

N° d'ordre : 1232

50376
1984
296

50376
1984
296

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE

par

Jean-François LEGIER

Maître ès Sciences

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DES CARACTERISTIQUES
ELECTROMAGNETIQUES DU GUIDE IMAGE
APPROCHES «GUIDE OUVERT»**



Soutenue le 30 Novembre 1984 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :

M. CONSTANT
M. SALMER
M. TOUTAIN
M. ROLLAND
M. CITERNE
M. PERRAULT

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examinateur
Examinateur
Invité

à mes parents

à mes amis

à christine

Ce travail a été effectué au sein de l'équipe "Circuits&Propagation" du Centre Hyperfréquences et Semiconducteurs de l'Université des Sciences et Techniques de LILLE dirigé par Monsieur Le Professeur E.CONSTANT.

Je désire avant tout exprimer ma profonde reconnaissance envers Monsieur Le Professeur E. CONSTANT qui m'a accueilli dans son laboratoire et me fait l'honneur de présider la Commission d'Examen.

Monsieur TOUTAIN, Maitre-Assistant à l'E.N.S.T BRETAGNE, a assuré la direction de ce travail. Je tiens à lui témoigner toute ma gratitude pour l'aide efficace qu'il m'a apportée, et rends hommage à sa rigueur scientifique et à la patience dont il a fait preuve à mon égard.

Je tiens à remercier Monsieur G. SALMER, professeur à l'Université de LILLE I. Sa participation au Jury m'honore.

Mes remerciements vont également à Monsieur J. CITERNE, professeur à l'Université de RENNES, qui me fait l'honneur de siéger à mon jury de thèse. Les discussions que nous avons eues ont toujours été fructueuses et enrichissantes.

Je tiens à témoigner ma reconnaissance à Monsieur P.A. ROLLAND, Maitre-Assistant à l'EUDIL, pour les nombreuses discussions que nous avons eues. Je le remercie pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de juger ce travail.

Mes remerciements s'adressent également à Monsieur PERRAULT, de la Société T.R.T, pour sa participation au Jury.

Qu'il me soit permis d'exprimer mes sincères remerciements à Monsieur GELIN, professeur à l'E.N.S.T. BRETAGNE, pour les nombreuses discussions au cours desquelles il m'a fait profiter de son expérience scientifique.

J'exprime toute ma gratitude à Madame FARGUE qui a assuré la dactylographie et la remercie pour la qualité de son travail.

Je remercie également le personnel du Centre Interuniversitaire de Traitement de l'Information (C.I.T.I.) pour leur aimable collaboration, et leur disponibilité, et plus particulièrement Monsieur Y. TINEL pour les nombreux conseils qu'il m'a prodigués.

Je ne peux oublier dans ces remerciements tous mes amis de l'équipe "Circuits & Propagation " : P.KENNIS, P.PRIBETICH, C.SEGUINOT, M.HABIBI, ainsi que M.R.FRISCOURT et D.DEGRUGILLIER.

Enfin, je tiens à remercier tous les membres du personnel technique et administratif pour la qualité des services qu'ils m'ont offerts durant la réalisation et l'achèvement de ce mémoire et plus particulièrement: Madame LECHIEN, Madame DELOS, Messieurs DEHORTER, MICHON, JENNEQUIN, ANDRIES et PLAYEZ.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

	N° PAGE
CHAPITRE 1	
MISE EN ŒUVRE D'UNE CARACTERISATION EXPERIMENTALE	3
I-EXCITATION DU GUIDE IMAGE	5
I.1 Transition guide rectangulaire métallique-guide image	
I.2 Etude d'une transition permettant une caractérisation	8
plus complète du guide image	
II-PRESENTATION DES MESURES	
II.1 Le banc de mesure	12
II.2 Description des mesures	14
II.2.1 Relevé de la longueur d'onde guidée	
II.2.2 Relevé des champs électriques transverses	15
II.2.3 Exemples de relevés expérimentaux	17
III-MESURE DES CARACTERISTIQUES ELECTRIQUES DES MATERIAUX	18

CHAPITRE 2

ETUDE CRITIQUE DE LA METHODE DE MARCATILI	20
I-EXPOSE DE LA METHODE	
I.1 Etude de la région (1)	22
I.2 Etude des régions (2) et (3)	24
I.3 Etude des régions (4) et (5)	25
II-REMARQUES ET CRITIQUES DE LA METHODE	27
ETUDE DE LA METHODE DE R.M. KNOX & P.P. TOULIOS	29
I-PRESENTATION	30
II-REMARQUES ET CRITIQUES DE LA METHODE	31
EXPLOITATION DES RESULTATS POUR LES DEUX METHODES	33
COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE	
I-DIAGRAMME DE DISPERSION DES MODES	
I.1 Guides réalisés dans des matériaux de faible permittivité	34
I.1.1 Comparaison théorie-expérience pour le mode fondamental E_y^{11}	
I.1.2 Comparaison théorie-expérience pour le premier mode supérieur E_y^{12}	36
I.2 Cas des guides de permittivité plus élevée	37
II-ETUDES DES CHAMPS ELECTRIQUES TRANSVERSES	39

II.1 Répartition des champs transverses dans le plan de section droite pour le mode fondamental E_y^{11}	39
II.2 Répartition des champs transverses pour le mode E_y^{12}	
III-ETUDE DE L'INFLUENCE D'UNE VARIATION DE LA PERMITTIVITE ET DES DIMENSIONS TRANSVERSALES DE LA LIGNE IMAGE	40
IV-REMARQUES ET UTILISATION DES RESULTATS	
V- CONCLUSION	42

CHAPITRE 3

INTRODUCTION A LA METHODE DE CORRELATION PAR POINTS	43
---	----

DESCRIPTION DU PROBLEME A PARTIR D'HARMONIQUES CYLINDRIQUES

I-PRESENTATION

I.1 Etude du guide dielectrique	46
I.2 Etude du guide image	49
I.2.1 Expression des solutions	
I.2.2 Expression des conditions de continuité	51
I.2.3 Définition d'une stratégie d'étude	54

II-ETUDE NUMERIQUE

II.1 Etude du mode fondamental	55
II.1.1 Généralités	
II.1.2 Evolution de la solution	56
II.1.3 Etude de la stabilité de la solution en fonction du nombre de points de discrétisation	57
II.1.4 Evolution de la solution en fonction de la position des points de discrétisation	59
II.1.5 Comportement de la solution pour une variation des paramètres physiques et géométriques	67
II.1.6 Comparaisons théorie-expérience	70
II.2 Etude des modes supérieurs	
II.2.1 Recherche des deux premiers modes supérieurs	71
II.2.2 Comparaisons théorie-expérience	73
II.3 Bilan de l'étude	75
II.4 Conclusion	

CHAPITRE 4

LA METHODE DE CORRELATION PAR POINTS EN COORDONNEES ELLIPTIQUES

I-PRESENTATION DU PROBLEME	76
----------------------------	----

I.1	Description du système de coordonnées elliptiques	76
I.2	Equation de propagation en coordonnées elliptiques	77
I.3	Expressions des solutions physiques	79
I.4	Ecriture des conditions de continuité	81
I.5	Choix de la répartition des points	86
II-ETUDE NUMERIQUE		
II.1	Etude du mode fondamental E_y^{11}	87
II.1.1	Etude de la stabilité de la solution	89
II.1.1.a	Evolution de la solution en fonction du nombre de points de discrétisation pour un guide de permittivité $\epsilon_r=2.88$	
II.1.1.b	Evolution de la solution lorsque la permittivité du matériau augmente	98
II.1.2	Comparaisons théorie-expérience	100
II.2	Etude des modes supérieurs	
II.2.1	Modes de parité différente de celle du mode fondamental	101
II.2.2	Etude des modes supérieurs de même parité que le mode fondamental	103
II.2.3	Comparaisons théorie-expérience	105
II.3	Remarques concernant la méthode de corrélation par points utilisant les coordonnées elliptiques	
CONCLUSION		
ANNEXE 1	CALCUL DE LA TRANSITION GUIDE COAXIAL-GUIDE IMAGE	
ANNEXE 2	LES FONCTIONS DE MATHIEU	
ANNEXE 3	NORMALISATION DE LA MATRICE REGROUPANT LES EQUATIONS DE CONTINUITÉ	

BIBLIOGRAPHIE

INTRODUCTION

Le regain d'intérêt pour les dispositifs fonctionnant au delà de 30 GHz, tant pour des applications civiles que militaires, a conduit un grand nombre de laboratoires à étudier les structures de propagation potentiellement intéressantes dans cette gamme d'ondes dites " millimétriques ".

Si de nombreuses études existent, peu d'entre elles essaient de définir de manière objective le domaine de validité des approches théoriques proposées et les comparaisons théorie-expérience sont, en général limitées à quelques cas particuliers. Ceci élimine bien souvent toute possibilité d'une extrapolation fiable des résultats publiés.

Partant de cette constatation, il nous a paru intéressant, sur le cas du guide image diélectrique -d'une part : de comparer entre eux quelques modèles guides ouverts existants et de valider cette comparaison en s'appuyant sur une caractérisation expérimentale systématique de structures différentes.

-d'autre part : de proposer dans le cadre de cette étude une amélioration de la connaissance des caractéristiques électromagnétiques du guide image par la mise en œuvre d'une méthode de corrélation par points en coordonnées elliptiques.

Le but premier de notre travail étant de fournir un outil au concepteur de dispositifs, nous avons volontairement orienté celui-ci vers l'étude de structures permettant, à terme, l'intégration de composants actifs.

Dans une première partie, puisqu'elles nous servent de référence, nous présentons les méthodes de caractérisation expérimentales élaborées et leurs possibilités.

Dans le second chapitre sont étudiés les principaux modèles analytiques du guide image. Les limites théoriques de ces modèles sont mises en évidence, les comparaisons avec l'expérience permettent de définir leurs domaines de validité.

La troisième partie reprend l'étude numérique du guide image par la méthode de corrélation par points en coordonnées cylindriques. Nous montrons que contrairement à ce que pouvait laisser croire les résultats antérieurement publiés, cette approche ne permet pas la caractérisation d'un grand nombre de modes et que son domaine d'application est relativement restreint.

En conséquence, nous proposons donc dans la dernière partie de ce mémoire une amélioration de ce type d'approche par un développement des champs à partir d'harmoniques elliptiques.

CHAPITRE 1

MISE EN ŒUVRE D'UNE CARACTERISATION EXPERIMENTALE PRECISE

Une étude comparative des modèles théoriques permettant de caractériser les phénomènes de propagation sur guide image ne peut être validée que par l'expérience.

L'importance que nous attachons à cet aspect de l'étude nous conduit à présenter, avant tout développement théorique, les méthodes de caractérisation mises en oeuvre.

La propagation des ondes électromagnétiques dans un guide ouvert est caractérisée :

1. par le diagramme de dispersion des modes susceptibles de se propager ;
2. par la répartition des champs dans, et aux alentours du guide ;
3. par les pertes en transmission. Dans le cas général, celles-ci sont liées à trois phénomènes
 - la conductivité finie des parois conductrices
 - les imperfections des matériaux diélectriques utilisés
 - le rayonnement.

Notre désir de pouvoir à terme statuer sur les conditions d'utilisation de chacune des théories présentées dans ce mémoire implique :

- que ces expériences soient menées sur des structures dont les paramètres physiques (dimensions transversales - permittivité des matériaux) varient dans des grandes proportions ;
- de ne pas limiter cette étude au seul mode fondamental.

Pour vérifier en partie nos résultats théoriques, nous avons choisi de faire deux types de mesure sur la ligne image.

1. Détermination du diagramme de dispersion (ω, K_z) pour le mode fondamental et le premier mode supérieur. Cette détermination est faite:

- soit à partir du relevé direct de la longueur d'onde guidée le long de l'axe de propagation ;
- soit à partir d'une méthode de résonance

2. Relevé de la variation des champs transverses dans un plan de section droite.

La précision des mesures étant notre premier souci, nous avons cherché à nous placer dans les conditions expérimentales les plus favorables :

- grande précision du déplacement des sondes, par rapport à la longueur d'onde mesurée ;
- faible perturbation due au couplage entre l'élément à caractériser et le système de mesure ;
- simplicité dans les possibilités d'optimisation de chaque composant du banc.

Ceci nous a conduit à travailler dans une bande de fréquences comprises entre 6 et 15 GHz pour laquelle les trois conditions préalables sont relativement faciles à obtenir, sans que le système de caractérisation des lignes images ait des dimensions prohibitives.

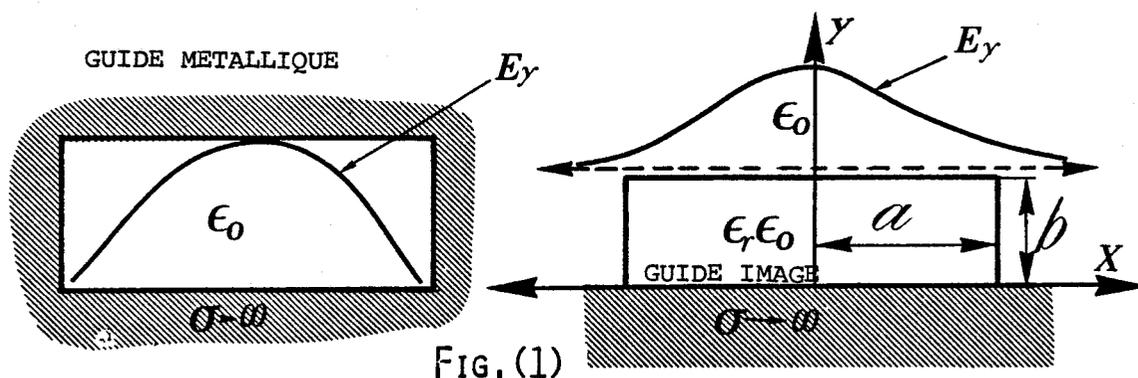
De plus, une méthode de mesure précise de la permittivité complexe des matériaux diélectriques est plus aisée à mettre en oeuvre dans cette bande de fréquence.

I - EXCITATION DU GUIDE IMAGE

L'élaboration du banc de mesure nécessite avant tout la maîtrise parfaite de l'excitation de la ligne image diélectrique. En effet, il faut que la plus grande partie de la puissance du signal hyperfréquence délivré par le générateur soit transférée dans la ligne image.

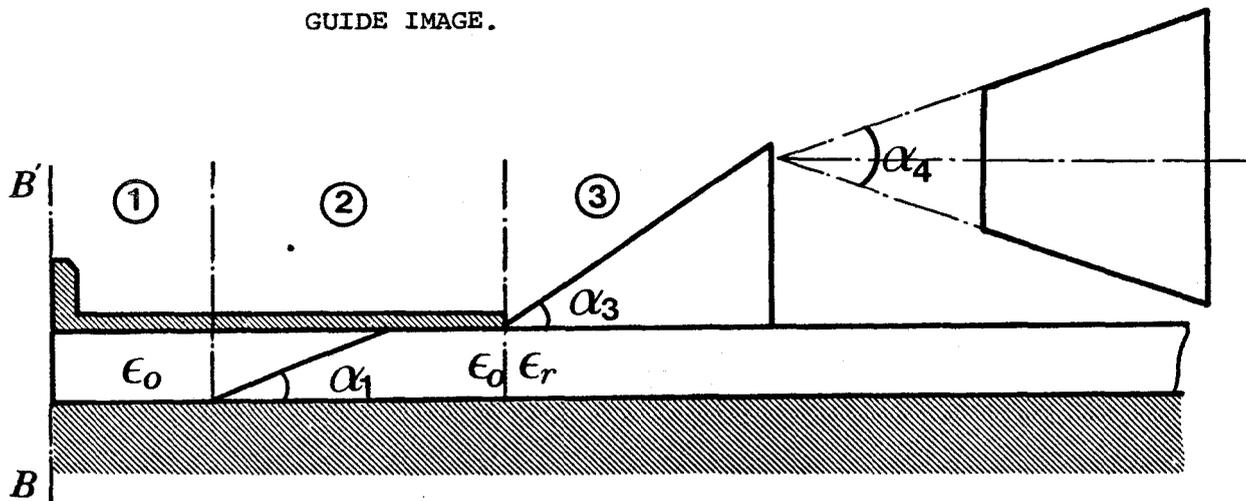
I.1. TRANSITION GUIDE RECTANGULAIRE METALLIQUE - GUIDE IMAGE

La similitude de la configuration du champ transverse E_y Fig. (1) pour le mode fondamental du guide rectangulaire métallique et de la ligne image a conduit dans un premier temps, grâce à une association de ces deux supports de propagation, à la réalisation d'une transition simple.



L'optimisation des caractéristiques de cette transition Fig. (2) repose sur la minimisation du coefficient de réflexion présenté au niveau de la bride (plan BB') et lié au passage progressif : guide rectangulaire métallique vide (1) - guide métallique partiellement ou complètement rempli de diélectrique (2) - guide image (3).

FIG. (2) LA TRANSITION GUIDE RECTANGULAIRE METALLIQUE-
GUIDE IMAGE.



Les trois paramètres intervenant dans l'élaboration de cette transition, optimisés séparément, contribuent globalement à la réduction du coefficient de réflexion ou du taux d'ondes stationnaires mesuré dans le plan BB'.

Ils sont dans l'ordre :

1. L'angle α_1 du biseau réalisé dans la ligne image pour que la transition soit graduelle.
2. L'angle α_2 caractérisant la discontinuité rayonnante, endroit où l'on place un matériau absorbant de façon à réaliser une terminaison sans réflexion.
3. Les angles d'ouverture α_3 et α_4 du cornet.

La figure (3) illustre la démarche expérimentale visant à optimiser chacun des trois taux d'onde stationnaires fonctions respectivement de l'angle α_1 , α_2 puis du couple α_3 , α_4 .

Les mesures que nous avons faites corroborent celles présentées par M. SIDI-ALI-MEBAREK dans sa thèse de 3e cycle [1] en ce qui concerne les angles α_1 et α_2 des transitions biseautées. Les valeurs de ces angles sont de l'ordre de 10° à 15° .

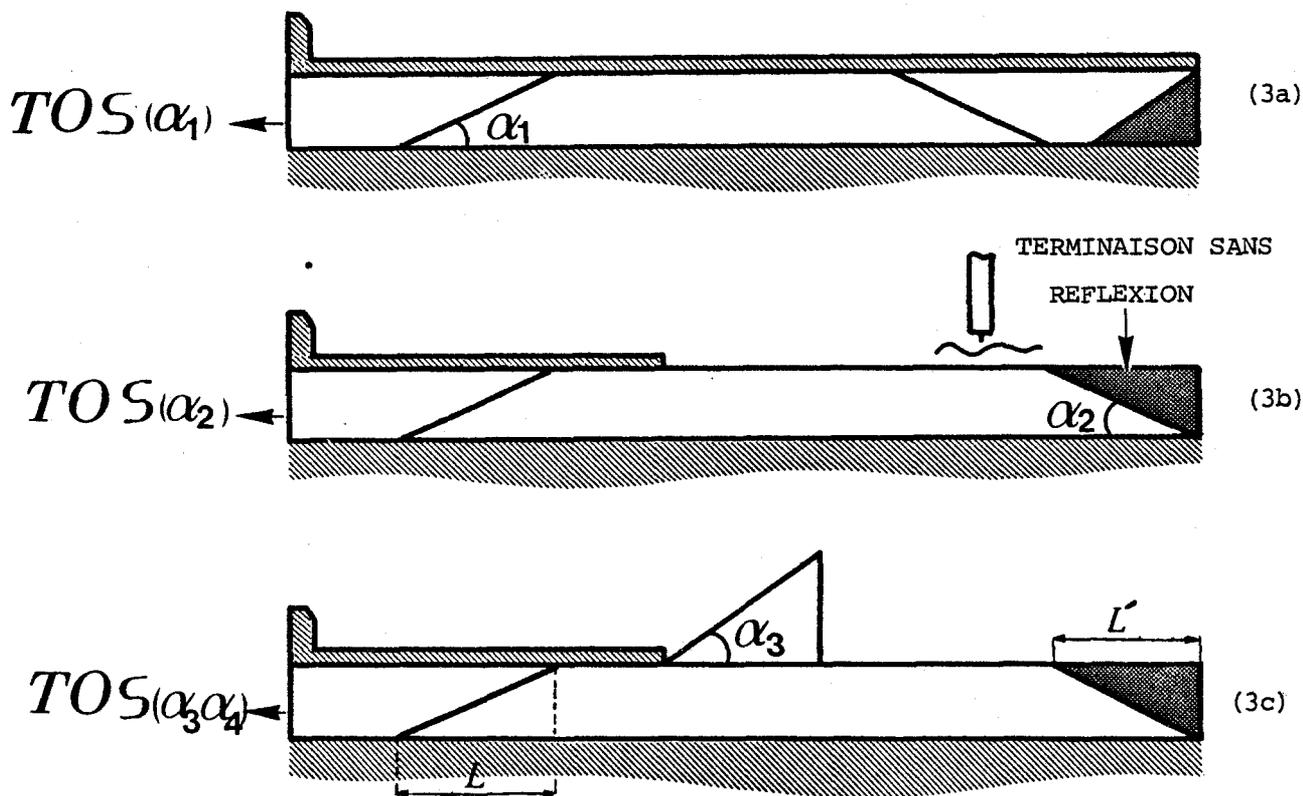
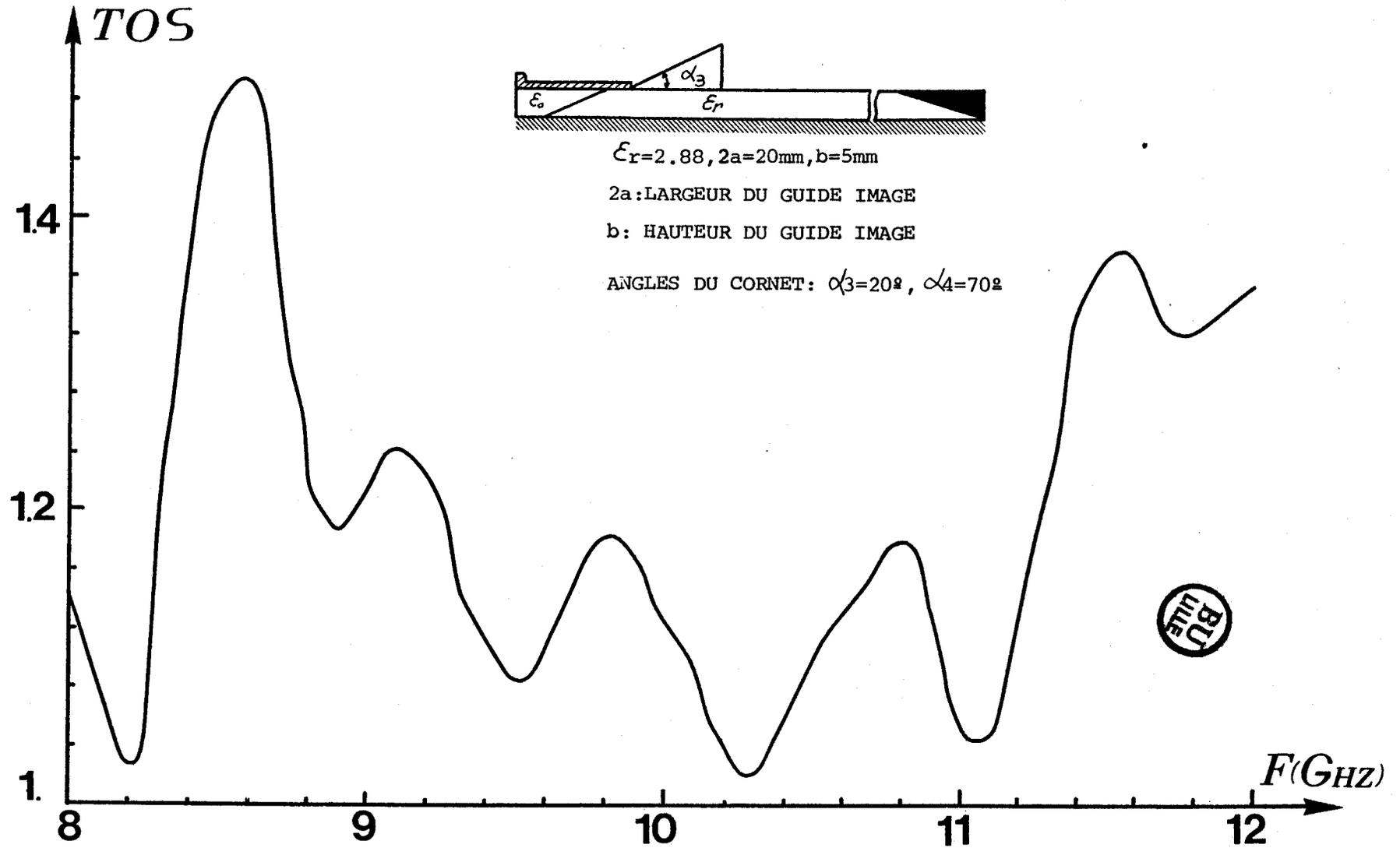


FIG. (3) DEMARCHE EXPERIMENTALE VISANT A OPTIMALISER RESPECTIVEMENT LES TOS FONCTION DE $\alpha_1, \alpha_2, (\alpha_3, \alpha_4)$

Elles représentent un excellent compromis entre un bon TOS et une réalisation mécanique aisée sans pour autant que les transitions bisautées aient des dimensions L et L' trop importantes, c'est-à-dire supérieures à deux longueurs d'onde guidée. Le TOS de la transition complète figure.(3c) a été amélioré en étudiant systématiquement l'influence des angles d'ouvertures α_3 et α_4 [2] , [3] du cornet placé au niveau de la transition guide fermé-guide ouvert. La figure.(4) illustre la réponse en fréquence du dispositif fonctionnant dans la bande 8-12 GHz.

Ce premier type d'excitation constitue en fait le support indispensable à la conception d'une autre transition mieux adaptée aux besoins d'extension et de vérification de la plage de validité des modèles théoriques.

FIG. (4) EVOLUTION DU TAUX D'ONDES STATIONNAIRES DE LA TRANSITION EN FONCTION DE LA FREQUENCE.



I.2. ETUDE D'UNE TRANSITION PERMETTANT UNE CARACTERISATION PLUS COMPLETE DU GUIDE IMAGE

Quelles que soient les dimensions transverses du guide rectangulaire métallique employé, une variation trop importante de l'aplatissement, et de la permittivité du matériau constituant la ligne image, rend incompatible l'association de ces deux structures, du fait qu'elles ne fonctionnent plus dans la même bande monomode de fréquences.

I.2.a Excitation du mode fondamental E_y^{11}

Pour pallier cet inconvénient majeur, nous avons retenu, parmi d'autres solutions possibles, celle qui à notre avis est la plus fonctionnelle car la plus souple d'utilisation.

Compte tenu de la variation importante des paramètres physiques, cette solution Fig.(5) consiste en la succession de deux transitions :

- la première est du type : guide coaxial - guide rectangulaire métallique complètement rempli de diélectrique.
- la seconde est une transition : guide rectangulaire métallique rempli de diélectrique - guide image.

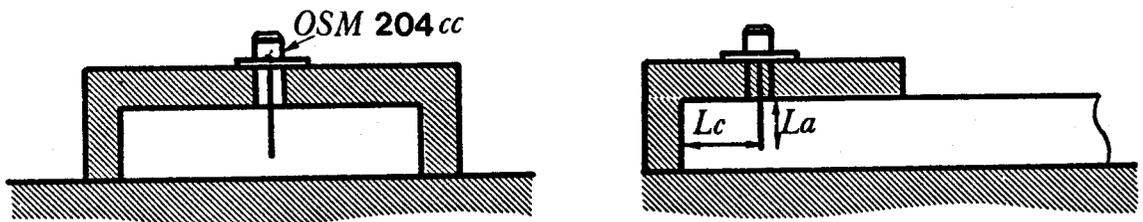


FIG. (5) LA TRANSITION GUIDE COAXIAL-GUIDE METALLIQUE-GUIDE IMAGE

Le premier type d'excitation a été étudié par de nombreux auteurs [4] [5] [6], et ce sont notamment les travaux de FC de Ronde [7] que nous avons adaptés à notre problème (voir annexe 1). Nous rappelons brièvement la démarche sur laquelle repose le développement théorique.

On fait l'hypothèse que le guide rectangulaire métallique, dans lequel se propage l'onde excitée au niveau de l'antenne, a une longueur infinie.

La solution du problème réside alors, en la connaissance du comportement des champs électromagnétiques dans le plan PP' de l'antenne filaire, en vue de la détermination de l'impédance de rayonnement Z_r . Le transfert de puissance est maximal lorsque l'impédance de rayonnement est égale à l'impédance caractéristique de la ligne coaxiale.

L'optimisation de l'impédance de rayonnement et donc du taux d'onde stationnaire est faite en agissant sur deux paramètres qui sont :

- la longueur L_a de l'antenne
- la distance L_c de celle-ci par rapport au plan de court-circuit.

Pour le cas qui nous préoccupe, la transition guide rectangulaire métallique de longueur finie - guide image est l'équivalent électromagnétique d'un guide métallique infini si, dans le plan cc' Fig. (6) l'impédance vue est identique à celle d'un tronçon de ligne fermé sur un terminaison sans réflexion.

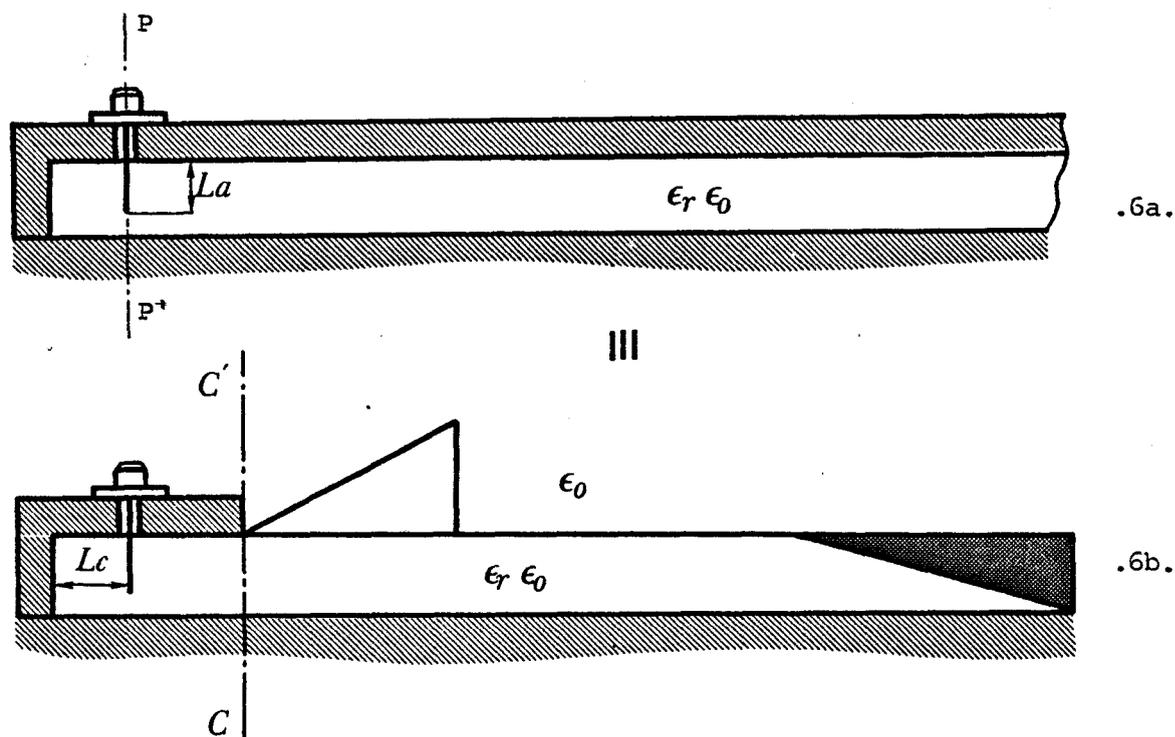


FIG. (6) EQUIVALENCE GUIDE METALLIQUE INFINI (FIG.6a)
TRONCON DE GUIDE FERME SUR UNE TERMINAISON SANS REFLEXION (FIG.6b)

Le cornet et la terminaison sans réflexion ayant été optimisé précédemment, il est désormais possible de comparer le TOS déterminé de façon théorique Fig. (6a) et expérimental Fig. (6b).

Un exemple d'évolution de ce TOS est présenté Fig. (7) en fonction de la bande de fréquence dans laquelle fonctionne le dispositif : la ligne image de permittivité relative $\epsilon_r = 2,88$ ayant des dimensions transversales $2a = 20$ mm et $b = 5$ mm.

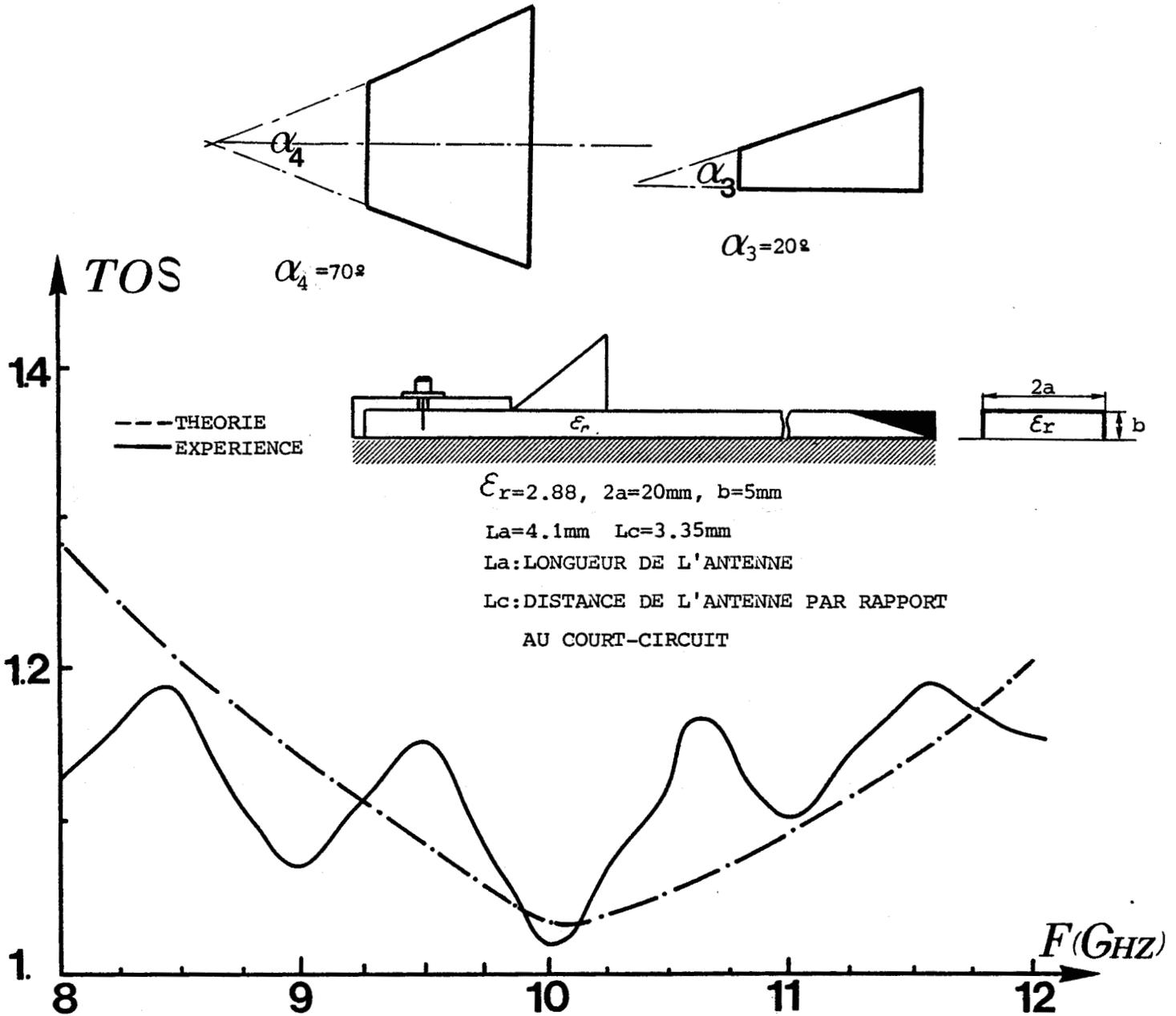


FIG. (7) EVOLUTION DU TAUX D'ONDE STATIONNAIRE DE LA TRANSITION EN FONCTION DE LA FREQUENCE.

Outre le fait que l'exploitation numérique ne requiert que l'utilisation d'un ordinateur de bureau, la transition ainsi conçue présente l'avantage de s'adapter à une ligne image diélectrique dont les dimensions transverses et la permittivité relative varient dans de grandes proportions.

I.2.b Excitation du premier mode supérieur E_y^{12}

La connaissance de l'évolution théorique de la composante de champ E_y Fig. (8) et du diagramme de dispersion [8], [9] pour le premier mode supérieur E_y^{12} , nous apporte tous les éléments nécessaires à la conception d'une transition permettant de l'exciter.

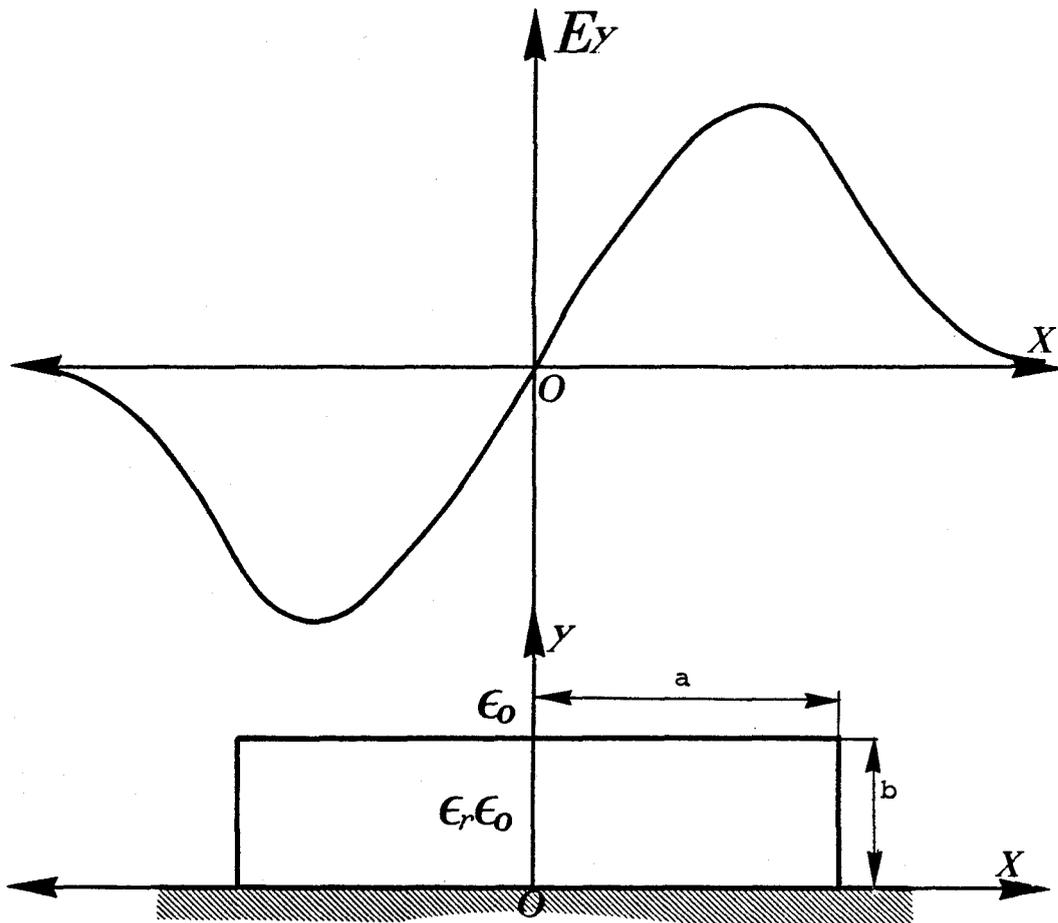
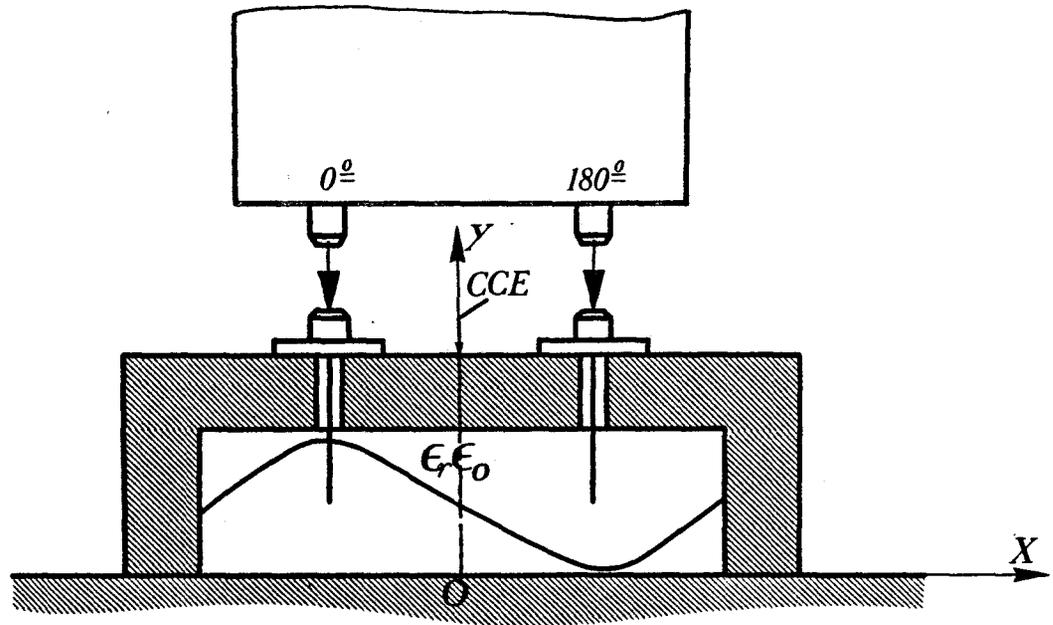


FIG. (8) REPARTITION DU CHAMP ELECTRIQUE E_y POUR LE MODE E_y^{12}

Les propriétés de symétrie de ce mode font qu'il peut être excité seul dans une bande de fréquence donnée. La variation du champ E_y au niveau de la transition, de type impaire par rapport à l'axe oy , est recréée en raccordant Fig. (9) deux signaux d'amplitudes égales et de phases opposées, grâce à l'emploi d'une jonction 3db, 180°.



FIG(9) LA TRANSITION PERMETTANT L'EXCITATION DU MODE E_y^{12}

La nullité du champ E_y au centre de la ligne image a comme équivalent électromagnétique, un court-circuit électrique fictif dans le plan de symétrie yoZ . De ce fait, l'optimisation théorique peut se limiter à l'étude d'une transition constituée d'une sonde coaxiale plongée dans un guide de largeur moitié par rapport au guide de base dont la largeur totale est $2a$.

II - PRÉSENTATION DES MESURES

II.1. LE BANC DE MESURE

II.1.1. Notre volonté, de faire des relevés expérimentaux une référence permettant de comparer les approches théoriques, induit un certain nombre de contraintes dans l'élaboration mécanique du banc de mesure. Ces contraintes sont :

- la nécessité de prélever l'information dans les trois directions ox, oy, oz ;
- l'utilisation de dimensions transversales et longitudinales grandes devant la longueur d'onde à mesurer ;

- La connaissance de la position précise dans l'espace, du capteur fournissant l'information.

A partir de ce cahier des charges qualitatif, nous avons donc fait réaliser une ligne de mesure ; celle-ci est présentée Fig. 10.

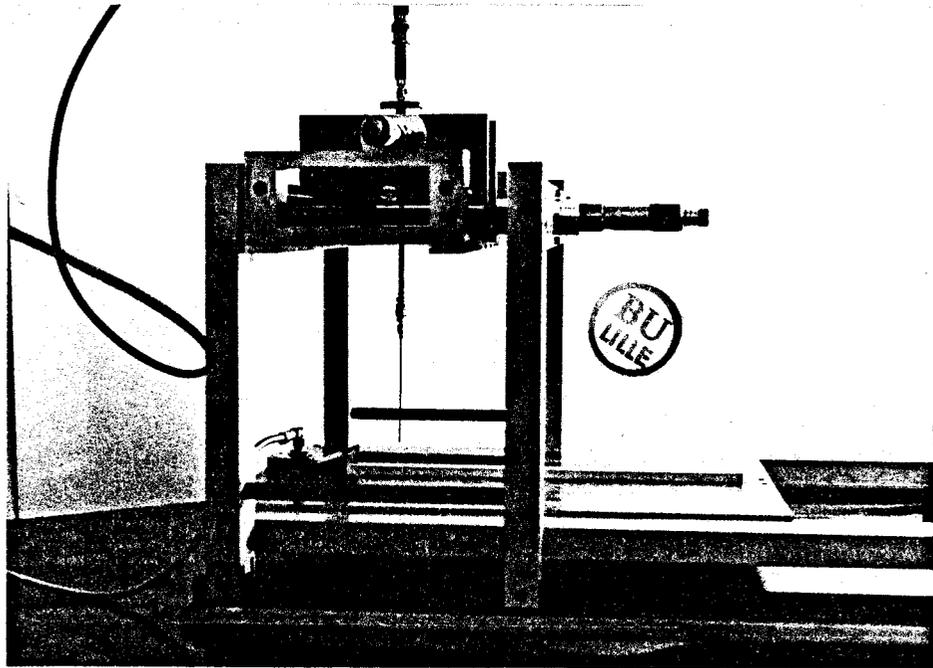


FIG.(10) LE BANC DE MESURES

Les déplacements de grande amplitude sont contrôlés par un jeu de cales étalons et de jauges de profondeur. Sur chaque position ainsi acquise, les déplacements de faible amplitude sont obtenus à l'aide de vis micrométriques.

II.1.2. La réalisation mécanique minutieuse de la ligne de mesure ne constitue en fait qu'une étape dans la conception du banc de mesure. Nous avons également porté notre attention sur la conception du "capteur" ; celui-ci étant constitué d'un câble coaxial semi-rigide de Type UT85 dénudé à l'une de ses extrémités, et associé à un détecteur.

Avant d'entreprendre les mesures, nous nous sommes assurés de la qualité de l'information recueillie :

- en étudiant tout d'abord le détecteur afin de déterminer plus particulièrement la zone dans laquelle la loi de détection peut être considérée comme quadratique ;
- en relevant, à partir des sondes réalisées, l'évolution de champs connus [10]

Notre choix s'est porté sur la mesure d'un champ électrique transversal de même conformation que celui du guide image : le champ E_y du mode TE_{01} du guide rectangulaire métallique. L'écart entre le relevé expérimental et l'évolution théorique est inférieur à 5 %.

II.2. DESCRIPTION DES MESURES

II.2.1. Relevé de la longueur d'onde guidée.

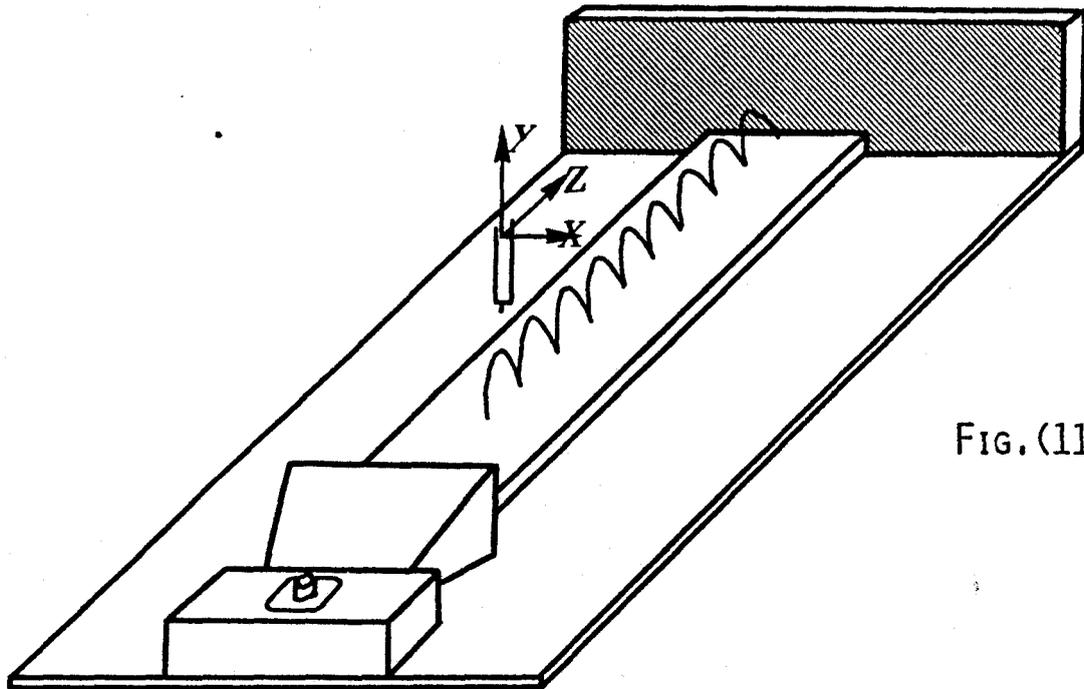
Dans le cas le plus général, le relevé expérimental de la longueur d'onde guidée est obtenu en suivant l'évolution de l'une des composantes du champ dans la direction de propagation.

Les critères nous amenant cependant à privilégier une composante de champ spécifique sont :

- la simplicité dans la conception du capteur permettant de détecter la composante sans ambiguïté ;
- la perturbation minimale de l'état électromagnétique de la ligne image lors de la mesure.

Ayant vérifié la qualité des sondes réalisées, nous choisissons de suivre l'évolution de la composante de champ E_y dans la direction de propagation.

La détermination de la longueur d'onde guidée est faite Fig. (11) en régime d'onde stationnaire à partir d'au moins quinze minima du champ électrique E_y .



Dans le plus mauvais des cas, l'erreur maximale faite sur la détermination de la position du premier et du dernier noeud de champ électrique, n'excède pas 1 mm pour une course totale d'au moins 200 mm. Cela correspond à une erreur relative de 0,5 % et ce pour un nombre de sept à huit longueurs d'onde guidées.

La précision a été encore améliorée en prépolarisant le détecteur et en utilisant une détection synchrone.

II.2.2. Relevé des champs électriques transverses

Suivant que l'on oriente la sonde coaxiale dans une direction perpendiculaire ou parallèle au plan de masse sur lequel repose le barreau diélectrique, nous détectons respectivement les composantes du champ E_y ou E_x . Ainsi, nous obtenons l'une des évolutions du champ électrique E_y en déplaçant la sonde Fig. (12) suivant l'abscisse x.

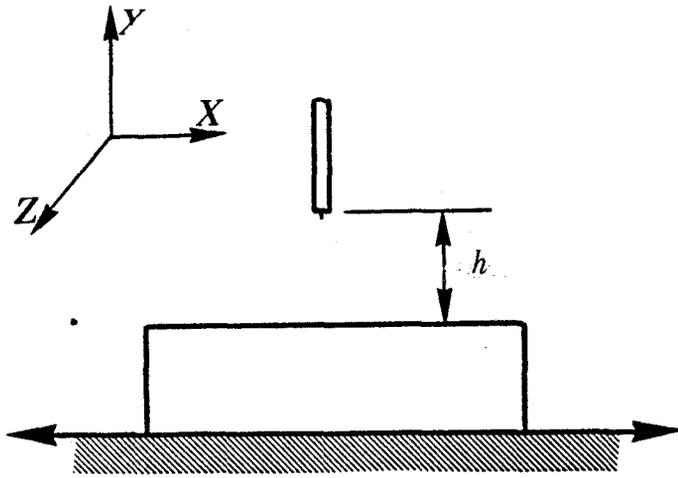
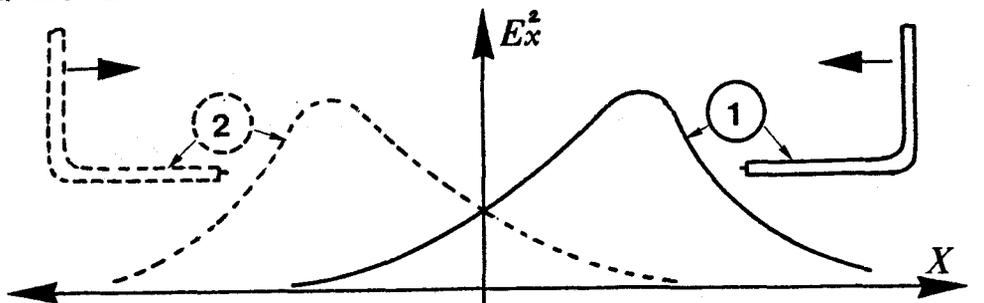


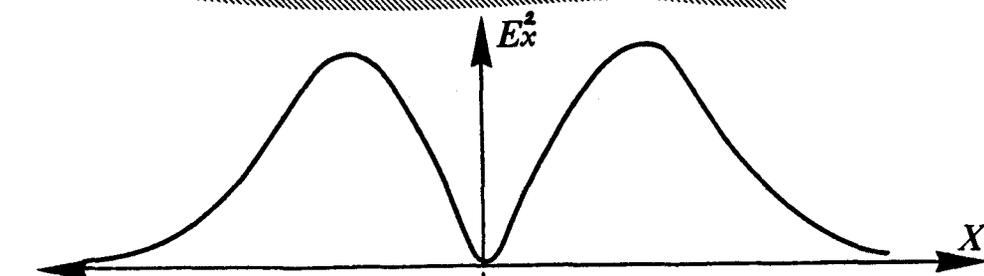
FIG. (12) PRINCIPE DE MESURE DU CHAMP ELECTRIQUE E_y EN FONCTION DE L'ABSCISSE X

La hauteur "h" à laquelle est placée la sonde doit être relativement grande afin de ne pas perturber le champ mesuré. Pour simplifier le dépouillement des résultats nous avons essayé de rester dans la zone de détection quadratique.

Si l'on relève maintenant la variation du champ E_x en fonction de l'abscisse x Fig. (13a) nous constatons que le résultat obtenu est très différent de celui attendu Fig. (13b).



.13a



.13b

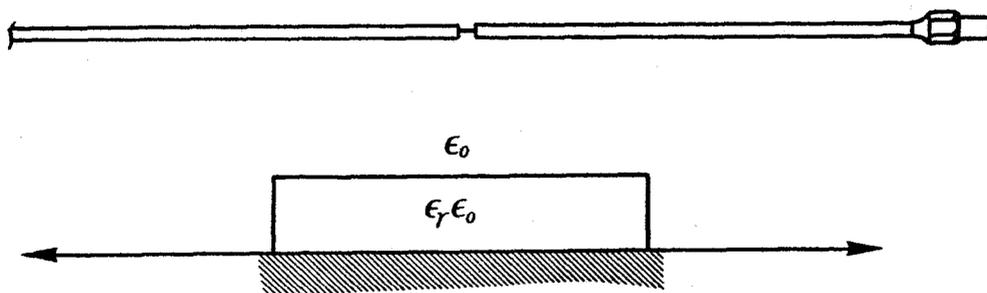
FIG. (13) EVOLUTION DU MODULE DU CHAMP E_x^2 EN FONCTION DU DEPLACEMENT DE LA SONDE (13a)
REPARTITION REELLE DU CHAMP E_x^2 (13b) POUR LE MODE FONDAMENTAL

Plusieurs hypothèses peuvent être envisagées pour expliquer cette anomalie :

1. Une composante de champ autre que celle E_x est détectée ;
2. L'état électromagnétique de l'onde se propageant est considérablement perturbé.

Etant donné que la perturbation évolue au fur et à mesure que l'on déplace la sonde dans le plan de section droite, la seconde hypothèse a donc retenu notre attention. Pour résoudre ce problème, nous avons choisi la solution présentée Fig. (14) qui consiste à occuper le plan de section droite en raccordant bout à bout deux cables coaxiaux dénudés à leurs extrémités et maintenus par un support du fait de la faible rigidité.

FIG. (14) PRINCIPE DE DETECTION DE LA COMPOSANTE DE CHAMP E_x



Grâce à ce procédé[11], il y a uniformité de la perturbation et l'on détecte ainsi un zéro de tension au centre de la ligne image et un maximum de part et d'autre de l'axe de symétrie oy ; ce qui est en accord avec l'évolution théorique du champ électrique E_x Fig.(13b). Toutefois, étant donné d'une part la difficulté de mettre en oeuvre cette mesure et d'autre part l'amplitude faible des signaux à mesurer, nous ne pouvons pas attendre à priori une aussi bonne fiabilité de la mesure que dans le cas du relevé du champ E_y .

REPARTITION des CHAMPS ELECTRIQUES TRANSVERSES
 MODE E_Y^{11}

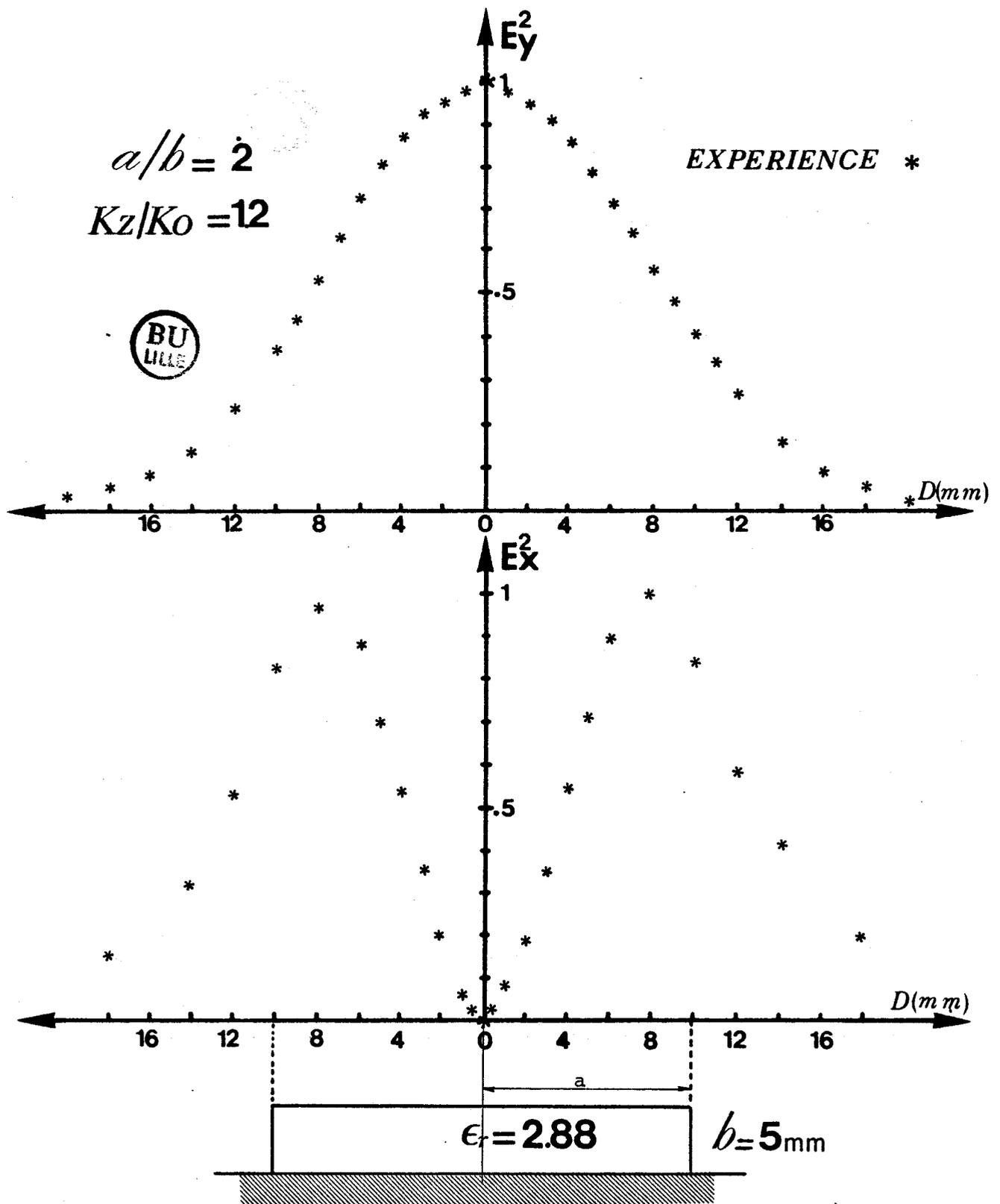
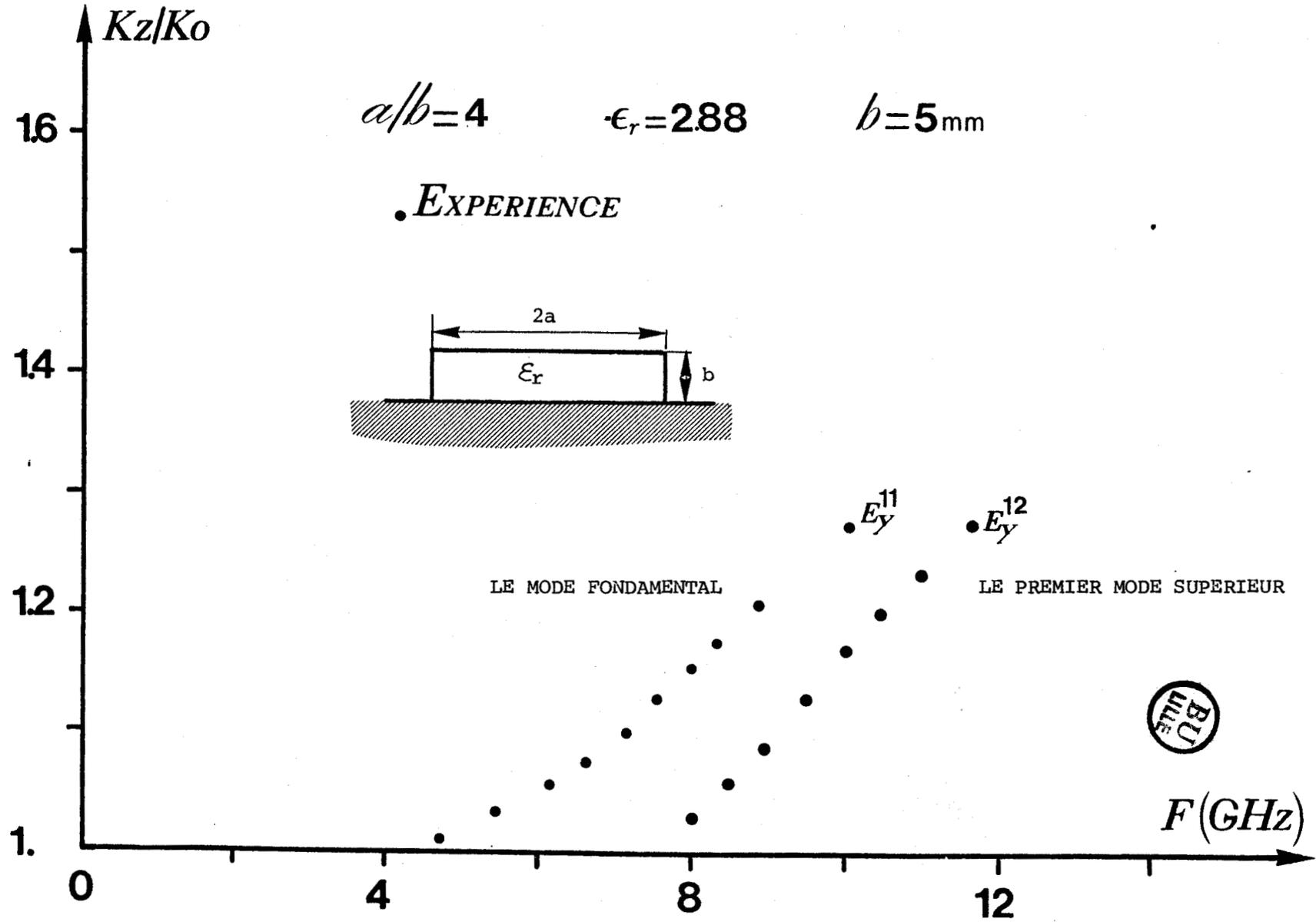


FIG.(15A)

FIG.(15 B) EVOLUTION DE LA CONSTANCE DE PROPAGATION
 NORMALISEE K_z/K_0 EN FONCTION DE LA FREQUENCE



II.3. EXEMPLES DE RELEVES EXPERIMENTAUX

Nous présentons Fig. (15) un exemple d'évolution de la longueur d'onde guidée et des champs électriques transverses.

III - MESURE DES CARACTÉRISTIQUES ÉLECTRIQUES DES MATÉRIAUX

La connaissance des variations des paramètres physiques que sont les dimensions et la permittivité du matériau est absolument nécessaire si l'on désire chiffrer parfaitement les écarts théorie-expérience.

Si les tolérances mécaniques sur les dimensions de la ligne image sont parfaitement connues, il subsiste cependant une incertitude sur la valeur de la permittivité des matériaux diélectriques.

Plutôt que de se référer aux notices techniques fournies par le fabricant, nous avons systématiquement vérifié les paramètres électriques du matériau constituant le guide.

La méthode de mesure des composantes de la permittivité complexe des diélectriques est une méthode de perturbation, développée au laboratoire de spectrométrie des solides par D. PASQUET [12], et connue dans la littérature sous le nom de "méthode du bâtonnet".

Le champ électrique d'une cavité cylindrique métallique, excitée en mode TE_{011} est perturbé faiblement par un échantillon diélectrique cylindrique placé suivant l'axe de symétrie de la cavité. La comparaison des caractéristiques de la cavité chargée par l'échantillon :

- Fréquence de résonance F_{re} , Coefficient de surtension en charge Q_{Lc} avec celles de la cavité à vide:
- Fréquence de résonance F_{rv} , Coefficient de qualité à vide Q_{Lv} , permet de déterminer les parties réelles et imaginaires de la permittivité complexe du matériau.

Les mesures sont faites à l'analyseur de réseaux "Helwett Packard", et les caractéristiques à vide de la cavité dans la bande de fréquences 8.3 à 12.4 GHz sont $F_{rV}=9810$ MHz, $Q_{LV}=5000$.

Un exemple des résultats obtenus à partir de cette méthode est donné dans le tableau suivant:

DESIGNATION DU MATERIAU	ϵ_r'	$\lg \delta$
LEUCOFLEX	2.88	$5 \cdot 10^{-3}$
MATERIAU "EMERSON & CUMING" SERIE: STYCAST HIK	4.1	$2 \cdot 10^{-3}$
	9.17	$\# 10^{-3}$
	11.85	$\# 2 \cdot 10^{-3}$

Ayant défini les conditions de nos relevés expérimentaux, nous pouvons maintenant entreprendre l'étude comparative des différents modèles "GUIDE OUVERT" du guide image. Comme nous l'avons dit auparavant, les relevés expérimentaux nous serviront de référence pour déceler les faiblesses et les avantages de chacun des modèles.

CHAPITRE 2

ÉTUDE CRITIQUE DE LA MÉTHODE

DE MARCATILI

I - EXPOSÉ DE LA MÉTHODE

Pour des applications à l'optique intégrée E.A.J., MARCATILI [8] a proposé un modèle d'étude du guide rectangulaire diélectrique. Ce modèle présenté Fig.(16) peut être utilisé, sous certaines conditions, pour déterminer les caractéristiques de propagation du guide image.

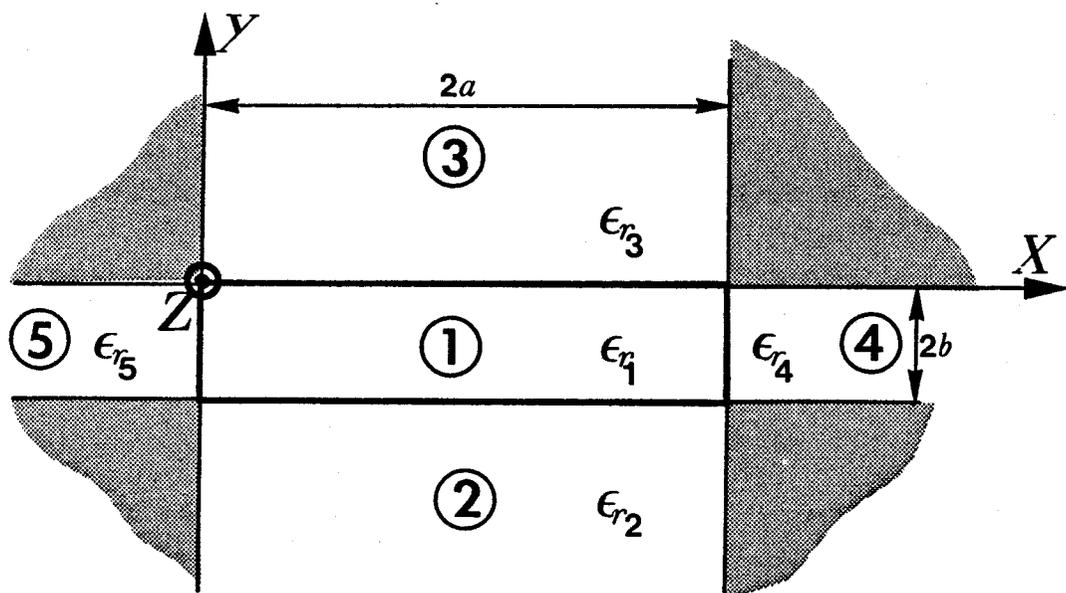


FIG. (16) LE PLAN DE SECTION DROITE DU MODELE D'ETUDE DU GUIDE RECTANGULAIRE DIELECTRIQUE

Le guide est caractérisé par ses dimensions transversales $2a, 2b$ et par la permittivité relative ϵ_{r_1} du matériau dont il est constitué. Les permittivités des milieux environnant le guide sont respectivement notées $\epsilon_{r_2}, \epsilon_{r_3}, \epsilon_{r_4}, \epsilon_{r_5}$.

Comme hypothèse de base, MARCATILI suppose pour tous les modes une propagation "loin de la coupure". Il en résulte que toute l'énergie est propagée à l'intérieur du barreau diélectrique de permittivité ϵ_{r_1} . Dans les régions hachurées, les amplitudes champs peuvent être négligées vis à vis de celles existantes dans la région (1). Cette hypothèse bien vérifiée en optique ne l'est plus vraiment dans le domaine des hyperfréquences.

Parmi les modes pouvant être propagés par le guide, l'auteur n'en étudie que deux types. Cette typologie étant liée à la polarisation du champ électrique transverse, ce sont :

- les modes E_y^{pq} , pour lesquels le champ électrique transverse dominant est suivant l'axe oy ;
- les modes E_x^{pq} , pour lesquels le champ électrique transverse prépondérant est suivant l'axe ox.

Là encore, cette limitation de l'étude est justifiée par le type d'excitation utilisée en optique intégrée.

Pour chacune des régions définies (Fig.16), les composantes longitudinales de champ $E_{z\ell}, H_{z\ell}$ sont solutions de l'équation de propagation (1),

$$(1) \quad \left| \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + K_\ell^2 \right| \begin{vmatrix} E_{z\ell} \\ H_{z\ell} \end{vmatrix} = 0$$

où :

ℓ représente l'indice de la ℓ ème région considérée

K_ℓ est le nombre d'onde défini par la relation $K_\ell^2 = \epsilon_{r\ell} k_0^2 - k_z^2$
avec $k_0^2 = \omega^2 \cdot \mu_0 \cdot \epsilon_0$

k_z nombre d'onde dans la direction de propagation OZ.

Afin de ne pas alourdir la rédaction tout en explicitant suffisamment la démarche, seul le cas des modes E_y^{PQ} est développé ; l'étude des modes E_x^{PQ} étant tout à fait comparable.

Les expressions des composantes transversales en fonction des composantes longitudinales $E_{z\ell}$, $H_{z\ell}$ constituent la base du calcul de tous les champs dans les régions indicées 1, 2, 3, 4, 5.

$$E_{X\ell} = -\frac{j}{K_\ell^2} \left[K_z \frac{\partial E_{z\ell}}{\partial y} - \omega \mu_0 \frac{\partial H_{z\ell}}{\partial x} \right] \quad (2)$$

$$H_{X\ell} = -\frac{j}{K_\ell^2} \left[K_z \frac{\partial H_{z\ell}}{\partial x} - \omega \epsilon_0 \epsilon_{r\ell} \frac{\partial E_{z\ell}}{\partial y} \right] \quad (3)$$

$$E_{X\ell} = -\frac{j}{K_\ell^2} \left[K_z \frac{\partial E_{z\ell}}{\partial x} + \omega \mu_0 \frac{\partial H_{z\ell}}{\partial y} \right] \quad (4)$$

$$H_{Y\ell} = -\frac{j}{K_\ell^2} \left[K_z \frac{\partial H_{z\ell}}{\partial y} + \omega \epsilon_0 \epsilon_{r\ell} \frac{\partial E_{z\ell}}{\partial x} \right] \quad (5)$$

I.1. ETUDE DE LA REGION (1)

Seule la composante de champ longitudinale E_{z_1} (6) est imposée à priori par l'auteur.

$$E_{z_1} = C \cos k_x(x+\xi) \cos k_y(y+\eta) \quad (6)$$

où : ξ et η représente dans le cas général des termes de phase et C une constante.

En considérant le champ H_{y_1} nul, la composante longitudinale du champ magnétique H_{z_1} , est déterminée à partir de l'équation (5) en intégrant le terme $\frac{\partial H_{z_1}}{\partial y}$; il vient :

$$H_{z_1} = C \frac{\epsilon_r \epsilon_0 k_0^2 k_x}{\omega \mu_0 k_z k_y} \sin k_x(x+\xi) \sin k_y(y+\eta) \quad (7)$$

Puisque l'on dispose du couple de solution E_{z_1} , H_{z_1} , il est alors possible de déduire toutes les composantes transversales des champs.

$$E_{y_1} = jC \frac{(\epsilon_r \epsilon_0 k_0^2 - k_y^2)}{k_z k_y} \cos k_x(x+\xi) \sin k_y(y+\eta) \quad (8)$$

$$E_{x_1} = -jC \frac{k_y}{k_z} \cos k_y(y+\eta) \sin k_x(x+\xi) \quad (9)$$

$$H_{x_1} = -jC \frac{\epsilon_r \epsilon_0 k_0^2}{\omega \mu_0 k_y} \cos k_x(x+\xi) \sin k_y(y+\eta) \quad (10)$$

La résolution du problème aux valeurs propres nécessite de faire d'autres approximations :

loin de la fréquence de coupure des modes les nombres d'onde transversaux k_x et k_y sont petits devant la constante de propagation k_z . L'amplitude de la composante de champ E_{x_1} (9) peut donc être considérée comme négligeable vis à vis de celles des autres composantes qui suivent la relation d'ordre :

$$|E_{y_1}| > |E_{z_1}| > |E_{x_1}| \quad \text{car } \epsilon_r \epsilon_0 k_0^2 \neq k_z^2 > k_x^2 + k_y^2$$

$$k_z > k_x \quad \text{et} \quad k_z > k_y$$

Dans la suite du problème seules les quatre composantes de champ E_{z_1} , H_{z_1} , E_{y_1} , H_{x_1} seront donc utilisées dans l'écriture des conditions de continuité.

I.2. REGION 2 ET 3

Pour que l'onde soit guidée dans le barreau diélectrique les champs E_{z_2} et E_{z_3} doivent vérifier la condition de SOMMERFELD. La continuité aux interfaces diélectriques, en $y = -2b$ et $y = 0$, des champs E_{z_2} et E_{z_1} d'une part, et E_{z_3} et E_{z_1} d'autre part, permet d'obtenir deux nouvelles relations analytiques (11) (12).

$$\begin{aligned} (11) \quad E_{z_2} &= C \cos k_x(x+\xi) \cos k_y(-2b+\eta) e^{\delta_{y_2}(y+2b)} & y \leq -2b \\ (6) \quad E_{z_1} &= C \cos k_x(x+\xi) \cos k_y(y+\eta) & 0 \leq y \leq 2b \\ (12) \quad E_{z_3} &= C \cos k_x(x+\xi) \cos k_y \eta e^{-\delta_{y_3} y} & y \geq 0 \end{aligned}$$

Comme précédemment, une seule composante de champ suffit dans chacune des deux régions pour déterminer toutes les autres.

REGION 2

$$k_2^2 = \epsilon_2 k_0^2 - k_z^2 = k_x^2 - \delta_{y_2}^2$$

$$(13) \quad E_{y_2} = jC \frac{(\epsilon_2 k_0^2 + \delta_{y_2}^2)}{k_z \delta_{y_2}} \cos k_x(x+\xi) \cos k_y(-2b+\eta) e^{\delta_{y_2}(y+2b)}$$

$$(14) \quad H_{x_2} = jC \frac{\epsilon_2 k_0^2}{\omega \mu_0 \delta_{y_2}} \cos k_x(x+\xi) \cos k_y(-2b+\eta) e^{\delta_{y_2}(y+2b)}$$

$$(15) \quad H_{z_2} = \frac{C \epsilon_2 k_0^2 k_x}{\omega \mu_0 \delta_{y_2}} \sin k_x(x+\xi) \cos k_y(-2b+\eta) e^{\delta_{y_2}(y+2b)}$$

REGION 3

$$k_3^2 = \epsilon_3 k_0^2 - k_z^2 = k_x^2 - \delta_{y_3}^2$$

$$E_{y_3} = jC \frac{(\epsilon_3 k_0^2 + \delta_{y_3}^2)}{k_z \delta_{y_3}} \cos k_x(x+\xi) \cos k_y \eta e^{-\delta_{y_3} y} \quad (16)$$

$$H_{x_3} = jC \frac{\epsilon_3 k_0^2}{\omega \mu_0 \delta_{y_3}} \cos k_x(x+\xi) \cos k_y \eta e^{-\delta_{y_3} y} \quad (17)$$

$$H_{z_3} = -\frac{C \epsilon_3 k_0^2 k_x}{\omega \mu_0 k_z \delta_{y_3}} \sin k_x(x+\xi) \cos k_y \eta e^{-\delta_{y_3} y} \quad (18)$$

I.3. REGION 4 ET 5

Les composantes de champ tangentielle aux interfaces diélectriques en $x=0$ et $x=2a$ sont, dans ces deux régions, orientées

suivant les directions oy et oz . Le mode étudié étant du type E_y^{pq} , MARCATILI assure en premier lieu la continuité de la composante E_y du champ dans ces régions, et ce, parce que son amplitude est beaucoup plus importante que celle du champ longitudinal E_z (6). Mais une contrainte d'ordre mathématique nous oblige à avoir pour les champs E_{Y_4} et E_{Y_5} (19) (20) une expression légèrement différente de celle de E_{Y_1} si l'on veut ensuite déterminer des couples de champs longitudinaux E_z, H_z vérifiant sans ambiguïté l'équation (2) :

$$(2) \quad E_y = -\frac{j}{k^2} \left(k_z \frac{\partial E_{z0}}{\partial y} - \frac{\partial H_{z0}}{\partial x} \omega \mu_0 \right)$$

$$(19) \quad E_{Y_4} = jC \frac{(\epsilon_{r2} k_0^2 - \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r4}} k_y^2)}{k_z k_y} \cos k_x (2a + \xi) \sin k_y (y + \eta) e^{-\frac{\alpha_4}{4} (x - 2a)} \quad x > 2a$$

$$E_{Y_1} = jC \frac{(\epsilon_{r2} k_0^2 - k_y^2)}{k_z k_y} \cos k_x (x + \xi) \sin k_y (y + \eta) \quad 0 \leq x \leq 2a$$

$$(20) \quad E_{Y_5} = jC \frac{(\epsilon_{r2} k_0^2 - \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r5}} k_y^2)}{k_z k_y} \cos k_x \xi \sin k_y (y + \eta) e^{+\alpha_5 x} \quad x \leq 0$$

La continuité au sens stricte du terme n'est donc pas appliquée aux interfaces en $x = 0$ et $x = 2a$, mais elle sera d'autant mieux vérifiée si les rapports $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r5}}$ et $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_4}$ tendent vers l'unité, ou si les inégalités suivantes sont respectées :

$$\epsilon_{r1} k_0^2 \gg \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r4}} k_y^2$$

$$\epsilon_{r1} k_0^2 \gg \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r5}} k_y^2$$

Nous voyons à ce niveau apparaître une seconde contrainte importante puisque dans le cas du guide image seuls les guides de faible permittivité pourront être étudiés.

A partir des composantes transversales E_{Y_4} et E_{Y_5} , nous

pouvons calculer toutes les autres composantes de champ dans les régions indicées 4 et 5.

REGION 4

$$k_4^2 = \epsilon_4 k_0^2 - k_z^2 = -\delta x_4^2 + k_y^2$$

$$(21) E_{z4} = C \frac{\epsilon_4 k_0^2}{\epsilon_4} \cos k_y(y+\eta) \cos k_x(2a+\xi) e^{-\delta x_4(x-2a)} \quad (21)$$

$$(22) H_{x4} = -j C \frac{\epsilon_4 k_0^2}{\omega \mu_0 k_y} \sin k_y(y+\eta) \cos k_x(2a+\xi) e^{-\delta x_4(x-2a)}$$

$$(23) H_{z4} = \frac{C \epsilon_4 k_0^2 \delta x_4}{\omega \mu_0 k_z k_y} \sin k_y(y+\eta) \cos k_x(2a+\xi) e^{-\delta x_4(x-2a)}$$

REGION 5

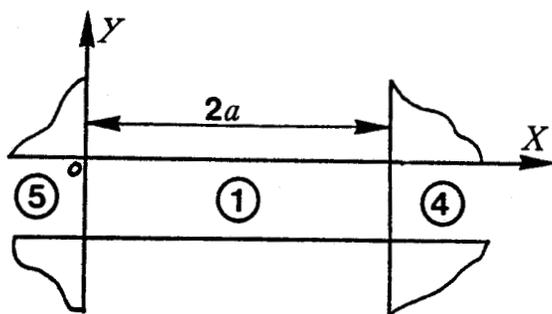
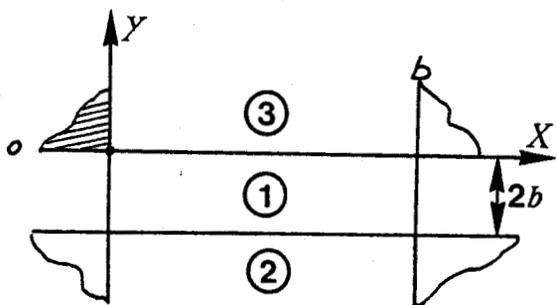
$$k_5^2 = \epsilon_5 k_0^2 - k_z^2 = -\delta x_5^2 + k_y^2$$

$$E_{z5} = C \frac{\epsilon_5 k_0^2}{\epsilon_5} \cos k_y(y+\eta) \cos k_x \xi e^{\delta x_5 x} \quad (24)$$

$$H_{x5} = -j C \frac{\epsilon_5 k_0^2}{\omega \mu_0 k_y} \sin k_y(y+\eta) \cos k_x \xi e^{\delta x_5 x} \quad (25)$$

$$H_{z5} = -\frac{C \epsilon_5 k_0^2 \delta x_5}{\omega \mu_0 k_z k_y} \sin k_y(y+\eta) \cos k_x \xi e^{\delta x_5 x} \quad (26)$$

Les équations caractéristiques : l'une fonction de K_x , et l'autre de K_y sont obtenues en assurant respectivement la continuité de la composante longitudinale de champ magnétique H_z aux interfaces diélectriques entre les régions 1, 2, 3 puis 1, 4, 5.



$$H_{z2} = C \frac{\epsilon_2 k_0^2 k_x}{\omega \mu_0 k_z \delta y_2} \sin k_x(x+\xi) \cos k_y(-2b+\eta)$$

$$H_{z1} = C \frac{\epsilon_1 k_0^2 k_x}{\omega \mu_0 k_z k_y} \sin k_x(x+\xi) \begin{cases} \sin k_y(-2b+\eta) \\ \sin k_y \eta \end{cases}$$

$$H_{z3} = -\frac{C \epsilon_3 k_0^2 k_x}{\omega \mu_0 k_z \delta y_3} \sin k_x(x+\xi) \cos k_y \eta$$

$$H_{z4} = C \frac{\epsilon_4 k_0^2 \delta x_4}{\omega \mu_0 k_z k_y} \sin k_y(y+\eta) \cos k_x(2a+\xi)$$

$$H_{z1} = C \frac{\epsilon_1 k_0^2 k_x}{\omega \mu_0 k_z k_y} \sin k_y(y+\eta) \begin{cases} \sin k_x(2a+\xi) \\ \sin k_x \xi \end{cases}$$

$$H_{z5} = -\frac{C \epsilon_5 k_0^2 \delta x_5}{\omega \mu_0 k_z k_y} \sin k_y(y+\eta) \cos k_x \xi$$

Dans le cas du guide image, les permittivités relatives des différents milieux entourant le barreau diélectrique sont égales à l'unité. Les deux équations transcendantes (27) (28) prennent alors la forme définitive suivante :

$$2bK_y = \frac{P\Pi}{2} - \text{Arctg} \left\{ \frac{K_y^2(\epsilon_r + 1) - \epsilon_r^2 K_0^2(\epsilon_r - 1)}{[K_0^2(\epsilon_r - 1) - K_y^2] 2\epsilon_r K_y} \right\} \quad (27)$$

$$2aK_x = \frac{q\Pi}{2} - \text{Arctg} \left\{ \frac{2K_x^2 - K_0^2(\epsilon_r - 1)}{2K_x \sqrt{(\epsilon_r - 1)K_0^2 - K_x^2}} \right\} \quad (28)$$

$$K_z^2 = \epsilon_r K_0^2 - K_x^2 - K_y^2$$

- où : p, q représentent l'ordre du mode E_y^{pq}
 b la hauteur du guide image
 2a la largeur du guide image
 K_x, K_y, K_z les nombres d'onde suivant les directions ox, oy, oz.
 ϵ_r la permittivité du barreau diélectrique
 k_0 le nombre d'onde dans l'air.

II - REMARQUES ET CRITIQUE DE LA MÉTHODE

L'expression des différentes composantes de champ dans chacune des régions, en fonction d'une constante unique "C" permet d'évaluer la dynamique des amplitudes de chacune d'entre elles et donc, de négliger certaines composantes dans l'écriture des conditions de continuité .

Aucune condition n'est de ce fait imposée sur la composante de champ E_x , puisque son amplitude est négligeable vis à vis de celles des autres composantes.

Pour un mode de polarisation donné, l'application partielle des conditions de continuité permet de résoudre le problème de surdimensionnement rencontré lors de l'application du traitement guide d'onde classique à l'étude du guide rectangulaire diélectrique.

Des relations analytiques simples permettent d'obtenir rapidement le diagramme de dispersion (ω, K_z) et les composantes de champ des modes considérés, à partir d'un calculateur scientifique de bureau.

Cependant, cette analyse comporte trois limitations principales :

- on ne peut étudier que les modes dont on a spécifié à priori la polarisation dominante ;
- les résultats obtenus ne sont valables, en toute rigueur, que dans l'approximation "loin de la coupure" ;
- dans le cas du guide image dans l'air, seuls les guides images réalisés dans des matériaux de faible permittivité diélectrique peuvent être étudiés.

Cette étude revient en fait à considérer l'intersection de deux guides plans diélectriques en privilégiant pour l'un le mode TE, et pour l'autre le mode TM ; le terme de couplage intervenant alors au niveau des champs longitudinaux E_z, H_z .

Partant de cette idée, KNOX et TOULIOS ont proposé une approche analytique très simple s'appliquant directement aux problèmes posés par la propagation sur guide image aux longueurs d'ondes millimétriques. Nous allons présenter maintenant les grandes lignes de leur étude.

ÉTUDE DE LA MÉTHODE

DE R.M. KNOX ET P.P. TOULIOS

I - PRÉSENTATION

Le plan de section droite de la structure de propagation étudiée par KNOX et TOULIOS [9] est présenté figure (17).

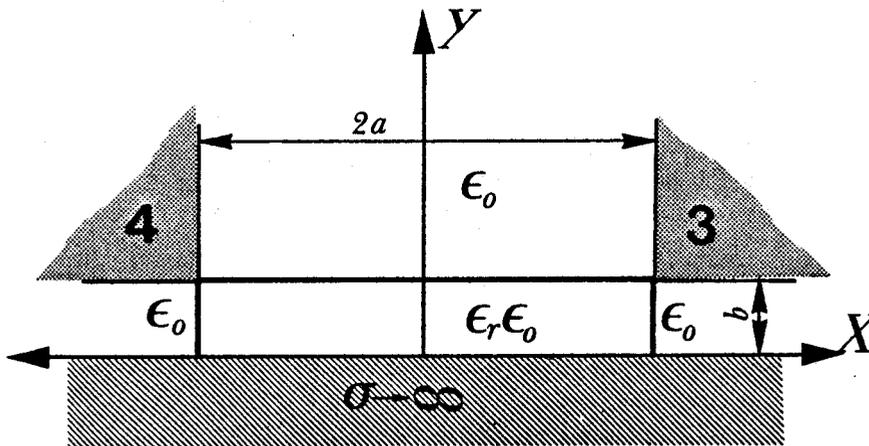


FIG.(17) LE PLAN DE SECTION DROITE DU GUIDE ETUDIE PAR KNOX&TOULIOS

Tout comme dans l'étude précédente, l'hypothèse de départ considère les modes loin de leurs fréquences de coupure ; de ce fait, les champs dans les régions 3 et 4 sont négligés. Une contrainte supplémentaire vient cependant s'ajouter à cette hypothèse et concerne la géométrie du guide : le rapport a/b de la hauteur sur la demi-largeur du guide est supérieur à deux. Cette condition d'aplatissement minimal étant respectée, le vecteur d'onde K_y est peu dépendant de la variable x , et la détermination des nombres d'ondes K_y, K_x peut s'effectuer à partir de l'étude des deux guides plans diélectriques suivants :

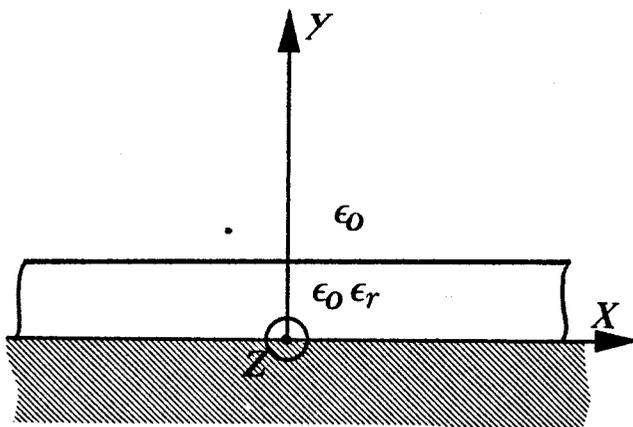


FIG. (18A)

MODELE "GUIDE PLAN DIELECTRIQUE"
 PERMETTANT LA DETERMINATION DU
 NOMBRE D'ONDE K_y DU GUIDE IMAGE

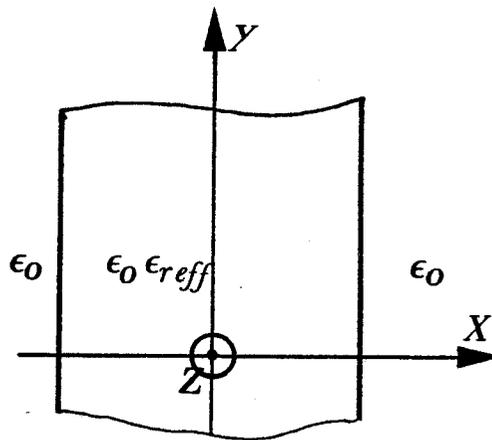


FIG. (18B)

GUIDE PLAN DIELECTRIQUE PERMETTANT
 LA DETERMINATION DU NOMBRE D'ONDE
 K_x DU GUIDE IMAGE

Si pour de forts aplatissements ($\frac{a}{b} > 2$), le nombre d'onde K_y de la ligne image diélectrique est proche de celui du guide plan infini présenté Fig. (18 a), il n'en est pas de même pour K_x vis à vis de la variable y . Ce nombre d'onde est déterminé à partir du modèle Fig. (18 b).

Pour rendre compte de la dépendance en y , du vecteur d'onde K_x , on introduit par conséquent un milieu de permittivité effective $\epsilon_{r_{eff}}$ Fig. (18 b). Cette permittivité est déterminée à partir de l'équation de dispersion du guide plan (Fig. 18 a), on pose :

$$K_z^2 = \epsilon_r K_0^2 - K_y^2 = \epsilon_{r_{eff}} K_0^2 \rightarrow \epsilon_{r_{eff}} = \epsilon_r - \frac{K_y^2}{K_0^2}$$

La présence d'un plan métallique en $y = 0$, implique la nullité du champ électrique longitudinal E_z . Les solutions satisfaisant aux conditions de continuité Fig.(18b) sont donc nécessairement du type "transverse électrique".

Puisque le guide étudié est un guide ouvert, son spectre de modes guidés est constitué de modes hybrides. KNOX et TOULIOS

rendent compte de ce caractère hybride par superposition de modes "transverse électrique" et "transverse magnétique". L'équation caractéristique correspondant au cas Fig. (18a) est donc celle des modes "transverse magnétique" du guide plan diélectrique.

Les équations aux valeurs propres s'écrivent en définitive :

$$b K_y = \frac{P\pi}{2} - \text{Arc tg} \left\{ \frac{K_y}{\epsilon_r \sqrt{(\epsilon_r - 1)K_0^2 - K_y^2}} \right\} \quad (29)$$

où : P représente l'ordre du mode 1, 3, 5 ... etc...
 k_0 le nombre d'onde dans l'air
 ϵ_r la permittivité
 K_y nombre d'onde suivant la direction oy
 b la hauteur du guide image

$$a K_x = \frac{q\pi}{2} - \text{Arctg} \left\{ \frac{K_x}{\sqrt{(\epsilon_{\text{eff}} - 1)K_0^2 - K_x^2}} \right\} \quad (30)$$

où q est l'ordre du mode 1, 2, 3, 4, ... etc...
 k_x le vecteur d'onde suivant la direction ox
 a la demi largeur du guide image

avec $K_z^2 = \epsilon_r k_0^2 - K_y^2 - K_x^2$
 K_z nombre d'onde dans la direction de propagation.

II - REMARQUES ET CRITIQUE DE LA MÉTHODE

Les modes étudiés sont implicitement du type E_y^{pq} . En effet, la polarisation dominante suivant la direction oy apparaît. à postériori, puisqu'au premier stade de leur raisonnement KNOX-TOULIOS assimile la ligne image diélectrique à un guide plan infini dans la direction ox et excité en mode TM_{op} .

Aucune limitation n'apparaît a priori au niveau de la permittivité relative diélectrique du barreau constituant le guide image dans le développement théorique.

Si la méthode dite de la "permittivité effective" permet l'obtention rapide du diagramme de dispersion (ω, K_z) à partir de relations simples pour les modes E_y^{pq} , elle ne débouche malheureusement pas sur une expression analytique des composantes de champs.

Tout comme dans la méthode de MARCATILI, une détermination précise des fréquences de coupure des modes susceptibles de se propager est illusoire.

En fait, comme nous le faisons remarquer dans la première partie, seule l'expérience nous permet de statuer sur le domaine de validité de ces deux méthodes.

EXPLOITATION DES RÉSULTATS
POUR LES DEUX MÉTHODES
COMPARAISON AVEC L'EXPÉRIENCE

I - DIAGRAMME DE DISPERSION DES MODES

La représentation classique du diagramme de dispersion $\omega = f(Kz)$ présente l'inconvénient de masquer en partie les écarts éventuels entre théorie et expérience. En conséquence, nous avons choisi de représenter la variation de la constante normalisée $\frac{K_z}{K_0}$ en fonction de la fréquence.

Pour un mode donné, cette variation est obtenue par résolution des équations transcendanttes (27) (28) et (29) (30). Le calculateur utilisé est un modèle de bureau de type Hewlett Packard 9835.

Afin de ne pas trop s'éloigner des hypothèses de base des méthodes analytiques approchées, à savoir :

- un aplatissement $\frac{a}{b}$ supérieur à 2
- une permittivité du barreau diélectrique faible

nous avons dans un premier temps étudié une ligne image tel que $\frac{a}{b} = 2$ et $\epsilon_r = 2,88$.

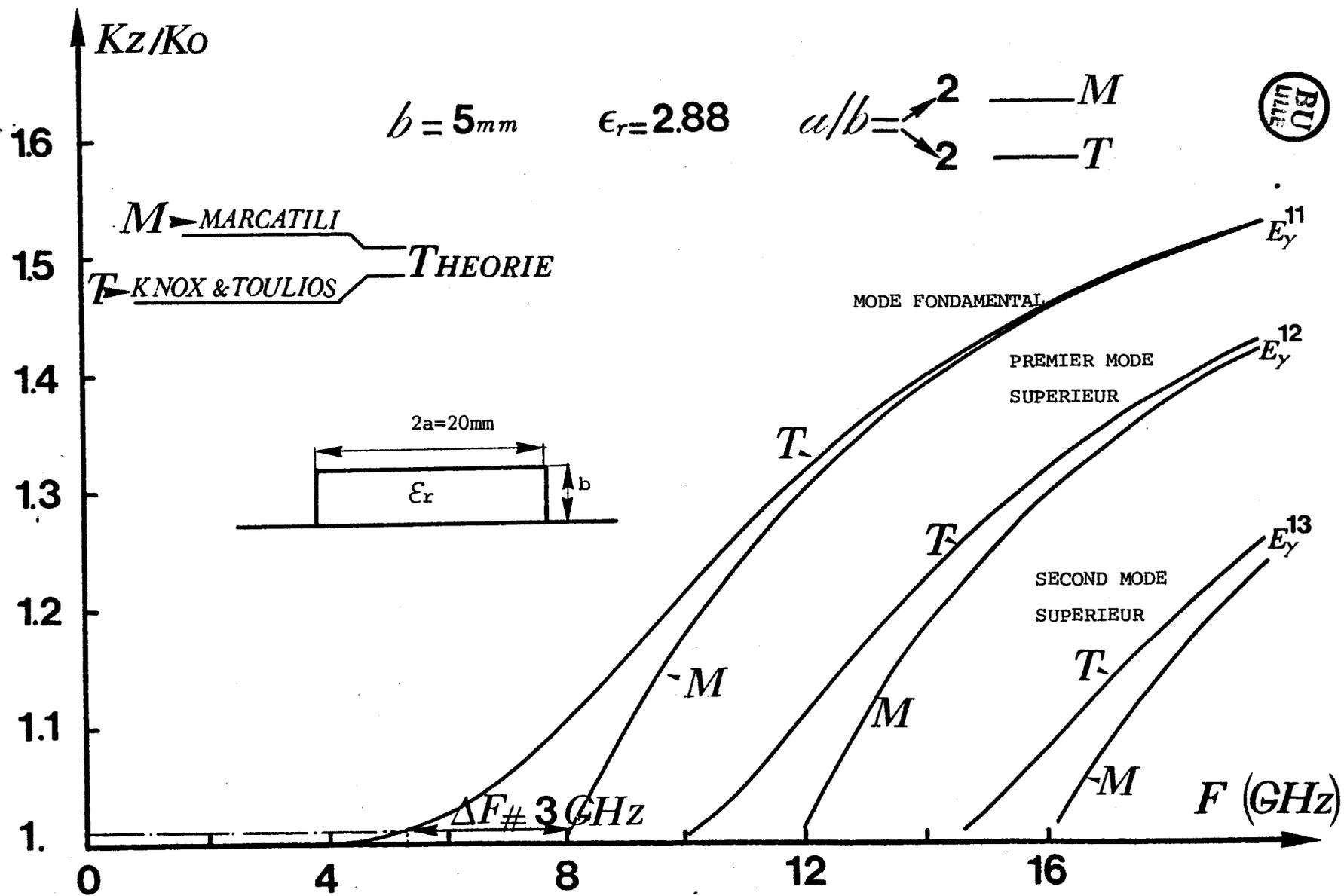


FIG. (19)

I.1. GUIDES REALISES DANS DES MATERIAUX DE FAIBLE PERMITTIVITE

Les diagrammes de dispersion théoriques des trois premiers modes sont présentés Fig. (19) Nous pouvons constater que les résultats obtenus par les deux méthodes divergent d'autant plus que l'on approche la fréquence de coupure des modes. Ainsi, si l'on considère le mode fondamental E_y^{11} pour $\frac{Kz}{K_0} = 1.01$; l'écart de fréquence entre les valeurs obtenues par les deux méthodes est de trois gigahertz. Loin de la coupure, les deux approches sont équivalentes puisque quasiment toute l'énergie se propage dans le matériau diélectrique.

I.1.1. Comparaison théorie expérience pour le mode fondamental E_y^{11}

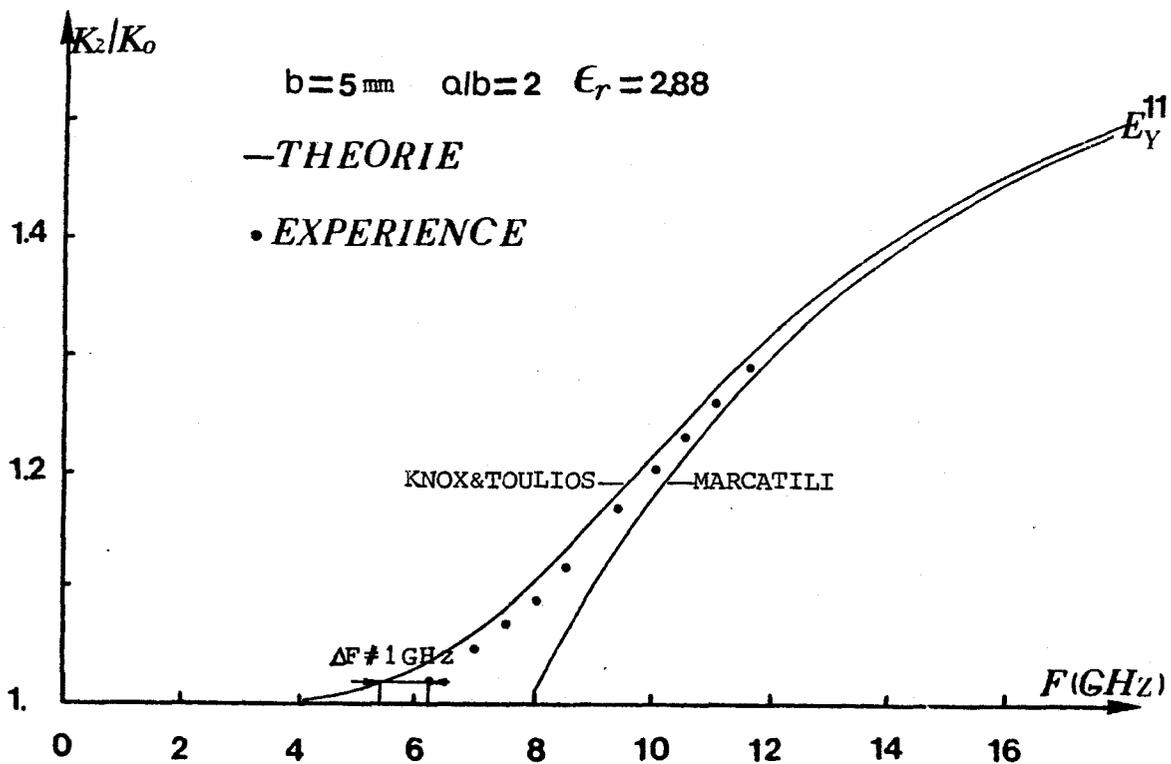


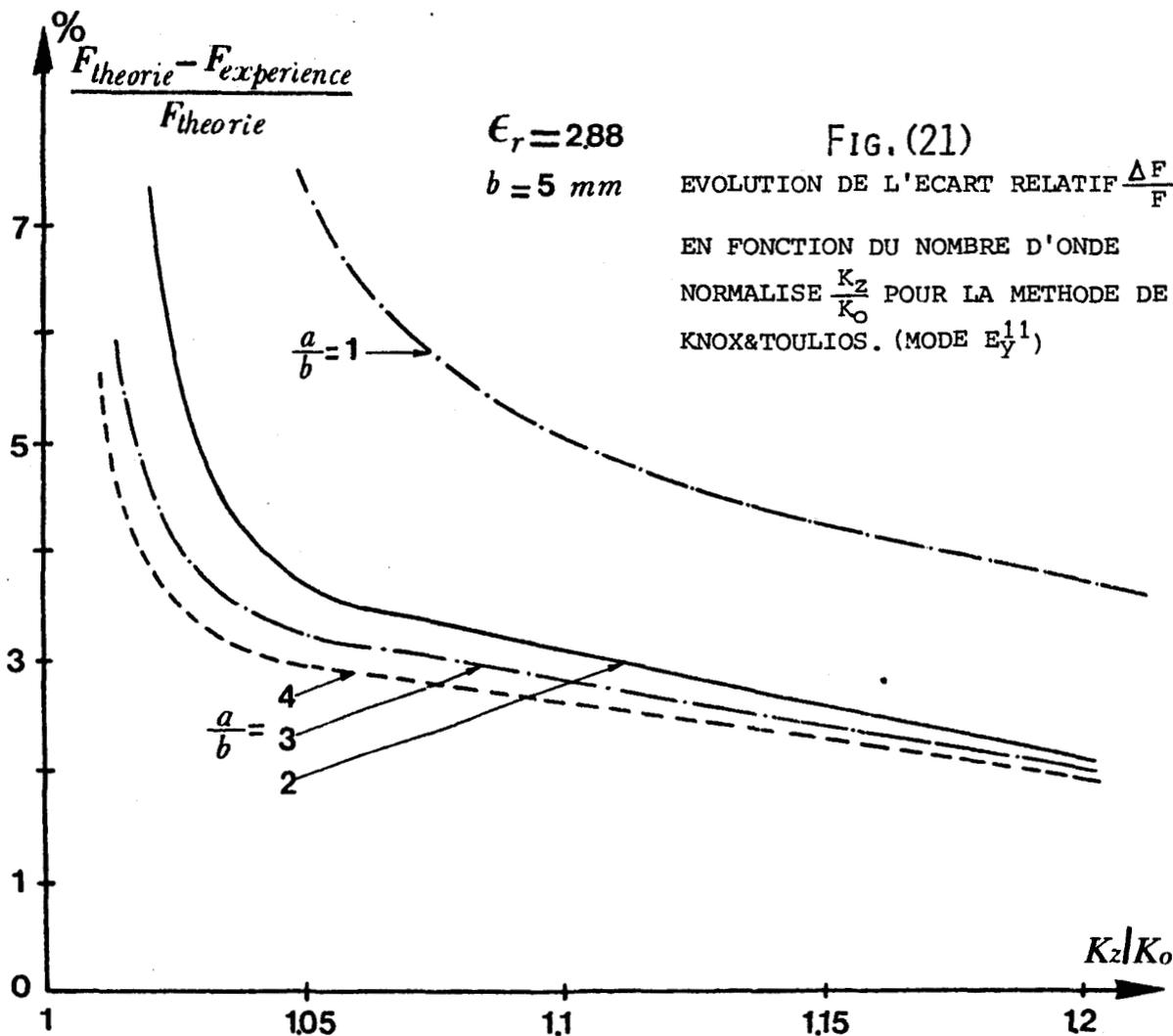
FIG. (20) EVOLUTION DU MODE FONDAMENTAL E_y^{11}

Si nous comparons les résultats théoriques et expérimentaux Fig. (20) pour le mode fondamental, nous remarquons que les résultats obtenus par la méthode de la permittivité effective sont plus proches de la réalité que ceux issus de l'exploitation de la méthode de E.A.J Marcatili.

Afin de préciser le domaine de validité de la méthode de la permittivité effective, nous avons étudié des lignes images réalisées dans le même matériau ($\epsilon_r = 2,88$) ; l'aplatissement a/b variant de 1 à 4.

Pour un mode donné, il est de coutume de représenter à fréquence fixe les écarts entre constante de propagation théorique et pratique. Cette représentation a l'avantage d'être directement utilisable. Cependant, nous pensons qu'elle ne se prête pas suffisamment bien à une comparaison des résultats, ces écarts étant en général trop faibles.

C'est pourquoi nous avons choisi de présenter pour un nombre d'onde normalisé donné, l'écart relatif entre fréquences théoriques et pratiques.



Cette comparaison est faite Fig.(21) Nous pouvons constater que lorsque $\frac{a}{b} > 2$ la méthode de la permittivité effective décrit relativement bien le problème, mais qu'il n'est pas possible d'étendre son domaine de validité à des aplatissements plus faibles. De plus, cette approche ne permet pas de connaître avec précision la fréquence de coupure du mode.

Pour tous les cas traités, l'exploitation de la méthode proposée par EAJ Marcatili fournit une moins bonne description du problème physique puisque l'écart avec l'expérience est trois à sept fois plus important.

I.1.2. Comparaison théorie-expérience pour le premier mode supérieur E_y^{12}

Comme pour le mode fondamental, le nombre d'onde normalisé calculé à partir de la méthode de la permittivité effective vérifie toujours mieux l'expérience Fig.(22).

Après examen des résultats regroupés Fig.(23) pour différents aplatissements, nous aboutissons aux mêmes conclusions que celles énoncées pour le mode fondamental.

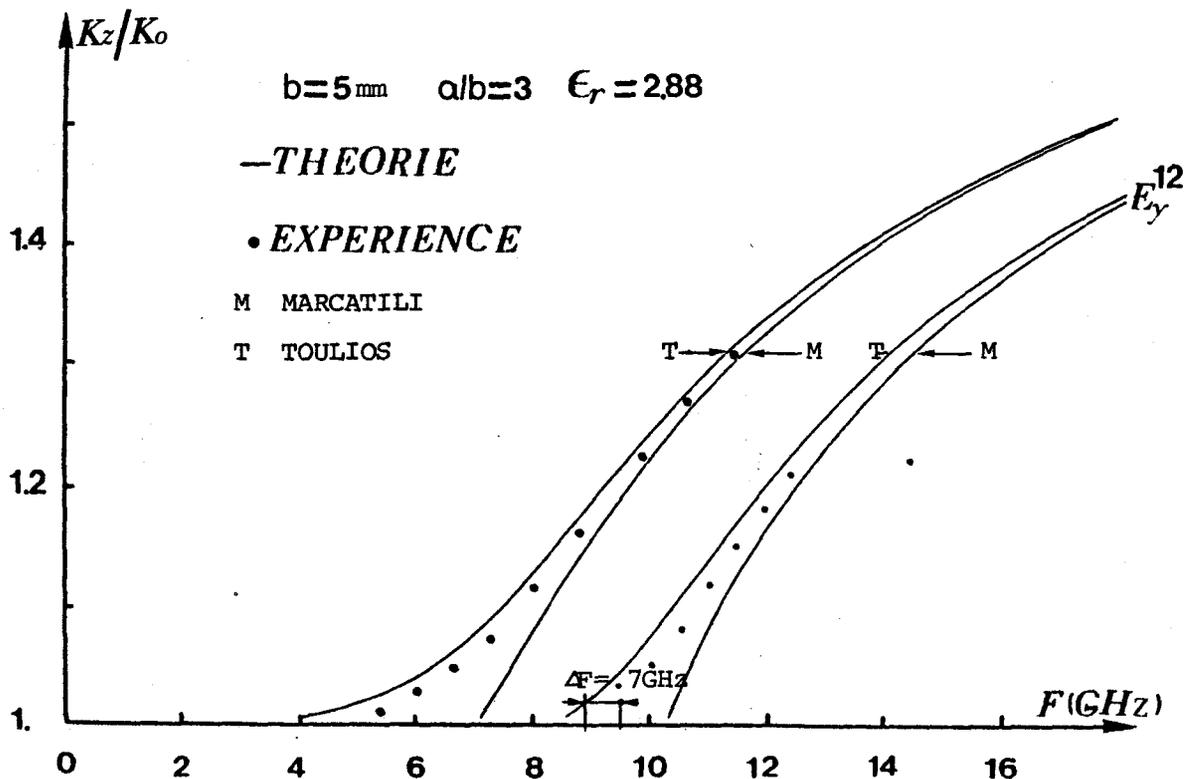


FIG.(22)

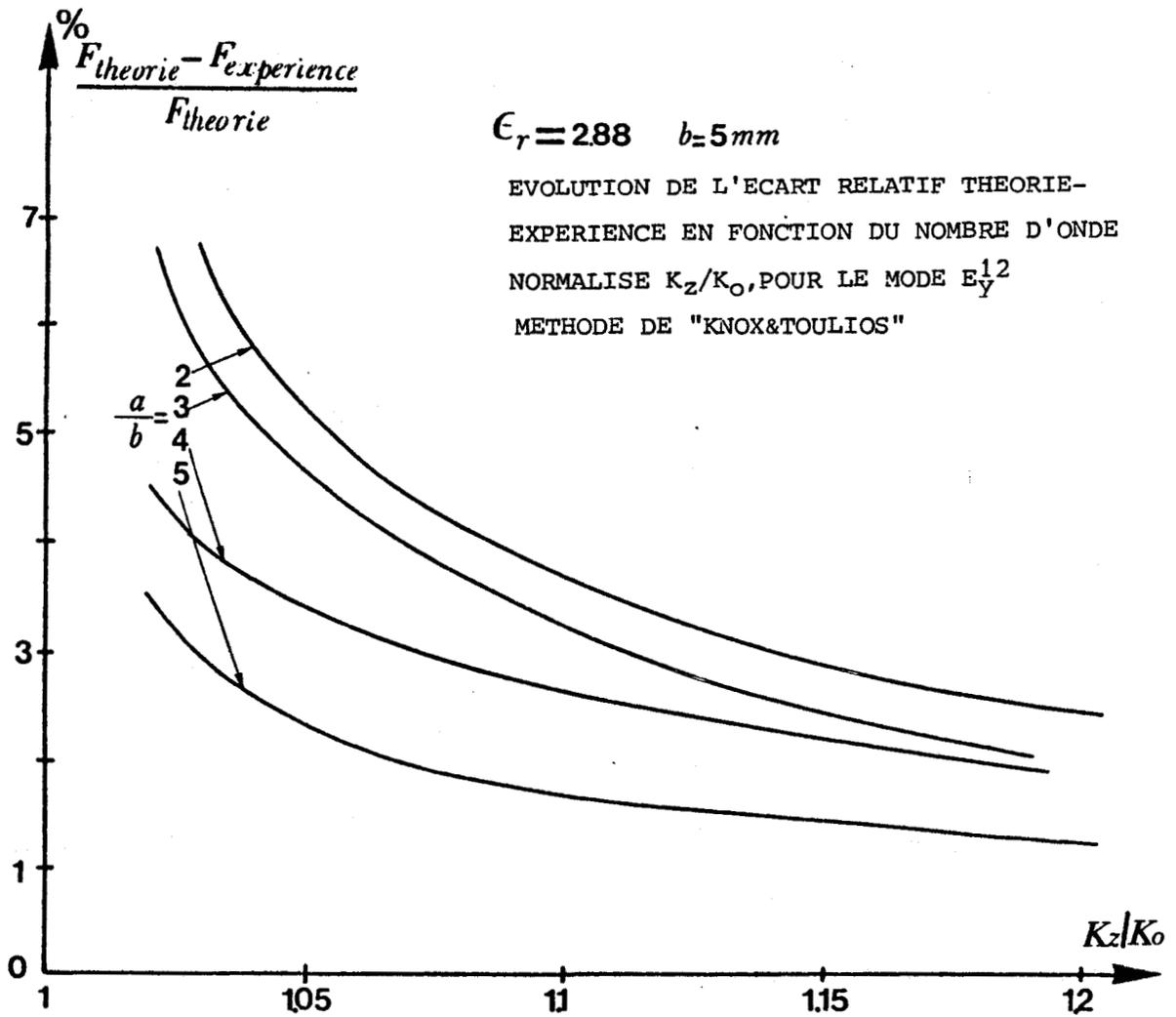


FIG. (23)

I.2. CAS DES GUIDES DE PERMITTIVITE PLUS ELEVEE

Nous avons respecté jusqu'à présent la condition concernant l'utilisation de matériaux de faible permittivité diélectrique.

Dans le but de définir une extension possible des méthodes, à l'étude de guides images de permittivité plus élevée, nous avons étudié l'évolution du diagramme de dispersion des modes E_y^{11} et E_y^{12} se propageant dans des guides de permittivité comprise entre 4 et 12.

Une augmentation de l'aplatissement, ou de la permittivité réduit la bande monomode des guides. Notre attention s'est donc essentiellement portée sur la caractérisation expérimentale de lignes images d'aplatissement 2 Fig. (24), de façon à décrire une zone suffisamment importante du diagramme de dispersion sans risque de perturbation.

Comme nous pouvons le constater, les écarts les plus importants apparaissent toujours au voisinage de la coupure. Comme précédemment, la méthode de la "Permittivité effective" ou de Knox&Toulios décrit mieux la réalité physique que celle de EAJ Marcatili.

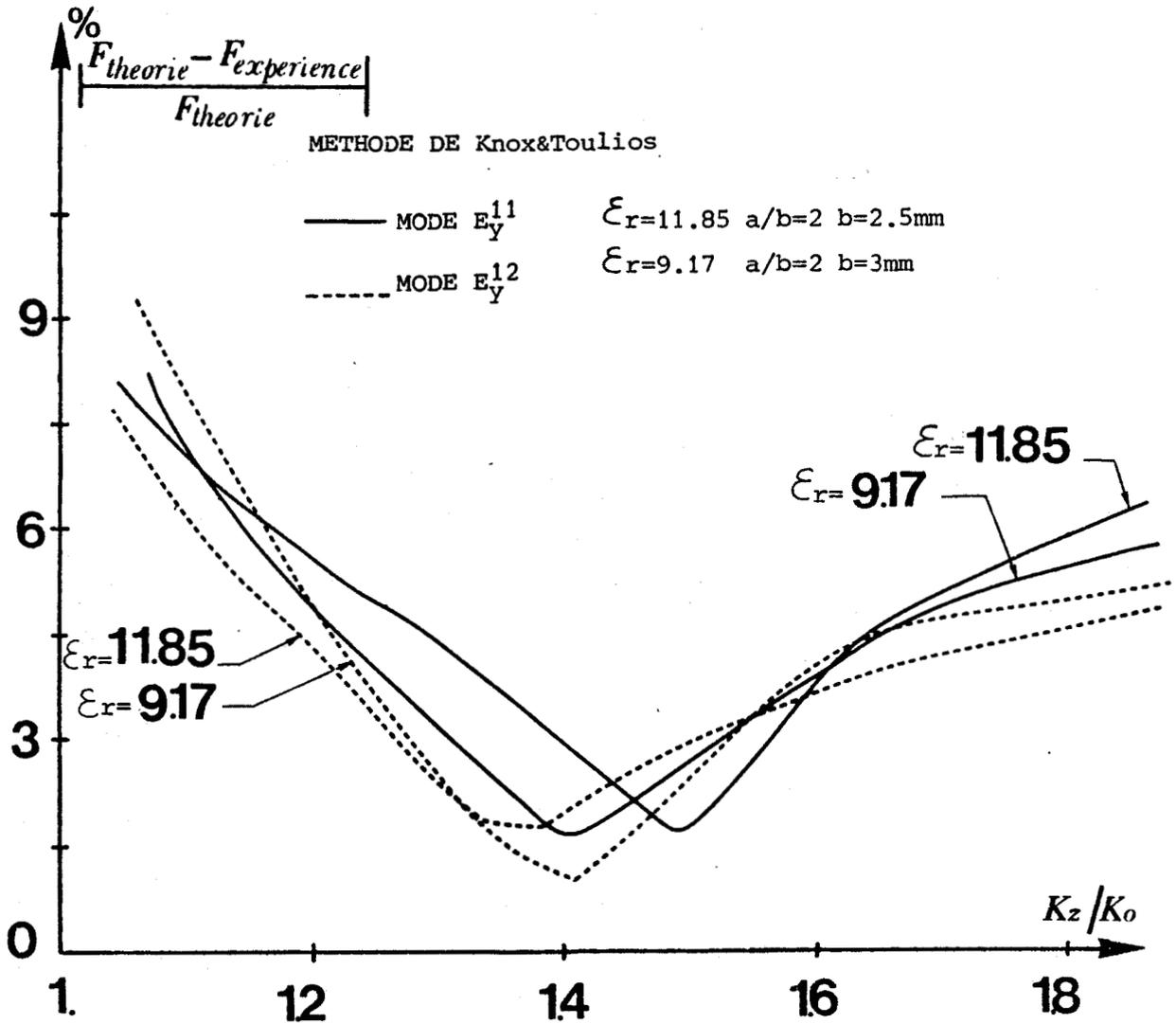
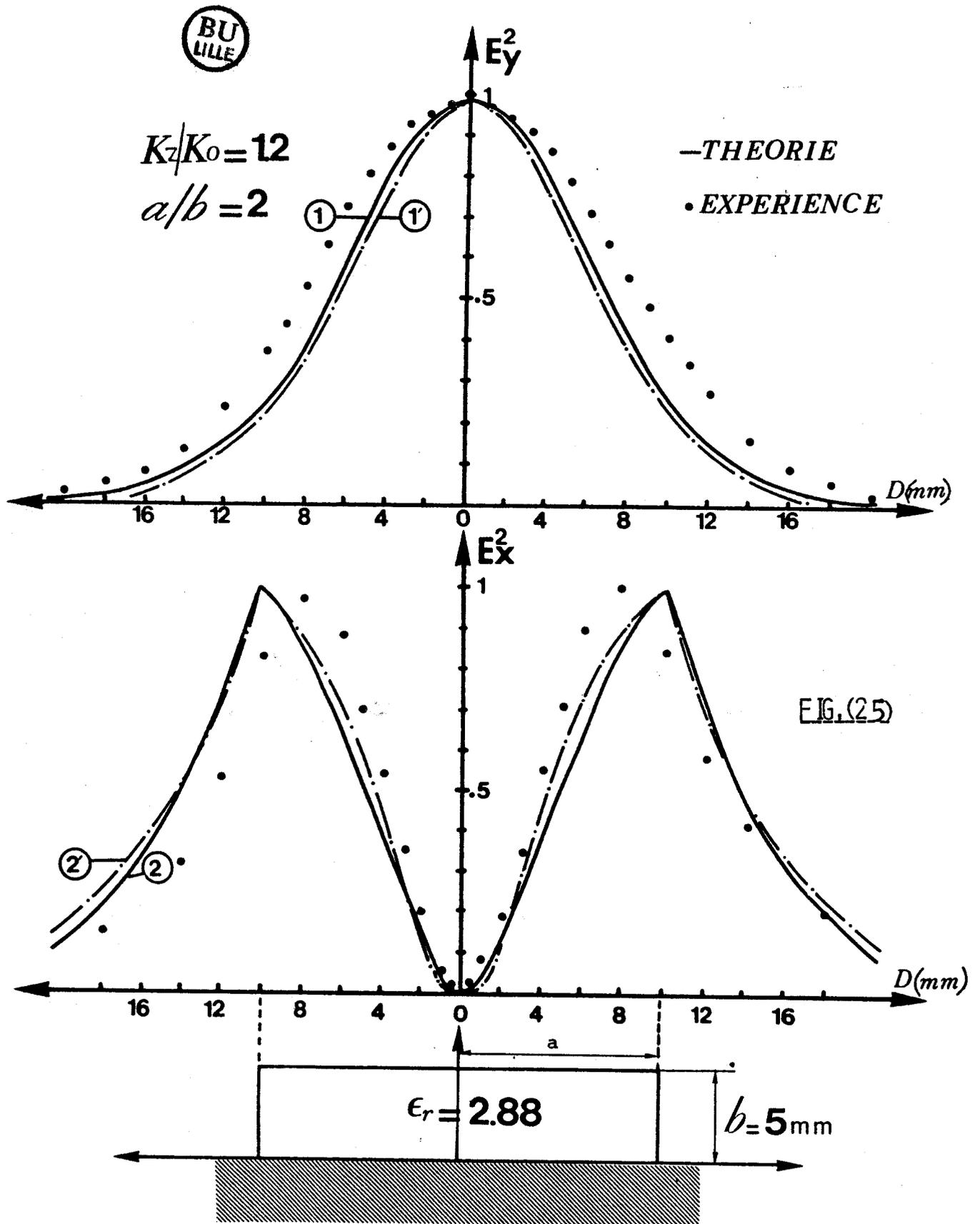


FIG. (24) EVOLUTION DE L'ECART RELATIF THEORIE-EXPERIENCE POUR LES MODES E_Y^{11} ET E_Y^{12} , EN FONCTION DU NOMBRE D'ONDE NORMALISE K_z/K_0 , POUR LA METHODE DE Knox&Toulios.

REPARTITION des CHAMPS ELECTRIQUES TRANSVERSES
 MODE E_Y^{11}



COURBES 1' et 2' :

DANS LES EXPRESSIONS ANALYTIQUES DES CHAMPS DETERMINES PAR LA METHODE DE MARCATILI, NOUS AVONS INTRODUICTS LES NOMBRES D'ONDE K_x, K_y, K_z ISSUS DE LA METHODE DE KNOX & TOULIOS.

II - ÉTUDES DES CHAMPS ÉLECTRIQUES TRANSVERSES

Les évolutions théoriques sont déterminées à partir de la méthode de Marcatili. Les comparaisons théories expériences ont été faites sur les champs électriques transversaux E_y et E_x pour les modes E_y^{11} et E_y^{12} .

II.1. REPARTITION DES CHAMPS TRANSVERSES DANS UN PLAN DE SECTION DROITE POUR LE MODE FONDAMENTAL E_y^{11}

La répartition des champs Fig. (25) pour le mode fondamental est obtenue en normalisant les amplitudes par rapport à leurs valeurs maximales.

Ayant constaté que la valeur de la constante de propagation K_z , vérifie mieux l'expérience lorsqu'elle est calculée à partir de la méthode de la permittivité effective ; nous avons pensé introduire dans les expressions analytiques des composantes de champ les valeurs des nombres d'onde K_x , K_y , K_z déterminés par cette méthode (courbe 1' et 2').

Cependant, cette démarche ne permet pas d'obtenir une évolution plus réaliste de la répartition des champs transverses, notamment en ce qui concerne la composante E_x (courbe 2')

Etant donné les difficultés rencontrées, tant dans l'établissement d'une technique de mesure du champ E_x que dans l'estimation de l'amplitude de la perturbation amenée par le capteur, seule une étude théorique plus exacte pourra nous permettre de discuter de manière plus approfondie de la validité de ce relevé expérimental.

II.2. REPARTITION DES CHAMPS TRANSVERSES POUR LE PREMIER MODE SUPERIEUR E_y^{12}

Le même type de mesure que celui effectué précédemment est réalisé pour le mode E_y^{12} se propageant seul dans un guide image

REPARTITION des CHAMPS ELECTRIQUES TRANSVERSES
 MODE E_Y^{12}

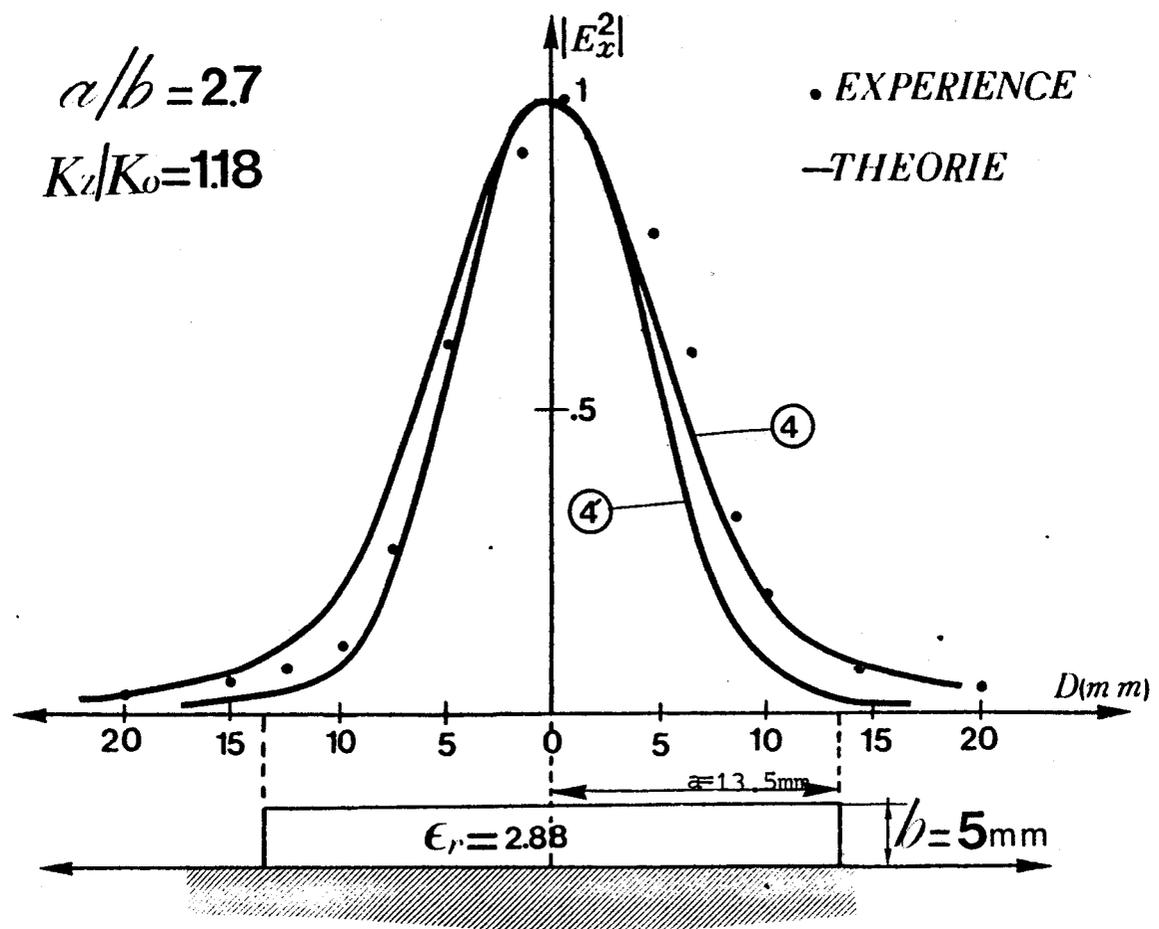
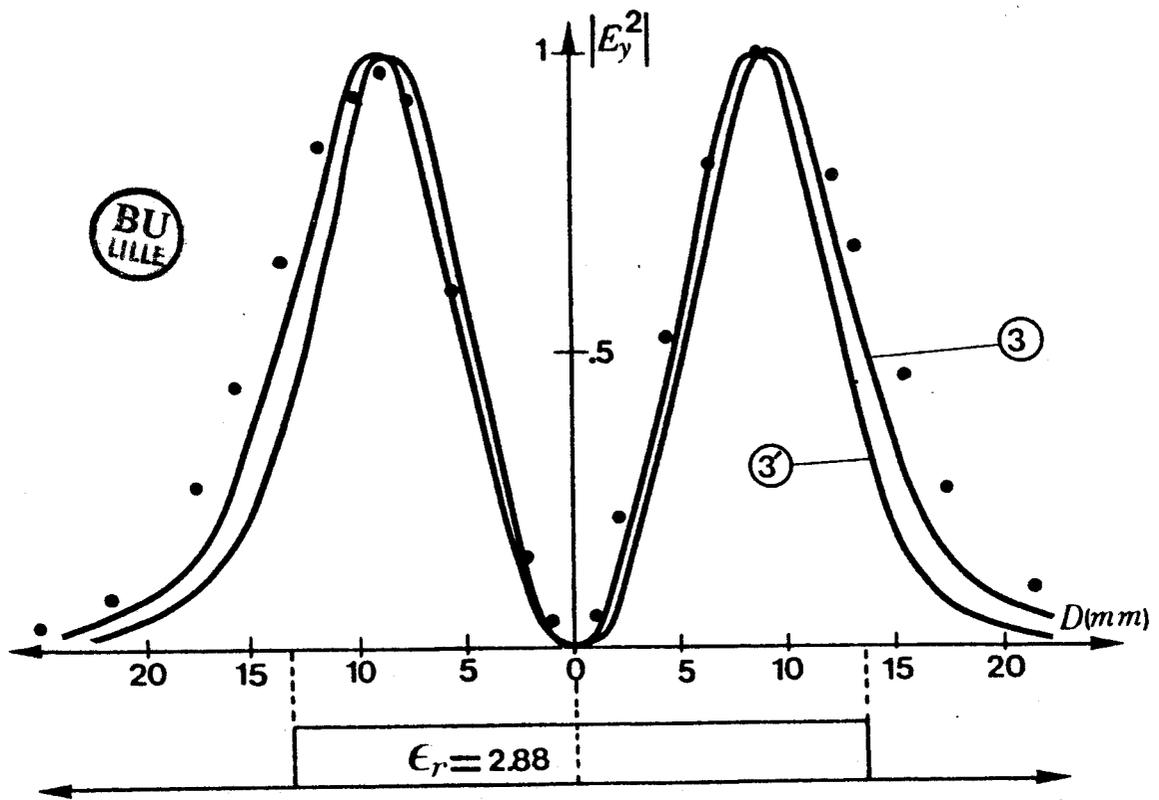


FIG.(26)

d'aplatissement 2,7 et de permittivité 2,88.

Les évolutions 3, 4 et 3', 4' Fig. (2'6) correspondent respectivement au calcul des amplitudes des champs pour les nombres d'onde K_x , K_y , K_z déterminés avec les approches de Knox et Toulios d'une part, et de Marcatili d'autre part. Ces relevés montrent la similitude des évolutions, les écarts théorie-expérience étant satisfaisants.

Puisque les théories analytiques approchées décrivent relativement bien les évolutions des caractéristiques de propagation (diagramme de dispersion, champs), nous les avons exploitées dans le but de pouvoir définir leurs sensibilités à une variation des paramètres physiques (dimensions transversales, permittivité relative). Ces données étant essentielles lors de la conception de dispositifs

III - ÉTUDE DE L'INFLUENCE D'UNE VARIATION DE LA PERMITTIVITÉ ET DES DIMENSIONS TRANSVERSALES DE LA LIGNE IMAGE

Une légère modification des paramètres électriques et géométriques Fig. (27) a une action non négligeable sur la constante de propagation normalisée K_z/K_0

Ainsi, nous pouvons constater que pour le mode fondamental et le premier mode supérieur, l'évolution du nombre d'onde normalisé est plus sensible à la variation de la permittivité relative qu'à celle de la hauteur de la ligne image. L'incidence d'une faible variation de la largeur est par contre négligeable.

Nous voyons donc à ce niveau la nécessité de connaître avec une grande précision les caractéristiques électriques du matériau, et d'apporter un soin extrême aux techniques de réalisation des guides images.

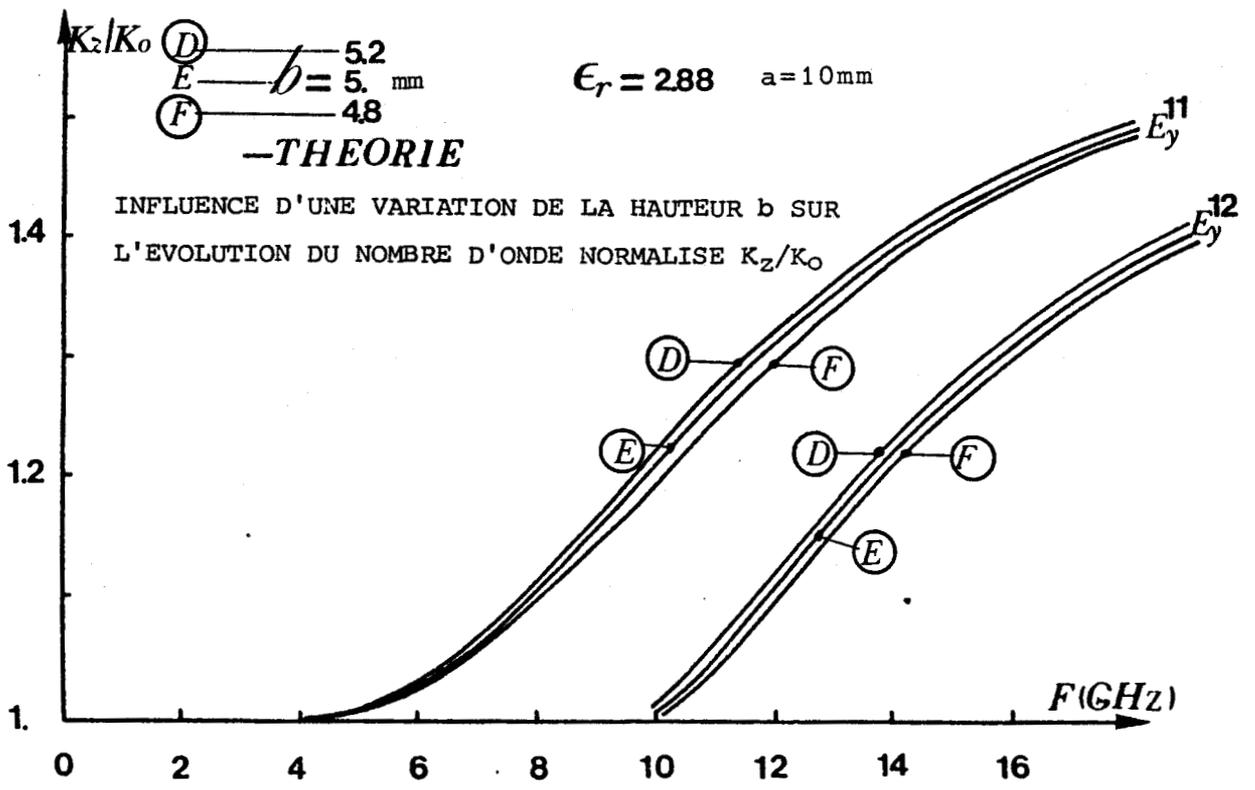
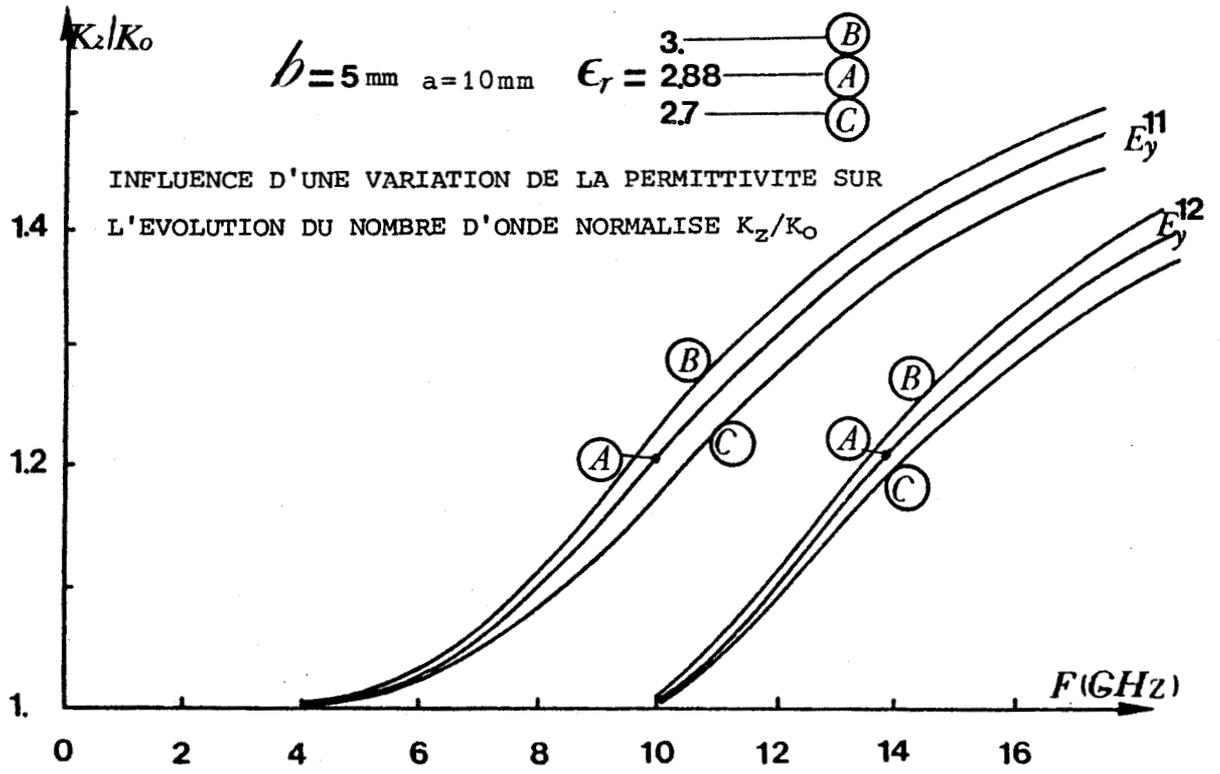


FIG. (27)

REMARQUES ET UTILISATION DES RÉSULTATS

Dans la zone du diagramme de dispersion proche de la coupure du guide $Kz/K_0=1$, les écarts entre théorie et expérience sont importants. Cela justifie la notion d'approximation "loin de la coupure" reprise par de nombreux auteurs, mais ne nous renseigne absolument pas sur la valeur du nombre d'onde normalisé à partir duquel cette approximation est vérifiée.

D'un point de vue pratique, il semble légitime de fixer la plage de validité des méthodes théoriques utilisées, non plus à partir d'un concept dont la définition est loin d'être évidente, mais plutôt à partir des comparaisons théorie-expérience.

Afin que nos résultats soient comparables, nous introduisons la grandeur normalisée $P = ((Kz/K_0) - 1) / (\sqrt{\epsilon_r} - 1)$.

Avec la fréquence, cette grandeur varie de 0 à 1. Il faut alors se fixer à priori l'écart maximal relatif admissible entre théorie et expérience pour l'application envisagée et calculer "p".

On peut alors tracer des courbes iso-précision nous permettant de mieux apprécier le domaine de validité de l'approche de Knox Toullos.

Pour des problèmes de représentation nous avons choisi de sélectionner la plus grande valeur de la variable P à écart relatif fixé.

Nous présentons de telles courbes figures (28 et 29) pour le mode fondamental E_y^{11} .

A ces courbes, nous avons associé des évolutions caractéristiques de la bande relative monomode du guide image. L'impossibilité de déterminer avec précision les fréquences de coupure du mode fondamental E_y^{11} , et du premier mode supérieur E_y^{12} , nous conduit à définir la bande relative monomode de la manière suivante:

$$\frac{\Delta F}{F_0} = \frac{(F_{E_y^{12}}(\text{pour } P_{\text{Fixe}}) - F_{E_y^{11}}(\text{pour } P_{\text{Fixe}}))}{F_{E_y^{12}}(\alpha P_{\text{Fixe}}) + F_{E_y^{11}}(\alpha P_{\text{Fixe}})}$$

Pour permettre la comparaison des résultats, quelle que soit la valeur de la permittivité du guide, nous avons préféré utilisé la variable "p".

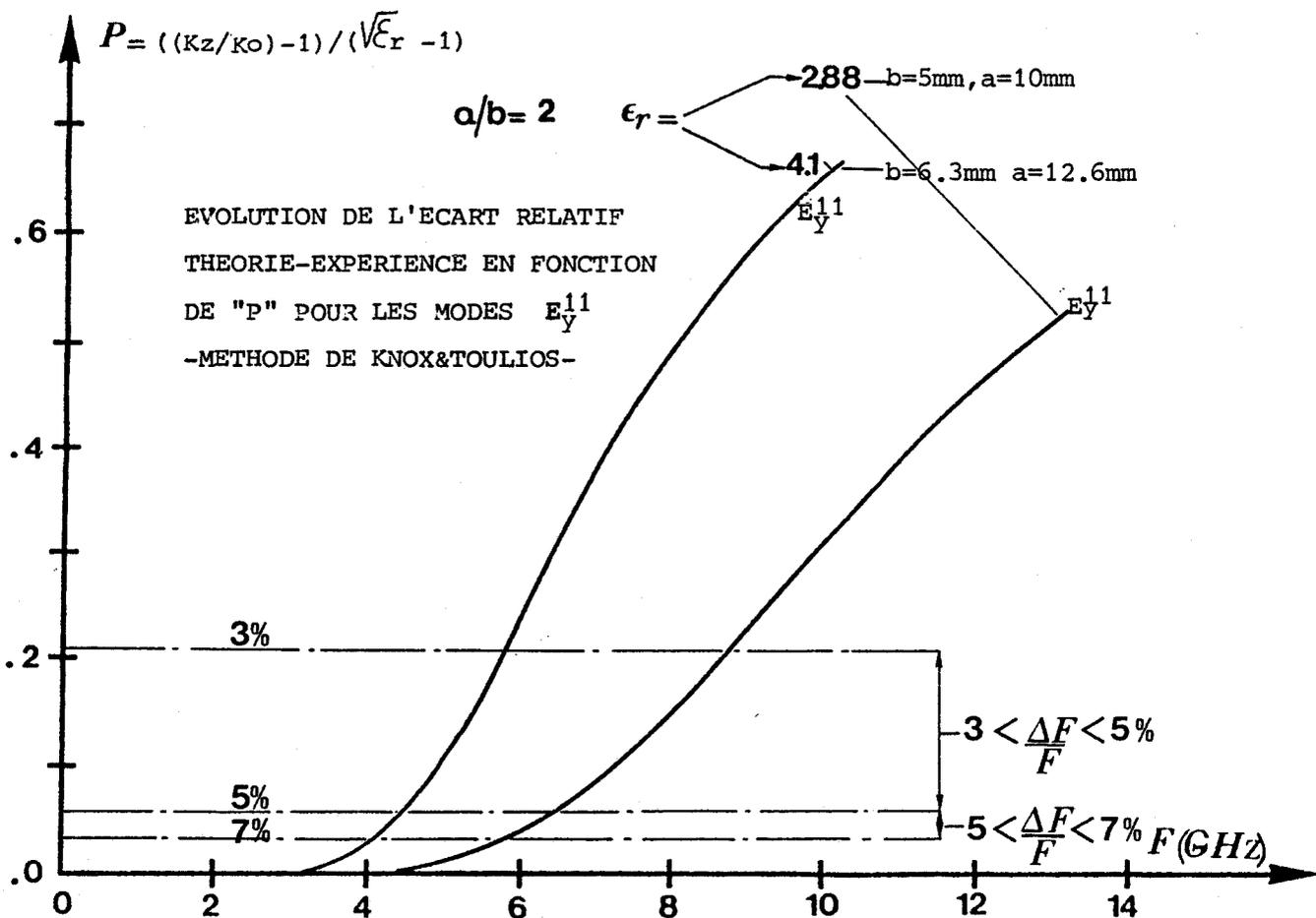


FIG. (28)

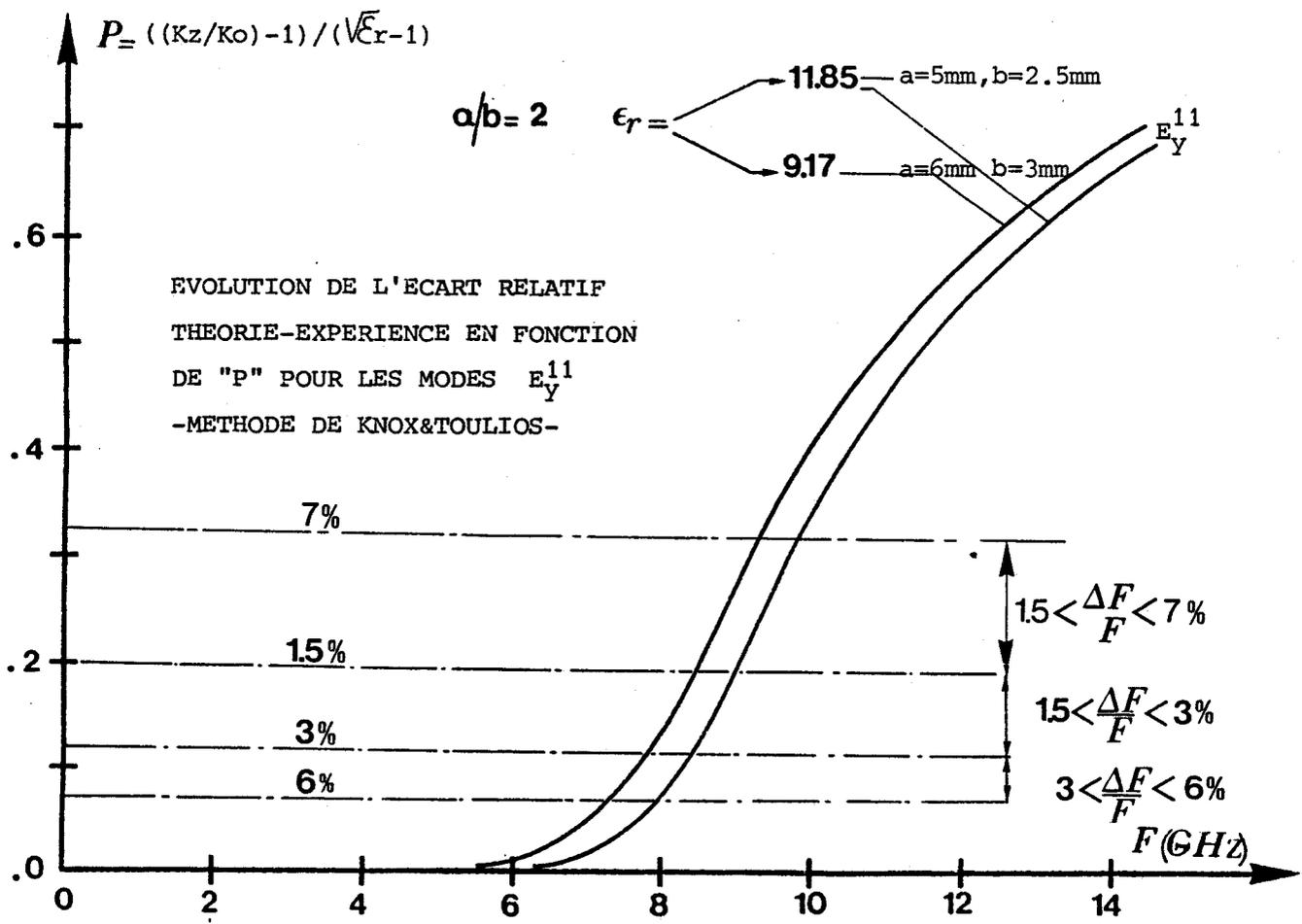


FIG. (29)

Ainsi, nous avons choisi pour la valeur de cette variable, celle qui correspond à une valeur du nombre d'onde normalisé $Kz/K_0=1.05$ pour un guide de permittivité $\epsilon_r=2.88$; soit $P=.07$. Notons que pour cette valeur, les écarts "théorie-expérience" sur la fréquence sont de l'ordre de 5 à 6% pour une ligne image d'aplatissement $a/b=2$.

Nous présentons les évolutions de la bande relative monomode en fonction de la permittivité et de l'aplatissement figure (30).

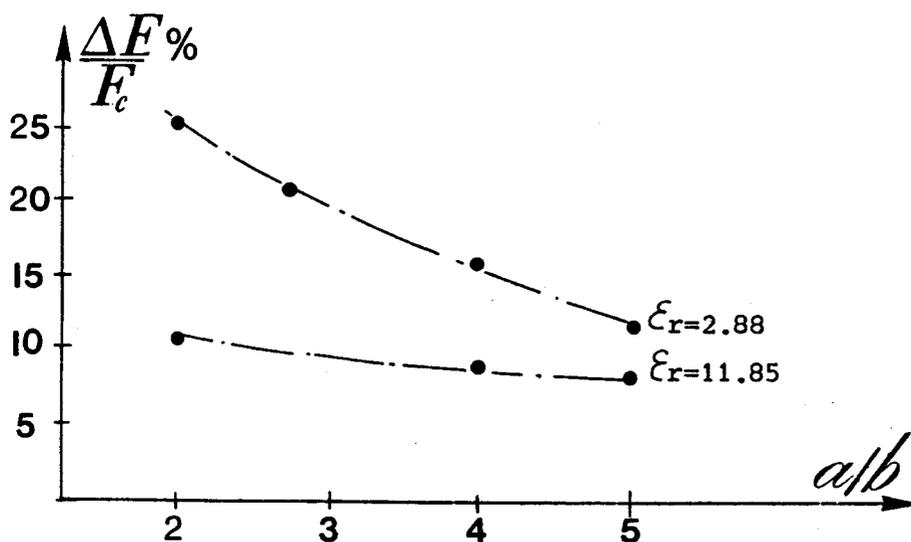
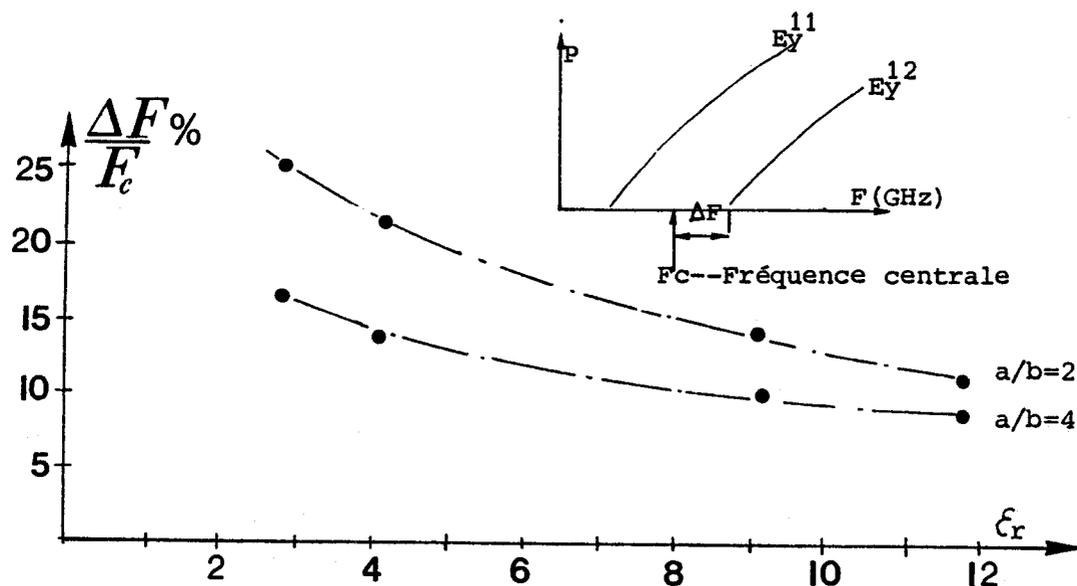


FIG.(30) EVOLUTION DE LA BANDE RELATIVE MONOMODE EN FONCTION DE LA PERMITTIVITE ET DE L'APLATISSEMENT DU GUIDE IMAGE

CONCLUSION

Le nombre important de relevés expérimentaux réalisés nous permet d'établir les conclusions suivantes :

- le domaine de validité de la méthode de EAJ Marcatili, dans son application aux micro-ondes est très restreint ; les résultats obtenus étant toujours très éloignés de l'expérience. Cependant, cette méthode permet de connaître les évolutions des champs transversaux E_y avec une bonne précision tant pour le mode E_y^{11} que pour le mode E_y^{12} .
- la méthode de la permittivité effective est sans aucun doute la plus intéressante du point de vue de son application aux hyperfréquences, et ce pour une grande plage de variation de la permittivité diélectrique dès lors que l'applatissage est supérieur à 2.

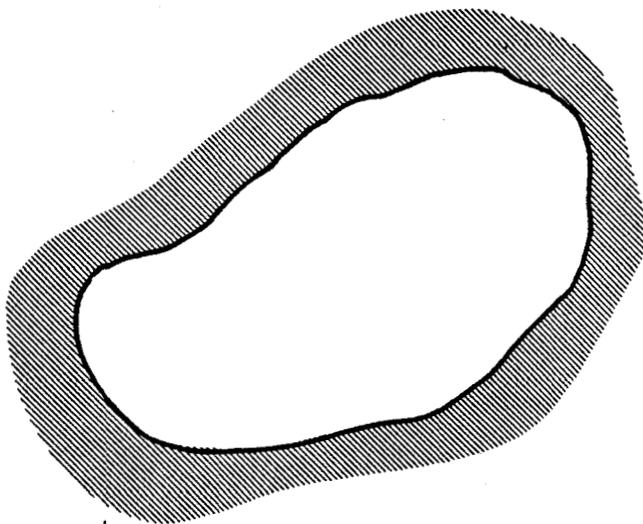
CHAPITRE 3

LA METHODE DE CORRELATION OU D'ADAPTATION PAR POINTS

Comme nous l'avons dit précédemment, la difficulté essentielle rencontrée lors de l'étude des modes de propagation du guide image réside dans le fait, que la section droite de ce guide n'est pas décrite dans un système de coordonnées curvilignes orthogonales simple.

Ce problème a déjà été rencontré lors de l'étude des guides fermés, à section droite déformée figure (31).

Pour ces guides, quelques auteurs ont proposé une étude approchée : la méthode d'adaptation par points. (Point Matching method) [14], [13].



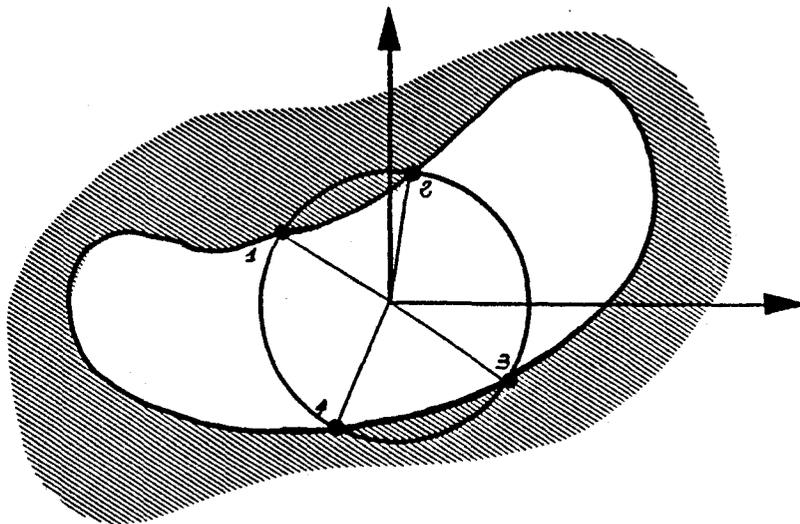
GUIDE DE SECTION
DROITE DEFORMEE

FIG(31)

Dans l'espace inter-conducteurs, les champs sont développés suivant une somme infinie d'harmoniques (en général des harmoniques cylindriques).

La limite de la section droite du guide n'étant pas une courbe remarquable du système de coordonnées dont les fonctions propres ont été choisies comme base de développement des champs, les conditions de continuité ne peuvent être appliquées de manière classique.

Comme l'indique la Figure (32) ces conditions de continuité ne sont en fait assurées que point par point.

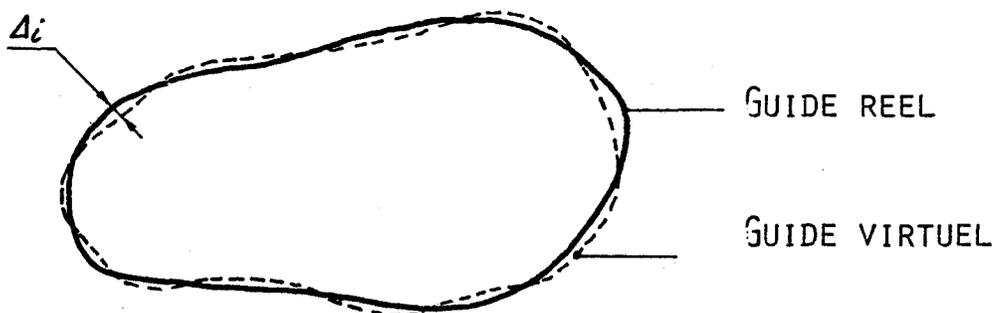


FIG(32)

La description du problème conduit donc à l'écriture d'un nombre infini de conditions de continuité.

Lors de la résolution, il est nécessaire de limiter le nombre de celles-ci afin de ne pas avoir à traiter des systèmes linéaires trop importants. Les conditions de continuité ne sont plus imposées qu'en quelques points et les champs décrits à partir d'une somme finie d'harmoniques.

La précision de la méthode est donc liée au nombre de points utilisés, mais aussi au choix que l'on fait à priori de leur emplacement. Le problème aux valeurs propres étant résolu, il est possible de calculer les champs en tout point et plus particulièrement de définir une section droite équivalente sur le pourtour de laquelle la relation concernant le champ électrique tangent : $E_T = 0$ est vérifiée. La section droite du guide virtuel doit être très proche de celle du guide réel fig(33).



FIG(33)

Dans ces conditions, il est légitime d'admettre que les fréquences de coupure des modes calculées sont une bonne approximation des fréquences de coupure réelles.

Remarquons néanmoins que ceci est d'autant moins vrai que l'ordre du mode est élevé, les écarts maximaux Δ_i entre guide virtuel et guide réel devenant alors comparables à la longueur d'onde.

Cette remarque s'étend aussi aux champs puisqu'ils sont décrits par la superposition d'un nombre limité d'harmoniques.

Une méthode de ce type a été utilisée par JE Goell en 1968 pour l'étude du guide rectangulaire diélectrique [15], puis reprise par CULLEN et OZKAN [16] qui ont proposé quelques améliorations au niveau de son exploitation numérique.

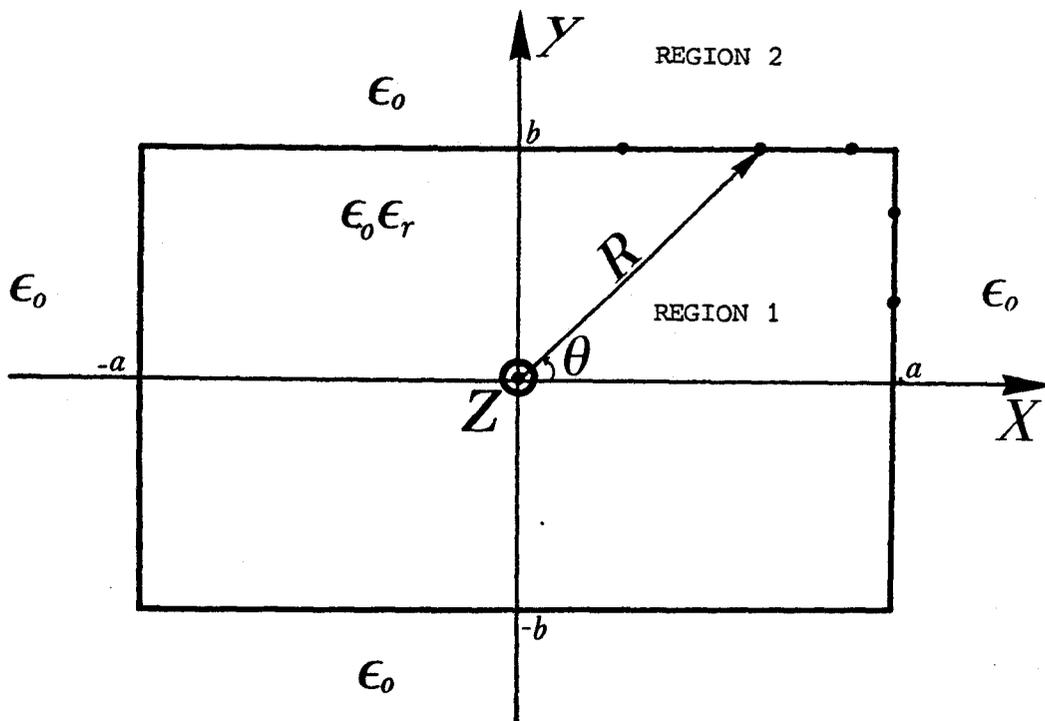
La présentation que nous allons faire a essentiellement pour but de déceler les points faibles de cette approche théorique puis de proposer un certain nombre de solutions originales pour pallier ces dernières. Pour cela, à chaque étape de la résolution, nous évoquerons les différents problèmes qu'il a fallu résoudre.

DESCRIPTION DU PROBLEME

A PARTIR D'HARMONIQUES CYLINDRIQUES

I - PRÉSENTATION

I.1. Le guide étudié est un barreau de permittivité relative ϵ_r dont la section droite est représentée Fig. (34). Pour décrire la situation électromagnétique Goell [15] développe les champs à partir d'harmoniques cylindriques.



Dans le système de coordonnées cylindriques, l'équation de Helmholtz (31) s'écrit :

$$(31) \left\{ \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + K_\rho^2 \right\} \begin{pmatrix} E_{z\rho} \\ H_{z\rho} \end{pmatrix} = 0$$

où K_ρ représente le nombre d'onde dans la ρ ème région considérée
 $K_\rho^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r\rho} - K_z^2$

Les champs électriques et magnétiques longitudinaux $E_{z\rho}$ $H_{z\rho}$ solutions de l'équation (31) s'expriment comme une somme infinie de fonctions propres du système de coordonnées cylindriques.

Pour le mode guidé, le nombre d'onde $K_1 = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - K_z^2}$ est positif. La solution est oscillante pour la description mathématique du problème dans la région 1, d'où l'emploi des fonctions de Bessel $J_N(K_1 r)$ et $N_N(K_1 r)$ ou $Y_N(K_1 r)$.

Les champs longitudinaux dans la région 2 devant respecter la condition de Sommerfeld, la quantité $K_2^2 = -\gamma_2^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - K_z^2$ est négative. Dans ce cas, les solutions de l'équation (31) sont les fonctions de Bessel de seconde espèce $K_N(\gamma_2 r)$ et $I_N(\gamma_2 r)$.

Les expressions mathématiques des solutions sont :

- Dans la région 1 ($0 < \theta < 2\pi$): Le barreau diélectrique

$$E_{z1} = \sum_{m=n=0}^{\infty} \left(A_n \sin(n\theta_m) J_n(K_1 r_m) + A'_n \sin(n\theta_m) Y_n(K_1 r_m) + A''_n \cos(n\theta_m) J_n(K_1 r_m) + A'''_n \cos(n\theta_m) Y_n(K_1 r_m) \right)$$

$$H_{z1} = \sum_{m=n=0}^{\infty} \left(B_n \cos(n\theta_m) J_n(K_1 r_m) + B'_n \cos(n\theta_m) Y_n(K_1 r_m) + B''_n \sin(n\theta_m) J_n(K_1 r_m) + B'''_n \sin(n\theta_m) Y_n(K_1 r_m) \right)$$

- Dans la région 2 ($0 < \theta < 2\pi$) : L'air

$$E_{Z_2} = \sum_{m=n=0}^{\infty} \left(C_n \sin(n\theta_m) K_n(\gamma_2 r_m) + C'_n \sin(n\theta_m) I_n(\gamma_2 r_m) + C''_n \cos(n\theta_m) K_n(\gamma_2 r_m) + C'''_n \cos(n\theta_m) I_n(\gamma_2 r_m) \right)$$

$$H_{Z_2} = \sum_{m=n=0}^{\infty} \left(D_n \cos(n\theta_m) K_n(\gamma_2 r_m) + D'_n \cos(n\theta_m) I_n(\gamma_2 r_m) + D''_n \sin(n\theta_m) K_n(\gamma_2 r_m) + D'''_n \sin(n\theta_m) I_n(\gamma_2 r_m) \right)$$

Les fonctions $Y_N(K_1 r)$ et $N'_N(\gamma_2 r)$ ou $I_N(\gamma_2 r)$ présentent respectivement une singularité en $r = 0$ dans la région 1 et $r \rightarrow \infty$ dans la région 2. Les différentes constantes $A', A'', B', B'', C', C'', D', D''$ sont donc nécessairement nulles.

La prise en compte des symétries dans le plan de section droite permet de simplifier la mise en équation du problème. La section droite du guide étant rectangulaire, nous avons deux symétries vraies : l'une par rapport à l'axe oy, l'autre par rapport à l'axe ox.

Dans le système de coordonnées cylindriques, elles sont décrites par les transformations θ en $-\theta$ et θ en $\pi - \theta$.

Dans la transformation θ en $-\theta$ nous avons :

. d'une part les solutions paires par rapport à l'axe ox telles que :

$$E_z(-\theta, r) = E_z(\theta, r)$$

$$H_z(-\theta, r) = -H_z(\theta, r)$$

. d'autre part, les solutions impaires par rapport à ce même axe telles que :

$$E_z(-\theta, r) = -E_z(\theta, r)$$

$$H_z(-\theta, r) = H_z(\theta, r)$$

Une subdivision nouvelle apparaît pour le couple de solutions paires et impaires $E_{z\rho}$, $H_{z\rho}$ défini précédemment.

La prise en compte de la symétrie par rapport à l'axe oy (transformation de θ en $\Pi - \theta$) permet d'obtenir en définitive quatre couples de solutions indépendantes

- Solution impaires /à ox: $Ez(-\theta,r)=-Ez(\theta,r)$

$$\begin{aligned} EZ\{\Pi-\theta,R\} &= EZ\{\theta,R\} \\ HZ\{\Pi-\theta,R\} &= -HZ\{\theta,R\} \end{aligned} \quad \text{SOLUTION PAIRE /OY}$$

$$\begin{aligned} EZ\{\Pi-\theta,R\} &= -EZ\{\theta,R\} \\ HZ\{\Pi-\theta,R\} &= HZ\{\theta,R\} \end{aligned} \quad \text{SOLUTION IMPAIRE /OY}$$

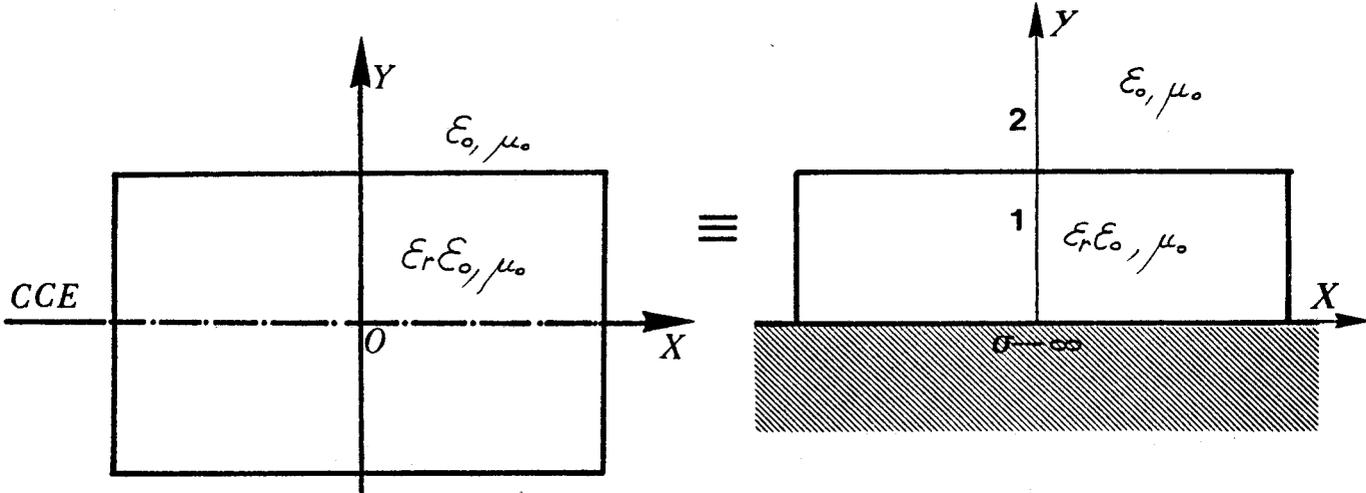
- Solution paires /ox : $Ez(-\theta,r)=Ez(\theta,r)$

$$\begin{aligned} EZ\{\Pi-\theta,R\} &= -EZ\{\theta,R\} \\ HZ\{\Pi-\theta,R\} &= HZ\{\theta,R\} \end{aligned} \quad \text{SOLUTION IMPAIRE /OY}$$

$$\begin{aligned} EZ\{\Pi-\theta,R\} &= EZ\{\theta,R\} \\ HZ\{\Pi-\theta,R\} &= -HZ\{\theta,R\} \end{aligned} \quad \text{SOLUTION PAIRE /OY}$$

I.2. ETUDE DU GUIDE IMAGE

I.2.1. Puisque le guide image est constitué d'un barreau diélectrique reposant sur un plan de masse, nous voyons figure (35) immédiatement que ses modes de propagation s'identifient aux modes impairs par rapport à l'axe OX du guide diélectrique rectangulaire.



FIG(35) EQUIVALENCE "GUIDE DIELECTRIQUE"- "GUIDE IMAGE"
POUR LES MODES IMPAIRS PAR RAPPORT A L'AXE OX

Compte tenu de ces remarques, les solutions E_{z0} , H_{z0} associées aux régions 1 et 2 s'expriment :

Région 1 $0 < \theta < \Pi$

$$E_{z1} = \sum_{n,m} \left\{ A \sin(n \theta_m) J_n(K_1 r_m) \right\}$$

$$H_{z1} = \sum_{n,m} \left\{ B_n \cos(n \theta_m) J_n(K_1 r_m) \right\}$$

Région 2 $0 < \theta < \Pi$

$$E_{z2} = \sum_{n,m} \left\{ C \sin(n \theta_m) K_n(\gamma_2 r_m) \right\}$$

$$H_{z2} = \sum_{n,m} \left\{ D \cos(n \theta_m) K_n(\gamma_2 r_m) \right\}$$

La symétrie par rapport à l'axe oy ($\theta \rightarrow \Pi - \theta$) va permettre de limiter notre étude au quart de la structure de base $0 \leq \theta \leq \frac{\Pi}{2}$.

— Les modes pairs par rapport à oy sont ceux pour lesquels la composante longitudinale E_z du champ électrique est paire : $E_z(\theta) = E_z(\Pi - \theta)$. Cette relation s'écrit encore :

$$\sin N\theta = \sin N(\Pi - \theta) = -(-1)^N \sin N\theta$$

Il faut donc que la variable N soit impaire.

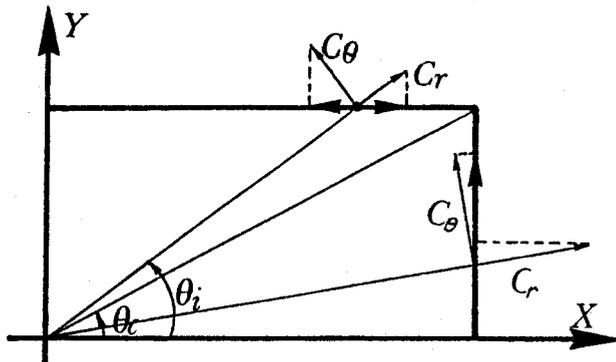
— Les modes impairs tels que $E_z(\theta) = -E_z(\Pi - \theta)$ correspondent bien évidemment aux valeurs paires de la variable N .

I.2.2. Expression des conditions de continuité

Les composantes transversales de champ $E_r, E_\theta, H_r, H_\theta$ sont obtenues à partir des équations de Maxwell.

En un point quelconque de la surface de séparation diélectrique air Fig. (36), les composantes de champ suivant ox et oy sur lesquelles sont appliquées les conditions de continuité s'expriment à partir des composantes suivant r et θ comme :

FIG. (36)



$$C_T = C_r \sin(\theta_i + \alpha) + C_\theta \cos(\theta_i + \alpha)$$

où : C_T est la composante tangentielle E ou H orientée suivant x ou y

C_r la composante radiale E ou H

C_θ la composante angulaire E ou H

θ_i l'angle du ième point considéré

et $\alpha = \frac{\Pi}{2}$ si $\theta_i > \theta_c$

$\alpha = 0$ si $\theta_i < \theta_c$ $\theta_c = \theta_{\text{diagonale}}$

Suivant que l'angle θ_i est supérieur ou non à θ_c , les conditions de continuité à la surface de séparation des deux milieux diélectriques sont :

- pour $\theta_i < \theta_{\text{diagonale}}$

$$E_{z_1} = E_{z_2}, H_{z_1} = H_{z_2}, E_{y_1} = E_{y_2}, H_{y_1} = H_{y_2}$$

- pour $\theta_i > \theta_{\text{diagonale}}$

$$E_x = E_x, H_x = H_x, E_y = E_y, H_y = H_y$$

Nous obtenons en définitive les quatre équations de continuité générales suivantes :

$$E_{z1} - E_{z2} = 0$$

$$\sum_{N,m} \sin N\theta_m J_N(K_1 r_m) A_N - \sin N\theta_m K_N(\delta_2 r_m) C_N = 0$$

$$H_{z1} - H_{z2} = 0$$

$$\sum_{N,m} \cos N\theta_m J_N(K_1 r_m) B_N - \cos N\theta_m K_N(\delta_2 r_m) D_N = 0$$

$$E_{T1} - E_{T2} = 0$$

$$\begin{aligned} \sum_{N,m} & \left(\left[-\frac{K_z \dot{J}_N(K_1 r_m)}{K_1} SR - \frac{N K_z J_N(K_1 r_m)}{K_1^2 r_m} CI \right] A_N \right. \\ & + \left[\frac{N \omega \mu_0 J_N(K_1 r_m)}{K_1^2 r_m} SR + \frac{\omega \mu_0 \dot{J}_N(K_1 r_m)}{K_1} CI \right] B_N \\ & + \left[-\frac{K_z \dot{K}_N(\delta_2 r_m)}{\delta_2} SR - \frac{N K_z K_N(\delta_2 r_m)}{\delta_2^2 r_m} CI \right] C_N \\ & \left. + \left[\frac{N \omega \mu_0 K_N(\delta_2 r_m)}{\delta_2^2 r_m} SR + \frac{\omega \mu_0 K_N(\delta_2 r_m)}{\delta_2} CI \right] D_N \right) = 0 \end{aligned}$$

$$H_{T1} - H_{T2} = 0$$

$$\begin{aligned} \sum_{N,m} & \left(\left[\frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r N J_N(K_1 r_m)}{K_1^2 r_m} CR - \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r \dot{J}_N(K_1 r_m)}{K_1} SI \right] A_N \right. \\ & + \left[\frac{K_z \dot{J}_N(K_1 r_m)}{K_1^2} CR + \frac{K_z N J_N(K_1 r_m)}{K_1^2 r_m} SI \right] B_N \\ & + \left[\frac{\omega \epsilon_0 N K_N(\delta_2 r_m)}{\delta_2^2 r_m} CR + \frac{\omega \epsilon_0 \dot{K}_N(\delta_2 r_m)}{\delta_2} SI \right] C_N \\ & \left. + \left[-\frac{K_z \dot{K}_N(\delta_2 r_m)}{\delta_2} CR - \frac{K_z N K_N(\delta_2 r_m)}{\delta_2^2 r_m} SI \right] D_N \right) = 0 \end{aligned}$$

où: $\dot{J}(K_{1r_m})$ et $\dot{K}(\delta_{2r_m})$ representent les dérivées des fonctions $J(K_{1r_m})$ et $K(\delta_{2r_m})$

$$S = \sin(N\theta_m) \quad C = \cos N\theta_m$$

$$R = \sin(N\theta_m + \alpha) \quad I = \cos(N\theta_m + \alpha)$$

$$K_1^z = \epsilon_r K_0^z - K_z^z \quad |\delta_2^z| = K_z^z - K_0^z$$

θ_m, r_m : coordonnées du point P_m de discretisation considéré

Ces équations de continuité sont mises sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{array}{c} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_i \\ \vdots \\ \theta_{NP} \end{array} \left| \begin{array}{cc|cc} \text{1..i...NP} & & \text{1..i...NP} & \\ \hline M_{11} & \begin{array}{c} O \cdots O \\ \vdots \\ O \cdots O \end{array} & M_{13} & \begin{array}{c} O \cdots O \\ \vdots \\ O \cdots O \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} O \cdots O \\ \vdots \\ O \cdots O \end{array} & M_{22} & \begin{array}{c} O \cdots O \\ \vdots \\ O \cdots O \end{array} & M_{24} \\ \hline M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ \hline M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{array} \right| * \left| \begin{array}{c} A_1 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_{NP} \\ \hline B_1 \\ \vdots \\ B_i \\ \vdots \\ B_{NP} \\ \hline C_1 \\ \vdots \\ C_i \\ \vdots \\ C_{NP} \\ \hline D_1 \\ \vdots \\ D_i \\ \vdots \\ D_{NP} \end{array} \right| = 0$$

La résolution numérique du problème nécessitant le calcul du déterminant d'une matrice carrée; il faut tronquer à l'ordre N_p le développement en série des champs lorsque N_p points discrétisent le périmètre du barreau diélectrique constituant le guide image. Ainsi, chacun des blocs M_{ii} de la matrice comprend en fait N_p lignes et N_p colonnes.

A fréquence donnée, les zéros du déterminant de cette matrice permettent de calculer la constante de propagation K_z ainsi que les composantes du vecteur propre nécessaire à la connaissance des champs.

I.2.3. Définition d'une stratégie d'étude

La dernière étape dans la résolution du problème consiste en la détermination de la grille de points discrétisant le périmètre du barreau diélectrique constituant le guide image.

GOELL choisit une répartition angulaire des points telle que l'angle θ entre les points P_i et P_{i+1} soit constant fig.(37).

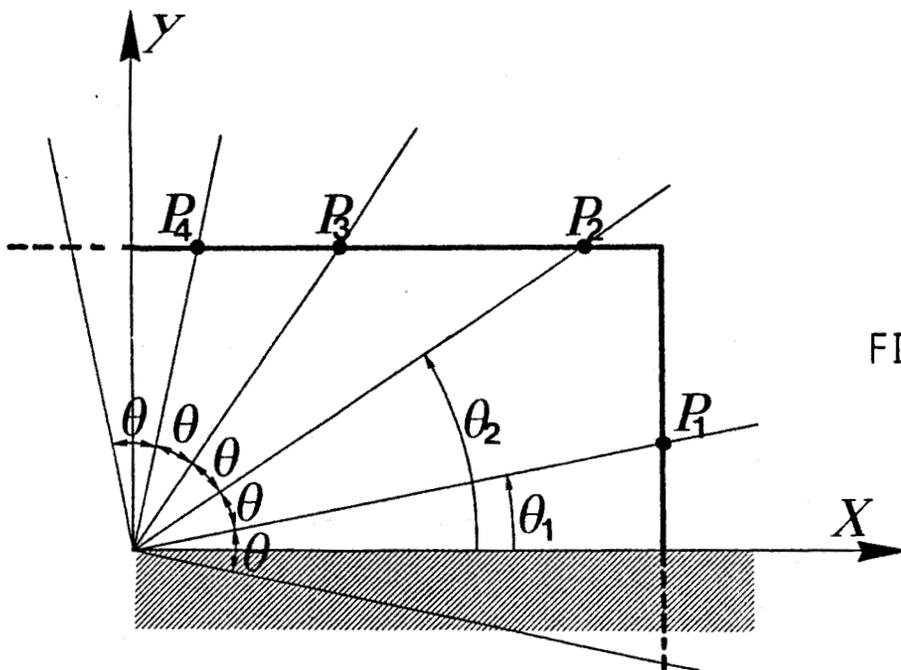


FIG.(37)

Ceci se traduit par la relation suivante:

$$\theta_i = \frac{(2i-1)\pi}{4NP} \quad 1 \leq i \leq NP$$

ou: N_p représente le nombre de points choisis pour décrire le périmètre.

θ_i l'angle du $i^{\text{ème}}$ point considéré

II - ÉTUDE NUMÉRIQUE

Afin de ne pas compliquer inutilement la nomenclature des modes, nous continuerons d'utiliser la notation proposée par E.A.J MARCATILI qui, bien qu'issue de l'optique, a été reprise par de nombreux auteurs [17][18][19][20][21][22][23] qui ont étudié la propagation sur guide image.

Comme dans toute étude numérique, nous nous efforcerons de définir les conditions d'utilisation de la méthode permettant d'obtenir des solutions fiables en un minimum de temps calcul.

La résolution du problème est liée à la recherche des couples de valeurs propres (F, K_z) qui annulent le déterminant de la matrice regroupant les équations de continuité, appliquées en chacun des N_p points de discrétisation.

L'étude de la stabilité de la solution est implicitement liée à une variation importante des paramètres susceptibles d'influencer son comportement, à savoir :

- le nombre N_p de points utilisés pour discrétiser le périmètre du barreau diélectrique, et leur position.
- La valeur même de la constante de propagation normalisée (confinement de l'énergie).

Si l'on ne prend aucune précaution a priori, il apparaît un phénomène de saturation numérique lors du calcul du déterminant. Nous avons donc conditionné la matrice de façon à repousser au maximum cette limitation. La procédure automatique de normalisation décrite en annexe est valable quel que soit le mode étudié.

II.1 ÉTUDE DU MODE FONDAMENTAL

II-1-1 Généralités

La parité des champs longitudinaux, solution de l'équation de HELMOLTZ pour ce mode, impose celle de la variable N intervenant dans les développements (32)(33) en série des solutions.

Cette variable doit être impaire pour le mode fondamental Ey^{11} . Les expressions des champs sont alors:

Dans le barreau diélectrique (Region1):

$$E_{z1} = \sum_{n=m=1}^{NP} \left| A_n \sin(\varrho_{n-1}) \varrho_m J_{\varrho_{n-1}}(k_1 r_m) \right|$$

$$H_{z1} = \sum_{n=m=1}^{NP} \left| B_n \cos(\varrho_{n-1}) \varrho_m J_{\varrho_{n-1}}(k_1 r_m) \right| \quad (32)$$

Dans l'air (Region2):

$$E_{z2} = \sum_{n=m=1}^{NP} \left| C_n \sin(\varrho_{n-1}) \varrho_m K_{\varrho_{n-1}}(\varrho_2 r_m) \right|$$

$$H_{z2} = \sum_{n=m=1}^{NP} \left| D_n \cos(\varrho_{n-1}) \varrho_m K_{\varrho_{n-1}}(\varrho_2 r_m) \right| \quad (33)$$

La solution cherchée correspond au premier passage par zéro du déterminant.

II-1-2 Evolution de la solution

Rappelons tout d'abord le test de convergence proposé par J.E. GOELL et résumé par le tableau suivant:

EVOLUTIONS DE $P = ((k_z/k_0)^2 - 1) / (\epsilon_r - 1)$
 EN FONCTION DE NP POUR $B=2$
 $B = \frac{2b}{\lambda_0} (\epsilon_r - 1)^{\frac{1}{2}}$
 $\lambda_0 = \frac{2\pi}{(\omega^2 \mu_0 \epsilon_0)^{\frac{1}{2}}}$

NP	a/b=1	a/b=2	a/b=3	a/b=4
3	.714	.811	.820	.828
4	.713	.811	.820	.819
5	.714	.808	.813	.813
6	.714	.803	.822	.820
7	.715	.808	.820	.813
8	.715	.807	.820	.814
9	.715	.807	.823	.815

$\frac{4P}{P_2}$
.2 %
.4 %
.4 %
15 %

Dans ce tableau sont regroupées les évolutions du terme $P = ((K_z/K_0)^2 - 1)/(E_r - 1)$ pour une valeur de la hauteur normalisée B en fonction du nombre de points de discrétisation, et ce pour quatre aplatissements a/b différents.

Dans tous les cas retenus, la valeur de la variable B est telle que le point du diagramme de dispersion correspondant est très éloigné de la fréquence de coupure du mode. L'utilisation de la représentation $P = f(N_p)$ masque nettement les variations et, en définitive, la stabilité n'est réelle, à notre sens, que dans le cas du guide de section droite carrée.

Ceci étant, nous avons préféré étudier la stabilité de la solution à partir des grandeurs physiques "fréquence", et "constante de propagation normalisée".

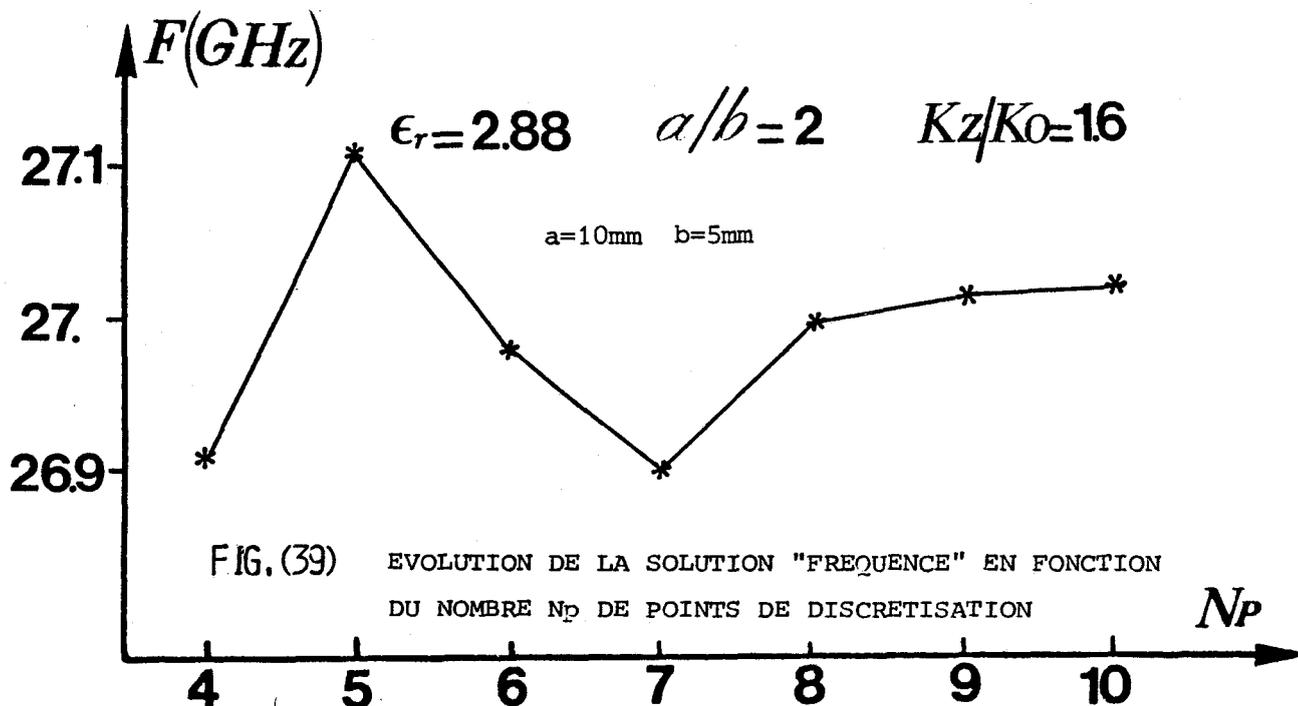
Notre but étant de limiter le temps calcul sans nuire à la bonne description du problème, cette étude a donc été faite :

- en fonction du nombre N_p de points
- en fonction de leur position

afin de pouvoir statuer à terme sur l'influence de ces paramètres.

II-1-3 Etude de la stabilité de la solution en fonction du nombre de points de discrétisation

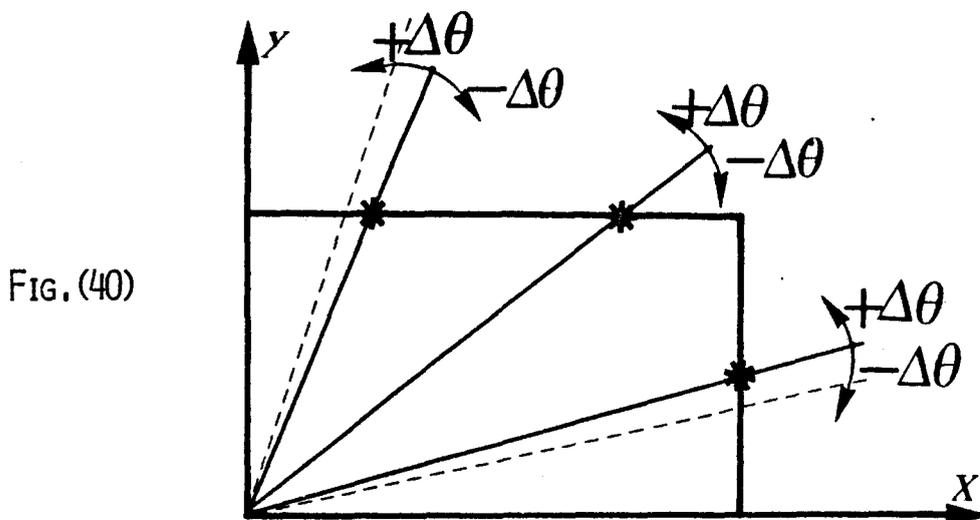
Dans un premier temps, nous présentons les résultats concernant une ligne image d'aplatissement $a/b=2$ et de permittivité relative $\epsilon_r=2.88$. Nous étendrons par la suite l'étude, en traitant les cas de guide image de plus forts aplatissements et de permittivités plus élevées. Pour une valeur du nombre d'onde normalisé $K_z/K_0=1.6$, nous avons reporté figure (39) l'ensemble de nos résultats en fonction d'un nombre N_p de points compris entre 4 et 10.



Nous ne pouvons conclure à ce stade de l'étude, mais notons cependant qu'au moins huit points de discrétisation sont nécessaires à l'amorce d'une stabilisation de la solution. Le temps calcul requis augmentant alors très rapidement dès que le seuil des huit points est dépassé, il nous a semblé intéressant pour le réduire, d'étudier le comportement de la solution non plus seulement en fonction du nombre N_p de points mais aussi en fonction de leur position sur le périmètre du barreau diélectrique.

II-1-4 Evolution de la solution en fonction de la position des points de discrétisation

La répartition des points est modifiée soit en augmentant ou en diminuant leur nombre, soit en impliquant Figure (40) la même rotation $+\Delta\theta$ ou $-\Delta\theta$ à chacun d'eux.



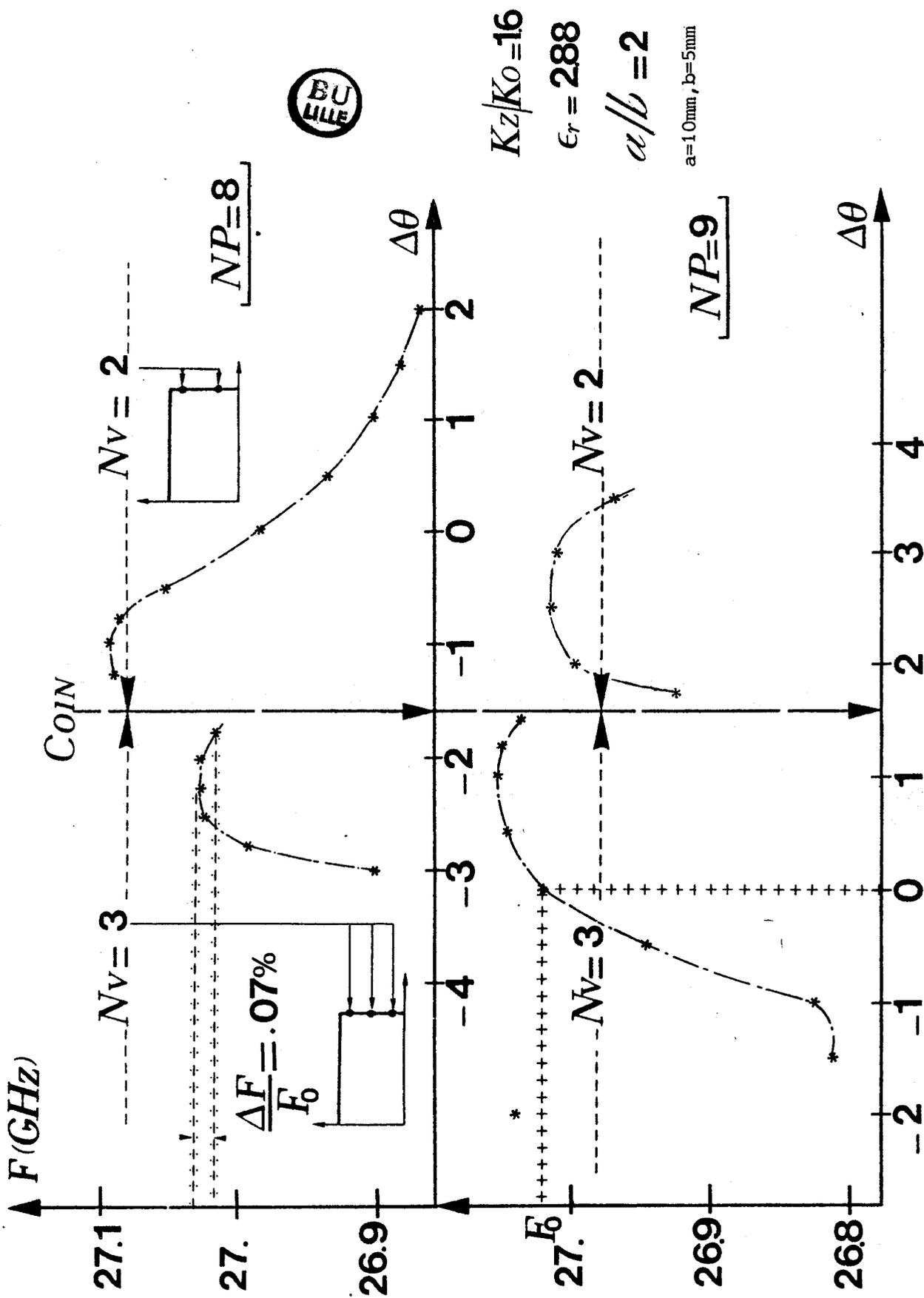


FIG. (41) EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE" POUR K_z/K_0 , ET N_p FIXES, EN FONCTION D'UNE ROTATION $\Delta\theta$ DE LA GRILLE DES N_p POINTS.

Nous présentons figure (41) les variations de la solution fréquence pour une rotation de la grille de points par pas de $0,5^\circ$. Nous voyons que cette solution est effectivement très sensible à la position des points situés sur les interfaces air-diélectrique.

Comparons par exemple les cas où huit et neuf points discrétisent le périmètre du barreau diélectrique. Comme le montrent les résultats regroupés dans le tableau figure (42), il existe une valeur de la rotation $\Delta\theta$ pour laquelle les solutions sont identiques et stables.

N _v =3	N _p =9	GRILLE ORIGINALE	F=27,022 GHz
	N _p =8	$\Delta\theta = -2^\circ$	

FIG. (42)

Notons :

- d'une part que ce cas correspond à celui où trois points discrétisent la face verticale du guide image
- d'autre part qu'il existe une plage de variation de $\Delta\theta$ pour NP = 8 pour laquelle la solution évolue peu puisque :

N _v =3	N _p =9	$\Delta\theta = 0^\circ$	F=27,022 GHz
	N _p =8	$-1,7^\circ < \Delta\theta < 2,7^\circ$	$27,01 < F < 27,031$ GHz

La valeur de la solution semble donc être liée au nombre N_v de points de discrétisation situés sur l'interface vertical air-diélectrique du guide image.

L'exemple présenté figure (43), où seulement deux points décrivent la paroi verticale, permet de confirmer ce résultat.

N _v =2	N _p =8	$\Delta\theta = 0^\circ$	F=26,994 GHz
	N _p =9	$\Delta\theta = 2,1^\circ$	F=26,990 GHz
	N _p =8	$1,7^\circ < \Delta\theta < 3,^\circ$	$26,9 < F < 26,996$

FIG. (43)

Partant de cette constatation, nous avons donc étudié systématiquement le comportement de la solution figure (44) en fonction du nombre N_v de points discrétisant l'interface vertical. La comparaison de l'évolution de la solution figure (44a) avec celle figure (44b) correspondant à une répartition des N_p points non modifiée, montre que la solution est quasiment stable dès lors que trois points discrétisent la face verticale du guide image.

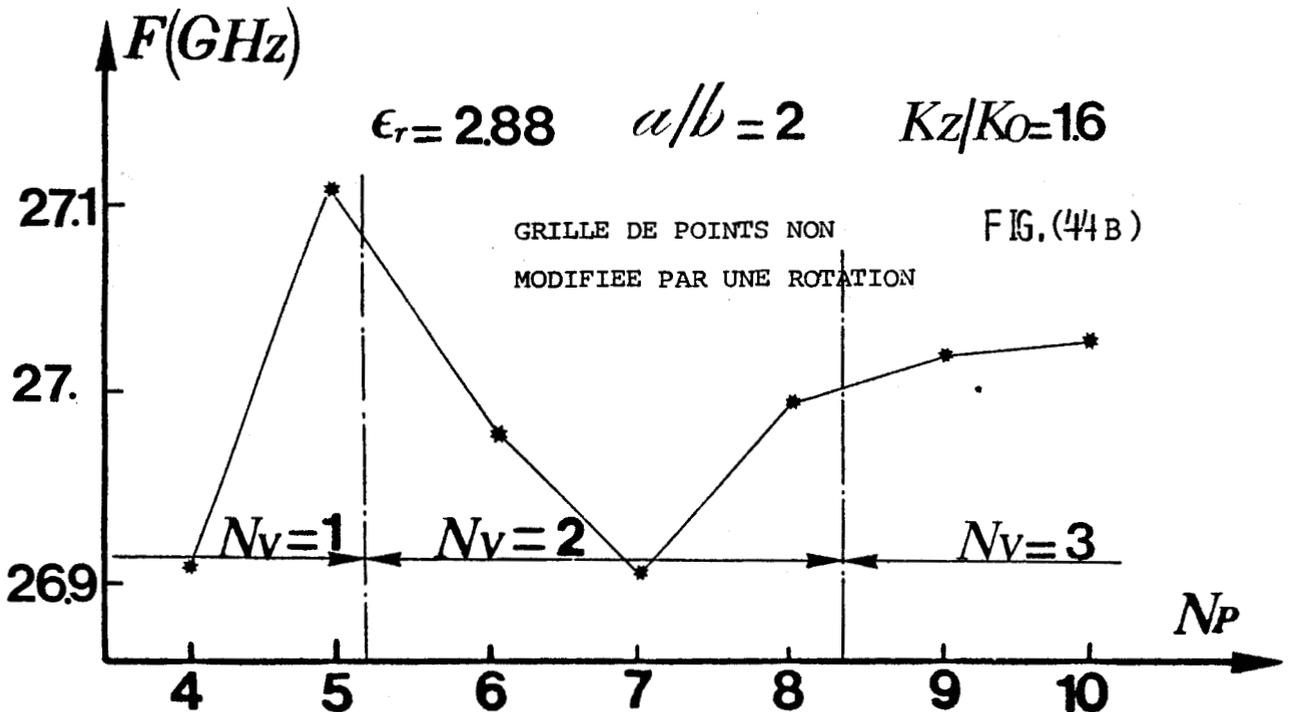
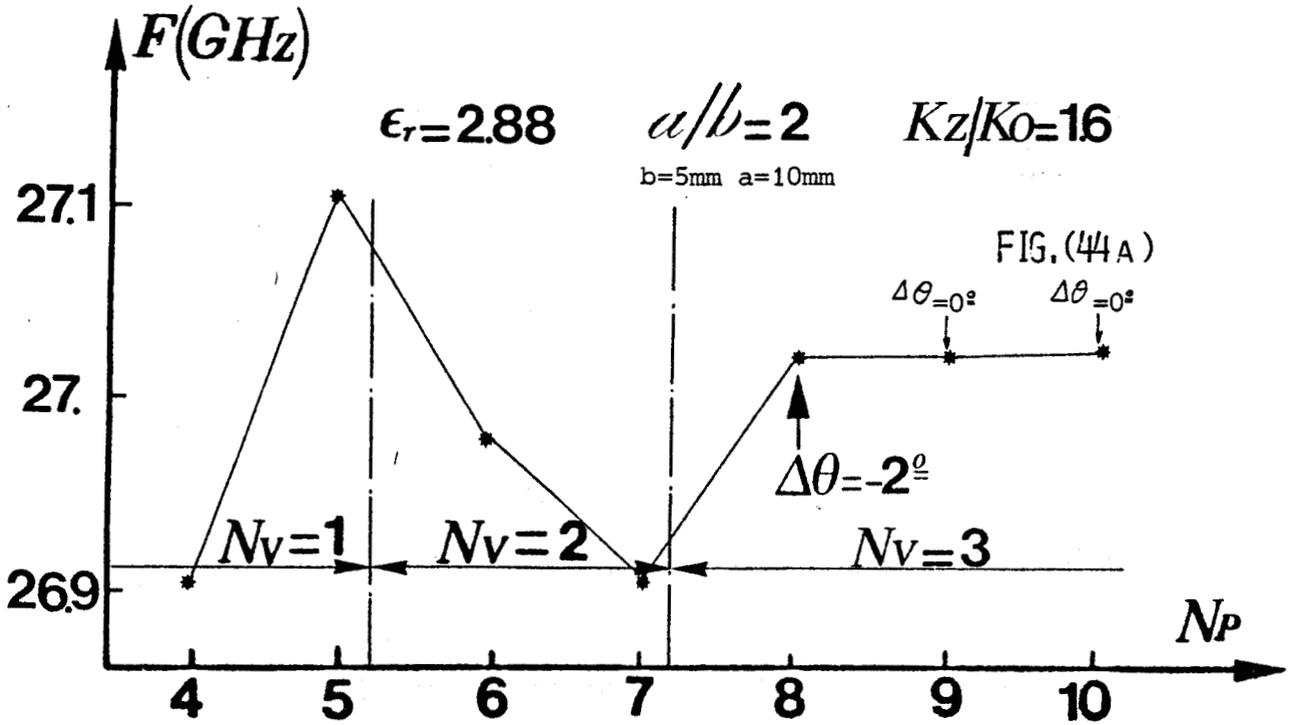


FIG. (44) EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE" POUR K_z/K_0 FIXE, EN FONCTION DU NOMBRE N_v DE POINTS DISCRETISANT L'INTERFACE VERTICAL DU GUIDE

Au cours de nos essais, nous avons pu également constater que le gain ou la perte d'un point sur la face horizontale n'affecte que très peu la valeur de la solution.

Comme pour tous les cas étudiés, au moins quatre points sont situés sur cette face horizontale, nous pouvons donc supposer que celle-ci est correctement décrite. Afin de valider cette hypothèse, nous avons donc été amené à vérifier à posteriori la continuité des composantes du champ électromagnétique, tangentiels aux interfaces air-diélectrique ; en fait, nous n'avons étudié que l'évolution d'une seule composante de champ : la composante longitudinale E_z .

Plusieurs raisons ont dicté ce choix :

- 1°) Cette composante est tangente en tout point du périmètre du barreau diélectrique constituant le guide image.
- 2°) Son amplitude est beaucoup plus importante que celle du champ magnétique H_z . (Voir Méthode de MARCATILI).
- 3°) Enfin, toutes les composantes transversales de champ pouvant être déduites des composantes longitudinales, la continuité du champ E_z rend compte en partie de la continuité des autres composantes.

Pour analyser le comportement de la continuité des champs électriques longitudinaux, nous définissons une fonction "ERREUR" exprimée à partir de la relation suivante :

$$\text{ERREUR} = \frac{E_{z1}(r_m, \theta_m) - E_{z2}(r_m, \theta_m)}{E_{z\text{moyen}}} \quad E_{z\text{moyen}} = \frac{|E_{z1}| + |E_{z2}|}{2}$$

où θ_m et r_m représentent les coordonnées des points P_m situés sur le périmètre délimitant les interfaces air-diélectriques figure (45), et E_{z1}, E_{z2} sont les champs calculés de part et d'autre de l'interface aux points P_m considérés.

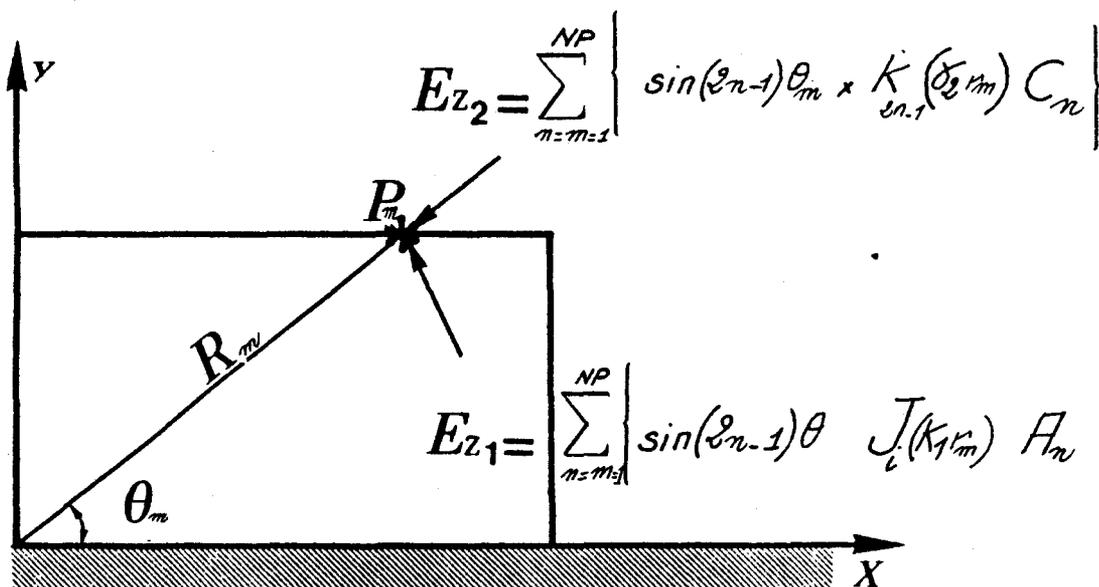


FIG. (45)

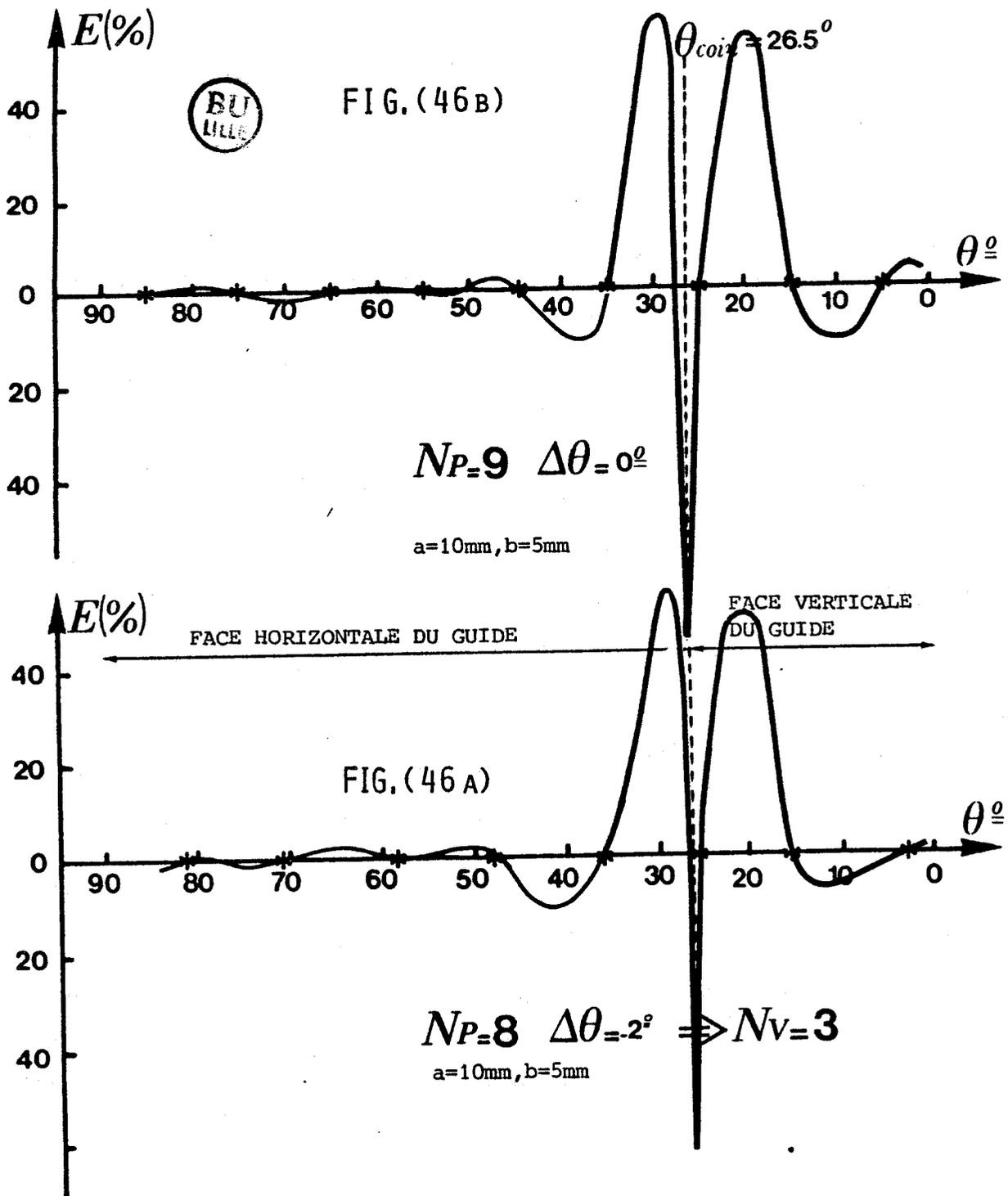


FIG.(46) EVOLUTION DE LA FONCTION "ERREUR " ILLUSTRANT LES CAS:
 FIG (46a→44a) ET (46b→44b) POUR $a/b=2, K_z/K_0=1.6, \epsilon_r=2.88$

A titre d'exemple, nous avons reporté figure (46) les évolutions des fonctions "ERREUR" illustrant les cas correspondant aux figure (44a) ($N_p=8$, $\Delta\theta=-2\pi$) et figure (44b) ($N_p=9$, $\Delta\theta=0$). Nous pouvons constater que notre hypothèse de bonne description de la face horizontale du guide est bien vérifiée. Notons par contre, que la continuité des champs au voisinage immédiat du coin du guide est très mal assurée.

Afin de limiter les variations de la fonction "ERREUR" dans cette zone, nous avons déplacé la grille des points de façon à ce que l'un d'eux soit situé sur le coin. A ce stade de l'étude, on ne peut savoir comment appliquer les conditions de continuité au coin, puisque toute direction de projection peut à priori convenir (figure 47).

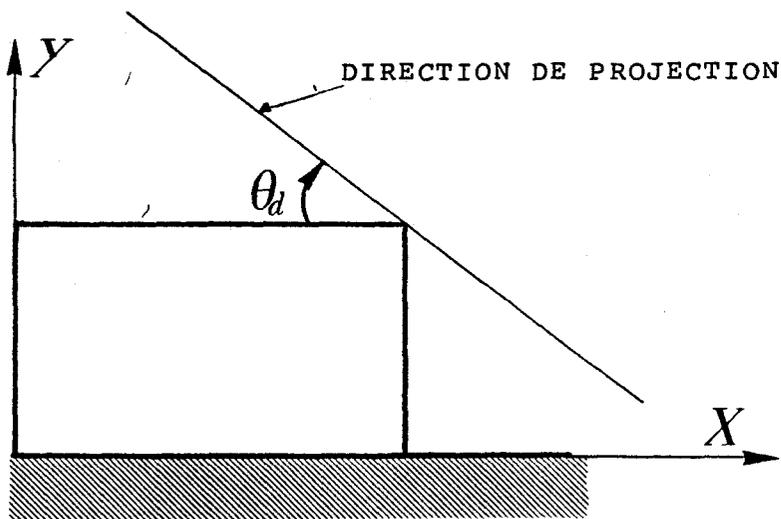


FIG. (47)

En sélectionnant, en plus d'une direction quelconque, deux autres directions correspondant aux limites de variation de l'angle θ_d à savoir $\theta_d=0$ et $\theta_d=\frac{\pi}{2}$, nous obtenons figure (48) les comportements typiques de la fonction "ERREUR".

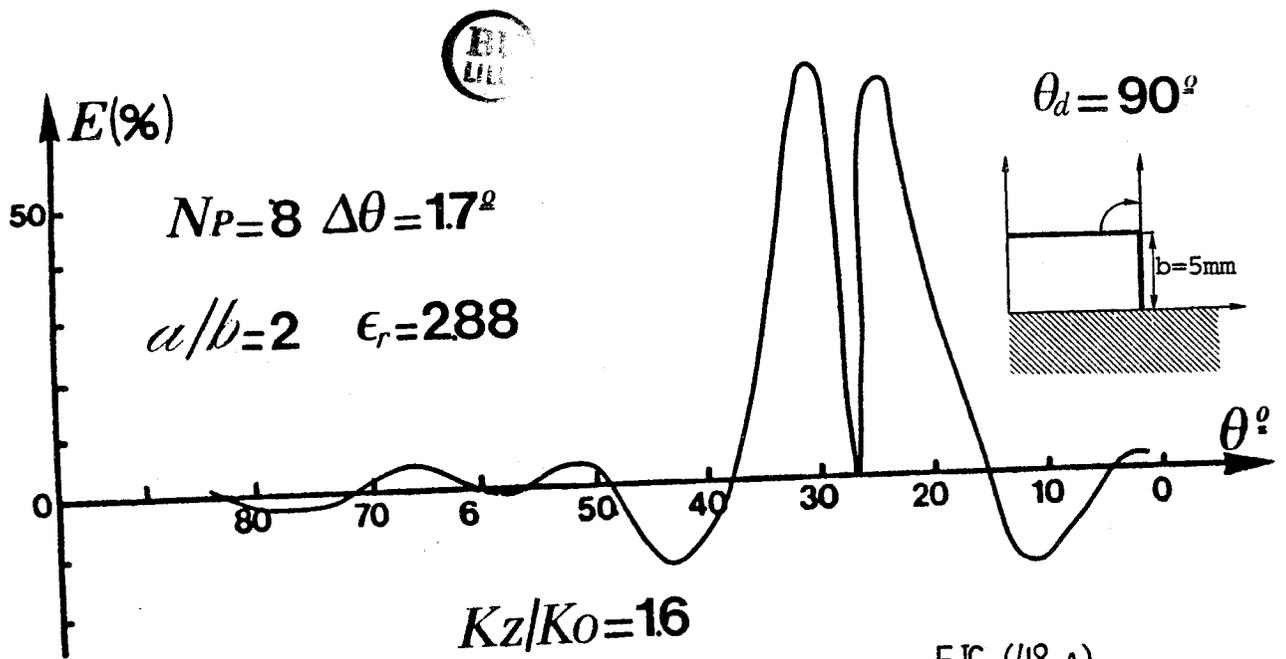


FIG. (48 A)

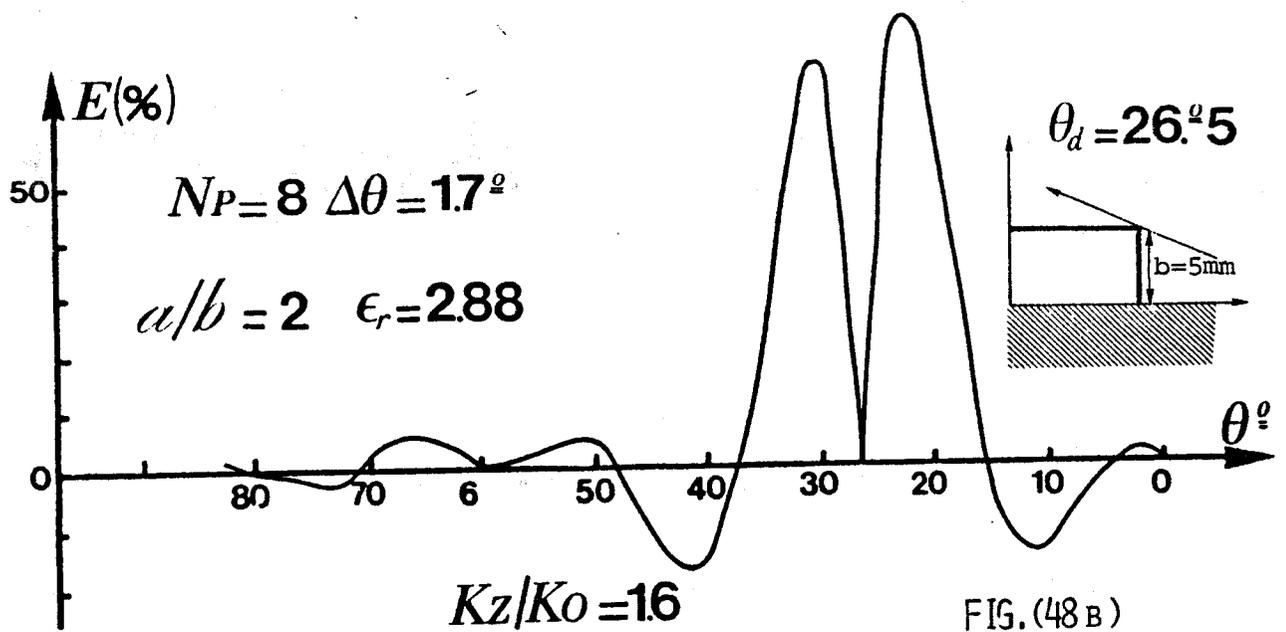


FIG. (48 B)

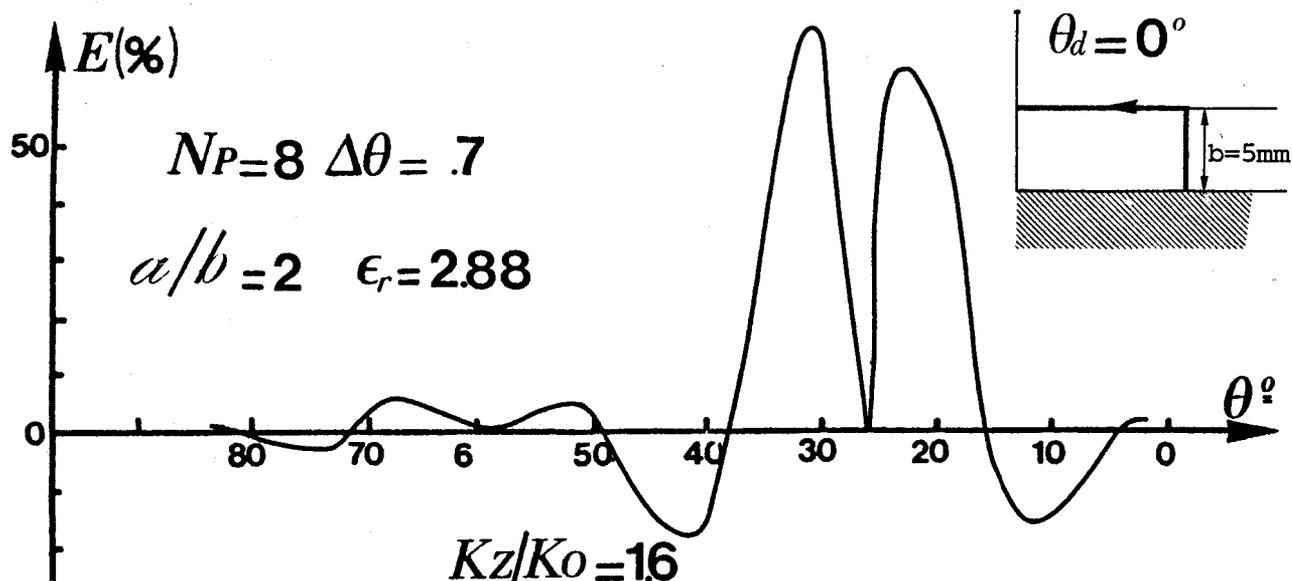


FIG. (48)

EVOLUTIONS DE LA FONCTION "ERREUR" POUR K_z/K_0 FIXE, LORSQUE AU COIN, L'ANGLE θ_d DE LA DIRECTION DE PROJECTION DES COMPOSANTES DE CHAMP VARIE.

Comme nous pouvons le constater; l'incidence d'une variation de la direction de projection, sur la dynamique et l'évolution de la fonction "ERREUR" est minime.

De meme, l'écart relatif maximum $\frac{\Delta F}{F}$ de la solution figure (49), qui résulte d'une rotation de la direction de projection des composantes de champ, est faible (1%).

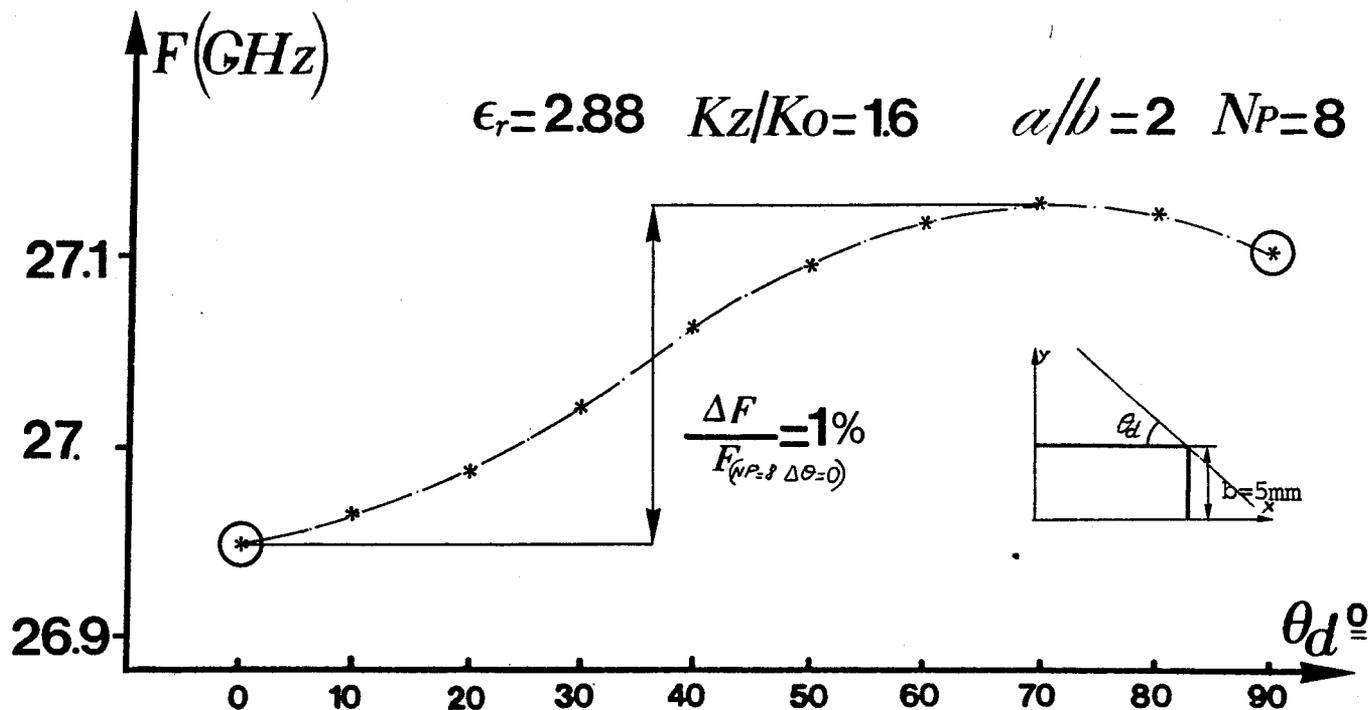


FIG. (49)

EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE" POUR $K_z/K_0=1.6$, $N_P=8$, LORSQUE L'ON FAIT VARIER L'ANGLE θ_d DE LA DIRECTION DE PROJECTION DES CHAMPS AU COIN.

Afin de donner les premières conclusions concernant cette étude, nous avons étendu celle-ci à toute la plage de variation du nombre d'onde normalisé K_z/K_0 , en étudiant notamment le comportement de la solution "fréquence" au voisinage de la coupure ($K_z/K_0=1.1$).

La figure (50) présente l'évolution de la solution pour deux valeurs de la constante de propagation normalisée K_z/K_0 ; la première, correspondant au mode dont l'énergie est confinée dans le diélectrique, la seconde, au mode proche de sa fréquence de coupure.

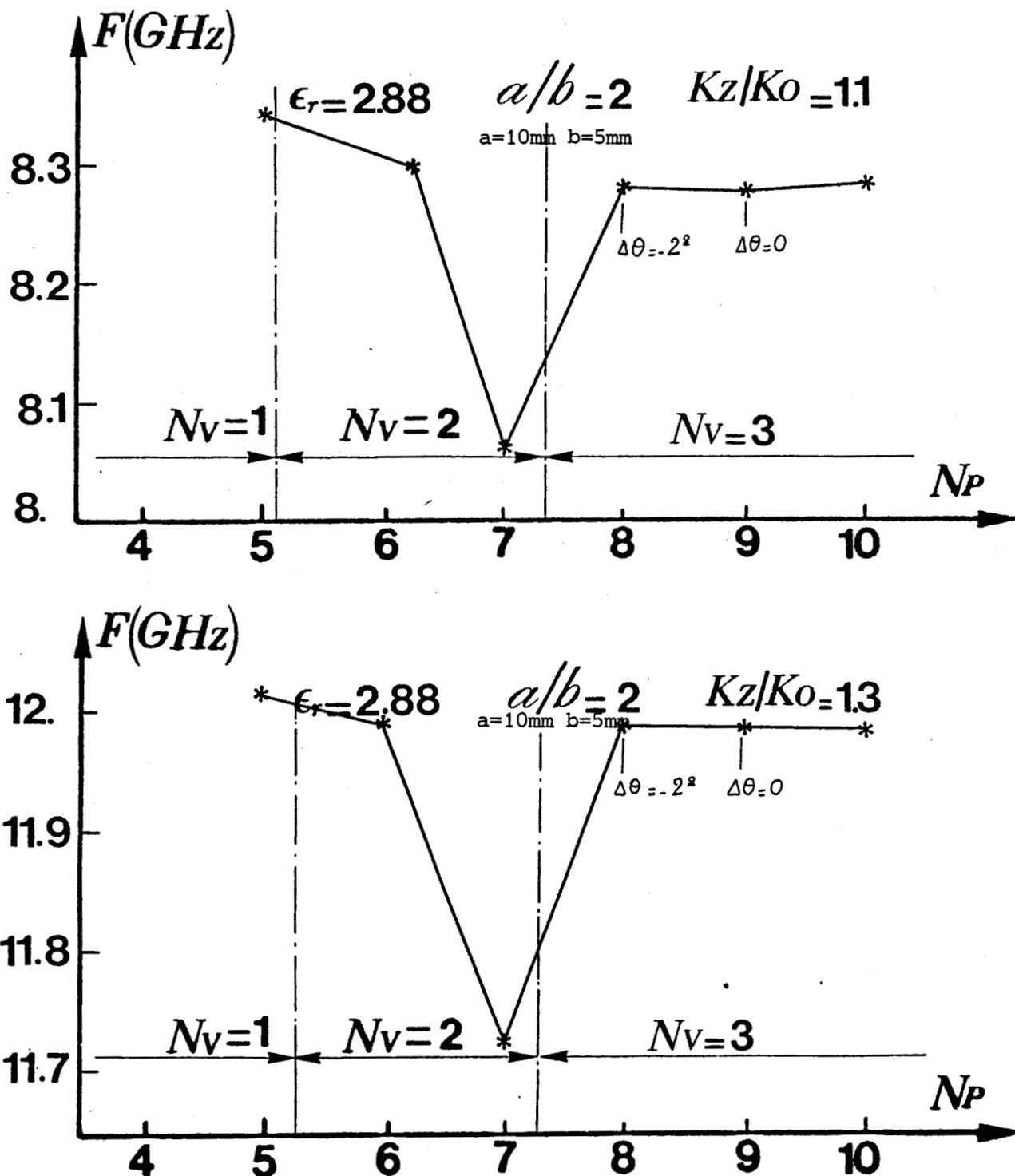


FIG. (50) COMPORTEMENT DE LA SOLUTION "FREQUENCE" EN FONCTION DU NOMBRE N_v DE POINTS SITUÉS SUR LA FACE VERTICALE POUR DEUX VALEURS DU NOMBRE D'ONDE NORMALISÉ.

Pour le cas étudié ($a/b=2, \epsilon_r=2.88$), nous pouvons observer

que:

1°) LA SOLUTION SE STABILISE DES QUE TROIS POINTS DISCRETISENT LA FACE VERTICALE DU GUIDE IMAGE.

2°) LA FACE HORIZONTALE DU GUIDE EST ELLE, CORRECTEMENT DECRITE, PUISQU'AU MOINS CINQ POINTS SONT SITUES SUR CET INTERFACE.

Lorsque l'on fixe un point au coin:

3°) LA DIRECTION CHOISIE (θ_d) POUR PROJETER LES COMPOSANTES DE CHAMP ET APPLIQUER LES CONDITIONS DE CONTINUITE N'A QU'UNE INCIDENCE MINEURE SUR LA VALEUR DE LA FREQUENCE TROUVEE FIGURE (51).

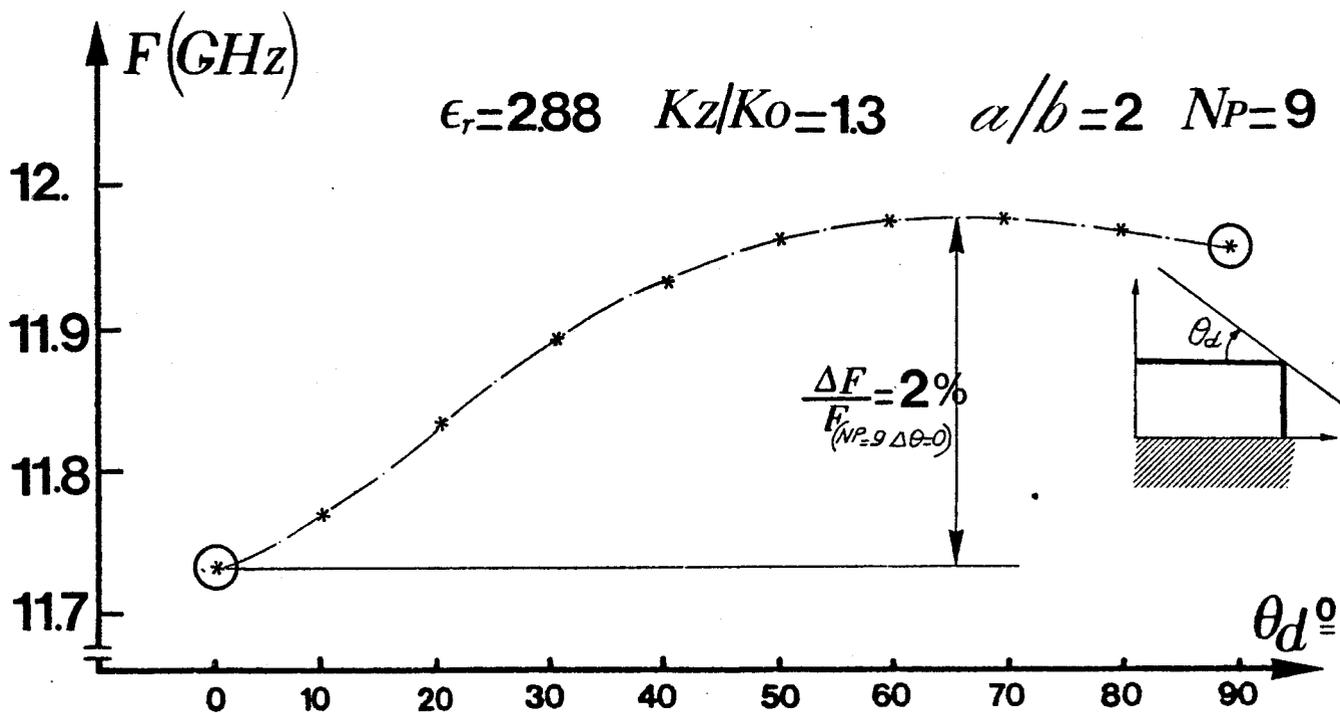
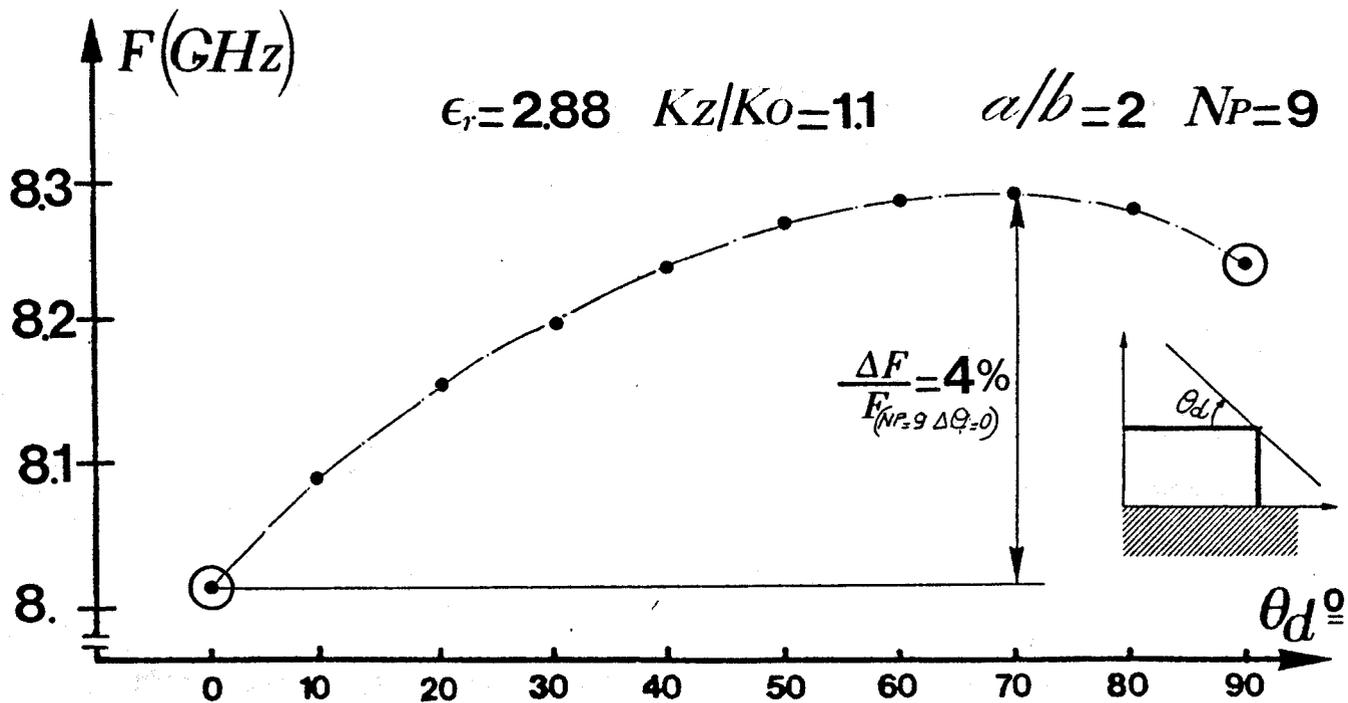


FIG. (51) EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE" POUR Kz/Ko FIXE, EN FONCTION DE L'ANGLE θ_d DE LA DIRECTION DE PROJECTION DES COMPOSANTES DE CHAMP.

4°) LA ZONE OU LA CONTINUITÉ DES CHAMPS EST LA PLUS MAL ASSURÉE EST TOUJOURS CENTRÉE SUR LE COIN DU GUIDE FIG. (52)

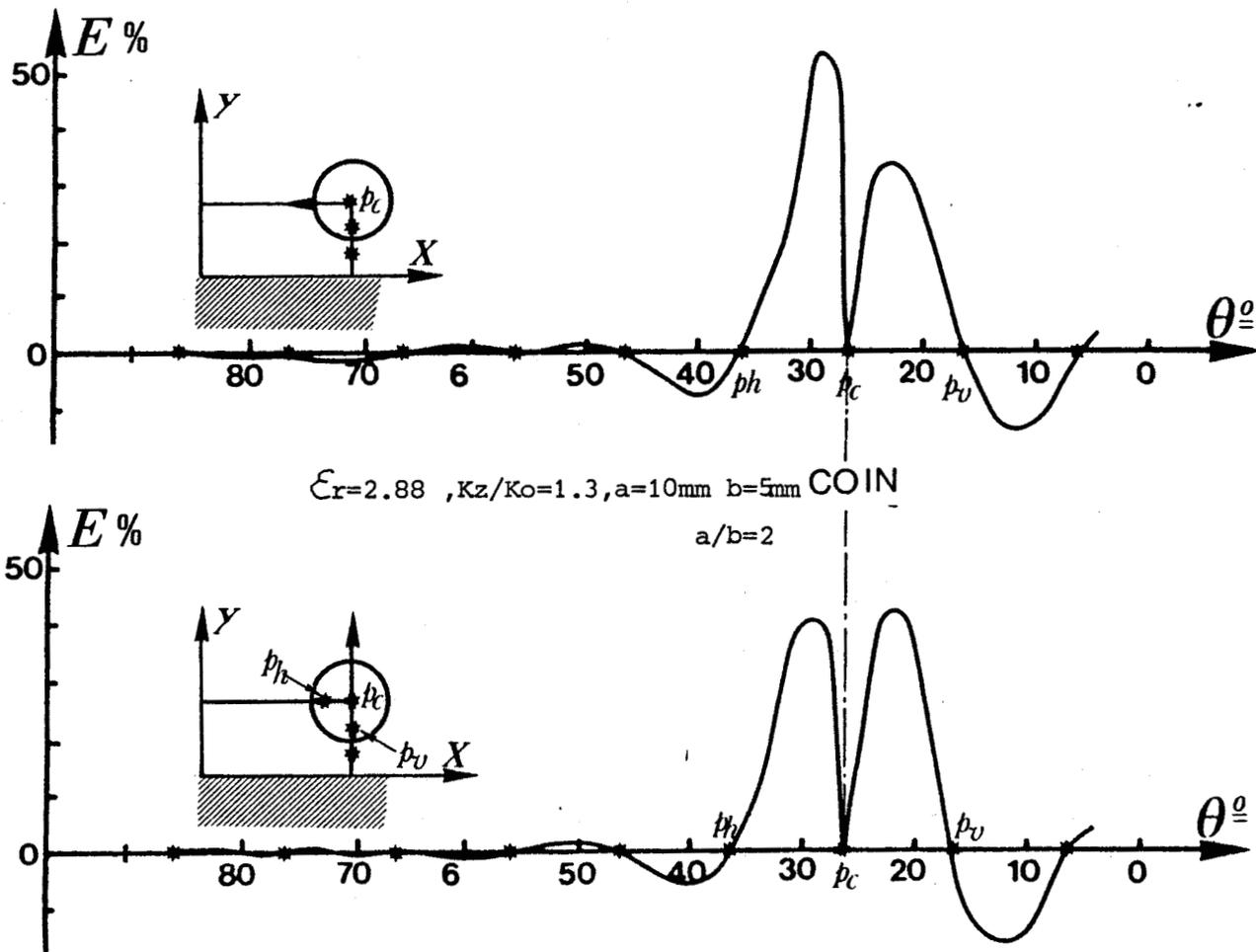


FIG. (52) EVOLUTION DE LA CONTINUITÉ DU CHAMP LONGITUDINAL

Afin de pouvoir systématiser la méthode, nous avons fait choix d'une direction de projection particulière. Cette option est présentée figure (53). Elle consiste à prendre comme angle θ_d de la direction de projection, celui que fait la diagonale OC avec l'axe OX; soit par exemple un angle de $26,5^\circ$ pour un guide d'aplatissement 2.

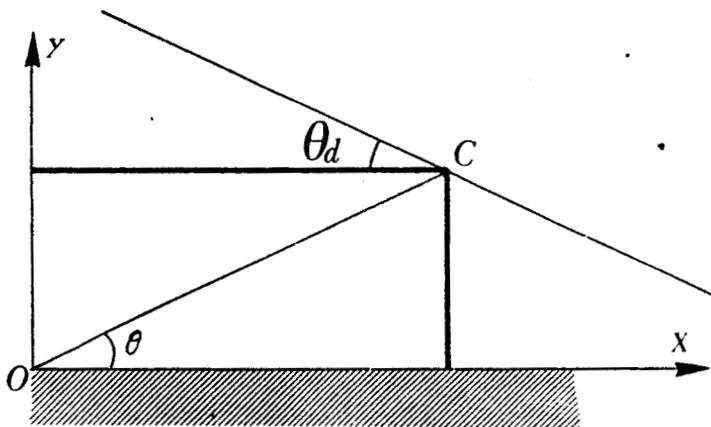


FIG. (53) DIRECTION CHOISIE POUR PROJETER LES CHAMPS ET APPLIQUER LA CONTINUITÉ

Comme nous le verrons par la suite, pour les guides dont l'aplatissement est faible ($a/b \ll 2$), ce choix représente un bon compromis pour ce qui concerne les écarts théorie-expérience.

L'étude de la ligne image de faible permittivité diélectrique constituait la première étape de notre travail.

Elle nous a permis de mettre en évidence des phénomènes clés aboutissant aux conclusions que nous venons d'énoncer concernant la méthode de corrélation par points en coordonnées cylindriques.

La seconde étape de notre travail a consisté à mettre en évidence les possibilités d'extension de la méthode aux cas des guides de permittivité relative et d'aplatissement plus importants ; les quatre critères énoncés servant de base à notre étude.

II-1-5 Comportement de la solution pour une variation des paramètres physiques (ϵ_r) et géométriques (a/b)

Pour permettre la comparaison théorie-expérience, nous avons étudié les caractéristiques théoriques des "guides images" déjà réalisés à savoir : ceux de permittivité 2.88, 9.17, 11.85 et 4.1.

Cependant, seuls ont été sélectionnés les cas des guides d'aplatissement 1 et 2 sachant que la réduction de la bande monomode est importante avec l'accroissement de la permittivité.

Bien que nous aboutissions globalement aux mêmes conclusions que celles énoncées au paragraphe II-1-4, il faut observer que la description du problème est d'autant moins bonne que le mode est proche de sa fréquence de coupure. A titre d'exemple, nous présentons figure (54) l'évolution de la solution pour le cas le plus défavorable à savoir ;

$\epsilon_r = 11.85$ et $K_z/K_0 = 1.3$, et ce en fonction du nombre de points de discrétisation figure (54a) et de l'angle θ_d de la direction de projection des composantes de champ au coin figure (54b) lorsque l'énergie est peu concentrés dans le barreau diélectrique.

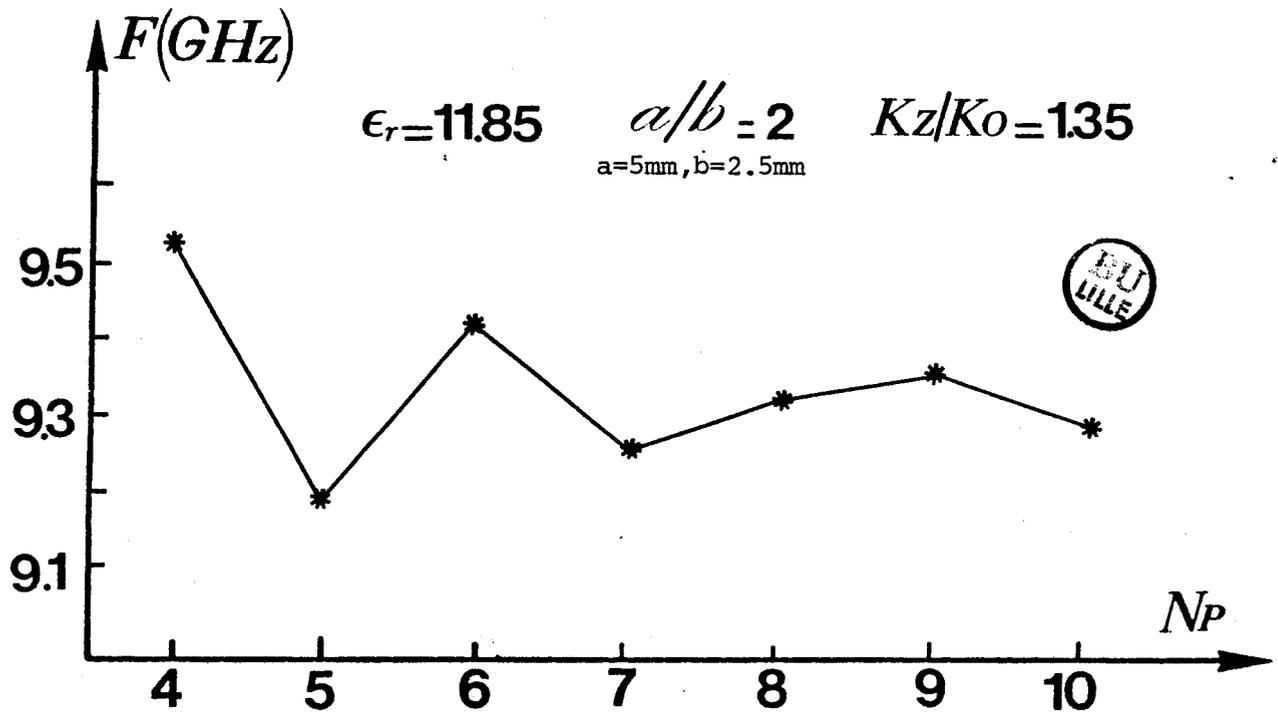


FIG. (54 A) EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE"

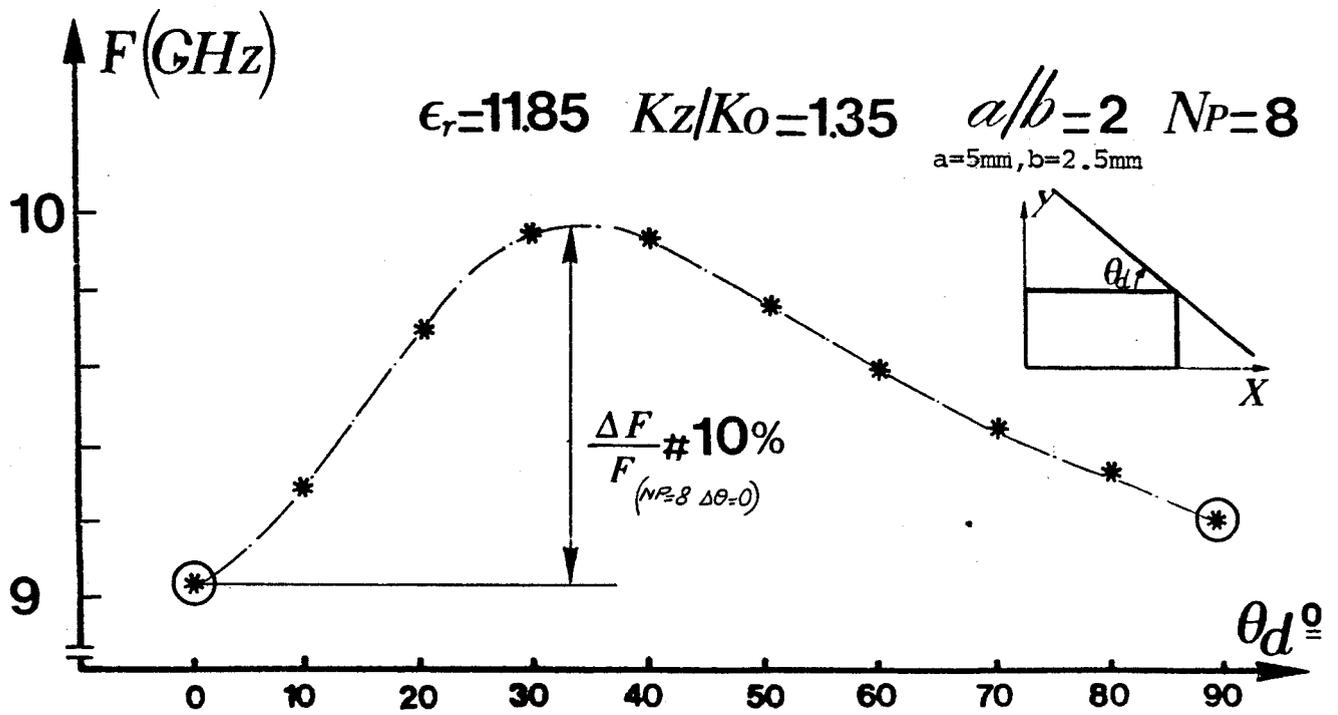


FIG. (54 B) EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE" EN FONCTION DE L'ANGLE θ_d DE LA DIRECTION DE PROJECTION DES CHAMPS AU COIN.

Notons la grande sensibilité de la solution avec les variations du second paramètre θ_d figure (54b) . De ce fait, cela ne permet plus une utilisation systématique de la méthode

Pour pouvoir étudier l'influence de l'aplatissement nous nous sommes intéressés uniquement à l'étude des guides de permittivité 2.88. En effet, à partir des résultats déjà acquis nous pouvions prévoir que l'association d'un aplatissement et d'une permittivité importante limiterait l'efficacité de la méthode.

Ainsi, nous avons pu constaté que la validité des quatre observations faites au paragraphe II-1-4 étaient aussi liées à la géométrie du guide puisque : pour le cas du guide image de section droite carrée, la solution figure (55a) se stabilise dès lors que cinq points discrétisent le périmètre du barreau diélectrique, alors qu'il faut 8 points associés à une rotation pour le guide d'aplatissement 2 figure(55b) .

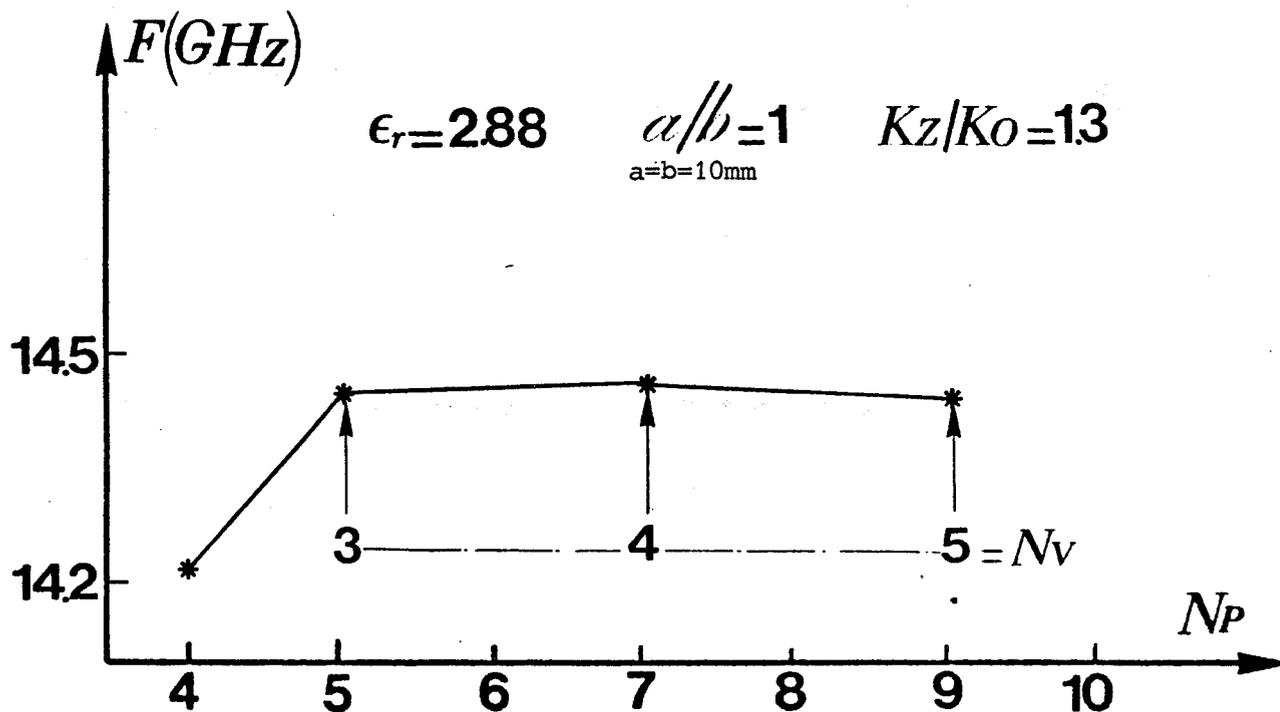


FIG. (55A) EVOLUTION DE LA SOLUTION EN FONCTION DU NOMBRE N_P ET N_V DE DISCRETISATION POUR UN GUIDE D'APLATISSEMENT $a/b=1$.

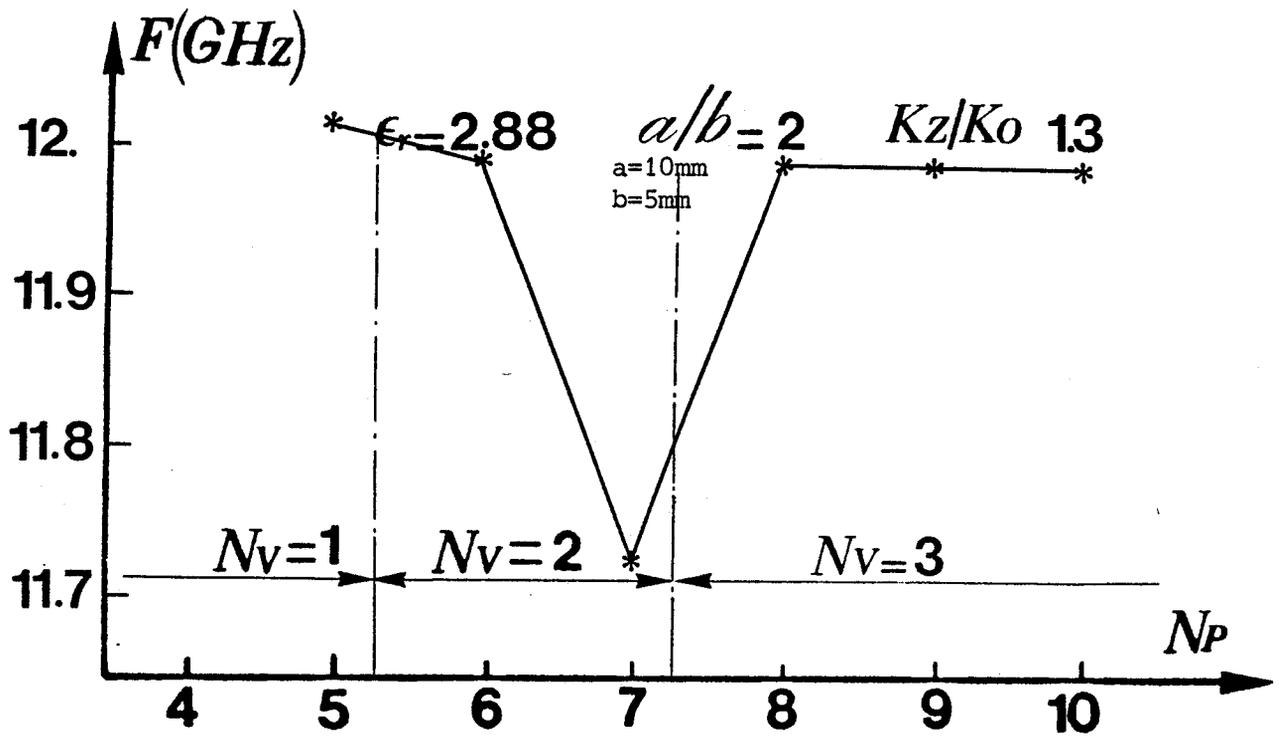


FIG. (55B) EVOLUTION DE LA SOLUTION POUR UN GUIDE
D'APLATISSEMENT $a/b=2$

Notons également que la continuité des champs longitudinaux est d'autant moins bien assurée que l'aplatissement du guide augmente figure (56a) et (56b). Pour ce qui concerne les lignes images dont le rapport des dimensions $\frac{a}{b}$ est 2,7 et 4 ; onze à treize sont nécessaires à l'obtention de trois points sur la face verticale du guide.

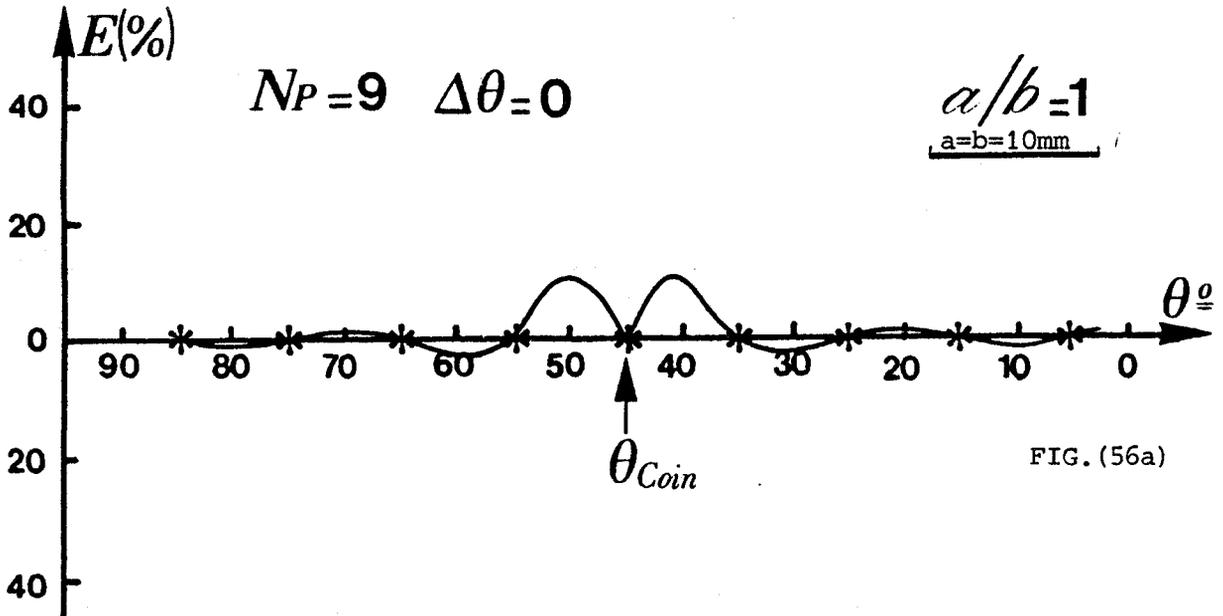
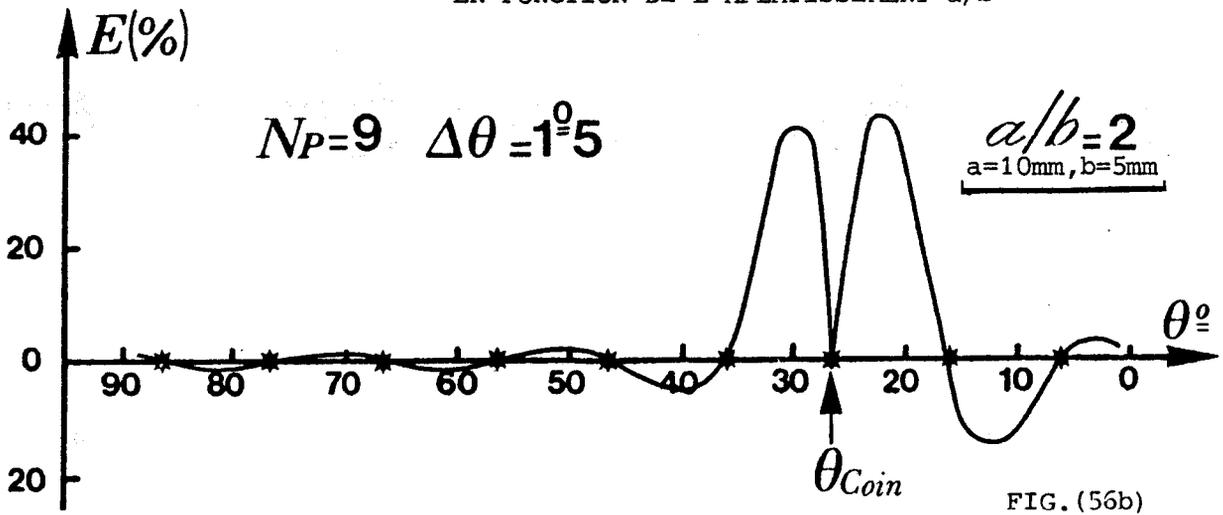


FIG. (56) COMPORTEMENT DE LA FONCTION "ERREUR" POUR $K_z/K_0 = 1.3$ EN FONCTION DE L'APLATISSEMENT a/b



A ce stade de l'étude, il n'est plus possible de trouver une solution stable figure (57a) d'autant plus, que le mode étudié est proche de la fréquence de coupure. La nette dégradation de la description du problème est liée au non respect des conditions de continuité figure (57b). En définitive, l'accroissement du nombre de points produit un effet contraire à celui escompté; la dynamique importante du déterminant empêchant alors le calcul précis des valeurs propres $F, K_z/K_0$.

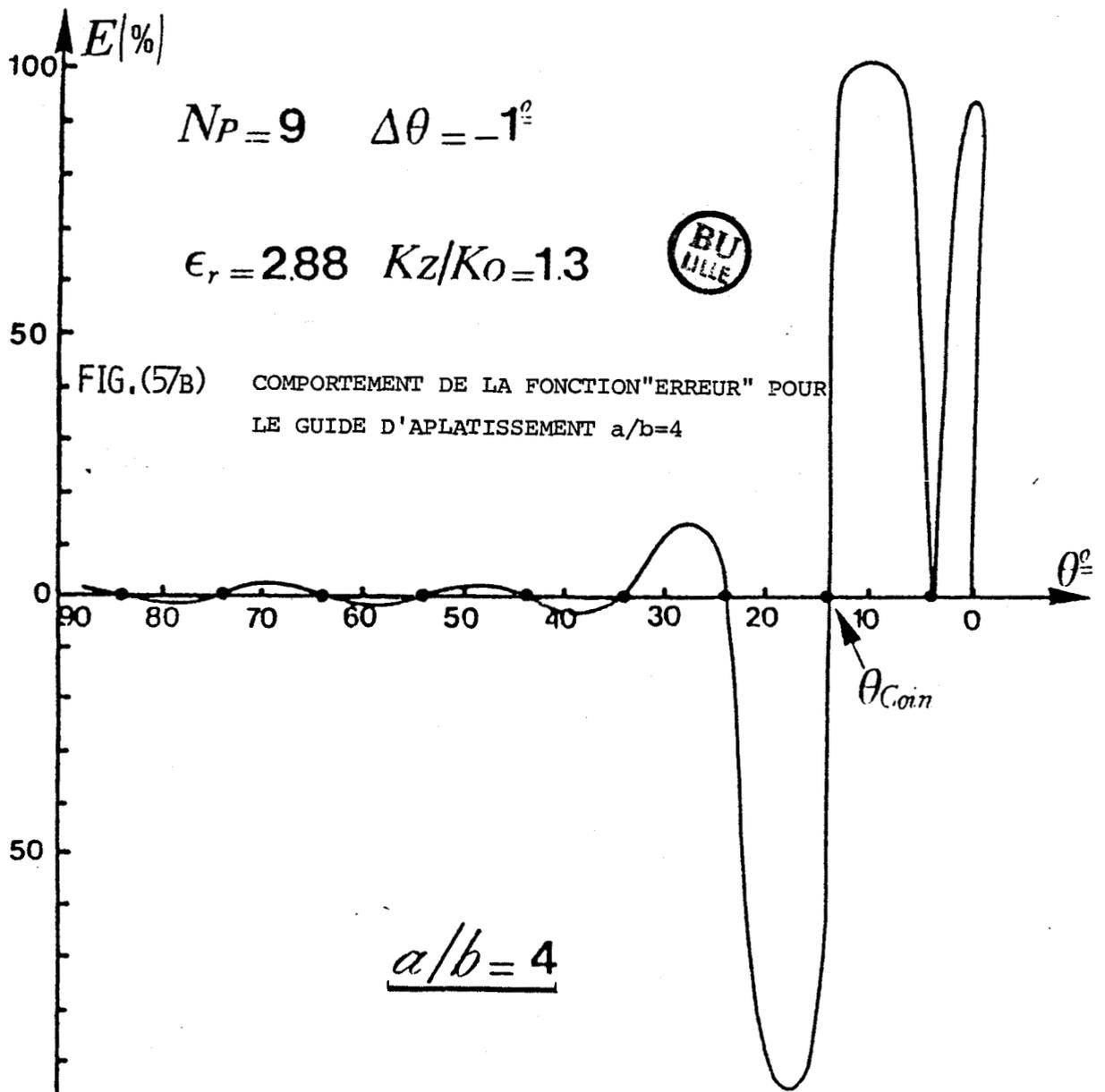
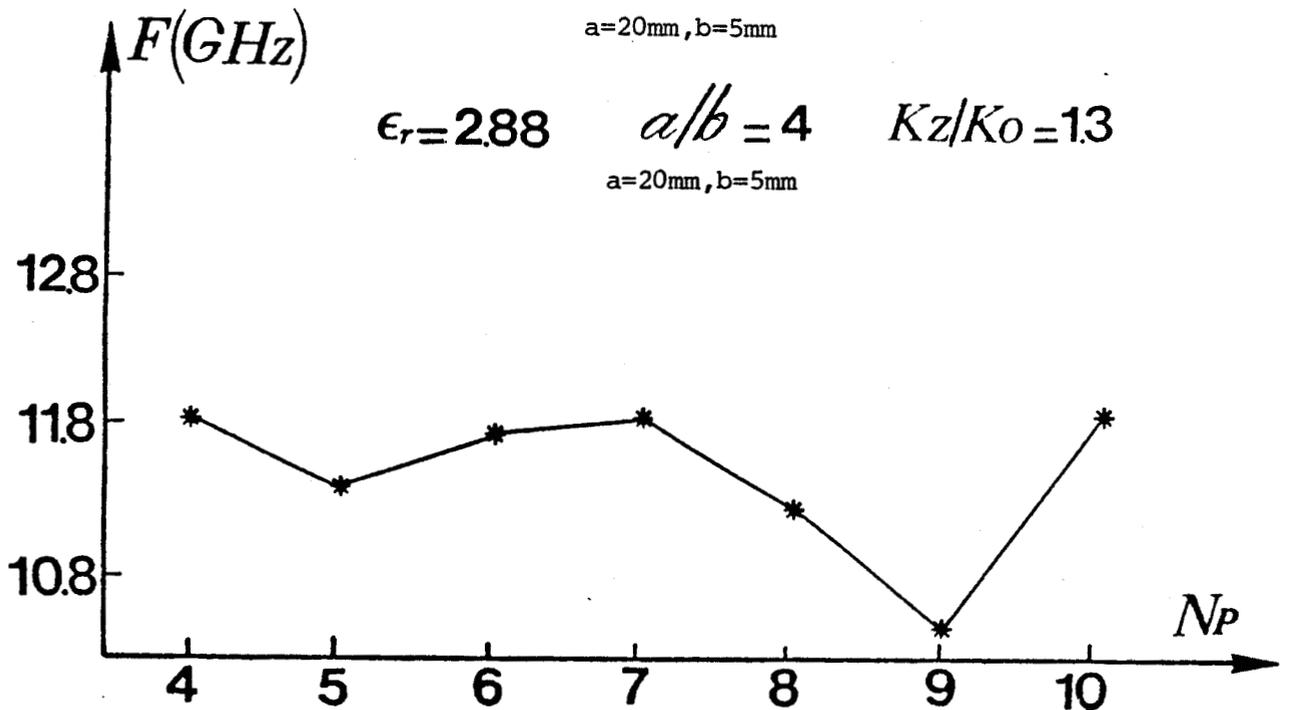


FIG. (57A) EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE"
 POUR LE GUIDE D'APLATISSEMENT $a/b=4$
 $a=20\text{mm}, b=5\text{mm}$



Dans notre conclusion, nous définissons les limites sur le nombre d'onde normalisé Kz/K_0 , en fonction de la permittivité et de l'aplatissement, à partir desquelles la détermination de la fréquence ne peut être faite de manière réaliste.

II-1-6 Comparaison théorie-expérience

Nous présentons figure (58) et figure (59) le diagramme de dispersion du mode fondamental se propageant dans les "guides images" d'aplatissements 1 puis 2, pour deux valeurs de la permittivité : $\epsilon_r = 2.88$ et $\epsilon_r = 11.85$.

Bien que l'accord théorie-expérience soit excellent pour le guide carré de permittivité 2.88, notons qu'il se dégrade sensiblement dès que l'aplatissement et la permittivité augmentent. Les régions hachurées situées au voisinage immédiat de la coupure représentent les zones pour lesquelles la méthode perd toute efficacité.

Afin de compléter l'étude du mode fondamental E_{11}^y , nous associons au diagramme de dispersion les évolutions, figure (60) et figure (61), des champs électriques transverses correspondant à un guide d'aplatissement 1 et 2 et dont les permittivités diélectriques sont respectivement 11,85 et 2.88.

Si l'accord théorie-expérience est très satisfaisant pour la répartition du champ E_y , il l'est un peu moins pour le champ E_x . Notons cependant que ces écarts sont moins importants comparés à ceux constatés lors de l'exploitation des théories analytiques approchées.

Nous voyons donc qu'en dépit d'une mauvaise description des champs au voisinage immédiat des interfaces air-diélectrique, la méthode de corrélation par point permet de rendre compte de l'évolution des champs dans les zones proches de cette interface. Ceci peut particulièrement être intéressant lorsque l'on envisagera l'insertion d'un composant à l'intérieur du guide image.

FIG. (58) COMPARAISONS THEORIE-EXPERIENCE POUR LE MODE FONDAMENTAL

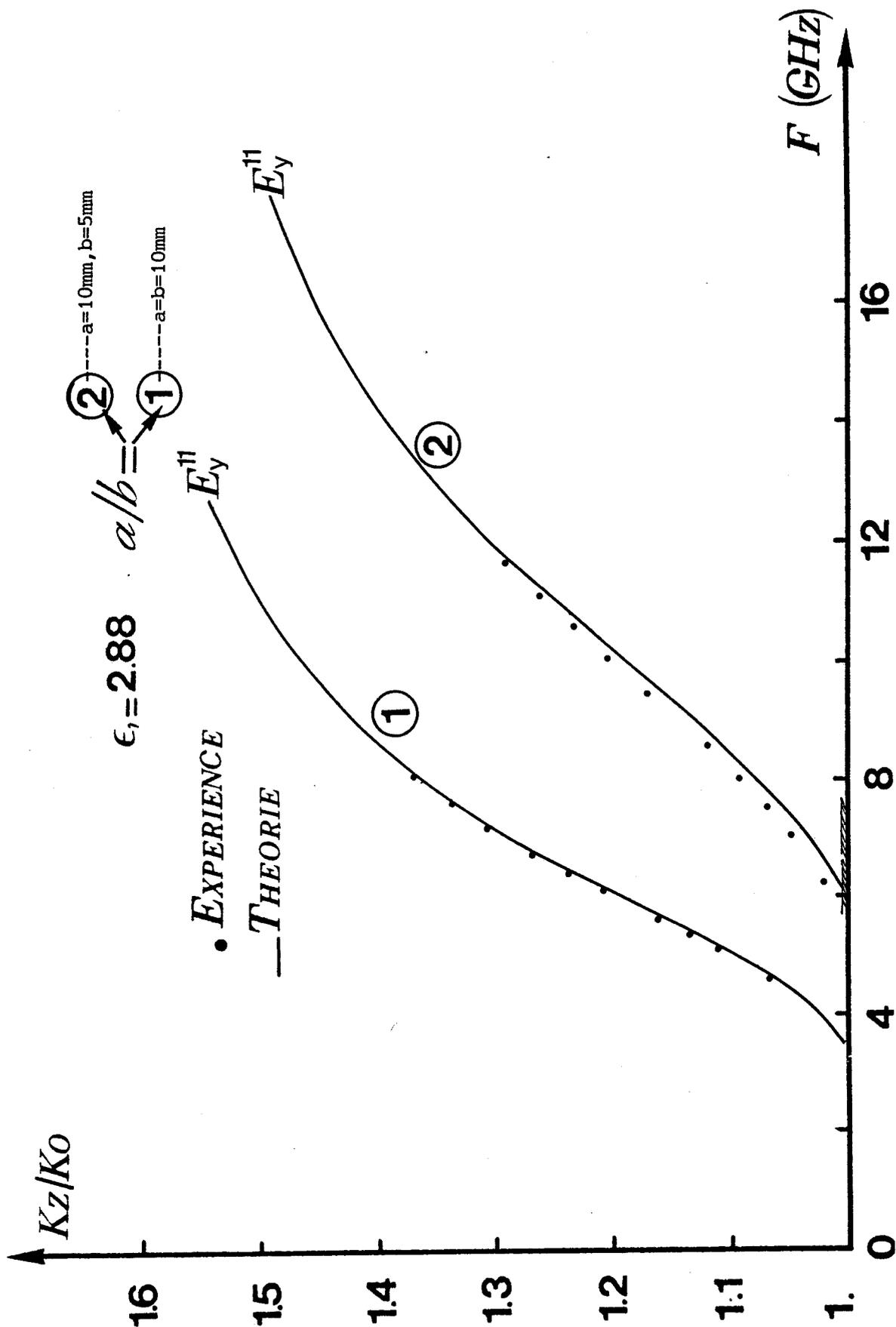
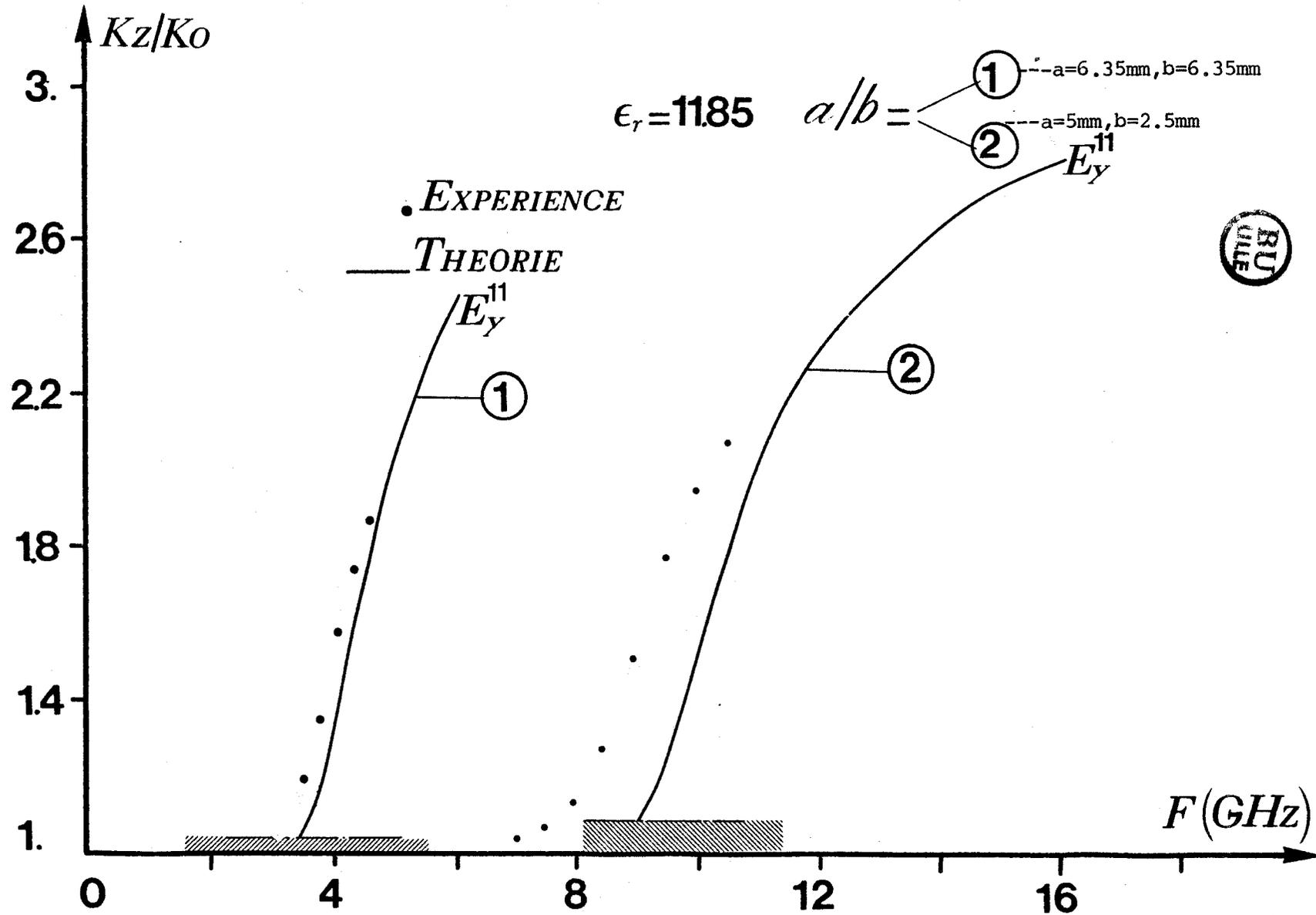


FIG.(59) COMPARAISONS THEORIE-EXPERIENCE POUR LE MODE E_y^{11}



REPARTITION des CHAMPS ELECTRIQUES TRANSVERSES
 MODE E_Y^{11}

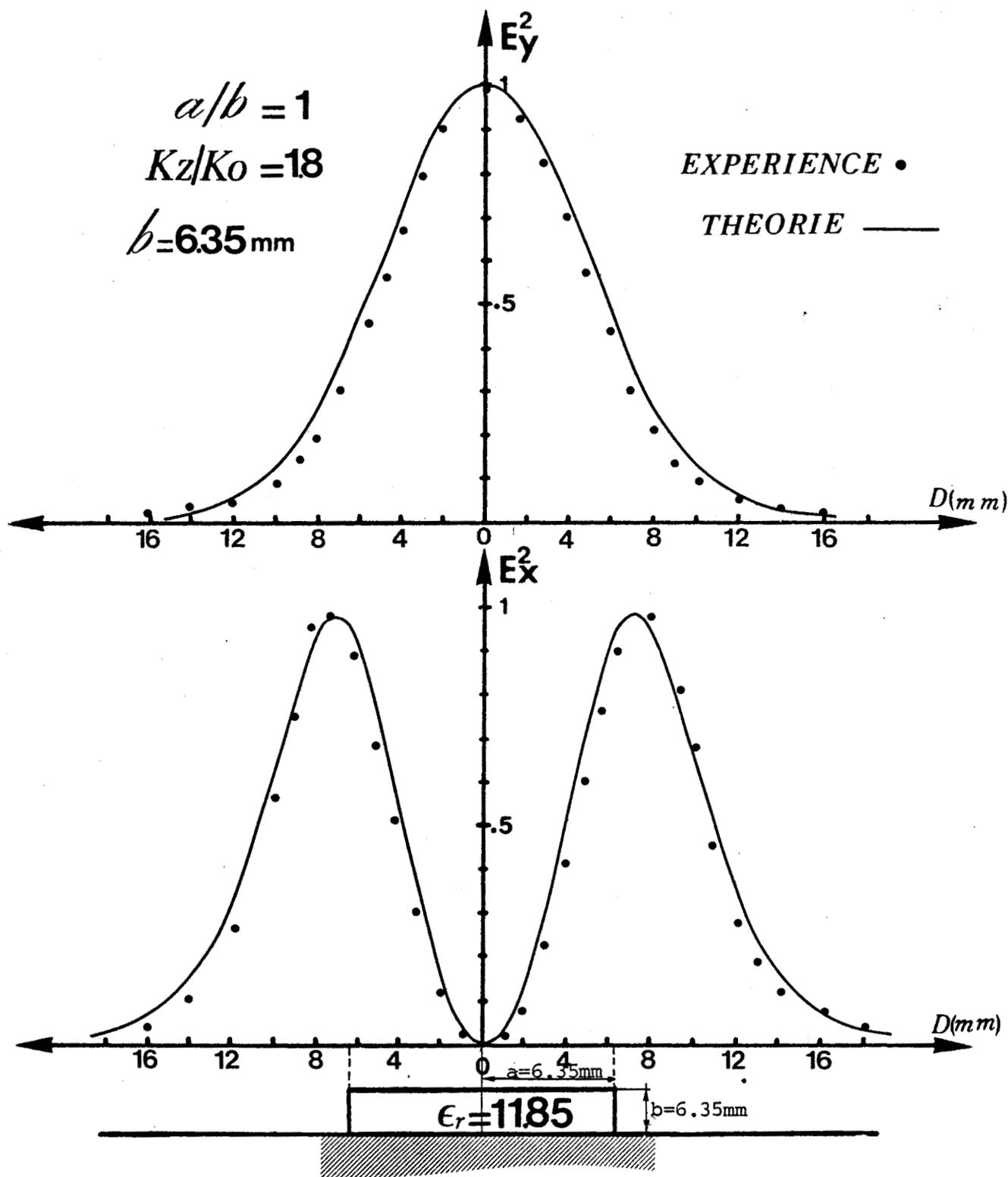


FIG. (60)

REPARTITION des CHAMPS ELECTRIQUES TRANSVERSES
 MODE E_Y^{11}



$a/b = 2$
 $Kz/K_0 = 12$

EXPERIENCE *

THEORIE —

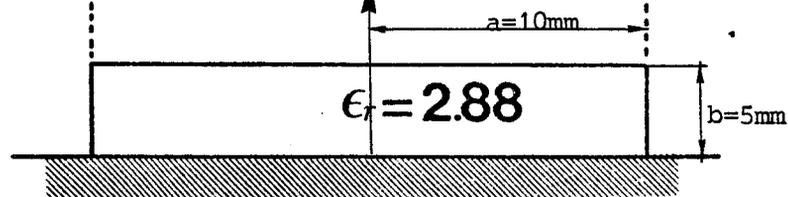
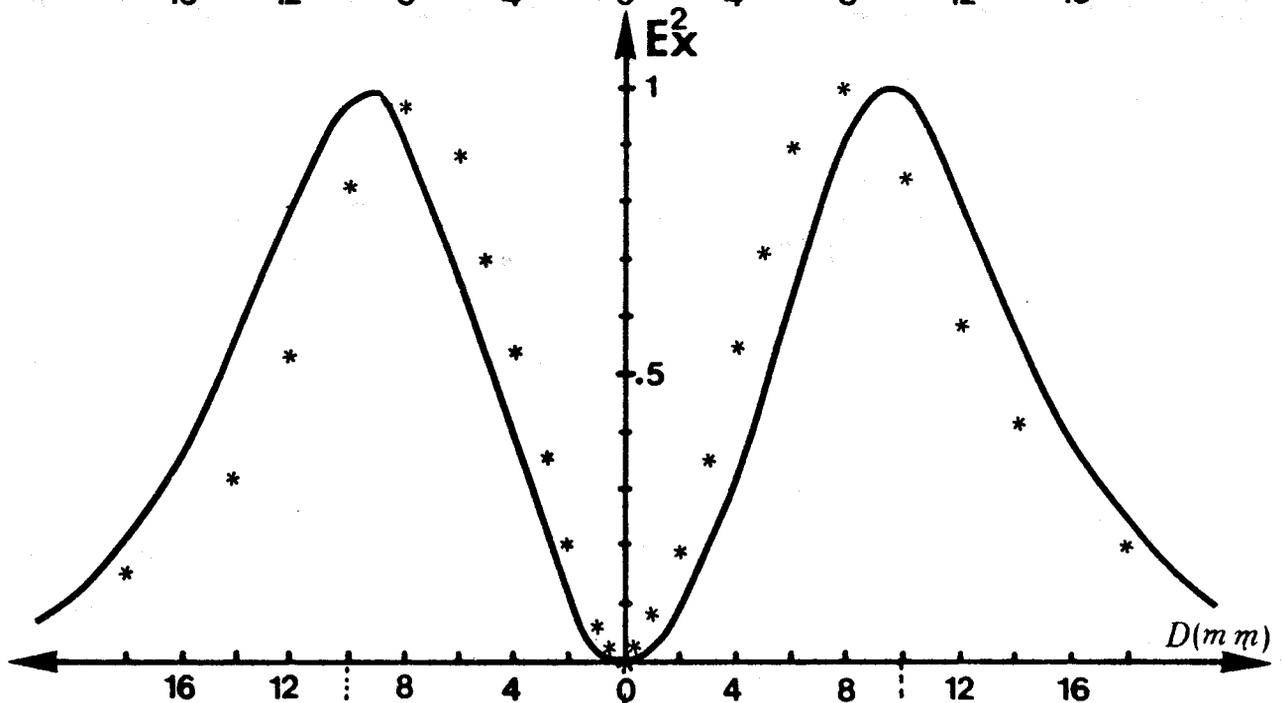
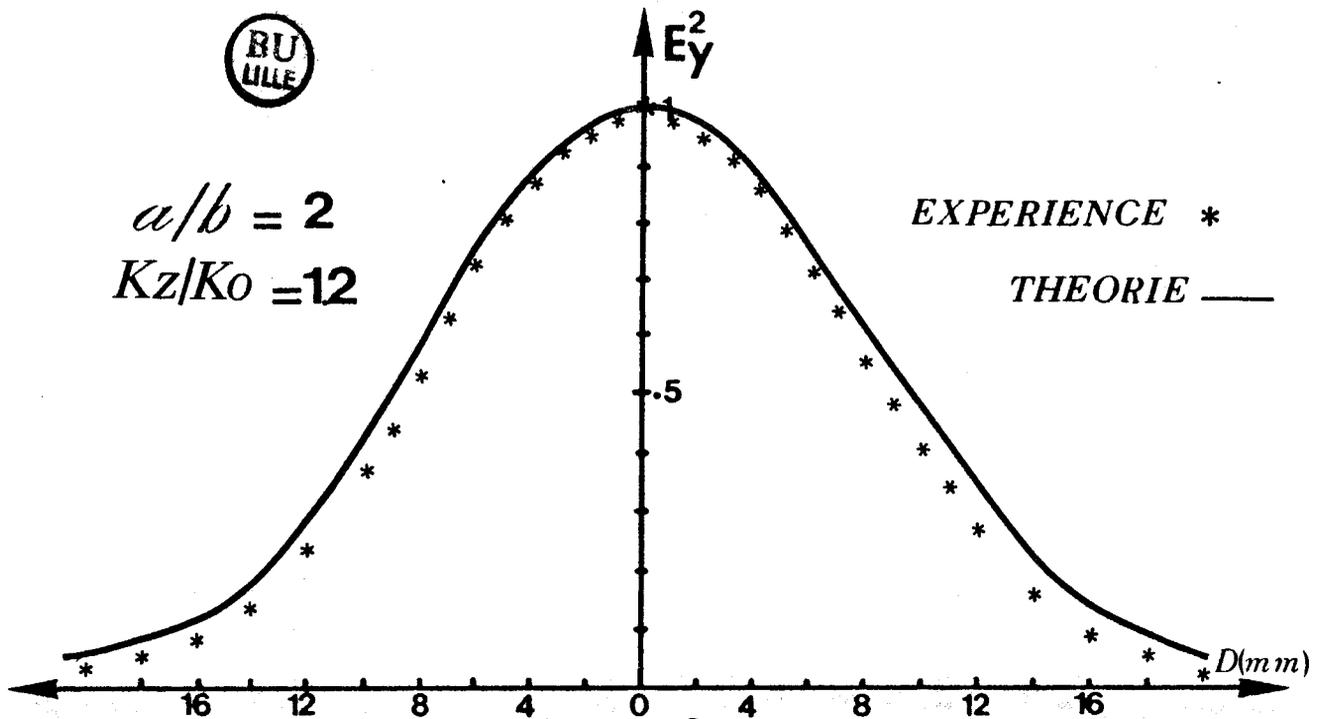


FIG. (51)

II-2 ETUDE DES MODES SUPERIEURS

Ayant mis au point une stratégie d'étude pour ce qui concerne le mode fondamental de la ligne image ; il nous a paru intéressant de vérifier la possibilité d'extension des observations définies précédemment au cas des premiers modes supérieurs :

- d'une part, pour connaître les capacités de cette méthode à l'obtention du diagramme de dispersion d'un grand nombre de modes
- et d'autre part, pour pouvoir définir avec plus de réalisme la bande monomode de propagation, qui avec les méthodes analytiques approchées n'est pas obtenue de façon précise.

II-2-1 Recherche des deux premiers modes supérieurs E_y^{12}

et E_y^{13}

L'évolution du champ électrique longitudinal pour le mode E_y^{12} est impair par rapport à l'axe oy. La variable N intervenant dans les développements en série des champs doit donc être paire ; les expressions des composantes longitudinales solutions de l'équation de HELMOLTZ sont alors :

Région 1: Le barreau diélectrique

$$E_{z1} = \sum_{n=m=0}^{N/2} \left| A_n \sin(\beta_{n-2}) \Theta_m J_{\beta_{n-2}}(K_1 r_m) \right|$$

$$H_{z1} = \sum_{n=m=0}^{N/2} \left| B_n \cos(\beta_{n-2}) \Theta_m J_{\beta_{n-2}}(K_1 r_m) \right|$$

Région 2: L'air

$$E_{z2} = \sum_{n=m=0}^{N/2} \left| C_n \sin(\beta_{n-2}) \Theta_m K_{\beta_{n-2}}(\beta_2 r_m) \right|$$

$$H_{z2} = \sum_{n=m=0}^{N/2} \left| D_n \cos(\beta_{n-2}) \Theta_m K_{\beta_{n-2}}(\beta_2 r_m) \right|$$

Pour pouvoir calculer le déterminant de la matrice regroupant les équations de continuité, les dimensions de cette matrice sont ramenées à $4NP - 2$ lignes et colonnes.

Elle est ensuite normalisée avec la même procédure que celle déjà utilisée pour le mode fondamental. Nous obtenons donc le couple de valeurs propres, en testant le premier passage par zéro du déterminant de cette matrice.

L'étude systématique que nous avons menée (variation de ϵ_r et a/b) nous a permis de constater que la stabilité de la solution obéit aux mêmes lois que celles concernant le mode fondamental uniquement dans le cas des guides de section droite carrée et de permittivité faible ($\epsilon_r = 2.88$ et 4.1). En définitive, on ne peut espérer obtenir des solutions réalistes, même loin de la coupure, dès lors que les plages de variation de la permittivité relative et de l'aplatissement citées précédemment sont dépassées.

A ce stade, il est par conséquent difficile de définir précisément la bande monomode de propagation. Néanmoins, le mode fondamental E_{11}^Y peut, au niveau d'une discontinuité, générer tous les modes de même parité dès qu'ils sont au-dessus de leur fréquence de coupure. Dans ces conditions, il paraît intéressant d'approcher le plus possible la fréquence de coupure du second mode supérieur noté E_Y^{13} , de même parité que le mode fondamental.

Le comportement de la solution peut, pour ce mode E_{13}^Y , être calqué sur celui du mode E_{11}^Y . Cependant, comparé à celui du mode fondamental, la zone au voisinage immédiat du nombre d'onde normalisé Kz / K_0 , où le calcul de la solution n'est plus possible, est plus grande et augmente avec l'accroissement de la permittivité.

Ce phénomène est d'ailleurs d'autant plus prononcé que l'ordre du mode supérieur étudié est élevé. Cette constatation limite notablement les capacités de la méthode.

FIG.(62 A) EVOLUTION DES DEUX PREMIERS MODES SUPERIEURS

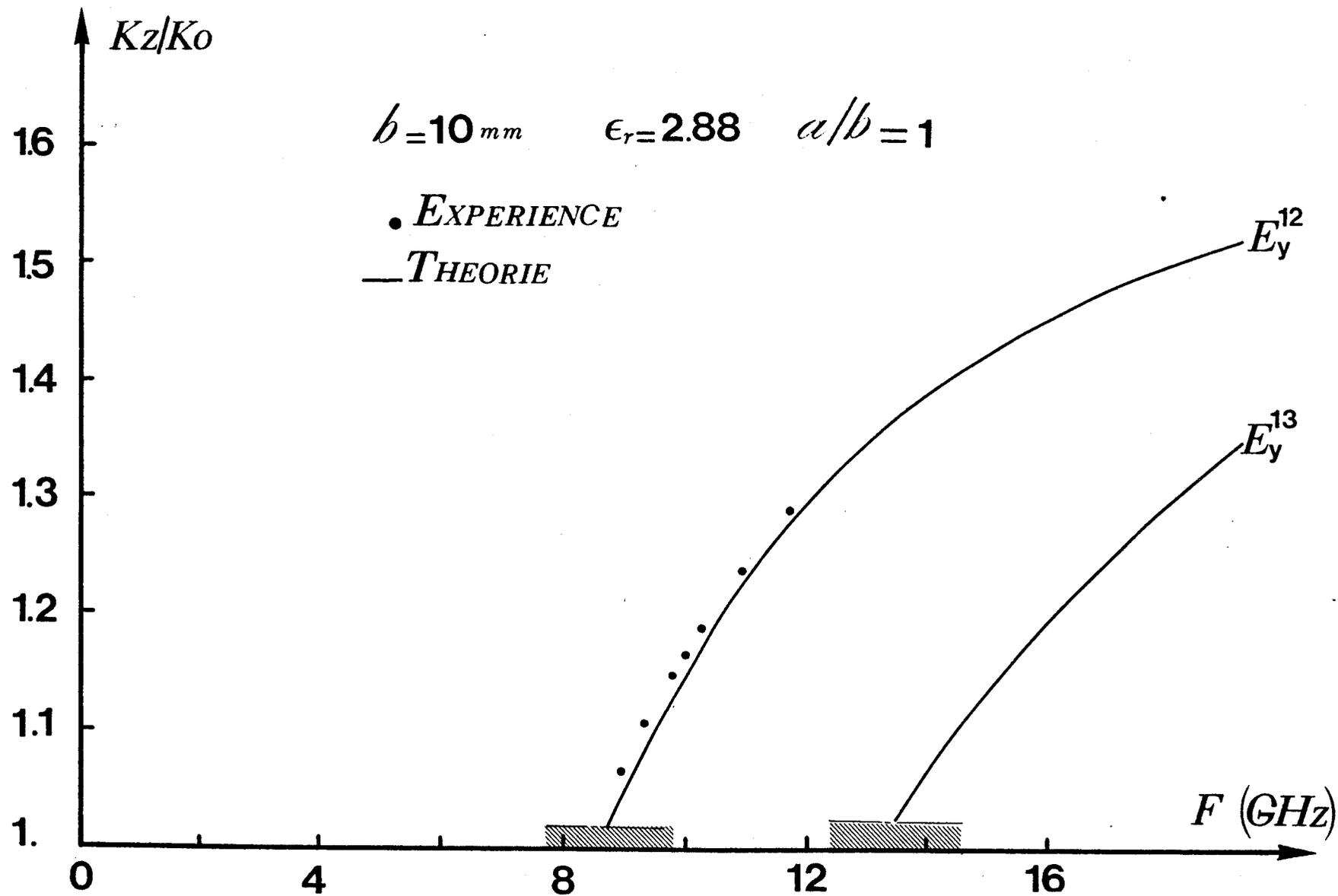


FIG .(62 B) EVOLUTION DES DEUX PREMIERS MODES SUPERIEURS

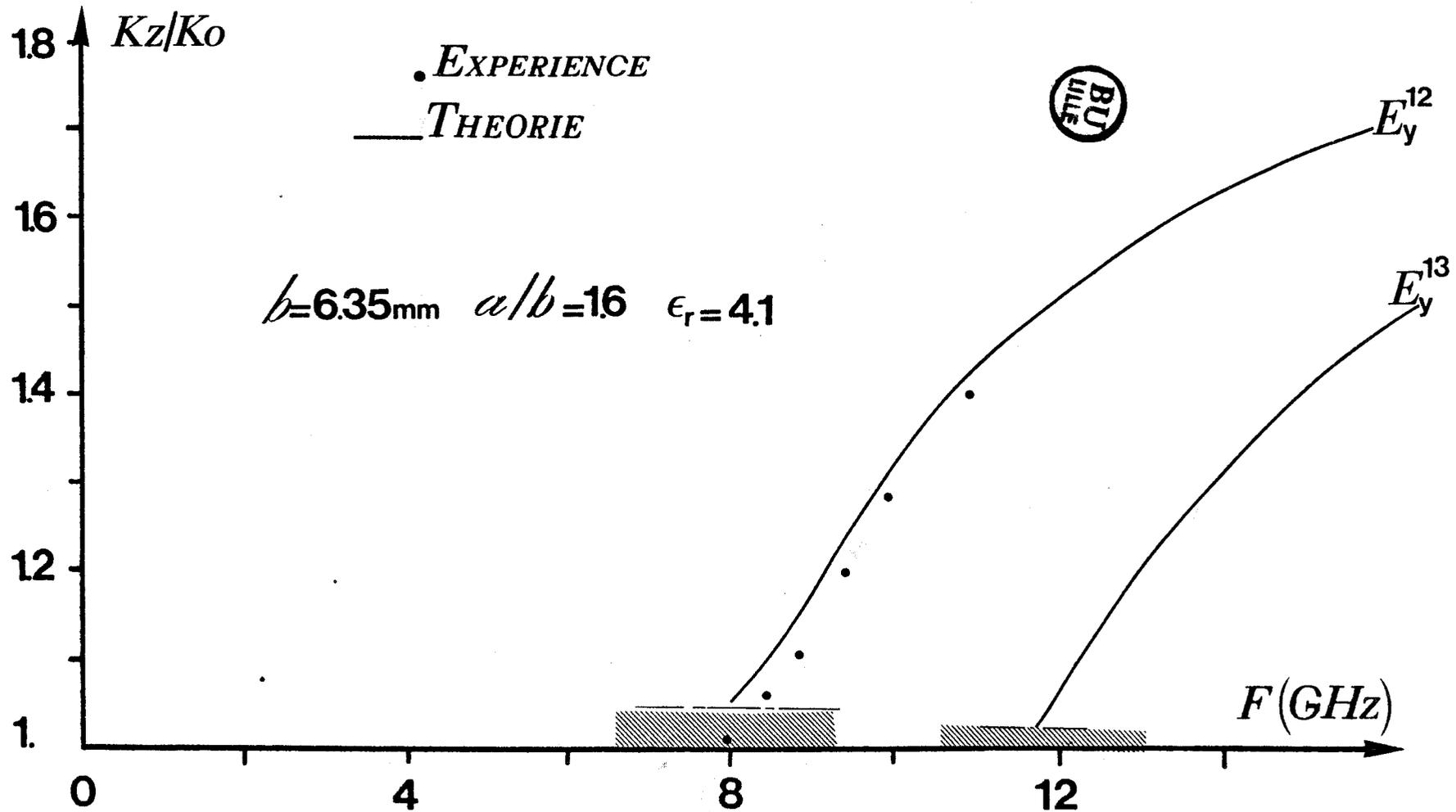
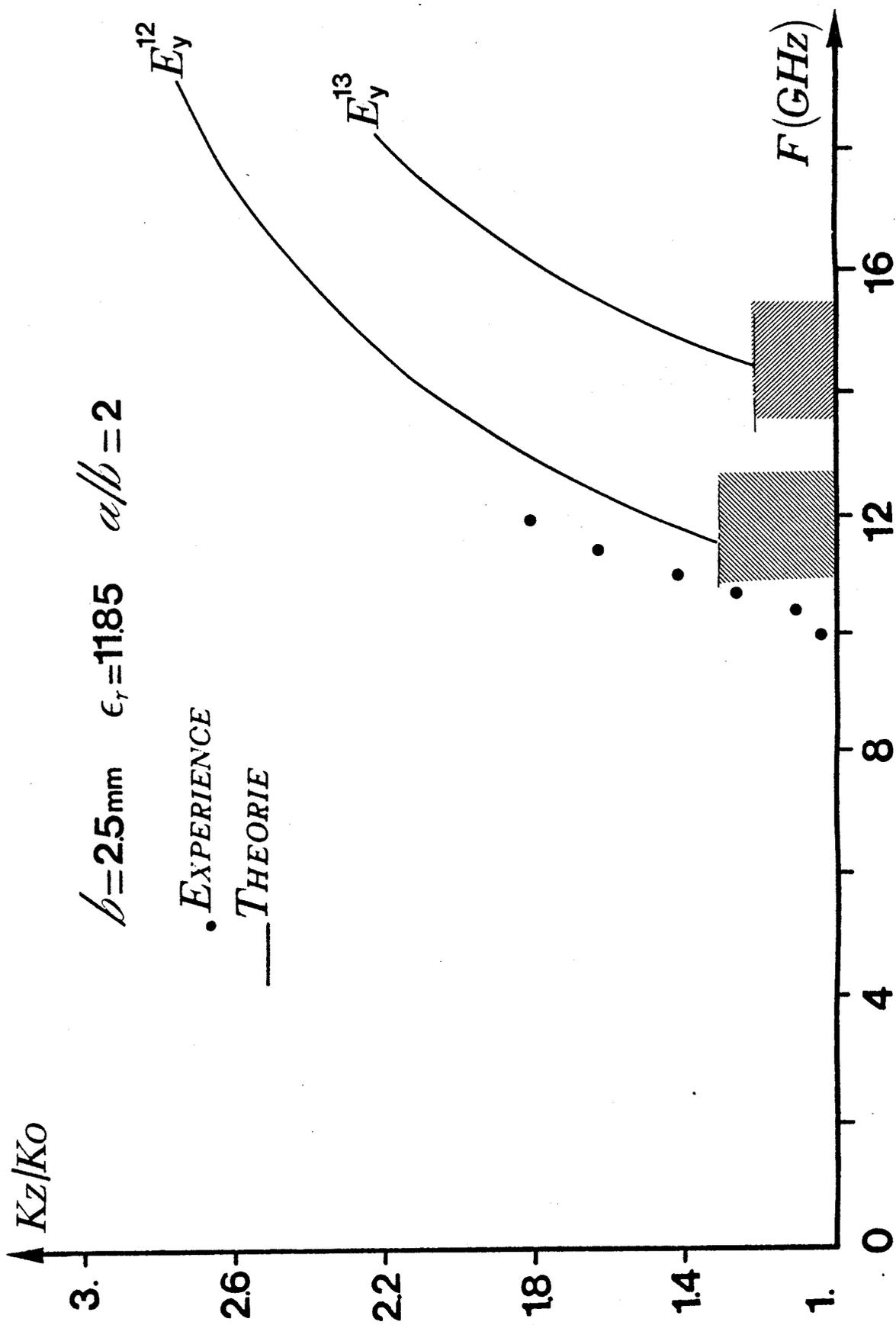
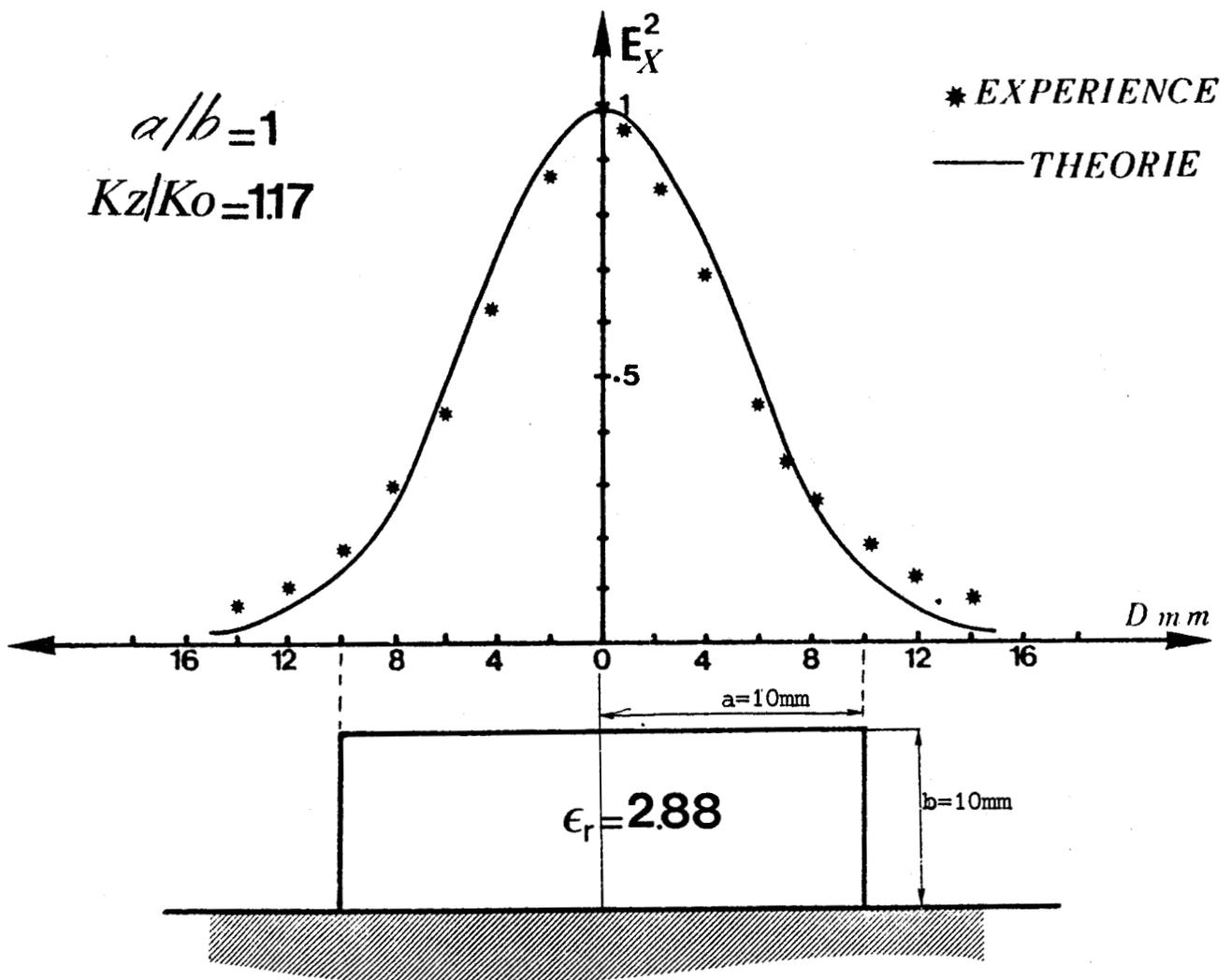
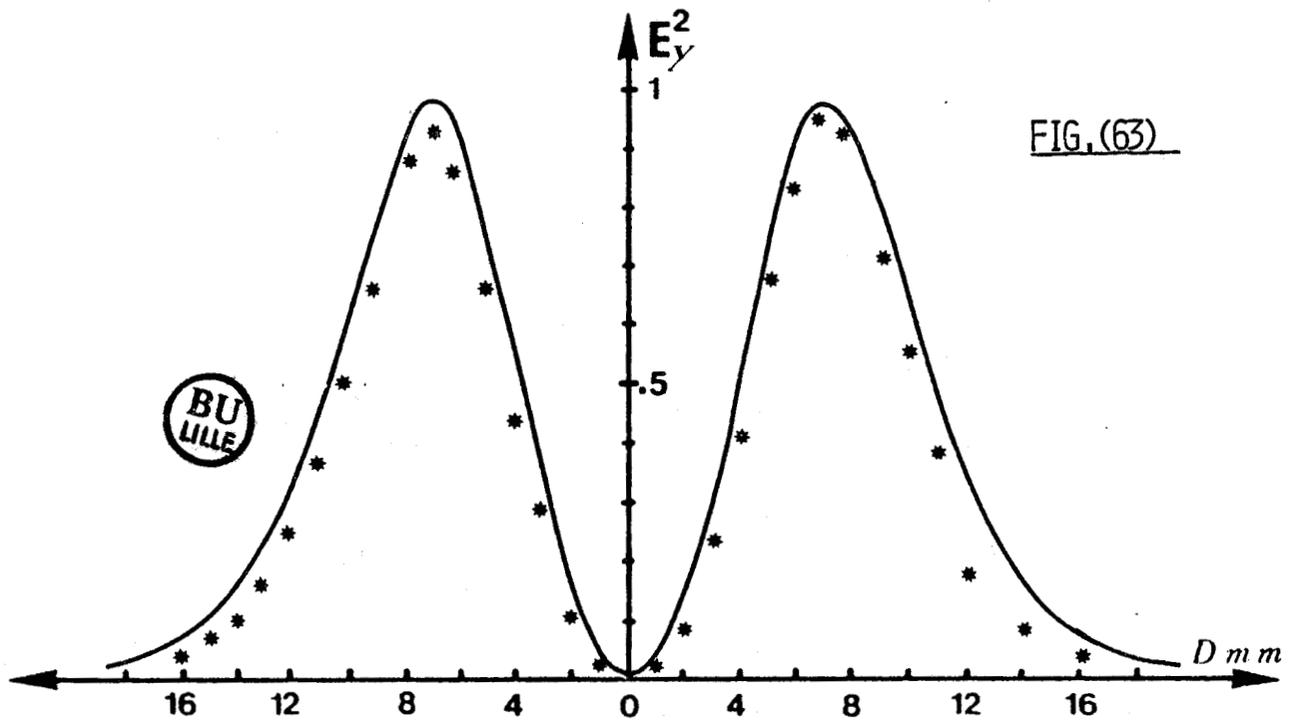


FIG. (62 c) EVOLUTION DES DEUX PREMIERS MODES SUPERIEURS



REPARTITION des CHAMPS ELECTRIQUES TRANSVERSES
 MODE E_Y^{12}

FIG. (63)



REPARTITION des CHAMPS ELECTRIQUES TRANSVERSES
 MODE E_y^{12}

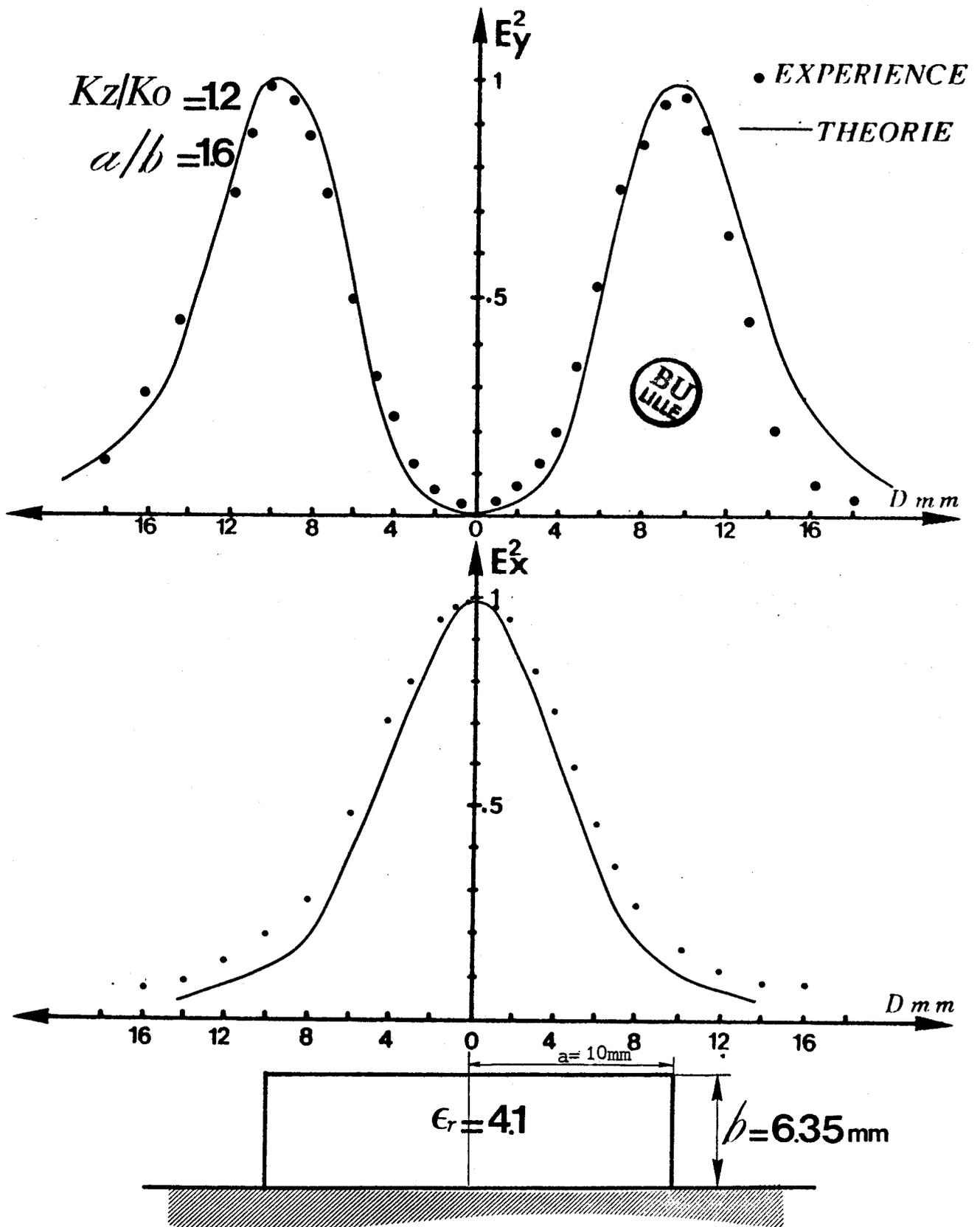


FIG. (64)

II-2-2 Comparaison théorie-expérience

Nous avons sélectionné figure (62) pour nos comparaisons avec l'expérience trois guides image de permittivités différentes, de façon à mettre en évidence les points restrictifs cités précédemment.

Les évolutions théoriques des champs électriques transverses figure (63) correspondant au cas des guides de section droite carrée et de permittivité 2.88 montrent une bonne concordance avec les relevés expérimentaux. Notons déjà une légère dégradation des résultats concernant le guide d'aplatissement 1.6 et de permittivité 4.1 (figure (64)).

II-3 BILAN DE L'ETUDE

II-3-1 Avant d'établir les limites à partir desquelles la méthode de corrélation par points n'est plus performante, nous donnons ci-dessous les conclusions principales auxquelles nous avons abouti.

- La fiabilité de la solution est conditionnée par la bonne description des faces horizontales et verticales du guide.

L'optimisation du temps calcul est obtenu en déterminant le nombre minimum de points NP discrétisant le périmètre pour que la condition de bonne description (ici $N_v = 3$) soit respectée. Ainsi à chaque aplatissement, il correspond un nombre total N_p de points dont les valeurs sont :

a/b	1	2
NP	5	8 + rotation

---CONDITION POUR
AVOIR $N_v=3$

- Un point de discrétisation doit impérativement être placé au coin. Dans ce cas, l'angle θ_d choisi comme angle de la direction de projection des composantes de champ est celui que fait la diagonale avec l'axe Ox . Ceci représente un bon compromis tant pour la systématisation de la méthode que pour la minimisation de l'écart théorie-expérience.

II-3-2 Par rapport à l'objectif que nous nous sommes fixé , les observations que nous venons d'énoncer ne constituent qu'une première étape de notre étude. La seconde toute aussi importante, permet en association avec un grand nombre de comparaisons théorie-expérience, de déduire la plage de variation du nombre d'onde normalisé Kz/K_0 pour laquelle les observations définies au paragraphe II-3-1 assurent une efficacité maximale à la méthode.

En fait, c'est sous la forme des nombres d'onde normalisé $(Kz/k_0)_{\min}$ ou P_{\min} ; limites en-dessous desquelles on ne rend plus compte de la réalité physique, que nous présentons le bilan de cette étude. Celui-ci est établi pour le mode fondamental E_{11}^Y en fonction de l'aplatissement et de la permittivité diélectrique du barreau constituant le guide image.

La variable $P = ((Kz/K_0) - 1) / (\sqrt{\epsilon_r} - 1)$ a été préférée à celle Kz/K_0 pour ce qui concerne l'influence d'une variation de la permittivité relative ; son emploi permettant une comparaison immédiate des résultats puisque son domaine de variation s'étend de 0 à 1 quel que soit la valeur de la permittivité.

Dans les tableaux figure (65) sont encadrés les résultats concernant le premier mode supérieur E_{12}^Y . Nous avons également associé dans la majeure partie des cas l'écart $(\Delta F/F)$ issu des comparaisons avec l'expérience. Notons que dans la plage de variation de la fréquence où les mesures ont été effectuées , les écarts relatifs sont quasiment constants pour un guide d'aplatissement et de permittivité fixe.

Bien qu'aucun relevé n'ait été fait sur le second mode supérieur E_{13}^Y , il nous a semblé intéressant de montrer les évolutions figure (65c) du nombre d'onde normalisé $(Kz/k_0)_{\min}$ ou P_{\min} . Les limites correspondent alors dans ce cas, aux valeurs en-dessous desquelles le calcul de la solution n'est plus possible.

ϵ_r	2.88	4.1	9.17	11.85
(P) min	.01 [.04]	.02 [.09]	.04 [.1]	.05 [.1]
$(K_z/K_0)_{\min}$	1.01 [1.03]	1.02 [1.09]	1.08 [1.2]	1.08 [1.23]
$(\Delta F/F) \%$	4 [6]	5 [7]	6 [10]	8 [9]

MODE E_y^{11} (left side), MODE E_y^{12} (right side)



FIG(65A) CAS DU GUIDE D'APLATISSEMENT $a/b=1$

ϵ_r	2.88	4.1	9.17	11.85
(P) min	.01 [.07]	.02 [.07]	.04 [.12]	.05 [.13]
$(K_z/K_0)_{\min}$	1.01 [1.05]	1.02 [1.06]	1.09 [1.24]	1.12 [1.3]
$(\Delta F/F) \%$	4 [7]	5 [7]	9 [10]	11 [11]

MODE E_y^{11} (left side), MODE E_y^{12} (right side)

FIG(65B) CAS DU GUIDE D'APLATISSEMENT $a/b=2$

ϵ_r	2.88	4.1	9.17	11.85
(P) min	.05 [.05]	.04 [.04]	.1 [.08]	.13 [.13]
$(K_z/K_0)_{\min}$	1.04 [1.02]	1.04 [1.04]	1.2 [1.15]	1.3 [1.3]

Labels on the right: $a/b=2$, $a/b=1$, $a/b=2$, $a/b=1$

FIG(65C) LIMITES EN DESSOUS DESQUELLES ON NE TROUVE PAS DE SOLUTION POUR LE MODE E_y^{13} . LES VALEURS ENCADREES CORRESPONDENT A $a/b=1$

FIG.(65)

II-4 CONCLUSION

A l'issue des comparaisons à l'expérience, il est illusoire d'espérer obtenir des caractéristiques de propagation réalistes du mode fondamental E_y^{11} dès lors que l'aplatissement de la ligne image est plus grand que 2.

Pour ce qui concerne le premier mode supérieur E_y^{12} , les conditions à respecter sont encore plus restrictives puisque outre le fait que le rapport des dimensions $\frac{a}{b}$ du guide est de 1, la permittivité diélectrique du barreau doit rester faible.

Quant au second mode supérieur E_y^{13} nous pouvons penser que son évolution est proche de la réalité à condition que $a/b \leq 2$ et ce bien que nous n'ayons pu le vérifier quantitativement.

Nos investigations ont porté sur l'étude d'un plus grand nombre de modes, mais nous ne pouvons en toute rigueur statuer sur leur validité théorique ; la complexité du problème numérique croissant considérablement avec l'ordre du mode étudié. Dans ces conditions, il est illusoire d'espérer obtenir avec précision plus de modes E_y de même parité que le mode fondamental et plus d'un mode E_y de même parité que le premier mode supérieur E_y^{12} .

Comme nous avons pu le constater, le paramètre le plus restrictif concerne l'aplatissement du guide image, ce qui limite notablement le domaine d'application de la méthode de corrélation par points utilisant les coordonnées cylindriques.

En fait, ce n'est pas la méthode en elle-même qu'il faut mettre en cause puisqu'elle a prouvé son efficacité pour les guides d'aplatissement 1, mais plutôt le système de coordonnées dans lequel sont décrites les solutions.

Partant de cette constatation, nous avons pensé décrire les solutions non plus à partir d'harmoniques cylindriques, mais à partir des fonctions elliptiques. En effet, les caractéristiques du système de coordonnées elliptiques évoluant avec la section droite du guide étudié, nous pouvons espérer dans tous les cas obtenir une très bonne description des faces horizontales et verticales du guide et donc nous trouver dans de meilleures conditions d'étude.

CHAPITRE 4

CHAPITRE 4

METHODE DE CORRELATION PAR POINTS EN COORDONNEES ELLIPTIQUES

I - PRESENTATION DU PROBLEME[24]

I.1 DESCRIPTION DU SYSTEME DE COORDONNEES ELLIPTIQUES

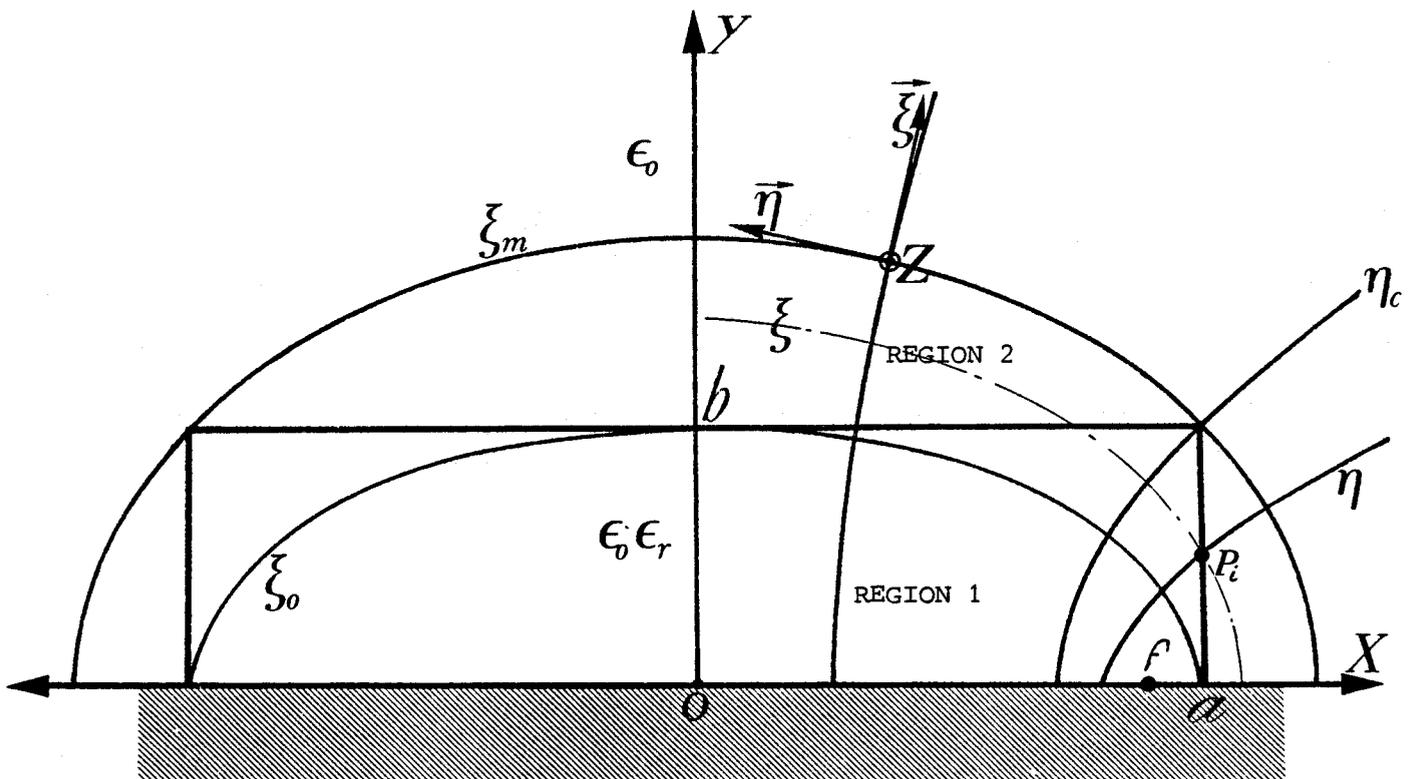


FIG. (66)

Chaque point P_i de la section droite du guide image figure (66) est défini par les coordonnées curvilignes orthogonales du système elliptique, où :

- ξ est la variable radiale associée dans le plan xoy à une ellipse telle que :

$$\frac{x^2}{ch^2 \xi} + \frac{y^2}{sh^2 \xi} = F^2$$

- De même, la variable angulaire η est associée dans le plan xoy à une hyperbole d'équation :

$$\frac{x^2}{\cos^2 \eta} - \frac{y^2}{\sin^2 \eta} = F^2$$

La variable F n'est autre que la demi-distance focale, commune à toutes les hyperboles et à toutes les ellipses. Pour un guide d'aplatissement donné, celle-ci s'exprime comme :

$$F = of = \frac{a}{ch \xi_0}$$

où ξ_0 est l'excentricité de l'ellipse inscrite dans le rectangle de hauteur b et de largeur $2a$ tel que :

$$\xi_0 = \frac{1}{e} \text{Argument } th \left(\frac{b}{a} \right) = \frac{1}{e} \text{Log} \left(\frac{1 + \frac{b}{a}}{1 - \frac{b}{a}} \right)$$

Notons que le demi plan supérieur est décrit pour η variant de 0 à π et $0 \leq \xi < \infty$

I.2 EQUATION DE PROPAGATION EN COORDONNEES ELLIPTIQUES

Les équations de MAXWELL permettent l'écriture de l'équation de HELMOLTZ (34) qui dans ce système de coordonnées s'exprime comme :

$$(34) \left[\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + K_\ell^2 F^2 (Ch^2 \xi - Co^2 \eta) \right] \begin{Bmatrix} Ez_\ell \\ Hz_\ell \end{Bmatrix} = 0$$

où $K_\ell^2 = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r\ell} - K_z^2}$ est le nombre d'onde transverse correspondant à la ℓ ème région considérée.

Pour chacune des différentes régions constituant le plan de section droite, on cherche les solutions de l'équation (34) par la méthode de séparation des variables. Ces solutions s'écrivent alors sous la forme générale suivante :

$$\begin{cases} Ez_\ell \\ Hz_\ell \end{cases} = \mathbb{R}_\ell(\xi) \times \mathbb{H}_\ell(\eta)$$

où $\mathbb{R}_\ell(\xi)$ et $\mathbb{H}_\ell(\eta)$ sont respectivement solutions des équations différentielles :

$$(35) \quad \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \mathbb{R}(\xi) - (n^2 - K_\ell^2 F^2 C K_\ell^2 \xi) \mathbb{R}(\xi) = 0$$

$$(36) \quad \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \mathbb{H}(\eta) + (n^2 - K_\ell^2 F^2 \cos^2 \eta) \mathbb{H}(\eta) = 0$$

n^2 est la constante de séparation.

$$\text{En posant : } \alpha' = n^2 - \frac{F^2 K_\ell^2}{2}$$

$$\text{et } q = \frac{F^2 K_\ell^2}{4}$$

les équations (35) (36) se transforment en :

a) l'équation de MATHIEU

$$\left| \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \alpha' - 2q \cos 2\eta \right| \mathbb{H}_\ell(\eta) = 0$$

b) l'équation de MATHIEU modifiée

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - a' + 2q \operatorname{ch} 2\xi \right\} \mathcal{R}_\xi = 0$$

I.3 EXPRESSIONS DES SOLUTIONS PHYSIQUES

Comme précédemment, la prise en compte des symétries dans le plan de section droite simplifie l'écriture des solutions de ces équations différentielles.

Pour la ligne image, le champ électrique longitudinal est impair par rapport à l'axe ox . Une seconde subdivision apparaît pour le spectre des modes guidés en considérant la symétrie par rapport à l'axe oy . Celle-ci, traduite par le changement de variable x en $-x$ en coordonnées cartésiennes, correspond dans le système elliptique à la transformation η en $(\pi - \eta)$.

Ainsi, nous avons :

- un couple de solution paire/ oy

$$\begin{aligned} Ez \{ \pi - \eta, \xi \} &= Ez \{ \eta, \xi \} \\ Hz \{ \pi - \eta, \xi \} &= -Hz \{ \eta, \xi \} \end{aligned}$$

- un couple de solution impaire/ oy

$$\begin{aligned} Ez \{ \pi - \eta, \xi \} &= -Ez \{ \eta, \xi \} \\ Hz \{ \pi - \eta, \xi \} &= Hz \{ \eta, \xi \} \end{aligned}$$

Ceci permet en définitive de limiter notre étude à la moitié du plan de section droite de la structure de base ; celle-ci étant caractérisée par une variation de la coordonnée η comprise entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ pour une excentricité ξ variant de 0 à ∞ .

La limitation de notre étude aux seuls modes guidés induit un certain nombre de restrictions en ce qui concerne les plages de variation des nombres d'onde transverses K_1 et K_2 .

En effet, les solutions devant être oscillantes dans la région 1, le nombre d'onde $K_1 = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - K_z^2}$ est nécessairement positif.

Dans la région 2 entourant le barreau diélectrique, la quantité $K_2^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - K_z^2$ est toujours négative de façon à respecter la condition de non rayonnement.

Les expressions des champs longitudinaux, solutions de l'équation de HELMOLTZ, sont développées sous la forme d'une somme infinie de fonctions de MATHIEU ; fonctions propres du système de coordonnées elliptiques. Ces solutions doivent notamment assurer la nullité du champ électrique longitudinal E_z sur l'interface métallique en $y = 0$ ou $\eta = 0, 0 < \xi < \infty$ et $\xi = 0$ et $0 < \eta < \frac{\pi}{2}$.

Compte tenu de ces remarques, les solutions physiques sont :

- pour la région 1 : Le barreau diélectrique

$$E_{z1} = \sum_{n,m} \left| \begin{array}{cc} A_n & SE_n(\eta, q) \\ SE_n(\xi, q) \end{array} \right|$$

$$H_{z1} = \sum_{n,m} \left| \begin{array}{cc} B_n & CE_n(\eta, q) \\ CE_n(\xi, q) \end{array} \right|$$

Les fonctions de MATHIEU $se(\eta, q)$, $ce(\eta, q)$, $SE(\xi, q)$, $CE(\xi, q)$ sont appelées sinus et cosinus elliptiques (voir annexe 2).

- Pour la région 2

$$E_{z_2} = \sum_{n,m} \left\{ C_n \begin{matrix} * \\ sE_n^* \end{matrix} (\eta, q) \begin{matrix} G_{ek} \\ G_{ek} \end{matrix} (\xi, q) \right\}$$

$$H_{z_2} = \sum_{n,m} \left\{ D_n \begin{matrix} * \\ cE_n^* \end{matrix} (\eta, q) \begin{matrix} F_{ek} \\ F_{ek} \end{matrix} (\xi, q) \right\}$$

où les fonctions de MATHIEU radiales F_{ek} et $G_{ek}(\xi, q)$ sont respectivement associées aux fonctions $ce^*(\eta, q)$ et $se^*(\eta, q)$. (Voir annexe 2).

I.4 ECRITURE DES CONDITIONS DE CONTINUITÉ

I-4-1 L'écriture des conditions de continuité nécessite au préalable d'exprimer toutes les composantes de champ transversales dans chacune des régions constituant la section droite du guide image. Elles sont déduites des expressions suivantes :

$$E_{\eta\rho} = \frac{1}{jK_{\rho}^2} \left[K_z \frac{\partial E_{z\rho}}{\partial \eta} - \omega\mu_0 \frac{\partial H_{z\rho}}{\partial \xi} \right]$$

$$E_{\xi\rho} = \frac{1}{jK_{\rho}^2} \left[K_z \frac{\partial E_{z\rho}}{\partial \xi} + \omega\mu_0 \frac{\partial H_{z\rho}}{\partial \eta} \right]$$

$$H_{\eta\rho} = \frac{1}{jK_{\rho}^2} \left[\omega\epsilon_p \frac{\partial E_{z\rho}}{\partial \xi} + K_z \frac{\partial H_{z\rho}}{\partial \eta} \right]$$

$$H_{\xi\rho} = \frac{1}{jK_{\rho}^2} \left[-\omega\epsilon_p \frac{\partial E_{z\rho}}{\partial \eta} + K_z \frac{\partial H_{z\rho}}{\partial \xi} \right]$$

Avec ℓ l'indice de la ℓ ème région considérée

$$\rho_0 = F (ch^2 \xi_i - \cos^2 \eta_i)^{\frac{1}{2}}$$

K_ℓ le nombre d'onde transverse dans la ℓ ème région et $\epsilon_\ell = \epsilon_{r\ell} \epsilon_0$

I-4-2 Pour chaque point P_i de discrétisation situé sur le périmètre du barreau diélectrique figure (67), les composantes de champ orientées suivant les directions oy ou ox sur lesquelles sont appliquées les conditions de continuité, sont obtenues à partir des composantes suivant ξ et η à partir des relations :

$$C_{x_i} = (ch^2 \xi_i - \cos^2 \eta_i)^{-\frac{1}{2}} [sh \xi_i \cos \eta_i C_{\xi_i} - ch \xi_i \sin \eta_i C_{\eta_i}]$$

$$C_{y_i} = (ch^2 \xi_i - \cos^2 \eta_i)^{-\frac{1}{2}} [ch \xi_i \sin \eta_i C_{\xi_i} + sh \xi_i \cos \eta_i C_{\eta_i}]$$

où C_{x_i} et C_{y_i} sont les composantes de champ électrique ou magnétique exprimées en coordonnées cartésiennes. Ceci est illustré figure 67.

ξ_i et η_i les coordonnées radiales et angulaires du point P_i considéré.

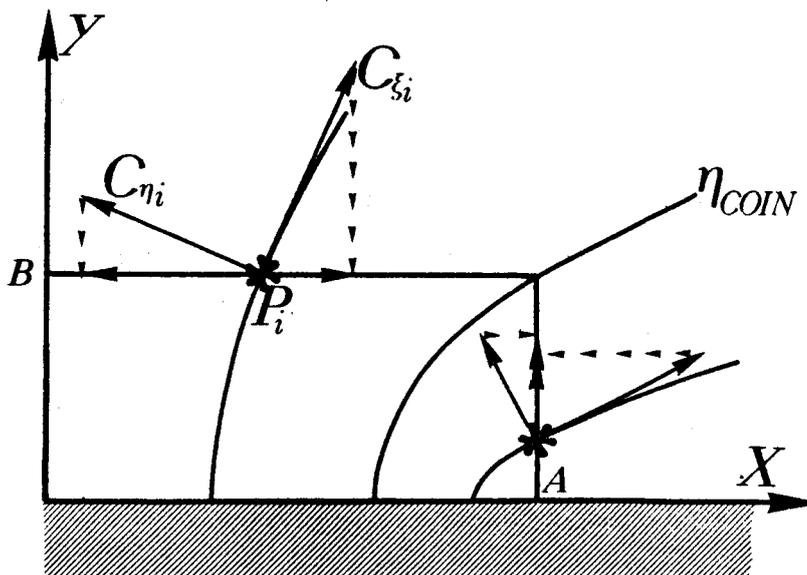


FIG. (67)

Ainsi en comparant la position angulaire η_i d'un point du périmètre à celle η_{coin} (coordonnée du point situé sur le coin du guide image), nous pouvons définir l'orientation ox ou oy suivant laquelle sont appliquées les conditions de continuité.

-Pour $\eta_i < \eta_{\text{coin}}$, nous décrivons l'interface vertical pour lequel en chaque point nous avons:

$$E_{z_1} = E_{z_2} \quad E_{y_1} = E_{y_2}$$

$$H_{z_1} = H_{z_2} \quad H_{y_1} = H_{y_2}$$

-et $\eta_i > \eta_{\text{coin}}$, nous décrivons l'interface horizontal du guide image pour lequel nous écrirons en chaque point que:

$$E_{z_1} = E_{z_2} \quad E_{x_1} = E_{x_2}$$

$$H_{z_1} = H_{z_2} \quad H_{x_1} = H_{x_2}$$

Nous obtenons en définitive les quatre équations de continuité générales suivantes:

$$\underline{E_{z_1} - E_{z_2} = 0}$$

$$\sum_{N,m} [A_N S E_N S E_N - S E_N^* G_{eK_N} C_N] = 0$$

$$\underline{H_{z_1} - H_{z_2} = 0}$$

$$\sum_{N,m} [B_N C E_N C E_N - C E_N^* F_{eK_N} D_N] = 0$$

$$E_{T_1} - E_{T_2} = 0$$

$$\sum_{N,m} \left(\left| \text{Proj}_1 \dot{S}_{E_N} \dot{S}_{E_N} \frac{K_z}{K_1^2} + \text{Proj}_2 \dot{S}_{E_N} \dot{S}_{E_N} \frac{K_z}{K_1^2} \right| A_N \right. \\ \left. + \left| \text{Proj}_1 \dot{C}_{E_N} \dot{C}_{E_N} \frac{\omega \mu_0}{K_1^2} - \text{Proj}_2 \dot{C}_{E_N} \dot{C}_{E_N} \frac{\omega \mu_0}{K_1^2} \right| B_N \right. \\ \left. + \left| \text{Proj}_1 \dot{S}_{E_N}^* \dot{G}_{eK_N} \frac{K_z}{\delta_2^2} + \text{Proj}_2 \dot{S}_{E_N}^* \dot{G}_{eK_N} \frac{K_z}{\delta_2^2} \right| C_N \right. \\ \left. + \left| \text{Proj}_1 \dot{C}_{E_N}^* \dot{F}_{eK_N} \frac{\omega \mu_0}{\delta_2^2} - \text{Proj}_2 \dot{C}_{E_N}^* \dot{F}_{eK_N} \frac{\omega \mu_0}{\delta_2^2} \right| D_N \right) = 0$$

$$\underline{H_{T_1} - H_{T_2} = 0}$$

$$\sum_{N,m} \left(\left| -\text{Proj}_1 \dot{S}_{E_N} \dot{S}_{E_N} \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{K_1^2} + \text{Proj}_2 \dot{S}_{E_N} \dot{S}_{E_N} \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{K_1^2} \right| A_N \right. \\ \left. + \left| \text{Proj}_1 \dot{C}_{E_N} \dot{C}_{E_N} \frac{K_z}{K_1^2} + \text{Proj}_2 \dot{C}_{E_N} \dot{C}_{E_N} \frac{K_z}{K_1^2} \right| B_N \right. \\ \left. + \left| -\text{Proj}_1 \dot{S}_{E_N}^* \dot{G}_{eK_N} \frac{\omega \epsilon_0}{\delta_2^2} + \text{Proj}_2 \dot{S}_{E_N}^* \dot{G}_{eK_N} \frac{\omega \epsilon_0}{\delta_2^2} \right| C_N \right. \\ \left. + \left| \text{Proj}_1 \dot{C}_{E_N}^* \dot{F}_{eK_N} \frac{K_z}{\delta_2^2} + \text{Proj}_2 \dot{C}_{E_N}^* \dot{F}_{eK_N} \frac{K_z}{\delta_2^2} \right| D_N \right) = 0$$

où les fonctions $\dot{S}_E, \dot{C}_E, \dot{S}_E^*, \dot{C}_E^*, \dot{F}_{eK}, \dot{G}_{eK}$ sont les dérivées des fonctions de MATHIEU par rapport aux variables ξ ou η .

$$\text{Proj}_1 = \text{ch } \xi_i \sin \eta_i \quad \text{Proj}_2 = \text{sh } \xi_i \cos \eta_i \quad \text{pour } \eta_i < \eta_{\text{coin}}$$

$$\text{Proj}_1 = \text{Proj}_2 \quad \text{et} \quad \text{Proj}_2 = -\text{Proj}_1 \quad \text{pour } \eta_i > \eta_{\text{coin}}$$

$$K_1^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - K_z^2 \quad K_2^2 = -\delta_2^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - K_z^2$$

Celles-ci mises sous forme matricielle, aboutissent à l'écriture condensée suivante :

$$\begin{array}{c} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_i \\ \vdots \\ \eta_{NP} \end{array} \left| \begin{array}{cc|cc} \text{l...i...NP} & & \text{l...i...NP} & \\ \hline M_{11} & \begin{array}{c} O \dots O \\ \vdots \\ O \dots O \end{array} & M_{13} & \begin{array}{c} O \dots O \\ \vdots \\ O \dots O \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} O \dots O \\ \vdots \\ O \dots O \end{array} & M_{22} & \begin{array}{c} O \dots O \\ \vdots \\ O \dots O \end{array} & M_{24} \\ \hline M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ \hline M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{array} \right| * \left| \begin{array}{c} A_1 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_{NP} \\ \hline B_1 \\ \vdots \\ B_i \\ \vdots \\ B_{NP} \\ \hline C_1 \\ \vdots \\ C_i \\ \vdots \\ C_{NP} \\ \hline D_1 \\ \vdots \\ D_i \\ \vdots \\ D_{NP} \end{array} \right| = 0$$

où chacun des blocs (M_{ii}) de cette matrice carrée comprend en fait N_p lignes et N_p colonnes. Notons qu'il a fallu tronquer à l'ordre NP, le développement en série de fonctions de MATHIEU des champs. A fréquence donnée, les zéros du déterminant de cette matrice permettent de calculer :

- d'une part la valeur de la constante de propagation
- et d'autre part le vecteur propre à partir duquel peuvent être exprimées les différentes composantes de champ.

I.5 CHOIX DE LA REPARTITION DES POINTS

Par analogie avec l'étude menée au chapitre III, nous choisissons à priori une répartition équi-angulaire des points :

$$\eta_i = \frac{(2i - 1)}{2 NP} \times \frac{\pi}{2}$$

où $1 \leq i \leq NP$ avec NP : nombre de points de discrétisation.

Notons dès à présent que bien que le pas d'incrémenta-tion soit identique à celui défini dans le système de coordonnées cylindriques à savoir :

$$Pos \theta_i = \theta_{i+1} - \theta_i = Pos \eta_i = \eta_{i+1} - \eta_i$$

la position des points sur le périmètre du guide étudié est très différente.

A titre d'exemple, nous présentons figure (68) la répartition de 4 points de discrétisation dans chacun des systèmes de coordonnées, et ce pour un guide d'aplatissement 2 et 4 .

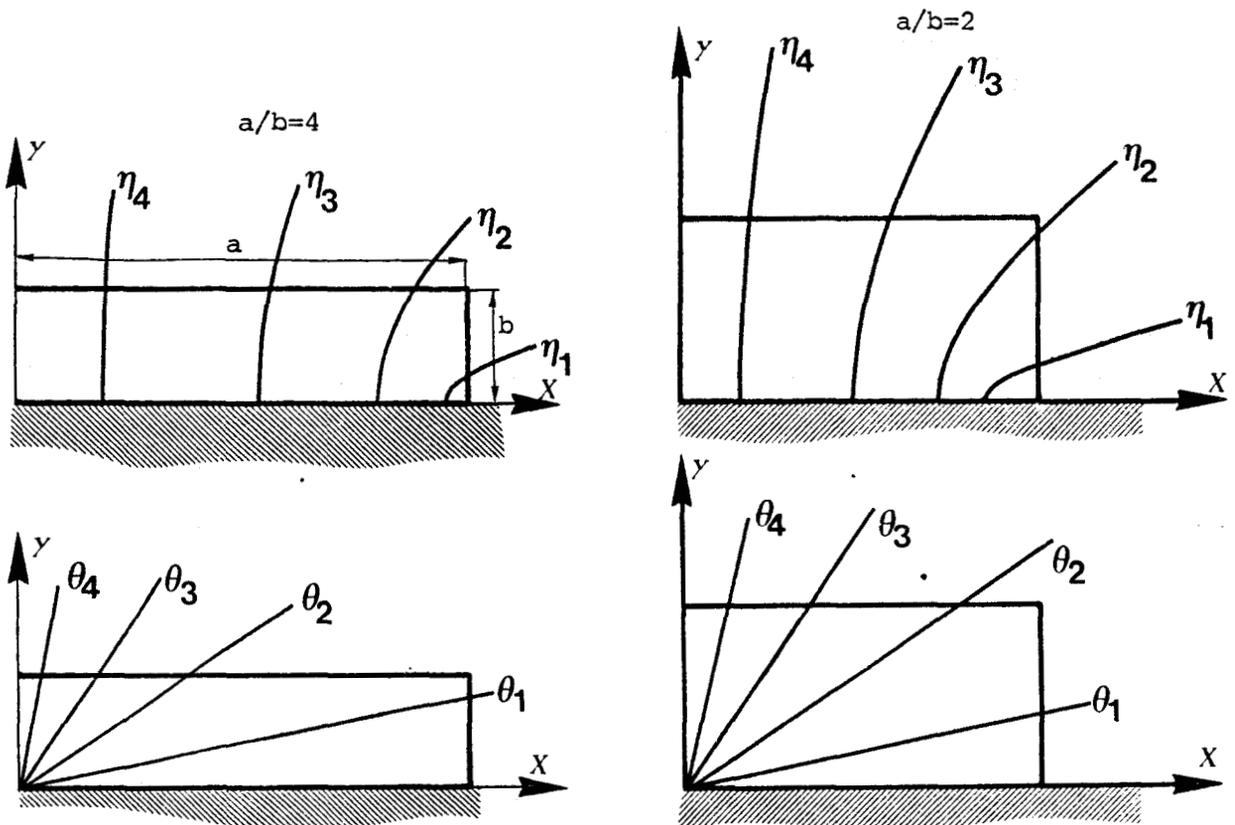


FIG. (68) REPARTITION DES POINTS SUR LE PERIMETRE DU BARREAU DIELECTRIQUE POUR a/b=2 ET a/b=4, DANS LES SYSTEMES DE COORDONNEES CYLINDRIQUES ET ELLIPTIQUES.

II - ÉTUDE NUMÉRIQUE

La stratégie d'étude choisie est basée sur l'expérience acquise sur la méthode de corrélation par points en coordonnées cylindriques. Ce choix nous permettra à chaque étape de statuer sur l'efficacité des deux méthodes.

L'étude de la stabilité de la solution implique la prise en compte d'un grand nombre de paramètres.

L'obtention des solutions ($F, K_z/K_0$) étant liée au calcul fiable du déterminant de la matrice regroupant les équations de continuité, il faut dans un premier temps, conditionner cette matrice de façon à éviter tout phénomène de saturation numérique. Ainsi la localisation précise des racines est facilitée par l'emploi d'une procédure de normalisation décrite en annexe IV qui doit être utilisée quel que soit l'ordre du mode étudié, et le nombre de points discrétisant le périmètre du guide.

II.1 ÉTUDE DU MODE FONDAMENTAL E_Y^{11}

Compte tenu des remarques faites au chapitre III, les expressions des composantes longitudinales de champ pour ce mode sont :

- Région 1 : le barreau diélectrique

$$E_{Z1} = \sum_{n=m=1}^{NP} \left\{ A_n \begin{matrix} SE \\ \xi_{n-1} \end{matrix} [\eta, \rho] \begin{matrix} SE \\ \xi_{n-1} \end{matrix} [\xi, \rho] \right\}$$

$$H_{Z1} = \sum_{n=m=1}^{NP} \left\{ B_n \begin{matrix} CE \\ \xi_{n-1} \end{matrix} [\eta, \rho] \begin{matrix} CE \\ \xi_{n-1} \end{matrix} [\xi, \rho] \right\}$$

- Region 2 : l'air

$$E_{Z2} = \sum_{n=m=1}^{NP} \left\{ C_n \begin{matrix} *SE \\ \xi_{n-1} \end{matrix} [\eta, \rho] \begin{matrix} G_{ek} \\ \xi_{n-1} \end{matrix} [\xi, \rho] \right\}$$

$$H_{Z2} = \sum_{n=m=1}^{NP} \left\{ D \begin{matrix} *CE \\ \xi_{n-1} \end{matrix} [\eta, \rho] \begin{matrix} F_{ek} \\ \xi_{n-1} \end{matrix} [\xi, \rho] \right\}$$

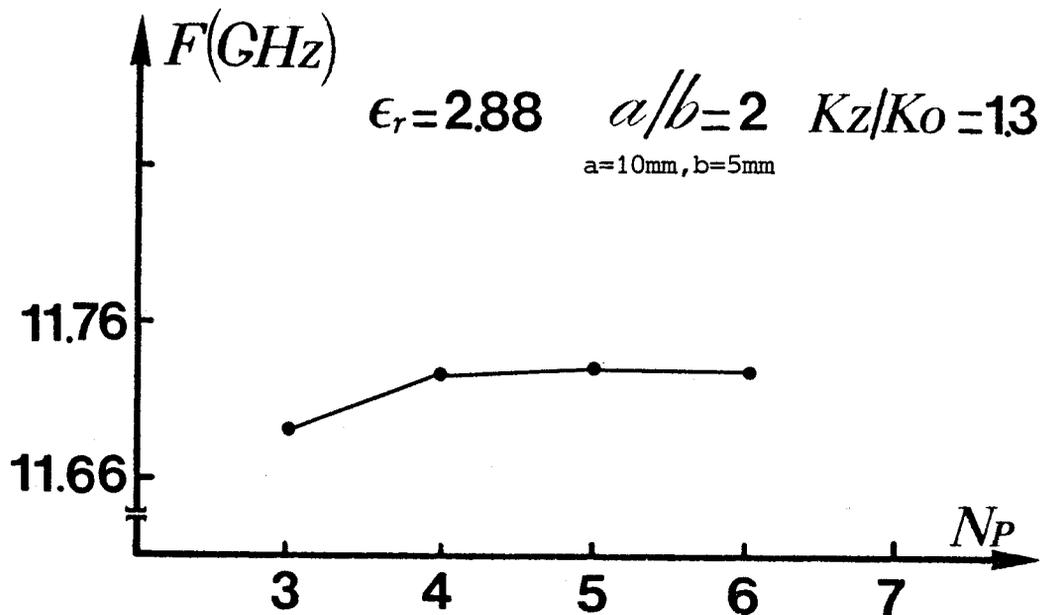
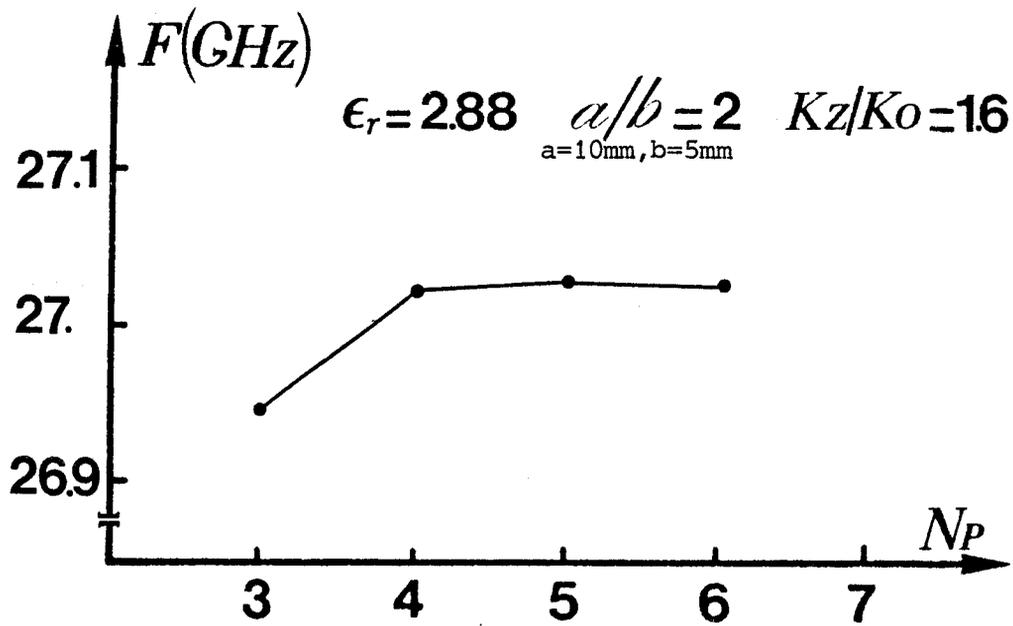


FIG. (89 A,B) EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE" EN FONCTION DU NOMBRE DE POINTS DE DISCRETISATION.
L'ENERGIE EST TRES CONFINEE DANS LE DIELECTRIQUE
L'ENERGIE EST MOYENNEMENT CONCENTREE DANS LE DIELECTRIQUE

II.1.1 Etude de la stabilité de la solution

Afin d'étudier la stabilité de la solution en fonction des paramètres :

- géométrique (a/b)
- physique (ϵ_r)

nous examinons séparément chacun des cas en maintenant fixe l'un de ces deux paramètres. Ainsi, dans un premier temps nous avons traité le cas des guides de faible permittivité diélectrique en faisant varier l'aplatissement.

II.1.1 a Evolution de la solution en fonction du nombre de points de discrétisation pour un guide de permittivité 2,88

Nous présentons figure (69), pour un guide d'aplatissement $\frac{a}{b} = 2$, le comportement global de la solution en fonction du nombre N_p de points de discrétisation, et ce pour trois valeurs types du nombre d'onde normalisé K_z/K_0 . Du point de vue du mode considéré, ces valeurs correspondent aux cas où l'énergie est :

1°) très et moyennement confinée dans le barreau diélectrique $K_z/K_0 = 1.6$ et $K_z/K_0 = 1.3$ Fig. (69a, 69b)

2°) faiblement concentrée pour $K_z/K_0 = 1.1$ (mode au voisinage de la coupure), Fig. (69c).

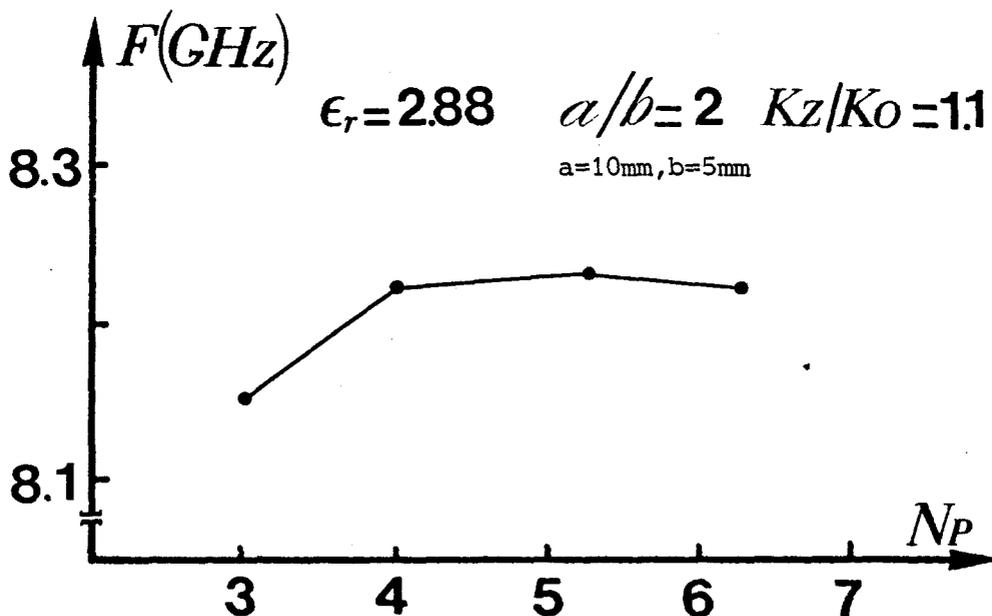


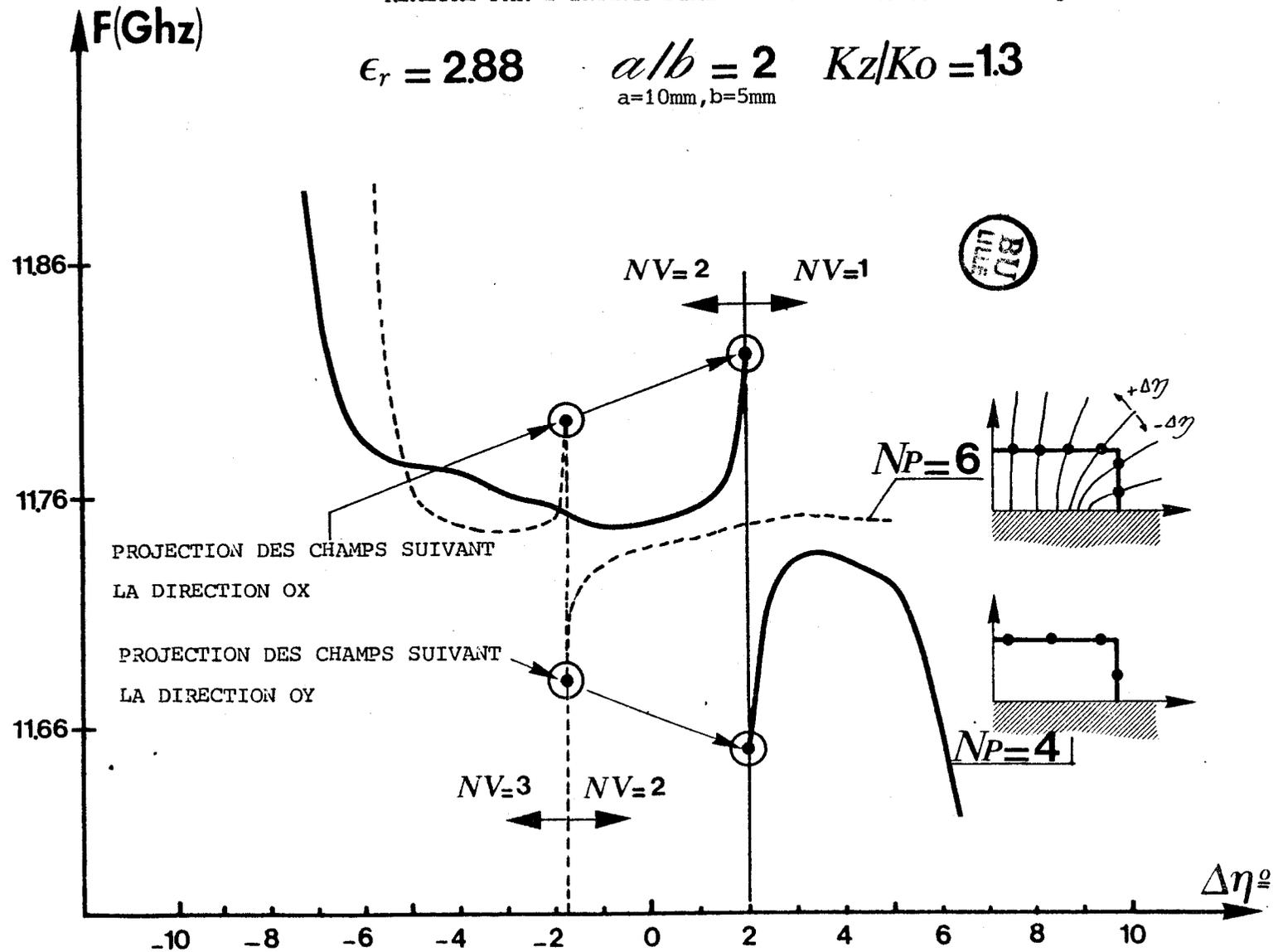
FIG. (69c)

EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE" EN FONCTION DU NOMBRE DE POINTS DE DISCRETISATION LORSQUE L'ENERGIE EST PEU CONCENTREE DANS LE DIELECTRIQUE.

FIG.(70)

COMPORTEMENT DE LA SOLUTION FREQUENCE POUR K_z/K_0 FIXE
 LORSQUE L'ON MODIFIE LA POSITION DES POINTS SUR LE PE-
 RIMETRE PAR L'INTERMEDIAIRE D'UNE ROTATION + ou - $\Delta\eta$

$\epsilon_r = 2.88$ $a/b = 2$ $K_z/K_0 = 1.3$
 a=10mm, b=5mm



On peut observer la stabilité des solutions ainsi calculées et ce dans toute la plage de variation du nombre d'onde normalisé dès que le nombre N_p de points est supérieur à 3. Ceci constitue déjà une amélioration des conditions de mise en oeuvre.

Néanmoins, ne pouvant porter de jugement à ce stade de notre étude, nous avons essayé, comme au chapitre précédent, de déterminer la sensibilité de la solution à la position des points sur les interfaces.

Pour cela, nous avons appliqué une rotation $(+\Delta\theta, -\Delta\theta)$ à la grille des points. Pour une valeur spécifique de cette rotation, l'un des NP points se situe sur le coin du guide. La discontinuité apparaissant alors dans l'évolution de la solution (figure (70)) est liée au calcul de celle-ci lorsque, au coin, on projette les composantes de champ suivant les directions ox et oy .

Comme nous pouvons le constater, la solution est peu sensible à la rotation de la grille de points.

Ce résultat se confirme quel que soit le nombre de points discrétisant l'interface vertical ($N_v = 1, 2$ ou 3) ou horizontal N_H pourvu que le total $N_H + N_v = N_p$ soit supérieur à 3.

Nous voyons déjà l'intérêt que présente la description du problème en coordonnées elliptiques par rapport à l'étude initiale de J.E. GOELL. La suite de notre travail va confirmer cette première impression.

Etant donnée la facilité avec laquelle ont pu être obtenus nos premiers résultats numériques, nous avons entrepris l'étude systématique de guides images dont les aplatissements variaient de 3 à 5.

Cette dernière valeur constitue une limite raisonnable pour permettre les comparaisons avec les relevés expérimentaux. En effet, un accroissement trop important de l'aplatissement, réduit au même titre qu'une augmentation de la permittivité, la bande monomode du guide.

Pour la gamme des aplatissements traités ($2 \leq a/b \leq 5$) les évolutions de la solution en fonction du nombre N_p de points de discrétisation sont similaires.

Le cas du guide d'aplatissement 4 presente figure(71) reflète ce comportement typique.

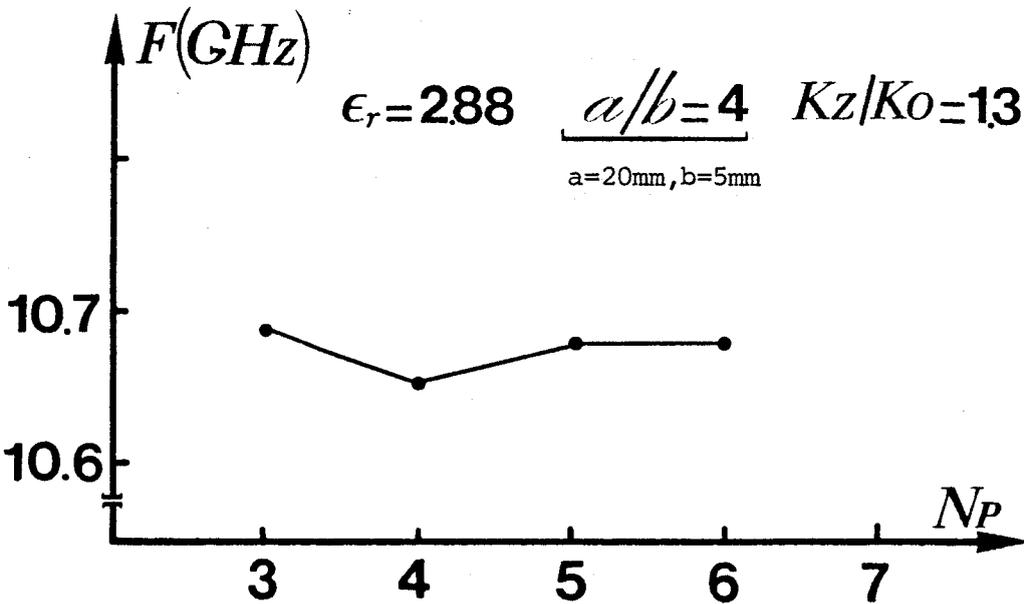
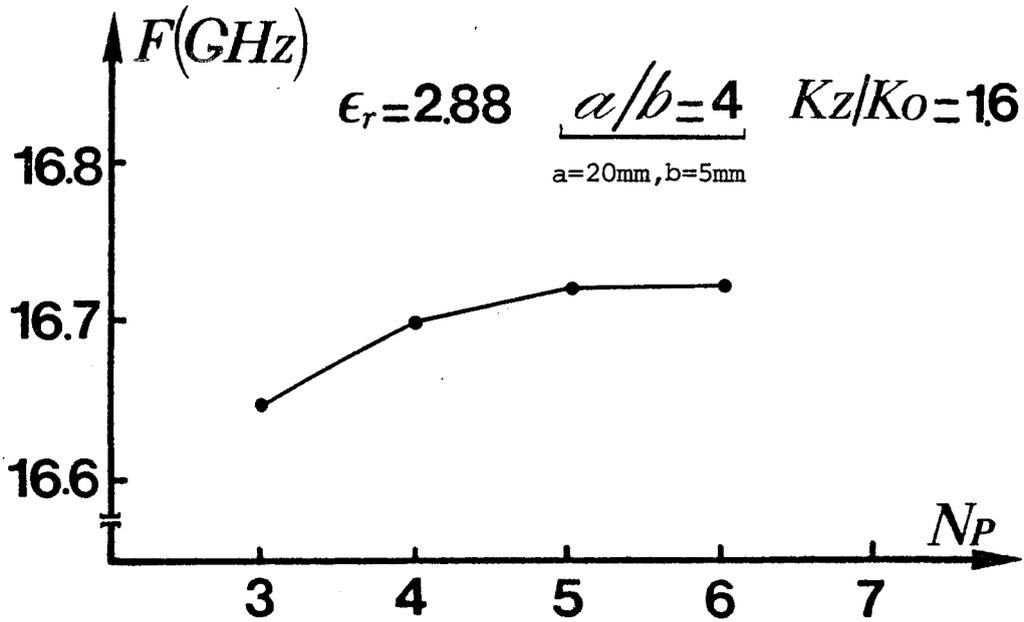


FIG. (71A) EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE" EN FONCTION DU NOMBRE N_p DE POINTS DE DISCRETISATION POUR UN GUIDE D'APLATISSEMENT $a/b=4$

Notons que cinq points sont necessaires pour que la solution se stabilise. Comme dans le cas précédent, les solutions sont également peu sensibles à la position des points sur les interfaces air-diélectrique.

Pour illustrer cette affirmation nous presentons figure(71b) la variation de la solution pour une rotation de la grille des 4 et 5 points de discretisation.

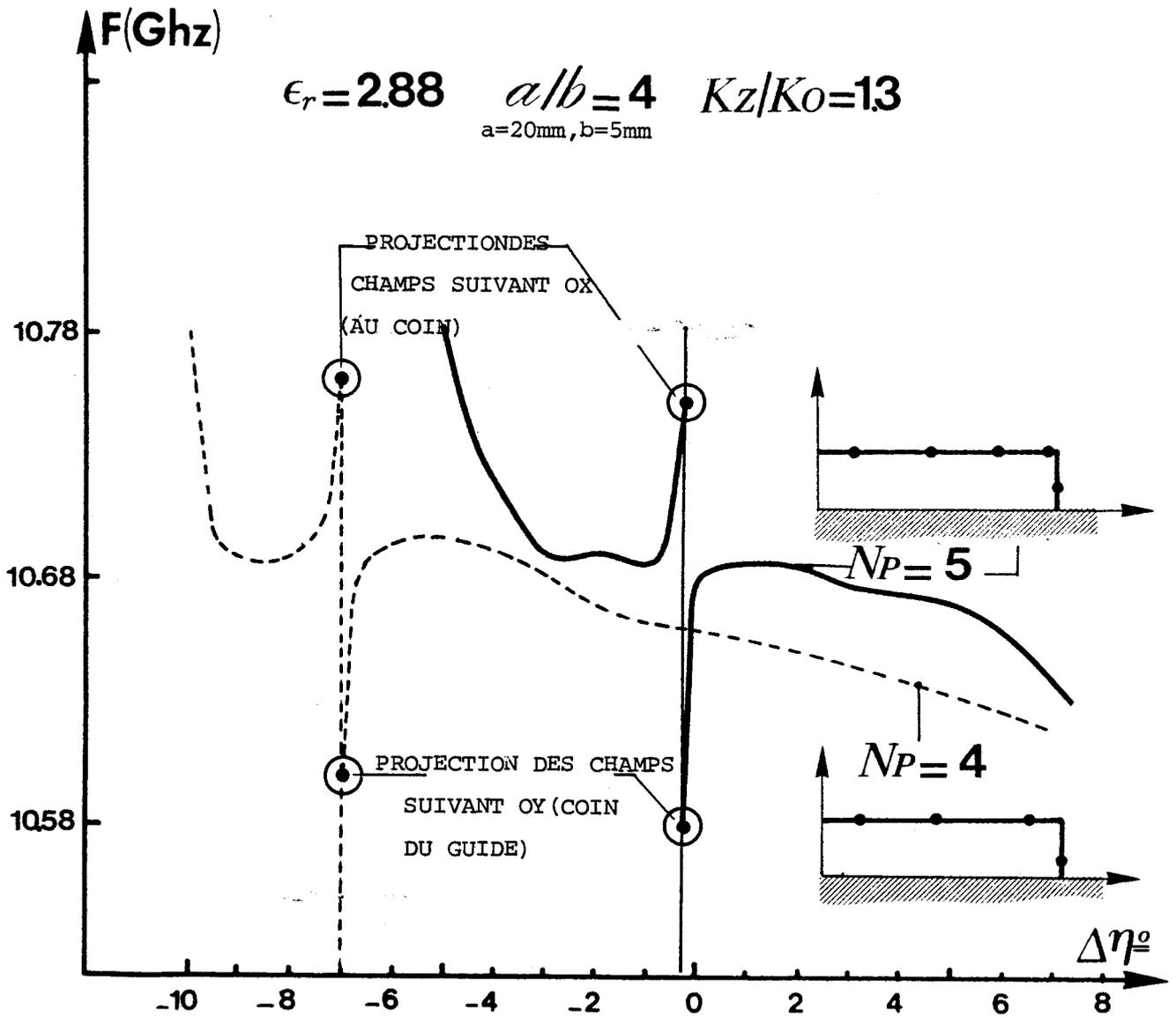


FIG. (71B) EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE" POUR $K_z/K_0 = 1.3$, $a/b = 4$ LORSQUE L'ON APPLIQUE UNE ROTATION $+$ ou $-\Delta\theta$ A LA GRILLE DES 4 ET 5 POINTS DE DISCRETISATION.

Au voisinage de la coupure, la solution comme l'indique la figure (72) n'est cependant plus aussi stable comparée aux cas correspondant au mode dont l'énergie est confinée dans le barreau diélectrique.

Nous avons donc voulu étudier le comportement de la stabilité à l'issue d'un accroissement du nombre de points ($NP = 7,8$). Comme nous pouvons le constater, la solution oscille autour d'une valeur moyenne sans que son amplitude diminue. L'obtention des solutions pour 7 et 8 points requiert respectivement 14 et 21 minutes de temps calcul sur un ordinateur de type iris 80, alors que 5 minutes suffisent au calcul de la solution lorsque 5 points discrétisent le périmètre.

La complexité numérique de l'étude qui apparaissait jusqu'à présent au second plan, va jouer un rôle prépondérant dans la recherche des solutions au voisinage de la coupure.

Deux constatations nous incitent à penser que l'instabilité de la solution est essentiellement liée au conditionnement numérique du problème :

1°) Lorsque $Np = 6$, il est nécessaire de diminuer de 10^{-5} à 10^{-3} la précision sur le calcul de la fréquence pour obtenir la solution.

2°) La faible variation de l'oscillation autour d'une valeur moyenne ($(\frac{\Delta F}{F})_{\max} = 0,6 \%$ pour $4 < NP < 8$).

La solution ne divergeant pas, ce sont à notre avis, les erreurs d'arrondi commises dans l'évolution des fonctions de MATHIEU et notamment des coefficients de FOURIER (voir annexe) qui se répercutent sur le calcul de la racine du déterminant. L'utilisation d'un ordinateur plus puissant pourrait nous permettre de confirmer cette hypothèse puisqu'alors les opérations pourraient être exécutées en double précision. Compte tenu de l'ordinateur dont nous disposons, l'emploi de la double précision nécessiterait au minimum deux heures de temps calcul pour un point du diagramme de dispersion. Notons que 80 % de ce temps serait affecté aux opérations concernant la bibliothèque des fonctions de MATHIEU.

Pour compléter cette étude, il nous reste à définir le nombre de points de discrétisation à partir duquel, la solution étant stabilisée, la description des champs dans le plan de section droite et notamment sur le périmètre du barreau diélectrique est satisfaisante. Ceci nous permettra d'optimiser la méthode du point de vue du temps calcul.

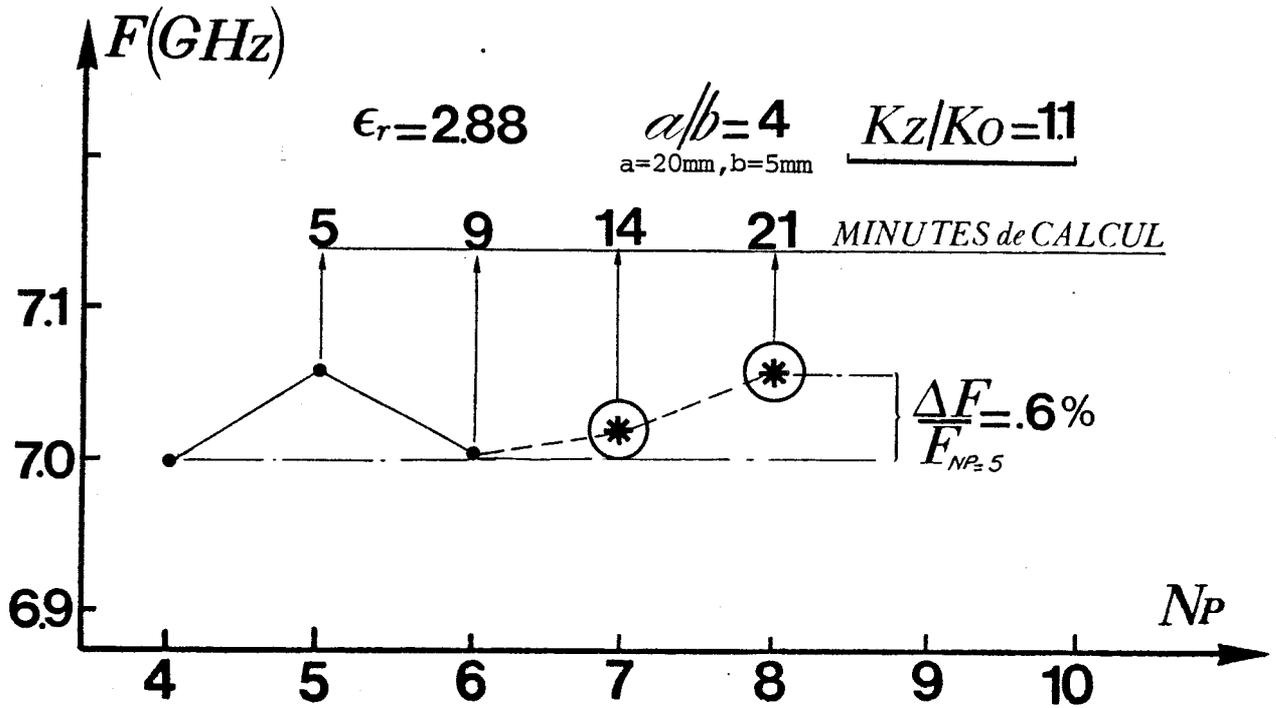


FIG. (72) COMPORTEMENT DE LA SOLUTION "FREQUENCE" EN FONCTION
 DU NOMBRE N_p DE POINTS SITUES SUR LE PERIMETRE (L'E-
 NERGIE ETANT PEU CONCENTREE DANS LE DIELECTRIQUE)

Dans cette optique, nous faisons appel à la même notion de fonction "ERREUR" que celle définie au chapitre III pour la méthode de J.E. GOELL.

Ainsi, pour le guide image d'aplatissement 2, nous avons fait varier la position et le nombre de points de discretisation afin de comparer le comportement global des fonctions "ERREUR" lorsque les champs E_z sont exprimés à partir des harmoniques cylindriques figure (73a) et elliptiques figure (73b).

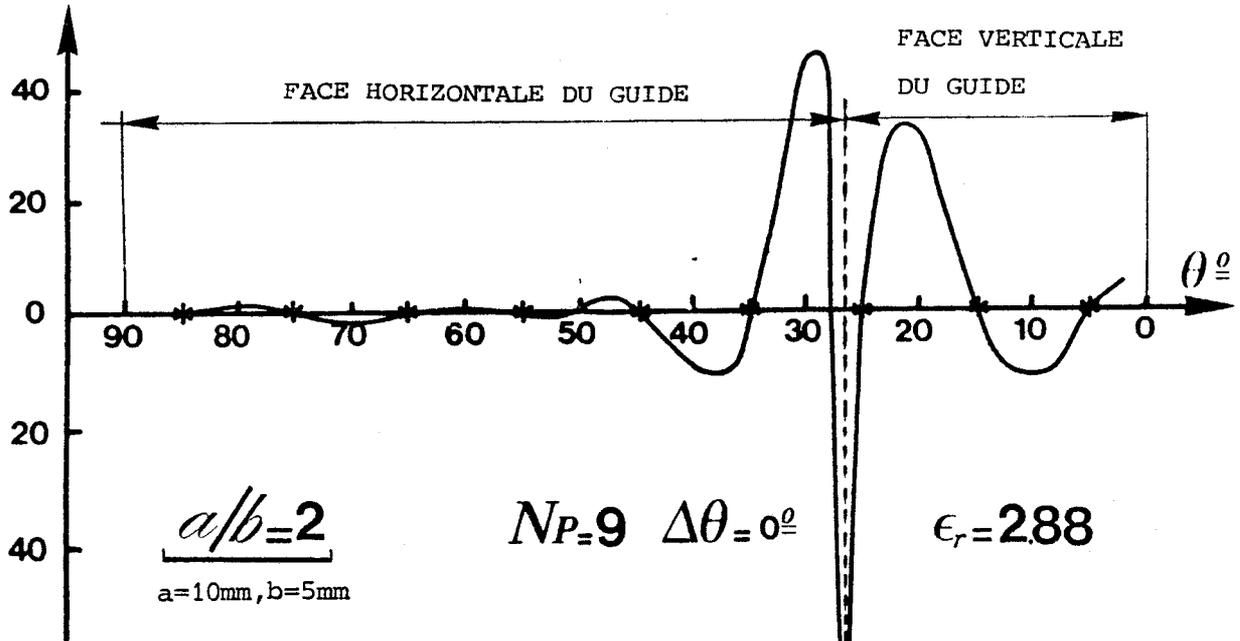


FIG. (73A) LES CHAMPS SONT DECRITS A PARTIR DES HARMONIQUES CYLINDRIQUES

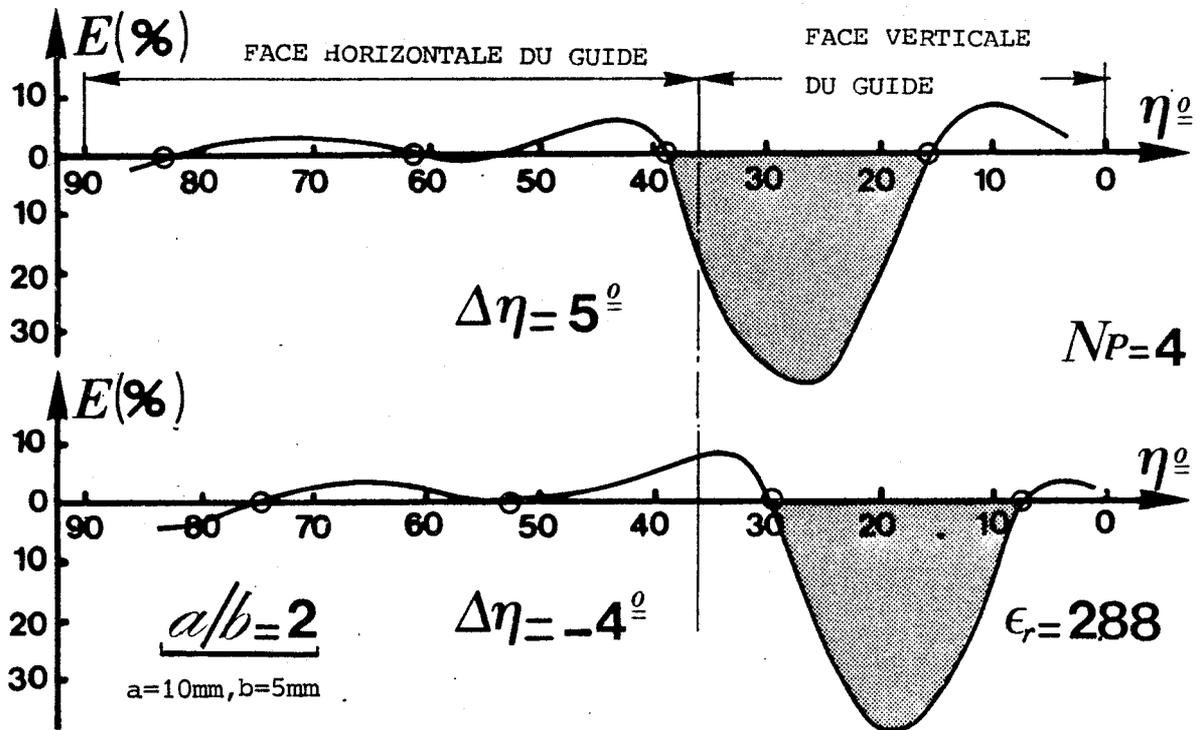


FIG. (73B) LES CHAMPS SONT DECRITS A PARTIR DES HARMONIQUES ELLIPTIQUES

On peut observer que la description est aussi bonne avec 4 points en elliptique qu'avec 9 points en cylindrique.

Comme l'indique la figure (74) l'amélioration apportée par un accroissement du nombre de points n'est pas intéressante en regard du temps calcul qui a plus que doublé lors du passage de 4 à 6 points.

En fait, les évolutions figure (73) et figure (74), contrastent surtout au niveau de leur variation dans la portion du périmètre situé au voisinage immédiat du coin du guide. Comme nous pouvons le constater, l'erreur au coin dans le cas elliptique est faible, ce qui constitue un phénomène nouveau.

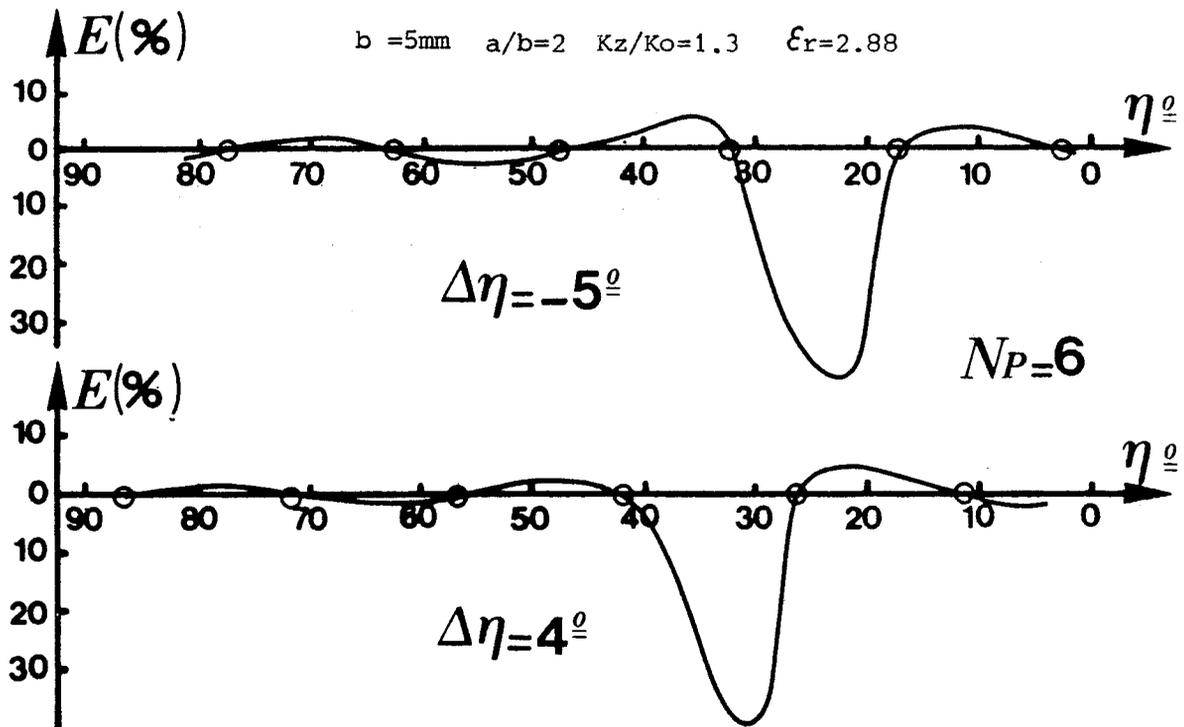


FIG. (74) EVOLUTION DE LA FONCTION "ERREUR" LORSQUE 6 POINTS DISCRETISENT LE PERIMETRE DU GUIDE D'APLATISSEMENT $a/b=2$; LA POSITION DES POINTS AYANT ETE MODIFIEE PAR UNE ROTATION DE CHACUN D'EUX.

En conséquence, pour évaluer la modification qu'entraîne réellement sur la fonction "ERREUR", la position d'un des points sur le coin, nous avons appliqué une rotation à la grille de base des 4 et 6 points figure (75).

Cette rotation $\Delta\eta$ n'entraîne qu'un déplacement de la zone hachurée représentative du non respect de la continuité des champs longitudinaux E_z , sans affecter son amplitude et sa surface.

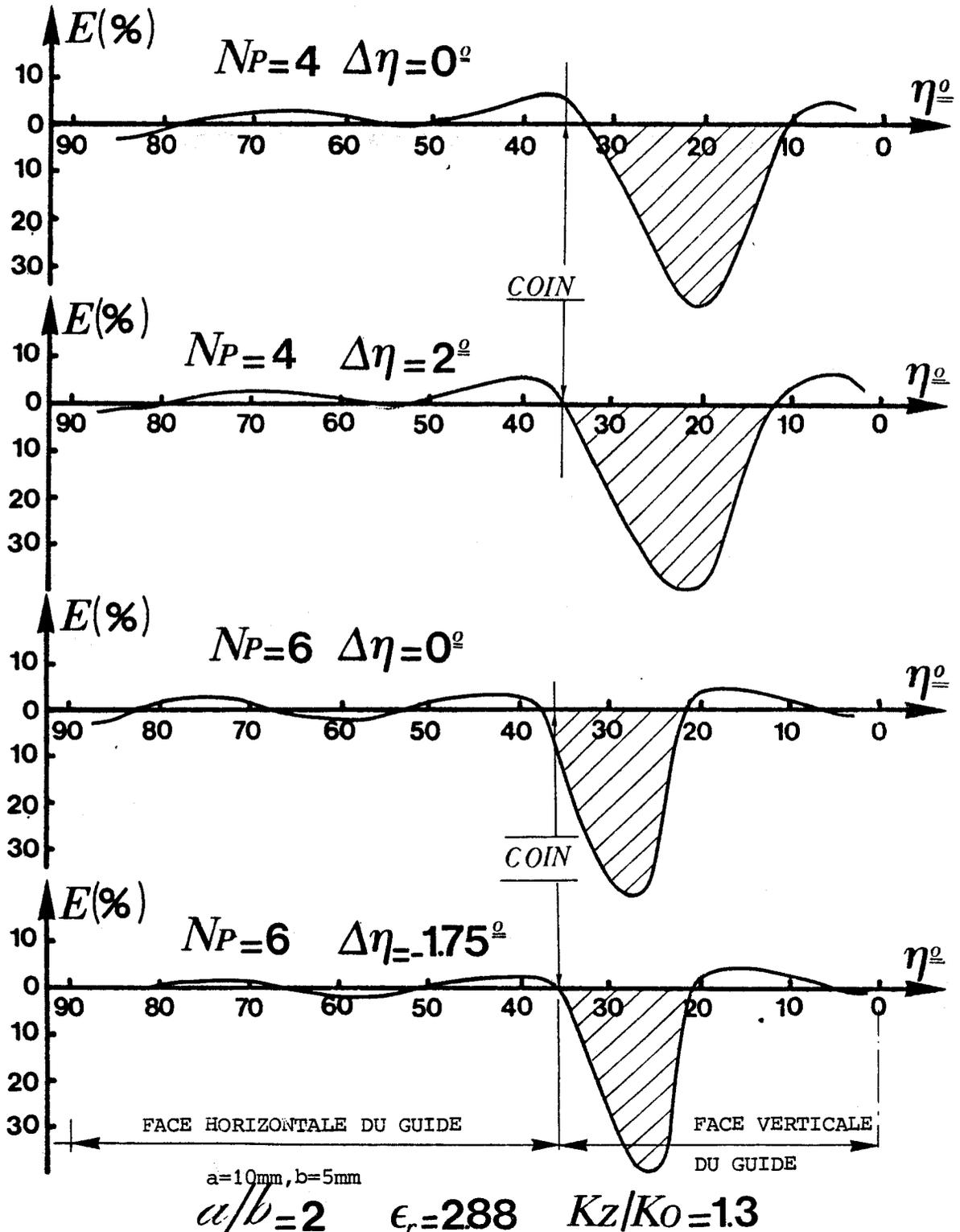


FIG. (75) INFLUENCE D'UNE ROTATION DE LA GRILLE DE BASE DES 4 ET 6 POINTS DE DISCRETISATION SUR LE COMPORTEMENT DE LA FONCTION "ERREUR"

Nous pouvons constater, qu'au contraire de l'étude de J.E.GOELL, la présence d'un point sur le coin du guide image ne se justifie plus puisque l'erreur maximum est quasiment constante quelle que soit la position des points.

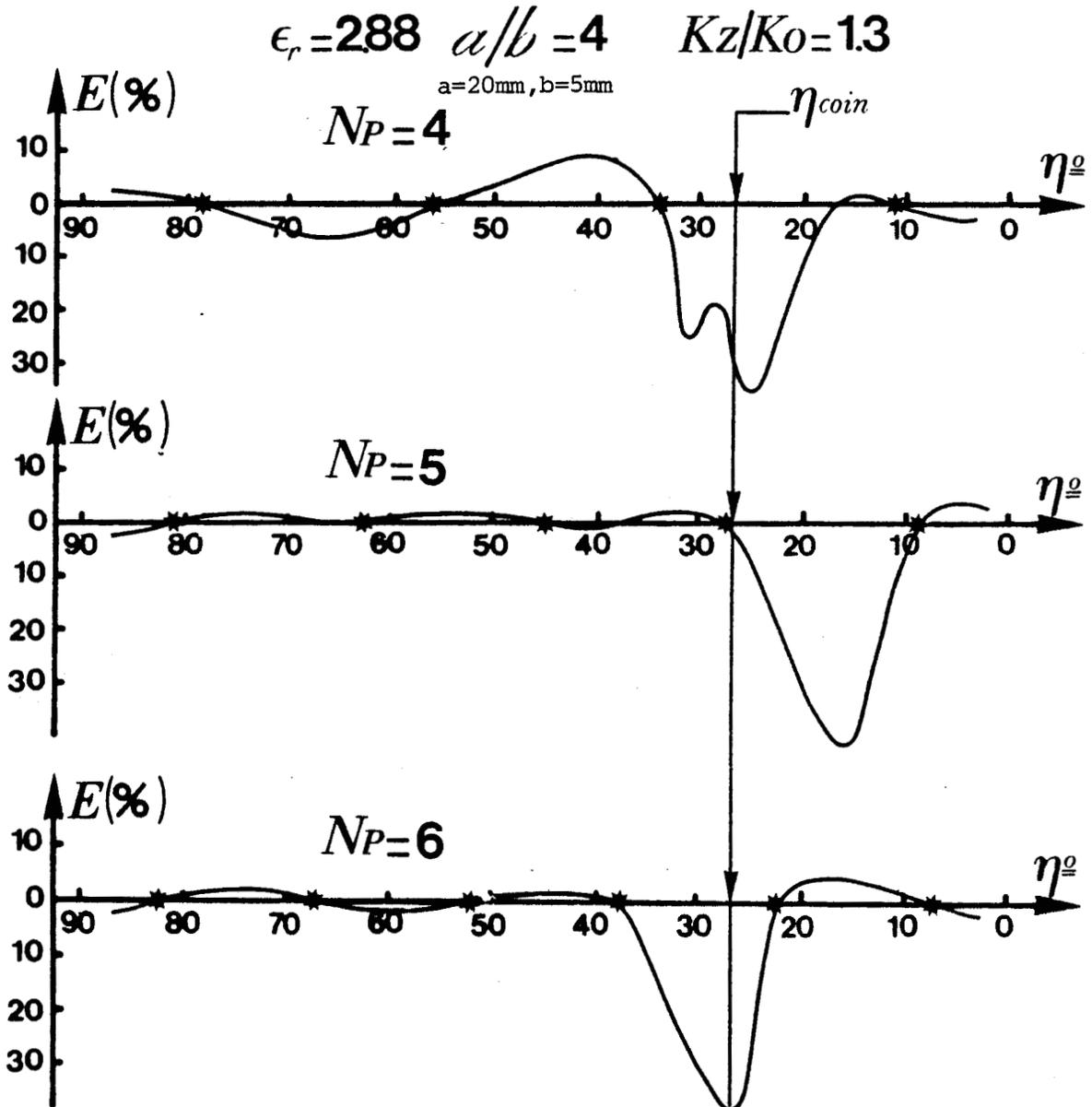


FIG. (76) EVOLUTIONS DE LA FONCTION "ERREUR" POUR $N_p=4,5,6$ LORSQUE L'APLATISSEMENT $a/b = 4$.

Cette constatation s'applique à toute la gamme des aplatissements traités comme le confirme les évolutions concernant le guide d'aplatissement 4, présentées figure (76). Notons également que l'amplitude des fonctions ERREUR n'évolue plus avec la valeur de l'aplatissement du guide image.

Cette méthode s'avère donc très performante dans toute la plage de variation du nombre d'onde normalisé k_z/k_0 . Néanmoins, la complexité du calcul des fonctions de MATHIEU rend très difficile la détermination des solutions au voisinage immédiat de la fréquence de coupure.

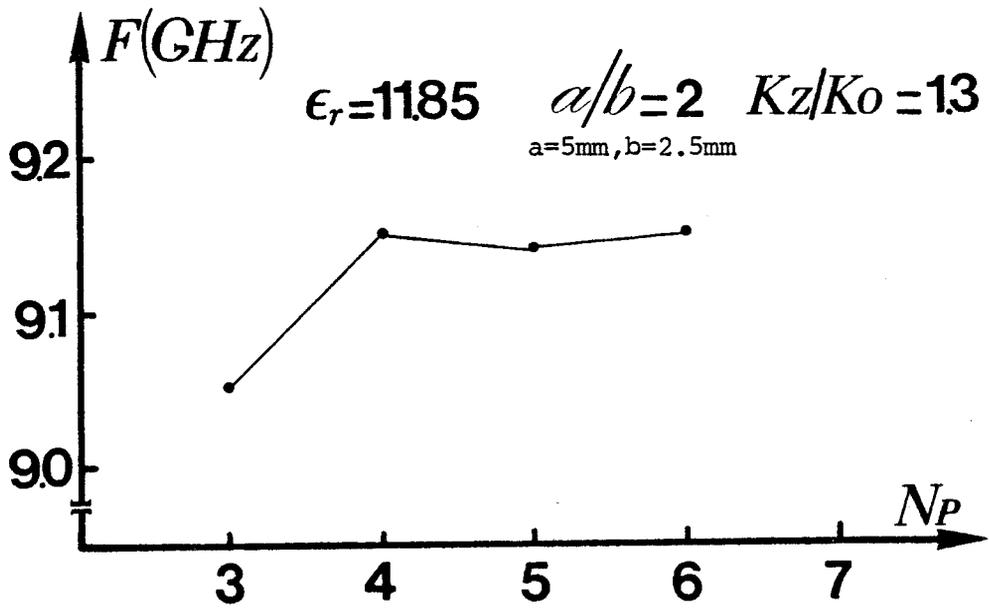
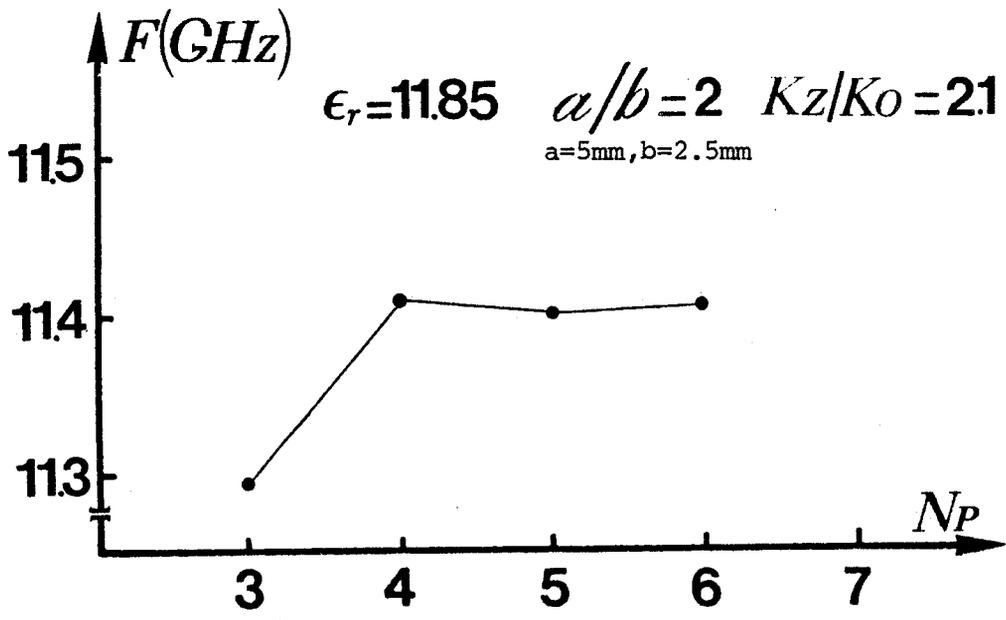
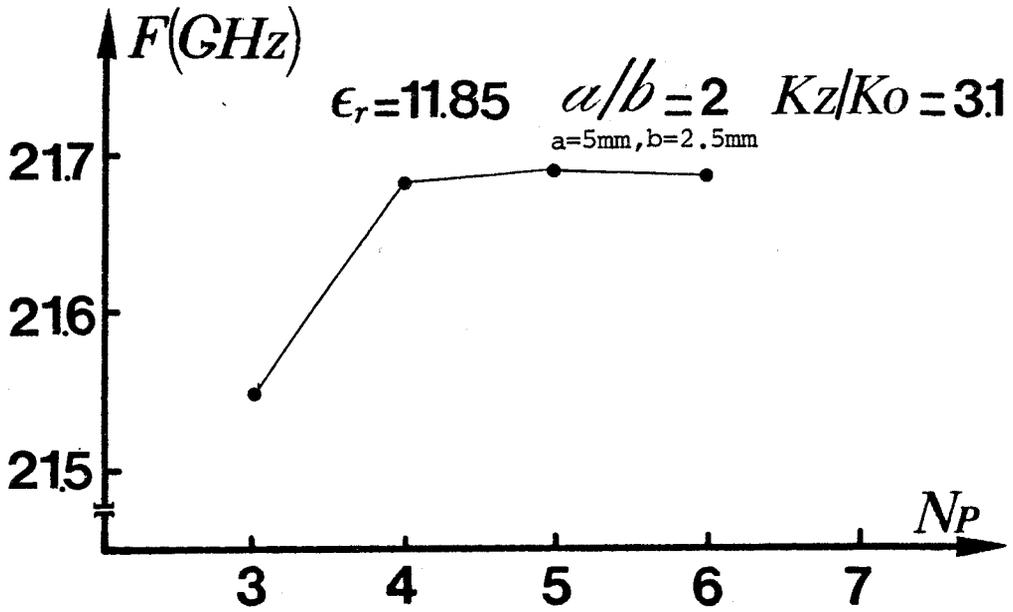


FIG. (77) EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE" EN FONCTION DU NOMBRE N_p DE POINTS DE DISCRETISATION POUR $K_z/K_0 = 3.1, 2.1, 1.3$

Nous pouvons dès à présent donner quelques indications concernant la possibilité de systématisation de la méthode. La base de 5 points de discrétisation paraît être un excellent compromis tant pour la description des champs sur les interfaces que pour l'optimisation du temps calcul ; et ce quel que soit l'aplatissement 2 à 5 des guides de permittivité relative $\epsilon_r = 2,88$ étudiés dans ce mémoire.

Il nous reste à appliquer cette stratégie d'étude aux cas des guides de permittivité plus élevée.

II.1.1 b Evolution de la stabilité des solutions lorsque la permittivité du matériau diélectrique augmente

Afin de mettre en évidence le comportement global de la description du problème vis-à-vis d'une variation de la permittivité, nous présentons les résultats concernant la ligne image d'aplatissement 2 et de permittivité la plus élevée : $\epsilon_r = 11.85$.

Nous présentons figure (77) l'évolution typique de la solution en fonction du nombre de points de discrétisation, et ce pour trois valeurs du nombre d'onde normalisé.

Pour ces trois cas, nous pouvons observer un comportement identique et une bonne stabilité de la solution dès que l'on utilise quatre points de discrétisation.

Comme lors de l'étude précédente nous pouvons vérifier que cette stabilité de la solution est directement liée à la bonne description des champs au voisinage de l'interface diélectrique-air et donc à l'évolution de la fonction erreur.

Nous présentons figures (78a) et (78b) des exemples de cette évolution. Nous pouvons observer pour 4 et 5 points de discrétisation (solution stabilisée) la fonction "ERREUR" est peu sensible à la position des points sur l'interface diélectrique-air.

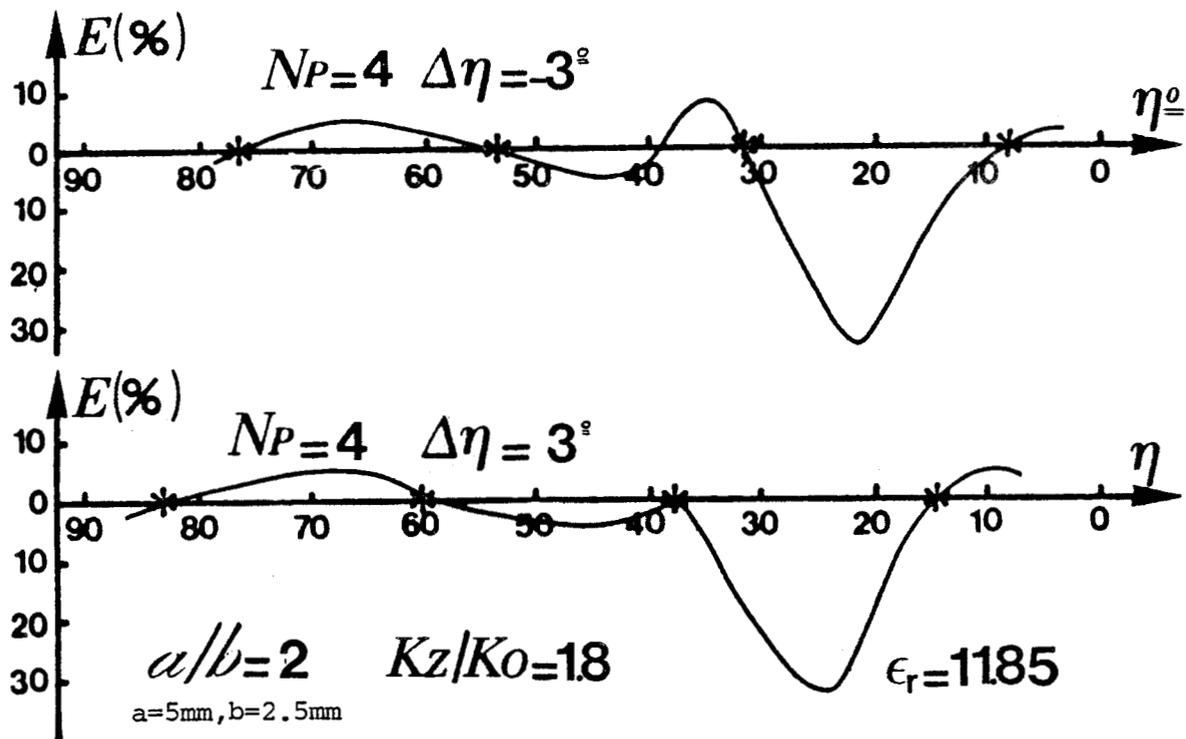


FIG. (73A) EVOLUTION DE LA CONTINUITÉ DES CHAMPS E_{z1}, E_{z2} SUR LE PERIMETRE DU BARREAU DIELECTRIQUE POUR $N_P=4$

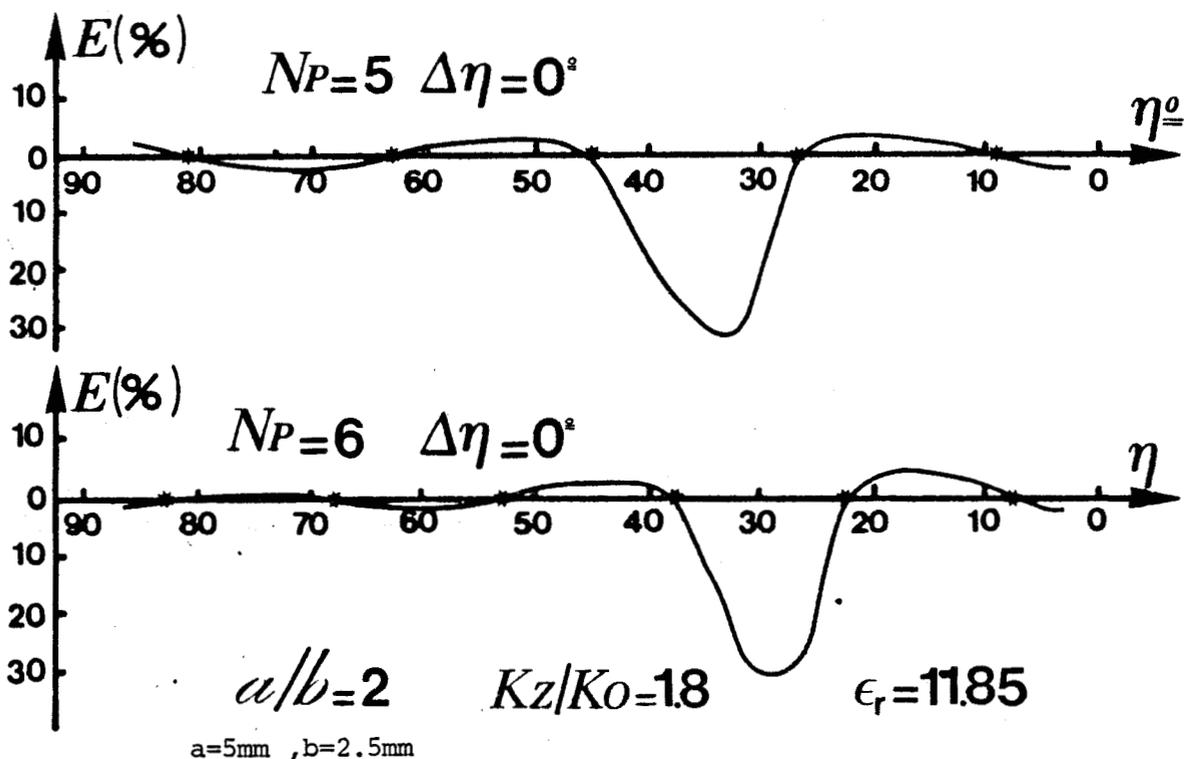


FIG. (73B) EVOLUTION DE LA FONCTION "ERREUR" LORSQUE 5 et 6 POINTS DISCRETISENT LE PERIMETRE DU BARREAU DIELECTRIQUE.



La bonne description du problème est donc étroitement liée au choix de la base de fonctions à partir de laquelle sont développés les champs. Pour l'étude du guide image, nous pouvons affirmer que les fonctions de MATHIEU sont particulièrement bien adaptées à cette description d'autant que le système de coordonnées elliptiques permet une évolution de celle-ci avec la géométrie du guide.

Le choix des harmoniques elliptiques présente en outre l'avantage d'aboutir à la possibilité de systématiser la méthode de résolution du point de vue de l'utilisateur. En effet, pour des guides plats ($a/b > 1$) et la gamme relativement large des valeurs de permittivité envisagée dans ce mémoire nous pouvons affirmer que des bons résultats seront obtenus en générant une grille de cinq points répartis uniformément le long de l'interface diélectrique-air.

Cependant, il convient de remarquer les limitations numériques de la méthode au voisinage de la fréquence de coupure. Dans ce cas, la précision du calcul des fonctions de MATHIEU d'une part, leur dynamique importante d'autre part induisent une grande indétermination lors de la recherche des racines du déterminant.

Ce problème déjà rencontré lors de l'étude de la méthode proposée par J.E. GOELL est essentiellement lié au fait que les fonctions choisies comme base de développement des champs présentent une singularité pour une valeur nulle de l'argument.

Dans ces conditions, il est illusoire de vouloir déterminer la fréquence de coupure du mode étudié.

Nous définirons par la suite les limites de cette zone d'indétermination en fonction des paramètres physiques (ϵ_r) et géométriques ($\frac{a}{b}$) des guides étudiés.

II.1.2 Comparaison THEORIE-EXPERIENCE

Les évolutions concernant le diagramme de dispersion du mode fondamental ont été regroupées figure (79a et 79b) pour des lignes images d'aplatissement 2, 2.7, 4, 5 et de même permittivité $\epsilon_r = 2.88$.

Remarquons que l'accord théorie-expérience est excellent dans toute la plage de fréquence où il a été possible d'effectuer les mesures.

Pour ce qui concerne les guides de permittivité relative plus élevée ($\epsilon_r = 9.17$ et 11.85) comme l'indique les figures (80a et 80b), une dégradation sensible des résultats apparaît.

Parmi les relevés de champs électriques transverses, nous avons sélectionné ceux correspondant à un d'aplatissement 4 et 2 dont les permittivités relatives sont respectivement 2.88 et 11.85. Dans les deux cas, comme l'indique les figures (81 et 82) il y a une bonne concordance entre théorie et expérience pour la composante E_y du champ. Par contre, il subsiste toujours un écart assez important entre les évolutions théoriques et expérimentales pour la composante du champ électrique transverse E_x .

Le champ électrique transversal étant fortement polarisé suivant la direction oy , cet écart peut en partie s'expliquer par les imperfections du système de détection. Cependant, à ce niveau de l'étude, il nous semble difficile de mettre en cause soit l'étude théorique soit le relevé expérimental; chacune des deux approches introduisant une imprécision.

FIG. (79A) COMPARISON THEORIE-EXPERIENCE POUR LE MODE FONDAMENTAL E_y^{11}

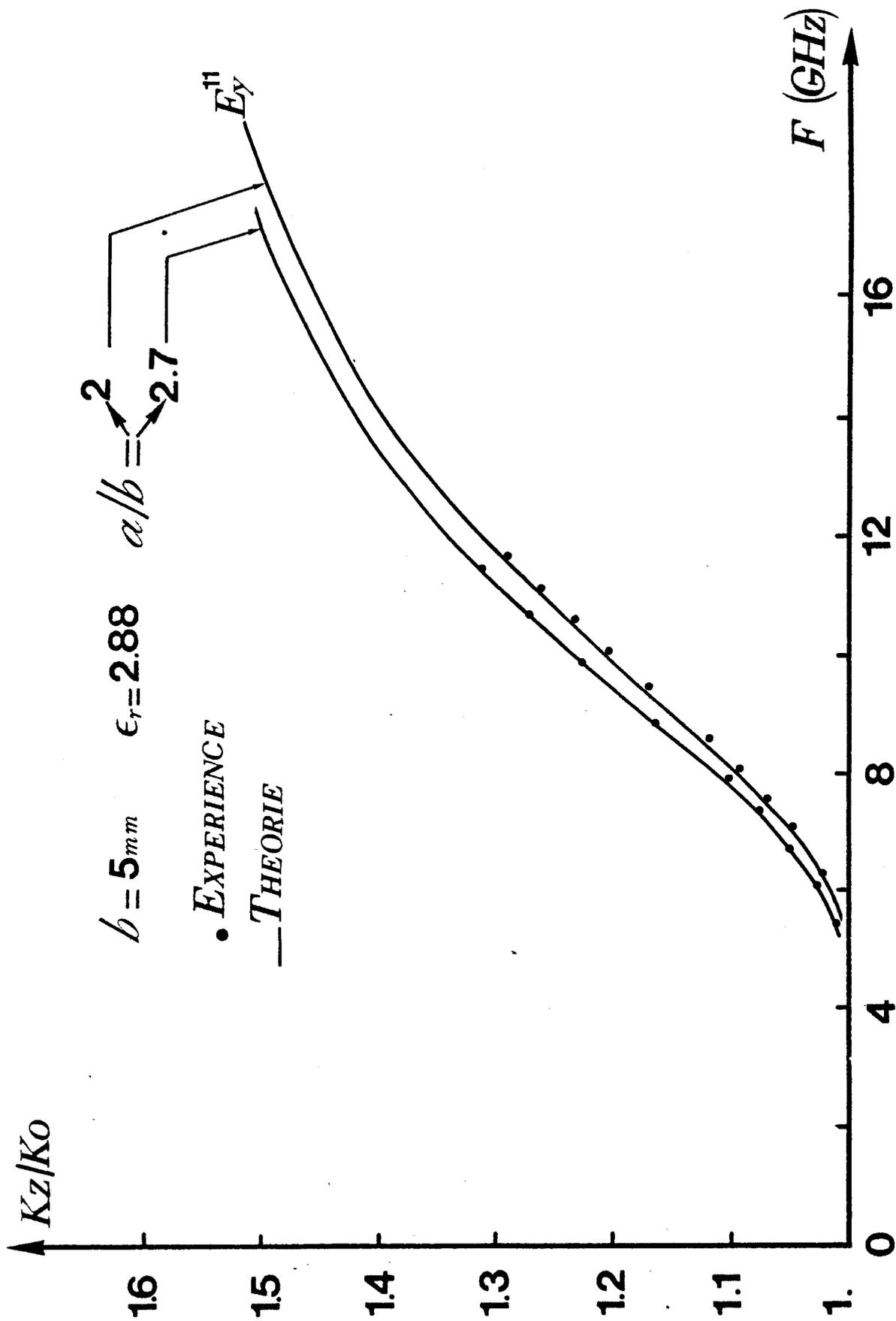


FIG. (79B) COMPARAISON THEORIE-EXPERIENCE POUR LE MODE FONDAMENTAL E_y^{11}

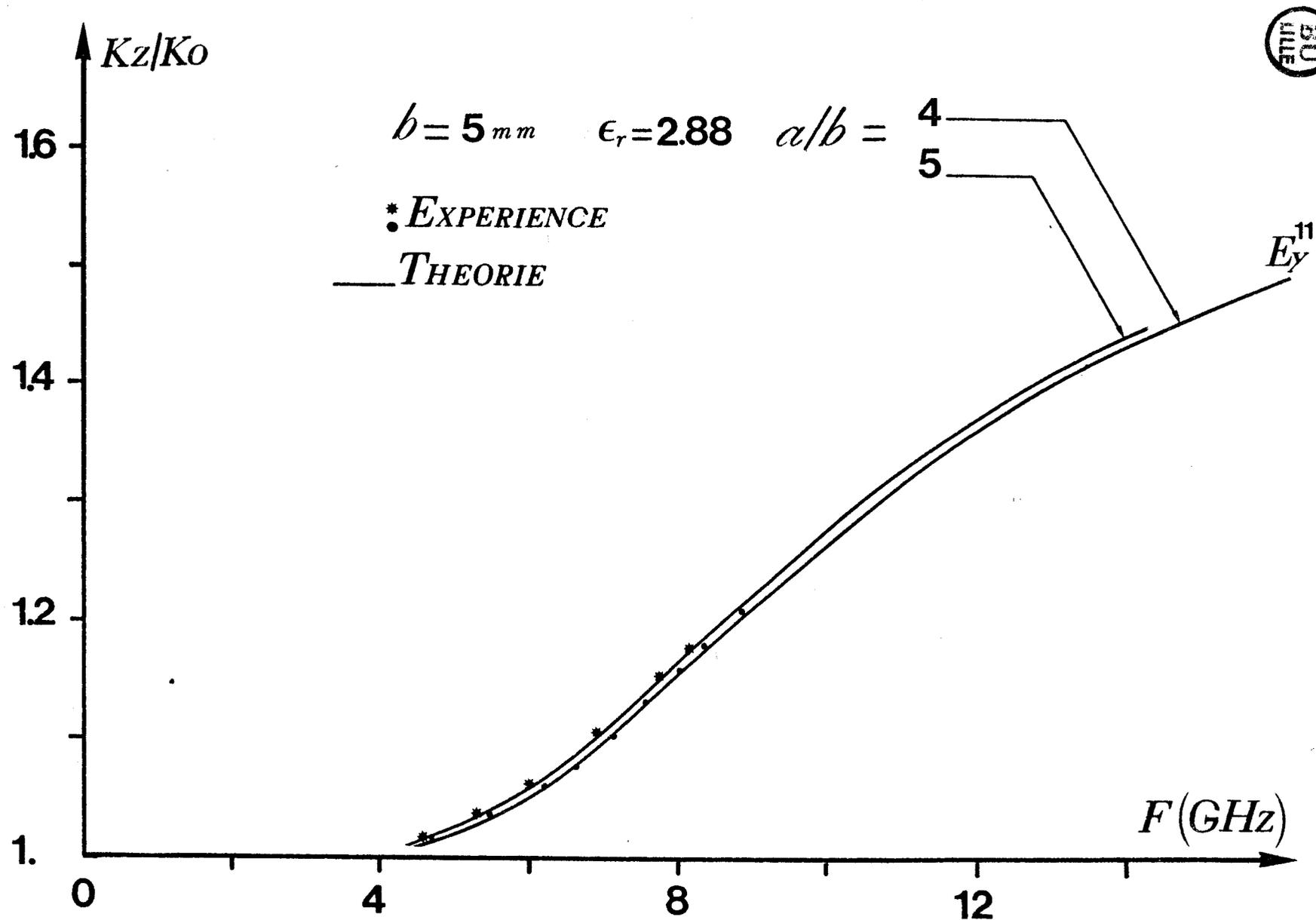


FIG. (80A) COMPARAISON THEORIE-EXPERIENCE POUR LE MODE FONDAMENTAL E_y^{11}

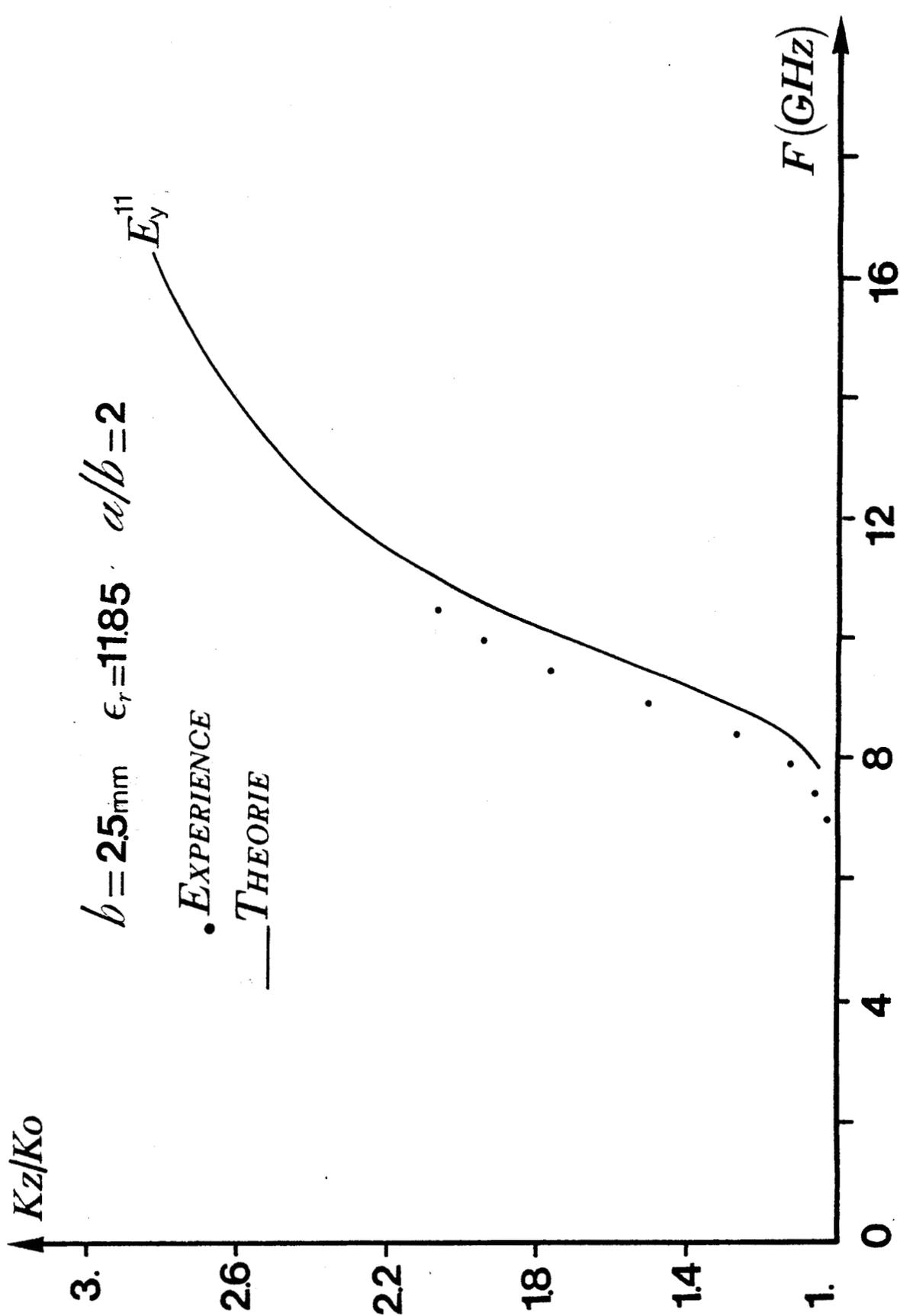
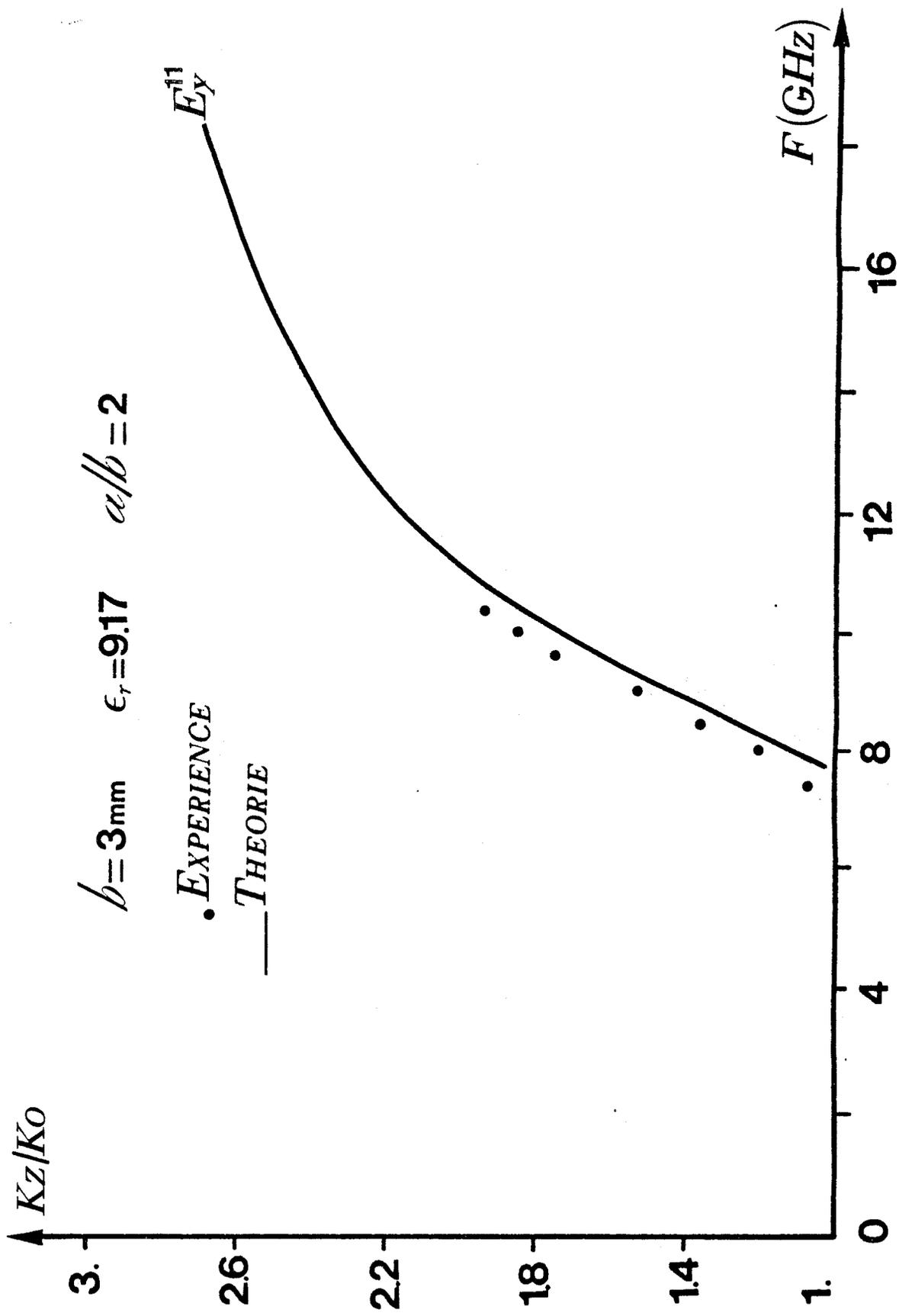


FIG. (3B) COMPARISON THEORIE-EXPERIENCE POUR LE MODE FONDAMENTAL E_y^{11}



REPARTITION des CHAMPS ELECTRIQUES TRANSVERSES
 MODE E_Y^{11}

$a/b = 4$

$Kz/K_0 = 1.21$

EXPERIENCE *

THEORIE —

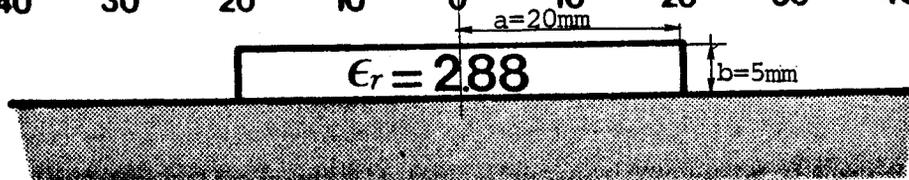
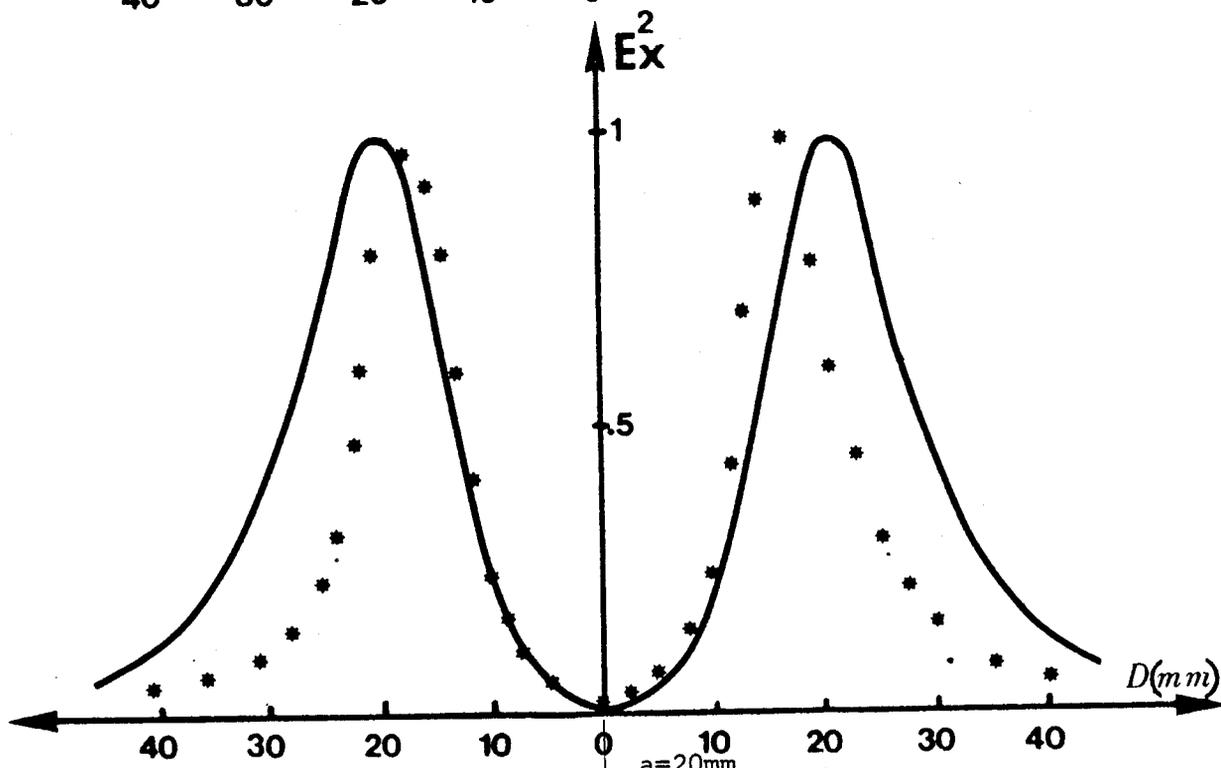
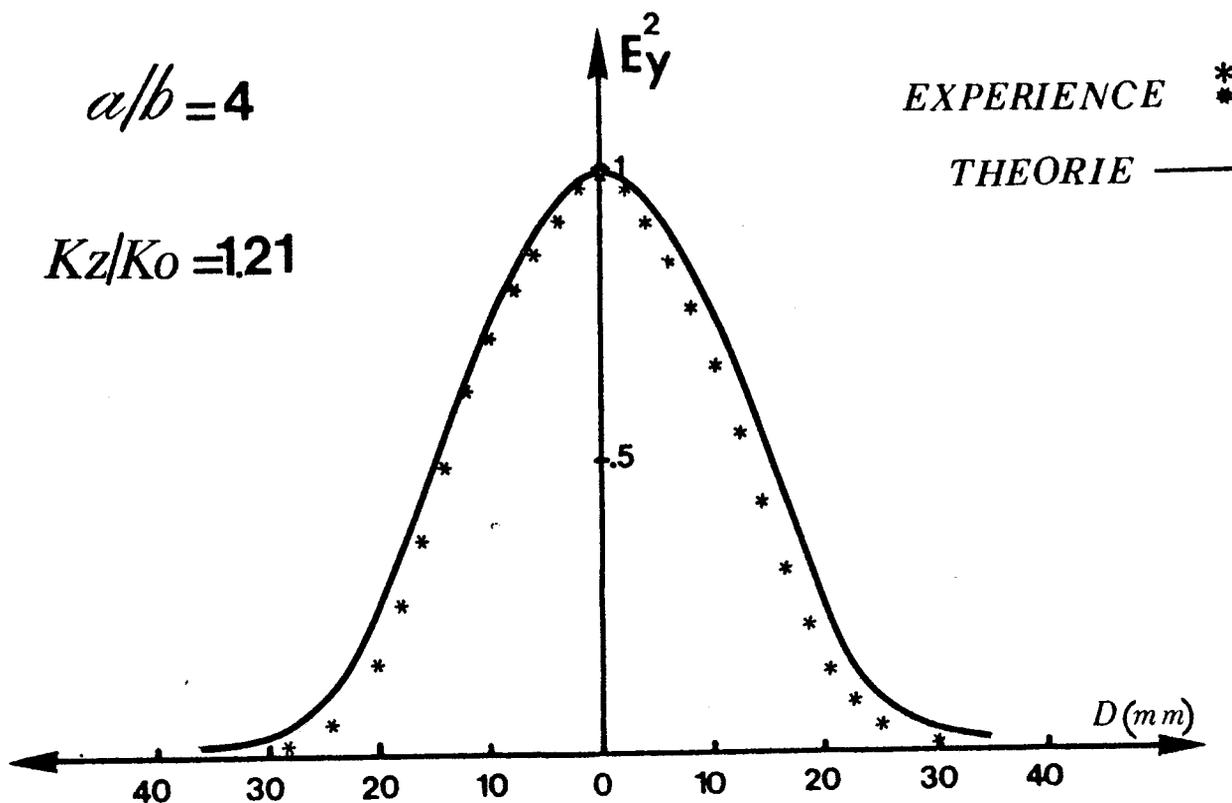


FIG. (81)

REPARTITION des CHAMPS ELECTRIQUES TRANSVERSES
 MODE E_y^{11}

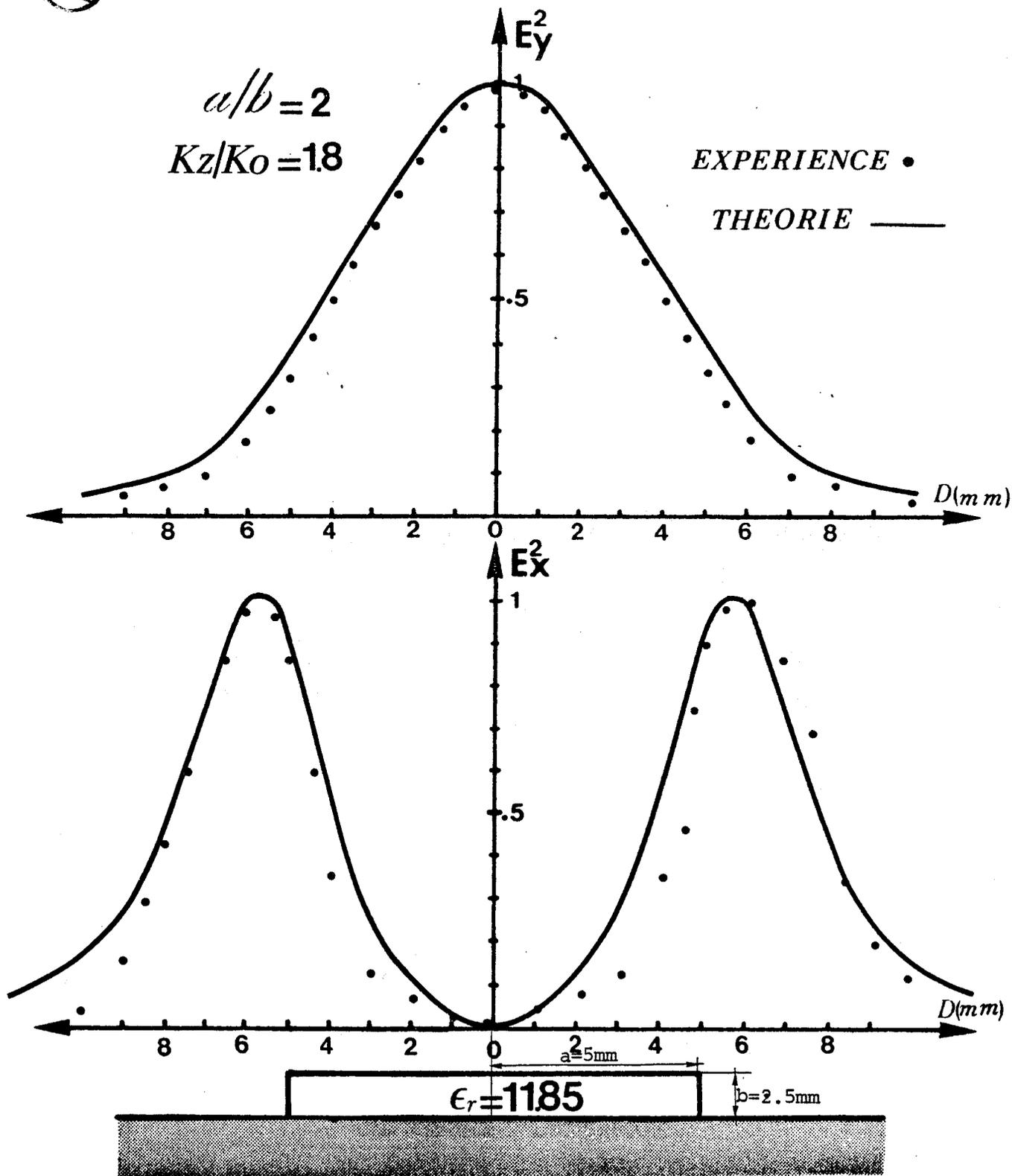


FIG. (82)

II.2 ETUDE DES MODES SUPERIEURS

II.2.1 Modes de parité différente de celle du mode fondamental

Le champ électrique transverse E_y pour le mode E_y^{12} et pour les modes supérieurs de même parité est décrit analytiquement par les développements en série de fonctions de MATHIEU d'indice pair.

Les expressions des composantes longitudinales de champ s'expriment donc comme :

DANS LA REGION 1:Le barreau diélectrique

$$E_{z1} = \sum_{n=m=0}^{NP-1} \left| \begin{array}{ccc} A_n & SE_{2n-2}^{(m)}(\eta, q) & SE_{2n-2}^{(m)}(\xi, q) \end{array} \right|$$

$$H_{z1} = \sum_{n=m=0}^{NP-1} \left| \begin{array}{ccc} B_n & CE_{2n-2}^{(m)}(\eta, q) & CE_{2n-2}^{(m)}(\xi, q) \end{array} \right|$$

DANS LE REGION 2:L'air

$$E_{z2} = \sum_{n=m=0}^{NP-1} \left| \begin{array}{ccc} C_n & SE_{2n-2}^{*(m)}(\eta, q) & G_{ek}^{(m)}(\xi, q) \end{array} \right|$$

$$H_{z2} = \sum_{n=m=0}^{NP-1} \left| \begin{array}{ccc} D_n & CE_{2n-2}^{*(m)}(\eta, q) & F_{ek}^{(m)}(\xi, q) \end{array} \right|$$

Pour NP points de discrétisation, nous avons 4NP conditions de continuité. La non définition de la fonction F_{ek} d'une part et la nullité de fonctions sinus elliptique d'autre part pour $n = 0$ entraînent la suppression de deux colonnes dans la matrice décrivant ces conditions de continuité. Pour pouvoir résoudre le problème, il est donc nécessaire de supprimer deux lignes de cette matrice.

Le choix que l'on fait de supprimer une ligne plutôt qu'une autre, influencera nécessairement la recherche de la solution.

Si ce choix peut se baser sur des hypothèses théoriques, seule l'expérience nous permettra de statuer à postériori sur le bien fondé de notre choix. Dès à présent, on voit apparaître la difficulté de déterminer avec précision les caractéristiques de dispersion des modes d'ordre élevé de même parité que le mode E_y^{12} .

La démarche adoptée pour l'étude est en tout point comparable à celle utilisée pour caractériser le mode fondamental. Suite à une variation importante des paramètres physiques et géométriques des guides étudiés, nous avons constaté que:

- 1°) Les solutions trouvées ne se stabilisent plus mais semblent osciller autour d'une valeur moyenne. Notons cependant que, comme l'indique la figure (83), l'écart entre les valeurs minimales et maximales de la solution "FREQUENCE" reste relativement faible.

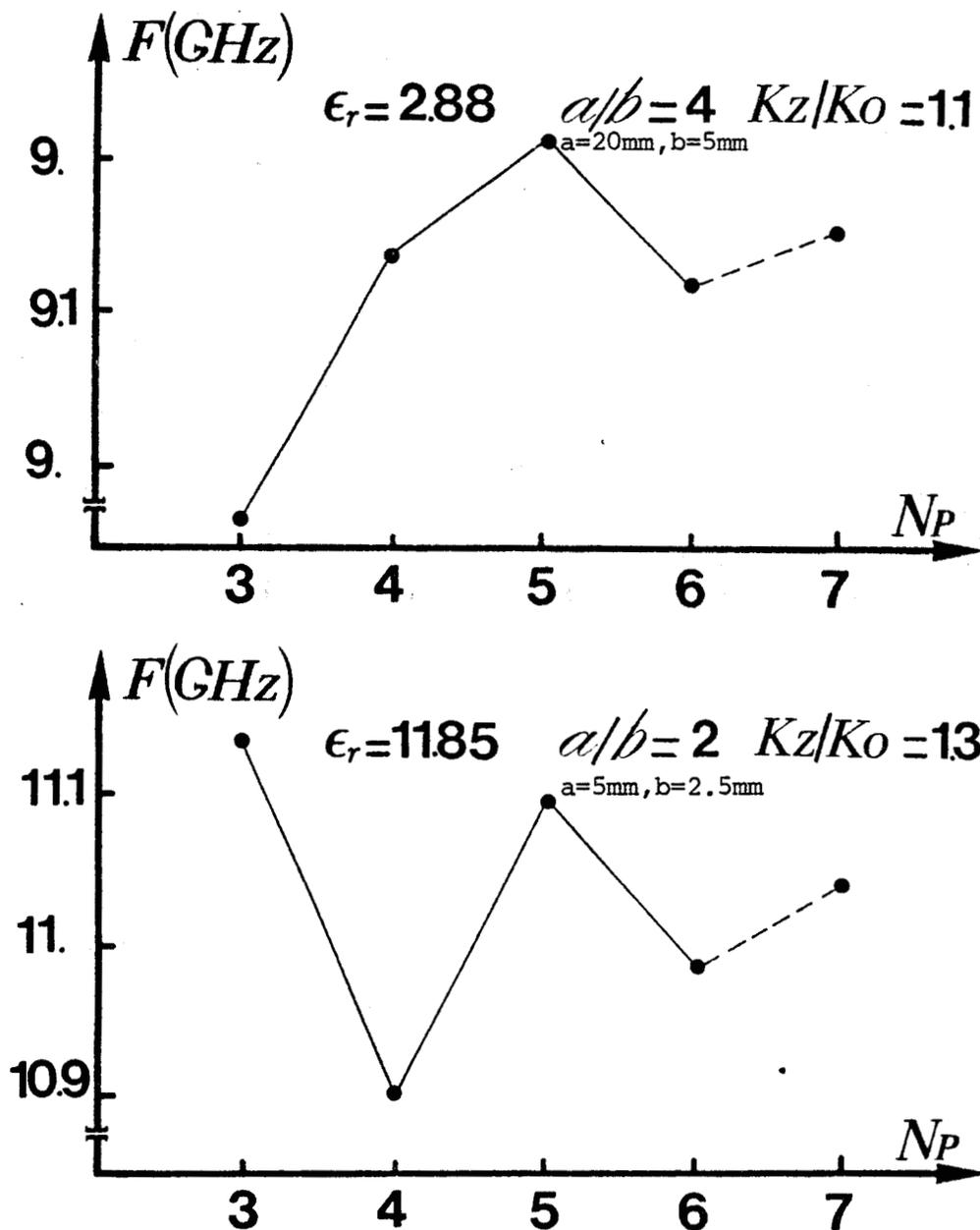


FIG. (83) EVOLUTION DE LA SOLUTION "FREQUENCE" POUR LE MODE $E_y^{1,2}$ EN FONCTION DU NOMBRE DE POINTS DE DISCRETISATION. (L'ENERGIE ETANT PEU CONCENTREE DANS LE BARREAU DIELECTRIQUE)

2°) Tout comme pour le mode fondamental, la zone proche de la fréquence de coupure est difficile à décrire avec précision. Cette difficulté augmente avec l'aplatissement et la permittivité relative du guide.

II.2.2 Etude des modes supérieurs de même parité que le mode fondamental

L'obtention de solutions fiables pour les modes supérieurs de même parité que le mode E_{11}^Y est beaucoup plus aisée comparée à celles obtenues lorsque les champs sont décrits à partir d'harmoniques cylindriques.

En effet, il est possible de caractériser trois modes avant que n'apparaissent des limitations d'ordre numérique.

L'aplatissement et la permittivité de la ligne image ne constituent pas une réelle limitation pour l'obtention des solutions dès lors que cinq points discrétisent le périmètre du barreau diélectrique.

Pour les mêmes raisons que celles déjà énoncées précédemment, on ne peut espérer trouver des solutions réalistes au voisinage immédiat de la coupure.

II.2.3 Comparaison théorie-expérience

Comme nous pouvons le constater sur la figure (84), les évolutions théoriques et expérimentales sont en bon accord pour de faibles permittivités ($\epsilon_r = 2.88$) et ce pour une variation importante du paramètre a/b .

En revanche, pour des guides tels que $a/b = 2$, cette concordance est d'autant moins bonne que la permittivité relative du matériau augmente figure (85).

Aux évolutions du mode E_Y^{12} ont été jointes celles du mode E_Y^{13} bien qu'aucune étude expérimentale n'ait été faite sur celui-ci. Nous pouvons espérer que ces dernières décrivent bien la réalité étant donné le bon comportement numérique des solutions.

Comme en témoignent les relevés expérimentaux des champs électriques transverses présentés figure (86a et 86b), la méthode permet toujours l'obtention d'évolutions réalistes en ce qui concerne la variation du champ électrique transverse E_y dans le plan de section droite.

Dans tous les cas, nous avons observé une moins bonne concordance théorie-expérience au niveau des évolutions de la composante du champ électrique E_x .

FIG. (84A) COMPARISON THEORIE-EXPERIENCE POUR LE PREMIER MODE SUPERIEUR E_y^{12}

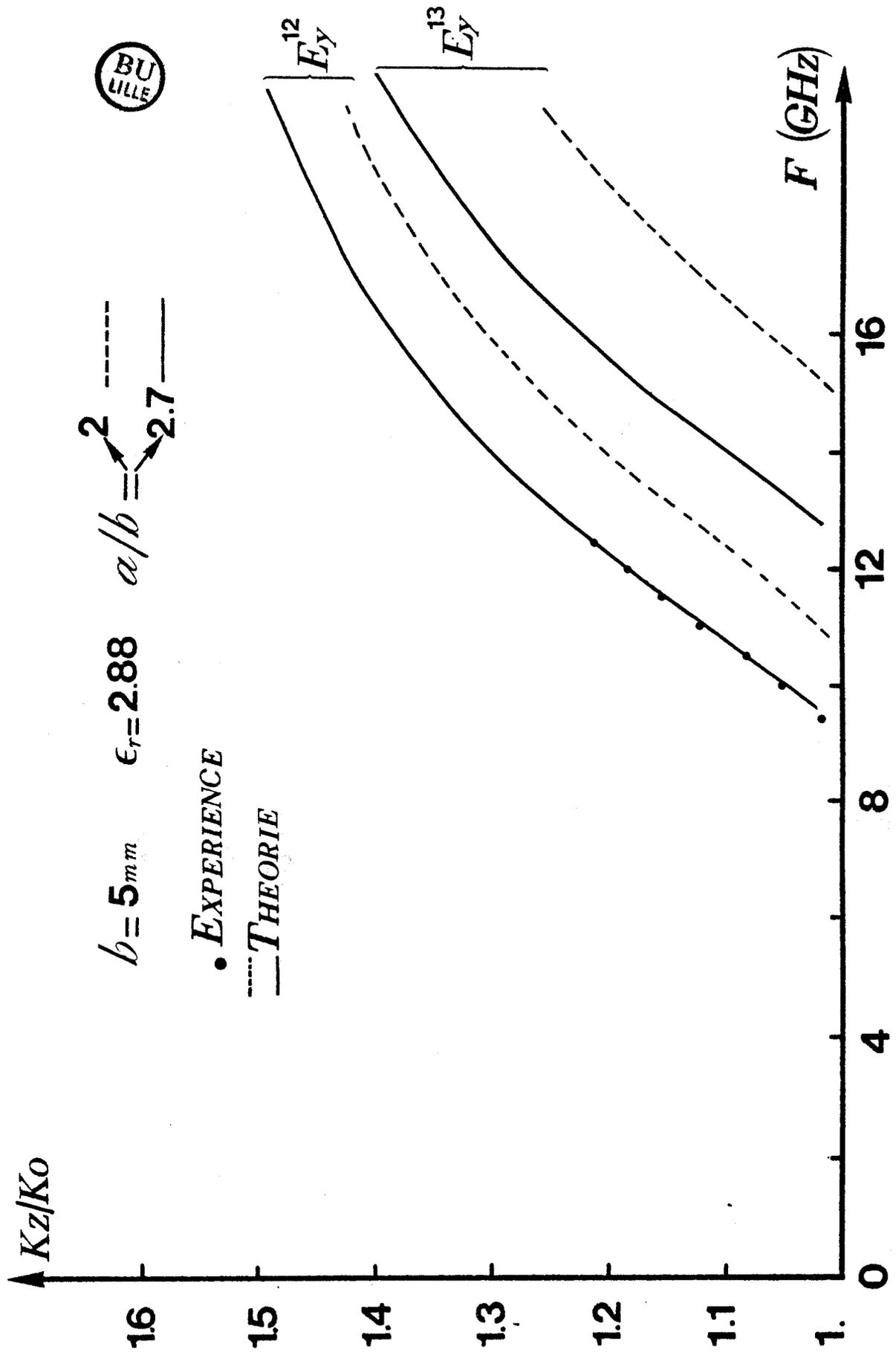


FIG.(85B) COMPARAISON THEORIE-EXPERIENCE POUR LE PREMIER MODE SUPERIEUR E_y^{12}

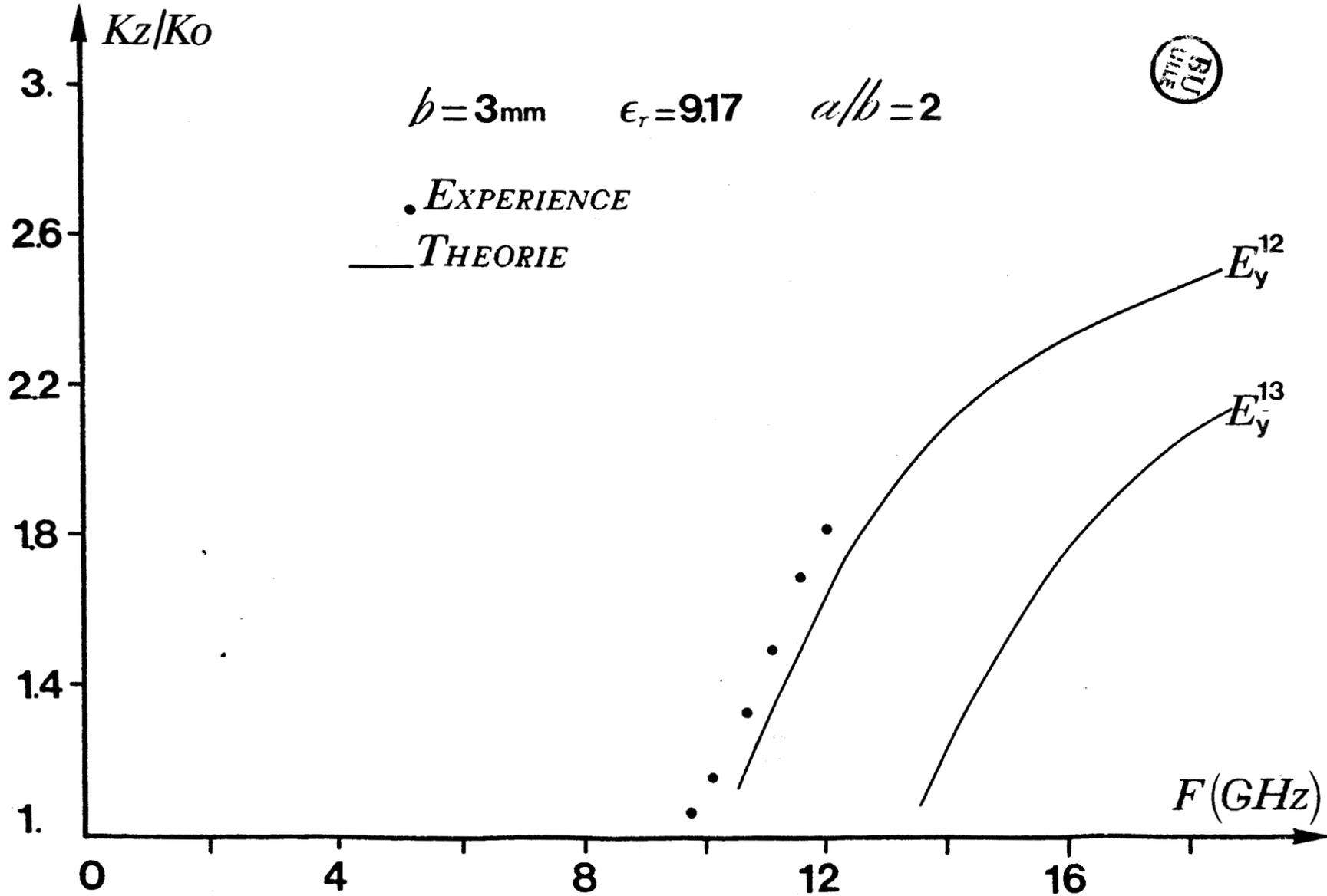
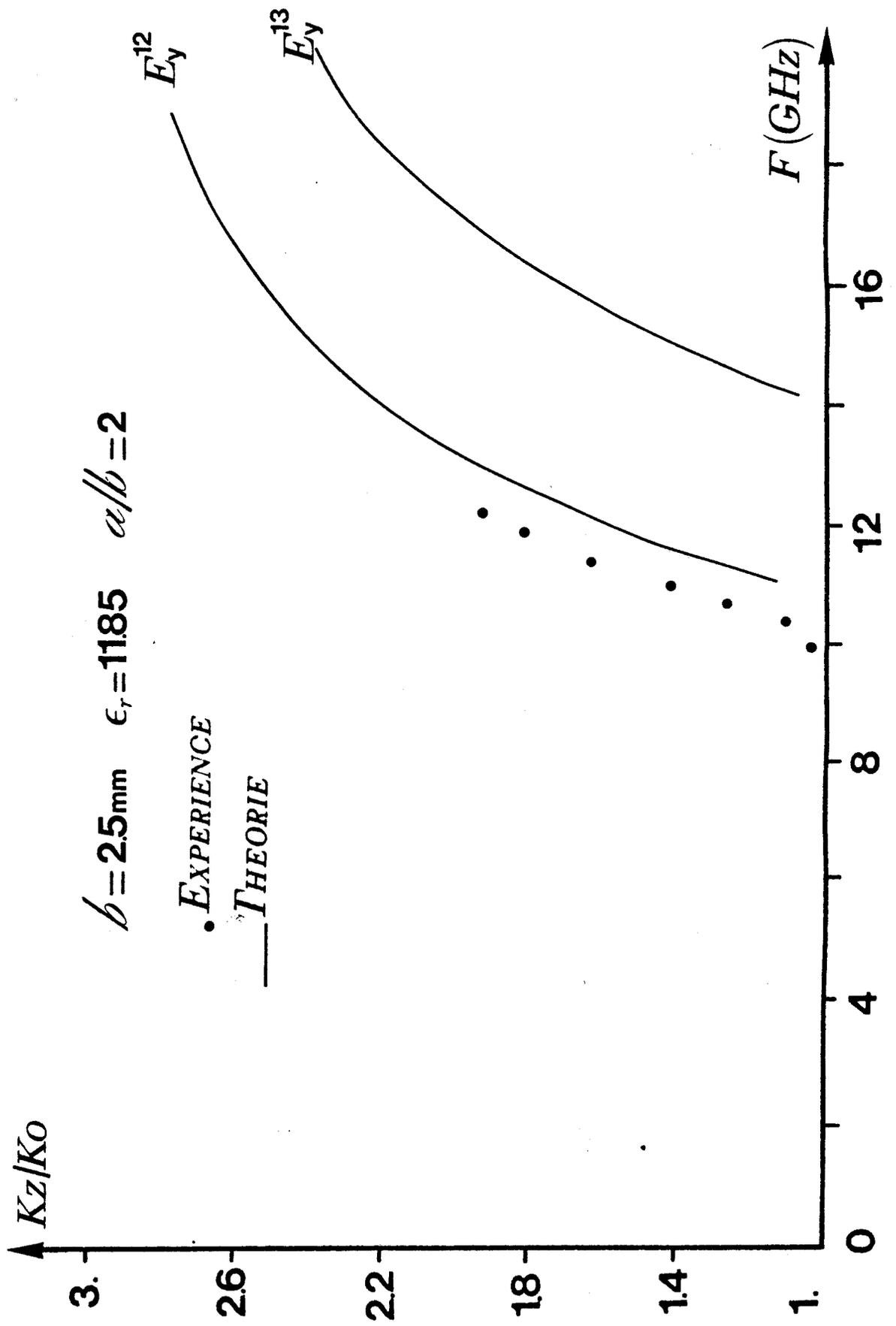
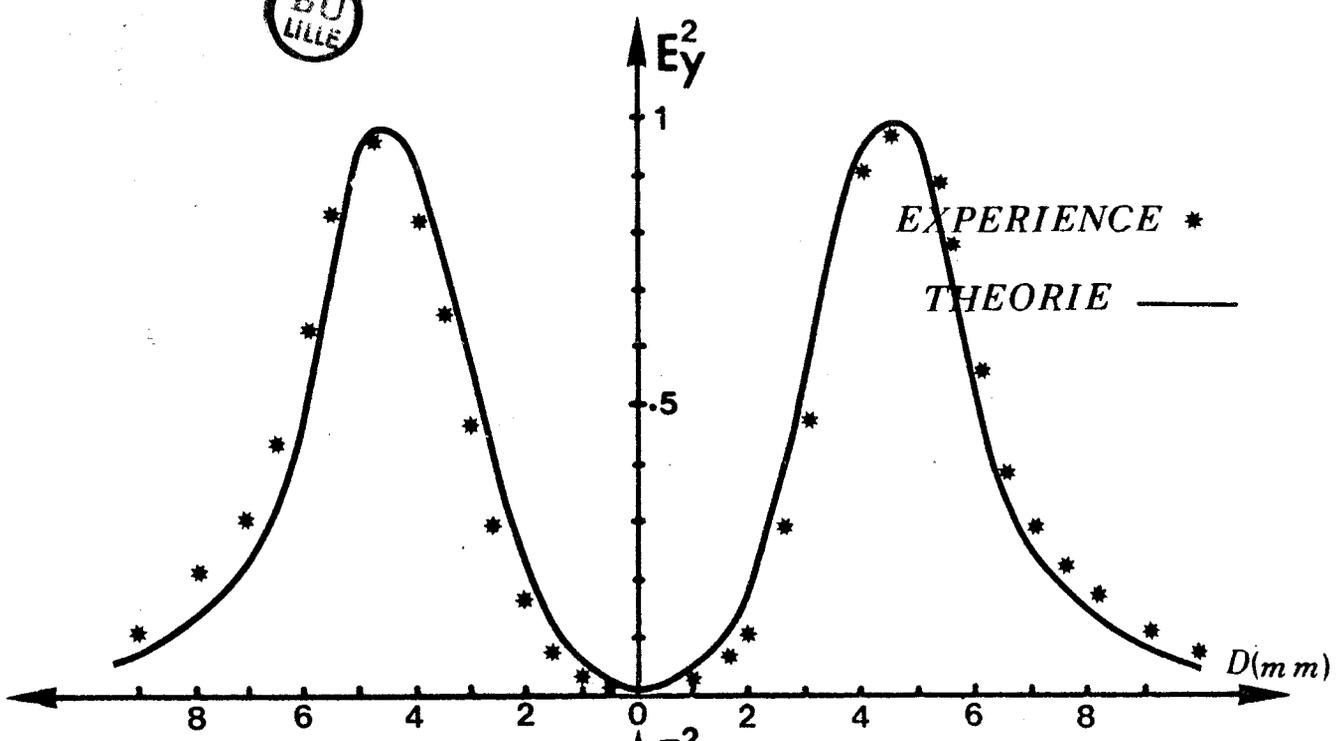


FIG. (85 A) COMPARAISON THEORIE-EXPERIENCE POUR LE PREMIER MODE SUPERIEUR E_y^{12}



REPARTITION des CHAMPS ELECTRIQUES TRANSVERSES
 MODE E_Y^{12}

BU
LILLE



$K_z/K_0 = 1.6$
 $a/b = 2$

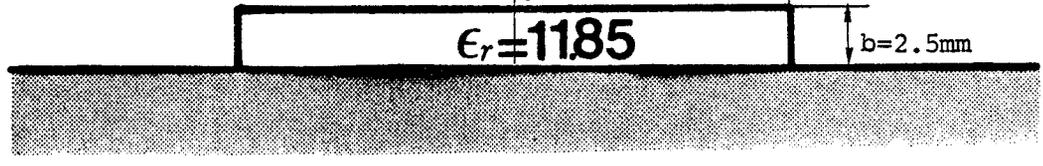
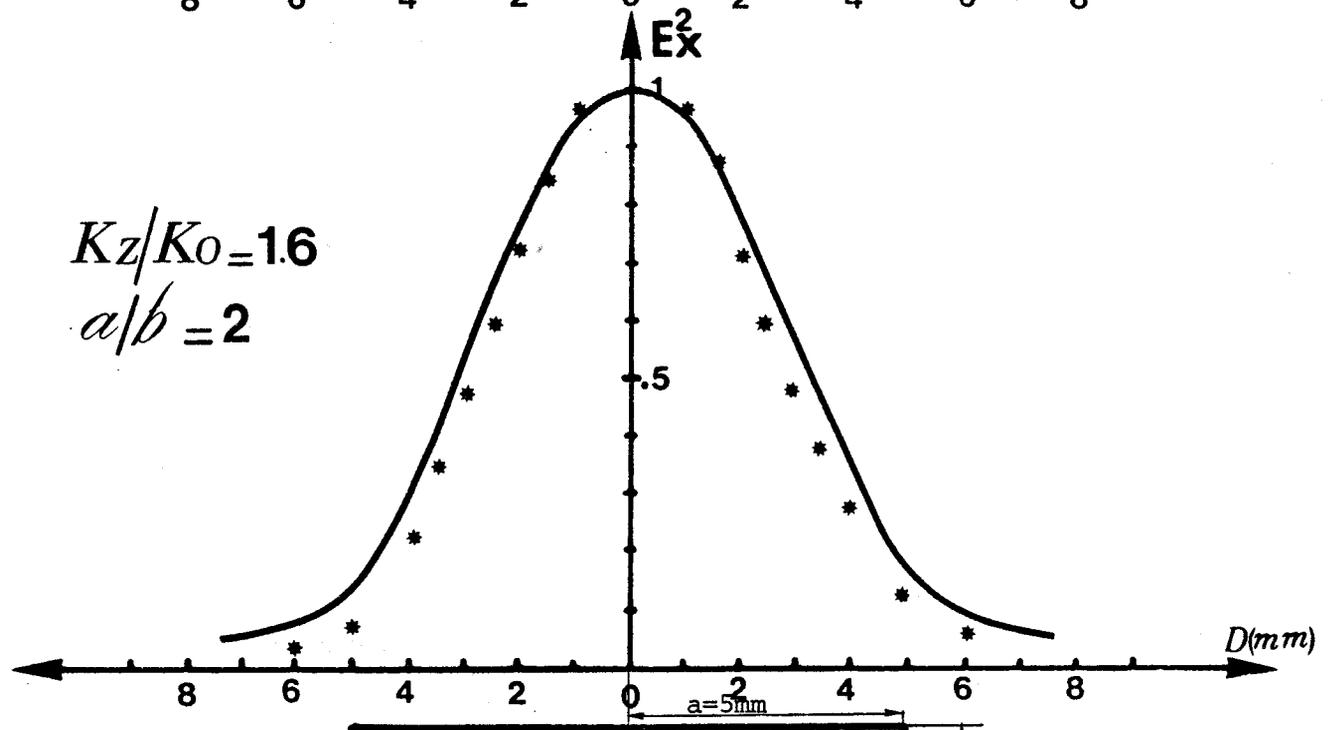


FIG. (86 A).

REPARTITION des CHAMPS ELECTRIQUES TRANSVERSES
 MODE E_y^{12}

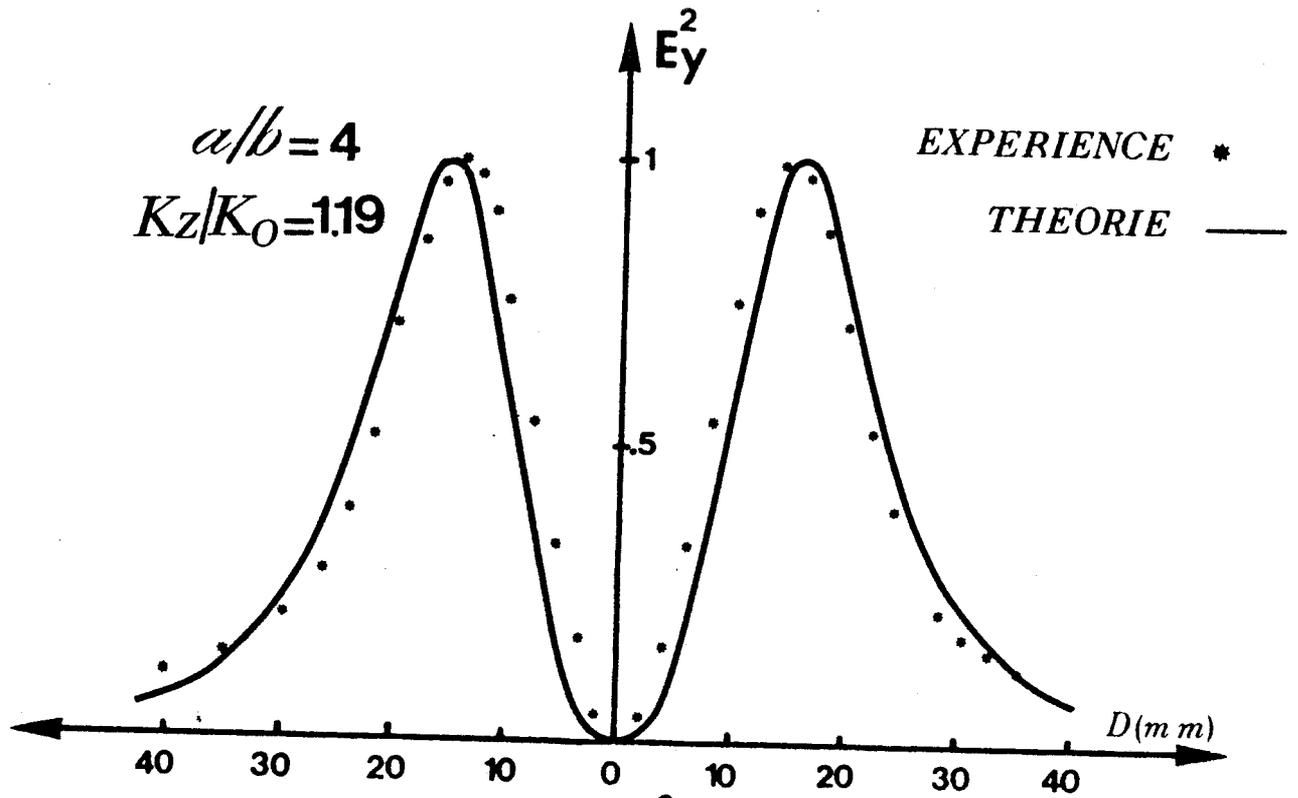
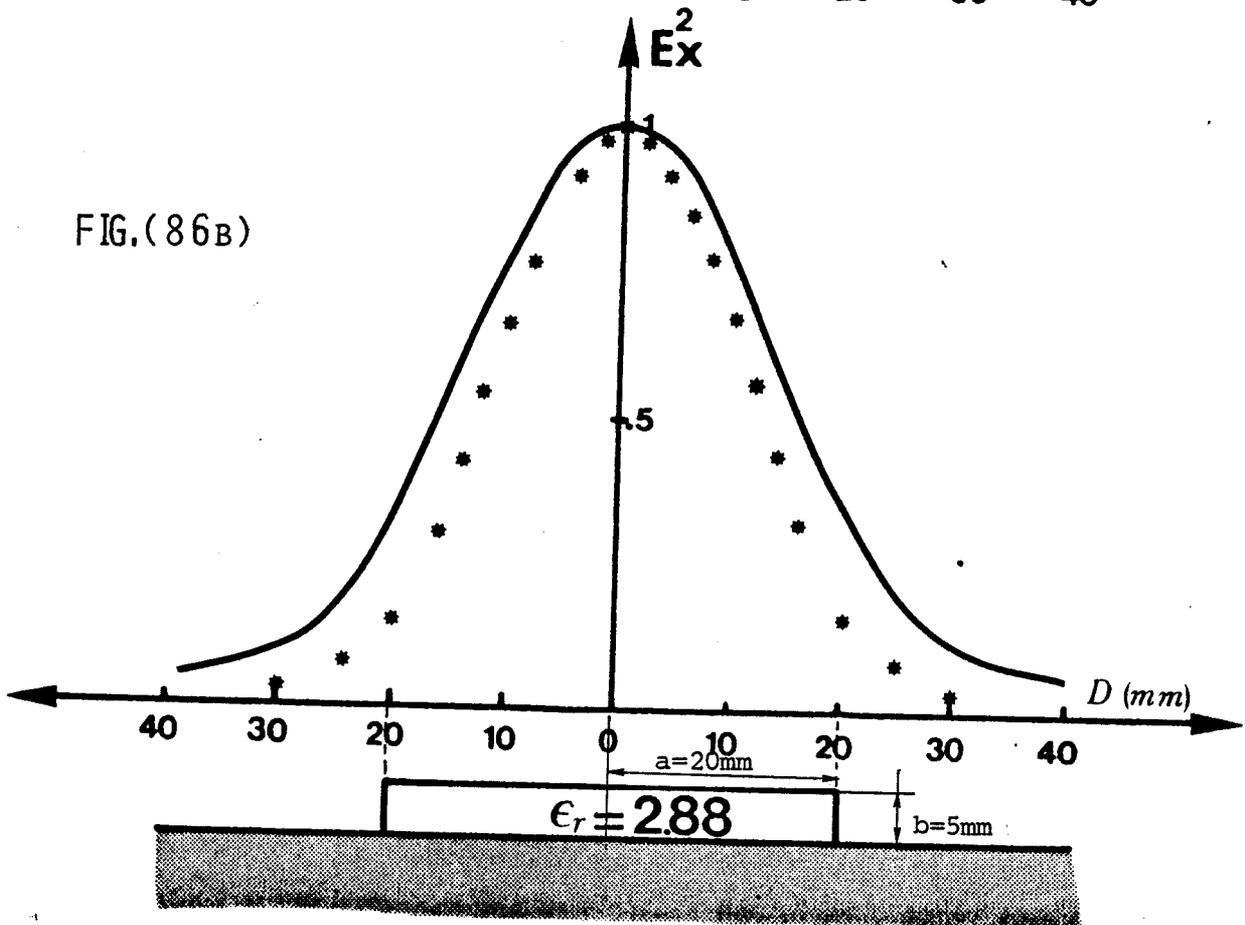


FIG. (86B)



II.3 REMARQUES CONCERNANT LA METHODE DE CORRELATION PAR POINTS UTILISANT LES HARMONIQUES ELLIPTIQUES

Notre étude a mis en évidence l'importance que revêt le choix de la base de fonctions propres à partir desquelles sont décrits les champs.

Le choix de cette base de fonctions dépend de la géométrie du support de propagation que l'on désire étudier.

Ainsi, si l'emploi des harmoniques elliptiques est mieux adapté à l'étude des guides plats que l'étude de GOELL, cette dernière est plus intéressante pour des guides quasi carrés. En effet, le calcul numérique des fonctions de MATHIEU reste un point délicat lors de la mise en oeuvre de la méthode que nous proposons. De plus, il faut remarquer une grande part du temps CPU est uniquement consacré à ce calcul et cela constitue à notre avis, la limitation la plus importante de la méthode. Ceci se répercute surtout sur la recherche des solutions au voisinage immédiat de la coupure.

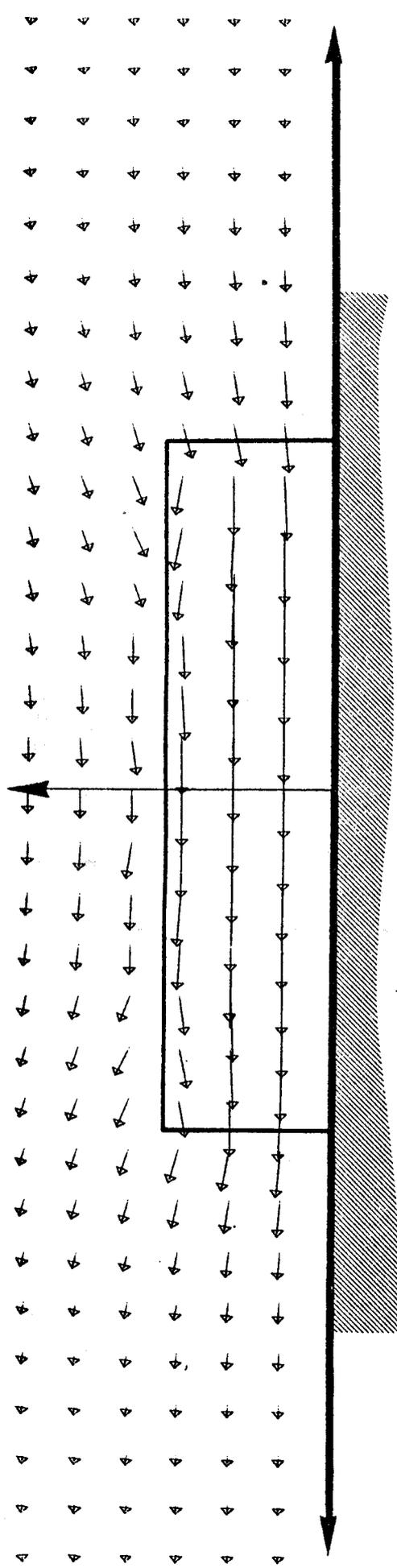
Cependant, du point de vue du problème de propagation guidée nous pensons que la méthode décrite est beaucoup plus efficace que la méthode de GOELL.

En effet, pour l'utilisateur, elle présente l'intérêt d'être quasi-systématique puisqu'il n'est plus nécessaire de discerner plusieurs cas suivant l'aplatissement du guide ou la valeur de la permittivité utilisée.

Nous avons pu montrer par une comparaison systématique entre résultats théoriques et expérimentaux que contrairement à l'idée généralement répandue, une méthode de ce type permet de rendre compte de manière assez précise de la répartition du champ dans un plan de section droite. Un exemple de résultat est présenté figure (87).

Ceci est très intéressant dans l'optique d'une étude des couplages composant-circuit qui constitue la suite logique des études faites sur le guide image dans notre laboratoire.

COMPOSANTE TRANSVERSALE DU CHAMP MAGNETIQUE



MODE E_{y1}^{11}

HAUTEUR DU GUIDE $b=5\text{mm}$

LARGEUR DU GUIDE $2a=20\text{mm}$ $k_z/k_0=1.21$

PERMITTIVITE DU BARREAU DIELECTRIQUE $\epsilon_r=2.88$ COMPOSANTE TRANSVERSALE DU CHAMP ELECTRIQUE

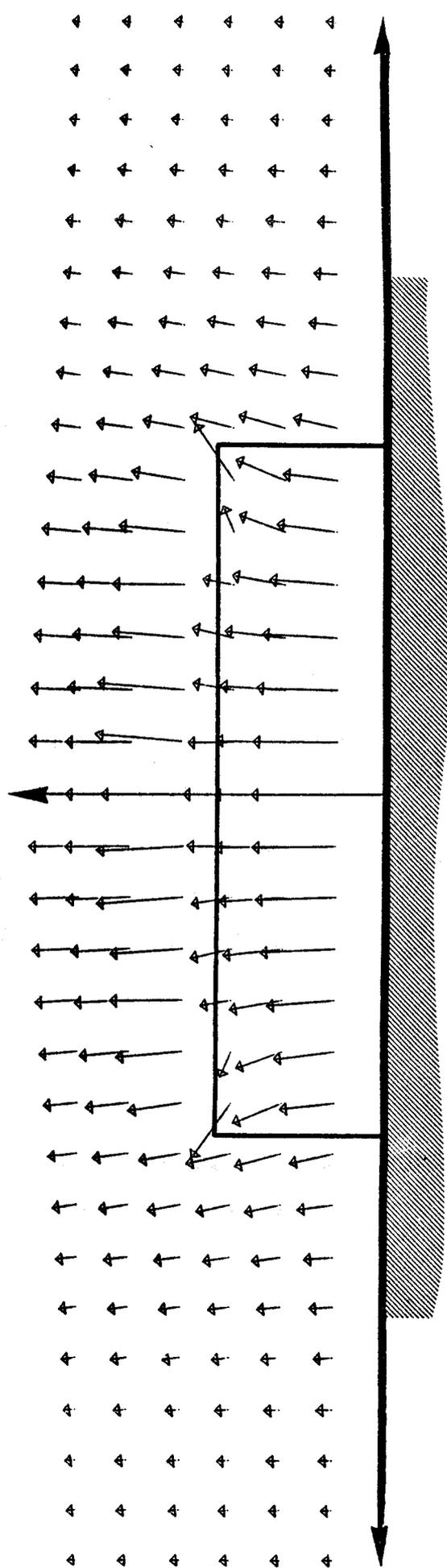
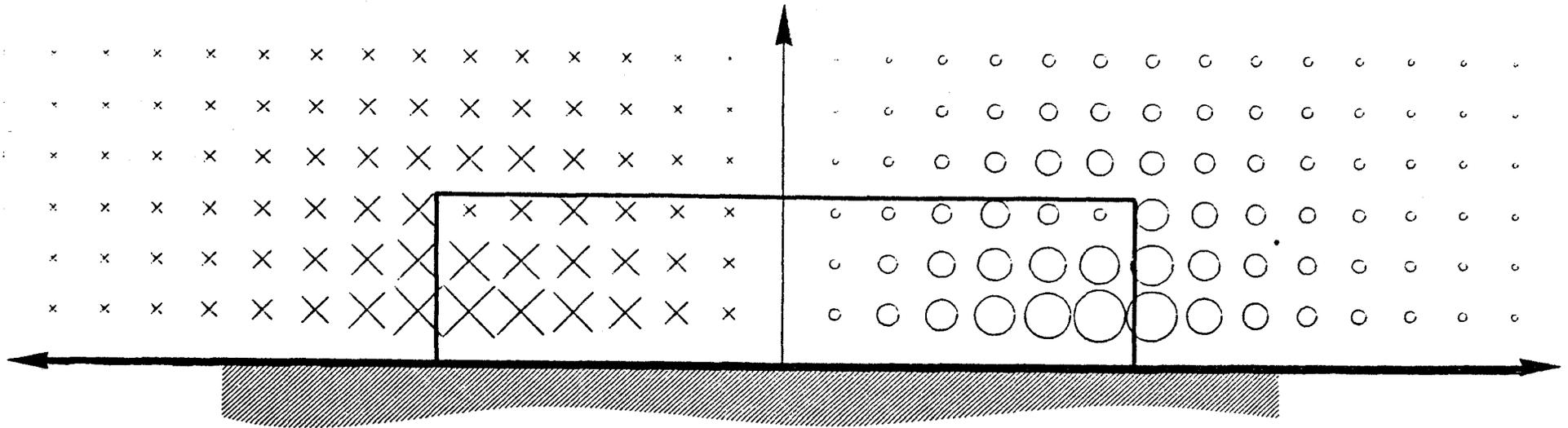


FIG. (87B)

COMPOSANTE LONGITUDINALE DU CHAMP MAGNETIQUE



HAUTEUR DU GUIDE $b=5\text{mm}$

LARGEUR DU GUIDE $2a=20\text{mm}$ $K_z/K_0=1.21$

PERMITTIVITE DU BARREAU DIELECTRIQUE $\epsilon_r=2.88$

COMPOSANTE LONGITUDINALE DU CHAMP ELECTRIQUE

MODE E_y^{11}

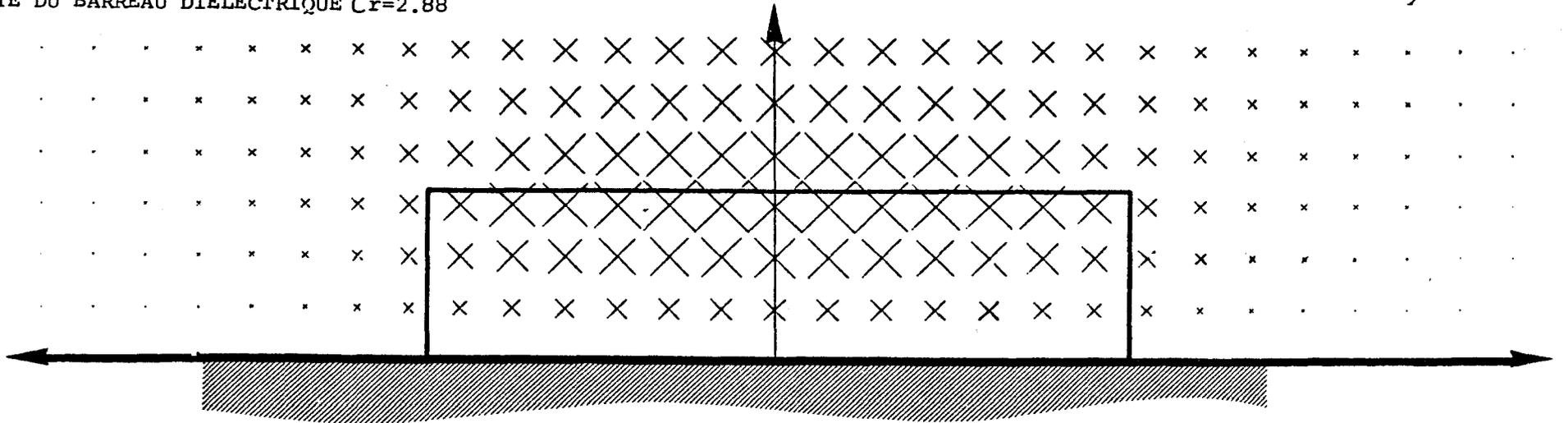


FIG. (87 A)

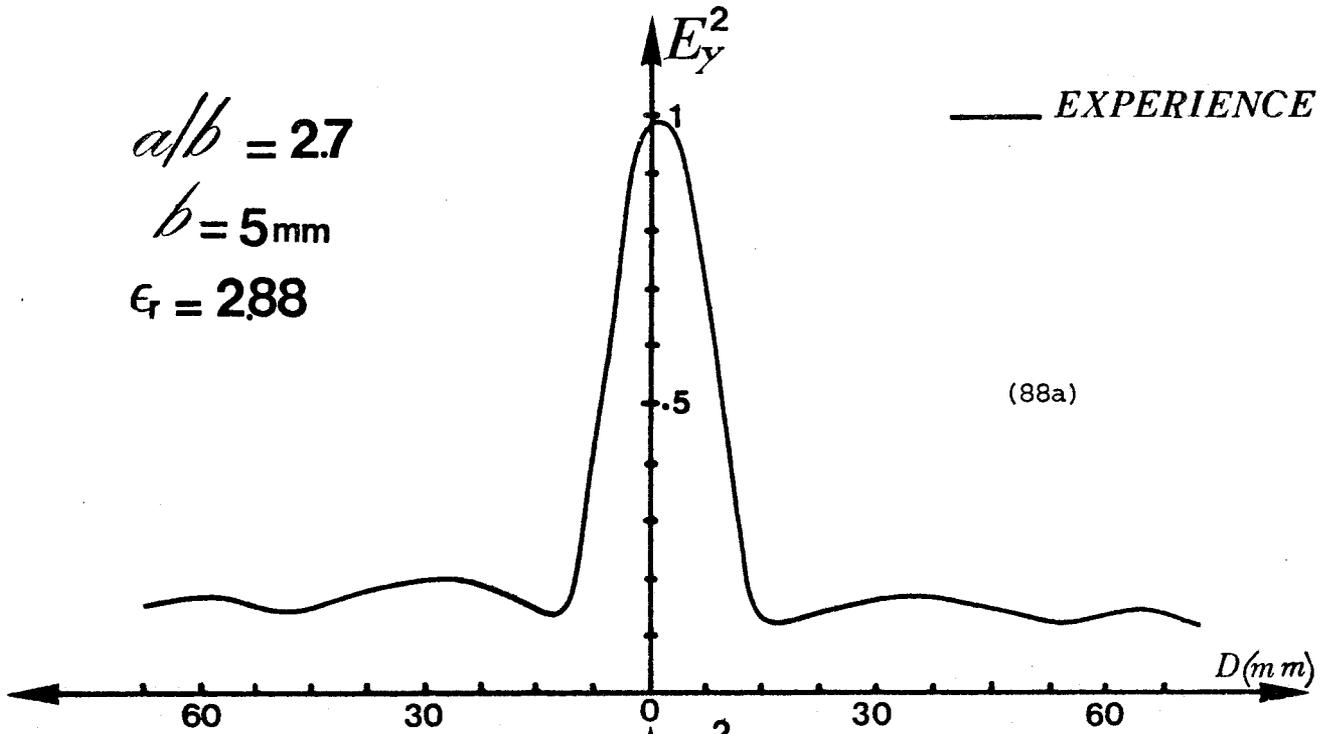


$$a/b = 2.7$$

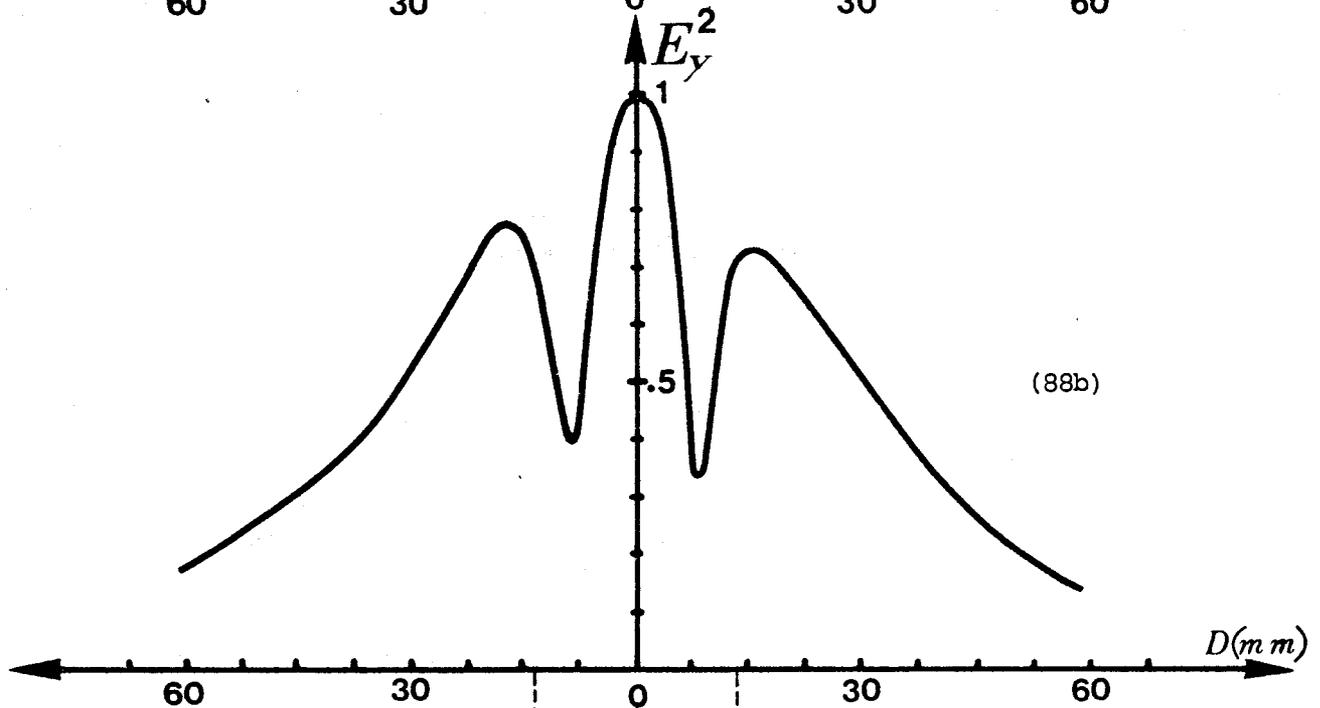
$$b = 5\text{mm}$$

$$\epsilon_r = 2.88$$

— EXPERIENCE



(88a)



(88b)

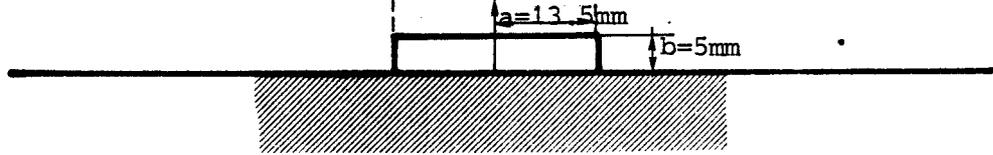


FIG. (88) EVOLUTION DU CHAMP E_y POUR LE MODE E_y^{11} A LA LIMITE D'APPARITION DU MODE E_y^{13} (88a)
LE MODE E_y^{13} EST EXCITE (88b)

Contrairement à ce que pouvait laisser croire les études antérieures, seuls les premiers modes guidés peuvent être caractérisés avec précision. Là encore, c'est l'étude expérimentale que nous avons menée qui nous a permis de définir avec réalisme les limites de validité des différentes approches.

Cette étude expérimentale a permis en outre de mettre en évidence des phénomènes de rayonnement parasite des guides images. Un exemple de relevé est présenté figure (88).

Ces phénomènes ne peuvent être expliqués par les modèles théoriques étudiés dans ce mémoire puisque tous limitent leurs investigations aux seuls modes confinés dans le diélectrique. Pour expliquer ces phénomènes, un nouveau modèle du guide image a été développé. Ce modèle permet de rendre compte des possibilités de propagation de modes à fuite dans les guides images [25] [26].

Afin de fixer qualitativement les performances de la méthode, nous avons fait le bilan de l'ensemble de nos résultats. Ceux-ci sont regroupés dans les tableaux, figure (89) pour le mode fondamental, et figure (90) pour le premier mode supérieur E_y^{12} . Ils sont exprimés sous la forme des écarts relatifs "théorie-expérience", en fonction du nombre d'onde normalisé $(K_z/K_0)_{\min}$ ou $(P)_{\min}$: valeurs en dessous desquelles aucun calcul des solutions n'est possible. Notons que ces écarts sont quasiment constants dans toute la plage de variation du nombre d'onde et donc de la fréquence où il a été possible d'effectuer les mesures.

ϵ_r	2.88	4.1	9.17	11.85
$(P)_{\min}$	# .01	# .01	# .01	# .02
$(K_z/K_0)_{\min}$	1.01	1.01	1.02	1.05
$(\Delta F/F)$ en %	1	2	4	6

FIG. (89A)

L'APLATISSEMENT
EST CONSTANT :

$a/b=2$

a/b	2	2.7	4	5
(P) _{min}	#.01	#.01	#.01	#.01
(K _z /K ₀) _{min}	1.01	1.01	1.02	1.02
(ΔF/F) en %	1	1	1	1

LA PERMITTIVITE

EST FIXEE à:

$$\underline{\epsilon_r = 2.88}$$

FIG.(89B)

$$P = (K_z/K_0 - 1) / \sqrt{\epsilon_r - 1}$$

FIG.(89) BILAN DES RESULTATS POUR LE MODE E_{11}^y

ϵ_r	2.88	4.1	9.17	11.85
(P) _{min}	.01	.02	.06	.05
(K _z /K ₀) _{min}	1.01	1.02	1.12	1.12
(ΔF/F) %	1	2	5	6 à 7

L'APLATISSEMENT

EST CONSTANT a/b=2

FIG.(90) BILAN DES RESULTATS POUR LE MODE E_{12}^y

CONCLUSION

CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous avons présenté une comparaison des possibilités des principales approches " GUIDE OUVERT " du guide image en basant nos remarques sur les résultats d'une caractérisation expérimentale systématique. Les mesures, mises en œuvre sur les deux premiers modes de type "Ey", permettent de caractériser des guides images dont les paramètres physiques et géométriques varient dans de grandes proportions. Cette étude expérimentale très complète qui constitue, à notre sens, une référence fiable; nous a permis d'aborder l'étude critique des approches théoriques existantes. La comparaison des modèles analytiques et numériques du guide image nous a conduit aux conclusions suivantes:

- Du point de vue " APPROCHES ANALYTIQUES "

Le domaine de validité de la méthode de E.A.J. MARCATILI, dans son application aux micro-ondes, est très restreint. Cependant, cette méthode présente l'avantage de fournir l'évolution des champs transversaux et à notre sens, avec une précision suffisante pour être exploitée lors de la conception de dispositifs.

Dès que l'aplatissement du guide est important ($a/b > 2$), les résultats issus du modèle de KNOX & TOULIOS également appelé modèle de la "Permittivité effective" sont en assez bon accord avec l'expérience. Etant données les nombreuses hypothèses simplificatrices, il serait cependant dangereux d'utiliser ce type de méthode pour des structures multicouches sans pouvoir confronter les résultats avec l'expérience.

- Du point de vue " APPROCHES NUMERIQUES "

nous avons mis en évidence les limites de la méthode d'adaptation par points en coordonnées cylindriques dans son application au guide image. Elle ne peut en effet fournir, comme la publication de J.E. GOELL pouvait le laisser croire, les caractéristiques électromagnétiques d'un grand nombre de modes et ne s'applique vraiment bien qu'aux guides de section quasi carrée. Afin d'étendre le domaine d'application de cette méthode nous avons proposé une modification de l'étude primitive en développant les champs à partir d'harmoniques elliptiques.

Nous avons montré la grande efficacité de cette modification tant pour la mise en œuvre et la systématisation de la méthode que sur la validité des résultats obtenus. La limite principale de cette méthode réside, en fait, dans la nécessité de calculer les fonctions de MATHIEU ce qui implique un temps de calcul très important.

Pour l'utilisateur, la solution réside peut être dans la mise au point de méthodes analytiques décrivant mieux encore la réalité physique. Cette mise au point, réalisée avec l'aide des résultats issus des modèles numériques et des vérifications expérimentales, pourra aboutir à des formules facilement implantables sur calculateur. Nous travaillons actuellement sur ce problème.

Remarquons que cette possibilité ne nous est offerte que parce que nous avons pu faire un grand nombre d'expériences, et que nous disposons donc d'une base de référence fiable et en continuelle amélioration. En outre, ces études expérimentales systématiques nous ont permis de mettre en évidence un phénomène physique jusqu'alors ignoré : la possibilité de propagation d'ondes de fuite sur le guide image. Pour expliquer ce phénomène, un modèle complet de la ligne image a été développé [26] rendant compte d'un rayonnement éventuel, et ce pour des guides isolés ou des guides couplés.

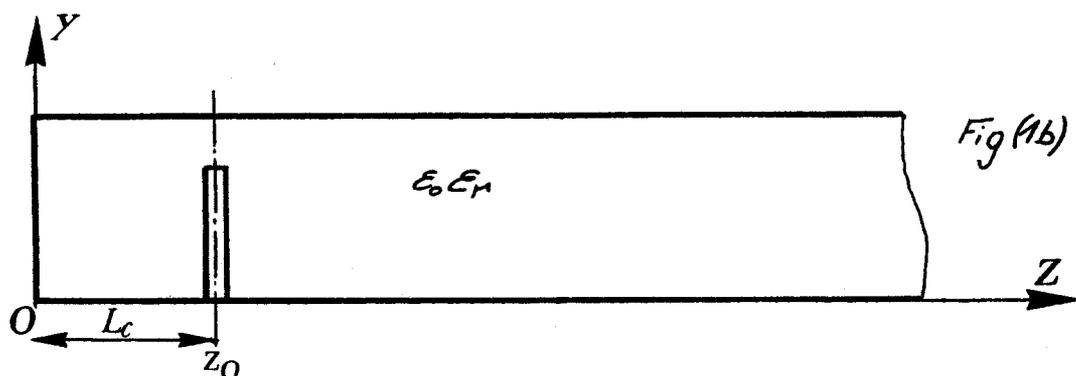
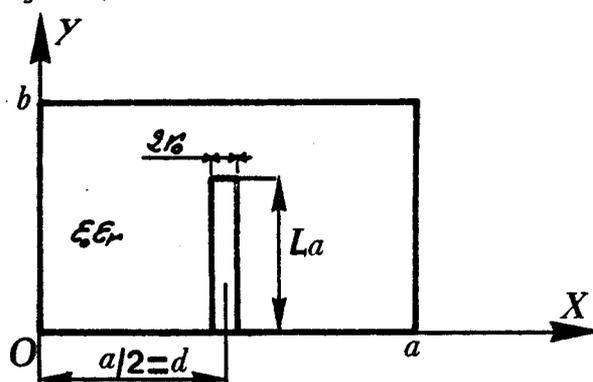
ANNEXE

ANNEXE:1

CALCUL DE L'IMPÉDANCE DE RAYONNEMENT
 D'UNE ANTENNE FILAIRE, PLONGÉE DANS UN GUIDE MÉTALLIQUE
 DE SECTION DROITE RECTANGULAIRE

I - PRÉSENTATION DU PROBLÈME [7]

Le plan de section droite Fig. (1a) de la structure est constitué d'une antenne coaxiale dont le conducteur central débouche dans un guide rectangulaire métallique infini dans la direction de propagation oz (Fig. 1b)



Le but de cette étude consiste en la détermination de l'impédance de rayonnement dans le plan de l'antenne filaire.

Cette impédance exprimée sous la forme générale $Z_R = R + jX$, est calculée [1] en utilisant la relation (1) :

$$(1) \quad Z = \frac{1}{I(0)^2} \int_0^{L_0} E_y(y) I(y) dy$$

où L_0 est la longueur de l'antenne

$I(0)$ représente la valeur du courant à l'ordonnée $y = 0$

Les deux inconnues sont le champ électrique et la distribution de courant sur l'antenne.

II - CALCUL DE L'IMPÉDANCE DE RAYONNEMENT

II.1. DETERMINATION DE L'EXPRESSION DU CHAMP ELECTRIQUE

L'équation (2) à vérifier en présence de source est :

$$(2) \quad \nabla^2 \vec{\Pi} + k^2 \vec{\Pi} = j \frac{1}{\omega \epsilon_{eq}} \vec{I} \times \delta(z-z_0) \times \delta(x-d)$$

où : $\vec{\Pi}$ est le vecteur de Hertz

$\vec{I} \delta(z-z_0) \delta(x-d)$ le courant parcourant l'antenne et n'existant qu'en $z = z_0$ et $x = d$.

k le nombre d'onde : $k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r$

$\epsilon_{eq} = \epsilon_0 \epsilon_r$ si $\omega \ll j\omega \epsilon_0 \epsilon_r$ ϵ_r permittivité diélectrique du matériau

remplissant le guide métallique

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

La solution générale (3) de cette équation est de la forme :

$$(3) \quad \Pi_y = \sum_{n=N_0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{M\pi}{a} x \cos \frac{N\pi}{b} y e^{-\Gamma_{MN}(z-z_0)} \times A_{MN}$$

$$\Gamma_{MN}^2 = \left(\frac{M\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{N\pi}{b}\right)^2 - K^2 \quad \text{avec } K^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$$

et Π_y composante du vecteur de Hertz orientée uniquement suivant la direction oy , puisque seul existe le courant I_y .

Pour déterminer la constante A_{MN} , nous reportons dans un premier temps l'expression de Π_y dans l'équation (2).

En multipliant les deux membres de l'équation par $\sin M' \frac{\pi}{a} x$ et $\cos N' \frac{\pi}{b} y$, puis en intégrant par rapport aux variables x (entre 0 et a) et y (entre 0 et b) nous obtenons :

$$\sum_{m=N=0}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} A_{MN} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \Gamma_{MN}^2\right) e^{-\Gamma_{MN}(z-z_0)} \frac{a \times b}{2 \sum_m} = \frac{j}{\omega \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r} \delta(z-z_0) \frac{\sin M\pi d}{a} \int_0^{l_a} I(y') \cos \frac{N\pi y'}{b} dy'$$

l'expression de la constante A_{MN} est déterminée en intégrant l'équation précédente entre les bornes $z_0^+ = z_0 + \delta z$ et $z_0^- = z_0 - \delta z$

$$A_{MN} = \frac{1}{j \omega \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{1}{a b \Gamma_{MN}} \sum_m \sin \frac{M\pi d}{a} \int_0^{l_a} I(y') \cos \frac{N\pi y'}{b} dy'$$

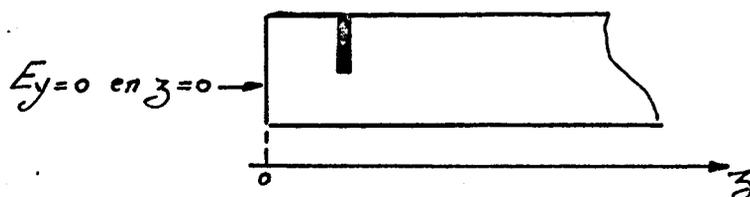
A partir de l'équation $E_y = \text{grad div } \Pi_y - k^2 \Pi_y$, la composante de champ électrique orientée suivant y s'écrit :

$$E_y = \sum_{m=N=0}^{\infty} \sum_{M=1}^{\infty} \frac{\xi_m}{a b j \omega \epsilon_0 \epsilon_r \Gamma_{MN}} \left[k^2 \left(\frac{N\pi}{b}\right)^2 \sin \frac{M\pi x}{a} \sin \frac{M\pi d}{a} \cos \frac{N\pi y}{b} \right] D$$

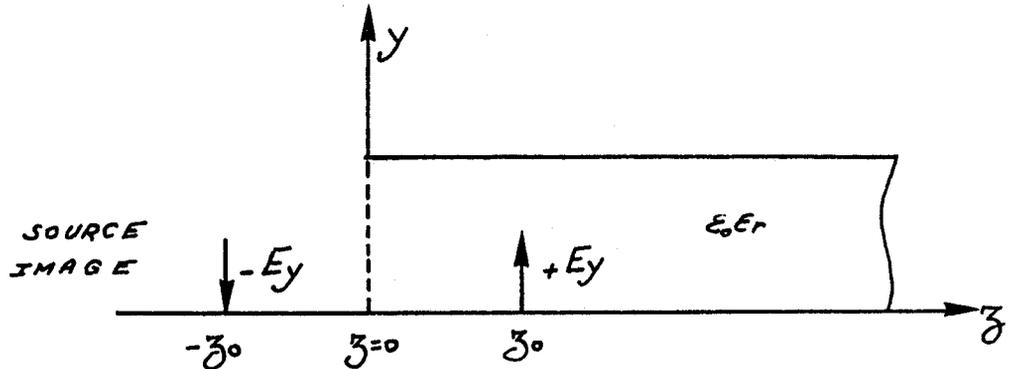
avec : $D = e^{-\Gamma_{MN}(z-z_0)} \int_0^{l_a} I(y') \cos \frac{N\pi y'}{b} dy'$

où : $\xi_n = 1$ si $n = 0$
 $\xi_n = 2$ si $n \neq 0$

cette composante ne vérifie pas pour l'instant la condition de continuité en $z = 0$ sur l'interface métallique.



la théorie des images appliquée à cette source n'existant qu'en $z = z_0 \pm \delta z$ et $x = a/2$ donne en définitive une expression résultante (4) pour cette composante, vérifiant la condition $E_y = 0$ en $z = 0$.



$$(4) \quad E_y^{ant} = \sum_{m=N=0}^{\infty} C_m \int_0^{L=L_a} I(y) \cos \frac{N\pi}{b} y' \cos \frac{N\pi}{b} y' dy'$$

$$\text{avec: } C_m = \left\{ \sum_{M=1,3,5}^{\infty} \frac{e^{-\Gamma_{MN} r_0} - e^{-\Gamma_{MN} 2z_0}}{j\Gamma_{MN}} \right\} \times \frac{\xi_m}{ab\omega\epsilon_0\epsilon_r}$$

r_0 : rayon de l'antenne

II.2. ETUDE DE LA DISTRIBUTION DE COURANT LE LONG DE L'ANTENNE

A ce stade de l'étude, de nombreux auteurs choisissent une répartition de type sinusoidale pour le courant. Mais, les comparaisons entre les impédances calculées et mesurées montrent une grande disparité au niveau des résultats. La description mathématique du problème physique peut être améliorée en appliquant le principe variationnel de Schwinger.

Nous prenons, dans un premier temps une expression générale de la distribution pour le courant I_y :

$$I(y) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m f_m(y)$$

où : a_m sont les coefficients de fonctions $f_m(y)$ à définir.

L'impédance s'écrit alors :

$$(5) \quad Z_R = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n}{I_0^2} \left[\sum_{m'=0}^{\infty} a_{m'} B_{m'n} \right]^2$$

avec $I_0 = \sum_{m'=0}^{\infty} a_{m'}$

et $B_{m'n} = \int_0^{L_n} \frac{f(y')}{\sqrt{m'}} \cos \frac{\pi N y'}{b} dy'$

En appliquant le principe de stationnarité au premier ordre sur l'impédance Z_R : $\frac{\partial Z_R}{\partial a_m} = 0$, l'expression (5) devient :

$$\frac{\partial Z_R}{\partial a_m} = -\frac{2}{I_0^3} \sum_{n=0}^{\infty} C_n \left\{ \sum_{m'} a_{m'} B_{m'n} \right\}^2 + \frac{2}{I_0^2} \sum_{n=0}^{\infty} C_n B_{m'n} \sum_{m'=0}^{\infty} a_{m'} B_{m'n} = 0$$

où :

$$I_0 \sum_{n=0}^{\infty} C_n B_{m'n} \sum_{m'=0}^{\infty} a_{m'} B_{m'n} = \underbrace{\sum_{n=0}^{\infty} C_n \left\{ \sum_{m'=0}^{\infty} a_{m'} B_{m'n} \right\}}_{Z_R I_0^2}$$

donc

$$\sum_{n=0}^{\infty} B_{m'n} C_n \sum_{m'=0}^{\infty} \frac{a_{m'}}{Z_R I_0} B_{m'n} = 1$$

et si l'on pose $V = Z_R I_0$ nous obtenons l'équation suivante :

$$(6) \quad \sum_{n=0}^{\infty} B_{m'n} C_n \sum_{m'=0}^{\infty} \frac{a_{m'}}{V} B_{m'n} = 1$$

Ceci représente un système d'équations dont les inconnues sont les coefficients $\frac{a_{m'}}{V}$. Le calcul des différents termes $\frac{a_{m'}}{V}$ de la série aboutit à la détermination de l'impédance dans le plan de l'antenne :

$$(7) \quad Z_R = \frac{1}{\sum_{m'=0}^{\infty} \frac{a_{m'}}{V} I_0(m')}$$

II.2.1. Choix de la distribution pour le courant I(y)

La distribution de courant doit être choisie de façon judicieuse afin de limiter la somme sur m' à un nombre restreint de termes.

En conséquence, nous privilégions un développement en série de Fourier dont la convergence est très rapide, et tel que :

$$I_y = \sum_{m'} a_{m'} f_{m'}(y) = a_1 \cos \frac{\pi y}{2La} + a_3 \cos \frac{3\pi y}{2La}$$

$m' = 2$

Notons que la condition $I(y_{\max} = la) = 0$ est respectée.

Le système de $m' = 2$ équations, compte tenu de l'expression de la distribution de courant, s'écrit alors :

$$\frac{a_1}{V_1} \sum_{n=0}^{\infty} B_{1n}^2 C_n + \frac{a_3}{V} \sum_{n=0}^{\infty} B_{1n} B_{3n} C_n = 1$$

(8)

$$\frac{a_1}{V} \sum_{n=0}^{\infty} B_{1n} B_{3n} C_n + \frac{a_3}{V} \sum_{n=0}^{\infty} B_{3n}^2 C_n = 1$$

avec :

$$B_{1n} = \int_0^{La} \cos \frac{\pi y}{2La} \times \cos \frac{n\pi y}{b} dy$$

$$B_{3n} = \int_0^{La} \cos \frac{3\pi y}{2La} \times \cos \frac{n\pi y}{b} dy$$

Les équations (8), après simplification de l'écriture, se résument à :

(9)

$$\begin{cases} \frac{a_1}{V} v + \frac{a_3}{V} u = 1 \\ \frac{a_1}{V} u + \frac{a_3}{V} w = 1 \end{cases}$$

$$\text{avec } Z = \frac{1}{\frac{a_1}{v} + \frac{a_3}{v}}$$

et :

$$\begin{aligned} u &= \sum_n u_n = \sum_n B_{1n} B_{3n} C_n \\ (10) \quad v &= \sum_n v_n = \sum_n B_{1n} B_{1n} C_n \\ \omega &= \sum_n \omega_n = \sum_n B_{3n} B_{3n} C_n \end{aligned}$$

$$B_{1n} = \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{n\pi La}{b}\right)^2} \frac{\pi La}{2} \cos \frac{n\pi La}{b}$$

$$B_{3n} = \frac{-3}{\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{n\pi La}{b}\right)^2} \frac{\pi La}{2} \cos \frac{n\pi La}{b}$$

A partir du système d'équation (9), on peut exprimer $\frac{a_1}{v}$ et $\frac{a_3}{v}$ en fonction des variables complexes u , v et ω (10).

L'impédance de rayonnement Z_R dans le plan de l'antenne est alors donnée par la relation :

$$Z_R = \frac{u^2 - v \omega}{2u - v - \omega}$$

dans laquelle :

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{1}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{n\pi La}{b}\right)^2} \times \frac{-3}{\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{n\pi La}{b}\right)^2} \times \left(\frac{\pi La}{2}\right)^2 \times \frac{\cos^2 \frac{n\pi La}{b}}{b} \\ v_n &= -\frac{1}{3} \times \frac{\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{n\pi La}{b}\right)^2}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{n\pi La}{b}\right)^2} \times u_n \\ \omega_n &= -3 \frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{n\pi La}{b}\right)^2}{\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{n\pi La}{b}\right)^2} \times u_n \end{aligned}$$

$$\text{avec } u = \sum_n u_n \quad v = \sum_n V_n \quad \omega = \sum_n \omega_n$$

Pour que le transfert de puissance de la ligne coaxiale vers le guide soit maximum, il faut que l'impédance de rayonnement soit égale à 50Ω ; impédance caractéristique de ligne coaxiale. Il est possible d'optimiser ce transfert de puissance en agissant sur la longueur "La" de l'antenne et la distance "Lc" séparant celle-ci du plan de court-circuit.

ANNEXE:2

FONCTIONS DE MATHIEU

D'ORDRE ENTIER

I - FONCTION DE MATHIEU ANGULAIRE [1]

I.1. L'EQUATION DIFFERENTIELLE DE MATHIEU ANGULAIRE

Cette équation (1) s'écrit sous la forme canonique suivante [2][3][4]:

$$(1) \quad \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + a' - 2q \cos 2\eta \right\} (H)_i \eta = 0$$

La variable q peut être positive ou négative suivant que le nombre d'onde transverse K_i de la i ème région considérée est positif ou négatif.

La quantité a' est appelée nombre caractéristique et dépend de l'argument q .

1.2. EXPRESSIONS DES SOLUTIONS

Les solutions périodiques de cette équation ne peuvent être obtenues pour des valeurs quelconques des paramètres a et q , mais seulement si ces deux paramètres sont liés entre eux par une relation analytique appelée équation caractéristique. Cette notion sera développée ultérieurement.

1.2.a. - Si dans un premier temps nous faisons tendre q vers zéro, l'équation (1) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + a(0) \right) \textcircled{H} \eta = 0$$

Les solutions \textcircled{H} ne seront de périodes convenables que si le nombre caractéristique $a(0)$ est égal au carré d'un nombre entier m .

Ainsi, les solutions \textcircled{H} les plus simples sont les fonctions $\cos m\eta$ et $\sin m\eta$; celles-ci constituant une forme limite des fonctions H . En effet, on appellera fonction de MATHIEU d'indice entier m que l'on désignera par $ce_m(\eta, q)$ et $se_m(\eta, q)$, les fonctions de période 2π qui tendent respectivement vers $\cos(m\eta)$ et $\sin(m\eta)$ lorsque $q \rightarrow 0$. Pour une valeur différente de zéro de ce paramètre, il est logique d'exprimer les solutions périodiques sous la forme d'un développement en série de Fourier tel que :

$$\text{pour } q \neq 0 \quad \textcircled{H} = \sum_{r=0}^{\infty} \left(A_r \sin(r\eta) + B_r \cos(r\eta) \right)$$

A ce stade de l'étude, une discrétisation des fonctions apparaît suivant la parité de l'indice m .

De ce fait, nous avons pour $q > 0$ les quatre expressions suivantes pour les solutions :

$$(2) \quad \textcircled{H} = ce_{2n}(\eta, q) = \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r}^{(2n)}(q) \cos 2r\eta$$

$$(3) \quad \textcircled{H} = ce_{2n+1}(\eta, q) = \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)}(q) \cos(2r+1)\eta$$

$$(4) \quad \textcircled{H} = se_{2n+1}(\eta, q) = \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+1}^{(2n+1)}(q) \sin(2r+1)\eta$$

$$(5) \quad \textcircled{H} = se_{2n+2}(\eta, q) = \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+2}^{(2n+2)}(q) \sin(2r+2)\eta$$

où q est l'argument des fonctions sinus et cosinus elliptiques

$2n$ et $2n+1$ l'indice ou l'ordre des fonctions

η la variable angulaire

et $A_{2r}^{(2n)} \dots B_{2r+2}^{(2n+2)}$ les coefficients de Fourier que nous déterminerons.

1.2.b. La substitution dans l'équation (1) de q par $-q$ et de $\frac{\pi}{2}$ par $\frac{\pi}{2} - \eta$ aboutit à l'expression (6) suivante pour l'équation différentielle :

$$(6) \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + a'(q) - 2q \cos 2\eta \right) \textcircled{H} \eta = 0$$

De la similitude des formes (1) et (6) il en résulte que les solutions pour $q < 0$ peuvent s'exprimer à partir des relations (2), (3), (4), (5), tel que :

$q < 0$

$$(7) \quad \textcircled{H}^* = ce_{2n}^*(\eta, q) = (-1)^n ce_{2n} \left(\frac{\pi}{2} - \eta, |q| \right)$$

$$(8) \quad \textcircled{H}^* = ce_{2n+1}^*(\eta, q) = (-1)^n se_{2n+1} \left(\frac{\pi}{2} - \eta, |q| \right)$$

$$(9) \quad \textcircled{H}^* = se_{2n+1}^*(\eta, q) = (-1)^n ce_{2n+1} \left(\frac{\pi}{2} - \eta, |q| \right)$$

$$(10) \quad \textcircled{H}^* = se_{2n+2}^*(\eta, q) = (-1)^n se_{2n+2} \left(\frac{\pi}{2} - \eta, |q| \right)$$

I.3. CALCUL DES COEFFICIENTS DE FOURRIER

Les calculs des quatre coefficients de FOURRIER A_{2r+1}^{2n+1} , A_{2r}^{2n} , B_{2r+1}^{2n+1} , B_{2r+2}^{2n+2} étant similaires, nous ne traiterons que le cas des coefficients $A_{2r}^{2n}(q)$.

Le report de l'expression de la série infinie (2) dans l'équation différentielle de Mathieu (1) conduit aux relations de récurrence suivantes :

$$r = 0 \quad a_{2n}^{2n}(q) A_0^{2n}(q) - q A_2^{2n}(q) = 0$$

$$r = 1 \quad (a_{2n}^{2n}(q) - 4) A_2^{2n}(q) - q (A_4^{2n}(q) + 2A_0^{2n}(q)) = 0$$

$$r \geq 2 \quad (a_{2n}^{2n} - (2r)^2) A_{2r}^{2n} - q (A_{2r+2}^{2n} + A_{2r-2}^{2n}) = 0$$

En posant :

$$G_0^{2n}(q) = A_2^{2n} / A_0^{2n}$$

$$G_2^{2n}(q) = A_4^{2n} / A_2^{2n}$$

$$G_{2r}^{2n} = A_{2r+2}^{2n} / A_{2r}^{2n}$$

Les relations de récurrence précédentes s'expriment alors comme :

$$G_0^{2n} = \frac{2}{(a_{2n}^{2n} - 4)/q - G_2^{2n}}$$

$$G_2^{2n} = \frac{1}{(a_{2n}^{2n} - 16)/q - G_4^{2n}}$$

$$G_{2r}^{2n} = \frac{1}{(a_{2n}^{2n} - (2r+2)^2)/q - G_{2r+2}^{2n}}$$

où a_{2n}^{2n} est la $(n+1)$ ème racine de l'équation caractéristique (11) :

$$(11) \quad G_0^{2n} = \frac{\frac{(a_{2n}-4)}{q} \frac{1}{q}}{\frac{(a_{2n}-16)}{q} \frac{1}{q}} \frac{1}{\frac{(a_{2n}-36)}{q} \frac{1}{q}} \frac{1}{\frac{(a_{2n}-64)}{q} \frac{1}{q}} \frac{1}{\frac{(a_{2n}-100)}{q} \frac{1}{q}} \dots \frac{1}{\frac{(a_{2n}-(2r+2)^2)}{q} \frac{1}{q}} G_{3r+2}^{2n}$$

Nous déterminons numériquement cette $(n+1)^{\text{ème}}$ racine en tronquant l'équation (11) à un ordre r très élevé devant n . Si l'on choisit par exemple $r = n+20$, cela signifie que l'on pose arbitrairement $G_{2n+42}^{2n} = 0$. Ceci sous-entend que la suite $\sum G_{2r}^{2n}$ est absolument décroissante.

Toutes les quantités $G_{2n+40}^{2n}, G_{2n+38}^{2n}, \dots$ sont ensuite déterminées de proche en proche jusqu'à $G_0^{2n} = a_{2n}/q$ en remontant la relation de récurrence. Cette procédure a été notamment utilisée par E.T. KIRPATRICH [5].

Le premier coefficient A_0^{2n} est finalement obtenu grâce à l'emploi d'une condition de normalisation faisant intervenir l'orthogonalité des fonctions de Mathieu [6] qui consiste à poser :

$$\sum_{r=0}^{\infty} \left[A_{2r}^{2n} \left(\frac{q}{|q|} \right) \right]^2 = 1$$

$$\sum_{r=0}^{\infty} \left[A_{2r+1}^{2n+1} \left(\frac{q}{|q|} \right) \right]^2 = 1$$

$$\sum_{r=0}^{\infty} \left[B_{2r+1}^{2n+1}(q) \right]^2 = 1$$

$$\sum_{r=0}^{\infty} \left[B_{2r+2}^{2n+2}(q) \right]^2 = 1$$

d'où :

$$\left[1 \mid A_0^{2n}(q) \right] = 1 = 2 + \left[G_0^{2n}(q) \right] + \left[G_0^{2n} \times G_2^{2n} \right] + \dots + \left[G_{2n+4}^{2n} \times G_{2n+38}^{2n} \dots G_0^{2n} \right]$$

Pour ce qui concerne les valeurs des coefficients de Fourier lorsque $r \neq 0$, ils sont déduits des coefficients G_{2r}^{2n} par la relation :

$$A_{2r}^{2n}(q) = G_{2r-2}^{2n} \times \dots \times G_2^{2n} \times G_0^{2n} \times A_0^{2n}$$

1.4. PROPRIETES DES FONCTIONS DE MATHIEU

1.4.1. Symétrie par rapport à η

Les fonctions cosinus $ce_m(q, \eta)$ et sinus $se_m(q, \eta)$ elliptiques définies précédemment possèdent respectivement les périodes et les symétries de $\cos \eta$ et $\sin \eta$ si m est impair et de $\cos 2\eta$ et $\sin 2\eta$ si m est pair.

1.4.2. Les zéros des fonctions

La fonction se_m s'annule pour $\eta = 0$, les fonctions se_{2n} et ce_{2n+1} s'annulent pour $\eta = \frac{\pi}{2}$

Les fonctions se_{2n+1} , se_{2n+2} , ce_{2n} , ce_{2n+1} possèdent en outre n zéros dans l'intervalle $0, \frac{\pi}{2}$ d'autant plus près de $\frac{\pi}{2}$ que q est plus grand.

I.5. ALLURE DES FONCTIONS se , ce , se^* , ce^*

A titre d'exemple, nous présentons figure .(2 a,b,c,d)
l'évolution des fonctions sinus et cosinus elliptiques pour différentes
valeurs de l'argument q et de la variable angulaire η .

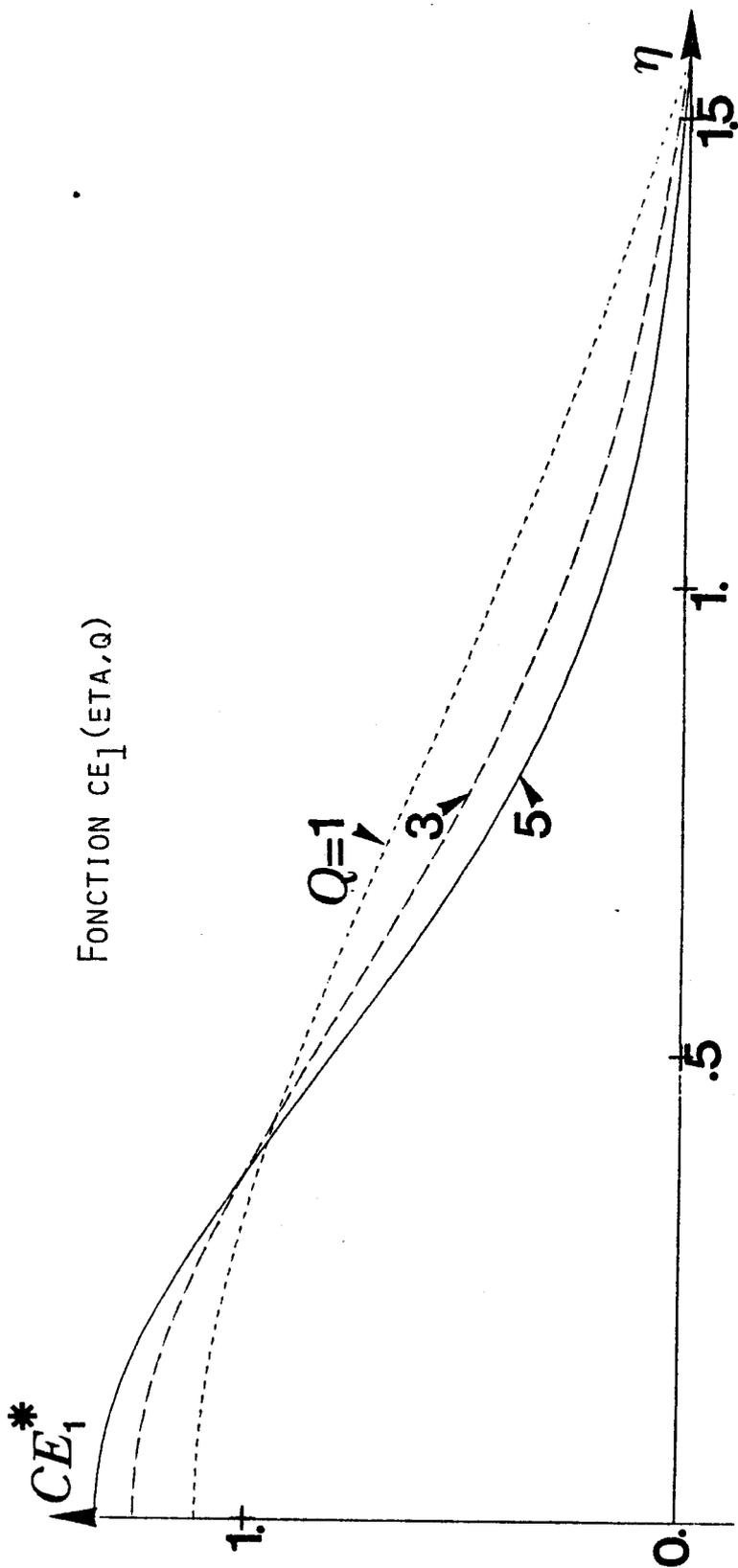


FIG. (2A)

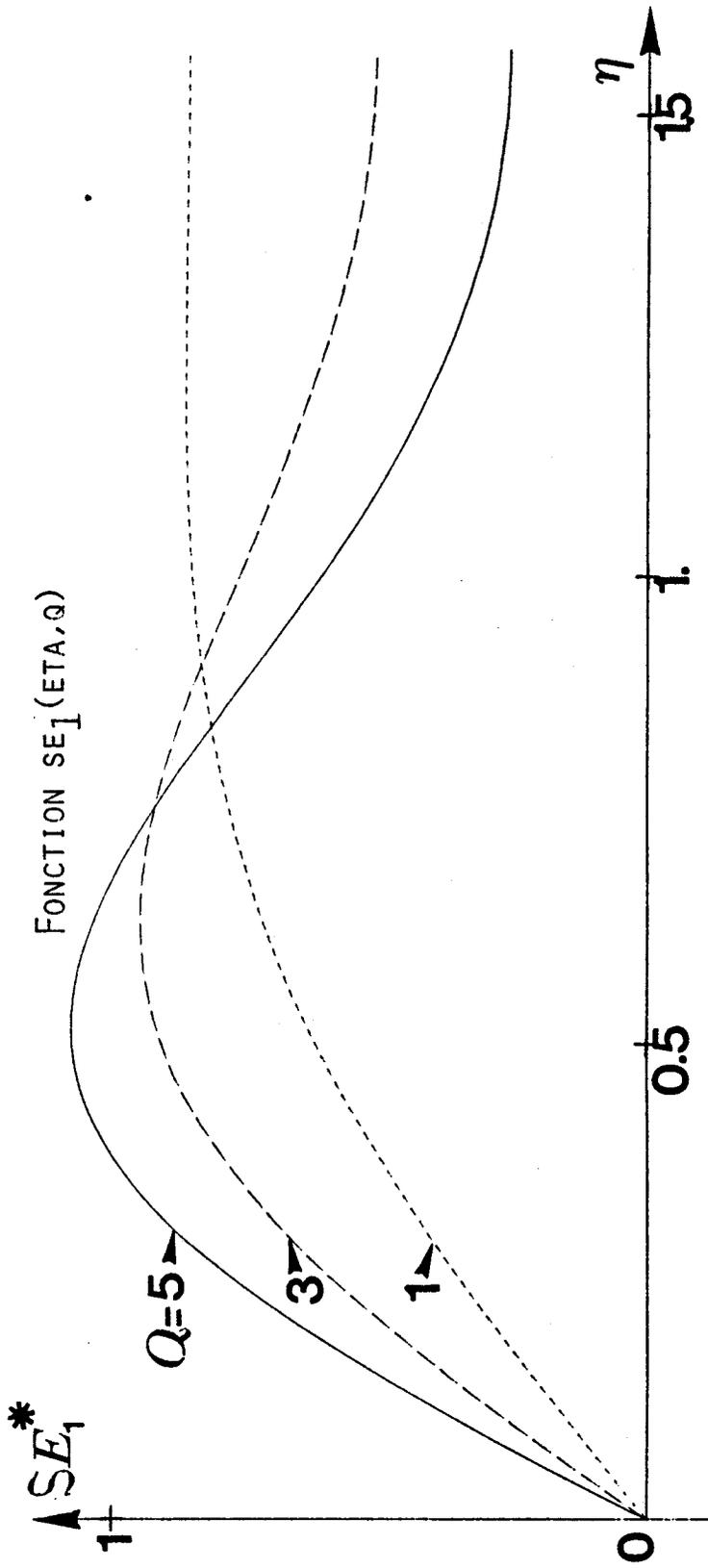


FIG. (2B)



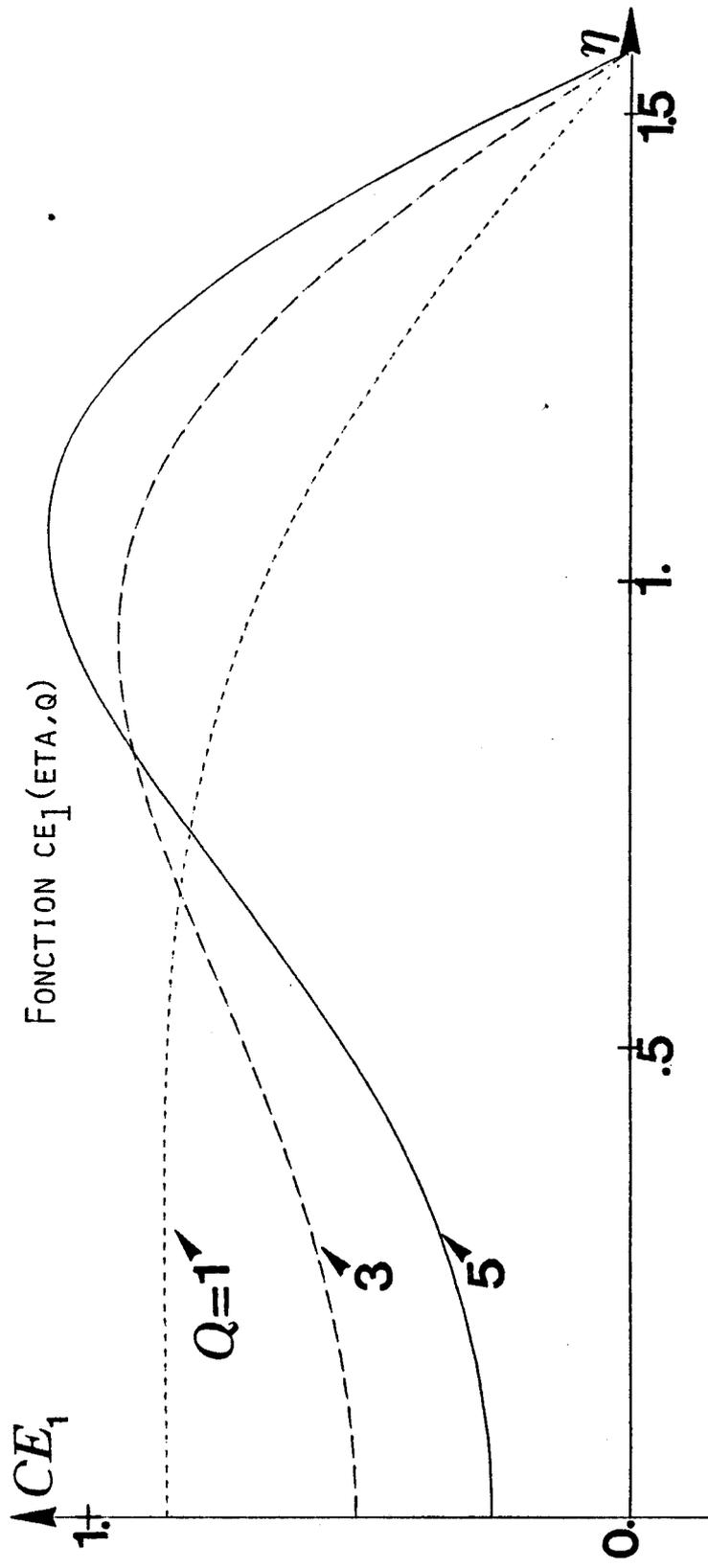


FIG. (2D)



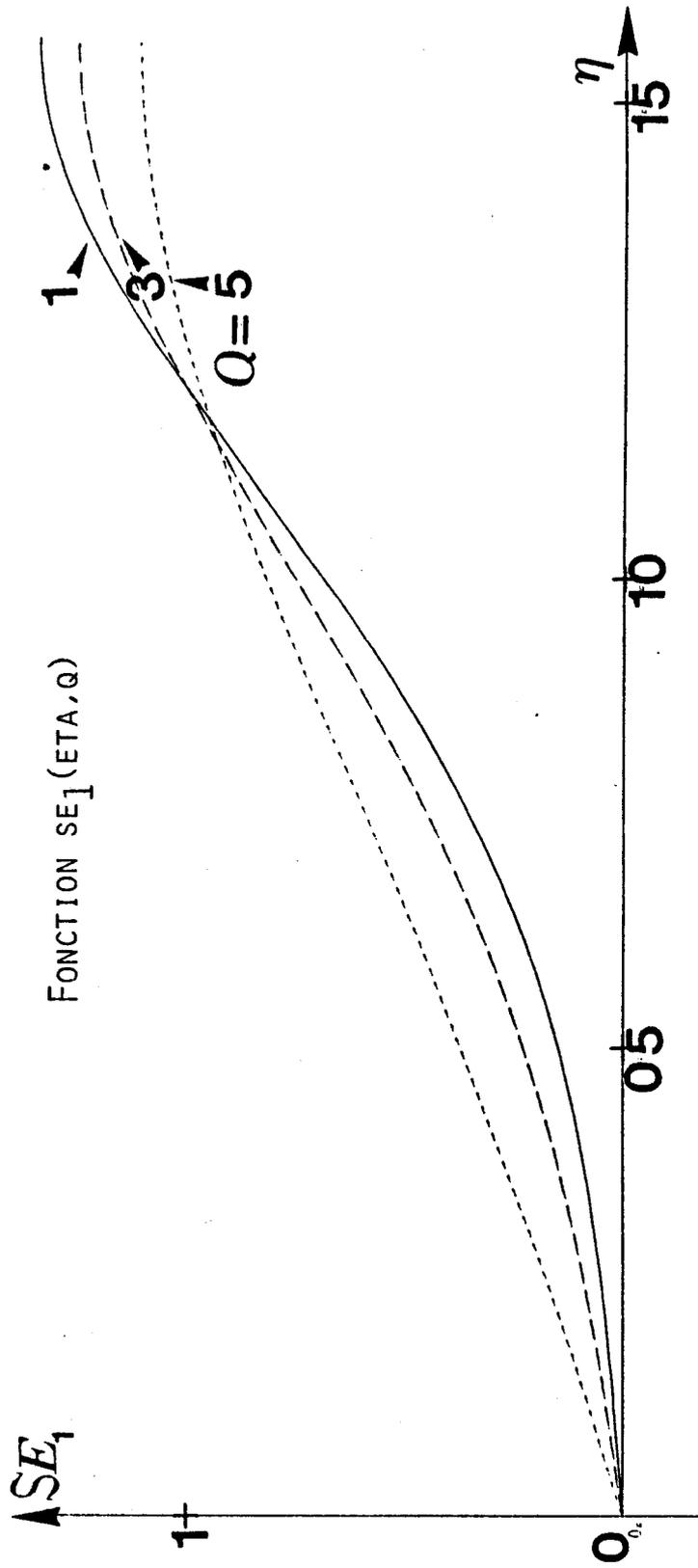


FIG. (2c)



II. FONCTION DE MATHIEU RADIALES (1)

II.1. L'EQUATION DIFFERENTIELLE DE MATHIEU MODIFIEE

Les solutions stables \textcircled{R} associées aux solutions périodiques \textcircled{H} de l'équation (1) vérifient l'équation différentielle du second ordre dite de "Mathieu modifiée" (12)

$$(12) \quad \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - a' + 2q \cosh 2\xi \right\} \textcircled{R} \xi = 0$$

où : ξ représente l'excentricité
 a' (q) et q sont respectivement le nombre caractéristique et l'argument.

II.2. EXPRESSION DES SOLUTIONS

Les solutions stables vont s'exprimer sous la forme de séries de somme de produits de fonctions de Bessel de première ou seconde espèce suivant que l'argument q est positif ou négatif.

Ainsi lorsque q est positif, nous aurons pour les solutions \textcircled{R} ξ les expressions suivantes :

$$(13) \quad \textcircled{R} = ce_{2n}(\xi, q) = \frac{P_{2n}(q)}{A_0^{2n}(q)} \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r A_{2r}^{(2n)}(q) J_r(\omega) J_r(\omega)$$

$$(14) \quad \textcircled{R} = ce_{2n+1}(\xi, q) = \frac{P_{2n+1}(q)}{A_1^{2n+1}(q)} \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r A_{2r+1}^{(2n+1)}(q) [J_r(\omega) J_{r+1}(\omega) + J_{r+1}(\omega) J_r(\omega)]$$

$$(15) \quad \textcircled{R} = se_{2n+2}(\xi, q) = \frac{S_{2n+2}(q)}{B_2^{2n+2}(q)} \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+2}^{2n+2} [J_r(\omega) J_{r+2}(\omega) - J_{r+2}(\omega) J_r(\omega)]$$

$$(16) \quad \textcircled{R} = se_{2n+1}(\xi, q) = \frac{S_{2n+1}(q)}{B_1^{2n+1}(q)} \sum_{r=0}^{\infty} (-1)^r B_{2r+1}^{2n+1} [J_r(\omega) J_{r+1}(\omega) - J_{r+1}(\omega) J_r(\omega)]$$

et pour $q < 0$



$$(17) \quad \mathbb{R} = Fek_{2n}(\xi, q) = \frac{(-1)^n P_{2n}(q)}{\pi A_0^{2n}} \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r}^{2n}(q) I_r(u) K_r(v)$$

$$(18) \quad \mathbb{R} = Fek_{2n+1}(\xi, q) = \frac{(-1)^n S_{2n+1}}{\pi B_1^{2n}} \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+1}^{2n} [I_r(u) K_{r+1}(v) - I_{r+1}(u) K_r(v)]$$

$$(19) \quad \mathbb{R} = Gek_{2n+2}(\xi, q) = \frac{(-1)^{n+1} S_{2n+2}}{\pi B_2^{2n+2}} \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+2}^{2n+2} [I_r(u) K_{r+2}(v) - I_{r+2}(u) K_r(v)]$$

$$(20) \quad \mathbb{R} = Gek_{2n+1}(\xi, q) = \frac{(-1)^n P_{2n+1}}{\pi A_1^{2n+1}} \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}^{2n+1} [I_r(u) K_r(v) + I_{r+1}(u) K_{r+1}(v)]$$

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{q} e^{-\xi} & v &= \sqrt{q} e^{\xi} & \text{si } q > 0 \\ u &= \sqrt{|q|} e^{-\xi} & v &= \sqrt{|q|} e^{\xi} & \text{si } q < 0 \end{aligned}$$

Dans ces développements, les termes P_{2n+1} , P_{2n} , S_{2n+1} , S_{2n+2} sont définis comme :

$$P_{2n}(q) = \frac{ce_{2n}^{(q)}(0, q) \times ce_{2n}^{(q)}(\pi/2, q)}{A_0^{2n}(q)}$$

$$P_{2n+1}(q) = \frac{ce_{2n+1}^{(q)}(0, q) \times ce_{2n+1}^{(q)}(\pi/2, q)}{(\sqrt{q}) \times A_1^{2n+1}(q)}$$

$$S_{2n+1}(q) = \frac{sc_{2n+1}^{(q)}(0, q) \times sc_{2n+1}^{(q)}(\pi/2, q)}{(\sqrt{q}) \times B_1^{2n+1}(q)}$$

$$S_{2n+2}(q) = \frac{sc_{2n+2}^{(q)}(0, q) \times sc_{2n+2}^{(q)}(\pi/2, q)}{(q) \times B_2^{2n+2}(q)}$$

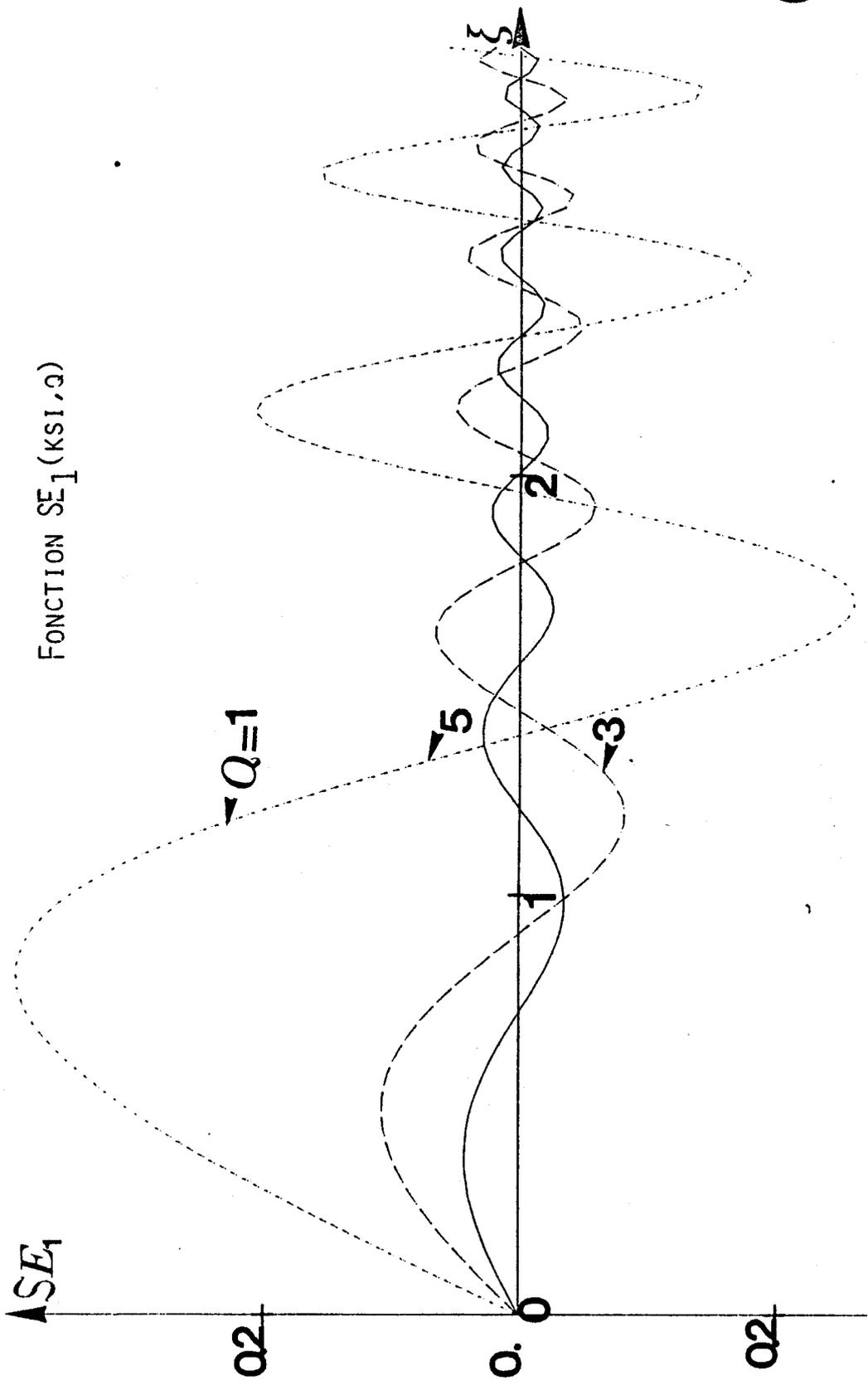
La notation $\binom{q}{|q|}$ indique le choix à opérer suivant le signe de q

pour ce qui concerne les coefficients de Fourier, ils sont calculés d'une manière similaire à celle définie précédemment au I.3.

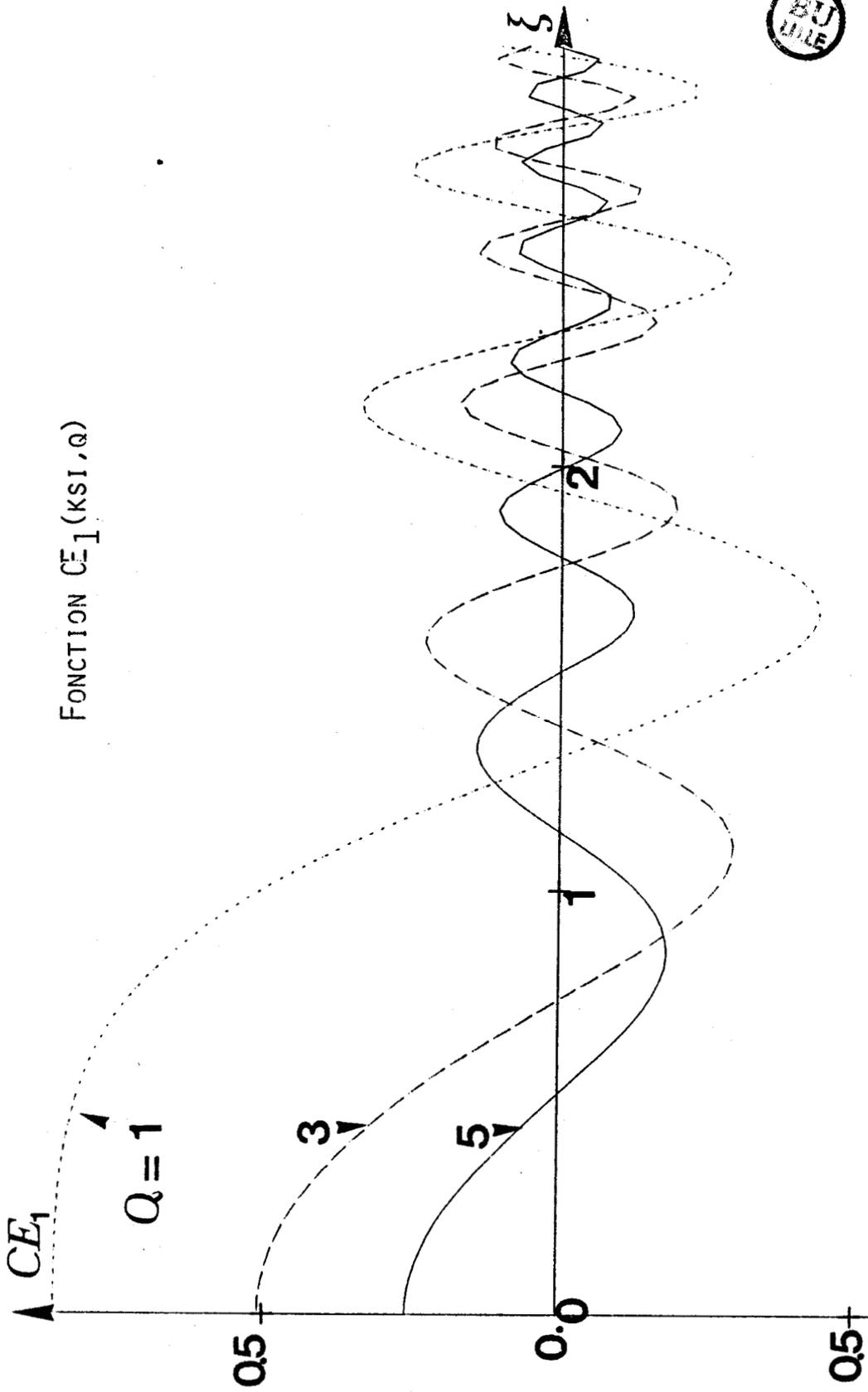
II.3. EVOLUTION DES FONCTIONS $\textcircled{R}\xi$

Nous présentons Fig (3, a,b,c,d) les variations des fonctions $Ce_m (\xi, q)$, $Se_m (\xi, q)$, $Fek_m (\xi, q)$ et $Gek_m (\xi, q)$ en fonction de l'excentricité ξ pour différentes valeurs de l'argument q .

Les fonctions que nous venons de définir, leurs dérivés, ainsi que leurs formes asymptotiques sont calculées à l'aide d'un ordinateur de type IRIS 80. Elles ont été tabulées par J. CITERNE [7] [8] et sont valables pour des ordres m importants et un argument $q \leq 1600$.



FIG(3A)



FIG(3B)

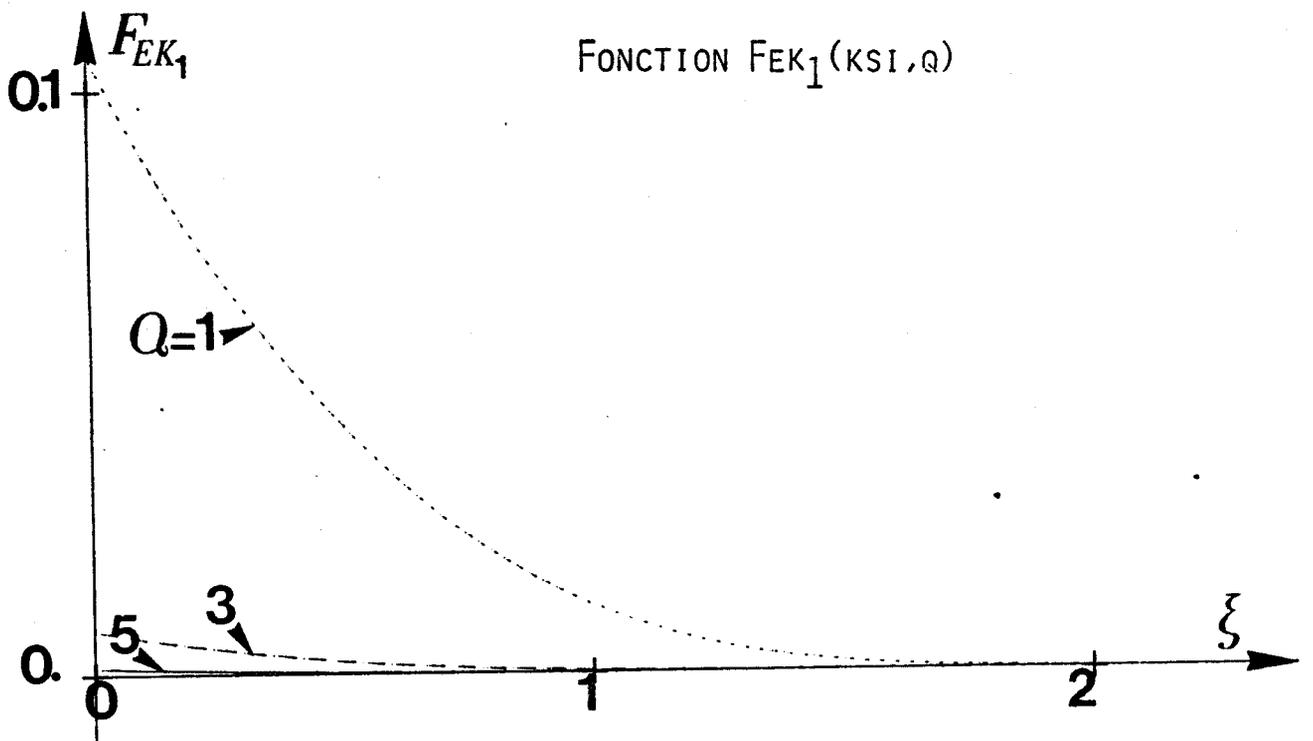
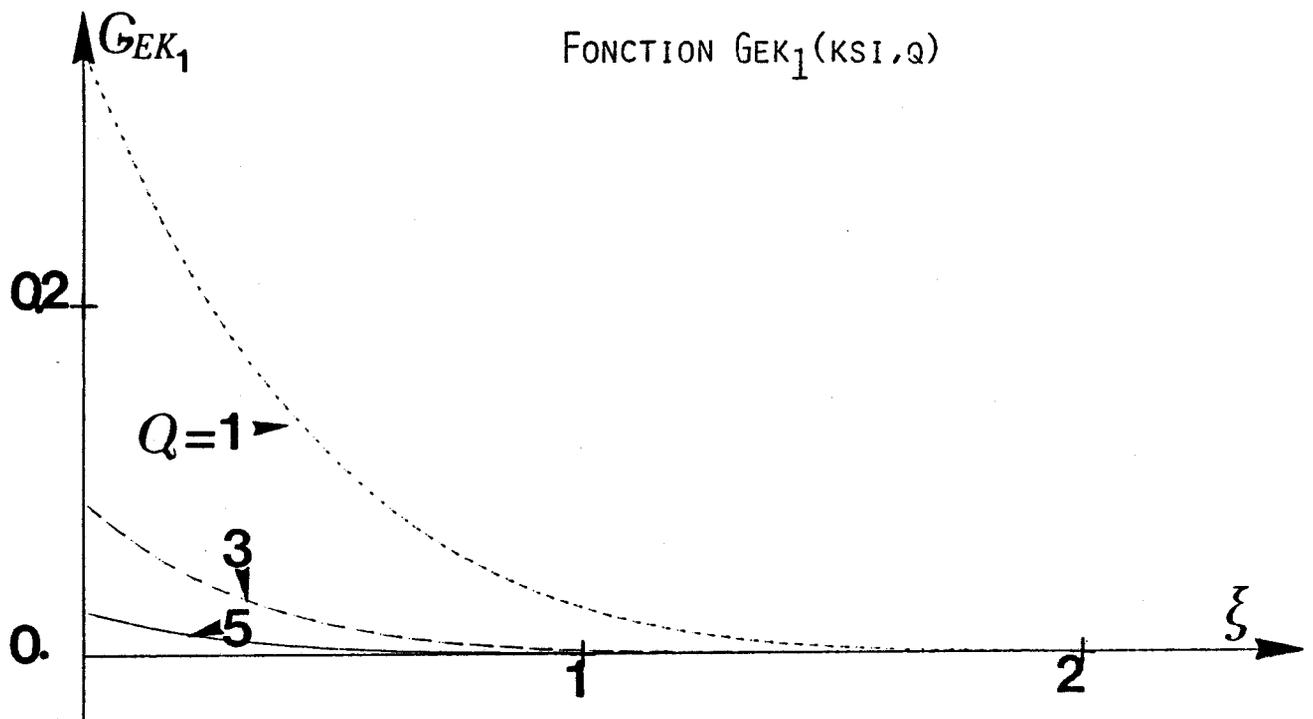


FIG. (3C)

BIBLIOGRAPHIE CONCERNANT LES FONCTIONS DE MATHIEU

- [1] - 1. N.W. Mc LACHLAN - "Theory and applications of MATHIEU functions", Oxford Univ. Press., 1947.
- [2] - M. ABRAMOWITZ et I.A. STEGUN - "Handbook of Mathematical functions". Dover Publications INC New York.
- [3] - P.M. MORSE et H. FESH BACH - "Methods of Theoretical Physics". Mc Graw Hill, New York, 1946.
- [4] - J. CITERNE - Thèse de Doctorat 1978 : "Recherche d'une solution analytique approximative du traitement électromagnétique d'un guide d'onde planaire. Modélisation elliptique des guides microfentes.
- [5] - E. KIRKPATRICK - "Tables of values of modified MATHIEU functions . Math. Com., 14, p.70, 1960.
- [6] - E.L. INCE - "Tables of elliptic cylinder functions". Proc. Roy Soc. EDIMBURG. - Vol. 52, p. 355, 1932
- [7] - J. CITERNE - "Formes limites des fonctions de MATHIEU modifiées de seconde espèce et d'ordre entier pour de faibles valeurs du paramètre". C.R. Acad. - Sc. série A, t 286, p. 123, 1978
- [8] - J. CITERNE, Y. TINEL - "Simple algorithm for computing the MATHIEU functions of integer order". J. of Appl. Math. and Phys.

ANNEXE:3

NORMALISATION DE LA MATRICE REGROUPANT LES EQUATIONS DE CONTINUITÉ.

La solution du problème de propagation guidée revient à rechercher les couples (F, K_z) qui annulent le déterminant de la matrice carrée regroupant les équations de continuité des champs tangents aux interfaces en chacun des points P_i de discrétisation.

Si l'on ne prend aucune précaution, le passage par zéro du déterminant n'est détecté que par un changement de signe du fait de sa dynamique considérable. Il faut donc intervenir sur le conditionnement de la matrice de façon à permettre ensuite une localisation plus précise de la racine du déterminant.

I - CAS DU DEVELOPPEMENT DES CHAMPS A PARTIR D'HARMONIQUES
CYLINDRIQUES.

Dans un premier temps, toutes les expressions des colonnes ont été multipliées par les termes K_1^2 et γ_2^2 suivant que les rapports $\frac{1}{K_1^2}$ et $\frac{1}{\gamma_2^2}$ apparaissent en facteur dans les équations de continuité. Chaque ligne a ensuite été multipliée par la quantité r_i^2 où r_i est le rayon du point de discrétisation P_i de coordonnée angulaire θ_i .

Nous avons constaté lors du calcul du déterminant :

1 - une amélioration des conditions d'étude tant que le nombre de points est inférieur à 6.

2 - un accroissement considérable de la dynamique à l'approche de la fréquence de coupure du mode considéré $\left(\frac{K_z}{k_0} \rightarrow 1 \right)$

Ce phénomène de saturation numérique à l'approche de la coupure est en fait lié à la dynamique importante des harmoniques cylindriques décrivant les champs.

En effet, si l'on se reporte aux expressions des équations de dispersion :

$$K_1^2 = \epsilon_r K_0^2 - K_z^2$$

$$(\gamma_2)^2 = K_z^2 - K_0^2$$

nous constatons que pour $\frac{K_z}{k_0} \rightarrow 1$, nous avons $K_1^2 \rightarrow (\epsilon_r - 1) K_0^2$ et $\gamma_2^2 \rightarrow 0$. Les fonctions de Bessel $J_N(K_1 r_i)$ et $K_N(\gamma_2 r_i)$ possèdent donc des arguments qui tendent respectivement vers une valeur importante et vers une valeur quasi nulle. Ceci correspond au cas où la dynamique globale est la plus grande; celle-ci s'accroissant d'ailleurs considérablement avec l'ordre N des fonctions utilisées.

Nous avons choisi, à titre d'exemple, d'illustrer le comportement des fonctions de seconde espèce $K_N (\gamma_2 r)$ lorsque sept points discrétisent le périmètre d'un barreau diélectrique d'aplatissement 2.

Nous avons seulement reporté dans le tableau (fig.) l'exposant des puissances de 10 des fonctions et ce pour le premier et le dernier point de discrétisation.

$1 < i < N_p$	1	2	3	4	5	6	7
$2i-1$	1	3	5	7	9	11	13
1 ^{er} point de discrétisation r_1, θ_1	$10^{(0)}$	$10^{(1)}$	$10^{(2)}$	$10^{(4)}$	$10^{(6)}$	$10^{(9)}$	$10^{(11)}$
θ_i, r_i							
Dernier point de discrétisation r_{NP}, θ_{NP}	$10^{(1)}$	$10^{(3)}$	$10^{(5)}$	$10^{(8)}$	$10^{(12)}$	$10^{(15)}$	$10^{(19)}$

$F_K^{(1)} = \sqrt[P]{10^1 \cdot 10^0}$ ----- $F_K^{(7)} = \sqrt[P]{10^{11} \cdot 10^{19}}$

Notons que ce tableau ne représente que la dynamique partielle d'un des 6 blocs $M_{13}, M_{24}, M_{33}, M_{34}, M_{43}, M_{44}$ de la matrice

$$\begin{array}{c} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_i \\ \vdots \\ \theta_{NP} \end{array} \left| \begin{array}{cc|cc} \text{I...i...NP} & & \text{I...i...NP} & \\ \hline M_{11} & \begin{array}{c} O \cdots O \\ \vdots \\ O \cdots O \end{array} & M_{13} & \begin{array}{c} O \cdots O \\ \vdots \\ O \cdots O \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} O \cdots O \\ \vdots \\ O \cdots O \end{array} & M_{22} & \begin{array}{c} O \cdots O \\ \vdots \\ O \cdots O \end{array} & M_{24} \\ \hline M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ \hline M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{array} \right| * \left| \begin{array}{c} A_1 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_{NP} \\ \hline B_1 \\ \vdots \\ B_i \\ \vdots \\ B_{NP} \\ \hline C_1 \\ \vdots \\ C_i \\ \vdots \\ C_{NP} \\ \hline D_1 \\ \vdots \\ D_i \\ \vdots \\ D_{NP} \end{array} \right| = 0$$

Comme nous pouvons le constater, il faut impérativement réduire la dynamique de chacun des blocs constituant la matrice, pour minimiser celle du déterminant.

En conséquence nous avons défini deux fonctions de normalisation $F_j(i)$ et $F_k(i)$ obtenues en prenant pour chaque colonne, la racine $p^{\text{ème}}$ du produit des valeurs de la fonction de Bersel J ou K correspondant au I^{er} et au $N_p^{\text{ème}}$ point de discrétisation.

La dynamique des fonctions dérivées J' et K' étant quasiment identique à celle des fonctions J et K , chacune des colonnes de la matrice est divisée par $F_j(i)$ ou $F_k(i)$ suivant que les équations de continuité sont fonctions de J, J' (blocs $M_{11}, M_{22}, M_{31}, M_{32}, M_{41}, M_{42}$) ou K, K' (blocs $M_{13}, M_{24}, M_{33}, M_{34}, M_{43}, M_{44}$).

Les fonctions de normalisation $F_j(i)$ et $F_k(i)$ s'expriment comme :

$$F_j(i) = \sqrt[2]{J_N(K_1 r_1) J_N(K_1 r_{NP})} \quad F_k(i) = \sqrt[2]{K_N(\theta_1 r_1) K_N(\theta_1 r_{NP})}$$

$N = 2i - 1$ ou $2i - 2$ suivant que l'on étudie les modes pairs ou impairs.

où i est l'indice de la colonne $1 < i < N_p$

$\{K_1, r_{NP}\}$ et $\{\theta_1, r_1\}$ l'argument de la fonction correspondant au 1er point et N_p ème point.

L'exposant P_1 ou P_2 est déterminé de façon à ce que la dynamique globale n'excède pas 10^{+12} ou 10^{-12} .

Un exemple de normalisation de la fonction K est présenté dans le tableau fig (4).

ORDRE DES FONCTIONS DE BESSEL J_{2i-1} K_{2i-1}

$1 < i < N_p$	1	2	3	4	5	6	7
$2i-1$	1	3	5	7	9	11	13
1 ^{er} point de discretisation r_1, θ_1	10^{-1}	10^0	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4
θ_1, r_1							
Dernier point de discretisation r_{NP}, θ_{NP}	10^0	10^0	10^3	10^5	10^8	10^9	10^{12}

Fig(4)

II - CAS DU DEVELOPPEMENT DES CHAMPS A PARTIR D'HARMONIQUES
ELLIPTIQUES

Par rapport au cas précédent, les difficultés rencontrées lors du calcul du déterminant sont encore amplifiées.

Bien que nous ayons multiplié les expressions de chaque blocs de NP colonnes par les termes $K_1^2 F^2, K_1^2 F \omega \epsilon_0, \delta_2^2 F^2, \delta_2^2 F \omega \epsilon_0$ nous n'avons pas pu déterminer avec précision les racines $F, \beta z$ et ce ; meme pour trois points de discrétisation. Une étude des évolutions des fonctions de MATHIEU nous a montré qu'en moyenne leur dynamique était le carré de celle des fonctions de BESSEL. En conséquence, nous avons été amené à définir quatre fonctions de normalisation

dont les expressions sont :

$$F_{SE}^{(i)} = \sqrt{P_1 SE_M(\xi_1, q) SE_M(\xi_{NP}, q)} \quad F_{CE}^{(i)} = \sqrt{P_2 CE_M(\xi_1, q) CE_M(\xi_{NP}, q)}$$

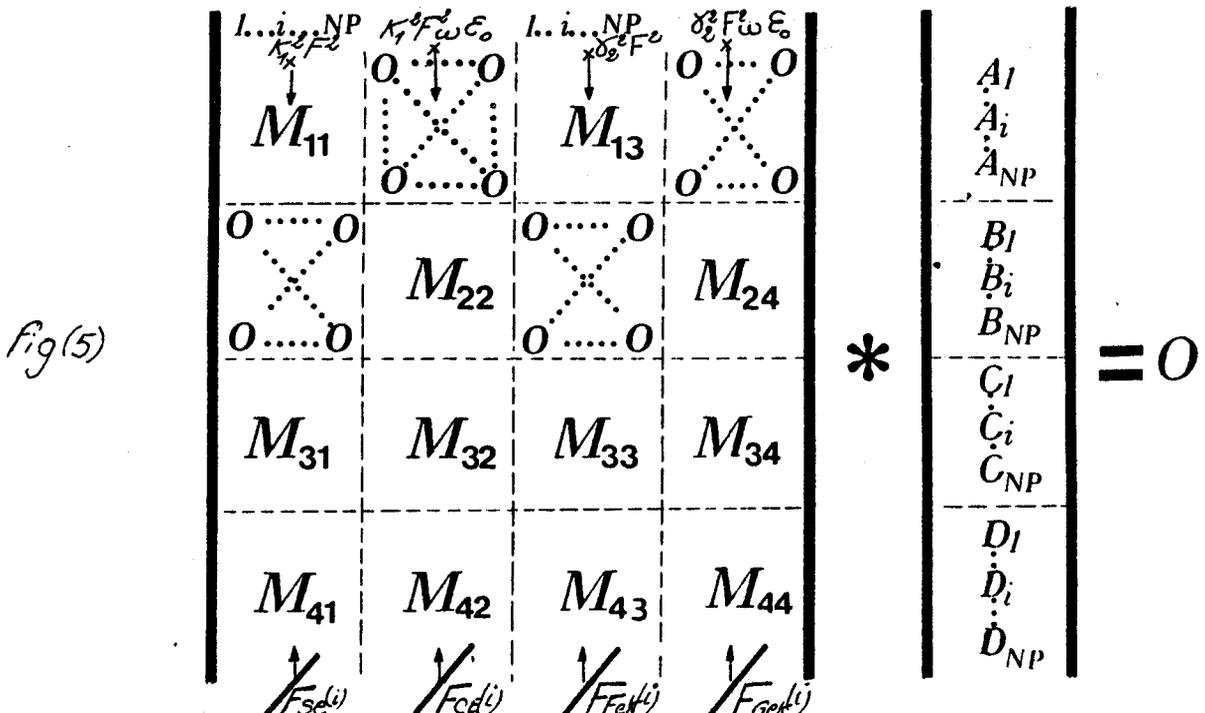
$$F_{FeK}^{(i)} = \sqrt{P_3 FeK_M(\xi_1, q) FeK_M(\xi_{NP}, q)} \quad F_{GeK}^{(i)} = \sqrt{P_4 GeK_M(\xi_1, q) GeK_M(\xi_{NP}, q)}$$

où: i est le numéro ou l'indice de la colonne $1 \leq i \leq NP$ où s'effectue la normalisation.

M l'ordre des fonctions égal à $2i-1$ ou $2i-2$ suivant que l'on étudie les modes pairs ou impairs.

ξ_1 l'excentricité du premier point de discrétisation
 ξ_{NP} l'excentricité de l'ellipse passant par le dernier point de coordonnée angulaire η_{NP}

La dynamique maximale fixée par l'utilisateur va imposée les valeurs des exposants P_1, P_2, P_3, P_4 . Chacune des fonctions de normalisation est affectée à un groupe de NP colonnes de la matrice comme le montre la figure (5).



BIBLIOGRAPHIE

- [1] Zerrouk Sidi Ali MEBARECK: "ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DES LIGNES IMAGES DIELECTRIQUES DANS LA BANDE DE FREQUENCES 26-40GHz", Thèse de 3^{ème} Cyle, Université de Limoges
- [2] W.SCHLOSSER&H.G. UNGER: "PARTIALLY FILLED WAVE GUIDE AND SURFACE WAVE GUIDE OF RECTANGULAR CROSS SECTION", Advance in microwave, Vol 1, 1966, pages 319-387.
- [3] J.A.G. MALHERBE, T.N. TRINH, RAJ MITTRA: "TRANSITION FROM METAL TO DIELECTRIC WAVE GUIDE" Microwave journal, November 1980, pages 71-73.
- [4] SEYMOUR B COHN: "DESIGN SIMPLE BROAD BAND WAVE GUIDE TO COAXIAL LINE JUNCTIONS" , I.R.E , Sept 1947, pages 920-926.
- [5] R.EISENHART, P.T. GREILING, L.K. ROBERTS, R.S. ROBERTSON: "A USEFUL EQUIVALENCE FOR A COAXIAL WAVEGUIDE JUNCTION", Vol MTT 26 N°3 March 1978, pages 172-174.
- [6] R.E. COLLIN: "FIELD THEORY OF GUIDED WAVES", New York Mac Graw Hill 1960, pages 259-290.
- [7] F.C DE RONDE: "APPLICATION DU PRINCIPE VARIATIONNEL DE SCHWINGER AU CALCUL DE L'IMPEDANCE DE RAYONNEMENT D'UNE ANTENNE FILAIRE PLACEE DANS UN GUIDE DE SECTION RECTANGULAIRE", Philips Research Laboratory, Section 4, pages 68-71.
- [8] E.A.J. MARCATILI: "DIELECTRIC RECTANGULAR WAVEGUIDE AND DIRECTIONAL COUPLER FOR INTEGRATED OPTICS ", Bell System Technical Journal, Vol 48 September 1969.
- [9] P.P. TOULIOS AND R.M. KNOX: "RECTANGULAR DIELECTRIC IMAGE GUIDE FOR MILLIMETER INTEGRATED CIRCUITS", PSSW , march 1970.
- [10] J.S. DAHELE, A.L. CULLEN: "ELECTRIC PROBE MEASUREMENTS ON MICROSTRIP" Vol MTT N°28, July 1980, pages 752-755.
- [11] J.F. LEGIER, S. TOUTAIN, P. GELIN, J. CITERNE: "MULTIMODAL CHARACTERISATION OF FLAT DIELECTRIC IMAGE LINE", 10TH E.M Conference, September 1980.
- [12] D. PASQUET: "UTILISATION D'UNE CAVITE RESONNANTE EN BANDE X POUR LA MESURE DE LA PERMITTIVITE COMPLEXE D'UN DIELECTRIQUE A FAIBLES PERTES", DEA LILLE 1971.
- [13] H.Y. YEE, N.F AUDEY: "UNIFORM WAVEGUIDES WITH ARBITRARY CROSS SECTION CONSIDERED BY THE POINT MATCHING METHOD", IEEE MTT, Vol N°6, November 1965.
- [14] L. LEWIN: "ON THE RESTRICTED VALIDITY OF POINT-MATCHING TECHNIQUES", IEEE MTT, Vol N°12, December 1970.

- [15] J.E GOELL: "A CIRCULAR HARMONIC COMPUTER ANALYSIS OF RECTANGULAR DIELECTRIC WAVEGUIDES", IEEE MTT, Vol. MTT 25, N°11, November 1977.
- [16] A.L CULLEN and OZKAN: "POINT MATCHING TECHNIQUE FOR RECTANGULAR CROSS SECTION DIELECTRIC ROD", Electronics Letters, Vol 7, N° 17, 26th August 1971
- [17] K. OGUSU: "NUMERICAL ANALYSIS OF RECTANGULAR DIELECTRIC WAVEGUIDE AND ITS MODIFICATIONS", IEEE MTT, Vol. MTT 25, N°11, November 1977
- [18] M.KOSHIBA, H.ISHI, M.SUZUKI: "SIMPLE EQUIVALENT NETWORK FOR A RECTANGULAR DIELECTRIC IMAGE GUIDE", Electronics Letters, Vol 18, N°11, May 1982.
- [19] T. ITANAMI, S.SHINDO: "CHANNEL DROPPING FILTER FOR MILLIMETER-WAVE INTEGRATED CIRCUITS", IEEE MTT, Vol MTT 26, N°10, October 1978
- [20] R. MITTRA, Y.L. HOU, V. JAMNEJAD : "ANALYSIS OF OPEN DIELECTRIC WAVEGUIDES USING MODE MATCHING TECHNIQUE AND VARIATIONAL METHODS", IEEE MTT, Vol MTT 28, N°1, January 1980
- [21] K.SOLBACH: "THE CALCULATION AND THE MEASUREMENTS OF THE COUPLING PROPERTIES OF DIELECTRIC IMAGE LINES OF RECTANGULAR CROSS SECTION", IEEE MTT, Vol MTT 27 N°1, January 1979
- [22] W.Mc.LEVIGE, T. ITHO, R.MITTRA: "WAVEGUIDE STRUCTURES FOR MILLIMETER-WAVE AND OPTICAL CIRCUITS", IEEE MTT, Vol MTT 23, N°10, October 1975
- [23] B.M.AZIZUR RAHMAN, J.B.DAVIES: "FINITE ELEMENT METHOD OF OPTICAL AND MICRO WAVE PROBLEMS", IEEE MTT, Vol MTT 32, N°1, January 1984
- [24] J.F.LEGIER, S.TOUTAIN, P.GELIN, J.CITERNE: "ETUDE DU GUIDE IMAGE PAR UNE METHODE DE CORRELATION PAR POINTS EN COORDONNEES ELLIPTIQUES", Journées nationales micro-ondes de LANNION, Pages 200-202, Juillet 1984
- [25] P.GELIN, S.TOUTAIN, J.F LEGIER: "NEW ANALYTICAL MODEL FOR RECTANGULAR IMAGE GUIDE", Electronics Letters, Vol 16, N°11, May 1980
- [26] S.TOUTAIN, P.GELIN, J.F.LEGIER, P.KENNIS: "LEAKAGE PROPERTIES OF THE DIELECTRIC IMAGE GUIDE" à paraître dans Antennas and Propagation



RESUME

La conception de systèmes hyperfréquences intégrés, fonctionnant dans la gamme des longueurs d'onde millimétriques, requiert la connaissance précise des caractéristiques électromagnétiques du support de propagation pouvant être associé aux composants actifs dont la technologie et les modélisations sont en partie maîtrisées.

Les caractéristiques électromagnétiques du support de propagation "GUIDE IMAGE", sur lesquelles l'auteur focalise son attention sont, d'une part le diagramme de dispersion des modes susceptibles de se propager, et d'autre part, la répartition des champs dans et autour du guide image.

Dans un premier temps, des méthodes de mesure très précises des évolutions de ces caractéristiques sont mises en œuvre, de façon à ce que les relevés expérimentaux servent de référence lors des comparaisons avec les résultats théoriques.

La seconde partie de ce travail consiste, par comparaison avec l'expérience, en la détermination du domaine de validité, et en la mise en évidence des carences de quelques méthodes analytiques approchées, permettant l'obtention rapide des caractéristiques citées précédemment.

Cela amène tout naturellement l'auteur à entreprendre l'étude d'une méthode plus sophistiquée: la méthode de "POINT MATCHING" ou "D'ADAPTATION DES CONDITIONS DE CONTINUITÉ PAR POINTS". En effet, les conditions de continuité ne sont plus appliquées sur tout le périmètre du barreau diélectrique comme dans le cas classique du traitement "guide d'onde", mais en un nombre limité de points, tous situés sur le périmètre du barreau constituant le guide image. Ces points sont repérés par les coordonnées (r, θ, z) du système cylindrique, et les champs sont développés en série de fonction de BESSEL, fonctions propres de ce système. A l'issue des comparaisons avec les relevés expérimentaux, seules les caractéristiques théoriques des guides de section étroite carrée prédisent la réalité physique.

Dans le but d'une intégration future de composants actifs, il faut également pouvoir caractériser des guides plus aplatis. En conséquence, l'extension de la méthode numérique proposée par l'auteur consiste alors à développer les champs à partir des harmoniques elliptiques: les fonctions de MATHEIU. Confrontées aux nombreux résultats expérimentaux, les évolutions théoriques montrent le bien-fondé de l'extension envisagée, puisqu'il est désormais possible de prédire les caractéristiques électromagnétiques de "GUIDE IMAGE" pour une importante variation des paramètres: Géométrique (l'aplatissement du guide) et Physique (la permittivité du barreau diélectrique).

MOYTS CLES: GUIDE DIELECTRIQUE
GUIDE IMAGE
METHODE de "POINT MATCHING" ou de "CORRELATION PAR POINTS"
ONDES MILLIMETRIQUES

