

50376
1984
93

50376
1984
93

NO d'ordre:1143

THESE

présentée a

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE I

et à

L'UNIVERSITE DE VALENCIENNES ET DU HAINAUT CAMBRESIS

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE 3^{ème} CYCLE

Spécialité MECANIQUE DES FLUIDES

par



Larbi LABRAGA

Sujet de la thèse: ETUDE DE L'ETABLISSEMENT DU REGIME TURBULENT

ENTRE DEUX PAROIS PARALLELES

Soutenue le 16 Février 1984, devant le jury composé de:

MM.

P.FLORENT

President

C.TOURNIER

Rapporteur

P.DUHAMEL

A.DYMENT

Examineurs

M.LE RAY

M.MARTIN

REMERCIEMENTS

Cette étude a été effectuée au Laboratoire de Mécanique des Fluides de VALENCIENNES sous la direction de Monsieur le Professeur C. TOURNIER.

Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour ses conseils, son aide constante et efficace, ses encouragements qu'il n'a cessés de me prodiguer tout au long de mon travail.

Je remercie vivement Monsieur le Professeur P. FLORENT pour l'intérêt qu'il a manifesté pour mon travail et pour l'honneur qu'il me fait de présider mon Jury.

Je tiens à adresser mes remerciements à Monsieur le Professeur P. DUHAMEL, de l'Université de PARIS XIII, Monsieur le Professeur A. DYMENT, de l'Université de LILLE I, Monsieur le Professeur M. LE RAY, de l'Université de VALENCIENNES et Monsieur le Professeur M. MARTIN de l'Institut Polytechnique de NANCY, qui ont bien voulu juger ce travail.

L'ensemble de l'installation expérimentale a été réalisée avec beaucoup de soin par Monsieur A. DUBUS. Je tiens à lui exprimer ma reconnaissance.

Je remercie Mme L. GOUEMAND et Melle L. BLASZEJACK qui ont contribué à la réalisation de ce mémoire.

J'exprime ma reconnaissance à mon épouse pour l'aide qu'elle m'a apportée.

Je ne terminerai pas cet avant propos sans remercier amicalement toutes les personnes du Laboratoire pour leur aide et la bonne ambiance qu'ils font régner en toutes circonstances.

TABLES DES MATIERES

=====

	Pages
<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>CHAPITRE I - POSITION DU PROBLEME ET RAPPELS THEORIQUES</u>	3
I.1 - Les différents régimes d'écoulement.....	5
I.1.1 - Ecoulement laminaire	5
I.1.2 - Ecoulement turbulent	5
I.1.3 - Transition laminaire - turbulent	5
I.1.4 - Cas des conduites à parois lisses	7
I.2 - Equations régissant les écoulements turbulents incompressibles	9
I.2.1 - Equations générales.....	9
I.2.2 - Equations relatives aux écoulements turbulents bidimensionnels en moyenne	13
I.2.3 - Caractères statistiques de la turbulence.....	15
I.2.3.1 - Lois de probabilité des variables aléatoires	15
I.2.3.2 - Les échelles de turbulence	17
I.2.3.3 - Structure des gros tourbillons	21
I.2.3.4 - Distribution spectrale d'énergie	23
I.2.4 - Modèles de turbulence	23
I.2.4.1 - Fermeture par relations algébriques	23
I.2.4.2 - Fermeture par une équation supplémentaire de transport	24
I.2.4.3 - Fermeture par plusieurs équations de transport	25
I.2.4.4 - Fermeture de l'équation de l'énergie spectrale	26
<u>CHAPITRE II - ANALYSE DES RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX</u>	29
II.1 - Les différentes représentations du profil des vitesses	29
II.1.1 - Sous-couche visqueuse	29
II.1.2 - Loi logarithmique	30
II.1.3 - Loi puissance	32

II.2 - Frottement	33
II.2.1 - Frottement à partir des lois logarithmiques	33
II.2.2 - Frottement à partir des lois puissances	34
II.3 - Analyse des travaux antérieurs relatifs aux écoulements en conduite	34
<u>CHAPITRE III</u> - ETUDE EXPERIMENTALE DE L'ETABLISSEMENT DE REGIME	40
III.1 - Description du montage expérimental	40
III.2 - Chaînes de mesures	42
III.2.1 - Chaîne anémométrique	45
III.2.2 - Calculateur et acquisition des données	46
III.2.3 - Test et performance de la chaîne de mesure	49
III.3 - Balance à éléments flottants	52
III.3.1 - Principe et fonctionnement de la balance	52
III.3.2 - Avantages et inconvénients de la balance	52
<u>CHAPITRE IV</u> - ETUDE DU CHAMP MOYEN	55
IV.1 - Pression statique	55
IV.2 - Frottement pariétal	56
IV.3 - Vitesse moyenne	57
<u>CHAPITRE V</u> - ETUDE DU CHAMP TURBULENT	61
V.1 - Intensités de turbulence : $\frac{\sqrt{u'^2}}{U_0}$ $\frac{\sqrt{v'^2}}{U_0}$ $\frac{u'v'}{U_0^2}$	61
V.2 - Coefficient de dissymétrie et d'aplatissement - densité de probabili- té.....	63
V.3 - Interprétation des résultats relatifs aux différents coefficients ...	69
V.4 - Localisation de la jonction des couches limites	72
<u>CHAPITRE VI</u> - CRITERES D'ETABLISSEMENT	75
<u>CONCLUSION</u>	78

ANNEXES A₁ : NOTION D'ECHANTILLONNAGE

A₂ : ACQUISITION ET TRAITEMENT DES DONNEES

A₃ : ANEMOMETRIE A FIL CHAUD

A₄ : ETUDE DE L'INTENSITE DE TURBULENCE $\frac{\sqrt{u'^2}}{U_0}$

A₅ : DENSITE DE PROBABILITE DE u'v'

PLANCHES

BIBLIOGRAPHIE

NOTATIONS

Nous ne donnons ici que les notations essentielles, les autres seront définies dans le texte.

- a_0 : Fonction traduisant le décalage entre la vitesse moyenne des taches turbulentes et l'écoulement laminaire.
- b : Fonction d'intermittence.
- cf : coefficient de frottement local.
- $2h$: hauteur de la veine.
- H : Paramètre de forme.
- l : Longueur de mélange.
- \bar{p} : pression moyenne.
- \bar{p}_0 : Pression à la paroi.
- R : Nombre de Reynolds.
- \bar{u} : Valeur moyenne de la composante de vitesse longitudinale.
- u' : Fluctuation de la composante longitudinale.
- u'_l : Terme à caractère laminaire de la composante longitudinale.
- u'_t : Terme à caractère turbulent de la composante longitudinale.
- \bar{U} : Vitesse moyenne de l'écoulement extérieur.
- U_0 : Vitesse moyenne sur l'axe.
- U_* : Vitesse de frottement.
- \bar{v} : Valeur moyenne de la composante normale.
- v' : Fluctuation de la composante normale.
- \bar{V} : Valeur moyenne de la vitesse sur l'axe en régime établi.
- x : Variable représentant l'abscisse comptée à partir de l'origine fictive.
- y : Variable représentant l'ordonnée mesurée à partir de la plaque supérieure.
- γ : Valeur moyenne temporelle de la fonction b
- δ : Epaisseur de la couche limite.

δ_1 : Epaisseur de déplacement.

δ_2 : Epaisseur de quantité de mouvement.

ν : Viscosité cinématique.

τ : Frottement total.

τ_0 : Frottement pariétal.

I N T R O D U C T I O N

L'écoulement sur plaque plane est à l'heure actuelle assez bien connu grâce aux nombreuses études qui lui ont été consacrées. Cependant, l'écoulement entre deux parois parallèles présente encore des phénomènes assez complexes, notamment la présence d'une couche limite croissante de part et d'autre de l'écoulement libre, d'une zone d'établissement de régime, de l'intermittence qui règne à la frontière de la couche limite, du frottement pariétal tout le long de la paroi.

Les nombreux paramètres qui interviennent pour décrire et prédire l'évolution de ces phénomènes nous ont amené à mesurer quelques propriétés statistiques des fluctuations de vitesse.

Les mesures vont vous permettre en particulier d'énoncer quelques critères d'établissement du régime dans un canal bidimensionnel.

Notre mémoire est organisé comme suit :

Dans une première partie nous exposerons les notions de base concernant les différents régimes d'écoulement et ce qui les caractérise. Nous rappelons les équations générales, les caractères statistiques et certains modèles de la turbulence.

Dans le deuxième chapitre, nous ferons une analyse des résultats théoriques et expérimentaux en soulignant ceux relatif aux écoulements dans les conduites.

Le chapitre III sera consacré à la description de l'installation expérimentale. Nous y exposons les méthodes d'investigation de l'écoulement dans une conduite à section rectangulaire.

Les chapitres IV et V contiennent respectivement les résultats relatifs au champ moyen et au champ turbulent.

Dans le chapitre VI, nous tenterons à la lumière de ces résultats d'énoncer quelques critères d'établissement.

CHAPITRE I

POSITION DU PROBLÈME ET RAPPELS THÉORIQUES

Dans les écoulements des fluides, il y a transfert de quantité de mouvement sous l'action des contraintes internes : pression hydrostatique, et contraintes turbulentes et visqueuses.

Nombreux et complexes sont les écoulements qui présentent une zone de fort cisaillement : cela traduit le fait que la contrainte tangentielle sur un élément de surface perpendiculaire au sens du déplacement est importante.

L'exemple le plus simple d'écoulement cisailé est l'écoulement au voisinage d'une surface de séparation entre deux domaines d'écoulement où les ordres de grandeurs de la vitesse sont très différents (Fig. I.1a)

La couche limite qui se développe sur une paroi solide est l'exemple le plus courant (Fig. I.1b)

Les jets font aussi partie de ce type d'écoulement (Fig. I.1c).

Les écoulements dans les conduites (Fig. I.1d) présentent également des contraintes de cisaillement importantes près de la paroi.

Ce sont ces derniers qui nous intéressent dans le rapport.

Parmi les écoulements de base en conduite, on en distingue deux groupes : Les écoulements dans les tuyaux et les écoulements entre deux parois parallèles.

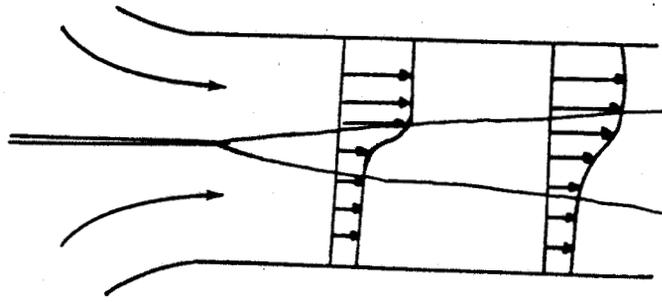
Ces deux groupes gardent une place de choix en raison de leur configuration géométrique simple, qui permet de réduire le nombre de paramètres intervenant dans l'évolution des écoulements, et par là-même de prédéterminer leur développement.

Un examen rapide dans la littérature relevant de ces types d'écoulement nous conduit à ces remarques :

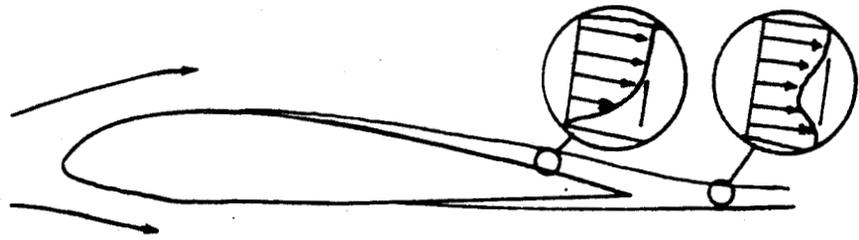
Les rares travaux qui ont été menés dans la région d'entrée des conduites à section circulaire, ont été presque toujours effectués dans les conditions particulières où les couches limites sont turbulentes à l'entrée.

Quant aux écoulements dans les conduites à section rectangulaire, les résultats expérimentaux concernent en particulier la région où l'écoulement est pleinement turbulent - Peu de publications, à notre connaissance, ayant trait à l'étude complète de la région d'entrée où l'écoulement est non perturbé, ont été faites.

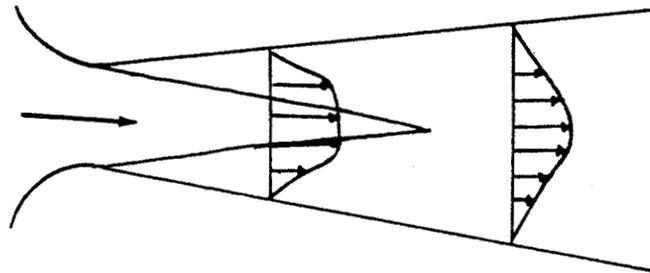
(a)



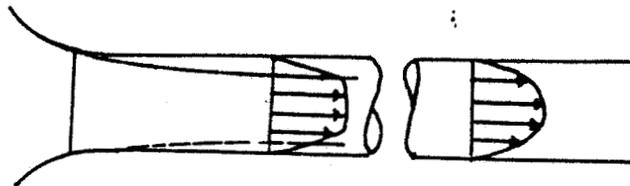
(b)



(c)



(d)



FIG_1

Notre travail consiste en la mesure de quelques grandeurs tant dans la région d'entrée, que dans la région où l'écoulement est dit "établi", pour pouvoir comparer avec les autres auteurs.

Dans notre étude, l'écoulement se développe sans perturbation initiale artificielle.

Nous sommes donc en présence de deux régimes d'écoulement : l'écoulement laminaire, l'écoulement turbulent.

Par conséquent, il existe aussi une zone de transition. Nous définirons brièvement les deux régimes et nous ferons une approche du phénomène complexe de la transition laminaire-turbulent.

I-1 LES DIFFERENTS REGIMES D'ECOULEMENT

L'écoulement d'un fluide réel peut se faire suivant deux régimes bien distincts : le régime laminaire et le régime turbulent.

Les caractères que présentent ces deux régimes sont nettement différents. Le nombre de Reynolds R permet de définir ces deux régimes.

I.1.1 - ECOULEMENT LAMINAIRE

Le régime laminaire dans une conduite peut être défini par le fait que toutes les particules se meuvent parallèlement à l'axe de la conduite. Tant que le nombre de Reynolds R est inférieur à une valeur critique R_c , les perturbations éventuelles sont amorties par la viscosité, la couche limite reste laminaire.

I.1.2 - ECOULEMENT TURBULENT

Quand le nombre de Reynolds R atteint une valeur critique R_k , le régime d'écoulement devient pleinement turbulent. L'écoulement turbulent est caractérisé par une agitation désordonnée des particules fluides, les vitesses des particules ne sont plus parallèles à l'axe, mais fluctuent dans toutes les directions d'une façon aléatoire.

Les lois qui régissent le régime turbulent ne peuvent être que des lois semi-empiriques ou statistiques.

I.1.3 - TRANSITION LAMINAIRE-TURBULENT

Les valeurs R_k et R_c sont en général différentes. Il existe donc un domaine (R_c, R_k) dans lequel le régime d'écoulement n'est ni laminaire,

ni turbulent pleinement, c'est le domaine de la transition.

Pendant le régime transitoire, l'écoulement est alternativement laminaire ou turbulent.

Les expériences montrent que l'amplitude des perturbations augmente d'une façon très sensible à partir de x_c , abscisse où se déclenche la transition - les perturbations semblent alors se regrouper pour affecter des ensembles de particules fluides, et former des "tâches turbulentes" dont le nombre et la dimension augmentent avec la distance parcourue - La caractéristique la plus immédiatement intéressée par le phénomène de transition est la distribution des vitesses. La forme change très sensiblement puisqu'elle passe du type laminaire, pour lequel la vitesse croît assez lentement près de la paroi, au type turbulent pour lequel elle augmente beaucoup plus vite dans la même région.

La transition donne donc lieu à une augmentation des vitesses près de la paroi, et en conséquence, à un accroissement du frottement pariétal.

La transition donne également lieu à un épaissement de la couche limite. L'épaisseur de quantité de mouvement δ_2 augmente pour passer d'une loi d'évolution laminaire en $x^{1/2}$ à une loi d'évolution turbulente en $x^{4/5}$ pour un écoulement sur plaque plane.

Les enregistrements du signal instantané relevé sur l'écran d'un oscilloscope pendant le régime transitionnel montrent nettement le phénomène d'intermittence qui se caractérise par la succession des zones tour à tour laminaires (traces nettes) et turbulentes (traces plus diffuses).

On définit le facteur d'intermittence, γ , par la fraction du temps total où l'écoulement est turbulent. Il est clair que les zones laminaires et turbulentes ont des propriétés tout à fait différentes, et que ces propriétés évoluent en fonction de la distance à la paroi.

Par exemple, près de la paroi, les fluctuations turbulentes sont en survitesse par rapport au niveau laminaire, mais le phénomène s'inverse lorsque y croît.

Il est important de noter ici que la transition de la couche limite ne constitue pas le seul phénomène aérodynamique dans lequel on peut rencontrer l'intermittence. Une couche limite turbulente "établie" présente deux zones de caractère intermittent :

d'une part, la sous couche visqueuse, d'autre part, la région correspondant à y/δ supérieure ou égale à 0,5 environ.

I.1.4 - CAS DES CONDUITES A PAROIS LISSES

Avant de décrire ce type d'écoulement, nous précisons la notion de nombre de Reynolds introduit plus haut dans le cas d'une plaque plane.

Initialement Reynolds (1983) montre expérimentalement que le régime de l'écoulement est régi par le nombre $R_D = \frac{V_0 D}{\nu}$

D est le diamètre du tuyau.

V_0 la vitesse débitante.

Dans ce paragraphe relatif aux écoulements dans les conduites, nous utilisons plus généralement le diamètre hydraulique D défini par le rapport $\frac{4S}{P}$ où S est la section dont le contour a pour périmètre P : le périmètre "mouillé".

Par la suite, nous préciserons systématiquement, s'il y a lieu, la longueur et la vitesse caractéristiques qui définissent le nombre de Reynolds.

A l'entrée d'une conduite, la répartition des vitesses est uniforme. Les particules fluides voisines des parois sont freinées progressivement, engendrant ainsi la couche limite.

Les particules de la zone centrale, qui n'ont pas encore subi l'effet de frottement sont accélérées afin que se conserve le débit total à travers toute section.

Cette évolution où l'écoulement est permanent mais non établi se poursuit sur une distance appelée longueur d'entrée. La couche limite commence par être laminaire, elle s'épaissit et devient instable. Deux cas sont à envisager :

1°) si le nombre de Reynolds est inférieur à une valeur critique, les perturbations s'amplifient, ensuite s'amortissent parce que l'écoulement est parvenu à une zone de plus grande stabilité. La couche limite demeure laminaire dans toute la conduite (Fig. I.2a).

2°) si le nombre de Reynolds est supérieur à la valeur critique précédente, les perturbations éventuelles vont en s'amplifiant, et ce d'une manière suffisante pour faire apparaître une zone de transition dont l'étendue est plus ou moins grande.

La couche limite devient alors turbulente et par suite également l'écoulement établi lui-même (Fig. I.2.b)

Par la suite, nous nous intéresserons uniquement au deuxième cas.

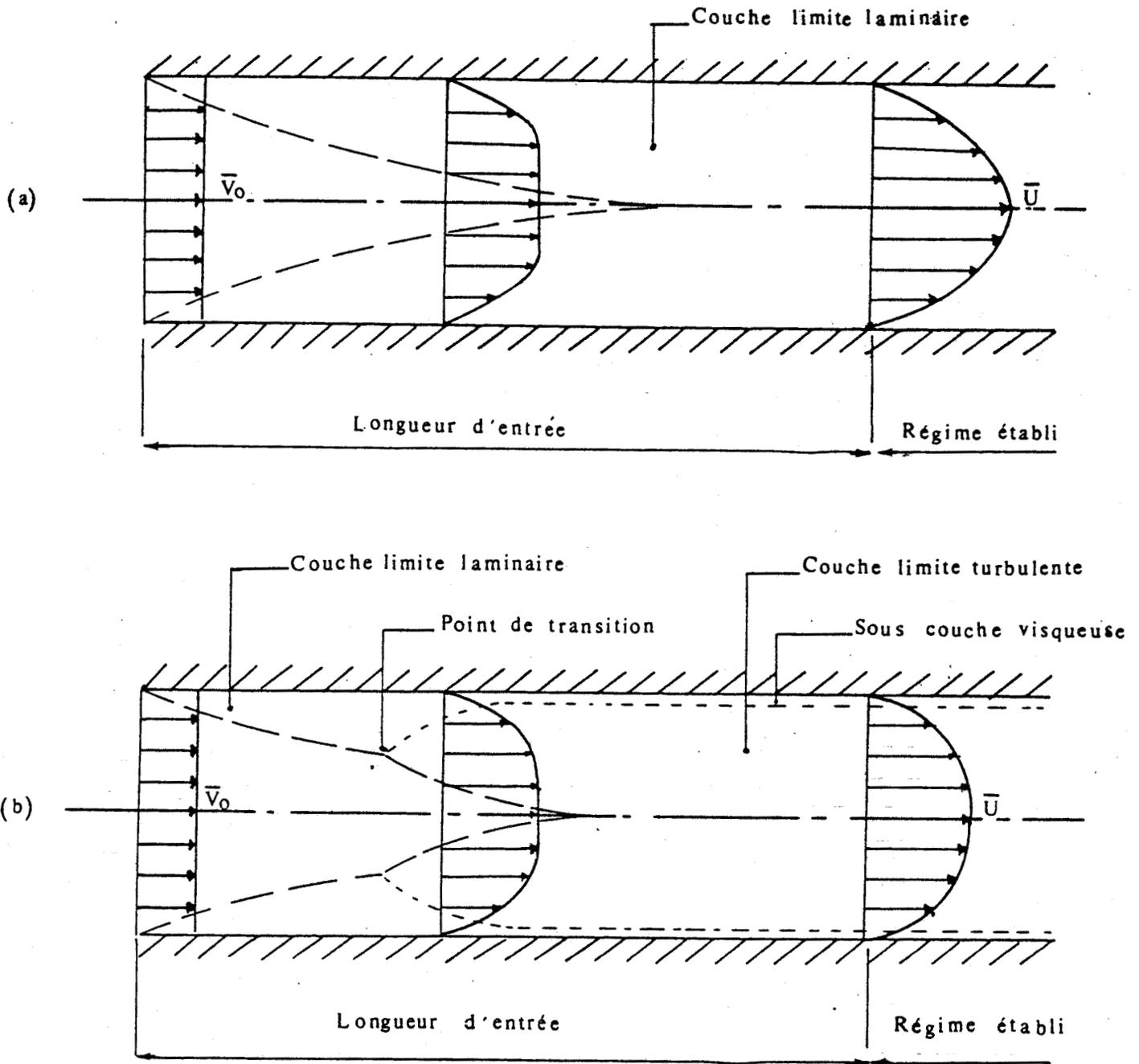


FIG. I.2

Par conséquent, l'écoulement considéré sera caractérisé par la transition d'une couche limite laminaire à l'entrée vers un écoulement pleinement turbulent à la sortie.

L'écoulement dans la zone d'entrée est fortement influencé par l'état de surface des parois et par la configuration de celles-ci. En effet, le déclenchement de la transition dépend de nombreux facteurs :

- la rugosité de la surface,
- la pré-turbulence du fluide,
- le gradient de pression longitudinal,
- la différence de température entre le corps et le fluide.

Par contre, l'écoulement établi pleinement turbulent ignore pratiquement son "histoire".

La différence avec l'écoulement de type couche limite sur plaque plane est que l'écoulement libre dans la longueur d'entrée est entouré d'une couche limite croissante.

Dans diverses applications, il importe de connaître la distance x comptée à partir de l'entrée de la conduite à partir de laquelle l'écoulement est établi.

Dans le cas du régime turbulent, les résultats obtenus ne sont que fragmentaires. Il est autrement plus difficile d'évaluer cette distance lorsque l'écoulement passe par la transition.

De nombreuses expériences ont été entreprises afin d'estimer cette longueur, mais les formules établies ne s'avèrent adéquates que pour un nombre limité de cas. En effet, une évaluation théorique est difficile parce que les paramètres du problème sont nombreux ; nombre de Reynolds, pré-turbulence du fluide, configuration de l'entrée, etc...

Notre étude consiste essentiellement à décrire l'évolution de certaines grandeurs à travers les différents régimes rencontrés et par là-même de délimiter les différentes zones en présence.

Nous rappelons au préalable les équations générales qui puissent s'appliquer à des couches limites, des jets, des sillages, ... ; pour les appliquer ensuite au cas des écoulements turbulents bidimensionnels.

I-2 EQUATIONS REGISSANT LES ECOULEMENTS TURBULENTS INCOMPRESSIBLES

I.2.1 - EQUATIONS GENERALES

La base de départ est constituée par les équations de Navier-Stokes et par l'équation de continuité.

Nous utiliserons la décomposition de Reynolds en champ moyen et champ turbulent :

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i$$

$$p = \bar{p} + p'$$

Le signe (-) désigne une moyenne temporelle.

Le fluide étant incompressible :

$$u_{i,i} = 0 \quad (I-1)$$

Les équations de Navier-Stokes s'écrivent :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{u}_i + u'_i) + (\bar{u}_j + u'_j) (\bar{u}_i + u'_i)_{,j} = -\frac{1}{\rho} (\bar{p} + p')_{,i} + \nu (\bar{u}_i + u'_i)_{,jj} \quad (I-2)$$

En prenant la moyenne et compte tenu de (I-1) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_i + \bar{u}_j \bar{u}_{i,j} = \overline{(-u'_i u'_j - \frac{p}{\rho} \delta_{ij} + \nu \bar{u}_{i,j})_{,j}} \quad (I-3)$$

(I-3) sont les équations du mouvement .

$\overline{u'_i u'_j}$ sont les tensions de Reynolds qui traduisent un transfert de quantité de mouvement par les fluctuations de vitesse.

$$\text{Posons : } T_{ij} = -\overline{u'_i u'_j} - \frac{p}{\rho} \delta_{ij} + \nu \bar{u}_{i,j}$$

Si on multiplie l'équation (I-3) par \bar{u}_i ; il vient :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\bar{u}_i^2}{2} \right) &= (\bar{u}_i T_{ij})_{,j} - T_{ij} \bar{u}_{i,j} \\ &= (-\bar{u}_i \overline{u'_i u'_j} - \frac{p}{\rho} \bar{u}_i \delta_{ij} + \bar{u}_i \bar{u}_{i,j})_{,j} - (\overline{u'_i u'_j} \bar{u}_{i,j} - \bar{p} \delta_{ij} \bar{u}_{i,j} + \nu \bar{u}_i \bar{u}_{i,j}) \end{aligned}$$

Le fluide étant incompressible :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\bar{u}_i^2}{2} \right) = (-\bar{u}_i \overline{u'_i u'_j} - \nu \bar{u}_i \bar{u}_{i,j})_{,j} + \overline{u'_i u'_j} \bar{u}_{i,j} - \nu \bar{u}_i \bar{u}_{i,j} \quad (I-4)$$

(I-4) est l'équation de l'énergie cinétique du mouvement moyen. Le mouvement moyen dépendant des tensions de Reynolds, il est naturel d'étudier aussi le champ turbulent, et, de plus, la détermination des grandeurs turbulentes est nécessaire pour l'examen des phénomènes fondamentaux tels que la diffusion.

Pour obtenir l'équation de l'énergie cinétique du mouvement turbulent, on procède comme suit :

- On soustrait l'équation (I-3) à l'équation (I-2)
- On écrit l'équation obtenue, pour la composante u'_k
- On multiplie l'équation (I-3) par u'_k et l'équation u'_k par u'_i
- On additionne ces quantités, en faisant le produit contracté $k = i$ et en posant : $\bar{q}^2 = \overline{u'_j u'_j}$

Il vient l'équation de la turbulence d'énergie cinétique :

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \bar{q}^2 + \bar{u}_j \bar{q}^2_{,j} + 2 \overline{u'_i u'_j} \cdot \bar{u}_{i,j} + 2\nu \left[\overline{u'_{i,j} u'_{i,j}} + \overline{u'_{i,j} u'_{i,j}} \right] \\
 & + \left[\overline{u'_j (q^2 + \frac{2}{\rho} p')} - \nu \bar{q}^2_{,j} - 2\nu \overline{(u'_i u'_j)_{,i}} \right]_{,j} = 0 \quad (I-5) \\
 & \quad \quad \quad \underline{E}
 \end{aligned}$$

Bien qu'il soit difficile d'assigner un rôle physique unique à chaque terme. Favre [27] propose de les expliciter comme suit :

- A : Taux de Variation de \bar{q}^2 en fonction du temps
- B : Transport par le mouvement moyen
- C : Production d'énergie de turbulence par l'écoulement moyen
- D : Dissipation visqueuse
- E : Diffusion par plusieurs mécanismes.

Bilan d'Energie Cinétique

Exemple

Il est nécessaire d'effectuer le bilan d'après l'équation statistique des fluctuations d'énergie cinétique en déterminant l'importance relative et l'évolution de ses différents termes, si l'on veut analyser les mécanismes qui régissent le champ turbulent, et finalement l'écoulement dans son ensemble.

Les bilans sont aussi indispensables pour établir des modèles algébriques physiquement corrects des différents termes des équations statistiques, qui deviennent alors des équations de transport susceptibles d'être résolues par le calcul.

La figure (I-3) présente le bilan statistique des fluctuations turbulentes de l'énergie cinétique dans le cas d'un écoulement moyen bidimensionnel dans un conduit de section rectangulaire.

Il s'agit de valeurs calculées à l'aide d'une équation de transport de l'énergie cinétique par Huffman (1968). Les valeurs sont ajustées aux résultats expérimentaux de Laufer [18], obtenues à un nombre de Reynolds voisin de 50 000, pour des distances supérieures à $y \frac{u^*}{\nu} \sim 5$, variables selon les grandeurs considérées.

Explicitons les termes de la figure (I-3)

$$C : \text{Production égale à } \frac{\overline{u'v'}}{u_*^2} \frac{d\bar{u}}{dy_*}$$

D : Dissipation

E_1 : Diffusion et transfert par la pression, dus à la turbulence, soit :

$$+ \frac{d}{dy_*} \left| \frac{\overline{u'}}{u_*^3} (q^2/2 + p') \right|$$

E_2 : Diffusion par la viscosité égale à :

$$- \frac{d^2}{dy_*^2} (q^2/2u_*^2)$$

Les termes ci-dessus, sont rendus adimensionnels avec les paramètres

$\frac{\nu}{u_*}$ et u_*

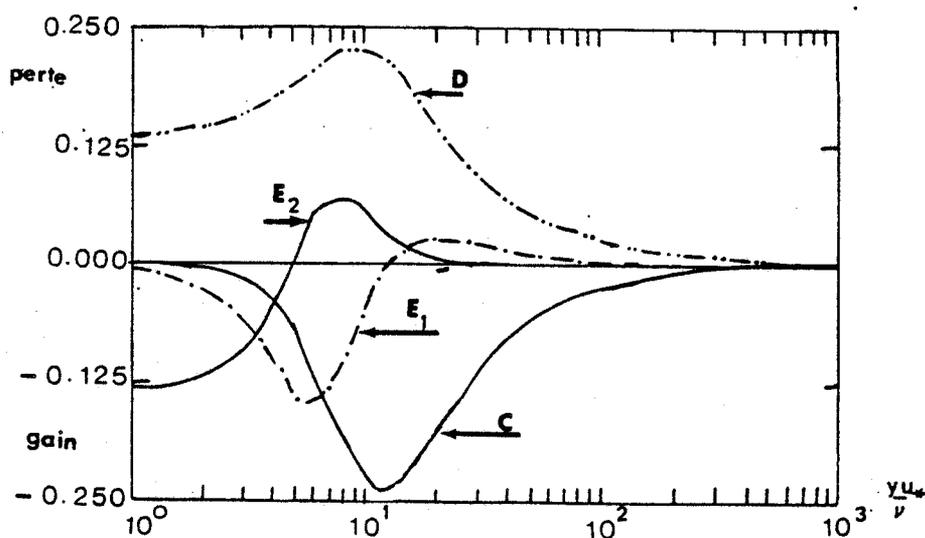


Fig. I-3

I.2.2. - EQUATIONS RELATIVES AUX ECOULEMENTS TURBULENTS BIDIMENSIONNELS EN MOYENNE.

Appliquons les équations du mouvement, établies ci-dessus au cas des écoulements turbulents bidimensionnels.

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial y} \right) \quad (I.6)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}'^2}{\partial y} \right) \quad (I.7)$$

$$0 = \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}'w'}{\partial y} \quad (I.8)$$

$$0 = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \quad (I.9)$$

L'équation (I.8) étant disjointe, nous la laisserons de côté.

Les équations ci-dessous sont compliquées. Il est intéressant de rechercher des formes approchées qui ne retiennent que les termes prépondérants. L'approximation classique de couche limite consiste à remplacer l'ancien système par les équations suivantes :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial y} \quad (I.10)$$

$$0 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}'^2}{\partial y} \quad (I.11)$$

$$0 = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \quad (I.12)$$

Intégrons l'équation (I.11) de y à δ . Il vient :

$$-\bar{p} = -(\rho \nu \bar{v}'^2 + \bar{p}_\delta) + \rho \bar{v}'^2 \quad (I.13)$$

On définit la contrainte moyenne par :

$$\tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \bar{u}'v' \quad (I.14)$$

Intégrons I.10 en utilisant les conditions limites suivantes :

$$\bar{u}_{y=\delta} = \bar{U} ; \tau_{y=\delta} = 0 ; \tau_{y=0} = \tau_0 ; \bar{v}_{y=0} = 0 ; \bar{v}_{y=\delta} = 0 \quad (I.15)$$

Il vient :

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \frac{\delta}{\rho} \frac{d}{dx} (\bar{p}_\delta + \rho \nu \bar{v}'^2) - \int_0^\delta \frac{d}{dx} (\bar{u}'^2 - \bar{v}'^2) dy + \frac{d}{dx} \bar{U}^2 \int_0^\delta \frac{\bar{u}}{\bar{U}} \left(1 - \frac{\bar{u}}{\bar{U}}\right) dy - \frac{d\bar{U}}{dx} \int_0^\delta \bar{u} dy \quad (I.16)$$

En présence d'un écoulement extérieur, nous pouvons utiliser l'équation de Bernoulli pour lier la vitesse et la pression extérieure à la couche limite.

$$\bar{p}_\delta + \frac{1}{2} \rho \bar{U}^2 = \text{cte}$$

$$\frac{d\bar{p}_\delta}{dx} = -\rho \bar{U} \frac{d\bar{U}}{dx}$$

L'équation (I-18) peut s'exprimer en fonction des quantités qui caractérisent la couche limite que nous définissons :

- Epaisseur de déplacement δ_1

Elle représente la distance dont il faudrait déplacer la paroi pour que le débit à travers la couche limite soit égale au débit en fluide parfait.

$$\delta_1 = \int_0^{y \geq \delta} \left(1 - \frac{\bar{u}}{\bar{U}}\right) dy$$

- Epaisseur de quantité de mouvement δ_2

Elle mesure la perte de quantité de mouvement due à la couche limite, relativement à l'écoulement extérieur :

$$\delta_2 = \int_0^{y \geq \delta} \frac{\bar{u}}{\bar{U}} \left(1 - \frac{\bar{u}}{\bar{U}}\right) dy$$

- Facteur de forme H

$$H = \frac{\delta_1}{\delta_2}$$

- Coefficient de frottement local cf :

$$cf = \frac{\tau_o}{\frac{1}{2}\rho \bar{U}^2}$$

A partir de ces quantités, l'équation (I-15) devient :

$$\frac{\tau_o}{\rho} = \bar{U}^2 \frac{d\delta_2}{dx} + \delta_2 (2 + H) \bar{U} \frac{d\bar{U}}{dx} - \delta \frac{d}{dx} \sqrt{v'^2} - \int_0^\delta (\bar{u}'^2 - \bar{v}'^2) dy \quad \text{(I-17)}$$

En absence d'écoulement extérieur, nous ne pouvons utiliser la relation de Bernoulli.

On intègre d'abord l'équation (I-11) de 0 à y

$$\text{Il vient } -\bar{p} = \bar{p}_0 + \overline{v'^2}$$

\bar{p}_0 est la pression à la paroi.

si U est la vitesse sur l'axe : pour y = h

Intégrons l'équation (I-10) pour y = 0 à y = h, il vient :

$$\frac{\tau_0}{\rho} = -\frac{h}{\rho} \frac{\partial \bar{p}_0}{\partial x} - \int_0^h \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'^2} - \overline{v'^2}) dy + \frac{\partial}{\partial x} (U_0^2 \delta_2) + \left(\frac{\delta_1 - h}{2}\right) \frac{dU_0^2}{dx} \quad (\text{I-18})$$

L'équation (I-18) est l'équation globale des quantités de mouvement.

On remarque, que le système d'équations (I-10) à (I-12), avec les conditions aux limites (I-15) est indéterminé, le nombre d'équations étant insuffisant.

Il doit donc être complété par des relations supplémentaires. Avant d'énumérer quelques relations de fermeture, nous abordons les caractères statistiques de la turbulence.

I.2.3 - CARACTERES STATISTIQUES DE LA TURBULENCE

I.2.3.1 - Lois de probabilité des variables aléatoires

a) Densité de probabilité du premier ordre

Lorsqu'on dépasse le nombre de Reynolds critique et si on examine l'écoulement dans la région où il est turbulent, on constate que si on réalise N expériences identiques, on trouve N champs de vitesses distincts. Le champ des vitesses n'est donc pas prévisible au sens habituel puisqu'il n'est pas possible de prévoir la valeur du vecteur vitesse en un point M pour des conditions expérimentales données.

Il est cependant plus commode de calculer des moyennes temporelles plutôt que des moyennes d'ensemble.

On a très souvent accès à l'histoire d'une grandeur sur une durée relativement longue plutôt qu'à un grand nombre de valeurs obtenues sur des réalisations différentes d'un même processus.

Le problème se pose donc de savoir si les résultats obtenus à partir de moyennes temporelles ont la même signification que les résultats obtenus à partir des moyennes d'ensemble.

Cette équivalence est réalisée dès lors que l'on a affaire à un processus dit ergodique.

On supposera dans tout ce qui suit, que l'hypothèse de l'ergodisme est toujours vérifiée, et que, par conséquent, le symbole (-) représente une moyenne temporelle.

Si u'_i est la fluctuation de la vitesse, il est cependant possible de prévoir la probabilité pour qu'une mesure donne un résultat compris entre deux valeurs voisines, soient u'_i et $u'_i + du'_i$

Cette probabilité s'écrit sous forme adimensionnelle

$$p\left(\frac{u'_i}{\sqrt{\overline{u'^2_i}}}\right) d\left(\frac{u'_i}{\sqrt{\overline{u'^2_i}}}\right)$$

La fonction $p\left(\frac{u'_i}{\sqrt{\overline{u'^2_i}}}\right)$ est la loi de probabilité et très fréquemment, cette loi est voisine de la loi normale ou loi de Gauss telle que :

$$p\left(\frac{u'_i}{\sqrt{\overline{u'^2_i}}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u'^2_i}{2\overline{u'^2_i}}\right)$$

Lorsque la loi de probabilité est gaussienne, nous avons :

$$F = \frac{\overline{u'^4_i}}{\sigma^4} = 3 \quad \text{et} \quad S = \frac{\overline{u'^3_i}}{\sigma^3} = 0 \quad \text{avec} \quad \sigma^2 = \overline{u'^2_i}$$

F est le facteur d'aplatissement et S le facteur de dissymétrie.

Les valeurs S et F permettent d'apprécier les écarts de la loi réelle par rapport à la loi normale.

b) Densité de probabilité du second ordre

Les composantes des vitesses à un instant donnée en deux points fixes de l'espace occupé par le fluide en mouvement ne sont pas en général des variables aléatoires indépendantes. Il en est de même pour les valeurs d'une même composante de la vitesse en un point fixe, prises à deux instants différents.

Pour poursuivre la description physique du mouvement turbulent, on est donc amené à introduire les lois de probabilité liées des composantes de la vitesse en un point à deux instants différents t_0 et $t_0 + t$

Soient A et B deux points fixes et deux directions x, y suivant lesquels on projette les fluctuations du vecteur vitesses u'_{1A} et u'_{2B} à l'instant t.

La probabilité pour que deux mesures simultanées de u'_{1A} et u'_{2B} donnent deux résultats inférieurs respectivement à u'_{1AO} et u'_{2BO} s'écrit :

$$\int_{-\infty}^{u'_{1AO}} \int_{-\infty}^{u'_{2BO}} p(u'_{1A}, u'_{2B}) du'_{1A} du'_{2B} = F(u'_{1AO}, u'_{2BO})$$

$p(u'_{1A}, u'_{2B})$ est la densité de probabilité bidimensionnelle des variables aléatoires u'_{1A} et u'_{2B} et F est la fonction de répartition bidimensionnelle des variables u'_{1A} et u'_{2B}

c) Corrélations

La connaissance de la fonction de répartition permet de calculer

$\overline{u'_{1A} \cdot u'_{2B}}$ qui est le moment du second ordre de u'_{1A} et u'_{2B}

A $\overline{u'_{1A} \cdot u'_{2B}}$ on associe le nombre sans dimension $R_{AB} = \frac{\overline{u'_{1A} u'_{2B}}}{\sqrt{u'_{1A}{}^2} \sqrt{u'_{2B}{}^2}}$

C'est le coefficient de corrélation entre u'_{1A} et u'_{2B} dont la valeur absolue est comprise entre 0 et 1

Si la distance entre A et B est suffisamment grande, il n'y a plus de corrélation entre les fluctuations $R_{AB} \cong 0$

On peut également définir le coefficient de corrélation dans le temps : $R = \frac{\overline{u'(t_0) \cdot u'(t_0+t)}}{\overline{u'^2}}$ obtenu par deux mesures décalées dans le temps de l'intervalle t - c'est le coefficient d'autocorrélation.

I.2.3.2 - Les échelles de turbulence

Si on examine les problèmes de turbulence, on est conduit, nous l'avons vu à introduire les aspects statistiques. L'une des manières de faire est de prendre en compte les coefficients de corrélation, par exemple $R_{11}(r)$ qui représente la liaison statistique entre deux quantités u'_{1A} distantes de r sur l'axe ox ($AB = r$).

Il est possible de montrer que les mouvements turbulents sont essentiellement tourbillonnaires. Si autour d'un point donné tel que A, il existait un tourbillon parfaitement déterminé de rayon λ_{11} , le coefficient de corrélation serait égal à 1 pour $r < \lambda_{11}$ et égal à 0 pour $r > \lambda_{11}$.

En réalité, la corrélation n'est pas aussi absolue. Mais en prenant pour λ_{11} la "moyenne" de r, on obtient un ordre de grandeur du rayon du tourbillon. C'est ce qu'on appelle l'échelle intégrale de turbulence : $\lambda_{11} = \int_0^{\infty} R_{11}(r) dr$

λ_{11} est une moyenne statistique.

La notion d'échelle intégrale permet une analyse globale de la taille des tourbillons.

On peut également définir une échelle intégrale de temps à partir de la courbe d'autocorrélation.

Les échelles intégrales ne sont pas les seules qui aient été définies, beaucoup d'autres ont été utilisées.

Nous avons schématisé Fig (I-4) la position relative des échelles couramment utilisées, ces échelles sont classés en deux catégories :

- les "micro-échelles" de turbulence ;
- les "macro-échelles" de turbulence ;

Nous avons représenté une des micro-échelles, celle de Taylor obtenue en développant la fonction de corrélation au voisinage de A.

$$R = 1 + \left(\frac{\partial R}{\partial r}\right) r + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2}\right) r^2 + \dots$$

En ne conservant que le terme du 2ème degré, celui du premier degré étant nul, c'est-à-dire, en approchant la courbe de corrélation par la parabole osculatrice en A, on peut écrire :

$$R \cong 1 - \left(\frac{r}{\lambda_T}\right)^2$$

λ_T est l'échelle de Taylor, représentée (Fig I-4 par l'intersection de la parabole osculatrice avec $R = 0$).

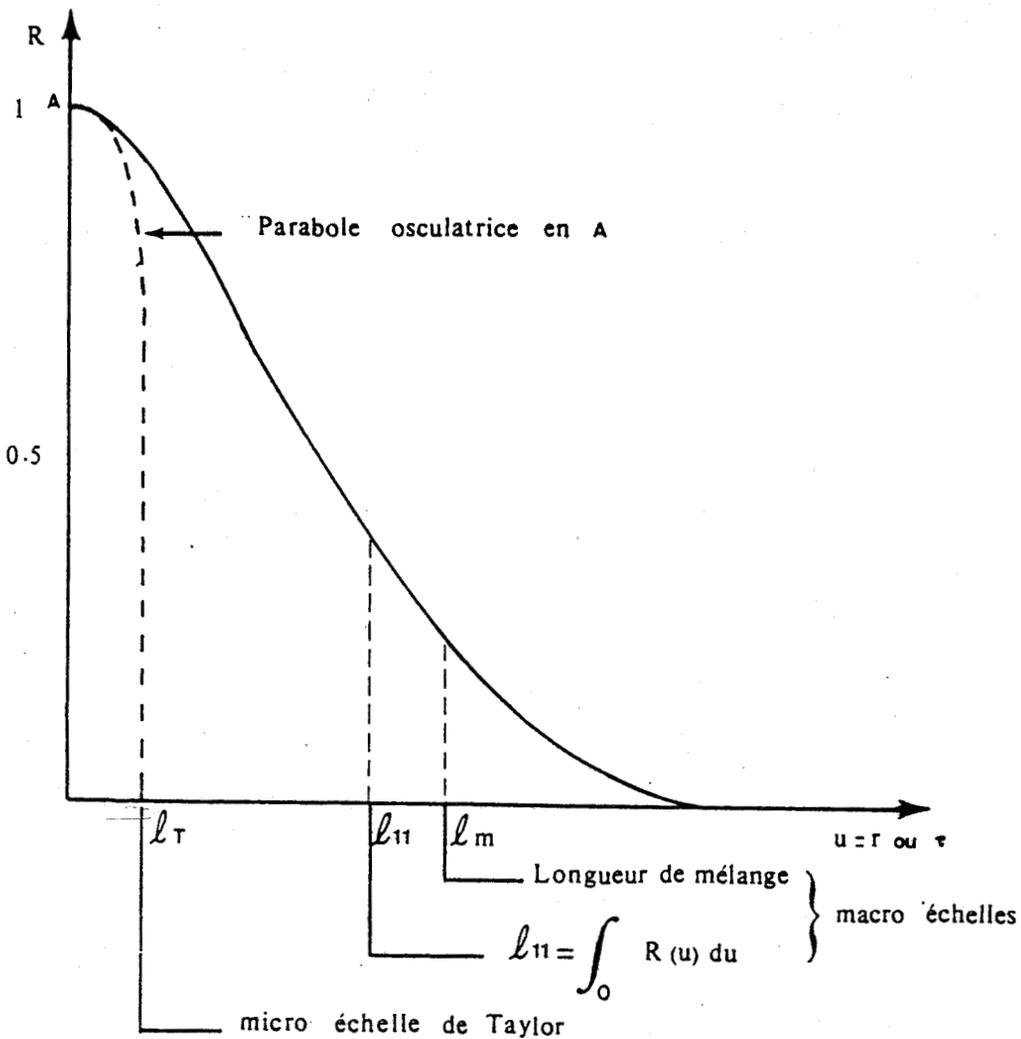


Fig I-4

- Cas particulier de la turbulence homogène et isotrope.

Il est intéressant d'introduire un cas particulier de la turbulence, celui-ci constitue souvent un schéma acceptable de la réalité, permettant de prévoir des ordres de grandeur.

Ce cas particulier est celui de la turbulence homogène et isotrope.

On dit que la turbulence est homogène lorsque les moyennes ne dépendent pas des coordonnées et lorsque le tenseur des corrélations ne dépend que du vecteur AB et non pas séparément de A et de B.

La turbulence est isotrope lorsque les moyennes ne sont pas modifiées par une rotation ou un changement de direction des axes de référence.

Avec ces hypothèses, on peut montrer que le tenseur des moments $\overline{u_i A u_j B}$ s'exprime à l'aide de deux fonctions réduites $f(r)$ et $g(r)$ telles que $\frac{\overline{u_{1A} u_{1B}}}{\overline{u^2}} = f(r)$ et $\frac{\overline{u_{2A} u_{2B}}}{\overline{u^2}} = g(r)$

Lorsque le fluide a une masse volumique constante, les fonctions $f(r)$ et $g(r)$ sont liées par la relation :

$$f(r) + \frac{r}{2} \frac{\partial f}{\partial r} = g(r)$$

$f(r)$ et $g(r)$ permettent d'introduire deux échelles intégrales de la turbulence homogène et isotrope :

$$L_f = \int_0^\infty f(r) dr, \quad L_g = \int_0^\infty g(r) dr$$

Pour un fluide isovolume on a la relation :

$$L_f = 2 L_g$$

$f(r)$ et $g(r)$ conduisent à 2 micro-échelles λ_f et λ_g telle que :

$$\frac{1}{\lambda_f^2} = \frac{1}{2\overline{u^2}} \left(\overline{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}} \right)^2 ; \quad \frac{1}{\lambda_g^2} = \frac{1}{2\overline{u^2}} \left(\overline{\frac{\partial u_2}{\partial x_1}} \right)^2$$

En introduisant ces longueurs λ_f et λ_g les développements en série de Taylor des fonctions $f(r)$ et $g(r)$ conduisent aux relations :

$$\begin{aligned} + \lambda_f &= 2 \lambda_g \\ \text{et } + 2 \left(\overline{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}} \right)^2 &= \left(\overline{\frac{\partial u_2}{\partial x_1}} \right)^2 \end{aligned}$$

Dans le cas de la turbulence homogène et isotrope, on peut également établir que l'énergie cinétique de la turbulence décroît comme : $\exp \left\{ -10\nu t / \lambda_g^2 \right\}$

Par exemple pour l'air ($\nu = 10^{-6}$) l'énergie cinétique décroît comme

$$\exp \left\{ - 10^5 \frac{t}{\lambda_g^2} \right\}$$

Interprétation :

Au bout d'une seconde :

- pour un tourbillon dont la micro-échelle λ_g est égale à 1 mm : 99.995 % de l'énergie cinétique de la turbulence a déjà été perdu.
- pour un tourbillon dont la micro-échelle est égale à 1 cm, ce n'est que 9.5 % de l'énergie cinétique de turbulence qui a été perdu.

Ceci souligne un point très important. La très faible durée de vie des petits tourbillons. Ceci conduit également à se poser des questions sur la manière dont évoluent les tourbillons.

I.2.3.3 - Structure des gros tourbillons

On peut déterminer aisément certaines propriétés des gros tourbillons en analysant les tronçons des courbes de corrélation $R_{ij}(r)$ relatives aux grandes valeurs de r .

Townsend (1951 et 1956) est le premier à avoir proposé un modèle tourbillonnaire.

La première analyse n'est basée que sur les résultats expérimentaux de Laufer (1951) relatifs aux coefficients de corrélation entre les fluctuations longitudinales $R_{11}(0, r, 0)$ et $R_{11}(0, 0, r)$ décroissent lorsque r croît, beaucoup vite que $R_{11}(r, 0, 0)$.

Townsend propose alors l'existence de tourbillons qui auraient la forme de long cylindres circulaires d'axe parallèle à ox dont le vecteur vorticité serait dirigé suivant l'axe principal de dilatation de la déformation moyenne. Les lignes de courant seraient ainsi contenues dans des plans à 45  de la vitesse moyenne. Au voisinage de la paroi, les tourbillons allongés suivant ox auraient approximativement tous même diamètre et seraient plaqués contre la paroi.

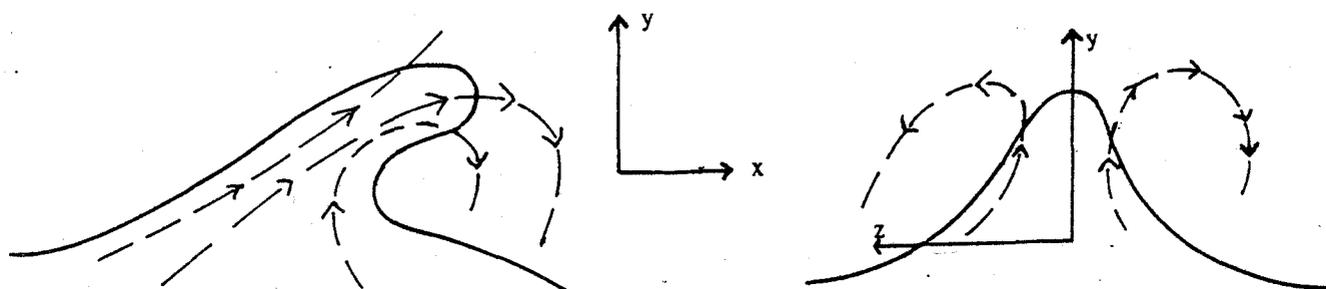
Dans la région extérieure à la couche limite, les axes des tourbillons seraient situés, comme dans le cas des sillages, à une distance de la paroi fixée par la valeur $\frac{x}{D}$ de la section considérée.

La deuxième analyse s'appuie sur une étude expérimentale plus complète des corrélations. Grant   tracé les 9 courbes

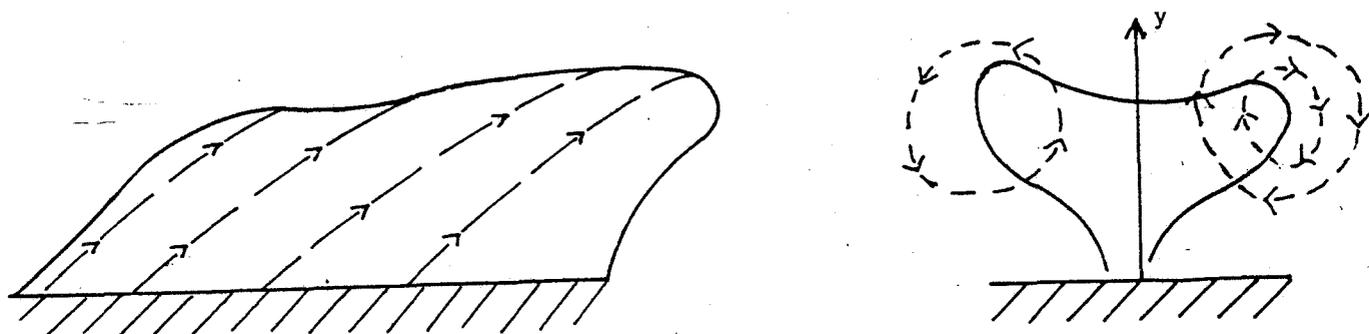
$$R_{ii}(r, 0, 0) ; R_{ii}(0, r, 0) ; R_{ii}(0, 0, r)$$

à plusieurs distances de la paroi, et attache beaucoup d'importance au signe de R_{ii} pour r grand, ce qui permet de préciser si les composantes u_i de la vitesse en deux points distants de r , appartenant au même modèle tourbillonnaire, sont ou non, de même sens. Le modèle que Grant propose, en rapprochant encore l'écoulement dans la région extérieure de la couche limite de celui qui existe dans un sillage est alors le suivant : (voir Fig. I-5)

Il existerait des jets prenant naissance à l'intérieur de la couche limite et émergeant dans le fluide extérieur ; à cause du gradient de vitesse moyenne, les lignes de courant des jets seraient inclinées vers les x positifs. Du schéma de Townsend, il subsiste l'idée d'une série de jets bidimensionnels selon ox et issus du film visqueux, leur naissance pouvant être déclenchée par des perturbations de l'écoulement extérieur, ce qui permettrait d'exprimer le fait que la dimension des jets selon ox , soit sans rapport avec la distance y à la paroi.



a) Région extérieure



b) Voisinage de la paroi
structure des très gros tourbillons
d'après Townsend (1957) et Grant (1958)

FIG. I-5

I.2.3.4 - Distribution spectrale d'énergie

La description cinématique d'un écoulement turbulent à l'aide de corrélations n'est qu'un aspect d'une représentation plus générale du champ des vitesses suivant laquelle on exprime les 3 composantes de la vitesse sous forme d'intégrales de Fourier à 4 variables x_i et t .

Une fluctuation turbulente peut être décomposée en une somme de perturbations sinusoïdales élémentaires dont chacune a une certaine amplitude et une certaine fréquence. L'énergie totale empruntée par le mouvement d'agitation au mouvement moyen peut elle-même être considérée comme la somme des énergies relatives à ces perturbations élémentaires, il est intéressant de connaître la contribution énergétique de chacune de ces perturbations.

Expérimentalement, les mesures anémométriques permettent de les distinguer en intercalant dans le circuit des filtres séparant les fluctuations en une série de bandes limitées par les fréquences n et $n + dn$.

On mesure de cette façon l'énergie contenue entre les fréquences n et $n + dn$ et la fraction f de l'énergie totale qu'elle représente.

$F(n)$ est la distribution spectrale d'énergie. La fonction spectrale normalisée est :

$$f_i(n) = \frac{F_i(n)}{u_i^2} \quad \text{avec} \quad \int_0^{\infty} f_i(n) dn = 1$$

On constate expérimentalement, que l'énergie du mouvement d'agitation est surtout empruntée par les faibles fréquences.

Si n augmente, $F(n)$ décroît en $n^{-5/3}$ et pour les très grandes valeurs de n , $F(n)$ décroît en n^{-7} pour un nombre de Reynolds de la turbulence infini.

Le nombre de Reynolds est défini comme suit :

$$\frac{\sqrt{u'^2} \cdot \lambda}{\nu} \quad \text{où } \lambda \text{ est la micro-échelle longitudinale.}$$

I.2.4 - MODELES DE TURBULENCE

I.2.4.1 - Fermeture par relations algébriques

L'étude faite ci-dessus montre que dans la couche limite, le terme $\overline{\rho u'v'}$ lié au tenseur de Reynolds joue un rôle important.

Prandtl a développé une théorie dite "de longueur de mélange" basée sur l'idée que les échanges de masse et de quantité de mouvement sont dûs à un mouvement turbulent aléatoire analogue à celui des molécules en théorie cinétique des gaz, avec toutefois cette différence qu'il ne s'agit plus de molécules séparées, mais du mouvement aléatoire d'ensemble macroscopique de particules d'un milieu continu. La longueur de mélange l joue, dans cette analogie, le rôle d'un libre parcours moyen des molécules en théorie cinétique des gaz et permet à Prandtl d'obtenir une expression - $\overline{\rho u'v'}$ sous la forme :

$$\tau = -\overline{\rho u'v'} = \rho l^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (\text{I-20})$$

Cette hypothèse permet alors de fermer les équations de la couche limite turbulente et elle a permis dans un grand nombre d'exemples d'obtenir des profils de vitesse turbulents assez conformes à ceux indiqués par l'expérience.

Notons que l n'est pas nécessairement constant et qu'on peut améliorer la description par un choix convenable de la loi $l(y)$, en particulier, $l = ky$ près de la paroi.

Von Kármán se basant sur la similitude des mouvements turbulents a obtenu la relation semi-empirique :

$$-\overline{\rho u'v'} = \rho \gamma^2 \frac{(\partial \bar{u} / \partial y)^4}{(\partial^2 \bar{u} / \partial y^2)^2} \quad (\text{I-21})$$

où γ est une constante.

I.2.4.2 - Fermeture par une équation supplémentaire de transport

Dans les schémas de turbulence que nous avons cités ci-dessus, les formes de tensions de Reynolds s'annulent lorsque $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ s'annule, ce qui est contredit par certaines études expérimentales.

Afin d'améliorer cette situation, des méthodes ont été développées où l'on introduit au moins une équation de transport pour tenir compte du passé de l'écoulement.

Le tenseur de cisaillement de Reynolds a six composantes différentes, de sorte que la fermeture nécessite six équations de transport additionnelles.

Même dans le cas d'un écoulement par droites quasi-parallèles, il est nécessaire d'introduire quatre équations supplémentaires, celles relatives à $\overline{u'^2}$, $\overline{v'^2}$, $\overline{w'^2}$ et $\overline{u'v'}$.

En remarquant que pour certains écoulements cisailés quasi-parallèles (particulièrement les couches limites) les tensions de Reynolds ne changent pas de signe, l'hypothèse suivant laquelle la tension de Reynolds est proportionnelle à l'énergie cinétique de la turbulence est raisonnable :

$$\overline{u'v'} = a_1 \overline{q^2} \quad (\text{I-22})$$

où a_1 est une grandeur non dimensionnelle, constante où pouvant varier très lentement avec y/δ .

En vertu d'une telle hypothèse, on peut utiliser une seule équation de transport supplémentaire, l'équation de l'énergie et la fermeture est effectuée en "modelant" le terme d'ordre élevé dans (I-5).

L'idée générale a été d'abord proposée par Prandtl (1945), puis elle a été développée par Bradshaw [37].

Pour le cas d'un écoulement cisailé quasi-parallèle stationnaire et bidimensionnel :

$$u = U ; v = V \ll u ; w = 0$$

$$-\overline{u'v'} = \frac{\tau}{\rho} = u_*^2$$

d'où l'équation pour les tensions de Reynolds, $\overline{u'v'} = a_1 \overline{q^2}$

$$\frac{U}{\partial x} \left(\frac{u_*^2}{2a_1} \right) + \frac{v}{\partial y} \left(\frac{u_*^2}{2a_1} \right) + u_*^2 \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{u_*^3}{L} + u_*^2 \max \frac{\partial}{\partial y} (Gu_*^2) = 0 \quad (\text{I-23})$$

a_1 est une constante.

$L = L(y/\delta)$ longueur de mélange

la diffusion turbulente a été approchée par

$$\overline{(q^2/2 - p/\rho) v} = u_* \max G(y/\delta)$$

Pour la dissipation, l'approximation des grands nombres de Reynolds a été utilisée :

$$\epsilon = \frac{u_*^3}{L}$$

I.2.4.3 - Fermeture par plusieurs équations de transport

Les fermetures avec une seule équation de transport ont un défaut important, car on doit utiliser des hypothèses additionnelles adéquates portant sur la longueur L qui contrôle la dissipation totale. L dépend de la structure spatiale de la turbulence qui n'est décrite correctement que par les statistiques en deux points.

Compte tenu du fait que la dissipation totale est, au moins en principe, une fonction liée à un point, une équation de transport peut-être écrite pour modeler la dissipation.

Spalding et ses collaborateurs (1970-1972) ont développé les fermetures avec deux équations de transport.

Les deux équations sont écrites pour \bar{q}^2 et $\bar{q}^2 L$ dans un écoulement de type couche limite stationnaire et quasi-parallèle, soit :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial y} = \nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 - C_D \frac{(\bar{q}^2)^{3/2}}{L} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial y} \right) \quad (I-24)$$

$$\bar{u} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{q}^2 L) + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} (\bar{q}^2 L) = C_p L \nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 - C_M (\bar{q}^2)^{3/2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_{kL}} \frac{\partial}{\partial y} (\bar{q}^2 L) \right) \quad (I-25)$$

Complétées par l'expression de la tension de Reynolds $\overline{u'v'} = \nu_T \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$

où la viscosité de la turbulence est donnée par : $\nu_T = (\bar{q}^2)^{1/2} L$

C_D ; C_p ; C_k ; C_{kL} ; σ_k ; σ_{kL} sont des constantes non dimensionnelles C_M est une fonction non dimensionnelle.

Certains auteurs ont développé les fermetures avec trois équations de transport. En particulier, Rotta [20] a proposé un système de trois équations pour \bar{q}^2 ; $\bar{q}^2 L$ et $\overline{u'v'}$; de sorte qu'il ne soit plus nécessaire de s'appuyer sur des hypothèses de viscosité de la turbulence.

La méthode a été perfectionnée par Hanjalic et Launder [38]. Ils ont proposé un schéma à sept équations : une pour chaque tension de Reynolds et une supplémentaire pour la dissipation totale. Pour les écoulements parallèles, ils ont proposé un système simplifié avec trois variables : une pour la tension de Reynolds, $\tau = -\overline{u'v'}$, une pour l'énergie cinétique $k = \bar{q}^2/L$ et une pour la dissipation visqueuse.

$$\frac{D\tau}{Dt} = - 2.8 \left(\frac{\epsilon}{k} \tau - 0.07 K \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) + C_s \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial \tau}{\partial y} \right) \quad (I-26)$$

$$\frac{Dk}{Dt} = \tau \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \epsilon + 0.8 C_s \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial k}{\partial y} \right) \quad (I-27)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = - C_1 \frac{\tau}{k} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \frac{C_2 \epsilon^2}{k} + 0.5 C_\epsilon \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) \quad (I-28)$$

A partir des données expérimentales, on suggère : $C_s = 0.08$

$C_1 = 1.45$; $C_2 = 2.0$; $C_\epsilon = 0.13$

I.2.4.3 - Fermeture de l'équation de l'énergie spectrale

Les quelques modèles que nous venons d'énumérer permettent le

calcul du comportement des écoulements turbulents à partir de théories basées sur les statistiques en un point.

Par ailleurs, l'inconvénient de la description par statistiques en un point est son manque d'information directe sur la structure spatiale des fluctuations turbulentes.

Les corrélations en deux points, où les spectres qui leur sont équivalents spécifient statistiquement la structure spatiale du champs des fluctuations, mais actuellement, l'appareil mathématique apparaît compliqué, à moins que l'homogénéité statistique puisse être supposée.

Pour cette raison, les théories existantes en deux points furent développées pour la turbulence homogène et dans la plupart des cas, les résultats ont été donnés explicitement seulement pour la turbulence isotrope en plus de son homogénéité.

Les équations aux corrélations en deux points sont obtenues à partir des équations de Navier-Stokes.

Si on suppose que la turbulence est incompressible, homogène et isotrope, on obtient l'équation appelée équation de Von Kármán-Howarth (1939).

$$\frac{\partial u_0^2 f}{\partial t} + 2u_0^3 \left(\frac{\partial h}{\partial r} + \frac{4h}{r} \right) - 2\nu u_0^2 \left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{4}{r} \frac{\partial f}{\partial r} \right) = 0 \quad (\text{I-29})$$

Le premier terme est la dérivée première de la corrélation double (f) par rapport au temps et le second terme est une dérivée spatiale de la corrélation triple correspondant au terme de convection non linéaire de l'équation de Navier-Stokes.

L'équation (I-29), moyennant des simplifications préalables, peut être transformée en une équation spectrale de la forme

$$\frac{\partial E(k,t)}{\partial t} - T(k,t) + 2\nu k^2 E(k,t) = 0 \quad (\text{I-30})$$

k est le nombre d'ondes

E est le spectre tridimensionnel.

T(k,t) est le terme de transfert d'énergie.

L'équation ci-dessus, est bien sûr insuffisante pour résoudre E(k,t). Il faut donc trouver des fermetures.

La fermeture des équations d'énergie spectrale (I-29) a été proposée par plusieurs auteurs : Heisenberg (1948), Obukhov (1941), Kovasznay (1948), Corrsin (1964), Pao (1965).

Elles reposent toutes sur le principe que la fonction de transfert $T(k,t)$ passe, pour les valeurs croissantes de k , des valeurs négatives aux valeurs positives, et représente le gain ou la perte nette d'énergie, pour une valeur particulière du nombre d'ondes dû au transfert vers les autres nombres d'ondes.

L'hypothèse essentielle dans tous les schémas de fermeture de ce type est :

$$S(k,t) = F \{E(k,t)\} = - \int_0^k T(k',t) dk'$$

Elle nécessite que S soit une fonctionnelle de la fonction complète $E(k,t)$ mais seulement au même instant.

CHAPITRE II

ANALYSE DES RÉSULTATS THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTAUX

II.1. - LES DIFFÉRENTES REPRÉSENTATIONS DU PROFIL DES VITESSES.

Selon la distance à la paroi, on distingue différentes régions dans une couche limite.

II.1.1. - Sous-couche visqueuse

Près de la paroi, les contraintes turbulentes sont négligeables. Dans cette région adjacente à la paroi, les efforts visqueux sont prépondérants :

τ est donné par :

$$\tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (\text{II.1})$$

Et ne varie pas en fonction de y . Par conséquent, en tout point de la sous-couche visqueuse, le frottement τ est égal à τ_0 , valeur à la paroi.

Par intégration :

$$\bar{u} = \frac{\tau_0}{\rho} \frac{y}{\nu}$$

La vitesse varie linéairement en fonction de y .

En prenant comme vitesse de référence $u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$, appelée vitesse de frottement, le profil des vitesses obéit à la loi de paroi :

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{y}{\nu} \frac{u_*}{u_*}$$

Cette équation caractérise ce qu'on appelle la sous-couche visqueuse. Cette relation est vérifiée expérimentalement tant que $\frac{u_* y}{\nu} < 5$

II.1.2. - Loi logarithmique

- Loi de paroi

La sous-couche visqueuse est caractérisée par un frottement constant et un profil linéaire de vitesse. Au-delà de $y \frac{u_*}{\nu} > 5$ la contribution des contraintes turbulentes n'est plus négligeable.

$$\tau_0 = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'}$$

Dans cette zone, la vitesse moyenne dépendra de τ_0 , ρ , μ et y . La loi de paroi ne fait pas intervenir la vitesse extérieure \bar{U} , elle est indépendante du gradient de pression longitudinal. L'analyse dimensionnelle fournit la forme de la loi :

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = f \left(y \frac{u_*}{\nu} \right)$$

- Loi de vitesse déficitaire

Elle exprime le raccordement entre la paroi et l'écoulement extérieur, il existe donc une relation : $\bar{u} - \bar{U} = J(\tau_0, \mu, \rho, \delta, y)$ dont la forme sans dimension est

$$\frac{\bar{U} - \bar{u}}{u_*} = g \left(y/\delta, \frac{u_*}{\bar{U}} \right) \quad (\text{paroi lisse})$$

Cette loi de similitude, appelée loi de vitesse déficitaire sera particulièrement utile dans la zone où l'effet direct de la viscosité est négligeable, c'est-à-dire loin de la paroi.

La loi déficitaire dépend des conditions extérieures et par conséquent des gradients de pression.

- Zone de recouvrement.

Si l'on suppose qu'il existe une région de recouvrement satisfaisant à la loi de paroi et à la loi de vitesse déficitaire. alors on a simultanément

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = f \left(y \frac{u_*}{\nu} \right) \quad (\text{II.2})$$

$$\frac{\bar{U} - \bar{u}}{u_*} = g \left(y/\delta, \frac{u_*}{\bar{U}} \right)$$

$$\text{De là } \frac{\bar{U}}{u_*} = g \left(y/\delta, \frac{u_*}{\bar{U}} \right) + f \left(y \frac{u_*}{\nu} \right)$$

Mais $\frac{\bar{U}}{u_*}$ est une fonction de x seulement. Les seules fonctions g et f solution de (II.2) sont des fonctions logarithmiques.

On en déduit :

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{k} \log \frac{yu_*}{\nu} + C_1 \quad (\text{II.3})$$

$$\frac{\bar{U} - \bar{u}}{u_*} = -\frac{1}{k} \log (y/\delta) + C_2 \left(\frac{u_*}{\bar{U}} \right) \quad (\text{II.4})$$

L'expression (II.3) est la loi logarithmique universelle de paroi.

Les travaux expérimentaux de nombreux auteurs ont montré que la forme (II.3) est en général satisfaite dans une certaine région de la couche limite. Sa validité dépendra de la configuration de l'écoulement, de la

présence d'un gradient de pression adverse extérieure et de la façon dont les mesures sont prises. Il y a donc une dispersion appréciable dans les valeurs données par les différents auteurs, ainsi que le montrent ces exemples.

Année	Auteurs	1/k	C ₁
1950	LAUFER (18)	6.7	6.0
1954	CLAUSER (39)	5.6	4.0
1956	ESKINAZI et YEM(40)	5.0	6.5

La dispersion des constantes pose un problème : celui de la détermination du frottement pariétal.

II.1.3. - Loi puissance.

Les profils de vitesses peuvent être représentés avec une bonne approximation par une loi puissance de la forme

$$\frac{\bar{u}}{U} = \left(\frac{y}{R}\right)^{1/n} \text{ pour les tubes}$$

$$\frac{\bar{u}}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/n} \text{ pour les plaques}$$

n dépend du nombre de REYNOLDS de l'écoulement.

Notons que cette loi ne peut être retenue au voisinage de la paroi, n = 7 est une valeur moyenne couramment utilisée

A partir de cette représentation, on peut, d'après la définition des grandeurs intégrales, établir ces relations :

$$\frac{\delta_1}{\delta} = \frac{1}{n+1} \quad \frac{\delta_2}{\delta} = \frac{n}{(n+1)(n+2)}$$

$$H = \frac{n+2}{n} \quad n = \frac{2}{H-1}$$

II.2. - FROTTEMENT

II.2.1. - Frottement à partir des lois logarithmiques.

A partir des relations (II.3) et (II.4) on élimine la vitesse \bar{u} et y :
ainsi on aboutit à la relation pour le frottement

$$\sqrt{\frac{2}{cf}} = \frac{1}{k} \log \left(R_\delta \sqrt{\frac{cf}{2}} \right) + \text{cste} \quad (\text{II.5})$$

Ceci n'est vrai que si cette loi est valable jusque $y = \delta$.

- Cas des conduites cylindriques.

A partir de la loi de paroi de NIKURADSE :

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 5,75 \log \left(\frac{y u_*}{\nu} \right) + 5,5$$

On obtient le frottement pour les conduites cylindriques :

$$\frac{1}{\sqrt{cf}} = 4,06 \log \left(\frac{\bar{u} R}{\nu} \sqrt{cf} \right) + 3,28 \quad (\text{II.6})$$

- Cas des plaques planes.

Le coefficient de frottement local en fonction de $R\delta_2$, d'après CLAUSER s'écrit :

$$\frac{1}{\sqrt{cf}} = 3,96 \log \left(\frac{R\delta_2}{1-6,1 \sqrt{cf}} \right) + 3,04 \quad (\text{II.7})$$

II.2.2. Frottement à partir des lois puissance

La loi de BLASIUS, obtenue à partir des mesures de perte de charge en écoulement établi dans des conduites cylindriques lisses exprime le coefficient de perte de charge en fonction du nombre de REYNOLDS par la formule :

$$\lambda = 0,316 (R_D)^{-1/4} \quad \text{avec } R_D = \frac{V D}{\nu}$$

En adoptant un profil en puissance $n = 7$ compatible avec λ on obtient :

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 8,74 \left(\frac{y u_*}{\nu} \right)^{1/7} \quad (\text{II.8})$$

Pour la plaque plane, on obtient ($\bar{u} = \bar{U}$ pour $y = \delta$)

$$cf = 0,0464 (R_\delta)^{-1/4} \quad \text{avec } R_\delta = \frac{\bar{U} \delta}{\nu}$$

II.3 - ANALYSE DES TRAVAUX ANTERIEURS RELATIFS AUX ECOULEMENTS EN CONDUITE.

Durant les trois dernières décades, l'écoulement turbulent dans une conduite a fait l'objet de nombreuses recherches :

LAUFER (18), COMTE BELLOT (1), ZARIC (33).

Cependant, les résultats, en particulier au voisinage de la paroi ($y \frac{u_*}{\nu} < 5$) se révèlent être différents d'un auteur à un autre.

ZARIC (1972) a montré que les écarts entre les mesures des fluctuations de vitesse près de la paroi, ne peuvent être attribués uniquement aux effets du nombre de REYNOLDS. Dans la plupart des études antérieures à 1970, on utilisait des signaux anémométriques non linéarisés, donnant ainsi des résultats parfois douteux, malgré certaines corrections

proposées.

Nous rappelons pour commencer les résultats purement expérimentaux relatifs aux conduites, ensuite, nous donnons un bref aperçu des résultats analytiques et numériques existants.

1) BARBIN et JONES (4) effectuent des mesures de vitesses moyennes, d'intensités de turbulence, de tensions de REYNOLDS dans la longueur d'entrée d'un tube lisse circulaire pour un nombre de REYNOLDS $R_D = 388\ 000$. La couche limite est turbulente dès l'entrée.

L'écoulement établi n'est pas atteint dans l'installation longue de $40.5 D$, les vitesses, les intensités de turbulence varient encore à cette distance bien que les couches limites se soient rejointes.

Les profils des vitesses varient d'un profil quasi uniforme à la première station de mesure vers un profil caractéristique de l'écoulement établi. La vitesse moyenne sur l'axe du tube varie linéairement à partir de $15 D$ pour devenir constante à partir de $38 D$.

Le coefficient de pression statique $\frac{\bar{P} - P_0}{\rho V_0^2}$ décroît linéairement à partir de $15 D$ de l'entrée.

Le frottement pariétal obtenu à partir du gradient de pression atteint une valeur constante dans les quinze premiers diamètres.

2)- COMTE BELLOT (1) a étudié les problèmes essentiels des écoulements turbulents dans un canal de section rectangulaire aux trois nombres de REYNOLDS relatifs à la demi-hauteur de la veine.

$$R_h = \frac{\bar{V}_h h}{\nu} = 57000, 120000, 230000, \text{ et à différentes distances } x \\ \left(40 < \frac{x}{h} < 120 \right).$$

Les principaux résultats concernant l'établissement du régime sont les suivants :

Les profils de vitesses moyennes sont identiques aux deux dernières sections $\frac{x}{h} = 108$ et 118 .

COMTE BELLOT a considéré que le régime est établi à partir de $\frac{x}{h} = 118$.

La représentation des profils des vitesses de $\frac{x}{h} = 118$ aux trois

nombres de REYNOLDS sous la forme

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = A \log \left(\frac{y u_*}{\nu} \right) + C_1$$

et
$$\frac{\bar{u} - U_0}{u_*} = A \text{Log} (y/h) + C_2$$

montre une variation linéaire dans la région

$$y \frac{u_*}{\nu} > 25, \quad \frac{y}{h} < 0.2$$

avec les coefficients A_1 , C_1 , C_2 ayant les valeurs suivantes :

R_e	A	C_1	C_2
57 000	6.2	5.9	0.5
120 000	6.2	4.5	0.5
230 000	6.3	6.0	1.0

Les distributions d'intensités de turbulence représentées en fonction de y/h pour $40 < x/h < 122$ indiquent que ces intensités croissent en fonction de x/h .

La distribution de la contrainte de cisaillement turbulente $\overline{u'v'}$ dans la section $x/h = 118$ aux trois nombres de REYNOLDS n'est qu'approximativement linéaire.

COMTE BELLOT mesure les quantités $S_e = \frac{\bar{e}^3}{(\bar{e}^2)^{1.5}}$ et $Fe = \frac{\bar{e}^4}{(\bar{e}^2)^2}$ représentant respectivement le facteur de dissymétrie et le facteur d'aplatissement de la quantité e ($e = u', v'$ ou w').

Ces coefficients se révèlent être des quantités très sensibles à l'évolution le long de la conduite, et leur interprétation fait appel à diverses notions : probabilités des différentes amplitudes, convection

d'énergie, intermittence.

Pour l'écoulement non établi, les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement se montrent très importants en valeurs absolues au voisinage de la frontière de la couche limite.

3)- PERSEN (5) examine le problème du développement du profil des vitesses moyennes dans la longueur d'entrée d'un canal rectangulaire en utilisant la loi de paroi.

Il suppose que à $x = 0$ la vitesse est uniforme à travers la largeur $2h$ du canal et égale à V_0 . A la distance x de l'entrée, la couche limite se développe et atteint une épaisseur $\delta(x)$. Le noyau central dans lequel la vitesse $\bar{U}(x)$ est constante a une épaisseur $2(h - \delta(x))$.

Il utilise la forme de la loi de paroi proposée par SPALDING

$$y^+(u^+) = u^+ + A' \left[e^{xu^+} - 1 - xu^+ - \frac{1}{2}(xu^+)^2 - \frac{1}{6}(xu^+)^3 - \frac{1}{24}(xu^+)^4 \right] \quad (\text{II.4})$$

A' et x sont des constantes pour ajuster la courbe aux résultats expérimentaux. SPALDING propose :

$$A' = 0,1108 \quad , \quad x = 0,4$$

PERSEN donne l'expression de l'équation intégrale du mouvement en fonction des nouvelles variables précédemment définies

$$G(u^+) \frac{du^+}{dx^+} + \frac{1}{\bar{U}(x)} \frac{d\bar{U}(x)}{dx} F(u^+) = \frac{1}{\nu} \bar{U}(x) \quad (\text{II.5})$$

$$\text{avec } G(u^+) = \int_0^{u^+} (u^+)^2 \frac{dy^+}{du^+} du^+$$

$$\text{et } F(u^+) = u^+ \left[u^{+2} y^+(u^+) - G(u^+) \right]$$

PERSEN définit une nouvelle variable : $x^+ = \frac{x}{h}$

Il déduit l'épaisseur de la couche $\delta(x^+)$

$$\frac{\delta(x^+)}{h} = \frac{L(u^+) + M(u^+)}{R_h + M(u^+)} \quad (\text{II.6})$$

$M(u^+)$ est égale à l'équation (II.4)

$L(u^+)$ est déduite de la même équation.

PERSEN montre que la longueur d'entrée divisée par la demi-hauteur varie linéairement avec R_h .

Le coefficient de frottement λ ramené à la vitesse moyenne est

$$\lambda = \frac{2 \tau_o}{1/2 \rho V_o^2} = 4 \frac{u_*^2}{U^2} \frac{U^2}{V_o^2} = \frac{4}{u^+} \left(1 + \frac{M(u^+)}{R_h}\right)^2 \quad (\text{II.7})$$

Des recherches récentes sur l'écoulement à l'entrée d'une conduite à section rectangulaire se révèlent être prometteuses. Ces études ont pour but de résoudre numériquement les équations de la couche limite turbulente.

4) EMERY et GESSNER (35) montrent qu'il est possible de prévoir le développement de l'écoulement entre deux plaques parallèles, en utilisant un modèle approprié.

La résolution des équations est effectuée à l'aide de la méthode des différences finies.

EMERY et GESSNER expriment la tension de REYNOLDS $\overline{u'v'}$ en fonction de la longueur de mélange l .

$$\overline{u'v'} = - l_p^2 \frac{\partial u}{\partial y} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|$$

avec $l_p = k l$

Leur calcul commence à l'entrée de la conduite.

Ils supposent que le modèle de longueur de mélange est valable pour $x > 0$ et utilisent les seules conditions $u(0,y) = u_o$ et $u(x,0) = 0$; $v'(x,0) = 0$ pour $x > 0$.

Le modèle proposé s'écrit :

$$l_p^* = \frac{2 k}{F(y^*) + k(x^*) G(y^*)} \quad (\text{II.11})$$

où $F(y^*) = 2 \left[1 - \frac{1}{(y^*)^2} \right]^{1/2} + 2 \left[1 + \frac{1}{(2-y^*)^2} \right]^{1/2}$

$$G(y^*) = \sum_{n=0}^7 C_n [1 + (y^*)^n]$$

$$K(x^*) = 1 - C_8 \cdot \left\{ 1 + \text{th} \left[c_9 (x^* - x_0^*) \right] \right\}$$

avec $x^* = x/2h$, $y^* = y/\delta$

$$l_p^* = 1/\delta \quad 0 < y/\delta < 1$$

$$l_p^* = 1(y = \delta) / \delta, \quad y/\delta > 1$$

K , x_0^* , c_0 , c_9 sont des constantes empiriques.

F , K sont des fonctions.

Dans la sous-couche visqueuse, (II.11) est remplacée par la relation de VAN DRIEST

$$l_{p,d}^* = l_p^* \left[1 - \exp(-y^+/A^+) \right] \quad (\text{II.12})$$

Compte-tenu de ce modèle, les profils de vitesse près de la paroi semblent en accord avec ceux mesurés par COMTE BELLOT et par KLEBANOFF pour des nombres de REYNOLDS respectifs

$$R_{2h} = 2.4 \cdot 10^5 \quad \text{et} \quad R_x = 4.2 \cdot 10^6$$

Cependant, les mesures effectuées par EMERY et GESSNER pour $R_{2h} = 10^5$ et $2.4 \cdot 10^5$, sont différentes des résultats déduits de leur modèle.

Ils attribuent cette différence au choix de l'origine du développement de la couche limite.

Si dans leurs hypothèses de calcul, la couche limite initiale a pour abscisse $x/2h = -3.8$ les résultats s'améliorent nettement.

CHAPITRE III

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE L'ÉTABLISSEMENT DE RÉGIME

III.1 - DESCRIPTION DU MONTAGE EXPERIMENTAL

Un schéma d'ensemble de l'installation est donné ci-après (figure III.1).

Le circuit de la soufflerie comprend essentiellement :

Un caisson filtrant, un ventilateur, un caisson de tranquillisation, un convergent primaire et une veine expérimentale. Les filtres à poussières sont composés de plusieurs couches en fibres synthétiques de densité croissante. Le média, d'épaisseur 20 mm est monté sur un cadre métallique à charnière de 495 x 495 mm. Il est maintenu par une grille côté sortie et un croissillon côté entrée.

Ces filtres, au nombre de douze, qui donnent une capacité de filtrage de $1200 \text{ m}^3/\text{h}$ sont installés dans les dièdres de sortie du caisson filtrant qui est lui-même directement fixé au ventilateur.

Le caisson filtrant est équipé à l'entrée d'un dispositif à guillotine permettant le réglage précis du débit d'air. Le ventilateur centrifuge est commandé, par l'intermédiaire de courroies trapézoïdales, par un moteur de puissance 7,5 kw tournant à 1000 tr/mn.

Une conduite coudée à 90° relie le ventilateur au caisson de tranquillisation, ce dernier est muni de nids d'abeilles en carton dont les mailles sont hexagonales. Le convergent primaire à double rayon de courbure fait office d'organe de réduction et de liaison entre la chambre de tranquillisation et le convergent.

La veine expérimentale est formée de 4 plaques identiques en

duralumin (AU4G) de 920 mm x 2000 mm et de 10 mm d'épaisseur. Ces plaques sont assemblées à des profils en U. 20 raidisseurs en forme de U sont placés à égale distance en travers de 4 plaques afin d'éviter toute flexion de celles-ci.

L'assemblage ainsi réalisé forme un caisson rectangulaire de 4 m de longueur.

20 alésages de 76 mm de diamètre sont usinés sur la partie supérieure du canal pour recevoir le support de la sonde, celui du pitot ou la balance à éléments flottants ou les obturateurs. Ces alésages sont régulièrement répartis.

Nous indiquons ci-dessous les rapports $\frac{x}{h}$ pour chaque section de mesure, x étant compté à partir de l'origine déduite des paramètres de la couche limite, jusqu'au point où l'on effectue la mesure.

Sur les plaques supérieures, des trous de prise de pression statique ont été percés de part et d'autre de chaque section de mesure.

Le contrôle de la hauteur de la veine fait apparaître de très légères différences aux différentes sections de mesure comme le montre le tableau ci-dessous.

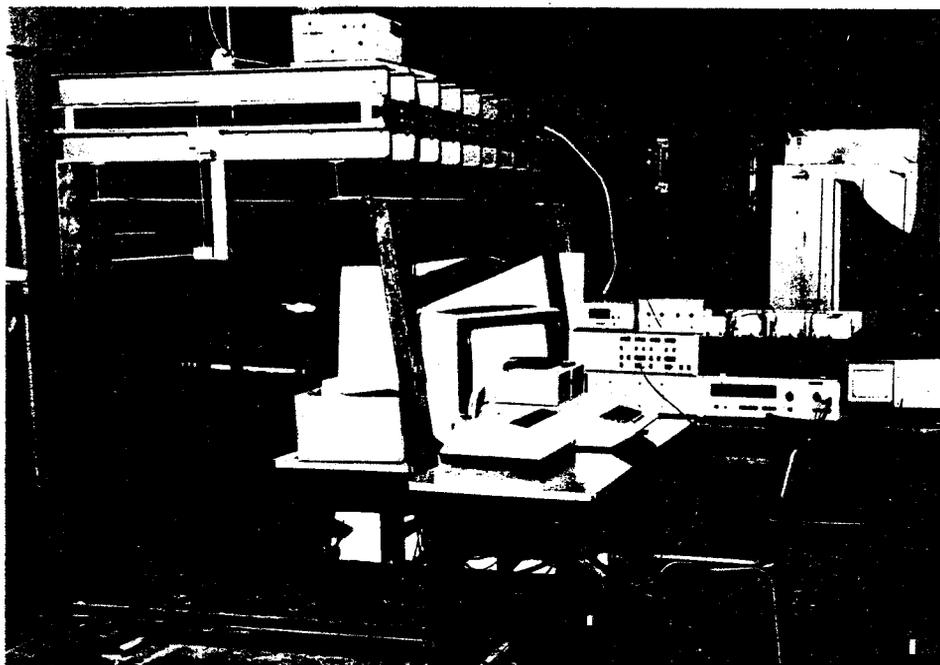
Stations de mesure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{x}{h}$ Balance	7	15	23	31	39	47	55	63	71	79
$\frac{x}{h}$ Sonde	4.5	12.5	20.5	29	37	45	53	61	69	77
2 h	49.25	49.50	49.41	49.40	49.49	49.50	49.30	49.50	49.50	49.50
Stations de mesure	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\frac{x}{h}$ Balance	87	94	103	111	119	127	135	143	151	159
$\frac{x}{h}$ sonde	85	93	101	109	118	126	134	142	150	158
2 h	49.30	49.40	49.44	49.40	49.30	49.30	49.40	49.40	49.40	49.30

III.2 - CHAINE DE MESURES

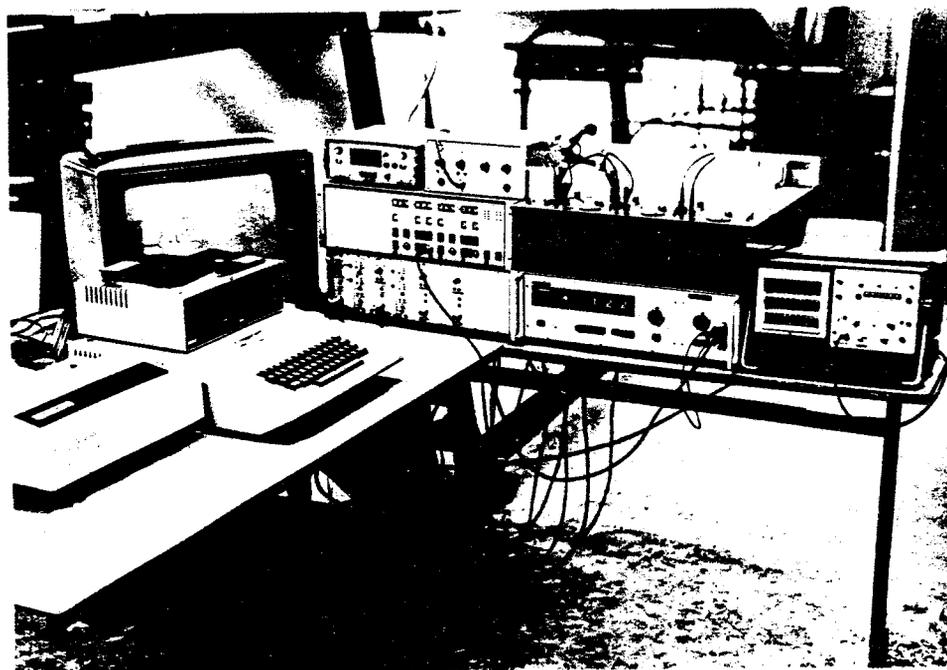
Le schéma d'ensemble de la chaîne de mesure est donné par la figure (III.1).

Elle comprend essentiellement deux parties :

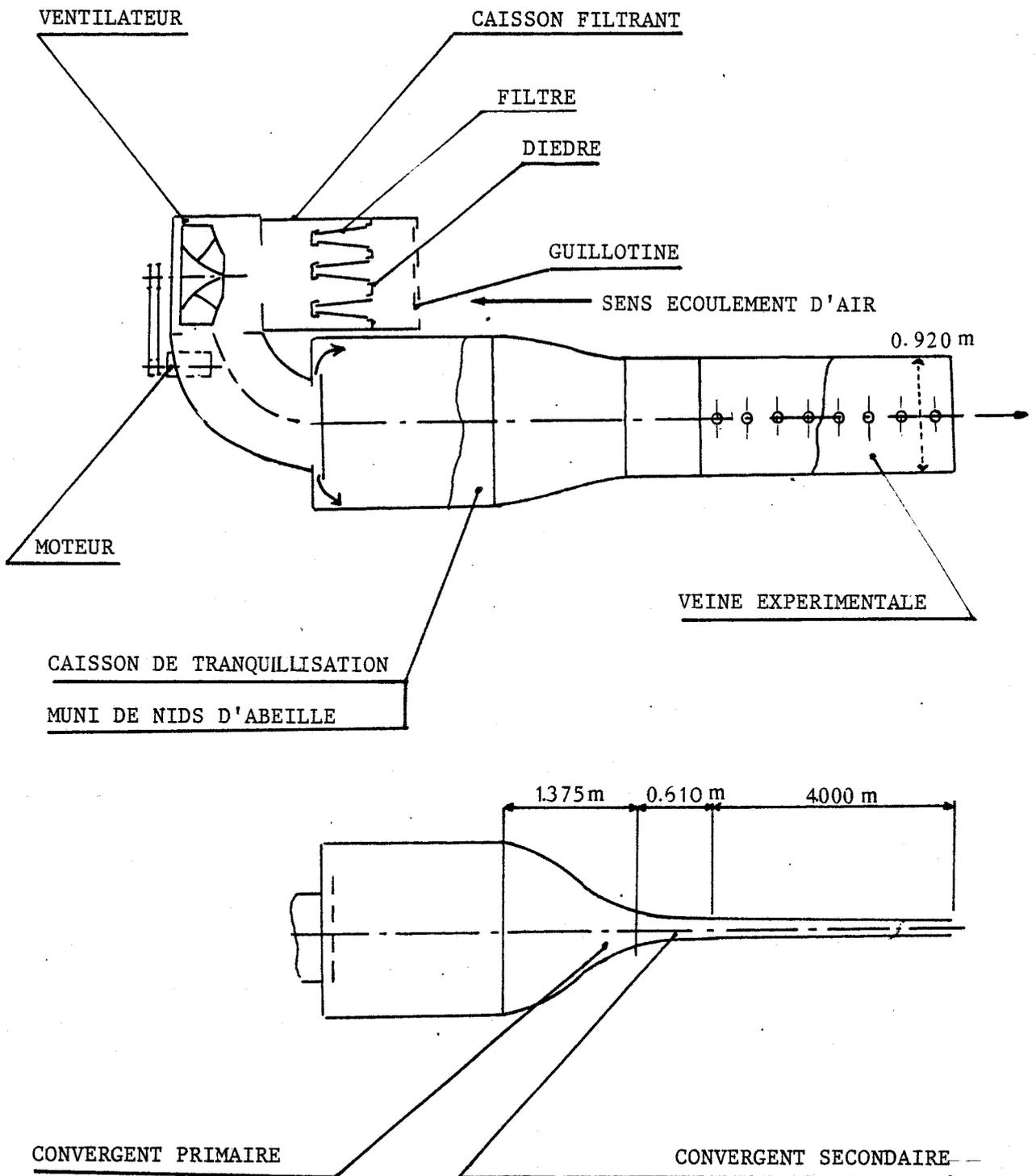
- Un calculateur APPLE II.
- Une chaîne anémométrique



Vue d'ensemble de l'installation expérimentale



Chaîne de mesure



⊗ Station de mesure (anémométrie, balance, pitot)

III.1 - Schéma de l'installation

III.2.1 - Chaîne Anémométrique

Elle est constituée d'un linéarisateur DISA 56 N 21, dont la fonction est de linéariser la sortie d'un anémomètre 56 C 01 avant de le transmettre à un conditionneur de signaux type DISA 56 N 20, équipé d'un filtre passe haut, d'un filtre passe bas et d'un amplificateur. Anémomètres, linéarisateurs et conditionneurs se trouvent assemblés dans un même châssis : le système C.T.A. 56 CCO.

Ce dernier renferme quatre de ces mêmes unités, dans le but de recueillir simultanément plusieurs signaux.

Les mesures ont été réalisées à l'aide de sondes simples type 55 P 11 et de sondes doubles DISA 55 P 61.

Leur étalonnage est effectué dans le noyau potentiel d'un jet circulaire, obtenu à l'aide d'une soufflerie spécialement conçue pour faciliter les manipulations.

Un étalonnage précis est nécessaire pour la linéarisation. Rappelons brièvement l'opération réalisée par le linéarisateur : Celui-ci transforme le signal d'entrée en un signal normalisé x , puis calcule la tension de sortie y suivant l'expression : $y = 10^{A+B x+E y} + Cx + D$ où A, B, C, D sont des constantes. Un programme dont nous donnons l'organigramme (Annexe A 3) permet de calculer ces constantes à partir de l'étalonnage.

Le profil des vitesses moyennes est obtenu à l'aide d'une table traçante alimentée par le signal anémométrique d'une part, et par une unité de balayage DISA 52 B 01 d'autre part. Celle-ci contrôle un moteur pas à pas du type DISA 55 C 01 auquel est fixé le support de sonde. Cette unité de balayage est elle-même alimentée à l'aide d'un signal carré généré par une carte digitale/Analogique, programmée par nos soins, et faisant partie intégrante du calculateur que nous décrivons ci-dessous.

Mais avant d'en faire la saisie, le signal est conditionné à l'aide de l'unité 56 N 20 intégrée dans le système 56 C 00 et qui comprend :

- Un filtre passe-haut qui est destiné à centrer les fluctuations de vitesse, ce filtre est réglable et offre la possibilité de couper le signal à 0.1, 0.3, 1, 10 ou 100 hertz. Nous avons été amené, après plusieurs essais à négliger la contribution énergétique des fréquences inférieures à 1 hertz.

- Un filtre passe-bas dont la fonction ici, est d'éliminer le bruit propre de l'anémomètre, plusieurs fréquences de coupures sont disponibles.

- Un amplificateur à gain variable par paliers permet d'ajuster l'amplitude du signal pour éviter d'éventuelles saturations à l'entrée du calculateur.

III.2.2. - Calculateur et acquisition des données.

a) Description du calculateur et de ses périphériques.

Le calculateur que nous avons utilisé est un APPLE II dont la capacité mémoire est de 48 K.octets

Ce calculateur est équipé de cartes interfaces reliant un écran couleur Thomson, une imprimante CENTRONICS, et deux unités de disquettes dont la capacité mémoire est de 115 K.octets

La carte de conversion analogique-numérique offre 4 gammes et 8 voies différentielles. Elle convertit ici sur 12 bits en un temps de 25 μ s. La fréquence d'échantillonnage est fournie par une carte horloge : le Timer 6840 programmable.

Comme nous l'avons signalé dans le paragraphe précédent, une carte de conversion digitale-analogique est connectée à l'unité de balayage qui agit sur le mécanisme de déplacement de la sonde.

Toutes ces cartes sont utilisées pour une grande part à l'élaboration du programme d'acquisition des données dont nous donnons ici les grandes lignes et dont les détails et l'organigramme se trouvent en (annexe A2).

b) Acquisition, stockage et traitement des données.

Le schéma de la figure (III.1) distingue 4 fonctions à réaliser par programmation : acquisition, stockage, traitement et sortie des résultats.

En fait, pour qu'il n'y ait pas de perte d'information, acquisition et stockage doivent être quasiment simultanés. Un seul programme regroupera ces deux opérations.

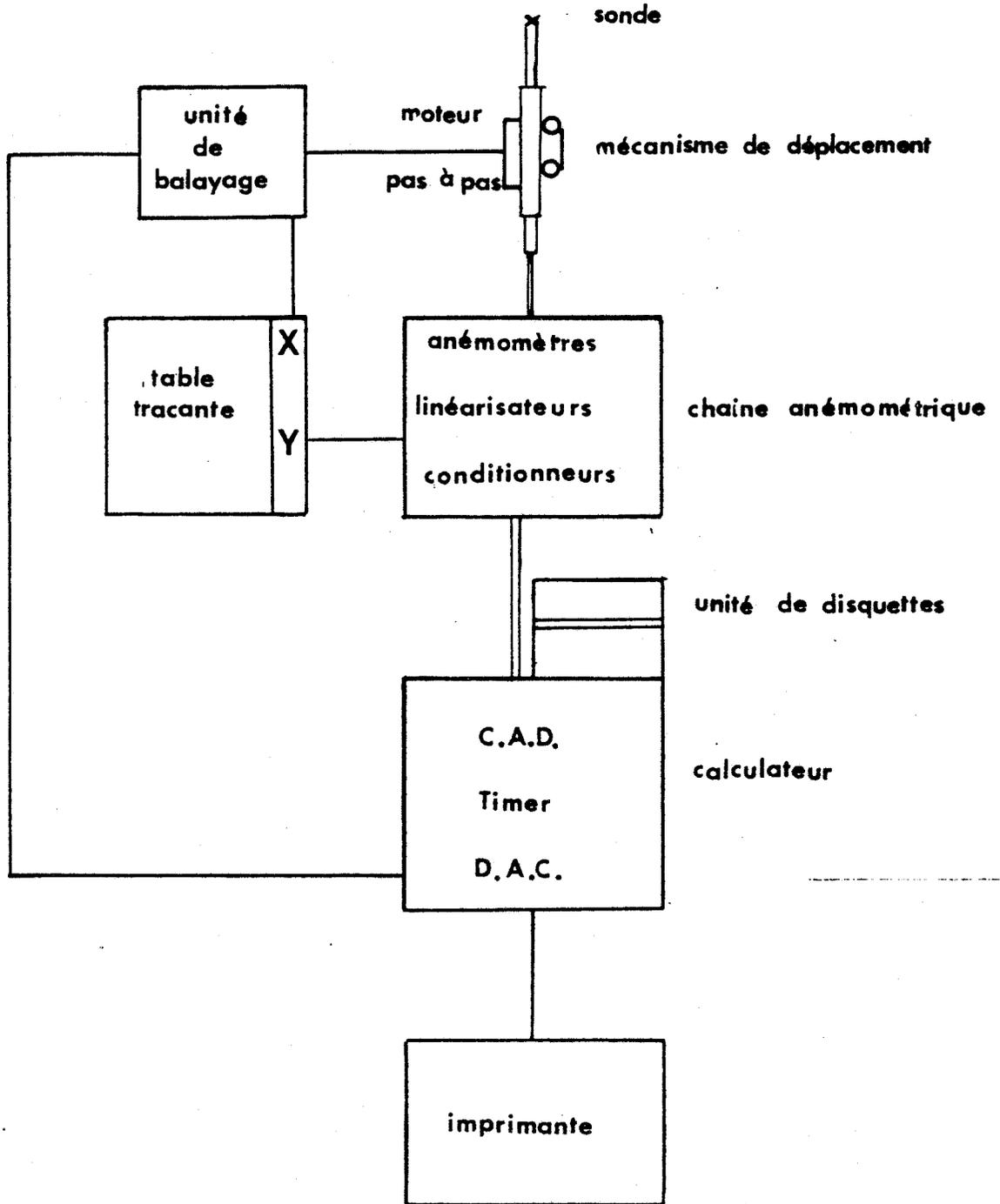
Le temps nécessaire au traitement étant trop important, son exécution sera donc différée.

Le programme d'acquisition et de stockage des données est écrit en assembleur, ce qui permet d'obtenir une acquisition rapide, et ainsi pouvoir échantillonner en respectant l'interpollation de SHANNON (voir annexe A1).

Après numérisation, les données sont entrées en mémoire vive et rangées dans des tables de 3328 éléments. Quand la table est remplie, un ordre d'interruption provoque le démarrage de la partie relative au transfert sur disquette. Après ce transfert, une nouvelle table se remplit, l'acquisition s'arrête à partir du moment où la disquette est pleine, c'est-à-dire après la saisie de 56576 points. L'acquisition des signaux de la sonde double est pratiquement identique à celui de la sonde simple. La différence réside en l'utilisation de 2 voies pour l'acquisition de deux signaux. Le programme cause donc un décalage entre les deux numérisations, ce laps de temps comprend les 25 μ s exigés par la conversion augmenté du temps mis pour réaliser le multiplexage d'une voie à l'autre, c'est-à-dire environ 15 μ s.

Le programme de traitement a été écrit en BASIC. Il transfère des données en mémoire vive et les traite par blocs de 3328 éléments.

Ce programme calcule le taux de turbulence T , le facteur de symétrie S_u et le facteur d'aplatissement F_u de u' pour la sonde simple S_v , F_v , S_{uv} , F_{uv} pour la sonde double.



CHAINE DE MESURE

Figure III.1

III.2.3. - Tests et performance de la chaîne de mesure.

Rappelons brièvement quelques notions :

a) Quelques définitions.

La probabilité $P(x, dx)$ pour qu'une variable aléatoire x soit comprise entre x et $x + dx$ est égale à $p(x) dx$, $p(x)$ étant la densité de probabilité qui satisfait à

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1$$

Dans le cas qui nous intéresse, la variable aléatoire est la vitesse locale de l'écoulement et nous aurons :

Vitesse moyenne \bar{U}

$$\bar{U} = \int u p(u) du$$

C'est le moment absolu d'ordre 1.

Fluctuation des vitesses

$$\overline{u^2} = \int (u - \bar{u})^2 p(u) du.$$

C'est le moment centré d'ordre deux ou variance.

Mais la moyenne et la variance ne peuvent à elles seules refléter toutes les particularités de la courbe de distribution. Entre autres, elles ne montrent pas la symétrie ou la dissymétrie de la courbe de distribution par rapport à l'axe passant par le centre de gravité.

Nous savons que pour toute distribution symétrique tous les moments centrés d'ordre impair sont nuls. C'est pourquoi le plus simple des moments impairs, le moment centré d'ordre trois, peut en première approximation caractériser la dissymétrie de la courbe de distribution.

$$\overline{u^3} = \int (u - \bar{u})^3 p(u) du$$

Ce moment est couramment employé sous le nom de facteur de dissymétrie sous la forme

$$S = \frac{\overline{u^3}}{\sigma^3} = \frac{\overline{u^3}}{(\overline{u^2})^{3/2}}$$

De même :

$$\overline{u^4} = \int (u - \bar{u})^4 p(u) du \text{ du moment centré d'ordre 4.}$$

Le moment réduit $F = \frac{\overline{u^4}}{(\overline{u^2})^2}$ est le facteur d'aplatissement. On montre que le coefficient d'aplatissement de la distribution normale vaut 3.

Si $F > 3$, ceci veut dire que la courbe de distribution a un sommet plus haut et plus aigu que la loi normale de même centre de gravité et de même variance.

Si $F < 3$ la courbe de distribution est plus plate que la courbe correspondante de la loi normale.

b) Tests des programmes d'acquisition et de traitement.

Comme le programme est destiné à numériser un signal aléatoire dont on ne connaît pas la distribution, nous avons jugé bon de le tester au préalable sur des processus déterministes pour lesquels on peut aisément calculer S et F . Nous avons fait l'acquisition d'un signal sinusoïdal, d'un signal carré et triangle, pour deux fréquences 1000 hertz et 2000 hertz. La fréquence d'échantillonnage est $f_e = 5000$ hertz (fréquence adoptée pour nos mesures expérimentales), Le nombre de points étant 56576. les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

SIGNAL ECHANTILLONNE	FACTEUR DE SYMETRIE				FACTEUR D'APLATISSEMENT		
	calculé	1000 Hertz	2000 Hertz		calculé	1000 Hertz	2000 Hertz
Sinusoïdal	0	$2.83 \cdot 10^{-3}$	$2.77 \cdot 10^{-3}$		1.5	1.496	1.496
Carré	0	$5.50 \cdot 10^{-3}$	0.011		1.0	1.003	1.051
Triangle	0	$1.657 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-3}$		1.8	1.798	1.794

Au vu des résultats, on peut en conclure le bon fonctionnement des différentes cartes. Des mesures similaires ont été effectuées à l'aide du programme d'acquisition et de traitement de deux signaux. Il s'est avéré que les résultats sont en très bon accord avec ceux cités ci-dessus.

c) Résumé des performances de la chaîne de mesure.

L'échantillonnage maximal d'un signal peut être exécuté avec une fréquence de 10 K Hertz.

Compte-tenu de la capacité mémoire d'une disquette, nous sommes limités à 56 576 points dont nous faisons l'acquisition pour ainsi déterminer les quantités qui nous intéressent à l'aide d'une sonde simple.

Néanmoins, ce nombre de points est réduit de moitié lorsqu'on utilise une sonde double, puisque la connaissance d'une grandeur nécessite la numération des deux signaux.

Une estimation de la fréquence maximale des signaux anémométriques nous a conduit à échantillonner le signal à raison de 5000 points par seconde.

La quantification utilisée est à 12 digits binaires, nous admettrons que cette valeur n'introduit pas d'erreur appréciable.

III.3 BALANCE A ELEMENT FLOTTANT.

La force résultante qui s'exerce sur la paroi a été mesurée à l'aide d'une balance à éléments flottants mise au point par les professeurs DICKINSON et BOISVERT de l'Université Laval au QUEBEC (1980).

III.3.1. - Principe de fonctionnement de la balance

Une tête flottante est soutenue par 4 lames en acier inoxydable et non magnétique qui forment une structure rigide sensible uniquement aux forces dans la direction principale X.

La tête principale qui affleure la surface est soumise aux forces de frottement et aux influences du bruit, tandis que sa tête jumelle cachée à l'intérieur n'est sensible qu'aux sources de bruit. La mesure différentielle réduit les effets parasites.

La figure (III.2) représente les différents éléments constituant la balance.

A la partie mobile (a) est attaché le noyau (e) du détecteur de position (d) solidaire de la partie fixe. Un mouvement de la tête (a) induit un signal d'erreur dans le circuit électronique à boucle fermée qui alimente la bobine (c). Par conséquent, les forces agissant sur la tête sont contrariées par un courant dans la bobine qui maintient la tête dans une position de référence.

III.3.2. - Avantages et inconvénients de la balance.

- Une précision égale ou meilleure que 1 % de la pleine échelle.
- Une sensibilité de l'ordre de 0,5 mg.
- Elle peut être utilisée à n'importe quelle incidence, car la force

disponible du moteur est plusieurs fois plus grandes que le poids total de la partie mobile.

- Elimination des vibrations parasites grâce à la tête jumelée.

b) Inconvénients.

Malgré le système asservi employé pour éliminer les différents inconvénients auxquels sont prédisposées les balances à éléments flottants, il subsiste des causes d'erreur de mesures suivantes :

- variations suivant la direction x et z de la contrainte pariétale sur l'élément flottant.
- effet de la pression dans le jeu entre la tête et le boîtier.
- de plus l'instrument est sensible aux changements d'incidence de l'installation.

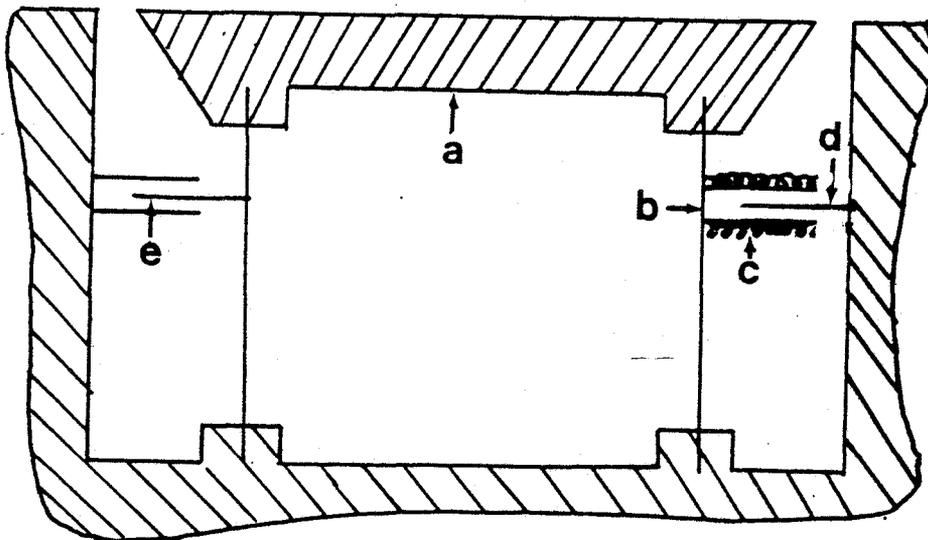
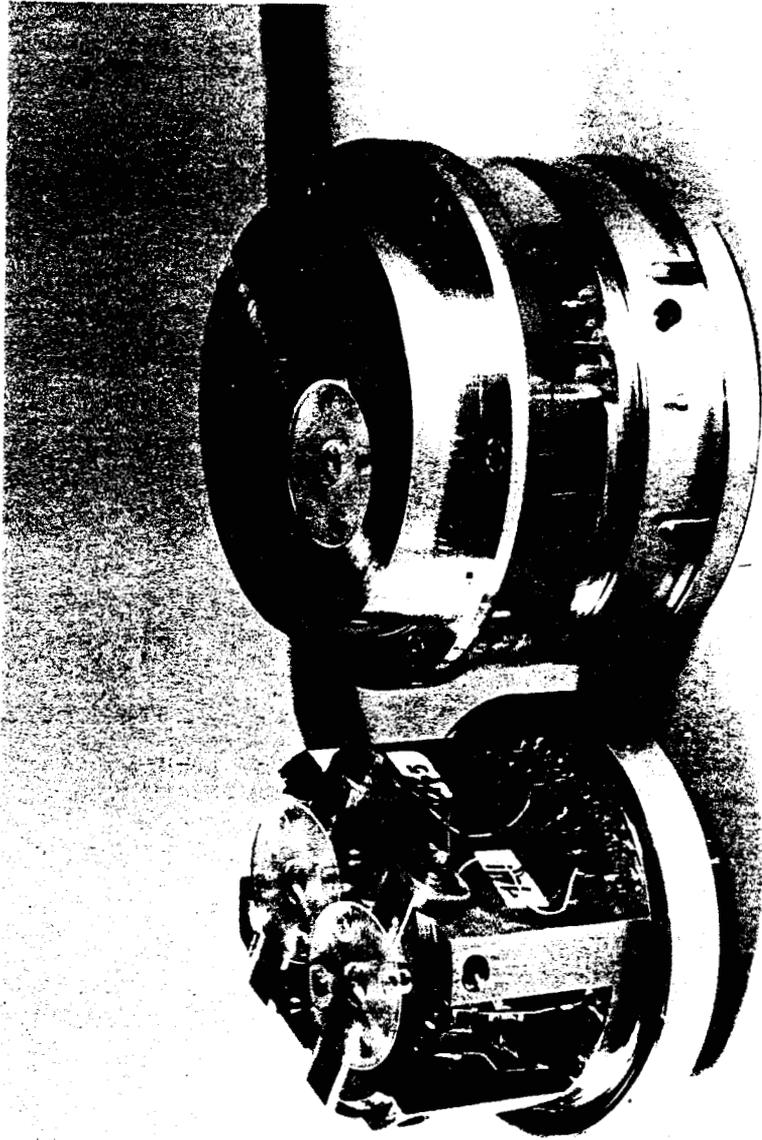


Figure III_2

Coupe schématique de la balance



Balance à éléments flottants

CHAPITRE IV

ETUDE DU CHAMP MOYEN

Deux catégories de mesures ont fait l'objet de notre travail, d'une part les mesures concernant l'écoulement moyen, d'autre part ceux qui intéressent les fluctuations de vitesse.

Les mesures ont été effectuées dans les conditions suivantes :

- La vitesse sur l'axe de la dernière station de mesure a été maintenue constante à 10 m/s. Le contrôle est réalisé à l'aide d'un tube de pitot. Le nombre de REYNOLDS R_h , dans ces conditions est sensiblement égal à 14150.

- Nous avons pour commencer pris comme origine arbitraire, le lieu où s'effectue la jonction du convergent et des plaques.

Le calcul des paramètres de couche limite δ_1 et δ_2 , nous a permis par extrapolation, de situer l'origine à partir de laquelle commencent à se développer les couches limites.

Dans toute la suite de cette étude, x est mesurée à partir de cette origine fictive.

IV.1 - PRESSION STATIQUE

La pression a été mesurée à l'aide d'un capteur SCHLUMBERGER ± 2 mb.

La répartition le long de la veine est indiquée sur la planche I.

La pression de référence est la pression atmosphérique et \bar{V} est la vitesse sur l'axe de la station de mesure à $\frac{x}{h} = 134$.

Le gradient de pression $\frac{d\bar{p}}{dx}$ est approximativement constant à partir de $\frac{x}{h} = 45$.

Si on admet que la pente $\frac{d\bar{p}}{dx}$ reste constante jusqu'au régime établi, on peut alors déterminer pour ce régime le frottement pariétal τ_0 .

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \rho V^2 \text{ cf avec}$$

$$\text{cf} = \frac{d}{d \left(\frac{x}{h}\right)} \frac{\bar{p}}{\frac{1}{2} \rho V^2}$$

Dans ces relations, nous en déduisons $\tau_0 = 0,266$.

Comme $u_*^2 = \frac{\tau_0}{\rho}$, on en déduit la vitesse du frottement :

$$u_* = 0,47 \text{ m/s}$$

Ces valeurs ne sont valables que pour un écoulement établi.

Mais comme la zone d'établissement, dans notre cas est importante, le recours à une autre méthode de mesure s'impose.

Nous sommes donc conduits à utiliser une balance à "éléments flottants" dont le principe a été énoncé ci-dessus.

IV.2 - MESURE DU FROTTEMENT PARIÉTAL.

La force de traînée pariétale a été mesurée à l'aide de la balance décrite au chapitre précédent.

La balance est étalonnée de telle façon que la réponse donne 1 mV par mg.

La planche II représente l'évolution du coefficient de frottement

$$\text{cf} = \frac{\tau_0}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} \text{ en fonction du nombre de REYNOLDS.}$$

$R = \frac{U_0 x}{\nu}$ où U_0 est la vitesse sur l'axe à la section de mesure considérée.

Le premier point relevé à la station de mesure $\frac{x}{h} = 7$ semble

appartenir à la courbe représentative du coefficient de frottement laminaire. La transition se déclencherait donc dès la deuxième station de mesure correspondant à $\frac{x}{h} = 15$.

Nous constatons ensuite un brusque accroissement du cf, phénomène caractéristique dans une zone de transition.

Le cf passe par un maximum entre la station 8 et 9 correspondant respectivement à $\frac{x}{h} = 61$ et $\frac{x}{h} = 69$.

Le coefficient de frottement semble s'établir à $\frac{x}{h} = 117$.

La valeur obtenue pour ce coefficient à partir de cette station de mesure est compatible avec celle obtenue par la pente de $\frac{d\bar{p}}{\frac{1}{2} \rho V^2}$; l'écart relatif étant de 2 %.

IV.3 - VITESSE MOYENNE

a) Evolution de la vitesse sur l'axe.

La mesure de la vitesse sur l'axe est effectuée à l'aide d'un pitot relié à un capteur SCHLUMBERGER, préalablement étalonné. Son évolution est représentée sur la planche III.

La vitesse de référence est ici \bar{V}_0 : la vitesse débitante.

Il existe trois domaines de variation de la vitesse sur l'axe jusque $\frac{x}{h} = 77$, la vitesse croît linéairement suivant la loi $\frac{\bar{U}}{\bar{V}_0} = 1,2410^{-3} \left(\frac{x}{h} \right) + 1.048$.

Dans le domaine suivant, la vitesse adopte une loi linéaire dont la pente est petite devant celle de la zone précédente, pour enfin devenir constante à partir de $\frac{x}{h} = 130$.

La variation brusque des deux pentes se trouve sensiblement à $\frac{x}{h} = 80$.

b) Evolution des profils de vitesse.

Nous avons effectué les mesures du profil des vitesses aux

stations suivantes :

$$\frac{x}{h} = 4,5 ; 12,5 ; 20,5 ; 29 ; 37 ; 45 ; 53 ; 61 ; 69 ; 77 ; 134 ; 158.$$

Nous avons représenté sur la planche IV les profils des vitesses qui nous ont paru important afin de voir leur évolution.

Le profil de la vitesse pour $\frac{x}{h} = 4.5$ correspondant à la première station de mesure, exhibe une évolution caractéristique de la couche limite laminaire de type BLASIUS.

Ensuite, les profils évoluent suivant une loi qui ne s'apparente ni à celle d'un écoulement laminaire ni à celle d'un écoulement turbulent et ce, jusque $\frac{x}{h} = 53$.

A partir de cette station, la distribution des vitesses change très sensiblement puisqu'elle passe du type quasi laminaire pour lequel la vitesse croît assez lentement près de la paroi, au type turbulent pour lequel elle augmente beaucoup plus vite dans la même région.

A partir de $\frac{x}{h} = 134$, les profils des vitesses sont identiques et suivent globalement une loi puissance $n = 7$.

c) Paramètres de la couche limite.

Nous avons représenté l'évolution des épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement sur la même planche II, afin de déterminer le point moyen de la transition.

En amont du point $\frac{x_m}{h} = 37$, la variation de ces paramètres peut se formuler de la manière suivante.

$$\delta_1 = 0.027 x^{0.47} \quad \text{et} \quad \delta_2 = 0.0097 x^{0.50}$$

En écoulement laminaire, δ_1 et δ_2 suivent théoriquement les lois.

$$\delta_1 = 1.7208 \sqrt{\frac{\nu x}{U}}$$

$$\delta_2 = 0.664 \sqrt{\frac{\nu x}{U}}$$

Si on utilise ces formules, on en déduit dans notre cas $\delta_1 = 0.022 x^{0.5}$ et $\delta_2 = 0.086 x^{0.5}$ l'écart avec nos valeurs expérimentales n'est pas surprenant puisque la transition se déclenche dans cette zone et que $\frac{dp}{dx} \neq 0$.

En aval du point $\frac{x_M}{h} = 37$, les paramètres suivent les lois en $x^{0.78}$ pour δ_1 et $x^{0.8}$ pour δ_2 .

Ces valeurs sont accord avec la théorie. En effet, δ_1 et δ_2 évoluent en $x^{4/5}$ pour l'écoulement turbulent.

$\frac{x_M}{h} = 57$ correspond "au point de transition utile" pour lequel on constate une variation brutale de δ_1 et δ_2 . Ce point a lieu pour $R_x = 5.70 \cdot 10^5$, correspondant au point d'inflexion de la courbe représentative du coefficient de frottement. Cette valeur est en accord avec celles de ROTTA (20) et de DHAWAN et NARASHIMA (9), les valeurs de R sont respectivement $5 \cdot 10^5$ et $6 \cdot 10^5$.

La planche (V) indique l'évolution du paramètre de forme H en fonction de $R_x = \frac{\rho x}{\nu}$.

Dans la zone de transition H décroît très vite à partir de la valeur 2.4. et 1.4. correspondant respectivement à une couche limite laminaire et à une couche limite turbulente.

d) Loi de paroi.

La représentation logarithmique des résultats sous la forme $\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{k}$ $\log \left(\frac{yu_*}{\nu} \right) + C_1$ est indiqué sur les planches VI_a et VI_b.

Une variation linéaire de $\frac{u}{u_*}$ en fonction de $\log \left(\frac{yu_*}{\nu} \right)$ existe dans la région $30 < \frac{yu_*}{\nu} < 300$ pour des valeurs de $\frac{x}{h} > 60.4$.

Ci-après nous donnons les résultats pour les coefficients $\frac{1}{k}$ et C_1

$\frac{x}{h}$	$\frac{1}{k}$	C_1
61	6.7	3.56
77	5.6	5.20
101	5.58	5.25
134	5.50	4.86

A partir de $\frac{x}{h} = 134$, les profils étant identiques, les coefficients $\frac{1}{k}$ et C_1 restent inchangés.

CHAPITRE V

ETUDE DU CHAMP TURBULENT

V.1 - INTENSITES DE TURBULENCE

Nous nous sommes intéressés aux profils de $\overline{u'^2}$, $\overline{v'^2}$ et $\overline{u'v'}$.

Les distributions de $\frac{u'^2}{U_o}$ sont représentées sur les planches VII_a et VII_b afin d'étudier le comportement de la fluctuation longitudinale d'une part dans la transition, d'autre part en aval de celle-ci.

La première zone représentée sur la planche VIIa est relative aux stations de mesure en amont de $\frac{x_M}{h} = 37$.

- Les intensités de turbulence augmentent d'une façon monotone en fonction de y/h , passe par un maximum qui se rapproche de la paroi (sauf pour $\frac{x}{h} = 4.5$) quand $\frac{x}{h}$ augmente, puis décroissent au voisinage de celle-ci.

- Le maximum est atteint pour $\frac{x}{h} = 37$.

- A partir de $\frac{x}{h} = 37$, apparaît un palier pour $y/h = 0.14$.

Pour interpréter ce palier, on utilise un modèle préconisé par CORRISIN et KISTLER (12) et repris ultérieurement par DUHAMEL (13) puis par

GAVIGLIO et BURNAGE (15). L'annexe A4 est relative aux références (13) et (14).

De cette étude, on en déduit que le pic pariétal et la formation du palier sont essentiellement relatifs à la variation d'une fonction a_o , égale à $u'_t - u'_1$, u'_t est la fluctuation relative à une bouffée turbulente, u'_1 est la fluctuation d'un écoulement support. Les enregistrements effectués à différentes ordonnées permettent de mieux comprendre ce phénomène. On observe que la forme du signal $u'(t)$ évolue considérablement en fonction de la distance à la paroi.

Ci-dessous, nous précisons la position exacte des extrema pour $\frac{x}{h} = 37$ et $\frac{x}{h} = 45$.

Extrema $y_* = y/\delta_1$ / $\frac{x}{h}$	37	45
1er maxi y_*	0.56	0.50
Mini y_*	1.70	1.60
2ème maxi y_*	2.00	1.98

Les valeurs du minimum local et du pic pariétal sont compatibles avec ceux de DUHAMEL (14).

En effet, les résultats de ce dernier se formulent de la manière suivante :

- Le maximum près de la paroi se déplace de $y_* = 1$ à 0,5.
- La position du minimum local reste comprise entre $y_* = 1$ et 1.8
- Le second maximum est voisin de $y_* = 2.5$.

En comparant nos courbes aux résultats de DUHAMEL, on s'aperçoit que la tendance à la création d'un minimum local est moins net ici qu'elle ne l'est chez cet auteur.

Nos résultats sont à rapprocher de ceux donnés par SHUBAUER et KLEBANOFF (28).

La figure VII b représente l'évolution de $\frac{\sqrt{u'^2}}{U}$ en aval de $\frac{x}{h} = 61$, les profils de turbulence évoluent vers une distribution caractéristique d'un écoulement établi. On peut considérer qu'à partir de $\frac{x}{h} = 101$, les valeurs obtenues de $\frac{\sqrt{u'^2}}{U_0}$ n'évoluent plus.

Les intensités de turbulence de la composante normale sont représentées sur la planche VIII.

Les variations sont faibles et même négligeables à l'entrée de la veine.

A partir de $\frac{x}{h} = 20.5$, $\frac{\sqrt{v'^2}}{U_0}$ augmente près de la paroi.

Les mesures des taux de turbulence $\frac{\sqrt{v'^2}}{U_0}$ et $\frac{\overline{u'v'}}{U_0^2}$

s'arrêtent à une distance de la paroi $\frac{y}{h} = 0,138$, à cause de l'encombrement du support de la sonde croisée. La planche IX représente l'évolution de $\frac{\overline{u'v'}}{U_0^2}$.

A partir de $\frac{x}{h} = 77$, correspondant sensiblement à la jonction des couches limites, la distribution est approximativement linéaire.

Les valeurs de $\overline{v'^2}$ et $\overline{u'v'}$ ont été fournies par la chaîne d'acquisition des données.

Comme nous étions limités par le nombre de points, nous n'avons pas représenté les valeurs de $\overline{u'v'}$ au déclenchement de la transition.

En effet, pour obtenir des valeurs reproductibles, il aurait fallu intégrer sur un temps beaucoup plus long.

Sur la planche X, nous avons représenté l'évolution des distributions $\frac{|\overline{u'v'}|}{\sqrt{\overline{u'^2}}\sqrt{\overline{v'^2}}}$. Ce coefficient est nul sur l'axe, puis croît de façon monotone jusque la valeur 0.4.

V.2 - COEFFICIENTS DE DISSYMETRIE, d'APLATISSEMENT ET DENSITE DE PROBABILITE

L'évolution de $\frac{\overline{u'^3}}{(\overline{u'^2})^{1.5}}$; $\frac{\overline{u'^4}}{(\overline{u'^2})^2}$; $\frac{\overline{v'^3}}{(\overline{v'^2})^{1.5}}$; $\frac{\overline{v'^4}}{(\overline{v'^2})^2}$

$\frac{|\overline{(u'v' - \overline{u'v'})^3}|}{[\overline{(u'v' - \overline{u'v'})^2}]^{1.5}}$; $\frac{\overline{(u'v' - \overline{u'v'})^4}}{[\overline{(u'v' - \overline{u'v'})^2}]^2}$ sont représentés

respectivement sur les planches XI, XII, XIV, XV, XVII, XVIII. Ces coefficients ont été calculés directement dans le programme de traitement. Ils n'ont pas

été établis à partir des densités de probabilité. Des vérifications préalables ont montré que les deux méthodes donnent des résultats identiques.

Les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement se révèlent être des quantités très sensibles à l'évolution de l'écoulement le long de la conduite et en particulier à celle qui existe après la jonction des couches limites $\frac{x}{h} \approx 77$.

A partir de $\frac{x}{h} \approx 101$, on relève des courbes superposables pour ces différents coefficients.

En régime établi, les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement ne correspondent pas à ceux d'une distribution de probabilité gaussienne. En particulier au voisinage de l'axe, leurs valeurs atteignent respectivement - 0,45 et 3,4.

Nous rappelons que si la variable aléatoire u' est normale, les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement sont égaux à 0 et 3.

Dans la région où l'écoulement est pleinement turbulent, $\frac{u'^3}{(u'^2)^{1,5}} = - 0,45$ sur l'axe, puis croît lentement, s'annule à environ 0,6 mm de la paroi, puis atteint la valeur + 0,8 pour $y = 0,2$ mm (planche XI).

Ces valeurs positives près de la paroi, indiquent que pour les grandes amplitudes, les fluctuations positives sont pratiquement seules existantes, et que pour les petites amplitudes, les fluctuations négatives sont plus probables que les positives.

Ce phénomène est bien illustré par les enregistrements de $u'(t)$ comme le montre la planche XXIII qui représente les oscillogrammes de $u'(t)$ en écoulement établi et à deux distances à la paroi : d'une part sur l'axe d'autre part près de la paroi.

Dans la région de la transition, des grandes valeurs négatives de $\frac{u'^3}{(u'^2)^{2/3}}$ sont d'abord obtenues sur le bord des couches limites, avant leur jonction, puis croissent rapidement à mesure qu'on se rapproche de la paroi.

Nous avons remarqué que ce coefficient s'annule pour le maximum du taux de turbulence ; or, ce maximum s'approche de la paroi comme nous l'avons signalé. L'évolution en fonction de $\frac{x}{h}$ près de la paroi de

$\overline{u'^3} / (\overline{u'^2})^{3/2}$ semble confirmer cette tendance. Sur la planche XII est représentée l'évolution du facteur d'aplatissement de u' . L'évolution avec $\frac{x}{h}$ des distributions de $\overline{u'^4} / (\overline{u'^2})^2$ en fonction de y/h est comparable à celle obtenue pour $\overline{u'^3} / (\overline{u'^2})^{3/2}$.

Dès la jonction des couches limites $\overline{u'^4} / (\overline{u'^2})^2$ décroît rapidement à la dernière section explorée, $\frac{x}{h} = 155$. Cependant, il subsiste des valeurs (3.4), supérieures à celles correspondant à une distribution de probabilité normale.

Au voisinage de la paroi, les distributions de $\overline{u'^4} / (\overline{u'^2})^2$ en fonction de y/h sont conformes aux résultats de $\overline{u'^3} / (\overline{u'^2})^{3/2}$. En effet, le minimum présenté par le facteur d'aplatissement correspond sensiblement au changement de sens de dissymétrie de la distribution de probabilité des fluctuations longitudinales de vitesse. Les grandes valeurs du facteur d'aplatissement dans la zone de transition, et plus précisément au bord de la couche limite, témoignent de l'importance de l'intermittence qui règne dans cette région.

Sur la planche n° XIII_a, nous avons reporté les densités de probabilité de la fluctuation longitudinale u' pour deux valeurs de l'ordonnée y et pour une station de mesure où l'écoulement est établi.

On a aussi reporté la courbe représentant une densité de probabilité normale. L'allure de ces densités de probabilité confirme les valeurs obtenues de $\overline{u'^3} / (\overline{u'^2})^{3/2}$ et $\overline{u'^4} / (\overline{u'^2})^2$. En effet, au voisinage de l'axe de la veine pour l'écoulement pleinement turbulent, la densité de probabilité a un maximum supérieur à celle de GAUSS puisque $\overline{u'^4} / (\overline{u'^2})^2 \approx 3,4$. Ce maximum se trouve décalé à droite ; la raison en incombe à la position d'une composante laminaire u'_1 positive.

Cette densité de probabilité est plus étalée à gauche, ce qui signifie qu'il est plus probable d'avoir des grandes amplitudes de fluctuations négatives que positives.

Ce phénomène s'inverse près de la paroi comme le montre la

densité de probabilité dont le maximum est inférieur à la distribution normale. La dissymétrie montre que les grandes amplitudes positives sont les plus probables.

Dans la zone de transition, le phénomène d'intermittence impose aux densités de probabilité de u' , une toute autre allure.

Nous avons représenté sur la planche XIII_b l'évolution de deux distributions dans cette zone : l'une sur l'axe et l'autre près de la paroi. Leur allure est semblable à celles que l'on a décrites plus haut, mais leurs caractéristiques sont beaucoup plus accentuées. Il est bien évident que par suite du phénomène d'intermittence les courbes expérimentales s'écartent considérablement de la loi normale.

Près de la paroi, coexistent deux maxima assez nets. Ceci est dû à la forme en créneaux du signal u' . L'enregistrement de ce même signal est présenté sur la planche XXV.

On observe des zones turbulentes, caractérisées par des fluctuations à hautes fréquences et de grande amplitude qui suivent des zones laminaires de faible amplitude. Le niveau moyen des taches turbulentes est supérieur au niveau laminaire.

Nous avons représenté la densité de probabilité de u' pour $y/h = 0,056$, distance à la paroi pour laquelle le taux de turbulence est maximum. Nous notons que la distribution à cette ordonnée est quasi Gaussienne.

Le facteur de dissymétrie de v' est représenté sur la planche XIV.

Pour $\frac{x}{h} > 77$, l'évolution de ce coefficient est la même: $\frac{\overline{v'^3}}{(\overline{v'^2})^{3/2}}$

s'annule sur l'axe, passe par un maximum voisin de 0,35, puis décroît lentement jusque la valeur 0,18 pour $y/h = 0,2$.

Une légère augmentation a lieu pour $\frac{y}{h} = 0,14$.

Nos résultats sont en accord avec ceux de COMTE-BELLOT pour un nombre de REYNOLDS égal à 57 000.

Pour $\frac{x}{h} < 77$, on relève des valeurs relativement grandes de $\frac{\overline{v'^3}}{(\overline{v'^2})^{1,5}}$. Dans la zone de transition, nous avons représenté l'évolution du coefficient de dissymétrie de v' uniquement pour $\frac{x}{h} \geq 45$. Les valeurs sont très instables au bord de la couche limite.

La distribution du facteur d'aplatissement de v' est représentée sur la planche XV pour différentes distances de l'entrée.

Nous distinguerons encore deux régions distinctes :

Pour $\frac{x}{h} > 77$, l'évolution de $\frac{\overline{v'^4}}{(\overline{v'^2})^2}$ est comparable à celle de la fluctuation longitudinale. Toutefois, la valeur de $\frac{\overline{v'^4}}{(\overline{v'^2})^2}$ est supérieure à $\frac{\overline{u'^4}}{(\overline{u'^2})^2}$.

Pour $\frac{x}{h} < 77$, il existe une ordonnée y_L , telle que pour tout $y < y_L$ et pour une abscisse donnée, $\frac{\overline{v'^4}}{(\overline{v'^2})^2}$ est supérieure à $\frac{\overline{u'^4}}{(\overline{u'^2})^2}$.

La planche XVI représente la densité de probabilité de v' pour $\frac{x}{h} = 134$.

Au voisinage de $\frac{u'}{\sqrt{u'^2}} = 0$, la distribution normale est inférieure à la densité de probabilité de u' , ce qui confirme la valeur du facteur d'aplatissement de v' supérieure à 3 dans cette zone.

La distribution de v' pour les grandes amplitudes est en accord avec le signe positif de $\frac{\overline{v'^3}}{(\overline{v'^2})^{1,5}}$.

Le facteur de dissymétrie de $u'v' - \overline{u'v'}$ noté $\frac{[(u'v' - \overline{u'v'})^3]}{[(u'v' - \overline{u'v'})^2]^{1,5}}$ est représenté sur la planche XVII.

Ce facteur exhibe une évolution similaire au facteur de dissymétrie de v' . Pour $\frac{x}{h} > 77$, le coefficient est nul sur l'axe, passe par un maximum égal à 2,5 pour $y/h = 0,7$, puis décroît jusque la valeur 1,8 pour $y/h = 0,14$.

Pour $\frac{x}{h} < 77$, le facteur de dissymétrie de $u'v' - \overline{u'v'}$ croît très rapidement à mesure qu'on s'éloigne de l'axe, passe par un maximum dont la valeur dépend de $\frac{x}{h}$ puis décroît brutalement.

Dans la zone de transition, ce maximum atteint la valeur 12 ; Pour $y/h = 0,14$

il est sensiblement égal à 3,5. Le facteur d'aplatissement de $u'v' - \overline{u'v'}$ noté $\frac{(u'v' - \overline{u'v'})^4}{(u'v' - \overline{u'v'})^2} 2$ est reporté sur la planche XVIII pour différents $\frac{x}{h}$.

Pour $\frac{x}{h} > 77$, l'évolution est comparable à celle du facteur d'aplatissement de u' .

En particulier, pour le régime établi, au voisinage de l'axe, il prend la valeur 20 puis décroît jusque 12 pour $y/h = 0,14$.

Dans la zone de transition de très grandes valeurs sont relevées au bord de la couche limite.

Des valeurs supérieures à 120 ont été observées dans cette région.

A l'intérieur de la couche limite, le facteur d'aplatissement de $u'v' - \overline{u'v'}$ décroît rapidement jusqu'à des valeurs de l'ordre de 25 pour $y/h = 0,14$. Les grandes valeurs de ce facteur sont probablement dues au caractère intermittent dans cette région. Nous avons représenté sur la planche XIX a les densités de probabilité de $u'v'$ dans une station de mesure où l'écoulement est établi. L'écart par rapport à la courbe de GAUSS est évidemment très important.

Cependant, si on suppose que la distribution conjointe de u' et de v' est normale, on peut en déduire dans ce cas la densité de probabilité du produit $u'v'$. Celle-ci est établie en annexe A5.

Moyennant les hypothèses ci-dessus, la densité de probabilité de $u'v'$ est représentée par la fonction de BESSEL modifiée de seconde espèce. Nous l'avons reportée sur la planche XIX b afin de la comparer avec les résultats expérimentaux obtenus en écoulement établi, à une distance de la paroi de 9,4 mm. Cette ordonnée est celle pour laquelle les facteurs d'aplatissement de u' et v' sont proches de 3 simultanément.

L'écart entre les deux courbes est peu important, ce qui confirme l'hypothèse selon laquelle la densité de probabilité jointe de u' et v' est quasi normale. Nos résultats sont à rapprocher de ceux d'ANTONIA et LUXTON (2) qui ont étudié le comportement de ces coefficients pour un

écoulement sur plaque plane. Des valeurs voisines sont obtenues à l'intérieur de la couche limite.

V.3 - INTERPRETATION DES RESULTATS RELATIFS AUX DIFFERENTS COEFFICIENTS

A la lumière des résultats précédents, nous pouvons dégager quelques remarques.

En régime établi, les coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des fluctuations de vitesse ne correspondent pas à ceux d'une distribution de probabilité Gaussienne. ANTONIA et LUXTON (2) relient cette dissymétrie à la convection de l'énergie turbulente par les fluctuations de vitesse. Ces coefficients traduisent aussi le caractère intermittent des structures tourbillonnaires.

Cependant, ils décrivent de façon satisfaisante la manière dont se développent les couches limites.

Les valeurs des coefficients de dissymétrie et d'aplatissement indiquent que même près d'une paroi, l'écoulement est partout perturbé. En effet, ces valeurs atteignent respectivement 0,8 et 4. L'examen de l'enregistrement de $u'(t)$ confirme ces valeurs en montrant que les fluctuations les plus grandes et plus probables sont positives (planche XXII).

Il existerait donc, près d'une paroi lisse, une intermittence de structure interne, caractérisée par l'arrivée de fluide dont la vitesse est plus élevée que la vitesse locale. Mais la zone qui intéresse plus nettement l'intermittence est la région d'entrée de la veine. Les résultats obtenus dans cette zone s'écartent considérablement de la distribution normale. Près de la frontière de la couche limite, les bouffées turbulentes sont en déficit de vitesse par rapport aux zones laminaires, ce qui impose des grandes valeurs négatives aux facteurs de dissymétrie et un maximum de la densité de probabilité atteint pour des valeurs positives (planche n° XXIV).

Ce phénomène est la conséquence des passages successifs de bouffées

turbulentes sur le fil chaud. Ces bouffées ont en moyenne une vitesse inférieure à celle de l'écoulement laminaire instable, séparant le micronuages.

Le même raisonnement, appliqué à des oscillogrammes enregistrés près de la paroi, où les fluctuations ont en moyenne une vitesse supérieure à la vitesse locale laminaire, permet de conclure que les taches turbulentes viennent d'une région où la vitesse est plus grande que la vitesse au point considéré, ce qui explique le signe du facteur de dissymétrie et par conséquent l'allure de la densité de probabilité.

Nous avons tenté d'estimer la valeur du facteur d'intermittence γ dans la région de transition, en utilisant la formule $\gamma = \frac{3}{F}$ préconisée par TOWNSEND (29).

Les valeurs ainsi rencontrées de $\frac{3}{F}$ pour $\frac{x_M}{h} = 37$ sont nettement supérieures à 0,5 près de la paroi. Ceci était prévisible puisque, pour établir cette formule, TOWNSEND suppose que $u'_t = u'_l$ alors qu'en transition, le signal $u'(t)$ a une forme en créneau très près de la paroi.

L'examen des oscillogrammes de $u'v'$ pour l'écoulement pleinement turbulent, n'explique pas les grandes valeurs obtenues par le facteur d'aplatissement de ce signal. Il est en effet difficile au vu de ces enregistrements, d'affirmer l'existence d'une éventuelle intermittence.

Cependant, rappelons que, une grande valeur du facteur d'aplatissement ne signifie pas nécessairement que le signal a un caractère intermittent. En effet, KENNEDY et CORRSIN (10) ont montré que les signaux passe bande d'un bruit gaussien élevé au carré possèdent un facteur d'aplatissement plus petit que celui du signal tout entier, bien que celui-ci paraisse moins intermittent. ANTONIA et LUXTON (2) utilisent l'hypothèse selon laquelle la distribution conjointe de u' et de v' est normale (voir Annexe A5)

$$p(u', v') = \frac{1}{2\pi\sigma_{u'}\sigma_{v'}\sqrt{1-r^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left(\frac{u'^2}{\sigma_{u'}^2} - \frac{2ru'v'}{\sigma_{u'}\sigma_{v'}} + \frac{v'^2}{\sigma_{v'}^2}\right)\right\}$$

où $\sigma_{u'}$ et $\sigma_{v'}$ sont les écarts-types de u' et v' .

r est le coefficient de corrélation $\frac{u'v'}{\sigma_{u'}\sigma_{v'}}$

Compte-tenu de ces hypothèses, ils établissent l'expression de la densité de probabilité de $u'v'$:

$$p(t) = \frac{\sqrt{1-r^2}}{\pi} e^{rt} K_0(t)$$

où $t = \frac{u'v'}{\sigma_{u'}\sigma_{v'}(1-r^2)}$ et K_0 la fonction de BESSEL modifiée de second espèce.

Moyennant ces relations, ils en déduisent les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement de $u'v'$ notés respectivement S_{uv} et F_{uv} .

$$S_{uv} = \frac{2r(r^2+3)}{(r^2+1)^{3/2}} \quad ; \quad F_{uv} = \frac{9r^4+42r+9}{(r^2+1)^2}$$

Les valeurs de S_{uv} sont en bon accord avec nos résultats expérimentaux pour des valeurs de $y/h < 0,5$, pour l'écoulement turbulent établi (planche n° XVII).

La relation de F_{uv} n'est valable que pour $y/h < 0.35$ (planche n° XVIII).

Il semblerait donc que ces relations ne soient valables que dans une zone limitée.

L'hypothèse selon laquelle la densité de probabilité de $u'v'$ a la forme $p(t)$ ci-dessus, nous conduit à une distribution peu différente de nos résultats expérimentaux. Cet écart serait réduit, si l'on tenait compte systématiquement de l'intermittence, sans cesse présente dans l'écoulement, intermittence qui impose une dissymétrie à la densité de probabilité.

V.4 - LOCALISATION DE LA JONCTION DE LA COUCHE LIMITE

Nous avons tenté d'évaluer la distance à laquelle les couches limites se rejoignent, à partir de l'évolution de certaines grandeurs.

- La vitesse sur l'axe croît linéairement de l'entrée jusque $\frac{x}{h} = 80$.

A partir de cette abscisse l'évolution est beaucoup plus lente.

- Deux autres paramètres nous ont permis de situer approximativement le lieu le plus probable de la jonction des couches limites :
Ce sont les facteurs d'aplatissement des fluctuations normales et longitudinales.

En effet, nous avons constaté que pour x fixé, il existe une ordonnée y_L pour laquelle $\frac{v'^4}{(u'^2)^2} > \frac{u'^4}{(v'^2)^2}$ pour tout $y < y_L$.

De plus, pour $y = h$ fixé, il existe une abscisse x_L satisfaisant la relation ci-dessus pour tout $x > x_L$. La planche n° XX représente l'évolution comparée des deux facteurs pour $y/h = 1$, c'est-à-dire sur l'axe de la veine

Il nous a paru intéressant d'estimer la distance x_L à la paroi pour laquelle nous avons la relation :

$$\frac{u'^4}{(u'^2)^2} = \frac{v'^4}{(v'^2)^2}$$

Pour ce faire, nous avons relevé pour différents $\frac{x}{h}$, l'ordonnée y_L , et pour cette même ordonnée les valeurs $\frac{U}{U_0}$ correspondantes.

Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

$\frac{x}{h}$	37	45	53	61	77
y_L/h	0.39	0.43	0.67	0.82	1
$\frac{U}{U_0}$	0.975	0.975	0.98	0.985	~ 1

Notons que les valeurs obtenues sur l'axe de la station $\frac{x}{h} = 77$

sont :

$$\frac{\overline{u'^4}}{(\overline{u'^2})^2} = 4.50 \quad \text{et} \quad \frac{\overline{v'^4}}{(\overline{v'^2})^2} = 4.53$$

Nous avons utilisé les résultats de COMTE-BELLOT (1) et procédé de la même manière. Nous en tirons quelques renseignements :

- Au bord de la couche limite où règne une intermittence

$$\frac{\overline{u'^4}}{(\overline{u'^2})^2} \text{ est toujours supérieur à } \frac{\overline{v'^4}}{(\overline{v'^2})^2}$$

- A l'intérieur de la couche limite $\frac{\overline{u'^4}}{(\overline{u'^2})^2}$ est inférieur à $\frac{\overline{v'^4}}{(\overline{v'^2})^2}$

Les deux remarques peuvent être appliquées aux résultats d'ANTONIA et LUXTON (2) concernant l'écoulement sur plaque plane lisse.

- Des profils de vitesse de COMTE-BELLOT (1), nous avons déduit que les deux coefficients sont égaux pour $\frac{\overline{U}}{U_0}$ voisin de 0.98.

Des travaux de COMTE-BELLOT (1), ANTONIA et LUXTON (2) et de la présente étude, nous dégageons quelques remarques :

- A l'intérieur d'une couche limite turbulente, $\frac{\overline{v'^4}}{(\overline{v'^2})^2}$ serait toujours supérieur à $\frac{\overline{u'^4}}{(\overline{u'^2})^2}$, la réciproque n'est pas toujours vérifiée.

- Au bord d'une couche limite, le facteur d'aplatissement de u' est supérieur à celui de v' .

- Il existe donc une ordonnée y_L voisine de δ_{98} (δ_{98} étant l'épaisseur où la vitesse locale est telle que $\overline{U} = 0.98 U_0$) pour laquelle les deux coefficients sont égaux.

Ce critère semblerait donc valable pour estimer l'épaisseur de couche limite.

Pour $\frac{x}{h} = 77$, les deux coefficients sont sensiblement égaux au voisinage de l'axe.

En outre, en aval de cette station de mesure $\frac{\overline{v'^4}}{(\overline{v'^2})^2} > \frac{\overline{u'^4}}{(\overline{u'^2})^2}$

quel que soit $\frac{x}{h}$, ce qui nous pousse à croire, compte-tenu des considérations ci-dessus, que les deux couches limites se rejoignent pour $\frac{x}{h}$ voisin de 80. (Voir Planche XX).

CHAPITRE VI

CRITÈRES D'ETABLISSEMENT

La planche XXI représente l'évolution de l'écoulement pour un nombre de REYNOLDS voisin de 14150.

Nous distinguerons trois zones distinctes.

a) Zone laminaire

Cette zone s'étend jusque $\frac{x}{h} = 12.5$.

Son origine fictive est déduite des mesures de δ_1 et δ_2 .

Nous avons délimité cette région à l'aide de l'évolution des grandeurs suivantes :

- Le profil de vitesse moyenne et de type laminaire. Le paramètre de forme qui en résulte vaut 2,4 pour la première station de mesure.
- Le coefficient de frottement local est déterminé de façon précise grâce à la balance à éléments flottants. La valeur de ce coefficient est conforme à celle obtenue pour un écoulement laminaire à même nombre de REYNOLDS.

b) Zone de transition

Cette zone a lieu approximativement entre $\frac{x}{h} = 12,5$ et $\frac{x}{h} = 61$.

Plusieurs paramètres nous ont permis de la situer.

- La caractéristique la plus immédiatement intéressée par le phénomène de transition est la distribution de vitesses qui augmentent près de la paroi, ce qui donne lieu à un accroissement très net du frottement. En effet, le coefficient augmente brutalement à partir de $\frac{x}{h} = 12,5$, et atteint son maximum à $\frac{x}{h} = 61$. Sa courbe représentative possède un point d'inflexion pour $R_x = 5.7 \cdot 10^5$ correspondant à $\frac{x}{h} = 37$.

Pour cette même abscisse δ_1 et δ_2 passent d'une loi d'évolution en $x^{1/2}$ à la loi en $x^{0,8}$. Dans cette région, l'intermittence impose de très grandes valeurs aux facteurs de dissymétrie et d'aplatissement des composantes de la vitesse et de $u'v'$.

Le taux de turbulence de u' augmente nettement dans cette région. En outre, le maximum se rapproche de la paroi lorsque l'abscisse croit et atteint pour $\frac{x}{h} = 37$ la valeur 0,13, supérieure à celle trouvée en régime turbulent établi.

On observe également la formation d'un palier pour ce taux de turbulence, phénomène caractéristique de la transition.

c) Zone turbulente.

Le régime turbulent est atteint peu après $\frac{x}{h} = 61$.

Les profils de vitesse présentent des gradients importants près de la paroi. Le facteur de forme qui s'en déduit est de l'ordre de 1,4.

Le coefficient de frottement atteint son maximum pour $\frac{x}{h} = 63$, décroît légèrement puis devient constant à partir de $\frac{x}{h} = 103$.

C'est dans cette région pleinement turbulente que s'effectue la jonction des couches limites.

Cette abscisse a été déterminée de la façon suivante :

En première approximation, on peut situer cette jonction en supposant qu'elle correspond à un changement brusque de la pente de la vitesse sur l'axe. Ceci est réalisé pour $\frac{x}{h}$ voisin de 80.

Une étude du comportement des facteurs d'aplatissement de u' et de v' nous a conduit à cette remarque : l'égalité de ces facteurs est réalisée au voisinage de δ_{98} . Nous en avons déduit que la jonction des couches limites s'effectue pour $\frac{x}{h} = 77$.

L'établissement de différentes grandeurs a lieu peu après cette abscisse.

La planche XXI indique le lieu au-delà duquel une quantité est indépendante de x .

- Le gradient longitudinal de pression est sensiblement constant à partir de $\frac{x}{h} = 53$. Son établissement s'effectue plus vite que les autres grandeurs.

Les profils de vitesse évoluent jusqu'à $\frac{x}{h} = 118$; au-delà de cette station les profils sont identiques.

Les taux de turbulence et les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement de u' et de v' sont établis à partir de $\frac{x}{h} = 101$.

- Les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement de u' et v' semblent ne plus évoluer à partir de $\frac{x}{h} = 110$.

CONCLUSION

Tant d'un point de vue théorique que pratique, l'établissement du régime turbulent dans une conduite offre un grand intérêt.

Notre travail a consisté dans un premier temps à étudier le champ moyen. Dans cette partie nous avons mesuré les vitesses moyennes, les gradients de pression longitudinale et le coefficient de frottement local.

La balance à éléments flottants a été d'un apport considérable, car elle utilise une méthode directe de mesure du frottement pariétal.

Cette balance a été d'autant plus nécessaire que la zone d'établissement du régime est importante.

Dans un deuxième temps, la mise au point des programmes d'acquisition et de traitement du signal anémométrique nous a permis de déterminer les moments jusque l'ordre 4 de u' , v' et $u'v'$ et ainsi d'en déduire les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement des différentes grandeurs.

Toutes ces mesures nous ont permis de distinguer les trois régimes le long du canal.

- Le régime laminaire désigne approximativement la zone comprise entre l'origine fictive et la première station de mesure.

- Le régime transitionnel intéresse toute l'étendue comprise entre $\frac{x}{h} = 12,5$ et $\frac{x}{h} = 61$. Le point moyen de la transition est fourni par le coefficient de frottement, par δ_1 et δ_2 . Il est atteint $R_x = 5,7 \cdot 10^5$.

- Le régime turbulent se déclenche dès $\frac{x}{h} = 61$.

Les mesures qualitatives et quantitatives montrent que près de la paroi, une dissymétrie accentuée et de sens opposé à celle qui existe dans la région centrale, apparait sur la distribution de probabilité de la composante u' . On relève des grandes valeurs du coefficient de dissymétrie et d'aplatissement de $u'v'$. L'hypothèse selon laquelle la distribution conjointe de u' et de v' est normale, nous conduit à une distribution dont l'allure est peu

différente de celle obtenue expérimentalement. Ceci n'est vrai que dans la région où l'écoulement est établi et pour $\frac{y}{h}$ voisin de 0,48.

Les formules des facteurs de dissymétrie et d'aplatissement de u' et v' , déduites de la distribution théorique sont en accord avec nos valeurs dans la zone où on pouvait l'espérer.

Il faut cependant prendre avec beaucoup de précaution les résultats obtenus dans la zone de transition. En effet, l'intermittence qui règne dans cette région engendre des différences de vitesses importantes lorsqu'on passe d'une zone laminaire à une zone turbulente. Les mesures de vitesse et de turbulence perdent quelque peu de leur signification.

Malgré ces incertitudes, nous pouvons à la lumière de ces résultats dégager ces remarques.

Les mesures des facteurs d'aplatissement nous ont permis de conclure qu'à l'intérieur de la couche limite, celui relatif à v' est toujours supérieur à celui de u' . Cette relation nous a servi à préciser l'abscisse où les deux couches limites se rejoignent c'est-à-dire pour $\frac{x}{h} = 77$, ce qui est en accord avec l'évolution de la vitesse sur l'axe.

C'est après la jonction de couche limite que les caractéristiques de l'écoulement s'établissent peu à peu.

- Les profils de vitesse sont superposables à partir de $\frac{x}{h} = 118$ et suivent une loi puissance $1/7$ pour un paramètre de forme = 1,4.

- Le coefficient de frottement local est constant à partir de $\frac{x}{h} = 101$.

Les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement et les taux de turbulence de u' et de v' n'évoluent plus au-delà de cette abscisse.

- Les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement de u' et v' sont établis à partir de $\frac{x}{h} = 110$.

Des études expérimentales à différents nombres de REYNOLDS sont souhaitables afin d'étudier le mécanisme du déclenchement de la transition. La mise au point d'une analyse conditionnelle du signal et des mesures de corrélation spatio-temporelles nous permettraient d'étudier les zones fortement intermittentes et de décrire les structures cohérentes qui se développent.

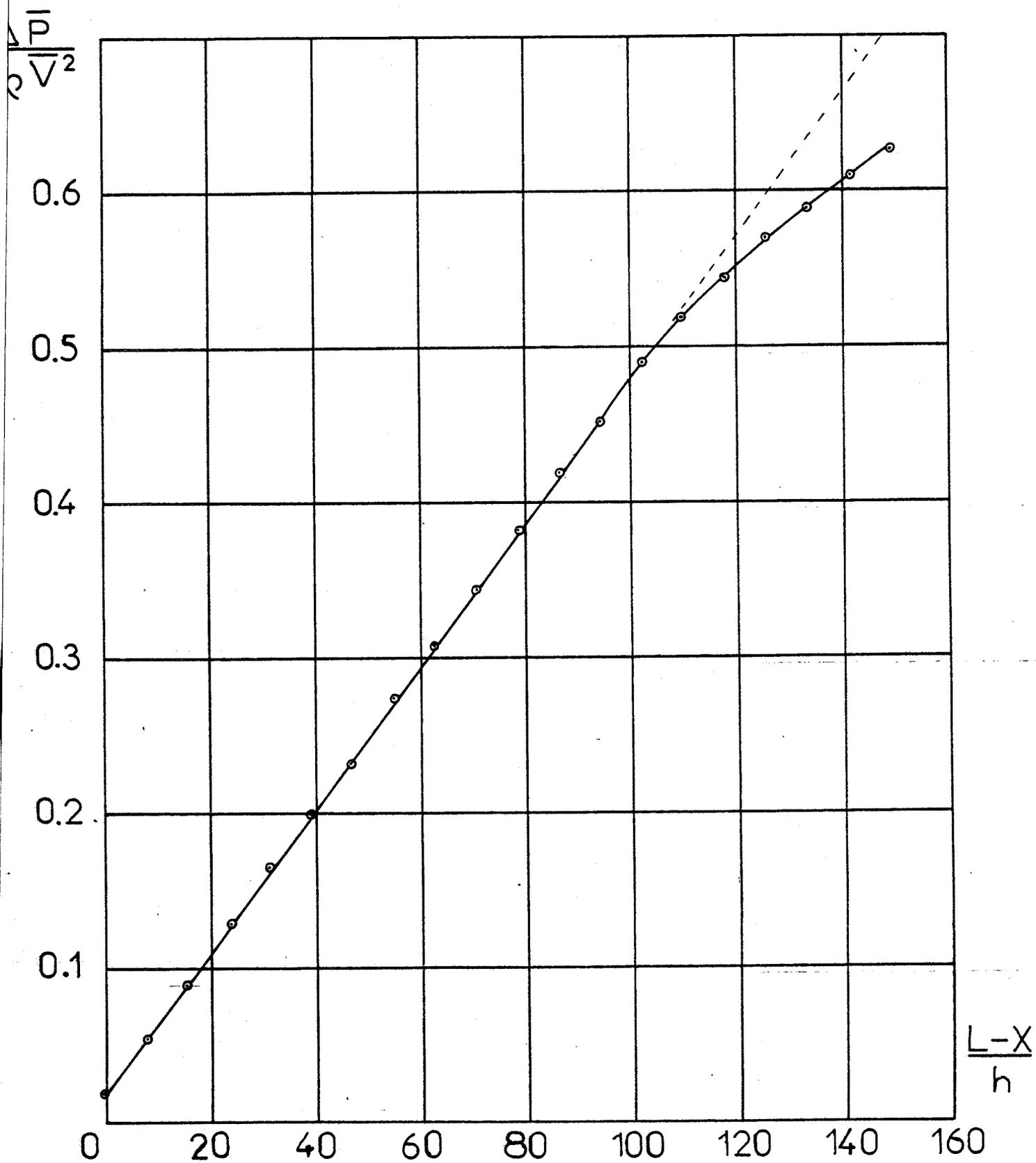


PLANCHE N°I



Evolution de la pression statique le long de la veine

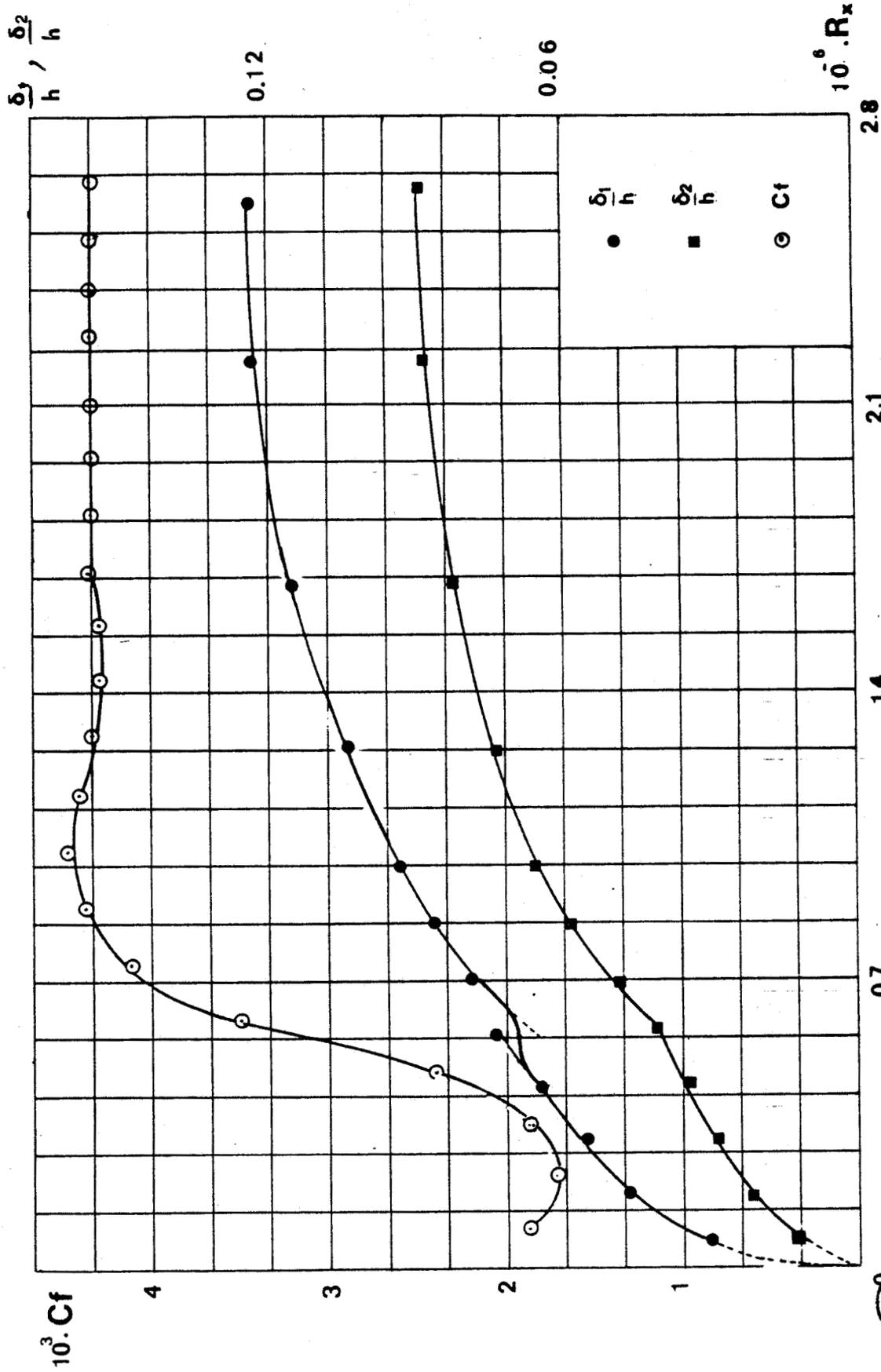


PLANCHE N°II

Coefficient de frottement et paramètres d'épaisseur



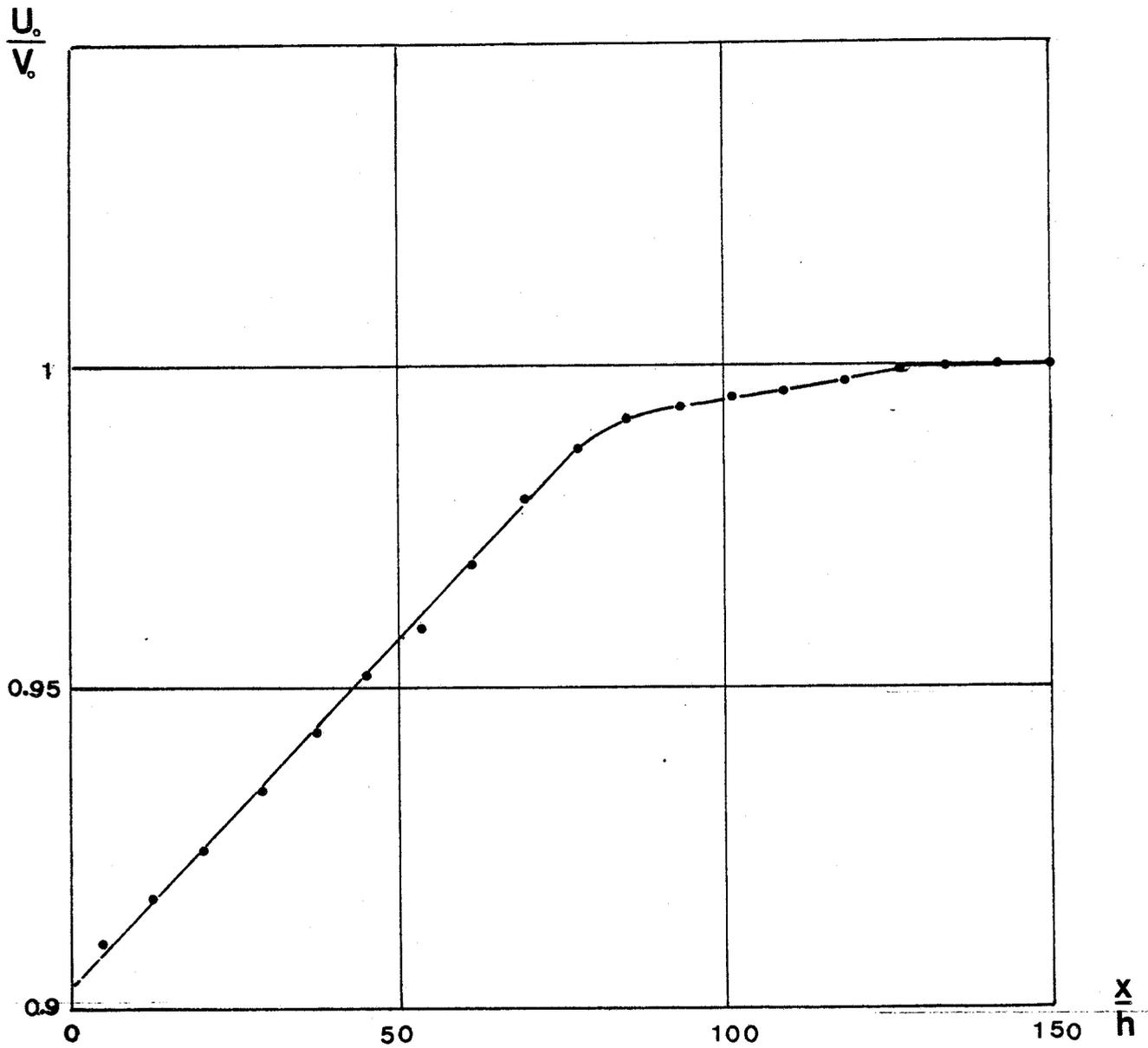


PLANCHE N° III



Evolution de la vitesse sur l'axe

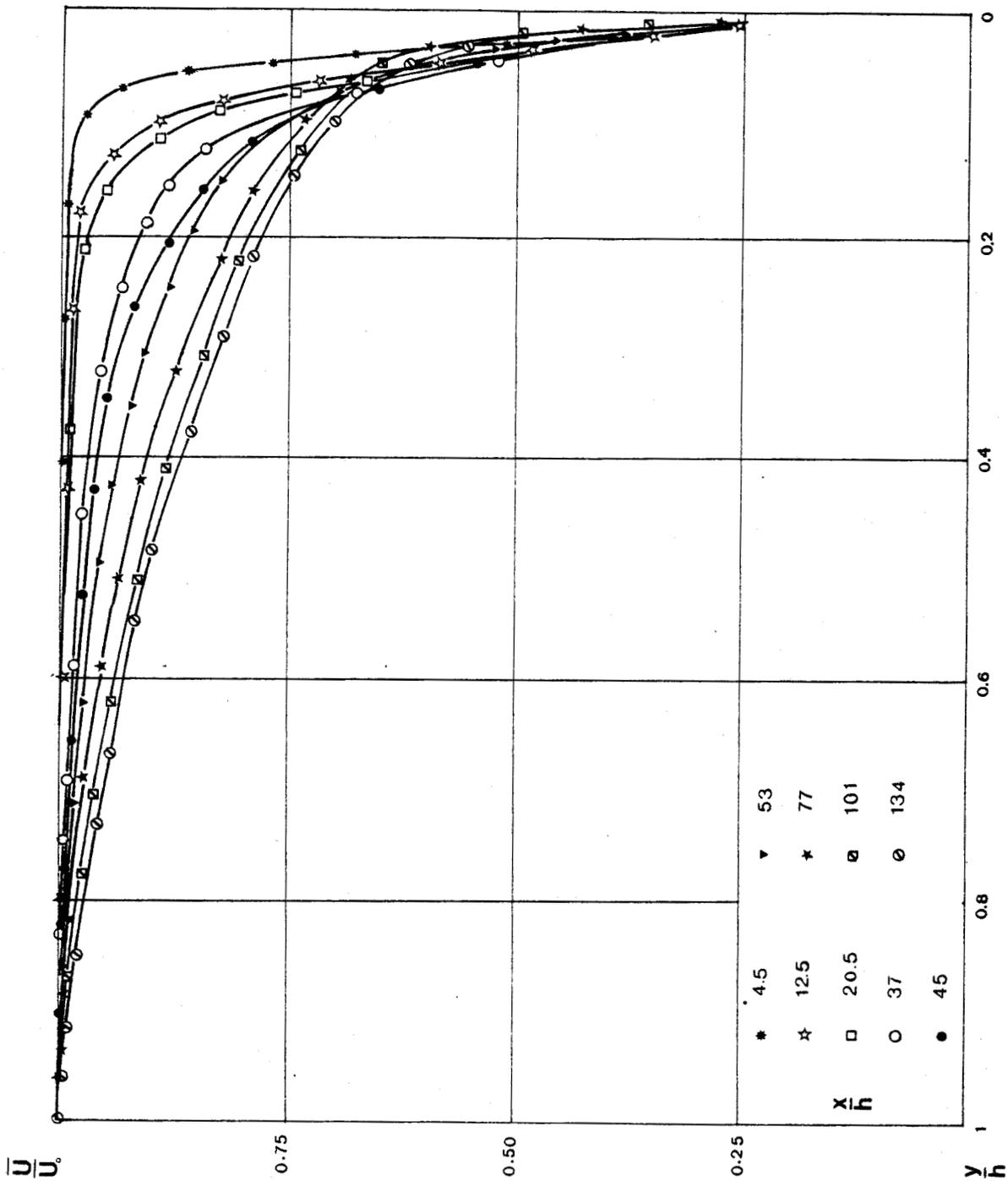


PLANCHE N° IV

Profils des vitesses moyennes



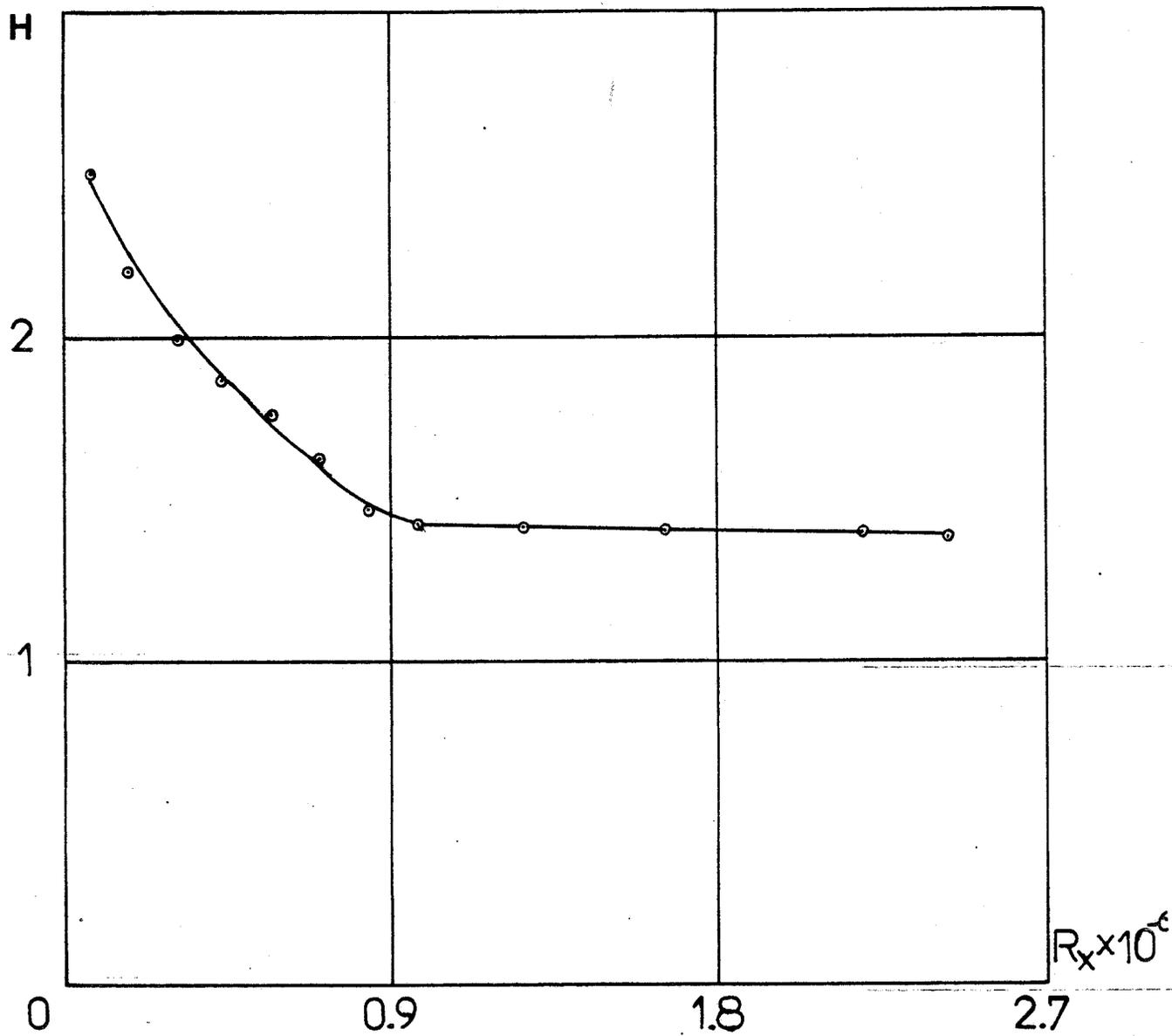


PLANCHE N° V



Evolution du paramètre de forme

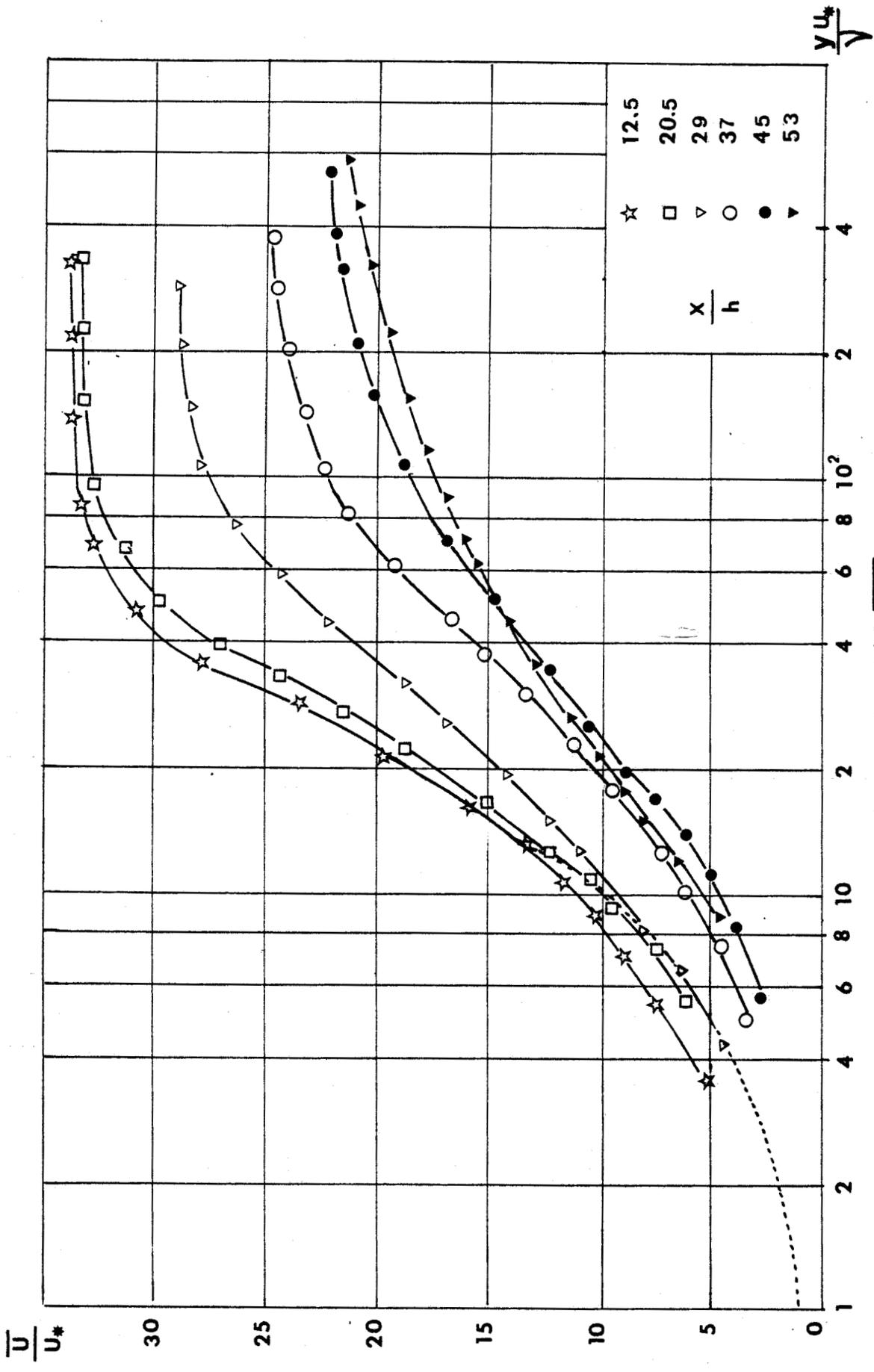


PLANCHE N° VI.

Représentation logarithmique des vitesses moyennes



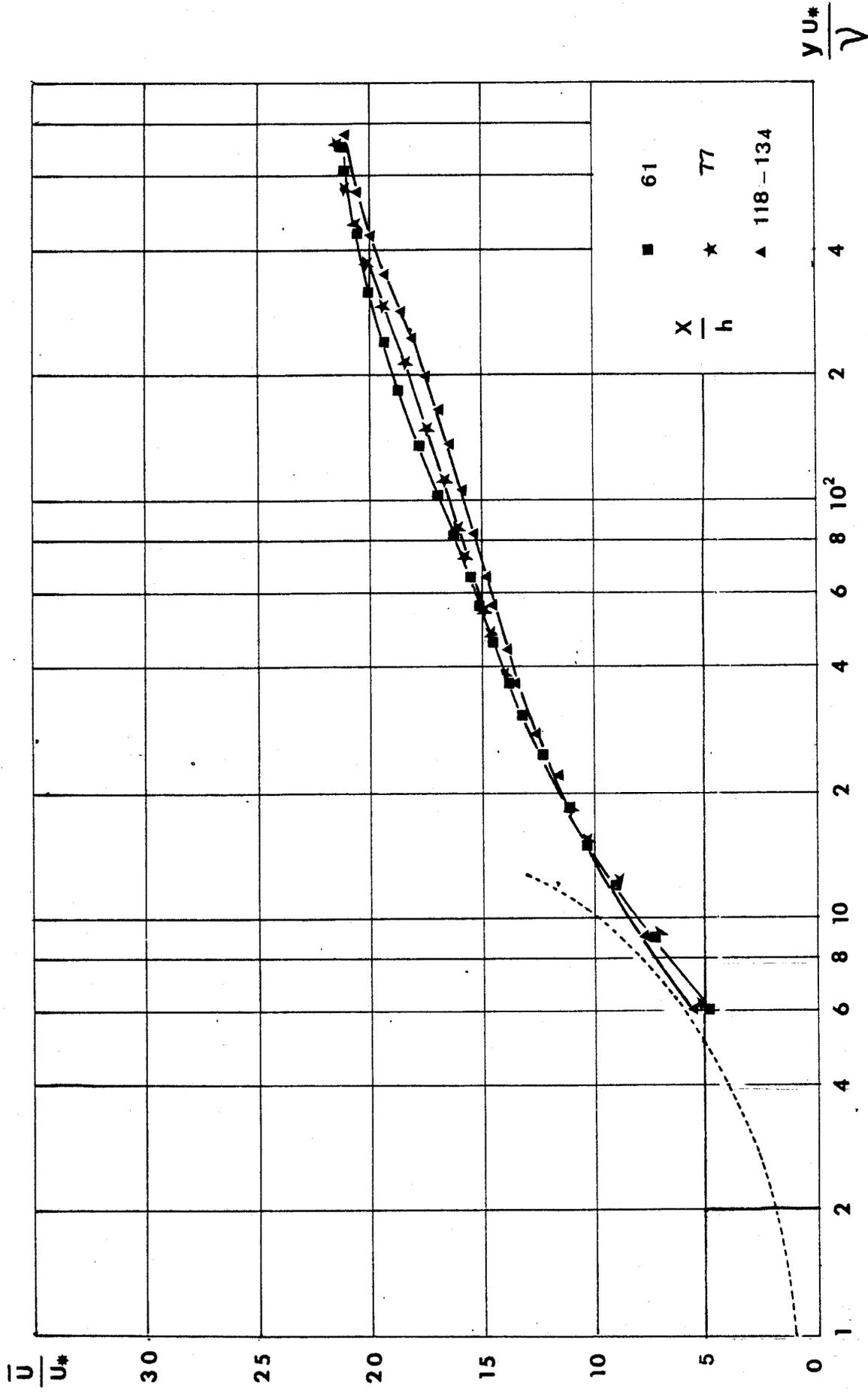


PLANCHE N° Σ VI_b

Représentation logarithmique des vitesses moyennes



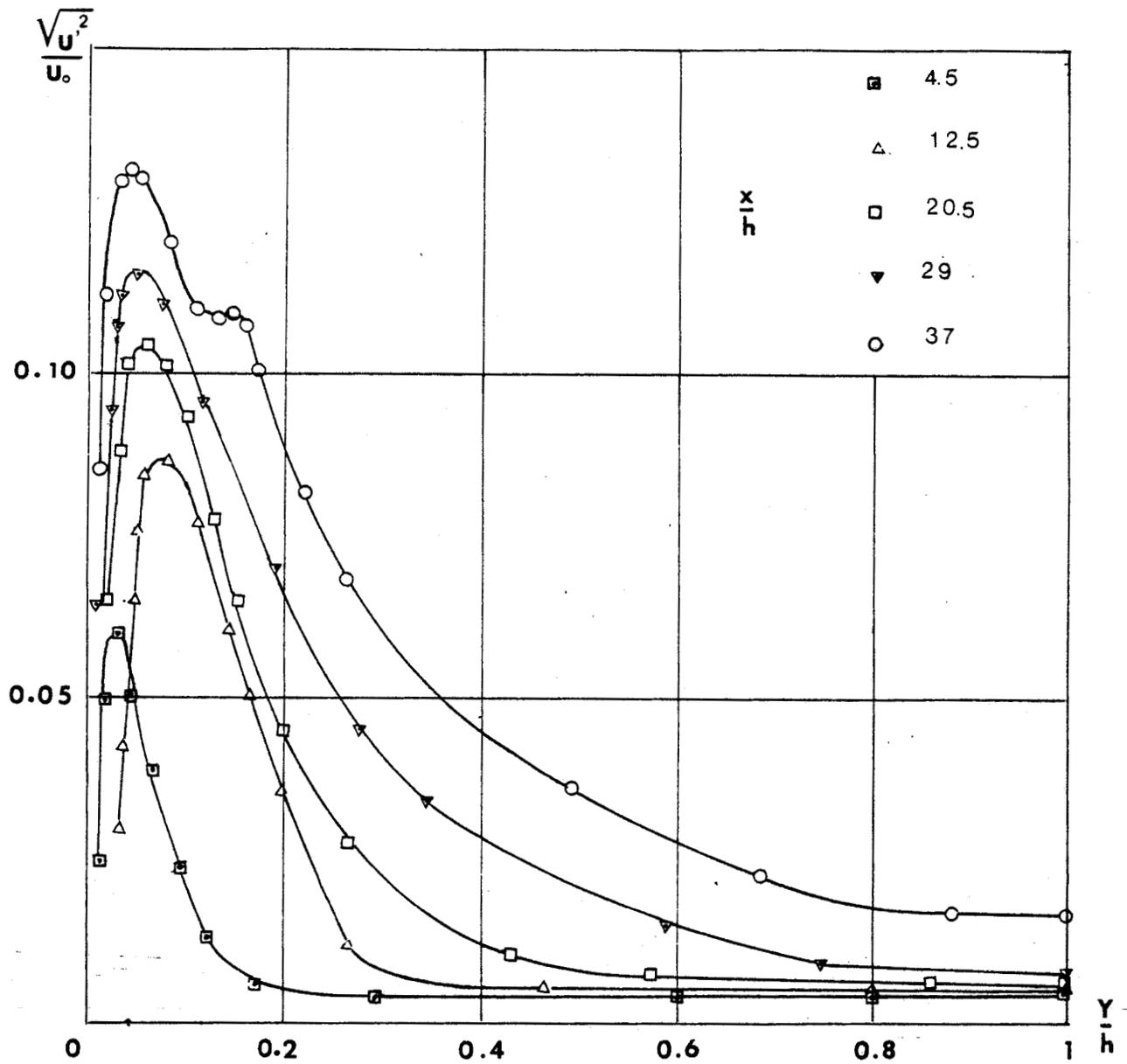


PLANCHE N° VII.



Intensité de turbulence longitudinale

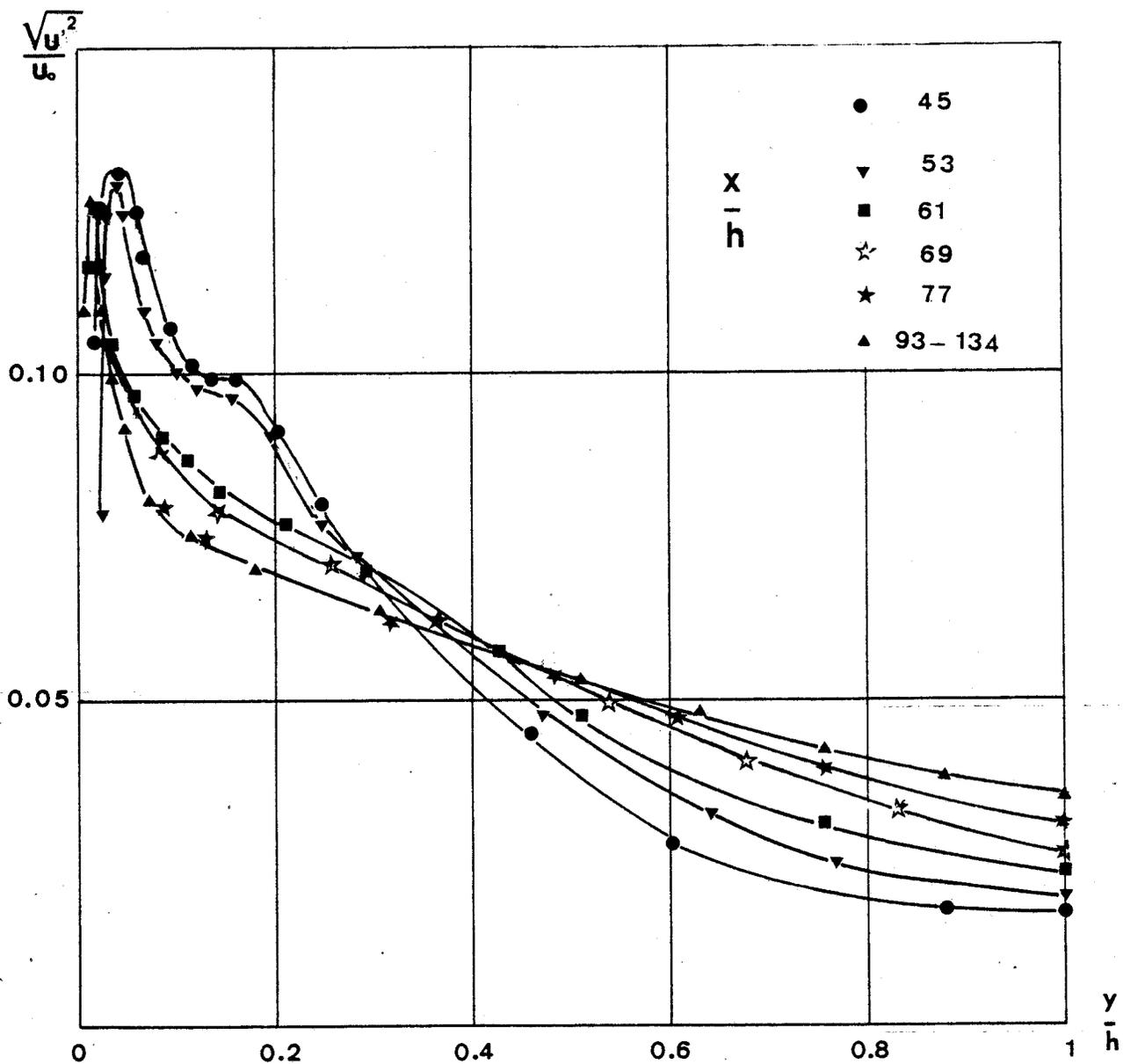


PLANCHE N° VII_b



Intensité de turbulence longitudinale

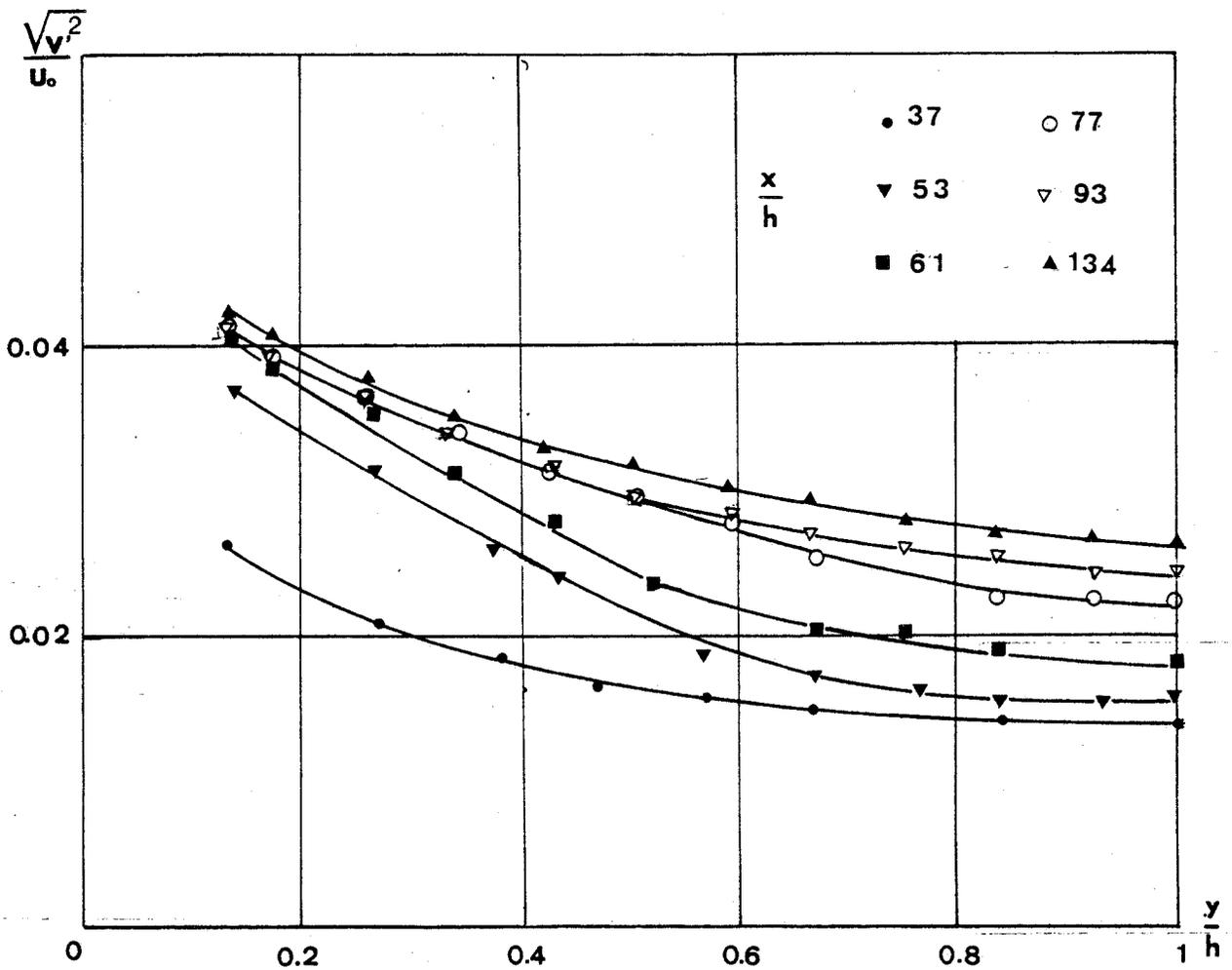


PLANCHE N° VIII



Intensité de turbulence transversale

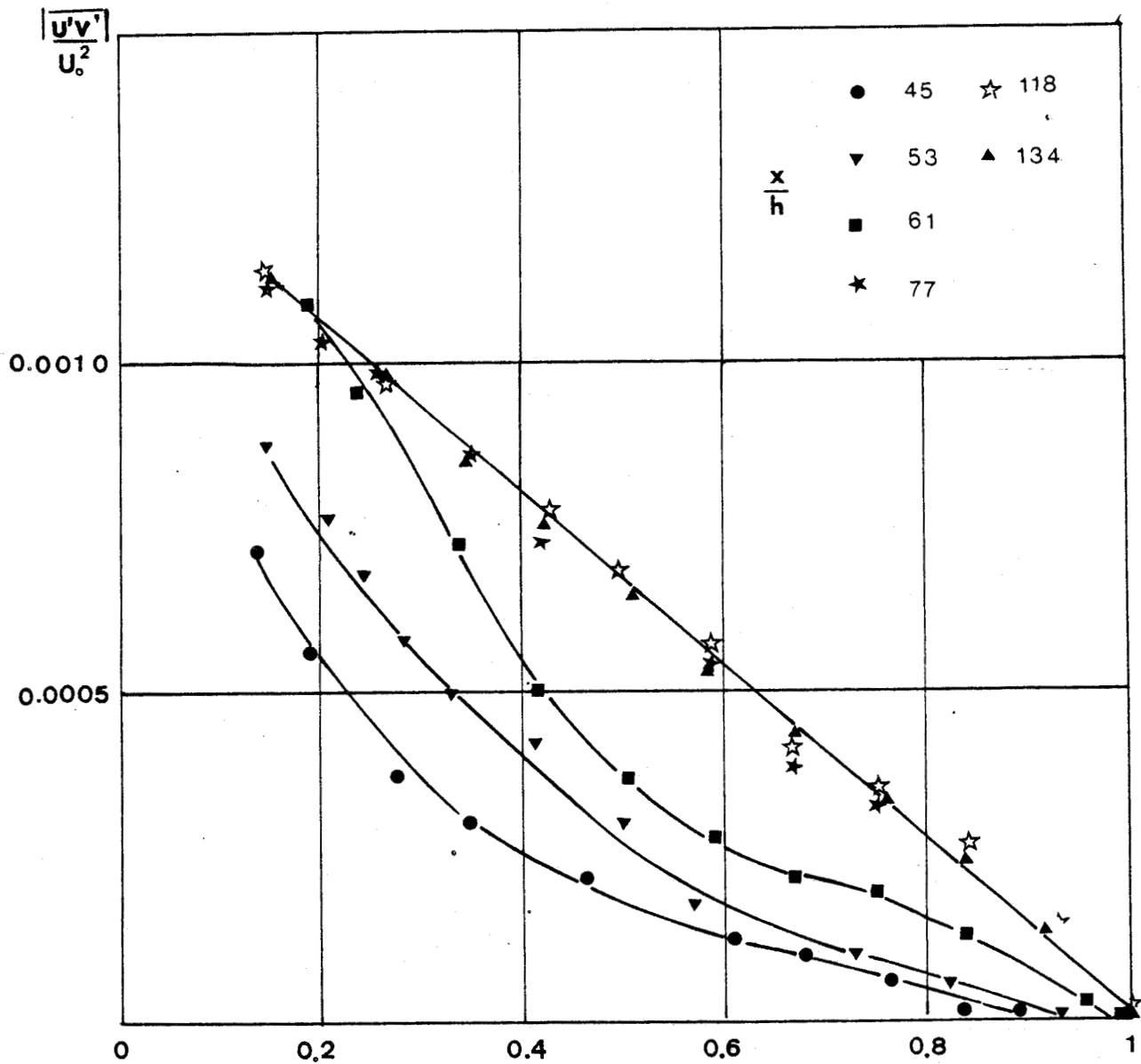


PLANCHE N° IX

Frottement turbulent



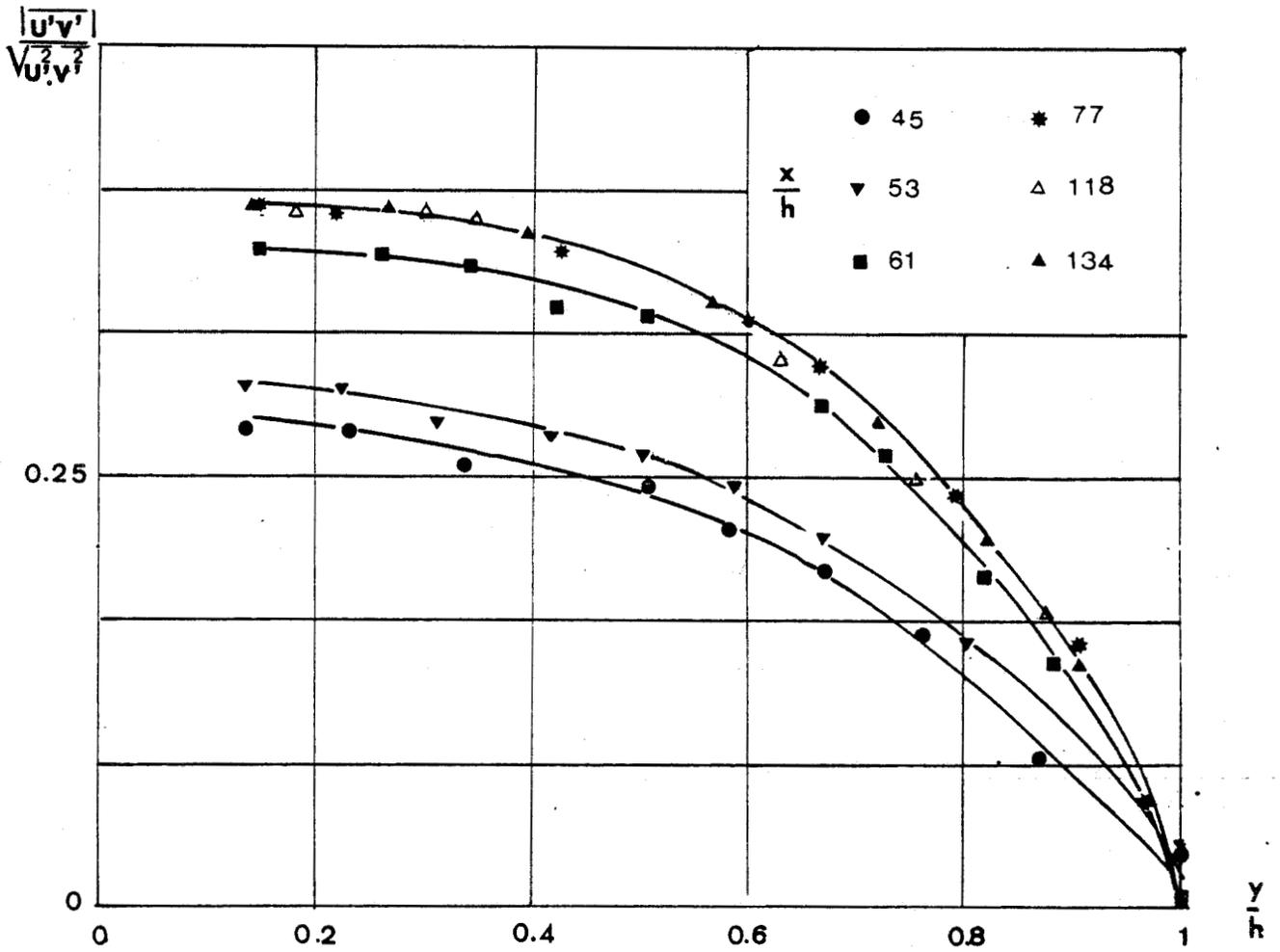


PLANCHE N°X

Coefficient de corrélation de u' et v'



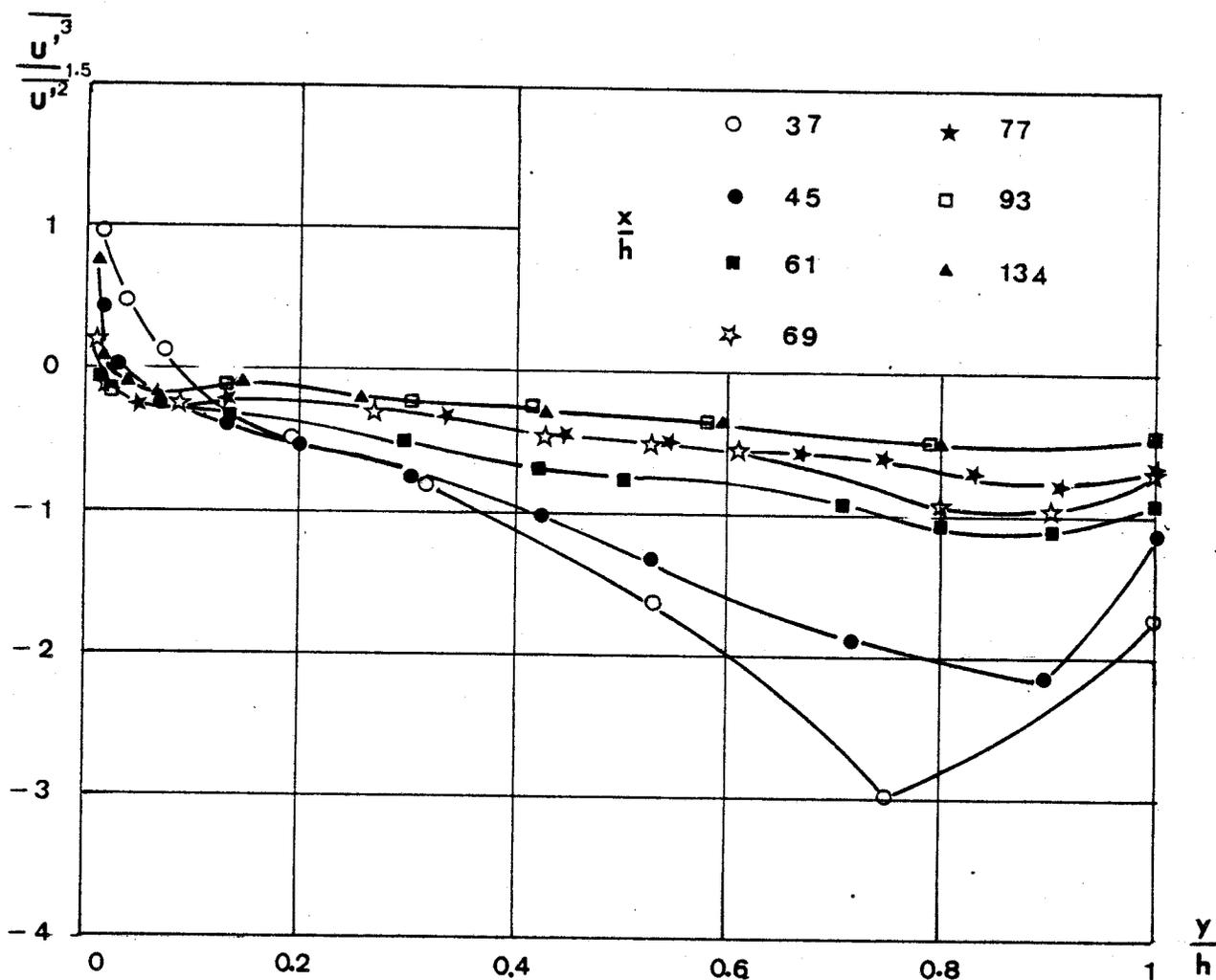


PLANCHE N° XI



Facteur de dissymétrie des
fluctuations longitudinales

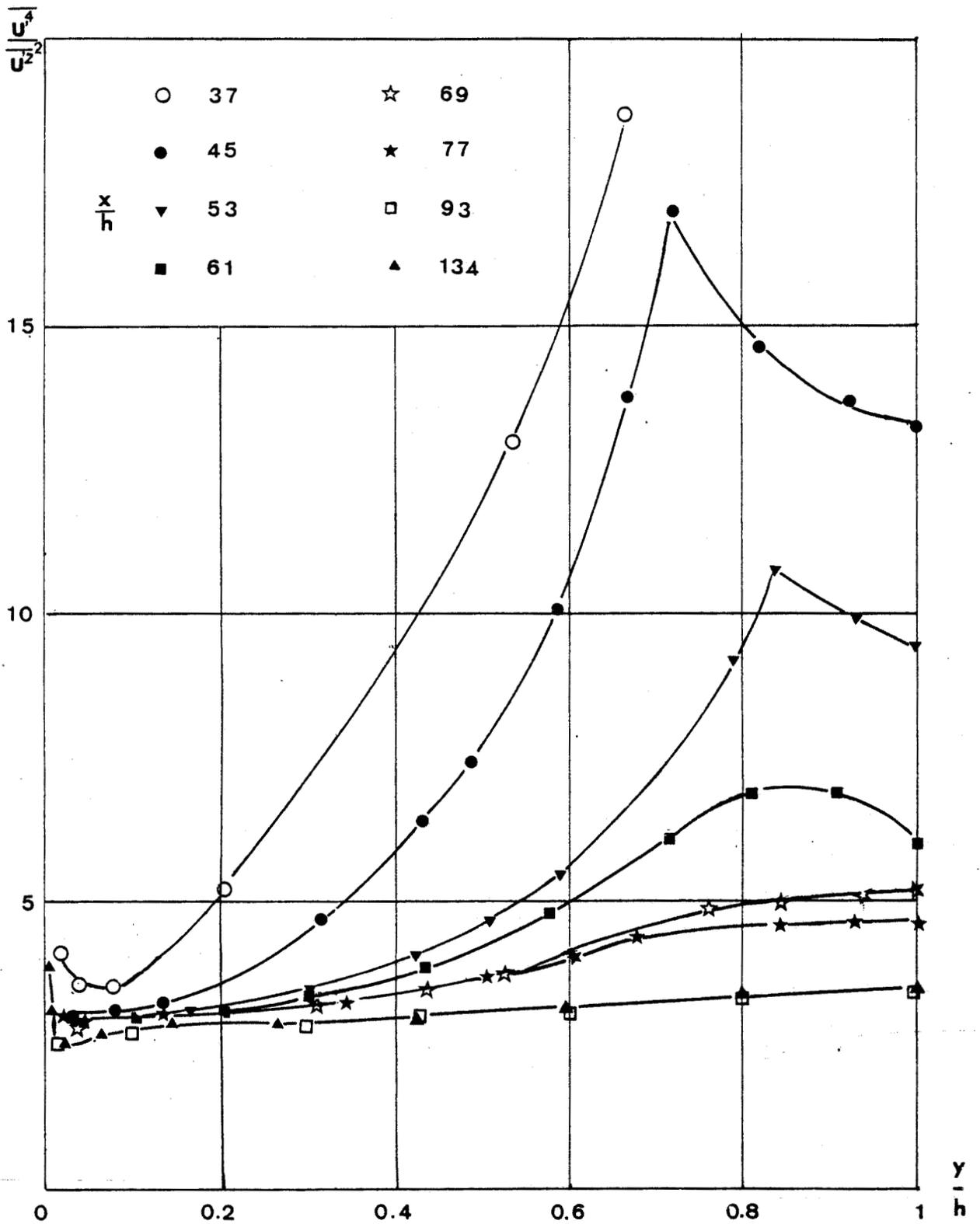


PLANCHE N° XII

Coefficient d'aplatissement des
fluctuations longitudinales

$$P\left[\frac{u'}{\sqrt{u'^2}}\right] \times \sqrt{u'^2}$$

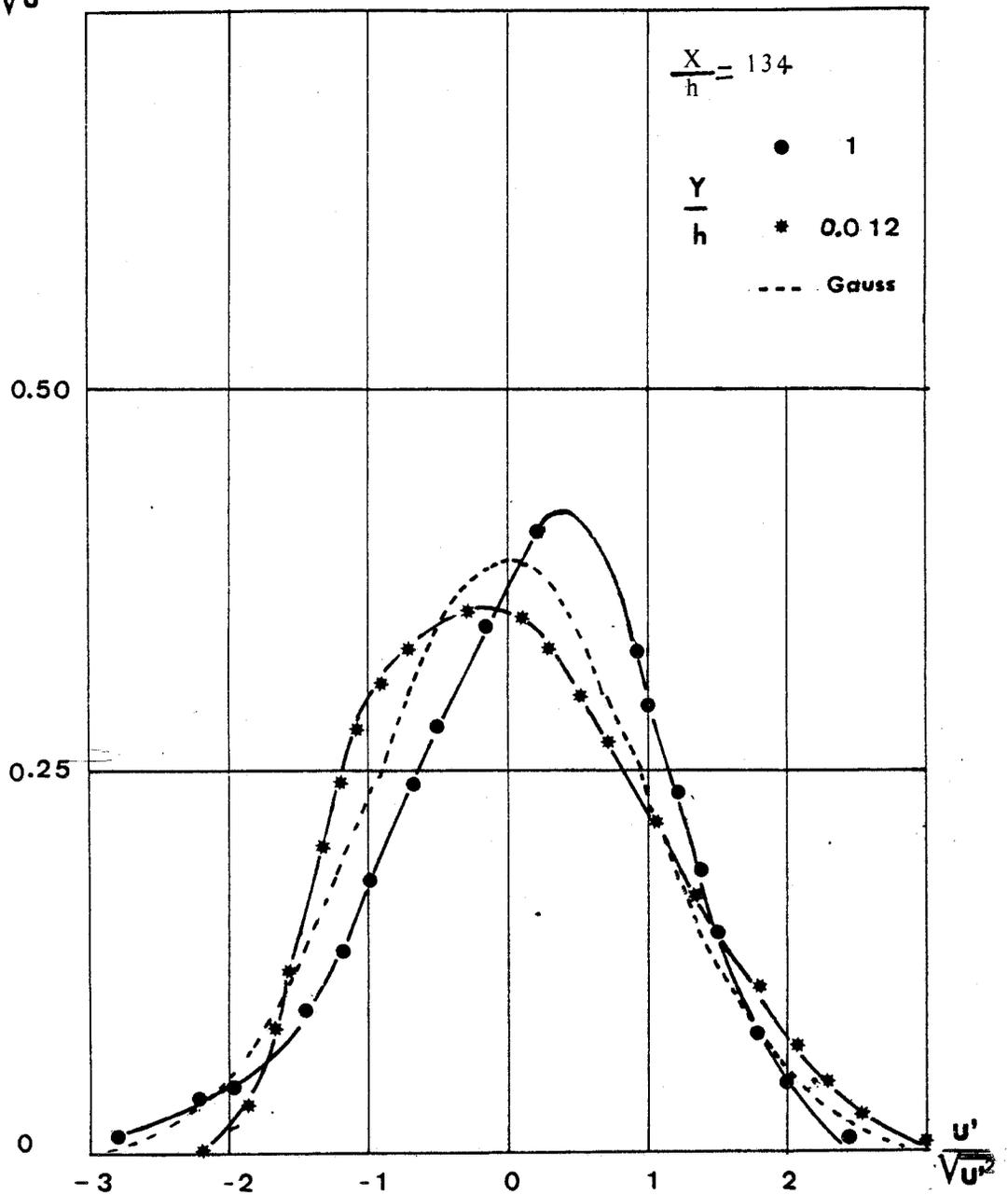


PLANCHE N° XIII.

Densité de probabilité de u'



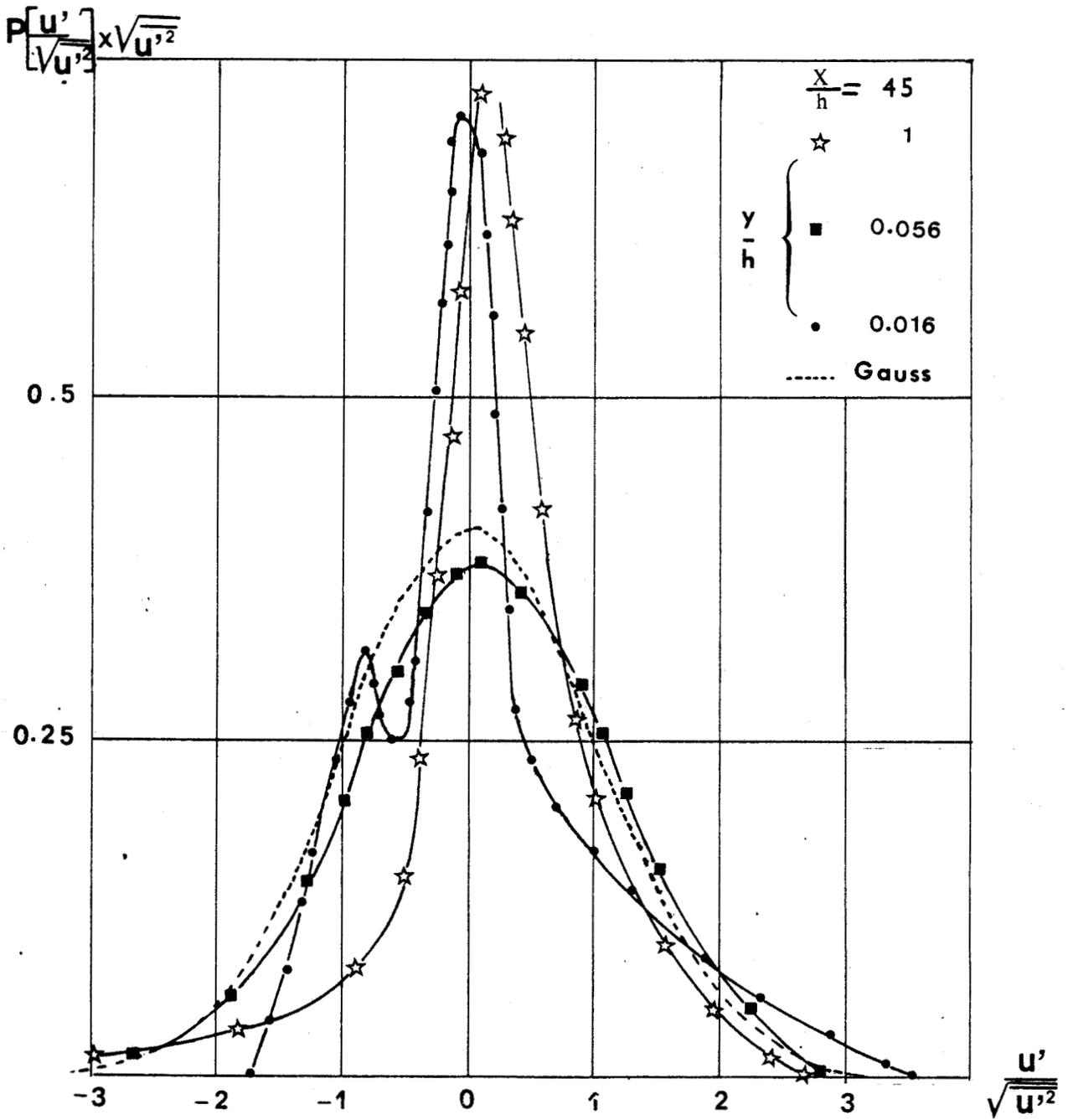


PLANCHE N° XIII_b



Densités de probabilité des fluctuations longitudinales

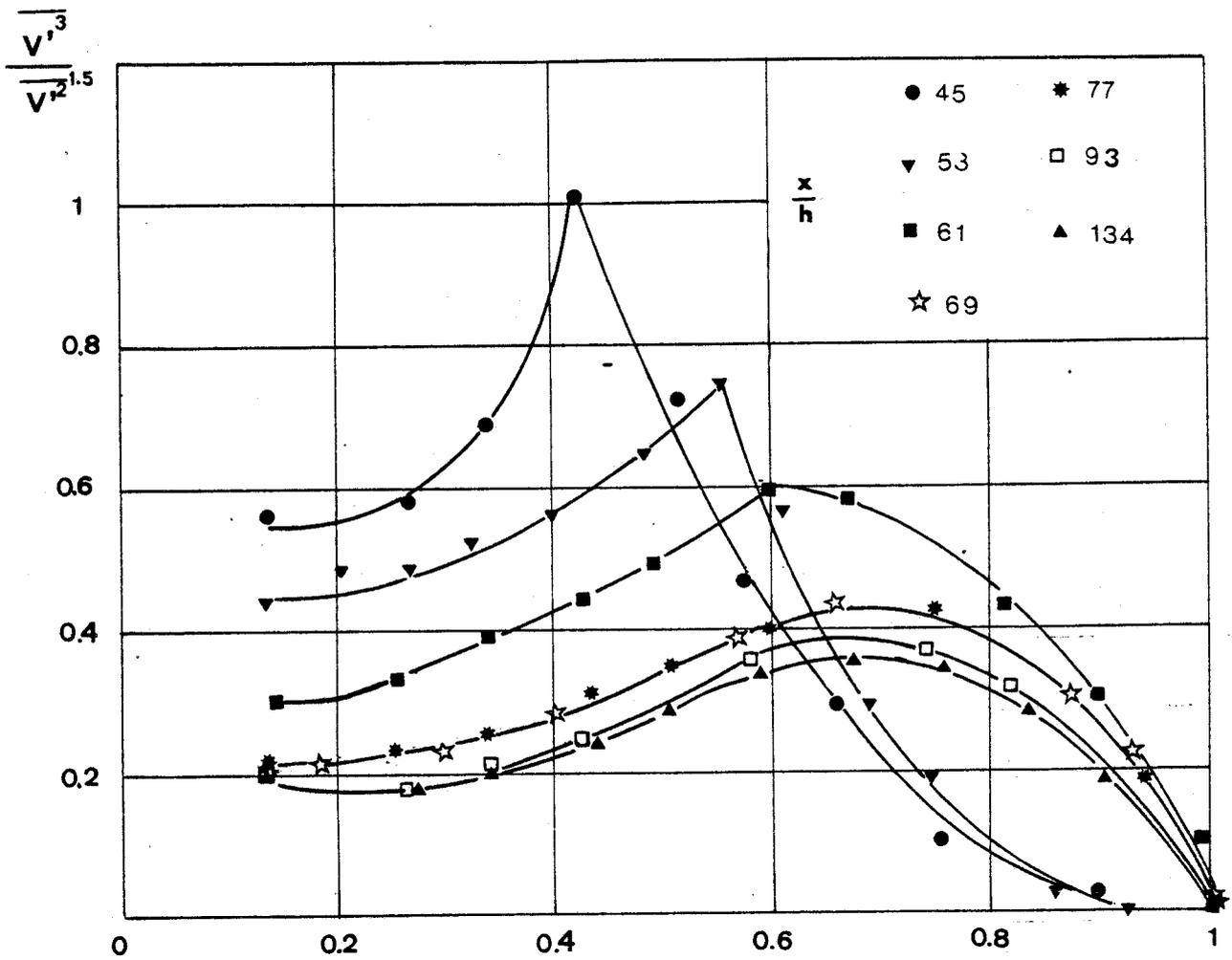


PLANCHE N° XIV

Facteur de dissymétrie des
fluctuations transversales



$$\frac{\sqrt{v^4}}{v^2}$$

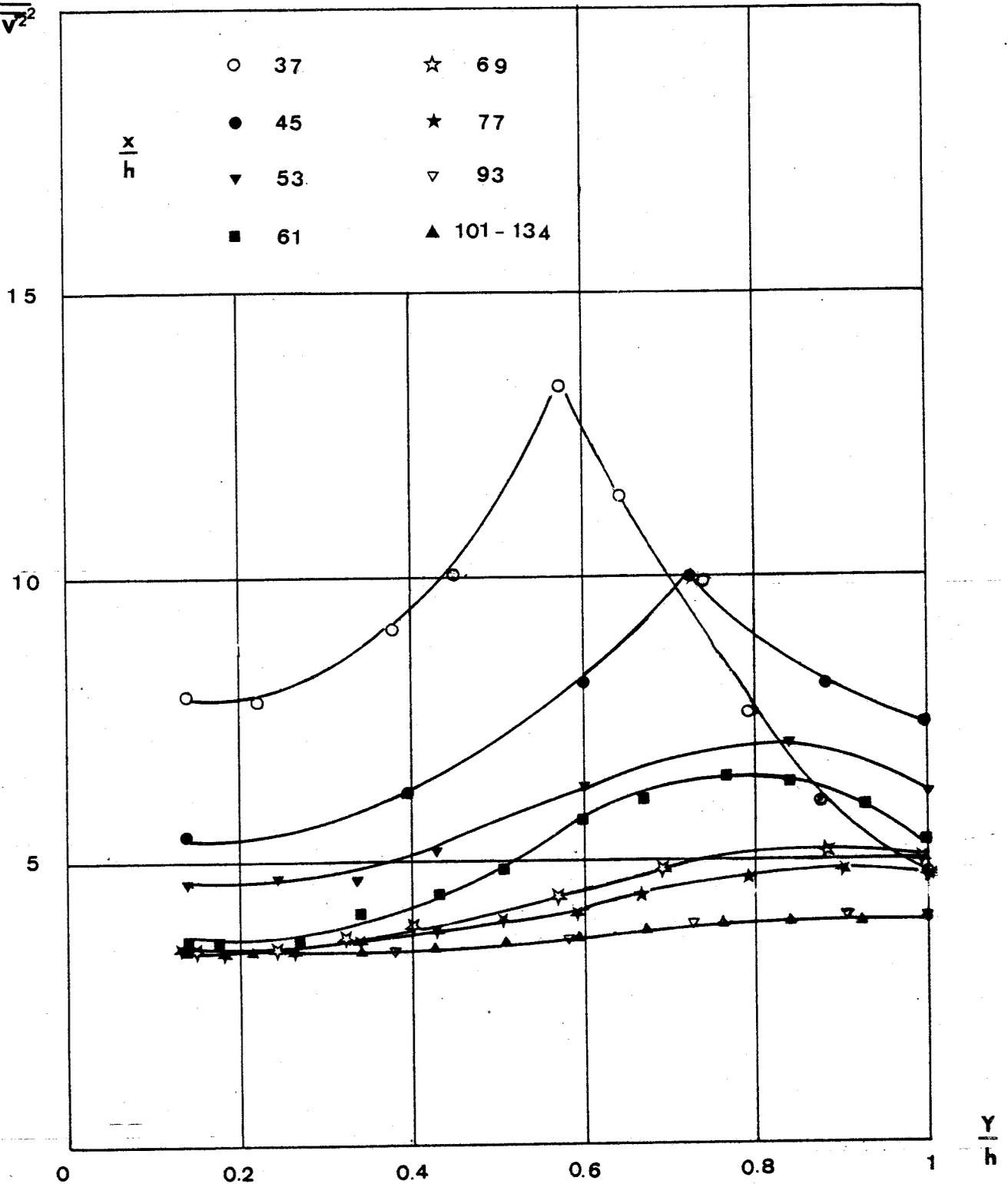


PLANCHE N° XV

Coefficient d'aplatissement des
fluctuations transversales



$$P \left[\frac{v'}{\sqrt{v'^2}} \right] \times \sqrt{v'^2}$$

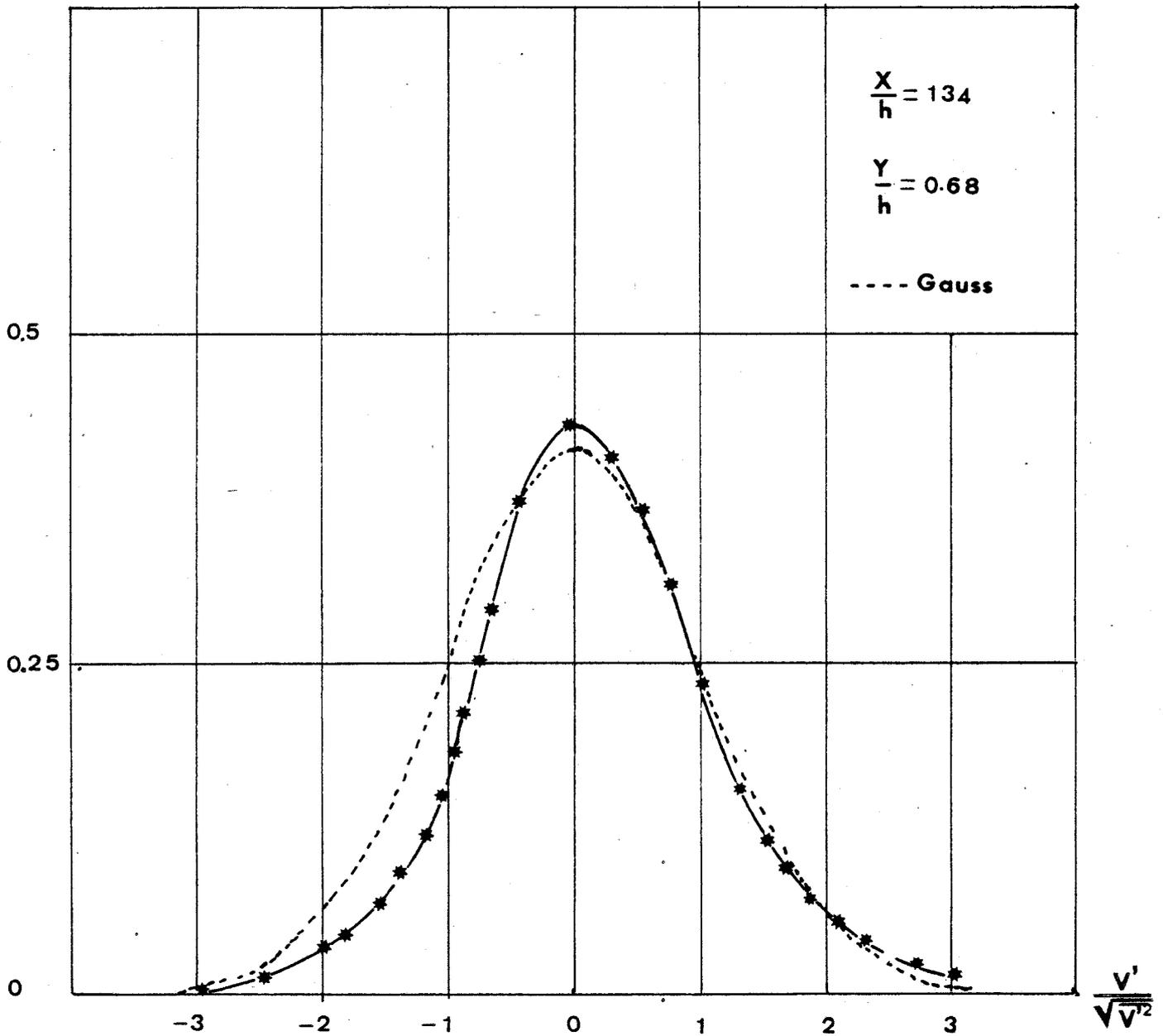


PLANCHE N° XVI

Densité de probabilité de v'



$$\frac{|\overline{(u'v')^3}|}{[\overline{(u'v')^2}]^{1.5}}$$

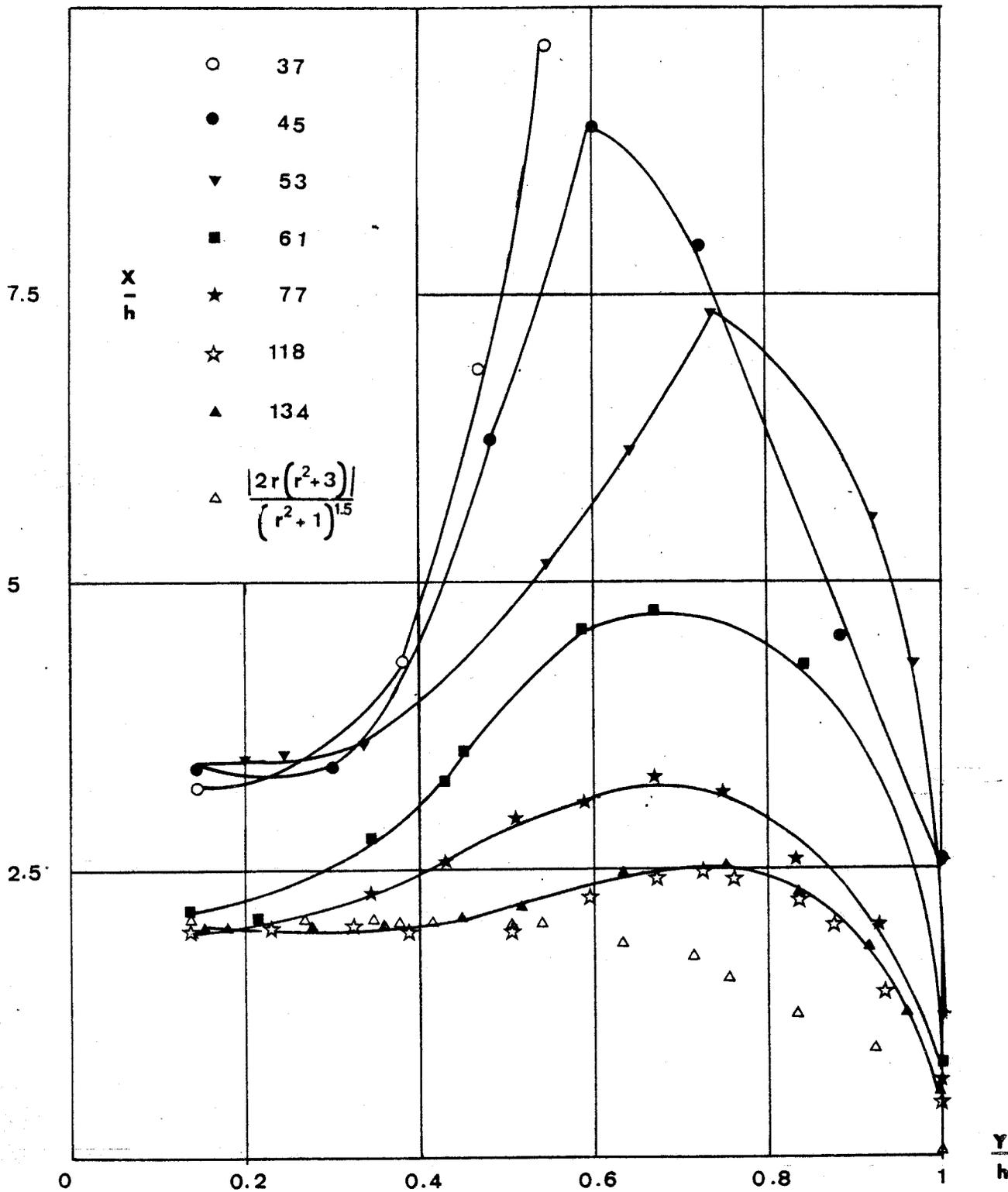


PLANCHE N° XVII

Facteur de dissymétrie des fluctuations
des tensions de Reynolds



$$\frac{(\overline{u'v'} - \overline{u'v'})^4}{[\overline{u'v'} - \overline{u'v'}]^2}$$

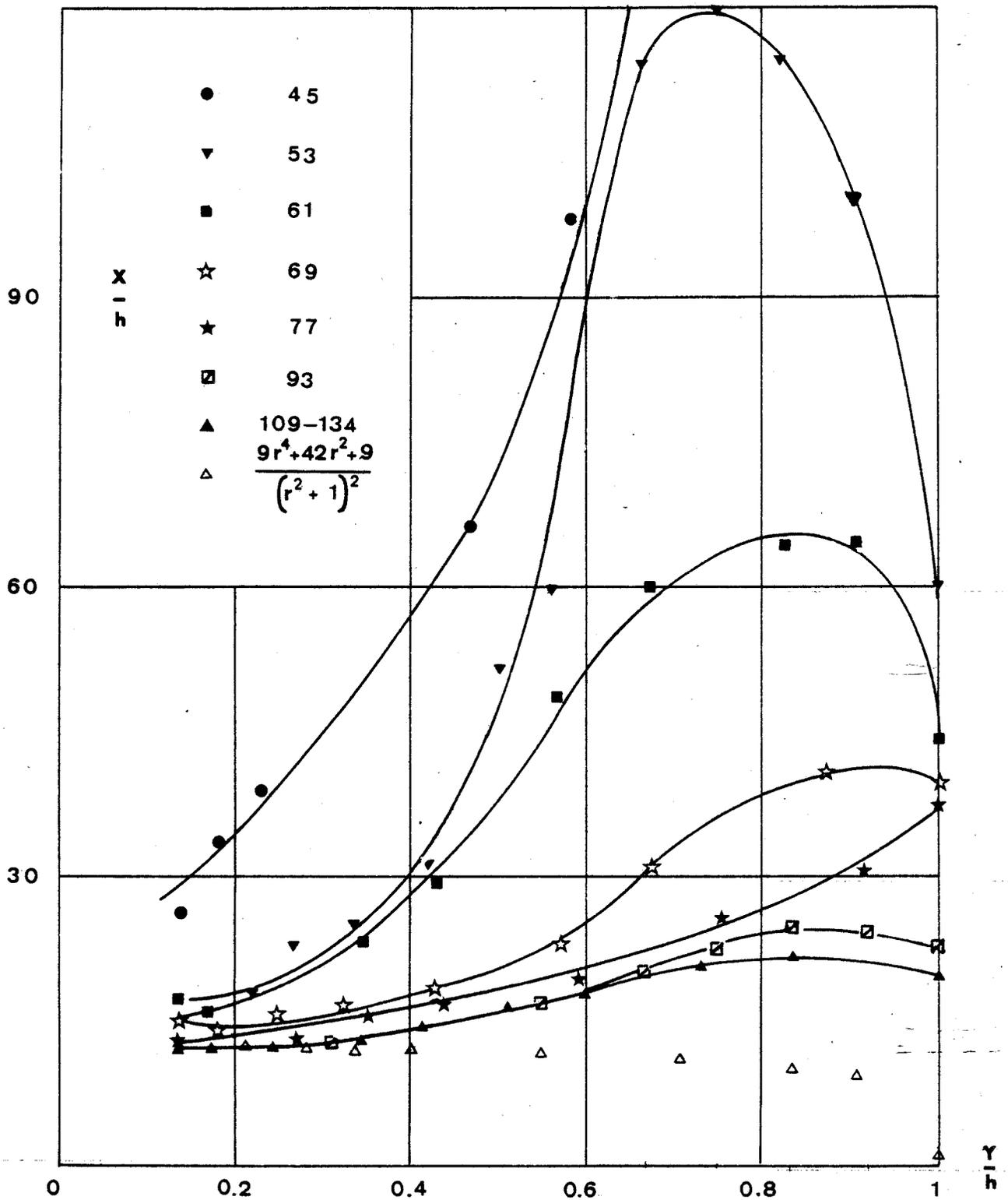


PLANCHE N° XVIII



Facteur d'aplatissement des fluctuations
des tensions de Reynolds

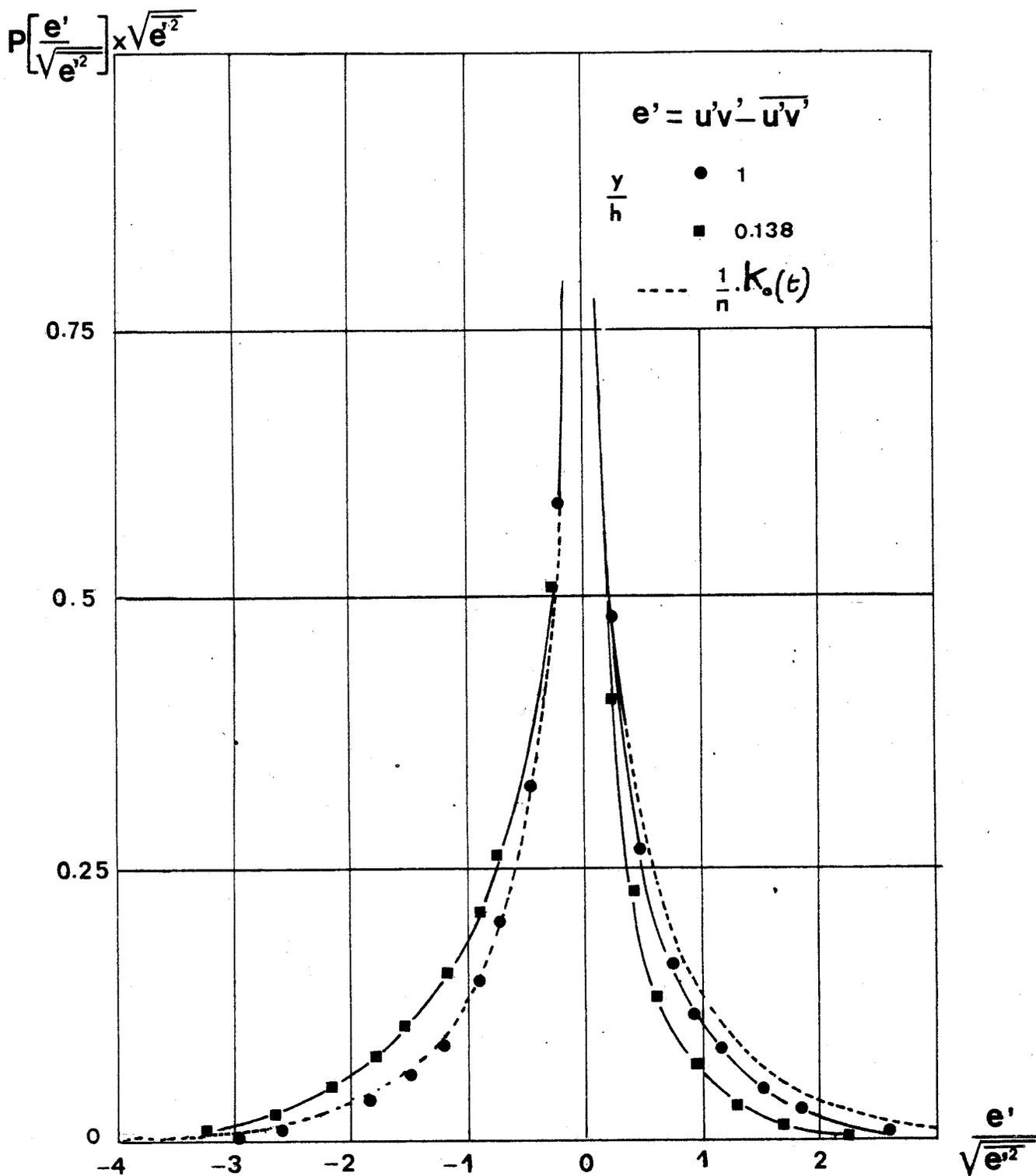


PLANCHE N° XIX.



Densités de probabilité des fluctuations
 des tensions de Reynolds à $\frac{x}{h} = 134$

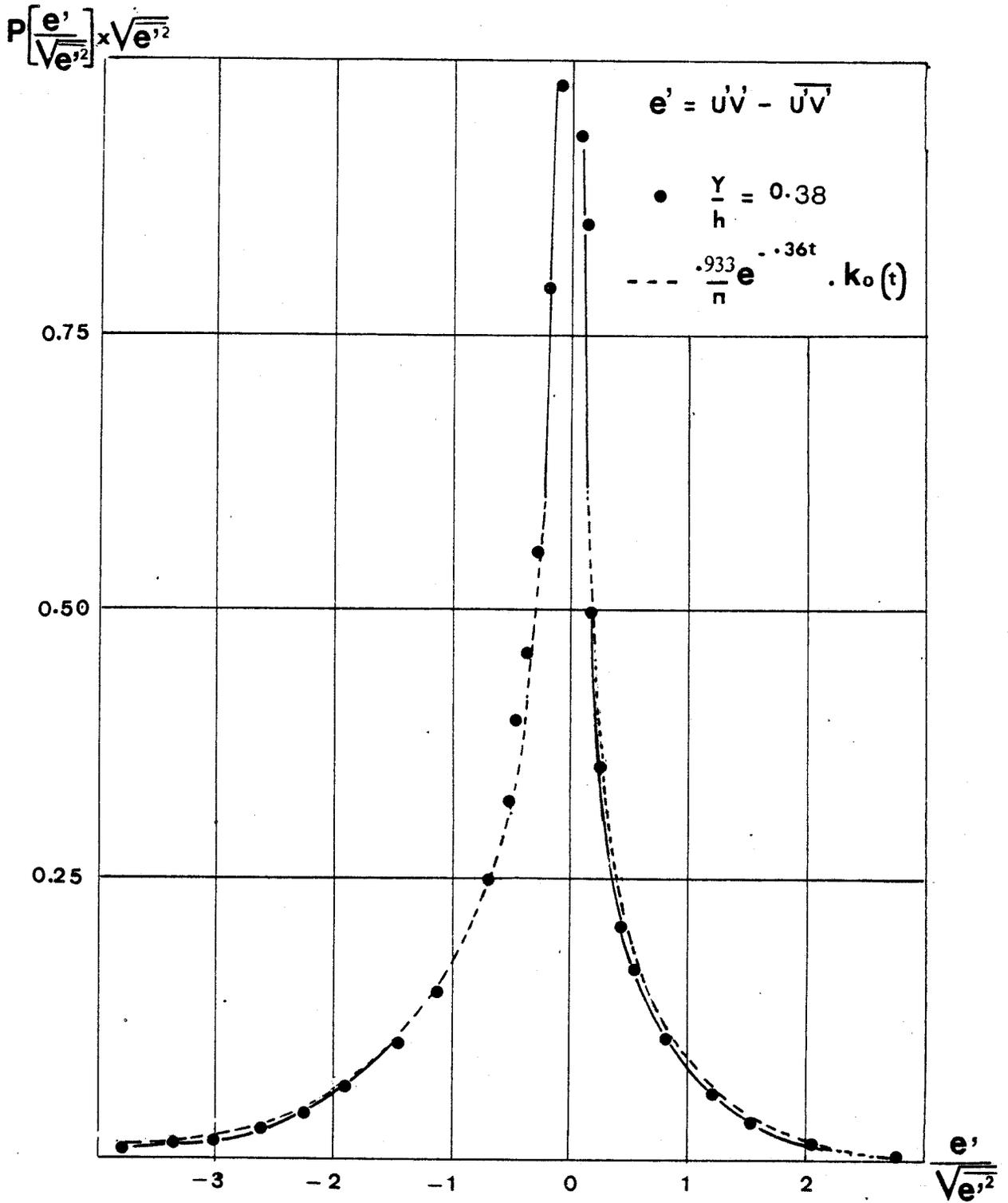


PLANCHE N° XIX_b



Densité de probabilité des fluctuations des tensions de Reynolds à $\frac{x}{h} = 134$

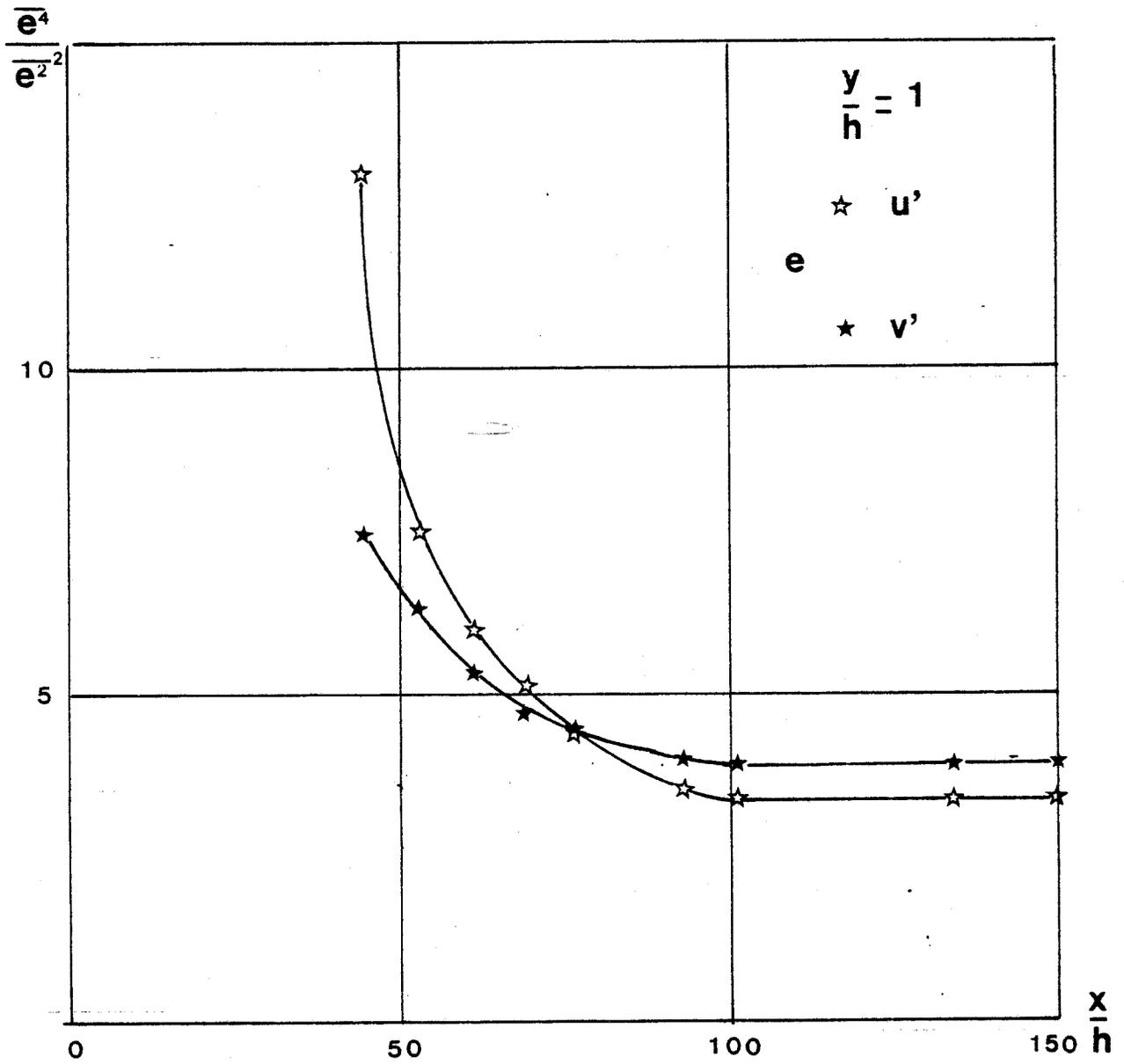


PLANCHE N° XX



Facteurs d'aplatissement de u' et de v' sur l'axe

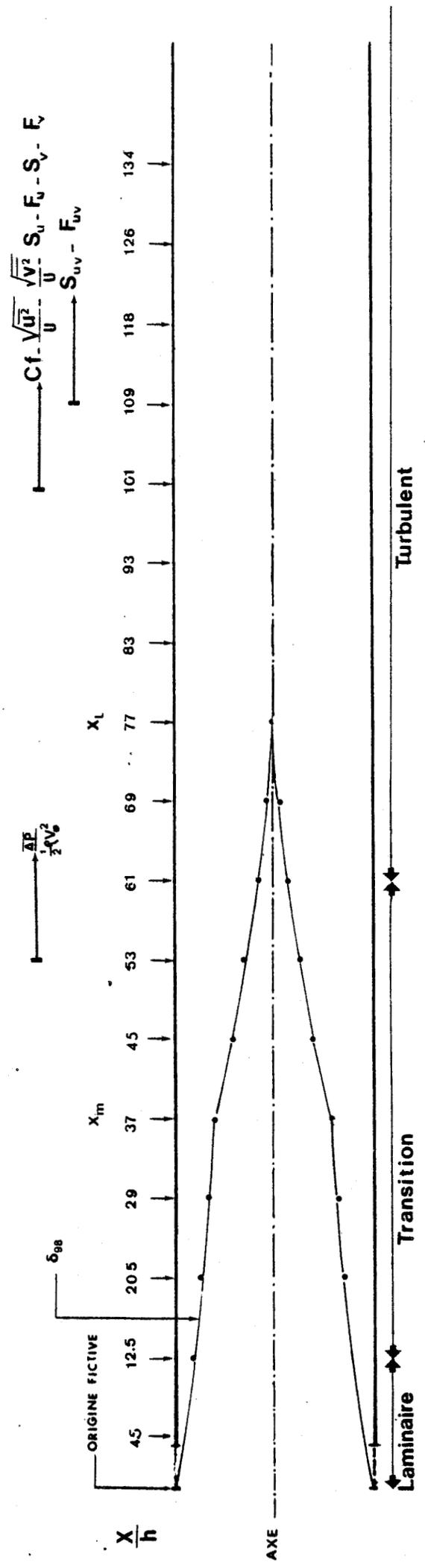
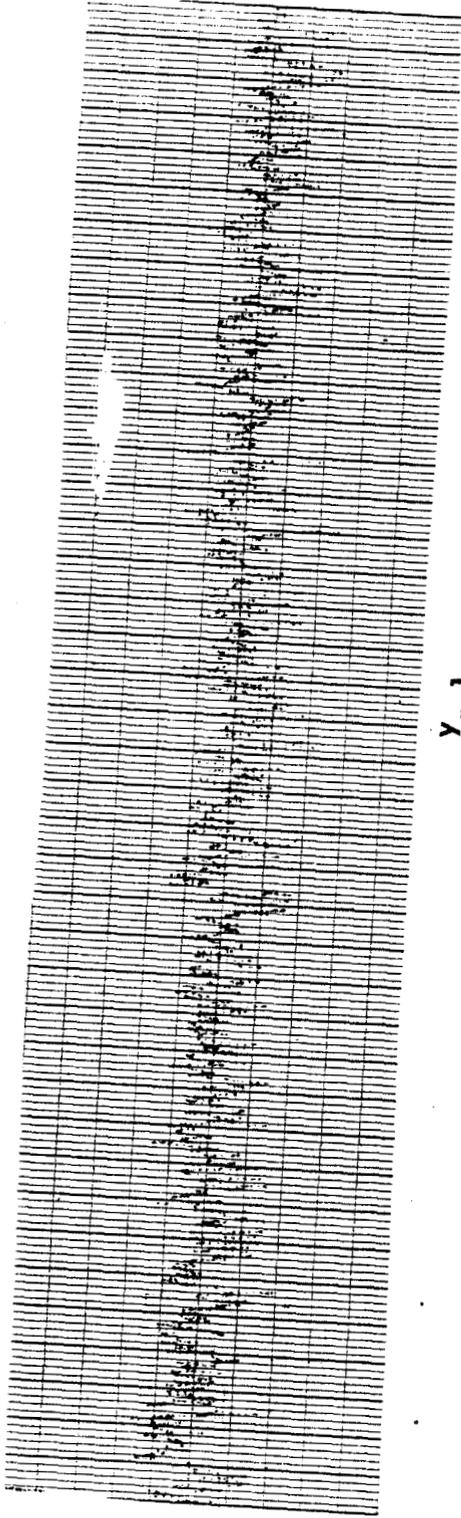


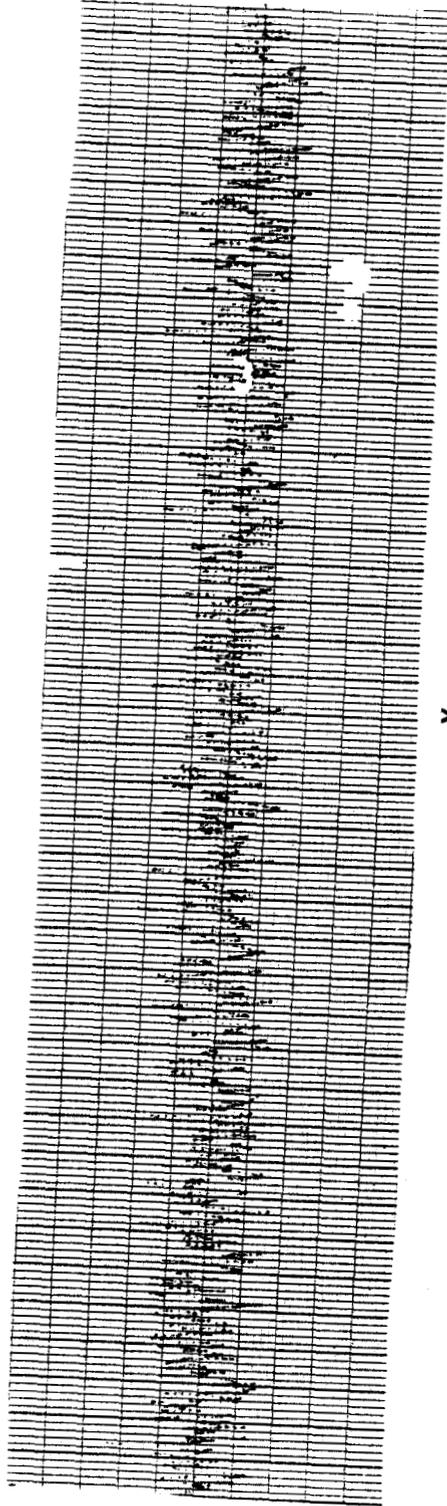
PLANCHE N° XXI

Etablissement des différentes grandeurs





$$\frac{Y}{h} = 1$$

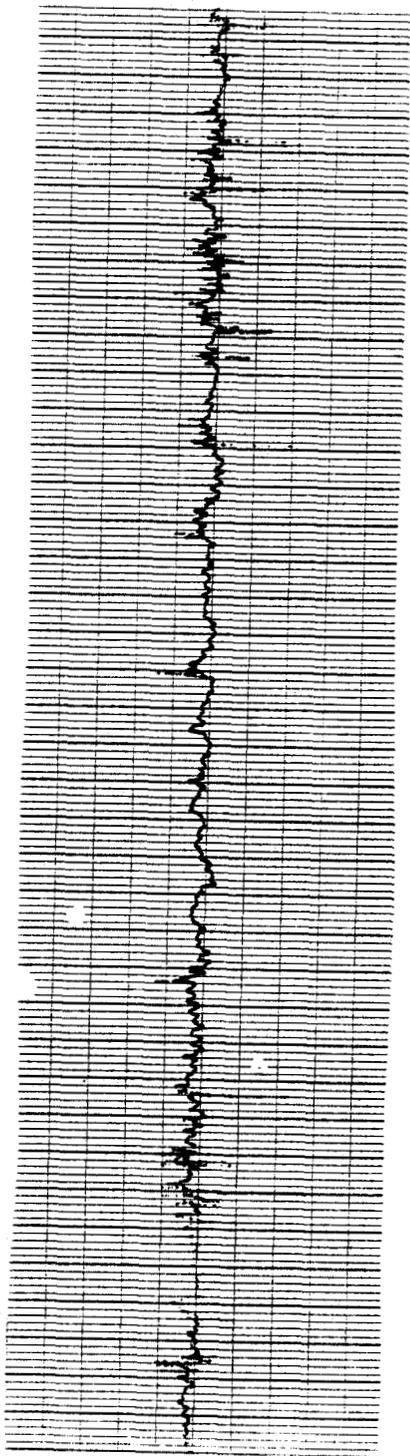


$$\frac{Y}{h} = 0.012$$

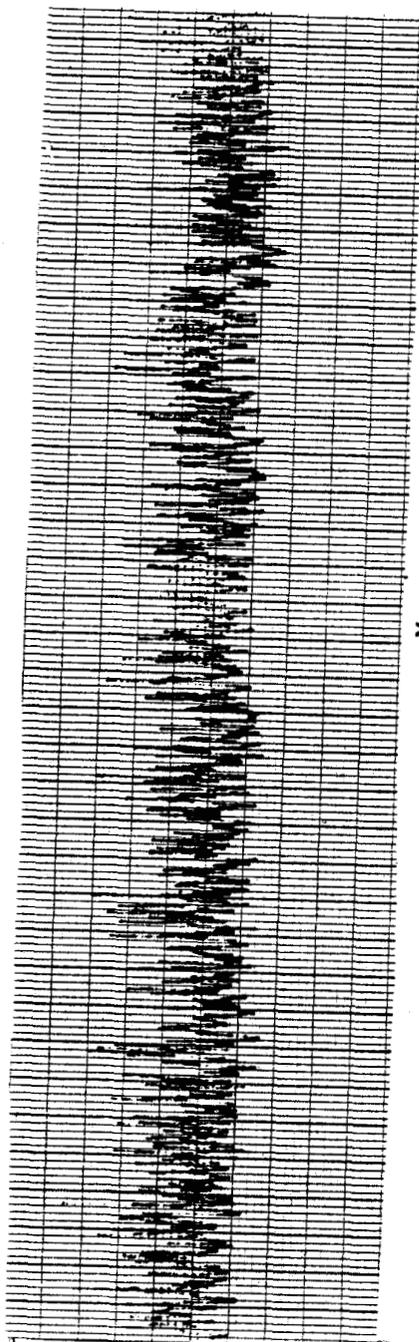
PLANCHE N° XXII

Oscillogrammes de $u'(t)$ à $\frac{X}{h} = 134$





$$\frac{y}{h} = 1$$

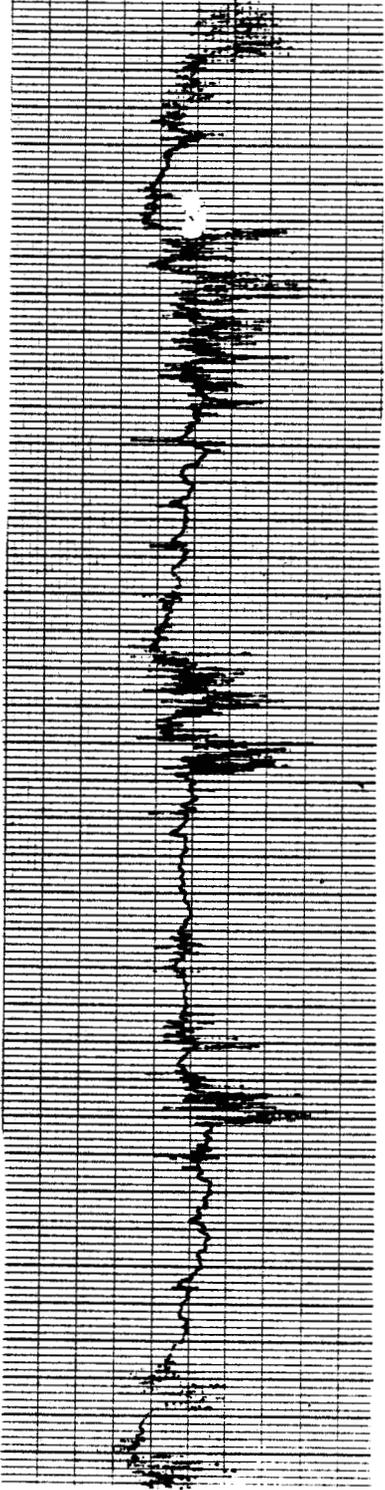


$$\frac{y}{h} = 0.012$$

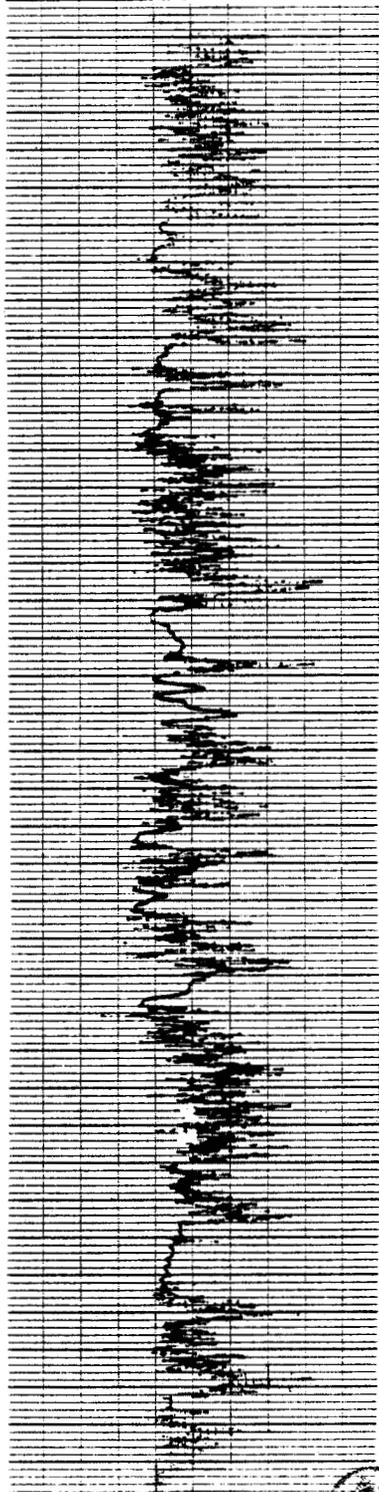
PLANCHE N° XXIII

Oscillogrammes de $v'(t)$ à $\frac{x}{h} = 61$





$$\frac{y}{h} = 0.732$$

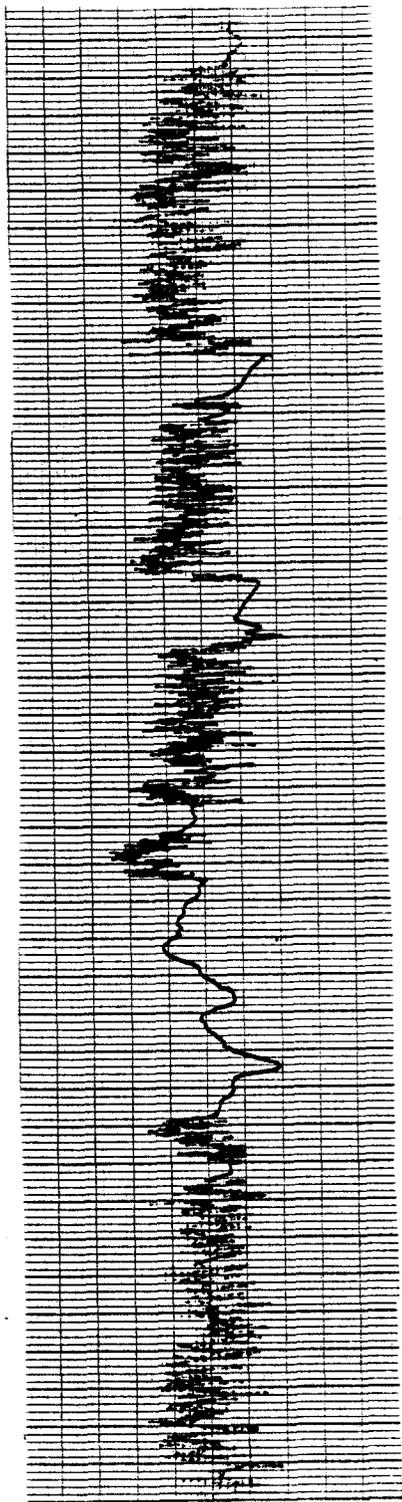


$$\frac{y}{h} = 0.203$$

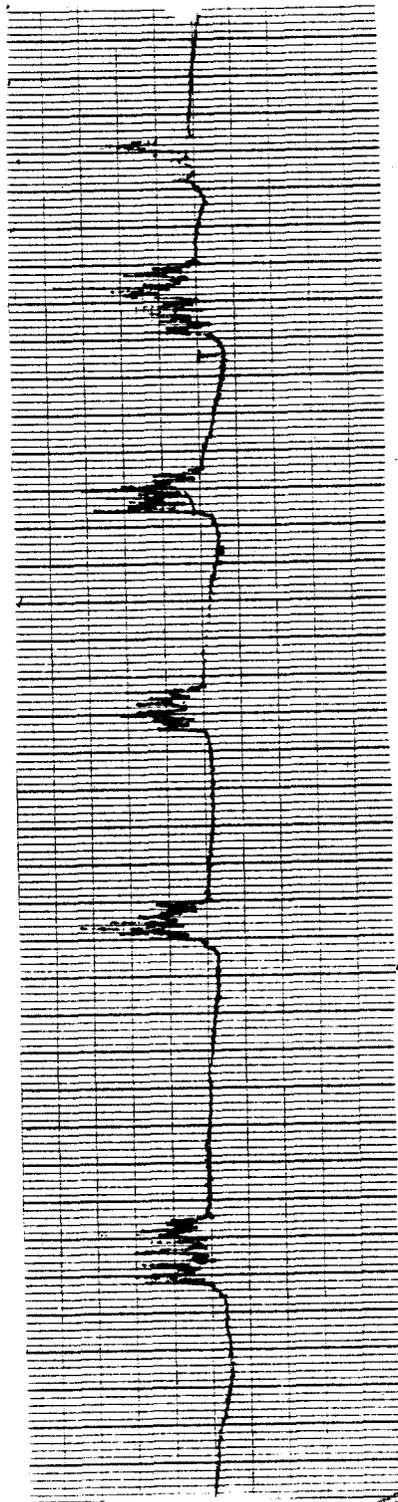
PLANCHE N° XXIV

Oscillogrammes de $u'(t)$ $\frac{x}{h} = 45$





$$\frac{y}{h} = 0.056$$

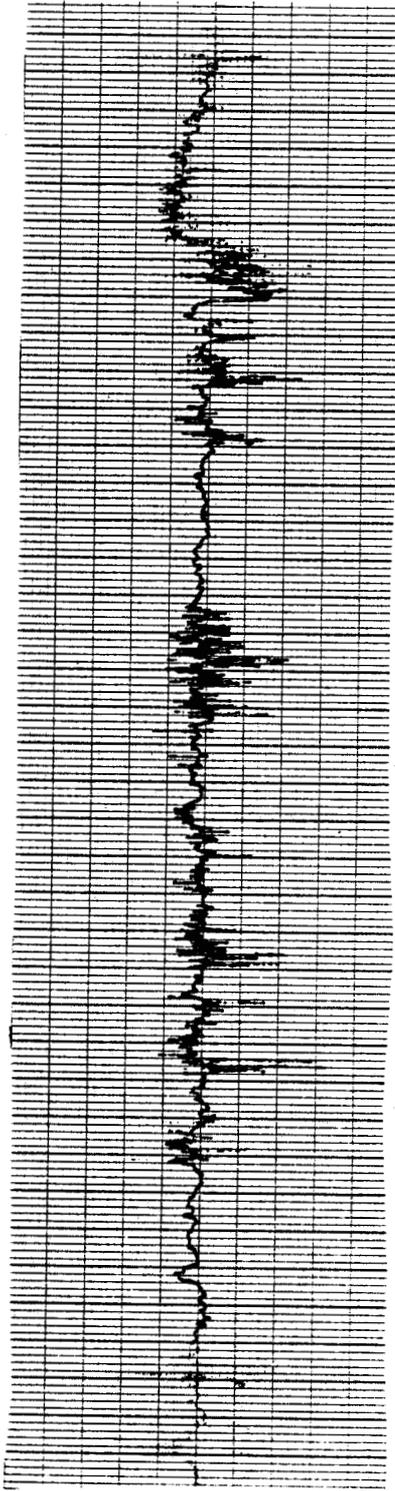


$$\frac{y}{h} = 0.016$$

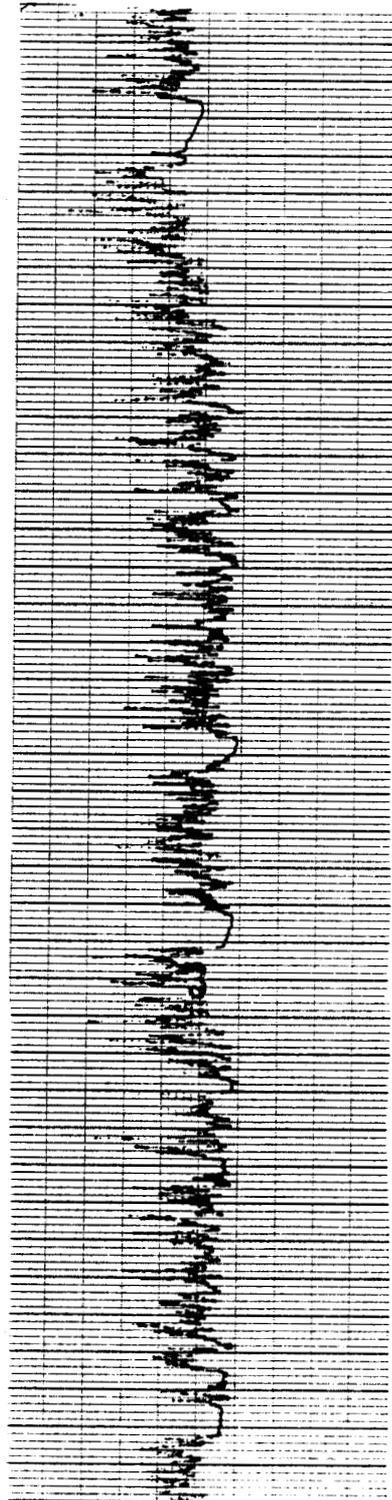
PLANCHE N° XXV

Oscillogrammes de $u'(t)$ à $\frac{x}{h} = 45$





$$\frac{Y}{h} = 0.813$$

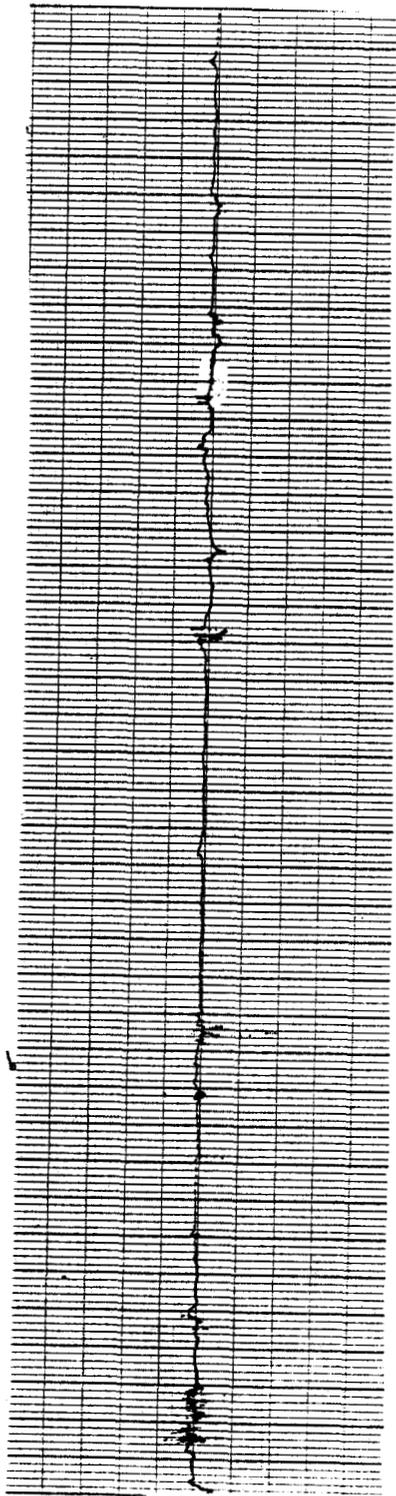


$$\frac{Y}{h} = 0.012$$

PLANCHE N° XXVI

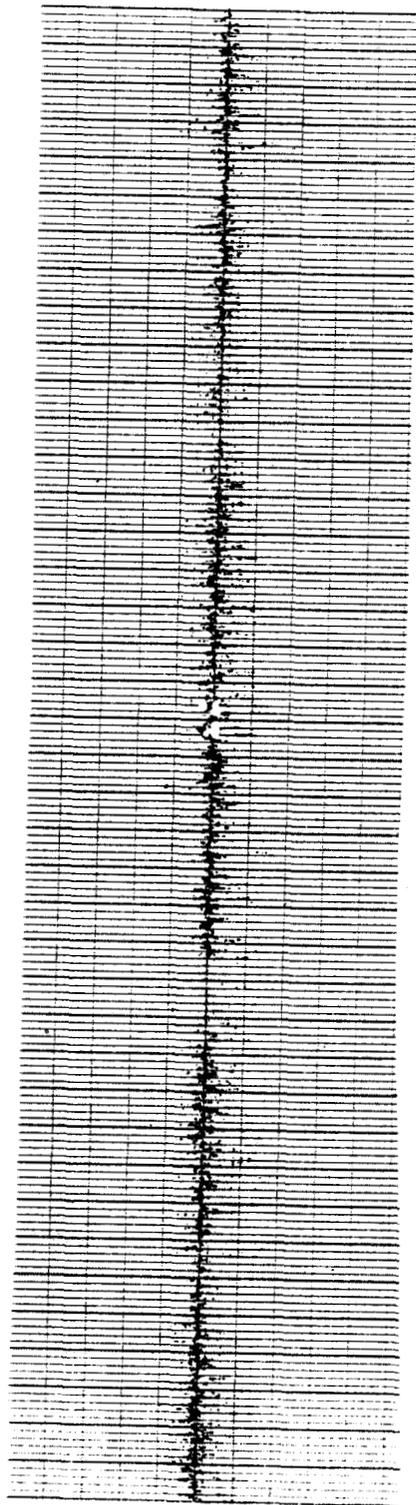
Oscillogrammes de $u'(t)$ à $\frac{x}{h} = 53$





$$\frac{x}{h} = 45$$

$$\frac{y}{h} = 1$$



$$\frac{x}{h} = 134$$

$$\frac{y}{h} = 0.488$$

PLANCHE N° XXVII

Oscillogrammes de $u'v'(t)$



ANNEXE A1NOTION D'ECHANTILLONNAGE

Echantillonner une fonction $f(t)$, c'est donner les valeurs de cette fonction f à des instants tels que t_0, t_1, t_2, \dots

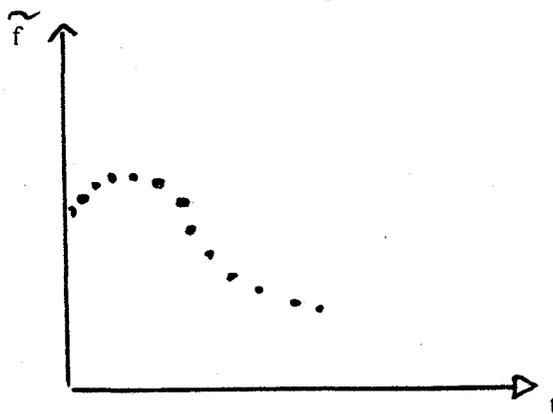
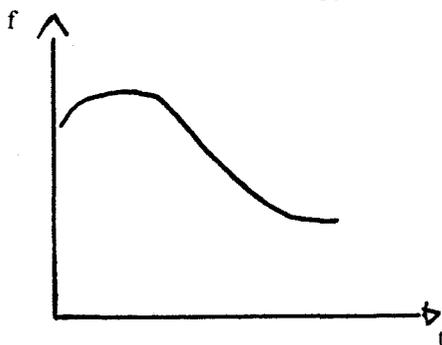
$$f(t) \longrightarrow f(t_0), f(t_1), f(t_2), \dots$$

Cette opération est généralement effectuée à des intervalles de temps réguliers

$$\text{soit } t_1 = t_0 + \Delta t, \dots, t_n = t_0 + n\Delta t$$

On définit alors une fréquence d'échantillonnage f_e :

$$f_e = \frac{1}{\Delta t}$$



Echantillonner $f(t)$ à la fréquence f_e revient à multiplier $f(t)$ par une suite d'impulsions de fréquence de récurrence f_e , donc séparées de $T_e = 1/f_e$. Cette suite d'impulsions s'écrit sous la forme :

$$P_{gn_{f_e}}(t) = T_e \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(t - \frac{k}{f_e}\right)$$

$P_{gn}(t)$: fonction peigne

En général, la fonction $f(t)$ est définie par toutes les valeurs de t , mais l'échantillonnage ne prend en compte qu'une tranche (t_0, t_n)

Cette troncature entraîne une imprécision sur les résultats, mais elle est nécessaire pour la mémoire de travail.

Le but est de déterminer la fréquence minimale d'échantillonnage qui permet de reproduire assez correctement le signal de départ.

Cette fréquence d'après le théorème de SHANNON, doit être au moins supérieure à deux fois la fréquence la plus élevée contenue dans le signal (f_{\max})

On définit une fréquence pratique d'échantillonnage MAX |34|
par la relation :

$$f_e \geq a f_{\max} \frac{2.2}{\sqrt{\epsilon}}$$

f_{\max} est la fréquence telle que, toutes les fréquences supérieures
à f_{\max} aient une influence négligeable sur le signal.

a est la contribution de f_{\max}

ϵ est l'erreur tolérée

Si on admet pour f_{\max} une contribution de 1 % en puissance,
soit $a = \sqrt{0.01}$; on aboutit à :

$$f_e \geq 2.2 f_{\max} \frac{0.1}{\sqrt{\epsilon}}$$

avec $\epsilon = 1 \%$

$$f_e \geq 2.2 f_{\max}$$

Et on retrouve alors une fréquence d'échantillonnage très voisine de la
fréquence de SHANNON.

ANNEXE A2ACQUISITION ET TRAITEMENT DES DONNEES

Un bref aperçu du fonctionnement de la carte horloge et une introduction au concept d'interruptions permettront une meilleure compréhension de l'organigramme d'acquisition et de stockage des données.

1) Carte Horloge

La carte horloge (TIMER 6840) contient trois compteurs binaires indépendants, commandés et contrôlés par l'unité centrale grâce à leurs registres de commande d'état et de données.

Divers modes de fonctionnement permettent, sous le contrôle total du logiciel, de réaliser des appareils tels que fréquence-mètre, chronomètre, générateurs d'impulsions ou synthétiseurs de fréquence.

Le mode de fonctionnement d'un canal est sélectionné par écriture d'un code binaire de 8 bits dans le registre C.R. du canal considéré.

La fonction de chaque bit de cet octet de contrôle est indiquée ci-dessous :

CR _{X7}	CR _{X6}	CR _{X5}	CR _{X4}	CR _{X3}	CR _{X2}	CR _{X1}	CR _{X0}
------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------

CR_{X0} : ce bit a une signification différente suivant le registre

- . CR₁₀ = "0" autorise le comptage
= "1" provoque un "reset" interne
- . CR₂₀ = "0" Accès à CR₃
"1" Accès à CR₁
- . CR₃₀ = "0" Horloge 3 "Normale"
"1" Horloge 3 divisée par 8

CR_{X1} : Source de l'horloge
= "0" horloge interne
= "1" horloge externe

CR_{X2} : Bit contrôlant la structure du compteur.
 = "0" le compteur est un registre de 16 bits
 = "1" le compteur est formé par 2 registres de 8 bits

CR_{X3}, CR_{X4}, CR_{X5} : spécifient le mode de fonctionnement du canal. Nous ne citerons que le mode que nous avons utilisé.

CR_{X3} = CR_{X4} = CR_{X5} = "0" mode de comptage continu.
 un "reset" interne ou l'écriture dans le registre de chargement, initialise le compteur par transfert du contenu du registre dans ce dernier.

Ainsi, en fonctionnement continu, les compteurs décomptent depuis la valeur (programmable) contenue dans leur registre de chargement jusqu'à 0 puis se rechargent automatiquement à la valeur du registre pour recommencer.

CR_{X6} : Bit de masquage de l'interruption générée par le passage à "0" du compteur.
 = "0" interruption masquée
 = "1" interruption validée

CR_{X7} : Bit de masquage de la sortie du canal.
 = "0" sortie masquée
 = "1" sortie validée

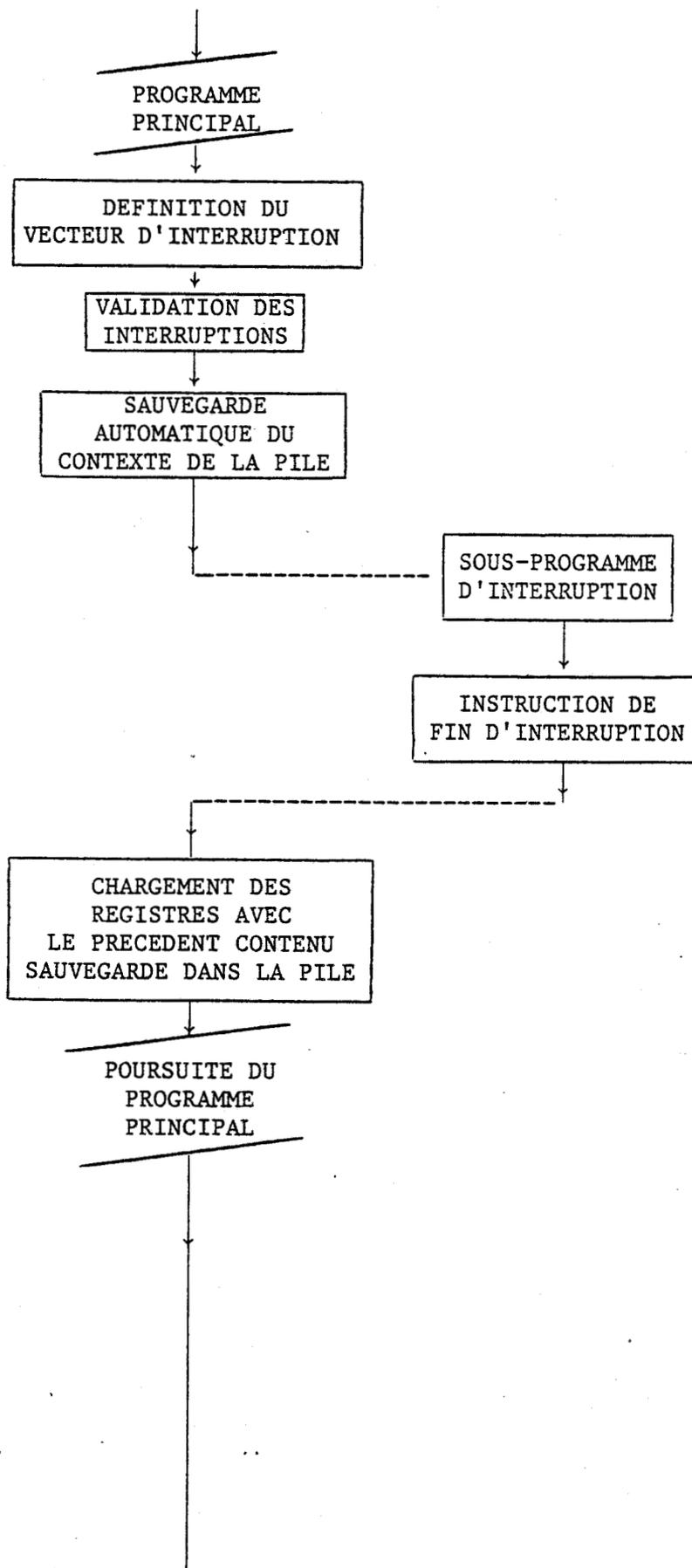
2) Concept d'interruption

Lorsqu'une demande d'interruption est prise en compte, le programme traité est suspendu. Les registres internes du microprocesseur sont sauvegardés dans une zone de la mémoire vive : la pile.

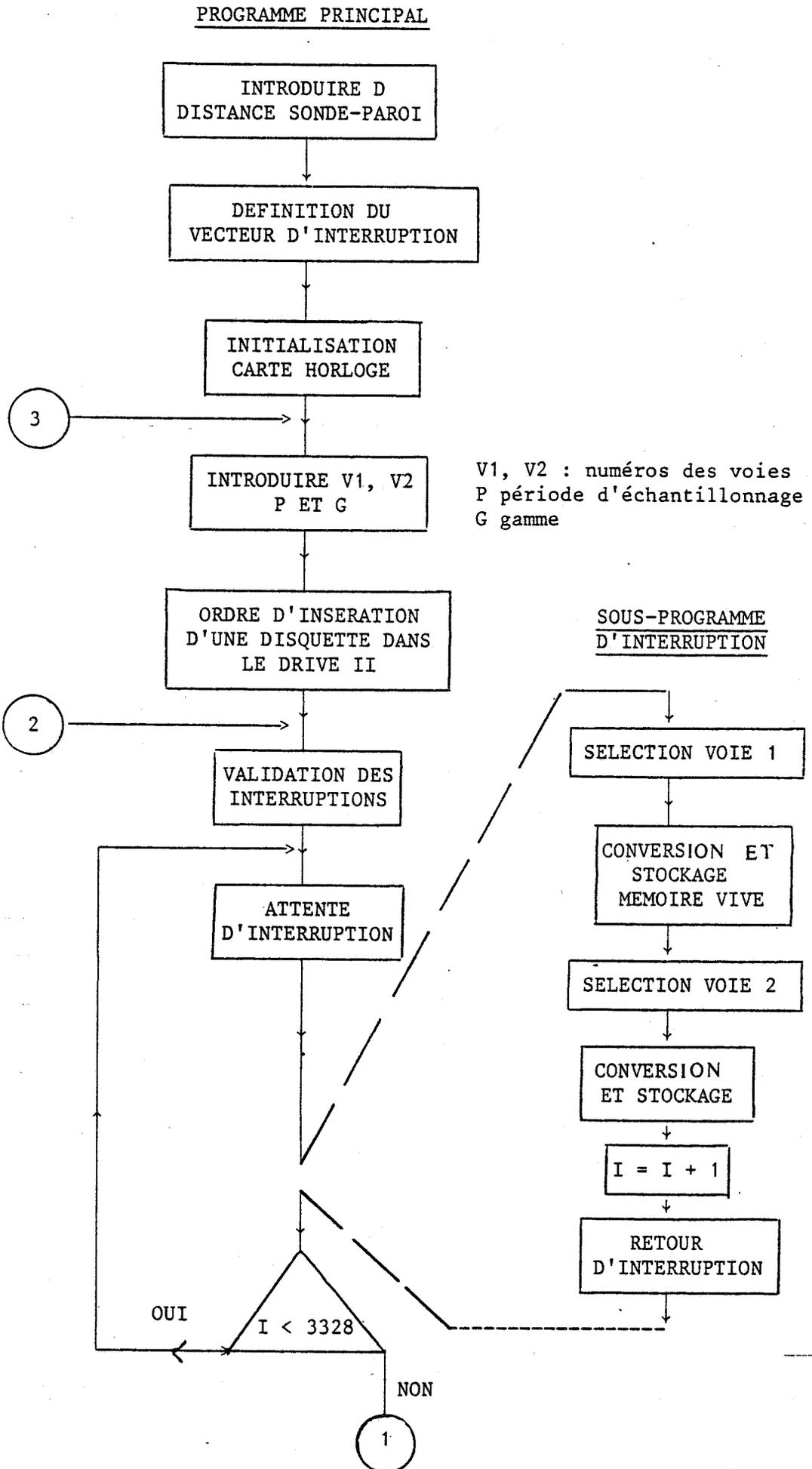
Dès que la période, programmée par l'intermédiaire de la carte horloge est écoulée, le microprocesseur va automatiquement chercher le contenu des adresses mémoires (exprimées ici en hexadécimal), 3FE et 3FF. Cet emplacement mémoire de 16 bits contient le vecteur d'interruption. Le 6502 recherche le contenu de cette adresse, puis se branche au vecteur de 16 bits spécifiés.

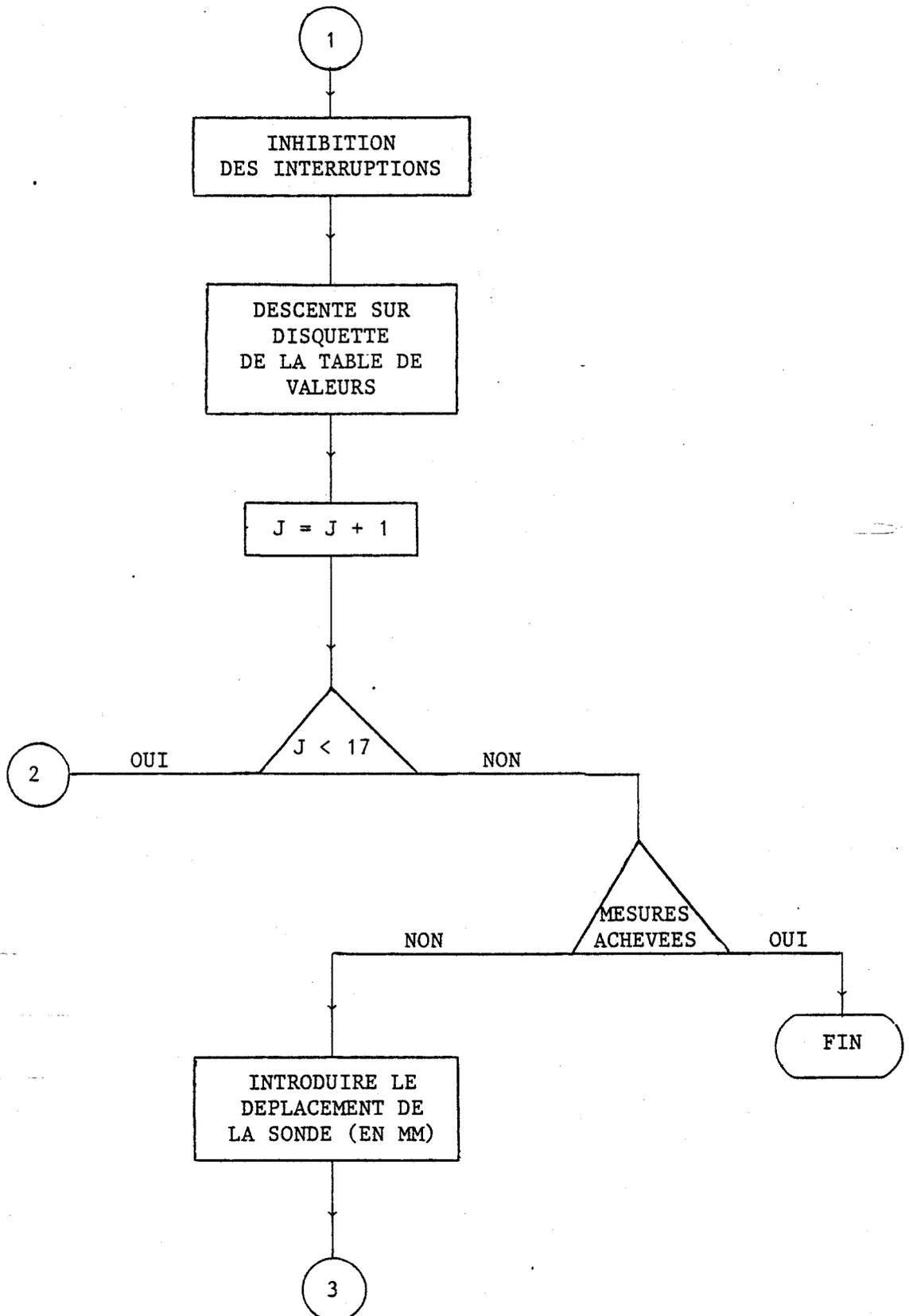
Il est donc de notre responsabilité de déposer cette adresse de vectorisation en 3FE, 3FF.

Dans notre programme, cette adresse est 9000 (hexa), ceci peut être schématisé comme suit :



ORGANIGRAMME DU PROGRAMME D'ACQUISITION

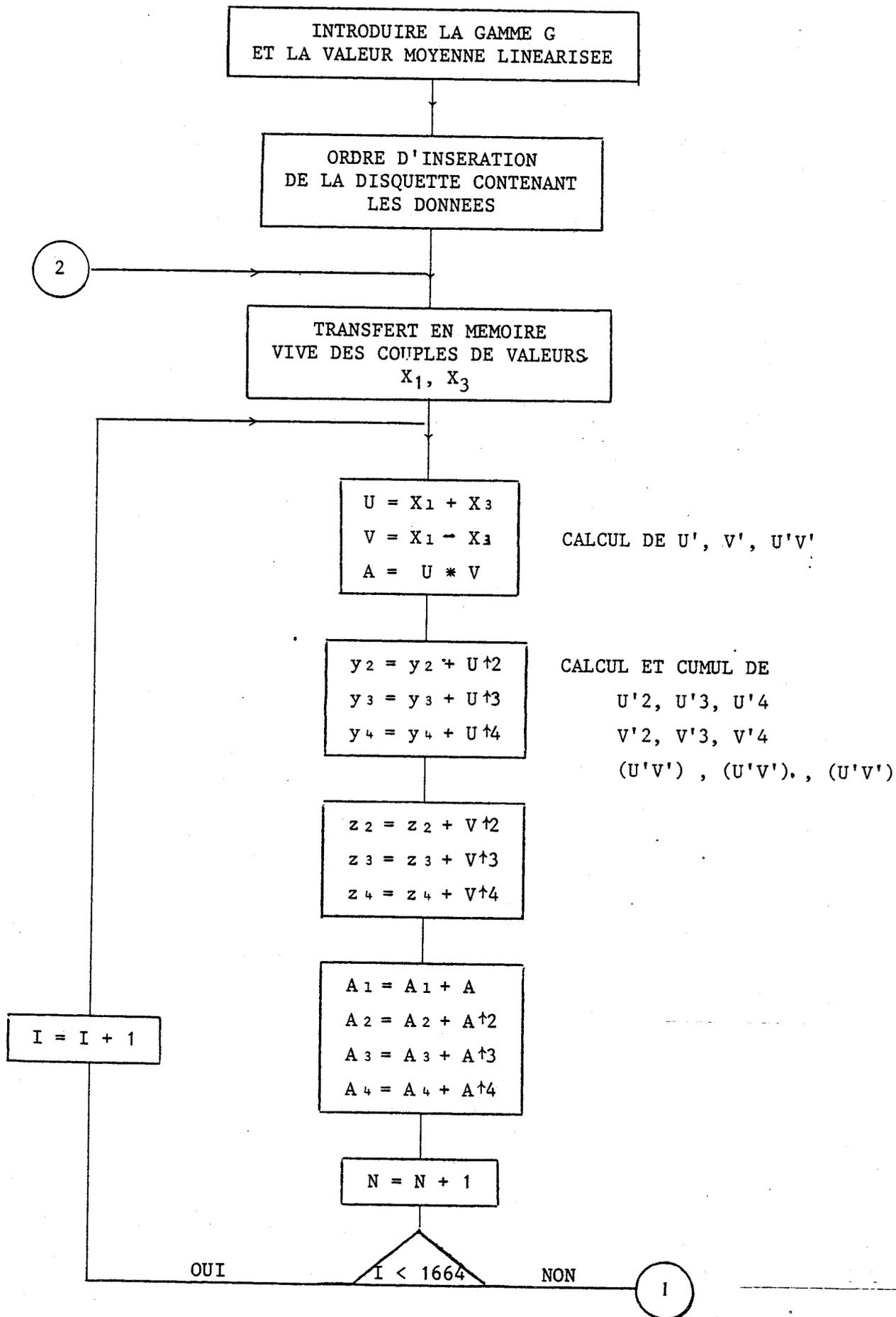


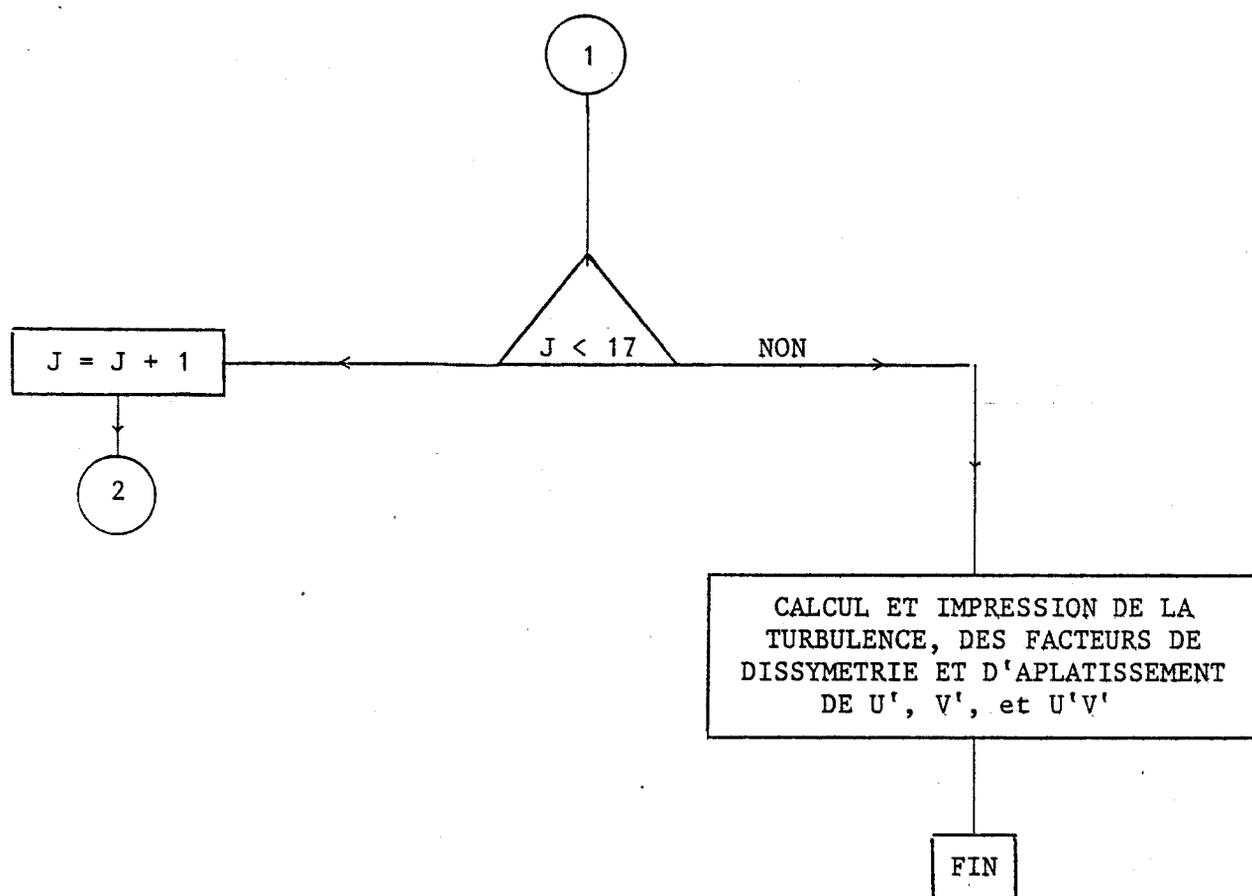


REMARQUE : Cet organigramme s'applique à une sonde double pour une sonde simple, n'intervient que la voie 1

ORGANIGRAMME

TRAITEMENT SONDE-DOUBLE





ANEMOMETRIE A FIL CHAUDGENERALITES

C'est à la fin du siècle dernier, que certains chercheurs suggèrent d'utiliser les lois du transfert de chaleur entre un fil fin chauffé électriquement et un écoulement pour déterminer la vitesse de celui-ci.

En 1914, L.V. KING définit le fil chaud en tant qu'instrument de mesure de la vitesse d'un écoulement.

Ainsi, la puissance électrique P nécessaire pour chauffer le fil à la température T est égale à la puissance calorifique Q dissipée dans l'écoulement.

La quantité de chaleur Q transférée du fil au fluide est alors fonction de l'écart de température entre le fil et le fluide, des propriétés physiques du fluide et de ses dimensions, de l'orientation du fil et des propriétés physiques du fluide.

Le nombre sans dimension qui caractérise le transfert de chaleur, est le nombre de NUSSELT (Nu) qui dépend de 6 autres nombres sans dimension.

$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Ma}, \text{Kn}, \text{Tf} / \text{Ta}, \text{Gr}, \text{Pr})$$

où - $\text{Re} = \frac{\bar{U}d}{\nu}$: nombre de REYNOLDS qui caractérise l'écoulement autour du fil, avec \bar{U} la composante de vitesse normale au fil, d le diamètre du fil.

- Ma : Nombre de MACH

- Kn : Nombre de KNUDSEN qui caractérise les effets de raréfaction de l'air et n'intervient qu'aux faibles pressions.

- Tf/Ta : rapport des températures du fil et du fluide.

- Pr = $\frac{\nu}{a}$: nombre de PRANDTL qui définit la nature de l'écoulement, a est la diffusivité thermique du fluide.

- Gr : Nombre de GRASHOF qui donne l'influence des forces de pesanteur sur l'écoulement et l'échange thermique.

Il n'intervient qu'aux faibles vitesses.

$$Nu = \frac{\alpha d}{k}$$

α est le coefficient de transfert de chaleur et k la conductivité thermique du fluide.

L'étude mathématique du transfert de chaleur est difficile et des lois ont été proposées par différents auteurs ; la plus souvent citée pour l'air et les gaz diatomiques est la loi de KRAMERS

$Nu = 0,42 Pr^{0,2} + 0,57 Pr^{0,33} Re^{0,5}$ qui s'applique dans un domaine étendu de nombres de Reynolds

$$0,01 < Re < 10\ 000$$

La quantité de chaleur cédée par le fil (de longueur l) au fluide par unité de temps est : $Q = \alpha \pi d l (T_f - T_a)$

ou encore en faisant intervenir Nu :

$$Q = \pi k l Nu (T_f - T_a)$$

lorsque l'équilibre thermique est atteint, la perte de puissance calorifique est égale à la puissance calorifique fournie par le courant de chauffage du fil :

$$I^2 \cdot R = k l Nu (T_f - T_a)$$

En considérant que la variation de résistance du fil en fonction de la température suit la loi :

$$R = R_0 (1 + \alpha_0 (T_f - T_a))$$

où R_0 est la résistance du fil à la température de référence et α_0 le coefficient de résistance de température du fil, on peut écrire :

$$\frac{RI^2}{R-R_0} = \frac{\pi k l Nu}{\alpha_0 R_0}$$

En reprenant la formule de KRAMERS, on aboutit à la loi générale de KING :

$$\frac{RI^2}{R-R_0} = A + BU^{0,5}$$

$$\text{Où } A = 0,42 \frac{\pi k l}{\alpha_0 \alpha_0} \text{Pr}^{0,2} \quad B = 0,57 \frac{\pi k l}{\alpha_0 \alpha_0} \text{Pr}^{0,33} \left(\frac{d}{v}\right)^{0,5}$$

Les anémomètres sont conçus suivant deux principes différents. Le fil est dans tous les cas l'une des branches d'un pont de Wheastone et peut-être alimenté à courant constant ou maintenu à température constante par un système d'asservissement électronique (C.T.A.). La tension E de déséquilibre du pont est alors une mesure de la vitesse et s'écrit :

$$\frac{E^2}{R(R-R_0)} = A_1 + B_1 U^{0,5}$$

$$\text{soit finalement } V^2 = A_2 + B_2 U^{0,5}$$

La valeur de l'exposant de U n'est pas en réalité exactement 0,5 et peut varier suivant le fluide et la plage de vitesse. La forme la plus générale de l'équation utilisée en anémométrie est

$$E^2 = E_0^2 + B U^n$$

En règle générale, il faut étalonner les fils chauds, c'est-à-dire, mesurer les valeurs de la tension E en fonction des différentes valeurs de la vitesse U.

- Mesure des fluctuations de vitesse.

L'anémométrie permet de mesurer aussi les fluctuations de vitesse.

Le vecteur vitesse dans un écoulement turbulent à se trouve une sonde simple dont le fil est perpendiculaire à la direction de la vitesse moyenne, a pour composantes ($\bar{U} + u', v', w'$)

Le module du vecteur U résultant est :

$$U = \sqrt{(\bar{U} + u')^2 + v'^2 + w'^2}$$

$$U = \bar{U} \sqrt{1 + \frac{2u'}{\bar{U}} + \frac{u'^2}{\bar{U}^2} + \frac{v'^2}{\bar{U}^2}} \approx \bar{u} + u'$$

dans le cas où $u', v' \ll \bar{U}$

Le fil n'est donc pratiquement sensible qu'à la composante u' de la fluctuation dirigée suivant la vitesse moyenne.

Différencions la loi de KING :

$$2 E_u \cdot d E_u = n B U^{n-1} dU$$

On pose : $u' = dU$ fluctuation de vitesse

$$e = dE_u \text{ variation de tension}$$

$$2eE_u = n B U^n \frac{u'}{U}$$

On en déduit le taux de turbulence avec une sonde simple :

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{U} = \frac{2E_u \sqrt{e^2}}{n(E_u^2 - E_0^2)}$$

En utilisant une sonde à deux fils inclinés, il est possible de mesurer les fluctuations u' , v' et $u'v'$ pour une sonde dont les fils sont perpendiculaires, est placés de manière à ce que la vitesse de deux fils, on peut établir les relations suivantes :

Pour le fil I sensible à la composante qui lui est perpendiculaire :

$$e_1 = n_1 \frac{E_1^2 - E_{01}^2}{2 E_1} \left(\frac{u' + v'}{\bar{U}} \right)$$

pour le fil II :

$$e_2 = n_2 \frac{E_2^2 - E_{02}^2}{2 E_2} \left(\frac{u' - v'}{\bar{U}} \right)$$

On en déduit $\frac{\overline{u'^2}}{\bar{U}^2}$, $\frac{\overline{v'^2}}{\bar{U}^2}$ et $\frac{\overline{u'v'}}{\bar{U}^2}$

- Linéarisation

La tension de sortie d'un anémomètre à température constante est une fonction non linéaire de la vitesse du fluide autour de la sonde. Quoique difficile, il est possible de corriger cette non linéarité pour des mesures dans des écoulements

Cependant, pour des écoulements fortement turbulents, il apparaît des distorsions du signal qui sont difficiles à corriger. Il est donc utile et souvent nécessaire de linéariser ces signaux.

Le linéarisateur est interposé sur le chemin du signal et sa fonction de transfert est ajustée pour être l'inverse de celle de l'anémométrie.

La relation qui lie alors la vitesse et la tension de sortie du linéarisateur est :

$$\bar{u} = k E_u$$

Ci-dessous, nous donnons un bref aperçu du linéarisateur utilisé :

- Linéarisateur 56 N 21

Le linéarisateur 56 N 21 linéarise la sortie de l'anémomètre 56 C 01 avant de la transmettre au conditionneur 56 N 20

a) principe et fonction

Le signal d'entrée est transformé en un signal normalisé x - Quand la vitesse varie de D à U_{\max} , le signal d'entrée change de E_0 à E_{\max} , et le signal normalisé change de 0 à 10 volts. Le linéarisateur réalise le calcul :

$$y = 10^A + Bx + Ey + Cx + D$$

où A, B, C, D et E sont des constantes, y est la tension de sortie, et x la tension normalisée d'entrée.

Les constantes sont calculées pour avoir $y = 10$ V pour $x = 10$ V et pour obtenir la meilleure linéarité.

b) Organigramme du programme "linéarisation"

Après l'étalonnage de la sonde, les couples de valeurs (vitesse, tension) sont introduits dans le calculateur afin de calculer les constantes A, B, C, D et E conformément à l'organigramme ci-dessous.

ORGANIGRAMME LINEARISATION

LECTURE E(I), V(I)

Lecture tension capteur
et vitesse

INTRODUIRE
E \emptyset , Emax, Vmax
X_L, Y_L, R

$$X(I) = 1\emptyset * (E(I) - E\emptyset) / (Emax - E\emptyset)$$

$$Y(I) = 1\emptyset * V(I) / Vmax$$

$$K_1 = 1\emptyset^{1\emptyset} * B + 10 * E$$

$$K_2 = 1\emptyset * C$$

$$K_3 = 1\emptyset^B * X_L + E * Y_L$$

$$K_4 = X_L * C$$

$$A = \text{Log} \frac{1\emptyset - Y_L - K_L + K_4}{K_1 - K_3}$$

$$D = 1\emptyset - 1\emptyset^A * K_1 - K_2$$

1

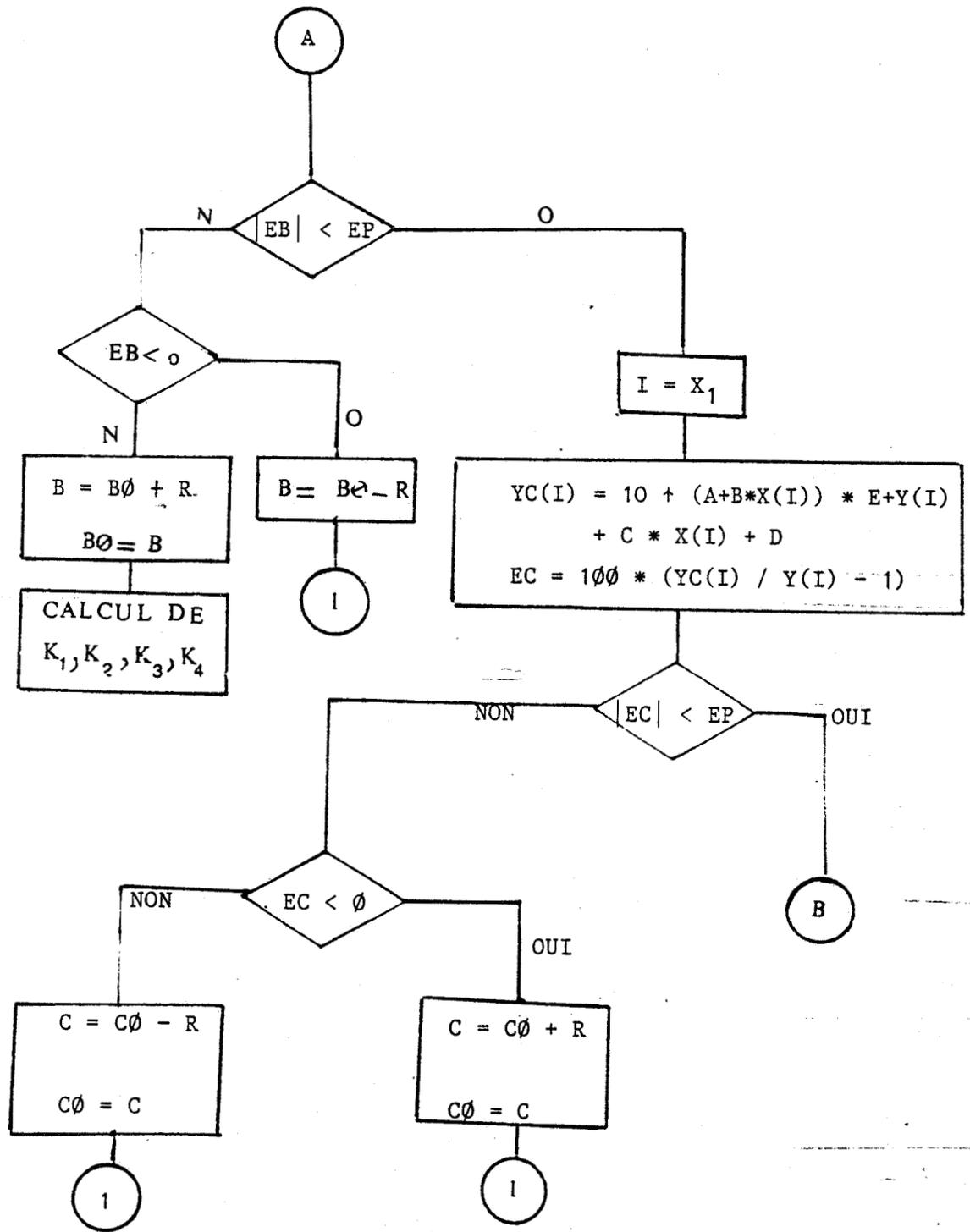
$$B = B\emptyset, C = C\emptyset, E = E\emptyset$$

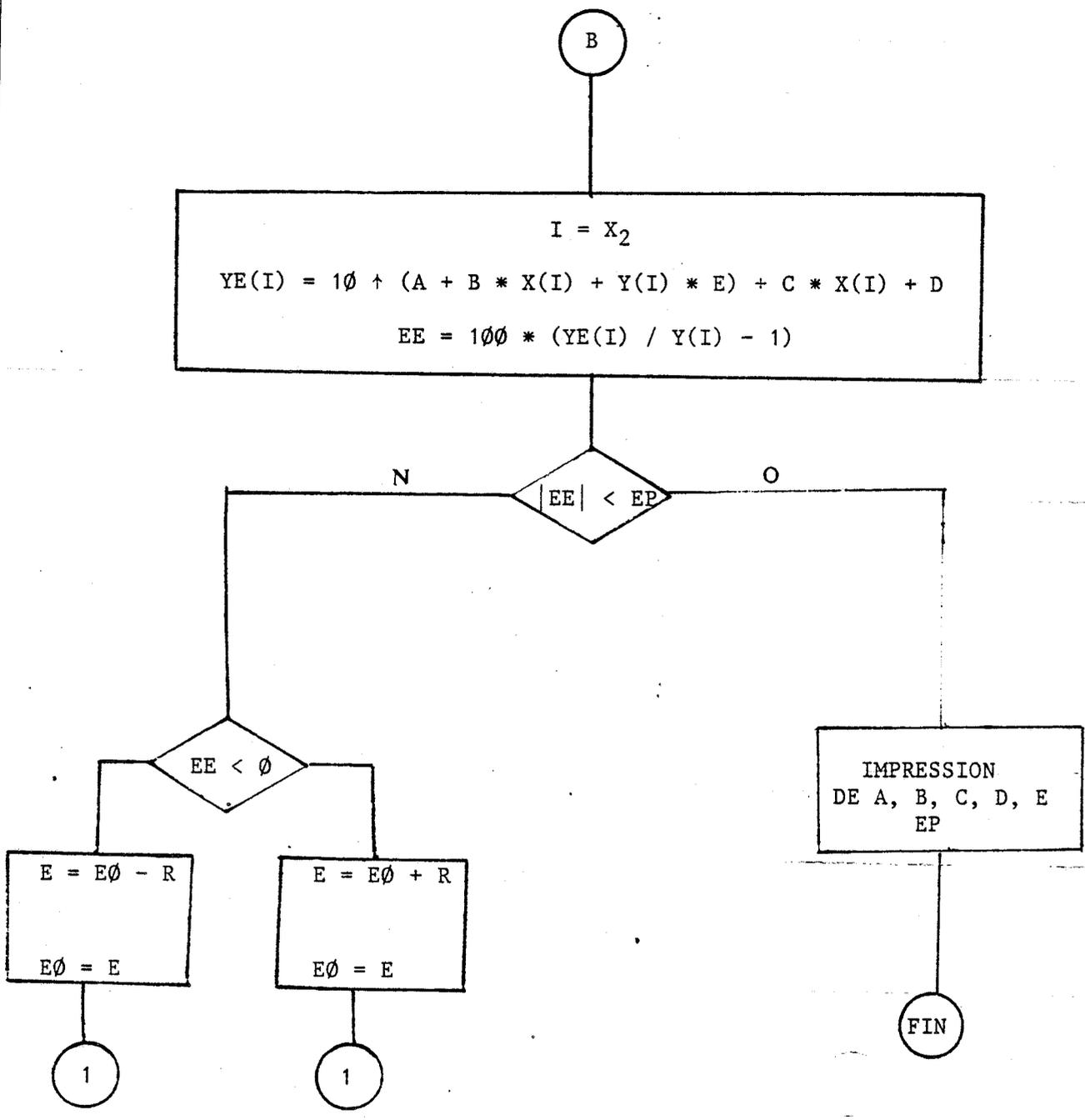
$$I = X_3$$

$$YB(I) = 1\emptyset + (A + B * X(I) + E * Y(I)) + C * X(I) + D$$

$$EB = 1\emptyset\emptyset * (YB(I) / Y(I) - 1)$$

A





ANNEXE A 4

ETUDE DE L'INTENSITE DE TURBULENCE

$$\sqrt{\frac{u'^2}{U_0}}$$

Nous désirons justifier par voie théorique l'allure des courbes de variation de l'intensité de turbulence $f(y^*) = \sqrt{\frac{u'^2}{U_0}}$ en fonction de y^* , $y^* = y/\delta_1$ où y désigne la distance à la plaque et δ_1 l'épaisseur de déplacement.

Une observation attachée au développement des taches turbulentes permet de relier la forme particulière de ces courbes aux enregistrements des signaux de vitesse dans la couche limite transitoire.

Près de la frontière de la couche limite, les fluctuations associées aux passages successifs des micronuages turbulents sur le fil chaud ont en moyenne une vitesse inférieure à celle de l'écoulement laminaire instable, séparant les bouffées de turbulence (fig.1a). CORRSIN et KISTLER (12) interprètent ce déficit de vitesse en disant que les taches turbulentes sont issues d'une zone où la vitesse est inférieure à la vitesse au point de mesure.

Le même raisonnement appliqué à des oscillogrammes enregistrés près de la paroi où les fluctuations ont, en moyenne, une vitesse supérieure à la vitesse locale laminaire, permet de conclure que les taches turbulentes viennent d'une région où la vitesse est plus grande que la vitesse au point considéré (fig.1C).

Il doit donc exister un point d'ordonnée y_c^* au voisinage duquel se développent préférentiellement les taches turbulentes de vitesse moyenne alors identique à celle de l'écoulement laminaire (fig.1b).

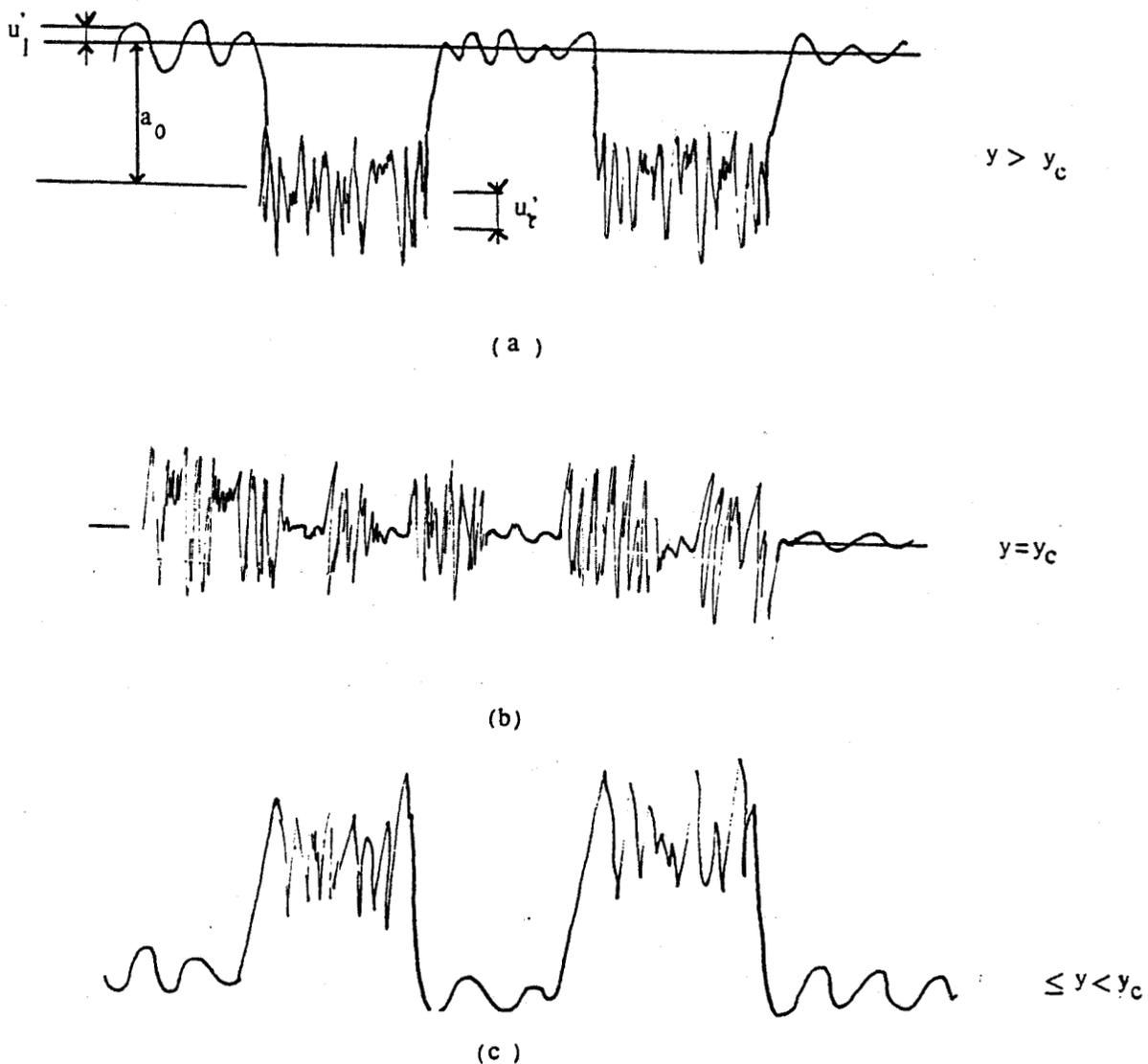


FIG. 1

* Interprétation à l'aide d'un modèle.

Au passage d'une tache turbulente sur le fil chaud est associé un terme fluctuant u'_t de moyenne centrée nulle auquel s'ajoute une fonction $a_0(y_x)$ indépendante du temps. Les spots peuvent être considérés comme la superposition contrôlée par la fonction d'intermittence $b(t)$, d'individualité u'_s à un écoulement dont nous n'envisageons que la partie centrée u'_l .

Rappelons que $b(t)$ vaut 1 ou 0 selon que l'écoulement est turbulent ou non.

Les fluctuations u'_t de la tache turbulente ne sont pas centrées autour de la même valeur moyenne que les fluctuations u'_l (centrées autour d'une

valeur moyenne "laminaire"). On écrit alors

$$u'_s = a_o + u'_t$$

Le signal ainsi constitué s'écrit :

$$u' = u'_l + b (a_o + u'_t)$$

Sa valeur moyenne :

$$\overline{u'} = a_o \overline{b} + \overline{bu'_t}$$

Si on suppose comme le font CORRISIN et KISTLER (12) que b et u'_t ne sont pas corrélés, on obtient un signal centré en écrivant :

$$u' = u'_l + b (a_o + u'_t) - a_o \gamma$$

avec $\gamma = \overline{b} = \overline{b^2}$ le facteur d'intermittence. Cette écriture est conforme à celle utilisée par CORRISIN et KISTLER pour décrire des écoulements dans des zones de frontière.

* Exploitation de Schéma

Calculons la quantité $\overline{u'^2}$, on obtient sous l'hypothèse $\overline{bu'_t} = 0$ et en admettant que $\overline{b^2 u'^2_t} = \overline{b u'^2_t} = \gamma \overline{u'^2_t}$

$$\overline{u'^2} = \overline{u'^2_l} + \gamma \left\{ \overline{u'^2_t} + (1 - \gamma) a_o^2 \right\} + 2 a_o \overline{bu'_l} + 2 \overline{bu'_l u'_t} \quad (1)$$

- Variation de $\sqrt{\frac{\overline{u'^2}}{U_o}}$ avec y_*

Posons $f(y_*) = \sqrt{\frac{\overline{u'^2}}{U_o}}$ et calculons $\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial y_*}$

$$2 U_o^2 \cdot f \cdot \frac{\partial f}{\partial y_*} = 2 \gamma (1 - \gamma) a_o \frac{\partial a_o}{\partial y_*} + \frac{\partial \gamma}{\partial y_*} \left\{ \overline{u'^2_t} + (1 - \gamma) a_o^2 \right\} + \frac{\partial \overline{u'^2_l}}{\partial y_*} + \overline{c}$$

Supposons que dans la zone $0 < y < 3$ on a $\overline{\frac{\partial u_t'^2}{\partial y_*}} = 0$

$$\bar{C} = 2 \left(\frac{\partial}{\partial y_*} (a_0 \overline{bu_1'}) + \frac{\partial}{\partial y_*} (\overline{bu_1' u_t'}) \right)^*$$

Dans l'épaisseur de la couche limite telle que $0 < y_* < 1$ on peut admettre que $\frac{\partial \overline{u_1'^2}}{\partial y_*} > 0$

Supposons en outre que $\bar{C} \geq 0$

Comme le terme $\frac{\partial \gamma}{\partial y_*} (\overline{u_t'^2} + (1 - \gamma) a_0^2) \geq 0$ (ou est petit vis à vis des autres si $\gamma > \frac{1}{2}$), pour que $\frac{\partial f}{\partial y_*}$ puisse s'annuler près de la paroi, il faut que le produit $a_0 \frac{\partial a_0}{\partial y_*}$ s'annule lui-même et devienne négatif.

Le minimum local, comme le remarque DUHAMEL⁽¹⁴⁾ est voisin de l'endroit où $a_0 = 0$ (si ce dernier est lui-même proche de $y_* = 1$).

On montrerait de la même manière que le second maximum des courbes $\frac{\sqrt{u_t'^2}}{U_0}$ est lié à un nouveau changement de signe du produit $a_0 \frac{\partial a_0}{\partial y_*}$ (fig. II).

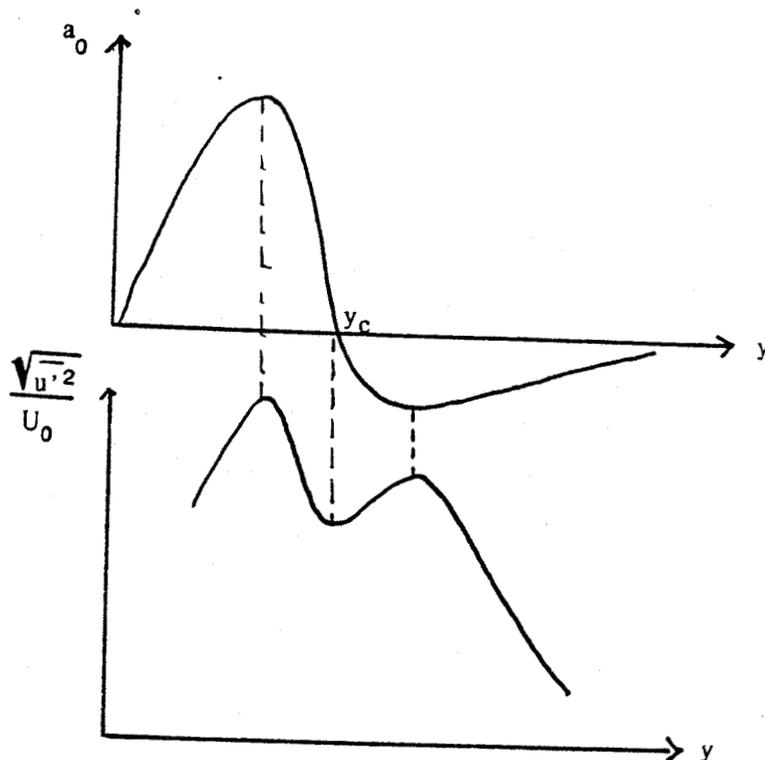


FIG. II

- Variation de $\frac{\sqrt{u_t'^2}}{U_0}$ avec x.

Reprenant la formule (1) et dérivant les deux membres par rapport à x, on obtient, après avoir, comme GAVIGLIO et BURNAGE, négligé les termes

$$\frac{\partial u_l'}{\partial x}, \quad \frac{\partial u_t'}{\partial x}, \quad \frac{\partial a_0}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial x} (a_0 \overline{bu_l'}) \text{ et } \frac{\partial}{\partial x} (\overline{bu_l' u_t'})$$

devant les autres

$$2 U_0^2 f. \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial \gamma}{\partial x} (\overline{u_t'^2} + (1 - 2 \gamma) a_0^2) + r$$

(r petit vis à vis des autres termes)

Hors des régions où $a_0 = 0$, $\frac{\partial f}{\partial x}$ peut s'annuler si :

$$\gamma = \frac{1}{2} + \frac{\overline{u_t'^2}}{2 a_0^2} + \frac{\gamma}{2 a_0^2} \frac{\partial \gamma}{\partial x} \quad \left(\frac{\partial \gamma}{\partial x} \neq 0 \right)$$

$f = \frac{\sqrt{u_t'^2}}{U_0}$ peut passer par un extrémum à une abscisse où γ prend une valeur voisine de $\frac{1}{2}$.

comme l'ont montré GAVIGLIO et BURNAGE. (15)

De nombreux auteurs ont montré que $\frac{\overline{u_t'^2}}{2 a_0^2} + \frac{\gamma}{2 a_0^2} \frac{\partial \gamma}{\partial x}$

n'est pas négligeable devant $\frac{1}{2}$.

(28)

En particulier SCHUBAUER et KLEBANOF montrent que le pic passe par un maximum pour $\gamma_M = 0,7$.

Dans tous les cas, les maxima sont atteints pour une valeur locale de la probabilité d'état turbulent légèrement supérieur à $\frac{1}{2}$ (de l'ordre de 0.6).

ANNEXE A5

DENSITE DE PROBABILITE DE U'V'

La densité de probabilité normale de u et de v s'écrit :

$$P(u,v) = \frac{1}{2\pi \sigma_u \sigma_v \sqrt{1-r^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-r^2)} \left(\frac{u^2}{\sigma_u^2} - \frac{2r u v}{\sigma_u \sigma_v} + \frac{v^2}{\sigma_v^2} \right) \right\} \quad (1)$$

où r est le coefficient de corrélation

$$r = \frac{\sigma_{uv}}{\sigma_u \sigma_v}$$

La probabilité pour que le produit $w = uv$ soit inférieure à une valeur W est :

$$P(w < W) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^{W/v} p(u,v) du + \int_{-\infty}^0 \int_{W/v}^\infty p(u,v) du$$

Comme $p(-u, -v) = p(u,v)$

$$P(w < W) = 2 \int_0^\infty dv \int_{-\infty}^{W/v} p(u,v) du$$

La densité de probabilité pw devient :

$$P_w(w) = 2 \frac{\partial}{\partial w} \left[\int_0^\infty dv \int_{-\infty}^{W/v} p(u,v) du \right]$$

Si on utilise la relation (1) :

$$\int_{-\infty}^{W/v} p(u,v) du = \frac{1}{2\pi \sigma_u \sigma_v \sqrt{1-r^2}} e^{-v^2/2\sigma_v^2} \int_{-\infty}^{W/v} \exp \left\{ -\frac{(u-r\frac{\sigma_u}{\sigma_v})^2}{2\sigma_u^2(1-r^2)} \right\} du$$

d'où

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial w} \int_{-\infty}^{w/v} p(u, v) du \right\} = \frac{1}{2\pi \sigma_u \sigma_v \sqrt{1-r^2}} \int_0^{\infty} \frac{dv}{v} \exp \left\{ -\frac{v^2}{2\sigma_v^2} - \frac{\left(\frac{w}{v} - r \frac{\sigma_u}{\sigma_v}\right)^2}{2\sigma_u^2(1-r^2)} \right\}$$

et

$$p_w(w) = \frac{\exp\left[\frac{rw}{\pi \sigma_u \sigma_v (1-r^2)}\right]}{\pi \sigma_u \sigma_v \sqrt{1-r^2}} \int_0^{\infty} \frac{1}{v} \exp \left[\frac{-v^2}{2\sigma_v^2(1-r^2)} - \frac{w^2/v^2}{2\sigma_u^2(1-r^2)} \right] dv$$

Posons $x = v^2$

$$p_w(w) = \frac{\exp\left[\frac{rw}{\pi \sigma_u \sigma_v (1-r^2)}\right]}{\pi \sigma_u \sigma_v \sqrt{1-r^2}} \int_0^{\infty} \frac{ds}{2s} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{1}{\sigma_v^2(1-r^2)} s + \frac{\left(\frac{w}{\sigma_u}\right)^2}{s} \right]$$

$$\text{Or } K_0(\alpha z) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} \exp \left[-\frac{1}{2} z \left(t + \alpha^2 t^{-1} \right) \right]$$

pour $\text{Re } z > 0$ et $\text{Re } \alpha^2 z > 0$

où K_0 est la fonction de BESSEL modifiée de second espèce.

Ainsi :

$$p_w(w) = \frac{\exp\left[\frac{rw}{\pi \sigma_u \sigma_v (1-r^2)}\right]}{\pi \sigma_u \sigma_v \sqrt{1-r^2}} k_0 \left[\frac{|w|}{\sigma_u \sigma_v (1-r^2)} \right] \quad (2)$$

L'aire située sous la courbe de densité de probabilité s'écrit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p_w(w) dw = \frac{\sqrt{1-r^2}}{\pi} \left[\int_0^{\infty} e^{rt} K_0(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-rt} K_0(t) dt \right]$$

$$\text{où } t = \frac{w}{\sigma_u \sigma_v (1-r^2)}$$

$$\text{puisque } \int_0^{\infty} e^{-rt} K_0(t) dt = \frac{1}{\sqrt{r^2-1}} \log \left(\sqrt{r^2-1} - r \right) \text{ pour } r < 1$$

$$\text{on en déduit } \int_{-\infty}^{\infty} p(w) dw = \frac{\sqrt{1-r^2}}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{r^2-1}} \dots \text{Log}(-1) = 1$$

$$\text{Log}(-1) = \pi i$$

$$\text{on démontre également que : } \int_{-\infty}^{+\infty} w p(w) dw = \sigma_u \sigma_v r$$

Le moment d'ordre 4 de w est :

$$\overline{w^4} = \int_{-\infty}^{+\infty} w^4 p(w) dw$$

Si on utilise la relation (2) et :

$$\int_0^{\infty} e^{-rt} t^{\gamma} K_{\nu}(at) dt = \frac{\sin(\gamma\pi)}{\sin\{(p+\nu)\pi\}} \cdot \frac{\Gamma(p-\nu+1)}{s^{p+1}} Q_{\nu}^p \frac{p}{s}$$

$$(\text{Re } p > -\text{Re } \nu, \text{Re}(\gamma + \nu) > -1)$$

où $S = (p^2 - \alpha^2)^{1/2}$ et Q_{ν}^p la fonction de LEGENDRE

de seconde espèce, on peut montrer que

$$\overline{w^4} = \beta \frac{\Gamma(5)}{(r^2-1)^{5/2}} \left[Q_4(3) + Q_4(-3) \right]$$

$$\text{avec } \beta = \frac{\sigma_u^4 \sigma_v^4}{\pi} \frac{(1-r^2)^5}{(1-r^2)^{1/2}} \text{ et } z = \frac{-r}{\sqrt{r^2-1}}$$

Exprimons Q_4 en termes de la fonction de LEGENDRE P_4

$$\overline{w^4} = \beta \frac{\Gamma(5)}{(r^2 - 1)^{5/2}} \pi_1 P_4(z)$$

avec $P_4(z) = \frac{1}{8} [3 - 30z^2 + 35z^4]$,

$$\overline{w^4} = 3 \sigma_u^4 \sigma_v^4 (8r^4 + 24r^2 + 3)$$

Si on utilise une méthode analogue à celle ci-dessus, on peut montrer que :

$$\overline{w^3} = 3 \sigma_u^3 \sigma_v^3 r (2r^2 + 3) \text{ et}$$

$$\overline{w^2} = \sigma_u^2 \sigma_v^2 (2r^2 + 1)$$

Le facteur d'aplatissement de $w - \overline{w}$ est alors

$$\frac{\overline{(w - \overline{w})^4}}{\overline{(w - \overline{w})^2}^2} = \frac{9r^4 + 42r^2 + 9}{(r^2 + 1)^2}$$

Le facteur de dissymétrie de $w - \overline{w}$ s'écrit

$$\frac{\overline{(w - \overline{w})^3}}{\overline{(w - \overline{w})^2}^{3/2}} = \frac{2r(r^2 + 3)}{(r^2 + 1)^{3/2}}$$

B I B L I O G R A P H I E

- (1) COMTE BELLOT G. - "Ecoulement turbulent entre deux parois parallèles"
Publications Scientifiques et Techniques du Ministère
de l'air - n° 419 (1965)

- (2) ANTONIA R.A. et LUXTON R.E. - "Some statistical properties of turbulence
in smooth and rough wall boundary layers".
Charles KOLLING Research Laboratory - Technical Note F.31
University of SYDNEY.

- (3) ANTONIA R.A. et LUXTON R.E. - "The response of turbulent boundary layer
to a step change in surface roughness"
Part. 1 - Smooth to rough.
J. Fluid Mech, vol 48 part 4n pp 721-761 (1971)

- (4) BARBIN H.R. et JONES J.B. - "Turbulent flow in the inlet region of a
smooth pipe".
J. of Basic Engineering (1963)

- (5) PERSON L.N. - "Boundary Layer Theory"
Tapir - Forlag (1972)

- (6) SCHLICHTING - "Boundary Layer Theory"
Mac Graw Hill Book Company (1979)

- (7) ARNAL D. et JUILLEN J.C. - "Etude expérimentale et théorique de la
transition de la couche limite"
Extrait de la Recherche Aéronautique
N° 1977 - 2 p 75-88

- (8) ARNAL D et JUILLEN J.C. - "Etude de l'intermittence dans une région de transition de la couche limite".
ONERA (1977).
- (9) DHAWAN S. et NARASIMHA. - "Some properties of boundary layer flow during the transition from laminar to turbulent motion".
J. FLUID MECH, Vol 3 (1958) P. 418 - 436.
- (10) KENNEDY D.A. et CORRSIN S. - "Spectral flatness factor and "intermittency" in turbulence and in non linear noise".
J. FLUID MECH, Vol 10, p 366
- (11) FRENKIEL, F.N. et KLEBANOFF, P.S. - "Correlation measurements in a turbulent flow using High - Speed Computing Methods".
The physics of Fluids, vol. 10, n° 8 (1967).
- (12) CORRSIN ET KISTLER A.L. - "The free stream boundaries of turbulent flow".
N.A.C.A. Technical Note 3133.
- (13) DUHAMEL P. et GOSSE J. - "Une description de la couche limite de transition sur plaque plane".
C.R. Acad. Sc. PARIS, t. 268 (1969)
- DUHAMEL P. et PY B. " Caractère intermittent de la sous-couche visqueuse et interprétation de mesures de densité de probabilité.
C.R. Acad. Sc. Paris, t. 275 (1972).
- (14) DUHAMEL P. - "Contribution à l'étude des taches turbulentes de transition pour un écoulement pulsé sur plaque plane" - Thèse -
Université de NANCY (1971).

- (15) GAVIGLIO J. et BURNAGE H. "Quelques caractères communs à l'intermittence de transition dans divers écoulements" - Note technique intérieure à l'I.M.S.T. - MARSEILLE (1968).
- (16) EMMONS, H.W. "The laminar - turbulent transition in boundary layer",
Part I.
J. Aerospace Sci. Vol. 18, p 290 - 298 (1951).
- (17) SANDBORN V.A. "Measurements of intermittency of turbulent motion in a boundary layer".
J. of Fluid Mech, 6, pp 221 - 240 (1959)
- (18) LAUFER - "Investigation of turbulent flow in a two-dimensional channel"
N.A.C.A., T.R. 1053 (1951)
- (19) HINZE J.O. - "Turbulence"
Mac Graw Hill Company - 2e édition (1959)
- (20) ROTTA J.C. - "Turbulent boundary layers in incompressible flow".
Progress in Aeronautical Sciences (1962)
- (21) NARAHARI K., NARASIMHA R., BADRI NARAYANAN M.
"The bursting phenomenon in a turbulent boundary layer"
J. Fluid Mech, Vol 48, part 2
pp. 339-352 (1971)

- (22) HELMUT ECKELMAN - "The structure of the viscous sublayer and the adjacent wall region in a turbulent channel flow"
J. Fluid Mech, Vol 65, part 3, pp 439-459 (1974)
- (23) KLINE S.J., REYNOLDS W.C., SCHRAUB F.A., RUNSTADLER P.W.
"The structure of turbulent boundary layer"
J. Fluid Mech, vol 30, part 4, pp 741-773 (1967).
- (24) MICHEL R. "Aérodynamique, couches limites, frottement et transfert de chaleur".
Ecole Nationale Supérieure de l'aéronautique et de l'espace.
- (25) LEVINE B. "Fondements théoriques de la radiotechnique statistique"
Editions de MOSCOU.
- (26) CEBECIT, BRADSHAW, "Momentum Transfer in boundary layers".
Mac graw hill book Company
- (27) FAVRE A., KOVASZNYI, DUMAS R., GAVIGLIO J., COANTIC M.
"La turbulence en mécanique des fluides"
Gauthier VILLARS.
- (28) SCHUBAUER, G.B., KLEBANOFF P.S. "Contributions on the mechanics of boundary layer transition".
Report 1289 N.A.C.A. (1956)
- (29) TOWNSEND A.A. "The structure of turbulent shear flow"
Cambridge University Press (1956)

- (30) KLEBANOFF P.S. - "Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient".
- (31) ANTONIA R.A. et LUXTON R.E. - "The response of a turbulent boundary layer to a step change in surface roughness" Part 1, smooth to rough.
J. Fluid Mech, vol. 48, part 4, pp721 (1971)
- (32) ANTONIA R.A. et LUXTON R.E. - "The réponse of a turbulent boundary layer to a step change in surface roughness".
Part 2, Phys. Fluids, 14, 1027.
- (33) ZARIĆ Z. - "Wall turbulence structure and convection heat transfert".
Int. J. Heat Transfer vol 18, pp 831-842
- (34) MAX J. - "Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques".
Tome 1, MASSON et Cie.
- (35) TEITGEN R. - "Transition du régime laminaire au régime turbulent en conduite à section circulaire, évolution et structure de la "bouffée turbulente" - Thèse - Université Louis Pasteur de STRASBOURG (1977).
- (36) EMERY A.F. et GESSNER F.B. - "The numerical prediction of turbulent flow and heat transfer in the entrance region of a parallel plate duct"
Journal of Heat Transfer
pp. 594 - 599 (1976)

- (37) BRYNE J., HATTON A.P., MARIOTT P.G. - "Turbulent flow and heat transfer in the entrance region of parallel wall passage".
Proc - Inst. Mech Engrs
Vol. 184, part 1, n° 39 (1970)
- (38) BRADSHAW P. - "The turbulence of equilibrium boundary layers"
J. Fluid Mech, 29, 625
- (39) HANJALIL et LAUNDER - "A reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flow"
J. F.M. 52, 609 - 1972.
- (40) CLAUSER F.H. - "Turbulent boundary layer in adverse pressure gradient".
J. Aero. Sci 21, 91 - 108 (1954)
- (41) ESKINAZI S., YEH H. - "An investigation of fully developed turbulent flow in a curved channel".
J. Aero. Sci 1, 23 (1956)
- (42) ARNE V. JOHANSTON et P. HENRIK ALFREDSSON -
"On the structure of turbulent channel flow"
J. Fluid. Mech, vol 122, pp 295 - 314 (1982)



RESUME

On étudie l'établissement de l'écoulement turbulent entre deux parois parallèles, à faible nombre de REYNOLDS.

La numérisation du signal anémométrique instantané a permis de calculer les moments statistiques jusqu'à l'ordre quatre.

La mesure directe du frottement pariétal, le calcul des paramètres de la couche limite et des coefficients de dissymétrie et d'aplatissement des composantes de la vitesse ont été effectués.

La détermination de ces grandeurs a permis de caractériser les différents régimes d'écoulement et par conséquent, de localiser les zones laminaire, transitionnelle et turbulente.

En particulier, nous avons mis en évidence l'importance des coefficients de dissymétrie et d'aplatissement.

Ces quantités se révèlent être sensibles à l'évolution des couches limites.

Ces mesures apportent quelques renseignements quant à la structure de la turbulence le long du canal et permettent ainsi d'énoncer des critères d'établissement du régime.

Mots clés

Régime laminaire - turbulent
Coefficient de dissymétrie
Aplatissement
Intermittence
Etablissement