

N° d'ordre : 541

50376
1982
87

50376
1982
87

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Marie-Rose LEFÈVÈRE

**DIFFRACTION D'UN FAISCEAU HOMOCENTRIQUE
DE LUMIERE COHERENTE MONOCHROMATIQUE ET POLARISEE
PAR UN ECRAN A BORDS RECTILIGNES ET PARALLELES.
COMPARAISON ENTRE LA THEORIE
ET UNE EXPERIENCE DE HAUTE PRECISION.**



Soutenue le 25 mars 1982 devant la Commission d'Examen :

Monsieur C. IMBERT,	Président,
Monsieur J. BILLARD,	
Monsieur G. LANSRAUX,	Rapporteurs,
Monsieur E. MAY,	
Monsieur M. MONTEL,	Examineurs.

A mes Parents,

*A mes amies, Monique et Denise,
Velia et Anne.*

Ce travail a été réalisé dans le laboratoire de Diffraction et Métrologie optique de l'Université des Sciences et Techniques de LILLE, sous la direction de Monsieur le Professeur G. LANSRAUX.

J'exprime toute ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur LANSRAUX qui m'a accueillie dans son laboratoire : il a été à l'origine de cette étude, en a guidé les développements expérimentaux et théoriques en m'aidant de ses conseils et suggestions, de ses critiques et de ses encouragements. Sa grande expérience des phénomènes de diffraction a été un facteur précieux pour résoudre de difficiles problèmes posés par le degré extrême de précision requis pour la métrologie des données de référence, les développements de l'analyse mathématique et leur exploitation numérique.

Monsieur le Professeur C. IMBERT m'a fait l'honneur de présider mon Jury. Je le remercie vivement pour les remarques et les discussions qui m'ont permis de mieux mettre en valeur les données métrologiques de nos expériences. Il a fait effectuer dans les laboratoires de l'Institut d'Optique d'ORSAY, une très belle expérience dont les résultats, d'une grande précision, ont confirmé les nôtres par une méthode de principe entièrement différent.

J'exprime toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur J. BILLARD : il m'a fait bénéficier de ses conseils, me conduisant à approfondir certains aspects délicats de la théorie de la "Boundary Diffraction Wave" et à réaliser quelques expériences particulièrement simples susceptibles de confirmer des prévisions de cette théorie qui remet en valeur les hypothèses de YOUNG.

Je remercie particulièrement Monsieur le Professeur M. MONTEL pour l'intérêt avec lequel il a suivi les progrès de nos travaux, pour ses remarques et son soutien constant.

Je suis heureuse de remercier Monsieur le Directeur E. MAY qui a accepté d'être membre de mon Jury. Il s'est passionné pour cette étude qui a donné lieu à d'intéressantes discussions constructives. Je voudrais lui exprimer mon souvenir reconnaissant ainsi qu'à ceux qui m'ont initiée à la Recherche Scientifique.

Je remercie Monsieur VULMIERE et Madame ALAIN pour les expériences métrologiques qu'ils ont réalisées dans les laboratoires de l'Institut d'Optique d'ORSAY, avec beaucoup de compétence et de gentillesse.

J'exprime ma gratitude à Monsieur C. HENRY, Responsable des essais au Laboratoire National d'Essais de Paris. Il a étalonné nos principaux éléments métrologiques et nous a fait bénéficier de sa grande compétence.

Je dois beaucoup à Monsieur MAILLET, Responsable de l'atelier de mécanique, ainsi qu'à Messieurs LAURIE, POLET et VIRY. Sans leurs réalisations techniques minutieuses, nous n'aurions pu mener notre étude métrologique au degré de précision que nous avons atteint. Qu'ils en soient remerciés de façon toute spéciale.

J'adresse tous mes remerciements à ceux qui ont contribué à la réalisation matérielle de ce mémoire : Messieurs GHESTEM et RAFFAUD, Messieurs CAREY, FAUQUEMBERGUE et VILAIN et de façon particulière à Madame PARSY qui s'est acquittée de la tâche ingrate de la frappe.

Le National Research Council of Canada a mis gracieusement à notre disposition un certain nombre de pièces optiques spécifiques : nous le remercions très spécialement.

TABLE DES MATIERES

	Page
<u>Chapitre 1 : Introduction.</u>	1
<u>Chapitre 2 : Principe d'une expérience de diffraction et d'interférences.</u>	14
<u>Chapitre 3 : Analyse mathématique de la diffraction d'un faisceau homocentrique divergent par un écran à bords rectilignes et parallèles</u>	17
<u>Introduction</u>	17
3.1 Principales représentations mathématiques de l'état lumineux.	17
3.1.1. Représentation de l'état lumineux dans la théorie scalaire de la lumière.	17
3.1.2. Représentation de l'état lumineux dans la théorie monovectorielle de la lumière.	18
3.1.3. Représentation de l'état lumineux dans la théorie électromagnétique de la lumière.	19
3.2 Théories scalaires de la diffraction dans le cas d'ondes incidentes homogènes sphériques et d'écran noir d'épaisseur finie.	19
3.2.1. Représentation de KIRCHHOFF.	20
3.2.2. Représentation de MAGGI-RUBINOWICZ.	20
3.3 Théories scalaires de la diffraction dans le cas d'ondes hétérogènes et d'écran noir.	21
3.4 Théories électromagnétiques de la diffraction d'ondes incidentes homogènes.	24
3.4.1. Théorie électromagnétique de la diffraction dans le cas de l'écran noir.	24
3.4.2. Théorie électromagnétique de la diffraction dans le cas de l'écran idéal parfaitement réfléchissant, infiniment mince bien que parfaitement opaque.	25
3.4.2.1. <i>Le demi-plan éclairé par des ondes incidentes planes.</i>	25
3.4.2.2. <i>Le ruban infiniment long éclairé par des ondes incidentes planes.</i>	26
3.4.2.3. <i>Le ruban idéal éclairé par des ondes sphériques.</i>	28
3.5 Degré de validité des diverses analyses théoriques dans le domaine des ondes visibles.	28

3.6	Application des théories de la diffraction de la lumière au modèle de nos expériences.	31
3.6.1.	Caractéristiques des ondes incidentes.	31
3.6.2.	Représentation de la B.D.W. (Boundary Diffraction Wave) dans le cas d'ondes incidentes hétérogènes sphériques divergentes.	31
3.6.3.	Normalisation de l'amplitude.	34
3.6.3.1.	<i>Normalisation du facteur d'amplitude.</i>	35
3.6.3.2.	<i>Normalisation du facteur de divergence.</i>	35
3.6.3.3.	<i>Normalisation du facteur d'inclinaison.</i>	36
3.6.4.	Chemin optique parcouru par l'onde. Terme d'oscillation.	36
3.6.5.	Nouvelles expressions des ondes diffractées par chacun des bords.	37
3.7	Expression mathématique générale de l'intensité de l'onde diffractée par l'écran à bords rectilignes et parallèles.	39
3.7.1.	Expression générale de l'intensité.	39
3.7.2.	Approximation des angles de diffraction petits.	39
3.7.2.1.	<i>Largeur optique de l'écran diffringent.</i>	40
3.7.2.2.	<i>Interfrange traditionnel.</i>	41
3.7.2.3.	<i>Approximation du second ordre.</i>	41
3.8	Intégration des fonctions d'amplitude.	42
3.8.1.	Expression de y en fonction de ℓ ; expression de $\gamma(\ell)$.	42
3.8.2.	Fonction $Y(y)$.	44
3.8.3.	Expression de Y en fonction de ℓ ; expression de $\Gamma(\ell)$.	44
3.8.4.	Développement en série du terme exponentiel et intégration.	46
3.8.5.	Expression des intégrales \mathcal{J}_n en fonction des intégrales de FRESNEL.	46
3.8.6.	Expression de l'amplitude en fonction des intégrales de FRESNEL.	48
3.8.7.	Dérivées de $\Gamma(\ell)$.	50
3.8.8.	Dérivées de $F(y)$.	51
3.8.8.1.	<i>Calcul des dérivées du facteur d'amplitude.</i>	51
3.8.8.2.	<i>Calcul des dérivées du facteur de divergence.</i>	52
3.8.8.3.	<i>Calcul des dérivées du facteur d'inclinaison.</i>	53
3.8.9.	Dérivées de $\gamma(\ell)$.	53
3.8.10.	Dérivées de Y .	54

3.9	Autres analyses mathématiques.	56
3.9.1.	Représentation scalaire de l'intégrale de KIRCHHOFF en ondes hétérogènes.	56
3.9.2.	Représentation scalaire de type intégrale de FRESNEL en ondes hétérogènes.	56
3.9.3.	Représentation électromagnétique de type SOMMERFELD pour des ondes incidentes homogènes sphériques.	57
3.9.4.	Limites de validité des théories dans le cas de notre écran réel.	57
3.9.4.1.	<i>Théories de l'écran noir de KIRCHHOFF-KOTTLER.</i>	57
3.9.4.2.	<i>Théories de l'écran idéal de SOMMERFELD.</i>	57
3.9.4.3.	<i>Cas de notre écran réel.</i>	58
3.9.4.4.	<i>Multidiffraction sur les bords de l'écran.</i>	59
3.10	Conclusion.	60
<u>Chapitre 4 : Détermination numérique de la position des franges intérieures</u>		62
4.1	Détermination numérique de la position des franges dans le cas d'angles de diffraction petits.	62
4.2	Détermination numérique de la position des franges par les extrémums des courbes d'intensité.	62
4.3	Principales précautions de calcul.	64
4.3.1.	Calcul de la borne d'intégration	64
4.3.2.	Calcul des lignes trigonométriques.	66
4.3.3.	Calcul des intégrales J_n .	66
4.3.3.1.	<i>Calcul des intégrales J_n par la relation (3.98)</i>	66
4.3.3.2.	<i>Calcul des intégrales J_n par la relation (3.103)</i>	70
4.3.4.	Calcul des intégrales de FRESNEL.	70
4.3.5.	Calcul de l'amplitude en fonction des intégrales de FRESNEL.	75
4.3.5.1.	<i>Calcul de M et N.</i>	76
4.3.5.2.	<i>Calcul de P et Q.</i>	77
4.3.6.	Calcul de l'intensité. Normalisation.	79
4.4	Résultats des calculs d'intensité.	82
4.4.1.	Influence du paramètre a sur la position des franges.	82
4.4.2.	Influence du paramètre y_c sur la position des franges.	89

4.5	Détermination numérique de la position des franges par la méthode d'intégration des polynomes de Cotes.	89
4.6	Comparaison des trois méthodes d'intégration.	93
Chapitre 5 : Montage expérimental		94
5.1	Description succincte du montage.	94
5.2	Principe des réglages et des mesures.	95
5.2.1.	Détermination physique de l'axe $\overrightarrow{z'z}$.	95
5.2.2.	Mise en place du mètre étalon.	95
5.2.2.1.	<i>Description du mètre étalon.</i>	95
5.2.2.2.	<i>Caractéristiques optiques de l'unité de visée.</i>	96
5.2.2.3.	<i>Description et réglage du support du mètre étalon.</i>	97
5.2.2.4.	<i>Caractéristiques mécaniques du banc d'optique.</i>	98
5.2.3.	Détermination physique de l'axe du faisceau laser.	99
5.2.3.1.	<i>Structure du faisceau émis par le laser.</i>	99
5.2.3.2.	<i>Détermination plus précise de l'axe du faisceau laser au moyen du croisillon.</i>	99
5.2.4.	Mise en place du laser.	101
5.2.5.	Mise en place du châssis photographique.	101
5.2.5.1.	<i>Description du châssis.</i>	101
5.2.5.2.	<i>Réglage du châssis.</i>	102
5.2.6.	Mise en place du diaphragme et de l'écran diffringent.	103
5.2.6.1.	<i>Description de l'écran diffringent.</i>	103
5.2.6.2.	<i>Propriétés physiques du matériau diffringent.</i>	103
5.2.6.3.	<i>Opérations de réglage de l'écran et du diaphragme.</i>	104
5.2.7.	Mise en place du sténopé.	105
5.2.7.1.	<i>Description du sténopé.</i>	105
5.2.7.2.	<i>Technique de fabrication du sténopé.</i>	105
5.2.7.3.	<i>Figure de diffraction du sténopé éclairé directement par le faisceau laser.</i>	106
5.2.7.4.	<i>Mise en place du sténopé.</i>	107
5.2.7.5.	<i>Amélioration des conditions d'éclairement du sténopé.</i>	107

5.2.8.	Mise en place du système optique par rapport au sténopé.	108
5.2.8.1.	<i>Description de l'objectif.</i>	108
5.2.8.2.	<i>Structure du faisceau lumineux émergeant de l'objectif éclairé par le laser.</i>	108
5.2.8.3.	<i>Comparaison des figures de diffraction et d'interférences dans le cas d'ondes incidentes gaussiennes, puis pour le sténopé placé dans le plan de la ceinture, et enfin, pour le sténopé placé légèrement en arrière de ce plan.</i>	111
5.2.8.3.1.	Cas des ondes incidentes gaussiennes.	113
5.2.8.3.2.	Cas du sténopé éclairé par le faisceau gaussien.	113
5.2.8.4.	<i>Mise en place de l'objectif.</i>	114
5.2.8.5.	<i>Réglages de l'objectif.</i>	115
5.2.8.6.	<i>Reprise des opérations par itérations successives.</i>	120
5.2.8.7.	<i>Contrôle des réglages de l'objectif.</i>	120
5.3	Analyse des données expérimentales.	120
5.3.1.	Longueurs d'ondes du laser.	121
5.3.2.	Détermination de a.	122
5.3.3.	Détermination de la largeur physique $2e$ de l'écran diffringent.	123
5.3.3.1.	<i>Mesures du L.N.E. (Laboratoire National d'Essais).</i>	123
5.3.3.2.	<i>Contraction élastique provoquée par le palpeur.</i>	124
5.3.4.	Détermination de b. Corrections systématiques et incertitudes.	125
5.3.4.1.	<i>Etalonnage de la règle.</i>	125
5.3.4.2.	<i>Correction des écarts systématiques liés aux défauts du banc d'optique.</i>	127
5.3.4.3.	<i>Principales incertitudes.</i>	128
5.4	Technique d'enregistrement photographique.	129
5.4.1.	Nature et traitement des plaques photographiques.	129
5.4.2.	Technique d'exposition photographique.	130
5.4.3.	Temps d'exposition et examen des plaques photographiques de notre expérience métrologique.	131
5.5	Réduction de la lumière parasite.	132

<u>Chapitre 6 : Etude métrologique des plaques photographiques.</u>	133
6.1 Introduction.	133
6.2 Table métrologique.	133
6.2.1. Translation de la platine.	133
6.2.2. Orientation de la platine.	134
6.2.3. Rotation de la platine.	134
6.3 Microscope.	134
6.3.1. Eclairage du microscope.	134
6.3.2. Objectifs du microscope.	135
6.3.3. Oculaire à images antisymétriques : principe et description.	135
6.4 Bâti.	137
6.5 Réglages du dispositif métrologique.	137
6.6 Réglage individuel d'une plaque photographique donnée.	140
6.7 Etalonnage de la table métrologique.	140
6.8 Etude d'une éventuelle distorsion de l'émulsion photographique.	144
6.9 Influence du degré hygrométrique de l'air.	146
6.10 Etude d'une éventuelle dilatation des plaques photographiques.	146
<u>Chapitre 7 : Exploitation numérique des données expérimentales.</u>	147
7.1 Etude d'une série de plaques antérieures à nos expériences.	147
7.1.1. Introduction	147
7.1.2. Technique de l'analyse.	147
7.1.3. Résultats des mesures réalisées sur notre unité métrologique.	147
7.1.4. Conclusions de cette première partie : améliorations à apporter.	151
7.2 Etude des plaques expérimentales récentes.	153
7.2.1. Introduction.	153
7.2.2. Nouvelle technique d'analyse numérique des données expérimentales par lissage.	153
7.2.3. Détermination de la frange centrale.	155
7.2.4. Détermination des franges symétriques d'ordre n et n' prédéterminés.	156
7.2.4.1. Calcul préalable des valeurs approchées de u_n .	156
7.2.4.2. Détermination des valeurs exactes de u_n .	157
7.2.4.3. Lissage des mesures expérimentales.	157

7.2.5. Résultats expérimentaux	160
7.2.5.1. <i>Polarisation parallèle aux bords diffringents.</i>	160
7.2.5.2. <i>Polarisation perpendiculaire aux bords diffringents.</i>	160
7.2.5.3. <i>Influence d'une petite rotation de l'écran diffringent autour de l'axe y'y.</i>	169

7.3 Etalonnage d'une plaque photographique par méthode de dispersion.	170
---	-----

7.4 Récapitulation des résultats.	174
-----------------------------------	-----

<u>Chapitre 8 : Conclusion</u>	176
--------------------------------	-----

<u>Annexe</u> : Irrégularités d'intensité des franges de lumière infléchie.	183
---	-----

CHAPITRE I INTRODUCTION

La diffraction de la lumière résulte d'une interaction entre la matière et le rayonnement. Elle est caractérisée par une perturbation de la propagation de la lumière à proximité des bords de tout élément matériel.

Malgré un nombre considérable de publications (plus de 300 000 d'après les renseignements fournis en mai 1981 par le "Britannica Library Research Service"), la diffraction n'a jamais été insérée de façon satisfaisante dans une théorie de la lumière. (voir par exemple, section 3.9.4, les représentations de l'écran diffringent).

L'interprétation par une théorie corpusculaire ayant été abandonnée, on considère - à tort, semble-t-il - que la diffraction relève exclusivement de l'optique ondulatoire (YAVORSKI et DETLAV 1975 page 631).

Or, quelle que soit la théorie considérée, le concept de la diffraction résiste difficilement à une analyse critique.

D'autre part, il faut, pour qu'une théorie soit valide, que s'accordent les structures des figures de diffraction qu'elle permet de calculer, et les vérifications expérimentales. La précision relative des expériences courantes étant de l'ordre de 10^{-2} , l'accord est généralement satisfaisant.

Dans la partie expérimentale de notre thèse, la précision est meilleure que $2 \cdot 10^{-4}$. La concordance observée entre la théorie scalaire de la BDW* et nos mesures, atteint $4 \cdot 10^{-4}$. Il semble toutefois exister un désaccord subtil puisque l'écart observé entre les valeurs mesurées et celles calculées d'après la théorie dépasse quelque peu la marge d'incertitude de notre expérimentation.

Notre intention n'est pas de fournir ici une bibliographie exhaustive des publications sur la diffraction que nous avons étudiées ; nous nous proposons, par une brève introduction historique, de rappeler les étapes les plus significatives de la connaissance de la diffraction, afin de justifier notre propre approche dans l'étude de ce phénomène.

La première description de la diffraction ayant un caractère scientifique apparaît dans l'oeuvre posthume de GRIMALDI (1665).

* Boundary Diffraction Wave.

NEWTON la résume ainsi :

"Personne, avant GRIMALDI, n'avait observé que les ombres des corps exposés aux rayons solaires introduits dans une chambre obscure par un fort petit trou, sont, non seulement plus amples qu'elles ne le devraient si ces rayons passaient en ligne droite le long des corps, mais bordées de trois franges colorées parallèles" (NEWTON Optique III, traduction française 1787).

A son tour, NEWTON décrit une série d'observations : diffraction par un fil, puis par un tranchant, enfin par une fente, d'abord en lumière blanche, et ensuite avec la lumière décomposée par un prisme. Il interprète ces observations dans le cadre de la théorie corpusculaire : les corpuscules lumineux qui subissent une attraction par le bord diffringent, ont des trajectoires courbées vers l'ombre géométrique. Ils contournent ce bord sans le toucher. L'ensemble de ces corpuscules constitue la lumière infléchie. Par contre, les corpuscules lumineux qui subissent une répulsion par le bord diffringent, ont des trajectoires qui s'en écartent et qui, en se croisant, produisent les franges externes de lumière défléchie observée au voisinage de l'ombre géométrique.

Au début du siècle suivant, en 1802, YOUNG détermine quantitativement la position des franges d'interférences entre les rayons diffractés par les bords opposés d'un fil : ces rayons présentent entre eux des différences de chemin optique "multiple of a certain length".

La lumière, outre son caractère corpusculaire que YOUNG, disciple de NEWTON, ne renie pas, possède aussi un aspect ondulatoire. D'autre part, pour YOUNG, les bords diffringents sont les centres d'émission de la lumière diffractée.

En 1815, FRESNEL, qui ignore encore les travaux de YOUNG, publie une étude similaire basée sur les mêmes hypothèses. Puis, il cherche à déterminer non seulement la position des franges de diffraction mais également leur intensité. Il y parvient en appliquant aux ondes lumineuses le principe de HUYGENS. Son interprétation du mécanisme de la diffraction s'en trouve alors totalement modifiée. Celui-ci résulte non plus d'ondes secondaires émises par les bords, mais d'ondes secondaires émises par tous les points de l'onde lumineuse incidente "au moment où elle se trouve interceptée en partie par le corps opaque" (Mémoire couronné, FRESNEL 1818 ; oeuvres page 313).

Dans ce qui suit, nous mentionnons d'abord les principales analyses mathématiques dans le développement théorique de la diffraction. Nous citons ensuite les travaux expérimentaux les plus précis, susceptibles de confirmer ou d'infirmer ces théories et ceux qui ont progressivement mis en relief des paramètres fondamentaux de la diffraction.

La théorie FRESNEL-HUYGENS a été reprise de façon plus rigoureuse par KIRCHHOFF en 1882 et surtout par KOTTLER en 1923.

Cependant, le point de vue de YOUNG n'est pas oublié. En 1896, SOMMERFELD dans le cadre de la théorie électromagnétique, résoud le problème de la diffraction d'ondes planes par un demi plan réfléchissant : une onde cylindrique émanant du bord de l'écran, se propage dans la région d'ombre géométrique. Cette onde se propage aussi dans la région de lumière géométrique où elle se superpose à l'onde incidente. Cette solution donne une première expression mathématique du facteur d'inclinaison de l'onde diffractée par le bord, facteur dont YOUNG avait pressenti l'importance sans pouvoir le déterminer.

Divers travaux théoriques vont concilier progressivement les points de vue de YOUNG et de FRESNEL. MIYAMOTO et WOLF 1962 résument comme suit l'évolution des idées sur l'origine physique de la diffraction, tendant à montrer que ces deux points de vue ne sont que deux aspects mathématiques d'une même réalité physique :

D'après le point de vue de FRESNEL-HUYGENS, "chaque point de la partie non obstruée d'une onde primaire est supposé être le centre d'une perturbation secondaire, et on admet que le champ de diffraction provient de la superposition de ces perturbations secondaires...

YOUNG 1802 avait suggéré pour la diffraction, un modèle physique différent... Il pensait que la lumière incidente subit une sorte de réflexion sur le bord de l'obstacle diffringent et il admet que la diffraction provient de l'interférence entre la lumière directe et la lumière qui se propage à partir de chaque point du bord.

Cependant, parce que la théorie de FRESNEL 1818 a connu un succès prématuré et parce que les idées de YOUNG n'étaient pas formulées de façon quantitative, rapidement, la théorie de FRESNEL a prévalu, tandis que l'explication de YOUNG de la diffraction était généralement oubliée.

Une longue période de temps s'est écoulée jusqu'à ce que s'accumulent des preuves évidentes, à la fois expérimentales et théoriques, qui suggèrent que le point de vue de YOUNG représente un modèle physiquement plus simple que celui de FRESNEL-HUYGENS... MAGGI 1888 et RUBINOWICZ 1917 ont montré indépendamment que, dans le cas de la diffraction par une ouverture dans un écran opaque, l'intégrale de KIRCHHOFF, (I_K , que l'on peut considérer comme un raffinement mathématique du point de vue de FRESNEL-HUYGENS, peut être décomposée, en certains cas, en la somme de deux termes : l'un représente une onde ayant son origine en chaque point du bord de l'ouverture (appelée Boundary Diffraction Wave, I_{BDW}) et l'autre représente une onde qui se propage à travers l'ouverture en suivant les lois de l'optique géométrique (appelée onde géométrique I_G) :

$$I_K = I_{BDW} + I_G$$

Les recherches de MAGGI et RUBINOWICZ, continent les auteurs que nous citons, ont montré de façon concluante la justesse du point de vue de YOUNG. Comme modèle physique de diffraction, la théorie de YOUNG-MAGGI-RUBOWICZ est intrinsèquement simple et physiquement pleine d'attrait : elle relie directement la diffraction à la véritable cause de son origine, c'est-à-dire la présence des bords diffringents de l'obstacle. (fin de la traduction de l'introduction de l'article cité)".

En exprimant le potentiel vecteur généralisé, MIYAMOTO et WOLF 1962 ont étendu au cas des ondes de forme quelconque, et de répartition d'amplitude quelconque sur les isophases (ondes hétérogènes), l'intégrale double de KIRCHHOFF I_K et l'intégrale simple de MAGGI-RUBINOWICZ, I_{BDW} .

Les calculs de la distribution de l'intensité des figures de diffraction s'en trouvent considérablement simplifiés, voire même rendus possibles dans certains cas. Les applications découlant de l'intégrale de KIRCHHOFF nécessitent l'évaluation numérique d'une intégrale double sur la surface de la pupille diffringente ; celles de la B.D.W. ne comportent qu'une intégrale simple le long du contour de cette pupille.

D'ailleurs, FRESNEL lui-même n'a pas effectué de double intégration. Dans les applications de sa théorie à la diffraction par un demi plan, il n'introduit dans ses calculs que la trace de l'onde incidente sur le plan passant par la source lumineuse et perpendiculaire au bord diffringent. En d'autres termes, il ne tient pas compte de la contribution des points de l'onde

lumineuse incidente qui ne sont pas situés dans ce plan. Il justifie cette approximation par la théorie dite des "zones de FRESNEL".

La conséquence pratique de cette théorie des zones de FRESNEL a été vérifiée expérimentalement par GOUY en 1886. Il observe notamment que, si un rayon lumineux incident est perpendiculaire au bord de l'écran, les rayons diffractés forment une nappe plane, perpendiculaire à ce bord. Dès qu'on s'écarte de ce plan, l'intensité lumineuse diffractée est pratiquement nulle.

Dans le cadre de cette approximation, FRESNEL donne les tableaux comparatifs des résultats de l'observation et de ceux de la théorie, pour "les bandes intérieures produites par une lumière rouge homogène" et pour "les franges extérieures des ombres dans une lumière rouge homogène pour laquelle la longueur d'ondulation est égale à 0,000 638 mm" (Oeuvres, pages 108 et 332).

La concordance relative est meilleure que $3 \cdot 10^{-2}$. Elle dépasse même $2 \cdot 10^{-3}$ dans six des mesures citées, résultat remarquable si on considère qu'il utilise comme lumière monochromatique le rayonnement solaire simplement filtré par un vitrail rouge. Les angles de diffraction sont toujours inférieurs au demi-degré.

Par ailleurs, FRESNEL montre que la nature et la forme du bord diffringent ne jouent aucun rôle sur la position des franges.

Un excellent travail de BARNETT et HARRIS en 1962 aboutit, avec une précision plus grande, aux mêmes conclusions.

Une lampe à vapeur de mercure et un filtre interférentiel fournissent une lumière monochromatique non polarisée qui est focalisée sur une fente de largeur 0,002 in. (soit 50 μm). L'écran diffringent est un demi-plan. La section du bord rectiligne est soit un biseau d'angle 30° ou 60° , soit un cylindre de révolution de rayon $3/8$ in. (9,4 mm) ; sa nature varie : aluminium, bakélite ou plexiglass. La distance séparant l'écran de la source est $a = 20,243 \pm 0,005$ m et celle qui le sépare du plan d'observation est $b = 32,632 \pm 0,005$ m. Seul, l'écran est mobile : il peut se déplacer dans son propre plan, dans la direction perpendiculaire au bord diffringent. La position de ce bord est repérée à 0,001 in. près (25 μm). Les mesures photométriques de la figure de diffraction sont effectuées par un photomultiplicateur placé derrière une fente de 0,002 in. (50 μm) ; elles concernent 600 à 800 franges. L'incertitude relative est de $2 \cdot 10^{-3}$ sur les mesures d'intensité et de $3 \cdot 10^{-4}$ sur celles de la position des franges.

Les résultats de 8 expériences réalisées avec des bords diffringents de section et de nature différentes, concordent entre eux aux incertitudes expérimentales près. Mais ils diffèrent légèrement avec les résultats de l'analyse théorique : l'écart expérience-théorie est de 10^{-3} , ce qui est trois fois plus grand que l'incertitude des mesures.

Des mesures géométriques, il résulte que les angles de diffraction sont toujours inférieurs à 1,2 degré. La petitesse de ces angles de diffraction justifie vraisemblablement, dans les expériences de BARNETT et HARRIS comme dans celles de FRESNEL, l'absence d'influence observable de la nature et de la forme du bord diffringent sur les figures de diffraction. GOUY 1886 avait d'ailleurs montré que des modifications appréciables de ces figures n'étaient observées que pour des angles de diffraction dépassant quelques degrés.

La haute précision relative de $3 \cdot 10^{-4}$ atteinte par BARNETT et HARRIS est exceptionnelle dans l'histoire de la diffraction. Cependant, l'incertitude absolue sur la position du bord diffringent, qui est de 25 μm , semble encore trop grande par rapport aux longueurs d'ondes lumineuses pour permettre une investigation approfondie de l'interaction matière-rayonnement dans le domaine des longueurs d'ondes visibles.

Réalisées en général à des fins pédagogiques, les expériences postérieures sont peu précises : incertitude relative de $2 \cdot 10^{-2}$ pour MOEN et VANDERMEULEN 1970 et de $4 \cdot 10^{-2}$ pour BOYER et FORTIN 1972. Ces auteurs étudient les franges extérieures résultant de la diffraction d'une onde sphérique par un écran à bords parallèles (ruban ou fil). L'onde sphérique est obtenue en focalisant la lumière d'un laser He-Ne sur un sténopé au moyen d'un objectif de microscope.

Peu de temps auparavant, PEARSON et ses collaborateurs 1969 soulignent la difficulté de produire des ondes planes homogènes avec les sources laser. Il développe une analyse théorique de la diffraction d'un faisceau gaussien par un demi-plan. Dans son expérience, le faisceau du laser est dilaté par un système optique afocal avant d'être diffracté. L'écart expérience-théorie est de $5 \cdot 10^{-2}$ dans la région d'ombre géométrique, et de 10^{-1} dans la région de lumière directe.

SAMBASIVAN 1974 introduit dans l'analyse théorique de PEARSON un facteur tenant mieux compte de la focalisation du rayon laser et montre que les écarts précédents peuvent alors être réduits à 10^{-2} .

L'influence de la diffraction sur la polarisation de la lumière a été systématiquement étudiée par GOUY en 1886. L'écran diffringent est un demi-plan dont le bord rectiligne est biseauté. Il est éclairé par un faisceau homocentrique dont le sommet est situé sur le bord, et l'axe, perpendiculaire à ce bord. La lumière diffractée est étudiée dans des directions perpendiculaires au bord et faisant avec l'axe précédent des angles de déviation donnée, allant de 0 à 160°.

Dans le cas de lumière incidente naturelle, la polarisation de la lumière diffractée "est presque toujours nulle quand la déviation est petite ; elle s'accroît d'une manière continue quand la déviation augmente". A l'intérieur de l'ombre géométrique, "la polarisation est toujours parallèle au bord de l'écran et produit ainsi un effet complémentaire à celui de la polarisation intérieure".

Dans le cas de lumière monochromatique, "les rayons diffractés sont polarisés dans des proportions variables selon la couleur de la lumière employée".

"Lorsque les rayons incidents sont polarisés, soit perpendiculairement au bord de l'écran, soit parallèlement, les rayons diffractés sont polarisés de même et d'une manière complète lorsque le bord de l'écran est bien régulier".

Dans le cas où la lumière incidente polarisée est blanche, "le plan de polarisation des rayons incidents étant parallèle au bord de l'écran, la lumière diffractée... présente des colorations vives et variées". "Au contraire, les rayons incidents étant polarisés perpendiculairement au bord, la lumière diffractée est parfaitement blanche".

"On sait, conclut GOUY, que FRESNEL et d'autres physiciens ont établi par de nombreuses expériences, que les phénomènes de diffraction produits par un écran rectiligne, ne dépendent ni de la polarisation des rayons incidents, ni de l'épaisseur du bord, ni de la substance de l'écran. Cette loi n'avait été établie que pour de petites déviations... nous avons retrouvé les mêmes résultats, mais seulement pour de petites déviations ; lorsque celles-ci dépassent quelques degrés, cette loi limite cesse d'être exacte, et le phénomène prend des caractères bien différents".

GOUY ne dispose que des radiations électromagnétiques visibles, mais pour augmenter son champ d'expérience, il étudie la diffraction intérieure dans des milieux plus réfringents que l'air. "Nous avons reconnu, écrit-il que dans un milieu réfringent, les phénomènes se modifient comme si, dans l'air, on augmentait l'épaisseur du bord : cette circonstance semble indiquer

que l'élément essentiel est ici le rapport de l'épaisseur ou du rayon de courbure avec la longueur d'onde".

Dans une étude bibliographique remarquable couvrant quelques 500 références, BOUWKAMP 1954 observe que la polarisation est ignorée dans les théories scalaires de la diffraction, les expériences ayant montré que cette omission est justifiée quand la longueur d'onde est petite devant les dimensions de l'ouverture diffringente.

Mais le développement des micro-ondes vient élargir le champ de la diffraction en faisant intervenir l'influence de la polarisation. Par exemple EINSTEIN, JULIANO et PINE 1971 et 1973 étudient la diffraction d'ondes planes ($\lambda = 8,7$ mm) par un demi-plan pour les polarisations perpendiculaire et parallèle au bord de l'écran. L'épaisseur de l'écran a une influence plus grande dans le cas de polarisation perpendiculaire. Ils interprètent leurs résultats dans le cadre de la théorie de SOMMERFELD.

Analysant leurs travaux, DE ACETIS 1974 montre cependant que la théorie géométrique de la diffraction de KELLER 1962 rend mieux compte du rôle de l'épaisseur de l'écran : la théorie de SOMMERFELD s'applique aux cas où les écrans sont infiniment minces.

La diffraction de FRESNEL par des ouvertures circulaires ou par des disques, n'est pratiquement étudiée quantitativement que le long de l'axe de symétrie et dans le domaine des micro-ondes. Citons par exemple, pour les ondes incidentes planes : ANDREWS 1950 (champ électrique) et ANDREWS et ses collaborateurs 1980 (champ magnétique) et pour les ondes sphériques incidentes : PETERSON et KASPER 1972. La précision expérimentale ne semble jamais dépasser 10^{-2} .

Les micro-ondes présentent, sur les ondes visibles, l'avantage de pouvoir être explorées par des mesures simultanées de l'amplitude et de la phase (voir par exemple FARNELL 1957).

Jusqu'ici, l'amplitude complexe des ondes visibles n'a pu être déterminée directement. Une technique indirecte de mesure de phase d'ondes lumineuses a été mise au point par BOYD et MOORE 1979.

Les auteurs appliquent la technique dite "d'A.C. interferometry" à un interféromètre de Mach-Zender. L'un des deux miroirs de l'interféromètre est fixé sur une céramique piézo-électrique. Celle-ci lui communique un mouvement de vibration alternatif de sorte que l'un des faisceaux de l'interféromètre présente, par rapport à l'autre, une modulation de phase. A la sortie de

l'interféromètre, la figure d'interférence est étudiée au moyen de deux détecteurs photoélectriques : l'un fixe, donne un signal de référence, tandis que l'autre, balaie l'interférogramme.

Si ensuite on interpose sur le trajet du second faisceau non modulé de l'interféromètre un écran à bord rectiligne, la lumière de ce faisceau est diffractée. L'étude des signaux fournis par les détecteurs au cours du balayage de l'interférogramme permet de déterminer la répartition des phases dans l'onde diffractée, avec une précision meilleure que $\lambda/10$.

Les auteurs donnent très peu d'indications sur la méthode de production de l'onde plane incidente. Pourtant, la qualité de l'onde de référence, qui dépend du traitement initial du faisceau laser, devrait être un facteur important de la fiabilité de cette technique.

L'influence des méthodes d'illumination par laser sur la finesse des mesures interférométriques a été étudiée par ROWLEY en 1979. Dans une étude bibliographique portant sur 40 références, il montre que la distorsion du front d'onde du faisceau laser est généralement négligée par les auteurs. Or, cette distorsion existe et complique les problèmes : il conclut que ce sujet nécessite un supplément d'étude.

Nous ne ferons que citer pour mémoire deux importants domaines de la diffraction : la diffraction de FRAUNHOFFER et l'holographie.

Dans le premier cas, la présence d'optiques auxiliaires risque toujours d'affecter la précision des mesures par des erreurs systématiques.

Dans le second cas, le nombre de facteurs mal connus intervenant dans l'interprétation des figures holographiques, ne permet pas une investigation fondamentale du phénomène de la diffraction.

La diffraction est traditionnellement considérée comme un phénomène dû à la nature ondulatoire de la lumière (YAVORSKI et DETLAF 1975). Cependant, l'interprétation de ce phénomène n'exclut pas totalement la structure corpusculaire de la lumière ainsi qu'il ressort de travaux récents d'astrophysique. L'énergie lumineuse transportée par une onde équivaut à une masse et subit, par exemple, l'influence des forces de gravitation.

SEIELSTAD, SRAMEK et WEILLER 1970 ont pu mesurer des déflexions de 1,77 seconde d'arc lorsque le rayonnement émis par des radiosources passe au voisinage du soleil. Ce résultat s'interprète dans le cadre de la mécanique relativiste.

NEWTON, qui développa essentiellement la théorie corpusculaire de la lumière, posait la question : "les corps n'agissent-ils pas à certaine distance sur la lumière, de manière à infléchir les rayons ; l'énergie de cette action n'augmente-t-elle pas à mesure que la distance diminue ?" (Optique 1787, livre 3, question 1).

La diffraction est "a field replete with unsolved problems and riddles" (PETERSON et KASPER 1972), un domaine où abondent les problèmes non résolus et les énigmes, capable de susciter, ajoutent les auteurs, intérêt et enthousiasme, même après trois siècles de recherche.

La plupart des publications sont principalement, voire exclusivement théoriques. BORN et WOLF 1975 affirment que les problèmes relatifs à la diffraction sont les plus difficiles de ceux que l'on rencontre en optique. Il ajoute que les solutions que l'on peut considérer comme rigoureuses sont très rares.

Parmi les quelques publications qui présentent une expérimentation, à de rares exceptions près, la précision relative ne dépasse pas 10^{-2} . Or, lorsqu'on se limite à cette approximation courante de 10^{-2} , la détermination numérique d'une figure de diffraction est indépendante de la théorie utilisée, ancienne ou moderne, les écarts entre les structures calculées étant trop petits pour être détectables à cette précision. WOLF et MARCHAND 1964 signalent par exemple que les écarts entre la solution de RAYLEIGH-SOMMERFELD et celle de KIRCHHOFF sont de l'ordre de 10^{-4} .

En outre, une vérification expérimentale s'impose lorsqu'une théorie est déduite de prémisses dont on n'a pas dûment prouvé l'exactitude. C'est le cas de certaines études auxquelles on se réfère souvent, basées sur la théorie électromagnétique de la lumière. En effet, dans la théorie de MAXWELL, les conditions aux limites, qui jouent le rôle essentiel en diffraction, soulèvent toujours des difficultés. Par ailleurs, les concepts de la diffraction, basés sur ceux de FRESNEL et de YOUNG, attirent toujours des critiques, malgré toutes les tentatives faites pour restreindre leurs contradictions internes. Ceci conduit à n'accepter qu'avec réserve de nombreux travaux théoriques sur la diffraction (voir par exemple ANDREWS et ses collaborateurs 1980, introduction).

Pour ces raisons, nous estimons nécessaire de réaliser des expériences de haute précision, afin d'obtenir des données de référence, auxquelles nous comparons les valeurs calculées correspondantes de la théorie dont nous étudions la validité.

Le choix des conditions expérimentales est guidé par les considérations suivantes :

La forme la plus simple d'écran diffringent serait celle du disque. Sa symétrie de révolution présenterait en outre l'avantage de faciliter l'écriture et l'intégration des expressions analytiques. Mais, il est nécessaire de fixer rigidement le disque à un support afin que sa position soit connue avec précision. Or, les dispositifs de fixation que nous avons considérés diffractent eux aussi la lumière et modifient les données du problème.

Un cercle opaque constitué par une couche mince déposée sur support transparent, du verre par exemple, peut sembler une solution adéquate de support non perturbateur du modèle. Mais, une telle réalisation est difficile pour deux raisons techniques :

- Il est difficile de réaliser un support de verre de dimensions supérieures à 10 cm, dont les deux faces soient rectifiées par un polissage de précision inférieure à la fraction de longueur d'onde, d'une part, et parallèles entre elles avec la même précision, d'autre part.

- Il est difficile de faire une couche mince de faible épaisseur dont les bords soient parfaitement définis, en forme de circonférence, à une fraction de longueur d'onde près.

En effet, cette couche s'obtient - pour les meilleures conditions - par évaporation sous vide. Or, si le masque d'ouverture circulaire est en contact avec le support, lors de l'évaporation, il arrache quelques particules déposées lors de sa séparation ultérieure : les bords du cercle sont irréguliers. Si au contraire, il n'est pas en contact avec le support, le bord est mal défini, en forme de biseau de composition chimique variable, même si l'évaporant est un corps pur, tel le chrome.

Lors des premiers instants de l'évaporation, la pression, voisine de 10^{-5} Torr, s'abaisse en dessous de 10^{-6} Torr, parce que l'évaporant produit un effet de "getter". D'une part, le substrat se trouve superficiellement dégazé ce qui assure l'adhésivité ultérieure de la couche, d'autre part, les premières strates de l'évaporant réagissent avec le support pour donner un composé intermédiaire. Les strates suivantes seront en chrome assez pur.

Si on utilise un évaporant n'ayant pas cet effet initial de "getter" la couche définitive n'est pas adhésive et se détache du substrat au bout de quelques temps.

La nature chimique du bord est donc complexe, et en conséquences, ses constantes physiques sont variables et mal connues.

Le choix d'un écran à bords rectilignes et parallèles évite ces inconvénients car un tel écran peut être directement fixé par ses deux extrémités situées en dehors de la plage éclairée.

Nous l'éclairons au moyen d'ondes sphériques. Pourtant, on pourrait croire qu'un éclairage en ondes planes conduirait à une analyse théorique plus simple que celle d'un éclairage en ondes sphériques. Mais, dans le cas où la source lumineuse est un laser, il n'en est rien et le problème théorique se trouverait compliqué au lieu d'être simplifié (voir ROWLEY 1979).

La position des bords diffringents peut être connue avec une grande précision, en mesurant leur distance sur un comparateur mécanique. L'incertitude absolue sur cette mesure est de l'ordre du micromètre.

Or, dans l'expérience de BARNETT et HARRIS relative à la diffraction de la lumière par un bord unique, la précision absolue sur la mesure de la position de ce bord était de 25 μm . Par notre méthode, nous gagnons sur cette précision un facteur supérieur à 20 pour un paramètre fondamental dans l'étude de la diffraction.

Pour conserver une précision relative de 10^{-4} , l'écran diffringent ne doit pas avoir une largeur inférieure au centimètre. Par contre, une largeur supérieure à 3 cm conduirait à des interfranges trop petits pour pouvoir être mesurés avec la précision requise.

Pour les mêmes raisons, la distance séparant l'écran du plan d'observation doit être supérieure au décimètre.

Lorsque cette distance diminue de 2m à 5dm et pour une largeur d'écran de 2 cm, les angles d'inclinaison pour des points d'observation situés au centre de la figure de diffraction et d'interférences augmentent de 0,3 à 1,2 degré ; ils atteignent 2,8 degrés pour les franges situées à la périphérie de cette figure. Ces variations sont assez importantes pour montrer que l'influence de l'angle d'inclinaison sur les structures des figures de diffraction et d'interférences ne peut être interprétée correctement par aucune des théories connues jusqu'ici.

L'angle d'inclinaison est aussi un paramètre fondamental dans l'étude de la diffraction. En effet, plus cet angle est élevé, plus la durée du contournement des bords diffringents par la lumière est grande et favorise l'interaction matière-rayonnement.

Notre étude bibliographique nous a conduit à un choix de paramètres géométriques tels que la figure de diffraction et d'interférences comporte un nombre de franges voisin du millier ; elles sont séparées entre elles par des interfranges de l'ordre de 10 à 40 μm . En les enregistrant sur des plaques photographiques dont l'émulsion a une granulométrie très fine (plaques holographiques), nous disposons d'une information instantanée très riche.

La métrologie minutieuse de ces franges et le traitement informatique des mesures permet, dans le cadre d'une théorie donnée, de remonter à la valeur de paramètres fondamentaux de la diffraction tels que la position des bords diffringents. La comparaison des valeurs des paramètres déterminés par ce procédé avec les mesures physiques correspondantes, constitue une approche précise et fiable dans l'étude de la diffraction. C'est cette directive de recherche que nous avons suivie.

CHAPITRE II

PRINCIPE D'UNE EXPERIENCE DE DIFFRACTION ET D'INTERFERENCE

Dans ce chapitre, nous indiquons sommairement les principaux éléments géométriques d'un modèle idéal de diffraction d'ondes sphériques hétérogènes divergentes par un écran à bords rectilignes et parallèles. Les éventuelles réserves concernant l'adaptation de ce modèle idéal aux conditions expérimentales réelles feront l'objet du chapitre 5 : en particulier, la validité des hypothèses concernant la forme et la nature des isophases, sera discutée dans le cadre de la section 5.2.8.2.

Le principe de l'expérience de diffraction et d'interférences est illustré par la figure 2.1.

L'espace optique et les éléments géométriques du montage sont rapportés à un référentiel orthonormé de centre O , dont l'un des axes de coordonnées $\vec{z'Oz}$ est choisi comme axe optique.

Dans ce qui suit, nous utilisons d'abord le langage de l'optique géométrique. Un point S est le sommet d'un faisceau homocentrique de rayons lumineux. On suppose que ce faisceau a la symétrie de révolution autour de l'axe optique, et que, sur tout rayon, l'intensité lumineuse est uniquement fonction de l'angle α du rayon avec l'axe optique. On suppose en outre que, lorsque cet angle croît depuis zéro, l'intensité lumineuse décroît, de façon continue, à partir d'une valeur maximale, et devient nulle pour un angle α_0 . La figure 2.1 montre le cône de révolution d'angle α_0 qui contient le faisceau de lumière utile. Toute lumière propagée à l'extérieur de ce cône est absorbée par un diaphragme, situé dans le plan perpendiculaire en O à l'axe optique, et limité au cône d'angle α_0 .

Une lame infiniment mince, de contour rectangulaire, est placée dans le plan du diaphragme, symétriquement par rapport à O . Ses bords parallèles les plus longs déterminent la direction de l'axe $\vec{y'Oy}$. Ils coupent l'axe $\vec{x'Ox}$ en H ou H' et le cercle qui limite l'ouverture du diaphragme en C et D ou C' et D' . Le diaphragme et la lame constituent un écran opaque percé de deux ouvertures en segment de cercle symétriques par rapport à l'axe $\vec{y'Oy}$.

Le montage est complété par un plan d'observation, perpendiculaire à l'axe optique en un point F, appelé foyer d'observation. Tout point de ce plan est rapporté à un référentiel orthonormé dont les axes $\vec{u}'Fu$ et $\vec{v}'Fv$ sont parallèles respectivement à $\vec{x}'Ox$ et $\vec{y}'Oy$.

La source ponctuelle S et la lame déterminent sur le plan d'observation une ombre géométrique où l'éclairement serait nul sans diffraction de la lumière.

On passe du langage de l'optique géométrique utilisé précédemment à celui de l'optique ondulatoire en remplaçant le faisceau homocentrique de sommet S par des ondes lumineuses sphériques de centre de courbure S.

Ces ondes créent une distribution d'états lumineux cohérents dans les deux ouvertures du plan de la lame et du diaphragme. On obtient ainsi deux pupilles qui sont non seulement cohérentes séparément, mais encore cohérentes l'une avec l'autre. Ces pupilles diffractent de la lumière en toute direction et particulièrement dans l'ombre géométrique de la lame qui est le domaine exclusif de notre expérimentation. Or, les théories récentes de la diffraction permettent de calculer l'état lumineux de la lumière diffractée dans la région d'ombre au moyen d'une intégrale curviligne, dont le chemin d'intégration est une boucle complète sur le contour de la pupille, et dont la fonction à intégrer est le produit de l'amplitude complexe sur le bord de la pupille par un facteur qui dépend de la théorie adoptée. Par conséquent, quelle que soit la théorie appliquée aux pupilles de notre montage, seul, le chemin d'intégration sur le bord rectiligne CD ou C'D' intervient, puisque sur le bord en arc de cercle, l'amplitude de l'état lumineux est nulle. On est ainsi conduit à remplacer chaque pupille par une source linéaire cohérente portée par le segment de droite CD ou C'D', dont chaque point émet de la lumière diffractée avec un effet directionnel déterminé par la théorie adoptée.

Dans le plan d'observation se forment des franges d'interférences alternativement brillantes et sombres, parallèles à l'axe $\vec{v}'Fv$.

Posons $SO = a$, distance entre la source et l'écran diffringent ; $OF = b$, distance entre l'écran diffringent et le plan d'observation ; $HH' = 2e$, largeur de l'écran diffringent ; λ , longueur d'onde.

Légende de la figure 2.1

Figure de principe d'une expérience de diffraction et d'interférences d'un faisceau homocentrique divergent par un écran à bords rectilignes et parallèles.

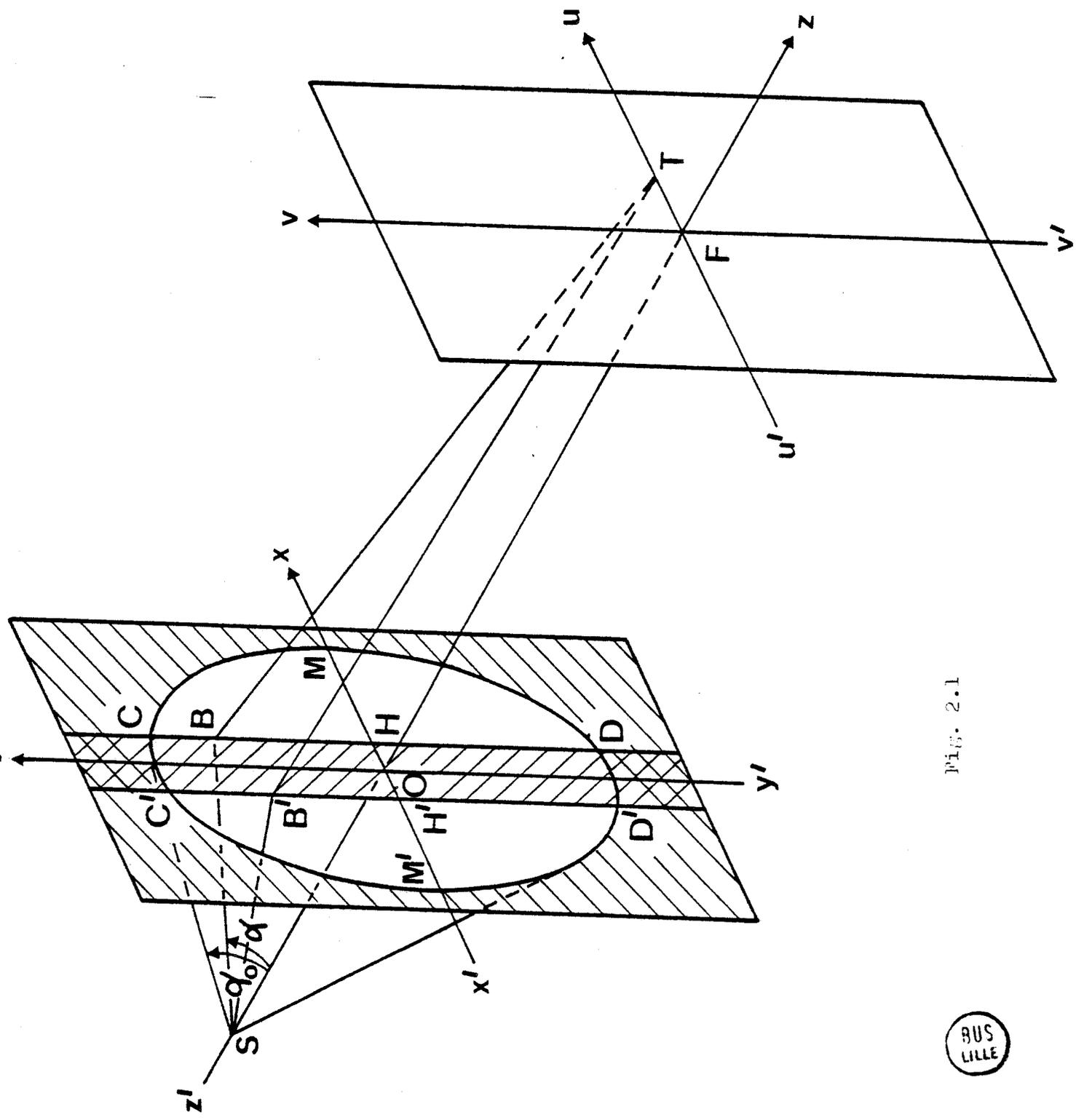


FIG. 2.1



Les théories de la diffraction établissent une relation qui permet de calculer les valeurs des interfranges connaissant les paramètres expérimentaux a , b , $2e$ et λ . Inversement, la mesure des positions des franges permet, connaissant trois de ces paramètres, par exemple a , b et λ , de calculer la valeur de $2e$. L'étude métrologique des franges constitue donc un excellent moyen d'investigation de la diffraction.

CHAPITRE III

ANALYSE MATHÉMATIQUE DE LA DIFFRACTION D'UN FAISCEAU HOMOCENTRIQUE DIVERGENT PAR UN ÉCRAN À BORDS RECTILIGNES ET PARALLÈLES

INTRODUCTION

Après un rappel des principales représentations mathématiques de l'état lumineux, (section 3.1), nous exposons brièvement les résultats des théories classiques :

- théories scalaires de la diffraction d'ondes incidentes homogènes (section 3.2) ;
- théories scalaires de la diffraction d'ondes incidentes hétérogènes (section 3.3) ;
- théories électromagnétiques de la diffraction d'ondes incidentes homogènes (section 3.4) dans le cas de l'écran noir de KOTTLER et dans le cas de l'écran idéal de SOMMERFELD.

Dans la section 3.5, nous indiquons brièvement le degré de validité de ces théories dans l'état actuel des expériences.

Les sections suivantes sont consacrées à l'exposé détaillé des solutions analytiques que nous avons pu entièrement expliciter à partir de ces théories.

Sauf indications contraires, les notations utilisées dans ce chapitre sont implicitement celles du chapitre 2 et de la figure 2.1.

3.1 PRINCIPALES REPRÉSENTATIONS MATHÉMATIQUES DE L'ÉTAT LUMINEUX

3.1.1. Représentation de l'état lumineux dans la théorie scalaire de la lumière.

Dans les théories scalaires de la diffraction de la lumière, l'état lumineux en un point de coordonnées x, y, z est représenté par un scalaire :

$$U = U(x, y, z)$$

Il vérifie l'équation d'onde

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) U = 0 \quad (3.1)$$

avec c , vitesse de la lumière dans le vide, t , l'instant considéré.

Les solutions de l'équation d'onde peuvent être exprimées sous la forme monochromatique :

$$U = F \exp [i (kr - \omega t)] \quad (3.2)$$

avec ω , pulsation de l'onde

$k = \omega/c = 2\pi/\lambda$, nombre d'onde ;

r est la distance du point considéré au centre de l'onde sphérique passant par ce point ;

F , amplitude de l'onde au point considéré.

L'équation d'onde peut encore s'écrire sous la forme dite monochromatique :

$$\left(\Delta + k^2 \right) U = 0 \quad (3.3)$$

remarques :

Lorsque l'amplitude de l'onde est uniforme sur la surface d'onde, l'onde est dite homogène. Pour des ondes sphériques homogènes, $F = 1/r$ à une constante près.

Lorsque l'amplitude F n'est pas uniforme sur la surface d'onde, l'onde est dite hétérogène.

Nous avons adopté le signe négatif pour le terme temporel $-i\omega t$ parce que les auteurs cités utilisent cette forme de solution.

3.1.2 Représentation de l'état lumineux dans la théorie monovectorielle de la lumière

Dans les théories monovectorielles de la lumière, l'état lumineux est représenté par un seul vecteur. Ce vecteur est transversal. S'il représente la polarisation de la lumière, il correspond au champ électrique \vec{E} .

Toutefois, il peut avoir des significations particulières différentes. Par exemple, dans les anciennes théories de la lumière, dites théories du solide élastique, il représentait le déplacement élastique transversal du milieu où se propageait l'onde.

Dans le cas de la théorie monovectorielle de KOTTLER 1965 et 1967, il représente un simple vecteur transversal, identifié selon les besoins soit au champ électrique \vec{E} , soit au champ magnétique \vec{H} .

Soit $\vec{\phi}$ ce vecteur transversal.

Ses trois composantes ϕ_x , ϕ_y , ϕ_z vérifient l'équation d'onde monochromatique :

$$(\Delta + k^2) \vec{\phi} = 0 \quad (3.4)$$

et la relation de dépendance entre ses composantes :

$$\text{div } \vec{\phi} = 0 \quad (3.5)$$

3.1.3 Représentation de l'état lumineux dans la théorie électromagnétique de la lumière

Dans la théorie électromagnétique de la lumière, l'état lumineux est représenté par les deux vecteurs électriques \vec{E} et magnétique \vec{H} liés entre eux par les équations de Maxwell dans l'espace libre.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} &= -ik \vec{E} & , & & \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} &= +ik \vec{H} \\ \text{div } \vec{H} &= 0 & , & & \text{div } \vec{E} &= 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

(Ces signes correspondent à un terme temporel négatif $-i\omega t$).

Chacun de ces vecteurs vérifie l'équation d'onde :

$$(\Delta + k^2) \vec{E} = 0 \quad , \quad (\Delta + k^2) \vec{H} = 0 \quad (3.7)$$

3.2 THEORIES SCALAIRES DE LA DIFFRACTION DANS LE CAS D'ONDES INCIDENTES HOMOGENES SPHERIQUES ET D'ECRAN NOIR D'EPAISSEUR FINIE.

Dans les théories scalaires de la diffraction, KOTTLER 1965 et 1967 a montré que la solution rigoureuse des problèmes nécessite l'hypothèse d'un écran qui ne réfléchit pas la lumière et ne la transmet pas (écran noir). Cet écran peut avoir une épaisseur finie (voir discussion de KOTTLER 1965 & 2.8), pourvu que les bords biseautés constituant le contour de la pupille diffringente soient physiquement assez fins pour définir le plan de cette pupille.

Dans ce qui suit, nous nous limiterons à l'étude de l'état lumineux dans la région d'ombre géométrique pour laquelle la droite ST joignant la source S au point d'observation T traverse l'obstacle diffringent.

3.2.1. Représentation de KIRCHHOFF

Les expressions de l'intégrale de KIRCHHOFF varient suivant les conventions de signe adoptées par les auteurs.

Nous indiquerons ici les conventions de signe de MIYAMOTO et WOLF 1962 (part I and II) de façon à conserver un ensemble de conventions identiques dans l'application du théorème de STOKES qui permet de passer de la représentation de KIRCHHOFF à celle de MAGGI-RUBINOWICZ. Signalons simplement que les expressions données par MIYAMOTO et WOLF diffèrent en apparence de celles données par KOTTLER 1965 ou RUBINOWICZ 1965, pour des raisons de conventions de signe, liées aux diverses définitions introduites.

L'intégrale de KIRCHHOFF s'écrit (MIYAMOTO et WOLF 1962, part I, équations 2.3 et suivantes) : (dans la région d'ombre géométrique).

$$U_K(T) = \iint_{\Sigma} \vec{V}(Q,T) \cdot \vec{n} \, d\Sigma$$

avec :

$$\vec{V}(Q,T) = \frac{1}{4\pi} \left[U(Q) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_Q \frac{e^{ik \cdot QT}}{QT} - \frac{e^{ik \cdot QT}}{QT} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_Q U(Q) \right] \quad (3.8)$$

Σ , surface de la pupille diffringente ;

Q , point de cette surface ;

\vec{n} , vecteur unitaire, normal en Q à Σ .

Le sens du vecteur \vec{n} est celui de la propagation de la lumière incidente. Comme $U(Q)$ et $\frac{e^{ik \cdot QT}}{QT}$ sont solutions de l'équation d'onde, on a $\text{div} \vec{V} = 0$.

3.2.2. Représentation de MAGGI-RUBINOWICZ

Le potentiel vecteur défini par MIYAMOTO et WOLF 1962, (part 1 & 2) est quelque peu différent de celui défini par RUBINOWICZ 1917. Les auteurs adoptent les conventions de BORN et WOLF 1959 (§ 8.3) pour l'étude de l'intégrale de HELMHOLTZ-KIRCHHOFF (ce sont celles de la section précédente).

Le potentiel vecteur \vec{W} est tel que $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{W}(Q,T) = \vec{V}(Q,T)$

S'il n'y a pas de singularité au point Q , le théorème de STOKES donne : (dans la région d'ombre géométrique)

$$U_K(T) = \iint_{\Sigma} \vec{V}(Q,T) \cdot \vec{n} \, d\Sigma = \iint_{\Sigma} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{W}(Q,T) \cdot \vec{n} \, d\Sigma = \oint_{\Gamma} \vec{W} \cdot \vec{e} \, d\ell = U_{BDW}(T) \quad (3.12)$$

avec :

Γ , contour de la pupille diffringente ;

$\vec{\ell}$, vecteur unitaire, tangent à ce contour ; son sens est tel que , vu du point T, le contour est parcouru dans le sens direct (anticlock wise). Dans le cas d'ondes homogènes sphériques divergentes, les auteurs obtiennent (part I, équation 5.10)

$$\vec{W}(Q,T) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^{ikr}}{r} \cdot \frac{e^{iks}}{s} \cdot \frac{\vec{s} \wedge \vec{r}}{s \cdot r + \vec{s} \cdot \vec{r}} \quad (3.13)$$

avec : $\vec{r} = \vec{SQ}$; $r = |\vec{r}|$; $\vec{s} = \vec{TQ}$; $s = |\vec{s}|$

ce qui correspond à l'expression obtenue par RUBINOWICZ 1917 (voir RUBINOWICZ 1965, équation 1.9).

Ils généralisent ensuite la méthode au cas d'ondes quelconques (forme quelconque des isophases et répartition quelconque de l'amplitude).

remarque :

Dans la région de lumière géométrique, il faut tenir compte de celle-ci pour exprimer le "champ de KIRCHHOFF" (voir KOTTLER 1967, équation 11). Pour les ondes planes ou sphériques, en particulier, on a :

$U_K(T) = U_{BDW}(T) + U_G(T)$, avec $U_G(T)$, l'onde qui se propage en concordance avec les lois de l'optique géométrique, dite onde géométrique (MIYAMOTO et WOLF, équation 1.2 de la partie II).

3.3 THEORIES SCALAIRES DE LA DIFFRACTION DANS LE CAS D'ONDES HETEROGENES ET D'ECRAN NOIR

En 1962, MIYAMOTO et WOLF ont généralisé aux cas d'ondes de forme quelconque et de répartition d'amplitude quelconque sur les isophases, la représentation scalaire de RUBINOWICZ. Dans ce qui suit, nous utiliserons tantôt directement les travaux de MIYAMOTO et WOLF, tantôt des relations similaires commentées par RUBINOWICZ 1965, ou établies par ce dernier auteur par une méthode quelque peu différente, depuis sa publication initiale de 1917.

Au point Q, l'onde quelconque, hétérogène, non perturbée, est représentée par (MIYAMOTO et WOLF 1962, page 630, équation 4.1) (RUBINOWICZ 1965, page 225, équation 11.1) :

$$U(Q) = A(Q) e^{ik\phi(Q)}$$

avec $A(Q)$, amplitude réelle et $k \phi(Q)$, phase réelle.

L'intégrale de KIRCHHOFF généralisée est de forme :

$$U_K(Q,T) = \iint_{\Sigma} \vec{V}_G(Q,T) \cdot \vec{n} \cdot d\Sigma \quad (3.14)$$

avec, pour le vecteur champ généralisé (RUBINOWICZ 1965, p.218, équation 8.1) :

$$\vec{V}_G(Q,T) = \frac{1}{4\pi} [G(Q,T) \overrightarrow{\text{grad}} U(Q) - U(Q) \overrightarrow{\text{grad}} G(Q,T)]$$

ceci, pour un vecteur \vec{V} associé à une normale \vec{n} définie comme "normale extérieure".

$$G(Q,T) = \frac{e^{ik \cdot QT}}{QT} + g(Q,T)$$

avec $g(Q,T)$, solution régulière de l'équation d'onde.

Comme $U(Q,T)$ et $e^{ik \cdot QT}/QT$ sont aussi solutions de l'équation d'onde, on a :

$$\text{div } \vec{V}_G(Q,T) = 0$$

de sorte que l'on peut définir un potentiel vecteur généralisé :

$$\vec{V}_G(Q,T) = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{W}_G(Q,T) .$$

Il existe différentes représentations du potentiel vecteur généralisé. MIYAMOTO et WOLF 1962 (page 630, équation 4.2) en donnent une expression symbolique (au sens du calcul opérationnel de HEAVISIDE) :

$$\vec{W}_G(Q,T) = + \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{e^{iks}}{s} \cdot \frac{\vec{s}}{s} \wedge \frac{\overrightarrow{\text{grad}}_Q}{[ik + \frac{\vec{s}}{s} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_Q]} U(Q) \quad (3.15)$$

avec : $\vec{s} = \overrightarrow{TQ}$ et $s = |\vec{s}|$.

Le signe + correspond au cas d'un vecteur \vec{V} associé à une normale \vec{n} définie comme "normale intérieure".

RUBINOWICZ 1965 (p. 225, équation 11.3) en donne une expression développée comme suit :

$$\vec{W}_G(Q, T) = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{4\pi} e^{ik(r+\phi)} (\vec{i}_r \wedge \vec{\text{grad}} \phi) \sum_{\sigma=0}^n \left(\frac{iT}{k} \cdot \frac{d}{dr} \right)^\sigma \frac{AT}{r} \\ -\frac{1}{4\pi} \cdot e^{ik(r+\phi)} \vec{i}_r \wedge \vec{\text{grad}} \left[\sum_{\sigma=0}^n \left(\frac{iT}{k} \cdot \frac{d}{dr} \right)^\sigma \frac{AT}{ikr} \right] + \vec{R}_n \end{array} \right\}$$

$$\text{avec } \vec{R}_n = -\vec{i}_r \wedge \frac{1}{4\pi} \vec{\text{grad}} \int_r^\infty e^{ik(r+\phi)} \frac{d}{dr} \left[\left(\frac{iT}{k} \cdot \frac{d}{dr} \right)^n \frac{AT}{ikr} \right] dr \quad (3.16)$$

dans lesquelles $\vec{r} = \vec{TQ}$, $r = |\vec{r}|$, $\vec{i}_r = \frac{\vec{r}}{r}$ et $T = (1 + \vec{i}_r \cdot \vec{\text{grad}}_Q \phi)^{-1}$

Le signe - correspond au cas d'un vecteur \vec{V} associé à une normale \vec{n} définie comme "normale extérieure".

Le terme principal de ce développement est : (RUBINOWICZ 1965, p. 225, équ. 11.5) :

$$\vec{W}(Q, T) \sim -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\vec{i}_r \wedge \vec{\text{grad}}_Q \phi}{1 + \vec{i}_r \cdot \vec{\text{grad}} \phi} \cdot \frac{e^{ik(r+\phi)}}{r} \cdot A(Q) \quad (3.17)$$

et il indique (id, p. 226) que cette relation constitue une bonne approximation dans le cas important d'ondes presque sphériques.

Dans le cas des ondes qui obéissent à l'équation eikonale :

$$|\vec{\text{grad}}_Q \phi| = 1$$

et dont l'amplitude lentement variable est telle que :

$$|\vec{\text{grad}}_Q \text{Log } A(Q)| \ll k,$$

MIYAMOTO et WOLF 1962 (p. 630, Equation 4.5) avaient établi une relation similaire :

$$\vec{W}_G(Q, T) \sim U(Q) \frac{e^{iks}}{s} \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\frac{\vec{s}}{s} \wedge \vec{\text{grad}}_Q \phi}{1 + \frac{\vec{s}}{s} \cdot \vec{\text{grad}}_Q \phi} \quad (3.17 \text{ bis})$$

Cette approximation correspond à :

$$\vec{\text{grad}} U(Q) = [ik \vec{\text{grad}}_Q \phi + \vec{\text{grad}}_Q \text{Log } A(Q)] U(Q) \sim ik U(Q) \cdot \frac{\vec{SB}}{SB}$$

ce qui est bien le cas des ondes presque sphériques.

3.4 THEORIES ELECTROMAGNETIQUES DE LA DIFFRACTION D'ONDES INCIDENTES HOMOGENES

3.4.1 Théorie électromagnétique de la diffraction dans le cas de l'écran noir.

Rappelons la définition de KOTTLER 1965 de l'écran noir : cet écran ne réfléchit pas la lumière et ne la transmet pas ; il peut être d'épaisseur finie pourvu que les bords diffringents soient physiquement assez fins pour définir le plan de la pupille diffringente.

Dans le cas où l'état lumineux est représenté par les vecteurs \vec{E} et \vec{H} , chacune des composantes vérifie l'équation d'onde et les équations de MAXWELL dans l'espace libre. L'intégrale de KIRCHHOFF s'écrit : (RUBINOWICZ 1965, équation 2.1) :

$$\vec{E}_K(T) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \int \left[f \frac{\partial}{\partial n} \vec{E}(Q) - \vec{E}(Q) \cdot \frac{\partial f}{\partial n} \right] d\Sigma_Q \\ + \frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma} f \cdot \vec{E}(Q) \wedge \vec{d\ell}_Q + \frac{1}{4\pi ik} \overrightarrow{\text{grad}}_T \oint_{\Gamma} f \vec{H}(Q) \cdot \vec{d\ell}_Q \end{array} \right\} \quad (3.18)$$

$$\vec{H}_K(T) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \int \left[f \frac{\partial}{\partial n} \vec{H}(Q) - \vec{H}(Q) \cdot \frac{\partial f}{\partial n} \right] d\Sigma_Q \\ + \frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma} f \cdot \vec{H}(Q) \wedge \vec{d\ell}_Q - \frac{1}{4\pi ik} \overrightarrow{\text{grad}}_T \oint_{\Gamma} f \cdot \vec{E}(Q) \cdot \vec{d\ell}_Q \end{array} \right\} \quad (3.19)$$

avec $f = f(T, Q) = \frac{e^{ikr}}{r}$.

Les intégrales E_K et H_K peuvent être exprimées au moyen d'un tenseur champ électrique $V_e^*(T, Q)$ et d'un tenseur champ magnétique $V_m^*(T, Q)$ tels que :

$$\vec{E}_K(T) = \int_{\Sigma} \int V_e^*(T, Q) \cdot \vec{n} d\Sigma_Q \quad \text{et} \quad \vec{H}_K(T) = \int_{\Sigma} \int V_m^*(T, Q) \cdot \vec{n} \cdot d\Sigma_Q \quad (3.20)$$

Le théorème de STOKES s'écrit alors sous la forme tensorielle :

$$\int_{\Sigma} \int T^* \cdot \vec{n} d\Sigma = \oint_{\Gamma} \vec{v} \cdot \vec{ds} \quad \text{avec} \quad T_{\ell i} = \delta_{\ell i} \text{div } \vec{v} - \frac{\partial}{\partial x_{\ell}} v_i \quad (3.21)$$

RUBINOWICZ 1965 (équation 2.4 de cet auteur) définit ensuite les tenseurs électrique $W_e^*(T,Q)$ et magnétique $W_m^*(T,Q)$ par la relation :

$$V_e^*(T,Q') \cdot \vec{n} \, d\Sigma_{Q'} = W_e^*(T,Q) \cdot \vec{ds}_Q \quad (3.22)$$

et une relation analogue entre V_m^* et W_m^* .

Jusqu'ici, le problème de la détermination de W_e^* et W_m^* n'a pu être entièrement résolu que pour des cas particuliers, tel celui du dipole électrique ou celui du dipole magnétique (KOTTLER 1923).

La représentation de MAGGI-RUBINOWICZ semble susceptible d'être progressivement étendue à des exemples de plus en plus nombreux de la théorie électromagnétique de l'écran noir, comme ce fut le cas, pour cette représentation, dans le domaine de la théorie scalaire de l'écran noir.

3.4.2. Théorie électromagnétique de la diffraction dans le cas de l'écran idéal, parfaitement réfléchissant, infiniment mince bien que parfaitement opaque.

3.4.2.1. Le demi-plan éclairé par des ondes incidentes planes

La notion d'écran idéal parfaitement réfléchissant, infiniment mince bien que parfaitement opaque, a été introduite par SOMMERFELD 1896 dans son étude électromagnétique de la diffraction d'une onde plane incidente par un demi-plan.

En appliquant à cette feuille idéale les conditions aux limites de la théorie électromagnétique, il obtient l'expression exacte : (SOMMERFELD 1954, § 38, équation 20a) :

$$U = \frac{1+i}{4(kr)^{1/2} \cos \frac{\psi}{2}} e^{ikr} \left(1 + \frac{1}{i\pi\rho^2} + \dots \right) \quad (3.23)$$

avec $i^2 = -1$ et $\rho = 2 \left(\frac{kr}{\pi} \right)^{1/2} \cos \frac{\psi}{2}$

$\psi = \varphi - \alpha$ pour l'onde incidente,

$\psi = \varphi + \alpha$ pour son onde image.

α est l'angle complémentaire de l'angle d'incidence (glancing angle).

Pour la polarisation parallèle au bord de l'écran, le module du champ électrique est :

$$u_E = U(r, \varphi - \alpha) - U(r, \varphi + \alpha)$$

et pour la polarisation perpendiculaire, le module du champ magnétique est :

$$u_H = U(r, \varphi - \alpha) + U(r, \varphi + \alpha)$$

Dans l'équation 20 a de SOMMERFELD 1954, ci-dessus, pour de grandes valeurs de ρ , on peut négliger les termes correctifs. On obtient l'équation suivante (SOMMERFELD 1954, équation 21) :

$$\begin{aligned} u_E &= \frac{1+i}{4(\pi kr)^{1/2}} e^{ikr} \left(\frac{1}{\cos \frac{\varphi-\alpha}{2}} - \frac{1}{\cos \frac{\varphi+\alpha}{2}} \right) \\ u_H &= \frac{1+i}{4(\pi kr)^{1/2}} \cdot e^{ikr} \left(\frac{1}{\cos \frac{\varphi-\alpha}{2}} + \frac{1}{\cos \frac{\varphi+\alpha}{2}} \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Remarques :

Il convient de souligner que ces expressions ne sont pas "rigoureuses" mais "asymptotiques", ainsi que le précise SOMMERFELD lui-même. Beaucoup d'auteurs les utilisent sans indiquer si le degré d'approximation est adapté à la précision de leurs données expérimentales.

SOMMERFELD remarque en outre que, physiquement, son problème n'est pas rigoureux "this problem is also physically not rigorous..." (SOMMERFELD 1954, § 38 A) parce que nous supposons, dit-il, que l'écran en forme de demi-plan est infiniment fin et néanmoins opaque.

Le modèle de SOMMERFELD ne concerne pas directement l'étude du modèle de nos expériences. Il a été rappelé ici à cause de l'intérêt de la définition de l'écran idéal qui permet d'obtenir une solution exacte (équation 20 a) dans le cas du demi-plan.

3.4.2.2. Le ruban infiniment long éclairé par des ondes incidentes planes.

L'écran diffringent à bords rectilignes et parallèles est représenté par un ruban idéal, infiniment long, parfaitement réfléchissant, infiniment mince bien que parfaitement opaque. Dans le cas d'ondes incidentes planes, la solution exacte a été établie par MORSE et RUBINSTEIN 1938, puis par LAZAR 1962. Ses résultats sont exprimés par EINSTEIN, JULIANO et PINE 1970 sous la forme normalisée suivante :

Pour la polarisation parallèle aux bords du ruban :

$$\frac{I_{//}}{I_{o//}} = \left(\sum_m \frac{Q_{e_m}}{1 + f_{e,m}^2} \right)^2 + \left(\sum_m \frac{Q_{e_m} f_{e,m}}{1 + f_{e,m}^2} \right)^2 \quad (3.25)$$

Pour la polarisation perpendiculaire aux bords du ruban, la formulation est analogue, sauf que l'indice "e de even" (pair) est remplacé par l'indice "o de odd" (impair).

Dans ces expressions, qui utilisent les coordonnées elliptiques, LAZAR a posé :

$$Q_{e_m} = \frac{S_{e_m}(u) S_{e_m}(\theta)}{M_m^e} \quad \text{et} \quad f_{e,m} = - \frac{N_{e_m}(\mu)}{J_{e_m}(\mu)} \quad \text{pour } \mu = 0$$

$$Q_{o_m} = \frac{S_{o_m}(u) S_{o_m}(\theta)}{M_m^o} \quad \text{et} \quad f_{o,m} = + \frac{N_{o_m}'(\mu)}{J_{o_m}'(\mu)} \quad \text{pour } \mu = 0$$

S_e (ou S_o) sont les fonctions paires (ou impaires) de MATHIEU et M^e (ou M^o) leurs constantes de normalisation ;

μ et θ sont respectivement les angles d'incidence et de diffraction ;

N sont les fonctions de NEUMANN ; la prime indique la dérivation par rapport à l'argument μ ;

J sont les fonctions de BESSEL.

Les auteurs comparent, pour quelques exemples tests ($u = 24^\circ, 44^\circ, 64^\circ$), les résultats obtenus à partir des solutions exactes, à ceux obtenus à partir d'une solution scalaire approchée :

$$\frac{I_k}{I_o} \sim (\sin u - \sin \theta)^2 \left[\sin \frac{ka}{2} (\cos u - \cos \theta) \right]^2 \left[\frac{ka}{2} (\cos u - \cos \theta) \right]^{-2}$$

a, largeur du ruban : $a = 2,85 \lambda$ avec $\lambda = 8 \text{ mm}$.

Ils en concluent que, pour des angles d'incidence grands, la représentation scalaire peut être utilisée dans le domaine des microondes.

Remarque :

Le modèle de LAZAR ne concerne pas directement l'étude du modèle de nos expériences. Nous l'avons cité ici pour montrer, d'une part, la complexité des

solutions exactes, même dans le cas d'ondes incidentes planes, et d'autre part, pour souligner l'intérêt que conserve une solution scalaire, même lorsque les solutions exactes sont connues, pour les deux polarisations, lorsque celles-ci simultanément, ou l'une des deux polarisations au moins, donnent des résultats comparables à ceux de la représentation scalaire.

3.4.2.3. Le ruban idéal éclairé par des ondes sphériques

A notre connaissance, le cas du ruban idéal, éclairé par des ondes sphériques divergentes, n'a fait l'objet d'aucune solution exacte dans le cadre de la théorie électromagnétique de type SOMMERFELD, ni de solution approchée dans le domaine des ondes visibles.

3.5. DEGRE DE VALIDITE DES DIVERSES ANALYSES THEORIQUES DANS LE DOMAINE DES ONDES VISIBLES

Dans le cadre de ce chapitre, nous ne ferons que citer quelques expériences récentes, sans prétendre faire une recherche bibliographique exhaustive du degré de validité des diverses théories analytiques de la diffraction de la lumière.

Jusqu'à ces dernières années, il était généralement admis que la théorie de KIRCHHOFF était valide lorsque la longueur d'onde est petite devant les dimensions de l'obstacle diffringent, c'est-à-dire dans le domaine des ondes visibles ; on pensait que, dans le domaine des ondes centimétriques, seule la théorie électromagnétique pouvait interpréter correctement les phénomènes observés.

Citons seulement deux exemples du domaine des microondes qui remettent en cause ces points de vue :

EINSTEIN, JULIANO et PINE 1970 montrent que la théorie scalaire de KIRCHHOFF est applicable, dans certains cas, au domaine des microondes^{*}. (voir section 3.4.2.2.).

ANDREWS, CHUNG et LIBELO 1980 tracent les spirales complexes donnant l'amplitude et la phase de E/E_0 et H/H_0 . Leurs résultats expérimentaux (trente années d'expériences...) sont en complet désaccord avec la théorie électromagnétique rigoureuse de MEIXNER et ANDREJEWSKI 1950. (a whole in contrast).

* Le succès des théories scalaires en microondes semble une conséquence de la géométrie symétrique des modèles étudiés (PETERSON et KASPER 1972).

Dans le domaine des ondes visibles approximativement homogènes (amplitude lentement variable), l'accord entre l'expérience et les théories est considéré comme "bon" dans un grand nombre d'expériences pour lesquelles la précision ne dépasse pas 10^{-2} et l'angle de diffraction reste inférieur au degré.

Dans le cas d'un obstacle diffringent à bords rectilignes et parallèles et pour les franges intérieures de diffraction et d'interférences, il n'existe pas, à notre connaissance, d'expériences plus précises que celles de FRESNEL 1818. Pour ces franges, l'angle de diffraction ne dépasse pas 0,2 degré et l'écart entre la théorie et l'expérience est voisin de $3 \cdot 10^{-2}$.

Le cas des franges extérieures de l'obstacle à bords rectilignes et parallèles est analogue à celui de la diffraction par un seul bord rectiligne (demi plan) à condition de pouvoir négliger la modulation d'amplitude des franges extérieures par les interférences de la lumière diffractée par les deux bords. C'est ce que fait FRESNEL 1818, et plus récemment, MOEN et VANDERMEULEN 1970, ainsi que BOYER et FORTIN 1972 : la précision de leurs expériences est respectivement de 10^{-3} pour le premier, $2 \cdot 10^{-2}$ pour les seconds et $4 \cdot 10^{-2}$ pour les troisièmes. Dans l'expérience de BARNETT et HARRIS 1962, l'obstacle diffringent ne comporte réellement qu'un bord rectiligne (demi-plan). La précision absolue sur la position de ce bord est de 0,001 in. , soit 25 μm , c'est à dire environ 46 fois la longueur d'onde utilisée (0,5461 μm). L'angle de diffraction ne dépasse pas $1^{\circ},2$. Les ondes incidentes sont cylindriques. Elles sont supposées homogènes. L'écart avec la théorie simplifiée de FRESNEL est de $2 \cdot 10^{-3}$ pour les intensités et 10^{-3} pour la position des franges mesurées jusque l'ordre 800. (Par comparaison avec le modèle de l'écran à deux bords rectilignes et parallèles des auteurs précédents, il s'agit des franges "extérieures").

L'expérience de HARRIS et ORME 1962 concerne aussi le cas du demi-plan. Les ondes sont planes et supposées homogènes. Pour les polarisations parallèle et perpendiculaire au bord diffringent, l'écart entre la théorie électromagnétique asymptotique de SOMMERFELD et leurs résultats expérimentaux atteint 10^{-1} lorsque l'angle de diffraction dépasse 60° .

Il n'existe pas, à notre connaissance, d'expériences relatives à la diffraction d'ondes incidentes hétérogènes par un écran à bords rectilignes et parallèles, qui soient comparées à des déterminations numériques d'analyses mathématiques prenant en compte la répartition non uniforme de l'amplitude sur les isophases.

On en trouve des exemples seulement dans le cas de l'écran diffringent à bord rectiligne unique (demi-plan) où n'existent que les franges "extérieures". Pour les ondes hétérogènes d'un faisceau incident gaussien focalisé (focused laser beam), l'écart entre l'interprétation scalaire théorique de SAMBASIVAN 1974 et les expériences de PEARSON, GILL, KURTIN et YARIV 1969 est généralement voisin de 10^{-2} et atteint $2 \cdot 10^{-3}$ pour un des cas étudiés. Ce modèle théorique en ondes hétérogènes n'a pas d'analogue en théorie classique d'ondes homogènes : l'auteur indique que, à la limite, il représenterait la diffraction d'ondes sphériques par un demi-plan. En effet, pour une distance de 1m entre le plan d'observation et celui de la ceinture du faisceau gaussien focalisé, la position des franges est identique à celle que prévoit la théorie classique pour des ondes sphériques homocentriques divergentes homogènes, ceci à condition que, dans le plan de l'écran diffringent (demi-plan), le diamètre de la plage éclairée par le faisceau soit d'au moins 1 cm.

En résumé, si nous nous limitons au cas des obstacles diffringents ayant soit deux bords rectilignes et parallèles (ruban), soit un seul bord rectiligne (demi-plan), le degré de concordance entre les théories et les expériences est le suivant :

- Pour des angles de diffraction supérieurs à 60° ,

la concordance entre la théorie électromagnétique de SOMMERFELD et l'expérience n'est que de 10^{-1} (HARRIS et ORME 1962).

- Pour des angles de diffraction voisins de 1° ,

la concordance entre les théories (quelles qu'elles soient) et l'expérience est généralement de 10^{-2} , ce qui est qualifié de "bonne" concordance.

Dans les rares cas où la précision expérimentale dépasse 10^{-2} ,

- pour des théories scalaires en ondes homogènes, la concordance atteint 10^{-3} tandis que la précision des mesures est de $3 \cdot 10^{-4}$ (BARNETT et HARRIS) 1962).
- pour des théories scalaires en ondes hétérogènes, la concordance atteint $2 \cdot 10^{-3}$ (SAMBASIVAN 1974).

Remarque :

Dans le cas de nos expériences, la suite de notre étude montrera que, entre la théorie scalaire de la B.D.W. en ondes hétérogènes, et nos mesures dont la précision est voisine de $2 \cdot 10^{-4}$, la concordance atteint $4 \cdot 10^{-4}$. C'est la meilleure des concordances observées jusqu'ici, dans la diffraction par un écran à bords rectilignes et parallèles, (ou par un demi-plan).

3.6 APPLICATION DES THEORIES DE LA DIFFRACTION DE LA LUMIERE AU MODELE DE NOS EXPERIENCES

3.6.1. Caractéristiques des ondes incidentes

Dans l'analyse mathématique qui suit, les caractéristiques des ondes incidentes sont les suivantes :

- les ondes sont de forme supposée sphérique ;
- les ondes sont supposées homocentriques. Soit S leur homocentre (figure 2.1), c'est-à-dire leur centre de courbure unique.
- les ondes sont supposées sphériques hétérogènes, et la répartition d'amplitude sur les isophases est celle de l'onde diffractée par une ouverture circulaire parfaitement transparente, éclairée dans son plan par une onde plane homogène.

Soit Q (ou Q') un point de l'une (ou l'autre) des pupilles diffringentes en forme de segment de cercle, décrite au chapitre 2. Le point Q peut être quelconque, c'est-à-dire situé soit sur la surface plane Σ de la pupille, soit sur le contour Γ de cette pupille ; la seule réserve pour le point Q du plan xOy est qu'il reste intérieur au cône de révolution d'angle α_0 défini au chapitre 2, cône sur lequel l'intensité lumineuse s'annule.

La validité des hypothèses précédentes eu égard à nos conditions expérimentales sera discutée dans les sections 5.2.7. et 5.2.8.

Posons $OQ = r$. Soit $A(Q) = A(r)$ l'amplitude au point Q.

Dans le cadre des hypothèses précédentes, on peut écrire (LANSRAUX 1947, équation 14) :

$$A(Q) = \frac{L_1(r)}{SQ} \quad (3.26)$$

avec $L_1(r) = L_p(r)$ pour $p = 1$ et :

$$L_p(r) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{p!}{k!(p+k)!} \left(\frac{ir}{2} \right)^{2k} \quad (3.27)$$

3.6.2. Représentation de la B.D.W. (Boundary Diffraction Wave) dans le cas d'ondes hétérogènes sphériques divergentes.

Nous avons commencé notre analyse mathématique par le cas le plus simple, celui de la représentation de MAGGI-RUBINOWICZ généralisé par MIYAMOTO et WOLF pour le cas des ondes quelconques.

Soit T un point d'observation de l'axe $\overrightarrow{u'Fu}$ (fig. 2.1). En ce point, l'onde B.D.W. s'écrit :

$$U_{BDW}(T) = \oint_{\Gamma} \vec{W}(Q,T) \cdot \vec{\ell} \cdot d\Gamma \quad (3.28)$$

avec : $\vec{\ell}$, vecteur unitaire du contour Γ : le sens de ce vecteur est tel que, vu du point T, le contour Γ est parcouru dans le sens direct : $\vec{W}(Q,T)$ est le potentiel vecteur.

Le contour Γ (ou Γ') correspond au périmètre d'un segment de cercle (ch. 2 et fig. 2.1). Sur la partie circulaire de ce contour, l'état lumineux est pratiquement nul (voir section 5.2.7.) ; sur la partie linéaire CD (ou C'D'), l'état lumineux est donné par la relation :

$$U(B) = A(B) e^{ik \cdot SB} = L_1(r) \frac{e^{ik \cdot SB}}{SB} \quad \text{avec } r = 3,831\,706 \frac{OB}{OC} \quad (3.29)$$

Pour pouvoir calculer le potentiel vecteur $\vec{W}(B,T)$, il faut calculer $\overrightarrow{\text{grad}}_B U(B)$.

Posons $R = SB$; soit φ l'angle de Ox et OB ; d'autre part, on sait que α est l'angle de z'z et SB. (fig. 2.1)

En coordonnées sphériques R, α et φ , on a :

$$\text{grad}_R U = \frac{\partial U}{\partial R} ; \quad \text{grad}_\alpha U = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial U}{\partial \alpha} ; \quad \text{grad}_\varphi U = \frac{1}{R \sin \alpha} \cdot \frac{\partial U}{\partial \varphi}$$

Comme U ne dépend pas de φ , $\text{grad}_\varphi U = 0$.

La relation (3.113) montrera que :

$$\frac{\partial L_1}{\partial r^2} = -\frac{1}{8} L_2(r) , \quad \text{de sorte que l'on écrira :}$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial R} = \frac{\partial L_1}{\partial r^2} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial R} \quad \text{et} \quad \frac{\partial L_1}{\partial \alpha} = \frac{\partial L_1}{\partial r^2} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial \alpha}$$

D'autre part, $OB = R \sin \alpha$. Le reste des calculs ne présente pas de difficultés. On obtient :

$$\text{grad}_R U = ik L_1(r) \frac{e^{ikR}}{R} - \left[\frac{L_1(r)}{R} + \frac{1}{4} L_2(r) \cdot \left(\frac{\rho}{OC}\right)^2 R \cos^2 \alpha \right] \frac{e^{ikR}}{R} \quad (3.30)$$

$$\text{grad}_\alpha U = \frac{1}{4} L_2(r) \cdot \left(\frac{\rho}{OC}\right)^2 R \cos \alpha \sin \alpha \cdot \frac{e^{ikR}}{R} \quad (3.31)$$

Déterminons les valeurs numériques des différents termes pour des valeurs proches des paramètres expérimentaux :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \sim 13 \mu\text{m}^{-1}; \quad a \sim 3\text{m}; \quad e \sim 1\text{cm}; \quad y_c \approx OC \sim 6\text{cm}.$$

Ces valeurs sont rassemblées dans le tableau suivant :

y	$kL_1(r)$	$\frac{L_1(r)}{R} + \frac{1}{4} L_2 \left(\frac{\rho}{OC}\right)^2 R \cos^2 \alpha$	$\frac{1}{4} L_2 \left(\frac{\rho}{OC}\right)^2 R \cos \alpha \sin \alpha$
0	12,366	$3,49 \cdot 10^{-7}$	$9,60 \cdot 10^{-6}$
1 cm	11,752	$3,63 \cdot 10^{-7}$	$1,31 \cdot 10^{-5}$
2	10,032	$3,97 \cdot 10^{-7}$	$1,87 \cdot 10^{-5}$
3	7,534	$4,27 \cdot 10^{-7}$	$2,22 \cdot 10^{-5}$
4	4,721	$4,27 \cdot 10^{-7}$	$2,22 \cdot 10^{-5}$
5	2,076	$3,75 \cdot 10^{-7}$	$1,89 \cdot 10^{-5}$
5,9	0,174	$2,81 \cdot 10^{-7}$	$1,39 \cdot 10^{-5}$
6	0	$2,68 \cdot 10^{-7}$	$1,32 \cdot 10^{-5}$

Ce tableau montre que, excepté sur le bord circulaire des pupilles, pour lequel $L_1(r) = 0$, le terme en $kL_1(r)$ est toujours plus de 10^4 fois supérieur, et généralement très supérieur aux autres termes, de sorte qu'on peut écrire, en très bonne approximation :

$$\text{grad}_R U \sim ik L_1(r) \frac{e^{ikR}}{R} \quad \text{soit} \quad \vec{\text{grad}} U \sim ik U \frac{\vec{\text{SB}}}{\text{SB}} \quad (3.32)$$

Dans ces conditions, l'expression asymptotique (3.17 bis) peut être appliquée :

$$\vec{W}(B,T) \sim U(B) \frac{e^{ik \cdot BT}}{BT} \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\vec{\text{TB}} \wedge \vec{\text{SB}}}{1 + \frac{\vec{\text{TB}} \cdot \vec{\text{SB}}}{\text{TB} \cdot \text{SB}}} \quad (3.33)$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$\vec{W}(B,T) = \frac{1}{4\pi} \cdot U(B) \cdot \frac{e^{ik \cdot BT}}{BT} \cdot \frac{\vec{\text{SB}} \wedge \vec{\text{BT}}}{\text{SB} \cdot \text{BT} - \vec{\text{SB}} \cdot \vec{\text{BT}}} \quad (3.34)$$

L'expression asymptotique (3.34) du potentiel vecteur est donc applicable aux bords linéaires CD et C'D' des pupilles diffringentes.

Le long du contour circulaire de ces pupilles, on a $L_1(r) = 0$ mais si $U = 0$, $\overrightarrow{\text{grad}} U$ n'est pas rigoureusement nul sur cette partie du contour. Cependant, les valeurs numériques du tableau précédent permettent de supposer que les intégrales correspondant à la partie circulaire des contours Γ et Γ' ont une valeur négligeable par rapport à celles des intégrales correspondant aux parties linéaires CD ou C'D' de ces contours. Cette hypothèse que nous adoptons peut être cause d'un léger écart entre les résultats approchés que nous obtenons en utilisant l'expression asymptotique (3.34) du potentiel vecteur \vec{W} et ceux qu'on obtiendrait en utilisant, si c'était possible, l'expression rigoureuse (3.15) ou (3.16) de ce potentiel.

Posons :

$$A(B) = \frac{f_a}{SB} ; \quad f_d = \frac{1}{SB \cdot BT} \quad \text{et} \quad f_i = \frac{(\vec{SB} \wedge \vec{BT}) \cdot \vec{\ell}}{SB \cdot BT - \vec{SB} \cdot \vec{BT}} \quad (3.35)$$

Par comparaison avec (3.26), on a $f_a = L_1(r)$.

f_d et f_i représentent respectivement les facteurs de divergence et d'inclinaison. On remarque que le facteur d'inclinaison est identique à celui des ondes homogènes sphériques divergentes (cf. RUBINOWICZ 1965, équation 1.9).

Avec ces notations, l'expression (3.34) permet d'écrire l'intégrand de $U_{BDW}(T)$ sous la forme :

$$\vec{W}(B,T) \cdot \vec{\ell} = \frac{1}{4\pi} f_a \cdot f_d \cdot f_i \cdot e^{ik(SB+BT)} \quad (3.36)$$

Posons $G = 4\pi U_{BDW}$. On obtient :

$$G = \int_{y_D}^{y_C} f_a \cdot f_d \cdot f_i \cdot e^{ik(SB+BT)} dy \quad (3.37)$$

A une constante près, G représente l'état lumineux de l'onde BDW au point d'observation T , pour l'onde diffractée par le bord CD. L'expression G' de l'onde diffractée au même point T par le bord C'D' est analogue.

3.6.3. Normalisation de l'amplitude

Pour la suite des calculs, il est commode de normaliser l'amplitude :

3.6.3.1. Normalisation du facteur d'amplitude

L'expression du facteur d'amplitude est celle de la relation (3.27) pour $p = 1$.

$$f_a = L_1(r) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!(1+k)!} \left(\frac{ir}{2}\right)^{2k} = \frac{2J_1(r)}{r} \quad (3.38)$$

$$\text{avec } r = \rho \left(\frac{y^2 + e^2}{y_c^2 + e^2} \right)^{1/2}$$

Dans cette expression, ρ est le premier zéro de la fonction de BESSEL de première espèce et d'ordre un, soit :

$$\rho = 3,831\ 706 \dots \quad (3.39)$$

On normalise le facteur d'amplitude en posant :

$$F_a = \frac{L_1(r)}{L_1(r_H)} \quad \text{avec } r_H = r(y=0) = \rho \left(\frac{e^2}{y_c^2 + e^2} \right)^{1/2} \quad (3.40)$$

Dans ces conditions :

$$F_a (y=0) = 1 \quad (3.41)$$

D'autre part, on vérifie que le facteur d'amplitude est nul sur le contour :

$$F_a (y=y_c) = 0 \quad (3.42)$$

3.6.3.2. Normalisation du facteur de divergence

$$f_d = (\text{SB.BT})^{-1} \quad (3.43)$$

$$\text{avec : } \text{SB} = (a^2 + e^2 + y^2)^{1/2} \quad \text{et} \quad \text{BT} = [b^2 + (e-u)^2 + y^2]^{1/2} \quad (3.44)$$

Sa valeur normalisée est définie par :

$$F_d = \frac{\text{SH.HT}}{\text{SB.BT}} \quad (3.45)$$

de façon que l'on obtienne :

$$F_d (y=0) = 1$$

3.6.3.3. Normalisation du facteur d'inclinaison

$$f_i = \frac{\vec{SB} \wedge \vec{BT} \cdot \vec{\ell}}{SB \cdot BT - \vec{SB} \cdot \vec{BT}} \quad (3.46)$$

où $\vec{\ell}$ est un vecteur unitaire du contour des pupilles diffringentes. Le sens de $\vec{\ell}$ est tel que, vu du point T, ce contour est parcouru en sens direct.

La partie rectiligne de ce contour est la seule qui intervienne dans cette intégration, car le facteur d'amplitude f_a est nul sur la partie circulaire du contour.

Sur la partie rectiligne CD, on a :

$$f_i = \frac{be + a(e - u)}{SB \cdot BT - ab + e(e - u) + y^2} \quad (3.47)$$

Sa valeur normalisée est :

$$F_i = \frac{f_i(y)}{f_i(y=0)} = \frac{SH \cdot HT - ab + e(e - u)}{SB \cdot BT - ab + e(e - u) + y^2} \quad (3.48)$$

de façon que l'on obtienne :

$$F_i(y=0) = 1$$

3.6.4. Chemin optique parcouru par l'onde. Terme d'oscillation

Soit L le chemin optique parcouru par l'onde dans le vide.

$$L = (SBT) = SB + BT \quad (3.49)$$

Sa valeur minimale est : (fig. 2.1)

$$L_H = (SHT) = SH + HT \quad (3.50)$$

et sa valeur maximale :

$$L_c = (SCT) = SC + CT \quad (3.51)$$

Comme L_H correspond à la valeur de L obtenue pour $y=0$, il peut servir de chemin optique de référence.

Soit ℓ la variation du chemin optique à partir de sa valeur minimale :

$$\ell = (SBT) - (SHT) = L - L_H \quad (3.52)$$

Posons $k = 2\pi/\lambda$. Le terme exponentiel de l'intégrale de diffraction s'écrit :

$$e^{i \frac{2\pi}{\lambda} (SB+BT)} = e^{ikL} = e^{ikL_H} \cdot e^{ik\ell} \quad (3.53)$$

Le premier facteur e^{ikL_H} a une valeur constante.

Le second facteur $e^{ik\ell}$ constitue le terme d'oscillation de l'intégrale.

Dans les conditions de nos expériences, nous montrerons (section 4.3.1) que le nombre d'oscillations ℓ/λ atteint plusieurs milliers lorsque ℓ prend la valeur maximale ℓ_c .

3.6.5. Nouvelles expressions des ondes diffractées par chacun des bords

Posons :

$$F(y) = F_a(y) \cdot F_d(y) \cdot F_i(y) \quad (3.54)$$

$$f_H = f_a(y=0) \cdot f_d(y=0) \cdot f_i(y=0) \quad (3.55)$$

Avec ces notations et celles des sections précédentes, l'intégrale G s'écrit :

$$G = f_H \cdot e^{ikL_H} \int_{y_D}^{y_C} F(y) \cdot e^{ik\ell} dy \quad (3.56)$$

Toutes les quantités figurant dans l'intégrale sont paires par rapport à la variable y . La symétrie des bornes de l'intégrale permet d'écrire :

$$G = 2 f_H \cdot e^{ikL_H} \int_{y=0}^{y_C} F(y) \cdot e^{ik\ell} dy \quad (3.57)$$

Au même point T de l'axe $\overrightarrow{u'Fu}$, l'expression mathématique de G' , l'amplitude diffractée par le bord diffringent $C'D'$, est, de façon analogue :

$$G' = 2 f_{H'} \cdot e^{ikL_{H'}} \int_{y=0}^{y_{C'}} F'(y) \cdot e^{ik\ell'} dy \quad (3.58)$$

Les composantes des vecteurs $\overrightarrow{SB'}$, $\overrightarrow{B'T}$ et $\vec{\ell}'$ sont :

$$\begin{array}{l|l} \overrightarrow{SB'} & \begin{array}{l} -e \\ y \\ a \end{array} \\ \overrightarrow{B'T} & \begin{array}{l} u+e \\ -y \\ b \end{array} \\ \vec{\ell}' & \begin{array}{l} 0 \\ +1 \\ 0 \end{array} \end{array}$$

Si on les compare à celles des vecteurs \vec{SB} , \vec{BT} et $\vec{\ell}$:

$$\begin{array}{l|l} \vec{SB} & e \\ & y \\ & a \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} \vec{BT} & u - e \\ & -y \\ & b \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} \vec{\ell} & 0 \\ & -1 \\ & 0 \end{array}$$

on remarque que :

$$SB' = SB = (a^2 + e^2 + y^2)^{1/2}$$

Il en sera de même de toutes les expressions ne dépendant pas de u .
Par exemple $F'_a = F_a$.

D'autre part, on a :

$$B'T = [b^2 + (e+u)^2 + y^2]^{1/2}$$

tandis que :

$$BT = [b^2 + (e-u)^2 + y^2]^{1/2}$$

On remarque que :

$$B'T(+u) = BT(-u)$$

Il en sera de même de toutes les expressions dépendant de u ; de façon analogue, on aura :

$$L_{H'}(+u) = L_H(-u)$$

$$\ell_{H'}(+u) = \ell_H(-u)$$

$$F'_d(+u) = F_d(-u)$$

$$F'_i(+u) = F_i(-u)$$

et, en définitive :

$$G'(+u) = G(-u) \tag{3.59}$$

L'amplitude G' de l'onde diffractée en T par le bord C'D' s'obtient en changeant $+u$ en $-u$ dans l'expression G de l'onde diffractée au même point T par le bord CD.

3.7 EXPRESSION MATHÉMATIQUE GÉNÉRALE DE L'INTENSITÉ DE L'ONDE DIFFRACTÉE PAR L'ÉCRAN A BORDS RECTILIGNES ET PARALLÈLES

3.7.1. Expression générale de l'intensité

Au point T de l'axe $\overrightarrow{u'Fu}$, l'expression mathématique de l'intensité \mathcal{J} de l'onde diffractée par les bords CD et C'D' est :

$$\mathcal{J} = |G + G'|^2 \quad (3.60)$$

Dans l'expression (3.56) posons :

$$g = \int_{y=0}^{y_c} F(y) e^{ikl} dy = g_R + i g_I \quad (3.61)$$

g_R et g_I sont respectivement les parties réelle et imaginaire de l'intégrale.

Posons de même dans (3.57) :

$$g' = g'_R + i g'_I \quad (3.62)$$

On obtient :

$$\mathcal{J} = 4 [(g_R + i g_I) f_H e^{ikL_H} + (g'_R + i g'_I) f_{H'} e^{ikL_{H'}}] [(g_R - i g_I) f_H e^{-ikL_H} + (g'_R - i g'_I) f_{H'} e^{-ikL_{H'}}]$$

$$\mathcal{J} = 4 \left\{ \begin{array}{l} f_H^2 (g_R^2 + g_I^2) + f_{H'}^2 (g'_R{}^2 + g'_I{}^2) \\ + 2 f_H f_{H'} (g_R g'_R + g_I g'_I) \cos k(L_H - L_{H'}) \\ + 2 f_H f_{H'} (g_R g'_I - g'_R g_I) \sin k(L_H - L_{H'}) \end{array} \right\} \quad (3.63)$$

3.7.2. Approximation des angles de diffraction petits

Lorsque l'angle de diffraction n'est pas très important, les facteurs f_d et $f_{d'}$, d'une part, f_i et $f_{i'}$, d'autre part, sont peu différents. Dans ce cas :

$$f_H \sim f_{H'}, \quad g_R \sim g'_R \quad \text{et} \quad g_I \sim g'_I$$

La relation (3.63) s'écrit :

$$I \sim 8 f_H^2 (g_R^2 + g_I^2) [1 + \cos k(L_H - L_{H'})] \quad (3.64)$$

Le terme $f_H^2 (g_R^2 + g_I^2)$ représente la diffraction par un bord.

Le facteur $[1 + \cos k(L_H - L_{H'})]$ représente le terme d'interférence, pour autant qu'il puisse être séparé du terme précédent par une vue de l'esprit.

Les maximums de $\cos k(L_H - L_{H'})$ sont donnés par la relation :

$$L_H - L_{H'} = n\lambda \quad (3.65)$$

dans laquelle n est un entier.

Les minimums sont donnés par la relation :

$$L_H - L_{H'} = (n + \frac{1}{2}) \lambda$$

Soit T_n la position du maximum d'ordre n et soit $u_n = FT_n$ l'abscisse correspondante. La relation (3.65) s'écrit :

$$[b^2 + (e + u_n)^2]^{1/2} - [b^2 + (e - u_n)^2]^{1/2} = n\lambda \quad (3.66)$$

On obtient :

$$u_n = n \frac{\lambda b}{2e} \left[\left(\frac{e}{b} \right)^2 + \frac{1}{1 - n^2 \left(\frac{\lambda}{2e} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (3.67)$$

Cette expression très simple permet d'obtenir, dans le cadre de l'approximation de petits angles de diffraction, la position des maximums d'intensité.

En 1973, CHUN CHIANG a trouvé une expression similaire, dans son interprétation des figures de moiré des franges de YOUNG.

3.7.2.1. Largeur optique de l'écran diffringent

L'équation (3.66) peut être résolue par rapport au paramètre e . On obtient :

$$2e = n \frac{\lambda b}{u_n} \left[\left(\frac{u_n}{b} \right)^2 + \frac{1}{1 - n^2 \left(\frac{\lambda}{2u_n} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (3.68)$$

Cette expression permet en principe de déterminer la largeur de l'écran diffringent, connaissant les paramètres expérimentaux b et λ , ainsi qu'un

couple de valeurs n et u_n , déterminé par l'analyse métrologique d'un enregistrement photographique de franges. Nous désignerons par "largeur optique" de l'écran diffringent, $2 e_{opt}$, toute valeur numérique ainsi calculée.

3.7.2.2. Interfrange traditionnel

Dans nos expériences, les rapports e/b et $\lambda/2e$ sont toujours petits. Pour fixer l'ordre de grandeur des quantités $(e/b)^2$ et $n^2(\lambda/2e)^2$, donnons à e, b et λ des valeurs simples voisines des valeurs expérimentales ; par exemple : $e = 1 \text{ cm}$; $b = 1 \text{ m}$; $\lambda = 0,5 \text{ }\mu\text{m}$. D'où :

$$(e/b)^2 = 10^{-4} \quad \text{et} \quad (\lambda/2e)^2 = 6 \cdot 10^{-10}$$

L'ordre n des franges pointées varie. En supposant qu'il ne dépasse pas $n = 500$, le terme $n^2(\lambda/2e)^2$ ne dépasse pas 10^{-4} . On arrive alors à une conclusion remarquable. Dans toute expérience où la précision métrologique est inférieure à 10^{-4} , on a :

$$u_n = n \frac{\lambda b}{2e} \quad (3.69)$$

On retrouve un résultat classique de l'étude des interférences. Les franges sont équidistantes et la distance qui sépare deux franges successives est l'interfrange traditionnel :

$$i = u_n - u_{n-1} = \frac{\lambda b}{2e} \quad (3.70)$$

3.7.2.3. Approximation du second ordre

Lorsque la précision métrologique est meilleure que 10^{-4} , le terme $(e/b)^2$ ne peut plus être négligé. C'est le cas de nos expériences. Si on considère alors les franges situées dans la région centrale du plan d'observation qui correspondent à une valeur de n assez petite pour que le terme $n^2(\lambda/2e)^2$ soit négligeable, on obtient une expression plus précise de l'interfrange :

$$i = \frac{\lambda b}{2e} \left[1 + \left(\frac{e}{b} \right)^2 \right]^{1/2} \sim \frac{\lambda b}{2e} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{e}{b} \right)^2 \right] \quad (3.71)$$

Par contre, si on considère les franges éloignées de l'axe optique, pour lesquelles le terme $n^2(\lambda/2e)^2$ ne peut plus être négligé, l'expression :

$$i_n = u_n - u_{n-1} = \frac{\lambda b}{2e} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{e}{b} \right)^2 + \frac{3}{2} n^2 \left(\frac{\lambda}{2e} \right)^2 \right] \quad (3.72)$$

montre que l'interfrange est une fonction de n qui croît approximativement de façon parabolique.

3.8 INTEGRATION DES FONCTIONS D'AMPLITUDE

L'expression (3.61)

$$g = \int_0^{y_c} F(y) e^{ikl} dy$$

n'est pas directement intégrable. C'est pourquoi nous avons cherché à l'exprimer en fonction de la variable l et des intégrales de FRESNEL.

3.8.1. Expression de y en fonction de l ; expression $\gamma(l)$

La relation permettant d'exprimer y en fonction de l n'est pas immédiate. C'est pourquoi nous détaillons les étapes principales de ce calcul et les quelques astuces qui permettent d'arriver au résultat final.

Par définition :

$$l = SB + BT - (SH + HT) \quad (3.73)$$

D'autre part, on a les relations :

$$SB^2 = SH^2 + y^2 \quad \text{et} \quad BT^2 = HT^2 + y^2 \quad (3.74)$$

$$(SB + BT)^2 = (l + SH + HT)^2$$

$$SB^2 + 2 SB.BT + BT^2 = l^2 + 2 l(SH + HT) + SH^2 + 2 SH.HT + HT^2$$

La relation (3.74) permet de simplifier cette équation. On obtient :

$$2 SB.BT + 2 y^2 = l^2 + 2 l(SH + HT) + 2 SH.HT \quad (3.75)$$

Les relations (3.74) et (3.75) permettent d'écrire :

$$4 SB^2.BT^2 = 4 (SH^2 + y^2)(HT^2 + y^2) = [l^2 + 2 l(SH + HT) + 2 SH.HT - 2 y^2]^2$$

En développant et simplifiant par $4 y^4$, on a :

$$4 SH^2.HT^2 + 4 y^2(SH^2 + HT^2) =$$

$$[l^2 + 2 l(SH + HT) + 2 SH.HT]^2 - 4 y^2 [l^2 + 2 l(SH + HT) + 2 SH.HT]$$

On regroupe les termes en y^2 :

$$4 y^2 [\ell^2 + 2 \ell(\text{SH} + \text{HT}) + 2 \text{SH} \cdot \text{HT} + \text{SH}^2 + \text{HT}^2] = [\ell^2 + 2 \ell(\text{SH} + \text{HT}) + 2 \text{SH} \cdot \text{HT}]^2 - 4 \text{SH}^2 \cdot \text{HT}^2 \quad (3.76)$$

Dans le premier membre, le coefficient de $4 y^2$ s'écrit :

$$\ell^2 + 2 \ell(\text{SH} + \text{HT}) + 2 \text{SH} \cdot \text{HT} + \text{SH}^2 + \text{HT}^2 = \ell^2 + 2 \ell(\text{SH} + \text{HT}) + (\text{SH} + \text{HT})^2 = (\ell + \text{SH} + \text{HT})^2 \quad (3.77)$$

et dans le second membre de (3.76) :

$$[\ell^2 + 2 \ell(\text{SH} + \text{HT}) + 2 \text{SH} \cdot \text{HT}]^2 - 4 \text{SH}^2 \cdot \text{HT}^2 = [\ell^2 + 2 \ell(\text{SH} + \text{HT}) + 4 \text{SH} \cdot \text{HT}] [\ell^2 + 2 \ell(\text{SH} + \text{HT})] \quad (3.78)$$

Les facteurs du deuxième membre de (3.78) s'écrivent respectivement :

$$\ell^2 + 2 \ell(\text{SH} + \text{HT}) + 4 \text{SH} \cdot \text{HT} = (\ell + 2 \text{SH}) (\ell + 2 \text{HT}) \quad (3.79)$$

$$\ell^2 + 2 \ell(\text{SH} + \text{HT}) = \ell (\ell + 2 \text{SH} + 2 \text{HT}) \quad (3.80)$$

Les expressions (3.77), (3.79) et (3.80) permettent d'écrire l'équation (3.76) sous la forme :

$$4 y^2 (\ell + \text{SH} + \text{HT})^2 = \ell (\ell + 2 \text{SH} + 2 \text{HT}) (\ell + 2 \text{SH}) (\ell + 2 \text{HT})$$

On en déduit l'expression de y en fonction de ℓ :

$$y = \frac{1}{2} \ell^{1/2} (\ell + 2 \text{SH} + 2 \text{HT})^{1/2} (\ell + 2 \text{SH})^{1/2} (\ell + 2 \text{HT})^{1/2} (\ell + \text{SH} + \text{HT})^{-1}$$

ou encore :

$$y = \left[\frac{2}{\frac{1}{\text{SH}} + \frac{1}{\text{HT}}} \right]^{1/2} \cdot \left[1 + \frac{\ell}{2 \text{SH} + 2 \text{HT}} \right]^{1/2} \cdot \left[1 + \frac{\ell}{2 \text{SH}} \right]^{1/2} \cdot \left[1 + \frac{\ell}{2 \text{HT}} \right]^{1/2} \cdot \left[1 + \frac{\ell}{\text{SH} + \text{HT}} \right]^{-1} \cdot \ell^{1/2} \quad (3.81)$$

Pour alléger l'écriture de y , posons :

$$X = \left[\frac{2}{\frac{1}{\text{SH}} + \frac{1}{\text{HT}}} \right]^{1/2} \quad (3.82)$$

$$\gamma(\ell) = \left[1 + \frac{\ell}{2 \text{SH} + 2 \text{HT}} \right]^{1/2} \left[1 + \frac{\ell}{2 \text{SH}} \right]^{1/2} \left[1 + \frac{\ell}{2 \text{HT}} \right]^{1/2} \left[1 + \frac{\ell}{\text{SH} + \text{HT}} \right]^{-1} \quad (3.83)$$

Avec ces notations :

$$y = \chi \cdot \gamma(\ell) \cdot \ell^{1/2} \quad (3.84)$$

3.8.2. Fonction de Y(y)

L'expression F(y) de la relation (3.54) est une fonction paire, définie, continue et indéfiniment dérivable pour toute valeur de y. Elle peut être développée en série convergente :

$$F(y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \cdot \left[\frac{d^n F(y)}{d(y^2)^n} \right]_{y=0} \cdot y^{2n} \quad (3.85)$$

et on peut définir une fonction Y(y) telle que :

$$dY = F(y) dy \quad (3.86)$$

$$Y = \int_0^y F(y) dy = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) n!} \cdot \left[\frac{d^n F(y)}{d(y^2)^n} \right]_{y=0} \cdot y^{2n+1} \quad (3.87)$$

L'intégrale (3.61) s'écrit :

$$g = \int_0^{Y_c} e^{i k \ell} dY \quad (3.88)$$

Il est ensuite nécessaire d'exprimer dY en fonction de dℓ.

3.8.3. Expression de Y en fonction de ℓ ; expression Γ(ℓ)

Dans l'expression (3.87), remplaçons y par sa valeur en fonction de ℓ tirée de la relation (3.84).

$$Y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) n!} \left[\frac{d^n F(y)}{d(y^2)^n} \right]_{y=0} \cdot \chi^{2n+1} \cdot \gamma^{2n+1} \cdot \ell^{n+1/2} \quad (3.89)$$

Posons :

$$\Gamma(\ell) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\chi^{2n}}{(2n+1) n!} \left[\frac{d^n F(y)}{d(y^2)^n} \right]_{y=0} \cdot \gamma^{2n+1} \cdot \ell^n \quad (3.90)$$

L'expression (3.89) devient :

$$Y = \chi \cdot \Gamma(\ell) \cdot \ell^{1/2} \quad (3.91)$$

La fonction $\Gamma(\ell)$ est définie, continue et indéfiniment dérivable. On peut donc la développer en série de MAC LAURIN.

$$\Gamma(\ell) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma(\ell)}{d \ell^n} \right]_{\ell=0} \cdot \ell^n \quad (3.92)$$

On a successivement :

$$Y = \chi \cdot \Gamma(\ell) \cdot \ell^{1/2} = \chi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma(\ell)}{d \ell^n} \right]_{\ell=0} \cdot \ell^{n+1/2} \quad (3.93)$$

$$dY = \chi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma(\ell)}{d \ell^n} \right]_{\ell=0} \ell^{n-1/2} \cdot d\ell \quad (3.94)$$

L'expression (3.88) devient :

$$g = \int_{Y=0}^{Y_c} e^{ik\ell} dY = \int_{\ell=0}^{\ell_c} e^{ik\ell} \cdot \chi \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma(\ell)}{d \ell^n} \right]_{\ell=0} \cdot \ell^{n-1/2} \cdot d\ell$$

$$g = \chi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma(\ell)}{d \ell^n} \right]_{\ell=0} \cdot \int_0^{\ell_c} e^{ik\ell} \cdot \ell^{n-1/2} \cdot d\ell \quad (3.95)$$

Posons :

$$J_n = \int_0^{\ell_c} e^{ik\ell} \ell^{n-1/2} d\ell \quad (3.96)$$

on a :

$$g = \chi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma(\ell)}{d \ell^n} \right]_{\ell=0} \cdot J_n \quad (3.97)$$

La détermination de g dépend de l'intégration de J_n .

3.8.4. Développement en série du terme exponentiel et intégration

Le terme exponentiel peut être remplacé par le développement en série :

$$e^{ikl} = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(ikl)^p}{p!}$$

L'expression (3.95) s'écrit :

$$g = \chi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \cdot \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(ik)^p}{p!} \int_0^{\ell_c} \ell^{p+n-1/2} d\ell$$

Après intégration, on a :

$$\int_0^{\ell_c} \ell^{p+n-1/2} d\ell = \frac{\ell_c^{p+n+1/2}}{p+n+1/2}$$

On obtient :

$$g = \chi \ell_c^{1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \cdot \ell_c^n \cdot \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(ik)^p}{p!} \cdot \frac{\ell_c^p}{2p+2n+1} \quad (3.98)$$

Cette expression est particulièrement simple. Cependant, l'extension de son utilisation est limitée par le nombre de chiffres de l'ordinateur, dès que la valeur de ℓ_c devient grande (voir section 4.3.3.). Or, dans nos expériences, ℓ_c est relativement grand ; il faut donc chercher une autre méthode d'intégration de \mathcal{J}_n .

3.8.5. Expression des intégrales \mathcal{J}_n en fonction des intégrales de FRESNEL

Les intégrales \mathcal{J}_n ont été définies par la relation (3.96). Pour $n=0$, l'intégrale \mathcal{J}_0 correspond, à une constante près, aux intégrales de FRESNEL :

$$C(k\ell_c) = (2\pi)^{-1/2} \int_{t=0}^{t=k\ell_c} t^{-1/2} \cdot \cos t \cdot dt ;$$

$$S(k\ell_c) = (2\pi)^{-1/2} \int_{t=0}^{t=k\ell_c} t^{-1/2} \cdot \sin t \cdot dt \quad (3.99)$$

(ANGOT 1965 § 7.5.10)

On obtient :

$$J_0 = \lambda^{1/2} [C(kl_c) + i S(kl_c)] \quad (3.100)$$

Pour $n \geq 1$, en intégrant par parties, on établit la relation de récurrence :

$$J_n = J_{n-1} (n-1/2) \left(\frac{i}{k}\right) - e^{ikl_c} \cdot \left(\frac{i}{k}\right) l_c^{n-1/2} \quad (3.101)$$

On en déduit successivement :

$$J_1 = J_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{i}{k}\right) - e^{ikl_c} \cdot \left(\frac{i}{k}\right) l_c^{1/2}$$

$$J_2 = J_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{i}{k}\right)^2 - e^{ikl_c} \cdot \left(\frac{i}{k}\right) l_c^{3/2} \left[1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{i}{kl_c} \right]$$

$$J_3 = J_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} \left(\frac{i}{k}\right)^3 - e^{ikl_c} \cdot \left(\frac{i}{k}\right) l_c^{5/2} \left[1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{i}{kl_c} + \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} \left(\frac{i}{kl_c}\right)^2 \right]$$

$$J_n = \left\{ \begin{array}{l} J_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} (\dots) (n-\frac{3}{2}) (n-\frac{1}{2}) \left(\frac{i}{k}\right)^n \\ -e^{ikl_c} \cdot \frac{i}{k} \cdot l_c^{n-1/2} \left[1 + (n-\frac{1}{2}) \left(\frac{i}{kl_c}\right) + \dots + (n-\frac{1}{2}) (n-\frac{3}{2}) (\dots) \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} \left(\frac{i}{kl_c}\right)^{n-1} \right] \end{array} \right\}$$

ce qui peut s'écrire :

$$J_n = \left\{ \begin{array}{l} J_0 \cdot \frac{(2n)!}{2^{2n} \cdot n!} \left(\frac{i}{k}\right)^n \\ -e^{ikl_c} \cdot \frac{i}{k} \cdot l_c^{n-1/2} \sum_{p=0}^{n-1} \frac{1}{2^{2p}} \cdot \frac{(2n)!}{n!} \cdot \frac{(n-p)!}{(2n-2p)!} \left(\frac{i}{kl_c}\right)^p \end{array} \right\} \quad (3.102)$$

en définitive, on obtient :

$$J_n = J_0 \frac{(2n)!}{2^{2n} \cdot n!} \left(\frac{i}{k}\right)^n - e^{ikl_c} \cdot \frac{i}{k} \cdot \sum_{p=0}^{n-1} \left(\frac{i}{k}\right)^p \left[\frac{d^p l^{n-1/2}}{dl^p} \right]_{l=l_c} \quad (3.103)$$

Remarque :

Cette expression de \mathcal{J}_n comporte deux termes :

le premier, en \mathcal{J}_0 , est valable pour toute valeur de n , y compris $n = 0$;

le second, en $e^{ik\ell_c}$ n'existe que pour $n \geq 1$. Pour $n = 1$, la borne supérieure de p étant zéro, la somme est égale à $\ell_c^{1/2}$. On retrouve alors l'expression de \mathcal{J}_1 .

3.8.6. Expression de l'amplitude en fonction des intégrales de FRESNEL

Dans l'expression (3.97), remplaçons \mathcal{J}_n par (3.102). On obtient :

$$g = x \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{J}_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{2^{2n+1} (n!)^2} \left(\frac{i}{k}\right)^n \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \\ - e^{ik\ell_c} \cdot \frac{i}{k} \cdot \ell_c^{-1/2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{2(n!)^2} \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \cdot \ell_c^n \cdot \sum_{p=0}^{n-1} \frac{(n-p)!}{(2n-2p)!} \left(\frac{i}{4k\ell_c}\right)^p \end{array} \right\} \quad (3.104)$$

Dans le cas de nos expériences, $k \sim 13$, $\ell_c > 2000$ et les dérivées de Γ décroissent avec l'ordre n (voir chapitre 4).

Dans ces conditions, la série qui constitue le terme en \mathcal{J}_0 est rapidement convergente.

Pour le terme en $e^{ik\ell_c}$, les séries de paramètre p convergent rapidement, tandis que la série de paramètre n qui comporte le facteur ℓ_c^n ne converge que lorsque l'ordre n prend une valeur très élevée. Cela présente un double inconvénient : d'une part, il faut calculer les dérivées de Γ pour des ordres n très élevés, ce qui donne lieu à des expressions très lourdes ; d'autre part, le nombre de termes étant très grand, l'ordinateur, dont la capacité est limitée, altère et rend même impossible l'évaluation de leur somme.

Il faut donc modifier l'expression du facteur de $e^{ik\ell_c}$ par exemple en réarrangeant les sommes, et en introduisant la variable Y .

Pour cela, dans l'expression (3.97), remplaçons \mathcal{J}_n par (3.103). On obtient :

$$g = x \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{J}_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{2^{2n+1} (n!)^2} \left(\frac{i}{k}\right)^n \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \\ - e^{ik\ell_c} \left(\frac{i}{k}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1/2)}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \sum_{p=0}^{n-1} \left(\frac{i}{k}\right)^p \left[\frac{d^p \ell^{n-1/2}}{d\ell^p} \right]_{\ell=\ell_c} \end{array} \right\} \quad (3.105)$$

Dans le coefficient de e^{ikl_c} , on peut réarranger les sommes et écrire :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=0}^{n-1} = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{n=p+1}^{\infty}$$

ce qui donne :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \sum_{p=0}^{n-1} \left(\frac{i}{k} \right)^p \left[\frac{d^p \ell^{n-1/2}}{d\ell^p} \right]_{\ell=l_c} = \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{i}{k} \right)^p \sum_{n=p+1}^{\infty} \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \left[\frac{d^p \ell^{n-1/2}}{d\ell^p} \right]_{\ell=l_c} \quad (3.106)$$

Or, l'expression (3.94) donne, après dérivation :

$$\frac{1}{\chi} \cdot \frac{d^{p+1} Y}{d\ell^{p+1}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \cdot \frac{d^p \ell^{n-1/2}}{d\ell^p} \quad (3.107)$$

ce qui permet d'écrire :

$$\sum_{n=p+1}^{\infty} \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \left[\frac{d^p \ell^{n-1/2}}{d\ell^p} \right]_{\ell=l_c} = \frac{1}{\chi} \cdot \frac{d^{p+1} Y}{d\ell^{p+1}} - \sum_{n=0}^p \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \left[\frac{d^p \ell^{n-1/2}}{d\ell^p} \right]_{\ell=l_c} \quad (3.108)$$

En définitive :

$$G = 2 f_H \cdot e^{ikl_H} \cdot g$$

avec :

$$g = \chi \left\{ \begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{2^{2n+1} (n!)^2} \left(\frac{i}{k} \right)^n \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \\ & - e^{ikl_c} \left[\sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{\chi} \left(\frac{i}{k} \right)^{p+1} \cdot \frac{d^{p+1} Y}{d\ell^{p+1}} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \sum_{p=n}^{\infty} \left(\frac{i}{k} \right)^{p+1} \frac{d^p \ell^{n-1/2}}{d\ell^p} \right]_{\ell=l_c} \end{aligned} \right\}$$

Remarque :

Le coefficient de $e^{ik\ell_c}$ comporte deux séries de termes :

- dans la première série, les termes en $\frac{d^{p+1} Y}{d\ell^{p+1}}$ décroissent tandis que l'ordre P croît (voir chapitre 4).

- dans la seconde série, on a :

$$\frac{d^p \ell^{n-1/2}}{d\ell^p} = \frac{1}{2^{2p}} \cdot \frac{(2n)!}{n!} \cdot \frac{(n-p)!}{(2n-2p)!} \cdot \ell_c^{n-p-1/2}$$

Mais, puisque $p \geq n$, on voit que $\ell_c^{n-p-1/2}$ a un exposant toujours négatif. L'expression (3.109) convient donc au calcul de G pour les grandes valeurs de ℓ_c .

3.8.7. Dérivées de $\Gamma(\ell)$

L'expression (3.109) fait intervenir les dérivées de $\Gamma(\ell)$. Nous montrerons au chapitre 4 que, pour les données de nos expériences, il suffit de les calculer jusque l'ordre 3.

Par définition (3.90) on a :

$$\Gamma(\ell) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\chi^{2n}}{(2n+1)n!} \left[\frac{d^n F(y)}{d(y^2)^n} \right]_{y=0} \quad \gamma^{2n+1} \ell^n$$

Pour alléger les expressions, posons :

$$\Gamma'_0 = \left[\frac{d\Gamma}{d\ell} \right]_{\ell=0} ; \quad \Gamma''_0 = \left[\frac{d^2\Gamma}{d\ell^2} \right]_{\ell=0} ; \quad \Gamma'''_0 = \left[\frac{d^3\Gamma}{d\ell^3} \right]_{\ell=0} ;$$

$$F'_0 = \left[\frac{d F(y)}{d(y^2)} \right]_{y=0} ; \quad F''_0 = \left[\frac{d^2 F(y)}{d(y^2)^2} \right]_{y=0} ; \quad F'''_0 = \left[\frac{d^3 F(y)}{d(y^2)^3} \right]_{y=0} \quad (3.110)$$

$$\gamma'_0 = \left[\frac{d\gamma}{d\ell} \right]_{\ell=0} ; \quad \gamma''_0 = \left[\frac{d^2\gamma}{d\ell^2} \right]_{\ell=0} ; \quad \gamma'''_0 = \left[\frac{d^3\gamma}{d\ell^3} \right]_{\ell=0}$$

En tenant compte de $F(y=0) = 1$ et $\gamma(\ell = 0) = 1$, on obtient :

$$\begin{aligned}\Gamma'_0 &= \gamma'_0 + \frac{\chi^2}{3} \cdot F'_0 \\ \Gamma''_0 &= \gamma''_0 + 2\chi^2 \cdot F'_0 \cdot \gamma'_0 + \frac{\chi^4}{5} \cdot F''_0 \\ \Gamma'''_0 &= \gamma'''_0 + 3\chi^2 \cdot F'_0 \left[\gamma''_0 + 2\gamma'^2_0 \right] + 3\chi^4 \cdot F''_0 \cdot \gamma'_0 + \frac{\chi^6}{7} F'''_0\end{aligned}\quad (3.111)$$

3.8.8. Dérivées de $F(y)$

Par définition (3.54), on a :

$$F(y) = F_a(y) \cdot F_d(y) \cdot F_i(y)$$

Pour alléger les expressions, on utilise des notations semblables à celles de (3.110) pour F'_{ao} , F''_{ao} , F'''_{ao} ainsi que pour F'_{do} , F''_{do} , F'''_{do} et F'_{io} , F''_{io} , F'''_{io} .

En tenant compte de :

$$F_a(y=0) = 1, F_d(y=0) = 1 \text{ et } F_i(y=0) = 1,$$

on obtient :

$$\begin{aligned}F'_0 &= F'_{ao} + F'_{do} + F'_{io} \\ F''_0 &= F''_{ao} + F''_{do} + F''_{io} + 2F'_{ao} F'_{do} + 2F'_{do} F'_{io} + 2F'_{io} F'_{ao} \\ F'''_0 &= \left\{ \begin{array}{l} F'''_{ao} + F'''_{do} + F'''_{io} + 6F'_{ao} F'_{do} F'_{io} \\ + 3F'_{ao} F''_{do} + 3F'_{ao} F''_{io} + 3F'_{do} F''_{ao} + 3F'_{do} F''_{io} \\ + 3F'_{io} F''_{ao} + 3F'_{io} F''_{do} \end{array} \right\}\end{aligned}\quad (3.112)$$

3.8.8.1. Dérivées de $F_a(y)$

Par définition (3.40) on a :

$$F_a(y) = \frac{L_1(r)}{L_1(r_H)} \quad \text{avec} \quad r = \rho \left(\frac{y^2 + e^2}{y_c^2 + e^2} \right)^{1/2} \quad \text{et} \quad r_H = r(y=0)$$

Pour le calcul des dérivées de $F_a(y)$, on utilise la relation :

$$\frac{d L_p(r)}{d(r^2)} = - \frac{L_{p+1}(r)}{4(p+1)} \quad (3.113)$$

dans laquelle $L_p(r)$ et $L_{p+1}(r)$ sont les fonctions définies par la relation (3.27). On a, d'autre part :

$$\frac{d F_a}{d(y^2)} = \frac{d F_a}{d(r^2)} \cdot \frac{d(r^2)}{d(y^2)} = \frac{r_H^2}{e^2} \cdot \frac{d F_a}{d(r^2)}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} F'_{ao} &= - \frac{1}{8} \cdot \frac{r_H^2}{e^2} \cdot \frac{L_2(r_H)}{L_1(r_H)} \\ F''_{ao} &= + \frac{1}{96} \left(\frac{r_H^2}{e^2} \right)^2 \frac{L_3(r_H)}{L_1(r_H)} \\ F'''_{ao} &= - \frac{1}{1536} \left(\frac{r_H^2}{e^2} \right)^3 \frac{L_4(r_H)}{L_1(r_H)} \end{aligned} \quad (3.114)$$

3.8.8.2. Dérivées de $F_d(y)$

Par définition (3.45), on a :

$$F_d = \frac{SH \cdot HT}{SB \cdot BT}$$

Posons :

$$D_o = [SB \cdot BT]_{y=0} = SH \cdot HT$$

$$D'_o = \left[\frac{d(SB \cdot BT)}{d(y^2)} \right]_{y=0} = \frac{1}{2} \left(\frac{SH}{HT} + \frac{HT}{SH} \right)$$

$$D''_o = \left[\frac{d^2(SB \cdot BT)}{d(y^2)^2} \right]_{y=0} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{SH \cdot HT} - \frac{1}{2} \left(\frac{SH}{HT^3} + \frac{HT}{SH^3} \right) \right]$$

$$D'''_o = \left[\frac{d^3(SB \cdot BT)}{d(y^2)^3} \right]_{y=0} = \frac{3}{8} \left[\frac{SH}{HT^5} + \frac{HT}{SH^5} - \frac{1}{SH \cdot HT} \left(\frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HT^2} \right) \right]$$

On obtient :

$$\begin{aligned} F'_{do} &= -D'_o \cdot D_o^{-1} \\ F''_{do} &= (2D_o'^2 - D_o \cdot D_o'') D_o^{-2} \\ F'''_{do} &= - (6 D_o'^3 - 6 D_o \cdot D_o' \cdot D_o'' + D_o^2 \cdot D_o''') D_o^{-3} \end{aligned} \quad (3.115)$$

3.8.8.3. Dérivées de $F_i(y)$

Par définition (3.48), on a :

$$F_i = \frac{\text{SH.HT} - ab + e(e-u)}{\text{SB.BT} - ab + e(e-u) + y^2}$$

Posons :

$$I_o = [\text{SB.BT} - ab + e(e-u) + y^2]_{y=0} = \text{SH.HT} - ab + e(e-u)$$

$$I_o' = D_o' + 1 ; \quad I_o'' = D_o'' ; \quad I_o''' = D_o'''$$

On obtient :

$$\begin{aligned} F'_{io} &= -I_o' \cdot I_o^{-1} \\ F''_{io} &= (2 I_o'^2 - I_o \cdot I_o'') I_o^{-2} \\ F'''_{io} &= - (6 I_o'^3 - 6 I_o \cdot I_o' \cdot I_o'' + I_o^2 \cdot I_o''') I_o^{-3} \end{aligned} \quad (3.116)$$

3.8.9. Dérivées de $\gamma(\ell)$

Posons $\alpha = \frac{1}{\text{SH}}$; $\beta = \frac{1}{\text{HT}}$ et $\theta = \frac{1}{\text{SH} + \text{HT}}$. Avec ces notations, l'expression (3.83) s'écrit :

$$\gamma = (1 + \frac{1}{2} \theta \ell)^{1/2} (1 + \frac{1}{2} \alpha \ell)^{1/2} (1 + \frac{1}{2} \beta \ell)^{1/2} (1 + \theta \ell)^{-1}$$

En tenant compte de $\gamma(l=0) = 1$, on obtient :

$$\begin{aligned}\gamma'_0 &= \frac{1}{4} (\alpha + \beta - 3\theta) \\ \gamma''_0 &= \gamma'^2_0 + \frac{1}{8} (-\alpha^2 - \beta^2 + 7\theta^2) \\ \gamma'''_0 &= \gamma'_0 (3\gamma''_0 - 2\gamma'^2_0) + \frac{1}{8} (\alpha^3 + \beta^3 - 15\theta^3)\end{aligned}\quad (3.117)$$

3.8.10. Dérivées de Y

De la définition (3.86) de dY, on tire :

$$\frac{dY}{d\ell} = F(y) \cdot \frac{dy}{d\ell}$$

Ensuite, on peut écrire :

$$\frac{d^2Y}{d\ell^2} = F \cdot \frac{d^2y}{d\ell^2} + \frac{dy}{d\ell} \cdot \frac{dF}{d\ell}$$

$$\frac{d^3Y}{d\ell^3} = F \cdot \frac{d^3y}{d\ell^3} + 2 \frac{d^2y}{d\ell^2} \cdot \frac{dF}{d\ell} + \frac{dy}{d\ell} \cdot \frac{d^2F}{d\ell^2}$$

avec :

$$\frac{dF}{d\ell} = \frac{dF}{d(y^2)} \cdot \frac{d(y^2)}{dy} \cdot \frac{dy}{d\ell} = 2y \cdot \frac{dy}{d\ell} \cdot \frac{dF}{d(y^2)}$$

$$\frac{d^2F}{d\ell^2} = 2 \left[\left(\frac{dy}{d\ell} \right)^2 + y \cdot \frac{d^2y}{d\ell^2} \right] \frac{dF}{d(y^2)} + 4y^2 \left(\frac{dy}{d\ell} \right)^2 \cdot \frac{d^2F}{d(y^2)^2}$$

Posons :

$$Y'_c = \left[\frac{dY}{d\ell} \right]_{\ell=l_c} ; \quad Y''_c = \left[\frac{d^2Y}{d\ell^2} \right]_{\ell=l_c} ; \quad Y'''_c = \left[\frac{d^3Y}{d\ell^3} \right]_{\ell=l_c}$$

$$y'_c = \left[\frac{dy}{d\ell} \right]_{\ell=l_c} ; \quad y''_c = \left[\frac{d^2y}{d\ell^2} \right]_{\ell=l_c}$$

$$F'_c = \left[\frac{dF}{d(y^2)} \right]_{y=y_c} ; \quad F''_c = \left[\frac{d^2F}{d(y^2)^2} \right]_{y=y_c}$$

En tenant compte de $F(y=y_c) = 0$, on obtient :

$$Y'_c = 0$$

$$Y''_c = 2y_c \cdot y_c'^2 \cdot F'_c$$

$$Y'''_c = (2y_c'^3 - 6y_c \cdot y_c' \cdot y_c'') F'_c + 4y_c^2 \cdot y_c'^3 \cdot F''_c \quad (3.118)$$

3.8.10.1. Dérivées de y

Pour le calcul de $\frac{dy}{d\ell}$, on utilise la technique de l'inversion de fonction :

$$\frac{dy}{d\ell} = \left(\frac{d\ell}{dy} \right)^{-1}$$

De (3.73), on tire :

$$\frac{d\ell}{dy} = y \left(\frac{1}{SB} + \frac{1}{BT} \right)$$

Ensuite, on pose :

$$\frac{d^2y}{d\ell^2} = \frac{d}{dy} \left(\frac{dy}{d\ell} \right) \cdot \frac{dy}{d\ell}$$

On obtient :

$$y'_c = y_c^{-1} \left(\frac{1}{SC} + \frac{1}{CT} \right)^{-1}$$

$$y''_c = y_c'^3 \left[y_c^2 \left(\frac{1}{SC^3} + \frac{1}{CT^3} \right) - \left(\frac{1}{SC} + \frac{1}{CT} \right) \right] \quad (3.119)$$

3.8.10.2. Dérivées de $F(y)$

Posons :

$$F_{ac} = F_a(y=y_c) ; F_{dc} = F_d(y=y_c) ; F_{ic} = F_i(y=y_c)$$

$$F'_{ac} = \left[\frac{dF_a}{d(y^2)} \right]_{y=y_c} ; F''_{ac} = \left[\frac{d^2F_a}{d(y^2)^2} \right]_{y=y_c}$$

$$F'_{dc} = \left[\frac{dF_d}{d(y^2)} \right]_{y=y_c} ; F'_{ic} = \left[\frac{dF_i}{d(y^2)} \right]_{y=y_c}$$

En tenant compte de $F_{ac} = 0$, on obtient :

$$F'_c = F'_{ac} \cdot F_{dc} \cdot F_{ic}$$

$$F''_c = F''_{ac} \cdot F_{dc} \cdot F_{ic} + 2F'_{ac} \cdot F'_{dc} \cdot F_{ic} + 2F'_{ac} \cdot F_{dc} \cdot F'_{ic} \quad (3.120)$$

avec :

$$F'_{ac} = -\frac{1}{8} \left(\frac{r_H}{e} \right)^2 \cdot \frac{L_2(r_c)}{L_1(r_H)} \quad \text{où } r_c = r (y=y_c)$$

$$F''_{ac} = +\frac{1}{96} \left(\frac{r_H}{e} \right)^4 \cdot \frac{L_3(r_c)}{L_1(r_H)}$$

$$F_{dc} = \frac{SH.HT}{SC.CT}$$

$$F'_{dc} = -\frac{1}{2} \cdot SH.HT (SC.CT)^{-2} \left(\frac{SC}{CT} + \frac{CT}{SC} \right)$$

$$F_{ic} = \frac{SH.HT - ab + e(e-u)}{SC.CT - ab + e(e-u) + y_c^2}$$

$$F'_{ic} = -\left[\frac{1}{2} \left(\frac{SC}{CT} + \frac{CT}{SC} \right) + 1 \right] \cdot \frac{SH.HT - ab + e(e-u)}{[SC.CT - ab + e(e-u) + y_c^2]^2}$$

3.9. AUTRES ANALYSES MATHÉMATIQUES

3.9.1. Représentation scalaire de l'intégrale de KIRCHHOFF en ondes hétérogènes

L'intégrale double (3.14) de KIRCHHOFF adaptée à nos ondes incidentes sphériques hétérogènes (3.26) conduit à une expression qui n'est pas directement intégrable, et pour laquelle nous n'avons pas trouvé de solution asymptotique.

3.9.2. Représentation scalaire de type intégrale de FRESNEL en ondes hétérogènes

Par analogie avec la représentation scalaire de FRESNEL, en ondes homogènes, on écrit :

$$I_F = \int_x A(Q) e^{ik\phi(Q)} dx$$

Même dans ce cas d'intégrale simple (qui représente de façon très approchée l'intégrale double précédente, ou du moins son allure), nous obtenons une expression qui n'est pas directement intégrable, et pour laquelle nous n'avons pas trouvé de solution asymptotique.

L'intégration numérique par méthode polynomiale ne peut être adaptée à nos mesures pour des raisons analogues à celles exposées dans la section 4.5.

3.9.3. Représentation électromagnétique de type SOMMERFELD pour des ondes incidentes homogènes sphériques

L'application de la théorie électromagnétique au cas idéal d'un ruban infiniment long, infiniment fin bien que parfaitement opaque, et infiniment conducteur, dans le cas d'ondes sphériques homogènes, n'a pu être conduite au delà de la mise en équation des conditions aux limites.

Or, en réalité, les ondes sont hétérogènes, l'écran est de forme telle que sa section droite est un trapèze et sa conductivité est finie. Il semble donc difficile de pouvoir résoudre une analyse mathématique électromagnétique qui tienne compte du modèle réel, d'épaisseur finie.

3.9.4. Limites de validité des théories dans le cas de notre écran réel

3.9.4.1. Théories de l'écran noir de KIRCHHOFF-KOTTLER

L'écran noir de KIRCHHOFF-KOTTLER est, par définition, un écran qui ne réfléchit pas la lumière et ne la transmet pas ; il peut être d'épaisseur finie, pourvu que les bords soient fins, assez fins par exemple pour définir un contour d'intégration.

L'écran de KOTTLER est "noir" au sens radiatif du mot : un corps noir absorbe les radiations en les piégeant. Il ne s'agit pas d'une absorption qui correspondrait à un indice de réfraction complexe du matériau de l'écran, ou à une constante diélectrique complexe. (Cf. KOTTLER 1965 et 1967).

3.9.4.2. Théories de l'écran idéal de SOMMERFELD

L'écran idéal de SOMMERFELD est, par définition, un écran infiniment mince, bien que parfaitement opaque, et parfaitement conducteur.

SOMMERFELD 1954 (§ 6.3) montre que, pour un tel conducteur parfait, la condition de conductivité σ infinie entraîne celle d'un indice de réfraction complexe dont la partie réelle est infinie, et la partie imaginaire égale à l'unité, de sorte que sa réflectance est aussi égale à l'unité. Toutefois, le matériau de l'écran n'est pas directement pris en considération puisque son épaisseur est supposée nulle, ou arbitrairement petite, dans l'écriture des équations de passage entre les milieux.

3.9.4.3. Cas de notre écran réel

La description et les propriétés de notre écran diffringent font l'objet des sections 5.2.6.1. et 5.2.6.2. L'écran est en acier ; il n'est ni noir, ni parfaitement réfléchissant. Sa conductivité est finie.

Il ne remplit pas les conditions de l'écran noir des théories scalaires ni celles de l'écran idéal de SOMMERFELD.

On peut donc s'attendre que, quelle que soit l'analyse théorique utilisée, si le modèle d'écran est idéalisé, il y ait des écarts systématiques entre les mesures expérimentales et les déterminations numériques résultant de cette analyse, si toutefois la précision expérimentale est suffisante pour détecter ces écarts.

Supposons par exemple que, au voisinage des bords diffringents, la lumière diffractée subisse un léger changement de chemin optique. Soient δ_H et $\delta_{H'}$, ce changement de chemin optique aux points H et H'.

Au lieu d'avoir la relation (3.65) :

$$HT - H'T = n\lambda$$

on a une relation du type :

$$HT - H'T + \delta_H - \delta_{H'} = n\lambda \quad (3.121)$$

Au point F, on a par symétrie $\delta_H = \delta_{H'}$, mais pour un point T quelconque, on a à priori $\delta_H \neq \delta_{H'}$.

Posons :

$$H_{\text{opt}}T = HT + \delta_H \quad \text{et} \quad H'_{\text{opt}}T = H'T + \delta_{H'} \quad (3.122)$$

la relation (3.121) s'écrit :

$$H_{\text{opt}}T - H'_{\text{opt}}T = n\lambda \quad (3.123)$$

Posons :

$$2e_{\text{opt}} = H_{\text{opt}} H'_{\text{opt}}$$

ce qui définit une largeur "optique" apparente de l'écran diffringent.

On voit alors que le fait de négliger les variations de chemin optique aux points H et H' conduit à une détermination de $2e_{\text{opt}}$ différente de la vraie valeur physique de la largeur $HH' = 2e$ de l'écran diffringent.

Remarque :

On sait que YOUNG 1802 ne propose pas de solution littérale analytique du problème de la diffraction par deux points sources. Cet auteur interprète ses mesures de l'interfrange de diffraction et d'interférence de la lumière par un écran à bords rectilignes et parallèles (un fil) à partir de déterminations numériques prenant en compte la longueur d'onde, le diamètre du fil et la distance du fil au point d'observation.

Il précise qu'il ne connaît pas suffisamment l'effet des bords diffringents pour développer une analyse mathématique du modèle.

3.9.4.4. Multidiffraction sur les bords de l'écran

MARCHAND et WOLF 1969 ont montré que la théorie complète de la diffraction par une ouverture de dimensions finies, dans un écran noir, doit tenir compte à priori, de la multidiffraction. On ne peut négliger les phénomènes de multidiffraction que si les dimensions de l'ouverture sont grandes par rapport à la longueur d'onde, et si les angles de diffraction sont petits.

Dans le cas de nos pupilles diffringentes en forme de segments de cercle (chapitre 2), nous avons admis que les bords circulaires ne reçoivent aucune lumière. Ceci est vrai pour la lumière incidente directe puisque le bord du diaphragme coïncide avec le premier anneau noir de la figure de diffraction du sténopé (voir section 5.2.7.). Mais, ces bords circulaires reçoivent un peu de lumière diffractée par les bords rectilignes, et ils la diffractent en diverses directions dont celle du point T du plan d'observation.

Les dimensions de nos pupilles diffringentes sont grandes par rapport à celle de la longueur d'onde, puisque les arcs de cercle correspondent à un rayon de courbure voisin de 6 cm, tandis que la flèche des cordes CD ou C'D' est voisine de 5 cm.

Les angles de diffraction restent inférieurs à $2,8^\circ$.

Toutefois, pour des expériences dont la précision expérimentale atteint $2 \cdot 10^{-4}$, le rôle de la multidiffraction peut ne pas être tout à fait négligeable.

MARCHAND et WOLF écrivent : (nous traduisons le texte anglais)

"Nous désirons insister sur le fait qu'il semble impossible de déterminer, en se fondant uniquement sur des bases théoriques, avec quelle précision la théorie proposée peut prédire la structure du champ diffracté. Il est hautement désirable de disposer de résultats expérimentaux - probablement plus faciles à obtenir dans le domaine des micro-ondes - afin de leur comparer les prédictions de la théorie... Des expériences de ce type sont aussi nécessaires pour tester la validité des théories usuelles de la diffraction par des ouvertures dans des écrans noirs même lorsque les dimensions linéaires sont grandes par rapport à la longueur d'onde".

3.10. CONCLUSION

La seule analyse mathématique pour laquelle nous avons pu expliciter entièrement une solution est celle de la théorie scalaire de l'écran noir, dans la représentation de MAGGI-RUBINOWICZ généralisée au cas d'ondes hétérogènes, c'est à dire la représentation B.D.W. . La solution asymptotique que nous proposons est développée jusqu'au troisième ordre (le chapitre 4 montrera que, dans le cas de la précision de nos expériences, cette limitation des développements est suffisante). Cette solution, permet en particulier de connaître, à partir de déterminations numériques de pas Δu arbitrairement petit, la position u_n des maximums (ou des minimums) d'intensité sur l'axe $\overrightarrow{u'Fu}$.

Dans l'hypothèse d'une amplitude lentement variable et d'angles de diffraction petits (dans nos expériences, ils restent inférieurs à $2,8$ degrés) nous avons montré que l'analyse de la B.D.W. peut être réduite à l'analyse mathématique plus simple du modèle de deux sources d'YOUNG situées en H et H' de la figure 2.1. du moins en ce qui concerne les abscisses des franges (équation 3.65)

$$HT - H'T = n\lambda$$

Lorsque la précision requise n'est que de 10^{-2} , la solution approchée de l'équation précédente s'écrit :

$$u_n = n \frac{\lambda b}{2e}$$

et elle définit l'interfrange traditionnel constant.

Lorsque la précision requise doit être meilleure que 10^{-3} , nous avons montré qu'il faut adopter :

- soit la solution exacte :

$$u_n = n \frac{\lambda b}{2e} \left[\left(\frac{e}{b} \right)^2 + \frac{1}{1 - n^2 \left(\frac{\lambda}{2e} \right)^2} \right]^{1/2}$$

- soit une solution asymptotique

$$u_n = n \frac{\lambda b}{2e} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{e}{b} \right)^2 + \frac{1}{2} n^2 \left(\frac{\lambda}{2e} \right)^2 \dots \right]$$

dont le nombre de termes correctifs est déterminé d'après le degré de précision requis. Cette forme montre que, pour le modèle des deux sources d'YOUNG, l'interfrange n'est pas constant car la répartition des franges u_n suit une loi approximativement parabolique, dépendant de l'ordre d'interférence n .

CHAPITRE IV
 DETERMINATION NUMERIQUE DE LA POSITION DES FRANGES INTERIEURES

4.1 DETERMINATION NUMERIQUE DE LA POSITION DES FRANGES DANS L'APPROXIMATION
 DES ANGLES DE DIFFRACTION PETITS

La position u_n d'une frange intérieure d'ordre n est donnée par la relation (3.67) :

$$u_n = n \frac{\lambda b}{2e} \left[\left(\frac{e}{b} \right)^2 + \frac{1}{1 - n^2 \left(\frac{\lambda}{2e} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (4.1)$$

Les calculs numériques s'effectuent sans difficulté particulière sur une calculatrice de poche.

Le tableau 4.1 rassemble les résultats numériques pour quatre exemples correspondant à des paramètres expérimentaux typiques.

Pour une longueur d'onde moyenne $\lambda = 0,487\ 986\ \mu\text{m}$ sont étudiées trois valeurs expérimentales de b voisines de 50 cm, 1 et 2 m (voir section 7.1). Puis, pour une longueur d'onde extrême, la plus intense, $\lambda = 0,514\ 527\ \mu\text{m}$ est étudiée une valeur expérimentale de b voisine de 1 m (voir section 7.2.5).

Dans ces exemples et dans tous les calculs de ce chapitre, $2e = 21\ 212\ \mu\text{m}$ (voir section 5.3.3.).

4.2 DETERMINATION NUMERIQUE DE LA POSITION DES FRANGES PAR LES EXTREMUMS DES
 COURBES D'INTENSITE

L'intensité est donnée par la relation (3.63) :

$$J(u) = 4 \left\{ \begin{array}{l} f_H^2 (g_R^2 + g_I^2) + f_{H'}^2 (g_R'^2 + g_I'^2) \\ + 2 f_H f_{H'} (g_R g_R' + g_I g_I') \cos k (L_H - L_{H'}) \\ + 2 f_H f_{H'} (g_R g_I' - g_R' g_I) \sin k (L_H - L_{H'}) \end{array} \right\} \quad (4.2)$$

Pour calculer avec exactitude les abscisses u_n des extrémums de l'intensité il faudrait déterminer les racines de la dérivée :

$$\frac{\partial J(u)}{\partial u} = 0$$

λ	b	n	u_n
0,487 986 μm	500 013,5 μm	1	11,51 μm
		50	575,27
		75	862,91
		200	2 301,12
		400	4 602,39
		600	6 903,95
		700	8 054,89
0,487 986 μm	1 000 027 μm	1	23,01 μm
		50	1 150,36
		75	1 725,54
		100	2 300,72
		200	4 601,47
		300	6 902,29
		400	9 203,23
0,487 986 μm	2 000 054 μm	1	46,01 μm
		50	2 300,61
		100	4 601,24
		150	6 901,88
		200	9 202,55
		250	11 503,26
0,514 527 μm	1 000 198 μm	1	14,26 μm
		50	1 213,13
		75	1 819,70
		100	2 426,26
		200	4 852,57
		300	7 278,97
		400	9 705,49

Tableau 4.1



mais on ne peut le faire directement. Aussi avons-nous adopté une technique indirecte, celle du calcul pas à pas de l'intensité au voisinage des valeurs présumées de u_n obtenues à partir de l'approximation de l'expression (4.1). La précision des résultats dépend du pas choisi. Dans tous les calculs de ce chapitre, le pas est de 0,01 μm , valeur très inférieure aux incertitudes expérimentales qui sont voisines du micromètre.

Les calculs ont été effectués sur l'ordinateur "IRIS 80" de l'Université de LILLE 1. Le nombre de chiffres disponibles en double précision est de 24. Toutefois, le nombre de chiffres significatifs du résultat final des calculs programmés dépend de l'optimisation du programme. Pour obtenir la précision maximale, il faut prendre certaines précautions : elles sont exposées dans la section suivante.

4.3 PRINCIPALES PRECAUTIONS DE CALCUL

4.3.1. Calcul de la borne d'intégration

Par définition : (3.51) et (3.52)

$$\ell_c = L_c - L_H = (SC + CT) - (SH + HT) \quad (4.3)$$

Or, la valeur numérique de ℓ_c est toujours petite par rapport à celle de L_c et L_H . Pour calculer avec précision cette différence entre deux grands nombres, nous appliquons la relation suivante, qui ne fait intervenir que des sommes, des produits ou des quotients.

$$\ell_c = \frac{SC^2 - SH^2}{SC + SH} + \frac{CT^2 - HT^2}{CT + HT} = y_c^2 \left(\frac{1}{SC + SH} + \frac{1}{CT + HT} \right) \quad (4.4)$$

Dans nos expériences, les valeurs de y_c sont respectivement égales à 60 mm et 75 mm.

Or, les méthodes d'intégration sont distinctes suivant que les valeurs de y_c sont inférieures à 3 mm, ou au contraire, supérieures à 10 mm. C'est pourquoi nous avons aussi étudié deux cas fictifs pour lesquels y_c est respectivement égal à 1 et 3 mm. En effet, pour ces dernières valeurs, nous disposerons de trois méthodes d'intégration, ce qui permettra des recoupements de calculs numériques (voir section 4.6).

Le tableau 4.2 rassemble, pour ces quatre valeurs de y_c , les calculs de ℓ_c ainsi que ceux de ℓ_c/λ et $k\ell_c$ qui serviront dans les sections suivantes.

y_c	l_c	l_c/λ	kl_c
1 mm	0,650 584 28 μm	1,333 202 8	8,376 760 0
3	5,855 249 3	11,999 81	75,390 721
75	3 655,486 2	7 490,965 3	47 067,123
60	2 405,968 4	4 679,078 0	29 380,665

Tableau 4.2



Pour $y_c = 75$ mm ainsi que pour les cas fictifs $y_c = 1$ ou 3 mm, les valeurs des paramètres sont ceux de la section 7.1 : $\lambda = 0,487\ 986\ \mu\text{m}$; $a = 10\ \text{ft}\ 10\ \text{in.}\ 11/16\ \text{in.} = 3\ 319\ 462,5\ \mu\text{m}$; $b = 1\ 000\ 027\ \mu\text{m}$. Pour $y_c = 60$ mm, les valeurs des paramètres sont ceux de la section 7.25 : $\lambda = 0,514\ 527\ \mu\text{m}$; $a = 296\ \text{cm}$; $b = 1\ 000\ 198\ \mu\text{m}$. On a toujours $2e = 21\ 212\ \mu\text{m}$. On a pris $u = 0$.

4.3.2. Calcul des lignes trigonométriques

Les lignes trigonométriques telles que $\cos k(L_H - L_{H'})$, $\sin k(L_H - L_{H'})$, $\cos k\ell_c$ et $\sin k\ell_c$, s'appliquent à des quantités pouvant atteindre plusieurs milliers de fois 2π .

Considérons par exemple le cas de $\ell_c/\lambda = 7\ 490,965\ 302\ 798$. Les lignes trigonométriques de l'angle $k\ell_c = 2\ \pi\ \ell_c/\lambda$ peuvent être calculées en ne considérant que la partie décimale de ℓ_c/λ . On obtient :

$$\cos(2\ \pi \times 0,965\ 302\ 798) = -0,216\ 286\ 13$$

$$\sin(2\ \pi \times 0,965\ 302\ 798) = 0,976\ 330\ 02.$$

Cela permet de gagner 4 chiffres significatifs sur le résultat final.

Nous avons toujours pris la précaution de réduire les angles à une valeur comprise entre 0 et 2π en appliquant la procédure suivante, non prévue par les procédures standard des lignes trigonométriques de l'ordinateur.

$$\begin{aligned} \cos 2\pi \left(\frac{\ell_c}{\lambda} - \text{partie entière de } \frac{\ell_c}{\lambda} \right) \\ \sin 2\pi \left(\frac{\ell_c}{\lambda} - \text{partie entière de } \frac{\ell_c}{\lambda} \right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

4.3.3. Calcul des intégrales J_n

4.3.3.1. Calcul des intégrales J_n par la relation (3.98)

Les intégrales J_n peuvent être calculées par la relation (3.98) :

$$J_n = 2\ \ell_c^n \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(ik)^p}{p!} \cdot \frac{\ell_c^p}{2p + 2n + 1} \quad (4.6)$$

Les termes de la somme peuvent se déduire les uns des autres en utilisant une relation de récurrence.

Posons :

$$\text{Pour } p = 0 \quad \ell_0^{(n)} = \frac{1}{2n + 1}$$

$$\text{Pour } p > 0 \quad \ell_p^{(n)} = i k \ell_c \frac{2p + 2n - 1}{p(2p + 2n + 1)} \ell_{p-1} \quad (4.7)$$

avec ces notations :

$$J_n = 2 \ell_c^n \sum_{p=0}^{\infty} \ell_p^{(n)} \quad (4.8)$$

Considérons d'abord le cas de $y_c = 1$ mm pour lequel $k\ell_c = 8,376\ 760$ (tableau 4.2).

Le tableau 4.3 rassemble les valeurs numériques des 35 premiers termes de la série. Les troisième et quatrième colonnes donnent les valeurs des sommes des termes impairs (partie imaginaire) et des termes pairs (partie réelle).

Pour $p = 7$, $\ell_p = -38,28$. La somme finale des termes impairs est 0,243... . On voit qu'il y a perte de deux chiffres significatifs. Toutefois, le nombre de chiffres significatifs des résultats finaux est suffisant pour la suite de nos calculs.

Considérons ensuite le cas de $y_c = 3$ mm pour lequel $k\ell_c = 75,390\ 721$ (tableau 4.2).

Le tableau 4.4 rassemble les valeurs numériques des 80 premiers termes de la série.

Pour $p = 0$, $\ell_0 = 1$ et pour $p = 1$, $\ell_1 = 25,1$;

...

Pour $p = 73$, $\ell_{73} = 1,68 \cdot 10^{29}$ et pour $p = 74$, $\ell_{74} = -1,69 \cdot 10^{29}$.

On constate que les 24 chiffres de l'ordinateur ne permettent pas d'effectuer la somme. Il en est de même à fortiori dans les cas expérimentaux où $y_c = 75$ mm avec $k\ell_c = 47\ 067,123$ et $y_c = 60$ mm avec $k\ell_c = 29\ 380,665$.

La méthode d'intégration correspondant à l'expression (3.99) n'a donc aucune utilité pour la détermination numérique de la position des franges dans le cas des valeurs expérimentales du paramètre y_c . Toutefois, dans le cas de valeurs fictives de y_c telle que 1 mm, elle permettra des recoupements avec d'autres méthodes d'intégration (section 4.6). La section suivante développe l'une de ces dernières.

P	termes de la série t_p	somme des imaginaires	somme des réels
0	1		1
1	2,79 i	2,79	
2	- 7,02		- 6,02
3	- 14,00 i	- 11,20	
4	22,80		16,78
5	31,25 i	20,04	
6	- 36,91		- 20,13
7	- 38,28 i	- 18,24	
8	35,37		15,24
9	29,46 i	11,22	
10	- 22,32		- 7,09
11	- 15,52 i	- 4,31	
12	9,97		2,88
13	5,95 i	1,64	
14	- 3,31		- 0,43
15	- 1,73 i	- 0,09	
16	0,85		0,42
17	0,40 i	0,31	
18	- 0,17		0,24
19	- 0,07 i	0,23	
20	0,03		0,27
..
27	- 1,40 10^{-5} i	0,243 082 09	
28	4,04 10^{-6}		0,269 433 32
29	1,13 10^{-6} i	0,243 083 22	
30	- 3,04 10^{-7}		0,269 433 02
31	- 7,96 10^{-8} i	0,243 083 14	
32	2,02 10^{-8}		0,269 433 04
33	4,97 10^{-9} i	0,243 083 15	
34	- 1,19 10^{-9}		0,269 433 04
35	- 2,77 10^{-10} i	0,243 083 15	

Tableau 4.3

$$n = 0 ; y_c = 1 \text{ mm} ; k l_c = 8,38$$



p	ξ_p
0	1
1	2,51 10^1
2	- 5,68 10^2
3	- 1,02 10^4
4	1,50 10^5
5	1,85 10^6
...
10	- 7,78 10^{10}
...
20	3,53 10^{17}
...
30	- 1,29 10^{22}
...
40	1,87 10^{25}
...
50	- 2,39 10^{27}
...
60	4,33 10^{28}
...
70	- 1,53 10^{29}
71	- 1,60 10^{29}
72	1,65 10^{29}
73	1,68 10^{29}
74	- 1,69 10^{29}
75	- 1,68 10^{29}
76	1,64 10^{29}
77	1,59 10^{29}
78	- 1,52 10^{29}
79	- 1,43 10^{29}
80	1,33 10^{29}

Tableau 4.4

$n = 0$; $y_c = 3 \text{ mm}$; $kl_c = 75,39$.



4.3.3.2. Calcul des intégrales J_n par la relation (3.103)

Les intégrales J_n peuvent encore être calculées par la relation (3.103)

$$J_n = J_0 \frac{(2n)!}{2^{2n}(n)!} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} (-1)^k e^{-ikl_c} \left[\frac{d^p l^{n-1/2}}{dl^p} \right]_{l=l_c} \quad (4.9)$$

Dans cette expression figurent les intégrales de FRESNEL J_0 . Leur détermination numérique fera l'objet de la section suivante.

Les termes de la somme peuvent se déduire les uns des autres par une relation de récurrence.

Posons :

$$\text{Pour } p = 0 \quad S_0(n) = 1$$

$$\text{Pour } p > 0 \quad S_p(n) = \frac{i}{kl_c} \left(n - p + \frac{1}{2} \right) S_{p-1}(n)$$

avec ces notations et pour $n \geq 1$

$$J_n = J_0 \frac{(2n)!}{2^{2n}(n)!} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} (-1)^k e^{-ikl_c} \cdot \frac{i l_c^{n-1/2}}{k} S_p(n) \quad (4.10)$$

On trouve par exemple pour $kl_c = 47\,067,123$:

$$\text{pour } n = 1 \quad S_0 = 1$$

$$\text{pour } n = 2 \quad \begin{cases} S_0 = 1 \\ S_1 = 3,186\,937\,9 \cdot 10^{-5} i \end{cases}$$

$$\text{pour } n = 3 \quad \begin{cases} S_0 = 1 \quad \text{et} \quad S_2 = -1,69 \cdot 10^{-9} \\ S_1 = 5,311\,563\,2 \cdot 10^{-5} i \end{cases} \quad \text{d'où } \sum \text{ pair} \approx 1$$

4.3.4. Calcul des intégrales de FRESNEL

Dans l'expression (3.100) de J_0 :

$$J_0 = \lambda^{1/2} [C(kl_c) + i S(kl_c)]$$

les intégrales de FRESNEL sont définies par les relations (3.99). On peut encore écrire :

$$C(x) - i S(x) = f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{e^{-it}}{\sqrt{t}} dt \quad (4.11)$$

On obtient :

$$f(x) = \sqrt{\frac{2x}{\pi}} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-ix)^r}{r!(2r+1)} \quad (4.12)$$

Posons :

$$2j = r ; \quad c_j = \frac{(-ix)^{2j}}{(2j)!(4j+1)} \quad \text{et} \quad s_j = \frac{(-ix)^{2j}}{(2j+1)!(4j+3)}$$

Avec ces notations, l'expression (4.11) s'écrit :

$$C(x) = \sqrt{\frac{2x}{\pi}} \sum_{j=0}^{\infty} c_j \quad \text{et} \quad S(x) = x \sqrt{\frac{2x}{\pi}} \sum_{j=0}^{\infty} s_j \quad (4.13)$$

Les termes de ces sommes peuvent se déduire les uns des autres par des relations de récurrence. En effet, on a :

pour $j = 0$, $c_0 = 1$ et $s_0 = 1/3$;

$$\text{pour } j > 0, \quad \left\{ \begin{array}{l} c_j = -c_{j-1} \frac{4j-3}{2j(2j-1)(4j+1)} x^2 \\ s_j = -s_{j-1} \frac{4j-1}{2j(2j+1)(4j+3)} x^2 \end{array} \right. \quad (4.14)$$

Toutefois, le calcul de $f(x)$ par l'expression (4.12) est limité par le nombre de chiffres significatifs de l'ordinateur, dès que x devient supérieur à quelques unités.

Pour les grandes valeurs de x , nous avons utilisé les relations établies en 1966 par HANGELBROEK.

En écrivant l'équation qui définit les intégrales de FRESNEL sous la forme :

$$f(x) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-it}}{\sqrt{2\pi t}} dt - \int_x^{\infty} \frac{e^{-it}}{\sqrt{2\pi t}} dt$$

cet auteur obtient l'expression suivante, valable seulement pour $x > 5$:

$$f(x) = \frac{1-i}{2} + i \frac{e^{-ix}}{\sqrt{2\pi x}} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\Gamma(r+\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2})} \left(\frac{i}{x}\right)^r \quad (4.15)$$

elle peut encore s'écrire :

$$f(x) = \frac{1-i}{2} + i \frac{\cos x - i \sin x}{\sqrt{2\pi x}} \sum_{r=0}^{\infty} 1.3.5... (2r-3)(2r-1) \left(\frac{i}{2x}\right)^r \quad (4.16)$$

Pour exprimer plus commodément cette dernière expression, posons :

$$m_j = (1) \cdot (3) \cdot (5) \dots (4j-3)(4j-1) \left(\frac{i}{2x}\right)^{2j}$$

$$n_j = (1) \cdot (3) \cdot (5) \dots (4j-1)(4j+1) \left(\frac{i}{2x}\right)^{2j}$$

avec ces notations, la relation (4.16) s'écrit :

$$C(x) = \frac{1}{2} + \frac{\sin x}{\sqrt{2\pi x}} \sum_{j=0}^{\infty} m_j - \frac{\cos x}{2x\sqrt{2\pi x}} \sum_{j=0}^{\infty} n_j$$

$$S(x) = \frac{1}{2} - \frac{\cos x}{\sqrt{2\pi x}} \sum_{j=0}^{\infty} m_j - \frac{\sin x}{2x\sqrt{2\pi x}} \sum_{j=0}^{\infty} n_j \quad (4.17)$$

Les termes des sommes peuvent être déduits les uns des autres en utilisant des relations de récurrence :

Pour $j = 0$, $m_0 = 1$

$$\text{Pour } j > 0, \begin{cases} m_j = -m_{j-1} (4j-3)(4j-1) \frac{1}{4x^2} \\ n_j = m_j (4j+1) \end{cases} \quad (4.18)$$

L'auteur donne, pour ces développements, une précision de $2 \cdot 10^{-9}$. Le calcul des intégrales de FRESNEL par les expressions (4.17) limite donc à 9 le nombre de chiffres significatifs des résultats correspondants, et cela indépendamment du nombre supérieur de chiffres mis en service par l'ordinateur.

Lorsque les valeurs numériques de $x = kl_c$ sont trop petites, les séries des expressions (4.17) divergent. Mais, dans la pratique, nous n'avons eu à utiliser ces relations que pour $x > 25$. Le calcul des termes des séries a été interrompu lorsque leur valeur numérique devenait inférieure à 10^{-10} .

Les tableaux 4.5 et 4.6 donnent quelques exemples de valeurs d'intégrales de FRESNEL $C(kl_c)$ et $S(kl_c)$ calculées par cette dernière méthode.

u	0
l_c	3,655 486 2 10^3 μm
γ'_o	1,516 635 2 10^{-7}
γ''_o	- 6,642 625 9 10^{-14}
γ'''_o	6,792 196 0 10^{-20}
F'_o	- 9,214 096 9 10^{-9}
F''_o	1,638 944 9 10^{-16}
F'''_o	- 4,371 026 9 10^{-24}
Γ'_o	- 4,720 781 7 10^{-3}
Γ''_o	7,743 957 4 10^{-5}
Γ'''_o	- 2,267 465 8 10^{-6}
$k^{-1}\Gamma'_o$	- 3,666 413 2 10^{-4}
$k^{-2}\Gamma''_o$	4,671 086 9 10^{-7}
$k^{-3}\Gamma'''_o$	1,062 241 4 10^{-9}
\mathcal{M}	4,999 995 6 10^{-1}
\mathcal{N}	2,749 798 3 10^{-4}
$C(kl_c)$	0,499 602 26
$S(kl_c)$	0,498 204 66
$\lambda^{1/2}(\mathcal{M}C - \mathcal{N}S)$	1,745 966 1 10^{-1}
$\lambda^{1/2}(\mathcal{M}S + \mathcal{N}C)$	1,739 167 9 10^{-1}

Tableau 4.5



u	+ 10 353,75 μm	- 10 353,75 μm
l_c	3,655 643 6 $10^3 \mu\text{m}$	3,655 028 8 $10^3 \mu\text{m}$
γ'_0	1,516 753 1 10^{-7}	1,516 292 5 10^{-7}
γ''_0	- 6,643 551 2 10^{-14}	- 6,639 937 3 10^{-14}
γ'''_0	6,793 393 8 10^{-20}	6,788 715 7 10^{-20}
F'_0	- 1,427 997 8 10^{-7}	- 3,226 351 4 10^{-9}
F''_0	4,069 103 1 10^{-14}	1,879 646 2 10^{-17}
F'''_0	- 1,739 243 4 10^{-20}	- 1,636 618 1 10^{-25}
Γ'_0	- 7,316 156 1 10^{-2}	- 1,653 108 8 10^{-3}
Γ''_0	1,922 570 9 10^{-2}	8,882 481 3 10^{-6}
Γ'''_0	- 9,021 795 9 10^{-3}	- 8,491 777 2 10^{-8}
$k^{-1}\Gamma'_0$	- 5,682 120 7 10^{-3}	- 1,283 893 3 10^{-4}
$k^{-2}\Gamma''_0$	1,159 677 8 10^{-4}	5,357 834 4 10^{-8}
$k^{-3}\Gamma'''_0$	- 4,226 447 5 10^{-6}	- 3,978 149 3 10^{-11}
\mathcal{M}	0,499 891 28	0,499 999 95
\mathcal{N}	- 4,256 967 9 10^{-3}	- 9,629 195 6 10^{-5}
$C(kl_c)$	0,501 787 04	0,500 320 68
$S(kl_c)$	0,500 433 35	0,498 189 19
$\lambda^{1/2}(\mathcal{M}C - \mathcal{N}S)$	1,767 142 2 10^{-1}	1,747 854 9 10^{-1}
$\lambda^{1/2}(\mathcal{M}S + \mathcal{N}C)$	1,732 611 5 10^{-1}	1,739 738 4 10^{-1}

Tableau 4.6



4.3.5. Calcul de l'amplitude en fonction des intégrales de FRESNEL

L'amplitude G est donnée par l'expression (3.109)

$$= 2f_H e^{ikL_H} \chi \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{J}_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{i}{k}\right)^n \frac{(2n+1)!}{2^{2n+1} (n!)^2} \left[\frac{d^n \Gamma(\ell)}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \\ + e^{ikl_c} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma(\ell)}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \sum_{p=n}^{\infty} \left(\frac{i}{k}\right)^{p+1} \left[\frac{d^p \ell^{n-1/2}}{d\ell^p} \right]_{\ell=l_c} \\ - \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{\chi} \left(\frac{i}{k}\right)^{p+1} \left[\frac{d^{p+1} Y}{d\ell^{p+1}} \right]_{\ell=l_c} \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (4.19)$$

ce qui peut encore s'écrire, d'après (3.57) et (3.58) :

$$G = 2 f_H e^{ikL_H} (g_R + i g_I) \quad (4.20)$$

Afin de séparer les parties réelles et imaginaires des coefficients de \mathcal{J}_0 et de e^{ikl_c} , posons :

$$\mathcal{M} + i \mathcal{N} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{i}{k}\right)^n \frac{(2n+1)!}{2^{2n+1} (n!)^2} \left[\frac{d^n \Gamma(\ell)}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \quad (4.21)$$

$$\mathcal{P} + i\mathcal{Q} = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma(\ell)}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \sum_{p=n}^{\infty} \left(\frac{i}{k}\right)^{p+1} \left[\frac{d^p \ell^{n-1/2}}{d\ell^p} \right]_{\ell=l_c} \\ - \frac{1}{\chi} \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{i}{k}\right)^{p+1} \left[\frac{d^{p+1} Y}{d\ell^{p+1}} \right]_{\ell=l_c} \end{array} \right\} \quad (4.22)$$

avec ces notations, G s'écrit :

$$G = 2 f_H e^{ikL_H} \chi \left[\mathcal{J}_0 (\mathcal{M} + i\mathcal{N}) + e^{ikl_c} (\mathcal{P} + i\mathcal{Q}) \right] \quad (4.23)$$

ce qui donne pour g_R et g_I :

$$g_R = \chi \left\{ \lambda^{1/2} [\mathcal{M} C(kl_c) - \mathcal{N} S(kl_c)] + \mathcal{P} \cos kl_c - \mathcal{Q} \sin kl_c \right\} \quad (4.24)$$

$$g_I = \chi \left\{ \lambda^{1/2} [\mathcal{M}S(kl_c) + \mathcal{N}C(kl_c)] + \mathcal{P} \sin kl_c + \mathcal{Q} \cos kl_c \right\} \quad (4.25)$$

Le calcul de \mathcal{M} , \mathcal{N} , \mathcal{P} , \mathcal{Q} fait l'objet des sections suivantes.

4.3.5.1. Calculs de \mathcal{M} et \mathcal{N}

Les termes de la somme de la relation (4.21) se déduisent les uns des autres par une relation de récurrence. Posons :

$$\text{Pour } n = 0, \quad \mathcal{R}_0 = 1/2$$

$$\text{Pour } n > 0, \quad \mathcal{R}_n = \frac{2n+1}{2n} \mathcal{R}_{n-1}$$

avec ces notations :

$$\mathcal{M} + i \mathcal{N} = \sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{R}_n \left(\frac{i}{k}\right)^n \left[\frac{d^n \Gamma(\ell)}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \quad (4.27)$$

On obtient :

$$\mathcal{M} = \frac{1}{2} + \frac{15}{16} \cdot \frac{\Gamma_0''}{k^2} \dots$$

$$\mathcal{N} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\Gamma_0'}{k} - \frac{35}{32} \cdot \frac{\Gamma_0'''}{k^3} \dots$$

Le calcul numérique des dérivées de $\Gamma(\ell)$ ne présente pas de difficultés. L'exemple numérique traité dans ce qui suit correspond aux paramètres expérimentaux suivants :

$$2e = 21\,212 \text{ } \mu\text{m}$$

$$a = 10 \text{ ft } 10 \text{ in. } 11/16 \text{ in. } = 3\,319\,462,5 \text{ } \mu\text{m}$$

$$b = 1\,000\,027 \text{ } \mu\text{m} ; \lambda = 0,487\,986 \text{ } \mu\text{m} ; y_c = 75 \text{ mm}$$

Nous avons étudié le cas de la frange centrale d'ordre 0 pour laquelle $u = 0$ et celui d'une frange voisine de la limite de l'ombre géométrique, par exemple la frange d'ordre $n = 450$ pour laquelle $u = 10\,353,75 \text{ } \mu\text{m}$.

Les tableaux 4.5 et 4.6 rassemblent les résultats numériques des principales étapes de calcul aboutissant aux valeurs de \mathcal{M} et \mathcal{N} .

Nous avons aussi traité le cas de $-u = -10\,353,75 \text{ } \mu\text{m}$ de façon à pouvoir déterminer $\mathcal{M}'(u) = \mathcal{M}(-u)$ et $\mathcal{N}'(u) = \mathcal{N}(-u)$.

Nous avons indiqué les valeurs des expressions :

$$\lambda^{1/2} [\mathcal{M}C(k\ell_c) - \mathcal{N}S(k\ell_c)]$$

$$\lambda^{1/2} [\mathcal{M}S(k\ell_c) + \mathcal{N}C(k\ell_c)]$$

qui servent au calcul numérique de g_r et g_i .

4.3.5.2. Calculs de \mathcal{P} et \mathcal{Q}

Les termes de la somme de la relation (4.22) se déduisent les uns des autres par une relation de récurrence :

Posons :

$$\text{Pour } p = 0, S_0 = i$$

$$\text{Pour } p > 0, S_p = i S_{p-1} (n - p + \frac{1}{2}) \frac{1}{k\ell_c}$$

Avec ces notations :

$$\sum_{p=n}^{\infty} \left(\frac{i}{k}\right)^{p+1} \left[\frac{d^p \ell^{n-1/2}}{d\ell^p} \right]_{\ell=\ell_c} = \frac{\ell_c^{n-1/2}}{k} \sum_{p=n}^{\infty} (S_p)_n$$

et l'expression (4.22) s'écrit :

$$\mathcal{P} + i \mathcal{Q} = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n + 1/2}{n!} \left[\frac{d^n \Gamma}{d\ell^n} \right]_{\ell=0} \frac{\ell_c^{n-1/2}}{k} \sum_{p=n}^{\infty} S_p \\ - \chi^{-1} \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{i}{k}\right)^{p+1} \left[\frac{d^{p+1} Y}{d\ell^{p+1}} \right]_{\ell=\ell_c} \end{array} \right\} \quad (4.28)$$

Le tableau 4.7 rassemble, pour $u = 0$, les valeurs des premiers termes $(S_p)_n$. En bas de chaque colonne sont indiquées la somme $(\sum \mathcal{P})_n$ des termes impairs réels et la somme $(\sum \mathcal{Q})_n$ des termes pairs imaginaires.

Le tableau 4.8 rassemble, pour $u = + 10\,353,75 \mu\text{m}$ et $- 10\,353,75 \mu\text{m}$ les valeurs des sommes $(\sum \mathcal{P})_n$ et $(\sum \mathcal{Q})_n$ pour différentes valeurs de n .

P	$(S_p)_{n=0}$	$(S_p)_{n=1}$	$(S_p)_{n=2}$	$(S_p)_{n=3}$
0	i			
1	$1,062\ 313\ 10^{-5}$	$- 1,062\ 313\ 10^{-5}$		
2	$- 3,4\ 10^{-10}i$	$1,128\ 508\ 10^{-10}i$	$- 3,385\ 524\ 10^{-10}i$	
3	$- 1,8\ 10^{-14}$	$3,6\ 10^{-15}$	$- 3,596\ 485\ 10^{-15}$	$1,798\ 243\ 10^{-14}$
4	$1,3\ 10^{-18}i$	$- 1,9\ 10^{-19}i$	$1,1\ 10^{-19}i$	$- 1,910\ 296\ 10^{-19}i$
5	$1,3\ 10^{-22}$	$- 1,4\ 10^{-23}$	$6,1\ 10^{-24}$	$- 6,1\ 10^{-24}$
6	$- 1,5\ 10^{-26}i$	$1,4\ 10^{-27}i$	$- 4,5\ 10^{-28}i$	$3,2\ 10^{-28}i$
(ΣP_n)	$1,062\ 313\ 10^{-5}$	$- 1,062\ 313\ 10^{-5}$	$- 3,596\ 485\ 10^{-15}$	$1,798\ 243\ 10^{-14}$
(ΣQ_n)	i	$1,128\ 508\ 10^{-10}$	$- 3,385\ 524\ 10^{-10}$	$- 1,910\ 296\ 10^{-19}$

Tableau 4.7 u=0

u	+ 10 353,75 μm	- 10 353,75 μm
ΣP_0	$1,062\ 266\ 9\ 10^{-5}$	$1,062\ 445\ 6\ 10^{-5}$
ΣP_1	$- 1,062\ 266\ 9\ 10^{-5}$	$- 1,062\ 445\ 6\ 10^{-5}$
ΣP_2	$- 3,596\ 020\ 9\ 10^{-15}$	$- 3,597\ 835\ 9\ 10^{-15}$
ΣP_3	$1,798\ 010\ 4\ 10^{-14}$	$1,798\ 918\ 0\ 10^{-14}$
ΣQ_0	1	1
ΣQ_1	$1,128\ 411\ 10^{-10}$	$1,128\ 790\ 6\ 10^{-10}$
ΣQ_2	$- 3,385\ 232\ 9\ 10^{-10}$	$- 3,386\ 371\ 9\ 10^{-10}$
ΣQ_3	$- 1,909\ 967\ 0\ 10^{-19}$	$- 1,911\ 252\ 5\ 10^{-19}$

Tableau 4.8



On obtient :

$$\mathcal{P} = \left\{ \begin{array}{l} k^{-1} \ell_c^{-1/2} \left[\frac{1}{2} \Sigma_{p0} + \frac{3}{2} \ell_c \Gamma'_o \Sigma_{p1} + \frac{5}{4} \ell_c^2 \Gamma''_o \Sigma_{p2} + \frac{7}{12} \ell_c^3 \Gamma'''_o \Sigma_{p3} + \dots \right] \\ + \chi^{-1} k^{-2} Y''_c - \dots \end{array} \right\}$$

$$\mathcal{Q} = \left\{ \begin{array}{l} k^{-1} \ell_c^{-1/2} \left[\frac{1}{2} \Sigma_{q0} + \frac{3}{2} \ell_c \Gamma'_o \Sigma_{q1} + \frac{5}{4} \ell_c^2 \Gamma''_o \Sigma_{q2} + \frac{7}{12} \ell_c^3 \Gamma'''_o \Sigma_{q3} + \dots \right] \\ + \chi^{-1} k^{-3} Y'''_c - \dots \end{array} \right\}$$

On a tenu compte de $Y'_c = 0$

Le calcul numérique des dérivées de Y ne présente pas de difficultés.

Les tableaux 4.9 et 4.10 rassemblent les résultats numériques des principales étapes de calcul aboutissant aux valeurs de \mathcal{P} et \mathcal{Q} respectivement pour $u = 0$ et $u = 10\,353,75 \mu\text{m}$. Nous avons aussi traité le cas de $-u = -10\,375,75 \mu\text{m}$ de façon à pouvoir déterminer $\mathcal{P}'(u) = \mathcal{P}(-u)$ et $\mathcal{Q}'(u) = \mathcal{Q}(-u)$.

Nous indiquons les valeurs des expressions :

$$\begin{aligned} \mathcal{P} \cos kl_c - \mathcal{Q} \sin kl_c \\ \mathcal{P} \sin kl_c + \mathcal{Q} \cos kl_c \end{aligned}$$

qui servent au calcul numérique de g_r et g_i .

4.3.6. Calcul de l'intensité. Normalisation

L'ensemble des tableaux 4.5 à 4.10 montre que, dans les divers développements limités, si on s'arrête au troisième ordre, on obtient un nombre de chiffres significatifs égal et souvent très supérieur à six, ce qui est largement suffisant pour le calcul de l'intensité lumineuse.

Dans l'expression de $\mathcal{J}(u)$ interviennent les facteurs :

$$f_H(y_c, u) = f_{aH}(y_c) \cdot f_{dH}(y_c, u) \cdot f_{iH}(y_c, u)$$

Or, le facteur d'amplitude f_a ne dépend pas de u : pour une valeur donnée de y_c , il est constant.

D'autre part, il est commode de normaliser les intensités en posant :

$$I(u) = \frac{\mathcal{J}(u)}{\mathcal{J}(u=0)} \quad (4.28)$$

$1/2 \Sigma P_0$	5,311 563 0 10^{-6}
$3/2 1_c \Gamma'_o \Sigma P_1$	2,749 809 8 10^{-4}
$5/4 1_c^2 \Gamma''_o \Sigma P_2$	- 4,652 019 9 10^{-12}
$7/12 1_c^3 \Gamma'''_o \Sigma P_3$	- 1,161 826 5 10^{-9}
$k^{-1} 1_c^{-1/2} (\frac{1}{2} \Sigma P_0 + \dots)$	3,600 515 3 10^{-7}
$\chi^{-1} k^{-2} Y''_c$	1,095 787 2 10^{-10}
P	3,599 419 6 10^{-7}
$1/2 \Sigma Q_0$	0,5
$3/2 1_c \Gamma'_o \Sigma Q_1$	- 2,921 157 7 10^{-9}
$5/4 1_c^2 \Gamma''_o \Sigma Q_2$	- 4,379 143 9 10^{-7}
$7/12 1_c^3 \Gamma'''_o \Sigma Q_3$	1,234 223 0 10^{-14}
$k^{-1} 1_c^{-1/2} (\frac{1}{2} \Sigma Q_0 + \dots)$	6,422 802 1 10^{-4}
$\chi^{-1} k^{-3} Y'''_c$	1,146 639 6 10^{-14}
Q	6,422 802 1 10^{-4}
$\cos kl_c$	0,976 330 02
$\sin kl_c$	- 0,216 286 13
P cos - Q sin	1,392 677 2 10^{-4}
P sin + Q cos	6,269 996 0 10^{-4}
g_r	2,166 358 2 10^2
g_i	2,163 976 7 10^2

Tableau 4.9 $u=0$ 

u	+ 10 353,75 μm	- 10 353,75 μm
$1/2 \Sigma P_0$	5,311 334 5 10^{-6}	5,312 228 0 10^{-6}
$3/2 1_c \Gamma'_o \Sigma P_1$	4,261 590 5 10^{-3}	9,629 199 9 10^{-5}
$5/4 1_c^2 \Gamma''_o \Sigma P_2$	- 1,154 894 4 10^{-9}	- 5,336 632 2 10^{-13}
$7/12 1_c^3 \Gamma'''_o \Sigma P_3$	- 4,622 676 9 10^{-6}	- 4,351 101 0 10^{-11}
$k^{-1} 1_c^{-1/2} (\frac{1}{2} \Sigma P_0 + \dots)$	5,475 040 6 10^{-6}	1,305 249 9 10^{-7}
$\chi^{-1} k^{-2} Y''_c$	- 6,964 856 7 10^{-12}	- 3,226 730 9 10^{-10}
P	5,475 033 7 10^{-6}	1,302 023 2 10^{-7}
$1/2 \Sigma Q_0$	0,5	0,5
$3/2 1_c \Gamma'_o \Sigma Q_1$	- 4,526 946 7 10^{-8}	- 1,023 050 1 10^{-9}
$5/4 1_c^2 \Gamma''_o \Sigma Q_2$	- 1,087 198 0 10^{-4}	- 5,022 969 9 10^{-8}
$7/12 1_c^3 \Gamma'''_o \Sigma Q_3$	4,910 516 8 10^{-11}	4,622 808 1 10^{-16}
$k^{-1} 1_c^{-1/2} (\frac{1}{2} \Sigma Q_0 + \dots)$	6,421 272 4 10^{-4}	6,423 209 0 10^{-4}
$\chi^{-1} k^{-3} Y'''_c$	7,342 156 2 10^{-16}	3,324 570 8 10^{-14}
Q	6,421 272 4 10^{-4}	6,423 209 0 10^{-4}
$\cos kl_c$	- 0,235 675 21	0,984 676 42
$\sin kl_c$	0,971 831 88	0,174 391 39
P \cos - Q \sin	- 6,253 300 5 10^{-4}	- 1,118 870 3 10^{-4}
P \sin + Q \cos	- 1,460 126 6 10^{-4}	6,325 009 5 10^{-4}
g_r	2,183 085 5 10^2	2,165 722 0 10^2
g_i	2,146 218 1 10^2	2,164 888 0 10^2

Tableau 4.10



Dans ce rapport, le facteur d'amplitude agit comme une constante qui peut être omise.

Posons :

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_R(u) &= f_{dH}(u) \cdot f_{iH}(u) g_R(u) \\ \mathcal{H}_I(u) &= f_{dH}(u) \cdot f_{iH}(u) g_I(u) \\ \mathcal{H}'_R(u) &= \mathcal{H}'_R(-u) \quad \text{et} \quad \mathcal{H}'_I(u) = \mathcal{H}'_I(-u)\end{aligned}\tag{4.29}$$

avec ces notations, l'expression (4.28) s'écrit :

$$I(u) = \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{H}_R^2 + \mathcal{H}_I^2 + \mathcal{H}'_R{}^2 + \mathcal{H}'_I{}^2 \\ + 2 (\mathcal{H}_R \mathcal{H}'_R + \mathcal{H}_I \mathcal{H}'_I) \cos k(L_H - L_{H'}) \\ + 2 (\mathcal{H}_R \mathcal{H}'_I - \mathcal{H}'_R \mathcal{H}_I) \sin k(L_H - L_{H'}) \end{array} \right\} \frac{1}{4} (\mathcal{H}_{R0}^2 + \mathcal{H}_{I0}^2)^{-1}\tag{4.30}$$

Le tableau 4.11 rassemble les ultimes étapes de calcul aboutissant à la valeur de l'intensité normalisée $I(u)$ pour $u = 10\,353,75 \mu\text{m}$,

4.4. RESULTATS DES CALCULS D'INTENSITE

Les tableaux 4.12 à 4.15 rassemblent les valeurs calculées des positions u_n des franges d'ordre n d'après les maximums de l'intensité. La comparaison des résultats de ces tableaux avec ceux du tableau 4.1 montre que l'expression simple (4.1) - dans laquelle, soulignons-le, ne figurent pas les paramètres a et y_c - rend compte correctement de la position u_n des franges, à mieux de $0,01 \mu\text{m}$ près.

Il semble donc que l'influence de ces deux paramètres sur la position u_n des franges, soit négligeable. Son étude fait l'objet des sections suivantes.

4.4.1. Influence du paramètre a sur la position des franges

Nous avons pu vérifier qu'une variation d'environ 1 % du paramètre a ne modifie pas la position des franges. La comparaison des tableaux 4.13 et 4.16 pour lesquels respectivement $a = 332 \text{ cm}$ et 334 cm , montre que, si les intensités des franges varient, leurs positions restent identiques.

H_{r0}	9,457 046 7 10^{-9}
$-H_{i0}$	9,446 650 4 10^{-9}
$H_r(u)$	3,815 364 1 10^{-8}
$H_i(u)$	3,750 931 2 10^{-8}
$H'_r(u)$	5,401 268 8 10^{-9}
$H'_i(u)$	5,399 188 8 10^{-9}
$\cos k(L_H - L_{H'})$	0,999 999 99
$\sin k(L_H - L_{H'})$	2,204 597 7 10^{-5}
$J(u)/J_0$	5,230 405 8

$$u = 10\,353,75 \mu\text{m}$$

Tableau 4.11



n	u	$J(u)/J_0$
1	11,50 μm	0,999 999 5
	11,51	1,000 000 3
	11,52	0,999 986 1
50	575,26	1,004 442 8
	575,27	1,004 457 6
	575,28	1,004 457 5
75	862,90	1,010 062 9
	862,91	1,010 075 0
	862,92	1,010 072 2
200	2 301,11	1,075 082 9
	2 301,12	1,075 094 5
	2 301,13	1,075 090 7
400	4 602,38	1,359 129 6
	4 602,39	1,359 140 3
	4 602,40	1,359 133 6
600	6 903,94	2,162 996 0
	6 903,95	2,163 011 2
	6 903,96	2,163 004 6
700	8 054,88	3,139 922 5
	8 054,89	3,139 929 5
	8 054,90	3,139 910 0



$y_c = 75 \text{ mm}$; $\lambda = 0,487 986 \mu\text{m}$; $b = 500 013,5 \mu\text{m}$;
 $a = 10 \text{ ft } 10 \text{ in } 11/16 \text{ in} = 3 319 462,5 \mu\text{m}$

Tableau 4.12

n	u	$J(u)/J_0$
1	23,00 μm	1,000 004 6
	23,01	1,000 005 4
	23,02	1,000 002 5
50	1 150,35	1,014 040 9
	1 150,36	1,014 041 2
	1 150,37	1,014 037 7
75	1 725,53	1,032 012 7
	1 725,54	1,032 012 8
	1 725,55	1,032 009 0
100	2 300,71	1,057 986 7
	2 300,72	1,057 987 2
	2 300,73	1,057 983 8
200	4 601,46	1,265 774 4
	4 601,47	1,265 776 0
	4 601,48	1,265 773 5
300	6 902,28	1,778 353 8
	6 902,29	1,778 358 5
	6 902,30	1,778 358 3
400	9 203,22	3,242 516 5
	9 203,23	3,242 519 8
	9 203,24	3,242 516 4
450	10 353,74	5,230 401 5
	10 353,75	5,230 405 8
	10 353,76	5,230 401 6

$y_c = 75 \text{ mm}$; $\lambda = 0,487 986 \mu\text{m}$; $b = 1 000 027 \mu\text{m}$;
 $a = 3 319 462,5 \mu\text{m}$.

Tableau 4.13



n	u	$J(u)/J_0$
1	46,00 μm	1,000 014 0
	46,01	1,000 014 6
	46,02	1,000 014 4
50	2 300,60	1,037 675 0
	2 300,61	1,037 675 9
	2 300,62	1,037 675 8
100	4 601,23	1,164 419 9
	4 601,24	1,164 420 2
	4 601,25	1,164 419 5
150	6 901,87	1,433 896 6
	6 901,88	1,433 897 2
	6 901,89	1,433 896 7
200	9 202,54	2,001 397 8
	9 202,55	2,001 398 4
	9 202,56	2,001 397 6
250	11 503,25	3,403 997 6
	11 503,26	3,403 997 7
	11 503,27	3,403 996 1

$y_c = 75 \text{ mm}$; $\lambda = 0,487 986 \mu\text{m}$; $b = 2 000 054 \mu\text{m}$;
 $a = 3 319 462,5 \mu\text{m}$.

Tableau 4.14



n	u	$J(u)/J_0$
1	24,25 μm	1,000 003 2
	24,26	1,000 005 7
	24,27	1,000 004 9
50	1 213,12	1,014 778 6
	1 213,13	1,014 780 2
	1 213,14	1,014 778 5
75	1 819,69	1,033 720 2
	1 819,70	1,033 720 7
	1 819,71	1,033 717 8
100	2 426,25	1,061 138 0
	2 426,26	1,061 141 5
	2 426,27	1,061 141 4
200	4 852,56	1,282 410 8
	4 852,57	1,282 413 8
	4 852,58	1,282 412 9
300	7 278,96	1,841 738 1
	7 278,97	1,841 738 6
	7 278,98	1,841 734 6
400	9 705,48	3,530 564 7
	9 705,49	3,530 566 7
	9 705,50	3,530 562 3

$y_c = 60 \text{ mm}$; $\lambda = 0,514 527 \mu\text{m}$; $b = 1 000 198 \mu\text{m}$;
 $a = 296 \text{ cm}$.

Tableau 4.15



n	u	$J(u)/J_0$
1	23,00 μm	1,000 004 6
	23,01	1,000 005 4
	23,02	1,000 002 5
50	1 150,35	1,014 090 9
	1 150,36	1,014 091 2
	1 150,37	1,014 087 7
75	1 725,53	1,032 128 3
	1 725,54	1,032 128 4
	1 725,55	1,032 124 6
100	2 300,71	1,058 200 0
	2 300,72	1,058 200 4
	2 300,73	1,058 197 0
200	4 601,46	1,266 891 3
	4 601,47	1,266 892 9
	4 601,48	1,266 890 3
300	6 902,28	1,782 543 2
	6 902,29	1,782 547 9
	6 902,30	1,782 547 7
400	9 203,22	3,260 895 9
	9 203,23	3,260 899 2
	9 203,24	3,260 895 8
450	10 353,74	5,278 158 4
	10 353,75	5,278 162 7
	10 353,76	5,278 158 5

$y_c = 75 \text{ mm}$; $\lambda = 0,487 \text{ 986 } \mu\text{m}$; $b = 1 \text{ 000 027 } \mu\text{m}$;
 $a = 10 \text{ ft } 11 \text{ in } \frac{11}{16} \text{ in} = 3 \text{ 344 862,5 } \mu\text{m}$.

Tableau 4.16



4.4.2. Influence du paramètre y_c sur la position des franges

Les tableaux 4.17 et 4.18 (colonne "1 grand") rassemblent les résultats des déterminations de la position u_n des franges pour des valeurs de y_c respectivement égales à 3 mm et 1 mm et pour tous les autres paramètres identiques à ceux du tableau 4.13 pour lequel $y_c = 75$ mm. La comparaison de ces trois tableaux montre que la position des franges est indépendante des valeurs de y_c et que, pour une valeur donnée de n , elle est la même à 0,01 μm près.

4.5. DETERMINATION NUMERIQUE DE LA POSITION DES FRANGES PAR LA METHODE D'INTEGRATION DES POLYNOMES DE COTES

Les expressions de G et G' peuvent être intégrées par méthode polynomiale ; dans ce procédé, les calculs sur ordinateurs sont particulièrement simples.

On utilise la forme initiale :

$$G = \int_0^{y_c} F(y) e^{ikL(y)} dy$$

$$G' = \int_0^{y_c} F'(y) e^{ikL'(y)} dy$$

avec :

$$= \|G + G'\|^2 = G_R^2 + G_I^2 + G'_R^2 + G'_I^2 \quad (4.31)$$

La méthode polynomiale est directement appliquée à la variable y . Nous avons choisi la méthode des polynomes de Cotes. Elle est exposée dans ANGOT 1965 § 10.5.9.

Nous utilisons un nombre d'intervalles v multiple de 10 en itérant $v/10$ fois l'intégration suivante :

$$\int_y^{y+10h} \phi(y) dy = \frac{5h}{299376} \left\{ \begin{array}{l} 16\ 067 [\phi(y) + \phi(y + 10h)] \\ + 106\ 300 [\phi(y + h) + \phi(y + 9h)] \\ - 48\ 525 [\phi(y + 2h) + \phi(y + 8h)] \\ + 272\ 400 [\phi(y + 3h) + \phi(y + 7h)] \\ - 260\ 550 [\phi(y + 4h) + \phi(y + 6h)] \\ + 427\ 368 [\phi(y + 5h)] \end{array} \right.$$

n	u	$J(u)/J_0$ l_c grand	$J(u)/J_0$ Cotes
1	23,00 μm	1,000 004 6	1,000 004 6
	23,01	1,000 005 4	1,000 005 4
	23,02	1,000 002 5	1,000 002 5
50	1 150,35	1,014 042 9	1,014 042 9
	1 150,36	1,014 043 2	1,014 043 2
	1 150,37	1,014 039 7	1,014 040 0
75	1 725,53	1,032 017 5	1,032 017 5
	1 725,54	1,032 017 5	1,032 017 5
	1 725,55	1,032 013 7	1,032 013 7
100	2 300,71	1,057 995 5	1,057 995 5
	2 300,72	1,057 995 9	1,057 995 9
	2 300,73	1,057 992 5	1,057 992 5
200	4 601,46	1,265 821 2	1,265 821 2
	4 601,47	1,265 822 7	1,265 822 7
	4 601,48	1,265 820 0	1,265 820 1
300	6 902,28	1,778 530 1	1,778 530 2
	6 902,29	1,778 534 7	1,778 534 8
	6 902,30	1,778 534 2	1,778 534 3
400	9 203,22	3,243 211 7	3,243 212 8
	9 203,23	3,243 214 5	3,243 215 6
	9 203,24	3,243 210 5	3,343 211 6
450	10 353,74	5,231 827 6	5,231 837 5
	10 353,75	5,231 831 0	5,231 840 9
	10 353,76	5,231 825 9	5,231 835 8

$y_c = 3 \text{ mm}$; $\lambda = 0,487 \text{ 986 } \mu\text{m}$; $b = 1 \text{ 000 027 } \mu\text{m}$; $a = 3 \text{ 319 462,5 } \mu\text{m}$.



Tableau 4.17

n	u	$\mathcal{J}(u)/\mathcal{J}_0$ l _c grand	$\mathcal{J}(u)/\mathcal{J}_0$ Cotes
1	23,00 μm	1,000 004 6	1,000 004 6
	23,01	1,000 005 4	1,000 005 4
	23,02	1,000 002 5	1,000 002 5
50	1 150,35	1,014 038 2	1,014 038 2
	1 150,36	1,014 038 6	1,014 038 6
	1 150,37	1,014 035 2	1,014 035 3
75	1 725,53	1,032 006 5	1,032 006 6
	1 725,54	1,032 006 7	1,032 006 8
	1 725,55	1,032 003 1	1,032 003 2
100	2 300,71	1,057 975 1	1,057 975 3
	2 300,72	1,057 975 8	1,057 976 0
	2 300,73	1,057 972 6	1,057 972 8
200	4 601,46	1,265 709 4	1,265 710 6
	4 601,47	1,265 711 5	1,265 712 7
	4 601,48	1,265 709 4	1,265 710 6
300	6 902,29	1,778 078 8	1,778 084 3
	6 902,30	1,778 079 8	1,778 085 3
	6 902,31	1,778 075 9	1,778 081 4
400	9 203,23	3,240 949 0	3,240 986 2
	9 203,24	3,240 949 5	3,240 986 7
	9 203,25	3,240 943 2	3,240 980 5
450	10 353,75	5,225 420 0	5,225 574 2
	10 353,76	5,225 424 3	5,225 578 6
	10 353,77	5,225 420 1	5,225 574 5

$y_c = 1 \text{ mm}$; $\lambda = 0,487 \text{ 986 } \mu\text{m}$; $b = 1 \text{ 000 027 } \mu\text{m}$; $a = 3 \text{ 319 462,5 } \mu\text{m}$.



Tableau 4.18

n	u	$\frac{J(u)}{J_0}$ l _c petit
1	23,00 μm	1,000 004 6
	23,01	1,000 005 4
	23,02	1,000 002 5
50	1 150,35	1,014 038 1
	1 150,36	1,014 038 5
	1 150,37	1,014 035 2
75	1 725,53	1,032 006 5
	1 725,54	1,032 006 6
	1 725,55	1,032 003 0
100	2 300,71	1,057 975 0
	2 300,72	1,057 975 6
	2 300,73	1,057 972 4
200	4 601,46	1,265 707 5
	4 601,47	1,265 709 6
	4 601,48	1,265 707 5
300	6 902,29	1,778 057 1
	6 902,30	1,778 058 2
	6 902,31	1,778 054 2
400	9 203,23	3,240 414 8
	9 203,24	3,240 415 3
	9 203,25	3,240 409 0
450	10 353,75	5,220 345 9
	10 353,76	5,220 349 8
	10 353,77	5,220 345 2



$y_c = 1 \text{ mm}$; $\lambda = 0,487 \text{ 986 } \mu\text{m}$; $b = 1 \text{ 000 027 } \mu\text{m}$; $a = 3 \text{ 319 462,5 } \mu\text{m}$.

Tableau 4.18 bis

Dans cette expression :

$$h = \frac{y_c - y_H}{v} = \frac{y_c}{v} \quad \text{car} \quad y_H = 0$$

Le choix de v doit être assez élevé pour que le polynome destiné à remplacer la courbe épouse de façon satisfaisante les nombreuses sinuosités de cette courbe.

Les variations de l'intégrand sont celles du terme e^{ikl} .

Les calculs du tableau 4.2 ont montré que, lorsque y_c prend les valeurs successives de 1 mm, 3 mm, 75 mm, le nombre d'oscillations $1/\lambda$ prend respectivement les valeurs 1,3 ; 12 et 7491. Or, pour obtenir une intégration satisfaisante, il faut compter un minimum de dix intervalles par oscillation. Dans le cas de $y_c = 75$ mm (cas expérimental), il faudrait prendre une valeur de v égale ou supérieure à 74 910. Dans ces conditions, d'une part, les calculs sur ordinateur durent plusieurs heures, et d'autre part, le nombre élevé des intervalles entraîne une détérioration importante du nombre de chiffres significatifs des résultats.

Dans la pratique, la valeur de v ne doit pas dépasser quelques centaines. La méthode ne peut être appliquée qu'aux cas fictifs pour lesquels y_c reste voisin du millimètre. Nous avons adopté $v = 250$, ce qui est plus de vingt fois supérieur au nombre d'oscillations. Un calcul réalisé avec $v = 500$ a montré que les résultats étaient inchangés.

Les tableaux 4.17 et 4.18 (colonne "ℓ Cotes") rassemblent les valeurs obtenues par la méthode de Cotes. On peut les comparer aux valeurs correspondantes obtenues par les deux méthodes d'intégration précédentes : méthode dite de "ℓ petit" (tableau 4.18 bis et section 4.3.3.) et méthode dite de "ℓ grand" (tableaux 4.17 ; 4.18 et section 4.3.4. et les sections suivantes).

4.6. COMPARAISON DES TROIS METHODES D'INTEGRATION

L'examen des tableaux 4.17, 4.18 et 4.18 bis montre que les positions des franges sont identiques pour les trois programmes de calcul numérique dits de "Cotes", de "ℓ grand" et de "ℓ petit" ; ces positions coïncident aussi avec les valeurs de u_n calculées avec la formule simplifiée (4.1) (voir tableau 4.1).

La coïncidence est meilleure que $0,01 \mu\text{m}$ ce qui est environ cent fois supérieur à la précision de nos mesures pour lesquelles les incertitudes de détermination de u_n sont voisines de $1 \mu\text{m}$.

CHAPITRE V MONTAGE EXPERIMENTAL
--

Nous avons réalisé un montage qui concrétise l'expérience de diffraction et d'interférences dont le principe a été développé dans le chapitre 2.

L'exposé qui suit comporte, d'une part, la description succincte du montage, et d'autre part, les principales opérations de réglages ou de mesures dans l'ordre qu'impose l'expérimentation. On conserve ici les notations du chapitre 2 et particulièrement de la figure 2.1 .

5.1. DESCRIPTION SUCCINCTE DU MONTAGE

La figure 5.1 montre schématiquement une coupe du montage par un plan vertical contenant l'axe $\vec{z}'z$ sur lequel sont situés les points S, O et F de la figure 2.1 . Ce plan contient aussi les axes $\vec{y}'Oy$ et $\vec{v}'Fv$.

On voit une solide poutre métallique en U, d'une longueur de 12 m, qui sert de base à tout le montage. Elle supporte des éléments fixes : le laser, un banc d'optique de précision et plusieurs cavaliers dont les réglages permettent de placer et d'orienter comme il convient différentes pièces optiques. Des cavaliers de précision, posés sur le banc d'optique, supportent certaines pièces du montage en permettant non seulement leur mise en place et leur orientation mais aussi leur translation parallèlement à l'axe $\vec{z}'z$.

La figure 5.2 montre schématiquement une coupe du même montage par un plan horizontal contenant les axes $\vec{z}'z$, $\vec{x}'Ox$ et $\vec{u}'Fu$.

Sur les deux figures sont représentés les éléments suivants : un laser qui émet un faisceau de lumière monochromatique (1), un système optique (2) qui focalise le faisceau sur un sténopé (3), un diaphragme circulaire (4) limitant le faisceau lumineux émis par le sténopé, l'écran diffringent (5) et un châssis portant une plaque photographique dont la couche d'émulsion sensible (6) enregistre la figure de diffraction et d'interférences formée par l'ensemble du montage qui précède.

Les éléments représentés en traits hachés sont des pièces auxiliaires placées temporairement pour permettre soit des réglages fins du montage, soit des mesures. Un croisillon (7) détermine physiquement l'axe du faisceau laser. Un microscope de visée (8) permet l'observation du sténopé. Un ensemble monobloc (9) permet de mesurer la distance $OF = b$ entre l'écran diffringent et la plaque photographique. Cet ensemble comporte deux microscopes de visée : l'un, horizontal, qui palpe optiquement soit le point O de l'écran diffringent, soit le point F de la plaque photographique ; l'autre, vertical, qui pointe un mètre étalon (10).

5.2. PRINCIPE DES REGLAGES ET DES MESURES

5.2.1. Détermination physique de l'axe $\vec{z}'z'$

Pour assurer la rigidité maximale de l'unité de visée, l'ensemble monobloc des deux microscopes ne comporte aucun dispositif de réglage.

Grâce à une construction mécanique soignée, on peut admettre que le microscope a un axe optique constamment colinéaire avec une droite engendrée par la translation de l'unité de visée sur le banc d'optique. Cette droite détermine physiquement l'axe $\vec{z}'z'$ du montage. On admet en outre que l'axe du microscope passe par le centre du tube oculaire.

On a réalisé une mire constituée par un écran noir, rigide, qu'on insère dans le tube du microscope à la place de l'oculaire. Un trou circulaire de 1 mm de diamètre, percé dans cette pièce, est centré sur l'axe optique du microscope, et par conséquent, sur l'axe $\vec{z}'z'$ du montage. Si simple que soit cette mire, elle permet de centrer le faisceau laser sur l'axe $\vec{z}'z'$ avec un excentrement transversal qui n'excède pas 0,25 mm quelle que soit la position de l'unité de visée. Cette précision est amplement suffisante et, dans l'analyse ultérieure des causes d'incertitudes, on montrera que l'erreur maximale sur la mesure de la distance b est tout à fait négligeable.

5.2.2. Mise en place du mètre étalon

5.2.2.1. Description du mètre étalon

Le mètre étalon, fabriqué par la Société d'Instruments de Précision de Genève, a l'aspect d'une règle parallépipédique de dimensions extérieures 1023 x 5 x 10 mm. Dans cette règle en laiton est insérée une âme en acier sur laquelle sont gravés deux ensembles de traits ayant tous une largeur voisine de 20 μm . Un de ces ensembles est constitué par deux traits rectilignes

Légende de la figure 5.1

- (1) Laser.
- (2) Objectif focalisateur.
- (3) Sténopé.
- (4) Diaphragme.
- (5) Ecran diffringent.
- (6) Emulsion photographique.
- (7) Croisillon.
- (8) Microscope visant le sténopé.
- (9) Ensemble monobloc avec microscope vertical visant le mètre étalon (10)
et microscope horizontal visant l'écran diffringent en O ou l'émulsion en F.
- (10) Mètre étalon.

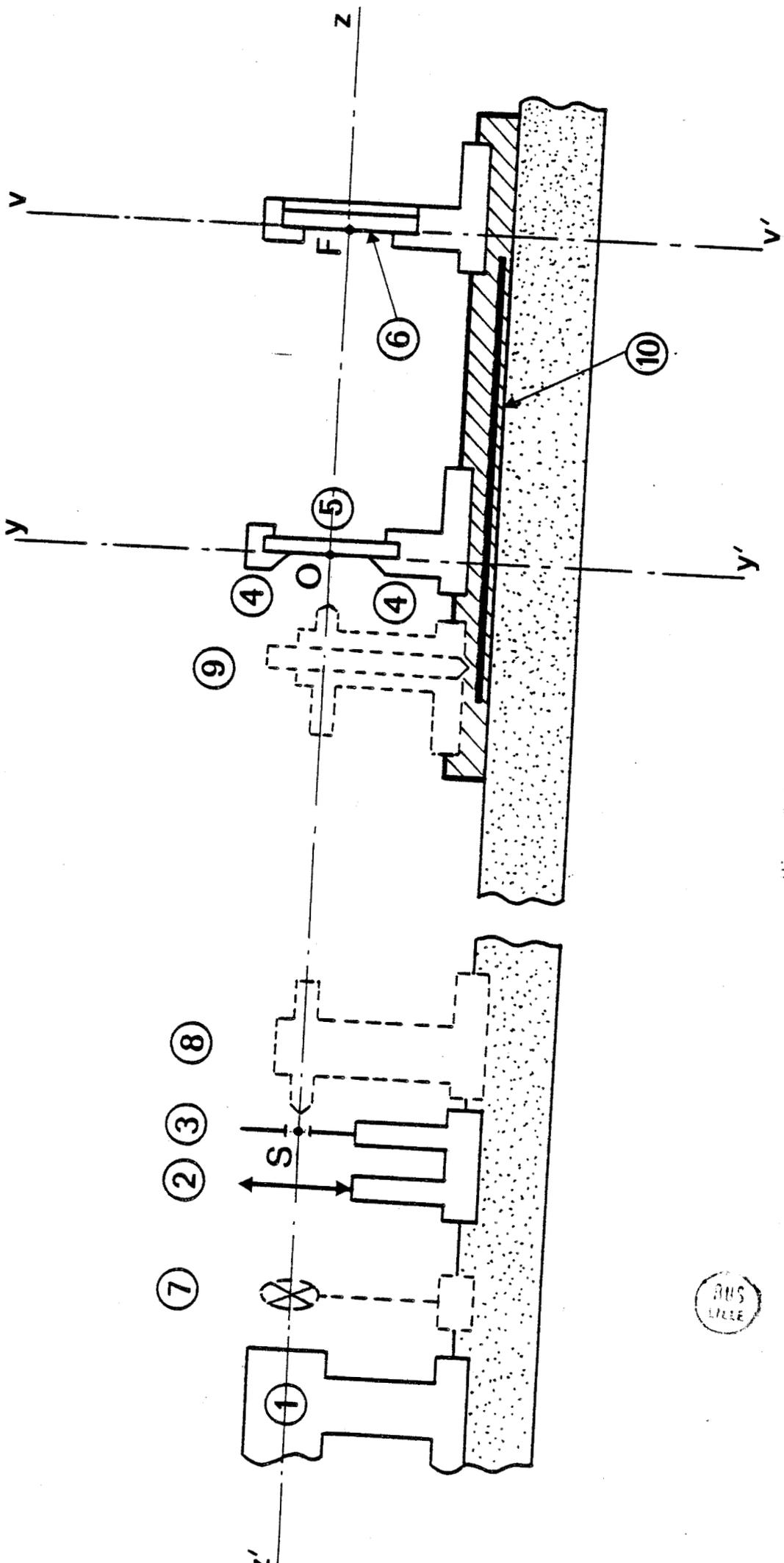


FIG. 5.1

Légende de la figure 5.2

- (1) Laser.
- (2) Objectif focalisateur.
- (3) Sténopé.
- (4) Diaphragme.
- (5) Ecran diffringent.
- (6) Emulsion photographique.



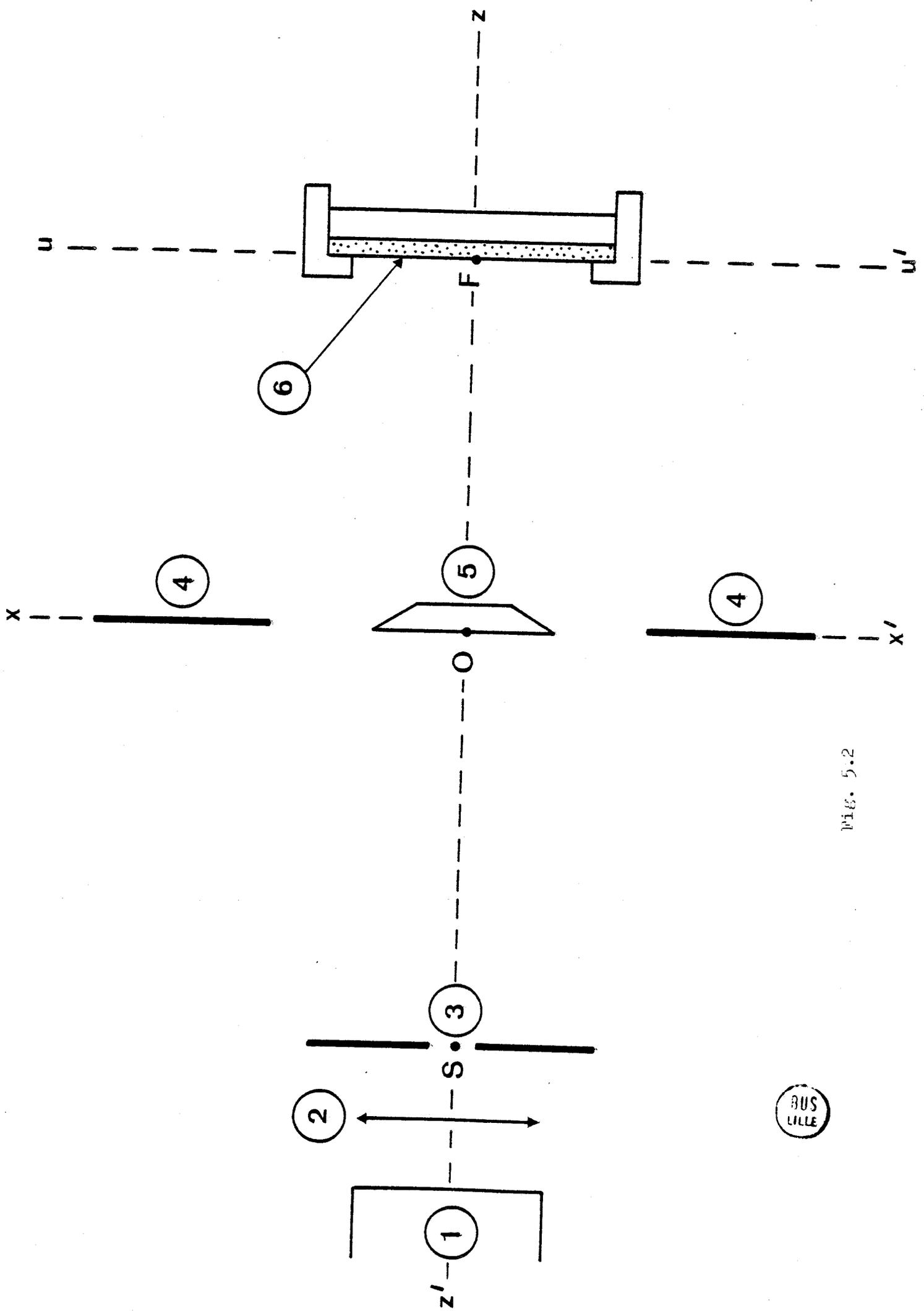


Fig. 5.2

BUS LILLE

parallèles séparés par une distance de 0,3 mm qui encadrent la ligne de foi, c'est-à-dire le grand axe de la règle sur laquelle on effectue les pointés métrologiques donnant la valeur b . Les traits de graduation qui forment le deuxième ensemble sont perpendiculaires à la ligne de foi et séparés par une distance nominale de 1 mm. Les deux intervalles de 1 mm situés aux extrémités de la règle sont subdivisés par des traits de graduation en cinq intervalles égaux de 0,2 mm.

5.2.2.2. Caractéristiques optiques de l'unité de visée

On vise le mètre étalon avec le microscope vertical équipé d'un éclairage épiscopique en lumière verte. Cette couleur offre le double avantage, pour l'oeil de l'observateur, d'une sensibilité optimale et d'une fatigue minimale. Le microscope vertical ne disposant d'aucun réglage, on doit déplacer le mètre étalon pour réaliser la mise au point.

Nous utilisons deux oculaires. Le premier, de marque Ealing, comportant un réticule en croix, sert à la mise en place du mètre étalon. Le second, de marque BBT-Krauss, qui comporte un réticule micrométrique, est utilisé pour les mesures de b .

L'objectif est de grandissement 10 ; son ouverture numérique est $O_n = 0,25$. Dans ces conditions, la précision longitudinale des pointés est (ARNULF et FRANÇON 1962 , p.8) :

$$\Delta y = \frac{\lambda}{8 O_n^2} \sim 1 \mu\text{m}$$

En raison de cette latitude de mise au point, on doit considérer le cas le plus défavorable où le mètre étalon ne serait pas parallèle à l'axe $\vec{z}'z$. Si on considère les traits de visée extrêmes, il en résulterait une inclinaison

$\alpha = \frac{\Delta y}{b} = 10^{-6}$ rad. , d'où une correction à introduire sur les mesures de longueur :

$\frac{\Delta b}{b} = 1 - \cos \alpha \approx \alpha^2/2 = 5 \cdot 10^{-13}$, ce qui est négligeable. Dans les pointés du microscope vertical, il existe une autre incertitude liée au défaut de coïncidence entre un trait de graduation du mètre étalon et le trait du réticule. Une telle incertitude est évaluée à 2 μm .

Le microscope horizontal avec lequel on vise soit l'écran diffringent, soit la plaque photographique, est équipé d'un éclairage épiscopique en lumière rouge. Le choix de cette couleur est justifié par la nature de l'émulsion photographique de nos plaques qui sont insensibles aux radiations de longueurs d'onde plus grande que 0,56 μm .

La détermination de $OF = b$ par comparaison avec le mètre étalon se fait par la méthode suivante : l'écran diffringent étant mis en place, on palpe sa face antérieure 0 au moyen du microscope horizontal. On place alors le mètre étalon de façon que sa graduation zéro coïncide avec le réticule du microscope vertical. Puis, on déplace l'unité de visée jusqu'à ce que le réticule du microscope vertical coïncide avec la graduation 100 du mètre étalon. Ensuite, en déplaçant le cavalier qui supporte la plaque photographique, on assure la mise au point du microscope horizontal sur la face antérieure F de l'émulsion photographique.

Le microscope horizontal possède un oculaire muni d'un repère dans son plan focal, de sorte que la précision longitudinale des pointés est :

$$\Delta z = \frac{\lambda}{8 \cdot 0_n^2}, \text{ avec } 0_n \text{ ouverture numérique de l'objectif.}$$

Pour une ouverture numérique $0_n = 0,45$, on trouve $\Delta z = 0,3 \mu\text{m}$.

Cette incertitude affecte le palpéage optique de l'écran diffringent (visée du point 0) et celui de l'émulsion photographique (visée du point F).

5.2.2.3. Description et réglage du support du mètre étalon

Le support du mètre étalon est constitué essentiellement par une poutrelle en dural dont la section a une forme en U. Le fond et les deux parois latérales de la cavité ont été usinées et dressées avec soin. Ce support est fixé sur le côté du banc de précision de façon que la poutrelle soit parallèle au banc.

La règle repose sur le fond par l'intermédiaire de deux cales ayant la forme de prismes droits de section triangulaire. Les arêtes supérieures de ces cales sont placées aux points de moindre déformation de la règle : dans le cas présent où la longueur de la règle est 102 cm, ces points sont écartés de 56 cm.

Les dimensions intérieures de la section de la poutrelle sont 30 x 20 mm, ce qui est largement supérieur à celles de la section de la règle ; celle-ci n'est en contact avec son support que par les arêtes supérieures des cales ; elle est donc entièrement entourée par de l'air à même température, ce qui réduit au minimum les fluctuations thermiques par convection.

Le support du mètre étalon comporte un ensemble de dispositifs de réglages micrométriques qu'on utilise particulièrement lorsqu'on vise 0 ou F

avec le microscope horizontal. Ils permettent d'une part, d'assurer la mise au point correcte du microscope vertical, et d'autre part, d'amener la ligne de foi du mètre étalon à la croisée du réticule de ce microscope.

Ce support comporte en outre un élément de translation permettant un déplacement micrométrique du mètre étalon dans une direction parallèle à $\vec{z'z}$. Cette condition est impérative dans la procédure de détermination de la distance b . En effet, l'écran diffringent occupant une place imposée et l'unité de visée étant bloquée dans la position de palpation de la face antérieure O de l'écran, le trait zéro du mètre étalon doit être amené exactement à la croisée du réticule du microscope vertical sans modifier les autres réglages de cet étalon.

Dans la pratique, la ligne de foi du mètre étalon est légèrement gauche et déformée par rapport à une droite idéale joignant les deux points de visée des traits extrêmes du mètre étalon. Si nous déplaçons l'unité de visée, le long du banc d'optique entre O et F , l'image de la ligne de foi observée à travers le microscope vertical reste nette, cela signifie que la courbure verticale de la ligne de foi, si elle existe, est inférieure à la latitude de mise au point en profondeur du microscope.

Lors de ce déplacement, on constate par contre que la ligne de foi ne reste pas à la croisée du réticule du microscope vertical, mais s'en écarte d'environ $25 \mu\text{m}$ vers le milieu de la règle. On observe donc une courbure de la ligne de foi dans un plan horizontal.

Pour pallier cet inconvénient, nous avons fait étalonner la règle par le Laboratoire National d'Essais (voir section 5.2.4.1.). Nous l'utilisons dans des conditions de température et de visée identiques à celles du laboratoire d'étalonnage de façon que les distances que nous mesurons correspondent effectivement aux valeurs corrigées du tableau d'étalonnage.

5.2.2.4. Caractéristiques mécaniques du banc d'optique

Le banc d'optique est une table Ealing de précision, en fonte rectifiée, de longueur 216 cm . Le constructeur garantit des écarts de linéarité inférieurs à $100 \mu\text{m}$.

Lorsqu'on déplace un cavalier de précision le long du banc d'optique, sa translation n'est donc pas parfaitement parallèle à l'axe $\vec{z'z}$: les défauts de linéarité du banc provoquent de légers mouvements parasites dans la direction

horizontale (défauts dits de lacets) ou dans la direction verticale (défauts dits de tangage). Pour minimes que soient ces accidents, ils peuvent entraîner des défauts de parallaxe et par conséquent des erreurs dans la détermination des distances lues sur le mètre étalon. La figure 5.3 représente, de façon très exagérée, une région du banc d'optique affectée d'une courbure d'angle α . Lors des visées successives de O et F, les directions de l'axe du microscope vertical ne sont plus parallèles mais inclinées entre elles du même angle α . Il en résulte un écart δ entre la longueur AB lue sur la règle et la distance OF à mesurer :

$$\delta = AB - OF$$

Désignons par h la distance séparant l'axe optique $\vec{z'z}$ et la ligne de foi de l'étalon

$$\delta \approx h \alpha$$

Dans notre montage actuel, h a une valeur voisine de 15 cm. Dans le de déterminer α pour chaque mesure de b, nous avons mis au point une technique interférométrique. Elle sera décrite ultérieurement dans la section 5.3.4.2.

5.2.3. Détermination physique de l'axe du faisceau laser

5.2.3.1. Structure du faisceau émis par le laser



Le faisceau émis par le laser est un faisceau faiblement divergent dont les sections droites par des plans d'observation montrent des taches lumineuses à bords diffus approximativement circulaires. L'axe du faisceau laser est en principe la droite passant par les centres de ces taches lumineuses. Sa détermination directe serait peu précise.

5.2.3.2. Détermination plus précise de l'axe du faisceau laser au moyen du croisillon

Le croisillon métallique est constitué par deux rubans en acier, de faible épaisseur, à bords rectilignes et parallèles, de largeur 0,5 mm, croisés à angle droit et rigidement tendus sur une monture annulaire de diamètre 25 mm.

Ce croisillon est mis en place de façon que son plan soit perpendiculaire à l'axe du faisceau laser. Il intercepte ce faisceau à environ 30 cm de la tête du laser (fig. 2.1).

Pour la suite des expériences, il est commode de placer le croisillon de façon que les directions des deux rubans soient respectivement parallèle et perpendiculaire à la direction de polarisation du laser. Pour le laser CR2

Légende de la figure 5.3

Représentation d'un défaut du banc d'optique : l'angle α est amplifié pour la clarté du schéma.

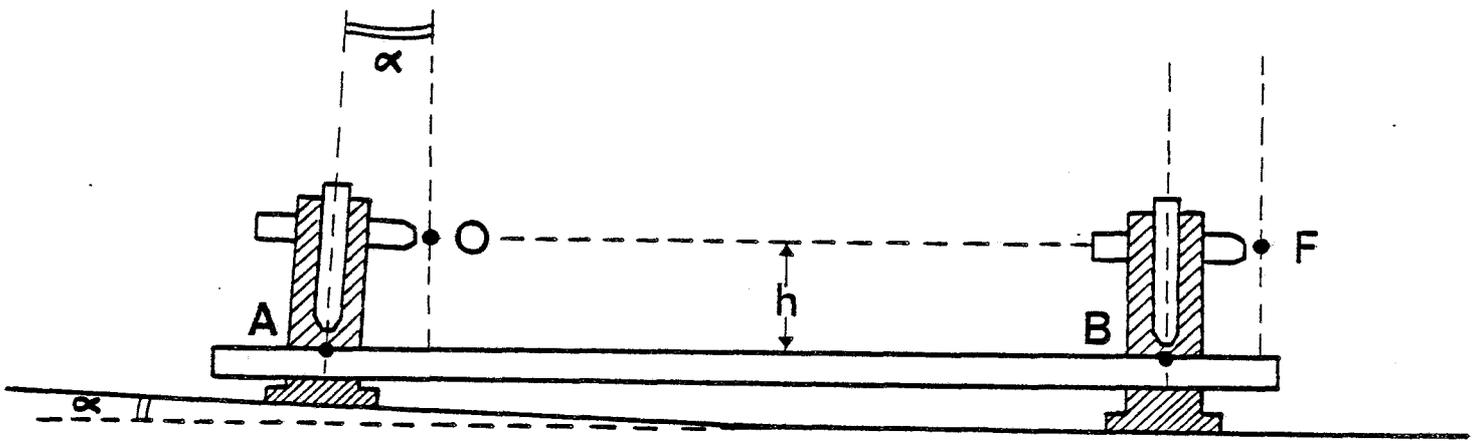


Fig. 5.3

Coherent Radiation, cette direction est approximativement verticale, comme on peut le vérifier à l'aide d'un analyseur.

Des dispositifs micrométriques de translation permettent de déplacer le croisillon dans des directions parallèles aux axes $\overrightarrow{x'Ox}$ et $\overrightarrow{y'Oy}$.

Sur un écran placé au-delà du croisillon et perpendiculairement à l'axe du faisceau laser, on observe des figures de diffraction et d'interférences. Les photos 5.4 A et 5.4. E ont été prises dans un plan situé à 465 cm de celui des rubans.

La photo 5.4. A montre la figure obtenue lorsque le faisceau laser est intercepté par un seul des rubans du croisillon. Les taches de diffraction, en négatif sur la photo, forment une nappe lumineuse perpendiculaire aux bords diffringents. Leur hauteur correspond à celle de la partie éclairée du ruban. En première approximation, la largeur de la tache centrale est double de celle des taches satellites.

Dans la tache centrale, on distingue un système de franges plus fines résultant de l'interférence entre la lumière diffractée infléchie par chacun des bords.

Les taches satellites sont les franges extérieures d'un bord d'écran.

Pour une radiation de longueur d'onde $0,514 \mu\text{m}$, les interfranges de lumière infléchie sont voisins de 3 mm, et ceux de lumière défléchie, voisins de 6 mm.

La photo 5.4. B montre la figure de diffraction formée lorsque le faisceau laser est intercepté simultanément par les deux rubans croisés à angle droit.

La photo 5.4. C a été prise avec un temps d'exposition plus court de façon à montrer la structure fine de la tache centrale. Lorsque le croisillon est exactement centré sur l'axe du faisceau laser, cette figure est symétrique ; le centre de symétrie détermine donc avec grande précision l'axe de ce faisceau.

Dès que le centre du croisillon s'écarte de quelques dizaines de microns de cet axe, la figure de diffraction devient dissymétrique.

La photo 5.4. D correspond à un excentrement du croisillon dans la direction $\overrightarrow{y'Oy}$. La photo 5.4. E résulte d'un excentrement dans une direction oblique par rapport aux axes $\overrightarrow{x'Ox}$ et $\overrightarrow{y'Oy}$. Ces réglages sont extrêmement sensibles.

Si on reçoit la figure de diffraction du croisillon sur une mire dont le centre est repéré géométriquement, on peut apprécier la coïncidence des centres respectifs de cette figure et de la mire à mieux de 0,25 mm près. Lorsque la mire est à 5 m du croisillon, l'axe du faisceau laser est déterminé avec une précision angulaire de $5 \cdot 10^{-5}$ radian, soit 10 secondes d'arc. L'observation de la figure de diffraction d'un faisceau laser intercepté par un croisillon détermine donc l'axe de ce faisceau avec une extrême précision.

5.2.4. Mise en place du laser

Une mise en place approximative du laser est réalisée en observant simplement la tache lumineuse circulaire décrite en 5.2.3.1. Par opérations successives, on modifie le réglage des vis calantes du laser jusqu'à ce que ces taches lumineuses soient exactement centrées sur le trou de la mire pour les deux positions extrêmes de l'unité de visée sur le banc de précision.

Le croisillon permet une mise en place précise du laser. La position du laser et celle du croisillon sont retouchées par itération jusqu'à ce que le centre de la figure de diffraction décrite en 5.2.3.2. coïncide exactement avec le centre du trou de la mire. Pour la distance de l'ordre de 2 m séparant les positions extrêmes de l'unité de visée sur le banc d'optique, l'angle que fait l'axe $\vec{z'z}$ et l'axe du faisceau laser est $2,5 \cdot 10^{-4}$ radian, ce qui est inférieur à 1 minute d'arc.

5.2.5. Mise en place du châssis photographique

5.2.5.1. Description du châssis

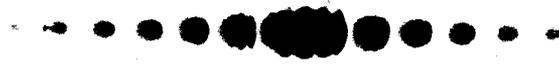
Le châssis pour plaques photographiques 9 x 12 cm est essentiellement constitué par une platine rigide ayant un méplat parfaitement dressé qui détermine avec précision la position de la surface antérieure de la couche d'émulsion sensible. Cette surface est le plan d'observation des axes $\vec{u'Fu}$ et $\vec{v'Fv}$.

Au cours de nos expériences, nous avons fait subir à l'écran diffringent une rotation autour de l'axe $\vec{z'z}$, afin que ses bords soient tantôt parallèles (fig. 5.1), tantôt perpendiculaires à la direction de polarisation du laser. En conséquence, les franges de la figure de diffraction enregistrée sont tantôt parallèles, tantôt perpendiculaires au grand axe des plaques photographiques rectangulaires 9 x 12 cm. Ceci constitue un moyen commode pour repérer sans ambiguïté la direction de polarisation par rapport à la figure de diffraction.

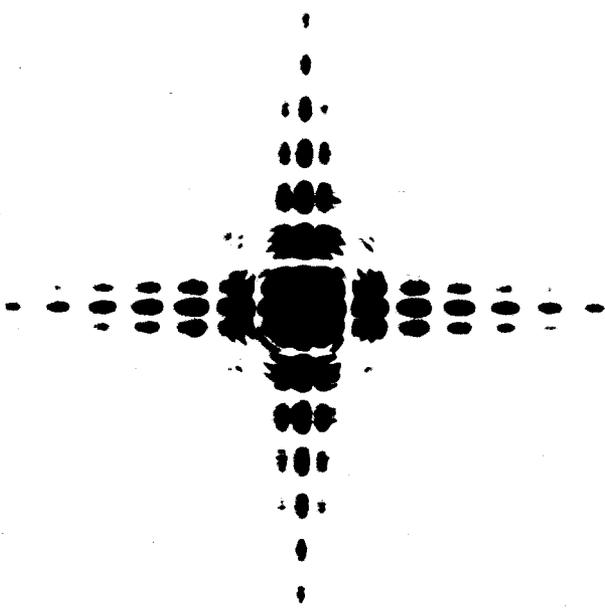
Légende de la figure 5.4

Figures de diffraction et d'interférences du croisillon éclairé par le faisceau du laser.

- A - Diffraction par le ruban vertical seul.
- B - Diffraction par le croisillon centré sur le faisceau.
- C - Même cas que le précédent, mais pour un temps d'exposition photographique plus court de façon à distinguer la structure de la tache centrale.
- D - Léger excentrement du croisillon dans la direction $y'Oy$.
- E - Léger excentrement du croisillon dans une direction oblique par rapport à $x'Oy$ et $y'Oy$.



A



B



C



D



E



FIG. 5.4

5.2.5.2. Réglages du châssis

Les réglages du châssis photographique doivent satisfaire à trois conditions :

- la plaque photographique doit être centrée sur l'axe optique ;
- le plan de l'émulsion doit être perpendiculaire à l'axe optique ;
- le point de visée F doit correspondre à une distance donnée $OF = b$ par exemple $b = 1$ m. Il en résulte trois types d'opérations : le centrage, l'orientation et la translation du châssis.

- centrage du châssis

Le centrage du châssis se fait au moyen d'une plaque auxiliaire sur laquelle sont tracées les deux diagonales : leur point de concours repère le centre géométrique du rectangle. On amène le centre de cette plaque en coïncidence avec le centre de la figure de diffraction du croisillon observée sur le plan de la plaque.

Pour repérer la trace F de l'axe optique $\vec{z'z}$ sur une plaque photographique donnée, il suffira, après développement, de marquer le point d'intersection des diagonales du rectangle constitué par les bords de cette plaque.

Nous estimons à 1 mm environ l'incertitude de cette détermination du point F. Dans la direction $\vec{v'Fv}$, cette incertitude importe peu en raison du parallélisme des franges. Par contre, dans la direction $\vec{u'Fu}$, il est nécessaire de connaître l'abscisse $u = 0$ du point F avec une très grande précision, qui est obtenue en enregistrant sur la même plaque non seulement les franges de lumière infléchie mais aussi celles de lumière défléchie (cf. section 5.4.2.).

- orientation du châssis

L'orientation du châssis se fait au moyen d'une plaque auxiliaire réfléchissante. La face antérieure de cette plaque reçoit la lumière du faisceau laser interceptée par le croisillon, et la réfléchit sur ce dernier, inscrivant dans le plan des rubans métalliques une figure de diffraction semblable à celle des photos 5.4. B et 5.4. C. On réalise la coïncidence des axes médians des rubans avec une précision meilleure que 0,25 mm. Pour une distance entre le croisillon et le châssis de l'ordre de 5 m, la condition d'orthogonalité de l'axe $\vec{z'z}$ avec le plan de la plaque est donc réalisée avec une précision angulaire de quelques secondes d'arc. Ce réglage d'orientation du châssis, fait une fois pour toutes, correspond à une précision largement supérieure à celle requise par nos expériences.

- translation du châssis

Le monobloc de l'unité de visée étant fixé de façon que le trait 100 du mètre étalon soit à la croisée du microscope vertical, on déplace le cavalier supportant le châssis photographique jusqu'à ce que le microscope horizontal palpe la face antérieure de l'émulsion.

5.2.6. Mise en place du diaphragme et de l'écran diffringent

5.2.6.1. Description de l'écran diffringent

Une cale métrologique ayant initialement la forme d'un parallélépipède rectangle de côtés $6 \times \frac{7}{8} \times \frac{3}{16}$ inches, a été biseautée sur deux arêtes d'une de ses deux faces $6 \times \frac{7}{8}$, dans le sens de la plus grande longueur. La cale présente alors une section droite en trapèze isocèle. Le façonnage est extrêmement délicat, car il faut essayer d'obtenir un écran ayant deux dièdres parfaits, dont les arêtes soient rigoureusement rectilignes et parallèles.

Après une opération de dégrossissage sur machine-outil, l'usinage fin est réalisé en laboratoire, par des méthodes semblables à celles décrites par GOUY, MICHELSON, etc...

Les arêtes vives matérialisent les bords CHD et C'H'D' de la lame diffringente sans épaisseur, considérée dans l'étude théorique du chapitre 2. La distance $HH' = 2e$ séparant ces arêtes a été mesurée par le Laboratoire National d'Essais (cf. section 5.3). La face plane de l'écran, qui est limitée par les bords minces diffringents, est tournée vers la lumière incidente.

5.2.6.2. Propriétés physiques du matériau diffringent

Le matériau constituant l'écran diffringent doit pouvoir être usiné sans se casser ni s'effriter. Il doit être dur afin de se prêter, sans déformation appréciable, à des mesures mécaniques fines.

L'acier spécial constituant les cales métrologiques semble posséder ces propriétés à un degré suffisant pour que nos expériences puissent être réalisées avec une précision supérieure à 10^{-4} .

On sait que les constantes physiques d'un matériau dépendent de sa géométrie : en effet, au voisinage d'une surface, la maille cristalline n'a pas la même valeur que dans la profondeur du matériau.

Notre écran possède deux biseaux d'angle voisin de 30° . Il existe un gradient des constantes physiques d'autant plus grand qu'on est proche des arêtes vives constituant les bords diffringents ; ces constantes passent d'une valeur volumique à une valeur superficielle. Dans le cas de la diffraction, il faudrait surtout connaître les valeurs superficielles des constantes physiques. Malheureusement, seules les valeurs volumiques sont connues : leur adaptation aux analyses théoriques relatives à la diffraction suscite des réserves.

5.2.6.3. Opérations de réglage de l'écran et du diaphragme

L'écran est fixé sur la face dressée d'une plaque en laiton. Cette plaque est percée d'une ouverture circulaire biseautée de diamètre 120 mm constituant le diaphragme (fig. 2.2). Par construction, l'axe médian $\vec{y'y'}$ de l'écran coïncide avec un diamètre du diaphragme. Par rotation de l'ensemble diaphragme-écran autour de l'axe $\vec{z'z}$, les bords diffringents de l'écran et l'axe $\vec{y'y'}$ qui leur est associé, sont amenés à être tantôt parallèles, tantôt perpendiculaires à la direction de polarisation du laser.

Le support comporte des dispositifs de réglages micrométriques permettant de déplacer et d'orienter l'écran de façon que ses bords minces soient non seulement situés dans un plan perpendiculaire à l'axe $\vec{z'z}$, mais que leur centre de symétrie coïncide avec le point O.

Une mire auxiliaire, constituée par un écran circulaire dont on a repéré le centre, est épaulée sur le diaphragme et amenée en coïncidence avec le milieu de la figure de diffraction du croisillon. Lorsque la mire est ôtée, on vérifie que la figure de diffraction du croisillon est parfaitement symétrique par rapport à l'écran.

La face antérieure de l'écran est optiquement polie. Lorsqu'elle reçoit la lumière du laser interceptée par le croisillon, elle la réfléchit sur ce dernier, ce qui permet d'orienter avec une très grande précision le plan des bords diffringents.

La mise en place définitive de l'écran diffringent doit être telle que l'ouverture circulaire de son diaphragme coïncide exactement avec le premier anneau noir de la figure de diffraction de Fresnel du sténopé. Cette condition dépend de deux paramètres : la longueur d'onde de la lumière et le diamètre du sténopé. Son étude plus détaillée fera l'objet des sections suivantes.

5.2.7. Mise en place du sténopé

5.2.7.1. Description du sténopé

Le sténopé est réalisé en perçant un trou parfaitement circulaire, d'un diamètre voisin de 30 μm , dans un clinquant de laiton. Sa monture, comme toutes les pièces de notre montage, est noire. Mais il est impossible de noircir le clinquant lui-même car on risquerait d'affecter les qualités du bord du sténopé. Ce clinquant, placé dans une région d'éclairement très intense, est la principale source de réflexions parasites.

5.2.7.2. Technique de fabrication du sténopé

Nous disposons, pour nos expériences, d'un jeu de sténopés de marque Ealing de diamètres voisins de 10 et 25 μm . Observés au microscope, ils ont une forme bien circulaire, mais les bords ne sont pas bien définis car le cratère n'est pas une surface conique parfaitement régulière. C'est pourquoi nous avons préféré utiliser des sténopés fabriqués dans notre laboratoire.

Nous avons pour cela utilisé une microperceuse dont l'alimentation comporte un variateur électronique de vitesse. La microperceuse elle-même est fixe, et on déplace le support de l'objet à percer grâce à un verin de haute qualité, exempt pratiquement de voileage, de mouvement vertical très lent (marque Ealing). Le clinquant dans lequel doit être percé le sténopé est très mince, d'épaisseur 2 à 3 centièmes de mm, généralement en laiton. L'aluminium donne aussi d'excellents résultats, mais il s'altère rapidement.

Le clinquant est pris en sandwich entre deux plaques de résine de circuits imprimés, celle du dessus étant percée d'une ouverture de diamètre supérieur à celui désiré pour le sténopé. L'ensemble est fixé sur la platine supérieure du verin. La mèche est remplacée par une aiguille à coudre en acier très dur, choisie dans un lot pour les qualités de sa pointe : finesse et angle d'ouverture les plus petits possibles.

Lorsqu'on élève le support, le perçage s'effectue sans problème ; mais lorsqu'ensuite, on l'abaisse, pour dégager l'aiguille, il y a presque toujours arrachement de particules du bord de l'ouverture pratiquée dans le clinquant.

En définitive, les meilleurs résultats ont été obtenus par méthode artisanale : le clinquant est posé simplement sur une plaque de verre dur. Une aiguille à coudre est appuyée dessus en position verticale. D'une main,

on enfonce progressivement l'aiguille tandis que simultanément, de l'autre main, on tourne le clinquant de quelques tours. Puis, avec précautions, on dégage l'aiguille. On peut de cette façon obtenir d'excellents sténopés de diamètre de 30 à 25 μm .

Plus le clinquant est mince, plus les bords du sténopé sont fins et bien définis. Mais, le sténopé est aussi plus fragile et sa durée de vie, dans la ceinture du faisceau laser focalisé par un système centré, est moins longue. Pour la raie la plus puissante (1,5 watt), le clinquant a tendance à fondre.

5.2.7.3. Figure de diffraction du sténopé éclairé directement par le faisceau laser

Lorsque le sténopé centré en S sur l'axe optique $\vec{z}'z'$ et orienté normalement à cet axe, est éclairé directement par le faisceau laser (non focalisé par un système centré), le diamètre de son ouverture circulaire est environ cent fois plus petit que celui de la section droite du faisceau, voisin de 3 mm. On peut admettre que, dans le plan de la pupille diffringente du sténopé, les ondes incidentes sont planes et homogènes. Au-delà du sténopé, cette pupille diffracte la lumière en nappes coniques de révolution autour de l'axe $\vec{z}'z'$ et forme, sur tout plan d'observation perpendiculaire à $\vec{z}'z'$, une figure de diffraction de FRESNEL bien connue, constituée par une plage lumineuse circulaire entourée d'anneaux, avec d'étroites zones annulaires de séparation où l'éclairement est pratiquement nul.

A une certaine distance du sténopé, les surfaces d'onde de lumière diffractée sont sphériques et leur centre de courbure commun est un point très voisin du centre S (LANSRAUX 1962).

Les conditions d'éclairement énoncées dans la section 2 consacrée au principe de l'expérience, nous imposent une distance $SO = a$ telle que le bord de l'ouverture circulaire du diaphragme coïncide avec la zone d'éclairement nul qui entoure la plage lumineuse centrale. Cette distance dépend du diamètre du sténopé et de la longueur d'onde utilisée. On la détermine par des expériences préliminaires. Par exemple pour la raie la plus intense du laser et pour le sténopé utilisé, a est voisin de 296 cm.

5.2.7.4. Mise en place du sténopé

Le sténopé est mis en place de façon que l'axe $\vec{z'z}$ soit perpendiculaire au plan du clinquant et qu'il passe par le centre S de l'ouverture circulaire. Le réglage d'orientation du plan du clinquant se fait, comme pour les autres pièces optiques, en observant le faisceau laser intercepté par le croisillon et réfléchi par le plan à orienter.

Le centrage du sténopé sur l'axe $\vec{z'z}$ est réalisé au moyen d'un microscope auxiliaire de faible grossissement et muni d'un réticule en croix. Ce microscope est mis en place de façon à viser le plan du sténopé (fig. 2.1). On enlève alors le sténopé et sa monture sans déplacer son support. Au moyen d'une bonnette constituée par un verre noir très absorbant, on observe la figure de diffraction du croisillon et on déplace transversalement le microscope auxiliaire jusqu'à ce que la croisée du réticule soit centrée sur cette figure. Puis on remet le sténopé dans son support et on déplace transversalement ce dernier jusqu'à ce que le centre S de l'ouverture circulaire coïncide avec la croisée du réticule. Le point S se trouve alors sur l'axe $\vec{z'z}$.

L'incertitude de centrage du sténopé est difficile à évaluer. Pour le microscope auxiliaire utilisé, de grandissement voisin de 50, nous estimons cette incertitude inférieure à 10 μm , c'est-à-dire à 1/3 du diamètre du sténopé utilisé.

5.2.7.5. Amélioration des conditions d'éclairement du sténopé

Dans le plan de la lame diffringente située environ à 3 m du sténopé, l'éclairement de la plage lumineuse est faible, car le sténopé ne transmet que la lumière du faisceau laser correspondant à la très petite section de son ouverture circulaire. On peut augmenter considérablement le flux lumineux transmis en focalisant le faisceau laser sur le sténopé mais sous la condition expresse que son ouverture circulaire constitue, comme précédemment, une pupille cohérente dont l'état lumineux, en tout point, est représenté par une amplitude complexe qui a une phase uniforme et qui est distribuée avec la symétrie de révolution par rapport à S. Au moyen d'un système optique L convenablement placé sur le faisceau laser, on forme une figure de diffraction de type Airy dont la tache centrale est isophasé.

La réalisation expérimentale de ces conditions est discutée dans la section suivante.

5.2.8. Mise en place du système optique par rapport au sténopé

5.2.8.1. Description de l'objectif

Le système centré L est un objectif corrigé des aberrations géométriques et chromatiques au voisinage de son foyer. Sa distance focale, mesurée par la méthode focométrique de Cornu, a été trouvée égale à 171 mm ; l'épaisseur du système sur l'axe optique est voisine de 8 mm et les foyers sont situés à 169 mm environ des faces extérieures. Le diamètre des lentilles est proche de 30 mm ; il est beaucoup plus grand que la section du faisceau laser, ce qui évite toute diffraction parasite par la monture.

Il est important que l'objectif soit choisi en fonction de ses hautes qualités de stigmatisme au voisinage du foyer. Dans ces conditions, dans le plan de l'ouverture circulaire du sténopé, les éventuelles variations de phase, liées aux défauts du système centré, sont lentes. Même si le sténopé est éclairé par des ondes qui ne sont pas rigoureusement planes, les ondes diffractées sont assimilables en très bonne approximation à des isophases sphériques, spécialement si leur distance au sténopé est grande par rapport au diamètre de ce dernier.

5.2.8.2. Structure du faisceau lumineux émergeant de l'objectif éclairé par le laser

Lorsque le laser fonctionne en mode TEM_{00} , le faisceau émergeant de l'objectif éclairé par ce laser a la structure d'un faisceau gaussien présentant, pour toutes les quantités scalaires, une symétrie de révolution autour de l'axe optique $\vec{z}'z$. Nous supposons l'objectif parfaitement centré et orienté par rapport à l'axe du faisceau laser : ces réglages feront l'objet de la section 5.2.8.5.

La figure 5.5. A représente, pour la partie la plus étroite du faisceau, une section par un plan contenant l'axe $\vec{z}'z$.

Nous avons observé la structure du faisceau au moyen du microscope auxiliaire, le sténopé étant ôté. L'objectif de faible grossissement est choisi parmi ceux qui ont le plus grand diamètre de lentille frontale, de façon à ne pas diaphragmer le faisceau. L'oculaire micrométrique est muni d'une bonnette très absorbante pour ne pas endommager l'oeil sous l'effet d'une énergie lumineuse trop intense.

Nos mesures sont seulement indicatives, leur but étant de repérer la position z_0 du plan de la ceinture, et non de mesurer les rayons $w(z)$ des sections de ce faisceau par des plans perpendiculaires à \vec{z} , sections théoriquement définies pour une intensité égale à $1/e^2$ de l'intensité axiale correspondante. Ici, d désigne simplement une estimation grossière du diamètre de la tache de lumière observée dans le plan de visée de l'oculaire.

La structure mesurée correspond au cas de nos expériences : l'objectif est environ à 70 cm de la face de sortie du laser. Dans ce cas, le plan de la ceinture est à environ 19 cm de la face de sortie de l'objectif. Nous comparons les diamètres d des taches lumineuses observées au diamètre $d_s = 30 \mu\text{m}$ du sténopé. On trouve :

$z - z_0$	d
$- 1,5 \text{ cm} \pm 0,5$	$5 d_s = 150 \mu\text{m} \pm 10$
$- 1$	$4 d_s = 120$
0	$3 d_s = 90$
$+ 1$	$4 d_s = 120$
$+ 1,5$	$5 d_s = 150$

Tableau 5.5.a

La position du plan W_0 de la ceinture est difficile à déterminer avec précision. Dans nos expériences, l'incertitude est voisine de 5 mm.

L'analyse mathématique de la structure du faisceau émergent de l'objectif éclairé par le laser peut-être exprimée par la représentation de WILLIAMS 1973. OTIS 1974 la résume de la façon suivante, dans le cas de l'approximation paraxiale :

$$U(r,z) = \frac{W_0}{W(z)} \exp \left[\frac{-r^2}{w^2(z)} \right] \exp \left\{ ik \left[z + \frac{r^2}{2 R(z)} - \frac{\beta(z)}{k} \right] \right\} \quad (5.1)$$

Légende de la figure 5.5

- A : Structure du faisceau gaussien dans un plan contenant l'axe optique $\vec{z}'z'$.
 W_0 = rayon minimal du faisceau.
- B : Sténopé dans le plan W_0 de la ceinture du faisceau.
 r_0 = rayon de l'ouverture circulaire (= rayon du sténopé).
- C : Sténopé dans un plan W légèrement décalé de Δz par rapport au plan W_0 de la ceinture.
 w = rayon de la section du faisceau par le plan W .



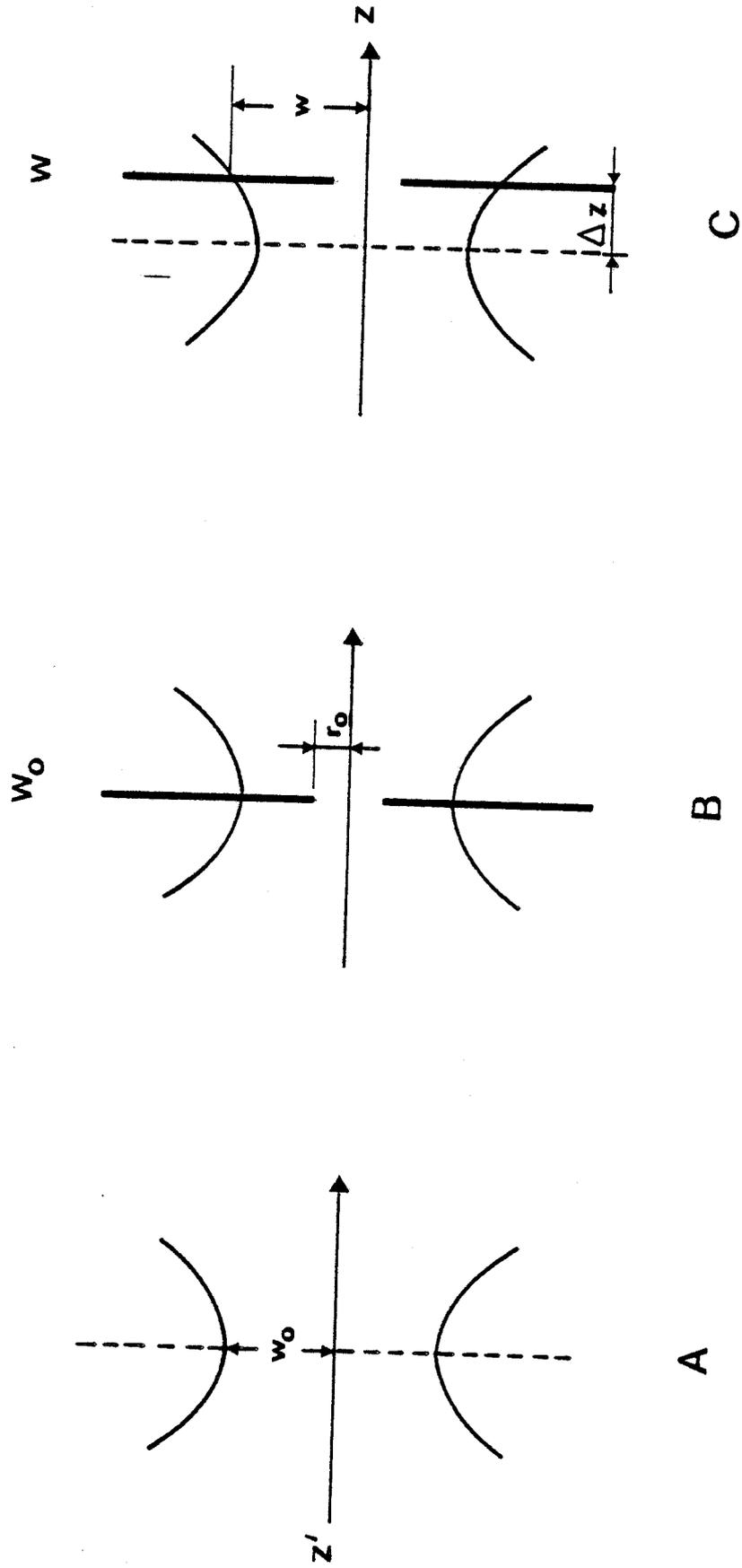


FIG 5.5



avec :

- r et z , coordonnées cylindriques du point considéré. Le plan de la ceinture est pris comme origine des z , c'est-à-dire que , pour un point Q donné,

$$z = z_Q - z_0$$

- $R(z)$ est le rayon de courbure de l'onde passant par Q
- $\beta(z)$ est le facteur de glissement de phase
- $w(z)$ est la distance de l'axe à laquelle l'amplitude de l'état lumineux est réduite à $1/e$ de sa valeur sur l'axe (spot size). w_0 est sa valeur minimale, dans le plan de la ceinture (waist).

En posant $b = k w_0^2$ avec k , nombre d'onde, on a de plus :

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{b}{2z} \right)^2 \right] \quad (5.2)$$

$$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{2z}{b} \right)^2 \right] \quad (5.3)$$

$$\text{tg } \beta(z) = 2z/b \quad (5.4)$$

On peut définir un rayon de courbure complexe $q(z)$ tel que (SIEGMAN 1973) :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + \frac{2i}{k w^2(z)} \quad \text{et} \quad \frac{d q(z)}{dz} = 1 \quad (5.5)$$

Dans ces conditions :

$$U(r,z) = \frac{q(0)}{q(z)} \exp \left\{ ik \left[z + \frac{r^2}{2 q(z)} \right] \right\} \quad (5.6)$$

Pour un point Q situé à une distance $z = z_Q - z_0$ grande par rapport à r , on a : (OTIS 1974, équation 13)

$$U(r,z) \sim \frac{1}{z} \exp \left\{ ik \left[z + \frac{r^2}{2z} \right] \right\} \quad (5.7)$$

ce qui est l'expression d'une onde sphérique.

Dans nos expériences, pour un point Q de la pupille diffringente du plan xOy , $z_Q - z_0 \sim 3$ m ; pour la première zone de FRESNEL entourant les points H et H' (fig. 2.1), $r \sim 12$ mm, et

$\frac{r}{z_Q - z_0} \sim 4 \cdot 10^{-3}$. Dans cette région, la structure du faisceau gaussien, en

l'absence de sténopé, est approximativement celle d'ondes sphériques ; on peut donc s'attendre à obtenir des franges de diffraction et d'interférences lorsqu'on éclaire l'écran diffringent à bords rectilignes et parallèles directement par le faisceau gaussien.

Nous avons fait cette expérience, et nous avons comparé ses résultats à ceux obtenus en plaçant le sténopé dans le plan W_0 de la ceinture (fig. 5.5. B), puis dans le plan W écarté de $\Delta z \sim 1$ cm du plan W_0 , les autres paramètres expérimentaux étant identiques.

Les résultats de ces expériences et leur interprétation mathématique font l'objet de la section suivante.

5.2.8.3. Comparaison des figures de diffraction et d'interférences dans le cas d'ondes incidentes gaussiennes, puis pour le sténopé placé dans le plan de la ceinture, et enfin, pour le sténopé placé légèrement en arrière de ce plan.

Les résultats des mesures des positions u_n des franges de diffraction et d'interférences d'ondes incidentes gaussiennes (fig. 5.5. A), puis d'ondes incidentes résultant de la diffraction du sténopé placé dans le plan W_0 (fig. 5.5. B), enfin d'ondes incidentes résultant de la diffraction du sténopé placé dans le plan W (fig. 5.5. C), par un écran à bords rectilignes et parallèles, sont rassemblés dans les tableaux 5.5.b et 5.5.c.

Ils montrent que la position u_n des franges intérieures est identique, aux incertitudes expérimentales près, même lorsqu'on modifie considérablement la forme des isophases et leur répartition d'amplitude.

Tout se passe comme si, dans les trois cas, le modèle expérimental se réduisait à deux simples sources d'YOUNG situées aux points H et H' .

Il en résulte trois conséquences importantes :

- La mise en place de l'objectif par rapport au sténopé, de façon que ce dernier soit dans le plan W_0 de la ceinture du faisceau, n'est pas critique.

- L'expression analytique adoptée pour la forme des isophases peut être quelque peu approximative.

- L'expression analytique adoptée pour la répartition des amplitudes sur les isophases a peu d'importance, du moins en ce qui concerne la détermination de la position des franges intérieures. Modifier le facteur d'amplitude modifiera les valeurs des intensités mais ne modifiera pratiquement pas les valeurs u_n des abscisses des extrémums d'intensités, dans la région d'ombre géométrique. Cette dernière conséquence résulte de répartitions d'amplitudes lentement variables par rapport aux variations des phases le long des bords éclairés.

n	sténopé en W_0	pas de sténopé	écart relatif
	$u_n - u_{n'}$	$u_n - u_{n'}$	
200	9 704,0 μm	9 703,5 μm	5,1 10^{-5}
300	14 556,6	14 557,1	3,4 10^{-5}
350	16 984,1	16 984,5	2,3 10^{-5}

Comparaison entre les positions de franges de même ordre lorsque l'obstacle diffringent est éclairé par les ondes provenant du sténopé placé en W_0 et lorsqu'il est directement éclairé par le faisceau gaussien.

Tableau 5.5.b

n	sténopé en W_0	pas de sténopé	écart relatif
	$u_n - u_{n'}$	$u_n - u_{n'}$	
200	9 704,0 μm	9 703,5 μm	5,1 10^{-5}
300	14 556,6	14 556,0	4,1 10^{-5}
350	16 984,1	16 983,1	5,8 10^{-5}

Comparaison entre les positions des franges de même ordre lorsque l'obstacle diffringent est éclairé par des ondes provenant du sténopé placé en W_0 puis provenant du sténopé en W .

Tableau 5.5.c



Examinons ces expressions analytiques dans les cas des expériences correspondant aux figures 5.5. A, 5.5. B et 5.5. C.

5.2.8.3.1. Cas des ondes incidentes gaussiennes

Dans le cas où le bord CD est éclairé directement par le faisceau gaussien de la figure 5.5. A, l'état lumineux en un point B de ce bord est :

$$U_G(B) = \frac{q(0)}{q(z_B - z_0)} \exp \left\{ ik \left[z_B - z_0 + \frac{r^2}{2q(z_B - z_0)} \right] \right\} = A_G(B) e^{ik \phi_G(B)} \quad (5.8)$$

La position des franges de diffraction par l'écran à bords rectilignes et parallèles correspond aux abscisses u_n des maximums d'intensité $I(u)$ donnée par :

$$I(u) = |U_{BDW}(T) + U'_{BDW}(T)|^2 \quad (5.9)$$

avec, pour le bord CD :

$$U_{BDW}(T) = \int_{CD} \vec{W}_G(B, T) \cdot \vec{\ell} \cdot dy \quad (5.10)$$

et une expression $U'_{BDW}(T)$ analogue pour le bord C'D'.

Ecrivons, pour le faisceau gaussien, l'expression asymptotique (3.17) du potentiel vecteur :

$$\vec{W}_G(B, T) = U_G(B) \frac{e^{ik \cdot BT}}{4\pi BT} \cdot \frac{\frac{\vec{TB}}{TB} \wedge \vec{\text{grad}}_B \phi_G(B)}{1 + \frac{\vec{TB}}{TB} \cdot \vec{\text{grad}}_B \phi_G(B)} \quad (5.11)$$

Pour ce potentiel vecteur gaussien, $U_{BDW}(T)$ n'est pas directement intégrable.

5.2.8.3.2. Cas du sténopé éclairé par le faisceau gaussien

Dans le cas où le sténopé est dans le plan W_0 de la ceinture du faisceau gaussien (fig. 5.5. B) ou dans un plan W voisin (fig. 5.5. C), l'onde incidente en B résulte de la diffraction du faisceau gaussien par l'ouverture circulaire du sténopé. Soient $U_2(B)$ et $U_3(B)$ les expressions respectives de l'état lumineux en B correspondant aux ondes incidentes produites en B par le sténopé placé en W_0 puis en W .

$$\begin{aligned}
 U_2(B) &= U_G(B) + U_{BDW2}(B) = A_2(B) e^{ik \phi_2(B)} \\
 U_3(B) &= U_G(B) + U_{BDW3}(B) = A_3(B) e^{ik \phi_3(B)}
 \end{aligned}
 \tag{5.12}$$

BOULAY et LIT 1972, ou encore TAKENAKA, KAKEYA, FUKUMITSU 1980, ont proposé des solutions approchées pour les ondes BDW résultant de la diffraction d'un faisceau gaussien par une ouverture circulaire. L'écriture de ces solutions est très lourde.

Les expressions de $\phi(B)$ de (5.12) sont compliquées, ainsi que celles de leur gradient au point B. En définitive, l'onde BDW diffractée par le bord rectiligne n'est pas directement intégrable.

Si on peut admettre que l'ouverture du sténopé est assez petite, et l'amplitude gaussienne lentement variable, on peut, dans le cas du sténopé placé dans le plan W_0 de la ceinture du faisceau, considérer qu'il est éclairé par une onde homogène plane. L'expression de l'état lumineux en B correspond alors à celui de l'onde sphérique hétérogène :

$$U_2(B) \sim \frac{L_1(OB)}{SB} \exp(ik \cdot SB)
 \tag{5.13}$$

$L_1(OB) = L_1(r)$ a été défini par la relation (3.27).

Pour des ondes incidentes sphériques homocentriques, de centre de courbure commun S, et hétérogènes de répartition d'amplitude $L_1(r)$, nous avons pu, expliciter entièrement une méthode asymptotique d'intégration de la représentation B.D.W. : elle a été développée à la section 3.8 .

Aux incertitudes expérimentales près, les résultats du tableau 5.5.c permettent d'écrire, du moins pour la détermination des abscisses u_n des franges intérieures :

$$U_3(B) \sim U_2(B)
 \tag{5.14}$$

5.2.8.4. Mise en place de l'objectif

Initialement, nous avons mis en place l'objectif de façon que le sténopé soit dans le plan W_0 de la ceinture. Mais, au cours des réglages de centrage du sténopé sur l'axe optique, la puissance de la raie de longueur d'onde $\lambda = 0,514\ 527\ \mu\text{m}$ qui est de 1,5 watt, a fait fondre le clinquant de laiton...

Aussi, avons-nous décalé légèrement l'objectif en le rapprochant du laser de façon que le sténopé soit un peu en arrière du plan de la ceinture, dans une région où la concentration d'énergie est moins grande. La durée de vie du sténopé se trouve accrue, d'une part, et d'autre part, nous évitons, en cours d'expériences, un échauffement trop important du bord circulaire qui provoque des distorsions aléatoires des ondes incidentes aux points B et B', ce qui diminue le contraste des franges intérieures, et la qualité des enregistrements photographiques.

Le décalage Δz est d'environ 1 cm entre le plan W du sténopé et le plan W_0 de la ceinture du faisceau (fig. 5.5.c). Dans ces conditions, les ondes incidentes en B ou B' ne sont plus rigoureusement sphériques.

Toutefois, comme les résultats du tableau 5.5.c montrent que les écarts relatifs sur la position u_n des franges ne dépassent pas 6.10^{-5} , nous pouvons supposer que les ondes sont pratiquement sphériques et adapter l'analyse mathématique des sections 3.6 à 3.8 - la seule que nous ayons pu expliciter entièrement par intégration asymptotique - au cas du sténopé placé dans le plan W situé légèrement en arrière de la ceinture du faisceau gaussien.

5.2.8.5. Réglages de l'objectif

La lumière du laser interceptée par le croisillon et réfléchiée par la face antérieure convexe de l'objectif, forme sur le croisillon une figure de diffraction relativement petite. En amenant les axes de symétrie de cette figure en coïncidence avec les axes médians du croisillon, on réalise le réglage d'orientation de l'objectif L.

On ôte ensuite définitivement le croisillon et le microscope auxiliaire.

La photographie 5.6 représente la figure de diffraction produite par l'ouverture circulaire du sténopé éclairé par l'onde plane très intense résultant de la concentration de la lumière du laser par l'objectif L.

Les dimensions de cette figure sont pratiquement les mêmes que si on ôte l'objectif L pour éclairer directement le sténopé par le faisceau laser. Cependant, l'intensité de cette figure est beaucoup plus grande dans le premier cas que dans le second, et les anneaux d'éclairement nul apparaissent beaucoup moins épais. L'appréciation de la coïncidence du premier anneau d'éclairement nul et du bord de l'ouverture circulaire du diaphragme s'en trouve améliorée. Elle permet un réglage très précis de la position transversale de l'objectif.

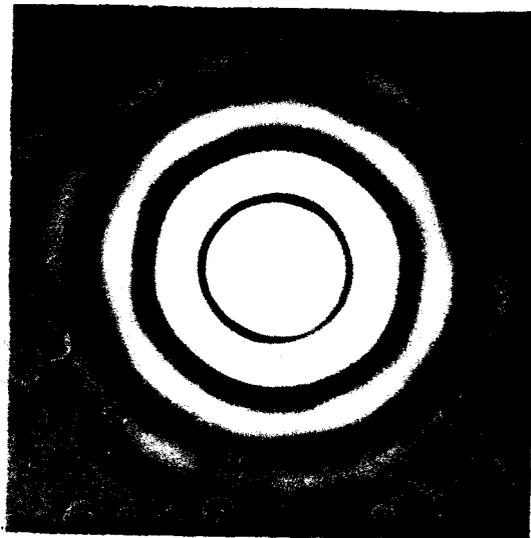


Fig. 5.6

Légende de la figure 5.6



Figure de diffraction produite par l'ouverture circulaire du sténopé placé au voisinage du plan de la ceinture du faisceau émergent de l'objectif éclairé par le laser.

Désignons par r_1 et r_2 les rayons respectifs des anneaux noirs de la figure de diffraction produite par le sténopé (fig. 5.6 bis), comptés dans cet ordre du centre vers l'extérieur de la figure.

Lorsque les réglages sont achevés, l'ouverture circulaire du diaphragme coïncide avec le premier anneau noir de rayon r_1 : d'après la représentation de RUBINOWICZ qui exprime le point de vue de YOUNG, (voir chapitre 1), quand le bord circulaire du diaphragme ne reçoit pas de lumière, il ne doit pas y avoir de phénomène de diffraction en arrière du diaphragme.

De façon plus rigoureuse, l'analyse mathématique de la B.D.W. appliquée aux ondes hétérogènes montre que, pour une répartition d'amplitude lentement variable par rapport aux variations de phase, l'intégrale de contour appliquée aux pupilles diffringentes en forme de segment de cercle (fig. 2.1)

$$U_{BDW}(T) = \int_{CHD} \vec{W} \cdot \vec{\ell} \cdot d\Gamma + \int_{DMC} \vec{W} \cdot \vec{\ell} \cdot d\Gamma$$

est telle que, lorsque sur le contour circulaire DMC, $U = 0$, on a aussi $W \sim 0$ (section 3.6.2. équation 3.33) ; la seconde intégrale est alors négligeable devant la première :

$$U_{BDW}(T) \sim \int_{CHD} \vec{W} \cdot \vec{\ell} \cdot d\Gamma$$

Si la contribution de la seconde intégrale n'était pas négligeable, elle donnerait lieu, dans le plan uFv d'observation des franges (fig. 2.1), à une figure de diffraction possédant la symétrie de révolution autour du point F.

Or, expérimentalement, nos plaques photographiques sont semblables à celles de la figure 5.14 : on n'y observe jamais de structure circulaire, ce qui confirme la validité de l'hypothèse de la section 3.6.2., en particulier la relation (3.33).

Pour vérifier de façon plus spectaculaire cette hypothèse, nous avons réalisé l'expérience annexe décrite dans ce qui suit.

L'écran diffringent à bords rectilignes étant ôté, nous utilisons un écran diffringent plan percé d'une ouverture annulaire de rayon intérieur a_1 et de rayon extérieur a_2 ; les valeurs numériques de ces rayons sont dans le même rapport que les deux premiers zéros de la fonction L_1 de la relation

(3.38). Dans le cas de notre expérience, $a_1 = 19,1$ mm et $a_2 = 35$ mm ; le disque central est fixé rigidement au reste de l'écran au moyen de trois fils métalliques noirs, aussi fins que possible, tendus à 120° l'un de l'autre, dans des directions radiales (fig. 5.6 ter).

Le plan de l'écran est perpendiculaire à l'axe $\vec{z'z}$ et les circonférences de rayons a_1 et a_2 sont centrées sur cet axe. Lorsque cette ouverture annulaire est éclairée par la lumière diffractée par le sténopé de façon que ses bords circulaires coïncident avec les deux premiers anneaux noirs de la figure de diffraction du sténopé, c'est-à-dire lorsque l'écran occupe le long de l'axe $\vec{z'z}$ une position telle que $a_1 = r_1$ et $a_2 = r_2$, les bords eux-mêmes ne reçoivent aucune lumière. D'après la représentation de RUBINOWICZ exprimant le point de vue de YOUNG, il ne doit pas y avoir de diffraction : la lumière doit se propager en suivant les lois de l'optique géométrique, comme s'il n'existait pas d'écran diffringent.

L'expérience visant à vérifier cette hypothèse a été réalisée en plusieurs étapes.

- Dans une première étape, la distance entre le sténopé et l'écran est voisine de 1,75 m et telle que $a_2 = r_1$. Dans ces conditions, le bord de rayon a_1 est éclairé tandis que le bord de rayon a_2 ne reçoit aucune lumière. En arrière de l'écran, le long de l'axe $\vec{z'z}$, dans la région d'ombre géométrique du disque, on observe une figure de diffraction formée de cercles concentriques centrés sur cet axe. Elle est d'autant plus belle qu'on s'éloigne de l'écran. Nous l'avons observée à une distance d'environ 9 m de cet écran.

Lorsqu'on déplace le disque opaque central dans son plan, par exemple en raccourcissant l'un des fils qui le supporte et en allongeant les deux autres, ceci sans modifier la position du reste de l'écran, la figure de diffraction subit une translation de même sens que celle du disque. Elle provient donc de la diffraction par les bords éclairés de ce disque.

- Dans une deuxième étape, la distance entre le sténopé et l'écran est voisine de 1 m et telle que $a_1 = r_1$ et $a_2 = r_2$. Dans ces conditions, aucun des bords n'est éclairé. En arrière de l'écran, on n'observe plus de figure de diffraction structurée : tout au plus remarque-t-on un peu de lumière parasite provenant en particulier des imperfections de réalisation pratique du modèle (biseaux imparfaits matérialisant les bords de l'ouverture annulaire, présence des fils tendus à 120° , etc...). Cette lumière parasite forme de

Légende de la figure 5.6 bis

Figure de diffraction du sténopé avec r_1 et r_2 , rayons des deux premiers anneaux noirs.

Légende de la figure 5.6 ter

Ecran diffringent avec ouverture annulaire de rayons a_1 et a_2 .

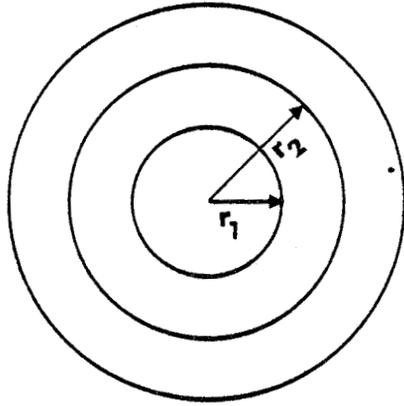


Fig 5.6.2

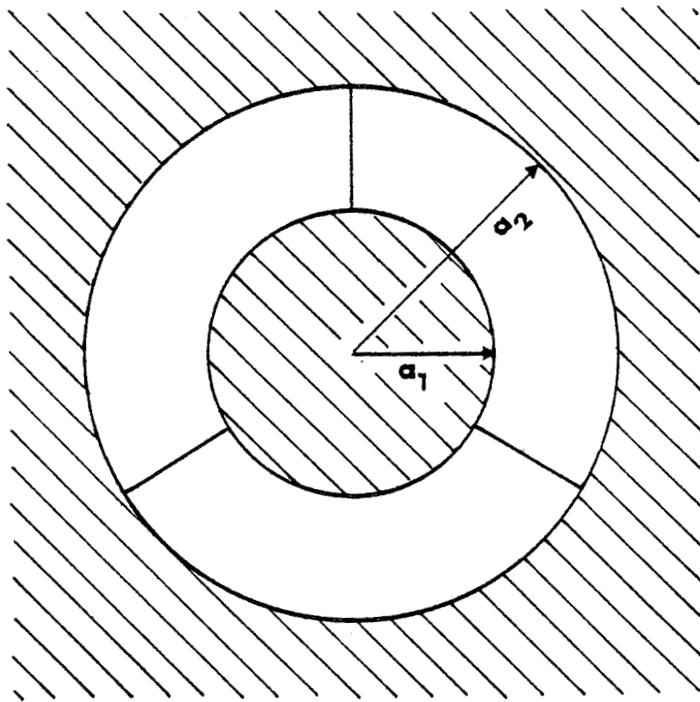


Fig 5.6.3



légères traînées radiales, dont les directions sont perpendiculaires aux bords de l'ouverture annulaire de l'écran. On n'observe plus de cercles concentriques d'axe $\vec{z'z}$ comme dans l'étape précédente.

Si on fait subir à l'écran diffringent une translation perpendiculaire à l'axe $\vec{z'z}$, on éclaire les bords et une figure de diffraction formée d'anneaux concentriques apparaît. Elle disparaît lorsqu'on ramène l'écran dans sa position initiale, c'est-à-dire lorsque les bords circulaires de l'ouverture annulaire sont de nouveau centrés sur l'axe $\vec{z'z}$.

- Dans une troisième étape, la distance entre le sténopé et l'écran est intermédiaire, par exemple égale à 1,35 m : les deux bords de l'ouverture annulaire sont éclairés, et on observe une figure de diffraction formée de cercles concentriques d'axe $\vec{z'z}$.

Lorsqu'on déplace le disque opaque central dans son plan sans modifier la position du reste de l'écran diffringent, on distingue nettement deux systèmes de cercles : l'un reste centré sur l'axe $\vec{z'z}$ tandis que l'autre subit une translation de même direction que celle appliquée au disque central.

- Dans une quatrième étape, sans modifier l'excentrement du disque central par rapport au bord circulaire extérieur de l'ouverture annulaire, on ramène l'ensemble de l'écran diffringent à une distance voisine de 1 m du sténopé, comme dans la seconde étape. Toutefois, on ne peut réaliser que des coïncidences successives soit de a_1 et r_1 , soit de a_2 et r_2 . On observe alors successivement l'une ou l'autre des figures de diffraction correspondant à celui des deux bords circulaires qui est seul éclairé.

Ces figures de diffraction disparaissent lorsque le centrage est parfaitement rétabli.

Cette expérience prouve donc la validité de l'hypothèse de YOUNG selon laquelle la diffraction est un phénomène dont le mécanisme se situe sur les seuls bords diffringents éclairés (ou dans leur voisinage immédiat).

Elle montre que l'influence des bords non éclairés des diaphragmes peut être négligée, du moins dans le cas des paramètres expérimentaux de nos expériences pour lesquels la répartition d'amplitude est lentement variable par rapport aux variations de la phase.

L'expérience précédente peut sembler en contradiction avec l'expérience historique suggérée par POISSON et réalisée par ARAGO et FRESNEL (Oeuvres de FRESNEL, Tome 1, p. 369) (1819).

La figure 5.6 quarto en rappelle le principe. Un disque opaque de centre O, de rayon OM et d'axe $\vec{z}'\vec{z}$ est éclairé par un faisceau homocentrique divergent de sommet S. On observe la figure de diffraction en un point F de l'axe $\vec{z}'\vec{z}$.

D'après POISSON, le point F est toujours un point lumineux.

ARAGO et FRESNEL ont vérifié expérimentalement cette hypothèse que POISSON trouvait absurde... Ils observent que le milieu de l'ombre géométrique est un point brillant, du moins lorsque la distance OF n'est pas trop petite et lorsque le rayon du disque n'est pas trop grand, par exemple 2 mm.

Sur la figure 5.6.4. sont représentées les premières zones de FRESNEL ; elles sont obtenues en traçant les sphères de rayon FM, $FM + \lambda/2$, $FM + \lambda...$ etc. Le calcul de FRESNEL montre que, pour une amplitude lentement variable, l'amplitude résultante en F est égale à la moitié de l'amplitude produite par la première de ces zones.

Evaluons la largeur MN de la première zone pour les paramètres de notre expérience : $b = OF = 9$ m, $R = OM = 2$ cm.

$$FN - FM = \lambda/2$$

En supposant OF grand par rapport à OM, et OM grand par rapport à MN, on peut écrire en première approximation :

$$MN \approx \frac{\lambda b}{2R} \approx 112 \mu\text{m}.$$

La première zone de FRESNEL est très voisine du bord diffringent.

Or, notre expérience est réalisée avec un disque dont le rayon $OM = a_1$ est égal au rayon r_1 du premier anneau noir de la figure de diffraction du sténopé (fig. 5.6 bis), de sorte que les premières zones de FRESNEL ne reçoivent pratiquement pas de lumière.

Si l'amplitude de la première zone est nulle, celle du point F l'est aussi. Le point F qui est théoriquement éclairé reste, dans ce cas particulier, obscur.

Notre expérience n'est donc pas en contradiction avec l'hypothèse de POISSON.

Légende de la figure 5.6 quarto

Diffraction d'un faisceau homocentrique divergent par un disque dont l'axe \vec{z} passe par le sommet S du faisceau (expérience de POISSON-FRESNEL). On a indiqué les deux premières zones de FRESNEL pour un point d'observation F situé sur l'axe.

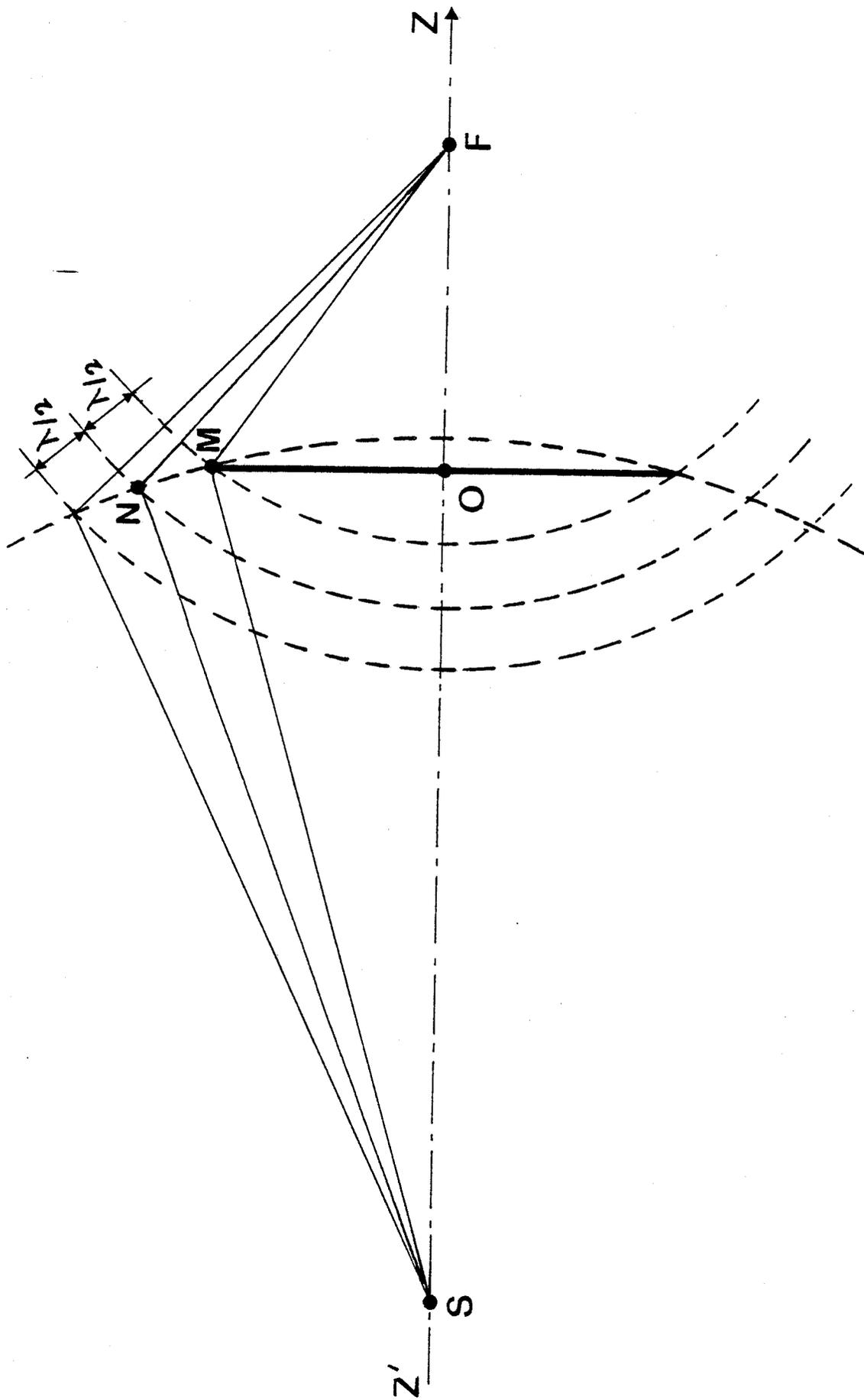


Fig 5.6.4



5.2.8.6. Reprise des opérations par itérations successives

La finesse accrue des zones d'éclairement nul permet de mettre en évidence une légère inégalité entre le diamètre du premier anneau noir et celui de l'ouverture circulaire. Le support du diaphragme doit donc être éloigné ou rapproché du sténopé. Comme le barreau diffringent est solidaire du diaphragme, il subit la même translation. Le mètre étalon et le châssis photographique doivent être déplacés de façon identique. Les défauts de linéarité du banc de précision obligent souvent à retoucher légèrement les réglages d'orientation. Dans ce but, le croisillon est remis en place et la séquence des réglages est itérée. Il en est de même chaque fois que l'on modifie de façon notable des paramètres tels que la longueur d'onde, ou la distance b , ou encore lorsqu'on ôte le sténopé de sa monture : sa remise en place nécessite un contrôle de son centrage sur l'axe $\vec{z'z}$ au moyen du croisillon auxiliaire. C'est pourquoi les opérations de réglages sont réalisées par itérations successives jusqu'à ce que l'ensemble des contrôles soit satisfaisant.

5.2.8.7. Contrôle des réglages de l'objectif

Les réglages de l'objectif L sont importants car ils conditionnent en grande partie la symétrie d'amplitude de l'onde sphérique que l'on veut produire. Au cours de la reprise des opérations de réglage, il est intéressant de laisser en place le croisillon et l'objectif tout en ôtant le sténopé et l'obstacle diffringent afin de vérifier la qualité du réglage de l'objectif à cette étape. On observe alors la lumière du laser interceptée par le croisillon non seulement dans sa partie réfléchiée par la face antérieure de l'objectif mais aussi dans sa partie transmise par le système centré.

La photo 5.7 représente la figure de diffraction observée dans le plan $u'u, v'v$. Par comparaison avec les photos 5.4, on remarque une différence de structure qui résulte de l'introduction du système optique L dans le montage. Cette figure doit être symétrique et exactement centrée sur la mire du microscope horizontal en position de visée F. Ce centrage peut être contrôlé avec grande précision car la figure de diffraction comporte un grand nombre d'éléments de symétrie dont les détails sont facilement observables par vision directe, bien qu'ils n'apparaissent pas sur la photo 5.7.

5.3. ANALYSE DES DONNEES EXPERIMENTALES

Pour conserver à nos mesures finales une précision meilleure que 10^{-4} , les incertitudes des données introduites dans les calculs analytiques doivent

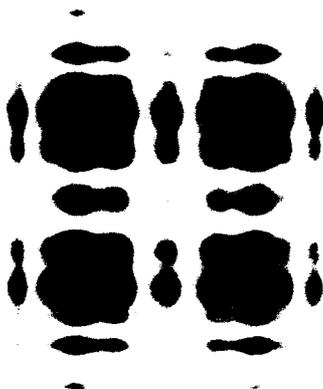


Fig. 5.7

Légende de la figure 5.7

Figure de diffraction produite par l'objectif lorsque ce dernier est éclairé par la lumière diffractée par le croisillon.



être parfaitement déterminées. Dans cette section, nous indiquons, pour les divers paramètres expérimentaux, les valeurs que nous avons adoptées et les critères de précision.

5.3.1. Longueurs d'ondes du laser

Pour le laser Argon, nous avons admis les valeurs des longueurs d'ondes dans l'air publiées par BRIDGE et CHESTER (1965) :

0,476 488	±	0,000 004	µm
0,487 986	±	0,000 004	
0,496 509	±	0,000 002	
0,501 717	±	0,000 002	
0,514 527	±	0,000 006	

Les variations de l'indice de réfraction de l'air avec la température et la pression sont données par la relation (BENNETT et GILL 1980) :

$$n - 1 = (n_s - 1) \alpha P (1 + \beta t)^{-1} \quad (5.15)$$

avec :

$$\begin{aligned} n_s &: \text{indice de réfraction de l'air standard} \\ \alpha &= 1,041\ 26 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}^{-1} \\ \beta &= 3,671 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \end{aligned}$$

Les auteurs indiquent que les corrections d'humidité de l'air sont négligeables par rapport à celles de température et de pression.

Pour de petites variations dt de la température, on peut écrire :

$$\frac{dn}{n-1} = \frac{\beta}{1 + \beta t} dt ,$$

et pour de petites variations dP de la pression :

$$\frac{dn}{n-1} = \frac{dP}{P}$$

Dans le cas de nos expériences, pour $0,476 < \lambda < 0,515 \text{ } \mu\text{m}$, $n_s - 1 \approx 2,7 \cdot 10^{-4}$. Les variations de température sont restées inférieures à 2°C , ce qui entraîne : $\Delta n < 1,8 \cdot 10^{-6}$.

Les variations de pression sont restées inférieures à 1 cm de mercure, ce qui entraîne : $\Delta n < 3,6 \cdot 10^{-6}$.

Les corrections de variations de l'indice de réfraction de l'air sont donc inférieures aux incertitudes de mesure des longueurs d'onde.

D'autre part, dans le cas de notre laser Argon, la notice du constructeur (Coherent Radiation CR2) indique pour les raies une largeur Doppler de 10 GHz en mode TEM₀₀. Il en résulte une incertitude sur les longueurs d'onde :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim \frac{\Delta\nu}{\nu} \sim \frac{5 \cdot 10^9}{6 \cdot 10^{14}} \sim 10^{-5}$$

On remarque que cette incertitude relative conduit à des incertitudes absolues voisines de celles indiquées par BRIDGE et CHESTER.

La largeur de raie semble donc la principale cause d'incertitude sur les longueurs d'onde du laser.

5.3.2. Détermination de a

On a indiqué dans la section 5.2.7.2. que la distance a entre le sténopé et l'écran diffringent est telle que, pour une radiation donnée, le bord de l'ouverture circulaire du diaphragme situé dans le plan de l'écran diffringent, coïncide avec le cercle d'éclairement nul entourant le cône lumineux central émis par le sténopé.

Dans notre expérience, le rayon du diaphragme est R = 60 mm et le diamètre du sténopé, mesuré sur comparateur optique est $2r = 30 \pm 2 \mu\text{m}$.

Le tableau suivant donne a pour les deux radiations les plus intenses de notre laser ainsi que les valeurs de r calculées au moyen de la formule classique $r = 0,61 \lambda a/R$.

λ	a	r
0,496 507 μm	305 \pm 4 cm	15,4 \pm 0,2 μm
0,514 527	296	15,5

Compte tenu des incertitudes expérimentales, les valeurs calculées de r s'accordent non seulement entre elles, mais aussi avec la valeur mesurée sur comparateur optique.

En pratique, la zone sombre de part et d'autre de ce cercle d'éclairement nul est assez large pour que l'intensité lumineuse sur le bord du diaphragme soit négligeable. D'ailleurs, on n'observe aucune diffraction parasite qui serait provoquée par le diaphragme lorsqu'on change de longueur d'onde sans refaire tous les réglages rigoureux associés à la variations de a. Dans ce cas,

si on enregistre les figures de diffraction et d'interférences pour une même distance b entre l'écran diffringent et la plaque photographique, l'interfrange i ne varie qu'en fonction de λ . L'étude expérimentale de la relation entre i et λ est alors plus simple et plus précise.

5.3.3. Détermination de la largeur physique de l'obstacle diffringent

5.3.3.1. Mesures du Laboratoire National d'Essais

La largeur physique $2e$ de l'écran diffringent a été déterminée en 1978 par le Laboratoire National d'Essais (L.N.E.) agréé par le Bureau National de Métrologie. Cette détermination se situe chronologiquement au milieu de nos expériences : elle a été précédée de 27 expériences (tableaux 7.1, 7.2, 7.8, 7.9 et 7.9 bis) et suivie de 14 expériences (tableaux 7.10 à 7.19, 7.22 à 7.25).

Nous avons demandé au L.N.E. de déterminer la largeur de l'obstacle diffringent par une méthode ne faisant pas intervenir des mesures optiques dissymétriques de la position des bords diffringents ; en effet, pour de telles méthodes, la limite de l'ombre géométrique est toujours mal définie, et variable avec les conditions d'éclairement.

Le L.N.E. a effectué la mesure de $2e$ à 20°C par palpation mécanique sous une force très faible de l'ordre de 4 gf. L'appareil palpe une cale étalon plus large que l'obstacle diffringent ; puis il palpe l'obstacle lui-même et enfin, une cale étalon plus petite que l'obstacle. La largeur de l'obstacle diffringent est déterminée par interpolation. L'opération peut être itérée avec un jeu de cales différentes.

La planche 5.8 est la photocopie du procès-verbal. La mesure médiane E_m correspond à la largeur $HH' = 2e$ de l'écran suivant l'axe $\overrightarrow{x'Ox}$, c'est-à-dire pour la cote $y = 0$ (Fig. 2.1).

L'étalonnage indique :

$$HH' = 2e = 21\,212 \pm 0,5 \mu\text{m}.$$

Lors de l'étalonnage, C. HENRY, responsable de l'Essai, a trouvé une valeur $2e$ inférieure à $7 \mu\text{m}$ à celle que nous avons calculée par application de la théorie de la Boundary Diffraction Wave (B.D.W.) à partir de toutes nos données expérimentales (voir sections 3.1.3., 4.3.6. et suivantes). Etant convaincu qu'une telle différence ne pouvait être attribuée à une contraction élastique momentanée de l'écran diffringent sous la contrainte du palpeur, il a vérifié ses mesures et confirmé ses résultats.

Légende de la planche 5.8

Photocopie du procès verbal de mesure de la largeur $2e$ de l'obstacle diffringent par le Laboratoire d'Essais (agr   par le Bureau National de Métrologie).

LABORATOIRE NATIONAL D'ESSAIS

1, rue Gaston-Boissier - 75015 Paris

Tél. : 532-29-89

PARIS, LE 8 JUIN 1978



ESSAI N° 805 272/13.202

V/Réf : 034 736

Université des Sciences et Techniques
U.E.R. de Physique Fondamentale
Service 02
B.P. 36

59650 VILLENEUVE D'ASCQ

PROCÈS-VERBAL

CONTROLES DIMENSIONNELS

SUR COUTEAU DIFFRACTANTDésignation.-

Un couteau diffractant de section trapézoïdale mesurant environ 152 x 21,2 x 6 x 4 mm numéroté M5 par le demandeur.

Etude.-

Il s'agit de mesurer la longueur de la grande base du trapèze aux environs de la zone centrale.

L'opération est exécutée sur une machine à mesurer par palpement mécanique à l'aide de touches mesurant environ 4 mm. Trois pointés sont effectués et repérés comme suit :

- E1 situé à environ 20 mm de la ligne centrale (côté étiquette)
- Em situé aux environs de la ligne centrale
- E2 situé à environ 20 mm de la ligne centrale (côté opposé à l'étiquette)

Résultats.-

La moyenne de plusieurs pointés est tabulée ci-après.

Repères lignes mesurées	Côtes mesurées en mm
E1	21,210
Em	21,212
E2	21,209

Le Laboratoire s'interdit de communiquer à des tiers les résultats des essais. Si le demandeur désire les publier avec référence du Laboratoire, il ne peut le faire que par reproduction intégrale du procès-verbal. Toute infraction à cette règle autorise le Laboratoire à publier les résultats complets des essais.

Incertitude de mesure : $\pm 0,0005$ Température de mesure : 20°C

Le Responsable de l'Essai,

C. HENRY

Le Chef du Département
Etalonnage et Instrumentation,

PLANCHE 5.8

R. TOUZIN

5.3.3.2. Contraction élastique provoquée par le palpeur

Nous nous proposons d'évaluer un ordre de grandeur de la contraction relative $\Delta(2e)/2e$ de l'écran diffringent lorsque ses bords sont palpés au moyen de touches mesurant 4 mm avec une force de 4 gf. Cette force étant très petite, la déformation élastique, et par conséquent la loi de HOOKE, est applicable (YAVORSKI et DETLAV 1975). On a :

$$\sigma = \frac{f}{S} = K \frac{\Delta(2e)}{2e}$$

où σ est la contrainte du palpeur qui exerce une force f sur la surface palpée.

Le coefficient K est dans ce cas égal au module de YOUNG E .

Il convient de souligner que nous ne prétendons pas calculer de façon précise la contraction de l'écran diffringent avec cette formule, mais seulement évaluer un ordre de grandeur de $\Delta(2e)/2e$. En effet, la formule utilisée ici s'applique essentiellement aux déformations longitudinales, ce qui n'est pas rigoureusement le cas de notre écran diffringent.

D'autre part, la détermination de la surface palpée S pose un problème. La figure 5.9 représente schématiquement, sans respecter les proportions, la section droite de l'écran dans le plan xOz . Les faces biseautées de l'écran diffringent font un angle voisin de 30° . Le bord diffringent n'est pas une arête vive, mais un cylindre dont nous estimons que le rayon de courbure R ne dépasse pas $6 \mu\text{m}$. La figure 5.10 indique, pour deux rayons de courbure $R = 6 \mu\text{m}$ et $R = 1 \mu\text{m}$, les valeurs des cordes Δz parallèles à l'axe \vec{z} , espacées entre elles de $\Delta x = 1 \mu\text{m}$, avec pour corde d'origine la tangente au bord diffringent pour laquelle $\Delta z = 0$.

Si nous admettons que, sous la contrainte du palpeur, le bord cylindrique s'écrase et devient une surface plane dont la trace sur le plan xOz est une de ces cordes, la contraction est $\Delta(2e) = 2 \Delta x$ et la surface palpée est $S = \Delta y \cdot \Delta z$ où Δz est la longueur de la corde, et Δy , la dimension de la touche du palpeur qui est appliquée sur le bord diffringent de l'écran, soit $\Delta y = 4 \text{ mm}$.

On obtient alors :

$$\sigma = \frac{f}{\Delta y \cdot \Delta z} = K \frac{\Delta(2e)}{2e},$$

d'où :

$$f = K \frac{\Delta(2e) \cdot \Delta y \cdot \Delta z}{2e}$$

Avec les valeurs numériques suivantes :

pour l'acier, $K = 2,1 \cdot 10^4 \text{ Kgf mm}^{-2}$ (Handbuch KUDERLI. Zurich 1949) ;

$y = 4 \text{ mm}$; $2e = 21 \text{ mm}$,

on obtient la formule approximative :

$$f = 4 \Delta z \cdot \Delta(2e)$$

où f est mesuré en gf, Δz et $\Delta(2e)$ en μm .

Pour le rayon de courbure $R = 6 \mu\text{m}$ des cylindres constituant physiquement les bords de notre écran diffringent, le tableau 5.11 A donne des valeurs de $\Delta(2e)$, Δz et f . On constate que, pour la force $f = 4 \text{ gf}$ indiquée dans le procès-verbal du L.N.E., la déformation $\Delta(2e)$ serait inférieure aux incertitudes de toutes nos mesures et largement inférieure à l'écart de $7 \mu\text{m}$ entre la largeur physique de l'écran diffringent et sa largeur optique que nous avons déduite par application de la B.D.W. à partir de toutes nos données expérimentales.

Cette étude, quoique sommaire, confirme l'opinion de C. HENRY, responsable des mesures au L.N.E., selon laquelle la contraction élastique momentanée de l'écran diffringent sous la contrainte du palpeur de mesure, ne peut expliquer la différence entre la largeur physique et la largeur optique de l'écran diffringent.

Le tableau 5.11 B donne aussi des valeurs de $\Delta(2e)$, Δz et f pour $R = 1 \mu\text{m}$. Même dans ce cas qui nécessiterait une technique très poussée de super finition des bords de l'écran diffringent, la déformation provoquée par le palpeur serait encore inférieure à la précision relative de 10^{-4} que nous nous sommes fixée dans notre expérimentation.

5.3.4. Détermination de la distance séprant l'obstacle diffringent de la plaque photographique ; corrections systématiques et incertitudes.

La distance b entre le plan diffringent xOy et le plan de l'émulsion photographique uFv est mesurée par comparaison avec une règle à traits.

5.3.4.1. Etalonnage de la règle.

De construction ancienne, la règle étalon était conçue pour donner la valeur du mètre à 0°C . Elle a été étalonnée à 20°C par le L.N.E. La planche 5.12 est une photocopie du procès-verbal d'étalonnage.

Légende de la figure 5.9

Représentation schématique, dans le plan xOz , de la section droite de l'obstacle diffringent.

\vec{f} représente la force exercée par le palpeur.

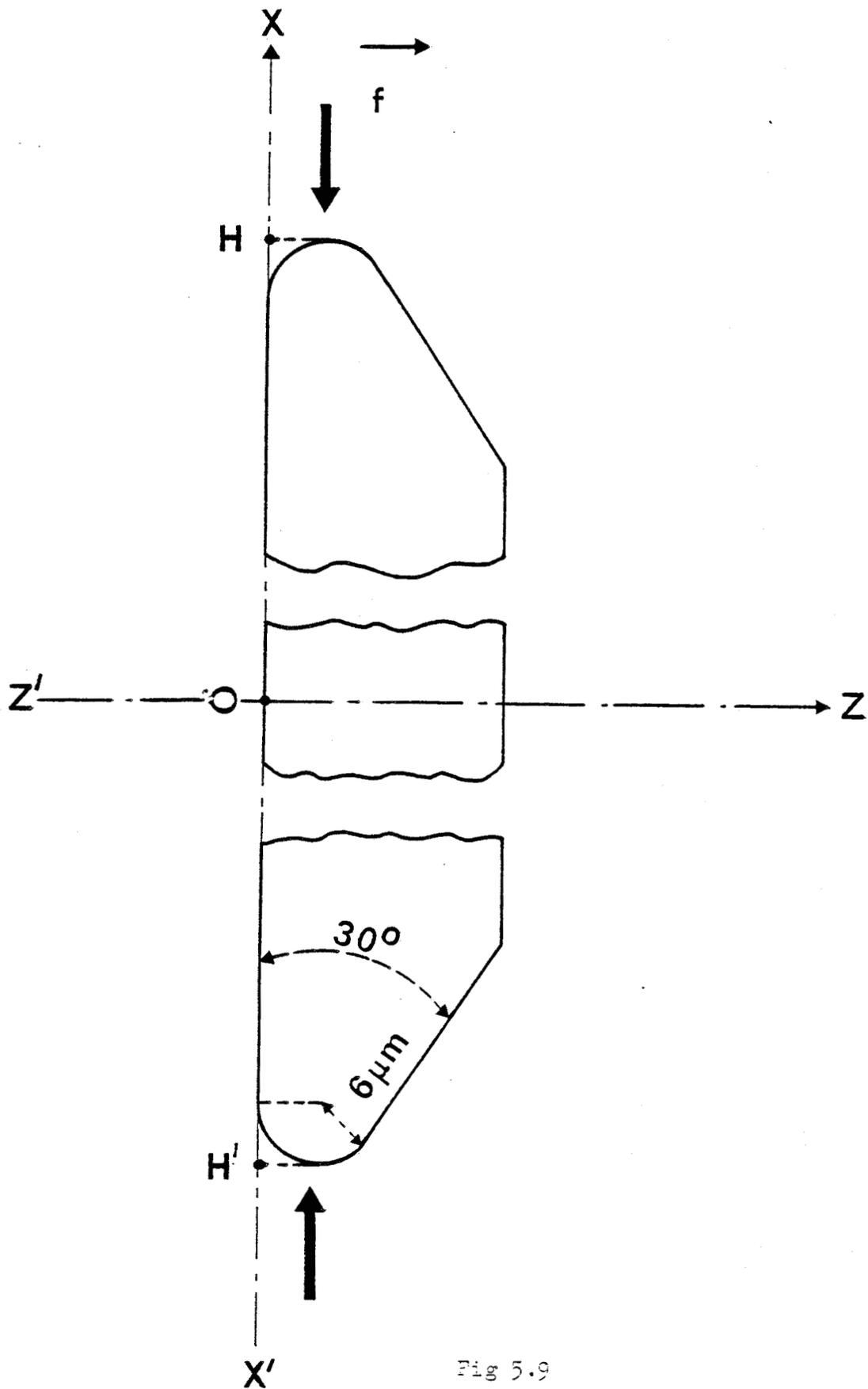


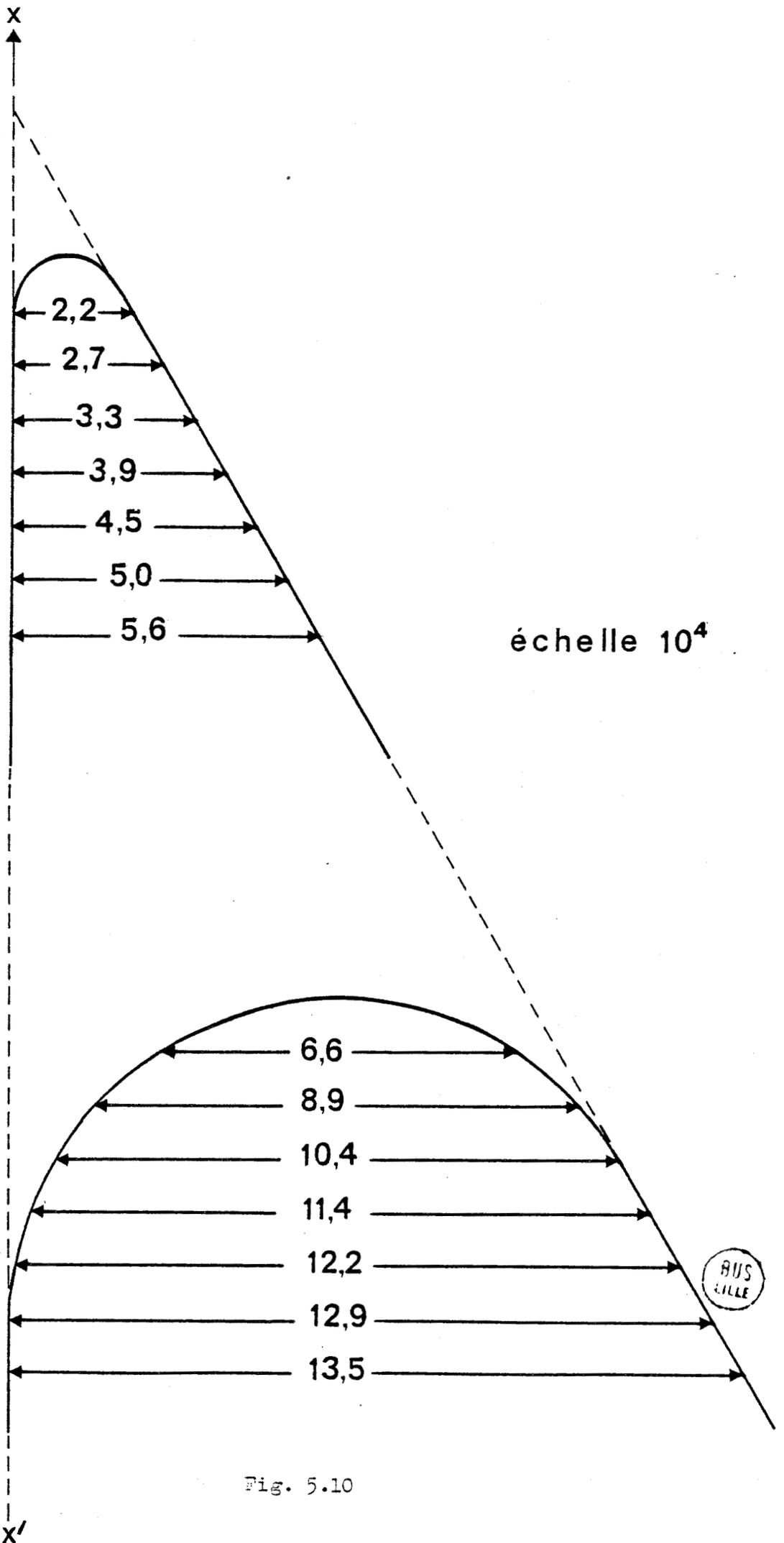
Fig 5.9



Légende de la figure 5.10

Représentation schématique de la section droite d'un bord diffringent pour un rayon de courbure de $6 \mu\text{m}$, représentatif du cas expérimental, et pour un rayon de courbure de $1 \mu\text{m}$, représentatif d'un cas limite idéal. Les valeurs de la longueur des cordes parallèles à $\overrightarrow{z'z}$ sont indiquées en micromètres.

$R = 1\ \mu\text{m}$



échelle 10^4

$R = 6\ \mu\text{m}$

IUS
LILLE

Fig. 5.10

$\Delta(2e)$	Δz	f
1 μm	4,8 μm	19,2 gf
2	6,6	52,8
4	8,9	142,4
6	10,4	249,6
8	11,4	364,8

A : Rayon de courbure de 6 μm .

$\Delta(2e)$	Δz	f
1 μm	1,7 μm	6,8 gf
2	2,2	17,6
4	2,7	43,2
6	3,3	79,2
8	3,9	124,8

B : Rayon de courbure de 1 μm .

Tableau 5.11



5.3.4.2. Correction des écarts systématiques liés aux défauts du banc d'optique

Afin d'évaluer les écarts systématiques provoqués par les défauts de lacets et de tangages du banc d'optique, nous avons construit un interféromètre de type MICHELSON, dont les axes des deux bras sont : l'un parallèle, l'autre perpendiculaire à l'axe optique $\vec{z}'z'$ de notre montage (fig. 5.13).

Sur le bras perpendiculaire à $\vec{z}'z'$, le faisceau lumineux émis par un laser He-Ne, est focalisé par un système optique centré L sur un sténopé St, d'où il est diffracté en nappes coniques divergentes coaxiales. Un diaphragme circulaire D permet d'isoler la nappe centrale, qui constitue un faisceau homocentrique divergent de révolution, que le système optique centré L' transforme en un faisceau de lumière parallèle. Celui-ci, reçu sous l'incidence de 45° par la lame séparatrice Se, est dédoublé en deux faisceaux de même intensité lumineuse, l'un transmis sans changement de direction de propagation, l'autre réfléchi à angle droit dans la direction $\vec{z}'z'$.

Un miroir orientable M_1 renvoie le faisceau transmis sur la séparatrice qui le réfléchit à angle droit dans la direction $\vec{z}'z'$.

Un miroir M_2 solidaire du monobloc de l'unité de visée, renvoie le second faisceau vers la séparatrice qui le transmet dans la direction $\vec{z}'z'$.

Les deux faisceaux qui se propagent au-delà de la séparatrice dans la direction $\vec{z}'z'$ forment une figure d'interférence sur l'écran E.

Lorsque l'unité de visée palpe en F l'émulsion photographique, on affine l'orientation du miroir M_1 , afin que son conjugué optique par rapport à la lame séparatrice Se, soit parallèle au miroir M_2 solidaire de l'unité de visée. On observe alors sur l'écran E une plage lumineuse sans franges d'interférences.

Lorsqu'on palpe en O l'écran diffringent, la nouvelle position de l'unité de visée se déduit de la précédente par un déplacement de translation et, en général, de rotation d'angle α (fig. 5.3). Le faisceau lumineux qui est réfléchi sur le miroir M_2 dans sa nouvelle position, fait alors un angle 2α avec celui qui était réfléchi sur M_2 dans sa précédente position. Il en résulte une figure d'interférences sur l'écran E, montrant des franges parallèles, équidistantes, dont l'interfrange pour la lumière monochromatique de longueur d'onde λ , est $i = \lambda/2\alpha$.

Légende de la planche 5.12

Photocopie du procès verbal de l'étalonnage de la règle servant à déterminer la distance b , par le Laboratoire National d'Essais (agrée par le Bureau National de Métrologie).

CERTIFICAT N° 1.031 - 612 214

ETALONNAGE D'UNE REGLEDésignation. -

Règle de forme parallélépipédique mesurant 1023 x 25 x 10 mm
N° 54

Fabrication SIP Genève

Le support est en laiton, et l'âme en acier est gravée tous les mm et graduée tous les 50 mm. Le premier et le dernier mm sont divisés en 5 parties chacun.

Etalonnage. -

Il est effectué sur une machine à mesurer par référence à une règle étalon incorporée à cette machine.

La règle à étudier est posée sur 2 supports placés aux points de moindre déformation et dégauchie par rapport à la table de la machine. Les traits à étudier sont visés à l'aide d'un microscope de grossissement 50 environ.

Résultats. -

La moyenne de plusieurs pointés figure dans le tableau ci-après.

Valeurs affichées en mm	Valeurs lues en mm
0	0
10	10,000
20	20,003
30	30,006
40	40,005
50	50,017
60	60,020
70	70,022
80	80,025
90	90,027
100	100,030
200	200,064
300	300,092
400	400,128
500	500,162
600	600,192
700	700,224
800	800,256
900	900,296
1 000	1 000,329

Incertitude de mesure : $\pm 0,003$

Température de mesure : 20°C

NOTA : Ligne de foi tordue d'environ 0,25 mm aux environs du milieu de la règle.

Légende de la figure 5.13

Schéma de l'interféromètre de type MICHELSON servant à la mesure des légers défauts du banc optique.

- En traits pleins, position de référence du miroir M2 lorsque le microscope horizontal palpe le point F.

- En traits discontinus, position du miroir M2 lorsque le microscope horizontal palpe le point O.

Si les franges sont verticales, ou plus exactement parallèles aux directions $\vec{y'Oy}$ et $\vec{v'Fv}$, le banc présente un défaut de lacet. A des franges horizontales, correspond un défaut de tangage ; et, dans le cas général de franges inclinées, un défaut composé de lacet et de tangage.

Dans notre expérience, les franges sont pratiquement horizontales ; la mesure de i conduit à des angles α de l'ordre de la minute d'arc.

Nous avons vérifié que les défauts du banc sont permanents et indépendants de la manière de le supporter.

A titre d'exemple, voici les résultats de mesure de b pour une de nos expériences :

AB	correction δ	$b = AB - \delta$
1 000 234 μm	- 52 μm	1 000 182 μm
1 000 267	- 49	1 000 218
1 000 243	- 49	1 000 194

moyenne : $b = 1\ 000\ 198\ \mu\text{m}$

5.3.4.3. Principales incertitudes

La mesure de b peut être affectée par plusieurs types d'erreurs liées soit à la configuration géométrique de l'écran diffringent, soit à celle des plaques photographiques.

Lorsqu'on détermine la position de F, on palpe la face antérieure de l'émulsion photographique. Or, les franges de la figure de diffraction et d'interférences sont enregistrées dans toute la profondeur de la couche sensible. Il en résulte une incertitude sur le pointé de F que nous prendrons égale à l'épaisseur de l'émulsion de la couche sensible, soit 7 μm .

Lorsqu'on détermine la position de O, on palpe la face antérieure de l'écran diffringent. Or, les sommets des cylindres qui constituent les arêtes physiques de cet écran, peuvent être considérés comme les frontières géométriques intervenant dans la théorie de la Boundary Diffraction Wave (B.D.W.) que nous utilisons dans notre travail. Il en résulte un déplacement du plan de référence de la diffraction par rapport au plan passant par O. Pour déterminer la valeur de ce déplacement, nous avons contrôlé la face antérieure polie de l'obstacle diffringent par un calibre en observant les interférences par réflexion : le réseau des franges dessine la carte des variations de l'ordre d'interférence en courbes de niveau d'équidistance $\lambda/2 \sim 0,25\ \mu\text{m}$.

Dans la région immédiatement voisine des biseaux, on observe un rabattu d'environ 5 à 6 franges soit $1,5 \mu\text{m}$. En dehors de ces régions, le défaut de planéité de l'ensemble de la face antérieure n'excède pas 3 à 4 franges soit $1 \mu\text{m}$. L'incertitude de déplacement du plan de référence reste donc inférieure à $3 \mu\text{m}$. D'autre part, chacune des visées de O ou F est affectée d'une incertitude de $0,3 \mu\text{m}$ (section 5.2.2.2.).

Enfin, les variations de température de la salle peuvent occasionner des dilatations de la règle étalon entraînant des erreurs systématiques sur la mesure de b. Nous effectuons toujours nos mesures après avoir maintenu la salle d'expérience à une température voisine de 20°C pendant au moins 24 H. Au cours de l'expérience elle-même, les mesures des températures en différents points de la salle sont restées comprises entre 20°C et 22°C . Le coefficient de dilatation de l'ensemble de la règle (laiton + acier) n'est pas connu. Nous estimons à $22 \mu\text{m}$ l'incertitude liée aux fluctuations thermiques.

En définitive, l'ensemble de ces incertitudes conduit à adopter une marge d'erreur voisine de $33 \mu\text{m}$.

5.4. TECHNIQUE D'ENREGISTREMENT PHOTOGRAPHIQUE

5.4.1. Nature et traitement des plaques photographiques

Les plaques photographiques $9 \times 12 \text{ cm}$ sont de type HOLOTEST AGFA 10 E 56, antihalo. L'émulsion, déposée sur plaques de verre ordinaire, a une épaisseur de $7 \mu\text{m}$. La sensibilité spectrale est de 10 à 20 ergs cm^{-2} . Elle s'étend de $0,38$ à $0,56 \mu\text{m}$. Le grain non exposé à un diamètre moyen de $0,6 \mu\text{m}$. Le pouvoir résolvant holographique est de $2\ 800 \text{ lignes mm}^{-1}$.

Le développement est effectué selon les indications de la notice d'utilisation : révélateur Refinal et fixateur G 334.

Le temps de développement dans le révélateur est déterminé empiriquement par observation du cliché en lumière rouge. En général, nous l'écourtons de façon à estomper le fond piqueté dû à la lumière parasite résiduelle et ne laisser apparaître que les crêtes des franges lumineuses sous la forme de bandes bien contrastées les plus fines possibles.

Les durées de fixage et de lavage sont respectivement d'au moins 5 minutes et 30 minutes.

Les différents bains sont préparés à l'avance afin d'être toujours utilisés à une température proche de 20°C .

5.4.2. Technique d'exposition photographique

Pour permettre la détermination précise de la frange centrale coïncidant avec l'axe $\vec{v}'v$, on enregistre l'ensemble de la figure de diffraction et d'interférences, non seulement dans la région d'ombre portée de l'écran diffringent, où se trouvent les franges de lumière, dites "franges intérieures", mais aussi dans les régions de lumière géométrique, où se trouvent les franges de lumière défléchie, dites "franges extérieures".

En raison d'une très importante différence d'éclairement entre ces deux régions, on doit les photographier sur la même plaque séparément avec des temps d'exposition différents t_1 et t_2 , en utilisant une technique qui sera décrite dans cette section.

Les photographies de la figure 5.14 A à D, qui illustrent cette technique, ont été réalisées pour des valeurs de $a = 52$ cm, $b = 357$ cm, $2e = 2$ mm, $\lambda = 0,5145$ μm , différentes de celles de notre expérience métrologique, ceci afin d'obtenir les interfranges de l'ordre du mm, directement observables à l'oeil nu. Ces photographies sont présentées en négatif pour différents temps de pose.

Le temps d'exposition de la photographie 5.14 A est $t_1 = 0,02$ sec. Seules, les franges extérieures apparaissent.

En première approximation, l'abscisse u_n d'une frange extérieure d'ordre n est donné par la formule de FRESNEL :

$$u_n = e \frac{a+b}{a} + v \left(\frac{(a+b)b \lambda}{2a} \right)^{1/2}$$

où v est un coefficient calculé par FRESNEL et caractéristique de chaque maximum (Mémoire couronné : oeuvres de FRESNEL Tome I p. 322).

L'abscisse théorique du bord de l'ombre portée de l'écran diffringent est :

$$u_g = e \frac{a+b}{a} = 7,9 \text{ mm}$$

Cette théorie très simplifiée donne :

$ n $	v	$ u_n $
1	1,217 1	11,1 mm
2	2,344 9	14,2
3	3,082 0	16,1
4	3,674 2	17,7
5	4,183 2	19,1
6	4,636 9	20,3
7	5,050	21,4

Sur cette photographie, on retrouve la valeur de $2 u_n$ en mesurant la distance séparant 2 franges symétriques par rapport à l'axe $\vec{v'v}$, d'ordre n et $-n$. L'ensemble de ces franges permet de repérer sans erreur l'axe de symétrie $\vec{v'v}$.

Le temps d'exposition de la photographie 5.14 B est 0,08 sec.

Au voisinage du bord de l'ombre géométrique, on peut apercevoir les franges intérieures les plus lumineuses, tandis que les franges extérieures surexposées sont à peine visibles.

Le temps d'exposition de la photographie 5.14 C est 2 sec.

Les franges intérieures sont visibles jusqu'au centre de la photographie mais les franges extérieures ont complètement disparu.

En première approximation, l'interfrange est donné par la formule de YOUNG :

$$\frac{\lambda b}{2e} = 0,9 \text{ mm}$$

La photographie 5.14 D a été tirée avec deux temps d'exposition différents t_1 et t_2 . Tout d'abord, toute la région de lumière géométrique est masquée par deux volets qui empiètent légèrement sur la région d'ombre géométrique. Les volets sont représentés en haut et en bas de la figure. L'espace laissé libre a une largeur de 1 cm environ. Pour cette première exposition, le temps de pose est $t_2 = 8$ sec. Puis les volets ont été enlevés ; l'ensemble de la figure de diffraction et d'interférence a été photographié avec le temps d'exposition $t_1 = 0,02$ sec correspondant à la photographie 5.14 A afin d'enregistrer les franges extérieures dans de bonnes conditions.

5.4.3. Temps d'exposition et examen des plaques photographiques de notre expérience métrologique

Dans le cas de notre expérience métrologique, les paramètres sont $a \approx 3$ m ; $b \approx 1$ m ; $2e = 21\ 212$ μm . Les plaques photographiques sont tirées suivant la méthode 5.14 D. Les temps d'exposition pour la raie la plus intense du laser (0,514 527 μm), sont $t_1 = 2$ mm et $t_2 = 0,03$ sec.

L'examen des clichés ne peut être fait qu'avec l'aide d'un microscope de grossissement 150 pour les franges intérieures, 50 pour les franges extérieures.

Légende de la figure 5.14

Figures de diffraction et d'interférences d'un ruban métallique de largeur $2e = 2$ mm placé à une distance $a = 52$ cm du sténopé, lorsque le plan de l'émulsion photographique est à une distance $b = 357$ cm du ruban. La longueur d'onde est $0,5145$ μm . Ces conditions - qui ne sont pas celles de nos expériences - ont été choisies afin de rendre les franges intérieures visibles à l'oeil nu.

- A - Temps d'exposition $t_1 = 0,02$ sec ; seules, les franges extérieures sont enregistrées.
- B - Temps d'exposition intermédiaire de $0,08$ sec ; on commence à distinguer quelques franges intérieures.
- C - Temps d'exposition $t_2 = 2$ sec ; toutes les franges intérieures sont visibles, mais les franges extérieures ne peuvent plus être distinguées dans un fond continu surexposé.
- D - Photographie tirée avec deux temps d'exposition :
avec les masques, $t_2 = 8$ sec (franges intérieures) ;
sans les masques, $t_1 = 0,02$ sec.



Dans la région centrale du cliché, on dénombre plus d'un millier de franges. L'interfrange est voisin de $24 \mu\text{m}$. Les franges centrales voisines de l'axe $\vec{v'v}$ sont parfaitement contrastées et très fines. Les franges d'ordre supérieur à 500 sont plus larges et moins contrastées car elles sont noyées dans un fond lumineux d'autant plus intense qu'on s'éloigne de l'axe $\vec{v'v}$.

Dans chacune des deux régions latérales du cliché, on dénombre une cinquantaine de franges extérieures larges et peu contrastées, car les minimums d'éclairement ne sont pas nuls.

La valeur de l'interfrange n'est pas constante mais décroît lorsqu'on continue de s'éloigner de l'axe $\vec{v'v}$.

L'étude métrologique des chapitres suivants ne porte pas sur ces franges extérieures qui permettent seulement de repérer l'axe de symétrie $\vec{v'v}$ coïncidant avec la frange intérieure brillante d'ordre zéro.

5.5. REDUCTION DE LA LUMIERE PARASITE

Dans la région d'ombre géométrique où sont enregistrées les franges, l'intensité lumineuse est très faible. Il est nécessaire d'éviter avec soin toute lumière parasite. A cette fin, on dispose sur le banc d'optique des diaphragmes d'ouverture circulaire convenablement choisie pour ne laisser passer que les faisceaux lumineux utiles. D'autre part, tout l'ensemble du montage est isolé optiquement du reste de la salle par des rideaux opaques.

CHAPITRE VI

ETUDE METROLOGIQUE DES PLAQUES PHOTOGRAPHIQUES

6.1. INTRODUCTION

Les plaques photographiques ont été étudiées avec l'ensemble métrologique schématisé sur la figure 6.1. Cet ensemble est constitué par une unité métrologique et un microscope. Le principe de fonctionnement de l'ensemble est le suivant : l'axe optique vertical $\vec{z'z}$ du microscope constitue un repère fixe. La table de mesure de l'unité métrologique est montée de façon que sa platine mobile sur laquelle repose la plaque photographique, soit perpendiculaire à l'axe $\vec{z'z}$. Cette platine subit une translation suivant un axe $\vec{x'x}$ pendant les opérations de pointés métrologiques. Lorsque les franges d'interférences de la plaque sont perpendiculaires à l'axe de translation $\vec{x'x}$, on peut mesurer la distance u_n séparant une frange quelconque d'ordre n de la frange centrale d'ordre zéro passant au foyer d'observation F .

La réalisation et le réglage de ce dispositif métrologique imposent des précautions et raffinements techniques qui ont pour but d'éviter, ou du moins de réduire les diverses causes d'erreurs systématiques telles que les dilata-tions, les déformations, la diffraction ou la parallaxe.

6.2. TABLE METROLOGIQUE

La table métrologique (fig. 6.2) comporte un dispositif de translation, un dispositif d'orientation permettant de rendre la platine perpendiculaire à l'axe optique $\vec{z'z}$ et un dispositif de rotation autour de cet axe.

Ces deux derniers dispositifs sont évidés afin que la plaque photographique puisse être éclairée par transparence sur toute la course de translation.

6.2.1. Translation de la platine

La translation est commandée par une vis GAERTNER de haute qualité, solidaire d'un tambour gradué avec vernier qui permet d'apprécier le quart de μm . La course maximale est 25 mm.

Légende de la figure 6.1

Ensemble métrologique :

- 1 - Glissière de la table métrologique dont l'axe de translation $\vec{x'x}$ est perpendiculaire au plan de la figure.
- 2 - Plaque photographique.
- 3 - Objectif du microscope.
- 4 - Diaphragme.

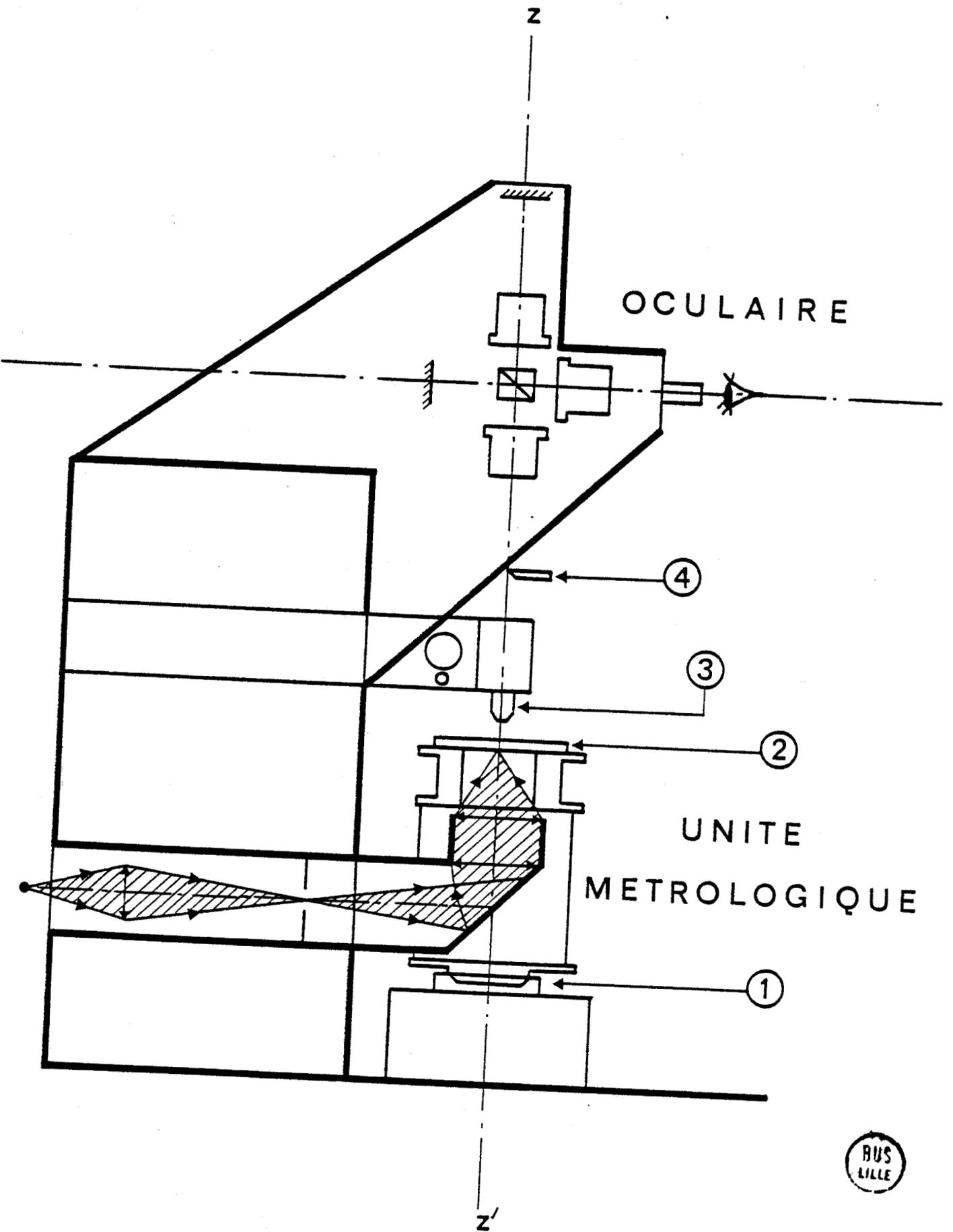


Fig. 6.1

Légende de la figure 6.2

Table métrologique :

- 1 - Élément de translation avec vis micrométrique.
- 2 - Vis d'orientation de la platine.
- 3 - Élément de rotation.
- 4 - Platine.
- 5 - Faisceau lumineux du système d'éclairage.

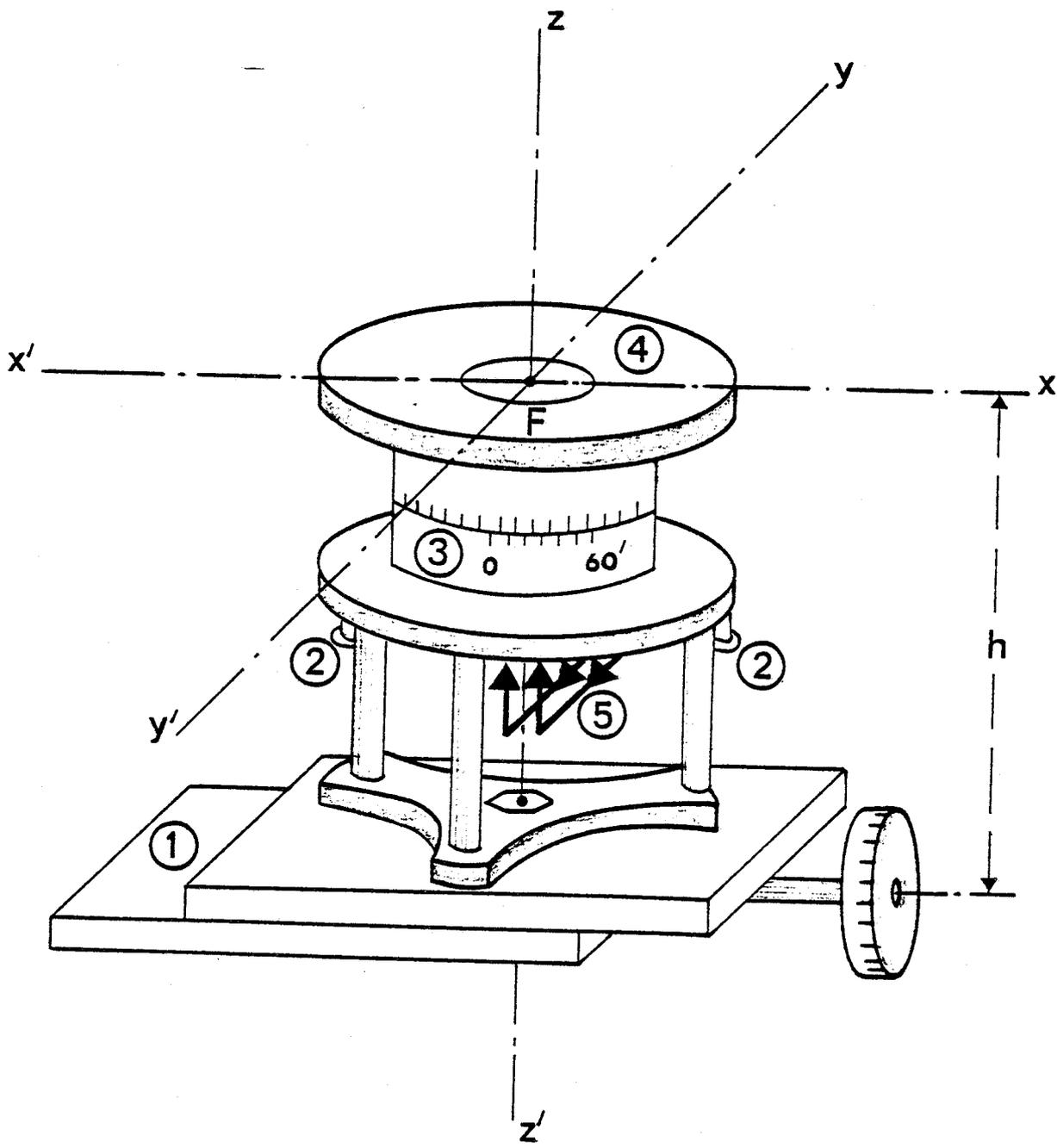


Fig. 6.2



6.2.2. Orientation de la platine

Les éléments de translation et de rotation sont reliés l'un à l'autre par trois piliers. Sur deux de ces piliers sont fixées les vis micrométriques différentielles commandant l'orientation de l'axe de rotation par rapport à l'axe optique $\vec{z}'z$.

6.2.3. Rotation de la platine

L'élément de rotation est un plateau tournant MICROCONTROLE TR 20. Il se présente sous la forme d'un cylindre creux dont l'alésage et la face supérieure tournent par rapport à la base. L'erreur de voilage du guidage ne dépasse pas 4 secondes d'arc. Le limbe gradué sur 360° est lu par un vernier au soixantième de degré.

Les éléments constituant la table métrologique sont assemblés de façon à répartir symétriquement la charge, ceci afin d'éviter les déformations en cours de mesure.

6.3. MICROSCOPE

Le microscope (fig. 6.1) comporte un système d'éclairage, un objectif qui forme de la plaque photographique une image intermédiaire dans le plan d'un diaphragme en demi-lune, et un oculaire de type particulier.

Le corps du microscope est un tube de marque BBT-KRAUSS muni de deux dispositifs de mise au point en profondeur. Le mouvement rapide a une course de 40 mm et le mouvement lent, une course de 100 μm . Il ne comporte aucun réglage d'orientation. La mise au point n'est jamais retouchée au cours d'une série de mesures afin d'éviter toute modification même minime de la direction de son axe.

6.3.1. Eclairage du microscope

La lampe du dispositif d'éclairage du microscope (fig. 6.1) est extérieure à l'ensemble du bâti afin de prévenir tout échauffement susceptible d'introduire des dilatations parasites. Le faisceau de lumière qui éclaire la plaque photographique a, en tout point de celle-ci, une ouverture suffisante pour assurer au microscope le pouvoir séparateur de son objectif. Ce demi-angle d'ouverture est voisin de 30° .

Ces dispositions imposent entre les glissières de translation et la plaque photographique un éloignement h qui atteint 20 cm (fig. 6.2). Dans ces conditions, les défauts de linéarité des rails de guidage, de l'ordre du μm , peuvent entraîner des écarts systématiques non négligeables entre la distance réelle u_n séparant deux franges et la valeur correspondante lue sur le tambour micrométrique (parallaxe mécanique).

Pour pallier cet inconvénient, les distances u_n sont mesurées par comparaison avec un étalon de longueur transparent que l'on pose sur la platine dans des conditions identiques à celles des plaques photographiques. La mesure d'une série de plaques est alors précédée et suivie d'une mesure de la règle étalon. La fidélité des étalonnages initial et final garantit celle des mesures intermédiaires.

6.3.2. Objectifs du microscope

Le révoluer du tube du microscope peut recevoir trois objectifs. Nous y adaptons des optiques WILD de type plan-fluotar. Leur grandissements sont de 10 ou 20 et il leur correspond respectivement les ouvertures numériques 0,25 et 0,45. Dans le cas de l'objectif d'ouverture numérique 0,45 et pour un éclairage optimal dans l'air, la limite de résolution est de 0,67 μm . On remarque que cette valeur est plus grande que l'incertitude de lecture de la table métrologique. Cependant, on peut réaliser d'excellents pointés d'une précision supérieure au pouvoir séparateur grâce à un oculaire que nous avons spécialement conçu et réalisé.

6.3.3. Oculaire à images antisymétriques : principe et description

Sur la pupille d'entrée de l'oculaire, un diaphragme à bord rectiligne occulte une moitié du champ d'observation (fig. 6.3. A). Un dispositif optique forme deux images de ce demi-plan, contiguës et antisymétriques (fig. 6.3. B) ; en d'autres termes, l'une des images a subi une rotation de 180° par rapport à l'autre, autour d'un axe perpendiculaire au plan des images. La ligne de séparation des deux images doit être orientée suivant la direction de translation de la plaque. Lors de cette translation, les deux images se déplacent en sens opposés. Un pointé par coïncidence des deux images d'une même frange est alors extrêmement précis.

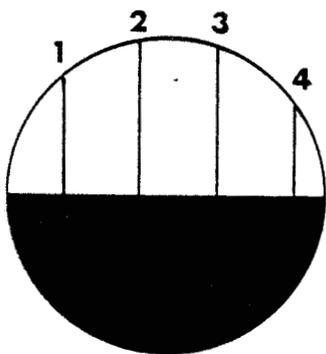
En outre, l'oculaire est étudié de façon à réduire les erreurs de parallaxe lors des observations visuelles de l'opérateur.

Légende de la figure 6.3

- A - Image intermédiaire du microscope : le diaphragme occulte la moitié du champ.
- B - Images antisymétriques observées à travers l'oculaire : les flèches indiquent les translations respectives des deux images.

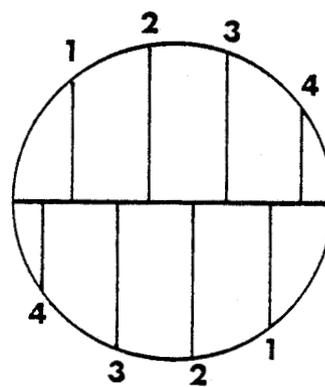


FRANGES



DIA PH R A G M E

A



B



Fig. 6.3

Le dispositif optique peut être réalisé soit au moyen de prismes, soit au moyen de miroirs.

La figure 6.4 représente un dispositif optique du premier type.

Un cube séparateur est associé à deux objectifs L et L' de façon que les axes optiques de ces derniers soient perpendiculaires à l'axe optique $\vec{z}'z$. L'objectif L est placé de façon que l'image intermédiaire du microscope soit dans son plan focal ; le diaphragme D occulte la moitié du champ de cette image.

Le cube est de dimensions suffisamment grandes pour recevoir tous les faisceaux parallèles correspondant aux différents points de la demi plage éclairée. Sa face diagonale sépare la lumière incidente en deux faisceaux. Ces derniers sont renvoyés vers le cube par des prismes d'angle dièdre droit dont les arêtes sont perpendiculaires entre elles et à l'axe optique $\vec{z}'z$. Après traversée de l'objectif L', ils forment dans le plan focal de ce dernier deux images antisymétriques d'éclairement identique et de grandissement un. Nous avons construit cet oculaire et étudié son fonctionnement.

Les prismes ont des faces de planéité $\lambda/2$; la précision des angles est voisine de 5'. Soit $90^\circ + \epsilon$ l'angle effectif du prisme. La figure 6.5 montre que le rayon réfléchi qui devrait être parallèle au rayon incident si l'angle était droit, est en réalité incliné de $\pm 2 \epsilon$ sur ce dernier rayon, après s'être réfléchi sur les deux faces du dièdre. En conséquence, chacune des images antisymétrique est dédoublée par translation parallèle ou perpendiculaire au bord du diaphragme (fig. 6.6). Les images ne sont jamais nettes.

Dans le but d'obtenir des images simples, nous avons étudié des dispositifs optiques dans lequel le retournement des images est obtenu soit au moyen d'un miroir plan et d'un miroir concave (fig. 6.7), soit au moyen de deux miroirs plan dont l'un est associé à un objectif L'' identique à L et L' (fig. 6.8).

Dans le premier cas (fig. 6.7), les systèmes centrés L et L' sont formés chacun par des doublets symétriques. L'ensemble est achromatique et stigmatique pour le grandissement unitaire.

Cependant, le faisceau lumineux formant l'une des images est beaucoup plus limité par les montures de L et L' que celui formant l'autre image (fig. 6.7), le champ correspondant à cette image est plus petit et moins éclairé que celui correspondant à l'autre image.

Dans le second cas (fig. 6.8), l'objectif L envoie vers le cube les faisceaux parallèles provenant des différents points de l'image intermédiaire D

Les faisceaux réfléchis par la face séparatrice du cube et le miroir plan M vont directement converger au plan focal D' et L'. Les faisceaux provenant de L et d'abord transmis par le cube, traversent l'objectif L'', se réfléchissent sur le miroir M'' situé dans le plan focal de L'', et forment en D' une image antisymétrique de la précédente. Ces images sont observées avec un oculaire micrométrique de grandissement 15. Leur champ est plus grand que celui de la pupille d'entrée de l'oculaire. L'éclairement de l'image correspondant au faisceau qui a traversé deux fois L'' en sens opposés, est légèrement inférieur à celui de son image antisymétrique. Toutefois, cette différence des éclairagements entre les deux images antisymétriques est beaucoup moins importante que dans le cas du dispositif optique de la figure 6.7.

Les systèmes centrés L, L' et L'' sont des objectifs de projection BENOIT-BERTHIOT de focale 9 cm. Ce sont des triplets traités antireflets, stigmatiques et achromatiques pour leur foyer. On peut observer une légère courbure de champ et un peu d'aplanétisme à la périphérie des images, lorsqu'on s'écarte des conditions paraxiales d'utilisation. Toutefois, ces défauts n'affectent pas l'appréciation de la coïncidence des images antisymétriques d'une même frange, puisque cette coïncidence a lieu sur l'axe optique, au centre de l'image définitive D'.

Des trois dispositifs optiques étudiés, celui de la figure 6.8 permet d'obtenir les meilleures images antisymétriques ; nous l'avons utilisé pour nos mesures .

6.4. BÂTI

La table métrologique, le dispositif d'éclairage, le tube du microscope et l'oculaire sont solidement fixés à un bâti rigide. La base est une plaque de dural d'épaisseur 12 mm en forme de carré de côtés égaux à 60 cm. Les parois latérales et le fond sont de mêmes dimensions. Le microscope est directement fixé sur une poutre de section 8 x 8 cm servant d'entretoise.

La figure 6.1 représente une coupe dans le plan médiateur contenant l'axe optique $\vec{z'z}$ du microscope. Un soin particulier a été apporté dans la réalisation et l'assemblage des éléments du bâti, afin que la base et les parois soient respectivement perpendiculaire et parallèle à cet axe.

6.5. RÉGLAGE DU DISPOSITIF METROLOGIQUE

Dans ce qui suit, nous décrirons d'abord les réglages permanents de cet ensemble métrologique, réglages réalisés une fois pour toutes ; ensuite, nous

Légende de la figure 6.4

Réalisation d'un oculaire à images antisymétriques au moyen de deux prismes d'angle dièdre droit.

Le diaphragme D est dans le plan focal objet du système centré L.

Les deux images antisymétriques (non représentées sur la figure) se forment dans le plan image du système centré L' et sont observées à travers l'oculaire x 15.

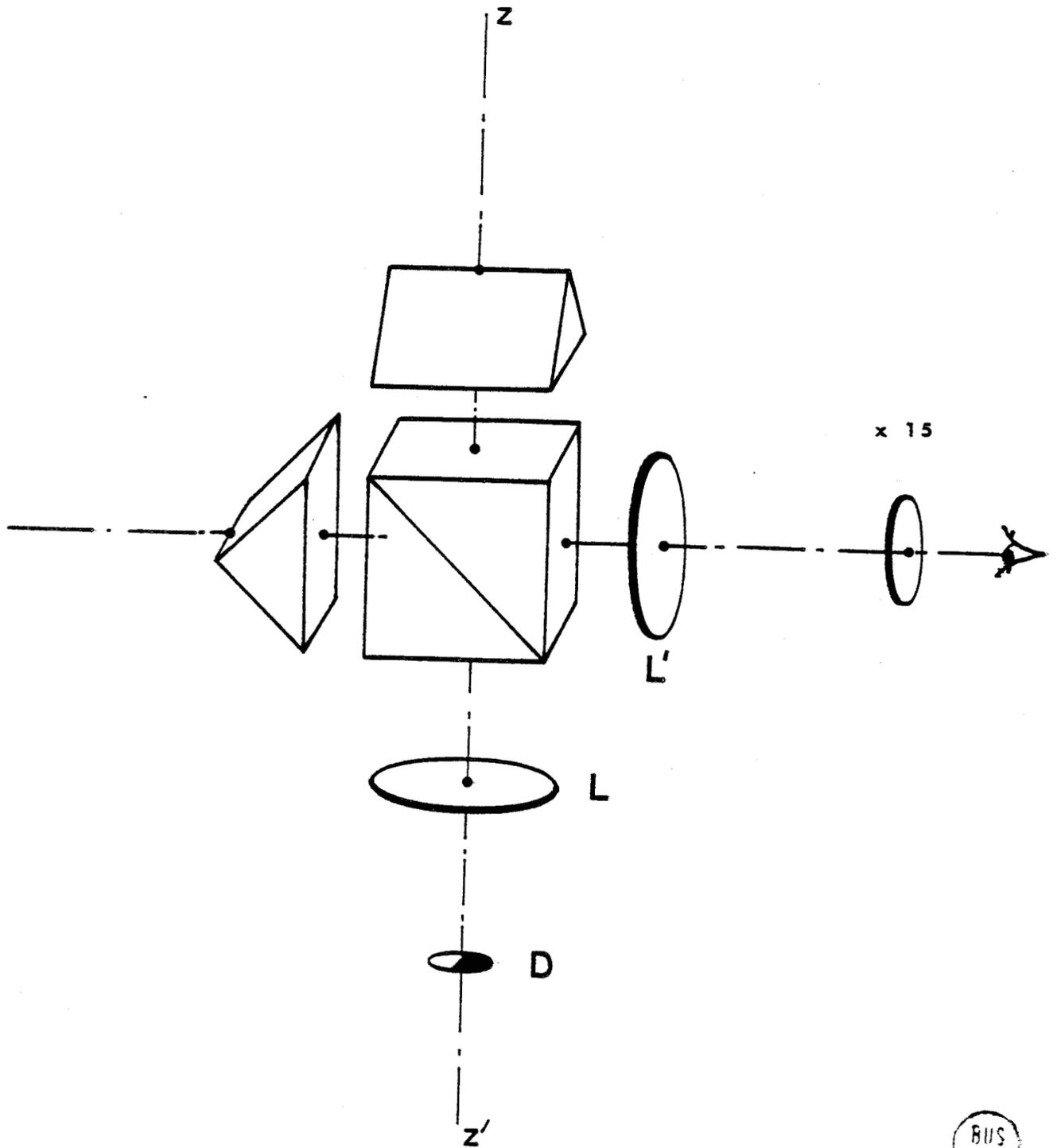


Fig.6.4



Légende de la figure 6.5

Cas d'un prisme d'angle $90^\circ + \epsilon$: chaque rayon réfléchi est incliné de $\pm 2 \epsilon$ par rapport à la direction des rayons incidents.

Légende de la figure 6.6

Dédoublément des images antisymétriques soit par translation perpendiculaire au bord du diaphragme (demi cercle supérieur), soit par translation parallèle à ce bord (demi cercle inférieur).



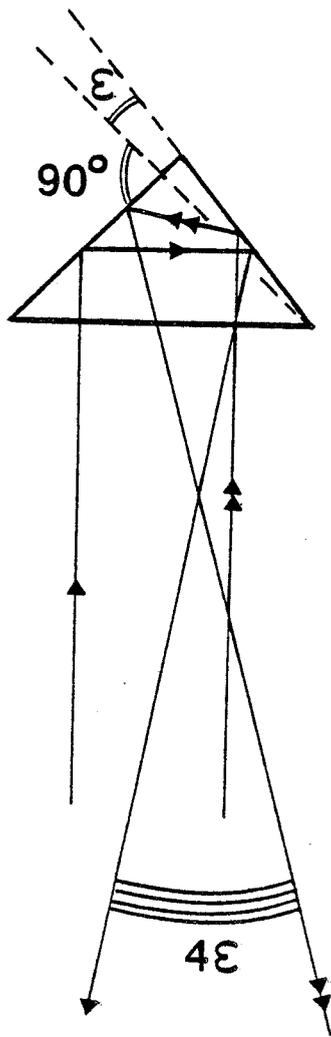


Fig 6.5

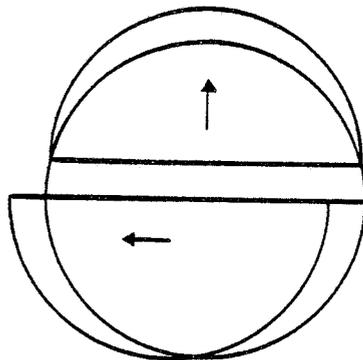


Fig 6.6



Légende de la figure 6.7

Réalisation d'un oculaire à images antisymétriques au moyen d'un miroir plan MP et d'un miroir concave MC. Les systèmes centrés L ou L' sont des doublets symétriques tels que les plans D ou D' sont, pour le grandissement unitaire, les conjugués des plans MP et C par rapport à L ou L'.
On remarque la limitation des pinceaux lumineux par les montures des systèmes centrés.

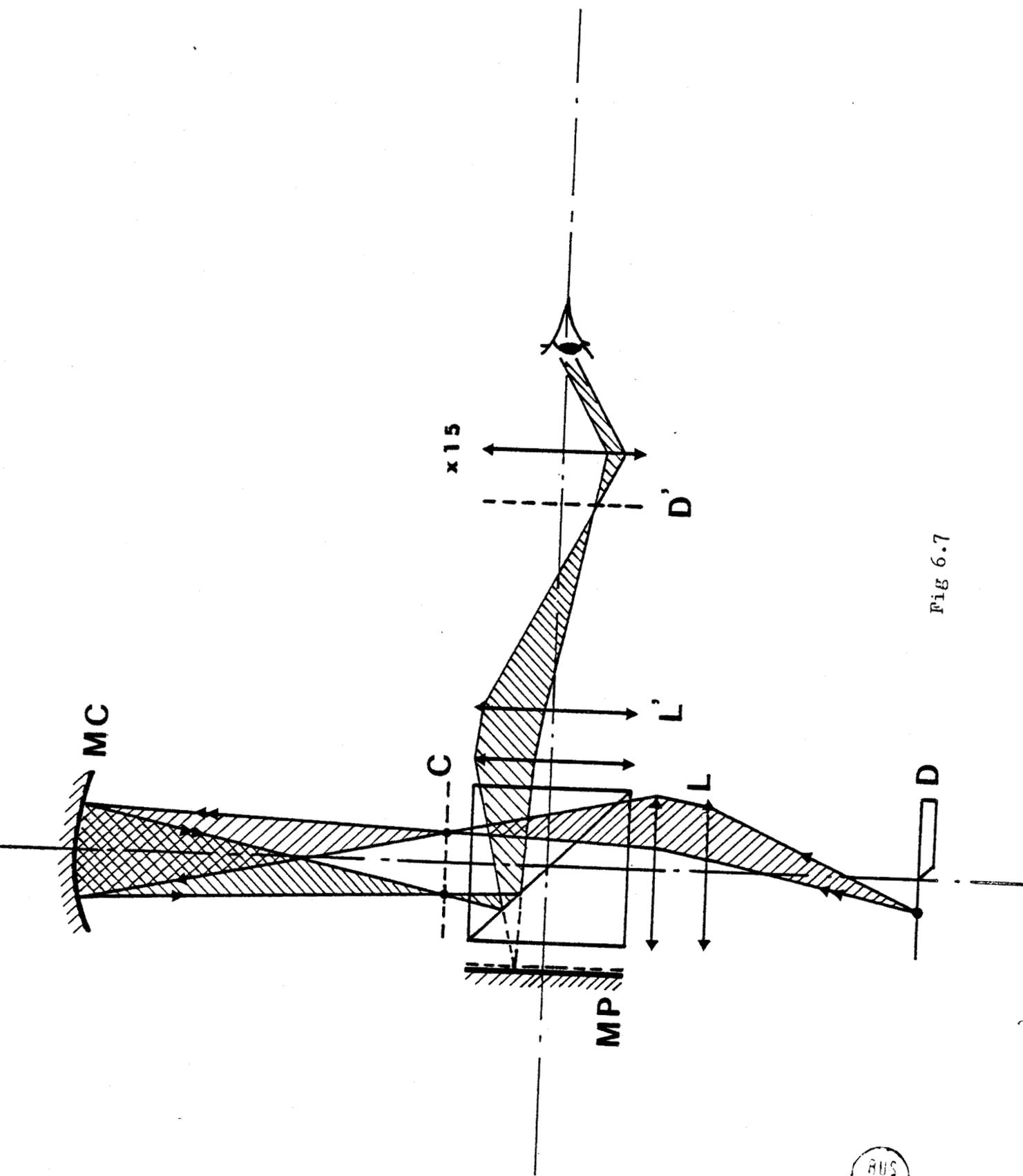


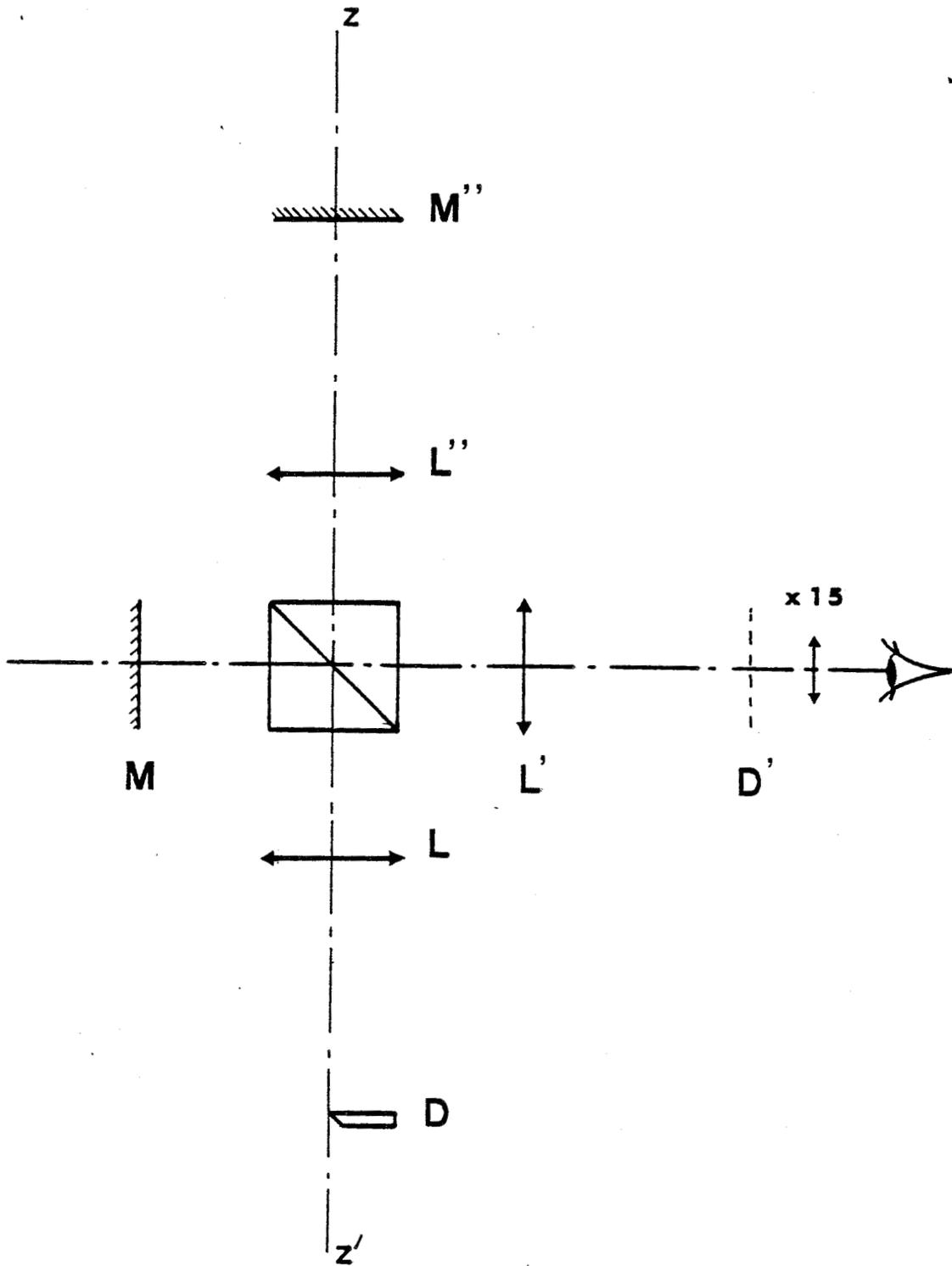
FIG 6.7



Légende de la figure 6.8

Réalisation d'un oculaire à images antisymétriques au moyen de deux miroirs plans M et M' ; ce dernier se trouve dans le plan focal du système centré L''. Les deux images antisymétriques formées dans le plan image D' du système centré L' sont observées à travers l'oculaire x 15.





BUS
LILLE

Fig 6.8

indiquerons ceux qui doivent précéder et suivre l'étude de chaque plaque photographique.

La précision de nos mesures dépend beaucoup de la qualité de ces réglages, c'est pourquoi nous les décrirons de façon détaillée.

Un oculaire auxiliaire coudé, muni d'un réticule en croix, est d'abord monté directement sur le tube B.B.T.-KRAUSS du microscope et on observe l'image d'une mire objet formée dans le plan du réticule.

La translation étant arrêtée à mi-chemin, la mire est fixée sur la platine et celle-ci est orientée de façon que l'image soit nette dans tout le champ de l'oculaire. Le plan de la platine est alors normal à $\vec{z'z}$ (fig. 6.9. A).

Si la translation de l'unité métrologique était parfaitement perpendiculaire à $\vec{z'z}$, la mire se déplacerait dans son plan et la mise au point en profondeur serait conservée sur toute la course de translation.

En pratique, par suite de faibles défauts angulaires du bâti, cette condition n'est pas remplie : la plaque photographique se déplace parallèlement à elle-même mais sa distance à l'objectif varie (fig. 6.9. A). Pour que cette distance reste constante, il faut rendre la platine exactement parallèle à la direction de translation (fig. 6.9. B).

Dans ces conditions, l'image observée à travers le microscope est nette au centre du champ mais elle peut être légèrement floue aux extrémités.

Le réglage d'orientation de la platine est correct lorsque la mise au point en profondeur demeure égale sur toute la course de translation. Dans le cas d'un objectif d'ouverture numérique $O_n = 0,25$, la profondeur de champ théorique est :

$$\frac{\lambda}{8 O_n^2} = 1 \mu\text{m}$$

Pour une translation de 25 mm, la précision angulaire de l'orientation est :

$$\alpha = 1/25\ 000 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ rad. soit } 8 \text{ secondes d'arc}$$

L'incertitude relative sur les mesures de longueur est :

$$1 - \cos \alpha \approx \alpha^2/2 = 8 \cdot 10^{-10}, \text{ ce qui est négligeable.}$$

Avant d'ôter l'oculaire auxiliaire, on s'assure que la mire objet est exactement centrée sur la croisée du réticule et dans ce qui suit, on ne touche plus au réglage de l'objet.

Avant de mettre en place l'oculaire définitif, un réglage préalable des orientations du cube et des miroirs est réalisé par exemple à l'aide d'un laser.

L'oculaire est ensuite fixé au bâti. Dans cet oculaire, le cube séparateur et les miroirs ont une monture orientable, tandis que les objectifs sont montés dans des supports rigides et n'ont aucun réglage autre que le tirage de leur mise au point.

Par construction, le diaphragme (fig. 6.1) se trouve approximativement dans le plan conjugué de la mire par rapport à l'objectif.

Initialement, seuls, le cube et les miroirs sont en place. On fixe alors le système centré L (fig. 6.8) et son tirage est réglé en observant l'image qu'il fournit du diaphragme D à travers une lunette de visée préalablement réglée sur l'infini. Il est commode pour cela de tourner de 90° le cube de façon que sa séparatrice constitue un miroir à 45° qui envoie la lumière dans cette lunette.

Le réglage du diaphragme par rapport à l'image intermédiaire de la mire est achevé avec grande précision. Si ces deux images ne sont pas exactement dans un même plan (parallaxe), la mise au point de l'objectif du microscope est légèrement retouchée. Le bord rectiligne du microscope est centré sur la mire et orienté parallèlement à la translation ; on ne touche plus à sa position.

Le système centré L et le diaphragme D constituent un ensemble collimateur de référence, centré sur l'image de la mire visible dans le demi champ libre. La lunette de visée peut alors être enlevée.

Le système centré L' et l'oculaire micrométrique $\times 15$ sont mis en place (fig. 6.8) et le tirage de L' est réglé de façon à obtenir une image nette du bord du diaphragme.

Le cube séparateur est ensuite tourné de 90° pour le ramener à sa position normale. On observe alternativement les images de la mire données par les miroirs M ou M'' et, s'il y a lieu, on retouche légèrement l'orientation de ces miroirs et celle du cube afin de centrer les images au milieu du champ et de les superposer.

Légende de la figure 6.9

- A - Mire objet perpendiculaire à l'axe optique : la translation ne conserve pas la mise au point.
- B - Mire objet parallèle à la translation : la mise au point est conservée.

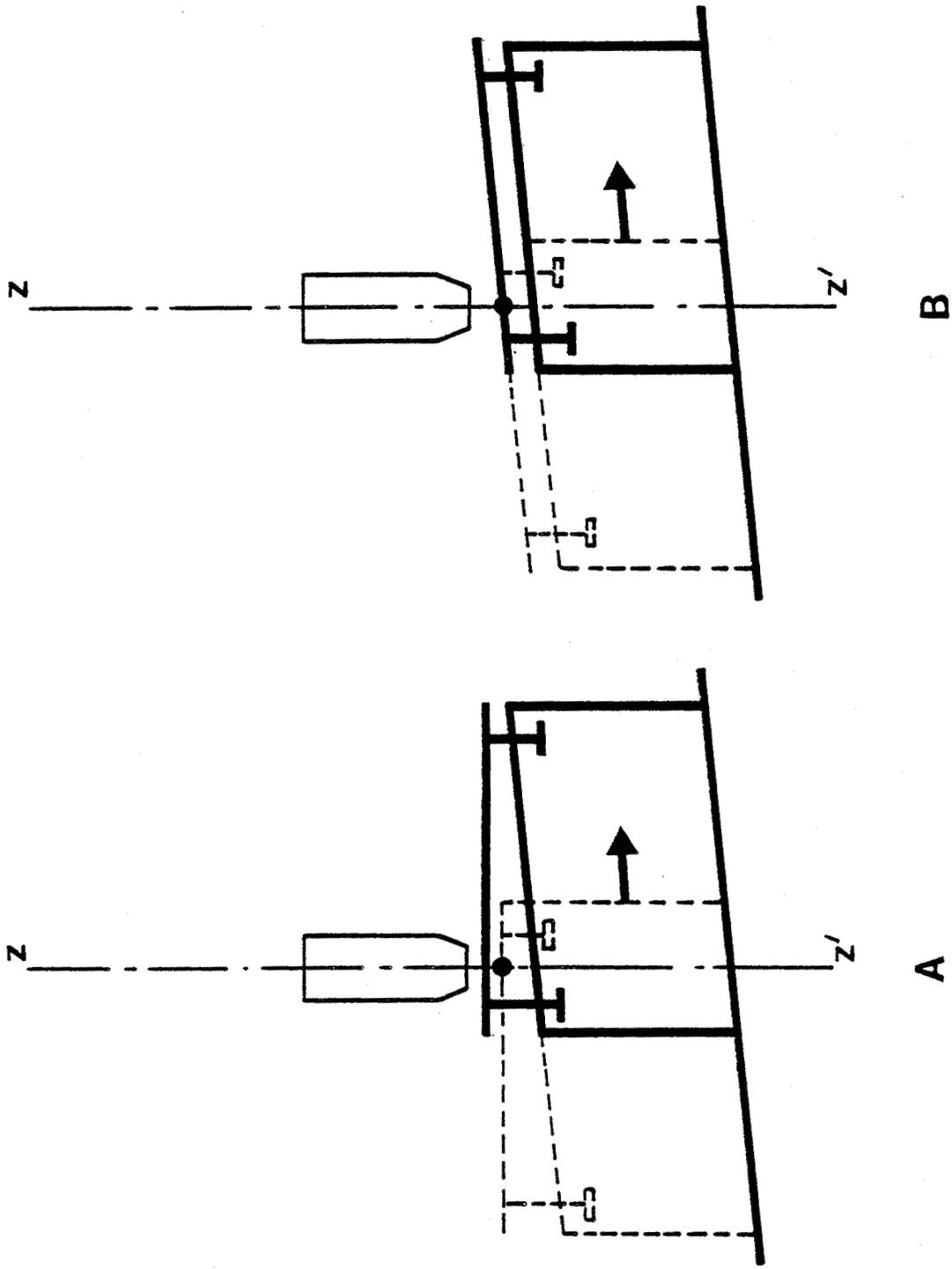


Fig. 6.9



Le système L'' est mis en place et son tirage, réglé de façon que le plan du miroir M'' coïncide avec son plan focal, en visant par exemple les défauts de ce miroir. Deux images antisymétriques se forment dans le plan de visée de l'oculaire x 15. On retouche légèrement les réglages précédents jusqu'à ce que ces deux images soient simultanément nettes et centrées.

En pratique, le centrage parfait exigerait de pouvoir légèrement modifier les orientations des systèmes centrés. Or, le champ objet a un diamètre voisin de 1 mm et le défaut de centrage est voisin de 1/200 du diamètre, ce qui est petit et ne gêne pas le repérage de coïncidence des images antisymétriques. C'est pourquoi nous avons pu ne pas introduire de réglages d'orientation toujours susceptibles d'être source d'instabilités.

6.6. REGLAGE INDIVIDUEL D'UNE PLAQUE PHOTOGRAPHIQUE DONNEE

Chaque plaque photographique étudiée doit être orientée de façon que les franges soient perpendiculaires à la direction de translation.

Pour cela, la plaque est d'abord positionnée de manière que sa frange centrale soit exactement parallèle à la translation. Lorsque cette condition est remplie, la position de la frange par rapport au repère d'un réticule oculaire reste invariable sur toute la course de translation de la table métrologique.

Ensuite, la plaque est tournée de 90° sur la foi de la graduation gonio-métrique dont la précision de lecture est 1'. L'erreur relative correspondante sur les mesures en fonction de l'erreur angulaire α est :

$$1 - \cos \alpha \approx \alpha^2/2 \quad \text{ce qui est de l'ordre de } 10^{-7}.$$

6.7. ETALONNAGE DE LA TABLE METROLOGIQUE

L'étalon de longueur est un réticule de mesure HEIDENHAIN. Le corps est en verre transparent de dimensions 50 x 50 mm. Les traits sont distants de 1 mm sur une longueur de 40 mm. Ils sont constitués par une couche mince opaque "DIADUR" dont l'épaisseur est inférieure au dixième de micron. La valeur minime de cette épaisseur élimine pratiquement les erreurs de mesure de l'ombre portée. Ils sont d'une grande netteté, même observés avec des grossissements élevés, car la délimitation clair-opaque est très prononcée.

Cette règle a été étalonnée en 1980 par le Laboratoire National d'Essais. Le tableau 6.10 est la photocopie des résultats consignés dans le procès-verbal.

Nous avons mesuré les abscisses des traits de la règle étalon sur notre table métrologique GAERTNER. Le tableau 6.11 rassemble une série de 26 mesures. La première colonne désigne l'abscisse théorique n d'un trait de la règle. Les colonnes suivantes représentent les valeurs mesurées sur notre table lorsque celle-ci est déplacée dans le sens croissant des lectures (marche avant) puis dans le sens décroissant (marche arrière). La dernière colonne indique les abscisses moyennes g_n . Dans chacun des cas, le trait central $n = 20$ est pris comme origine des abscisses.

Pour des raisons de précision, nous n'avons pas pris en considération les valeurs inférieures à 4000 μm .

Soient n et n' les ordres de deux traits symétriques par rapport au trait central de la règle (trait 20), par exemple $n = 25$ et $n' = 15$.

Soit $g_n - g_{n'}$, la différence des abscisses correspondantes déduites du tableau 6.11 et $h_n - h_{n'}$, la différence des abscisses corrigées déduites du tableau d'étalonnage 6.10.

Pour l'exemple cité :

$$g_n - g_{n'} = 4\,995,875 \mu\text{m} + 4\,994,625 \mu\text{m} \approx 9\,990,5 \mu\text{m}$$

$$h_n - h_{n'} = 25\,003,8 \mu\text{m} - 15\,003,4 \mu\text{m} = 10\,000,4 \mu\text{m}$$

Désignons par $k_{n-n'}$, le rapport entre ces différences :

$$k_{n-n'} = \frac{h_n - h_{n'}}{g_n - g_{n'}} = 1,000\,991$$

Le tableau 6.12 rassemble les six valeurs de $k_{n-n'}$, déduites de la série des 26 mesures du tableau 6.11.

Si les mesures étaient parfaites, les valeurs de $k_{n-n'}$, seraient indépendantes de $n - n'$.

Pour déterminer une valeur unique du coefficient d'étalonnage, on peut considérer la moyenne arithmétique des six valeurs du tableau 6.12.

$$k_m = \frac{\sum k_{n-n'}}{6} = 1,000\,976$$

On peut aussi considérer la valeur pondérée définie par la relation suivante :

$$k_p = \frac{\sum (n-n') k_{n-n'}}{\sum (n-n')} = 1,000\,972$$

Légende de la planche 6.10

Extrait du Procès-verbal d'étalonnage du Réticule micrométrique HEIDENHAIN
par le Laboratoire National d'Essais, agréé par le Bureau National de
Métrologie.

n	avant	arrière	moyenne g_n
10	- 9 991,75 μm	- 9 992,0 μm	- 9 991,875 μm
11	- 8 992,5	- 8 993,0	- 8 992,75
12	- 7 992,75	- 7 994,25	- 7 993,5
13	- 6 993,5	- 6 995,0	- 6 994,25
14	- 5 993,25	- 5 994,5	- 5 993,875
15	- 4 994,0	- 4 995,25	- 4 994,625
20	0	0	0
25	4 996,5	4 995,5	4 995,875
26	5 995,0	5 994,25	5 994,625
27	6 994,25	6 994,0	6 994,125
28	7 995,25	7 995,0	7 995,125
29	8 993,0	8 993,25	8 993,125
30	9 991,75	9 991,75	9 991,75

Tableau 6.11

n - n'	$g_n - g_{n'}$	$h_n - h_{n'}$	$k_{n-n'}$
10	9 990,5 μm	10 000,4 μm	1,000 991
12	11 988,5	12 000,5	1,001 001
14	13 988,375	14 002,4	1,001 003
16	15 988,625	16 003,9	1,000 955
18	17 985,875	18 002,7	1,000 935
20	19 983,625	20 003,0	1,000 970

Tableau 6.12

n - n'	$g_n - g_{n'}$	$h_n - h_{n'}$	$k_{n-n'}$
10	9 990,375 μm	10 000,4 μm	1,001 003
12	11 988,625	12 000,5	1,000 991
14	13 988,25	14 002,4	1,001 012
16	15 988,0	16 003,9	1,000 994
18	17 985,625	18 002,7	1,000 949
20	19 983,25	20 003,0	1,000 988

Tableau 6.13

On peut enfin déterminer une valeur k_L par lissage en appliquant la technique du moindre écart quadratique total. Posons :

$$G_n = g_n - g_{n'} ; H_n = h_n - h_{n'} ; D_n = H_n - k G_n$$

L'écart quadratique total est :

$$\sum_n D_n^2 = \sum H_n^2 - 2k \sum H_n G_n + k^2 \sum G_n^2$$

Il est minimal lorsque :

$$\frac{\partial (\sum D_n^2)}{\partial k} = -2 \sum H_n G_n + 2k \sum G_n^2 = 0$$

On obtient :

$$k_L = \frac{\sum H_n G_n}{\sum G_n^2}$$

Le lissage appliqué aux valeurs du tableau 6.12 donne :

$$k_L = 1,000\ 968$$

En résumé, pour la série des 26 mesures du tableau 6.11, on obtient :

$$\begin{aligned} k_m &= 1,000\ 976 \\ k_p &= 1,000\ 972 \\ k_L &+ 1,000\ 968 \end{aligned}$$

Le tableau 6.13 donne les résultats d'une autre série de 26 mesures.

On obtient :

$$\begin{aligned} k_m &= 1,000\ 990 \\ k_p &= 1,000\ 987 \\ k_L &= 1,000\ 985 \end{aligned}$$

La détermination précise du coefficient k est importante : en effet, l'exactitude de toutes les autres mesures effectuées avec notre table métrologique est liée à la justesse de ce coefficient.

Nous avons refait cette détermination plusieurs fois au cours de nos mesures.

les valeurs individuelles de $k_{n-n'}$, sont toujours comprises entre 1,000 94 et 1,001 02 ; celles de k_m , k_p ou k_L restent comprises entre 1,000 97 et 1,000 99.

Dans la suite de notre travail, nous avons adopté :

$$k = 1,000\ 98$$

6.8. ETUDE D'UNE EVENTUELLE DISTORSION DE L'ENREGISTREMENT PHOTOGRAPHIQUE DES FIGURES DE DIFFRACTION ET D'INTERFERENCE, LIEE AUX VARIATIONS POSSIBLES DE L'EMULSION 10 E 56 AH DE AGFA-GEVAERT LORS DE L'EXPOSITION ET DU DEVELOPPEMENT

Deux répliques photographiques (désignées respectivement par A et B) de l'étalon de longueur HEIDENHAIN décrit à la section 6.7, sont réalisées par méthode de photographie par contact, sur des plaques AGFA-GEVAERT 10 E 56 AH.

Pour la plaque photographique A, les conditions d'éclairement sont exactement celles de nos expériences : paramètres $a = 296$ cm ; b voisin de 1 m ; $2e = 21\ 212$ μm ; longueur d'onde $0,514\ 527$ μm ; $y_c = 60$ mm ; temps de pose pour les franges intérieures $t = 2$ mn $1/2$; les deux pupilles de diffraction dans le plan XY de la figure 2.1 sont découvertes simultanément, c'est-à-dire que :

$$I(u) = |G + G'|^2$$

Pour la plaque photographique B, les conditions sont les mêmes, sauf le fait de masquer successivement soit l'une, soit l'autre des pupilles de diffraction. En d'autres termes, on enregistre successivement sur la même plaque photographique la figure de diffraction du seul bord CD (temps de pose $t = 2$ mn $1/2$) puis la figure de diffraction du seul bord C'D' (même temps de pose 2 mn $1/2$).

$$I(u) = G^2 + G'^2$$

Dans ces conditions, il n'y a plus de franges d'interférences. La valeur de l'éclairement continu correspond approximativement à la moyenne de l'éclairement de la plaque A. Cela permet de pointer un plus grand nombre de traits de la graduation millimétrique HEIDENHAIN et de faire un lissage, car les bords des traits se distinguent mieux.

Au cours de l'exposition, l'étalon HEIDENHAIN (5 cm x 5 cm) est en contact direct, par sa face graduée, avec l'émulsion 10 E 56 AH de la plaque photographique 6 x 9 cm (voir figure 6.14). Sa graduation millimétrique coïncide approximativement avec l'axe $\vec{u'u}$ de la figure de diffraction et d'interférences, tandis que chacun des traits de cette graduation a ses bords parallèles à l'axe $\vec{v'v}$.

Dans l'expérience A, le point de concours F des axes coïncide approximativement avec le trait nominal 19, tandis que dans l'expérience B, le point F coïncide avec le trait nominal 20 de la graduation millimétrique de l'étalon.

Par la méthode des coïncidences de deux images antisymétriques (section 6.3.3.), nous effectuons la métrologie des traits de la graduation millimétrique de ces répliques. Les résultats sont rassemblés dans les sections suivantes.

6.8.1. Réplique photographique A

On mesure la distance séparant les traits 9 et 19 de la graduation millimétrique d'abord sur la réplique photographique de l'étalon, ensuite sur l'étalon lui-même. Soit r_n le pointé d'un trait de la réplique (moyenne de 4 mesures) et soit g_n le pointé du même trait de l'étalon. L'incertitude de ces pointés est estimée inférieure à 1 μm .

La comparaison des mesures de la réplique et de l'étalon conduirait à un coefficient k égal à 1 s'il n'y avait pas de distorsion. On trouve :

$$k = \frac{g_{29} - g_9}{r_{29} - r_9} = \frac{19\,983,125}{19\,983,1875} = 0,999\,997 \quad \Delta k = 0,000\,2$$

Les autres traits ne sont pas mesurables, parce que leurs bords sont situés dans des régions de la figure d'interférence où les minimums sont pratiquement nuls.

6.8.2. Réplique photographique B

On mesure les distances séparant les traits 11 et 29, 12 et 28, 13 et 27, 14 et 26. Le tableau suivant rassemble les résultats (chaque valeur est la moyenne de plusieurs mesures effectuées, tantôt dans le sens des u croissants, tantôt dans celui des u décroissants).

$n - n'$	valeurs brutes $r_n - r_{n'}$	valeurs brutes $g_n - g_{n'}$
29 - 11	17 986,25	17 985,937 5
28 - 12	15 988,625	15 988,312 5
27 - 13	13 987,875	13 988,312 5
26 - 14	11 988,125	11 988,562 5

le résultat de lissage donne :

$$k_\ell = \frac{\sum (r_n - r_{n'}) (g_n - g_{n'})}{\sum (r_n - r_{n'})^2} = \frac{918\,517\,853,8}{918\,518\,601,8} = 0,999\,999\,2$$

Légende de la figure 6.14

Schéma d'une plaque photographique sur laquelle sont enregistrées simultanément les franges intérieures et la réplique par contact de l'étalon millimétrique HEIDENHAIN.

Les masques limitent l'enregistrement :

- aux franges comprises entre les ordres - 450 et + 450 ;
- aux traits millimétriques compris entre 19 et 31 mm.

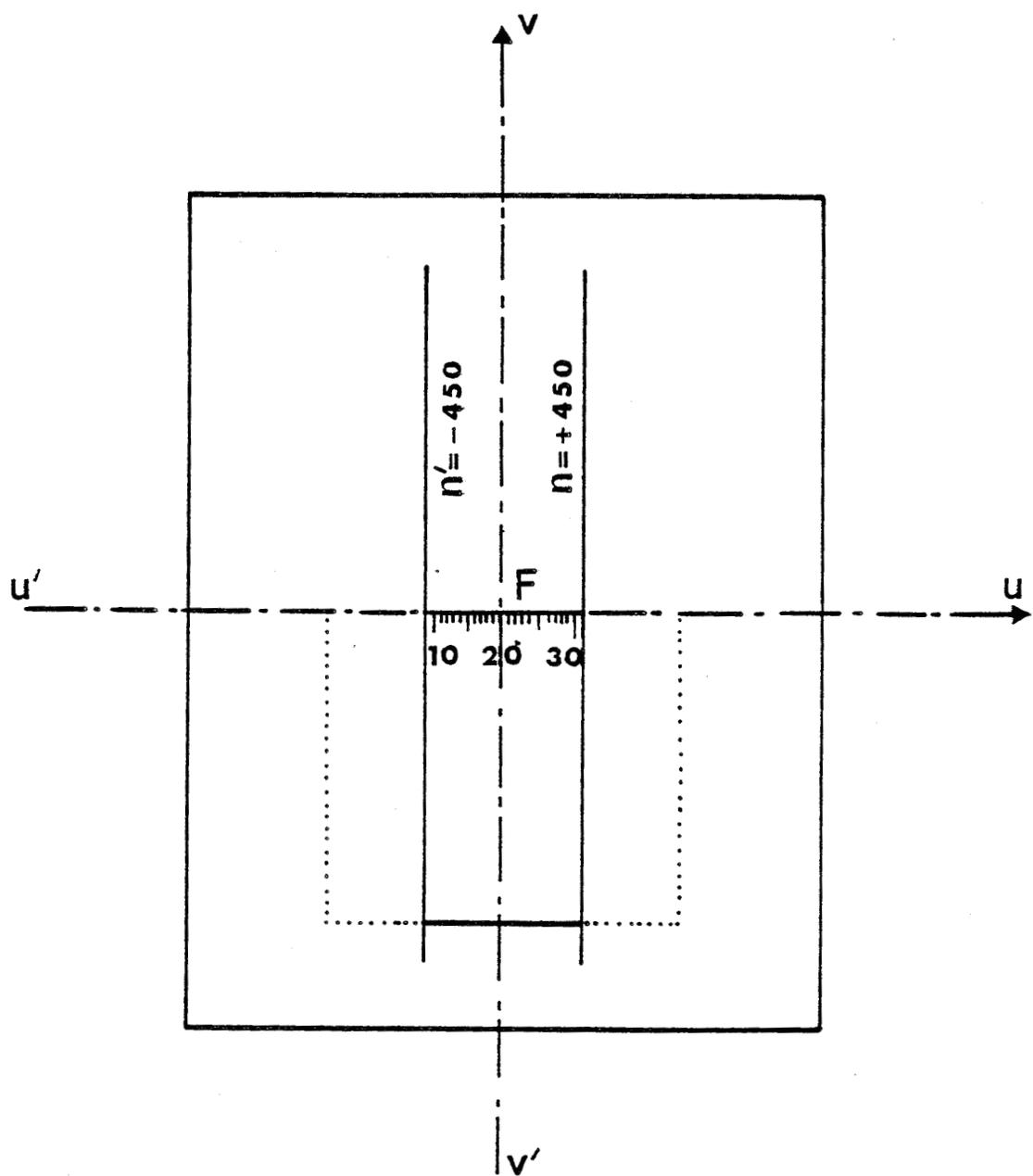


Fig 6.14

En conclusion, le coefficient k est égal à un avec un écart de $3 \cdot 10^{-6}$ dans l'expérience A et $8 \cdot 10^{-7}$ dans l'expérience B. Ces écarts sont très inférieurs à nos incertitudes expérimentales qui, dans ce cas où les divers paramètres tels que a, b, λ , etc... n'ont pas été modifiés, sont meilleures que $1 \cdot 10^{-4}$.

6.9. INFLUENCE DU DEGRE HYGROMETRIQUE DE L'AIR

Afin d'étudier l'influence du degré hygrométrique de l'air ambiant sur la stabilité dimensionnelle des émulsions photographiques, nous avons mesuré la position u_n de franges d'ordre n donné pour une plaque photographique humide, puis sèche. Même dans ces conditions extrêmes, nous n'avons pas observé d'écart supérieur aux incertitudes expérimentales de mesure.

6.10. ETUDE D'UNE EVENTUELLE DILATATION DES PLAQUES PHOTOGRAPHIQUES SOUS L'INFLUENCE DE L'ECLAIRAGE DU MICROSCOPE

Dans le plan de la platine supportant la plaque photographique, le diamètre de la tache lumineuse est voisin de 5 à 6 mm. Nous n'avons jamais observé d'échauffement directement mesurable à l'intérieur de ce cercle lumineux.

D'autre part, si un tel échauffement était susceptible de dilater la plaque de verre supportant l'émulsion photographique enregistrée, les interfranges auraient une valeur apparente plus grande que leur valeur réelle. Or, la largeur optique $2e_{opt}$ est, en première approximation, inversement proportionnelle à l'interfrange, de sorte qu'il en résulterait une valeur apparente de $2e_{opt}$ plus faible que celle correspondant à une métrologie correcte. En d'autres termes, si une telle dilatation parasite existe, les valeurs de $2e_{opt}$ sont encore plus grandes que celles que nous indiquons au chapitre 7.

Remarquons toutefois qu'une telle dilatation affecterait identiquement l'étalon de longueur HEIDENHAIN (section 6.7) auquel sont comparés les interfranges, ce qui éliminerait pratiquement cette cause d'erreur systématique.

CHAPITRE VII

EXPLOITATION NUMERIQUE DES DONNEES EXPERIMENTALES

7.1. ETUDE D'UNE SERIE DE PLAQUES ANTERIEURES A NOS EXPERIENCES

7.1.1. Introduction

Antérieurement à nos expériences, une série de plaques avaient été réalisées sur un montage similaire à celui de la figure 2.1, par G. LANSRAUX et H. KONOWALCHUCK dans les laboratoires du National Research Council of Canada à Ottawa. Toutefois, ces plaques n'avaient pas fait l'objet d'études métrologiques.

Lorsque la construction de notre unité métrologique (décrite au chapitre 6) fut achevée, nous avons commencé par étudier cette série de plaques avec la technique d'analyse décrite dans la section 7.1.2.

Les résultats de cette étude sont rassemblés dans la section 7.1.3.

Ces plaques présentent certains défauts. L'étude métrologique nous a permis d'en identifier les principales causes et d'apporter à notre propre montage expérimental un certain nombre d'améliorations techniques (section 7.1.4.).

Les longueurs d'ondes sont celles du laser Argon (section 5.3.1.). L'écran diffringent est le barreau biseauté décrit dans la section 5.3.3. La distance fixe entre le sténopé et la lame diffringente est $a = 10 \text{ ft } 10 \text{ in. } 11/16 \text{ in.}$ Les longueurs b ont été mesurées par comparaison avec une règle étalon de longueur corrigée $500 \text{ } 013,5 \text{ } \mu\text{m.}$ Le diaphragme de la pupille de diffraction a un rayon tel que y_c est voisin de 75 mm.

7.1.2. Technique d'analyse

Pour déterminer des valeurs expérimentales de $2e_{\text{opt}}$, il faut, en principe, mesurer la distance u_n entre la frange centrale et une frange d'ordre n . Dans la recherche des conditions optimales de technique d'analyse, on peut utiliser une expression approchée de la relation (3.68) :

$$2e_{\text{opt}} \approx \lambda b \frac{n}{u_n} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{e}{b} \right)^2 + \frac{n^2}{2} \left(\frac{\lambda}{2e} \right)^2 \right] \quad (7.1)$$

Les plaques photographiques correspondent à différentes valeurs de b et λ , mais pour une plaque donnée, λ et b sont constants, et la précision des mesures dépend essentiellement de celle du rapport n/u_n .

Lorsqu'on pointe une frange, on détermine l'abscisse u_T de son point T sur l'axe $\overrightarrow{u'Fu}$ (fig. 2.1) par rapport à une origine arbitraire mais fixe. A chaque valeur numérique u_T est associée une incertitude expérimentale Δu pratiquement indépendante de la frange pointée. L'incertitude sur n/u_n est donc $2n\Delta u/u_n^2$. Cette incertitude étant d'autant plus petite que u_n est grand, il convient de choisir une frange aussi écartée que possible de la frange centrale.

Considérons maintenant deux franges : l'une d'ordre n positif et d'abscisse u_T , l'autre d'ordre n' négatif et d'abscisse $u_{T'}$.

$$\text{On a : } u_T - u_{T'} = u_n - u_{n'}$$

$$\text{L'incertitude sur } \frac{n - n'}{u_T - u_{T'}} = \frac{n - n'}{u_n - u_{n'}} \text{ est : } (n - n') \frac{2\Delta u}{(u_n - u_{n'})^2}$$

Cette incertitude est plus petite que celle sur n/u_n .

Or, on établit que :

$$\frac{n - n'}{u_n - u_{n'}} \approx \frac{n}{u_n} + \frac{\lambda}{4eb} n'(n + n') \quad (7.2)$$

L'écart théorique entre $\frac{n - n'}{u_n - u_{n'}}$ et $\frac{n}{u_n}$ est négligeable si la somme des ordres n et n' est petite, c'est-à-dire si les franges considérées sont à peu près symétriques par rapport à la frange centrale. En cas de symétrie parfaite, $n + n' = 0$ et l'écart est nul.

Ceci nous conduit à déterminer expérimentalement $\frac{n - n'}{u_n - u_{n'}}$ au lieu de n/u_n en choisissant deux franges n et n' aussi écartées que possible de la frange centrale, et de préférence symétriques par rapport à celle-ci.

On peut encore réduire l'incertitude sur $\frac{n - n'}{u_n - u_{n'}}$ en répétant plusieurs fois le pointé d'une même frange. En effet, en prenant la moyenne des valeurs numériques associées à k pointés d'une même frange, on obtient une abscisse u sur laquelle l'incertitude est, en première approximation, $\Delta u/k$.

Dans nos mesures, toute frange a été pointée au moins huit fois. En fait, les opérations ont été réalisées de la façon suivante : premier pointé de la frange n , translation de la plaque photographique, premier pointé de la frange n' , translation inverse, deuxième pointé de la frange n , ... et ainsi de suite. Ceci impose d'identifier sans erreur possible les mêmes franges n et n' parmi les centaines de franges visibles sur la plaque photographique. Pour cette raison, on choisit deux franges qui présentent un élément remarquable d'identification, par exemple un défaut de l'émulsion.

Un tel choix ne permet pas, en général, de satisfaire la condition $n + n' = 0$, mais si la valeur de $n + n'$ est petite, l'écart théorique entre $\frac{n - n'}{u_n - u_{n'}}$ et $\frac{n}{u_n}$ reste bien inférieur aux incertitudes expérimentales.

7.1.3. Résultats des mesures réalisées sur notre unité métrologique

Nos mesures ont été faites à $21 \pm 1^\circ\text{C}$. Nous avons aussi effectué les mêmes pointés à 18°C et 27°C et nous avons pu constater que les résultats de mesures sont inchangés lorsque l'ensemble de l'appareillage a atteint l'équilibre thermique. Par contre, un gradient de température provoque une dérive des pointés.

Les résultats de nos mesures sont rassemblés dans les tableaux 7.1 et 7.2. Ces tableaux mettent en évidence des écarts aléatoires entre les valeurs expérimentales de la largeur optique. Pour estimer la dispersion de ces valeurs, il convient de les comparer à celle qui - selon un critère donné - est la plus probable. On peut prendre, par exemple, la moyenne arithmétique $(2e_{\text{opt}})_m$.

Nous proposons aussi la valeur pondérée :

$$(2e_{\text{opt}})_p = \frac{\sum (n - n') 2e_{\text{opt}}}{\sum (n - n')} \quad (7.3)$$

Dans cette expression, le facteur $(n - n')$ donne un poids plus grand aux valeurs expérimentales associées à une plus grande distance entre les franges n et n' , conformément aux recommandations énoncées précédemment.

Le tableau 7.3 montre que la valeur moyenne et la valeur pondérée sont pratiquement égales. Cette valeur commune sera appelée "valeur proposée".

Ce tableau indique aussi les écarts maximaux de $2e_{\text{opt}}$ par rapport à la valeur proposée, d'où il résulte des écarts relatifs maximaux inférieurs à 10^{-4} .

b	n - n'	$u_n - u_{n'}$	$2e_{opt}$
2 000 054 μm	255	11 728,9 μm	21 219,7 μm
"	443	20 375,4 μm	21 220,6 μm
1 900 051,3 μm	240	10 487,0 μm	21 219,8 μm
"	440	19 227,0 μm	21 219,1 μm
1 700 045,9 μm	276	10 790,4 μm	21 220,2 μm
"	533	20 840,0 μm	21 218,5 μm
1 500 040,5 μm	297	10 245,4 μm	21 220,3 μm
"	596	20 561,0 μm	21 219,4 μm
1 300 035,1 μm	415	12 407,0 μm	21 220,9 μm
"	660	19 732,7 μm	21 220,1 μm
1 100 029,7 μm	377	9 537,6 μm	21 219,7 μm
"	756	19 125,8 μm	21 220,3 μm
1 000 027 μm	406	9 336,7 μm	21 221,7 μm
"	813	18 698,2 μm	21 220,4 μm
900 024,3 μm	479	9 914,0 μm	21 221,9 μm
"	899	18 608,4 μm	21 221,0 μm
700 018,9 μm	538	8 661,6 μm	21 220,7 μm
"	1 116	17 968,9 μm	21 220,0 μm
500 013,5 μm	704	8 096,6 μm	21 221,3 μm
"	1 455	16 735,9 μm	21 220,8 μm

$$\lambda = 0,487\ 986\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.1

λ	n - n'	$u_n - u_{n'}$	$2e_{opt}$
0,476 488 μm	841	18 885,1 μm	21 221,9 μm
0,487 986 μm	703	16 167,4 μm	21 221,3 μm
0,496 509 μm	847	19 820,4 μm	21 220,5 μm
0,514 527 μm	720	17 459,0 μm	21 221,4 μm

$$b = 1\ 000\ 027\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.2



On doit noter une différence légèrement inférieure à $1 \mu\text{m}$ entre les valeurs proposées des tableaux 7.1 et 7.2 qui concernent deux types distincts d'expériences.

Le tableau 7.1 montre que $2e_{\text{opt}}$ n'est pas constant mais est d'autant plus grand que b est petit.

La largeur optique de l'écran diffringent doit être non seulement constante, mais égale à la largeur de l'écran $2e = 21\ 212 \mu\text{m}$ (section 5.3.3.1).

Or, le tableau 7.3 montre que le rapport des deux valeurs n'est pas égal à l'unité. L'écart relatif est de $4 \cdot 10^{-4}$, ce qui est supérieur aux incertitudes expérimentales. La largeur de l'écran diffringent est toujours plus petite que sa valeur optique.

7.1.4. Conclusion de cette première partie : améliorations à apporter

L'examen de cette série de plaques photographiques met en évidence certains défauts systématiques : l'éclairement ne présente généralement pas une symétrie de révolution et la plage circulaire éclairée n'est pas exactement centrée sur le milieu de la plaque photographique. L'excentricité, de l'ordre de quelques millimètres, varie en grandeur et direction, d'une série d'expériences à une autre. En d'autres termes, l'onde incidente est de qualité plutôt médiocre. Nous supposons à cela deux causes principales :

- l'alignement des éléments du montage, notamment le laser, l'objectif L et le sténopé S, n'est pas assez soigné.
- Dans le plan de l'ouverture circulaire du sténopé, l'onde n'est pas parfaitement plane ni équiphasé, probablement parce que la distance LS et les caractéristiques optiques de l'objectif ne sont pas adaptées à celles du laser utilisé.

Par ailleurs, si la technique d'analyse de la section 7.1.2. est simple, elle est peu fiable : la dispersion des valeurs de $2e_{\text{opt}}$ est directement affectée par chaque couple de mesure n, u_n . Une technique de lissage prenant en compte un ensemble de mesures lui serait préférable.

En conclusion, l'expérience acquise par notre étude métrologique de cette série de plaques a décelé un écart systématique entre la largeur optique $2e_{\text{opt}}$ de l'écran diffringent et sa valeur réelle $21\ 212 \mu\text{m}$: l'écart entre ces valeurs est de 6 à $10 \mu\text{m}$ environ et il est toujours de même signe.

	Tableau (7.1) 20 valeurs expérimentales	Tableau (7.2) 4 valeurs expérimentales	Tableau (7.1) + (7.2) 24 valeurs expérimentales
$(2e_{opt})_m$	21 220,31 μm	21 221,29 μm	21 220,48 μm
$(2e_{opt})_p$	21 220,38 μm	21 221,28 μm	21 220,57 μm
Ecart maximaux	+ 1,6 μm - 1,8 μm	+ 0,6 μm - 0,8 μm	+ 1,4 μm - 2,0 μm
Ecart relatifs maximaux	+ 7,5 10^{-5} - 8,5 10^{-5}	+ 2,8 10^{-5} - 3,7 10^{-5}	+ 6,6 10^{-5} - 9,4 10^{-5}
$\frac{(2e_{opt})}{2e}$	1,000 39	1,000 44	1,000 40

TABLEAU 7.3



Notre étude nous a aussi permis de mettre au point un nouveau procédé de réglage du montage optique, et une nouvelle technique d'analyse métrologique des plaques photographiques. Le procédé de réglage a fait l'objet du chapitre 5 : il accorde une grande importance au choix des caractéristiques optiques des éléments du montage et à la détermination précise des distances qui les séparent lorsque l'onde qui éclaire l'ouverture du sténopé est plane et équiphase. Enfin, il apporte un soin particulier pour l'alignement de ces éléments sur l'axe optique du laser grâce à une technique basée sur la diffraction de ce faisceau par un croisillon.

La nouvelle technique d'analyse métrologique fait l'objet des sections suivantes.

7.2. ETUDE DES PLAQUES EXPERIMENTALES RECENTES

7.2.1. Introduction

Nous avons réalisé la seconde série de plaques photographiques dans les laboratoires de l'Université de Lille I, avec le même écran diffringent.

Le montage optique a été décrit au chapitre 5. L'unité métrologique est la même que celle qui nous a permis d'étudier la première série de plaques ; elle a été décrite au chapitre 6. La technique d'analyse est différente ; elle est décrite dans ce qui suit.

7.2.2. Nouvelle technique d'analyse numérique des données expérimentales par lissage

La méthode d'analyse est celle du moindre écart quadratique total. Elle détermine, pour l'ensemble des mesures effectuées sur une plaque photographique donnée, une seule largeur optique $2e_{opt}$.

Soit f_n la valeur exacte de l'abscisse de la frange d'ordre n par rapport à celle de la frange d'ordre zéro prise comme origine ($f_0 = 0$).

L'expression de f_n est donnée par la relation (3.67).

En première approximation, on peut écrire :

$$f_n = n \frac{\lambda b}{2e} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{e}{b} \right)^2 + n^2 \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{2e} \right)^2 \right] \quad (7.4)$$

Posons :

$$\alpha = \frac{\lambda b}{2e} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{e}{b} \right)^2 \right] \quad (7.5)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{2e} \right)^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{e}{b} \right)^2 \right]^{-1} \quad (7.6)$$

On obtient :

$$f_n = n \alpha (1 + \beta n^2) \quad (7.7)$$

Considérons le cas de deux franges symétriques par rapport à la frange centrale ; on a :

$$f_n - f_{-n} = 2 n \alpha (1 + \beta n^2) \quad (7.8)$$

Soit D_n l'écart entre la valeur mesurée $u_n - u_{-n} = U_n$ et la valeur exacte $f_n - f_{-n}$.

$$D_n = (u_n - u_{-n}) - (f_n - f_{-n}) = U_n - 2 n \alpha (1 + \beta n^2) \quad (7.9)$$

L'écart quadratique total est :

$$\sum_n D_n^2 = \sum U_n^2 - 4 \alpha \sum U_n n (1 + \beta n^2) + 4 \alpha^2 \sum n^2 (1 + \beta n^2)^2$$

Il est minimal lorsque :

$$\frac{\partial (\sum D_n^2)}{\partial \alpha} = -4 \sum U_n n (1 + \beta n^2) + 8 \alpha \sum n^2 (1 + \beta n^2)^2 = 0$$

On obtient :

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum (u_n - u_{-n}) n (1 + \beta n^2)}{\sum n^2 (1 + \beta n^2)^2} \quad (7.10)$$

La largeur optique $2e_\alpha$ tirée de (7.5) est :

$$2e_\alpha = 4 \frac{b\alpha}{\lambda} \left[1 + \left(1 - \frac{\lambda^2}{2\alpha^2} \right)^{1/2} \right] \quad (7.11)$$

Les expressions 7.6, 7.10 et 7.11 sont assez simples pour pouvoir être calculées sur une calculatrice de poche. Toutefois, les données introduites dans ce lissage doivent satisfaire à une condition : à chaque frange d'ordre n , doit être associée la frange d'ordre $n' = -n$ symétrique par rapport à la frange centrale. Il est donc nécessaire, au plan expérimental, d'identifier sans ambiguïté la frange centrale d'ordre $n = 0$, et un ensemble de franges dont l'ordre n est prédéterminé. En général, rien ne distingue ces franges de leurs voisines.

7.2.3. Détermination de la frange centrale

La frange centrale est celle qui coïncide avec l'axe $\overrightarrow{v'Fv}$ (fig. 2.1 et fig. 5.14). On la repère sans ambiguïté par étude de la symétrie des franges de lumière défléchie, dites franges extérieures. Ces franges encadrent la région d'ombre portée de l'écran diffringent. La largeur de cette région est $2e \frac{a+b}{a}$.

Dans le cas de nos expériences :

$$2e = 21,2 \text{ mm} ; a \approx 3\text{m} ; b \approx 1\text{m} ; 2e \frac{a+b}{a} = 28 \text{ mm}.$$

Or, la course de translation de notre unité métrologique n'est que de 25 mm. Il n'est donc pas possible, sur notre appareil, de déterminer l'axe de symétrie des franges extérieures.

Nous avons effectué cette détermination sur un comparateur ordinaire dont la course était de 50 mm et la fidélité environ 4 μm . Pour le pointé des franges extérieures, relativement larges, un grossissement de 50 suffit.

Sur nos plaques photographiques, l'enregistrement des franges est semblable à celui de la figure 5.14 D mais avec des interfranges beaucoup plus petits. L'axe $\overrightarrow{u'Fu}$ est repéré par rapport au cadre rectangulaire de la plaque, avec une précision voisine du mm.

La plaque photographique est placée et orientée sur la platine du comparateur de façon que le point de visée du microscope reste toujours sur cet axe au cours du balayage de la figure. On relève avec soin la position des maximums des franges extérieures. L'abscisse du point F est le milieu des segments déterminés par les points d'intersection des franges extérieures de même ordre avec l'axe $\overrightarrow{u'Fu}$. Elle peut être connue à quelques micromètres près. La frange intérieure la plus voisine de cette abscisse calculée correspond à la frange centrale et matérialise la position de l'axe $\overrightarrow{v'Fv}$. En général, la

position calculée du point F coïncide, aux erreurs d'expérience près, avec la position d'une frange. On peut répéter l'opération de façon à confirmer cette détermination sans ambiguïté. La frange d'ordre zéro est alors connue de façon certaine et on la marque d'un signe distinctif aussi fin que possible. L'ensemble de ces opérations est long et fastidieux. Dans le but d'étudier la possibilité de les éviter, nous avons effectué des lissages sur des mesures systématiquement décalées de 3 interfranges. On constate que le résultat final n'est affecté par cette légère translation que d'un écart relatif inférieur à 10^{-7} . La détermination de la frange centrale n'est donc pas critique et peut être effectuée à quelques interfranges près. C'est pourquoi, en général, nous n'avons effectué qu'un nombre réduit de mesures pour localiser la frange centrale.

7.2.4. Détermination des franges symétriques d'ordre n et n' prédéterminés

Nous savons que, dans la région d'ombre portée de l'écran, rien ne permet de distinguer une frange d'ordre n donné dans un ensemble de centaines de franges intérieures toutes semblables entre elles. La connaissance de la frange centrale $n = 0$ permet d'identifier n'importe quelle autre frange en comptant le nombre d'interfranges. Mais lorsque ce nombre dépasse le millier, cette méthode ne convient pas.

On peut aussi, comme on l'a fait pour la frange centrale, calculer approximativement l'abscisse u_n de la frange d'ordre n et venir pointer avec précision la position de la frange la plus voisine de l'abscisse calculée. Si la précision du calcul est inférieure à la moitié d'un interfrange, la frange cherchée sera identifiée sans ambiguïté.

7.2.4.1. Calcul préalable des valeurs approchées de u_n

En première approximation, $u_n \approx n i_m$ en désignant par i_m la valeur moyenne de l'interfrange. Cette valeur peut être déduite des informations fournies par le tableau 7.1.

Considérons par exemple le cas d'une plaque pour laquelle $\lambda = 0,514\ 527\ \mu\text{m}$ et $b = 1\ 000\ 198\ \mu\text{m}$. Pour la même longueur d'onde, et pour $b = 1\ 000\ 027\ \mu\text{m}$, le tableau 7.1 indique :

$$n - n' = 720 ; u_n - u_{n'} = 17\ 459\ \mu\text{m}.$$

Une valeur approchée de i_m est donnée par :

$$i_m = \frac{17\ 459\ \mu\text{m}}{720} \times \frac{1\ 000\ 198}{1\ 000\ 027} \approx 24,25\ \mu\text{m}.$$

On calcule ensuite les valeurs approchées $u_n \approx n i_m$; les valeurs brutes correspondantes s'obtiennent en divisant par le coefficient d'étalonnage de notre unité métrologique $k = 1,000\ 98$ (section 6.7).

Le tableau 7.4 rassemble quelques valeurs calculées par ce procédé.

7.2.4.2. Détermination expérimentale des valeurs exactes de u_n

Pour déterminer les valeurs expérimentales de u_n , on déplace le chariot de l'unité métrologique dans un sens donné, en l'arrêtant sur les valeurs lues inférieures (ou supérieures) de $5\ \mu\text{m}$ aux valeurs brutes présumées. Puis, par déplacement fin toujours dans le même sens, on réalise la première coïncidence des images antisymétriques (fig. 6.3). Le tableau 7.5 rassemble les résultats de ces mesures effectuées tantôt dans le sens des u croissants, tantôt dans le sens des u décroissants. On en déduit les valeurs moyennes corrigées, par exemple pour $n = 400$:

$$u_{400} - u_{-400} = 1,000\ 98 \times \frac{9\ 694,5 + 9\ 691,0 + 9\ 692,75 + 9\ 693,25}{2} = 19\ 404,7\ \mu\text{m}$$

Ces valeurs sont rassemblées dans le tableau 7.6. Elles sont ensuite introduites dans le lissage qui détermine $2e_\alpha$.

7.2.4.3. Lissage des mesures expérimentales

Pour procéder au lissage des mesures expérimentales, il faut préalablement déterminer une valeur approchée du coefficient β de la relation (7.6). Pour l'exemple précédent, $\lambda = 0,514\ 527\ \mu\text{m}$; $b = 1\ 000\ 198\ \mu\text{m}$. En prenant $2e = 21\ 212\ \mu\text{m}$, on obtient $\beta = 2,941\ 170\ 21\ 10^{-10}$.

Le lissage des 5 valeurs du tableau 7.6 donne :

$$\alpha = 24,254\ 765\ \mu\text{m} \text{ et } 2e_\alpha = 21\ 218,8\ \mu\text{m}.$$

On peut itérer le lissage en introduisant cette valeur $2e_\alpha$ dans le calcul de β . Les résultats restent identiques.

Le tableau 7.7 compare les valeurs lissées $f_n - f_{n'} = 2 f_n$ aux valeurs mesurées $u_n - u_{n'}$. La dernière colonne donne les écarts D_n entre ces valeurs. On voit qu'ils restent très inférieurs aux incertitudes expérimentales, qui sont voisines de $2\ \mu\text{m}$.

n	$u_n \approx n i_m$	valeurs brutes présumées
200	4 851 μm	4 846 μm
250	6 063 μm	6 057 μm
300	7 276 μm	7 269 μm
350	8 489 μm	8 480 μm
400	9 701 μm	9 692 μm

$$b = 1\,000\,198 \mu\text{m}$$

$$\lambda = 0,514\,527 \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.4

n	sens des u croissants	sens des u décroissants
- 400	- 9 694,5 μm	- 9 692,75 μm
- 350	- 8 482,0 μm	- 8 481,5 μm
- 300	- 7 270,25 μm	- 7 269,75 μm
- 250	- 6 059,5 μm	- 6 058,75 μm
- 200	- 4 846,75 μm	- 4 847,5 μm
+ 200	+ 4 845,5 μm	+ 4 845,75 μm
+ 250	+ 6 057,5 μm	+ 6 057,25 μm
+ 300	+ 7 269,0 μm	+ 7 268,25 μm
+ 350	+ 8 480,25 μm	+ 8 480,25 μm
+ 400	+ 9 691,0 μm	+ 9 693,25 μm

Valeurs brutes mesurées

TABLEAU 7.5

n	$u_n - u_{-n}$
200	9 702,2 μm
250	12 128,4 μm
300	14 552,9 μm
350	16 978,6 μm
400	19 404,7 μm

$$\beta = 2,941\,170\,2 \cdot 10^{-10}$$

$$\alpha = 24,254\,765 \mu\text{m}$$

$$2 e_{\alpha} = 21\,218,8 \mu\text{m}$$

Valeurs moyennes et lissage

TABLEAU 7.6



$u_n - u_{n'}$	$f_n - f_{n'}$	D_n
9 702,2 μm	9 702,0 μm	+ 0,2 μm
12 128,4 μm	12 127,6 μm	+ 0,8 μm
14 552,9 μm	14 553,2 μm	- 0,3 μm
16 978,6 μm	16 978,9 μm	- 0,3 μm
19 404,7 μm	19 404,7 μm	- 0,02 μm

TABLEAU 7.7

7.2.5. Résultats expérimentaux

Nos expériences ont été réalisées pour différentes valeurs des paramètres : deux valeurs de a , voisines de 3m ; sept valeurs de b , voisines de 1m ou de 0,7 m et cinq valeurs de λ échelonnées entre 0,476 et 0,514 μm .

Nous avons étudié les polarisations parallèle et perpendiculaire aux bords diffringents.

Nous avons enfin déterminé l'influence d'un mauvais réglage de l'orientation de l'écran diffringent et de la plaque photographique sur la détermination de $2e_{\text{opt}}$.

7.2.5.1. Polarisation parallèle aux bords diffringents

Les résultats des mesures de 12 expériences différentes sont rassemblés dans les tableaux 7.8 à 7.19 . (La comparaison des tableaux 7.9 et 7.9 bis fera l'objet de la section 7.2.5.3.).

Le tableau 7.20 rassemble les résultats des 12 lissages tandis que le tableau 7.21 étudie les valeurs moyennes de la largeur optique $2e_{\alpha}$ pour les deux expériences correspondant à $b = 0,7$ m et pour les dix expériences correspondant à $b = 1$ m.

Les écarts maximaux des valeurs individuelles de $2e_{\alpha}$ par rapport à la valeur moyenne, sont toujours inférieurs, en valeur relative, à 10^{-4} .

On remarque que les valeurs de $2e_{\alpha}$ correspondant à $b = 0,7$ m sont plus grandes que celles correspondant à $b = 1$ m.

Toutes les valeurs de $2e_{\alpha}$ sont supérieures à la valeur physique $2e = 21\,212\ \mu\text{m}$ (section 5.3.3.1). Les écarts relatifs sont de $4,4 \cdot 10^{-4}$ pour $b = 0,7$ m et $3,4 \cdot 10^{-4}$ pour $b = 1$ m : ils dépassent nos incertitudes expérimentales qui sont voisines de $2 \cdot 10^{-4}$, et ils sont systématiquement de même signe.

7.2.5.2. Polarisation perpendiculaire aux bords diffringents

Les résultats des mesures de quatre expériences différentes sont rassemblés dans les tableaux 7.22 à 7.25. Le tableau 7.26 rassemble les résultats des quatre lissages tandis que le tableau 7.27 étudie les valeurs moyennes de la largeur optique $2e_{\alpha}$ pour les deux expériences correspondant à $b = 0,7$ m et pour les deux expériences correspondant à $b = 1$ m.

n	$u_n - u_{-n}$
200	9 702,2 μm
250	12 128,4 μm
300	14 552,9 μm
350	16 978,6 μm
400	19 404,7 μm

$$\begin{aligned}\lambda &= 0,514\ 527\ \mu\text{m} \\ b &= 1\ 000\ 198\ \mu\text{m} \\ \beta &= 2,941\ 702\ 1\ 10^{-10} \\ \alpha &= 24,254\ 765\ \mu\text{m} \\ 2\ e &= 21\ 218,8\ \mu\text{m}\end{aligned}$$

TABLEAU 7.8

n	$u_n - u_{-n}$
200	9 701,5 μm
250	12 127,1 μm
300	14 553,6 μm
350	16 978,5 μm
400	19 404,5 μm

$$\begin{aligned}\lambda &= 0,514\ 527\ \mu\text{m} \\ b &= 1\ 000\ 198\ \mu\text{m} \\ \beta &= 2,941\ 702\ 1\ 10^{-10} \\ \alpha &= 24,254\ 375\ \mu\text{m} \\ 2\ e &= 21\ 219,2\ \mu\text{m}\end{aligned}$$

TABLEAU 7.9

n	$u_n - u_{-n}$
200	9 703,0 μm
250	12 127,4 μm
300	14 553,7 μm
350	16 979,1 μm
400	19 405,2 μm

$$\begin{aligned}\lambda &= 0,514\ 527\ \mu\text{m} \\ b &= 1\ 000\ 198\ \mu\text{m} \\ \beta &= 2,941\ 702\ 1\ 10^{-10} \\ \alpha &= 24,255\ 317\ \mu\text{m} \\ 2\ e &= 21\ 218,3\ \mu\text{m}\end{aligned}$$

TABLEAU 7.9 bis

L'écran diffringent est tourné de 23° autour de $\vec{y'y'}$

Pour ces tableaux, la polarisation est parallèle aux bords diffringents ;
 $a = 296\ \text{cm}$; $\theta = 20^\circ\text{C}$.



n	$u_n - u_{-n}$
200	8 984,3 μm
300	13 475,7 μm
400	17 968,3 μm
500	22 461,7 μm

$$\begin{aligned}\lambda &= 0,476\ 488\ \mu\text{m} \\ b &= 1\ 000\ 100\ \mu\text{m} \\ \beta &= 2,522\ 820\ 1\ 10^{-10} \\ \alpha &= 22,459\ 844\ \mu\text{m} \\ 2\ e &= 21\ 218,4\ \mu\text{m}\end{aligned}$$

TABLEAU 7.10

n	$u_n - u_{-n}$
200	8 985,3 μm
300	13 476,7 μm
400	17 969,8 μm
500	22 464,7 μm

$$\begin{aligned}\lambda &= 0,476\ 488\ \mu\text{m} \\ b &= 1\ 000\ 278\ \mu\text{m} \\ \beta &= 2,522\ 820\ 1\ 10^{-10} \\ \alpha &= 22,462\ 251\ \mu\text{m} \\ 2\ e &= 21\ 219,9\ \mu\text{m}\end{aligned}$$

TABLEAU 7.11

Pour ces tableaux, la polarisation est parallèle aux bords diffringents.
 $a = 305\ \text{cm}$; $\theta = 21^\circ\text{C}$.



n	$u_n - u_{-n}$
200	6 441,1 μm
300	9 662,2 μm
400	12 883,4 μm
500	16 104,0 μm

$$\lambda = 0,487\ 986\ \mu\text{m}$$

$$b = 700\ 208\ \mu\text{m}$$

$$\beta = 2,645\ 889\ 3\ 10^{-10}$$

$$\alpha = 16,103\ 154\ \mu\text{m}$$

$$2\ e = 21\ 221,4\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.12

n	$u_n - u_{-n}$
200	9 201,3 μm
300	13 803,5 μm
400	18 405,3 μm
500	20 707,0 μm

$$\lambda = 0,487\ 986\ \mu\text{m}$$

$$b = 1\ 000\ 276\ \mu\text{m}$$

$$\beta = 2,646\ 044\ 1\ 10^{-10}$$

$$\alpha = 23,005\ 737\ \mu\text{m}$$

$$2\ e = 21\ 218,5\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.13

n	$u_n - u_{-n}$
200	9 202,5 μm
300	13 803,3 μm
400	18 405,5 μm

$$\lambda = 0,487\ 986\ \mu\text{m}$$

$$b = 1\ 000\ 278\ \mu\text{m}$$

$$\beta = 2,646\ 044\ 1\ 10^{-10}$$

$$\alpha = 23,005\ 621\ \mu\text{m}$$

$$2\ e = 21\ 218,7\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.14

Pour ces tableaux, la polarisation est parallèle aux bords diffringents.

a = 305 cm ; $\theta = 21^\circ\text{C}$.



n	$u_n - u_{-n}$
200	9 363,2 μm
300	14 044,0 μm
400	18 725,8 μm
450	21 067,4 μm

$$\lambda = 0,496\ 509\ \mu\text{m}$$

$$b = 1\ 000\ 278\ \mu\text{m}$$

$$\beta = 2,739\ 281\ 1\ 10^{-10}$$

$$\alpha = 23,406\ 611\ \mu\text{m}$$

$$2\ e = 21\ 219,5\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.15

n	$u_n - u_{-n}$
200	9 460,6 μm
300	14 191,6 μm
400	18 924,4 μm

$$\lambda = 0,501\ 717\ \mu\text{m}$$

$$b = 1\ 000\ 278\ \mu\text{m}$$

$$\beta = 2,797\ 048\ 4\ 10^{-10}$$

$$\alpha = 23,653\ 264\ \mu\text{m}$$

$$2\ e = 21\ 218,4\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.16

Pour ces tableaux, la polarisation est parallèle aux bords diffringents.
 $a = 305\ \text{cm}$; $\theta = 21^\circ\text{C}$.



n	$u_n - u_{-n}$
200	6 791,1 μm
300	10 183,7 μm
400	13 584,8 μm
500	16 982,1 μm

$$\lambda = 0,514\ 527\ \mu\text{m}$$

$$b = 700\ 208\ \mu\text{m}$$

$$\beta = 2,941\ 530\ 0\ 10^{-10}$$

$$\alpha = 16,979\ 003\ \mu\text{m}$$

$$2\ e = 21\ 221,4\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.17

n	$u_n - u_{-n}$
200	9 702,5 μm
300	14 553,7 μm
400	19 408,0 μm

$$\lambda = 0,514\ 527\ \mu\text{m}$$

$$b = 1\ 000\ 276\ \mu\text{m}$$

$$\beta = 2,941\ 702\ 1\ 10^{-10}$$

$$\alpha = 24,257\ 425\ \mu\text{m}$$

$$2\ e = 21\ 218,2\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.18

n	$u_n - u_{-n}$
200	9 703,1 μm
300	14 553,7 μm
400	19 407,5 μm

$$\lambda = 0,514\ 527\ \mu\text{m}$$

$$b = 1\ 000\ 278\ \mu\text{m}$$

$$\beta = 2,941\ 702\ 1\ 10^{-10}$$

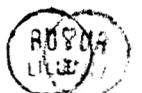
$$\alpha = 24,257\ 287\ \mu\text{m}$$

$$2\ e = 21\ 218,3\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.19

Pour ces tableaux, la polarisation est parallèle aux bords diffringents.

$a = 305\ \text{cm}$; $\theta = 21^\circ\text{C}$.



b	λ	$2 e_{\alpha}$
700 208 μm	0,487 986 μm	21 221,4 μm
700 208 μm	0,514 527 μm	21 221,4 μm
1 000 100 μm	0,476 488 μm	21 218,4 μm
1 000 278 μm	0,476 488 μm	21 219,9 μm
1 000 276 μm	0,487 986 μm	21 218,5 μm
1 000 278 μm	0,487 986 μm	21 218,7 μm
1 000 278 μm	0,496 509 μm	21 219,5 μm
1 000 278 μm	0,501 717 μm	21 218,4 μm
1 000 198 μm	0,514 527 μm	21 218,8 μm
1 000 198 μm	0,514 527 μm	21 219,2 μm
1 000 276 μm	0,514 527 μm	21 218,2 μm
1 000 276 μm	0,514 527 μm	21 218,3 μm

TABLEAU 7.20
polarisation //

	b = 0,7 m 2 val. expérimentales	b = 1 m 10 val. expérimentales
$(2 e_{\alpha})_{\text{moyen}}$	21 221,4 μm	21 218,8 μm
écarts max.	0 0	- 0,2 μm + 1,1 μm
écarts relatifs maximaux	0 0	- 9,4 10^{-6} + 5,2 10^{-5}
$\frac{(2 e_{\alpha})_{\text{moyen}}}{2 e}$	1,000 44	1,000 32

TABLEAU 7.21
polarisation //



n	$u_n - u_{-n}$
200	6 441,8 μm
300	9 663,0 μm
400	12 884,4 μm
500	16 106,0 μm

$$\lambda = 0,487\ 986\ \mu\text{m}$$

$$b = 700\ 196\ \mu\text{m}$$

$$\beta = 2,645\ 889\ 3\ 10^{-10}$$

$$\alpha = 16,104\ 802\ \mu\text{m}$$

$$2\ e = 21\ 218,8\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.22

n	$u_n - u_{-n}$
200	9 201,5 μm
300	13 802,3 μm
400	18 403,8 μm
500	20 705,3 μm

$$\lambda = 0,487\ 986\ \mu\text{m}$$

$$b = 1\ 000\ 325\ \mu\text{m}$$

$$\beta = 2,646\ 044\ 1\ 10^{-10}$$

$$\alpha = 23,004\ 026\ \mu\text{m}$$

$$2\ e = 21\ 221,2\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.23

n	$u_n - u_{-n}$
200	6 791,1 μm
300	10 184,7 μm
400	13 584,0 μm
500	16 982,9 μm

$$\lambda = 0,514\ 527\ \mu\text{m}$$

$$b = 700\ 196\ \mu\text{m}$$

$$\beta = 2,941\ 530\ 0\ 10^{-10}$$

$$\alpha = 16,979\ 355\ \mu\text{m}$$

$$2\ e = 21\ 220,6\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.24

n	$u_n - u_{-n}$
200	9 703,2 μm
300	14 554,0 μm
400	19 406,0 μm

$$\lambda = 0,514\ 527\ \mu\text{m}$$

$$b = 1\ 000\ 325\ \mu\text{m}$$

$$\beta = 2,941\ 702\ 1\ 10^{-10}$$

$$\alpha = 24,256\ 442\ \mu\text{m}$$

$$2\ e = 21\ 220,1\ \mu\text{m}$$

TABLEAU 7.25

Pour ces tableaux, la polarisation est perpendiculaire aux bords diffringents. $a = 305\ \text{cm}$; $\theta = 21^\circ\text{C}$.

b	λ	$2 e_{\alpha}$
700 196 μm	0,487 986 μm	21 218,8 μm
700 196 μm	0,514 527 μm	21 220,6 μm
1 000 325 μm	0,487 986 μm	21 221,2 μm
1 000 325 μm	0,514 527 μm	21 220,1 μm

TABLEAU 7.26
polarisation perpendiculaire

	b = 0,7 m 2 val. expérimentales	b = 1 m 2 val. expérimentales
$(2 e_{\alpha})$ moyen	21 219,7 μm	21 220,65 μm
écarts max.	- 0,9 μm + 0,9 μm	- 0,55 μm + 0,55 μm
écarts relatifs maximaux	- 4,2 10^{-5} + 4,2 10^{-5}	- 2,6 10^{-5} + 2,6 10^{-5}
$\frac{(2 e_{\alpha})}{2 e}$ moyen	1,000 36	1,000 41

TABLEAU 7.27
polarisation perpendiculaire



Toutes les valeurs de $2e_\alpha$ sont supérieures à la valeur physique $2e = 21\ 212\ \mu\text{m}$. Les écarts relatifs de $3,6\ 10^{-4}$ pour $b = 0,7\ \text{m}$ et $4,1\ 10^{-4}$ pour $b = 1\ \text{m}$, dépassent les incertitudes expérimentales et sont systématiquement de mêmes signes.

7.2.5.3. Influence d'une petite rotation de l'écran diffringent autour de l'axe $\overrightarrow{y'y}$

Lorsque l'écran diffringent tourne d'un petit angle θ autour de l'axe $\overrightarrow{y'y}$, sa largeur apparente diminue et devient :

$$2e \cos \theta \approx 2e \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)$$

L'écart entre la valeur réelle et la valeur apparente est $e\theta^2$.

Lorsque l'incertitude du réglage d'orientation est de 1' soit $3\ 10^{-4}\ \text{rad.}$, l'écart correspondant sur la largeur optique est :

$$e\theta^2 \leq \frac{1}{2} \times 21\ 212 \times 9\ 10^{-8} = 0,001\ \mu\text{m},$$

ce qui est tout à fait négligeable puisque l'incertitude sur $2e_{\text{opt}}$ est voisine de $2\ \mu\text{m}$.

Pour produire un effet du même ordre que les incertitudes, il faudrait effectuer une rotation de $47'$.

Le plan diffringent est poli optiquement, il réfléchit l'onde sphérique vers le support du sténopé. Sur la face plane postérieure de ce support, on constate que la figure de diffraction par réflexion sur l'écran diffringent est décalée d'une valeur $2\theta a$. Pour $a = 3\text{m}$ et $\theta = 47'$, on obtient $2\theta a = 8\ \text{cm}$. Nous sommes certains de ne jamais commettre une telle erreur systématique car les décalages éventuels sont décelables dès qu'il sont voisins de $1\ \text{mm}$.

Nous avons voulu toutefois nous assurer qu'une rotation θ importante n'entraînerait pas de variation significative de la largeur optique $2e_{\text{opt}}$. Nous avons systématiquement tourné l'écran diffringent d'un angle $\theta = 23'$ autour de l'axe $\overrightarrow{y'y}$; pour l'image de diffraction par réflexion dans le plan du sténopé, le décalage est de $4\ \text{cm}$ c'est-à-dire 40 fois supérieur à l'incertitude de réglage.

Les tableaux 7.9 et 7.9 bis rassemblent les mesures relatives respectivement à une orientation correcte pour laquelle $\theta = 0$ et à une orientation incorrecte pour laquelle $\theta = 23'$. Les valeurs correspondantes de la largeur optique sont respectivement $21\ 219,2\ \mu\text{m}$ et $21\ 218,3\ \mu\text{m}$. La seconde valeur

est inférieure de $0,9 \mu\text{m}$ à la première ; pour cet angle θ , la théorie prévoit un écart de $1 \mu\text{m}$. Bien que cet écart ne soit pas significatif puisqu'il est inférieur aux incertitudes expérimentales (voisines de $2 \mu\text{m}$), on vérifie sa valeur en grandeur et en signe.

Le réglage d'orientation n'est donc pas critique puisque nous le réalisons à mieux de $1'$ près alors que les incertitudes sur $2e_{\text{opt}}$ autoriseraient des écarts de $47'$.

Nous avons, de façon semblable, vérifié qu'un léger écart d'orientation du châssis photographique ne modifie pas de façon appréciable les résultats expérimentaux.

7.3. ETALONNAGE D'UNE PLAQUE PHOTOGRAPHIQUE PAR METHODE DE DISPERSION

En considérant les franges intérieures de la figure de diffraction et d'interférences, enregistrées sur une plaque photographique, comme les traits d'un réseau, on peut déterminer, à partir des mesures de dispersion, le pas de ce réseau, et assimiler la valeur de ce pas à une valeur moyenne de l'interfrange.

Le laboratoire de métrologie de l'Institut d'Optique d'ORSAY a étalonné, par cette méthode, une de nos plaques photographiques.

La plaque est placée sur la platine d'un goniomètre de façon que les franges soient parallèles à l'axe de rotation de ce dernier (fig. 7.28). Elle est éclairée sous incidence normale par le faisceau parallèle provenant d'une fente lumineuse placée au foyer d'un système optique collimateur. Cette fente est elle-même éclairée par une lampe spectrale, et orientée parallèlement à l'axe de rotation du goniomètre.

Au moyen d'une lunette réglée sur l'infini et munie d'un réticule oculaire, on observe la lumière transmise dans l'ordre $k = 0$ ainsi que dans les ordres $k = \pm 1$. Soit d_k l'angle de dispersion correspondant à l'ordre k pour une radiation de longueur d'onde λ donnée. Le pas p du réseau est donné par la relation $p = k \lambda / \sin d_k$.

Pour doubler la précision, on mesure l'angle $2d_k$ entre les directions correspondant aux ordres $+k$ et $-k$.

La précision de la mesure dépend d'un certain nombre de facteurs parmi lesquels la planéité et le parallélisme des faces d'entrée et de sortie du réseau par transmission.

Dans le cas de notre réseau, la face d'entrée est celle du support de verre et la face de sortie, celle de l'émulsion photographique : la première est de planéité ordinaire, et la seconde, quelque peu granuleuse. Dans la lunette d'observation, on observe, outre les images spectrales de la fente, un léger fond lumineux correspondant en particulier à de la lumière dispersée par les faces de la plaque étudiée.

Pour réduire cette lumière diffuse parasite, on colle sur chacune des faces de la plaque photographique, au moyen de baume du Canada, des lames à faces parallèles de grande qualité (lames de sextant). Dans ces conditions, il devient possible de mesurer les angles de dispersion du réseau avec une précision atteignant la seconde d'arc.

Toutefois, malgré toutes les précautions prises lors des opérations de collage, on introduit en général de petits angles entre les faces collées. L'ensemble se comporte comme un prisme de petit angle γ qui peut, à priori, causer de légères erreurs systématiques :

- d'une part, le faisceau parallèle transmis dans l'ordre zéro a une direction légèrement inclinée par rapport à celle du faisceau parallèle incident ; lorsqu'on vise l'image directe de la fente dans l'ordre zéro, on ne repère plus la direction de la lumière incidente, mais une direction voisine.

- d'autre part, les axes de symétrie des faisceaux transmis dans les ordres $+1$ et -1 forment un plan légèrement incliné par rapport au plan de la graduation du plateau goniométrique ; lorsqu'on lit sur le limbe les valeurs correspondant aux deux positions de la lunette, leur différence n'est plus rigoureusement égale à celle de l'angle des deux axes précédents.

Par méthode d'autocollimation, l'angle γ a été trouvé voisin de $2' 10''$. Or, un calcul annexe montre que, pour introduire sur $2d_k$ une erreur systématique de $1''$, l'angle γ devrait atteindre 1° . Dans le cas de notre expérience, l'erreur causée par le petit angle du prisme est donc tout à fait négligeable.

De même, l'effet d'un éventuel petit angle d'inclinaison des franges par rapport à l'axe de rotation du goniomètre a été trouvé négligeable.

Les mesures ont été effectuées avec des lampes spectrales à basse pression : lampes au Thallium, au Mercure et à l'Hélium. Le faisceau parallèle incident est diaphragmé par une pupille circulaire de diamètre 22 mm. Les résultats sont rassemblés dans le tableau 7.29.

Légende de la figure 7.28

Schéma du goniomètre servant à la mesure du pas du réseau.

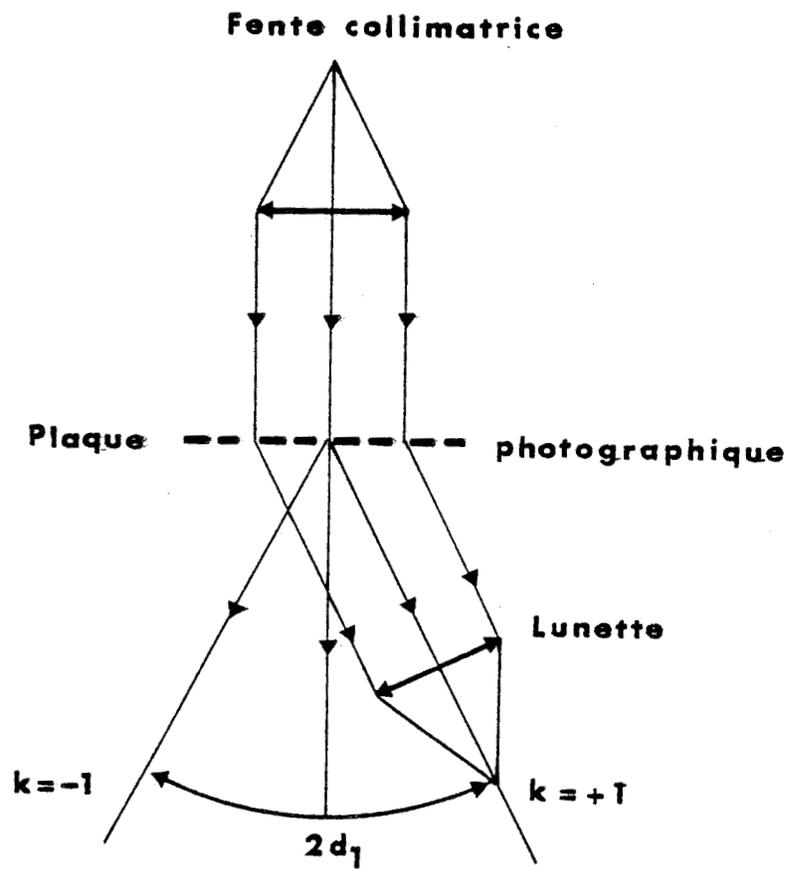


Fig 7.28



Lampe	λ	p
Tl	0,535 046 μm	24,256 5 \pm 0,002 4 μm
Hg	0,546 074 μm	24,257 4
He	0,587 562 μm	24,256 2

TABLEAU 7.29

Nous avons nous-même effectué la métrologie des abscisses des franges de la même plaque photographique le long de l'axe $\overrightarrow{u'Fu}$, c'est-à-dire pour l'ordonnée $v = 0$, seule valeur de v pour laquelle nous avons pu expliciter une solution analytique. Les résultats que nous avons obtenus sont rassemblés dans le tableau 7.9 de la section précédente.

Après lissage, la position f_n d'une frange d'ordre n donné est :

$$f_n = n\alpha (1 + n^2\beta) \text{ avec } \alpha = 24,254\ 275\ \mu\text{m} \text{ et } \beta = 2,941\ 702\ 1\ 10^{-10}$$

Si on définit l'interfrange variable par la relation $i_n = f_{n+1} - f_n$, on trouve :

- au voisinage du centre de la pupille :

$$i_0 = f_1 - f_0 = 24,254\ 4\ \mu\text{m} ;$$

- au voisinage de la périphérie de la pupille :

$$i_{450} = f_{451} - f_{450} = 24,258\ 7\ \mu\text{m} .$$

On constate que les valeurs du pas p du tableau 7.29 sont comprises entre ces deux valeurs extrêmes de l'interfrange, ce qui est un résultat remarquable pour des mesures effectuées à partir de méthodes de principes tout à fait différents.

Dans le cas du lissage, pour lequel les mesures ne concernent que les abscisses des franges sur l'axe $\overrightarrow{u'Fu}$, les phénomènes de diffraction et d'interférences proviennent principalement des régions de l'obstacle diffringent très voisines des points H et H' (premières zones de FRESNEL). Dans cette région, la largeur mécanique de l'écran diffringent est (planche 5.8) : $2e = 21\ 212\ \mu\text{m}$.

Au contraire dans le cas de la dispersion par le réseau, les spectres observés correspondent à la partie des franges éclairée par le faisceau incident parallèle, dont la section est celle du diaphragme circulaire de diamètre 22 mm. En d'autres termes, le pas du réseau correspond non seulement aux interfranges situés sur l'axe $\overrightarrow{u'Fu}$ d'ordonnée $v = 0$, mais aussi aux interfranges situés en dehors de cet axe, et tels que $-11\ \text{mm} < v < +11\ \text{mm}$. Dans cette région de la plaque photographique, les phénomènes de diffraction et d'interférences enregistrés proviennent principalement des parties de l'obstacle diffringent comprises entre les ordonnées $y = \pm v a (a+b)^{-1}$, c'est-à-dire $-8,25 < y < +8,25\ \text{mm}$.

Or, comme le montre la planche 5.8, les valeurs de $2e(y)$ peuvent ne pas être rigoureusement constantes.

Légende de la figure 7.30

En haut : corrélation entre les interfranges i_n d'ordre n et l'épaisseur calculée $2e$ pour $n = 0$ et $n = 450$.

En bas : pas du réseau pour les trois lampes spectrales.
Ils sont encadrés par les valeurs extrêmes i_0 et i_{450} des interfranges obtenus par notre lissage.

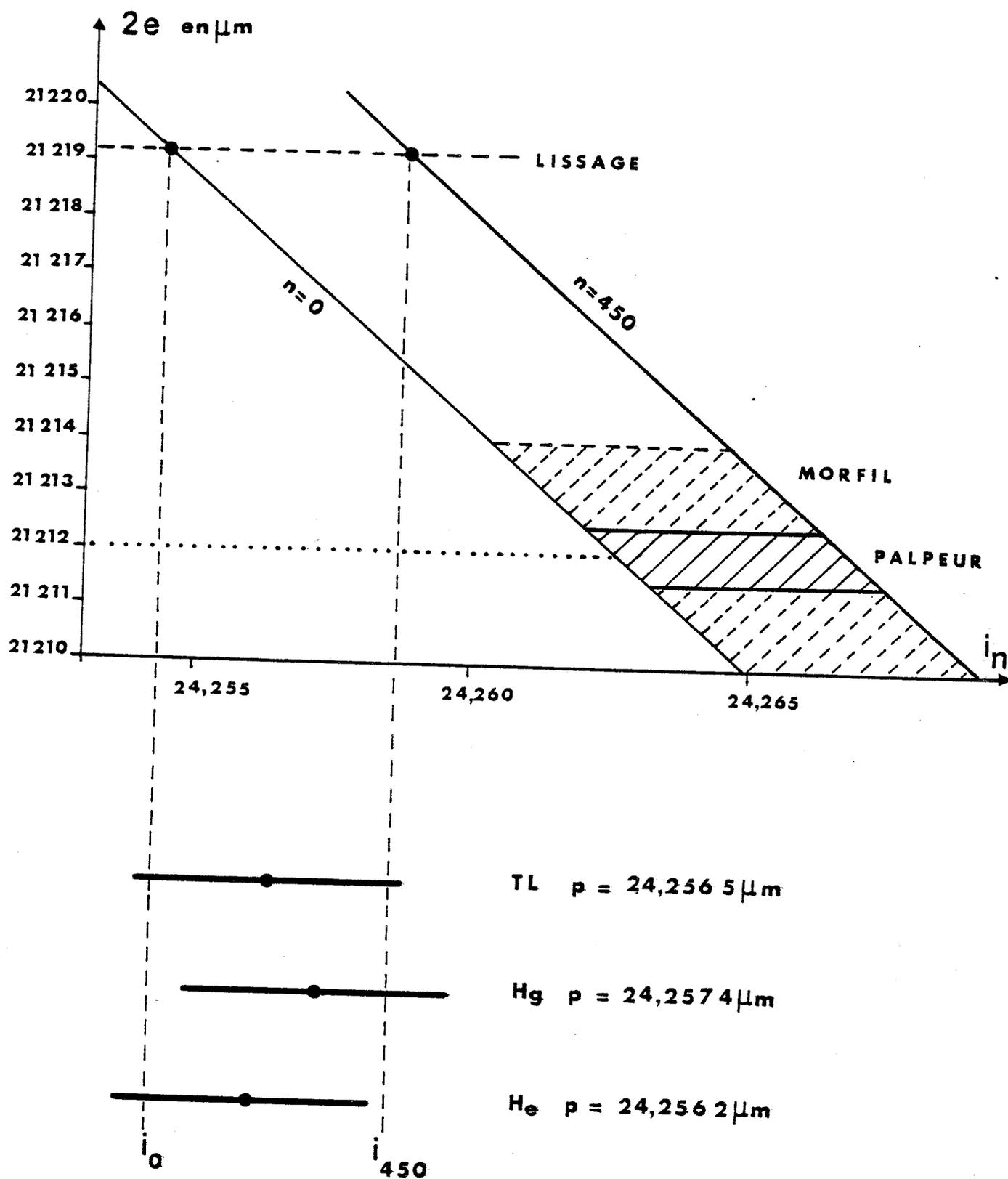


Fig 7.30

Légende de la figure 7.31

Comparaison entre les largeurs optiques correspondant aux 40 expériences et la largeur mécanique mesurée au palpeur.

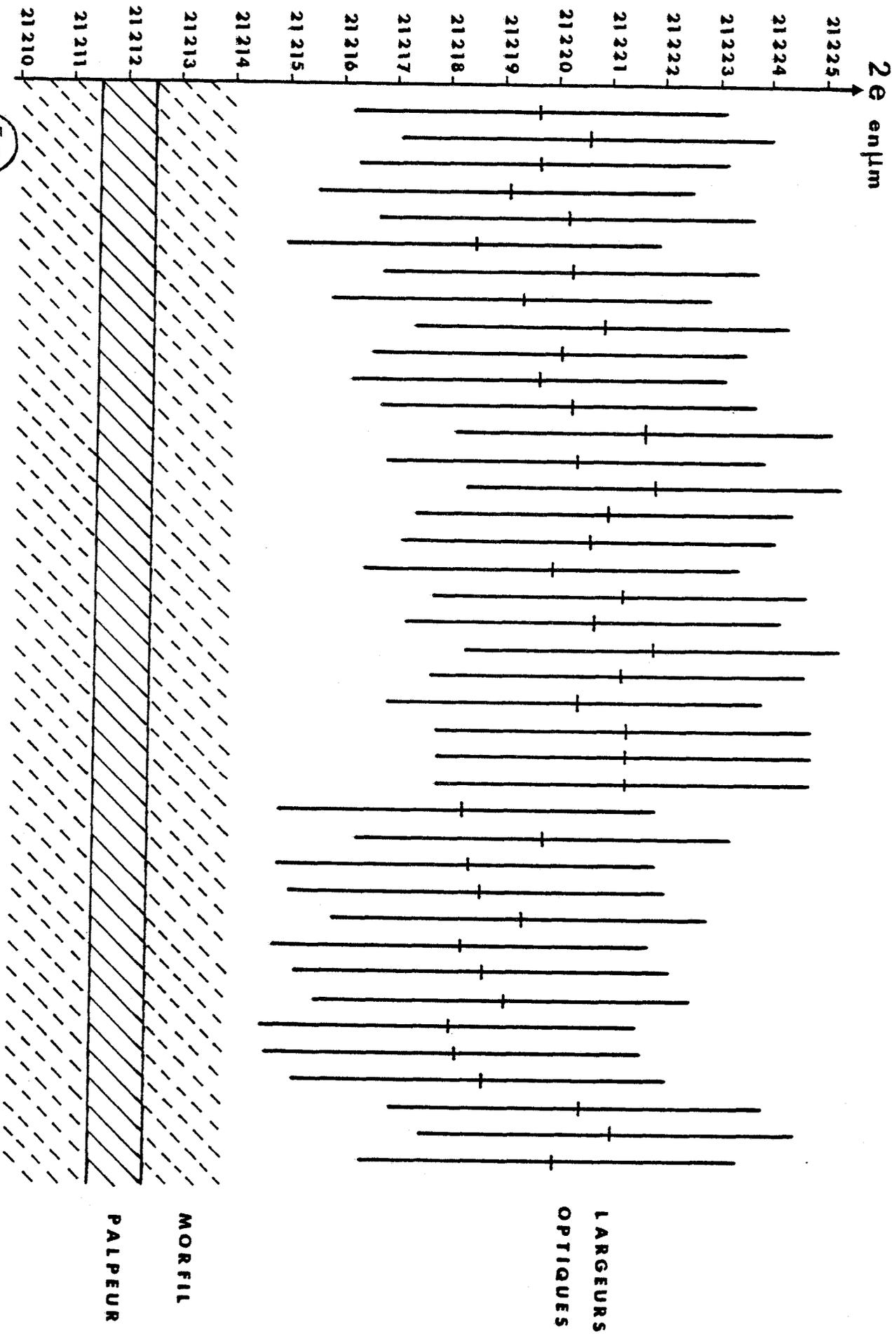


FIG 7.31

Cette région de l'écran diffringent a été étudiée de façon détaillée par le laboratoire de métrologie d'ORSAY.

L'étude microscopique décèle, sur l'un des bords de l'obstacle diffringent, l'existence d'un morfil dont les saillies peuvent atteindre $2 \mu\text{m}$.

Dans ce cas, la largeur mécanique de l'écran diffringent peut atteindre localement $21\,214 \mu\text{m}$.

Il existe aussi des creux, vraisemblablement provoqués par l'arrachement du morfil, et qui atteignent localement $2 \mu\text{m}$ (et même un peu plus sur l'un des défauts).

Dans ce cas, la largeur mécanique de l'écran diffringent peut localement n'être plus que de $21\,210 \mu\text{m}$ (et même un peu moins sur l'un des défauts).

La figure 7.30 représente la corrélation entre l'interfrange i_n d'une frange d'ordre n et la largeur optique $2e$ calculée d'après la formule théorique (3.68). Les deux droites représentées correspondent aux franges $n = 0$ et $n = 450$ situées respectivement au centre et à la périphérie de la pupille de diamètre 22 mm .

Aux valeurs lissées $i_0 = 24,254\,4 \mu\text{m}$ et $i_{450} = 24,258\,7 \mu\text{m}$ correspond $2e_{\text{opt}} = 21\,219,2 \mu\text{m}$ (voir tableau 7.9).

Le bas de la figure 7.30 montre que ces valeurs de i_0 et i_{450} encadrent parfaitement celles des pas p du réseau déterminées avec les lampes au Thallium ($24,2565 \mu\text{m}$), au Mercure ($24,2567 \mu\text{m}$) et à l'Hélium ($24,2562 \mu\text{m}$) (voir tableau 7.29).

7.4. RECAPITULATION DES RESULTATS

La figure 7.31 rassemble les résultats de nos mesures.

Le haut de la figure représente les largeurs optiques correspondant aux 40 expériences des sections 7.1 et 7.2. Nous avons admis une incertitude relative de 10^{-5} sur les longueurs d'onde, de $5 \cdot 10^{-5}$ sur les distances b et de 10^{-4} sur les lissages des positions des franges intérieures, soit au total une incertitude absolue sur $2e_{\text{opt}}$ voisine de $3,5 \mu\text{m}$.

Le bas de la figure rappelle la valeur physique de la largeur de l'écran diffringent déterminée par palpation : $2e = 21\,212 \mu\text{m} \pm 0,5 \mu\text{m}$; les éventuelles saillies du morfil, écrasées lors du palpation et pouvant ensuite se redresser, sont estimées voisines de $2 \mu\text{m}$; les défauts locaux en creux sont indiqués, bien qu'ils n'affectent pas nos conclusions.

Cette figure récapitulative montre que les largeurs optiques sont toujours supérieures à la largeur physique de l'obstacle diffringent : l'écart systématique est plus grand que les incertitudes expérimentales.

CHAPITRE VIII CONCLUSION

Dans le cadre d'une étude fondamentale du phénomène de la diffraction, nous avons effectué des mesures de haute précision afin d'obtenir des données de référence et de les comparer aux valeurs calculées à partir des théories classiques.

Une étude bibliographique préalable a montré qu'il existe très peu d'expériences dont la précision relative dépasse 10^{-2} ; même dans le cas très rare d'expériences dont la précision atteint 3.10^{-4} (étude du demi-plan de BARNETT et HARRIS 1962), la détermination absolue de la position du bord diffringent reste peu précise et voisine de 46 fois la longueur d'onde, tandis que l'angle de diffraction ne dépasse pas $1,2^\circ$.

Or, une étude sérieuse de la diffraction requiert la connaissance de la position du bord diffringent avec une précision absolue voisine de la longueur d'onde. ANDREWS 1960 (fin du § 6.2) indique l'importance du voisinage immédiat du bord diffringent - qu'il appelle région de Gouy - pour la compréhension des phénomènes de diffraction. Son investigation peut mettre en évidence des aspects de la diffraction qui jusqu'ici n'avaient pu être observés ni mesurés dans le domaine de l'optique.

Dans nos expériences, la précision relative est meilleure que $2 \cdot 10^{-4}$, les angles de diffraction atteignent $2,8^\circ$ et la précision, de la détermination de la position des bords diffringents est proche de la longueur d'onde (voir tableau 5.8). Elles marquent donc des progrès substantiels par rapport aux expériences de BARNETT et HARRIS 1962.

Nous avons étudié les possibilités d'adaptation des analyses mathématiques des théories scalaires et électromagnétiques, aux données de nos expériences. Seule, la représentation de RUBINOWICZ en ondes hétérogènes, c'est-à-dire la "Boundary Diffraction Wave" de MIYAMOTO et WOLF 1962, nous a permis d'explicitement entièrement une solution asymptotique.

Cette représentation est exprimée sous forme d'intégrales de contour appliquées au périmètre des pupilles diffringentes. Nous avons proposé trois méthodes de calcul pour déterminer numériquement les valeurs de ces intégrales aux différents points de la figure de diffraction et d'interférences.

Par une étude "pas à pas" des opérations programmées, nous avons décelé des erreurs systématiques de calcul provenant du nombre insuffisant de chiffres disponibles de l'ordinateur ; nous avons recherché et proposé des solutions analytiques palliant les limitations liées à la capacité de l'appareil IRIS 80. La concordance relative des trois programmes dépasse 10^{-5} pour le calcul de l'intensité des franges, et 10^{-6} pour le calcul de leurs positions, résultats amplement suffisants eu égard à la précision de nos expériences.

Nous avons effectué la métrologie de 41 plaques photographiques ; 37 plaques ont été enregistrées en polarisation parallèle et 4 plaques, en polarisation perpendiculaire aux bords diffringents.

L'expérience acquise par l'étude des 24 premières plaques nous a conduits à apporter à notre montage expérimental un certain nombre d'améliorations.

Parmi les plus importantes, citons :

- l'amélioration de l'alignement des divers éléments du montage optique. Grâce à une technique de diffraction du faisceau laser par un croisillon, nous définissons de façon très précise l'axe de ce faisceau ; puis, nous réalisons avec un très grand soin le parallélisme de cet axe avec la direction de translation $z'z$ du banc d'optique de précision ; enfin, nous centrons à 0,25 mm près et orientons à quelques dizaines de secondes d'arc près, les éléments du montage optique par rapport à cet axe.

- l'amélioration de la mesure de la distance b séparant le plan de l'écran diffringent du plan d'observation des franges. Pour éviter les erreurs de parallaxe mécanique, nous tenons compte des écarts minimes de linéarité du banc d'optique de précision en calculant, grâce à une technique d'interféromètre de MICHELSON et de coin d'air, le défaut de parallélisme entre les positions successives de l'unité de visée.

D'autre part, nous avons amélioré l'exploitation numérique des données expérimentales en développant une technique de lissage portant sur un plus grand nombre de pointés métrologiques.

Grâce à ces précautions et raffinements techniques, nous obtenons un ensemble de données expérimentales dont la précision relative atteint et dépasse souvent $2 \cdot 10^{-4}$. L'examen de ces données montre qu'il existe toujours un écart systématique entre la largeur optique $2e_{\text{opt}}$ de l'écran diffringent

calculée d'après la théorie de la B.D.W. et sa largeur physique $2e = 21\ 212\ \mu\text{m}$. Le rapport des deux valeurs n'est jamais égal à l'unité, mais est voisin de 1,000 4. La largeur optique de l'écran diffringent est toujours plus grande que sa largeur physique : cet écart absolu qui est de 6 à 10 μm , est nettement supérieur aux incertitudes expérimentales, voisines de 3 à 4 μm . Il est toujours de même signe.

D'autre part, il semble que cette largeur optique, outre le fait de ne pas être égale à la largeur physique, ne soit pas constante, mais varie avec l'angle de diffraction. Toutefois, comme les variations observées restent du même ordre que les incertitudes, on ne peut donner à cette corrélation un caractère de loi scientifique. Pour mieux étudier ce phénomène, il faudrait pouvoir élargir le champ de nos expériences en donnant à l'angle de diffraction des valeurs plus grandes.

Dans nos expériences, $SO = a$ (fig. 2.1) est voisin de 3 m ; lorsque les valeurs de $OF = b$ varient de 2 m à 50 cm, l'angle de diffraction croît de 1° à $2,8^\circ$ et la largeur optique a tendance à augmenter de 1 à 2 μm (tableau 7.1).

Si la distance b devenait voisine de 25 cm, l'angle de diffraction atteindrait 5° .

Dans ce dernier cas, pour conserver à nos expériences une précision relative meilleure que $2 \cdot 10^{-4}$, il faut concevoir un montage optique et une unité métrologiques de technologie très différente de ceux dont nous disposons dans les laboratoires de l'Université de Lille. En particulier :

- le banc d'optique doit être de très haute précision de façon que les défauts de linéarité n'excèdent pas 5 μm ;
- les plaques photographiques doivent être de type spécial, comportant une émulsion d'épaisseur inférieure à 2 μm , déposée sur une surface optiquement polie ;
- les mesures de b ne peuvent plus être faites par comparaison avec une règle à traits, mais avec une longueur d'onde connue ;
- de même, il est souhaitable de concevoir une unité métrologique dans laquelle les mesures des abscisses u_n des franges soient déterminées non plus par comparaison avec un étalon de longueur à traits, mais avec une longueur d'onde connue.

Toutefois, la détermination interférométrique d'une longueur, par comparaison avec une longueur d'onde connue n'est précise que si l'ensemble du matériel constituant l'interféromètre est très performant : miroirs de haut degré de planéité, glissières sans défauts détectables ou asservissement électronique de l'orientation des éléments mobiles, onde de référence exempte de distorsion ce qui est une condition difficile à réaliser dans le cas des sources laser, etc...

Pour ne pas altérer la précision des déterminations interférométriques, le montage optique et l'unité métrologique doivent être placés dans un local rigoureusement isotherme, exempt de vibrations et d'hygrométrie contrôlée. En cours d'opérations, les manoeuvres doivent être télécommandées afin d'éviter les perturbations liées à la présence de l'opérateur.

Indiquons enfin que, pour $b = 25$ cm, le nombre de franges intérieures enregistrées sur les plaques photographiques atteint 4 000 et même 5 000 pour les longueurs d'ondes plus courtes, et les interfranges deviennent voisines de $5 \mu\text{m}$. La méthode métrologique développée à la section 7.2.4 n'est plus applicable.

Il faut envisager un ensemble de dispositifs électroniques pour compter les franges et repérer avec précision leur maximum d'intensité par détection photoélectrique différentielle.

L'ordre d'interférence n devenant voisin de 2 500, les variations des interfranges avec n ne sont plus négligeables, ce qui rend plus délicate la détermination d'un interfrange moyen par mesure angulaire des spectres du réseau que constituent ces franges (section 7.3).

Dans le cadre de nos données expérimentales actuelles, les déterminations numériques des abscisses u_n des franges intérieures ont montré (section 4.6) que la formule élémentaire :

$$u_n = n \frac{\lambda b}{2e} \left[\left(\frac{e}{b} \right)^2 + \frac{1}{1 + n^2 \left(\frac{\lambda}{2e} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (8.1)$$

qui détermine de façon exacte la position des franges d'interférence de deux sources d'YOUNG situées en H et H' (fig. 2.1) conduit, avec une précision relative meilleure que 10^{-6} , aux mêmes valeurs numériques que les formulations plus sophistiquées résultant de l'intégration asymptotique de la B.D.W. (section 4.2).

L'expression exacte (8.1) peut être présentée sous forme de développement en série :

$$u_n = n \frac{\lambda b}{2e} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{e}{b} \right)^2 + \frac{1}{2} n^2 \left(\frac{\lambda}{2e} \right)^2 + \dots \right] \quad (8.2)$$

Dans cette expression, le nombre de termes correctifs peut être limité en fonction du degré de précision recherché. Cela peut être utile par exemple dans le domaine d'applications industrielles, lorsque les méthodes de métrologie optique sont utilisées de préférence à d'autres méthodes à cause d'un ensemble de qualités : "grande sensibilité, prix modique, précision, possibilité d'application dans des régions d'accès difficile" (EBBENI 1977).

La concordance entre nos mesures expérimentales des abscisses u_n des franges intérieures et leur détermination numérique par la théorie scalaire atteint $4 \cdot 10^{-4}$ ce qui est, à notre connaissance, la meilleure concordance observée jusqu'ici dans le domaine de la diffraction d'ondes lumineuses par des bords rectilignes.

Cependant, la précision de nos mesures est meilleure que $2 \cdot 10^{-4}$ de sorte que nous mettons en évidence un écart entre les valeurs mesurées et celles calculées d'après la théorie, écart qui dépasse nettement la marge d'incertitude de notre expérimentation.

Nous avons vérifié avec soin chacune des données métrologiques afin de nous assurer que cet écart n'était pas imputable à une erreur systématique.

Le Laboratoire National d'Essais, agréé par le Bureau National de Métrologie, a étalonné divers éléments :

- la largeur $2e$ de l'obstacle diffringent (section 5.3.3) ;
- la règle étalon métrique servant à la mesure de b (section 5.3.4.1) ;
- le réticule étalon millimétrique servant à la mesure des abscisses u_n des franges (section 6.7).

Le Laboratoire de l'Institut d'Optique d'ORSAY a étalonné l'une de nos plaques photographiques. En considérant les franges intérieures enregistrées sur cette plaque comme un réseau, on peut déterminer, par mesures de dispersion, le pas de ce réseau par rapport à une longueur d'onde connue, et assimiler la valeur de ce pas à une valeur de l'interfrange. Ces mesures ont donné comme résultat (voir section 7.3) :

$$p_m = 24,256 7 \pm 0,003 1 \mu\text{m}$$

Nous avons trouvé, après lissage utilisant les valeurs α et β du tableau 7.9 (voir section 7.3) :

$$i_m = 24,256\ 6 \pm 0,002\ 2\ \mu\text{m}.$$

La concordance de ces mesures est meilleure que 10^{-5} , ce qui est remarquable pour des méthodes métrologiques de principes tout à fait différents, et confirme la fiabilité de notre unité métrologique.

Pour éviter une erreur systématique causée par une éventuelle distorsion des enregistrements photographiques, nous avons étalonné l'émulsion AGFA 10 E 56 (section 6.8). Les écarts mesurés, meilleurs que 10^{-6} , se sont avérés très inférieurs aux incertitudes expérimentales.

D'autres causes d'erreurs systématiques ont été étudiées, telles l'influence des variations de température, de pression ou d'hygrométrie de l'air sur les valeurs admises pour les longueurs d'ondes (section 5.3.1). Elles sont toujours inférieures à $4\ 10^{-6}$.

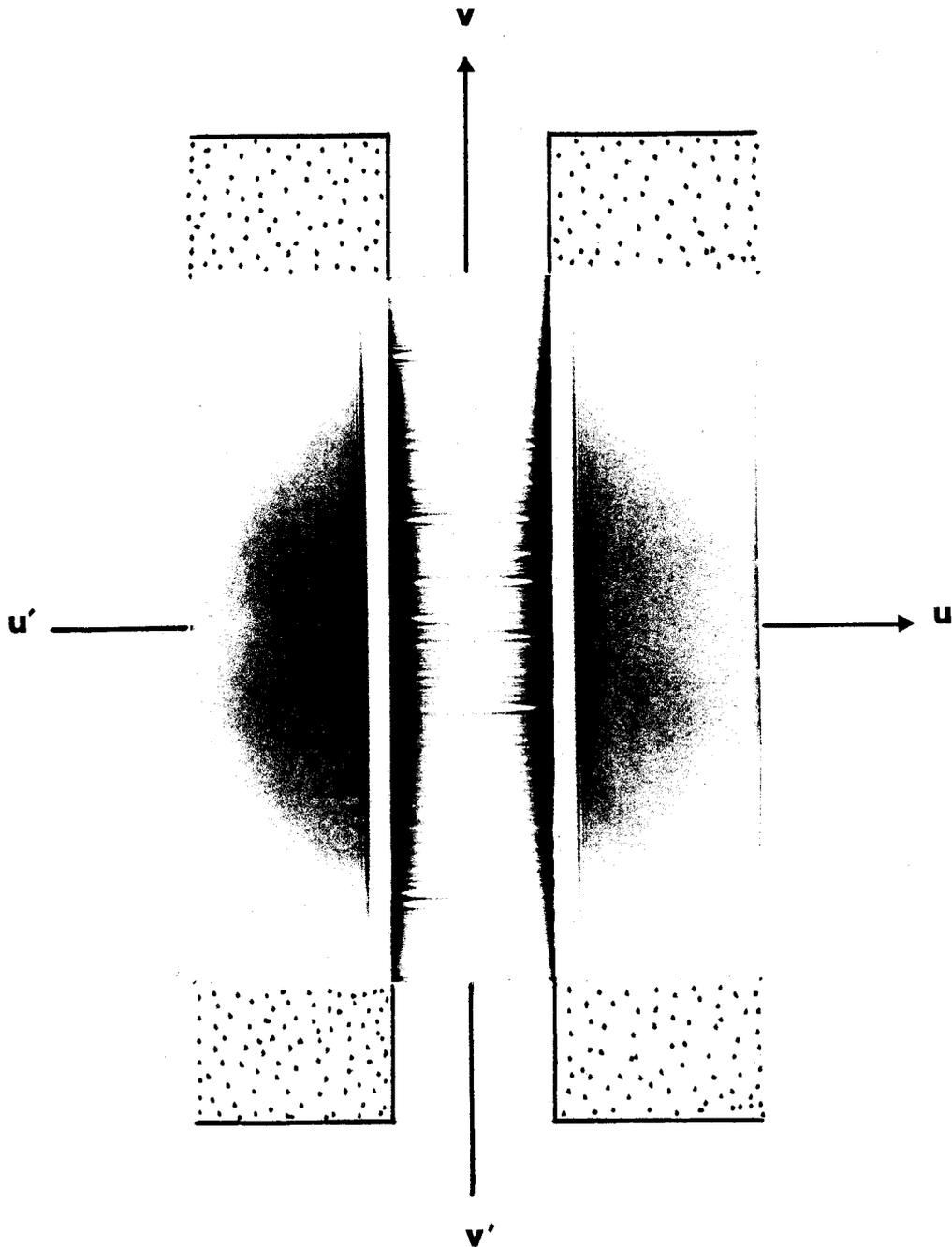
Une étude critique des causes d'incertitudes montre donc que la précision expérimentale de nos mesures est incontestablement meilleure que $2\ 10^{-4}$.

Dans l'application de la théorie scalaire de la B.D.W., nous n'avons pas tenu compte de termes correctifs inférieurs à 10^{-4} (section 3.6.2). L'introduction de ces termes correctifs dans une étude exacte du modèle conduirait, si le développement des calculs était possible, à introduire dans la figure de diffraction et d'interférence, une structure circulaire de révolution autour du centre F de la figure (fig. 2.1). Or, nos enregistrements photographiques ne comportent jamais de telles structures observables expérimentalement, mais uniquement des franges rectilignes parallèles à la direction de l'axe $\vec{v}'Fv$. On peut donc négliger l'influence des termes correctifs.

Nous ne sommes pas seuls à avoir mis en évidence un écart entre les mesures expérimentales et les déterminations numériques correspondantes déduite de l'application des théories classiques de la diffraction : rappelons par exemple les travaux de BARNETT et HARRIS 1962 qui constatent des écarts de 10^{-3} , environ trois fois supérieurs à leurs incertitudes expérimentales, entre leurs mesures et la théorie scalaire ; ou encore, les travaux de ANDREWS, CHUNG, LIBELO 1980 qui constatent un désaccord complet entre leurs mesures et la théorie électromagnétique.

Le progrès des techniques expérimentales pose la question du degré de validité des diverses théories ondulatoires classiques, car aucune n'interprète les expériences de façon pleinement satisfaisante.

Les résultats des expériences de haute précision que nous avons réalisées soulèvent quelques problèmes et nous espérons qu'ils motiveront des recherches nouvelles dans le domaine de la diffraction en général, et de la diffraction de la lumière en particulier.



Légende de la figure A1

En négatif, figure de diffraction et d'interférences pour $a = 3 \text{ m}$,
 $b = 1 \text{ m}$, $2e = 21\,212 \text{ }\mu\text{m}$, $\lambda = 0,514\,527 \text{ }\mu\text{m}$.

La photographie négative originale est tirée avec deux temps d'exposition :

- avec les masques, $t_1 = 2 \text{ mn}$;
- sans les masques, $t_2 = 0,03 \text{ sec}$.

Les franges intérieures, parallèles à l'axe $\overrightarrow{v'v}$, et d'interfrange voisin de $24 \text{ }\mu\text{m}$, ne sont pas visibles sur cette photographie à l'échelle 1.



ANNEXEIrrégularités d'intensité des franges de lumière infléchie (franges intérieures).

La figure A.1 représente l'une de nos plaques photographiques.

L'axe $\vec{v}'\vec{v}$ coïncide avec la frange centrale d'ordre $n = 0$.

L'axe $\vec{u}'\vec{u}$ indique la direction de balayage de l'étude métrologique des franges intérieures de lumière infléchie dans l'ombre géométrique.

La technique d'enregistrement photographique a été décrite dans la section 5.4.3. : le temps d'exposition des franges intérieures est $t_1 = 2$ mn et celui des franges extérieures, $t_2 = 0,03$ sec.

A l'échelle 1, on ne peut distinguer les franges intérieures car l'interfrange est ici de $24,3 \mu\text{m}$: elles sont au nombre de 900 sur l'espace libre de largeur 22 mm séparant les deux volets. Mais on remarque des stries transversales approximativement perpendiculaires à la direction des franges.

Les franges extérieures sont visibles à l'oeil nu dans les deux régions de lumière géométrique de part et d'autre de la figure. On ne remarque aucune strie transversale dans ces régions.

Lorsqu'on tourne l'obstacle diffringent dans son plan sans modifier les autres conditions expérimentales, les stries subissent la même rotation. La superposition des franges intérieures correspondant à deux plaques photographiques pour lesquelles tous les paramètres sont identiques, sauf la direction de l'obstacle diffringent par rapport à la direction de polarisation du laser, permet d'observer des figures de moiré. Il y a donc corrélation entre la structure des stries et celle de l'obstacle diffringent.

Les photographies A2, A3 et A4 correspondent à des agrandissements de franges intérieures de la plaque précédente pour des régions voisines de l'axe $\vec{u}'\vec{u}$ et pour des abscisses voisines respectivement de $u = -10$ mm, $u = 0$ et $u = +10$ mm. Elles mettent en évidence le bruit de fond caractéristique des figures de diffraction et d'interférences obtenues lorsque l'obstacle diffringent est éclairé par les ondes sphériques provenant de la diffraction d'un sténopé lui-même éclairé par un faisceau laser focalisé. Nous verrons ci-après que ce bruit de fond n'est plus observable lorsqu'on supprime le sténopé (fig. A.7). Sur ces photographies, les stries transversales résultent

Légende des figures A2, A3 et A4

En négatif, agrandissements de franges intérieures pour des régions voisines de l'axe \vec{u} . Les photographies A2, A3 et A4 correspondent respectivement à $u = - 10 \text{ mm}$, $u = 0$ et $u = + 10 \text{ mm}$.

L'interfrange est voisin de $24,26 \text{ }\mu\text{m}$.

Fig A 2

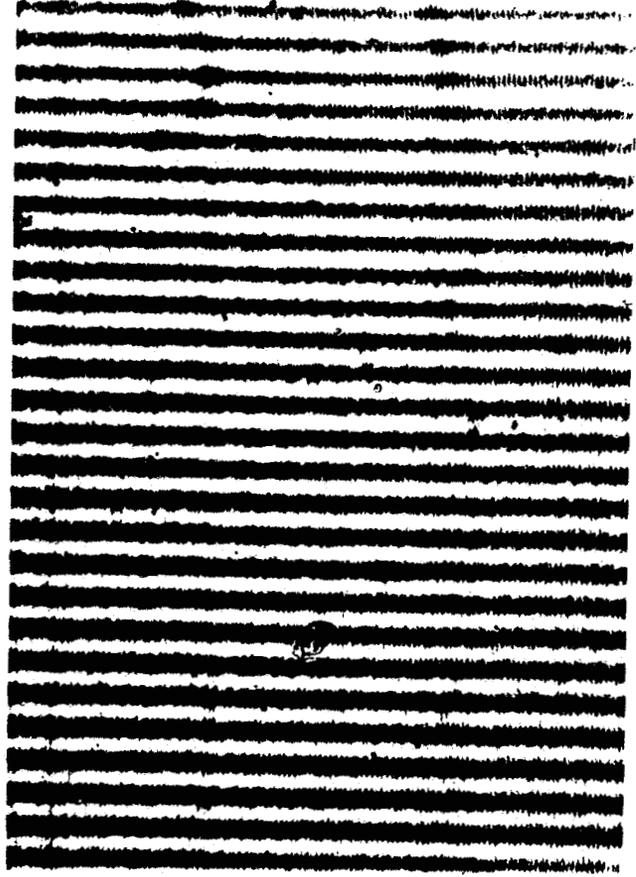


Fig A 3

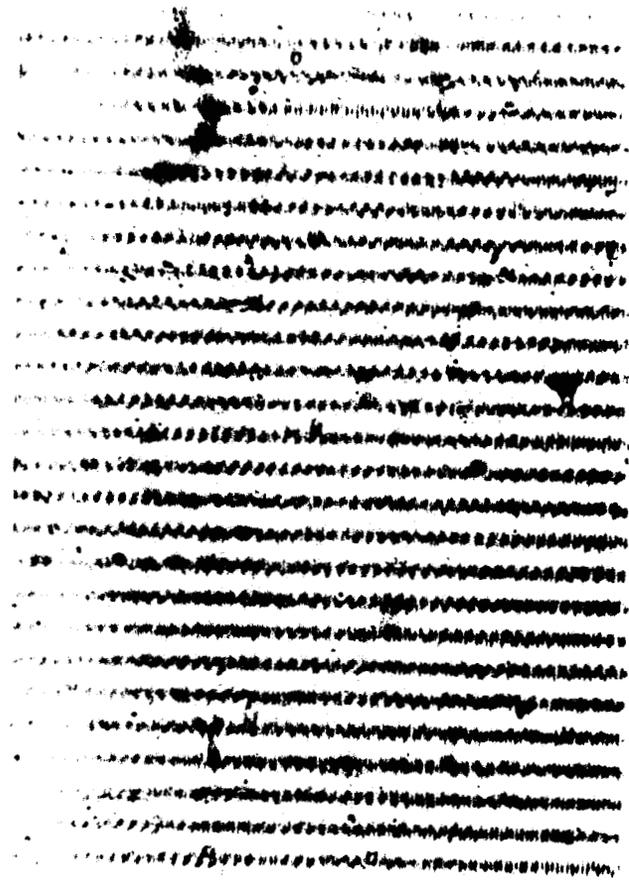
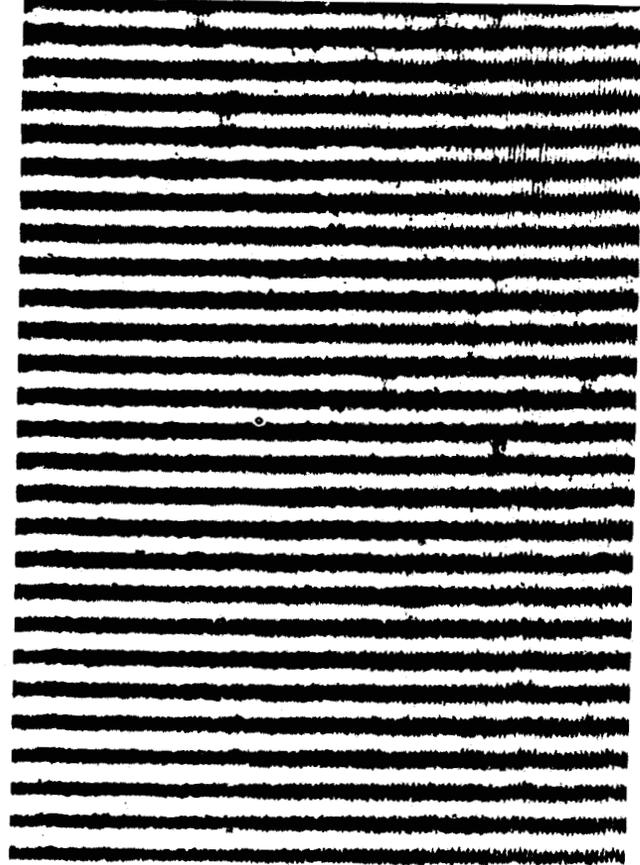


Fig A 4



1 cm \approx 5.5 μ m

de renforcements de l'intensité lumineuse en certains endroits des franges, sans modification appréciable de leur position. Pour de grandes valeurs des abscisses, on devine parfois un léger décalage latéral au niveau de la strie, mais il disparaît progressivement lorsqu'on se déplace dans une direction transversale aux franges. Les décalages ne semblent jamais dépasser le dixième d'interfrange.

Il serait intéressant d'étudier ce phénomène au voisinage immédiat de la limite théorique de l'ombre géométrique. Mais, sur les photographies réalisées dans les régions périphériques d'éclairement intense, les franges intérieures ne sont plus observables car leur contraste est trop faible.

Afin de voir s'il existe une corrélation entre ces stries transversales et d'éventuels défauts des bords diffringents de l'obstacle, une étude microscopique de la structure de ces bords a été effectuée, spécialement dans les régions voisines des points H et H'. Elle montre que l'un des bords biseautés est rectiligne tandis que l'autre présente un morfil d'environ $2 \mu\text{m}$. Par endroits, ce morfil semble enroulé et ailleurs, il semble avoir été arraché de sorte que ce bord n'est pas parfaitement rectiligne : il comporte des saillies correspondant au morfil et des creux correspondant aux cicatrices laissées par le départ du morfil. Ces cicatrices ont une profondeur généralement inférieure à $2 \mu\text{m}$. Toutefois, l'une d'elle semble atteindre près de $6 \mu\text{m}$ de profondeur.

Lors des opérations de palpation qui ont déterminé la largeur physique de l'écran diffringent $2e = 21\ 212 \mu\text{m}$, le morfil a pu s'écraser, puis se redresser après l'opération : la largeur de l'écran diffringent peut donc être $2e = 21\ 212 \mu\text{m} + 2 \mu\text{m} = 21\ 214 \mu\text{m}$.

Dans les régions où le morfil est arraché en laissant des cicatrices, cette largeur peut être de $21\ 210 \mu\text{m}$ ou un peu moins sur l'une des cicatrices.

Toutes nos mesures correspondent aux abscisses de franges intérieures le long de l'axe $\overrightarrow{u'u}$, dans une région où la figure de diffraction et d'interférences provient principalement des premières zones de FRESNEL entourant les points H et H' des bords diffringents.

Les photographies A2, A3 et A4 montrent que les franges sont pratiquement rectilignes : les défauts minimes des bords biseautés ne semblent donc pas affecter les figures de diffraction et d'interférences, du moins pour les valeurs de nos paramètres expérimentaux ($a \approx 3\text{m}$ et $b \approx 1\text{m}$).

Une étude théorique sommaire permet de vérifier cette conclusion.

Supposons un défaut en forme de créneau, voisin par exemple du point H sur l'axe $\overrightarrow{x'Ox}$ (fig. A5). En dehors du défaut, la largeur de l'écran diffringent est $2e = 21\ 212\ \mu\text{m}$, et au niveau du défaut, elle est $2e + 2\ de$, avec $2\ de = 2\ \mu\text{m}$.

Au voisinage de l'axe $\overrightarrow{u'Fu}$, les franges intérieures sont déformées. Soit D_n le décalage qui affecte la frange d'ordre n .

Pour la frange centrale d'ordre $n = 0$, on a :

$$D_0 = de \frac{SF}{SO} = de \frac{a+b}{a} = \frac{4}{3} de = 1,3\ \mu\text{m}.$$

Pour les autres franges, la relation (3.67) qui donne l'abscisse u_n d'une frange d'ordre n par rapport à la frange centrale prise comme origine, permet d'écrire :

$$\frac{du_n}{u_n} = -\frac{de}{e} = \frac{2\ \mu\text{m}}{21\ 212\ \mu\text{m}} \approx 10^{-4}$$

Dans le cas particulier où $u_n = e = 10\ 106\ \mu\text{m} \approx 10\ \text{mm}$, $du_n = -de = -1\ \mu\text{m}$.

Lorsque le défaut est du côté du point H, c'est-à-dire sur le bord diffringent correspondant aux $x > 0$,

- pour $u_n = + 10\ \text{mm}$, le décalage est $D_n = 1,3 - 1 = 0,3\ \mu\text{m}$.
- pour $u_n = - 10\ \text{mm}$, le décalage est $D_n = 1,3 + 1 = 2,3\ \mu\text{m}$.

Ces décalages sont tous inférieurs au dixième d'interfrange, ceci lorsque les valeurs absolues de u_n ne dépassent pas 10 mm, ce qui est le cas de nos mesures. C'est pourquoi nos franges semblent quasi-rectilignes.

Toutefois, il faut souligner que ce ne sont pas les décalages D_n des franges qui interviennent dans le calcul de la largeur optique, mais les valeurs u_n de leurs abscisses par rapport à la frange centrale d'ordre zéro prise comme origine de ces abscisses, et qui est décalée, elle aussi. De sorte que l'on a toujours, et quel que soit le décalage individuel de la frange considérée,

$$\frac{\Delta u_n}{u_n} = \frac{\Delta(2e)}{2e} = 10^{-4}$$

ce qui est inférieur aux incertitudes expérimentales.

Il est curieux de constater que, pour un défaut situé du côté des abscisses x positives (fig. A5), les franges les plus déformées sont celles situées

Légende de la figure A5

Représentation schématique d'un défaut "2 de" affectant un des bords de l'écran diffringent dont la largeur moyenne est $2e$.

Légende de la figure A6

Représentation schématique des déformations subies par les franges intérieures. On a représenté la frange centrale ($n = 0$), une frange située du côté du défaut ($n > 0$) et une frange située du côté opposé au défaut ($n < 0$) ; cette dernière est la plus déformée.

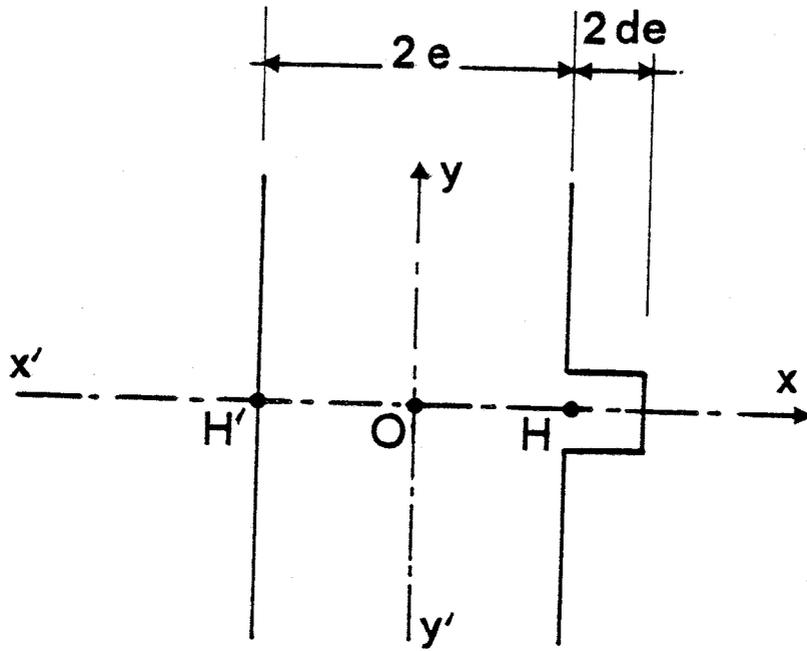


Fig A 5

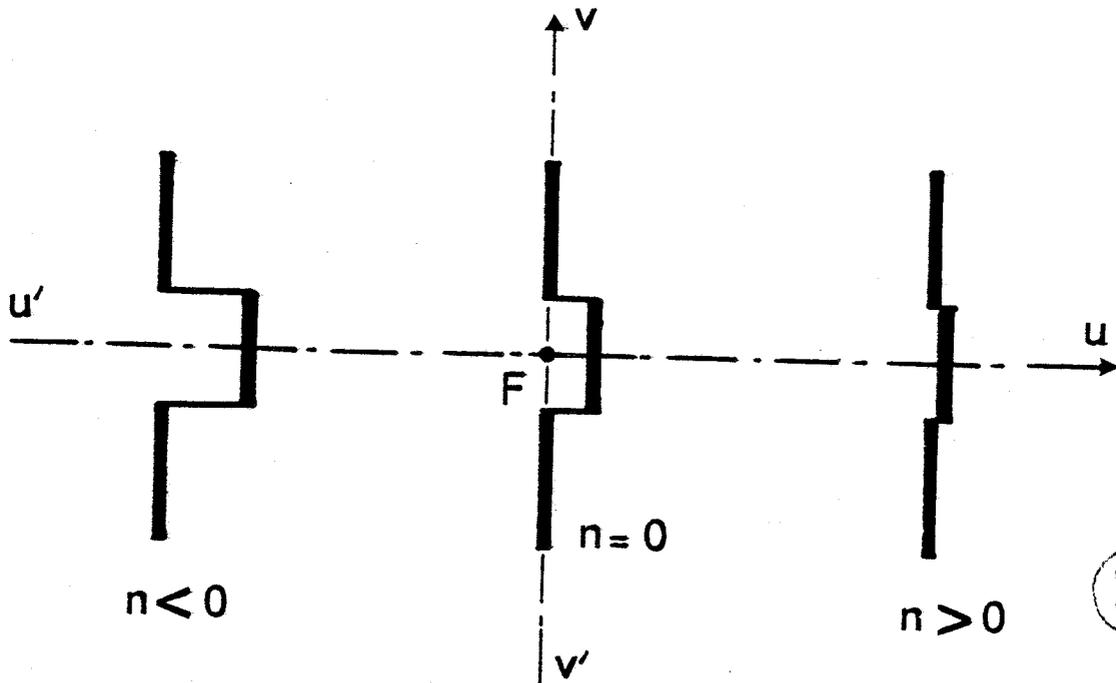


Fig A 6

du côté des abscisses u_n négatives, c'est-à-dire du côté du bord diffringent exempt de défaut (fig. A6). Cette particularité n'affecte que les franges provenant des interférences de la lumière diffractée par les deux bords (franges intérieures).

Au contraire, les franges extérieures de lumière défléchie provenant de la diffraction par un seul bord donné épousent exactement la forme des défauts du bord au voisinage de la limite de l'ombre géométrique de ce dernier.

On peut facilement vérifier ces conclusions en observant simultanément les franges intérieures et extérieures d'un ruban de largeur 2 mm placé dans les conditions expérimentales proches de celles de la section 5.4.2, lorsqu'on affecte un bord d'un défaut tel que $\Delta(2e)/2e \approx 20\%$: la frange intérieure voisine de la limite théorique de l'ombre géométrique du bord altéré est parfaitement rectiligne, tandis que la frange intérieure voisine de la limite théorique du bord non altéré est déformée.

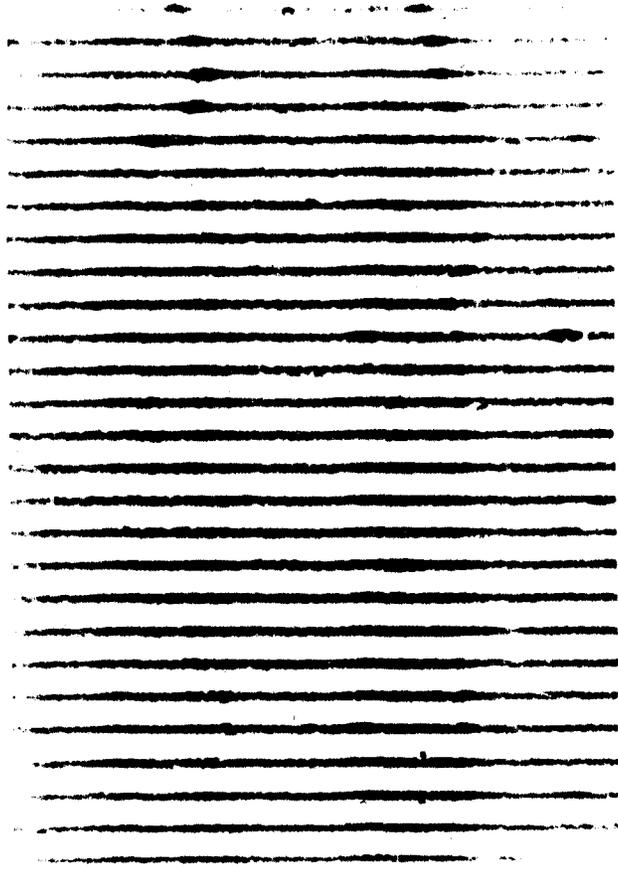
Sur la photographie A.1, nous avons remarqué que les stries transversales n'existent pas dans les régions de lumière géométrique, là où les franges de lumière défléchie sont très intenses. Ces stries ne se manifestent que dans la région d'ombre géométrique, là où l'intensité des franges est très faible, comme en témoignent les temps de pose (fig. A.1).

Si on modifie l'un ou l'autre des paramètres expérimentaux de façon à augmenter considérablement l'éclairement de la région d'ombre géométrique, ces stries transversales ont tendance à disparaître.

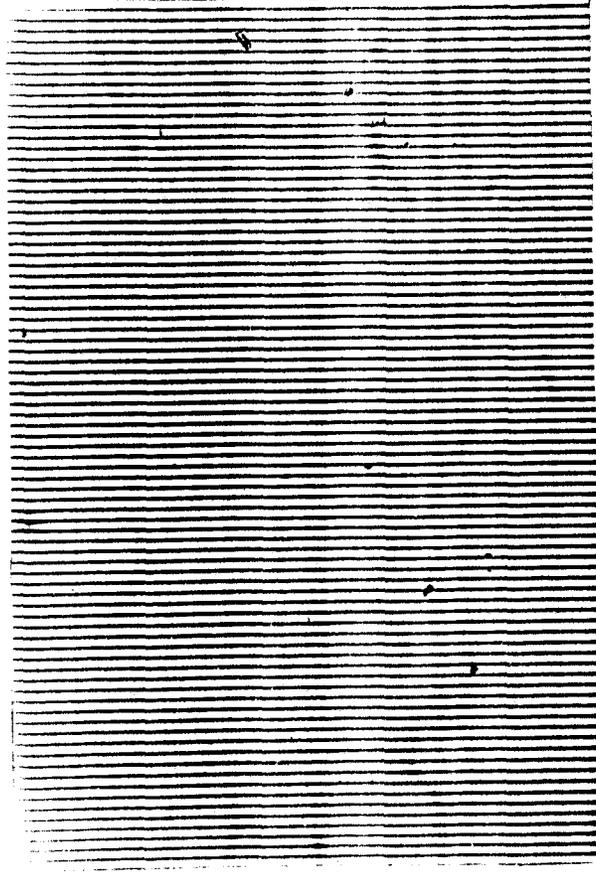
1) On peut par exemple modifier la largeur de l'obstacle diffringent, comme dans le cas de la figure 5.14 pour laquelle le ruban a une largeur dix fois moins grande que notre écran (2 mm au lieu de $21\ 212\ \mu\text{m} \approx 2\ \text{cm}$) : sur les figures de diffraction et d'interférence de ce ruban, il n'y a pas de stries transversales. Et pourtant, ce ruban comporte des défauts grossiers...

En général, dans les expériences classiques de diffraction, les dimensions de l'obstacle diffringent sont petites, du moins lorsqu'on étudie les interférences dans la région d'ombre géométrique. Aussi n'observe-t-on pas de phénomènes parasites.

Les conditions nouvelles de nos expériences sont des conditions extrêmes rendues possibles par l'existence de sources lumineuses très intenses tels les lasers de puissance. Elles permettent d'explorer l'ombre géométrique d'obstacles diffringents très larges (quelques cm). Mais la faible valeur du rapport signal/bruit dans cette région met en évidence le rôle de défauts minimes passés jusque là inaperçus.



1 cm \approx 55 μm



1 cm \approx 170 μm



Légende de la figure A7

En négatif, agrandissements de franges intérieures situées au voisinage du centre F de la figure de diffraction et d'interférences, lorsque le montage optique ne comporte pas de sténopé.

L'interfrange est voisin de 24,26 μm .

2) Pour augmenter l'éclairement de la région d'ombre géométrique, avec notre obstacle diffringent de largeur voisine de 2 cm, on peut ôter le sténopé du montage optique... (voir section 5.2.8.2). Le bruit de fond disparaît et les franges deviennent très belles (fig. A.7).

On sait que la concordance des mesures effectuées sur des enregistrements photographiques avec sténopé et sans sténopé, est très bonne, toujours meilleure que 10^{-4} (voir tableau 5.5). Nous pouvons donc conclure que les défauts minimes des bords diffringents ne modifient pas nos résultats de mesure, du moins dans la limite des incertitudes expérimentales. C'est d'ailleurs ce qui ressort de la figure 7.31 où ont été récapitulés les résultats de nos expériences.

BIBLIOGRAPHIE



- ANDREWS C.L., 1950, J. Appl. Phys., 28, 761-767.
- ANDREWS C.L., CHUNG I., LIBELO L.F., 1980, J. Opt. Soc. Am., 70, 7, 813-816.
- ANGOT A., 1965, Compléments de Mathématiques, Ed. Rev. d'Opt., Paris.
- ARNULF , FRANÇON , 1962, Mesures Optiques, Ecole Supérieure d'Optique, Paris.
- BARNETT J.D., HARRIS F.S., 1962, J. Opt. Soc. Am., 52, 6, 637-643.
- BENNETT S.J., GILL P., 1980, J. Phys. E : Sci. Instrum., 13, 174-177.
- BORN M., WOLF E., 1959 Principles of optics ; Pergamon Press, New-York (1st ed.) 1975 Edition révisée et complétée, Pergamon Press, New York.
- BOULAY R., LIT J.W.Y., 1972, Can. J. Phys., 50, 3, 259-263.
- BOUWKAMP C.J., 1954, Rep. Progr. Phys., 17, 35-100.
- BOYD R.W., MOORE D.T., 1979, Appl. Opt., 18, 2 013-2 016.
- BOYER R., FORTIN E., 1972, Am. J. Phys., 40, 1, 74-76.
- BRIDGES W.B., CHESTER A.N., 1965, Appl. Opt., 4, 573-580.
- CHUN CHIANG, 1973, Am. J. Phys., 41, 3, 422-423.
- DE ACETIS L.A., LAZAR I., 1974, J. Opt. Soc. Am., 64, 1, 106-107.
- EBBENI J.P.L., 1977, 1st Congress on optics applied to metrology. p. 251 s
Strasbourg, Proc. Soc. Photo-opt. Instr. Eng., vol. 136, Washington
- EINSTEIN F.S., JULIANO R.A., PINE C., 1970, J. Opt. Soc. Am., 60, 5, 621-624.
- EINSTEIN F.S., JULIANO R.A., PINE C., 1971, J. Opt. Soc. Am., 61, 11, 1 487-1 491.

- EINSTEIN F.S., 1973, J. Opt. Soc. Am., 63, 4, 419-421.
- FARNEL G.W., 1957, Can. J. Phys., 35, 780.
- FRESNEL A., 1866, Oeuvres complètes. Imprimerie Impériale, Paris.
pages 9s, premier mémoire, 15 octobre 1815.
pages 318s, mémoire couronné, 29 juillet 1818.
- GOUY L.G., 1886, An. Chim. Phys., 8, 145-192. —
- GRIMALDI F.M., 1665, Physico-Mathesis de lumine, coloribus et vide.
- HANGELBROEK R.J., 1966, J. Engin. Math. 1, 37-50.
- HARRIS F.S., ORME G.R., 1962, Optica Acta, 10, 293-297.
- KELLER J.B., 1962, J. Opt. Soc. Am., 52, 2, 116-130.
- KIRCHHOFF G., 1883, Wied. Ann., 18, 663.
- KOTTLER F., 1923, Ann. Phys., 71, 15, 457-508.
- KOTTLER F., 1965, Part I, Progress in optics, vol. 4, 281-314,
North Holland Pub. Comp.
- KOTTLER F., 1967, Part II, Progress in Optics, vol. 6, 331-376.
North Holland Pub. Comp.
- LANSRAUX G., 1947, Rev. d'Opt., 26, 1-2, 24-45.
- LANSRAUX G., 1962, Can. J. Phys., 40, 9, 1101-1112.
- LAZAR I., 1962, Ph. D. Thesis, New-York University.
- MAGGI G.A., 1888, Ann. Mat., IIa, 16, 21s.
- MARCHAND E.W., WOLF E., 1969, J. Opt. Soc. Am., 59, 1, 79-90.
- MEIXNER J., ANDREJEWSKI W., 1950, Ann. Phys., 7, 157-168.
- MIYAMOTO K., WOLF E., 1962, J. Opt. Soc. Am., 52, 6,
part I : 615-625 ; part II : 626-637.
- MOEN A.L., VANDERMEULEN D.L., 1970, Am. J. Phys., 38, 9, 1095-1097.
- MORSE P., RUBENSTEIN P., 1938, Phys. Rev. 54, 895 s.
- NEWTON, 1787, Optique (traduction française). Leroy, Paris.
- OTIS G., 1974, J. Opt. Soc. Am., 64, 11, 1 545-1 550.
- PEARSON J.E., GILL T.C., KUSTIN S., YARIV A., 1969, J. Opt. Soc.
Am. 59, 11, 1 440-1 445.

- PETERSON S.D., KASPER J.E., 1972, Am. J. Phys., 40, 9, 1 274-1 281.
- ROWLEY W.R.C., 1979, Radio Sci., 14, 4, 585-591.
- RUBINOWICZ A., 1917, Ann. Phys., 4, 53, 257.
- RUBINOWICZ A., 1965, Progress in Optics, vol. 4, 201-239.
North Holland Pub. Comp.
- SAMBASIVAN R., 1974, Opt. Acta, 21, 4, 323-328.
- SEIELSTAN G.A., SRAMEK R.A., WEILER K.W., 1970, Phys. Rev. Let.,
24, 24, 1 373-1 376.
- SIEGMAN A.E., 1971, An introduction to lasers and masers, ch. 8,
Mc Graw Hill, New-York.
- SOMMERFELD A., 1896, Math. Ann., 47, 317 s.
- SOMMERFELD A., 1954, Optics (traduction anglaise), Acad. Press., New York.
- TAKENAKA T., KAKEYA M., FUKUMITSU O., 1980, J. Opt. Soc. Am., 70,
11, 1 323-1 328.
- WILLIAMS C.S., 1973, Appl. Opt., 12, 872.
- WOLF E., MARCHAND E.W., 1964, J. Opt. Soc. Am., 54, 5, 587-594.
- YAVORSKI B., DELTLAF A., 1975, Aide mémoire de Physique, Ed. MIR, Moscou,
(Trad. Française).
- YOUNG T., 1855, Miscellaneous Works, vol. 1, Murray London.
page 170 : An account of some cases of the production of colours
not hitherto described, read july 1802.

