

50376  
1983  
307

N° d'ordre : 1054

50376  
1983  
307

# THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE 3ème CYCLE**

par

Marc PERNISEK

## **SIMULATION BIDIMENSIONNELLE DE COMPOSANTS SUBMICRONIQUES APPLICATION A L'ETUDE DE TRANSISTOR A MODULATION D'INJECTION**



Soutenue le 29 Juin 1983 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :	M.	E.	CONSTANT	Président
	M.	R.	FAUQUEMBERGUE	Rapporteur
	M.	R.	CASTAGNE	Examineur
	M.	M.	LEFEBVRE	Examineur
	M.	J.L.	VATERKOWSKI	Examineur
	M.	E.	KOHN	Invité
	M.	A.	SCAVENNEC	Invité

*A mes parents,  
à Aurélien, Grégory, Nicolas  
et à toute ma famille*

Ce travail a été effectué au Centre Hyperfréquences et Semi-Conducteurs de l'Université des Sciences et Techniques de Lille, dirigé par Monsieur le Professeur E.CONSTANT.

Je désire avant tout exprimer ma reconnaissance à Monsieur E.CONSTANT qui m'a accueilli dans son laboratoire et je le remercie beaucoup de m'avoir fait bénéficier de ses conseils.

Je tiens à remercier Monsieur R.CASTAGNE, Professeur à l'Université de Paris-Sud, qui me fait l'honneur de participer à ce jury.

Monsieur E.KOHN, de la THOMSON C.S.F., a porté un intérêt tout particulier à ce travail et m'a aimablement transmis l'ensemble de ces résultats. Je suis très heureux de l'honneur qu'il me fait en participant à ce jury.

Je suis très reconnaissant à Monsieur A.SCAVENNEC du Centre National d'Etudes des Télécommunications de Bagnex, qu'il ait si aimablement accepté de participer à mon jury de thèse.

La direction de ce travail a été assurée par Monsieur R.FAUQUEMBERGUE, Maître-Assistant à l'Université de Lille. Tout au long de ce travail, son aide et ses conseils sur le plan scientifique m'ont été très bénéfiques et précieux. J'ai également pu apprécier ses très grandes qualités humaines. Pour ces raisons, je suis profondément touché qu'il fasse partie de ce jury.

Je ne saurais pas oublier l'aide précieuse de Monsieur M. LEFEBVRE, Maître-Assistant à l'Université de Lille, qu'il m'a apportée pour comprendre les différents aspects de la résolution bidimensionnelle de l'équation de Poisson. Il me fait le plus grand plaisir en participant à mon jury de thèse.

Monsieur J.L. VATERKOWSKI, Maître-Assistant à l'Université de Lille, m'a fait bénéficier de son expérience au cours des nombreuses discussions que nous avons eues et je l'en remercie. Je suis très heureux qu'il fasse partie de mon jury de thèse.

Je tiens à témoigner toute ma reconnaissance envers Monsieur A. CAPPY, Assistant à l'Institut Universitaire de Technologie de Lille. Son expérience, son dynamisme l'on conduit à ne jamais hésiter à me consacrer de son temps et à me faire bénéficier de ses nombreux conseils.

Je remercie sincèrement Monique et Jean VINDEVOGHEL pour les conseils sur la dynamique des trous qu'ils m'ont prodigués avec tant de gentillesse. Je voudrais également remercier Monsieur Michel DEBLOCK qui m'a fait bénéficier de son expérience et de son travail dans la simulation bidimensionnelle.

La simulation numérique a été effectuée au Centre Inter-Universitaire du Traitement de l'Information de Lille. J'y ai apprécié le soutien sympathique et efficace des membres de ce centre et tout particulièrement de Mesdemoiselles J.M. DELACROIX, A. HADOUX ainsi que de Messieurs C. DEFLANDRE, R. DELACROIX et B. HADOUX et je les en remercie. Je voudrais également mentionner Monsieur Y. TINEL dont la compétence et l'amicale collaboration ont été des atouts considérables pour la mise en oeuvre des programmes de simulation numérique.

Madame VANBREMEERSCH s'est occupée de la frappe et mise en page du manuscrit. Je voudrais la féliciter ici pour son esprit d'initiative, son sens de la présentation et de la minutie qu'elle a apportés à ce travail.

Enfin, je terminerai en exprimant à tous mes camarades, aux chercheurs, aux membres du personnel administratif, technique et de service ma reconnaissance pour la sympathie qu'ils m'ont toujours témoignée.

# Sommaire

# INTRODUCTION

## 1ÈRE PARTIE : OUTIL POUR LA SIMULATION BIDIMENSIONNELLE DE COMPOSANTS ELECTRONIQUES

- page 2*                    A) PRESENTATION DU TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP.  
CHOIX DES METHODES POUR UNE SIMULATION NUMERIQUE DU  
TRANSISTOR
- page 2*                    I - PRESENTATION DU COMPOSANT
- page 3*                    II - DEFINITION DU PROBLEME MATHEMATIQUE ET CHOIX DES METHODES  
POUR LA SIMULATION NUMERIQUE DE CE TRANSISTOR
- page 6*                    B) RAPPELS SUR LA METHODE DE MONTE CARLO ET DESCRIPTION DES  
PHENOMENES DE TRANSPORT DANS L'AsGa DE TYPE N ET P
- page 7*                    I - METHODE DE MONTE CARLO A DISCRETISATION REGULIERE SUR  
LE TEMPS
- page 8*                    II - PARAMETRES DE BANDE DANS l'AsGa DE TYPE N
- page 8*                    1) Structure de la bande de conduction
- page 9*                    2) Interactions intervenant dans ce modèle
- page 10*                   III- DESCRIPTION DES CONDITIONS DE TRANSPORT DANS L'ARSENIURE  
DE GALLIUM DE TYPE P
- page 10*                   1) Structure de la bande de valence
- page 11*                   2) Interactions prises en compte dans l'Arséniure de  
gallium de type P

page 11	2.1) Interaction avec phonon optique polaire
page 12	2.2) Interaction avec phonon optique non polaire
page 13	2.3) Interaction avec phonon acoustique
page 13	2.4) Interaction avec les impuretés
page 13	3) Résultats relatifs à la dynamique des trous
page 14	3.1) Evolution de la vitesse et de l'énergie moyenne en fonction du champ électrique à $T = 300^{\circ}K$ et pour un dopage nul
page 15	3.2) Influence du dopage
page 15	3.3) Influence de la température

page 16 C) OUTILS DE LA SIMULATION NUMERIQUE PERMETTANT UNE RESOLUTION  
BIDIMENSIONNELLE DE L'EQUATION DE POISSON

page 16 I - CHOIX DE LA TECHNIQUE ET PRESENTATION DE LA STRUCTURE  
RESOLUE

page 17	1) Choix de la technique
page 18	2) Configuration de la structure résolue
page 19	3) Les électrodes

page 19 II - FORMULATION MATHEMATIQUE

page 19	1) Méthode des différences finies
page 22	2) Obtention du système matriciel
page 22	2.1) Conditions de DIRICHLET
page 24	2.2) Conditions de NEUMANN
page 25	2.3) Conditions périodiques
page 26	3) Décomposition en série de Fourier de la solution de

l'équation de Poisson pour les trois types de conditions

page 26	3.1) Conditions de DIRICHLET
page 30	3.2) Conditions de NEUMANN
page 30	3.3) Conditions périodiques
page 30	4) Description de l'algorithme F.A.C.R.
page 30	4.1) Introduction
page 31	4.2) Réduction des lignes impaires et paires
page 33	4.3) Analyse et synthèse de Fourier
page 33	4.3.1) Conditions de DIRICHLET
page 36	4.3.2) Conditions de NEUMANN
page 36	4.3.3) Conditions Périodiques
page 37	4.3.4) Principe de la transformée de Fourier rapide
page 42	4.4) Système d'équations des harmoniques
page 44	4.5) Réduction cyclique par Récurrence
page 46	4.5.1) Conditions de DIRICHLET
page 47	4.5.2) Conditions de NEUMANN
page 48	4.5.3) Conditions périodiques
page 49	4.6) Synthèse de Fourier
page 49	4.7) Solutions des lignes impaires
page 51	5) Introduction des électrodes
page 53	5.1) Cas singuliers
page 55	6) Spécification du programme
page 56	6.1) Conditions aux limites
page 57	6.2) Désignation des électrodes
page 58	6.3) Utilisation du programme PoT <sub>1</sub>
page 60	6.4) Précision et temps d'exécution du programme

page 61	D) <u>SIMULATION BIDIMENSIONNELLE ET BIPOLAIRES DE COMPOSANTS</u>
page 62	I - <u>CONDITIONS AUX LIMITES FIXEES POUR LES PORTEURS</u>
page 62	1) Conditions à la surface
page 63	2) Conditions aux contacts
page 63	2.1) <i>Contacts ohmiques : Source-drain</i>
page 63	2.2) <i>Contacts de Schottky : grille</i>
page 64	3) Schéma synoptique de la simulation

## 2<sup>ÈME</sup> PARTIE : ETUDE DU TRANSISTOR A MODULATION D'INJECTION

page 65	INTRODUCTION
page 66	A) <u>DESCRIPTION ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DU TRANSISTOR A MODULATION D'INJECTION</u>
page 67	B) <u>ETUDE DU TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP A STRUCTURE VERTICALE</u>
page 67	I - <u>PRESENTATION DU COMPOSANT ET REALISATION TECHNOLOGIQUE</u>
page 68	II - <u>PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE CETTE STRUCTURE</u>
page 68	III - <u>EVOLUTIONS CARACTERISTIQUES DES GRANDEURS PHYSIQUES DANS LA STRUCTURE</u>
page 71	IV - <u>INFLUENCE DES POLARISATIONS DE GRILLE, DE DRAIN, DES PARAMETRES TECHNOLOGIQUES ET DE LA TEMPERATURE</u>
page 71	1) Influence des tensions de polarisation
page 72	1.1) <i>Influence de la tension Drain-Source</i>
page 73	1.2) <i>Influence de la tension grille-source <math>V_{gs}</math></i>

page 74	2) Influence des paramètres technologiques
page 74	2.1) Grille centrée : Influence de la longueur de grill
page 75	2.2) Longueur de grille fixée : Influence du positionnement de la grille
page 76	2.3) Positionnement de la grille près de la source : Influence de la longueur de grille
page 77	2.4) Influence de la longueur de la zone active
page 78	2.5) Influence de la largeur du composant
page 78	2.6) Influence du dopage de la zone active
page 79	3) Influence de la température
page 80	Conclusion

page 81 **V -INFLUENCE DES POLARISATIONS DE GRILLE, DE DRAIN, DES PARAMETRES TECHNOLOGIQUES ET DE LA TEMPERATURE SUR LES PROPRIETES STATIQUES ET HYPERFREQUENCES**

page 81	1) Evolution du courant en fonction du temps
page 82	2) Influence des tensions de polarisation $V_{DS}$ et $V_{gs}$
page 82	2.1) Caractéristiques $I_{DS}$ ( $V_{DS}$ , $V_{gs}$ )
page 83	2.2) Paramètres du schéma équivalent petit signal
page 83	2.2.1) Schéma équivalent de la structure verticale
page 84	2.2.2) La transconductance $g_m$
page 84	2.2.3) La conductance de sortie $g_d$
page 85	2.2.4) La capacité grille-source $C_{gs}$
page 87	2.2.5) La capacité grille-drain $C_{gd}$
page 87	2.2.6) La fréquence de coupure $F_c$
page 88	2.2.7) Le gain $g_m/g_d$

page 88	3) Influence des paramètres technologiques et de la température
page 89	3.1) La caractéristique $I_{DS}(V_{DS})$
page 91	3.2) La transconductance $g_m$
page 93	3.3) La conductance de sortie $g_d$
page 95	3.4) La capacité grille-source $C_{gs}$
page 97	3.5) La capacité grille-drain $C_{gd}$
page 97	3.6) La fréquence de coupure $F_c$
page 100	3.7) Le gain $g_m/g_d$
page 102	Conclusion

page 104 VI - COMPARAISON THEORIE EXPERIENCE

page 104	1) Résultats expérimentaux
page 104	1.1) Description des structures réalisées
page 105	1.2) Résultats
page 106	2) Résultats théoriques
page 106	1.1) Description de la structure simulée
page 106	1.2) Résultats
page 107	3) Comparaison

page 109 C) ETUDE DU TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP A STRUCTURE PLANAR

page 110 I - DESCRIPTION ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

page 110	1) Description du composant
page 110	2) Principe de fonctionnement

page 110 II- RESULTATS TYPQUES POUR CETTE STRUCTURE

page 111	1) La caractéristique $I_{DS}(V_{DS}, V_{gs})$
----------	--

page 111

2) Paramètres du schéma équivalent petit signal

page 114

Conclusion

## 3<sup>ÈME</sup> PARTIE : ETUDE PROSPECTIVE DE QUELQUES APPLICATIONS

page 115

INTRODUCTION

page 116

I - SIMULATION BIDIMENSIONNELLE D'UN T.E.C. A BARRIERE DE SCHOTTKY A L'ARSENIURE D'INDIUM, A LA TEMPERATURE DE 77°K

page 118

1) Comparaison GaAs - InAs

page 119

2) Influence de l'épaisseur de la couche active

page 121

II- TRANSISTOR BIGRILLE A EFFET DE CHAMP

page 121

1) Simulation d'un transistor bigrille à structure verticale symétrique

page 121

1.1) Présentation du dispositif

page 122

1.2) Résultats de la simulation

page 123

III-SIMULATION BIDIMENSIONNELLE ET BIPOLAIRE DANS L'ARSENIURE DE GALLIUM

page 124

1) Principe de la photo-détection par photo-résistance

page 124

2) Dispositif simulé

page 125

3) Interprétation qualitative de la simulation et comparaison aux résultats expérimentaux

page 127

IV- PERSPECTIVES DE DEVELOPPEMENT DU MODELE ELABORE

page 127

1) Transistor à effet de champ à hétéro-jonction

page 128

1.1) Modèle simplifié de l'hétéro-jonction

Ga Al As / GaAs : Modèle d'ANDERSON

page 129

1.2) Structure du T.E.G.F.E.T.

page 129

1.3) Modélisation du T.E.G.F.E.T.

page 131

2) Transistor bipolaire

page 131

2.1) Modélisation d'un transistor bipolaire à hétéro-  
jonction Ga Al As / GaAs

CONCLUSION

ANNEXE

# Introduction

Le développement de nouvelles applications des hyperfréquences nécessite la conception de composants discrets et de circuits intégrés pouvant fonctionner à des fréquences de plus en plus élevées. Les performances limites de la plupart de ces composants hyperfréquences dépendent de la valeur de la vitesse maximum des porteurs de charge dans le matériau semi-conducteur utilisé, de la structure physique et géométrique du composant. Dans ce domaine, les transistors à effet de champ paraissent constituer une solution de choix. Or d'après les travaux théoriques [1,2] et expérimentaux antérieurs, [3,4] la montée en fréquence semble passer par la réalisation de transistor à effet de champ à grille courte, c'est à dire de longueurs inférieures au micron. Pour ces composants, il est nécessaire de posséder un modèle théorique qui tienne compte correctement de la dynamique non-stationnaire du porteur et de tous les effets bidimensionnels, ce qui est très important dans le cas de structure submicronique. Notre laboratoire ayant acquis depuis de nombreuses années une expérience dans le traitement de la dynamique des porteurs dans les matériaux semi-conducteurs en utilisant la méthode de Monte Carlo, nous avons donc développé à partir de cette technique un programme qui introduit le caractère bidimensionnel que présente le composant. Ainsi, il nous sera possible d'étudier plus précisément le comportement du composant et d'avoir une meilleure compréhension des phénomènes physiques régissant leur fonctionnement. De plus, il nous permettra de déterminer l'influence de chaque paramètre sur les performances de la structure.

Ce mémoire est constitué de trois grandes parties :

\* Dans la première partie, nous présentons les méthodes et techniques que nous utilisons pour simuler un composant électronique. Cette première partie est divisée en quatre chapitres.

- Dans le premier chapitre, nous présentons les différents problèmes que pose la simulation de composants électroniques et nous définissons les méthodes utilisées en les justifiant.

- Le deuxième chapitre est consacré à un bref rappel du principe de la méthode de Monte Carlo à discrétisation régulière sur le temps qui a été mis au point dans notre laboratoire. Nous présentons brièvement le modèle utilisé pour la description de la dynamique des électrons dans l'Arséniure de gallium. Par ailleurs, pour la simulation de composant bipolaire en AsGa, nous avons développé un modèle décrivant la dynamique des trous en tenant compte de la structure de la bande de valence et des différentes interactions et, nos résultats théoriques sont comparés aux résultats expérimentaux.

- Dans le troisième chapitre, nous décrivons la méthode de résolution numérique bidimensionnelle de l'équation de Poisson à partir des techniques mises au point par HOCKNEY [40]. Nous montrons que la solution de l'équation de Poisson peut se décomposer en une série de Fourier qui nous permet donc en utilisant une transformée de Fourier rapide, de réduire le système matriciel obtenu à partir de l'équation des différences finies, et donnant ainsi directement la solution exacte du potentiel avec un temps d'exécution très court. Par ailleurs, nous précisons la manière d'introduire dans l'algorithme la présence d'électrodes sur le composant.

- Enfin, dans le quatrième et dernier chapitre, nous précisons les conditions, aux limites du composant, fixées aux porteurs.

\* La seconde partie est consacrée à l'étude des deux structures de transistor à effet de champ que nous définissons. Cette deuxième partie est constituée de trois chapitres.

- Dans le premier chapitre, nous présentons le transistor à modulation d'injection [4 bis] dont les performances semblent prometteuses et nous définissons son principe de fonctionnement. Pour ce dispositif électronique, nous donnons les deux configurations que nous avons étudiées plus particulièrement et que nous nommons : Transistor à modulation d'injection à structure verticale symétrique et transistor à modulation d'injection à structure planar.

- Dans le second chapitre sont exposés les résultats obtenus pour le transistor à modulation d'injection à structure verticale symétrique. Nous étudions d'abord les évolutions des différentes grandeurs physiques telles que la vitesse moyenne, l'énergie moyenne des porteurs, le champ électrique en fonction des tensions de polarisation, des dimensions du composant, des paramètres technologiques de cette structure et de la température. Puis nous étudions, dans les mêmes conditions les propriétés statiques et hyperfréquences du transistor. Enfin, nous effectuons une comparaison entre nos résultats théoriques et les résultats expérimentaux de la structure verticale symétrique, réalisée par KOHN [59].

- Dans le troisième chapitre, nous présentons le transistor à modulation d'injection à structure planar et nous nous limitons à l'étude des propriétés statiques et hyperfréquences de ce dispositif en fonction des tensions de polarisation.

\* Dans la troisième et dernière partie, nous tentons de dresser un panorama des possibilités de notre modèle en montrant qu'il peut constituer un outil très pratique pour l'étude de la dynamique électronique des composants. Nous évoquons enfin d'autres applications qui pourraient être développées en utilisant notre modèle. Cette dernière partie est divisée en quatre chapitres.

- Dans le premier chapitre, nous étudions une structure classique de transistor à effet de champ à une température de 77°K en montrant la supériorité de l'InAs sur l'AsGa.

- Dans le second chapitre, nous étudions un transistor bigrille en Arséniure de gallium, en montrant que, lorsque la distance inter-grille devient très faible, les phénomènes de survitesse des porteurs sous la deuxième grille sont complètement détruits, réduisant ainsi le contrôle du courant par la deuxième grille.

- Dans le troisième chapitre, nous présentons le résultat de la simulation bidimensionnelle et bipolaire d'une photo-résistance en Arséniure de gallium. A partir de ce résultat, nous cherchons à interpréter certains résultats expérimentaux [78].

- Dans le quatrième et dernier chapitre, nous faisons une étude prospective des autres problèmes qui pourraient être abordés tels que la simulation de transistor à effet de champ à hétéro-jonction Ga Al As/GaAs ou de transistor bipolaire dont la jonction émetteur-base est une hétéro-jonction Ga Al As dopé N pour l'émetteur et GaAs dopé P pour la base.

# 1<sup>ère</sup> Partie

## OUTIL POUR LA SIMULATION BIDIMENSIONNELLE DE COMPOSANTS ELECTRONIQUES

\*\*\*\*\*

Les prévisions théoriques [1,2] et les résultats expérimentaux [3,4] montrent que les transistors à effet de champ constituent une solution de choix pour les applications hyperfréquences, ou les composants utilisés en logique ultra-rapide. Pour améliorer les performances de ces composants, c'est à dire augmenter la fréquence de travail ou diminuer le temps de propagation, il est nécessaire de diminuer la longueur de grille. Lorsque cette longueur de grille devient inférieure au micron, de nouveaux phénomènes interviennent, en particulier la dynamique des porteurs est principalement régie par des effets non stationnaires et ne peut plus être décrite par les relations classiques de l'électrocinétique. D'autre part, les effets de bord des deux côtés de la grille deviennent importants.

Pour étudier les propriétés et prévoir les performances du composant, il est nécessaire de posséder un modèle théorique. Les plus rigoureux sont les modèles particuliers bidimensionnels [5,6,7] qui permettent de traiter de façon correcte tous les effets bidimensionnels et, de décrire correctement la dynamique des porteurs dans le composant.

Nous allons consacrer cette première partie à un rappel de la structure physique et géométrique des différents types de transistor à effet de champ puis, nous présenterons l'outil nécessaire à la modélisation numérique de ce type de transistor.

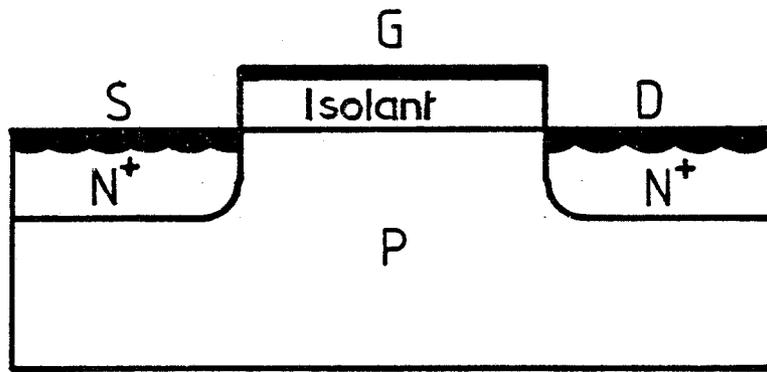


Figure 1: Transistor à grille isolée ( inversion )

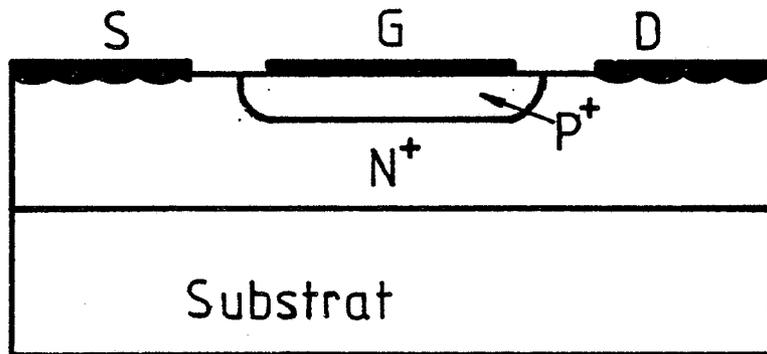
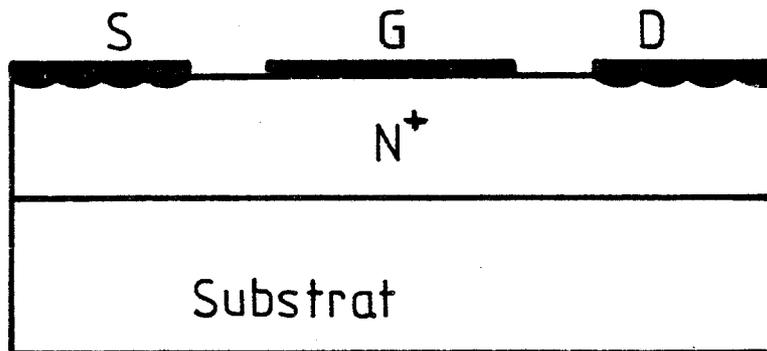


Figure 2 : a) Transistor à jonction P.N

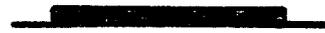


BU  
LILLE

Figure 2 : b) Transistor à barrière Schottky ou jonction  
Métal-Semi-conducteur



Contact ohmique



jonction métal-semi-conducteur

A) PRESENTATION DU TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP. CHOIX DES METHODES  
POUR UNE SIMULATION NUMERIQUE DU TRANSISTOR

I - PRESENTATION DU COMPOSANT

Le principe de fonctionnement des composants tripôles à effet de champ est de moduler la conductance présentée par un morceau de semi-conducteur de type n ou p à l'aide d'une électrode de commande. De façon générale, la conductance d'un barreau de semi-conducteur est proportionnelle à la densité de porteurs libres et à la section du barreau. L'électrode de commande peut donc agir en modifiant la densité de porteurs libres, ou la section efficace du barreau, c'est à dire en vidant de porteurs une partie de cette section.

Les transistors à effet de champ sont donc de deux types : les transistors à grille isolée (figure 1) ou les transistors à jonction (figure 2).

\* Dans les premiers, lorsque par exemple, la grille est correctement polarisée par rapport aux électrodes de source et de drain, des charges apparaissent dans le canal par influence électrostatique et peuvent ainsi contribuer au passage du courant. Ces transistors possèdent des propriétés très intéressantes mais leur réalisation sur des matériaux autres que le silicium, est freinée par la difficulté de réaliser une couche isolante mince de bonne qualité ( i.e. de faible densité d'états à l'interface isolant- semi-conducteur ).

\* Dans le cas des transistors à jonction, la grille, polarisée négativement par rapport à la source et au drain, crée un champ électrique

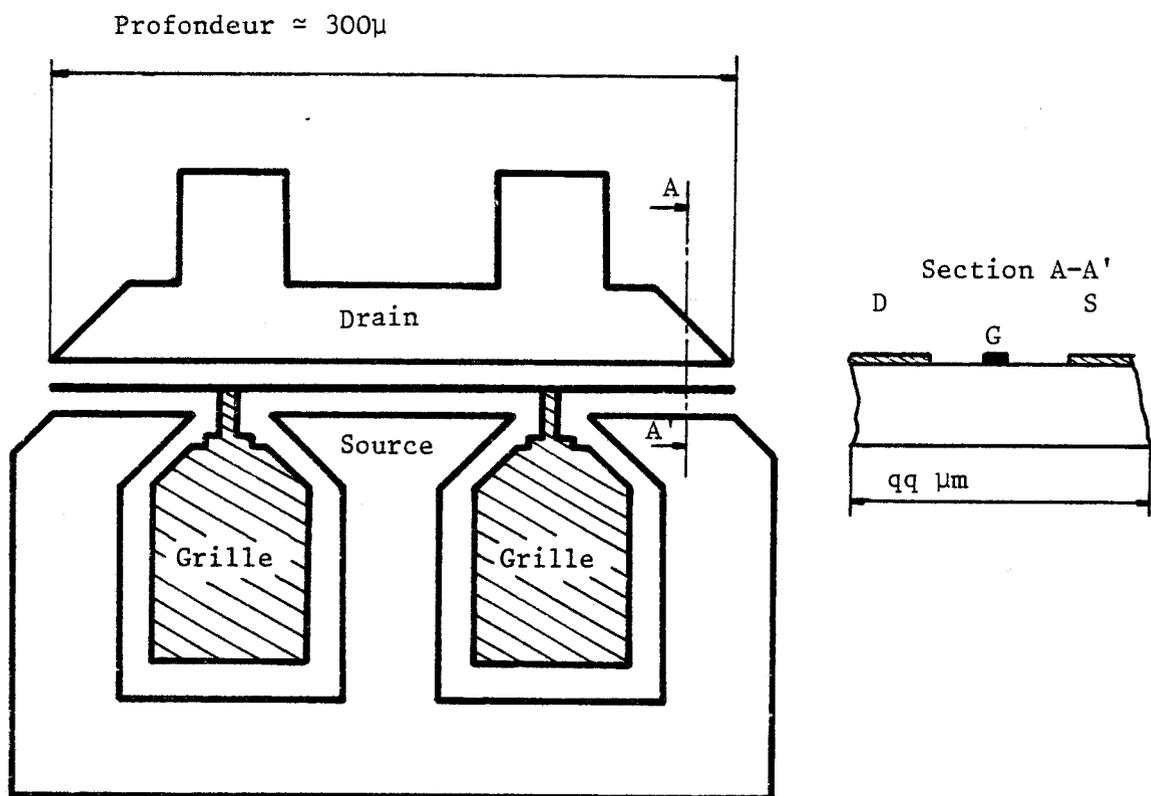


Figure 3 : Représentation d'un transistor à effet de champ

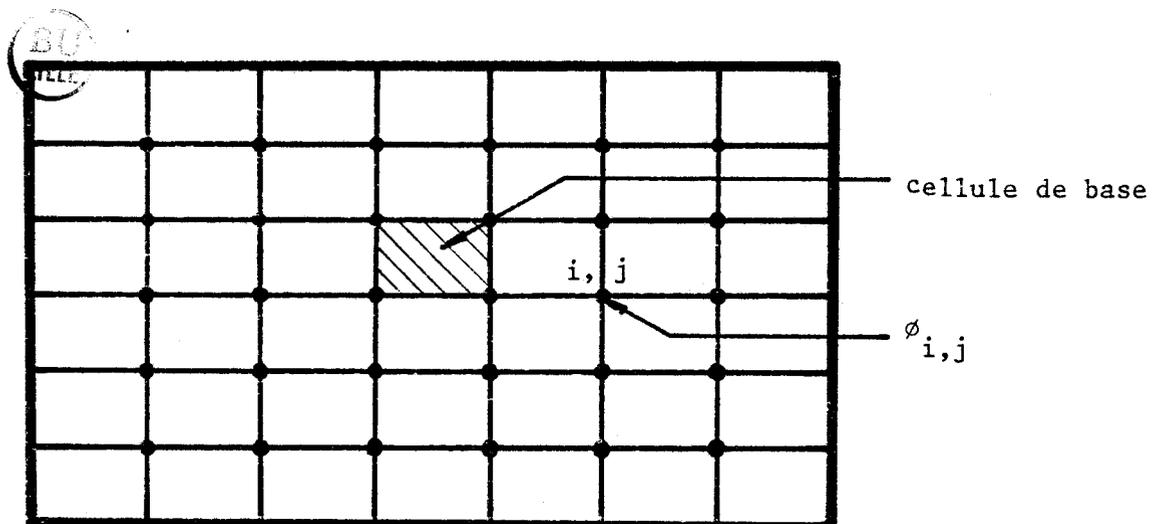


Figure 4 : Représentation du maillage du transistor

transversal qui entraîne l'existence d'une zone désertée de porteurs sous la grille. Théoriquement, la jonction peut-être une jonction P-N ou une jonction métal-semi-conducteur, mais en pratique, la difficulté de réaliser une région P aux dimensions bien définies condamne pratiquement les T.E.C. à jonction P-N. Ainsi, pour des raisons essentiellement technologiques, c'est le T.E.C. à contact de Schottky qui s'est développé le plus pour les applications hyperfréquences ces dernières années.

## II - DEFINITION DU PROBLEME MATHEMATIQUE ET CHOIX DES METHODES --- POUR LA SIMULATION NUMERIQUE DE CE TRANSISTOR ---

La méthode qui décrit le plus correctement possible la dynamique des porteurs, est la méthode de Monte Carlo [8,9] puisqu'elle prend naturellement en compte les phénomènes non-stationnaires. L'idée de cette simulation est de suivre plusieurs porteurs, soumis à diverses interactions à l'intérieur du composant, considérés comme représentatif de la population électronique. Comme nous le verrons ultérieurement, nous avons besoin de connaître la valeur du champ électrique que subit le porteur pour calculer sa dynamique. La connaissance de la carte du champ électrique s'obtient par simple dérivation de la fonction potentiel  $\phi$  en tous points du composant. La distribution des potentiels s'obtient par intégration de l'équation de Poisson.

La profondeur du composant est toujours très grande vis à vis des côtés de sa section (figure 3), en conséquence l'intégration tridimensionnelle de l'équation de Poisson n'apportera pas une meilleure compréhension des performances du composant, puisque tous les phénomènes importants peuvent s'interpréter par une étude dans sa section. D'autre part, la

longueur de grille et la couche active devenant submicroniques, il en résulte que les effets de bord des deux côtés de la grille deviennent plus importants, ainsi que les phénomènes d'injection des porteurs dans la couche tampon. En conséquence, pour tenir compte de ces différents aspects, la résolution de l'équation de Poisson devra être bidimensionnelle.

L'intégration bidimensionnelle n'est pas aisée si le contour est quelconque tandis qu'il existe toute une famille de techniques pour un contour rectangulaire.

En regardant les différents types de transistor, nous constatons que :

\* Le transistor à jonction peut-être schématisé par une structure rectangulaire.

\* Le transistor à grille isolée, peut également être schématisé par une structure rectangulaire en imposant aux porteurs de ne pouvoir pénétrer dans l'isolant.

Nous schématiserons donc le transistor par un contour rectangulaire sans oublier, lors de la résolution de l'équation de Poisson dans ce contour, que la solution doit tenir compte de la présence de différentes électrodes portées à des potentiels donnés. D'autre part, l'utilisation de la méthode de Monte Carlo, qui est une méthode particulière, nécessite une discrétisation spatiale pour la localisation des particules. Par conséquent, nous définirons un maillage dans le rectangle en choisissant la plus simple des cellules élémentaires qui est un rectangle (figure 4). Nous sommes donc amenés à déterminer le potentiel aux différents points du maillage, en sachant que sa détermination doit être rapide puisque, la méthode particulière que nous utiliserons nécessite de résoudre de nombreuses fois l'équation de Poisson pour une bonne description de la dynamique des porteurs

dans le composant. Pour cela, il existe deux grandes familles pour l'intégration de l'équation de Poisson :

\* Méthode des éléments finis [10,11]

Elle consiste à approcher les équations aux dérivées partielles à l'intérieur de domaines appelés éléments finis, par des fonctions continues de degré 1 ou 2 et à les résoudre. Malgré qu'elle puisse résoudre l'équation de Poisson dans un contour aux formes compliquées, les inconvénients majeurs de ce type de méthode qui nous ont amenés à ne pas la choisir, sont :

- Un temps d'exécution long
- L'impossibilité d'initialiser un calcul par des résultats obtenus lors d'une simulation correspondant à un problème assez proche.
- D'important moyens informatiques

\* Méthode des différences finies [12,13]

Elle consiste à discrétiser les équations en un nombre fini de points, à les linéariser, formant un système matriciel que l'on résoud pour obtenir la solution du problème. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle ne s'applique qu'à des contours relativement simple, cependant elle présente les avantages suivant :

- Un temps d'exécution acceptable et même très court pour certaines de ces techniques utilisant les différences finies
- La possibilité d'initialiser un calcul par les résultats d'une simulation précédente.

Les avantages de la méthode des différences finies nous ayant séduits, la résolution de l'équation de Poisson s'effectuera donc par cette méthode.

En résumé, le modèle qui a été développé pour étudier le transistor à effet de champ suppose que le transistor est schématisé par un contour rectangulaire, dans lequel nous définissons un maillage avec une cellule de base rectangulaire. D'autre part, les méthodes utilisées pour l'étude du transistor, sont :

- La méthode de Monte Carlo pour décrire la dynamique des porteurs dans le composant et, qui nécessite la connaissance du champ électrique agissant sur les particules.
- La méthode des différences finies pour l'intégration bidimensionnelle de l'équation de Poisson dans un contour rectangulaire, prenant en compte la présence de plusieurs électrodes portées à des potentiels donnés. La distribution des potentiels nous permet de calculer le champ électrique agissant sur la particule et, d'en déduire sa dynamique par la méthode de Monte Carlo.

Dans la suite de cette première partie, nous allons rappeler premièrement le principe de la méthode de Monte Carlo, deuxièmement la technique utilisée pour la résolution bidimensionnelle de l'équation de Poisson.

## B) RAPPELS SUR LA METHODE DE MONTE CARLO ET DESCRIPTION DES PHENOMENES DE TRANSPORT DANS L'AsGa DE TYPE N ET P

Une approche analytique de la description des phénomènes de transport dans les semi-conducteurs, nécessite la connaissance de la fonction de distribution de l'énergie des porteurs, obtenue en résolvant

l'équation de BOLTZMANN. La résolution analytique de cette équation est très complexe dans le cas général et nécessite des hypothèses simplificatrices pour mener le calcul jusqu'à son terme. C'est pourquoi, on lui substitue des simulations numériques utilisant les méthodes de Monte Carlo pour traiter le problème dans toute sa généralité.

Après le rappel du principe de la méthode de Monte Carlo, nous donnons le modèle utilisé pour la dynamique des électrons et celui qui a été développé pour la description de la dynamique des trous dans le GaAs.

### I - METHODE DE MONTE CARLO A DISCRETISATION REGULIERE SUR LE TEMPS

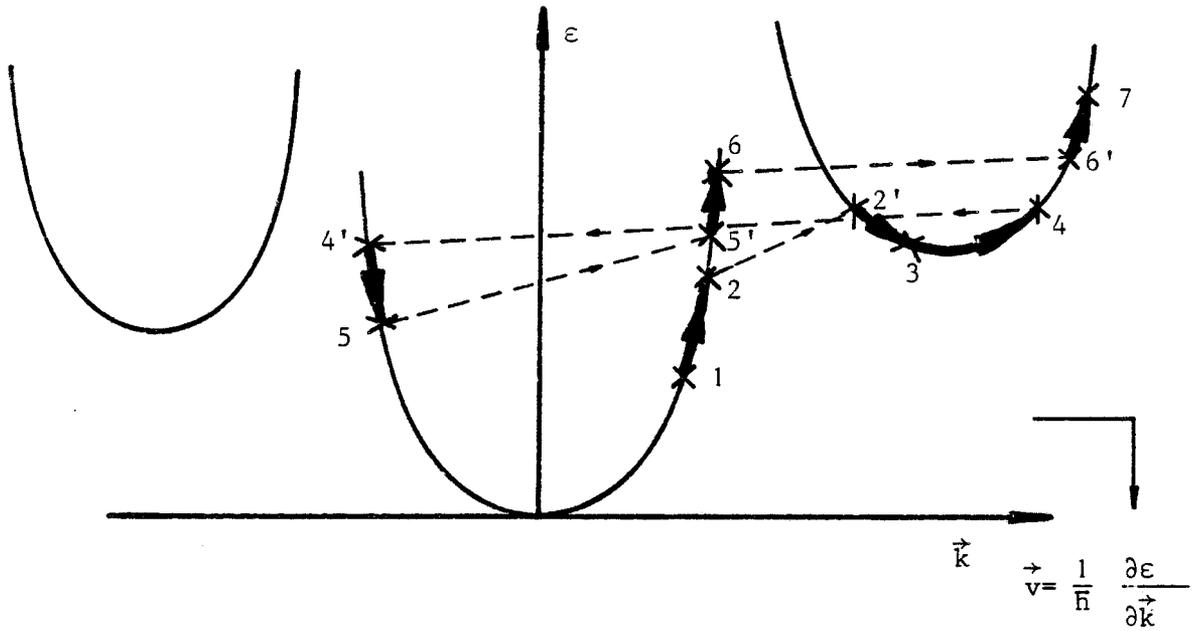
Le principe de cette méthode est de suivre simultanément un grand nombre de porteurs, considérés comme représentatif de la population électronique, dans l'espace géométrique et dans l'espace  $\vec{k}$  des vecteurs d'onde (figure 5). Cette méthode tient compte de l'accélération due aux forces appliquées et de l'effet des interactions ( supposées instantanées ) subies par le porteur au sein du réseau cristallin. L'action de la force extérieure produit une évolution temporelle entre  $t$  et  $t + \Delta T$  des points représentatifs des porteurs dans la structure de bande  $\varepsilon(\vec{k})$ . Cette évolution se traduit par une variation  $\Delta\vec{k}$  du vecteur d'onde qui s'exprime sous la forme :

$$\Delta\vec{R} = \frac{1}{\hbar} \vec{F}_{ext} \Delta T$$

où  $\vec{F}_{ext}$  est la force extérieure provenant de l'action d'un champ électrique  $\vec{E}$ , d'un champ magnétique  $\vec{B}$  ou d'une combinaison des deux.

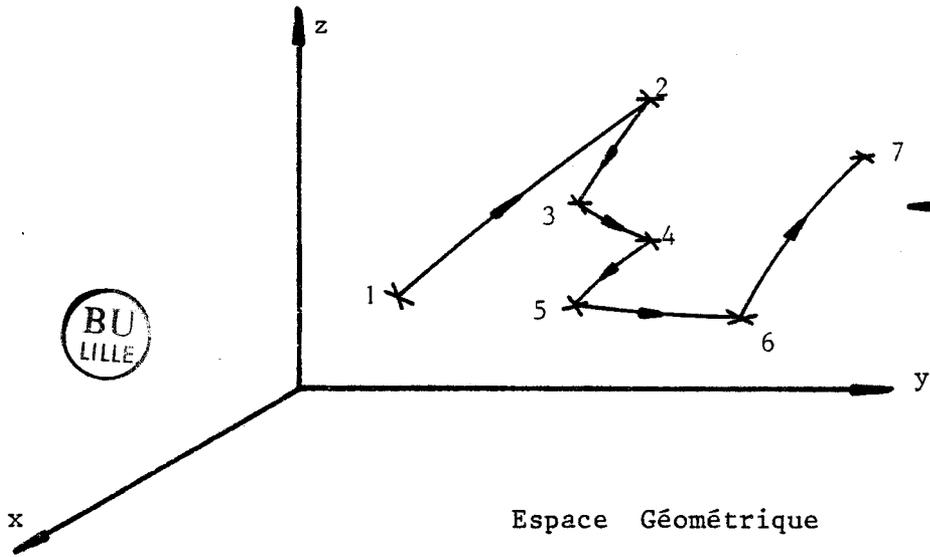
Un processus nous permet, par tirage au sort de savoir si

Espace Réciproque



$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \epsilon}{\partial \vec{k}}$$

$$\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}_0 + \int_0^t \vec{v}(t') dt'$$



Espace Géométrique

Figure 5 : Evolution du porteur dans l'espace réciproque et géométrique

une interaction s'est produite durant  $\Delta T$  et, dans ce cas de déterminer le type d'interaction et son effet. La connaissance du vecteur d'onde  $\vec{k}$  et de la structure de bande  $\epsilon(\vec{k})$  nous permet de déterminer à chaque instant  $t$  la vitesse du porteur par la relation classique :

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \vec{k}}$$

et sa position dans l'espace géométrique par l'expression

$$\vec{r} = \int_0^t \vec{v}(t') dt'$$

La méthode de Monte Carlo que nous utilisons, diffère de la méthode classique proposée par FAWCETT [14] dans le fait qu'elle utilise une discrétisation régulière du temps. L'étude à intervalles de temps réguliers, nous permet de connaître toutes les caractéristiques ( $\vec{r}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\epsilon(\vec{k})$ ) de l'état des porteurs à un instant précis et, en conséquence de pouvoir calculer le champ poissonnien et les différentes valeurs moyennes. Cette méthode a été largement décrite par A.KASZYNSKI [15] et J.ZIMMERMANN[16]

## II - PARAMETRES DE BANDE DANS L'AsGa DE TYPE N

L'utilisation de la méthode de Monte Carlo nécessite une bonne connaissance des caractéristiques du matériau étudié et c'est ce que nous allons maintenant présenter.

### 1) Structure de la bande de conduction

Le modèle utilisé pour la bande de conduction est analogue au modèle employé par LITTLEJOHN [17] . Ce modèle fait intervenir trois types de vallées isotropes, non paraboliques (figure 6) qui sont :

Bande de Conduction

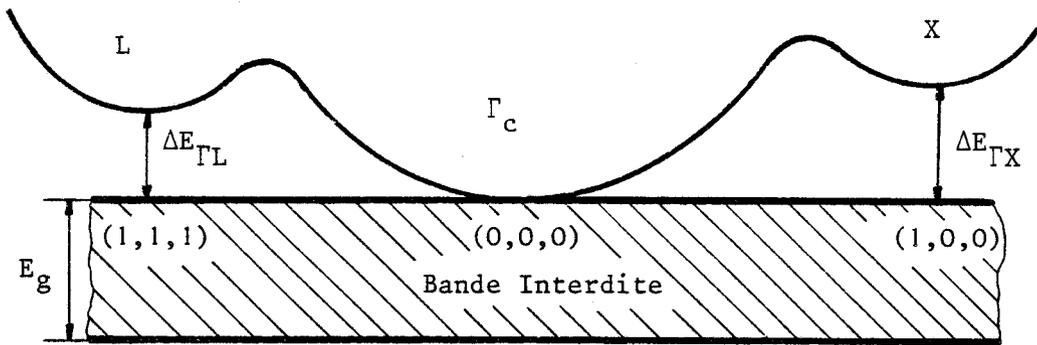


Figure 6 : Structure de la bande de Conduction

Tableau 1 : Données relatives à la structure de la bande de Conduction de l'Arséniure de Gallium

Masses Effectives	$m_{\Gamma}^* = 0.063 m_0$ $m_L^* = 0.222 m_0$ $m_X^* = 0.58 m_0$
Niveaux des Vallées	$E_g = 1.439 \text{ eV}$ $\Delta E_{\Gamma L} = 0.33 \text{ eV}$ $\Delta E_{\Gamma X} = 0.522 \text{ eV}$
Coefficient de non Parabolicité	$\alpha_{\Gamma} = 0.61 (\text{eV})^{-1}$ $\alpha_L = 0.461 (\text{eV})^{-1}$ $\alpha_X = 0.204 (\text{eV})^{-1}$

BU  
LILLE

PARAMETRES RELATIFS AU MATERIAU			
Densité	5.36 g/cm <sup>3</sup>	Vitesse du son	5.24 10 <sup>5</sup> cm/s
Constante piézoélectrique	0.052	Permittivité diélectrique $\epsilon_{\infty}$	10.92
Phonon LO	0.03536 eV	Permittivité diélectrique $\epsilon_S$	12.90
PARAMETRES RELATIFS A LA STRUCTURE DE BANDE			
	$\Gamma(0,0,0)$	L(1,1,1)	X(1,0,0)
Potentiel de déformation acoustique	7 eV	9.2 eV	9.27 eV
Potentiel de déformation optique non polaire	0	3.0 10 <sup>8</sup> eV/cm	0
Phonon optique non polaire	0	0.0343 eV	0
Potentiel de déformation intervallée			
$\Gamma$	0	10 <sup>9</sup> eV/cm	10 <sup>9</sup> eV/cm
L	10 <sup>9</sup> eV/cm	10 <sup>9</sup> eV/cm	5 10 <sup>8</sup> eV/cm
X	10 <sup>9</sup> eV/cm	5.10 <sup>8</sup> eV/cm	7 10 <sup>8</sup> eV/cm
Phonon intervallée			
$\Gamma$	0	0.0278 eV	0.0299 eV
L	0.0278 eV	0.0290 eV	0.0293 eV
X	0.0299 eV	0.0293 eV	0.0299 eV
Nombre de vallées équivalents	1	4	3

TABLEAU 2 : Paramètres utilisés dans la simulation de l'AsGa de type N

- Une vallée centrale  $\Gamma_c$  en  $(0,0,0)$  au minimum absolu de la bande de conduction.
- Une vallée latérale à symétrie x correspondant à un minimum relatif dans la direction  $(1,0,0)$ .
- Une vallée latérale à symétrie L présentant un minimum relatif dans la direction  $(1,1,1)$ .

La relation reliant le module du vecteur d'onde à l'énergie cinétique relative au fond de la vallée qu'il occupe est la suivante :

$$E(1 + \alpha E) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

où  $m^*$  est la masse effective au fond de la vallée et  $\alpha$  le coefficient de non parabolicité.

Le tableau 1 résume l'ensemble des données utilisées.

## 2) Interactions intervenant dans ce modèle

Les différentes interactions subies par l'électron, au sein du semi-conducteur sont :

- Interaction optique polaire
- Interaction intervallée équivalente et non équivalente
- Interaction acoustique
- Interaction piézoélectrique
- Interaction optique non polaire
- Interaction avec les impuretés ionisées.

La méthodologie suivie pour tenir compte de toutes ces interactions est décrite en détail dans la thèse de A.KASZYNSKI [15]. Les paramètres utilisés sont résumés dans le tableau 2.

III - DESCRIPTION DES CONDITIONS DE TRANSPORT DANS L'ARSENIURE  
DE GALLIUM DE TYPE P

Pour l'étude de transistor bipolaire [18,19] ainsi que pour les expériences de temps de vol [20,21,22], il est nécessaire de posséder un modèle qui puisse décrire non seulement la dynamique des électrons mais, aussi celle des trous.

Nous avons donc développé un programme pour l'étude des phénomènes de transport des trous dans le GaAs, en utilisant la technique de Monte Carlo. Ce modèle nécessite la connaissance de la structure de la bande de valence et des différents mécanismes d'interactions que nous allons maintenant présenter.

1) Structure de la bande de valence

Le modèle de la bande de valence [23,24,25] utilisé présente une vallée en (0,0,0) au maximum absolu de la bande de valence. Cette vallée est dégénérée et présente deux bandes confondues en (0,0,0) : une bande de trous lourds (V1) et une bande de trous légers (V2). Il existe d'autre part, une bande "Splitt-Off" (V3) liée à l'interaction spin-orbite. Elle est centrée en (0,0,0) mais décalée en énergie de  $\Delta_0$  par rapport au maximum absolu de la bande de valence (figure 7). Nous admettons que les trois bandes sont isotropes et non-paraboliques. En conséquence, le module du vecteur d'onde est relié à l'énergie cinétique par la même relation que pour le GaAs de type N.

$$E(1 + \alpha E) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

Les données relatives à la bande de valence sont rassemblées dans le tableau 3. Dans la suite du texte, nous utiliserons les notations de la figure 7 pour nommer les différentes bandes.

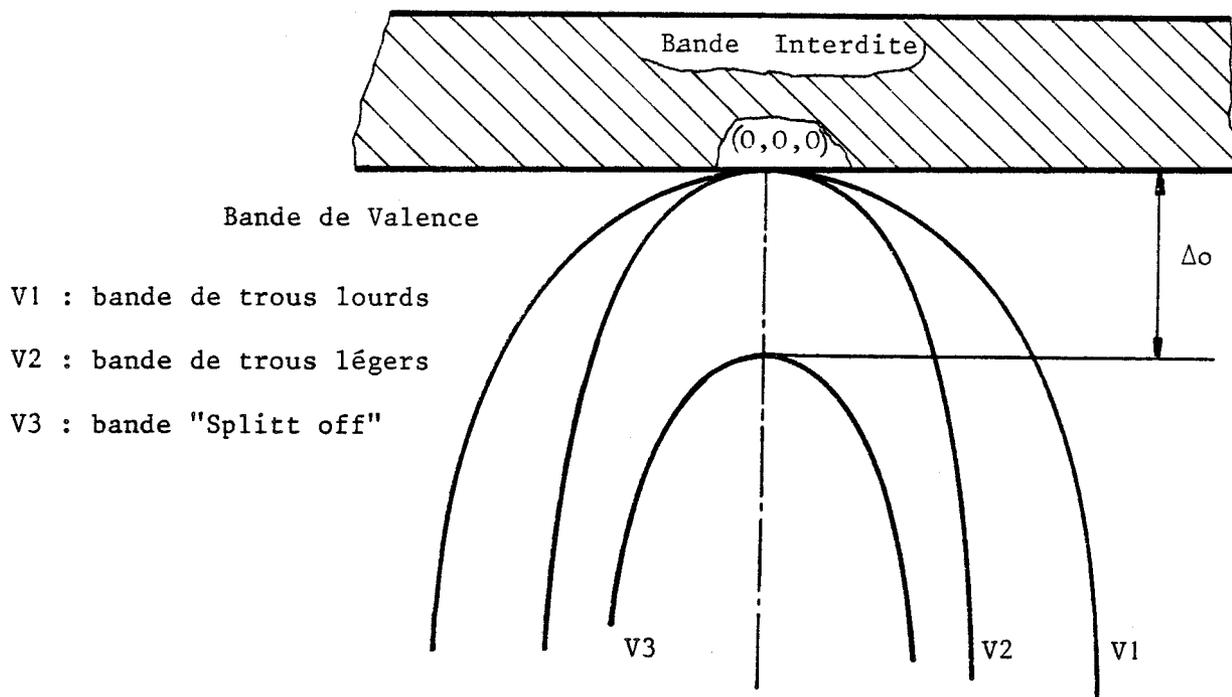


Figure 7 : Structure de la bande de Valence

BU  
LILLE

Masses effectives	$m_1^* = 0.62 m_0$ $m_2^* = 0.074 m_0$ $m_3^* = 0.15 m_0$
Coefficient de non parabolicité	$\alpha_1 = 0.6 \text{ (eV)}^{-1}$ $\alpha_2 = 0.4 \text{ (eV)}^{-1}$ $\alpha_3 = 0.0$
$\Delta_0$	0.35 eV

Tableau 3 : Données relatives à la bande de Valence de l'Arséniure de Gallium

2) Interactions prises en compte dans l'Arséniure de Gallium de type P

Le modèle proposé par COSTATO [26, 27, 28] comprend des interactions avec phonon optique polaire, optique non polaire, acoustique et avec impuretés. Elles existent en interactions intra-vallée ou inter-vallée pour les deux bandes V1 et V2 qui, sont considérées isotropes et paraboliques.

Le modèle que nous utilisons, a été constitué à partir du modèle de COSTATO dans lequel nous avons introduit :

- Un facteur de non parabolicité pour les deux bandes V1 et V2
- La troisième bande V3 que nous avons considéré isotrope et parabolique
- De nouvelles transitions vers la bande V3 qui sont de même nature que les transitions entre les deux bandes V1 et V2

Dans ce qui suit, nous allons présenter ces différentes interactions en précisant brièvement leurs effets tandis que les expressions des probabilités sont reportées en annexe.

2-1) Interaction avec phonon optique polaire [26,27]

\* Intra-vallée

C'est une interaction inélastique prédominante dans la bande V1 pour de faibles valeurs d'énergie. Elle perd de façon notable son importance dans les deux autres bandes. Elle se caractérise par un

échange de phonon optique polaire de 35.36 meV et, dévie très peu le vecteur d'onde de son orientation initiale. Elle a un impact déterminant sur la mobilité.

\* Inter-vallée

C'est une interaction inélastique dont la probabilité est toujours plus importante aux basses énergies, mais elle n'intervient pratiquement pas dans la bande V1. Dans les deux autres bandes, son importance augmente mais elle n'est pas prédominante. L'énergie du phonon échangé est de 35.36 meV.

2.2) Interaction avec phonon optique non polaire [28]

\* Intra-vallée

C'est une interaction dont l'effet croît avec l'énergie. Elle prédomine pour des énergies élevées dans la bande V1 tandis que dans les deux autres bandes, elle reste de 10 à 100 fois plus faible que l'interaction prédominante dans ces bandes. L'interaction est inélastique et, l'énergie du phonon échangé lors de la collision est de 45 meV. L'orientation du vecteur d'onde après cette interaction est pratiquement aléatoire et, cet effet contribue à une diminution de la vitesse moyenne.

\* Inter-vallée

Elle est analogue à l'interaction intra-vallée mais elle est prédominante dans les bandes V2 et V3, tandis que dans la bande V1, elle intervient de façon secondaire. Son effet sur la dynamique des trous est le même que celui de l'interaction intra-vallée.

### 2.3) Interaction avec phonon acoustique [28]

#### \* Intra-vallée

Cette interaction élastique intervient de façon secondaire dans les trois bandes. Son effet est analogue à l'effet de l'interaction optique non polaire entraînant ainsi une diminution de la vitesse moyenne.

#### \* Inter-vallée

Sa caractérisation et son effet sont analogues à ceux de l'interaction intra-vallée.

### 2.4) Interaction avec les impuretés [28]

La prise en compte de l'interaction avec impuretés est décrite par le modèle de H.BROOKS et C.HERRING [29]. C'est une interaction élastique qui est prépondérante pour les faibles valeurs d'énergie. Son effet est de diminuer la vitesse moyenne et cette diminution est d'autant plus forte que le dopage est élevé.

Remarque : *D'une manière générale, on constate que les interactions intra-vallée sont favorisées dans la bande V1 tandis que, les interactions inter-vallée sont prédominantes dans les deux autres bandes.*

Les différents paramètres utilisés sont résumés dans le tableau 4.

### 3) Résultats relatifs à la dynamique des trous

Cette partie est consacrée à la description de quelques résultats typiques relatifs aux paramètres du premier ordre dans le GaAs

PARAMETRES RELATIFS A LA STRUCTURE DE BANDE			
	V1	V2	V3
Potentiel de déformation acoustique	3.5 eV	3.5 eV	3.5 eV
Potentiel de déformation optique non polaire	$6.5 \cdot 10^8$ eV/cm	$6.5 \cdot 10^8$ eV/cm	$6.5 \cdot 10^8$ eV/cm
Phonon optique non polaire	45 meV	45 meV	45 meV
Phonon optique non polaire inter-vallée			
V1	0	45 meV	45 meV
V2	45 meV	0	45 meV
V3	45 meV	45 meV	0
Phonon optique polaire inter-vallée			
V1	0	35.36 meV	35.36 meV
V2	35.36 meV	0	35.36 meV
V3	35.36 meV	35.36 meV	0

BU  
LILLE

Tableau 4 : Paramètres utilisés dans la simulation de l'AsGa de type P

de type P : vitesse de dérive, énergie moyenne dans différentes conditions de polarisation du matériau et, à différentes températures de réseau.

3.1) Evolution de la vitesse et de l'énergie moyenne en fonction du champ électrique à T= 300°K et pour un dopage nul

La vitesse du porteur dans l'espace réel est donnée par

$$\vec{V} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \vec{k}}$$

Compte tenu de la relation qui lie l'énergie cinétique du porteur au module de son vecteur d'onde, l'expression de la vitesse instantanée s'écrit :

$$\vec{V}(t) = \frac{\hbar \vec{k}(t)}{m^* (1 + 2\alpha \mathcal{E}(t))}$$

La vitesse moyenne en régime stationnaire est calculée par la moyenne des vitesses instantanées d'un porteur, observé pendant une durée  $\tau$  suffisamment longue.

Les figures 8 et 9 représentent les évolutions de la vitesse de dérive et de l'énergie moyenne avec l'amplitude du champ électrique. Celles-ci sont représentées à T = 300°K et pour un dopage nul.

La mobilité en champ faible  $\mu_p$ , déterminée expérimentalement par DALAL [30] sur des échantillons ayant un dopage voisin de  $10^{16}$  Atomes/CM<sup>3</sup>, est de l'ordre de 400 CM<sup>2</sup>/ V.Sec. . Le modèle que nous utilisons nous donne une valeur de la mobilité à dopage nul de 400 CM<sup>2</sup>/V.Sec. Comme nous le verrons par la suite la mobilité calculée  $\mu_p$  est pratiquement constante pour des dopages inférieurs à  $10^{16}$  Atomes/CM<sup>3</sup>. D'autre part, la valeur calculée de la vitesse de saturation est de  $0.9 \cdot 10^5$  M/Sec. tandis que la valeur expérimentale de DALAL est voisine de  $1. \cdot 10^5$  M/Sec. .

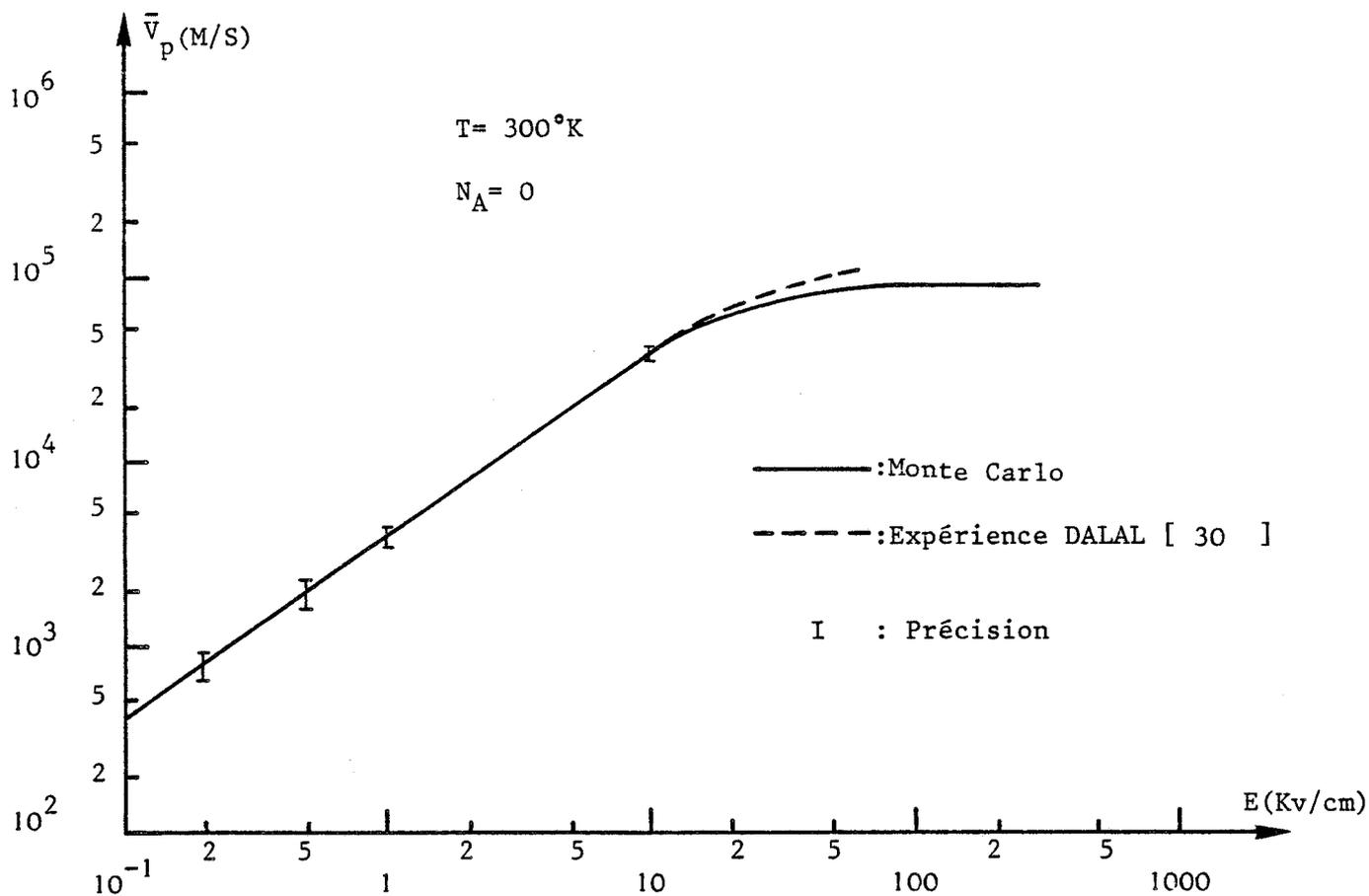


Figure 8 : Evolution de la vitesse moyenne avec le champ électrique

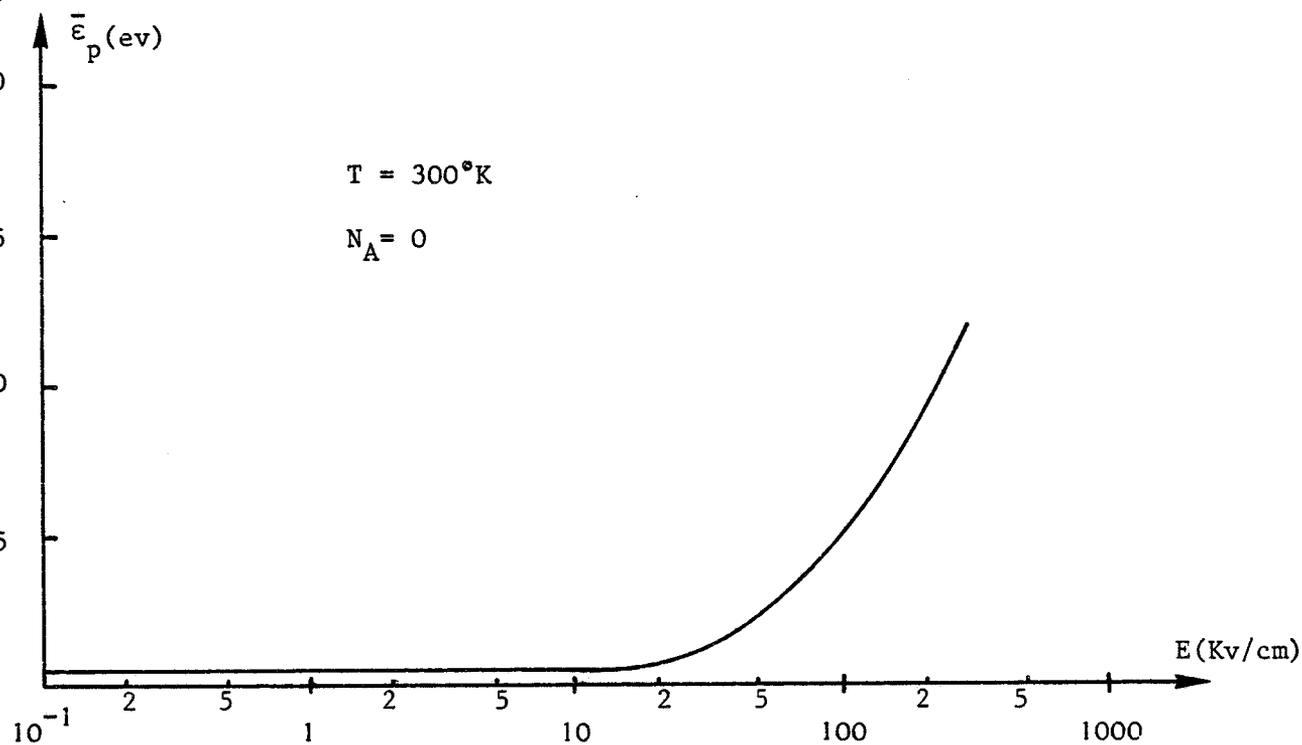


Figure 9 : Evolution de l'énergie moyenne avec le champ électrique

En conséquence, la comparaison entre nos résultats Monte Carlo et les résultats expérimentaux, montre une assez bonne concordance.

### 3.2) Influence du dopage

La présence d'impuretés se manifeste par un affaiblissement de la vitesse moyenne et de l'énergie comme le montrent les figures 10 et 11. Cet effet devient négligeable aux champs très élevés puisque les porteurs en s'échauffant et en devenant plus rapides, subissent de moins en moins l'influence des centres ionisés. Les courbes ont donc tendances à rejoindre aux champs élevés les caractéristiques obtenues pour un dopage nul.

La figure 12 représente l'évolution de la mobilité calculée à champ faible en fonction du dopage sur laquelle nous avons reporté les points expérimentaux [31-37]. Nous observons que la courbe théorique vient s'inclure dans la dispersion existant entre les points expérimentaux. Nous avons d'une manière générale, un ordre de grandeur analogue et la courbe théorique traduit de façon satisfaisante l'évolution des résultats expérimentaux avec le dopage.

### 3.3) Influence de la température

Nous présentons sur les figures 13 et 14, l'évolution de la vitesse de dérive et de l'énergie moyenne pour différentes températures et un dopage nul. A basse température, les porteurs subissent moins d'interactions avec le réseau cristallin (figure 15) et en conséquence, la vitesse obtenue est plus élevée. Cet effet est d'autant plus important que le champ électrique est faible.

Sur la figure 16a, nous avons tracé en fonction de la température l'évolution de la vitesse de saturation  $V_g$  et, du champ de

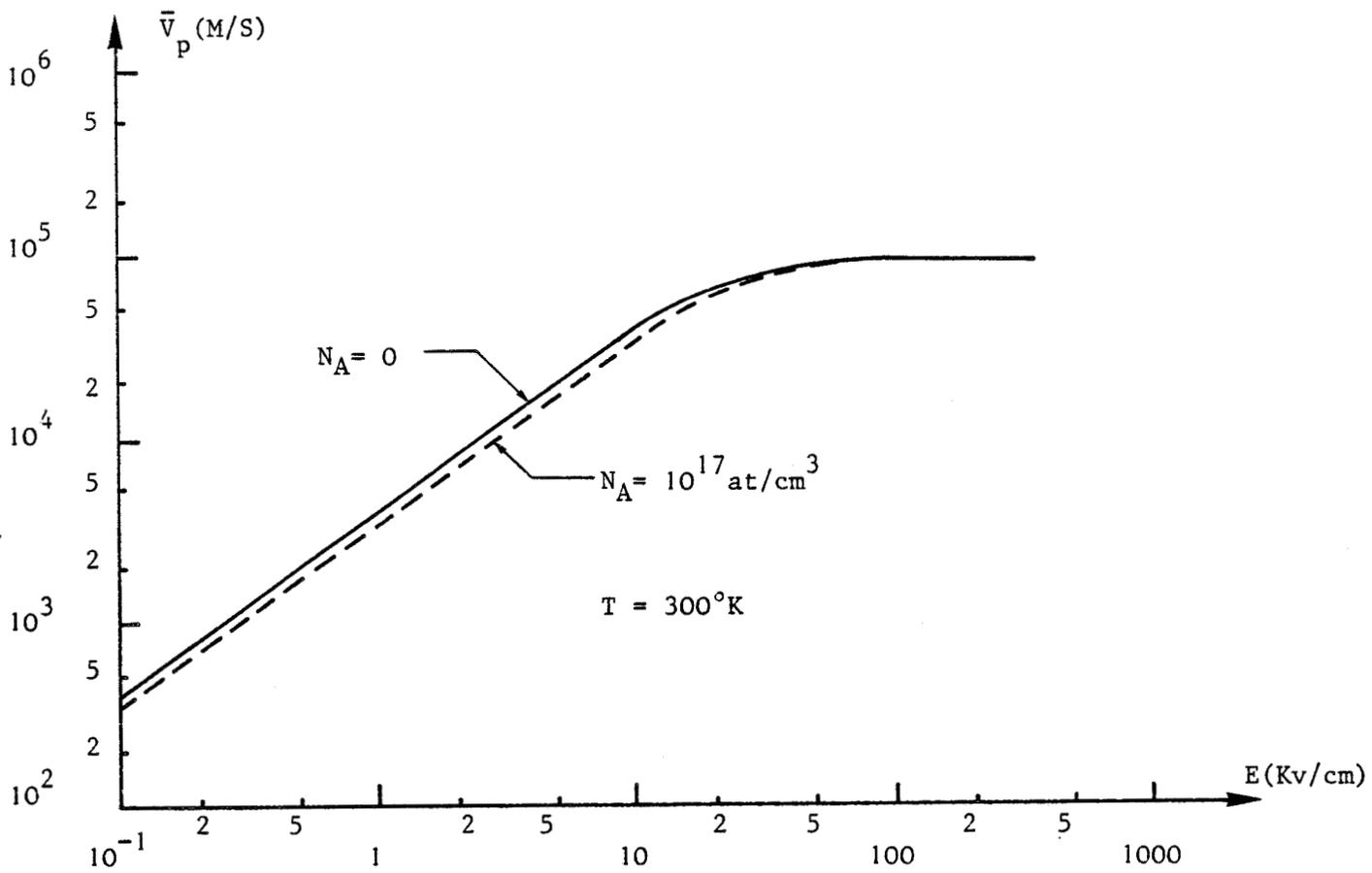


Figure 10 : Evolution de la vitesse moyenne avec le champ électrique pour deux concentrations en impuretés

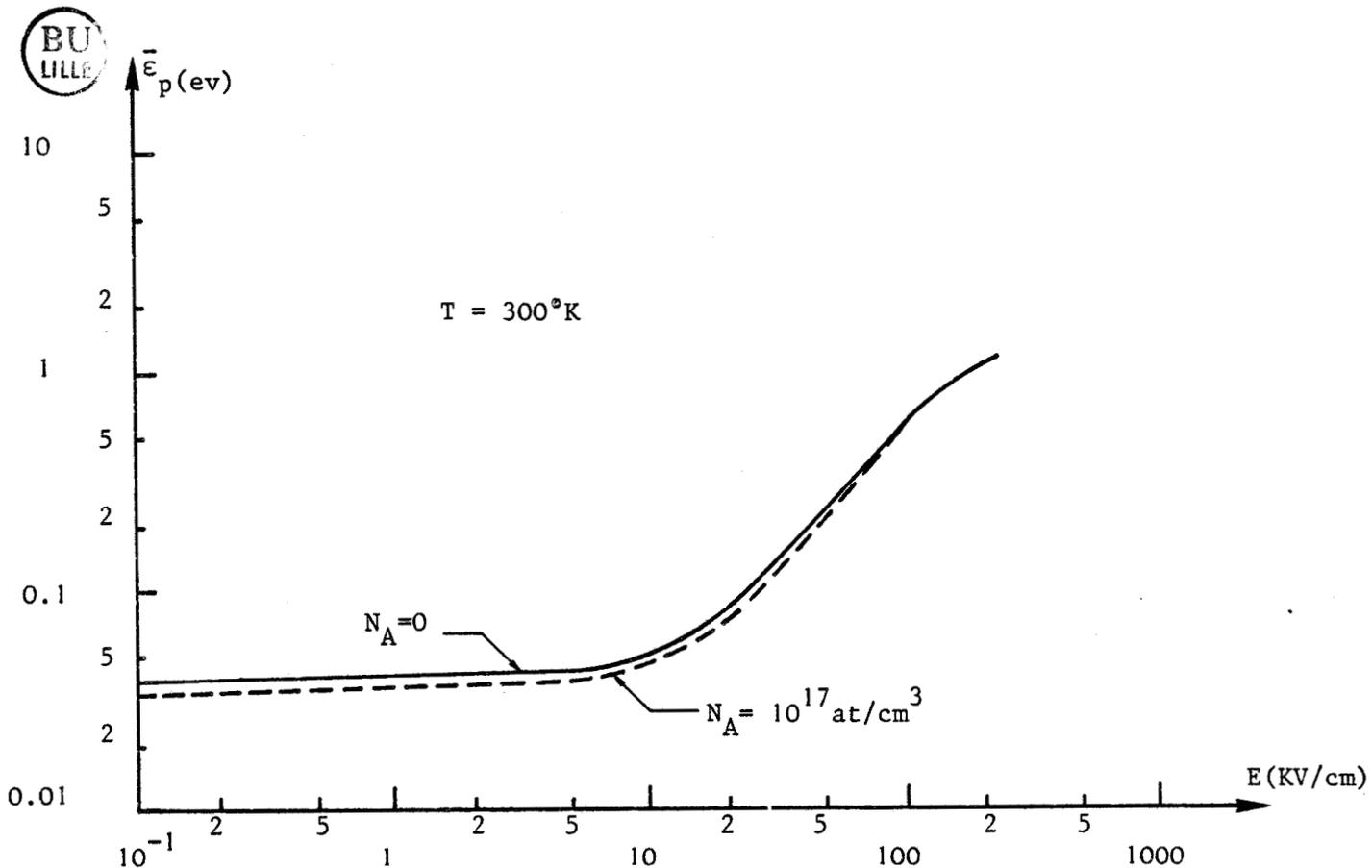
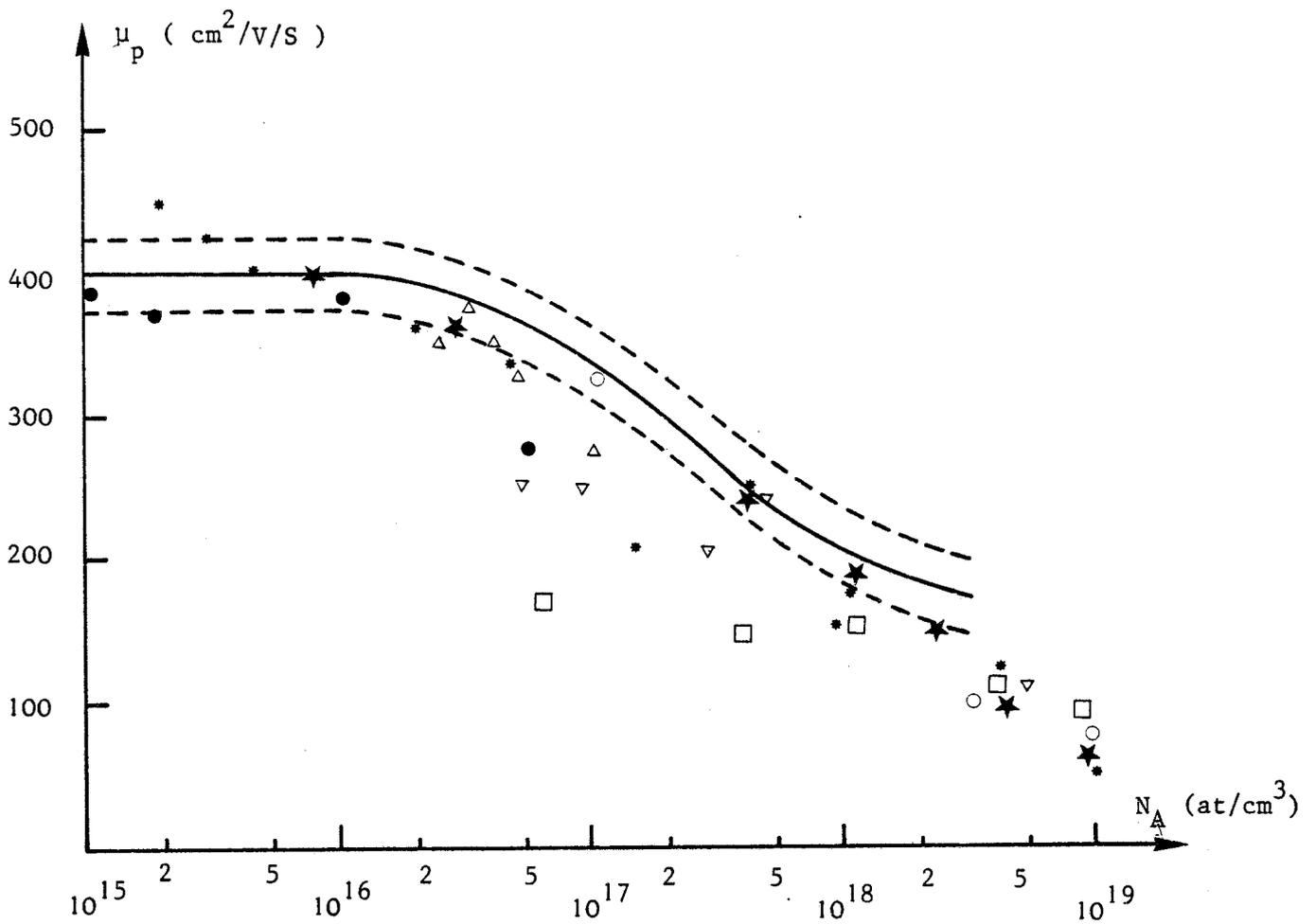


Figure 11: Evolution de l'énergie moyenne avec le champ électrique pour deux concentrations en impuretés



- ★ F.E. ROSZTOCZY [32]
- \* J.VILMS [31]
- △ F.D.ROSI [33]
- ▽ Sh.M.GASANLI [36]
- D.E.HILL [34]
- O.V. EMEL YANENKO [37]
- D.E.HILL [35]

Points Expérimentaux

----- Précision Monte Carlo

———— Nos résultats théoriques Monte Carlo

Figure 12 : Evolution de la mobilité à champ faible en fonction du dopage  $N_A$  pour une température de 300°K

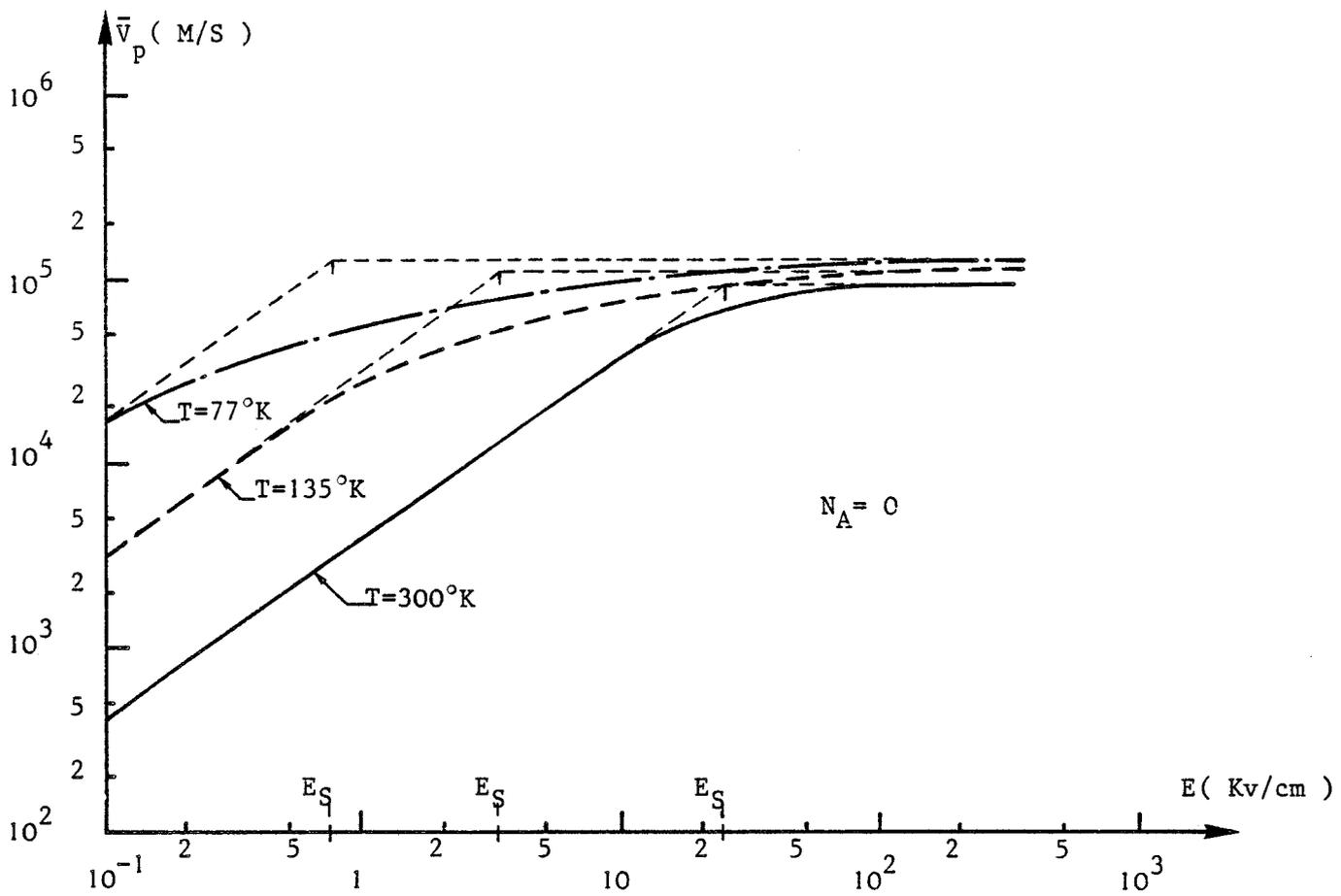


Figure 13 : Evolution de la vitesse moyenne avec le champ électrique pour trois températures de réseau

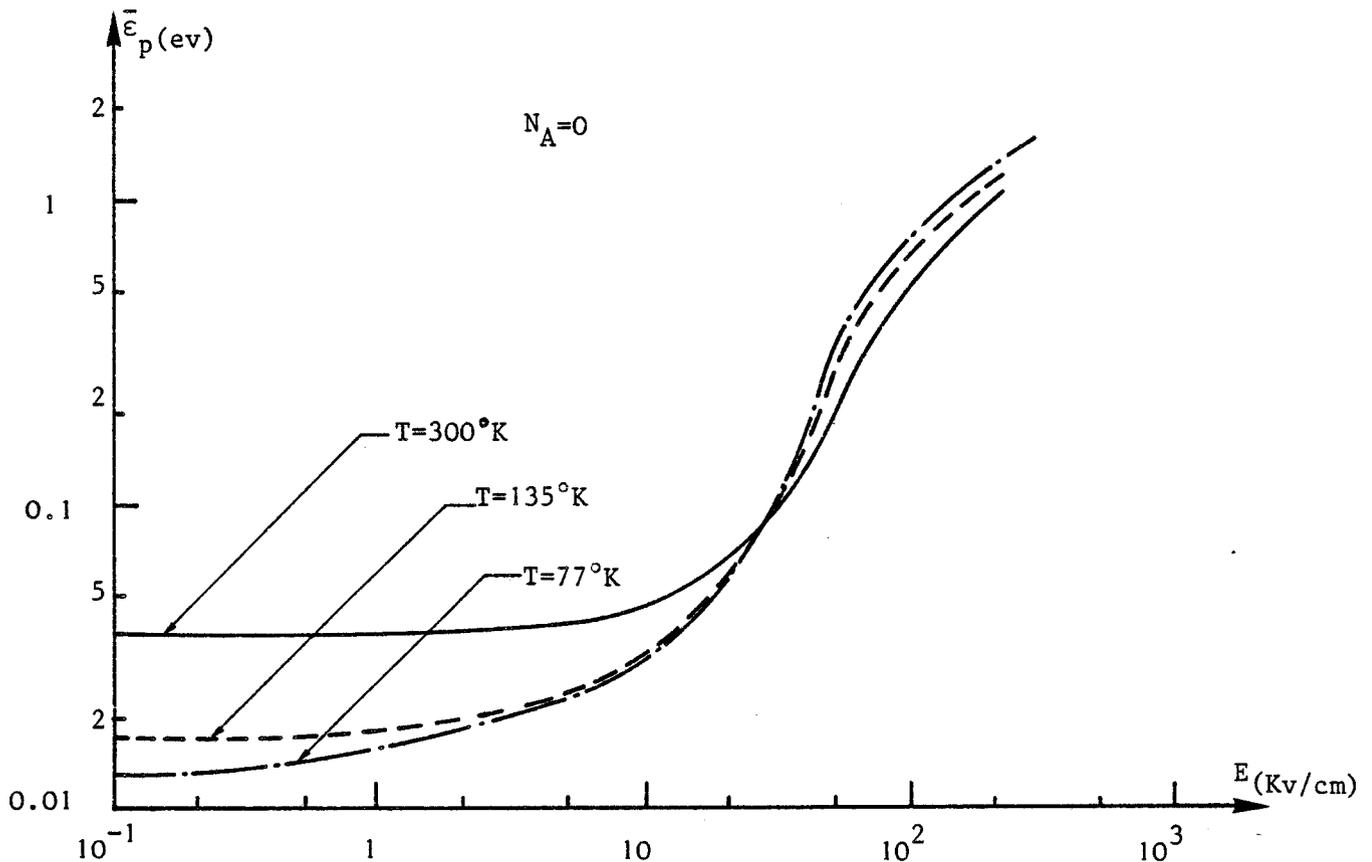


Figure 14 : Evolution de l'énergie moyenne avec le champ électrique pour trois températures de réseau

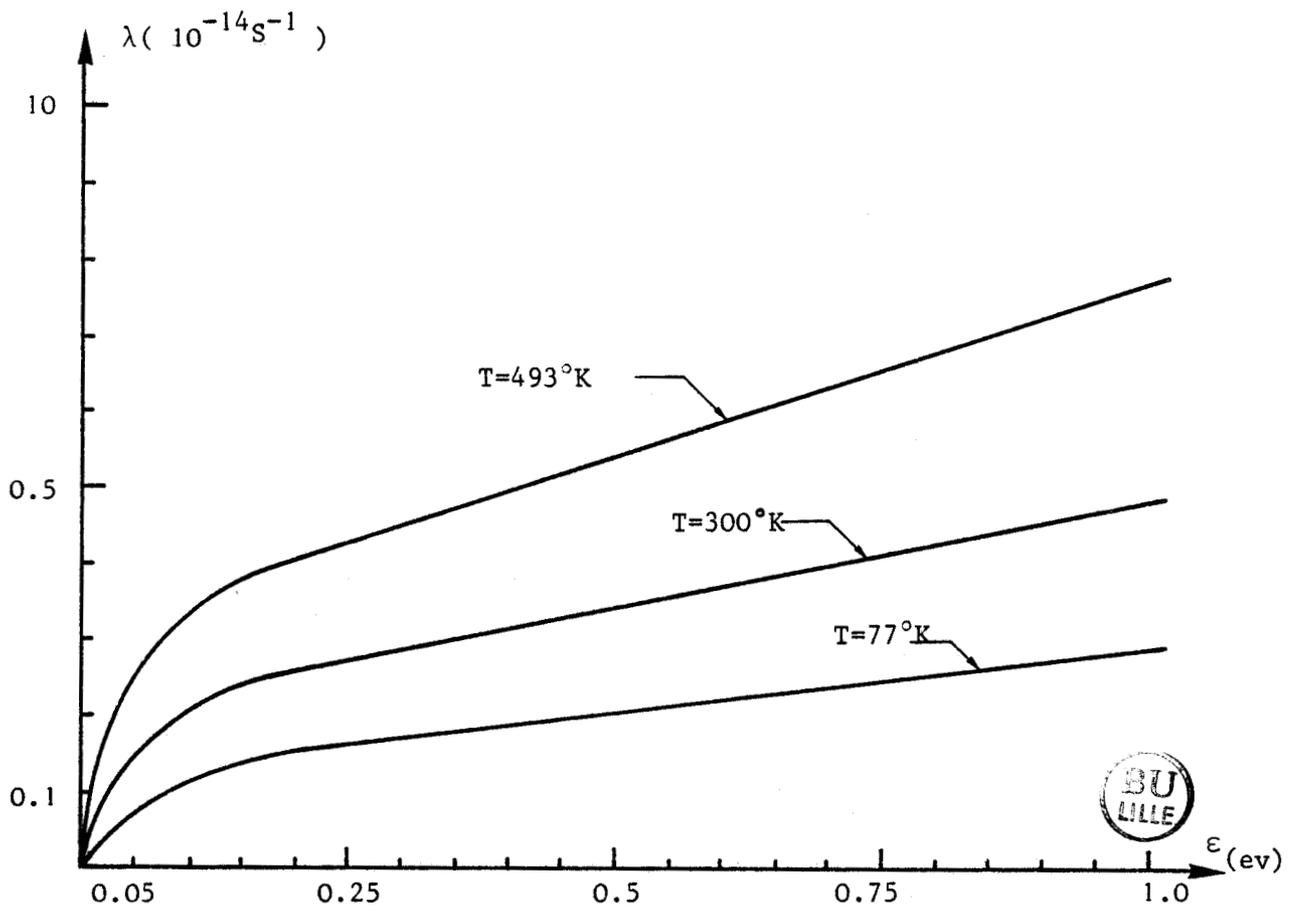


Figure 15 : Somme des probabilités d'interaction des trous dans l'AsGa pour un dopage nul

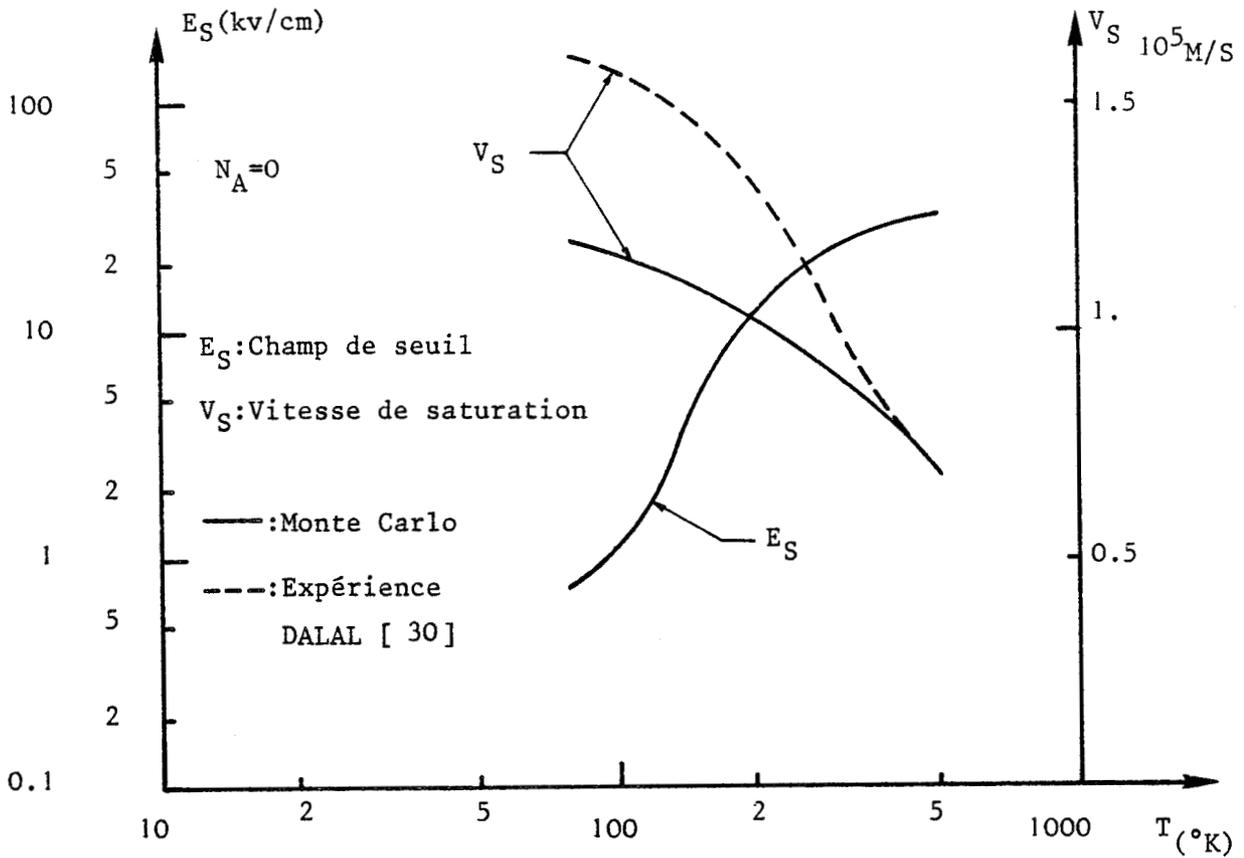


Figure 16-a : Evolution du champ de seuil et de la vitesse moyenne avec la température du réseau

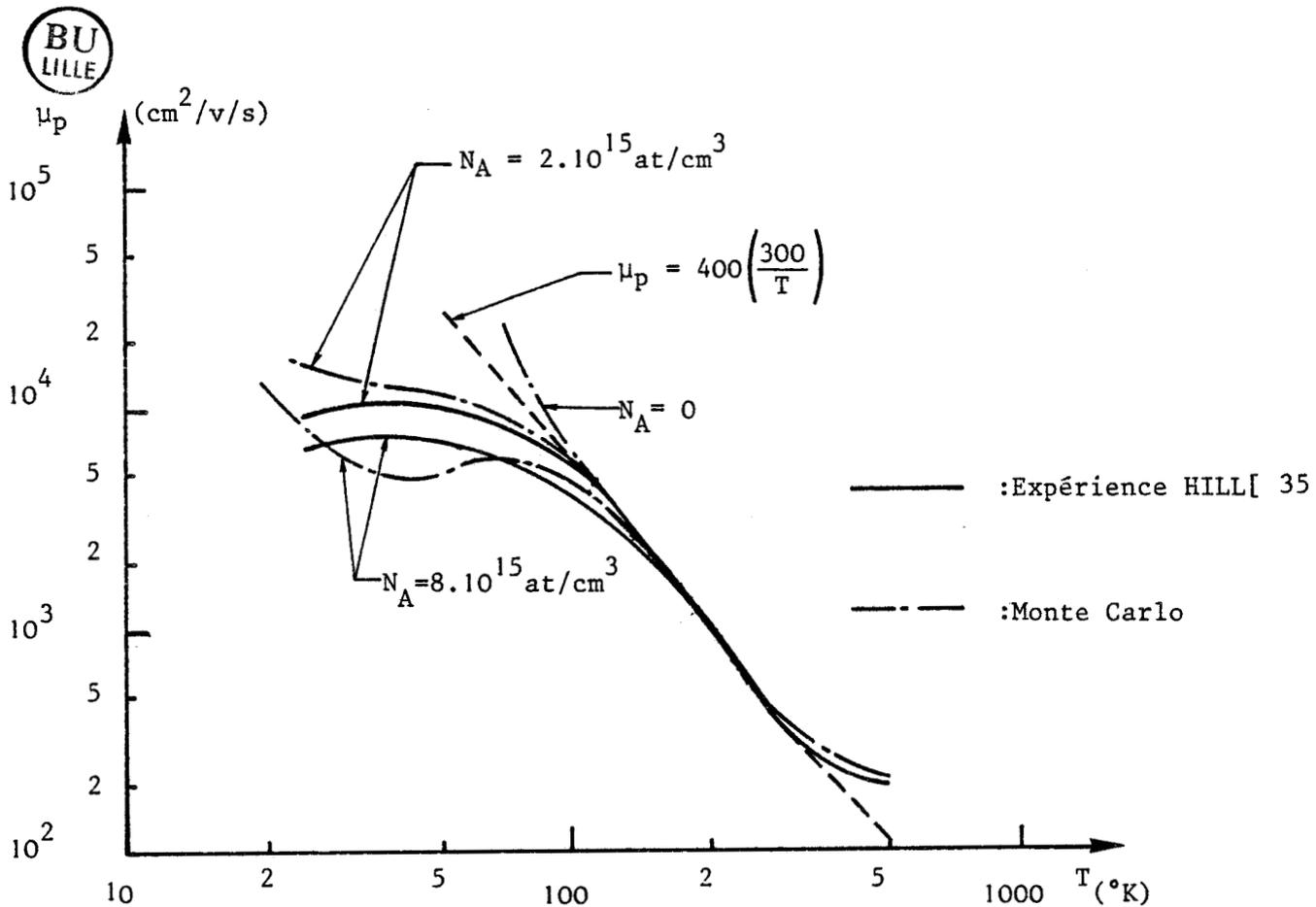


Figure 16-b : Evolution de la mobilité avec la température du réseau

seuil  $E_S$  calculé comme étant l'intersection des droites  $V = \mu E$  et  $V = V_S$ . La comparaison de la vitesse de saturation théorique et de celle déduite des expériences de DALAL [30] montre un écart croissant lorsque la température diminue, allant jusqu'à 25% à 77°K. Cet écart peut s'interpréter en considérant qu'aux champs élevés, nous favorisons trop les interactions optiques non polaires et acoustiques qui diminuent la vitesse moyenne et ce phénomène est d'autant plus important que la température est basse. Par exemple, à une température de 300°K, ces interactions représentent moins de 40% des collisions totales tandis qu'à 77°K leur contribution est supérieure à 50%.

Sur la figure 16b, nous comparons l'évolution en fonction de la température de la mobilité calculée à champ faible pour plusieurs dopages et, de la mobilité expérimentale de HILL [35]. Nous obtenons une bonne concordance entre les valeurs calculées et les points expérimentaux pour des températures supérieures à 100°K.

Comme nous pouvons le constater sur la figure 16b, l'évolution de la mobilité  $\mu_p$  en fonction de la température, est traduite correctement pour des températures supérieures à 100°K par l'expression analytique de HILL [35].

$$\mu_p = 400 \left( \frac{300}{T} \right)^{2.41}$$

### C) OUTILS DE LA SIMULATION NUMERIQUE PERMETTANT UNE RESOLUTION BIDIMENSIONNELLE DE L'EQUATION DE POISSON

#### I - CHOIX DE LA TECHNIQUE ET PRESENTATION DE LA STRUCTURE RESOLUE

1) Choix de la technique

L'intégration de l'équation de Poisson s'effectuant par la méthode des différences finies, on est amené à résoudre un système d'équations linéaires, nous fournissant ainsi la solution de l'équation de Poisson. Cette solution peut-être obtenue par l'utilisation de méthodes itératives [38,39] . Elles sont effectivement mieux adaptées aux problèmes présentant des conditions aux limites non-homogènes ( présence d'électrodes ) et, elles sont simples à programmer. L'inconvénient de ces méthodes est de considérer comme solution, la valeur de la fonction à la dernière itération et de ne fournir en conséquence qu'une valeur approchée de la solution. C'est une considération importante car toutes les petites variations de potentiel, peuvent entraîner une modification de la configuration des champs électriques dont la répercussion sur la dynamique des porteurs peut-être non négligeable. Il est donc plus intéressant d'utiliser une méthode qui donne directement la solution exacte de l'équation de Poisson. Notre choix s'est porté sur la méthode F.A.C.R. ( de l'anglais "Fourier Analysis Cyclic Reduction") de HOCKNEY [40,41] . Cette technique a l'avantage de fournir très rapidement la solution exacte en transformant le système d'équations matricielles, obtenu par la méthode des différences finies, en un nouveau système d'équations arithmétiques des harmoniques, obtenu par décomposition en série de Fourier du système d'équations matricielles.

Dans ce chapitre, nous donnons l'équation de base des différences finies qui permet de construire les systèmes matriciels suivant le type de conditions limites que l'on impose au potentiel sur les frontières. Nous montrons que la solution de l'équation de Poisson peut se décomposer en une série de Fourier et, ceci quelles que soient les conditions limites imposées sur le contour. Ensuite, nous présentons les différentes étapes de l'algorithme qui donne la solution exacte. Puis, nous donnons le moyen

permettant de prendre en compte les conditions non-homogènes ( i.e. la présence des différentes électrodes ). Enfin, en dernière partie, nous décrivons le programme de résolution de l'équation de Poisson à deux dimensions.

## 2) Configuration de la structure résolue

La région de calcul est rectangulaire. La résolution de l'équation de Poisson nécessite la connaissance de conditions aux limites sur les côtés du rectangle, ce sont les conditions homogènes. Trois types de conditions homogènes peuvent être rencontrées. Il est à noter que si nous imposons un type de condition sur un côté alors, il faut considérer la même condition sur le côté lui faisant face. Ces différentes conditions sont :

### \* Les conditions de DIRICHLET :

Le potentiel  $\phi$  a des valeurs données sur les côtés.

### \* Les conditions de NEUMANN :

La dérivée normale du potentiel est nulle.

### \* Les conditions Périodiques :

Le potentiel  $\phi$  est une fonction périodique, de période égale à la distance séparant les deux côtés qui sont orthogonaux à l'axe où se situe la périodicité.

Il est possible de coupler ces conditions homogènes donnant

- Sommet  
et  
base
- 1)  $\phi(x)$  donné
  - 2)  $\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$
  - 3)  $\phi$  périodique

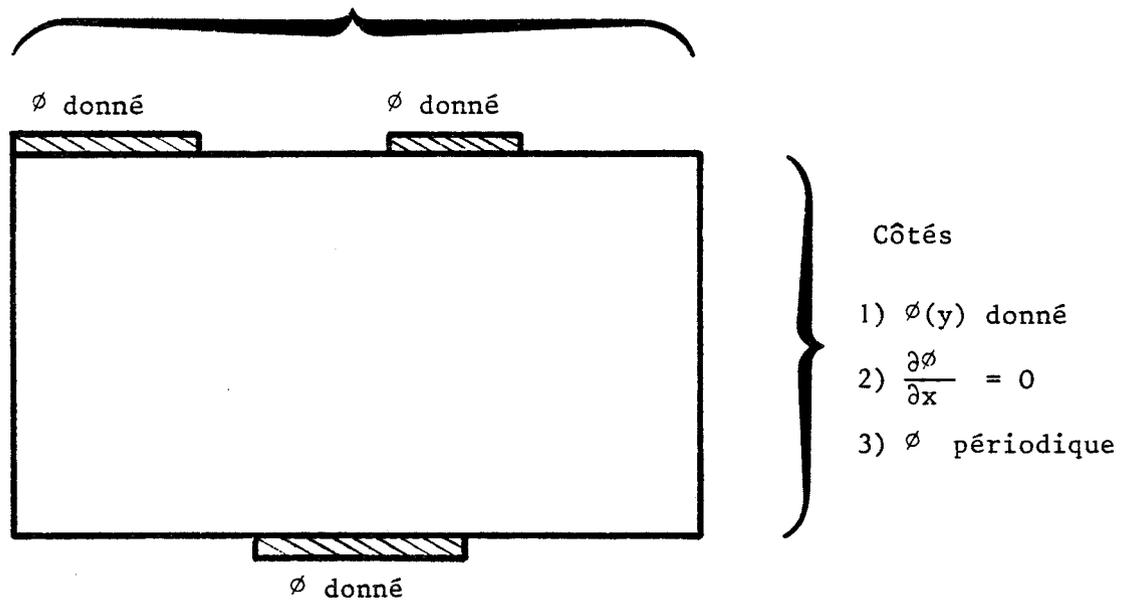


Figure 17 : Configuration des structures

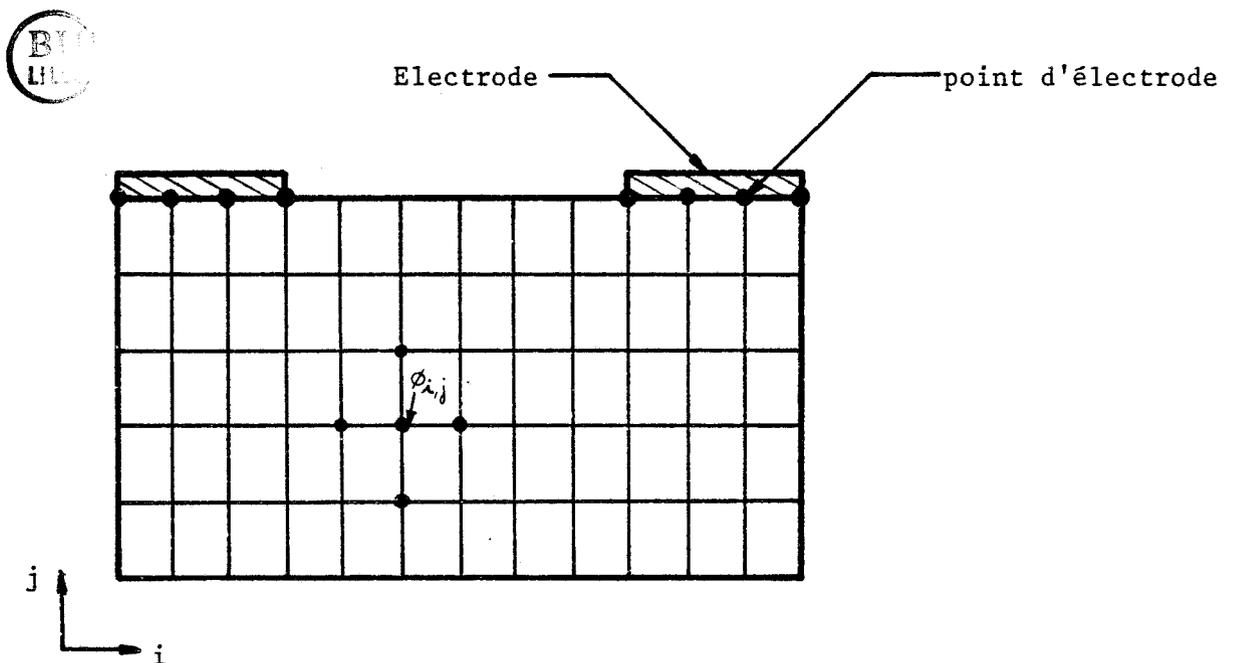


Figure 18 : Représentation du maillage

ainsi 9 types de configurations envisageables.

Les structures réelles peuvent présenter une ou plusieurs électrodes. En conséquence, nous définissons par électrode une condition non-homogène, c'est à dire que nous imposons sur une partie d'un même côté des potentiels donnés. Il convient de signaler dès à présent que nous n'avons considéré que des électrodes présentes au sommet et à la base du rectangle.

La figure 17 illustre les différentes configurations envisageables.

### 3) Les électrodes [42,43,44]

Comme nous l'avons vu, nous définissons un maillage dans le rectangle et il faut trouver les potentiels aux noeuds du maillage. Une électrode est constituée de plusieurs points appelés points d'électrode (figure 18 ).

La présence d'électrodes est surimposée dans le calcul, qui est décrit plus loin, par une procédure de correction qui requiert la connaissance de la matrice de capacité. Cette matrice de capacité relie les charges et les potentiels sur les points d'électrodes et, elle est utilisée pour trouver à partir de l'erreur sur la valeur du potentiel en un point d'électrode, la charge qu'il faut mettre en ce point pour corriger cette erreur. Pour une géométrie donnée, la matrice de capacité n'a besoin d'être calculée qu'une seule fois, car elle ne dépend pas de la distribution des charges intérieures.

## II - FORMULATION MATHÉMATIQUE

### 1) Méthode des différences finies [12]

La figure 18 présente le maillage du composant. Il nous faut déterminer les valeurs des potentiels aux noeuds du maillage. En

conséquence, nous effectuons une discrétisation de l'équation de Poisson(1.1)

$$(1.1) \quad \Delta \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = - \frac{\rho(x,y)}{\epsilon}$$

Pour discrétiser l'équation 1.1, nous utilisons le développement en série de TAYLOR de la fonction  $\phi(x,y)$  au voisinage du point  $(x_0, y_0)$ , limité aux dérivées secondes. Ce développement limité est :

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \phi(x,y) = & \phi(x_0, y_0) + \left( (x-x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y-y_0) \frac{\partial}{\partial y} \right) \phi \\ & + \frac{1}{2} \left( (x-x_0)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2(x-x_0)(y-y_0) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + (y-y_0)^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \phi \end{aligned}$$

Nous allons maintenant établir une relation entre le potentiel au point  $(i,j)$  et les potentiels de ses quatre voisins les plus proches (figure 19).

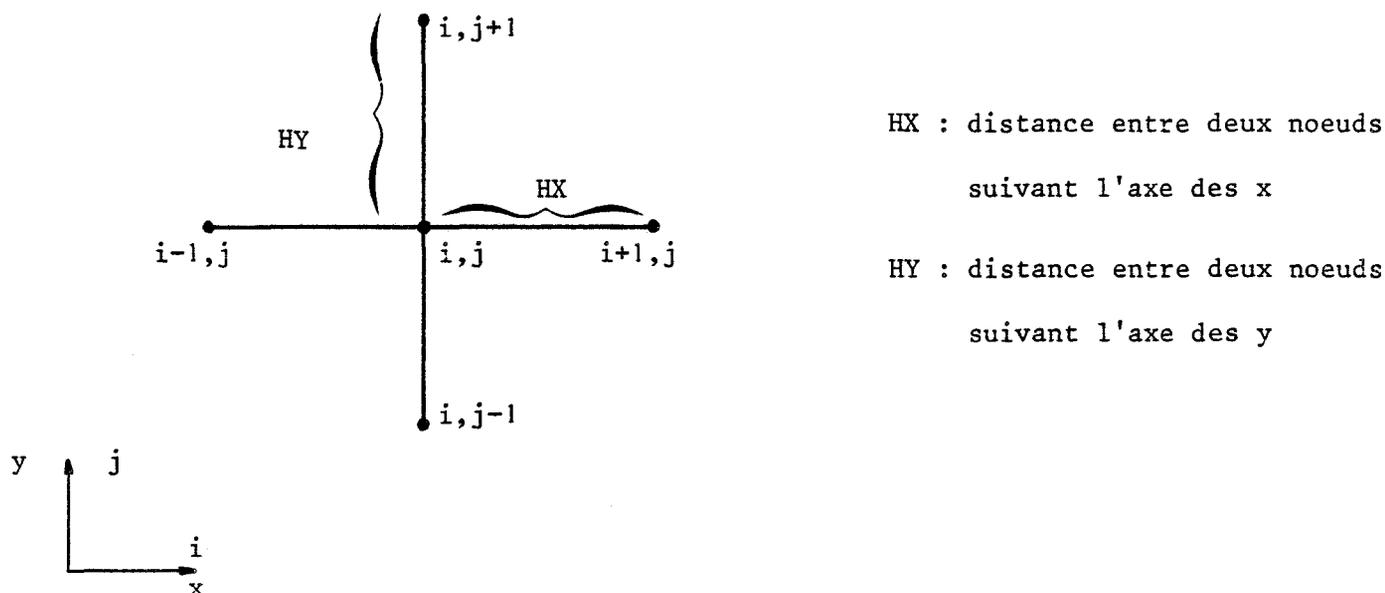


Figure 19

Si nous calculons l'expression (1.2) pour les quatre voisins du point ( i, j ), nous avons :

$$(1.3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Phi_{i+1,j} = \Phi_{i,j} + HX \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{1}{2} HX^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ \Phi_{i-1,j} = \Phi_{i,j} - HX \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{1}{2} HX^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ \Phi_{i,j+1} = \Phi_{i,j} + HY \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{1}{2} HY^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \\ \Phi_{i,j-1} = \Phi_{i,j} - HY \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{1}{2} HY^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \end{array} \right.$$

A partir du système d'équations (1.3), on montre facilement que :

$$(1.4) \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\Phi_{i+1,j} + \Phi_{i-1,j} - 2\Phi_{i,j}}{HX^2} + \frac{\Phi_{i,j+1} + \Phi_{i,j-1} - 2\Phi_{i,j}}{HY^2}$$



L'équation (1.4) est l'équation aux différences finies de l'équation de Poisson à deux dimensions.

En posant  $\alpha = \left(\frac{HX}{HY}\right)^2$ , l'équation aux différences finies devient :

$$(1.5) \quad \Phi_{i+1,j} + \Phi_{i-1,j} + \alpha (\Phi_{i,j+1} + \Phi_{i,j-1}) - 2(1+\alpha) \Phi_{i,j} = -\frac{HX^2}{\epsilon} e_{i,j}$$

et, nous posons pour une facilité d'écriture que :

$$\Delta \Phi_{i,j} = \Phi_{i+1,j} + \Phi_{i-1,j} + \alpha (\Phi_{i,j+1} + \Phi_{i,j-1}) - 2(1+\alpha) \Phi_{i,j}$$

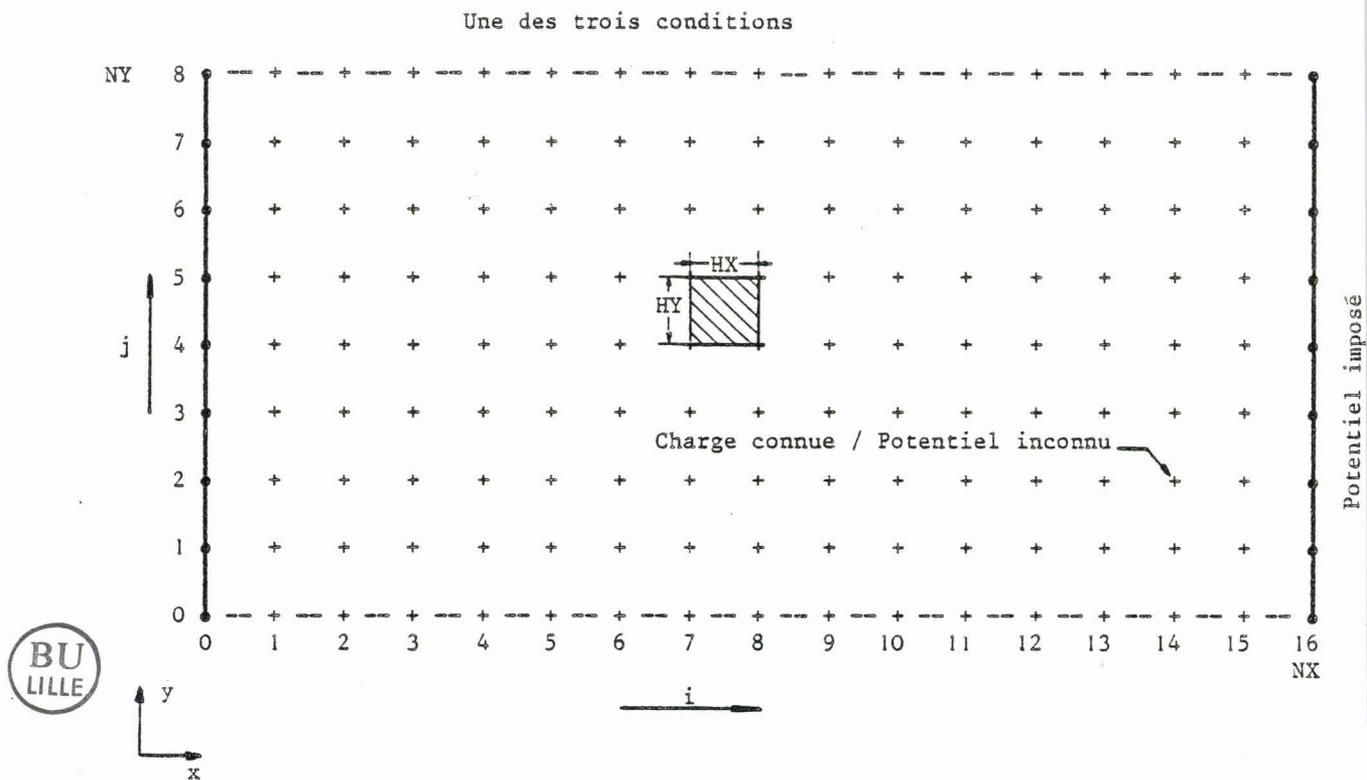


Figure 20 : Maillage 16 x 8, avec des conditions de DIRICHLET suivant l'axe des x.  
 Sur l'axe Y, nous imposons une des trois conditions.

2) Obtention du système matriciel [45]

Connaissant la distribution de charge  $\rho$ , on doit calculer le potentiel  $\phi$  en tous points du maillage. Pour cela, nous allons transformer l'équation aux différences finies en un système matriciel.

Nous présentons le calcul pour les conditions de DIRICHLET tandis que nous donnons simplement le résultat pour les conditions de NEUMANN et périodiques.

2.1) Conditions de DIRICHLET

Nous imposons des conditions de DIRICHLET suivant l'axe x.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \phi_{i,j} = HX^2 f_{i,j} \quad 0 < i < NX, \forall j \quad (f_{i,j} = -\frac{\rho_{i,j}}{\epsilon}) \\ \phi_{i,j} \text{ donné en } i=0 \text{ et } i=NX, \forall j \quad (\text{figure 20}) \end{array} \right.$$

Si nous écrivons les équations aux différences finies pour i variable de 1 à NX - 1 et à j fixé, nous obtenons un système qui peut s'écrire sous forme matricielle.

$$\left\{ \begin{array}{l} HX^2 f_{1,j} = \alpha \phi_{1,j-1} + \phi_{0,j} - 2(1+\alpha) \phi_{1,j} + \phi_{2,j} + \alpha \phi_{1,j+1} \\ HX^2 f_{2,j} = \alpha \phi_{2,j-1} + \phi_{1,j} - 2(1+\alpha) \phi_{2,j} + \phi_{3,j} + \alpha \phi_{2,j+1} \\ HX^2 f_{3,j} = \alpha \phi_{3,j-1} + \phi_{2,j} - 2(1+\alpha) \phi_{3,j} + \phi_{4,j} + \alpha \phi_{3,j+1} \\ \vdots \\ HX^2 f_{NX-2,j} = \alpha \phi_{NX-2,j-1} + \phi_{NX-3,j} - 2(1+\alpha) \phi_{NX-2,j} + \phi_{NX-1,j} + \alpha \phi_{NX-2,j+1} \\ HX^2 f_{NX-1,j} = \alpha \phi_{NX-1,j-1} + \phi_{NX-2,j} - 2(1+\alpha) \phi_{NX-1,j} + \phi_{NX,j} + \alpha \phi_{NX-1,j+1} \end{array} \right.$$

En posant :

$$HX^2 \varphi_j = \begin{bmatrix} HX^2 \varphi_{1,j} - \phi_{0,j} \\ HX^2 \varphi_{2,j} \\ \vdots \\ HX^2 \varphi_{N_x-2,j} \\ HX^2 \varphi_{N_x-1,j} \end{bmatrix}_{N_x-1} \quad \phi_j = \begin{bmatrix} \phi_{1,j} \\ \phi_{2,j} \\ \vdots \\ \phi_{N_x-2,j} \\ \phi_{N_x-1,j} \end{bmatrix}_{N_x-1}$$

et

$$B_{N_x-1, N_x-1} = \begin{bmatrix} -2(1+\alpha) & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2(1+\alpha) & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2(1+\alpha) & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & -2(1+\alpha) & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2(1+\alpha) & 0 \end{bmatrix}$$



l'équation matricielle que nous aurons à résoudre se met alors sous la forme :

$$HX^2 \varphi_j = \alpha \phi_{j-1} + B \phi_j + \alpha \phi_{j+1} \quad \forall j$$

2.2) Conditions de NEUMANN

Nous imposons des conditions de NEUMANN suivant l'axe x.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \phi_{i,j} = HX^2 f_{i,j} \quad 0 \leq i \leq NX, \forall j \\ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{i,j} = 0 \quad i=0 \text{ et } i=NX, \forall j \end{array} \right.$$

On montre, en utilisant le développement en série de TAYLOR que :

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{i,j} = \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j}}{2HX}$$

Ainsi pour avoir une dérivée nulle, il suffit que :

$$\phi_{i-1,j} = \phi_{i+1,j}$$



En résumé, les conditions de NEUMANN suivant l'axe x sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \phi_{i,j} = HX^2 f_{i,j} \quad 0 \leq i \leq NX, \forall j \\ \phi_{1,j} = \phi_{-1,j} \text{ et } \phi_{NX-1,j} = \phi_{NX+1,j}, \forall j \end{array} \right.$$

En effectuant le même raisonnement que précédemment, on obtient :

$$HX^2 f_j = \alpha \phi_{j-1} + B \phi_j + \alpha \phi_{j+1} \quad \forall j$$

avec

$$HX^2 f_j = \begin{bmatrix} HX^2 f_{0,j} \\ \vdots \\ HX^2 f_{NX,j} \end{bmatrix}_{NX+1} \quad \phi_j = \begin{bmatrix} \phi_{0,j} \\ \vdots \\ \phi_{NX,j} \end{bmatrix}_{NX+1}$$

et

$$B_{Nx+0, Nx+1} = \begin{bmatrix} -2(1+\alpha) & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & -2(1+\alpha) & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2(1+\alpha) & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & -2(1+\alpha) \end{bmatrix}$$

2.3) Conditions périodiques

Nous imposons des conditions périodiques suivant l'axe x

$$\begin{cases} \Delta \phi_{i,j} = HX^2 \phi_{i,j} & 0 \leq i \leq Nx-1 \quad \forall j \\ \phi_{-i,j} = \phi_{Nx-i,j} & \forall j \end{cases}$$

En procédant comme précédemment, on obtient :

  $HX^2 \phi_j = \alpha \phi_{j-1} + B \phi_j + \alpha \phi_{j+1} \quad \forall j$

avec

$$HX^2 \phi_j = \begin{bmatrix} HX^2 \phi_{0,j} \\ \vdots \\ HX^2 \phi_{Nx-1,j} \end{bmatrix}_{Nx} \quad \phi_j = \begin{bmatrix} \phi_{0,j} \\ \vdots \\ \phi_{Nx-1,j} \end{bmatrix}_{Nx}$$

et

$$B_{N \times N} = \begin{bmatrix} -2(1+\alpha) & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & -2(1+\alpha) & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2(1+\alpha) & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -2(1+\alpha) \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3) Décomposition en série de Fourier de la solution de l'équation de Poisson pour les trois types de conditions [46,47]

3.1) Conditions de DIRICHLET

Ces conditions de DIRICHLET sont imposées suivant l'axe x.

Nous avons vu précédemment que l'équation aux différences finies était l'équation de base du système matriciel. Nous allons chercher les vecteurs propres de la forme  $V_{i,j} = h(i) g(j)$ , s'il en existe. V étant vecteur propre, si  $\lambda$  est la valeur propre associée, on doit avoir :

$$\begin{aligned} h(i+2) g(j) + h(i-2) g(j) + \alpha h(i) g(j-2) + \alpha h(i) g(j+2) - 2(1+\alpha) h(i) g(j) \\ = \lambda h(i) g(j) \end{aligned}$$

d'où en divisant par  $h(i) g(j)$  et en séparant les termes en  $i$  et en  $j$ , on a

$$\frac{h(i+1) + h(i-1)}{h(i)} - \left(1 + \alpha + \frac{d}{2}\right) = -\alpha \frac{g(j-1) + g(j+1)}{g(j)} + \left(1 + \alpha + \frac{d}{2}\right)$$

Cette égalité étant valable quelle que soit  $i$  et  $j$ , ces deux quantités sont égales à une constante  $K$ .

$h$  doit donc satisfaire à une équation de la forme

$$h(i+1) + h(i-1) - \left(1 + \alpha + \frac{d}{2} + K\right) h(i) = 0$$

et de même pour  $g$

$$g(j+1) + g(j-1) - \left(1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{d}{2\alpha} - \frac{K}{2\alpha}\right) g(j) = 0$$

Ces équations sont des équations aux différences d'ordre 2.

En conséquence,  $h(i)$  est de la forme  $a \gamma^i + b \beta^i$  où  $\gamma$  et  $\beta$  sont les deux solutions de l'équation caractéristique :



$$r^2 - \left(1 + \alpha + \frac{d}{2} + K\right) r + 1 = 0$$

le produit des racines  $\gamma\beta$  est égal à 1, donc :

$$\beta = \frac{1}{\gamma}$$

ce qui nous permet d'exprimer  $h(i)$  sous la forme

$$h(i) = a \gamma^i + b \gamma^{-i}$$

Comme nous imposons des conditions de DIRICHLET suivant l'axe x, il faut que  $h(0) = h(NX) = 0$  pour que V soit vecteur propre, nous en déduisons que :

$$a = -b$$

et

$$\gamma^{2NX} = 1$$

Comme  $1 \leq i \leq NX - 1$ , nous avons donc  $(NX-1)$  valeurs possibles pour  $\gamma$

$$\gamma^{2NX} = e^{I2\pi p} \quad I^2 = -1$$

Ce qui donne

$$\begin{cases} \alpha_p = e^{\frac{I\pi p}{NX}} \\ \beta_p = e^{-\frac{I\pi p}{NX}} \end{cases} \quad \text{avec } 1 \leq p \leq NX-1$$

Nous obtenons donc, en prenant l'expression la plus simple

$$h_p(i) = \text{Sin}\left(\frac{\pi}{NX} p i\right) \quad 1 \leq p \leq NX-1$$

La détermination de la fonction  $g(j)$  dépend des conditions imposées au sommet et à la base du rectangle, c'est à dire suivant l'axe y

\* Dans le cas de condition de DIRICHLET la résolution est identique et l'on obtient :

$$g_q(j) = \text{Sin}\left(\frac{\pi}{NY} q j\right) \quad 1 \leq q \leq NY-1$$

\* Pour des conditions de NEUMANN, en effectuant une résolution analogue, on trouve :

$$g_q(j) = \cos\left(\frac{\pi}{NY} qj\right) \quad 0 \leq q \leq NY$$

\* Si ce sont des conditions périodiques, on effectue une résolution identique et l'on trouve :

$$g_q(j) = \cos\left(\frac{2\pi}{NY} qj\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{NY} qj\right)$$

$$0 \leq q \leq NY-1$$

Donc, pour tout couple ( p, q ), nous avons un vecteur propre qui s'écrit sous la forme :

$$V_{i,j}^{p,q} = \sin\left(\frac{\pi}{NX} pi\right) g_q(j)$$

Nous pouvons ainsi décomposer le vecteur  $\phi_{i,j}$  sur la nouvelle base que forment les vecteurs propres. Nous obtenons

$$\phi_{i,j} = \sum_{p=1}^{NX-1} \sum_q C_{p,q} g_q(j) \sin\left(\frac{\pi}{NX} pi\right)$$

Comme nous nous intéressons à une décomposition en série de Fourier suivant l'axe x, nous pouvons sommer sur l'indice q et en posant :

$$\phi_j^p = \sum_q C_{p,q} g_q(j)$$

Nous avons donc :

$$\phi_{i,j} = \sum_{p=1}^{NX-1} \phi_j^p \sin\left(\frac{\pi}{NX} pi\right)$$

Nous voyons que la fonction  $\phi_{i,j}$  est impaire, périodique de période  $2NX$  suivant l'axe des  $x$ .

### 3.2) Conditions de NEUMANN

Les conditions de NEUMANN sont appliquées suivant l'axe  $x$ .

Avec la même démarche que précédemment, on montre que la fonction  $\phi_{i,j}$  peut se décomposer en une série de Fourier, et l'on a

$$\phi_{i,j} = \sum_{p=0}^{NX} \phi_j^p \cos\left(\frac{\pi}{NX} p i\right)$$

Nous constatons que la fonction  $\phi_{i,j}$  est paire, périodique de période  $2NX$  suivant l'axe  $x$ .

### 3.3) Conditions périodiques

Avec des conditions périodiques sur l'axe des  $x$ , on montre que la fonction  $\phi_{i,j}$  se met sous la forme :

$$\phi_{i,j} = \sum_{p=0}^{NX-1} \phi_{j,c}^p \cos\left(\frac{2\pi}{NX} p i\right) + \sum_{p=0}^{NX-1} \phi_{j,s}^p \sin\left(\frac{2\pi}{NX} p i\right)$$

Les quantités  $\phi_{j,c}$  et  $\phi_{j,s}$  correspondent respectivement aux termes en cosinus et sinus.

La fonction  $\phi_{i,j}$  est périodique de période  $NX$  suivant l'axe des  $x$ .

## 4) Description de l'algorithme F.A.C.R.

### 4.1) Introduction

De l'anglais " Fourier Analysis Cyclic Reduction ", l'algorithme F.A.C.R. a été décrit par de nombreux auteurs [13,40,41,48,49,50]. Le

principe de la méthode est une analyse de Fourier de l'équation des différences finies dans une direction, notamment l'axe des x, en utilisant une technique de transformée de Fourier rapide.

A partir de l'équation matricielle donnée précédemment pour toutes les lignes du maillage, nous effectuons une première réduction du nombre de lignes, obtenant ainsi un nouveau jeu d'équations réduites pour les lignes paires du maillage. Cette étape est appelée " Réduction des lignes impaires et paires " ( de l'anglais " ODD/EVEN REDUCTION " ). Après une analyse de Fourier appliquée à ces équations réduites, nous obtenons un système d'équations arithmétiques des harmoniques pour les lignes paires. On obtient la valeur de ces différentes harmoniques en utilisant la méthode " Réduction cyclique par récurrence " ( de l'anglais " Recursive Cyclic Reduction " ). Il ne reste qu'à utiliser la synthèse de Fourier pour déterminer la valeur des potentiels en chaque point des lignes paires. Pour obtenir la solution sur les lignes impaires, il suffit de résoudre l'équation obtenue lors de la " Réduction des lignes impaires et paires " par la méthode " Réduction cyclique par récurrence ".

#### 4.2) Réduction des lignes impaires et paires

L'équation aux différences finies qui doit être résolue à l'intérieur de la région est :

$$(1) \quad \Phi_{i+2,j} + \Phi_{i-2,j} + \alpha \Phi_{i,j-2} + \alpha \Phi_{i,j+2} - 2(1+\alpha) \Phi_{i,j} = q_{i,j}$$

avec

$$q_{i,j} = - \frac{HX^2}{\epsilon} \rho_{i,j} * \text{POTFAC}$$

POTFAC est un coefficient qui est introduit pour permettre de définir une analyse et une synthèse de Fourier identiques. Sa signification sera donnée dans le paragraphe concernant l'analyse de Fourier.

Nous avons vu que l'ensemble de ces équations peut être mis sous la forme matricielle :

$$\alpha \phi_{j-1} + B \phi_j + \alpha \phi_{j+1} = q_j$$

En divisant par  $\alpha$ , on a :

$$\phi_{j-1} + \alpha^{-1} B \phi_j + \phi_{j+1} = q_j / \alpha$$

En posant  $A = \alpha^{-1} B = [ \alpha^{-1}, -2(1+\alpha^{-1}), \alpha^{-1} ]$ , A est une matrice tridiagonale, on obtient :

$$(2) \quad \phi_{j-1} + A \phi_j + \phi_{j+1} = q_j / \alpha$$

En écrivant cette équation pour trois lignes consécutives,

$$j \text{ pair} \left\{ \begin{array}{l} \phi_{j-2} + A \phi_{j-1} + \phi_j = q_{j-2} / \alpha \\ \phi_{j-1} + A \phi_j + \phi_{j+1} = q_j / \alpha \\ \phi_j + A \phi_{j+1} + \phi_{j+2} = q_{j+2} / \alpha \end{array} \right.$$

et en multipliant la ligne du milieu par  $-A$  et l'additionnant aux autres, on a :

$$(3) \quad \phi_{j-2} + (2I - A^2) \phi_j + \phi_{j+2} = q_j^* \quad \left. \vphantom{(3)} \right\} j \text{ pair}$$

$$(4) \quad \text{avec} \quad q_j^* = (q_{j-2} - A q_j + q_{j+2}) / \alpha$$

L'équation (3) est le nouveau système d'équations qui relie les inconnues sur les lignes paires seulement. La procédure " Réduction des lignes impaires et paires " consiste alors à calculer la quantité  $q_j$  pour tous les points des lignes paires en utilisant l'équation (4).

#### 4.3) Analyse et Synthèse de Fourier

La résolution de l'équation matricielle (3) est effectuée par une transformée de Fourier. La formulation utilisée ici est celle de COOLEY [51] et, nous allons la présenter en distinguant les trois types de conditions homogènes.

##### 4.3.1) Conditions de DIRICHLET

Dans ce cas, la fonction potentiel est une fonction impaire et périodique de période  $2NX$ . Donc, on peut écrire sa décomposition en série de Fourier.

$$\phi_{i,j} = \sum_{k=0}^{2NX-1} \varphi_j^k \sin\left(\frac{\pi k}{NX} i\right)$$

Comme la fonction est impaire, on a alors les relations suivantes :

$$\varphi_j^k = -\varphi_j^{-k} \quad \text{et} \quad \varphi_j^k = \varphi_j^{2NX+k}$$

Si nous séparons la sommation en deux, on peut trouver une nouvelle forme d'écriture pour  $\phi_{i,j}$

$$\phi_{i,j} = \sum_{k=0}^{NX-1} \varphi_j^k \sin\left(\frac{\pi k}{NX} i\right) + \underbrace{\varphi_j^{NX} \sin(\pi i)}_{=0} + \sum_{k=NX+1}^{2NX-1} \varphi_j^k \sin\left(\frac{\pi k}{NX} i\right)$$

En posant  $p = 2NX - k$ , on montre que :

$$\begin{aligned} \sum_{k=NX+1}^{2NX-1} \varphi_j^k \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi k}{NX} i\right) &= \sum_{p=1}^{NX-1} \varphi_j^{2NX-p} \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi i}{NX} (2NX-p)\right) \\ &= - \sum_{p=1}^{NX-1} \varphi_j^{2NX-p} \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi p}{NX} i\right) \end{aligned}$$

l'indice  $p$  étant un indice " muet ", on a :

$$\phi_{i,j} = \sum_{k=1}^{NX-1} \varphi_j^k - \varphi_j^{2NX-k} \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi k}{NX} i\right)$$

or

$$\varphi_j^{2NX-k} = \varphi_j^{-k} = -\varphi_j^k$$

on obtient donc,

$$\phi_{i,j} = \sum_{k=1}^{NX-1} 2 \varphi_j^k \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi k}{NX} i\right)$$



La quantité  $2 \phi_j^k$  est ce que nous avons appelé  $\phi_j^k$  ( voir § II.3), alors

$$\phi_{i,j} = \sum_{k=1}^{NX-1} \phi_j^k \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi k}{NX} i\right)$$

Pour calculer  $\phi_j^k$ , nous savons que,

$$\phi_j^k = 2 \varphi_j^k = 2 \left( \frac{1}{2NX} \sum_{i=1}^{2NX-1} \phi_{i,j} \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi k}{NX} i\right) \right)$$

On montre facilement que,

$$\sum_{i=1}^{2NX-1} \phi_{i,j} \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi k}{NX} i\right) = 2 \sum_{i=1}^{NX-1} \phi_{i,j} \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi k}{NX} i\right)$$

et l'on obtient ainsi

$$\phi_j^k = \frac{2}{NX} \sum_{i=1}^{NX-1} \phi_{i,j} \sin\left(\frac{\pi k}{NX} i\right)$$

En résumé, la transformée de Fourier se caractérise par :

- une analyse de Fourier de la forme suivante,

$$\phi_{i,j} = \sum_{k=1}^{NX-1} \phi_j^k \sin\left(\frac{\pi k}{NX} i\right)$$

avec  $1 \leq i \leq NX-1$

- une synthèse de Fourier qui a pour expression,

$$\phi_j^k = \frac{2}{NX} \sum_{i=1}^{NX-1} \phi_{i,j} \sin\left(\frac{\pi k}{NX} i\right)$$

avec  $1 \leq k \leq NX-1$

Si nous voulons définir une analyse et une synthèse de Fourier par la même équation mathématique ( cela nous permet d'utiliser un même programme informatique pour effectuer l'une ou l'autre ), il suffit d'introduire le coefficient  $2/NX$  dans la valeur  $\phi_{i,j}$ . C'est le coefficient POTFAC que nous avons introduit dans la valeur  $q_{i,j}$  ( voir § 4.2 ).

Donc, la synthèse de Fourier aura la même formulation que l'analyse.

$$\phi_j^k = \sum_{i=1}^{NX-1} \phi_{i,j} \sin\left(\frac{\pi k}{NX} i\right)$$

avec  $1 \leq k \leq NX-1$

et POTFAC =  $2/NX$

4.3.2) Conditions de NEUMANN

Cette fois, la fonction potentiel est paire, périodique de période  $2NX$ . Par un raisonnement analogue à celui qui a été présenté ci-dessus et, en utilisant les propriétés des transformées de Fourier ainsi que la parité de la fonction potentiel, on montre que :

- L'analyse de Fourier se caractérise par :

$$\phi_{i,j} = \sum_{k=0}^{NX} \left( E(k, NX) \right)^2 \phi_j^k \cos\left(\frac{\pi k}{NX} i\right)$$

avec  $0 \leq i \leq NX$

$$\begin{aligned} \text{et } E(i, j) &= \frac{1}{\sqrt{2}} && \text{si } i = 0 \text{ ou } i = j \\ &= 1 && \text{Pour les autres cas} \end{aligned}$$

- La synthèse de Fourier est donnée par :

$$\phi_j^k = \sum_{i=0}^{NX} \left( E(i, NX) \right)^2 \phi_{i,j} \cos\left(\frac{\pi k}{NX} i\right)$$

avec  $0 \leq k \leq NX$

$$\begin{aligned} \text{et } E(i, j) &= \frac{1}{\sqrt{2}} && \text{si } i = 0 \text{ ou } i = j \\ &= 1 && \text{Pour les autres cas} \end{aligned}$$

Le coefficient POTFAC vaut  $2/NX$

4.3.3) Conditions Périodiques

La fonction est périodique de période  $NX$ . Toujours avec le même raisonnement et l'utilisation des propriétés des transformées de Fourier, on montre que :

- L'analyse de Fourier se réduit à :

$$\phi_{i,j} = 2 \sum_{k=0}^{\frac{NX}{2}} E(k, \frac{NX}{2}) \phi_{j,c}^k \cos\left(\frac{2\pi}{NX} k i\right) + 2 \sum_{k=\frac{NX}{2}+1}^{NX-1} \phi_{j,s}^k \sin\left(\frac{2\pi}{NX} (k - \frac{NX}{2}) i\right)$$

avec  $0 \leq i \leq NX-1$

$$\begin{aligned} \text{et } E(i, j) &= \frac{1}{\sqrt{2}} && \text{si } i = 0 \text{ ou } i = j \\ &= 1 && \text{Pour les autres cas} \end{aligned}$$

- La synthèse de Fourier, cette fois-ci, a deux expressions et elle n'a pas de formulation identique à l'analyse.

$$* \phi_{j,c}^k = 2 \sum_{i=0}^{NX-1} E(k, \frac{NX}{2}) \phi_{i,j} \cos\left(\frac{2\pi}{NX} k i\right)$$

avec  $0 \leq k \leq \frac{NX}{2}$

$$* \phi_{j,s}^k = 2 \sum_{i=0}^{NX-1} \phi_{i,j} \sin\left(\frac{2\pi}{NX} i (k - \frac{NX}{2})\right)$$

avec  $\frac{NX}{2} + 1 \leq k \leq NX-1$

le coefficient POTFAC vaut  $1/2 NX$

Pour effectuer ces sommations avec un temps d'exécution court, il faut utiliser une transformée de Fourier rapide. Celle qui est utilisée repose sur la méthode présentée par RUNGE [52], qui a été systématisé par HOCKNEY [40,41]

#### 4.3.4) Principe de la transformée de Fourier rapide [40,53,54]

Nous allons établir dans ce paragraphe, les relations qui définissant la transformée de Fourier rapide dans le cas de conditions de

DIRICHLET. Ces relations sont valables pour les autres conditions homogènes, mais les indices seront différents. La seule restriction introduite par cette F.F.T. est que  $N$  soit une puissance de 2.

Nous avons à calculer la quantité

$$y(k) = \sum_{i=1}^{N-1} z_i \sin\left(\frac{\pi k i}{N}\right)$$

pour  $1 \leq k \leq N-1$

et  $N = 2^T$

Pour cela, nous allons effectuer une première réduction de cette somme, que nous appelons " pliage ", en s'intéressant aux harmoniques multiples de 2, on a

$$y(k) = \sum_{i=1}^{\frac{N}{2}-1} z_i \sin\left(\frac{\pi k i}{N}\right) + z_{\frac{N}{2}} \sin\left(\frac{\pi k}{2}\right) + \sum_{i=\frac{N}{2}+1}^{N-1} z_i \sin\left(\frac{\pi k i}{N}\right)$$

Comme  $k$  est multiple de 2 et que

$$\sum_{i=\frac{N}{2}+1}^{N-1} z_i \sin\left(\frac{\pi k i}{N}\right) = - \sum_{i=1}^{\frac{N}{2}-1} z_{N-i} \sin\left(\frac{\pi k i}{N}\right)$$

On obtient alors

$$y(k) = \sum_{i=1}^{\frac{N}{2}-1} z_i^{(1)} \sin\left(\frac{\pi k i}{N}\right)$$

avec  $z_i^{(1)} = z_i - z_{N-i}$

En répétant cette opération, c'est à dire en effectuant des pliages successifs et en ne s'intéressant qu'aux harmoniques multiples de  $2^t$ , on montre qu'au  $t^{\text{ième}}$  pliage, on a



$$y(k) = \sum_{i=1}^{\frac{m}{2}-1} z_i^{(t)} \sin\left(\frac{\pi k}{N} i\right)$$

pour  $k = 2^t j$  où  $j = 1, 2, 3, \dots, \frac{m}{2} - 1$

avec 
$$z_i^{(t)} = z_i^{(t-1)} - z_{m-i}^{(t-1)}$$

où  $m = \frac{N}{2^{t-1}}$  et  $t = 1, 2, 3, \dots, T-1$

les valeurs initiales  $z_i^{(0)}$  sont égales à  $z_i$

Le dernier niveau est atteint pour  $t = T - 1$  et, on obtient ainsi l'harmonique  $k = N/2$

$$y\left(\frac{N}{2}\right) = z_1^{(T-1)}$$

La figure 21 présente les différentes étapes du pliage que l'on effectue pour calculer les différentes harmoniques, dans le cas particulier de conditions de DIRICHLET avec  $N = 16$

Maintenant, nous allons remonter ce pliage. Supposons que l'on ait déterminé toutes les harmoniques  $k$  multiples de  $2^{t_1}$  pour  $t_1 = T-1, T-2, \dots, t$  et, que l'on veuille connaître au  $(t-1)^{\text{ième}}$  pliage les harmoniques  $k = 2^{t-1} j$  avec  $j = 1, 2, 3, \dots, m-1$ . Il faut déjà remarquer que seuls les termes correspondant aux valeurs impaires de  $j$  doivent être déterminés puisque si  $j$  est pair,  $k$  sera multiple de  $2^t$ , or ces harmoniques sont connues. On montre alors que

$$y(k) = \sum_{i=1}^{\frac{m}{2}} z_{m-i}^{(t)} \sin\left(\frac{\pi k}{N} i\right)$$

Harmonique	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
$k^{\text{ième}}$																$y(3), y(13), y(5), y(15)$ $y(1), y(15), y(7), y(9)$
1 <sup>ier</sup> pliage $t=1$ $k=2^1 j$		↓ 2		↓ 4		↓ 6		↓ 8		↓ 10		↓ 12		↓ 14		$y(6), y(10)$ $y(2), y(14)$
2 <sup>ième</sup> pliage $t=2$ $k=2^2 j$		1		2		3		4		5		6		7		$y(4), y(12)$
3 <sup>ième</sup> pliage $t=3$ $k=2^3 j$				1				2				3				$y(8)$
$j$								1								


  
 Pliage

Calcul des quantités  $z_1^t(t)$


  
 Calcul des quantités  $z_2^H(t)$

Remontée du pliage

Remontée du pliage et détermination à chaque niveau des différentes harmoniques

Au dernier niveau du pliage  $t=3$ , on détermine ainsi  $y(8)$ . En remontant le pliage, on trouve les harmoniques dans l'ordre suivant qui figure dans le tableau.

Figure 21 : Présentation du pliage et des harmoniques étudiées en fonction du niveau de pliage



t pour des conditions de DIRICHLET et  $N = 16$

avec  $k = 2^{t-1}j$  où  $j$  est impaire, variant de 1 à  $m - 1$

$$\text{et } z_{m-i}^{(t)} = z_i^{(t)} + z_{m-i}^{(t)}$$

$$\text{où } m = \frac{N}{2^{t-1}}$$

Il faut donc déterminer  $y(k)$  à partir de cette formule. Nous allons poser :

$$m = 2h \quad \text{avec } h = 2^L$$

On montre alors que

$$y(k) = \sum_{i=1}^h z_{2h-i}^{(t)} \sin\left(\frac{\pi i}{2h} j\right)$$



avec  $k = 2^{t-1}j$ ,  $j$  impaire.

En changeant les notations :

$$Y(j) = y(k)$$

$$Z_{i,s} = z_{2h-i}^{(t)}$$

On a alors

$$Y(j) = \sum_{i=1}^h Z_{i,s} \sin\left(\frac{\pi i}{2h} j\right)$$

avec  $1 \leq j(\text{impair}) \leq 2h-1$

On voit que toutes les harmoniques  $Y(j)$  sont définies par les mêmes amplitudes  $Z_i$ .

Pour calculer les quantités  $Y(j)$ , on effectue une nouvelle réduction de cette somme en calculant les nouvelles valeurs des harmoniques  $Z_i$  à chaque réduction (ici, des termes en cosinus vont apparaître). A la première réduction, les quantités  $Z_i^{(1)}$  sont différentes pour  $j = 1$  et  $3$  mais, elles caractérisent toutes les autres harmoniques  $Y(j)$ . Pour différencier les quantités  $Z_i^{(1)}$ , nous les notons  $Z_i^{(1)}(1)$ ,  $Z_i^{(1)}(3)$  respectivement pour  $j = 1$  et  $3$ . A la seconde réduction, nous devons calculer quatre quantités différentes  $Z_i^{(2)}(1)$ ,  $Z_i^{(2)}(3)$ ,  $Z_i^{(2)}(5)$ ,  $Z_i^{(2)}(7)$  qui permettent de définir toutes les harmoniques  $Y(j)$ . Les relations de récurrence sont :

$$Z_{i,s}^{(t+1)}(j) = Z_{i,s}^{(t)}(j) + \underbrace{\left( \cos(\theta) Z_{i+\frac{h}{2m},s}^{(t)}(j) + \sin(\theta) Z_{i+\frac{h}{2m},c}^{(t)}(j) \right)}_{= A}$$

$$Z_{i+\frac{h}{2m},s}^{(t+1)}(4m-j) = -Z_{i,s}^{(t)}(j) + A$$

$$Z_{i,c}^{(t+1)}(j) = Z_{i,c}^{(t)}(j) + \underbrace{\left( \cos(\theta) Z_{i+\frac{h}{2m},c}^{(t)}(j) - \sin(\theta) Z_{i+\frac{h}{2m},s}^{(t)}(j) \right)}_{= B}$$

$$Z_{i+\frac{h}{2m},c}^{(t+1)}(4m-j) = Z_{i,c}^{(t)}(j) - B$$

pour  $t = 0, 1, 2, \dots, L-1$  où  $m = 2^t$  et  $\theta = \frac{\pi j}{4m}$

avec  $Z_{i,s}^{(0)} = Z_{i,s}$  (nul pour les conditions de NEUMANN)

$Z_{i,c}^{(0)} = Z_{i,c}$  (nul pour les conditions de DIRICHLET)

Ces relations sont appliquées pour  $i = 1, 2, \dots, \frac{h}{2m}$

et  $j$  impair, compris entre 1 et  $2m-1$

On obtient donc

$$Y(j) = \sum_{i=1}^{\frac{h}{2m}-1} Z_{i,s}^{(t)}(j) \sin\left(\frac{\pi}{2h} j i\right) + \sum_{i=1}^{\frac{h}{2m}-1} Z_{i,c}^{(t)}(j) \cos\left(\frac{\pi}{2h} j i\right) + Z_{h,c}^{(t)}(j)$$

$$Y(j') = \sum_{i=1}^{\frac{h}{2m}-1} -Z_{i,s}^{(t)}(j) \sin\left(\frac{\pi}{2h} j i\right) + \sum_{i=1}^{\frac{h}{2m}-1} Z_{i,c}^{(t)}(j) \cos\left(\frac{\pi}{2h} j i\right) + Z_{h,c}^{(t)}(j)$$

$$j' = 8m - j$$

$$1 \leq j(\text{impair}) \leq 4m-1$$

Finalement, on a :

$$Y(j) = Z_{1,s}^{(L-1)}(j) \sin\left(\frac{\pi}{2h} j\right) + Z_{1,c}^{(L-1)}(j) \cos\left(\frac{\pi}{2h} j\right) + Z_{h,c}^{(L-1)}(j)$$

$$Y(2h-j) = -Z_{1,s}^{(L-1)}(j) \sin\left(\frac{\pi}{2h} j\right) - Z_{1,c}^{(L-1)}(j) \cos\left(\frac{\pi}{2h} j\right) + Z_{h,c}^{(L-1)}(j)$$



$$1 \leq j(\text{impair}) \leq h-1$$

#### 4.4) Système d'équations des harmoniques

Les valeurs propres de la matrice tridiagonale  $[1, 0, 1]$  sont  $2 \cos(\theta_k)$  puisque :

$$[1, 0, 1] \begin{cases} \sin(\theta_k i) \\ \cos(\theta_k i) \end{cases} = 2 \cos(\theta_k) \begin{cases} \sin(\theta_k i) \\ \cos(\theta_k i) \end{cases}$$

Ainsi les valeurs propres de la matrice

$$A = \left[ \alpha^{-1}, -2(1 + \alpha^{-1}), \alpha^{-1} \right]$$

sont

$$\mu_k = 2 \alpha^{-1} \cos(\theta_k) - 2(1 + \alpha^{-1})$$

et, nous en déduisons les valeurs propres de la matrice  $(2I - A^2)$  :

$$\lambda_k = 2 - \mu_k^2$$

En utilisant ce résultat, nous allons écrire la transformée de Fourier de l'équation matricielle (3) sous la forme

$$(5) \quad \phi_{j-2}^k + \lambda_k \phi_j^k + \phi_{j+2}^k = q_j^{*k}$$

avec

$$\lambda_k = 2 - (2 \alpha^{-1} \cos(\theta_k) - 2(1 + \alpha^{-1}))^2$$

Suivant les conditions aux limites imposées sur le contour, le paramètre  $\theta_k$  prendra les valeurs suivantes :

$$\theta_k = \frac{\pi k}{NX} \quad \text{avec } 1 < k < NX - 1, \text{ pour des conditions de DIRICHLET}$$

$$\theta_k = \frac{\pi k}{NX} \quad \text{avec } 0 < k < NX, \text{ pour des conditions de NEUMANN}$$

$$\theta_k = \frac{2\pi k}{NX} \quad \text{avec } 0 < k < NX - 1, \text{ pour des conditions Périodiques}$$

Nous obtenons ainsi un nouveau système d'équations des harmoniques que nous résolvons par la méthode " Réduction Cyclique par Récurrence " et, que nous présentons maintenant.

4.5) Réduction Cyclique par Récurrence

Les équations des harmoniques (5) sont indépendantes et peuvent être résolues séparément. La solution est obtenue par réduction cyclique qui est une extension de la méthode " Réduction des lignes impaires et paire ", il suffit de remplacer la matrice A de l'équation (2) par la valeur propre  $\lambda$ .

L'équation initiale est

$$(6) \quad \phi_{j-2} + \lambda^{(n)} \phi_j + \phi_{j+2} = q_j^{(n)}$$

avec  $j = 2^1, NY-2^1, 2^1$

$$\text{avec } \begin{cases} \lambda^{(1)} = \lambda_k \\ q_j^{(1)} = q_j^{*k} \end{cases}$$

En écrivant cette équation pour trois lignes consécutives

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{j-4} + \lambda^{(n)} \phi_{j-2} + \phi_j = q_{j-2}^{(n)} \\ \phi_{j-2} + \lambda^{(n)} \phi_j + \phi_{j+2} = q_j^{(n)} \\ \phi_j + \lambda^{(n)} \phi_{j+2} + \phi_{j+4} = q_{j+2}^{(n)} \end{array} \right.$$

et en multipliant la ligne du milieu par  $-\lambda^{(1)}$  et l'additionnant aux autres, on a :

$$\phi_{j-4} + (2 - (\lambda^{(n)})^2) \phi_j + \phi_{j+4} = q_{j-2}^{(n)} - \lambda^{(n)} q_j^{(n)} + q_{j+2}^{(n)}$$

En posant :

$$\begin{cases} \lambda^{(2)} = 2 - (\lambda^{(1)})^2 \\ q_j^{(2)} = q_{j-1}^{(1)} - \lambda^{(1)} q_j^{(1)} + q_{j+2}^{(1)} \end{cases}$$

On a alors un nouveau système d'équations qui se met sous la forme

$$(7) \quad \phi_{j-2^2} + \lambda^{(2)} \phi_j + \phi_{j+2^2} = q_j^{(2)}$$

$$\text{avec } j = 2^2, NY-2^2, 2^2$$

En effectuant successivement cette réduction, on définit une relation de récurrence qui au  $t^{\text{ième}}$  niveau de la réduction de l'équation (6), prend la forme :

$$(8) \quad \phi_{j-2^t} + \lambda^{(t)} \phi_j + \phi_{j+2^t} = q_j^{(t)}$$

$$\text{pour } j = 2^t, NY - 2^t, 2^t$$



$$\text{avec } \begin{cases} \lambda^{(t)} = 2 - (\lambda^{(t-1)})^2 \\ q_j^{(t)} = q_{j-2^{(t-1)}}^{(t-1)} - \lambda^{(t-1)} q_j^{(t-1)} + q_{j+2^{(t-1)}}^{(t-1)} \end{cases}$$

et comme valeurs initiales

$$\begin{cases} \lambda^{(1)} = \lambda_k \\ q_j^{(1)} = q_j^k \end{cases}$$

Le nombre de réduction nécessaire dépend des conditions imposées suivant l'axe  $y$ . C'est ce que nous allons voir maintenant en présentant l'équation finale.

4.5.1) Conditions de DIRICHLET

Nous donnons le nombre d'équations qui relie les potentiels et les charges suivant le niveau t de réduction

$$- t = 1 \quad , \quad \frac{NY}{2} - 1 \text{ équations relie } \phi_2, \phi_4, \dots, \phi_{NY-2}$$

$$\text{à } q_2^* , q_4^* , \dots, q_{NY-2}^*$$

$$- t = 2 \quad , \quad \frac{NY}{4} - 1 \text{ équations relie } \phi_4, \phi_8, \dots, \phi_{NY-4}$$

$$\text{à } q_4^* , q_8^* , \dots, q_{NY-4}^*$$

$$- t = t \quad , \quad \frac{NY}{2^t} - 1 \text{ équations relie } \phi_{2^t}, \phi_{2^{t+1}}, \dots, \phi_{NY-2^t}$$

$$\text{à } q_{2^t}^* , q_{2^{t+1}}^* , \dots, q_{NY-2^t}^*$$

le dernier niveau T sera atteint quand

$$\frac{NY}{2^T} - 1 = 1$$

c'est à dire

$$T = \log_2 NY - 1$$

L'équation finale est alors

$$\lambda^{(T)} \phi_{\frac{NY}{2}} = q_{\frac{NY}{2}}^{(T)}$$

Nous pouvons ainsi déterminer les valeurs des potentiels sur la ligne horizontale du maillage en NY/2 par la relation

$$\phi_{\frac{NY}{2}} = \frac{q_{\frac{NY}{2}}^{(T)}}{\lambda^{(T)}}$$

4.5.2) Conditions de NEUMANN

Nous effectuons un raisonnement analogue pour déterminer le dernier niveau de réduction.

$$-t = 1 \quad , \quad \frac{NY}{2} + 1 \text{ équations reliant } \phi_0, \phi_2, \dots, \phi_{NY}$$

$$\quad \quad \quad \text{à } q_0^*, q_2^*, \dots, q_{NY}^*$$

$$-t = T \quad , \quad \text{il nous reste deux équations reliant}$$

$$\phi_0, \phi_{NY} \quad \text{à } q_0^{(T)}, q_{NY}^{(T)}$$

Nous avons donc :

$$T = \log_2 NY$$

Les équations finales sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{-NY} + \lambda^{(T)} \phi_0 + \phi_{NY} = q_0^{(T)} \\ \phi_0 + \lambda^{(T)} \phi_{NY} + \phi_{2NY} = q_{NY}^{(T)} \end{array} \right.$$

or  $\phi_0 = \phi_{2NY}$  et  $\phi_{-NY} = \phi_{NY}$

d'où un nouveau système

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda^{(T)} \phi_0 + 2 \phi_{NY} = q_0^{(T)} \\ 2 \phi_0 + \lambda^{(T)} \phi_{NY} = q_{NY}^{(T)} \end{array} \right.$$

La solution de ce système d'équations est

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_0 &= \frac{q_0^{(T)} + q_{NY}^{(T)}}{2(2 + \lambda^{(T)})} - \frac{q_0^{(T)} - q_{NY}^{(T)}}{2(2 - \lambda^{(T)})} \\ \phi_{NY} &= \frac{q_0^{(T)} + q_{NY}^{(T)}}{2(2 + \lambda^{(T)})} + \frac{q_0^{(T)} - q_{NY}^{(T)}}{2(2 - \lambda^{(T)})} \end{aligned} \right.$$

4.5.3) Conditions Périodiques

De la même manière, on détermine le dernier niveau de réduction

- t = 1 ,  $\frac{NY}{2}$  équations relient  $\phi_0, \phi_2, \dots, \phi_{NY-2}$

à  $q_0^*, q_2^*, \dots, q_{NY-2}^*$

- t = T , il reste une équation reliant

$\phi_0^{(T)}$  à  $q_0^{(T)}$



on a donc

$$T = \log_2 NY$$

et l'équation finale est :

$$\phi_{-NY} + \lambda^{(T)} \phi_0 + \phi_{NY} = q_0^{(T)}$$

or  $\phi_{-NY} = \phi_0 = \phi_{NY}$

on a donc comme solution

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_0 = \frac{q_0^{(\tau)}}{2 + \lambda^{(\tau)}} \\ \phi_{NY} = \phi_0 \end{array} \right.$$

Ayant trouvé les valeurs des potentiels aux frontières et sur la ligne centrale suivant les conditions imposées au sommet et à la base du rectangle, il suffit d'utiliser l'équation (8) pour déterminer les potentiels sur les lignes paires. Nous définissons alors une nouvelle récurrence qui se présente sous la forme :

$$\phi_j = (q_j^{(t)} - \phi_{j-2^t} - \phi_{j+2^t}) / \lambda^{(t)}$$

pout  $t = T-1, T-2, \dots, 1$

et  $j = 2^t, NY-2^t, 2^{t+1}$

#### 4.6) Synthèse de Fourier

Nous connaissons maintenant la valeur des amplitudes des harmoniques des potentiels sur chaque ligne paire. Il suffit donc d'utiliser la synthèse de la transformée de Fourier pour déterminer les potentiels en chaque point des lignes paires.

#### 4.7) Solution des lignes impaires

La détermination des potentiels sur les lignes impaires nécessite de revenir à l'équation matricielle initiale qui est :

$$\alpha \phi_{j-1} + B \phi_j + \alpha \phi_{j+1} = q_j$$

avec la matrice tridiagonale  $B = [1, -2(1+\alpha), 1]$

$$\text{et } \alpha = \left( \frac{HX}{HY} \right)^2$$

Nous avons donc

$$B \phi_j = q_j - \alpha (\phi_{j-1} + \phi_{j+1})$$

avec  $j$  impair

En développant cette équation matricielle, on obtient

$$\phi_{i-1,j} - 2(1+\alpha)\phi_{i,j} + \phi_{i+1,j} = q_{i,j}^*$$

$$\text{avec } q_{i,j}^* = q_{i,j} - \alpha (\phi_{i,j-1} + \phi_{i,j+1})$$

En posant

$$\lambda = -2(1+\alpha)$$

et  $j$  étant fixé et impair, nous avons l'équation suivante à résoudre :

$$(9) \quad \phi_{i-1} + \lambda \phi_i + \phi_{i+1} = q_i^*$$

Il faut remarquer que la charge  $q_i^*$  introduite dans l'équation (1) représente la charge réelle multipliée par le coefficient POTFAC ( voir § 4.2 ). Il faut donc, diviser par ce même coefficient la valeur de  $q_i^*$  pour ne pas introduire d'erreur sur le résultat final.

Pour résoudre l'équation (9), il suffit de calculer initialement toutes les quantités  $q_{i,j}^*$  et d'appliquer la méthode " Reduction Cyclique par Recurrence ", que nous venons de voir, à l'équation (9) mais cette fois suivant l'indice  $i$ .

L'algorithme qui vient d'être décrit permet de calculer les potentiels en tous points du maillage avec des conditions homogènes sur chaque côté du rectangle. Or, pour la simulation de composants électroniques réels, il est nécessaire d'introduire des conditions non-homogènes correspondant à la présence de différentes électrodes portées à des potentiels donnés.

Nous allons présenter le type d'électrodes considérées et la manière d'introduire leur présence dans l'algorithme.

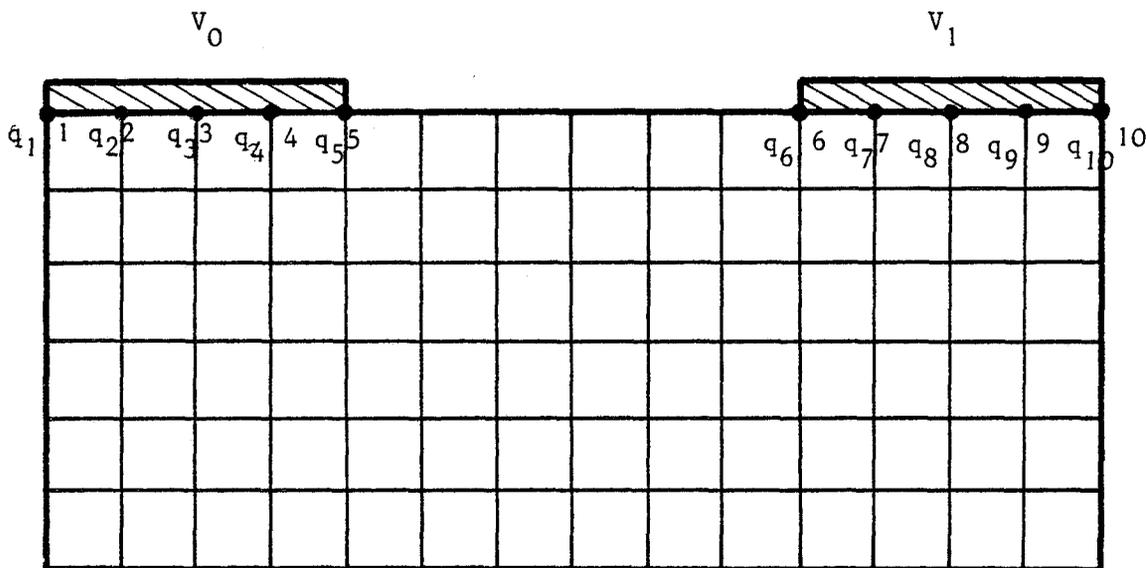
#### 5) Introduction des électrodes [40, 55, 56]

Les électrodes présentent sur le contour, imposent des potentiels en certains points du maillage. Pour contrôler ces potentiels, il est nécessaire d'ajouter un formalisme mathématique à la méthode utilisée pour la résolution de l'équation de Poisson. Le formalisme utilisé, ne considère que des électrodes situées au sommet et à la base du rectangle.

L'idée consiste à corriger la charge qui se trouve au point d'électrode de manière à obtenir le potentiel désiré en ce même point. Cela est effectué par une procédure de correction qui requiert la connaissance de la matrice de capacité, qui relie les charges sur les points d'électrodes aux potentiels en ces mêmes points. Cette matrice est symétrique et ne dépend que de la géométrie de structure, il suffit donc de la calculer une seule fois.

Pour déterminer cette matrice de capacité, on place une charge unité sur un des points d'électrodes ( zéro partout ailleurs ) et on calcule les potentiels en tout point d'électrode, y compris le point d'électrode où se trouve la charge, en résolvant l'équation de Poisson. Les valeurs de potentiel des points d'électrodes forment une rangée de l'inverse

Figure 22 : Définition sur un exemple des différents termes employés dans le texte.



- les électrodes sont portées à des potentiels  $V_0$  et  $V_1$
- chaque électrode est constituée par 5 points d'électrode
- $q_i$ ,  $v_i$ ,  $\Delta q_i$  sont respectivement la charge, le potentiel, la charge induite du  $i^{\text{ième}}$  point d'électrode

Dans notre exemple,

le vecteur charge  $Q$  vaut :

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{10} \end{bmatrix}$$

le vecteur Potentiel  $\phi$  vaut :

$$\phi = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_5 \\ v_6 \\ \vdots \\ v_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_0 \\ V_1 \\ \vdots \\ V_1 \end{bmatrix}$$

le vecteur charge induite  $\Delta q$  vaut :

$$\Delta q = \begin{bmatrix} \Delta q_1 \\ \vdots \\ \Delta q_{10} \end{bmatrix}$$

Si  $Q$  est le vecteur charge initiale, et  $\Delta q$  le vecteur charge induite alors  $Q + \Delta q$  représente le nouveau vecteur charge

de la matrice de capacité. En déplaçant successivement la charge unité et en calculant à chaque fois les potentiels aux points d'électrodes, on obtient la matrice de potentiel. Il suffit d'inverser cette matrice pour avoir la matrice de capacité  $C_b$  qui, pour  $n$  points d'électrodes est de dimension  $n$ .

Nous définissons par vecteur potentiel ou charge, un vecteur qui a comme coordonnées les valeurs des potentiels ou des charges qui se trouvent sur les points d'électrodes (figure 22).

Par définition tout changement  $\Delta\phi$  du vecteur potentiel entraîne une variation  $\Delta q$  du vecteur charge. La relation existant entre ces deux quantités, est :

$$\Delta q = C_b \Delta \phi$$

Supposons que nous résolvions l'équation de Poisson avec un vecteur charge  $\Delta q^{(1)}$  incorrect, il en résultera un vecteur potentiel  $\phi^{(1)}$  incorrect. Si le vecteur potentiel désiré est  $\phi^{(0)}$  alors le vecteur charge induite nécessaire pour corriger cette erreur est :

$$\Delta q = C_b (\phi^{(0)} - \phi^{(1)})$$

Si ce vecteur charge induite est additionné au vecteur charge  $\Delta q^{(1)}$ , on obtient un nouveau vecteur charge  $\Delta q^{(2)}$  égal à :

$$\Delta q^{(2)} = \Delta q^{(1)} + \Delta q$$

La résolution de l'équation de Poisson avec le vecteur charge  $\Delta q^{(2)}$  donne comme vecteur potentiel  $\phi^{(2)}$  tel que :

$$\phi^{(2)} = \phi^{(1)} + \Delta \phi = \phi^{(1)} + (\phi^{(0)} - \phi^{(1)}) = \phi^{(0)}$$

qui est le vecteur potentiel cherché.

### 5.1) Cas singuliers

Nous avons vu qu'il existait trois types de conditions homogènes :

- Conditions de DIRICHLET
- Conditions de NEUMANN
- Conditions Périodiques

Ces conditions sont applicables suivant les deux directions x et y, en conséquence, il y a 9 combinaisons possibles entre ces conditions.

AXE DES X		AXE DES Y
Conditions de NEUMANN	couplées aux	Conditions de NEUMANN
Conditions de NEUMANN	"	Conditions Périodiques
Conditions Périodiques	"	Conditions de NEUMANN
Conditions Périodiques	"	Conditions Périodiques

Tableau 5 : Cas singuliers

Pour certaines de ces combinaisons qui sont présentées dans le tableau 5,

la solution de l'équation de Poisson existe si la charge totale dans la région de calcul est nulle. Pour ces cas particuliers, il est nécessaire d'ajouter une quantité  $E$  à la valeur de l'harmonique  $k = 0$  du potentiel sur la base du rectangle. La valeur  $E$  doit être ajustée pour que la charge totale ( en incluant les charges induites sur les électrodes ) soit nulle. Pour cela, nous devons connaître le vecteur de variation de potentiel  $u$  sur les points d'électrodes dû à une variation de  $E$  d'une unité.

Supposons que le vecteur charge induite  $\Delta q^{(1)}$  ait été déterminé lors d'une première solution avec  $E = 0$ . Si nous résolvons à nouveau le problème avec  $E = e$ , alors nous obtiendrons un vecteur charge induite  $\Delta q^{(2)}$  tel que

$$(10) \quad \Delta q^{(2)} = \Delta q^{(1)} + e C_b u$$

avec  $C_b$  la matrice de capacité

D'autre part,  $Q_s$  étant la charge d'espace totale dans la région de calcul ( i.e, le terme de droite de l'équation de Poisson ), alors la charge totale  $Q_T$  vaut :

$$Q_T = Q_s + W^T (\Delta q^{(1)} + e C_b u)$$

où  $W^T$  est un vecteur ligne dont tous les éléments  $F_i$  valent 1 sauf, si nous appliquons des conditions de NEUMANN. Il faut noter que la valeur de  $F_i$  est toujours initialisée à 1 .

\* Si ces conditions limites sont appliquées suivant l'axe  $x$ , on aura  $F_i = 0.5 * F_i$  en  $i = 0$  et  $i = NX$

\* Si elles sont appliquées suivant l'axe  $y$ , on aura  $F_i = 0.5 * F_i$  en  $j = 0$  et  $j = NY$ .

Puisque la charge totale  $Q_T$  doit être nulle, alors la valeur de  $e$  est déterminée par

$$(11) \quad e = - \frac{Q_s + W^T \Delta q^{(1)}}{W^T C_b u}$$

En résumé pour obtenir la solution exacte, on procède de la façon suivante :

Dans un premier temps, on détermine le vecteur charge induite  $\Delta q^{(1)}$  à partir de l'erreur dans le vecteur potentiel. Connaissant le vecteur  $\Delta q^{(1)}$ , la valeur de  $e$  est déterminée par l'équation (11). En conséquence, le vecteur charge induite  $\Delta q^{(2)}$  déterminé par l'expression (10), est alors additionné au vecteur charge initial. Il suffit donc de résoudre le problème avec la valeur  $E = e$  et le bon vecteur charge assurant ainsi la nullité de la charge totale dans la région de calcul.

Nous allons maintenant présenter, d'une part le programme POT1 [40,41] qui permet l'intégration de l'équation de Poisson, et d'autre part les procédures qui permettent de calculer la matrice de capacité et de corriger les charges sur les électrodes afin d'obtenir le potentiel désiré sur celle-ci.

#### 6) Spécification du programme

Le programme POT1 résoud l'équation de Poisson à deux dimensions à partir du formalisme mathématique que nous venons de présenter. Cette résolution se fait dans un rectangle dans lequel nous définissons un maillage dont la cellule de base est rectangulaire. Le nombre de points et le pas de la cellule élémentaire en  $x$  et  $y$  peuvent être différents ( $NX \neq NY$ ,  $HX \neq HY$ ). Le nombre de points pris en compte, quelle que soit la direction

peut valoir N-1, N, N+1 et dépend des conditions limites imposées au potentiel sur les frontières. La seule restriction est que N soit une puissance de 2, permettant l'utilisation de la méthode " Réduction Cyclique par Récurrence " et de techniques de transformée de Fourier rapide sans perdre d'efficacité. Le nombre de mailles élémentaires est alors spécifié par les variables IQX et IQY, définies par :

$$NX = 2^{IQX} \quad \text{et} \quad NY = 2^{IQY}$$

En conséquence, connaissant la charge  $q_{i,j}$  en tout point du maillage, le programme POT1 détermine le potentiel correspondant  $\phi_{i,j}$ . Les charges  $q_{i,j}$  sont introduites dans le tableau à une dimension SORE et, le programme POT1 fournit les potentiels  $\phi_{i,j}$  dans le même tableau SORE en détruisant les valeurs  $q_{i,j}$  qui s'y trouvaient. Il convient de rappeler que la charge  $q_{i,j}$  introduite dans le tableau SORE a pour expression :

$$q_{i,j} = -\frac{\rho_{i,j}}{\epsilon} * HX^2 * POTFAC$$

#### 6.1) Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont caractérisées par les variables IBCX et IBCY, respectivement pour les directions x et y.

#### \* Conditions de DIRICHLET suivant l'axe x

- IBCX = 1 : La maille est donnée pour i variant de IMIN = 1 à IMAX=NX-1. Les potentiels limites sont connus et placés en  $\phi_{0,j}$  et  $\phi_{NX,j}$ . Le programme POT1 transforme alors les charges  $q_{1,j}$  à  $q_{NX-1,j}$  initialement données en valeurs de potentiel, les

potentiels limites restant inchangés.

\* Conditions de NEUMANN suivant l'axe x

- IBCX = 2 : La maille est donnée pour  $i$  variant de  $IMIN = 0$  à  $IMAX = NX$ . La condition sur le champ est obtenue en considérant la symétrie des potentiels en  $\phi_{1,j} = \phi_{-1,j}$  et  $\phi_{NX-1,j} = \phi_{NX+1,j}$ . Le programme transforme les charges  $q_{0,j}$  à  $q_{NX,j}$  en valeurs de potentiel.

\* Conditions Périodiques suivant l'axe x

- IBCX = 3 : La maille est donnée pour  $i$  variant de  $IMIN = 0$  à  $IMAX = NX-1$ . La condition de périodicité entraîne  $\phi_{-i,j} = \phi_{NX-i,j}$ . Le programme transforme les charges  $q_{0,j}$  à  $q_{NX-1,j}$  en valeurs de potentiel.

Les mêmes valeurs de IBCY spécifient des conditions limites analogues dans la direction  $y$ , la variable  $i$  étant remplacée par  $j$ .

6.2) Désignation des électrodes

Les électrodes sont caractérisées par les variables NUMTOP, NUMBOP et les tableaux IDT (10), LT (10), TDT (10), IDB (10), LB (10), TDB (10).

NUMTOP et NUMBOP représentent respectivement le nombre d'électrodes au sommet ( $j = NY$ ) et à la base ( $j=0$ ) du rectangle. Les tableaux

IDT, LT, TDT sont affectés aux électrodes du sommet et IDB, LB, TDB aux électrodes de base.

La valeur IDT (1) représente la position du début de la électrode du sommet et LT (1) est sa longueur en unité HX.

Ainsi l'électrode est située entre :

$$IDT(p) \ll \frac{x}{HX} \ll IDT(p) + LT(p)$$

TDT (1) est la valeur du potentiel désirée sur la 1<sup>ième</sup> électrode.

La définition des tableaux IDB, LB, TDB est analogue.

### 6.3) Utilisation du programme POT1

L'appel du programme POT1 nécessite la connaissance préalable :

- des conditions aux limites
- des caractéristiques des électrodes
- de la matrice de capacité
- de l'influence sur les potentiels des points d'électrodes de la variation d'une unité dans l'amplitude de l'harmonique  $k = 0$  du potentiel sur la base ( $j = 0$ )

La figure 23 représente l'initialisation des variables nécessaires à la résolution de l'équation de Poisson, et qui se présente de la manière suivante :

- 1 \* Définition des conditions aux limites ( IBCX, IBCY ) et du maillage ( IQX, IQY )
- 2 \* Caractéristiques des électrodes

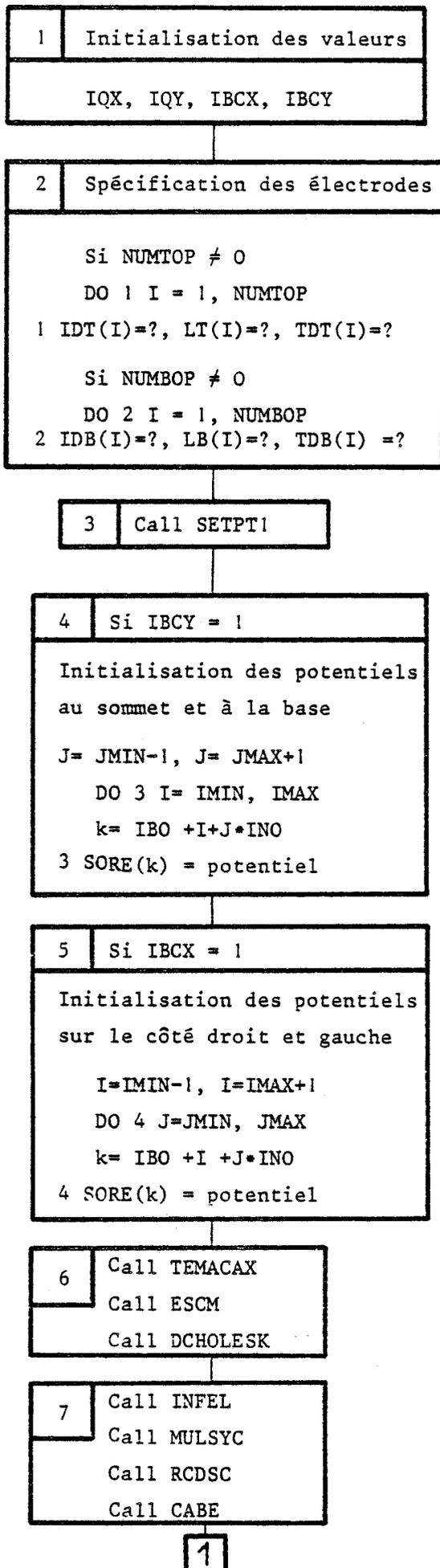


Figure 23 :

Initialisation  
du problème



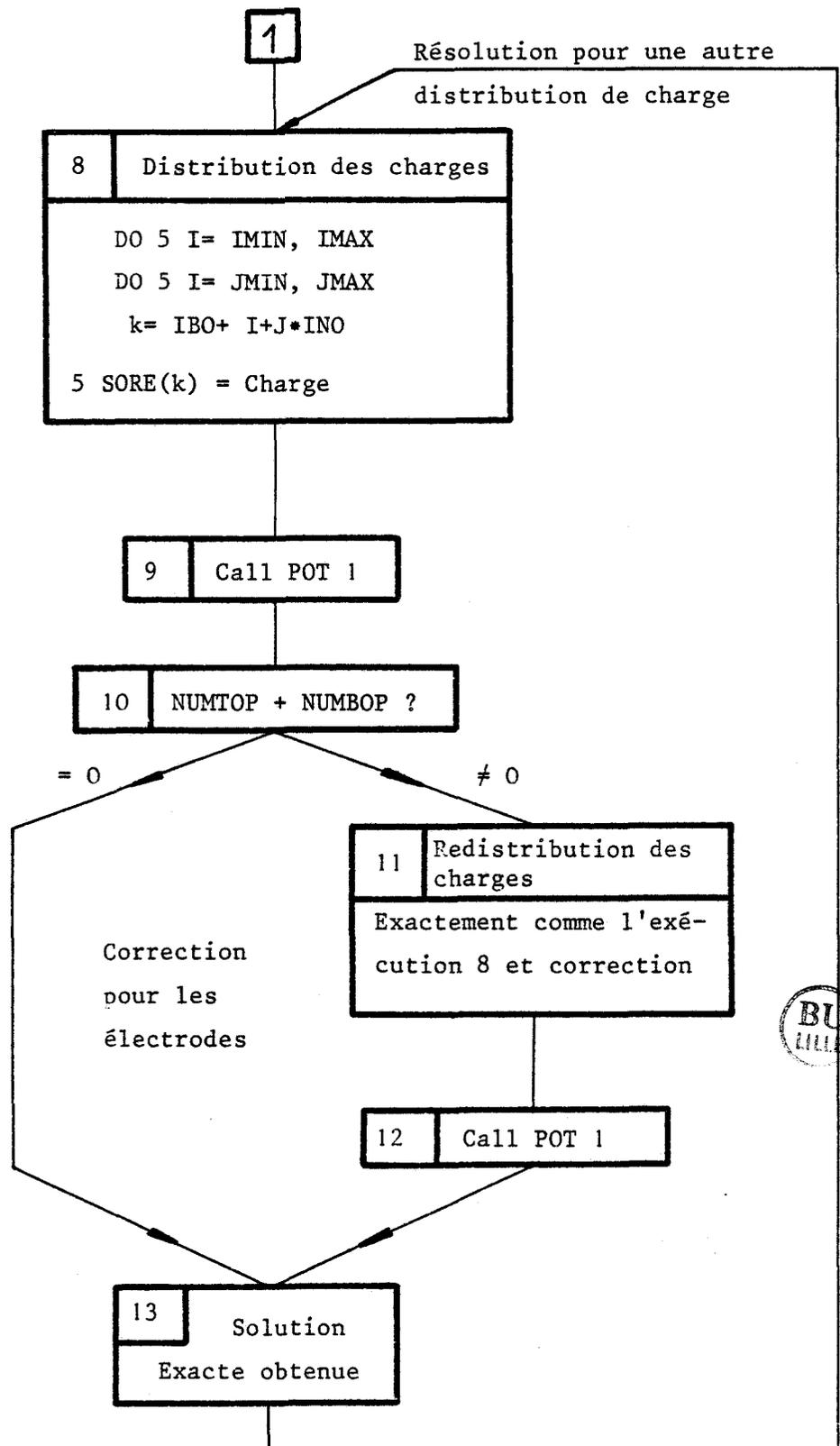


Figure 24 : Schéma synoptique de la résolution de l'équation de Poisson à deux dimensions

- 3 \* Appel au sous-programme SETPT1 qui calcule les variables nécessaires à POT1 ( IBO,INO, IMIN, etc... )
- 4.5 \* Si l'une des variables IBCX ou IBCY est égale à 1 alors, nous définissons les valeurs des potentiels aux frontières.
- 6 \* Calcul de la matrice de capacité ( Appel aux sous-programmes TEMACAX, ESCM, DCHOLESK ).
- 7 \* Calcul de l'influence sur les potentiels des points d'électrodes due à la variation d'une unité sur l'harmonique  $k = 0$  ( Appel aux sous programmes INFEL, MULSYC, CABE ,RCOSC)

La figure 24 représente l'organigramme de la résolution de l'équation de Poisson à deux dimensions qui peut se décomposer de la manière suivante :

- 8 \* Distribution des charges
- 9 \* Détermination des potentiels ( Appel à POT1 )
- 10 \* Vérification de l'existence d'électrodes :
  - Si NUMTOP + NUMBOP est égal à 0 alors la solution est exacte (13). Fin du problème
  - Si NUMTOP + NUMBOP est différent de 0 alors nous redistribuons les charges (11). Nouvel appel de POT1 et obtention de la solution exacte. Fin du problème.

#### 6.4) Précision et temps d'exécution du programme

Nous présentons ici les valeurs du temps d'exécution du programme POT1 et, l'erreur maximale qui existe entre la solution mathématique et la solution numérique. Ces résultats sont reportés dans le tableau 6 pour des conditions homogènes différentes ainsi que pour différents maillages.

Il est à noter que ces calculs ont été réalisés en simple précision et, sur l'ordinateur I.R.I.S. 80 de la société C.I.I. Honeywell-Bull du Centre Inter-Universitaire de Traitement de l'Information de LILLE.

Maille	IBCX	IBCY	Erreur	Temps (seconde)
16x16	1 ou 2	1 ou 2	$0.25 \cdot 10^{-4}$	< 0.1
32x32	1 ou 2	1 ou 2	$0.9 \cdot 10^{-4}$	0.3
64x64	1 ou 2	1 ou 2	$0.15 \cdot 10^{-3}$	1.2
128x128	1 ou 2	1 ou 2	$0.3 \cdot 10^{-3}$	6.5

Tableau 6 : Erreur maximale et temps d'exécution pour différentes conditions.

Les temps d'exécution sont très courts comparés à ceux des méthodes itératives qui nécessitent par exemple, un temps calcul de l'ordre de 3 secondes pour un maillage 16x16. Nous voyons aussi que l'erreur introduite par le programme POT1 est très faible.

Dans le tableau 7, nous donnons pour un maillage 64x32, le temps d'exécution et l'erreur maximale lorsque nous utilisons la matrice de capacité pour fixer des potentiels en certains points. Nous avons pris ici 40 points d'électrode, les calculs sont fait en simple précision et le temps d'exécution ne tient pas compte du calcul de la matrice de capacité.

Maille	IBCX	IBCY	Erreur	Temps (seconde)
64x32	1	2	$0.12 \cdot 10^{-3}$	1.4
64x32	2	2	$0.14 \cdot 10^{-3}$	1.5

Tableau 7 : Erreur maximale, temps d'exécution pour un maillage 64x32 et 40 points d'électrode .

#### D) SIMULATION BIDIMENSIONNELLE ET BIPOLAIRE DE COMPOSANTS

La méthode de Monte Carlo que nous utilisons pour décrire la dynamique des porteurs au sein du composant, opère à l'échelle de la particule. Cette particule se déplace dans l'espace géométrique sous l'action d'une force extérieure et, comme les composants que nous simulons, ont des dimensions finies, il est donc nécessaire d'imposer des conditions aux porteurs qui sortiraient de la structure.

Nous allons maintenant détailler ce type de condition.

## I - CONDITIONS AUX LIMITES FIXEES POUR LES PORTEURS

### 1) Conditions à la surface

Pour l'interaction du porteur avec la surface, deux modèles de collision [57] peuvent être considérés :

\* La collision est spéculaire : la surface se comporte comme un miroir parfait vis à vis du vecteur vitesse du porteur, assimilé à un rayon lumineux au voisinage du point d'impact. La collision considérée comme élastique provoque seulement le changement de signe de la composante de vitesse perpendiculaire à la surface.

\* La collision est diffuse : cette fois, la surface se comporte comme un miroir dépoli, c'est à dire qu'à l'instant de la collision et, au point d'impact le vecteur vitesse est réfléchi à l'intérieur du cristal de façon parfaitement aléatoire, énergétiquement la collision étant considérée comme élastique.

Or, d'après les travaux de PARROT [58], il semble en réalité que la situation soit un peu plus compliquée, car l'éventualité qu'une collision en surface soit spéculaire ou diffuse dépend de la façon dont se présente la vitesse du porteur par rapport à la surface. Ainsi, un porteur qui arrive à la surface avec une incidence rasante a de très fortes chances d'être réfléchi spéculairement. Par contre, un porteur arrivant avec une incidence proche de la normale a de fortes chances d'être réfléchi de façon diffuse. L'angle d'incidence joue donc un rôle sur l'interaction que subit le porteur avec la surface.

Dans les composants que nous simulons, les porteurs subissant une interaction avec la surface se localisent en général dans deux zones

différentes : les zones fortement dopées proches des contacts ohmiques, et les régions proches de la grille.

- Dans la première zone, les porteurs ont des vitesses très faibles dont l'orientation est quasiment parallèle à la surface, favorisant ainsi la réflexion spéculaire.

- Dans la seconde zone, l'influence des électrodes de grille est de repousser les porteurs loin de la surface créant ainsi en surface, une zone désertée de porteurs. En conséquence, nous appliquons une réflexion spéculaire aux quelques rares porteurs susceptibles d'arriver sur la surface, sans que cela perturbe la dynamique moyenne des porteurs.

Par conséquent, nous traitons la surface comme un miroir parfait dans notre simulation.

## 2) Conditions aux contacts

### 2.1) Contacts ohmiques : *Source-Drain*

Les contacts ohmiques se situent dans des zones très dopées, c'est à dire qu'un porteur arrivant sur ce contact aura une vitesse très faible et une énergie voisine de l'énergie thermique. Donc, si un porteur est collecté au contact ohmique Drain, il sera injecté au contact ohmique Source à l'énergie thermique et, sa vitesse sera déterminée en fonction de cette énergie à partir de la connaissance de la structure de bande.

### 2.2) Contacts de Schottky : *Grille*

Puisque très peu de porteurs arrivent sur ce contact, le courant qui passe par la grille est suffisamment faible pour être négligé.

Un porteur qui arrivera sur la grille, ne sera pas collecté mais nous lui appliquerons une réflexion spéculaire. C'est à dire que le contact de grille est traité comme une surface.

### 3) Schéma synoptique de la simulation

Sur les figures 25,26,27 nous présentons les différentes étapes de la simulation d'un composant, s'articulant de la façon suivante :

- Définition du composant ( matériau, température,... )
- Initialisation des variables ( paramètres matériau, carte du dopage, ... )
- Etude du composant ( vitesse, énergie, ... )

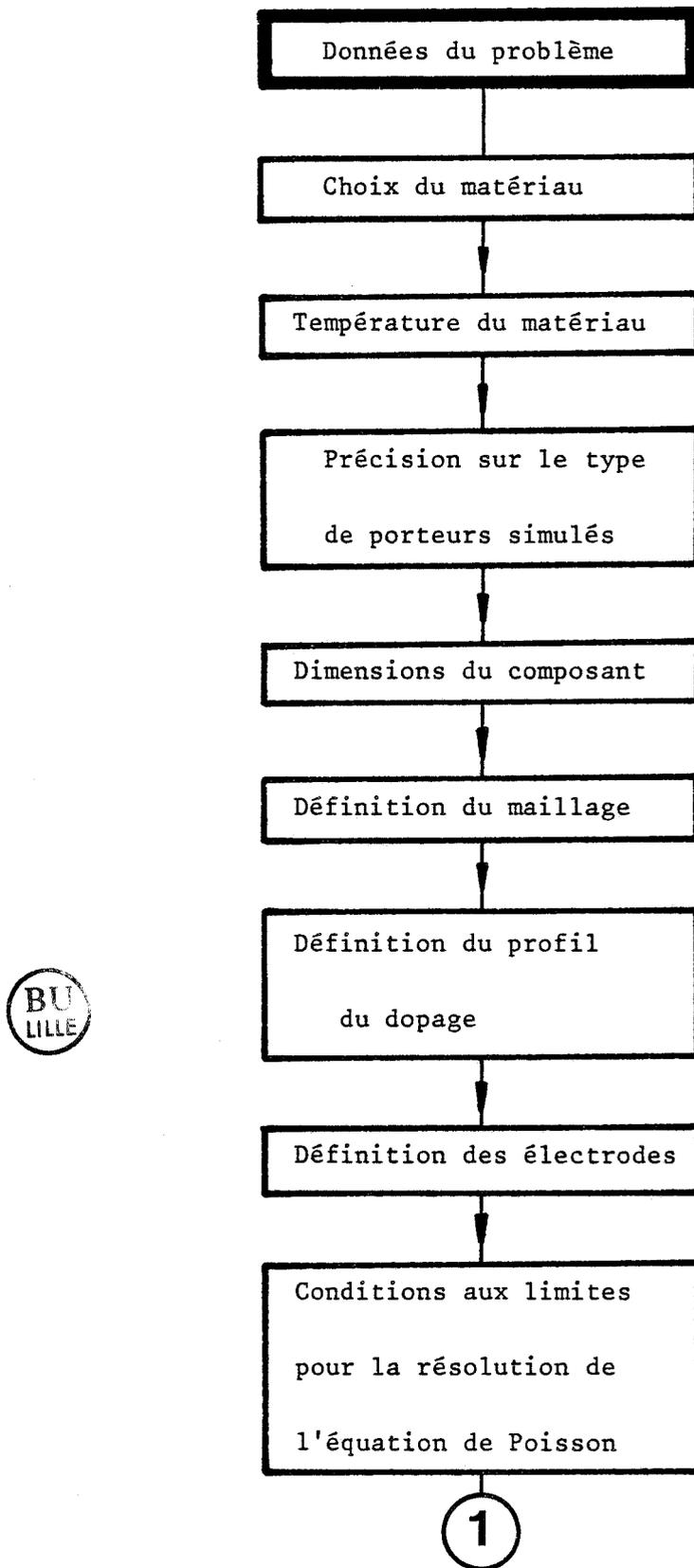
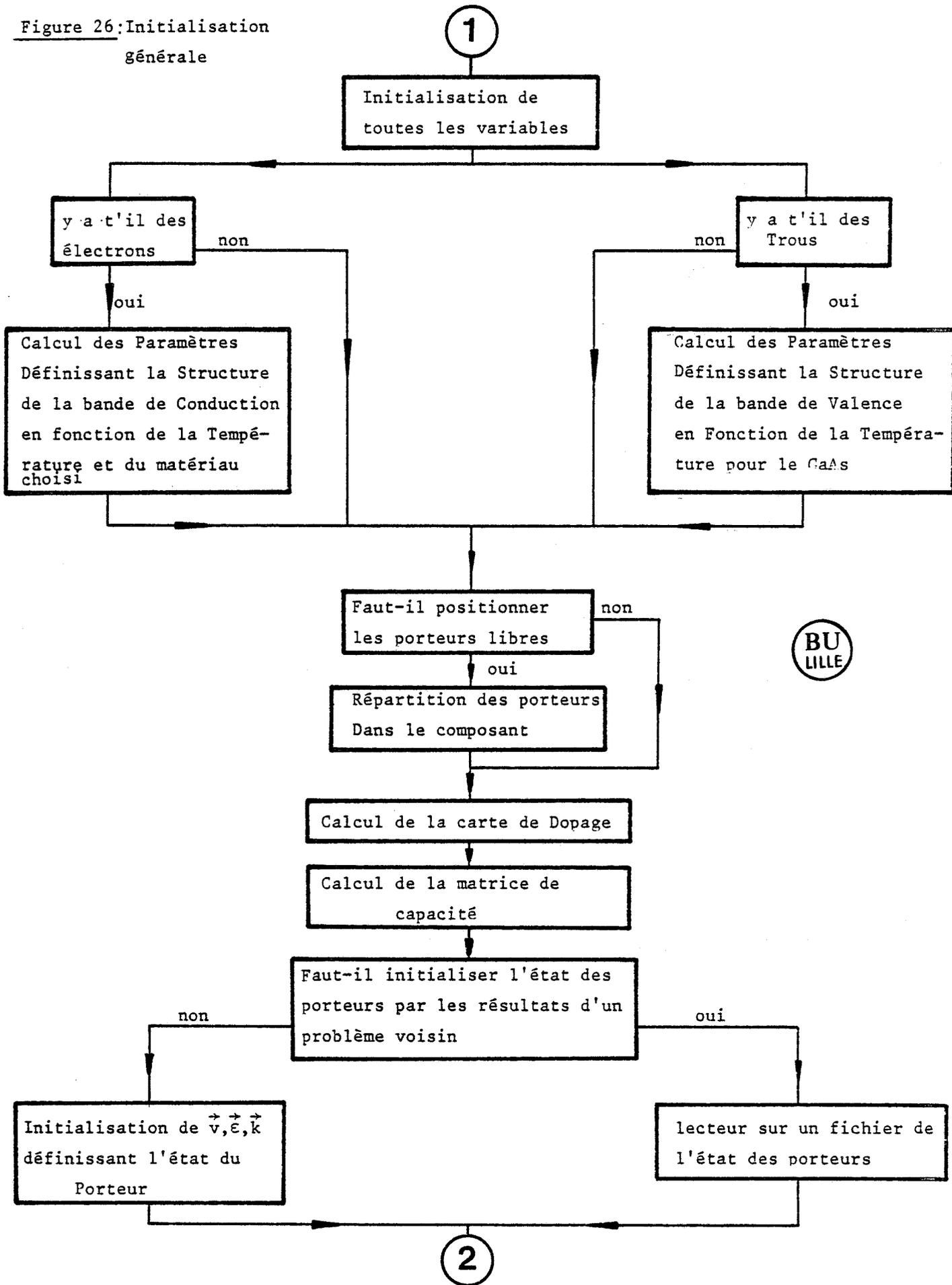


Figure 25 : Définition du composant à étudier

Figure 26: Initialisation générale



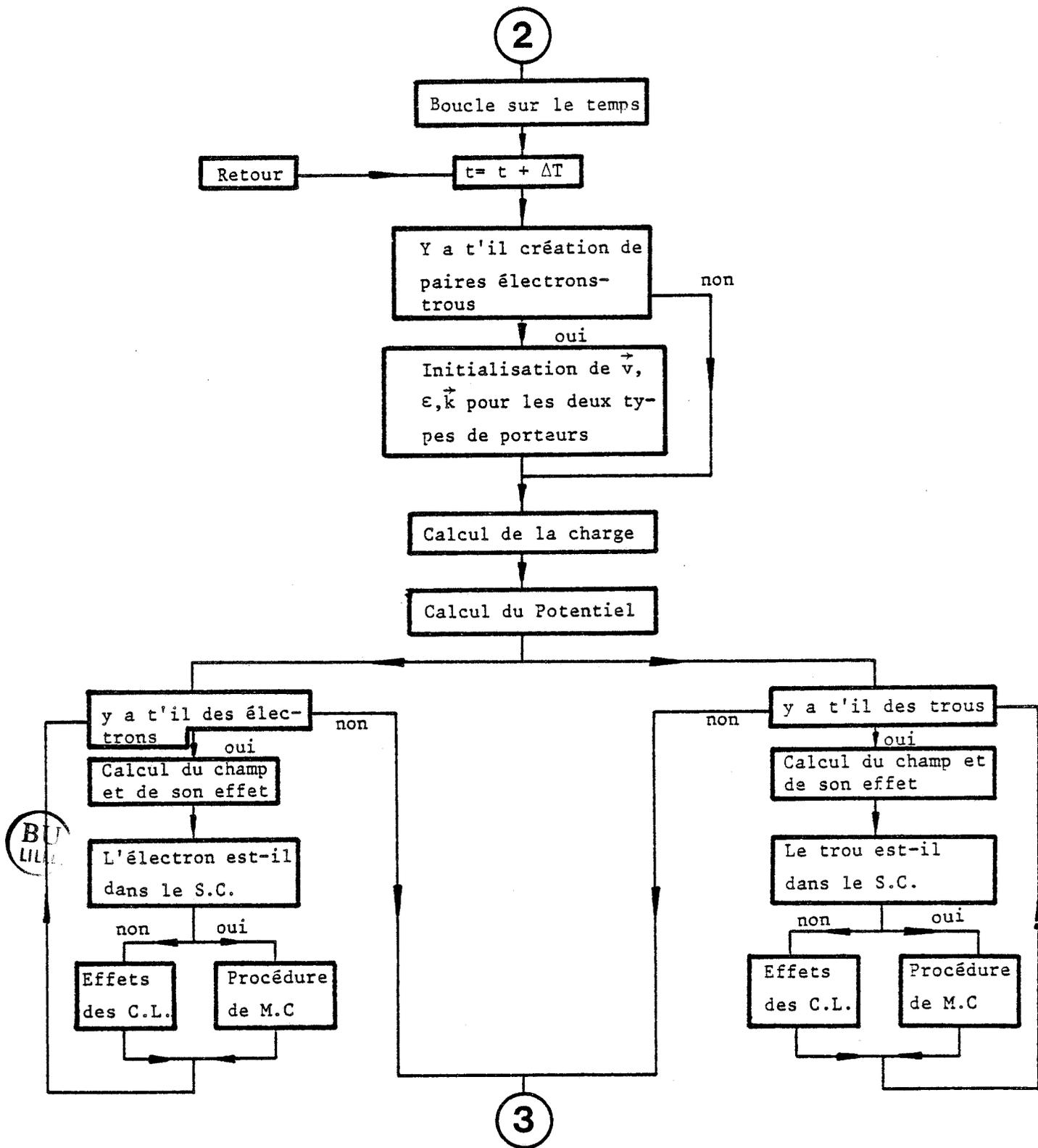
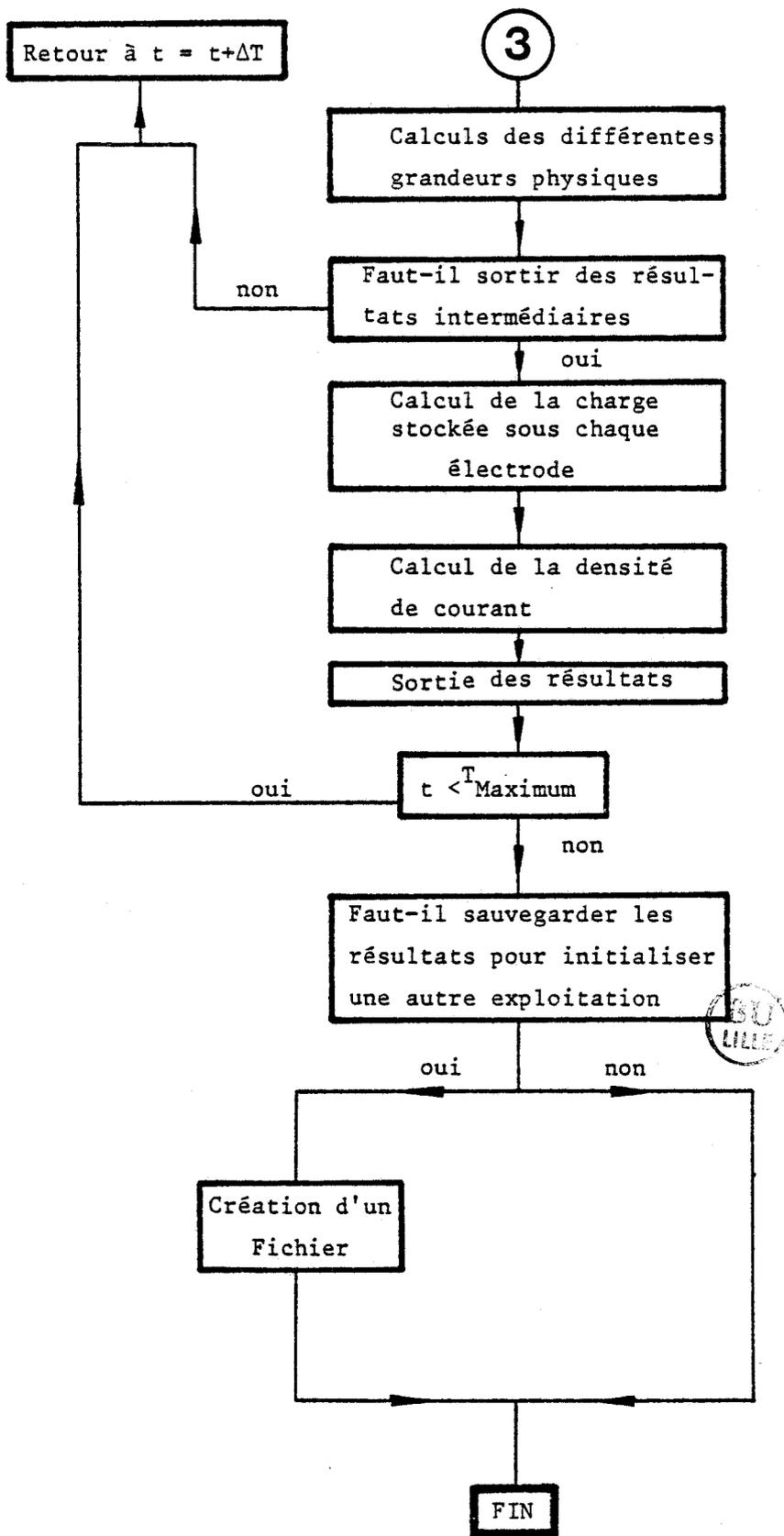


Figure 27 : Etude du Composant



Suite de l'organigramme de la figure 27

## 2<sup>ème</sup> Partie

## ETUDE DU TRANSISTOR A MODULATION D'INJECTION



### INTRODUCTION

Pour transmettre l'information le plus rapidement possible, nous devons chercher de nouvelles structures dans lesquelles les électrons, porteurs de l'information, auront des vitesses élevées. Nous avons donc été amenés à définir deux structures de transistor à effet de champ à modulation d'injection qui présentent des zones actives intrinsèques dans lesquelles les électrons, ne subissant pas d'interactions avec les impuretés ionisées, auront par conséquent des vitesses importantes. Nous allons étudier ces deux structures en exploitant le modèle que nous avons développé et présenté dans la première partie.

Dans cette seconde partie, nous définissons les deux structures et nous précisons le principe de fonctionnement du transistor à modulation d'injection [59]. Après la présentation de ces dispositifs, nous étudions pour l'un des transistors, l'influence de la géométrie, des paramètres technologiques, des tensions de polarisation et de la température sur les différentes grandeurs physiques fondamentales, sur le courant drain-source  $I_{DS}$  et sur les différents éléments du schéma équivalent petit signal de la structure. Ensuite nous comparons pour cette structure, nos résultats théoriques aux résultats expérimentaux obtenus par KOHN [60]. Enfin, pour la deuxième structure, nous présentons les évolutions caractéristiques du courant  $I_{DS}$ , des éléments du schéma équivalent de cette structure en fonction des tensions de polarisation.

A) DESCRIPTION ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DU TRANSISTOR A  
MODULATION D'INJECTION

Nous présentons sur la figure II.1, la coupe d'un transistor à effet de champ classique.

Les contacts de source et de drain sont des contacts ohmiques tandis que pour la grille, nous avons un contact de Schottky qui crée un champ électrique transversal donnant naissance à une zone désertée de porteurs sous la grille en l'absence de toute polarisation. Le fonctionnement de ce dispositif est basé sur la modulation de l'épaisseur du canal conducteur par l'application sur la grille d'une tension négative par rapport à la source. Pour ce type de transistor à effet de champ, on utilise généralement des zones actives dont la concentration en impuretés est importante ( $N \approx 3 \cdot 10^{17} \text{ at/cm}^3$ ) ce qui a pour effet de diminuer les résistances d'accès et favoriser ainsi une augmentation du gain en tension. Si nous voulons aussi que ce dispositif puisse fonctionner à des fréquences très élevées, il est nécessaire de diminuer la longueur de grille et l'épaisseur de la couche active. Or, il a été montré [1] que les effets d'injection dans la couche tampon sont d'autant plus importants que la longueur de grille et l'épaisseur de la couche active diminuent et par conséquent le courant drain-source sera essentiellement produit par les électrons injectés dans la couche tampon.

Dans ces conditions, à partir du transistor à effet de champ classique, il est possible de concevoir une nouvelle structure dans laquelle on remplacerait la couche très dopée de l'espace source-drain par une couche intrinsèque. Une telle structure n'est envisageable que si l'espace source-drain est suffisamment faible pour que les électrons des

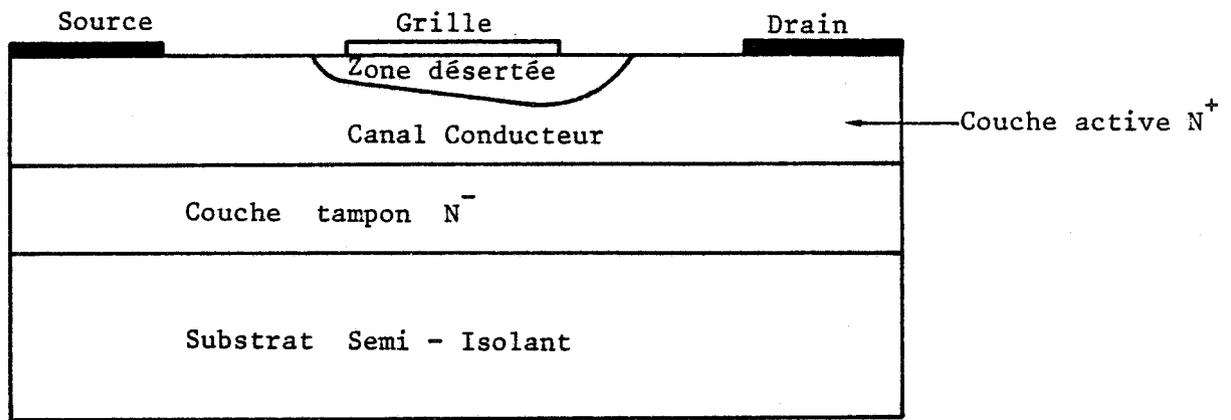


Figure II.1 : Représentation de la coupe d'un transistor à effet de champ classique

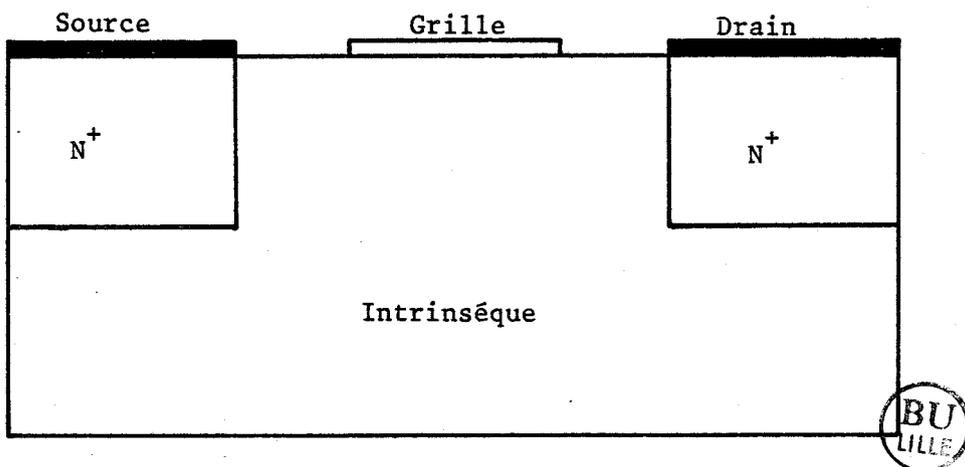


Figure II.2 : Transistor à effet de champ à modulation d'injection : Structure planar

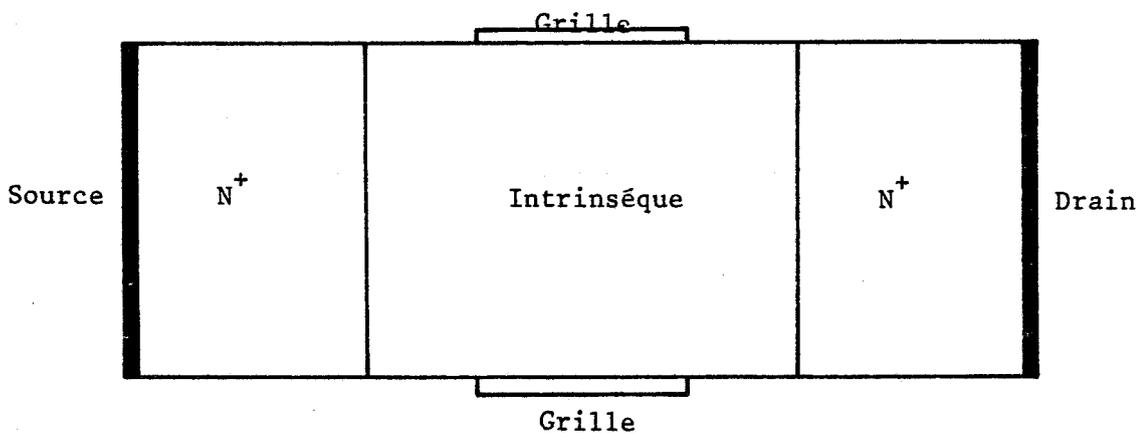


Figure II.3 : Transistor à effet de champ à modulation d'injection : Structure verticale symétrique

contacts  $N^+$  puissent diffuser naturellement dans la couche active et en conséquence les dimensions de la structure devront être submicroniques. L'intérêt fondamental d'utiliser une telle structure est que le courant  $I_{DS}$  sera produit par les électrons injectés dans la couche active intrinsèque où les vitesses électroniques peuvent être importantes. Un autre avantage d'utiliser des couches actives intrinsèques, est que la tension grille  $V_{gs}$  agit directement sur les porteurs libres et nous pouvons donc espérer une commande plus efficace du canal conducteur.

Nous avons considéré deux structures que nous dénommons Transistor à modulation d'injection à structure planar, présentée sur la figure II.2 et à structure verticale symétrique représentée sur la figure III.3.

Nous allons maintenant, après avoir décrit la structure verticale, étudier quantitativement les évolutions des grandeurs physiques, des caractéristiques statiques et des propriétés hyperfréquences en fonction des différents paramètres de cette structure.

## B) ETUDE DU TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP A STRUCTURE VERTICALE

### I - PRESENTATION DU COMPOSANT ET REALISATION TECHNOLOGIQUE

Ce dispositif présenté sur la figure II.3, est constitué d'une couche active très dopée, de longueur inférieure au micron, prise en "sandwich" entre deux couches fortement dopées sur lesquelles on vient réaliser les contacts ohmiques de source et de drain. Les grilles ( contacts de Schottky ) sont déposées symétriquement sur la couche active.

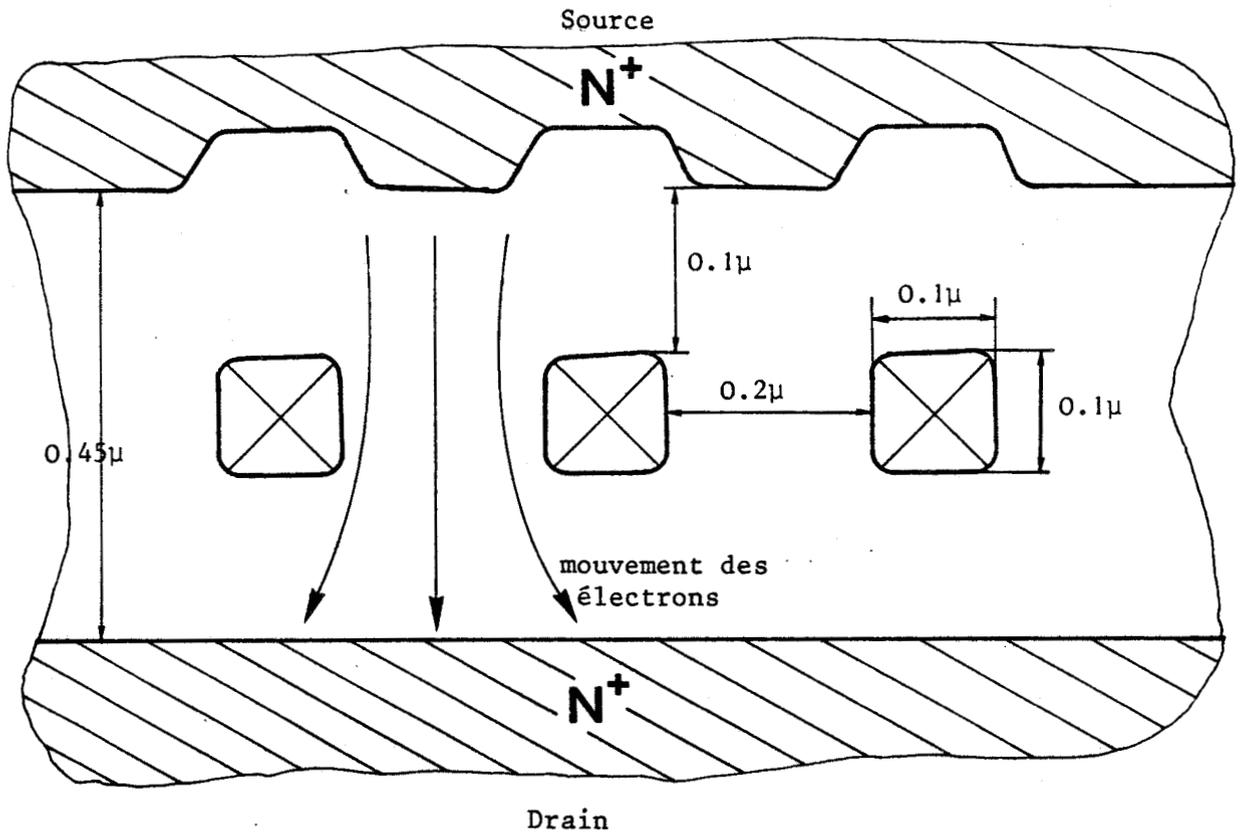


Figure II.4 : Structure verticale périodique à base perméable

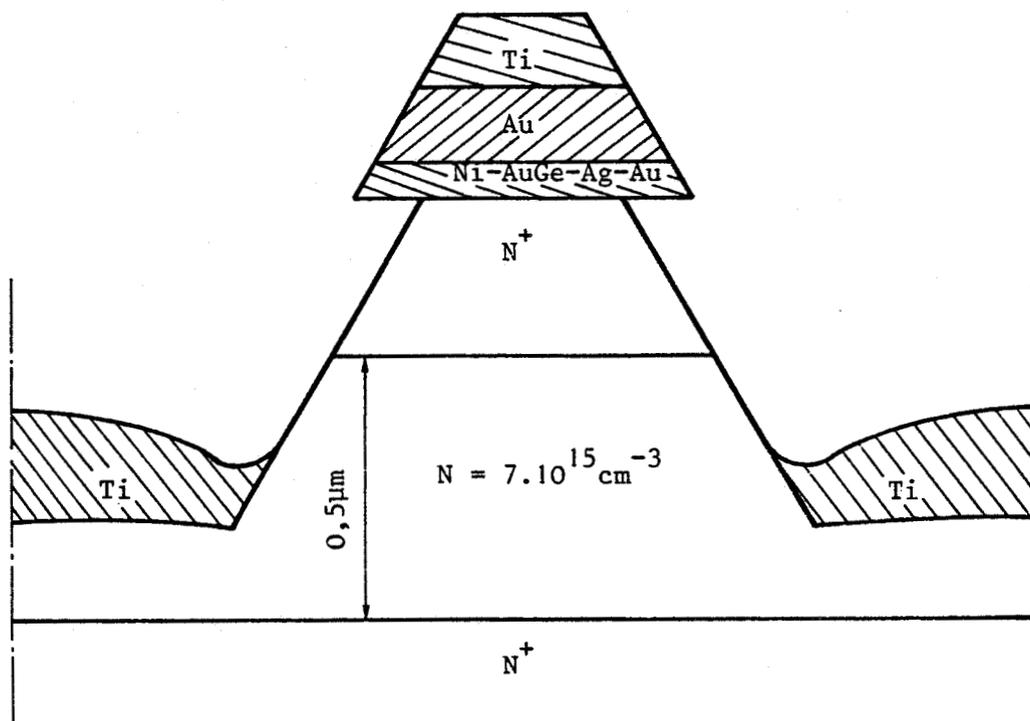
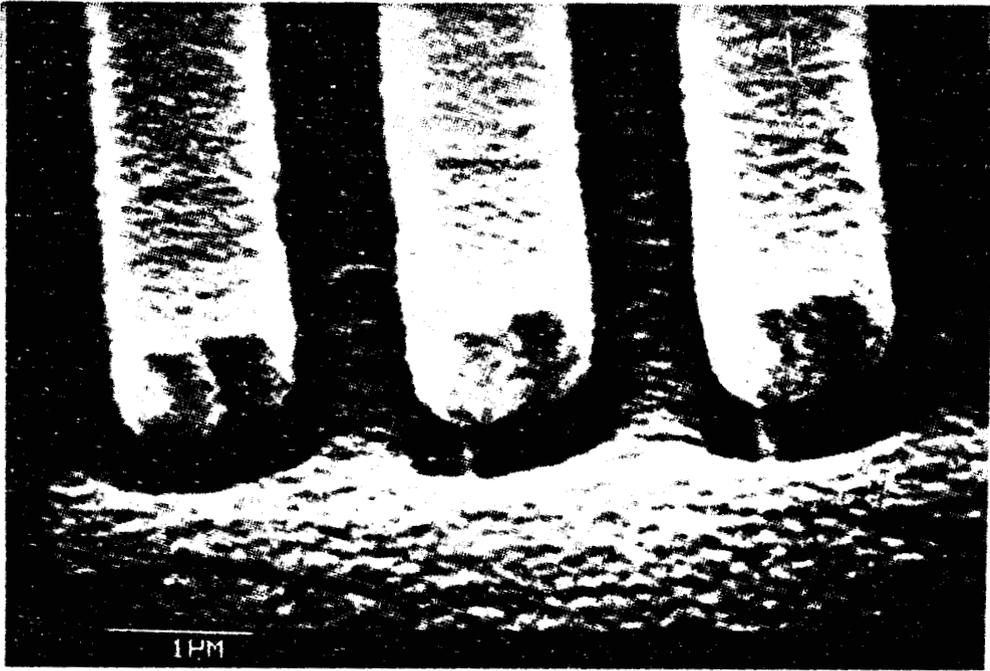


Figure II.5 : Structure réalisée par KOHN



BU  
LILLE

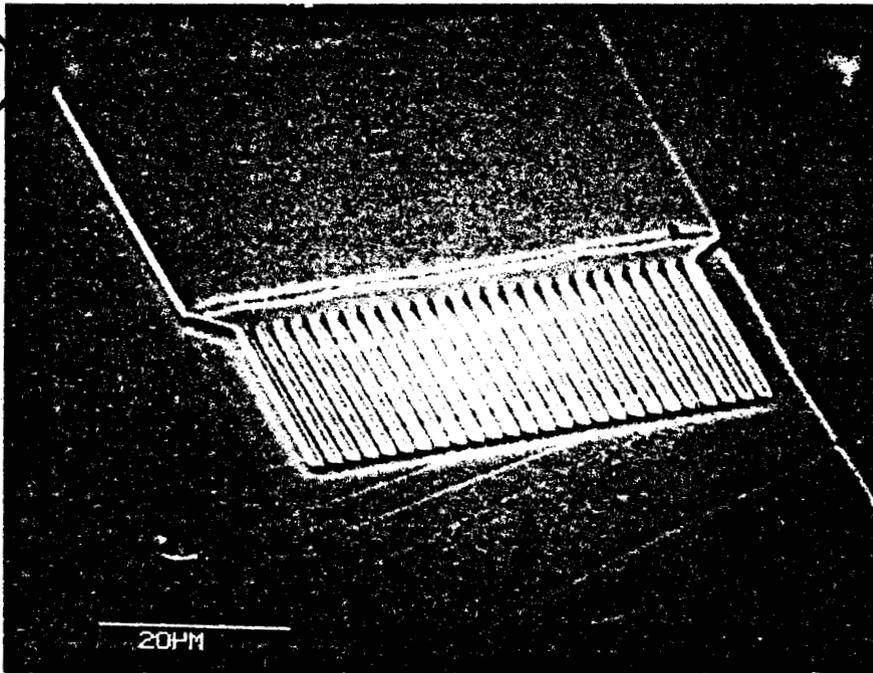


Figure II.6 : Dispositif expérimental de KOHN

Les laboratoires LINCOLN [61] ont réalisé une structure périodique présentée sur la figure II.4, dont la cellule de base est constituée d'une zone active intrinsèque dans laquelle sont implantées les grilles.

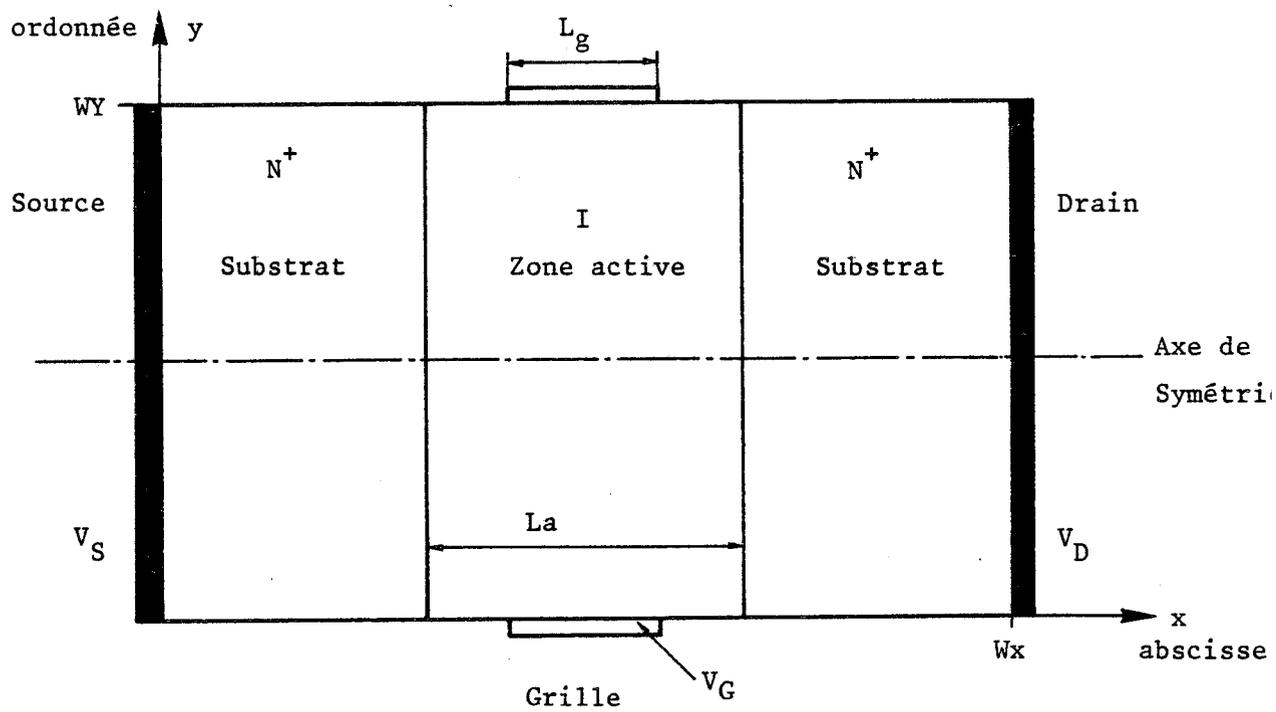
Un transistor à effet de champ à modulation d'injection, dont la structure ( figure II.5 ) a été proposée par EASTMANN [62], a été réalisé par KOHN [60], à l'université de CORNELL ( U.S.A. ). Cette réalisation technologique est présentée sur les photos de la figure II.6, qui nous ont été aimablement transmises par KOHN.

## II - PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE CETTE STRUCTURE

L'application sur le drain d'une tension positive par rapport à la source, crée dans la zone active de dimension inférieure au micron, un champ électrique longitudinal qui va permettre l'injection des électrons dans cette zone. Les électrons étant injectés pratiquement à l'énergie thermique, vont être accélérés et atteindre des vitesses très élevées sous l'action de ce champ électrique. Pour moduler ce faisceau d'électrons, il suffit d'appliquer sur les grilles une tension négative par rapport à la source, donnant ainsi naissance à un champ électrique transversal sous les grilles, qui va repousser d'autant plus les électrons au centre de la structure que la tension grille-source  $V_{gs}$  sera négative. On voit ici apparaître le deuxième avantage des structures à zones actives peu dopées qui consiste en une commande très efficace puisque une faible variation de la tension grille permettra de réduire le canal de façon importante.

## III - EVOLUTIONS CARACTERISTIQUES DES GRANDEURS PHYSIQUES DANS LA STRUCTURE

La figure II.7 représente la structure du composant étudié,



$W_x$  : longueur du composant

$W_y$  : largeur du composant

Figure II.7 : Structure simulée du transistor verticale

précisant ainsi les différentes notations utilisées dans le texte. Le matériau utilisé, est de l'Arséniure de gallium et les caractéristiques du composant sont les suivantes :

- Température du composant :  $T = 293^{\circ}\text{K}$
- Longueur de la zone active :  $La = 0.45 \mu\text{m}$
- Largeur du composant :  $WY = 0.75 \mu\text{m}$
- Longueur du composant :  $WX = 0.75 \mu\text{m}$
- Longueur de la grille :  $Lg = 0.35 \mu\text{m}$
- Dopage des zones  $N^+$  :  $10^{17} \text{at/cm}^3$
- Dopage de la zone active : 0

Les tensions de polarisation définissant le point de fonctionnement du composant, sont :

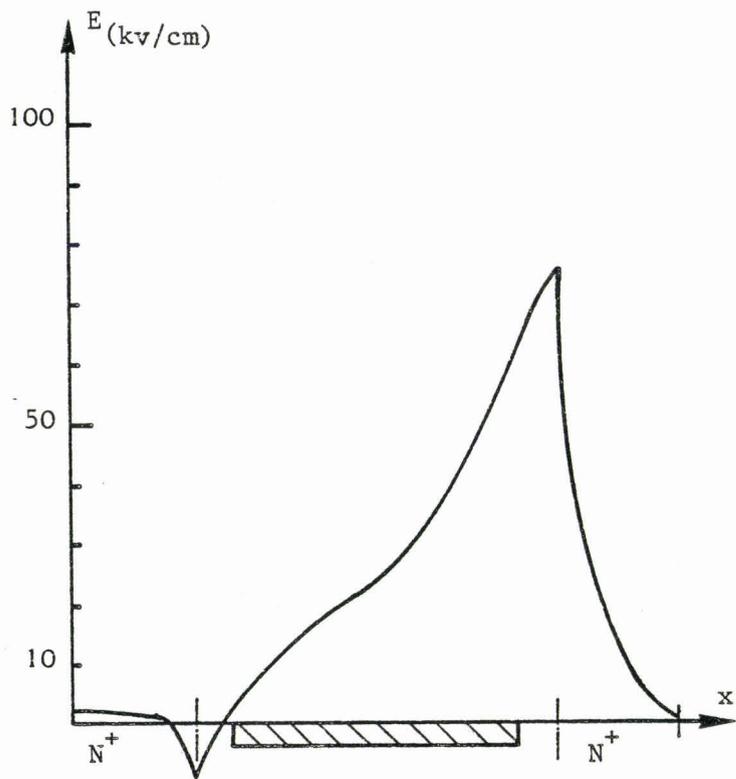
- Tension drain-source :  $V_{DS} = 1.5 \text{ Volts}$
- Tension grille-source :  $V_{gs} = -0.2 \text{ Volt}$

Nous présentons sur la figure II.8 dans l'axe de symétrie de la structure en fonction de l'abscisse  $x$ , les évolutions des grandeurs physiques suivantes :

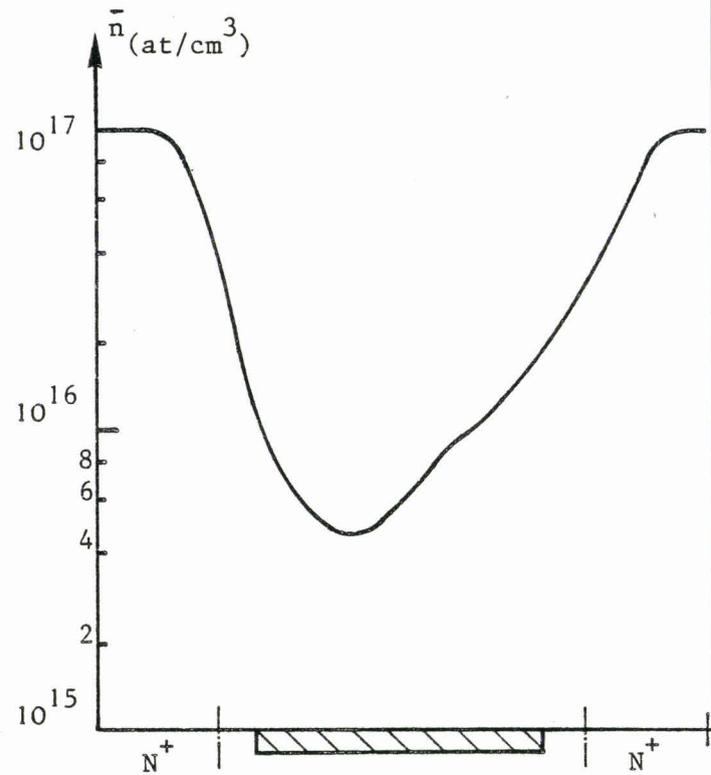
- La composante longitudinale du champ électrique
- L'énergie moyenne
- La composante longitudinale de la vitesse
- La densité de porteurs libres

Sur la figure II.9, nous présentons en fonction de l'ordonnée  $y$  pour l'abscisse  $WX/2$ , les évolutions des deux grandeurs suivantes :

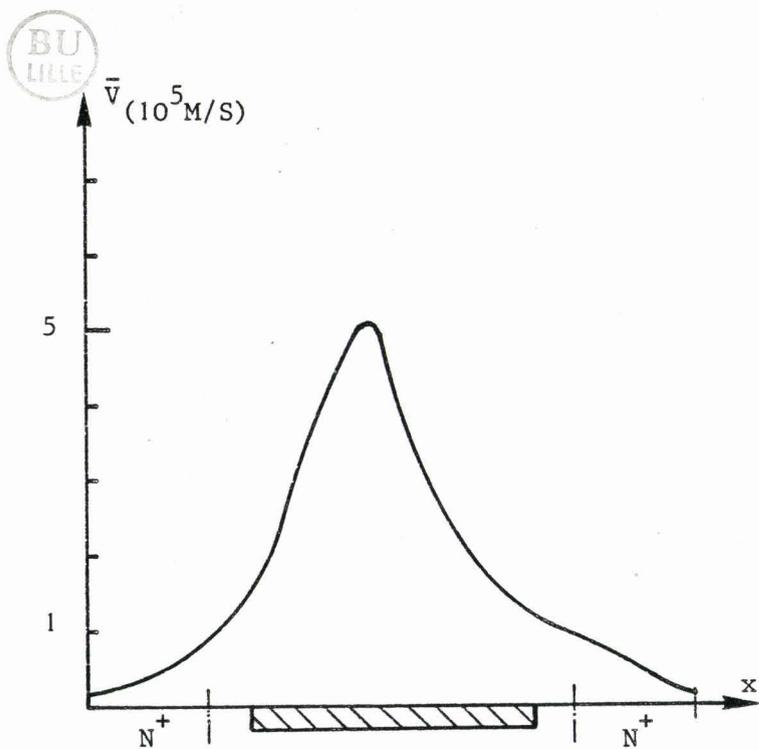
- La composante transversale du champ électrique
- La densité de porteurs libres



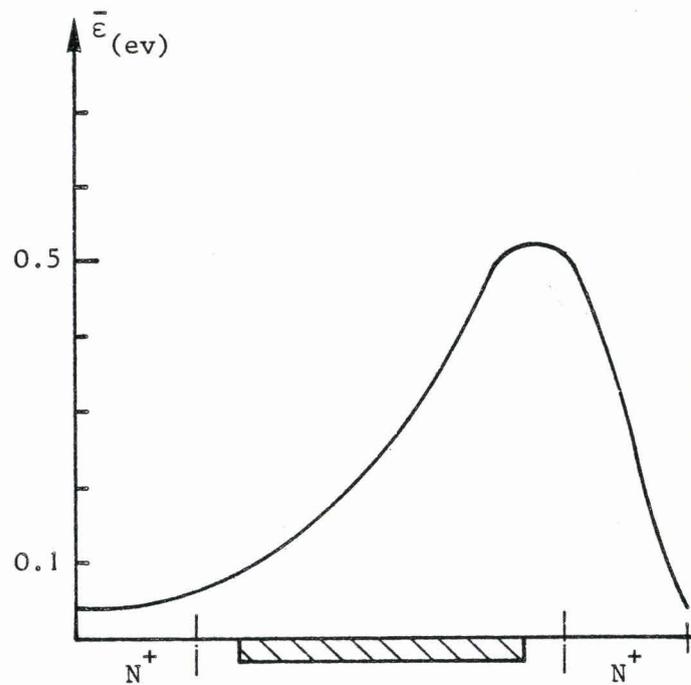
(a) Composante longitudinale du champ électrique



(b) Densité de porteurs



(c) Vitesse longitudinale



(d) Energie

Figure II.8: Evolution des différentes grandeurs physiques dans l'axe de la structure

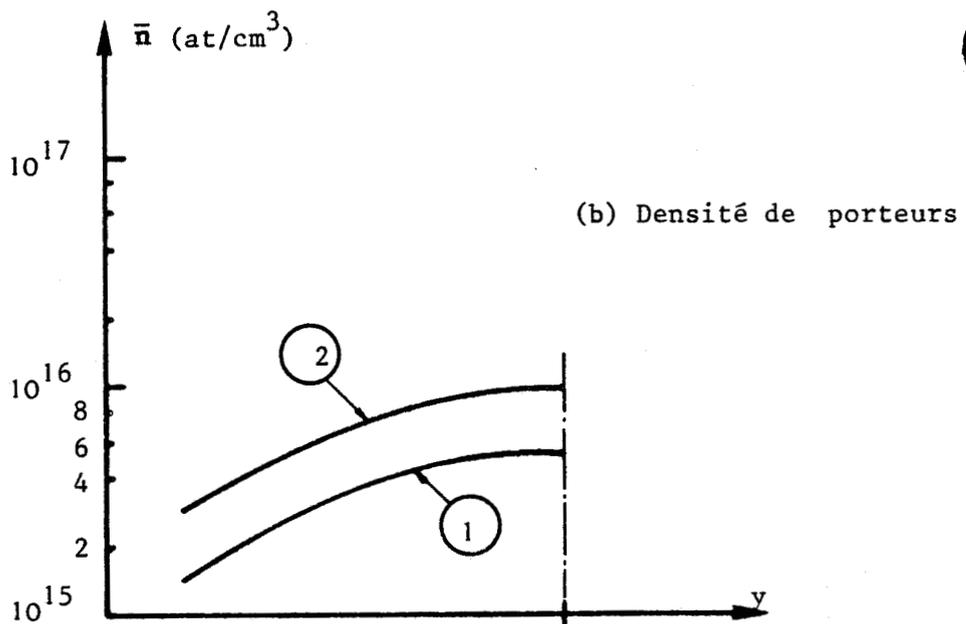
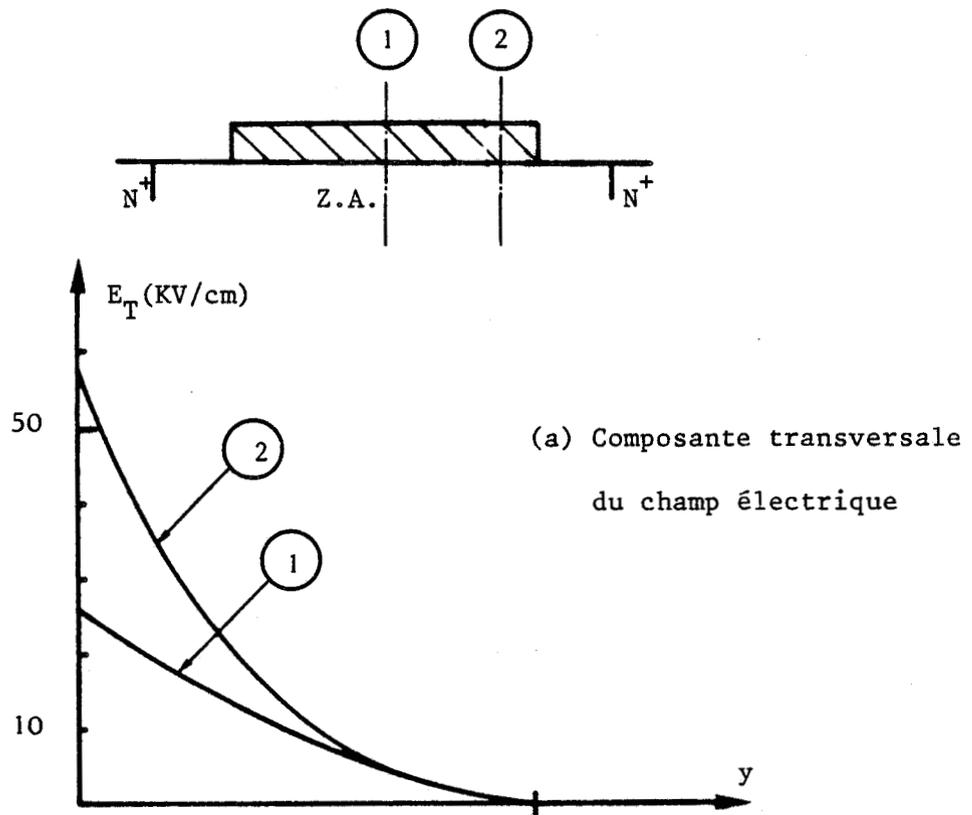


Figure II.9 : Evolution de la composante transversale du champ électrique et de la densité de porteurs suivant l'axe  $y$

Les porteurs sont injectés au niveau de la cathode ( contact  $N^+ I$  ) avec une énergie pratiquement égale à l'énergie thermique. Dans la zone active, les électrons vont acquérir de l'énergie cinétique sous l'action de la composante longitudinale du champ électrique. Pour qu'ils puissent transférer dans les vallées hautes, ils doivent atteindre une énergie au moins égale à la valeur du gap intervallée et comme l'acquisition de cette énergie n'est pas instantanée, les porteurs parcourent une certaine distance en régime non-stationnaire. Pendant qu'ils parcourent cette distance, les porteurs sont soumis à des champs électriques importants et leur mobilité restant sensiblement constante, et égale à la mobilité à champ faible, les électrons atteignent donc des vitesses beaucoup plus importantes que celles obtenues en régime stationnaire. Lorsque l'énergie des porteurs est voisine du gap intervallée, les transferts en vallées hautes sont possibles, et la vitesse moyenne décroît donc brusquement pour atteindre des valeurs proches de la vitesse de saturation. La rapidité de cette variation s'explique par le fait que la composante longitudinale du champ électrique prend des valeurs élevées dans la dernière partie de la zone active, permettant ainsi aux porteurs d'acquérir plus rapidement de l'énergie d'où une importante augmentation des transferts dans les vallées hautes. En conséquence, les électrons sont soumis à un brutal ralentissement et la continuité du courant impose l'apparition d'une couche d'accumulation du côté drain qui induit une montée brutale de la composante longitudinale du champ électrique et qui verra son importance augmenter avec la tension drain-source  $V_{DS}$ . Dans cette zone d'accumulation, les porteurs se déplacent pratiquement à vitesse saturée. Au niveau du drain, la composante longitudinale du champ électrique chute brutalement et l'énergie moyenne décroît jusqu'à l'énergie thermique.

La polarisation de la grille fait apparaître sous la grille un champ électrique transversal dont l'intensité décroît lorsque l'on s'approche du centre de la structure ( figure II.9-a ). L'effet direct de cette composante transversale est de repousser les électrons ( figure II.9-b) au centre du canal créant ainsi sous la grille une zone désertée dont la largeur sera d'autant plus élevée que la tension grille-source  $V_{gs}$  sera négative.

Sur les figures II.10, nous présentons en perspective les évolutions bidimensionnelles :

- Du potentiel électrostatique (a)
- De la composante longitudinale du champ électrique (b)
- De la composante transversale du champ électrique (c)

et nous donnons aussi la représentation plan :

- De la répartition des porteurs libres (d)
- Des équipotentiels (e)
- De la carte du champ électrique (f)

Nous allons maintenant étudier l'influence des différents paramètres ( dimensions, température, etc... ) sur la dynamique des porteurs.

#### IV - INFLUENCE DES POLARISATIONS DE GRILLE, DE DRAIN , DES PARAMETRES TECHNOLOGIQUES ET DE LA TEMPERATURE

L'étude de l'influence des polarisations et des paramètres technologiques, est effectuée à température ambiante.

##### 1) Influence des tensions de polarisation

Cette étude est faite sur un composant présentant les carac-

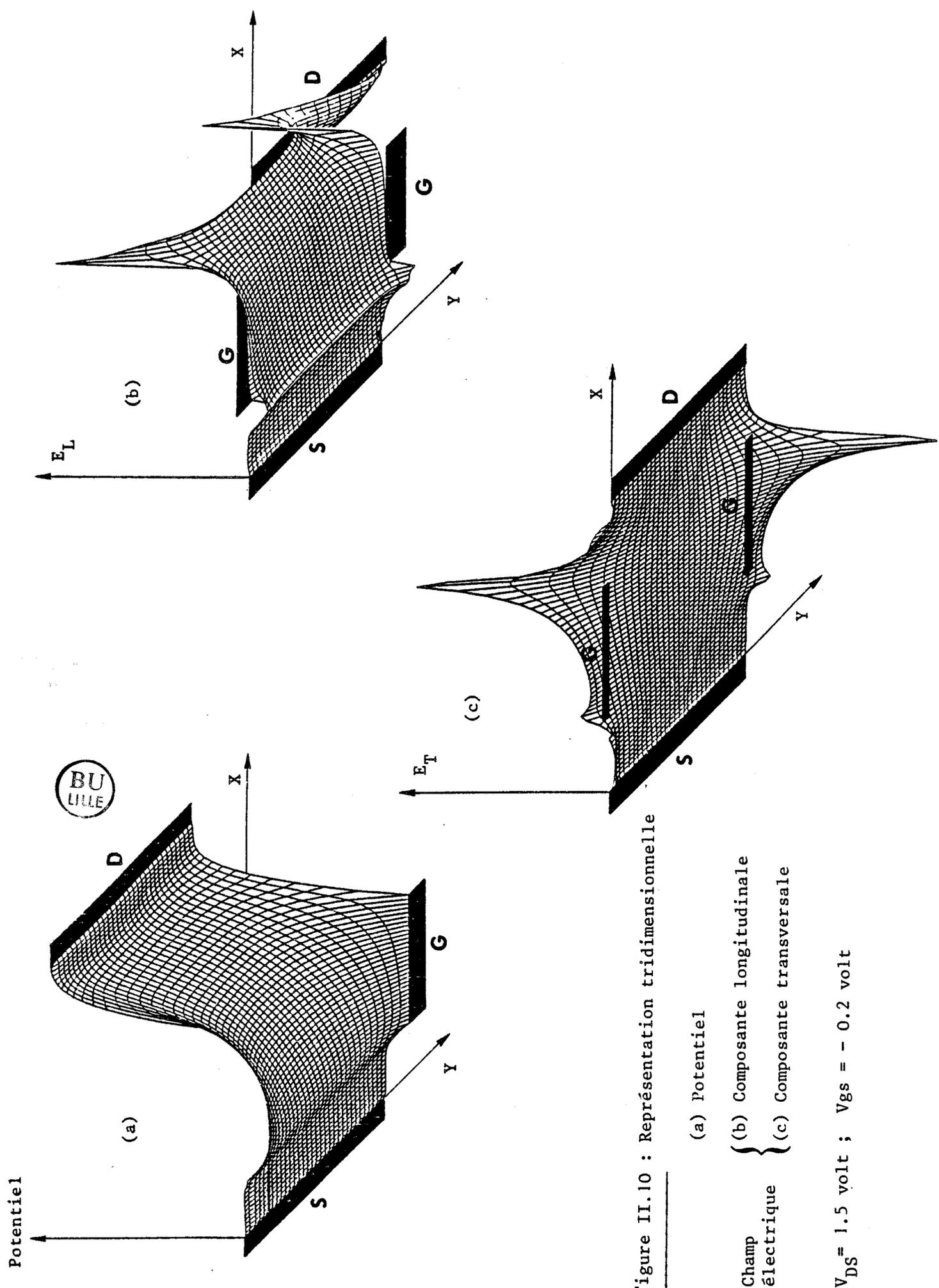
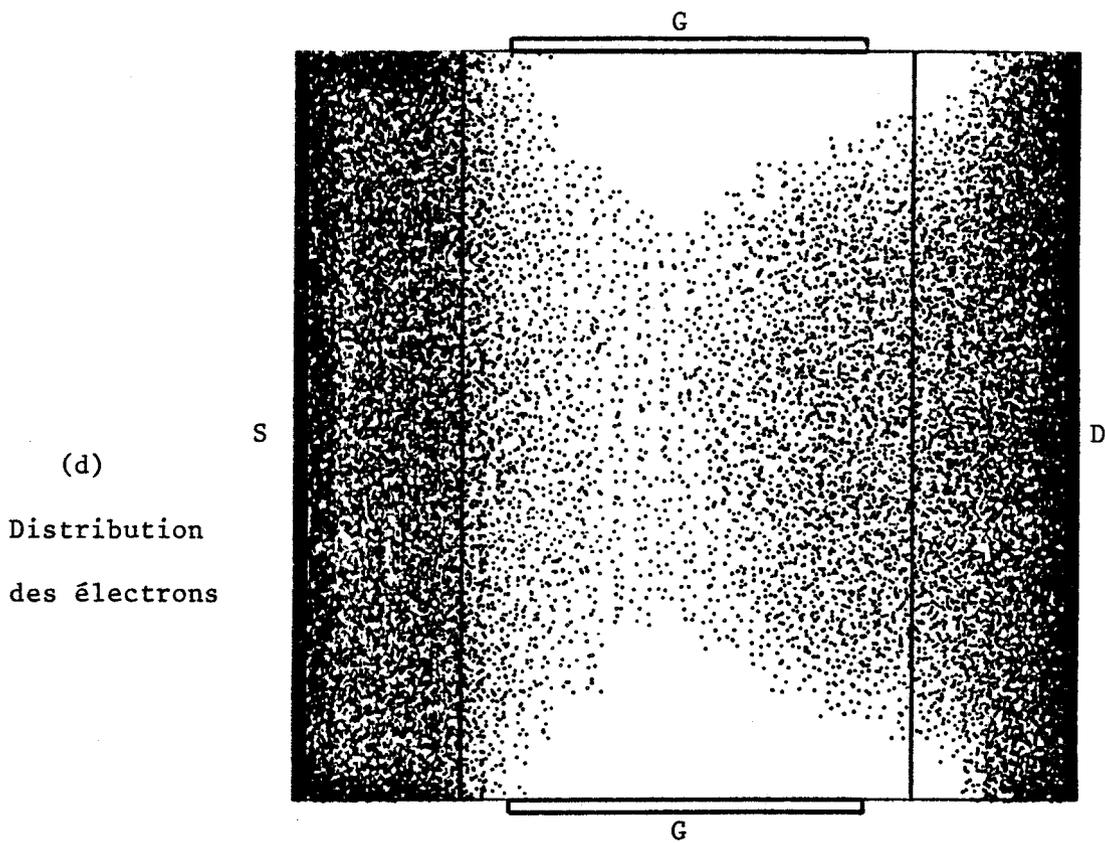


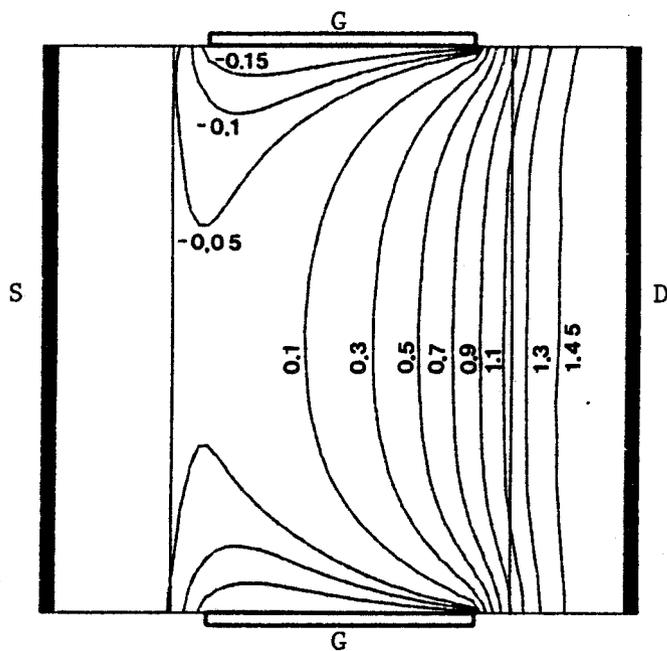
Figure II.10 : Représentation tridimensionnelle

- (a) Potentiel
  - (b) Composante longitudinale
  - (c) Composante transversale
- Champ électrique {

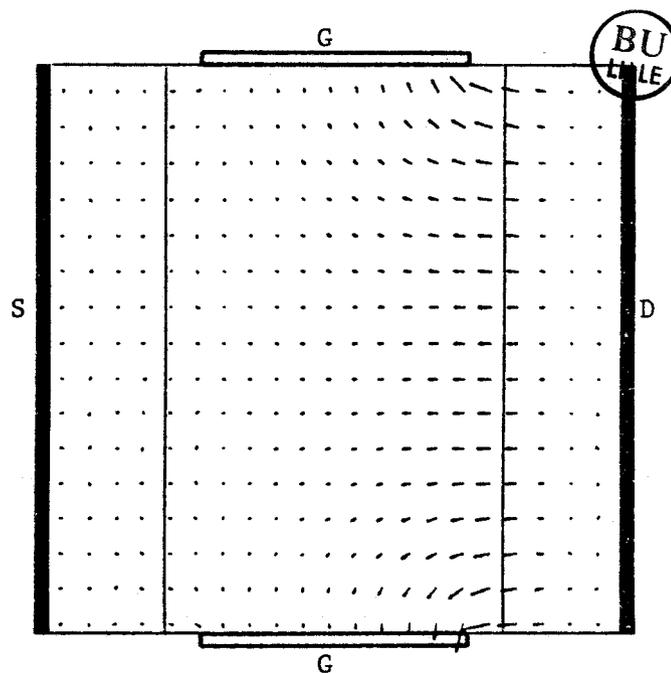
$V_{DS} = 1.5$  volt ;  $V_{GS} = - 0.2$  volt



$V_{DS} = 1.5\text{volt}$  ;  $V_{gs} = -0.2\text{volt}$  ;  $W_x = 0.75\mu\text{m}$  ;  $W_y = 0.75\mu\text{m}$



(e) Equipotentielles



(f) Carte du champ électrique

Figure II.10 : Représentation plan de la distribution des électrons, des équipotentiels, et du champ électrique

téristiques suivantes :

- Longueur des zones  $N^+$  : 0.15  $\mu\text{m}$
- Longueur de la zone active : 0.45  $\mu\text{m}$
- Largeur du composant : 0.75  $\mu\text{m}$
- Dopage des zone  $N^+$  :  $10^{17}$  at/cm<sup>3</sup>
- Dopage de la zone active : 0
- Longueur de la grille : 0.35  $\mu\text{m}$

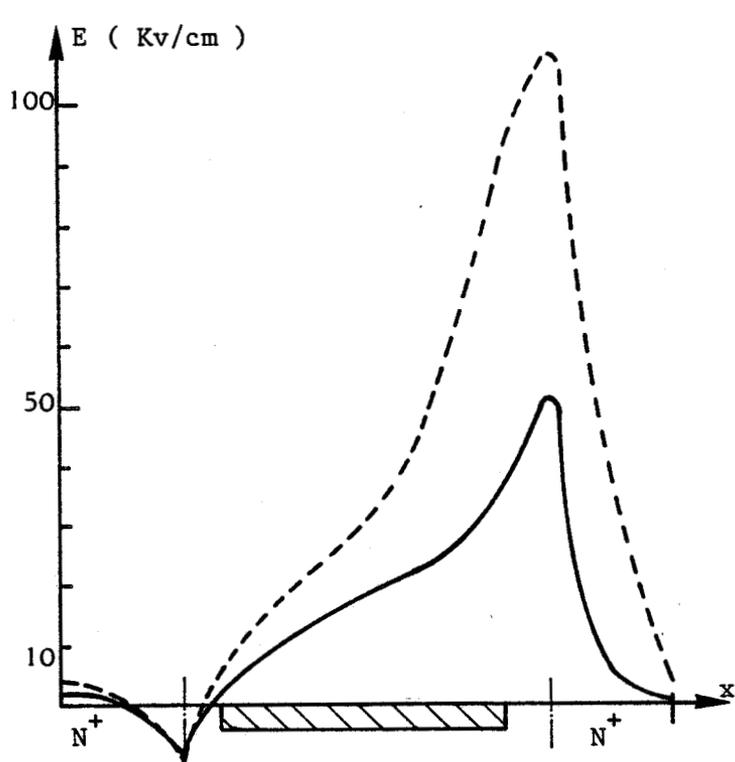
### 1.1) Influence de la tension Drain-Source

Nous présentons sur la figure II.11, les évolutions spatiales des différentes grandeurs physiques pour deux valeurs de la tension  $V_{DS}$  et pour une tension grille-source  $V_{gs}$  donnée. Ces évolutions ont été tracées dans l'axe de symétrie de la structure.

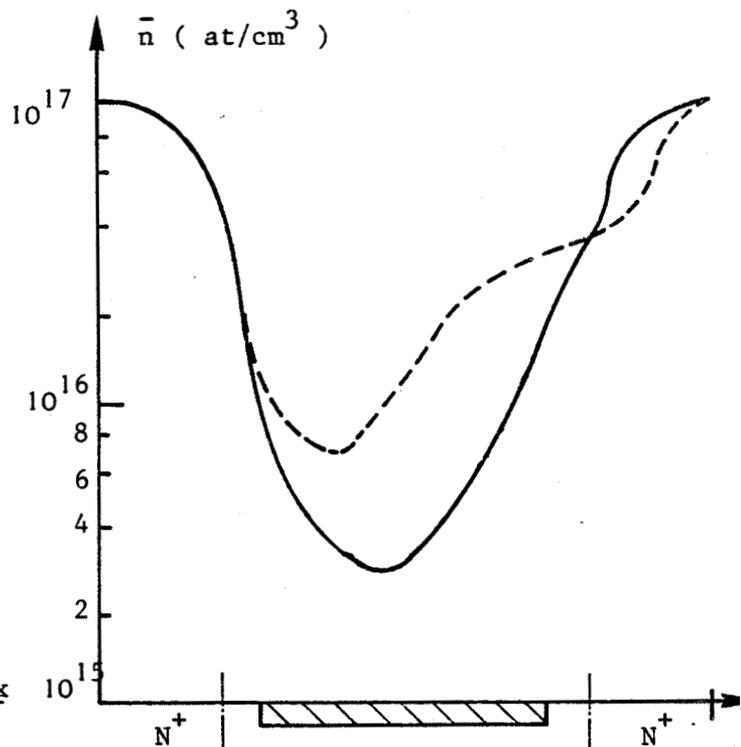
La tension  $V_{DS}$  étant définie par :

$$V_{DS} = \int_s^D E d\alpha$$

Il est clair que toute augmentation de la tension  $V_{DS}$  doit s'accompagner d'une augmentation du champ électrique. Sur la figure II.11-a, nous voyons que cette augmentation affecte surtout la zone où le champ électrique est le plus élevé, c'est à dire à l'extrémité de la grille du côté drain. Ainsi le pic de champ électrique voit sa largeur et sa valeur maximale augmenter lorsque la tension  $V_{DS}$  croît, il en résulte que l'énergie moyenne des porteurs libres augmente. La distance parcourue par les porteurs pour atteindre l'énergie nécessaire au transfert en vallée haute, est d'autant plus courte que la tension  $V_{DS}$  est grande puisque la croissance de l'énergie sous la grille est plus rapide. C'est à dire que la position

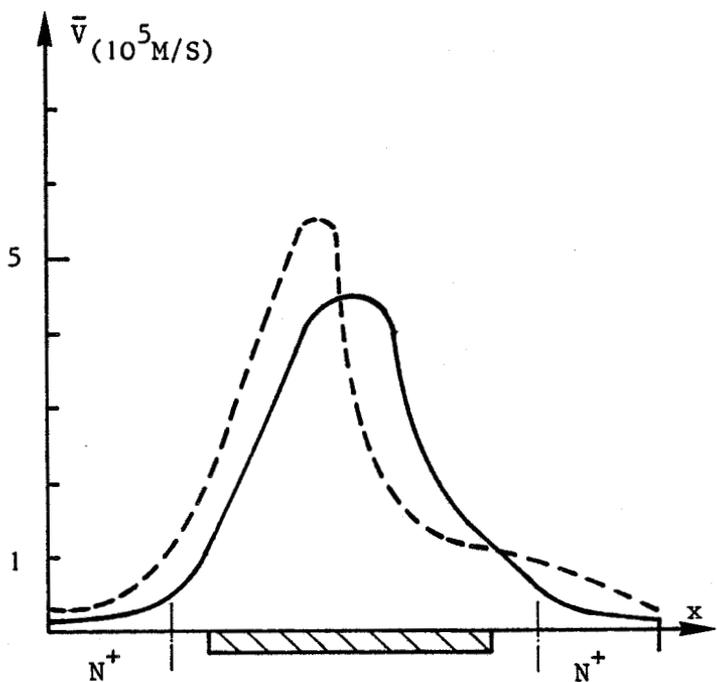


(a) Composante longitudinale du champ électrique

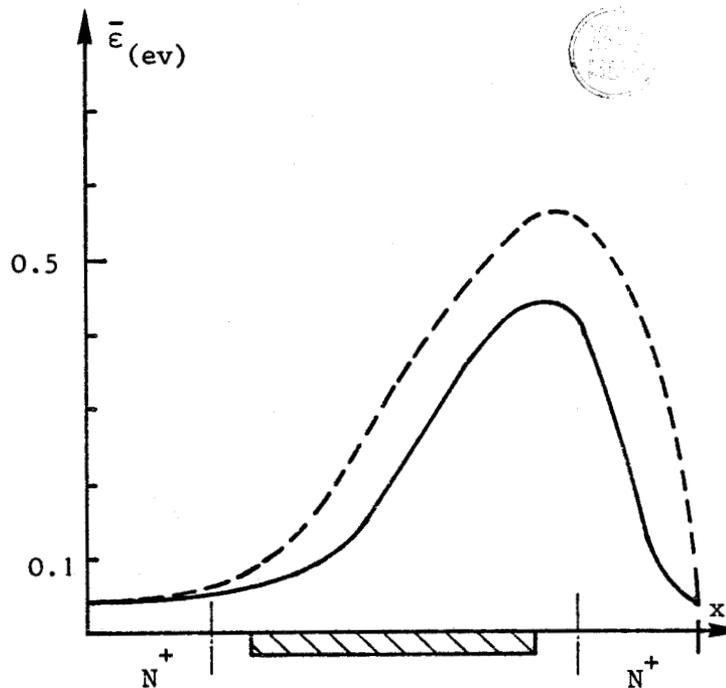


(b) Densité de porteurs

$V_{gs} = 0.0V$  { --- :  $V_{DS} = 2.5 V$   
 — :  $V_{DS} = 1.0 V$



(c) Vitesse longitudinale



(d) Energie

Figure II.11 : Evolution des grandeurs physiques pour deux tensions  $V_{DS}$

du maximum de la vitesse moyenne des électrons va se déplacer vers la source. Nous remarquons aussi que la vitesse moyenne des porteurs au début de la zone active ainsi que le maximum de la vitesse sont plus élevées lorsque la tension  $V_{DS}$  est grande. Effectivement, nous pouvons admettre que la composante longitudinale de la vitesse au début de la zone active est égale à  $\mu E_x$ , l'augmentation de la tension  $V_{DS}$  entraîne un champ électrique plus élevé et par conséquent une vitesse plus importante.

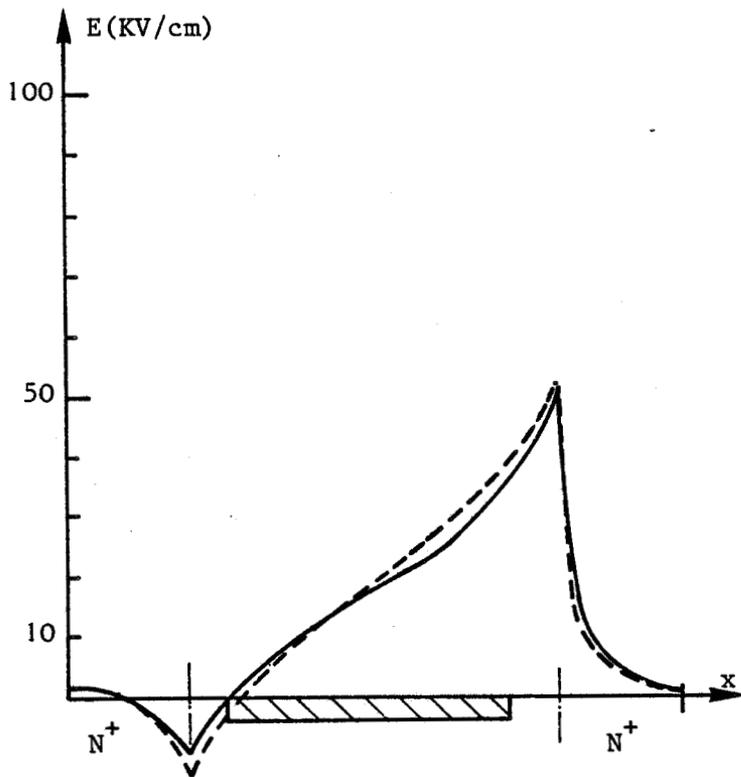
L'évolution de la densité de porteurs libres dans l'axe de symétrie de la structure, a été tracée sur la figure II.11-b pour différentes valeurs de la tension  $V_{DS}$ .

Nous observons qu'il apparaît une zone d'accumulation de porteurs du côté drain, qui s'élargit et augmente avec la tension  $V_{DS}$ . En effet, lorsque la tension  $V_{DS}$  augmente, le champ électrique est plus élevé et les électrons transfèrent au bout d'une distance plus courte induisant ainsi une augmentation de la densité de porteurs libres, un élargissement de la zone d'accumulation et une montée plus rapide du champ électrique. Dans cette couche d'accumulation, les électrons se déplacent avec une vitesse voisine de la vitesse de saturation.

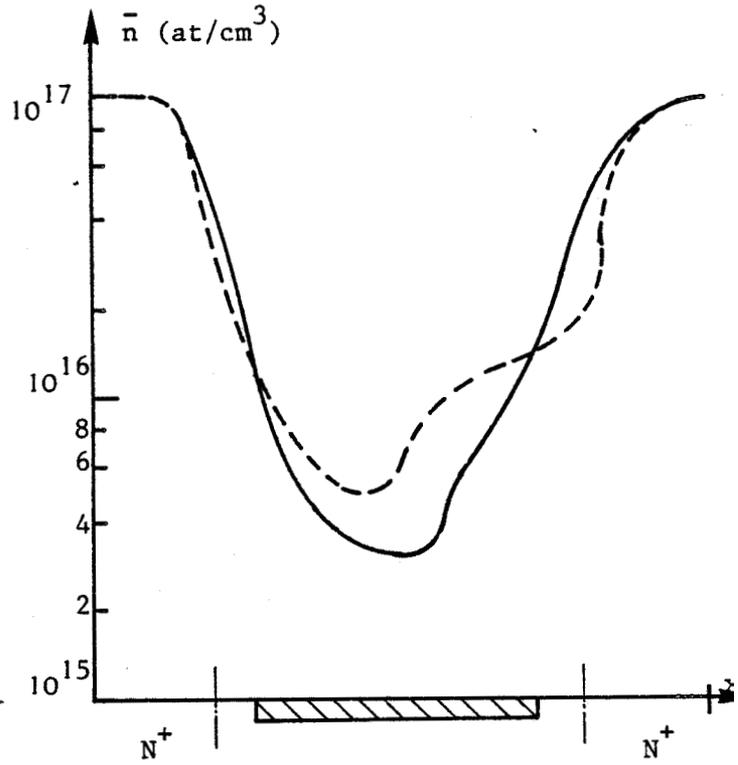
### 1.2) Influence de la tension grille-source $V_{gs}$

A tension drain-source fixée, lorsque la tension  $V_{gs}$  diminue, nous observons dans l'axe de symétrie de la structure :

- Une augmentation de la composante longitudinale du champ électrique sous la grille
- Une augmentation de l'énergie moyenne des porteurs sous la grille
- Une augmentation du maximum de la vitesse moyenne

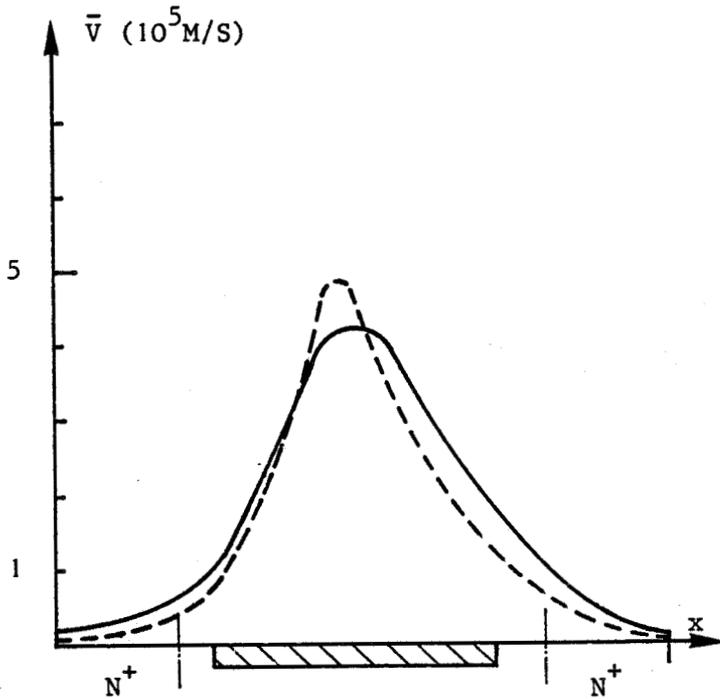


(a) Composante longitudinale du champ électrique

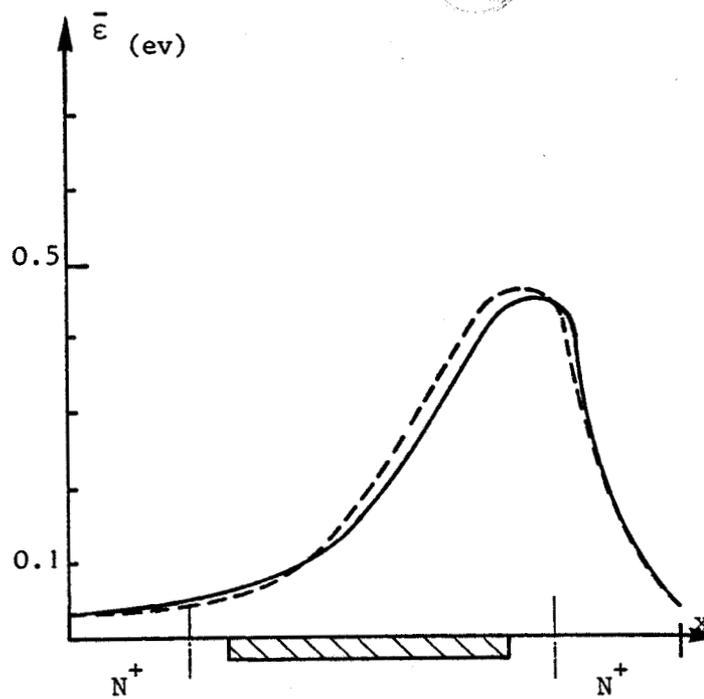


(b) Densité de porteurs

$V_{DS} = 1.0V$  { --- :  $V_{gs} = -0.2V$   
 — :  $V_{gs} = 0.0V$



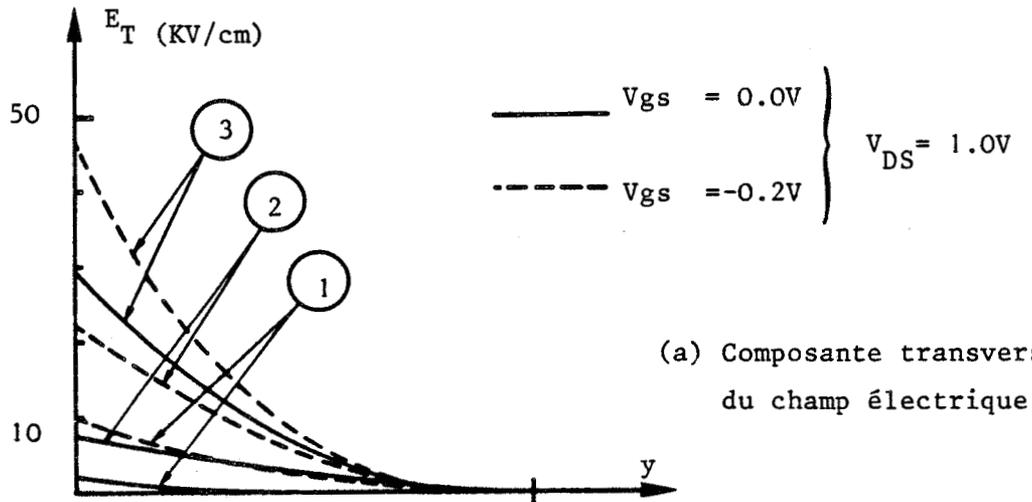
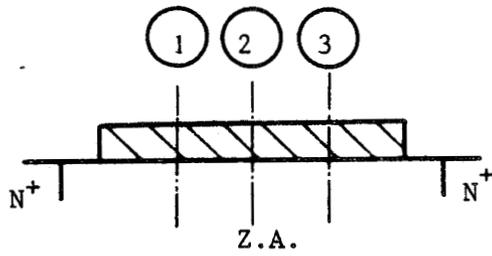
(c) Vitesse longitudinale



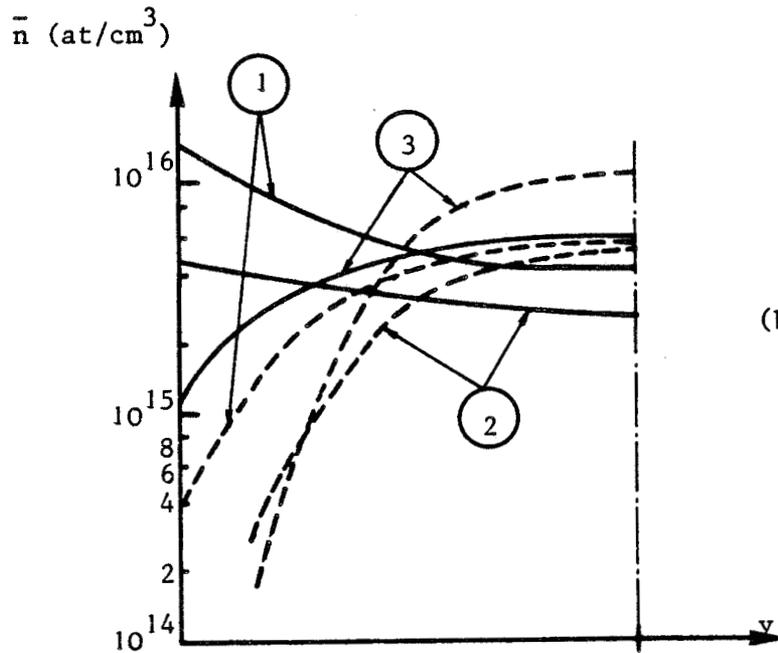
(d) Energie



Figure II.12 : Evolution des grandeurs physiques pour deux tensions  $V_{gs}$



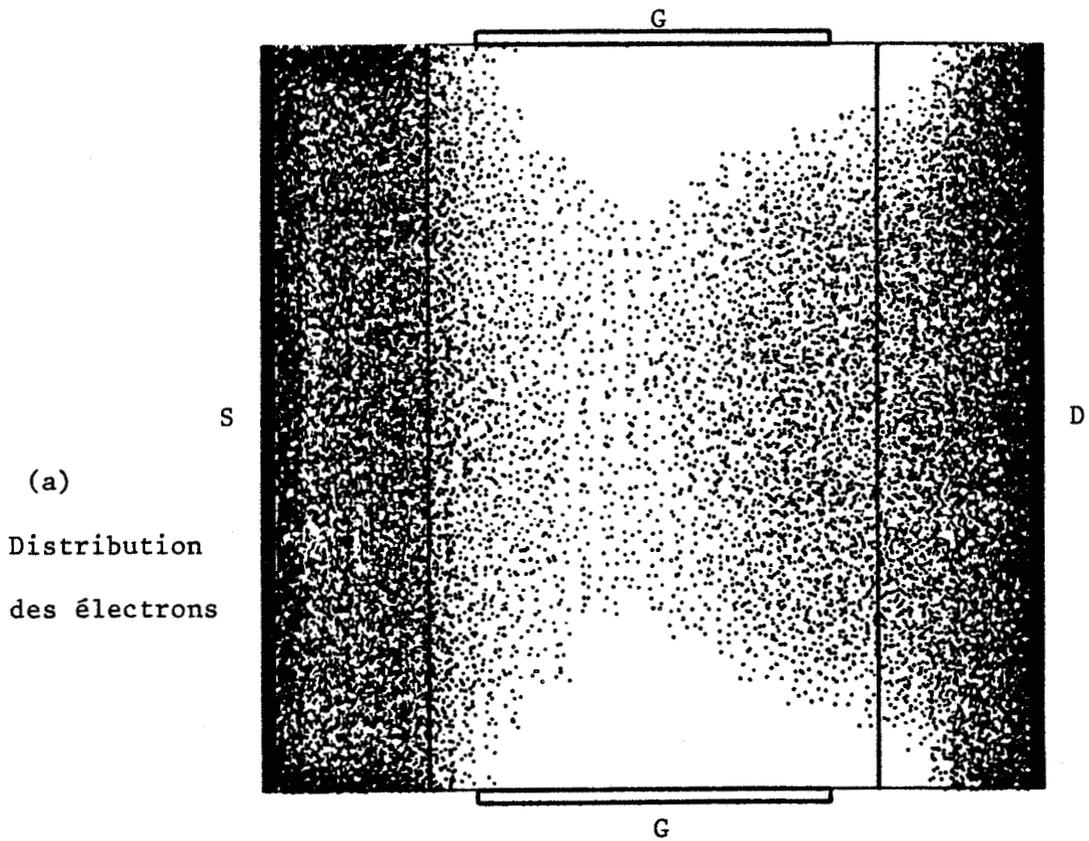
(a) Composante transversale du champ électrique



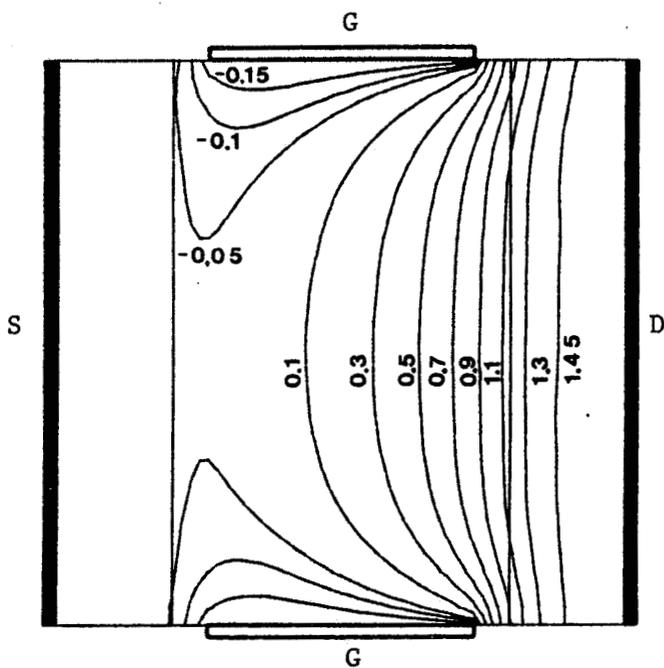
(b) Densité de porteurs

Figure II.13 : Evolution de la composante transversale du champ électrique et de la densité de porteurs suivant l'axe y

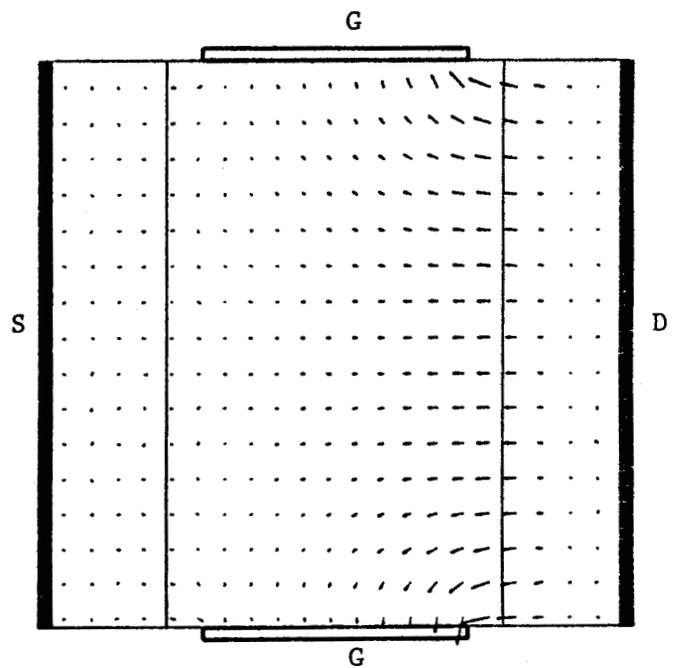




$$V_{DS} = 1.5 \text{ volt} ; V_{gs} = -0.2 \text{ volt}$$



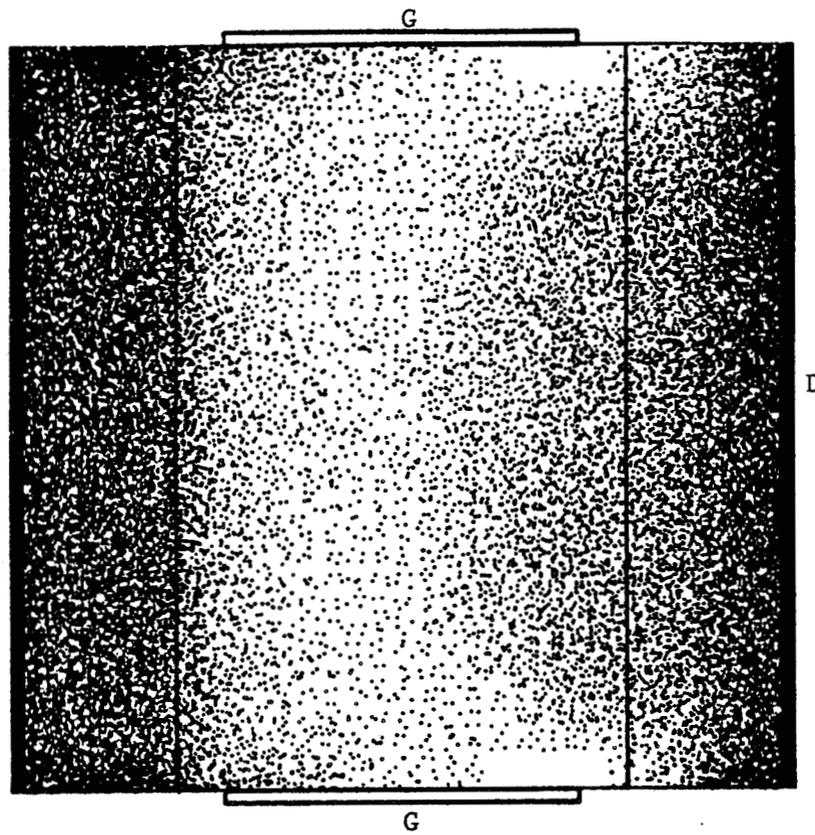
(b) Equipotentielles



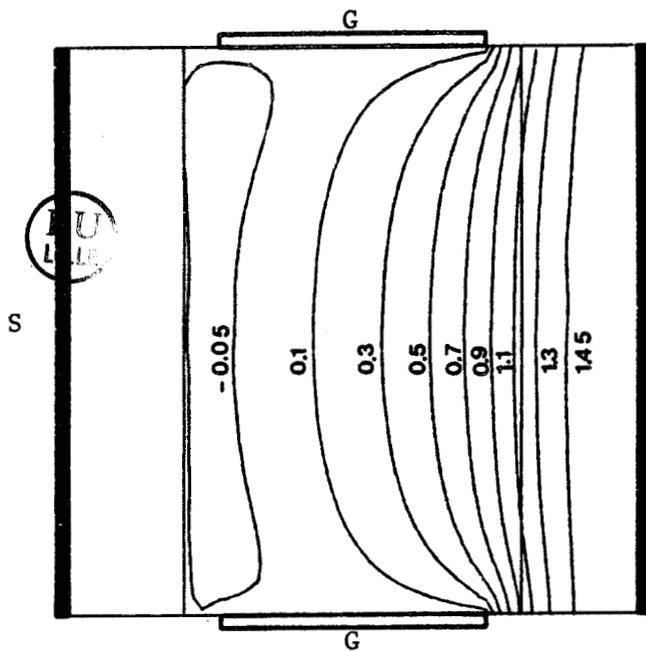
(c) Carte du champ électrique

Figure II.14 : Représentation plan de la distribution des électrons, des équipotentiels, et du champ électrique

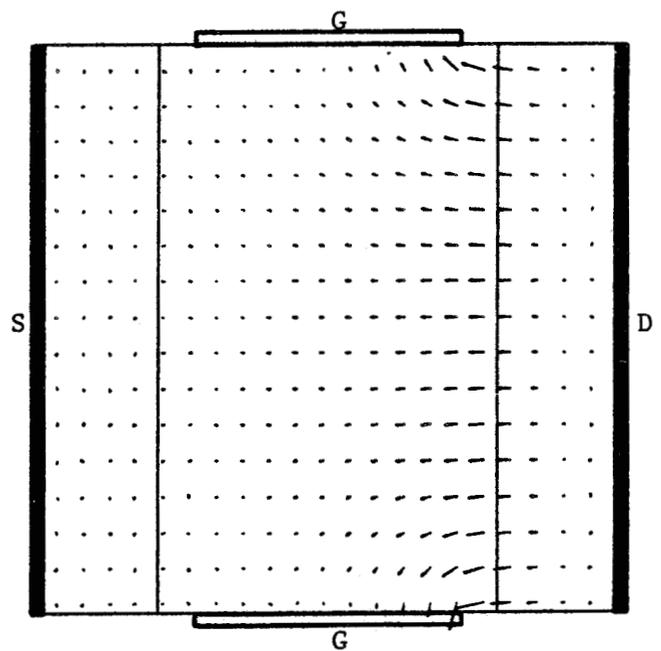
(d)  
Distribution  
des électrons



$V_{DS} = 1.5$  volt ;  $V_{gs} = 0.$  volt



(e) Equipotentielles



(f) Carte du champ électrique

Figure II.14 : Représentation plan de la distribution des électrons, des équipotentiels, et du champ électrique

Sur la figure II.13-a, nous avons représenté l'évolution de la composante transversale du champ électrique en fonction de l'ordonnée  $y$  pour deux abscisses  $x = WX/2$  et  $x = WX/2 + Lg/4$ . Nous constatons que cette composante est d'autant plus importante que la tension  $V_{gs}$  est négative et que son amplitude augmente en se rapprochant du drain. Ce champ transversal repousse les électrons induisant ainsi une densité de porteurs plus importante au centre du canal et créant une zone désertée sous la grille. Ces phénomènes seront d'autant plus importants que la tension  $V_{gs}$  sera négative, comme nous pouvons le constater sur les figures II.12-b et II.13-b.

Les représentations plan de la répartition des électrons dans le composant, des équipotentiellles et de la carte du champ électrique sont données sur les figures II.14 pour deux tensions de polarisation  $V_{gs}$ .

En conclusion, nous remarquons que les phénomènes de survitesse sont légèrement accentués par une augmentation de la tension  $V_{DS}$  ou par une diminution de la tension  $V_{gs}$ .

## 2) Influence des paramètres technologiques

Nous allons maintenant étudier l'influence des paramètres géométriques et technologiques tels que la longueur et le positionnement de la grille, les dimensions et le dopage de la zone active, sur les différentes grandeurs physiques.

### 2.1) Grille centrée : Influence de la longueur de grille

Nous présentons sur la figure II.15, les variations spatiales dans l'axe de symétrie de la structure, de la composante longitudinale du champ électrique, de leur énergie moyenne, de la composante longitudinale

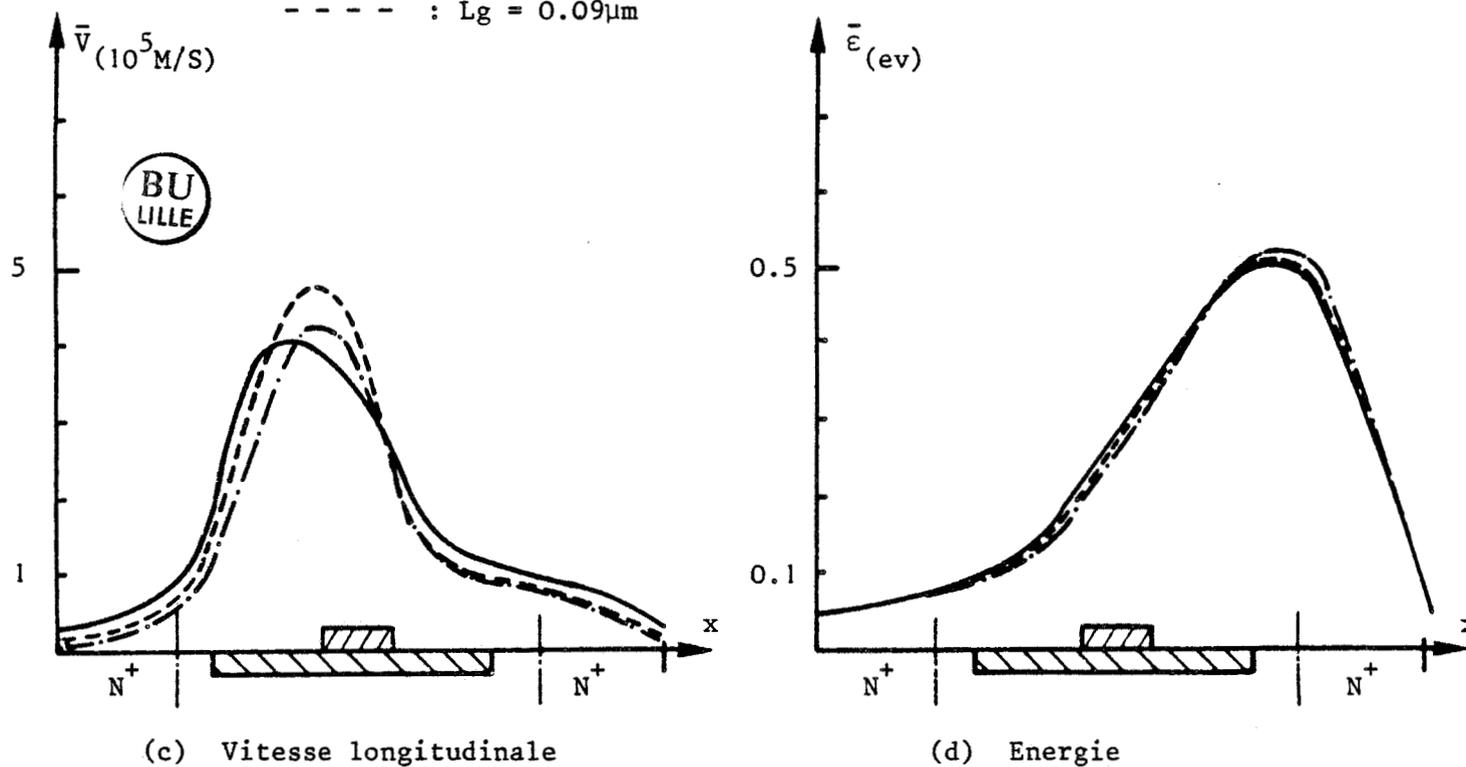
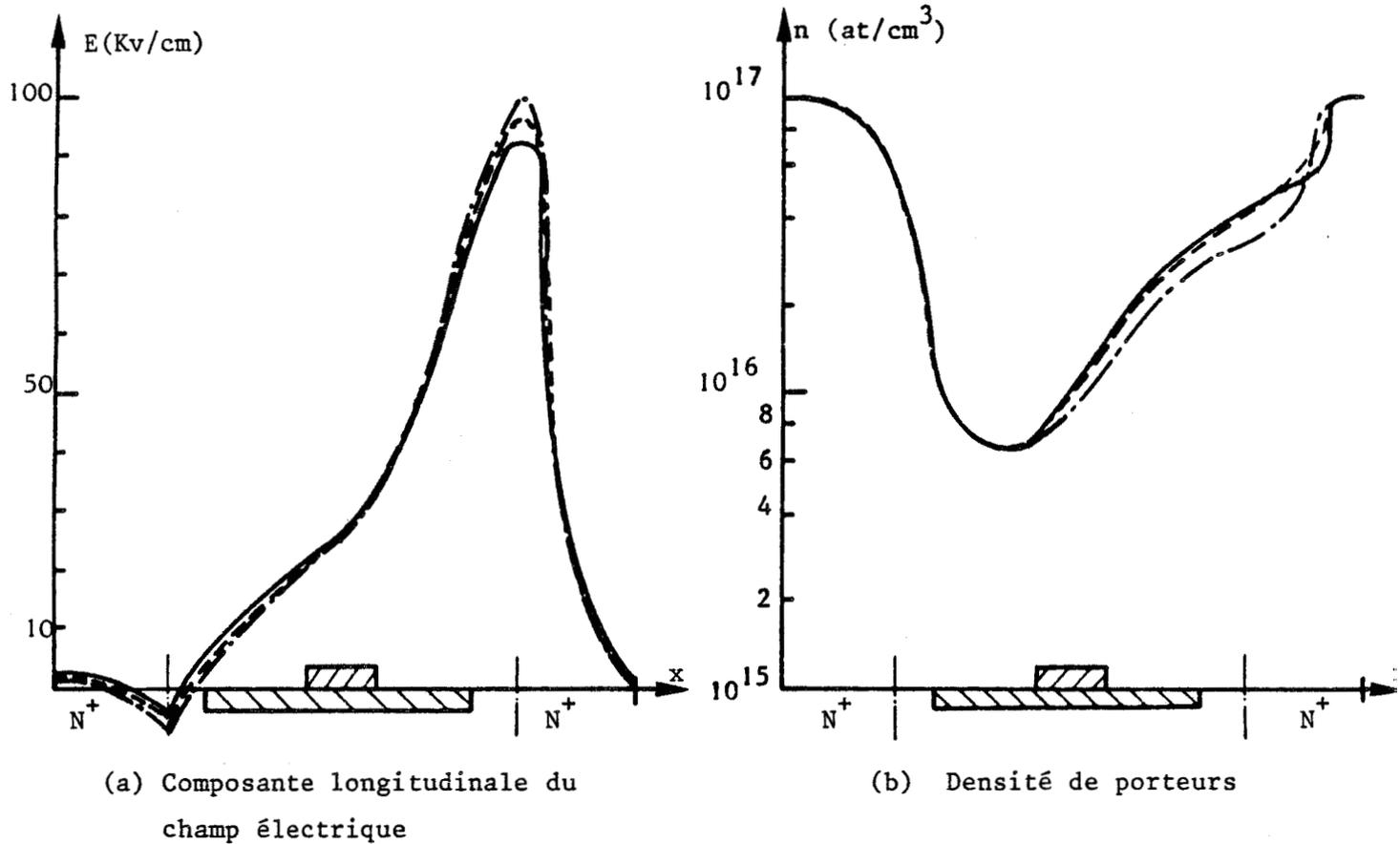
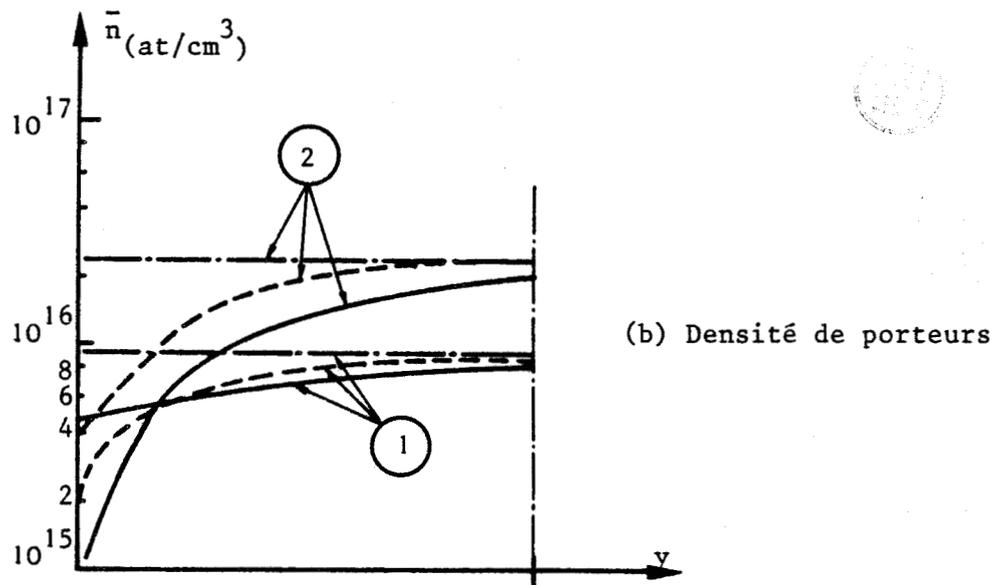
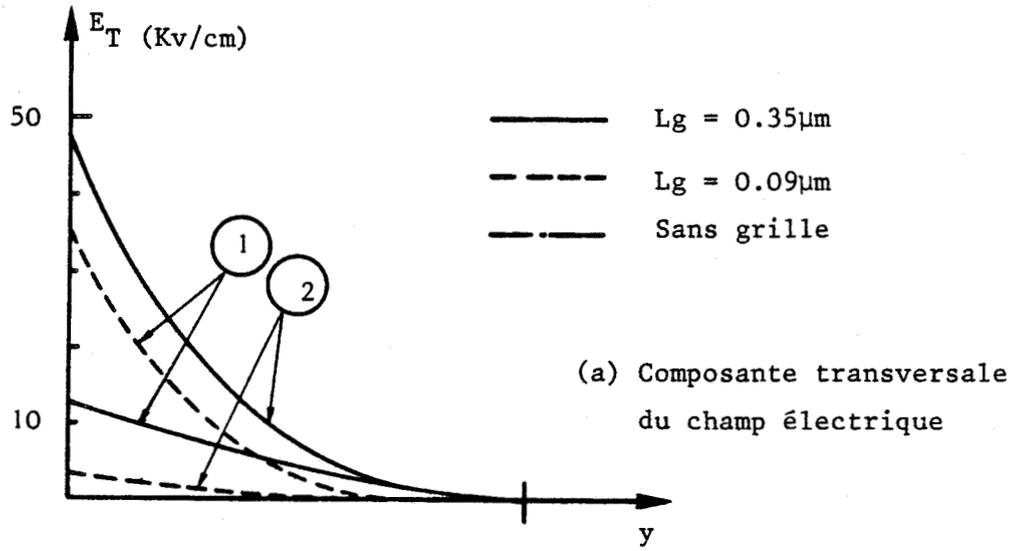
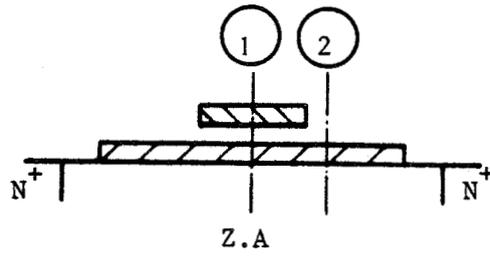
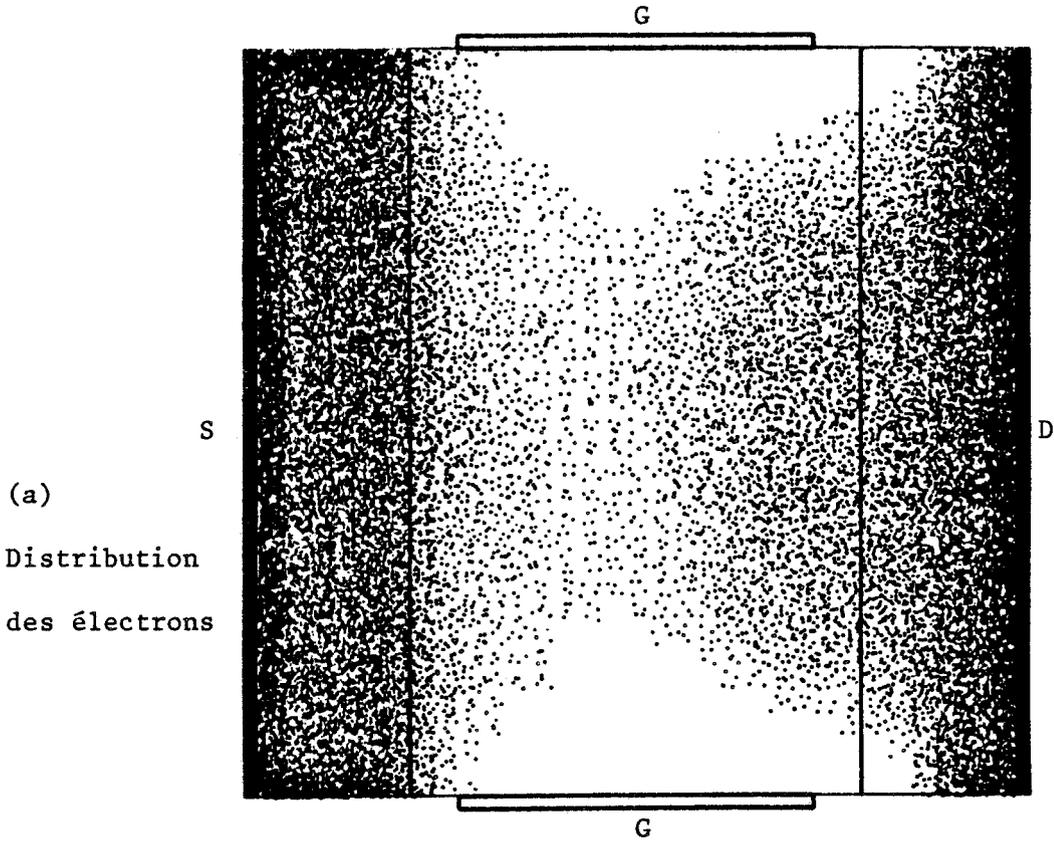


Figure II.15 : Influence de la longueur de grille sur les grandeurs physiques



$V_{DS} = 1.5V$  ;  $V_{GS} = -0.2V$  ;  $W_x = 0.75\mu m$  ;  $W_y = 0.75\mu m$

Figure II.16 : Influence de la longueur de grille sur la composante transversale et la densité de porteurs



$V_{DS} = 1.5 \text{ volt}$  ;  $V_{gs} = -0.2 \text{ volt}$  ;  $L_g = 0.35 \mu\text{m}$

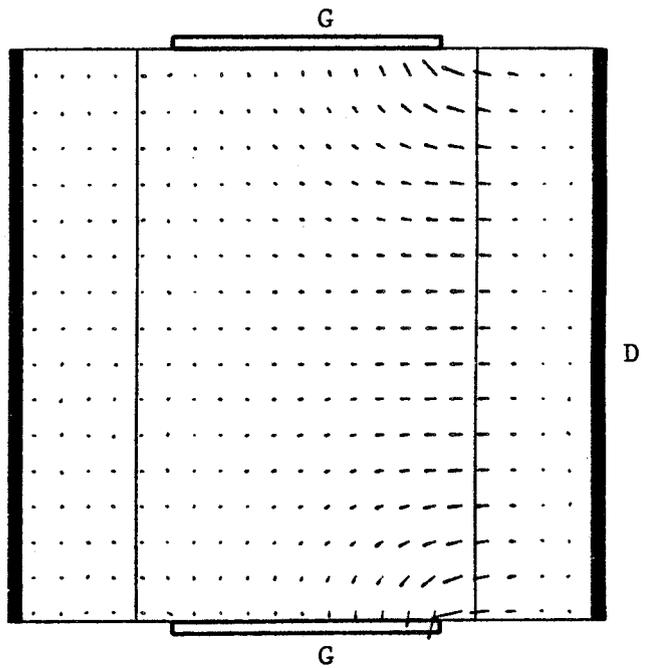
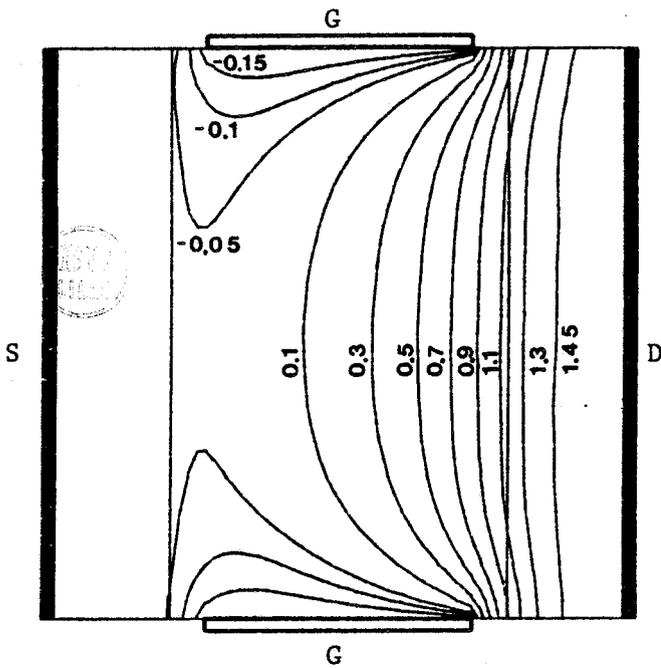
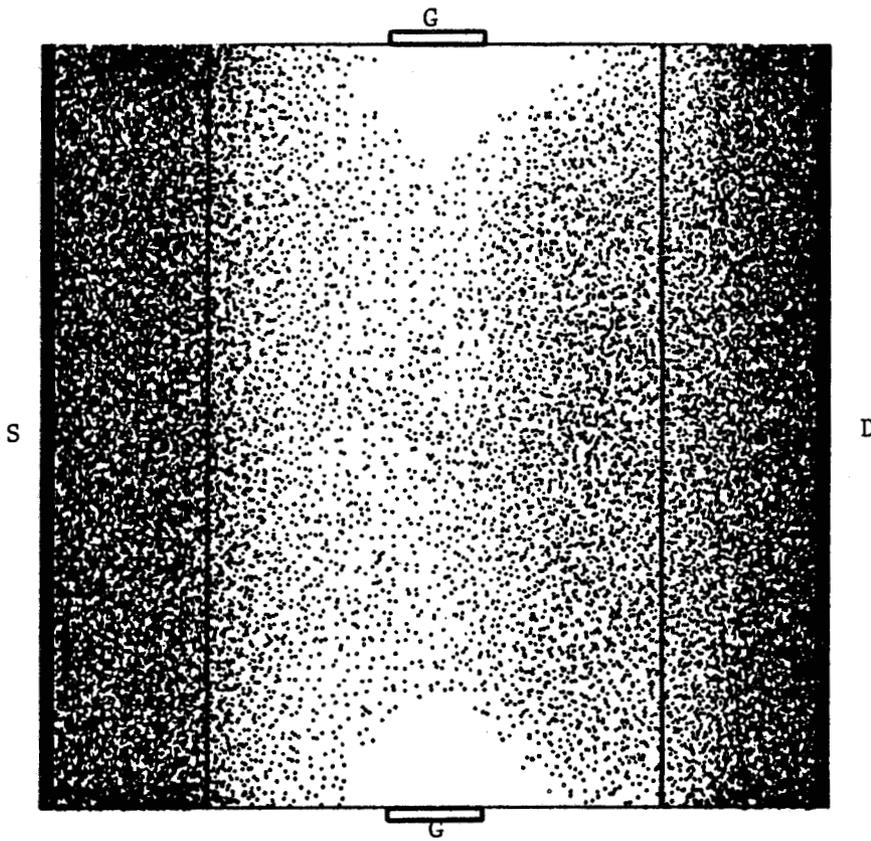


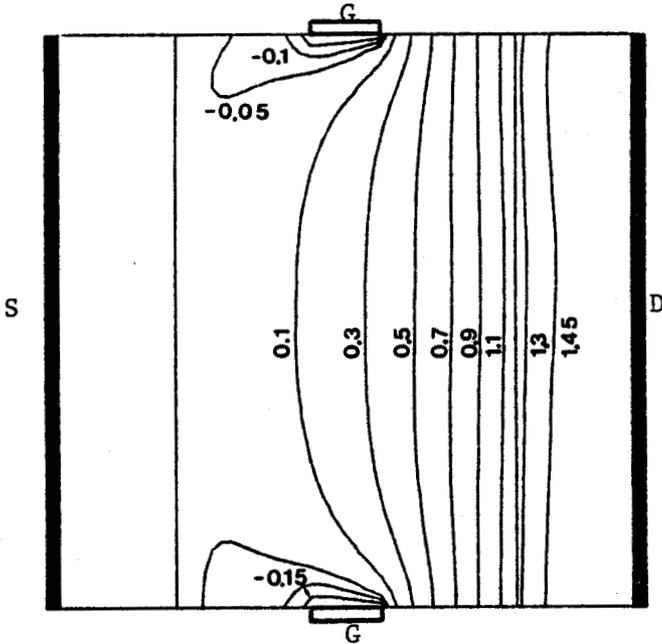
Figure II.17 : Représentation de la distribution des électrons, des équipotentielles, et du champ électrique pour deux longueurs de grille

(d)

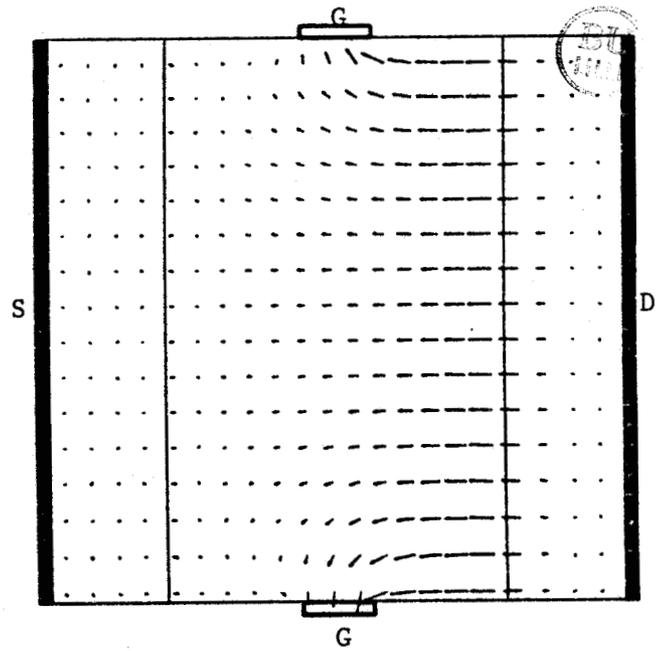
Distribution  
des électrons



$V_{DS} = 1.5$  volt ;  $V_{gs} = -0.2$  volt ;  $L_g = 0.09\mu\text{m}$



(e) Equipotentielles



(f) Carte du champ électrique

Figure II.17 : Représentation de la distribution des électrons, des équipotentielles  
et du champ électrique pour deux longueurs de grille

de la vitesse moyenne et de la densité de porteurs libres pour une structure sans grille et des structures possédant des grilles de longueurs différentes, polarisées à zéro volt par rapport à la source.

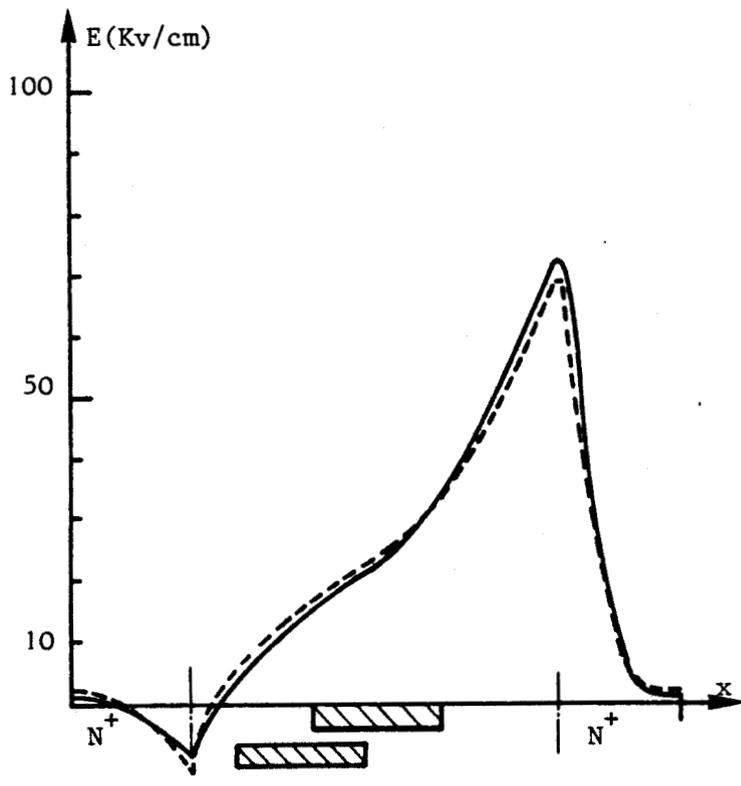
Nous remarquons, pour la structure sans grille que l'amplitude du champ électrique est plus élevée dans la première moitié de la zone active comparativement aux champs électriques des structures avec grille ( figure II.15-a ). Il en résulte que la vitesse et l'énergie moyenne des porteurs sont plus élevées dans la première partie de la zone active pour la structure sans grille. Pour cette structure l'énergie croît plus rapidement et par conséquent les électrons vont transférer plus vite dans les vallées hautes, ce qui limite le maximum de la vitesse atteinte par les électrons dans la zone active.

La présence de la grille se traduit par l'existence d'un champ électrique transversal qui va repousser les électrons de la surface. L'évolution de la composante transversale du champ électrique en fonction de  $y$  est présentée sur la figure II.16-a pour des valeurs de  $x$  correspondantes au centre et au trois quart de la zone active. Nous pouvons remarquer que l'intensité de cette composante est plus importante au centre de la grille pour la longueur la plus faible et par conséquent la densité de porteurs libres sous la grille est plus faible en surface (figure II.16-b).

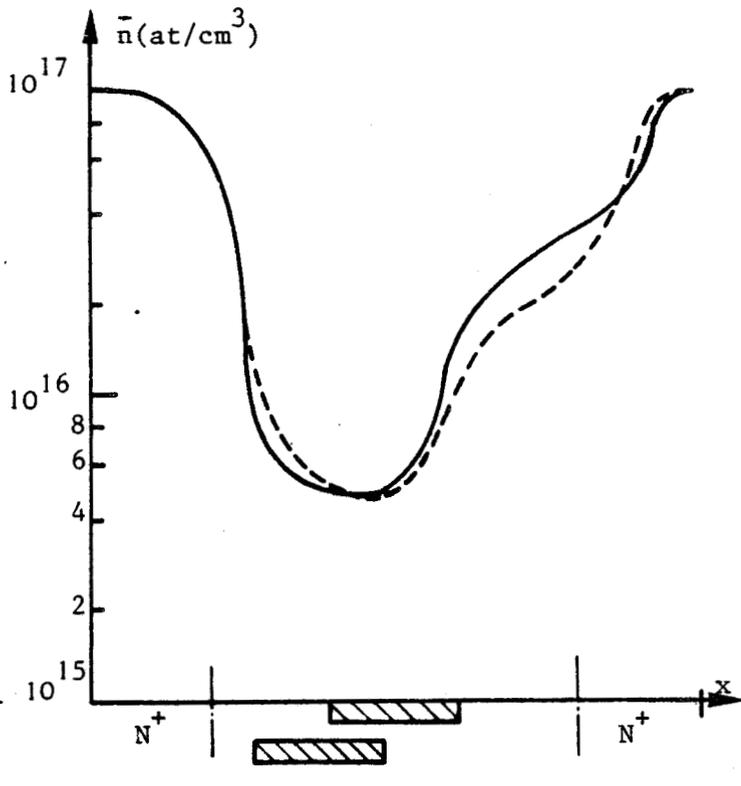
Sur les figures II.17, nous avons représenté la répartition des électrons, les équipotentielles et la carte du champ électrique.

## 2.2) Longueur de grille fixée : Influence du positionnement de la grille

On peut espérer augmenter la vitesse des porteurs en rapprochant la grille de la source. Pour cela nous avons comparé sur les



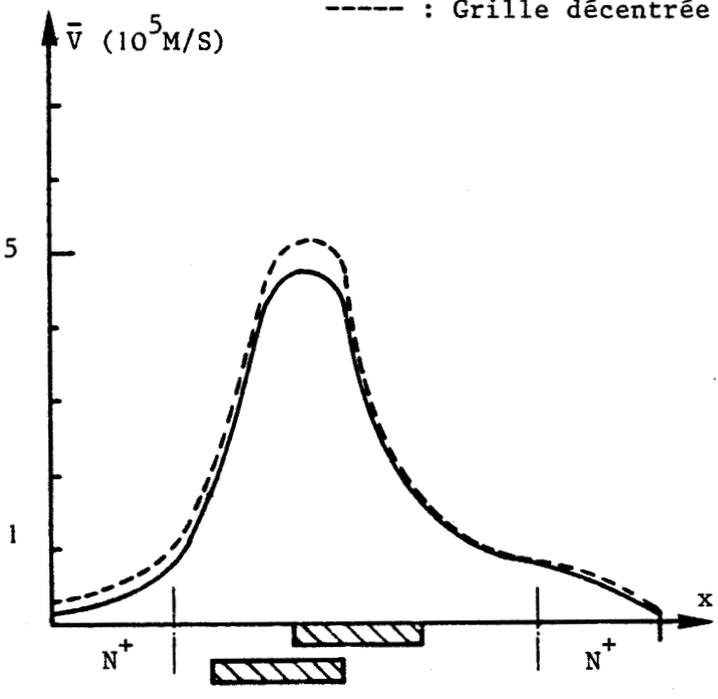
(a) Composante longitudinale du champ électrique



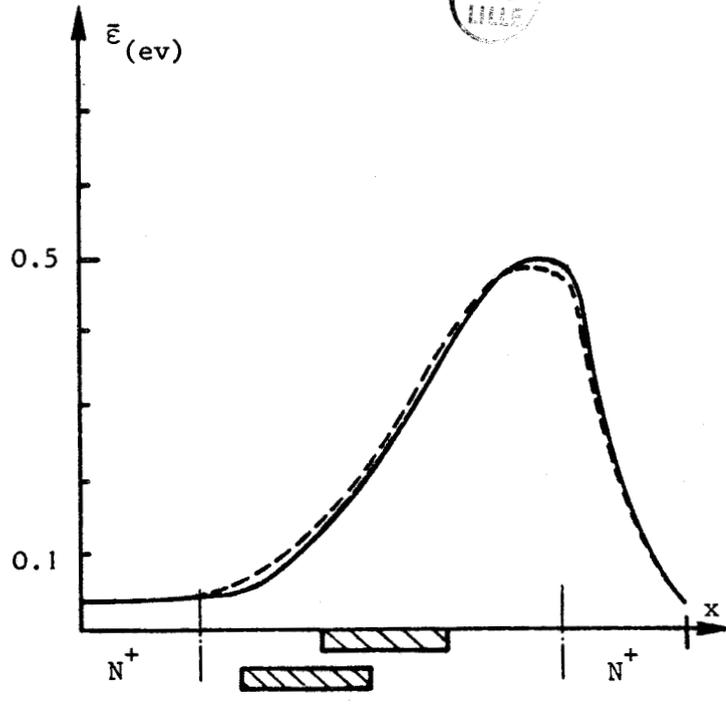
(b) Densité de porteurs

$V_{DS} = 1.5V$  ;  $V_{gs} = -0.1V$  ;  $W_x = 0.75\mu m$  ;  $W_y = 0.75\mu m$  ;  $L_g = 0.16\mu m$

— : Grille centrée  
 - - - : Grille décentrée

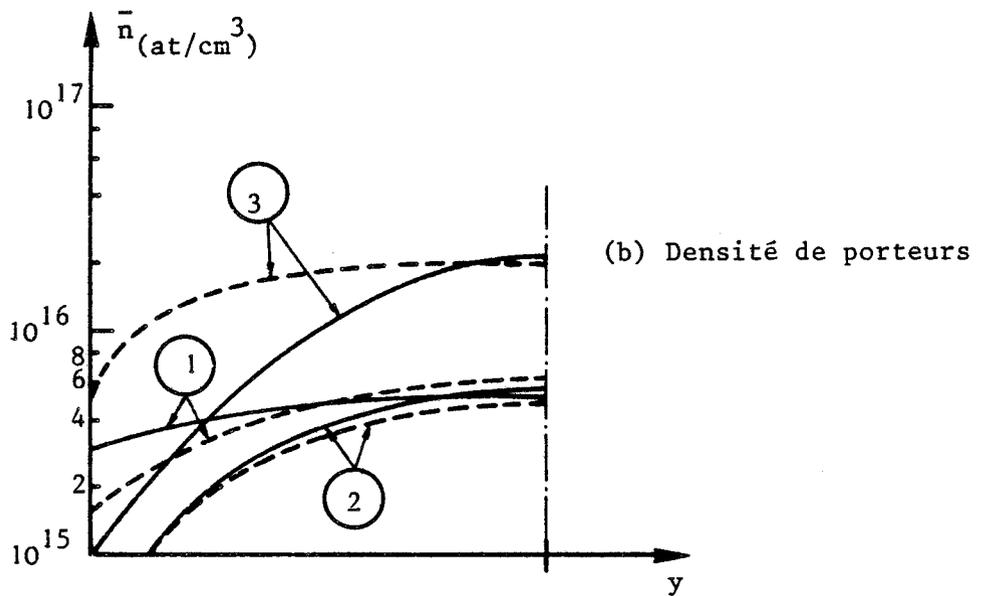
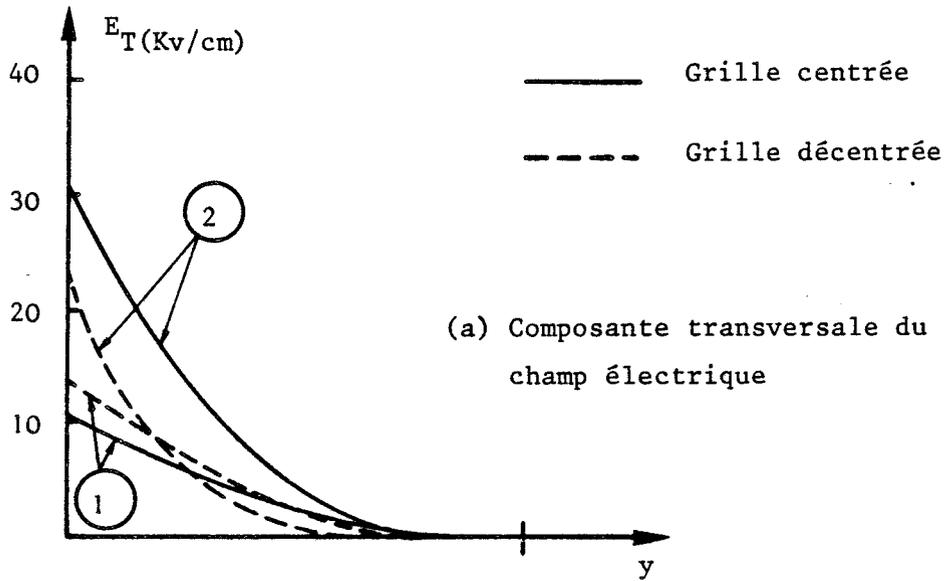
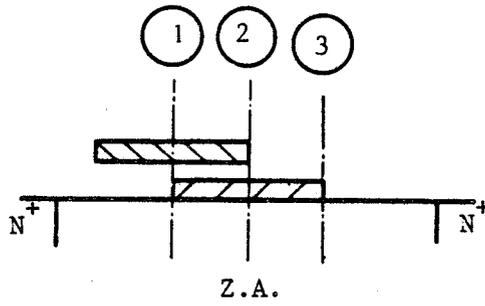


(c) Vitesse longitudinale



(d) Energie

Figure II.18 : Influence du positionnement de la grille sur les grandeurs physiques



$V_{DS} = 1.5V$  ;  $V_{gs} = -0.1V$  ;  $W_x = W_y = 0.75\mu m$  ;  $L_g = 0.16\mu m$

Figure II.19 : Influence du positionnement de la grille sur le champ électrique transversale et la densité de porteurs



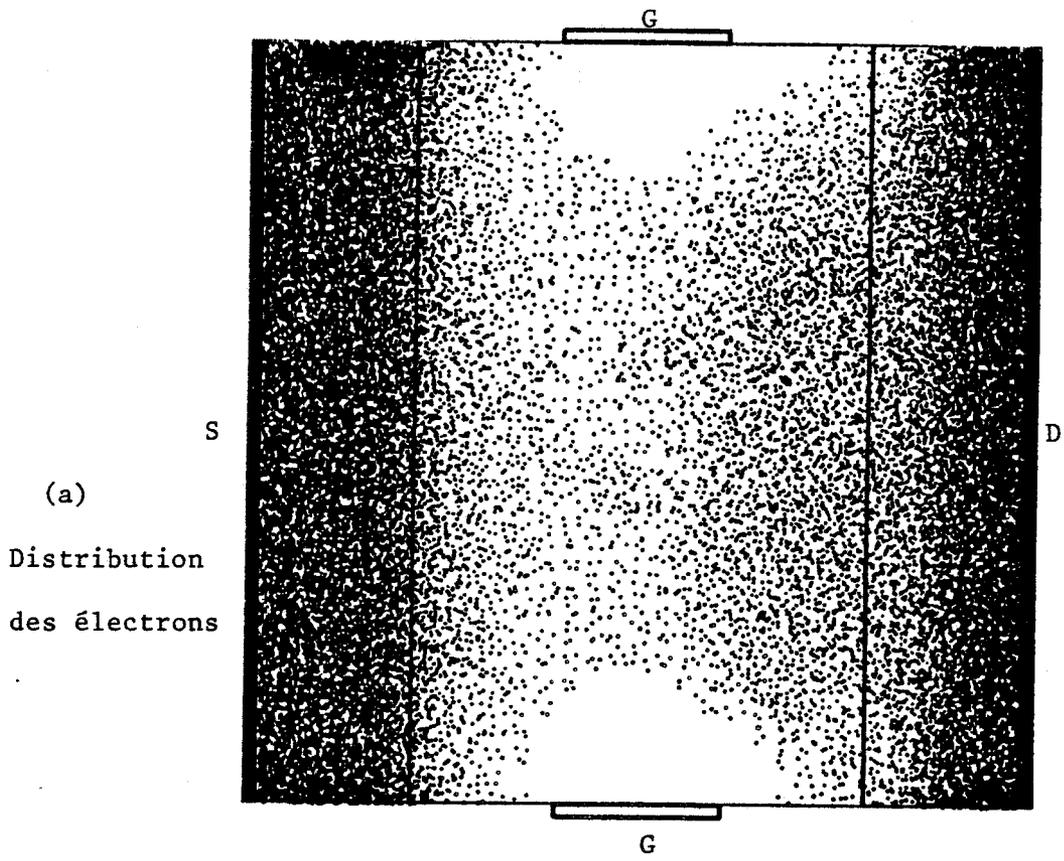
figures II.18 et 19, les évolutions des différentes grandeurs physiques pour deux structures, l'une à grille centrée et l'autre à grille décentrée. Nous constatons sur la figure II.19-a que, lorsque la grille est positionnée près du contact source, l'amplitude de la composante transversale du champ électrique est plus importante au début de la zone active (contact  $N^+I$ ). En conséquence, les électrons injectés par le contact ohmique source, sont repoussés immédiatement au centre du canal sous l'action de cette composante transversale, augmentant ainsi la concentration de porteurs libres au début de la zone active ( figure II.19-b). Il en résulte une augmentation de la composante longitudinale du champ électrique produisant ainsi une accélération plus importante des particules. Dans la deuxième moitié de la zone active, la densité de porteurs libres dans l'axe de symétrie est moins élevée ( figure II.18-b ) puisque la composante transversale du champ électrique dans la dernière partie de la zone active, devient négligeable, ce qui tend à rendre plus uniforme la distribution des électrons. L'évolution de l'énergie moyenne des porteurs suit naturellement les évolutions du champ électrique de dérive ( figure II.18-d ).

La répartition des électrons, les équipotentiellles et la représentation vectorielle du champ électrique sont représentées sur les figures II.20 pour deux positionnements de la grille.

### 2.3) Positionnement de la grille près de la source :

#### Influence de la longueur de grille

Nous avons vu précédemment que l'on pouvait augmenter l'amplitude de la composante longitudinale du champ électrique soit en diminuant la longueur de grille, soit en décalant la grille vers la source favorisant ainsi une augmentation de la vitesse moyenne. En conséquence, on peut espérer amplifier ce phénomène en utilisant des grilles



$V_{DS} = 1.5V$ ;  $V_{gs} = -0.2V$ ;  $W_x = W_y = 0.75\mu m$ ;  $L_g = 0.16\mu m$

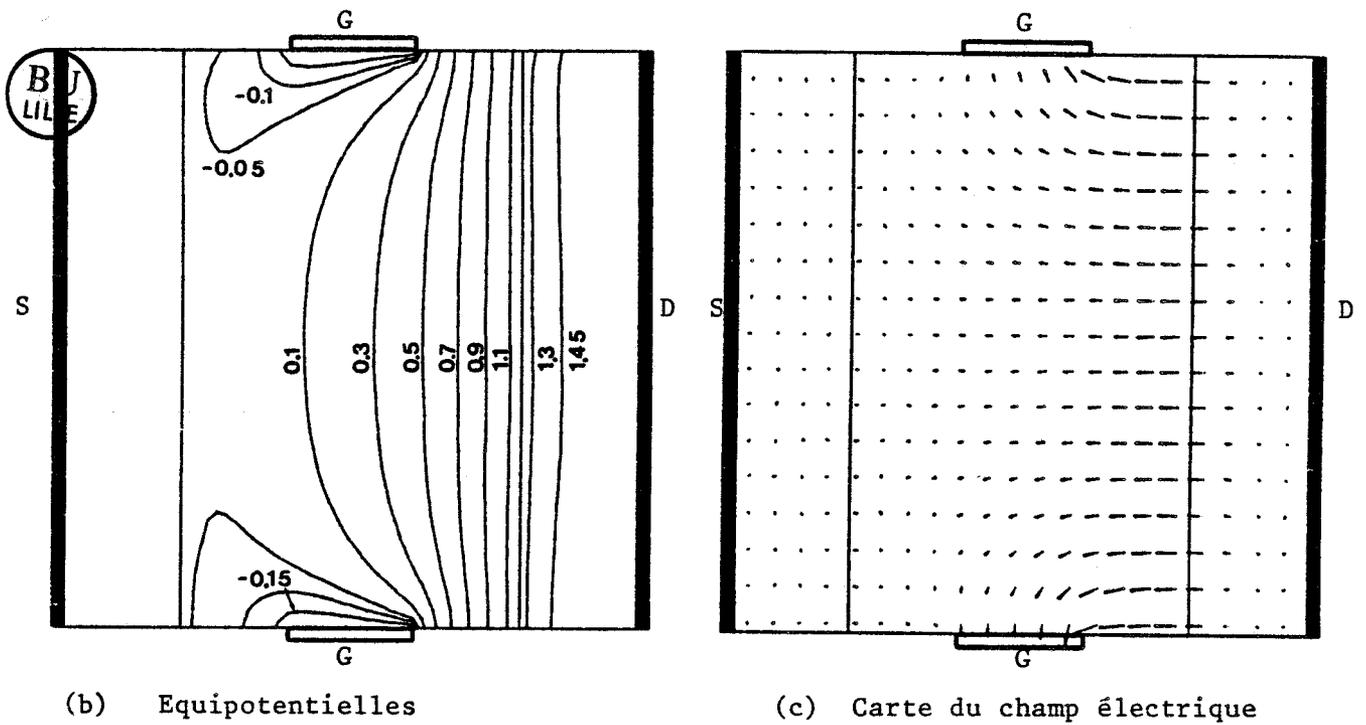
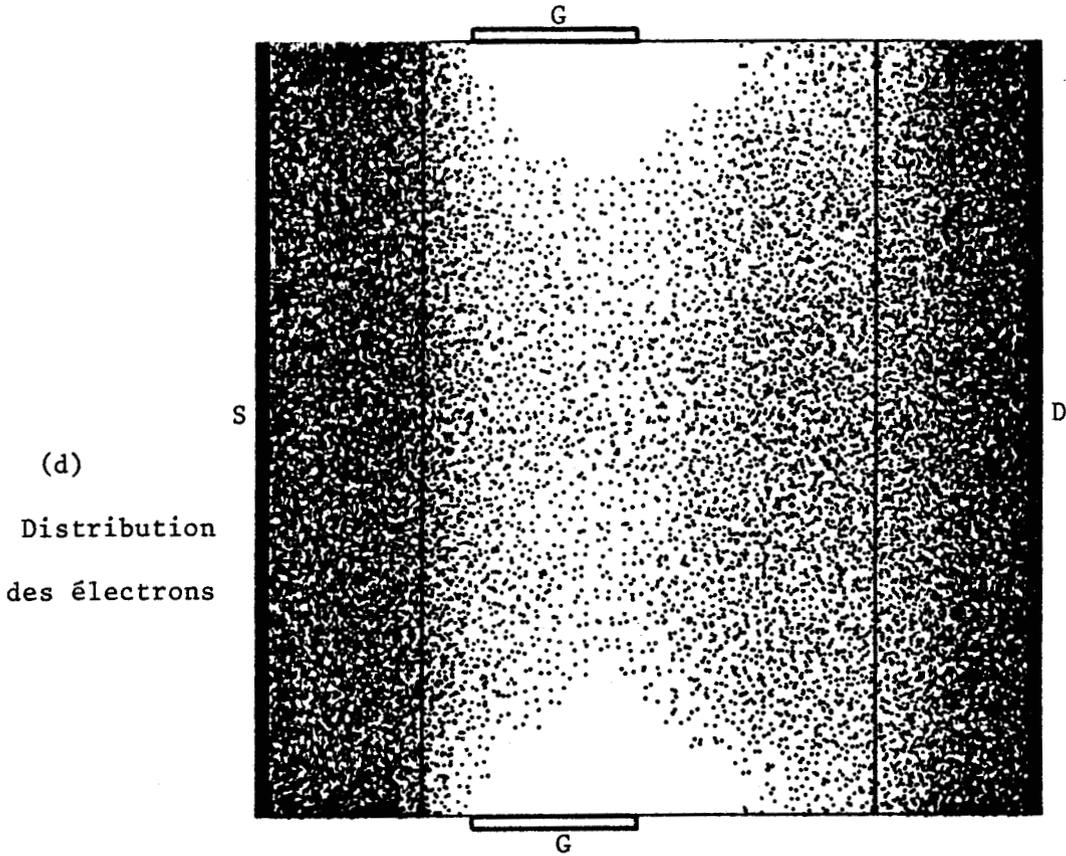
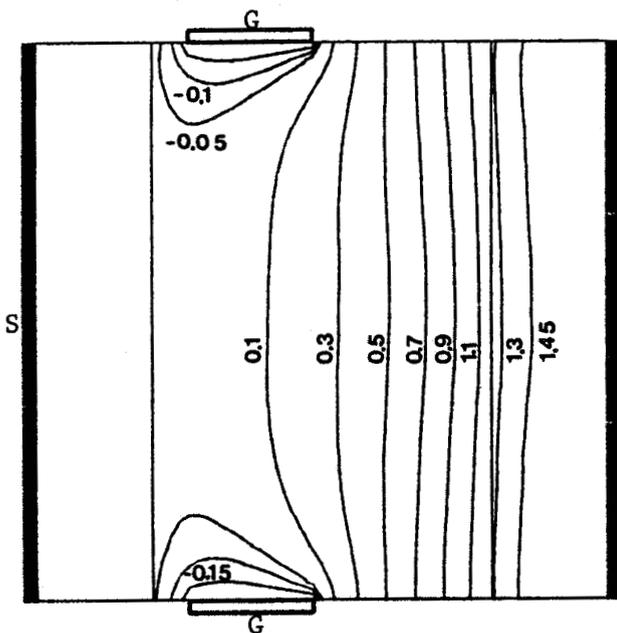


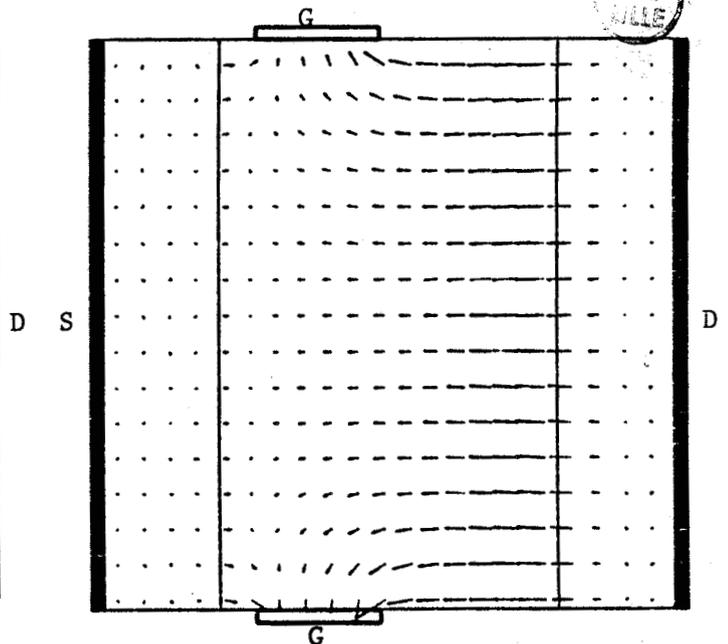
Figure.II.20 : Représentation de la distribution des électrons, des équipotentiels, et du champ électrique pour deux positions de la grille



$$V_{DS} = 1.5V ; V_{gs} = -0.2V ; W_x = W_y = 0.75\mu m ; L_g = 0.16\mu m$$

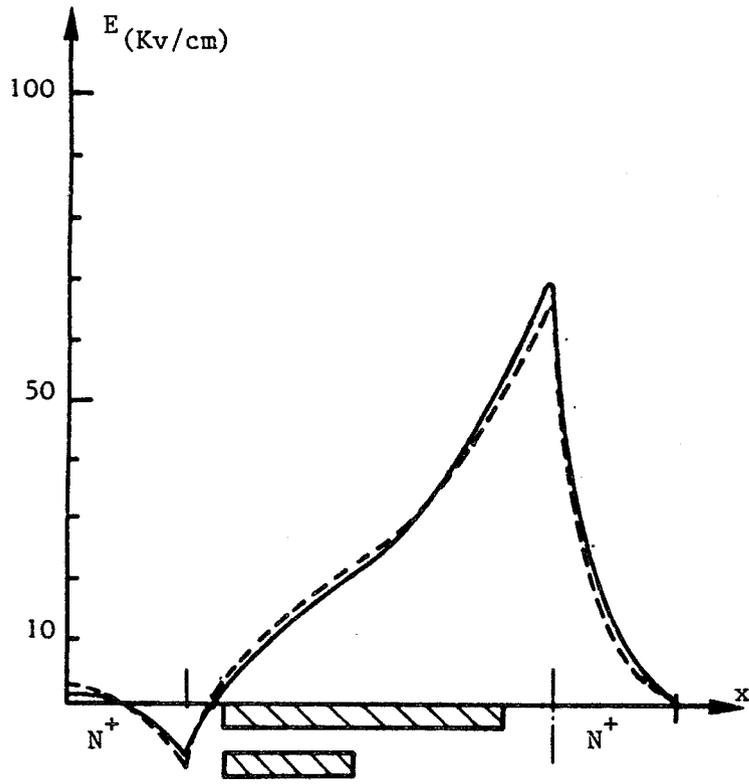


(e) Equipotentielles

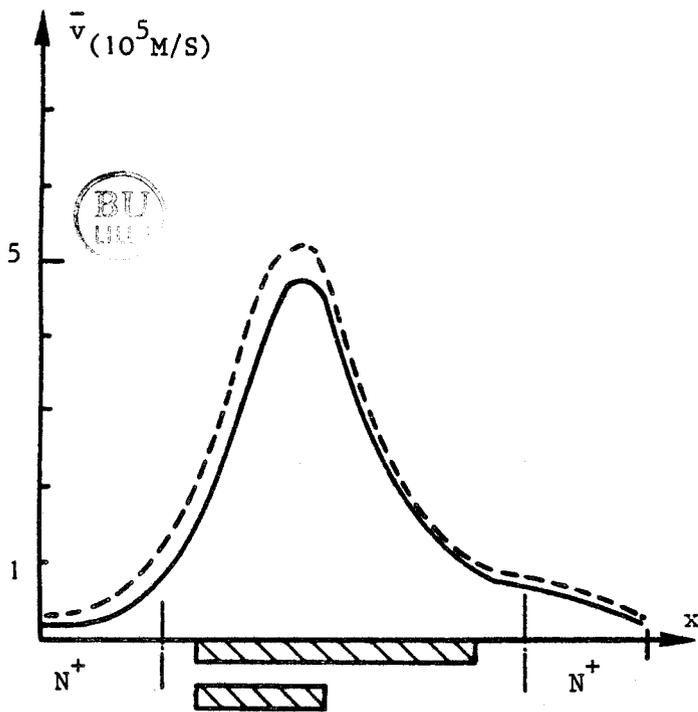


(f) Carte du champ électrique

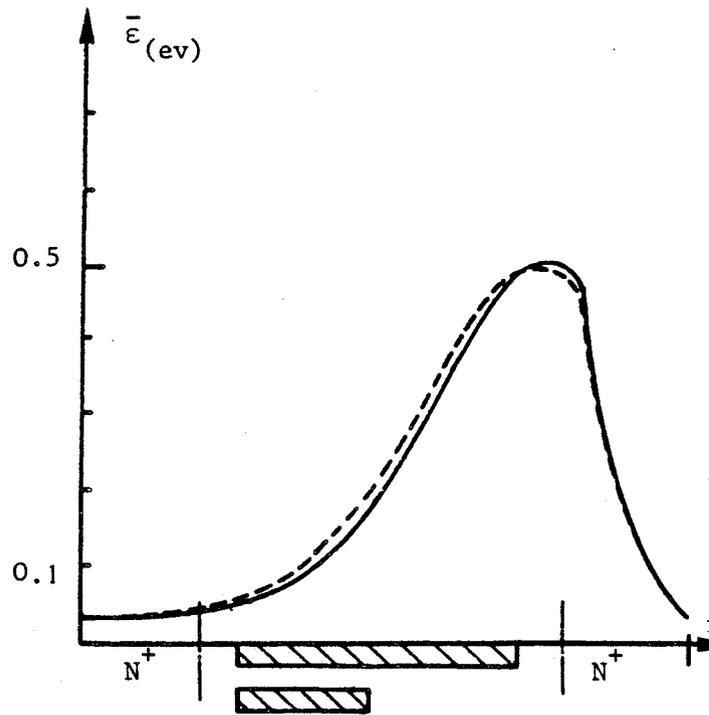
Figure II.20 : Représentation de la distribution des électrons , des équipotentielles et du champ électrique pour deux positions de la grille



(a) Composante longitudinale du champ électrique



(b) Vitesse longitudinale



(c) Energie

Figure II.21 : Influence de la longueur de grille ( décentrée )

courtes et positionnées près de la source et c'est effectivement ce que l'on peut observer sur la figure II.21.

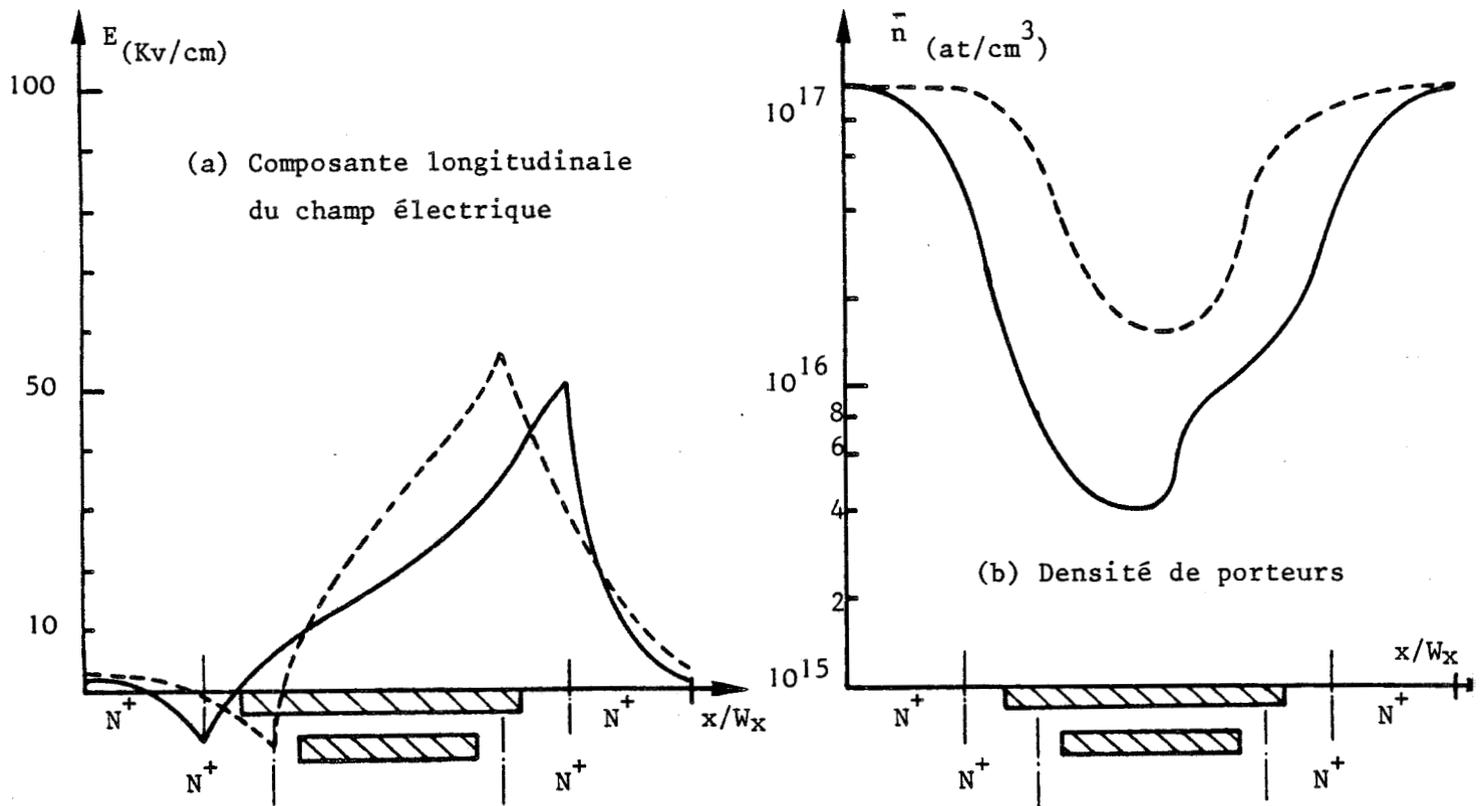
#### 2.4) Influence de la longueur de la zone active

Nous cherchons à augmenter la vitesse moyenne des porteurs et pour cela nous allons diminuer la longueur de la zone active, ce qui devrait permettre d'obtenir des champs électriques importants sur des distances très faibles, favorisant ainsi les phénomènes de survitesse.

Nous avons donc étudié deux structures dont les dimensions des zones  $N^+$  sont identiques mais les longueurs  $L_a$ , des zones actives sont respectivement de  $0.45 \mu\text{m}$  et de  $0.18 \mu\text{m}$ . Nous avons cependant gardé le rapport  $L_g/L_a$  constant.

Sur la figure II.22, nous présentons les évolutions des grandeurs physiques dans l'axe de symétrie de la structure en fonction de l'abscisse réduite  $x/WX$ .

Dans la zone active, la composante longitudinale du champ électrique est plus élevée pour la structure à longueur de zone active courte puisqu'à tension drain-source  $V_{DS}$  constante, le champ moyen régnant dans cette zone est inversement proportionnel à la longueur  $L_a$  de la zone active. En conséquence, les effets de survitesse sont accentués et la vitesse moyenne plus importante. Par ailleurs, lorsque la longueur  $L_a$  de la zone active est courte, la densité de porteurs libres injectés dans la zone active est plus importante ( figure II.22-b ) et par conséquent, le courant total, étant proportionnel au produit  $nv$ , sera plus important pour la structure à zone active courte comme nous le verrons par la suite.



$V_{DS} = 1.0V$  ;  $V_{gs} = -0.1V$  ;  $W_y = 0.75\mu m$

----- :  $La = 0.18\mu m$  ( $W_x = 0.48\mu m$ )

————— :  $La = 0.35\mu m$  ( $W_x = 0.75\mu m$ )

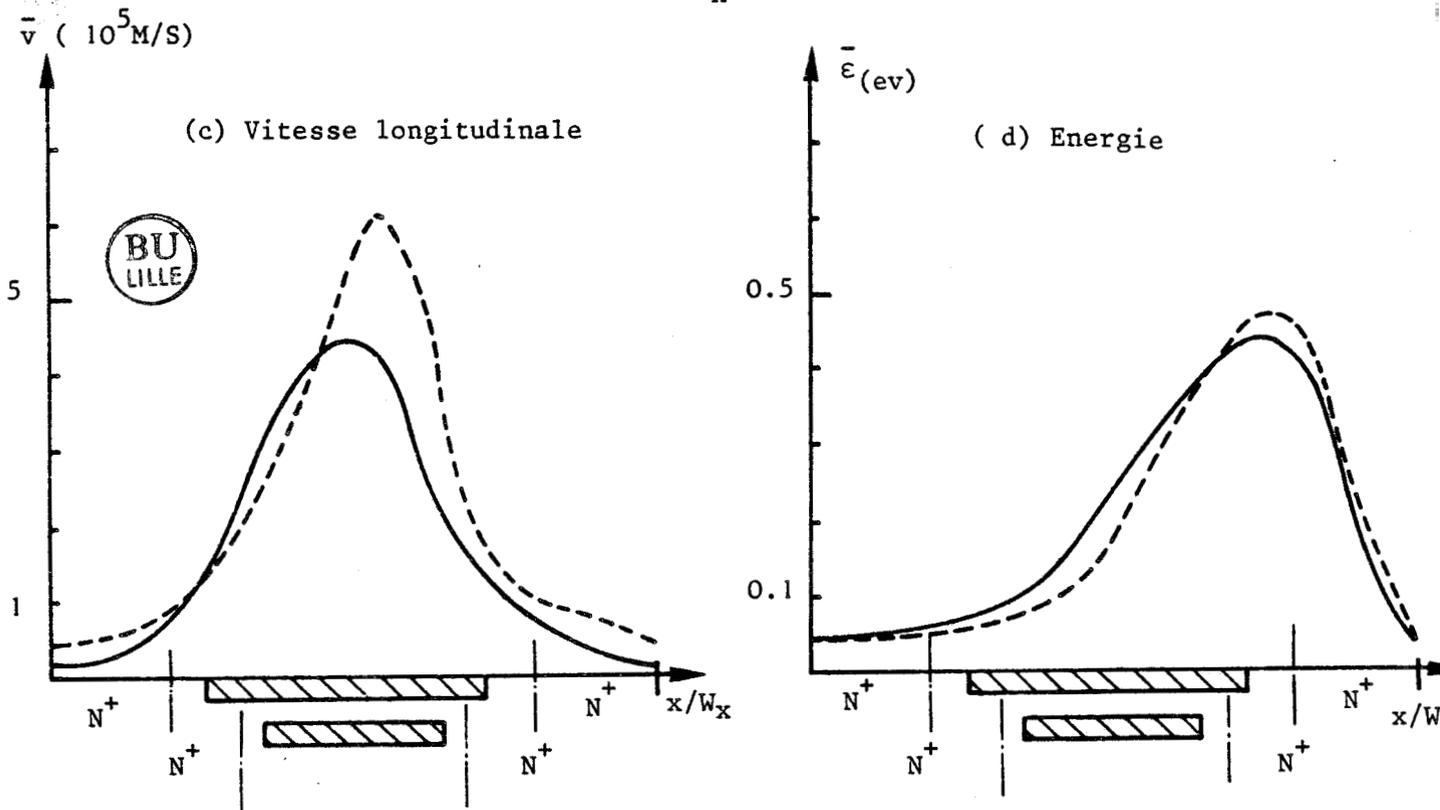
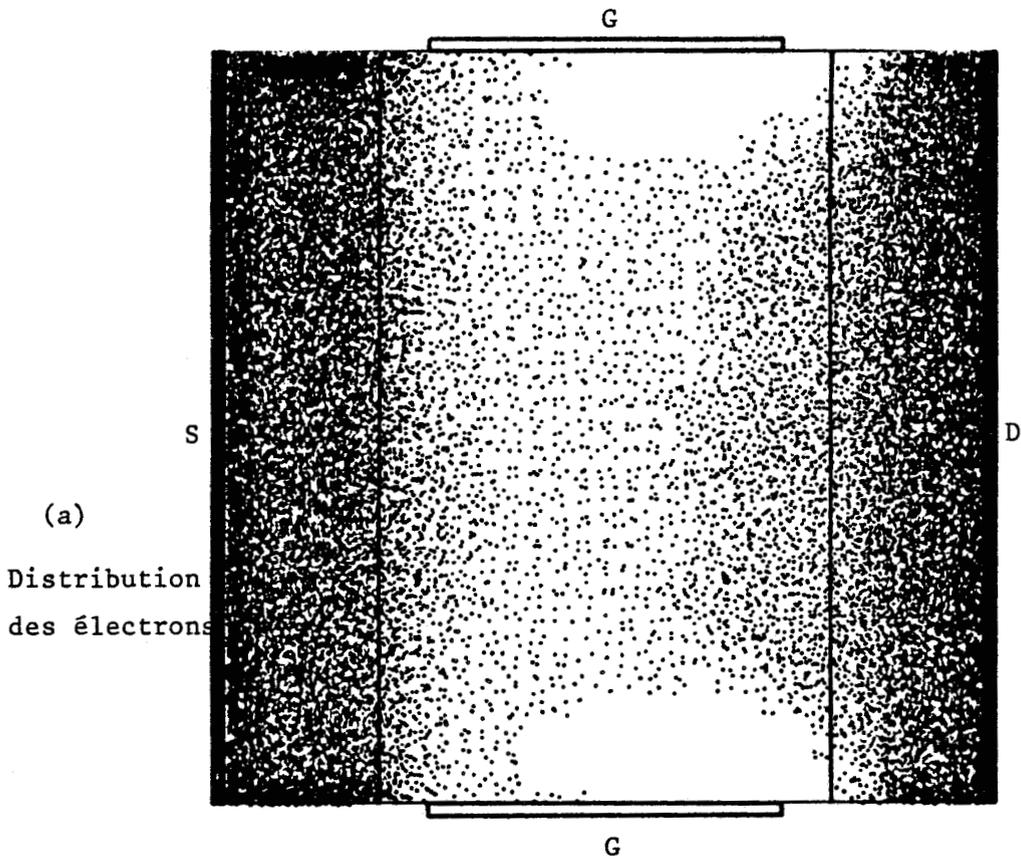


Figure II.22 : Influence de la longueur de la zone active sur les grandeurs physiques



$V_{DS} = 1.0V$  ;  $V_{gs} = -0.4V$  ;  $W_y = 0.75\mu m$  ;  $L_a = 0.35\mu m$

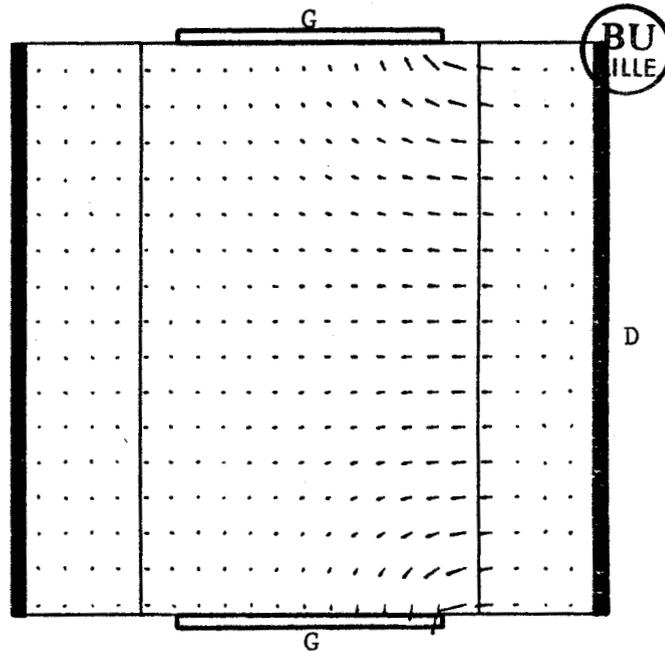
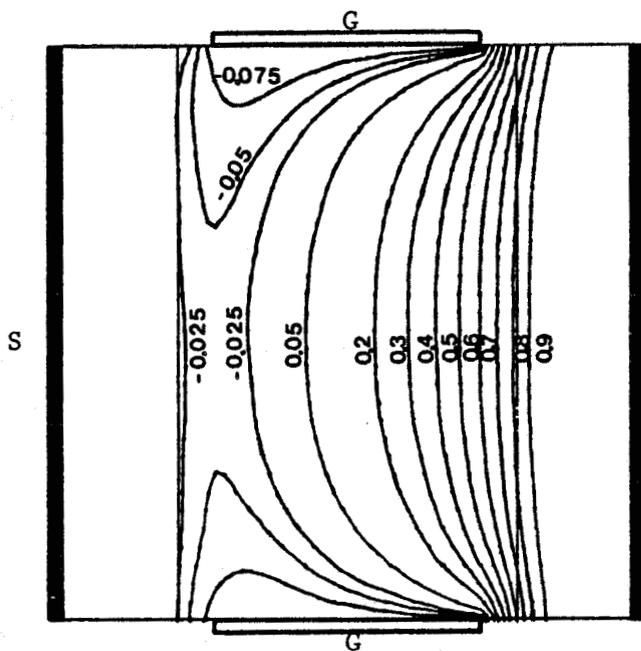
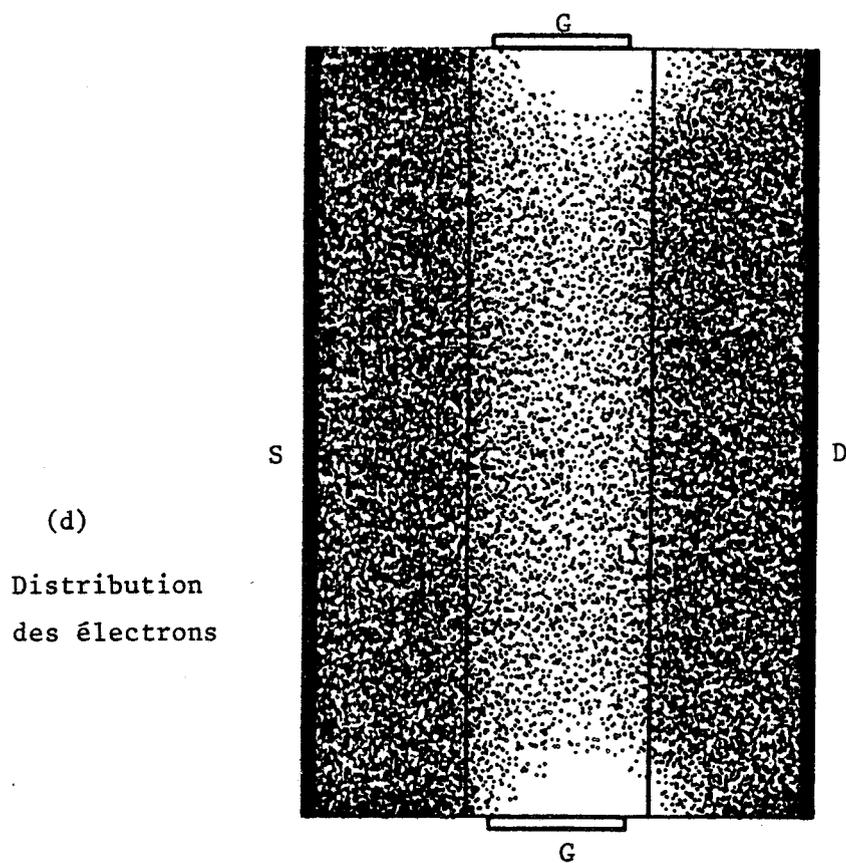
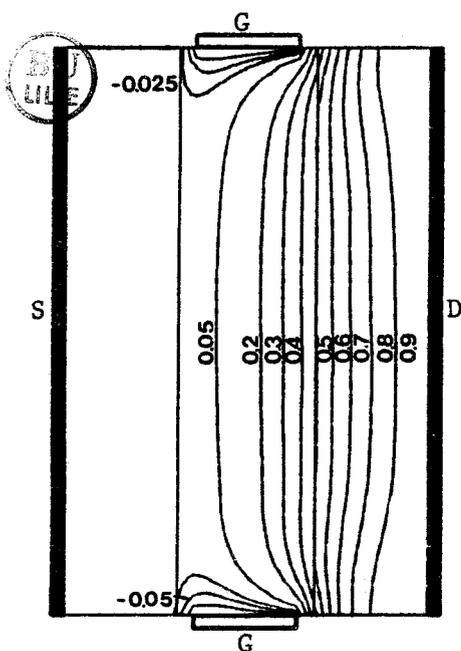


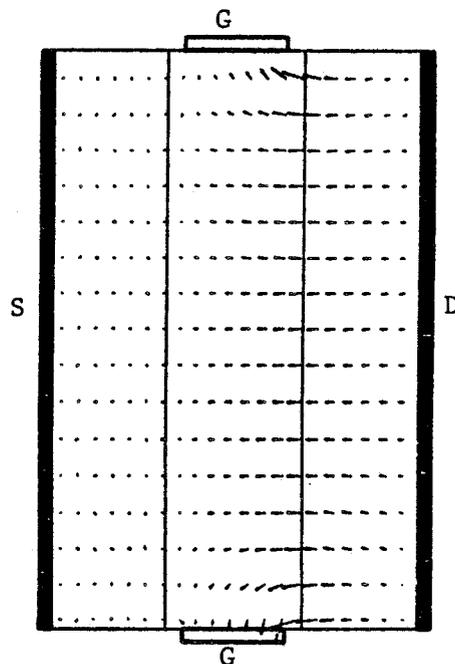
Figure II.23 : Représentation de la distribution des électrons, des équipotentiellelles, et du champ électrique pour deux valeurs de  $L_a$



$$V_{DS} = 1.0V ; V_{gs} = -0.1V ; W_y = 0.75\mu m ; L_a = 0.18\mu m$$



(e) Equipotentiellles



(f) Carte du champ électrique

Figure II.23 : Représentation de la distribution des électrons, des équipotentiellles, et du champ électrique pour deux valeurs de  $L_a$

Sur les figures II.23, nous donnons la répartition des électrons, les équipotentielles et la carte du champ électrique pour les deux structures étudiées.

#### 2.5) Influence de la largeur du composant

Nous étudions ici l'influence de l'espace séparant les deux grilles sur les grandeurs physiques.

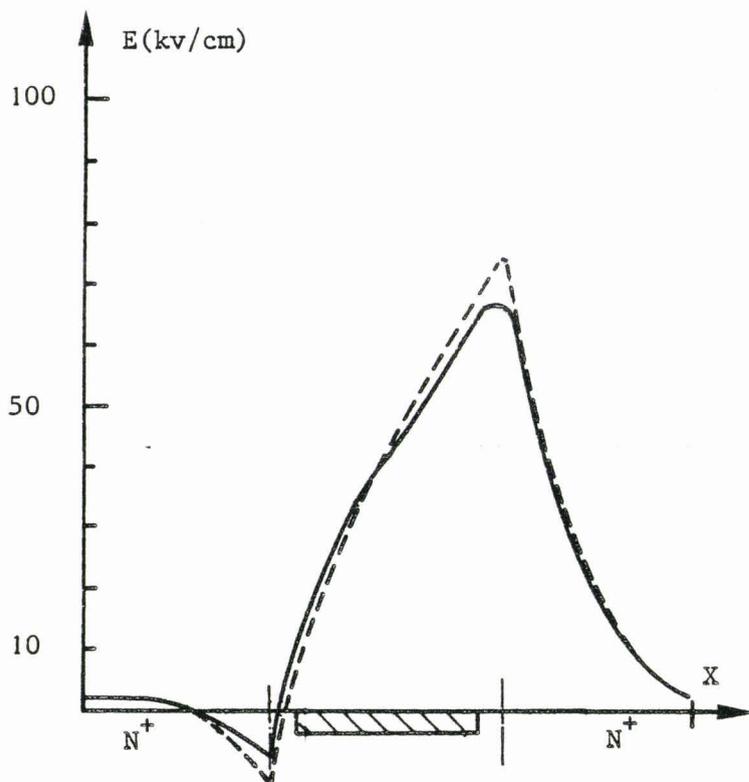
Sur la figure II.25-a, nous avons tracé l'évolution de la composante transversale du champ électrique en fonction de l'abscisse réduite  $Y/WY$ . Nous constatons que l'intensité de cette composante est plus élevée pour la structure ayant la largeur la plus faible puisque le champ électrique transversal est pratiquement inversement proportionnel à cette largeur.

Pour des tensions de polarisation  $V_{DS}$  et  $V_{GS}$  fixées, la réduction de la largeur du composant entraîne une augmentation du maximum de la vitesse moyenne des porteurs libres ( figure 24 -c ) et une réduction de l'injection des porteurs dans la zone active ( figure 24 -d ).

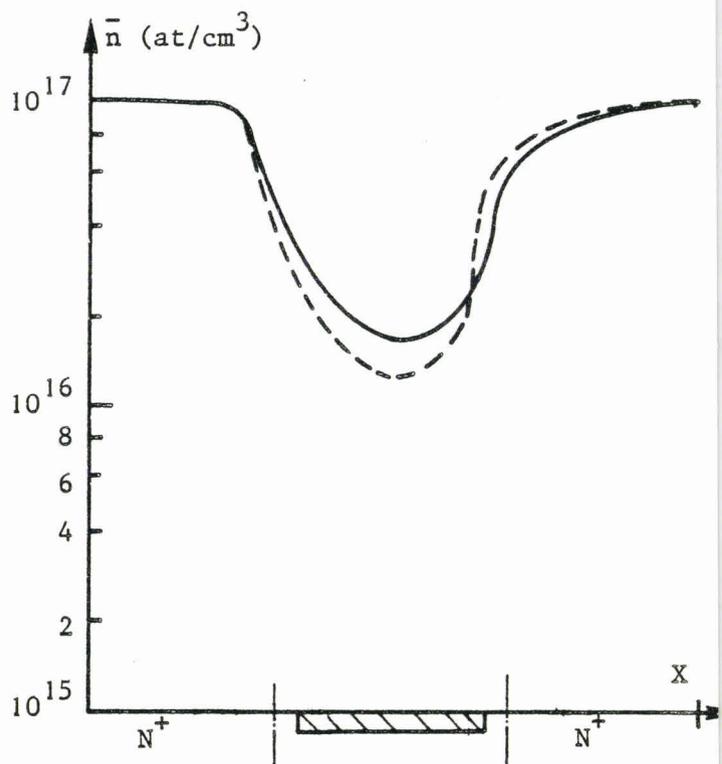
Nous donnons sur les figures II.26, la représentation plan de la répartition des électrons, des équipotentielles et de la carte du champ électrique pour les deux structures étudiées.

#### 2.6) Influence du dopage de la zone active

Les différentes études que nous venons de présenter, ont été faites avec un dopage nul pour la zone active. Cependant, pour des raisons technologiques, les structures réelles possèdent toujours un dopage résiduel et en conséquence, nous effectuons ici une étude de l'influence



(a) Composante longitudinale du champ électrique



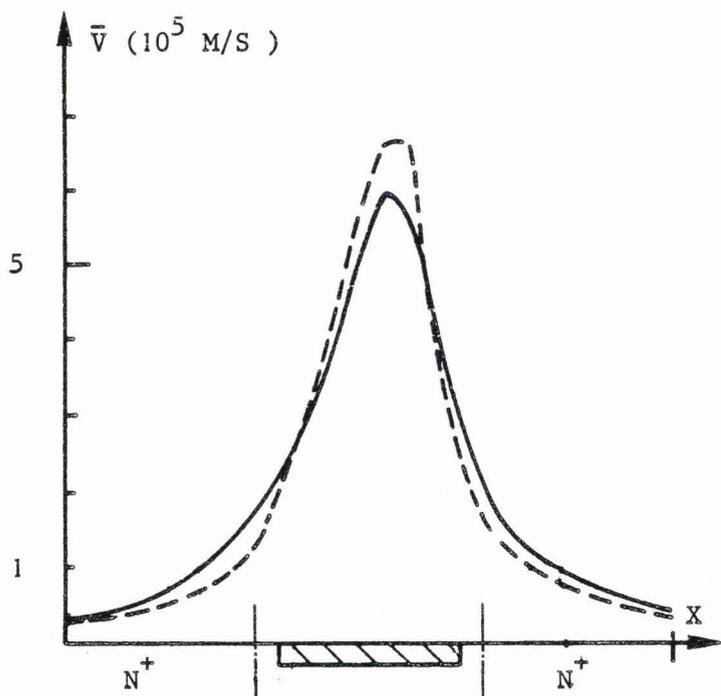
(b) Densité de porteurs



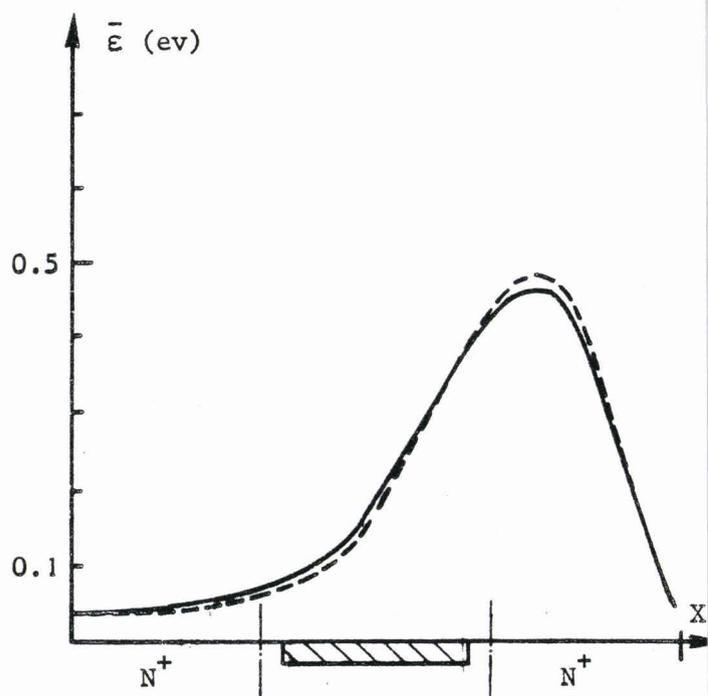
$V_{DS} = 1.0 \text{ V}$  ;  $V_{gs} = -0.1 \text{ V}$  ;  $W_X = 0.48 \text{ μm}$

— :  $W_Y = 0.75 \text{ μm}$

- - - :  $W_Y = 0.3 \text{ μm}$

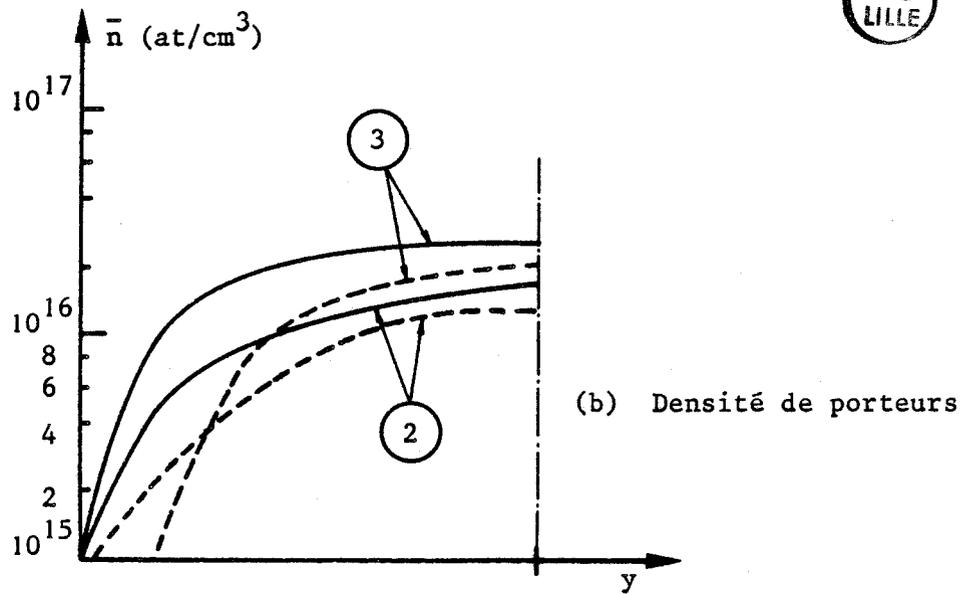
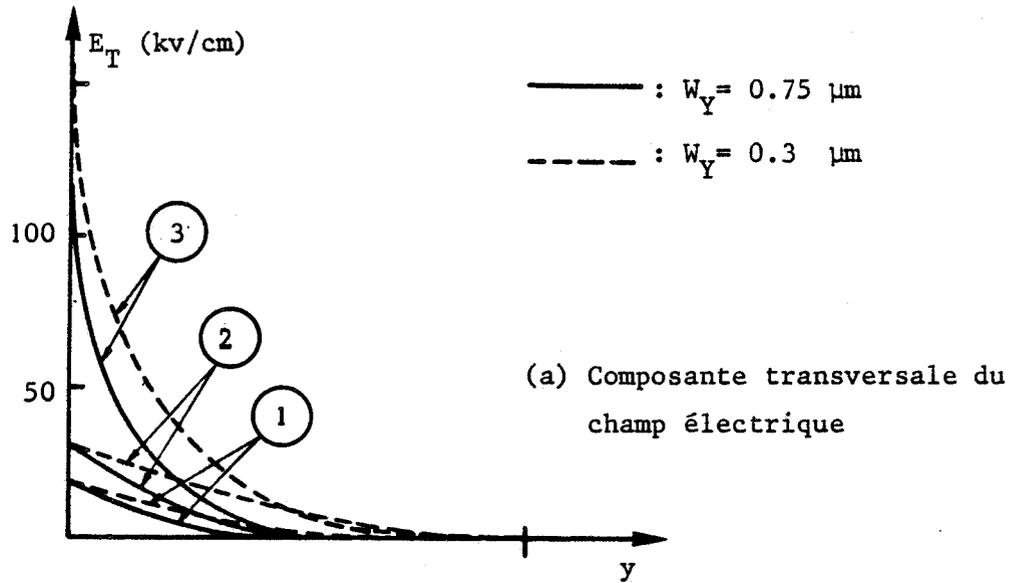
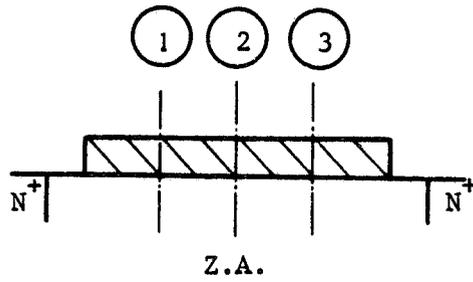


(c) Vitesse longitudinale



(d) Energie

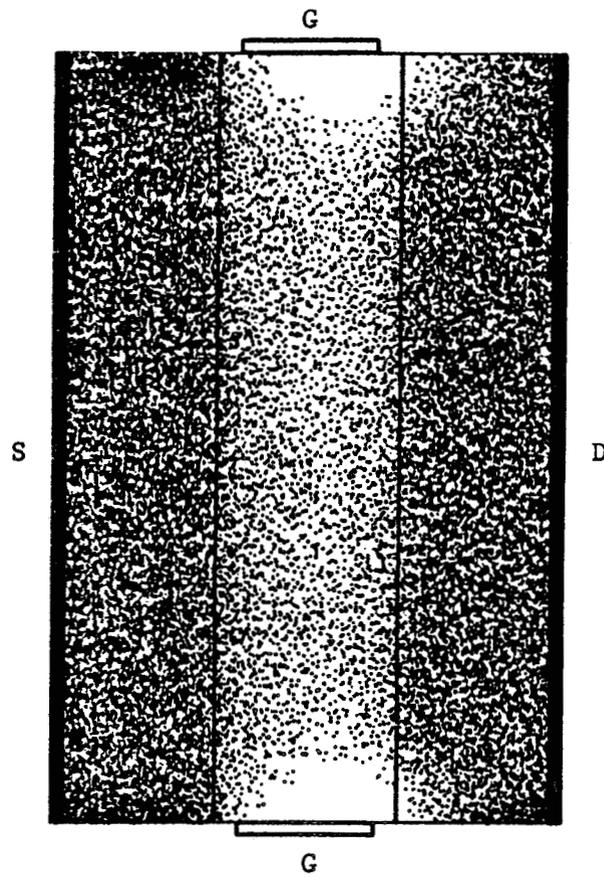
Figure II.24 : Influence de la largeur du composant sur les grandeurs physiques



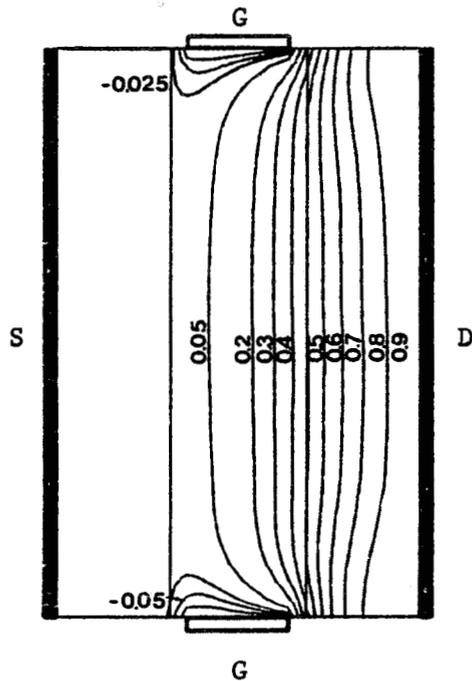
$$V_{DS} = 1.0 \text{ V} ; V_{gs} = -0.1 \text{ V} ; W_X = 0.48 \mu\text{m}$$

Figure II.25 : Influence de la largeur du composant sur le champ électrique transversal et la densité de porteurs suivant l'axe y

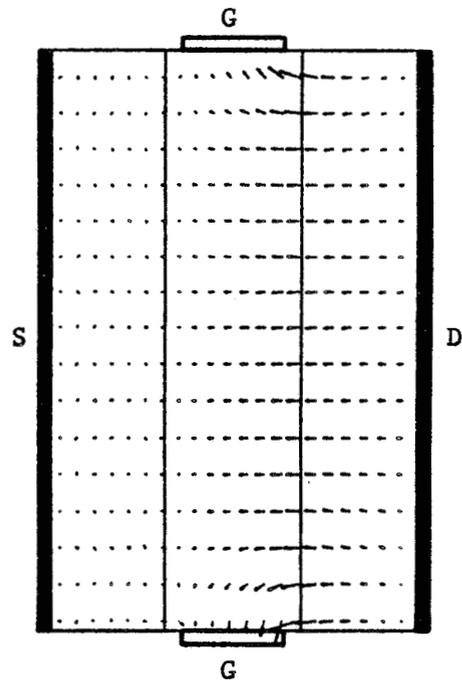
(a)  
Distribution des  
électrons



$$V_{DS} = 1.0 \text{ V} ; V_{gs} = -0.1 \text{ V} ; W_X = 0.48 \text{ } \mu\text{m} ; W_Y = 0.75 \text{ } \mu\text{m}$$



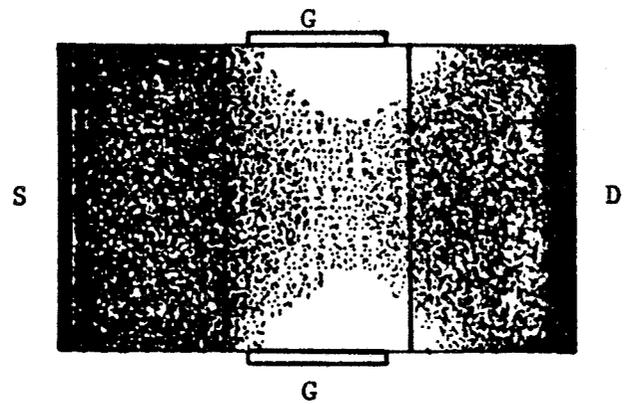
(b) Equipotentielles



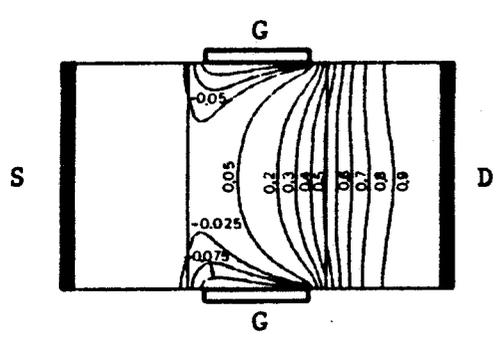
(c) Carte du champ  
électrique

Figure II.26 : Représentation de la distribution des électrons ,  
des équipotentielles ,et du champ électrique pour  
deux largeurs du composant

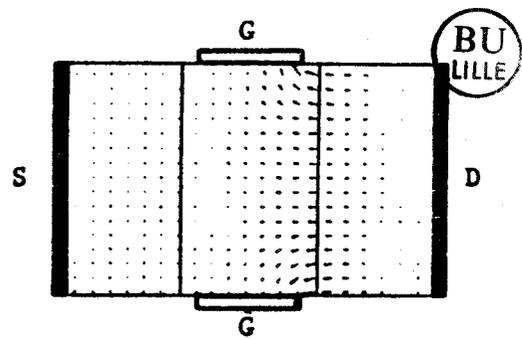
(d)  
Distribution  
des électrons



$V_{DS} = 1.0 \text{ V}$  ;  $V_{gs} = -0.1 \text{ V}$  ;  $W_X = 0.48 \text{ } \mu\text{m}$  ;  $W_Y = 0.3 \text{ } \mu\text{m}$



(e) Equipotentielles



(f) Carte du champ  
électrique

Figure II.26 : Représentation de la distribution des électrons,  
des équipotentielles, et du champ électrique pour  
deux largeurs du composant

de ce dopage sur les différentes grandeurs physiques.

L'examen de la figure II.27-c, montre que la vitesse moyenne est d'autant plus importante que le dopage est faible puisqu'elle est une fonction décroissante du dopage. Nous constatons également que la composante longitudinale du champ électrique est plus importante dans la seconde moitié de la zone active lorsque le dopage est faible.

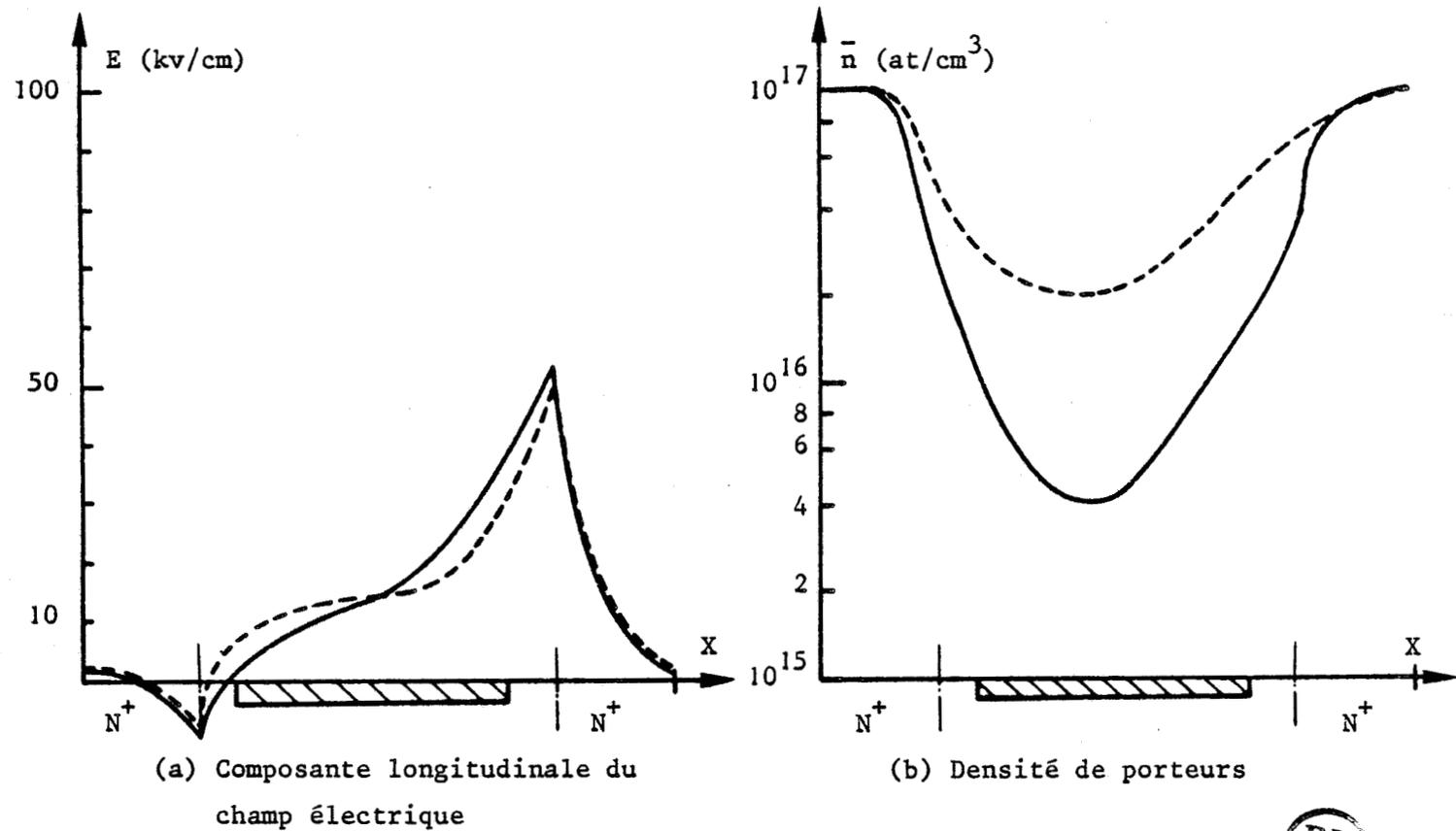
Sur la figure II.28-a, nous présentons l'évolution de la composante transversale du champ électrique et nous constatons que celle-ci est d'autant plus élevée dans la zone désertée que le dopage est important. Par ailleurs, nous pouvons constater sur les figures II.29-a et 29-d que la zone désertée et la pénétration des équipotentiels dans le canal conducteur sont d'autant plus importantes que le dopage est faible. En conséquence, pour une même variation de la tension  $V_{gs}$ , il sera plus facile de contrôler les charges mobiles du canal conducteur lorsque le dopage est faible, puisque toute la tension grille  $V_{gs}$  agira directement sur les porteurs libres au lieu d'agir en partie sur les impuretés ionisées, ce qui est nuisible à une bonne commande du canal conducteur.

Sur les figures II.29, nous présentons la répartition des électrons, les équipotentiels et la carte du champ électrique pour deux dopages de la zone active

### 3) Influence de la température

Nous avons jusqu'à présent étudié l'influence des paramètres technologiques à température ambiante.

Nous allons donc maintenant présenter l'influence de la température sur les différentes grandeurs physiques. Pour cela, nous avons repris la structure de longueur  $0.75 \mu\text{m}$  et de largeur  $0.75 \mu\text{m}$ .



$V_{DS} = 1.0 \text{ V}$  ;  $V_{gs} = -0.1 \text{ V}$  ;  $W_X = W_Y = 0.75 \text{ } \mu\text{m}$  ;  $L_g = 0.35 \text{ } \mu\text{m}$

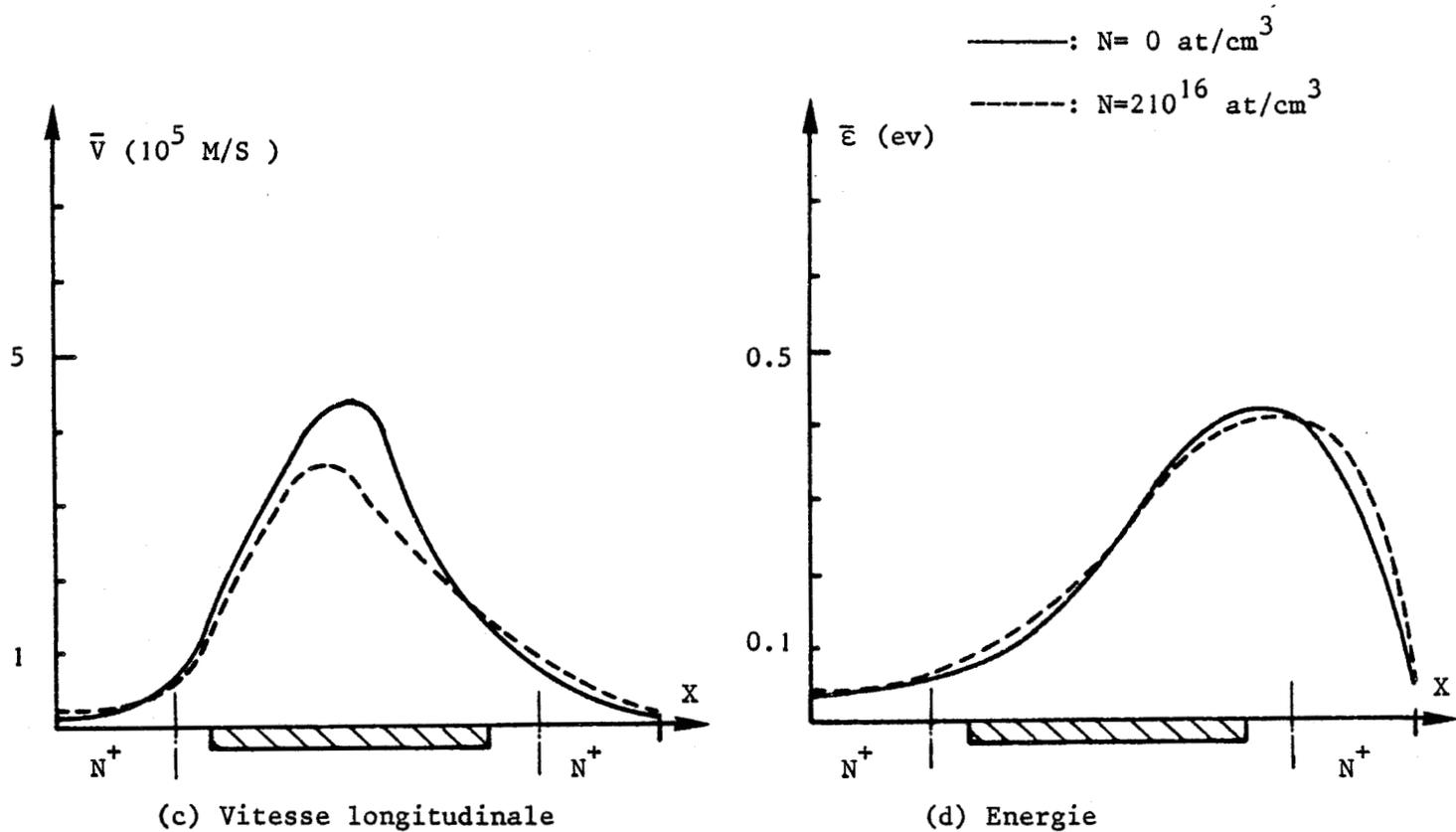
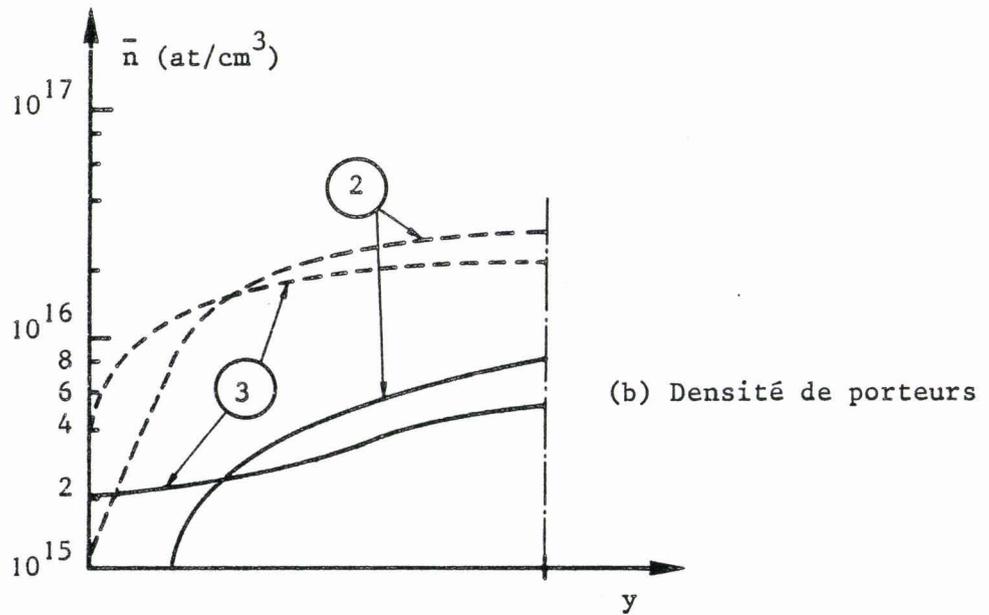
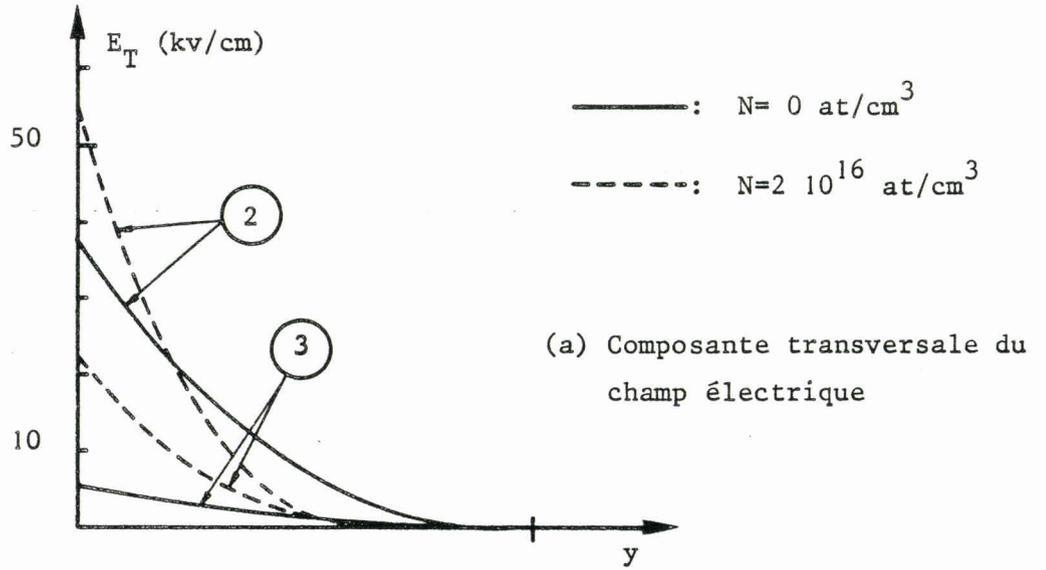
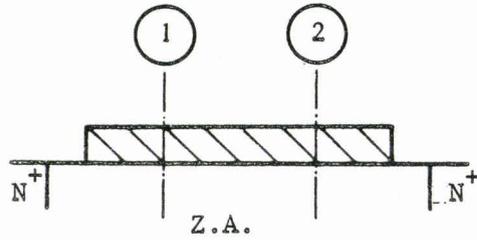
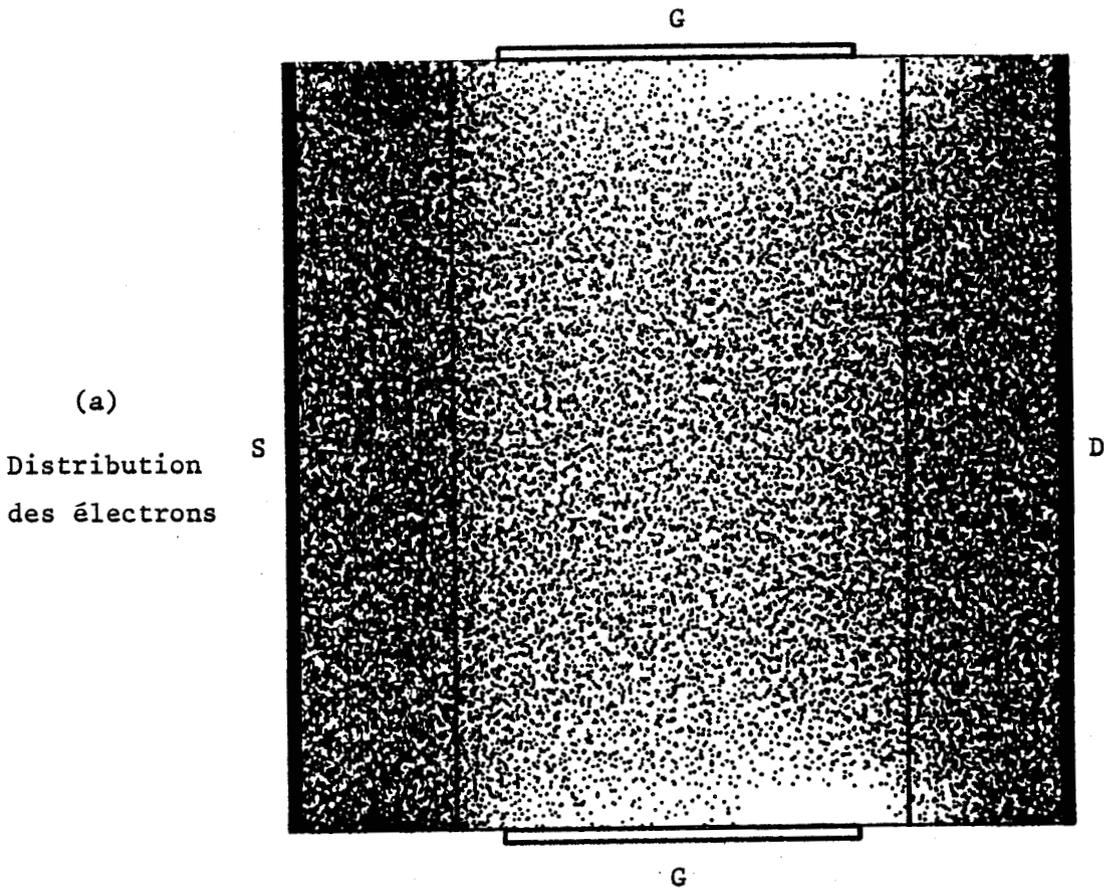


Figure II.27 : Influence du dopage de la zone active sur les grandeurs physiques

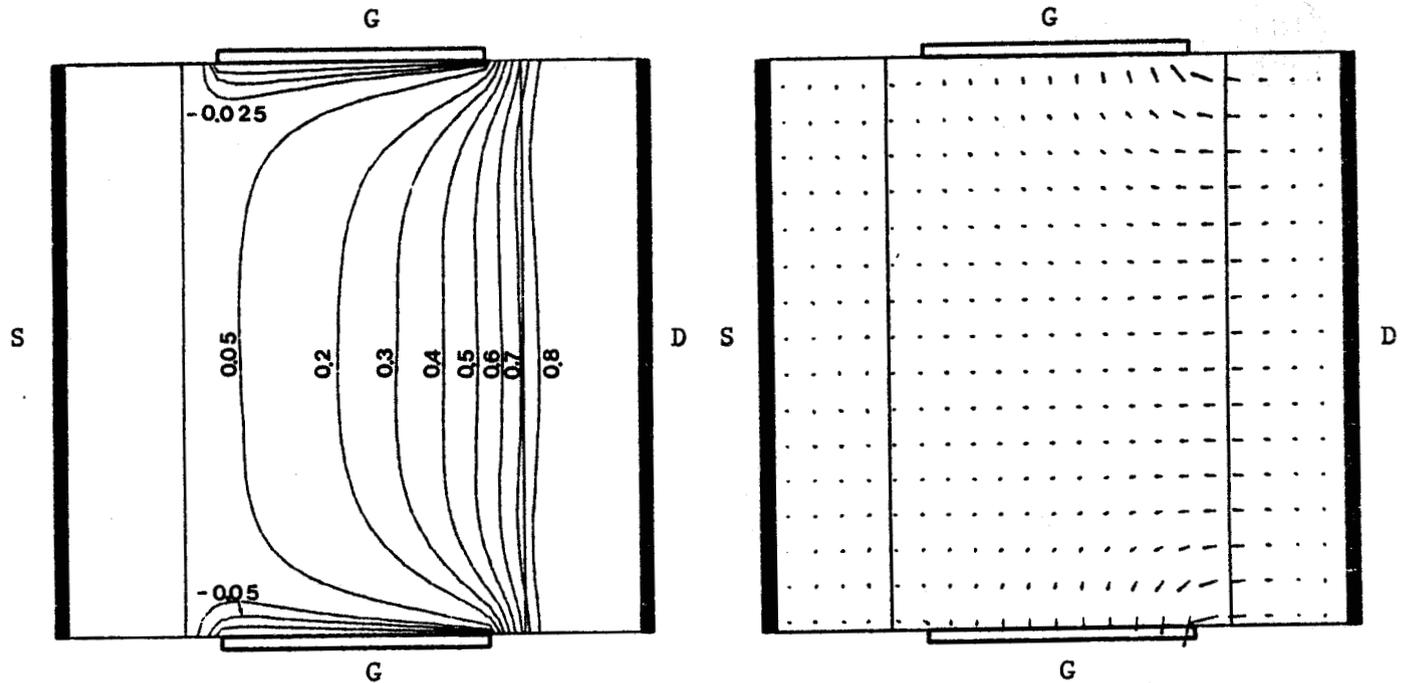


$V_{DS} = 1.0 \text{ V}$  ;  $V_{gs} = -0.1 \text{ V}$  ;  $W_X = W_Y = 0.75 \text{ } \mu\text{m}$  ;  $L_g = 0.35 \text{ } \mu\text{m}$

Figure II.28 : Influence du dopage de la zone active sur le champ électrique transversal et la densité de porteurs suivant l'axe y



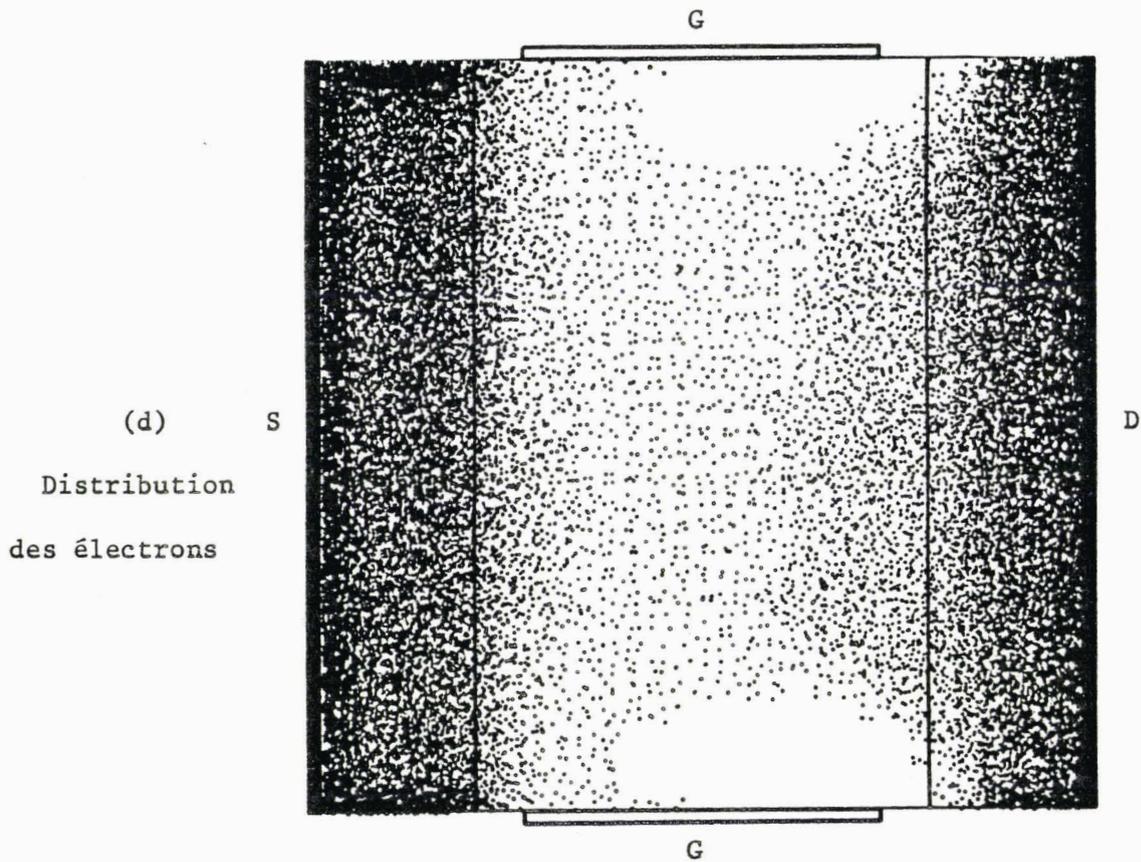
$V_{DS} = 1.0 \text{ V}$  ;  $V_{gs} = -0.1 \text{ V}$  ;  $W_X = W_Y = 0.75 \text{ } \mu\text{m}$  ;  $L_g = 0.35 \text{ } \mu\text{m}$  ;  $N = 2 \cdot 10^{16} \text{ at/cm}^3$



(b) Equipotentielles

(c) Carte du champ électrique

Figure II.29 : Représentation de la distribution des électrons, des équipotentielles, et du champ électrique pour deux dopages de la zone active



$$V_{DS}=1.0 \text{ V} ; V_{gs}= -0.1 \text{ V} ; W_X=W_Y=0.75 \text{ } \mu\text{m} ; L_g=0.35 \text{ } \mu\text{m} ; N=0 \text{ at/cm}^3$$

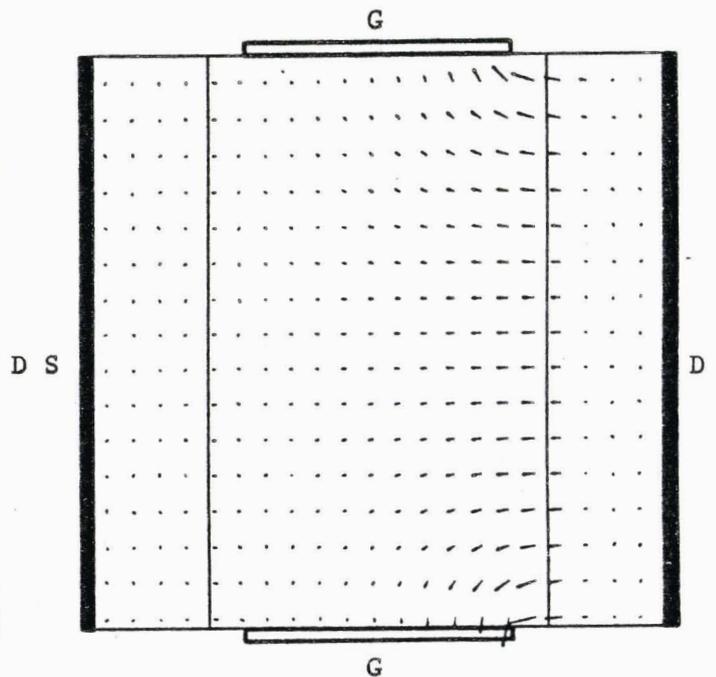
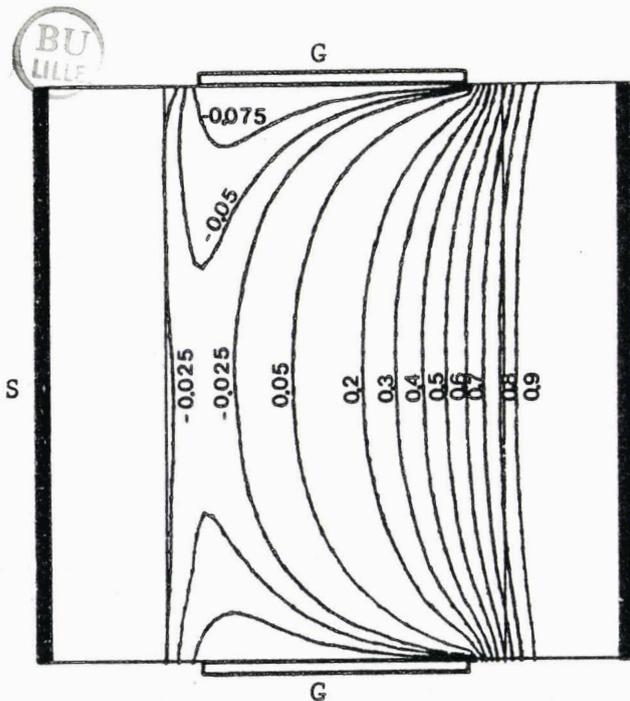


Figure II.29 : Représentation de la distribution des électrons ,des équi-  
potentielles,et du champ électrique pour deux dopages de la  
zone active

Pour cette structure, nous avons représenté les évolutions des différentes grandeurs physiques pour des températures de 77°K et de 293°K.

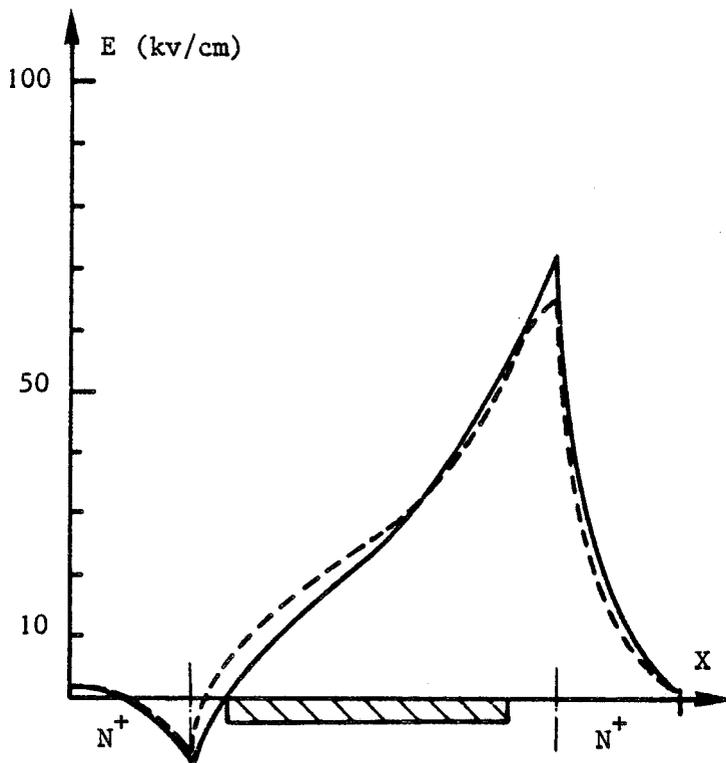
Lorsque la température diminue, nous remarquons sur les figures II.30 et 31, une augmentation dans la zone active :

- De la composante longitudinale du champ électrique principalement dans la première moitié de la zone active.
- De la composante transversale du champ électrique
- De la vitesse moyenne des porteurs libres
- De l'énergie moyenne

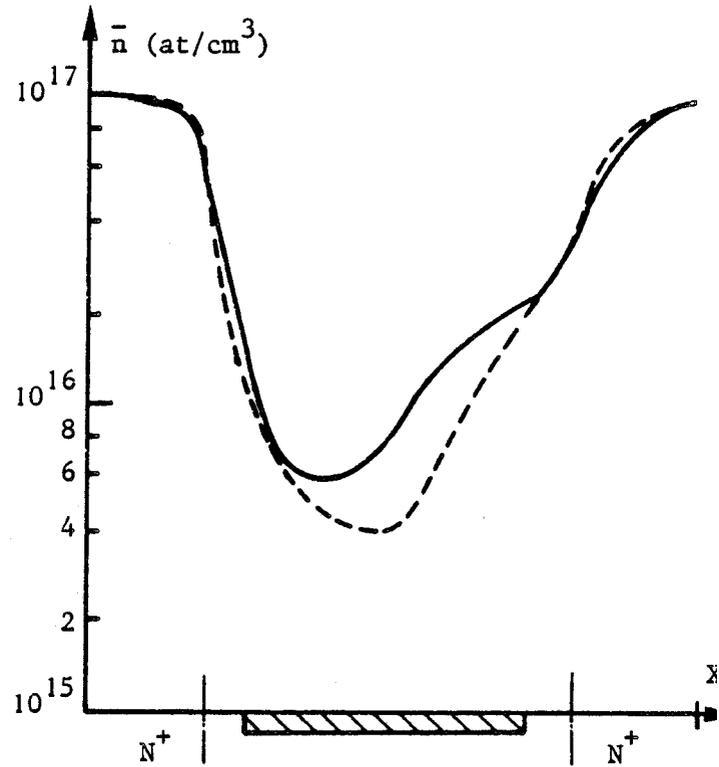
et une diminution de la densité des porteurs libres.

#### CONCLUSION

De cette étude de l'influence des différents paramètres sur la dynamique des porteurs [63], nous pouvons dire que le positionnement de la grille près de la source et l'utilisation de grille courte permet l'obtention de vitesses moyennes un peu plus élevées. Cependant, il ne faut pas oublier que les dimensions de la grille sont déjà très faibles et par conséquent il ne fallait pas s'attendre à des augmentations importantes de cette vitesse. Les paramètres qui peuvent apporter une augmentation importante à la vitesse moyenne sont la température, la longueur et le dopage de la zone active. Toute diminution de ces paramètres entraîne une augmentation de la vitesse. Par ailleurs, dans la gamme de valeurs que nous avons simulées, la largeur du composant n'a pratiquement pas d'influence sur la vitesse moyenne des porteurs.



(a) Composante longitudinale du champ électrique



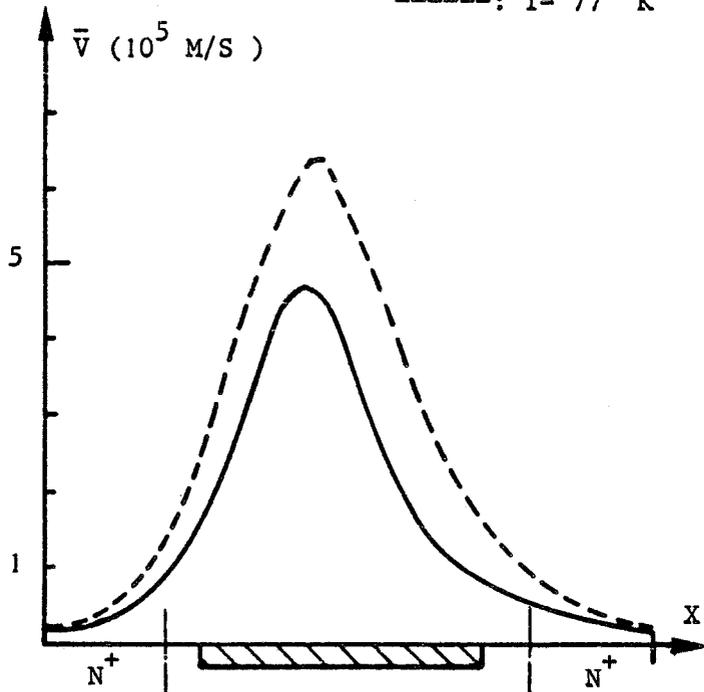
(b) Densité de porteurs

$V_{DS} = 1.5 \text{ V}$  ;  $V_{gs} = -0.1 \text{ V}$  ;  $W_X = W_Y = 0.75 \text{ }\mu\text{m}$  ;  $L_g = 0.35 \text{ }\mu\text{m}$

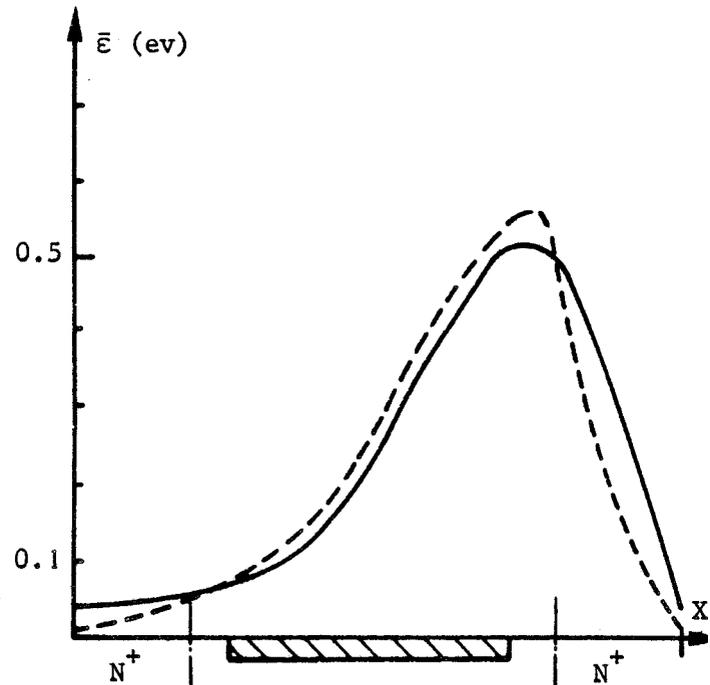


—:  $T = 293 \text{ }^\circ\text{K}$

- - -:  $T = 77 \text{ }^\circ\text{K}$

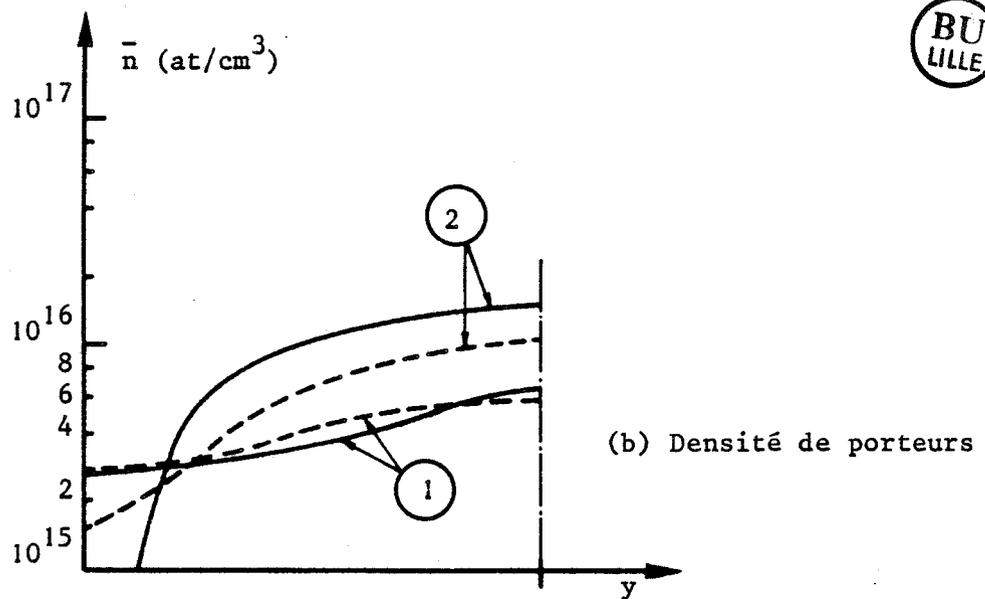
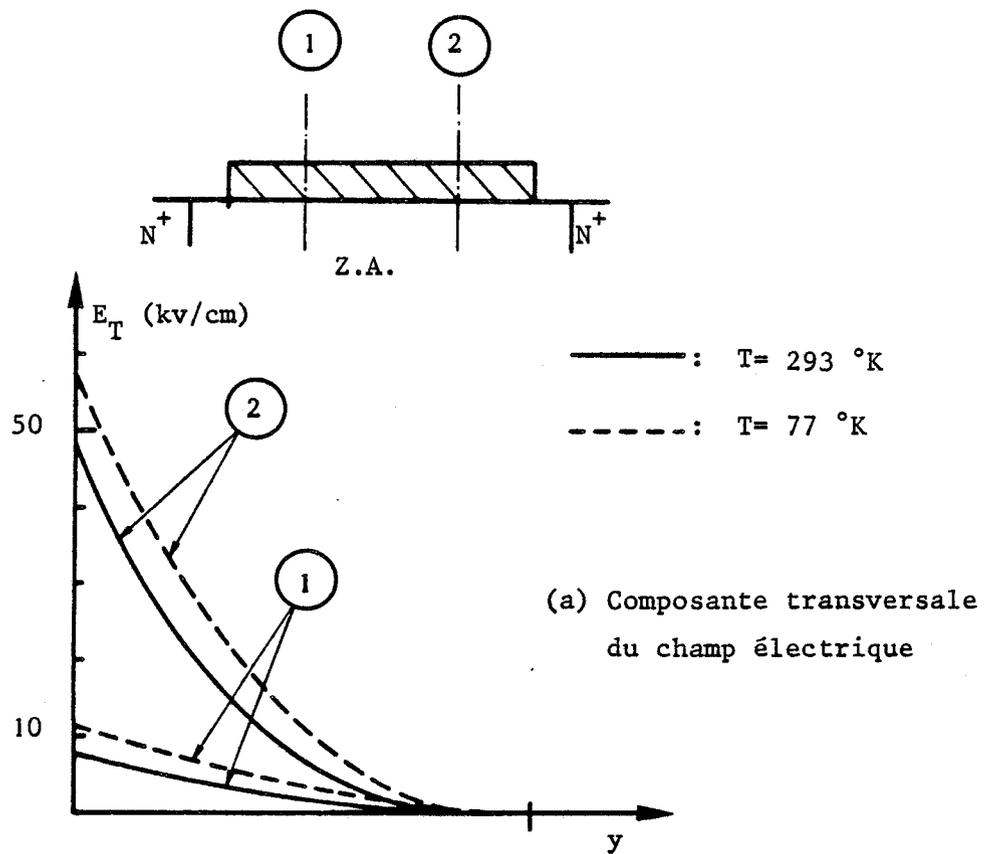


(c) Vitesse longitudinale



(d) Energie

Figure II.30 : Influence de la température sur les grandeurs physiques



BU  
LILLE

$$V_{DS} = 1.5 \text{ V} ; V_{gs} = -0.1 \text{ V} ; W_X = W_Y = 0.75 \text{ } \mu\text{m} ; L_g = 0.35 \text{ } \mu\text{m}$$

Figure II.31 : Influence de la température sur le champ électrique transversal et la densité de porteurs suivant l'axe y

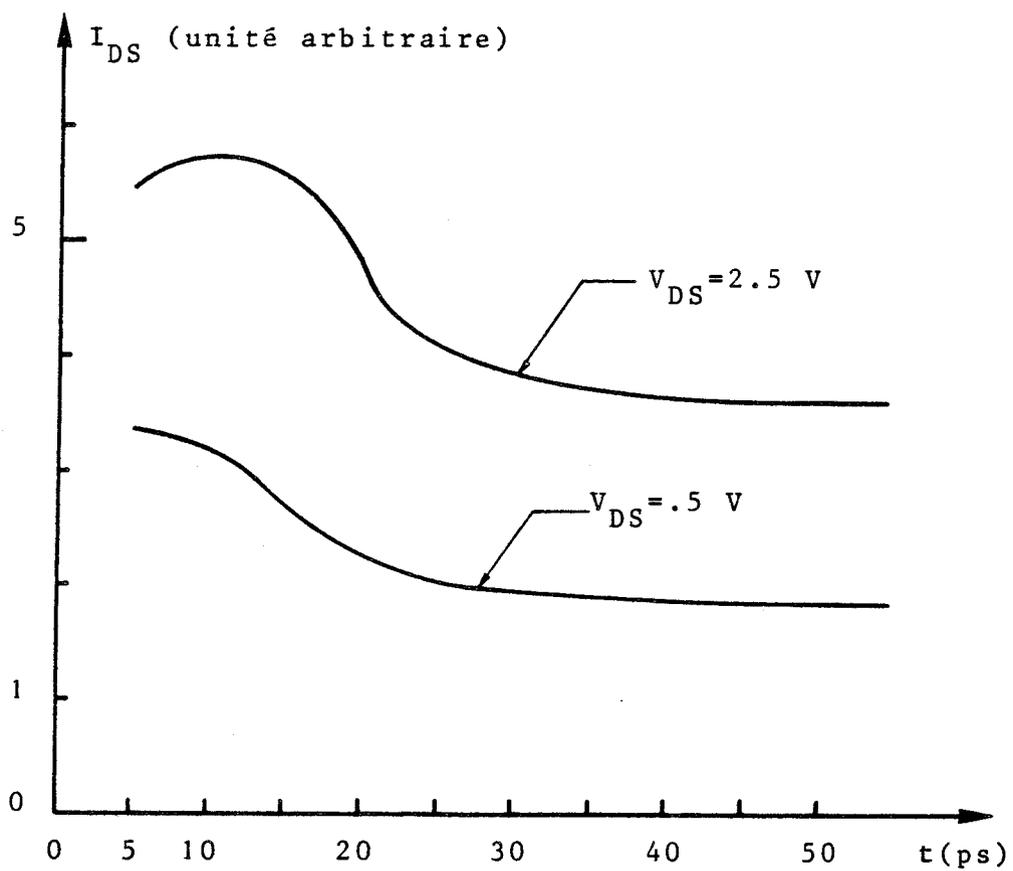


Figure II.32 : Evolution du courant en fonction du temps  
d'observation

V-INFLUENCE DES POLARISATIONS DE GRILLE, DE DRAIN,  

---

DES PARAMETRES TECHNOLOGIQUES ET DE LA TEMPERATURE  

---

SUR LES PROPRIETES STATIQUES ET HYPERFREQUENCES  

---

Après avoir étudié l'influence de la géométrie de la structure sur les grandeurs physiques du transistor à modulation d'injection, nous allons maintenant étudier leur influence sur les caractéristiques statiques et sur les différents éléments du schéma équivalent petit signal du transistor à effet de champ à structure verticale symétrique.

Cette analyse a pour but d'acquérir une bonne connaissance de l'influence des différents paramètres géométriques et technologiques sur les performances de ce dispositif afin d'optimiser cette structure.

1) Evolution du courant en fonction du temps

La détermination des différents paramètres du schéma équivalent du composant se fait à partir de ces caractéristiques statiques. Il est donc nécessaire que le régime stationnaire soit établi, c'est à dire que toutes les grandeurs physiques soient indépendantes du temps. Pour cela, nous avons représenté sur la figure II.32, l'évolution du courant moyen en fonction du temps d'observation à température ambiante et pour deux tensions de polarisation drain-source.

Nous constatons que le régime stationnaire est atteint pour des temps d'observation égaux ou supérieurs à 40 picosecondes. En conséquence, toutes nos simulations seront effectuées pour des temps d'observation supérieurs à 40 picosecondes.

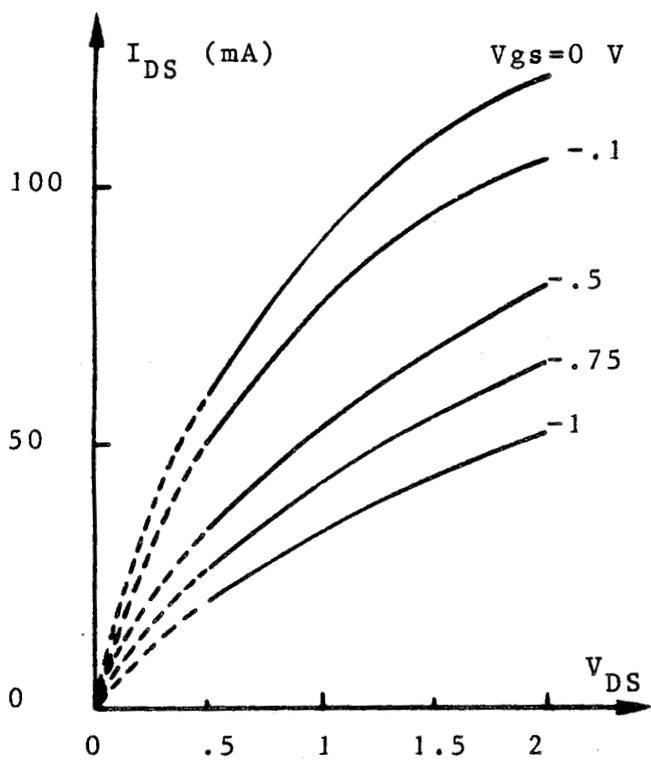


Figure II.33 : Caractéristique  $I_{DS}$  en fonction de  $V_{DS}$

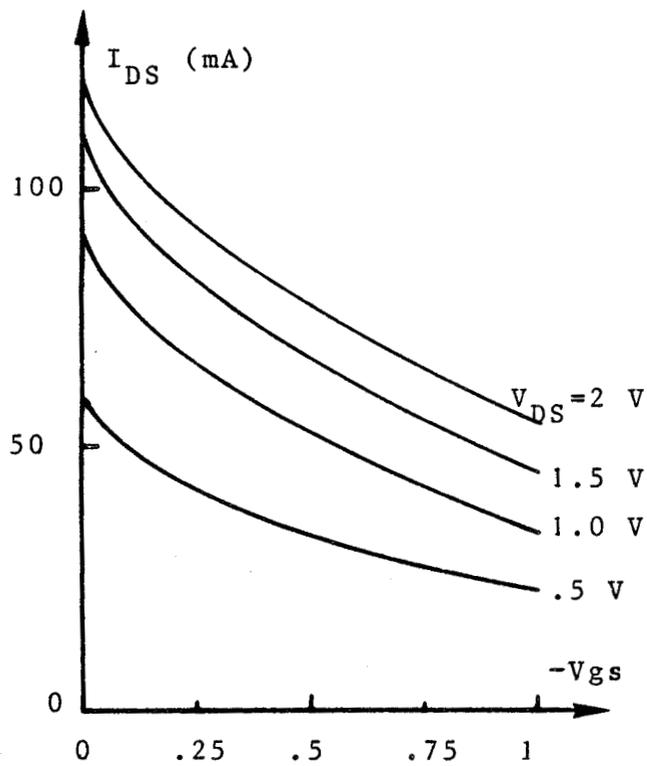


Figure II.34 : Caractéristique  $I_{DS}$  en fonction de  $V_{GS}$

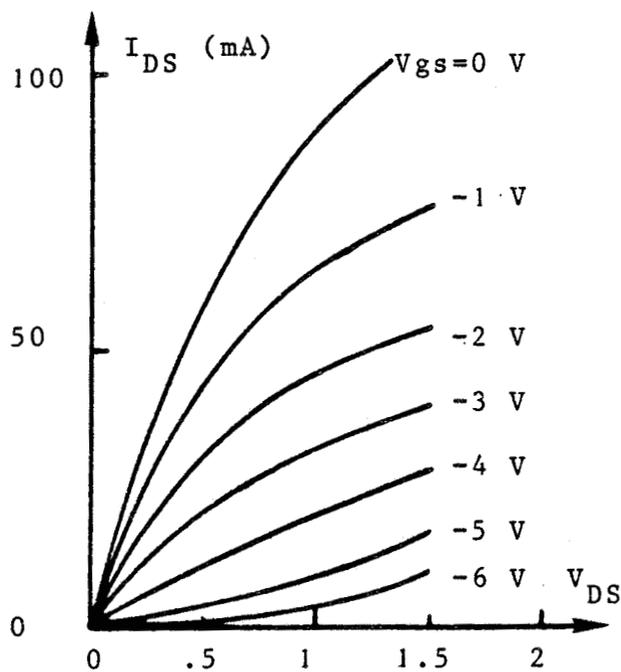


Figure II.35 : Caractéristique expérimentale

## 2) Influence des tensions de polarisation $V_{DS}$ et $V_{gs}$

La détermination des caractéristiques statiques et hyperfréquences a été faite à une température de 293°K pour un composant dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Longueur du composant : 0.75  $\mu\text{m}$
- Largeur du composant : 0.75  $\mu\text{m}$
- Profondeur du composant : 300  $\mu\text{m}$
- Longueur de la zone active : 0.45  $\mu\text{m}$
- Longueur de la grille : 0.35  $\mu\text{m}$
- Dopage de la zone active :  $7 \cdot 10^{15} \text{at/cm}^3$
- Dopage des zones  $N^+$  :  $10^{17} \text{at/cm}^3$

Le dopage de la zone active du composant simulé est de  $7 \cdot 10^{15} \text{at/cm}^3$  puisque, d'une part comme nous le verrons par la suite, les propriétés hyperfréquences ne sont que très peu modifiées pour des dopages aussi faibles comparativement aux zones actives intrinsèques et d'autre part cette valeur correspond au dopage résiduel de la zone active du transistor à effet de champ à structure verticale réalisé par KOHN [60].

### 2.1) Caractéristiques $I_{DS}$ ( $V_{DS}$ , $V_{gs}$ )

Nous présentons respectivement sur les figures II.33 et 34, les évolutions du courant  $I_{DS}$  en fonction de la tension drain-source  $V_{DS}$  et de la tension grille-source  $V_{gs}$ .

Nous retrouvons les évolutions classiques du courant  $I_{DS}$ , c'est à dire que ce courant est une fonction croissante des tensions  $V_{DS}$  et  $V_{gs}$ . Cependant le fait le plus marquant est que la caractéristique  $I_{DS}$  en fonction de la tension  $V_{DS}$  ne présente pas un phénomène de saturation aussi prononcé que la caractéristique  $I_{DS}$  du transistor à effet de champ

à structure planar. Ce phénomène est effectivement retrouvé sur l'évolution expérimentale  $I_{DS}(V_{DS})$  présentée sur la figure II.35, du transistor réalisé par KOHN, bien entendu à un facteur d'échelle près puisque la structure expérimentale a une géométrie différente du dispositif simulé.

Hormis les valeurs différentes du courant  $I_{DS}$ , nous voyons que les évolutions expérimentales et théoriques sont analogues.

## 2.2) Paramètres du schéma équivalent petit signal

### 2.2.1) Schéma équivalent de la structure verticale

Les figures II.36 présentent le schéma équivalent petit signal ainsi que la localisation des éléments de ce schéma équivalent dans la structure. Les résistances d'accès  $R_g$ ,  $R_d$  et de contacts  $R_c$  sont essentiellement définies par les caractéristiques des substrats et de la métallisation des contacts ohmiques de source et de drain. Ces différents éléments ne sont pas pris en compte dans notre simulation. La résistance de grille  $R_g$  ne dépend que de la structure de la grille et du métal utilisé. Quant aux autres paramètres du schéma équivalent, leur définition est la suivante :

- La capacité  $C_{gs}$  est définie par :  $C_{gs} = -\left(\frac{\partial Q}{\partial V_{gs}}\right)_{V_{DS}=cte}$

- La capacité  $C_{gd}$  s'exprime par :  $C_{gd} = \left(\frac{\partial Q}{\partial V_{DS}}\right)_{V_{gs}=cte}$

où la quantité  $Q$  représente la charge totale stockée par les grilles

- La transconductance  $g_m$  est définie par :  $g_m = \left(\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{gs}}\right)_{V_{DS}=cte}$

- La conductance de sortie  $g_d$  est égale à :

$$g_d = \left(\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}}\right)_{V_{gs}=cte}$$

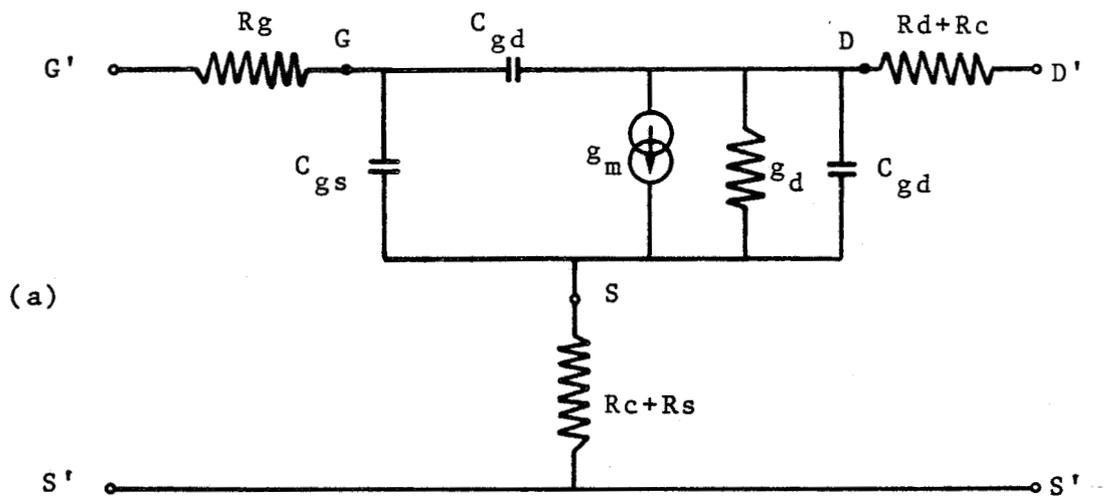


Schéma équivalent petit signal

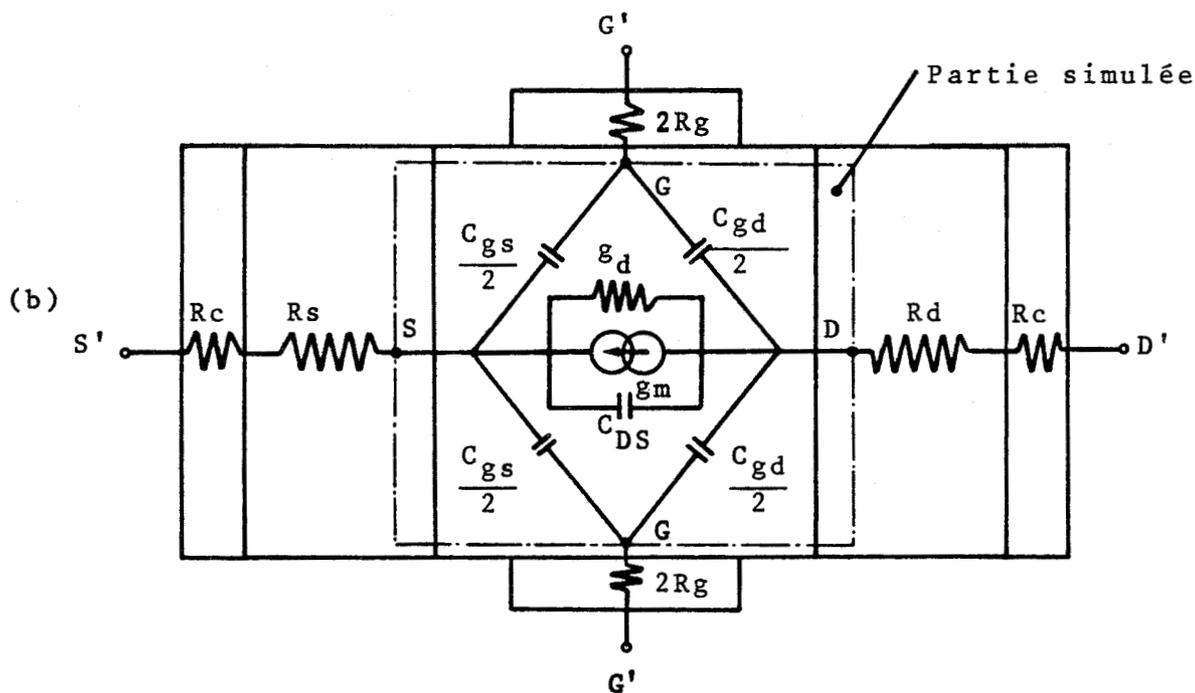


Figure II.36 : Schéma équivalent petit signal (a) , et localisation des éléments du schéma de la structure

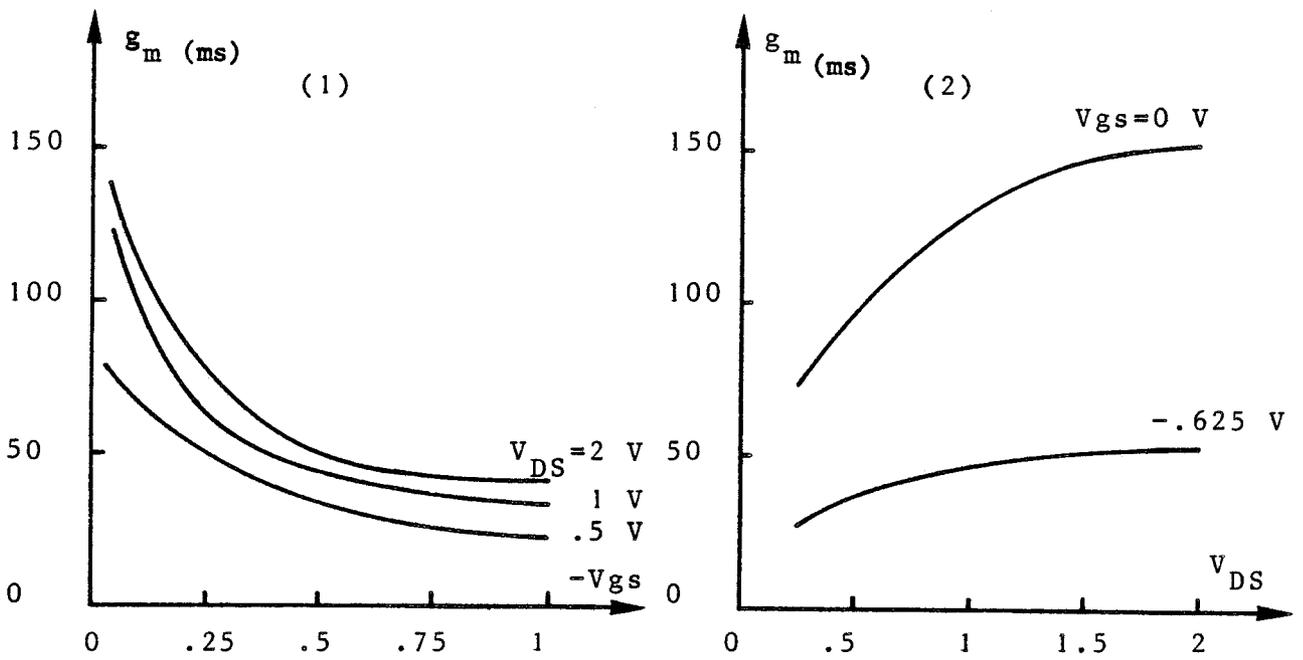


Figure II.37 : Evolution de la transconductance avec  $V_{DS}$  et  $V_{gs}$

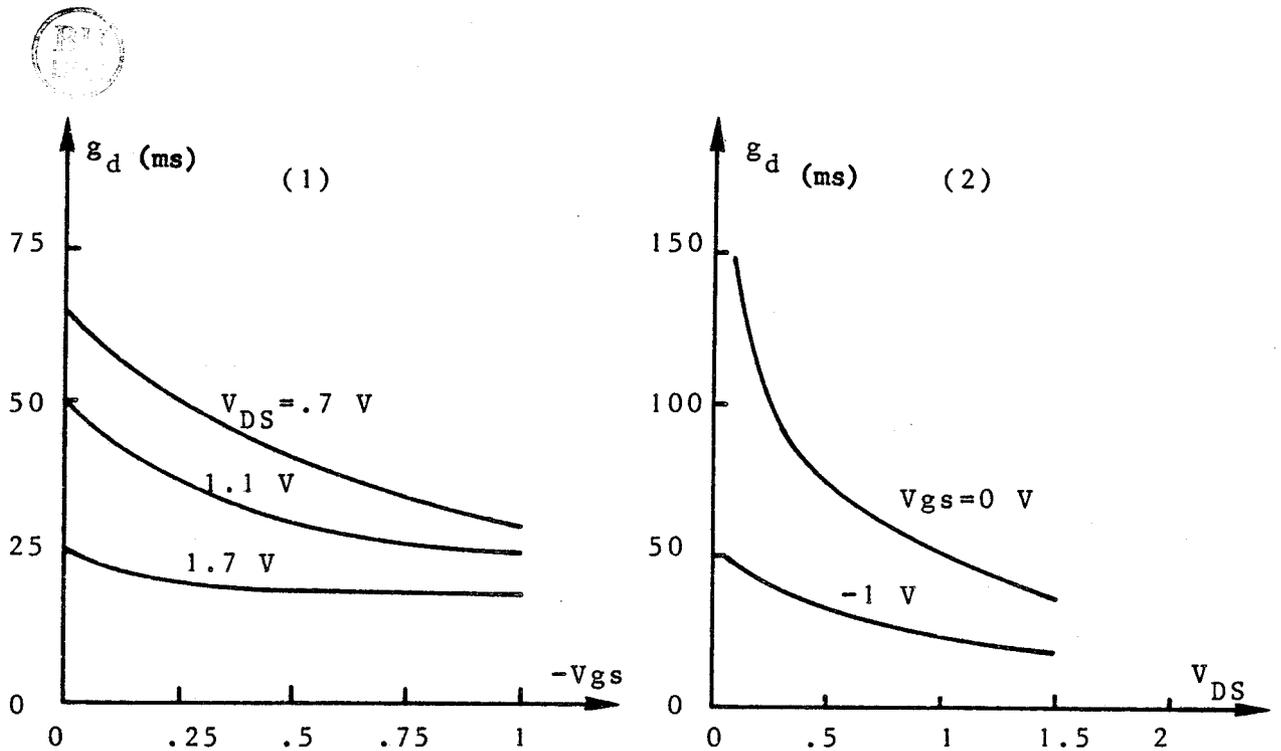


Figure II.38 : Evolution de la conductance de sortie avec  $V_{DS}$  et  $V_{gs}$

Nous allons maintenant étudier l'évolution de ces différents paramètres en fonction des tensions de polarisation.

### 2.2.2) La transconductance $g_m$

La figure II.37-1 présente l'évolution de la transconductance  $g_m$  en fonction de la tension grille-source  $V_{gs}$  pour différentes valeurs de la tension  $V_{DS}$ .

Nous observons sur cette figure que la valeur et la variation de la transconductance  $g_m$  sont d'autant plus faible que la tension  $V_{gs}$  est négative.

L'évolution de la transconductance en fonction de la tension  $V_{DS}$ , présentée sur la figure II.37-2 pour deux valeurs de la tension  $V_{gs}$ , montre que la transconductance est une fonction croissante de la tension drain-source et que cette croissance est d'autant plus faible que la tension  $V_{gs}$  est négative.

### 2.2.3) La conductance de sortie $g_d$

Nous présentons sur les figures II.38, les évolutions de la conductance de sortie en fonction des différentes tensions de polarisation.

Nous observons sur ces figures que la conductance de sortie  $g_d$  est une fonction décroissante de la tension  $V_{DS}$  et qu'elle est d'autant plus faible que la tension  $V_{gs}$  est négative.

2.2.4) La capacité grille-source C<sub>gs</sub>

La capacité C<sub>gs</sub> définie par :

$$C_{gs} = - \left( \frac{\partial Q}{\partial V_{gs}} \right)_{V_{ds} = cte}$$

nécessite la connaissance de l'évolution de la charge stockée par les grilles, en fonction de tension grille-source V<sub>gs</sub>. Pour déterminer la charge Q, il suffit de calculer le flux du champ électrique à travers la surface (S) de grille. L'expression de la charge Q est la suivante :

$$Q = 2\epsilon \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

où ε est la permittivité du matériau et le facteur 2 est dû à la symétrie de la structure.

Puisque le problème est bidimensionnel, toutes les grandeurs sont indépendantes de la troisième dimension correspondant à la profondeur  $Z$  de la grille. Nous pouvons alors exprimer la charge  $Q$  sous une nouvelle forme :

$$Q = 2\epsilon Z \int_0^{L_g} E_T dx$$

où  $L_g$ ,  $E_T$  sont respectivement la longueur de grille et la composante transversale du champ électrique sous la grille.

Comme nous effectuons une simulation numérique, l'intégrale du champ électrique se transforme en une somme discrète. Les notations utilisées sont reportées sur la figure II.39 et la nouvelle expression de la charge  $Q$  est la suivante :

$$Q = 2\epsilon Z \Delta x \sum_{i=1}^N E_{T,i}$$

où  $E_{T,i}$  représente la composante transversale du champ électrique dans la  $i^{\text{ième}}$  case.

Sur la figure II.40, nous présentons l'évolution de la charge totale  $Q$  en fonction de la tension  $V_{gs}$  pour différentes tensions  $V_{DS}$ . A partir de ces courbes, nous calculons la capacité  $C_{gs}$  dont les évolutions sont reportées sur les figures II.41.

Figure II.39 : Calcul de la charge totale Q

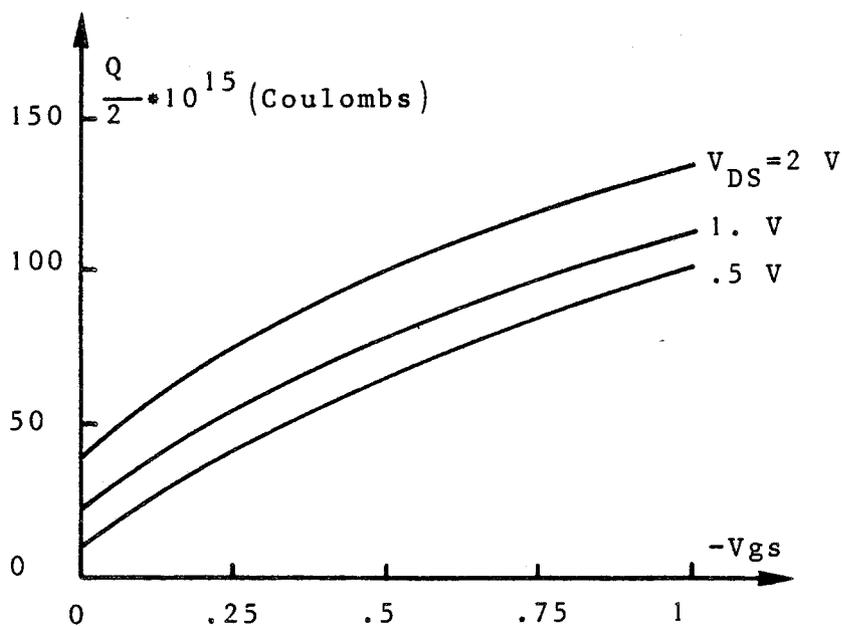
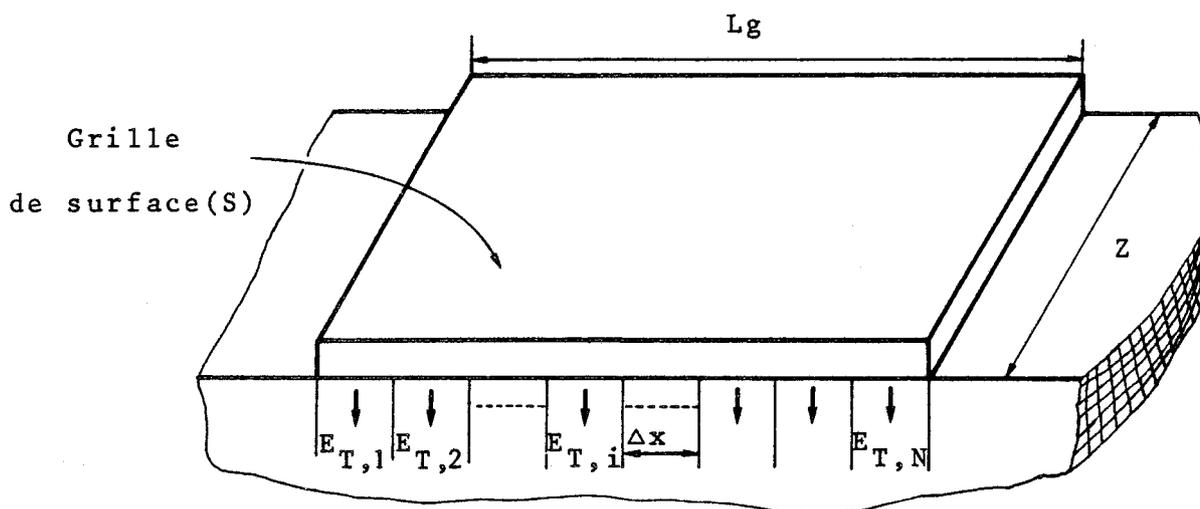


Figure II.40 : Variation de la charge Q en fonction de la tension  $V_{gs}$

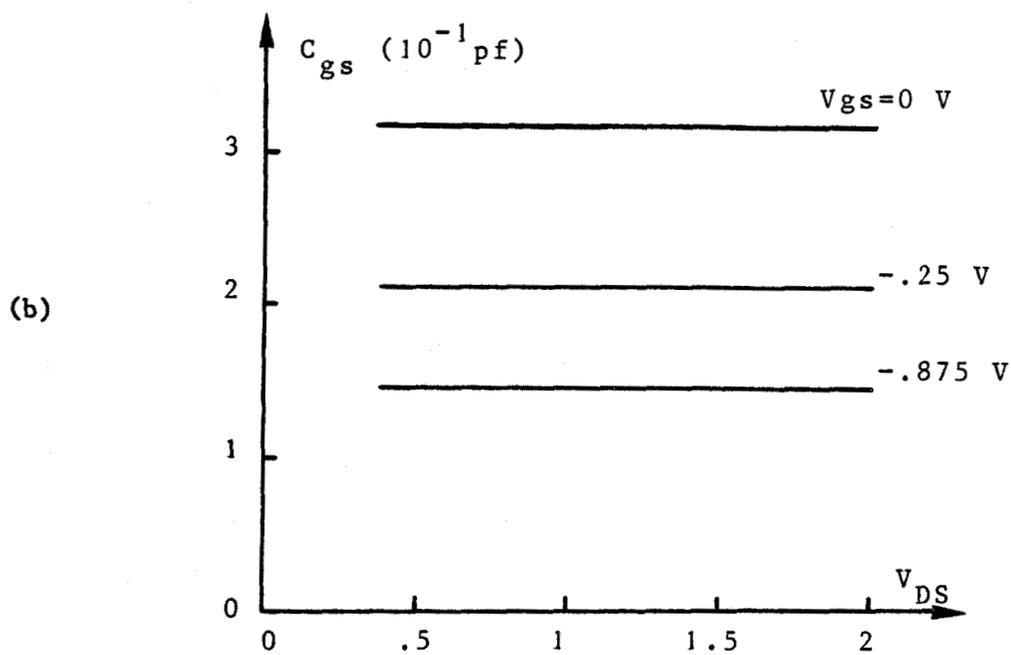
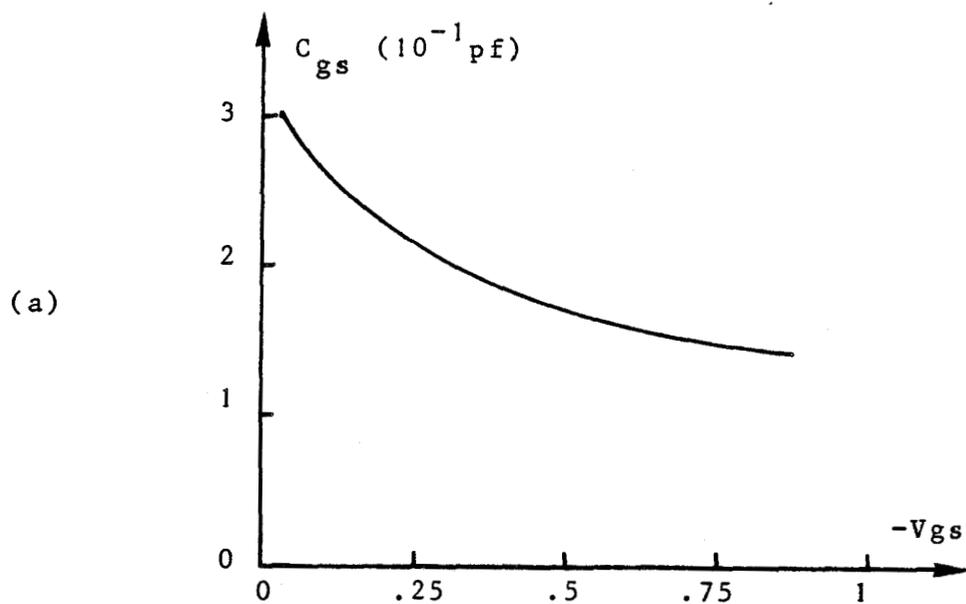


Figure II.41 : Evolution de la capacité  $C_{gs}$  en fonction de la tension  $V_{DS}$  et  $V_{gs}$

Nous voyons que cette capacité est d'autant plus faible que la tension grille-source  $V_{gs}$  est négative tandis qu'elle est pratiquement indépendante de la tension  $V_{DS}$ .

### 2.2.5) La capacité grille-drain $C_{gd}$

La capacité  $C_{gd}$  étant définie par :

$$C_{gd} = \left( \frac{\partial Q}{\partial V_{DS}} \right)_{V_{gs} = cte}$$

il suffit donc comme précédemment d'utiliser les évolutions de la charge  $Q$  en fonction de la tension  $V_{DS}$  pour différentes tensions  $V_{gs}$  ( figure II.42).

Les évolutions de la capacité  $C_{gd}$  reportées sur les figures II.43, montrent que cette capacité est une fonction décroissante de la tension  $V_{DS}$  tandis qu'elle varie peu avec la tension  $V_{gs}$ .

Remarque : Dans la détermination des capacités  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$ , nous n'avons pas tenu compte de la capacité "air" due aux lignes de champ se refermant dans l'air dont l'ordre de grandeur est de  $10^{-14}$  Farad . Compte tenu des valeurs obtenues pour  $C_{gd}$  et  $C_{gs}$ , l'influence de la capacité "air" n'est pas négligeable sur la capacité  $C_{gd}$  qui est du même ordre de grandeur tandis qu'elle est faible sur la capacité  $C_{gs}$  dans la plupart des cas.

### 2.2.6) La fréquence de coupure $F_c$

La fréquence de coupure  $F_c$  est déterminée à partir de la

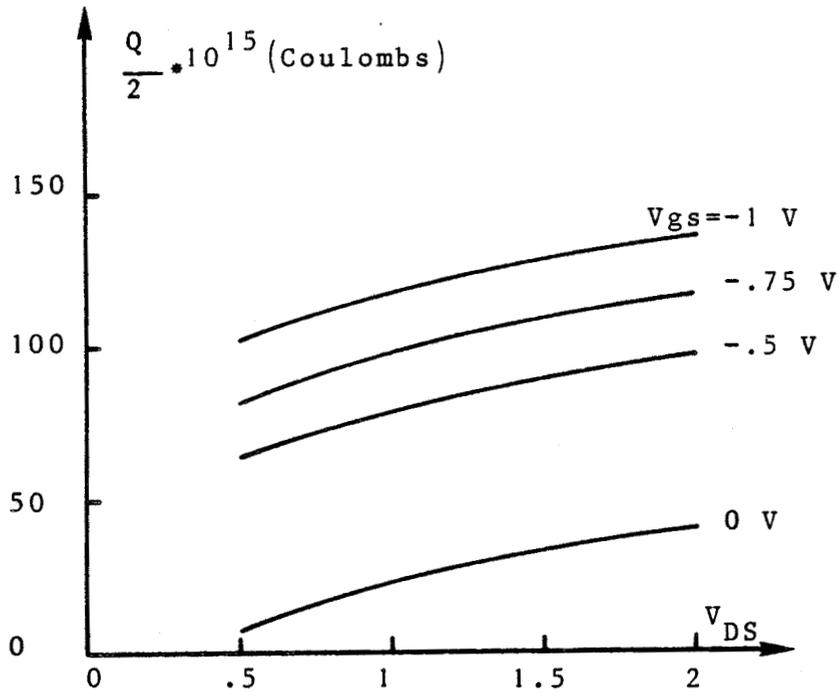


Figure II.42 : Evolution de la charge  $Q$  avec la tension  $V_{DS}$

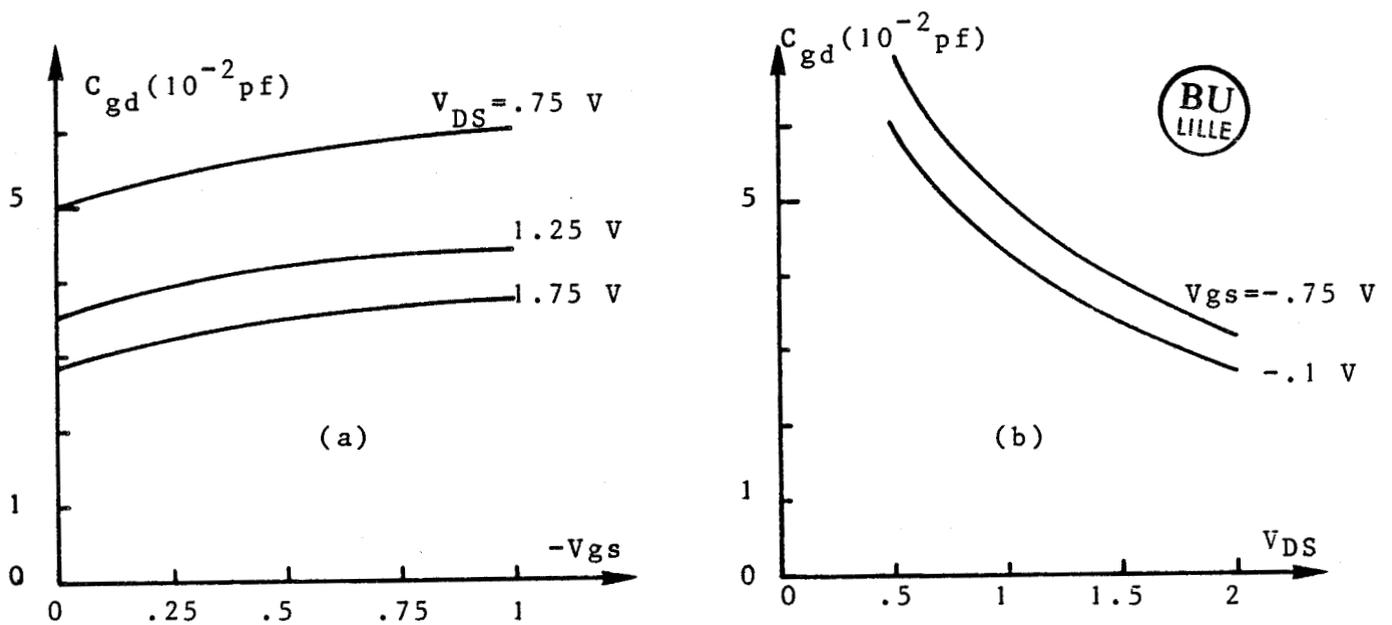


Figure II.43 : Evolution de la capacité  $C_{gd}$  en fonction de la tension  $V_{DS}$  et  $V_{GS}$

connaissance des paramètres du schéma équivalent petit signal et elle est donnée par :

$$F_c = \frac{g_m}{2 \pi C_{gs}}$$

Les évolutions de  $F_c$  en fonction des tension de polarisation  $V_{DS}$  et  $V_{gs}$ , sont représentées sur les figures II.44.

Nous avons vu que la capacité  $C_{gs}$  était pratiquement indépendante de la tension  $V_{DS}$  et par conséquent la fréquence de coupure  $F_c$  suivra naturellement les évolutions de la transconductance  $g_m$  en fonction de  $V_{DS}$ . Nous observons également que la fréquence  $F_c$  est d'autant plus faible que la tension  $V_{gs}$  est négative, puisque la décroissance en fonction de  $V_{gs}$  de la transconductance  $g_m$  est plus rapide que celle de la capacité  $C_{gs}$ .

### 2.2.7) La gain à vide $g_m/g_d$

Les évolutions du gain avec les tensions  $V_{DS}$  et  $V_{gs}$  sont représentées sur les figures II.45 et, nous pouvons remarquer que le gain croît avec la tension drain-source  $V_{DS}$  et qu'il est d'autant plus faible que la tension  $V_{gs}$  est négative.

### 3) Influence des paramètres technologiques et de la température

Nous cherchons à définir la configuration optimale de la structure verticale et pour cela nous allons maintenant étudier les variations des caractéristiques statiques et des éléments principaux du

Figure II.44 : Evolution de la fréquence de coupure avec la tension  $V_{DS}$  et  $V_{gs}$

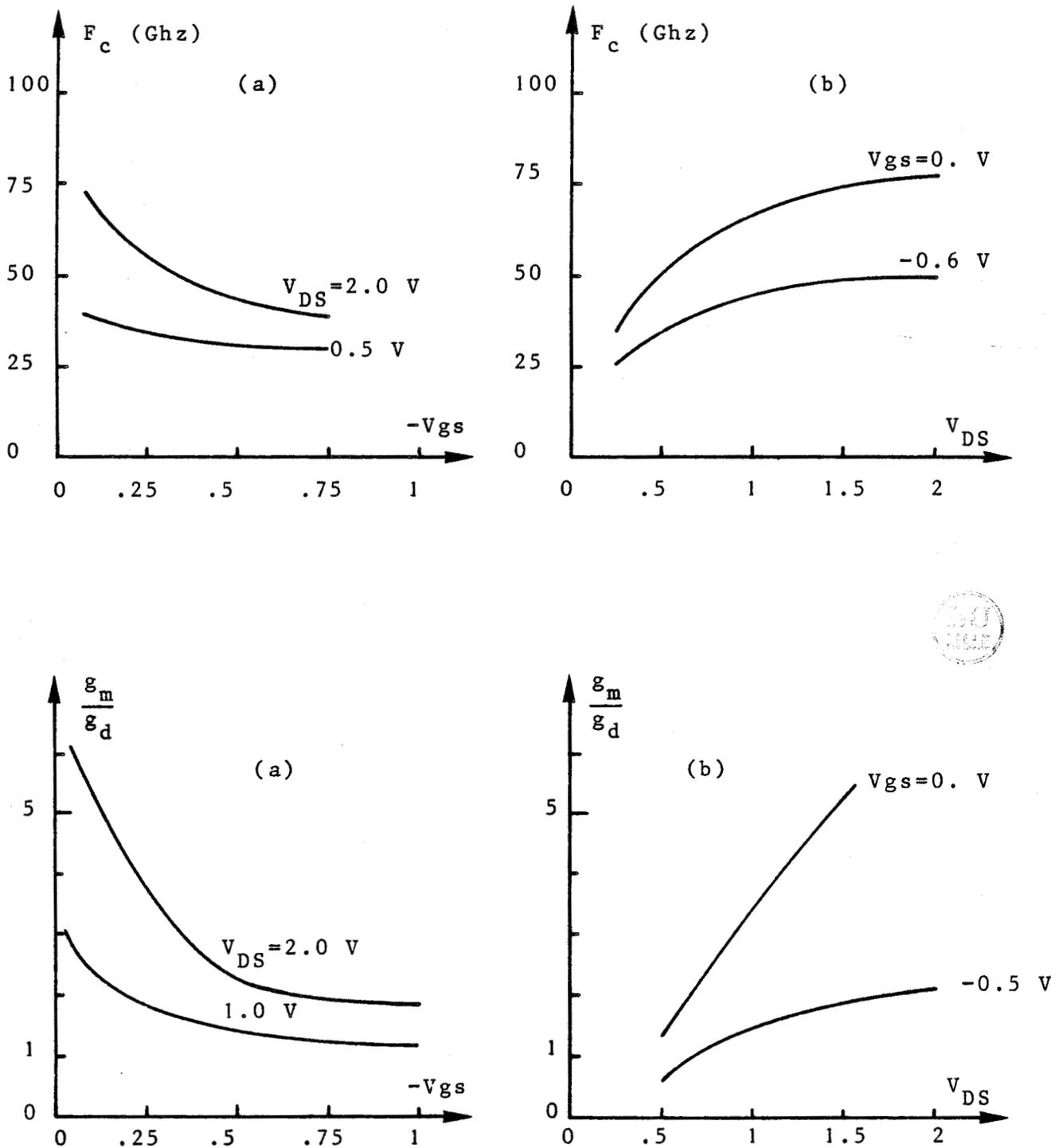
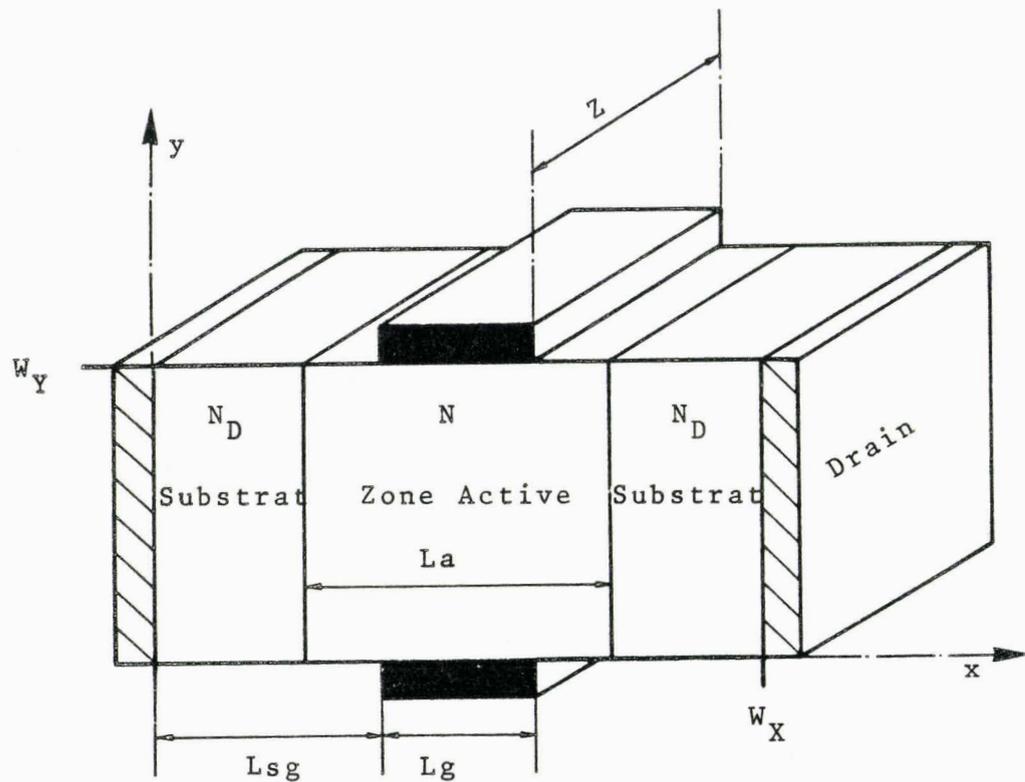


Figure II.45 : Variation du gain en tension à vide en fonction de  $V_{DS}$  et  $V_{gs}$



$W_X$  : longueur du composant

$W_Y$  : largeur du composant

$L_g$  : longueur de la grille

$L_a$  : longueur de la zone active

$L_{sg}$  : distance entre la source et la grille

$N$  : dopage de la zone active

$z$  : profondeur du composant

Figure II.46 : Notation utilisée pour le transistor à effet de champ à structure verticale

schéma équivalent en fonction de la longueur et du positionnement de la grille, de la largeur du composant, de la longueur de la zone active et de la température lorsque la zone active est intrinsèque. Nous étudions aussi pour une structure donnée l'influence du dopage de la zone active.

Nous donnons sur la figure II.46, les différentes notations utilisées pour le transistor à effet de champ à structure verticale.

### 3.1) La caractéristique $I_{DS}$ ( $V_{DS}$ )

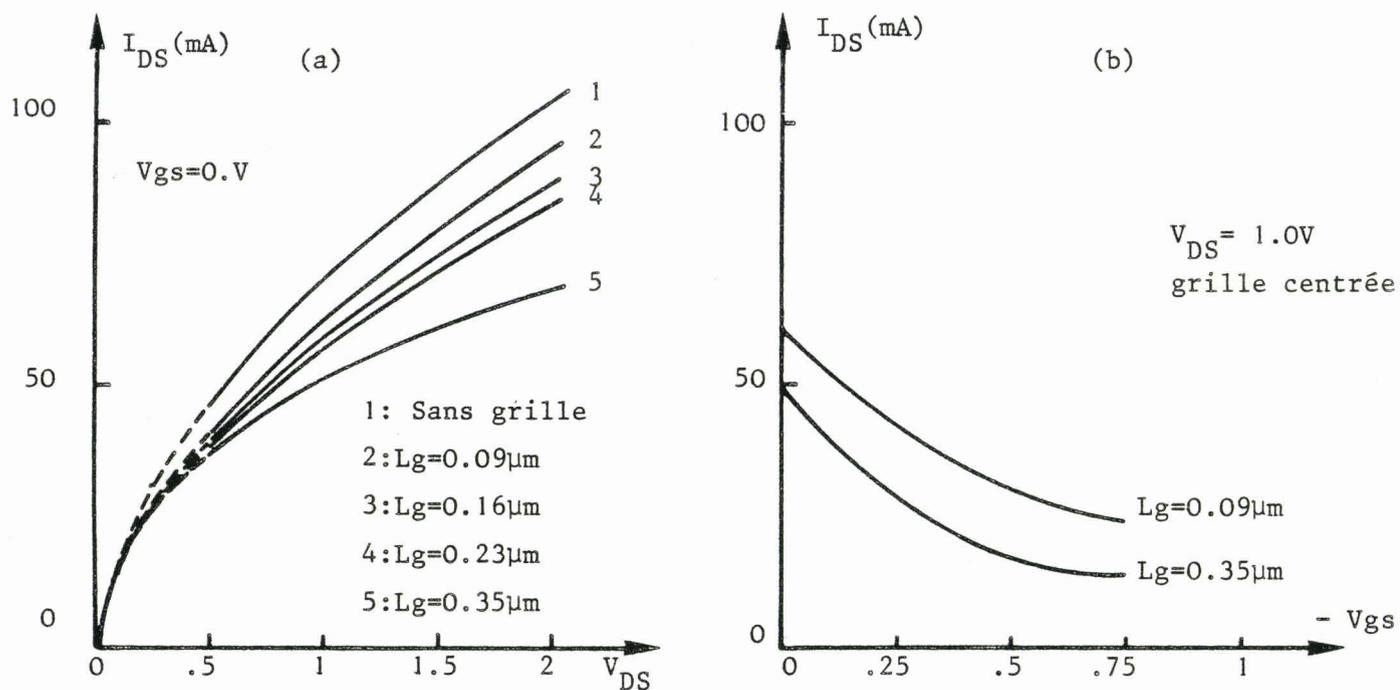
\* Grille centrée : Influence de la longueur de grille

Sur la figure II.47-a, nous présentons l'évolution du courant drain en fonction de la tension  $V_{DS}$  pour différentes longueurs de grille ainsi que pour une structure sans grille et nous pouvons constater que la diminution de la longueur de grille entraîne une augmentation du courant  $I_{DS}$ . Effectivement, nous avons vu que la densité globale de porteurs libres dans la zone active et la vitesse moyenne des porteurs sont plus élevées lorsque la longueur de grille diminue, ce qui entraîne une augmentation du courant  $I_{DS}$ . Les variations du courant  $I_{DS}$  présentées sur la figure II.47-b en fonction de la tension  $V_{gs}$  pour deux longueurs de grille, montrent que la tension de pincement  $|V_{gs}|$  nécessaire pour annuler le courant  $I_{DS}$ , augmente lorsque la longueur de grille diminue puisqu'il devient plus difficile de commander le canal conducteur lorsque la longueur  $L_g$  diminue.

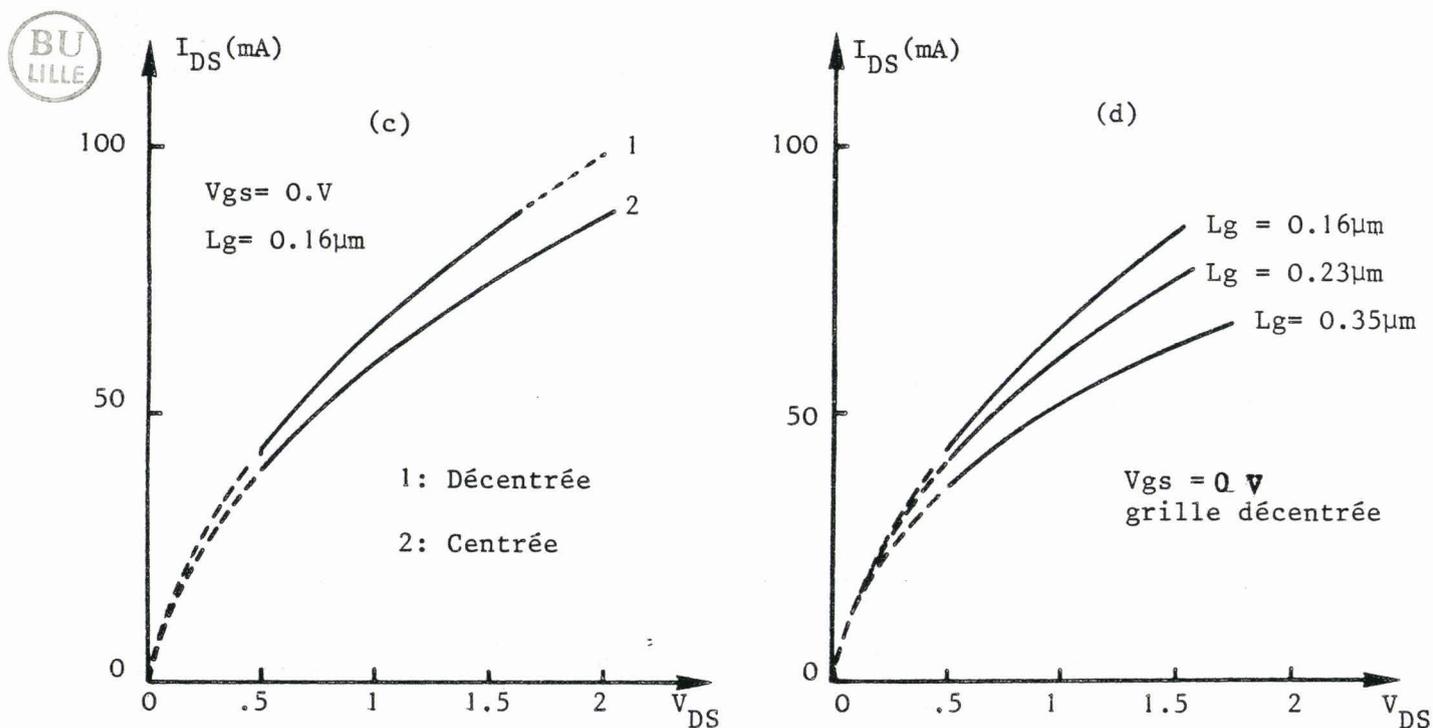
\* A longueur de grille fixée, nous avons vu qu'il était possible d'augmenter la vitesse moyenne des porteurs en plaçant la grille près de la source, et en conséquence le courant  $I_{DS}$  va augmenter comme nous pouvons l'observer sur la figure II.47-c.

\* Lorsque la grille est positionnée près de la source,  
le courant  $I_{DS}$  augmente lorsque la longueur de grille diminue (figure II.47-d).

Figure II.47 : Influence des paramètres technologiques sur le courant  $I_{DS}$



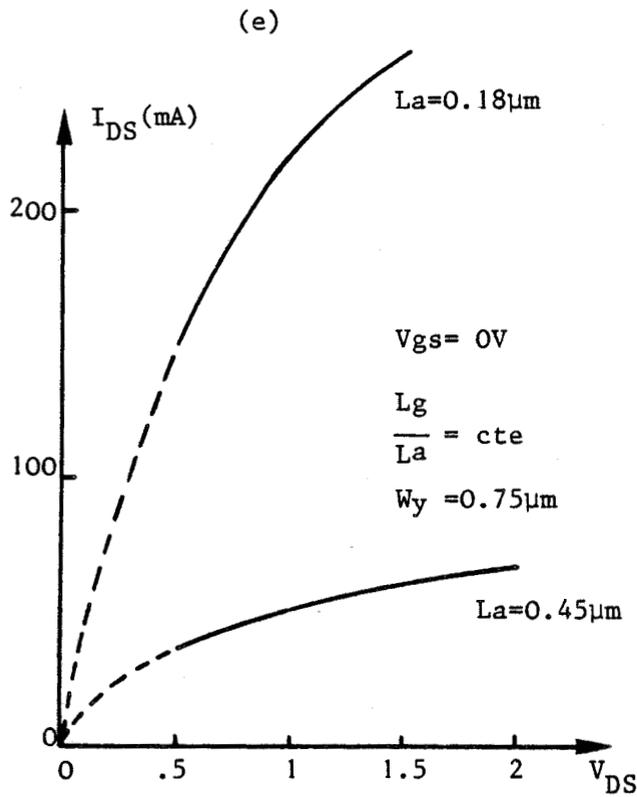
Influence de  $L_g$



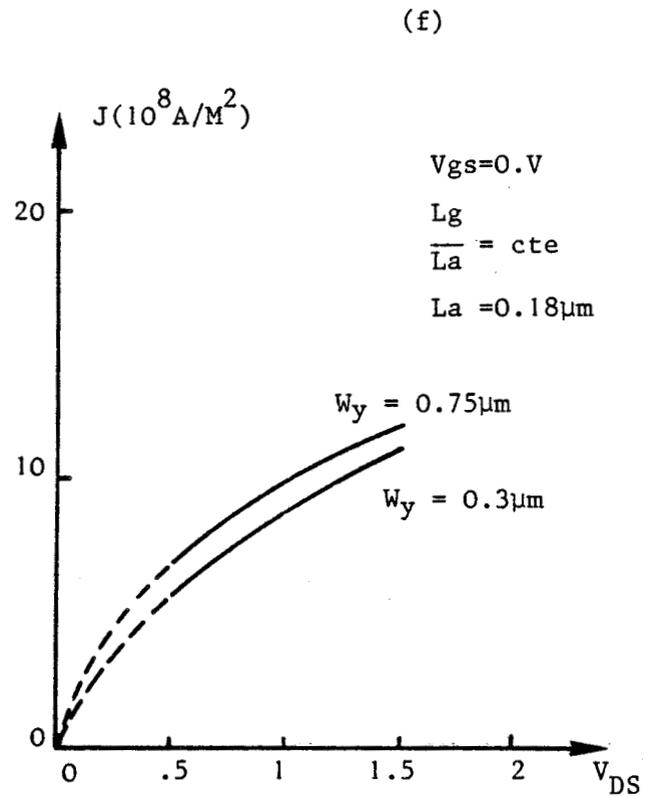
Influence de  $L_{Sg}$

Influence de  $L_g$

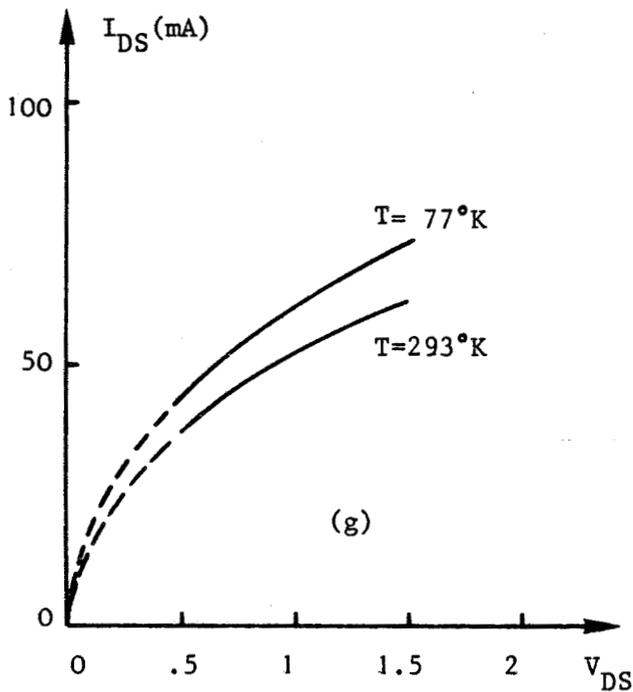
$$W_x = W_y = 0.75\mu m; L_a = 0.45\mu m; N = 0 \text{ at/cm}^3; T = 293^\circ K$$



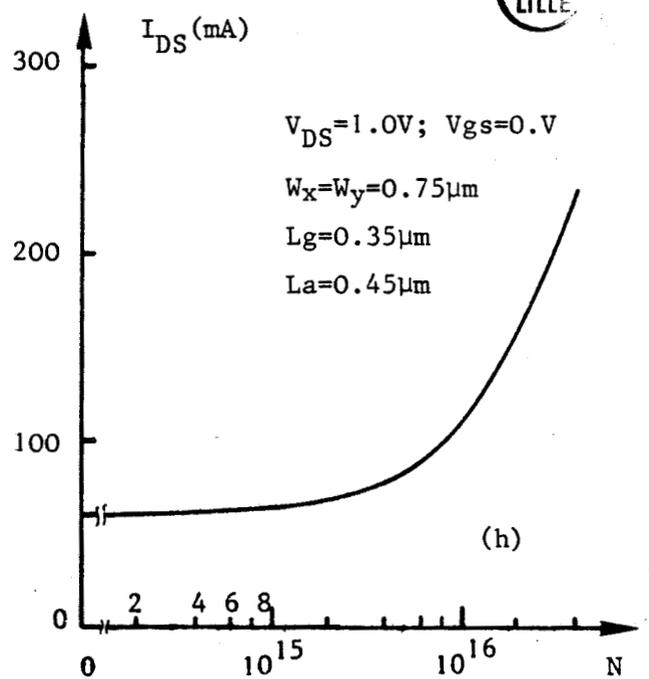
Influence de  $La$



Influence de  $W_y$



Influence de la température



Influence du dopage  $N$



Figure II.47 : Influence des paramètres technologiques sur le courant  $I_{DS}$

### \* Influence de la longueur de la zone active

Nous avons tracé sur la figure II.47-e, l'évolution du courant  $I_{DS}$  pour deux longueurs de la zone active. Il faut noter que nous avons gardé constant, le rapport longueur de grille sur longueur de la zone active.

Nous pouvons observer que le courant  $I_{DS}$  augmente fortement lorsque la longueur de la zone active diminue. Cet accroissement du courant  $I_{DS}$  est dû à l'augmentation importante de la densité de porteurs libres et de leur vitesse moyenne dans la zone active quand la longueur de celle-ci diminue, produisant ainsi un accroissement important du produit (  $nv$  ) et par conséquent du courant drain-source  $I_{DS}$ .

### \* Influence de la largeur du composant

Pour l'étude de l'influence de la largeur du composant, nous n'allons pas tracer le courant  $I_{DS}$  mais la densité de courant en fonction de la tension  $V_{DS}$  puisque ici les surfaces sur lesquelles nous intégrons la densité de courant sont différentes ( Surface =  $WY * Z$  ). La structure que nous étudions ici, a une longueur de zone active de  $0.18\mu\text{m}$ .

Nous pouvons observer sur la figure II.47-f que la densité de courant est plus faible lorsque la largeur du composant est petite. En effet à tension  $V_{DS}$  et  $V_{gs}$  fixée, l'intensité de la composante du champ électrique est plus importante lorsque l'espace entre les deux grilles est faible, produisant ainsi un pincement plus important du canal conducteur et par conséquent une réduction de la densité de courant.

### \* Influence de la température

La figure II.47-g représente la caractéristique  $I_{DS}(V_{DS})$  pour deux températures et nous remarquons que le courant  $I_{DS}$  augmente lorsque la température diminue puisque les vitesses atteintes par les porteurs aux basses températures, sont plus importantes.

### \* Influence du dopage de la zone active

Lorsque l'on augmente le dopage de la zone active, la densité de porteurs libres dans la zone active croît et leur vitesse moyenne diminue. La diminution de la vitesse ne peut pas compenser l'accroissement important de la densité de porteurs libres et par conséquent, le courant  $I_{DS}$  dont l'évolution est présentée sur la figure II.47-h, augmente avec le dopage de la zone active.

En conclusion, le courant  $I_{DS}$  augmente avec le dopage de la zone active et avec la diminution de longueur de grille, la température du composant et la longueur de la zone active.

Nous allons maintenant aborder l'étude de l'influence des paramètres technologiques sur les différents éléments du schéma équivalent de la structure.

### 3.2) La transconductance $g_m$

#### \* Grille centrée : influence de la longueur de grille

La figure II.48-a représentant l'évolution de la transconductance en fonction de la longueur de grille, nous amène à la constatation suivante :

- La diminution de la longueur de grille entraîne une légère augmentation de la transconductance, mais si cette longueur  $L_g$  est inférieure à une valeur voisine de  $0.25\mu\text{m}$  alors, la transconductance  $g_m$  décroît rapidement avec  $L_g$ .

Effectivement lorsque  $L_g$  devient très faible, l'influence de la grille sur le canal conducteur devient négligeable ce qui conduit naturellement à une diminution de la transconductance. Nous voyons donc, qu'il existe une valeur optimale du rapport longueur de grille à longueur

de zone active, voisine de  $3/5$  qui nous fournit la plus importante valeur de la transconductance  $g_m$ .

\* A longueur de grille fixée, lorsque l'on positionne la grille près de la source, nous avons vu que l'on augmentait la vitesse moyenne des porteurs ce qui a pour effet d'augmenter la transconductance comme nous pouvons le constater sur la figure II.48-b.

\* Lorsque la grille est positionné près de la source, les variations de la transconductance  $g_m$  présentées sur la figure II.48-c en fonction de la longueur de grille, sont analogues à celles que nous avons obtenu avec une grille centrée. La seule différence est que l'on obtient une diminution de la valeur au dessous de laquelle la transconductance chute.

\* Influence de la longueur de la zone active

Lorsque l'on diminue la longueur  $L_a$ , de la zone active, nous avons vu que la densité et la vitesse moyenne des porteurs libres dans la zone active augmentaient dans des proportions importantes. Nous pouvons donc espérer une augmentation de la transconductance, puisqu'elle est liée à la vitesse des charges mobiles, avec une diminution de  $L_a$  et c'est effectivement ce l'on peut observer sur la figure II.48-d. Cependant, la transconductance  $g_m$  atteint un maximum voisin de  $300\text{mS}/300\mu\text{m}$  pour une longueur  $L_a$  proche de  $0.2\mu\text{m}$  et en dessous de cette longueur, la transconductance décroît avec  $L_a$ . Il faut signaler que nous avons gardé le rapport  $L_g/l_a$  constant et que toute diminution de  $L_a$ , entraîne une réduction de la longueur de grille  $L_g$ . Par conséquent, pour de faibles longueurs de zone active,  $L_a$  la longueur de grille sera faible et il sera plus difficile de commander le canal conducteur.

\* La largeur du composant

Ce paramètre n'influe pratiquement pas sur la transconductance, comme on peut le voir sur la figure II.48-e.

Point de fonctionnement :  $V_{DS} = 1.0V$  ;  $V_{gs} = 0.V$

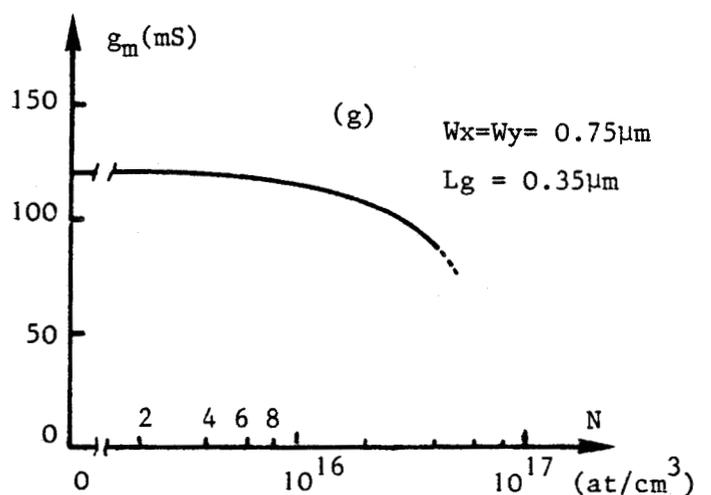
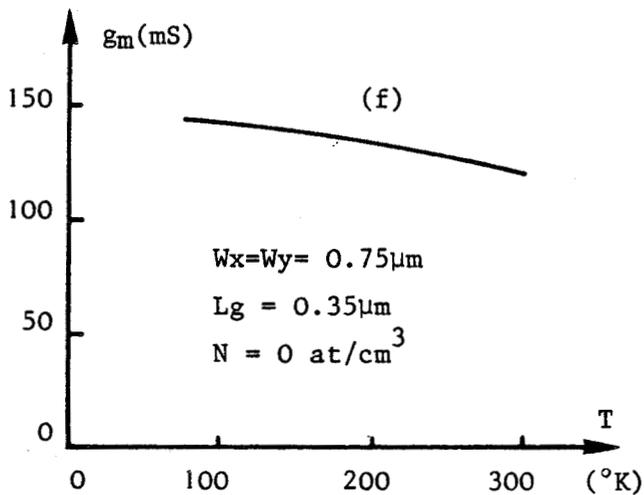
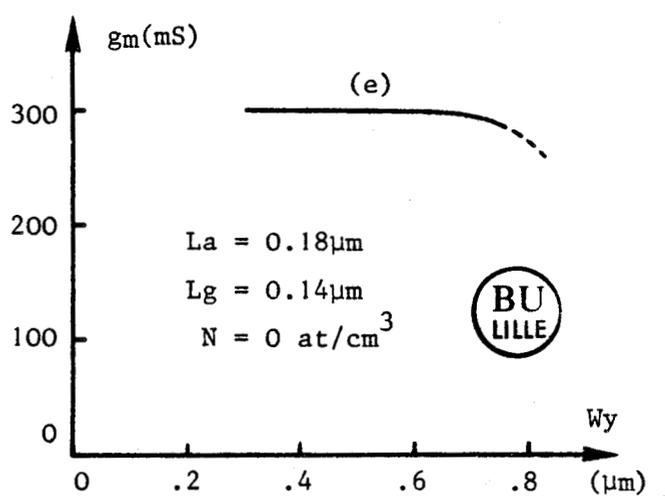
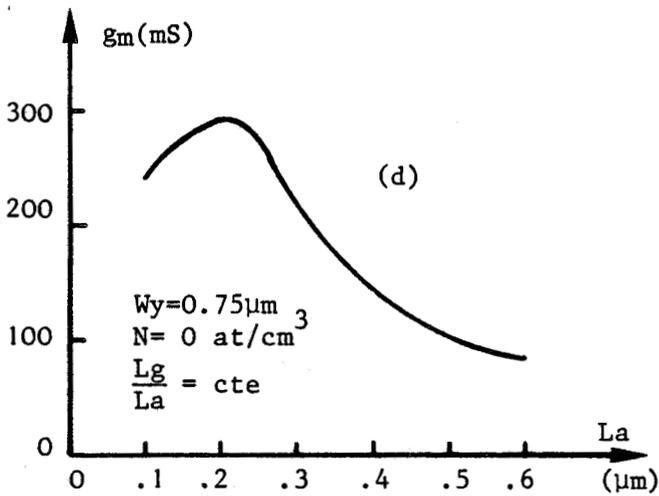
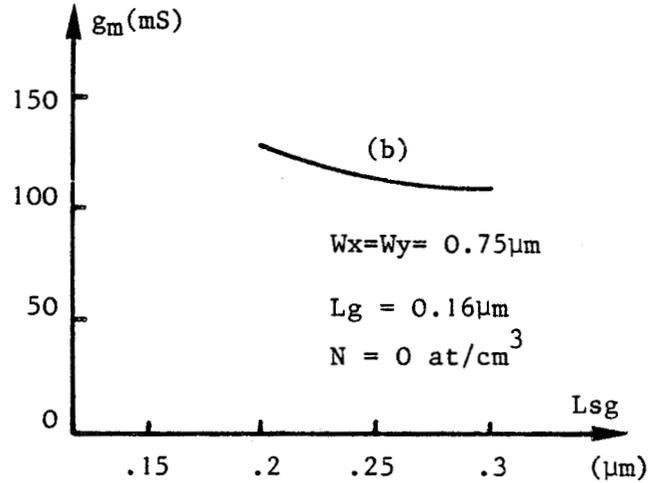
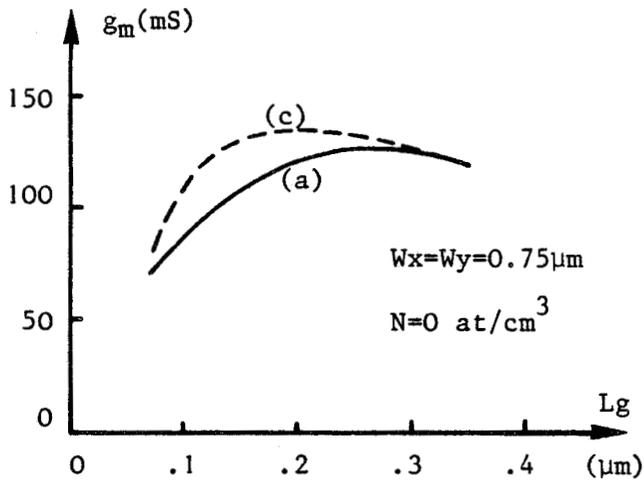


Figure II.48 : Influence des paramètres technologiques sur la transconductance  $g_m$

### \* Influence de la température

Lorsque la température diminue, la vitesse moyenne des porteurs libres augmente, produisant ainsi une augmentation de la transconductance  $g_m$  dont l'évolution en fonction de la température est présentée sur la figure II.48-f.

### \* Influence du dopage de la zone active

Nous voyons sur la figure II.48-g que la transconductance  $g_m$  est indépendante du dopage de la zone active lorsque celui-ci est inférieur à  $10^{16}$  at/cm<sup>3</sup> et qu'elle décroît au dessus de cette valeur. Cette décroissance de la transconductance lorsque l'on augmente le dopage, est due à deux phénomènes. D'une part, la vitesse moyenne des porteurs libres diminue dans la zone active, d'autre part, l'efficacité de la commande diminue puisque la tension  $V_{gs}$  doit agir à la fois sur les impuretés ionisées et sur les charges mobiles du canal conducteur.

En conclusion, nous pouvons dire qu'il existe une longueur optimale de la longueur de la zone active et un rapport  $L_g/L_a$  optimum pour lesquelles la transconductance  $g_m$  présente un maximum. Par ailleurs, la transconductance croît lorsque la grille est positionnée près de la source et quand la température diminue. Par contre, elle est pratiquement indépendante de la largeur du composant et du dopage de la zone active lorsque celui-ci est inférieur à  $10^{16}$  at/cm<sup>3</sup> et en dessus de cette valeur, la transconductance décroît.

### 3.3) La conductance de sortie $g_d$

#### \* grille centrée : Influence de la longueur de grille

Pour de grande longueur de grille  $L_g$ , la conductance de sortie  $g_d$  croît de façon proportionnelle à  $1/L_g$ , comme nous pouvons

Point de fonctionnement :  $V_{DS} = 1.0$  ;  $V_{gs} = 0.V$

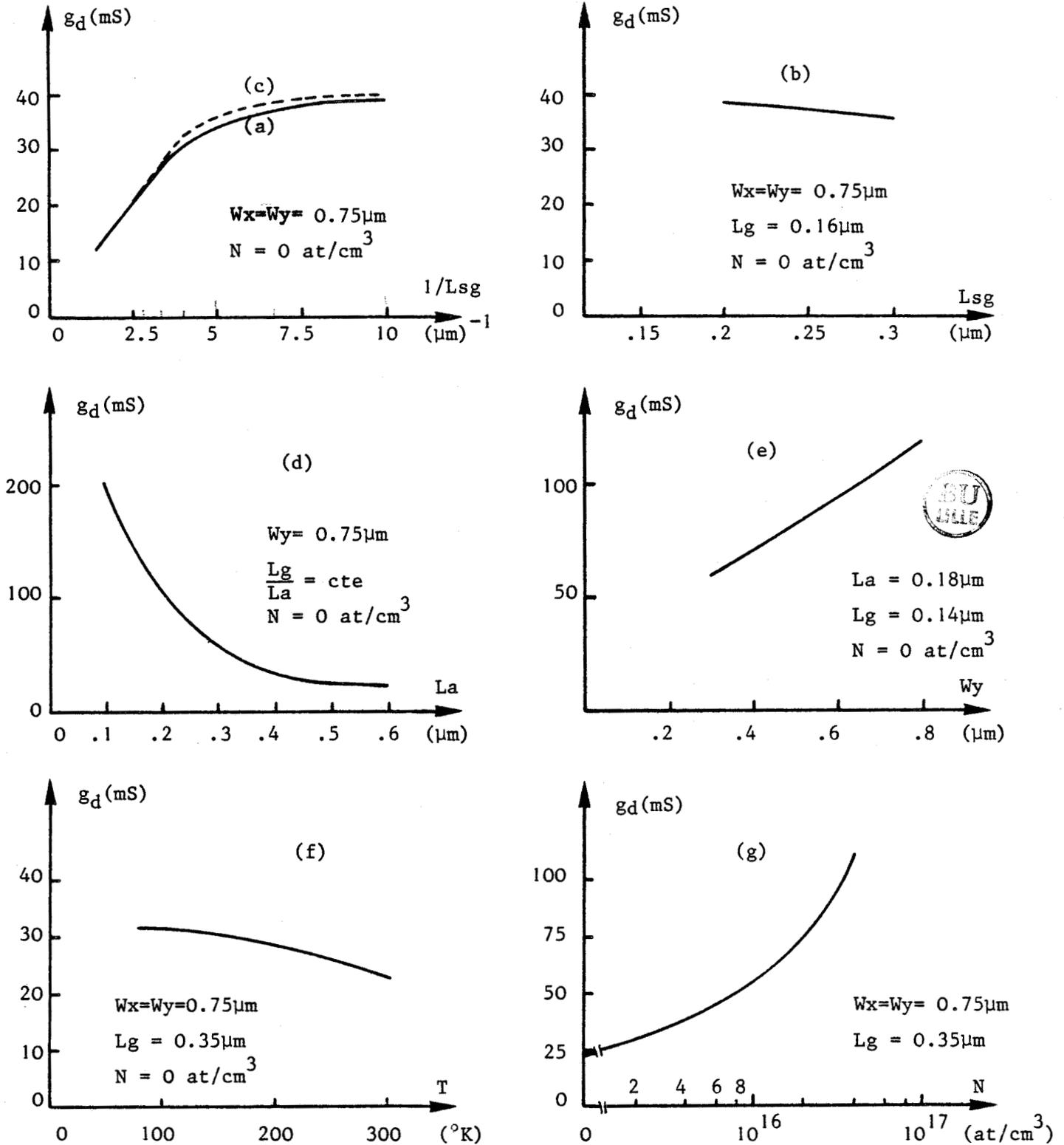


Figure II.49 : Influence des paramètres technologiques sur la conductance de sortie  $g_d$

l'observer sur la figure II.49-a. La croissance de la conductance  $g_d$  résulte de l'augmentation de la densité de porteurs injectés et de la vitesse moyenne des porteurs dans la zone active quand la longueur de grille diminue. Par contre, lorsque  $L_g$  devient très faible, la conductance de sortie  $g_d$  tend vers une limite qui est, au point fonctionnement considéré, la valeur de la pente de la caractéristique  $I_{DS}(V_{DS})$  de la structure sans grille.

\* A longueur de grille fixée, lorsque la grille est positionnée près de la source, la conductance de sortie  $g_d$  dont les variations sont données sur la figure II.49-b, augmente légèrement puisque le courant  $I_{DS}$  augmente.

\* Lorsque la grille est positionnée près de la source, et comme nous l'avons vu précédemment, la conductance de sortie  $g_d$  croît lorsque la longueur de grille diminue ( figure II.49-c ).

\* Influence de la longueur de la zone active

La diminution de la longueur de la zone active entraîne une augmentation importante du courant  $I_{DS}(V_{DS})$  et, par conséquent la conductance de sortie  $g_d$ , exprimant la pente de la caractéristique  $I_{DS}(V_{DS})$ , augmente également. Cette évolution est présentée sur la figure II.49-d.

\* Influence de la largeur du composant

Lorsque la largeur du composant augmente, le courant  $I_{DS}(V_{DS})$  croît et par conséquent la conductance de sortie  $g_d$  va augmenter avec la largeur, comme nous pouvons le constater sur la figure II.49-e.

\* Influence de la température

Le courant  $I_{DS}$  augmente lorsque la température diminue, en conséquence la conductance de sortie  $g_d$  dont l'évolution est présentée sur

la figure II.49-f, va augmenter.

\* Influence du dopage de la zone active

La variation de la conductance de sortie en fonction de la concentration en impuretés de la zone active présentée sur la figure II.49-g, montre que la conductance croît avec le dopage puisque le courant augmente.

En conclusion, la conductance de sortie  $g_d$  augmente lorsque :

- La longueur de grille diminue
- La grille est située près de la source
- La longueur de la zone active diminue
- La largeur du composant augmente
- La température diminue
- Le dopage de la zone active augmente

3.4) La capacité grille-source  $C_{gs}$

\* Grille centrée : Influence de la longueur de grille

La capacité  $C_{gs}$  étant proportionnelle à la surface de grille, alors la diminution de la longueur de grille entraîne donc une réduction de la capacité  $C_{gs}$ , comme nous pouvons l'observer sur la figure II.50-a. Dans notre modèle, les effets de bord sont pris naturellement en compte et par conséquent lorsque  $L_g$  devient très faible, la capacité  $C_{gs}$  est essentiellement limitée par la capacité de bord que l'on obtient en extrapolant la courbe  $C_{gs}(L_g)$ .

\* A longueur de grille fixée, la capacité  $C_{gs}$  est indépendante du positionnement de la grille ( figure II.50-b ).

Point de fonctionnement :  $V_{DS} = 1.0V$  ;  $V_{GS} = 0.V$

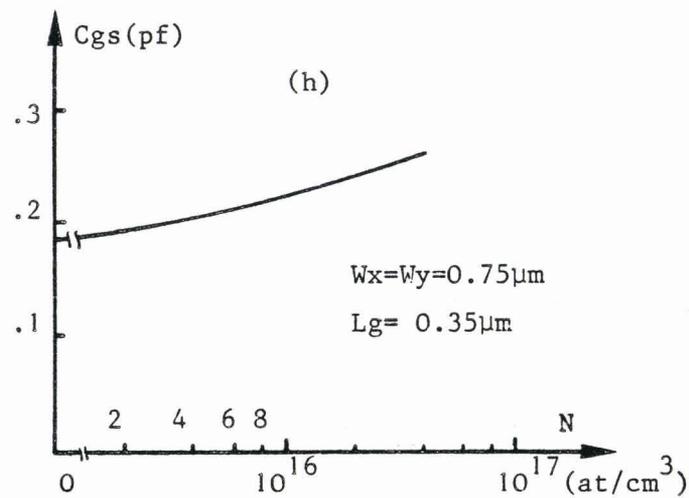
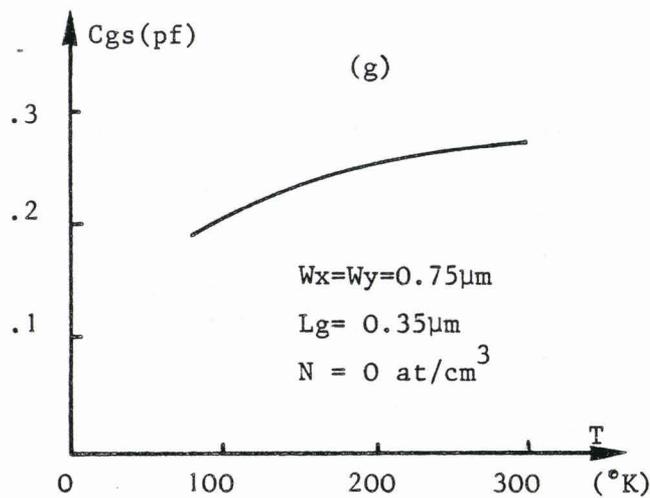
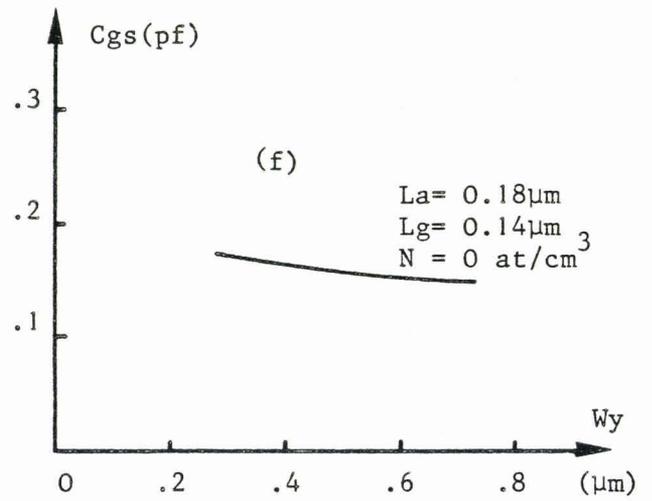
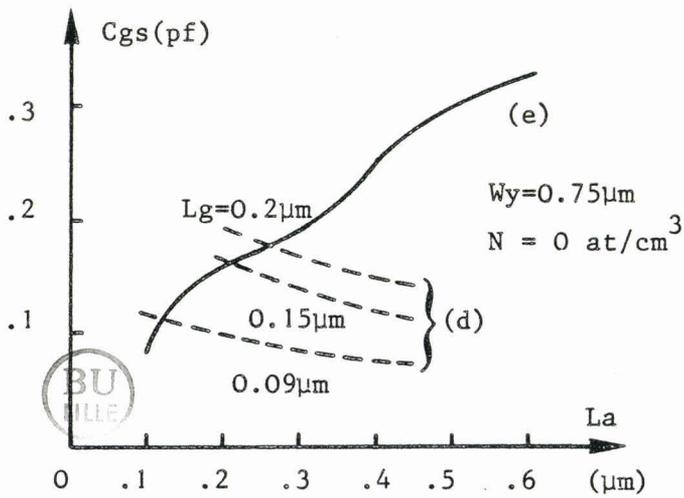
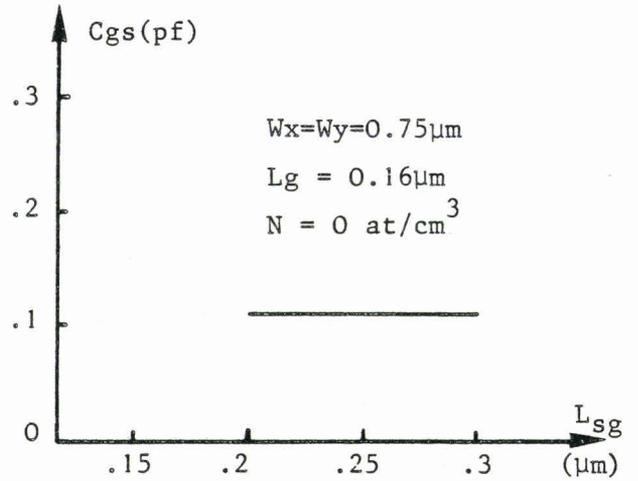
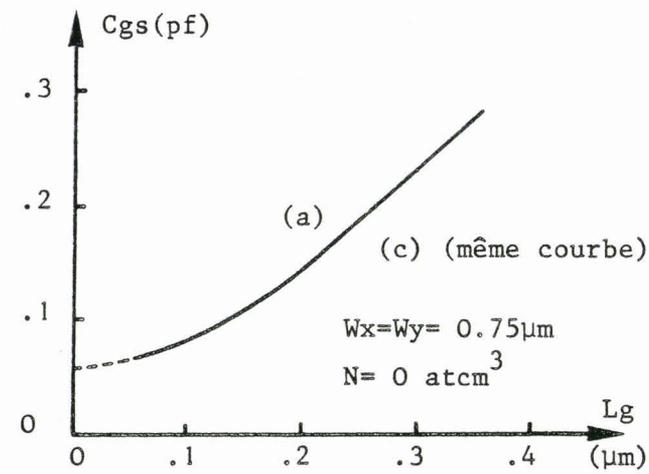


Figure II.50 : Influence des paramètres technologiques sur la capacité  $C_{gs}$

\* Lorsque la grille est positionnée près de la source,  
l'évolution ( figure II.50-c ) de la capacité Cgs est identique à celle que nous avons obtenu avec une grille centrée puisque la capacité est indépendante du positionnement de la grille.

\* Influence de la longueur de la zone active

Lorsque la longueur de la zone active,  $L_a$ , diminue la densité de porteurs injectés dans la couche active augmente de façon importante et par conséquent la capacité Cgs va croître comme nous pouvons le remarquer sur la figure II.50-d. La diminution de  $L_a$  nécessite que l'on diminue aussi la longueur de grille  $L_g$ . Sur la figure II.50-e, nous avons reporté l'évolution de Cgs en fonction de  $L_a$  mais en gardant le rapport  $L_g/L_a$  constant. Nous observons sur cette figure que la capacité Cgs diminue avec  $L_a$ , c'est à dire que la diminution de Cgs avec  $L_g$  l'emporte sur l'augmentation de Cgs avec  $L_a$ .

\* La largeur du composant n'a pas d'influence sensible  
sur la capacité Cgs ( figure II.50-f ).

\* Influence de la température

Lorsque la température diminue, la charge stockée dans la couche active est plus faible et par conséquent les variations absolues de cette charge en fonction de la tension  $V_{gs}$  sont plus faibles. La capacité Cgs étant reliée à ces variations, il en résulte que Cgs diminue avec la température et ces variations sont reportées sur la figure II.50-g.

\* Influence du dopage de la zone active

La charge stockée par les grilles et les variations absolues de cette charge lorsque l'on fait varier le potentiel de grille, sont d'autant plus importantes que le dopage est élevé. En conséquence l'augmentation du dopage entraîne une augmentation de la capacité Cgs dont l'évolution est présentée sur la figure II.50-h.

Point de fonctionnement :  $V_{DS} = 1.0V$  ;  $V_{GS} = 0V$

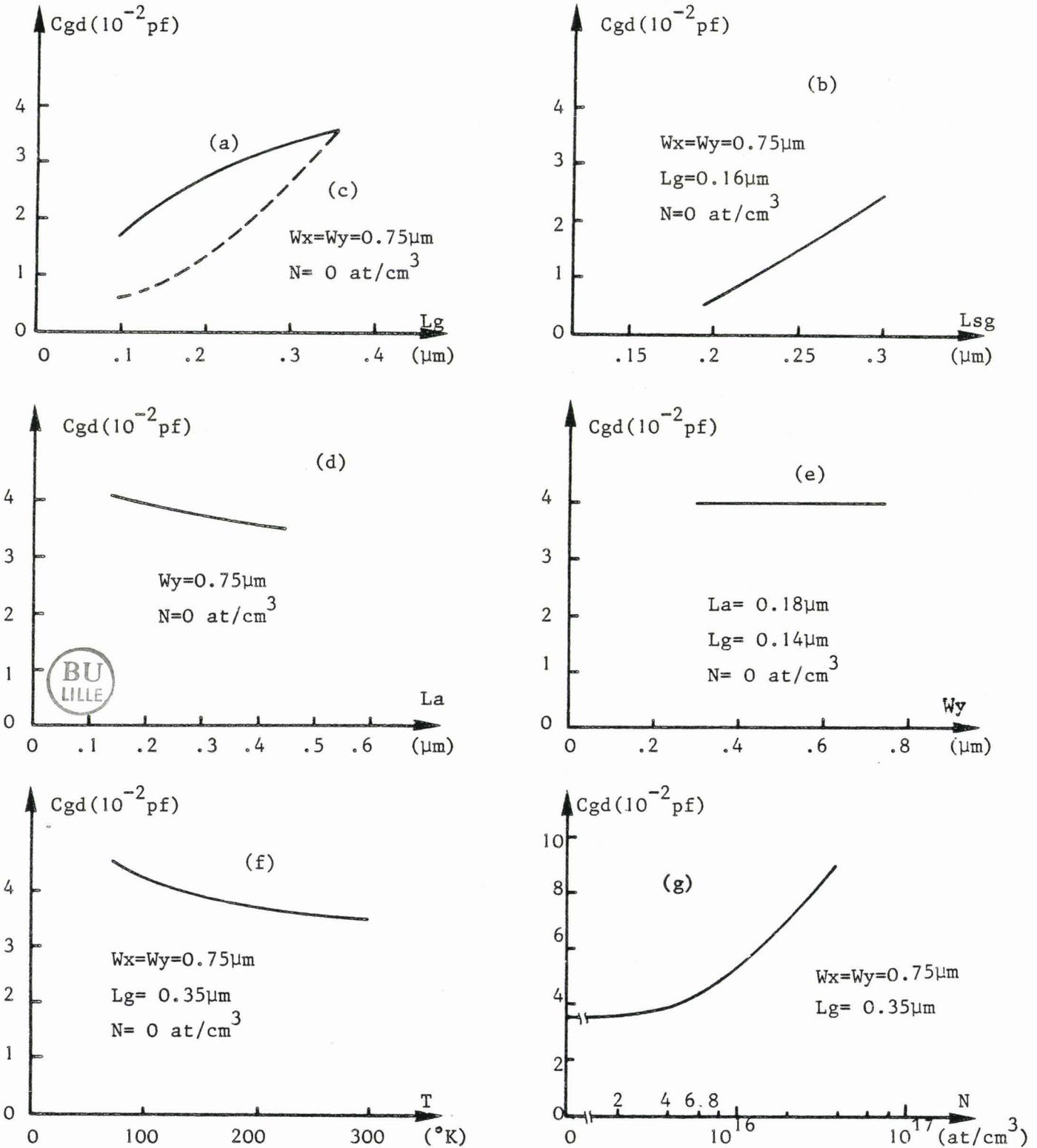


Figure II.51 : Influence des paramètres technologiques sur la capacité  $C_{gd}$

En conclusion, la capacité  $C_{gs}$  diminue avec :

- La longueur de grille
- La longueur de la zone active quand le rapport  $L_g/L_a$  est constant
- La température
- Le dopage de la zone active

et elle est indépendante du positionnement de la grille et de la largeur du composant.

### 3.5) La capacité grille-drain $C_{gd}$

Il convient ici de rappeler que la capacité "air" n'est pas négligeable devant la capacité  $C_{gd}$  donnée par notre simulation et que dans ces conditions, les différentes évolutions théoriques de  $C_{gd}$  que l'on peut observer sont certainement masquées par la capacité "air". Nous signalerons donc seulement les évolutions de la capacité  $C_{gd}$  en fonction des différents paramètres technologiques comme le montre les figures II.51.

La capacité  $C_{gd}$  décroît lorsque :

- La longueur de grille diminue
- La grille est déplacée vers la source
- La température augmente
- Le dopage de la zone active diminue

et elle est indépendante de la largeur du composant.

### 3.6) La fréquence de coupure $F_c$

La fréquence de coupure  $F_c$  est donnée par l'expression :

$$F_c = \frac{g_m}{2\pi C_{gs}}$$

Les évolutions de la fréquence  $F_c$  en fonction des différents paramètres technologiques résultent donc de la combinaison des variations de la transconductance et de la capacité  $C_{gs}$  en fonction de ces paramètres technologiques.

\* Grille centrée : Influence de la longueur de grille

La fréquence de coupure  $F_c$  peut s'exprimer en première approximation par :

$$F_c \approx \frac{\sqrt{v}}{2\pi L_g}$$

Sur la figure II.51-1-a, nous observons effectivement que la fréquence de coupure est inversement proportionnelle à la longueur de grille. Lorsque la longueur  $L_g$  devient très faible, la fréquence de coupure n'évolue pratiquement plus puisque d'une part, la capacité  $C_{gs}$  ne décroît pratiquement plus avec  $L_g$  étant limitée par la capacité de bord et d'autre part la transconductance  $g_m$  diminue.

\* A longueur de grille fixée, la fréquence de coupure croît légèrement lorsque la grille est positionnée près de la source ( figure II.51-1-b).

\* Lorsque la grille est positionnée près de la source, l'évolution de la fréquence de coupure, présentée sur la figure II.51-1-c, en fonction de  $L_g$  est identique à celles que l'on a obtenu avec une grille centrée.

\* Influence de la longueur de la zone active

La figure II.51-d présente l'évolution de la fréquence de coupure  $F_c$  en fonction de  $l/L_a$ , sur laquelle nous avons mis en évidence

Point de fonctionnement :  $V_{DS} = 1.0V$  ;  $V_{gs} = 0V$

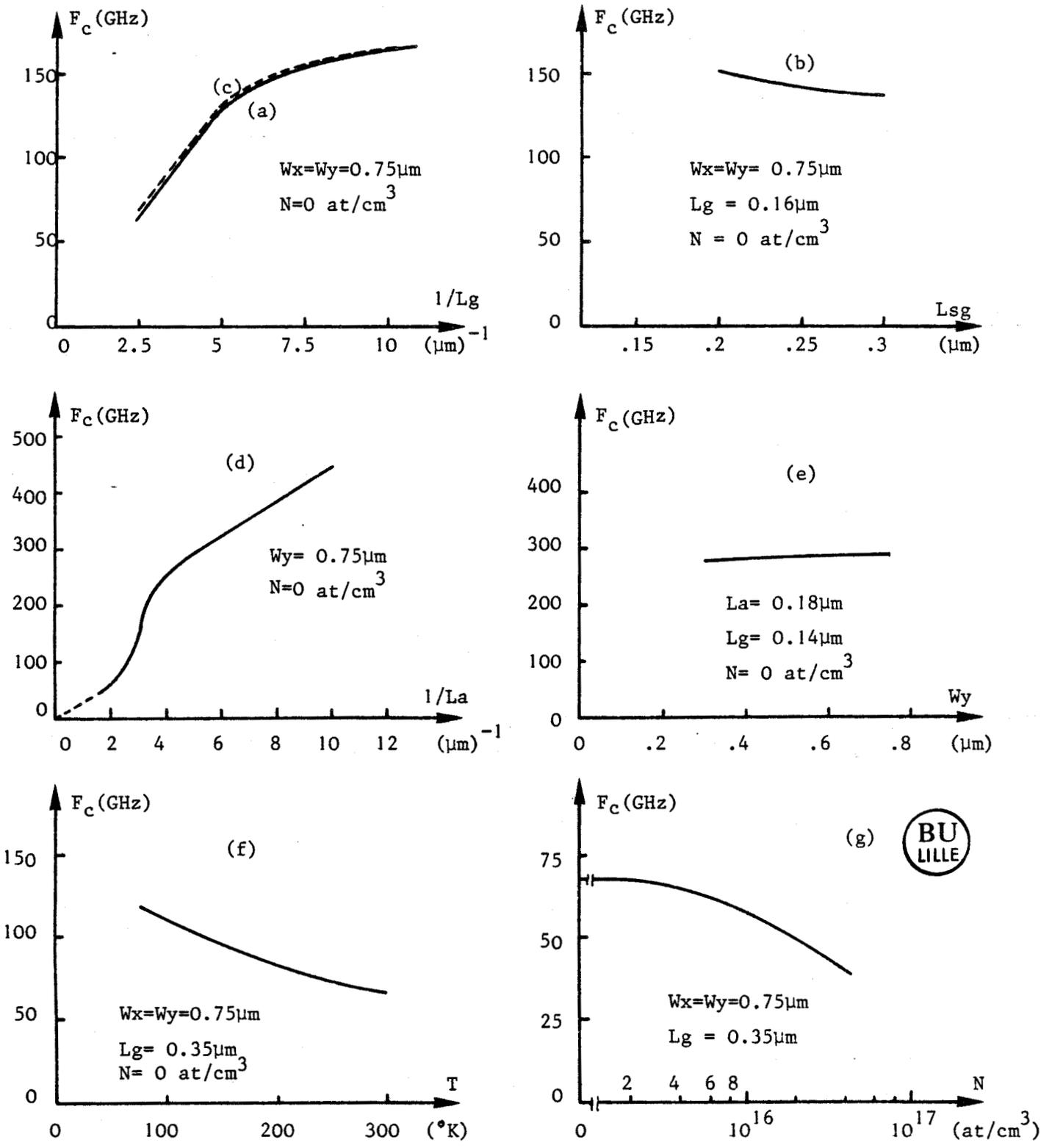


Figure II.51-1 : Influence des paramètres technologiques sur la fréquence de coupure

trois zones distinctes :

- Dans la première zone, qui correspond à de faibles valeurs de  $l/L_a$ , l'évolution de  $F_c$  peut être assimilée à une variation en  $1/L_a$ .
- Dans la seconde zone, la fréquence de coupure varie plus rapidement et nous pouvons admettre que son évolution est approximativement en  $1/L_a^2$ .
- La troisième zone, correspondant à de grandes valeurs de  $l/L_a$ , la fréquence de coupure  $F_c$  varie beaucoup plus lentement et peut être assimilée à une évolution en  $1/L_a$ .

Il faut rappeler que nous avons gardé le rapport  $L_g/l_a$ , constant et par conséquent la fréquence de coupure  $F_c$  peut s'exprimer sous une nouvelle forme qui est la suivante :

$$F_c \approx \frac{\bar{v}}{2\pi \frac{L_g}{L_a} L_a} = \frac{\bar{v}}{2\pi K L_a}$$

$$\text{avec } K = \frac{L_g}{L_a}$$

Dans la première zone, nous pouvons admettre que la vitesse moyenne  $\bar{v}$  des porteurs est indépendante de  $L_a$ , conduisant ainsi à une évolution en  $1/L_a$  de la fréquence de coupure.

Dans la seconde zone, les phénomènes de survitesse prennent de l'ampleur dans l'évolution de la vitesse moyenne des porteurs, c'est à dire que la vitesse  $\bar{v}$  sera d'autant plus importante que la longueur de la zone active sera faible. En conséquence, la fréquence de coupure va

varier plus rapidement avec  $L_a$  et si nous admettons en première approximation que la vitesse varie en  $1/L_a$  alors  $F_c$  varie en  $1/L_a^2$ .

Dans la dernière zone, la vitesse moyenne ne doit pratiquement plus varier avec  $L_a$ , en conséquence la fréquence de coupure retrouve une évolution en  $1/L_a$ .

\* La largeur du composant n'a pas d'influence sensible sur la fréquence de coupure  $F_c$  ( figure II.51-1-e).

\* Lorsque la température diminue, la vitesse moyenne  $\bar{v}$  des porteurs augmente et par conséquent la fréquence de coupure  $F_c$  dont l'évolution est présentée sur la figure II.51-1-f, augmente.

\* Influence du dopage de la zone active

Lorsque le dopage augmente, la vitesse des porteurs diminue produisant ainsi, une diminution de la fréquence de coupure dont l'évolution est présentée sur la figure II.51-1-g .

En conclusion, la fréquence de coupure  $F_c$  augmente essentiellement lorsque l'on diminue:

- La longueur de grille
- La longueur de la zone active
- La température
- Le dopage de la zone active.

### 3.7) Le gain en tension à vide $g_m/g_d$

L'évolution du gain en fonction des différents paramètres technologiques résulte des variations de la transconductance  $g_m$  et de la conductance de sortie  $g_d$ . L'examen des figures II.52 montre que le gain

Point de fonctionnement :  $V_{DS}=1.0V$  ;  $V_{gs} = 0 V$

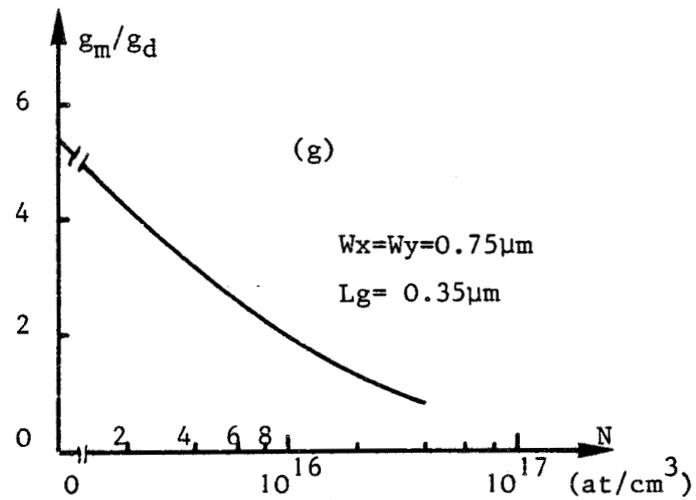
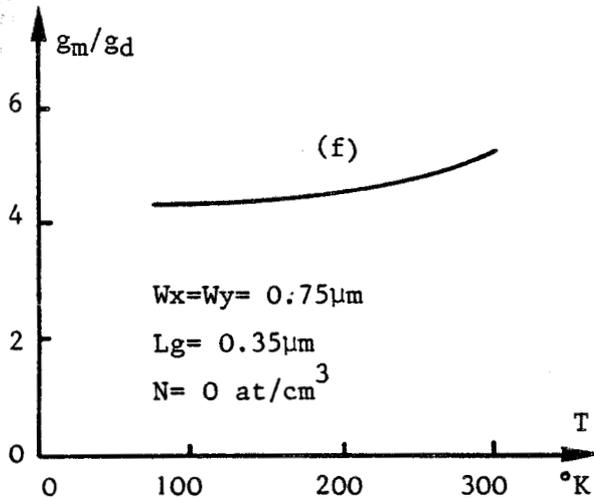
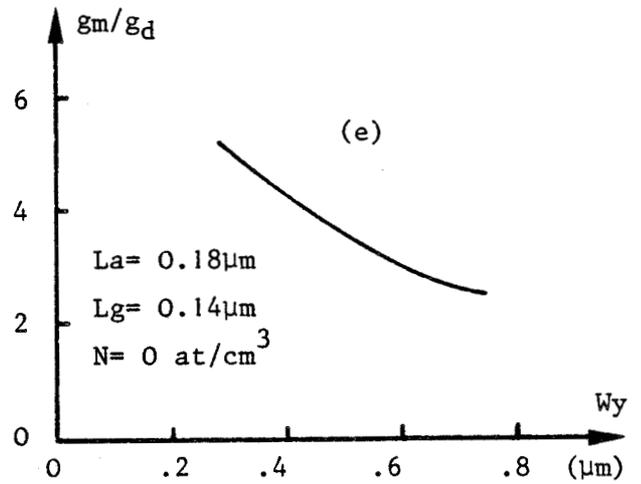
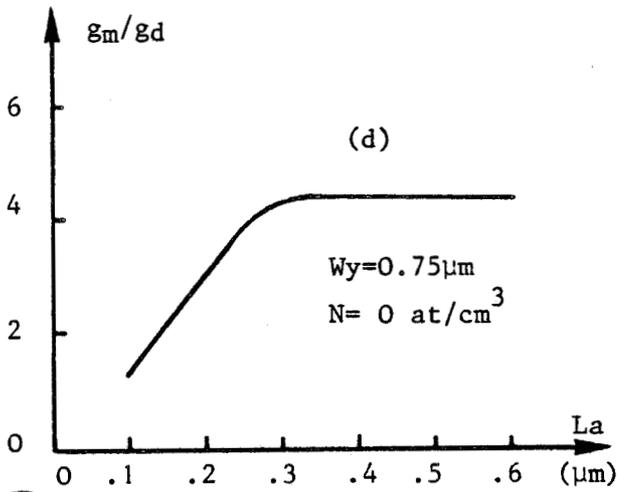
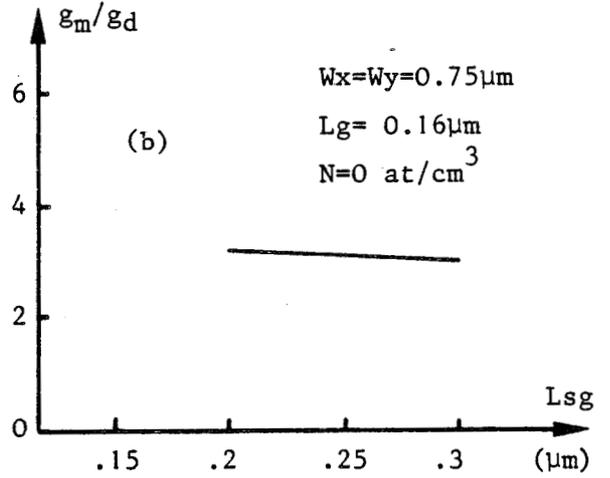
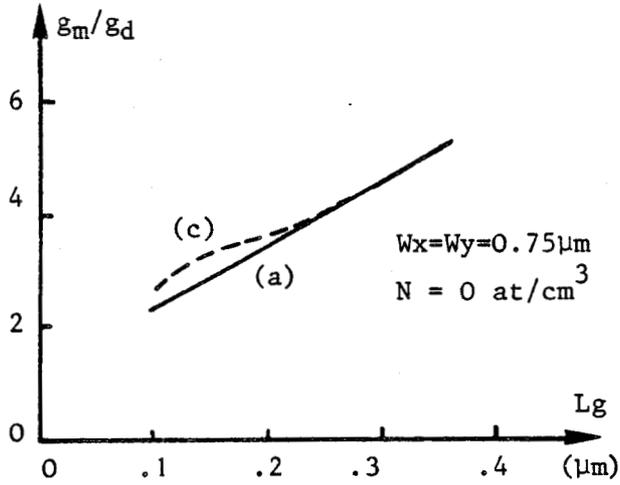


Figure II.52 : Influence des paramètres technologiques sur le gain en tension à vide

est indépendant du positionnement de la grille et qu'il croît lorsque l'on diminue :

- La largeur du composant
- Le dopage de la zone active

ou lorsque l'on augmente

- La longueur de grille
- La température
- La longueur de la zone active bien que le gain se stabilise quand  $L_a$  est supérieure à  $0.3\mu\text{m}$

Dans l'estimation du gain à vide, nous avons omis la capacité  $C_{DS}$  qui est en parallèle avec la conductance de sortie  $g_d$ . La capacité  $C_{DS}$  est un élément parasite qui diminue le gain du système et nous avons estimé sa valeur, en l'assimilant à un condensateur plan, à  $\epsilon S/e$  où  $e$  est la longueur de la zone active ( figure II.53 ). Son expression en fonction de la géométrie du composant, est la suivante :

$$C_{DS} \approx \frac{\epsilon W Y Z}{L_a}$$

Le gain en tension du système  $A_v$  tenant compte de la capacité  $C_{DS}$ , a pour expression :

$$A_v(f) = a_v(f) \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1+k^2}}}_{g(f)}$$

avec

$$k = f/f_1$$

où

$$f_1 = g_d / 2\pi C_{DS}$$

Figure II.53 : Estimation de la capacité  $C_{DS}$

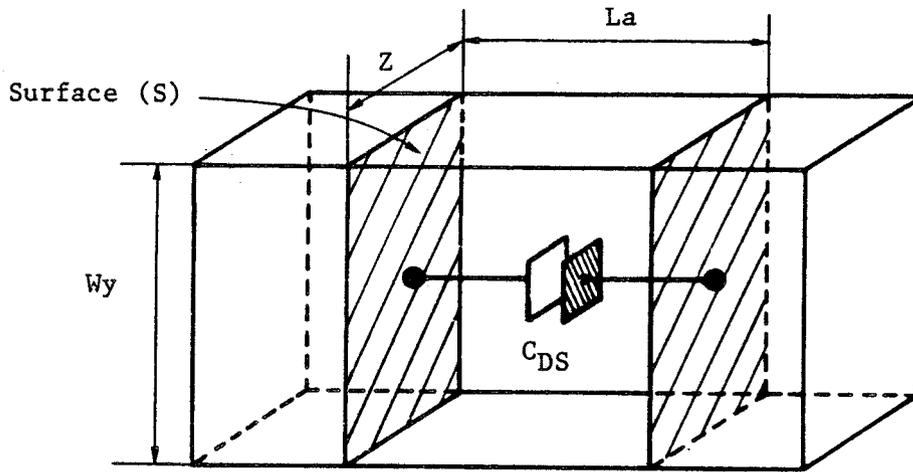


Figure II.54 : Evolution du rapport  $A_v/a_v$  et de  $f_1$  avec  $L_a$

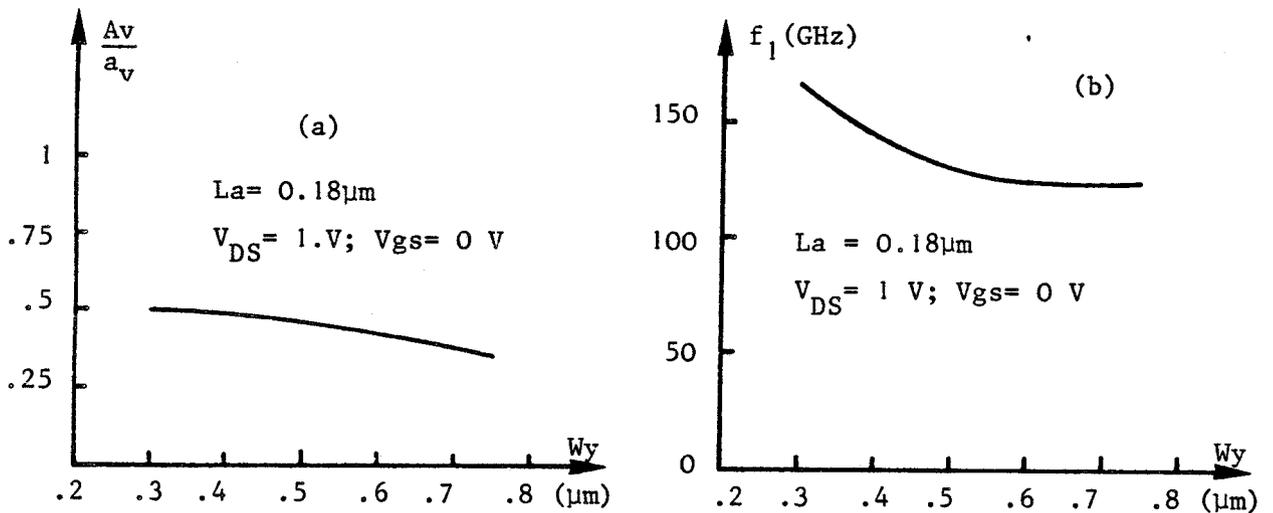
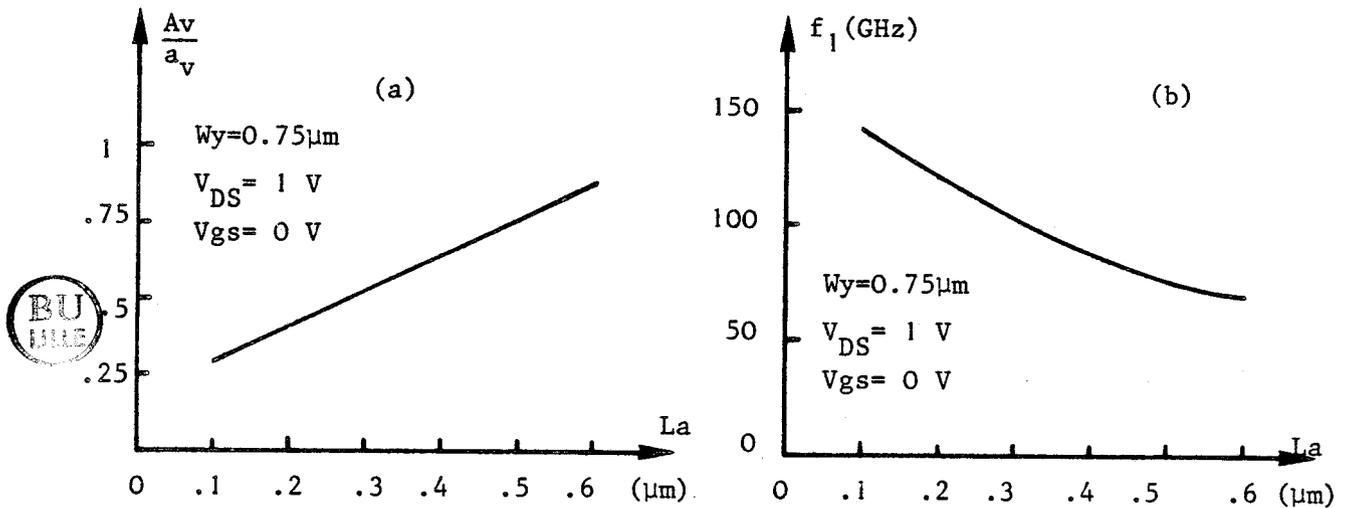


Figure II.55 : Evolution du rapport  $A_v/a_v$  et de  $f_1$  avec  $W_y$

$a_v(f)$  est le gain en tension lorsque l'on néglige la capacité  $C_{DS}$  et il a pour valeur  $g_m/g_d$  à fréquence nulle. Le terme  $g(f)$  joue le rôle de filtre et introduit une chute du gain, de 6 dB par octave pour des fréquences de travail  $f$  supérieures à  $f_1$ . Nous nous limitons à étudier l'influence de  $WY$  et  $La$  sur le gain  $A_v$  puisque la capacité  $C_{DS}$  n'est fonction que de ces paramètres.

Sur la figure II.54-a, nous avons représenté les variations du rapport  $A_v/a_v$ , en fonction de  $La$ , à la fréquence de coupure  $f_c$  de la structure correspondante. Nous observons que le gain  $A_v$  disponible à la fréquence de coupure  $f_c$  diminue avec la longueur de la zone active. Par ailleurs, la fonction  $g(f)$  ne joue son rôle de filtre que pour des fréquences de travail  $f$  supérieures à  $f_1$  dont les variations en fonction de  $La$  sont reportées sur la figure II.54-b et nous remarquons que la fréquence de travail  $f$  peut être d'autant plus élevée que la longueur  $La$  est faible, sans que la capacité  $C_{DS}$  ne vienne diminuer le gain en tension du système. Une étude analogue, en fonction de la largeur du composant  $WY$ , montre que le gain  $A_v$  disponible à la fréquence  $f_c$  augmente légèrement (figure II.55-a) ainsi que la fréquence  $f_1$  lorsque l'on diminue la largeur  $WY$ .

### CONCLUSION

Le critère de qualité d'un transistor à effet de champ est de posséder un gain, une fréquence de coupure et une transconductance les plus importants possibles. Nous avons donc cherché à mettre en évidence dans cette étude, les facteurs qui permettent d'augmenter les performances du transistor à modulation d'injection à structure verticale. De notre étude, il apparaît qu'un facteur important est le dopage de la zone active

puisque la diminution de sa valeur produira une augmentation de la fréquence de coupure, de la transconductance et du gain. Par ailleurs, la seule diminution de la longueur de grille n'augmente que très peu la fréquence de coupure et produit au contraire une diminution non négligeable du gain et de la transconductance. Cependant, le facteur prépondérant de cette structure est la longueur de la zone active et sa diminution produira une augmentation importante de la fréquence de coupure et de la transconductance, malheureusement au détriment du gain. Par ailleurs il existe un rapport longueur de grille sur longueur de zone active optimum, probablement décroissant avec la longueur de la zone active  $L_a$ .

En conséquence, il existe un compromis et le transistor à modulation d'injection optimal [64] devrait posséder les caractéristiques internes suivantes :

- Une couche active intrinsèque
- Une longueur de zone active voisine de  $0.15\mu\text{m}$
- Un rapport  $L_g/L_a$  voisin de  $2/3$
- Une largeur du composant inférieur au micron.

Dans ce cas, les propriétés hyperfréquences de ce transistor seraient :

- Une fréquence de coupure  $F_c \approx 350 \text{ GHz}$
- Une transconductance  $g_m \approx 250 \text{ ms} / 300\mu\text{m}$
- Un gain voisin de 1.5

Bien entendu, pour cette valeur du gain, l'influence de la capacité  $C_{DS}$  n'est pas pris en compte. Pour augmenter au maximum le gain, au détriment de la fréquence de coupure, il faudrait une longueur

de zone active voisine de  $0.25\mu\text{m}$  et pour cette structure, nous obtenons comme caractéristiques hyperfréquences :

- Une fréquence  $F_c \# 250 \text{ GHz}$
- Une transconductance  $g_m \# 270 \text{ ms} / 300\mu\text{m}$
- Un gain voisin de 4

## VI - COMPARAISON THEORIE-EXPERIENCE

Après l'étude théorique de l'influence des différents paramètres sur les performances de la structure verticale, nous allons présenter les structures et les résultats expérimentaux obtenus par KOHN [60]. Ensuite, nous donnons nos résultats théoriques et nous effectuons une comparaison.

### 1) Résultats expérimentaux

#### 1.1) Description des structures réalisées

Deux types de transistor à effet de champ à structure verticale ont été réalisés par KOHN, à l'université de CORNELL ( U.S.A. ).

#### \* Transistor à canal trapézoïdal [60]

La géométrie et le dopage des différentes zones de ce transistor sont reportés sur la figure II.56. Ce type de structure est très reproductible et les caractéristiques mesurées sur les différents échantillons réalisés sont identiques, en conséquence les résultats sont obtenus avec une bonne précision.

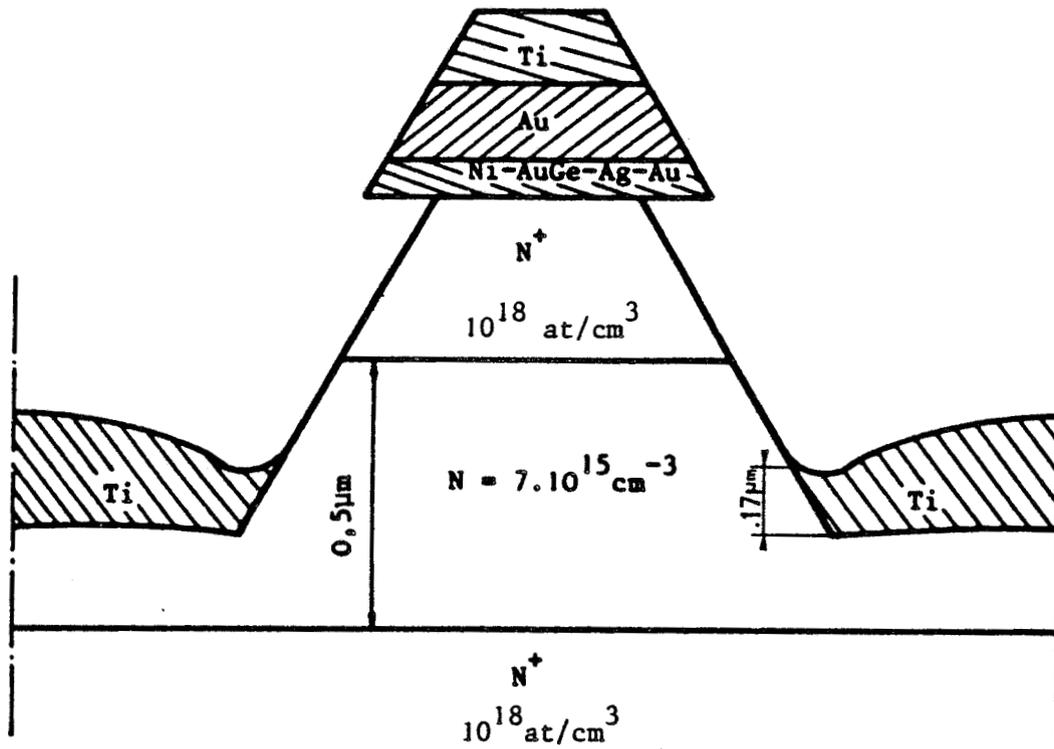


Figure II.56 : Structure à canal trapézoïdal

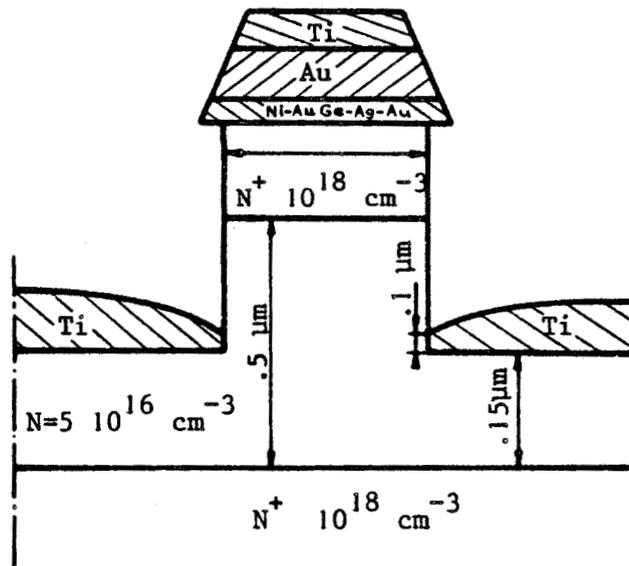


Figure II.57 : Structure à canal rectangulaire

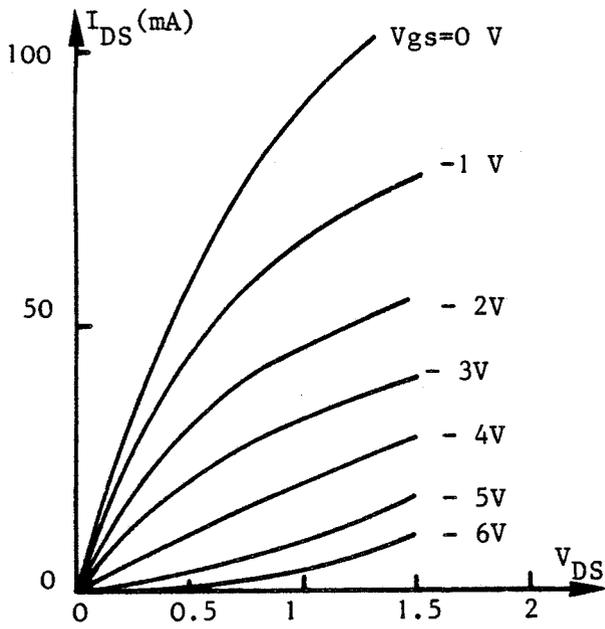


Figure II.58 : Caractéristique  $I_{DS}$

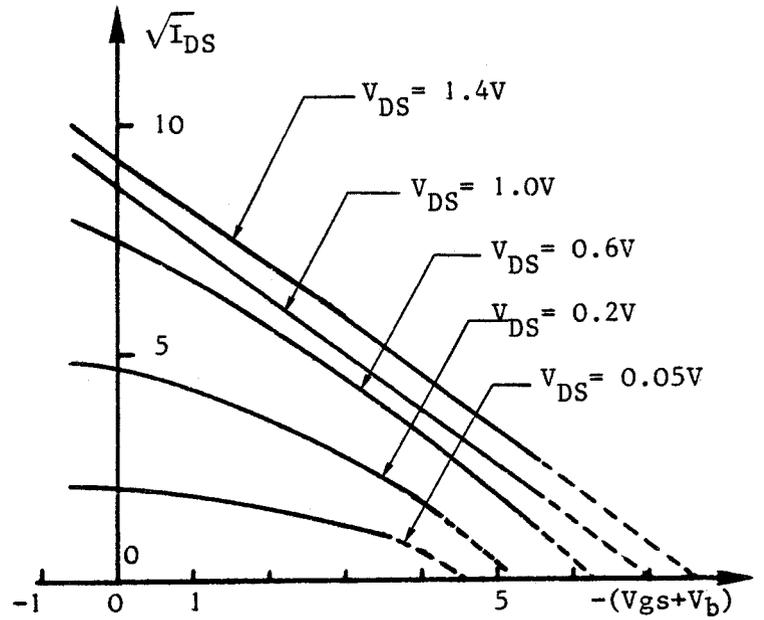


Figure II.59 : Détermination de la tension  $V_p$

$V_p$  : barrière de potentiel

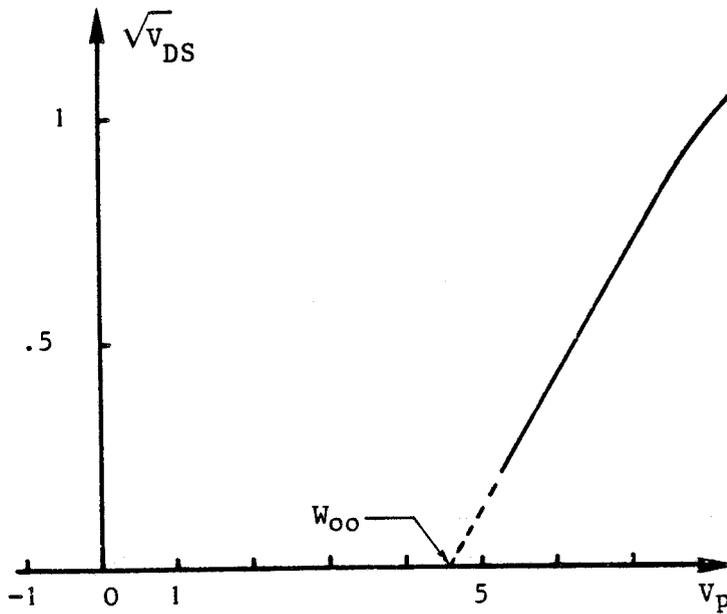


Figure II.60 : Détermination de la tension de pincement  $W_{00}$

Résultats expérimentaux de KOHN pour la structure à canal trapézoïdal



\* Transistor à canal rectangulaire [60 bis]

Cette structure dont la géométrie et le dopage des différentes zones sont reportés sur la figure II.57, n'est pas très reproductible et la précision sur les résultats est faible puisqu'il y a dispersion des caractéristiques mesurées sur les différents échantillons réalisés.

1.2) Résultats

Compte tenu des remarques précédentes, nous ne présenterons que les résultats du transistor à canal trapézoïdal puisqu'ils sont plus précis.

\* La caractéristique  $I_{DS} (V_{DS})$

Sur la figure II.58, nous présentons le réseau de caractéristiques  $I_{DS} (V_{DS})$  et nous observons que le courant ne présente pas une saturation très prononcée.

\* La tension de pincement  $V_{p0}$

Par extrapolation du réseau de caractéristiques présenté sur la figure II.59, KOHN détermine la valeur  $V_p$  de la tension  $V_{gs}$ , nécessaire pour bloquer le canal conducteur et ceci pour chacune des tensions  $V_{DS}$ . L'évolution de la tension  $V_p(V_{DS})$  est présentée sur la figure II.60 et en extrapolant cette courbe à  $V_{DS} = 0$ , pour s'affranchir de l'influence de la tension  $V_{DS}$ , KOHN obtient une tension de pincement voisine de 4.7 volts.

\* La transconductance  $g_m$

La valeur maximale de la transconductance, déterminée à partir du réseau de caractéristiques de la figure II.58, est voisine de

30 ms/320 $\mu$ m à  $V_{DS} \# 1.5$  volt et à  $V_{gs} = - 0.5$  volt pour un  $\Delta V_{gs} = 1.0$  volt.

## 2) Résultats théoriques

### 1.1) Description de la structure simulée

La géométrie rectangulaire et le dopage de la structure verticale que nous avons simulée, sont présentés sur la figure II.61.

Comme nous effectuons une comparaison avec la structure expérimentale à canal trapézoïdal puisque les résultats relatifs à ce dispositif sont plus précis, nous allons donner les différences existant entre structures théorique et expérimentale.

- Forme du canal différente
- La longueur de grille de la structure simulée est deux fois plus grande que pour la structure expérimentale.
- Dopage des substrats  $N^+$  de  $10^{17}$  at/cm<sup>3</sup> pour le dispositif théorique puisque nous ne pouvons pas simuler des dopages aussi élevés que  $10^{18}$  at/cm<sup>3</sup> ( structure expérimentale ) qui nécessiteraient un nombre de particules simulées et en conséquence des temps calculs trop importants.

### 1.2) Résultats

#### \* La caractéristique $I_{DS}$

La surface de la structure expérimentale est plus grande que celle de la structure simulée et la résistance d'accès  $R_A$ , que nous n'avons

Figure II.61 : Structure simulée

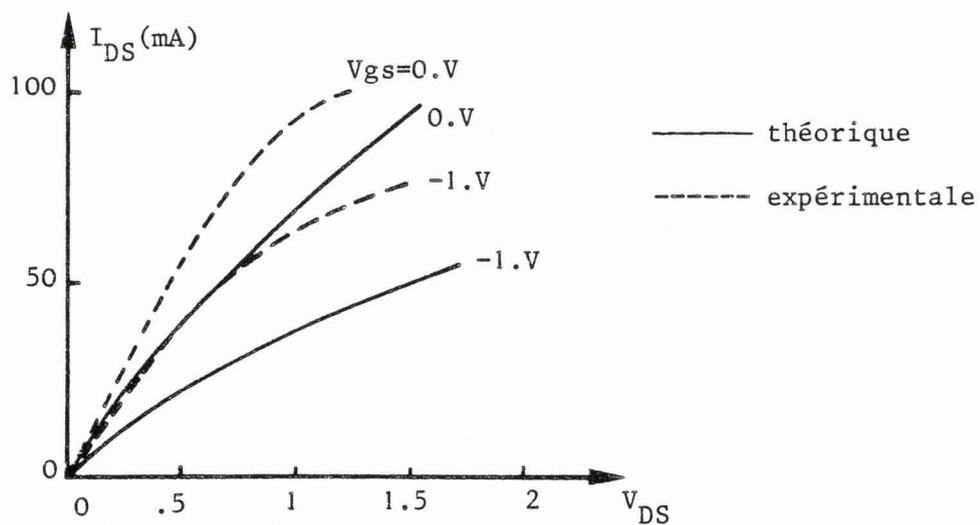
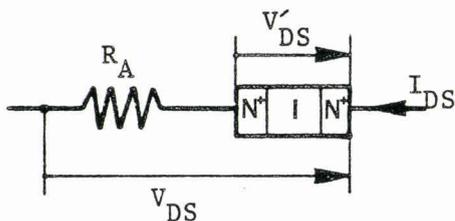
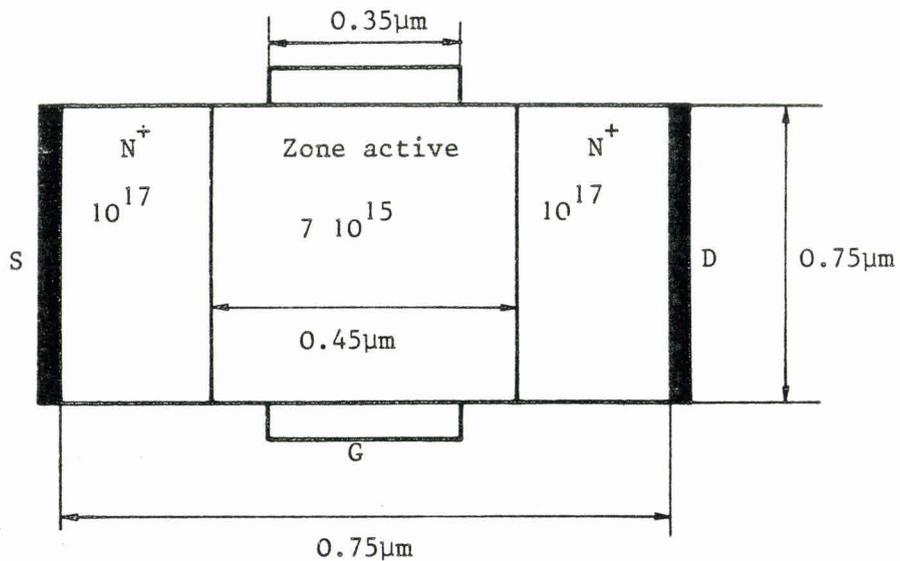


Figure II.62: Nouvelle caractéristique  $I_{DS}$  tenant compte de  $R_A$

pas pris en compte dans notre simulation, est voisine de  $8.8 \Omega$ . A partir de notre réseau de caractéristiques  $I_{DS}$ , nous avons redéterminé en introduisant les différents aspects énoncés ci-dessus, le réseau de caractéristiques  $I_{DS}$  présenté sur la figure II.62.

L'évolution du courant théorique est sensiblement analogue à celle de l'expérience, hormis les valeurs du courant puisque les dopages des zones  $N^+$  sont différents.

#### \* La tension de pincement

Sur la figure II.63, nous avons représenté le réseau de caractéristiques qui nous permet de déterminer les valeurs  $V_p$  et l'évolution de cette grandeur en fonction de la tension  $V_{DS}$  est donnée sur la figure II.64. En extrapolant la courbe  $V_p(V_{DS})$ , la tension de pincement de notre structure est voisine de 2 volts.

#### \* La transconductance

Nous retrouvons l'évolution classique de la transconductance  $g_m$  en fonction de la tension  $V_{gs}$ , présenté sur la figure II.65, et la prise en compte de la résistance  $R_A$  entraîne une diminution de la transconductance.

### 3) Comparaison

\* Pour le courant  $I_{DS}$ , nous retrouvons sensiblement le même type d'évolution que le courant  $I_{DS}$  mesuré, simplement les valeurs sont différentes puisque les dopages des zone  $N^+$  ne sont pas identiques.

\* La tension de pincement théorique de la loi de SHOCKLEY [98], a pour expression :

$$W_{00} = \frac{q}{2\epsilon} N \left( \frac{W_y}{2} \right)^2$$

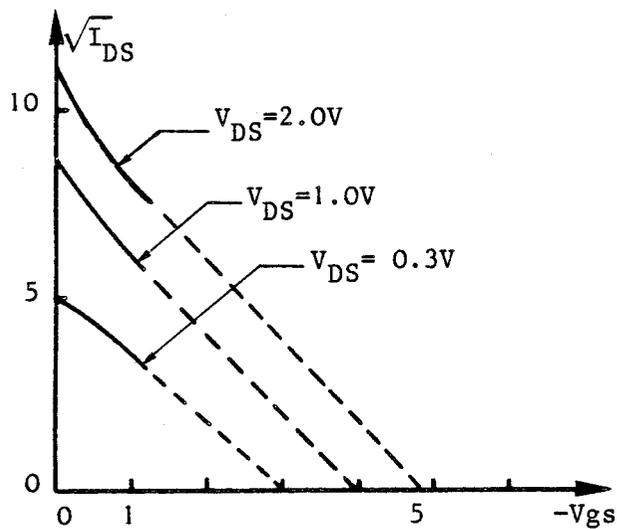


Figure II.63 : Détermination de la tension  $V_p$

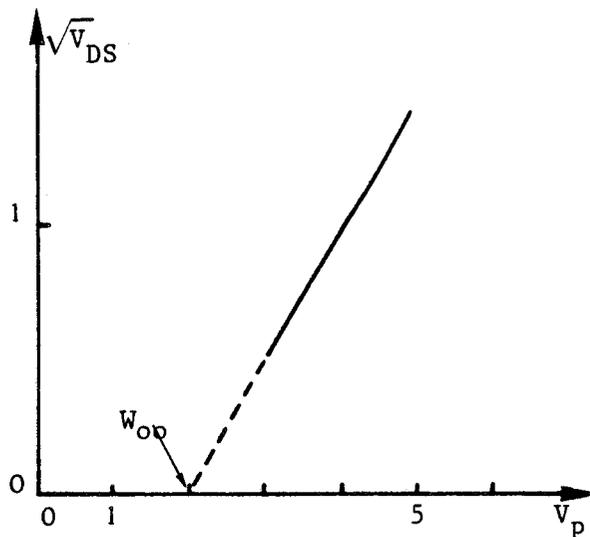


Figure II.64: Détermination de la tension pincement  $W_{00}$

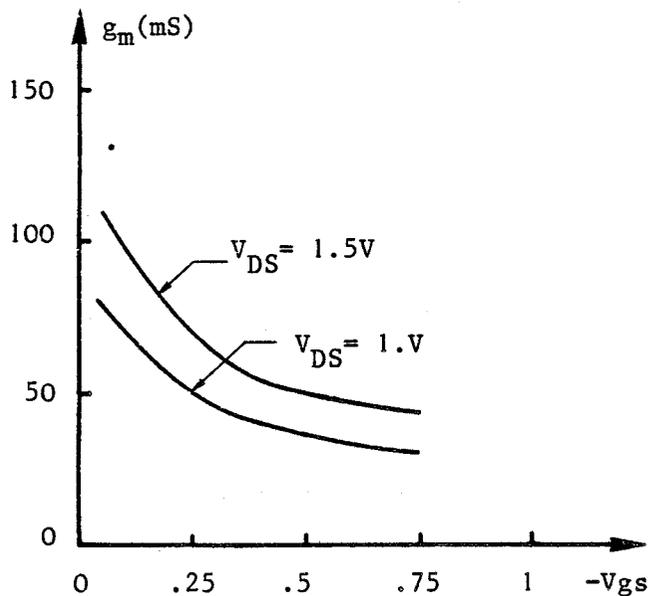


Figure II.65 : Evolution de la transconductance  $g_m$  tenant compte de  $R_A$

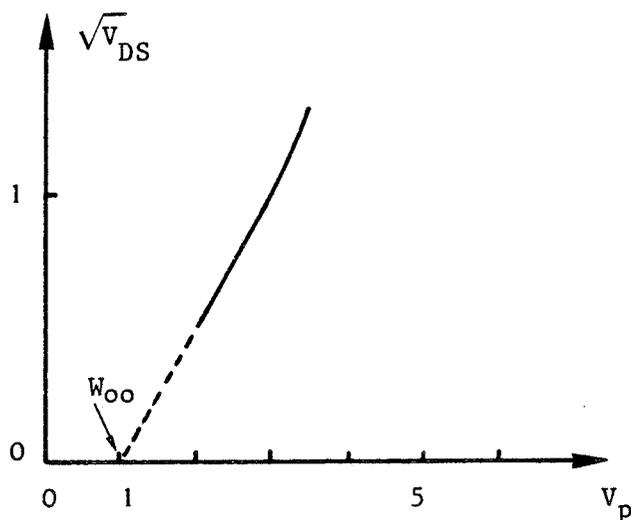


Figure II.66: Détermination de la tension de pincement  $W_{00}$  pour un dopage nul de la zone active

où  $N$  est le dopage de la couche active et  $WY$  la largeur du composant.

KOHN a trouvé pour la structure à canal trapézoïdal une tension de pincement expérimentale de 4.7 volts, valeur supérieure à la tension théorique, voisine de 1.5 volts.

D'après la relation de SHOCKLEY, lorsque la couche active est intrinsèque ( $N = 0$ ), la tension de pincement  $V_{oo}$  doit être nulle. Nous avons donc déterminé pour une structure à couche active intrinsèque, la tension de pincement en utilisant notre modèle et la valeur que nous avons trouvé est voisine de 1.0 volt ( figure II.66 ). En conséquence, pour une couche active dopée, la tension de pincement sera plus élevée et effectivement pour un dopage de  $7 \cdot 10^{15}$  at/cm<sup>3</sup>, nous trouvons une valeur voisine de 2.0 volts. C'est une des raisons pour laquelle la valeur expérimentale est supérieure à la tension de pincement théorique de la loi de SHOCKLEY. Par ailleurs, nous avons vu lors de l'étude de l'influence des paramètres géométriques que la tension de pincement augmente lorsque la longueur de grille diminue. Comme la structure expérimentale de KOHN possède une grille de longueur beaucoup plus faible que celle de la structure simulée, il en résulte que la tension de pincement est plus importante pour la structure expérimentale que pour la structure simulée.

\* Pour la transconductance  $g_m$ , nous avons trouvé des valeurs plus importantes que les valeurs expérimentales de KOHN. Cependant, il faut signaler que la transconductance théorique varie énormément avec la tension  $V_{gs}$  mais elle se stabilise pour des tensions  $V_{gs}$  inférieures à -0.5 volt et sa valeur dans cette zone, correspondant au point de fonctionnement de la détermination expérimentale de  $g_m$ , est voisine de 60ms / 320 $\mu$ m. En tenant compte de la résistance d'accès  $R_A$ , cette valeur de  $g_m$  diminue et devient voisine de 45ms / 320 $\mu$ m. Si nous introduisons en plus l'influence

de la longueur de grille, qui est deux fois plus petite pour la structure expérimentale, alors la transconductance  $g_m$  va encore diminuer et prendre une valeur de l'ordre de  $37 \text{ ms} / 320 \mu\text{m}$ , valeur comparable à la valeur expérimentale de  $30 \text{ ms} / 320 \mu\text{m}$ .

En conclusion, nous voyons que notre modèle théorique permet d'interpréter les résultats expérimentaux et que l'accord existant entre expérience et théorie est satisfaisant. En conséquence, si les structures optimales définies précédemment, étaient réalisées, on pourrait espérer une amélioration potentielle des performances de ce transistor à modulation d'injection. Bien entendu, les performances que nous avons obtenues pour les structures optimales, ne seront pas retrouvées expérimentalement puisqu'elles seront modifiées par l'influence des éléments parasites (résistance d'accès etc...) comme nous venons de le voir dans cette comparaison théorie-expérience. Une estimation de l'effet des éléments parasites sur les valeurs de la transconductance des structures optimales que nous avons définies précédemment, conduit à des valeurs proches de  $100 \text{ ms} / 300 \mu\text{m}$ .

### C) ETUDE DU TRANSISTOR A EFFET DE CHAMP A STRUCTURE PLANAR

Après l'étude du transistor à structure verticale, nous allons maintenant étudier le transistor à modulation d'injection à structure planar que nous avons présenté au début de cette deuxième partie. Pour ce dispositif, nous présenterons pour une géométrie donnée, les évolutions du courant drain-source  $I_{DS}$  et des différents éléments du schéma équivalent petit signal de cette structure en fonction des tensions de polarisation.

## I - DESCRIPTION ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

### 1) Description du composant

La configuration de ce dispositif est inspirée de la structure classique du transistor à effet de champ dans lequel la couche active serait constituée d'un matériau intrinsèque ou très peu dopé. Ce composant pourrait être réalisé à partir d'un substrat intrinsèque dans lequel on viendrait implanter deux zones  $N^+$  ( $10^{17}$  à  $10^{18}$  at/cm<sup>3</sup>). Puis, on procéderait au dépôt, par métallisation, des contacts ohmiques de source et de drain, et du contact Schottky de grille.

La géométrie et les dimensions de la structure simulée sont présentés sur la figure II.67.

### 2) Principe de fonctionnement

Grâce à la faible distance séparant les deux zones  $N^+$  et à la tension de polarisation  $V_{DS}$ , les électrons sont injectés et accélérés sous l'action du champ électrique dans la couche intrinsèque à proximité de la grille, donnant ainsi naissance à un courant électrique. Pour moduler ce courant, il suffit d'appliquer une tension négative sur la grille ce qui a pour effet de repousser les électrons de la surface et de réduire ainsi le canal conducteur.

## II - RESULTATS TYPIQUES POUR CETTE STRUCTURE

Nous présentons maintenant les évolutions caractéristiques du courant  $I_{DS}$  et des éléments du schéma équivalent de la structure en fonction des tensions de polarisation. Les performances de ce transistor sont comparées à celles de la structure verticale symétrique.

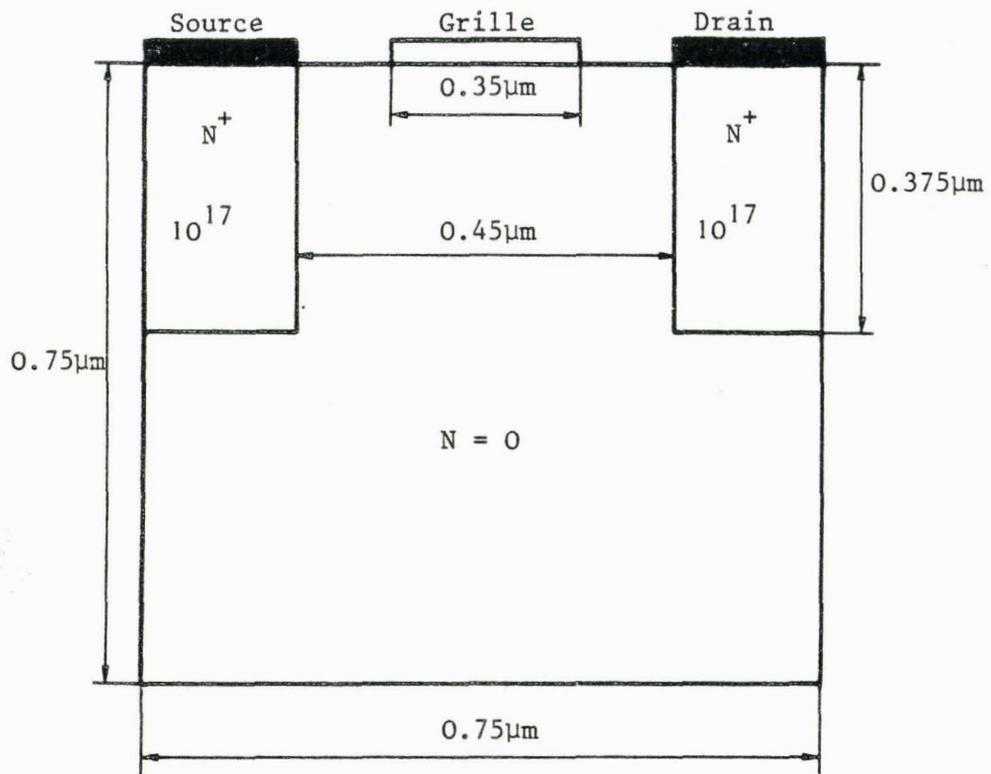
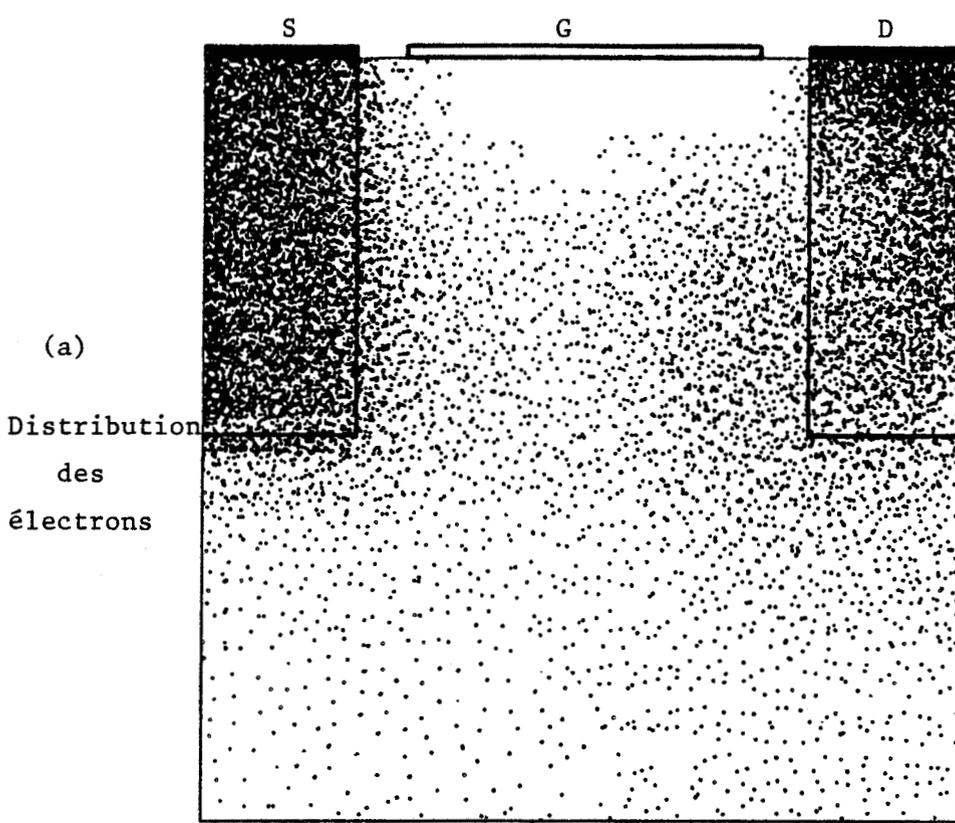
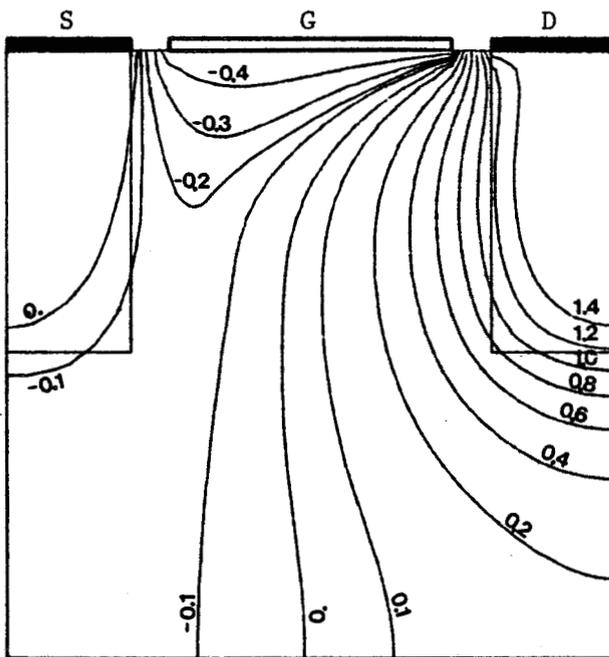


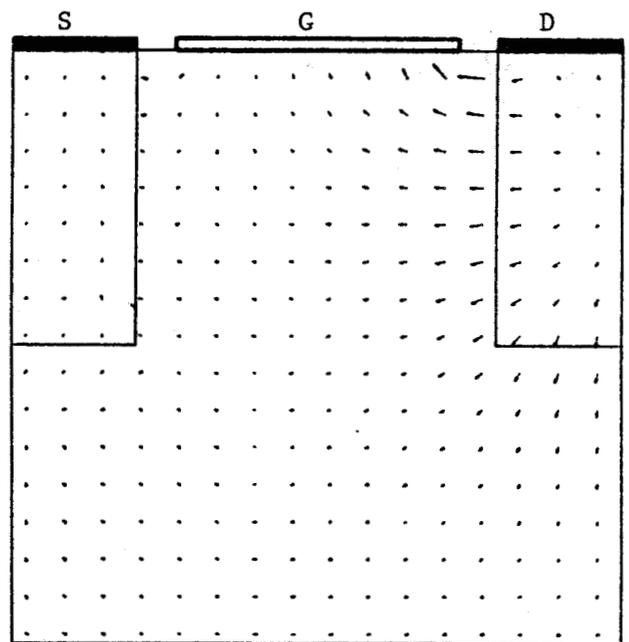
Figure II.67 : Géométrie et dimensions du dispositif simulé



$$V_{DS} = 1.5V ; \quad V_{gs} = -0.5V$$



(b) Equipotentielles



(c) Carte du champ électrique

Figure II.68: Représentation de la distribution des électrons, des équipotentiels et du champ électrique pour la structure planar

Sur la figure II.68, nous présentons la répartition des électrons, les équipotentielles et la carte du champ électrique pour un point de fonctionnement.

1) La caractéristique  $I_{DS}$  ( $V_{DS}$ ,  $V_{gs}$ )

Nous présentons sur la figure II.69, l'évolution du courant  $I_{DS}$  en fonction de la tension  $V_{DS}$  pour différentes tensions grille-source  $V_{gs}$ . Pour des tensions  $V_{DS}$  supérieures à 1 volt, nous observons que le courant  $I_{DS}$  a pratiquement atteint sa valeur de saturation et ceci quelle que soit la tension  $V_{gs}$ . Pour cette structure, nous voyons que la saturation est plus marquée que pour la structure verticale symétrique. Nous avons aussi tracé sur la figure II.70 pour les deux structures, les évolutions du courant en fonction de la tension  $|V_{gs}|$  et en extrapolant ces courbes, nous voyons que la tension de pincement est plus importante pour la structure planar. Effectivement lorsque la tension grille  $|V_{gs}|$  est très importante, les électrons sont essentiellement localisés dans le fond de la structure planar. En conséquence, pour arrêter cette conduction, il faudra appliquer des tensions  $|V_{gs}|$  très importantes pour bloquer le canal conducteur comparativement à la structure verticale symétrique qui elle, possède deux grilles agissant plus facilement sur les électrons du canal conducteur conduisant ainsi à une tension de pincement plus faible.

2) Paramètres du schéma équivalent petit signal

Le schéma équivalent petit signal de la structure planar est donné sur la figure II.71.

Nous allons maintenant présenter les différentes évolutions des différents éléments du schéma équivalent en fonction des tensions de polarisation.

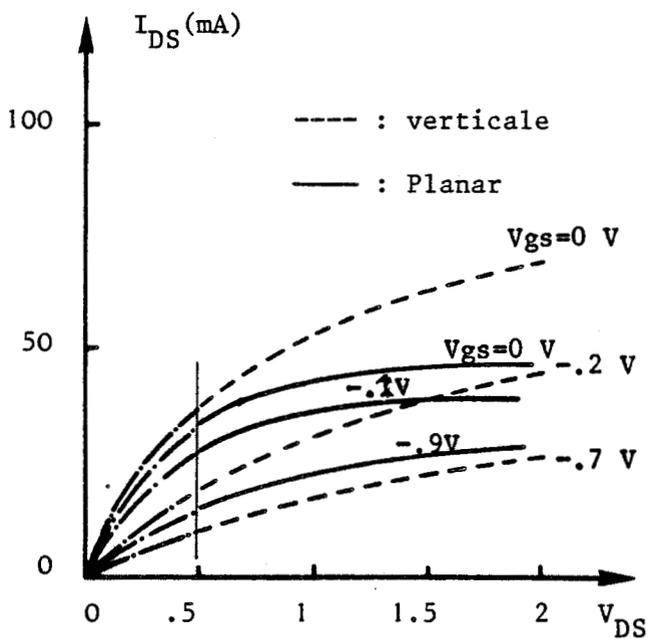


Figure II.69 : Caractéristiques  $I_{DS}(V_{DS})$

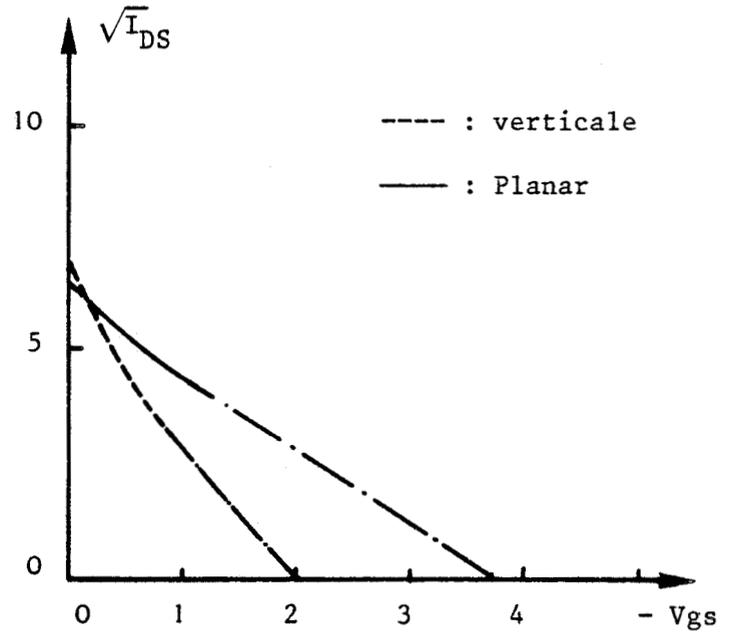
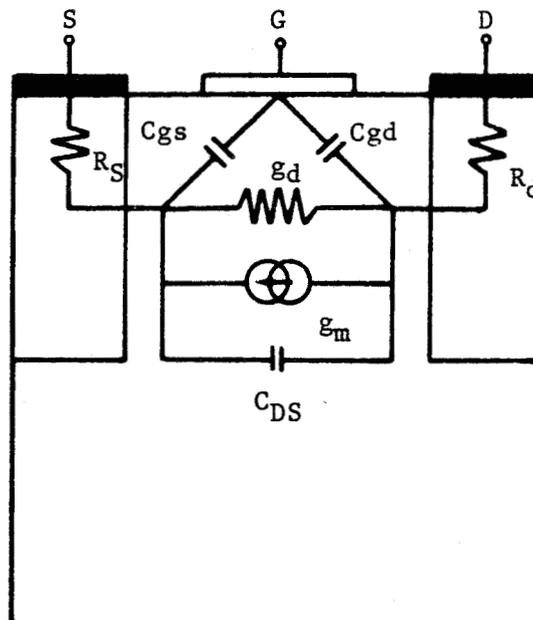


Figure II.70: Caractéristiques  $I_{DS}(V_{GS})$



Figure II.71 : Schéma équivalent



\* La transconductance  $g_m$

Sur la figure II.72, nous avons tracé pour la structure planar et verticale, l'évolution de la transconductance  $g_m$  en fonction de la tension  $V_{gs}$  pour une tension  $V_{DS}$  de 1.0 volt.

Les évolutions de la transconductance sont analogues pour les deux types de structure, cependant les valeurs de  $g_m$  sont plus faibles pour la structure planar puisque, comme nous l'avons vu précédemment il est plus difficile de contrôler le canal conducteur comparativement à la structure verticale symétrique.

\* La conductance de sortie  $g_d$

Nous observons sur la figure II.73 que la conductance de sortie  $g_d$  est plus faible pour la structure planar, notamment lorsque la tension  $V_{DS}$  est importante. Nous avons vu que le courant  $I_{DS}$  se sature plus rapidement pour cette structure, ce qui explique les écarts plus importants à tensions  $V_{DS}$  élevées, entre les conductances de sortie des structures planar et verticale.

\* Les capacités  $C_{gs}$  et  $C_{gd}$

La capacité  $C_{gs}$  de la structure planar varie très peu avec la tension  $V_{gs}$  ( figure II.74 ). Ce dispositif ne possède qu'une seule grille et en conséquence la valeur de la capacité  $C_{gs}$  est plus faible que celle de la structure verticale symétrique.

Pour la structure planar, la capacité  $C_{gd}$  est de l'ordre de 0.025 pF et elle varie très peu avec les tensions  $V_{gs}$  et  $V_{DS}$ . Cependant, il faut signaler que cette valeur ne tient pas compte de la capacité "air" qui n'est pas négligeable.

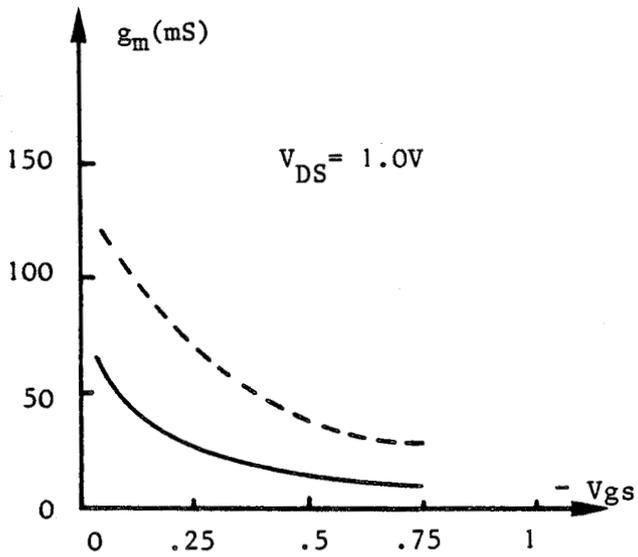


Figure II.72 : La transconductance

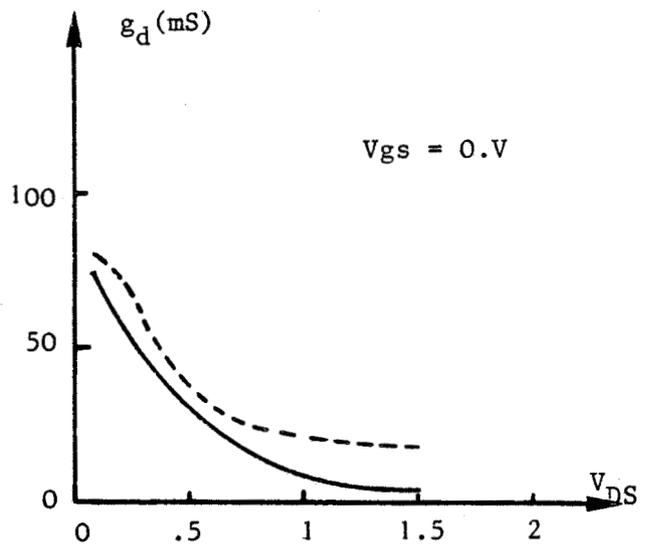


Figure II.73 : La conductance de sortie

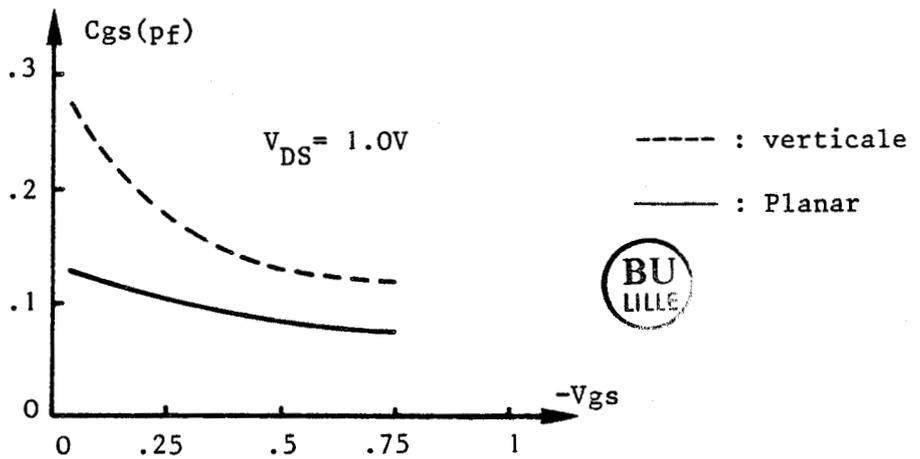


Figure II.74: La capacité  $C_{gs}$

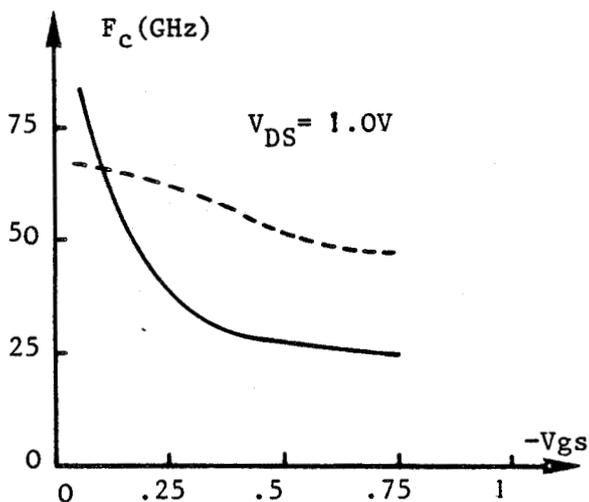


Figure II.75: La fréquence  $F_c$

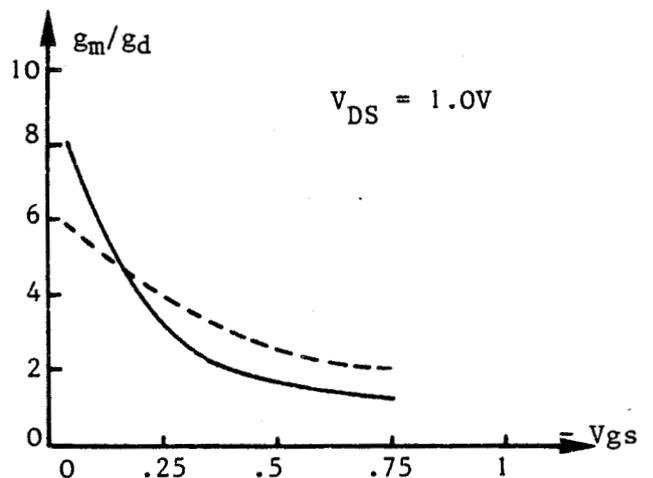


Figure II.76 : Le gain en tension à vide

\* La fréquence de coupure

L'expression de la fréquence de coupure  $F_c$  est :

$$F_c = \frac{g_m}{2\pi C_{gs}}$$

L'évolution de la fréquence  $F_c$  ( figure II.75 ) résulte simplement des variations de la transconductance  $g_m$  et de la capacité  $C_{gs}$ .

Pour des tensions  $V_{gs}$  inférieures à - 0.1 volt, la fréquence de coupure est plus importante pour la structure verticale symétrique puisque la transconductance  $g_m$  et les variations de la capacité  $C_{gs}$  sont plus importantes.

\* Le gain à vide  $g_m/g_d$

Comme pour la fréquence de coupure, les évolutions du gain des deux structures, résultent des variations de la transconductance et de la conductance de sortie. Sur la figure II.76, nous présentons ces évolutions en fonction de la tension  $V_{gs}$  pour une tension  $V_{DS}$  de 1.0 volt et nous constatons que le gain est plus important pour la structure verticale pour des tensions  $V_{gs}$  inférieurs à - 0.2 volt. Cependant, il est probable que cette constatation ne soit plus vraie pour des tensions  $V_{DS}$  plus importantes puisque la conductance de sortie de la structure planar devient alors très faible.

En conclusion, la comparaison des performances des transistors à structure verticale symétrique et à structure planar, est favorable

au transistor vertical. Par ailleurs, la structure planar est difficilement réalisable car il serait nécessaire de contrôler des longueurs de grille et des dimensions inter-électrodes largement submicroniques ( $\approx 0.1\mu\text{m}$ ), tandis que la structure verticale est plus facilement réalisable puisque ces différentes longueurs correspondent aux épaisseurs de couche epitaxiée et de métallisation qui sont actuellement bien contrôlées.

# 3<sup>ème</sup> Partie

## ETUDE PROSPECTIVE DE QUELQUES APPLICATIONS

\*\*\*\*\*

Dans cette dernière partie, nous présentons les possibilités actuelles et les développements envisageables à cours terme du modèle particulaire bidimensionnel que nous avons développé. Ce modèle permet l'étude systématique de composant réalisé à partir de l'un des quatre matériaux semi-conducteur binaires suivant : AsGa, InAs, InP, GaP. Les données que nous devons introduire sont : la température du semi-conducteur, la carte de dopage du composant, les conditions limites à imposer aux potentiels et la position des électrodes sur le contour rectangulaire du composant.

\* Dans le premier chapitre, nous présentons quelques résultats obtenus pour un transistor à effet de champ classique à structure planar, le matériau semi-conducteur utilisé étant de l'Arséniure d'Indium à la température de 77°K.

\* Le second chapitre est consacré à la présentation d'une expérience de temps de vol. La simulation de cette expérience est réalisée pour de l'Arséniure de Gallium à une température ambiante dans laquelle nous étudions simultanément la dynamique des trous et des électrons.

\* Le troisième chapitre présente une simulation d'un transistor bigrille, la structure envisagée ici, étant une structure verticale symétrique.

\* Enfin, dans le dernier et quatrième chapitre, nous présentons les possibilités de développement du modèle que nous avons élaboré.

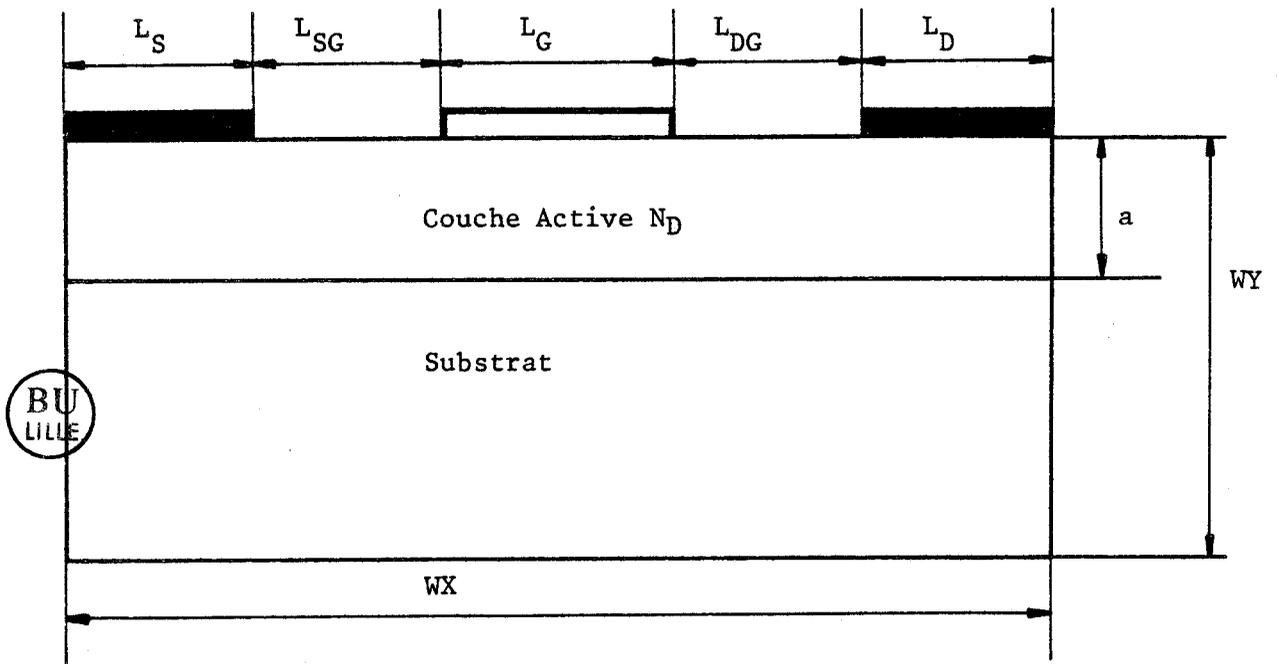


Figure III.1 : Structure d'un transistor à effet de champ classique

En particulier pour l'étude de problèmes plus complexes comme la simulation de transistor à effet de champ à hétéro-jonction ( GaAlAs/GaAs) ou de transistor bipolaire.

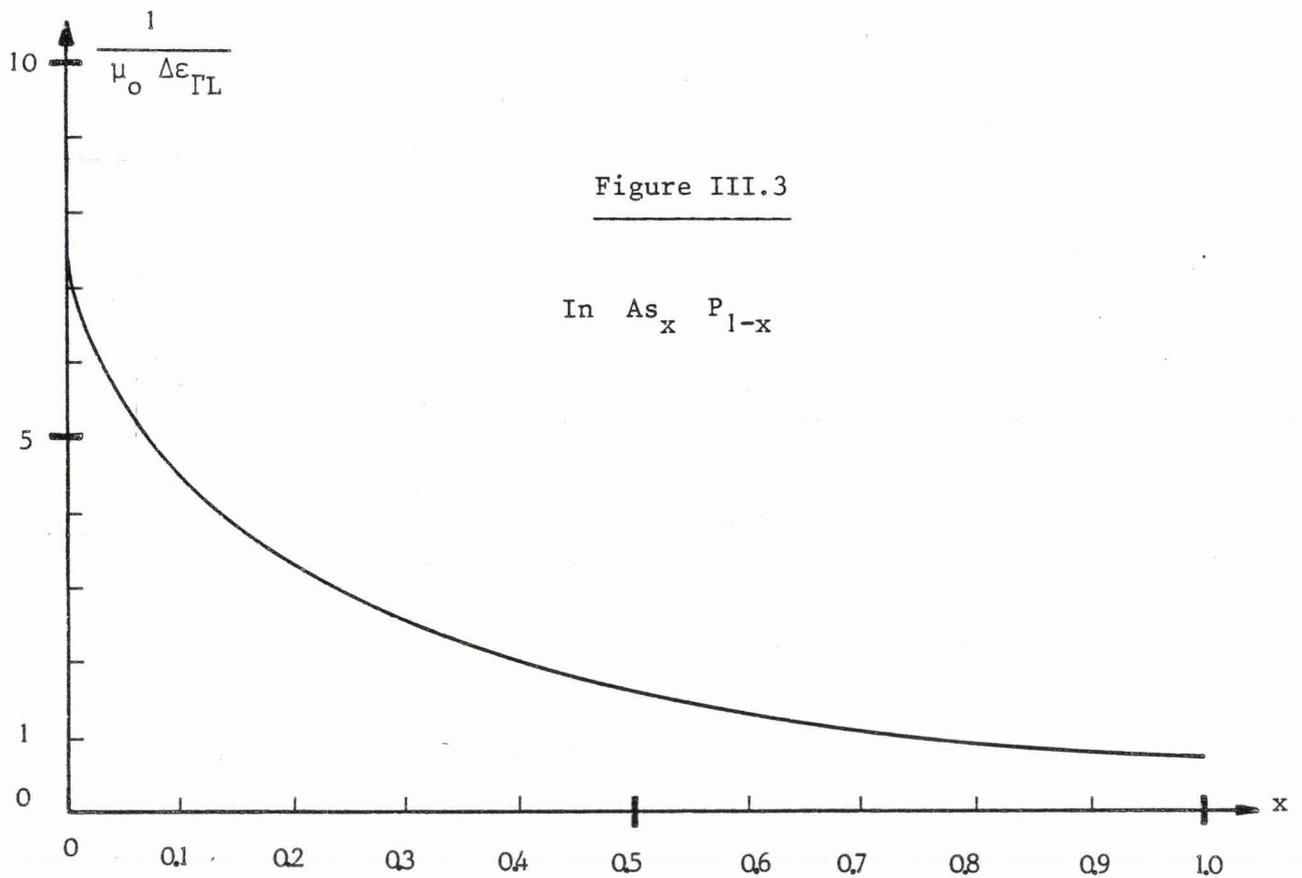
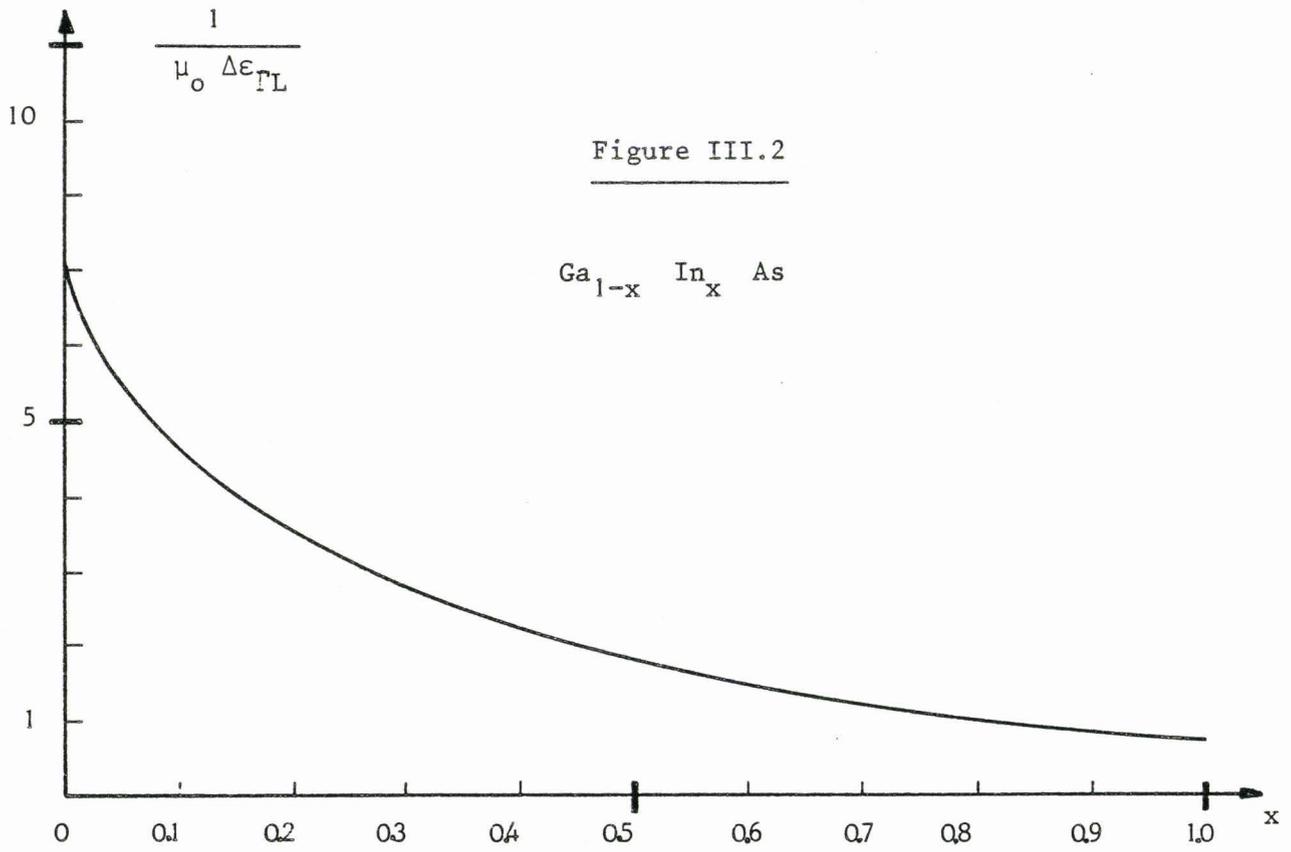
I - SIMULATION BIDIMENSIONNELLE D'UN T.E.C. A BARRIERE DE SCHOTTKY A L'ARSENIURE D'INDIUM, A LA TEMPERATURE DE 77°K

La figure III.1 présente la structure d'un transistor à effet de champ classique sur laquelle nous donnons les notations utilisées dans ce texte.

Pour un point de fonctionnement et une fréquence de travail  $f$  donnée, l'expression approchée [65] du gain en puissance maximum disponible montre que le gain est proportionnel à  $(f_c/f)^2$  où  $f_c$  est la fréquence de coupure. Comme le critère de qualité d'un transistor à effet de champ est de posséder un gain élevé alors toute augmentation du gain passera par une augmentation de la fréquence de coupure.

Pour une structure dont les dimensions géométriques sont données, on peut se demander si l'utilisation de semi-conducteurs autre que le GaAs ne permettrait pas d'améliorer les performances hyperfréquences du composant.

Comme la fréquence de coupure  $f_c$  est proportionnelle à la fréquence de transit  $F_t$  ( $F_t = 1/2\pi\tau$ ), alors toute diminution du temps de transit  $\tau$  entraîne une augmentation de  $F_t$  et par conséquent de  $f_c$ . L'objectif essentiel est donc d'obtenir que les électrons passent sous la grille en un temps le plus court possible et qu'ils gardent durant ce laps de temps une vitesse maximale, c'est à dire que les électrons restent dans la vallée centrale avec une énergie élevée.



En première approximation, le temps de transit  $\tau$  peut s'exprimer par [66]

$$\tau = q \frac{L_g^2}{\mu_0 \Delta \epsilon_{\Gamma L}}$$

où  $L_g$ ,  $\mu_0$ ,  $\Delta \epsilon_{\Gamma L}$  représentent respectivement la longueur de grille, la mobilité à champ faible et l'intervalle d'énergie entre les minima de la vallée centrale  $\Gamma$  et la première vallée satellite L.

Pour une longueur de grille  $L_g$  donnée, le temps de transit  $\tau$  peut être donc réduit en diminuant la quantité  $1/\mu_0 \Delta \epsilon_{\Gamma L}$ . Les figures III.2 et III.3 montrent respectivement les variations de la quantité  $1/\mu_0 \Delta \epsilon_{\Gamma L}$ , tracées par FAUQUEMBERGUE [67] dans les matériaux ternaires  $\text{Ga}_{1-x}\text{In}_x\text{As}$  et  $\text{InAs}_x\text{P}_{1-x}$  en fonction de l'indice de composition  $x$  pour un matériau dopé à  $10^{17}$  at/cm<sup>3</sup>. On peut remarquer que l'utilisation de composés riches en Indium ou à la limite de l'InAs permet de prévoir des performances supérieures à celles obtenues pour le GaAs. Cependant il faut ajouter que l'expression du temps de transit ne tient pas compte d'un paramètre important qui est l'énergie de séparation  $E_g$  entre la bande de conduction et la bande de valence. Effectivement, il faut que l'énergie  $E_g$  soit suffisante pour que l'on puisse négliger les phénomènes d'ionisation et pour que la réalisation du contact de Schottky soit possible.

N'ayant pas pris en compte les différents aspects énoncés ci-dessus et comme l'Arséniure d'Indium présente un gap  $E_g$  assez faible ( $E_g \approx 0.35$  eV), notre étude sur le F.E.T. InAs a été réalisée à une température de 77°K pour diminuer l'influence de la dégénérescence du matériau et elle ne doit pas être considérée comme une étude précise mais comme une

simple démonstration de l'utilisation de matériaux à hautes mobilités permettant d'améliorer les performances des transistors à effet de champ.

### 1) Comparaison GaAs - InAs

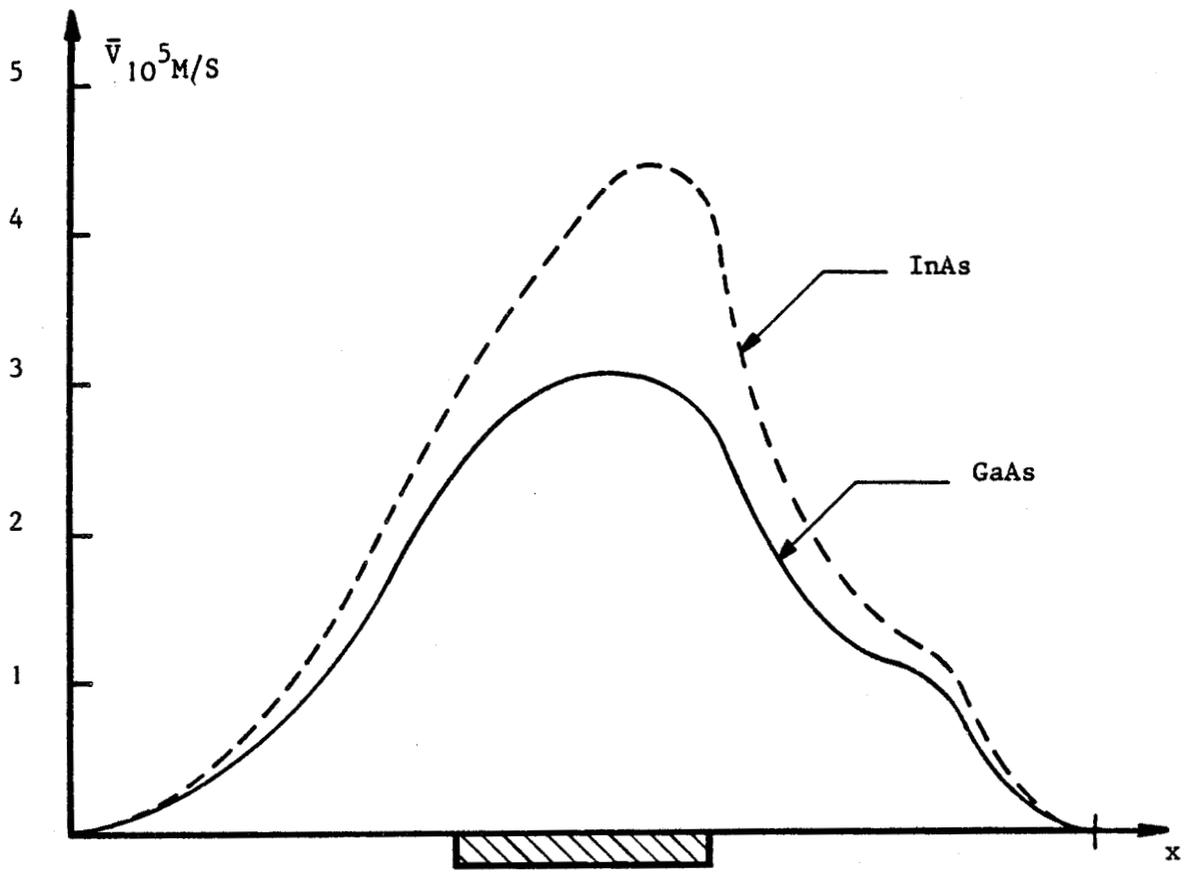
Pour un point fonctionnement donné, nous avons simulé deux composants identiques réalisés respectivement en Arséniure de Gallium et en Arséniure d'Indium à une température de 77°K. Les dimensions du composant et le dopage de la couche active sont :

- Longueur du composant	: $W_x = 1.0 \mu\text{m}$
- Largeur du composant	: $W_y = 0.5 \mu\text{m}$
- Epaisseur de la couche active	: $a = 0.16 \mu\text{m}$
- Longueur des contacts de source et de drain	: $L_S=L_D=0.23 \mu\text{m}$
- Longueur de la grille	: $L_g = 0.25 \mu\text{m}$
- Distance source-grille, grille-drain	: $L_{SD}=L_{DG}=0.15 \mu\text{m}$
- Dopage de la couche active	: $N_D = 10^{17} \text{at/cm}^3$

Nous observons sur la figure III.4 que la vitesse moyenne des porteurs dans le canal conducteur est plus élevée pour l'InAs puisque dans ce matériau, les mobilités des porteurs sont plus importantes que celles obtenues dans l'AsGa.

Pour ce même point de fonctionnement et pour chacun des composants, nous avons déterminé les valeurs de la transconductance  $g_m$ , de la capacité  $C_{gs}$  et de la fréquence de coupure  $F_c$  ( Ces valeurs sont données pour une profondeur de grille de  $300 \mu$  ).

\* Pour le composant en GaAs :  $g_m = 45 \text{ mS}$   
 $C_{gs} = 0.11 \text{ pF}$   
 $F_c = 65 \text{ GHz}$



$V_{DS} = 1.0 \text{ v}$  ;  $V_{gs}/W_{00} = 0.38$  ;  $a = 0.16 \mu\text{m}$  ;  $T = 77^\circ\text{K}$

Figure III.4 : Evolution de la vitesse moyenne dans le canal conducteur

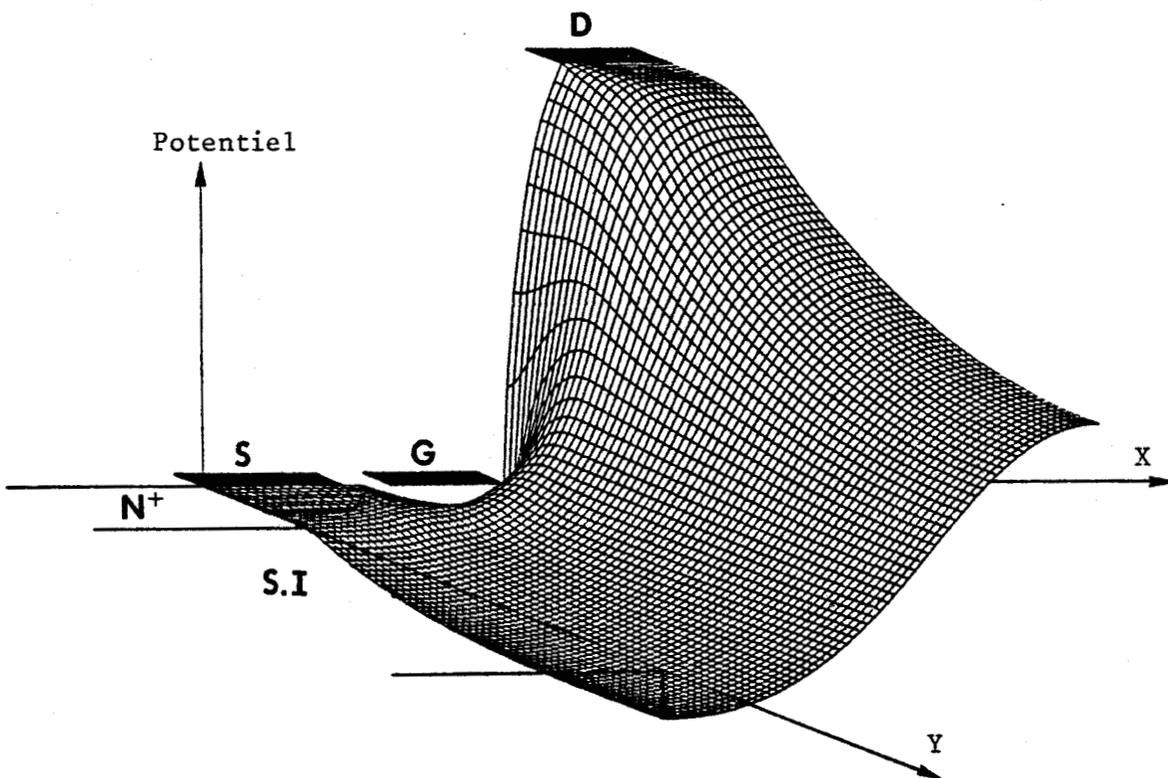


Figure III.5 : (a) Potentiel électrostatique

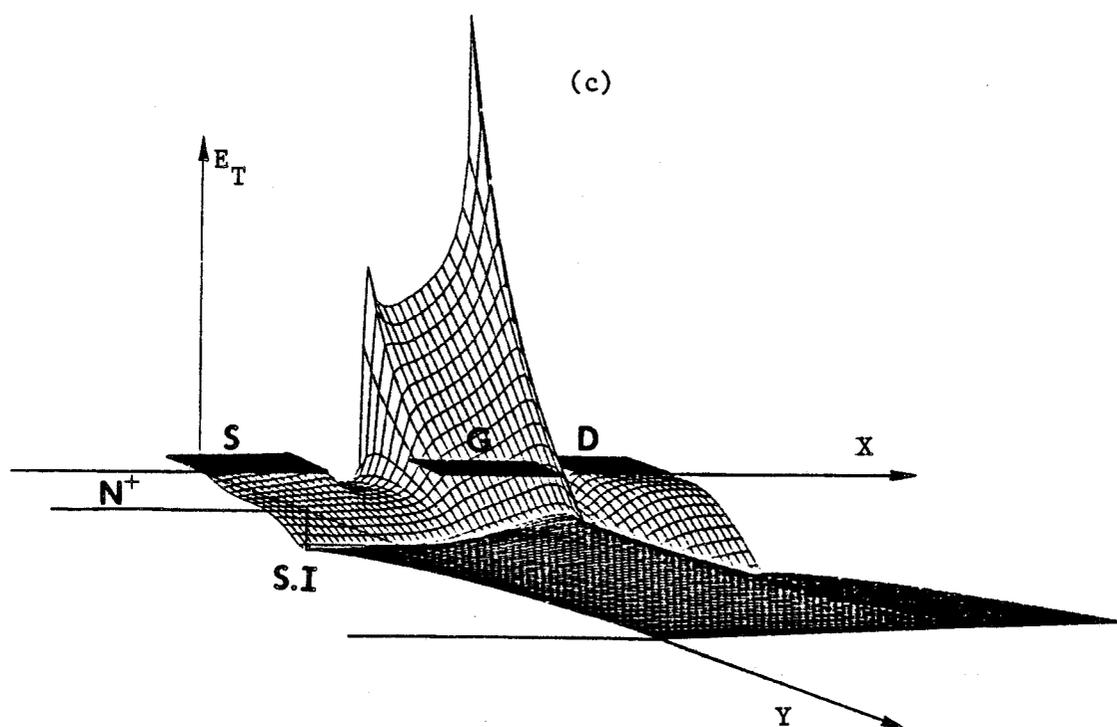
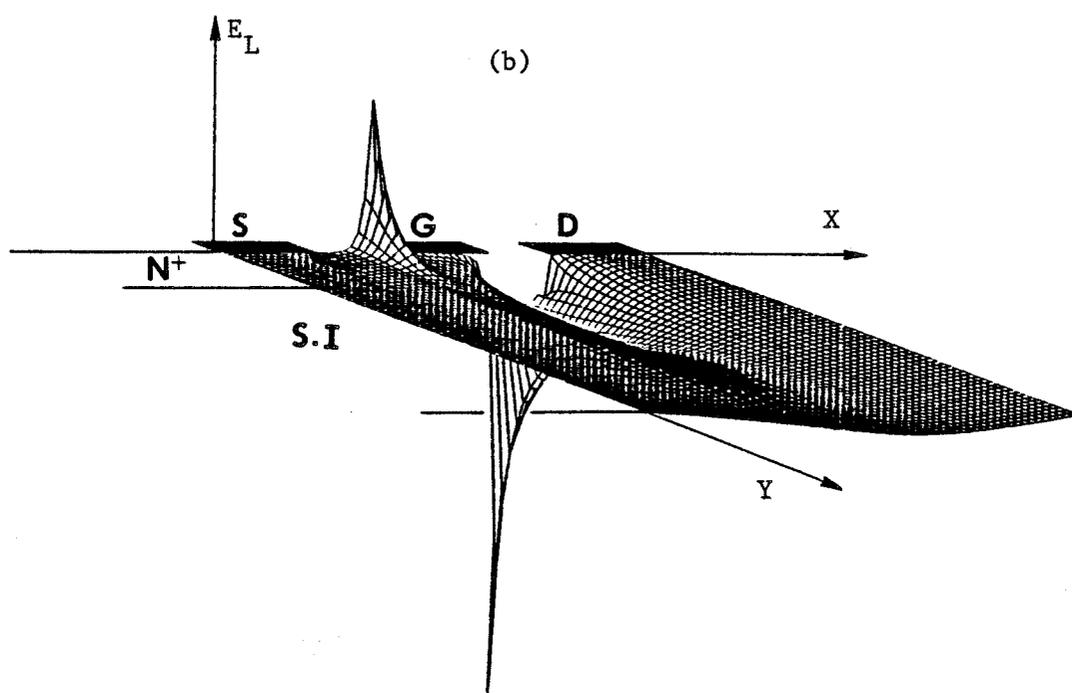
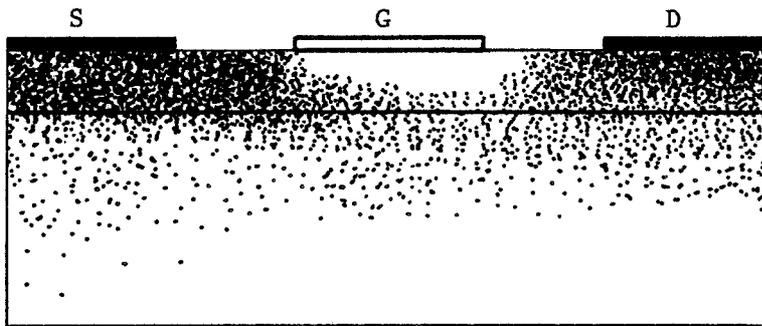
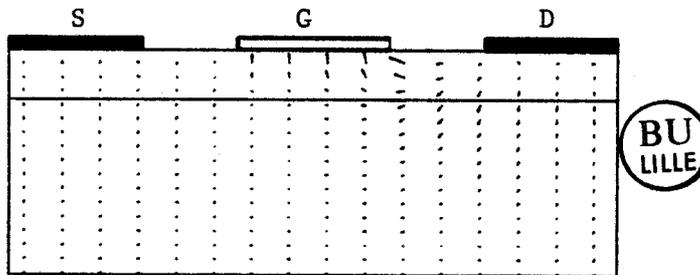


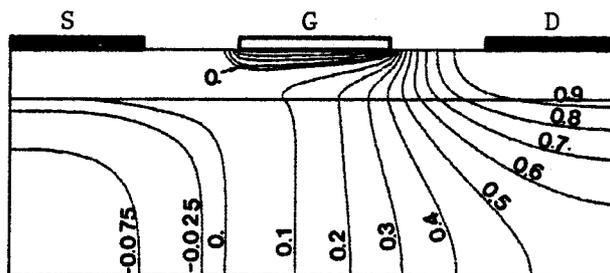
Figure III.5 : (b) Composante longitudinale du champ électrique  
 (c) Composante transversale du champ électrique



Distribution des électrons (d)



Carte du champ électrique (e)



Equipotentielles (f)

$$a=0.08\mu\text{m} ; V_{DS}=1.0 \text{ V} ; V_{gs}/W_{oo}=0.38$$

Figure III.5 : Représentation du potentiel électrostatique, du champ électrique et de la distribution des électrons

\*\* Pour le composant en InAs :

$$g_m = 70 \text{ mS}$$
$$C_{gs} = 0.10 \text{ pF}$$
$$F_c = 111 \text{ GHz}$$

Nous voyons donc que la fréquence de coupure et la transconductance  $g_m$  du transistor à effet de champ en InAs sont supérieures à celles du F.E.T. en GaAs et ceci suggère la supériorité de l'Arséniure d'Indium sur l'Arséniure de gallium.

Comme l'a montré CAPPY [66], les performances du transistor à effet de champ en AsGa, varient comme le rapport  $L_g/a$  lorsque la longueur de grille  $L_g$  est submicronique. Nous allons donc maintenant pour un F.E.T InAs, nous intéresser à l'influence de l'épaisseur  $a$ , de la couche active sur la transconductance  $g_m$ , la capacité  $C_{gs}$  et la fréquence de coupure  $F_c$  pour une longueur de grille donnée.

## 2) Influence de l'épaisseur de la couche active

Lorsque l'épaisseur  $a$ , de la couche active varie, la tension de pincement  $W_{00}$  varie également et par conséquent les comparaisons des performances du transistor à effet de champ se feront à ouverture relative du canal constante. C'est à dire que le rapport  $V_{gs}/W_{00}$  sera gardé constant, où  $W_{00}$  est égal à  $qN_D a^2 / 2\epsilon$ .

Sur la figure III.5, nous présentons en perspective les évolutions bidimensionnelles du potentiel, des composantes transversales et longitudinales du champ électrique ainsi que la représentation plan de la répartition des électrons, des équipotentiels et de la carte du champ électrique pour une valeur de l'épaisseur  $a$ .

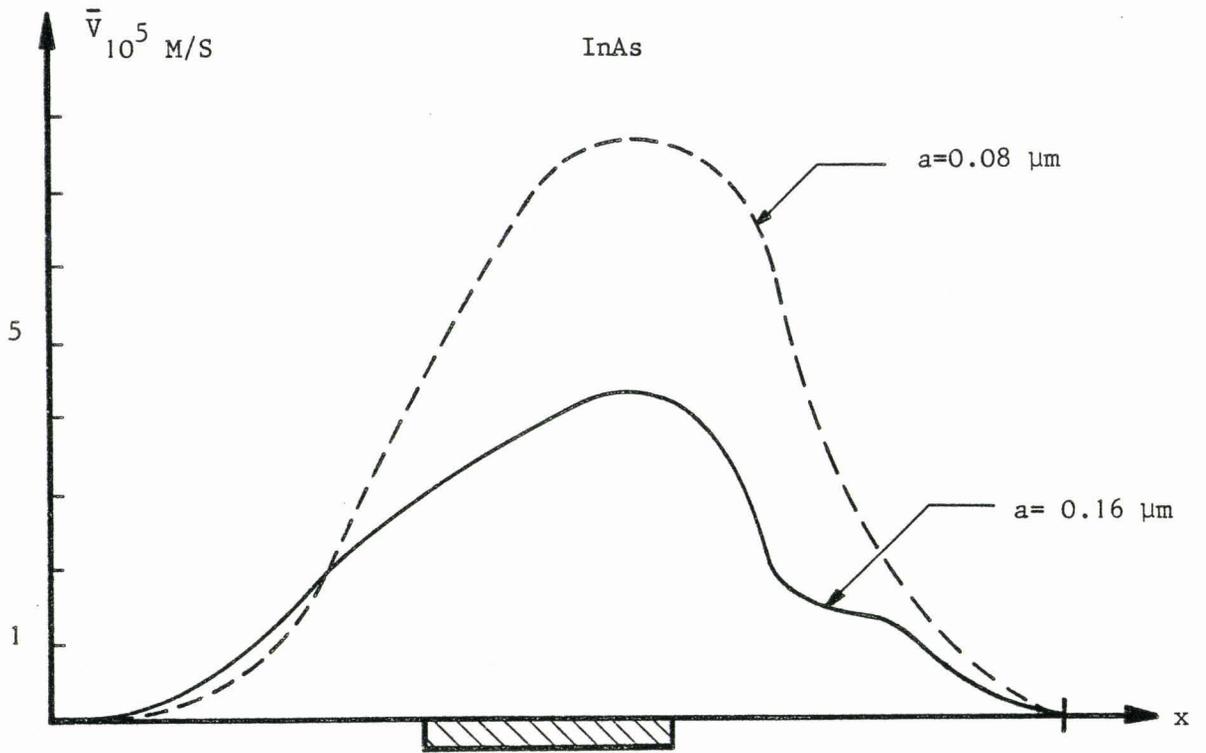
Lorsque l'on diminue l'épaisseur de la couche active, la composante longitudinale du champ électrique diminue et l'énergie moyenne des porteurs est plus faible. Pour la couche active présentant la plus faible épaisseur, les électrons du canal conducteur parcourent une distance plus grande en régime de mobilité élevée, ce qui leur permet donc d'atteindre des vitesses moyennes plus élevées comme nous pouvons l'observer sur la figure III.6 . La transconductance étant reliée à la vitesse moyenne des porteurs, il en résulte que toute diminution de l'épaisseur  $a$ , ou augmentation du rapport  $L_g/a$  entraîne une augmentation de  $g_m$ . Pour deux épaisseurs de la couche active, les valeurs de la transconductance  $g_m$ , de la capacité  $C_{gs}$  et de la fréquence de coupure  $F_c$  sont données ci-dessous pour une longueur de grille  $L_g$  de  $0.25 \mu\text{m}$  ( la profondeur de la grille est de  $300 \mu\text{m}$  )

$$\begin{aligned} * a = 0.16 \mu\text{m} \text{ ( } L_g/a = 1.56 \text{ ) } : g_m &= 70 \text{ mS} \\ C_{gs} &= 0.10 \text{ pF} \\ F_c &= 111 \text{ GHz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * a = 0.08 \mu\text{m} \text{ ( } L_g/a = 3.12 \text{ ) } : g_m &= 250 \text{ mS} \\ C_{gs} &= 0.15 \text{ pF} \\ F_c &= 265 \text{ GHz} \end{aligned}$$

Le résultat relatif à la plus faible épaisseur de la couche active est comparable au résultat de REICH [68] (  $g_m \# 240 \text{ mS}$  ).

En conclusion, l'Arséniure d'Indium est un matériau intéressant pour la conception de dispositifs à hautes performances à condition que l'on sache réaliser de bons contacts de Schottky sur ce matériau.



$V_{DS} = 1.0\text{v}$  ;  $V_{gs}/W_{00} = 0.38$  ;  $T = 77^\circ\text{K}$

Figure III.6 : Evolution de la vitesse moyenne dans le canal conducteur

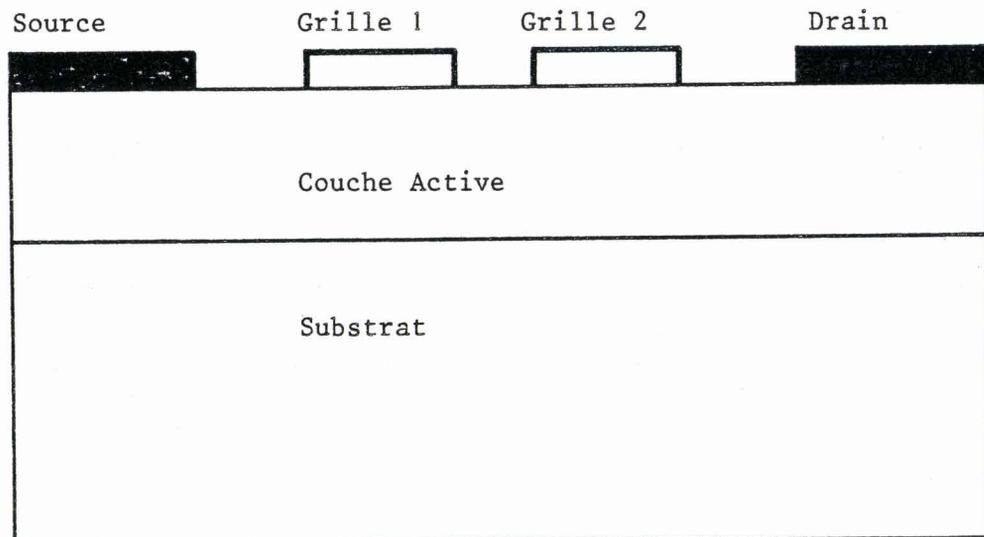


Figure III.7 : Transistor bigrille

Son inconvénient majeure est qu'il possède une faible largeur de bande interdite  $E_g$  et en conséquence il ne peut être utilisé qu'aux basses températures.

Nous allons maintenant présenter une simulation d'un transistor bigrille

## II- TRANSISTOR BIGRILLE A EFFET DE CHAMP

Le transistor bigrille (figure III.7) est un autre composant de la famille des M.E.S.F.E.T, qui possède deux grilles parallèles entre la source et le drain. Le F.E.T. bigrille est normalement opéré en configuration source commune. La présence d'une deuxième grille donne à ce composant l'avantage d'avoir un bon gain avec une bonne stabilité [69] et de bonnes performances en bruit [70]. Comme le montre la figure III.8, lorsque l'on applique une tension continue sur la deuxième grille, la transconductance du transistor varie énormément et par conséquent son gain. Le transistor bigrille peut donc être utilisé, en particulier dans l'amplification à gain contrôlé [71]. Il a été par ailleurs utilisé pour d'autres fonctions tel que le mélange [72], la multiplication [73] ou la modulation de phase [74].

Vu le rôle que joue ce composant en hyperfréquences, nous avons effectué une simulation de ce transistor pour avoir une idée de son comportement physique interne et nous nous sommes plus particulièrement intéressés au cas où la distance inter-grille devient très faible.

### 1) Simulation d'un transistor bigrille à structure verticale symétrique

#### 1-1) Présentation du dispositif

La structure de ce transistor est présentée sur la figure III.9

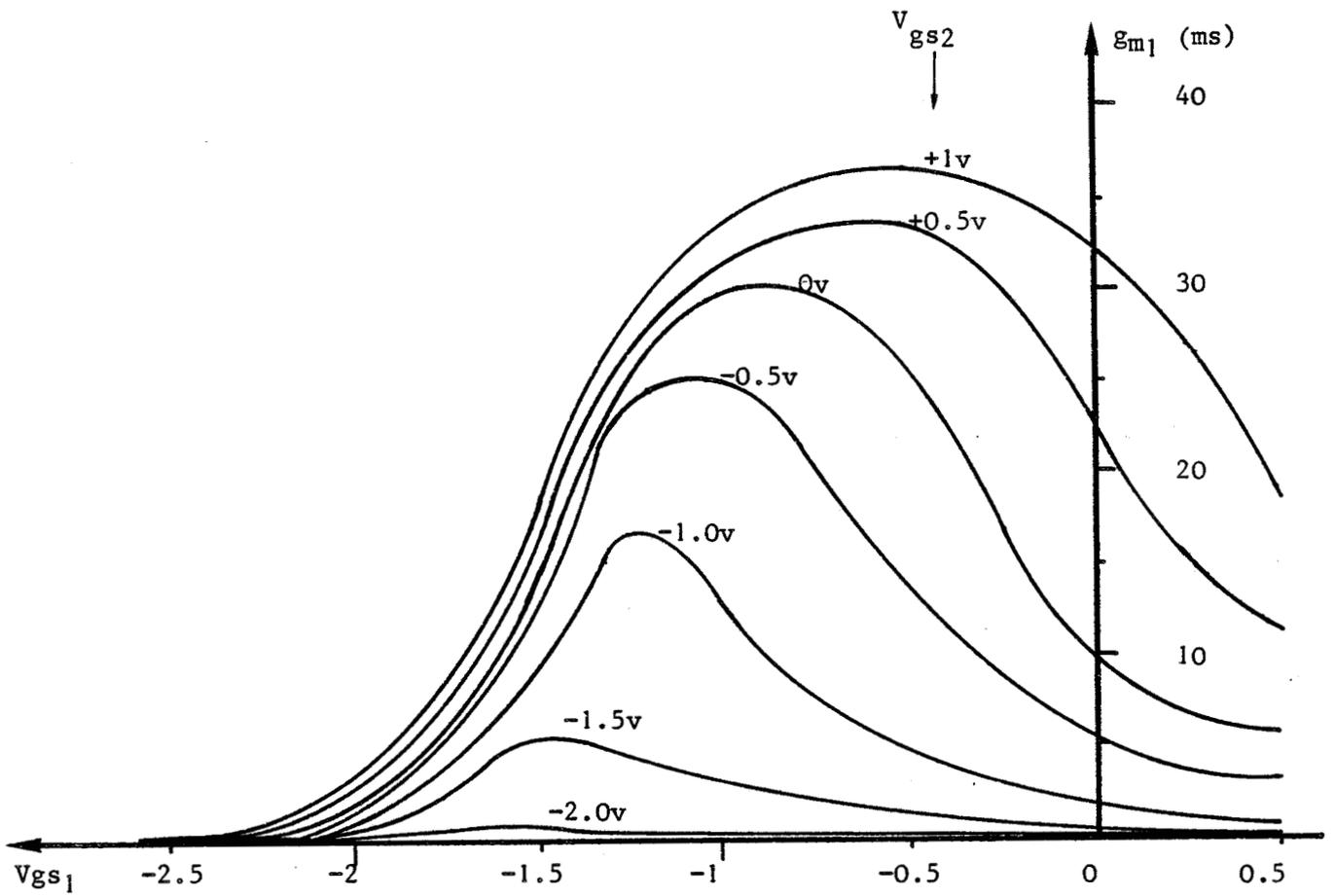


Figure III.8: Evolution de  $g_{m1}$  avec la tension  $V_{gs1}$  pour différentes tension  $V_{gs2}$

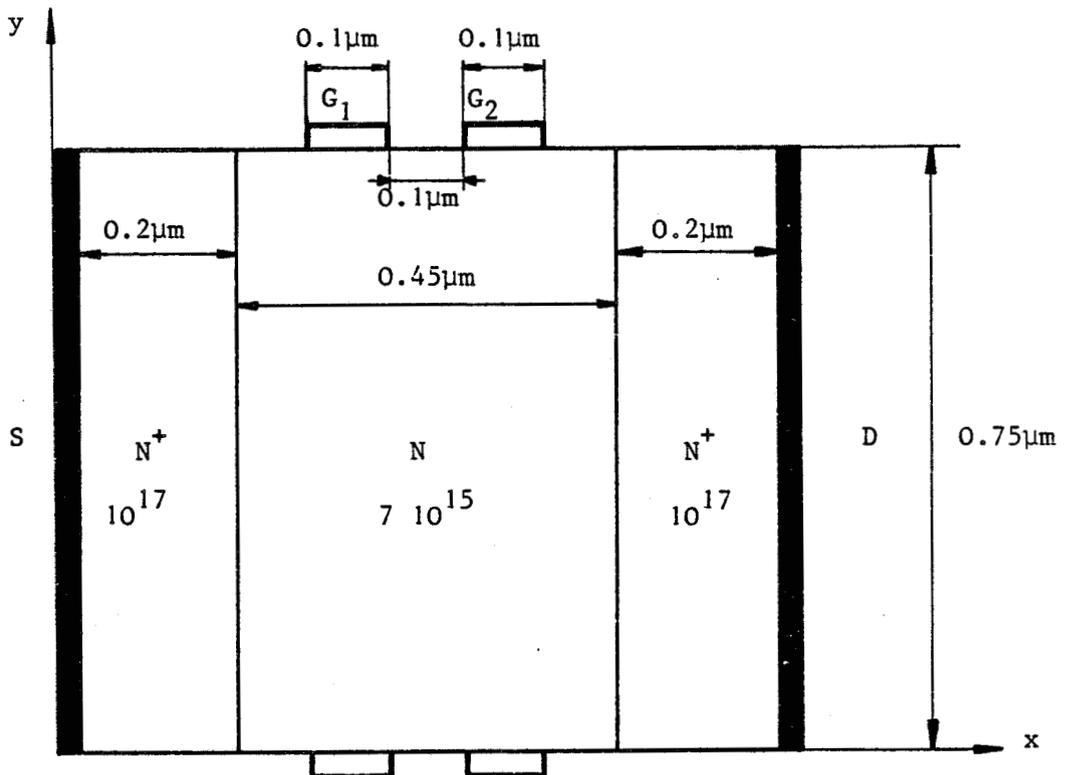


Figure III.9 : Transistor bigrille à structure verticale symétrique

La distance qui sépare les deux grilles sur un même côté, est de  $0,1 \mu\text{m}$ . Cette faible distance a été choisie comme un cas limite pour montrer que les électrons peuvent entrer " chauds " sous la deuxième grille et par conséquent affecter les phénomènes de survitesse des porteurs sous cette deuxième grille.

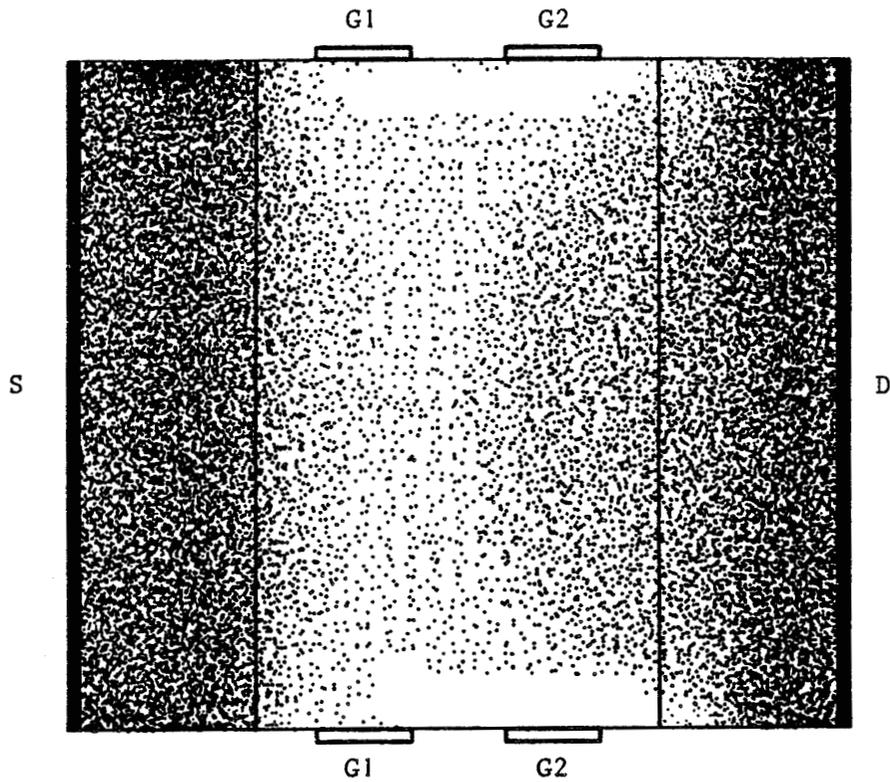
### 1-2) Résultats de la simulation

Pour un point de fonctionnement donné, les résultats concernant la répartition des porteurs, les équipotentiels et la carte du champ électrique sont rassemblés sur la figure III.10. Nous avons aussi tracé sur la figure III.11 l'évolution de l'énergie et de la vitesse moyenne des porteurs dans le canal en fonction de l'abscisse  $x$ .

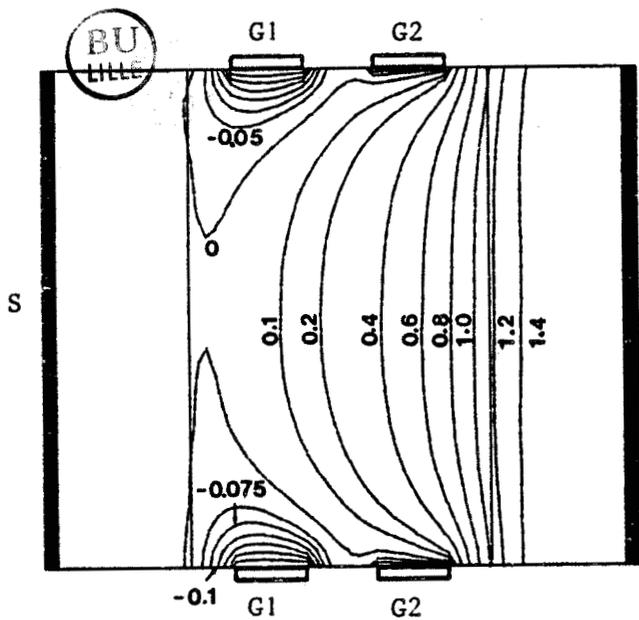
La définition ainsi que la valeur des différents éléments du schéma équivalent sont portées dans le tableau A.

Nous pouvons remarquer sur la figure III.10.c que le champ électrique est plus intense sous la deuxième grille puisque la chute de potentiel dans la zone désertée sous celle-ci est plus importante que celle qui existe aux bornes de la zone désertée de la première grille (figure III.10.b). Nous voyons donc que le potentiel dans le canal conducteur a une influence sur la zone désertée de la seconde grille et en conséquence, dans toutes modélisations analytiques du transistor bigrille, il faudra prendre en considération l'influence de la tension  $V_{DS}$  sur le potentiel de jonction de la deuxième grille.

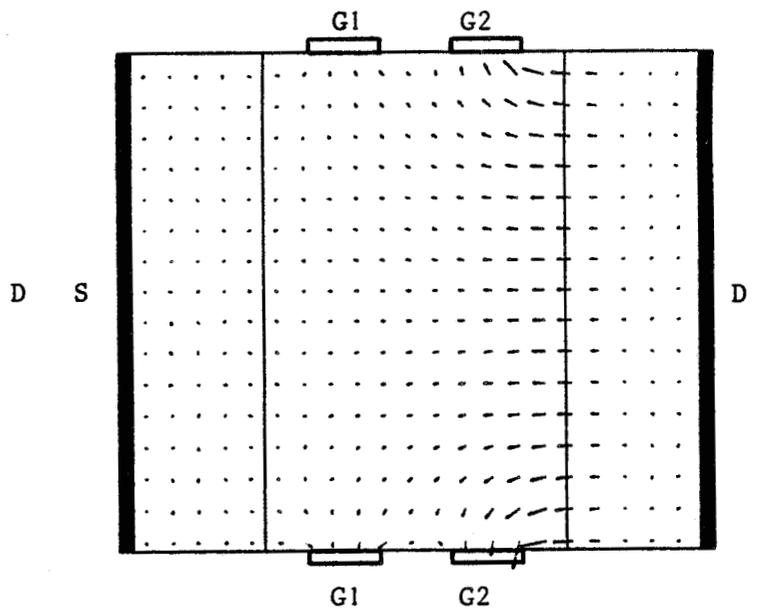
Lorsque la distance inter-grille du transistor bigrille classique devient faible, les porteurs sortent de la première grille avec une énergie élevée, et ne peuvent pas relaxer totalement; ils entrent donc " chauds " sous la deuxième grille. En conséquence, les électrons vont transférer immédiatement en vallée haute sous la deuxième grille réduisant



Distribution des électrons (a)



Equipotentielles (b)



Carte du champ électrique (c)

Figure III.10 : Représentation de la distribution des électrons, des équipotentielles, et de la carte du champ électrique

Tableau A : Valeurs des paramètres du schéma équivalent

Paramètres du Schéma équivalent	
Définitions des paramètres	
$g_{m1} = \left( \frac{\partial I_{Ds}}{\partial V_{gs2}} \right)_{V_{os} = cte, V_{gs1} = cte}$	$g_{m2} = \left( \frac{\partial I_{Ds}}{\partial V_{gs1}} \right)_{V_{os} = cte, V_{gs2} = cte}$
$Q_1$ charge stockée sous la 1 <sup>ère</sup> grille	$Q_2$ charge stockée sur la 2 <sup>ème</sup> grille
$C_{gs1} = - \left( \frac{\partial Q_1}{\partial V_{gs2}} \right)_{V_{os} = cte, V_{gs1} = cte}$	$C_{gs2} = - \left( \frac{\partial Q_2}{\partial V_{gs1}} \right)_{V_{os} = cte, V_{gs2} = cte}$
$C_{gd1} = \left( \frac{\partial Q_1}{\partial V_{os}} \right)_{V_{gs1} = cte, V_{gs2} = cte}$	$C_{gd2} = \left( \frac{\partial Q_2}{\partial V_{os}} \right)_{V_{gs1} = cte, V_{gs2} = cte}$
	
$g_d = \left( \frac{\partial I_{Ds}}{\partial V_{os}} \right)_{V_{gs1} = cte, V_{gs2} = cte}$	
$F_{c1} = \frac{g_{m1}}{2\pi C_{gs2}}$	$F_{c2} = \frac{g_{m2}}{2\pi C_{gs1}}$
Valeurs des paramètres	
$g_{m1} = 48 \text{ mS} \quad C_{gs1} = 0.11 \text{ pF} \quad C_{gd1} = 0.004 \text{ pF} \quad F_{c1} = 70 \text{ GHz}$	
$g_{m2} = 27 \text{ mS} \quad C_{gs2} = 0.13 \text{ pF} \quad C_{gd2} = 0.022 \text{ pF} \quad F_{c2} = 33 \text{ GHz}$	
$g_d = 15 \text{ mS}$	

$V_{DS} = 1.5 \text{ volts} \quad V_{gs1} = -0.1 \text{ volt} \quad V_{gs2} = -0.1 \text{ volt}$

profondeur de la grille  $Z = 300 \mu\text{m}$

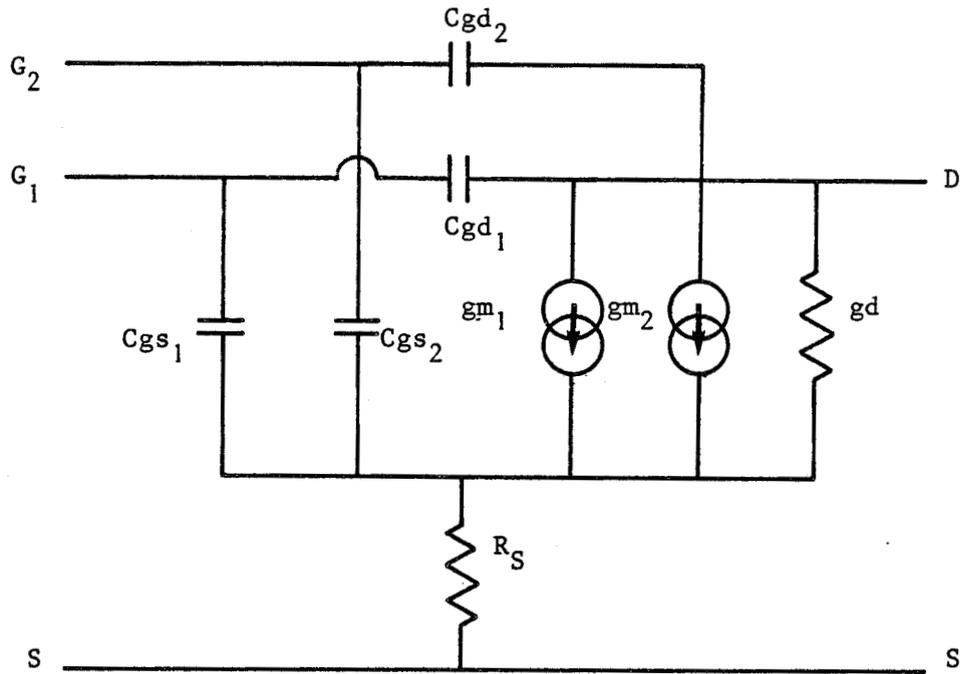


Schéma équivalent de la structure bigrille [75]

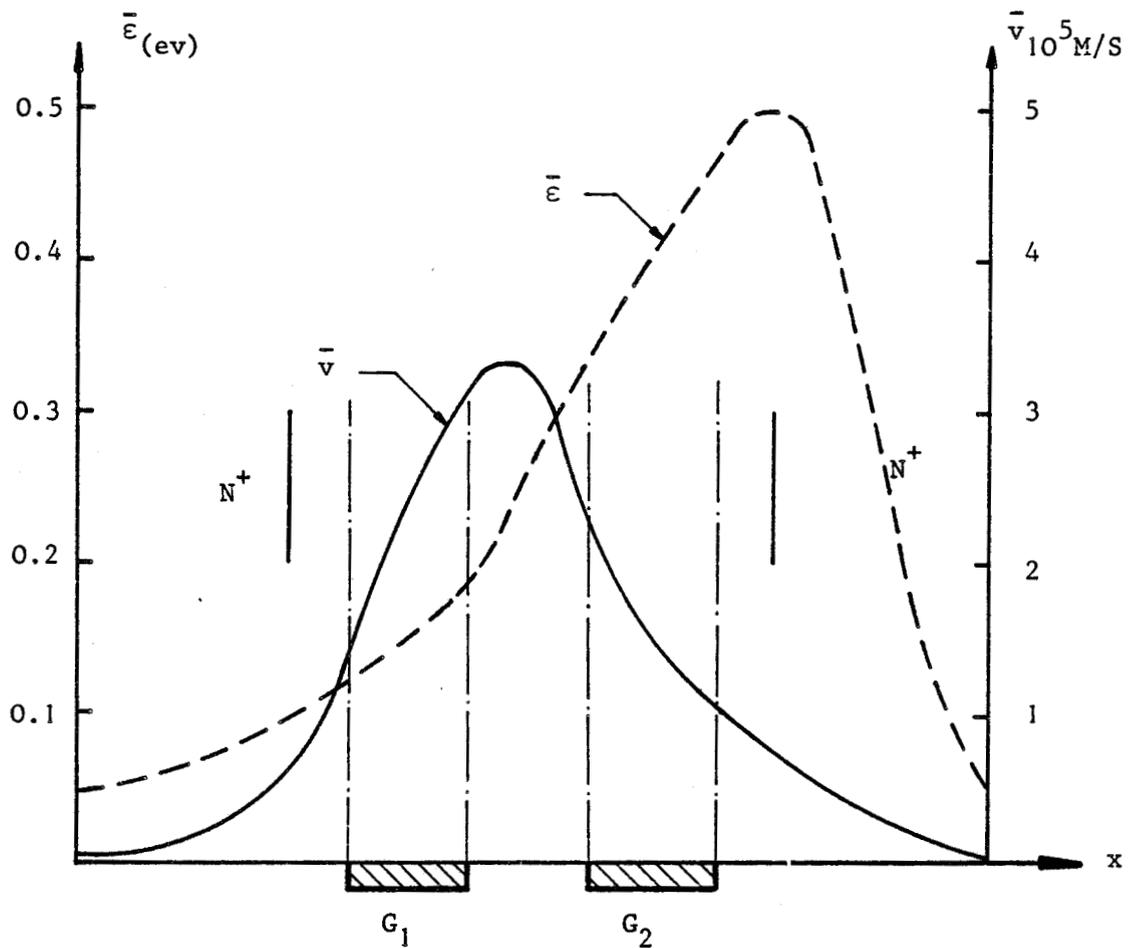


Figure III.11 : Evolution de la vitesse et l'énergie moyenne

ainsi les effets de survitesse et produisant une diminution de la transconductance  $g_{m2}$ . Pour le composant que nous avons simulé et qui diffère du transistor bigrille classique, nous avons tracé sur la figure III.11, les évolutions de l'énergie moyenne et de la vitesse moyenne des porteurs dans le canal conducteur. Bien que les origines physiques soient différentes, nous pouvons observer sur la figure III.11 que les effets de survitesse sont détruits sous la deuxième grille car les électrons entrent " chauds " sous cette seconde grille.

L'utilisation de notre modèle de simulation à l'étude de transistor bigrille devrait permettre la compréhension des phénomènes physiques régissant ce type de composant et de compléter ainsi les modèles analytiques existants [76] qui sont des éléments indispensables à toute optimisation de celui-ci.

Nous allons maintenant, dans le troisième chapitre, nous intéresser à la simulation bipolaire d'un composant en Arséniure de Gallium.

### III - SIMULATION BIDIMENSIONNELLE ET BIPOLAIRE DANS L'ARSENIURE DE GALLIUM

Le développement des télécommunications par fibres optiques est conditionné par la conception d'émetteurs de lumière modulables et de photo-détecteurs. Les techniques de simulation peuvent nous aider à comprendre le fonctionnement des photo-détecteurs et, nous avons, à titre d'exemple modélisé une photo-résistance planar en AsGa. Ce composant a été choisi car il possède une géométrie très proche des transistors à effet de champ et il devrait s'avérer intéressant pour la conception de circuit intégré associant sur une même puce le photo-détecteur et l'amplificateur de pré-traitement des signaux.

## 1) Principe de la photo-détection par photo-résistance

Le courant  $I$  qui circule dans un semi-conducteur soumis à une tension de polarisation, est proportionnel au nombre de porteurs libres. Une excitation lumineuse, créant des paires électrons-trous dans le semi-conducteur\*, va par augmentation du nombre de porteurs-libres, donner naissance à un courant supplémentaire : C'est le photo-courant.

L'amplitude de ce photo-courant dépend d'une part du débit photonique et de la durée de vie des paires électrons-trous photocrées et d'autre part de la dynamique électronique.

Dans l'utilisation d'une photo-résistance planar l'existence d'un potentiel de surface négatif créant un champ électrique transversal qui sépare les paires électrons-trous en capturant les trous en surface, modifie la durée de vie des porteurs excédentaires. Pour tenter de comprendre les phénomènes mis en jeu, nous avons effectué une simulation du dispositif présenté par la figure III.12, en tenant compte du potentiel de surface.

## 2) Dispositif simulé

Les effets de l'interface air-semi-conducteur de la structure  $N \gamma N$  simulée (figure III.12), ont été pris en compte en introduisant un potentiel de 0.6 Volt en surface. Les deux contacts sont des contacts ohmiques, c'est à dire qu'un porteur collecté par un contact est alors ré-injecté par l'autre contact. Sur les autres surfaces du dispositif, les interactions des porteurs avec la surface sont traitées comme des réflexions spéculaires.

\* Il faut pour cela que l'énergie des photons soit supérieure à l'énergie correspondant à la bande interdite du Semi-conducteur (AsGa  $\lambda < 0.82 \mu\text{m}$  )

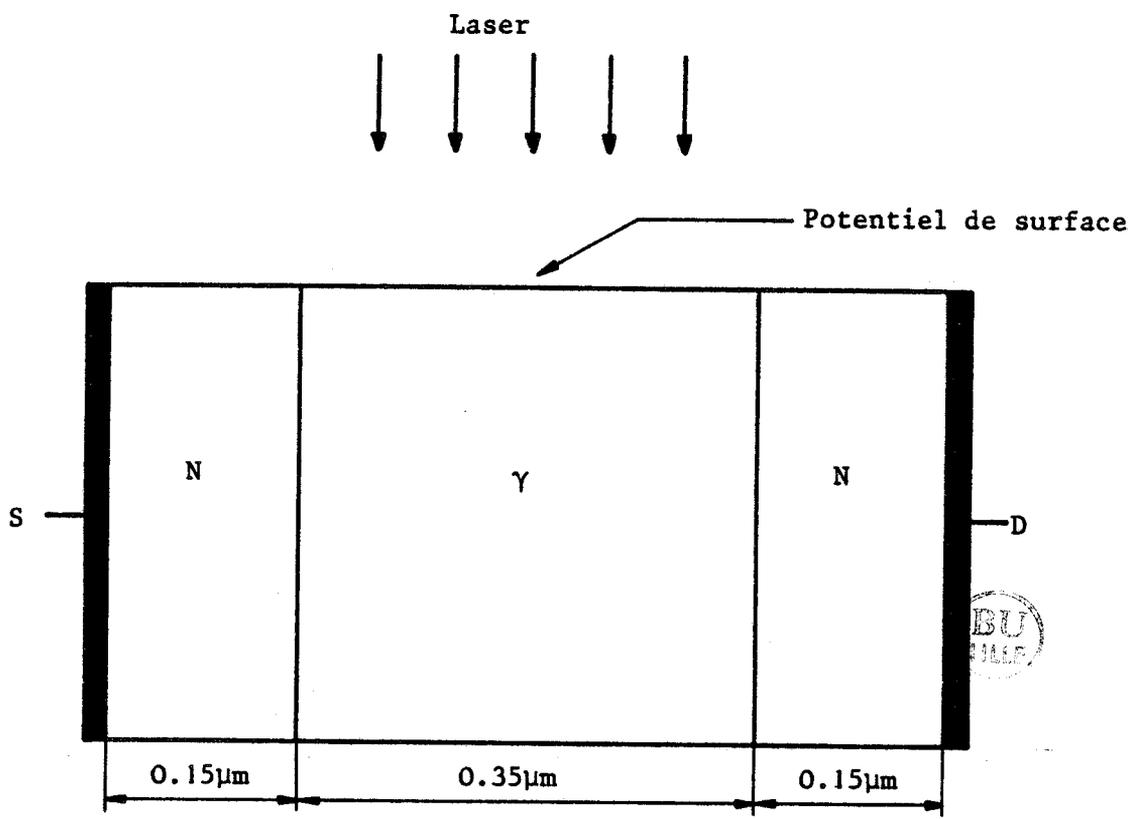


Figure III.12 : Dispositif simulé

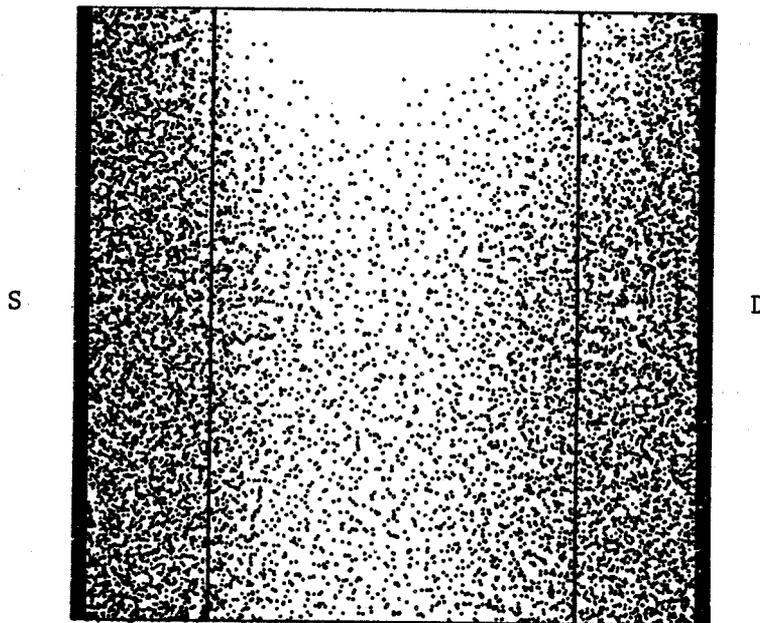


Figure III.13 : Distribution des électrons  
à l'obscurité

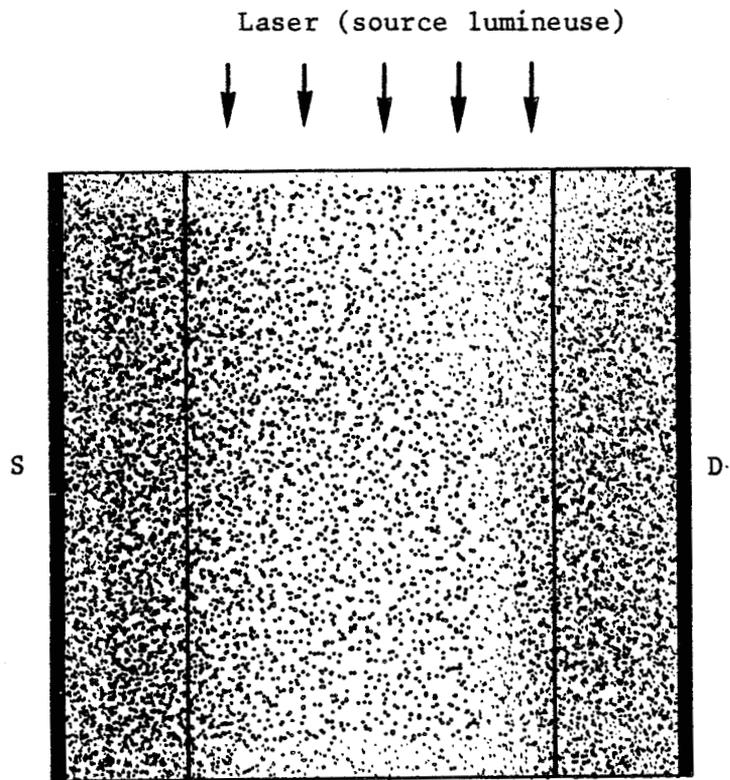


Figure III.14 : Distribution des électrons  
sous éclairement

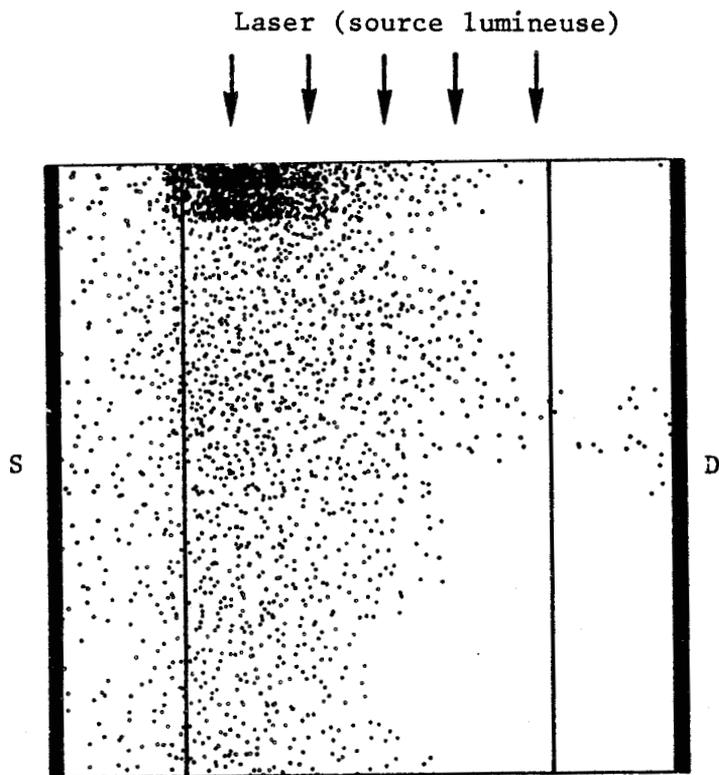


Figure III.15 : Distribution des trous  
sous éclairement

### 3) Interprétation qualitative de la simulation et comparaison aux résultats expérimentaux

En premier lieu, nous avons calculé la distribution des électrons à l'équilibre lorsque le semi-conducteur n'est pas soumis à une excitation lumineuse. Seuls les électrons des deux régions N sont introduits par diffusion dans la région intrinsèque et comme nous pouvons le remarquer sur la figure III.13, le potentiel de surface créant un champ transversal qui repousse les électrons, donne naissance à une zone désertée de porteurs.

Si nous considérons maintenant, que nous créons par excitation lumineuse des paires-électrons-trous dans la région  $\gamma$  et si nous supposons que la durée de vie des porteurs est beaucoup plus grande que le temps de transit des électrons\* alors ces derniers sont ré-injectés plusieurs fois par les contacts ohmiques. C'est à dire que nous pouvons considérer que la majorité des porteurs présents dans le composant sont les porteurs injectés par les contacts, ce qui nous permet de négliger totalement les phénomènes de recombinaisons dans la simulation (rappelons que les échelles de temps sont très différentes : quelques picosecondes pour les déplacements électroniques, la nano voire la milliseconde pour la durée de vie des porteurs ). Les distributions des électrons et des trous dans la structure éclairée, sont représentées respectivement sur les figures III.14 et 15. Nous observons que les trous sont confinés près de la surface et ce phénomène contribue donc à réduire la composante transversale du champ électrique et par conséquent la distribution des électrons apparaît plus uniforme que celle obtenue en obscurité.

L'effet du potentiel de surface est tel que, la paire électron-trou se sépare en un électron qui se déplace dans la structure et en un

\* Cette hypothèse est confirmée par l'expérience [77]

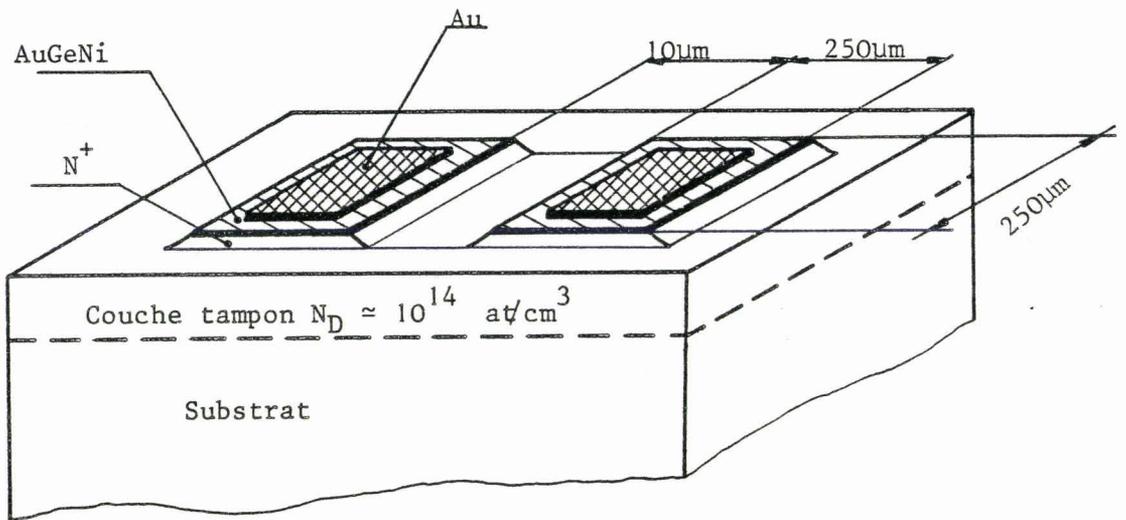


Figure III.16 : Dispositif expérimental

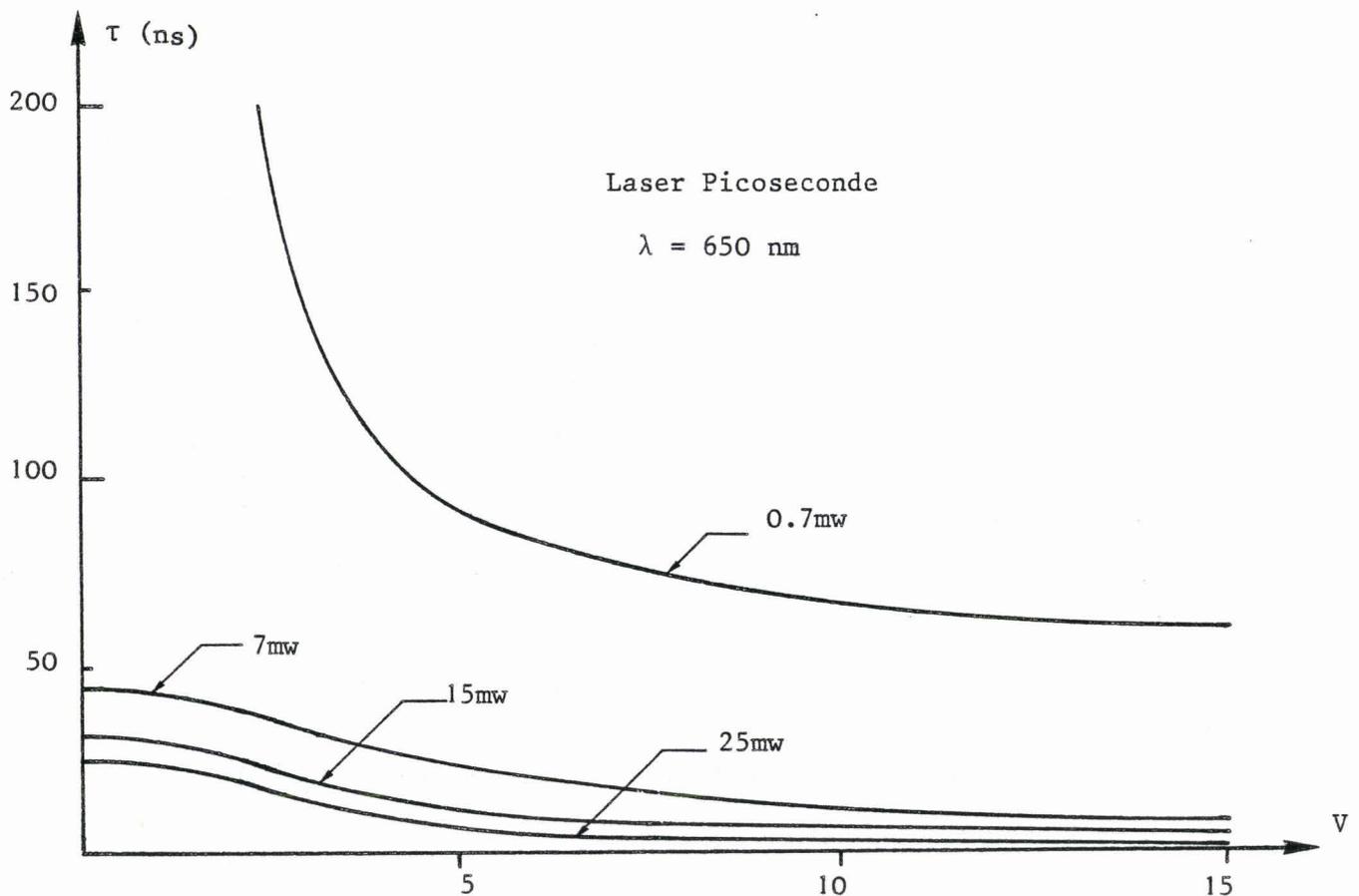


Figure III.17 : Evolution de la durée vie avec la tension V pour quatre puissances lumineuses du laser

trou piégé en surface. La neutralité du composant impose que pour qu'un électron puisse recombinaison avec un trou, ce dernier doit franchir la barrière de potentiel de surface et par conséquent la durée de vie des porteurs créés, égale à la durée de vie des porteurs minoritaires, ici les trous, est pratiquement imposée par la barrière de potentiel de surface.

Pour mettre en évidence expérimentalement les effets du potentiel de surface, un photo-conducteur a été réalisé sur une couche épitaxiée [78] dont la structure est identique à celle d'un transistor à effet de champ sans grille (figure III.16). L'espace de  $10\mu\text{m}$  entre les deux contacts ohmiques a été attaqué chimiquement pour atteindre la couche tampon ( $N \# 10^{14} \text{ at/cm}^3$ ).

La durée de vie a été mesurée en analysant la réponse du composant à une excitation lumineuse impulsionnelle provenant d'un laser picoseconde. Nous présentons sur la figure III.17, la durée de vie mesurée des porteurs en fonction de la tension  $V$  appliquée à l'échantillon et pour différentes puissances lumineuses du laser [78]. Nous constatons que la durée de vie est d'autant plus faible que la tension  $V$  est grande et que la puissance lumineuse est élevée.

Ce comportement peut s'interpréter à la lumière des résultats de la simulation numérique. En effet, la composante longitudinale du champ électrique qui croît avec la tension de polarisation, entre en concurrence avec la composante transversale du champ électrique liée au potentiel de surface et les trous soumis au champ électrique total seront d'autant plus facilement arrachés de la surface que la tension de polarisation sera importante, entraînant ainsi une augmentation des recombinaisons et par conséquent une diminution de la durée de vie.

Pour une tension  $V$  donnée, lorsque la puissance lumineuse augmente, le nombre de paires-électrons-trous créées augmente ainsi que

le nombre de trous piégés en surface. En conséquence, la hauteur de la barrière de potentiel diminue et les électrons peuvent se recombinaer plus facilement avec les trous, conduisant ainsi à une diminution de la durée de vie.

Nous constatons ainsi que le potentiel de surface grâce à l'augmentation de la durée de vie des porteurs photo-excités peut s'avérer très intéressant pour la conception de photo-détecteur présentant un gain élevé. En effet, le gain d'une photo-résistance N $\bar{N}$  est donné par le rapport entre la durée de vie des porteurs et le temps de transit des électrons [78].

Actuellement, des études basées sur ces résultats, sont en cours pour réaliser des photos-détecteurs en AsGa dont les premiers résultats semblent être très prometteurs et des gains aussi élevés que  $10^8$  ont déjà été mis en évidence [79] .

Enfin dans le dernier et quatrième chapitre, nous présentons quelques possibilités de développement du modèle que nous avons élaboré.

#### IV - PERSPECTIVES DE DEVELOPPEMENT DU MODELE ELABORE

Nous allons nous limiter à la présentation deux simulations envisageables dans un proche avenir.

##### 1) Transistor à effet de champ à hétéro-jonction

Dans les années 1980, une nouvelle structure de transistor à effet de champ constituée d'une hétéro-jonction  $Ga_{1-x}Al_xAs$  fortement dopé sur GaAs non dopé, a été développé simultanément par la THOMSON CSF [80]

et par les laboratoires FUJITSU [81] .

Ce nouveau type de dispositif est appelé T.E.G.F.E.T. ( Two-dimensional Electron Gas Field Effect Transistor ) ou H.E.M.T. ( High Electron Mobility Transistor ). L'idée de base de ce transistor est d'utiliser la couche d'accumulation d'électrons dans le matériau GaAs non dopé à l'interface de l'hétéro-jonction. Les électrons de cette couche se déplaçant dans un matériau non dopé, ont des vitesses plus élevées que celles obtenues dans des matériaux fortement dopés et on peut donc espérer que ce type de transistor à effet de champ puisse présenter des performances plus intéressantes dans le domaine des micro-ondes ainsi qu'en logique rapide [82,83].

Nous allons maintenant présenter brièvement le modèle simplifié de l'hétéro-jonction Ga Al As/ GaAs avec la mise en évidence de la couche d'accumulation d'électrons à l'interface, la structure de ce transistor et les possibilités de sa modélisation.

### 1.1) Modèle simplifié de l'hétéro-jonction

#### Ga Al As/ GaAs : Modèle d'ANDERSON [84]

En traçant le diagramme de bande de l'hétéro-jonction à partir de la structure de bande des deux matériaux en volume (figure III.18), nous pouvons étudier simplement l'hétéro-jonction Ga Al As/ GaAs.

Les niveaux de Fermi s'alignent lors de la jonction des deux matériaux et la conservation des paramètres physiques de part et d'autre de l'interface entraîne la courbure des bandes de conduction et de Valence (figure III.19). A l'interface, la bande de conduction présente une discontinuité qui est due à la différence des affinités électroniques des deux matériaux.

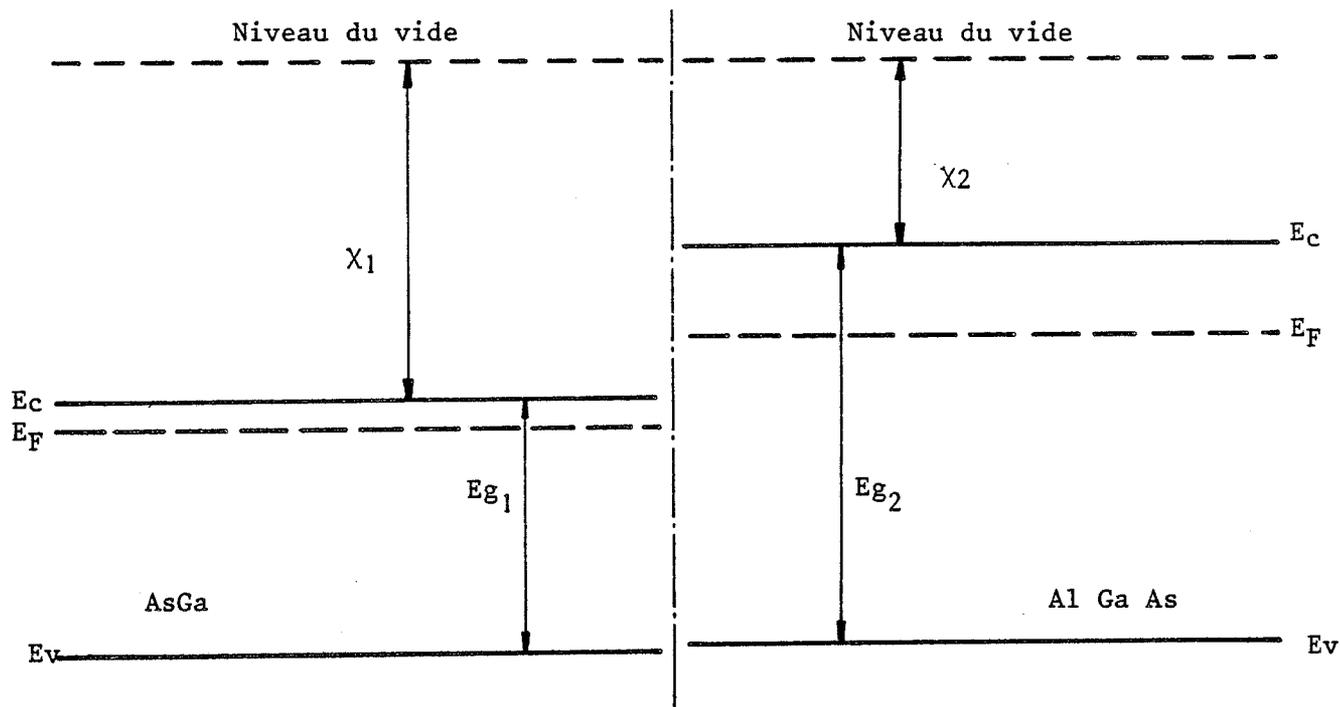
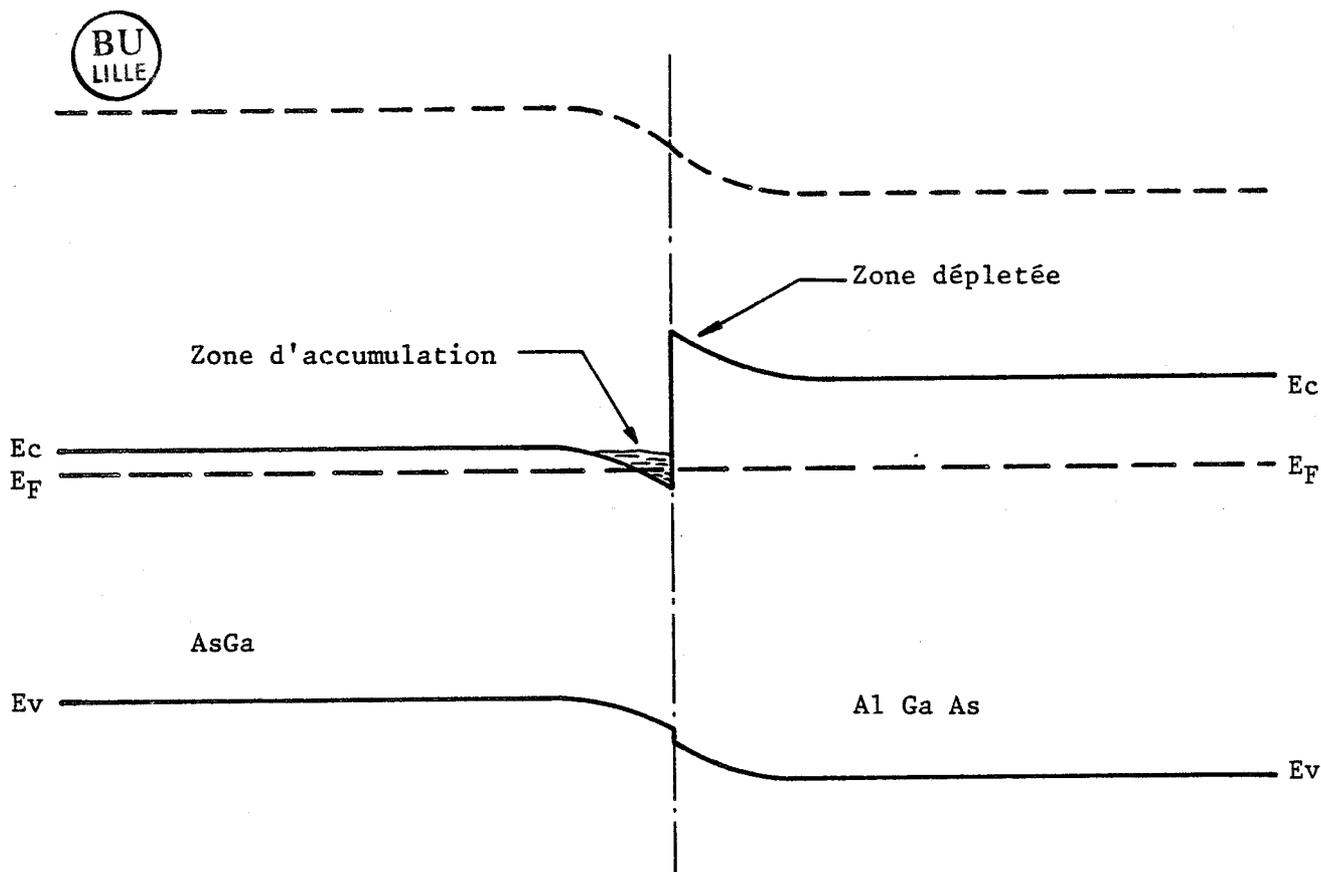


Figure III.18 : Structure de bande en volume des deux matériaux

Figure III.19 : Structure de bande de l'hétéro-jonction Ga Al As/ GaAs



Ces courbures sont la représentation d'une zone d'accumulation d'électrons du côté GaAs et d'une zone désertée du côté Ga Al As. Les électrons de la couche d'accumulation proviennent du matériau Ga Al As lors de la constitution de l'hétéro-jonction et en conséquence la densité de ces électrons croît essentiellement avec le dopage du matériau Ga Al As [85].

### 1.2) Structure du T.E.G.F.E.T.

Le composant présenté sur la figure III.20, se compose d'un substrat semi-isolant GaAs sur lequel a été déposé successivement une couche d'AsGa non dopée, une couche de Ga Al As non dopée de faible épaisseur ( $\approx 80 \text{ \AA}$ ) et une couche Ga Al As très dopée.

La couche de Ga Al As non dopée intercallée entre le GaAs et le Ga Al As très dopée, est mise pour minimiser l'interaction coulombienne entre les impuretés ionisées situées dans le Ga Al As dopée et les électrons de la couche d'accumulation du GaAs. Cette interaction coulombienne est un facteur important puisqu'elle limite la dynamique des électrons. Par ailleurs, pour que les électrons puissent s'accumuler en grande concentration dans l'AsGa, il faut que la couche séparatrice ne soit pas trop grande. Des mesures de mobilités [80] en fonction de l'épaisseur de la couche de Ga Al As non dopée, ont montré que la mobilité est maximale pour une épaisseur voisine de  $80 \text{ \AA}$ .

### 1.3) Modélisation du T.E.G.F.E.T.

Pour l'étude de structure T.E.G.F.E.T. à grille submicronique, il faut prendre en considération les phénomènes de transport électronique non stationnaire et les effets bidimensionnels qui deviennent importants.

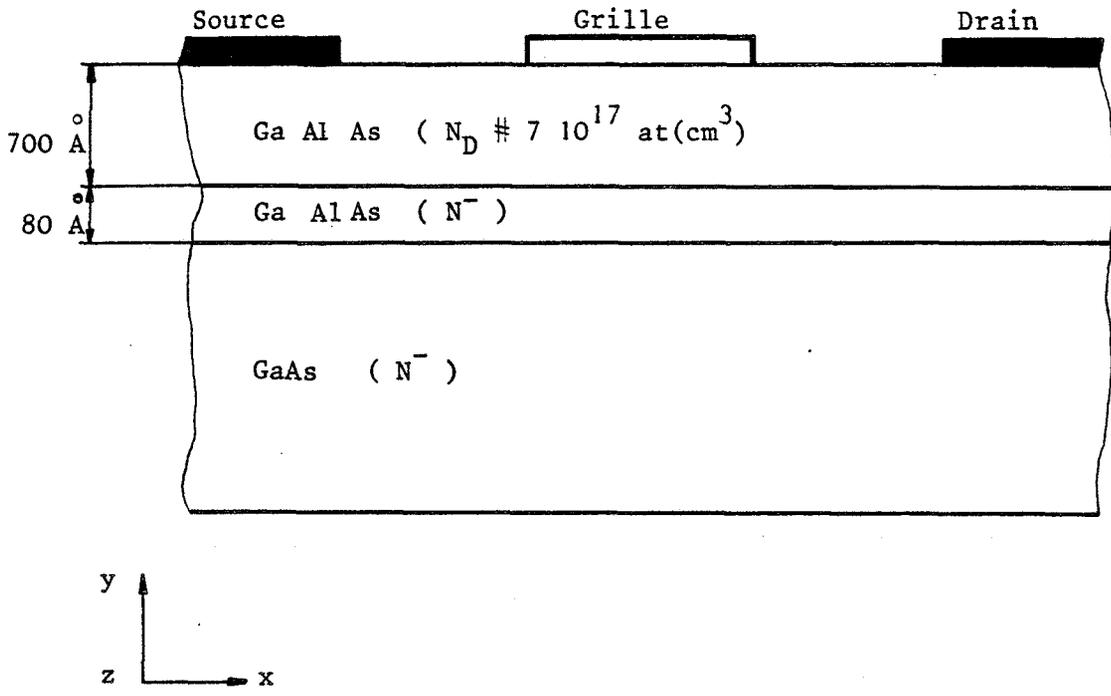
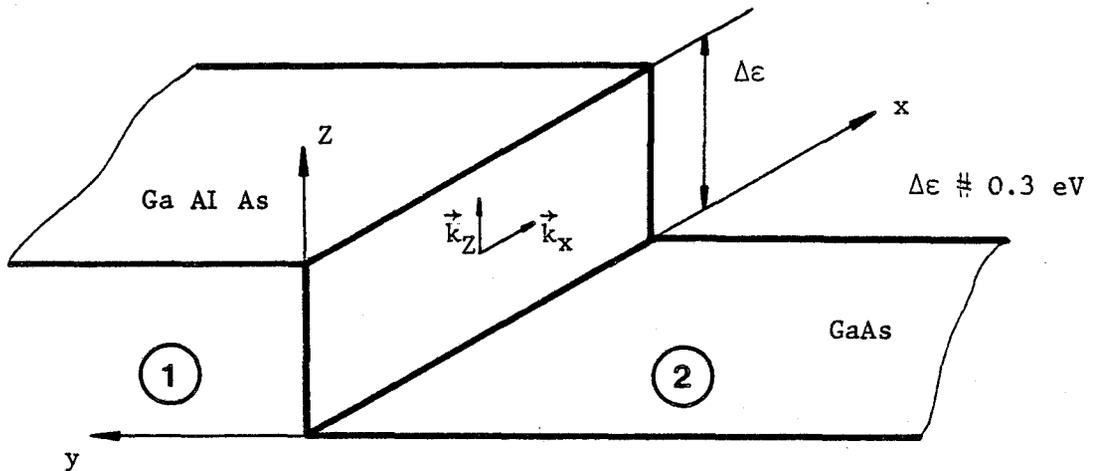


Figure III.20 : Structure du T.E.G.F.E.T.



Conditions sur les composantes du vecteur d'onde

$$k_{z1} = k_{z2} \quad k_{x1} = k_{x2}$$

et sur l'énergie :

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 - 0.3$$

Figure III.21 : Conditions de passage d'un matériau à un autre

Nous avons vu dans la première partie que la méthode de Monte-Carlo était bien adaptée à l'étude de la dynamique non stationnaire des porteurs. Par ailleurs, la technique de HOCKNEY qui nous permet de résoudre l'équation de Poisson à deux dimensions, traduit correctement les conditions sur le champ électrique au passage de la jonction Ga Al As/ GaAs puisque nous résolvons l'équation de Poisson sur le potentiel qui ne présente pas de discontinuité au passage de la jonction.

La simulation du T.E.G.F.E.T. consisterait donc à :

- Définir une simulation par la méthode de Monte Carlo du comportement des électrons pour chaque matériau de l'hétéro-jonction en utilisant leurs paramètres respectifs.
- Respecter pour les porteurs, les conditions de passage d'un matériau à un autre ( conservation de l'énergie totale du porteur et des composantes du vecteur d'onde dans le plan de la jonction considérée abrupte ) ( figure III.21 ).

La simulation de cette structure, nous permettrait d'étudier la dynamique des électrons de la couche d'accumulation dans le GaAs et de comprendre les mécanismes qui permettent aux électrons sortant énergétiques de la grille, de franchir la barrière de potentiel de l'interface GaAs/Ga Al As. Cette simulation ne serait qu'une première étape dans la compréhension des phénomènes physiques régissant le fonctionnement de cette structure puisque l'on ne tiendrait pas compte de la dégénérescence et de la quantification des niveaux d'énergie dans le puits où sont localisés les électrons de la couche d'accumulation [86]. Cette modélisation particulière bidimensionnelle pourrait apporter des informations permettant de définir et de valider les modèles analytiques de ce transistor à hétéro-jonction [87,88].

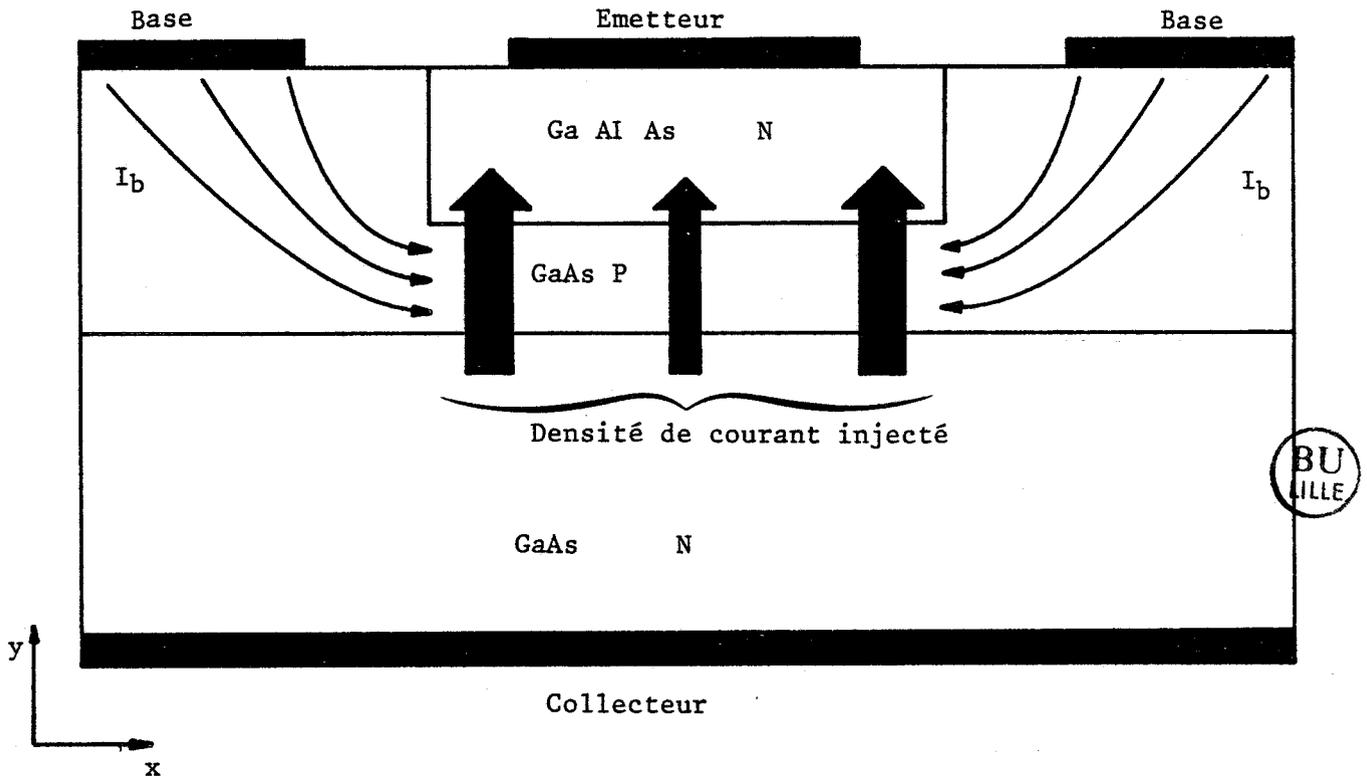
## 2) Transistor Bipolaire

Les transistors bipolaires au silicium ont connu un essor très important, lié au développement de la technologie Silicium. Or depuis quelques années, la technologie de l'arséniure de gallium s'est développée et permet la conception de transistor bipolaire, bénéficiant ainsi des propriétés électroniques plus avantageuses de ce matériau.

Les performances des transistors bipolaires à homo-jonction GaAs, limitées essentiellement par des problèmes technologiques et de recombinaison dans la jonction émetteur-base, ont été médiocres [89]. La réalisation de diodes laser Ga Al As/ GaAs possédant de bonnes qualités électriques, a permis la conception de transistors bipolaires tel que la jonction émetteur-base soit une hétéro-jonction Ga Al As dopé N pour l'émetteur et GaAs dopé P pour la base [90,91]. Ce nouveau type de transistor bipolaire présente un certain nombre d'avantages comparativement aux transistors bipolaires Silicium. Ainsi, par exemple, l'efficacité d'injection est augmentée, la résistance de base et la capacité émetteur-base sont réduites produisant donc une diminution du temps de transit des électrons dans la base ce qui a pour effet d'augmenter la fréquence de transition [90,92]. Par contre, un inconvénient de ce dispositif est que le courant de recombinaison est beaucoup plus important que dans les transistors bipolaires Silicium, limitant l'efficacité d'injection des transistors bipolaires à hétéro-jonction à bas niveau de polarisation [90].

### 2.1 ) Modélisation d'un transistor bipolaire à hétéro-jonction Ga Al As/ GaAs

Sur la figure III.22, nous présentons la schématisation du transistor bipolaire à hétéro-jonction.



Emetteur	Ga Al As	: $N \approx 10^{17}$ at/cm <sup>3</sup>
Base	GaAs	: $P \approx 3 \cdot 10^{18}$ at/cm <sup>3</sup>
Collecteur	GaAs	: $N \approx 10^{16}$ at/cm <sup>3</sup>

Figure III.22 : Transistor bipolaire à hétéro-jonction GaAs / Ga Al As

Actuellement l'épaisseur de la base est largement submicro-  
nique pour réduire au maximum le temps de transit des électrons dans la  
base ce qui entraîne une dynamique non-stationnaire pour les porteurs et  
en cela la méthode de Monte Carlo est bien adaptée à l'étude de cette struc-  
ture.

Le courant de base qui circule transversalement au déplace-  
ment des électrons injectés dans la base, produit une chute de tension  
suivant l'axe x. A cause de cette chute transversale de tension, la densité  
de courant injectée par l'émetteur est plus importante à la périphérie de  
la jonction émetteur-base qu'au centre. Ce phénomène est d'autant plus im-  
portant que le niveau d'injection est élevé : c'est la défocalisation.  
L'analyse de cette défocalisation [93] nécessite la résolution bidimension-  
nelle de l'équation de Poisson pour traduire la chute de potentiel dans  
la base entre le contact de base et la jonction émetteur-base.

Nous voyons que notre modèle est bien adapté pour étudier  
cette structure bipolaire puisque nous pouvons résoudre l'équation de  
Poisson à deux dimensions et décrire la dynamique des trous dans la base.  
Cependant dans cette modélisation, il faudrait tenir compte des deux aspects  
suivants :

- \* Premièrement, la mobilité des électrons, porteurs minori-  
taires dans la base dopée P est différente de celle qu'au-  
raient les électrons dans un matériau dopé N [94] surtout  
lorsque le dopage de la base devient important ( $\approx 10^{18}$  at/cm<sup>3</sup>)  
et c'est effectivement le cas du transistor bipolaire à  
hétéro-jonction.
- \* Deuxièmement, une des composantes du courant de base est  
due aux recombinaisons des électrons et des trous dans la  
base.

Pour traduire correctement la dynamique des électrons dans la base, il faudrait introduire dans la méthode de Monte Carlo, une interaction entre les électrons et les trous. Cette interaction pourrait s'apparenter à une interaction sur impuretés de type BROOKS-HERRING [29] ou CONWELL-WEISSKOPF [95]. Quant aux problèmes de recombinaison dans la base, on pourrait les négliger dans la simulation puisque la durée de vie des porteurs égale à la durée de vie des porteurs minoritaires (ici les électrons) est beaucoup plus grande que le temps de transit des électrons dans la base.

En conséquence, nous voyons que la modélisation du transistor bipolaire à hétéro-jonction Ga Al As/ GaAs qui nécessiterait une étude plus approfondie des différents aspects de la modélisation, est envisageable et nous permettrait d'avoir un aperçu des phénomènes physiques régissant cette structure.

# Conclusion

L'étude des propriétés et la prévision des performances des transistors à effet de champ nécessitent l'élaboration d'un modèle théorique qui puisse décrire convenablement la dynamique non stationnaire des porteurs et les effets bidimensionnels de ces structures dont les dimensions deviennent actuellement submicroniques.

Nous avons donc développé un modèle particulière bidimensionnel prenant en compte naturellement ces phénomènes. Si, son inconvénient majeur est qu'il nécessite des temps calcul très importants, il reste l'élément indispensable pour valider les hypothèses simplificatrices des modèles analytiques qui par leur simplicité et leur temps d'exécution très court, sont les pièces maîtresses à toute tentative d'optimisation des dispositifs submicroniques. Actuellement, notre modèle permet d'étudier l'influence des paramètres géométriques et technologiques des composants submicroniques sur leurs propriétés hyperfréquences, ceci pour plusieurs types de matériaux semi-conducteurs ( GaAs, InAs, InP, GaP ).

L'utilisation de ce modèle, nous a permis en particulier d'étudier le transistor à modulation d'injection à structure verticale symétrique. Pour ce dispositif, nous avons montré l'importance d'utiliser des zones actives peu dopées et que la seule diminution de la longueur de grille n'améliorait plus les performances de la structure si parallèlement on ne diminuait pas la longueur de la zone active. Par ailleurs, il existe un rapport longueur de grille sur longueur de zone active optimum. La comparaison de nos résultats théoriques aux résultats expérimentaux obtenus par KOHN [60] fait apparaître un accord satisfaisant et notre étude a permis de dégager une structure optimale [96] pour laquelle on devrait obtenir une amélioration potentielle des performances du transistor à modulation d'injection. Compte tenu des éléments parasites, l'estimation de la transconductance  $g_m$  pour cette structure optimale, nous amène à une valeur

importante et voisine de 350mS/mm et à un produit gain-bande de quelques centaines de GHz, résultats très intéressants et d'autant plus encourageants que la structure verticale est facilement réalisable.

Grâce à la souplesse de notre modèle, le domaine d'application peut-être étendu à l'étude d'autres structures de transistor à effet de champ, comme nous l'avons montré dans la troisième partie de ce mémoire. Il nous permettra dans un proche avenir de poursuivre l'étude de transistors à structure plus complexe comme le T.E.C. à hétéro-jonction [80], ou à structure "recess" [99] . L'étude de transistor bipolaire à hétéro-jonction ( GaAlAs - n/ GaAs - p ) [90] pourra également être menée puisque nous possédons un modèle qui décrit la dynamique des trous dans l'AsGa.

# Annexe

DYNAMIQUE DES TROUS DANS L'AsGa

CALCUL DES PROBABILITES D'INTERACTION ET DETERMINATION  
DE L'ANGLE  $\beta$  DE DEVIATION APRES INTERACTION

L'expression générale de la densité de probabilité  $s_{i,j}(\vec{k}, \vec{k}')$  de passage de l'état  $\vec{k}$  à un état  $\vec{k}'$ , en transférant de la vallée  $i$  à une vallée  $j$ , s'écrit :

$$\Delta_{i,j}(\vec{k}, \vec{k}') = \frac{2\pi}{\hbar} B_{i,j}(\vec{k}, \vec{k}') * C$$

avec  $C = \begin{cases} N_{i,j} - \delta(\epsilon_j(\vec{k}') - \epsilon_i(\vec{k}) + \Delta_j - \Delta_i - \hbar\omega_{i,j}) \text{ (absorption)} \\ (N_{i,j} + 1) - \delta(\epsilon_j(\vec{k}') - \epsilon_i(\vec{k}) + \Delta_j - \Delta_i + \hbar\omega_{i,j}) \text{ (émission)} \end{cases}$

où la quantité  $N_{i,j}$  est égale à :

$$N_{i,j} = \frac{1}{e^{\left(\frac{\hbar\omega_{i,j}}{kT}\right)} - 1}$$

et

$$B_{i,j}(\vec{k}, \vec{k}') = K_{int} * G_{i,j}(\vec{k}, \vec{k}')$$

où  $K_{int}$  est une quantité qui dépend de l'interaction considérée et  $G_{i,j}(\vec{k}, \vec{k}')$  est la fonction de recouvrement.

Dans ces expressions,  $\Delta_i$  et  $\Delta_j$  sont les énergies de séparation entre le maximum de la bande de valence et les maximums d'énergie des vallées  $i$  et  $j$ ,  $\hbar\omega_{i,j}$  est l'énergie du phonon échangé,  $\epsilon_i$  et  $\epsilon_j$  sont les énergies relatives dans chaque vallée, et  $\delta$  est la fonction de Dirac.

Pour la fonction de recouvrement, WILEY [97] a montré qu'elle était pratiquement indépendante de  $\vec{k}$  et que l'on pouvait l'approximer par :

$$\text{( intra-vallée ) } \quad G_{i,i}(\vec{k}, \vec{k}') \simeq \frac{1}{4} ( 1 + 3 \cos^2 \beta )$$

$$\text{( inter-vallée ) } \quad G_{i,j}(\vec{k}, \vec{k}') \simeq \frac{3}{4} \sin^2 \beta \quad ( i \neq j )$$

où  $\beta$  est l'angle de déviation du vecteur d'onde

Par ailleurs, le module du vecteur d'onde est relié à l'énergie cinétique par la relation :

$$\gamma_i(\epsilon_i) = \epsilon_i ( 1 + \alpha_i \epsilon_i ) = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m_i^*}$$

où  $\alpha_i$  et  $m_i^*$  sont respectivement le coefficient de non-parabolicité et la masse effective dans la vallée  $i$ .

La probabilité par unité de temps  $\lambda_{i,j}$  pour qu'un trou se trouvant dans l'état  $\vec{k}$  subisse une interaction, se calcule en intégrant la densité de probabilité  $s_{i,j}(\vec{k}, \vec{k}')$  sur tous les états finals  $\vec{k}'$ .

Nous allons maintenant donner les expressions de la probabilité  $\lambda_{i,j}$  et de l'angle de déviation  $\beta$  pour chaque type d'interaction.

## 2) Interaction optique polaire [26,27]

L'interaction optique polaire est inélastique, elle se caractérise par un échange de phonon d'énergie  $\hbar\omega_{op}$ . La quantité  $K_{int}$  est donnée par :

$$K_{int} = \frac{2\pi e^2 \hbar\omega_{op}}{4\pi\epsilon_0 |\vec{k} - \vec{k}'|^2} \left( \frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_s} \right)$$

où  $\epsilon_\infty, \epsilon_s$  sont les permittivités diélectriques relatives optiques et statiques.

### \*Intra-vallée

L'intégration sur tous les états finals  $\vec{k}'$  conduit à :

$$\lambda(\epsilon) = F_* \left( -3A + (1 + 3A^2) \text{Log} \left| \frac{\sqrt{\gamma} + \sqrt{\gamma'}}{\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma'}} \right| \right)_* \left\{ \begin{matrix} N \\ (N+1) \end{matrix} \right.$$

avec 
$$F = \frac{e^2 \omega_{op}}{16\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_s} \right) \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{m^*}{2}} \frac{1 + 2\alpha E'}{\sqrt{\gamma}}$$

et 
$$A = \frac{\gamma + \gamma'}{2\sqrt{\gamma\gamma'}}$$

où  $\varepsilon' = \varepsilon \pm \hbar \omega_{op}$  ,  $\gamma' = \varepsilon' (1 + \alpha \varepsilon')$  et

$$\gamma = \varepsilon (1 + \alpha \varepsilon)$$

L'angle de déviation  $\beta$  est défini par :

$$\frac{3}{2} \cos^2 \beta + 3A \cos \beta + (1 + 3A^2) \text{Log}(A - \cos \beta) - A_0 = Kr$$

où  $A_0 = \frac{3}{2} + 3A + (1 + 3A^2) \text{Log}(A - 1)$

$$K = 2 \left( -3A + (1 + 3A^2) \text{Log} \left| \frac{\sqrt{\gamma} + \sqrt{\gamma'}}{\sqrt{\gamma} - \sqrt{\gamma'}} \right| \right)$$

et  $r$  un nombre réel tiré au hasard entre 0 et 1, déterminant ainsi l'angle de déviation du vecteur d'onde [9].

\*\*Inter-vallée

La probabilité  $\lambda_{i,j}(\varepsilon)$  est égale à :

$$\lambda_{i,j}(\varepsilon) = F * \left( 2A - (1 - A^2) \text{Log} \left| \frac{A-1}{A+1} \right| \right) * \begin{cases} N_{i,j} \\ (N_{i,j} + 1) \end{cases}$$

avec  $F = \frac{3 e^2 \omega_{op}}{32 \pi \varepsilon_0} \left( \frac{1}{\varepsilon_b} - \frac{1}{\varepsilon_\Delta} \right) \frac{m_j^*}{\sqrt{2} \hbar} * \frac{1 + 2 \alpha_j \varepsilon'}{\sqrt{m_i^* \gamma}}$

$$A = \frac{m_i^* \gamma + m_j^* \gamma'}{2 \sqrt{m_i^* m_j^* \gamma \gamma'}}$$

et l'angle de déviation  $\beta$  est donné par l'expression :

$$-\frac{1}{2} \cos^2 \beta - A \cos \beta + (1 - A^2) \text{Log}(A - \cos \beta) + A_0 = K r$$

où  $A_0 = \frac{1}{2} + A - (1 - A^2) \text{Log}(A - 1)$

$$K = 2A - (1 - A^2) \text{Log}\left(\frac{A-1}{A+1}\right)$$

et  $r$  est un nombre aléatoire compris entre 0 et 1 .

## 2) Interaction Acoustique [28]

C'est une interaction élastique et la quantité  $K_{int}$  s'exprime par :

$$K_{int} = \frac{\hbar}{\rho s} I_a^2 |\vec{k} - \vec{k}'|$$

Dans cette expression ,  $I_a$  désigne le potentiel de déformation acoustique,  $\rho$  la masse volumique et  $s$  la vitesse du son.

### \* Intra-vallée

La probabilité  $\lambda(\epsilon)$  est égale à :

$$\lambda(\epsilon) = \frac{k_B T}{\rho s^2 \pi} I_a^2 \frac{m^{*3/2}}{\sqrt{2} \hbar^4} (1 + 2\alpha \epsilon) \sqrt{\epsilon}$$

$k_B$  est la constante de BOLTZMANN.

La détermination de l'angle  $\beta$  s'effectue à partir de l'équation suivante :

$$\cos^3 \beta + \cos \beta - 2 + 4r = 0$$

\* Inter-vallée

L'intégration de la densité de probabilité sur tous les états  $\vec{k}'$ , conduit à l'expression suivante pour la probabilité d'interaction :

$$\lambda_{ij}(\epsilon) = \frac{I_0^2 k_B T}{e^2 \pi \hbar^4} * \frac{1 + 2\alpha_j \epsilon'}{\sqrt{2}} m_j^{*3/2} \sqrt{\gamma'}$$

L'équation que vérifie l'angle de déviation  $\beta$  est :

$$\cos^3 \beta - 3 \cos \beta + 2 - 4r = 0$$

3) Interaction optique non polaire [28]

C'est une interaction qui prédomine aux hautes énergies et la quantité  $K_{int}$  a pour expression :

$$K_{int} = \frac{\hbar E_{NPO}}{2 e \omega_{NPO}}$$

où  $E_{NPO}$  est le potentiel de déformation optique non polaire.

\* Intra-vallée

La probabilité d'interaction  $\lambda(\epsilon)$  s'écrit :

$$\lambda(\epsilon) = \frac{E_{NPO}^2}{4\pi\rho\omega_{NPO}\hbar^3} \frac{m^{*3/2}}{\sqrt{2}} \sqrt{\gamma'} (1+2\alpha\epsilon')^* \left\{ \begin{matrix} N \\ (N+1) \end{matrix} \right.$$

La détermination de l'angle  $\beta$  s'effectue en résolvant l'équation suivante :

$$\cos^3\beta + \cos\beta - 2 + 4r = 0$$

\* Inter-vallée

La probabilité  $\lambda_{i,j}(\epsilon)$  s'écrit :

$$\lambda_{i,j}(\epsilon) = \frac{E_{NPO}^2}{2\pi\rho\omega_{NPO}\hbar^3} \frac{m_i^{*3/2}}{\sqrt{2}} \sqrt{\gamma'} (1+2\alpha_j\epsilon')^* \left\{ \begin{matrix} N_{i,j} \\ (N_{i,j}+1) \end{matrix} \right.$$

et l'équation de l'angle de déviation  $\beta$  est :

$$\cos^3\beta - 3\cos\beta + 2 - 4r = 0$$

4) Interaction avec les impuretés ionisées [28]

Le modèle utilisé est celui de BROOKS-HERRING [29] et la

quantité  $K_{int}$  a pour expression :

$$K_{int} = \frac{16 \pi^2}{(4\pi \epsilon_0 \epsilon_s)^2} \frac{N_A e^4}{(|\vec{k} - \vec{k}'|^2 + \theta^2)^2}$$

où  $N_A$  est la concentration en impuretés et  $\theta$  est l'inverse de la distance écran, défini par :

$$\theta^2 = \frac{N_A e^2}{\epsilon_0 \epsilon_s k_B T}$$

Pour l'interaction sur impuretés ionisées, nous avons négligé les interactions inter-vallées puisque leur probabilité est plus faible que celle des interactions intra-vallées.

Après intégration, la probabilité d'interaction s'écrit :

$$\lambda(\epsilon) = \frac{1}{4\pi \hbar^4} \frac{N_A e^4}{(\epsilon_0 \epsilon_s)^2} \frac{m^{*3/2}}{\sqrt{2}} (1 + 2\alpha \epsilon) \frac{\sqrt{\gamma}}{k^4} * A$$

où 
$$A = 3 + \frac{3u}{2k^2} \text{Log} \left( \frac{\theta^2}{Z} \right) + \frac{3u^2 + 4k^4}{Z \theta^2}$$

avec 
$$u = \theta^2 + 2k^2$$

et 
$$Z = \theta^2 + 4k^2$$

L'équation que vérifie l'angle de déviation  $\beta$ , est la suivante :

$$3(1-\gamma) - \frac{3u}{k^2} \text{Log} \left( \frac{u - 2\gamma k^2}{\theta^2} \right) + \frac{3u^2 + 4k^4}{\theta^2} \frac{1-\gamma}{u - 2\gamma k^2} = Fr$$

avec

$$F = 2 \left( 3 + \frac{3u}{2k^2} \text{Log} \left( \frac{\theta^2}{Z} \right) + \frac{3u^2 + 4k^4}{Z \theta^2} \right)$$

où

$$\gamma = \cos \beta$$



Pour une grande gamme de température et de dopage, nous avons vérifié que le terme  $(3 + \frac{3u}{2k^2} * \text{Log}(\frac{\theta^2}{Z}))$  est négligeable devant le terme  $(3u^2 + 4k^4) / Z\theta^2$ . Nous pouvons donc simplifier ces différentes expressions qui deviennent :

$$\lambda(\epsilon) \# \frac{1}{4\pi \hbar^4} \frac{N_A e^4}{(\epsilon_0 \epsilon_s)^2} \frac{m^*^{3/2}}{\sqrt{2}} (1 + 2\alpha \epsilon) \frac{\sqrt{\gamma}}{k^4} * \frac{3u^2 + 4k^4}{Z \theta^2}$$

$$\cos \beta \# 1 - \frac{2r \theta^2}{\theta^2 + 4k^2(1-r)}$$

# Bibliographie

- [1] G.SALMER, E.CONSTANT, B.CARNEZ, A.CAPPY  
Rapport de contrat D.R.E.T. n° 77 391
- [2] B.CARNEZ, A.CAPPY, A.KASZYNSKI, E.CONSTANT, G.SALMER  
J.A.P. 51(1), january 1980, p.784-790
- [3] L.F.EASTMAN  
Festkörperproblème XXII (1982)
- [4] J.GRAFFEUIL, P.ROSSEL  
I.E.E. PROC., Vol.129, Pt.I, n°5, p.185, october 1982
- [4bis] R.FAUQUEMBERGUE, M.PERNISEK, E.CONSTANT  
Electronics Letters, Vol 18, n°15, p.670, july 1982
- [5] P.BONJOUR, R.CASTAGNE, J.P.COURAT  
Revue de physique appliquée, tome 13, n°12, p.651, (1978)  
P.BONJOUR, R.CASTAGNE, J.F.PONE, J.P.COURAT, G.BERT, G.NUZILLAT  
and M.PELTIER  
I.E.E.E. Trans.Electron Devices ED 27, p.1019 (1980)  
J.F.PONE  
Thèse de spécialité, mention électronique, Université de Paris-Sud,  
Juin 1980
- [6] R.A.WARRINER  
Solid State and Electron Devices, Vol.1, n°4, p.105 (1977)

R.W.HOCKENEY, R.A.WARRINER

*Electronics Letters*, vol.10, n°23, p.484 (1974)

[7] C.MOGLESTUE

*Solid State and Electron Devices*, vol.3, n°5, Sept.79

[8] J.ZIMMERMANN

Thèse d'Etat, Lille (1980)

[9] A.KASZYNSKI

Thèse de Docteur Ingénieur, Lille (1979)

[10] J.J.BARNES, R.J.LOMAX

*I.E.E.E. Transaction on Electron devices*, vol.ED.24, p.1082-1089  
Aug 1977

[11] J.CLARAC

Thèse 3<sup>ème</sup> Cycle, Toulouse (1982)

[12] DURAND

*Solutions numériques des équations algébriques* Ed.MASSON

[13] B.L.BUZBEE, G.H.GOLUB, and C.W.NIELSON

*SIAM J.Numer.Anal.*, vol.7, n°4, December 1970

[14] W.FAWCETT, A.D.BOARDMAN, S.SWAIN

*J.Physc.Chem.Solids*, 31, 1963, (1970)

- [15] A.KASZYNSKI  
Thèse de Docteur Ingénieur, Lille(1979)
- [16] J.ZIMMERMANN  
Thèse d'Etat, Lille (1980)
- [17] M.A.LITTLEJOHN, J.R.HAUSER, T.H.GLISSON  
J.A.P., 48 , 4587, (1977)
- [18] D.ANKRI, A.SCAVENNEC  
Electronics letters, vol.16, n°1, january 1980
- [19] D.ANKRI, C.BESOMBES, C.COURBET, A.SCAVENNEC  
L'écho des recherches, p.11-18, (1981)
- [20] G.HILL  
Thésis PhD, University of Scheffield, 1978
- [21] J.L.VATERKOWSKI, M.CONSTANT, M.PERNISEK, M.BERDAI  
12<sup>th</sup> European, Solid State Device, Research Conférence, ESSDERC,  
Munich, September 1982
- [22] M.H.EVANNO  
Thèse de Docteur Ingénieur, Juin 1983 , Lille
- C.BRU  
Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Université de Paris-Sud, Fév.1982

- [23] F.H.POLLAK, C.W.HIGGINBOTHAM, M.CARDONA  
*J.Phys. Soc.Japan, Suppl.21* (1966)
- [24] F.H.POLLAK, M.CARDONA  
*J.Phys.Chem.Solids, 27* , 423, (1966)
- [25] J.D.WILEY  
"Semi-Conductors and Semi-Metals" , vol.10, p.91-174, (1975)
- [26] M.COSTATO, L.REGGIANI  
*Phys.Stat.Solid (b)* , 58 , 47, 1973
- [27] M.COSTATO, C.JACOBONI, L.REGGIANI  
*Phys.Stat.Solid (b)*, 52 , 461, 1972
- [28] M.COSTATO, L.REGGIANI  
*Phys.Stat.Solid (b)* , 58, 461, 1973
- [29] H.BROOKS  
*Advances in Electronics and Electron Phycsis*, vol.7, p.85, (1955)
- [30] VIKRAM L.DALAL, A.B.DREEBEN, And A.TRIANO  
*J.A.P.*, vol.42, n°7, p.2864, june 1971
- [31] J.VILMS and J.P.GARRETT  
*Solid State Electron.*, 15, 443, (1972)

- [32] F.E.ROSZTOCZY, F.ERMANIS, I.HAYASHI, B.SCHWARTZ  
J.A.P., 41, 264, (1970)
- [33] F.D.ROSI, D.MEYERHOFER, R.JENSON  
J.A.P., 31, 1105, (1960)
- [34] D.E.HILL  
Phys.Rev., 133, A 866, (1964)
- [35] D.E.HILL  
J.A.P., 41, 1815 (1970)
- [36] Sh.M.GASANLI, O.V.EMEL'YANENKO, U.K.ERGAKOV, F.P.KESAMANLY,  
T.S.LAGUNOVA, and D.N.NASLEDOV  
Sov.Phys.Semi-cond., 5, 1641, (1972)
- [37] O.V.EMEL'YANENKO, T.S.LAGUNOVA, and D.N.NASLEDOV  
Sov.Phys.Solid.State, 2, 176, (1960)
- [38] HERBERT L.STONE  
SIAM J.NUMER.ANAL, vol.5, n°3, September 1968
- [39] D.W.PEACEMAN and H.H.RACHFORD, JR.  
J.Soc.Indust.Appl.Math, vol.3, n°1, March 1975
- [40] R.W.HOCKNEY  
In methods in computational physics,9, (B.ALDER, S.FERNBACH and  
M.ROTENBERG,Eds) pp 135-211, Academic Press, New-York, (1970)

- [41] R.W.HOCKNEY  
J.Assoc.Comput.Mach., 12, 95-113, (1965)
- [42] J.P.MATTE, G.LAFRANCE  
J.Comput.Phys., 23, 86-91 (1977)
- [43] B.L.BUZBEE, F.W.DORR, J.A.GEORGE, and G.H.GOLUB  
SIAM J.Numer.Anal., vol.8, n°4, December 1971
- [44] E.DALE MARTIN  
Computers and Fuilids, vol.2, p.79-97, Pergamon Press, 1974
- [45] F.W.DORR  
SIAM Review, vol.12, n°2, April 1970
- [46] C.DI CRESCENZO  
Thèse de 3<sup>ème</sup> Cycle, Grenoble 1965
- [47] H.JEFFREYS, B.S.JEFFREYS  
Mathematical Physics. Cambridge U.Press, 1962
- [48] M.A.DIAMOND, L.DULCINEA, V.FERRIERA  
SIAM J.Numer.Anal, vol.13, n°1, March 1976
- [49] P.N.SWARZTRAUBER  
SIAM Review, vol.19, n°13, July 1977

- [50] C. TEMPERTON  
*Journal of Computational Physics* 34, 314-329, (1980)
- [51] J.W. COOLEY, P.A.W. LEWIS, and P.D. WELCH  
*J. Sound Vib.* (1970), 12(3), 315-337
- [52] C. RUNGE  
*Z. Math. Phys.*, 48, 443, (1903)
- [53] J.P. CHRISTIANSEN, R.W. HOCKNEY  
*Computers Physics Communications* 2(1971), 127-138.  
NORTH-HOLLAND PUBLISHING COMPANY
- [54] R.C. LE BAIL  
*Journal of Computational Physics* 9, 440-465, (1972)
- [55] R.W. HOCKNEY  
I.B.M. report RC 2870, I.B.M. T.J. WATSON Research Center,  
Yorktown Heights, NY, May 1970
- [56] Z. NOWAK  
*Computers, Fast elliptic solvers, and Applications, Proceedings  
of the GAMM-WORKSHOP on fast solution methods for the discretized  
Poisson Equation, 1977, ED, U. SCHUMANN, ADVANCE PUBLICATIONS*
- [57] K. FUCHS  
*Proceedings of the Cambridge, Physical Society, vol. 34, p. 100, (1938)*

- [58] J.E. PARROT  
*Proceedings of the physical Society, vol.85, p.1143, (1965)*
- [59] R. FAUQUEMBERGUE, M. PERNISEK, E. CONSTANT  
*J.N.M., Toulouse, Juin 1982*
- [60] E. KOHN, U. MISHRA, L.F. EASTMAN  
*I.E.E.E E.D.L en soumission*  
U. MISHRA, E. KOHN, L.F. EASTMAN  
*I.E.D.M, 1982, p 594-597*
- [60bis] E. KOHN  
*Communication privée*
- [61] R. STALL, C.E.C. WOOD, K. BOARD, L.F. EASTMAN  
*Electron. lett., 1979, 15, p 800*
- [62] L.F. EASTMAN, R. STALL, D. WOODARD, N. DANDEKAR, C.E.C. WOOD,  
M.S. SHUR, K. BOARD  
*Electronics letters, 19 June 1980, vol.16, n°13, p.524*
- [63] R. FAUQUEMBERGUE, M. PERNISEK, E. CONSTANT  
*Workshop of the Physics of Submicron Structures, University of Illinois, Urbana ( U.S.A. ), Juin 1982*
- [64] R. FAUQUEMBERGUE, M. PERNISEK, E. CONSTANT  
*8<sup>th</sup> European Specialist Workshop on Active Microwave Semi Conductor Devices, Maidenhead, Angleterre, May 1983*

- [65] M.FUKUTA, K.SUYAMA, H.SUZUKI, and H.ISHIKAWA  
I.E.E.E. Trans.Elec.Devices, vol.ED 23, n°4, p.388 (1976)
- [66] A.CAPPY  
Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, juin 1981, Lille
- [67] R.FAUQUEMBERGUE, A.KASZYNSKI, E.CONSTANT, A.CAPPY  
Rapport de contrat n°2, Septembre 1979
- [68] R.K.REICH, D.K.FERRY  
I.E.E.E. Trans.Elec.Devices, vol.ED.27, n°6, June 1980, p.1062
- [69] S.ASAI  
4<sup>th</sup> Conf.Solid State Device, TOKYO Japan, 1973
- [70] S.ASAI  
I.E.E.E. Int.Electron.Devices Conf. (1973)
- [71] MINORU MAEDA  
I.E.E.E. Trans on Elect.Dev, vol.MTT 22, n°12, 1974
- [72] R.STAHLMANN, C.TSIRONIS, F.PONSE  
Note, Laboratoire d'Electronique et de Physique
- [73] P.T.CHEN  
I.E.E.E. Trans.on Electron Devices, vol MTT 27, n°5, 1979

- [74] MAHESH KUMAR  
MTT Conf. Los Ang. , (1981)
- [75] E.ALLAMANDO, G.SALMER, M.BOUHESS, E.CONSTANT  
*Electronics Letters*, vol.18, n°18, p.791, Sept.1982
- [76] M.BOUHESS  
Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, Juillet 1983, Lille
- [77] M.BERDAI  
Thèse de 3<sup>ème</sup> cycle, à paraître Octobre 1983, Lille
- [78] J.L.VATERKOWSKI, M.CONSTANT, M.PERNISEK, M.BERDAI  
*Solid State Electronics* ( à paraître )
- [79] J.L.VATERKOWSKI, S.LAVAL  
1<sup>er</sup> Rapport de contrat, N° 82 35099, Octobre 1982
- [80] D.DELAGEBEAUDEUF, P.DELESCLUSE, M.LAVIRON, J.CHAPLART, N.T.LINH  
Rapport final, N° 90247, THOMSON-C.S.F., Domaine de Corbeville,  
Déc.1980
- [81] MSN Sept.1980 p.39 et *Semi-cond. Internat.* Sept 1980 p.22
- [82] M.LAVIRON, D.DELAGEBEAUDEUF, P.DELESCLUSE, J.CHAPLART and N.T.LINH  
*Electron.Lett.*, vol.17, n°5, pp.536, july 1981

- [83] T.MINURA, K.JOSHIM, S.MIYAMIZA, K.HIKOSAKA, and M.ABE  
J.A.P., vol.20, n°8, August 1981, p.598
- [84] R.L.ANDERSON  
IBM, J.Rev.Dev., 4, 283, (1960)
- [85] C.VERSNAEYEN  
D.E.A., Juillet 1982, Lille
- [86] LANDAU  
Mécanique quantique, Ed. Moscou
- [87] A.CAPPY, C.VERSNAEYEN, A.VANOVERSCHELDE, G.SALMER, D.DELAGEBEAUDEUF  
GaAs I.C Symp., New-Orléans, Nov.1982
- [88] C.VERSNAEYEN  
Thèse de 3<sup>ème</sup> Cycle, à paraître
- [89] H.BECKE, D.FLATEY, and D.STOLNITZ  
Solid State Electron., 8, 255, 1965
- [90] D.ANKRI  
Thèse Docteur Ingénieur, Nov.80, Paris VI
- [91] W.P.DUMKE, J.M.WOODALL, V.L.REDEOUT  
Solid State Electronics, 15, 1339, 1972

- [92] P. LETURCO, G. REY  
*Physique des composants actifs à semi-conducteurs, Dunod Université*
- [93] Y. DRUELLE, Y. CROSNIER, G. SALMER  
*8<sup>th</sup> European Specialist Workshop on Active Microwave Semiconductor Devices, Maidenhead, Angleterre, May 1983*
- [94] W. WALUKIEWICZ, J. LAGOWSKI, L. JASTRZEBSKI, and H.C. GATOS  
*J.A.P. 50(7) , July 1979*
- [95] E.M. CONWELL, V.F. WEISSKOPF  
*Phys. Rev., vol. 77, p. 388, 1950*
- [96] R. FAUQUEMBERGUE, M. PERNISEK, E. CONSTANT  
*12<sup>th</sup> European Solid State Device Research Conference, ESSDERC, Munich, September 1982*
- [97] J.D. WILEY  
*Phys. Rev. B, vol. 4, n° 8, p. 2485, Oct. 1971*
- [98] W. SHOCKLEY  
*Proc. IRE, vol. 40, p. 1365, (1952)*
- [99] C. MOGLESTUE  
*Comput. Meth. Appl. Mech. Eng. 30(1982), 173-208*  
NORTH-HOLLAND PUBLISHING COMPANY



## RESUME :

L'amélioration des performances du transistor à effet de champ (T.E.C) passe par la diminution de ses dimensions qui deviennent actuellement submicroniques. L'étude des propriétés de tels dispositifs nécessite un modèle théorique qui décrive correctement les nouveaux phénomènes qui apparaissent tels que la dynamique non-stationnaire des porteurs et les effets bidimensionnels qui deviennent très importants. Nous avons donc conçu un modèle particulier bidimensionnel prenant en compte naturellement ces phénomènes et qui nous permet une étude systématique de l'influence des paramètres géométriques et technologiques sur les performances du T.E.C et ceci pour plusieurs matériaux (GaAs, InP, GaP).

En particulier, l'exploitation de ce modèle a montré l'importance d'une zone active courte et peu dopée dans laquelle les vitesses élevées réalisables sont plus élevées que dans le matériau fortement dopé. Les performances de tels dispositifs peuvent atteindre théoriquement des valeurs de transconductance  $g_m$  de quelques centaines de millième de millimètre de grille et des produits gain-bande atteignant quelques dizaines de gigahertz.

## Mots clés :

- SIMULATION NUMERIQUE BIDIMENSIONNELLE
- METHODE MONTE-CARLO
- COMPOSE BJT-BV
- DISPOSITIFS SUBMICRONIQUES
- TRANSISTOR EFFET DE CHAMP
- TRANSISTOR COUCHE INTRINSEQUE