

50376  
1982  
53

50376  
1982  
53

# THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE**

**Spécialité : Electronique Mention Microonde**

par

Redouane YAQUINE

**ETUDE DES NON LINEARITES DANS LES  
AMPLIFICATEURS HYPERFREQUENCES A  
TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP EN REGIME  
FAIBLE ET MOYENNE PUISSANCE**



Soutenue le 12 février 1982 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury	MM.	E. CONSTANT	Président
		G. SALMER	Rapporteur
		J. OBREGON	Examineur
		R. SOARES	Examineur
		J.L. CEDAR	Examineur

Ce travail a été effectué au "CENTRE HYPERFREQUENCES & SEMI-CONDUCTEURS" de l'Université des Sciences & Techniques de Lille I, dirigé par Monsieur le Professeur CONSTANT.

Je tiens tout d'abord à témoigner toute ma gratitude et à exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur CONSTANT qui m'a permis, en m'accueillant dans son laboratoire, de mener à bien ce travail et me fait l'honneur de présider la Commission d'Examen.

Je remercie Monsieur PERICHON, ce travail ayant été effectué pour sa plus grande part sous sa direction, Monsieur le Professeur SALMER en assurant l'orientation scientifique générale. Je tiens à exprimer à Monsieur le Professeur SALMER toute ma reconnaissance pour l'aide et les conseils qu'il m'a prodigués tout au long de cette étude.

Je tiens à remercier Monsieur OBREGON, Professeur à l'Université de Limoges, qui me fait l'honneur de juger ce travail.

Mes sincères remerciements vont à Monsieur SOARES, ingénieur au Centre National d'Etudes des Télécommunications de Lannion, qui me fait le plaisir de siéger à ce jury.

Monsieur CEDAR, ingénieur au Centre National d'Etudes Spatiales de Toulouse, a accepté de participer à mon jury. Je lui en suis vivement reconnaissant.

*J'adresse également mes plus vifs remerciements à*

- M. CAPPY pour les discussions et les renseignements qu'il m'a donnés,
  - M. CARNEZ pour les conseils et l'aide amicale qu'il m'a apportée au début de cette étude,
  - M. WROBLEWSKI pour la sympathie qu'il m'a témoignée et sa contribution à l'aboutissement de ce travail.
  - Mme DELOS pour l'aide qu'elle m'a apportée sur le plan expérimental.
  - M. PLAYEZ pour sa participation à ce travail et les conseils qu'il m'a prodigués,
  - M.M. TOUTAIN, GELIN et J.F. LEGIER
  - M.M. ALLAMANDO et BOUHES
  - M.M. ROLLAND et KENNIS
- pour leur amicale collaboration à ce travail.*

*Je tiens également à remercier tous mes camarades du C.H.S. pour la sympathie qu'ils m'ont témoignée. Enfin, je ne saurais oublier ceux qui ont contribué à la réalisation de ce manuscrit : Mme TAILLY et Mlle B. FIEVET qui ont eu la tâche ingrate de le dactylographier ainsi que M.M. DEHORTER et PLUQUET qui en ont tiré la polycopie. Je les en remercie vivement.*

## SOMMAIRE

### INTRODUCTION

### CHAPITRE I : CARACTERISTIQUES D'UN AMPLIFICATEUR NON LINEAIRE

I.1. Introduction	1
I.2. Introduction à l'analyse des systèmes non linéaires par la technique des séries de Volterra	4
I.2.1. Relation entrée-sortie pour un circuit linéaire.	4
I.2.2. Généralisation à un circuit non linéaire. Utilisation du développement en série de Volterra.	5
I.2.3. Application à une conductance non linéaire.	7
I.2.4. Analyse d'un circuit simple. Calcul des fonctions de transfert.	9
I.3. Application de la technique des séries de Volterra à l'étude du comportement non linéaire du T.E.C.	10
I.3.1. Schéma équivalent linéaire simplifié.	11
I.3.2. Schéma équivalent en régime non linéaire.	12
I.3.3. Analyse de circuit.	15
I.3.4. Expression de l'intermodulation d'ordre trois.	17
I.3.5. Descriptif du programme de calcul de l'intermodulation d'ordre trois.	19
I.3.6. Conclusion.	20

CHAPITRE II : DETERMINATION DES COEFFICIENTS NON LINEAIRES - ASPECT THEORIQUE

II.1. Modèle numérique des transistors à effet de champ	24
II.1.1. Principe du modèle.	24
II.1.2. Validité et utilisation de ce modèle.	25
II.1.2.1. Résultats.	25
II.2. Modèle analytique à deux zones	26
II.3. Conception et utilisation d'un modèle grand signal	28
II.3.1. Introduction.	28
II.3.2. Principe du modèle.	29
II.3.2.1. Hypothèses fondamentales.	29
II.3.2.2. Equations fondamentales.	29
II.3.2.3. Méthode de calcul.	30
II.3.3. Résultats typiques. Discussions sur l'utilisation du modèle.	32
II.3.3.1. Etude de la distorsion harmonique.	32
II.3.3.2. Autres utilisations possibles de ce modèle.	33
II.4. Conclusion	35

CHAPITRE III : ACCES AUX PRINCIPALES NON LINEARITES DU T.E.C. - ASPECT EXPERIMENTAL

III.1. Introduction	39
III.2. Mesure de la distorsion basse fréquence	40
III.2.1. Principe de mesure de la distorsion harmonique.	40
III.2.2. Analyse de circuit.	41

III.2.2.1.	Etude à la fréquence fon-	42
	damentale.	
III.2.2.2.	Etude au second ordre.	42
III.2.2.1.	Etude au troisième ordre.	43
III.2.3.	Détermination des coefficients.	44
III.2.3.1.	Mesures à la fréquence fon-	44
	damentale.	
III.2.3.2.	Mesures à l'harmonique deux.	44
III.2.3.3.	Mesures à l'harmonique trois.	45
III.2.4.	Application de la méthode.	46
III.2.4.1.	Résultats.	47
III.3.	Mesure des éléments non linéaires dans la gamme	
	0.1/1 GHz	48
III.3.1.	Introduction.	48
III.3.2.	Application à la mesure d'un composant	48
III.3.3.	Application au transistor à effet de	
	champ.	50
III.3.4.	Méthode d'exploitation.	51
III.3.5.	Résultats typiques.	52
III.3.6.	Comparaison des deux méthodes précédentes.	52
III.4.	Détermination du schéma équivalent du T.E.C.	54
III.4.1.	Introduction.	54
III.4.2.	Mesure des paramètres $S_{ij}$ à large bande	
	de fréquence.	55
III.4.2.1.	Résultats obtenus.	56
III.4.3.	Procédure générale d'optimisation.	57
III.4.3.1.	Méthode utilisée pour l'op-	
	timisation.	58
III.4.4.	Relations entre les paramètres $S_{ij}$ et	
	les courants d'entrée et de sortie.	58
III.4.5.	Définition de la fonction d'erreur.	60
III.4.6.	Gradient de la fonction d'erreur.	61
III.4.6.1.	Principe.	61

III.4.6.2. Relations fondamentales.	
Calcul du gradient.	62
III.4.7. Construction du circuit adjoint.	65
III.4.8. Résultats de la méthode.	66
III.4.8.1. Résultats typiques obtenus sur un circuit simple.	66
III.4.8.2. Utilisation de la méthode pour un transistor à effet de champ.	66

CHAPITRE IV : APPLICATION DE LA TECHNIQUE DES SERIES DE VOLTERRA  
AU CALCUL DE L'INTERMODULATION

IV.1. Introduction	72
IV.2. Etude du NEC 388	73
IV.2.1. Etude au gain maximum.	73
IV.2.2. Etude au MAG - 3 dB.	74
IV.2.2.1. Influence d'une désadaptation à l'entrée.	74
IV.2.2.2. Influence d'une désadaptation en sortie.	78
IV.2.2.3. Influence des impédances de fermeture aux fréquences somme et différence.	78
IV.2.3. Etude au MAG - 6 dB.	79
IV.2.3.1. Influence d'une désadaptation à l'entrée.	79
IV.2.3.2. Influence de la désadaptation en sortie.	79
IV.2.4. Etude du NEC 388 en bilatéral.	80
IV.2.5. Conclusions relatives au NEC 388.	81
IV.3. Etude du T.E.C. de puissance Thomson 27 GPF	81
IV.3.1. Etude au gain maximum.	82

IV.3.2. Rôle des impédances de fermeture aux fréquences somme et différence.	84
IV.3.3. Discussion sur les résultats.	86
IV.3.4. Etude en fonction du gain.	87
IV.3.5. Conclusion de l'étude du T.E.C. TH 27 GPF	89

## CHAPITRE V : MESURE DE L'INTERMODULATION - COMPARAISON THEORIE - EXPERIENCE

V.1. Introduction	91
V.2. La méthode de mesure	91
V.2.1. Mesure des impédances vues par le composant	92
V.3. Etude du transistor NEC 388	93
V.3.1. Evolution de l'amplitude de l'intermodulation d'ordre trois en fonction de la polarisation pour un gain voisin du MAG.	93
V.3.2. Confrontation avec la prévision théorique	94
V.3.3. Etude de l'évolution du point d'interception en fonction des impédances de fermeture ( $Z_g$ , $Z_L$ )	96
V.3.3.1. Résultats obtenus	96
V.4. Etude du T.E.C. de puissance TH 27 GPF	97
V.4.1. Mesure des produits d'intermodulation en fonction de la polarisation au voisinage du MAG.	97
V.4.2. Etude de l'évolution du point d'interception en fonction des impédances de fermeture ( $Z_g$ , $Z_L$ )	99
V.5. Conclusion générale	100
<u>CONCLUSION</u>	101
ANNEXE I	103
ANNEXE II	106
ANNEXE III	107
ANNEXE IV	109
ANNEXE V	111



## INTRODUCTION

Compte-tenu de ses possibilités fréquentielles, de ses performances de bruit, de sa dynamique importante et de ses possibilités en puissance, le transistor à effet de champ apparaît comme un composant particulièrement prometteur pour des applications en Télécommunications.

Il paraît apte à se substituer au tube à ondes progressives dans les systèmes de transmission multicanaux, faisceaux hertziens notamment, au niveau des étages à faible et moyenne puissance. Toutefois, dans ce type d'applications, les conditions de fonctionnement et les spécifications sont tout-à-fait particulières et il n'est pas évident à priori que ce composant soit vraiment susceptible de les satisfaire.

En effet, un certain nombre de spécifications sont relatives au comportement non linéaire des transistors à effet de champ et en particulier en régime de compression de gain, aux conversions et surtout aux niveaux d'intermodulation dont l'importance peut se révéler comparable à celle portant sur le niveau de bruit.

Or, si au début de notre étude beaucoup de travaux avaient été consacrés à l'amélioration des performances de bruit des transistors à effet de champ en régime faible signal, ainsi qu'à l'obtention de puissances maximales, l'étude des caractéristiques non linéaires, par contre, n'avait été que très peu abordée. Quelques résultats expérimentaux étaient disponibles dans la littérature mais ces résultats

restaient parcellaires et ne permettaient pas de tirer des conclusions relativement générales. De plus nous ne disposions pas de modèle d'étude du comportement non linéaire du transistor à effet de champ prenant en compte toutes les causes de non linéarités et qui permettait d'évaluer les performances concernant les niveaux d'intermodulation.

Il est donc apparu essentiel d'étudier d'une manière approfondie ce problème en s'attachant à préciser les causes physiques des non-linéarités et l'influence des conditions de fonctionnement (polarisation, impédances de source et de charge), afin de pouvoir les limiter en jouant sur les conditions d'utilisation et éventuellement sur les paramètres technologiques des composants. Il s'agira donc, en fait, d'étudier l'interaction composant-circuit pour que pour une même puissance  $P_M$ , on ait le moins d'intermodulation possible.

Cinq chapitres composent ce travail :

- Le premier chapitre comporte l'introduction à l'analyse des systèmes non linéaires par la technique des séries de Volterra. Après avoir montré comment la relation entrée-sortie (ou fonction de transfert) pour un circuit linéaire pourrait être généralisée à un circuit non linéaire en utilisant un développement en série de Volterra, nous nous attacherons à montrer comment cette technique s'applique à l'étude du comportement non linéaire du transistor à effet de champ.

Nous montrerons d'abord, comment les sources caractérisant le comportement des éléments non linéaires s'introduisent dans un schéma équivalent simplifié. On indiquera ensuite comment la technique des séries de Volterra s'applique au calcul global de l'intermodulation dans le transistor à effet de champ.

Cette évaluation des caractéristiques non linéaires basée sur l'analyse en série de Volterra est valable surtout en régime faible et moyen niveau. Elle suppose également la connaissance de l'évolution des éléments du schéma électrique équivalent en fonction des grandeurs continues de polarisation. Ainsi pour parvenir à cette connaissance, diverses approches théoriques et expérimentales ont été développées :

- Dans le chapitre deux, un modèle numérique du transistor à effet de champ, basé sur la résolution des équations fondamentales des semi-conducteurs en régime dynamique faible signal, est présenté. Il permet de calculer les principaux éléments du schéma équivalent en fonction des tensions de polarisation et ainsi de pouvoir accéder aux différents coefficients caractéristiques des non linéarités.

Dans ce chapitre, un autre modèle, dont les hypothèses fondamentales sont tout-à-fait identiques à celles du modèle présenté précédemment, permettant d'aborder le cas des régimes forte puissance, est présenté. Il permet d'évaluer les distorsions harmoniques et leur dépendance en fonction des paramètres technologiques et des conditions d'utilisation..

Les validités de ces deux modèles et leur intérêt respectif sont alors discutées et comparées.

- Le chapitre trois montre l'accès aux principales non linéarités du transistor à effet de champ sous son aspect expérimental. En effet plusieurs voies d'approches expérimentales sont présentées. Ainsi, l'accès aux non linéarités qui régissent principalement le circuit de sortie du T.E.C. est possible en réalisant une mesure basse fréquence de la distorsion harmonique.

On peut également accéder par une mesure directe aux coefficients non linéaires du T.E.C. : Cette évolution est possible en réalisant une mesure de paramètres  $S_{ij}$  dans la gamme 0.1/1 GHz. Les possibilités d'utilisation de ces deux méthodes sont étudiées et systématiquement comparées.

Une troisième méthode associant la mesure des paramètres  $S_{ij}$  à large bande de fréquence à un programme d'optimisation en vue de déterminer les éléments du schéma équivalent du T.E.C. est également étudiée dans la dernière partie de ce chapitre. Son degré de précision ainsi que l'opportunité de son utilisation par rapport aux deux méthodes présentées précédemment sont précisés.

- Dans le chapitre quatre, le modèle basé sur l'analyse en série de Volterra sera utilisé en vue de l'étude systématique et exhaustive des caractéristiques de deux transistors typiques correspondant à deux cas extrêmes :

Un transistor à grille submicronique.

Un transistor de puissance.

Des conclusions seront tirées à partir des résultats significatifs obtenus.

- Le dernier chapitre, est consacré à la mesure des produits d'intermodulation, en fonction des conditions de charge et de polarisation pour les deux transistors étudiés précédemment. On effectue de cette façon une comparaison systématique théorie-expérience, permettant d'évaluer le degré de validité du modèle basé sur l'analyse en série de Volterra.

## CHAPITRE I

## I.1 INTRODUCTION.

L'étude des propriétés non linéaires du TEC est effectuée en utilisant la technique de décomposition en série de Volterra appliquée au cas des dispositifs actifs en régime faiblement non linéaire.

Cette analyse a été utilisée pour la première fois par WIENER [ 1 ] pour calculer la réponse d'un système non linéaire. En 1967, NARAYANAN appliqua la technique des séries de Volterra au calcul de l'intermodulation produite par un transistor bipolaire [ 2 ] et de la distorsion produite par des amplificateurs montés en cascade.

POON a utilisé l'analyse par série de Volterra pour étudier l'intermodulation d'ordre trois produite par un transistor bipolaire en employant un modèle à contrôle de charge [ 3 ].

L'étude la plus complète a été faite par BUSGANG et al [ 4 ]. Dans le cas de l'intermodulation produite par un transistor bipolaire : elle a été généralisée pour évaluer les caractéristiques d'intermodulation et de transmodulation d'un étage récepteur VHF. Très récemment KALANTARI [ 5 ] a étudié les propriétés non linéaires d'un transistor bipolaire à 4 GHz en vue de son emploi dans un faisceau hertzien en modulation d'amplitude. MAURER [ 6 ] a étendu l'application de la technique des séries de Volterra au cas des systèmes non linéaires réactifs avec des excitations de type Gaussien. BEDROSIAN et RICE [ 7 ] l'ont également employée pour étudier des systèmes non linéaires comportant des effets de mémoire et soumis à différents types d'excitations (excitations sinusoïdales, de type Gaussien etc ...).

MEYER et al [ 8 ] ont utilisé cette méthode d'analyse afin de caractériser la transmodulation produite par des amplificateurs. Récemment MINASIAN [ 9 ] a étudié l'intermodulation d'ordre trois sur un transistor à effet de champ en régime faiblement non linéaire en utilisant un modèle non linéaire relativement simple.

En ce qui nous concerne, nous allons appliquer la technique des séries de Volterra au calcul de l'intermodulation d'ordre trois produite par le transistor à effet de champ en régime faiblement non linéaire à partir d'un modèle beaucoup plus élaboré que celui utilisé par MINASIAN [10]. Nous nous attacherons également à étudier l'importance et l'influence respective des différentes sources non linéaires. Afin de définir les différents produits d'intermodulation, nous allons introduire les idées de base sur un exemple simple.

Pour cela considérons un système non linéaire pour lequel le niveau de sortie

à chaque instant ne dépend que de la valeur instantanée du niveau d'entrée ; la fonction de transfert peut être représentée sous la forme d'un développement en série de Taylor

$$1. \quad \frac{V_s}{V_e} = K_1 + K_2 V_e + K_3 V_e^2 + \dots$$

Le nombre des termes à prendre en compte dépend alors du caractère plus ou moins non linéaire du système.

Considérons une non linéarité suffisamment faible pour pouvoir n'être décrite que par les trois premiers termes du développement (1).

En considérant une excitation sinusoïdale de la forme  $V_e = A \cos \omega t$ , le signal de sortie s'écrit alors :

$$2. \quad V_s = \frac{K_2 A^2}{2} + (K_1 A + \frac{3}{4} K_3 A^3) \cos \omega t + \frac{K_2 A^2}{2} \cos 2\omega t + \frac{K_3 A^3}{4} \cos 3\omega t$$

On remarque donc qu'en plus du signal fondamental apparaissent des termes supplémentaires qui sont dus au caractère non linéaire du système.

Considérons maintenant le cas où le signal d'entrée est la superposition de deux signaux sinusoïdaux de fréquences différentes mais relativement voisines.

$$3. \quad V_e = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t$$

C'est le cas dans la plupart des systèmes de télécommunication multicanaux. En utilisant l'équation (1), la tension de sortie s'écrit :

$$4. \quad V_s = K_1 \sum_{i=1}^2 A_i \cos \omega_i t + \frac{3}{4} K_3 \sum_{i=1}^2 A_i (2A_1^2 + 2A_2^2 - A_i^2) \cos \omega_i t \\ + \frac{K_2}{2} \sum_{i=1}^2 A_i^2 \cos 2\omega_i t + K_2 A_1 A_2 \sum \cos (\omega_2 \pm \omega_1) t \\ + \frac{K_3}{4} \sum A_i^2 \cos 3\omega_i t + \frac{3}{4} K_3 A_1^2 A_2 \sum \cos (2\omega_1 \pm \omega_2) t + \dots$$

La tension de sortie comporte donc un grand nombre de termes supplémentaires résultant du caractère non linéaire du système.

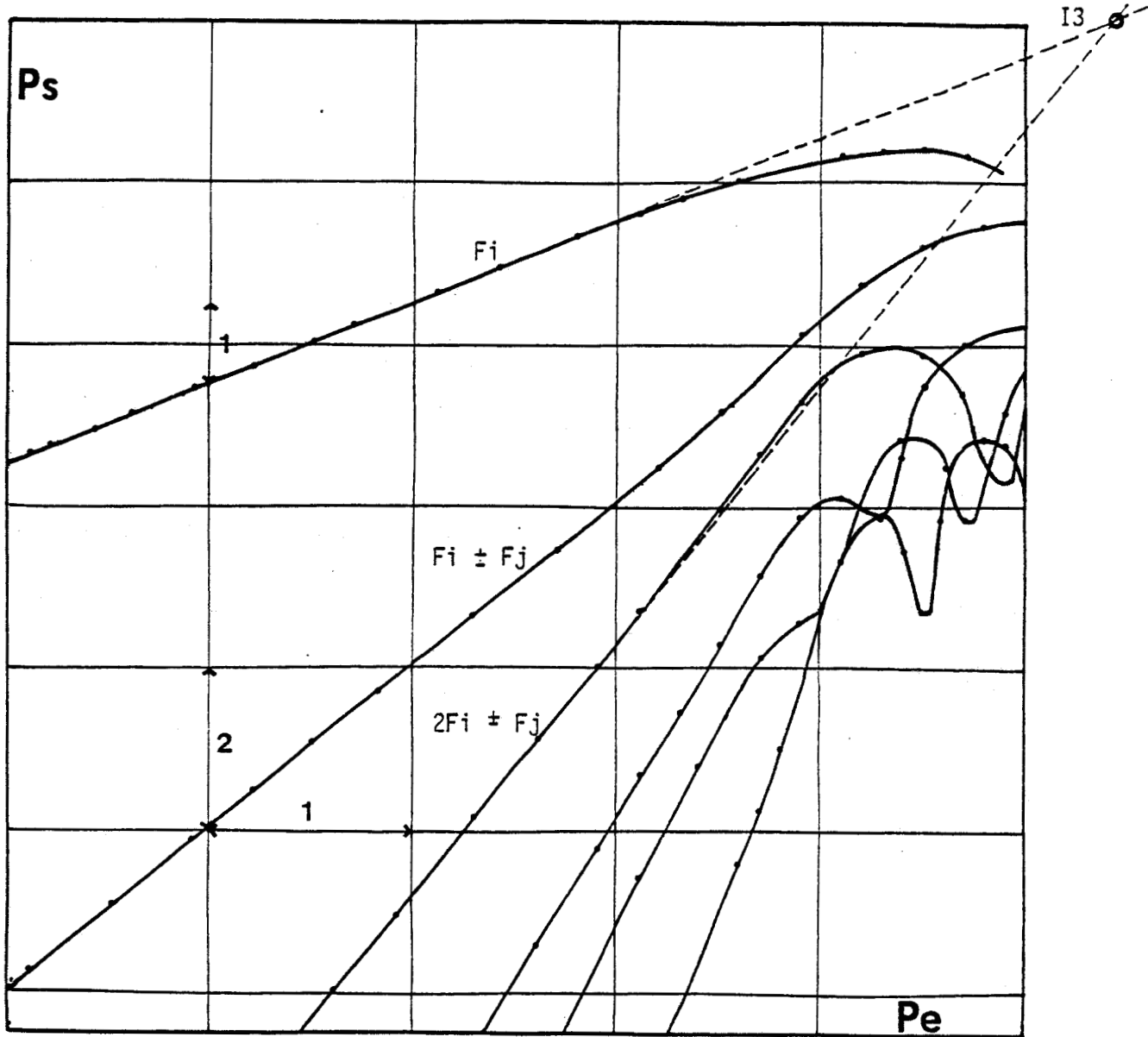


Figure 1: Evolution des niveaux d'intermodulation.



On remarque en particulier que :

- les termes correspondants aux fréquences  $[\omega_i \pm \omega_j]$  sont dus au coefficient d'ordre 2 et sont appelés produits d'intermodulation d'ordre deux.
- les termes correspondants aux fréquences  $[2\omega_i \pm \omega_j]$  sont dus au coefficient d'ordre trois et sont appelés produits d'intermodulation d'ordre trois.

On voit aisément que les produits d'intermodulation d'ordre deux  $(\omega_i \pm \omega_j)$  sont des termes dont les fréquences sont situés soit au voisinage de zéro (très basses fréquences), soit au voisinage des fréquences doubles. Ils ne seront généralement pas inclus dans la bande passante du système. En fait, ce seront donc les produits d'intermodulation d'ordre trois  $(2\omega_i \pm \omega_j)$  qui seront les plus gênants, parce que situés dans la bande passante. Leur existence constitue une des limitations fondamentales des systèmes multi-canaux ; pour les systèmes à très grand nombre d'amplificateurs répéteurs (câbles sous-marins par exemple), ils peuvent être la cause d'un bruit d'intermodulation qui peut prendre une importance plus grande que le bruit thermique. Afin de caractériser les produits d'intermodulation, supposons que la charge ne varie pas avec la fréquence. Pour des signaux d'amplitude égales  $A_1 = A_2 = A$ , on voit alors (4) que l'amplitude du produit d'intermodulation d'ordre deux va croître comme le carré de l'amplitude  $A$  et que l'amplitude du produit d'intermodulation d'ordre trois va croître comme le cube de l'amplitude  $A$  par rapport au terme d'ordre un.

On définit alors le point d'interception d'ordre  $n$  comme étant la puissance de sortie pour laquelle le niveau du signal fondamental et de l'intermodulation d'ordre  $n$  seraient égaux. Ceci est illustrée par la fig. 1 où l'on remarque que l'augmentation de la puissance incidente à l'entrée du système entraîne en sortie une croissance des niveaux d'intermodulation avec des pentes deux, trois, quatre, etc ...

On remarque également que lorsque le régime de saturation ou de compression de gain est atteint pour la puissance de sortie du fondamental, des variations complexes des niveaux d'intermodulation apparaissent.

Si l'on prolonge les courbes des variations obtenues dans la zone linéaire, le point d'interception apparaît alors clairement comme étant bien caractéristique du comportement non linéaire du système.

La méthode d'analyse des non linéarités par développement de la fonction de transfert en série de Taylor convient parfaitement pour des circuits simples contenant une seule source de non linéarité liée uniquement à une seule

tension ou à un seul courant.

Par contre, dans le cas du T.E.C. où il y a plusieurs sources de non linéarités qui inter-agissent entre elles, il n'est plus possible d'utiliser un développement en série de Taylor.

On utilise alors pour représenter ces non linéarités la méthode d'analyse par série de Volterra. On rappelle qu'on se place dans le cas de faibles non linéarités et qu'un développement limité à l'ordre trois sera alors suffisant.

## I.2 INTRODUCTION A L'ANALYSE DES SYSTEMES NON-LINEAIRES PAR LA TECHNIQUE DES SERIES DE VOLTERRA.

Afin d'explicitier le formalisme et la technique des séries de Volterra, nous détaillerons les points essentiels de cette approche sur un exemple simple [11]. Nous l'étendrons ensuite au cas beaucoup plus complexe du traitement du T.E.C.

### I.2.1 Relation entrée-sortie pour un circuit linéaire.

Pour un circuit linéaire, le signal de sortie  $y(t)$  est relié au signal d'entrée  $x(t)$  par la relation :

5.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau).x(t-\tau).d\tau$$

où  $h(\tau)$  est la réponse impulsionnelle du circuit linéaire. Dans le domaine fréquentiel, le spectre du signal de sortie  $Y(f)$  est relié au spectre du signal d'entrée  $X(f)$  par la relation :

6.

$$Y(f) = H(f).X(f)$$

où  $H(f)$  est la fonction de transfert du circuit linéaire.

On passe alors de (5) à (6) par transformé de FOURIER et on obtient :

7.

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau).e^{-2i\pi f\tau}.d\tau$$

$$8. \quad h(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(f) \cdot e^{+2i\pi f\tau} \cdot df$$

### I.2.2 Généralisation à un circuit non-linéaire. Utilisation du développement en série de Volterra.

Dans le cas d'un système non-linéaire, le signal de sortie ne peut plus être représenté par une fonction simple du signal d'entrée comme dans le cas linéaire, mais par une fonctionnelle opérant sur un ensemble de fonctions

Cette fonctionnelle peut être représentée alors par un développement en série de fonctions, nommé série de Volterra, dont la forme constitue une généralisation des relations obtenues dans le cas linéaire (5).

En effet, le terme linéaire s'exprimait sous la forme de l'intégrale de convolution :

$$9. \quad y_1(t) = \int_0^t h_1(\tau_1) \cdot x(t-\tau_1) d\tau_1 \quad x(t) = 0 ; t < 0$$

et en passant au domaine fréquentiel, la fonction de transfert s'écrivait :

$$10. \quad H_1(f) = \frac{Y_1(f)}{X(f)}$$

Lorsque deux signaux sinusoïdaux de fréquences  $f_1$  et  $f_2$  sont appliqués à l'entrée du système, la réponse peut s'exprimer sous la forme d'une double intégrale de convolution :

$$y_2(t) = \int_0^t \int_0^t h_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) \cdot x(t-\tau_2) d\tau_1 \cdot d\tau_2$$

On peut alors définir une fonction de transfert d'ordre deux (cf. Annexe I), sous la forme :

$$11. \quad H_2(f_1, \pm f_2) = \frac{Y_2(f_1, \pm f_2)}{\prod_{i=1}^2 X(f_i)}$$

La fonction de transfert à l'ordre deux relie donc la réponse à la fréquence  $f_1 \pm f_2$  au signal d'entrée lorsque celui-ci est constitué de la superposition de deux signaux de fréquences  $f_1$  et  $f_2$ .

De la même manière, le troisième terme de la série de Volterra, lorsque trois signaux sinusoïdaux sont appliqués, s'exprime sous la forme d'une triple intégrale de convolution :

$$y_3(t) = \int_0^t \int_0^t \int_0^t h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \cdot x(t-\tau_1) \cdot x(t-\tau_2) \cdot x(t-\tau_3) \cdot d\tau_1 \cdot d\tau_2 \cdot d\tau_3$$

On passe alors dans le domaine fréquentiel en reliant la fonction de transfert d'ordre trois à la réponse impulsionnelle d'ordre trois par transformée de FOURIER d'où

12.

$$H_3(f_1, f_2, f_3) = \frac{Y_3(f_1, f_2, f_3)}{\prod_{i=1}^3 X(f_i)}$$

En généralisant les relations établies précédemment, le signal de sortie pourra être représenté par un développement en série (série de Volterra), de la forme :

$$y(t) = \int_0^t h_1 \cdot x(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_0^t \int_0^t h_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) \cdot x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots$$

13.

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t \dots \int_0^t h_n(\tau_1 \dots \tau_n) \cdot \prod_{i=1}^n x(t-\tau_i) d\tau_i = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t).$$

où  $h_n(\tau_1 \dots \tau_n)$  est la réponse impulsionnelle d'ordre  $n$  où noyau de Volterra d'ordre  $n$ .

Dans le domaine fréquentiel, le signal de sortie  $Y(f)$  s'écrit alors :

14.

$$Y(f) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} H_n(f_1, \dots, f_n) \delta(f-f_1, \dots, -f_n) \cdot \prod_{i=1}^n X(f_i) df_i.$$

et la fonction de transfert d'ordre  $n$  prend la forme

15.

$$H_n(f_1, \dots, f_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n \exp(-2i\pi f_i \tau_i) \cdot d\tau_i$$

### I.2.3 Application à une conductance non linéaire.

Considérons une conductance non linéaire caractérisée par une dépendance  $I = g(V)$  où  $I$  est le courant qui la traverse et  $V$  la tension à ses bornes.

Cette dépendance peut s'écrire sous la forme d'un développement en série de Taylor entre les variations  $i = I - I_0$  du courant et  $v = V - V_0$  de la tension autour du point moyen de fonctionnement  $(I_0, V_0)$  :

16.

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n I}{dV^n} \right|_{\substack{V_0 \\ I_0}} \cdot v^n(t)$$

17.

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n \cdot v^n(t)$$

En identifiant  $i(t)$  à  $y(t)$  et  $v(t)$  à  $x(t)$  d'un système non linéaire, on peut écrire le courant traversant la conductance sous la forme d'un développement en série de Volterra

18.

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} i_n(t)$$

avec

19.

$$i_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1 \dots \tau_n) \prod_{j=1}^n v(t - \tau_j) d\tau_j$$

On peut représenter le courant  $i(t)$  comme résultant de la superposition d'une composante dite linéaire et d'une composante liée aux non linéarités (générateur de courant N.L.) fig 2.

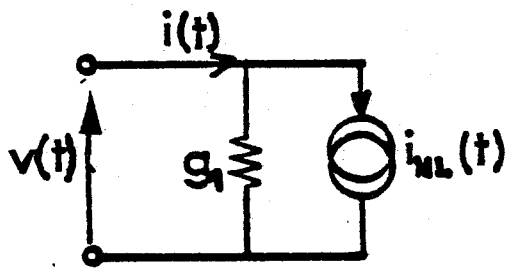


Figure 2: Représentation d'une conductance non linéaire.

20.

$$i(t) = i_L + i_{NL}(t)$$

avec

21.

$$i_{NL}(t) = \sum_{n=2}^{\infty} g_n \cdot v^n(t)$$

On peut exprimer l'équation (21) sous la forme d'une somme de composantes  $i_n(t)$  tel que :

22.

$$\begin{aligned} i_{NL}(t) &= \sum_{n=2}^{\infty} i_n(t) \\ &= i_2(t) + i_3(t) + \dots \text{ etc} \end{aligned}$$

En utilisant les définitions précédemment établies de  $y(t)$  et  $Y(f)$ , (11), il est possible de calculer la transformée de FOURIER de  $i_2(t)$  et  $i_3(t)$  ou les sources de courant non linéaires associées à  $i_2(t)$  et  $i_3(t)$  dans le domaine fréquentiel.

On rappelle que la transformée de FOURIER du courant  $i_n(t)$  s'écrit :

$$F[i_n(t)] = H_n(f_1, \dots, f_n) \prod_{i=1}^n V_n(f_i)$$

Ainsi quand deux signaux sinusoïdaux de fréquence  $f_1$  et  $f_2$  sont appliqués aux bornes de la conductance, le courant à la fréquence harmonique  $f_1 \pm f_2$  sera donné par :

23.

$$F_2[i_2(t)] = g_2 \cdot V_1(f_1) \cdot V_1(f_2)$$

De la même manière, on a accès à la composante non linéaire du courant d'ordre trois, en appliquant aux bornes de la conductance trois signaux sinusoïdaux de fréquence  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$ . Ce courant à la fréquence  $(f_1 + f_2 + f_3)$  résultant des trois signaux fondamentaux aux fréquences  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  sera alors donné par :

$$24. \quad F_3[i_3(t)] = g_3 \cdot V_1(f_1) \cdot V_1(f_2) \cdot V_1(f_3) \\ + 2g_2 \cdot V_1(f_1) \cdot V_2(f_2, f_3)$$

où le second terme est un terme d'interaction entre le signal à la fréquence fondamentale  $f_1$  et le terme d'ordre deux  $V_2(f_2, f_3)$ . Un calcul développé en Annexe II permet d'accéder aux différents coefficients du développement de  $i_n(t)$  ( $i_2, i_3, \dots, i_n(t)$ ).

#### 1.2.4 Analyse d'un circuit simple. Calcul des fonctions de transfert.

Le circuit simple analysé est constitué de la conductance non linéaire représentée (fig. 3). associée à une source d'impédance réelle  $E_g, G_g$  et à une charge réelle et indépendante de la fréquence  $G_L$ . Pour une excitation purement sinusoïdale ( $e_g = E_g \cos \omega t$ ), la composante fondamentale (tension d'ordre un) s'obtient en annulant les composantes de la source de courant caractéristique des non-linéarités.

$$25. \quad V_1(f_1) = Z \cdot G_g \cdot E_g \quad \text{où } Z = 1/(G_L + G_g + G_1)$$

avec

$$e_g = E_g \cos \omega t$$

Pour une excitation à deux ou trois fréquences, les composantes aux fréquences somme (ou différence) s'obtiennent à partir du schéma précédent en annulant la f.e.m de source. En effet, les tensions de sortie d'ordre deux ou trois sont obtenues en annulant le générateur  $e_g$  et en substituant respectivement pour  $i_{NL}$ , les composantes d'ordre deux et trois, d'où

$$26. \quad V_2(f_1, f_2) = -Z \cdot F_2[i_2(t)]$$

$$27. \quad V_3(f_1, f_2, f_3) = -Z \cdot F_3[i_2(t)]$$

Nous remarquons que  $Z$  est identique, le circuit d'entrée et de sortie associé à la conductance non linéaire étant réel.

On voit que le procédé de calcul est récursif puisque la connaissance de la tension de sortie d'ordre  $n$  implique la connaissance de la tension de sortie à l'ordre  $n-1$ .

En utilisant alors les relations (23), (24) et (25) on peut écrire :



28.

$$V_2(f_1, f_2) = - Z.G_2.V_1(f_1).V_1(f_2)$$

$$V_3(f_1, f_2, f_3) = - Z[G_3.V_1(f_1).V_1(f_2).V_1(f_3) + 2G_2.V_1(f_1).V_2(f_2, f_3)]$$

$$V_3(f_1, f_2, f_3) = - Z[G_3 - 2G_2^2 Z].V_1(f_1).V_1(f_2).V_1(f_3).$$

Les excitations aux fréquences  $f_1, f_2, f_3$  comportant des amplitudes identiques et de valeur  $E_g$ .

D'où

29.

$$V_2(f_1, f_2) = - Z G_2 (Z G_g E_g)^2$$

30.

$$V_3(f_1, f_2, f_3) = - Z[G_3 - 2G_2^2 Z] (Z.G_g E_g)^3$$

en supposant que les charges  $G_g$  et  $G_L$  sont réelles. Dans le cas où les impédances de source et de charge dépendent de la fréquence, le procédé de calcul est identique. En effet, à la fréquence somme par exemple, il suffira de faire :

$$V_2(f_1, f_2) = - Z (f_1, f_2).F[i_2(t)].$$

### I.3 APPLICATION DE LA TECHNIQUE DES SERIES DE VOLTERRA A L'ETUDE DU COMPORTEMENT NON LINEAIRE DU T.E.C.

Le régime qui sera étudié est un régime faible et moyen niveau. L'analyse des non-linéarités sera donc faite en utilisant la technique des séries de Volterra. Nous nous limiterons aux zones où un développement à l'ordre trois est suffisant.

Afin d'effectuer l'analyse de ces non-linéarités nous devons disposer d'un schéma équivalent complet du transistor auquel on associe des sources caractérisant le comportement des éléments non-linéaires. Nous montrerons d'abord comment ces sources s'introduisent naturellement dans un schéma simplifié. On indiquera ensuite comment la technique des séries de Volterra s'applique au calcul global de l'intermodulation dans le T.E.C.

### I.3.1 Schéma équivalent linéaire simplifié.

Une analyse quasi-statique au premier ordre permet de définir un schéma équivalent simplifié du transistor à effet de champ à partir des lois qui relient le courant drain  $I_d$  et le courant de grille  $i_g$  à la charge emmagasinée sous la grille  $Q_g$  et aux tensions de polarisation [12]. En régime linéaire, en toute première approximation, on obtient les équations suivantes :

31.

$$i_d(t) = g_m v_{gs}(t) + g_d v_{ds}(t)$$

32.

$$i_g(t) = \frac{d}{dt} (Q_g)$$

La première équation permet de définir la transconductance  $g_m$  et la conductance de sortie  $g_d$

33.

$$g_m = \left. \frac{\partial I_d}{\partial v_{gs}} \right|_{v_{ds} = \text{Cte}}$$

$$g_d = \left. \frac{\partial I_d}{\partial v_{ds}} \right|_{v_{gs} = \text{Cte}}$$

La seconde équation permet de définir la capacité grille-source  $C_{gs}$  et la capacité grille-drain  $C_{gd}$ .

34.

$$C_{gs} = \left. \frac{\partial Q_g}{\partial v_{gs}} \right|_{v_{gd} = \text{Cte}}$$

$$C_{gd} = \left. \frac{\partial Q_g}{\partial v_{gd}} \right|_{v_{gs} = \text{Cte}}$$

Le schéma équivalent intrinsèque peut alors se représenter de la manière suivante : Fig. 4).

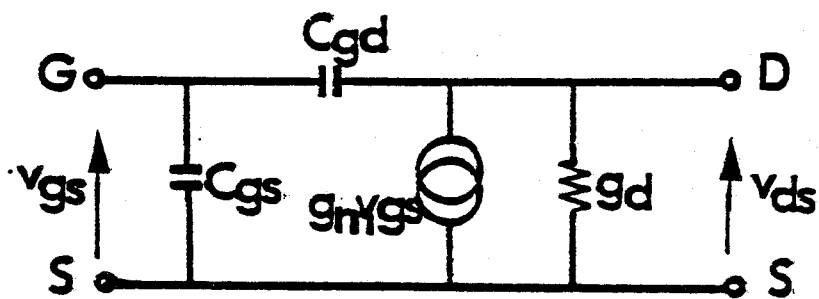


Figure 4: Schéma équivalent linéaire.

### I.3.2 Schéma équivalent en régime non linéaire.

Pour étudier les régimes faible et moyen niveau, on peut généraliser le schéma équivalent précédent ou du moins les équations précédentes en effectuant un développement en série de Taylor autour du point de fonctionnement.

On obtient alors :

35.

$$id(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{1}{k!\ell!} \frac{\partial^{k+\ell} Id}{\partial V_{gs}^k \partial V_{ds}^{\ell} \Big|_0} v_{gs}^k \cdot v_{ds}^{\ell}$$

36.

$$ig(t) = \frac{d}{dt} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{1}{k!\ell!} \frac{\partial^{k+\ell} Q_g}{\partial V_{gs}^k \partial V_{gd}^{\ell} \Big|_0} v_{gs}^k \cdot v_{gd}^{\ell}$$

Puisque  $Id$  et  $Q_g$  sont des fonctions qui dépendent de deux grandeurs ( $V_{gs}$ ,  $V_{ds}$  pour  $Id$ ,  $V_{gs}$  et  $V_{gd}$  pour  $Q_g$ ), on pourra introduire un schéma équivalent non linéaire où les quatre paramètres  $g_m$ ,  $g_d$ ,  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$  seraient des éléments non-linéaires à deux dimensions.

Chacun dépendrait de la tension à ses bornes et d'une tension aux bornes d'une autre maille du circuit.

On obtiendrait alors le schéma équivalent non-linéaire en associant à la représentation de chaque élément en régime linéaire, une source de courant en parallèle sur celui-ci et traduisant le comportement non linéaire de l'élément.

En fait, on peut en effet regrouper les quatre sources de courant non linéaires en trois sources principales qui prennent les formes suivantes :

37.

$$id_{NL}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\ell=0}^{\infty} g_{k\ell} v_{gs}^k(t) \cdot v_{ds}^{\ell}(t)$$

38.

$$igs_{NL}(t) = \frac{d}{dt} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\ell=0}^{\infty} C_{k\ell} v_{gs}^k(t) \cdot v_{gd}^{\ell}(t) \quad ; \quad k+\ell \geq 2$$

$$39. \quad \text{igd}_{N.L}(t) = \frac{d}{dt} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} c'_{kl} \cdot v_{gs}^k(t) \cdot v_{gd}^l(t)$$

où les coefficients  $g_{kl}$ ,  $c_{kl}$ ,  $c'_{kl}$  sont directement reliés aux dérivées partielles des équations (35) et (36). L'équation 37 décrit la non-linéarité d'une conductance à deux dimensions, les équations (38 et 39) d'une capacité à deux dimensions. Le schéma équivalent non-linéaire est représenté alors de la manière suivante (fig. 5).

La source de courant caractérisant la non-linéarité d'un circuit de sortie obtenue à partir de l'équation (37) prend la forme suivante si on limite le développement à l'ordre trois :

$$40. \quad \text{id}_{N.L}(t) = \sum_{k=2}^3 g_{k0} v_{gs}^k + \sum_{l=2}^3 g_{0l} v_{ds}^l + \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 g_{kl} v_{gs}^k v_{ds}^l$$

Les composantes d'ordre deux et trois des séries de Volterra associées à cette source de courant s'obtiennent alors en utilisant la démarche présentée dans le paragraphe I.2.3.

On obtient :

$$41. \quad \text{id}_2(t) = g_{20} v_{gs_1}^2(t) + g_{02} v_{ds_1}^2(t) + g_{11} v_{gs_1}(t) \cdot v_{ds_1}(t)$$

$$42. \quad \begin{aligned} \text{id}_3(t) = & g_{30} v_{gs_1}^3(t) + 2g_{20} v_{gs_1}^2(t) \cdot v_{gs_2}(t) \\ & + g_{03} v_{ds_1}^3(t) + 2g_{02} v_{ds_1}^2(t) \cdot v_{ds_2}(t) \\ & + g_{11} (v_{gs_1}(t) \cdot v_{ds_2}(t) + v_{gs_2}(t) \cdot v_{ds_1}(t)) \\ & + g_{12} v_{gs_1}(t) \cdot v_{ds_1}^2(t) + g_{21} v_{gs_1}^2(t) \cdot v_{ds_1}(t). \end{aligned}$$

Les sources de courant traduisant le comportement non linéaire du circuit d'entrée sont obtenues quant à elles à partir des équations (38 et 39).

De la même façon que précédemment, si l'on limite le développement à l'ordre trois, les courants  $\text{igs}_{N.L}$  et  $\text{igd}_{N.L}$  s'expriment par :

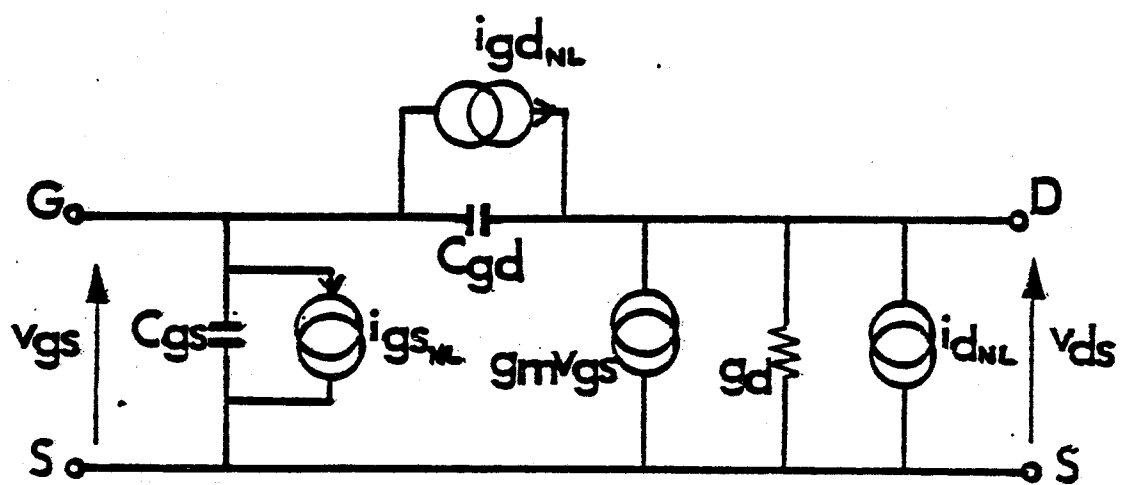


Figure 5: Schéma équivalent non linéaire.

43.

$$igs_{N.L}(t) = \frac{d}{dt} \left[ \sum_{k=1}^3 c_{ko} v_{gs}^k(t) + \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 c_{kl} v_{gs}^k(t) \cdot v_{gd}^l(t) \right]$$

44.

$$igd_{N.L}(t) = \frac{d}{dt} \left[ \sum_{l=1}^3 c'_{ol} v_{gd}^l(t) + \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 c'_{kl} v_{gs}^k(t) \cdot v_{gd}^l(t) \right]$$

On peut écrire alors les composantes d'ordre deux et trois des séries de Volterra associées à  $igs_{N.L}$  et  $igd_{N.L}$ .

45.

$$igs_2 = 2c_{20} v_{gs_1}(t) \frac{d}{dt} v_{gs_1}(t) + c_{11} \left[ v_{gs_1}(t) \cdot \frac{d}{dt} v_{gd_1}(t) + v_{gd_1}(t) \cdot \frac{d}{dt} v_{gs_1}(t) \right]$$

On obtient de même la composante d'ordre trois  $igs_3$ . Quant à  $igd_2(t)$ , il s'obtient à partir de  $igs_2$  en inversant les indices des coefficients  $c_{ij}$  et en transformant  $C$  en  $C'$ ,  $v_{gs}$  en  $v_{gd}$  et  $v_{gd}$  en  $v_{gs}$ . La démarche est identique pour  $igd_3(t)$ .

Les sources traduisant les effets non linéaires dans le domaine fréquentiel sont obtenues à partir de leurs expressions temporelles par transformée de Fourier.

46.

$$F_2[id_2(t)] = g_{20} V_{gs_1}(f_1) \cdot V_{gs_1}(f_2) + g_{02} V_{ds_1}(f_1) \cdot V_{ds_1}(f_2) + \frac{g_{11}}{2} [V_{gs_1}(f_1) \cdot V_{ds_1}(f_2) + V_{gs_1}(f_2) \cdot V_{ds_1}(f_1)]$$

de la même façon on obtient :

$$47. \quad id_3(t) \quad \rightleftharpoons \quad F_3[id_3(t)]$$

$$48. \quad igs_2(t) \quad \rightleftharpoons \quad F_2[igs_2(t)]$$

$$49. \quad igs_3(t) \quad \rightleftharpoons \quad F_3[igs_3(t)]$$

### I.3.3 Analyse de circuit.

Le schéma équivalent comprenant les sources représentant les non-linéarités du transistor à effet de champ, associé aux circuits linéaires d'entrée ( $E_g, Y_g$ ) et de sortie  $Y_L$  est représenté (fig. 6).

De plus, nous avons introduit la résistance  $R_i$  qui rend compte des effets de propagation dans le canal et la capacité  $C_{ds}$  qui traduit les effets de stockage de charge entre source et drain. Remarquons que des schémas équivalents beaucoup plus compliqués (comprenant jusqu'à 14 éléments) pourront être introduits facilement dans le modèle.

L'analyse nodale (noeuds G, D, C) du circuit permet d'écrire alors l'équation matricielle suivante :

$$50. \quad [Y].[V] = [S]$$

où  $[Y]$  est la matrice nodale admittance,  $[V]$  le vecteur colonne tension aux noeuds et  $[S]$  le vecteur colonne source de courant.

si  $E_g = 1.\exp(i\omega_1 t)$  on obtient à partir de (50) :

51.

$$[V_1(f)] = [Y(f)]^{-1} \begin{bmatrix} Y_g E_g \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

On a donc accès au vecteur tension aux noeuds à l'ordre un, en supprimant les sources de courant non-linéaires et en excitant le circuit à l'entrée avec un générateur d'amplitude égale à 1 volt et de fréquence  $f_1$ . Ainsi la réponse du système à un ordre supérieur ou égal à deux sera obtenue en court-circuitant la source d'entrée et en excitant le réseau avec les sources de courant non-linéaires.

Le vecteur  $[V]$  s'écrit donc :

52.

$$[V_n(f_1 + \dots + f_n)] = [Y(f_1 + \dots + f_n)]^{-1} \begin{bmatrix} -F_n[i_1] \\ \vdots \\ -F_n[I_n] \end{bmatrix}$$



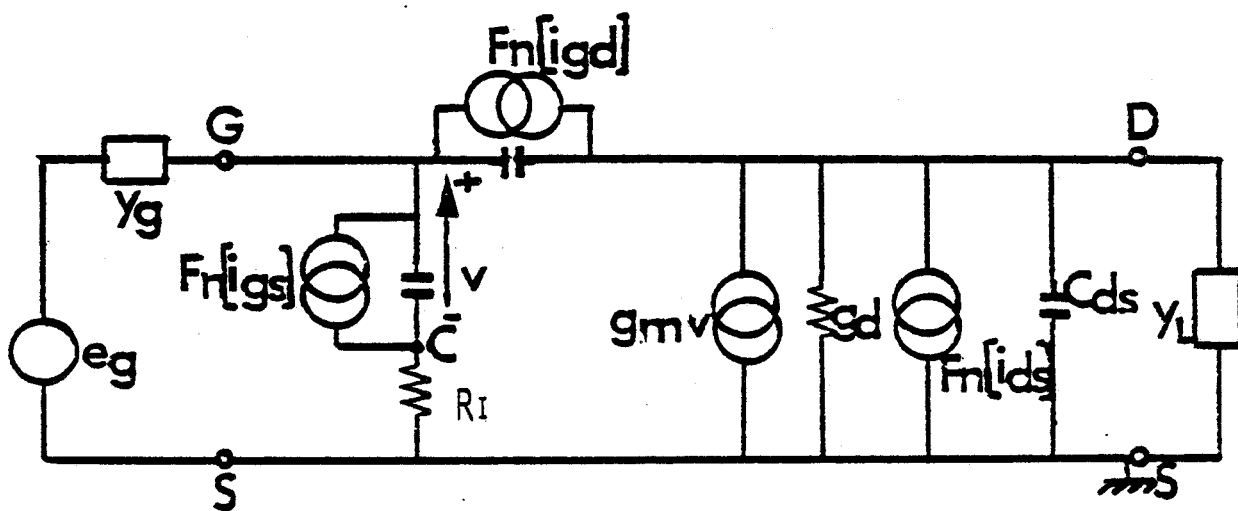


Figure 6: Schéma équivalent non linéaire du transistor T.E.C associé aux circuits linéaires d'entrée et de sortie.

où  $F_n[I_n]$  est la transformée de Fourier de la source de courant d'ordre  $n$  au noeud  $n$  et  $[Y]$  la matrice nodale admittance du circuit à la fréquence  $f_1 + \dots + f_n$ .

A partir de là écrivons la matrice nodale du circuit de la fig. (6) ainsi que les vecteurs colonne  $[V]$  et  $[S]$

$$53. \quad [Y] = \begin{bmatrix} Y_g + i\omega(C_{gs} + C_{gd}) & -i\omega C_{gs} & -i\omega C_{gd} \\ -i\omega C_{gs} & i\omega C_{gs} + 1/R_i & 0 \\ g_m - i\omega C_{gd} & -g_m & Y_L + gd + i\omega(C_{gd} + C_{ds}) \end{bmatrix}$$

54.

$$[V] = (V_G(\omega), V_C(\omega), V_D(\omega))^t$$

$$55. \quad [S] = (-F_n[igs+igd] + E_g \cdot Y_g, F_n[igs], -F_n[ids-igd])^t$$

Il s'agira donc maintenant de calculer le vecteur  $[V]$  pour chaque fréquence d'intérêt. Si par exemple on s'intéresse à l'intermodulation, le vecteur  $V$  est tout d'abord calculé pour les fréquences  $f = f_1$  puis  $f = f_2$ . S'agissant donc de la réponse du système au premier ordre, les sources de courant non-linéaires  $F_n$  sont nulles dans l'équation (55).

Il est clair alors que la connaissance du vecteur  $V$  aux fréquences  $f = f_1$  et  $f_2$  ( $V(f_1), V(f_2)$ ) permet d'obtenir les sources de courant d'ordre deux,  $F_2$ , à partir des équations (46 et 48).

On peut donc calculer successivement à l'ordre 2, les vecteurs  $V(f_1, f_2)$  pour  $f = f_1 + f_2$  et  $V(-f_1, f_2)$  pour  $f = f_2 - f_1$  en rendant  $E_g$  identiquement nul et en substituant les sources  $F_2$  précédemment calculées, dans le vecteur  $S$ . Les sources de courant d'ordre trois  $F_3$  peuvent alors être obtenues à partir des équations (47 et 49).

Le vecteur  $V$  sera donc calculé au troisième ordre  $V(-f_1, f_2, f_3)$  pour  $f = 2f_2 - f_1$  en annulant  $E_g$  et en substituant de nouveau les sources  $F_3$  précédemment calculées, dans le vecteur  $S$ .

### I.3.4 Expression de l'intermodulation d'ordre trois.

L'évaluation des caractéristiques non linéaires est faite généralement en réalisant des mesures avec deux signaux de fréquences proches (méthode dite des deux porteuses égales). Exprimons la puissance maximale disponible du générateur. Celle-ci s'écrit :

56.

$$P_A = E_g^2 / 8 \operatorname{Re} [Z_g(f_1)]$$

où  $E_g$  est l'amplitude du signal d'entrée.

Quant à la puissance de sortie à la fréquence fondamentale (d'ordre un), elle est donnée par :

57.

$$P_1(f_1) = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{Re} [Z_L(f_1)] \cdot |V_D(f_1)|^2 / |Z_L(f_1)|^2$$

De la même façon on peut déduire la puissance d'ordre deux  $P_2(f_1, f_2)$  obtenue à la fréquence  $f_1 + f_2$  quand on applique à l'entrée deux signaux de même amplitude et de fréquence  $f_1$  et  $f_2$  (intermodulation d'ordre deux)

58.

$$P_2(f_1, f_2) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [Z_L(f_1, f_2)] \cdot |V_D(f_1, +f_2)|^2 / |Z_L(f_1, +f_2)|^2$$

En généralisant cette formule au cas de  $n$  signaux sinusoïdaux d'amplitude égale et de fréquence  $f_1, f_2, \dots, f_i, \dots, f_n$ , on évalue de la même manière la puissance recueillie à la fréquence  $f = \sum_i f_i$  en utilisant la relation suivante :

59.

$$P_n \left( \sum_{i=1}^n f_i \right) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [Z_L \left( \sum_{i=1}^n f_i \right)] \cdot \frac{|V_D \left( \sum_{i=1}^n f_i \right)|^2}{|Z_L \left( \sum_{i=1}^n f_i \right)|^2}$$

Ainsi en multipliant l'équation 57 haut et bas par  $8 \operatorname{Re} [Z_g(f_1)]$  et en prenant l'amplitude du signal d'entrée  $E_g$  égale à un volt, la puissance de sortie à l'ordre un peut s'exprimer en dBm sous la forme suivante :

60.

$$P_{L1} = (P_A)_{\text{dBm}} + 20 \log |V_D(f_1)| + 10 \frac{\log \Re_e[Z_g(f_1)] \Re_e[Z_L(f_1)]}{|Z_L(f_1)|^2} + 10 \log 4.$$

De façon identique on obtient :

$$P_{L2} = P_L(f_2 \pm f_1) \text{ et } P_{L3} = P_L(2f_2 - f_1).$$

61.

$$P_{L2} = P_L(f_2 \pm f_1) = 2P_A(\text{dBm}) + 20 \log [V_D(f_2, \pm f_1)] + 10 \log \frac{\Re_e[Z_L(f_2 \pm f_1)] \Re_e[Z_g(f_1)] \Re_e[Z_g(f_2)]}{|Z_L(f_2 \pm f_1)|^2} + 10 \log (32 \cdot 10^{-3})$$

62.

$$P_{L3} = P_L(2f_2 - f_1) = 3P_A(\text{dBm}) + 20 \log |V_D(f_2, f_2, -f_1)| + 10 \log \frac{\Re_e[Z_L(2f_2 - f_1)] \cdot \Re_e[Z_g(f_1)] \Re_e[Z_g(f_2)]^2}{|Z_L(2f_2 - f_1)|^2} + 10 \log (144 \cdot 10^{-6}).$$

Il est alors aisé de déduire des relations ainsi obtenues, le point d'intersection en remarquant que les pentes des expressions  $P_{L1}$ ,  $P_{L2}$  et  $P_{L3} = f(P_A)$  sont respectivement de 1, 2 et 3. Le point d'intersection de l'intermodulation d'ordre trois s'écrit alors :

$$63. \quad I_3(\text{dBm}) = (3 P_{L1} - P_{L3})/2$$

### I.3.5 Descriptif du programme de calcul de l'intermodulation d'ordre trois.

En utilisant la technique des séries de Volterra précédemment développée, un programme de calcul de l'intermodulation d'ordre trois a donc été écrit en langage "BASIC" sur un ordinateur de table (HP 9835).

L'organigramme général de ce programme est présenté fig. (7).

L'opération d'entrée des données consiste à introduire les valeurs des coefficients associés aux quatre éléments non linéaires considérés, à décrire le circuit associé et à indiquer les différentes fréquences d'intérêt ainsi que les impédances de source et de charge pour chacune de ces fréquences.

Les valeurs de ces impédances de source et de charge déterminent directement celle du gain de l'amplificateur. Il faut donc au préalable définir ce gain après avoir vérifié que celui-ci pouvait être stable en calculant le coefficient de stabilité [13].

En pratique il existe une infinité de couples de valeurs de  $Z_L$  et  $Z_g$  qui permettent d'obtenir un gain donné. Sur l'abaque de Smith, les points représentant ces couples se trouvent sur des cercles pour une valeur donnée du gain.

Un sous programme dont l'organigramme est représenté fig. 8 est donc utilisé afin de déterminer ces lieux à partir des paramètres  $S_{ij}$  du transistor à effet de champ ainsi que les valeurs de  $Z_L$  et  $Z_g$  qui donnent le gain maximum.

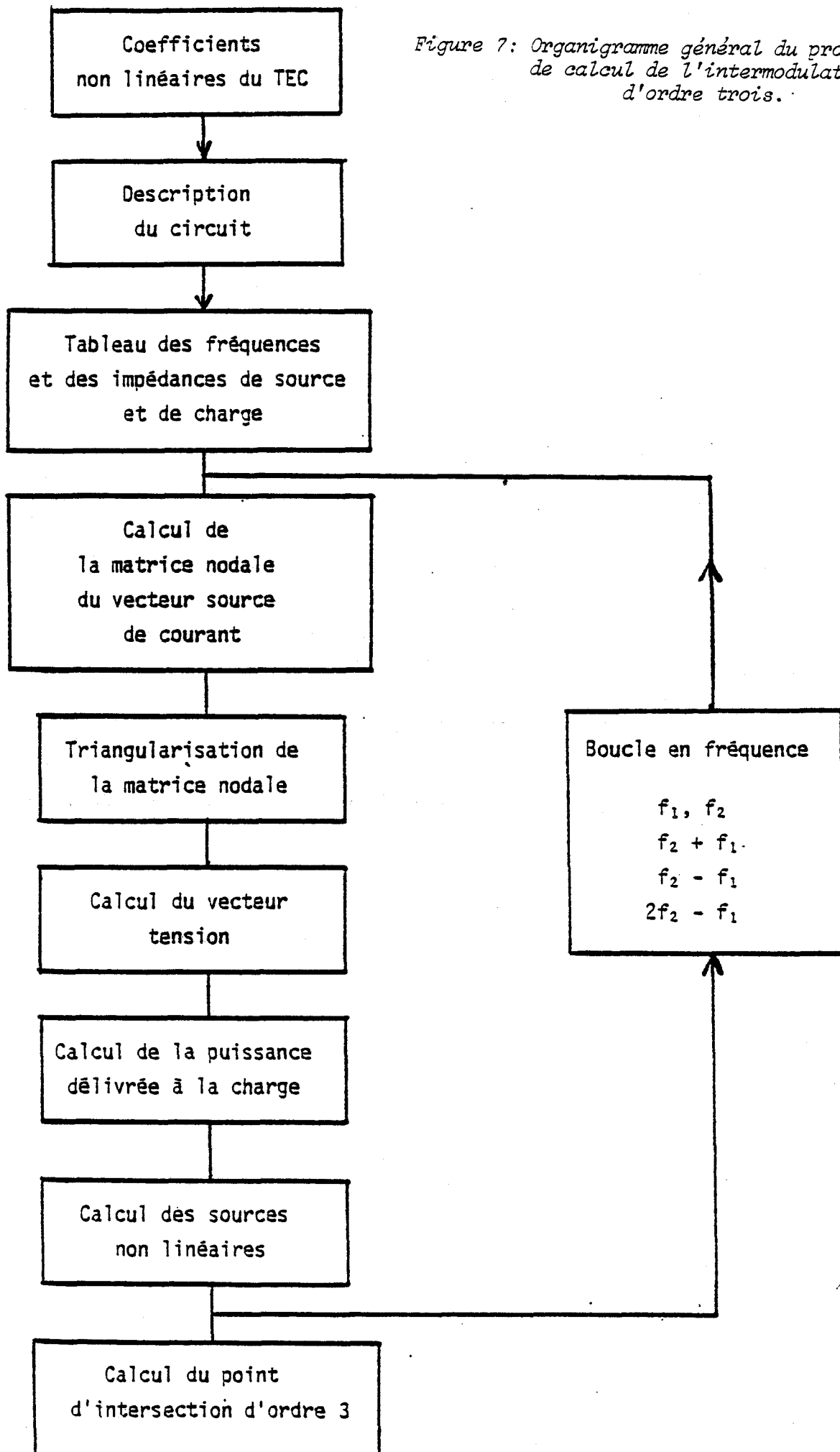
Pour une valeur choisie du gain, on pourra introduire dans le programme de calcul de l'intermodulation le couple de valeurs d'impédances de source et de charge à présenter au transistor, et calculer dans ce cas le point d'interception de l'intermodulation d'ordre trois.

Sur l'abaque de Smith on pourra donc faire apparaître les lieux des impédances de charge qui donnent un même niveau d'intermodulation.

En fait, la particularité de ce programme de calcul réside

- d'une part dans sa souplesse d'utilisation
- d'autre part dans sa rapidité.

Figure 7: Organigramme général du programme de calcul de l'intermodulation d'ordre trois.



BOUS  
VILLE

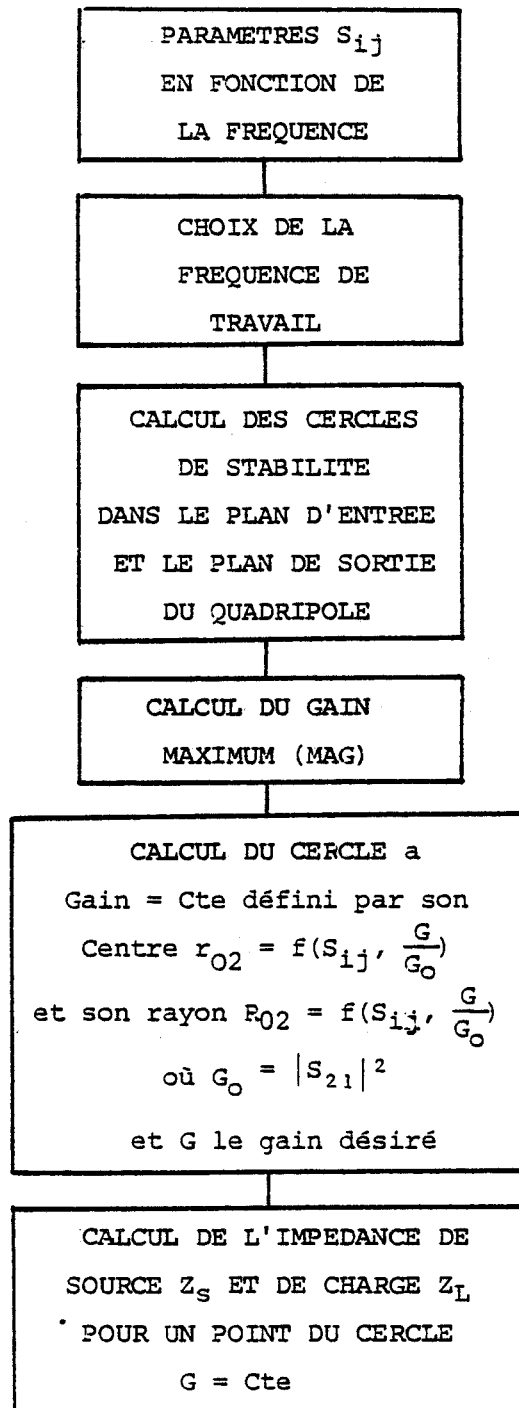
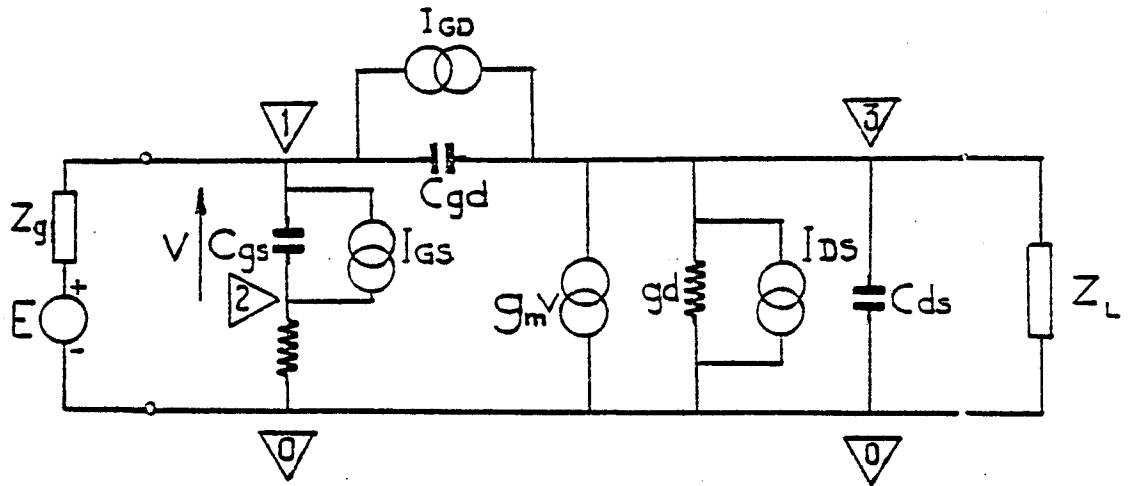


Figure 8: Programme de calcul des impédances de source et de charge.





NB. DE BRANCH.= 8

NB. DE NOEUDS= 3

I	DE	A	INL	TYPE	VALEUR	N. BR. CONT.	VECT. E
1	1	0	MMM	Z	0.000E+00	0	-1.0000E+00
2	1	2	IGS	C	1.890E-12	0	0.0000E+00
3	2	0	MMM	R	5.000E+00	0	0.0000E+00
4	1	3	IGD	C	1.200E-13	0	0.0000E+00
5	3	0	MMM	V	1.240E-01	2	0.0000E+00
6	3	0	IDS	G	1.400E-02	0	0.0000E+00
7	3	0	MMM	C	7.400E-13	0	0.0000E+00
8	3	0	MMM	Z	0.000E+00	0	0.0000E+00

I n° de l'élément  
 DE A du noeud n° au noeud n°  
 INL générateur de courant non linéaire  
 TYPE type d'élément (Z impédance, R résistance, G conductance, C capacité, L self, V générateur de courant contrôlé en tension)  
 VALEUR valeur de l'élément  
 N. BR. CONT. n° de la branche de contrôle pour un générateur de courant contrôlé en tension  
 VECT. E sources de tension

Figure 9: Description du circuit du type Maille-Noeud.





En effet, le programme est conçu afin de pouvoir utiliser un schéma équivalent quelconque du transistor à effet de champ (incluant les éléments parasites par exemple). Ainsi la description du circuit du type mailles-noeuds [14] illustrée par la fig. 7); permet pour chaque fréquence d'intérêt de déduire facilement la matrice nodale admittance  $[Y]$  de l'équation (53).

Le procédé de calcul utilisé permet de gagner un temps important sur l'évaluation du vecteur tension colonne  $[V]$  aux noeuds. En effet, une fois la matrice nodale  $[Y]$  calculée, il faut l'inverser pour accéder au vecteur tension :

$$[V] = [Y]^{-1} \cdot [S]$$

Le programme utilise donc un sous-programme d'inversion de matrice utilisant la factorisation dite "Lower-upper" [15], qui permet de réduire le nombre d'opérations à effectuer

Dans cette procédure, la matrice  $[Y]$  est décomposée alors en un produit d'une matrice triangulaire basse par une matrice triangulaire haute. (cf. Annexe III)

$$[Y] = [L] * [U].$$

Le vecteur  $[V]$  est alors calculé et on peut donc connaître la puissance délivrée à la charge.

Pour un schéma équivalent classique incluant les éléments parasites, le calcul du niveau d'intermodulation d'ordre trois nécessite un temps de calcul de l'ordre de deux minutes sur calculateur HP 9835.

### I.3.6 Conclusion.

Nous avons donc montré comment la technique des séries de Volterra pouvait s'appliquer à l'étude des non-linéarités produites par le transistor à effet de champ. Nous avons également montré comment cette analyse était réalisée en régime faiblement non linéaire quand un développement à l'ordre trois est suffisant.

La méthode a donc été explicitée sur un exemple simple (§. I.3). Un schéma équivalent en régime non linéaire a été introduit en associant au quatre éléments non linéaires ( $g_m$ ,  $g_d$ ,  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$ ) une source de courant en parallèle. Le comportement non linéaire de ces éléments et par conséquent ces sources dépendent des valeurs d'un certain nombre de coefficients carac-

téristiques dont la liste est donnée dans le tableau I.

Ceux-ci s'expriment directement à partir des dérivées première et seconde des quatre éléments ( $g_m$ ,  $g_d$ ,  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$ ) en fonction des grandeurs continues de polarisation comme le montre le tableau I.

Ainsi apparaît donc la nécessité de mettre en oeuvre un certain nombre de techniques qui permettront d'accéder à ces différents coefficients non-linéaires ou à ces différentes dérivées.

Ces techniques seront étudiées dans le chapitre deux et trois où nous préciserons l'évolution des éléments du schéma équivalent du transistor à effet de champ :

- d'une part à partir de modèles numériques
  
- d'autre part à partir de techniques expérimentales.

TABLEAU I

$$g_{10} = g_m$$

$$g_{01} = g_d$$

$$g_{20} = \frac{1}{2} \frac{\partial g_m}{\partial V_{GS}}$$

$$g_{11} = \frac{\partial g_m}{\partial V_{DS}} + \frac{\partial g_d}{\partial V_{GS}}$$

$$g_{02} = \frac{1}{2} \frac{\partial g_d}{\partial V_{DS}}$$

$$g_{30} = \frac{1}{6} \frac{\partial^2 g_m}{\partial V_{GS}^2}$$

$$g_{21} = \frac{1}{2} \left( 2 \frac{\partial}{\partial V_{GS}} \left( \frac{\partial g_d}{\partial V_{GS}} \right) + \frac{\partial}{\partial V_{GS}} \left( \frac{\partial g_m}{\partial V_{DS}} \right) \right)$$

$$g_{12} = \frac{1}{2} \left( 2 \frac{\partial}{\partial V_{DS}} \left( \frac{\partial g_m}{\partial V_{DS}} \right) + \frac{\partial}{\partial V_{DS}} \left( \frac{\partial g_d}{\partial V_{GS}} \right) \right)$$

$$g_{03} = \frac{1}{6} \frac{\partial^2 g_d}{\partial V_{DS}^2}$$

$$C_{10} = C_{GS}$$

$$C_{20} = \frac{1}{2} \frac{\partial C_{GS}}{\partial V_{GS}}$$

$$C_{30} = \frac{1}{6} \frac{\partial^2 C_{GS}}{\partial V_{GS}^2}$$



## REFERENCES

- [1] N. WIENER  
*"Nonlinear Problems in Random theorie"*  
 N.Y. : Technology Press, 1958.
- [2] S. NARAYANAN  
*"Transistor Distorsion Analysis using Volterra series representation"*  
 Bell System Techn. Journal, May-June 1967, pp. 991-1024.
- [3] H.C. POON  
*"Modeling of bipolar transistor using integral charge-control model with application to third-order distortion studies"*  
 I.E.E.E. Trans. Elect. Dev., Vol. ED-19, June 1972, pp. 719-731.
- [4] J. BUSGANG, L. EHRMAN, J. GRAHAM  
*"Analysis of Nonlinear systems with multiple inputs"*  
 Proc. Of the I.E.E.E., Vol. 62, n8, August 1974, pp. 1088-1119.
- [5] M. KALANTARI  
*"Etude des non linéarités dans un transistor bipolaire à 4 GHz en vue de son emploi dans un faisceau Hertzien en modulation d'amplitude"*  
 E.N.S.T., Thèse de Docteur-Ingénieur, Juillet 1981.
- [6] R.E. MAURER and S. NARAYANAN  
*"Noise loading analysis of a third-order nonlinear system with memory"*  
 I.E.E.E. Trans. Commun. Technol., Vol. COM-16, Oct. 1968, pp. 701-712.
- [7] BEDROSIAN, O. RICE  
*"The output properties of Volterra systems drivers by harmonic and Gaussian inputs"*  
 Proc. Of the I.E.E.E., Vol. 59, n° 12, Dec. 71, pp. 1688-1707.

- [8] R. MEYER, M. SHENSA, R. ESCHENBACH  
*"Cross modulation and intermodulation in amplifiers at high frequencies"*  
I.E.E.E. Journal on SSC, Vol. SC-7, Feb. 1972, pp. 16-23.
- [9] R. MINASIAN  
*"Intermodulation Distorsion Analysis of MESFET amplifiers using the Volterra Series representation"*  
I.E.E.E. Trans. on MTT, Vol. MTT- 28, n° 1, Janv. 1980, pp. 1-8.
- [10] R.A. PERICHON, R. YAQUINE  
*"Non linéarités dans les T.E.C. GaAs. Application à l'amplification faible et moyenne puissance"*  
Contrat C.N.E.T/D.A.I.I. n° 799 B 108, 2ème contrat provisoire.
- [11] J.W. GRAHAM and L. EHRMAN  
*"Nonlinear system modeling and analysis with applications to communication receivers"*  
Rome Air Dev. Center, N.Y., Tech. Rep. RADC-TR 73-178, June 1973.
- [12] A. VAN DER ZIEL and J.W. ERO  
*"Small signal high frequency theorie of FETs"*  
I.E.E.E. Elec. Dev., April 1964, pp. 128-135.
- [13] R.S. CARSON  
*"High Frequencies Amplifiers"*  
John Wiley & Sons, 1975, pp. 191-206.
- [14] LEON O. CHUA and PEN-MIN LIN  
*"Computer aided analysis of electronic circuits : Algorithms of computational techniques"*  
PRENTICE-HALL, 1975, pp. 194-203.
- [15] LEON O. CHUA and PEN-MIN LIN  
*"Computer aided analysis of electronic circuits : Algorithms of computational techniques"*  
PRENTICE-HALL, 1975, pp. 178-185.

## CHAPITRE II

## II.1 MODELE NUMERIQUE DES TRANSISTORS A EFFET DE CHAMP [ 1 ]

Ce modèle a été mis en place pour évaluer les performances et permettre l'optimisation de transistors à grille submicronique. Il permet de calculer les principaux éléments du schéma équivalent et donc d'évaluer leurs évolutions en fonction des tensions de polarisation et par là d'accéder aux différents coefficients (cf. § I.3.6) caractéristiques des non-linéarités.

### II.1.1 Principe du modèle.

Le principe fondamental de la méthode consiste à suivre les porteurs de la source au drain en prenant en compte, durant ce parcours, l'évolution des grandeurs physiques caractérisant la dynamique des porteurs notamment l'énergie. Afin de simplifier le calcul, plusieurs hypothèses fondamentales sont faites :

- la zone désertée en dessous de la grille est supposée totalement vide de porteurs
- les lignes équipotentiellles, à l'extérieur de la zone désertée sont supposées perpendiculaires à l'axe source-drain
- l'injection des porteurs dans le substrat (de dopage supposé nul) est prise en compte en admettant que sur une certaine profondeur  $y_s$  ( $\neq L_g/2$ ), les lignes équipotentiellles  $y$  sont identiques à celles qui existent dans le canal.

Partant de ces hypothèses, nous pourrons aisément évaluer le potentiel  $V(x)$  le long de l'axe source drain qui résulte de l'intégration de la composante longitudinale du champ électrique à l'intérieur du canal.

Nous utilisons un traitement discrétisé des équations fondamentales des semi-conducteurs (équation de Poisson, équation de continuité) et des équations phénoménologiques de conservation du moment et de l'énergie des particules permettant de prendre en compte les effets de dynamique électronique non stationnaire [2].

La largeur du canal, tant en dessous de la grille que dans les espaces grille-source et source-drain sera évaluée en utilisant les résultats des travaux de Mac Kenna [3] et en considérant la différence du potentiel locale  $V(x) - V_{gs}$ .

En pratique les variations successives de l'épaisseur du canal sont obtenues à partir d'une résolution de l'équation de Poisson bidimensionnelle tenant compte des variations du champ longitudinal dans le canal.

Les différentes équations mises sous une forme discrétisée peuvent être combinées en une seule équation du second degré en  $v_i$  (vitesse des porteurs à l'abscisse  $i$ ) :  $A_i v_i^2 + B_i v_i + C = 0$  où  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  sont des constantes calculées à l'abscisse  $i-1$ .

Cette équation est résolue numériquement à chaque abscisse  $i$ .

On en déduit la valeur de la vitesse des porteurs, puis en utilisant les équations précédentes celles du champ électrique et de la concentration locale des porteurs.

Ce calcul est effectué pour un courant drain et une tension grille-source donnée qui en constituent les variables d'entrée, la tension drain en étant une variable de sortie.

De même, de la connaissance de l'épaisseur de la zone désertée, on peut déduire la valeur de la charge  $Q$  contenue dans la zone désertée.

Pour déterminer les éléments essentiels du schéma équivalent et leur évolution en fonction des grandeurs continues de polarisation, un programme modifié a été mis au point, utilisant des variations au premier ordre des variables d'entrée.

### II.1.2. Validité et utilisation de ce modèle.

Ce modèle a été utilisé pour prévoir les principales performances des transistors à effet de champ à grille submicronique. Nous ne donnerons pas les résultats essentiels du modèle largement développés par ailleurs [1, 2, 4, 5]. A titre d'exemple, nous donnons, Fig. (10,11,12), les évolutions théoriques et expérimentales des trois éléments essentiels du schéma équivalent  $g_m$ ,  $g_d$  et  $C_{gs}$  pour le transistor NEC 388.

#### II.1.2.1 Résultats.

A partir de ces évolutions, deux conclusions essentielles s'imposent :

- même pour des transistors à grille fortement submicronique ( $L_g \approx 0.5 \mu$ ) on observe une excellente concordance entre prévisions théoriques et résultats expérimentaux : en particulier pour la transconductance l'accord est satisfaisant à mieux que 3 %. Ce résultat est remarquable, eu égard à la simplicité du modèle, au fait qu'il repose essentiellement sur des équations



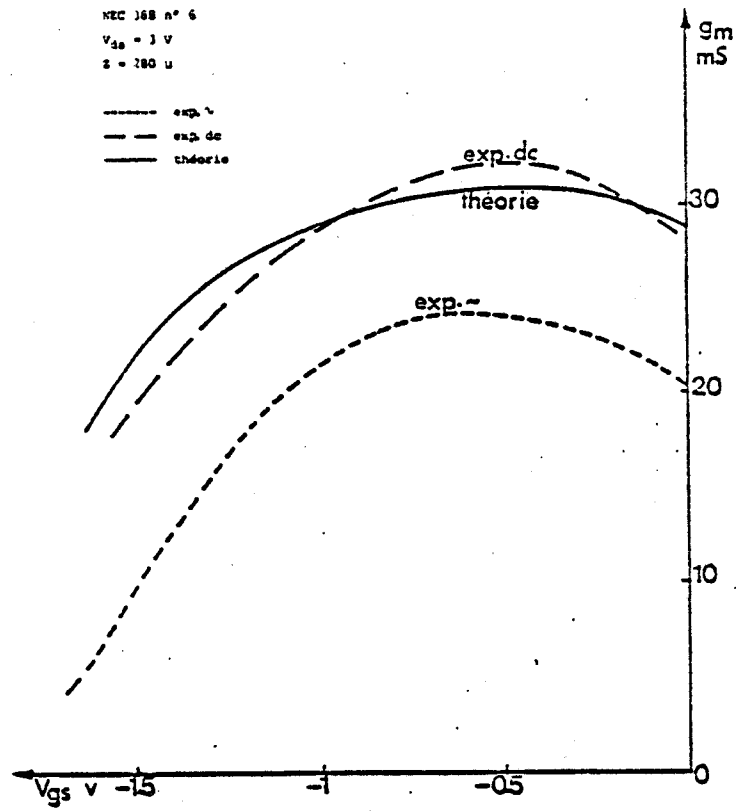


Figure 10

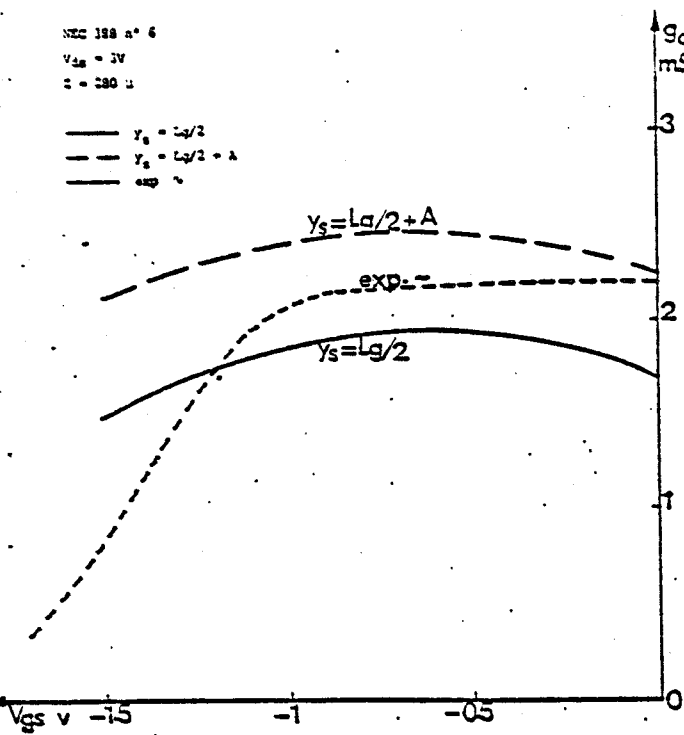


Figure 11

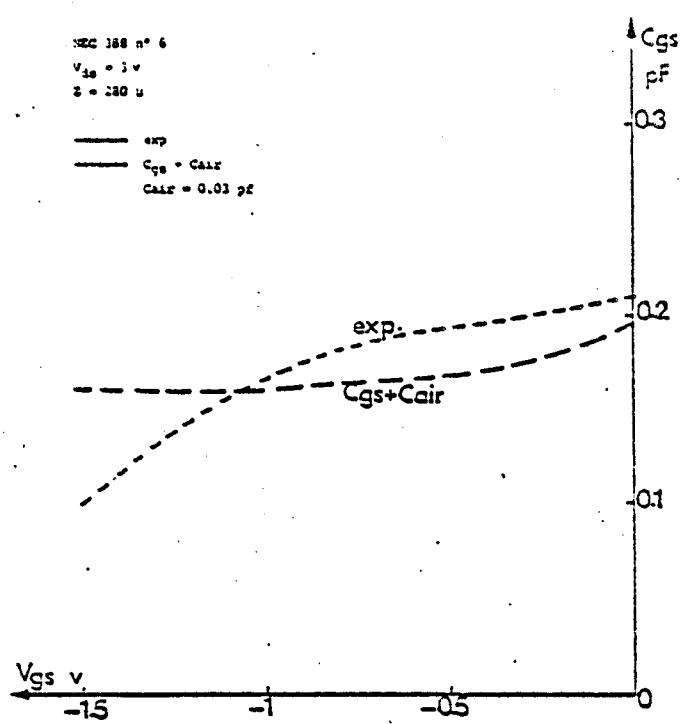


Figure 12

Evolution théorique et expérimentale de  $g_m$ ,  $g_d$  et  $C_{gs}$  pour le transistor NEC 388.



phénoménologiques et que le nombre de paramètres ajustables est réduit au minimum (un seul  $y'_s$ ).

- par contre, les évolutions de ces éléments avec les tensions de polarisation ne sont pas tout à fait similaires et donc en ce qui concerne les dérivées première et seconde dont dépendent directement les niveaux d'intermodulation, il y a des différences très importantes entre prévisions théoriques et résultats expérimentaux. Les sens d'évolution et donc les signes des dérivées sont généralement similaires mais les ordres de grandeur peuvent être notablement différents.

D'autres remarques doivent être faites :

- les évolutions de la transconductance font apparaître une bonne concordance entre prévisions théoriques et valeurs expérimentales relevées en basse fréquence.

Par contre, les mesures effectuées dans la bande des 100 à 500 MHz font apparaître des valeurs de transconductance beaucoup plus faibles, caractéristiques de l'influence néfaste des pièges.

- les deux valeurs théoriques de la conductance de sortie ont été calculées pour deux valeurs de  $y_s$  ( $Lg/2$  et  $Lg/2 + a$ ) ; elles encadrent très convenablement les résultats expérimentaux et ceci semble montrer qu'une bonne estimation de  $Y_s$  semble être  $(\frac{Lg + a}{2})$ .

D'autres confrontations théorie-expérience portant sur des transistors aux paramètres technologiques (longueurs de grille, épaisseurs de couche active) très divers ont été effectuées [ 1 ] et permettent de tirer des conclusions tout à fait similaires.

## II.2 MODELE ANALYTIQUE A DEUX ZONES.

Ce modèle analytique du transistor à effet de champ, initialement proposé par GREBENE et GHANDI [6] et repris par PUCEL et al [7] pour des calculs de bruit, puis par GRAFFEUIL [8] permet d'évaluer les variations des différents éléments du schéma équivalent en fonction des tensions de polarisation.

Ce modèle utilise une dépendance de la vitesse des porteurs en fonction du champ qui est idéalisée et qui se divise en deux parties :

- la première partie où la vitesse est proportionnelle au champ électrique (G.C.A.)
- la seconde partie où l'on atteint la vitesse de saturation.

De la même façon, le canal peut être divisé en deux zones :

- une zone où le régime de mobilité est obtenu et la loi de Schokley, vérifiée
- une zone où la vitesse est supposée saturée et où est réalisée une résolution approximative de l'équation de Poisson en régime bidimensionnel.

Ce modèle présente l'avantage d'être simple et de permettre une formulation analytique.

Cependant, il présente des inconvénients :

- difficulté d'application au cas des grilles courtes car il ne prend pas en compte les effets de dynamique non stationnaire
- utilisation d'une loi de dépendance entre vitesse des porteurs et champ électrique non physique
- non prise en compte des effets de bords
- mauvaise estimation de la conductance de sortie gd.

L'exploitation de ce modèle en vue d'obtenir les différents coefficients non linéaires, n'a pas été systématiquement effectuée pour les raisons suivantes :

- un accord théorie-expérience très approximatif pour les éléments du schéma équivalent (en particulier gd) qui ne permet pas d'obtenir une précision suffisante pour les dérivées d'ordre deux et trois.

- l'existence d'un modèle plus réaliste (§ II.1) mais qui se révèle également limité pour la détermination des coefficients non linéaires.
- la possibilité d'accéder directement à ces coefficients par la technique de mesure présentée au § III.3.

## II.3 CONCEPTION ET UTILISATION D'UN MODELE GRAND SIGNAL.

### II.3.1 Introduction.

Il nous a semblé important de concevoir, de réaliser et d'utiliser un modèle du transistor à effet de champ permettant d'étudier le régime dynamique grand signal pour plusieurs raisons essentielles :

- il devait permettre de passer progressivement du régime petit niveau au régime grand signal et à ce titre constituer un complément du modèle par analyse en séries de Volterra, en particulier pour délimiter les zones d'application de ce dernier, compte-tenu des hypothèses effectuées ;
- il pouvait offrir la possibilité d'évaluer la distorsion harmonique et de déterminer à quelles conditions elle pouvait être minimisée, ce qui peut être très important pour les applications des transistors à effet de champ en régime fort et moyen niveau ;
- il devait permettre de mettre en évidence certaines limitations ou fonctionnement en régime dynamique grand signal, en particulier par l'apparition de distorsions harmoniques anormales liées à des phénomènes de saturation par exemple.

Afin de satisfaire ce dernier impératif et d'offrir la possibilité d'étudier des composants de dimensions très diverses et en particulier à grille submicronique, nous avons choisi de concevoir une résolution directe des équations fondamentales des semi-conducteurs plutôt que d'utiliser un modèle composé d'éléments de schéma équivalent non linéaires, dont le domaine d'application est nécessairement plus restreint. Toutefois, ce modèle comporte des hypothèses simplificatrices importantes afin d'obtenir une résolution numérique dans des

temps de calcul raisonnables et compatibles avec des études systématiques.

### II.3.2 Principe du modèle [9].

#### II.3.2.1 Hypothèses fondamentales.

Les hypothèses fondamentales sont tout à fait similaires à celles du modèle statique et dynamique faible signal décrit sommairement par ailleurs au paragraphe II.1. et de façon plus approfondie dans [10] et [11]. Sans entrer dans les détails, on peut rappeler qu'il utilise un traitement quasi-unidimensionnel dans lequel les effets non-stationnaires de la dynamique des porteurs dans le GaAs sont pris en compte au moyen d'une formulation analytique. De même, ce modèle tient compte de l'influence des effets de bord ainsi que de ceux liés à la réaction de charge d'espace dans le canal.

Dans le modèle dynamique, on fait deux hypothèses supplémentaires :

- on admet que le temps de transit des porteurs dans la zone d'influence sous la grille est négligeable devant la période du signal ; cette hypothèse est tout à fait justifiée à 10 GHz pour des transistors dont la longueur de grille est inférieure à  $1\mu$ . Elle le serait moins pour certains transistors de puissance quand on considère des régimes proches du claquage où des domaines de champ électriques élevés peuvent exister dans l'espace source drain ;

- on néglige l'influence des courants de diffusion devant celle des courants de conduction et de déplacement. Ceci est parfaitement justifié comme l'a montré CAPPY [1] pour la plupart des régimes de fonctionnement habituels du transistor à effet de champ.

#### II.3.2.2 Equations fondamentales.

L'évolution spatiale des différentes grandeurs caractéristiques (concentration, vitesse et énergie des porteurs, champ électrique ...) est déterminée à chaque instant  $t$  par résolution des équations fondamentales des semi-conducteurs écrites sous une forme discrétisée :

- équation du courant de conduction local :

$$I = qZ y n v$$

- équation de conservation du moment moyen des porteurs :

$$\frac{d(m^*(\epsilon) v)}{dt} = qE - \frac{m^*(\epsilon) v}{\tau_m(\epsilon)}$$

En pratique, on négligera la plupart du temps le premier membre de cette équation.

- équation de conservation de l'énergie moyenne des porteurs :

$$d\epsilon = qE dx - \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\tau_\epsilon(\epsilon)}$$

- équation de Poisson dans le canal :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{q}{\epsilon} (n - N_D)$$

- équation de continuité dans le canal :

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -qZ N_D \frac{dy}{dt}$$

### II.3.2.3 Méthode de calcul.

On pratique donc une double discrétisation sur l'espace et sur le temps. A chaque instant  $t$ , on résoud le système d'équations précédent : en fait, celui-ci peut se résumer en une seule équation du second ordre donnant l'évolution de la vitesse moyenne des porteurs :

$$A v^2(x,t) + B v(x,t) + C = 0$$

Les grandeurs  $A$ ,  $B$ ,  $C$  peuvent être évaluées à partir de la donnée des principales grandeurs caractéristiques à l'abscisse  $(x-l)$ . A partir de la valeur de la vitesse  $v(x,t)$ , comme dans le modèle statique, il est possible de calculer celle du champ électrique, du potentiel local de la concentration  $n$  et de l'énergie des porteurs.

Il est donc possible de calculer de proche en proche, de la source vers le drain, l'évolution spatiale des grandeurs caractéristiques ( $v$ ,  $n$ ,  $\epsilon$ ,  $E$  ...) si l'on connaît leurs valeurs à l'origine, pour une valeur donnée de la tension grille source. Les valeurs de ces grandeurs à l'origine peuvent être facilement connues à partir de la donnée du courant source en admettant que loin de la grille les porteurs sont froids ( $\epsilon = \epsilon_0$ ) et que leur concentration est égale à celle du dopage ( $n = N_D$ ) :

$$I_s = q \cdot Z \cdot a \cdot v \cdot N_D \quad \text{avec} \quad v = \mu_0 E$$

Par ailleurs, l'intégration du champ électrique de la source vers le drain fournit la valeur de la tension drain source et de l'évolution de la charge dans la zone désertée, on déduit le courant grille  $I_G(t)$ . Ainsi ce programme numérique nous donne l'évolution temporelle de la tension drain source et du courant grille quand on connaît celle du courant source  $I_s(t)$  et de la tension grille source  $V_{gs}(t)$ . En pratique, on impose une tension grille source et une impédance de charge  $Z_L$  non seulement à la fréquence fondamentale, mais aussi aux fréquences harmoniques et intermédiaires. Pour tenir compte de cet élément, nous avons donc dû mettre en place une procédure de résolution itérative s'appuyant sur l'intersection composant circuit (figure 13). Ainsi par exemple, à la première période, on injecte un courant de source quasi-sinusoïdal ou une solution approchée calculée par ailleurs. A partir des composantes harmoniques de la tension drain de celles du courant grille et de la valeur de l'impédance de charge, on déduit une meilleure estimation du courant source que l'on injecte pour la deuxième période et ainsi de suite. Deux éléments ont été utilisés pour faciliter la convergence rapide du programme :

- le niveau pour le premier régime étudié est assez faible et une solution approchée  $I_s(n)$  peut être évaluée avec une bonne précision à partir du schéma équivalent petit signal ;
- les régimes de fonctionnement étudiés successivement correspondent à des niveaux croissants ; il est ainsi possible d'avoir pour solution approchée, la solution finale précédente, affectée d'un coefficient multiplicatif qui rend compte des valeurs différentes des niveaux d'excitations. Ainsi, le nombre d'itérations nécessaires pour avoir une précision satisfaisante peut être relativement réduit. Cette méthode de résolution numérique a été implantée sur ordinateur CII-HB type IRIS 80 à l'Université de Lille.

Point de fonctionnement:  $V_{d0}, V_{g0}$

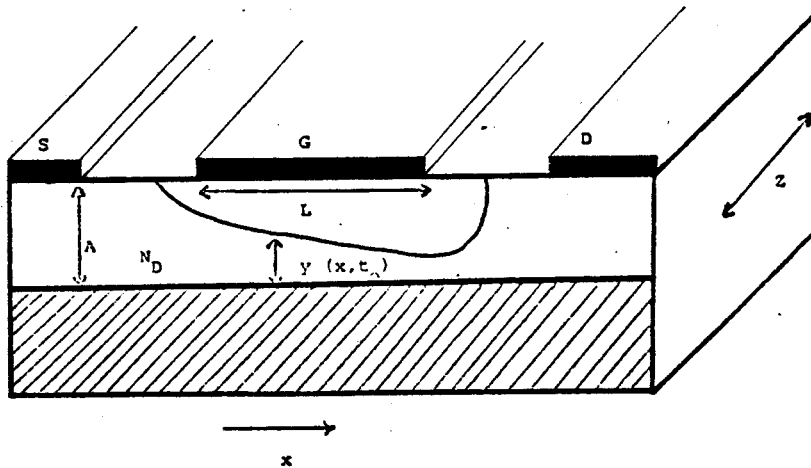
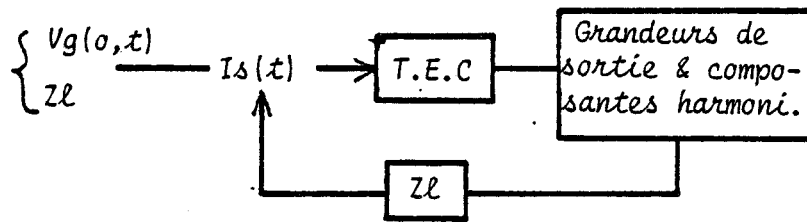
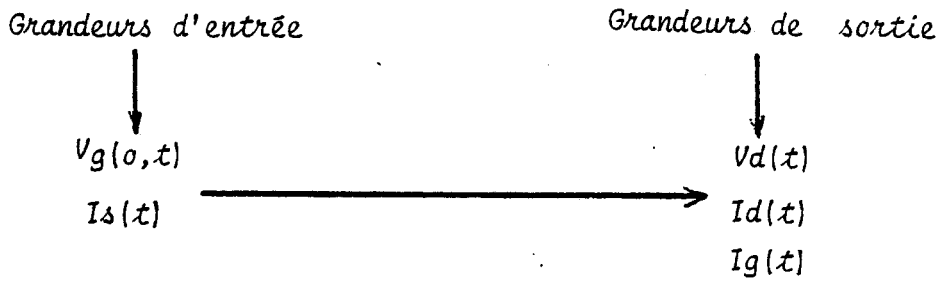


Figure 13: Modèle d'étude.





### II.3.3 Résultats typiques. Discussions sur l'utilisation du modèle.

#### II.3.3.1 Etude de la distorsion harmonique.

Ce modèle permet d'accéder directement aux taux de distorsion harmonique en tension et d'étudier leur évolution en fonction des principaux paramètres caractéristiques, soit du transistor proprement dit, soit du régime de fonctionnement. Nous donnons trois exemples caractéristiques de telles dépendances :

- la figure 14 représente l'évolution des composantes de la tension de sortie en fonction de la puissance d'entrée pour deux transistors dont les couches actives ont des caractéristiques assez typiques et deux valeurs de dopage. Non seulement pour une même puissance d'entrée, le niveau de sortie sur la fréquence fondamentale est plus élevé mais aussi les taux de distorsion harmoniques deviennent plus faibles quand le dopage est plus grand. L'intérêt de dopages élevés ressort plus directement de la comparaison à niveau de sortie équivalent sur la fréquence fondamentale : dans ce cas, la puissance d'entrée nécessaire et les taux d'harmoniques sont beaucoup plus faibles quand le dopage devient plus important. Ces effets ne peuvent s'interpréter facilement en considérant les théories simplifiées où la transconductance est relativement indépendante du dopage, de même que le produit gain bande. Seule une analyse numérique permet de prévoir de tels effets. On peut fournir cependant un début d'interprétation qualitative en indiquant que la distorsion harmonique est d'autant plus faible pour un même niveau de sortie que le courant maximum est plus élevé : comme le courant maximum croît avec le dopage de la couche, l'évolution constatée est donc assez normale.
- la figure 15 fait apparaître la dépendance entre la distorsion et l'épaisseur de la couche active ; l'évolution du niveau de sortie aux diverses fréquences est représentée en fonction du niveau d'entrée. On peut remarquer que si le niveau de sortie croît quand l'épaisseur de la couche active diminue, il en est de même du taux de distorsion. Même à niveau de sortie égal, alors qu'il faut un niveau d'entrée plus grand que l'épaisseur de la couche est plus grande, le taux de distorsion reste plus faible. L'augmentation du gain avec la diminution de  $a$  est un effet bien connu.

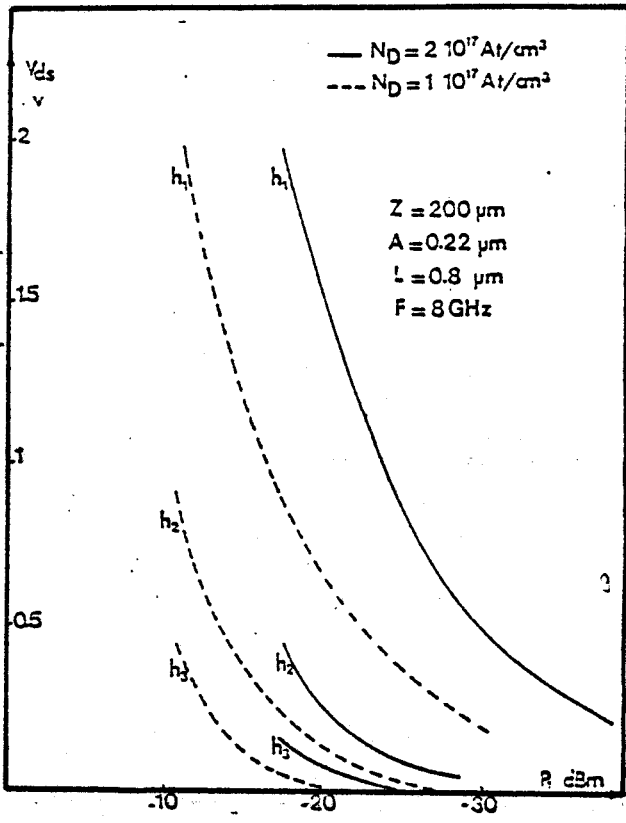


Figure 14: Influence du dopage  $N_D$

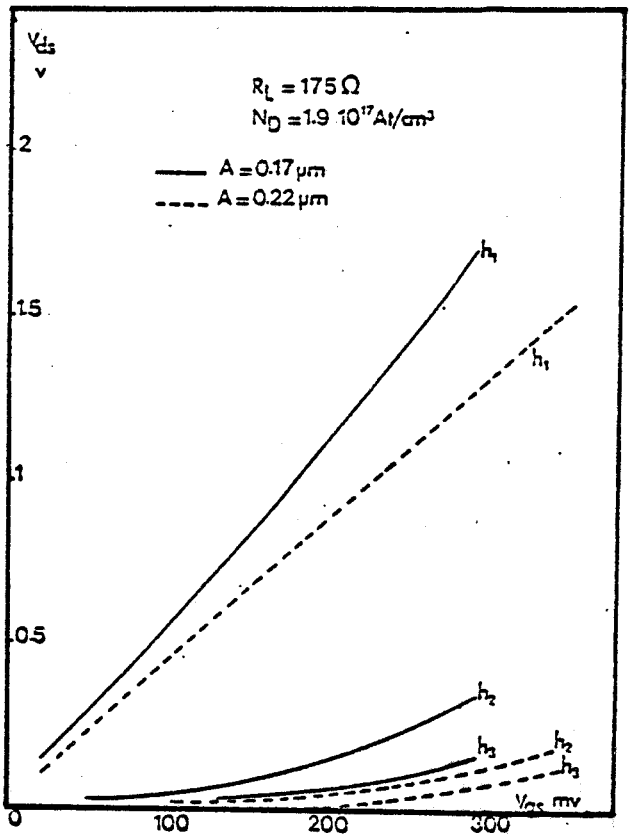


Figure 15: Influence de la hauteur  $A$

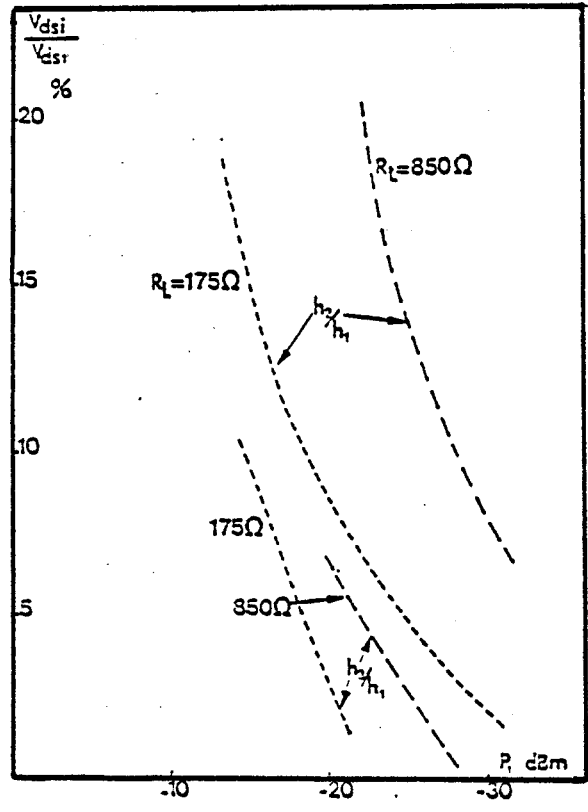


Figure 16: Influence de la charge  $R_L$



Par contre, l'évolution du taux de distorsion était totalement imprévisible et ne peut s'interpréter qualitativement qu'en rappelant que là encore, le courant maximum est une fonction croissante de l'épaisseur de la couche.

- La figure 16 montre la dépendance entre le taux de distorsion harmonique et la valeur de la résistance de charge à la fréquence fondamentale.

On peut constater que pour une même puissance d'entrée, le taux de distorsion harmonique est d'autant plus élevé que la résistance de charge est grande. Ceci est sans doute lié au fait que le niveau de sortie à la fréquence fondamentale croît avec la valeur de la résistance de charge, mais le taux de distorsion semble croître dans des proportions plus importantes.

Des premiers éléments de cette étude on peut donc conclure à l'intérêt :

- d'une part, de couches actives de dopage et d'épaisseur élevées
- d'autre part, de l'utilisation de résistances de charge de faible valeur.

#### II.3.3.2. Autres utilisations possibles de ce modèle.

Deux autres utilisations de ce modèle ont été envisagées au cours de ce travail. En effet, il a semblé possible d'accéder aux différents coefficients de non linéarité de la conductance de sortie et de la transconductance selon un procédé identique à la méthode expérimentale basse fréquence décrité par ailleurs (paragraphe III.2).

Dans ce but on applique entre grille et source du transistor à effet de champ, un signal à une fréquence suffisamment basse (de l'ordre de 100 MHz) pour que l'on puisse considérer un schéma équivalent très simplifié ne comprenant que la transconductance et la conductance de sortie. Il est fermé sur une impédance de charge pure, choisie suffisamment faible pour que même si le courant drain comporte des composantes harmoniques, la tension drain source puisse être considérée comme quasi-sinusoidale. Si l'on évalue les composantes harmoniques du courant de sortie, on peut accéder aux coefficients de non linéarités des éléments du schéma équivalent du T.E.C. ;

Terme à la fréquence fondamentale :

$$i_{d_1} = g_{m_1} v_{gs} + g_{d_1} v_{ds}$$

Terme à l'harmonique deux :

$$i_{d_2} = g_{m_2} v_{gs}^2 + g_{m_1} d_1 v_{gs} \cdot v_{ds} + g_{d_2} v_{ds}^2$$

Terme à l'harmonique trois :

$$i_{d_3} = g_{m_3} v_{gs}^3 + g_{m_2} d_1 v_{gs}^2 v_{ds} + g_{m_1} d_2 v_{gs} v_{ds}^2 + g_{d_3} v_{ds}^3$$

En pratique, on effectue le calcul pour différents niveaux d'entrée et pour différentes valeurs de la résistance de charge. Ceci permet d'une part, de vérifier si les approximations qui sont à la base des formules précédentes sont vérifiées, en particulier si on observe bien des dépendances en  $v^2$ ,  $v^3$  etc ... ; par ailleurs, l'utilisation de quatre valeurs différentes de la résistance de charge est nécessaire pour évaluer séparément les divers termes. Des nombreux calculs effectués en utilisant cette méthode, il apparaît qu'il faut rechercher en permanence un compromis entre l'exigence d'un faible niveau pour que les approximations soient vérifiées et celle d'un niveau suffisant pour que la précision du calcul soit suffisante. En pratique, il apparaît que ce compromis est difficile à trouver et qu'il faut faire de nombreux calculs pour parvenir à estimer tous les paramètres précités : seuls  $g_{m_1}$ ,  $g_{d_1}$ ,  $g_{m_2}$  et  $g_{d_2}$  s'obtiennent assez facilement avec une bonne précision ; dans une moindre mesure, les valeurs  $g_{m_3}$  et  $g_{d_3}$  peuvent être estimées avec une précision relative, mais pour les autres paramètres c'est beaucoup plus difficile. Cette méthode bien que théoriquement intéressante se heurte donc à des difficultés pratiques d'application qui indiquent qu'elle ne peut venir qu'en complément des méthodes décrites au paragraphe II.2.

Signalons par ailleurs, que le calcul du courant de grille (en module et phase) permet d'estimer les éléments du schéma équivalent d'entrée du transistor à effet de champ et en particulier la valeur de la résistance  $R_1$  (cf. schéma équivalent fig. 6), qui traduit le caractère distribué de la ligne de propagation équivalente au canal. Cette évaluation doit être effectuée à une fréquence suffisante pour que la phase du courant d'entrée soit notablement différente de  $\Pi/2$  c'est à dire que  $R_1$  ne soit pas tout à fait négligeable devant  $1/\omega C_{gs}$ .

## II.4 CONCLUSION.

D'une part :

Un modèle numérique du transistor à effet de champ en régime faible niveau a été mis en place. S'il permet d'évaluer de façon satisfaisante les évolutions des principaux éléments du schéma équivalent en fonction des tensions continues de polarisation, par contre, nous nous interrogerons sur la validité de ce modèle pour prévoir de façon exacte les différents coefficients de non linéarité nécessaires pour réaliser un calcul d'intermodulation.

En effet pour être tout à fait valable, un tel modèle doit donner des résultats en bonne concordance avec l'expérience non seulement en ce qui concerne les éléments du schéma équivalent, mais aussi leurs dérivées première et seconde. Il faut donc une concordance extrêmement bonne entre théorie et expérience pour que ceci soit réalisé.

D'autre part :

Un modèle du transistor à effet de champ permettant d'étudier le régime dynamique grand signal a également été conçu.

Ce modèle permet d'effectuer une étude finie de la distorsion harmonique produite dans un amplificateur utilisant un transistor à effet de champ et de définir les conditions permettant de limiter cette distorsion, conditions liées tant à la conception technologique du T.E.C. qu'aux circuits d'utilisation.

L'avantage incontestable de ce modèle est qu'il repose sur une analyse physique du dispositif et qu'il permet d'étudier des régimes de niveaux très variables pouvant aller jusqu'à la saturation.

De plus, il offre la possibilité d'estimer certains coefficients de non linéarités des éléments du schéma équivalent du T.E.C.

En conclusion, on peut dire que :

- si le modèle numérique du T.E.C. en régime faible signal permet d'évaluer assez précisément les valeurs des éléments du schéma équivalent et les sens d'évolution en fonction des tensions de polarisation, sa précision n'est pas suffisante pour permettre de calculer avec exactitude les dérivées première et seconde. Il ne peut donc être utilisable pour prévoir la distorsion d'intermodulation. Aussi seront nous amenés à mettre en oeuvre différentes techniques expérimentales afin d'accéder aux principales non linéarités du T.E.C. avec une précision satisfaisante.

- Quand au modèle grand signal, il ne peut être appliqué directement à l'évaluation de l'intermodulation entre deux fréquences voisines sans nécessiter des temps de calcul prohibitifs.

En effet le calcul devrait se dérouler au minimum durant une période du signal correspondant à la fréquence différence soit durant près de 1000 périodes du signal hyperfréquence.

Seules les méthodes précisées au chapitre I peuvent permettre de réaliser ces évaluations.

## REFERENCES

- [1] A. CAPPY  
*"Sur un nouveau modèle de transistor à effet de champ à grille submicronique"*  
 Université des Sciences et Techniques de Lille, Thèse de Docteur de 3ème Cycle, Juin 1981.
- [2] B. CARNEZ, A. CAPPY, A. KASZYNSKI, E. CONSTANT and G. SALMER  
*"Modeling of a submicrometer gate field effect transistor including effects of nonstationary electron dynamics"*  
 J. Appl. Phys. 51, pp. 784-790, Jan. 1980.
- [3] E. WASSERSTROM and J. Mac KENNA  
 Bell Syst. Tech. Journal, p 853 (1970).
- [4] B. CARNEZ, A. CAPPY, G. SALMER et E. CONSTANT  
*"Modélisation des T.E.C. à grille ultra-courte"*  
 Acta. Elec., Vol. 23, n° 2, 1980, pp. 165-183.
- [5] B. CARNEZ, A. CAPPY, R. FAUQUEMBERGUE, G. SALMER and E. CONSTANT  
*"Noise modeling of submicrometer gate FETs"*  
 I.E.E.E., à paraître, July 1981.
- [6] GREBENE and GHANDI  
*"General theory for pinched operation of the JFET"*  
 S.S.E., Vol. 12, pp. 573-589, 1969.
- [7] PUCEL, HANS, STATZ  
*"Signal and noise properties of GaAs microwave FET"*  
 Advances in Electronics and Electron Physics, Vol. 38, 1975, pp. 195-265.
- [8] J. GRAFFEUIL  
 Thèse d'Etat, Toulouse (1977).

- [9] I. DOUMBIA et G. SALMER  
Publication orale, Journées Nationales Micro-ondes, Lille, Juin 1979.
- [10] I. DOUMBIA, R. YAQUINE  
*"Non linéarité dans les transistors à effet de champ GaAs,  
application à l'amplification faible et moyenne puissance"*  
Contrat C.N.E.T., Rapport trimestriel, Sept. 1979.



CHAPITRE III

### III.1 INTRODUCTION.

Plusieurs techniques sont possibles pour accéder au schéma équivalent non linéaire du transistor à effet de champ. Le comportement non linéaire du circuit de sortie peut-être précisé à partir de mesures statiques et dynamiques en basse ou en haute fréquence (1 MHz) de la transconductance  $g_m$  et de la conductance de sortie  $g_d$  [ 1 ], ou plus indirectement par la mesure de la distortion harmonique à l'aide d'un récepteur sélectif [ 2 ]. Ces méthodes sont étudiées dans la première partie de ce chapitre.

Cependant, l'adaptation de ces techniques à la détermination de la variation de la capacité grille-source  $C_{gs}$  et surtout de la capacité grille-drain  $C_{gd}$  n'est pas simple.

D'autre part, à cause des effets de pièges, les variations et les valeurs absolues de certains paramètres sont très différentes de celles observées à plus haute fréquence [ 3 ].

Pour accéder aux quatre principales non linéarités du T.E.C., on peut également utiliser la mesure des paramètres  $S_{ij}$  dans une gamme de fréquences suffisamment large [ 4,5 ] (1-12 GHz). On doit alors employer un programme d'optimisation, qui à partir d'une topologie donnée, permet de calculer chaque élément du schéma équivalent. Nous avons mis au point une telle méthode qui sera détaillée dans la dernière partie. Néanmoins l'utilisation d'une telle méthode présente certains inconvénients tels que :

- lourdeur d'utilisation
- précision
- coût.

En fait, il apparaît très intéressant de limiter la gamme de fréquence de mesure (100 MHz - 1 GHz) afin d'effectuer quelques simplifications du schéma équivalent. Dans ce cas, il est même possible de travailler à fréquence fixe et ainsi se départir de l'utilisation d'un programme d'optimisation [ 6 ]. On a alors accès directement aux quatre principaux éléments non linéaires du T.E.C... Ainsi trois méthodes d'accès aux coefficients non linéaires du T.E.C. seront étudiés dans ce chapitre :

- mesure base fréquence de la distorsion
- mesure des coefficients dans la gamme .1/1 GHz
- détermination du schéma équivalent.

### III.2 MESURE DE LA DISTORSION EN BASSE FREQUENCE.

Le comportement non linéaire du circuit de sortie du T.E.C. peut être précisé à partir de mesures statiques et dynamiques basse fréquence. En effet, la transconductance  $g_m$  et la conductance de sortie  $g_d$  peuvent être déterminées directement à partir des caractéristiques statiques  $I_d = f(V_{ds})$  du T.E.C. Cependant, l'inconvénient inhérent à cette méthode est que les valeurs de  $g_m$  et  $g_d$  seront différentes de celles qui interviennent en hyperfréquence. Cette dispersion est due :

- d'une part, aux effets de pièges
- d'autre part, aux effets thermiques tant du point de vue statique que différentiel.

Afin de s'affranchir de ces différents inconvénients, on pourra accéder à la transconductance  $g_m$  et à la conductance de sortie  $g_d$  en réalisant des mesures en impulsions. En effet, si l'on travaille avec des impulsions de durée courte ( $\approx 500$  ns) et avec un temps de répétition assez long, les effets thermiques n'existent plus. Cependant, il faut remarquer que suivant le mode opératoire, comme l'a montré notamment CAPPY, la caractéristique obtenue peut être différente, ces différences étant dues essentiellement aux effets de pièges [3].

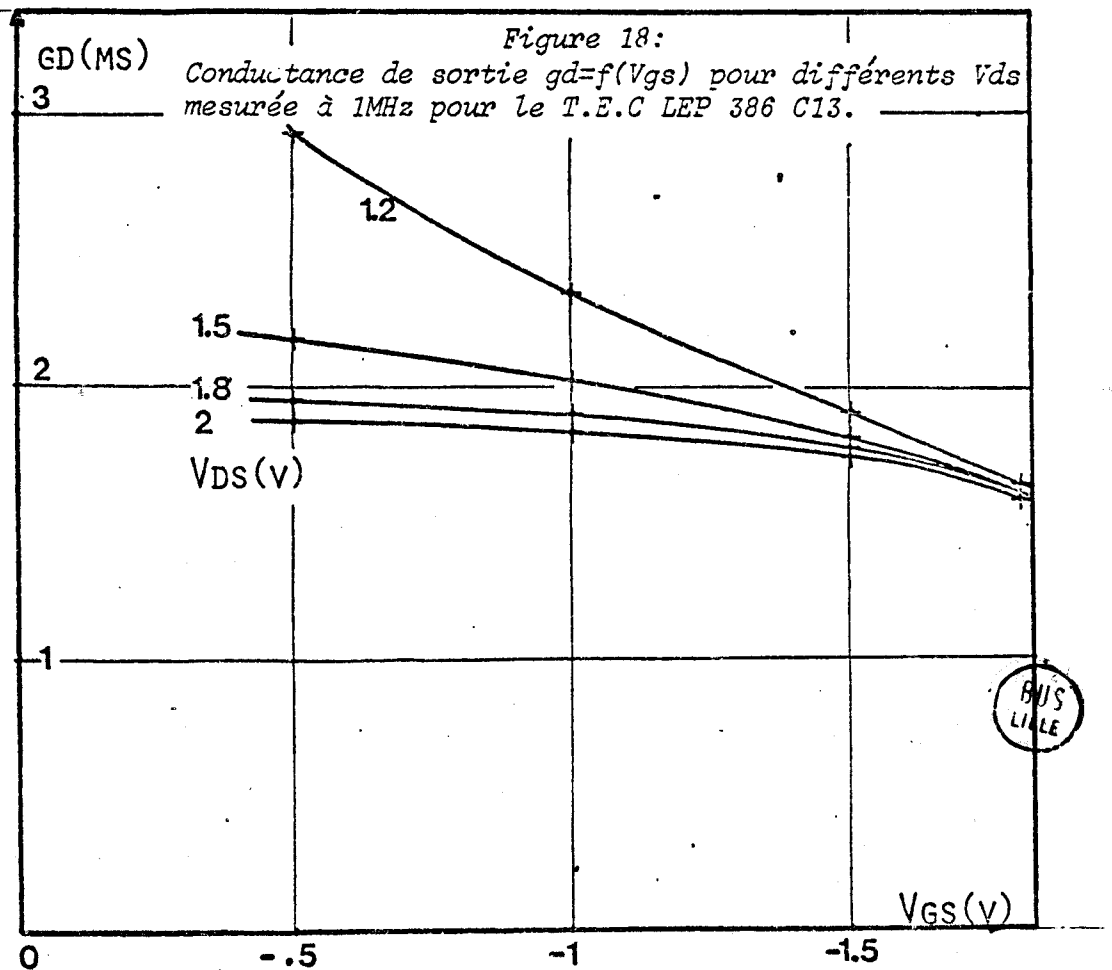
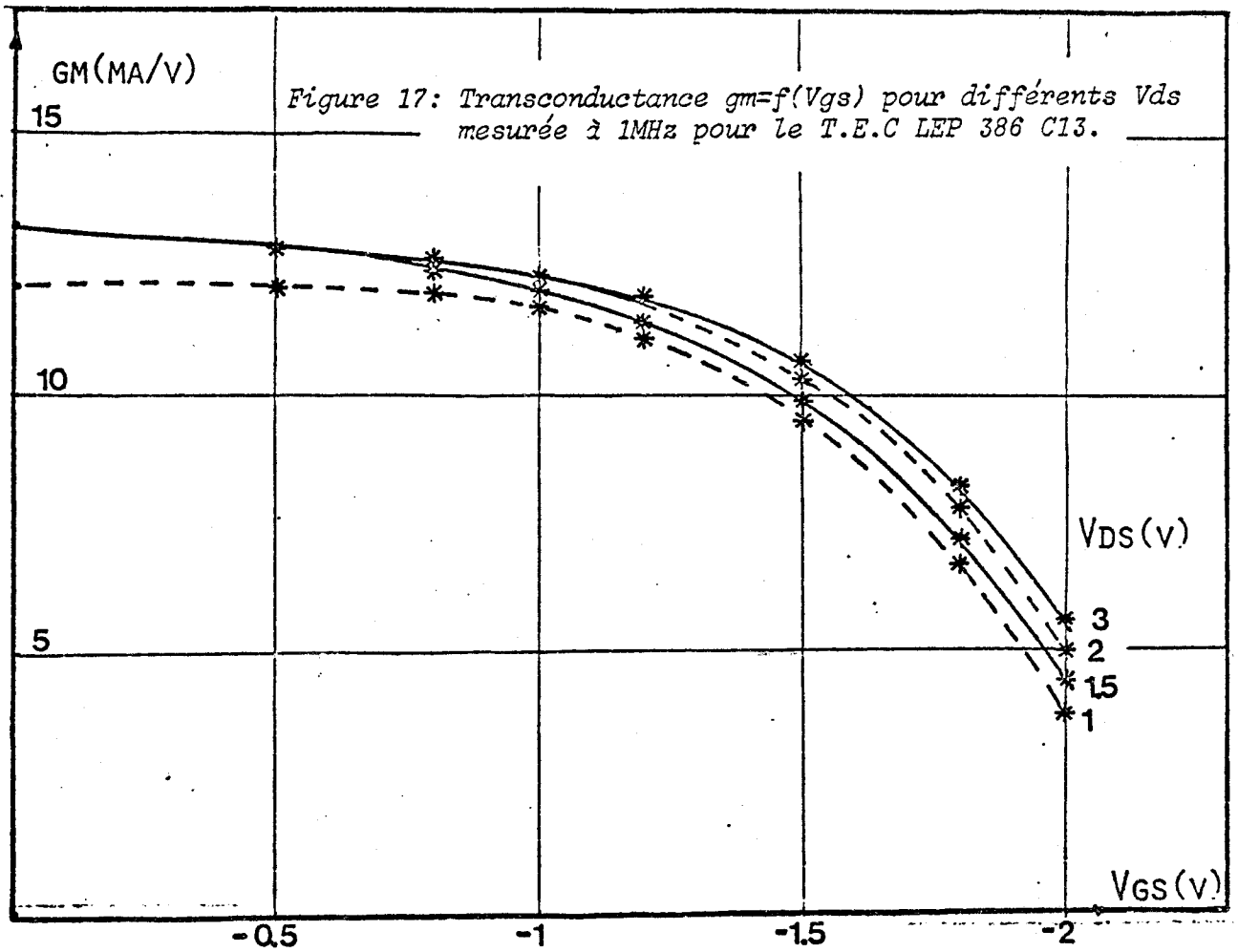
On peut également accéder à l'évolution de  $g_m$  et  $g_d$  en fonction de la polarisation en réalisant des mesures dynamiques à 1 MHz [1]. Un résultat typique obtenu sur le T.E.C. LEP 386 C13 est présenté fig 17 et 18.

Dans ce cas, l'influence des effets thermiques dynamiques peut être négligé ; la méthode prend en compte la variation de la température avec le point de polarisation.

#### III.2.1 Principe de mesure de la distorsion harmonique.

L'idée de base est d'accéder à la non-linéarité du circuit de sortie du T.E.C. en réalisant une mesure de distorsion harmonique sur le transistor monté en amplificateur.

Le schéma de principe de l'expérience est représenté fig 19. Le transistor est soumis à l'entrée à un signal sinusoïdal de fréquence 1.5 MHz le récepteur sélectif placé en sortie permettant de détecter le niveau des différents harmoniques. La fréquence de travail étant suffisamment faible, il est alors possible d'approcher les capacités  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$  à des circuits ouverts. Dans ce cas les non linéarités de ces éléments n'interviennent pas.



BUS  
LILLE



*Figure 19: Schéma de principe du banc de mesure de la distorsion harmonique.*

La détermination des différents coefficients non linéaires nécessite donc d'avoir plusieurs informations. La distorsion d'ordre deux et trois sera donc mesurée pour plusieurs valeurs de l'impédance de charge sur le drain.

Le schéma équivalent non linéaire est alors représenté de la manière suivante fig 20.

La source de non linéarité étant représentée par le générateur de courant  $F_n(i_{ds})$ . Afin d'aborder l'exploitation de cette expérience, nous avons donc établi les relations entre les tensions de sortie aux fréquences  $f$ ,  $2f$  et  $3f$ , les tensions d'entrée et les valeurs de l'impédance de charge.

### III.2.2 Analyse du circuit.

La technique de calcul développée pour l'intermodulation dans le paragraphe I.3.1 est appliquée ici. On écrira donc les différentes équations qui régissent le schéma équivalent utilisé pour l'étude de la distorsion fig 20.

Exprimons le courant de sortie.:

$$1. \quad i_d(t) = g_{m1} v_{gs} + g_{d1} v_{ds} + i_{N.L}(t)$$

avec

$$2. \quad i_{N.L}(t) = i_2(t) + i_3(t)$$

où

$$3. \quad i_2(t) = g_{m2} v_{gs}^2(t) + g_{m1} d_1 v_{gs}(t) \cdot v_{ds}(t) + g_{d2} v_{ds}^2(t)$$

$$4. \quad i_3(t) = g_{m3} v_{gs}^3(t) + g_{m2} d_1 v_{gs}^2(t) \cdot v_{ds}(t) + g_{m1} d_2 v_{gs}(t) \cdot v_{ds}^2(t) \\ + g_{d3} v_{ds}^3(t).$$

Les équations aux noeuds permettent également d'écrire :

$$5. \quad V_g (Y_g + Y_e) = e_g \cdot Y_g$$

$$6. \quad g_{m1} v_{gs} + g_{d1} v_{ds} + i_{NL} + Y_L v_{ds} = 0$$

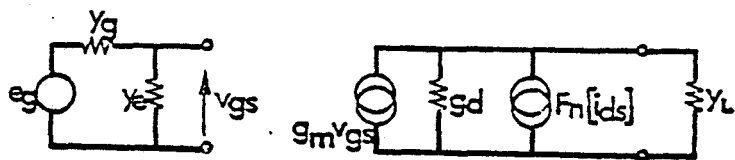


Figure 20: Schéma équivalent utilisé pour l'étude de la distortion basse fréquence.

### III.2.2.1. Etude à la fréquence fondamentale.

On peut obtenir par cette méthode le noyau d'ordre un de la série de Volterra, c'est à dire la réponse du système à un signal sinusoïdal pur de fréquence  $f_1$  de la forme

$$e_g(t) = \exp.(2i\pi f_1 t)$$

On obtient donc :

$$7. \quad (Y_g + Y_e).V_G(f_1) = 1.Y_g$$

$$8. \quad gm_1.V_{G_1}(f_1) + (gd_1 + Y_L).V_{D_1}(f_1) = 0$$

soit

$$9. \quad V_{G_1}(f_1) = \frac{Y_g}{Y_g + Y_e}$$

et

$$10. \quad V_{D_1}(f_1) = - \frac{gm_1}{gd_1 + Y_L} \cdot \frac{Y_g}{Y_g + Y_e}$$

### III.2.2.2 Etude au second ordre.

Le système est alors excité par un signal comportant deux fréquences  $f_1$  et  $f_2$  de la forme :

$$e_g(t) = \exp(2i\pi f_1 t) + \exp(2i\pi f_2 t)$$

Si l'on s'intéresse à l'amplitude du signal de sortie à une fréquence somme ( $f_1 + f_2$ ), on écrit alors les équations suivantes :

$$11. \quad (Y_g + Y_e).V_{g_2}(f_1, f_2) = Y_g.0 = 0$$

$$12. \quad gm_1.V_{G_2}(f_1, f_2) + (gd_1 + Y_L).V_{D_2}(f_1, f_2) = -F[i_2(t)]$$



où  $F[i_2(t)]$  est rappelons le, la transformée de Fourier de la source de courant  $i_2(t)$ .

$F[i_2(t)]$  s'écrit alors :

$$13. \quad F[i_2(t)] = g_{m2} \cdot V_{G_1}(f_1) \cdot V_{G_2}(f_2) + g_{d2} V_{D_1}(f_1) \cdot V_{D_1}(f_2) \\ + \frac{g_{m1} d_1}{2} [V_{G_1}(f_1) \cdot V_{D_1}(f_2) + V_{G_1}(f_2) \cdot V_{D_1}(f_1)]$$

Compte tenu que tous les termes sont réels et que l'impédance de charge est indépendante de la fréquence, les tensions  $V_{G_1}$  et  $V_{D_1}$  sont indépendantes de la fréquence. Aussi la transformée de Fourier du courant  $i_2(t)$  s'écrit alors :

$$14. \quad F[i_2(t)] = g_{m2} \cdot V_{G_1}^2 + g_{d2} V_{D_1}^2 + g_{m1} d_1 \cdot V_{G_1} \cdot V_{D_1}$$

On obtient alors :

$$16. \quad V_{D_2}(f_1, f_2) = - \frac{F[i_2(t)]}{g_{d1} + Y_L} \quad V_{G_2}(f_1, f_2) = 0 \quad 15.$$

### III.2.2.3 Etude au troisième ordre.

La démarche est identique à celle du second ordre. Le système est excité cette fois par un signal de la forme :

$$e_g(t) = \exp(2i\pi f_1 t) + \exp(2i\pi f_2 t) + \exp(2i\pi f_3 t).$$

On obtient alors :

$$17. \quad V_{G3}(f_1, f_2, f_3) = 0$$

$$18. \quad V_{D3}(f_1, f_2, f_3) = - \frac{F[i_3(t)]}{g_{d1} + Y_L}$$

$$\begin{aligned}
 \text{où } F[i_3(\tau)] &= g_{m_3} V_{G_1}^3 + 2g_{m_2} V_{G_1} V_{G_2} + g_{d_3} V_{D_1}^3 + 2g_{d_2} V_{D_1} V_{D_2} \\
 19. \quad &+ g_{m_1} d_1 [V_{G_1} \cdot V_{D_2} + V_{G_2} \cdot V_{D_1}] + g_{m_2} d_1 V_{G_1}^2 V_{D_1} \\
 &+ g_{m_1} d_2 \cdot V_{G_1} V_{D_1}^2
 \end{aligned}$$

### III.2.3 Détermination des coefficients.

A partir des différentes relations établies précédemment il est clair qu'il est possible de déterminer successivement les différents coefficients  $g_{kl}$  en mesurant la tension de sortie  $V_D$  aux fréquences  $f$ ,  $2f$  et  $3f$  pour différentes valeurs de la charge  $Y_L$ , quand on applique un signal sinusoïdal à l'entrée du système.

#### III.2.3.1 Mesures à la fréquence fondamentale.

Pour une puissance d'entrée ou une tension d'entrée donnée, on mesure l'amplitude de la tension de sortie à la fréquence fondamentale. Ecrivons l'expression de la tension de sortie. Si  $Y_g = Y_e$  alors l'équation (10) permet d'écrire :

$$20. \quad V_{ds_1} = - E_g \frac{g_{m_1}}{g_{d_1} + Y_L} \cdot \frac{1}{2}$$

On voit donc que l'utilisation de deux admittances de charge permet de calculer  $g_{m_1}$  et  $g_{d_1}$ . Pour que les mesures effectuées soient correctes, il sera nécessaire de travailler dans la zone linéaire de la caractéristique  $P_{\bar{s}} = f(P_e)$ .

#### III.2.3.2 Mesures à l'harmonique deux.

On mesurera dans les mêmes conditions que précédemment l'amplitude de la tension de sortie à l'harmonique deux. Si  $Y_g = Y_e$ , les équations (14) et (16) nous permettent d'écrire :

$$21. \quad V_{ds_2}(t) = - \frac{E_g^2}{2} \frac{1}{g_{d_1} + Y_L} \cdot \frac{1}{4} \left[ g_{m_2} + g_{d_2} \left( \frac{g_{m_1}}{g_{d_1} + Y_L} \right)^2 - g_{m_1} d_1 \left( \frac{g_{m_1}}{g_{d_1} + Y_L} \right) \right]$$

Cette relation qui lie la tension de sortie à l'harmonique deux aux différents coefficients  $g_{k\ell}$  et à la charge  $Y_L$  peut se mettre sous la forme suivante :

$$22. \quad V_{ds_2}(t) = -\frac{1}{2} \frac{G}{gm_1} \cdot V_{gs}^2 [gm_2 - gm_1 d_1 G + gd_2 G^2]$$

Pour déterminer les coefficients  $gm_2$ ,  $gd_2$  et  $gm_1 d_1$ , il faut mesurer la tension de sortie à l'harmonique deux en utilisant trois impédances de charge différentes.

Le système à résoudre s'écrira alors :

$$23. \quad \begin{bmatrix} V_{ds_{21}} \\ V_{ds_{22}} \\ V_{ds_{23}} \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{V_{gs}^2}{gm_1} \cdot \begin{bmatrix} G_1 & -G_1^2 & G_1^3 \\ G_2 & -G_2^2 & G_2^3 \\ G_3 & -G_3^2 & G_3^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} gm_2 \\ gm_1 d_1 \\ gd_2 \end{bmatrix}$$

### III.2.3.3 Mesures à l'harmonique trois.

La démarche est la même que pour l'harmonique deux. En tenant compte de l'expression de la tension de sortie à l'harmonique trois et à partir des équations (18) et (19), et sachant que  $Y_g = Y_e$ , on aboutit à la relation suivante :

$$24. \quad V_{ds_3}(t) = -\frac{E_g^3}{4} \frac{1}{gd_1 + Y_L} \cdot \frac{1}{8} [gm_3 - gm_2 d_1 \left(\frac{gm_1}{gd_1 + Y_L}\right) + gm_1 d_2 \left(\frac{gm_1}{gd_1 + Y_L}\right)^2 - gd_3 \left(\frac{gm_1}{gd_1 + Y_L}\right)^3 + \frac{1}{gd_1 + Y_L} (gm_2 - gm_1 d_1 \left(\frac{gm_1}{gd_1 + Y_L}\right) + gd_2 \left(\frac{gm_1}{gd_1 + Y_L}\right)^2) \cdot (2gd_2 \left(\frac{gm_1}{gd_1 + Y_L}\right) - gm_1 d_1)]$$

Il y a quatre coefficients inconnus :  $gm_3$ ,  $gm_1 d_2$ ,  $gd_3$ ,  $gm_2 d_1$ , il faut donc mesurer la tension de sortie à l'harmonique trois pour quatre valeurs différentes de l'impédance de charge.

d'où le système d'équations suivant :

$$25. \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -G_1 & G_1^2 & G_1^3 \\ 1 & -G_2 & G_2^2 & G_2^3 \\ 1 & -G_3 & G_3^2 & G_3^3 \\ 1 & -G_4 & G_4^2 & G_4^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} gm_3 \\ gm_2 d_1 \\ gm_1 d_2 \\ gd_3 \end{bmatrix}$$

où

$$E_i = \frac{-V_{ds3}}{\frac{1}{4} \frac{G_i}{gm_1} \cdot V_{gs}^3} - \frac{G_i}{gm_1} \cdot K \cdot K'$$

$$K = gm_2 - gm_1 d_1 \cdot G_i + gd_2 \cdot G_i^2$$

$$K' = 2gd_2 \cdot G_i - gm_1 d_1$$

$$G_i = gm_1 / (gd_1 + Y_{Li})$$

La résolution du système d'équations (25) est alors aisée et l'on obtient les coefficients  $g_{k\ell}$  restants, en l'occurrence  $gm_3$ ,  $gm_1 d_2$  et  $gd_3$ .

### III.2.4 Application de la méthode.

La mesure de la distorsion harmonique a été réalisée suivant le schéma synoptique de la fig.21. L'expérience a été réalisée au Centre National d'Etudes des Télécommunications de Lannion avec la collaboration de Mrs GOLOUBKOFF et SOARES.

Le filtre passe-bas placé à l'entrée réduit le niveau d'harmonique issu du générateur, le signal à l'entrée de l'amplificateur devant présenter un taux d'harmonique inférieur à - 60 dB. Le filtre passe-haut placé en sortie présente une atténuation élevée à la fréquence fondamentale de façon que le récepteur ne soit pas amené à travailler en régime grand signal et puisse fabriquer lui-même des signaux harmoniques qui s'ajouteraient à ceux que l'on veut mesurer.

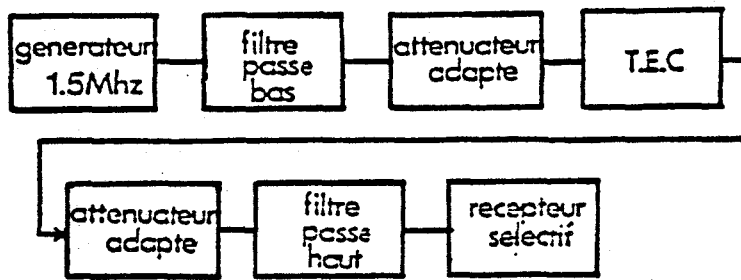


Figure 21: Schéma synoptique du banc de mesure de la distorsion harmonique.

Le récepteur utilisé (Wandel et Goltermann) permet de détecter des harmoniques dont l'amplitude est de - 60 dB par rapport au fondamental.

Le niveau d'entrée est ajusté à l'aide d'atténuateurs à plots adaptés afin de se trouver dans la région de mesure favorable. Ainsi les pentes seront de :

- 1:1 pour le fondamental (1.5 MHz)
- 2:1 pour l'harmonique deux (3 MHz)
- et 3:1 pour l'harmonique trois (4.5 MHz).

Les différentes composantes sont donc mesurées pour différentes charges  $Y_L$  : les valeurs seront choisies autour de celles de la conductance de sortie  $g_d$  afin de pouvoir résoudre les systèmes d'équations établis précédemment (20), (23) et (25) avec une bonne précision.

#### III.2.4.1 Résultats.

Les différents coefficients non linéaire  $g_{kl}$  ont été déterminés par cette méthode pour différents transistors et pour différentes conditions de polarisation.

Un transistor à effet de champ L.E.P 386 C13 ( $1\mu$ ), a été particulièrement étudié. Afin de mettre en évidence les évolutions des différents coefficients, ce transistor a été étudié pour trois points de polarisation différents

- au voisinage du pincement
- à  $I_{dss}/2$
- au voisinage de  $I_{dss}$

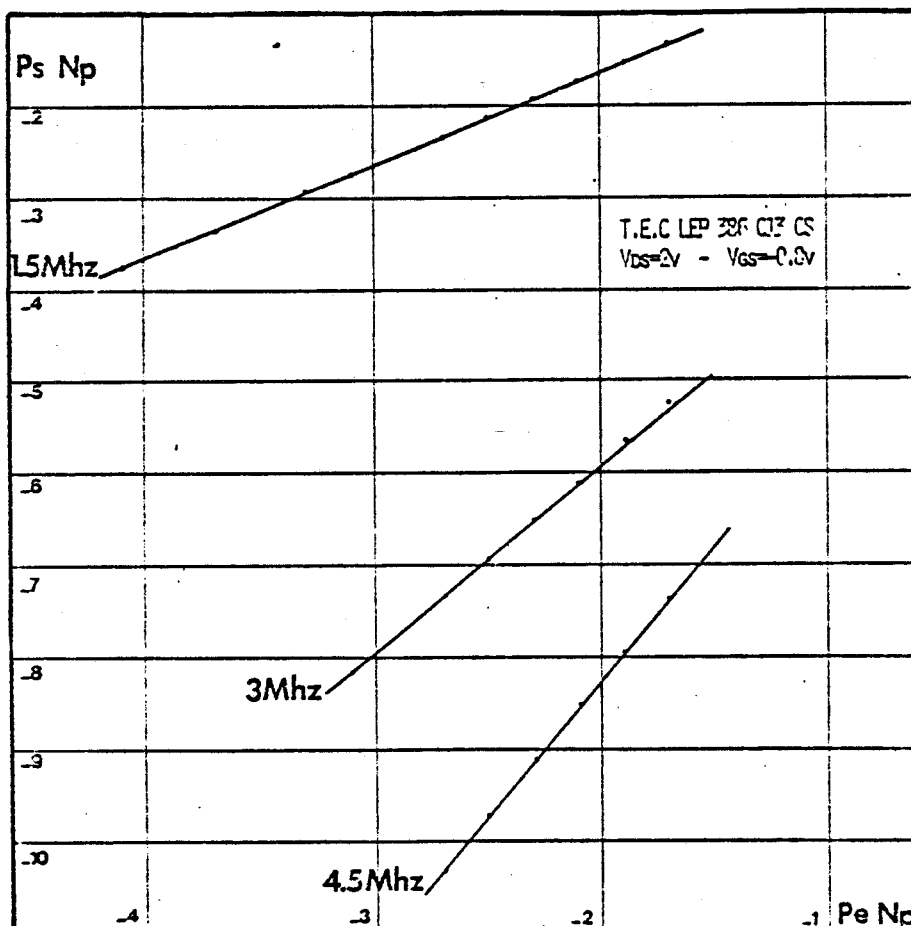
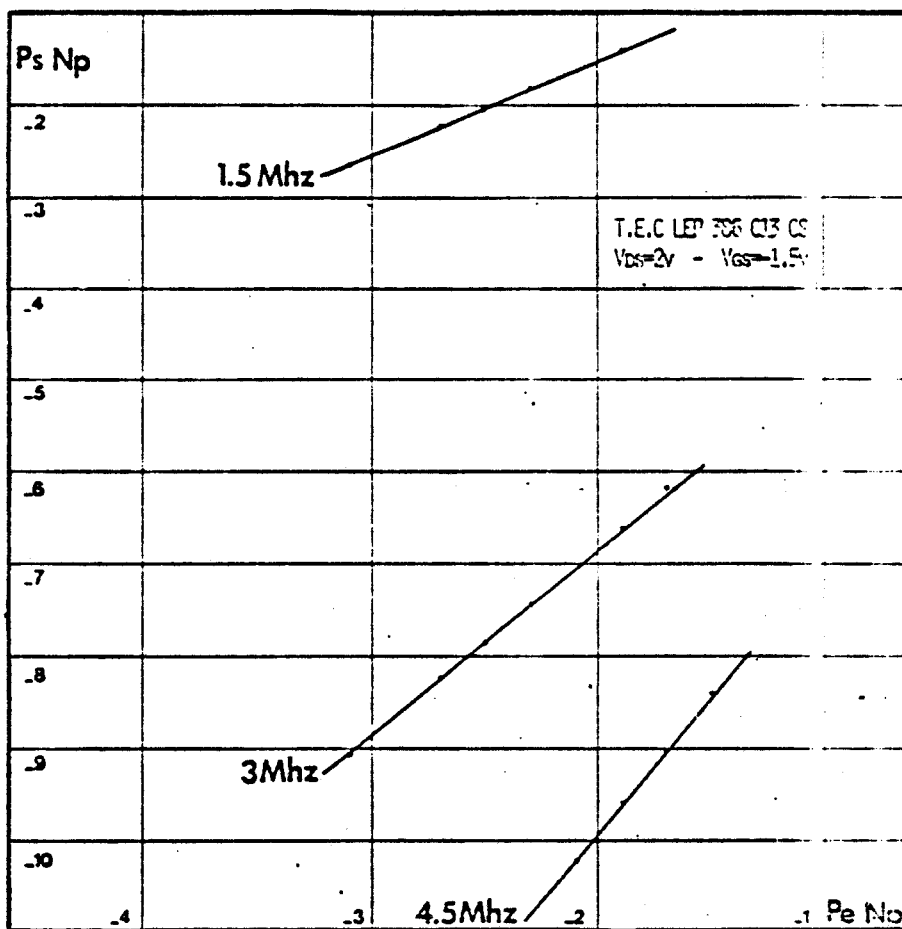
Afin de pouvoir effectuer les mesures en restant dans la zone quasi-linéaire de la caractéristique de transfert  $P_S = f(P_e)$ , c'est à dire en régime faiblement non linéaire, on a relevé préalablement l'évolution de la puissance de sortie au fondamental ainsi qu'à l'harmonique deux et trois en fonction de la puissance d'entrée.

Les fig. 22 et 23 représentent ces évolutions pour deux points de polarisation distincts, pour le T.E.C. LEP 386 C13CS.

On a donc ajusté le niveau d'entrée afin de se situer dans la zone quasi-linéaire.

Les différentes composantes sont donc mesurées pour différentes charges  $Y_L$ .

Les différents coefficients  $g_{kl}$  sont alors calculés suivant la méthode exposée au § III.2.3.



BUS  
LILLE

Figure 22 & 23: Evolution de la puissance de sortie au fondamental ainsi qu'à l'harmonique deux et trois en fonction de la puissance d'entrée.

Un exemple typique montrant l'évolution de ces coefficients en fonction de la polarisation est donné dans le tableau II .

Il s'avère difficile d'en tirer des enseignements. Cependant, il apparaît que le choix d'un courant voisin de  $I_{d_{SS}}/2$  semble minimiser les coefficients du troisième ordre. Un bon compromis pour le choix du courant serait  $I_{d_{SS}}/2$ .

La méthode de mesure ne permet pas, d'une part, d'accéder à tous les coefficients, en particulier la non linéarité de  $C_{gs}$  qui peut s'avérer plus importante.

D'autre part, l'existence de compensations éventuelles n'est pas mise en évidence. Un autre inconvénient est le problème des pièges, dont l'influence subsiste à la fréquence de travail.

### III.3 MESURE DES ELEMENTS NON-LINEAIRES DANS LA GAMME 0.1 - 1 GHz.

#### III.3.1 Introduction.

Le but est d'accéder à l'évolution des éléments du schéma équivalent en fonction des grandeurs continues de polarisation.

Si l'on connaît de façon précise ces variations, il est alors aisé d'obtenir les différents coefficients non linéaires nécessaires pour effectuer une analyse en série de Volterra. A cette fin, il suffira d'approximer par un polynôme les variations des éléments du schéma et de calculer alors les dérivées successives. L'intérêt du choix de la gamme de fréquence 0.1/1 GHz vient du fait que :

- la fréquence est suffisamment haute pour que les effets de pièges ne se manifestent plus
- les capacités  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$  puissent avoir une influence. En même temps la fréquence est suffisamment basse pour que le schéma équivalent du transistor puisse être simplifié de façon à pouvoir relier aisément les paramètres  $S_{ij}$  de la matrice de dispersion aux éléments du schéma.

#### III.3.2 Application à la mesure d'un composant.

Les mesures des principaux éléments non linéaires en fonction de la polarisation seront effectuées à l'analyseur de réseaux automatique. Aussi serons-nous amenés à nous intéresser à la correction des erreurs introduites par les imperfections de l'analyseur sur les valeurs mesurées.

La figure 24 représente le schéma de l'analyseur de réseaux comportant le composant à mesurer qui est un quadripôle.



TABLEAU II

$E_{kL}$	$V_{ds} = 2v$ $I_d = 30 \text{ mA}$ $V_{gs} = -.2v$	$V_{ds} = 2v$ $I_d = 20 \text{ mA}$ $V_{gs} = -.8v$	$V_{ds} = 2v$ $I_d = 10 \text{ mA}$ $V_{gs} = -1.5v$
$E_{01}$	2.22 $10^{-3}$	2.04 $10^{-3}$	1.61 $10^{-3}$
$E_{10}$	13.8 $10^{-2}$	13 $10^{-2}$	11 $10^{-2}$
$E_{02}$	$\frac{1}{2} \frac{g_{gd}}{g_{ds}}$ - 0.46 $10^{-3}$	- 1.95 $10^{-3}$	+ 0.56 $10^{-3}$
$E_{11}$	1.22 $10^{-3}$	8.58 $10^{-4}$	- 0.34 $10^{-3}$
$E_{20}$	$\frac{1}{2} \frac{g_{gm}}{g_{gs}}$ 1.44 $10^{-3}$	1.27 $10^{-3}$	9.9 $10^{-3}$
$E_{03}$	$\frac{1}{2} \frac{g_{gd}}{g_{ds}^2}$ +0.32 $10^{-3}$	+ 0.32 $10^{-3}$	+ 4.52 $10^{-4}$
$E_{21}$	0.54 $10^{-4}$	0.35 $10^{-3}$	3.4 $10^{-3}$
$E_{12}$	-2.41 $10^{-3}$	- 1.21 $10^{-3}$	- 9.5 $10^{-3}$
$E_{30}$	$\frac{1}{6} \frac{g_{gm}^2}{g_{gs}^2}$ 0.4 $10^{-3}$	0.31 $10^{-3}$	5.13 $10^{-3}$



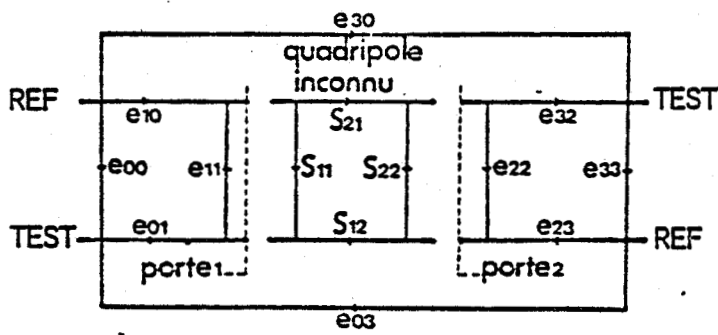


Figure 24: Schéma équivalent d'erreur d'un analyseur de réseaux à deux portes.

En appliquant la règle de MASON à la figure 24, on pourra exprimer les paramètres  $M_{ij}$  mesurés en fonction des coefficients d'erreur  $e_{ij}$  et des paramètres du quadripôle. On obtient alors :

$$M_{11} = \frac{b_1}{a_1} = (S_{11})_{\text{mes}} = e_{00} + \frac{S_{11}e_{10}e_{01}(1 - S_{22}e_{22}) + S_{21}S_{12}e_{22}e_{10}e_{01}}{X}$$

$$M_{21} = (S_{21})_{\text{mes}} = e_{30} + \frac{S_{21}e_{10}e_{32}}{X}$$

$$M_{12} = (S_{12})_{\text{mes}} = e_{03} + \frac{S_{12}e_{01}e_{23}}{X}$$

$$M_{22} = (S_{22})_{\text{mes}} = e_{33} + \frac{S_{22}e_{32}e_{23}(1 - S_{11}e_{11}) + S_{21}S_{12}e_{11}e_{32}e_{23}}{X}$$

où  $X = 1 - S_{11}e_{11} - S_{22}e_{22} - S_{12}S_{21}e_{11}e_{22} + S_{22}S_{11}e_{11}e_{22}$

On voit donc que pour obtenir les paramètres  $S_{ij}$  du composant il faudra connaître les coefficients d'erreurs  $e_{ij}$ . Ces coefficients seront déterminés en mettant à la place du quadripôle les éléments de référence suivants :

- court-circuit
- circuit ouvert
- charge adaptée.

On en tiendra alors compte au moment de la mesure du composant [1] .

Si le dispositif à mesurer est connecté, on peut déduire des mesures effectuées les valeurs des paramètres propres du quadripôle.

$$S_{11} = (G[1 + e_{22} H] - e_{22} EF)/N$$

$$S_{12} = E/N$$

$$S_{21} = F/N$$

$$S_{22} = (H[1 + e_{11} G] - e_{11} EF)/N$$

où

$$N = (1 + e_{11} G)(1 + e_{22} H) - e_{11} e_{22} EF$$

$$E = M_{12} / e_{01} e_{23}$$

$$F = M_{21} / e_{10} e_{32}$$

$$G = (M_{11} - e_{00}) / e_{10} e_{01}$$

$$H = (M_{22} - e_{33}) / e_{32} e_{23}$$

### III.3.3 Application au transistor à effet de champ.

Dans la gamme .1/1GHz, compte tenu des simplifications du schéma équivalent, des relations très simples existent entre les paramètres  $Y_{ij}$  et les éléments de ce schéma représenté par la fig 25 .

On peut calculer facilement les paramètres  $Y_{ij}$  qui s'écrivent :

$$Y_{11} = i\omega(C_{gd} + C_{gs})/Y_0$$

$$Y_{12} = -i\omega C_{gd}/Y_0$$

$$Y_{21} = (gm - i\omega C_{gd})/Y_0$$

$$Y_{22} = (gd + i\omega(C_{gd} + C_{ds})/Y_0)$$

où  $Y_0$  est l'admittance caractéristique (20 ms). En transformant la matrice [Y] en matrice [S] et en effectuant un développement limité au premier ordre en  $i\omega$ , on obtient :

$$S_{11} \approx 1 - 2i\omega \epsilon_{11}/Y_0$$

$$S_{12} \approx \frac{2i\omega C_{gd}/Y_0}{1 + gd/Y_0}$$

$$S_{21} \approx \frac{-2gm/Y_0}{1 + gd/Y_0}$$

$$S_{22} \approx \frac{1 - gd/Y_0}{1 + gd/Y_0} (1 - 2i\omega \epsilon_{22}/Y_0)$$

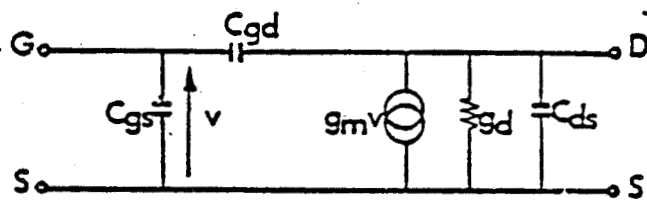


Figure 25: Schéma équivalent du transistor T.E.C dans la gamme 0.1/1 GHz.



avec

$$\epsilon_{11} = [C_{gs}(1 + gd/Y_o) + C_{gd}(1 + gd/Y_o + gm/Y_o)] / (1 + gd/Y_o)$$

$$\epsilon_{22} = [C_{ds} + C_{gd}(1 + gm/Y_o)] / (1 - (gd/Y_o)^2)$$

Dans la limite de validité du développement considéré d'une part, les phases de  $S_{11}$  et  $S_{22}$ , et le module de  $S_{12}$  varient linéairement avec la fréquence, d'autre part, les modules de  $S_{21}$  et  $S_{22}$  sont indépendants de la fréquence. Il suffira donc de mesurer les paramètres  $S_{ij}$  tout d'abord en fonction de la fréquence pour un point de polarisation moyen ( $I_{d_{SS}}/2$ ,  $V_{ds} = 2.5v$  par exemple), de choisir la fréquence de travail où ces lois de variations sont vérifiées, puis de mesurer à cette fréquence, les quatre paramètres  $S_{ij}$  (cf. § III.3.2) en fonction des tensions continues de polarisation.

Les paramètres  $S_{ij}$  étant mesurés, il est alors aisé d'en déduire les valeurs des éléments du schéma équivalent :

$$gd = Y_o (1 - |S_{22}|) / (1 + |S_{22}|)$$

$$gm = Y_o |S_{21}| (1 + gd/Y_o) / 2$$

$$C_{gd} = Y_o |S_{12}| (1 + gd/Y_o) / 2\omega$$

$$C_{gs} = [ \Re Y_{11} / \omega ] - C_{gd}$$

#### III.3.4 Méthode d'exploitation.

Les mesures sont effectuées à l'analyseur de réseaux Hewlett-Packard. L'organigramme général du programme d'exploitation est présenté fig 26. L'analyseur de réseaux est couplé à un ordinateur HP 9825 qui permet, d'une part de faire le calcul des coefficients d'erreur  $e_{ij}$  et d'assurer leur mise en mémoire, d'autre part de réaliser le pilotage de la tension continue servant à la polarisation du transistor.

Il suffira de choisir alors la fréquence de mesure ainsi que la plage de variation de la tension grille-source. La tension  $V_{gs}$ , variera alors automatiquement par pas de 50 mV tandis que la tension drain-source  $V_{ds}$  est ajustée manuellement. Les quatre paramètres  $S_{ij}$  ayant été mesurés en fonction de la polarisation, il suffira d'introduire les corrections liées aux termes d'erreur  $e_{ij}$  afin de pouvoir en déduire les valeurs de  $gm$ ,  $gd$ ,  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$ .

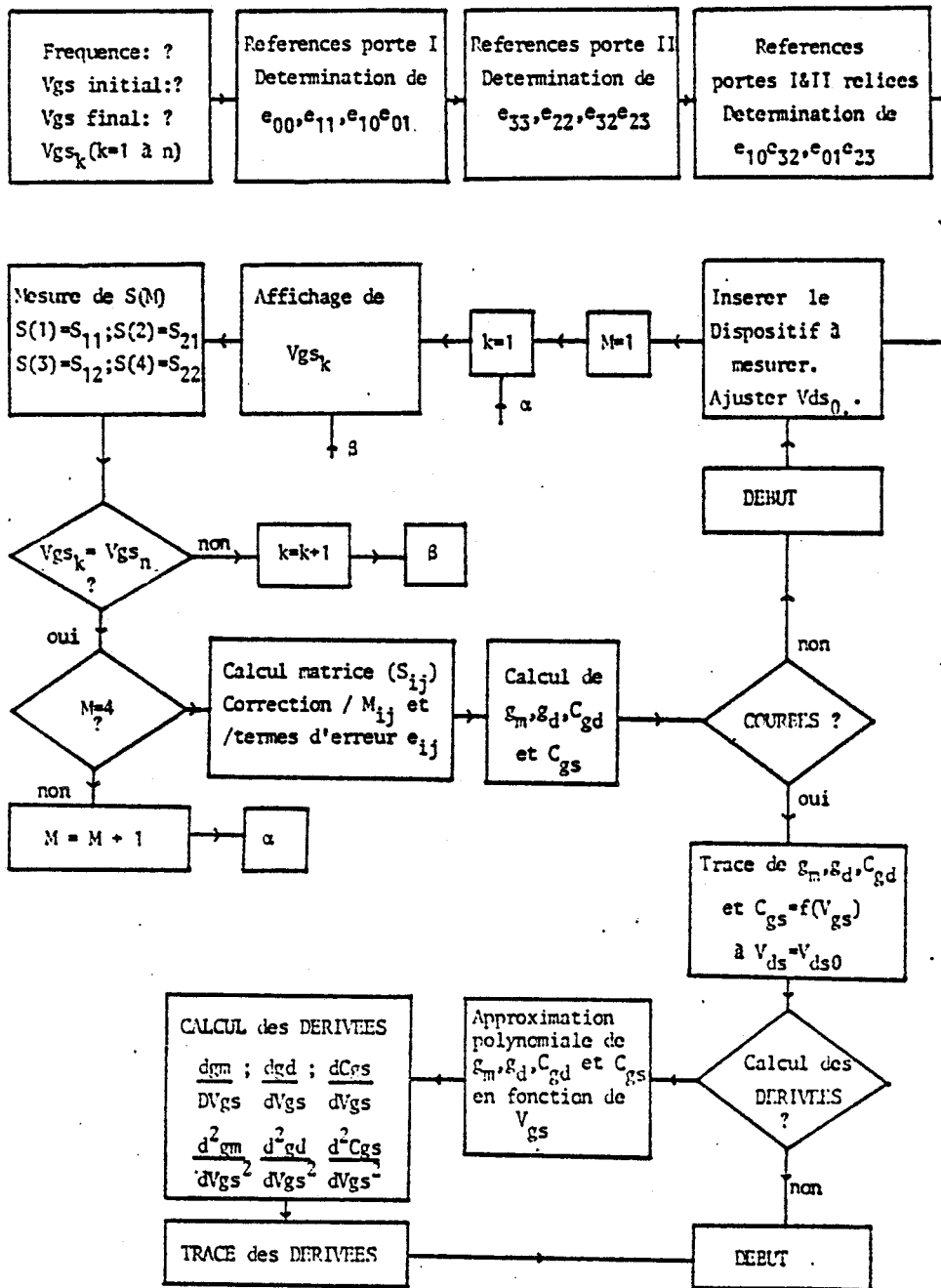


Figure 26: Organigramme général du programme de calcul des coefficients non linéaires du T.E.C en fonction de la polarisation.

Les variations de chaque élément en fonction de la polarisation sont décrites alors par une approximation polynomiale.

Pour chaque point de polarisation, il est alors possible de calculer les dérivées partielles jusqu'à l'ordre trois, qui donnent les coefficients en série de Volterra nécessaires au calcul de l'intermodulation.

### III.3.5 Résultats typiques obtenus.

Cette méthode a été appliquée à l'étude de nombreux transistors.

A titre d'exemple, nous montrons ainsi les évolutions des quatre éléments du schéma équivalent du transistor NEC 388 en fonction de grandeurs continues de polarisation  $V_{ds}$  et  $V_{gs}$ , fig 27 à 30.

On donne également les évolutions de  $g_m = f(V_{gs})$  et de  $gd = f(V_{gs})$  approximées par un polynôme de degré 5. Fig 31 et 32. On peut voir qu'ainsi la description des variations est précise.

Les évolutions des dérivées en fonction de la polarisation sont données sur les fig 33 à 38. On peut remarquer alors :

- l'importance de ces évolutions en particulier celle de  $C_{gs}$
- leur dépendance très significative en fonction de la polarisation.

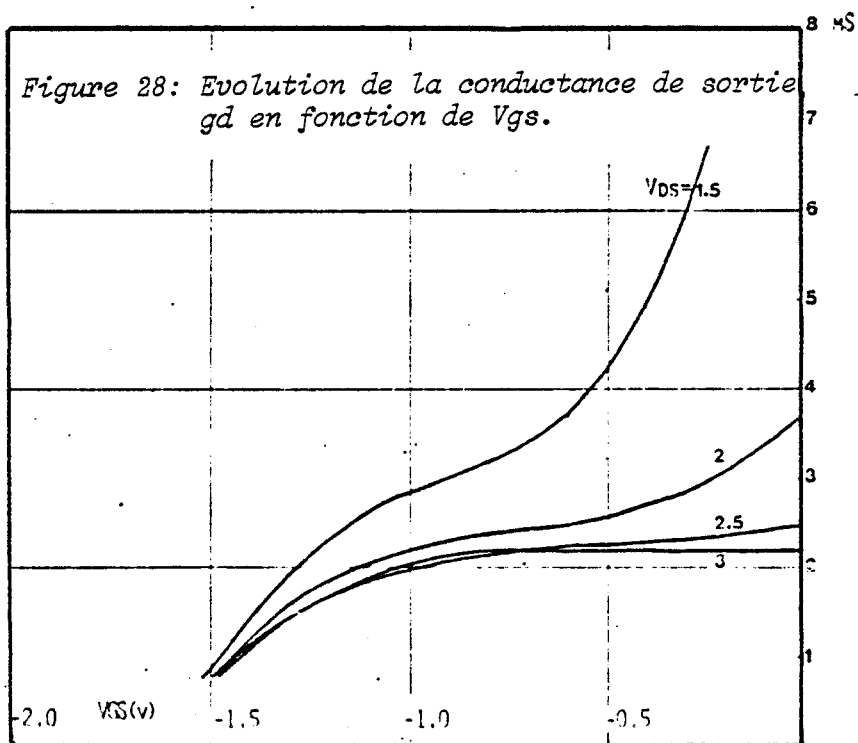
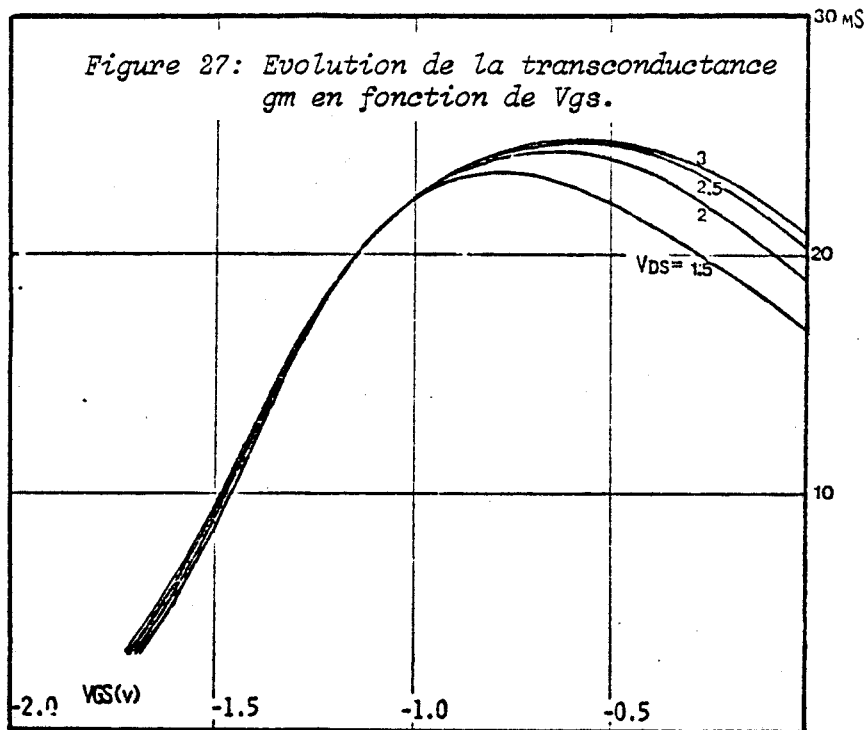
On remarque également que pour ce transistor on peut définir un point de polarisation tel que les dérivées passent ensemble par un minimum. Pour ce point de faible non linéarité on pourra évaluer directement les dérivées partielles en vue de calculer le point d'interception de l'intermodulation d'ordre trois.

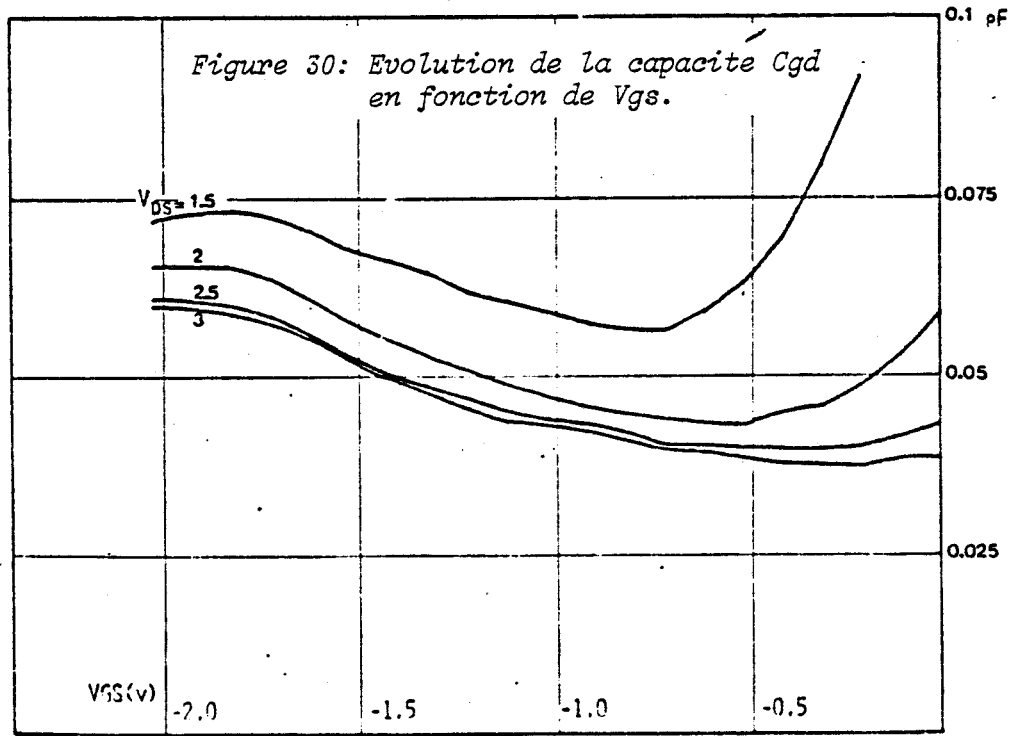
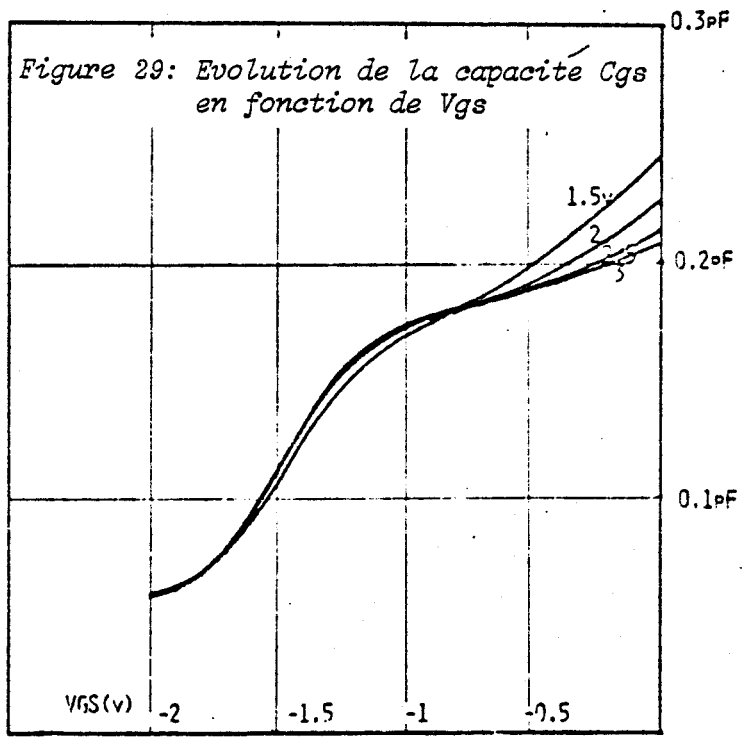
### III.3.6 Comparaison des deux méthodes précédentes.

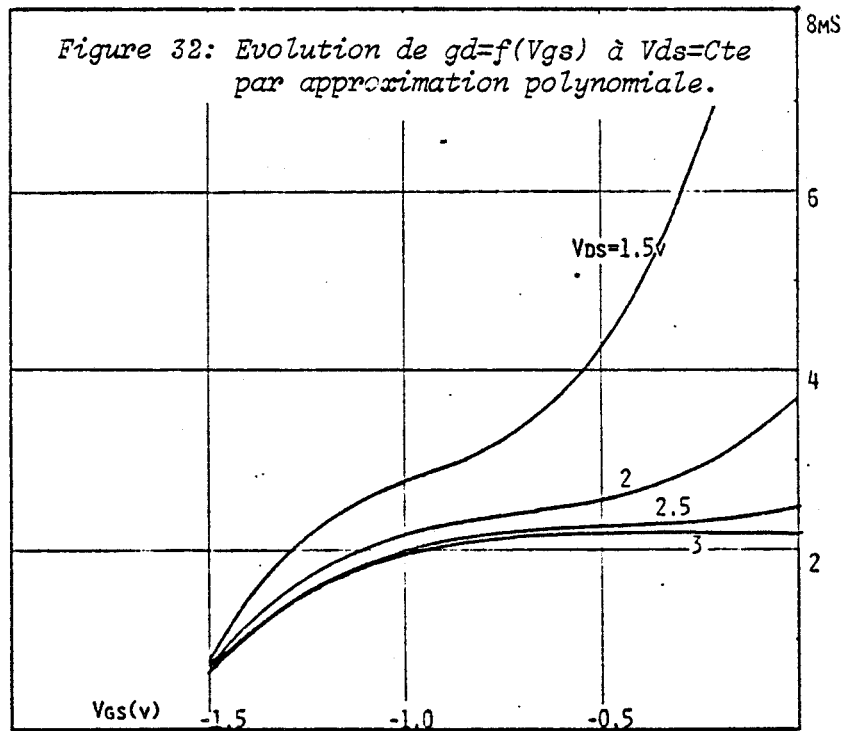
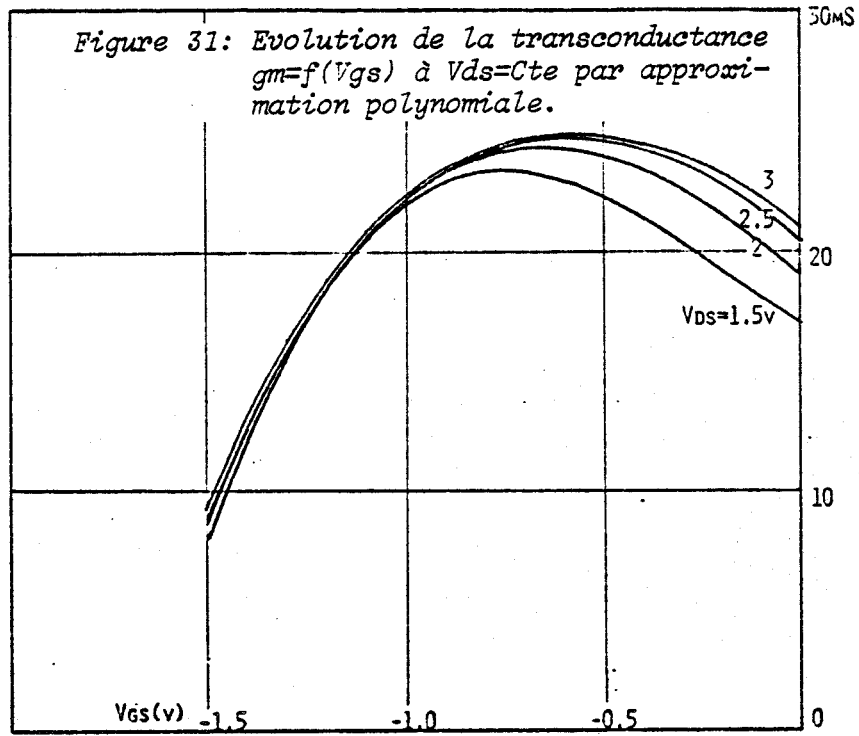
Les coefficients non linéaires du transistor à effet de champ ont été déterminés en utilisant les deux méthodes développées précédemment

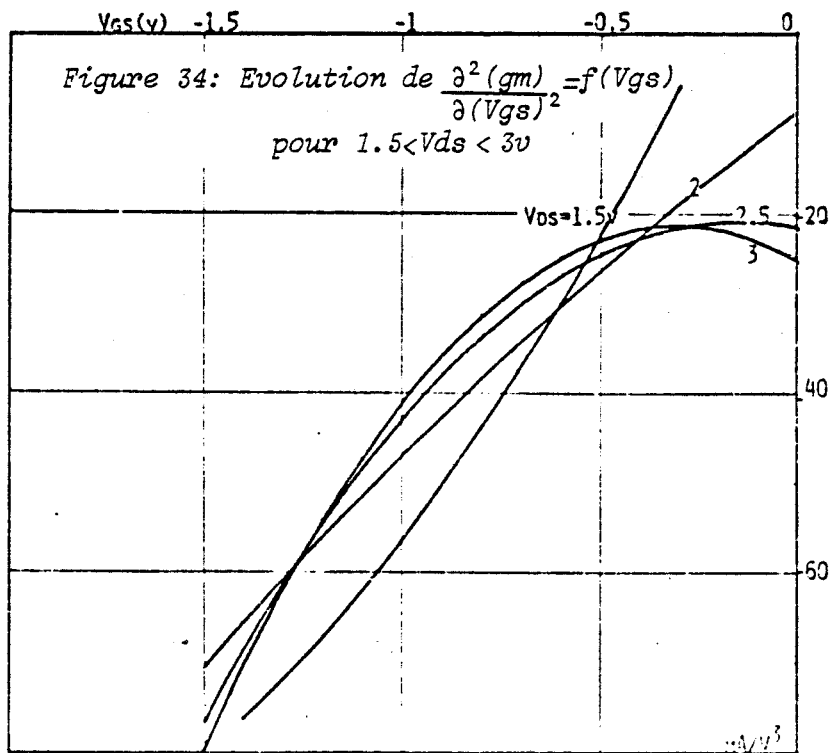
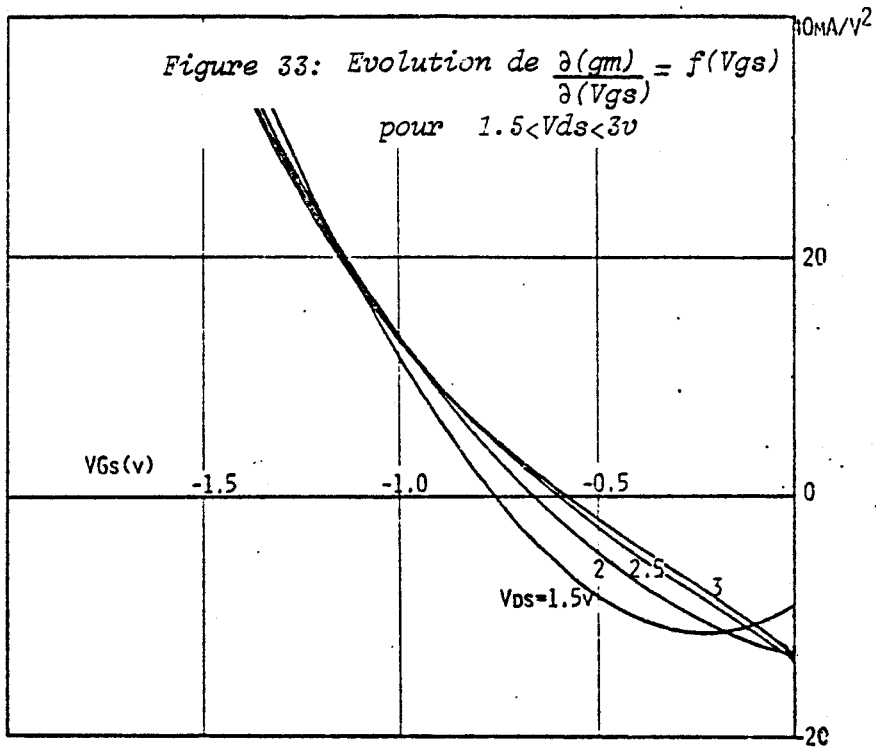
- d'une part, à partir des évolutions des éléments du schéma équivalent en fonction des grandeurs continues de polarisation déduites des mesures des paramètres  $S_{ij}$  dans la bande 0.1/1 GHz.
- d'autre part, à partir de l'évaluation de la distorsion harmonique pratiquée à 1 MHz.

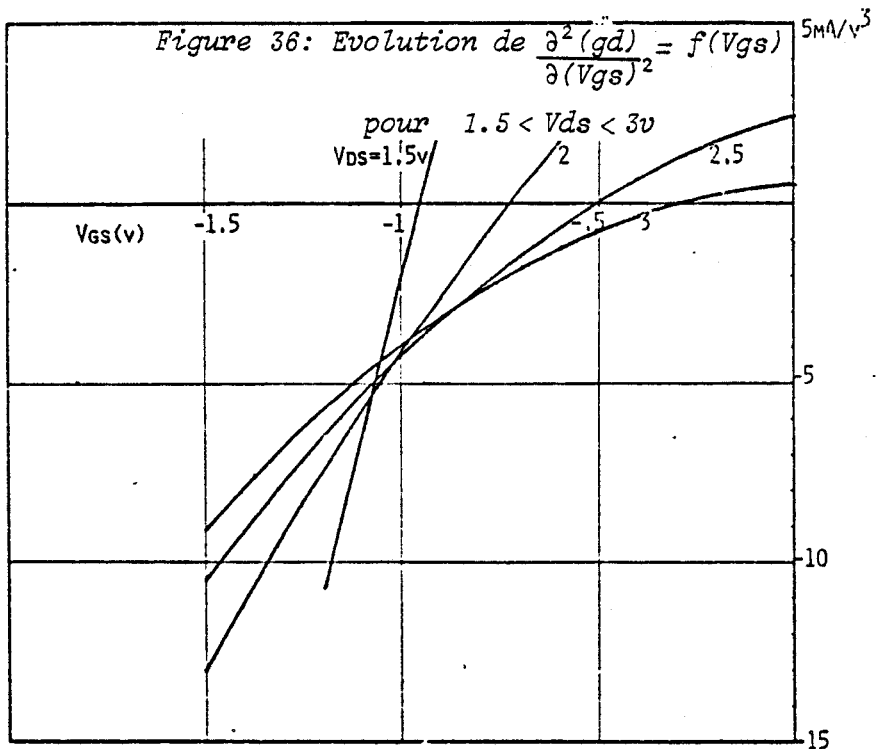
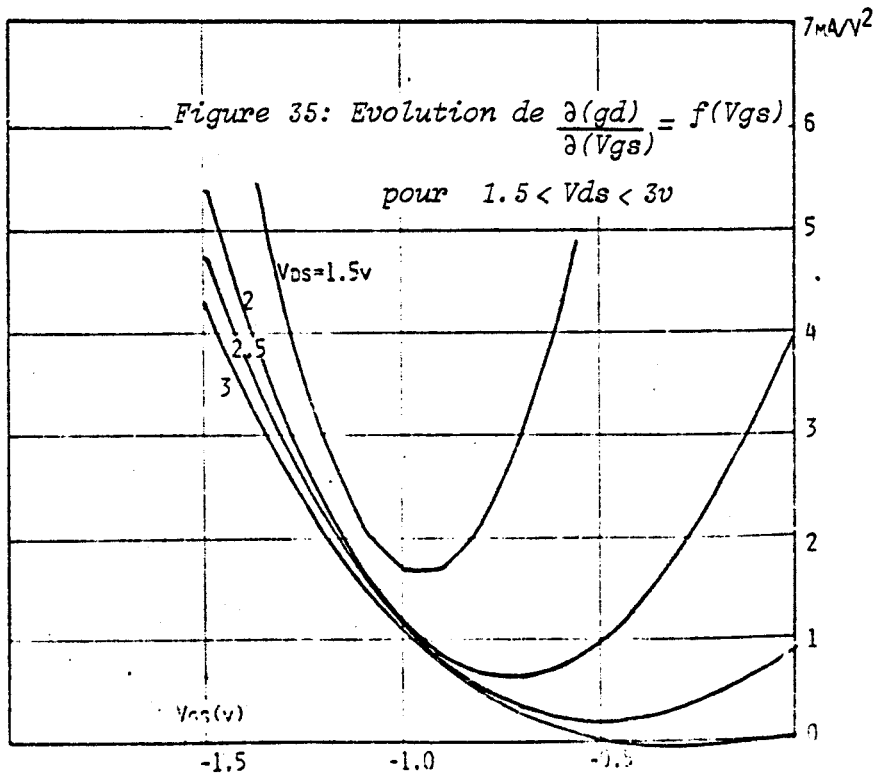


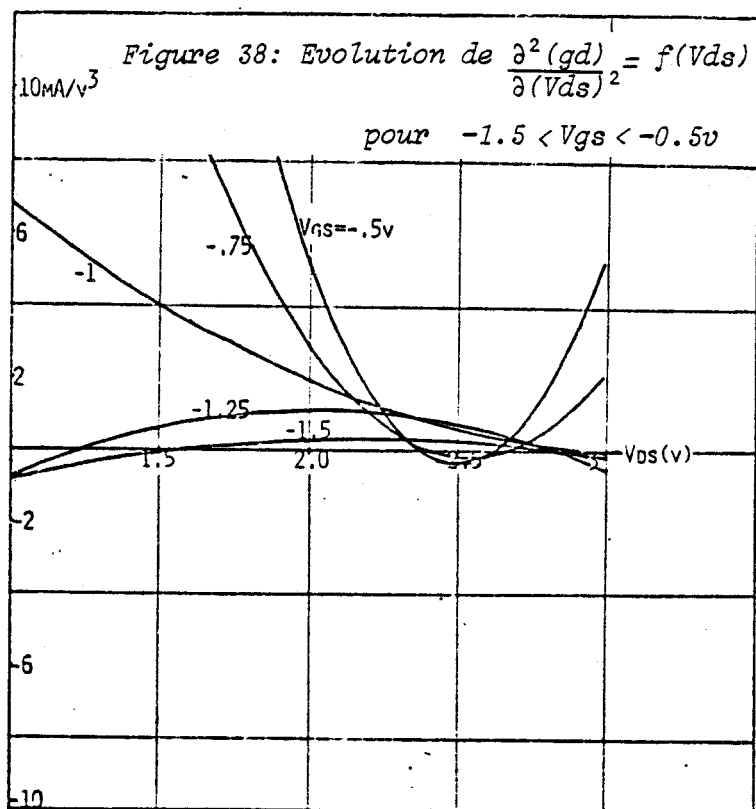
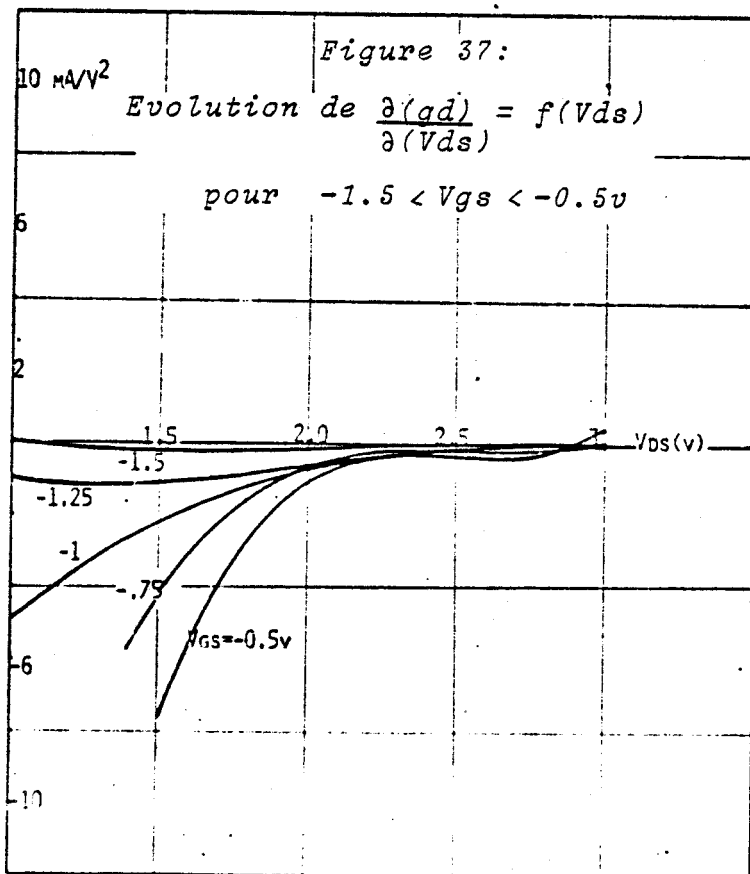












En ce qui concerne la première méthode, la fréquence de mesure a été de 1 GHz. En effet, à cette fréquence on peut déduire directement les valeurs des éléments du schéma équivalent de celles des paramètres  $S_{ij}$ , les simplifications utilisées étant tout à fait valables. De plus, dans cette gamme, les éléments du schéma équivalent sont indépendants de la fréquence.

A cette fréquence, les quatre paramètres  $S_{ij}$  du T.E.C. ont été mesurés en fonction de la polarisation (§ III.3.4) afin d'en déduire l'évolution de la conductance de sortie  $g_d$  et de la transconductance  $g_m$ . Les résultats obtenus pour le transistor LEP 386 C13 sont donnés sur les fig. (39) et (40) où l'on présente l'évolution de  $g_m = f(V_{ds})$  et  $g_d = f(V_{ds})$  à  $V_{gs} = Cte$  et sur les fig. (41) et (42) où l'on montre les variations de  $g_m = f(V_{gs})$  et  $g_d = f(V_{gs})$  à  $V_{ds} = Cte$ .

Compte tenu de la précision obtenue sur la mesure des paramètres  $S_{ij}$  (en module 0.2 dB et en phase 1 deg) et du principe du calcul de l'approximation polynomiale utilisant une méthode des moindres carrés, on peut atteindre une précision absolue à mieux de 3% sur les dérivées première et à mieux de 5% sur les dérivées seconde.

En conséquence les valeurs et les évolutions des dérivées première et seconde en fonction de la polarisation présentées sur les fig. (43) à (54) nous apparaissent tout à fait significatives.

Ainsi le calcul des coefficients non linéaires de la table I est immédiat.

Afin de pouvoir comparer les résultats obtenus par les deux méthodes, nous avons reporté sur les fig. (44, 45) ainsi que sur les fig. (53, 54) les valeurs des dérivées première et seconde de  $g_m$  et  $g_d$  obtenues par la méthode de la distorsion harmonique.

On voit ainsi que ;

- l'accord est correct lorsque la mesure a été faite pour un point de polarisation voisin de  $I_{DSS}$ .

- Les coefficients d'ordre deux ( $g_{02}, g_{20}$ ), d'ordre trois ( $g_{03}, g_{30}$ ) ainsi que les termes croisés ( $g_{11}, g_{21}, g_{12}$ ) obtenus par les deux méthodes de mesure sont proches pour des points de polarisation voisin de  $I_{DSS}$ , mais tendent à se disperser en dessous avec l'apparition de problèmes de signes pour les dérivées ce qui n'apparaît pas comme étant significatif pour ce transistor.

Le calcul des coefficients non linéaires obtenus par les deux méthodes est présenté simultanément sur le tableau trois (III)

Cependant, il s'avère que compte tenu de la précision de mesure des éléments du schéma équivalent en fonction de la polarisation, de la reproductibilité des mesures obtenues, de la précision obtenue avec l'approximation polynomiale utilisée, la mé-

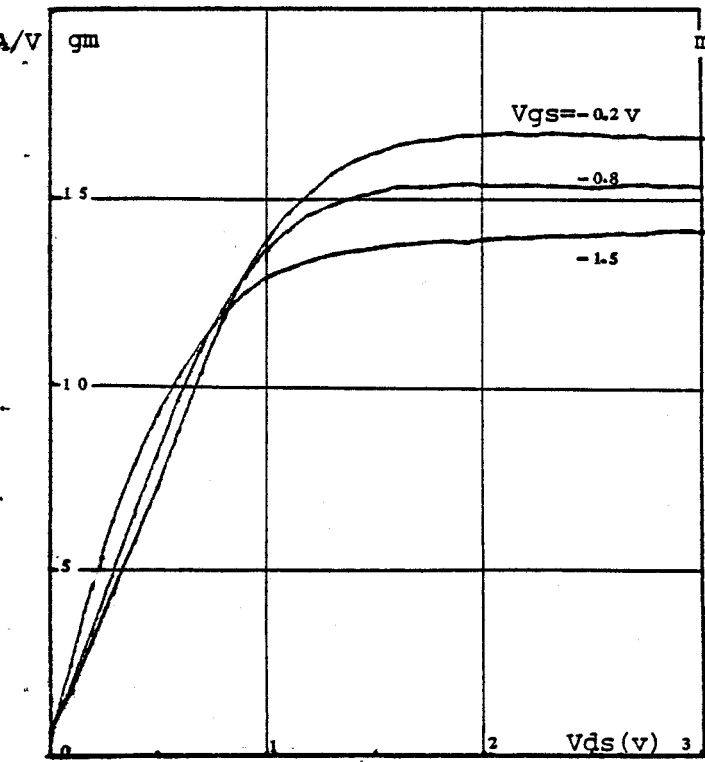


Figure 39: Evolution de  $g_m = f(V_{ds})$  à  $V_{gs} = Cte$

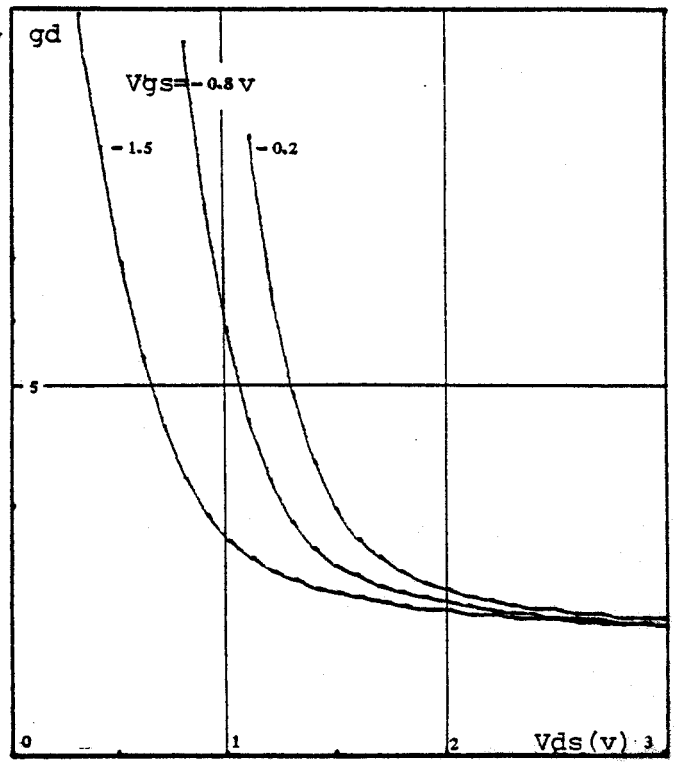


Figure 40: Evolution de  $g_d = f(V_{ds})$  à  $V_{gs} = Cte$

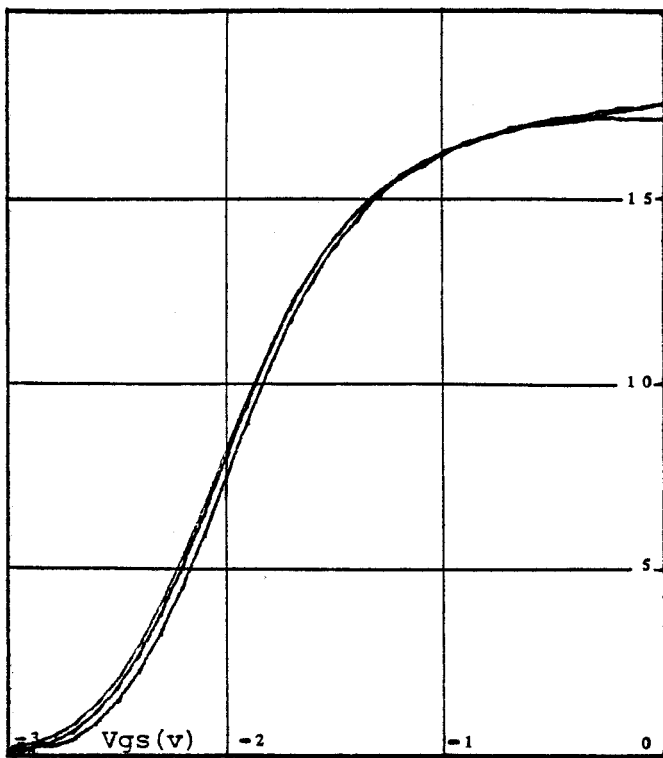


Figure 41: Evolution de  $g_m = f(V_{gs})$  à  $V_{ds} = Cte$

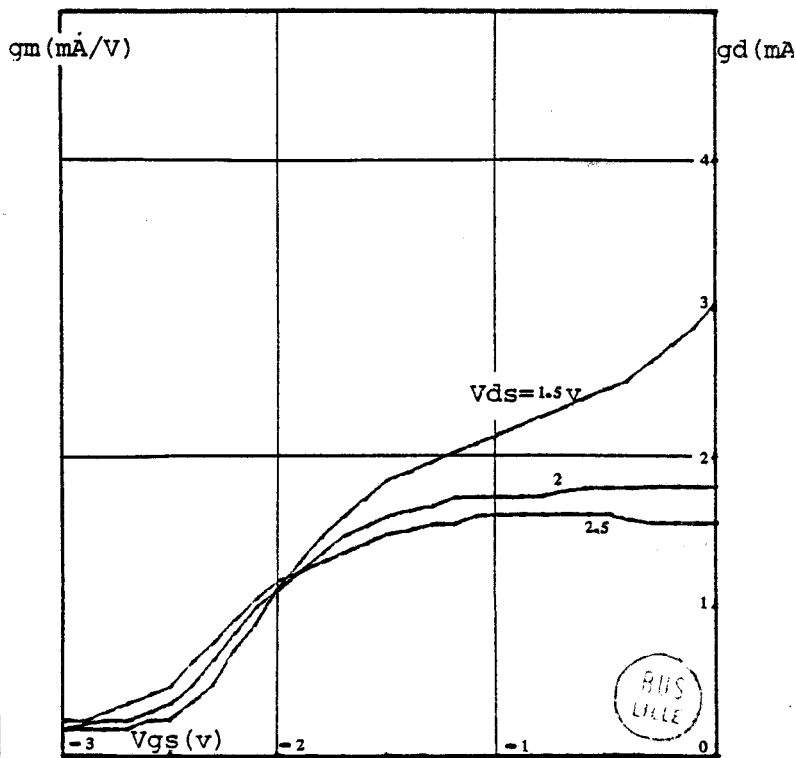


Figure 42: Evolution de  $g_d = f(V_{gs})$  à  $V_{ds} = Cte$



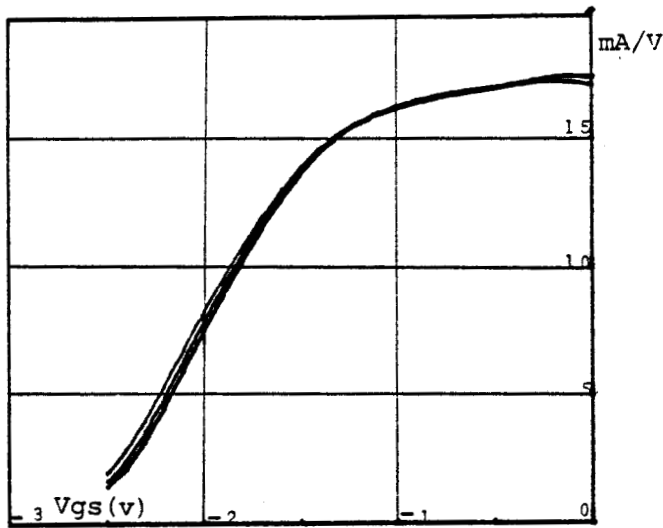


Figure 43: Evolution de  $g_m = f(V_{gs})$  par approximation polynomiale.

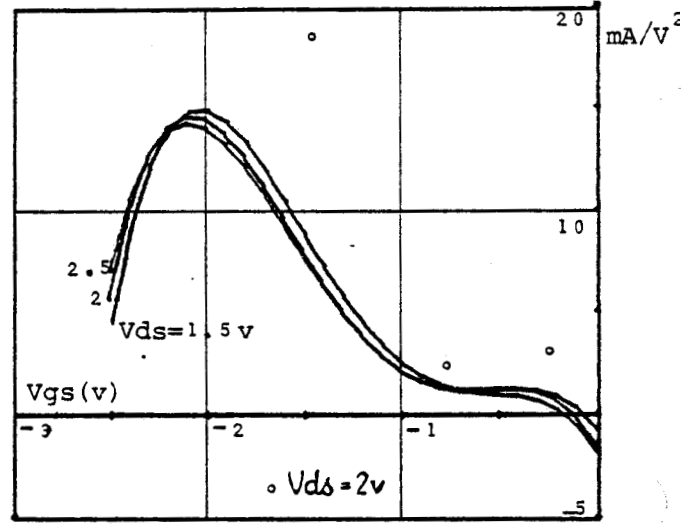


Figure 44: Evolution de  $d(g_m)/d(V_{gs})$  à  $V_{ds} = Cte$

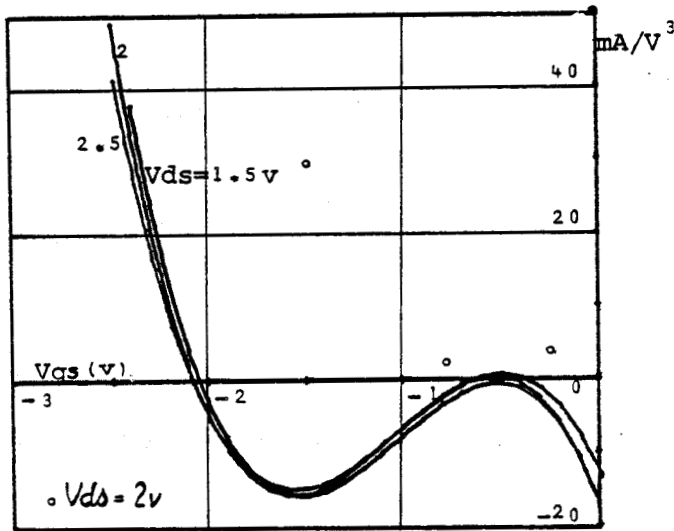


Figure 45: Evolution de  $d^2(g_m)/d(V_{gs})^2$  à  $V_{ds} = Cte$

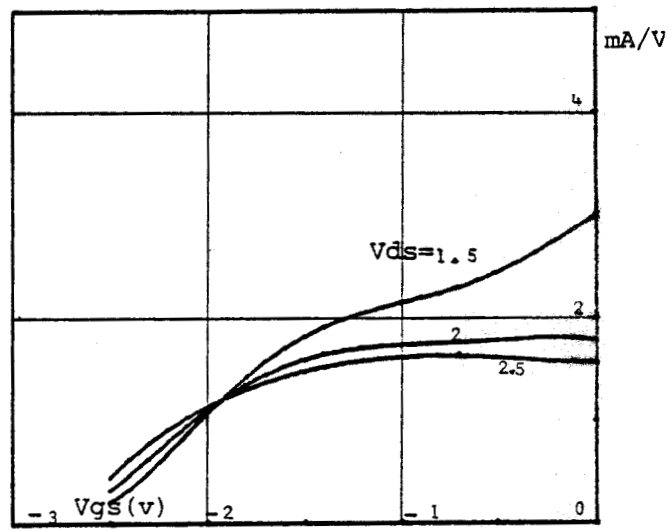


Figure 46: Evolution de  $g_d = f(V_{gs})$  par approximation polynomiale

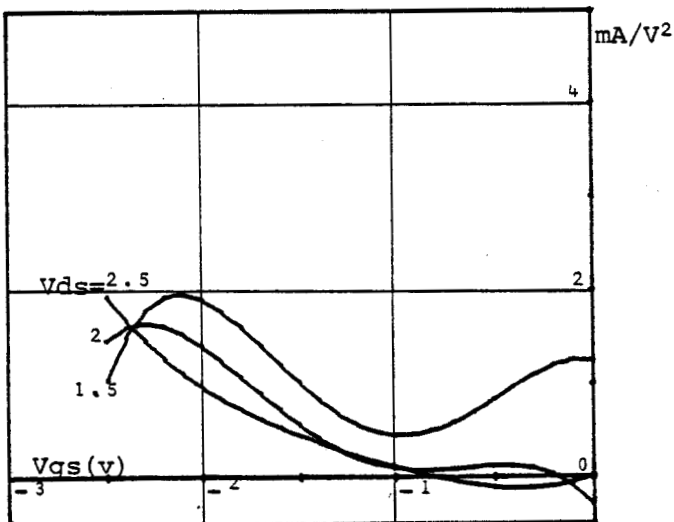


Figure 47: Evolution de  $d(g_d)/d(V_{gs})$  à  $V_{ds} = Cte$

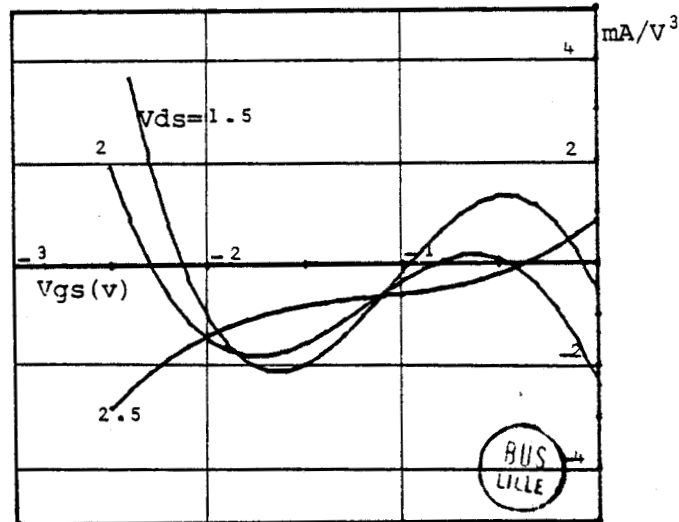


Figure 48: Evolution de  $d^2(g_d)/d(V_{gs})^2$  à  $V_{ds} = Cte$

BUS  
LILLE

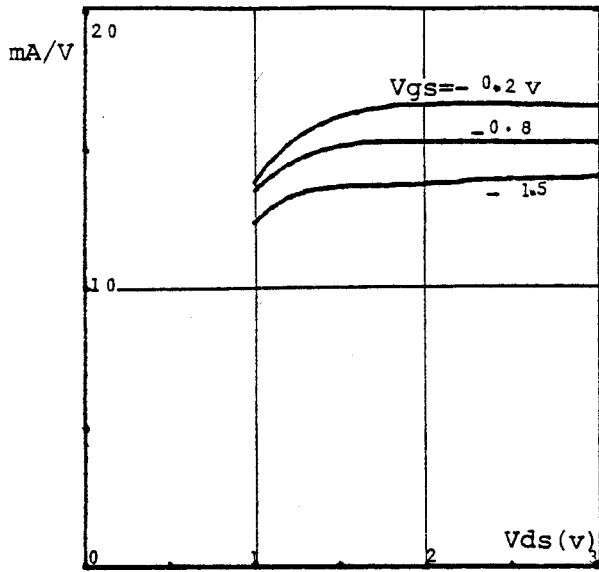


Figure 49: Evolution de  $g_m=f(V_{ds})$  par approximation polynomiale.

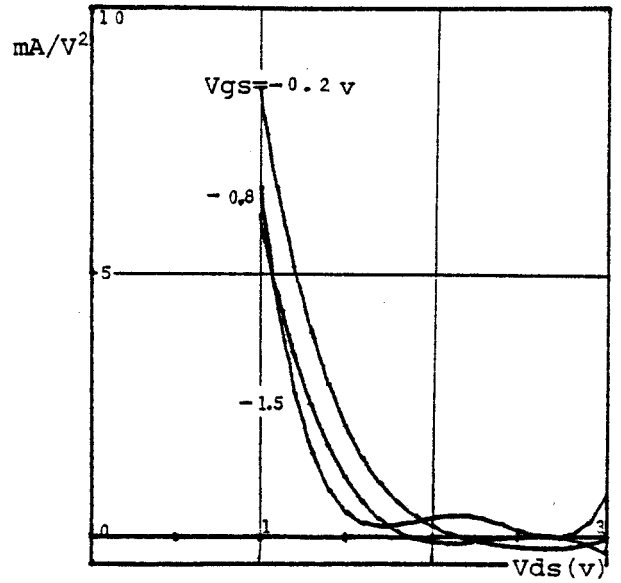


Figure 50: Evolution de  $d(g_m)/d(V_{ds})$  à  $V_{gs}=Cte$

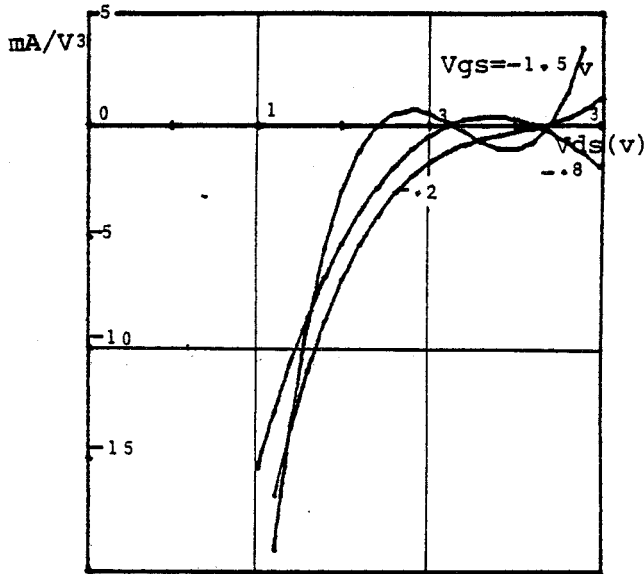


Figure 51: Evolution de  $d^2(g_m)/d(V_{ds})^2$  à  $V_{gs}=Cte$

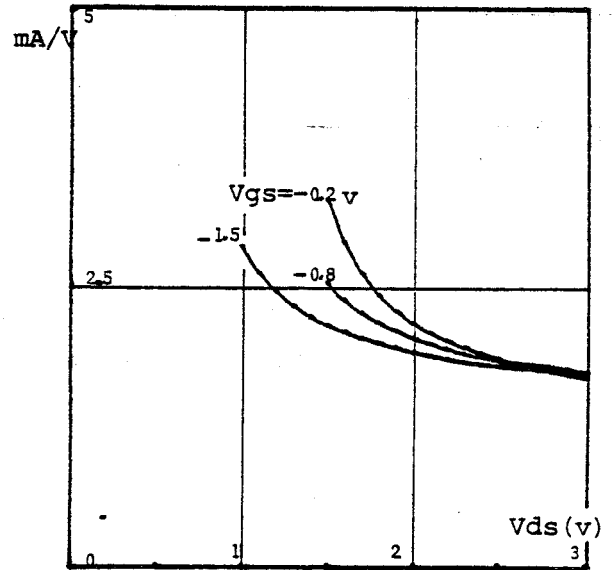


Figure 52: Evolution de  $g_d=f(V_{ds})$  par approximation polynomiale

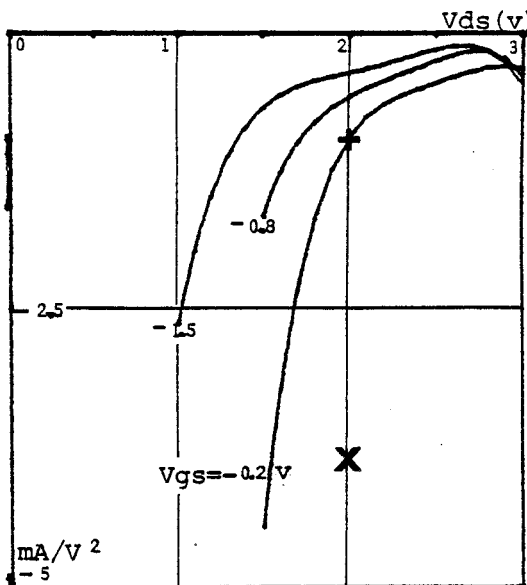


Figure 53: Evolution de  $d(g_d)/d(V_{ds})$  à  $V_{gs}=Cte$

- + -0.2v
- X -0.8v
- -1.5v

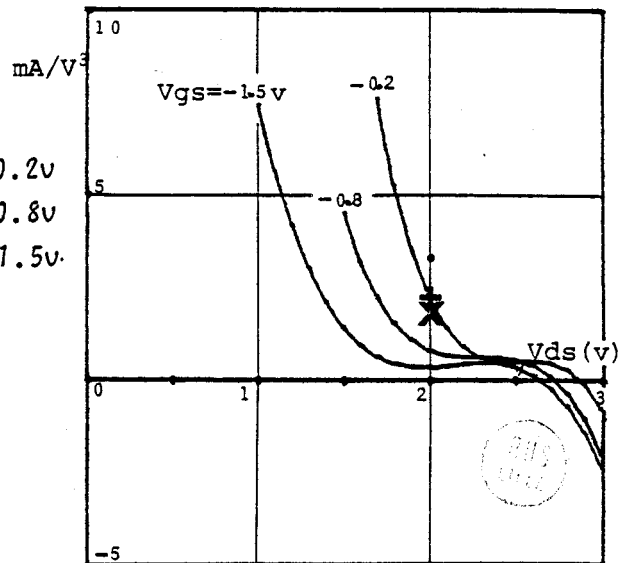


Figure 54: Evolution de  $d^2(g_d)/d(V_{ds})^2$  à  $V_{gs}=Cte$

TABLEAU III

E <sub>kL</sub>	V <sub>ds</sub> = 2v		I <sub>d</sub> = 30 mA		V <sub>gs</sub> = -.2v							
	I	II	I	II	I	II						
E <sub>01</sub>	1.8	10 <sup>-3</sup>	2.22	10 <sup>-3</sup>	1.74	10 <sup>-3</sup>	2.04	10 <sup>-3</sup>	1.61	10 <sup>-3</sup>	1.61	10 <sup>-3</sup>
E <sub>10</sub>	17.4	10 <sup>-2</sup>	13.8	10 <sup>-2</sup>	16.6	10 <sup>-2</sup>	13	10 <sup>-2</sup>	13.9	10 <sup>-2</sup>	11	10 <sup>-2</sup>
E <sub>02</sub>	-0.47	10 <sup>-3</sup>	-0.46	10 <sup>-3</sup>	-0.28	10 <sup>-3</sup>	-1.95	10 <sup>-3</sup>	-0.17	10 <sup>-3</sup>	+0.56	10 <sup>-3</sup>
E <sub>11</sub>	0.23	10 <sup>-3</sup>	1.22	10 <sup>-3</sup>	-0.28	10 <sup>-4</sup>	8.58	10 <sup>-4</sup>	0.41	10 <sup>-3</sup>	-0.34	10 <sup>-3</sup>
E <sub>20</sub>	0.43	10 <sup>-3</sup>	1.44	10 <sup>-3</sup>	0.73	10 <sup>-3</sup>	1.27	10 <sup>-3</sup>	4	10 <sup>-3</sup>	9.9	10 <sup>-3</sup>
E <sub>03</sub>	0.38	10 <sup>-3</sup>	+0.32	10 <sup>-3</sup>	0.14	10 <sup>-3</sup>	+0.32	10 <sup>-3</sup>	0.06	10 <sup>-4</sup>	+4.52	10 <sup>-4</sup>
E <sub>21</sub>	-0.56	10 <sup>-4</sup>	0.54	10 <sup>-4</sup>	0.31	10 <sup>-3</sup>	0.35	10 <sup>-3</sup>	-1.25	10 <sup>-3</sup>	3.4	10 <sup>-3</sup>
E <sub>12</sub>	-2.85	10 <sup>-3</sup>	-2.41	10 <sup>-3</sup>	-0.48	10 <sup>-3</sup>	-1.21	10 <sup>-3</sup>	-1.98	10 <sup>-3</sup>	-9.5	10 <sup>-3</sup>
E <sub>30</sub>	-0.98	10 <sup>-3</sup>	0.4	10 <sup>-3</sup>	-0.35	10 <sup>-3</sup>	0.31	10 <sup>-3</sup>	-2.60	10 <sup>-3</sup>	5.13	10 <sup>-3</sup>

I. Mesures dans la gamme 0.1/1GHz  
 II. Méthode de la distorsion harmonique.



thode de mesure des éléments non linéaires dans la gamme 0.1/1 GHz s'avère beaucoup plus puissante que la méthode de mesure de la distorsion harmonique. Elle permet également d'accéder à toutes les dérivées en fonction de la polarisation et non seulement à celle de  $g_m$  et  $g_d$ .

### III.4 DETERMINATION DU SCHEMA EQUIVALENT DU T.E.C.

#### III.4.1 Introduction.

Nous avons vu précédemment que la connaissance des paramètres  $S_{ij}$  du transistor constituant de la matrice de dispersion est particulièrement intéressante car elle permet d'accéder, à une fréquence donnée, à un certain nombre d'informations telles que :

- le MAG, gain maximal, lorsque l'adaptation entrée-sortie est optimale
- le coefficient de stabilité K
- le couple d'impédances ( $Z_L$ ,  $Z_G$ ) d'adaptation en vue d'obtenir le gain désiré.

D'autre part, la connaissance des paramètres  $S_{ij}$  dans une gamme de fréquence suffisamment large (1/12 GHz) et leurs évolutions en fonction de la polarisation, nous permettra de préciser les variations correspondantes des éléments du schéma équivalent du T.E.C. En particulier, ils doivent permettre d'accéder aux éléments du schéma équivalent qui n'ont pu être déduits de la série de mesures effectuée dans la bande 100 MHz - 1 GHz : les résistances et selfs d'accès de grille et de source, les capacités parasites, la résistance d'accès du canal  $R_i$  etc ... On devra alors utiliser un programme d'optimisation, qui pour une topologie donnée nous permettra alors, de calculer chaque élément du schéma équivalent du T.E.C. La méthode peut être appliquée à la validation des mesures effectuées entre .1 et 1 GHz afin de mettre en évidence d'éventuels effets fréquentiels pour certains éléments.

Ainsi apparaît la nécessité d'une mesure hyperfréquence des coefficients  $S_{ij}$  qui devra être aussi précise que possible, fiable et reproductible.

Nous allons donc étudier succinctement dans ce qui suit la méthode de mesure utilisée et aborder plus particulièrement l'étude de la détermination du schéma équivalent du T.E.C. à l'aide d'un programme d'optimisation.

### III.4.2 Mesure des paramètres $S_{ij}$ à large bande de fréquence.

La méthode de mesure des paramètres  $S_{ij}$  est celle présentée au § III.3.2. Afin de pouvoir caractériser le transistor en hyperfréquence, il a donc été nécessaire de réaliser une cellule de test symétrique permettant de recevoir les transistors en boîtier BMH 60. Cette cellule est présentée sur la fig. (55). Sa particularité réside essentiellement dans le fait que le boîtier y est amovible. En effet, elle permet également de recevoir les éléments de référence nécessaires pour pouvoir accéder à la matrice  $[S]$  dans le plan du composant et effectuer les corrections nécessaires.

Les mesures s'opérant à des fréquences plus hautes (2 - 12 GHz), des erreurs seront introduites d'une part par les transitions permettant d'accéder à la cellule et d'autre part, par les lignes en structure microstrip de part et d'autre du composant comme le montre la fig. (55). Afin de s'affranchir de ces erreurs, un certain nombre de techniques de corrections peuvent être utilisées. En effet, les transitions peuvent être modélisées :

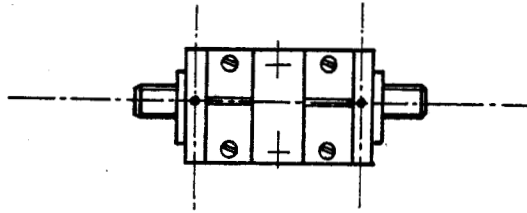
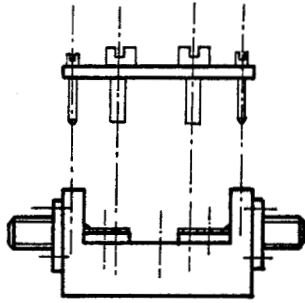
- par la technique du peeling
- en utilisant des éléments de référence dans le plan du composant [ 1 ].

La technique du peeling consiste à modéliser la ligne micro-ruban (matrice  $S_1$ ), puis à la considérer comme en cascade avec un quadripôle de matrice  $S_2$  représentant la transition fig. (56). En effectuant cette opération sur les deux portes, on peut calculer les matrices  $S_A$  et  $S_B$  qui permettent de déduire la matrice  $S$  du quadripôle équivalent au composant intrinsèque à partir de la matrice  $S_T$  mesurée dans les plans de calibration de l'analyseur.

En ce qui nous concerne, la technique de correction de mesure des paramètres  $S_{ij}$  mise en oeuvre est la suivante : les mesures seront effectuées à l'aide de l'analyseur de réseaux en deux temps :

- dans un premier, on corrigera les erreurs introduites par les imperfections de l'analyseur suivant la méthode décrite au § III, l'étalonnage de l'analyseur étant effectué à l'aide d'un court-circuit, d'un circuit ouvert et d'une charge adaptée coulissante en standard APC 7.
- dans un second temps, on corrigera les erreurs introduites par les imperfections des transitions qui interviennent de part et d'autre du transistor.

Figure 55: Cellule de test utilisée.



$$S_a = S_2 * S_1$$

$$S_b = S_4 * S_3$$

$$s = S_a^{-1} s_f S_b^{-1}$$

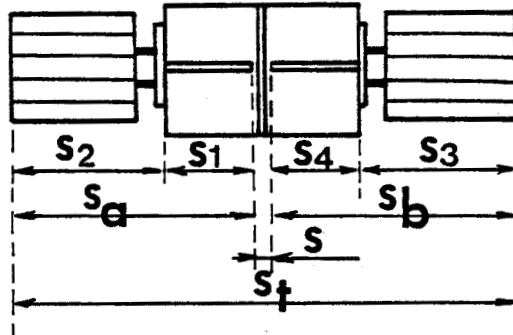
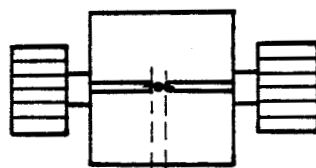
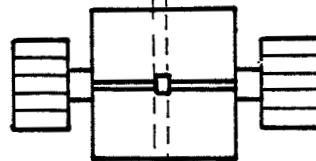


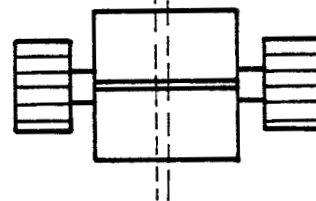
Figure 56: Principe du Peeling.



- Mesure du T.E.C



- Mesure du C.C Transistor

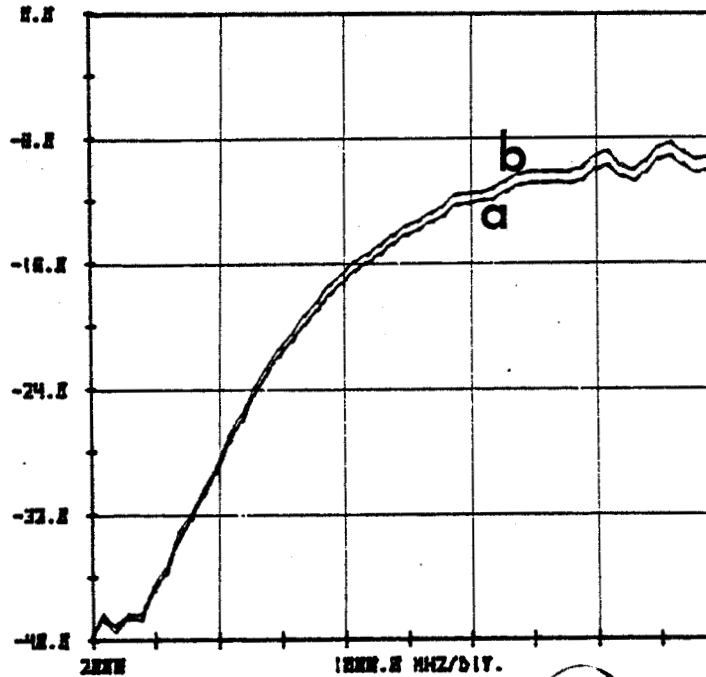
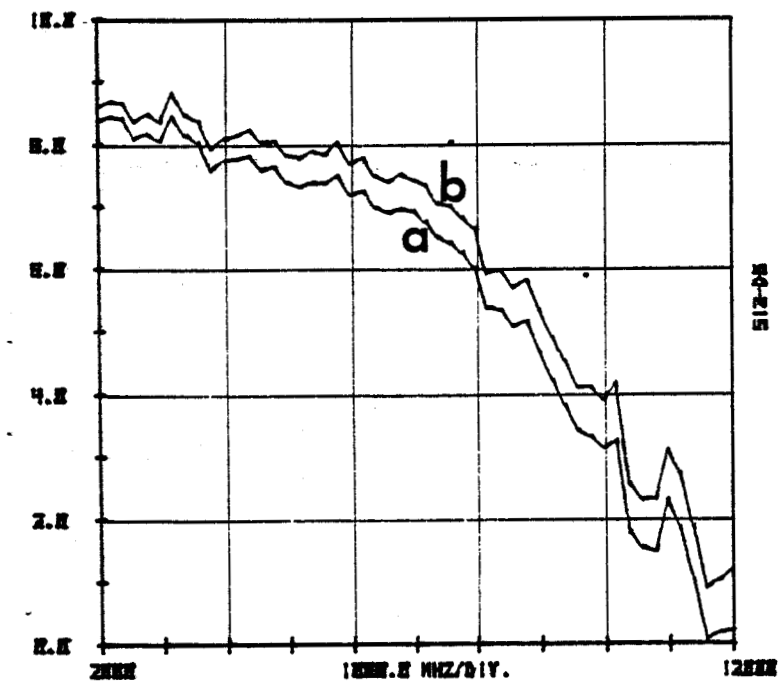
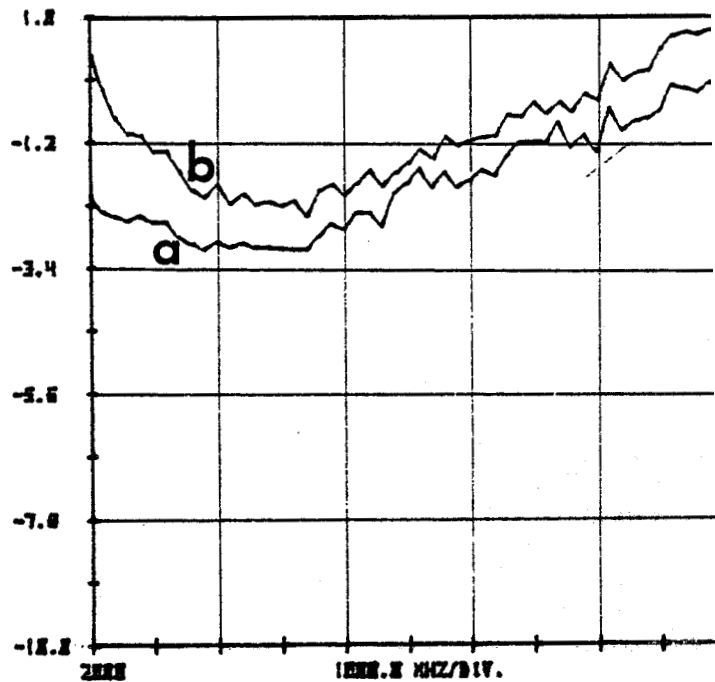
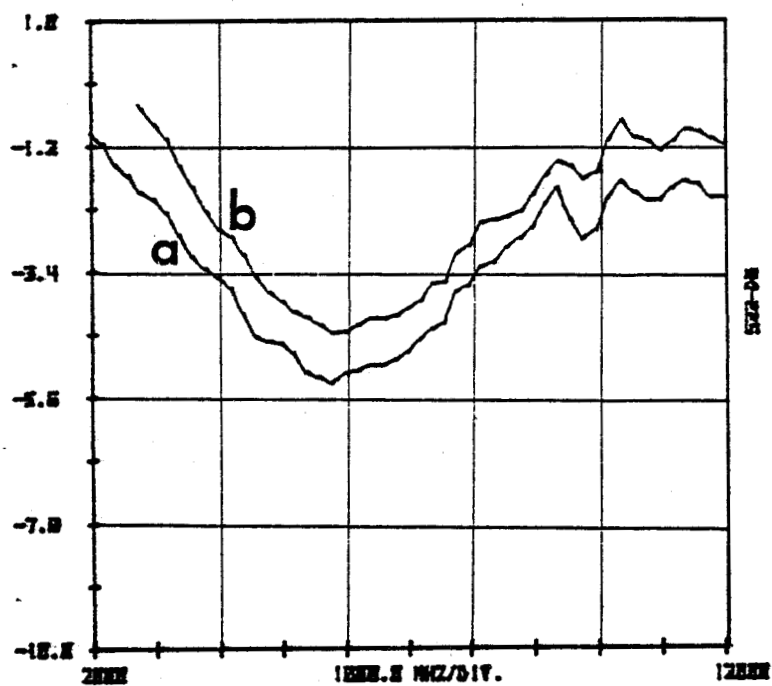


- Mesure de la ligne de transmission 50 ohms.

Figure 57: Calibration dans le plan du composant.



Figure 58: Evolution des paramètres  $S_{ij}$  du T.E.C NEC 244 83  
 en fonction de la fréquence  
 -  $V_{ds}=2.5v$   $V_{gs}=-0.75v$  -



STIS  
LILLE



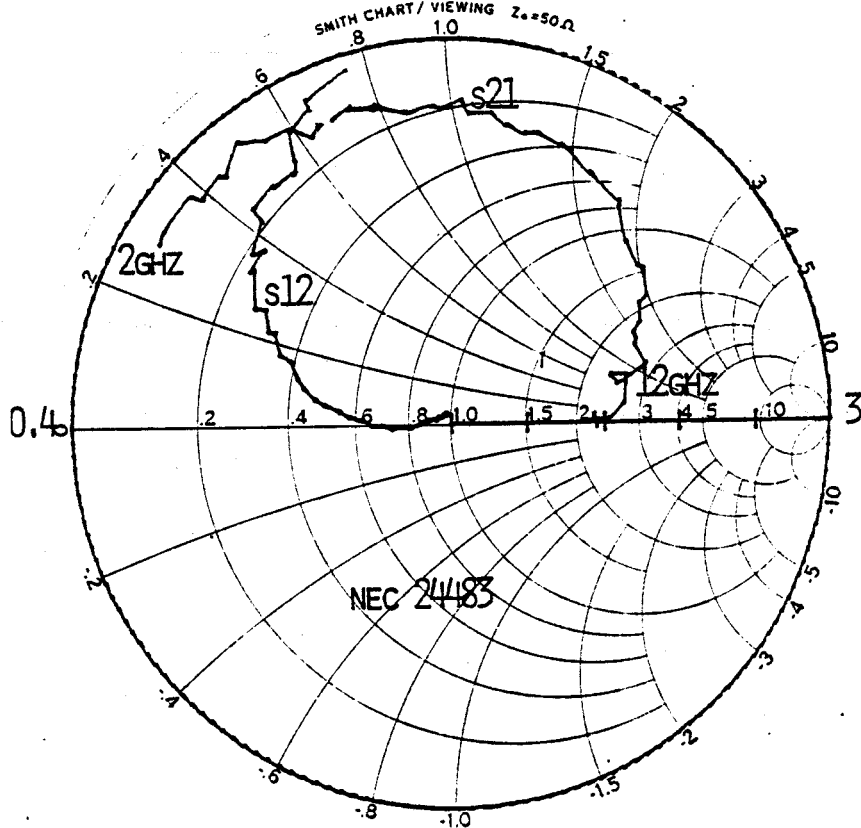
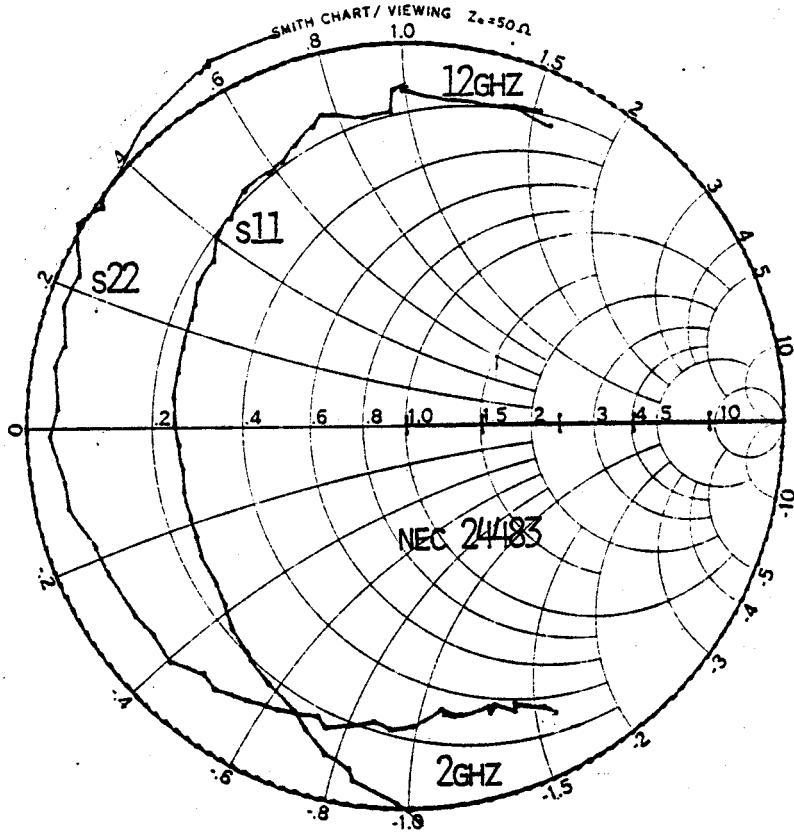
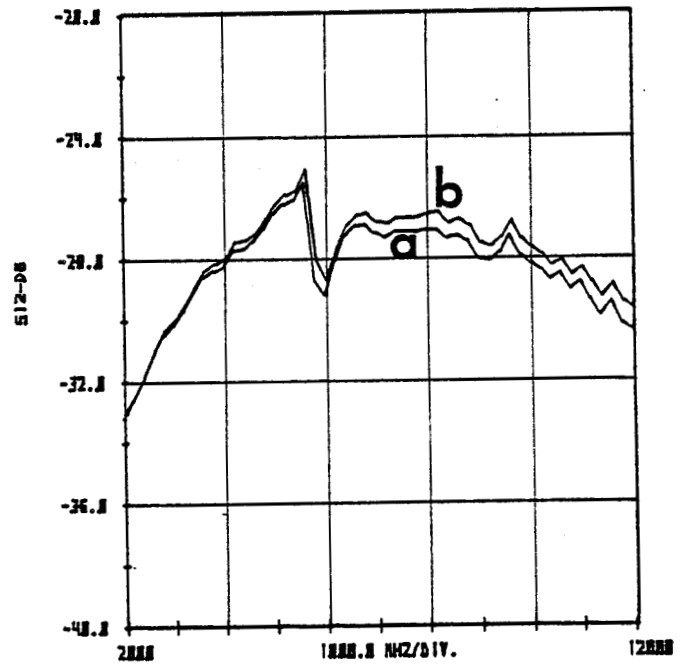
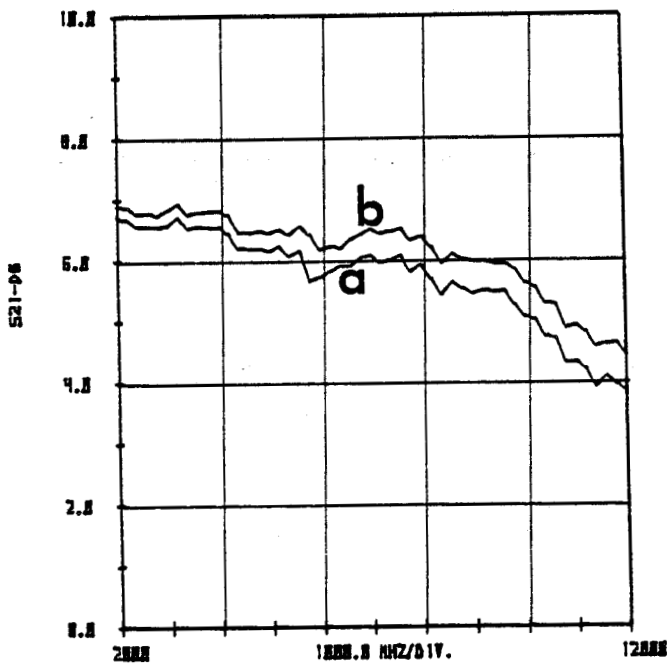
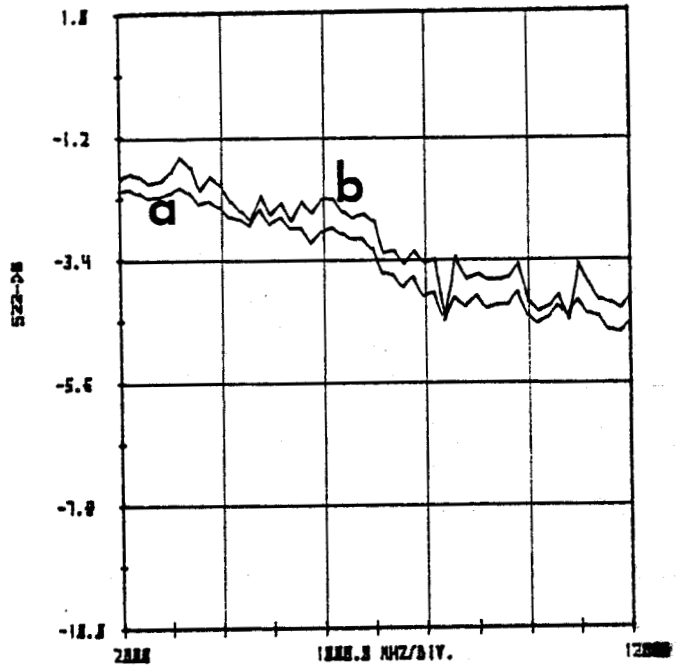
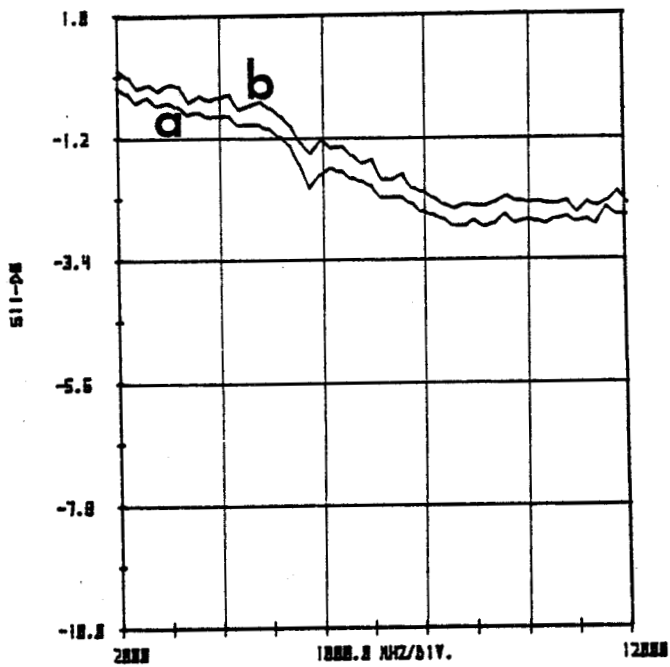


Figure 59: Evolutions des parametres  $S_{ij}$  en fonction de la fréquence

Figure 60: Evolution des paramètres  $S_{ij}$  du T.E.C NEC 388 en fonction de la fréquence  
 -  $V_{ds}=2.5v$      $V_{gs}=-0.75v$  -



Pour cela on détermine les coefficients de transmission et de réflexion parasites du quadripôle équivalent à l'ensemble connection-ligne microstrip d'accès, en utilisant des éléments de référence. Ce sont :

- d'une part, un court-circuit de référence placé dans le plan d'entrée du transistor sur la ligne microstrip.
- D'autre part, une ligne de transmission  $50 \Omega$  supposée sans pertes fig. (57 ).

#### III.4.2.1 Résultats obtenus.

A titre d'exemple, nous présentons des résultats typiques obtenus sur deux transistors, en l'occurrence les T.E.C., NEC 24483 et NEC 388, caractérisés en utilisant cette méthode. Les fig. (58 et 60) montrent les évolutions des quatre paramètres  $S_{ij}$  de ces deux transistors en fonction de la fréquence  $F$ .

Les paramètres  $S_{ij}$  ont donc été mesurés pour  $F$  variant de 2 à 12 GHz par pas de 200 MHz.

Les deux étapes de corrections des erreurs de mesure sont présentées les fig. (58) et (60) où nous avons mis en évidence :

- d'une part, les résultats de la mesure des paramètres  $S_{ij}$  en corrigeant uniquement les erreurs introduites par les imperfections de l'analyseur de réseaux. Ce résultat est présenté sur les courbes A.
- D'autre part, le résultat de la mesure des paramètres  $S_{ij}$  au niveau du composant après avoir corrigé les erreurs introduites par les transitions entre le transistor à mesurer et les plans de référence de l'analyseur. Ce résultat final est présenté sur les courbes B.

On remarque que les corrections des erreurs de mesure liées à la présence des connexions et des lignes microstrip ont une influence :

- sur la partie réelle du coefficient de réflexion et de transmission : ce sont les pertes dues aux transitions
- sur la phase : c'est le déphasage propre aux transitions et aux lignes microstrip de part et d'autre du composant.

Les résultats typiques présentés pour les deux transistors étudiés ont été obtenus avec deux cellules différentes :

- Le TEC NEC 244 caractérisé dans une cellule H.P.

On voit que l'influence des pertes croît avec la fréquence fig. (58). Typiquement à  $F = 8$  GHz, les transitions ont entraîné une erreur de l'ordre de 0.5 à 0.7 dB sur les coefficients de réflexion  $S_{11}$  et  $S_{22}$  et de  $\approx 0.5$  dB sur le paramètre de transmission  $S_{21}$ . Quel que soit le paramètre à considérer, on voit clairement le caractère indispensable de cette correction qui est très supérieure aux erreurs aléatoires de la mesure proprement dite.

La correction de phase réalisée pour ce transistor est présentée sur le fig. (59). La correction ainsi réalisée est tout à fait caractéristique des longueurs de lignes introduites par la cellule de test.

- le TEC NEC 388 caractérisé dans la cellule que nous avons réalisée fig. (55).

Les résultats obtenus sont présentés de façon identique fig. (60). On remarque que l'influence des pertes est plus faible que dans le cas du NEC 244. Ceci est dû au fait que la cellule recevant le NEC 388 comporte des longueurs de ligne de part et d'autre du transistor beaucoup plus petites que celles de la cellule H.P.

Cependant la correction s'avère nécessaire compte tenu des déphasages introduits par les connexions et les lignes.

La technique de mesure présentée a été appliquée à la caractérisation hyperfréquence des transistors qui seront étudiés par la suite. Afin de déterminer les éléments du schéma équivalent du transistor à effet de champ, cette méthode de mesure doit être associée à un programme d'optimisation.

### III.4.3 Procédure générale d'optimisation.

A partir des valeurs des paramètres  $S_{ij}$  mesurés à large bande de fréquence, on cherche à déduire celles des éléments du schéma équivalent.

Le processus d'optimisation sera itératif. A chaque itération, on modifiera les valeurs des éléments du schéma équivalent choisis jusqu'à ce que la différence ou erreur (paramètres  $S_{ij}$  calculés - paramètre  $S_{ij}$  mesurés) soit en dessous d'une limite définie.

Pour la première itération, on distinguera deux types d'éléments :

- les éléments pour lesquels une préestimation est possible grâce à des mesures effectuées à des fréquences plus basses : on les introduira au départ du calcul.

- pour les autres éléments du schéma équivalent on partira d'estimations approchées déduites de modèles analytiques simplifiés.

### III.4.3.1 Méthode utilisée pour l'optimisation.

La méthode d'optimisation utilisée ici est appelée méthode du gradient. Cette méthode constitue actuellement un procédé de minimisation parmi les plus connus. Sa popularité s'explique essentiellement par sa simplicité et par la possibilité d'aborder une très vaste gamme de problèmes distincts. Il s'agira donc de minimiser une fonction  $f(x)$  où  $x$  est un  $n$ -vecteur. Le processus itératif sera du type :

$$x_{k+1}^i = x_k^i - \alpha_k \frac{\partial f(x_k)}{\partial x^i}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

où  $x_{k+1}^i$  est la valeur du  $i$ ème élément du schéma équivalent à l'itération  $k+1$  et

$\frac{\partial f(x_k)}{\partial x^i}$  le gradient de la fonction d'erreur  $f(x_k)$  au point  $x$  par rapport au  $i$ ème élément.

$\alpha_k$  étant le pas entre chaque itération. (cf. Annexe IV)

L'élément essentiel est de pouvoir accéder à une fonction d'erreur dont on sache déterminer aisément le gradient. Notre méthode de calcul est inspirée des travaux de Fletcher-Powell [ 7 ] et Director & Rohrer [ 8 ]. Ainsi la fonction d'erreur ne s'exprime-t-elle pas directement à partir des paramètres  $S$  calculés et mesurés : on considère en fait les courants d'entrée et de sortie dans la structure pour deux configurations possibles et c'est à partir de ces courants que cette fonction est calculée. Afin d'explicitier ce calcul nous rappelons les relations entre ces courants et les paramètres  $S$  d'un quadripôle.

### III.4.4 Relations entre les paramètres $S_{ij}$ et les courants d'entrée et de sortie.

Si l'on appelle  $a_i$  les ondes incidentes et  $b_i$  les ondes réfléchies à l'entrée et à la sortie d'un quadripôle, la matrice  $||S||$  dite de répartition est définie par :

$$b_1 = S_{11} a_1 + s_{12} a_2$$

1.

$$b_2 = S_{21} a_1 + s_{22} a_2$$

Rappelons que pour définir ces paramètres, on connecte tantôt à l'entrée fig. ( 61 ) tantôt à la sortie fig. ( 62 ) un générateur adapté. L'autre branche débite alors sur l'impédance caractéristique ( $Z_o = 50 \Omega$ ).

Ecrivons les ondes incidentes et réfléchies à l'entrée du quadripôle. Dans le cas de la fig. 61.

$$a_1 = 1/2 (Z_o)^{-1/2} \cdot (V'_1 + Z_o I'_1)$$

2.

$$b_1 = 1/2 (Z_o)^{-1/2} \cdot (V'_1 - Z_o I'_1)$$

Dans ce cas  $a_2$  est nul et le système (1) se réduit à :

$$b_1 = s_{11} a_1 ; b_2 = s_{21} a_1$$

Le coefficient de réflexion à l'entrée du dispositif est alors donné par :

$$S_{11} = b_1/a_1 = (V'_1 - Z_o \cdot I'_1)/(V'_1 + Z_o \cdot I'_1)$$

Si le générateur de tension  $V_{01}$  à une valeur de 1V, la tension d'entrée est alors égale à :

$$V'_1 = V_{01} - Z_o I'_1$$

soit

$$S_{11} = (1 - 100 \cdot I'_1)$$

avec

$$Z_o = 50 \Omega$$

et le courant  $I'_1$  s'écrit alors :  $I'_1 = 0.01 * (1 - S_{11})$ .

De la même manière, le coefficient de transmission du dispositif s'écrit :

$$s_{21} = b_2/a_1 = (V'_2 - Z_o \cdot I'_2)/(V'_1 + Z_o \cdot I'_1)$$

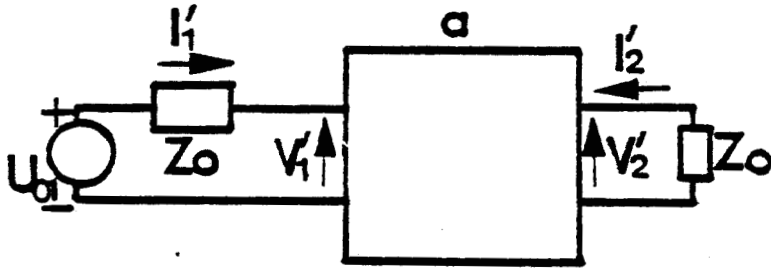


Fig. 61.

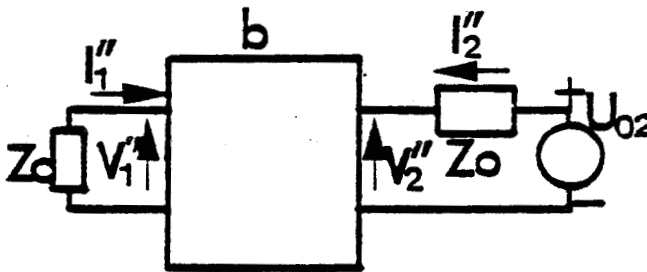


Fig. 62.

la tension  $V_2'$  étant égale à  $(-Z_0 I_2')$ , le coefficient de transmission est donc donné par :

$$S_{21} = - 100 \cdot I_2'$$

et donc le courant  $I_2'$

$$I_2' = - 0.01 * S_{21}$$

Le même calcul appliqué au dispositif de la fig. 62 (excitation en sortie) permet d'établir des relations similaires entre les autres paramètres et les courants  $I_1''$  et  $I_2''$ .

On voit donc qu'il est possible, ayant mesuré les paramètres  $S_{ij}$ , de calculer les courants  $I_1'$ ,  $I_2'$ ,  $I_1''$  et  $I_2''$  correspondant successivement à une excitation par un générateur adapté placé à l'entrée et à la sortie.

a) Excitation à l'entrée.

$$I_1' = .01 * (1 - S_{11})$$

3.

$$I_2' = -.01 * S_{21}$$

b) Excitation en sortie.

$$I_1'' = -.01 * S_{12}$$

4.

$$I_2'' = .01 * (1 - S_{22})$$

Nous aurons besoin de ces éléments pour définir la fonction d'erreur.

#### III.4.5 Définition de la fonction d'erreur.

La fonction d'erreur est en effet définie à partir des courants d'entrée et de sortie (calculés et mesurés) correspondants à une excitation par un générateur adapté placé à l'entrée puis à la sortie du quadripôle.

La fonction d'erreur s'écrit en effet

$$E = 1/2 \sum_{k=1}^K \{ W_1'(w_k) \cdot |I_1'(w_k)_c - I_1'(w_k)_m|^2 + W_2'(w_k) \cdot |I_2'(w_k)_c - I_2'(w_k)_m|^2 \}$$



$$5. \quad \left. \begin{aligned} &+ W_1''(w_k) \cdot |I_{1c}'(w_k) - I_{1m}'(w_k)|^2 \\ &+ W_2''(w_k) \cdot |I_{2c}'(w_k) - I_{2m}'(w_k)|^2 \end{aligned} \right\}$$

où

K nombre de points en fréquence ;  $K \geq 2n$

n nombre d'éléments variables

m valeur mesurée : c valeur calculée

$W_1'(w_k)$ ,  $W_2'(w_k)$ ,  $W_1''(w_k)$ ,  $W_2''(w_k)$  sont des fonctions de poids.

$I_{1c}'$ ,  $I_{2c}'(w_k)$  courant d'entrée et de sortie pour une excitation à l'entrée

$I_{1m}'$ ,  $I_{2m}'(w_k)$  courant d'entrée et de sortie pour une excitation en sortie.

### III.4.6 Gradient de la fonction d'erreur.

#### III.4.6.1 Principe.

Le calcul est basé sur l'association du circuit initial et de son circuit adjoint. Ecrivons le premier terme de la fonction d'erreur de façon simplifiée

$$E_{k_1} = 1/2 W_1'(w_k) \cdot (I_{1c}' - I_{1m}') (I_{1c}'^* - I_{1m}'^*) \text{ avec } E = \sum_{i,k} E_{k_i}$$

Le gradient de  $E_{k_1}$  par rapport au  $p^{\text{ième}}$  élément s'écrit alors, en tenant compte du fait que seul  $I_{1m}'$  ne dépend pas de p.

$$\frac{\partial E_{k_1}}{\partial p} = \frac{1}{2} W_1' \left[ (I_{1c}' - I_{1m}') \frac{\partial I_{1c}'^*}{\partial p} + (I_{1c}'^* - I_{1m}'^*) \frac{\partial I_{1c}'}{\partial p} \right]$$

or

$$(I_{1c}' - I_{1m}') \frac{\partial I_{1c}'^*}{\partial p} \text{ et } (I_{1c}'^* - I_{1m}'^*) \frac{\partial I_{1c}'}{\partial p}$$

sont complexes conjugués. D'où l'expression du gradient de E :

$$\frac{\partial E}{\partial p} = \sum_{k=1}^K \operatorname{Re} \left\{ W_1'(w_k) [I_{1c}'^*(w_k) - I_{1m}'^*(w_k)] \cdot \frac{\partial I_{1c}'}{\partial p}(w_k) \right. \\ \left. + W_2'(w_k) [I_{2c}'^*(w_k) - I_{2m}'^*(w_k)] \cdot \frac{\partial I_{2c}'}{\partial p}(w_k) \right.$$

6.

$$+ W_1''(w_k) [I_{1c}''^*(w_k) - I_{1m}''^*(w_k)] \cdot \frac{\partial I_{1c}''}{\partial p}(w_k) \\ \left. + W_2''(w_k) [I_{2c}''^*(w_k) - I_{2m}''^*(w_k)] \cdot \frac{\partial I_{2c}''}{\partial p}(w_k) \right\}$$

l'expression du gradient de E peut se mettre alors sous la forme

$$\frac{\partial E}{\partial p} = \sum_{k=1}^K \sum_i \operatorname{Re} \{ G_{ki}' + G_{ki}'' \}$$

où

$G_{ki}'$  est la composante du gradient pour une excitation à l'entrée

$G_{ki}''$  est la composante du gradient pour une excitation en sortie.

On remarque donc que  $G_{ki}'$  et  $G_{ki}''$  s'expriment en fonction des différents termes

$$\frac{\partial I_{1c}'}{\partial p}, \frac{\partial I_{2c}'}{\partial p}, \frac{\partial I_{1c}''}{\partial p}, \frac{\partial I_{2c}''}{\partial p}$$

### III.4.6.2 Relations fondamentales. Calcul du gradient.

Le problème est donc d'accéder au gradient de E et par conséquent aux sensibilités  $G_{ki}'$  pour une excitation à l'entrée et  $G_{ki}''$  pour une excitation en sortie.

Ecrivons le premier terme du gradient de E :

$$7. \quad \sum_{k=1}^K \operatorname{Re} \{ W_1'(w_k) \cdot [I_{1c}'^*(w_k) - I_{1m}'(w_k)] \cdot \frac{\partial I_{1c}'}{\partial p}(w_k) \} = \sum_{k=1}^N \operatorname{Re} \{ G_{k1}' \}$$

On remarque que celui-ci se présente sous la forme d'un produit de deux termes difficiles à calculer, en particulier l'évaluation du terme  $\partial I_{1c}' / \partial p$  n'étant pas aisée. Une démonstration longue faite par ailleurs [8] et qui ne nous semble pas utile à rappeler montre que le gradient de la fonction d'erreur par rapport à l'élément p est équivalent au produit de deux termes :

- le courant dans l'élément p du circuit initial ( $I_p$ )
- un courant circulant dans un circuit adjoint topologiquement équivalent au circuit initial ( $\emptyset_p$ ) et excité par les tensions d'erreur

$$\psi_{01k}' = (I_{1m}'^*(w_k) - I_{1c}'^*(w_k)) W_1'(w_k) \text{ à l'entrée}$$

8.

$$\psi_{02k}' = (I_{2m}'^*(w_k) - I_{2c}'^*(w_k)) W_2'(w_k) \text{ à la sortie.}$$

Ceci dans le cas du calcul de la sensibilité  $G_{ki}'$  pour une excitation à l'entrée. Le calcul de  $G_{ki}''$  est identique : il suffira alors d'exciter le circuit adjoint avec les sources d'erreur  $\psi_{01}''$  et  $\psi_{02}'' = f(I_1'', I_2'')$ .

#### a) Relations de branches dans le circuit adjoint.

Nous avons montré ci-dessus que l'accès au gradient de la fonction d'erreur est lié à l'utilisation d'un circuit adjoint convenablement excité par les sources d'erreur  $\psi'$  et  $\psi''$ . A cette fin, on a donc défini un circuit adjoint  $\hat{N}$  topologiquement identique au circuit initial N. L'établissement de ce circuit adjoint est basé sur l'utilisation du Théorème de Tellegen [9] qui se traduit par les relations suivantes :

$$9. \quad \sum_B V_B(w) \cdot \phi_B(w) = 0$$

$$\sum_B I_B(w) \cdot \psi_B(w) = 0$$

où  $\Psi_B$  et  $\Phi_B$  sont respectivement la tension et le courant dans la branche B du circuit adjoint et où  $\sum_B$  représente la sommation sur les différentes branches du circuit N. Si l'on fait varier les différents éléments de N, ( $p \rightarrow p + \Delta p$ ), il en résulte des variations correspondantes de la tension et du courant dans chacune des branches. Les nouvelles valeurs du courant et de la tension satisfont aux relations de Tellegen :

$$\sum_B (\Delta V_B + V_B) \cdot \Phi_B' = 0$$

10.

$$\sum_B (\Delta I_B + I_B) \cdot \Psi_B' = 0$$

En utilisant alors les relations établies à l'aide du théorème de Tellegen, on peut donc établir les relations de branches pour tous les éléments du schéma équivalent ainsi que la composante du gradient correspondant. Celles-ci sont résumées dans le tableau suivant [ 8 ] :

Type d'élément	Relation de branche dans le circuit initial	Relation de branche dans le circuit adjoint	Composante du gradient
Resistance	$V_R = R I_R$	$\psi_R = R \phi_R$	$- I_R \cdot \phi_R$
Inductance	$V_L = iwL \cdot I_L$	$\psi_L = iwL \cdot \phi_L$	$- iwI_L \cdot \phi_L$
Capacité	$I_C = iwC \cdot V_C$	$\phi_C = iwC \cdot \psi_C$	$iw \cdot V_C \cdot \psi_C$
Source de courant contrôlée en tension	$I_{VDI} = gm \cdot V_{VCI}$	$\phi_{VCI} = gm \psi_{VDI}$	$V_{VCI} \cdot \psi_{VDI}$

Table

La correspondance pour une source de courant contrôlée en tension est donnée par la figure ( 63 ) : la source de courant  $g_m V_{VCI}$  commandée par la tension  $V_{VCI}$  va être transposée dans le circuit adjoint de telle façon qu'elle soit branchée aux bornes de la branche de commande et pilotée par la tension aux bornes de laquelle elle était branchée.

### III.4.7 Construction du circuit adjoint.

Compte tenu des différentes relations de branches réunies dans la table on peut construire le circuit adjoint correspondant à un schéma équivalent donné du T.E.C. et par exemple, pour une configuration où l'excitation est effectuée à l'entrée.

Pour calculer la sensibilité, nous devons calculer le courant dans chaque branche du circuit initial et du circuit adjoint. L'analyse nodale du circuit initial fig. (64) permet donc d'écrire la relation

$$11. \quad [Y] * [V] = [I]$$

où  $[Y]$  est la matrice nodale admittance  $[V]$  le vecteur colonne tension aux noeuds et  $[I]$  le vecteur colonne source de courant.

$$12. \quad [Y] = \begin{bmatrix} Y_g + i\omega(C_{gs} + C_{gd}) & -i\omega C_{gs} & -i\omega C_{gd} \\ -i\omega C_{gs} & i\omega C_{gs} + 1/R_i & 0 \\ g_m - i\omega C_{gd} & -g_m & Y_o + \frac{1}{R_{ds}} + i\omega(C_{gd} + C_{ds}) \end{bmatrix}$$

On triangularise la matrice  $Y$ . On calcule alors aisément le potentiel en chaque noeud et par conséquent, la différence de potentiel aux bornes de chaque branche et le courant qui y circule.

La même analyse est répétée pour le circuit adjoint fig. (65) en tenant compte du fait que la matrice  $[\overset{v}{Y}]$  est la matrice transposée de la précédente.

$$13. \quad [\overset{v}{Y}] . [V] = [I]$$

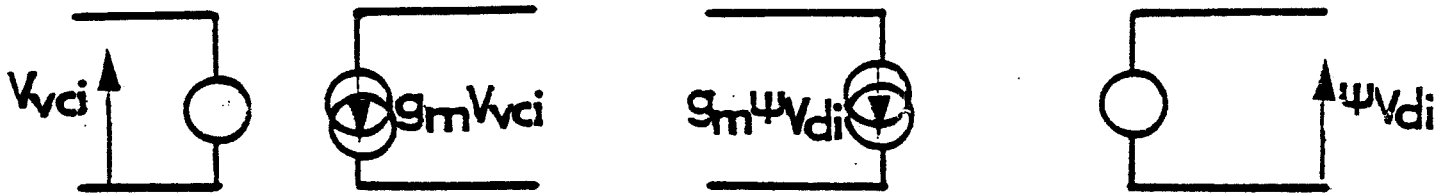


Figure 63: Relation entre le circuit initial & le circuit adjoint pour une source de courant contrôlée en tension.

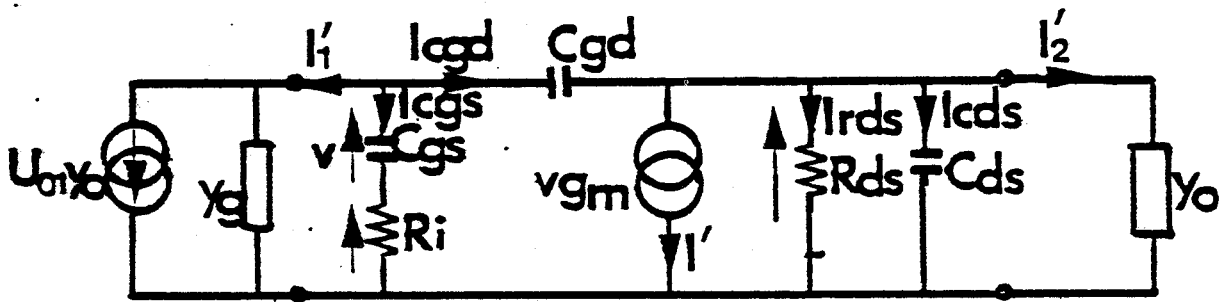


Figure 64: Circuit initial avec une excitation à l'entrée.

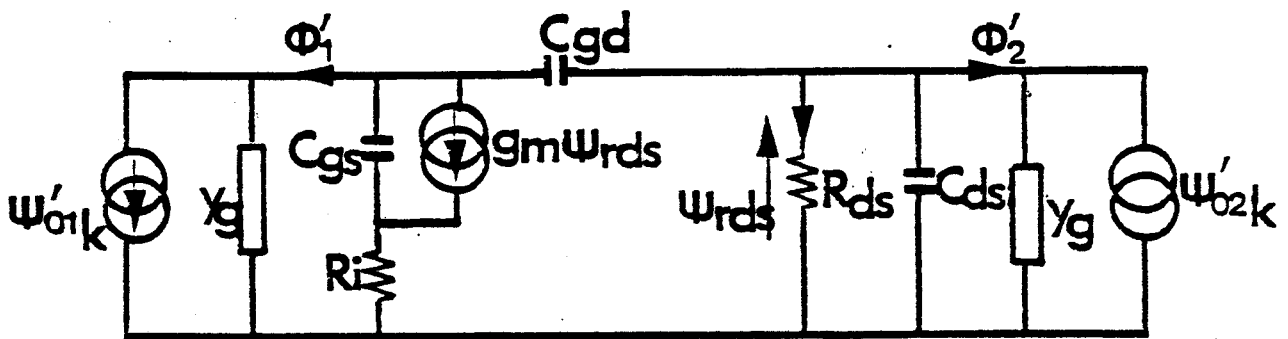


Figure 65: Circuit adjoint correspondant à une excitation à l'entrée.

On voit donc qu'il est nécessaire de faire une analyse nodale pour le circuit initial et le circuit adjoint et ce pour chaque type d'excitation, soit au total quatre analyses nodales pour calculer le gradient à évaluer (cf. Annexe V) :

$$14. \quad \frac{\partial E}{\partial p} = \sum_{k=1}^K \sum_i \operatorname{Re} \{ G'_{ki} + G''_{ki} \}$$

On voit donc (8) que si les valeurs calculées tendent vers les valeurs mesurées, les excitations d'erreur du circuit adjoint tendent vers zéro. Par conséquent, le gradient tendra également vers zéro. On aura donc fini l'optimisation et les éléments du circuit final pourront être extraits de l'ordinateur. L'organigramme général est représenté fig. 66.

### III.4.8 Résultats de la méthode.

#### III.4.8.1 *Résultats typiques obtenus sur un circuit simple.*

Afin de vérifier que le programme d'une part converge vers des valeurs cohérentes et que d'autre part, on pourra déterminer avec précision les éléments parasites du schéma équivalent du transistor à effet de champ, un circuit simple a été étudié dans un premier temps.

Le schéma équivalent étudié fig. (67) comporte 6 éléments. Les valeurs théoriques des paramètres  $S_{ij}$  ont été introduites en données (valeurs vraies des éléments) tandis que des valeurs de départ différentes étaient entrées.

Le programme converge en vingt itérations. On voit alors que les valeurs finales des éléments du circuit étudié sont obtenues avec une excellente précision.

La convergence obtenue est illustrée sur les figures (68) et (69).

#### III.4.8.2 *Utilisation de la méthode pour un transistor à effet de champ.*

Les données à introduire dans le programme OPT (cf. organigramme fig (66)) sont :

- les paramètres  $S_{ij}$  mesurés à large bande de fréquence,
- le circuit équivalent qui sera utilisé.

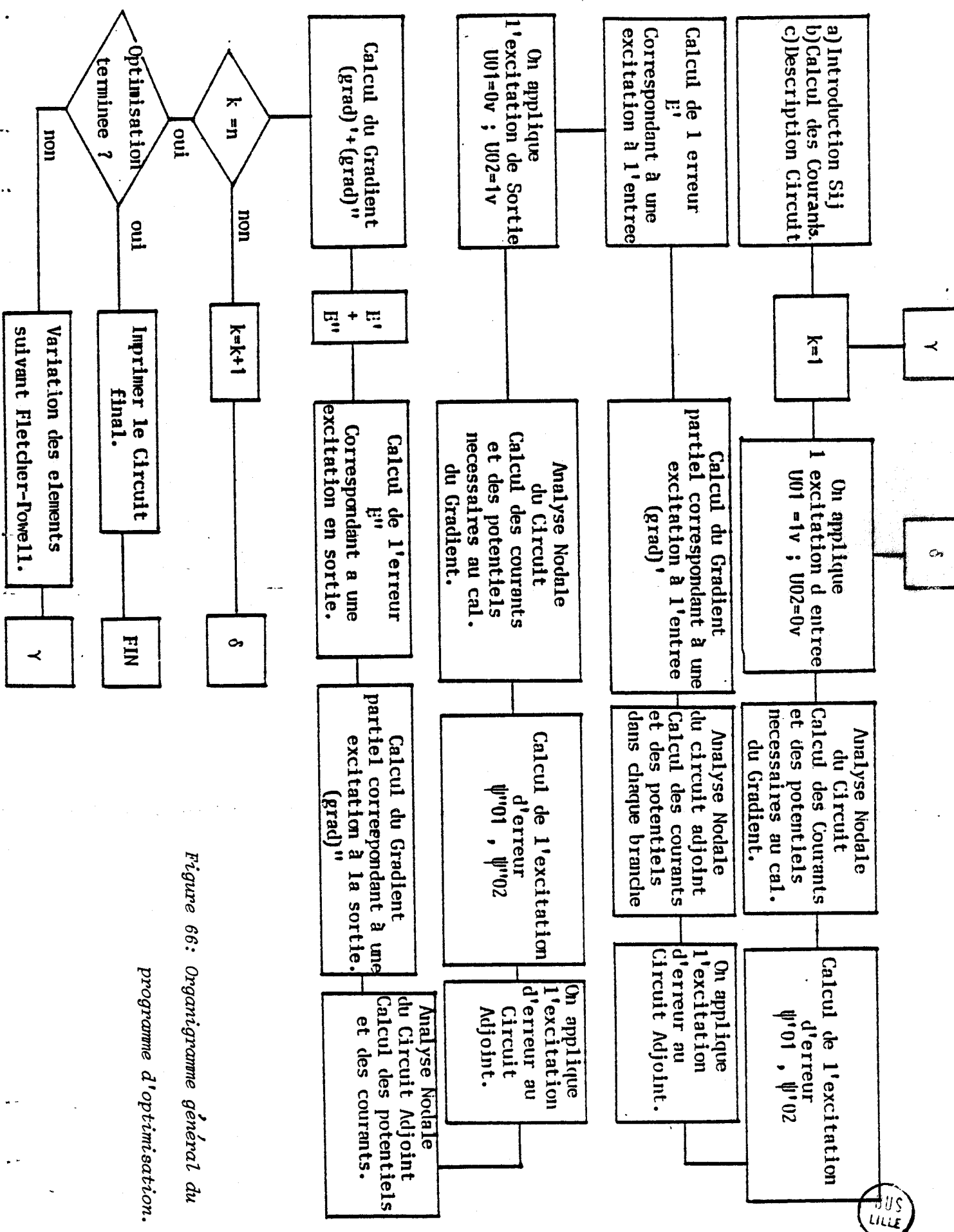


Figure 66: Organigramme général du programme d'optimisation.



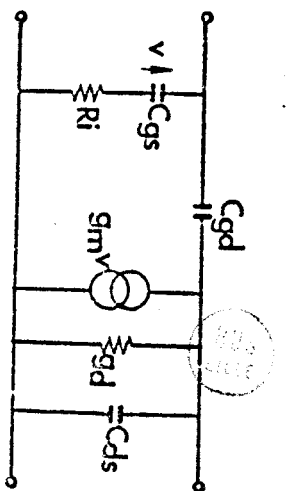


Figure 67: Schéma équivalent utilisé.

	Valeurs vraies	Valeurs départ	
Cgs	0.2831	0.3	PF
Ri	13.8	20	Ω
Cgd	0.041	0.02	PF
Gm	20.5	28	mS
Gd	2.5	4	mS
Cds	0.08	0.03	PF

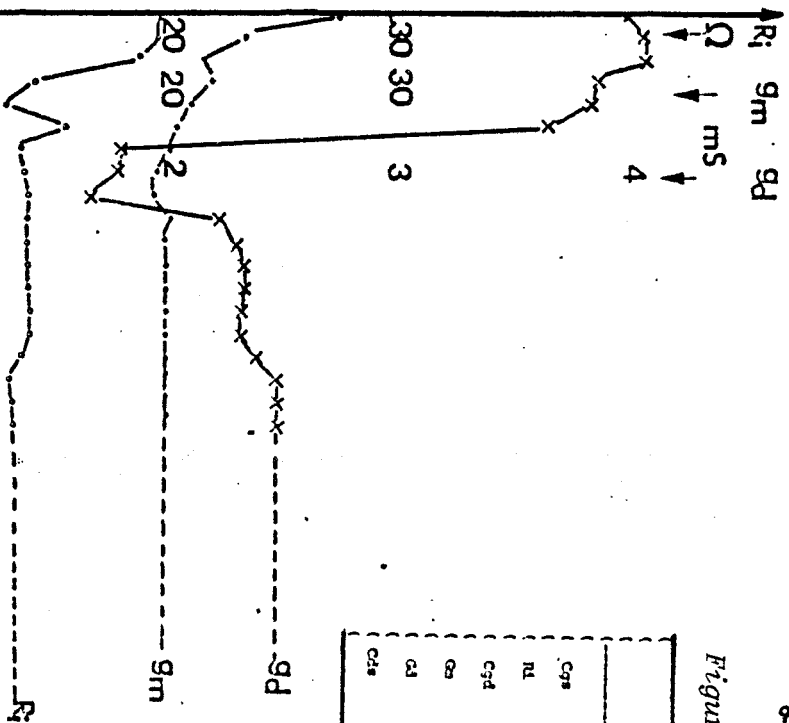


Figure 69: Convergence de  $g_m, g_d, R_i$  en fonction du nombre d'itérations.

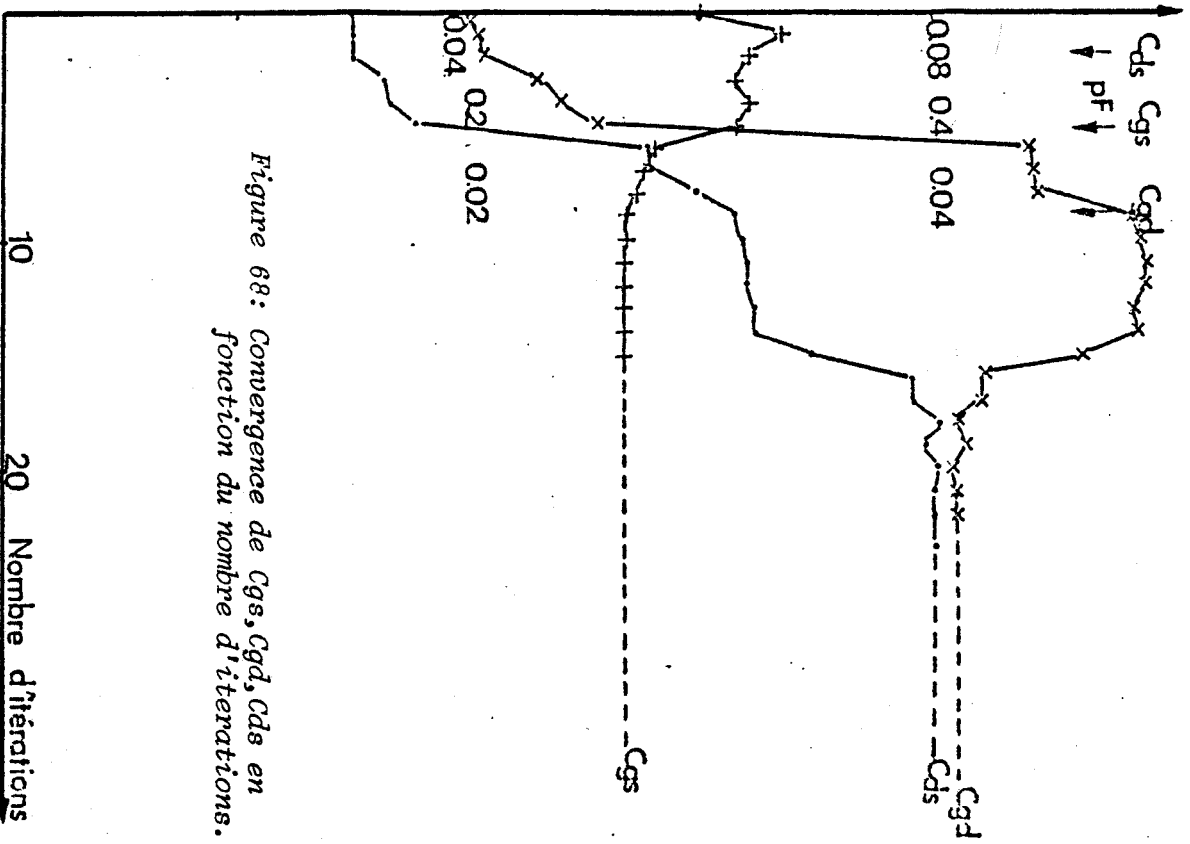


Figure 68: Convergence de  $C_{gs}, C_{gd}, C_{ds}$  en fonction du nombre d'itérations.

Les paramètres  $S_{ij}$  sont mesurés dans la gamme 2-12 GHz à l'analyseur de réseaux Hewlett-Packard pour chacun des points de polarisation choisis. Le circuit équivalent utilisé ici à titre d'exemple comporte 12 éléments fig. (70). Signalons l'intérêt de ce programme d'optimisation et en particulier sa souplesse d'utilisation puisqu'il comporte une procédure de description nodale (Réf. I.3.5 et fig. (9)) qui permet de modifier aisément le circuit équivalent étudié et donc de s'adapter à des types de transistors différents ainsi qu'à des topologies d'association de transistors différentes (T.E.C. de puissance).

Une fois les valeurs expérimentales des paramètres  $S_{ij}$  entrées dans le programme et le circuit équivalent décrit, il s'agira de donner des valeurs de départ aux différents éléments du circuit étudié. Aussi un certain nombre d'éléments seront préestimés afin de faciliter la convergence du programme. Signalons que l'utilisation de cette procédure de préestimation n'est pas nécessaire, mais qu'elle permet de gagner un temps considérable sur le calcul.

A cette fin, on utilisera un certain nombre d'informations issues :

- des mesures basses fréquences réalisées dans la gamme 0.1/1 GHz (cf. § III)
- de mesures en continu.

Ainsi, les valeurs de départ pour la conductance de sortie  $g_d$ , la transconductance  $g_m$ , les capacités  $C_{gs}$ ,  $C_{gd}$  ainsi que  $C_{ds}$  seront déduites des mesures basse fréquence 0.1/1 GHz. Pour les résistances d'accès on prendra les valeurs mesurées en continu. Mis à part ces éléments, aucune hypothèse de départ ne sera faite tant sur la valeur de la résistance de métallisation de grille que sur celle de  $R_i$  et des selfs d'accès.

Le programme converge alors en une quarantaine d'itérations. On remarque alors que les valeurs des différentes composantes du vecteur  $G$  (gradient) de dimension identique au nombre d'éléments tendent vers zéro. La détermination optimale est alors obtenue.

#### a) Analyse des résultats typiques obtenus sur le transistor TH 27 GPF.

Les paramètres  $S_{ij}$  du transistor TH 27 GPF 773 N° 2 ont été mesurés entre 2 et 12 GHz pour trois points de polarisation donnés.

Les résultats obtenus sont rassemblés sur le tableau de la fig. (71).

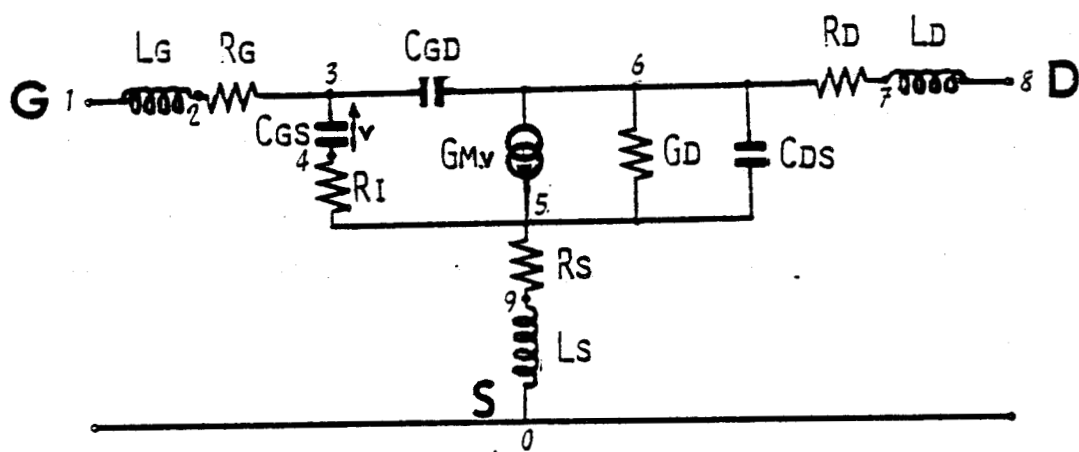


Fig. 70 : Schéma équivalent utilisé.

	$V_{ds}=5v$ Valeurs calculées	$V_{gs}=-3.7v$ Valeurs de départ (BF)	$V_{ds}=5v$ $V_{gs}=-2.5v$	$V_{ds}=5v$ $V_{gs}=-2.15v$
$g_m$ (ms)	48.6	44.2	63.6	60
$g_d$ (ms)	6.12	6.8	6.3	6.5
$R_s$ ( $\Omega$ )	1.7	3.5	1.7	1.7
$R_d$ ( $\Omega$ )	1.9		1.9	1.9
$C_{gd}$ (pf)	.067	0.075	0.04	0.035
$C_{gs}$ (pf)	0.72	0.8	0.95	0.9
$C_{ds}$ (pf)	0.24	0.22	0.24	0.24
$R_i$ ( $\Omega$ )	6		3.25	2.4
$R_g$ ( $\Omega$ )	.8		.8	1
$L_s$ (nH)	.052		0.05	0.05
$L_g$ (nH)	.36		0.36	0.36
$L_d$ (nH)	.18		0.18	0.2

Fig. 71.

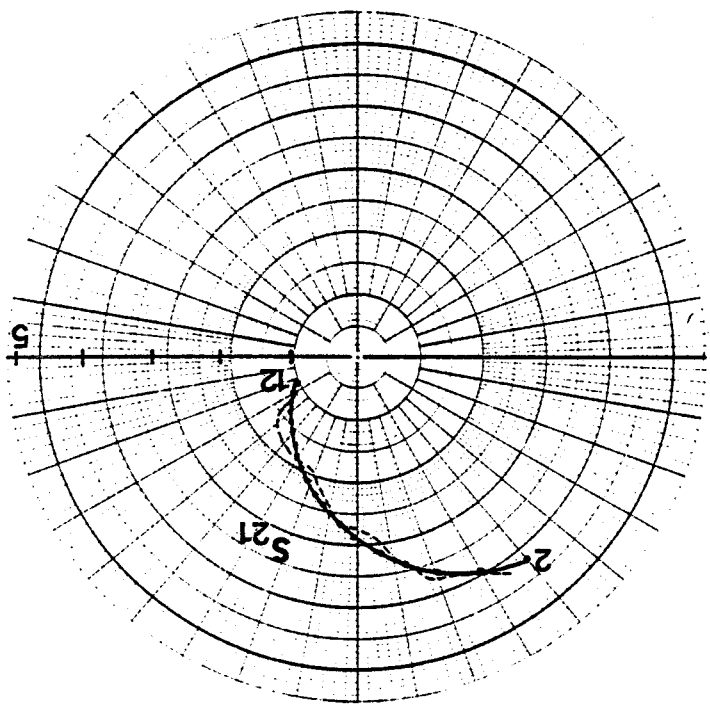
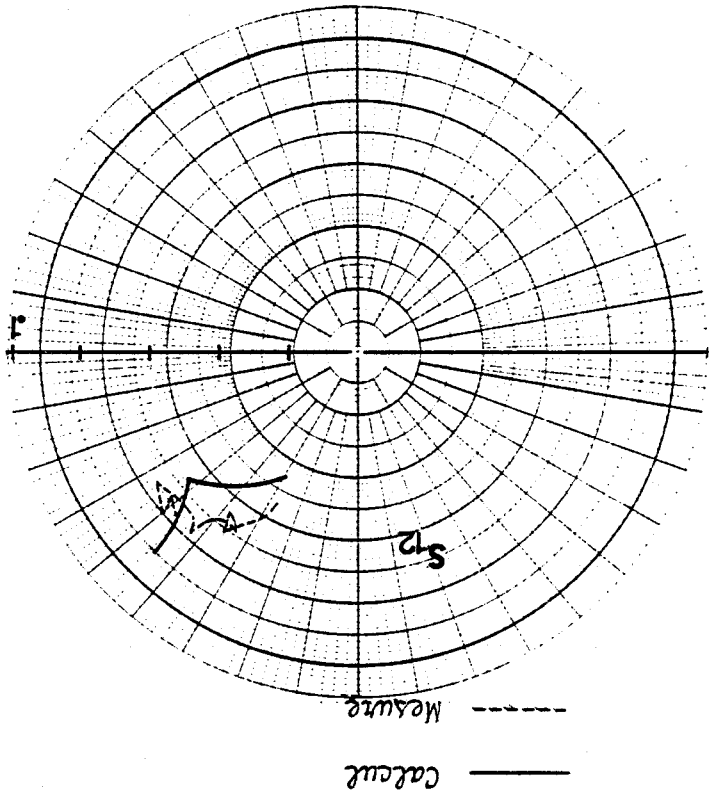
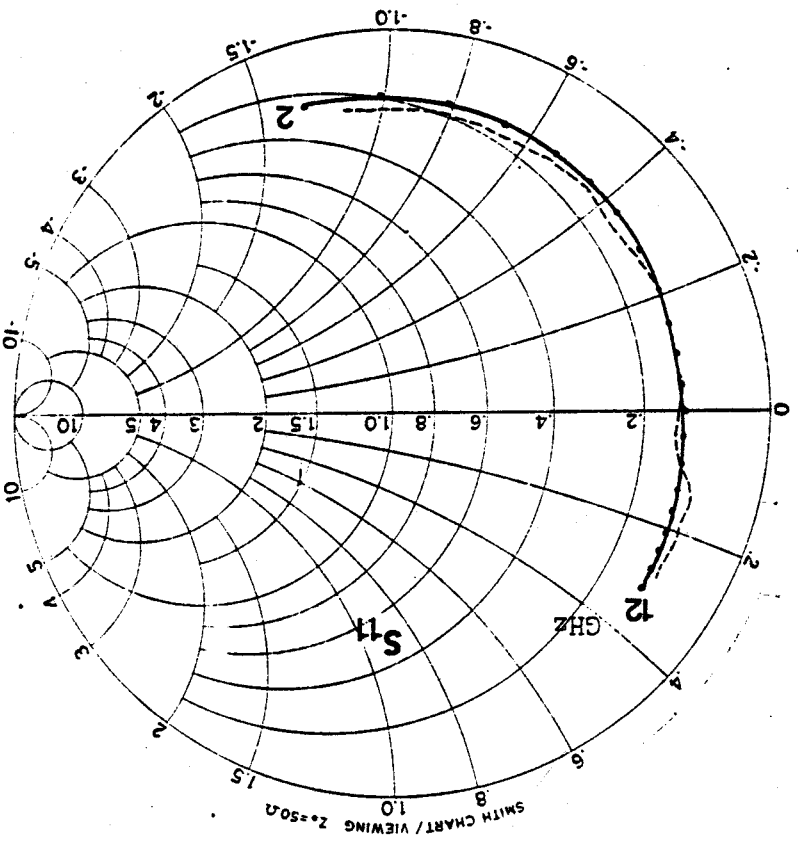
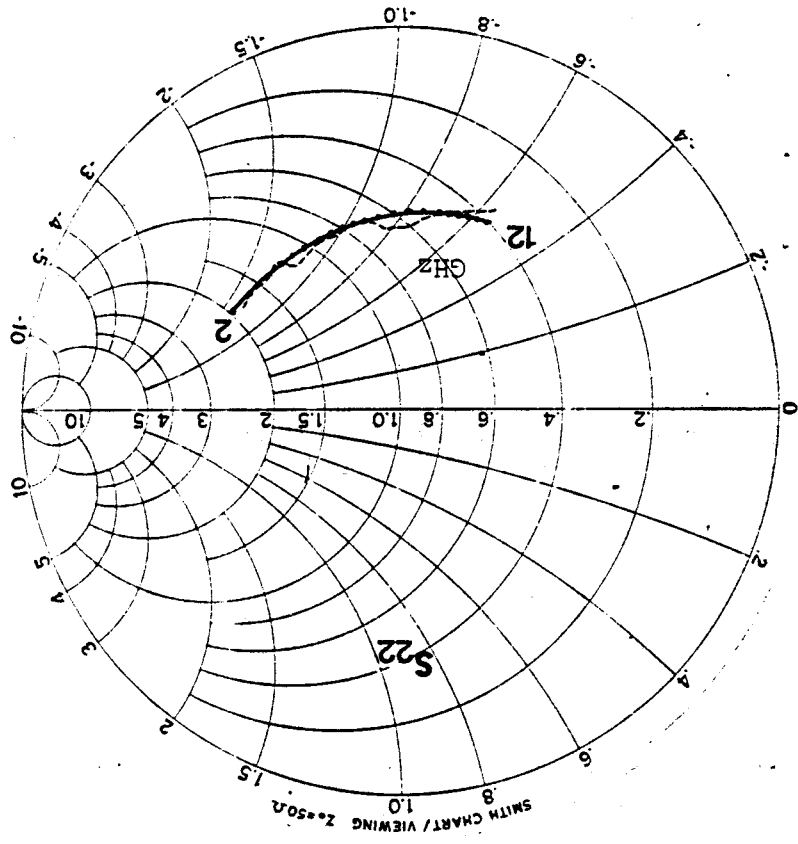


On remarque :

- l'influence importante de la polarisation sur certains paramètres ( $g_m$ ,  $C_{gs}$ ,  $R_i$ ) ;
- la constance des valeurs des éléments parasites, ce qui est particulièrement significatif de la précision avec laquelle ces éléments sont déterminés ;
- la qualité de l'estimation fournie par les mesures effectuées dans la bande 100 MHz - 1GHz ;
- l'évolution de  $R_i$  avec la polarisation qui ne peut être obtenue par aucune autre méthode est tout à fait conforme aux estimations théoriques.

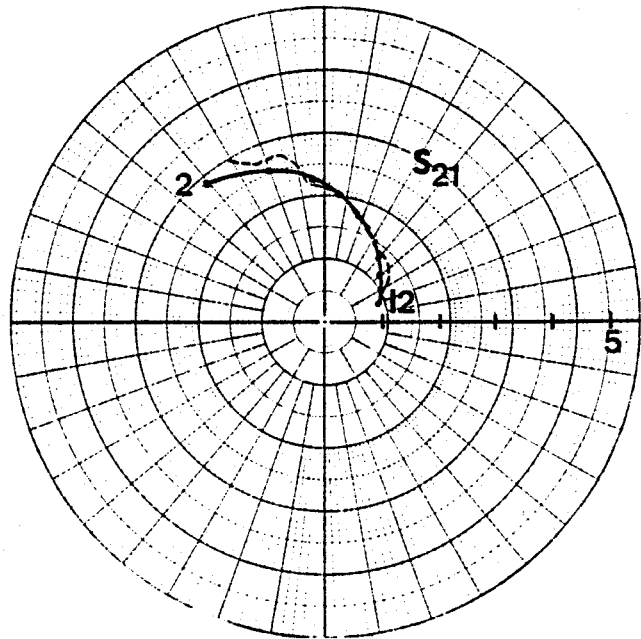
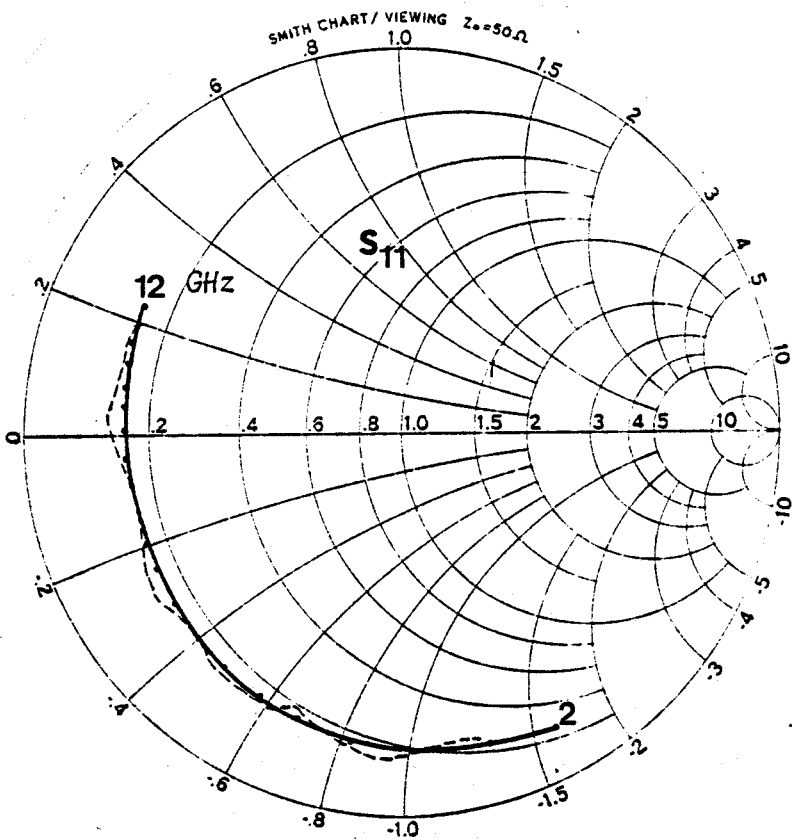
Pour bien montrer la validité de ces déterminations, on a donc représenté sur les figures 72 à 73 les paramètres  $S_{ij}$  mesurés à large bande ainsi que les paramètres  $S_{ij}$  calculés à partir des valeurs de la fig. (71) pour les points de polarisation  $V_{ds} = 5v$  ;  $V_{gs} = -3.7v$  et  $V_{ds} = 5v$  et  $V_{gs} = -2.5 v$ . On remarque qu'il existe un très bon accord entre les valeurs calculées et celles mesurées sur une large bande de fréquence, ce qui confirme bien la validité de la méthode.

Fig. 72 : Evolutions fréquentielles des paramètres de transfert  
 ( $S_{11}$ ), ( $S_{12}$ ), ( $S_{21}$ ) pour le T.E.C. de puissance Th 27 GPF  
 $V_{ds} = 5V$ ,  $V_{gs} = -2.5V$ .

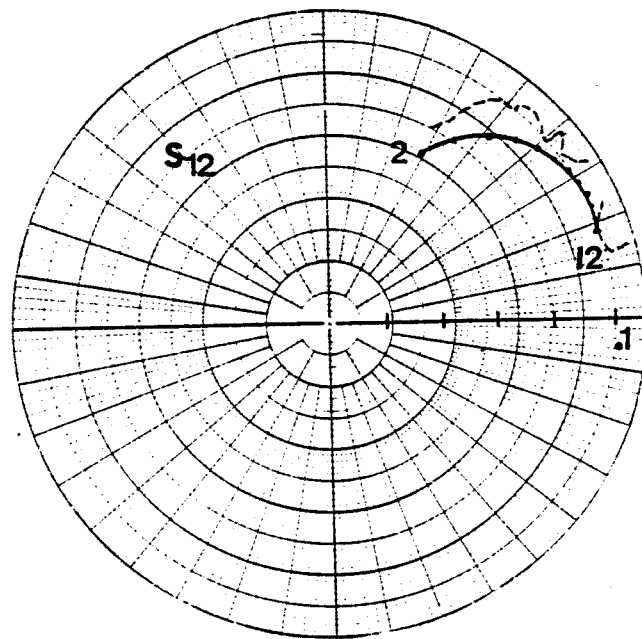
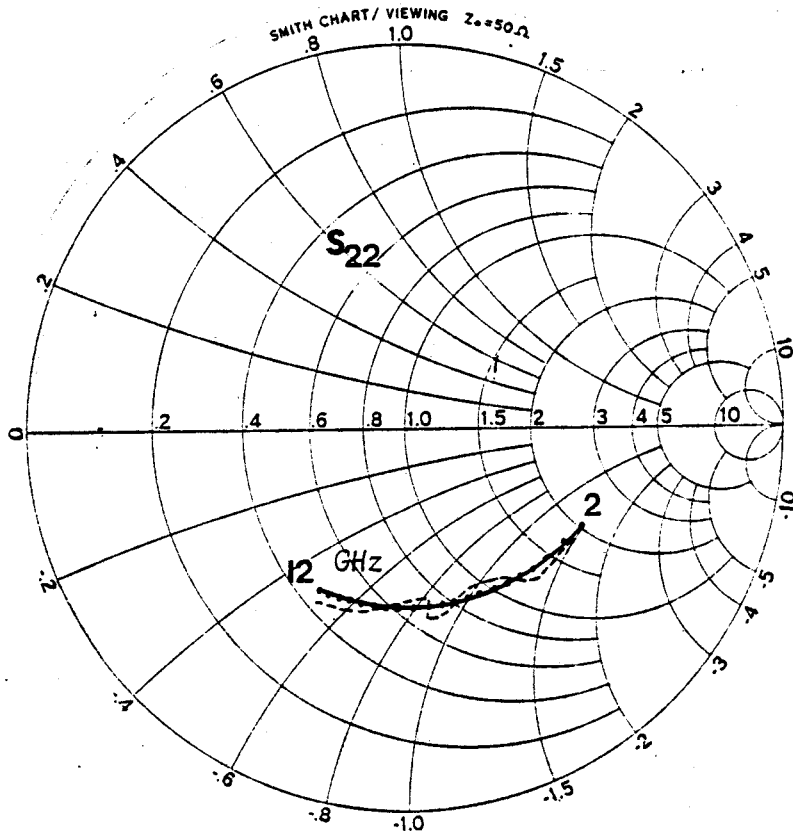


— Calcul  
 - - - Mesure





— Calcul  
 - - - Mesure



BUS  
 LILLE

Fig. 73 : Evolutions fréquentielles des paramètres de transfert  $(S_{ij})_c$ ,  $(S_{ij})_m$  pour le T.E.C. de puissance Th 27 GPF.  $V_{ds} = 5v$ ,  $V_{gs} = -3.7v$ .

## REFERENCES

- [1] R. YAQUINE  
*"Caractérisation statique, basse fréquence et hyperfréquence du transistor à effet de champ au GaAs"*  
 D.E.A. Lille, Juillet 1979.
- [2] R. PERICHON, M. GOLOUBKOFF, R. YAQUINE, J.P. CASTELETTO  
*"Modeling the MESFET output nonlinearity by measuring the low frequency distortion"*  
 Communication privée.
- [3] A. CAPPY  
 Thèse de Docteur de 3ème Cycle, Lille, Juin 1981.
- [4] H.A. WILLING, C. RAUSCHER, P. DE SANTIS  
*"A technique for predicting large signal performance of GaAs MESFET"*  
 I.E.E.E. Trans. Microwave Theory and Tech., Vol. MTT 26, Déc. 78,  
 pp. 1017-1023.
- [5] R.A. MINASIAN  
*"Simplified GaAs MESFET model to 10 GHz"*  
 Electron. Letters, Vol. 13, Sept 1977, pp. 549-551.
- [6] R. PERICHON and R. YAQUINE  
*"A simplified GaAs MESFET model for nonlinear applications"*  
 Communication privée sur le modèle simplifié du T.E.C.
- [7] R. FLETCHER and M.J.D. POWELL  
*"A rapidly convergent descent method for minimization"*  
 Computer J., 6, n° 2, 1963, pp. 163-168.
- [8] S.W. DIRECTOR and R.A. ROHRER  
*"Automated Network design. The frequency-domain case"*  
 I.E.E.E. Trans. on circuit theory, Vol. CT-16, n° 3, August 1969,  
 pp. 330-336.



- [9] CALAHAN, D.A.  
"Computer-aided Network design"  
Mc. GRAW-Hill, 1972, pp. 325-327.

## CHAPITRE IV

#### IV.1 INTRODUCTION.

Avant de donner les résultats les plus significatifs de ce travail, il nous semble important d'en rappeler les buts essentiels :

- d'une part mettre en évidence les non linéarités qui ont une importance décisive sur les phénomènes d'intermodulation dont le transistor est le siège,
- d'autre part et en conséquence, s'efforcer de définir les conditions d'utilisation qui permettent de minimiser les niveaux d'intermodulation, conditions relatives tant à la polarisation du transistor qu'aux valeurs des impédances de charge.

Dans ce but, nous avons particulièrement étudié deux types de transistors à effet de champ qui constituent à la fois des exemples typiques et également extrêmes des composants actuellement disponibles :

- Un transistor faible bruit à grille submicronique : Le NEC 388.
- Un transistor de puissance à grille plus longue et de dopage plus faible : Le Thomson 27 GPF.

Les caractéristiques de ces deux transistors, résumées dans le tableau ci-dessous montrent bien le caractère nettement différencié de ces deux types de composants. On peut donc espérer de leur étude des informations relativement complémentaires :

Type	Z( $\mu$ )	Lg( $\mu$ )	N <sub>D</sub> (10 <sup>17</sup> )	a( $\mu$ )	L <sub>SD</sub> ( $\mu$ )	I <sub>DSS</sub> (mA)
NEC 388	300	0.5	2.2	0.11	2.5	44
Th 27 GPF	1200	1.3	1	0.6	4	320

De plus, ils correspondent à deux éléments indispensables d'une chaîne d'amplification : le premier serait utilisé dans les étages d'entrée et le second dans les étages moyenne et forte puissance.

Pour chacun de ces transistors et pour plusieurs points de polarisation, nous avons utilisé les méthodes développées aux paragraphes précédents pour évaluer les coefficients caractéristiques des non linéarités des éléments du schéma équivalent. Nous avons également pris soin de vérifier que les évolutions constatées étaient bien caractéristiques des types de transistors considérés et se retrouvaient sur les divers composants à notre disposition (plusieurs unités de chaque type).

Puis nous avons utilisé le programme d'analyse en série de Volterra pour calculer systématiquement le point d'interception de l'intermodulation d'ordre trois.

#### IV.2 ETUDE DU T.E.C. NEC 388.

Dans un souci de compréhension et afin de mettre en évidence rapidement les contributions des termes prépondérants sur les valeurs de l'intermodulation, le NEC 388 a été étudié dans un premier temps en considérant un schéma unilatéral, c'est-à-dire en négligeant l'influence de la capacité grille-drain  $C_{gd}$ .

##### IV.2.1 Etude au gain maximum (MAG).

Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau (I). Quatre points de polarisation ont été considérés, correspondants à des régimes de pincements très différents. Ces résultats ont donc été obtenus pour le gain maximum disponible (MAG), c'est-à-dire pour la combinaison des impédances de source et de charge qui donnent l'adaptation optimale ( $Z_{ms}$ ,  $Z_{ml}$ ).

On donne alors le couple ( $Z_{ms}$ ,  $Z_{ml}$ ) pour chaque point de polarisation (1/, 2/, 3/, 4/). Pour chacun de ces points on étudie alors la contribution de chaque coefficient non linéaire sur la valeur de l'intermodulation d'ordre trois.

On constate alors :

- qu'il existe une influence prépondérante de la polarisation sur le niveau d'intermodulation,
- que pour le meilleur point de polarisation ( $V_{gs} = - .75v$  ;  $V_{ds} = 2.5v$ )  $I_3 \sim 10.9$  dBm, la non linéarité ( $C_{30}$ ) la plus importante est celle du troisième ordre relative à la capacité grille-source. Celle de  $g_d$  est moins importante tandis que celle de  $g_m$  s'avère tout-à-fait négligeable,
- que pour le point ( $V_{ds} = 3v$  ;  $V_{gs} = - 0.25v$ ), la non linéarité de  $C_{gs}$  est également prépondérante tandis que celle de  $g_m$  reste négligeable,
- pour un seul point ( $V_{ds} = 2v$ ,  $V_{gs} = - .75v$ ), il apparait une contribution importante du terme d'ordre trois due à la non linéarité de  $g_d$ , celle de  $C_{gs}$  restant toutefois relativement importante,
- que la contribution des termes croisés est absolument négligeable.

#### IV.2.2 Etude à un gain inférieur au gain maximum : - 3 dB/MAG.

Nous avons fait varier systématiquement le gain en changeant les valeurs de l'impédance interne du générateur (ce qui équivaut à modifier le système d'adaptation d'entrée) et de l'impédance de charge. Pour chacune des valeurs considérées, nous avons calculé le niveau d'intermodulation d'ordre trois. Les résultats obtenus sont réunis sur les tableaux (II) et (III) et les figures 74,75 et 76.

##### IV.2.2.1. *Influence d'une désadaptation à l'entrée.*

Dans ce cas, la diminution du gain résulte d'une variation de l'impédance interne du générateur, l'impédance de charge étant maintenue à sa valeur précédente  $Z_{ml}$ . Le lieu des impédances correspondantes à un gain constant est un cercle sur l'abaque de Smith, Fig. (74). On a porté sur ce cercle les valeurs du point d'interception de l'intermodulation d'ordre trois

**TABLEAU I: POINT D'INTERSECTION DE L'INTERMODULATION D'ORDRE 3**  
**ETUDE DU TEC NEC 388 No6 .CAS UNILATERAL.**

**1) ETUDE AU MAG. RECHERCHE DE LA CONTRIBUTION LA PLUS IMPORTANTE**

CHARGE à F+ : Zs , Z1 CC CO		; CHARGE à F- : Zs , Z1 CC CO		
1/ Zms=(9.99 , 79.58) ohms	Zml=(261.4 , 220) ohms	MAG=15.9 dB		
2/ Zms=(10 , 88.42) ohms	Zml=(262.7 , 228) ohms	MAG=17.3 dB		
3/ Zms=(10 , 88.42) ohms	Zml=(258.4 , 205.6) ohms	MAG=16.8 dB		
4/ Zms=(10 , 106.1) ohms	Zml=(263 , 300.3) ohms	MAG=17.5 dB		
	1/ Vds=3v Vgs=-0.25v	2/ Vds=2.5v Vgs=-0.75v	3/ Vds=2v Vgs=-0.75v	4/ Vds=3v Vgs=-1.25v
N.L de gm, gd, Cgs G20, G30, G02, G03 ≠ 0 termes croises non nuls.	9.05	10.93	6.15	7.91
Non Linearite de gm seule G30≠0	25	23.4	23	14.3
Non Linearite de gd seule G03≠0		17.9	5.7	
Non Linearite de Cgs seule C30≠0	9	10.8	10.3	7.9
Influence des termes du second ordre gm: G20 & G30 ≠ 0	25	23.4	23	14.8
Influence des termes du second ordre gd: G02 & G03 ≠ 0			6.11	
Influence des termes du second ordre Cgs: C20 & C30 ≠ 0	9.3	10.8	10.3	7.9
N.L de gm, gd, Cgs termes croises nuls	9.03	10.92	6.04	7.93

**TABEAU II: INFLUENCE DES IMPEDANCES DE FERMETURES**  
**ETUDE AU MAG-3DB DU TEC NEC 388 No 5.**

NEC 388 N06 VDS=2.5v VGS=-0.75v F=10Ghz CAS UNILATERAL

MAG = 17,3 dB

1/  $Z_{ms} = (50, 68.65)$  ohms  
 2/  $Z_{ms} = (50, 108.2)$  ohms       $Z_{ml} = (262.7, 250)$  ohms  
 3/  $Z_{ms} = (20, 62.03)$  ohms

GAIN = -3 dB/MAG	Charge à F+ ( $f_2 + f_1$ ) $Z_s ; -Z_l$	Charge à F- ( $f_2 - f_1$ ) $Z_s ; Z_l$			
		cc , cc	co , cc	cc , co	co , co
1/	co , co	15.98	15.95	16.05	16.06
	co , cc	15.89	15.85	15.95	15.97
	cc , co	16.03	15.99	16.09	16.11
	cc , cc	15.96	15.93	16.03	16.04
2/ tous les coefficients N.L non nuls.	co , co	15.56	15.52	15.59	15.58
	co , cc	15.74	15.70	15.78	15.77
	cc , co	15.74	15.70	15.77	15.76
	cc , cc	15.84	15.80	15.87	15.87
3/	co , co	14.10	14.07	14.15	14.15
	co , cc	13.93	13.88	13.96	13.96
	cc , co	14.10	14.06	14.14	14.14
	cc , cc	13.99	13.96	14.03	14.03

**TABLEAU III : INFLUENCE DE L'IMPEDANCE DE CHARGE**  
**ETUDE AU MAG - 3 dB ET AU MAG - 6 dB**  
**DU TEC NEC 388 N° 6**

NEC 388 N° 6  $V_{DS} = 2.5$  v  $V_{GS} = -0.75$ v  $F = 10$  GHz CAS UNILATÉRAL  
 $Z_{MS} = (10, 88.4)$  OHMS, MAG = 17.26 dB

	Charge à $F^+$ ( $f_2 + f_1$ )	Charge à $F^-$ ( $f_2 - f_1$ )
	$Z_S, Z_L$ CC, CO	$Z_S, Z_L$ CO, CO
Gain = -3 dB/MAG	$Z_{m1}$ (ohms)	I3 (dBm)
	(55 , 108.2)	7.87
	(65 , 58.15)	7.83
	(75 , 202.6)	7.84
	(90 , - 25.46)	7.85
	(125 , - 106.2)	7.85
Gain = -6dB/MAG	(30 , 28.56)	4.83
	(35 , - 12.28)	4.85
	(37.5 , - 30.25)	4.86
	(42.5 , - 62.82)	4.87
	(45 , - 77.78)	4.86



Si l'on fait varier l'impédance du générateur sur ce cercle à gain constant, le niveau d'intermodulation évolue énormément puisque le point d'interception passe de 12.4 dBm à 16 dBm.

L'influence de l'impédance du générateur est donc très importante, ceci pouvant s'interpréter aisément en considérant que la non linéarité la plus importante est celle de la capacité grille-source.

#### *IV.2.2.2. Influence d'une désadaptation en sortie.*

Dans ce cas, la diminution du gain par rapport au MAG est obtenue en faisant varier l'impédance de charge, le transistor restant adapté à l'entrée. Comme précédemment, le lieu des points à gain constant est un cercle sur l'abaque de Smith, Fig. (75).

On constate alors :

- que l'influence de l'impédance de charge est peu importante : Le niveau d'intermodulation est quasi indépendant de  $Z_L$ . Ceci est à rapprocher des résultats du paragraphe IV.2.1 concernant la prépondérance de la non linéarité de Cgs,
- le niveau d'intermodulation est nettement moins bon que dans le cas d'une désadaptation à l'entrée.

#### *IV.2.2.3. Influence des impédances de fermeture aux fréquences somme et différence.*

Certains auteurs ont montré que le niveau d'intermodulation était étroitement dépendant des valeurs des impédances vues par le composant ou impédances de fermeture tant à l'entrée qu'à la sortie, aux fréquences somme (voisines de l'harmonique 2) ou différence (voisines des basses fréquences).

IMPEDANCE OR ADMITTANCE COORDINATES

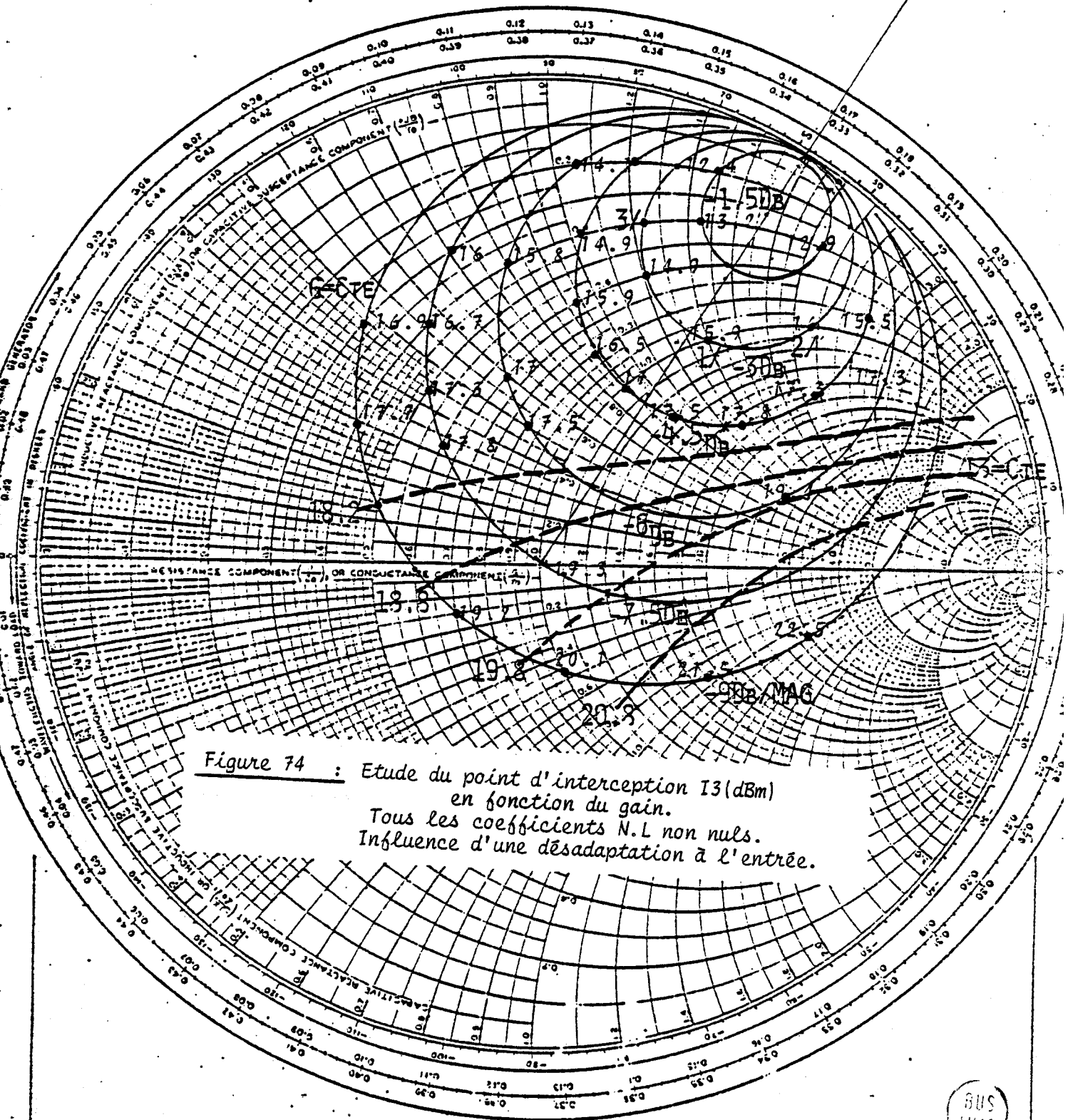
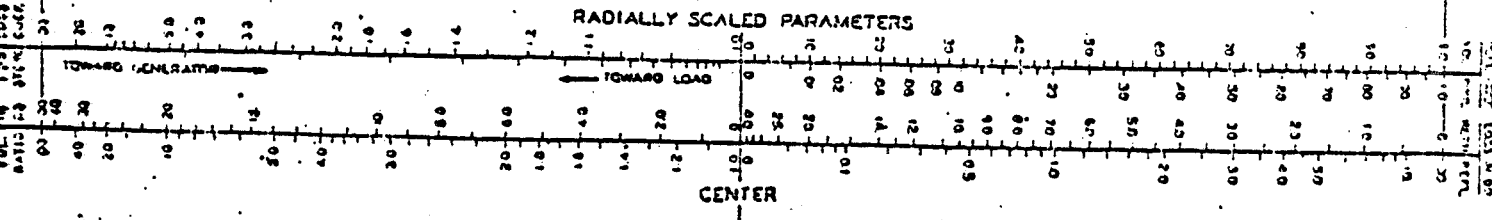


Figure 74 : Etude du point d'interception I<sub>3</sub>(dBm)  
 en fonction du gain.  
 Tous les coefficients N.L non nuls.  
 Influence d'une désadaptation à l'entrée.

BUS LILLE





Dans le but d'étudier cette influence, on considère alors les cas extrêmes où le transistor est fermé soit par un court-circuit, soit par un circuit ouvert aux fréquences somme et différence.

D'après les résultats du tableau (II), il semble que pour les trois valeurs de l'impédance du générateur choisies, cette influence soit très faible : La différence maximale observable est de 0.3 dB.

#### IV.2.3 Etude au MAG - 6 dB.

L'étude est tout-à-fait similaire à celle qui a été effectuée pour un gain inférieur de 3 dB par rapport au gain maximum et les conclusions s'avèrent similaires.

##### IV.2.3.1. *Influence d'une désadaptation à l'entrée.*

Le transistor reste adapté en sortie, l'impédance du générateur est différente de celle qui donne l'adaptation. On la fait varier tout en maintenant un gain constant et inférieur de 6 dB au gain maximum. Les résultats sont regroupés sur la figure (74).

Le niveau du point d'interception I3 varie de 14.5 à 19.4 dBm, ce qui confirme l'influence prépondérante de l'impédance du générateur et l'intérêt d'utiliser des gains inférieurs au MAG pour lesquels le niveau d'intermodulation est plus faible. L'impédance optimale est :

$$Z_{ms} = (130, 55.2) \Omega$$

##### IV.2.3.2. *Influence de la désadaptation en sortie.*

L'entrée restant adaptée, la diminution du gain résulte d'une désadaptation du circuit de sortie. Comme précédemment, le niveau d'intermodulation est quasi indépendant de l'impédance de charge et il est beaucoup plus grand que quand on a une désadaptation à l'entrée (I3  $\approx$  4.8 dBm).

#### IV.2.4 Etude avec un schéma bilatéral.

Afin de cerner de plus près la réalité, le travail précédent a été suivi par l'étude de ce transistor en tenant compte de l'influence de la capacité  $C_{gd}$  et des autres éléments parasites. (Circuit non unilatéral).

Pour déterminer les éléments parasites, les paramètres  $S_{ij}$  ont été mesurés entre 2 et 12 GHz. On a donc pu accéder à l'aide du programme d'optimisation décrit précédemment dans le chapitre III, (à partir de ces mesures à large bande de fréquence) aux différents éléments constitutifs du schéma équivalent. (En particulier les éléments parasites).

L'étude a été effectuée pour le point de polarisation qui donnait les meilleures performances en schéma unilatéral ( $V_{gs} = -0.75$  v ;  $V_{ds} = 2.5$  v). On a fait varier systématiquement les impédances de charge et de source afin d'obtenir des gains variant par pas de 0.5 dB.

Les niveaux d'intermodulation obtenus ont été calculés systématiquement pour les couples d'impédances de source et de charge qui permettent d'obtenir ces valeurs de gain. Sur la figure 76 sont portées, sur les cercles lieux des impédances de charge qui donnent un gain donné, les valeurs des niveaux d'intermodulation correspondantes. Cette étude nous permet de tirer les conclusions suivantes :

- la prise en compte des éléments parasites entraîne une diminution du gain maximum disponible qui passe de 17.5 dB (cas unilatéral) à 12.8 dB, bien que la fréquence de travail (10 GHz) soit largement inférieure à la fréquence maximum de fonctionnement pour ce type de transistor,
- la meilleure performance au niveau de l'intermodulation d'ordre trois est obtenue pour un gain inférieur au gain optimal (11 dB au lieu de 12.5 dB) : Le niveau optimal du point d'interception est de 14 dBm,



- le couple d'impédances de source et de charge qui donnent le meilleur niveau d'intermodulation est

$$Z_{ms} = (24.7, 72.35) \Omega ; Z_m = (200, 67.7) \Omega.$$

#### IV.2.5 Conclusions relatives au NEC 388.

Un certain nombre de conclusions particulièrement significatives ont pu être tirées de cette étude. Parmi, les plus importantes, nous pouvons citer :

- La polarisation du transistor à une influence déterminante sur le niveau d'intermodulation, le point optimal se situant au voisinage de  $I_{DSS}/2$ .
- La non linéarité de  $C_{gs}$  apparaît largement prépondérante.
- Pour les fréquences pour lesquelles le schéma unilatéral reste valable, l'influence de l'impédance du générateur est très importante. On peut obtenir des performances très intéressantes en niveau d'intermodulation en utilisant des impédances de source qui donnent un gain inférieur au gain maximum.

#### IV.3 ETUDE DU T.E.C. DE PUISSANCE THOMSON 27 GPF.

L'étude a été faite à une fréquence de travail de 7 GHz en utilisant un schéma bilatéral. Quatre points ont été particulièrement abordés :

- Une comparaison de l'influence des différentes causes de non linéarités.
- L'influence de la polarisation au gain maximum.
- Le rôle des impédances de fermeture aux fréquences somme et différence.

- Les influences du gain et des impédances de source et de charge.

#### IV.3.1 Etude au gain maximum.

Le niveau d'intermodulation a été calculé pour trois points de polarisation différents en prenant en compte

- soit l'ensemble des coefficients caractéristiques des différentes sources de non linéarités du transistor,
- soit une partie de ces sources.

On remarque comme précédemment que l'influence de la polarisation et surtout de  $V_{gs}$  est importante (Tableau IV): La variation du point d'interception peut atteindre 10 dB quand  $V_{gs}$  passe de - 2.5v à - 3.7v, le point optimal semblant se situer au voisinage de  $I_{DSS}/2$ , ce qui semble particulièrement intéressant pour un transistor de puissance puisqu'à ce point de polarisation correspond aussi un maximum de puissance de sortie.

En ce qui concerne les contributions respectives des différents termes, pour le meilleur point de polarisation, on peut tirer les conclusions suivantes :

- Tous les éléments non linéaires du schéma équivalent ont de l'influence. Ceci a, à notre avis, deux conséquences majeures :
- Il n'est pas possible de faire une estimation des performances ou une détermination des conditions optimales en ne prenant en compte qu'une seule cause de non linéarité.
- D'autre part, le design d'un transistor optimal ne peut être réalisé en ne considérant qu'une seule cause de non linéarité (par exemple la transconductance) et en cherchant les caractéristiques technologiques qui permettent de l'améliorer.



## TABLEAU IV

POINT D'INTERSECTION DE L'INTERMODULATION D'ORDRE 3  
 ETUDE DU T.E.C. DE PUISSANCE THOMSON 27 GPF 773 N° 2

## Cas bilatéral

1) Etude au MAG. Recherche de la contribution la plus importante

CHARGE à  $F^+$  :  $Z_s, Z_l$  ; CHARGE à  $F^-$  :  $Z_s, Z_l$   
 CC, CC CC, CC

1/  $Z_{ms} = (2.9, 4.3)$  ohms  $Z_{ml} = (18, 56.5)$  ohms  
 2/  $Z_{ms} = (3.1, 4.9)$  ohms  $Z_{ml} = (15.8, 56.8)$  ohms  
 3/  $Z_{ms} = (3.6, 8)$  ohms  $Z_{ml} = (11.4, 44)$  ohms

NL de gm, gd, Cgs ≠ 0 termes croisés non nuls	1/ Vds = 5v Vgs = 2.15v MAG # 12 dB	2/ Vds = 5v Vgs = -2.5v MAG = 11.46 dB	3/ Vds = 5v Vgs = -3.7v MAG = 9.44
		27.08	28.28
NL de gm, gd, Cgs termes croisés nuls	22.85	23.66	18.51
Non liné. de gm seule $G_{30} \neq 0$	40.80	31.08	24.16
Non liné. de gd seule $G_{03} \neq 0$	22.66	24.11	27.88
Non liné. de Cgs seule $C_{30} \neq 0$	35.56	33.86	20.07
influence des terme du 2° ordre gm : $G_{20}$ et $G_{30} \neq 0$	40.65	31.08	23.84
influence des termes du 2° ordre gd : $G_{02}$ et $G_{03} \neq 0$	22.83	24.37	28.23
influence des termes du 2° ordre Cgs : $C_{20}$ et $C_{30} \neq 0$	34.56	33.2	18.70



- Il existe des compensations entre les différents termes puisque le niveau d'intermodulation peut être inférieur quand on prend en compte toutes les causes de non linéarités au lieu d'en prendre une seule.
- La contribution des termes croisés, qui n'est pas prise en compte dans la plupart des programmes d'analyse en série de Volterra est importante. Elle entraîne des compensations qui améliorent nettement le niveau d'intermodulation : la différence est de 4.5 dB pour le point d'interception.
- Par contre la contribution des termes du second ordre s'avère toujours négligeable : les différences constatées suivant qu'ils sont ou non pris en compte, sont faibles.

#### IV.3.2 Rôle des impédances de fermeture aux fréquences somme et différence

Afin d'estimer l'influence des impédances de fermeture aux fréquences somme et différence, nous avons évalué le niveau du point d'interception de l'intermodulation d'ordre trois pour différentes combinaisons d'impédances placées à l'entrée et en sortie du transistor à effet de champ.

En pratique nous avons fait ces estimations en considérant uniquement les cas extrêmes (court-circuit et circuit ouvert) aux fréquences somme et différence et ce pour le point de polarisation  $V_{ds} = 5v$  et  $V_{gs} = - 2.5v$ .

Les résultats sont présentés sur le tableau V

On peut en tirer plusieurs conclusions :

- la variation des impédances de fermeture peut entraîner une amélioration du niveau d'intermodulation ( $\sim 1.3$  dB),

## TABLEAU V

INFLUENCE DES IMPEDANCES DE FERMETURE  
 ETUDE AU MAG DU T.E.C. Th 27 GPF 773 N° 2

Vds = 5v Vgs = - 2.5v F = 7 GHz Cas bilatéral

MAG = 11.5 dB Zms = (4.4, 5.1) ohms Zml = (30, 48.2) ohms (1/)

	Charge à F <sup>+</sup>	Charge à F <sup>-</sup>			
		CC, CC	CO, CO	CC, CO	CO, CO
	CO, CO	34.44	33.83	33.73	33.33
NL de gm, gd, Cgs	CO, CC	34.50	33.89	33.73	33.36
G <sub>20</sub> , G <sub>30</sub> , G <sub>02</sub> G <sub>03</sub> ≠ 0	CC, CO	34.28	33.69	33.58	33.20
+ termes croisés non nuls	CC, CC	34.36	33.76	33.62	33.26



- cette influence est surtout mise en évidence sur la fréquence différence (en pratique en basse fréquence),
- les meilleurs résultats sont obtenus
  - quand les impédances de fermeture à la fréquence différence sont des court-circuits tant à l'entrée qu'à la sortie,
  - quand la source a une impédance interne infinie et la charge une impédance nulle à la fréquence somme.

#### IV.3.3 Discussion sur les résultats.

A titre de comparaison et afin de mieux cerner les résultats obtenus, nous allons confronter les principaux résultats obtenus pour le NEC 388 et le transistor de puissance TH 27 GPF.

Dans les deux cas, la contribution des termes du second ordre apparaît négligeable.

Par contre,

- d'une part dans le transistor de puissance, tous les termes interviennent, avec au point optimal une légère prééminence de  $g_d$  et des effets de compensation importants,
- d'autre part, dans le NEC 388, il y a une prééminence des termes liés à la variation de  $C_{gs}$ .

Enfin, la valeur du point d'interception est très supérieure pour le transistor de puissance à ce qu'elle est pour le NEC 388, le rapport semblant beaucoup plus grand que celui des puissances de sortie.

Les différences constatées semblent liées aux valeurs des caractéristiques technologiques et en particulier à l'épaisseur de la couche active beaucoup plus faible pour le NEC 388 que pour le 27 GPF, ce qui est conforme aux résultats théoriques obtenus dans le cas des dis-

torsions. Signalons par ailleurs qu'il serait sans doute possible d'améliorer largement le comportement du transistor type NEC 388 en utilisant un profil de dopage qui permet de linéariser la variation de  $C_{gs}$  avec  $V_{gs}$ . [1,2]

On voit aussi que pour le NEC 388, l'influence des impédances de fermeture aux fréquences somme et différence est très faible alors que pour le transistor de puissance, l'utilisation d'impédances optimales peut entraîner des améliorations. On peut expliquer la différence de comportement de ce transistor par rapport au précédent, en remarquant que compte tenu de ses caractéristiques technologiques, sa fréquence de fonctionnement est plus proche de sa fréquence de coupure et par là les effets de réaction sortie entrée et l'influence de la charge aux fréquences harmoniques, commencent à être plus marqués.

#### IV.3.4 Etude en fonction du gain.

En suivant la même méthode que celle indiquée précédemment, nous avons recherché les couples d'impédances de générateur et d'impédances de charge qui donnaient des gains inférieurs au gain maximum par pas de 1 dB.

Pour chacun de ces couples, nous avons calculé le niveau d'intermodulation et nous avons donc pu déterminer pour chaque valeur du gain le niveau d'intermodulation optimal et les valeurs des impédances correspondantes.

Les résultats sont résumés sur les figures 77,78 et 79 où nous montrons

- d'une part les cercles à gain constant calculés pour les différentes combinaisons d'impédances de source et de charge,
- les contours équi-intermodulation.

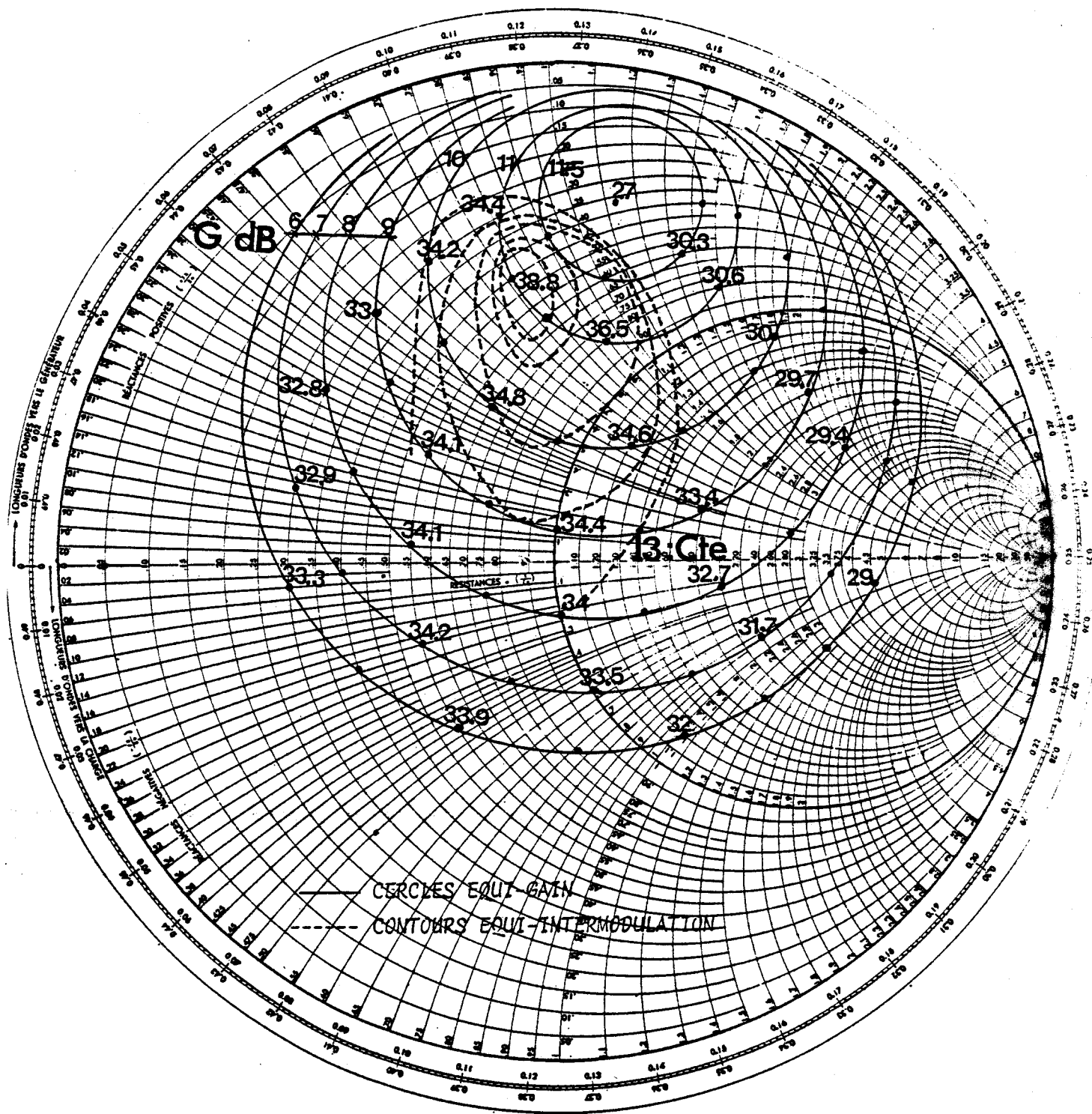


Figure 77.





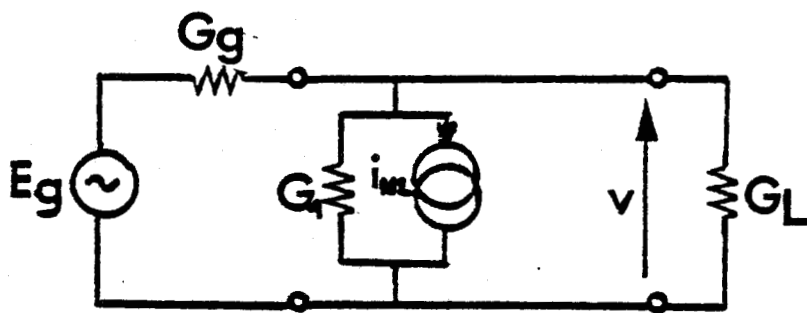


Figure 3: Topologie du circuit non linéaire étudié.





Afin de pouvoir montrer quelle pouvait être la dépendance des niveaux d'intermodulation en fonction de la charge, l'étude a été menée systématiquement pour les trois points de polarisation étudiés. Le choix de ces points de polarisation a été effectué compte tenu du fait que les coefficients caractéristiques des non linéarités tendaient

- d'une part vers des valeurs minimales au voisinage de  $V_{ds} = 5v$  et  $V_{gs} = - 2.5v, - 2.1v$ .
- d'autre part vers des valeurs extrêmes au voisinage du pincement  $V_{ds} = 5v, V_{gs} = - 3.7v$ .

Afin de mettre en évidence ces évolutions, nous avons présenté sur la figure (80) les évolutions des dérivées première et seconde, caractéristiques des coefficients non linéaires, en fonction des tensions continues de polarisation  $V_{gs}$  et  $V_{ds}$ .

De cette étude, on peut tirer les conclusions suivantes :

- les niveaux d'intermodulation pour un gain donné sont extrêmement dépendants de l'impédance de charge utilisée : Pour un gain de 11 dB (fig77) par exemple ( $MAG \neq 12$  dB), le point d'interception peut passer de 30 à 39 dBm. On voit ainsi l'intérêt d'un choix correct des impédances de source et de charge optimales.

- les meilleurs performances en niveau d'intermodulation sont obtenues pour des gains inférieurs au gain maximum : Le point d'interception passe de 27 à 39 dBm lorsque le gain passe de 12 à 11 dB. Ceci est mis en évidence sur la figure 77 où la meilleure performance gain-niveau d'intermodulation est montrée.

Cependant cette règle se confirme également pour les autres points de polarisation où la meilleure performance d'intermodulation est obtenue pour des gains inférieurs aux gains maximums.

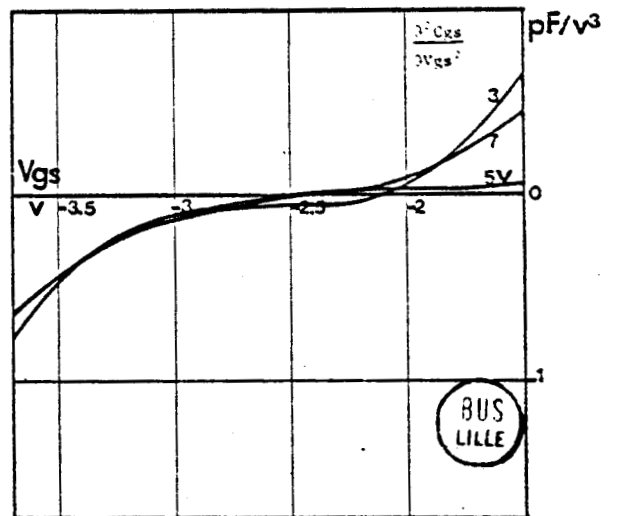
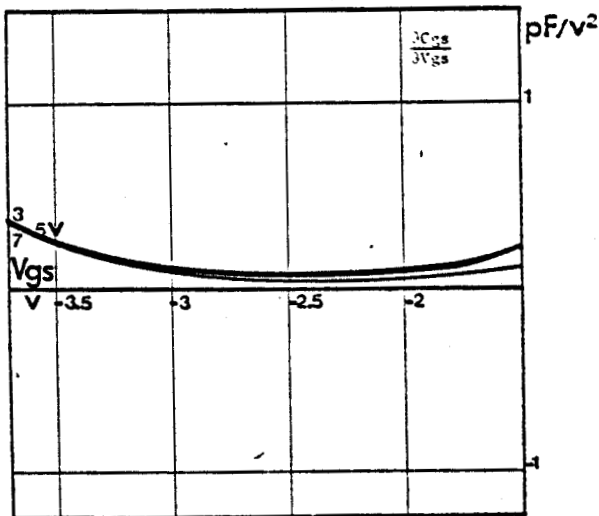
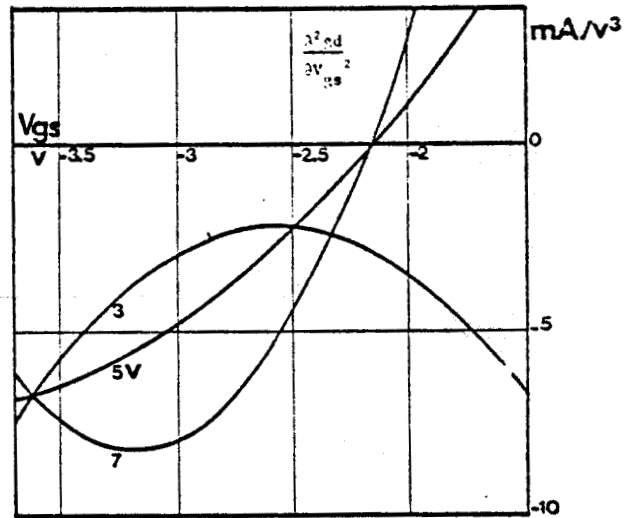
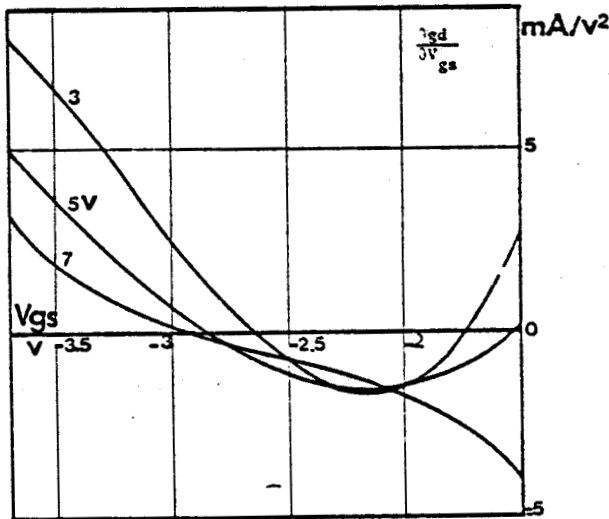
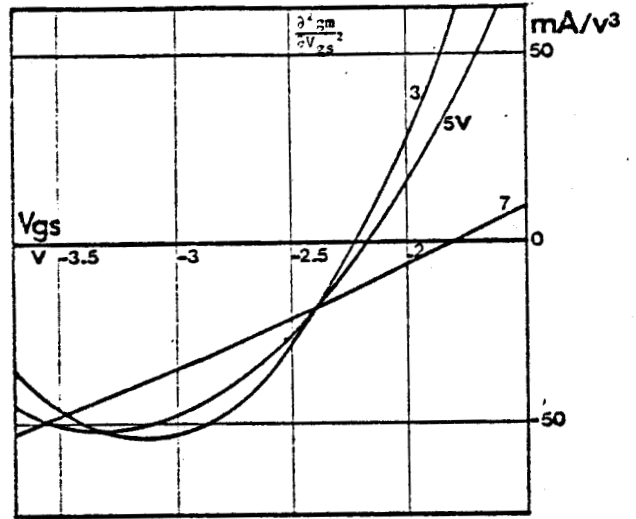
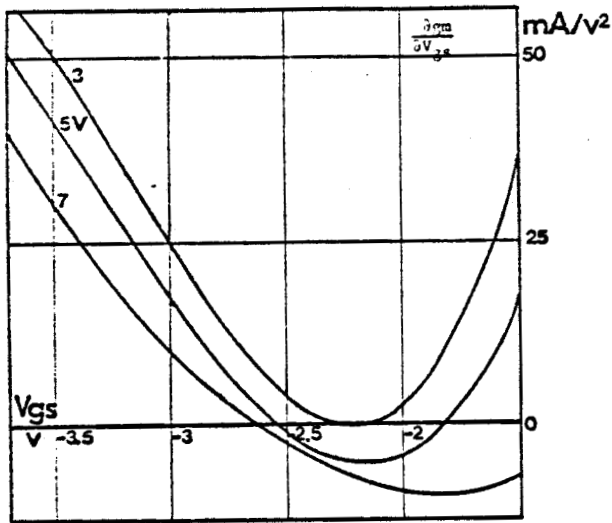


Figure 80 : Evolutions des différentes dérivées liées aux coefficients non linéaires pour le transistor de puissance TH 27 GPF 773 n°2

L'ensemble des performances intermodulation-gain associé obtenues pour ce type de transistor est présenté dans le tableau suivant.

Vds = 5v	Vgs = - 2.1v	Vgs = - 2.5v	Vgs = - 3.7v
MAG	12 dB	11.5 dB	9.5 dB
G	11 dB	8 dB	6 dB
I <sub>3</sub> opt	39 dBm	38 dBm	24 dBm

#### IV.3.5 - Conclusion de l'étude du transistor Thomson 27 GPF.

On peut résumer les conclusions les plus significatives de l'étude des propriétés de ce transistor de la manière suivante :

- La polarisation du transistor a une influence déterminante :  
 $I_{opt} \neq I_{DSS}/2$ .
- Bien que l'influence de la conductance de sortie  $g_d$  soit importante, aucun élément du schéma équivalent n'a une influence déterminante. Il y a apparition d'effets de compensations.
- Les termes croisés ( $\frac{\partial^2 C_{gs}}{\partial V_{gs} \partial V_{ds}}$  par exemple) doivent être pris en compte dans le calcul de l'intermodulation.
- Les impédances de fermeture aux fréquences somme et différence doivent être des court-circuits ( $\approx$ ).
- On peut améliorer considérablement le niveau d'intermodulation en travaillant à un gain légèrement inférieur au gain maximum.

## REFERENCES

- [1] R.A. PUCEL  
*"Profile design for distortion reduction in microwave field-effect transistors"*  
Electron. Lett., Vol. 14, Mar. 16, 1978, pp. 204-206.
- [2] R.E. WILLIAMS and D.W. SHAW  
*"Graded channel FET's : Improved linearity and noise figure"*  
I.E.E.E. Trans. Electron. Dev., Vol. ED-25, 1978, pp. 600-605.

## CHAPITRE V

## V.1 INTRODUCTION.

Ce chapitre est relatif à l'étude expérimentale des phénomènes d'intermodulation produits par un transistor à effet de champ et en particulier à la détermination du point d'interception d'ordre trois.

Afin de pouvoir réaliser une comparaison théorie-expérience, les deux transistors envisagés dans le chapitre précédent, en l'occurrence le T.E.C. NEC 388 et le transistor de puissance TH 27 GPF, seront particulièrement étudiés. Dans un premier temps, nous décrivons la méthode de mesure utilisée tant en ce qui concerne le niveau d'intermodulation que les valeurs des impédances vues par le composant. Dans un second, nous allons étudier l'évolution du point d'interception :

- d'une part, en fonction de la polarisation, pour une valeur du gain voisine du MAG,
- d'autre part, pour une valeur du gain inférieure au gain maximum, en fonction des impédances de source et de charge ( $Z_g$ ,  $Z_l$ ).

On pourra donc effectuer une comparaison théorie-expérience, en particulier tant en ce qui concerne les valeurs des impédances de charge et de source que celles des niveaux d'intermodulation.

## V.2 LA METHODE DE MESURE.

La mesure du point d'interception est réalisée en utilisant la méthode dite des deux porteuses. Le schéma synoptique du banc de mesure des produits d'intermodulation est présenté sur la figure(80). Les deux signaux sinusoïdaux de fréquence  $f_1$  et  $f_2$  sont injectés à travers un coupleur hybride trois dB, ce dernier permettant de faire l'addition des puissances.

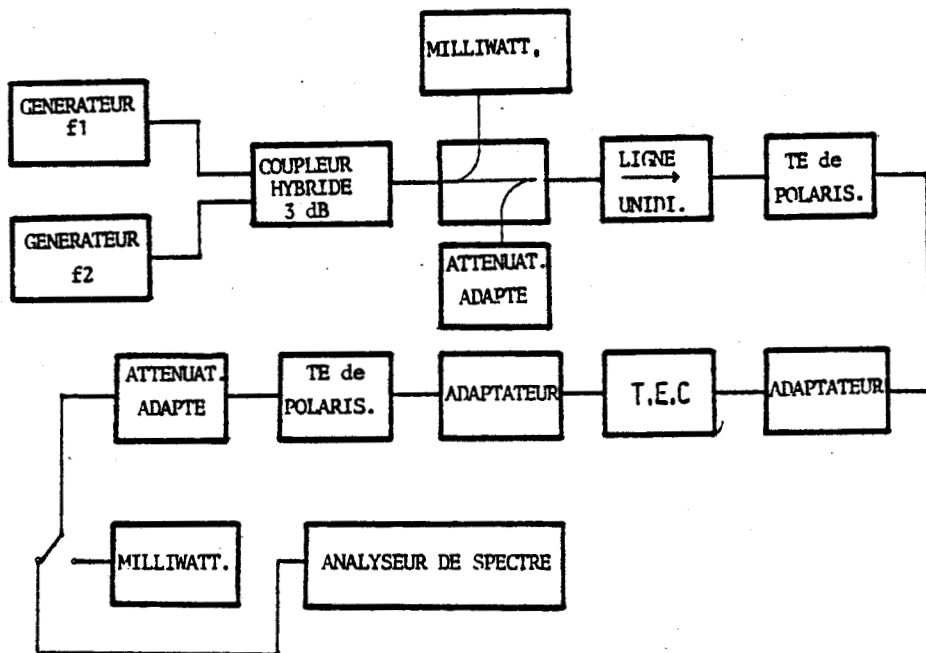


Fig. 80 : Schéma synoptique du banc de mesure de l'intermodulation d'ordre 3.



En sortie de l'additionneur, se trouve un coupleur 20 dB permettant de mesurer la puissance appliquée à l'entrée du dispositif. Le composant, inséré entre deux adaptateurs à slugs permettant de faire évoluer les valeurs du couple d'impédances ( $Z_g$ ,  $Z_l$ ), est polarisé à travers deux tés de polarisation sur la grille et le drain.

Le signal en sortie du transistor est alors appliqué, soit à un mesureur de puissance permettant ainsi de mesurer le gain, soit à un analyseur de spectre afin d'évaluer les produits d'intermodulation. On peut alors accéder au point d'interception de l'intermodulation d'ordre trois, connaissant la puissance de sortie à l'ordre un et la puissance de sortie à l'ordre trois. En effet, celles-ci sont reliées directement au point d'interception, à l'aide de l'expression établie au paragraphe I.3.4.

$$I_3 = (3 P_{L1} - P_{L3})/2$$

Cette formule n'est valable que si les points correspondants se trouvent sur les parties linéaires des caractéristiques de transfert :  $P_{L1}$  et  $P_{L3} = f(P_A)$ , où  $P_A$  est la puissance d'entrée du dispositif. Rappelons que  $P_{L3}$  est déterminée à partir de l'équation 62 du chapitre I.

### V.2.1 Mesure des impédances vues par le composant.

La mesure des impédances vues par le transistor est essentiellement la mesure d'un dipôle caractérisé par son coefficient de réflexion. Afin d'accéder à l'impédance de charge dans le plan du composant, la mesure sera réalisée en deux temps

- dans un premier temps, on mesurera l'impédance présentée par l'adaptateur en sortie du T.E.C. (S 11). Fig. 81.
- en second lieu, on mesurera un élément de référence (cour-circuit transistor) qui nous permettra de nous ramener dans le plan du composant ( $\rho_{CC}$ ).

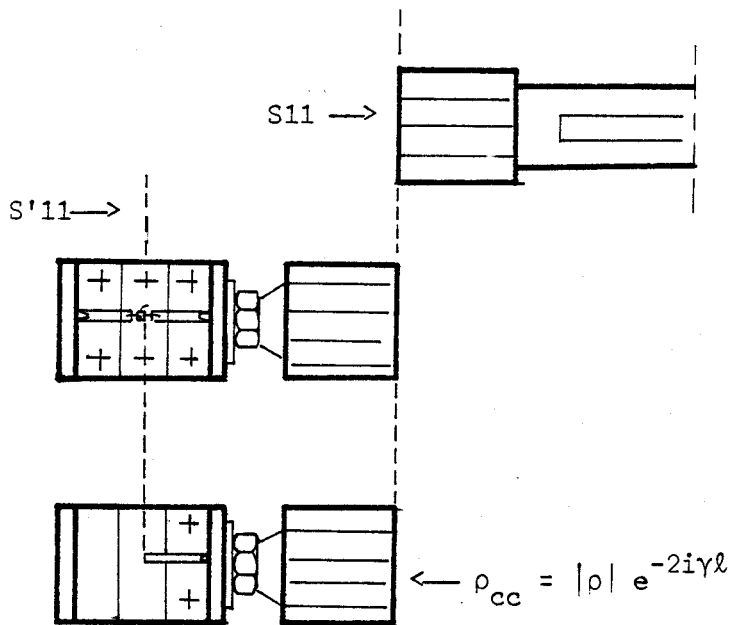


Fig. 81 : Méthode de mesure de l'impédance de charge du transistor à effet de champ.

On pourra alors accéder au coefficient de réflexion en sortie du T.E.C., dans le plan du composant, en utilisant la relation

$$S'_{11} = S_{11} |\rho| \cdot e^{-i2\gamma l}$$

Ceci est valable dans la mesure où dans la bande de fréquences considérée, les coefficients de réflexion parasites des transitions restent négligeables.

### V.3 ETUDE DU TRANSISTOR NEC 388.

Nous allons donner les résultats relatifs à l'évolution du point d'interception de l'intermodulation d'ordre trois obtenu à l'aide du banc de mesure présenté ci-dessus. A partir de là, une confrontation théorie-expérience pourra être réalisée.

#### V.3.1 Evolution de l'amplitude de l'intermodulation d'ordre trois en fonction de la polarisation pour un gain voisin du MAG.

L'étude a été faite au voisinage de  $F = 10$  GHz, le transistor étant excité à l'entrée avec deux signaux sinusoïdaux de fréquence  $f_1$  et  $f_2$ . L'évolution du point d'interception a été alors étudiée pour les trois points de polarisation suivants :

$$V_{ds} = 3v \quad ; \quad V_{gs} = - 0.25v$$

$$V_{ds} = 2.5v \quad ; \quad V_{gs} = - 0.75v$$

$$\text{et } V_{ds} = 3v \quad ; \quad V_{gs} = - 1.25v$$

Ainsi pour chaque point de polarisation, après avoir adapté le T.E.C. à l'entrée et en sortie avec un couple de Slugs choisis afin d'obtenir un gain voisin du gain maximum prévu, on a relevé

- d'une part l'évolution de la puissance de sortie en fonction de la puissance d'entrée à la fréquence  $f_1 = F = 10$  GHz,

- d'autre part l'évolution de la puissance de sortie caractéristique du produit d'intermodulation d'ordre trois  $P_S(2\omega_2 - \omega_1)$  en fonction de la puissance d'entrée  $P_e(\omega_1)$ .

L'ensemble des résultats est présenté sur les figures (82) et (83). On voit ainsi que l'évolution du niveau de puissance à l'entrée du transistor entraîne une croissance

- de la puissance de sortie d'abord avec une pente un, caractéristique de la constance du gain : la diminution du gain où saturation du niveau de sortie apparaît pour une puissance d'entrée de - 5 dBm.
- du niveau d'intermodulation d'ordre trois avec une pente trois avant que les effets de saturation n'interviennent.

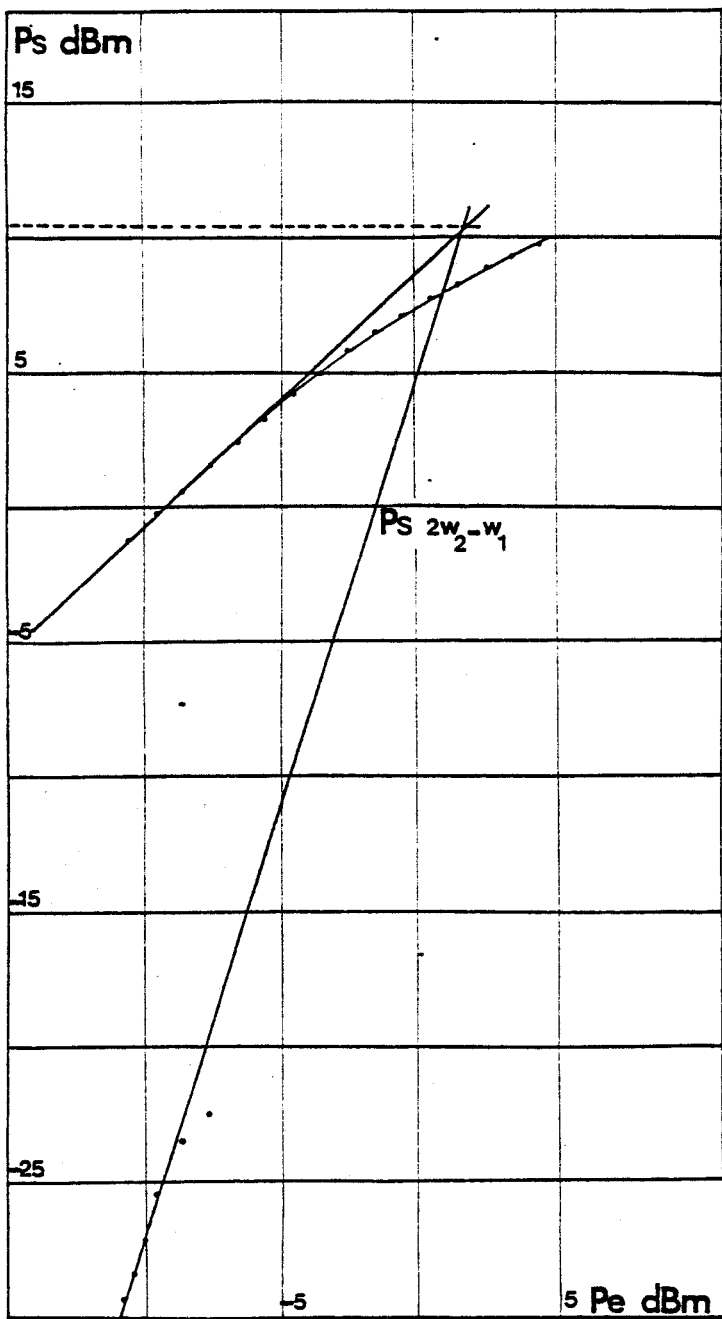
Ainsi le point d'interception d'ordre trois ( $I_{M3}$ ) peut être obtenu en extrapolant la partie linéaire des courbes  $P_S(2\omega_2 - \omega_1) = f(P_e(\omega_1))$  et  $P_S(\omega_1) = f(P_e(\omega_1))$ .

On voit donc que pour ce transistor, et au voisinage du gain maximum prévu, le point de polarisation où est obtenue la meilleure performance d'intermodulation se situe à

$$V_{ds} = 2.5v \quad V_{gs} = - 0.75v \quad \text{et} \quad I_D \neq I_{DSS}/2.$$

### V.3.2 Confrontation avec la prévision théorique.

Afin de pouvoir vérifier le degré de validité de la prévision théorique, nous allons présenter les résultats comparatifs obtenus pour le NEC 388 dans le tableau suivant :

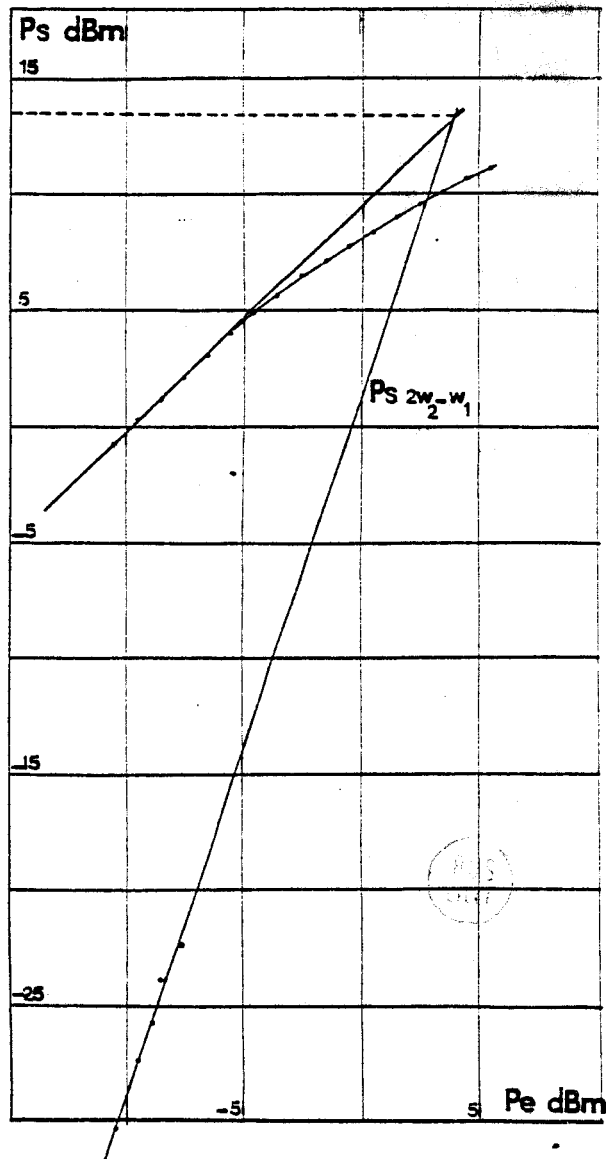


$V_{ds} = 3v, V_{gs} = -0.25v$   
 $F = 10 \text{ GHz}, G \# 9 \text{ dB}$

- NEC 388 n° 6

Fig. 82 :

$V_{ds} = 2.5v, V_{gs} = -0.75v$   
 $F = 10 \text{ GHz}, G \# 10 \text{ dB}$



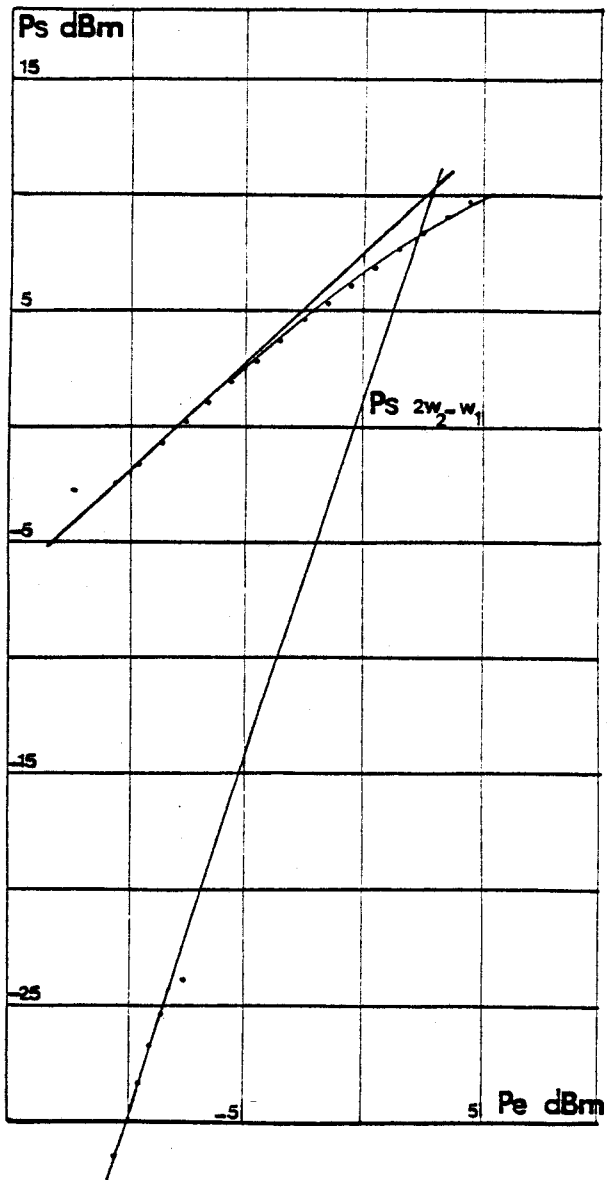


Fig. 83 :  $V_{ds} = 3v$   $V_{gs} = -1.25v$   
 $F = 10 \text{ GHz}$ ,  $G \# 8 \text{ dB}$



$f_1 = 9.995$ GHz $f_2 = 10.005$ GHz	$V_{ds}=3v ; V_{gs}=-0.25v$	$V_{ds}=2.5v ; V_{gs}=-.75v$	$V_{ds}=3v ; V_{gs}=-1.25v$
MAG calculé (dB)	11.5	12.5	9.5
MAG mesuré (dB)	9	10	8
$I_3$ calculé (dB) pour le MAG	# 9	# 12	8
$I_3$ mesuré (dBm)	10	13	10

On remarque, à partir de ces résultats, que pour ce transistor, les valeurs du gain maximum prévu n'ont pas été atteintes à la fréquence de travail  $f_1 \approx f_2 \approx 10$  GHz. Cependant pour les valeurs du gain mesurées, on voit que

- les performances d'intermodulation obtenues sont voisines de celles calculées, l'erreur maximale étant obtenue pour le point de polarisation à faible courant  $\Delta I_3 \approx 2$  dBm,
- pour le point de polarisation où la meilleure performance en intermodulation est obtenue  $I_3 \approx 13$  dBm et compte-tenu du gain obtenu ( $G = 10$  dB) la prévision théorique est assez bonne puisque la valeur de  $I_3$  calculée est comprise entre 10 et 14 dBm.

Cependant, afin de s'assurer effectivement de la validité du calcul du point d'interception, il sera nécessaire de situer sur l'abaque de smith l'impédance de charge du transistor et faire les comparaisons pour les mêmes valeurs d'impédances de charge.

### V.3.3 Etude de l'évolution du point d'interception en fonction des impédances de fermeture ( $Z_g, Z_l$ ).

Nous allons donner les résultats relatifs à l'évolution du produit d'intermodulation d'ordre trois en fonction des impédances de source et de charge. On choisira alors, plusieurs couples de celles-ci qui donnent un gain identique.

Pour chacun de ces couples, l'évolution de l'intermodulation en fonction de la puissance d'entrée est étudiée et le point d'interception déterminé.

#### V.3.3.1 Résultats obtenus

Les mesures ont été faites pour le point de polarisation optimal déterminé précédemment et pour deux valeurs choisies du gain :

- Un gain de valeur voisine de celle du gain maximum ( $G = 10$  dB).
- Un gain inférieur au gain maximum obtenu ( $G = 8$  dB).

Nous avons simultanément évalué les impédances de source et de charge en utilisant la méthode décrite précédemment. Compte-tenu des difficultés expérimentales, nous n'avons pu effectuer l'étude pour un grand nombre de points et reconstituer ainsi un cercle à gain constant.

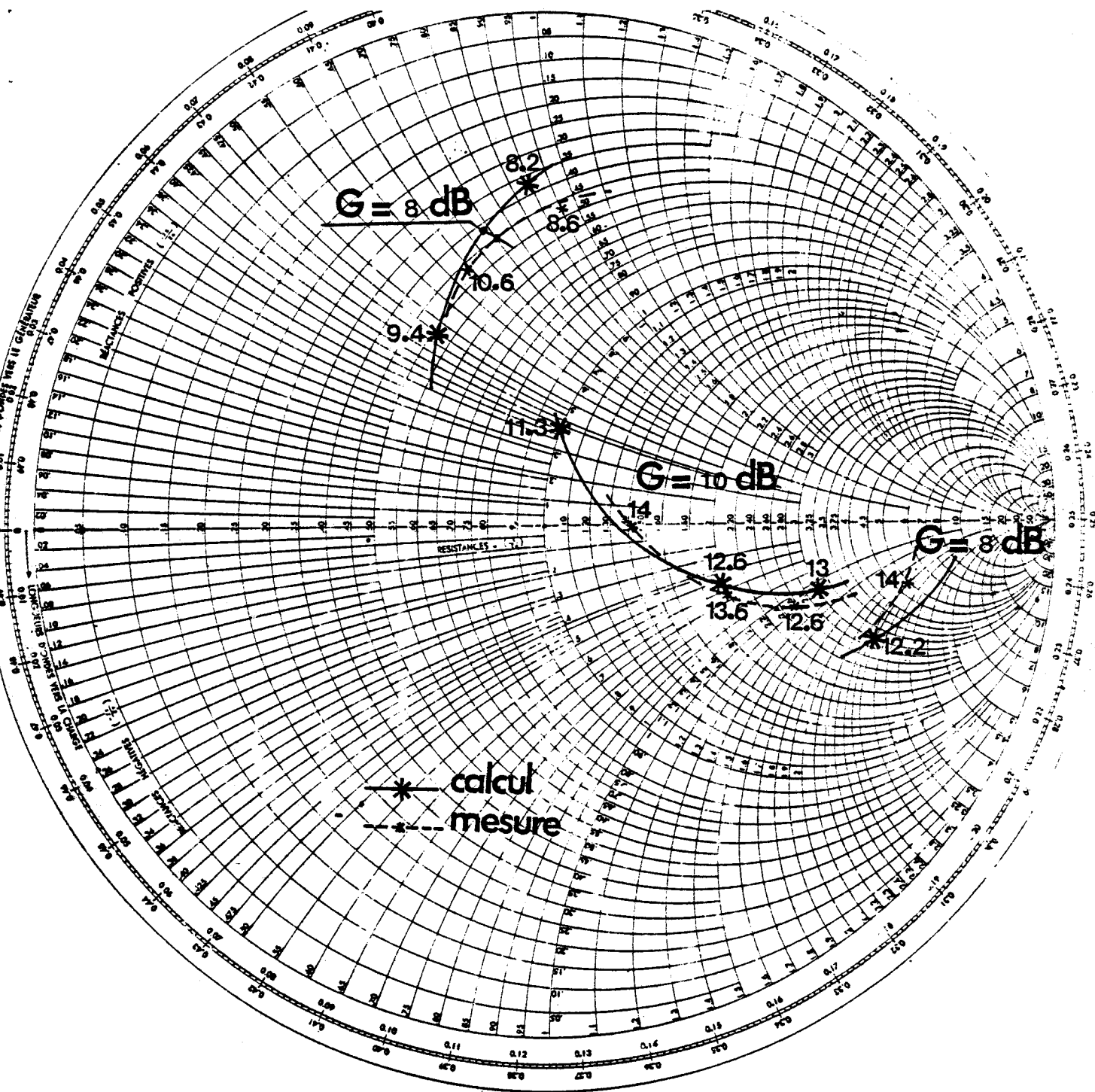
L'ensemble des résultats est présenté sur la Figure (84) où nous avons représenté :

- d'une part les cercles à gain constant  $G = 8$  dB et  $G = 10$  dB définis théoriquement à partir des éléments du schéma équivalent du transistor, en utilisant le programme de calcul précisé au paragraphe I.3.5
- d'autre part les portions de cercles à gain constant définies par les points représentatifs des impédances de charge du



NEC 388 n° 6  $V_{ds} = 2.5V$   $V_{gs} = -0.75V$   $F = 10\text{ GHz}$

FIG. 84 : COMPARAISON  $I_3$  CALCULÉ,  $I_3$  MESURÉ.



BUS LILLE

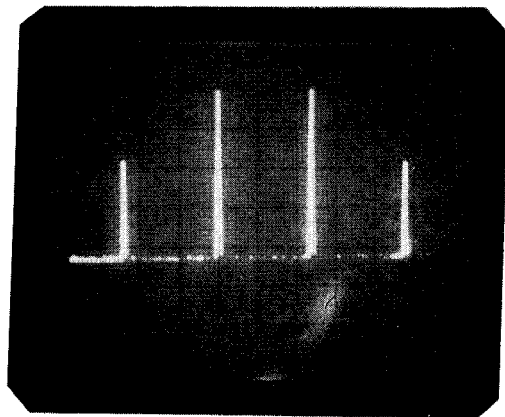
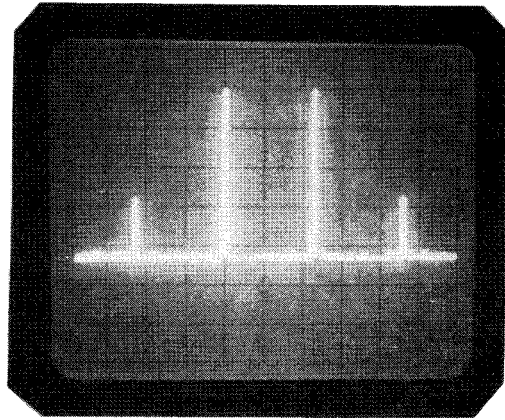


Fig. 85 : Niveaux de l'intermodulation d'ordre trois  
NEC 388 n° 6  $V_{ds} = 2.5v$   $V_{gs} = -0.75V$ .  
 $f_1 = 9.995$  GHz  $f_2 = 10.005$  GHz  $G = 8$  dB.



transistor déterminées expérimentalement en utilisant la méthode décrite précédemment.

Compte-tenu de l'incertitude et de la difficulté des déterminations expérimentales, on peut observer une très bonne concordance entre théorie et expérience :

- d'une part en ce qui concerne les lieux des impédances de charge à gain constant,
- d'autre part, en ce qui concerne les valeurs des niveaux d'intermodulation. Ceci est tout-à-fait remarquable si l'on tient compte de la complexité de l'évaluation théorique et de la nécessité de disposer d'un grand nombre de paramètres difficiles à calculer (valeurs des dérivées premières et secondes).

#### V.4 ETUDE DU T.E.C. DE PUISSANCE TH 27 GPF.

De la même manière que pour le T.E.C. NEC 388, une étude a été menée pour le transistor de puissance Thomson 27 GPF. En effet, pour celui-ci a été étudié l'évolution du niveau d'intermodulation :

- d'une part en fonction de la polarisation pour une valeur du gain voisine du gain maximum,
- d'autre part, pour une valeur du gain inférieure au gain maximum, en fonction des impédances de source et de charge.

##### V.4.1 Mesure des produits d'intermodulation en fonction de la polarisation au voisinage du MAG.

L'évolution du niveau d'intermodulation à l'ordre trois  $P_S(2\omega_2 - \omega_1)$  en fonction de la puissance d'entrée au fondamental  $P_e(\omega_1)$  a donc été mesurée pour trois points de polarisation, le transistor étant excité par deux signaux de fréquences

$$f_1 = 6.995 \text{ GHz} ; f_2 = 7.005 \text{ GHz}$$

Ces fréquences correspondent aux fréquences typiques d'utilisation de ce transistor.

Les différentes évolutions du point d'interception pour les trois points de polarisation étudiés sont présentées sur les figures (86), (87) et (88).

On voit ainsi que

- dans la gamme de puissance étudiée ( $P_S < 18 \text{ dBm}$ ) le régime de compression de gain n'apparaît pas. Ceci est tout-à-fait caractéristique de ce transistor de puissance capable de sortir 25 dBm ( $P_{\text{sat}}$ )
- une modification de la pente apparaît dans les niveaux d'intermodulation. Toutefois, pour une puissance d'entrée  $P_e < 3 \text{ dBm}$ , le niveau d'intermodulation évolue linéairement.

Afin de pouvoir comparer les résultats obtenus en mesurant le point d'interception et ceux calculés à l'aide du programme d'analyse en série de Volterra, l'ensemble des résultats est présenté sur le tableau suivant :

Vds = 5v	Vgs = - 2.1v	Vgs = - 2.5v	Vgs = - 3.7v
MAG calculé (dB)	12	11.5	9.5
MAG mesuré (dB)	12.5	10.5	9.5
$I_3$ calculé (dBm)	27	28	18
$I_3$ mesuré (dBm)	24	28	20

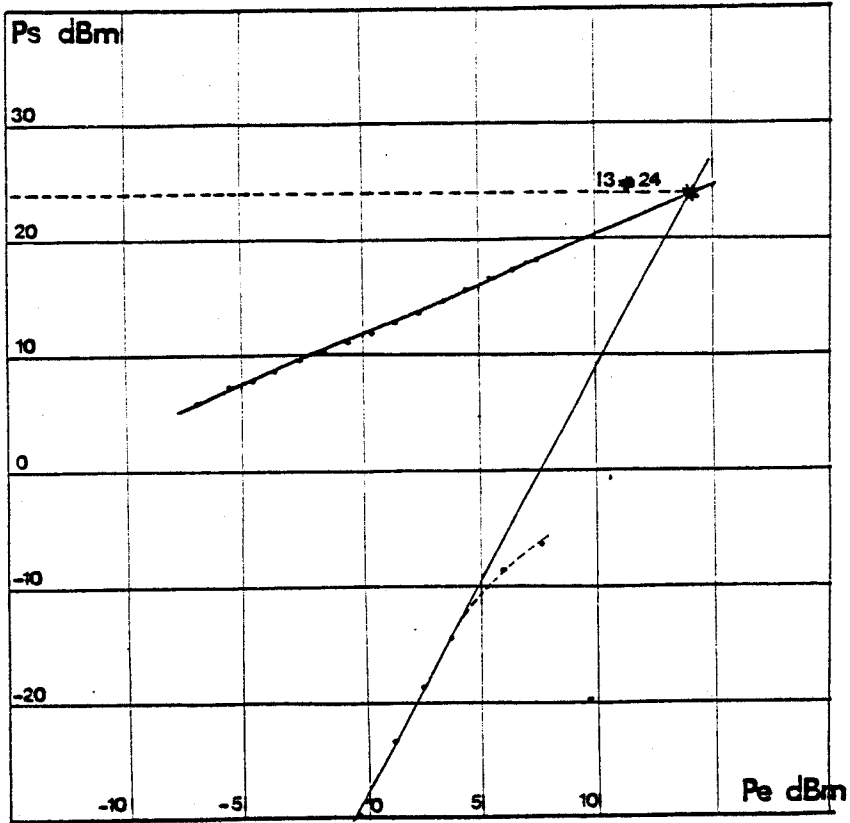


Fig. 86 :  $V_{ds} = 5v$ ,  $V_{gs} = - 2.1v$   
 $F = 7 \text{ GHz}$ ,  $G \# 12 \text{ dB}$

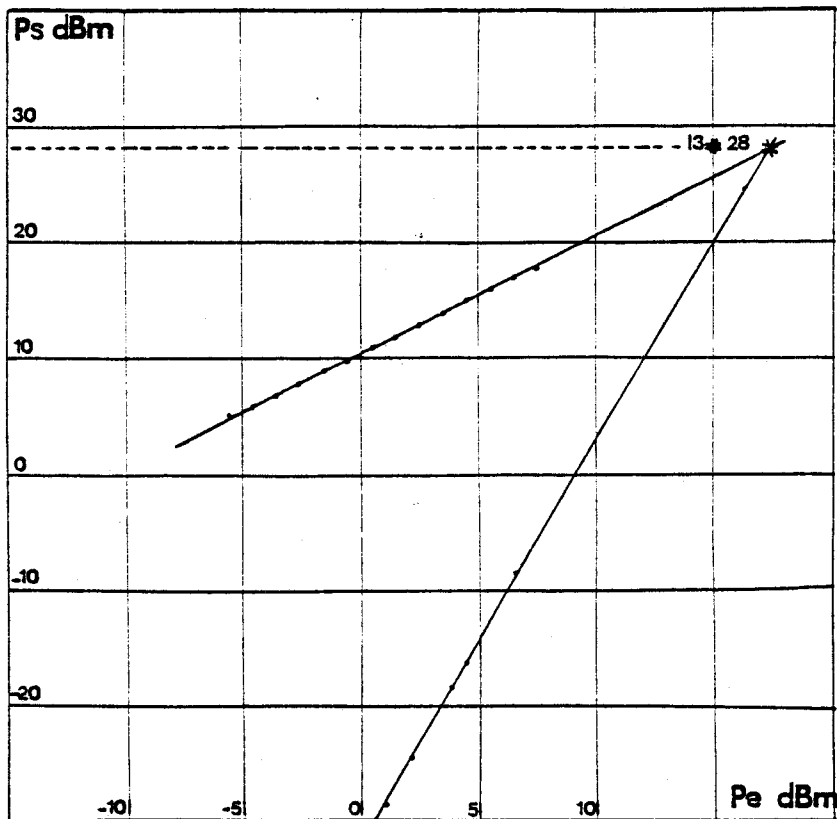


Fig. 87 :  $V_{ds} = 5v$ ,  $V_{gs} = - 2.5v$   
 $F = 7 \text{ GHz}$ ,  $G \# 10.5 \text{ dB}$



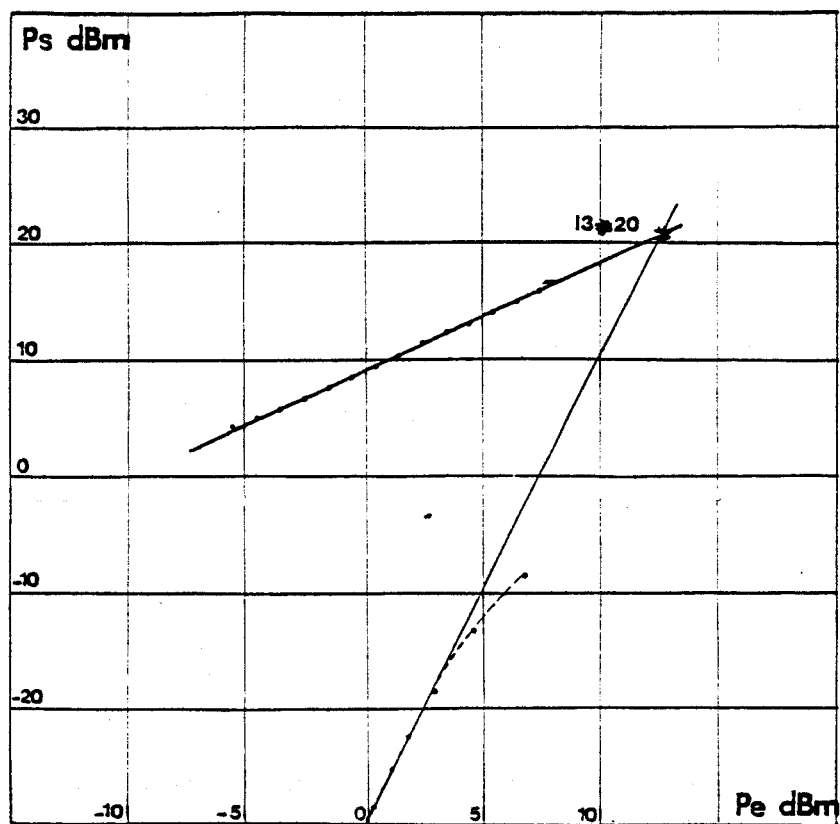


Figure 88 :  $V_{ds} = 5v$ ,  $V_{gs} = -3.7v$   
 $F = 7 \text{ GHz}$ ,  $G \# 9.5 \text{ dB}$



On voit ainsi que pour les trois points de polarisation étudiés

- l'évolution du gain maximum obtenu, en adaptant le transistor à l'entrée et en sortie, en fonction de la polarisation, est conforme à la théorie (sauf pour le point  $V_{gs} = - 2.5v$  où il ne semble pas que l'on ait pu réussir à obtenir strictement le gain maximum),
- les évolutions comparées des valeurs du point d'interception de l'intermodulation d'ordre trois font apparaître également un large accord. L'erreur maximale obtenue étant de 3 dBm pour le point de polarisation  $V_{ds} = 5v$  et  $V_{gs} = - 2.1v$ .

#### V.4.2 Etude de l'évolution du point d'interception en fonction des impédances de fermeture ( $Z_g, Z_l$ ).

L'étude a été faite pour le point de polarisation  $V_{ds} = 5v$  et  $V_{gs} = - 2.5v$ . Pour ce point on a mesuré le point d'interception pour deux valeurs choisies du gain

- au gain maximum obtenu  $G \approx 10.5$  dB,
- pour un gain inférieur  $G \approx 8$  dB.

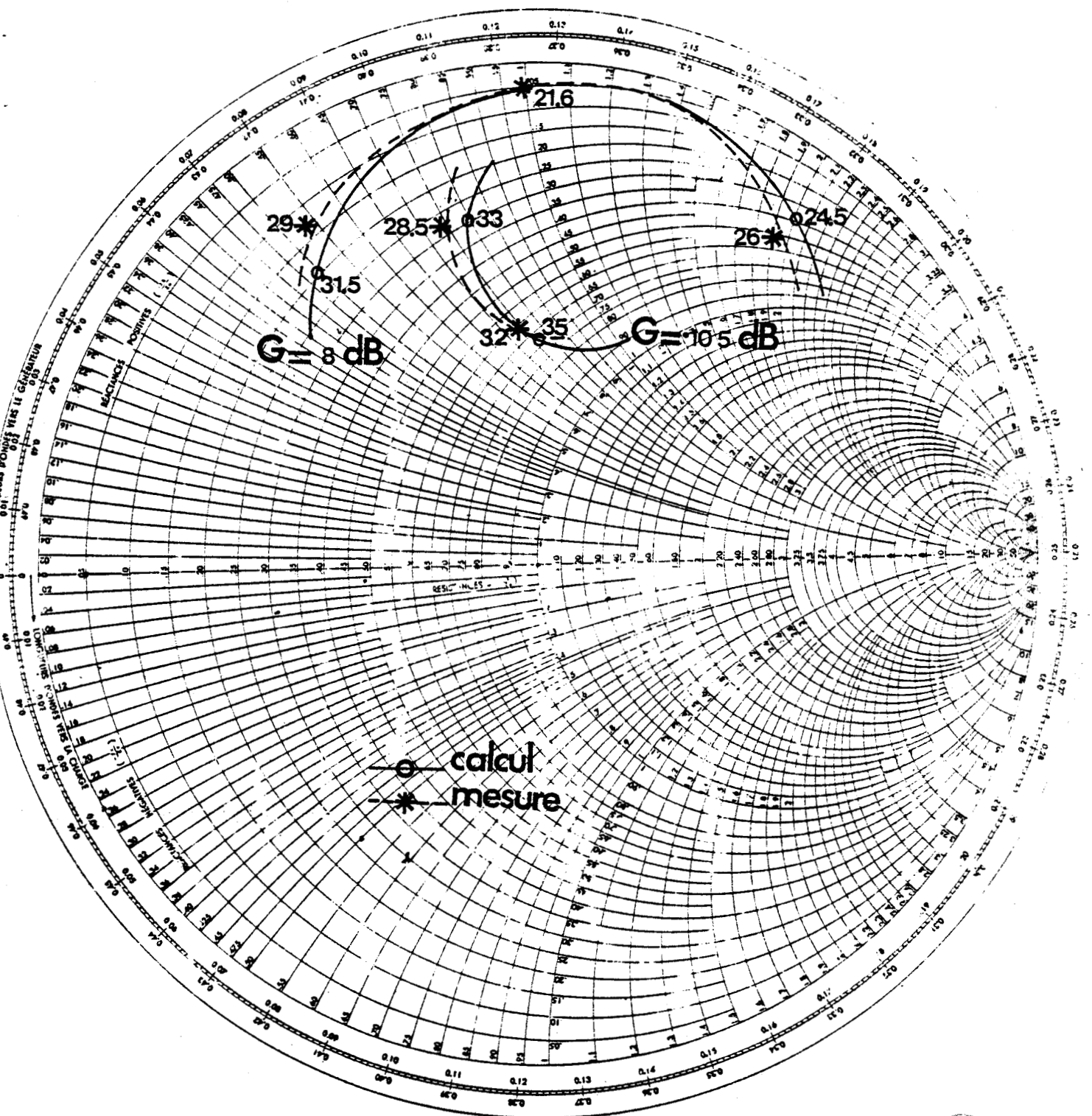


Ainsi pour plusieurs valeurs du couple d'impédances de source et de charge qui donnent un gain identique,  $I_3$  est mesuré. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure (89) où nous avons représenté de la même façon que précédemment et compte-tenu des difficultés expérimentales

- les portions de cercles à gain constant mesurées
- les cercles à gain constant, calculés.

TH 27 GPF 773 N° 2  $V_{DS} = 5V$   $V_{GS} = -2.5V$   $F = 7$  GHz

FIG. 89 : COMPARAISON  $I_3$  CALCULÉ,  $I_3$  MESURÉ.





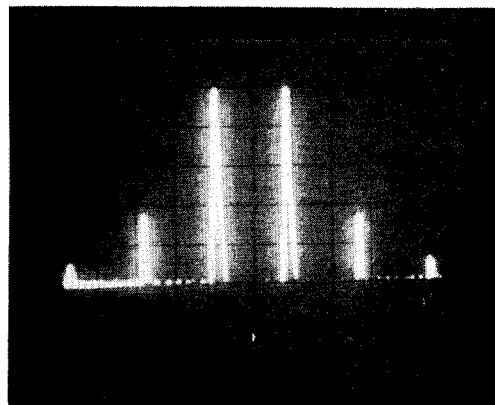
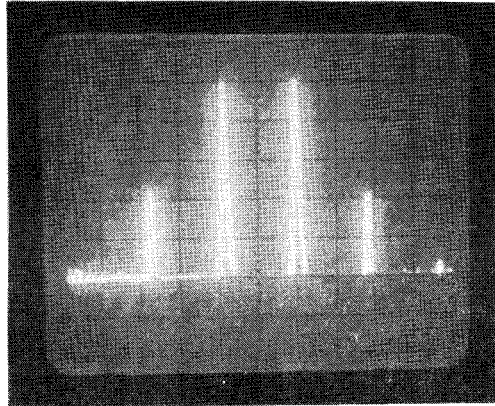


Fig. 90 : Niveaux de l'intermodulation d'ordre trois  
 TH 27 GPF 773 n° 2  $V_{ds} = 5V$   $V_{as} = -2.5V$   
 $f_1 = 6.995 \text{ GHz}$   $f_2 = 7.005 \text{ GHz}$   $G = 8 \text{ dB}$ .



On remarque que

- Comme le prévoyait la théorie, les valeurs des impédances de charge correspondant à un gain donné se trouvent sur un cercle, lieu des impédances d'adaptation : On observe là encore une bonne concordance théorie-expérience.
- Les valeurs du point d'interception de l'intermodulation d'ordre trois obtenues par le programme d'analyse en série de Volterra donnent des valeurs tout-à-fait similaires aux niveaux d'intermodulation mesurés.

#### V.5 CONCLUSION GENERALE.

En conclusion de cette étude, compte-tenu des résultats obtenus, une bonne concordance théorie-expérience a été obtenue et ceci malgré les difficultés expérimentales. Nous avons montré que

- les valeurs de gain obtenues étaient en général voisines de celles prévues,
- les valeurs des niveaux d'intermodulation mesurées étaient similaires à celles des niveaux d'intermodulation calculées,
- les impédances de charge mesurées définissent bien des cercles à gain constant qui correspondent à ceux calculés.

On voit ainsi apparaître l'intérêt de l'analyse en série de Volterra pour déterminer les valeurs des impédances optimales et les niveaux d'intermodulation correspondants, l'étude expérimentale pouvant s'avérer très lourde et très coûteuse, en particulier si elle nécessite la réalisation de nombreux circuits plaqués.

## CONCLUSION

## CONCLUSION

L'objectif de notre travail était de pouvoir définir les conditions d'utilisation d'un transistor à effet de champ et éventuellement les caractéristiques technologiques afin d'obtenir un niveau d'intermodulation minimal.

A cette fin, nous avons utilisé la technique de calcul des séries de Volterra en vue d'évaluer les taux d'intermodulation. Nous avons dû mettre en oeuvre un programme de calcul complexe qui prend en compte trois causes de non linéarités éventuelles ainsi qu'un nombre de termes couplés, non pris en compte dans les méthodes classiques. Le problème essentiel a été de déterminer les coefficients caractéristiques de ces non linéarités. Dans ce but, plusieurs approches ont été utilisées : Il s'est alors avéré que seule une approche expérimentale pouvait permettre de déterminer ces coefficients avec une bonne précision. En particulier une technique utilisant des mesures de paramètres  $S_{ij}$  dans la bande 100 MHz - 1 GHz a été développée. Nous avons mis au point par ailleurs un programme original d'optimisation permettant d'accéder aux éléments du schéma équivalent à partir des paramètres mesurés entre 2 et 12 GHz par exemple, cette technique ayant par ailleurs de nombreuses autres applications.

Nous avons montré également, que d'autres techniques pouvaient être utilisées pour l'étude des non linéarités produites par un transistor à effet de champ. En effet, l'utilisation d'un programme utilisant un modèle en régime dynamique du T.E.C., peut être appliqué à l'évaluation de la distorsion. De plus, il peut permettre de passer de façon continue du régime petit niveau au régime grand signal et s'avérer utile pour l'étude des limitations du transistor de puissance.

Les principaux résultats significatifs mis en évidence lors de cette étude ont été les suivants :

- influence déterminante des conditions de polarisation,
- importance des valeurs des impédances de fermeture du T.E.C. essentiellement à la fréquence de fonctionnement,

Il est apparu également que pour un transistor à grille sub-micronique faible bruit, l'influence de la non linéarité de la capacité grille-source  $C_{gs}$  pouvait être prépondérante alors que pour un T.E.C. de puissance, tous les coefficients non linéaires intervenaient : il n'était donc pas possible dans ce dernier cas de faire apparaître sur quel paramètre technologique il était possible de jouer pour améliorer les performances.

En ce qui concerne l'étude expérimentale portant sur la mesure des produits d'intermodulation, les principaux résultats obtenus ont mis en évidence

- d'une part un bon accord théorie-expérience,
- d'autre part l'importance de l'influence de l'impédance de charge  $Z_L$  et de la polarisation.

La difficulté de cette étude expérimentale, et le coût d'une étude paramétrique pour des amplificateurs réalisés en structure hybride avec circuits d'adaptation plaqués montre bien l'intérêt de disposer d'un programme d'analyse en série de Volterra implantable sur minicalculateur.

Grâce à lui et moyennant une caractérisation rapide du transistor à utiliser, il est possible de définir les impédances optimales en vue d'obtenir un niveau d'intermodulation qui soit le plus faible possible et d'évaluer les performances potentielles du dispositif de façon très fiable. Il est à remarquer également que ce programme peut être étendu à d'autres applications, notamment au cas du transistor double grille.

## ANNEXES

## ANNEXE I

CALCUL DE LA FONCTION DE TRANSFERT D'ORDRE DEUX

Lorsque deux signaux sinusoïdaux de fréquences  $f_1$  et  $f_2$  sont appliqués à l'entrée du système non linéaire, la réponse s'exprime sous la forme d'une double intégrale de convolution

$$(1) \quad y_2(t) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h_2(t - \tau_1, t - \tau_2) \cdot \prod_{i=1}^2 x(\tau_i) \cdot d\tau_i$$

En passant alors dans le domaine fréquentiel par transformée de Fourier, la réponse fréquentielle s'écrit

$$(2) \quad Y_2(f_1, f_2) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} y_2(t_1, t_2) \cdot \exp(-2i\pi f_1 \cdot t_1) \cdot \exp(-2i\pi f_2 \cdot t_2) dt_1 \cdot dt_2$$

En remplaçant  $y_2(t_1, t_2)$  par sa valeur dans (2) on obtient

$$Y_2(f_1, f_2) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left[ \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h_2(t_1 - \tau_1, t_2 - \tau_2) \cdot \prod_{i=1}^2 x(\tau_i) d\tau_i \right] \exp(-2i\pi f_1 \cdot t_1) \cdot \exp(-2i\pi f_2 \cdot t_2) \cdot dt_1 \cdot dt_2$$

d'où

$$(3) \quad Y_2(f_1, f_2) = \int_0^{\infty} dt_1 \int_0^{\infty} dt_2 \left[ \int_0^{\infty} d\tau_1 \int_0^{\infty} d\tau_2 h_2(t_1 - \tau_1, t_2 - \tau_2) x(\tau_1) \cdot x(\tau_2) \right] e^{-2i\pi f_1 t_1} \cdot e^{-2i\pi f_2 t_2}$$

En effectuant alors le changement de variable suivant  
le théorème de transfert

$t_1 - \tau_1 = m_1$  ;  $t_2 - \tau_2 = m_2$  et sachant que  $h_2(m_1, m_2) = 0$  pour  $m_i < 0$

$Y_2(f_1, f_2)$  s'écrit compte tenu du fait que le Jacobien est unitaire

$$\begin{aligned}
 Y_2(f_1, f_2) &= \int_0^{\infty} dm_1 \int_0^{\infty} dm_2 \int_0^{\infty} d\tau_1 \int_0^{\infty} d\tau_2 \cdot h_2(m_1, m_2) \cdot x(\tau_1) \cdot x(\tau_2) \\
 &\quad e^{-2i\pi f_1 m_1} \cdot e^{-2i\pi f_2 m_2} \cdot e^{-2i\pi f_2 \tau_2} \cdot e^{-2i\pi f_1 \tau_1} \\
 &= \int_0^{\infty} dm_1 \cdot \int_0^{\infty} dm_2 \cdot h_2(m_1, m_2) e^{-2i\pi f_1 m_1} \cdot e^{-2i\pi f_2 m_2} \\
 &\quad \int_0^{\infty} d\tau_1 \int_0^{\infty} d\tau_2 \cdot x(\tau_1) \cdot x(\tau_2) e^{-2i\pi f_1 \tau_1} \cdot e^{-2i\pi f_2 \tau_2} \cdot d\tau_2 \\
 (4) \quad &= \int_0^{\infty} dm_1 \cdot \int_0^{\infty} dm_2 \cdot h_2(m_1, m_2) e^{-2i\pi f_1 \cdot m_1} \cdot e^{-2i\pi f_2 m_2} \\
 &\quad \cdot \int_0^{\infty} x(\tau_1) \cdot e^{-2i\pi f_1 \tau_1} \cdot d\tau_1 \cdot \int_0^{\infty} x(\tau_2) e^{-2i\pi f_2 \tau_2} d\tau_2
 \end{aligned}$$

d'où l'expression finale de la réponse fréquentielle du système

$$\begin{aligned}
 Y_2(f_1, f_2) &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} h_2(m_1, m_2) e^{-2i\pi f_1 m_1} \cdot e^{-2i\pi f_2 m_2} \cdot dm_1 dm_2 \\
 &\quad \cdot \int_0^{\infty} x(\tau_1) e^{-2i\pi f_1 \tau_1} d\tau_1 \cdot \int_0^{\infty} x(\tau_2) e^{-2i\pi f_2 \tau_2} d\tau_2 \\
 (5) \quad &
 \end{aligned}$$

$$Y_2(f_1, f_2) = H_2(f_1, f_2) \cdot X(f_1) \cdot X(f_2)$$



La fonction de transfert d'ordre deux s'écrit alors

$$(6) \quad H_2(f_1, \pm f_2) = \frac{Y_2(f_1, \pm f_2)}{2 \prod_{i=1} X(f_i)}$$

## ANNEXE II

COEFFICIENTS DU DEVELOPPEMENT DE  $i_n(t)$ 

Le courant traversant la conductance non linéaire peut être représenté sous la forme d'une composante linéaire et d'une composante liée au non linéarités.

$$i(t) = i_L + i_{NL}(t)$$

avec

$$i_{NL}(t) = \sum_{n=2}^{\infty} g_n \cdot v^n(t) = \sum_{n=2}^{\infty} i_n(t)$$

Les composantes de  $i_n(t)$  pour un ordre supérieur ou égal à deux s'écrivent [1]

$$i_2(t) = g_2 \cdot v_1^2(t)$$

$$i_3(t) = g_3 \cdot v_1^3(t) + 2g_2 \cdot v_1(t) \cdot v_2(t)$$

$$i_4(t) = g_4 \cdot v_1^4(t) + 3g_3 \cdot v_1^2(t) \cdot v_2(t) + g_2(v_2^2(t) + 2v_1(t) \cdot v_3(t))$$

$$i_5(t) = \dots \dots \dots \text{ etc.}$$

[1] J. BUSGANG, L. EHRMAN, J. GRAHAM

"Analysis of nonlinear systems with multiple inputs"

Proc. Of the I.E.E.E., Vol. 62, n°8, Aug. 1974, pp. 1094-1095.

## ANNEXE III

SUR LE CALCUL DU VECTEUR [V]

Afin de calculer le vecteur  $[V_n]$ , vecteur source de tension pour les différents noeuds, on peut utiliser la factorisation "lower-upper" qui permet de réduire le nombre d'opérations. La matrice  $[Y]$  nodale est alors décomposée en un produit d'une matrice triangulaire basse par une matrice triangulaire haute :

$$(1) \quad [Y] = [L] \cdot [U]$$

$[U]$  ayant des 1 dans sa diagonale principale. Cette décomposition peut se faire en  $\frac{n}{3} (n^2 - 1)$  opérations.

On peut écrire alors

$$(2) \quad L \cdot U \cdot V_n = I \quad \text{qui s'écrit } L \cdot b = I$$

$$(3) \quad \text{où } b = U \cdot V_n$$

$$(4) \quad \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 \dots 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \dots 0 \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_n \end{bmatrix}$$

d'où

$$(5) \quad b_k = (L_{kk})^{-1} \left( I_k - \sum_{j=1}^{k-1} L_{kj} b_j \right)$$

de même (3) s'écrit

$$(6) \quad \begin{bmatrix} 1 & U_{12} & \dots & U_{1n} \\ 0 & 1 & \dots & U_{2n} \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ 0 & & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix}$$

d'où

$$(7) \quad v_k = b_k - \sum_{j=k+1}^n U_{jk} \cdot v_j$$

où  $v_k$  est le vecteur tension au noeud  $k$ , qui est ainsi évalué directement à l'aide de (5) et (7) sans inversion de la matrice  $[Y]$ .

## ANNEXE IV

CALCUL DE  $\alpha_k$ 

On rappelle que le processus itératif est du type

$$(1) \quad x_{k+1}^i = x_k^i - \alpha_k \frac{\partial f(x_k)}{\partial x^i}$$

Le calcul de  $\alpha_k$  sera fait en utilisant un algorithme simple. Un point  $|y^i\rangle$  est choisi sur la droite  $|x^i\rangle + \lambda|S^i\rangle$  avec  $\lambda > 0$ . L'estimation de  $\alpha^i$  peut alors être faite par interpolation cubique en utilisant la relation suivante :

$$\frac{\alpha^i}{\lambda} = 1 - \frac{\langle g_y | S^i \rangle + w - z}{\langle g_y | S^i \rangle - \langle g_x | S^i \rangle + 2w}$$

$$\text{où} \quad w = (z^2 - \langle g_x | S^i \rangle \cdot \langle g_y | S^i \rangle)^{1/2}$$

$$\text{et} \quad z = \frac{3}{\lambda} (f_x - f_y) + \langle g_x | S^i \rangle + \langle g_y | S^i \rangle$$

Un bon choix de  $|y_i\rangle$  est donné alors par

$$|y^i\rangle = |x^i\rangle + \eta |S^i\rangle \text{ où}$$

$$\eta = \min \left\{ 1, - \frac{2 f_x}{\langle g_x | S^i \rangle} \right\}$$

On rappelle que

$|x^i\rangle$  est le vecteur colonne qui représente les  $n$  éléments variables du schéma équivalent ( $i = 1, 2, \dots, n$ )

$|g_x\rangle$  est le vecteur gradient au point  $|x^i\rangle$

$|g_y\rangle$  est le vecteur gradient au point  $|y^i\rangle$

$|S^i\rangle = H^i |g^i\rangle = |x_0\rangle - |x\rangle$  représente l'écart entre le minimum  $|x_0\rangle$  et les valeurs choisies  $|x\rangle$ .

$\langle g_x | S^i \rangle$  est le produit scalaire de  $\langle g_x |$  par  $|S^i\rangle$

D'autres méthodes de calcul de  $\alpha_k$  peuvent être utilisées [1]

- [1] CALAHAN, D.A  
 "Computer-aided network design"  
 Mc. GRAW-Hill, 1972

## ANNEXE V

## REMARQUES SUR LE CALCUL DE [Y]

Il a été montré que seules deux analyses de circuit sont nécessaires pour calculer les différentes composantes du vecteur gradient de dimension identique au nombre d'éléments  $n$ .

La première de ces analyses est faite sur le circuit à étudier, tandis que la seconde est faite sur le circuit adjoint associé, les composantes du gradient se trouvant être égales à des produits convenablement pondérés du courant dans la branche considérée du circuit d'origine et du circuit adjoint.

L'effort de calcul demandé pour l'analyse du circuit initial et du circuit adjoint associé peut être réduit considérablement en remarquant que la matrice nodale (admittance) du circuit adjoint est simplement la matrice transposée de la matrice nodale (admittance) du circuit initial, lors de l'utilisation de la factorisation "Lower-upper" pour cette matrice.

Rappelons que

$N$  est le circuit initial régit par  $[Y] \cdot [V_n] = I$  (1)

$[V_n]$  est le vecteur tension au noeud  $n$

$[Y]$  la matrice nodale admittance

$[I]$  le vecteur source de courant

Considérons alors le circuit adjoint  $\tilde{N}$  qui possède la même topologie que le circuit initial  $N$ . Le choix des éléments de  $\tilde{N}$  sera tel que la matrice admittance  $[\hat{Y}]$  est la transposée de  $[Y]$

$$[\hat{Y}] = [Y'] \quad (2)$$

Une conséquence immédiate est que seule une matrice nodale admittance doit être construite par point de fréquence. L'équation des noeuds du circuit adjoint s'écrit alors

$$[Y'] \cdot [\hat{V}_n] = [\hat{I}] \quad (3)$$

Pour calculer les composantes du gradient, il suffira de résoudre les systèmes (1) & (3) une fois. On calcule  $[Y]^{-1}$  et on obtient

$$[Y']^{-1} = [Y^{-1}]'$$

On fait alors le produit  $[Y^{-1}] * [I]$  et  $[Y^{-1}]' * [\hat{I}]$  pour obtenir  $[\hat{V}_n]$

