

50376
1985
125

N° d'ordre : 1300

50376
1985
125

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR 3ème CYCLE

par

Liliane OTER-DUTHOIT



APPLICATION DES METHODES DE LA THEORIE DES SYSTEMES A LA SIMULATION DE L'EVOLUTION DES FLUX THERMIQUES SUR LES FACES D'ENTREE ET DE SORTIE D'UNE PAROI MULTICOUCHE

Soutenue le 2 octobre 1985 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :

MM. G. SEGUIER
P. THERY
A. LEBRUN
G. ACHARD
J. DEMONT
A. VILAIN

Président
Rapporteur
Examineur
Invités

AVANT-PROPOS

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire "Mesures Automatiques" du Centre de Recherche Science des Matériaux & Techniques de Construction (CRESMAT) de l'Université de Lille 1.

Monsieur le Professeur THERY m'a confié le thème de cette étude. Je tiens à lui exprimer toute ma reconnaissance pour ses orientations, ses conseils précieux et la part active qu'il a eue dans l'aboutissement de ce travail.

Que Monsieur le Professeur SEGUIER trouve ici l'assurance de ma respectueuse gratitude pour l'honneur qu'il me fait en présidant ce jury.

Je suis particulièrement reconnaissante à Monsieur le Professeur LEBRUN pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de juger mon travail.

Je remercie Monsieur ACHARD, Maître de Conférences à l'I.N.S.A. de Lyon pour l'intérêt qu'il a porté à mes résultats de recherches.

Je suis très honorée par la présence de
Monsieur DEMONT du C.E.T.E. de Lille
Monsieur VILAIN de l'A.F.M.E.

Je tiens à remercier Monsieur LESENNE, Directeur de l'I.U.T. de Béthune et Monsieur CAPET, Chef du Département Génie Civil qui ont permis qu'une partie de mon travail expérimental se déroule au sein de l'I.U.T.

Je ne saurais oublier d'exprimer ma reconnaissance à tous mes collègues, chercheurs du Laboratoire, pour la sympathie qu'ils m'ont témoignée.

Mes sincères remerciements à Mademoiselle BEGHIN et Madame HOYEZ qui ont dactylographié ce manuscrit.

Enfin, je remercie tout le personnel qui a assuré avec beaucoup de gentillesse l'impression de ce document.

SOMMAIRE

S O M M A I R E

	<u>PAGES</u>
Avant Propos.....	
Introduction.....	1
Notations et unités.....	4
<u>CHAPITRE I</u> Etude théorique.....	6
I. Transfert par conduction.....	7
II. Modes de base d'une paroi homogène soumise à un flux unidirectionnel.....	8
2.1. Composantes symétriques antisymétriques.....	8
2.2. Fonctions de transfert associées à un système monodirectionnel.....	13
2.3. Réponse temporelle.....	16
III. Extension de la formulation aux structures dissymétriques.....	19
3.1. Représentation des échanges à partir des vecteurs flux-températures dans les plans entrée-sortie.....	19
3.2. Représentation des échanges à partir des coordonnées généralisées.....	21
3.3. Etude différentielle d'une structure multicouche.....	23
<u>CHAPITRE II</u> Caractérisation des fluxmètres plans	
Applications aux structures symétriques.....	26
I. Mesure simultanée de flux thermique et de température de surface.....	27

	<u>PAGES</u>
1.1. Description des capteurs utilisés.....	27
1.2. Problèmes spécifiques des capteurs plans.....	29
1.3. Disposition constructive adaptée Vérification de l'invariance de la sensibilité vis-à-vis des matériaux testés.....	31
1.4. Etalonnage des capteurs de flux.....	33
a) détermination du coefficient de sensibilité K en régime établi.....	34
b) estimation de la capacité et de la résistance thermique équivalente des fluxmètres.....	39
 II. Mesure des caractéristiques thermophysiques d'échantillons homogènes.....	 40
2.1. Mesure automatique de la résistance thermique et de la capacité thermique.....	43
a) mesure de la résistance thermique.....	43
b) mesure de la capacité thermique.....	47
2.2. Résultats obtenus.....	48
 III. Perturbations introduites par les fluxmètres en régime variable sur des parois homogènes.....	 50
 <u>CHAPITRE III</u> Systèmes dissymétriques soumis à des échanges thermiques unidirectionnels.....	 67
I. Introduction	68
II. Procédure de mesure des fonctions de réponses.....	69
III. Application à des signaux de formes quelconques.....	77
IV. Problème de la simulation de la réponse d'un fluxmètre posé sur une structure isolante non capacitive.....	87
 CONCLUSION.....	 99
 BIBLIOGRAPHIE.....	 102

INTRODUCTION

INTRODUCTION

La description des transferts thermiques dans une paroi hétérogène du type multicouche a fait l'objet de nombreux travaux qui visent à résoudre l'équation de Fourier pour déterminer l'état thermique en tout point du système.

Les méthodes analytiques sont les plus anciennes, elles conduisent à des solutions spatio-temporelles exactes au prix de calculs souvent longs et complexes. L'application plus récente du calcul matriciel a permis le développement de l'étude de la conduction unidirectionnelle dans ces structures (1, 2, 3, 4).

Les méthodes numériques "directes" réalisent une discrétisation dans le temps et dans l'espace de l'équation de Fourier (différences finies). Le calcul donne en chaque point du maillage le flux et la température, ce résultat est en général surabondant dans les problèmes de thermique des bâtiments. L'utilisation de ces méthodes nécessite par ailleurs des moyens de calculs importants (5, 6, 7).

Les méthodes numériques "indirectes" ou méthode des "facteurs de réponse" et coefficients de pondération utilisent comme concept de base le principe de superposition et la connaissance préalable de la réponse en flux thermique d'une paroi soumise à une sollicitation élémentaire de la température appliquée sur l'une des surfaces (ou sur l'une des ambiances baignant la paroi), l'autre face étant maintenue à un niveau de température constante. Ces méthodes présentent l'avantage de caractériser la paroi vue de "l'extérieur" (surface ou ambiance), elles fournissent la densité de flux thermique de surface correspondant à une sollicitation de température donnée, mais ne donnent pas un "bilan global" des interactions entre la paroi et son environnement (8, 9).

L'objectif de notre méthode d'analyse (inspirée de la théorie des systèmes) est limité à la représentation des relations fonctionnelles entre les variables d'entrée et de sortie : $\theta_1(t)$, $\phi_1(t)$, $\theta_2(t)$, $\phi_2(t)$. Ces relations sont obtenues après avoir éliminé toutes les grandeurs représentatives de l'état interne du système et sans spécifier la nature de l'environnement extérieur aux surfaces de contrôle (sur lesquelles sont mesurées les grandeurs θ_1 , ϕ_1 , θ_2 , ϕ_2).

Cette approche consiste à établir les relations fonctionnelles liant températures et flux afin de remplacer le système physique réel par "une boîte noire" ou modèle de représentation de la relation "température flux". Connaissant le détail de la configuration entre les "accès" du système, la relation "température-flux" pourrait être obtenue par résolution de l'équation de Fourier (en éliminant les variables internes).

En fait on montre que ces relations peuvent également être obtenues par analyse de la réponse à des sollicitations de forme caractéristique (échelon ou impulsion). Les paramètres de la description s'expriment en fonction des constantes thermophysiques de toutes les parties internes du système. Connaissant la relation fonctionnelle entrée-sortie, la variation en fonction du temps de la grandeur de sortie est déterminée en fonction des variations dans le temps de la grandeur d'entrée (ou inversement). La connaissance de cette relation fonctionnelle "température-flux" est fondamentale dans tout problème de commande de processus.

Notre travail montre clairement l'intérêt des méthodes inspirées de la théorie des systèmes (10, 11, 12) par la simulation des échanges thermiques "in situ".

A titre d'application, nous traitons le problème des parois hétérogènes soumises à des perturbations naturelles aléatoires et montrons qu'il est possible de simuler les échanges avec chacun des milieux ambiants lorsque l'on connaît trois "fonctions réponse" caractéristiques de la paroi (ou enregistrements accessibles à la mesure). Ces méthodes de simulation des échanges avec le monde extérieur peuvent se classer dans les méthodes "indirectes" puisqu'elles utilisent des produits de convolution entre une fonction de réponse particulière et un signal discrétisé quelconque pour obtenir la réponse du système. Cette approche permet une représentation globale des interactions énergétiques entre la paroi et son environnement, et met clairement en évidence l'effet sur la réponse de la structure de la disposition constructive vis-à-vis des sollicitations.

-----§§§-----

NOTATIONS ET UNITES

NOTATIONS ET UNITES

- ϑ : densité de flux $W m^{-2}$
 λ : conductivité thermique $W m^{-1} K^{-1}$
 θ : température °c
 x : variable spatiale m
 t : variable temporelle Δ
 $\vartheta(x,t)$ champ spatiotemporel de densité de flux $W m^{-2}$
 $\theta(x,t)$ champ spatiotemporel de température °c
 ρ : masse volumique $Kg m^{-3}$
 c : chaleur massique $J kg^{-1} K^{-1}$
 C : capacité thermique JK^{-1}
 R : résistance thermique KW^{-1}
 $a = \frac{\lambda}{\rho c}$: diffusivité thermique $m^2 \Delta^{-1}$
 $b = \sqrt{\lambda \rho c}$ effusivité thermique $J K^{-1} m^{-2} \Delta^{-1/2}$
 ℓ : épaisseur de la paroi m
 h : coefficient d'échanges superficiels $W m^{-2} K^{-1}$
 $\mathcal{L}(g)$: transformée de Laplace de g
 P : variable de Laplace
 $\vartheta(x,P)$ transformée de Laplace de $\vartheta(x,t)$ $W m^{-2}$
 $\theta(x,P)$ transformée de Laplace de $\theta(x,t)$ °c
 $\bar{\theta}(t), \bar{\theta}(P)$ moyenne spatiale des températures °C
 $\bar{\vartheta}(t), \bar{\vartheta}(P)$ moyenne spatiale des flux $W m^{-2}$
 $H(P)$: fonction de transfert
 $h(t)$: fonction de réponse impulsionnelle $W m^{-2} K^{-1}$
 $u(t)$: fonction de réponse indicielle $W m^{-2} K^{-1}$
 $\tau(t)$: constante de temps transfert s
 $\tau(\Delta)$ constante de temps stockage Δ

-----§§§§-----

CHAPITRE I
ETUDE THEORIQUE

I - TRANSFERT PAR CONDUCTION

* Dans un transfert par conduction, la densité de flux thermique est liée au gradient de température par la loi phénoménologique établie par Fourier :

$$\phi(x) = - \lambda \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x}$$

λ est un paramètre positif caractéristique du milieu appelé conductivité thermique du matériau qui s'exprime en $W m^{-1} K^{-1}$. Le signe négatif de la relation indique que le transfert de chaleur a lieu dans le sens des températures décroissantes.

Si nous considérons un transfert monodimensionnel entre deux surfaces parallèles d'abscisse x et $x + dx$

$$\phi(x) = - \lambda \frac{\partial \theta(x)}{\partial x}$$

$$\phi(x + dx) = - \lambda \frac{\partial \theta(x + dx)}{\partial x}$$

et la quantité cédée au milieu par unité de temps s'écrit :

$$\phi(x + dx) - \phi(x) = - \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx$$

de cet apport thermique résulte une variation de température locale telle que :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \rho dx c \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

La loi de conservation de l'énergie implique

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx = \rho dx c \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

soit

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$$

Cette équation est appelée équation de la chaleur. Le paramètre $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ représente la diffusivité thermique du milieu ($m^2 s^{-1}$). Il traduit l'aptitude d'un matériau à s'accommoder à une contrainte thermique nouvelle ; plus a est grand, plus vite la chaleur se propage dans le matériau.

* Dans le cas général d'un transfert tridimensionnel l'équation s'écrit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \nabla^2 \theta$$

$\nabla^2 \theta$ représente le Laplacien du champ thermique

$$\nabla^2 \theta = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$$

La résolution de l'équation de la chaleur implique la connaissance des conditions limites et des conditions initiales :

- Conditions limites

On distingue trois sortes de conditions limites :

* condition de 1ère espèce : en chaque point de la frontière la température prend une valeur imposée par le milieu extérieur

$$\theta(x_0, t) = \theta_0$$

* condition de 2ème espèce : en chaque point de la frontière la densité de flux thermique est imposée

$$\phi(x_0, t) = \phi_0$$

* condition de 3ème espèce : il existe une relation linéaire entre le flux thermique et la température superficielle

$$\phi(x_0, t) = h \{ \theta(x_0, t) - T(t) \}$$

$T(t)$ représente la température d'un fluide en contact avec le matériau. h est un coefficient de proportionnalité appelé coefficient d'échange.

Cette dernière condition est très importante en pratique ; elle permet de modéliser les interactions entre une paroi et son environnement à condition de linéariser les échanges radiatifs. (13)

- Conditions initiales

L'évolution thermocinétique en régime transitoire dépend des conditions initiales ; il faut pour la déterminer connaître l'expression du champ thermique initial $\theta(x, 0)$. La solution de l'équation doit vérifier cette condition quand on fait tendre le temps vers zéro.

II - MODES DE BASE D'UNE PAROI HOMOGENE SOUMISE A UN FLUX UNIDIRECTIONNEL

2.1 - Composantes symétriques, antisymétriques

Considérons une paroi homogène plane d'épaisseur l faible par rapport à ses dimensions transversales. Les sollicitations thermiques sont déterminées par les variations de flux et de températures sur les deux faces de la paroi. L'équation de la chaleur s'écrit :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t}(x, t) = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}(x, t)$$

et l'équation de Fourier :

$$\Phi(x,t) = - \frac{\lambda}{a} \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x}$$

Nous envisageons les conditions limites (accessibles à la mesure)

$$\begin{aligned} \text{en } x = 0 & \quad \theta_1(t) \quad \Phi_1(t) \\ \text{en } x = \ell & \quad \theta_2(t) \quad \Phi_2(t) \end{aligned}$$

et la condition initiale exprime l'équilibre thermique à l'instant $t = 0$:

$$\begin{aligned} \Phi(x,0) &= 0 \\ \theta(x,0) &= 0 \end{aligned}$$

Soient $\theta(x,P)$ et $\Phi(x,P)$ les transformées de Laplace de $\theta(x,t)$ et $\Phi(x,t)$

$$\begin{aligned} \theta(x,P) &= \mathcal{L}(\theta(x,t)) \\ \Phi(x,P) &= \mathcal{L}(\Phi(x,t)) \end{aligned}$$

Le calcul opérationnel permet de ramener l'équation de la chaleur à une équation différentielle ordinaire :

$$a \frac{d^2 \theta}{dx^2}(x,P) = P \theta(x,P) - \theta(x,0)$$

Compte tenu de la condition initiale nous obtenons l'équation :

$$a \frac{d^2 \theta}{dx^2}(x,P) = P \theta(x,P)$$

et l'équation de Fourier s'écrit :

$$\Phi(x,P) = - \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x}(x,P)$$

et compte tenu des conditions limites la solution se met sous la forme matricielle :

$$(1) \quad \begin{vmatrix} \theta_2(P) \\ \Phi_2(P) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{ch} \sqrt{\frac{P}{a}} \ell & - \frac{1}{b\sqrt{P}} \text{sh} \sqrt{\frac{P}{a}} \ell \\ - b\sqrt{P} \text{sh} \sqrt{\frac{P}{a}} \ell & \text{ch} \sqrt{\frac{P}{a}} \ell \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_1(P) \\ \Phi_1(P) \end{vmatrix}$$

ou

$$\begin{vmatrix} \theta_2(P) \\ \Phi_2(P) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & -B \\ -C & A \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_1(P) \\ \Phi_1(P) \end{vmatrix} = M \begin{vmatrix} \theta_1(P) \\ \Phi_1(P) \end{vmatrix}$$

Cette relation permet de calculer la température et le flux dans un plan quelconque de la paroi lorsque l'on connaît les flux et température dans un autre plan.

Le déterminant de la matrice a une propriété remarquable :

$$\text{Det} (M) = \text{ch}^2 \sqrt{\frac{P}{a}} \ell - \text{sh}^2 \sqrt{\frac{P}{a}} \ell = 1$$

de sorte que la relation inverse s'écrit :

$$\begin{vmatrix} \theta_1 (P) \\ \Phi_1 (P) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & A \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_2 (P) \\ \Phi_2 (P) \end{vmatrix}$$

ou

$$\begin{vmatrix} \theta_1 (P) \\ \Phi_1 (P) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{ch} \sqrt{\frac{P}{a}} \ell & \frac{1}{b \sqrt{P}} \text{sh} \sqrt{\frac{P}{a}} \ell \\ b \sqrt{P} \text{sh} \sqrt{\frac{P}{a}} \ell & \text{ch} \sqrt{\frac{P}{a}} \ell \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_2 (P) \\ \Phi_2 (P) \end{vmatrix}$$

et exprime l'état d'entrée en fonction de l'état de sortie.

Du point de vue "système", une telle paroi est en liaison avec le monde extérieur par deux accès : la face d'entrée et la face de sortie. Vue de l'extérieur, une paroi homogène est symétrique et invariante par retournement. Dire que le système est invariant par retournement signifie que si $(\Phi_1, \Phi_2), (\theta_1, \theta_2)$ est un régime de fonctionnement, il en est de même de $(\Phi_2, \Phi_1), (\theta_2, \theta_1)$

On peut remarquer que les parois hétérogènes multicouches symétriques par rapport au plan médian sont invariantes par retournement.

La représentation de l'opération de retournement nécessite deux relations matricielles. Compte tenu de la convention de signe utilisée pour représenter les flux, nous obtenons pour ces relations matricielles :

$$\begin{vmatrix} \Phi_2 \\ \Phi_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{vmatrix} \theta_2 \\ \theta_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{vmatrix}$$

Les opérateurs permutations

$$P_\Phi = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{pour les flux} \quad \text{et} \quad P_\theta = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{pour les températures}$$

engendrent des groupes à deux éléments : P_Φ ou P_θ et la matrice unité. Ces opérations de symétrie laissent le système invariant. Toutes les matrices caractéristiques du système commutent avec elles.

Les deux opérateurs ont mêmes valeurs propres définies par la relation classique :

$$\det (P - \lambda I) = 0 = \lambda^2 - 1$$

Soient : $\lambda = 1$
 $\lambda = -1$

* A la valeur propre $\lambda = 1$, on peut associer les vecteurs propres (1,1) pour le retournement des températures ($\theta_1 \longleftrightarrow \theta_2$) et (-1,1) pour le retournement des flux ($\Phi_1 \longleftrightarrow \Phi_2$). Il est facile de vérifier que :

$$P \theta \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$P \Phi \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

La valeur propre $\lambda = 1$ définit un régime symétrique pour lequel $\theta_1 = \theta_2$ et $\Phi_1 = -\Phi_2$. A chaque instant les températures de chacune des surfaces d'échanges avec le milieu extérieur sont égales et les flux ont des valeurs égales et opposées.



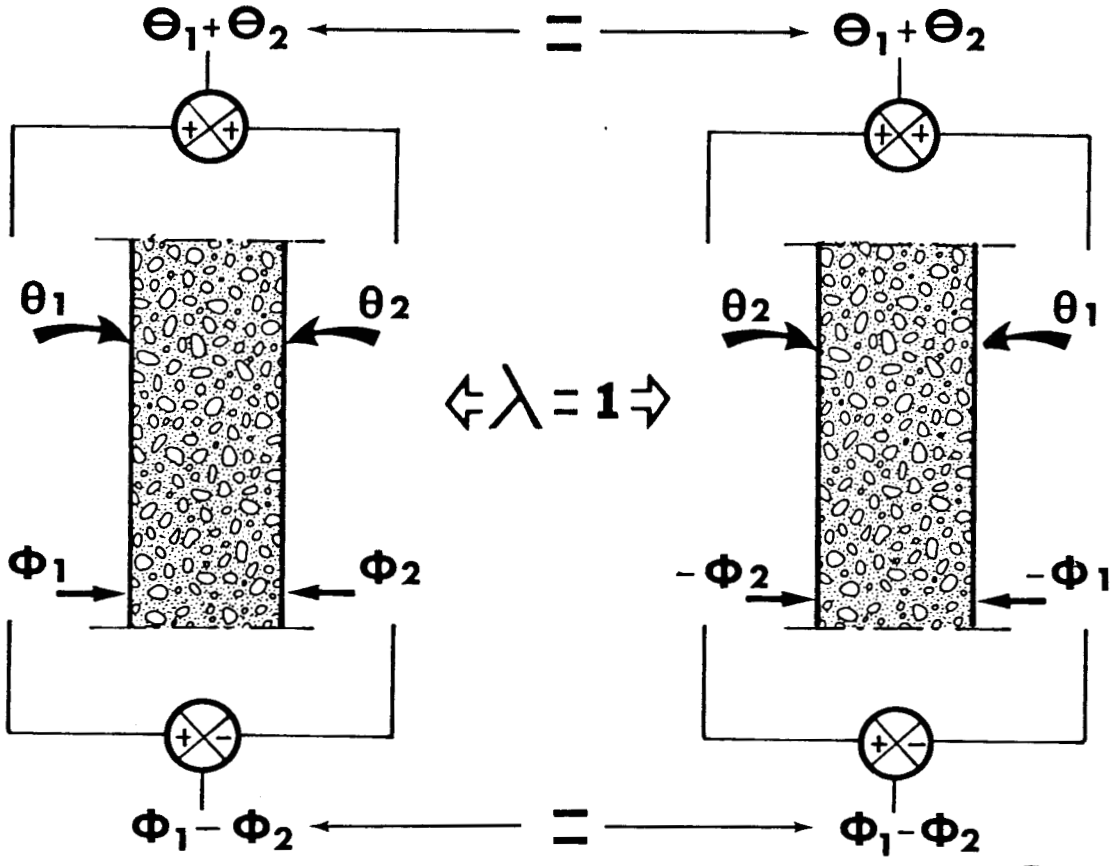
* De la même façon, à la valeur propre $\lambda = -1$ on peut associer les vecteurs propres (1,-1) pour le retournement des températures et (1,1) pour le retournement des flux. On vérifie que :

$$P \theta \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$$

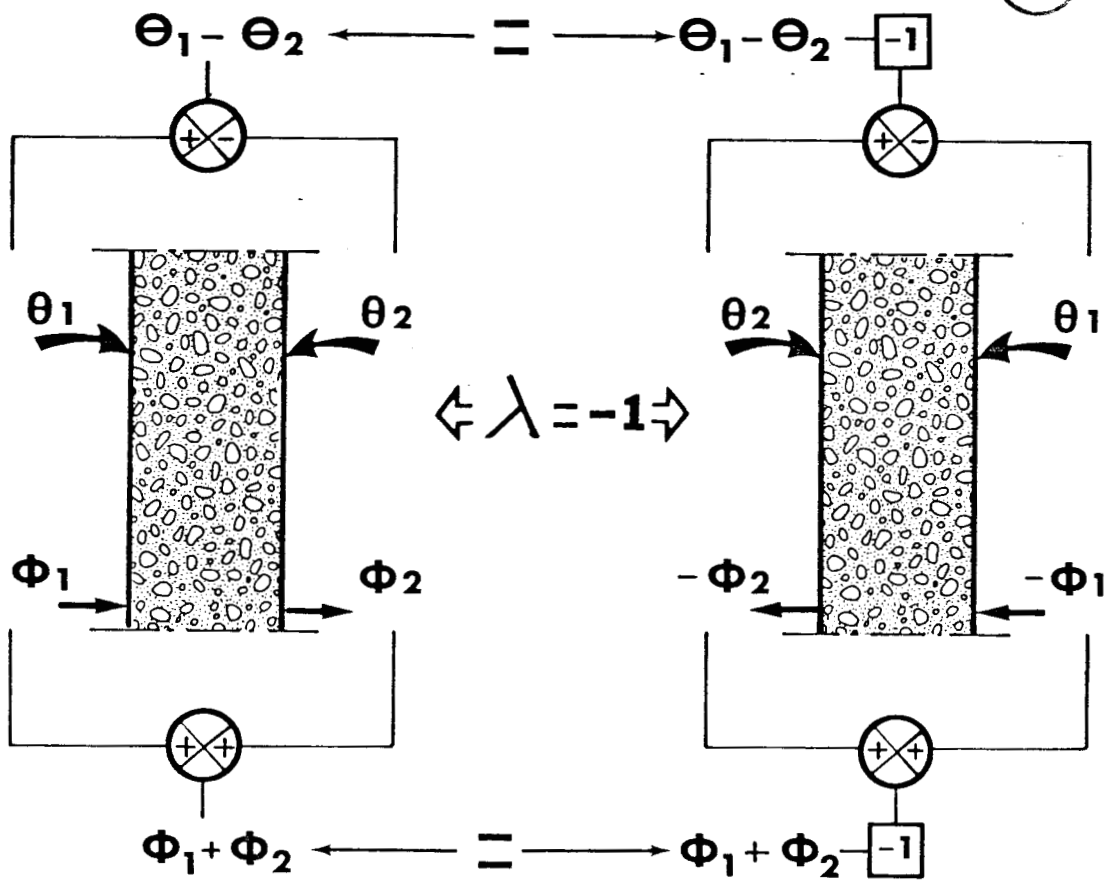
et

$$P \Phi \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

La valeur propre -1 définit un régime antisymétrique pour lequel $\theta_2 = -\theta_1$ et $\Phi_1 = \Phi_2$. Les variations de températures sont égales et opposées sur chacune des surfaces du système ; par contre, les flux sont de valeurs égales et de mêmes signes (Figure I-1).



BU
LILLE



- FIGURE I. 1 -

Ayant défini deux modes de base (symétrique et antisymétrique), nous allons maintenant montrer qu'une évolution quelconque peut être considérée comme la superposition de deux modes de base.

Introduisons pour cela les composantes symétriques :

$$\Sigma \theta = \theta_1 + \theta_2 \quad \text{et} \quad \Delta \Phi = \Phi_1 - \Phi_2$$

L'opération de permutation par rapport au centre de symétrie laisse $\Sigma \theta$ et $\Delta \Phi$ inchangés. Il en résulte que les quantités $\Sigma \theta$ et $\Delta \Phi$ caractérisent le régime symétrique invariant par permutation des surfaces d'échanges $x = 0$ et $x = \ell$, et sont liées par une relation caractéristique du système indépendamment des conditions limites.

De la même façon, introduisons les composantes antisymétriques :

$$\Delta \theta = \theta_1 - \theta_2 \quad \text{et} \quad \Sigma \Phi = \Phi_1 + \Phi_2$$

L'opération de permutation par rapport au centre de symétrie suivie de l'inversion (ou multiplication par -1) laisse les quantités $\Delta \theta$ et $\Sigma \Phi$ inchangées. Ces grandeurs caractérisent l'évolution du système et sont liées entre elles par une relation indépendante des conditions limites.

L'une quelconque des composantes symétriques ou antisymétriques, supposée accessible à la mesure, peut être considérée comme une grandeur primaire en fonction de laquelle la grandeur conjuguée peut être calculée à partir d'une fonction réponse H_s ou H_t caractéristique du système.

Inversement, lorsque l'on connaît chacune des composantes $\Sigma \Phi$, $\Delta \theta$ et $\Sigma \theta$, $\Delta \Phi$, on retrouve les variables originales par les relations simples.

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{\Delta \theta + \Sigma \theta}{2} & \Phi_1 &= \frac{\Delta \Phi + \Sigma \Phi}{2} \\ \theta_2 &= \frac{\Sigma \theta - \Delta \theta}{2} & \Phi_2 &= \frac{\Sigma \Phi - \Delta \Phi}{2} \end{aligned}$$

Les modes symétriques et antisymétriques sont "les modes de base" de la paroi homogène.

Dans le paragraphe suivant, nous utiliserons cette représentation afin de simplifier l'analyse mathématique des transferts dans la paroi homogène en régime variable.

2.2 - Fonctions de transferts associées à un système monodimensionnel

Dans la partie précédente, nous avons introduit uniquement à partir de considérations de symétrie la notion générale de "mode symétrique" et "mode antisymétrique". Pour aller plus loin dans l'analyse des transferts thermiques, il nous faut maintenant définir un modèle faisant intervenir les dimensions et les caractéristiques thermophysiques du système et

associer à chacun des modes "symétriques" et "antisymétriques" une fonction de réponse.

Dans le paragraphe précédent, nous avons montré que l'état thermique à "l'entrée" du système caractérisé par le vecteur (θ_1, Φ_1) est lié à l'état thermique de "sortie" représenté par le vecteur (θ_2, Φ_2) par une relation matricielle

$$\begin{vmatrix} \theta_2 (P) \\ \Phi_2 (P) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & -B \\ -C & A \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_1 (P) \\ \Phi_1 (P) \end{vmatrix}$$

et la relation inverse

$$\begin{vmatrix} \theta_1 (P) \\ \Phi_1 (P) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & A \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_2 (P) \\ \Phi_2 (P) \end{vmatrix}$$

Les grandeurs de base $\Sigma \Phi$, $\Delta \theta$ et $\Sigma \theta$, $\Delta \Phi$ qui caractérisent respectivement les modes de base symétriques et antisymétriques résultent de combinaisons linéaires des grandeurs élémentaires de flux et de températures.

A partir des relations matricielles nous obtenons :

$$\theta_1 = A \theta_2 + B \Phi_2 \quad \text{et} \quad \theta_2 = A \theta_1 - B \Phi_1$$

En retranchant membre à membre, la somme des flux s'écrit :

$$\Sigma \Phi (P) = \frac{1+A}{B} \cdot \Delta \theta (P) = \frac{b \sqrt{P}}{\text{th} \sqrt{\frac{P}{a}} \frac{\ell}{2}} \cdot \Delta \theta (P)$$

de même :

$$\Phi_1 = C \theta_2 + A \Phi_2 \quad \text{et} \quad \Phi_2 = -C \theta_1 + A \Phi_1$$

et

$$\Sigma \theta (P) = \frac{1+A}{C} \cdot \Delta \Phi (P) = \frac{1}{b \sqrt{P}} \cdot \frac{1}{\text{th} \sqrt{\frac{P}{a}} \frac{\ell}{2}} \cdot \Delta \Phi (P)$$

L'évolution du système peut s'exprimer à partir des coordonnées $\Sigma \Phi$, $\Delta \theta$, $\Sigma \theta$, $\Delta \Phi$ par la relation matricielle :

$$\begin{pmatrix} \Sigma \Phi(P) \\ \Sigma \theta(P) \end{pmatrix} = H p \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b^2 P} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \theta(P) \\ \Delta \Phi(P) \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$H(P) = \frac{b \sqrt{P}}{\text{th} \sqrt{\frac{P}{a}} \frac{\ell}{2}}$$

La matrice de transfert est diagonale, les deux modes de bases sont indépendants. Les coordonnées $\Sigma \Phi$, $\Delta \theta$ caractérisent le processus de transfert de chaleur dans la paroi indépendamment du détail des évolutions des grandeurs élémentaires θ_1 , θ_2 , Φ_1 , Φ_2 . (14)

De même les coordonnées conjuguées $\Sigma \theta$, $\Delta \Phi$ traduisent le stockage sensible dans la paroi indépendamment du transfert de chaleur qui peut être superposé.

* moyennes spatiales des flux et des températures

Les moyennes spatiales sont définies par :

$$\bar{\Phi}(t) = \frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} \Phi(x,t) dx \quad \text{ou} \quad \bar{\Phi}(P) = \frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} \Phi(x,P) dx$$

$$\bar{\theta}(t) = \frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} \theta(x,t) dx \quad \text{ou} \quad \bar{\theta}(P) = \frac{1}{\ell} \int_0^{\ell} \theta(x,P) dx$$

L'intégration des grandeurs $\Phi(x,P)$ et $\theta(x,P)$ obtenues à partir des relations matricielles (1) conduisent à :

$$\bar{\Phi}(P) = \frac{\Delta \theta(P)}{R} \quad \text{et} \quad \bar{\theta}(P) = \frac{\Delta \Phi(P)}{C P}$$

$$\text{avec } R = \frac{e}{\lambda} \quad \text{et} \quad C = \ell \rho c$$

soit en passant à l'original :

$$\bar{\Phi}(t) = \frac{\Delta \theta(t)}{R} \quad \text{et} \quad \bar{\theta}(t) = \frac{1}{C} \int_0^t \Delta \Phi(t) dt$$

En introduisant ces résultats dans la relation matricielle on obtient :

$$\begin{pmatrix} \Sigma \Phi \\ \Sigma \theta \end{pmatrix} = R \cdot H(P) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\Phi} \\ \bar{\theta} \end{pmatrix}$$

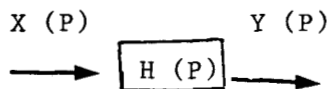
Pour une solution quasi-stationnaire $\bar{\Phi}$ et $\bar{\theta}$ sont sensiblement constants et $H(P) \rightarrow H(0)$

donc :

$$\begin{pmatrix} \Sigma \Phi \\ \Sigma \theta \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\Phi} \\ \bar{\theta} \end{pmatrix}$$

2.3 - Réponse temporelle

La paroi est considérée comme un système linéaire stationnaire. Pour un tel système un produit simple dans le domaine de Laplace (ou fréquentiel) donne un produit de convolution dans l'espace des temps.



$$Y(P) = H(P) \cdot X(P) \quad Y(t) = h(t) \otimes X(t)$$

La transformée de Laplace inverse de la fonction de transfert est la réponse "impulsionnelle" qui représente la réponse temporelle du système quand on le soumet à une impulsion de durée très brève, caractérisé par une impulsion de Dirac

$$\mathcal{L}^{-1}(H(P)) = h(t)$$

La réponse impulsionnelle permet de connaître la réponse à un signal d'entrée quelconque, elle caractérise entièrement le système vu de l'extérieur.

Il en est de même de la réponse indicielle $u(t)$ qui représente la réponse du système soumis à une sollicitation échelon d'amplitude unité. La réponse indicielle est obtenue par intégration dans le temps de la réponse impulsionnelle :

$$u(t) = \int_0^t h(t) dt$$

Le signal de sortie s'obtient par un produit de convolution entre la réponse indicielle et la dérivée du signal d'entrée.

L'équation matricielle définit des relations biunivoques entre les coordonnées généralisées et permet de définir quatre fonctions de transferts selon le choix des variables entrée sortie

$$(3) \quad \Sigma \Phi(P) = H(P) \cdot \Delta \theta(P) \quad \Delta \theta(P) = \frac{1}{H(P)} \cdot \Sigma \Phi(P) \quad (4)$$

$$(5) \quad \Sigma \theta(P) = \frac{H(P)}{b^2 P} \cdot \Delta \Phi(P) \quad \Delta \Phi(P) = \frac{b^2 P}{H(P)} \cdot \Sigma \theta(P) \quad (6)$$

Les modes de bases étant indépendants, nous pouvons considérer l'une ou l'autre des relations 5- 6 ou 3 - 4 selon les grandeurs accessibles à la mesure.

Pour caractériser les réponses temporelles nous nous limiterons aux expressions des réponses indicielles des coordonnées fluxmétriques $\Sigma \Phi(t)$, $\Delta \Phi(t)$ à partir desquelles les expressions inverses peuvent s'obtenir facilement.

Considérons les conditions limites :

$$\left| \begin{array}{ll} \Delta \theta = 0 & t < 0 \\ \Delta \theta = 1 & t > 0 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{ll} \Sigma \theta = 0 & t < 0 \\ \Sigma \theta = 1 & t > 0 \end{array} \right.$$

Dans le domaine de Laplace nous avons :

$$\Sigma \Phi(P) = \frac{b \sqrt{P}}{\text{th} \sqrt{\frac{P}{a}}} \cdot \Delta \theta(P) \cdot \frac{\ell}{2}$$

et

$$\Delta \Phi(P) = b \sqrt{P} \text{th} \sqrt{\frac{P}{a}} \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \Sigma \theta(P)$$

Les sollicitations de températures imposées sur les faces 1 et 2 sont des échelons :

$$\Delta \theta(P) = \frac{1}{P} \quad \Sigma \theta(P) = \frac{1}{P}$$

En remplaçant $\Delta \theta(P)$ et $\Sigma \theta(P)$ et en calculant les transformées inverses on obtient :

$$\Sigma \Phi(t) = \frac{2 \lambda}{l} \left(1 + 2 \sum_{K=1}^{\infty} \exp \frac{-4 a K^2 \Pi^2 t}{l^2} \right) = u_t(t)$$

$$\Delta \Phi(t) = \frac{4 \lambda}{l} \left(\sum_{K=0}^{\infty} \exp \frac{-a (2K+1)^2 \Pi^2 t}{l^2} \right) = u_s(t)$$

En introduisant la résistance thermique $R = \frac{e}{\lambda}$ et la capacité thermique $C = \rho l c$ on peut encore écrire :

$$\Sigma \Phi(t) = \frac{2 \lambda}{l} \left(1 + 2 \sum_{K=1}^{\infty} \exp \frac{-4 K^2 \Pi^2 t}{R C} \right)$$

$$\Delta \Phi(t) = \frac{4 \lambda}{l} \left(\sum_{K=0}^{\infty} \exp \frac{-(2K+1)^2 \Pi^2 t}{R C} \right)$$

Les processus de transfert et de stockage sont régis par deux constantes de temps :

$$\zeta_t = \frac{R C}{4 \Pi^2} \quad \text{et} \quad \zeta_s = \frac{R C}{\Pi^2}$$

Le mode de transfert convergera plus vite vers le régime stationnaire que le mode de stockage.

Les développements précédents des deux fonctions de réponses conduisent aux remarques suivantes :

- la différence des flux est une exponentielle simple à 1 % près dès le temps $t_1 = 0,058 R C$

$$\text{On a alors : } U_s(t) = \frac{4 \lambda}{l} \exp \frac{-t}{\zeta}$$

- la somme des flux est proportionnelle à 1 % près dès le temps $t_2 = 0,13 R C$

$$U_t(t) = \frac{2 \lambda}{l}$$

III - EXTENSION DE LA FORMULATION AUX STRUCTURES DISSYMETRIQUES

3.1. - Représentation des échanges à partir des vecteurs flux-températures dans les plans entrée-sortie

Les résultats précédents s'appliquent au calcul des flux échangés entre une structure multicouche symétrique et le milieu extérieur lorsque l'on connaît les variations dans le temps des températures sur les surfaces extérieures.

Pour étendre la formulation aux structures multicouches, la méthode la plus simple est de partir comme précédemment de la matrice de transfert reliant flux et températures de part et d'autre d'une paroi dissymétrique.

Cette matrice s'écrit sous la forme générale :

$$\begin{vmatrix} \theta_2 \\ \phi_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E & -F \\ -F' & E' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \phi_1 \end{vmatrix} \quad (7)$$

et inversement puisque le déterminant vaut 1 :

$$\begin{vmatrix} \theta_1 \\ \phi_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E' & F \\ F' & E \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_2 \\ \phi_2 \end{vmatrix} \quad (8)$$

Les coefficients E, E', F, F' sont connus par multiplication des matrices représentatives des transferts dans chacune des couches.

Pour illustrer cette formulation nous avons calculé les quatre coefficients E, E', F, F' dans deux configurations simples : structure bicouche, structure tricouche symétrique.

* Pour un milieu à 2 couches :

$$\begin{vmatrix} \theta_2 \\ \phi_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & -B \\ -B' & A \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C & -D \\ -D' & C \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \phi_1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \theta_2 \\ \phi_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} AC + BD' & -AD - BC \\ -B'C - AD' & B'D + AC \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \phi_1 \end{vmatrix}$$

$$E = AC + BD'$$

$$-F = -AD - BC$$

$$E' = B'D + AC$$

$$-F' = -B'C - AD'$$

Calculons le déterminant :

$$\Delta = AC B'D + A^2 C^2 + BD' B'D + BD' AC - AD B'C - A^2 DD' - BB' C^2 - BC AD'$$

$$\text{soit } A^2 (C^2 - DD') + BB' (DD' - C^2) = 1$$

La matrice de transfert inverse n'est symétrique que dans un milieu homogène. Avec $\Delta = 1$, il suffit d'inverser les coefficients de la diagonale et changer les signes des coefficients non diagonaux.

$$A = \text{ch} \sqrt{\frac{P}{a_1}} \ell_1 = \text{ch} \alpha$$

$$B = \frac{1}{b_1 \sqrt{P}} \text{sh} \sqrt{\frac{P}{a_1}} \ell_1 = \frac{1}{b} \text{sh} \alpha \quad B' = b_1 \sqrt{P} \text{sh} \sqrt{\frac{P}{a_1}} \ell_1 = b \text{sh} \alpha$$

$$C = \text{ch} \sqrt{\frac{P}{a_2}} \ell_2 = \text{ch} \alpha'$$

$$D = \frac{1}{b_2 \sqrt{P}} \text{sh} \sqrt{\frac{P}{a_2}} \ell_2 = \frac{1}{b'} \text{sh} \alpha' \quad D' = b_2 \sqrt{P} \text{sh} \sqrt{\frac{P}{a_2}} \ell_2 = b' \text{sh} \alpha'$$

$$\begin{vmatrix} \theta_2 \\ \Phi_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{ch} \alpha \text{ch} \alpha' + \frac{b}{b'} \text{sh} \alpha \text{sh} \alpha' & -\frac{1}{b} \text{sh} \alpha \text{ch} \alpha' - \frac{1}{b'} \text{ch} \alpha \text{sh} \alpha' \\ -b' \text{ch} \alpha \text{sh} \alpha' - b \text{sh} \alpha \text{ch} \alpha' & \frac{b'}{b} \text{sh} \alpha \text{sh} \alpha' + \text{ch} \alpha \text{ch} \alpha' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \Phi_1 \end{vmatrix}$$

et

$$\begin{vmatrix} \theta_1 \\ \Phi_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{b'}{b} \text{sh} \alpha \text{sh} \alpha' + \text{ch} \alpha \text{ch} \alpha' & \frac{1}{b} \text{sh} \alpha \text{ch} \alpha' + \frac{1}{b'} \text{ch} \alpha \text{sh} \alpha' \\ b' \text{ch} \alpha \text{sh} \alpha' + b \text{sh} \alpha \text{ch} \alpha' & \text{ch} \alpha \text{ch} \alpha' + \frac{b}{b'} \text{sh} \alpha \text{sh} \alpha' \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_2 \\ \Phi_2 \end{vmatrix}$$

* Pour un milieu à 3 couches symétriques :

Un calcul analogue mené pour un milieu à trois couches symétriques conduit aux coefficients suivants :

$$E = \text{ch} \alpha^2 \text{ch} \alpha' + \frac{b}{b'} \text{sh} \alpha \text{sh} \alpha' \text{ch} \alpha + \text{sh}^2 \alpha \text{ch} \alpha' + \frac{b'}{b} \text{ch} \alpha \text{sh} \alpha \text{sh} \alpha'$$

$$E' = \text{sh}^2 \alpha \text{ch} \alpha' + \frac{b}{b'} \text{ch} \alpha \text{sh} \alpha \text{sh} \alpha' + \frac{b'}{b} \text{sh} \alpha \text{sh} \alpha' \text{ch} \alpha + \text{ch}^2 \alpha \text{ch} \alpha'$$

$$E = E'$$

$$-F = -\frac{1}{b} \operatorname{sh} \alpha \operatorname{ch} \alpha \operatorname{ch} \alpha' - \frac{1}{b'} \operatorname{ch}^2 \alpha \operatorname{sh} \alpha' - \frac{b'}{b^2} \operatorname{sh}^2 \alpha \operatorname{sh} \alpha' - \frac{1}{b} \operatorname{ch} \alpha \operatorname{ch} \alpha' \operatorname{sh} \alpha$$

$$-F' = -b \operatorname{sh} \alpha \operatorname{ch} \alpha' \operatorname{ch} \alpha - \frac{b^2}{b'} \operatorname{sh}^2 \alpha \operatorname{sh} \alpha' - b' \operatorname{ch}^2 \alpha \operatorname{sh} \alpha' - b \operatorname{sh} \alpha \operatorname{ch} \alpha' \operatorname{ch} \alpha$$

* Remarque :

Les calculs développés ici pour deux configurations simples montrent la difficulté de la détermination analytique des coefficients E, E', F, F' dès que la structure devient complexe.

Une approche expérimentale s'impose donc pour caractériser des milieux fortement hétérogènes.

La formulation présentée impose, pour caractériser entièrement une structure multicouche, la détermination de quatre fonctions réponses. Cette relation matricielle est une relation fonctionnelle entrée-sortie difficile à utiliser en pratique puisque les flux et température de sortie dépendent à la fois du flux et de la température d'entrée.

Il est donc difficile d'utiliser cette relation directement sans spécifier la nature exacte de la relation flux-température à l'entrée du système.

3.2. - Représentation des échanges à partir des coordonnées généralisées.

Dans le cas général, pour introduire les coordonnées généralisées ($\Sigma\Phi, \Delta\Phi, \Sigma\theta, \Delta\theta$) définies précédemment, on effectue :

$$\Sigma\theta = \theta_1 + \theta_2 = E' \theta_2 + F \Phi_2 + E \theta_1 - F \Phi_1$$

$$\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 = E' \theta_2 + F \Phi_2 - E \theta_1 + F \Phi_1$$

En posant :

$$\Sigma E = E + E'$$

$$\Delta E = E - E'$$

soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \Sigma\Phi \\ \Delta\Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1 + \frac{\Sigma E}{2}}{F} \\ \frac{\Delta E}{2F} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{\Delta E}{2F} \\ \left(1 - \frac{\Sigma E}{2}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\theta \\ \Sigma\theta \end{pmatrix}$$

La matrice de transfert n'est plus diagonale ; il apparaît un couplage entre chaque mode de base.

* La matrice entrée-sortie dépend du sens suivant lequel on considère le multicouche. On affectera de l'indice a une position entrée-sortie donnée vis-à-vis de la sollicitation et de l'indice b la configuration inverse.

Nous avons alors à considérer les relations matricielles :

$$\begin{pmatrix} \Sigma \phi_a \\ \Delta \phi_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1 + \frac{\Sigma E}{2}}{F} & \frac{\Delta E}{2F} \\ \frac{\Delta E}{2F} & - \left(\frac{1 - \frac{\Sigma E}{2}}{F} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \theta \\ \Sigma \theta \end{pmatrix} \quad (9)$$

Dans le domaine temporel on obtient des produits de convolution :

$$\Sigma \phi_a = h_1 \otimes \Delta \theta(t) + h_2 \otimes \Sigma \theta(t)$$

$$\Delta \phi_a = h_3 \otimes \Sigma \theta(t) + h_2 \otimes \Delta \theta(t)$$

et pour la permutation des conditions limites :

$$\begin{pmatrix} \Sigma \phi_b \\ \Delta \phi_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1 + \frac{\Sigma E}{2}}{F} & - \frac{\Delta E}{2F} \\ - \frac{\Delta E}{2F} & - \left(\frac{1 - \frac{\Sigma E}{2}}{F} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \theta \\ \Sigma \theta \end{pmatrix} \quad (10)$$

ce qui donne dans le domaine temporel :

$$\Sigma \phi_b = h_1 \otimes \Delta \theta(t) - h_2 \otimes \Sigma \theta(t)$$

$$\Delta \phi_b = h_3 \otimes \Sigma \theta(t) - h_2 \otimes \Delta \theta(t)$$

avec :

$$h_1 = \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{1 + \frac{\Sigma E}{2}}{F} \right) \quad h_2 = \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{\Delta E}{2F} \right)$$

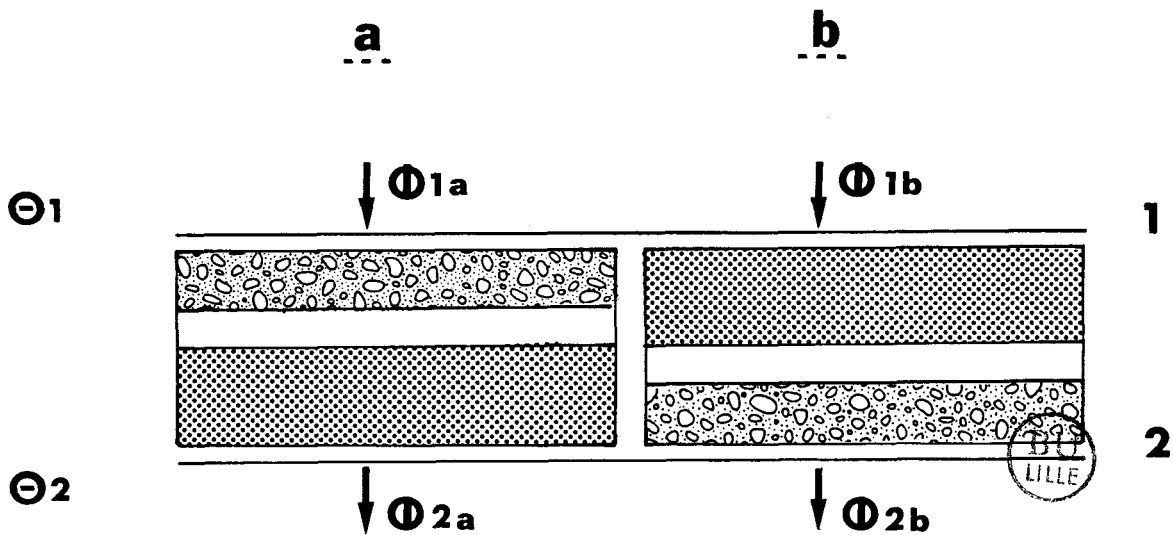
$$h_3 = \mathcal{L}^{-1} \left(\frac{-1 + \frac{\Sigma E}{2}}{F} \right)$$

Ces relations montrent qu'un système dissymétrique quelconque est entièrement caractérisé par trois fonctions de réponses h_1 , h_2 , h_3 .

La fonction h_2 caractérise la dépendance des quantités $\Sigma \Phi$, $\Sigma \theta$ et $\Delta \Phi$, $\Delta \theta$ et représente la dissymétrie du système ; le signe de cette fonction s'inverse par permutation du système vis-à-vis des conditions limites.

3.3. - Etude différentielle d'une structure multicouche

Considérons l'ensemble représenté figure 1.2 constitué par un double système : l'un dans la configuration (a), l'autre dans la configuration inverse (b).



- FIGURE 1.2 -

Pour bien mettre en évidence la différence de comportement de ces deux systèmes vis-à-vis d'une sollicitation, nous allons considérer les mêmes conditions limites de températures dans les places 1 et 2 :

$$\theta_{1a} = \theta_{1b} \quad , \quad \theta_{2a} = \theta_{2b}$$

Compte tenu de la forme des relations 9 et 10 il paraît intéressant d'introduire de nouvelles coordonnées obtenues par combinaisons linéaires des

variables $\Sigma \Phi$, $\Sigma \theta$, $\Delta \Phi$, $\Delta \theta$ relatives aux deux systèmes :

$$\Sigma \Sigma \Phi = \Sigma \Phi_a + \Sigma \Phi_b \quad , \quad \Delta \Sigma \Phi = \Sigma \Phi_a - \Sigma \Phi_b$$

$$\Sigma \Delta \Phi = \Delta \Phi_a + \Delta \Phi_b \quad , \quad \Delta \Delta \Phi = \Delta \Phi_a - \Delta \Phi_b$$

A partir des relations ⁹ et ¹⁰ nous obtenons :

$$\Sigma \Sigma \Phi = 2 \left(\frac{1 + \frac{\Sigma E}{2}}{F} \right) \Delta \theta = 2 \cdot H_1 \cdot \Delta \theta$$

$$\Delta \Sigma \Phi = \frac{\Delta E}{F} \cdot \Sigma \theta = 2 \cdot H_2 \cdot \Sigma \theta$$

$$\Sigma \Delta \Phi = 2 \left(\frac{-1 + \frac{\Sigma E}{2}}{F} \right) \Sigma \theta = 2 \cdot H_3 \cdot \Sigma \theta$$

$$\Delta \Delta \Phi = \frac{\Delta E}{F} \cdot \Delta \theta = 2 \cdot H_2 \cdot \Delta \theta$$

Sous forme matricielle ces résultats s'écrivent :

$$\begin{vmatrix} \Sigma \Sigma \Phi \\ \Delta \Sigma \Phi \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 H_1 & 0 \\ 0 & 2 H_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta \theta \\ \Sigma \theta \end{vmatrix}$$



$$\begin{vmatrix} \Delta \Delta \Phi \\ \Sigma \Delta \Phi \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 H_2 & 0 \\ 0 & 2 H_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta \theta \\ \Sigma \theta \end{vmatrix}$$

Grâce à ces nouvelles coordonnées, nous retrouvons comme pour une paroi homogène des matrices de transfert diagonales ; il existe des relations biunivoques entre les grandeurs $\Sigma \Sigma \Phi - \Delta \theta$, $\Sigma \Delta \Phi - \Sigma \theta$, $\Delta \Sigma \Phi - \Sigma \theta$, $\Delta \Delta \Phi - \Delta \theta$.

Ces relations exprimées dans le domaine de Laplace ou fréquentiel impliquent dans le domaine temporel des produits de convolution :

$$\begin{aligned} \Sigma \Sigma \Phi(t) &= 2 h_1 \otimes \Delta \theta(t) \\ \Delta \Sigma \Phi(t) &= 2 h_2 \otimes \Sigma \theta(t) \\ \Sigma \Delta \Phi(t) &= 2 h_3 \otimes \Sigma \theta(t) \\ \Delta \Delta \Phi(t) &= 2 h_2 \otimes \Delta \theta(t) \end{aligned}$$

Ces résultats sont particulièrement intéressants dans le cadre d'une approche expérimentale de la caractérisation des structures multicouches. Si nous soumettons un ensemble échantillon-échantillon permuté à des sollicitations de température déterministes (impulsion, indice, sinus...), en mesurant simultanément les quatre flux ϕ_{1a} , ϕ_{1b} , ϕ_{2a} , ϕ_{2b} , nous pouvons calculer facilement les coordonnées généralisées et donc les trois fonctions réponses de la structure. (15, 16)

Si l'on impose par exemple des échelons unitaires de $\Delta\theta$ ou de $\Sigma\theta$ nous obtiendrons les réponses indicielles :

$$\begin{aligned} 2 u_1(t) &= \Sigma \Sigma \Phi(t) \\ 2 u_2(t) &= \Delta \Sigma \Phi(t) = \Delta \Delta \Phi(t) \\ 2 u_3(t) &= \Sigma \Delta \Phi(t) \end{aligned}$$

Remarque :

Si nous étudions les relations flux-températures dans les plans 1 ou 2 nous obtenons, à partir des relations matricielles 7 et 8 :

- pour la configuration (a) :

$$\theta_1 = E' \theta_2 + F \phi_{2a}$$

$$\theta_2 = E \theta_1 - F \phi_{1a}$$

- pour la configuration (b) :

$$\theta_1 = E \theta_2 + F \phi_{2b}$$

$$\theta_2 = E' \theta_1 - F \phi_{1b}$$

Soit par combinaison de ces relations :

$$\phi_{1a} - \phi_{1b} = \frac{\Delta E}{F} \cdot \theta_1$$

$$\phi_{2a} - \phi_{2b} = \frac{\Delta E}{F} \cdot \theta_2$$

Ces relations montrent que la différence des flux mesurés dans un plan entre le système multicouche et le système inversé ne dépend que de la variation de température dans le plan considéré.

Cette relation est également intéressante au niveau expérimental puisqu'elle permet la détermination de la fonction réponse h_2 qui caractérise la dissymétrie de la structure uniquement à partir des mesures des flux et variations de température ϕ_{1a} , ϕ_{1b} et θ_1 ou ϕ_{2a} , ϕ_{2b} et θ_2 dans le même plan 1 ou 2.

CHAPITRE II
CARACTERISATION DES FLUXMETRES PLANS
APPLICATION AUX STRUCTURES SYMETRIQUES

I - MESURE SIMULTANEE DE FLUX THERMIQUE ET DE TEMPERATURE DE SURFACE

1.1 - Description des capteurs utilisés

Pour mesurer simultanément flux et température de part et d'autre des systèmes étudiés, nous avons utilisé des fluxmètres "plans" à effet thermoélectrique distribué dont le fonctionnement a été décrit dans la littérature (17, 18, 19, 20).

Cette démarche présente l'avantage fondamental au niveau expérimental d'éviter de faire une hypothèse sur les conditions limites qui peuvent être quelconques.

Les fluxmètres permettent par ailleurs de mesurer des signaux de très faible énergie auquel sont associées des variations de température d'amplitudes très faibles et non mesurables.

Ces fluxmètres ont une surface active de $13 \times 13 \text{ cm}^2$ et sont intégrés dans le montage de la figure II-1 afin de permettre la mesure du flux et de la température.

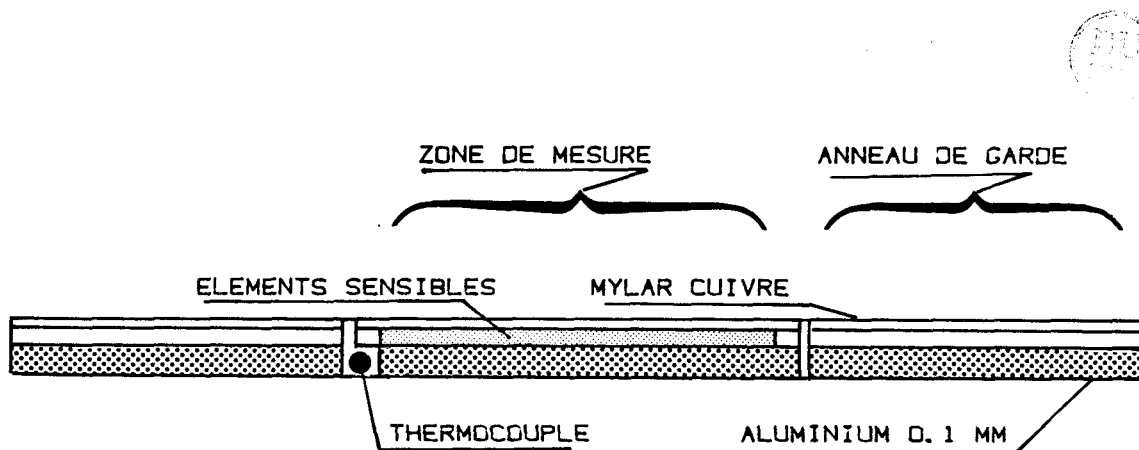


Fig. II-1

* Les fluxmètres sont constitués par des thermocouples de surface disposés sur un support kapton. Du côté kapton a été collée une feuille d'aluminium de 0,1 mm d'épaisseur. L'autre côté du fluxmètre est recouvert d'une feuille de mylar cuivré collé sur la surface sensible à l'aide d'une colle à jauge de contrainte de façon à réaliser un ensemble considéré indéformable dans le domaine des pressions utilisées.

* Un anneau de garde ayant même structure que le système a été réalisé de façon à amener la surface du capteur à 25 x 25 cm².

* La mesure de température est assurée par un thermocouple nickel-chrome/nickel-alumel dont la soudure est disposée sur le bord du fluxmètre dans une rainure des plaques d'aluminium ; cette rainure est emplie de graisse afin d'assurer un contact thermique correct. L'ensemble est fermé par une bande autocollante d'épaisseur négligeable.

On peut remarquer que compte tenu des épaisseurs très faibles des constituants du capteur il est difficile de définir nettement où s'effectue la mesure de température.

* Pour certains essais, il sera intéressant d'évaluer la température de la surface externe du fluxmètre ; pour cela nous avons réalisé le capteur de température représenté figure II-2.

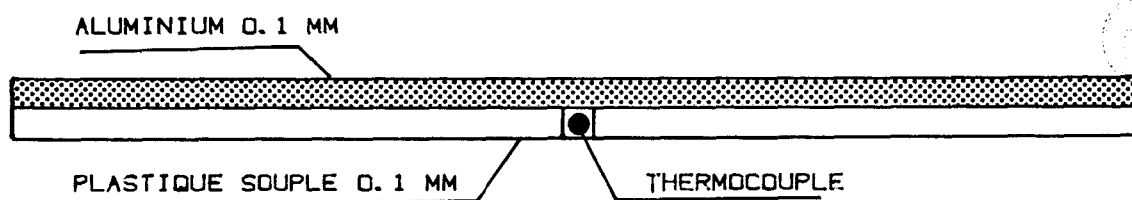


Fig. II-2

La face supérieure est constituée d'une feuille d'aluminium autocollante d'épaisseur 0,1 mm.

Dans le film de plastique souple, nous avons ménagé une rainure afin d'introduire un thermocouple Ni Cr/Ni Alumel, le contact étant assuré par de la graisse.

L'ensemble est fermé par une bande autocollante d'épaisseur négligeable.

Le plastique souple assure un bon contact thermique entre le capteur de température et le fluxmètre.

1.2 - Problèmes spécifiques des capteurs plans

La disposition constructive de nos capteurs résulte du principe de fonctionnement des fluxmètres "plans". Un fluxmètre classique "à paroi auxiliaire" est en fait constitué par une résistance thermique étalon aux bornes de laquelle on vient mesurer la différence de température par des thermocouples montés en série.

En régime permanent la tension mesurée aux bornes des thermocouples est proportionnelle au flux de chaleur qui traverse le système :

$$\Phi = \frac{E}{K R}$$

E = tension mesurée

K = sensibilité de la thermopile

R = résistance thermique du capteur

L'utilisation de ce type de fluxmètre est délicate car on ne peut généralement pas négliger la présence du capteur qui, de par son principe, doit avoir une résistance thermique importante.

En régime instationnaire la mesure est de plus perturbée par sa capacité thermique. Des corrections sont indispensables ; elles conduisent en général à considérer les capteurs comme des couches supplémentaires de caractéristiques thermophysiques connues.

L'application de ces méthodes en régime instationnaire mène à des calculs rapidement fastidieux pour les structures multicouches

Le principe de fonctionnement des fluxmètres utilisés est fondamentalement différent puisqu'on réalise dans un plan des hétérogénéités vis-à-vis du transfert thermique en faisant alterner des zones pleines et des vides.

Ce système permet de créer dans un plan des hétérogénéités de flux qui induisent des courants thermoélectriques dans un circuit réalisé par une couche de constantan recouverte par dépôt électrolytique de pastilles de cuivre.

Ce dispositif permet d'obtenir des capteurs de très faible épaisseur, très peu perturbateurs de la mesure.

Dans de nombreux cas, il ne sera pas utile de faire des corrections.

Le fonctionnement du capteur plan conduit à une distorsion des lignes de flux de chaleur au voisinage du plan de mesure ; il convient cependant de faire en sorte que le flux soit bien unidirectionnel dans les plans extrêmes du capteur.

Dans le cas contraire, la distribution des températures dans le plan de mesure -et donc la sensibilité du capteur- dépendra du matériau mis en contact avec le fluxmètre (fig. II-3).

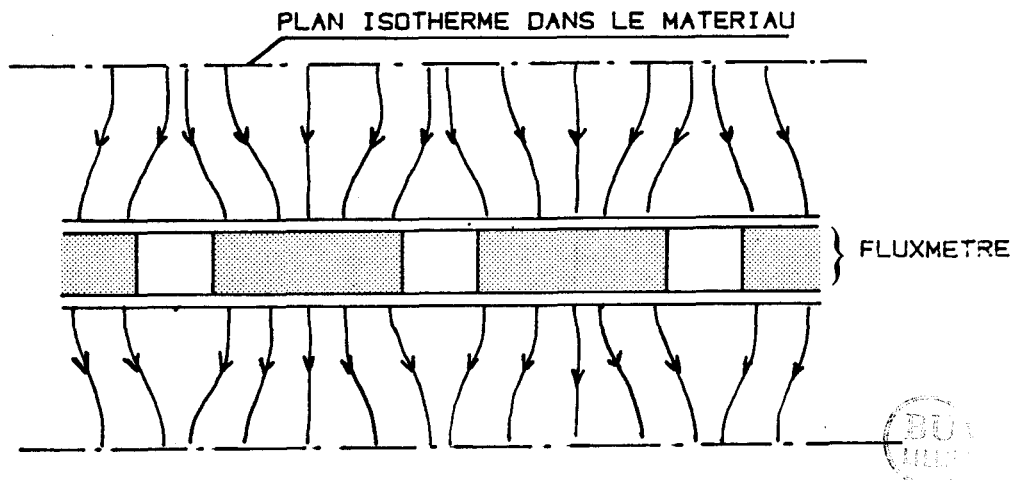


Fig. II-3 : la sensibilité dépend du matériau en contact

Pour obtenir des surfaces isothermes sur les faces extrêmes du fluxmètre, il suffit de disposer de part et d'autre de la surface sensible des matériaux thermiquement conducteurs (aluminium ou cuivre de faible épaisseur) (fig. II-4).

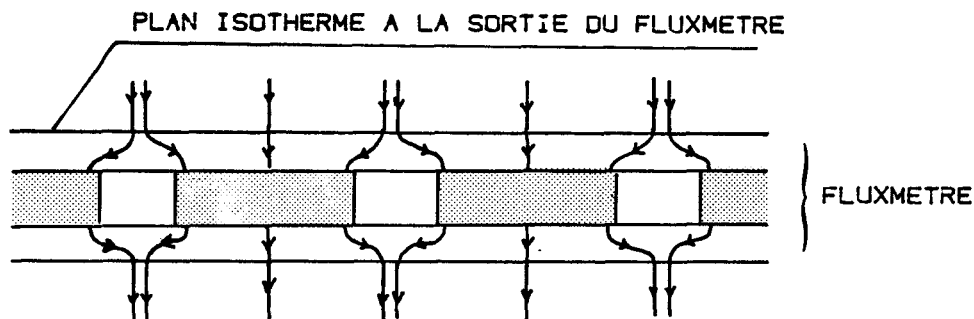


Fig. II-4 : la sensibilité ne dépend pas du matériau en contact

1.3 - Disposition constructive adoptée : vérification de l'invariance de la sensibilité vis-à-vis des matériaux testés

La configuration minimale d'un fluxmètre plan est schématisée figure II-5.

Le plan sensible est réalisé à partir d'un laminé de constantan de 25 microns d'épaisseur sur lequel on a disposé électrolytiquement des pastilles de cuivre de 6 microns d'épaisseur.

L'ensemble est disposé sur un support de kapton de 50 microns ; l'hétérogénéité thermique est réalisée par des perforations dans le constantan.

Pour fermer le capteur on colle une couche de mylar cuivré de 25 microns d'épaisseur.

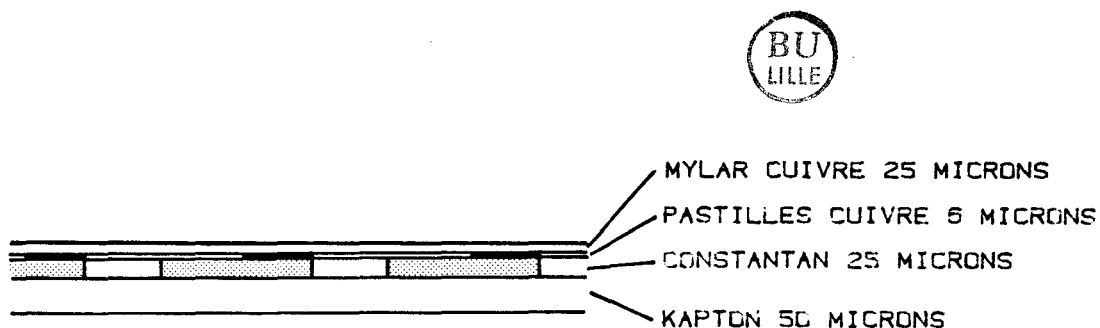


Fig. II-5

Le problème est de savoir si la sensibilité de ce fluxmètre est indépendante des caractéristiques thermophysiques des matériaux au contact desquels il est disposé.

Compte tenu des considérations précédentes, cette erreur, liée à la fermeture des lignes de flux au sein du matériau à tester, ne sera appréciable que pour des matériaux "peu conducteurs".

Pour nos essais, nous avons utilisé un matériau isolant, le polystyrène, afin d'augmenter au maximum la probabilité d'erreur systématique.

Le schéma du dispositif expérimental est représenté figure II-6.

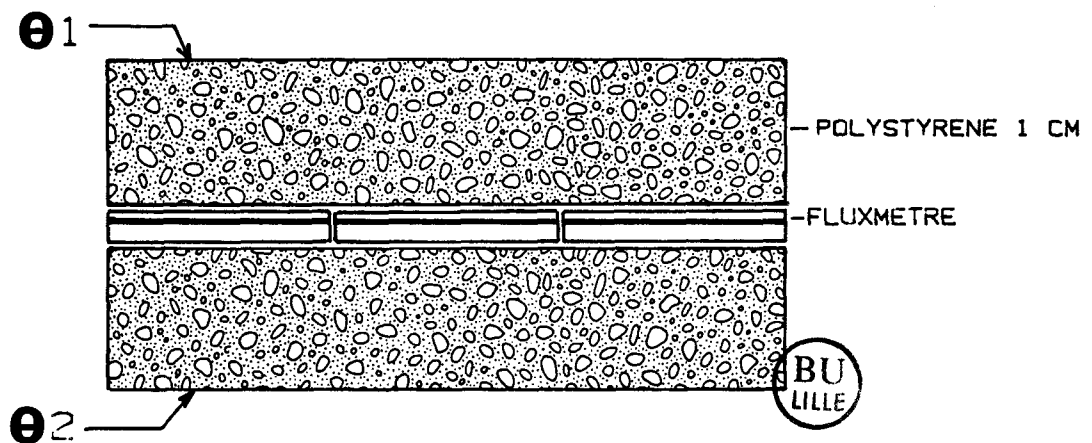


Fig. II-6

Le fluxmètre est disposé entre deux couches de polystyrène de 1 cm d'épaisseur. Les faces extrêmes de l'ensemble sont maintenues par des plaques échangeuses à des températures imposées θ_1 et θ_2 . Il en résulte un transfert de chaleur dans le système.

En régime permanent la tension délivrée par le fluxmètre doit être indépendante des états de surfaces du capteur.

Nous avons étudié dans ce dispositif l'effet sur la tension délivrée E de la mise en place de couches conductrices d'aluminium de 0,1 mm d'épaisseur sur les faces 1 et 2 du capteur.

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau ci-dessous :

ESSAI N°	Etat de surface		E μV
	Nombre de couches d'Al sur face 1 sur face 2		
1	0	0	1500
2	0	1	1800
3	0	2	1805
4	1	1	1795

Tableau II-7

Il apparaît entre l'essai 1 et 2 une différence de sensibilité de 20 % qui indique que la couche de kapton n'est pas suffisante pour établir un plan isotherme aux bornes du capteur.

Les essais 3 et 4 montrent que la configuration de l'essai 2 est suffisante pour assurer la stabilité de la sensibilité vis-à-vis de la nature des matériaux testés ; la superposition de nouvelles couches conductrices ne change rien à la tension mesurée.

Nous avons donc systématiquement collé une feuille d'aluminium de 0,1 mm d'épaisseur sur la face de kapton de nos fluxmètres.

1.4 - Etalonnage des capteurs de flux

L'étalonnage d'un fluxmètre à deux objectifs :

- l'évaluation de la sensibilité K c'est-à-dire de la tension délivrée par le capteur en régime établi quand on le soumet à une densité de flux imposée de 1 Wm^{-2} .

Cette mesure doit être complétée par une étude de linéarité tension mesurée - flux imposé et de la symétrie.

- l'évaluation de la perturbation introduite par le capteur.

On assimile un demi-fluxmètre (entre le plan sensible et l'échantillon) à une couche homogène dont on peut évaluer la résistance thermique (R) et la capacité thermique (C) équivalente.

Le produit RC fournit la constante de temps du capteur que l'on peut comparer à celle de la structure à tester pour évaluer la perturbation résultant du capteur en régime variable.

a) Détermination du coefficient de sensibilité K en régime établi

Ce dispositif utilisé pour évaluer la sensibilité est schématisé figure II-8.

Le capteur à étalonner est placé sur la plaque échangeuse inférieure. On lui superpose une résistance électrique plane, un fluxmètre auxiliaire de sensibilité connue et un "matelas isolant".

L'ensemble est légèrement comprimé par la plaque échangeuse supérieure mobile grâce à un verin pneumatique.

La résistance électrique de dimensions rigoureusement égales à celles du fluxmètre est constituée d'un réseau de constantan gravé sur un support de kapton de 0,1 mm d'épaisseur collé sur une plaque d'aluminium de même épaisseur qui assure l'homogénéité de la température de surface de la source.

La résistance alimentée par une alimentation stabilisée délivre une puissance thermique réglable. Cette puissance se répartit de manière inégale dans le dispositif.

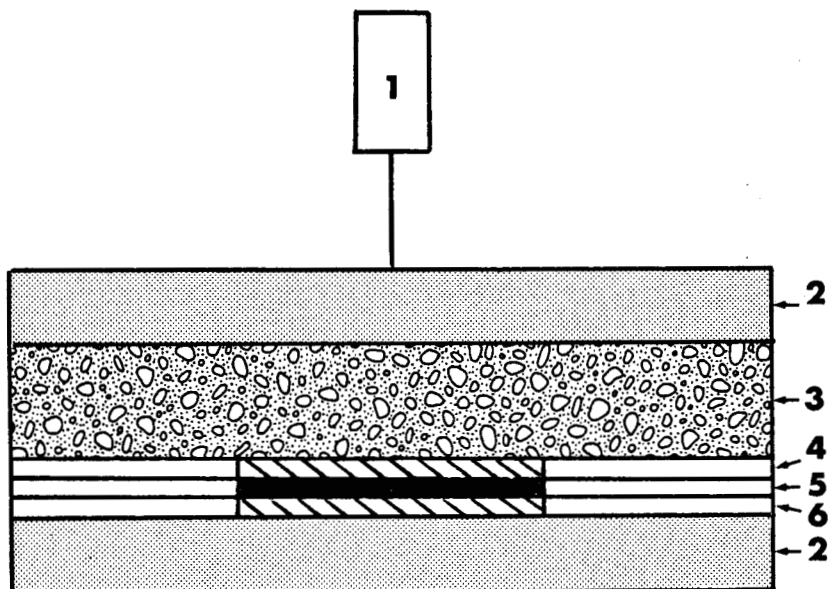
Le matelas isolant limite le flux ascendant ϕ_a mesuré par le fluxmètre auxiliaire à quelques pour cents de la puissance totale dissipée. La différence $P_f - \phi_a$ constitue le flux imposé dans le fluxmètre à tester ; la sensibilité du capteur s'obtient alors par :

$$K = \frac{E s}{P_f - \phi_a} \quad (V / W / m^2)$$

- la vérification de la linéarité consiste à montrer que la sensibilité K ne dépend pas de la puissance délivrée. Pour effectuer cette vérification on impose au capteur des puissances variables par paliers en commençant par des flux très faibles de l'ordre de $1 W/m^2$ tels que ceux rencontrés dans les murs très isolés et en terminant par des flux de plusieurs dizaines de W/m^2 rencontrés sur des parois en régime transitoire (ensoleillement, vent...) ou dans des configurations particulières de laboratoire.

Si l'étalonnage avec des flux importants est relativement aisé, il n'en est pas de même pour les très faibles puissances pour lesquelles il est nécessaire d'utiliser une procédure d'essai très rigoureuse.

Les signaux détectés sont de très faible amplitude (dizaine de microvolts) et l'utilisation d'une chaîne de mesure à haute résolution est indispensable.



1-VERIN PNEUMATIQUE

2-PLAQUE ECHANGEUSE

3-ISOLANT THERMIQUE

4-FLUXMETRE AUXILLIAIRE

5-RESISTANCE CHAUFFANTE

6-FLUXMETRE A ETALONNER

- FIGURE II.8 -

- les plaques échangeuses inférieures et supérieures sont réglées en température par une circulation d'eau à partir d'un bain thermostaté assurant une température constante à mieux de 1/20e de degré.

Ce procédé permet d'éliminer tout flux parasite résultant d'un léger écart de température des plaques inférieure et supérieure.

- pour chaque palier, on enregistre à l'aide d'un voltmètre programmable cent valeurs de tensions délivrées par le fluxmètre à tester et le fluxmètre auxiliaire.

Les figures II-9 et II-10 représentent l'enregistrement des résultats obtenus lors de l'étalonnage d'un capteur.

Nous avons procédé ici à cinq paliers compris entre 1,45 et 30,96 W/m². En ordonnée est portée la tension détectée aux bornes du fluxmètre à étalonner. Une périodicité (observable surtout pour les faibles flux) résulte de la régulation de température des plaques échangeuses. Les valeurs enregistrées sont ensuite lissées (courbes en pointillés de façon à éliminer ces oscillations).

Pour chaque palier nous avons indiqué la valeur du coefficient de sensibilité K obtenue :

$$K = \frac{\bar{E} \cdot S}{P_f - \phi_a}$$

\bar{E} = valeur moyenne de la tension délivrée aux bornes du capteur dans la partie d'enregistrement considérée.

ϕ_a = valeur moyenne du flux ascendant dans le palier considéré.

La sensibilité moyenne obtenue pour les 5 paliers est de :

$$\bar{K} = 20,06 \cdot 10^{-6} \text{ V/W/m}^2$$

La valeur maximale de l'écart par rapport à la valeur moyenne est de 0,15 $\cdot 10^{-6}$ V soit environ 0,75 %.

- la symétrie du capteur est vérifiée en retournant le fluxmètre dans le dispositif décrit précédemment.

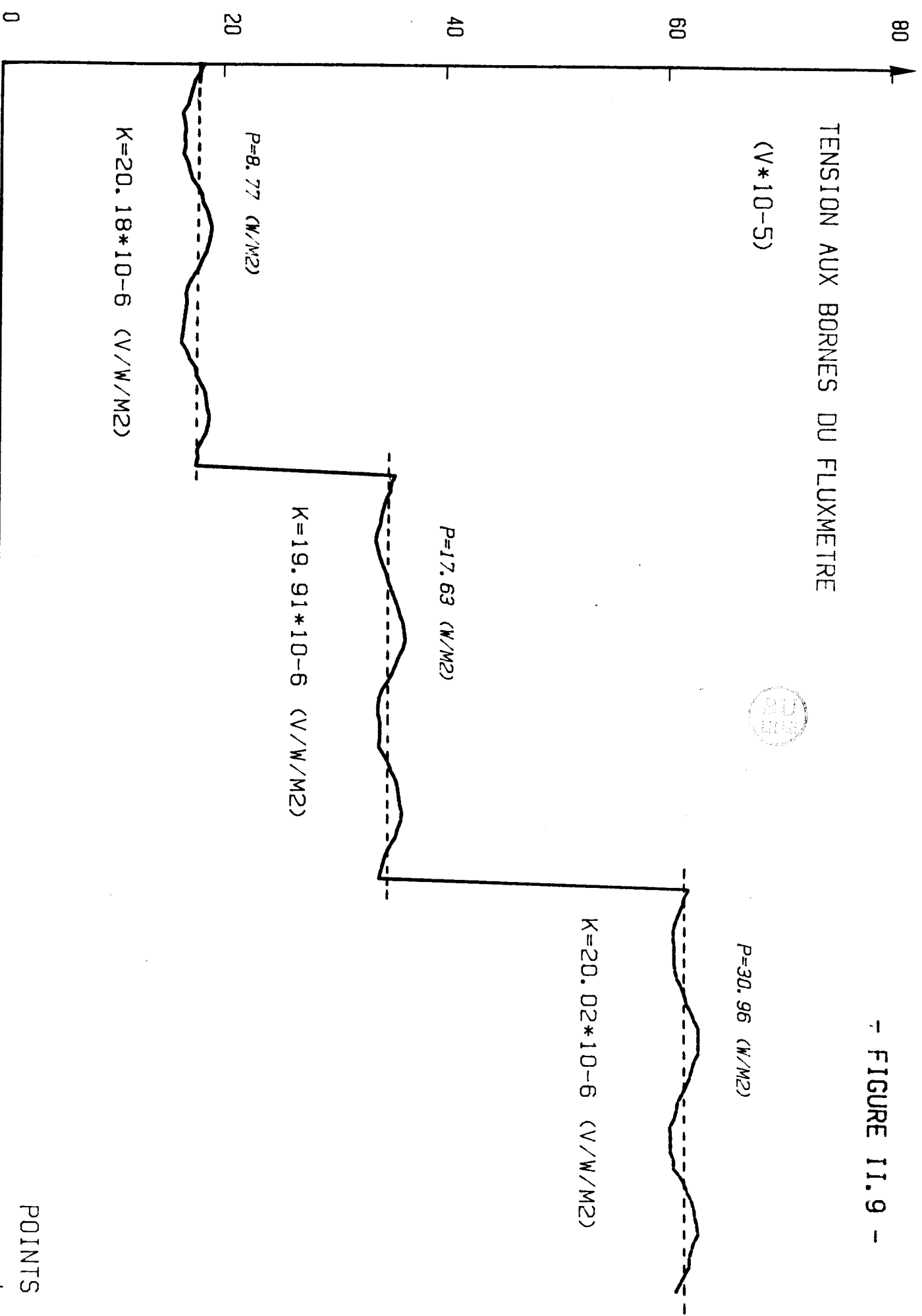
Pour nos capteurs, les variations de sensibilité par retournement sont toujours restées inférieures à 1 %.

TENSION AUX BORNES DU FLUXMETRE

(V*10-5)

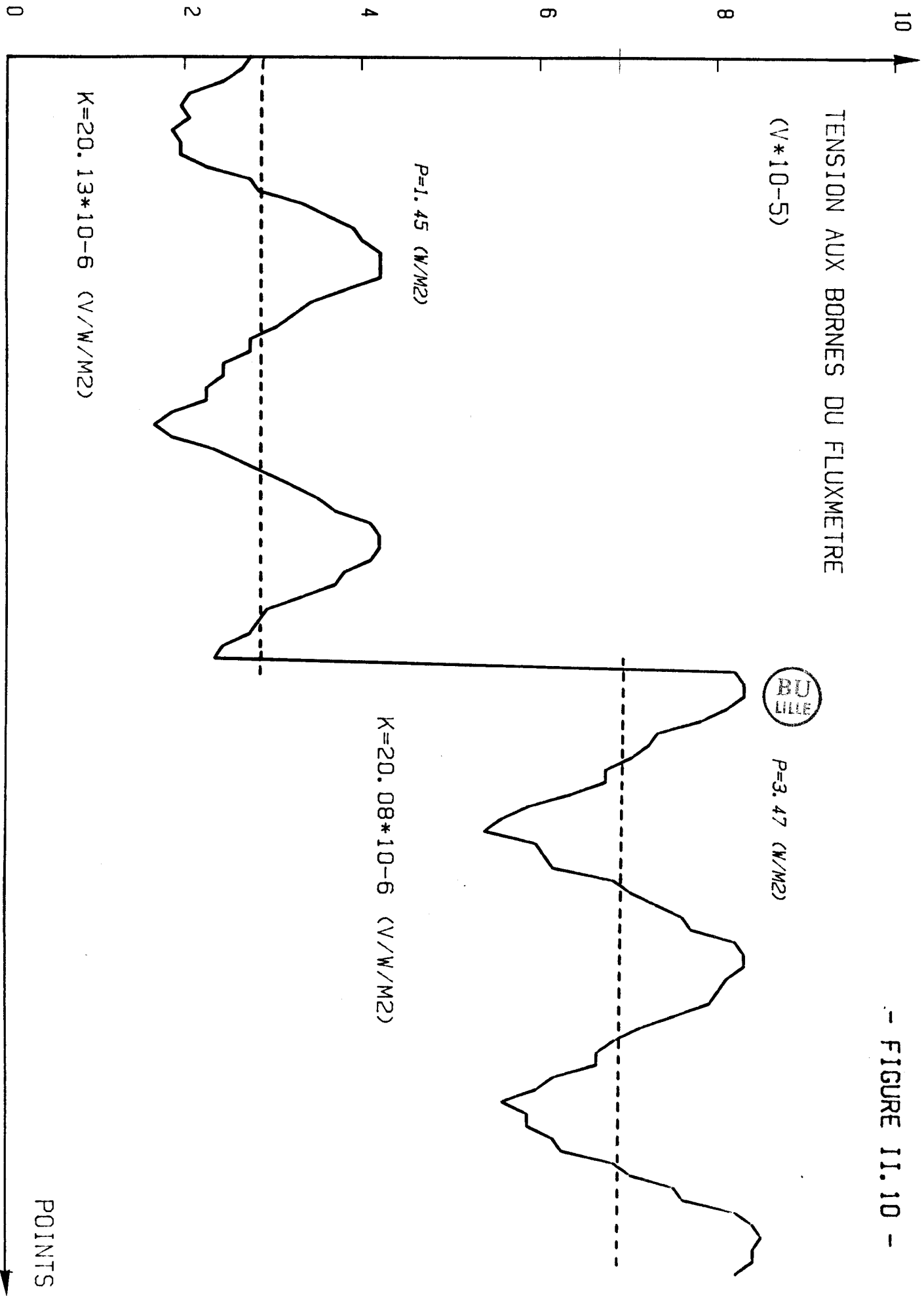


- FIGURE 11.9 -



POINTS

- FIGURE II. 10 -



TENSION AUX BORNES DU FLUXMETRE

(V*10-5)

BU LILLE

P=3.47 (N/M2)

P=1.45 (N/M2)

K=20.08*10-6 (V/W/M2)

K=20.13*10-6 (V/W/M2)

POINTS

b) Estimation de la capacité et de la résistance thermique
équivalente des fluxmètres

Dans chaque configuration expérimentale les structures à caractériser sont disposées entre deux fluxmètres thermiques.

Les limites réelles du système ne sont pas définies par la surface des échantillons ou de la paroi mais par les surfaces sensibles des capteurs (fig. II-11).

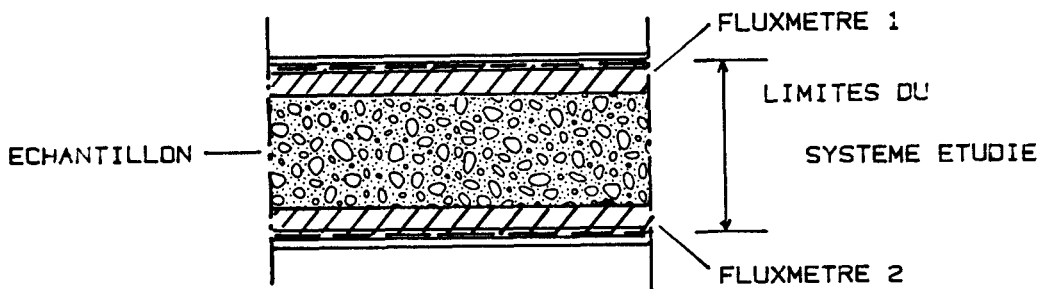


Fig. II-11

Les couches comprises entre les surfaces sensibles et le plan (hachurées sur le schéma) des parois étudiées sont incluses dans le système.

Le but de ce paragraphe est d'estimer leur importance.

Selon leur disposition par rapport aux échantillons, les couches perturbatrices de nos fluxmètres sont constituées par une couche de kapton de $50 \mu\text{m}$ d'épaisseur et d'une feuille d'aluminium collée de $0,1 \text{ mm}$ d'épaisseur.

Cet assemblage, responsable de la perturbation introduite par les fluxmètres, peut être représenté par une couche homogène de capacité équivalente C_f et de résistance thermique R_f

Le calcul de ces grandeurs est impossible compte tenu des très faibles épaisseurs des matériaux, des conditions de collage incontrôlables, etc... La mesure directe est extrêmement délicate du fait des très faibles valeurs à mesurer.

Pour surmonter cette difficulté, il est possible d'effectuer des mesures de résistance thermique et de capacité thermique de systèmes associant deux fluxmètres et un échantillon de plexiglass de caractéristiques thermophysiques parfaitement connues.

En faisant varier l'épaisseur (e) du matériau étalon on peut tracer dans les deux cas les courbes $R(e)$ et $C(e)$ représentant les variations de la résistance thermique globale et de la capacité globale en fonction de l'épaisseur.

Ces variations sont linéaires.

$$R(e) = R(e)_{\text{plexi}} + 2(R_f)$$

$$R(e) = \frac{e}{\lambda_{\text{plexi}} S}$$

$$C(e) = C(e)_{\text{plexi}} + 2(C_f)$$

$$C(e) = c \rho e S$$

Les figures II-12 et II-13 illustrent les résultats obtenus.

Les ordonnées à l'origine $R(o)$ et $C(o)$ représentent les valeurs $2(R_f)$ et $2(C_f)$.

Nous obtenons ici $2(R_f) = 0,2 \text{ K/W}$ $2(C_f) = 18 \text{ J/K}$

soit une constante de temps $\tau \phi_m = 3,6 \text{ s} = 4 R_f C_f$

Ces valeurs sont très faibles ; dans de nombreux cas pratiques la présence des capteurs pourra être négligée.

II - MESURE DES CARACTERISTIQUES THERMOPHYSIQUES D'ECHANTILLONS HOMOGENES

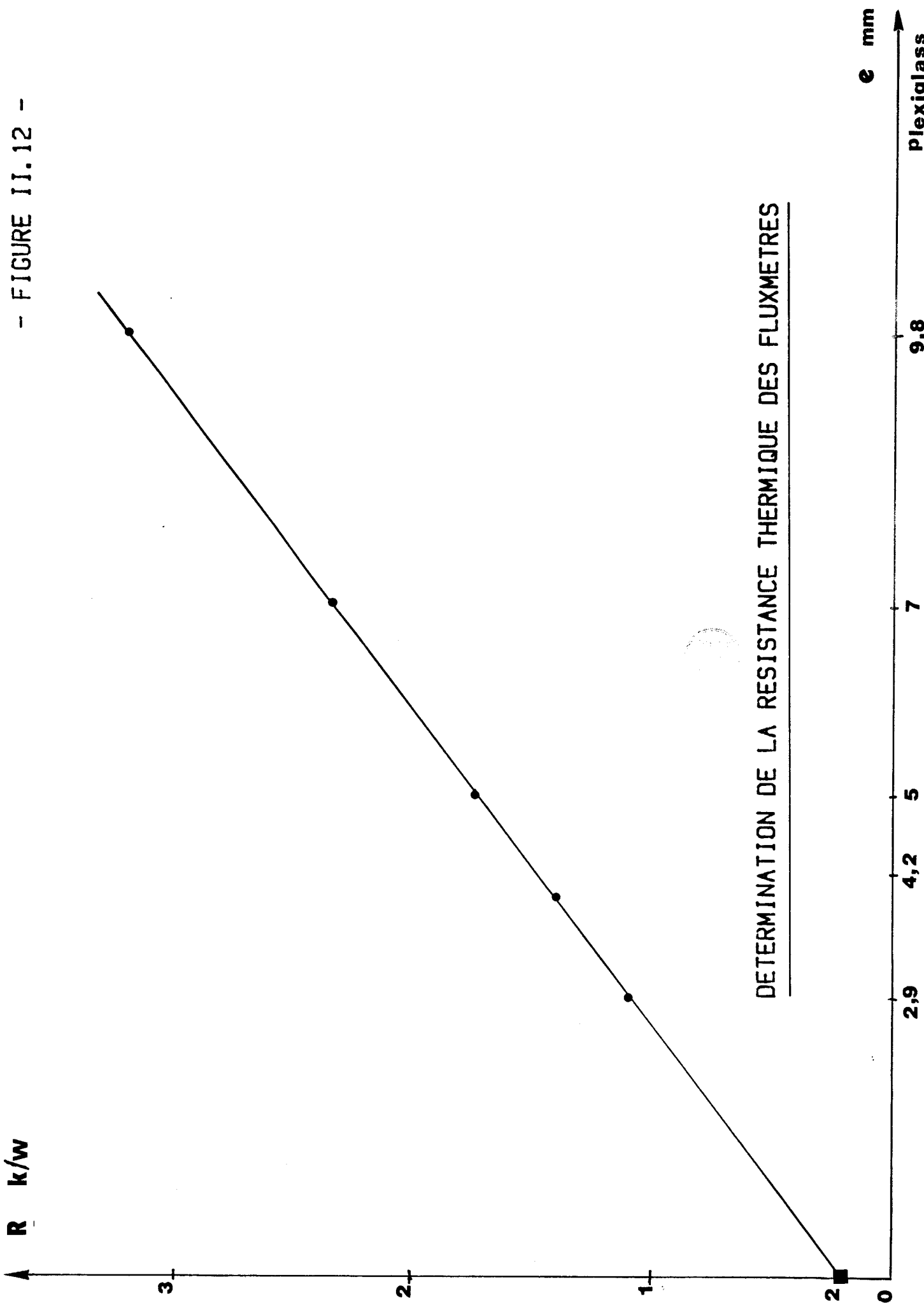
Dans ce travail, nous serons amenés à comparer les mesures expérimentales à des résultats de simulations numériques afin de valider les traitements, de mettre en évidence les perturbations introduites par les capteurs.

Cette procédure impose de connaître les caractéristiques thermophysiques des matériaux constitutifs des systèmes étudiés.

Pour effectuer ces mesures, nous avons automatisé des techniques classiques de détermination de la conductivité thermique en régime variable et de la chaleur spécifique.

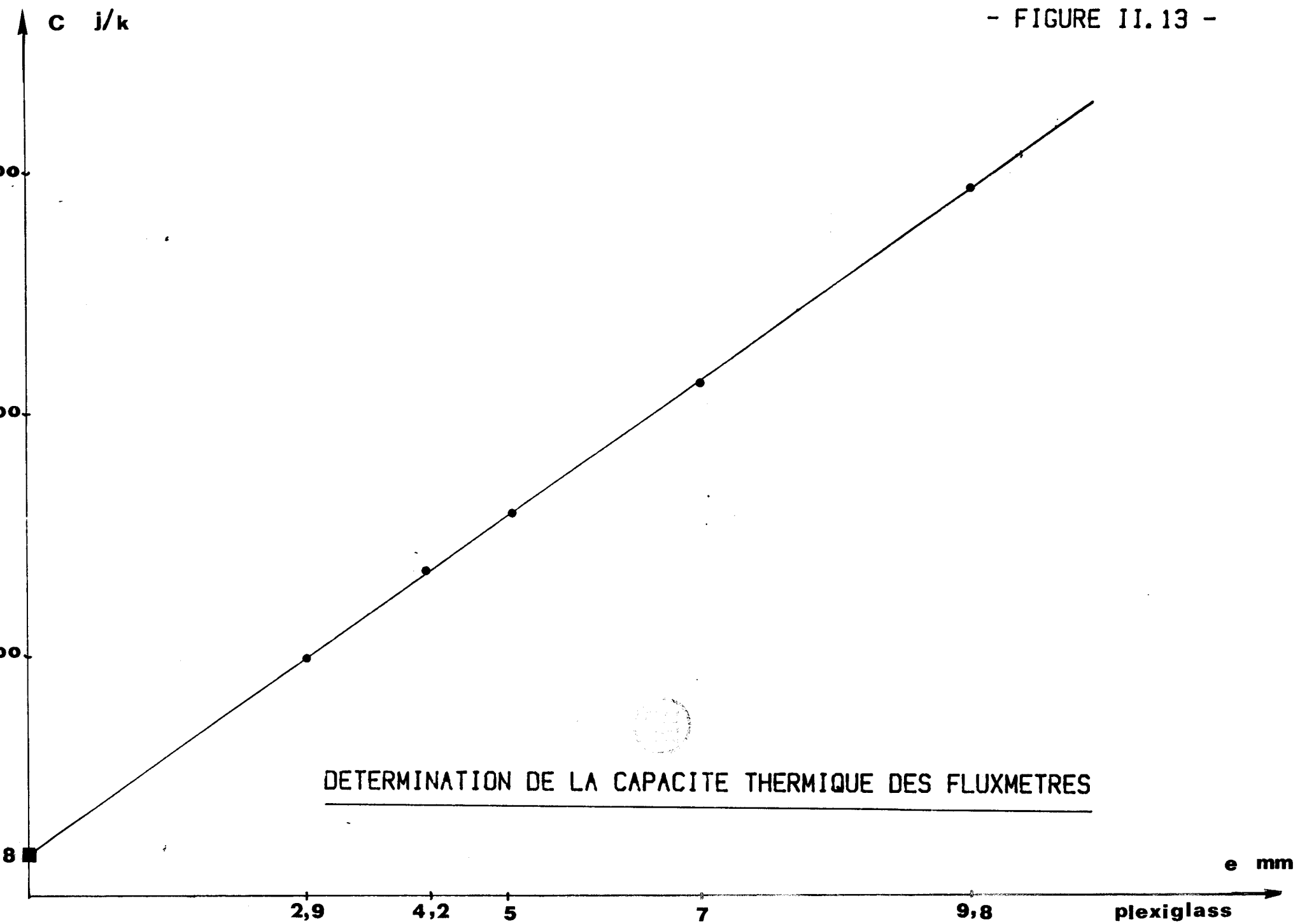
Un microordinateur assure la gestion des essais et arrête automatiquement

- FIGURE II.12 -



DETERMINATION DE LA RESISTANCE THERMIQUE DES FLUXMETRES

e mm
Plexiglass



DETERMINATION DE LA CAPACITE THERMIQUE DES FLUXMETRES

le déroulement de la manipulation dès que la caractéristique à mesurer est obtenue avec la précision souhaitée.

2.1 - Mesure automatique de la résistance thermique et de la capacité thermique

L'appareillage utilisé est schématisé figure II-14 et représenté sur les photographies II-15.

L'échantillon à tester est disposé entre deux capteurs de flux et de température placés entre deux plaques échangeuses réglées en température à partir de deux bains thermostatés.

Un sélecteur de bain à électrovannes permet de relier chacune des plaques à l'un quelconque des bains et d'imposer soit un écart de température, soit une même variation de température identique sur le système étudié.

Un vérin pneumatique permet le déplacement vertical de la plaque supérieure.

La centrale d'acquisition analogique réalisée dans notre laboratoire comprend une carte d'amplification bas niveau de gain 1000 ou 2000 et un convertisseur analogique digital (module de base 8 voies) directement relié au port microprocesseur d'un microordinateur CBM, autorisant ainsi -pour certaines applications spécifiques- une fréquence d'acquisition très élevée. (21)

a) Mesure de la résistance thermique

* Dans le chapitre 1 nous avons introduit le mode "transfert" caractérisé par deux coordonnées conjuguées $\Sigma \Phi$, $\Delta \theta$ pour représenter le transfert dans une paroi homogène.

Nous avons montré que la réponse indicielle de la somme des flux avait une constante de temps quatre fois plus faible que celle de chacun des flux élémentaires :

$$\tau(t) = \frac{\tau}{4}$$

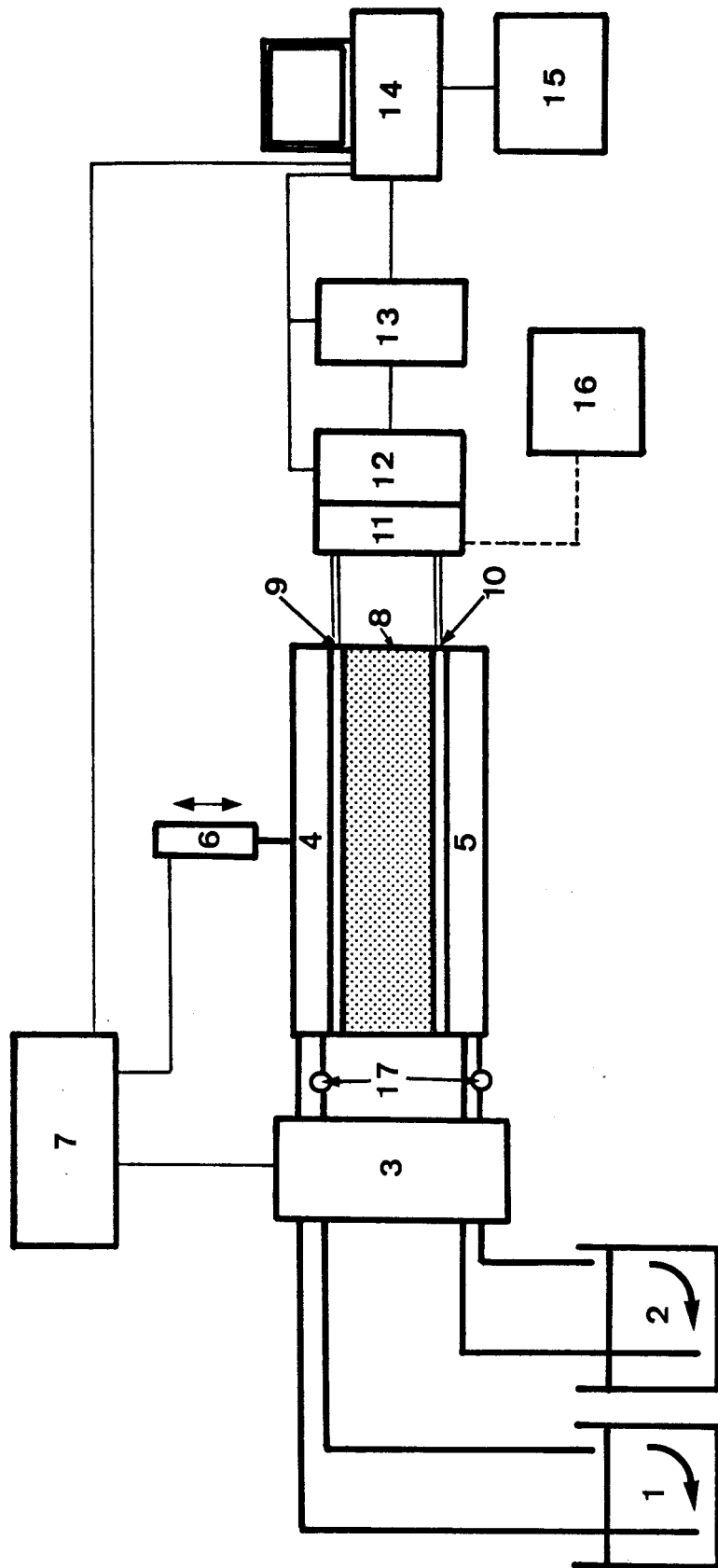
et

$$\Sigma \Phi = u_t \otimes \frac{\partial \Delta \theta}{\partial t} + u_t \quad) \cdot \Delta \theta(0)$$

Cette relation montre l'intérêt de l'utilisation de la grandeur $\Sigma \Phi$ puisque celle-ci sera stationnaire avant le régime permanent. On a alors :

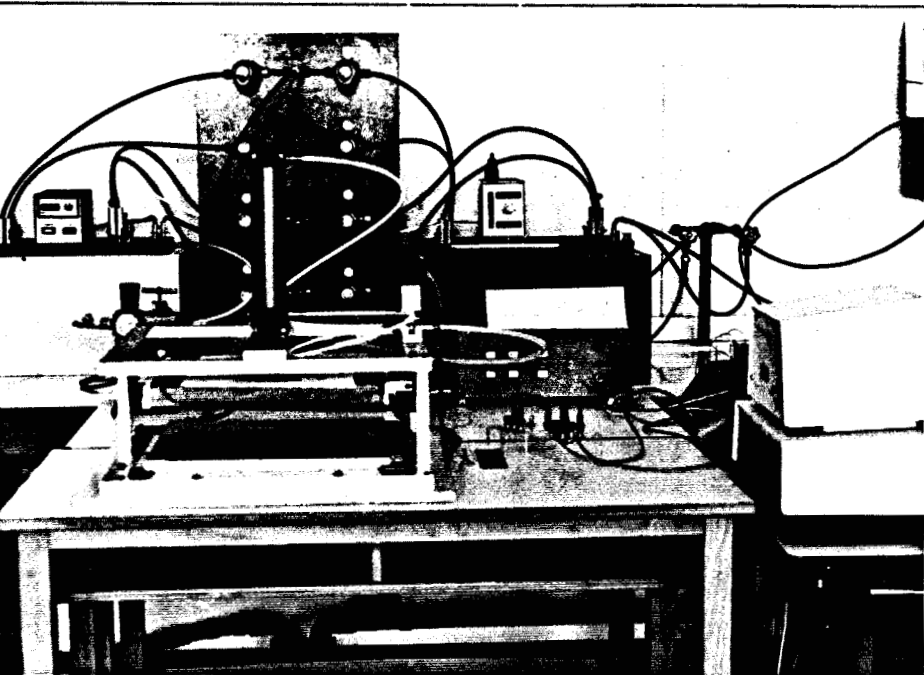
$$\Sigma \Phi_{\text{stationnaire}} = 2 \frac{\Delta \theta}{R} \quad R = \frac{e}{\lambda}$$

- FIGURE II.14 -



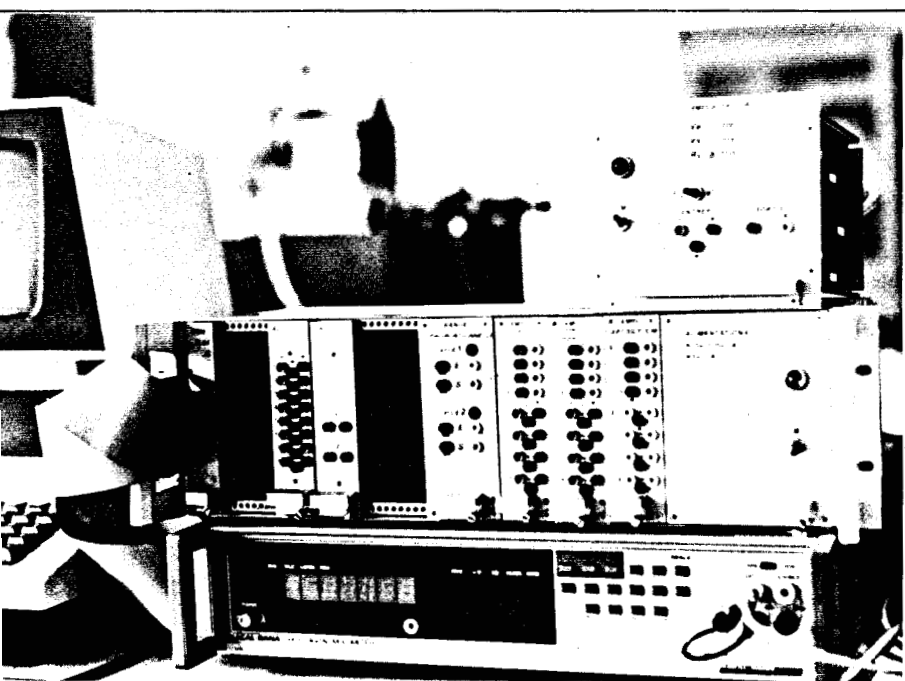
- 1 et 2 : bains thermostatés
 3 : sélecteur de bains
 4 et 5 : plaques échangeuses
 6 : vérin pneumatique
 7 : boîtier de commande
 8 : échantillon
 9 et 10 : fluxmètres
 11, 12 et 13 : chaîne d'acquisition de données
 14 : micro-ordinateur
 15 : unité de disquettes
 16 : table traçante analogique
 17 : pompe de circulation

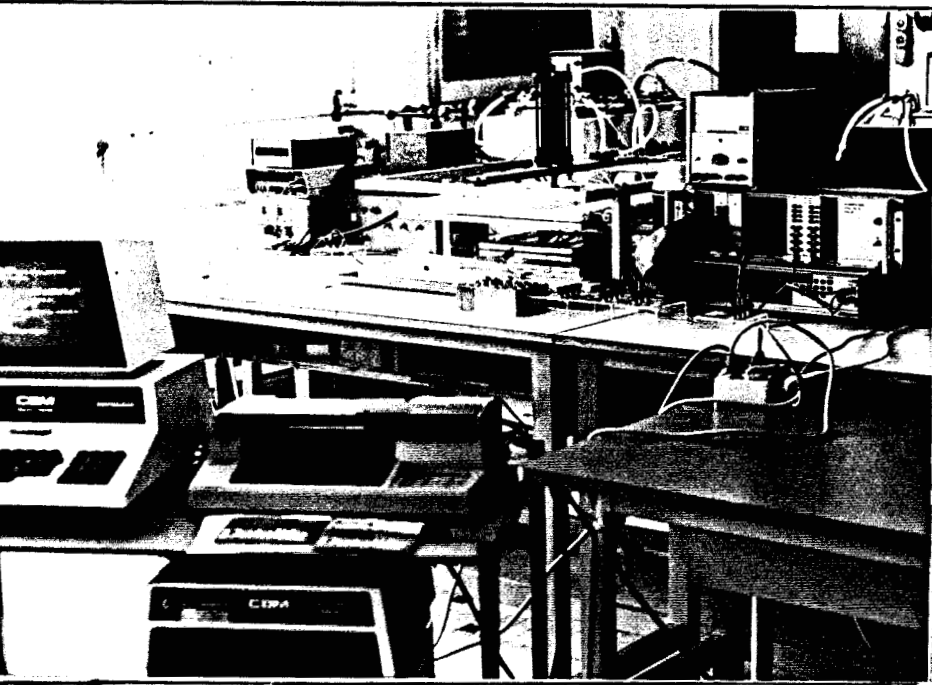




Plaques échangeuses
régulées en température

Systèmes
d'acquisition

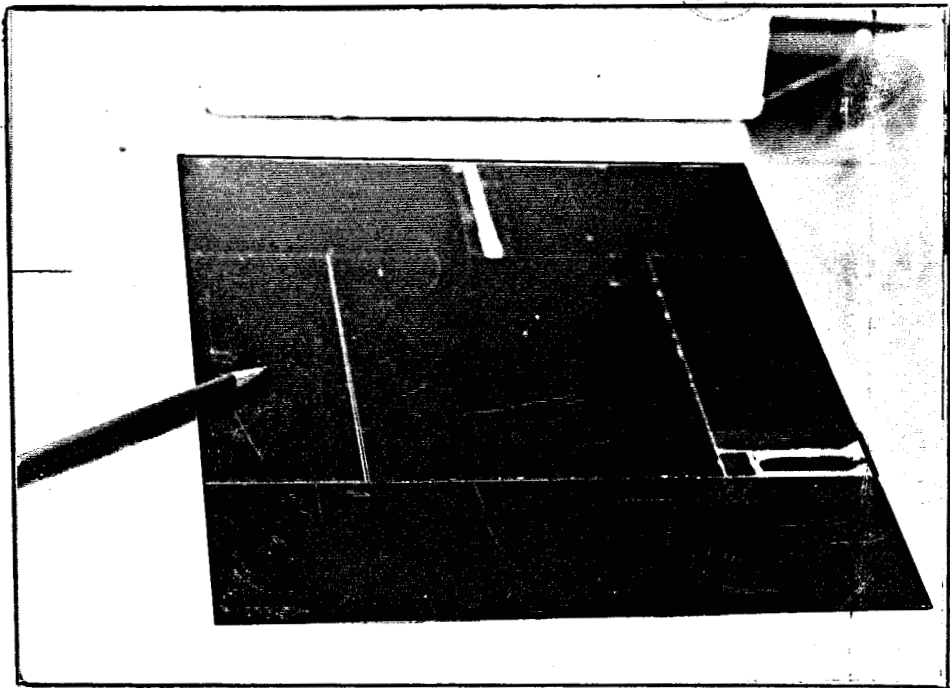




DISPOSITIF

EXPERIMENTAL

FLUXMETRE
THERMIQUE



* La procédure expérimentale est la suivante :

- l'échantillon équipé de ses capteurs est disposé entre les plaques échangeuses qui imposent un écart de température aux bornes du système,
- le microordinateur fait la saisie, à une fréquence choisie, des signaux analogiques proportionnels à l'écart de température $\Delta \theta$ et aux flux Φ_1 et Φ_2 . Il calcule alors le rapport :

$$R_i = \frac{2 \Delta \theta (i)}{\Sigma \Phi (i)}$$

- après un nombre d'acquisition minimal (n) choisi par l'expérimentateur, le calculateur compare après chaque nouvelle saisie la valeur instantanée de R_i à la valeur \bar{R}_n qui représente la moyenne arithmétique des R_i effectuée sur les n points précédents.

Dès que la valeur absolue $\bar{R}_n - R_i$ est inférieure à un seuil choisi, le microordinateur fait l'acquisition de dix points à partir desquels il calcule la résistance moyenne :

$$\bar{R} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} R_i$$

- la résistance thermique de l'échantillon est alors :

$$R = \bar{R} - 2 R_f$$

$$\lambda = \frac{e}{R}$$

b) Mesure de la capacité thermique

Nous utilisons pour cette mesure la méthode du bilan d'énergie, partant d'un état initial isotherme à la température T_i le système est porté à un état final isotherme à la température T_f .

Ce processus de stockage est représenté par les variations des coordonnées $\Delta \Phi$, $\Sigma \theta$.

L'intégrale entre l'instant initial et l'instant final de la quantité $\Delta \Phi$ représente pour la transformation considérée la variation d'énergie interne du système (pas de travail mécanique).

$$\Delta U = Q = \int_{t_0}^t \Delta \Phi \quad dt = C (T_f - T_i)$$

$C = \rho v c$ est la capacité thermique.

* Procédure expérimentale :

- A l'instant initial les deux plaques échangeuses sont thermorégulées à partir du bain 1 et imposent au système une température T_i ; on attend l'état isotherme $\Phi_1 = \Phi_2 \approx 0$
- Grâce au sélecteur de bains on permute l'alimentation des plaques sur le bain 2 qui impose une température T_f .
- Le microordinateur fait la saisie des signaux proportionnels à la température T imposée au système (la température de référence étant celle de la glace fondante) et aux flux Φ_1 et Φ_2 .
Après chaque saisie (i) il procède au calcul de l'intégrale de la différence des flux depuis l'instant initial $S(i)$.
- La comparaison après chaque acquisition nouvelle de $S(i)$ et $S(i - 1)$ permet de stopper l'essai dès que l'intégrale a convergé avec la précision souhaitée ; la capacité thermique est alors calculée.

$$(J K^{-1})g = \frac{S_i}{T_f - T_i}$$

$$C_g = C_{éch} + 2 C_f$$

et la chaleur massique $C = \frac{C}{m}$
($J kg^{-1}K^{-1}$)

2.2 - Résultats obtenus

Nous avons testé essentiellement quatre types de matériaux dont nous avons déterminé la résistance thermique et la capacité :

- du plexiglass d'épaisseur 5 et 9,8 mm,
- du polystyrène d'épaisseur 14,1 et 27,7 mm,
- du polystyrène de 3 mm (uniquement pour essai lent),
- du klégicel de 14,5 mm,
- du verre de 6 mm.

Les caractéristiques thermiques moyennes obtenues sont indiquées dans le tableau II-16.

Matériaux	e mm	ρ kg m ⁻³	λ Wm ⁻¹ K ⁻¹	R K W ⁻¹	C J K ⁻¹	C _p J Kg ⁻¹ K ⁻¹	a 10 ⁻⁷ m ² s ⁻¹	b Js ⁻¹ /2m ⁻² K ⁻¹	RC s
Plexiglass	5	1200	0,190	1,55	153	1500	1,06	585	240
Plexiglass	9,8	1200	0,192	3	295,8	1490	1,07	586	890
Polystyrène	14,1	21	0,035	23,4	7,2	1438	11,59	32,5	170
Polystyrène	27,7	21	0,035	46	13,8	1405	11,86	32,1	635
Polystyrène	3	49,2	0,031	5,35	3,5	1380	4,56	45,9	19
Klégicel	14,5	203	0,047	18,15	70,7	1421	1,63	116,4	1283
Verre	6	2700	1,15	0,31	217,6	793	5,36	1571	67

Tableau II-16

III - PERTURBATIONS INTRODUITES PAR LES FLUXMETRES EN REGIME VARIABLE SUR DES PAROIS HOMOGENES

Dans la partie théorique, nous avons montré que l'état thermique d'une paroi homogène était connu lorsque nous connaissions deux des quatre grandeurs ($\phi_1, \phi_2, \theta_1, \theta_2$) sur les surfaces externes d'une paroi.

En particulier, si on suppose que les quantités $\Delta\theta$ et $\Delta\phi$ sont accessibles à la mesure, les quantités conjuguées $\Sigma\phi$ et $\Sigma\theta$ sont déterminées lorsque l'on connaît les échantillons de deux "fonctions-systèmes" $h_t(t)$ et $h_s(t)$:

$$\begin{cases} \Sigma\phi(t) = h_t(t) \otimes \Delta\theta(t) \\ \Sigma\theta(t) = h_s(t) \otimes \Delta\phi(t) \end{cases}$$

Ces grandeurs peuvent être calculées par simulation lorsque l'on connaît les enregistrements de $\Delta\theta(t)$ et $\Delta\phi(t)$ et comparées aux mesures expérimentales $\Sigma\phi(t)_{exp}$ et $\Sigma\theta(t)_{exp}$

La différence entre courbes simulées et mesurées est représentative de l'erreur introduite par les fluxmètres.

* Dans une première série d'expériences, le système échantillon capteur est à température uniforme à l'instant initial, puis soumis à une variation rapide de température par mise en contact avec une plaque régulée en température (température supérieure de 15°C à celle de la température initiale).

Cette expérience du type transitoire permet de caractériser le comportement dynamique pour les faibles valeurs du temps et le régime permanent pour les fortes valeurs du temps.

La figure II-17 montre une évolution typique de la grandeur $\Delta\theta$.

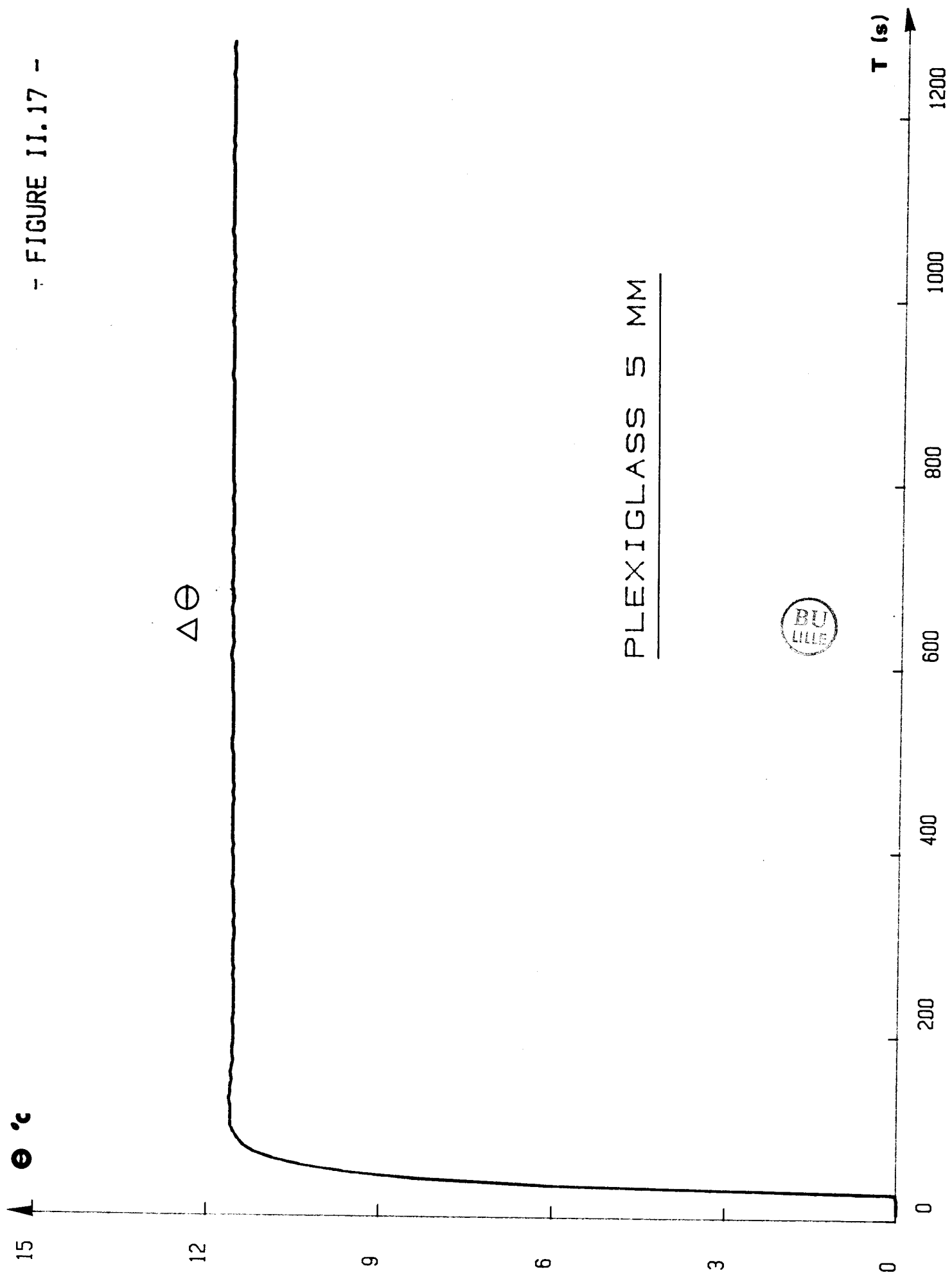
Les courbes II-18 et II-19 représentent les variations en fonction du temps du flux thermique moyen ayant traversé des échantillons de plexiglass d'épaisseur 9,8 mm et 5 mm.

Les courbes permettent de distinguer nettement le régime permanent du régime transitoire (correspondant aux faibles valeurs du temps).

En régime quasi-permanent, l'erreur due au fluxmètre est essentiellement imputable à la valeur de sa résistance thermique comparée à celle de l'échantillon.

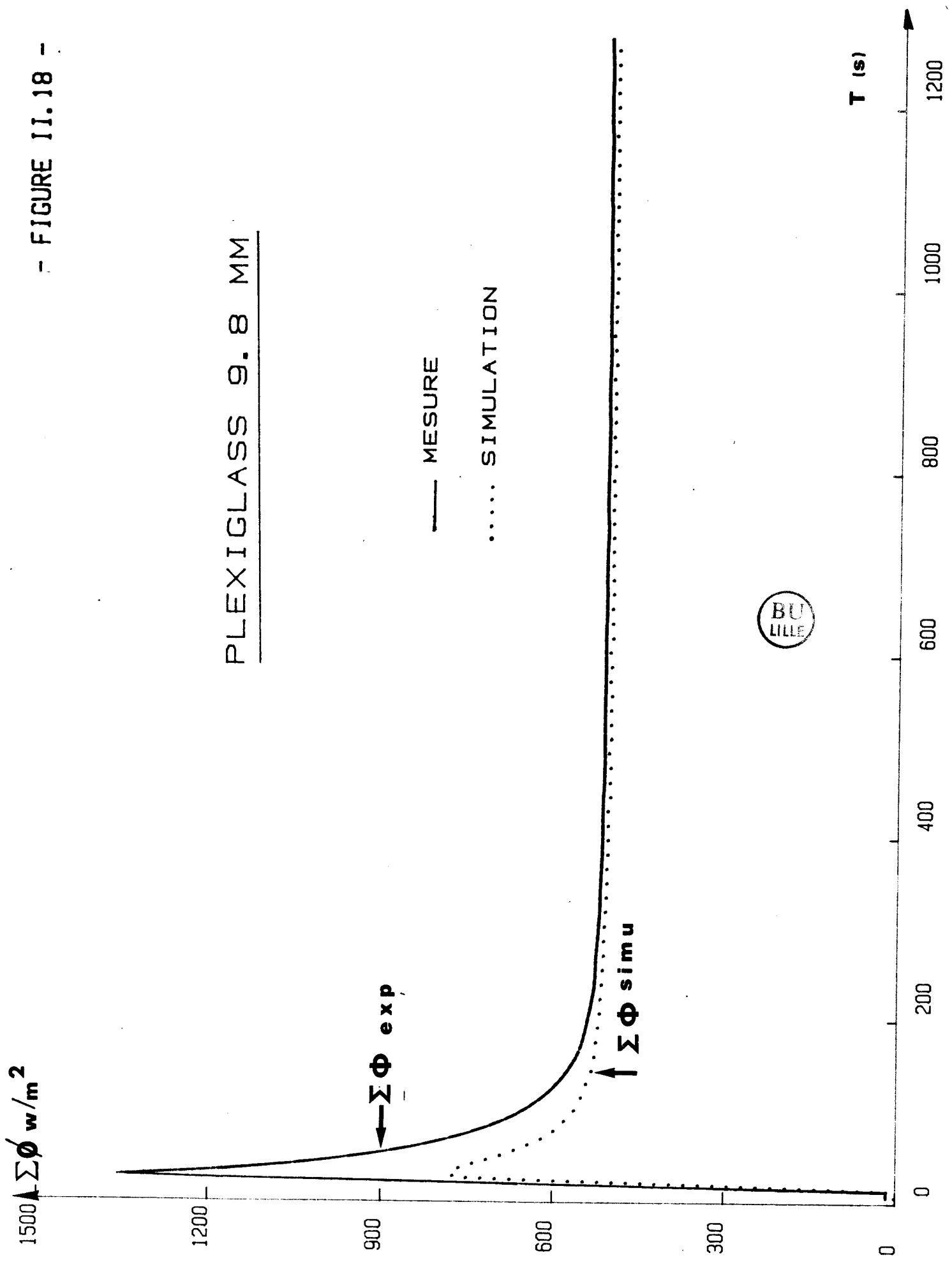
L'analyse des courbes montre que la perturbation introduite en régime lentement variable n'est appréciable que pour l'épaisseur de plexiglass de 5 mm.

- FIGURE II.17 -

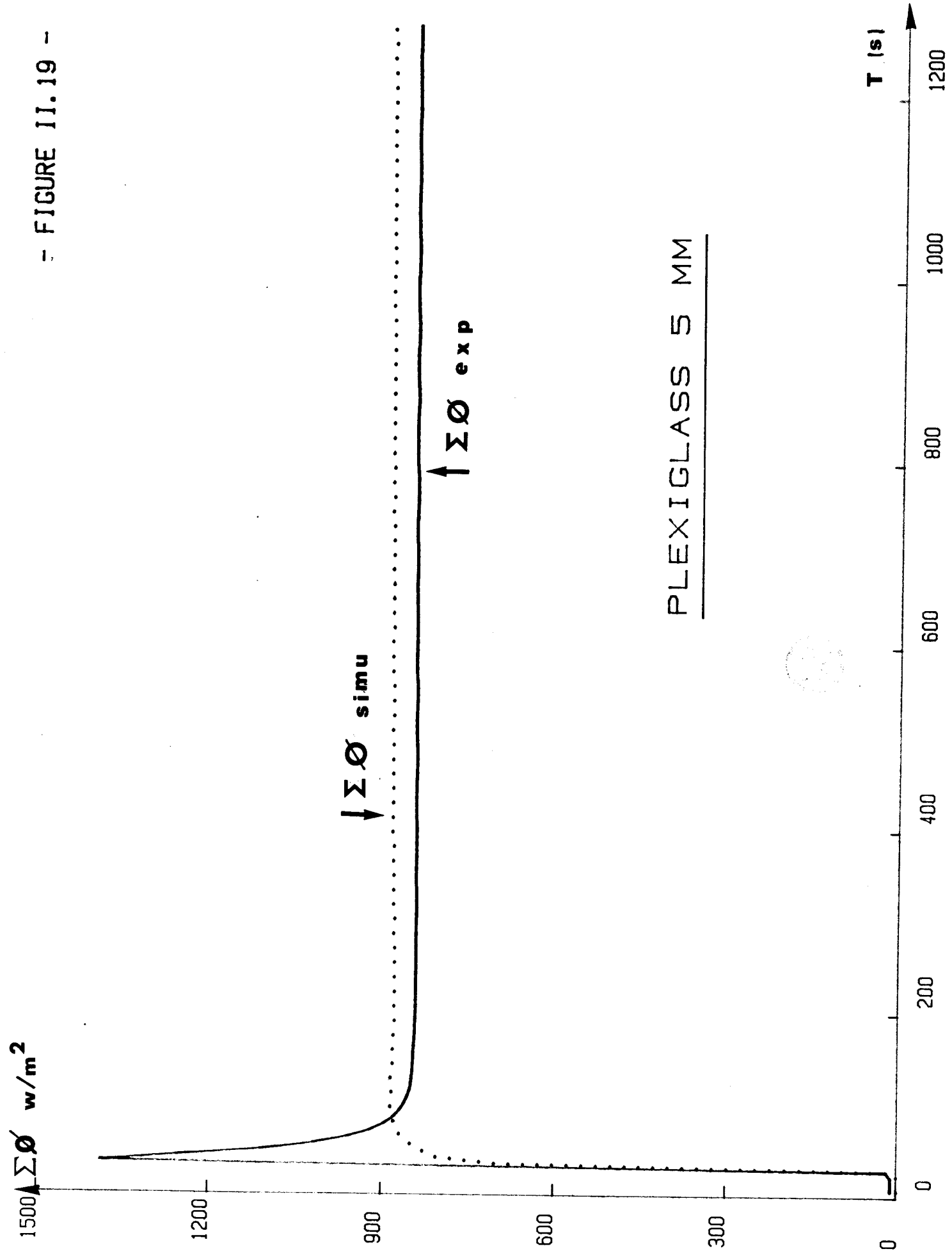


- FIGURE II.18 -

PLEXIGLASS 9.8 MM



- FIGURE 11.19 -



Nous constatons que pour les faibles valeurs du temps l'influence du capteur ne peut être négligée (régime transitoire).

La courbe simulée qui a été tracée compte tenu de la variation mesurée de $\Delta \theta(t)$ est très différente de la courbe mesurée.

Les mêmes remarques peuvent être faites quant aux variations de la température moyenne $\theta_1 + \theta_2$ des faces extrêmes du système lorsque l'on établit un gradient thermique (fig. II-20 et II-21).

La comparaison des courbes simulées et expérimentales montre que l'élévation de température est toujours inférieure à celle que l'on pourrait attendre sans fluxmètres thermiques.

L'écart est d'autant plus important que l'épaisseur de l'échantillon est faible mais n'est jamais négligeable même pour des épaisseurs de 9,8 mm.

En résumé, nous pouvons dire que les fluxmètres thermiques perturbent les mesures en régime transitoire. Cette augmentation résulte surtout de l'effet capacitif des capteurs.

Ces résultats ont été confirmés par des mesures sur des échantillons de polystyrène (fig. II-22 et II-23).

L'écart dû à la présence des fluxmètres thermiques -tout à fait négligeable en régime permanent- est très important en régime transitoire.

Comme précédemment les fluxmètres thermiques provoquent surtout des perturbations dues à leur capacité thermique et les effets antérieurement décrits sur des échantillons de plexiglass sont ici amplifiés.

La présence des capteurs ne peut être négligée.

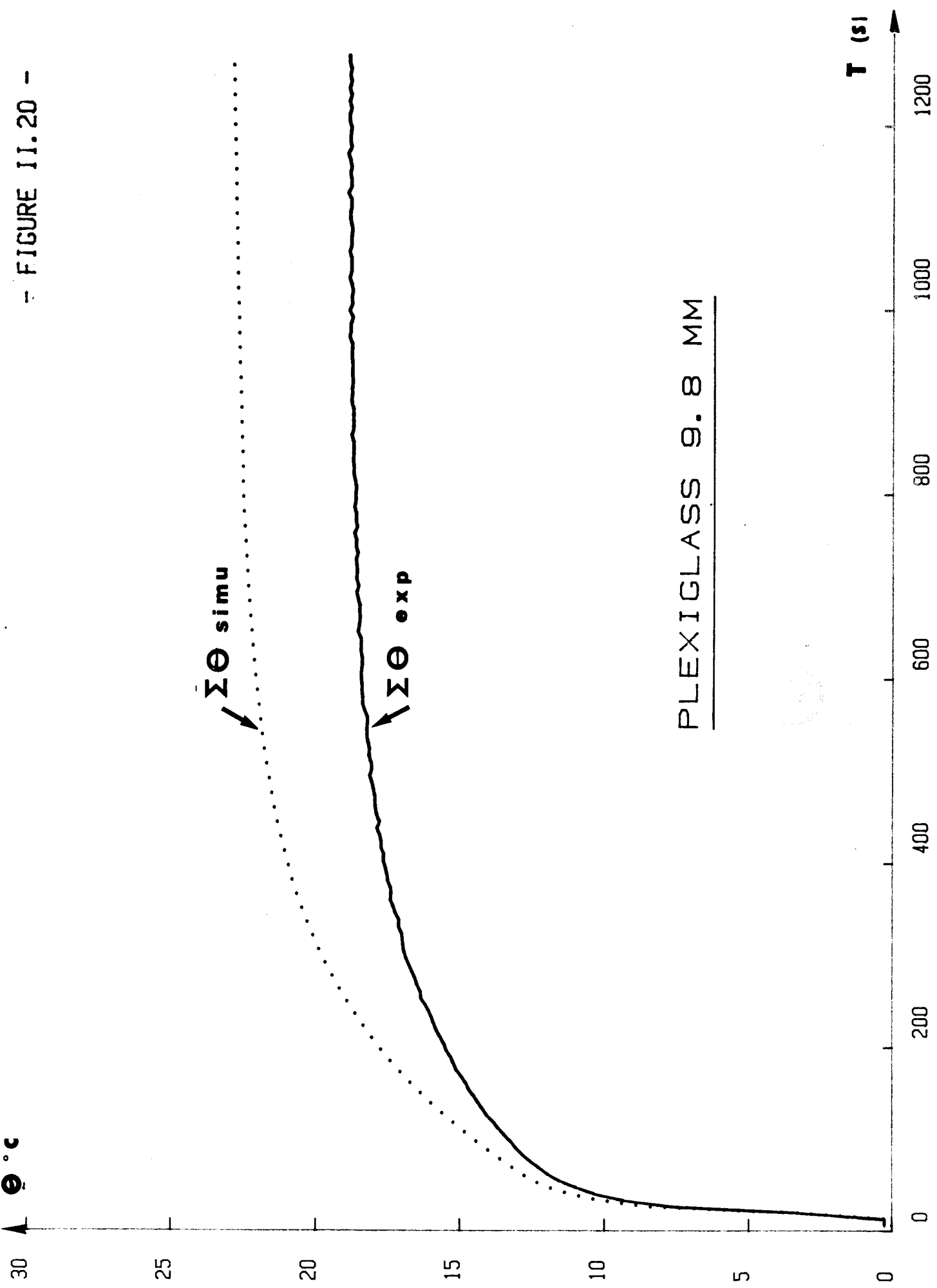
* Mesures en régime lentement variable :

Les expériences précédentes montrent que les courbes expérimentales s'écartent essentiellement des courbes simulées en régime transitoire c'est-à-dire lorsque l'une des températures θ_1 et θ_2 subit des variations rapidement variables dans le temps.

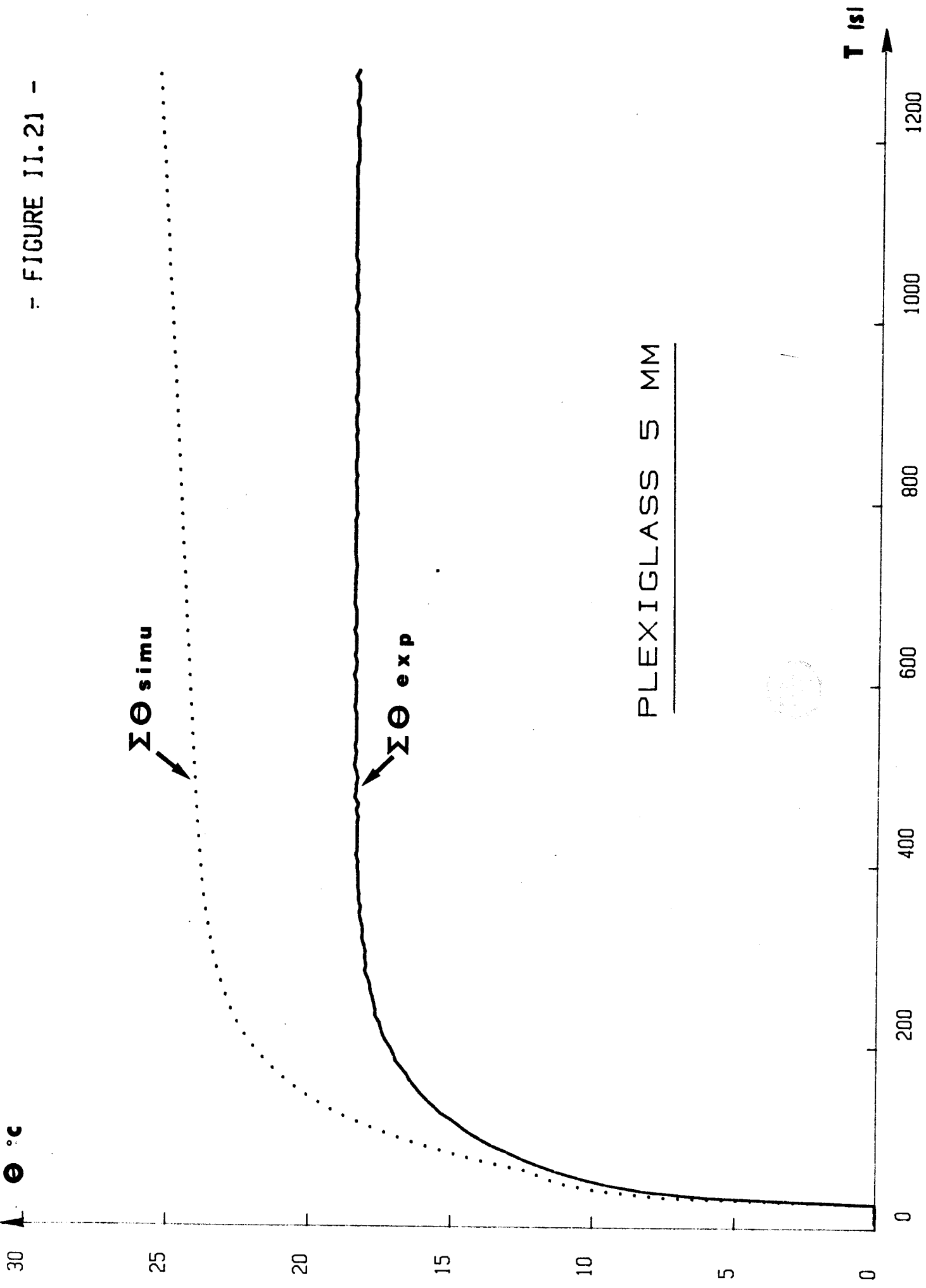
Pour des variations lentes, les perturbations dues à la présence des capteurs sont nettement moins importantes.

De telles transformations ont été réalisées en faisant varier lentement la température de l'une des plaques échangeuses à partir de son état initial. La vitesse de variation de la température est typiquement de l'ordre de 0,015°C/s.

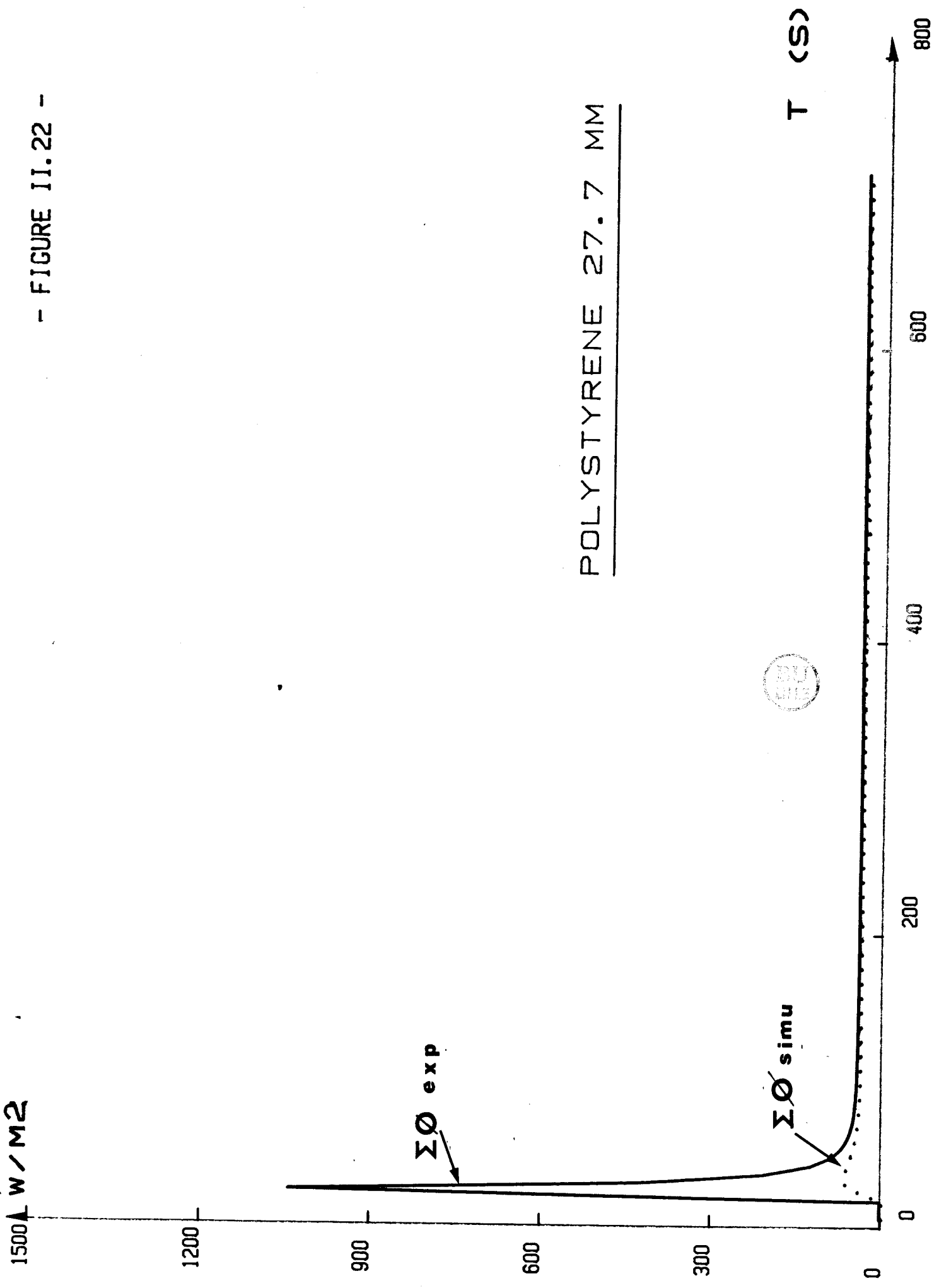
- FIGURE 11.20 -



- FIGURE II.21 -

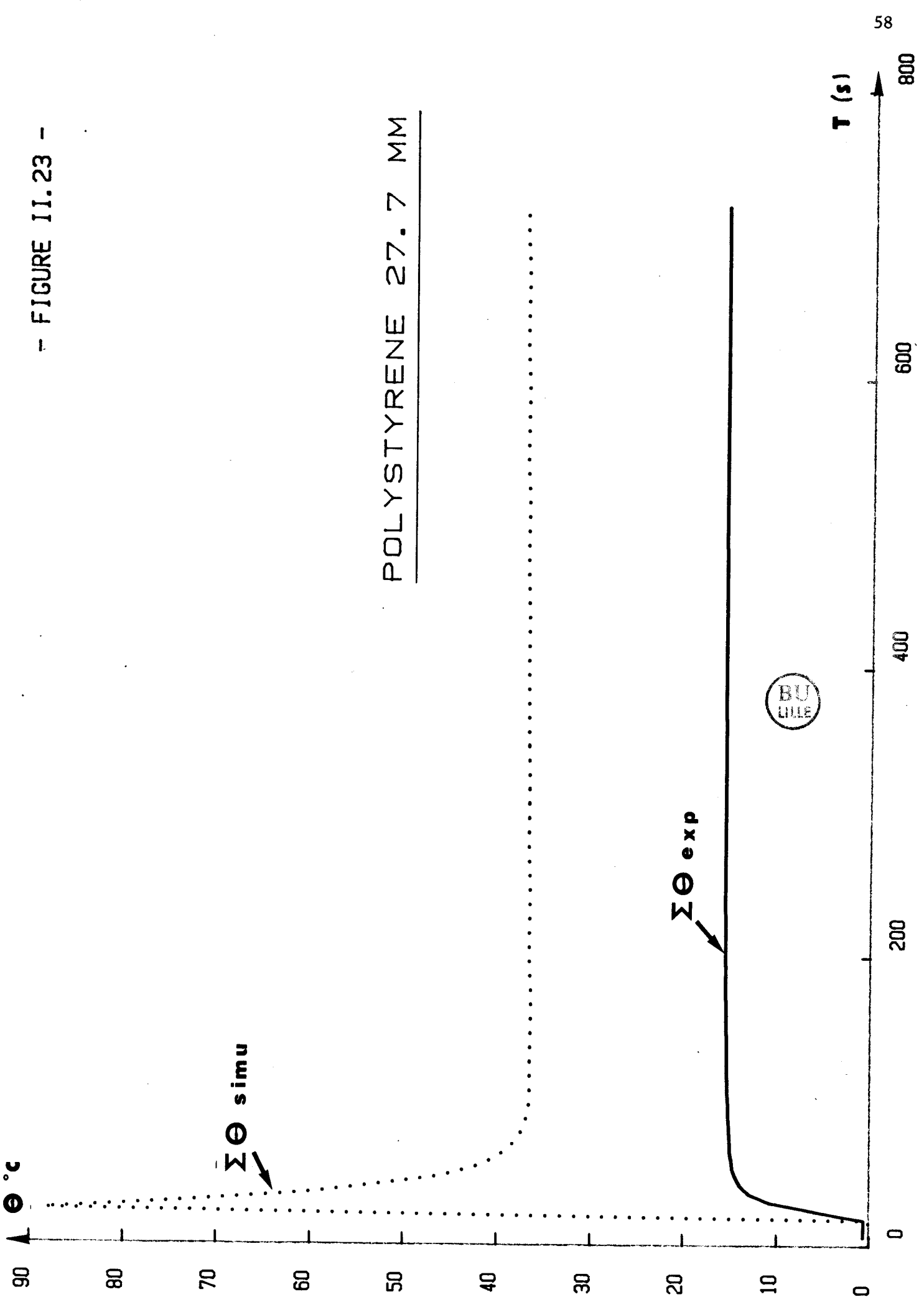


- FIGURE II.22 -



- FIGURE II.23 -

POLYSTYRENE 27.7 MM

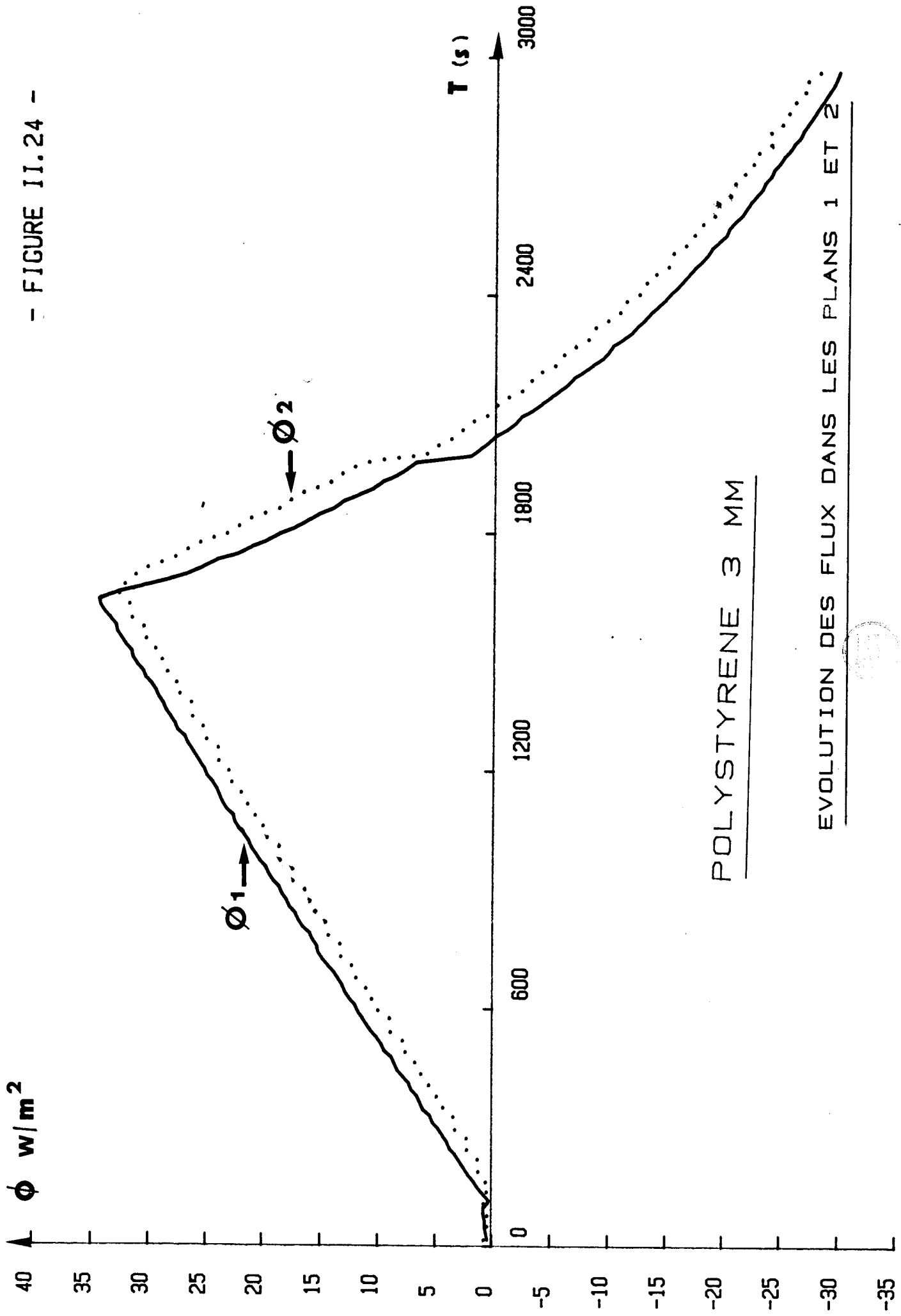


Sur les figures II-24 et II-25 sont représentés les flux Φ_1 et Φ_2 et les températures θ_1 , θ'_1 , θ_2 , θ'_2 observés de part et d'autre d'une feuille de polystyrène de 3 mm d'épaisseur.

En utilisant comme précédemment la différence de température $\Delta\theta$ mesurée entre les surfaces externes du polystyrène, nous avons pu simuler la quantité ($\Phi_1 + \Phi_2$) qui prend des valeurs très voisines de celles mesurées expérimentalement (fig. II-26).

Les résultats obtenus sur une plaque de plexiglass de 9,8 mm d'épaisseur (fig. II-27, II-28, II-29 et II-30) conduisent à la même conclusion : connaissant deux des quatre quantités θ_1 , θ_2 , Φ_1 , Φ_2 , il est possible de simuler les deux autres en négligeant la présence des fluxmètres en régime de variations lentes.

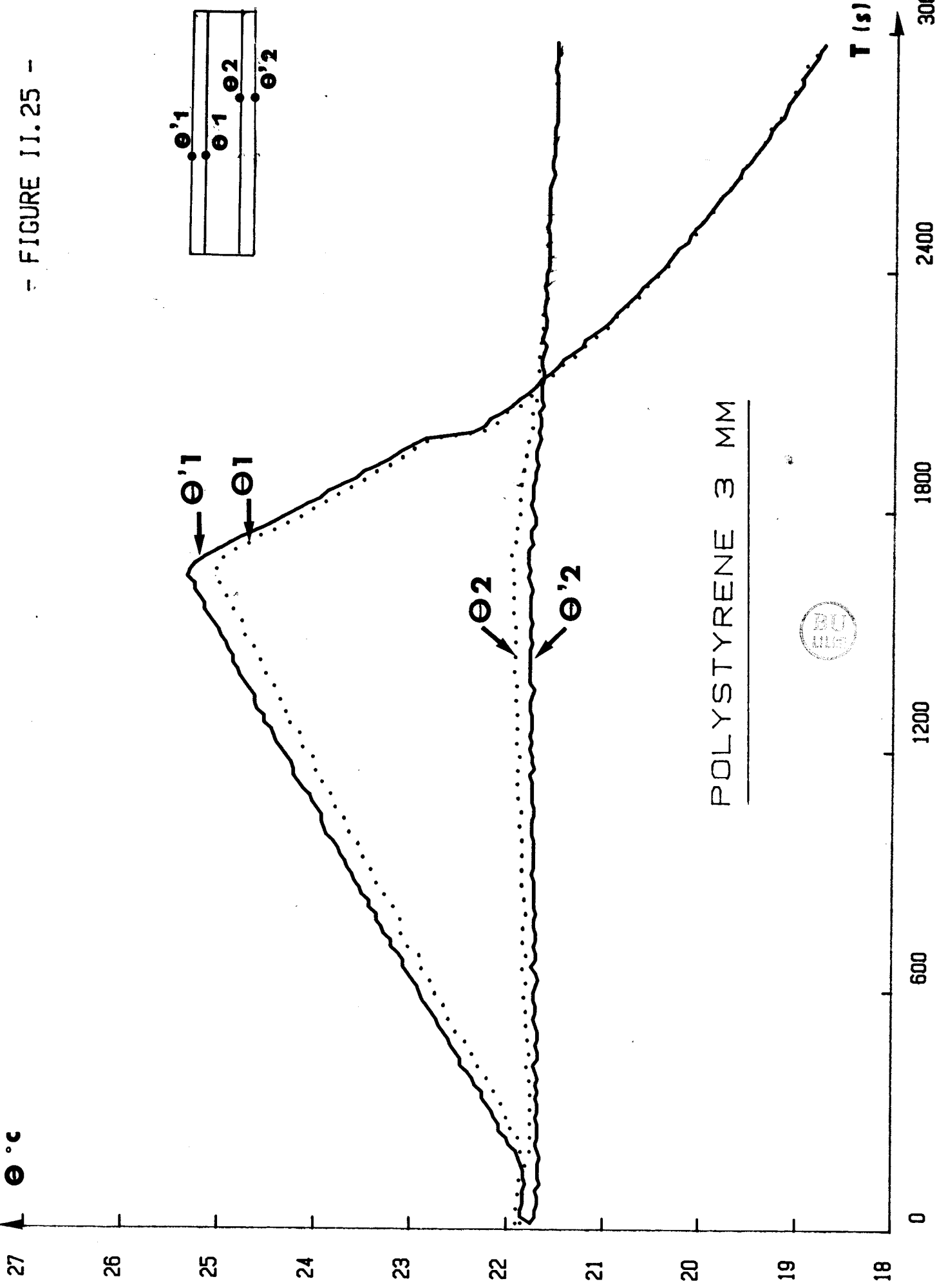
- FIGURE II.24 -



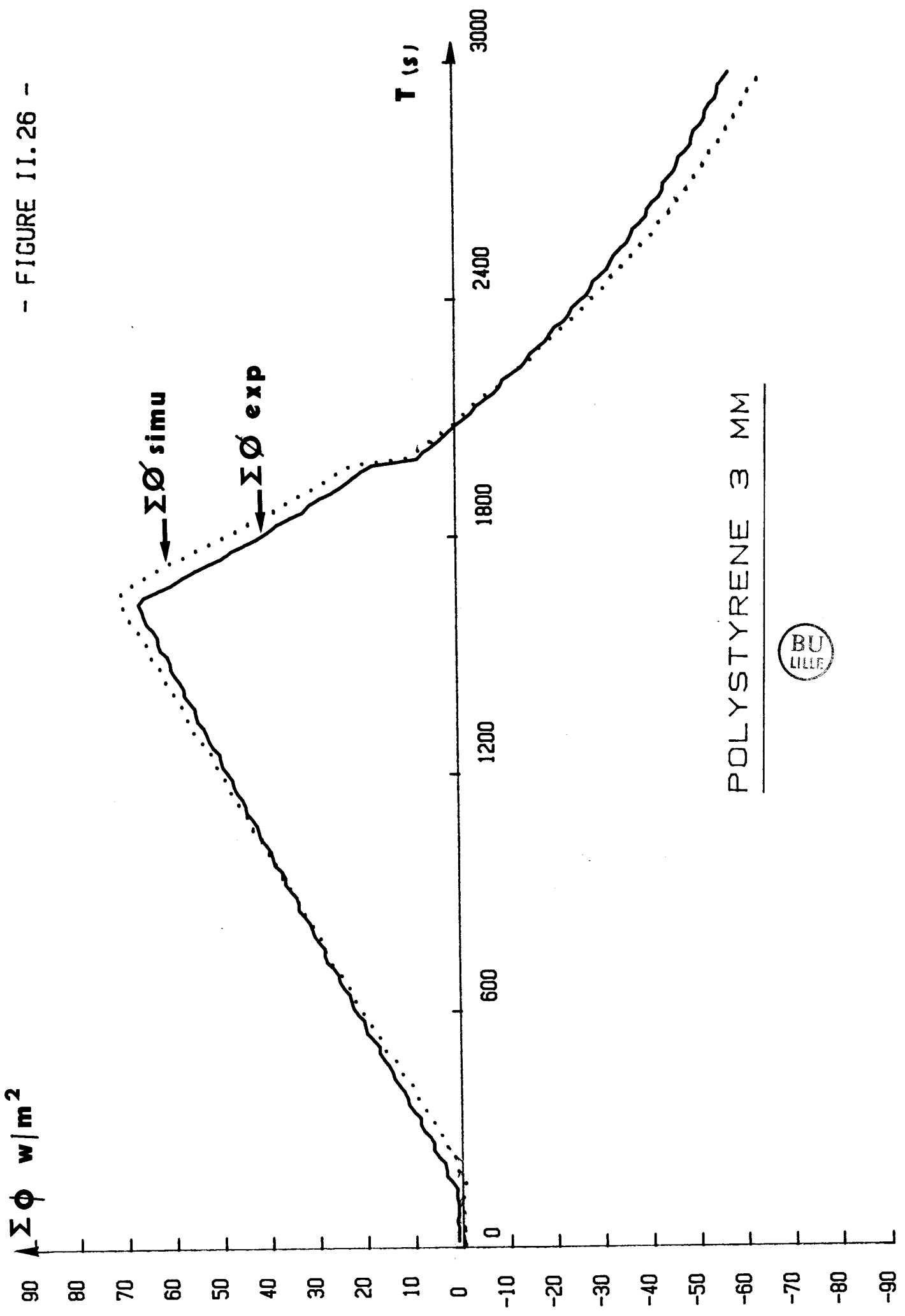
POLYSTYRENE 3 MM

EVOLUTION DES FLUX DANS LES PLANS 1 ET 2

- FIGURE II.25 -



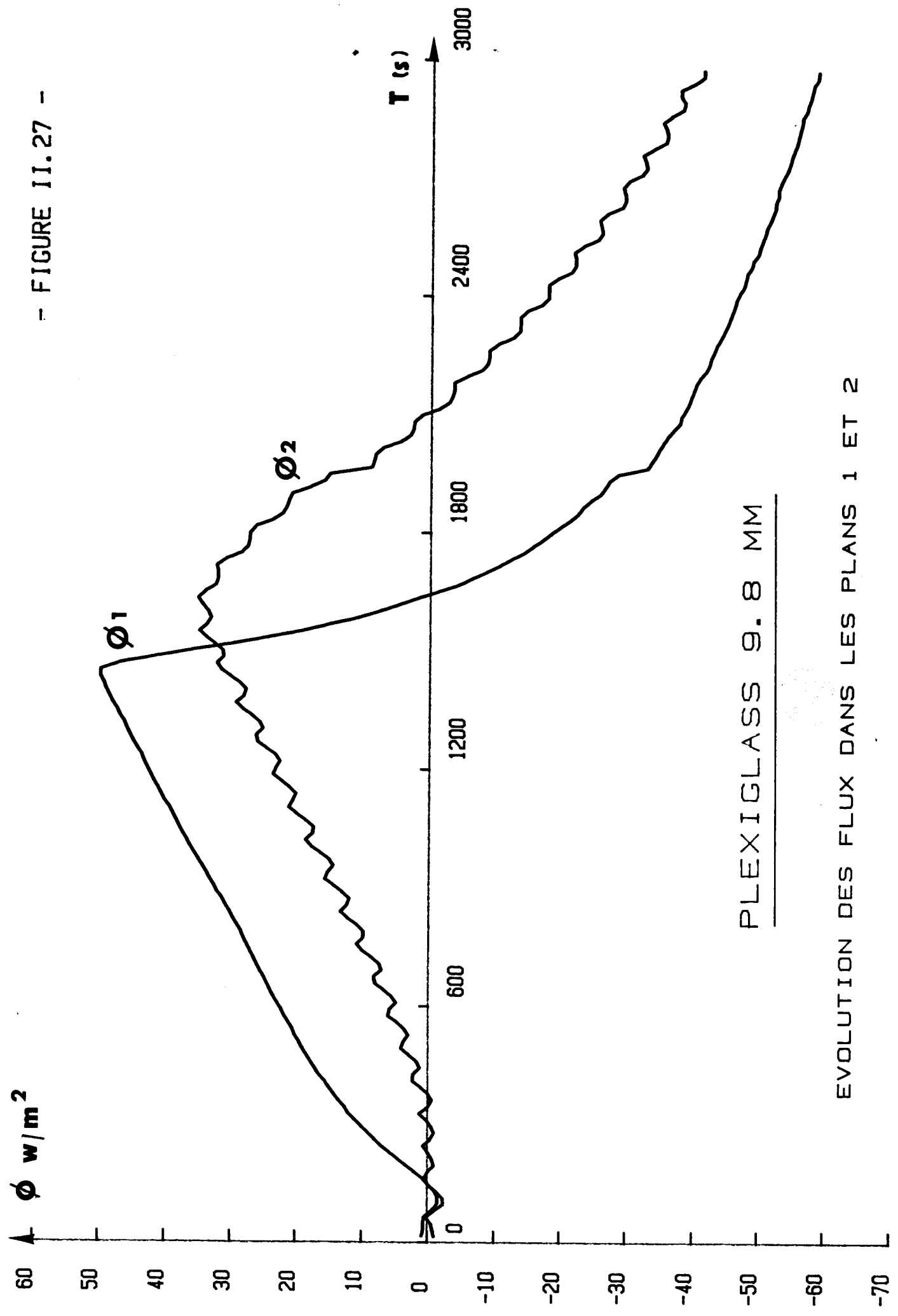
- FIGURE II.26 -



POLYSTYRENE 3 MM



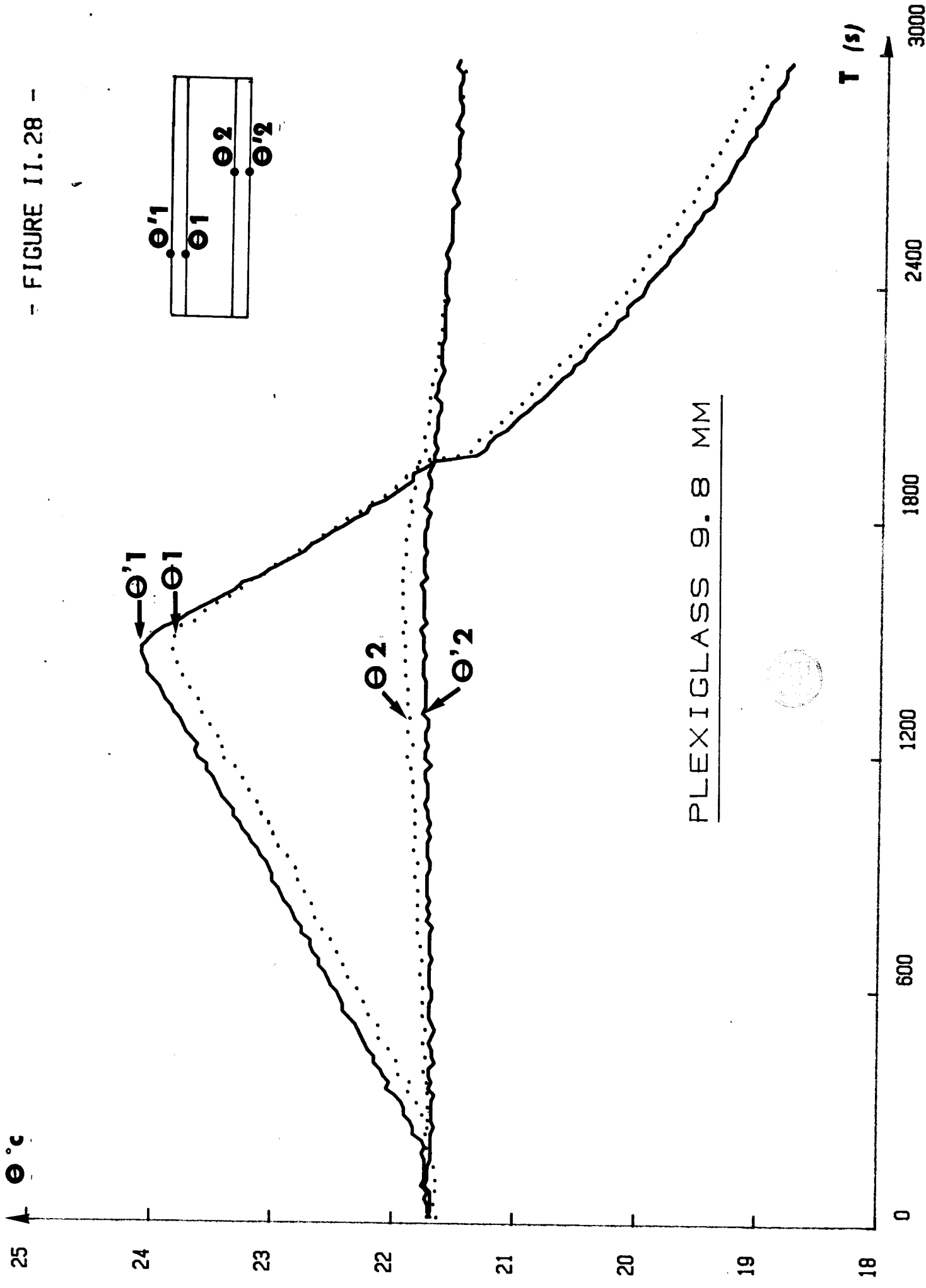
- FIGURE II.27 -



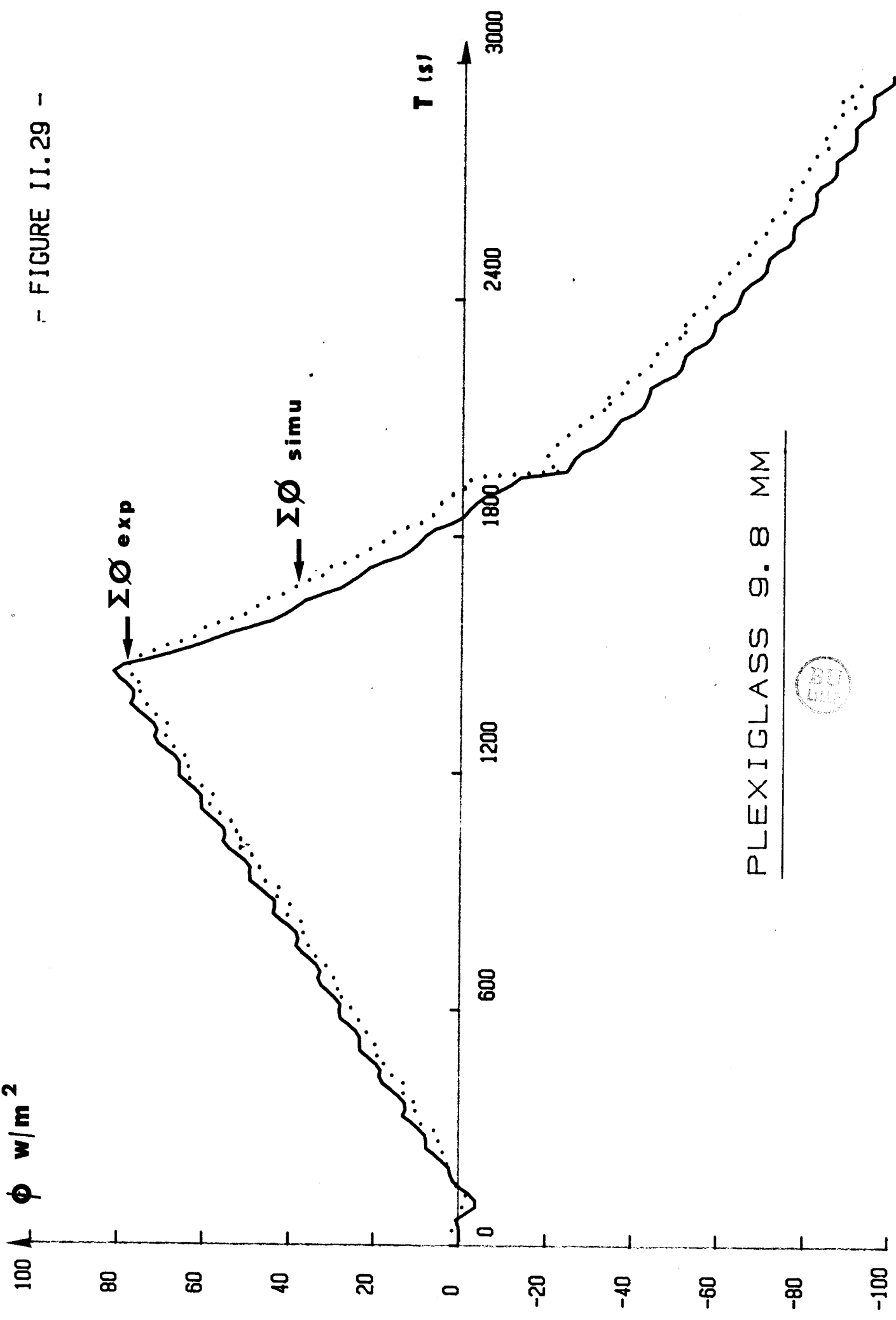
PLEXIGLASS 9.8 MM

EVOLUTION DES FLUX DANS LES PLANS 1 ET 2

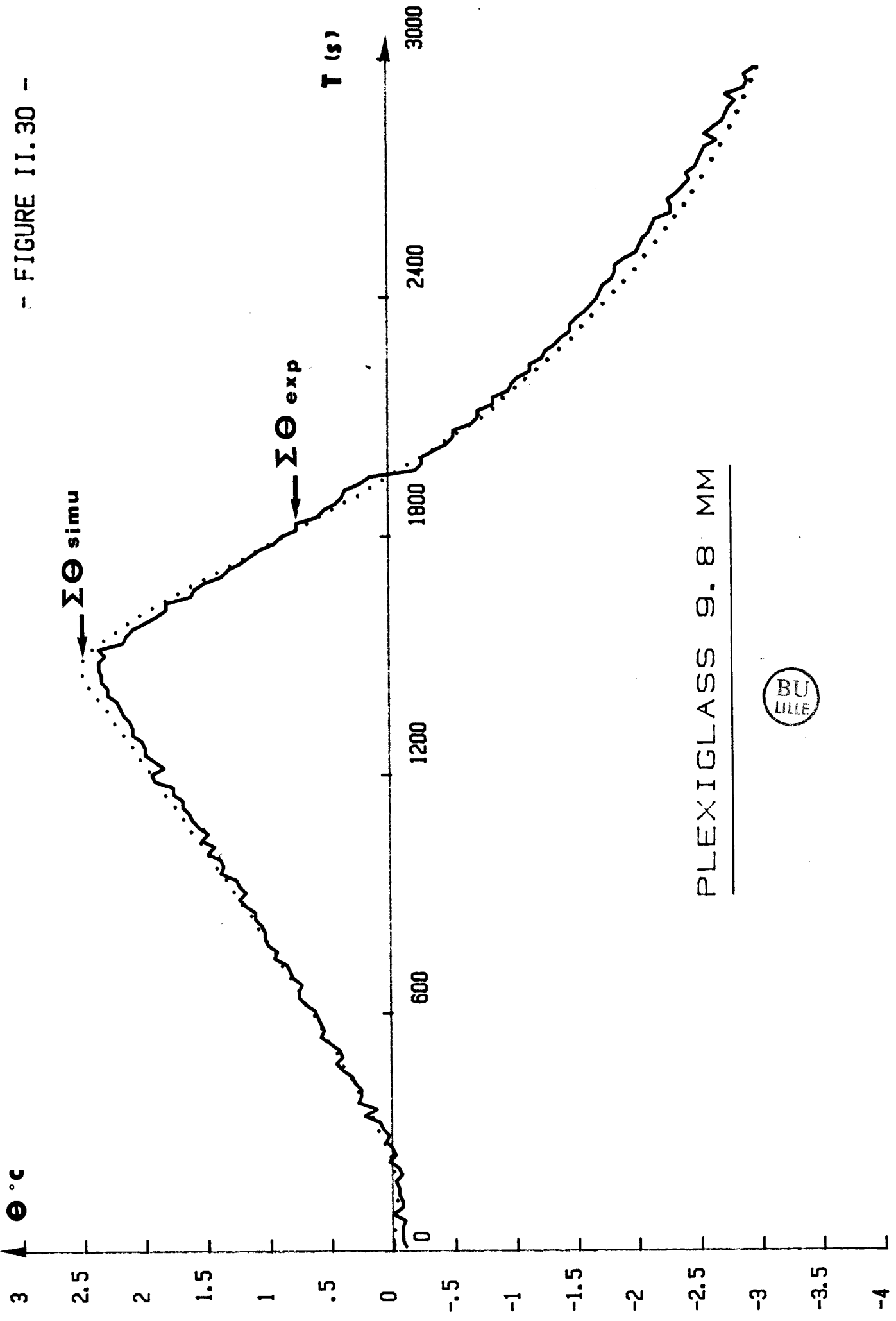
- FIGURE II.28 -



- FIGURE II.29 -



- FIGURE II.30 -



PLEXIGLASS 9.8 MM



CHAPITRE III
SYSTEMES DISSYMETRIQUES SOUMIS A DES ECHANGES
THERMIQUES UNIDIRECTIONNELS

I. INTRODUCTION

Les résultats précédents sont relatifs à des structures symétriques pour lesquelles on peut toujours décomposer un processus thermique en deux modes de base indépendants. Dans ce chapitre nous traiterons le problème plus général des structures dissymétriques pour lesquelles il y a couplage des modes de bases.

L'étude théorique développée au chapitre I a permis de montrer qu'une structure quelconque pouvait être caractérisée par trois fonctions de réponses u_1, u_2, u_3 (ou h_1, h_2, h_3).

Les relations entrée-sortie dans le domaine temporel sont alors de la forme :

$$\Sigma \phi = u_1 \otimes \frac{\partial \Delta \theta}{\partial t} + u_2 \otimes \frac{\partial \Sigma \theta}{\partial t} + u_1 \cdot \Delta \theta (0) + u_2 \cdot \Sigma \theta (0)$$

$$\Delta \phi = u_3 \otimes \frac{\partial \Sigma \theta}{\partial t} + u_2 \otimes \frac{\partial \Delta \theta}{\partial t} + u_3 \cdot \Sigma \theta (0) + u_2 \cdot \Delta \theta (0)$$

La fonction de réponse u_2 caractérise la dissymétrie du système et change de signe par permutation des conditions limites imposées au système.

L'objectif de ce paragraphe est de présenter une nouvelle méthode de mesure des fonctions de réponse u_1, u_2, u_3 . Les résultats obtenus sur diverses structures dissymétriques seront ensuite utilisés pour simuler la réponse de ces structures à des signaux quelconques. Les signaux simulés seront comparés à ceux mesurés afin de valider les résultats théoriques. Les résultats seront étendus à l'analyse d'une structure dissymétrique particulière constituée d'un capteur fluxmétrique disposé sur un échantillon de polystyrène (couramment réalisée en pratique) afin de montrer qu'il est possible de représenter la perturbation introduite par un capteur de flux disposé sur un matériau isolant peu capacitif.

II. METHODE DE MESURE DES FONCTIONS DE REPONSE

Nous avons montré au chapitre I, en procédant à l'étude différentielle d'une structure multicouches que l'on pouvait introduire quatre couples de grandeurs

dépendantes liées par des relations biunivoques :

$$\Sigma\Sigma\vartheta = 2h_1 \otimes \Delta\theta = 2u_1 \otimes \frac{\partial\Delta\theta}{\partial t} + 2u_1 \cdot \Delta\theta \quad (o)$$

$$\Delta\Sigma\vartheta = 2h_2 \otimes \Sigma\theta = 2u_2 \otimes \frac{\partial\Sigma\theta}{\partial t} + 2u_2 \cdot \Sigma\theta \quad (o)$$

$$\Sigma\Delta\vartheta = 2h_3 \otimes \Sigma\theta = 2u_3 \otimes \frac{\partial\Sigma\theta}{\partial t} + 2u_3 \cdot \Sigma\theta \quad (o)$$

$$\Delta\Delta\vartheta = 2h_2 \otimes \Delta\theta = 2u_2 \otimes \frac{\partial\Delta\theta}{\partial t} + 2u_2 \cdot \Delta\theta \quad (o)$$

En imposant à l'échantillon une sollicitation en échelon on obtient :

$$\Sigma\Sigma\vartheta = 2u_1 \cdot \Delta\theta \quad \Longrightarrow \quad u_1 = \frac{\Sigma\Sigma\vartheta}{2\Delta\theta}$$

$$\begin{aligned} \Delta\Sigma\vartheta &= 2u_2 \cdot \Sigma\theta & \Longrightarrow \quad u_2 &= \frac{\Delta\Sigma\vartheta}{2\Sigma\theta} = \frac{\Delta\Delta\vartheta}{2\Delta\theta} \\ \Delta\Delta\vartheta &= 2u_2 \cdot \Delta\theta \end{aligned}$$

$$\Sigma\Delta\vartheta = 2u_3 \cdot \Sigma\theta \quad \Longrightarrow \quad u_3 = \frac{\Sigma\Delta\vartheta}{2\Sigma\theta}$$

Nous avons montré au chapitre I que la fonction de réponse u_2 pouvait être aussi déterminée en comparant dans les plans d'entrée les flux ϑ_{1a} et ϑ_{1b} lorsque le plan inférieur est maintenu à température constante

$$\vartheta_{1a} - \vartheta_{1b} = u_2 \cdot \theta_1$$

où θ_1 représente la variation de température du plan 1 depuis l'état initial.

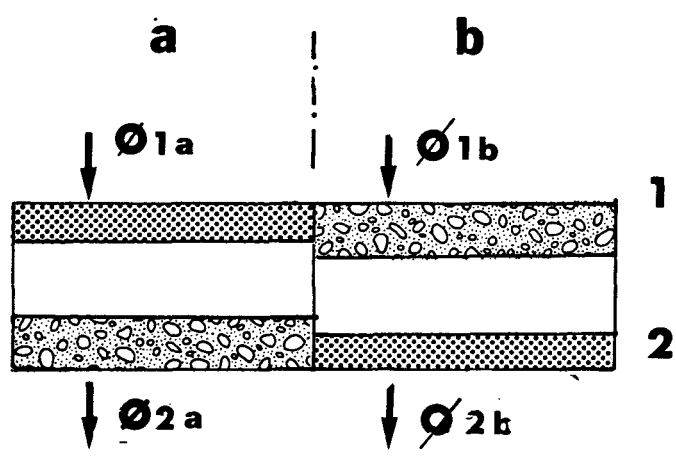
Notre méthode de mesure fondée sur ces relations a pour objectif de réaliser les conditions limites suivantes fig. III.1

$$\text{Pour } t < t_0 \quad \left| \begin{array}{l} \theta_1 = \theta_2 = \theta_0 \\ \vartheta_{1a} = \vartheta_{2a} = \vartheta_{1b} = \vartheta_{2b} = 0 \end{array} \right.$$

$$\text{Pour } t > t_0 \quad \left| \begin{array}{l} \theta_1 = \theta_0 + \delta\theta \\ \theta_2 = \theta_0 \end{array} \right.$$

Nous avons alors :

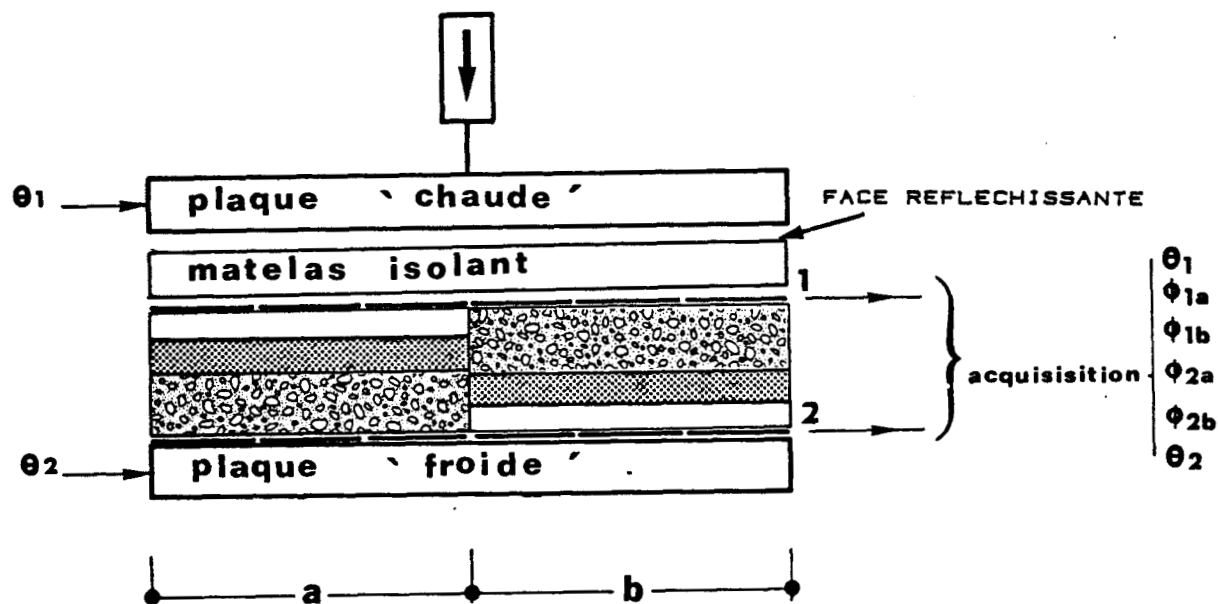
$$\Delta\theta = \Sigma\theta = \delta\theta \quad \forall t$$



- FIGURE III.1 -

L'échelon idéal est en pratique irréalisable il faut provoquer une variation de température d'amplitude $\delta\theta$ dans un temps très court vis-à-vis de la constante de temps de la première couche des systèmes étudiés.

Pour réaliser ces conditions en laboratoire nous utiliserons le dispositif schématisé fig. III.2



- FIGURE III.2 -

L'essentiel de l'appareillage utilisé est identique à celui décrit précédemment fig. II.14.

Un bicouche constitué de deux échantillons (configuration a et b) est disposé sur la plaque échangeuse de 50 cm de côté réglée à une température θ_2 voisine de la

température ambiante. L'ensemble est recouvert d'un matelas isolant afin d'assurer l'homogénéité de température des échantillons en les protégeant de la plaque supérieure maintenue en position haute par un vérin pneumatique et réglée à une température Θ_1 supérieure de 15 à 20° C à la température ambiante. La couche supérieure du matelas isolant, traitée de façon à avoir une émissivité très faible, limite ainsi le transfert par rayonnement.

A l'instant t_0 l'isolant est enlevé et la plaque chaude est descendue au contact des échantillons.

* Pour les structures faiblement capacitives la perturbation apportée par les capteurs ne peut pas être négligée, donc il importe de définir clairement le système que l'on cherche à caractériser. En effet selon la disposition des capteurs, on peut caractériser soit la structure dissymétrique seule, soit la structure complétée par les deux fluxmètres.

* Lorsque l'objectif des mesures est de caractériser le système seul, les fluxmètres supérieurs seront collés à la plaque chaude, ils seront ainsi "chargés" thermiquement à une température voisine de Θ_1 . Cette méthode permet de minimiser l'effet capacitif des capteurs ; en effet la résistance thermique des fluxmètres étant extrêmement faible, les capteurs perturberont très peu les mesures.

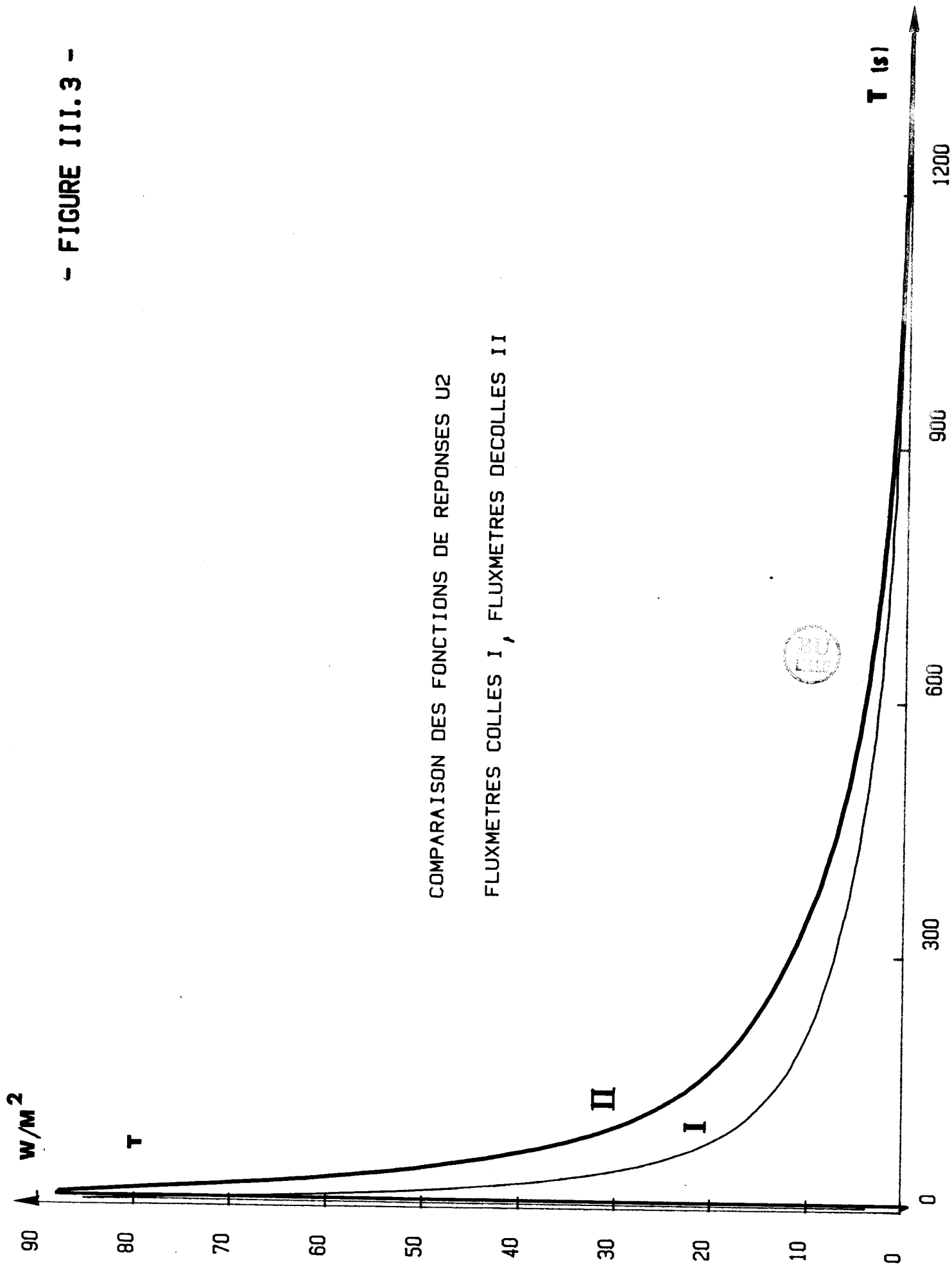
* Au contraire, si l'on désire caractériser une structure dissymétrique équipée de capteurs de flux, les fluxmètres supérieurs devront être placés sous le matelas isolant. C'est cette disposition que nous avons généralement adoptée afin de valider expérimentalement nos résultats en comparant les signaux simulés et mesurés pour des sollicitations quelconques.

* Les fluxmètres inférieurs situés dans le plan 2 sont soumis à de très faibles variations de température, la perturbation par effet capacitif est donc toujours négligeable.

* La figure III.3 illustre l'importance de ce problème. Le système dissymétrique est un bicouche constitué par une plaque de polystyrène de 3 mm d'épaisseur et d'une plaque de plexiglass de 1 cm. La courbe I représente la fonction de réponse u_2 dans le cas de fluxmètres chargés, la courbe II dans le cas de fluxmètres "non chargés" ; la différence de ces deux courbes résulte de l'effet capacitif des capteurs.

- FIGURE III.3 -

COMPARAISON DES FONCTIONS DE REPONSES U2
FLUXMETRES COLLES I, FLUXMETRES DECOLLES II



La figure III.4 représente en comparaison pour le même essai l'évolution des températures θ_1 dans les deux cas selon la configuration a ou b. La courbe Ia et Ib montre un échelon quasi-parfait par contre les évolutions IIa et IIb sont caractérisées par un temps de stabilisation plus long qui résulte de la capacité du fluxmètre.

La figure III.5 représente un résultat typique il s'agit d'une structure tricouche du klegicel d'épaisseur 14,5 mm, du verre d'épaisseur 5 mm, du plexiglass d'épaisseur 5 mm ; les trois fonctions de réponse u_1, u_2, u_3 caractérisent entièrement le système. La fonction u_1 tend vers une valeur constante en régime permanent, elle est représentative du transfert de chaleur au travers de la structure. Les fonctions u_2 et u_3 s'annulent en régime continu, elles sont représentatives du stockage dissymétrique de chaleur sensible dans le système.

Remarques

1) Notre objectif est d'imposer une condition limite de première espèce c'est-à-dire d'imposer une variation de température sur la face d'entrée du système. En toute rigueur avec notre dispositif expérimental nous ne pouvons satisfaire qu'une condition de 3e espèce. Nous imposons en effet la température du fluide caloporteur qui circule dans les plaques mais pas la température de surface de celles-ci (ou des fluxmètres collés). La condition limite peut s'écrire :

$$\emptyset = h (\theta_f - \theta_s)$$

h = coefficient d'échange de la plaque

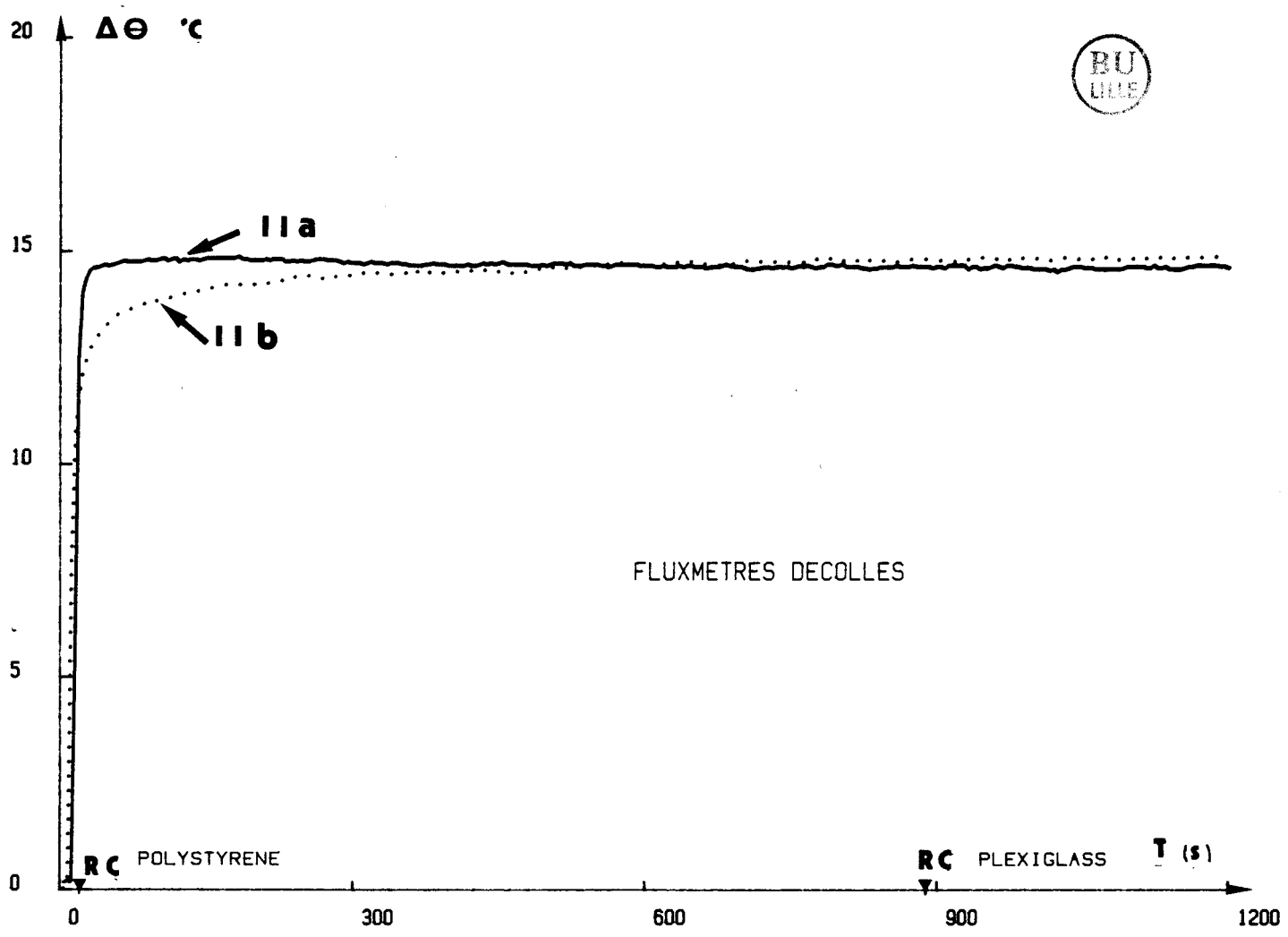
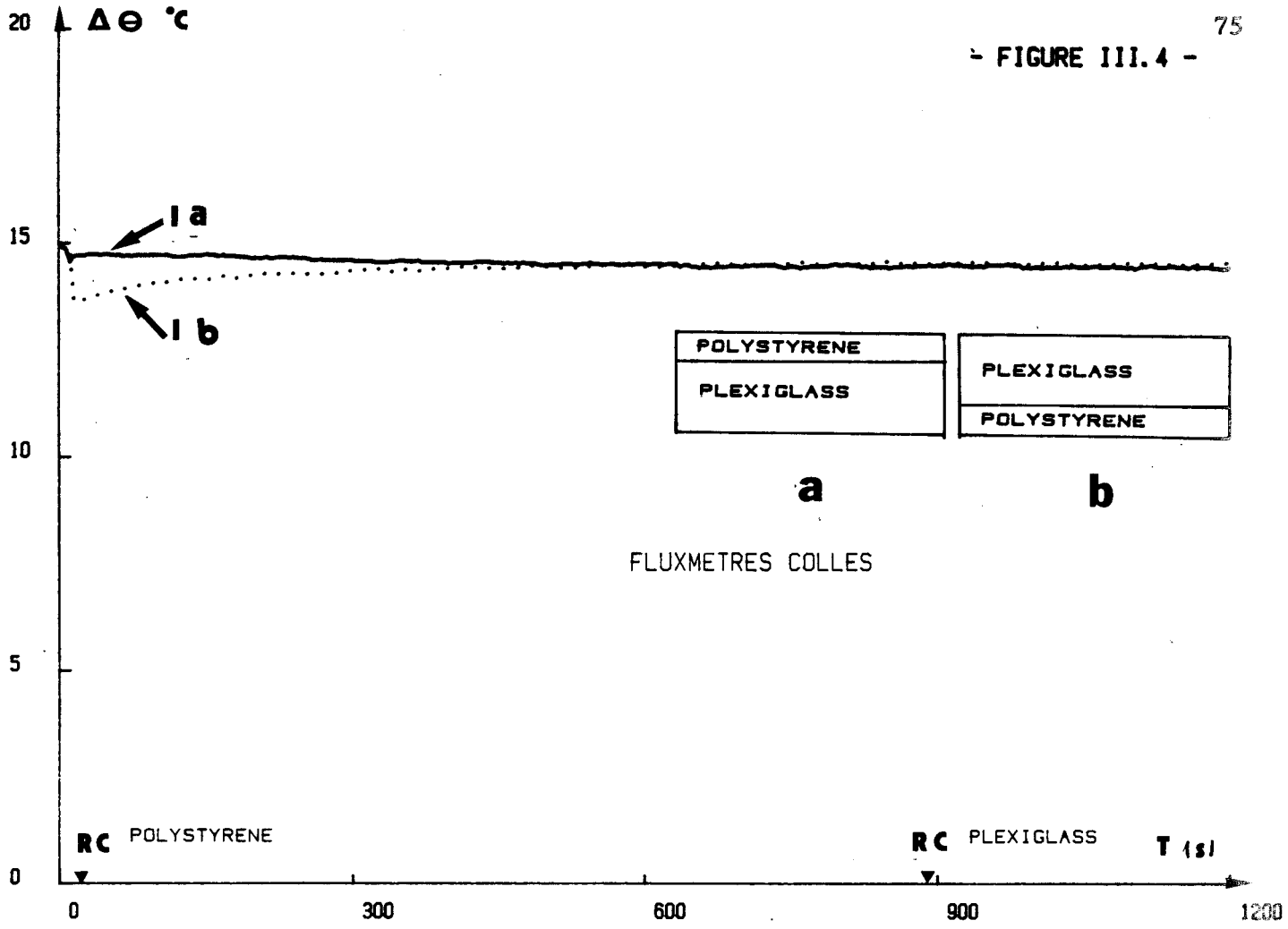
θ_f = température du fluide caloporteur

θ_s = température de surface.

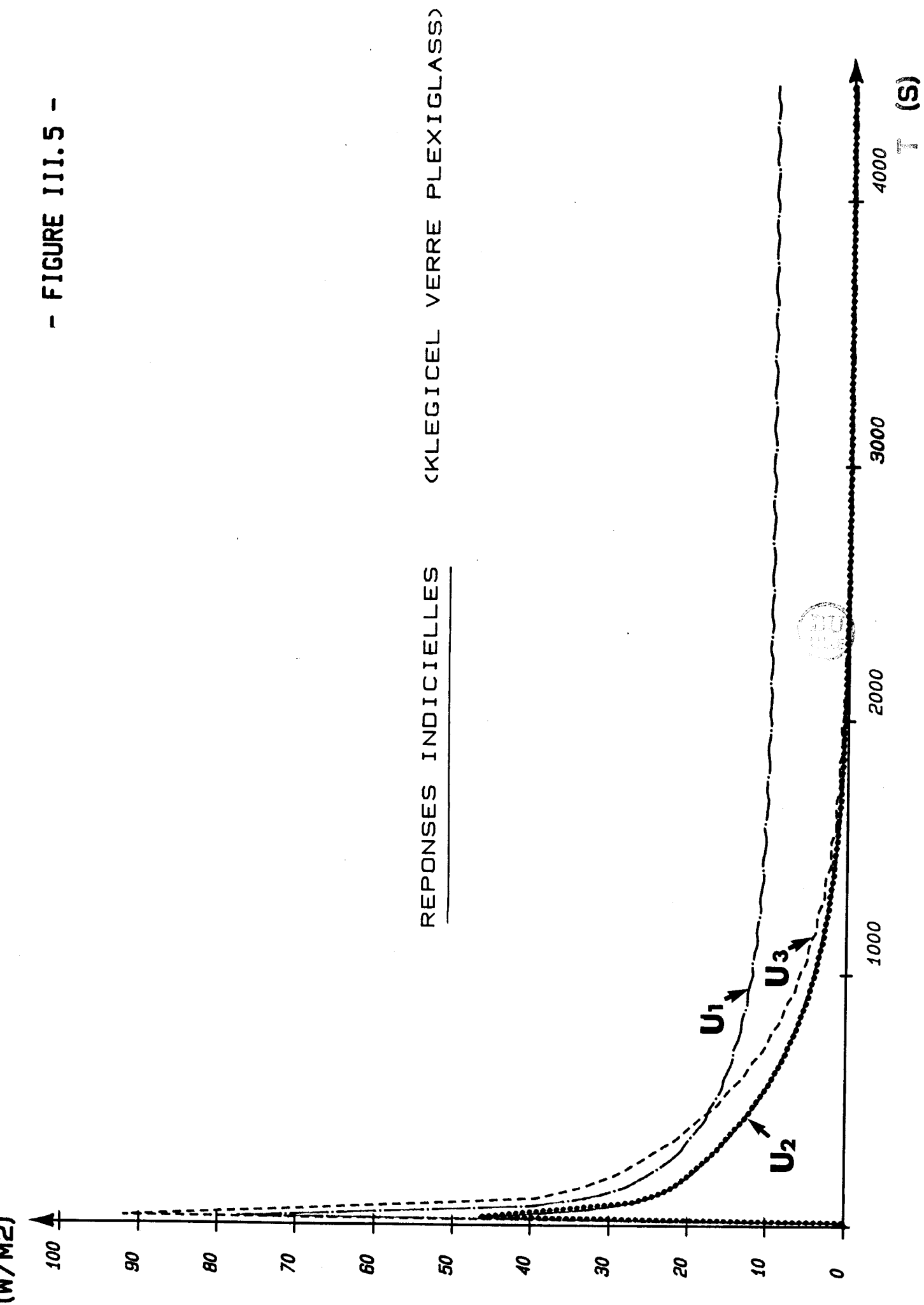
Nous pouvons remarquer que le coefficient d'échange de la surface de la plaque constituée de quelques millimètres d'aluminium est très élevé, il s'en suit un écart très faible entre θ_f et θ_s .

2) Quand on met brusquement en contact la plaque chaude et un échantillon, on doit considérer en toute rigueur que le température de l'interface dépend dans les premiers instants des effusivités de la plaque et de l'échantillon ; il en résulte l'apparition dans les premiers instants des températures différentes sur les systèmes a et b. On peut

- FIGURE III.4 -



- FIGURE III.5 -



remarquer que les réponses à mesurer tendent théoriquement vers $+\infty$ quel que soit θ quand le temps tend vers zéro ; la mesure n'est donc pas sensible à une petite variation de la température. D'autre part l'écart de température observé est très faible compte tenu de la très grande effusivité de l'aluminium.

La figure III.6 représente les réponses u_1 et u_2 mesurées sur un système plexiglass 10 mm, polystyrène 3 mm et verre 5 mm. Il est intéressant de remarquer que la fonction u_2 présente dans ce cas particulier une inversion de signe, u_2 est déterminé par :

$$u_2 = \frac{\phi_1 a - \phi_1 b}{\delta\theta}$$

Pour l'indice a la couche d'entrée est le plexiglass, pour l'indice b la variation de température est appliquée à la couche de verre. Au début de l'échange les phénomènes sont régis par les effusivités des couches on a donc $\phi_1 a - \phi_1 b < 0$ car l'effusivité du plexiglass est plus faible que celle du verre. Par contre pour des temps plus longs, l'écart des flux résulte du processus de stockage de chaleur sensible ; la structure (a) a un potentiel de stockage plus élevé on a donc $\phi_1 a - \phi_1 b > 0$.

III. APPLICATION A DES SIGNAUX DE FORMES QUELCONQUES

L'objectif de ce paragraphe est de montrer qu'il est possible grâce à la mesure en laboratoire des réponses échantillonnées u_1, u_2, u_3 selon la procédure simple décrite précédemment de simuler la réponse des structures dissymétriques à des sollicitations quelconques.

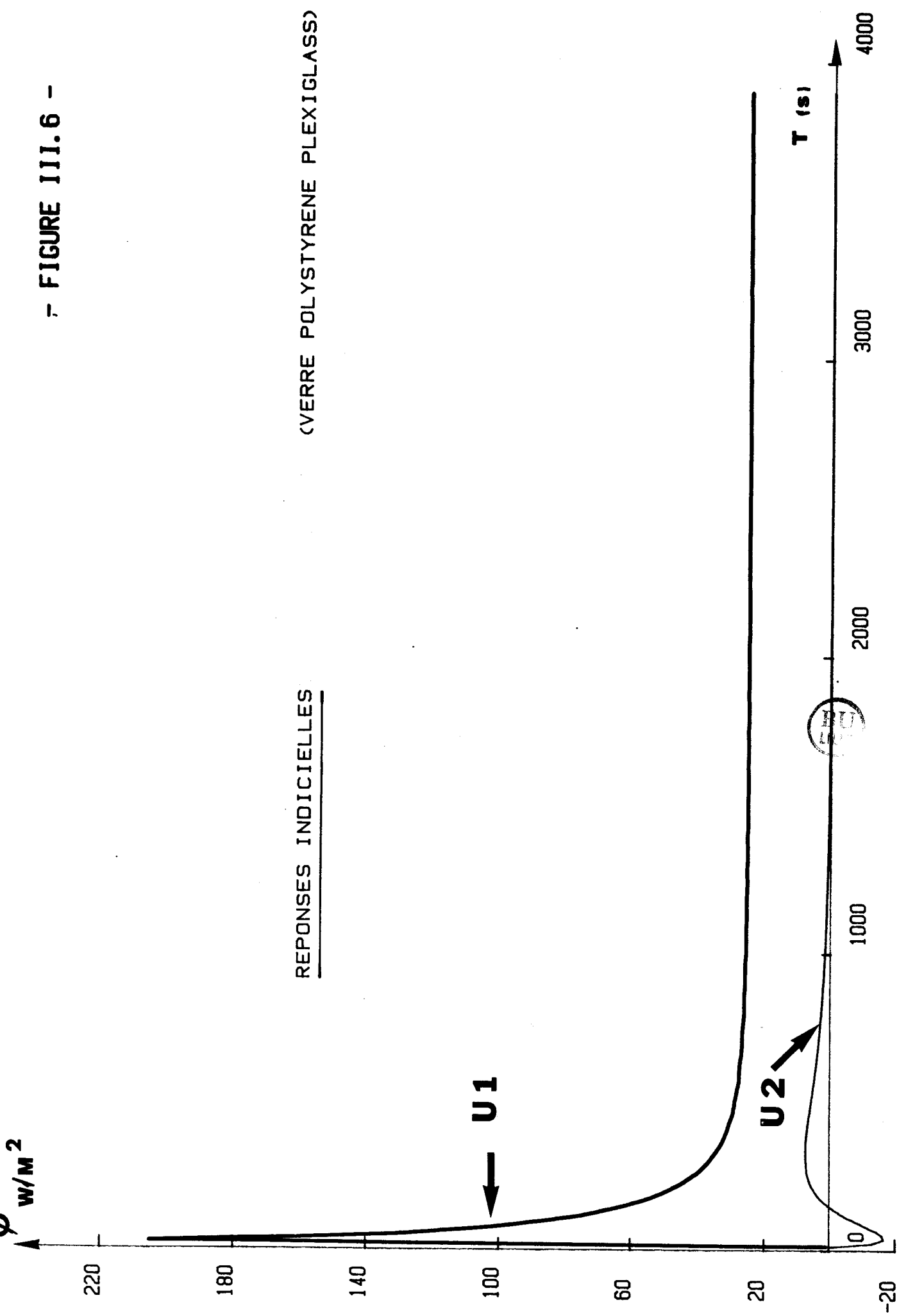
* Essai 1

Cet essai est relatif à un système constitué d'une couche de polystyrène de 3 mm d'épaisseur et d'une couche de plexiglass de 9,8 mm.

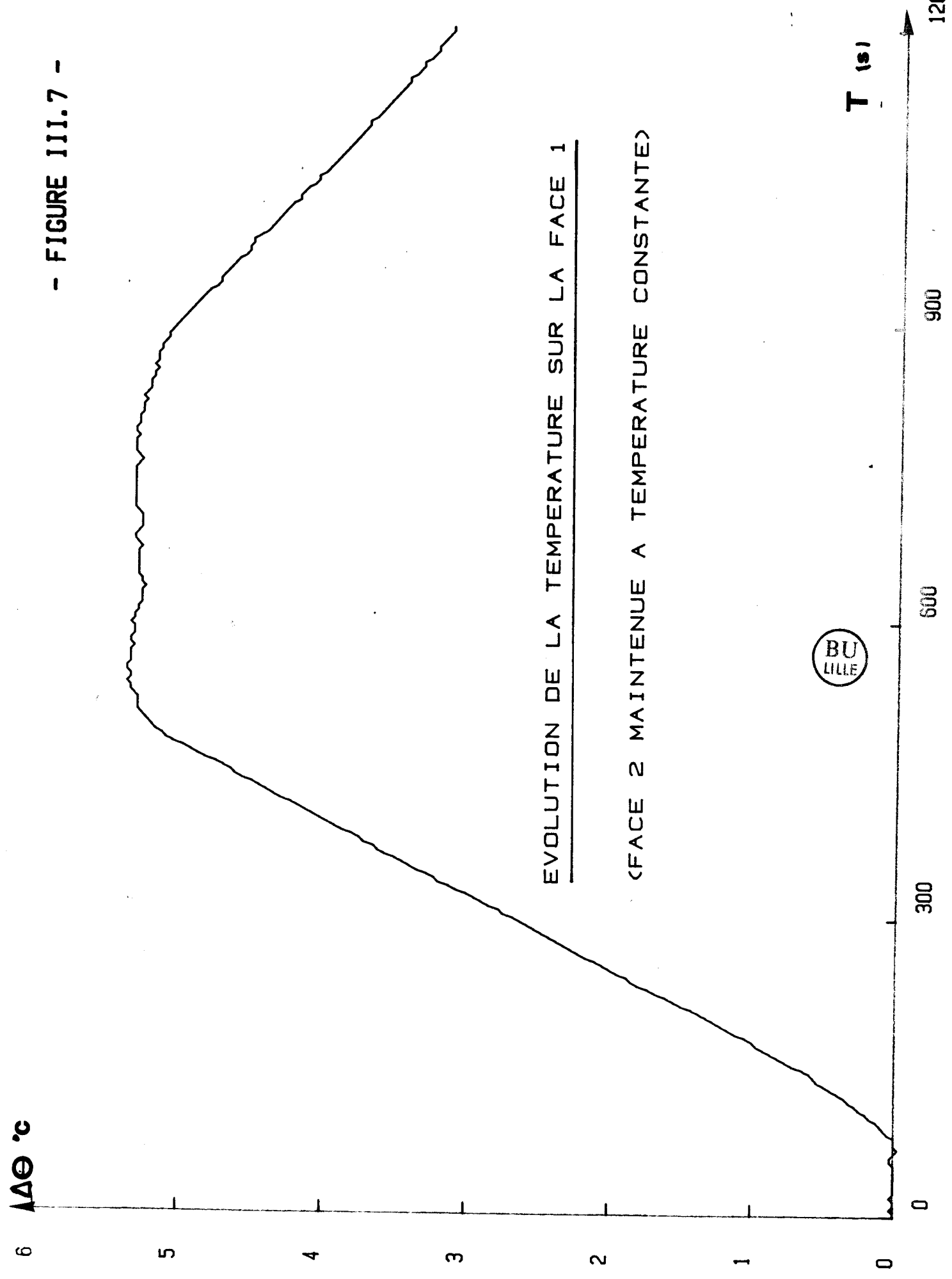
Nous avons imposé simultanément au système (a) et au système permuté (b) une évolution de la température dans le plan 1, la température de la face 2 étant maintenue constante. La figure III.7 représente la variation de température imposée.

Sur la figure III.8 sont représentées comparativement la différence des flux $\phi_1 a - \phi_1 b$ mesurée (courbe I) et simulée (courbe II) à partir de la fonction réponse

FIGURE III.6 -



- FIGURE III.7 -

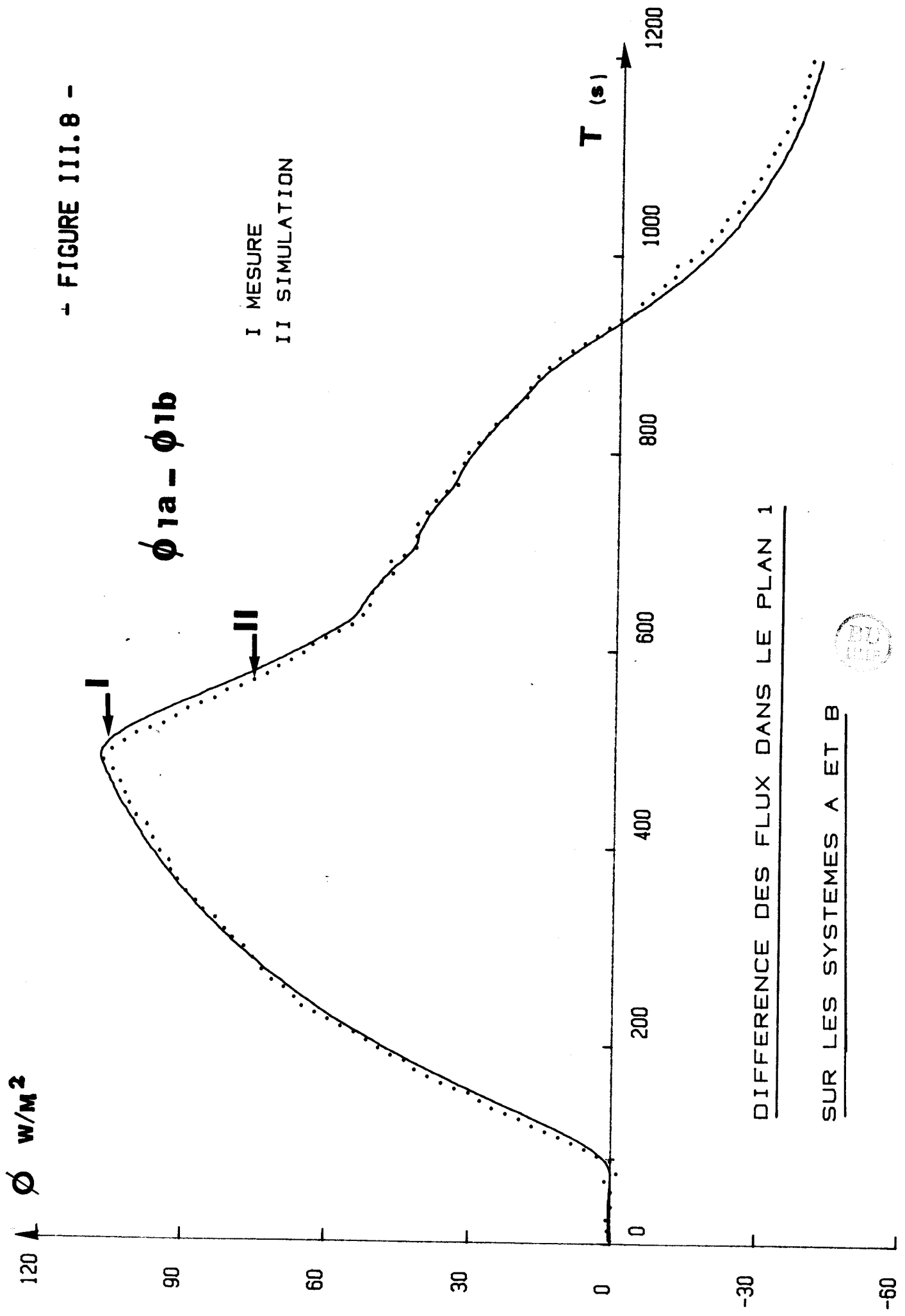


EVOLUTION DE LA TEMPERATURE SUR LA FACE 1

(FACE 2 MAINTENUE A TEMPERATURE CONSTATEE)



- FIGURE III.8 -



DIFFERENCE DES FLUX DANS LE PLAN 1

SUR LES SYSTEMES A ET B



u_2 (cette dernière été mesurée fluxmètres non chargés) on observe une très bonne coïncidence des deux courbes.

Dans cet exemple le capteur de flux ne peut pas être négligé il doit être associé au système lors de la mesure des fonctions réponses.

* Essai 2

Nous avons étudié dans cet essai une structure formée d'une couche de plexiglass de 9,8 mm d'épaisseur associé à une couche de klegicel de 14,5 mm. Comme dans l'essai précédent la sollicitation de température de surface est appliquée sur la face 1 des deux ensembles (configuration a et b). La face inférieure 2 est maintenue à température constante.

La figure III.9 montre la variation de température mesurée sur la face 1 dans les conditions expérimentales

$$\Delta\theta = \Sigma\theta = \theta_1$$

Sur la figure III.10 sont représentés les quatre flux mesurés dans les plans de sortie du système, le flux d'entrée ϕ_1 a sur le système a beaucoup plus élevé que celui observé sur le système b, caractérise l'effet capacitif de la couche de plexiglass. On observe que les flux de sortie sont égaux ϕ_2 a = ϕ_2 b. Ce résultat est logique compte tenu des relations théoriques du chapitre I.

$$\phi_2 a - \phi_2 b = u_2 \otimes \frac{\partial\theta_2}{\partial t}$$

Les conditions expérimentales imposent :

$$\theta_2 = \theta_0 \implies \frac{\partial\theta_2}{\partial t} = 0$$

La figure III.11 permet de comparer les signaux mesurés $\Sigma\Sigma\phi$ et $\Delta\Sigma\phi$ et les résultats des simulations $2 u_1 \otimes \frac{\partial\Delta\theta}{\partial t}$ et $2 u_2 \otimes \frac{\partial\Sigma\theta}{\partial t}$

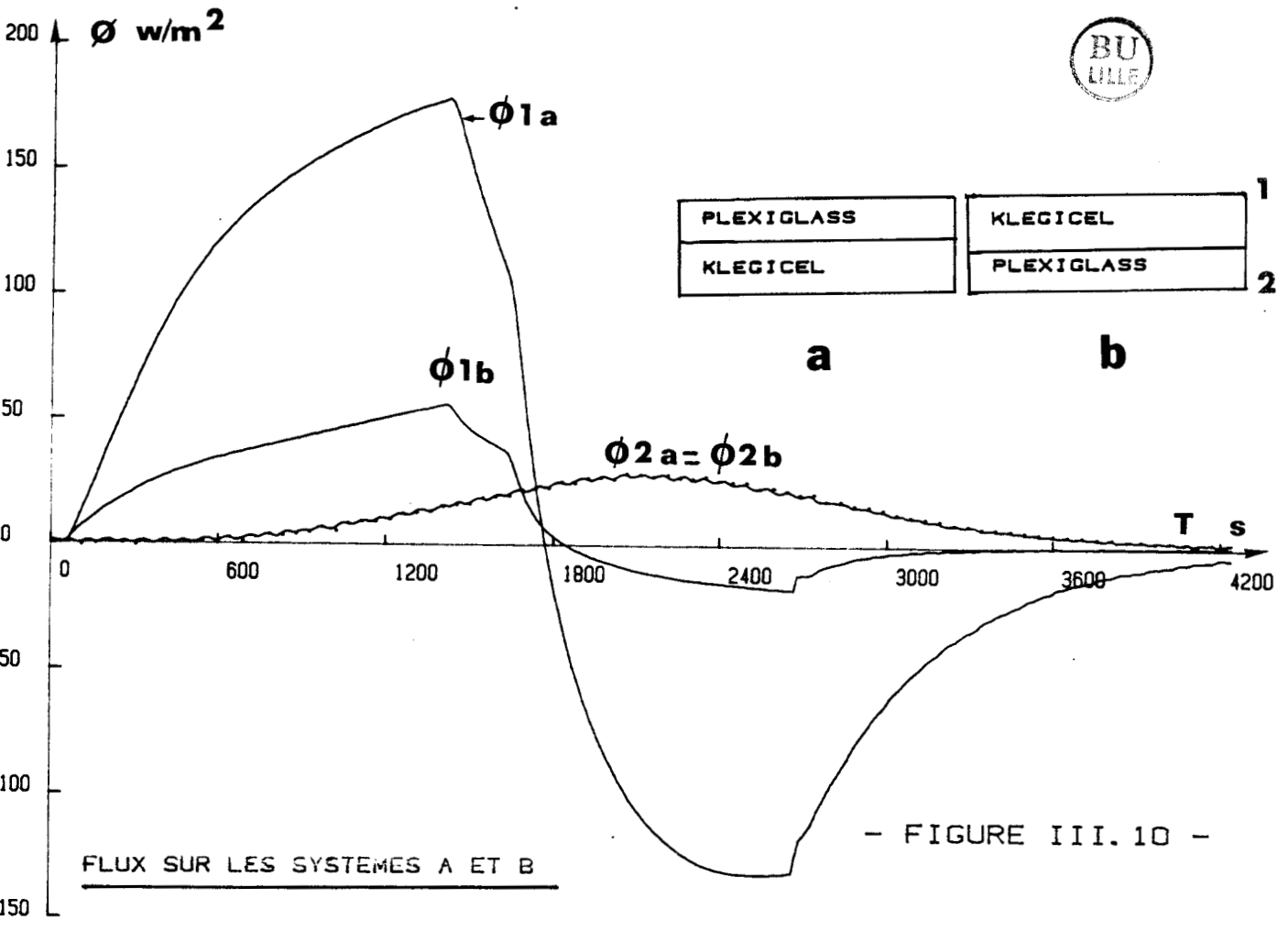
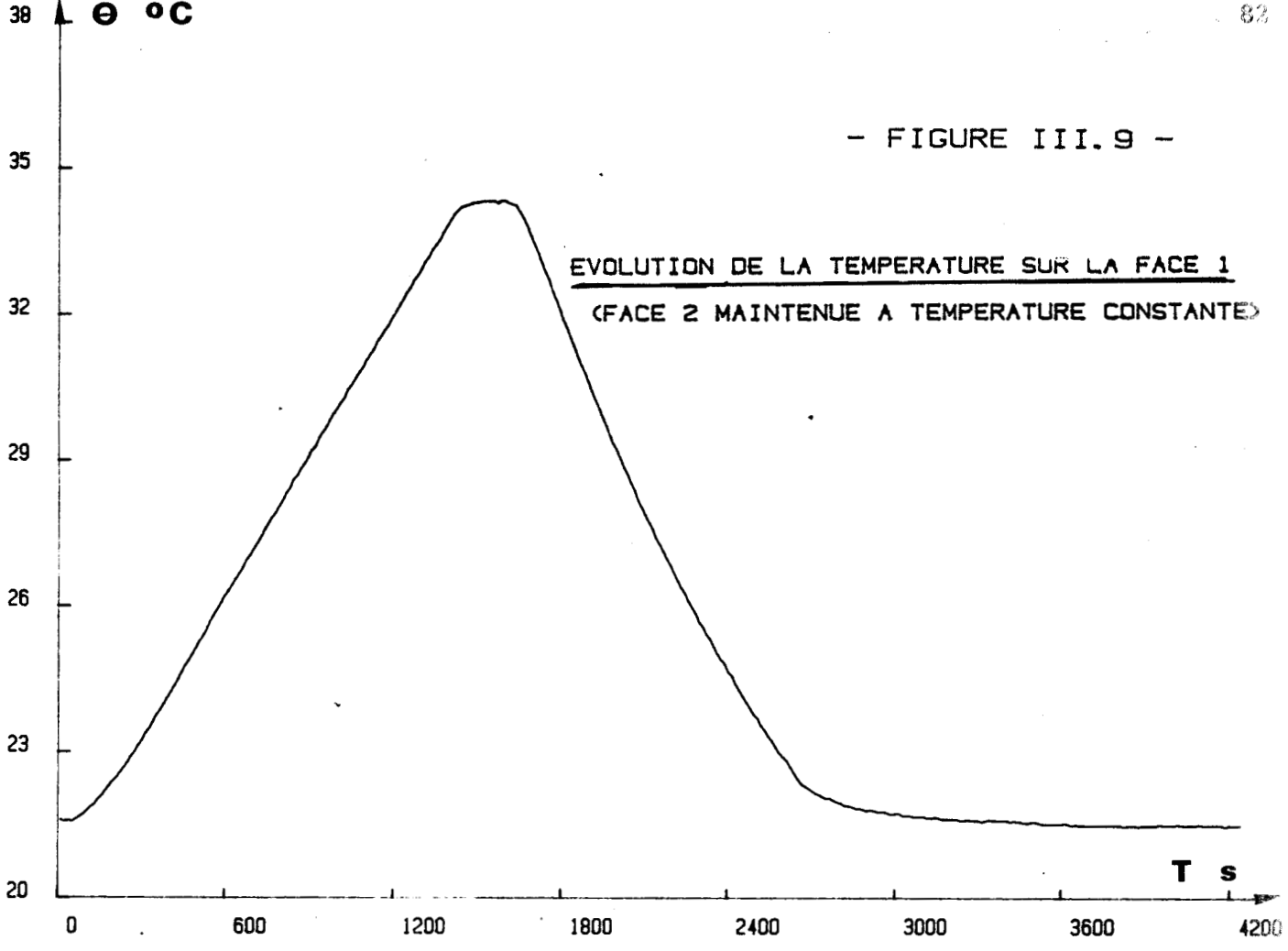
La figure III.12 représente la somme des flux mesurés $\Sigma\phi$ a et $\Sigma\phi$ b dans les dispositions a et b et comparativement les résultats des simulations

$$\Sigma\phi_{a \text{ sim}} = u_1 \otimes \frac{\partial\Delta\theta}{\partial t} + u_2 \otimes \frac{\partial\Sigma\theta}{\partial t}$$

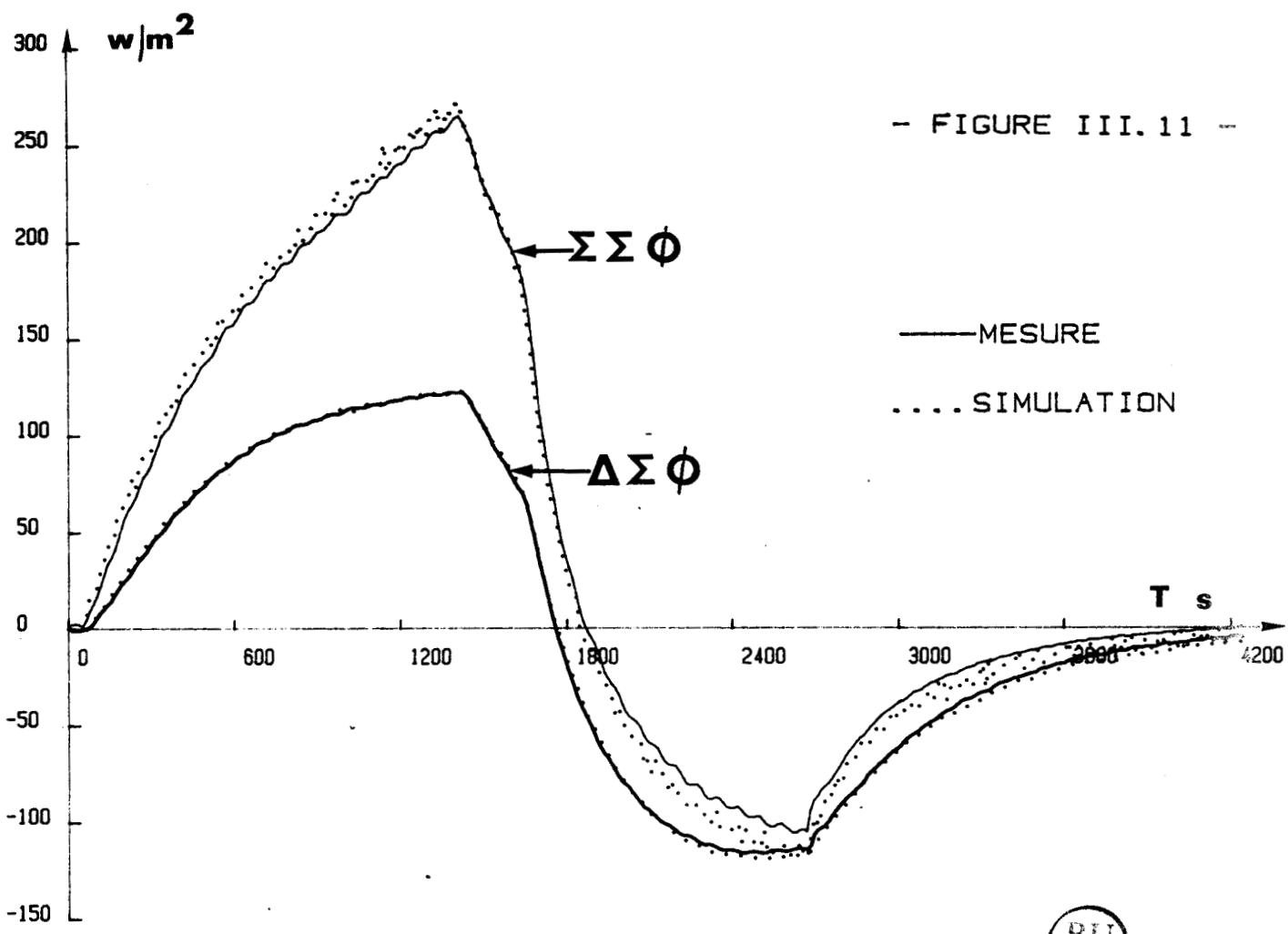
et

$$\Sigma\phi_{b \text{ sim}} = u_1 \otimes \frac{\partial\Delta\theta}{\partial t} - u_2 \otimes \frac{\partial\Sigma\theta}{\partial t}$$

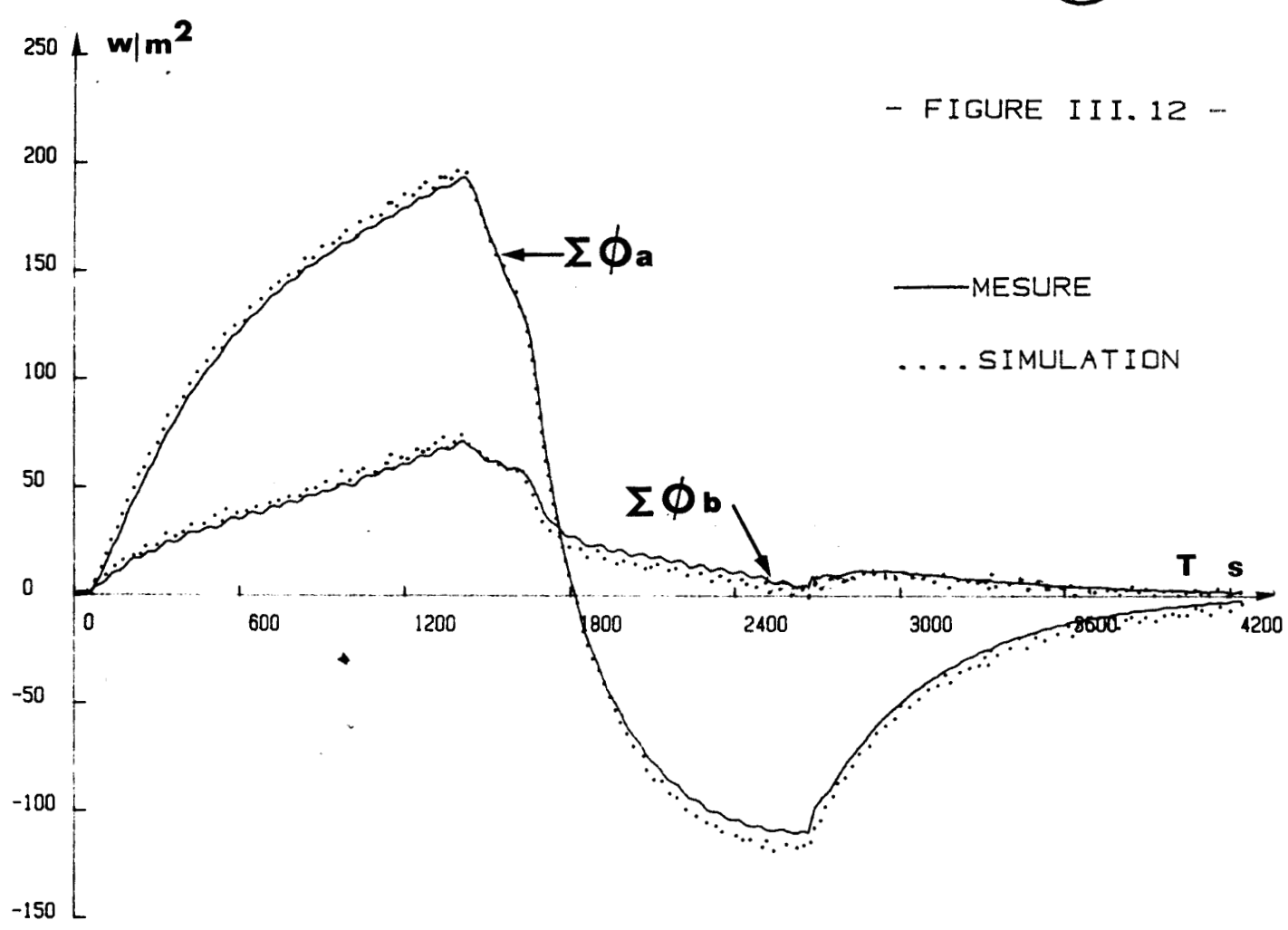
- FIGURE III.9 -



- FIGURE III.10 -



- FIGURE III.11 -



- FIGURE III.12 -

On observe sur ces 2 figures une excellente superposition des courbes simulées et expérimentales, ce qui confirme la modélisation proposée des systèmes dissymétriques et les méthodes de mesures associées.

Remarque :

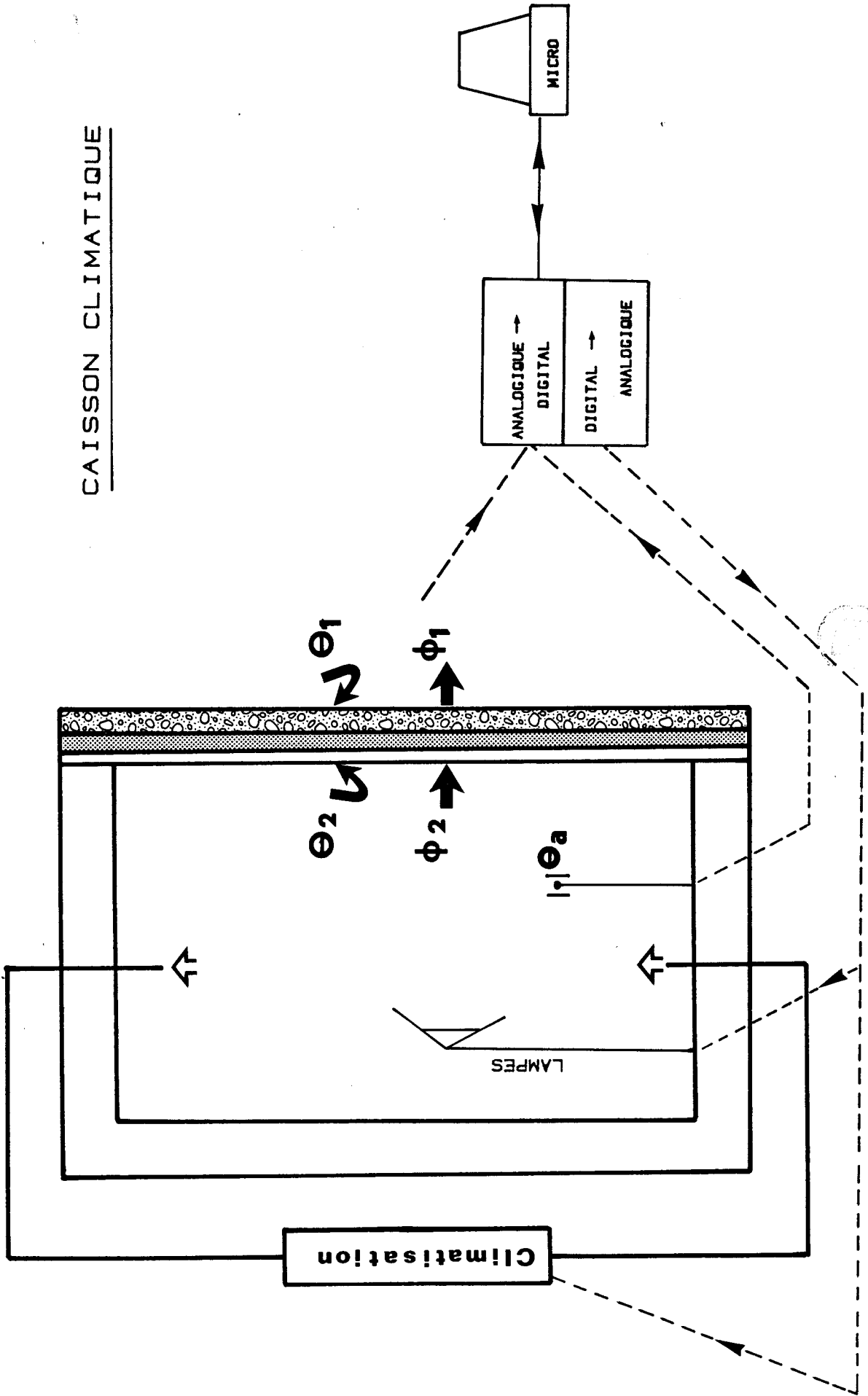
Dans cette structure la couche isolante de klegicel a une capacité non négligeable, les fluxmètres sont alors très peu perturbateurs de la mesure et les résultats obtenus avec des capteurs thermiquement "chargés" ou "non chargés" ne changent pas notablement.

* Essai 3

Cet essai vise à montrer que la représentation des échanges thermiques dans les systèmes dissymétriques et les procédés expérimentaux décrits jusqu'ici sont applicables quelles que soient les conditions limites imposées à la structure. Pour cela nous avons étudié une paroi tricouche d'un caisson climatique figure III.13. Une face de la paroi est soumise à des échanges thermiques dus aux variations de température de l'air du caisson (volume 4 m^3). L'autre face est soumise à des sollicitations naturelles incontrôlables résultant d'échanges radiatifs et convectifs avec l'ambiance du laboratoire. (22)

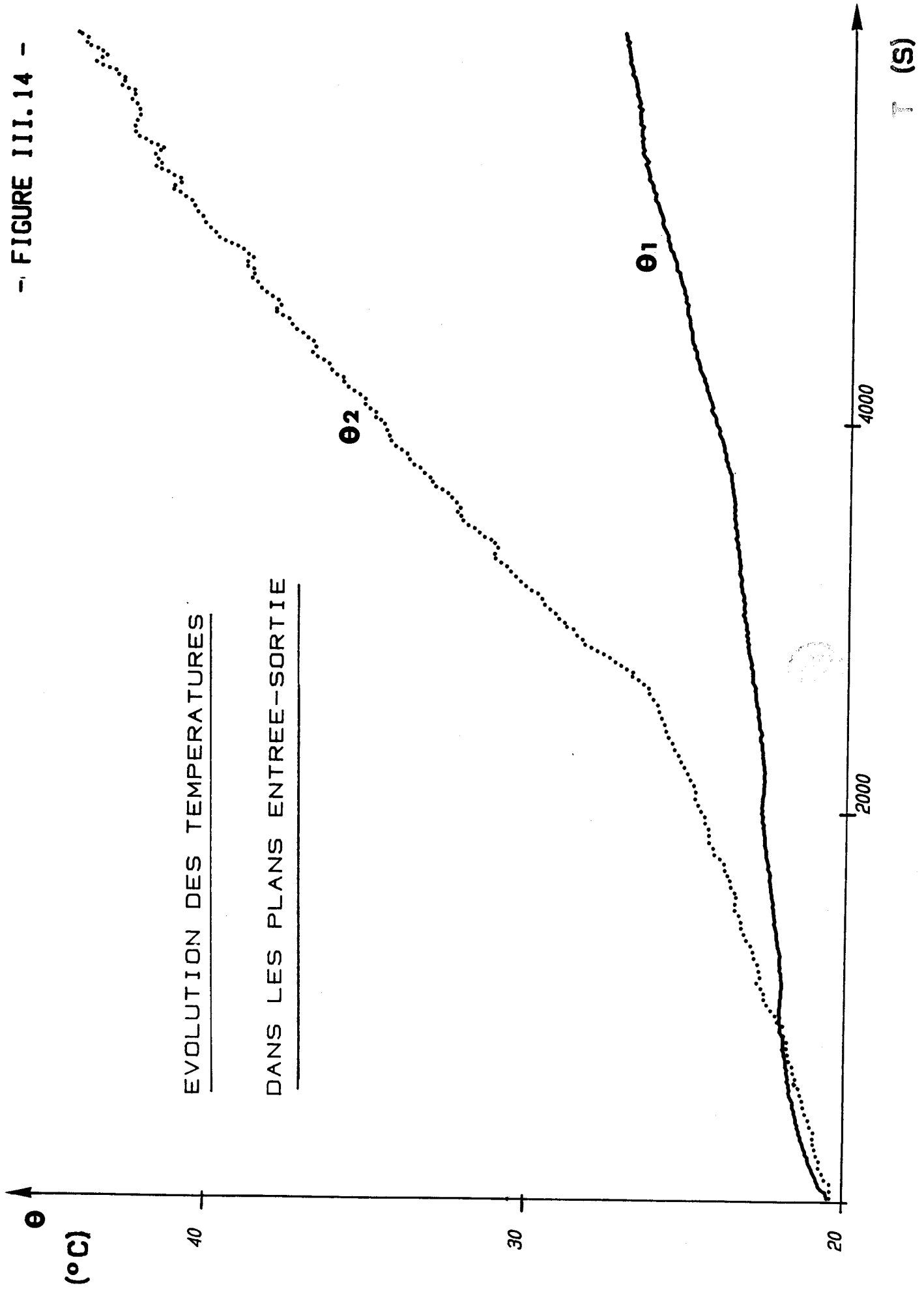
L'état thermodynamique de l'air du caisson climatique est contrôlé grâce à des batteries chaudes et froides, la circulation de l'air est assurée par un ventilateur à débit variable. Une série de lampes infra-rouges est disposée dans le caisson afin de pouvoir imposer des flux radiatifs. L'ensemble lampes, batteries chaudes est piloté par un micro-ordinateur qui assure à la fois la gestion de la centrale et l'acquisition des données. La paroi étudiée est un tricouche constitué de plexiglass d'épaisseur 5 mm, de verre de 5 mm et de klegicel 14,5 mm dont nous avons préalablement déterminé les réponses indicielles en laboratoire (paragraphe II - fig. III.5). Les flux et les températures de surface sont mesurés dans les deux plans. Afin d'uniformiser les caractéristiques vis-à-vis du rayonnement thermique les plans 1 et 2 sont "tapissés" d'un film opaque de 210^{-2} mm d'épaisseur.

La figure III.14 représente l'histoire des températures θ_1 et θ_2 mesurées sur la paroi. Après un temps de 2500 s environ nous avons fait fonctionner les lampes infra-rouges afin de superposer un rayonnement thermique sur la surface de la paroi, la conséquence sur la température θ_2 est nettement visible.



- FIGURE III.14 -

EVOLUTION DES TEMPERATURES
DANS LES PLANS ENTREE-SORTIE



Les figures III.15 et III.16 montrent comparativement pour la somme des flux $\Sigma \dot{Q}$ et la différence des flux $\Delta \dot{Q}$ les résultats expérimentaux (traits continus) et simulés (pointillés) à partir des fonctions u_1, u_2, u_3 .

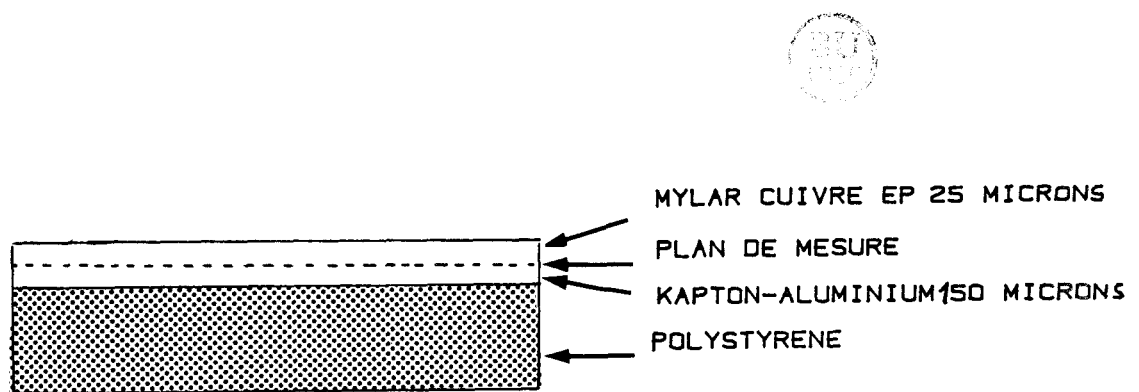
Les valeurs simulées et expérimentales sont très voisines, la formulation proposée dans ce travail permet donc de simuler les flux de chaleur aux bornes de structures hétérogènes quand on connaît l'histoire des températures superficielles et trois réponses indicelles mesurables en laboratoire.

IV. REPRESENTATION DE LA PERTURBATION INTRODUITE PAR UN FLUXMETRE DISPOSE SUR UNE PAROI ISOLANTE NON CAPACITIVE

Nous avons montré au chapitre II l'effet de la mise en place d'un fluxmètre sur un échantillon de polystyrène et les erreurs qui peuvent en résulter.

L'objet de ce paragraphe est de montrer qu'il est possible, à partir de notre formulation des structures multicouches de simuler la réponse de l'ensemble constitué par un fluxmètre associé à un matériau isolant et non capacitif.

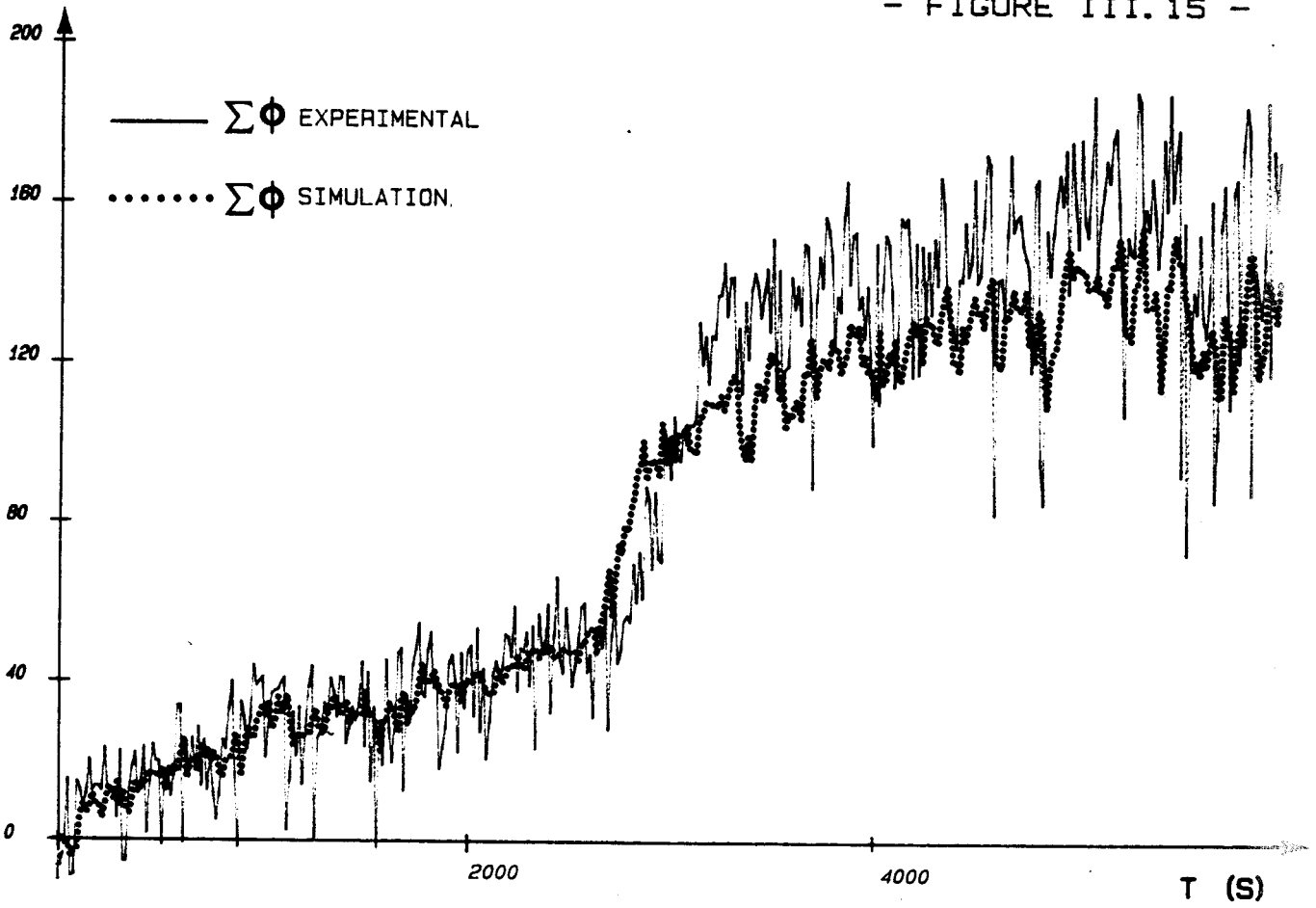
Dans cette approche nous considérerons le fluxmètre comme une couche, l'ensemble fluxmètre isolant devient alors une structure dissymétrique particulière à laquelle on peut tenter d'appliquer notre formulation. Considérons donc le système schématisé figure III.17.



- FIGURE III. 17 -

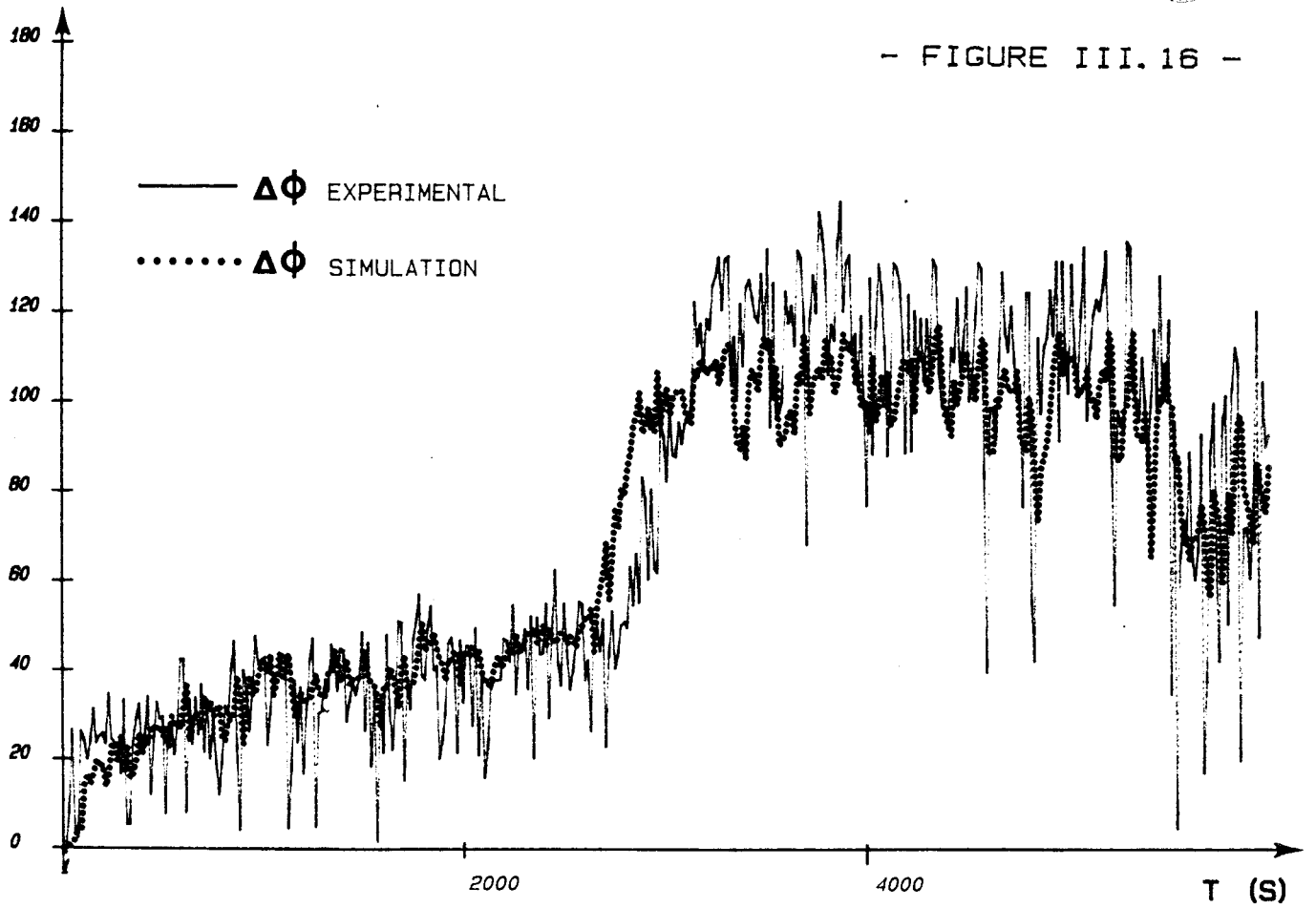
(W/M2)

- FIGURE III.15 -



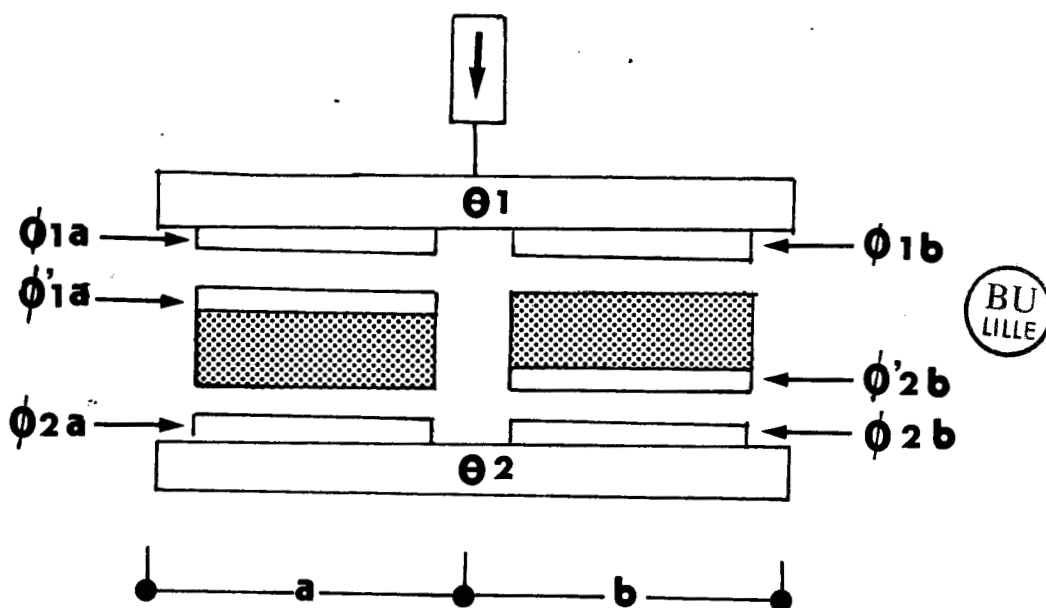
(W/M2)

- FIGURE III.16 -



Un problème spécifique à ce système est lié à la constitution du fluxmètre puisqu'on ne peut imposer un échelon de température dans le plan de mesure à cause de la capacité thermique de la couche de mylar cuivré de 25 microns d'épaisseur (l'effet est non négligeable à priori dans ce cas particulier).

Pour évaluer cette perturbation nous déterminerons à des fins de comparaison, les réponses indicielles de deux manières différentes, l'une en utilisant la réponse du fluxmètre associé au système \emptyset' , l'autre en utilisant l'information d'un autre fluxmètre collé à la plaque chaude et donc chargé thermiquement figure III.18.



- FIGURE III. 18 -

La figure III.19 montre la somme des flux mesurés $\Sigma \Phi$ a $\Sigma \Phi'$ a $\Sigma \Phi$ b en imposant brusquement par descente de la plaque chaude un écart de température $\theta_1 - \theta_2$ de l'ordre de 12°C sur les deux systèmes en comparant les flux sur les structures a et b on constate l'importance de la perturbation induite par le capteur, $\Sigma \Phi'$ a est toujours légèrement inférieure à $\Sigma \Phi$ a, cet écart résulte de l'effet capacitif de la couche de mylar évoquée précédemment.

Nous avons représenté en pointillés la valeur simulée de la somme des flux à partir de l'évolution de $\Delta \theta$ sur un échantillon homogène de polystyrène, nous pouvons constater que cette courbe est très voisine de celle représentant $\Sigma \Phi$ b. Ce premier résultat est intéressant puisqu'il montre que l'on peut caractériser expérimentalement des matériaux isolants non capacitif avec des fluxmètres à condition de "charger" les capteurs pour annuler leur effet capacitif.

La figure III.20 montre les trois fonctions de réponse u_1, u_2, u_3 obtenues à partir des informations de capteurs collés à la plaque chaude. La figure III.21 montre les fonctions réponses u'_1, u'_2, u'_3 calculées à partir des mesures des capteurs liés au système.

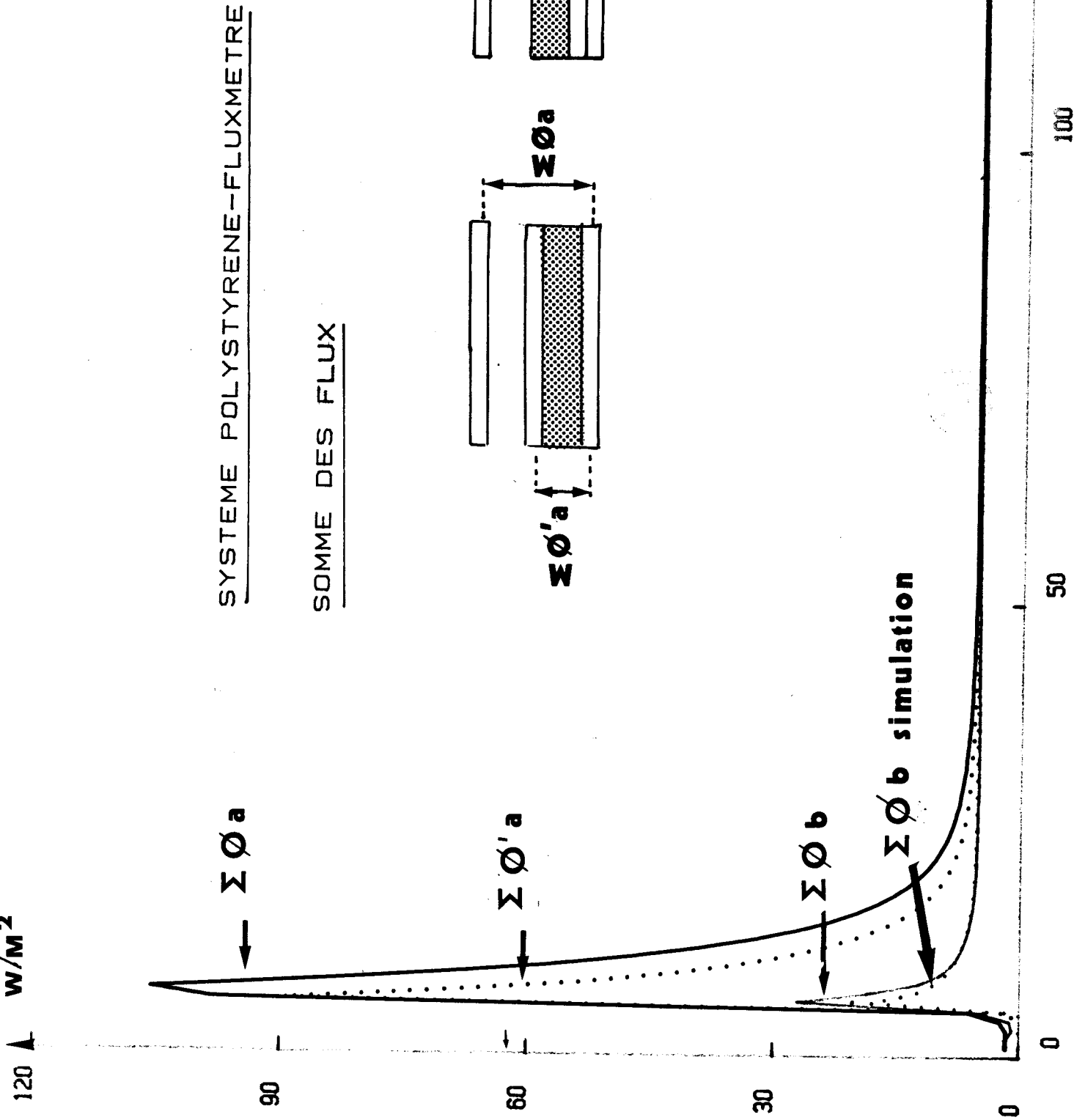
Pour valider notre approche nous avons imposé à un système constitué d'un échantillon de polystyrène de 13,7 mm compris entre deux fluxmètres une sollicitation de température de $\Delta \theta$ et $\Sigma \theta$ représentées fig. III.22.

Les figures III.23 et III.24 montrent la somme des flux et la différence des flux

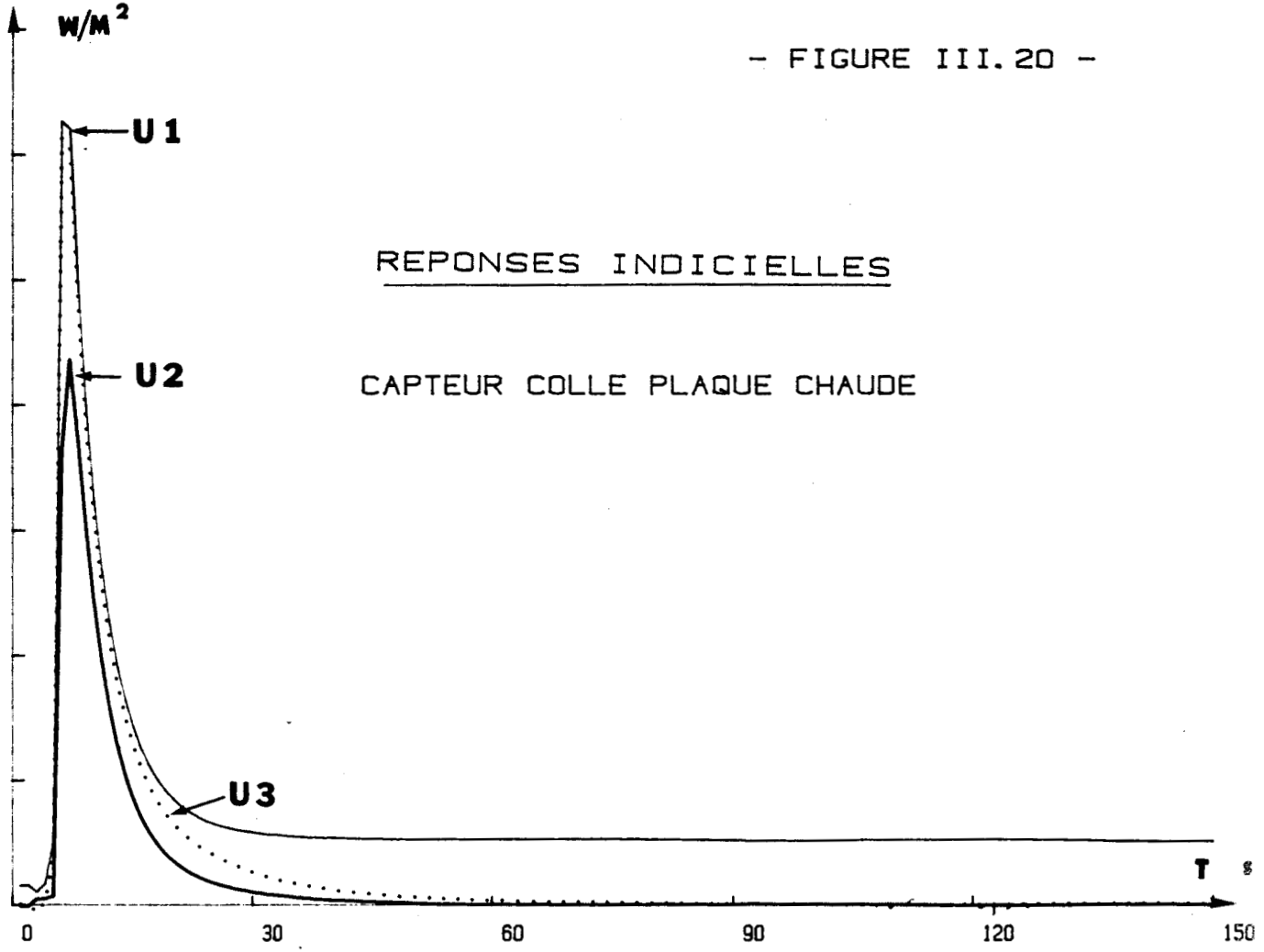
- mesurée courbes I
- simulée à partir des fonctions réponses u_i courbes II
- simulée à partir des fonctions réponses u'_i courbes III
- simulée à partir de la fonction réponse d'une couche homogène de polystyrène courbes IV

On constate que dans les deux cas les courbes I, II, III sont très différentes de la courbe IV représentant la réponse théorique de la couche homogène de polystyrène. Les réponses simulées II et III fournissent une bonne approximation de la courbe expérimentale I. Les deux simulations "encadrent" la réponse expérimentale. Ce résultat est logique puisqu'il y a soit un léger excès soit un léger défaut de capacité qui résulte de la couche de mylar. La simulation II semble cependant plus proche de la réalité.

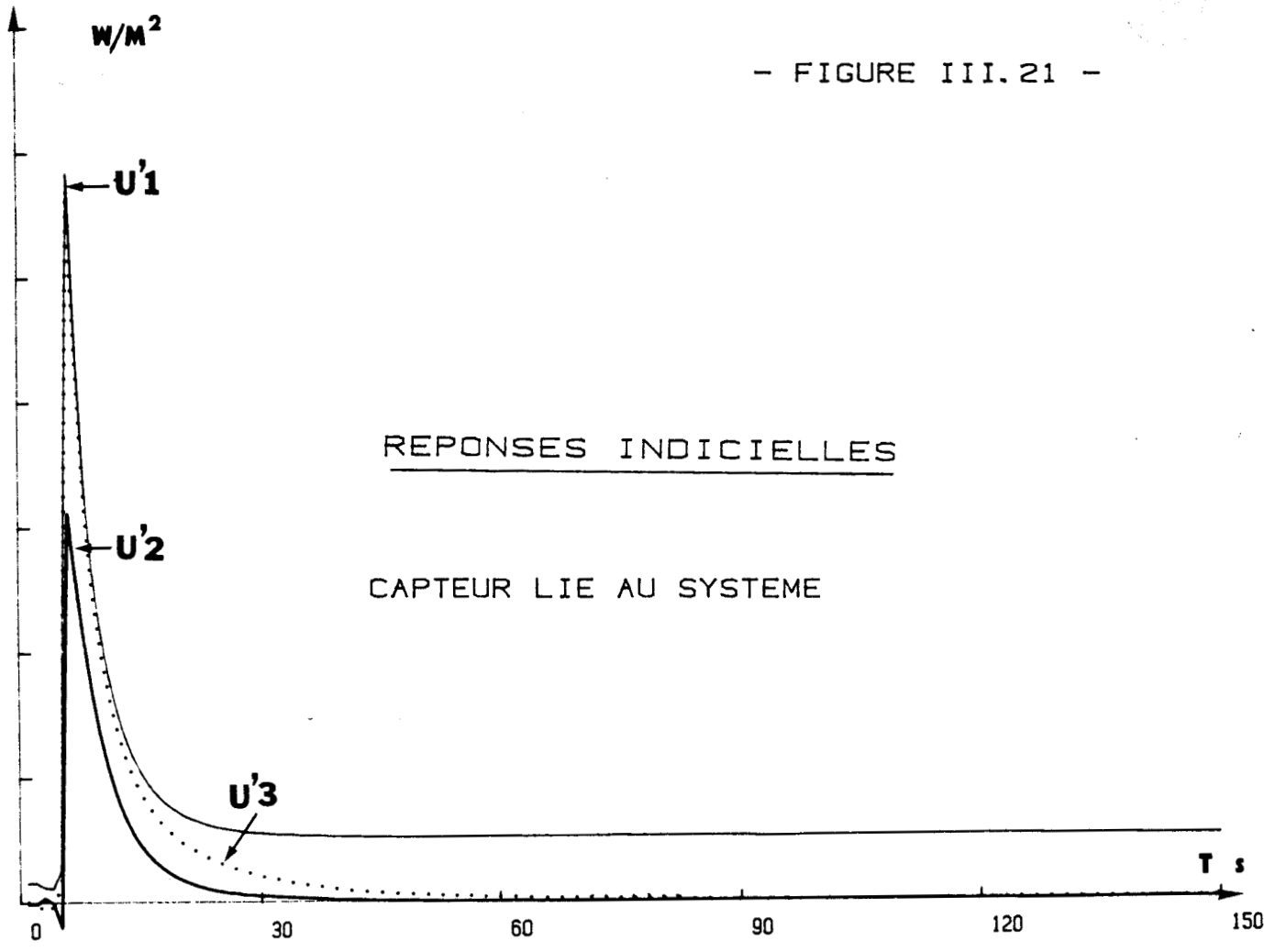
- FIGURE III.19 -



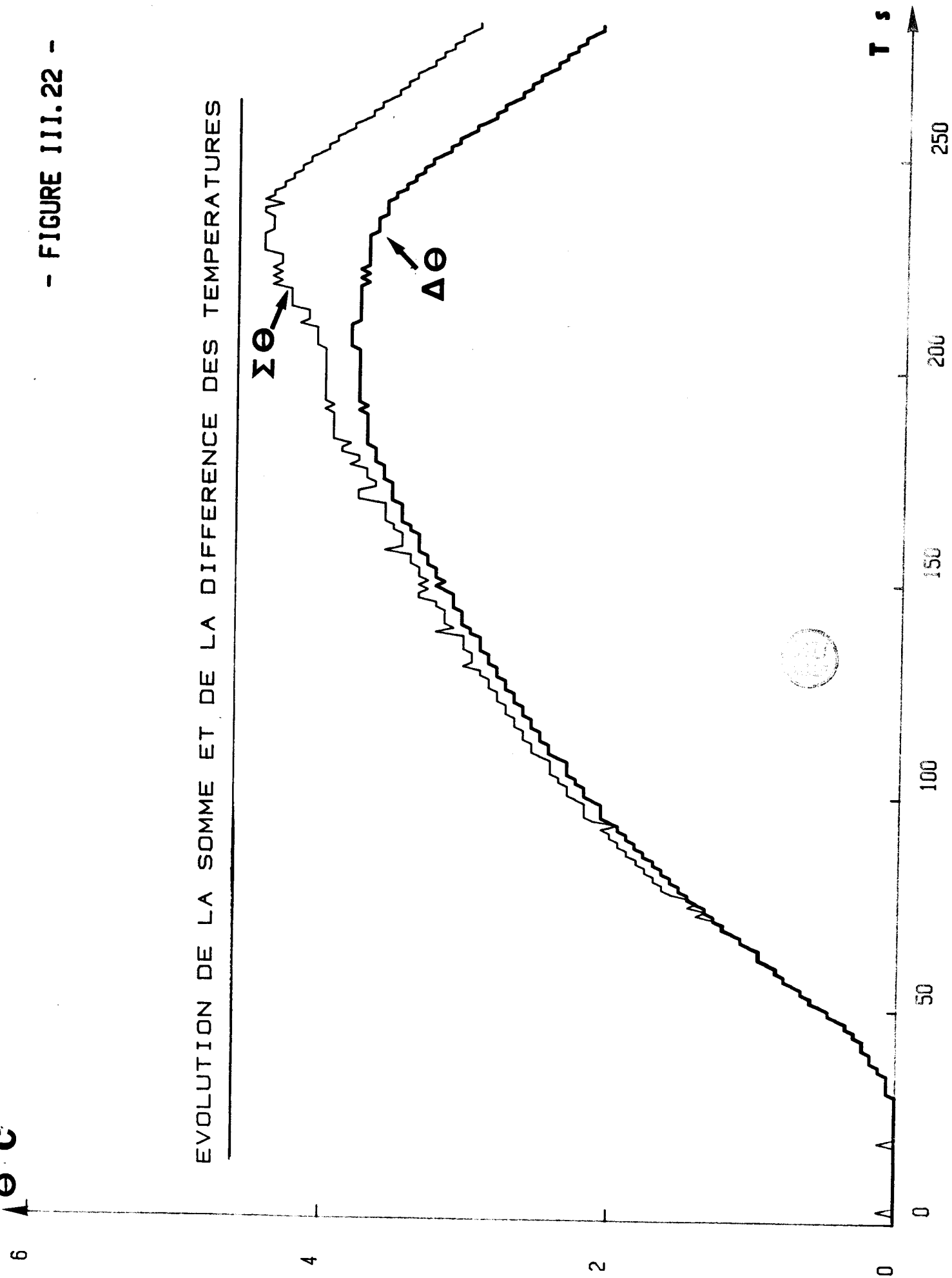
- FIGURE III.20 -



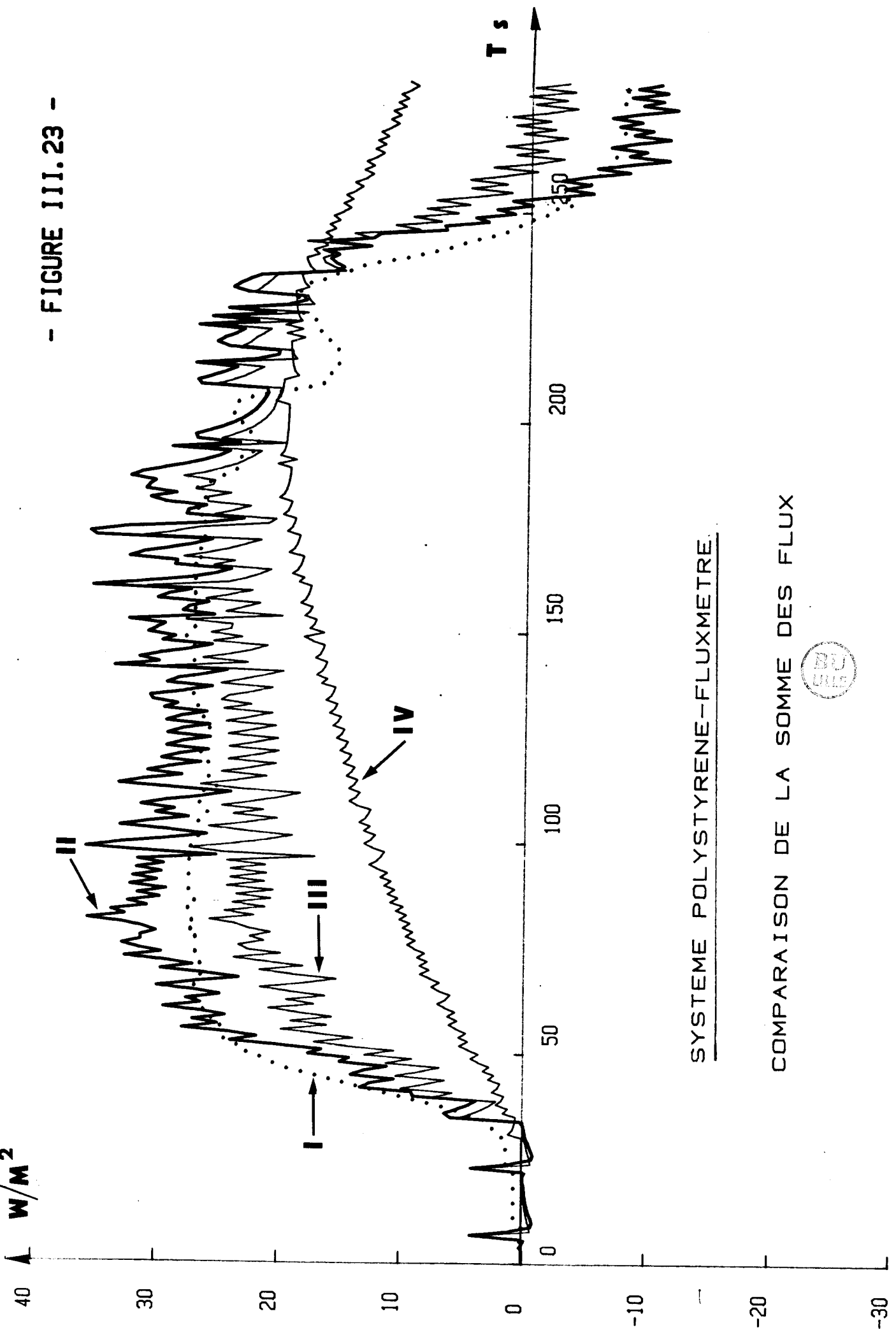
- FIGURE III.21 -



- FIGURE III.22 -



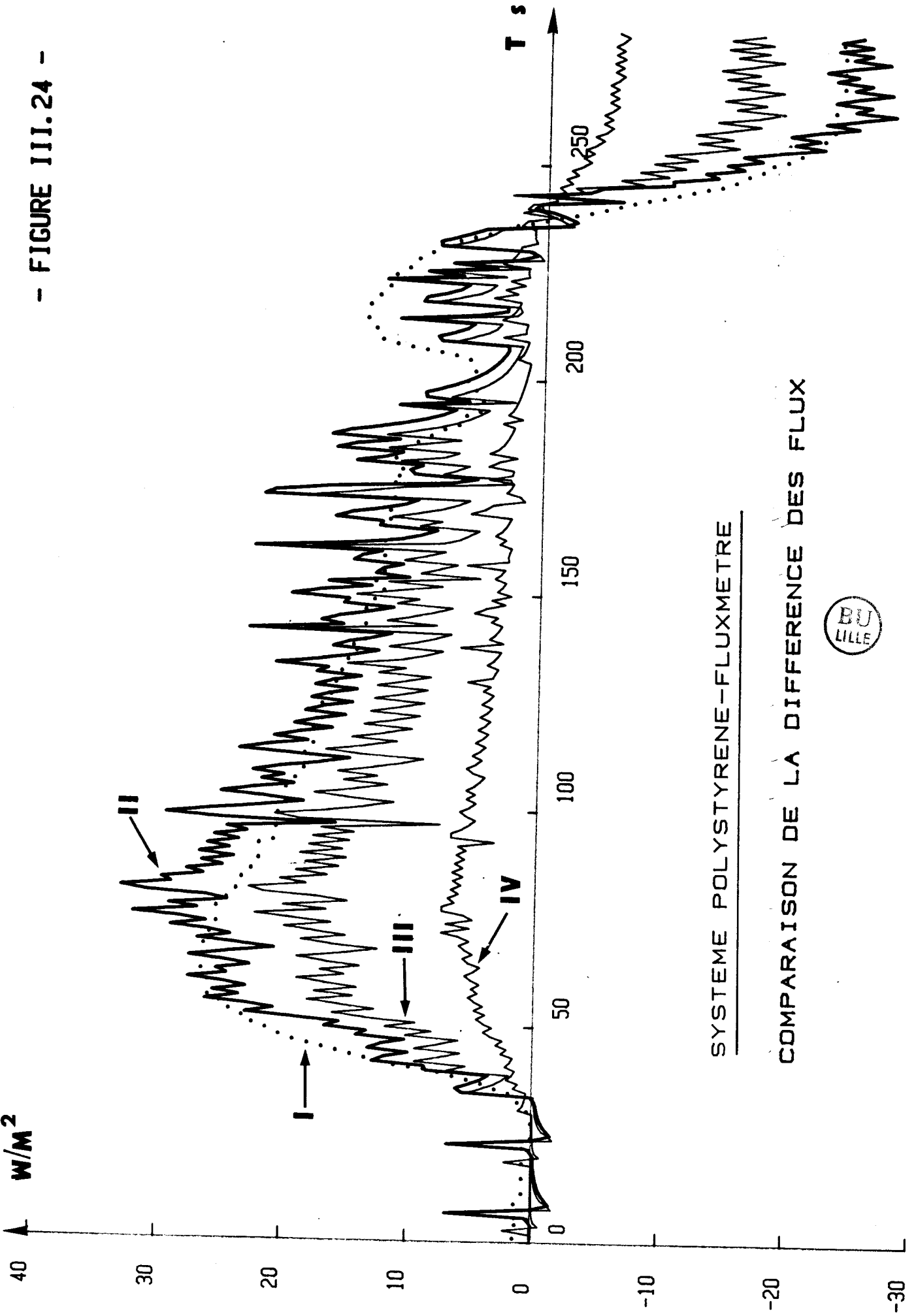
- FIGURE III.23 -



SYSTEME POLYSTYRENE-FLUXMETRE.

COMPARISON DE LA SOMME DES FLUX





SYSTEME POLYSTYRENE-FLUXMETRE

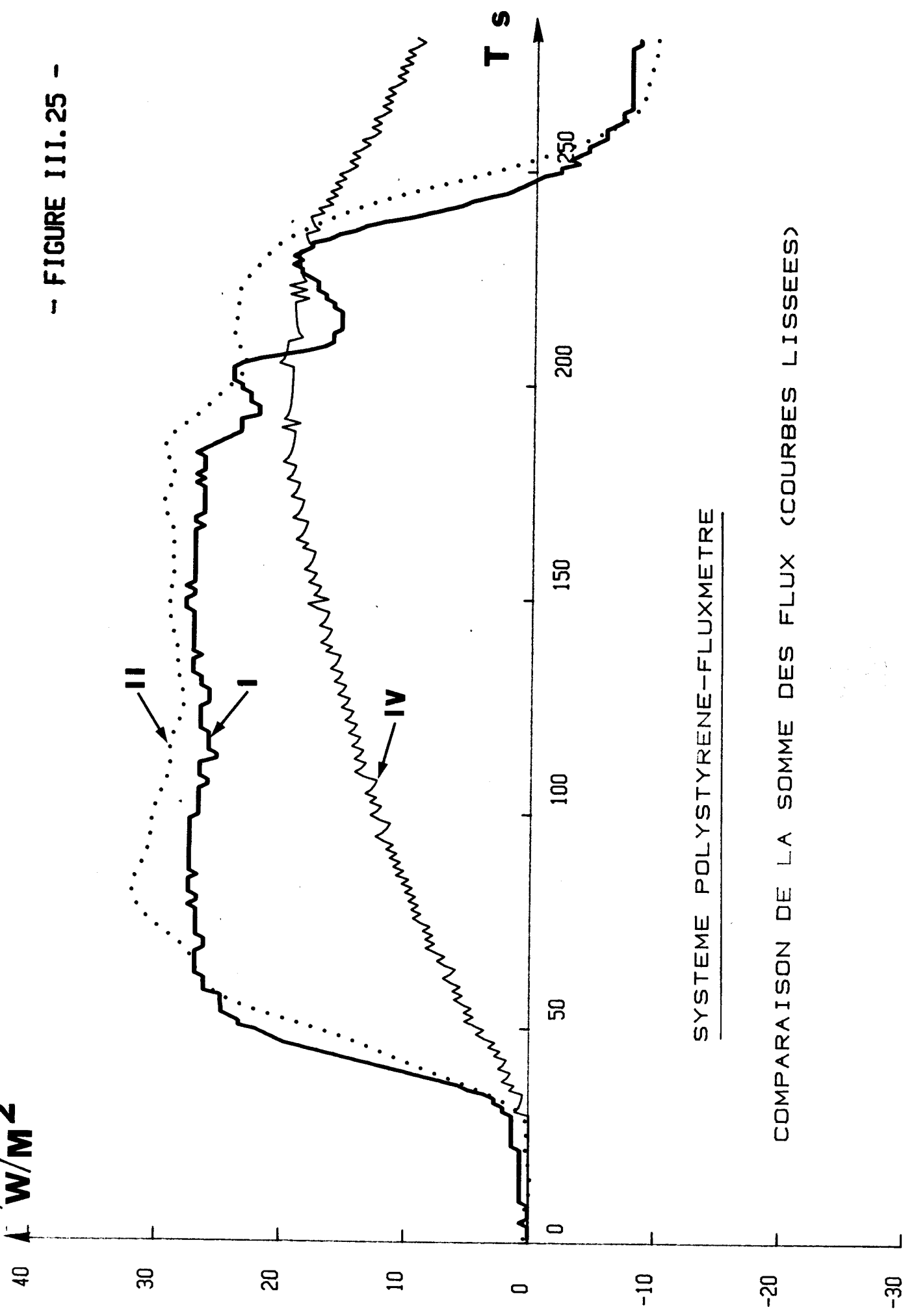
COMPARISON DE LA DIFFERENCE DES FLUX



On peut remarquer que les courbes simulées sont plus "bruitées" que la courbe expérimentale. Cet effet est dû à l'échantillonnage des signaux de mesure qui provoque un petit effet transitoire à chaque pas de calcul. Pour palier à cet inconvénient nous procédons à un "lissage" numérique des résultats. Les figures III.25 et III.26 montrent l'effet d'un tel lissage sur les résultats précédents.

L'ensemble de ces résultats montre qu'il est possible de prévoir la réponse d'un capteur de flux disposé sur un échantillon non capacitif quand il est soumis à une séquence de température donnée. Ce résultat est très important si l'on désire utiliser des capteurs de flux à des fins de commande et de gestion de l'énergie dans les bâtiments comportant des parois "légères"

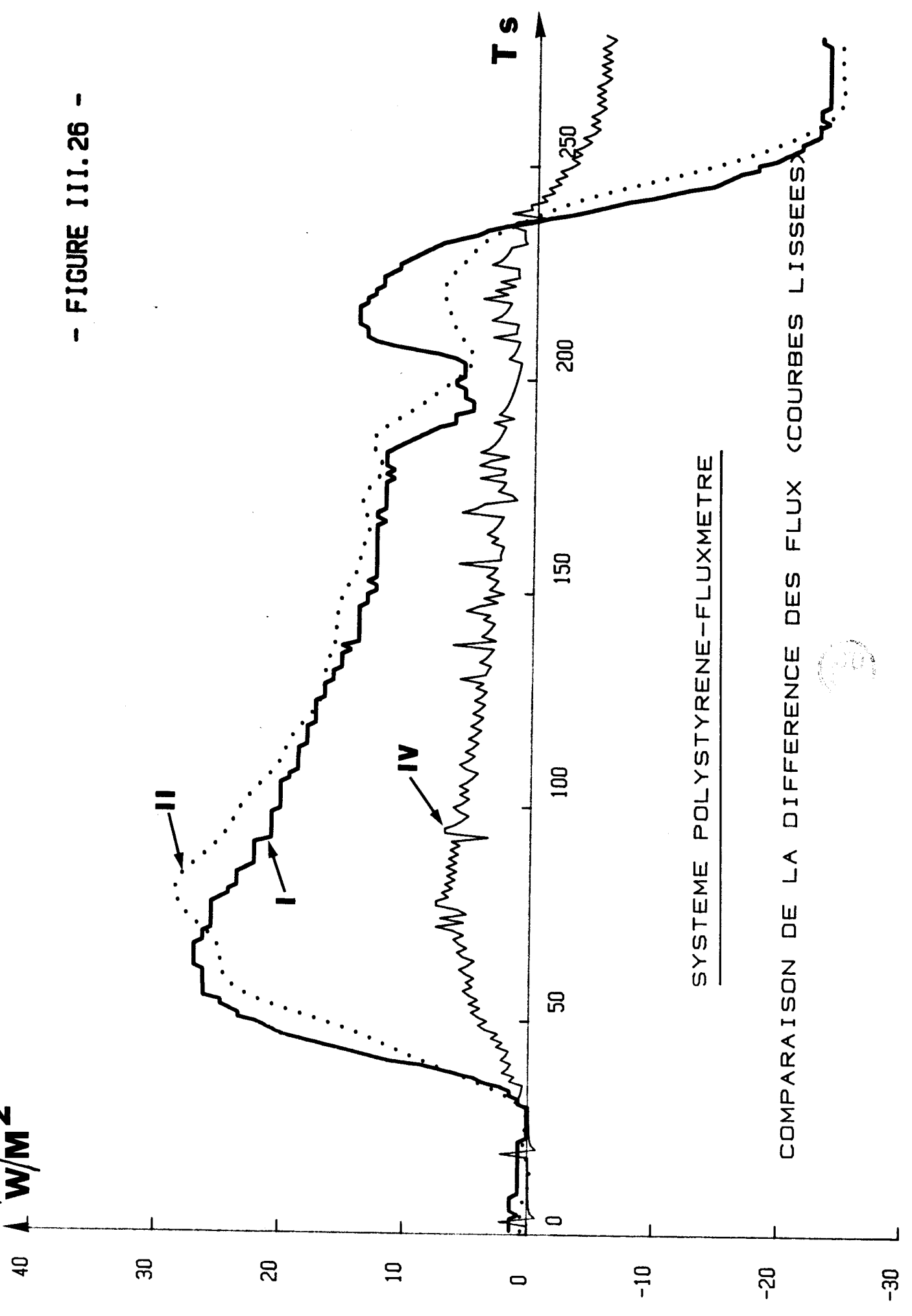
- FIGURE III.25 -



SYSTEME POLYSTYRENE-FLUXMETRE

COMPARISON DE LA SOMME DES FLUX (COURBES LISSEES)

- FIGURE III.26 -



SYSTEME POLYSTYRENE-FLUXMETRE

COMPARISON DE LA DIFFERENCE DES FLUX (COURBES LISSEES)

C O N C L U S I O N



Dans la partie théorique de notre travail nous avons adapté aux processus thermiques, des techniques utilisées en analyse des systèmes et en traitement de signal pour formuler une représentation globale des échanges entre un "système paroi" et son environnement. Cette formulation introduit quatre grandeurs généralisées $\xi_{\theta, \Delta\theta}, \xi_{\theta, \Delta\theta}$.

Dans le cas d'une paroi homogène soumise à un transfert monodimensionnel, les relations entre les grandeurs généralisées introduisent deux modes de base indépendants et deux couples de grandeurs conjuguées associées : le mode "transfert" et le mode "stockage". Un tel système est entièrement caractérisé par deux fonctions de transfert.

Pour les parois hétérogènes multicouches, les modes de bases ne sont plus indépendants, il y a couplage une grandeur sortie dépend de deux grandeurs d'entrée.

Nous montrons qu'une telle structure est entièrement caractérisée quand on connaît trois fonctions de réponse h_1, h_2, h_3 . La fonction de réponse h_2 est représentative de la dissymétrie du système, elle change de signe quand on permute le système vis-à-vis des conditions limites.

Notre approche expérimentale est basée sur l'exploitation des mesures de flux et de températures dans les plans entrée-sortie des systèmes.

Les trois réponses indicielles sont mesurables en laboratoire par l'étude différentielle de deux échantillons dans les configurations 1-2 et 2-1. A partir de ces trois fonctions il est possible de calculer par produits de convolutions les flux entrant et sortant d'une paroi multicouche lorsque l'on connaît les échantillons des fonctions du temps représentatives des températures de surface $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$. La méthode est validée par des mesures de laboratoire entre plaques échangeuses mais aussi par l'étude d'une paroi dissymétrique en contact par ses faces extrêmes avec l'air et soumise à des échanges quelconques résultant de la convection et du rayonnement avec l'environnement.

A partir de l'histoire des variations de températures superficielles et des réponses indicielles caractéristiques, déterminées préalablement, les réponses en flux de chaleur sont simulées et comparées aux flux mesurés in situ.

Les capteurs de flux du type "plans" étudiés et caractérisés dans ce travail ont une constante de temps très faible et la perturbation engendrée par leur présence est souvent négligeable. Nous montrons cependant que dans le cas particulier des matériaux légers isolants (polystyrène) on ne peut plus négliger leur présence. Notre approche des systèmes dissymétriques est applicable à la simulation de la réponse d'un système fluxmètre-polystyrène.

BIBLIOGRAPHIE

B I B L I O G R A P H I E

1. **H. S. CARLSLAW - J.C. JAEGER**
 - Conduction of heat in solids
 - Oxford at the Clarendon Press 1959 -

2. **J.M. DEVISME**
 - Contribution à l'étude du comportement thermique des parois multicouches du bâtiment et à la mesure des caractéristiques thermophysiques des matériaux constitutifs
 - Thèse de Doctorat d'Etat 1980 -

3. **MASUCH**
 - Les transferts de chaleur en régime variable dans les parois opaques multicouches. Extrait de "Comportement thermique des matériaux de constructions"
 - Editions Bâtiment & Travaux Publics 1978 -

4. **S. SUGIYAMA - M. NISHIMURA - H. WATANABE**
 - Transient temperature response of composite slabs
 - Int J Heat Mass Transfer Vol 17.1974 -

5. **G.E. SMITH**
 - Numerical solution of partial differential equation
 - Oxford University Press London 1971 -

6. **G.E. FORSYTE - WR WASOV**
 - Finite difference methods for partial differential equations
 - Wiley and Sons - N.Y. 1960 -

7. **M. ABGRALL**
 - Contribution à l'étude du transfert de chaleur à travers une paroi multicouche en régime instationnaire
 - Thèse 3e Cycle Paris 1979 -

8. **D.G. STEPHENSON et G.P. MITALAS**
 - Ashrae transactions
 - Vol 73 n° 2018 et 2019 - 1967 -

9. **J. VIRGOGNE - R.YEZOU - J.M. PALLIER**
 - Détermination expérimentale et théorique des facteurs de réponse de parois hétérogènes
 - Journée SFT 1981 -

10. **E. ROUBINE**
 - Introduction à la théorie de la communication
 - Masson 1979 - **Tome I** : Signaux non aléatoires
 - **Tome II** : Signaux aléatoires

11. **J. MAX**
 - Méthodes et techniques de traitement du signal d'applications aux mesures physiques
 - Masson 1977.-

12. **J. LIFERMANN**
 - Systèmes linéaires variables d'état
 - Masson 1972 -

13. **J.P. BARDON**
 - Cours de thermique
 - Université de Nantes 1983 -

14. **B.DUTHOIT - A. FARZA - P. THERY**
 - Mesure de la résistance thermique effective d'une paroi homogène par traitement d'un bilan d'entropie en régime variable.
 - Int J Heat an Mass Transfer Vol 25 n° 8. 1982 -

15. **L. OTER - P. THERY**
 - Application des méthodes de la théorie des systèmes au calcul des flux dans une paroi multicouche en régime variable.
 - Art. proposé à la Revue Générale de Thermique 1985 -

16. **B. DUTHOIT - L. OTER**
- Communication
 - Journées AVGC Lyon 1985 -
17. **P. THERY**
- Fluxmètre calorifique
 - Brevet Anvar 1979 -
18. **G. RAVALITERA - M. CORNET - B. DUTHOIT - P. THERY**
- Etude et description d'un nouveau thermofluxmètre permettant la mesure simultanée des flux thermiques et des variations de température
 - Revue Phys Appl 17. 1982 -
19. **D. LECLERCQ - P. THERY**
- Apparatus for simultaneous temperature and heat flux measurements under transient conditions
 - Revue Sc Instr 54, 374. 1983 -
20. **H. OIRY**
- Communication
 - CNT, SFT Perros Guirec 1985 -
21. **BOUCHIQUET**
- Note technique
 - Rapport interne CRESMAT 1984 -
22. **J.P. BARDON**
- Transferts thermiques par conduction et rayonnement
 - Paris C.F.E. 1981 -

