une modulation de l'intensité.

E] Expression de l'augmentation de pression dans le cas d'une modulation de la fréquence.

F] Concentration minimale détectable.

- Chapitre II : Laser guide d'onde à CO_2 .

A] Introduction.

B] Modes naturels d'un guide d'onde diélectrique de section circulaire.

1 - Expression des champs.

2 - Constantes d'atténuation et de propagation.

3 - Modes du résonateur passif.

C] Guides d'ondes utilisant le mode EH_{11} seul et le mode EH_{11} seul ou le mode TEM_{00} .

D] Réalisation expérimentale.

- Chapitre III : Résultats expérimentaux.

A] Introduction

B] La cellule optoacoustique.

- 1 - La cellule
- 2 - Système microphonique.
- 3 - Fréquence de résonance et facteur de qualité de la cellule optoacoustique.

C] Cellule optoacoustique à l'extérieur de la cavité du laser à CO_2 .

- 1 - Dispositif expérimental.
- 2 - Résultats expérimentaux.
 - a - Signal optoacoustique fonction de la puissance du faisceau laser.
 - b - Coefficients d'absorption relatifs de C_2H_4 , NH_3 et SF_6 pour différentes raies d'émission du laser à CO_2 .
 - c - Signal optoacoustique fonction de la pression totale.
 - d - Concentration minimale détectable.

D] Cellule optoacoustique à l'intérieur de la cavité d'un laser guide d'onde à CO_2 .

- 1 - Intérêt de l'utilisation d'un laser guide d'onde
 - 2 - Dispositif expérimental.
 - 3 - Concentration minimale détectable d'éthylène
 - 4 - Sensibilité
- Conclusion.

DEUXIÈME PARTIE : LASER GUIDE D'ONDE À CO_2 EXCITE PAR UNE DÉCHARGE R.F.

- Introduction.

- Chapitre I : Décharge H.F. et effet laser

A] Principe de la décharge H.F.

- 1 - Introduction.
- 2 - Amorçage de la décharge

3 - Entretien de la décharge.

4 - Inversion de population

B] Impédance de la colonne de "plasma".

1 - Colonne positive de "plasma"

2 - Impédance "négative" de la décharge continue H.T..

C] Densité d'électrons.

1 - Puissance absorbée

2 - Densité d'électrons.

- Chapitre II : Réalisations expérimentales.

A] Premières investigations.

B] Première réalisation

1 - Le guide d'onde.

2 - Source Radio-Fréquence.

3 - Couplage de l'énergie.

4 - Résultats expérimentaux.

a - Impédance de la décharge.

b - gain de la décharge.

c - Puissance de sortie.

C] Deuxième réalisation.

Conclusion.

- Annexe A : Le microphone

- Annexe B : Rappels sur le spectre de l'éthylène

- Annexe C : Cellule optoacoustique

- Annexe D : Modes d'un guide d'onde creux de section rectangulaire.

- Annexe E : Couplage des modes d'un guide de section rectangulaire.

PREMIERE PARTIE

DÉTECTION OPTOACOUSTIQUE

INTRODUCTION

Les polluants atmosphériques sont souvent à l'état de traces dans l'air et leur détection est rendue difficile. La spectroscopie est un moyen sensible et très sélectif pour cette détection. Il existe principalement trois méthodes qui utilisent le laser comme source d'énergie ; elles sont basées soit sur la diffusion Raman, soit sur l'absorption sélective en fréquence ou encore sur la détection optoacoustique.

Dans la méthode de diffusion Raman, la mesure de la concentration se fait à partir des intensités des raies Raman des molécules. Ces intensités sont extrêmement faibles et l'énergie est rayonnée dans tout l'espace. Il est donc nécessaire de disposer de sources cohérentes très puissantes. La section efficace Raman des molécules est inversement proportionnelle à la quatrième puissance de la longueur d'onde et les lasers les mieux adaptés sont ceux émettant dans l'ultraviolet et le visible. Cette méthode de détection a une sensibilité limitée {1}, elle est de quelques ppm pour un trajet d'une centaine de mètres (1 ppm = 1 partie par million).

La méthode d'absorption sélective en fréquence {2, 3, 4, 5, 6} consiste à mesurer directement l'absorption par le gaz étudié d'un rayonnement monochromatique dont la fréquence coïncide avec une raie d'absorption de celui-ci. La technique utilisée repose sur la mesure de l'absorption différentielle entre deux raies d'émission laser distinctes. La première fréquence est en coïncidence avec une raie d'absorption du gaz, la seconde fréquence est choisie dans une région du spectre correspondant à un minimum d'absorption et sert de référence pour la transmission de la radiation. Les deux radiations sont émises soit par le même laser soit par deux lasers distincts. Cette technique donne un appareillage de détection encombrant. De plus, il est difficile de disposer de deux radiations sur un même trajet géométrique. L'emploi d'un laser guide d'onde accordable en fréquence permet de s'affranchir des difficultés inhérentes à l'utilisation de deux

raies d'émission laser différentes {7}. Dans ce cas, le laser guide d'onde est asservi à émettre alternativement à deux fréquences appartenant au même profil de gain d'une raie d'émission laser en se servant d'un ou deux modes longitudinaux consécutifs de la cavité. Cette technique permet des fréquences de modulation jusqu'à 10 kHz et donne un appareillage peu encombrant et d'utilisation facile. Cependant l'intervalle d'excursion en fréquence limité par l'intervalle spectral libre disponible dans un laser guide d'onde (1 GHz) est faible comparé à celui existant entre deux raies d'émission laser (50 GHz). De ce fait, la sensibilité est considérablement réduite à pression atmosphérique. A cette pression la demi-largeur des raies d'absorption est typiquement de 3 GHz et sur l'intervalle d'excursion en fréquence de quelques centaines de MHz, la variation d'absorption est faible. Cependant cette technique de modulation reste intéressante pour des pressions de quelques dizaines de torrs. A ces pressions le signal est augmenté {7} et l'effet des constituants interférants est diminué.

La méthode de détection optoacoustique est sensible et d'utilisation aisée. Il suffit de disposer d'une source monochromatique qui émet un faisceau de lumière modulé dont la fréquence coïncide avec une raie d'absorption du gaz détecté. L'absorption de la radiation par ce dernier produit une augmentation de pression qui est mesurée à l'aide d'un détecteur acoustique. La sensibilité de cette méthode est typiquement du sub-ppb/watt.Hz (1 ppb = 1 partie par billion). Dans la plupart des cas, la cellule optoacoustique est placée à l'extérieur de la cavité d'un laser à CO₂ basse pression ou d'un laser guide d'onde à CO₂. Le faisceau est modulé en intensité à l'aide d'un modulateur mécanique qui, malheureusement, donne un signal cohérent parasite important.

L'objectif initial de ce travail était de concilier la sensibilité de la méthode optoacoustique et les avantages de la modulation en fréquence par l'utilisation d'une cellule optoacoustique à l'intérieur de la cavité d'un laser guide d'onde à CO₂. Cela permet de diminuer la concentration minimale détectable par l'augmentation de l'intensité, de supprimer le signal cohérent parasite du au modulateur par une modulation en fréquence

et d'obtenir un détecteur optoacoustique d'un encombrement réduit. Les faibles performances du guide d'onde utilisé ne nous ont pas permis d'atteindre cet objectif en ce qui concerne la technique de modulation envisagée.

Dans le premier chapitre, nous calculons le signal théorique dans les cas d'une modulation de l'intensité et d'une modulation de la fréquence. Une estimation de la concentration minimale détectable est donnée pour l'éthylène.

Le deuxième chapitre est consacré à quelques rappels sur les modes naturels d'un guide de section circulaire, aux justifications de la structure particulière du guide utilisé et à la réalisation du laser guide d'onde à CO_2 .

Dans le troisième chapitre nous donnons les résultats expérimentaux obtenus dans le cas où la cellule optoacoustique est placée à l'extérieur de la cavité d'un laser à CO_2 basse pression et dans le cas où elle est placée à l'intérieur de la cavité du laser guide d'onde à CO_2 décrit au chapitre II.

CHAPITRE I : ÉTUDE THÉORIQUE

A] HISTORIQUE.

L'effet optoacoustique fut découvert en 1880 {8} par Alexander Graham Bell. Il remarqua qu'un faisceau de lumière modulé qui traverse une substance solide produit un son audible. Il nota également que si cette substance est placée dans une cellule, l'intensité du son augmente. En 1881, Tyndall {9} émit l'hypothèse selon laquelle le son produit pourrait provenir de l'absorption de la radiation non seulement par le corps solide mais aussi par gaz présent dans la cellule. Plus tard, Bell mit en évidence ce phénomène dans le cas de substances liquides. Röntgen {10} fit la synthèse de l'effet optoacoustique. C'est seulement 50 ans plus tard que ce phénomène reparait avec Viengerov {11}. Ce dernier plaça l'échantillon dans une cellule acoustique résonante qui est traversée par un faisceau modulé émis par une source thermique. Un transducteur de pression est monté sur la cellule et il mesura ainsi la variation de pression qui est proportionnelle à l'absorption de la radiation par le gaz. Quelques années plus tard {12}, utilisant un arc de charbon comme source et un prisme pour sélectionner les fréquences, il donna le premier spectre d'absorption. L'instrument fut appelé spectrophone. En 1946, Hershberger et col. {13} étendirent la gamme des fréquences au domaine microonde. La même année Gorelik {14} suggéra la possibilité d'utiliser l'effet optoacoustique pour déterminer le taux de transfert d'énergie du type $V \rightarrow T$ des molécules d'un gaz du aux relaxations collisionnelles. Il mit aussi en évidence le déphasage entre la radiation modulée et la variation de pression produite. Des taux de relaxation collisionnelle furent mesurés pour différentes molécules {14, 15} en utilisant l'effet optoacoustique.

Le manque de sources cohérentes et puissantes fut pendant un certain temps un obstacle à l'exploitation de cette technique. Le développement relativement récent de sources optiques monochromatiques et cohérentes de grande puissance que sont les lasers, donna un nouvel essor à l'effet optoacoustique tout en lui donnant une nouvelle étendue.

Ce sont Keer et Atwood {16} qui, les premiers, ont utilisé un laser comme source d'énergie. Une faible absorption de $3 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ par la vapeur d'eau et des absorptions inférieures à $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ pour un mélange $\text{CO}_2 - \text{N}_2$ furent mesurées. Kreuser {17} utilisa un laser à CO_2 pour détecter quelques ppm de méthane. En 1974, Pallet et col. {18} ont reporté une densité minimale détectable de $1,5 \cdot 10^{14}$ molécules par m^3 . Dans la détermination des taux de relaxations collisionnelles, ce sont Aoki et Katayama {19} qui, les premiers, ont utilisé un laser pulsé et un spectrophone. Parker et Ritke {20} déterminent des taux de désactivation en mesurant le temps de montée de l'amplitude de pression et la méthode proposée par Gorelik {14}. V.L. Rudin {21} étendit l'étude optoacoustique à la région des longueurs d'onde autour de 1 cm en utilisant une cellule optiquement résonante. S. Belov et col. {22} obtinrent un spectre d'absorption dans la région submillimétrique. Un important travail sur les spectres d'absorption de différentes molécules est fait par A.F. Krupnov dans la région 2-0,35 mm à l'aide d'un spectrophone et d'un radio-spectroscope à large bande avec une sensibilité supérieure à 10^{-7} cm^{-1} {23}. De Groot et col. {24} ont ouvert une nouvelle voie d'utilisation de cette technique pour l'étude de réactions chimiques. W.K. Hashberger et M.B. Robin {25} se sont intéressés plus précisément à l'effet optoacoustique dans les liquides et les solides. L.G. Rosengreen et Kreuser {17, 26} firent l'étude théorique de l'augmentation de pression.

Dans la dernière décennie, l'effet optoacoustique a été surtout utilisé pour la détection de constituants atmosphériques. Pour augmenter la sensibilité, on a utilisé des cellules résonantes. En 1973, G.F. Dewey et col. {27} ont fait l'étude de la résonance acoustique. P.D. Goldan et K. Goto {28} ont utilisé une cellule multipassage acoustiquement résonante et ont obtenu un coefficient de qualité excédant 750 - R.D. Kamm {29} a aussi étudié la résonance acoustique dans un spectrophone. P. Perlmutter et col. {30} se sont intéressés à la limite de détectivité d'une cellule résonante - S.A. Schleusener et col. {31} ont étudié l'absorption de particules atmosphériques à l'aide d'un spectrophone - S. Shritman et M. Slatkine {32} ont placé la cellule optoacoustique à l'intérieur de la cavité d'un laser à CO_2 , ils ont obtenu une sensibilité de 10^{-7} cm^{-1} pour une bande

de détection de 1 Hz et ont reporté une absorption minimale détectable de $3 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^{-1}$. K. Hotta et col. {33} ont analysé les gaz d'échappement d'automobiles avec une précision meilleure qu'un ppm. P. Perlmutter et col. {34} se sont intéressés à la détection de l'éthylène dans un mélange gazeux avec un laser à CO_2 .

Dans d'autres applications de l'effet optoacoustique, on peut citer Toshio Fukumi {35} qui mit en évidence à l'aide d'un spectrophone, l'excitation multiphotonique de l'éthylène. F.W. Dalby et J. Vigué {36} ont étudié la bande rotation - vibration 5-0 de H.D. M.J. Kavaya et col {37} se sont intéressés à l'absorption de l'éthylène à l'aide d'une modulation Stark et d'un détecteur optoacoustique. D.M. Cox et A. Gnauck {38} ont étudié l'absorption du laser à CO_2 par SF_6 , WF_6 et UF_6 . Enfin A. Di Liéto et col. {39} mirent en évidence des Lamb dips de saturation à l'aide d'un spectrophone et d'un laser à CO_2 pour CH_3OH et CO_2 .

B]. PRINCIPE DE LA DETECTION OPTOACOUSTIQUE.

La détection optoacoustique consiste à irradier un échantillon de substance absorbante avec un faisceau de lumière modulé de fréquence donnée et à détecter la variation de pression résultante à l'aide d'un détecteur acoustique.

Si la fréquence du faisceau est en coïncidence avec une raie d'absorption de la substance irradiée, celle-ci absorbe la radiation et via les collisions, une partie de l'énergie vibrationnelle est convertie en énergie de translation. Il en résulte une variation de la température et de la pression de l'échantillon. La mesure de l'augmentation de pression donne un signal qui est directement lié à la concentration de la matière absorbante et à l'absorption du rayonnement. Il est ainsi possible de détecter de faibles concentrations de gaz ou d'obtenir des spectres d'absorption à l'aide d'une source continument accordable en fréquence. Dans le cas de détection de faibles concentrations de gaz le laser est la source la mieux adaptée à la détection optoacoustique pour sa cohérence, sa monochromaticité et sa puissance. La plupart des polluants atmosphériques (SO_2 , C_2H_4 , CH_4 , O_3 , C_6H_6

fréons) présentent des raies d'absorption dans la fenêtre atmosphérique 8-11 μ m et le laser à CO₂ est la source la plus utilisée. Le faisceau incident peut être modulé en intensité ou en fréquence. La cellule contenant la matière absorbante peut être non résonante, résonante acoustiquement ou optiquement. Dans ce dernier cas il est nécessaire d'accorder la longueur de la cellule à chaque changement de la fréquence de la radiation incidente. Pour détecter la variation de pression un microphone est souvent utilisé.

C]. ETUDE DE LA VARIATION DE POPULATION DU NIVEAU DE VIBRATION EXCITE.

1) Le modèle de calcul.

Le modèle de calcul de la population du niveau excité est un modèle classique qui ne fait pas intervenir les effets de saturation.

Dans le cas d'une modulation en fréquence et pour les faibles pressions, il est nécessaire de tenir compte de l'élargissement par saturation. La demi-largeur de cet élargissement est donnée par :

$$\Delta\nu_{\text{sat.}} = \frac{\mu E}{h}$$

μ : moment dipolaire électrique de la transition,

E : champ électrique,

h : constante de Planck.

Pour un faisceau de section moyenne 4 mm² de un watt, le champ associé est de l'ordre de 10⁴ V/m. Pour un gaz de moment dipolaire électrique de 0,01 Debye (3,3 10⁻³⁰ MKSA) nous obtenons un élargissement par saturation de 0,5 MHz.

En prenant un élargissement par collision de 4 MHz/Torr, les effets de saturation ne devraient intervenir qu'en dessous du Torr.

Pour les faibles pressions (élargissement Doppler, "Lamb-dips" de saturation), le modèle classique n'est plus valable et il faudrait passer à un modèle quantique pour tenir compte de l'effet de saturation.

2) Population du niveau excité.

Pour simplifier, nous considérerons le cas d'une substance gazeuse.

Nous supposerons une cellule de volume unité contenant N molécules absorbantes et fermée par deux fenêtres non absorbantes.

Le faisceau fourni par la source cohérente sera supposé uniforme en intensité sur toute sa section et remplir tout le volume de la cellule. Ce faisceau sera modulé en intensité à la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$. Nous supposerons en outre qu'il est monochromatique (sa largeur spectrale sera faible devant la largeur des raies d'absorption).

Les différents types de transitions envisagées sont représentés schématiquement sur la figure I - 1.

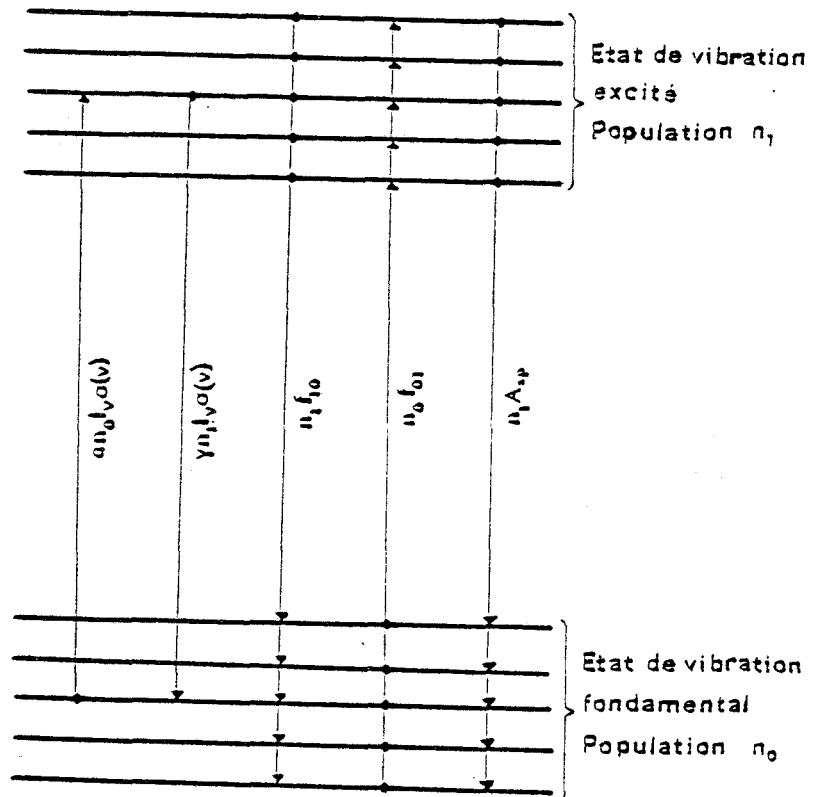


Fig. 1. Représentation schématique des principales transitions entre l'état de vibration excité et l'état de vibration fondamental.

Sous l'effet de la radiation incidente dont la fréquence est en coïncidence avec une raie d'absorption du gaz, le taux de transitions de l'état fondamental vers l'état de vibration excité est dans le cas d'un échantillon optiquement fin :

$$\alpha n_0 I_\nu \sigma(\nu) \quad (\text{I-1})$$

et le taux de transitions de l'état de vibration excité vers l'état fondamental est :

$$\gamma n_1 I_\nu \sigma(\nu) \quad (\text{I-2})$$

avec :

I_ν : nombre de photons incidents/cm²sec,

$\sigma(\nu)$: section efficace de la transition,

α : probabilité que la molécule soit dans un des états de rotation de l'état fondamental.

γ : probabilité que la molécule soit dans un des états de rotation de l'état vibrationnellement excité.

Sous l'effet des collisions, le taux de transitions de l'état fondamental vers l'état excité et inversement sont respectivement :

$$f_{01} n_0 \quad (\text{I-3})$$

$$f_{10} n_1 \quad (\text{I-4})$$

f_{01} et f_{10} sont supposés linéaires et indépendants de I_ν .

A l'équilibre thermique nous avons les deux relations

$$n_1^0 = n_0^0 \exp(-E/kT) \quad (\text{I-5})$$

$$f_{01} n_0^0 = f_{10} n_1^0 \quad (\text{I-6})$$

où $E = h\nu$ est la différence d'énergie entre le niveau fondamental et le niveau de vibration excité, T la température.

Par émission spontanée le taux de transitions de l'état excité vers l'état fondamental est :

$$A_{sp} n_1 \quad (I-7)$$

Dans ce bilan nous ne tenons pas compte de l'absorption et de l'émission du corps noir. A l'équilibre thermodynamique nous avons :

$$n_1 [B_{21} \rho_T(\nu) + A_{sp}] = n_0 B_{12} \rho_T(\nu) \quad (I-8)$$

B_{12} et B_{21} sont les coefficients d'absorption et d'émission du corps noir. $\rho_T(\nu)$ est la densité d'énergie.

On montre que $\frac{A_{sp}}{B_{21} \rho_T(\nu)} \simeq \exp(h\nu/kT) \simeq 120$ à température ambiante.

Les relaxations rotationnelles sont très rapides et sont négligées, les niveaux de vibration fondamental et excité sont constamment en équilibre rotationnel.

Le bilan des transitions entre les deux niveaux considérés s'écrit :

$$\frac{dn_1(t)}{dt} = \alpha n_0 I_\nu \sigma(\nu) - \gamma n_1 I_\nu \sigma(\nu) - f_{10} n_1 + f_{01} n_0 - A_{sp} n_1 \quad (I-9)$$

En posant $\beta = \alpha + \gamma$ et $n_0 = N - n_1$, N étant le nombre d'absorbants, l'expression précédente s'écrit encore :

$$\frac{dn_1(t)}{dt} = \alpha N I_\nu \sigma(\nu) + f_{01} N - [\beta I_\nu \sigma(\nu) + f_{01} + f_{10} + A_{sp}] n_1 \quad (I-10)$$

Les expressions (I-5) et (I-6) donnent la relation existante entre f_{01} et f_{10} :

$$f_{01} = f_{10} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad (I-11)$$

A la température ordinaire $kT \sim 200 \text{ cm}^{-1}$, la différence d'énergie entre états de vibration est de l'ordre de 1000 cm^{-1} et f_{01} est négligeable devant f_{10} .

$$\text{On pose } f_{10} = 1/\tau_c \quad \text{et} \quad A_{sp} = 1/\tau_R$$

τ_c et τ_R sont respectivement les temps de relaxation collisionnelle et de relaxation radiative.

L'expression (I - 10) s'écrit :

$$\frac{dn_1(t)}{dt} = - \frac{n_1}{\tau} + \frac{\alpha N}{\tau_I} \quad (\text{I-12})$$

où nous avons posé :

$$\frac{1}{\tau} = \beta I_\nu \sigma(\nu) + \frac{1}{\tau_c} + \frac{1}{\tau_R} \quad (\text{I-13})$$

$$\frac{1}{\tau_I} = I_\nu \sigma(\nu) + \frac{f_{01}}{\alpha}$$

L'intégration de cette équation différentielle donne l'expression de la population du niveau excité :

$$n_1(t) = \alpha N \frac{\tau}{\tau_I} + C \exp(-t/\tau) \quad (\text{I-14})$$

où C est une constante à déterminer.

Nous considèrerons le cas simple d'un faisceau modulé en intensité sous la forme :

$$\begin{aligned} I_\nu &= I_0 & \text{pour } t \in [0, T/2] \\ I_\nu &= 0 & \text{pour } t \in [T/2, T] \end{aligned} \quad (\text{I-15})$$

T est la période de modulation.

Pour t compris entre les instants 0 et T/2 nous obtenons :

$$n_1(t) = \alpha N \frac{\tau}{\tau_I} + [n_1(0) - \alpha N \frac{\tau}{\tau_I}] \exp(-t/\tau) \quad (I-16)$$

Pour t compris entre les instants T/2 et T nous obtenons :

$$n_1(t) = \alpha N \frac{\tau^0}{\tau_I} + [n_1(T/2) - \alpha N \frac{\tau^0}{\tau_I}] \exp[-(t-T/2)/\tau^0] \quad (I-16')$$

où τ^0 et τ_I^0 sont les valeurs de τ et τ_I pour $I_v = 0$.

Les expressions de $n_1(0)$ et $n_1(T/2)$ sont déterminées par les conditions aux limites.

Pour $I_v = I_0$

$$n_1(T/2) = n_1(0) \exp(-T/2\tau) + \alpha N \frac{\tau}{\tau_I} [1 - \exp(-T/2\tau)] \quad (I-17)$$

Pour $I_v = 0$

$$n_1(0) = n_1(T) = \alpha N \frac{\tau^0}{\tau_I} + [n_1(T/2) - \alpha N \frac{\tau^0}{\tau_I}] \exp(-T/2\tau^0) \quad (I-17')$$

En remplaçant $n_1(T/2)$ dans cette dernière expression par sa valeur donnée par la relation (I-17) nous obtenons :

$$n_1(0) = \frac{\Omega + \Gamma}{1 - \exp(-T/2\tau)} \quad (I-18)$$

où nous avons posé pour alléger l'écriture :

$$\Omega = \alpha N \frac{\tau^0}{\tau_I} [1 - \exp(-T/2\tau^0)] \quad (I-19)$$

$$\Gamma = \alpha N \frac{\tau}{\tau_I} [1 - \exp(-T/2\tau)] \exp(-T/2\tau^0) \quad (I-20)$$

$$\frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau^0} \quad (I-21)$$

Nous obtenons finalement l'expression de l'augmentation de population $n_1(t)$ qui est donnée par :

$$\begin{aligned} & . t \in [0, T/2] \\ n_1(t) &= \alpha N \frac{\tau}{\tau_I} \left[1 - \exp(-t/\tau) \frac{(1 - \frac{\tau^0 \tau_I}{\tau_I^0 \tau}) [1 - \exp(-T/2\tau^0)]}{1 - \exp(-T/2\tau)} \right] \quad (I-22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & . t \in [T/2, T] \\ n_1(t) &= \alpha N \frac{\tau^0}{\tau_I^0} \left[1 - \exp[-(t-T/2)/\tau^0] \frac{(1 - \frac{\tau_I^0 \tau}{\tau^0 \tau_I}) [1 - \exp(-T/2\tau)]}{1 - \exp(-T/2\tau)} \right] \quad (I-22') \end{aligned}$$

D]. EXPRESSION DE L'AUGMENTATION DE PRESSION DANS LE CAS D'UNE MODULATION DE L'INTENSITE.

La pression du gaz est reliée à la valeur moyenne de l'énergie de translation des molécules dans l'enceinte. L'énergie de translation moyenne par unité de volume est :

$$\psi = \frac{3}{2} N k T \quad (I-23)$$

N est le nombre moyen de molécules par unité de volume.

k et T sont la constante de Boltzman et la température.

La pression du gaz P est donnée par :

$$P = \frac{2}{3} \psi \quad (I-24)$$

Le taux de variation de l'énergie est relié aux différentes relaxations par l'équation :

$$\frac{d\psi}{dt} = E [-f_{01} n_0 + f_{10} n_1 + A_{sp} n_1] - \frac{(\psi - \psi_0)}{\tau_T} \quad (I-25)$$

τ_T est le temps de relaxation thermique introduit pour rendre compte de

l'échange de chaleur entre le gaz et les parois de l'enceinte. ψ_0 est la valeur de ψ à l'équilibre.

L'expression précédente peut encore être réécrite en remplaçant n_0 par $(N - n_1)$ sous la forme :

$$\frac{d\psi}{dt} = E [-f_{01} N + (f_{01} + f_{10} + Asp) n_1] - \frac{(\psi - \psi_0)}{\tau_T} \quad (I-26)$$

A température ambiante $E \gg kT$ et $f_{01} \ll f_{10}$. En négligeant Asp devant f_{10} l'expression (I-26), écrite pour la pression, devient :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{2}{3} E \left(\frac{n_1}{\tau_c} - N \frac{\alpha}{\tau_I} \right) - \frac{(P - P_0)}{\tau_T} \quad (I-27)$$

La solution est donnée par :

$$P(t) = P(0) + \frac{2}{3} E \exp(-t/\tau_T) \int_0^t \left[\frac{n_1(t')}{\tau_c} - \frac{\alpha N}{\tau_I} \right] \exp(-t'/\tau_T) dt' \quad (I-28)$$

$P(0) = P(t = 0)$ est la pression à $t = 0$.

En remplaçant $n_1(t')$ par son expression donnée par les relations (I-22) et (I-22') l'augmentation de pression $p(t) = P(t) - P(0)$ s'écrit :

$$. t \in [0, T/2]$$

$$p(t) = A \{ B [1 - \exp(-t/\tau_T)] - C [\exp(-t/\tau) - \exp(-t/\tau_T)] \} \quad (I-29)$$

$$. t \in [T/2, T]$$

$$p(t) = A \{ D [1 - \exp(-t/\tau_T)] - E [\exp(-t/\tau^0) - \exp(-t/\tau_T)] \} \quad (I-29')$$

Les constantes A, B, C, D et E sont données par :

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2}{3} \alpha N E \\
 B &= \left[\frac{\tau_T}{\tau_C \tau_I} - \frac{\tau_T}{\tau_I^0} \right] \\
 C &= \frac{\tau_T}{\tau_C \tau_I} \left(\frac{1}{\tau_T} - \frac{1}{\tau} \right)^{-1} \left[1 - \frac{\tau^0 \tau_I}{\tau_I^0} \right] \frac{[1 - \exp(-T/2\tau^0)]}{1 - \exp(-T/2\tau)} \\
 D &= \left[\frac{\tau^0 \tau_T}{\tau_I^0 \tau_C} - \frac{\tau_T}{\tau_I^0} \right] \quad (I-30) \\
 E &= \frac{\tau^0}{\tau_I^0 \tau_C} \left[\frac{1}{\tau_T} - \frac{1}{\tau^0} \right]^{-1} \left[1 - \frac{\tau^0 \tau_I}{\tau_I^0} \right] \frac{[1 - \exp(-T/2\tau)] \exp(T/2\tau^0)}{1 - \exp(-T/2\tau)}
 \end{aligned}$$

Pour exprimer le signal donné par le détecteur, on peut décomposer $p(t)$ en série de Fourier :

$$p(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n \omega t - \phi_n) \quad (I-31)$$

Les amplitudes A_n et les déphasages ϕ_n sont donnés par :

$$A_n = (C_n^2 + S_n^2)^{1/2} \quad (I-32)$$

$$\operatorname{tg} \phi_n = - \frac{S_n}{C_n} \quad (I-33)$$

avec C_n et S_n qui s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 \frac{\pi}{\omega} C_n &= \frac{A(B-C) \tau_T}{1 + (n\omega \tau_T)^2} [\exp(-T/2\tau_T) \cos n\pi - 1] + \frac{A(D-E) \tau_T}{1 + (n\omega \tau_T)^2} \exp(-T/2\tau_T) \\
 &+ [\exp(-T/2\tau_T) - \cos n\pi] + \frac{A C \tau}{1 + (n\omega \tau)^2} [\exp(-T/2\tau) - 1] \\
 &+ \frac{A E \tau^0}{1 + (n\omega \tau^0)^2} \exp(-T/2\tau^0) [\exp(-T/2\tau^0) - \cos n\pi] \quad (I-34)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\Pi}{\omega} S_n = & -\frac{A}{n\omega} (B - D) [\cos n \Pi - 1] \\
 & + \frac{A(B-C) n \omega \tau_T^2}{1 + (n \omega \tau_T)^2} [\exp(-T/2\tau_T) \cos n \Pi - 1] + \frac{A(D-E) n \omega \tau_T^2}{1 + (n \omega \tau_T)^2} \\
 & [\exp(-T/2\tau_T) - \cos n \Pi] + \frac{AC n \omega \tau^2}{1 + (n \omega \tau)^2} [\exp(-T/2\tau) \cos n \Pi - 1] \\
 & + \frac{AE n \omega \tau^0}{1 + (n \omega \tau^0)^2} \exp(-T/2\tau^0) [\exp(-T/2\tau^0) - \cos n \Pi] \quad (I-35)
 \end{aligned}$$

Dans beaucoup de cas, la période de modulation T est grande devant les temps de relaxations en présence et en absence de champ, τ et $\tau_0 \ll T$. Les constantes A, B, C, D et E se simplifient et deviennent.

$$A = \frac{2}{3} \alpha N E$$

$$B = \left[\frac{\tau \tau_T}{\tau_C \tau_I} - \frac{\tau_T}{\tau_0} \right]$$

$$C = \frac{\tau \tau_T}{\tau_C \tau_I} \left[\frac{1}{\tau_T} - \frac{1}{\tau} \right]^{-1} \left[1 - \frac{\tau_0 \tau_I}{\tau} \right] \quad (I-36)$$

$$D = \left[\frac{\tau_0 \tau_I}{\tau_I \tau_C} - \frac{\tau_T}{\tau_0} \right]$$

$$E = \frac{\tau_0}{\tau_I \tau_C} \left[\frac{1}{\tau_T} - \frac{1}{\tau_0} \right]^{-1} \left[1 - \frac{\tau \tau_I}{\tau_I \tau_0} \right] \exp(T/2\tau_0)$$

Pour simplifier encore, nous pouvons considérer deux cas, $\tau_T \gg \tau_0$, τ et $\tau_T \ll \tau_0$, τ .

Dans les deux cas considérés, les harmoniques paires de l'augmentation de pression sont nulles.

a - Cas $\tau_T \gg \tau^0, \tau$.

Les constantes C_n et S_n s'écrivent :

$$\frac{\Pi}{\omega} C_n = [-A(B - C) + A(D - E) \exp(-T/2\tau_T)] \frac{[\exp(-T/2\tau_T) + 1]}{1 + (n \omega \tau_T)^2} \tau_T \quad (\text{I-37})$$

$$\frac{\Pi}{\omega} S_n = \frac{2A}{n\omega} (B - D) + [A(C - D) + A(D - E) \exp(-T/2\tau_T)] \frac{[\exp(-T/2\tau_T) + 1]}{1 + (n \omega \tau_T)^2} n\omega \quad (\text{I-38})$$

Si l'on tient compte des deux conditions aux limites :

$n_1^-(T/2) = n_1^+(T/2)$ et $n_1^-(T) = n_1^+(T)$ qui s'écrivent dans ce cas :

$$A [B - (B - C) \exp(T/2\tau_T)] = A [D - (D - E) \exp(-T/2\tau_T)] \quad (\text{I-39})$$

$$A [B - (B - C)] = A [D - (D - E) \exp(-T/2\tau_T)]$$

nous obtenons :

$$\frac{\Pi}{\omega} C_n = - \frac{2A (B - D) \tau_T}{1 + (n \omega \tau_T)^2} \quad (\text{I-40})$$

$$\frac{\Pi}{\omega} S_n = \frac{2A (B - D)}{n \omega [1 + (n \omega \tau_T)^2]} \quad (\text{I-41})$$

Les amplitudes A_n et les déphasages ϕ_n sont donnés par :

$$A_n = \frac{2A (B - D)}{n \Pi} \frac{1}{[1 + (n \omega \tau_T)^2]^{1/2}} \quad (\text{I-42})$$

$$\text{tg } \phi_n = \frac{1}{n \omega \tau_T} \quad (\text{I-43})$$

b - Cas $\tau_T \ll \tau^0, \tau$.

Les constantes C_n et S_n sont données par :

$$\frac{\Pi}{\omega} C_n = - \frac{A C \tau}{1 + (n \omega \tau)^2} [\exp(-T/2\tau) + 1] + \frac{A E \tau^0}{1 + (n \omega \tau^0)^2} \exp(-T/2\tau^0) [\exp(-T/2\tau^0) + 1] \quad (\text{I-37'})$$

$$\frac{\Pi}{\omega} S_n = \frac{2A (B - D)}{n \omega} - \frac{AC n \omega \tau^2}{1 + (n \omega \tau)^2} [\exp(-T/2\tau) + 1] + \frac{A E n \omega \tau^0{}^2}{1 + (n \omega \tau^0)^2} \exp(-T/2\tau^0) [\exp(-T/2\tau^0) + 1] \quad (\text{I-38'})$$

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$A [B - C \exp(-T/2\tau)] = A [D - E \exp(-T/2\tau^0)] \quad (\text{I-39'})$$

$$A (B - C) = A [D - E \exp(-T/\tau^0)]$$

Les constantes C_n et S_n se réduisent à :

$$\frac{\Pi}{\omega} C_n = - \frac{2A B \tau}{1 + (n \omega \tau)^2} + \frac{2A D \tau^0}{1 + (n \omega \tau^0)^2} \quad (\text{I-40'})$$

$$\frac{\Pi}{\omega} S_n = \frac{2A (B-D)}{n \omega} - \frac{2AB \tau^2 n \omega}{1 + (n \omega \tau)^2} + \frac{2A n \omega \tau^0{}^2}{1 + (n \omega \tau^0)^2} \quad (\text{I-41'})$$

Les amplitudes A_n et les déphasages ϕ_n sont donnés par :

$$A_n = \frac{2A}{n \omega} \frac{[(B - D)^2 + (n \omega)^2 (B \tau^0 - D\tau)^2]^{\frac{1}{2}}}{[1 + (n \omega \tau)^2]^{\frac{1}{2}} [1 + (n \omega \tau^0)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{I-42'})$$

$$\text{tg } \phi_n = \frac{1}{n \omega} \frac{B[1 + (n \omega \tau^0)^2] - D[1 + (n \omega \tau)^2]}{B\tau [1 + (n \omega \tau^0)^2] - D\tau^0 [1 + (n \omega \tau)^2]} \quad (\text{I-43'})$$

Les résultats précédents peuvent être regroupés sous la forme unique :

$$A_n = \begin{cases} A_{2\ell} = 0 & \ell = 1, 2, 3 \dots \\ A_{2\ell-1} = \frac{4}{3\pi} \frac{\alpha N E}{(2\ell-1)} \left[1 - \frac{\tau^0 \tau_I}{\tau_I^0 \tau} \right] \frac{1}{[1 + (2\ell-1)^2 (\omega \tau_T)^2]}^{\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{[1 + (2\ell-1)^2 (\omega \tau^0)^2]}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{[1 + (2\ell-1)^2 (\omega \tau)^2]}^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (I-44)$$

$$\phi_n = \phi_{2\ell-1} = \text{Arctg} (2\ell-1) \omega \tau_T + \text{Arctg} (2\ell-1) \omega \tau^0 + \text{Arctg} (2\ell-1) \omega \tau + \pi/2 \quad (I-45)$$

Les amplitudes des différentes harmoniques du signal sont données par :

$$S_{2\ell-1} = \frac{A_{2\ell-1}}{\sqrt{2}} \quad (I-46)$$

En particulier la première harmonique du signal dans le cas le plus fréquent où $T, \tau_T \gg \tau^0, \tau$ s'écrit :

$$S_1 = \frac{2^{3/2}}{3\pi} \alpha N E \left[1 - \frac{\tau^0 \tau_I}{\tau_I^0 \tau} \right] \frac{\tau_T \tau}{\tau_c} I_0 \sigma(v) \frac{1}{[1 + (\omega \tau_T)^2]}^{\frac{1}{2}} \quad (I-47)$$

avec un déphasage donné par :

$$\phi_1 = \text{Arctg} \omega \tau_T + \pi/2 \quad (I-48)$$

Dans le cas où la cellule est résonante, l'expression (I-47) est multipliée par le facteur de qualité Q de la cellule.

La figure I-2 illustre le signal correspondant à la première harmonique d'après L.G. Rosengreen {26}.

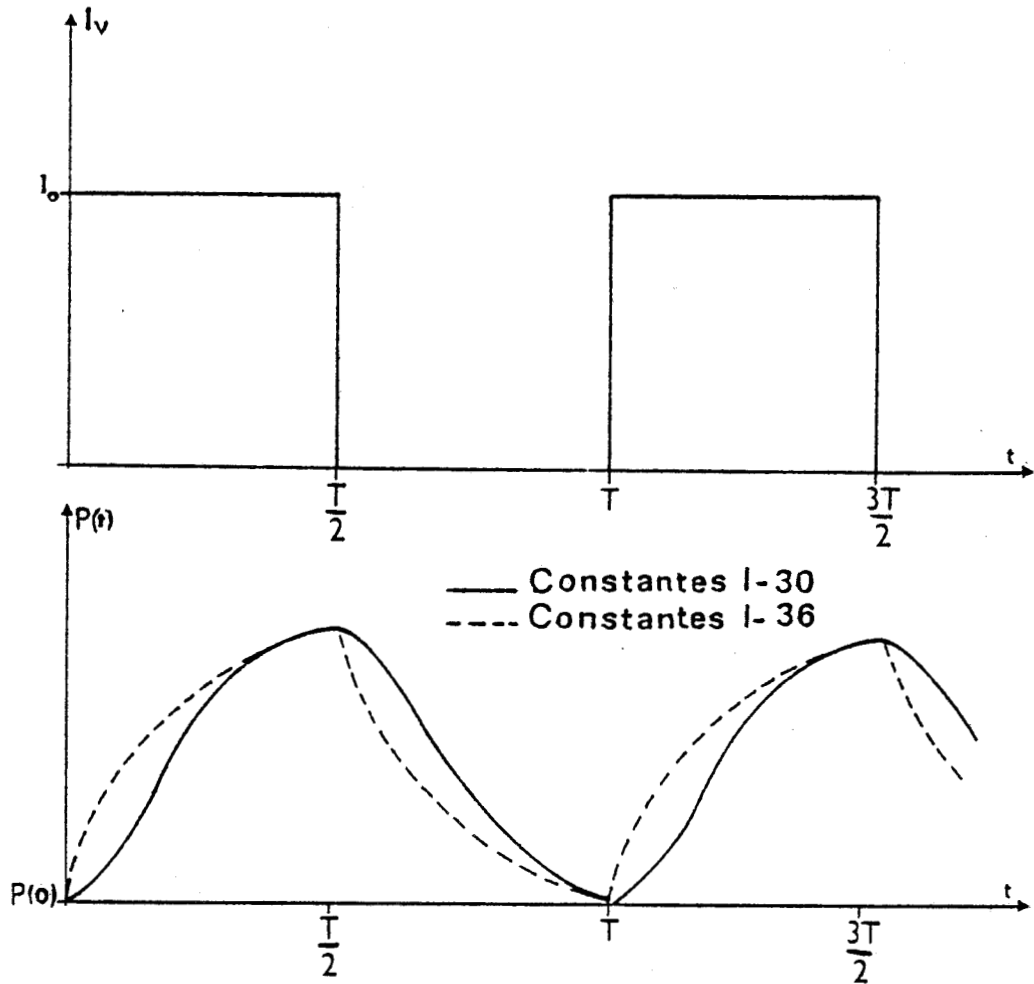


Fig. 2. : Variation de la première harmonique de l'augmentation de pression.

Pour comparer l'expression de l'augmentation de pression avec celle obtenue par L.G. Rosengreen (26) , on peut développer le signal correspondant à la première harmonique en puissances successives de l'intensité I_0 . Nous obtenons :

$$S_1 = \frac{2^{3/2}}{3\pi} \alpha \cdot N E \frac{\tau_T \tau_0}{\tau_c} I_0 \sigma(v) \left[1 - \frac{\beta}{\alpha} \frac{f_{01}}{f_{10}} \right] \frac{1}{[1 + (\omega \tau_T)^2]^{1/2}} \quad (I-49)$$

Notre expression diffère de celle de L.G. Rosengreen par le facteur :

$$\left[1 - \frac{\beta}{\alpha} \frac{f_{01}}{f_{10}} \right]$$

L.G. Rosengreen néglige $n_0 f_{01}$ devant $n_1 f_{10}$ or si f_{01} est faible devant f_{10} , n_0 peut être grand devant n_1 .

E]. EXPRESSION DE L'AUGMENTATION DE PRESSION DANS LE CAS D'UNE MODULATION DE LA FREQUENCE.

Dans certains cas, la modulation en fréquence peut être préférable à la modulation en intensité. En particulier si la source est asservie à émettre alternativement à deux fréquences avec une intensité constante, le signal parasite cohérent résultant de l'absorption de la radiation par les fenêtres fermant la cellule est éliminé.

La modulation en fréquence est particulièrement intéressante à pression relativement basse où la forme des raies d'absorption est un profil de Lorentz. Si nous supposons une raie d'absorption élargie par pression centrée à la fréquence ν_0 et une source émettant alternativement aux fréquences ν_1 et ν_2 de part et d'autre de la fréquence centrale ν_L avec une intensité constante, la modulation peut être décrite suivant la forme représentée sur la figure I-3.

Lorsque la fréquence $\nu(t)$ est :

$$\nu(t) = \nu_1 \text{ pour } t \in [0, T/2] \quad (\text{I-50})$$

$$\nu(t) = \nu_2 \text{ pour } t \in [T/2, T]$$

la section efficace d'absorption est donnée par :

$$\sigma(\nu) = \sigma(\nu_1) \text{ pour } t \in [0, T/2] \quad (\text{I-51})$$

$$\sigma(\nu) = \sigma(\nu_2) \text{ pour } t \in [T/2, T]$$

Dans les expressions du calcul de l'augmentation de pression précédent, l'intensité $I(\nu)$ et la section efficace d'absorption $\sigma(\nu)$ jouent un rôle symétrique. Lorsque la modulation de la fréquence est réalisée suivant le schéma de la figure I-3, les expressions du calcul de l'augmentation de pression seront les mêmes à un facteur multiplicatif près. Ce terme décrit l'écart en fréquence entre la raie d'absorption et la raie d'émission laser. Pour un élargissement par pression, la forme des raies d'absorption est une lorentzienne de facteur de forme :

$$g(\nu - \nu_0) = \frac{1}{\pi} \frac{\alpha}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2} \quad (\text{I-52})$$

Pour un faible intervalle d'excursion en fréquence $(2\Delta\nu) = |\nu_1 - \nu_2|$, l'absorption différentielle est proportionnelle à cet intervalle et à la dérivée du facteur de forme à la fréquence centrale ν_L de la radiation :

$$(2 \Delta\nu) \left[\frac{\partial}{\partial \nu} g(\nu - \nu_0) \right]_{\nu=\nu_L} \quad (\text{I-53})$$

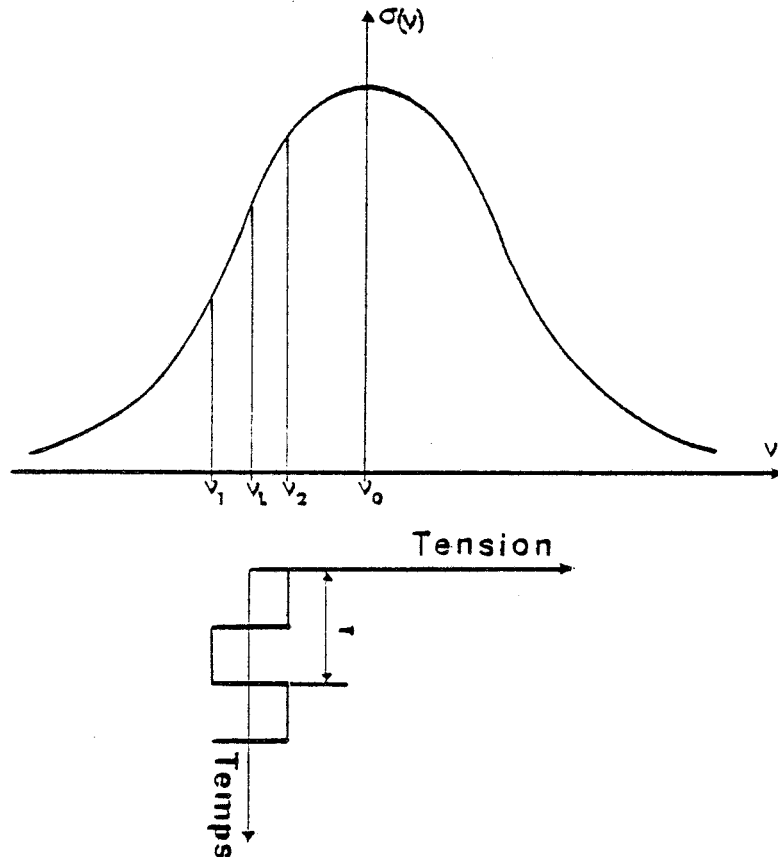


Fig.I-3. : Représentation schématique de la section efficace d'absorption d'une raie élargie par pression avec le signal de modulation.

La section efficace d'absorption s'écrit :

$$\sigma(\nu) = \sigma_0 \frac{\alpha^2}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2} \quad (\text{I-54})$$

La dérivée du facteur de forme en fonction de ν à la fréquence de la raie laser ν_L est donnée par :

$$\left[\frac{\partial}{\partial \nu} g(\nu - \nu_0) \right]_{\nu=\nu_L} = \frac{2(\nu_L - \nu_0) \alpha^2}{[(\nu_L - \nu_0)^2 + \alpha^2]^2} \quad (\text{I-55})$$

Elle est maximale pour $|v_L - v_0| = \frac{\alpha}{\sqrt{3}}$ et alors :

$$\frac{\partial}{\partial v_L} g\left(\frac{\alpha}{\sqrt{3}}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{8\alpha} \quad (\text{I-56})$$

Le maximum du signal correspondant à la première harmonique est :

$$S_{1\max} = \frac{2^{3/2}}{3\pi} \alpha N E \frac{\tau_T}{\tau_c} \left[1 - \frac{\tau_I^0 \tau_I}{\tau_I^0}\right] \frac{I_0 \sigma_0}{[1 + (\omega \tau_T)^2]} (2 \Delta v) \frac{3\sqrt{3}}{\alpha} \quad (\text{I-57})$$

F] CONCENTRATION MINIMALE DETECTABLE.

Lorsque le transducteur de pression est un microphone, la concentration minimale détectable est limitée essentiellement par deux sources de bruit (cf. annexe A).

Le mouvement brownien des molécules sur la membrane du microphone donne un bruit n_B . Pour un microphone de surface M et de constante d'amortissement de la membrane D , le bruit exprimé en pression est donné par {40}.

$$n_B = \left[\frac{4kT D \Delta f}{M^2} \right]^{1/2} \quad (\text{I-58})$$

Δf est la bande de détection du signal.

k et T sont la constante de Boltzman et la température.

Au bruit brownien s'ajoute un bruit électronique n_e du au préamplificateur qui suit le microphone. Ce bruit a été évalué {17} et a pour expression :

$$n_e = \left[\frac{V c_m \omega}{2 \sigma \omega_A d} \frac{\langle P^2 \rangle R}{2kT \Delta f} \right]^{1/2} \quad (\text{I-59})$$

V : tension de polarisation du microphone

C_m : capacité du microphone

- ω : fréquence de modulation
 σ : masse par unité de surface de la membrane
 ω_A : fréquence de résonance de la membrane
 d : distance entre les deux plaques du microphone.
 $\langle P^2 \rangle$: valeur moyenne de la pression acoustique qui s'exerce sur la membrane.
 R : résistance d'entrée du préamplificateur.

Les deux expressions (I-58) et (I-59) ont été évaluées pour un microphone de diamètre 25,4 mm et un préamplificateur, 2619 Brüel et Kjaer {41}. Pour un microphone de 12,7 mm et un préamplificateur du même type, elles donnent des bruits respectifs de $10^{-6} (\Delta f)^{1/2} P_a$ et $80(\Delta f)^{1/2} / f 10^{-6} P_a$.

Pour des fréquences de modulation supérieures à 100 Hz, la détection est donc limitée essentiellement par le bruit brownien. En négligeant le bruit électronique, le rapport signal sur bruit s'écrit dans le cas d'une modulation en intensité :

$$\frac{S_1}{n_b} = \frac{2^{3/2}}{3\pi} \alpha N E \frac{\tau_T}{\tau_c \tau} \left[1 - \frac{\tau^0 \tau_I}{\tau \tau_I^0} \right] \frac{I_0 \sigma(\nu)}{[1 + (\omega \tau_T)^2]^{1/2}} \left[\frac{M^2}{4kT D \Delta f} \right]^{1/2} \quad (I-60)$$

Les probabilités de transition α et γ sont peu différentes et $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\alpha + \gamma} = 0,5$. Pour $\lambda = 10 \mu\text{m}$, $E = \frac{hc}{\lambda} = 19,86 10^{-21}$ Joules. Le temps de relaxation thermique est relié au diamètre de la cellule, à la capacité calorifique et à la conductivité thermique du gaz. Son expression a été évaluée {18} et elle est donnée sous la forme $\tau_T = 3 10^4 \frac{D^2}{10} \text{ sec}/\text{m}^2$. Pour une cellule de diamètre 5 mm on obtient $\tau_T = 1,5 10^{-2}$ sec. τ_c et τ_R sont de l'ordre de 10^{-6} sec. et 10^{-3} sec. à pression atmosphérique {42}. Dans le cas de l'éthylène $\sigma(\nu)$ est de l'ordre de $145 10^{-24} \text{ m}^2$ pour la fréquence de la raie 10P(14) du laser à CO_2 {43}.

Pour un faisceau de 1 watt de 4 mm^2 de section moyenne ($2 10^{25}$ photons/ $\text{m}^2 \text{ sec.}$), une fréquence de modulation de 2 KHz et une bande de détection de 1 Hz, le rapport signal sur bruit est de l'ordre de $8 10^{-15} N$ où N est le nombre de molécules d'éthylène.

Aux conditions normales de pression et de température, la densité des molécules est de $3 \cdot 10^{25}$ molécules/m³. On obtient une concentration minimale détectable de 0,4 ppb.

Cette limite peut être reculée pour des intensités de faisceau plus importantes.

Le rapport signal sur bruit (ou le signal) dépend de l'intensité suivant la forme :

$$\frac{S_1}{n_b} = \frac{\text{constante } I_0}{[\beta I_\nu \sigma(\nu) + 1/\tau_C + 1/\tau_R][1 + (\omega \tau_T)^2]}^{1/2} \quad (\text{I-61})$$

Pour de faibles intensités ($\beta I_\nu \sigma(\nu) \ll \frac{1}{\tau_C} + \frac{1}{\tau_R}$), le rapport signal sur bruit est une fonction linéaire de l'intensité I_0 .

Pour de fortes intensités ($\beta I_\nu \sigma(\nu) \gg 1/\tau_C + 1/\tau_R$) le rapport signal sur bruit tend vers une asymptote qui est de la forme :

$$\frac{\text{constante}}{\sigma(\nu)\beta} = 3,6 \cdot 10^{-14} \text{ N} \quad (\text{I-62})$$

Ceci correspond à une concentration minimale détectable de 10^{-3} ppb.

Cette limite est approximativement atteinte pour des intensités correspondant à $5 \cdot 10^{28}$ photons/m² sec. pour l'éthylène avec la raie 10 P(14) du laser à CO₂. Mais dans le cas de forts absorbants tels que SF₆ ($\sigma(\nu) = 32 \cdot 10^{-22}$ m² à la fréquence de la raie 10 P(16) du laser à CO₂) elle est atteinte pour des intensités correspondant à $2,5 \cdot 10^{27}$ photons/m² sec. La valeur typique de l'intensité disponible dans un guide d'onde de section 4 mm² est de l'ordre $25 \cdot 10^{27}$ photons/m² sec. (50 watts).

Dans le cas d'une modulation en fréquence et d'un élargissement par pression la sensibilité est modifiée par le facteur :

$$(2 \Delta \nu) \frac{2(\nu_L - \nu_0) \alpha^2}{[(\nu_L - \nu_0)^2 + \alpha^2]^2}$$

La concentration minimale détectable est obtenue lorsque ce terme est égal à

$$(2 \Delta \nu) \frac{3 \sqrt{3}}{8\alpha}$$

Pour $\alpha = 1$ GHz et $(2 \Delta \nu) = 0,5$ GHz, ce dernier est égal à 0,32 et la concentration minimale détectable est multipliée par 3 soit de l'ordre du ppb.

CHAPITRE II : LASER GUIDE D'ONDE À CO₂

A] INTRODUCTION.

La découverte de l'effet laser dans les guides d'onde {44, 45, 46, 47} a apporté de nouvelles possibilités en spectroscopie. Ce type de laser peut fonctionner à des pressions importantes et la gamme de fréquences d'accord est considérablement augmentée, plus de 1 GHz de largeur spectrale libre {48, 49, 50}. Le nombre de raies d'absorption des divers gaz absorbant dans la région du spectre d'émission des lasers à CO₂ est augmenté. Un autre avantage est la miniaturisation du laser tout en gardant une puissance relativement importante {51}. Une abondante littérature décrit l'exploitation de cette nouvelle voie. C'est pourquoi nous nous contenterons de rappeler les résultats essentiels concernant les modes excités dans une cavité résonante comportant un guide d'onde.

Les guides utilisés sont, soit de section circulaire, {46, 47, 48, 49, 50, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67} soit de section rectangulaire {51, 57, 68, 69, 70}. En général l'excitation du milieu amplificateur est obtenue à l'aide d'une décharge continue haute tension. Les deux électrodes sont placées dans l'axe du guide. Ce dernier étant pris comme référence, l'excitation est dite longitudinale. Le matériau est un diélectrique à faible perte diélectrique (BeO, Al₂O₃, BN...). Le problème de la haute tension et la dégradation des électrodes peuvent être résolus par l'utilisation d'une décharge radiofréquence basse tension {71, 72, 73, 74, 75}. Le champ R.F. est appliqué au milieu amplificateur placé à l'intérieur d'un condensateur dont les plateaux forment les deux électrodes qui sont soit directement en contact avec le gaz, soit recouvertes d'un matériau diélectrique. Les deux autres parois constituant le guide sont en diélectrique.

Dans cette partie, nous ne considérerons que les modes propres d'un guide de section circulaire. Les modes du guide de section rectangulaire seront décrits dans la deuxième partie de ce rapport relative à la réalisation d'un guide d'onde excité par un champ R.F.

B) MODES NATURELS D'UN GUIDE D'ONDE DIELECTRIQUE DE SECTION CIRCULAIRE.

1 - Expression des champs :

L'étude {44, 76} montre qu'il existe trois types de modes.

- Modes transverses électriques TE_{om} :

$$E_{\theta_{om}} = - \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} H_{r_{om}} = J_1 \left(u_{om} \frac{r}{a} \right) \exp [i k z - i \omega t]$$

$$E_{r_{om}} = H_{\theta_{om}} = 0 \quad (I-63)$$

$$E_{z_{om}} = H_{z_{om}} = 0$$

- Modes transverses magnétiques TM_{om} :

$$E_{r_{om}} = \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} H_{\theta_{om}} = J_1 \left(u_{om} \frac{r}{a} \right) \exp [i k z - i \omega t]$$

$$E_{\theta_{om}} = H_{r_{om}} = 0 \quad (I-64)$$

$$E_{z_{om}} = H_{z_{om}} = 0$$

- Modes hybrides EH_{nm} :

$$E_{r_{nm}} = \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} H_{\theta_{nm}} = J_{n-1} \left(u_{nm} \frac{r}{a} \right) \sin(n \theta) \exp [i k z - i \omega t]$$

$$E_{\theta_{nm}} = \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} H_{r_{nm}} = J_{n-1} \left(u_{nm} \frac{r}{a} \right) \cos(n \theta) \exp [i k z - i \omega t]$$

$$E_{z_{nm}} = H_{z_{nm}} = 0 \quad (I-65)$$

avec :

$J_n \left(u_{nm} \frac{r}{a} \right)$ fonction de Bessel de première espèce,

u_{nm} racine d'ordre m de l'équation $J_{n-1}(u_{nm}) = 0$,

k constante de propagation,

a rayon du guide.

La figure I-4 représente quelques modes du cylindre diélectrique creux de section circulaire d'après Marcatili {44} .

2 - Constantes d'atténuation et de propagation.

Les constantes d'atténuation et de propagation du mode mn sont données par :

$$\alpha_{nm} = \left(\frac{u_{nm}}{2\pi} \right)^2 \frac{\lambda^2}{a^3} \operatorname{Re}(n) \quad (\text{I-67})$$

$$\beta_{nm} = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \left\{ 1 - \frac{u_{nm}}{2\pi} \frac{\lambda}{a} \right\}^2 \left| 1 + \operatorname{Im} \left(\frac{n\lambda}{\pi a} \right) \right| \quad (\text{I-67})$$

où n est l'indice de réfraction du matériau du guide et λ la longueur d'onde en propagation libre.

On notera que les pertes caractérisées par α_{nm} sont proportionnelles au carré des valeurs qui donnent les zéros des fonctions de Bessel (cf. tableau 1 de l'annexe A). Le mode EH_{11} sera le mode qui présentera les plus faibles pertes dans tous les types de guides et sera le mode prédominant.

3 - Modes du résonateur passif :

Le résonateur est constitué d'un guide circulaire de diamètre 2a, de longueur L et de deux réflecteurs de rayon de courbure R_1 et R_2 placés respectivement aux distances d_1 et d_2 des deux extrêmités du guide suivant le schéma de la figure I-5.

Une telle cavité comporte une partie de longueur de propagation guidée et une partie de propagation libre. Mis à part le cas particulier où $d_1 = d_2 = 0$ et $R_1 = R_2 = \infty$ pour lequel les modes du guide coïncident avec les modes du résonateur, l'étude analytique des modes est quasi-impossible dans une telle configuration.

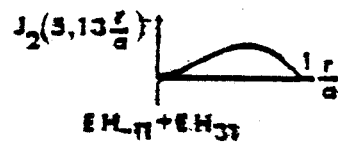
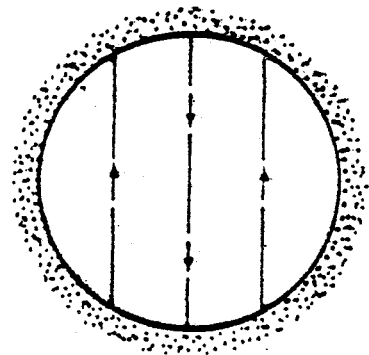
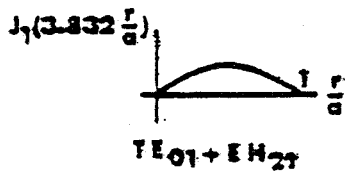
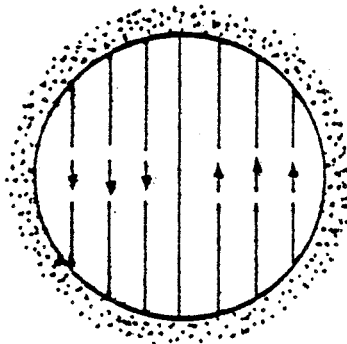
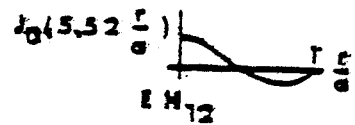
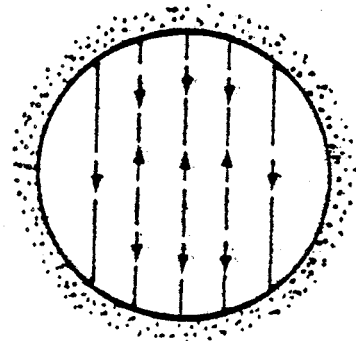
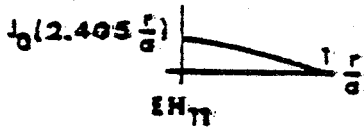
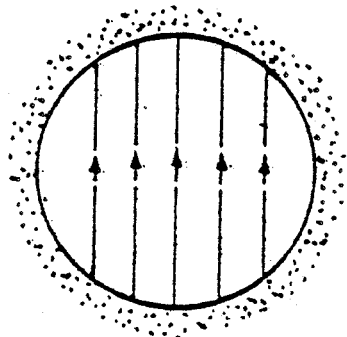
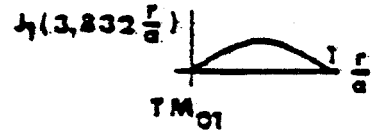
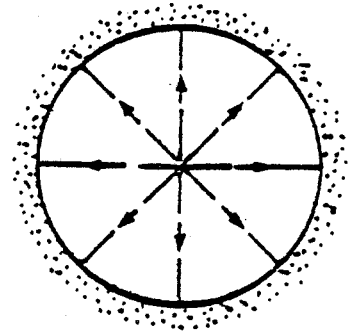
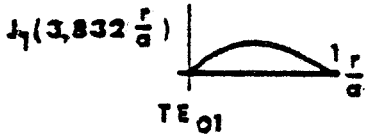
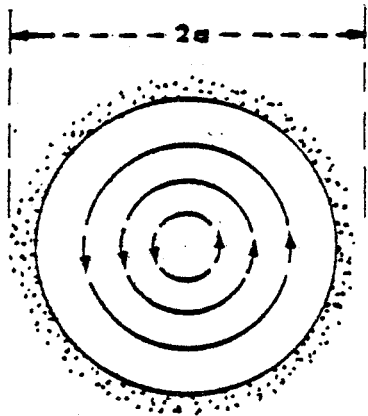


Fig. I-1. Quelques modes du cylindre diélectrique creux,
(d'après Marcattili {44}).

BUS
LILLE

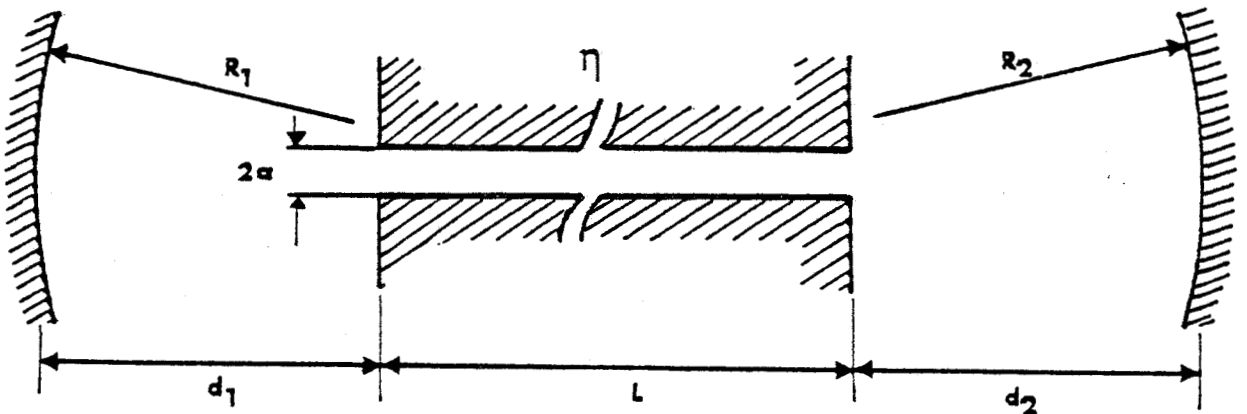


Fig. I-5. Cavité laser comportant un guide d'onde
et deux réflecteurs de rayon de courbure R_1 et R_2 .

Cependant plusieurs approches ont été tentées pour résoudre le problème.

La première méthode consiste à ne considérer que le mode présents les plus faibles pertes EH_{11} . Le calcul peut être fait :

- soit par diffraction scalaire du mode EH_{11} {77}
- soit par décomposition du mode EH_{11} sur la base formée par les modes gaussiens {78} .

~ Dans le premier cas, on considère le plan d'onde à la sortie du guide comme une source et on détermine le champ $E(r_1, \theta_2, \psi)$ après réflexion sur le miroir sphérique de rayon de courbure R situé à la distance d du guide (figure I-6).

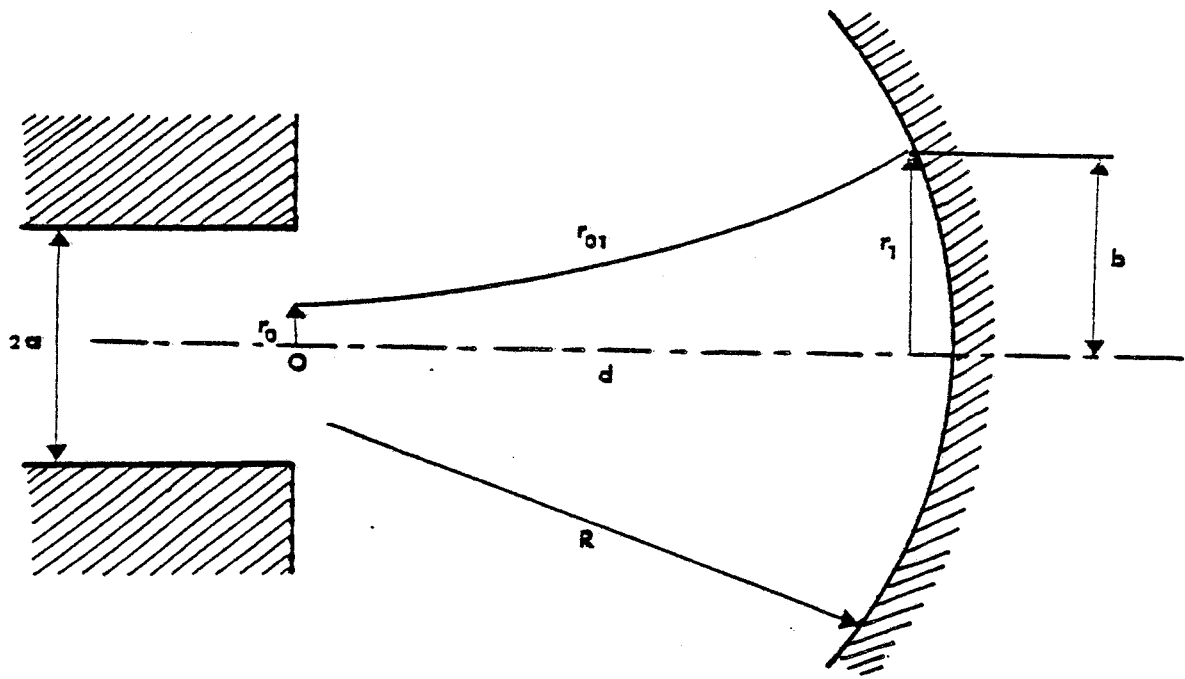


Fig. I-6. Extension du faisceau gaussien à la sortie du guide.



Le calcul de l'énergie réinjectée dans le guide après réflexion sur le miroir donne les pertes par diffraction. Le calcul numérique a été effectué par Degnan (77) et les courbes d'efficacité en fonction des paramètres $\alpha = \frac{ka^2}{R}$ et $\beta = \frac{d}{R}$ sont reproduites sur la figure I-7.

Ces courbes montrent qu'il existe trois situations où le mode du résonateur utilisant le mode du guide EH_{11} seul présente des pertes faibles.

- Miroirs plan ou de grand rayon de courbure placés aux extrêmités du guide (position A sur la fig. I-7). L'efficacité diminue quand on éloigne le miroir ou quand le rayon de courbure du miroir diminue.

- Miroirs de grand rayon de courbure R placés à la distance $d = R$ des extrêmités du guide (position B sur la fig. I-7).

- Miroirs de rayon de courbure R tel que $\alpha = \frac{ka^2}{R} = 2,415$ placés à la distance $d = R/2$ (position C sur la figure I-7).

~ Dans le deuxième calcul on projette le mode du guide EH_{11} sur la base formée par les modes gaussiens à symétrie cylindrique.

La distribution d'amplitude du mode gaussien p s'écrit (79) :

$$\psi_p = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{\omega_0} L_p^0 \left(\frac{2r^2}{\omega_0^2} \right) \exp \left(- \frac{r^2}{\omega_0^2} \right) \quad (\text{I-68})$$

La composante du mode EH_{11} suivant ce vecteur est :

$$A_p = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^a J_0 \left(u_{11} \frac{r}{a} \right) L_p^0 \left(\frac{2r^2}{\omega_0^2} \right) \exp \left(- \frac{r^2}{\omega_0^2} \right) 2\pi r dr \quad (\text{I-69})$$

ω_0 : distance pour laquelle la valeur du champ est divisée par e .

L_p : polynôme de Laguerre qui satisfait l'équation :

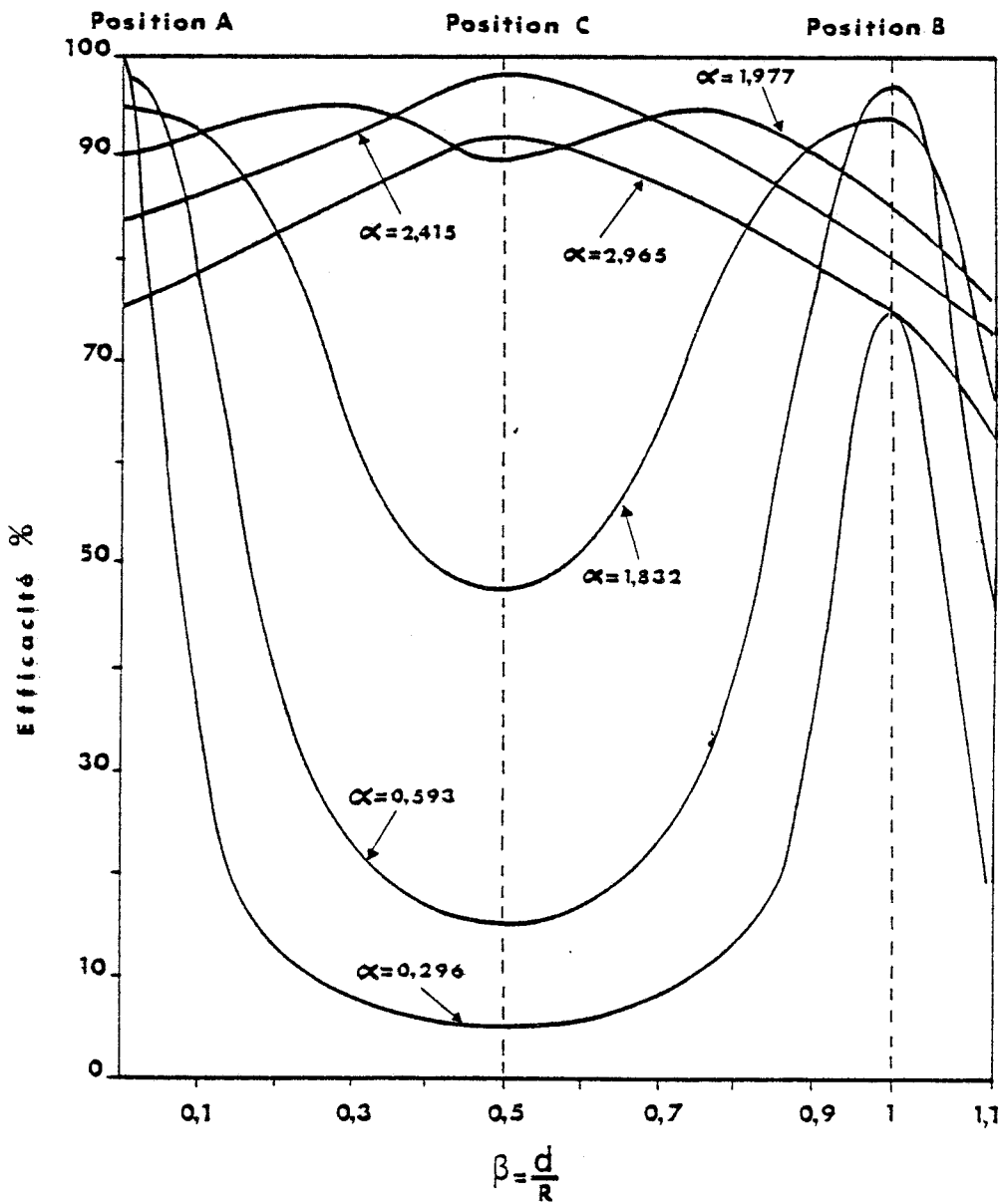


Fig. I-7. Efficacité du couplage du mode $E_{H_{11}}$ pour différentes valeurs de $\alpha = \frac{ka^2}{R}$.



$$u \frac{d^2 L_p(u)}{du^2} + (1 - u) \frac{dL_p(u)}{du} + p L_p(u) = 0 \quad (\text{I-70})$$

Quel que soit le rayon du mode gaussien, ψ_p possède la même dépendance en z qui est donnée par {79}.

$$R' = z \left[1 + \left(\frac{\pi \omega_0^2}{\lambda^2 z} \right)^2 \right] \quad (\text{I-71})$$

Le couplage du mode EH_{11} est déterminé en supposant la courbure de l'onde gaussienne adaptée au miroir sphérique du rayon R c'est à dire $R = R'$. La différence entre le mode EH_{11} et le mode gaussien adapté au miroir de rayon de courbure R résulte dans les déphasages relatifs de ces deux modes.

L'onde réfléchiée par le miroir placé en z se retrouve à l'entrée du guide avec une amplitude :

$$E'(r) = \sum_p A_p \exp(-i \phi_p) \psi_p(r) \quad (\text{I-72})$$

où
$$\phi_p = 2(2p+1) \arctg \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right) \quad (\text{I-73})$$

Les pertes par couplage sont données par :

$$C^2 = 1 - \left| \frac{\int_0^a J_0(u_{11} \frac{r}{a}) E'(r) 2\pi r dr}{\int_0^a J_0^2(u_{11} \frac{r}{a}) 2\pi r dr} \right| \quad (\text{I-74})$$

La figure I-8 donne les pertes par couplage du mode EH_{11} d'après J. Abrams {78} .

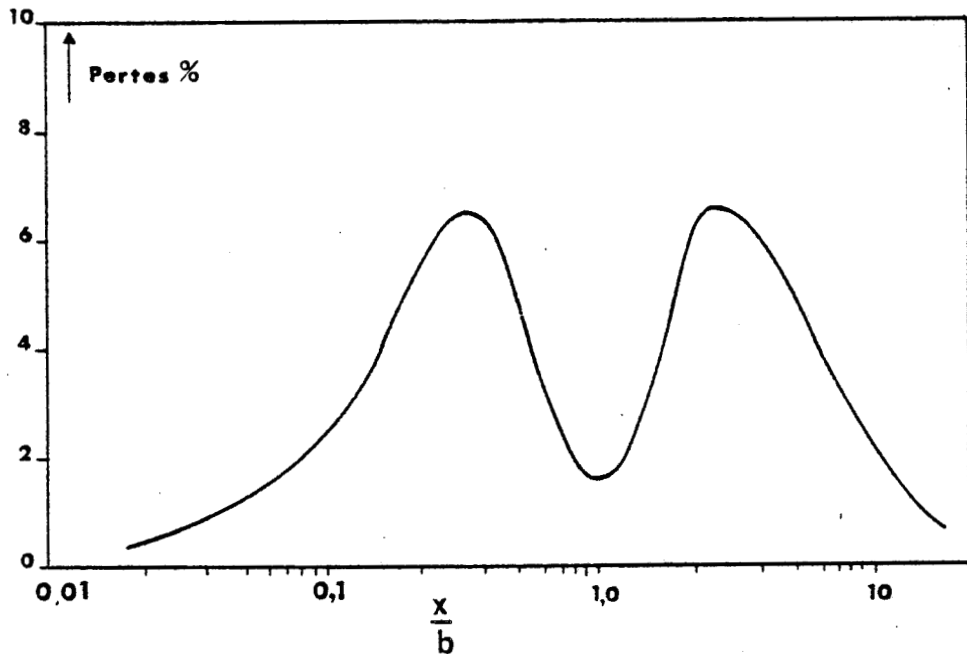


Fig. I-8. Pertes par couplage du mode EH_{11} ($b = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}$)

Ce calcul montre aussi les trois situations précédemment exposées où les pertes par couplage du mode EH_{11} restent faibles. Ces situations s'interprètent facilement dans le formalisme de déphasage.

- Pour $z = 0$, grand rayon de courbure placé près de l'entrée du guide :

$\text{Arctg} \left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right) \simeq 0$ et $\phi_p \simeq 0 \quad \forall p$. L'extension des différents modes est faible pour introduire des déphasages importants.

- Pour $z \rightarrow \infty$, $\text{Arctg} \frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \rightarrow \pi/2$ et $\phi_p \rightarrow 2(2p+1) \frac{\pi}{2} = (2p+1)\pi$

Pour de grands rayons de courbure R placés en $z = R$, les modes présentent entre eux un déphasage de 2π et les pertes restent faibles.

- Le troisième cas correspond au cas où $\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} = 1$.

Dans ce cas $\text{Arctg} \frac{\lambda z}{\pi \omega^2} = \pi/4$ et $\phi_p = (2p+1) \pi/2$. Tous les modes d'ordre pair ($p = 2n$) reviennent en phase à l'entrée du guide et compte tenu que $A_0 = 0,98$ pour $\frac{\omega_0}{a} = 0,64$, on retrouve un minimum de pertes pour ce mode. On notera que la valeur $\frac{\omega_0}{a} = 0,64$ annule le terme A_1 .

Ces deux modes de calcul sont simples mais ne permettent pas de faire apparaître le mode composite $\text{EH}_{11} + \text{EH}_{12}$.

La deuxième méthode consiste à considérer le mode composite $\text{EH}_{11} + \text{EH}_{12}$ qui est excité par le mode gaussien TEM_{00} {80}.

L'amplitude de l'onde gaussienne TEM_{00} à symétrie circulaire s'écrit {80} .

$$E_{\text{TEM}_{00}}(r, \omega, R) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{1}{\omega} \exp\left\{ -\frac{r^2}{\omega^2} + i \frac{kr^2}{2R} \right\} \quad (\text{I-75})$$

Celle du mode du guide s'écrit :

$$E_{\text{EH}_{11}}(r, a) = \frac{1}{\sqrt{\pi} a J_1(u_{1m})} J_0\left(u_{1m} \frac{r}{a}\right) \quad (\text{I-76})$$

L'onde gaussienne a pour composantes dans la base des modes du guide :

$$A_m(\omega, \frac{1}{R}) = \frac{4}{J_1(u_{1m})} \left(\frac{a}{\omega} \right) \int_0^1 \exp\left\{ -\frac{a^2}{\omega^2} y^2 + \frac{i k a^2}{2R} y^2 \right\} J_0(u_{1m}) y dy \quad (\text{I-77})$$

où $y = \frac{r}{a}$.

Si l'on se limite aux deux modes EH_{11} et EH_{12} , le calcul numérique du couplage entre le mode gaussien TEM_{00} sur les modes EH_{11} et EH_{12} conduit aux courbes reproduites sur la figure I-9 {80}.

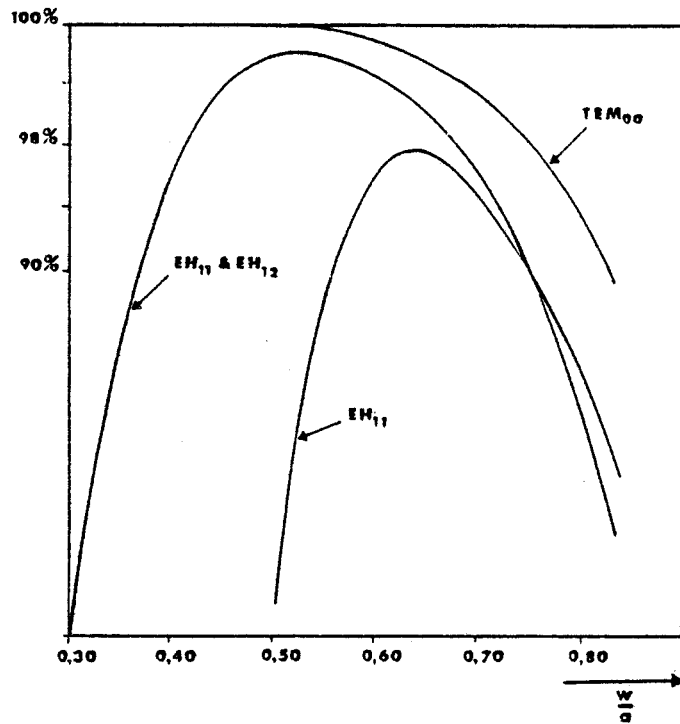


Fig. I-9. Décomposition en intensité du mode TEM_{00} sur les modes EH_{11} et EH_{12} (d'après F.P. Roullard III (80)).

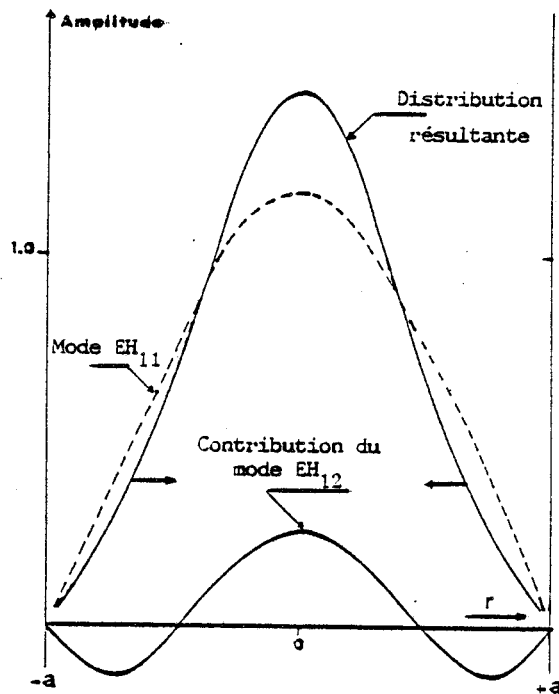


Fig. I-10. Structure radiale résultant de la superposition des modes EH_{11} et EH_{12} , $\frac{\omega}{a} \simeq 0,5$ (d'après F.P. Roullard III (80))

Ces courbes montrent l'existence d'un couplage efficace pour $\frac{\omega_0}{a} = 0.5$. Cependant ce couplage ne devient effectif que si le déphasage introduit entre les modes après un aller-retour dans le guide, est compensé de façon à être un multiple entier de 2π ; les constantes de propagation de ces deux modes étant différentes.

La figure I-10 représente la structure radiale du mode résultant de la superposition des modes EH_{11} et EH_{12} .

Pour mémoire nous citerons la méthode la plus générale étudiée par Abrams {81} et Degnan {77} . Elle consiste à décomposer les modes du résonateur sur les deux bases constituées par l'ensemble des modes EH_{lm} et l'ensemble des modes gaussiens TEM_{p0} qui sont les bases propres d'une propagation guidée et d'une propagation libre.

Cette étude succincte des modes naturels d'un résonateur passif fait apparaître la possibilité de concevoir deux guides d'onde, l'un utilisant le mode EH_{11} seul, l'autre utilisant soit le mode EH_{11} seul, soit le mode composite TEM_{00} avec une bonne sélectivité.

C) GUIDES D'ONDE UTILISANT LE MODE EH_{11} SEUL, LE MODE EH_{11} SEUL OU LE MODE COMPOSITE TEM_{00} .

Nous avons vu qu'il existait un couplage efficace pour un fonctionnement en mode EH_{11} et en mode TEM_{00} pour respectivement $\frac{\omega_0}{a} = 0,64$ et $\frac{\omega_0}{a} = 0,5$, le rayon de courbure du réflecteur étant tel que

$$R = \frac{2\pi \omega_0^2}{\lambda} .$$

Pour un guide de section circulaire de diamètre $2a = 1,5$ mm, le fonctionnement en mode EH_{11} exige un réflecteur de rayon R à $10 \mu\text{m}$ de :

$$R = \frac{2\pi \omega_0^2}{\lambda} = 144 \text{ mm}.$$

Dans ce cas le paramètre $\alpha = \frac{ka^2}{R}$ caractérisant les courbes d'efficacité de couplage est égal à 2,45. La courbe correspondante montre un couplage efficace pour le miroir placé à $d = R/2$ soit 72 mm.

Pour un fonctionnement en mode hybride EH_{11} et EH_{12} , il faut un miroir de rayon de courbure R tel que :

$$R = \frac{2\pi \omega_0^2}{\lambda} \approx 92 \text{ mm.}$$

Contrairement à l'existence du mode fondamental EH_{11} , pour le mode composite $EH_{11} + EH_{12}$ il faut satisfaire l'accord de phase entre les modes du guide EH_{11} , EH_{12} , et le mode gaussien exciteur TEM_{00} . La cavité laser est constituée par un miroir et un réseau placé à z_r d'une extrémité du guide comme indiqué sur la figure I-11.

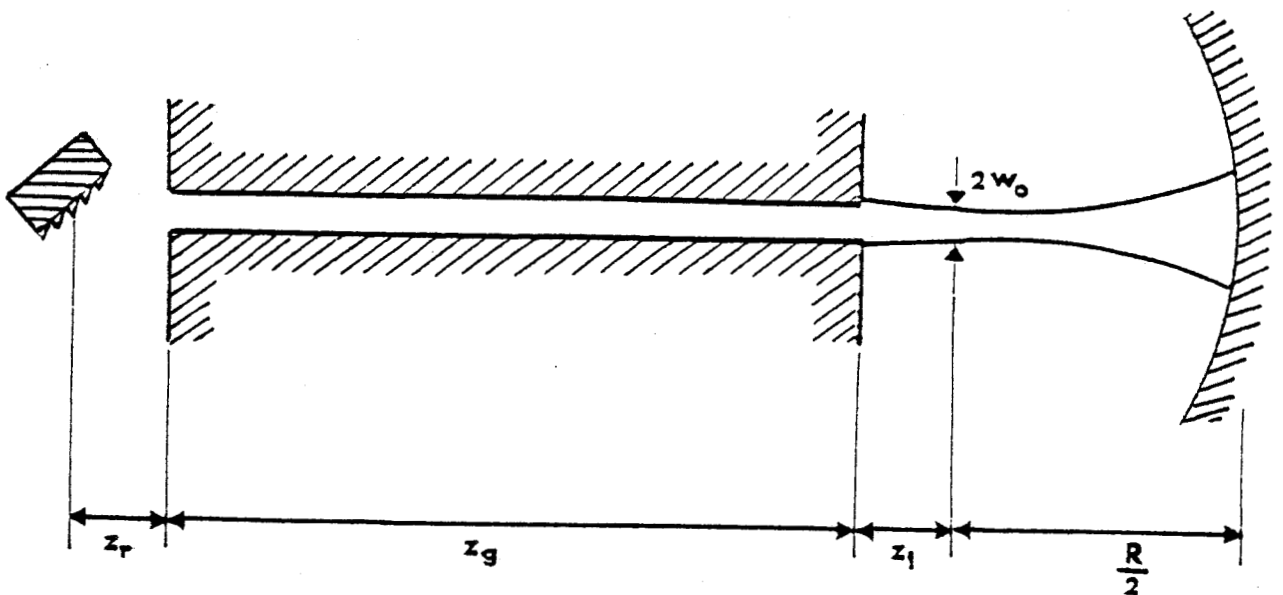


Fig. I-II. Schéma de la cavité laser comportant un réseau et un miroir.

Le cas le plus simple est celui où la longueur du guide assure un déphasage de 2π ;

$$\frac{\lambda(u_{12}^2 - u_{11}^2) (z_r + z_g + z_l)}{4\pi a^2} = 2\pi \quad (\text{I-78})$$

soit :

$$z_g = \frac{8 \pi^2 a^2}{\lambda(u_{12}^2 - u_{11}^2)} - z_r - z_l \quad (\text{I-78'})$$

Pour $z_r = 5 \text{ mm}$ et $z_l = 20 \text{ mm}$, on obtient $z_g = 160 \text{ mm}$.

Une structure de guide qui diminuerait les pertes, conserverait une bonne sélectivité des modes et comporterait une largeur de décharge suffisante sans augmenter la longueur de la cavité, consisterait à concevoir un guide de 230 mm ($z_g + R/2$) avec une partie de propagation guidée et une partie de propagation libre suivant le schéma de la figure I-12.

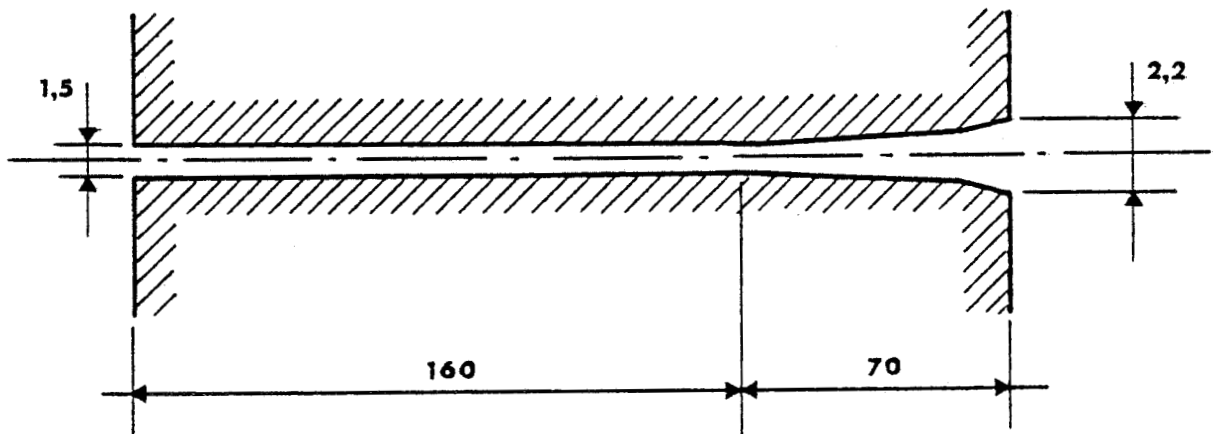


Fig. I-12. Structure du guide comportant une longueur de propagation guidée et une longueur de propagation libre.

Ce guide ne peut être que très difficilement réalisé dans des matériaux habituellement utilisés tels que l'alumine ou l'oxyde de béryllium qui sont d'excellents matériaux diélectriques. Le premier est une céramique qui exige pour sa rectification un outillage en diamant. Le second est extrêmement toxique (dose mortelle 1 g/m³) et son usinage est coûteux ; il ne peut pas être fait en FRANCE. Nous n'avons donc pas pu utiliser les guides en oxyde de béryllium de diamètre 1,5 mm et 2 mm dont nous disposons. Nous avons opté pour le nitrure de bore. Bien que ses propriétés diélectriques soient moins bonnes que l'alumine et l'oxyde de béryllium, son prix relativement peu coûteux et son usinage facile le rendent très compétitif. Cependant, le perçage d'un trou de 1,5 mm de diamètre sur de grandes longueurs n'est pas possible. Nous nous sommes donc limités à utiliser un guide d'onde de diamètre 2 mm. Le fonctionnement en mode EH₁₁ exige un réflecteur de rayon de courbure :

$$R = \frac{2\pi \omega_0^2}{\lambda} = 275 \text{ mm} \quad (\omega_0 = 0,64 a).$$

Pour ce diamètre et ce rayon de courbure, le paramètre α est égal à 2,44. La courbe correspondante à cette valeur montre un couplage efficace pour la position $d = R/2$ mais aussi à $d = R$ et près de l'entrée du guide. Pour une double utilisation (positions $R/2$ et R) et toujours pour diminuer les pertes et gagner sur la longueur du milieu amplificateur, nous avons conçu le guide avec une partie guidée et une partie libre de longueur $R/2$ soit approximativement 130 mm.

Pour un fonctionnement en mode hybride EH₁₁ + EH₁₂ excité par le mode gaussien TEM₀₀ une relation de phase est à satisfaire :

$$\frac{\lambda}{4\pi a^2} (z_r + z_g + z_l)(u_{12}^2 - u_{11}^2) = 2\pi \quad (\text{I-79})$$

Cette relation donne une longueur de z_g de 300 mm trop importante pour un guide d'onde.

Nous avons donc opté pour une longueur totale de 230 mm avec une longueur guidée de 100 mm et une partie de propagation libre de 130 mm.

La ceinture du faisceau gaussien à $R/2$ est :

$$2 w_{R/2} = 2 \sqrt{2} a = 2,9 \text{ mm.}$$

Ce guide est donc rectifié en escalier sur 130 mm avec un diamètre intérieur de 3 mm à l'une de ses extrémités suivant le schéma de la figure I-13.

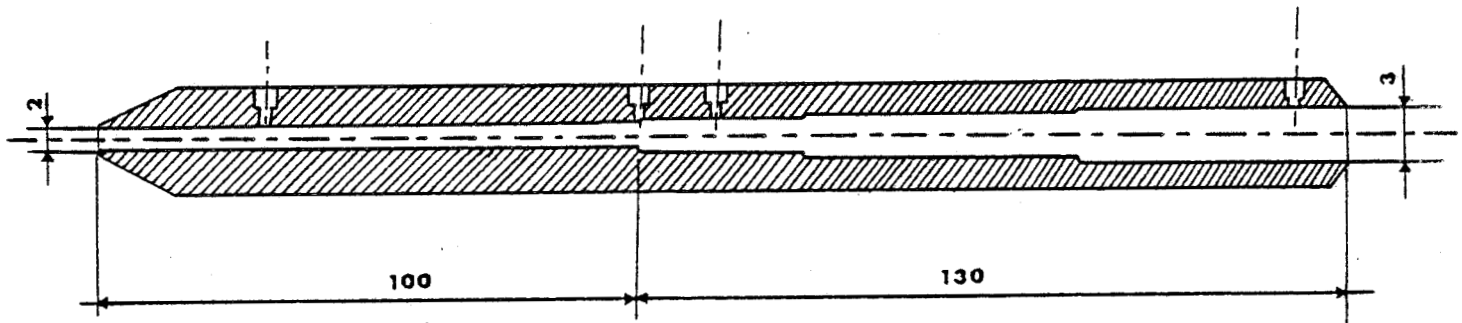


Fig. I-13. Coupe longitudinale du guide.

Quatre trous sont percés radialement et servent à recevoir les quatre électrodes haute tension constituant une double décharge de 166 mm.

La structure laser est décrite dans la partie expérimentale.

D] REALISATION EXPERIMENTALE.

La structure du laser guide d'onde est schématisée sur la figure I-14.

Le guide d'onde proprement dit est ajusté dans une pièce cylindrique creuse qui sert de système de refroidissement. Un jeu de joints toriques

assurent l'étanchéité du réservoir d'eau dans laquelle baigne le guide. Un trou de 30 mm de diamètre est percé sur la partie pleine du cylindre pour recevoir une pièce en nitrure de bore percée de deux conduits dans lesquels passent les électrodes centrales. Les deux extrêmités de ces électrodes sont ajustées dans les deux trous au centre du guide. Le pompage du mélange gazeux se fait au niveau de ces deux électrodes qui sont creuses. La basse tension est appliquée sur le guide à ses deux extrêmités par l'intermédiaire des deux disques en téflon supportant le guide d'onde et qui sont solidaires du réservoir d'eau. Quatre entretoises en aluminium assurent la cohésion de l'ensemble. Le tout est glissé dans un cylindre creux en invar supérieur choisi pour sa faible dilatation thermique ($5 \cdot 10^{-7}$ par °C pour des températures entre 0 et 100°C). La cavité laser est complétée par une lame de couplage de 2 % en germanium et un réseau au silicium de 150 traits/mm blazé pour un maximum d'efficacité à 10 μ . La lame de couplage est fixée sur une pièce qui prend appui sur un flasque en acier inoxydable par l'intermédiaire d'un joint torique. Un système de trois vis permet de régler la position de la lame. Le flasque en acier inoxydable coulisse soit dans le cylindre en invar du laser guide d'onde, soit dans un deuxième cylindre de même diamètre qui contient la cellule optoacoustique placée dans la cavité du laser guide d'onde. Dans ce dernier cas, le miroir a un rayon de courbure de 26 cm. Le réseau est placé à 5 mm de l'extrêmité du guide. Il est monté sur un empilement de disques en céramique piézo-électrique pour la modulation de la longueur de la cavité. Le réseau est mis sous vide à l'aide d'un soufflet déformable en acier solidaire du flasque en téflon et d'un système à cardan qui permet le positionnement du réseau. Un triple souci nous a amené à placer le réseau sous vide. Cela permet de supprimer une fenêtre susceptible d'apporter des pertes optiques, d'éviter les dépôts de poussière qui altèrent à la longue l'efficacité du réseau et enfin de supprimer les éventuels courants d'air, source de bruit et d'instabilité du laser. L'entrée des gaz s'effectue par les deux extrêmités du guide par l'intermédiaire de deux conduits percés dans les deux flasques en téflon. Dans le cas de l'utilisation d'une cellule d'absorption en intracavité, une fenêtre en ZnSe sous incidence de Brewster isole le milieu amplificateur du gaz étudié dans la cellule. Pour le couplage de l'énergie avec l'extérieur, deux solutions ont été retenues.

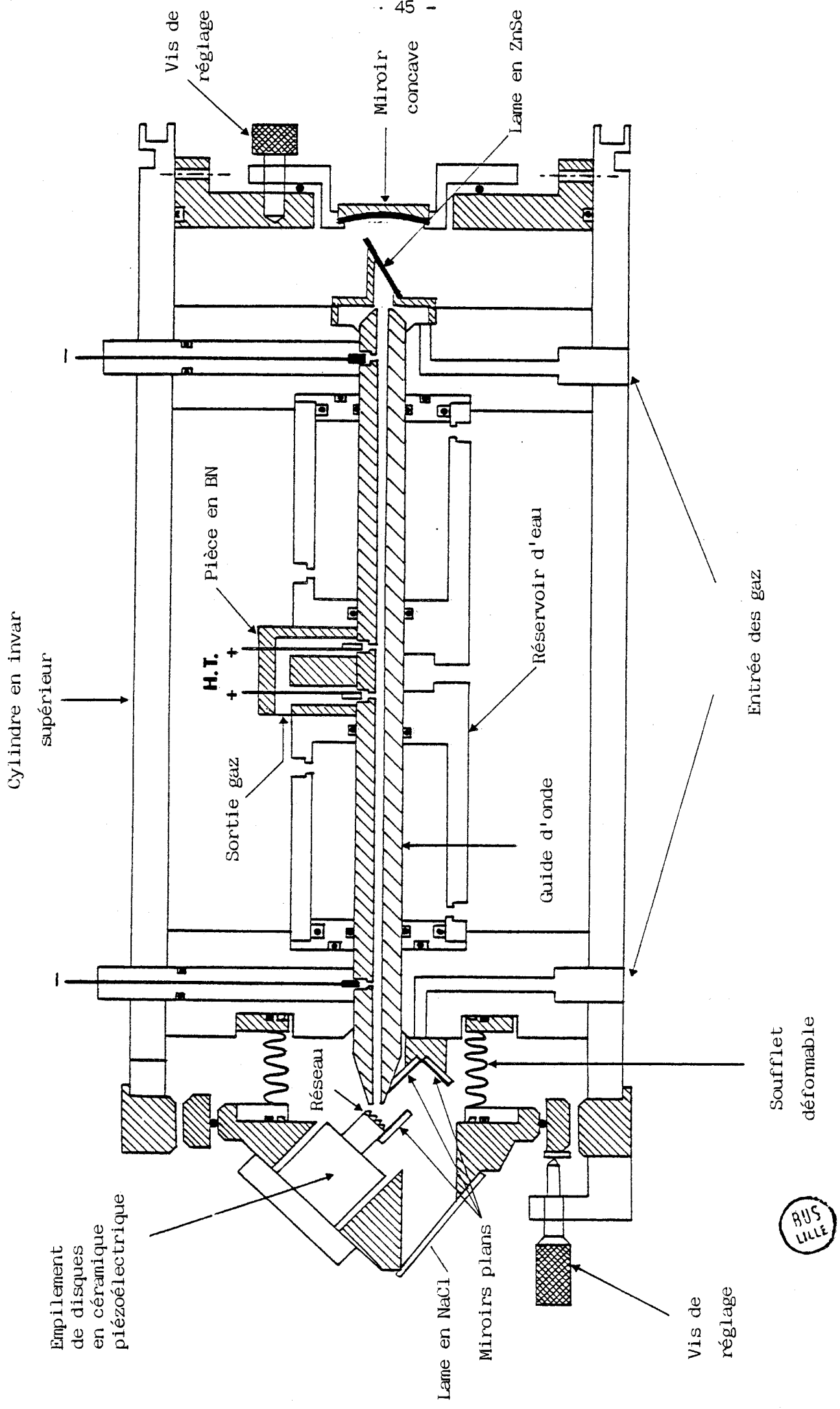


Fig. I-14. Coupe longitudinale de la structure du laser guide-d'onde.



Dans le cas où une grande puissance de sortie est nécessaire, une lame de couplage est utilisée à la place du miroir de bout.

Dans le cas où une grande puissance intracavité est désirée, le couplage peut se faire par l'intermédiaire de l'ordre zéro du réseau qui existe toujours (entre 1 et 2 % pour de bons réseaux). Un système de trois miroirs permet d'obtenir en faisceau de sortie géométriquement fixe lorsque le réseau subit une rotation [82]. Le schéma de la figure I-15 montre le positionnement du réseau et des trois miroirs.

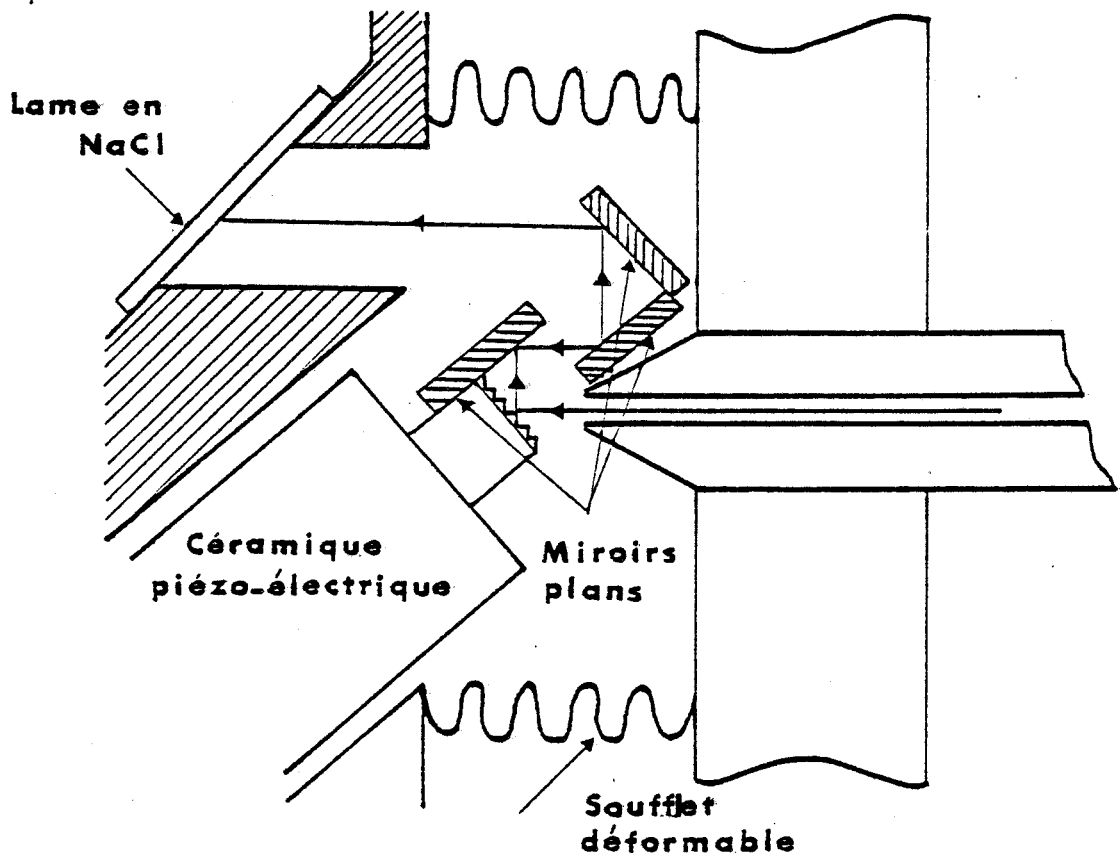


Fig. I-15. Schéma du montage permettant de disposer d'un faisceau géométriquement fixe dans l'ordre zéro du réseau.

Pour disposer d'un faisceau de sortie fixe et parallèle à l'axe du guide, le premier miroir et le réseau sont perpendiculaires et possèdent une arête commune coïncidant avec l'axe de rotation du réseau. Dans la conception du cardan, nous avons par conséquent décentré l'axe de rotation de 3 mm à la fois latéralement et vers l'arrière, de manière à réaliser cette coïncidence. Le faisceau après réflexions successives sur les trois miroirs est extrait de la cavité à travers une fenêtre en NaCl sous incidence de Brewster.

Le guide d'onde laser ainsi conçu permet d'obtenir une puissance de sortie de 300 mW en mode EH_{11} avec une lame de couplage de 2 % sur une soixantaine de raies correspondantes aux branches P et R des bandes à 9μ et 10μ . La raison majeure qui explique les faibles performances de ce guide d'onde est la non rectitude du guide proprement dit. Le perçage de ce dernier a été obtenu par retournement et les axes des deux perçages sont décalés l'un par rapport à l'autre. Il en résulte un désalignement des deux parties du guide et une discontinuité du diamètre, au niveau du raccord ; les pertes par guidage en sont considérablement augmentées. Un premier guide de même structure, mais ayant une meilleure rectitude, nous a permis de disposer de plus de 50 watts à l'intérieur de la cavité. Malheureusement, ce guide n'a pas résisté à la haute tension appliquée. Il est par conséquent possible tout en conservant la même structure, d'obtenir de grandes puissances à l'intérieur de la cavité tout en "adaptant" mieux les modes du guide.

CHAPITRE III : RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

A] INTRODUCTION.

Dans ce chapitre, nous donnons les résultats obtenus avec deux réalisations expérimentales.

Dans la première réalisation, la cellule optoacoustique non résonante est placée à l'extérieur de la cavité d'un laser à CO₂ basse pression. Le faisceau incident est modulé en intensité par tout ou rien à l'aide d'un modulateur mécanique à la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi} = 425 \text{ Hz}$.

Dans la deuxième réalisation, la cellule optoacoustique est placée à l'intérieur de la cavité du laser guide d'onde à CO₂ décrit au chapitre II. La cellule présente un premier mode de résonance longitudinale à la fréquence $f = 1550 \text{ Hz}$ à la pression atmosphérique. Les faibles performances de ce guide d'onde ne nous ont pas permis une modulation en fréquence comme cela a été prévu. Nous avons donc opté pour une modulation en intensité.

Nous avons principalement choisi l'éthylène pour expérimenter la méthode de détection optoacoustique. Deux raisons expliquent le choix de ce gaz, {annexe B}. A pression atmosphérique, l'éthylène absorbe toutes les raies d'émission du laser à CO₂ et son spectre est relativement bien connu {34, 42, 66, 67, 83, 84, 85, 86, 87}. L'éthylène est un sous produit des industries d'hydrocarbures et de ce fait, il est très recherché comme polluant atmosphérique {3, 4, 33, 34, 88, 89}.

B] LA CELLULE OPTOACOUSTIQUE : (Fig. I-16).

1 - Cellule.

La cellule optoacoustique utilisée est la même dans les deux montages expérimentaux.

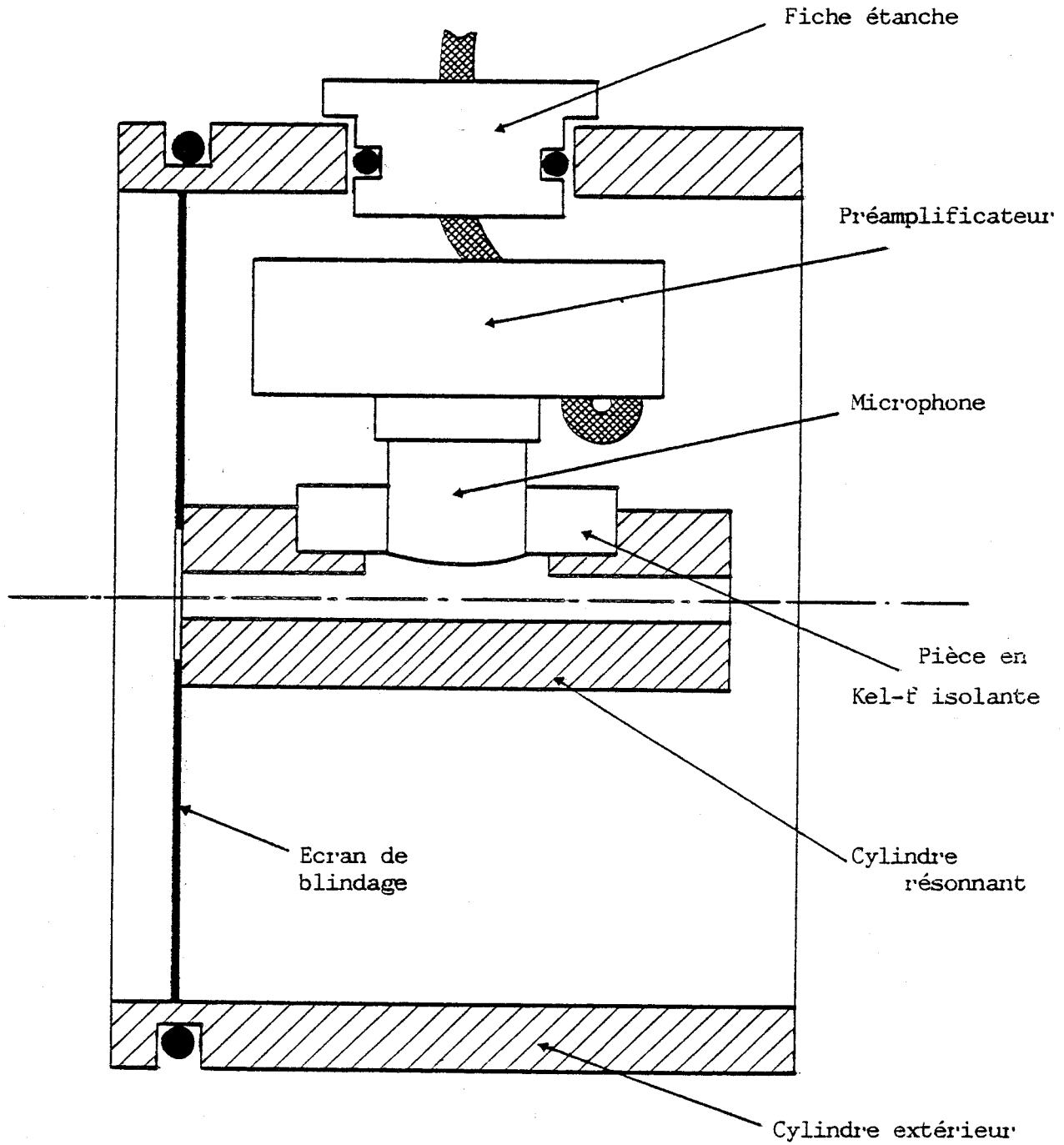


Fig. I-16. Schéma de la cellule optoacoustique.



Elle est composée de deux cylindres concentriques. Le premier cylindre est en acier inoxydable de longueur 80 mm, de diamètre intérieur 5 mm et de diamètre extérieur 25 mm. En son milieu est fixé le microphone et le premier étage d'amplification du signal. La cartouche microphonique est vissée sur ce cylindre par l'intermédiaire d'une pièce isolante en Kel - f de façon que la membrane mobile du microphone soit positionnée à 4 mm de l'axe de la cellule. Le cylindre extérieur de 100 mm de longueur a un diamètre extérieur de 140 mm et un diamètre intérieur de 120 mm. Un demi-disque en téflon rend les deux cylindres concentriques. Une fiche étanche permet le raccordement du premier étage d'amplification au second étage qui se trouve à l'extérieur de l'enceinte à vide. Dans le cas où la cellule est utilisée à l'extérieur de la cavité laser, deux flasques comportant chacun une fenêtre en chlorure de sodium sous incidence de Brewster ferment la cellule. Dans le cas où celle-ci est utilisée à l'intérieur de la cavité du laser guide d'onde à CO_2 , elle est fermée par un des supports en téflon du guide et par le flasque supportant le miroir de bout. Dans ce dernier cas, il s'est avéré qu'il était nécessaire d'ajouter un écran de blindage (fig. I-16) et d'isoler la masse du système microphonique de la masse de la cellule pour éviter de collecter le signal parasite dû à la modulation du courant de décharge du laser guide d'onde.

2 - Système microphonique.

Le détecteur de pression utilisé est un microphone à condensateur commercial Brüel & Kjaer type 4166. Il a un diamètre de un demi-pouce et une sensibilité nominale de 51,3 mV/Pa. Sa courbe de réponse est pratiquement plate entre 2 Hz et 12 KHz. Ce microphone fonctionne avec un préamplificateur type 2619 du même constructeur. Le premier étage d'amplification conçu comme un adaptateur d'impédance (cf. annexe C) est vissé sur la cartouche microphonique. Ce premier étage s'est avéré encombrant pour notre installation. Nous avons donc reconstitué ce préamplificateur à partir d'éléments discrets dans un boîtier mieux adapté à un positionnement dans l'enceinte à vide. Le deuxième étage d'amplification du signal est situé à l'extérieur de l'enceinte. Le microphone est polarisé à l'aide d'une tension continue de 200 V fournie par une batterie de piles. Le préamplificateur est alimenté par une tension continue de 28 V.

3 - Fréquence de résonance et facteur de qualité de la cellule

Le cylindre de 8 cm de longueur présente un premier mode de résonance longitudinal théorique à la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi} = 1875$ Hz à la pression atmosphérique (cf. annexe A). La fréquence de résonance mesurée est de 1550 Hz. Cette dernière valeur est en réalité déterminée par la longueur du cylindre extérieur concentrique au tube résonant. La figure I-17 donne la courbe de résonance à partir de laquelle nous avons déterminé le facteur de qualité.

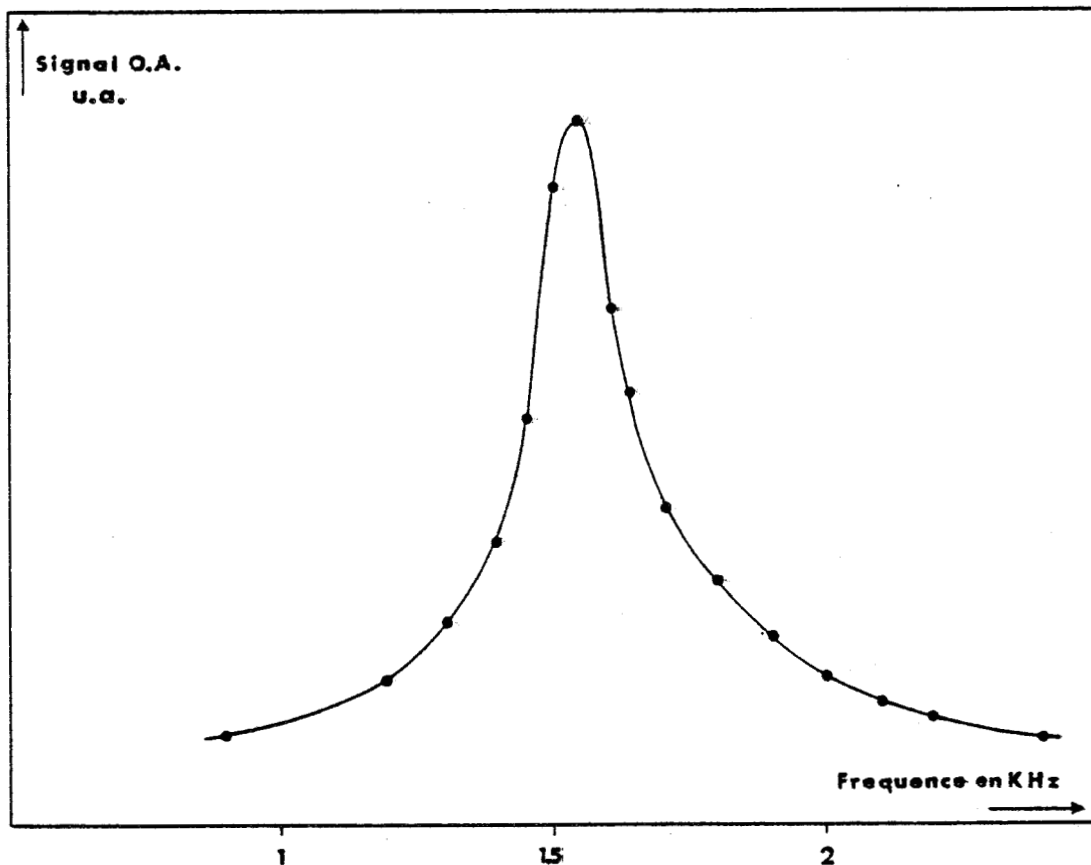


Fig. I-17. Courbe de résonance de la cellule correspondant au premier mode longitudinal de la cellule.

Ce coefficient de qualité a été estimé à 6. Cette faible valeur s'explique par les perturbations apportées d'une part par le cylindre extérieur du fait que la cellule n'est pas fermée et d'autre part, par les évidements et le montage mécanique nécessaires au positionnement du microphone.

C] CELLULE OPTOACOUSTIQUE A L'EXTERIEUR DE LA CAVITE DU LASER A CO₂

Outre le test de l'ensemble microphonique, ce montage expérimental nous a permis de relever l'évolution du signal optoacoustique en fonction de l'intensité du faisceau laser, de comparer les coefficients d'absorption relatifs aux fréquences des raies d'émission du laser à CO₂ pour l'éthylène, l'ammoniac et l'hexafluorure de soufre. Une étude systématique de l'évolution du signal optoacoustique en fonction de la pression totale du mélange gazeux a été faite dans le but de déterminer la pression de travail optimale pour chaque raie d'émission du laser. Enfin, une estimation de la sensibilité du montage expérimental est donnée pour C₂H₄, NH₃ et SF₆ dilués dans l'azote à la pression atmosphérique.

1 - Dispositif expérimental (Figure I-18)

La source est un laser à CO₂ basse pression pouvant délivrer une puissance de sortie de trois watts en mode fondamental TEM₀₀. La cavité laser est constituée d'un miroir de couplage et d'un réseau recouvert d'or de 150 traits / mm pour la sélection des raies d'émission. Un diaphragme permet de sélectionner un mode longitudinal unique de la cavité. L'intensité du faisceau de sortie est modulée en créneau par un modulateur mécanique à la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi} = 425$ Hz. Après focalisation par une lentille en germanium de focale 120 mm au centre de la cellule, le faisceau à la sortie de celle-ci est envoyé sur un analyseur de spectre pour le contrôle de la raie émise. Le signal optoacoustique, après modulation synchrone, est enregistré sur une table traçante.

La photo de la figure I-19 montre la forme du signal optoacoustique en fonction du temps.

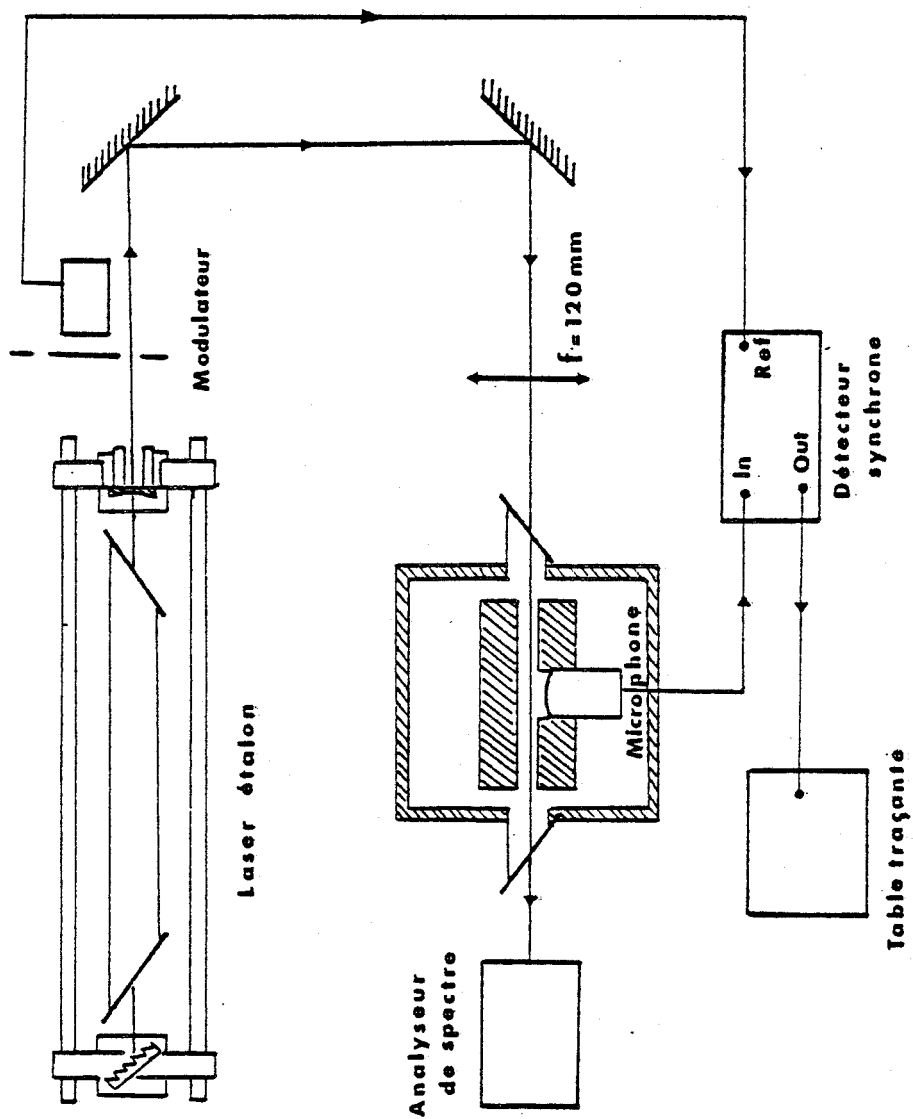


Fig. I-18. Schéma du dispositif expérimental avec la cellule en extra-cavité.



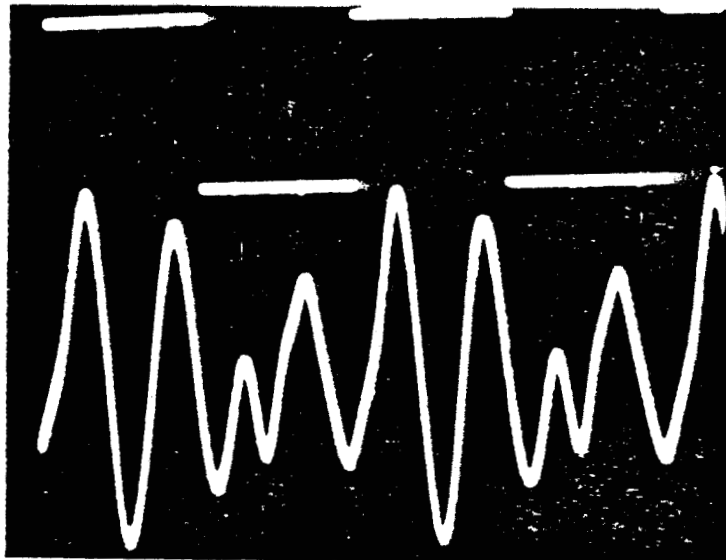


Fig.I-19. Signal optoacoustique et signal modulé correspondant à la puissance du faisceau laser.

Cette photographie montre le signal optoacoustique qui résulte de la contribution d'un signal à la fréquence de modulation 425 Hz et de l'harmonique trois de fréquence 1275 Hz (les harmoniques paires sont nulles).

2) Résultats expérimentaux.

a) Signal optoacoustique fonction de la puissance du faisceau laser.

La linéarité du signal optoacoustique en fonction de l'intensité du faisceau laser a été vérifiée sur la raie P(20) de la branche P de la bande 10,6 μm pour C_2H_4 . Une concentration de 200 ppm d'éthylène à la pression atmosphérique est réalisée par un mélange de gaz pur avec l'azote choisi pour sa transparence dans l'infra-rouge. La figure I-20 rend compte de la linéarité du signal en fonction de la puissance du faisceau laser.

Le signal optoacoustique est une fonction linéaire de l'intensité de la radiation pour des intensités relativement faibles. Une estimation pour l'éthylène montre que les effets de saturation ne devraient apparaître que pour des intensités correspondant à $3 \cdot 10^{28}$ photons/ m^2 sec. ($6 \cdot 10^3$ Watts pour un faisceau de 4 mm^2 de section moyenne).

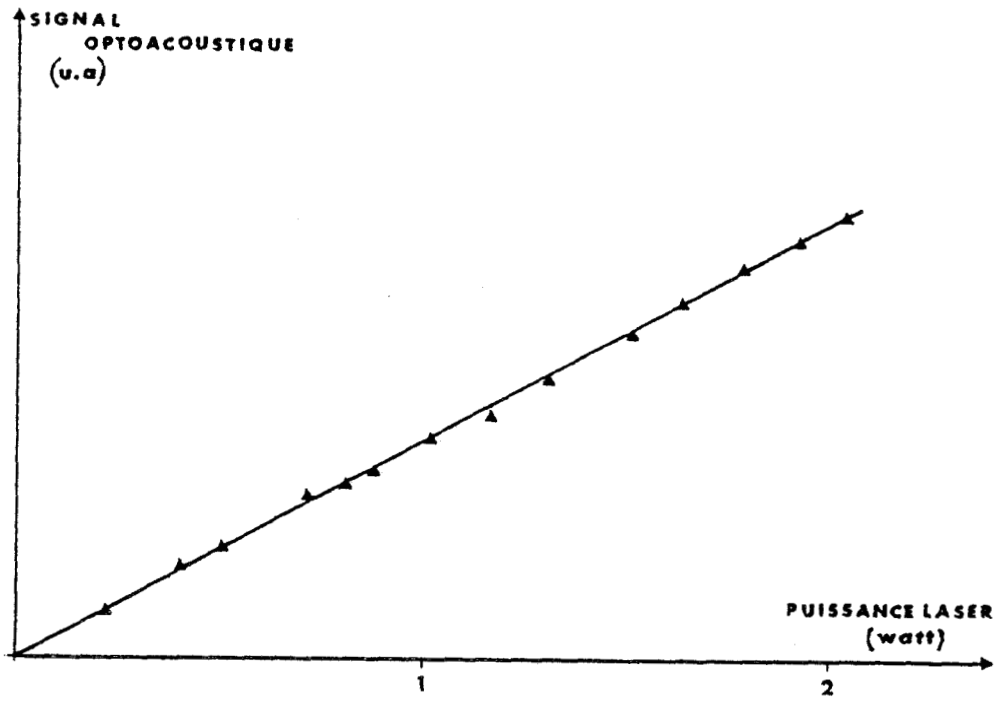


Fig. I-20 : Signal O.A. fonction de la puissance laser.

BUS
LILLE

b) Coefficients d'absorption relatifs de C_2H_4 , NH_3 et SF_6 pour différentes raies d'émission du laser à CO_2 .

Les coefficients d'absorption relatifs ont été relevés pour quelques ppm de gaz dilué dans l'azote à la pression atmosphérique. La puissance du faisceau laser est de un watt. Le passage d'une raie d'émission laser à une autre peut produire un désalignement du faisceau de sortie. Pour éviter d'introduire un signal cohérent parasite dû à l'absorption de la radiation par les parois internes de la cellule, le faisceau de sortie du laser est réaligné à chaque changement de raie.

L'éthylène {34, 43, 83, 84, 85, 86, 87}, l'ammoniac {43, 83, 90} et l'hexafluorure de soufre {38} sont des gaz qui absorbent toutes les raies d'émission du laser à CO_2 dans les bandes centrées à 9,4 μm et 10,6 μm . Les figures I-21 donnent le signal relatif obtenu pour les différentes raies d'émission laser. La calibration de ces spectres discrets peut être réalisée facilement à partir de la connaissance du coefficient d'absorption absolu pour une seule raie d'émission laser. Pour vérifier les rapports entre les signaux correspondants à différentes raies laser, nous avons enregistré les spectres de C_2H_4 , NH_3 et SF_6 par transformée de Fourier. Ces enregistrements sont reproduits sur les figures I-22. La comparaison de nos spectres avec ces derniers et ceux obtenus par une mesure directe de l'absorption publiés par A. Mayer et col. {83} donne un bon accord dans l'allure générale.

c) Signal optoacoustique en fonction de la pression totale.

Une recherche systématique des raies d'absorption de C_2H_4 et NH_3 en quasi-coïncidence avec les raies d'émission laser a été faite par l'étude de l'évolution du signal en fonction de la pression totale.

Dans le cas où il n'y a aucune raie d'absorption prépondérante proche de la raie d'émission laser, le signal optoacoustique croît au fur et à mesure que les raies s'élargissent par la pression en apportant une contribution de plus en plus importante.

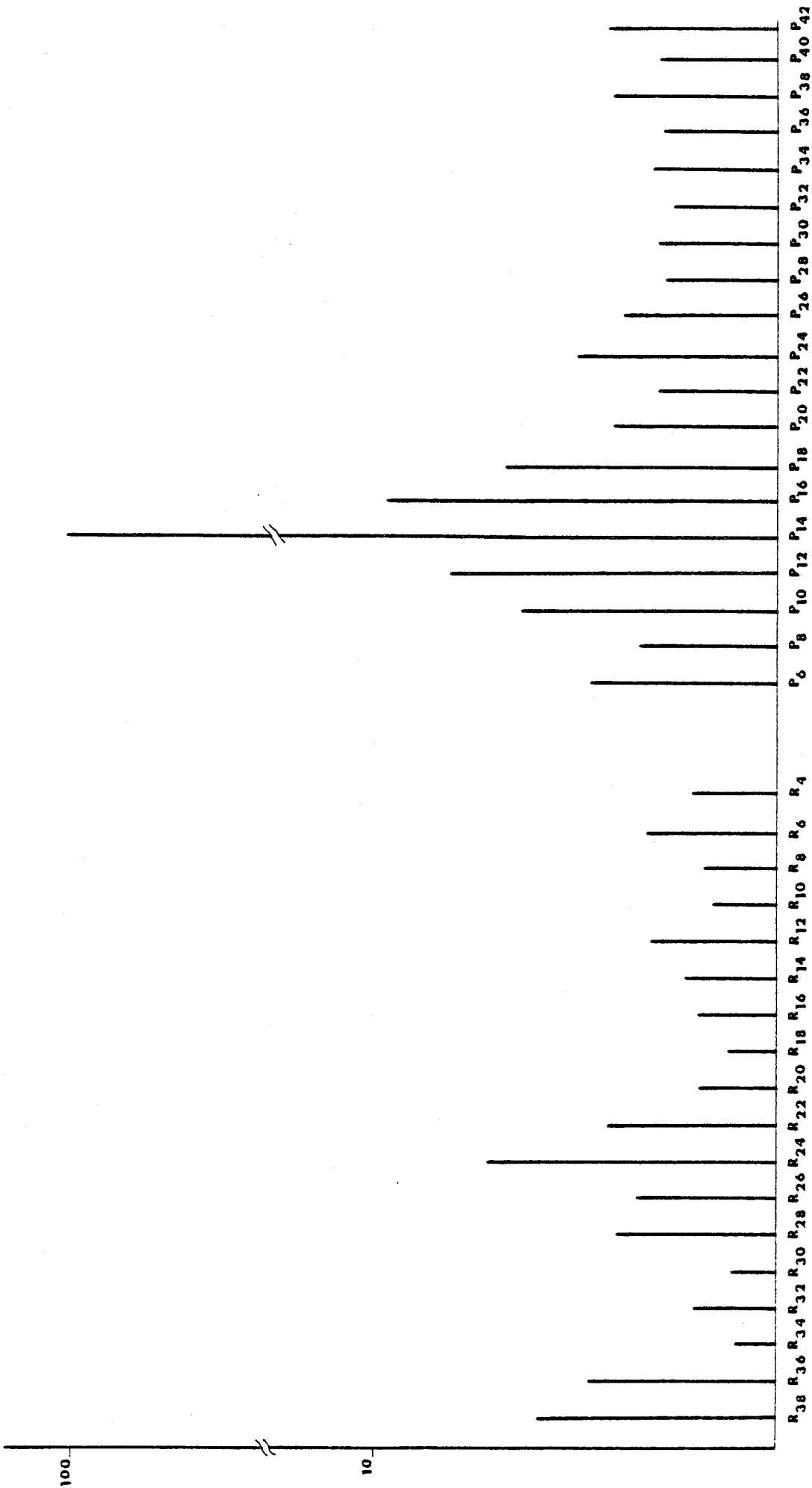


Fig. I-21. (a) : Coefficients d'absorption relatifs de C_2H_4 pour la bande d'émission du laser à CO_2 centrée sur 10,6 μm .



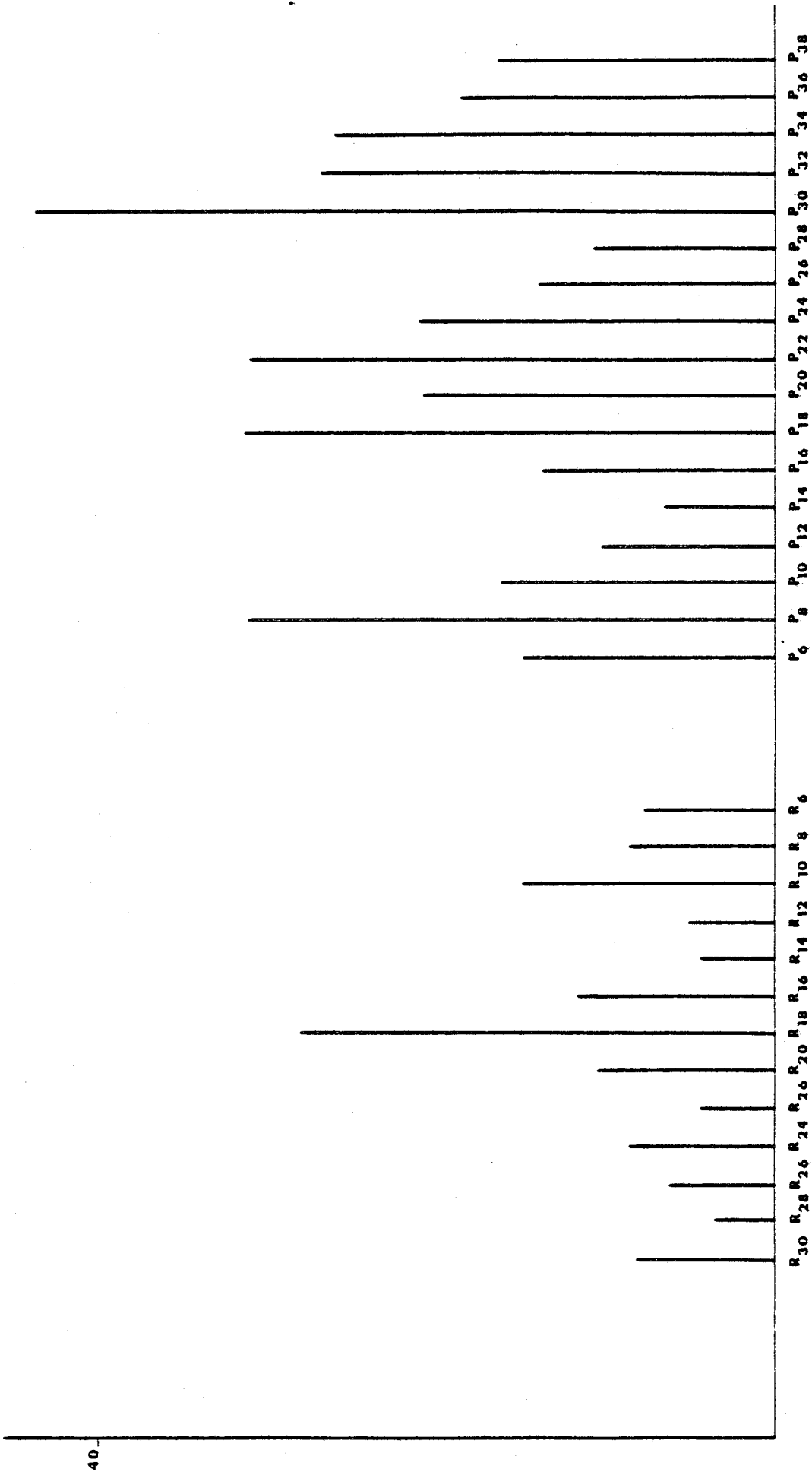


Fig. I-21. (b) : Coefficients d'absorption relatifs de C_2H_4 pour la bande d'émission du laser à CO_2 centrée sur 9,4 μm .



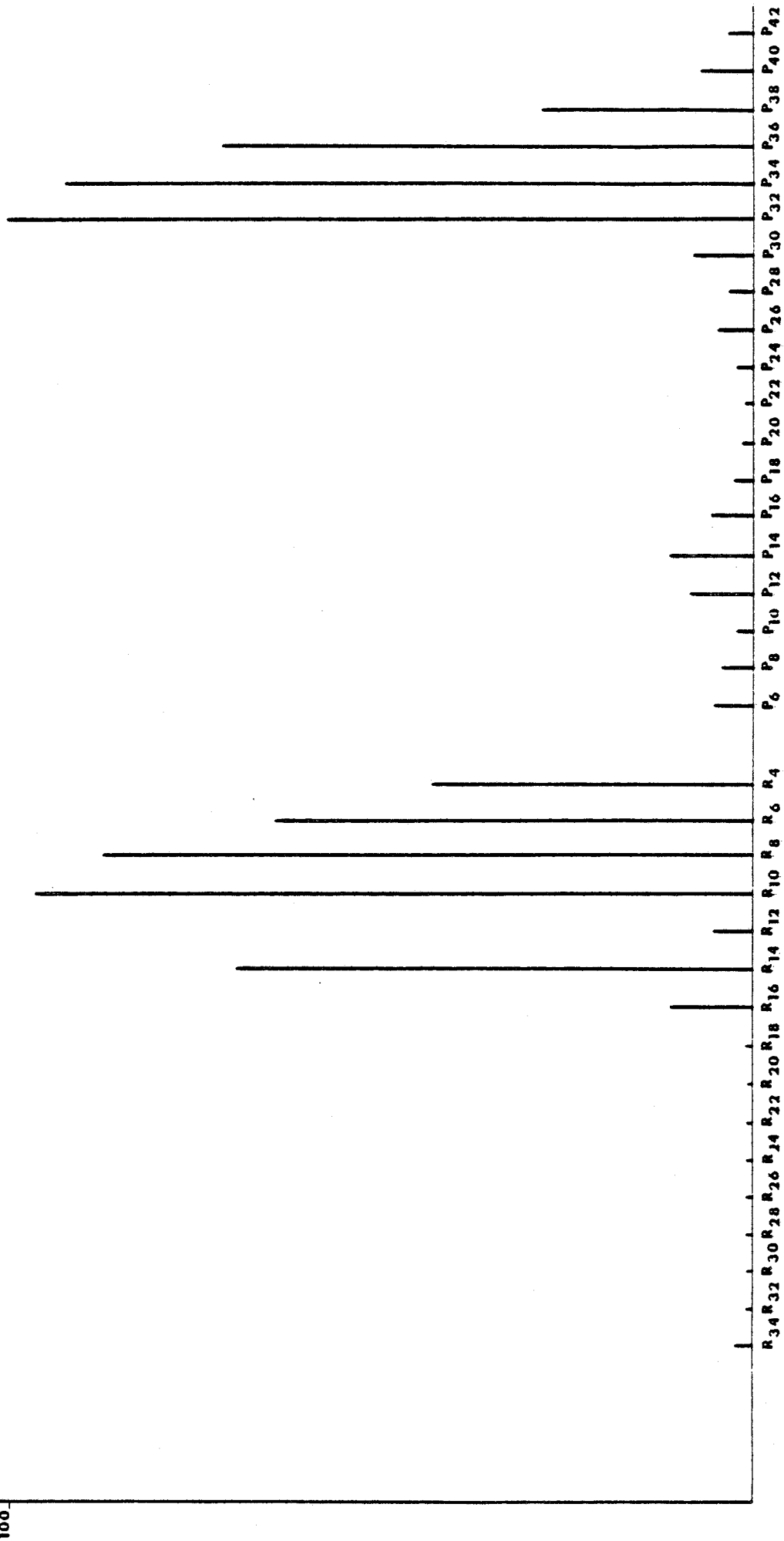


Fig. I-21. (c) : Coefficients d'absorption relatifs de NH_3 de la branche d'émission du laser à CO_2 centrée sur 10,6 μm .



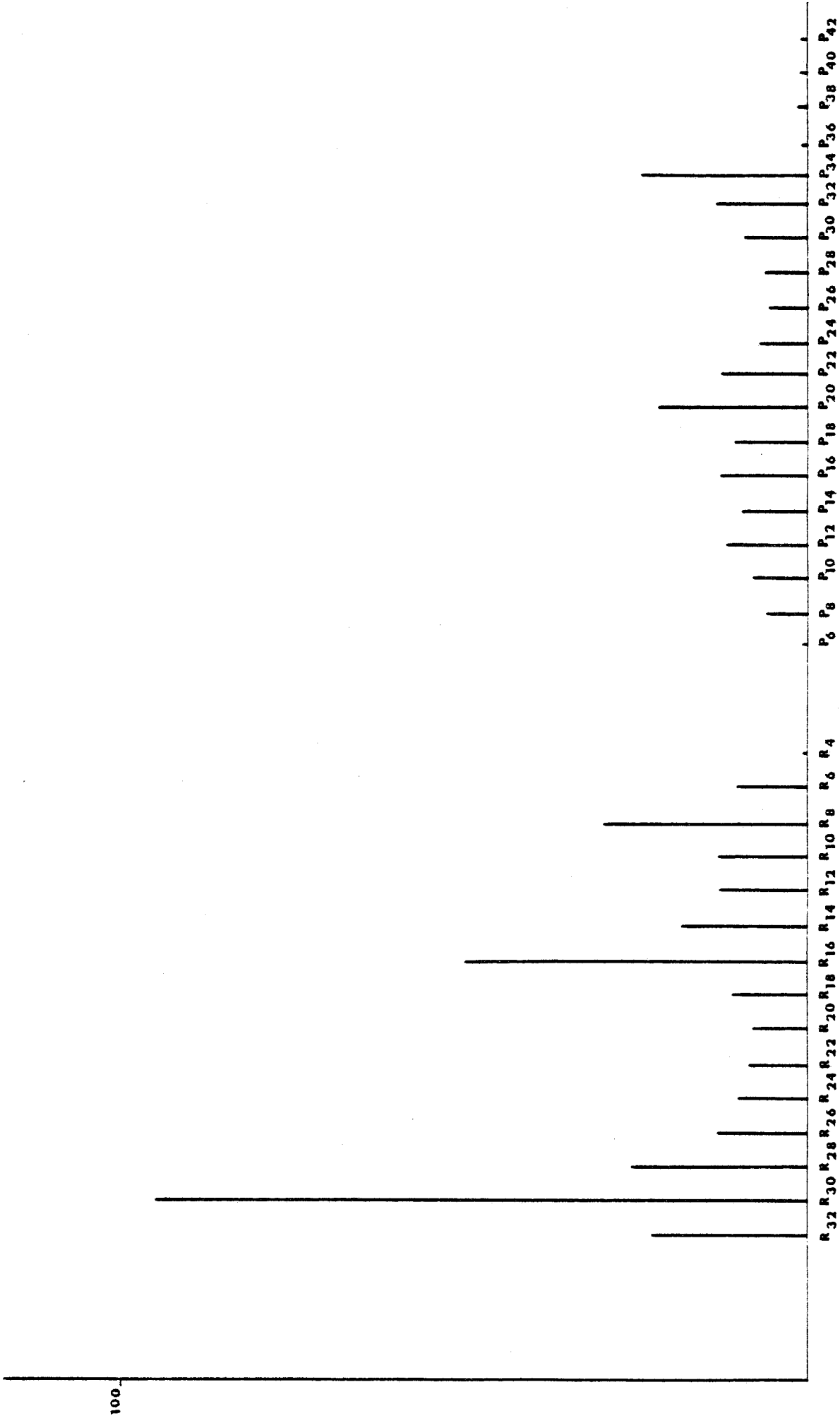


Fig. 21 (d) : Coefficients d'absorption relatifs de NH₃ pour la bande d'émission du laser à CO₂ centrée sur 9,4 μm.



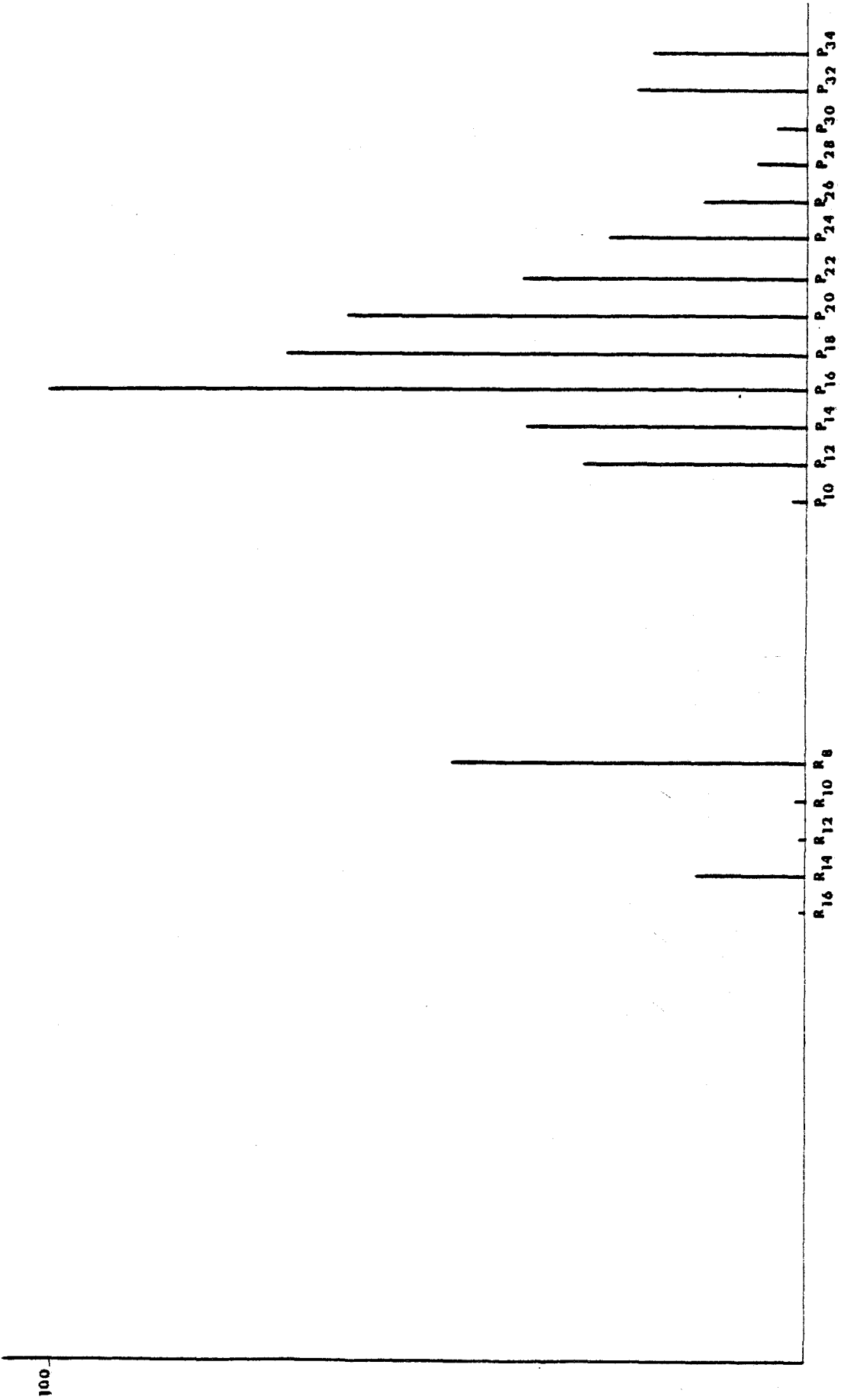


Fig. I-21 (e) : Coefficients d'absorption relatifs de SF₆ pour la bande d'émission du laser à CO₂ centrée sur 10,6 μm.



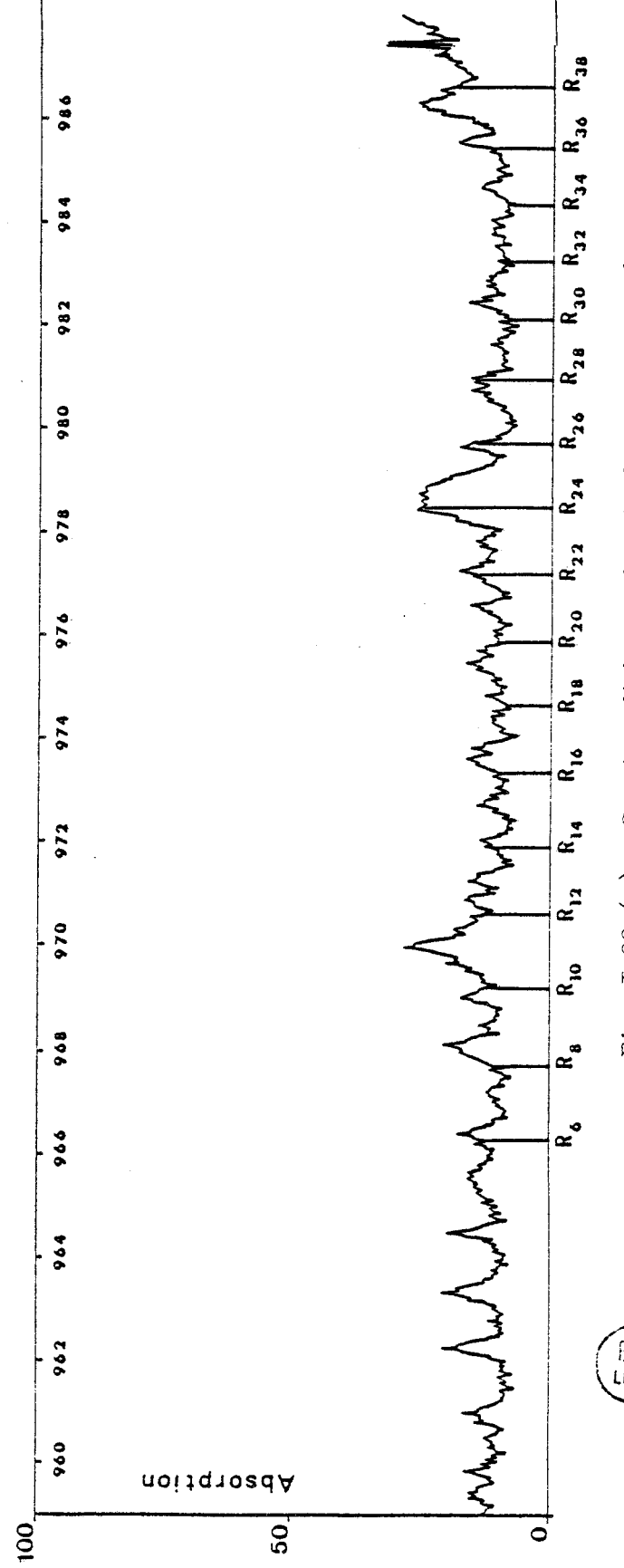
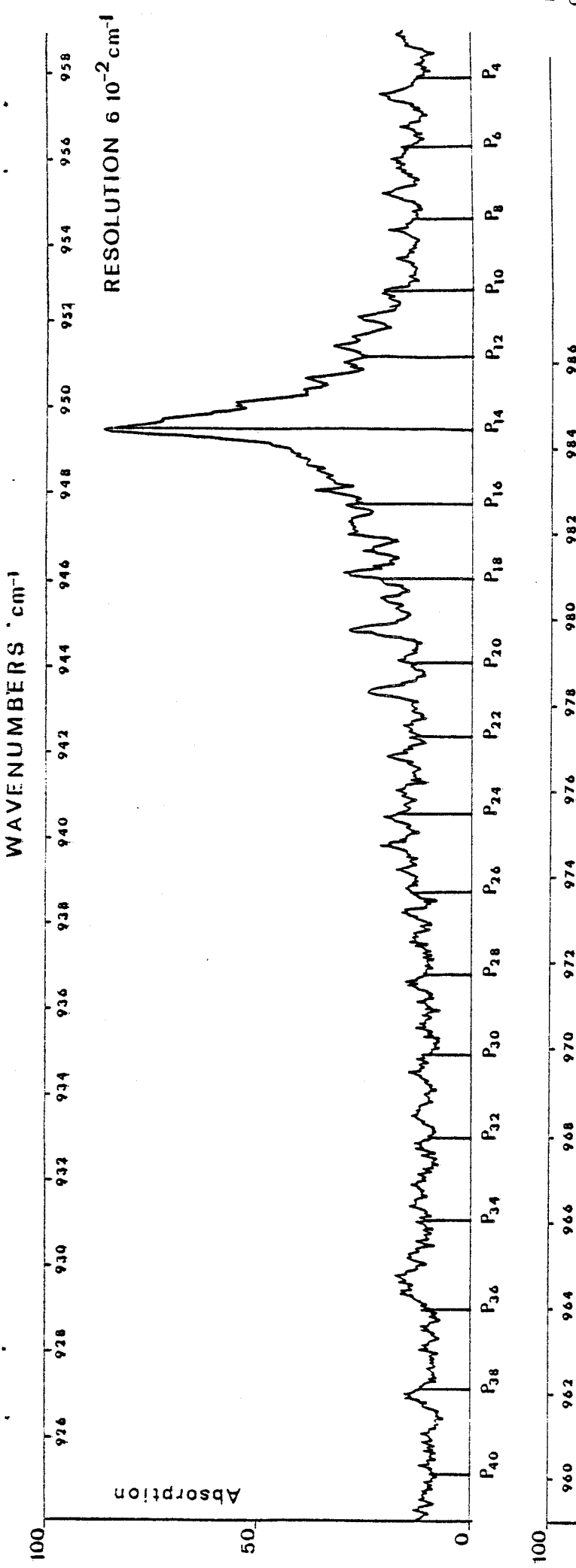


Fig. I-22 (a) : Spectre d'absorption de C_2H_4 dans la région de $10 \mu\text{m}$

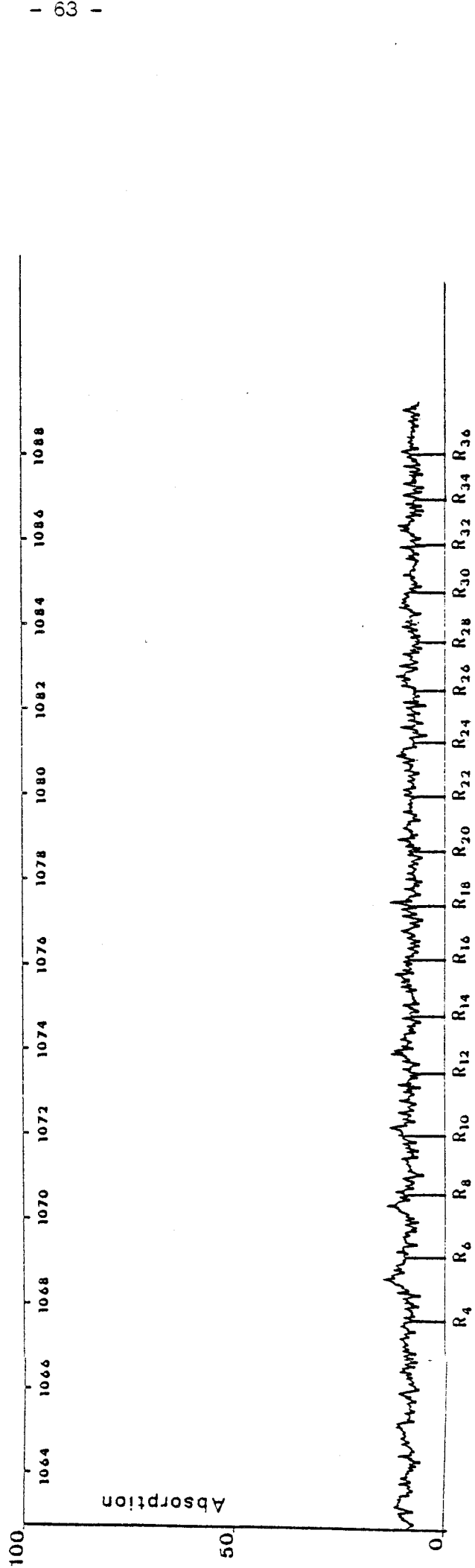
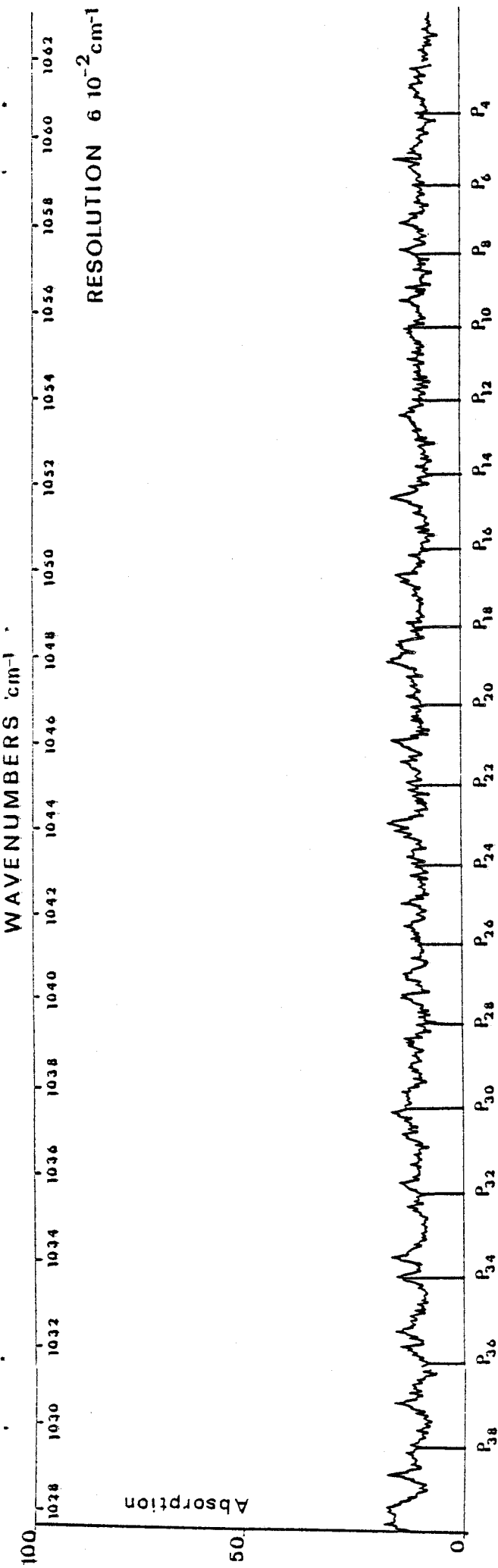


Fig. I-22 (b) : Spectre d'absorption de C_2H_4 dans la région de $9 \mu\text{m}$.

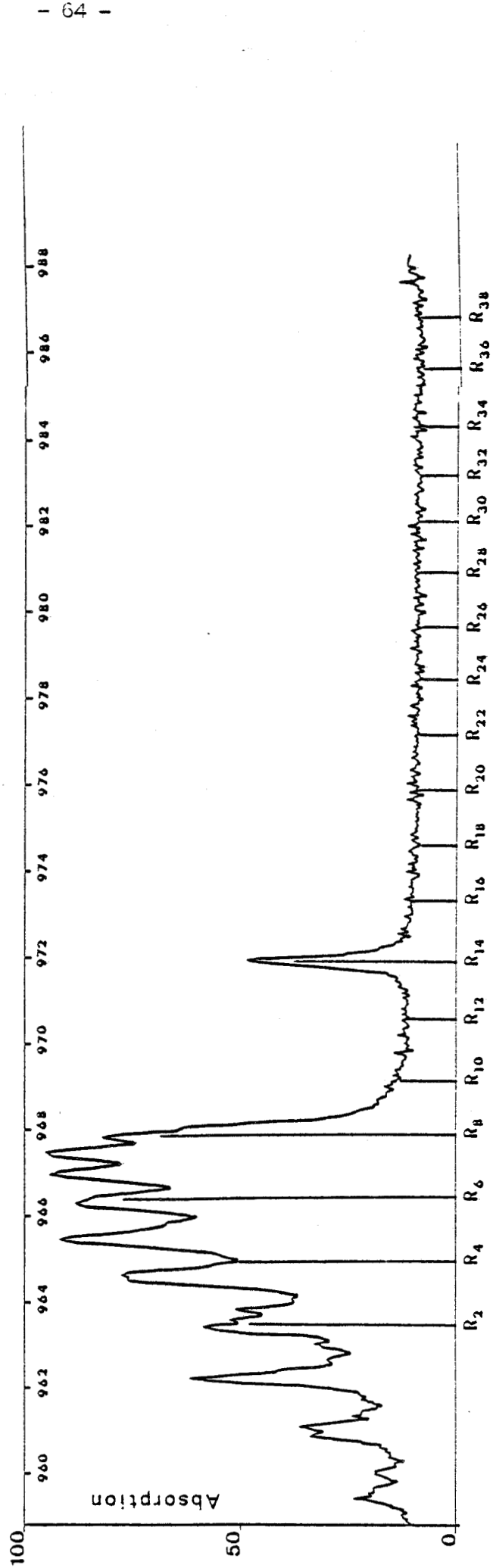
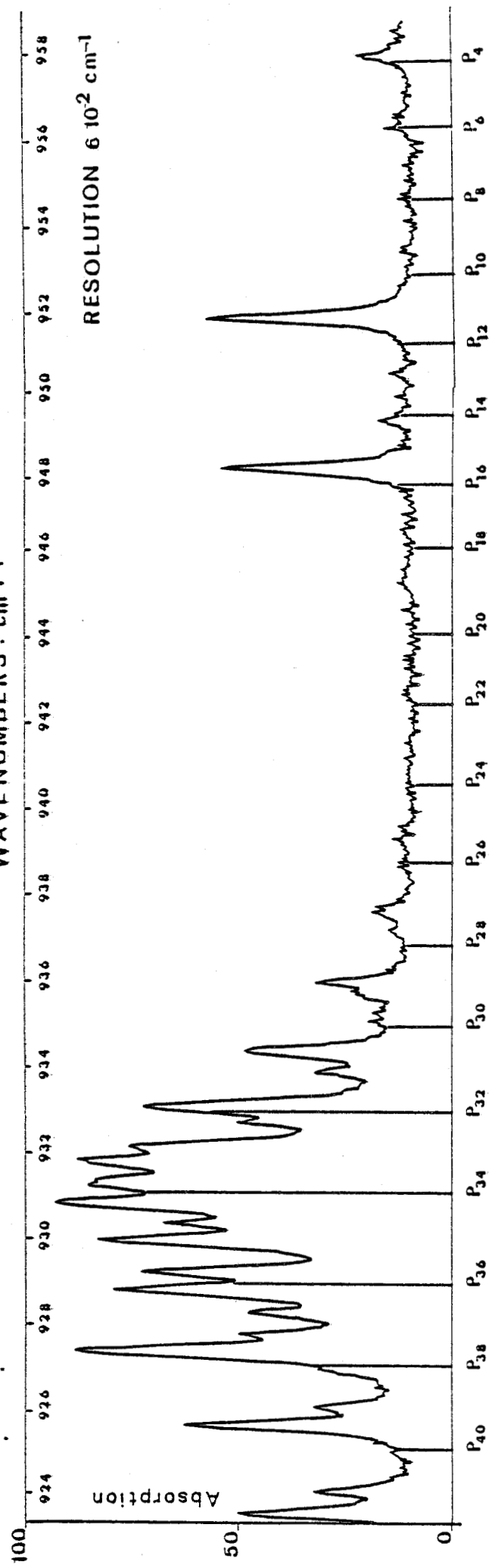


Fig. I-22 (c) : Spectre d'absorption de NH_3 dans la région de 10 μm .



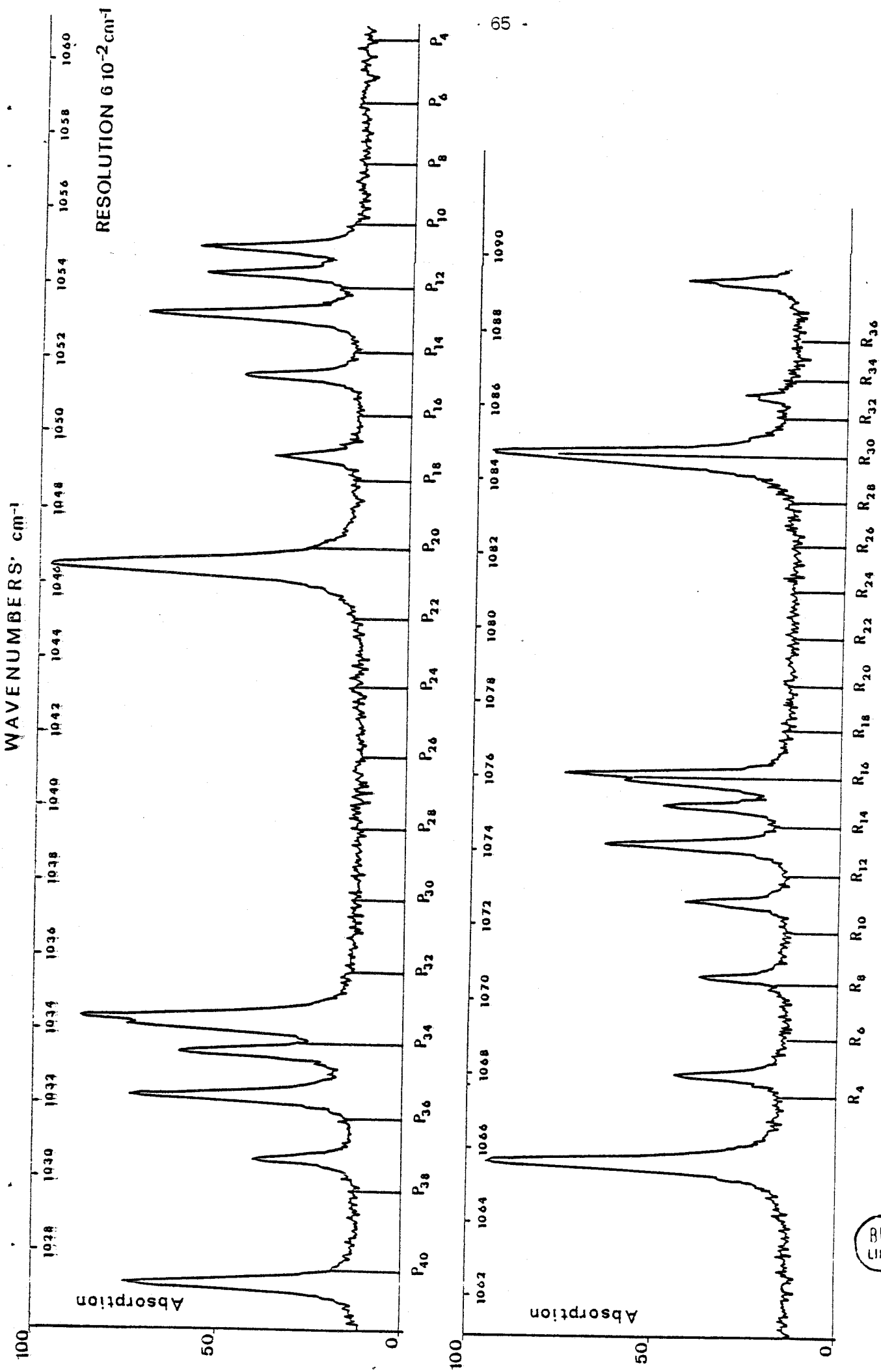


Fig. I-22 (d) : Spectre d'absorption de NH_3 dans la région de $9 \mu\text{m}$.

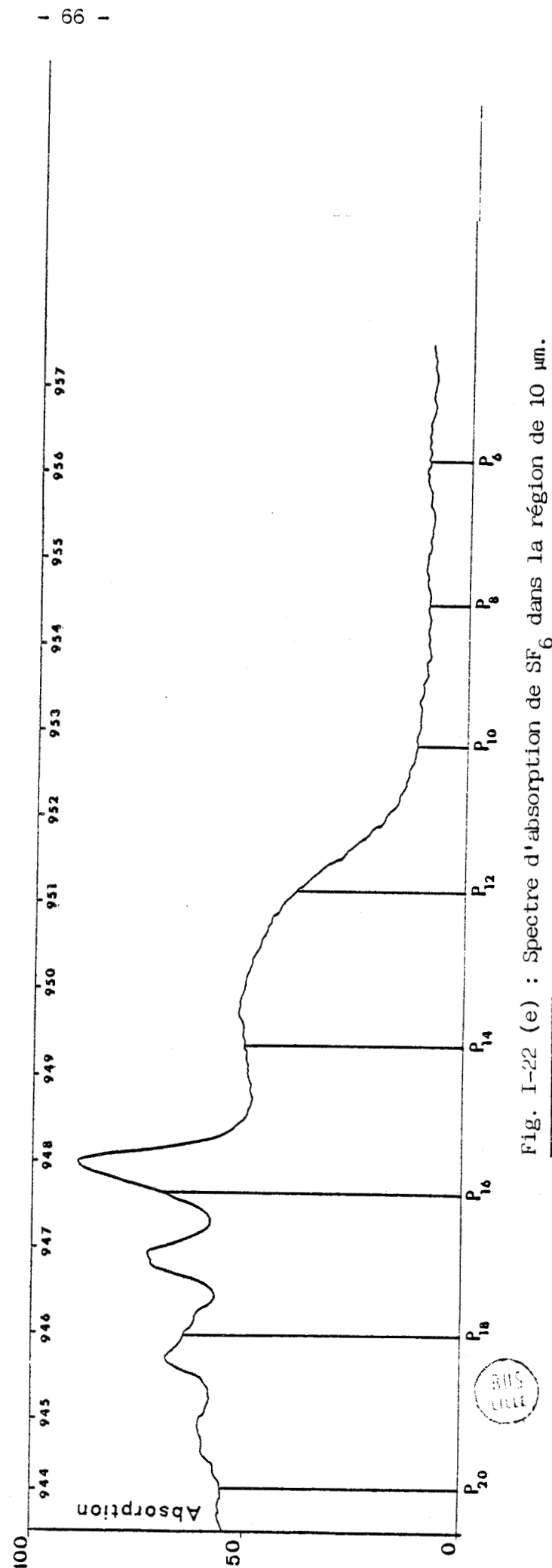
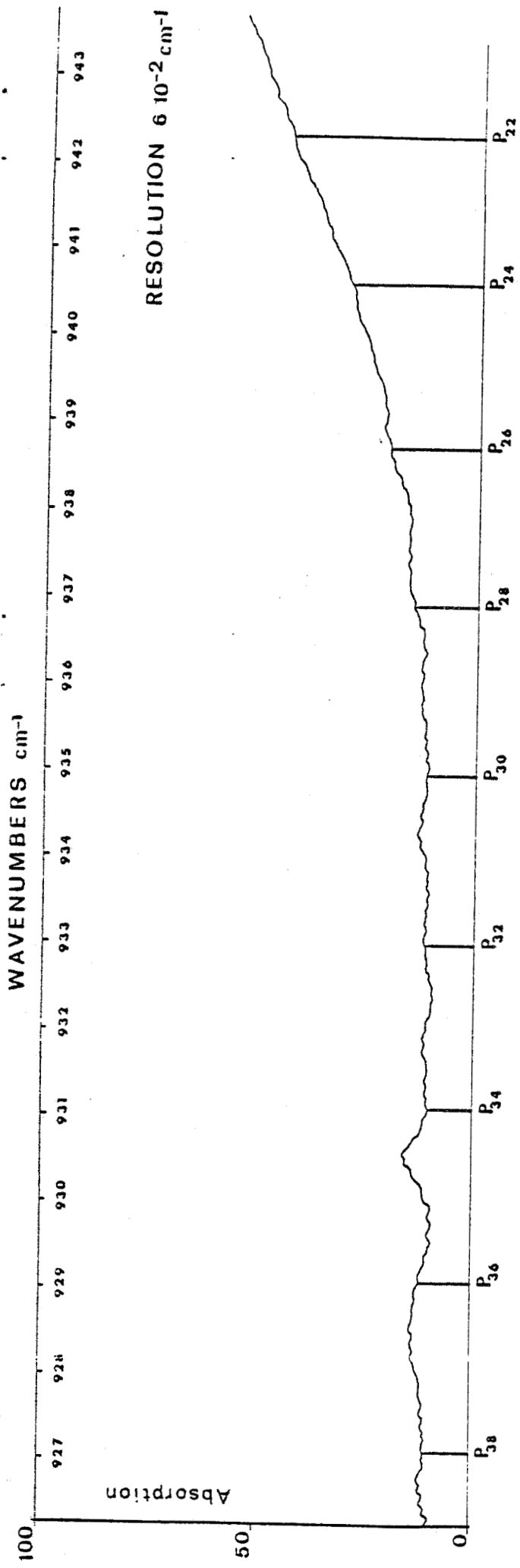


Fig. I-22 (e) : Spectre d'absorption de SF_6 dans la région de $10 \mu\text{m}$.

Dans le cas contraire où une raie de forte intensité est en quasi coïncidence avec une raie d'émission laser, le signal peut passer par un optimum à une pression intermédiaire. Cette pression dépend de l'intensité de la raie et de la signature des raies d'absorption "voisines". L'existence de cet optimum peut s'avérer importante dans le cas d'une modulation en fréquence où le signal peut être beaucoup plus important à basse pression qu'à haute pression.

La figure I-23 donne l'évolution du signal optoacoustique en fonction de la pression totale pour une pression partielle de C_2H_4 et NH_3 constante.

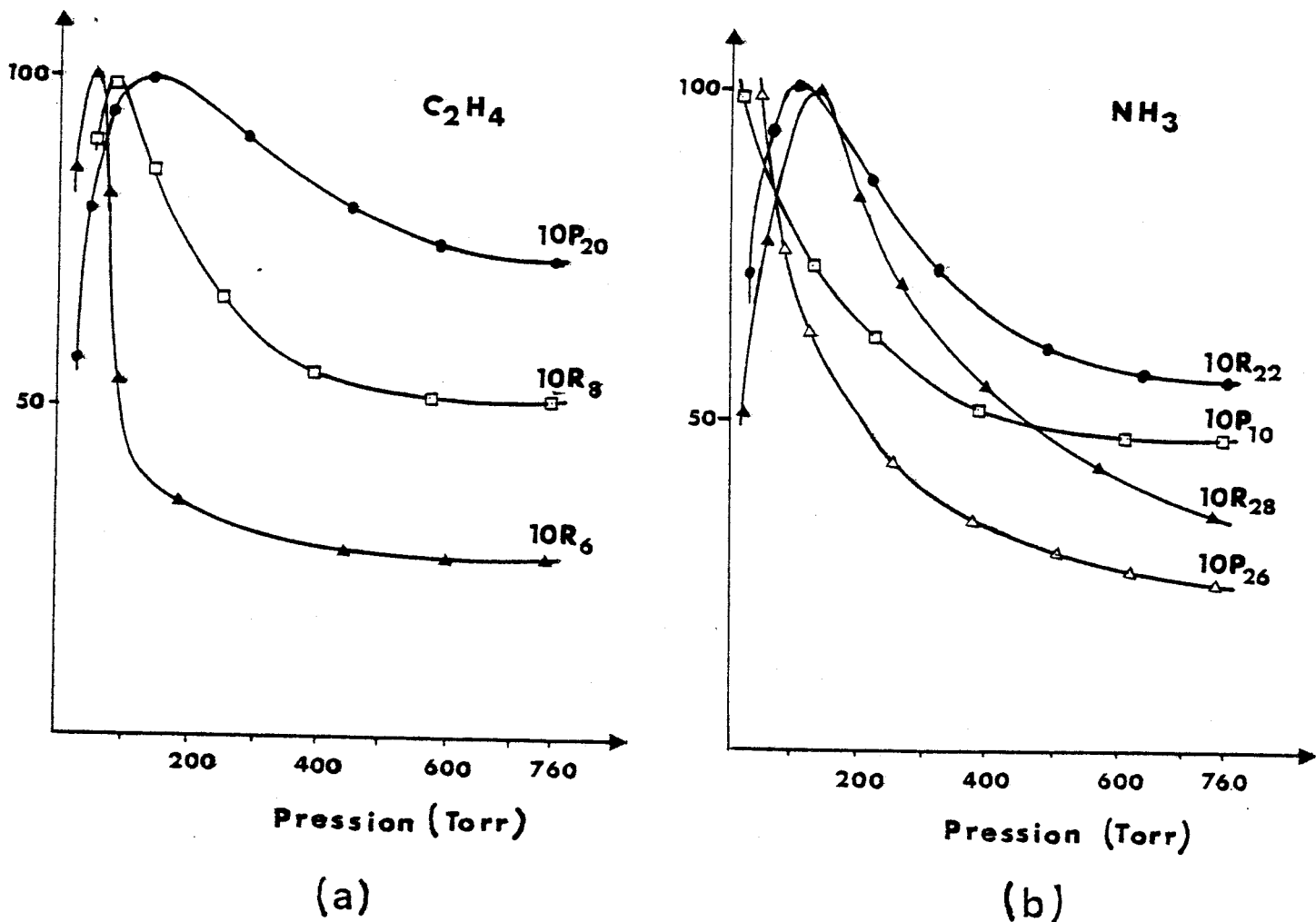


Fig. I-23. Signal O.A. fonction de la pression pour quelques raies d'émission laser.

d) Concentration minimale détectable.

La sensibilité du montage expérimental avec la cellule en extra cavité a été estimée pour l'éthylène, l'ammoniac et l'hexafluorure de soufre sur des raies d'émission du laser à CO_2 correspondant à une forte absorption. La concentration du gaz étudié est réalisée en diluant 25 millitorrs de ce gaz dans de l'azote sec à la pression atmosphérique et en rediluant 230 millitorrs de ce mélange à nouveau dans de l'azote sec à la pression atmosphérique. Nous obtenons ainsi une concentration de 10 ppb aux erreurs de dosage près. Le faisceau de sortie du laser de un watt est focalisé au niveau du microphone et le signal est détecté dans une bande de 1 Hz.

Le signal correspondant à 10 ppb du gaz détecté est donné par la différence entre le signal obtenu quand le mélange est introduit dans la cellule et le signal obtenu en remplissant la cellule d'azote sec. Ce dernier signal est dû à l'absorption de la radiation par les fenêtres en NaCl fermant la cellule et les parois internes de celle-ci. Sur la figure I-24, est reproduit un enregistrement correspondant à 10 ppb de SF_6 .

L'absorption de la radiation par les fenêtres et les parois de la cellule donne un signal parasite cohérent de 20 $\mu\text{v/watt}$, il est équivalent à 0,2 ppb/watt $(\text{Hz})^{1/2}$ de SF_6 .

La sensibilité de ce montage expérimental est de :

- 1,25 ppb sur la raie 10P(14) pour l'éthylène,
- 1 ppb sur la raie 10P(32) pour l'ammoniac
- 0,6 ppb sur la raie 10P(16) pour l'hexafluorure de soufre.

Ces sensibilités sont obtenues avec un rapport signal sur bruit de 8 pour C_2H_4 , 10 pour NH_3 et de 17 pour SF_6 .

Il faut noter l'anomalie pour SF_6 . Si l'on tient compte du rapport des coefficients d'absorption pour C_2H_4 et SF_6 pour les raies laser respectives 10P(14) et 10P(16), la sensibilité pour SF_6 devrait être très inférieure à 0,6 ppb. Pour expliquer cette anomalie, il serait nécessaire de refaire des mesures et de vérifier la pureté du gaz utilisé.

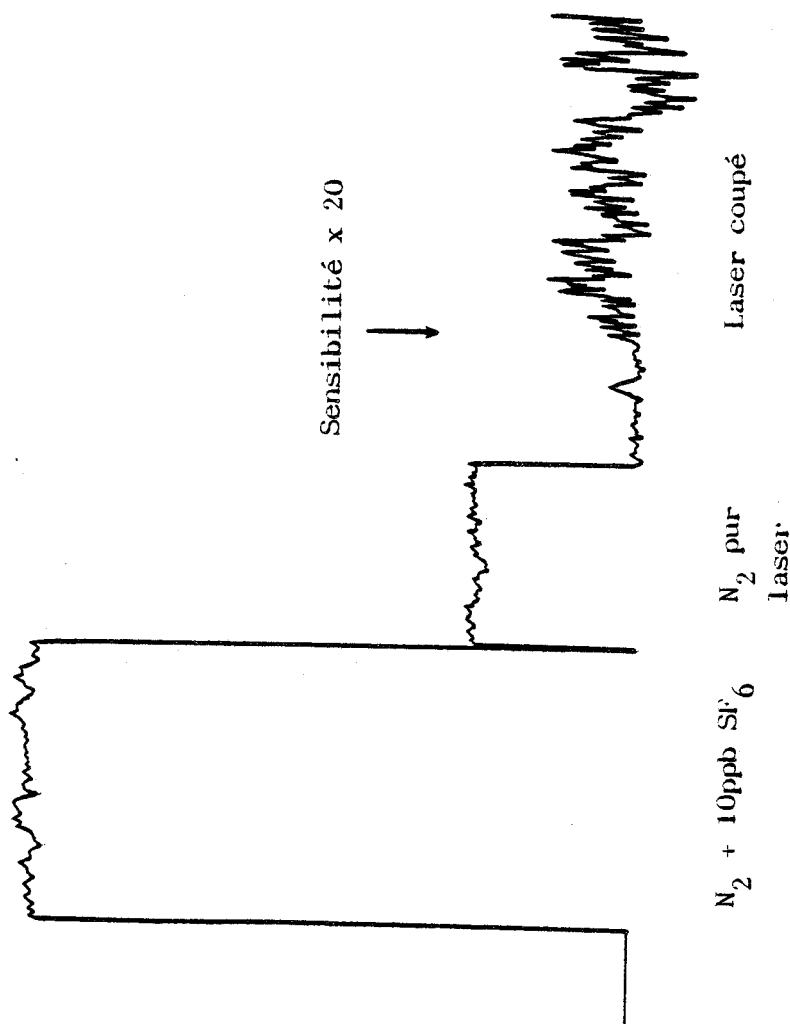


Fig. I-24. Enregistrement du signal O.A. correspondant à 10 ppb de SF₆ dilué dans l'azote pour la raie laser 10P(16)



Si l'on tient compte des valeurs des coefficients d'absorption publiées pour C_2H_4 et NH_3 , on obtient une sensibilité exprimée en cm^{-1} de : $2,6 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^{-1}$.

Les sources de bruit qui limitent la sensibilité sont essentiellement les turbulences d'air qui destabilisent le laser à CO_2 et les bruits ambiants (modulateur mécanique, pompes etc...). La valeur de ce bruit est inférieure à $2 \mu v$ soit $2 \cdot 10^{-2} \text{ ppb/watt (Hz)}^{1/2}$ de SF_6 mais bien supérieure à la valeur du bruit brownien du microphone qui, en principe, limite la détectivité.

Cette sensibilité peut encore être augmentée par l'utilisation d'un microphone cylindrique dont la membrane constituerait la cellule résonante.

Comparée aux techniques de détection utilisant la spectroscopie, la méthode optoacoustique est très sensible. Seule la chromatographie donne une sensibilité comparable. Basée sur l'analyse chimique, cette dernière méthode est très longue et ne permet pas un contrôle permanent de la pollution.

D] CELLULE OPTOACOUSTIQUE A L'INTERIEUR DE LA CAVITE D'UN LASER GUIDE D'ONDE A CO_2 .

1 - Intérêt de l'utilisation d'un laser guide d'onde.

L'intérêt de l'utilisation d'une cellule optoacoustique à l'intérieur d'une cavité laser est du essentiellement à l'augmentation de la puissance disponible. Cependant, la gamme d'accord limitée par la largeur de l'intervalle spectral libre obtenu pour les lasers fonctionnant à basse pression est faible (typiquement de l'ordre de 50 MHz). Si l'on veut moduler en fréquence l'intervalle d'excursion en fréquence est donc limité à 50 MHz. Comparée à la largeur des raies d'absorption à la pression atmosphérique, la variation de l'absorption entre deux fréquences espacées de 50 MHz est négligeable. La seule possibilité est donc de moduler en fréquence en utilisant deux raies d'émission ou de moduler l'intensité. Dans le premier cas,

les montages expérimentaux sont compliqués et peu fiables dans leur utilisation. Dans le deuxième cas, l'utilisation d'un modulateur mécanique donnerait un signal parasite cohérent trop important.

L'emploi d'un guide d'onde à CO_2 accordable en fréquence permet, tout en gardant une puissance notable, une modulation en fréquence en utilisant un ou deux modes longitudinaux consécutifs de la cavité et une seule raie d'émission laser. Nous avons expérimenté cette technique dans le cas d'une détection par absorption différentielle [7]. Cette méthode de modulation n'est possible que si la courbe de gain est plus large à l'intervalle en fréquence entre deux modes longitudinaux consécutifs de la cavité pour que les modes "se recouvrent". Le point de recouvrement est alors l'élément discriminateur utilisé pour asservir le laser. L'asservissement du laser consiste à obtenir une émission d'intensité constante de part et d'autre du point de recouvrement à deux fréquences données. Le guide dont nous disposons présente des pertes optiques trop importantes et la largeur de la courbe de gain est inférieure à la largeur de l'intervalle spectral libre, de sorte que les modes longitudinaux ne "se recouvrent" pas. Dans ces conditions, cette technique de modulation n'est pas réalisable. La deuxième possibilité que nous avons envisagée est de moduler la longueur de la cavité par une faible tension appliquée à la céramique piézo-électrique. Il est alors possible d'obtenir une modulation simultanée en intensité et en fréquence ; cependant la dérive de la longueur de cavité ne permet pas de mesures stables. De plus, l'excitation de la céramique sur laquelle est monté le réseau, donne un signal parasite cohérent important. Nous avons donc opté pour une modulation de l'intensité du rayonnement. Elle est réalisée par une modulation du courant de décharge du laser guide d'onde.

2 - Dispositif expérimental.

Le schéma de l'installation expérimentale est reproduit sur la figure I-25.

Le laser guide d'onde utilisé est celui décrit au chapitre II. Le courant électrique de la double décharge est modulé à la fréquence de

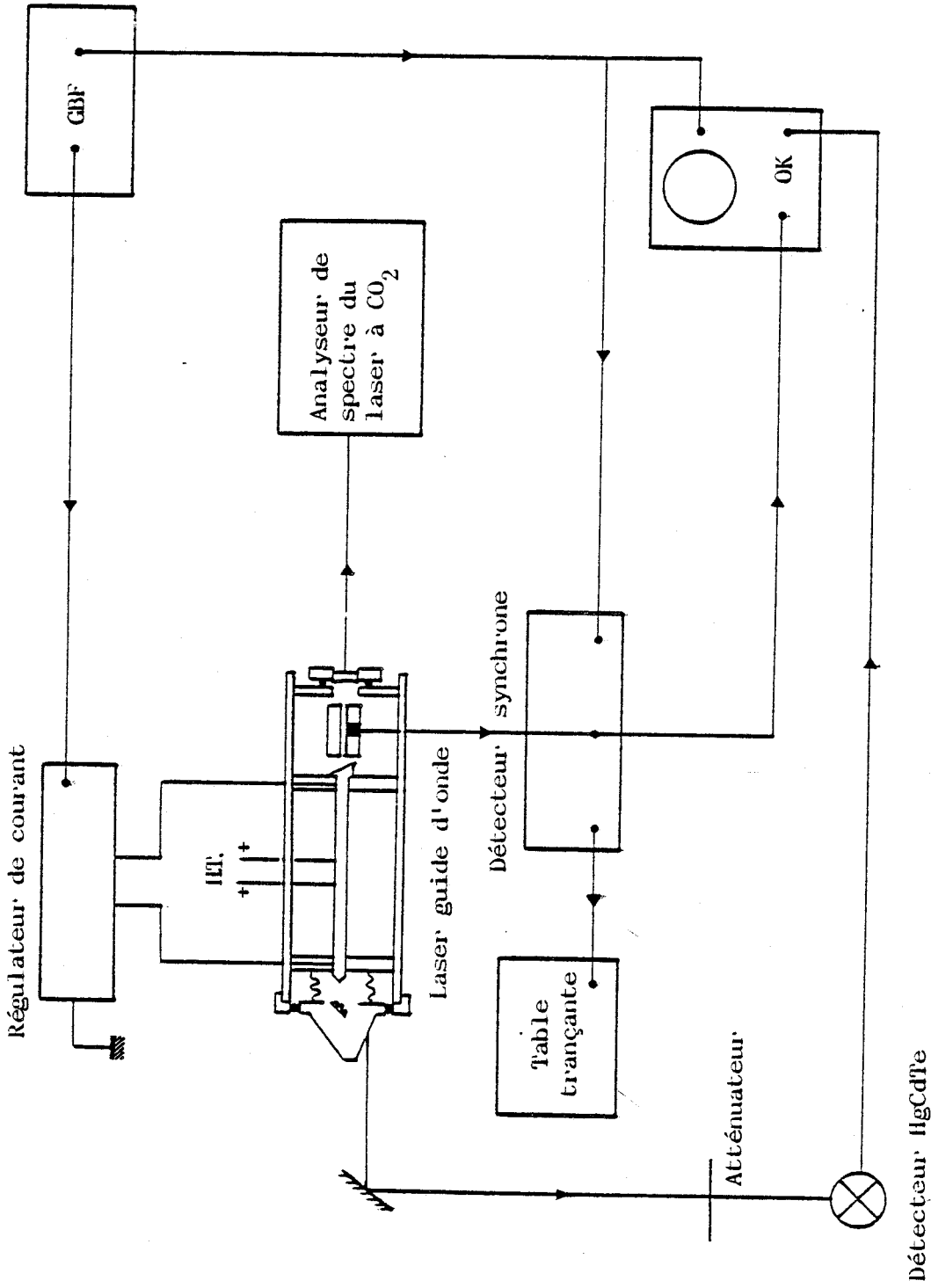


Fig. I-25. Dispositif expérimental de la détection optoacoustique.



de résonance de la cellule (1550 Hz) par l'intermédiaire du régulateur qui limite le courant électrique de la décharge. La difficulté d'établir simultanément les deux décharges du fait de la dissymétrie de la section du guide ne permet pas de faire fonctionner le laser guide d'onde aux valeurs optimales de tension et de courant électrique. Dans ces conditions, la puissance disponible à l'intérieur de la cavité est de seulement 5 watts, modulée à 25 %.

Le couplage de l'énergie avec l'extérieur est réalisé à deux niveaux. Le couplage du réseau dans l'ordre zéro est de l'ordre de 2 %. Cette puissance est atténuée et envoyée sur un détecteur Hg Cd Te pour le contrôle de la profondeur de modulation. Un autre couplage de 2 % est réalisé au niveau du miroir de bout qui constitue le deuxième réflecteur. Il sert au contrôle de la puissance émise et au repérage de la raie d'émission laser.

Le signal microphonique, après détection synchrone à la fréquence de modulation correspondant à la fréquence de résonance de la cellule, est enregistré sur une table traçante en fonction du temps.

3 - Concentration minimale détectable d'éthylène.

La concentration minimale détectable est déterminée pour la raie d'émission laser 10P(14) correspondant à une forte absorption ($k = 30\text{cm}^{-1}\text{atm}^{-1}$). La puissance à l'intérieur de la cavité du laser guide d'onde est de 4 watts modulée à 25 % et le signal correspondant à 10 ppb de C_2H_4 est détecté dans une bande de 1 Hz.

$$c = 0,3 \text{ ppb.}$$

La diminution de la concentration minimale détectable dans ce montage par rapport au premier montage est due au facteur de qualité de la cellule résonante qui est de 6.

Cette concentration minimale détectable est principalement limitée par la faible valeur du facteur de qualité de la cellule et la faible puis-

sance disponible à l'intérieur de la cavité du laser guide d'onde.

Le facteur de qualité de la cellule peut être augmenté par l'utilisation d'un cylindre résonant fermé à ses deux extrémités.

Un premier guide d'onde ayant même structure que le guide utilisé mais représentant une meilleure rectitude, nous a permis de disposer de 50 watts à l'intérieur de la cavité. Nous pouvons donc réduire la concentration minimale détectable d'un facteur 10. Un guide de bonne qualité permettrait d'obtenir une puissance et une largeur de courbe de gain suffisantes pour une modulation en fréquence et la détection de "Lamb-dips" de saturation.

Le bruit dû à l'excitation de la céramique piézo-électrique est transmis au microphone par l'intermédiaire du soufflet métallique. Il peut être réduit de deux manières. Nous avons désolidarisé la céramique du soufflet métallique de façon que le déplacement de celle-ci se fasse dans les deux directions, le bruit cohérent détecté a été réduit d'un facteur deux. Nous pouvons donc espérer qu'un assemblage du disque en céramique piézo-électrique avec la structure laser par une fine bague réduirait encore ce bruit. Nous avons également constaté qu'une réduction de la pression dans le guide fait disparaître ce bruit parasite cohérent. Une solution envisageable consisterait à placer une cellule tampon entre la cellule optoacoustique et le milieu amplificateur du guide d'onde par l'intermédiaire duquel le signal phonique est transmis. Le vide dans cette cellule tampon éliminerait le signal parasite cohérent.

Le signal parasite cohérent provenant de l'échauffement des fenêtres est mesuré pour différentes raies d'émission laser et la cellule remplie d'azote sec. Il est de l'ordre de $200 \mu\text{v}/\text{watt} (\text{Hz})^{1/2}$. Ce signal est très important et seul le choix d'autres matériaux pour les fenêtres fermant la cellule peut le réduire.

La concentration minimale d'éthylène détectable peut donc être considérablement réduite. Cependant, en atmosphère réelle, la détectivité dépendra des gaz présents et de leur effet d'interférence avec le constituant détecté.

4 - Sensibilité du spectrophone.

Compte tenu de la puissance modulée, la sensibilité pour l'éthylène dilué dans l'azote est de 0,3 ppb/watt (Hz)^{1/2}, soit 10⁻⁸cm⁻¹/watt(Hz)^{1/2}.

Dans le cas idéal la sensibilité est limitée essentiellement par le bruit brownien des molécules sur la membrane du détecteur et le bruit électronique du préamplificateur qui suit le microphone. A la fréquence 1550 Hz, ces deux bruits donnent 0,5 10⁻⁶ Pa, soit 25 nV compte tenu de la sensibilité du microphone utilisé. Le bruit mesuré est de 10 µV. Actuellement la majeure source de bruit incohérent (non phasé avec la modulation) est due à l'instabilité de la cavité laser. Le miroir de couplage est réglable par un jeu de trois vis qui déforment un joint torique. Si ce système est fiable à la pression atmosphérique sans échauffement de gaz, il est inefficace lorsque la cellule est pompée ou que le gaz s'échauffe par absorption de la radiation infra-rouge. En isolant le miroir de la cellule par un flasque comportant une fenêtre, nous pouvons espérer réduire fortement les fluctuations de la longueur de la cavité laser et réduire le bruit incohérent résultant.

CONCLUSION.

Le spectrophone que nous avons expérimenté, a une détectivité de 0,3 ppb/watt (Hz)^{1/2} pour l'éthylène dilué dans l'azote à la pression atmosphérique. Cette détectivité est très éloignée de celle qu'on peut attendre d'un laser guide d'onde relativement performant.

Tel qu'il est conçu, ce spectrophone a les avantages d'être compact et facilement transportable sur les sites pollués. Une amélioration mécanique et l'utilisation d'un meilleur guide d'onde permettraient une modulation en fréquence et une détection à des pressions de quelques dizaines de torrs. A ces valeurs de pression, on peut espérer obtenir une sensibilité comparable tout en diminuant la contribution des constituants interférents avec le gaz détecté dans le cas d'une atmosphère réelle.

DEUXIEME PARTIE

LASER GUIDE D'ONDE À CO_2

EXCITÉ PAR UNE DÉCHARGE R.F.

INTRODUCTION

Les avantages du laser guide d'onde à CO_2 sur le laser à CO_2 basse pression sont dus essentiellement à l'augmentation des fréquences d'accord, au faible encombrement de ce type de source et à la densité d'énergie par unité de volume élevée { 46, 48, 49, 52, 53, 59, 91, 92, 93, 94} . Dans les deux cas, l'excitation du milieu amplificateur est obtenue à l'aide d'une décharge haute tension continue (0,5 - 1,5 kV/cm) sous un faible courant électrique (quelques mA). De part sa nature, ce type de décharge présente trois inconvénients. Lorsqu'on essaie de miniaturiser les lasers guides d'onde, se pose le problème d'isolation de la haute tension et de la sécurité. La chute de tension cathodique nécessite l'emploi de résistances ballast pour réguler le courant de la décharge électrique ($> 100 \text{ k}\Omega/\text{cm}$ de décharge). Enfin, l'expérience des lasers guides d'ondes excités par une haute tension a montré que les électrodes H.T. se détériorent avec le temps et donnent un dépôt métallique dans les guides ("sputtering") qui diminue leur performance.

Les trois inconvénients inhérents à ce type de décharge sont en partie éliminés par l'utilisation d'une décharge haute fréquence.

C'est en 1965 que P. Barchewitz et col. {95} ont pour la première fois utilisé l'excitation haute fréquence pour obtenir une émission laser continue de CO_2 . Par la suite, la décharge H.F. fut utilisée en parallèle avec la décharge H.T. continue pour préioniser le gaz ou uniformiser la décharge dans les lasers pulsés de grande puissance de sortie {73, 96, 97, 98, 99, 100, 101} . Plus récemment, elle fut appliquée à l'excitation du milieu amplificateur de laser guide d'onde à CO_2 {71, 72, 74, 75}. Le gain qui peut être obtenu par ce type d'excitation semble être comparable à celui de l'excitation continue haute tension selon K.D. Laackman {71}. Les principaux avantages de l'excitation H.F. sont l'absence d'électrodes H.T., le caractère positif de l'impédance de la décharge et le fonctionnement basse tension (de l'ordre de 200 V). Ces trois caractères permettent

une conception de lasers guides d'onde à CO_2 peu encombrants et pouvant fonctionner sans écoulement gazeux (en scellé).

Dans le premier chapitre, nous donnons quelques rappels théoriques relatifs à la décharge H.F. dans un "plasma" et à l'efficacité de la décharge.

Dans le deuxième chapitre, nous décrivons deux réalisations expérimentales de lasers guides d'onde à CO_2 .

Ces deux prototypes nous ont permis de mettre en évidence les problèmes que pose l'excitation du milieu amplificateur d'un laser guide d'onde par une décharge radiofréquence.

CHAPITRE I : DÉCHARGE H.F. ET EFFET LASER

A) PRINCIPE DE LA DÉCHARGE H.F.

1 - Introduction.

La décharge H.F. repose sur la notion de "plasma" introduit en 1929 par Langmuir et Tonks {102} pour désigner un gaz ionisé électriquement neutre dans une enceinte.

L'amorçage de la décharge et son entretien sont reliés à la densité des électrons libres dans le "plasma".

Lorsque le gaz est constitué d'un mélange $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{He}$ une inversion de population est obtenue comme dans le cas d'une décharge H.T.

2 - Amorçage de la décharge {103}.

Considérons un gaz à une pression telle que le libre parcours moyen des molécules soit inférieur aux dimensions de l'enceinte. Dans un gaz, il existe toujours des électrons libres même en absence de champ électromagnétique. Si l'on applique à ce gaz un champ électrique oscillant de fréquence ω , ces électrons acquièrent une énergie cinétique. Lorsque le champ appliqué est suffisamment intense, les collisions inélastiques électron-neutre peuvent ioniser les molécules du gaz et produire d'autres électrons libres. Si le nombre de ces électrons est relativement important, un courant électrique est induit dans le gaz. Par impact électronique, les électrons de masse m peuvent transmettre une partie de leur énergie cinétique aux molécules neutres de masse M . Le rapport de transfert est de l'ordre de $\frac{2m}{M}$. Les molécules neutres sont ionisées ou excitées. Les deux phénomènes ont lieu simultanément.

3 - Entretien de la décharge.

L'entretien de la décharge s'explique par la limitation du nombre d'électrons dans le "plasma". Un équilibre entre le nombre d'électrons créés

et le nombre d'électrons neutralisés s'établit. La neutralisation des électrons est due aux :

- interactions avec les ions créés
- interactions avec les molécules neutres
- interactions avec les parois de l'enceinte.

4 - Inversion de population.

Lorsque le "plasma" est un mélange $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{H}_e$ une inversion de population analogue à celle produite dans une décharge continue H.T. peut être obtenue. Par impact électronique, le niveau supérieur $00^{\circ}1$ mais aussi les niveaux inférieurs $02^{\circ}0$ et $10^{\circ}0$ du gaz carbonique sont excités. L'émission laser s'effectue entre les niveaux de vibration $00^{\circ}1$ et $02^{\circ}0 - 10^{\circ}0$ du gaz carbonique. La présence de l'azote a pour but de peupler sélectivement le niveau $00^{\circ}1$ du CO_2 car celui-ci est en quasi-résonance avec le niveau de vibration $V = 1$ de l'azote ($\Delta E = 18 \text{ cm}^{-1}$). L'hélium par sa grande mobilité permet d'augmenter la conductivité thermique et d'assurer un dépeuplement rapide des niveaux inférieurs $02^{\circ}0$ et $10^{\circ}0$ du gaz carbonique. Le rôle de la proportion d'azote et de l'hélium sur la densité des électrons sera analysé plus loin.

B] IMPEDANCE DE LA COLONNE DE "PLASMA".

1 - Colonne positive de "plasma".

Dans une colonne de gaz soumise à une excitation électrique, le centre de la colonne de "plasma" a une charge électrique globale positive. Cela s'explique de la façon suivante. Les ions ont une agitation thermique plus faible que celle des électrons non seulement à cause de leur plus grande masse mais aussi parce que les collisions avec les neutres les thermalisent. La masse des électrons étant beaucoup plus faible que celle des ions, les collisions électron-ion sont relativement inefficaces à communiquer l'énergie aux ions tandis que ces derniers communiquent efficacement leur énergie aux neutres. Aussi, les ions se retrouvent à une température T_+ beaucoup plus faible que la température T_- des électrons. Il en résulte une

diffusion des électrons depuis le centre de la colonne de "plasma" vers les parois de l'enceinte en leur donnant une charge électrique globale négative et laissant le centre de la colonne avec une charge électrique globale positive. C'est la colonne de "plasma" positive.

L'impédance de la colonne de "plasma" diffère suivant qu'il s'agit d'une décharge continue H.T. ou d'une décharge H.F. Cette impédance est "négative" dans le premier cas et "positive" dans le second cas.

2 - Impédance "négative" de la décharge continue H.T.

Considérons une colonne de gaz dans une enceinte soumise à une excitation longitudinale continue H.T. à l'aide de deux électrodes. Sous l'effet du champ électrique appliqué les charges positives et négatives du "plasma" sont accélérées respectivement vers la cathode et l'anode. Les charges sont séparées spatialement. Lorsque le courant électrique augmente, le nombre de charges libres augmente et l'impédance de la décharge diminue. On conçoit donc que l'impédance d'un tel type de décharge est "négative". La caractéristique courant-tension dans une décharge continue haute tension est schématisée sur la figure II-1.

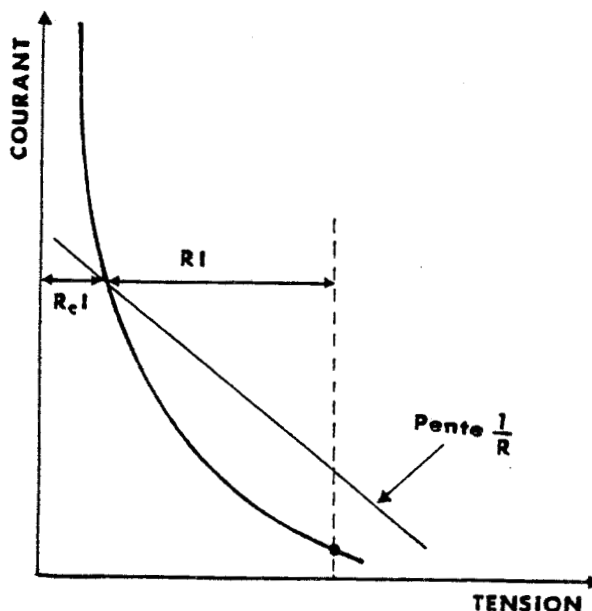


Fig. II-1. Caractéristique courant - tension de la décharge laser H.T.

Pour limiter le courant électrique dans un laser excité par une décharge continue H.T., la colonne de "plasma" est mise en série avec une résistance ballast R. Le point de fonctionnement de la décharge est défini par l'intersection de la courbe $I = I(v)$ avec la droite de pente $1/R$ (cf. figure II-1). Une partie importante de la puissance électrique fournie est dissipée dans la résistance ballast et le rendement du laser, puissance émise sur puissance électrique fournie, en est réduit.

Comme nous le verrons au paragraphe suivant, dans le cas d'une décharge H.F., l'impédance du "plasma" est "positive" et la résistance ballast est supprimée.

C] DENSITE D'ELECTRONS.

L'efficacité de la décharge H.F. est reliée à la puissance électrique absorbée par le "plasma". Cette puissance dépend entre autres paramètres de la densité d'électrons.

1 - Puissance absorbée {104}

Si nous considérons un champ électrique oscillant de la forme :

$$E(t) = E_0 \exp(i \omega t) \quad (\text{II-1}).$$

Les électrons libres du "plasma" acquièrent une vitesse v donnée par :

$$v = - \frac{1}{i \omega} \frac{e}{m} E \quad (\text{II-2})$$

e et m sont la charge et la masse de l'électron, ω et E sont la fréquence et l'amplitude du champ électrique appliqué

Il en résulte un courant induit dans le gaz qui a pour expression :

$$j = - n e v = \frac{n e^2}{i \omega m} E \quad (\text{II-3})$$

n est la densité d'électrons dans le "plasma"

L'équation de Maxwell

$$\vec{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II-4})$$

conduit à :

$$\vec{\text{Rot}} \vec{H} = i \omega \left(\epsilon - \frac{n e^2}{m \omega^2} \right) \vec{E} = i \omega \epsilon^* (\omega) \vec{E} \quad (\text{II-5})$$

Cette relation montre que le "plasma" est équivalent à un milieu diélectrique de constante :

$$\epsilon^* (\omega) = \epsilon - \frac{n e^2}{m \omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (\text{II-6})$$

où $\omega_p^2 = \frac{n e^2}{\epsilon n}$ est la fréquence "plasma" de Langmuir.

Si l'on considère une oscillation dans une direction x de la forme $\exp(i k x)$ l'équation de propagation suivant x est :

$$\nabla^2 E(x) + \epsilon \omega^2 E(\omega) = 0 \quad (\text{II-7})$$

Le coefficient de propagation k est donné par :

$$k^2 = \omega^2 - \omega_p^2 \quad (\text{II-8})$$

La fréquence "plasma" $\nu_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$ est donnée par :

$$\nu_p = 8920 \sqrt{n} \text{ Hz} \quad (\text{II-9})$$

Elle est comprise entre 10^{11} et 10^{13} pour les "plasmas" denses de laboratoire.

Dans le calcul précédent, il n'a pas été tenu compte des interactions entre particules. Si l'on tient compte, la vitesse v est donnée par :

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{e}{m} E - \frac{1}{\tau} v \quad (\text{II-10})$$

où $\frac{1}{\tau}$ est la fréquence de collisions entre électrons et molécules.

Le courant électrique, dans ce cas, a pour expression :

$$\vec{j} = - \frac{n e^2}{m} \frac{(i\omega - 1/\tau)}{(\omega^2 + 1/\tau^2)} \vec{E} \quad (\text{II-11})$$

Cette expression montre que le "plasma" a une conductivité donnée par :

$$\sigma = \frac{n e^2}{m} \frac{1/\tau}{\omega^2 + 1/\tau^2} \quad (\text{II-12})$$

Cette conductivité positive donne une impédance positive, due à la dynamique du champ électrique, qui est prépondérante par rapport à l'impédance négative qui résulte de l'effet de multiplication des électrons.

Le taux d'énergie absorbée par unité de volume est :

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{n e^2}{m} \frac{1/\tau}{\omega^2 + 1/\tau^2} E^2 \quad (\text{II-13})$$

Cette expression montre que l'énergie absorbée par le "plasma" dépend de l'amplitude et de la fréquence du champ électrique appliqué, de la fréquence et de la densité des électrons.

2 - Densité d'électrons :

Plusieurs tentatives ont été faites pour analyser les décharges laser afin de prédire les performances quantitatives des lasers {105, 106, 107, 108, 109} . La densité d'électrons optimale semble être de l'ordre de 10^9 électrons par cm^3 {110, 111, 112, 113} . Cette densité d'électrons dépend du mélange $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{H}_e$ et du rapport champ électrique appliqué sur le nombre de molécules du mélange (E/N).

J.J. Lowke et col. {109} ont calculé le pourcentage d'énergie perdue dans les différents processus mis en cause dans une décharge en fonction de E/N et du mélange $\text{CO}_2 - \text{N}_e - \text{H}_e$. Basé sur le calcul des coefficients de transfert à partir de l'équation de Boltzman, ce calcul conduit aux courbes reproduites sur la figure II-2. Les différentes courbes représentent le pourcentage d'énergie perdue par :

- I - Collisions élastiques, excitation rotationnelle et excitation des niveaux 02^00 et 10^00 de CO_2 .
- II - Excitation du niveau 00^01 de CO_2 et du premier niveau de vibration de N_2 .
- III - Excitation électronique.
- IV - Ionisation des gaz.

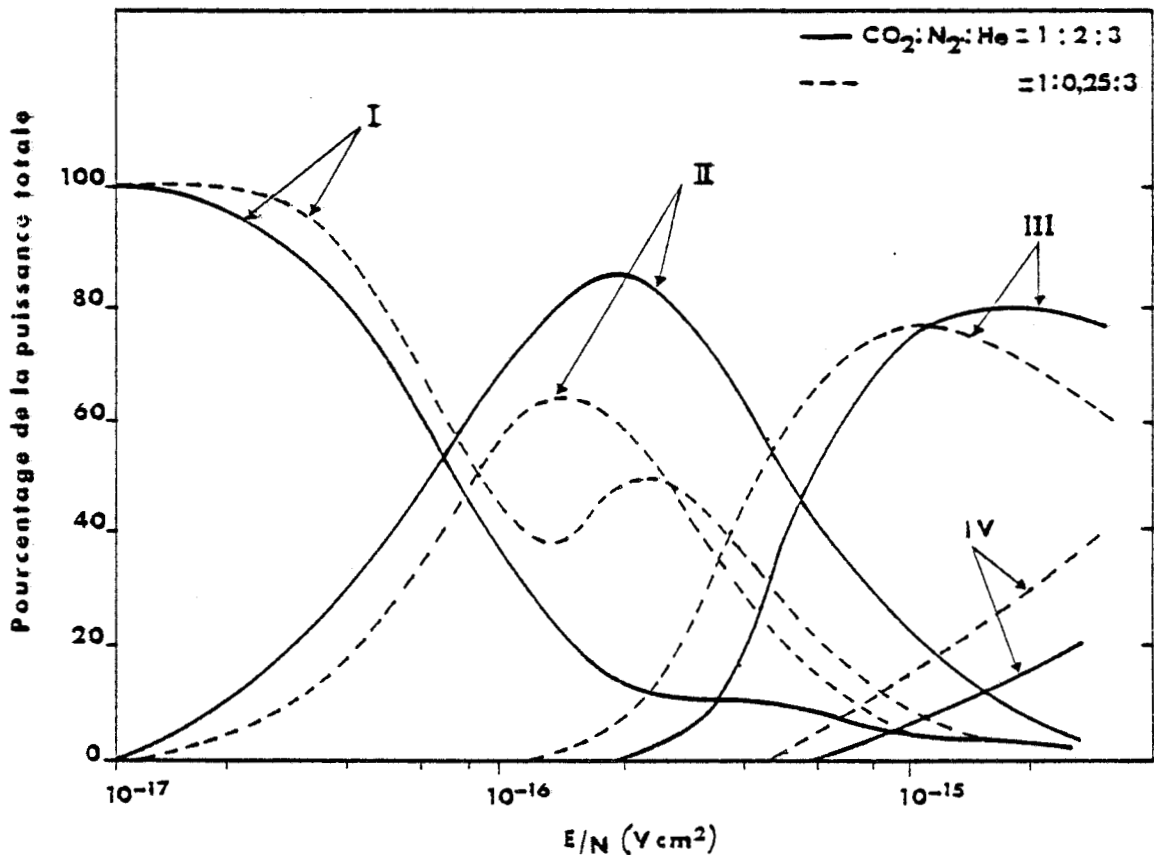


Fig. II-2 : Pourcentage de la puissance cédée aux différents processus (d'après J.J. Lowke {109}).

L'augmentation du rapport N_2/CO_2 accroît l'efficacité donnée par les courbes II de la figure II-2.

Les courbes de la figure II-3 montre l'influence de la proportion d'hélium dans le mélange.

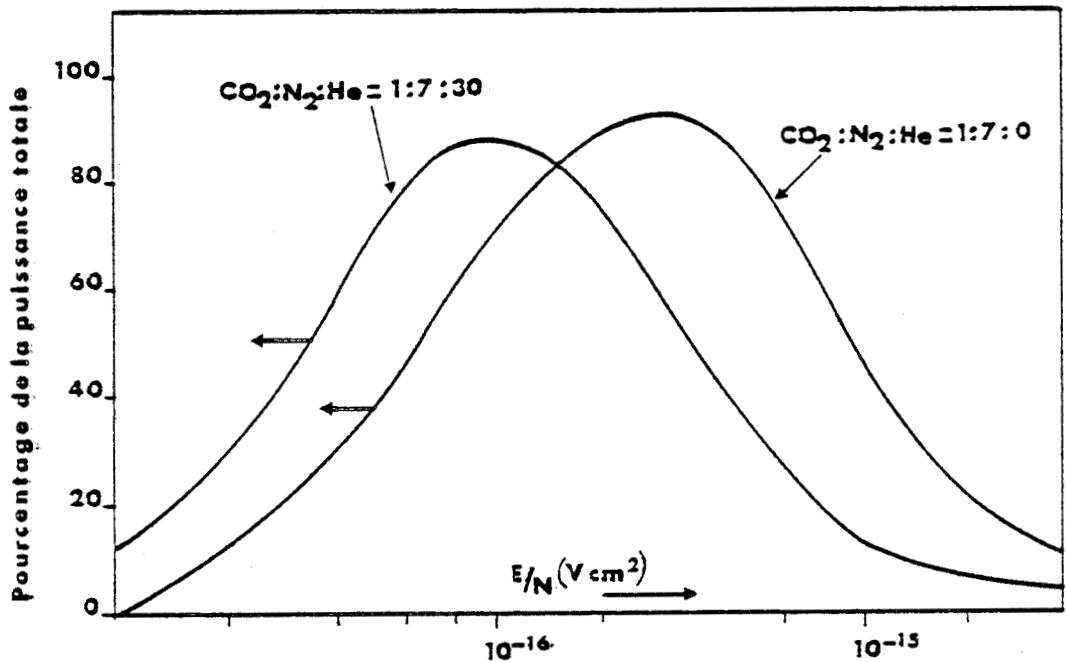


Fig. II-3 : Influence de la proportion d'hélium dans le mélange sur l'efficacité de la décharge (d'après J.J. Lowke (109))

A pression constante et pour une valeur de E/N donnée, une augmentation de la proportion d'hélium accroît la valeur moyenne de l'énergie des électrons, l'hélium ne présente pas comme l'azote et le gaz carbonique des pertes vibrationnelles inélastiques. Aussi l'énergie des électrons nécessaire à exciter les niveaux supérieurs du gaz carbonique et à entretenir la décharge est obtenue pour des valeurs de E/N plus faibles.

CHAPITRE II : RÉALISATIONS EXPÉRIMENTALES

A] PREMIERES INVESTIGATIONS.

Le problème majeur dans la réalisation d'un laser guide d'onde excité par une décharge haute fréquence est le couplage d'énergie entre la source d'impédance de sortie donnée et la décharge laser qui présente une impédance dépendant du matériau, de la géométrie de l'enceinte contenant le milieu amplificateur, de la composition du mélange gazeux, mais aussi du degré d'ionisation du "plasma".

Avant toute réalisation, nous avons fait diverses manipulations sur l'absorption de la radiofréquence par différents matériaux et sur la géométrie des électrodes la mieux adaptée à une excitation efficace. Les premiers essais ont été réalisés à l'aide de tubes en pyrex et d'oxyde de beryllium. A priori, deux possibilités de couplage de l'énergie délivrée par le générateur R.F. dans la cavité laser sont envisageables.

La première possibilité consiste à réaliser un couplage par une bobine de self inductance. Il s'est avéré que cette technique était inapte à produire une décharge dans le mélange gazeux haute pression, le champ électrique n'étant pas suffisamment intense.

La seconde possibilité consiste à placer le milieu amplificateur entre deux électrodes constituant un condensateur plan. L'enceinte contenant le gaz est complétée par deux parois en diélectrique et la décharge est limitée au conduit formé par les quatre parois du guide ainsi constitué. Cette configuration permet d'obtenir un champ électrique suffisamment intense dans l'enceinte.

Ces essais préliminaires nous ont permis de réaliser deux prototypes expérimentaux.

B] PREMIERE REALISATION :

1 - Le guide d'onde.

Le guide utilisé est un guide d'onde de section carrée de 2 mm et de longueur 250 mm. La coupe transversale de la structure du guide est reproduite sur la figure II-4.

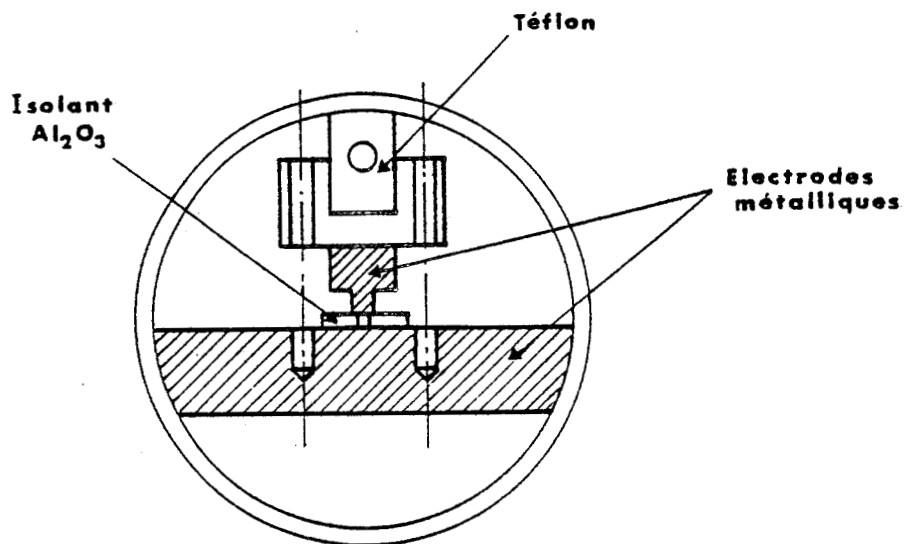


Fig. II : Coupe transversale du guide d'onde.

Les deux électrodes sont en aluminium, les faces en regard sont polies pour assurer un état de surface ainsi parfait que possible. L'électrode à la masse est un plateau de $250 \times 15 \times 72 \text{ mm}^3$, arrondi sur les arêtes longitudinales de façon à assurer un contact avec le cylindre en acier inoxydable extérieur. La radio-fréquence est appliquée sur le barreau de $12 \times 12 \times 250 \text{ mm}^3$ qui constitue la deuxième électrode. Deux câbles d'alumine de 2 mm d'épaisseur polies optiquement isolent les deux électrodes et complètent de guide d'onde. L'alumine a été choisie pour ses faibles pertes

diélectriques, sa bonne conductivité thermique et la possibilité de réaliser un bon état de surface.

Pour diminuer la capacité du condensateur formé par les deux électrodes, l'électrode supérieure repose sur les plaquettes d'alumine sur 0,5 mm seulement. Malgré cela, la capacité théorique de ce condensateur reste élevée (58 pf).

L'ensemble est glissé dans un cylindre en acier inoxydable de 72 mm de diamètre et 260 mm de longueur. Cette cuve contient le mélange gazeux. La figure II-5 montre une coupe longitudinale de l'ensemble. Le guide est rendu solidaire du cylindre par l'intermédiaire d'un ensemble de pièces en téflon qui prend appui sur l'électrode H.T. et la paroi interne du cylindre.

La cavité laser est complétée par deux miroirs plans en ZnSe placés à 1,5 mm des extrémités du guide. Ces deux miroirs sont collés sur deux flasques en acier inoxydable qui ferment la cuve ; deux joints en cuivre assurent l'étanchéité avec l'extérieur. Ces derniers sont déformables par un jeu de vis pour le positionnement des optiques. L'un des miroirs est réfléchissant à 99,9 % et l'autre transmet 15 % de la puissance pour le couplage avec l'extérieur.

L'entrée et la sortie du mélange gazeux se font par l'intermédiaire de deux robinets pointeaux soudés sur le cylindre à ses deux extrémités. Deux coudes en téflon favorisent l'entrée et le pompage des gaz au niveau du guide.

2) Source Radio-Fréquence.

La source R.F. est un générateur auto oscillateur qui utilise un tube triode 3T 100 A1G. Le schéma électrique et les caractéristiques de ce générateur sont reproduits sur la figure II-6. Le condensateur variable permet d'obtenir des fréquences dans la bande 26-46 MHz.

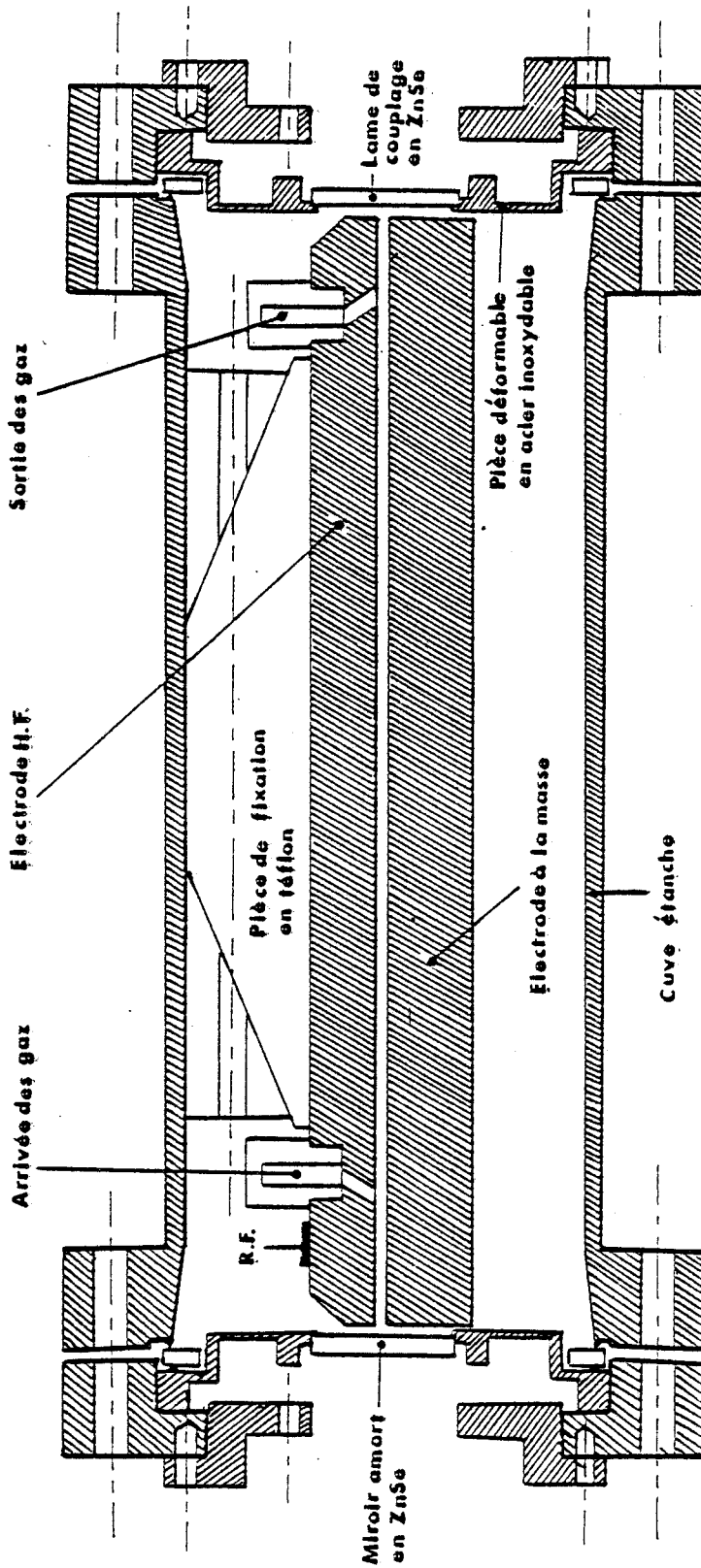


Fig. II-5 : Coupe longitudinale du laser guide d'onde.



TENSION PLAQUE : 1500V
COURANT PLAQUE : 150mA
FREQUENCE : 26-46 MHz
MONTAGE : HARTLEY
TUBE OSCILLATEUR : TRIODE 3T100A1G
CLASSE : C

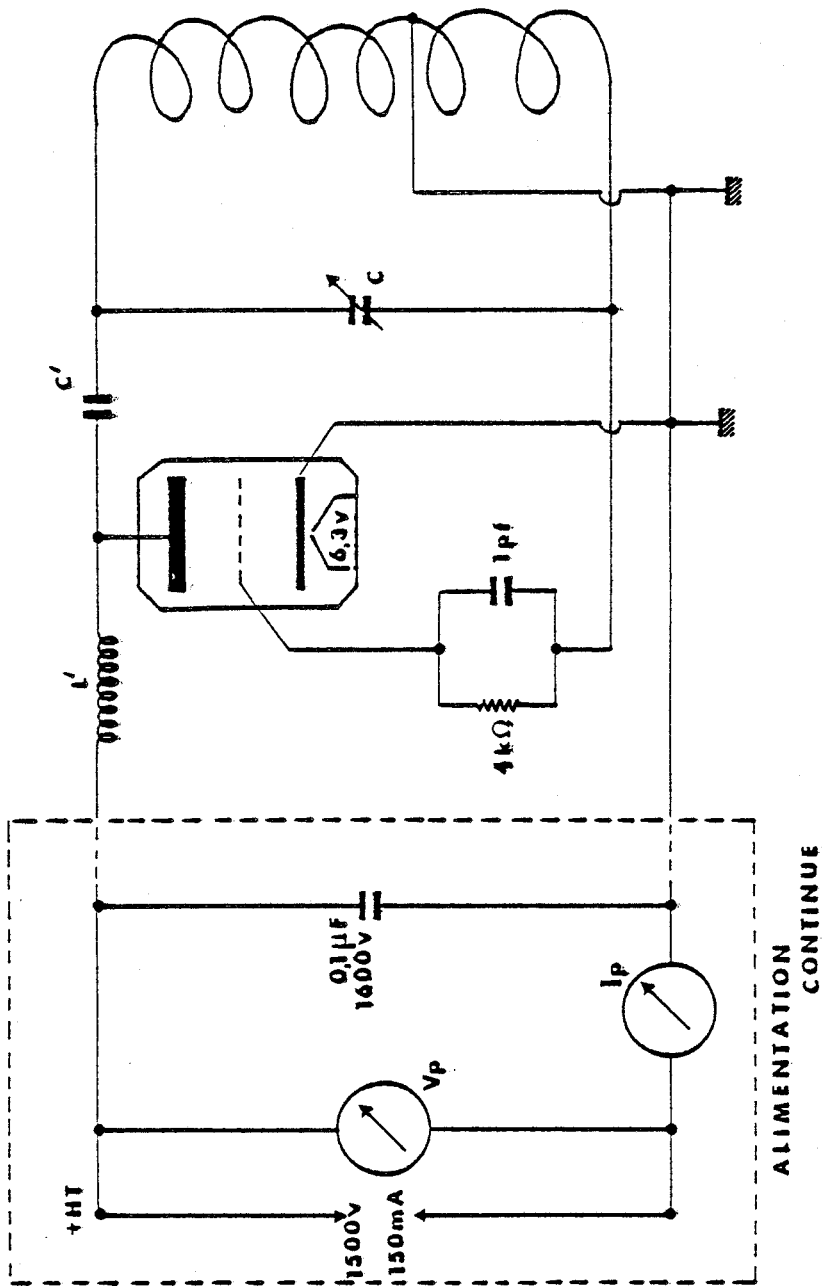


Fig. II-6 : Oscillateur R.F. et ses caractéristiques



3) Couplage de l'énergie :

Le couplage du champ R.F. est un couplage inductif entre deux circuits oscillants, le circuit primaire étant le générateur, le circuit secondaire étant le guide et la décharge.

Le guide de section carrée, constitué des deux parois diélectriques et des deux parois métalliques contenant le milieu amplificateur est équivalent lorsque la décharge est établie à une résistance positive R_g en parallèle avec une capacité C_g . La résistance R_g et la capacité C_g sont elles-mêmes en parallèle avec une capacité C dues à la présence du matériau diélectrique entre les deux électrodes.

Sur la figure II-7 est reproduit le schéma du guide avec son schéma électrique équivalent.

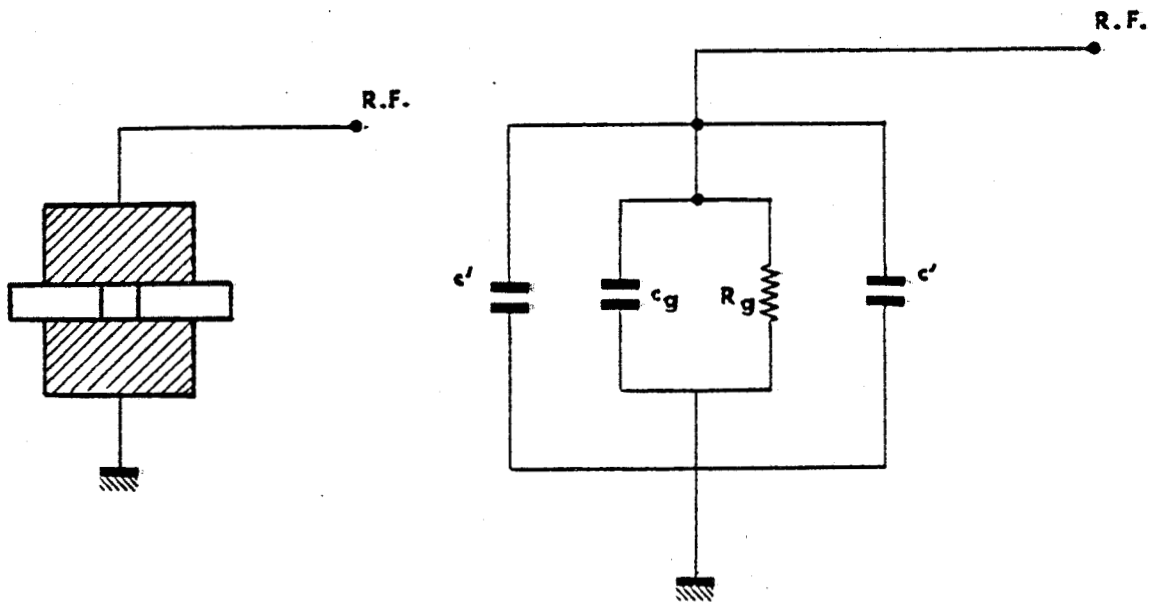


Fig. II-7. Schéma du guide d'onde de section carrée et de son circuit électrique équivalent.

Pour réaliser le couplage inductif, une spire complète ce circuit oscillant (figure II-8).

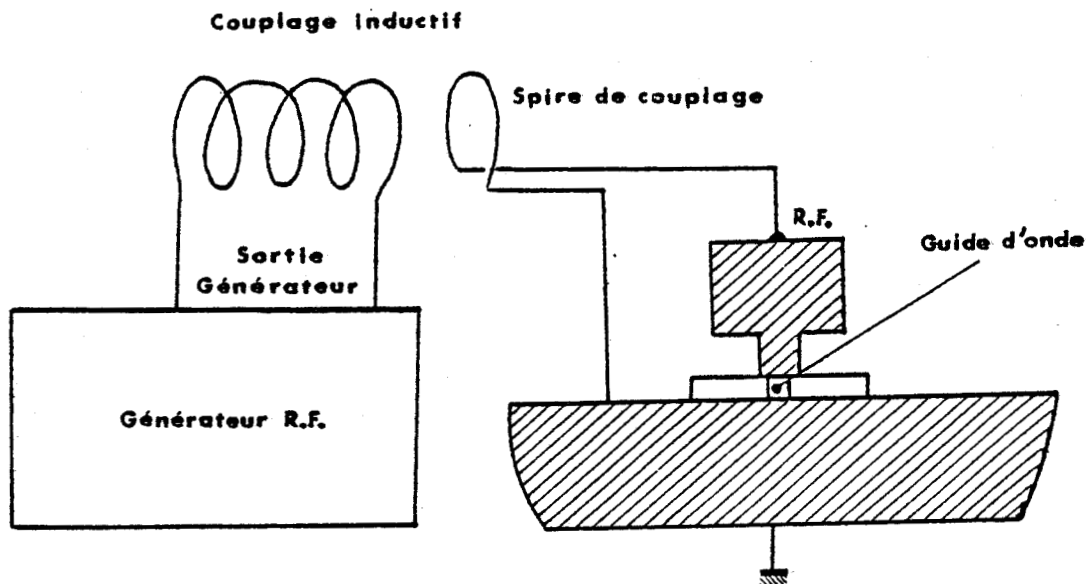


Fig. II-8 : Couplage de l'énergie.

En principe, il est toujours possible en modifiant les éléments constituant les deux circuits, d'adapter les fréquences propres de résonance pour un maximum d'efficacité du couplage de l'énergie R.F.. L'impédance présentée par la décharge, est fonction du mélange gazeux et de son degré d'ionisation. Avec une spire de couplage, le condensateur variable du générateur R.F. permet d'accorder les deux circuits suivant le mélange gazeux et son degré d'ionisation. Pour la commodité de manipulation, nous avons opté pour un couplage serré bien que le couplage critique donne un meilleur rapport de l'énergie transmise sur l'énergie fournie par le générateur.

4 - Résultats expérimentaux :

a) Impédance de la décharge :

L'impédance de la décharge a été estimée par la mesure de la puissance absorbée et de la tension aux bornes des électrodes. Cette dernière a été mesurée à l'aide d'une sonde, elle est de l'ordre de 200 V. La puissance absorbée dans un mélange standard de $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{He}$ (15-10-75), est d'environ 30 watts. Cela donne un ordre de grandeur de l'impédance de la décharge estimée à 1 k Ω .

b) Gain de la décharge.

Le gain du milieu amplificateur est mesuré par transmission. La figure II-9 illustre le montage expérimental.

Le faisceau de sortie du laser étalon monomode est envoyé sur le guide d'onde fermé par deux fenêtres de chlorure de sodium sous incidence de Brewster. Au préalable, le faisceau gaussien est adapté à l'aide d'une lentille à la section 2a du guide de façon à transmettre le maximum de puissance à travers le guide.

Le mélange gazeux $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{H}_e$ est pris dans le rapport 20-10-70, pour une pression totale de 100 torrs en amont. La puissance infrarouge est de un watt. Le gain du guide de longueur 250 mm est déterminé par la mesure de la puissance du faisceau gaussien à la traversée du guide en absence d'excitation R.F. et en présence de l'excitation R.F. après optimisation du couplage de l'énergie R.F. injectée dans le guide. La différence donne le gain du guide. Celui-ci est de l'ordre de 20 % pour 25 cm de longueur de décharge soit 0,8 % par cm. Cette valeur est assez éloignée de la valeur 2,2 % par cm annoncée par K.D. Laackman. {53} pour un guide de 1,8 mm de diamètre. Trois raisons expliquent le faible gain obtenu :

- L'état de surface du guide utilisé.
- La limitation de la puissance R.F. injectée et la faible valeur de la fréquence d'excitation.
- L'absence de refroidissement du mélange gazeux. Des mesures de gain en fonction de la température du mélange gazeux, ont montré que le gain est doublé en passant de 20°C à - 60°C {52} . D'après la température du cylindre extérieur, après 2 ou 3 minutes de fonctionnement, la température estimée du mélange gazeux passerait de 20°C à 60°C.

c) Puissance de sortie.

Des pointes de puissance de sortie de plus de 3 watts ont été obtenues en fonctionnement monomode.

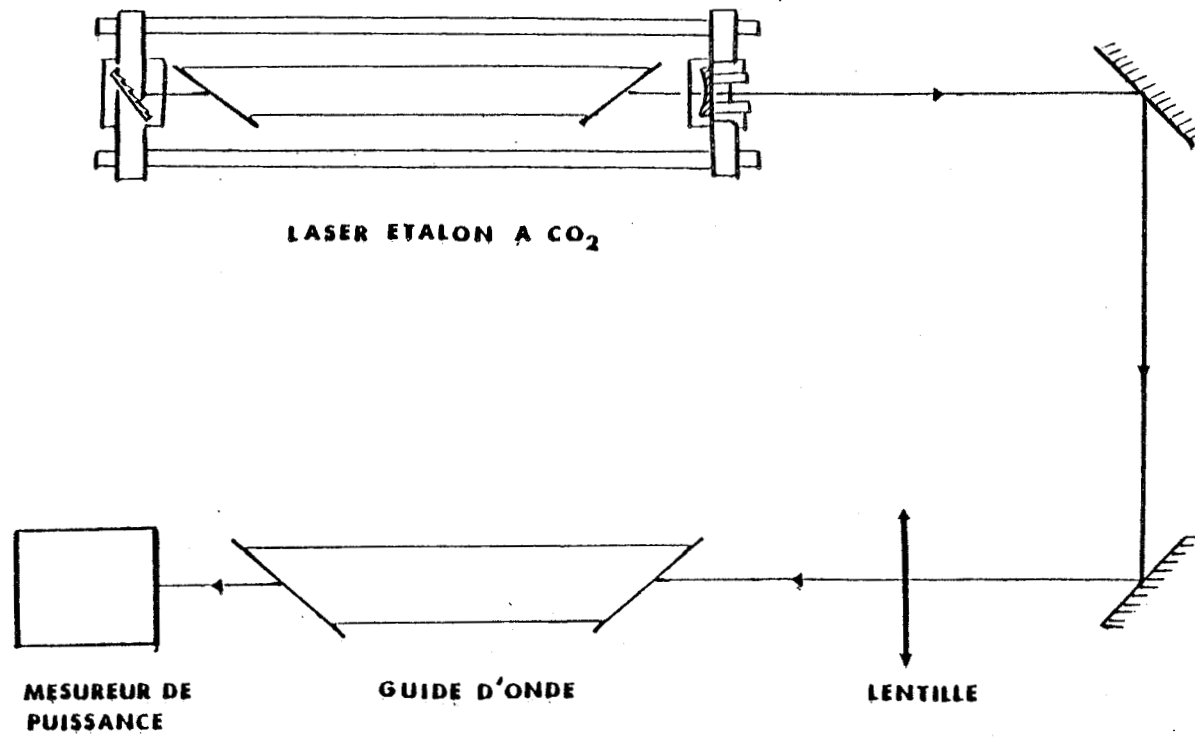


Fig. II-9 : Dispositif expérimental pour la mesure de gain.

L'absence de refroidissement donne après un certain temps une baisse de la puissance émise et un fonctionnement oscillant entre deux modes du guide. Ce comportement est du à la déformation des électrodes métalliques avec l'échauffement. L'étude théorique des modes d'un guide de section carrée métallique diélectrique (cf. annexe D) et l'allure des modes observés, nous fait supposer un fonctionnement alternatif entre les modes EH_{11} et EH_{12} (ou EH_{21}) tous deux ayant leur champ électrique parallèle aux parois métalliques.

La puissance de sortie du laser guide d'onde dépend de plusieurs facteurs. Parmi ceux-là, on peut citer :

- L'énergie absorbée par le milieu amplificateur,
- la fréquence d'excitation,
- le mélange des gaz,
- la vitesse d'écoulement des gaz,
- le refroidissement du milieu amplificateur,
- l'état de surface des parois du guide,
- le taux de couplage de l'énergie émise avec l'extérieur.

Dans notre cas, la puissance de sortie est limitée par tous ces facteurs mis à part la composition du mélange gazeux que nous avons pu contrôler.

Le générateur R.F. dont nous disposons, ne permet de délivrer qu'une puissance de 60 watts y compris les pertes par rayonnement qui sont très élevées. La puissance estimée absorbée par le milieu amplificateur ne dépasse pas 30 watts.

Une augmentation de la fréquence d'excitation permettrait d'augmenter la densité des électrons et par conséquent, l'efficacité de l'excitation.

L'entrée et la sortie du mélange gazeux se font par l'intermédiaire de deux vanes à très faible débit. Un meilleur écoulement des gaz permettrait d'évacuer plus rapidement les gaz excités et d'accroître la puissance émise.

Un système de refroidissement contribuerait à un meilleur échange thermique et une meilleure répartition de la chaleur. Il éviterait la déformation des électrodes qui donne des pertes optiques par guidage de l'onde électromagnétique.

Les deux électrodes métalliques ont été polies par nos soins et leur état de surface est bien inférieur à celui obtenu par polissage optique sur des céramiques.

Enfin, le couplage de l'énergie dans la cavité laser avec l'extérieur est réalisée avec une lame de ZnSe qui transmet 15 % de l'énergie. Un couplage optimal peut donner une puissance de sortie plus élevée.

C] DEUXIEME REALISATION.

Le premier prototype nous a montré la possibilité de réaliser des lasers guides d'onde dont le milieu amplificateur est excité par un champ électrique oscillant.

La géométrie des électrodes de ce premier laser guide d'onde donne une trop importante capacité qui limite la fréquence du champ exciteur. De plus, elles se prêtent mal à une conception d'un guide d'onde de grande puissance et de dimensions réduites. Nous avons donc pensé à remplacer les deux électrodes métalliques par deux plaquettes en diélectrique métallisées en surface sur la partie où est confinée la décharge.

Le substrat sont deux plaquettes de nitrure de bore de $250 \times 20 \times 25$ mm³. La métallisation est réalisée sur 2 mm de largeur au milieu des plaquettes par un dépôt d'or d'épaisseur inférieure à 1 μ m. Au préalable, une fine couche de chrome est évaporée sur le diélectrique afin d'assurer une meilleure adhérence de l'or. L'or a été choisi pour sa bonne conductivité électrique. Cependant la faible épaisseur de la couche donne une résistance de 1 Ω /cm.

La structure laser est identique à celle du premier prototype.

Lors de la mise en marche de ce laser guide d'onde, une puissance de sortie de 300 mW a été obtenue sans optimisation de la puissance R.F. injectée dans la cavité laser. Nous n'avons pu déterminer les performances de ce guide d'onde. Un dépôt de carbone dans le guide du à la calcination d'une gaine de téflon isolant l'une des électrodes d'attaque a détérioré le guide. La fragilité du dépôt d'or ne permet pas un nettoyage du guide.

Ce type d'électrodes obtenues par un dépôt métallique sur une surface en céramique à l'avantage de donner un bon état de surface et d'obtenir un rayon de courbure des électrodes acceptable pour la propagation de l'onde électromagnétique. Il permet aussi de réduire l'encombrement des électrodes.

CONCLUSION.

Ce travail nous a permis d'introduire dans le laboratoire, l'excitation de lasers guides d'onde à CO_2 par une décharge R.F.

Les résultats obtenus, relativement satisfaisants, sont limités par le générateur R.F. et les matériaux dont nous disposons. Les deux prototypes de lasers guides d'onde que nous avons réalisés nous ont permis de mettre en évidence les nombreux problèmes rencontrés dans l'utilisation d'un champ R.F. pour l'excitation du milieu amplificateur d'un laser guide d'onde.

La configuration des électrodes de l'excitation transverse, se prête bien à la conception de guides d'onde de géométrie variée. Cette configuration permet d'augmenter le milieu amplificateur sans pour autant accroître la tension aux bornes des électrodes nécessaire au maintien de la décharge.



ANNEXE A

MICROPHONE

Le détecteur de pression utilisé est un microphone à condensateur commercial, Brüel et Kjøer, type 4166. La cartouche microphonique a un diamètre de 12,7 mm et une sensibilité en circuit ouvert de 51,3 mV/Pa. Il fonctionne en incidence aléatoire et à une gamme de réponse en fréquence comprise entre 2 Hz et 12 KHz.

Un microphone à condensateur est essentiellement constitué par une mince membrane métallique mobile et une contreplaque rigide qui constituent les électrodes d'un condensateur à air. La figure A-1 représente une coupe de la cartouche microphonique.

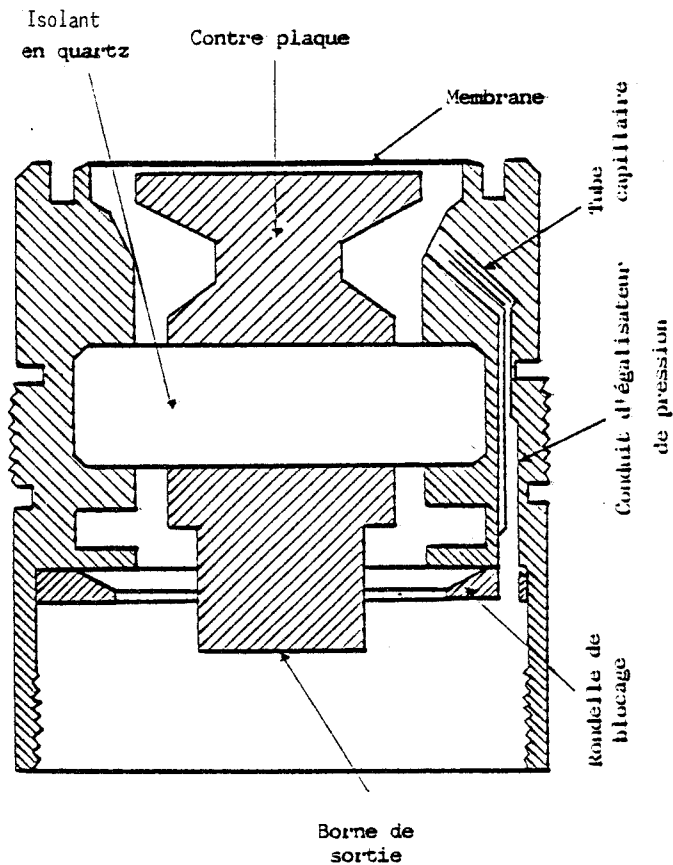


Fig. A-1. : Coupe transversale de la cartouche microphonique.

Si l'on charge ce condensateur à l'aide d'une tension continue (la tension de polarisation), les variations de capacité, dues aux déformations de la membrane qui résultent de la pression acoustique, se transforment en variations de tension.

Afin que les variations relatives de capacité et, par conséquent, la sensibilité soient aussi élevées que possible, les capacités de fuite du microphone à condensateur et de l'entrée de l'amplificateur qui le suit, doivent être aussi faibles que possible. C'est pourquoi le microphone et le premier étage d'amplification, le préamplificateur, sont placés en étroite proximité. De plus, la faible capacité du microphone nécessite une impédance de charge élevée pour assurer une fréquence de coupure basse, suffisamment faible. Ainsi, le préamplificateur est conçu comme un convertisseur d'impédance donnant la faible impédance de sortie requise pour transmettre le signal, au moyen d'un câble, vers le premier étage d'analyse du signal.

Le microphone que nous avons utilisé s'emploie avec un préamplificateur commercial Brüel et Kjøer, type 2619. Le schéma électrique de ce préamplificateur est reproduit sur la figure A-2. Ce préamplificateur est alimenté soit par une tension continue de 28 V, soit par une tension continue de 120 V suivant l'ordre de grandeur des signaux de sortie escomptés. Le tableau A-1 donne les caractéristiques du préamplificateur suivant la tension d'alimentation.

Alimentation continue	28V/0,5 mA	120V/2 mA
Impédance d'entrée	> 76 Ω // 1 pF	> 10 G Ω // 10,8 pF
Impédance de sortie	< 70 Ω	< 25 Ω
Courant max. de sortie	0,5 mA crête	1,5 mA crête
Temps de montée en impulsions	0,2 μ s	0,2 μ s
Temps de chute en impulsions	0,6 μ s	0,6 μ s
Atténuation (préamplificateur seul).	0,1 dB	0,03 dB

Tableau A-1. : Caractéristiques du préamplificateur suivant la tension d'alimentation.

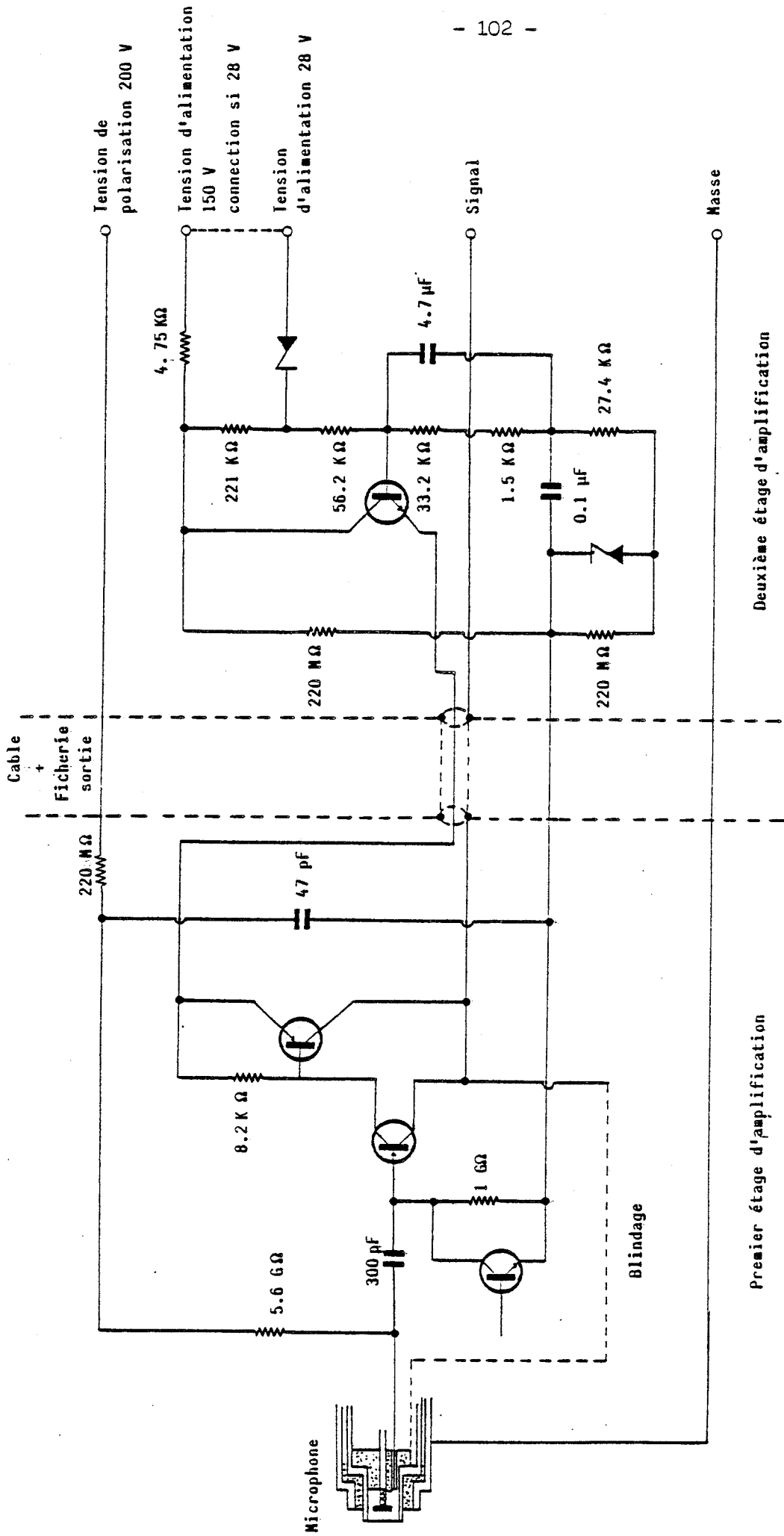


Fig. A-2. Schéma électronique de l'ensemble microphone - préamplificateur.



Le circuit équivalent de l'ensemble comprenant le microphone à condensateur et le préamplificateur est représenté sur la figure A-3.

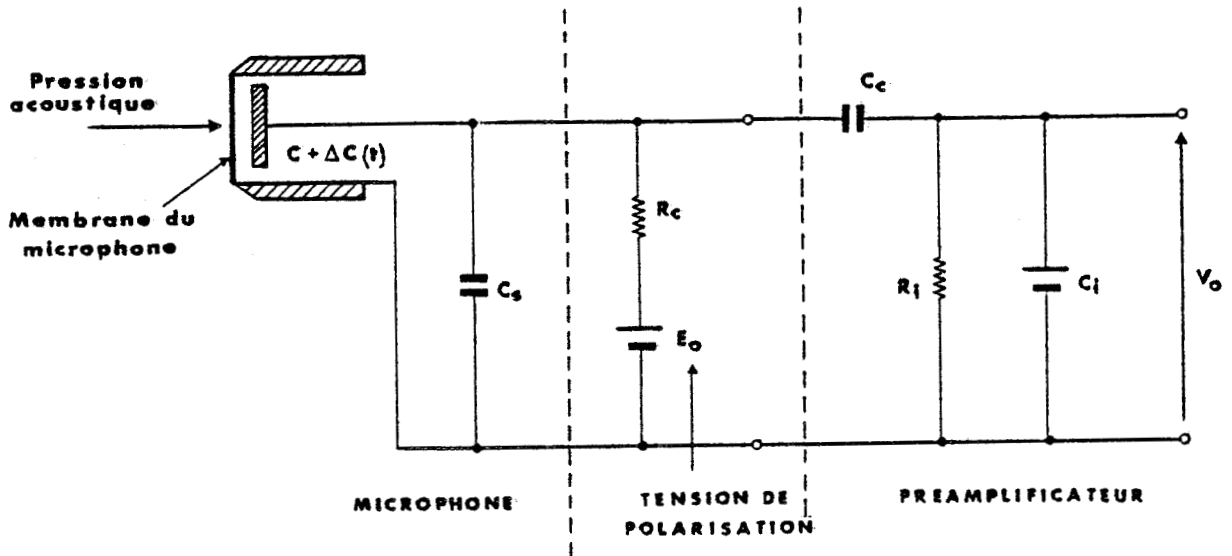


Fig. A-3. Schéma simplifié du microphone et de son préamplificateur.

La tension de sortie est donnée par :

$$v_o(t) = \frac{\Delta C(t)}{C} E_o \frac{j \omega R C}{1 + j \omega R C} \quad (A-1)$$

Avec E_o : tension de polarisation (200 V)

$\Delta C(t)$: variation de capacité due à la pression acoustique.

$$C = C_t + C_s + C_i$$

C_t : capacité de la cartouche microphonique (21,5 pF)

C_s : capacité de fuite (47 nF)

C_i : capacité d'entrée du préamplificateur (0,1 pF)

La capacité de liaison C_c est très grande et peut donc être négligée.

$$R = \frac{R_i R_c}{R_i + R_c}$$

R_c : résistance du circuit de charge (5,6 G Ω)

R_i : résistance d'entrée du préamplificateur (1 G Ω)

La sensibilité S est donnée par :

$$S = \frac{V_o}{\Delta p(t)} = \frac{\Delta C(t)}{C \Delta p(t)} E_o \frac{j \omega R C}{1 + j \omega R C} \quad (A-2)$$

$\Delta p(t)$: variation de la pression avec le temps ,

$\Delta p(t)$ est proportionnelle à $\Delta C(t)$.

La sensibilité est donc proportionnelle à la quantité :

$$\frac{E_o}{C} \frac{j \omega R C}{1 + j \omega R C}$$

A partir de cette expression, nous pouvons considérer deux cas :

- Réponse en haute fréquence : $\omega R C \gg 1$

$$S \propto \frac{E_o}{C} \quad (A-3)$$

La sensibilité est inversement proportionnelle à la capacité totale. Toute capacité qui s'ajoute à la capacité de la cartouche microphonique réduit la sensibilité globale.

- Réponse en basse fréquence : $\omega R C \ll 1$

$$S \propto \frac{E_o}{C} j \omega R C = j E_o \omega R C \quad (A-4)$$

La sensibilité est une fonction de la fréquence. Nous pouvons définir la fréquence de coupure basse par le point où la sensibilité est réduite de 3 dB. En ce point :

$$\omega R C = 1 \quad \text{ou} \quad f_c = 1/2 \pi R C \quad (A-5)$$

Si l'on veut une fréquence de coupure très basse, il faut une résistance d'entrée du préamplificateur élevée.

La sensibilité globale du système résulte de la sensibilité S_0 de la cartouche microphonique et du gain en tension du préamplificateur.

$$S_{MP} = S_0 g \frac{C_t}{C_t + C_i} \quad (A-6)$$

S_{MP} : sensibilité globale du microphone et du préamplificateur (mV/Pa).

S_0 : sensibilité du microphone en circuit ouvert.

g : gain en tension du préamplificateur.

La capacité C_t du microphone est de 21,5 pF et la capacité d'entrée du préamplificateur C_i est de 0,1 pF. Le gain en tension du préamplificateur alimenté par une tension continue de 28V est de 0,1 dB soit un gain en tension de 1.

Par conséquent la sensibilité S_{MP} est sensiblement celle du microphone $S_0 = 51,3$ mV/Pa.

La sensibilité de l'ensemble microphone - préamplificateur est par deux sources de bruit.

Le mouvement brownien des molécules donne un déplacement aléatoire à la membrane mobile du condensateur, ce qui se traduit par du bruit. Dans le cas d'une membrane plane soumise à une force perpendiculaire, ce déplacement peut être décrit par une équation différentielle à une dimension.

$$\sigma A \frac{d^2 X}{dt^2} + D \frac{dX}{dt} + GX = A P \quad (A-7)$$

X : déplacement à partir de la position d'équilibre

P : variation de pression

σ : masse par unité de surface de la membrane

A : surface de la membrane

$D \frac{dX}{dt}$: terme d'amortissement.

GX : force de rappel.

Le bruit brownien pour une bande de détection Δf est donné, en supposant la fréquence ω très petite devant la fréquence de résonance du microphone ω_A , par :

$$n_B = \left(\frac{4 kT D \Delta f}{A^2} \right)^{1/2} \quad (A-8)$$

k : constante de Boltzman.

T : température du gaz.

En introduisant le temps de relaxation $\tau_M = \frac{2 \sigma A}{D}$

$$n_B = \left(\frac{8 kT \sigma \Delta f}{A \tau_M} \right)^{1/2} \quad (A-8')$$

Le préamplificateur transformant la variation de capacité en variation de tension, introduit un bruit électronique. En négligeant les capacités C_s et C_c le schéma du microphone et de son préamplificateur, peut être représenté par le schéma simplifié de la figure A-4.

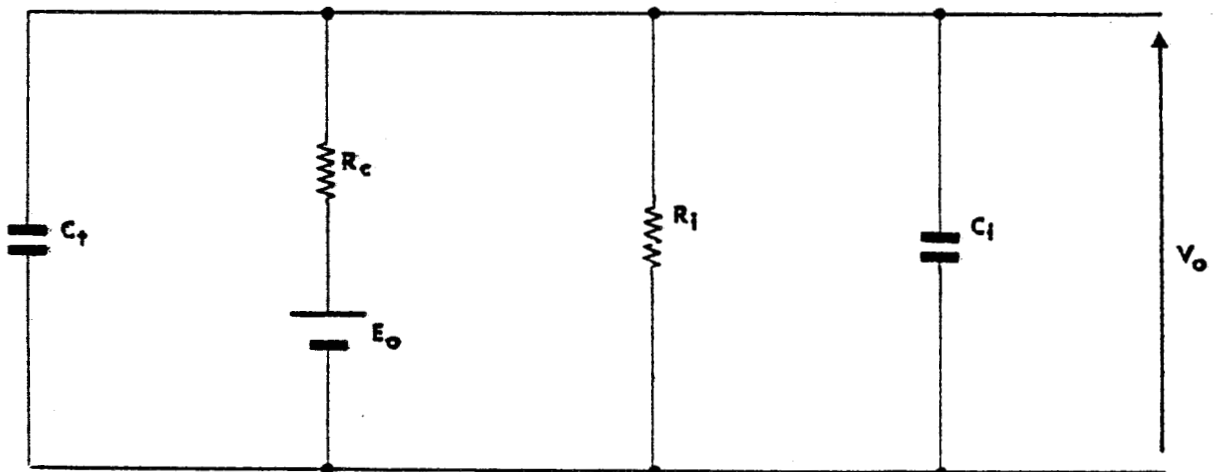


Fig. A-4. Circuit équivalent simplifié d'un microphone à condensateur et de son préamplificateur.

En supposant que le bruit de Johnson provient uniquement de la résistance d'entrée du préamplificateur, la tension correspondante est donnée par :

$$\langle V^2 \rangle = (4 kT R_i \Delta f) \quad (\text{A-9})$$

La tension de sortie est donnée par :

$$\langle V_s^2 \rangle = (4 kT R_i \Delta f) / (1 + \omega^2 R_i^2 C_i^2) \quad (\text{A-10})$$

Le déplacement quadratique de la membrane soumise à une variation de pression sinusoïdale de fréquence $\omega/2\pi$ est :

$$\langle X^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{P^2 A^2}{G^2} \right) \quad \text{avec } G \equiv (\omega_A)^2 \sigma A \quad (\text{A-11})$$

$$\langle X^2 \rangle = \frac{P^2}{2\sigma^2 \omega_A^2} \quad (\text{A-11'})$$

Pour un déplacement X de la membrane, la variation de capacité est :

$$\Delta C = \left(\frac{X}{d} \right) C_t \quad (\text{A-12})$$

d : distance entre les plateaux du condensateur de capacité C_t .

La variation de capacité due au signal produit un courant J donné par :

$$J = \left(\frac{dC}{dt} \right) V \quad (\text{A-13})$$

L'impédance du préamplificateur Z est donnée par :

$$Z = \frac{R_i}{1 + j \omega R_i C_i} \quad (\text{A-14})$$

et la tension est donnée par :

$$V = JZ \quad (\text{A-15})$$

soit :

$$\langle V^2 \rangle = \frac{V_o^2 C_m^2 \langle P^2 \rangle}{2 d^2 \sigma^2 \omega_A^2} \left\{ \frac{\omega^2 R_i^2}{1 + \omega^2 R_i^2 C_i^2} \right\} \quad (\text{A-16})$$

Le signal sur bruit est par conséquent :

$$\left(\frac{\langle V^2 \rangle}{\langle V_s^2 \rangle} \right)^{1/2} = \left(\frac{V_o C_m \omega}{2 \sigma \omega_A d} \right) \left(\frac{\langle P^2 \rangle R_i}{2 KT \Delta f} \right)^{1/2} \quad (\text{A-17})$$

Les deux expressions (A-8) et (A-17) ont été évaluées par L.G. Rosengreen {40} pour un microphone B. γ K. de un pouce et un préamplificateur 2619. Pour le microphone de un demi pouce et un préamplificateur du même type. Elles donnent :

$$\begin{aligned} n_B &= (\Delta f)^{1/2} \mu P_a \\ n_e &= 80 (\Delta f)^{1/2} / f \mu P_a \end{aligned} \quad (\text{A-18})$$

A N N E X E B

RAPPELS SUR LE SPECTRE DE L'ETHYLENE

L'absorption de l'éthylène dans la région des 950 cm^{-1} est due à la bande vibrationnelle ν_7 {114}. Les niveaux supérieur et inférieur de la transition se décomposent en sous niveaux de rotation caractérisés par le nombre quantique J.

La transition de vibration peut ou non s'accompagner d'une transition de rotation ($\Delta J = + 1$)

Le terme spectral de rotation est donné en première approximation par {114} .:

$$F(J) = B_V J(J+1) \text{ cm}^{-1} \quad (\text{B-1})$$

La bande centrale à 950 cm^{-1} est une branche Q.

La constante de rotation B_V dépend du niveau de vibration considéré, elle est donnée par {114} .:

$$B_V = B_e - \alpha_i^B (v_i + 1/2) \quad (\text{B-2})$$

où B_e est la valeur de B_V pour la position d'équilibre et α_i^B est une constante petite devant B_e .

La fréquence correspondant à cette transition est :

$$E(J) = \nu_0 + (B_{V'} - B_{V''}) J(J+1) \text{ cm}^{-1} \quad (\text{B-3})$$

où ν_0 est la fréquence de la transition vibrationnelle.

La donnée du terme $(B_{V'} - B_{V''})$ permettrait de déterminer les écarts entre les diverses raies.

La méthode classique consiste à calculer [114] :

$$P(J) + R(J-1) = 2 \nu_0 + 2J^2 (B_{V'} - B_{V''}) \quad (B-4)$$

où $P(J)$ et $R(J-1)$ sont les termes spectraux correspondant aux branches P et R ($\Delta J = +1$ et $\Delta J = -1$).

Pour la bande de l'éthylène centrée à 950 cm^{-1} , la complexité du spectre ne permet pas le calcul des termes spectraux $P(J)$ et $R(J)$. Cependant, on peut déterminer $(B_{V'} - B_{V''})$ en utilisant l'écart en fréquence entre le centre de la bande correspondant à $J = 0$ et le maximum d'absorption de cette bande. Ce maximum correspond à la valeur de J pour laquelle la population rotationnelle.

$$n_J = n \left(\frac{h c B}{kT} \right) (2J + 1) \exp \left[- B J (J + 1) \frac{h c}{kT} \right] \quad (B-5)$$

est maximale. Dans le cas de l'éthylène, à 300°K , ce maximum correspond à $J = 10$. Le centre de la bande se situe à $945,2 \text{ cm}^{-1}$ [115] et le maximum d'absorption à $948,85 \text{ cm}^{-1}$ [115].

$$\nu(J = 10) - (J = 0) = (B_{V'} - B_{V''}) 110 \quad (B-6)$$

ce qui donne :

$$(B_{V'} - B_{V''}) = 7 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1} \quad (B-7)$$

Pour la longueur d'onde du laser à CO_2 correspondant à la raie 10P(14) ($\lambda = 10,533 \text{ }\mu\text{m}$ et $\nu = 949,43 \text{ cm}^{-1}$) J est égal à 6 et l'écart entre les raies correspondant à $J = 6$ et $J = 7$ est égal à $7 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1} = 2,1 \text{ GHz}$. Comme la largeur de raie à la pression atmosphérique est de l'ordre de $0,1 \text{ cm}^{-1}$, les raies de cette bande sont non résolues.

A. Fayt et col. ont reconstitué le spectre de la bande ν_7 de l'éthylène à partir de données infrarouges. Ce spectre nous a permis de calculer l'absorption différentielle à deux fréquences de part et d'autre de la fréquence centrale des raies d'émission du laser à CO_2 . Ce calcul est fait en prenant en compte toutes les raies d'absorption situées dans une bande de $\pm 0,1 \text{ cm}^{-1}$ centrée sur la fréquence de la raie laser considérée. Cette absorption différentielle est calculée pour différentes valeurs de la demi-largeur de raies (de 100 Mz à 3 GHz par pas de 100 MHz) et pour différentes valeurs de l'excursion en fréquence du laser (de 100 à 500 MHz).

Les courbes de la figure B-1 donnent le signal relatif en fonction de la pression pour une excursion en fréquence du laser de 500 MHz.

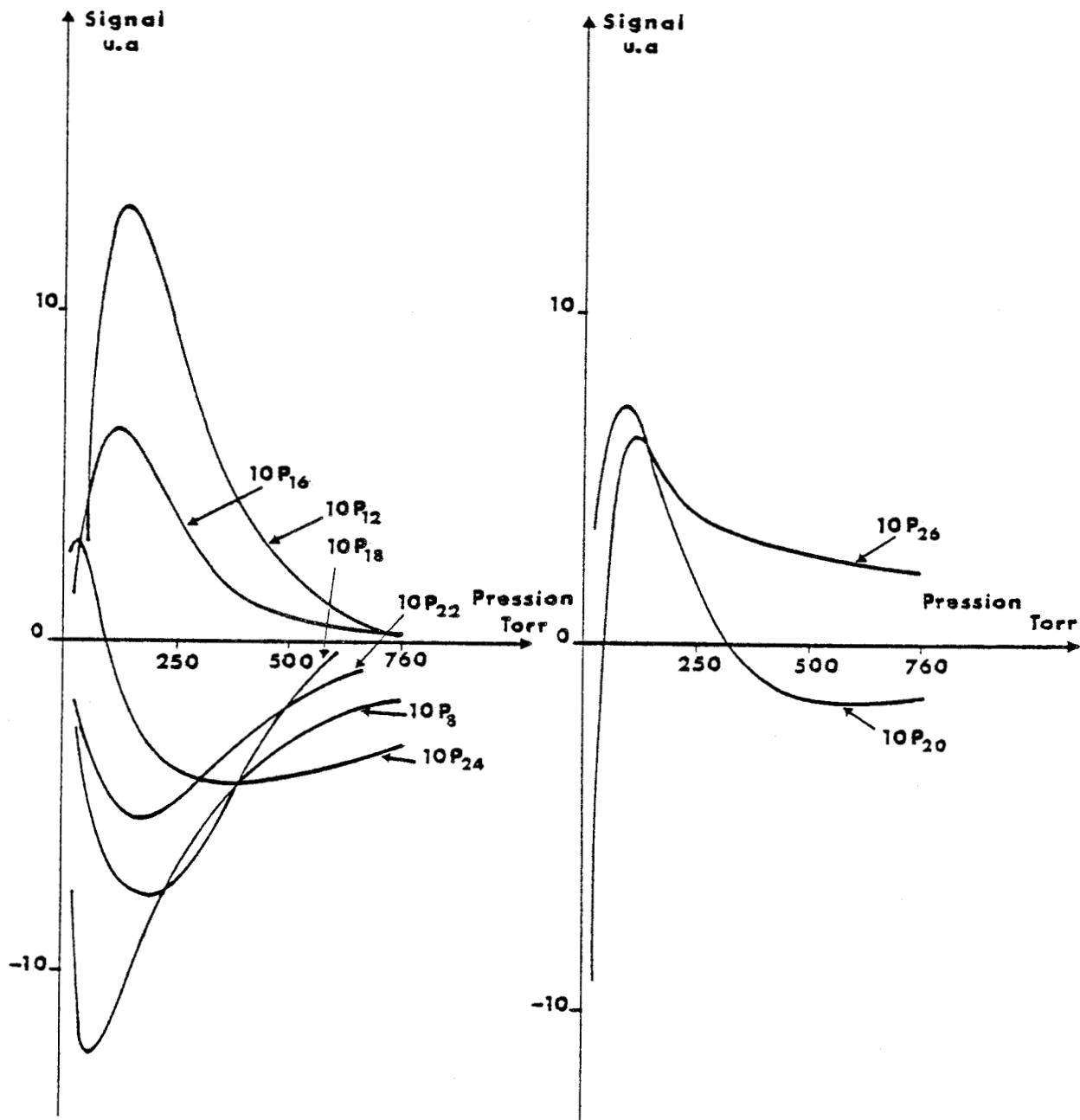


Fig. B-1. (a) : Signal d'absorption différentielle calculé de C_2H_4



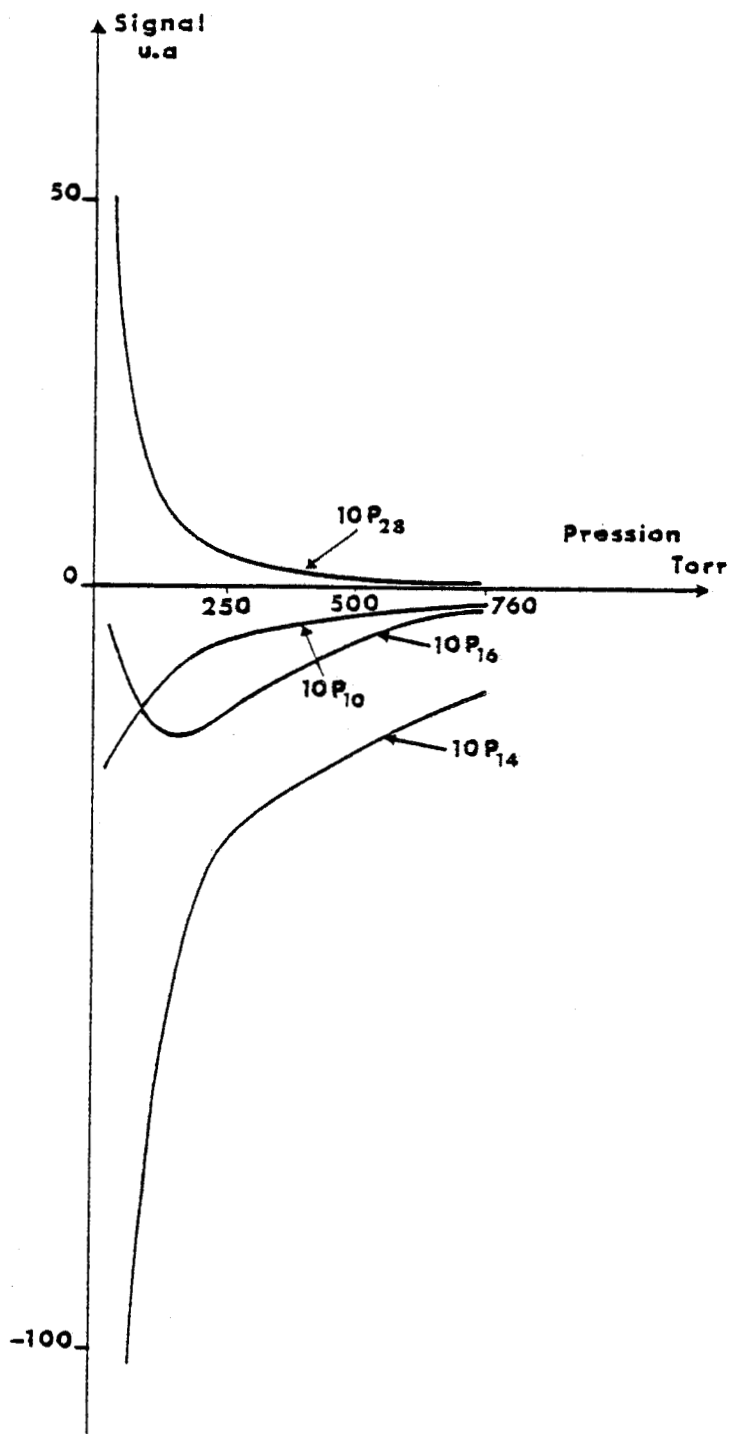


Fig. B-1. (b) : Signal d'absorption différentielle calculé de C₂H₄.



A N N E X E C

CELLULE RESONANTE

Une cellule acoustiquement résonante est caractérisée par ses fréquences propres de résonance, son facteur de qualité de son temps de relaxation thermique.

1 - Fréquences de résonance d'un cylindre creux :

Pour déterminer les fréquences de résonance d'un cylindre creux de longueur L et de rayon R, il suffit de résoudre l'équation d'onde en coordonnées cylindriques [116].

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \psi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + k^2 \theta = 0 \quad (C-1)$$

où :

- θ est l'onde acoustique
- ψ est l'angle azimuthal
- r est la coordonnée radiale
- z est la coordonnée axiale

La séparation des variables par la méthode de Fourier donne la solution de l'équation (C-1) sous la forme :

$$\theta_p(r, z, \psi) = [A'_p J_p(\nu r) + B'_p N_p(\nu r)] [A''_p \cos(p \psi) + B''_p \sin(p \psi)] \\ [A'''_p \exp(-i(k^2 - \nu^2)^{1/2} z)] + B'''_p \exp [i(R^2 - \nu^2)^{1/2} z] \quad (C-2)$$

J_p sont les fonctions de Bessel de première espèce et,

A'_p, A''_p, A'''_p et A''''_p sont les fonctions de Newman, les deux, d'ordre p et d'argument νr , ν est la longueur d'onde.

a) Cylindre de longueur infinie.

Pour un cylindre infini, la solution est donnée par :

$$\theta_p = C_p J_p(vr) \cos(p\psi - \psi_p) \exp \{i [\omega t - (k^2 - v^2)^{1/2} z]\} \quad (C-3)$$

avec $C_p = (A_p^2 + B_p^2)^{1/2}$ et $\text{tang } \psi_p = B_p/A_p$

Le terme $\cos(p\psi - \psi_p)$ montre l'existence d'un certain nombre de plans diamétraux où $\theta_p = 0$ et donc l'augmentation de pression est nulle. Ces plans sont au nombre de p et p désigne les modes de vibration azimuthaux.

Sur les parois du cylindre de rayon r_0 la vitesse radiale doit être nulle :

$$v_r = \left[\frac{\partial \theta_p}{\partial r} \right]_{r=r_0} = 0 \quad (C-4)$$

Cette condition conduit à :

$$\left[\frac{d J_p(vr)}{dr} \right]_{r=r_0} = \left[\frac{d J_p(y)}{dy} \right]_{y_0=r_0} = 0 \quad (C-5)$$

Cette relation définit les oscillations perpendiculaires à l'axe du cylindre, dont les fréquences sont définies en terme de racines y_p de la relation (C-5). L'équation $J_p(y) = 0$ admet n racines correspondantes à n noeuds cylindriques où l'augmentation de pression est nulle.

Chaque couple (n,p) désigne un mode d'onde qui se propage sans variation, le long de l'axe.

Si nous considérons le mode $(0,0)$, qui est défini par la racine $y = 0$, $J_0(0) = 1$:

$$\theta_{00}(z,t) = A_{00} \exp [j (\omega t - kz)] \quad (C-6)$$

c'est l'équation d'un plan d'onde qui se propage suivant l'axe z .

La solution de l'équation (C-1) est la somme de solutions partielles de la forme :

$$\theta = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \theta_{pn} \quad p, n = 0, 1, 2 \dots \quad (C-7)$$

si le nombre d'onde k dans l'équation (C-2) est plus grand que v_{pn} , $(k^2 - v_{pn}^2)^{1/2}$ est réel et l'onde peut se propager suivant l'axe z avec une amplitude du front d'onde modulée par la fonction $J_p(v_{pn} r) \cos(p\psi - \psi_p)$

Si k est inférieur à v_{pn} [$f < \frac{c}{2\pi} (k^2 - v_{pn}^2)^{1/2}$] les modes (p,n) ne peuvent pénétrer dans le cylindre.

b) Cylindre fini de longueur L et de rayon r_0 .

Pour un cylindre fermé à ses deux extrémités, la solution peut se mettre sous la forme :

$$\theta(r, \psi, z, t) = \cos m \psi \cos \frac{\pi k z}{L} J_m(v_{m,n} r) \exp(-i \omega t) \quad (C-8)$$

k, m et n définissent respectivement les modes longitudinaux, azimuthaux et radiaux.

La figure C-1 donne une représentation schématique des modes longitudinal, radial et azimuthal, d'après C.F. Dewey [27].

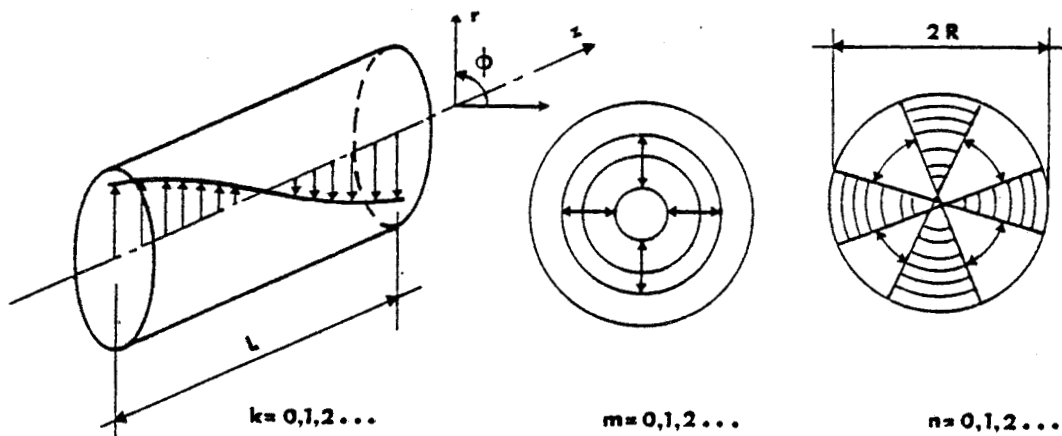


Fig. C-1. Modes de résonance acoustique d'un cylindre creux.

Les fréquences de résonance sont données par :

$$f_{k,m,n} = c \left[\left(\frac{\alpha_{mn}}{2r_0} \right)^2 + \left(\frac{k}{2L} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (C-9)$$

Le tableau C-1 donne les premières valeurs approchées de α_{mn} :

n	m		
	0	1	2
0	0	1,22	2,23
1	0,59	1,70	2,71
2	0,97	2,13	3,17

2 - Coefficient de qualité d'une cellule résonante.

$$Q = \frac{\omega}{\Delta\omega} = \omega \frac{E_e}{E_p} \quad (C-10)$$

où ω est la fréquence de résonance

$\Delta\omega$ est la largeur à mi-hauteur de la courbe de réponse en fréquence.

E_p est l'énergie emmagasinée par seconde

E_e est l'énergie perdue par seconde.

Ce coefficient de qualité dépend entre autres de la géométrie de la cellule. Une cellule fermée aura un plus grand coefficient de qualité qu'une cellule ouverte. Le rôle du gaz tampon dans une cellule optoacoustique a été étudié par L.J. Thomas et col. {117}. La fréquence de résonance et le coefficient de qualité dépendent de la nature de ce gaz tampon. Une expression analytique de Q a été donnée par E. Kritchman et col. {89} .

$$Q = \begin{cases} \frac{\pi L}{d_h} & \text{pour les fréquences de résonance longitudinales} \\ \frac{\pi r_0}{d_h} & \text{pour les fréquences de résonance radiales.} \end{cases} \quad (C-11)$$

$$\text{avec } d_h = \left(\frac{2\pi \kappa}{\rho C_p} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{v\omega} \right)^{1/2} \quad (C-12)$$

κ : conductivité thermique spécifique du gaz

C_p : capacité calorifique par unité de masse du gaz

ρ : densité du gaz.

3 - Temps de relaxation thermique.

Le temps de relaxation thermique s'introduit dans le calcul de l'expression du signal afin de rendre compte de l'échange thermique entre le gaz et les parois de la cellule. Il dépend du diamètre de la cellule mais aussi de la capacité calorifique et de la conductivité thermique du gaz. Il a été calculé par L.B. Kreuser [17] qui le donne sous la forme :

$$\tau_T = \left(\frac{C_p}{\kappa} \right) \frac{D^2}{10} \quad (C-13)$$

D : diamètre de la cellule.

Le gaz étant donné, pour augmenter le signal, il faut choisir le diamètre de la cellule et la fréquence de modulation tels que $\omega\tau_T \gg 1$.

ANNEXE D

MODES D'UN GUIDE CREUX DE SECTION RECTANGULAIRE

I. INTRODUCTION

Soit un guide creux de section rectangulaire $2a \times 2b$ constitué de deux parois diélectriques de constante ϵ_1 et de deux parois métalliques de constante diélectrique ϵ_2 , de conductivité σ (Fig. D-1). La constante diélectrique de l'intérieur du guide sera ϵ_0 et la perméabilité μ sera supposée la même pour toutes les régions. L'indice de réfraction n est donné par $n^2 = \epsilon'_r - j \epsilon''_r$ avec $\epsilon = \epsilon_0 (\epsilon'_r - j \epsilon''_r)$ constante diélectrique complexe du milieu considéré.

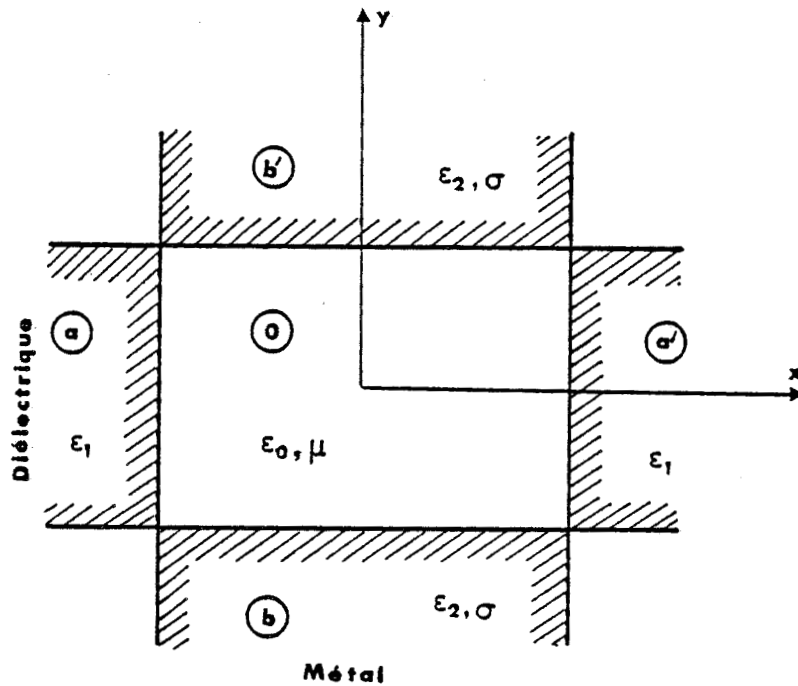


Fig. D-1. Coupe d'un guide d'onde de section rectangulaire constitué de deux parois métalliques et de deux parois diélectriques.

Lorsqu'on essaie de résoudre les équations de Maxwell pour un tel guide, on s'aperçoit qu'il est impossible de satisfaire exactement les conditions aux limites dans les coins du guide. Cependant il est possible d'utiliser des solutions approchées en suivant une démarche analogue à celle qui a été utilisée par Marcatili pour les guides rectangulaires "pleins" (44) et reprise par K.D. Laackman et col. (69).

Les hypothèses simplificatrices sont :

$$(a) \quad \left(\frac{m\lambda}{4a} \right), \left(\frac{n\lambda}{4b} \right) \ll 1$$

Les dimensions du guide sont grandes devant la longueur d'onde de sorte que l'angle entre le front d'onde associé au mode (mn) et les parois du guide soit inférieur au radian. Ceci conduit aux conditions (b) en terme de constantes diélectriques :

$$(b) \quad \frac{|n_1^2 - 1|^{\frac{1}{2}}}{n_1^2} \gg \frac{m\lambda}{4a} \quad \text{et} \quad |n_2^2 - 1|^{\frac{1}{2}} \gg \frac{n\lambda}{4b}$$

pour les modes polarisés suivant la direction x.

$$\frac{|n_2^2 - 1|^{\frac{1}{2}}}{n_2^2} \gg \frac{n\lambda}{4b} \quad \text{et} \quad |n_1^2 - 1|^{\frac{1}{2}} \gg \frac{m\lambda}{4a}$$

pour les modes polarisés suivant la direction y.

(c) Les conditions aux limites sont satisfaites seulement pour les quatre côtés du guide et l'atténuation du champ dans le diélectrique est ignorée.

Avec ces hypothèses les conditions aux limites dans les deux directions sont découplées.

Les équations de Maxwell en coordonnées cartésiennes donnent la solution générale comme la superposition de deux solutions particulières, l'onde transverse magnétique et l'onde transverse électrique.

II - ONDE TRANSVERSE MAGNETIQUE H^x, E^y .

1 - Fonction de Bromwich {118} .

a) Régions 0, a et a'.

Les équations de Maxwell.

$$\vec{\text{Rot}} \vec{E} = - \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (D-1)$$

$$\vec{\text{Rot}} \vec{H} = \epsilon_{0,1} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (D-2)$$

donnent six équations scalaires correspondantes aux trois coordonnées cartésiennes :

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = - j \mu \omega H_x \quad (D-3)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = - j \mu \omega H_y \quad (D-4)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = - j \mu \omega H_z \quad (D-5)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j \epsilon_{0,1} \omega E_x \quad (D-6)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j \epsilon_{0,1} \omega E_y \quad (D-7)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j \epsilon_{0,1} \omega E_z \quad (D-8)$$

Si $H_y = 0$ (onde transverse magnétique) la relation (D-4) conduit à :

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

Si F est une fonction arbitraire telle que

$$E_z = \frac{\partial F}{\partial z} \quad \text{et} \quad E_x = \frac{\partial F}{\partial x}$$

en posant $F = \frac{\partial u}{\partial y}$ nous obtenons :

$$E_x = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \quad (D-9)$$

$$E_z = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} \quad (D-10)$$

Les relations (D-6) (D-7) et (D-8) conduisent à :

$$H_x = - \epsilon_{0,1} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \quad (D-11)$$

$$H_z = \epsilon_{0,1} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \quad (D-12)$$

$$E_y = - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \mu \epsilon_{0,1} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (D-13)$$

La fonction u vérifie l'équation :

$$\Delta u = \epsilon_{0,1} \mu \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (D-14)$$

b) Régions b et b'.

Les deux équations de Maxwell

$$\vec{\text{Rot}} \vec{E} = - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (D-1')$$

$$\vec{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{j} + \epsilon_2 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (D-2')$$

donnent les six équations suivantes :

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = - j \mu \omega H_x \quad (D-15)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j \mu \omega H_y \quad (D-16)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j \mu \omega H_z \quad (D-17)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = (\sigma + j \epsilon_2 \omega) E_x \quad (D-18)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = (\sigma + j \epsilon_2 \omega) E_y \quad (D-19)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = (\sigma + j \epsilon_2 \omega) E_z \quad (D-20)$$

En considérant toujours F et u nous obtenons :

$$E_x = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \quad (D-21)$$

$$E_z = \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial y} \quad (D-22)$$

$$H_x = \left(\frac{j\sigma}{\omega} - \epsilon_2 \right) \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \quad (D-23)$$

$$H_z = - \left(\frac{j\sigma}{\omega} - \epsilon_2 \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \quad (D-24)$$

$$E_y = - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \mu \left(\epsilon_2 - \frac{j\sigma}{\omega} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (D-25)$$

La fonction u vérifie l'équation :

$$\Delta u = \mu \left(\epsilon_2 - j \frac{\sigma}{\omega} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (D-26)$$

2 - Expressions des ondes transverses magnétiques :

a) Région O.

$$\text{La constante de propagation sera } k = \omega \left(\epsilon_0 \mu \right)^{1/2} \quad (D-27)$$

On suppose une solution de la forme :

$$u = \frac{A_0}{k^2} \operatorname{ch}(\gamma_x x) \operatorname{ch}(\gamma_y y) \exp(-\gamma z) \exp(j \omega t) \quad (\text{D-28})$$

γ_x , γ_y et γ sont respectivement les constantes de propagation suivant x , y et z .

Nous obtenons facilement les coordonnées des champs qui sont données au facteur multiplicatif près $\exp(-\gamma z) \exp(j \omega t)$ par :

$$E_x = A_0 \frac{\gamma_x \gamma_y}{k^2} \operatorname{sh}(\gamma_x x) \operatorname{sh}(\gamma_y y) \quad (\text{D-29})$$

$$E_y = A_0 \frac{(\gamma_y^2 + k^2)}{k^2} \operatorname{ch}(\gamma_x x) \operatorname{ch}(\gamma_y y) \quad (\text{D-30})$$

$$E_z = -A_0 \frac{\gamma \gamma_y}{k^2} \operatorname{ch}(\gamma_x x) \operatorname{sh}(\gamma_y y) \quad (\text{D-31})$$

$$H_x = j A_0 \frac{\gamma}{k} \left(\frac{\epsilon_0}{\mu} \right)^{1/2} \operatorname{ch}(\gamma_x x) \operatorname{ch}(\gamma_y y) \quad (\text{D-32})$$

$$H_y = 0 \quad (\text{D-33})$$

$$H_z = j A_0 \frac{\gamma_x}{k} \left(\frac{\epsilon_0}{\mu} \right)^{1/2} \operatorname{sh}(\gamma_x x) \operatorname{ch}(\gamma_y y) \quad (\text{D-34})$$

$$\text{avec} \quad \gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma^2 = -k^2 \quad (\text{D-35})$$

b) Régions a et a'.

$$\text{Nous noterons} \quad n_1 = \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} \right)^{1/2}$$

En considérant que le champ doit être fini partout et nul à l'infini, on prend la fonction u de la forme :

$$u_1 = \frac{A_1}{k^2} \exp \{ -\gamma_{x_1} (|x| - a) \} \operatorname{ch}(\gamma_y y) \exp(-\gamma z) \exp(j \omega t) \quad (\text{D.36})$$

et on trouve :

$$E_x = - A_1 \frac{\gamma_{x_1} \gamma_y}{k^2} \exp \{ -\gamma_{x_1} (|x| - a) \} \operatorname{sh}(\gamma_y y) \quad (\text{D.37})$$

$$E_y = A_1 \frac{\gamma_y^2 + n_1^2 k^2}{k^2} \exp \{ -\gamma_{x_1} (|x| - a) \} \operatorname{ch}(\gamma_y y) \quad (\text{D.38})$$

$$E_z = - A_1 \frac{\gamma \gamma_y}{k^2} \exp \{ -\gamma_{x_1} (|x| - a) \} \operatorname{sh}(\gamma_y y) \quad (\text{D.39})$$

$$H_x = j A_1 n_1 \frac{y}{k} \left(\frac{\epsilon_1}{\mu} \right)^{1/2} \exp \{ -\gamma_{x_1} (|x| - a) \} \operatorname{ch}(\gamma_y y) \quad (\text{D.40})$$

$$H_y = 0 \quad (\text{D.41})$$

$$H_z = \pm j A_1 n_1 \frac{\gamma_{x_1}}{k} \left(\frac{\epsilon_1}{\mu} \right)^{1/2} \exp \{ -\gamma_{x_1} (|x| - a) \} \operatorname{ch}(\gamma_y y) \quad (\text{D.42})$$

avec
$$\gamma_{x_1}^2 + \gamma_y^2 + \gamma^2 = - n_1^2 k^2 \quad (\text{D.43})$$

c) Régions b et b'.

Nous noterons $n_2 = \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} \right)^{1/2}$

On prend la fonction de la forme

$$u_2 = \frac{A_2}{k^2} \operatorname{ch}(\gamma_x x) \exp \{ -\gamma_{y_2} (|y| - b) \} \exp(-\gamma z) \exp(j \omega t) \quad (\text{D.44})$$

et on trouve :

$$E_x = \pm A_2 \frac{\gamma_x \gamma_{y_2}}{k^2} \operatorname{sh}(\gamma_x x) \exp \{ -\gamma_{y_2} (|y| - b) \} \quad (\text{D.45})$$

$$E_y = \frac{A_2}{k^2} \{ \gamma_y^2 + n_2^2 k^2 - j \omega \mu \sigma \} \operatorname{ch}(\gamma_x x) \exp \{- \gamma_{y_2} (|y| - b)\} \quad (D.46)$$

$$E_z = \pm A_2 \frac{\gamma_{y_2}}{k^2} \operatorname{ch}(\gamma_x x) \exp \{- \gamma_{y_2} (|y| - b)\} \quad (D.47)$$

$$H_x = j \frac{A_2}{k^2} (j \frac{\sigma}{\omega} - \epsilon_2) \gamma \omega \operatorname{ch}(\gamma_x x) \exp \{- \gamma_{y_2} (|y| - b)\} \quad (D.48)$$

$$H_y = 0 \quad (D.49)$$

$$H_z = - j \frac{A_2}{k^2} (\frac{j\sigma}{\omega} - \epsilon_2) \gamma_x \omega \operatorname{sh}(\gamma_x x) \exp \{- \gamma_{y_2} (|y| - b)\} \quad (D.50)$$

Avec
$$\gamma_{y_2}^2 + \gamma_x^2 + \gamma^2 = - k^2 n_2^2 + j \mu \sigma \omega \quad (D.51)$$

III. ONDES TRANSVERSES ELECTRIQUES H^y E^x

1) Fonction de Bromwich.

a) Régions 0, a et a'.

$$\vec{\operatorname{Rot}} \vec{E} = - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (D-1')$$

$$\vec{\operatorname{Rot}} \vec{H} = \vec{j} + \epsilon_{0,1} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\vec{j} = 0) \quad (D-2')$$

Nous obtenons de la même façon que pour les ondes transverses magnétiques :

$$H_x = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \quad (D.9')$$

$$H_y = \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial y} \quad (D.10')$$

$$H_Y = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \epsilon_{0,1} \mu \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (D-11')$$

$$E_X = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \quad (D-12')$$

$$E_Z = - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \quad (D-13')$$

avec $\Delta u = \epsilon_{0,1} \mu \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (D-14')$

b) Régions b et b'.

$$H_X = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \quad (D-21')$$

$$H_Z = \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial y} \quad (D-22')$$

$$H_Y = - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \mu (\epsilon_2 - \frac{j\sigma}{\omega}) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (D-23')$$

$$E_X = - (\frac{j\sigma}{\omega} - \epsilon_2) \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \quad (D-24')$$

$$E_Z = (\frac{j\sigma}{\omega} - \epsilon_2) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \quad (D-25')$$

avec $\Delta u = \mu (\epsilon_2 - \frac{j\sigma}{\omega}) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (D-26')$

2) Expressions des champs.

a) Région O.

$$E_X = - j A_0 \frac{Y}{k} \left(\frac{\mu}{\epsilon_0} \right)^{1/2} \text{ch}(\gamma_X x) \text{ch}(\gamma_Y y) \quad (D-29')$$

$$E_Y = 0 \quad (D-30')$$

$$E_Z = - j A_0 \frac{Y_X}{k} \left(\frac{\mu}{\epsilon_0} \right)^{1/2} \text{sh}(\gamma_X x) \text{ch}(\gamma_Y y) \quad (D-31')$$

$$H_x = A_0 \frac{\gamma_x \gamma_y}{k^2} \text{sh}(\gamma_x x) \text{sh}(\gamma_y y) \quad (\text{D-32}')$$

$$H_y = A_0 \frac{\gamma_y^2 + k^2}{k^2} \text{ch}(\gamma_x x) \text{ch}(\gamma_y y) \quad (\text{D-33}')$$

$$H_z = - \frac{A_0}{k^2} \gamma \gamma_y \text{ch}(\gamma_x x) \text{sh}(\gamma_y y) \quad (\text{D-34}')$$

avec $\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma^2 = -k^2 \quad (\text{D-35}')$

b) Régions a et a'.

$$E_x = -j A_1 \frac{n_1 \gamma}{k} \left(\frac{\mu}{\epsilon_1} \right) \exp\{-\gamma_{x_1} (|x| - a)\} \text{ch}(\gamma_y y) \quad (\text{D-37}')$$

$$E_y = 0 \quad (\text{D-38}')$$

$$E_z = \mp j A_1 \frac{n_1 \gamma_{x_1}}{k} \left(\frac{\mu}{\epsilon_1} \right)^{1/2} \exp\{-\gamma_{x_1} (|x| - a)\} \text{ch}(\gamma_y y) \quad (\text{D-39}')$$

$$H_x = \pm A_1 \frac{\gamma_{x_1} \gamma_y}{k^2} \exp\{-\gamma_{x_1} (|x| - a)\} \text{sh}(\gamma_y y) \quad (\text{D-40}')$$

$$H_y = A_1 \left(\frac{\gamma_y^2 + k^2 n_1^2}{k^2} \right) \exp\{-\gamma_{x_1} (|x| - a)\} \text{ch}(\gamma_y y) \quad (\text{D-41}')$$

$$H_z = - A_1 \frac{\gamma_y \gamma}{k^2} \exp\{-\gamma_{x_1} (|x| - a)\} \text{sh}(\gamma_y y) \quad (\text{D-42}')$$

avec $\gamma_{x_1}^2 + \gamma_y^2 + \gamma^2 = -k^2 n_1^2 \quad (\text{D-43}')$

c) Régions b et b'.

$$E_x = -j A_2 n_2 \frac{\gamma}{k} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}} \text{ch} \gamma_x x \exp[-\gamma_{y_2} (|y| - b)] \quad (\text{D-45}')$$

$$E_y = 0 \quad (\text{D-46}')$$

$$E_z = -j A_2 n_2 \frac{\gamma_x}{k} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}} \text{sh} \gamma_x x \exp[-\gamma_{y_2} (|y| - b)] \quad (\text{D-47}')$$

$$H_x = \pm A_2 \frac{\gamma_x \gamma_{y_2}}{k^2} \text{sh } \gamma_x x \exp[-\gamma_{y_2} (|y|-b)] \quad (\text{D-48'})$$

$$H_y = \frac{A_2}{k^2} (\gamma_y^2 + n_2^2 k^2) \text{ch } \gamma_x x \exp[-\gamma_{y_2} (|y|-b)] \quad (\text{D-49'})$$

$$H_z = \mp A_2 \frac{\gamma_{y_2} \gamma}{k^2} \text{ch } \gamma_x x \exp[-\gamma_{y_2} (|y|-b)] \quad (\text{D-50'})$$

avec $\gamma_x^2 + \gamma_{y_2}^2 + \gamma^2 = -n_2^2 k^2 + j \sigma \mu_0 \omega$ (D-51')

IV. CONDITIONS AUX LIMITES.

On considère la continuité des composantes tangentielles des champs :

1) Modes $H^X E^Y$.

a) Régions o et a.

En ignorant la composante E_z dont l'amplitude est très faible et compte tenu que $\gamma_y^2 \ll n_1^2 k^2$ on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 \text{ch}(\gamma_x a) = n_1^2 A_1 \end{array} \right. \quad (\text{D-52})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma \gamma_x \left(\frac{\epsilon_0}{\mu}\right)^{1/2} \text{sh}(\gamma_x a) = A_1 n_1 \gamma_{x_1} \left(\frac{\epsilon_1}{\mu}\right)^{1/2} \end{array} \right. \quad (\text{D-53})$$

b) Régions o et b.

On obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 \gamma_y \text{sh}(\gamma_y b) = A_2 \gamma_{y_2} \end{array} \right. \quad (\text{D-54})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 \left(\frac{\epsilon_0}{\mu}\right)^{1/2} \text{ch}(\gamma_y b) = \frac{A_2}{k} \left(\frac{j\sigma}{\omega} - \epsilon_2\right) \omega \end{array} \right. \quad (\text{D-55})$$

2) Modes $H^Y E^X$.

a) Régions o et a.

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 \gamma_x \operatorname{sh}(\gamma_x a) = A_1 \gamma_{x_1} \\ A_0 \operatorname{ch}(\gamma_x a) = A_1 n_1^2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(D-52')} \\ \text{(D-53')} \end{array}$$

b) Régions o et b.

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 \operatorname{ch}(\gamma_y b) = A_2 \\ A_0 \gamma_y \operatorname{sh}(\gamma_y b) = A_2 \gamma_{y_2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(D-54')} \\ \text{(D-55')} \end{array}$$

L'ensemble des conditions aux limites conduit à :

- Pour les modes $H^X E^Y$

$$\operatorname{th}(\gamma_x a) = \frac{\gamma_{x_1}}{\gamma_x} \quad \text{(D-56)}$$

$$\operatorname{th}(\gamma_y b) = \frac{\gamma_{y_2}}{\gamma_y \left(\frac{j\sigma}{\epsilon_0 \omega} - n_2^2 \right)} \quad \text{(D-57)}$$

$$\text{avec } \left\{ \begin{array}{l} \gamma_{x_1}^2 + \gamma_y^2 + \gamma^2 = -n_1^2 k^2 \\ \gamma_{y_2}^2 + \gamma_x^2 + \gamma^2 = -n_2^2 k^2 + j \mu \sigma \omega \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(D-58)} \\ \text{(D-59)} \end{array}$$

or $\gamma_{x_1}^2, \gamma_{y_2}^2 \ll \gamma^2 = -k^2$, les deux relations s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{x_1}^2 = k^2 (1 - n_1^2) \\ \gamma_{y_2}^2 = k^2 (1 - n_2^2) + j \mu \sigma \omega \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(D-60)} \\ \text{(D-61)} \end{array}$$

les relations (D-56) et (D-57) s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{th}^2(\gamma_x a) = -\frac{(n_1^2 - 1)(ka)^2}{(\gamma_x a)^2} \\ \operatorname{th}^2(\gamma_y b) = -\frac{(n_2^2 - 1 - \frac{j\sigma}{\omega \epsilon_0})(kb)^2}{(\gamma_y b)^2 \left(\frac{j\sigma}{\omega \epsilon_0} - n_2^2 \right)^2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(D-62)} \\ \text{(D-63)} \end{array}$$

Dans le domaine infra-rouge les dimensions a et b du guide sont beaucoup plus grandes que la longueur d'onde λ et les inégalités suivantes sont vérifiées.

$$\left| \frac{(ka)^2 (1-n_1^2)}{(\gamma_x a)^2} \right| \gg 1 \text{ et } \text{th}^2(\gamma_x a) \gg 1 \quad (\text{D-64})$$

La détermination de γ_x et γ_y se fait par une méthode de perturbation.

On pose :

$$(\gamma_x a) = j \frac{\pi}{2} (2p-1) - \epsilon \quad p \text{ entier} \quad (\text{D-65})$$

$$\text{th}(\gamma_x a) = \text{th} \left(j \frac{\pi}{2} (2p-1) - \epsilon \right) = \frac{\text{th} \left[j(2p-1) \frac{\pi}{2} \right] - \text{th} \epsilon}{1 - \text{th} \left[j \frac{\pi}{2} (2p-1) \right] \text{th} \epsilon} \approx - \frac{1}{\text{th} \epsilon} \approx - \frac{1}{\epsilon}$$

$$\frac{1}{\epsilon^2} = \text{th}^2(\gamma_x a) = \frac{(n_1^2 - 1) |ka|^2}{\frac{\pi}{4} (2p-1)^2} \quad \text{et} \quad \epsilon = \frac{\pi}{2} \frac{(2p-1) (n_1^2 - 1)^{-1/2}}{(ka)}$$

$$(\gamma_x a) = j \frac{\pi}{2} (2p-1) - \frac{\pi}{2} \frac{(2p-1)}{(ka)} (n_1^2 - 1)^{-1/2}$$

$(\gamma_x a)$ s'écrit finalement :

$$(\gamma_x a) = - (2p-1) \frac{\pi}{2ka} \text{Re} [(n_1^2 - 1)^{-1/2}] + j(2p-1) \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{1}{ka} \text{Im}(n_1^2 - 1)^{-1/2} \right]$$

La même démarche conduit à :

$$\epsilon = \frac{\frac{\pi}{2} (2q-1) \left(\frac{j\sigma}{\omega \epsilon_0} - n_2^2 \right)}{(kb) [n_2^2 - 1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0}]^{1/2}} \quad (\text{D-66})$$

Pour $\lambda = 10 \mu$ ($\omega = 6 \pi 10^{13}$ rad/s) et pour les métaux usuels $\frac{\sigma}{\omega \epsilon_0}$ est grand devant n_2^2 et 1.

cette approximation faite nous obtenons :

$$(\gamma_y b) = - (2q-1) \frac{\pi}{2kb} \operatorname{Re} \left(\frac{j\sigma}{\omega \epsilon_0} \right)^{1/2} + j \frac{\pi}{2} (2q-1) \left[1 - \frac{\operatorname{Im}}{kb} \left(\frac{j\sigma}{\omega \epsilon_0} \right)^{1/2} \right] \quad (D-67)$$

3) Modes $H^X E^Y$

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\operatorname{th}(\gamma_x a) = \frac{\gamma_{x_1}}{\gamma_x n_1^2} \quad (D-56')$$

$$\operatorname{th}(\gamma_y b) = \frac{\gamma_{y_2}}{\gamma_y} \quad (D-57')$$

$$\text{avec } \gamma_{x_1}^2 + \gamma_y^2 + \gamma^2 = -k^2 n_1^2 \quad (D-58')$$

$$\gamma_x^2 + \gamma_{y_2}^2 + \gamma^2 = -n_2^2 k^2 + j \sigma \omega \mu \quad (D-59')$$

En tenant compte des mêmes approximations, on obtient :

$$(\gamma_x a) = - (2p-1) \frac{\pi}{2ka} \operatorname{Re} [n_1^2 (n_1^2 - 1)^{-1/2}] + j \frac{\pi}{2} (2p-1) \left[1 - \frac{\operatorname{Im}}{ka} [n_1^2 (n_1^2 - 1)^{-1/2}] \right] \quad (D-66')$$

$$(\gamma_y b) = - (2q-1) \frac{\pi}{2kb} \operatorname{Re} \left[\left(\frac{j \omega \epsilon_0}{\sigma} \right)^{1/2} \right] + j (2q-1) \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{\operatorname{Im}}{ka} \left(j \frac{\omega \epsilon_0}{\sigma} \right)^{1/2} \right] \quad (D-67')$$

$$\operatorname{Im} \left(\frac{j \omega \epsilon_0}{\sigma} \right)^{1/2} = \left(\frac{\omega \epsilon_0}{2\sigma} \right)^{1/2} .$$

Les expressions de $(\gamma_x a)$ et $(\gamma_y b)$ s'écrivent finalement :

- Pour les modes $H^X E^Y$.

$$(\gamma_x^a) = - (2p-1) \frac{\pi}{2ka} [(n_1^2 - 1)^{-1/2}] + j(2p-1) \frac{\pi}{2} [1 - \frac{\text{Im}}{ka} (n_1^2 - 1)^{-1/2}] \quad (D-68)$$

$$(\gamma_x^b) = - (2q-1) \frac{\pi}{2kb} \left[\frac{\sigma}{2 \epsilon_0 \omega} \right]^{1/2} + j(2q-1) \left[1 - \frac{1}{kb} \left(\frac{\sigma}{2 \omega \epsilon_0} \right)^{1/2} \right] \quad (D-69)$$

- Pour les modes $H^Y E^X$.

$$(\gamma_x^a) = - (2p-1) \frac{\pi}{2ka} \text{Re} [n_1^2 (n_1^2 - 1)^{-1/2}] + j \frac{\pi}{2} (2p-1) \left[1 - \frac{1}{ka} \text{Im} [n_1^2 (n_1^2 - 1)^{-1/2}] \right] \quad (D-68')$$

$$(\gamma_y^b) = - (2q-1) \frac{\pi}{2kb} \left(\frac{\omega \epsilon_0}{2\sigma} \right)^{1/2} + j(2q-1) \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{1}{kb} \left(\frac{\omega \epsilon_0}{2\sigma} \right)^{1/2} \right] \quad (D-69')$$

V - CONSTANTES DE PROPAGATION ET D'ATTENUATION :

$$\text{On avait } \gamma^2 + \gamma_x^2 + \gamma_y^2 = -k^2 \quad \text{et} \quad \gamma^2 = -k^2 \left[1 + \frac{\gamma_x^2 + \gamma_y^2}{k^2} \right]$$

On écrit γ sous forme complexe $\gamma = \alpha + j \beta$.

α et β sont les constantes d'atténuation et de propagation du mode considéré.

En posant $p_1 = 2p-1$ et $q_1 = 2q-1$, p_1 et q_1 entiers impairs et en remplaçant k par $\frac{2\pi}{\lambda}$ nous arrivons aux expressions :

Modes $H^X E^Y$.

$$\alpha = \frac{1}{a} \left(\frac{p_1 \lambda}{4a} \right)^2 \text{Re} [(n_1^2 - 1)^{-1/2}] + \frac{1}{b} \left(\frac{q_1 \lambda}{4b} \right)^2 \left(\frac{\sigma}{2 \epsilon_0 \omega} \right)^{1/2} \quad (D-70)$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{p_1 \lambda}{4a} \right)^2 \left(1 - \frac{\lambda}{\pi a} \text{Im} (n_1^2 - 1)^{-1/2} \right) + \left(\frac{q_1 \lambda}{4b} \right)^2 \left(1 - \frac{\lambda}{\pi b} \left(\frac{\sigma}{2 \omega \epsilon_0} \right)^{1/2} \right) \right] \right\}$$

(D-71)

- Modes $H^Y E^X$.

$$\alpha = \frac{1}{a} \left(\frac{p_1 \lambda}{4a} \right)^2 \operatorname{Re} [n_1^2 (n_1^2 - 1)^{-1/2}] + \frac{1}{b} \left(\frac{q_1 \lambda}{4b} \right)^2 \left(\frac{\omega \epsilon_0}{2\sigma} \right)^{1/2} \quad (D-70')$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ 1 - 1/2 \left[\left(\frac{p_1 \lambda}{4a} \right)^2 \left(1 - \frac{\lambda}{\pi a} \operatorname{Im} n_1^2 (n_1^2 - 1)^{-1/2} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{q_1 \lambda}{4b} \right)^2 \left[1 - \frac{2}{\pi b} \left(\frac{\omega \epsilon_0}{2\sigma} \right)^{1/2} \right] \right\} \quad (D-71')$$

L'atténuation de chaque mode est proportionnelle au carré de la longueur d'onde et inversement proportionnelle au cube des dimensions du guide. Elle varie avec le carré de l'ordre du mode. Le mode le moins atténué est le mode fondamental $E^X H_{11}^Y$ (ou $E^Y H_{11}^X$).

L'atténuation de chaque mode comporte deux parties.

L'atténuation pour le champ E parallèle varie en $1/(n^2-1)^{1/2}$ tandis que celle pour E perpendiculaire varie en $\frac{n^2}{(n^2-1)^{1/2}}$

Ce calcul ne tient pas compte de l'état de surface des parois qui doit intervenir beaucoup plus.

La fig. (D-2) donne l'atténuation du mode $E H_{11}$ suivant sa polarisation pour différentes structures du guide d'après E.K. Gorton [119].

VI. EXPRESSIONS DES CHAMPS.

En tenant compte des approximations

$$(\gamma_x a) \simeq j \frac{\pi}{2} p_1 \quad \text{et} \quad (\gamma_y b) \simeq j \frac{\pi}{2} q_1 \quad (D-72)$$

$$\gamma_{x_1}^2 \ll k^2 (n_1^2) \quad \text{et} \quad \gamma_{y_1}^2 \ll k^2 (n_2^2) \quad (D-73)$$

On déduit facilement les expressions approchées des champs.


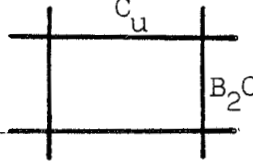
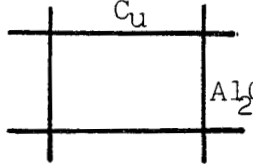
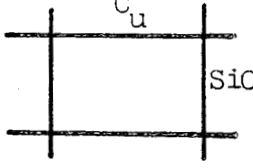
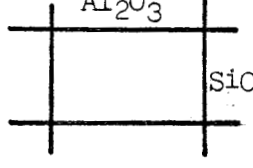
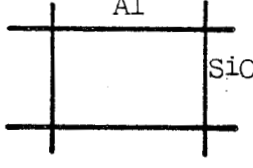
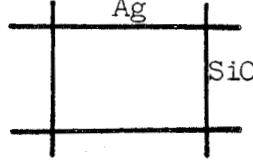
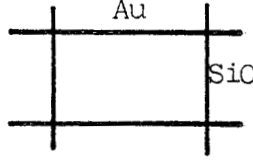
Structure du guide 	$\alpha_{E H_{11}}^x$ (m ⁻¹)	$\alpha_{E H_{11}}^y$ (m ⁻¹)	Polarisation privilégiée
	$-3,6 \cdot 10^{-4}$	$-1,02 \cdot 10^{-1}$	\longleftrightarrow
	$-2,08 \cdot 10^{-2}$	$-1,03 \cdot 10^{-1}$	\longleftrightarrow
	$-1,9 \cdot 10^{-2}$	$-1,04 \cdot 10^{-2}$	\longleftrightarrow
	$-3,1 \cdot 10^{-2}$	$-8,1 \cdot 10^{-3}$	\updownarrow
	$-1,9 \cdot 10^{-2}$	$-1,49 \cdot 10^{-1}$	\longleftrightarrow
	$-1,9 \cdot 10^{-2}$	$-8,12 \cdot 10^{-2}$	\longleftrightarrow
	$-1,9 \cdot 10^{-2}$	$-1,14 \cdot 10^{-1}$	\longleftrightarrow

Fig. D-2 : Constante d'atténuation du mode E H₁₁ pour différentes structures du guide.



- Modes $H^X E^Y$.

$$E_x \simeq 0 \quad (D-74)$$

$$E_y \simeq A_1 \cos \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \cos \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \quad (D-75)$$

$$E_z \simeq A_1 j \frac{\pi}{2kb} q_1 \cos \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \sin \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \quad (D-76)$$

$$H_x \simeq - A_1 \left(\frac{\epsilon_0}{\mu} \right)^{1/2} \cos \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \cos \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \quad (D-77)$$

$$H_y = 0 \quad (D-78)$$

$$H_z = - A_1 \left(\frac{\epsilon_0}{\mu} \right)^{1/2} p_1 \sin \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \cos \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \quad (D-79)$$

- Modes $E^X H^Y$.

$$E_x \simeq A_1 \left(\frac{\mu}{\epsilon_0} \right)^{1/2} \cos \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \cos \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \quad (D-74')$$

$$E_y = 0 \quad (D-75')$$

$$E_z \simeq A_1 j \frac{\pi}{2ka} \left(\frac{\mu}{\epsilon_0} \right)^{1/2} p_1 \sin \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \cos \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \quad (D-76')$$

$$H_x \simeq 0 \quad (D-77')$$

$$H_y \simeq A_1 \cos \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \cos \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \quad (D-78')$$

$$H_z \simeq j \frac{\pi q_1}{2kb} A_1 \cos \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \sin \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \quad (D-79')$$

Il reste à considérer les fonctions antisymétriques en x et en y qui sont aussi solutions du problème. Elles sont de la forme :

$$u = \frac{A_1}{k^2} \operatorname{sh}(\gamma_x x) \operatorname{ch}(\gamma_y y) \exp(-\gamma z) \exp(j \omega t) \quad (D-80)$$

ou de la forme
$$u = \frac{A_1}{k^2} \operatorname{ch}(\gamma_x x) \operatorname{sh}(\gamma_y y) \exp(-\gamma z) \exp(j \omega t) \quad (D-80')$$

Le traitement est identique. Il suffit de remplacer dans les expressions obtenues ch par sh et inversement. Les constantes d'atténuation et de propagation restent les mêmes. p_1 et q_1 sont remplacés par p_2 et q_2 entiers impairs.

- Modes $H^X E_{pq}^Y$.

$$E_x \simeq 0 \quad (D-81)$$

$$E_y \simeq A \left\{ \begin{array}{l} \cos \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \\ \sin \left(\frac{\pi}{2a} p_2 x \right) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cos \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \\ \sin \left(\frac{\pi}{2b} q_2 y \right) \end{array} \right\} \quad (D-82)$$

$$E_z \simeq j \frac{\pi}{2kb} A \left\{ \begin{array}{l} \cos \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \\ \sin \left(\frac{\pi}{2a} p_2 x \right) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} q_1 \sin \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \\ -q_2 \cos \left(\frac{\pi}{2b} q_2 y \right) \end{array} \right\} \simeq 0 \quad (D-83)$$

$$H_x = - \left(\frac{\epsilon_0}{\mu} \right)^{1/2} A \left\{ \begin{array}{l} \cos \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \\ \sin \left(\frac{\pi}{2a} p_2 x \right) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cos \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \\ \sin \left(\frac{\pi}{2b} q_2 y \right) \end{array} \right\} \quad (D-84)$$

$$H_y \simeq 0 \quad (D-85)$$

$$H_z \simeq - j \frac{\pi}{2ka} \left(\frac{\epsilon_0}{\mu} \right)^{1/2} A \left\{ \begin{array}{l} p_1 \sin \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \\ -p_2 \cos \left(\frac{\pi}{2a} p_2 x \right) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cos \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \\ \sin \left(\frac{\pi}{2b} q_2 y \right) \end{array} \right\} \simeq 0$$

(D-86)

- Modes $E^X H_{pq}^Y$.

$$E_x \simeq \left(\frac{\mu}{\epsilon_0} \right)^{1/2} A \left\{ \begin{array}{l} \cos \left(\frac{\pi}{2a} p_1 x \right) \\ \sin \left(\frac{\pi}{2a} p_2 y \right) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cos \left(\frac{\pi}{2b} q_1 y \right) \\ \sin \left(\frac{\pi}{2b} q_2 y \right) \end{array} \right\} \quad (D-81')$$

$$E_y \simeq 0 \quad (D-82')$$

$$E_z \approx j \frac{\pi}{2ka} \left(\frac{\mu}{\epsilon_0} \right)^{1/2} A \left\{ \begin{array}{l} p_1 \sin\left(\frac{\pi}{2a} p_1 x\right) \\ -p_2 \cos\left(\frac{\pi}{2a} p_2 x\right) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{\pi}{2b} q_1 y\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{2b} q_2 y\right) \end{array} \right\} \approx 0 \quad (\text{D-83'})$$

$$H_x \approx 0 \quad (\text{D-84'})$$

$$H_y = A \left\{ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{\pi}{2a} p_1 x\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{2a} p_2 x\right) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{\pi}{2b} q_1 y\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{2b} q_2 y\right) \end{array} \right\} \quad (\text{D-85'})$$

$$H_z = j \frac{\pi}{2kb} \left\{ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{\pi}{2a} p_1 x\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{2a} p_2 x\right) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} q_1 \sin\left(\frac{\pi}{2b} q_1 y\right) \\ -q_2 \cos\left(\frac{\pi}{2b} q_2 y\right) \end{array} \right\} \approx 0 \quad (\text{D-86'})$$

p_1 et q_1 entiers impairs et p_2, q_2 entiers pairs.

Chacune des 4 combinaisons entre crochets est une solution possible.

La fig. (D-3) donne quelques modes d'après H. Krammer {120}.

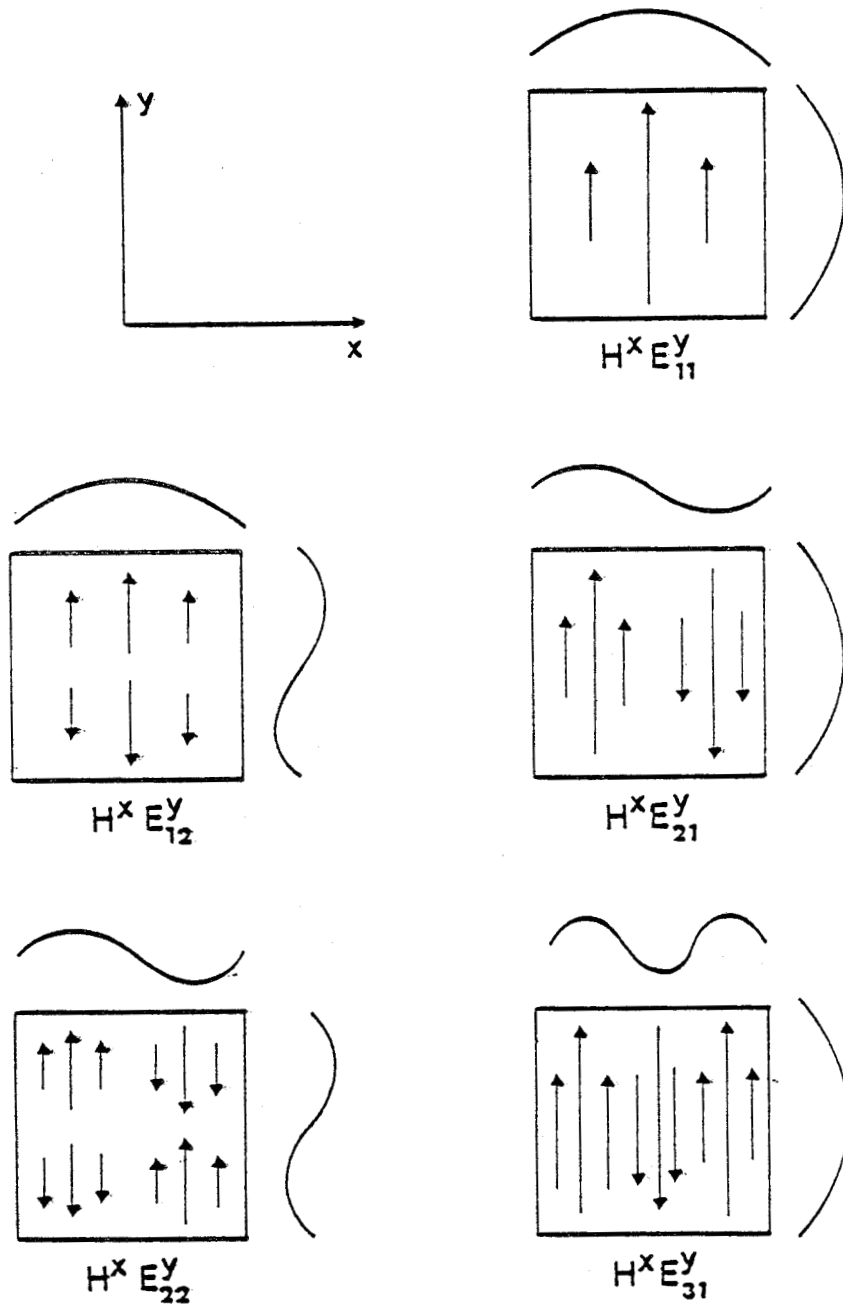


Fig. D-3 : Quelques modes du guide de section carrée d'après H. Krammer (120).

A N N E X E E

COUPLAGE DES MODES D'UN GUIDE CREUX DE SECTION RECTANGULAIRE

Le problème du couplage des modes d'un guide de section rectangulaire a été traité sous deux formes :

- Par projection d'un mode gaussien sur la base formée par les modes propres du guide {69} .

- Par diffraction scalaire du mode fondamental $E H_{11}$ {70} .

1°) Projection d'un mode gaussien sur la base constituée par les modes propres du guide.

La composante normalisée d'un mode gaussien à symétrie circulaire est donnée par :

$$\psi(r) = \left(\frac{2}{\pi \omega_0^2} \right)^{1/2} \exp \left[- \left(\frac{r}{\omega_0} \right)^2 \right] \quad (E-1)$$

où $2\omega_0$ est le "waist beam" du faisceau gaussien.

L'amplitude du champ est normalisée et :

$$\int \int_{-\infty}^{+\infty} \psi \psi^* dx dy = 1 \quad (E-2)$$

Pour un guide à faibles pertes, les modes propres constituent un ensemble complet de vecteurs d'une base.

L'amplitude du mode gaussien sur le mode du guide est :

$$A_{pq}(\omega_0) = C_q^X(\omega_0) C_p^Y(\omega_0) \quad (E-3)$$

avec :

$$C_q(\omega_0) = C_p(\omega_0) = 0 \quad \text{pour } p \text{ et } q \text{ impairs} \quad (\text{E-4})$$

$$C_q(\omega_0) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/4} (\omega_0 a)^{-1/2} \int_{-a}^{+\infty} \exp\left[-\left(\frac{x}{\omega_0}\right)^2\right] \cos\left(\frac{q \pi x}{2a}\right) dx \quad (\text{E-5})$$

pour q pair et une expression analogue pour $c_p(\omega_0)$.

La somme des carrés de toutes les composantes $A_{pq}(\omega_0)$ donne la puissance totale dans le guide. Les figures E-1 donnent l'intensité du coefficient de couplage pour différents modes d'un guide carré et l'amplitude du coefficient de couplage des modes $E H_{11}$ et $E H_{13}$ ($E H_{31}$) en fonction du paramètre $\frac{a}{\omega_0}$ d'après K.D. Laackman (69).

Le maximum du couplage pour le mode $E H_{11}$ (mode fondamental présentant les plus faibles pertes pour tous les types de guides) est obtenu pour $\omega_0 = 0,69 a$. Cette valeur de ω_0 permet de coupler 98 % de l'énergie du mode gaussien sur le mode $E H_{11}$ du guide. En fait le "waist" optimal pour le couplage de l'énergie sur le mode $E H_{11}$ pour l'énergie totale dans le guide est $\omega_0 = 0,74 a$.

2°) Diffraction scalaire du mode $E H_{11}$.

Cette méthode est basée sur le principe d'Huyghens - Fresnel. On considère le champ à l'entrée du guide et on calcule par diffraction scalaire le champ après réflexion sur le miroir afin de déterminer l'énergie réinjectée dans le guide (figure E-2).

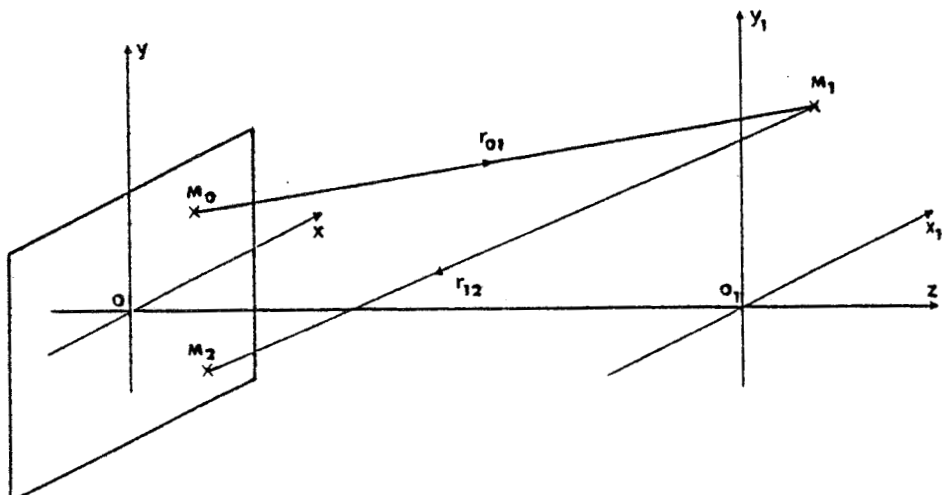


Fig. E-2 : Schéma du principe de calcul par diffraction.

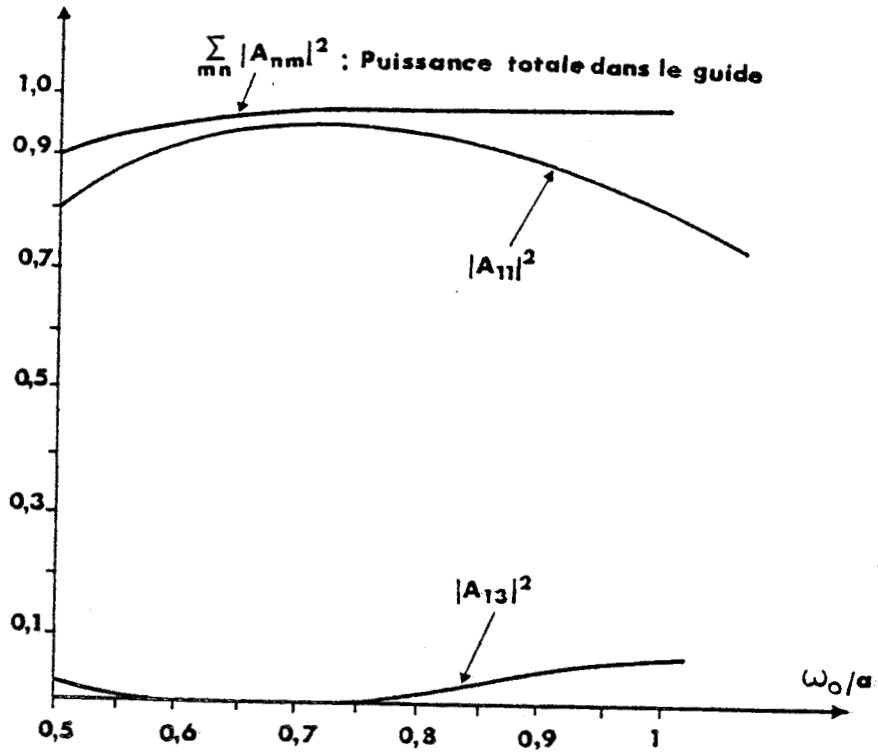


Fig. E-1 (a) : Intensité du coefficient de couplage d'après K.D. Laackman (69).

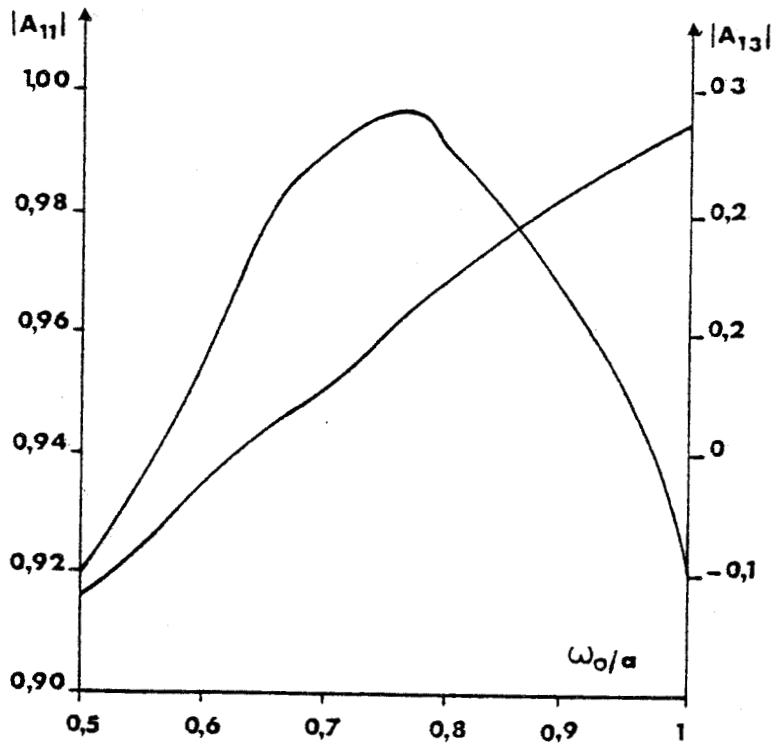


Fig. E-1 (b) : Amplitude du coefficient de couplage des modes $E H_{11}$ et $E H_{13}$ d'après K.D. Laackman (69).

Le champ en un point M_0 dans le plan de l'entrée du guide s'écrit (cf. annexe D) :

$$E_{pq}(x_0, y_0, 0) = A \begin{Bmatrix} \cos(\frac{\pi}{2a} p x) \\ \sin(\frac{\pi}{2a} p x) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos(\frac{\pi}{2b} q y) \\ \sin(\frac{\pi}{2b} q y) \end{Bmatrix} \quad (E-6)$$

Le champ en un point M_1 sur le réflecteur de rayon de courbure C s'écrit :

$$E(x_1, y_1, z_1) = \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} \left(\frac{1}{j\lambda r_{01}} \right) \exp(j k r_{01}) E_{pq}(x_0, y_0, 0) dx_0 dy_0 \quad (E-7)$$

avec :

$$r_{01} = d + \frac{x_0^2 + y_0^2}{2d} + \frac{[1 - (\frac{d}{C})](x_1^2 + y_1^2)}{2d} - \frac{x_1 x_0 + y_1 y_0}{d} \quad (E-8)$$

En supposant $a, b \ll d, C$ le champ au point M_1 s'écrit encore :

$$E(x_1, y_1, z_1) = \frac{1}{j\lambda d(ab)^{\frac{1}{2}}} \exp(j k d) \exp \left\{ \frac{jk [1 - (\frac{d}{C})](x_1^2 + y_1^2)}{2d} \right\} \\ \times \int_{-a}^{+a} \exp\left(\frac{-jk x_1 x_0}{d}\right) \exp\left(\frac{jk x_0^2}{2d}\right) \begin{Bmatrix} \cos(\frac{\pi}{2a} p x_0) \\ \sin(\frac{\pi}{2a} p x_0) \end{Bmatrix} dx_0 \\ \times \int_{-b}^{+b} \exp\left(\frac{-jk y_1 y_0}{d}\right) \exp\left(\frac{jk y_0^2}{2d}\right) \begin{Bmatrix} \cos(\frac{\pi}{2b} q y_0) \\ \sin(\frac{\pi}{2b} q y_0) \end{Bmatrix} dy_0 \quad (E-9)$$

Pour calculer le champ au point M_2 de l'entrée du guide on considère le miroir comme une infinité de sources. En supposant le miroir de dimensions infinies on arrive à :

- Pour $d \neq C$,

$$E(x_2, y_2, 0) = \frac{1}{2 j \lambda d (1 - \frac{d}{C}) (ab)^{\frac{1}{2}}} \exp(2j k d) \exp \left[\frac{jk(x_2^2 + y_2^2)}{2d} \right]$$

$$\int_{-a}^{+b} \exp \left[- \frac{j \pi (x_2 - x)^2}{2 \lambda d (1 - \frac{d}{C})} \right] \left[\exp \left(\frac{j \pi x^2}{\lambda d} \right) \right] \begin{cases} \cos \left(\frac{\pi}{2a} p x \right) \\ \sin \left(\frac{\pi}{2a} p x \right) \end{cases} dx$$

$$\int_{-b}^{+b} \exp \left[- \frac{j \pi (y_2 - y)^2}{2 \lambda d (1 - \frac{d}{C})} \right] \left[\exp \left(\frac{j \pi y^2}{\lambda d} \right) \right] \begin{cases} \cos \left(\frac{\pi}{2b} q y \right) \\ \sin \left(\frac{\pi}{2b} q y \right) \end{cases} dy$$

- Pour $d = C$ (E-10)

$$E(x_2, y_2, 0) = \frac{1}{(ab)^{1/2}} \exp(2j k d) \exp \frac{jk(x_2^2 + y_2^2)}{d} \begin{cases} \cos \left(\frac{\pi}{2a} p x_2 \right) \\ \sin \left(\frac{\pi}{2a} p x_2 \right) \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} \cos \left(\frac{\pi}{2b} q y_2 \right) \\ \sin \left(\frac{\pi}{2b} q y_2 \right) \end{cases} \quad (E-11)$$

Si le mode émergeant est $p'q'$, le pourcentage de l'énergie qui se retrouve sur le mode $p'q'$ est donné par :

$$x_{pq}^{p'q'} = \int_{-a}^{+a} \int_{-b}^{+b} E(x_2, y_2, 0) E_{p'q'}^*(x_2, y_2, 0) dx_2 dy_2 \quad (E-12)$$

Ce calcul a été fait pour le mode fondamental $E H_{11}$ dans le cas d'un guide carré de côté a .

Les courbes reproduites sur la figure E-3 donnent le coefficient de couplage pour différentes valeurs du paramètre $\alpha = \frac{ka^2}{C}$ en fonction de $\beta = \frac{d}{C}$ d'après S. Avrillier [70].

Les courbes d'efficacité du couplage sont analogues à celles obtenues pour un guide de section circulaire. Il existe trois situations où le mode $E H_{11}$ présente des pertes faibles.

- Miroirs de grand rayon de courbure placés près de l'entrée du guide (position A sur la figure E-3).

- Miroirs de grand rayon de courbure placés approximativement à la distance $d = C$ (position B sur la figure E-3)

- Miroirs de rayon de courbure C tel que $\alpha = \frac{ka^2}{C} = 2,2$ placés à la distance $d = \frac{C}{2}$ (position C sur la figure E-3)

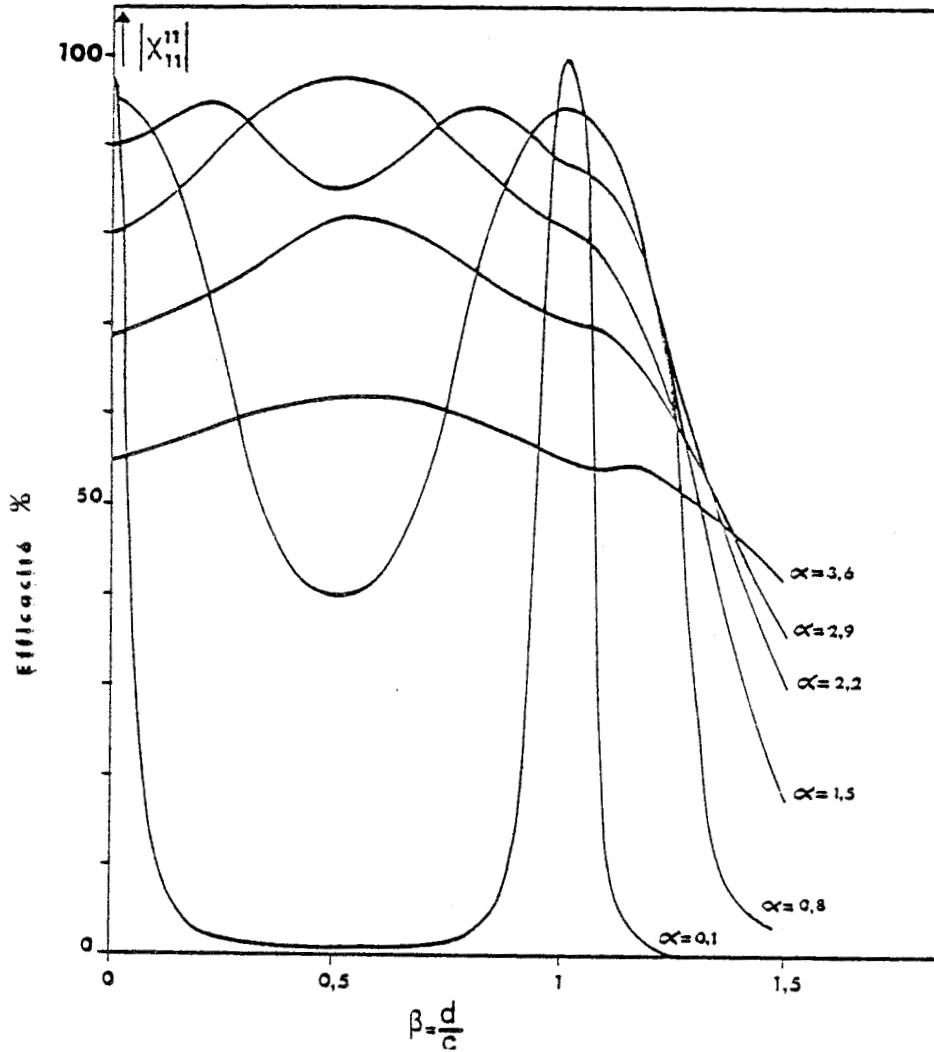


Figure E-3 : Efficacité de couplage du mode $E H_{11}$ pour différentes valeurs du paramètre $\alpha = \frac{ka^2}{C}$ d'après S. Avrillier (70).



B I B L I O G R A P H I E

- 3 - H. KILDAL, R. BYER
Proc. I.E.E.E. 59, 12, pp. 1644-1663 (1971).

- 2 - W.A. Mc CLENNY, R.E. BAUMGARDNER, Jr., F.W. BAIYY, Jr, and R.A. GRAY
A.P.C.A. Journal 24, 1044 (1974)

- 3 - R.T. MENZIES and M.S. SHUMATE
Appl. Opt. 15, n° 9 (1976).

- 4 - S.O. KANSTAD, A. BJERKESTRAND and T. LUND
Journal of Physics E : Scientific Instruments, 10 (1977).

- 5 - C. JAUSSAUD
Rapport C.E.A. R 461 (mai 1975).

- 6 - I. COMERA, C. JAUSSAUD, A. CHARPENTIER et J. FOUQUIN
(Communication privée).

- 7 - M. KHELKHAL
Diplôme d'Etudes Approfondies - Université des Sciences et
Techniques de LILLE (1979).

- 8 - A.G. BELL
Proc. Am. Ass. Adven. Sci. 59, 115 (1980).

- 9 - J.G. TYNDALL
Proc. R. Soc. Lond. 31, 307 (1981).
- 10 - W.G. RÖNTGEN
Philos. Mag. 11, 308 (1881).
- 11 - M.L. VIENGEROV
Dokl. Akad. Nauk. SSSR Fiz. 19, 686 (1938).
- 12 - M.L. VIENGEROV
Dokl. Akad. Nauk SSSR Fiz. 12, 656 (1948).
- 13 - W.D. HERSHBERGER, T. BUSH and G.W. LECK
R.C.A., Rev. 7, 422 (1946).
- 14 - G. GORELIK
Dokl. Akad. Nauk 54, 779 (1946).
- 15 - P.V. SLOBODSKAYA
Mzv Akad. Nauk SSSR Fiz. 12, 656 (1948).
- 16 - E.L. KEER and J.G. ATWOOD
Appl. Opt. 7, 915 (1968).
- 17 - L.B. KREUSER
J. Appl. Phys. 42, 2934 (1971).
- 18 - C.K.N. PALET, E.G. BUNKKANDT and C.A. LAMBERT
Science 184, 1173 (1974).

- 19 - T. AOKI and M. KATAYAMA
Jpn. J. Appl. Phys. 10, 1303 (1971).
- 20 - J.G. PARKER and D.N. RITKE
J. Chem. Phys. 59, 3713 (1973).
- 21 - V.L. RUDIN
Opt. Spectros. 21, 292 (1966).
- 22 - S.P. BELOV, A.V. BURENIN, L.I. GERSHTEIN, V.V. KOROLIKHIN and
A.F. KRUPNOV
Opt. Spectros. 35, 295 (1973).
- 23 - A.F. KRUPNOV, L.I. GERSHTEIN, B.G. SHUSTROV, S.P. BELOV
Izv. vuz. Radiofizika 13, 1403 (1970).
A.F. KRUPNOV
2nd International Seminar on high resolution molecular spectroscopy, Abstracts of papers, Prague (1972).
- 24 - M.S. DE GROOT, C.A. EMEIS, I.A.M. HESSELMAN, E. DRENT and E. FARENHORST
Chem. Phys. Lett. 17, 332 (1972).
- 25 - W.R. HARSHBARYER and M.B. ROBIN
Acc. Chem. Res. 6, 329 (1973).
- 26 - L.G. ROSENGREEN
Appl. Opt. 14, n° 8 (1975).
- 27 - F. DEWEY Jr., R.D. KAMM and C.E. HACKETT
Appl. Phys. Lett. 23, n° 11 (1973).

- 28 - P.D. GOLDAN and K. GOTO
J. of Appl. Phys. 45, n° 10 (1974).
- 29 - R.D. KAMM
J. of Appl. Phys. 47, n° 8 (1976).
- 30 - P. PERMUTTER, S. SHRIKMAN and M. SLATKINE
J. Opt. Soc. An. 68, n° 9 (1978).
- 31 - S.A. SCHLEUSENER, J.D. LINDBERG, K.O. WHITE and R.L. JOHNSON
Appl. Opt. 15, n° 10 (1976).
- 32 - S. SHRIKMAN and M. SLATKINE
Appl. Phys. Lett. 31, n° 12 (1977).
- 33 - K. HOTTA, I. INOUE and K. WASHIO
Nipon Electric Co. Kawasaki, Japan.
- 34 - P. PERLMUTTER, S. SHRIKMAN and M. SLATKINE
Appl. Opt. 18, n° 13 (1979).
- 35 - TOSHIO FUKUNI
Opt. Com. 30, n° 3 (1979).
- 36 - F.W. DALBY et J. VIGUE
(Communication personnelle).
- 37 - M.J. KAVAYA, J.S. MARGOLIS and M.S. SHUMATE
Appl. Opt. 18, n° 15 (1979)

- 38 - D.M. COX and A. GNAUCK
J. of Molecular Spectroscopy 81, 207-215 (1980).
- 39 - A. Di LIETO, P. MINGUZZI and M. TONELLI
Opt. Com. 31, n° 11 (1979).
- 40 - L.G. ROSENGREEN
Infrared Physics, 13, pp. 109-121 (1973).
- 41 - V. TARNOV
B. & K. Techn. Rev. (3), 3 (1972).
- 42 - T.L. CONTRELL and Mc COULREY
Molecular Energy Transfer in Gases (Butterworths, London, 1961).
- 43 - U. PERSSON, B. MARTINSSON, J. JOHANSSON and S.T. ENG.
Appl. Optics 19, n° 10 (1980)
- 44 - E.A.T. MARCATILLI, R.A. SCHMELTZER
"Hollow metallic and dielectric waveguides for long distance
optical transmission and lasers"
Bell Syst. Technique Journal, pp. 1783-1809 (1964).
- 45 - P.W. SMITH
Appl. Phys. Lett. 19, pp. 132 (1971).
- 46 - J.J. BRIDGES, E.G. BURKHARDT, P.W. SMITH
Appl. Phys. Lett. 20, n° 10 (1972).
- 47 - P.E. JENSEN, M.S. TOBIN
Appl. Phys. Lett. 20, n° 12 (1972).

- 48 - R.L. ABRAMS
Appl. Phys. Lett. 25, n° 5 (1974).
- 49 - I.M. BETEROV, A.S. PROVOROV, V.P. CHEBOTAEV
Soc. Journal of Quantum Electronis, 5, n° 2 (1975).
- 50 - D. FRIART
Thèse de 3ème cycle - Université de Paris XI - Orsay.
- 51 - P. LENOIR
Thèse de docteur ingénieur - Université des Sciences et Techniques de lille (1982).
- 52 - P.W. SMITH
Laser Spectroscopy, pp. 247-261, Brewer Mooradian.
- 53 - R.L. ABRAMS
Laser Spectroscopy, pp. 263-271, Brewer Mooradian.
- 54 - G. KOEPF
I.E.E.E. Journal of Quantum Electronics, QE 12, n° 1 (1976).
- 55 - P.W. SMITH, C.R. ADAMS, P.J. MALONEY, O.R. WOOD II
Opt. Com. 16, n° 1 (1976).
- 56 - H. SHIRAHATA, T. FUJIOKA
Opt. Com. 20, n° 2 (1977).
- 57 - J.D. Mc MULLEN, D.B. ANDERSON, R.L. DAVIS
J. of Applied Physics 45, n° 11 (1974).

- 58 - A. PAPAYOANOU, A. FUJISAWA
Appl. Phys. Lett. 26, n° 4 (1975).
- 59 - I.M. BETEROV, V.P. CHEBOTAEV, A.S. PROVOROV
I.E.E.E. Journal of Quantum Electronics, QE 10, n° 2 (1974).
- 60 - E.G. BURKHARDT, T.J. BRIDGES, P.W. SMITH
Opt. Com. 6, n° 2 (1972).
- 61 - J.H. ELROY, P.E. THOMSON, H.E. WALKER, E.H. JOHNSON, D.J. RADECKI,
R.S. REYNOLDS
Appl. Opt. 14, n° 6 (1975).
- 62 - H.W. MOCHER
SPIE 92 : Practical Applications of Low Power Lasers (1976).
- 63 - H. NISHIHARA, T. INOUE, J. KOYAMA
Appl. Phys. Lett. 25, n° 7 (1974).
- 64 - A. PAPAYOANOU
I.E.E.E. Journal of Quantum Electronics (Janvier 1979).
- 65 - GALLAGHER
Limitations on miniature molecular frequency sources.
Proceeding of the 29th Annual Frequency Control Symposium -
Fort Mammouth, N.J. U.S.A. (1975).
- 66 - D.R. HALL, E.K. GORTON and R.M. JENKINS
Journal of Applied Physics 48, n° 3 (1977)

- 67 - R. GERLACH and N.M. AMER
Rev. Sci. Instrum. 50, n° 12 (1979).
- 68 - R.L. ABRAMS and W.B. BRIDGES
I.E.E.E. Journal of Quantum Electronics, QE 9, 940 (1973).
- 69 - K.D. LAACKMAN and W.H. STEIER
Appl. Opt. 15, n° 5 (1976).
- 70 - S. AVRILLIER and J. VERDONCK
Journal of Appl. Phys. 48, n° 12 (1977).
- 71 - K.D. LAACKMAN
Proceedings of the International Conference on Lasers 78,
pp. 11-15 (1978).
- 72 - J.L. LACHAMBRE, J. Mac FARLANE, G. OTIS and P. LAVIGNE
Appl. Phys. Lett. 32, n° 10 (1978).
- 73 - G.P. CHRISTENSEN
Appl. Phys. Lett. 34, n° 3 (1979).
- 74 - G.P. CHRISTENSEN, F.X. POWELL and N.DJEN
I.E.E.E. Journal of Quantum Electronics, QE 16, n° 9 (1980).
- 75 - G. ALLOCK and D.R. HALL
Opt. Com. 37, n° 1 (1981).
- 76 - M. LYSZYK
Thèse de 3ème cycle - Université des Sciences et Techniques
de Lille (1978).

- 77 - J.J. DEGNAN and D.R. HALL
I.E.E.E. Journal of Quantum Electronics, QE 9, n° 99 (1973).
- 78 - R.L. ABRAMS
I.E.E.E. Journal of Quantum Electronics, QE 8, n° 11 (1972).
- 79 - H. KOGELNIK and T. LI
Proc. I.E.E.E. 54, pp. 1312-1329 (1966).
- 80 - F.P. ROULLARD III, M. BASS
I.E.E.E. Journal of Quantum Electronics, QE 13, n° 10 (1971).
- 81 - R.L. ABRAMS, A. CHESTER
Appl. Opt. 13, n° 9 (1974).
- 82 - T.M. HARD
Appl. Opt. 9, n° 8 (1970).
- 83 - A. MAYER, J. COMERA, H. CHARPENTIER and C. JAUSSAUD
Appl. Opt. 17, p. 391 (1978).
- 84 - R.R. PATY, G.M. RUSSWURM, X.A. Mc CLENNY and D.R. MORGAN
Appl. Opt. 13, p. 2850 (1974).
- 85 - W. SCHNELL, G. FISHER
Appl. Opt. 14, pp. 2058-2059 (1975).
- 86 - C.H. LAMBEAU, A. FAYT, J.L. DUCAN and T. NAKAGAWA
J. of Molecular Spectroscopy 81, pp. 227-247 (1980).

- 87 - F. HERLEMONT, M. LYSZYK, J. LEMAIRE, C.H. LAMBEAU and A. FAYT
J. of Molecular Spectroscopy 74 (1979).
- 88 - R.F. ADAMOWICZ and K.P. KOO
Appl. Opt. 18, n° 17 (1979).
- 89 - F. KRITCHMAN, S. SHTRIKMAN and M. SLATKINE
J. Opt. Soc. Am. 68, n° 9 (1973).
- 90 - P.L. HANST
Advances in environmental Science and technology, 2,
eds, J.N. PITTS and R.L. METCALE, Wiley-Interscience, New-York,
pp. 91-213 (1971).
- 91 - J.J. DEGNAN
Journal of Applied Physics, 45, n° 1 (1974).
- 92 - E.N. BAZAROV, G.A. GERASIMOV, Y.U. PUSUDIN
Sov. Journal of Quantum Elect. 5, n° 6 (1975).
- 93 - J.J. DEGNAN
Appl. Phys. 11, pp. 1-33 (1976).
- 94 - A.S. PROVOROV, V.P. CHEBOTAYEV
Sov. Journal of Quantum Elect. 5, n° 4 (1975).
- 95 - P. BARCHEWITZ, L. DORBEL, R. FARRENQ, A. TRUFFER et P. VAUTIER
C.R. Acad. Sc. Paris, t. 260 (1965).

- 96 - W.E. BELL
Appl. Phys. Lett. 7, n° 7 (1965).
- 97 - J.P. GOLDSBOROUGH, E.D. HUDGES and W.E. BELL
Appl. Phys. Lett. 8, n° 6 (1966).
- 98 - C.O. BROWN and J.W. DAVIS
Appl. Phys. Lett. 21, p. 480 (1972).
- 99 - D.B. NICHOLS and W.M. BRANDENBERG
I.E.E.E. Journal of Quantum Elect. QE 8, p. 718 (1972).
- 100 - A.C. ECKBRETH and J.W. DAVIS
Appl. Phys. Lett. 21, n° 1 (1972).
- 101 - K.G. HANDY and J.E. BRANDELIK
J. Appl. Phys. 49, n° 7 (1978).
- 102 - LANGMUIR, L. TONKS
Phys. Rev. 34, p. 876 (1929).
- 103 - VON ENGEL
"Ionised Gases" - Oxford at the Clarendon Press. p. 39 (1955)
- 104 - W.B. THOMPSON
An Introduction to Plasma Physics - Addison - Wesley Publishing
Compagny, Inc. (1962).

- 105 - R.H. BULLIS, W.L. NIGHAN, M.C. FOWLER and W.J. WIEGAND
A.I.A.A. J. (Am. Inst. Aeronaut. Astronaut. J.) 10, p. 407 (1972).
- 106 - C. FOWLER
J. Appl. Phys. 43, p. 3480 (1972).
- 107 - W.L. NIGHAN and J.H. BENNETT
Appl. Phys. Lett. 14, p. 240 (1969).
- 108 - W.L. NIGHAN
Appl. Phys. Lett. 15, p. 355 (1969).
- 109 - J.J. LOWKE, A.V. PHELPS and B.W. IRWIN
J. Appl. Phys. 44, n° 10 (1973).
- 110 - P.O. CLARK and M.R. SMITH
Appl. Phys. Lett. 9, n° 10 (1966).
- 111 - H. EGGER
Homogene TEA-CO₂-Gasentladungen, Lizentiatsarbeit, (I.A.P. Bern 1975).
- 112 - Pio CAPEZZUTO, F. CRAMAROSSA, Ricardo d'AGOSTINO and E. MOLINARI
J. of Physical Chemistry 80, n° 8 (1976).
- 113 - C.K.N. PATEL
"High power Molecular Lasers and their Application to Investigations of Non linear Optical Phenomena in the Infrared".
International Quantum Electronics Conference 2A-2, (1966).

114 - G. HERZBERG

Infrared and Raman spectra of polyatomic molecules - Van Nostrand
Reinhold LTD.

115 - W.S. GALLAWAY, E.F. BARKER

The Infrared spectra of ethylene and tetra deuterio ethylene
under high resolution

J. Chem. Phys. 10, pp. 88-97, (1942).

116 - E. NODOV

Appl. Opt. 17, n° 7 (1978).

117 - L.J. THOMAS et col.

Appl. Phys. Lett. 32, n° 11 (1978).

118 - S. AVRILLIER

Thèse de doctorat es sciences - Université de Paris Nord (1978).

119 - E.K. GORTON and J.R. REDDING

J. Phys. E : Sci. Instruments, 13 (1980).

120 - H. KRAMMER

I.E.E.E. J. of Quantum Elect. (Août 1976).

