

N° d'ordre : 8

50376
1985
193

50376
1985
193

THÈSE

présentée à

L'INSTITUT INDUSTRIEL DU NORD

pour obtenir le grade de

DOCTEUR INGÉNIEUR

par

PHILIPPE RUSSE

INGENIEUR IDN

**LIMITATION DES PERTURBATIONS APPORTÉES
AU RESEAU PAR LE FONCTIONNEMENT
DES ENSEMBLES GRADATEURS MONOPHASÉS
CHARGE RÉSISTIVE**



Soutenue le 29 Novembre 1985, devant la Commission d'Examen

MM. G. SEQUIER
C. ROMBAUT
R. BAUSIERE
J.L. COCQUERELLE
M. FLACHER

Président
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur

SOMMAIRE

Les travaux de recherches, exposés dans ce mémoire, ont été effectués sous la direction de Monsieur le Professeur C. ROMBAUT, dans le cadre du Laboratoire d'Electronique Industrielle de l'Institut Industriel du Nord.

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude envers Monsieur ROMBAUT, qui a orienté et suivi avec intérêt notre travail, tout au long de ces trois années. C'est son attention et ses encouragements qui nous ont permis de mener aux termes fixés, les travaux entrepris.

Nous remercions très vivement Monsieur le Professeur G. SEGUIER, qui a suivi notre étude et nous a fait bénéficier de son expérience et de ses conseils. Nous sommes heureux qu'il nous ait fait l'honneur d'accepter de présider le jury auquel nous soumettons ce mémoire.

Nous remercions également Monsieur G. BAUSIERE d'avoir bien voulu participé à ce jury.

Nous sommes heureux que Monsieur J.L. COCQUERELLE ait accepté de juger ce mémoire, et nous lui en sommes vivement reconnaissants.

Monsieur FLACHER de la Société CORECI, a bien voulu examiner ce mémoire, et nous sommes heureux qu'il participe à ce jury.

Nous remercions également Monsieur A. CASTELAIN, qui nous a aidé à réaliser la partie expérimentale de ce mémoire, et dont l'expérience nous a permis d'aboutir rapidement à des résultats opératoires.

Enfin, nous remercions vivement Madame PENNEQUIN et Monsieur BAHRI qui ont assuré respectivement la frappe et la mise en page du texte, et la réalisation des figures présentées dans ce mémoire.

AVANT - PROPOS

CHAPITRE I - GRADATEUR MONOPHASE, COMMANDE PAR L'ANGLE DE PHASE

	pages
I - <u>ETUDE DU FONCTIONNEMENT</u>	3
II - <u>CARACTERISTIQUES</u>	6
II.1. <u>Caractéristiques de réglage</u>	6
II.2. <u>Caractéristiques relatives au courant absorbé</u>	7
II.2.1. <u>Facteur de puissance</u>	7
II.2.2. <u>Développement en série du courant absorbé</u>	10
II.2.3. <u>Calcul des puissances absorbées</u>	14
III - <u>AMELIORATION DU MONTAGE</u>	16
III.1. <u>Adjonction d'un condensateur</u>	16
III.2. <u>Recentrage de phase</u>	18
III.2.1. <u>Principe de fonctionnement</u>	18
III.2.2. <u>Caractéristiques</u>	19
III.2.3. <u>Comparaison des gradateurs à commutation forcée</u> <u>et à commutation libre</u>	21
III.3. <u>Mise sur parallèle d'un montage G T O et d'un montage</u> <u>thyristor</u>	28
III.3.1. <u>Principes de fonctionnement</u>	28
III.3.2. <u>Caractéristiques</u>	30

CHAPITRE II - GRADATEUR MONOPHASE FONCTIONNANT PAR TRAINS D'ONDES
ENTIÈRES

	pages
I - <u>ETUDE DE FONCTIONNEMENT</u>	43
II - <u>CARACTERISTIQUES</u>	45
II.1. <u>Caractéristiques de réglage</u>	45
II.2. <u>Caractéristiques relatives au courant absorbé</u>	47
II.2.1. <u>Facteur de puissance</u>	47
II.2.2. <u>Développement en série de Fourier du courant</u> <u>absorbé</u>	49
II.2.3. <u>Calcul des puissances absorbées</u>	54
II.3. <u>Calculs des harmoniques de puissance</u>	56

CHAPITRE III - MONTAGE DE DEUX GRADATEURS ENTRELACES, COMMANDES
PAR TRAIN D'IMPULSION DEBITANT SUR RESISTANCE

	pages
I - <u>ETUDE DU FONCTIONNEMENT</u>	67
II - <u>CARACTERISTIQUES</u>	70
II.1. <u>Caractéristiques de réglage</u>	70
II.2. <u>Caractéristiques relatives au courant absorbé</u>	74
II.2.1. <u>Facteur de puissance</u>	74
II.2.2. <u>Taux d'harmoniques</u>	76
II.2.3. <u>Développement en série de Fourier du courant en</u> <u>ligne</u>	78
II.2.4. <u>Calcul de la puissance déformante</u>	82
III - <u>COMMANDE DECALEE</u>	84
III.1. <u>Caractéristiques</u>	84
III.3.1. <u>Caractéristiques de réglage</u>	84
IV - <u>HARMONIQUES DE PUISSANCE</u>	91
IV.1. <u>Premier type de commande</u>	91
IV.2. <u>Cas de la commande décalée</u>	96

CHAPITRE IV - ASSOCIATION DE n GRADATEURS ENTRELACES, COMMANDES
PAR TRAIN D'ONDES DEBITANT SUR RESISTANCES

	pages
I - <u>ETUDE DU FONCTIONNEMENT</u>	107
II - <u>CARACTERISTIQUES</u>	111
II.1. <u>Caractéristiques de réglage</u>	111
II.2. <u>Caractéristiques relatives au courant absorbé</u>	114
II.2.1. <u>Facteur de puissance</u>	114
II.2.2. <u>Taux d'harmoniques</u>	120
II.2.3. <u>Développement en série de Fourier du courant</u> <u>absorbé</u>	122
II.2.4. <u>Calcul de la puissance déformante</u>	125
II.3. <u>Calcul des harmoniques de puissances</u>	127

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Les gradateurs sont des convertisseurs alternatif-alternatif. Ils permettent, à partir d'une source de tension de valeur efficace et de fréquence fixes, d'alimenter un récepteur sous une tension variable, de valeur efficace inférieure à celle de la source, mais de même fréquence. Ils permettent donc ainsi le réglage de la puissance dissipée dans le récepteur* (1). La conception d'un gradateur est extrêmement simple puisqu'elle consiste à insérer entre la source et le récepteur, un ensemble de deux thyristors connectés en parallèle inverse. Le contrôle du convertisseur est également aisé,

* Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie annexée à la fin de ce mémoire.

puisque'on ne commande que l'entrée en conduction des thyristors et que, par la nature alternative du courant dans le récepteur, le blocage des thyristors s'opère naturellement lors du passage par zéro du courant qui les traverse.

Deux modes de commande des thyristors peuvent être envisagés :

- la méthode de "variation de l'angle de phase" (2) consiste à retarder d'un même angle, l'entrée en conduction des deux thyristors par rapport à l'instant où leur tension anodique devient positive. Ce procédé, fréquemment employé, permet un réglage continu de la tension appliquée au récepteur depuis la valeur nulle jusqu'à celle de la source d'alimentation.

- la commande par "trains d'ondes entières" (3) fait fonctionner le gradateur en interrupteur statique. Son fonctionnement est cyclique : on fait conduire les thyristors pendant un nombre entier de périodes de la source, puis, pendant le reste du cycle, on laisse bloqués les thyristors. La durée du blocage correspond, elle aussi, à un nombre entier de périodes. En faisant varier les durées respectives de conduction et de blocage des thyristors, on règle la valeur efficace du courant dans le récepteur, mais ce réglage ne peut être que discret.

Si la nature discontinue du réglage par "train d'ondes entières" n'assure pas la précision souhaitée, il est possible d'obtenir la continuité du réglage en conservant le même type de fonctionnement mais en associant un réglage par variation de l'angle de phase soit sur l'ensemble des périodes de conduction des thyristors, soit sur une seule de ces périodes (4).

Les premières études sur les gradateurs ont été réalisées par LECORGUILLE (5), (6) dans le cas d'une alimentation monophasée avec un gradateur commandé par variation de l'angle de phase. Les principales caractéristiques de ces montages ont été données pour différents types de récepteurs passifs : le récepteur purement résistif (7), le récepteur résistif et inductif (8), (9), l'ensemble résistance-condensateur (10) et le circuit résistance - inductance - condensateur (11). L'ensemble des résultats obtenus, tant au niveau qualitatif que quantitatif sont maintenant devenus classiques.

Les études portant sur les gradateurs triphasés sont plus complexes car l'absence de conducteur neutre nécessite, pour le réglage du courant dans une phase, la conduction ou l'amorçage d'au moins un thyristor d'une autre phase permettant le retour du courant. C'est aussi l'absence de conducteur neutre, qui, rendant nulle la valeur moyenne des courants absorbés, autorise l'utilisation de gradateurs mixtes qui ne comportent que trois thyristors et trois simples diodes. De plus, en triphasé, plusieurs couplages sont également possibles (2). Comme en monophasé, le fonctionnement du gradateur étant fortement tributaire de la nature du récepteur, différentes études ont été menées dans le cas des récepteurs résistants (12), résistants et inductifs (13) puis résistants et capacitifs (14), (15).

Les gradateurs trouvent de nombreuses applications dans le domaine industriel. Il est possible, par exemple, de faire varier sous certaines conditions, de façon continue, la vitesse des moteurs asynchrones à cage (16), (17), (18). La variation de vitesse étant obtenue par réduction de la tension appliquée au moteur et par là, par augmentation du glissement, les performances obtenues ne peuvent être que médiocres (19). Cependant, en déclassant convenablement le moteur, en choisissant la structure gradateur et la commande appropriées, la simplicité et le faible coût du convertisseur peuvent justifier l'utilisation du gradateur en tant que variateur de vitesse (20), (21). Pour l'obtention de très hautes ou de très basses tensions continues variables, il est également souvent intéressant de substituer aux classiques montages redresseurs à thyristors, une association "gradateur - transformateur - diodes" (22). Le gradateur règle la tension primaire du transformateur dont les tensions secondaires sont redressées par de simples diodes. Toutes les structures gradateurs et tous les couplages des enroulements du transformateur ne donnent pas les mêmes performances et seule une étude systématique des différents montages permet le choix de la structure la plus appropriée (23).

La compensation statique rapide d'énergie réactive dans les réseaux peut aussi être réalisée au moyen de gradateurs. Une batterie de condensateurs crée en permanence une puissance réactive supérieure à celle susceptible d'être consommée par les récepteurs, un ensemble gradateur triphasé - inductances, absorbe le surplus de puissance réactive. Par une régulation adéquate, il est

alors possible d'annuler en permanence la puissance réactive fournie par le réseau à l'ensemble récepteur - compensateur (26), (27).

L'application la plus fréquente des gradateurs de puissance est le chauffage électrique industriel. L'insertion d'un gradateur entre la source d'alimentation et les résistances électriques de chauffage permet le réglage continu de la puissance fournie au récepteur. Etant donné l'importance des puissances mises en jeu, il est parfois indispensable de placer le gradateur en amont du transformateur qui alimente les résistances. Le fonctionnement du gradateur dépend alors du couplage des enroulements du transformateur et de l'état magnétique de celui-ci (24), (25).

Si les gradateurs présentent le grand intérêt de la simplicité de leur structure et de leur commande, ils présentent l'inconvénient important, au moins pour les montages de moyenne ou forte puissance, de polluer leur réseau d'alimentation (28), (29).

Commandé par variation de l'angle de phase, le déphasage arrière de l'onde fondamentale du courant absorbé par rapport à la tension simple correspondante, est à l'origine d'une consommation d'énergie réactive relativement d'autant plus importante, que la réduction de la tension opérée est grande, même si le récepteur est formé de résistances pures. De plus, les courants absorbés contiennent tous les harmoniques impairs, non multiples de trois si l'alimentation est triphasée sans neutre, et tous les harmoniques impairs si l'on utilise le neutre pour pouvoir, éventuellement, effectuer un réglage phase par phase de la puissance (30).

Lors du débit sur un récepteur purement résistif, il est possible d'annuler la puissance réactive portée par le fondamental du courant en commandant le gradateur par trains d'ondes entières (31). Ce mode de commande, difficile à mettre en oeuvre en triphasé (32) présente l'inconvénient de générer sur la ligne d'alimentation, outre des harmoniques au sens usuel du terme, des sous-harmoniques à des fréquences sous-multiples de la fréquence de la source. L'importance de ces sous-harmoniques de courant ne dépend que de la commande du gradateur et de la valeur de la charge, leurs effets sur les autres utilisateurs de la source dépend évidemment de l'impédance locale du réseau. Ils peuvent créer des phénomènes gênants tels le "flicker" (33) observable sur

les éclairages à incandescence ou des "creux de tension" gênant le fonctionnement des machines asynchrones (34).

Dans une communication récente (35), G. SEGUIER montre l'évolution actuelle de l'électronique de puissance, où les notions de qualité de l'onde de courant prise à la source et donc les répercussions du fonctionnement des convertisseurs sur les réseaux, deviennent prépondérantes. En effet, le développement des semi-conducteurs de puissance, tels les G.T.O. qui permettent le recentrage de phase ou le découpage approprié des ondes, ainsi que celui des microprocesseurs qui permettent la réalisation de commandes plus complexes, ouvrent de nouvelles voies de recherches vers l'amélioration des performances des convertisseurs.

Dans ce mémoire, nous nous sommes particulièrement intéressés à la répercussion sur la source d'alimentation du fonctionnement des gradateurs monophasés alimentant des résistances de chauffage. Nous proposons différentes associations de gradateurs et leur mode de commande pour annuler la consommation de puissance réactive, limiter la pollution harmonique et par là, améliorer le facteur de puissance de l'installation.

Dans une première partie, nous avons rappelé le mode de commande, par variation de l'angle de phase et les procédés classiques d'amélioration du facteur de puissance (Chapitre I).

Ensuite, nous avons présenté la commande par train d'ondes entières, et l'avons comparée à la commande par la phase (Chapitre II).

Dans le chapitre III, nous proposons deux types d'associations utilisant deux gradateurs commandés par train d'onde. Nous avons étudié leur fonctionnement et les répercussions sur la source en calculant les grandeurs caractéristiques telles le facteur de puissance et le taux d'harmoniques.

Enfin, nous proposons au chapitre IV, une généralisation de ce mode d'association. Cette généralisation nous a semblé utile, car pour une augmentation relativement faible du nombre de semi-conducteurs, les performances réalisées sont nettement améliorées. De plus, la complexité de la commande n'est que relative et le surcoût de l'installation dû au remplacement d'un gradateur composé de thyristors de forte puissance, par plusieurs gradateurs de plus faibles calibres, ne semble pas prohibitif.

CHAPITRE I

CHAPITRE 1

GRADATEUR MONOPHASE, COMMANDE PAR L'ANGLE DE PHASE

I - ETUDE DU FONCTIONNEMENT

Le gradateur est constitué de deux Thyristors Th_1 et Th_2 , montés tête-bêche. Il est inséré entre la source d'alimentation v et le récepteur résistif R (figure 1.1.).

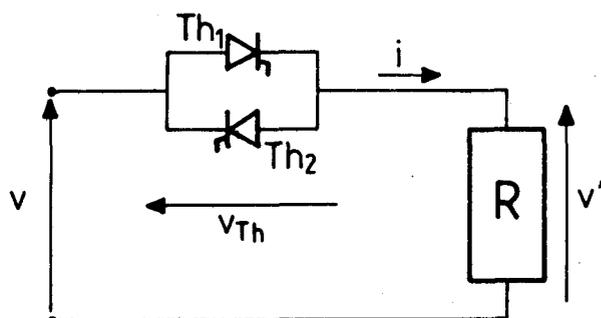


Figure 1.1

La source de tension est sinusoïdale et supposée d'impédance interne nulle.

$$v = V_m \sin \theta, \text{ avec } \theta = \omega t \text{ et } V_m = \sqrt{2} V$$

V est sa valeur efficace et ω sa pulsation.

Les thyristors sont supposés parfaits, c'est-à-dire d'impédance interne nulle.

On désigne par i le courant absorbé par le montage, par v' la tension aux bornes de la résistance, et par v_{Th} la tension aux bornes de Th_1 . Le récepteur étant résistif, on a toujours $v' = Ri$.

Le thyristor Th_1 est enclenché avec un retard angulaire ψ , par rapport au zéro de la tension d'alimentation, soit pour $\theta = \psi$. Le thyristor Th_2 est enclenché une demi-période plus tard, soit pour $\theta = \pi + \psi$.

Les thyristors étant commandés symétriquement, le courant dans le récepteur, la tension à ses bornes et la tension aux bornes du gradateur ont des formes telles que l'alternance négative est identique au signe près à l'alternance positive. On a, pour les courants, par exemple :

$$i(\theta \pm \pi) = -i(\theta).$$

Dans ces conditions, on peut limiter l'étude à l'examen d'une demi-période. Pour $\theta \in (0, \psi)$, le thyristor Th_1 n'a pas reçu son impulsion de déblocage, les thyristors sont bloqués.

$$i = 0 \text{ donc } v' = 0 \text{ et } v_{Th} = v > 0.$$

Pour $\theta = \psi$, on envoie les impulsions de déblocage sur Th_1 , puisque v_{Th} est positive, ce thyristor se met à conduire.

Pour $\theta \in (\psi, \pi)$, en négligeant la chute de tension aux bornes du thyristor Th_1 , il vient :

$$v_{Th} = 0 \text{ donc } v' = v = V_m \sin \theta = Ri$$

$$\text{soit } i = \frac{V_m}{R} \sin \theta.$$

Pour $\theta = \pi$, i devient nul, et le thyristor Th_1 s'éteint.

Pour $\theta \in (\pi, \pi + \psi)$, les thyristors sont bloqués.

A titre d'exemple, on a représenté (figure 1.2.) les formes d'onde de la tension v' et de la tension v_{Th} , pour $\psi = \frac{\pi}{2}$.

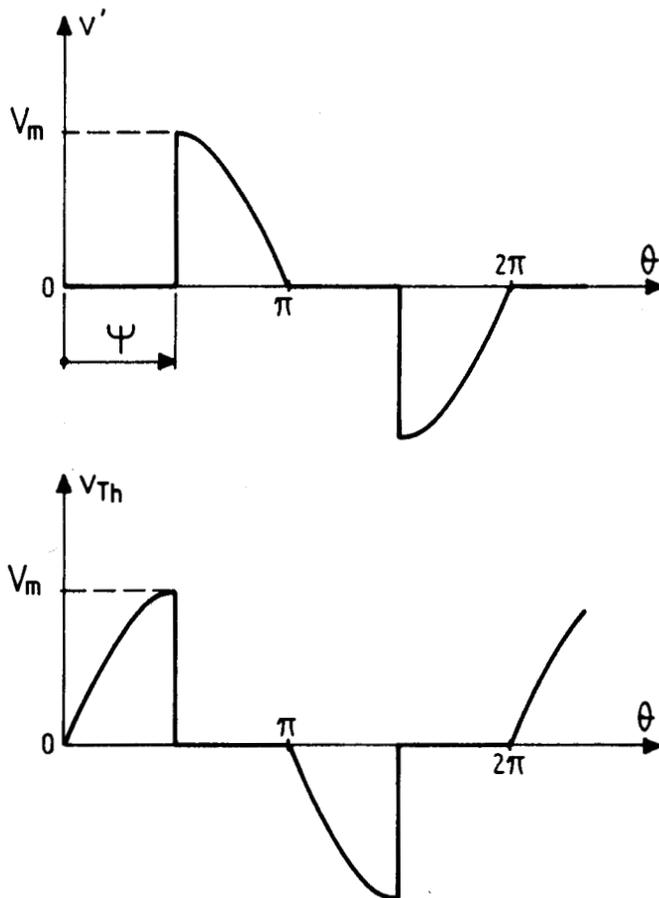


Figure 1.2

II - CARACTERISTIQUES

II.1. Caractéristiques de réglage

L'étude précédente a montré qu'en faisant varier l'angle de phase ψ de 0 à π , la valeur efficace I du courant absorbé i passe de son maximum V/R à 0.

Pour connaître les variations de sa valeur en fonction de ψ , on calcule I par :

$$I^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\pi} i^2 d\theta \text{ avec } i = \frac{V_m}{R} \sin \theta$$

$$\text{soit } I = \frac{V}{R} \sqrt{1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{\sin 2\psi}{2\pi}}.$$

En posant $\alpha = 1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{\sin 2\psi}{2\pi}$ et en désignant par I_0 la valeur du courant absorbé en l'absence de gradateur, la valeur de I ramenée à I_0 a pour expression :

$$\frac{I}{I_0} = \sqrt{\alpha}$$

De la même façon, en désignant par V' la valeur efficace de v' , puisque le récepteur est une résistance pure, on a :

$V' = RI$ donc en valeur réduite :

$$\frac{V'}{V} = \frac{I}{I_0} = \sqrt{\alpha}$$

Pour caractériser le réglage de puissance opéré par le gradateur quand on fait varier l'angle ψ , il est intéressant de donner les variations de la puissance débitée P en fonction de ψ .

La puissance maximum fournie à la charge P_0 est obtenue quand le gradateur fonctionne à "pleine onde", soit pour $\psi = 0$. On a donc :

$$\frac{P}{P_0} = \frac{RI^2}{RI_0^2} = \left(\frac{I}{I_0}\right)^2 = \alpha.$$

Le paramètre α donne donc la "profondeur" du réglage.

On a représenté (figure 1.3.) les caractéristiques de réglage donnant en fonction de ψ , les variations de $\frac{I}{I_0} = \frac{V'}{V}$ et de $\frac{P}{P_0}$.

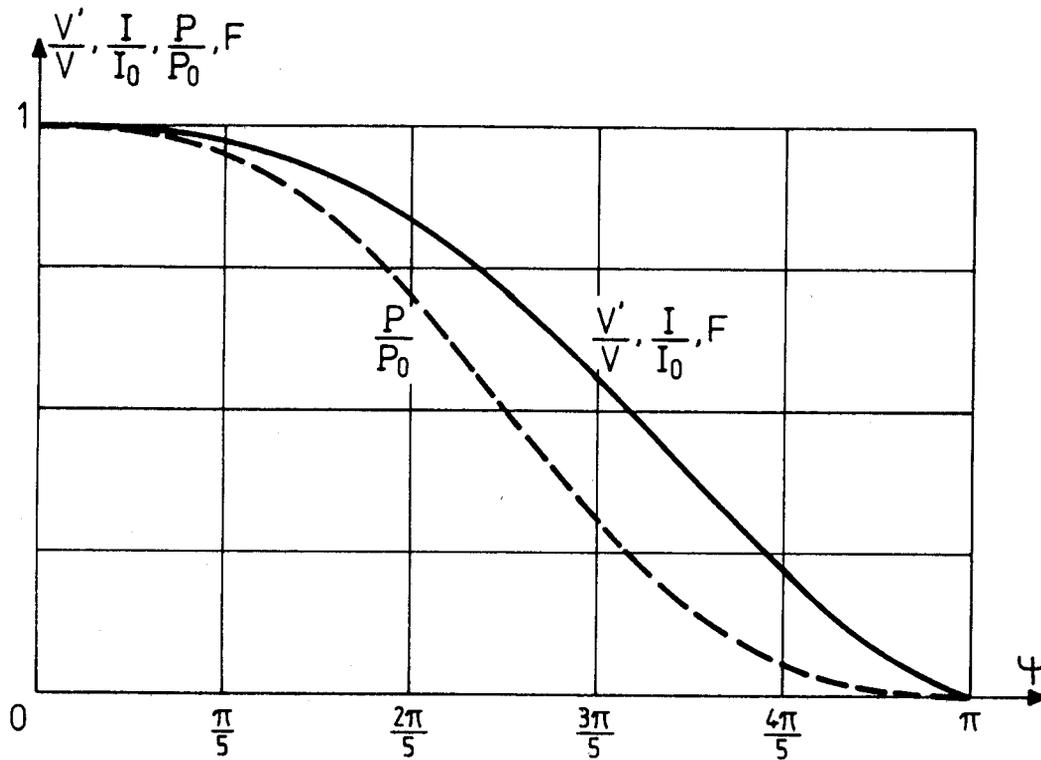


Figure 1.3

II.2. Caractéristiques relatives au courant absorbé

II.2.1. Facteur de puissance

La diminution de la puissance absorbée par le récepteur quand ψ croit,

s'accompagne de deux inconvénients perturbant le réseau d'alimentation.

- la consommation d'énergie réactive due au déphasage ϕ_1 du fondamental de courant absorbé en arrière de la tension d'alimentation.

- l'injection sur le réseau de courants harmoniques.

On peut évaluer l'importance de ces deux types de perturbation en calculant le facteur de puissance F de ce convertisseur.

$$F = \frac{P}{S} \text{ avec } S = VI, S \text{ est la puissance apparente absorbée.}$$

En effet, puisque l'on suppose l'impédance de la source nulle, la tension d'alimentation reste sinusoïdale.

$$v = V_m \sin \theta.$$

Puisque la demi-onde négative de courant absorbé est identique au signe près à la demi-onde positive, le développement en série de Fourier du courant i absorbé ne comprend que des harmoniques impairs :

$$i = I_{1m} \sin(\theta + \phi_1) + I_{3m} \sin(3\theta + \phi_3) + \dots + I_{(2k+1)m} \sin[(2k+1)\theta + \phi_{2k+1}] + \dots$$

et la puissance absorbée égale à la valeur moyenne de la puissance instantanée $p = vi$, a pour expression :

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta}^{2\pi} p d\theta = VI_1 \cos \phi_1 \text{ avec } I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}, I_1 \text{ est la valeur efficace}$$

du fondamental.

$$\text{On a donc } F = \frac{VI_1 \cos \phi_1}{V I} = \frac{I_1}{I} \cos \phi_1$$

En désignant par $I_3, I_5 \dots I_{2k+1}$, les valeurs efficaces des harmoniques de rang 3, 5, $2k+1$, on a :

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + \dots + I_{2k+1}^2 + \dots}$$

Le taux d'harmonique δ a pour expression :

$$\delta = \frac{1}{I_1} \sqrt{I_3^2 + I_5^2 + \dots + I_{2k+1}^2 + \dots} = \frac{1}{I_1} \sqrt{I^2 - I_1^2} = \sqrt{\left(\frac{I}{I_1}\right)^2 - 1}$$

donc
$$\frac{I_1}{I} = \frac{1}{\sqrt{1+\delta^2}}$$

En remplaçant $\frac{I_1}{I}$ par son expression en fonction de δ , dans l'expression du facteur de puissance, il vient :

$$F = \frac{\cos \phi_1}{\sqrt{1 + \delta^2}}$$

On voit bien que la diminution du facteur de puissance est due :

- à la consommation d'énergie réactive, par l'intermédiaire de $\cos \phi_1$,
 $\cos \phi_1 \leq 1$

- à la présence d'harmonique.

Le facteur de puissance peut être calculé directement par :

$$F = \frac{P}{S} = \frac{RI^2}{VI} = \frac{I}{V/R} \text{ soit } \frac{I}{I_0}$$

ce qui donne $F = \sqrt{\alpha}$.

La courbe donnant les variations du facteur de puissance en fonction de ψ a été représentée figure 1.3., puisqu'elle coïncide avec celle donnant I/I_0 et V'/V .

Elle montre bien que la dégradation du facteur de puissance quand ψ croît, est directement liée à la profondeur du réglage. Toute réduction de puissance dans la charge s'accompagne d'une augmentation des perturbations sur le réseau d'alimentation.

II.2.2. Développement en série du courant absorbé

Pour séparer les deux causes de dégradation du facteur de puissance, $\cos \phi_1$ et δ , on calcule le développement en série de Fourier du courant absorbé i .

Puisque celui-ci ne comprend que les harmoniques impairs, on peut écrire :

$$i = (A_1 \sin \theta + B_1 \cos \theta) + (A_3 \sin 3\theta + B_3 \cos 3\theta) + \dots + \\ + (A_{2k+1} \sin(2k+1) \theta + B_{2k+1} \cos(2k+1) \theta) + \dots$$

$$\text{avec } A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi} i \sin(2k+1) \theta \, d\theta$$

$$B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi} i \cos(2k+1) \theta \, d\theta$$

La valeur efficace de l'harmonique de rang $2k+1$, I_{2k+1} a pour expression :

$$I_{2k+1} = \sqrt{\frac{A_{2k+1}^2 + B_{2k+1}^2}{2}}, \text{ sa phase par rapport à la tension } v \text{ est}$$

donnée par :

$$\phi_{2k+1} = \text{Arctg} \frac{B_{2k+1}}{A_{2k+1}}$$

- Calcul de A_{2k+1} :

$$A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin(2k+1) \theta \, d\theta, \text{ soit :}$$

$$A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{2R} \int_{\psi}^{\pi} (\cos 2k \theta - \cos(2k+2) \theta) \, d\theta$$

après intégration et simplification, on obtient :

$$A_{2k+1} = \frac{I_o \sqrt{2}}{\pi} \left[\frac{\sin 2(k+1) \psi}{2(k+1)} - \frac{\sin 2k \psi}{2k} \right]$$

Pour le fondamental, l'intégration directe de $A_1 = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi} \frac{V_m}{R} \sin^2 \theta \, d\theta$ donne :

$$A_1 = \frac{I_o \sqrt{2}}{\pi} \left(\pi - \psi + \frac{\sin 2 \psi}{2} \right)$$

- Calcul de B_{2k+1}

$$B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos(2k+1) \theta \, d\theta \text{ soit}$$

$$B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{2R} \int_{\psi}^{\pi} (\sin 2(k+1)\theta - \sin 2k \theta) \, d\theta$$

après intégration et simplification, on obtient :

$$B_{2k+1} = \frac{I_o \sqrt{2}}{\pi} \left(\frac{\cos 2(k+1) \psi - 1}{2(k+1)} - \frac{\cos 2k \psi - 1}{2k} \right)$$

Pour le fondamental, l'intégration directe de $B_1 = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \theta \, d\theta$ donne :

$$B_1 = \frac{I_o \sqrt{2}}{2\pi} (\cos 2 \psi - 1)$$

- Calcul de I_{2k+1}



Des relations donnant A_{2k+1} et B_{2k+1} , on tire celle donnant la valeur efficace de l'harmonique de rang $2k+1$

$$I_{2k+1} = \sqrt{\frac{A_{2k+1}^2 + B_{2k+1}^2}{2}}, \text{ on obtient :}$$

$$I_{2k+1} = \frac{I_o}{\pi} \sqrt{\frac{1 - \cos 2(k+1) \psi}{2(k+1)^2} + \frac{1 - \cos 2k \psi}{2k^2}}$$

$$= \frac{\sin 2(k+1)\psi \sin 2k \psi + (\cos 2(k+1) \psi - 1)(\cos 2k \psi - 1)}{2k(k+1)}$$

Pour le fondamental, on obtient :

$$I_1 = \frac{I_0}{\pi} \sqrt{(\pi - \psi)^2 + (\pi - \psi) \sin 2\psi + \sin^2 \psi}$$

On a représenté (figure 1.4.) les courbes donnant en fonction de ψ , les variations du fondamental et des premiers harmoniques, ramenées à la valeur efficace I_0 du courant absorbé par le montage, quand le gradateur fonctionne à pleine onde. On voit que la réduction du courant, quand ψ croit, est obtenue par une réduction importante du fondamental, les premiers harmoniques atteignant des valeurs relatives importantes.

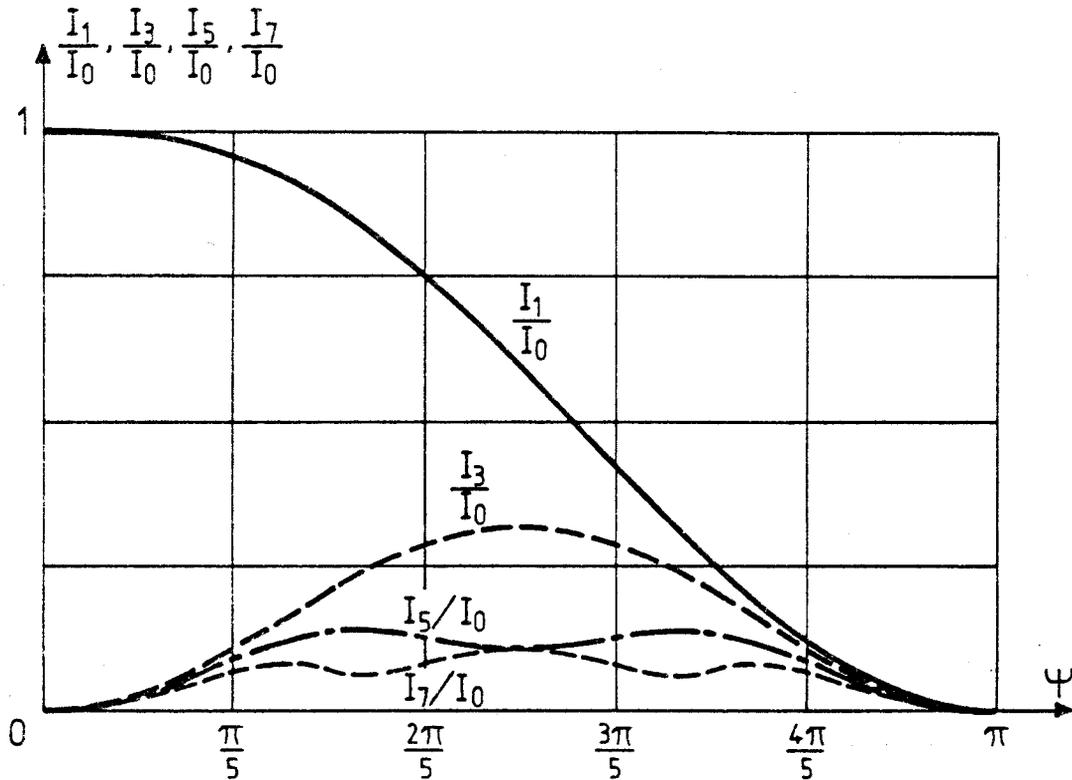


Figure 1.4

- Calcul de $\cos \phi_1$ et du taux d'harmoniques :

Puisque l'on connaît le développement en série de Fourier du courant absorbé

on peut calculer les valeurs de $\cos \phi_1$ et de δ intervenant dans l'expression de F

Puisque $\frac{A_1}{\sqrt{2}} = I_1 \cos \phi_1$ $\cos \phi_1 = \frac{A_1}{\sqrt{2} I_1}$

$$\cos \phi_1 = \frac{\pi - \psi + 1/2 \sin 2 \psi}{\sqrt{(\pi - \psi)^2 + (\pi - \psi) \sin 2 \psi + \sin^2 \psi}}$$

Le taux d'harmonique $\delta = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I_1}$ peut s'écrire :

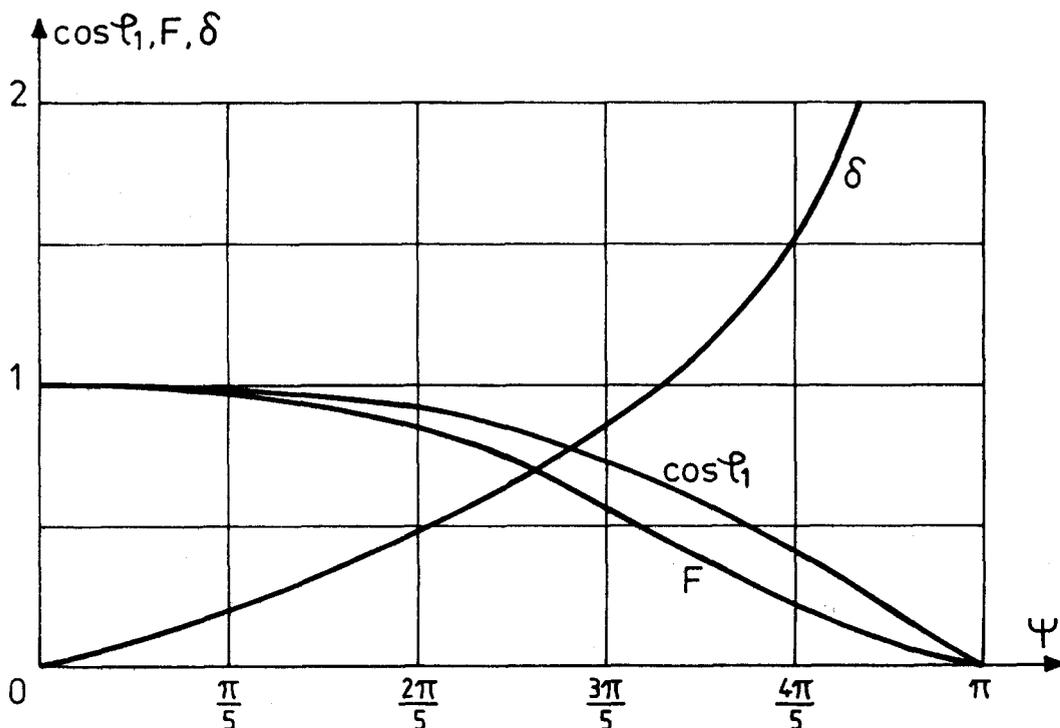
$$\delta = \sqrt{\left(\frac{I}{I_1}\right)^2 - 1} \quad \text{ou} \quad \sqrt{\left(\frac{I/I_0}{I_1/I_0}\right)^2 - 1}$$

$$\text{soit } \delta = \sqrt{\frac{\pi - \psi + \frac{\sin 2 \psi}{2}}{\frac{1}{\pi} ((\pi - \psi)^2 + (\pi - \psi) \sin 2 \psi + \sin^2 \psi)} - 1}$$

On peut vérifier que $F = \frac{\cos \phi_1}{\sqrt{1 + \delta^2}}$

On a représenté (figure 1.5.) les variations en fonction de ψ , de $\cos \phi_1$ et de δ , et rappelé celles du facteur de puissance F.

On voit bien que la diminution de F quand ψ croît, est due à l'augmentation du déphasage de l'onde de courant en arrière de celle de tension et à l'augmentation du taux d'harmoniques.



II.2.3. Calcul des puissances absorbées

Le montage absorbant un courant I , sous la tension V , consomme une puissance apparente $S = VI$, dont seule la fraction $P = FS$ est utilisée dans la résistance de charge.

$$S = V \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + \dots + I_{2k+1}^2 + \dots}$$

donc $S = \sqrt{V^2 I_1^2 + V^2 (I^2 - I_1^2)}$ en posant $S_1 = VI_1$

et $D = V \sqrt{I^2 - I_1^2}$ on a $S = \sqrt{S_1^2 + D^2}$

S_1 est la puissance apparente due au fondamental.

D est la puissance déformante.

Cette dernière puissance traduit l'effet des harmoniques sur la puissance apparente, elle est en effet liée au taux d'harmoniques puisque :

$$\delta = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I_1} \quad D = VI_1 \delta = S_1 \delta$$

D est une puissance réactive, car les harmoniques ne portent pas de puissance active. On peut également écrire :

$$S_1 = VI_1 = V \sqrt{I_1^2 \cos^2 \phi_1 + I_1^2 \sin^2 \phi_1}$$

Avec ces définitions, on met en évidence les contributions de P , Q , et D à la fourniture de la puissance apparente par la relation :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$$

Afin de montrer l'évolution des différentes puissances lorsque ψ croît, on les rapporte à la puissance apparente $S_0 = VI_0 = P_0$ absorbée par le montage lorsque le gradateur fonctionne pleine onde.

$\frac{P}{P_0}$ est la caractéristique de réglage donnée en 1.3.,

$$\frac{Q}{P_0} = \frac{VI_1 \sin \phi_1}{VI_0} = \frac{|B_1|}{\sqrt{2}} = \frac{1 - \cos 2\psi}{2\pi}$$

$$\frac{D}{P_0} = \frac{VI_1 \delta}{VI_0} = \frac{I_1}{I_0} \delta$$

On a représenté figure 1.6. les courbes donnant $\frac{P}{P_0}$, $\frac{Q}{P_0}$, $\frac{D}{P_0}$ en fonction de ψ .

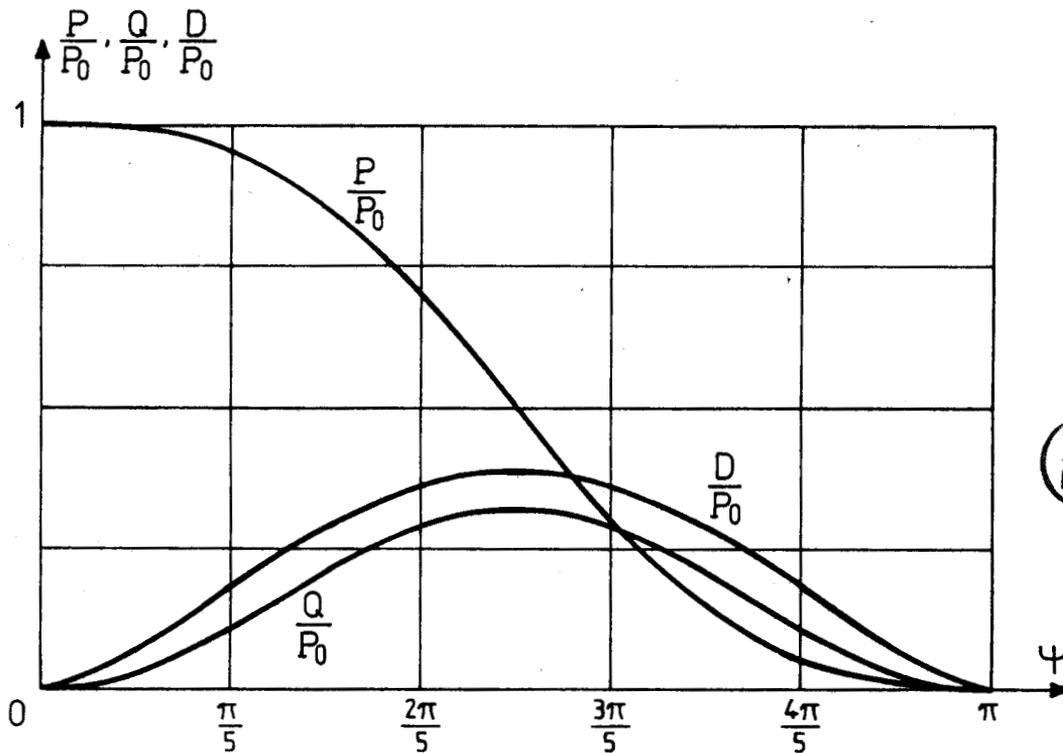


Figure 1.6

On voit que c'est pour ψ voisin de $\frac{\pi}{2}$ que les consommations d'énergie réactive et déformante sont les plus fortes.

III - AMELIORATION DU MONTAGE

Pour améliorer les performances du montage et rapprocher le facteur de puissance de l'unité, il faut minimiser Q et D , puisque $S = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{D}$.

Si l'on veut conserver la structure gradateur constituée par des thyristors tête-bêche, on ne peut intervenir que sur la puissance réactive Q consommée par le fondamental en ajoutant un condensateur.

Si l'on s'autorise la commutation forcée, on peut annuler Q en effectuant du "recentrage de phase" ou en associant convenablement deux gradateurs, l'un en commutation libre, l'autre à commutation forcée.

III.1. Adjonction d'un condensateur

En branchant, en parallèle sur la source d'alimentation, un condensateur, celui-ci crée de la puissance réactive $Q_c = C \omega V^2$, qui peut compenser celle absorbée par le montage gradateur $Q = V I_1 \sin \phi_1$.

Mais puisque Q dépend de la valeur de l'angle ψ et que le condensateur C crée toujours la même puissance réactive, on ne peut réaliser la compensation exacte que pour deux valeurs de ψ .

La puissance réactive absorbée par le montage gradateur a pour expression :

$$\frac{Q}{P_o} = \frac{1 - \cos 2 \psi}{2\pi}$$

Celle créée par le condensateur $\frac{Q_c}{P_o} = \frac{C \omega V^2}{V I_o} = R C \omega$ puisque $I_o = \frac{V}{R}$

La puissance réactive absorbée par l'ensemble $\frac{Q'}{P_o} = \frac{Q - Q_c}{P_o} = \frac{1 - \cos 2 \psi}{2\pi} - R C \omega$

On a représenté (figure 1.7.) les variations de Q , Q_c et Q' en fonction de ψ .

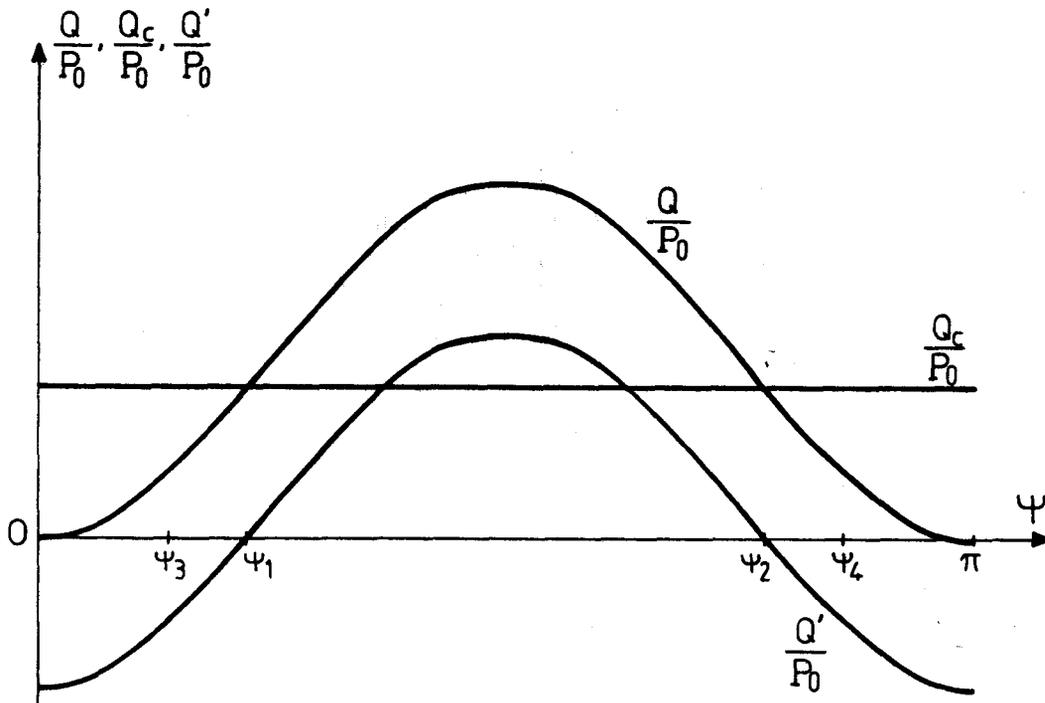


Figure 1.7

On voit que pour $\psi \in (\psi_1, \psi_2)$, l'adjonction du condensateur diminue la consommation de puissance réactive, mais que pour $\psi < \psi_1$ et $\psi > \psi_2$, le condensateur surcompense la charge, et donc déphase en avant le fondamental du courant absorbé par rapport à la tension de la source. Le choix de la valeur de C dépend des conditions dans lesquelles doit fonctionner le montage, il faut donner à C la valeur nécessaire pour que, pour la valeur de ψ fréquemment utilisée, la puissance réactive soit minimisée.

Si toute la plage de réglage est également utilisée, on peut minimiser les extrêmes de puissance réactive, pour cela, il faut que $Q(\psi)$ ait une valeur moyenne nulle.

Dans ces conditions : $\frac{1}{2\pi} - R C \omega = 0$ donc $C = \frac{1}{2\pi R \omega}$

La puissance réactive est nulle pour $\cos 2\psi = 0$ soit $\psi_1 = \frac{\pi}{4}$ et $\psi_2 = \frac{3\pi}{4}$

Quand $Q = -Q'$, ce qui est obtenue pour $\psi = \psi_3$ et $\psi = \psi_4$, l'addition du condensateur ne modifie pas la valeur du facteur de puissance puisque $|Q|$ est inchangé mais pour les valeurs de ψ comprises entre ψ_3 et ψ_4 , puisque $|Q|$ est réduite, le facteur de puissance est augmenté.

$$Q = -Q' \text{ s'écrit } \frac{1 - \cos 2\psi_3}{2\pi} = R C \omega \text{ soit } \cos 2\psi_3 = 1 - \pi R C \omega \text{ et } \psi_4 = \pi - \psi_3.$$

$$\text{Avec } C = \frac{1}{2\pi R \omega} \quad \cos 2\psi_3 = \frac{1}{2} ; \quad \psi_3 = \frac{\pi}{6} ; \quad \psi_4 = \frac{5\pi}{6}$$

L'addition du condensateur permet l'amélioration du facteur de puissance pour $\psi \in (30^\circ, 150^\circ)$.

III.2. Recentrage de phase

III.2.1. Principe de fonctionnement

Si l'on s'autorise la commutation forcée, le remplacement des thyristors par des G T O, permet de "centrer" l'onde de courant sur celle de tension (figure 1.8.). Le fondamental de l'onde de courant absorbé est alors en phase avec la tension, ce qui permet d'annuler le terme Q intervenant dans l'expression de la puissance apparente.

Pour obtenir ce résultat, on enclenche le G T O, T_1 pour $\theta = \psi$, on le bloque pour $\theta = \pi - \psi$. De même, on enclenche T_2 pour $\pi + \psi$ et on le bloque pour $\theta = 2\pi - \psi$.

Pendant la conduction de T_1 ou T_2 , $v' = R i = v = V_m \sin \theta$

Pendant le blocage de T_1 ou T_2 , $i = 0$ $v' = 0$ et $v_T = v$

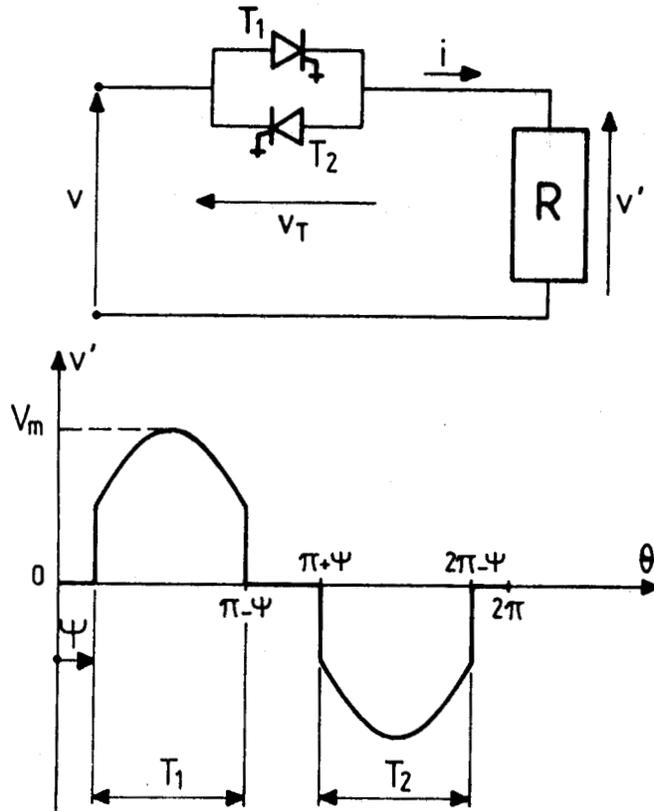


Figure 1.8



III.2.2. Caractéristiques

Quand on fait croître ψ de 0 à $\frac{\pi}{2}$, le courant absorbé I varie de son maximum $I_0 = V/R$ à 0. En effet :

$$I^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\pi-\psi} i^2 d\theta \quad \text{avec } i = \frac{V_m}{R} \sin \theta \quad \text{et } I_0 = \frac{V}{R}$$

$$\text{soit } I = I_0 \sqrt{1 - \frac{2\psi}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sin 2\psi}$$

En posant $1 - \frac{2\psi}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sin 2\psi = \alpha'$ on a $\frac{I}{I_0} = \sqrt{\alpha'}$

La puissance fournie au récepteur, ramenée à la puissance maximale transmissible a pour expression :

$$\frac{P}{P_0} = \frac{R I^2}{R I_0^2} = \left(\frac{I}{I_0}\right)^2 = \alpha', \quad \alpha' \text{ donne la profondeur du réglage.}$$

On a représenté (figure 1.9.) les caractéristiques de réglage $\frac{I}{I_0}$ et $\frac{P}{P_0}$ en fonction de ψ .

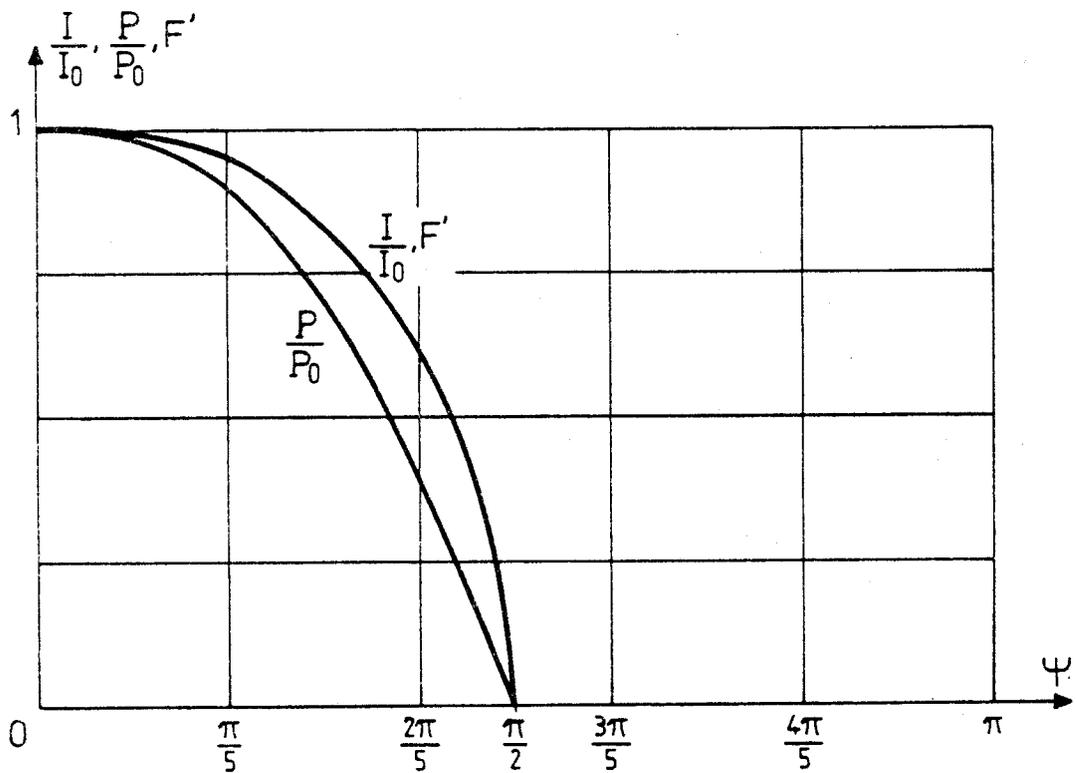


Figure 1.9

De la même façon, pour caractériser les performances du convertisseur vu de la source d'alimentation, on calcule le facteur de puissance :

$$F' = \frac{P}{S} = \frac{R I^2}{V I} = \frac{I}{V/R} = \frac{I}{I_0} = \sqrt{\alpha'}$$

III.2.3. Comparaison des gradateurs à commutation forcée et à commutation libre

Pour comparer le montage à G T O avec le montage à thyristor et puisque le réglage du courant n'est pas obtenu pour la même plage de variations de ψ ($\psi \in (0, \frac{\pi}{2})$ pour le premier ; $\psi \in (0, \pi)$ pour le second), il est intéressant de comparer les valeurs du facteur de puissance pour le réglage ψ donnant la même réduction de puissance, dans les deux montages.

En désignant par x , la réduction de puissance opérée $x = 1 - \frac{P}{P_0}$, on a :

- pour le montage G T O, $x = 1 - \alpha'$ donc $F' = \sqrt{1 - x}$

- pour le montage à thyristor, $x = 1 - \alpha$ donc $F = \sqrt{1 - x}$

On a donc $F = F'$. Pour le même réglage de puissance, le gradateur à commutation forcée donne le même facteur de puissance que le gradateur à commutation libre.

Puisque $F = \frac{\cos \phi_1}{\sqrt{1 + \delta^2}}$, et que le fondamental de courant absorbé est en phase avec la tension, donc $\cos \phi_1 = 1$; le taux d'harmoniques donné par $\delta = \sqrt{\frac{1}{F^2} - 1}$ augmente quand on a recours à la commutation forcée. Dans ces conditions, il est intéressant de calculer les harmoniques de courant. Ces harmoniques sont calculés en fonction de ψ , et on a représenté (figure 1.10.) en fonction de x , les harmoniques du montage à thyristor et du montage à G T O.

Puisque la demi-onde négative du courant absorbé est identique à la demi-onde positive au signe près ; le développement en série de Fourier du courant i absorbé ne comprend que des harmoniques impairs. On peut écrire :

$$i = (A_1 \sin \theta + B_1 \cos \theta) + (A_3 \sin 3 \theta + B_3 \cos 3 \theta) +$$

$$+ (A_{2k+1} \sin (2k+1)\theta + B_{2k+1} \cos (2k+1) \theta) + \dots$$

$$\text{avec } A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi - \psi} i \sin (2k+1) \theta \, d\theta$$

$$B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi - \psi} i \cos (2k+1) \theta \, d\theta$$

La valeur efficace de l'harmonique de rang $2k+1$, I_{2k+1} a pour expression :

$I_{2k+1} = \sqrt{\frac{A_{2k+1}^2 + B_{2k+1}^2}{2}}$, sa phase par rapport à la tension v est donnée par :

$$\phi_{2k+1} = \text{Arctg} \frac{B_{2k+1}}{A_{2k+1}}$$

- Calcul de A_{2k+1}

$$A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi - \psi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin (2k+1) \theta \, d\theta \text{ soit :}$$

$$A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{2R} \int_{\psi}^{\pi - \psi} (\cos 2k \theta - \cos (2k+2) \theta) \, d\theta \text{ soit après intégration}$$

et simplification, on obtient :

$$A_{2k+1} = \frac{\sqrt{2} I_o}{\pi} \left[\frac{\sin 2(k+1) \psi}{k+1} - \frac{\sin 2k \psi}{k} \right]$$

Pour le fondamental, l'intégration directe de $A_1 = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi - \psi} \frac{V_m}{R} \sin^2 \theta \, d\theta$ donne

$$A_1 = \frac{I_o \sqrt{2}}{\pi} (\pi - 2 \psi + \sin 2 \psi)$$

- Calcul de B_{2k+1}

$$B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi - \psi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos (2k+1) \theta \, d\theta \text{ soit}$$

$$B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \frac{V_m}{2R} \int_{\psi}^{\pi - \psi} (\sin 2(k+1) \theta - \sin 2k \theta) \, d\theta$$

Après intégration et simplification, on obtient :

$$B_{2k+1} = 0$$

Pour le fondamental, l'intégration directe de $B_1 = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi - \psi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \theta d\theta$
donne : $B_1 = 0$

- Calcul de I_{2k+1}

On trouve simplement, par application de la relation :

$$I_{2k+1} = \sqrt{\frac{A_{2k+1}^2 + B_{2k+1}^2}{2}}, \quad I_{2k+1} = \frac{I_o}{\pi} \left| \frac{\sin 2(k+1) \psi}{k+1} - \frac{\sin 2k \psi}{k} \right|$$

Pour le fondamental, on obtient :

$$I_1 = \frac{I_o}{\pi} (\pi - 2 \psi + \sin 2 \psi)$$

On constate que les harmoniques du courant absorbé i , sont en phase avec la tension d'alimentation, car tous les termes B_{2k+1} sont nuls. Ceci est une conséquence du recentrage de la phase.

Sur la figure 1.10. où l'on a représenté les variations du fondamental et des premiers harmoniques en fonction de x qui représente la réduction de puissance opérée, on a également tracé les variations du fondamental et des premiers harmoniques en fonction de x , pour le montage à thyristor.

On constate que la valeur des premiers harmoniques pour le montage avec G T O, est supérieure à celle du montage à thyristor.

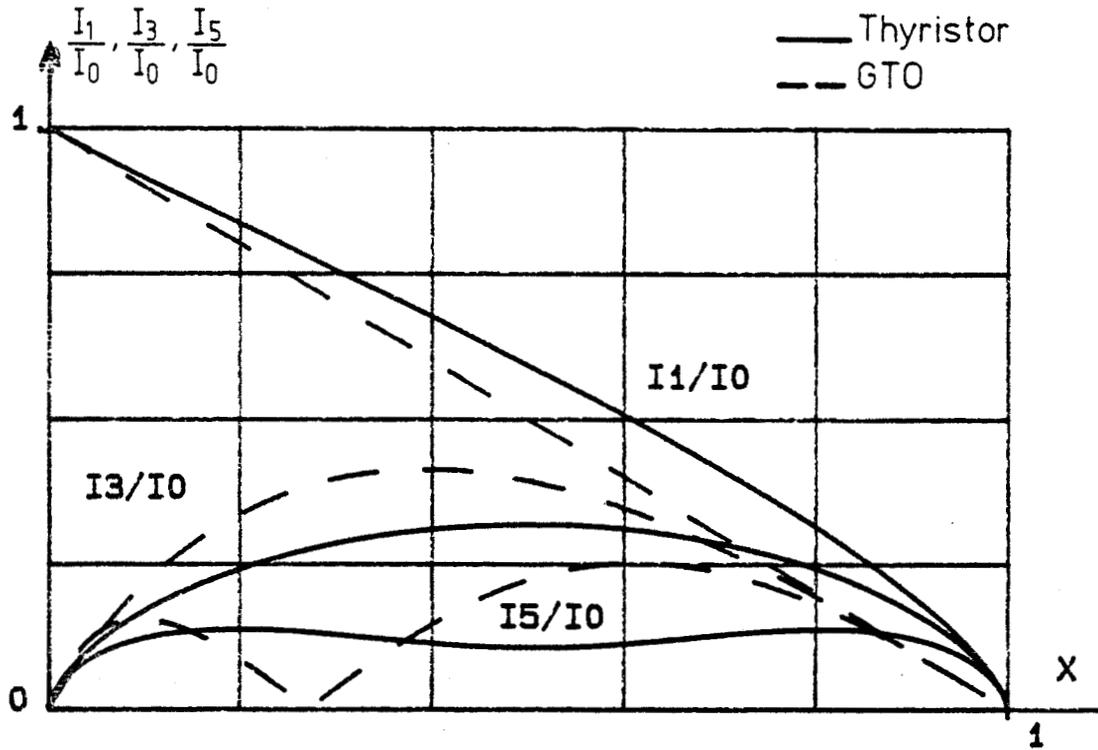


Figure 1.10

- Calcul du taux d'harmoniques

Maintenant que l'on connaît le développement en série de Fourier du courant absorbé, on peut calculer δ et vérifier que $F = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta^2}}$

On sait que $\delta = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I_1}$ soit $\delta = \sqrt{\left(\frac{I/I_0}{I_1/I_0}\right)^2 - 1}$

On remplace $\frac{I}{I_0}$ et $\frac{I_1}{I_0}$ par leurs valeurs et on obtient :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{2\psi}{\pi} + \frac{\sin 2\psi}{\pi}} - 1}$$

On vérifie également que $F = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta^2}}$

On a représenté (figure 1.11.) les variations de δ en fonction de ψ et rap- pelé celle de F , facteur de puissance. La diminution de F , quand ψ croit, est liée à l'augmentation du taux d'harmoniques, donc à l'augmentation de la puissance déformante absorbée. Nous allons donc effectuer le calcul des puis- sances absorbées.

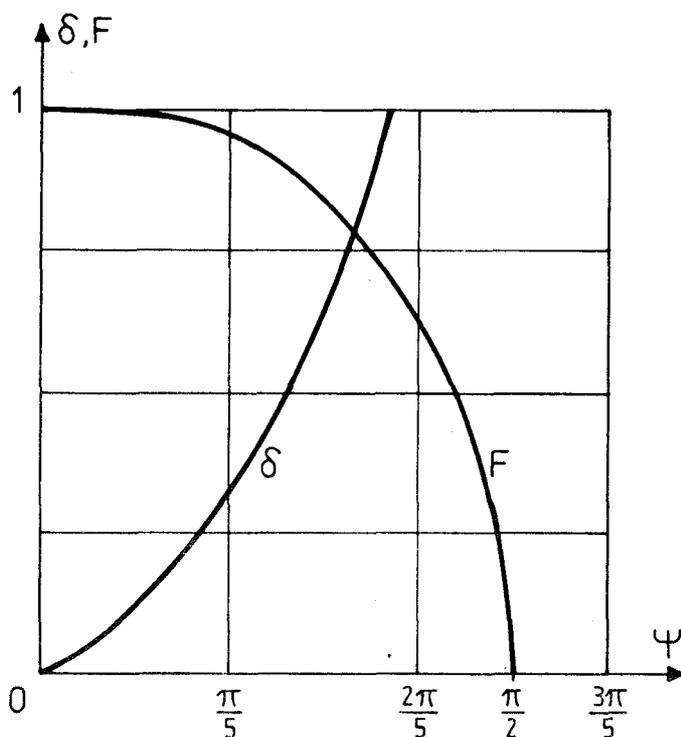


Figure 1.11

A titre de comparaison, on a tracé le taux d'harmoniques pour le montage à thyristor et le montage à G T O en fonction de x (figure 1.12.)

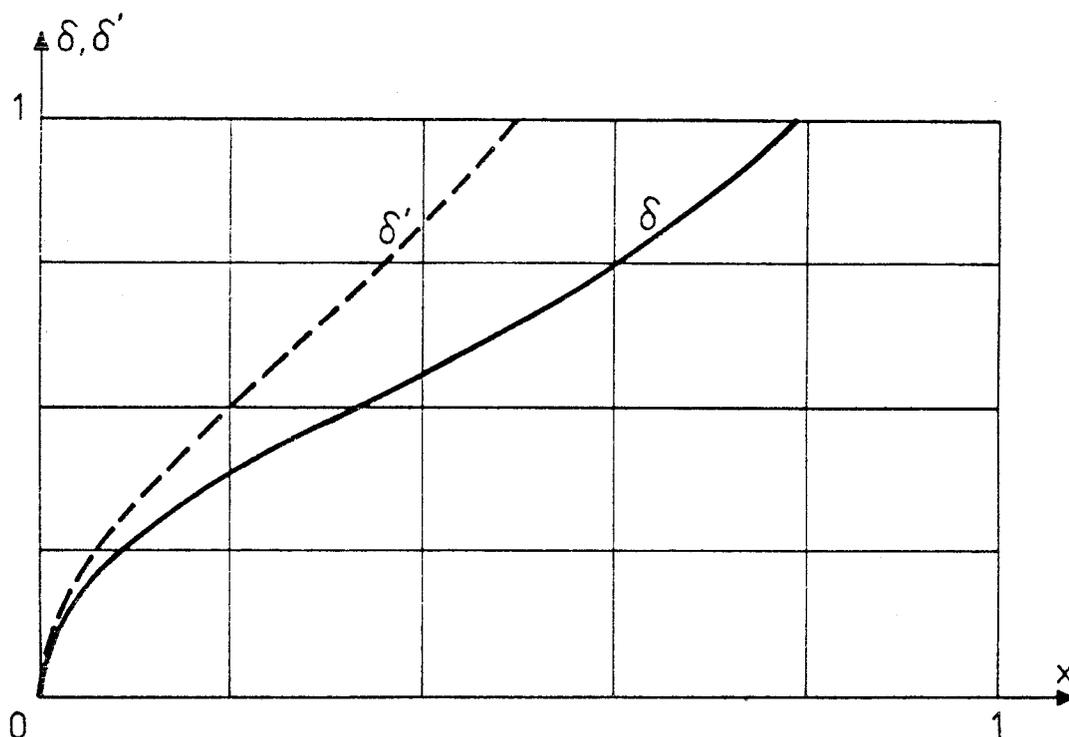


Figure 1.12

On constate que pour la commutation forcée, le taux d'harmoniques est plus important pour la même réduction de puissance.

- Calculs des puissances absorbées

Le montage absorbant un courant I , sous la tension V , il consomme une puissance apparente $S = V.I$.

On a vu que cette puissance apparente se décompose de la manière suivante :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$$

où P représente la puissance active dissipée dans la résistance $P = F S$, Q la puissance réactive absorbée par le montage lié au déphasage du fondamental

de courant par rapport à la tension d'alimentation. Dans ce cas précis, le déphasage étant nul, Q vaut zéro.

D est la puissance déformante.

On a représenté ces différentes puissances, en fonction de ψ rapportée à la puissance apparente pleine onde P_o

$\frac{P}{P_o}$ a été représenté figure 1.9.

$$\frac{Q}{P_o} = 0$$

$$\frac{D}{P_o} = \frac{\sqrt{S^2 - P^2}}{V I_o} = \frac{V \sqrt{I_3^2 + I_{2k+1}^2 + \dots}}{V I_o} = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I_o} = \frac{I_1}{I_o} \delta$$

On a représenté figure 1.13. les courbes donnant $\frac{P}{P_o}$ et $\frac{D}{P_o}$ en fonction de ψ

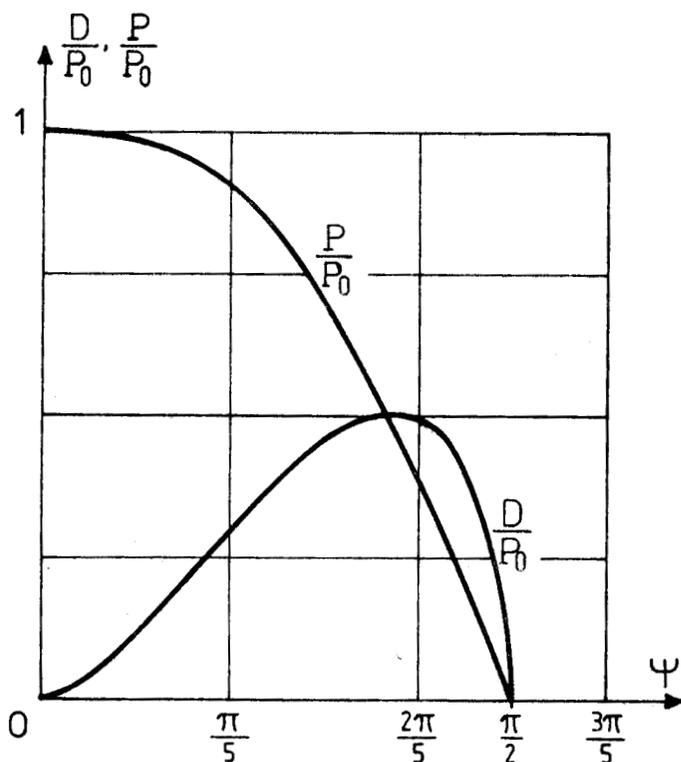


Figure 1.13

III.3. Mise sur parallèle d'un montage G T O et d'un montage thyristor

III.3.1. Principe de fonctionnement

Les avantages du montage à G T O et du montage à thyristor nous amènent, pour bénéficier des avantages de chacun, d'entrelacer ces deux types de gradateurs (figure 1.14.).

Le montage permet de "centrer" l'onde de courant sur celle de tension, et d'autre part, d'avoir deux points de fonctionnement où le facteur de puissance vaut 1.

Pour cela, on enclenche le thyristor T_1 pour ψ et T_2 pour $\pi + \psi$, et on bloque le G T O T'_1 pour $\pi - \psi$ et T'_2 pour $2\pi - \psi$. On obtient deux types de fonctionnement selon que ψ est inférieur ou supérieur à $\frac{\pi}{2}$. On a représenté les formes d'onde du courant figure 1.15.

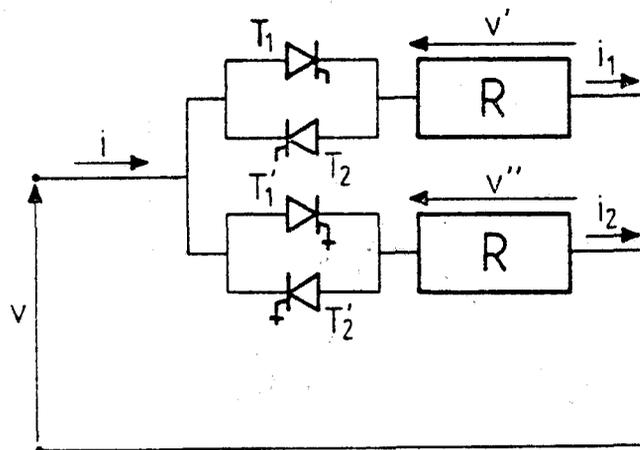
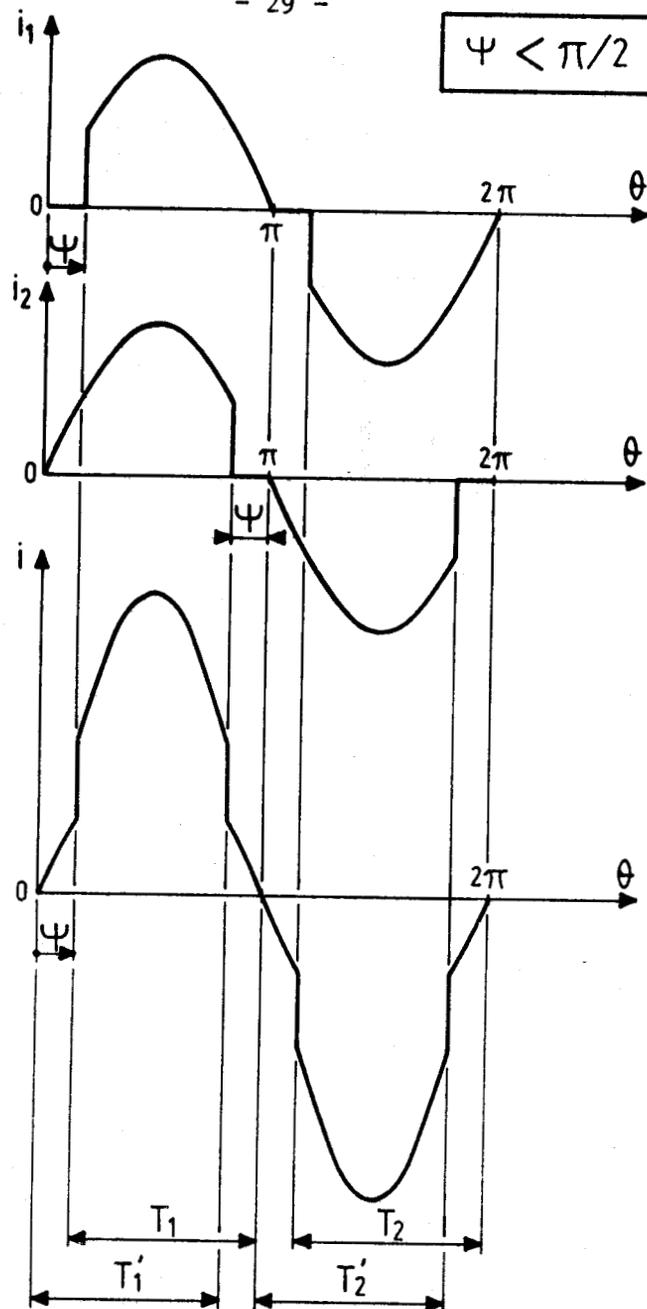
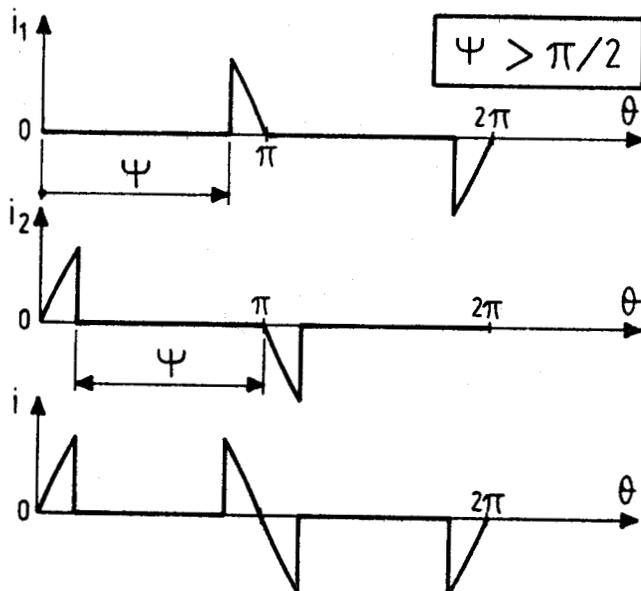


Figure 1.14



$\psi < \pi/2$



$\psi > \pi/2$

Figure 1.15

III.3.2. Caractéristiques

Quand ψ est inférieur à $\frac{\pi}{2}$, il y a chevauchement dans la conduction des deux gradateurs, et quand ψ varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$, le courant absorbé varie de $\frac{2V}{R}$ à $\frac{V}{R}$

En distinguant les intervalles, on a :

$$I^2 = \frac{1}{\pi} \left(\int_0^{\psi} i_2^2 d\theta + \int_{\psi}^{\pi-\psi} (i_1 + i_2)^2 d\theta + \int_{\pi-\psi}^{\pi} i_1^2 d\theta \right)$$

avec $i_1 = \frac{V_m}{R} \sin \theta$ pour $\theta \in [\psi, \pi]$

$i_2 = \frac{V_m}{R} \sin \theta$ pour $\theta \in [0, \pi - \psi]$

ce qui donne $I = I_0 \sqrt{4 - \frac{6\psi}{\pi} + \frac{3 \sin 2\psi}{\pi}}$ après intégration

On pose $\alpha_1 = 4 - \frac{6\psi}{\pi} + \frac{3 \sin 2\psi}{\pi}$, ce qui donne $\frac{I}{I_0} = \sqrt{\alpha_1}$

Maintenant, étudions le cas où ψ est supérieur à $\frac{\pi}{2}$: dans ce cas, il n'y a plus chevauchement ; quand ψ varie de $\frac{\pi}{2}$ à π , I varie de $\frac{V}{R}$ à 0. Si on sépare les contributions de chaque gradateur au courant absorbé, on a :

$$I^2 = \frac{1}{\pi} \left(\int_0^{\pi-\psi} i_2^2 d\theta + \int_{\psi}^{\pi} i_1^2 d\theta \right)$$

Ce qui donne après intégration :

$$I = I_0 \sqrt{2 - \frac{2\psi}{\pi} + \frac{\sin 2\psi}{\pi}}$$

On pose $\alpha_2 = 2 - \frac{2\psi}{\pi} + \frac{\sin 2\psi}{\pi}$ ce qui donne $\frac{I}{I_0} = \sqrt{\alpha_2}$

On a représenté figure 1.16. les variations de I en fonction de ψ . On caractérise les performances de montage vues de la source par le facteur

de puissance F qui vaut :

$$F = \frac{P}{S} = \frac{R I_1^2 + R I_2^2}{V I} \quad \text{avec } I_1 = I_2 \text{ ayant la valeur du courant écoulé}$$

par un seul gradateur soit :

$$I_1 = I_0 \sqrt{1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{\sin 2\psi}{2\pi}}$$

$$\text{soit } F = \frac{2 R I_1^2}{V I} = \frac{2 I_1^2}{I_0 I}$$

ce qui donne pour $\psi < \frac{\pi}{2}$

$$F = \frac{2 - \frac{2\psi}{\pi} + \frac{\sin 2\psi}{\pi}}{\sqrt{4 - \frac{6\psi}{\pi} + \frac{3\sin 2\psi}{\pi}}}$$

Dans le cas où $\psi > \frac{\pi}{2}$

$$F = \sqrt{2 - \frac{2\psi}{\pi} + \frac{\sin 2\psi}{\pi}}$$

On a tracé les variations de F en fonction de ψ sur la figure 1.17.

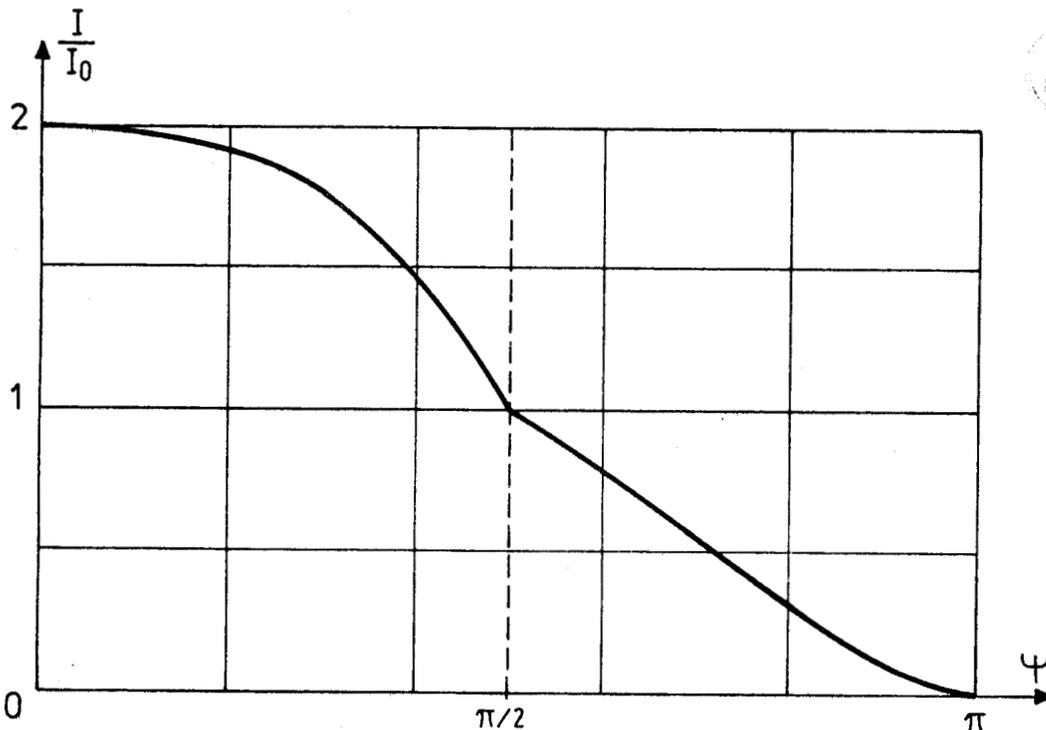


Figure 1.16

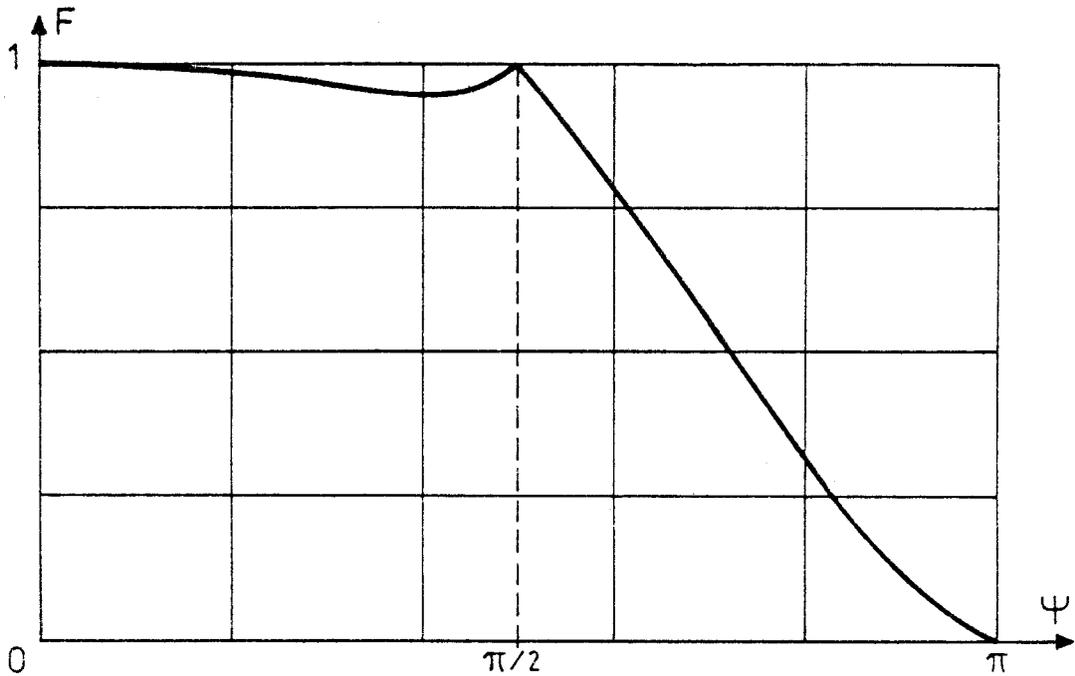


Figure 1.17

On remarque que dans sa première partie, la courbe F de ψ présente un minimum qu'il est intéressant de calculer. Pour cela, on dérive F en fonction de ψ .

Ce qui donne :

$$\frac{dF}{d\psi} = \frac{-2\pi + 6\psi - 3\sin 2\psi + 2\pi \cos 2\psi - 6\psi \cos 2\psi + 3\cos 2\psi \sin 2\psi}{\pi^2 \left(4 - \frac{6\psi}{\pi} + \frac{3\sin 2\psi}{\pi}\right)^{3/2}}$$

Au minimum, la dérivée est nulle ; ce qui revient à résoudre :

$$6\psi = 2\pi + 3\sin 2\psi - 2\pi \cos 2\psi + 6\psi \cos 2\psi - 3\cos 2\psi \sin 2\psi$$

Un calcul itératif donne $\psi = 1,303$ rd soit $\psi_1 = 74^\circ,64$

Pour cette valeur de ψ , F vaut : $F = 0,9428$

On remarque que les valeurs de F restent très élevées, pour des réglages allant jusqu'à la puissance moitié, ce qui est très intéressant.

Maintenant, pour avoir une idée des harmoniques de courant absorbés par ce montage, on calcule le développement en série de Fourier du courant. Puisque la forme d'onde est symétrique, il n'existe que des harmoniques impairs. Il faut distinguer deux cas $\psi < \frac{\pi}{2}$ et $\psi > \frac{\pi}{2}$

$$\text{Pour } \psi < \frac{\pi}{2}, \text{ on a : } A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \left(\int_{\pi}^{\psi} i \sin (2k+1) \theta \, d\theta + \int_{\psi}^{\pi-\psi} 2i \sin (2k+1) \theta \, d\theta + \int_{\pi-\psi}^{\pi} i \sin (2k+1) \theta \, d\theta \right)$$

$$\text{et } B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \left(\int_0^{\psi} i \cos (2k+1) \theta \, d\theta + \int_{\psi}^{\pi-\psi} 2i \cos (2k+1) \theta \, d\theta + \int_{\pi-\psi}^{\pi} i \cos (2k+1) \theta \, d\theta \right)$$

La valeur efficace de l'harmonique de rang $2k+1$, I_{2k+1} a pour expression :

$$I_{2k+1} = \sqrt{\frac{A_{2k+1}^2 + B_{2k+1}^2}{2}}$$

- Calcul de A_{2k+1}

$$A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \left(\int_0^{\psi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin (2k+1) \theta \, d\theta + \int_{\psi}^{\pi-\psi} 2 \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin (2k+1) \theta \, d\theta + \int_{\pi-\psi}^{\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin (2k+1) \theta \, d\theta \right)$$

Soit après intégration et simplification :

$$A_{2k+1} = \frac{I_o \sqrt{2}}{\pi} \left(\frac{\sin 2(k+1)\psi}{k+1} - \frac{\sin 2k\psi}{k} \right)$$

Pour le fondamental, l'intégration directe donne :

$$A_1 = \frac{I_0 \sqrt{2}}{\pi} (2\pi - 2\psi + \sin 2\psi)$$

- Calcul de B_{2k+1}

$$B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \left(\int_0^\psi \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos (2k+1) \theta d\theta + \int_\psi^{\pi-\psi} 2 \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos (2k+1) \theta d\theta + \int_{\pi-\psi}^\pi \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos (2k+1) \theta d\theta \right)$$

Ce qui donne après intégration :

$$B_{2k+1} = 0$$

De même, le calcul direct pour le fondamental donne $B_1 = 0$

- Calcul de I_{2k+1}

$$I_{2k+1} = \frac{I_0}{\pi} \left| \frac{\sin 2(k+1)\psi}{k+1} - \frac{\sin 2k\psi}{k} \right|$$

et pour le fondamental, on obtient :

$$I_1 = \frac{I_0}{\pi} (2\pi - 2\psi + \sin 2\psi)$$

On remarque que tous les harmoniques du courant absorbé sont en phase avec la tension d'alimentation. Maintenant, étudions le cas où $\psi > \frac{\pi}{2}$

- Calcul de A_{2k+1}

$$A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \left(\int_0^{\pi-\psi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin (2k+1) \theta d\theta + \int_\psi^\pi \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin (2k+1) \theta d\theta \right)$$

Ce qui donne après intégration :

$$A_{2k+1} = \frac{I_o \sqrt{2}}{\pi} \left(\frac{\sin 2 (k+1) \psi}{k+1} - \frac{\sin 2 k \psi}{k} \right)$$

Pour le fondamental, un calcul rapide nous donne :

$$A_1 = \frac{I_o \sqrt{2}}{\pi} (2 \pi - 2 \psi + \sin 2 \psi)$$

- Calcul de B_{2k+1}

$$B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \left(\int_0^{\pi-\psi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos (2k+1) \theta d\theta + \int_{\psi}^{\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos (2k+1) \theta d\theta \right)$$

Après intégration, on obtient :

$$B_{2k+1} = 0$$

Et de même pour le fondamental, on trouve $B_1 = 0$

- Calcul de I_{2k+1}

A partir de la valeur de A_{2k+1} , on trouve facilement :

$$I_{2k+1} = \frac{I_o}{\pi} \left| \frac{\sin 2 (K+1) \psi}{k+1} - \frac{\sin 2 k \psi}{k} \right|$$

et pour le fondamental :

$$I_1 = \frac{I_o}{\pi} (2 \pi - 2 \psi + \sin 2 \psi)$$

Encore une fois, les harmoniques du courant absorbé sont en phase avec la tension d'alimentation.

On a représenté, figure 1.18., les variations des harmoniques du courant absorbé ramené à I_o , valeur efficace du courant absorbé pleine onde pour un gradateur en fonction de ψ .

On remarque que les harmoniques sont nuls pour ψ égal à $\frac{\pi}{2}$ et ils restent inférieurs aux valeurs des mêmes harmoniques pour le gradateur à thyristor

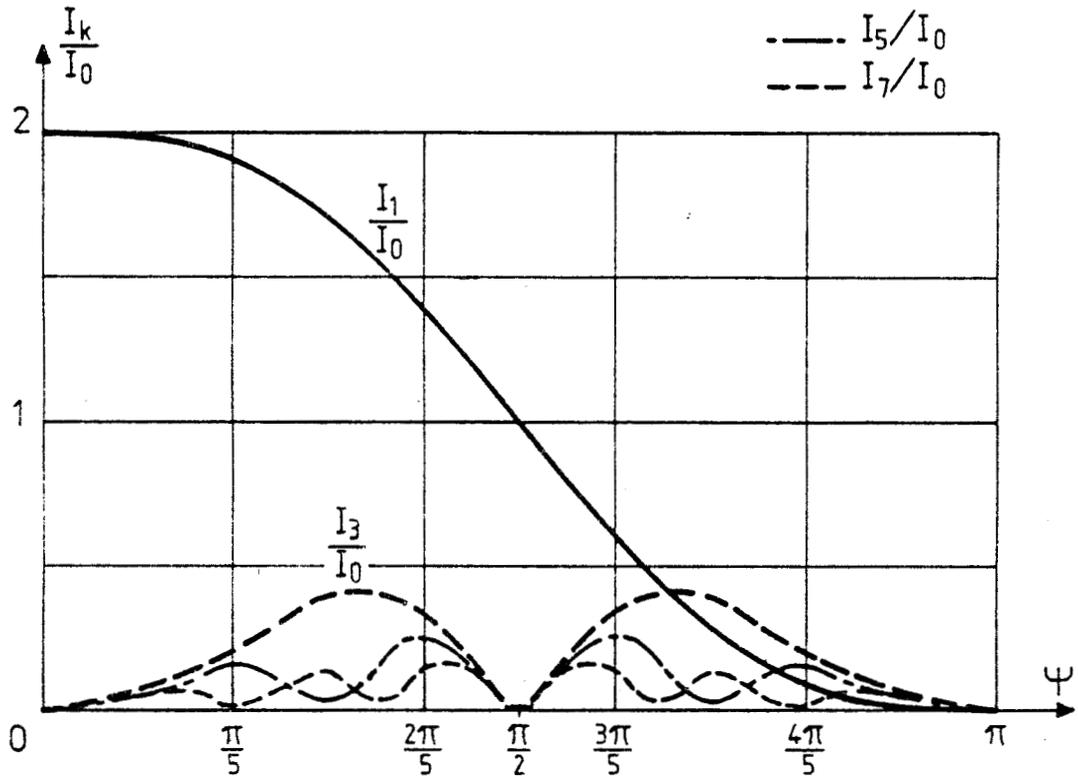


Figure 1.18

Maintenant, il est intéressant de calculer le taux d'harmonique δ , des harmoniques de courant absorbé.

On sait que $\delta = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I_1}$ soit $\delta = \frac{\sqrt{(I/I_0)^2 - (I_1/I_0)^2}}{(I_1/I_0)}$

Puisque l'on a deux expressions différentes de I selon que ψ est inférieur ou supérieur à $\frac{\pi}{2}$

On obtient pour $\psi < \frac{\pi}{2}$

$$\delta = \sqrt{\frac{4 - \frac{6\psi}{\pi} + \frac{3 \sin 2\psi}{\pi}}{(2 - \frac{2\psi}{\pi} + \frac{\sin 2\psi}{\pi})^2 - 1}}$$

Dans le cas où $\psi > \frac{\pi}{2}$, on obtient :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{2 - \frac{2\psi}{\pi} + \frac{\sin 2\psi}{\pi}} - 1}$$

On a représenté figure 1.19., les variations de δ en fonction de ψ . On constate que δ est nul quand ψ vaut $\frac{\pi}{2}$, et que dans la première partie de la courbe ($\psi < \frac{\pi}{2}$) le taux d'harmonique est nettement inférieur à ceux des montages précédents.

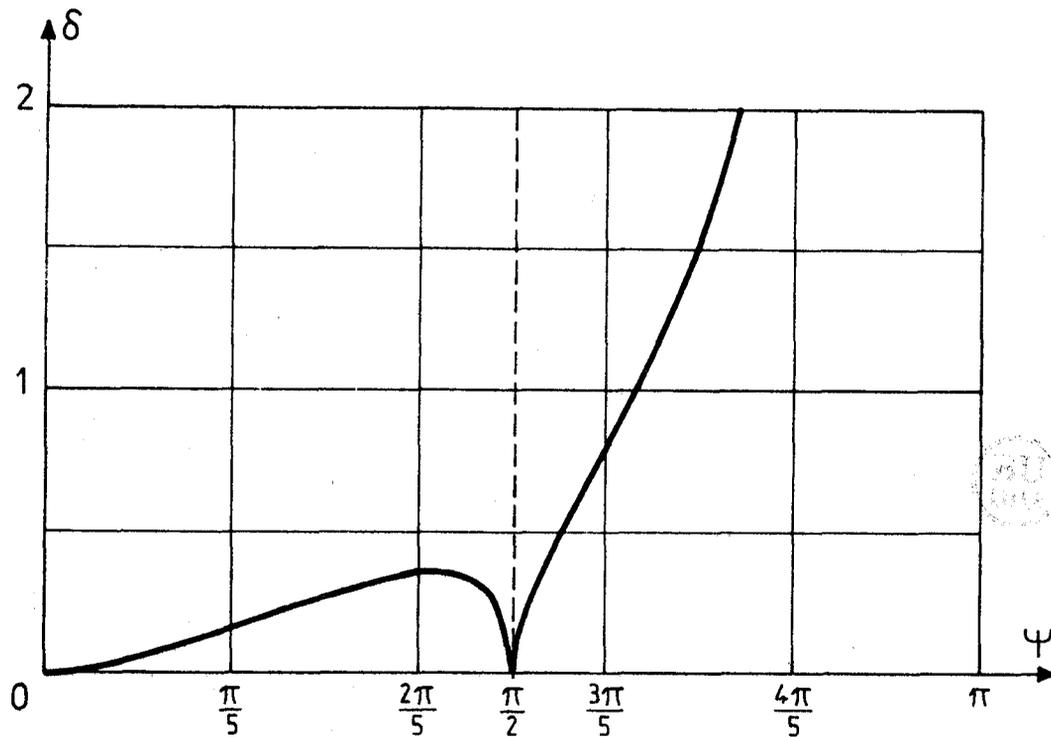


Figure 1.19

Cette diminution du taux d'harmonique dans la première partie de la courbe, correspond d'ailleurs à une augmentation de F facteur de puissance, ce qui était le but recherché.

- Calculs des puissances absorbées :

Le montage absorbe un courant I , sous la tension V , il consomme donc une puissance apparente $S = V I$

On sait que S se décompose de la manière suivante :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$$

P représente la puissance active dissipée dans les deux résistances.

Q représente la puissance réactive absorbée par le montage. Dans ce cas précis, le déphasage entre le courant absorbé et la tension d'alimentation étant nul, Q vaut zéro.

D est la puissance déformante.

On a P qui vaut :

$P = R I_1^2 + R I_2^2$ I_1 et I_2 étant les courants absorbés par les deux résistances. On a $I_1 = I_2$ qui vaut :

$$I_1 = I_0 \sqrt{1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{\sin 2 \psi}{2 \pi}}$$

$$\text{Donc : } P = 2 R I_0^2 \left(1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{\sin 2 \psi}{2 \pi}\right)$$

soit en fonction de P_0 , puissance absorbée pleine onde, avec un montage ne contenant qu'un gradateur

$$P = P_0 \left(2 - \frac{2 \psi}{\pi} + \frac{\sin 2 \psi}{\pi}\right)$$

On a d'autre part :

$$D = \sqrt{S^2 - P^2}, \text{ soit } D = V \sqrt{I^2 - I_1^2} = V I_1 \delta$$

On a représenté figure 1.20. les variations de P et D ramenées à la puissance P_0 , en fonction de ψ

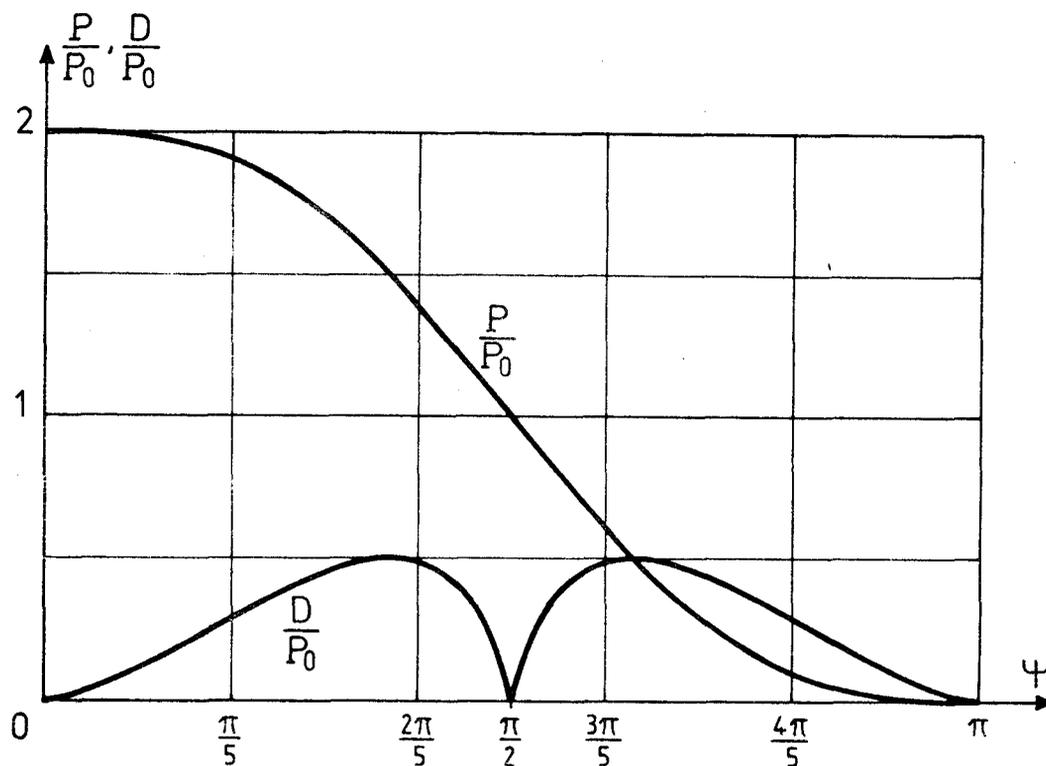


Figure 1.20



On constate que pour la première partie de la courbe pour $\psi < \frac{\pi}{2}$, la puissance déformante est minimisée par rapport à la puissance active, ce qui correspond bien à une augmentation du facteur de puissance. La deuxième partie pour $\psi > \frac{\pi}{2}$ montre l'augmentation de la puissance déformante par rapport à la puissance active, ce qui entraîne une diminution du facteur de puissance F.

Nous avons fait le tour des différents moyens d'améliorer le facteur de puissance des montages gradateurs commandés par angle de phase. Nous allons maintenant changer radicalement le mode de commande.

CHAPITRE II

CHAPITRE II

GRADATEUR MONOPHASE FONCTIONNANT PAR TRAINS D'ONDES ENTIÈRES

I - ETUDE DE FONCTIONNEMENT

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié le gradateur débitant sur résistance, commandé par variation de l'angle de phase, et les différents procédés permettant d'améliorer le facteur de puissance de l'ensemble. Désormais, la commande des gradateurs va être modifiée toujours dans le but d'améliorer le facteur de puissance.

Comme le gradateur classique, ce gradateur est composé de deux thyristors montés en parallèle inverse, intercalés entre la source d'alimentation v et le récepteur résistif R (figure 2.1.)

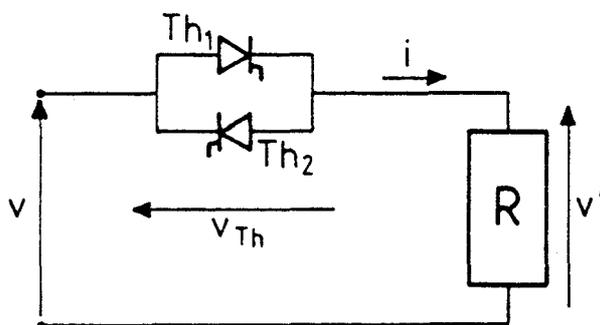


Figure 2.1

La source de tension est sinusoïdale et supposée d'impédance interne nulle.

$$v = V_m \sin \theta \quad \text{avec} \quad \theta = \omega t \quad \text{et} \quad V_m = \sqrt{2} V$$

V est sa valeur efficace, et ω sa pulsation.

Les thyristors sont supposés parfaits, c'est-à-dire d'impédance interne nulle. On désigne par i le courant absorbé par le montage, et par v' la tension aux bornes de la résistance ; on a toujours $v' = R i$

On amorce les thyristors Th_1 et Th_2 de façon cyclique afin que le gradateur soit conducteur pendant un nombre entier p de périodes de la source, et bloqué pendant $p' - p$ périodes. La période totale du fonctionnement est $2 p' \pi / \omega$.

Le thyristor Th_1 est débloqué pour $\theta = 0, 2\pi, \dots (p-1) 2\pi$ et Th_2 pour $\theta = \pi, 3\pi, \dots (2p-1)\pi$

Dans ces conditions, la valeur moyenne de la tension appliquée au récepteur est nulle (figure 2.1.).

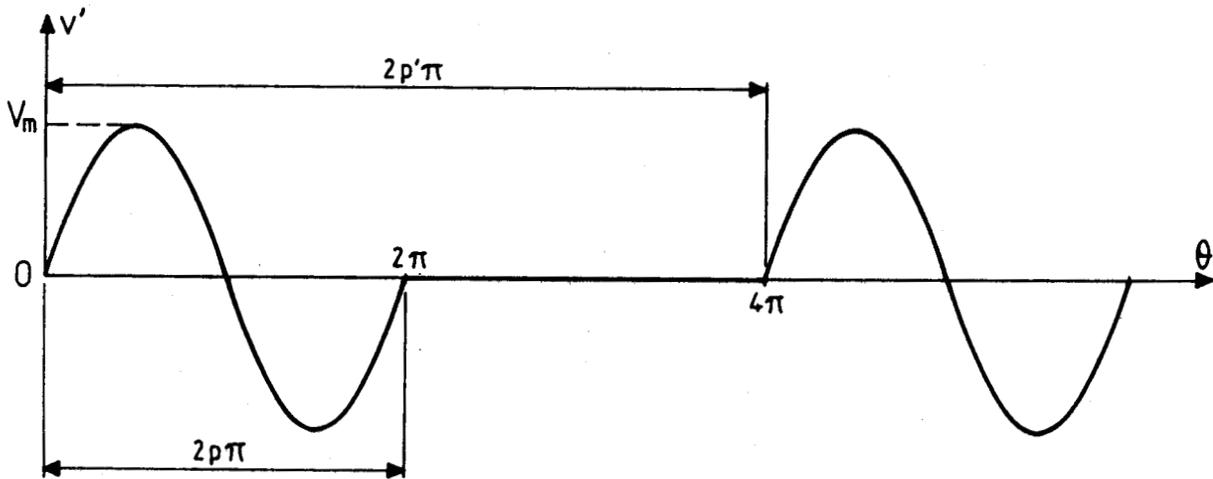


Figure 2.2



Quand le gradateur est passant, c'est-à-dire pendant $2p\pi$, on a $v' = v = V_m \sin \theta = R i$

$$\text{donc } i = \frac{V_m \sin \theta}{R}$$

Quand le gradateur est bloqué, c'est-à-dire pendant $2\pi(p' - p)$, on a :

$$v_{Th} = v, \text{ donc } v' = 0, \text{ et } i = 0$$

II. CARACTERISTIQUES

II.1. Caractéristiques de réglage

Lorsque l'on fait varier p avec p' constant, la valeur efficace du courant absorbé I par le montage, varie de 0, pour p égal 0, à son maximum V/R , pour p égal p' .

Mais cette variation n'est pas continue, car p ne peut varier que de manière discrète. Pour simplifier les écritures, on désigne par α le rapport cyclique p/p' .

On calcule I par

$$I^2 = \frac{1}{2 p' \pi} \int_0^{2p'\pi} i^2 d\theta$$

Il faut remarquer que la période du phénomène n'est plus 2π , mais $2p'\pi$

- pour $\theta \in [0, 2p'\pi]$; $i = \frac{V_m}{R} \sin \theta$

- pour $\theta \in [2p'\pi, 2p'\pi]$ $i = 0$

Ce qui donne :

$$I^2 = \frac{1}{2 p' \pi} \int_0^{2p'\pi} \frac{V_m^2}{R^2} \sin^2 \theta d\theta$$

$$\text{Soit } I = I_0 \sqrt{\frac{p}{p'}} = I_0 \sqrt{\alpha}$$

puisque le récepteur est purement résistif, on a toujours $V' = R I$. Ce qui donne :

$$\frac{V'}{V} = \frac{I}{I_0} = \sqrt{\alpha}$$

Pour caractériser le réglage de la puissance fournie au récepteur, on calcule le rapport entre la puissance active absorbée pour un réglage quelconque, et la puissance active à pleine onde, c'est-à-dire pour p égal p' , soit α égal 1. On a $P_0 = R I_0^2$, puissance active à pleine onde, et $P = R I^2$

ce qui donne :

$$\frac{P}{P_0} = \frac{R I^2}{R I_0^2} = \alpha$$

Le paramètre α caractérise le réglage de puissance.

On a représenté figure 2.3. les caractéristiques de réglage $\frac{I}{I_0}$, $\frac{V'}{V}$ et $\frac{P}{P_0}$ en fonction de α . Mais il faut bien noter que l'on a tracé une courbe continue, bien que α ne varie pas continûment.

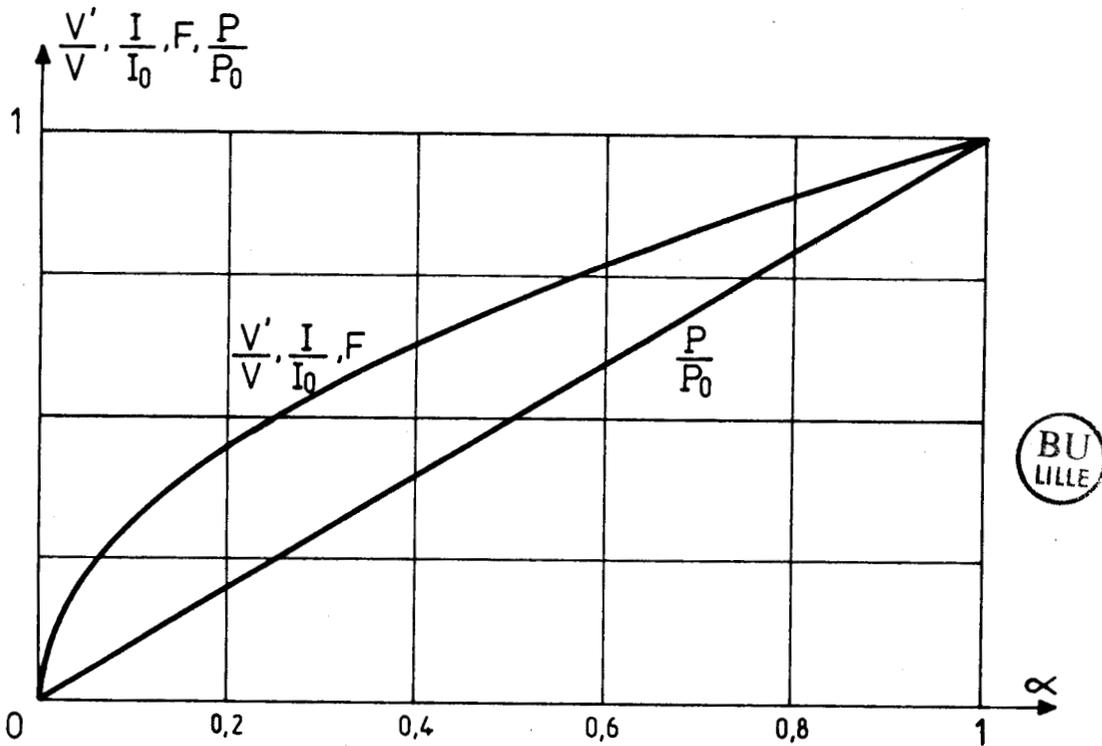


Figure 2.3

II.2. Caractéristiques relatives au courant absorbé

II.2.1. Facteur de puissance

Pour caractériser globalement les perturbations apportées à la source par le fonctionnement du gradateur, on calcule le facteur de puissance $F = P/S$.

La source d'alimentation étant sinusoïdale de pulsation ω , la puissance active est portée par l'"harmonique" de courant à la pulsation ω . Le courant absorbé étant périodique, de période $\frac{2\pi P'}{\omega}$, son développement en série de Fourier s'écrit :

$$i = I_{1m} \sin\left(\frac{\theta}{p'} + \phi_1\right) + I_{2m} \sin\left(\frac{2\theta}{p'} + \phi_2\right) + \dots + I_{p'm} \sin(\theta + \phi_{p'}) + \dots + I_{km} \sin\left(\frac{k\theta}{p'} + \phi_k\right) + \dots$$

C'est l'"harmonique" de rang p' qui est à la pulsation ω . Sa pulsation étant égale à celle de la source, on l'appellera "fondamental". Les harmoniques de rang inférieur à p' seront appelés "sous-harmoniques", ceux du rang supérieur à p' "harmoniques".

En désignant par I_p , la valeur efficace du fondamental et par ϕ_p , son déphasage en arrière de la tension de la source :

$$P = V I_p \cos \phi_p$$

Le facteur de puissance s'écrit :

$$F = \frac{V I_p \cos \phi_p}{V I} = \frac{I_p}{I} \cos \phi_p$$

Le taux d'harmoniques τ étant égal à $\frac{1}{I_p} \sqrt{I^2 - I_p^2}$ soit

$$\tau = \sqrt{\left(\frac{I}{I_p}\right)^2 - 1}$$

Le facteur de puissance peut s'exprimer en fonction de $\cos \phi_p$, et de τ

$$F = \frac{\cos \phi_p}{\sqrt{1 + \tau^2}}$$

On voit, là encore, que sa dégradation est liée à la consommation d'énergie réactive portée par le fondamental par l'intermédiaire de $\cos \phi_p$, et à la déformation par l'intermédiaire de τ

Ce facteur de puissance peut être calculé directement puisque $P = R I^2$, donc

$$F = \frac{R I^2}{V I} = \frac{I}{I_0} = \sqrt{\alpha}$$

Ses variations sont représentées figure 2.3.

II.2.2. Développement en série de Fourier du courant absorbé.

Puisque le développement en série du courant absorbé par la charge s'écrit :

$$i = I_{1m} \sin \left(\frac{\theta}{p'} + \phi_1 \right) + \dots + I_{p'm} \sin (\theta + \phi_p) + \dots + I_{km} \sin \left(\frac{k \theta}{p'} + \phi_k \right) + \dots$$

Les harmoniques peuvent être pairs ou impairs. Les "sous-harmoniques" sont obtenus quand leur rang k est inférieur à p' , les "harmoniques" quand k est supérieur à p' .

Leur valeur efficace est donnée par :

$$I_k = \sqrt{\frac{A_k^2 + B_k^2}{2}} \quad \text{et leur déphasage par :}$$

$$\phi_k = \text{Arctg} \frac{B_k}{A_k}$$

A_k et B_k valent :

$$A_k = \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p'\pi} i \sin \frac{k \theta}{p'} d\theta$$

$$B_k = \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p'\pi} i \cos \frac{k \theta}{p'} d\theta$$

La période du phénomène est $2 p' \pi$, ce qui donne pour la pulsation la plus basse :

$$\omega = \frac{2 \pi}{2 p' \pi} = \frac{1}{p'}$$

-Calcul de A_k

$$A_k = \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d\theta \quad ; \text{ soit}$$

$$A_k = \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p\pi} \frac{V_m}{2 R} (\cos (1 - \frac{k}{p'}) \theta - \cos (1 + \frac{k}{p'}) \theta) d\theta$$

Dans le cas où k est différent de p' , on obtient après intégration et simplification :

$$A_k = \frac{-\sqrt{2} I_0}{\pi} \frac{p'}{p'^2 - k^2} \sin 2 k \pi \alpha$$

Pour le fondamental à la pulsation ω , l'intégration directe de :

$$A_{p'} = \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p\pi} \frac{V_m}{R} \sin^2 \theta d\theta \quad \text{donne :}$$

$$A_{p'} = \sqrt{2} \alpha I_0$$

-Calcul de B_k

$$B_k = \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d\theta \quad ; \text{ soit}$$

$$B_k = \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p\pi} \frac{V_m}{2 R} (\sin (1 + \frac{k}{p'}) \theta + \sin (1 - \frac{k}{p'}) \theta) d\theta$$

Après intégration et simplification dans le cas où k est différent de p' , on obtient :

$$B_k = \frac{\sqrt{2} I_o p'}{\pi(p'^2 - k^2)} (1 - \cos 2 k \pi \alpha)$$

Pour le fondamental, on calcule directement $B_{p'}$,

$$B_{p'} = \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \theta d\theta$$

Soit $B_{p'} = 0$

-Calcul de I_k

Puisque l'on connaît A_k et B_k , il vient :

$$I_k = \frac{I_o 2 p'}{\pi |p'^2 - k^2|} |\sin k \pi \alpha|$$

Pour le fondamental puisque $B_{p'}$ est nul, on a :

$$I_{p'} = \alpha I_o$$

On remarque que puisque $B_{p'}$ est nul, cela signifie que le fondamental du courant absorbé, est en phase avec la tension d'alimentation..

On a représenté figures 2.4. et 2.4. bis les variations des premiers harmoniques du courant absorbé ramenés à I_o , courant absorbé à pleine onde, en fonction de α pour deux valeurs de p' ; $p' = 5$ puis $p' = 10$. Nous avons représenté de façon continue, ces variations, pour faciliter la lecture des tracés, bien que p varie de façon discrète.

La comparaison de ces courbes semble montrer que l'amplitude de la valeur efficace des courants harmoniques diminue, quand p' augmente. Mais les harmoniques de même rang, dans les deux cas, ne sont pas comparables, car ils ne sont pas à la même fréquence. Par exemple, dans le cas où p' vaut 5 si la fréquence de la source est 50 hz, l'harmonique de rang 1 est à la fréquence 10 hz, mais dans le cas où p' vaut 10, c'est l'harmonique de rang 2, qui est à la fréquence 10 hz.

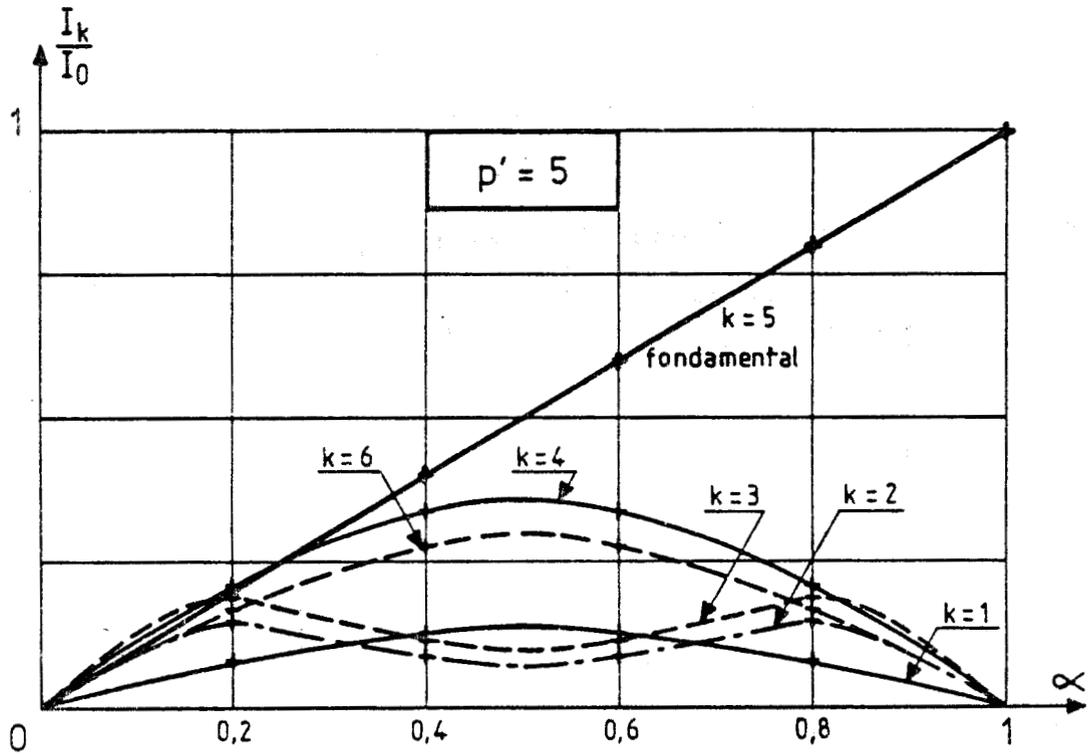


Figure 2.4

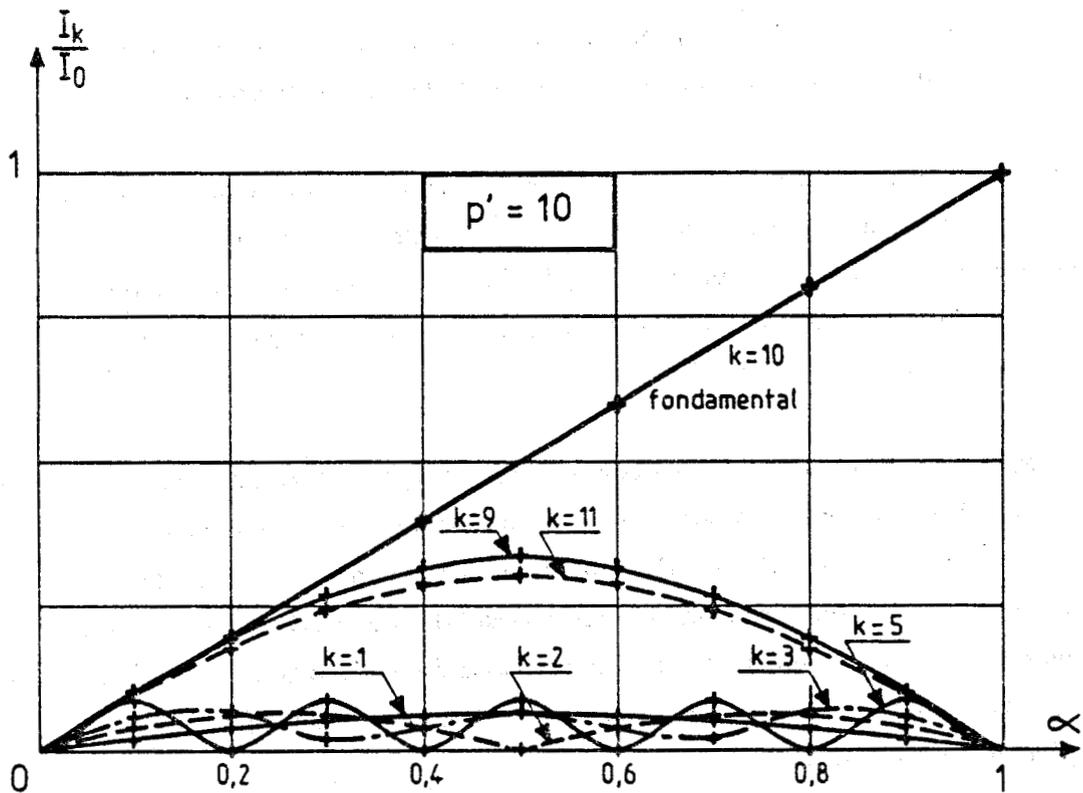


Figure 2.4 bis

-Calcul du taux d'harmonique :

Le calcul des harmoniques du courant absorbé a montré que ϕ_p , qui correspond au déphasage du fondamental du courant absorbé est nul. Le courant absorbé est donc en phase avec la tension d'alimentation. La puissance réactive absorbée par le fondamental est nulle. La dégradation du facteur de puissance quand α décroît, n'est due qu'à l'augmentation du taux d'harmoniques Sa valeur est donnée par :

$$\delta = \frac{\sqrt{I^2 - I_{p'}^2}}{I_{p'}} \quad \text{soit encore :}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{(I/I_0)^2}{(I_{p'}/I_0)^2} - 1}$$

Ce qui donne, en remplaçant $\frac{I}{I_0}$ et $\frac{I_{p'}}{I_0}$ en fonction de α

$$\delta = \frac{\sqrt{\frac{\alpha}{2} - 1}}{\alpha} \quad \text{soit} \quad \delta = \frac{\sqrt{\alpha(1-\alpha)}}{\alpha}$$

On a représenté figure 2.5. les variations du taux d'harmoniques. Il est à noter que le taux d'harmonique est *indépendant de p'* , alors que la valeur efficace des harmoniques dépend de p' .

Par un choix adéquat de p' , on peut donc minimiser la valeur efficace d'un harmonique, voire l'annuler. Mais puisque le taux d'harmonique reste le même, la diminution de la valeur d'un harmonique s'accompagne de l'un ou l'autre, ou des deux inconvénients suivants :

- augmentation de la valeur efficace d'harmoniques d'un autre rang.
- augmentation du nombre des harmoniques dans un domaine donné de fréquences.

Globalement, on peut modifier le spectre des harmoniques du courant absorbé en agissant sur p' , mais à taux d'harmoniques constant.

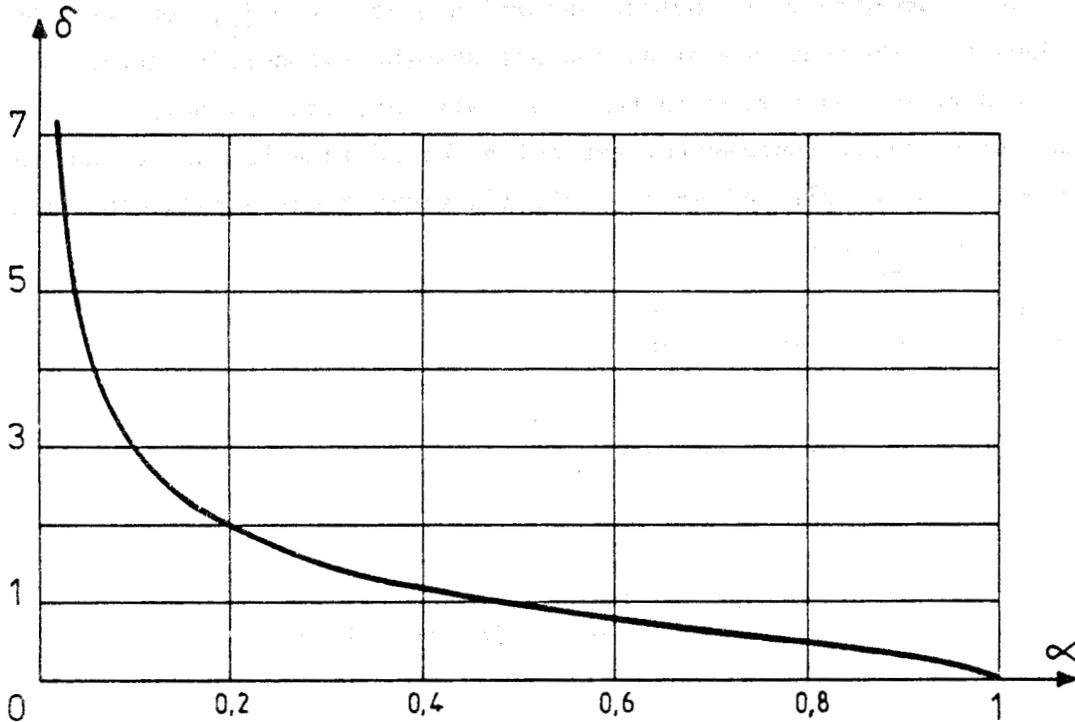


Figure 2.5

II.2.3. Calcul des puissances absorbées

Alimenté sous la tension V , le montage absorbe un courant efficace I . La puissance apparente absorbée $V I$ est liée à la puissance P effectivement consommée par le récepteur par la relation :

$$P = F S$$

Puisque le déphasage ϕ_p , entre le fondamental du courant et la tension est nul, la puissance réactive portée par celui-ci, égale à $V I_p \sin \phi_p$, est aussi nulle. Seuls les harmoniques et les sous-harmoniques sont porteurs de puissance réactive, ce qui se traduit par une consommation de puissance déformante D :

$$D = V \sqrt{I^2 - I_{P'}^2} \quad \text{ou} \quad D = V I_{P'} \delta$$

On pose P_0 la puissance active "pleine onde", absorbée par le montage. Et on trace, figure 2.6., les variations de $\frac{P}{P_0}$ et $\frac{D}{P_0}$ en fonction de α .

On a déjà calculé $\frac{P}{P_0}$ qui vaut $\frac{P}{P_0} = \alpha$

Et pour D , on obtient :

$$\frac{D}{P_0} = \frac{V I_{P'}}{V I_0} \delta = \sqrt{\alpha(1 - \alpha)}$$

Pour les valeurs de α inférieures à 0,5, donc quand on réduit la puissance de plus de 50%, la puissance déformante est supérieure à la puissance active.

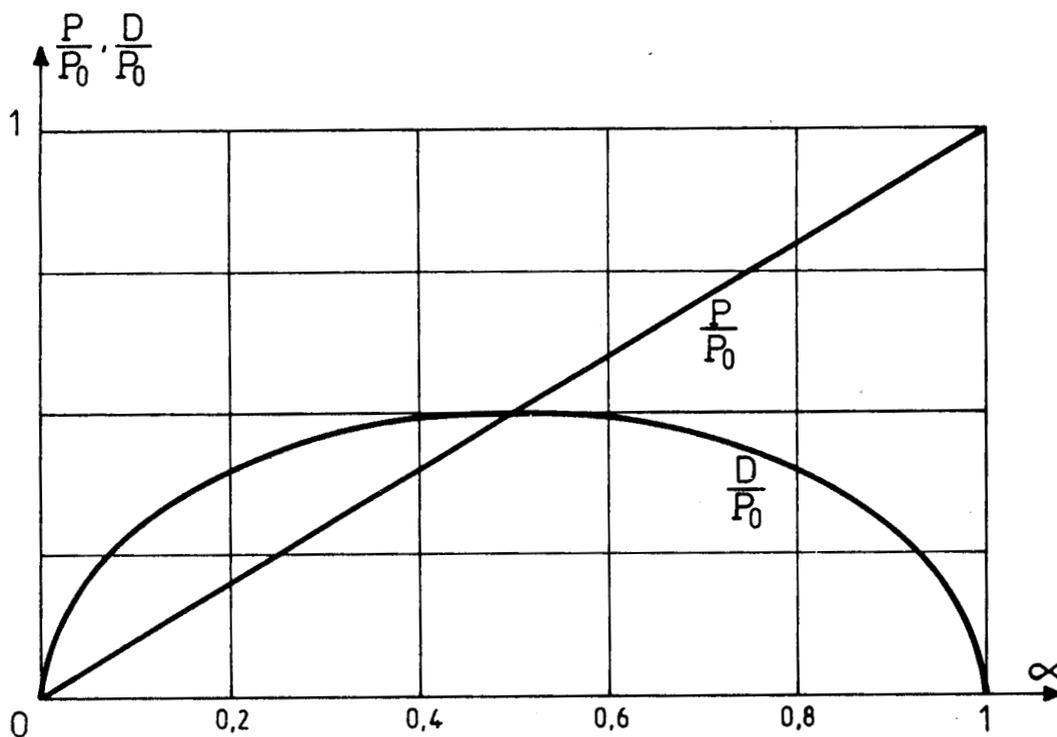


Figure 2.6

Si l'on compare ce type de commande à la commande par variation d'angle de phase, on a annulé la puissance réactive consommée par le montage sans adjonction de condensateurs. Mais pour le même réglage de la puissance active absorbée, on a dans les deux cas, le même facteur de puissance, puisque l'on a le même α . La suppression de la consommation de puissance réactive portée par le fondamental s'accompagne donc d'une augmentation de la consommation de puissance déformante.

II.3. Calculs des harmoniques de puissance

Les problèmes posés par ces montages sont liés à la fréquence des harmoniques, car selon la période $2 \pi p'$ donnée au phénomène, on obtient des harmoniques à des fréquences différentes multiples de $\frac{1}{2 \pi p'}$. Quand p' augmente, la commande par train d'onde conduit à une valeur réduite des harmoniques au sens usuel, c'est-à-dire des termes dont la fréquence est multiple de F . Le premier, celui à la fréquence $2 F$, correspond à $k = 2 p'$, a pour valeur maximum :

$$\frac{I_{2p'}}{I_0} = \frac{2 p'}{\pi |p'^2 - 4 p'^2|} = \frac{2}{3 \pi p'}$$

Pour p' égal à 10 ou plus, $\frac{I_{2p'}}{I_0}$ est égal ou inférieur à 2%. Ce n'est donc pas du côté des harmoniques, mais pour les termes à basse fréquence que se situent les risques de perturbations. Si le montage était alimenté à la fréquence F , on laisse passer le courant pendant p périodes et on l'interrompt pendant $p' - p$, il est évident que c'est à la fréquence f/p' que se produisent les appels de courant. Or la première raie du spectre du courant, celle à la fréquence f/p' , a une importance relativement faible. Cela tient au fait que ces phénomènes sont surtout traduits dans le spectre par les deux importantes raies à la fréquence $f - f/p'$ et $f + f/p'$, qui encadrent celle de fréquence F . C'est le "battement" entre ces termes qui provoque les phénomènes à la fréquence f/p' , origine des perturbations et du flicker. Le flicker est un phénomène physiologique dont il nous a paru intéressant de rappeler ici la définition qu'en donne P. Meynaud : "le flicker est un papillonnement de l'éclairage ; son étude est faite par la chaîne constituée par une lampe à incandescence 60W - 220 V et le système visuel d'un observateur moyen". La même étude précise que le flicker est dû :

- à des fluctuations périodiques ou érratiques permanentes dont la composition spectrale de fréquence est située dans la bande 0,5 hz, 25 hz.
- à des à-coups brusques se produisant à des intervalles d'une ou plusieurs secondes.

C'est pour cette raison que nous proposons de compléter l'analyse harmonique du courant par celle de la puissance instantanée p . Le produit des termes en f et $f \pm f/p'$ fait alors apparaître des termes en f/p' . La puissance instantanée peut s'écrire :

$$p = v i$$

$$\text{soit ici : } p = R i^2$$

Donc, le développement en série de Fourier de la puissance correspond au développement de i^2 , qui est bien une image de la gène.

On appelle P_k la valeur efficace de l'harmonique de rang k .

On a P_k qui vaut :

$$P_k = \sqrt{\frac{A_k^2 + B_k^2}{2}}$$

$$\text{avec } A_k = \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p'\pi} R i^2 \sin \frac{k \theta}{p'} d\theta$$

$$\text{et } B_k = \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p'\pi} R i^2 \cos \frac{k \theta}{p'} d\theta$$

On a P_0 qui vaut la puissance active pleine onde, soit $R I_0^2$.

II.3.1. Calcul de A_k et B_k

Dans l'intervalle $[0, 2 p \pi]$, i vaut $I_0 \sqrt{2} \sin \theta$, et pour l'intervalle $2 p \pi$ à $2 p' \pi$, i vaut zéro.

Ce qui donne :

$$A_k = \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p\pi} 2 R I_o^2 \sin^2 \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d\theta$$

Dans le cas où k est différent de $2 p'$, on obtient après linéarisation, intégration et simplification :

$$A_k = \frac{4 p'^2 P_o}{\pi k (4 p'^2 - k^2)} (1 - \cos 2 k \pi \alpha)$$

Dans le cas où k vaut $2 p'$, le calcul direct de A_k nous donne :

$$A_{2p'} = 0$$

De la même manière, on calcule B_k

$$B_k = \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p\pi} 2 R I_o^2 \sin^2 \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d\theta$$

Dans le cas où k est différent de $2 p'$, on obtient après linéarisation, intégration et simplification :

$$B_k = \frac{4 p'^2 P_o}{\pi k (4 p'^2 - k^2)} \sin 2 k \pi \alpha$$

Dans le cas où k vaut $2 p'$, le calcul direct de l'intégrale donne :

$$B_{2p'} = - \frac{P_o}{2 p'} \alpha$$

Maintenant, à l'aide des A_k et B_k , on calcule la valeur de P_k . Ce qui nous donne pour k différent de $2 p'$:

$$P_k = \frac{4 P_o p'^2 \sqrt{2}}{\pi k |4 p'^2 - k^2|} |\sin k \pi \alpha|$$

Et si k vaut $2 p'$, cela donne :

$$P_{2p'} = \frac{P_o \alpha}{\sqrt{2}}$$

On a représenté figures 2.7. et 2.7.bis, les variations des premiers harmoniques ramenés à P_o , en fonction de α . Pour deux valeurs de p' , on a représenté les fonctions d'une manière continue, alors que α ne varie pas d'une manière continue.

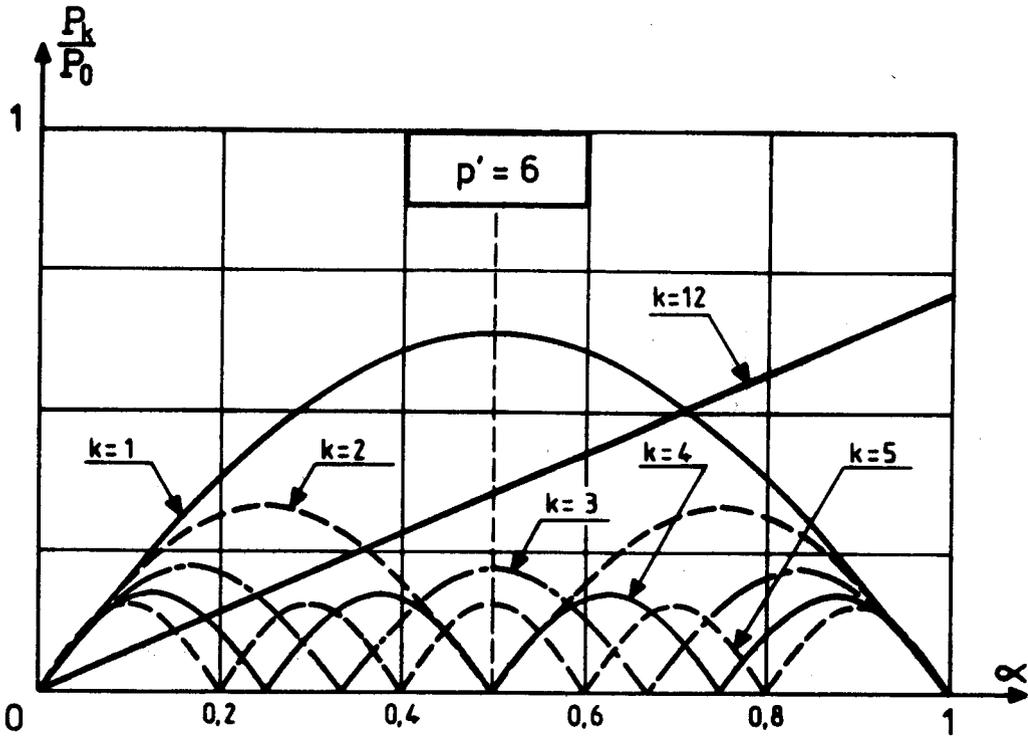


Figure 2.7

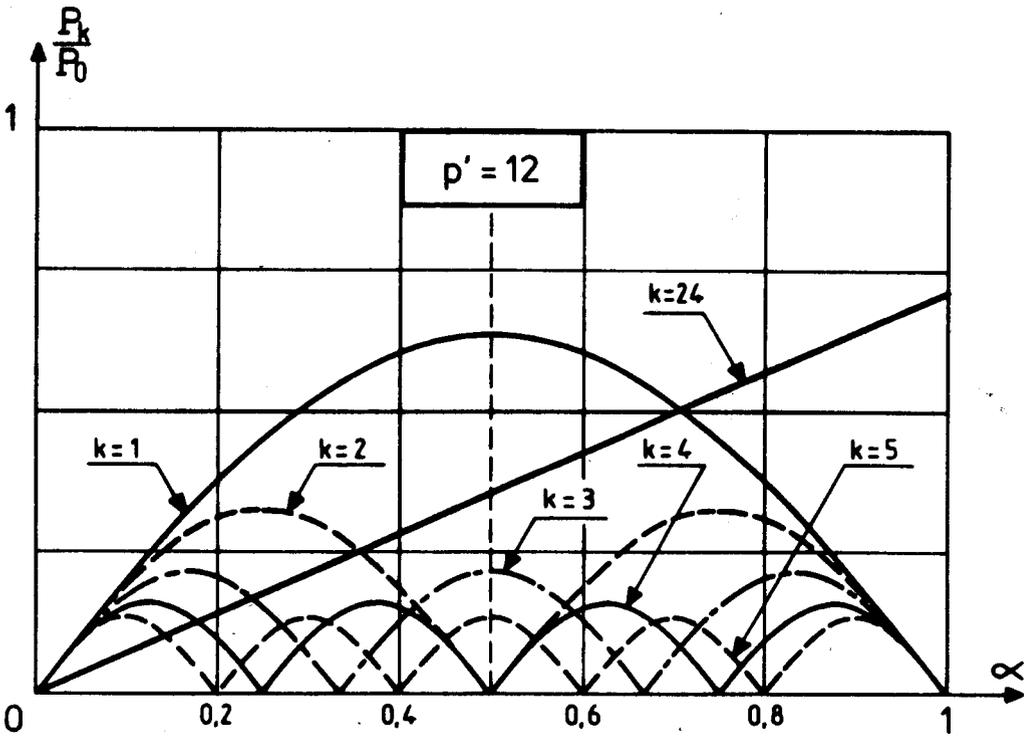


Figure 2.7 bis

Il nous est apparu que la complexité même de ces variations, notamment à cause des fréquences différentes pour les harmoniques de même rang k , rendaient délicates l'interprétation en vue de définir la commande optimale, c'est à dire le choix de p' en fonction de l'utilisation désirée.

Nous avons donc tracé le spectre de $\frac{P_k}{P_0}$ en fonction de la fréquence, pour une valeur de α . Ce qui représente une perte d'informations par rapport aux représentations précédentes, mais qui est d'une interprétation plus aisée. Nous nous sommes donc placés dans le cas le plus défavorable de la puissance déformante, c'est-à-dire à son maximum obtenu pour $\alpha = 1/2$, et nous avons représenté (figure 2.8. et 2.8. bis) le spectre de $\frac{P_k}{P_0}$. En se reportant aux travaux de P. MEYNAUD, qui définit la gêne maximum liée au flicker pour des fréquences voisines de 10 hz, il faut augmenter p' , pour rejeter la première raie du spectre hors de la fréquence 5 hz, 15 hz, par exemple. Mais l'augmentation de p' a une limite, car pour les faibles valeurs de f/p' , le papillotement lié à la première raie est directement visible à l'oeil nu.

Par exemple, pour $p' = 50$, la fréquence de la première raie est de 1 hz, ce qui correspond à un allumage et une extinction par seconde ; c'est un fonctionnement qui nous a paru extrême. Il nous a semblé que la valeur $p' = 30$, correspond à un bon compromis, la première raie n'est pas encore visible, et elle est rejetée hors de la plage 5 hz, 15hz,

Pour $p' = 30$, le pas de réglage de la fraction de puissance p/p_0 est de 3,3%. Si ce pas est insuffisant, on peut facilement obtenir une variation continue en ajoutant une commande par variation de l'angle de phase sur les deux dernières alternances.

En gardant les mêmes notations, et en notant Ψ l'angle de mise en conduction des thyristors, on a pour la valeur efficace du courant :

$$I^2 = \frac{1}{2 p' \pi} \left(\int_0^{2(p-1)\pi} \frac{2 V^2}{R^2} \sin^2 \theta d \theta + 2 \int_{\Psi}^{\pi} \frac{2 V^2}{R^2} \sin^2 \theta d \theta \right)$$

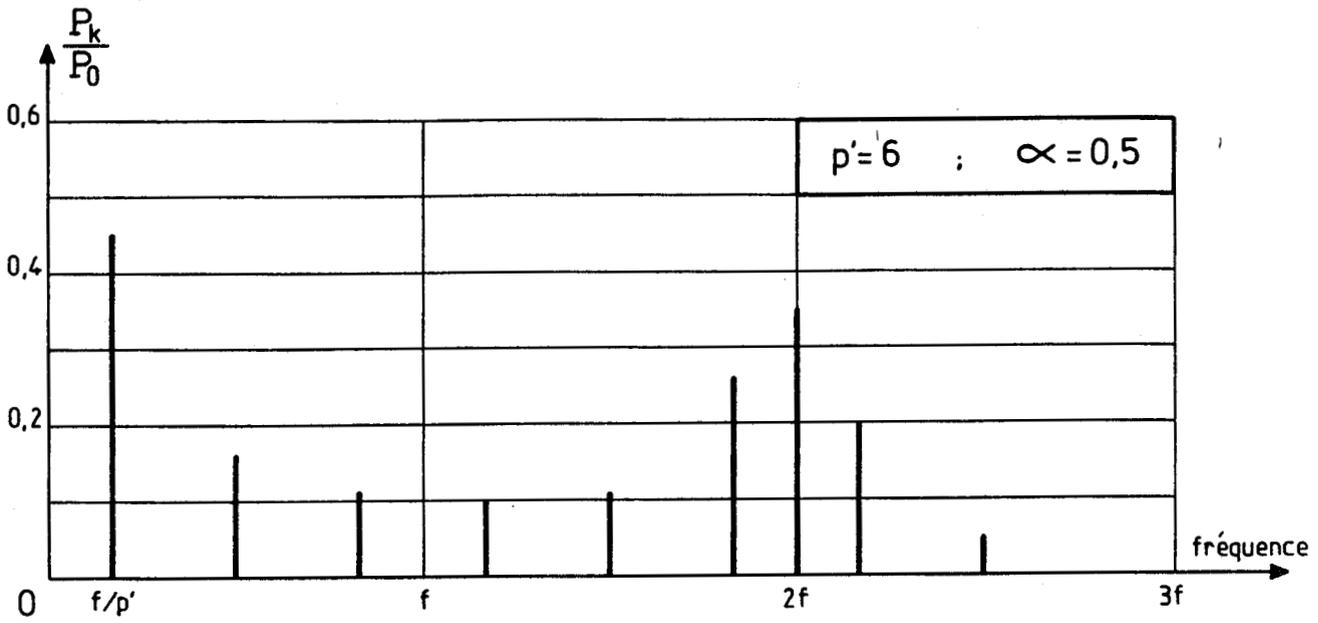


Figure 2.8

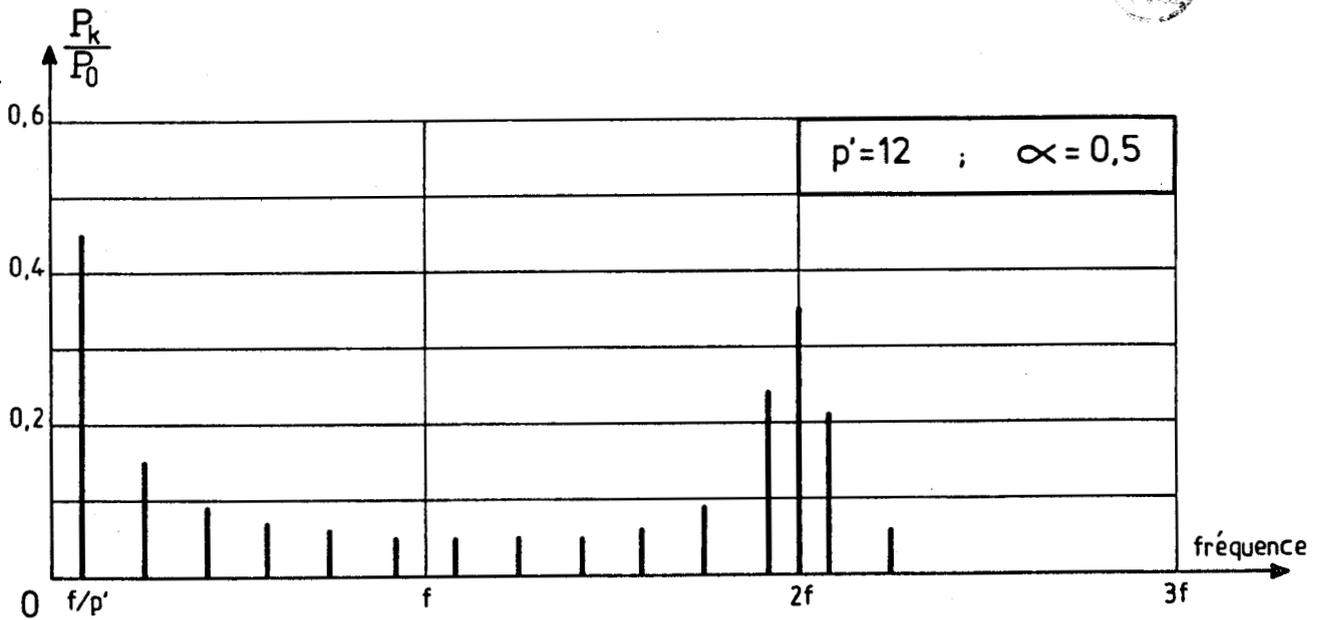


Figure 2.8 bis

Soit :

$$I = I_o \sqrt{\alpha \left(1 - \frac{\Psi}{p \pi} + \frac{1}{2 p \pi} \sin^2 \Psi\right)}$$

Pour le facteur de puissance F, il correspond toujours au rapport de $\frac{R I^2}{V I}$

Soit :

$$F = \frac{I}{I_o} = \sqrt{\alpha \left(1 - \frac{\Psi}{p \pi} + \frac{1}{2 p \pi} \sin^2 \Psi\right)}$$

L'adjonction de cette commande par angle de phase, permet donc d'obtenir un réglage continu tout en gardant les avantages liés à la commande par train d'onde.

Dans notre démarche, pour améliorer le facteur de puissance, nous avons dans une première partie, annulé la puissance réactive absorbée par le fondamental. L'étape suivante est de réduire la puissance déformante D. Pour cela, on fait un parallèle avec le premier chapitre : on avait utilisé un montage à G T O et un montage à thyristors. Cette fois, on utilise deux gradateurs commandés par train d'onde entrelacés. Cette étude fait l'objet du chapitre III.

CHAPITRE III

CHAPITRE III

MONTAGE DE DEUX GRADATEURS ENTRELACÉS, COMMANDÉS

PAR TRAIN D'IMPULSION DÉBITANT SUR RÉSISTANCE

I - ETUDE DU FONCTIONNEMENT

Nous avons montré que, quelque soit la commande du gradateur : train d'ondes ou variation d'angle de phase, pour la même réduction de puissance, les deux montages donnent le même facteur de puissance. Dans le fonctionnement

en train d'ondes, la puissance réactive portée par le fondamental est nulle ; c'est donc que ce montage consomme davantage de puissance déformante que le montage à variation d'angle de phase.

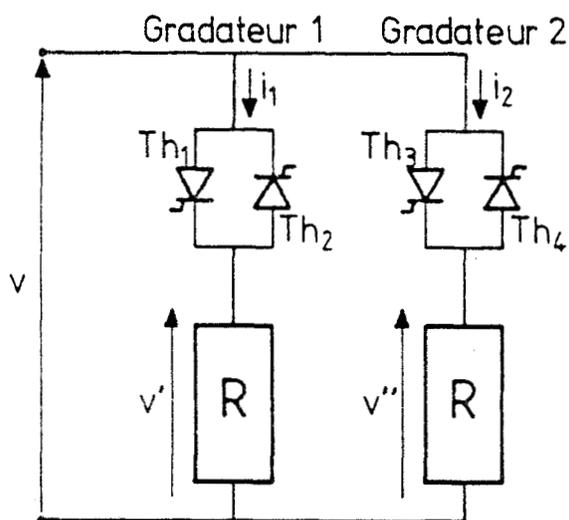


Figure 3.1

Si la charge peut être constituée de deux résistances égales, il est possible (figure 3.1.), en utilisant deux gradateurs fonctionnant en trains d'onde, mais convenablement commandés, de conserver les performances de chacun des gradateurs en limitant la puissance déformante fournie par la source, ce qui permet l'amélioration du facteur de puissance de l'ensemble de l'installation.

On suppose la source de tension sinusoïdale et d'impédance interne nulle :

$$v = V_m \sin \omega t ; \text{ avec } V_m = \sqrt{2} V \quad \text{et } \omega = 2 \pi / T$$

Le récepteur est constitué de deux résistances égales de valeur R. On suppose de plus, les thyristors parfaits.

On laisse les deux gradateurs passant pendant un nombre entier p de périodes, et on les bloque pendant un nombre (p' - p) de périodes. La période totale du phénomène est donc égale à p'T. Les thyristors sont enclenchés de manière cy-

clique. Pour le premier gradateur, Th_1 est enclenché pour $\theta = 2k\pi$ et Th_2 pour $(2k+1)\pi$, avec k entier. Pour k supérieur ou égal à p , les deux thyristors sont bloqués. Pour le deuxième gradateur, les thyristors Th_3 et Th_4 sont bloqués pour θ compris entre 0 et $2\pi(p'-p)$. Ensuite, on enclenche Th_3 pour θ valant $2k\pi$ et Th_4 pour θ valant $(2k+1)\pi$; avec k compris entre $p'-p$ et $(p'-1)$ (Figure 3.2.)

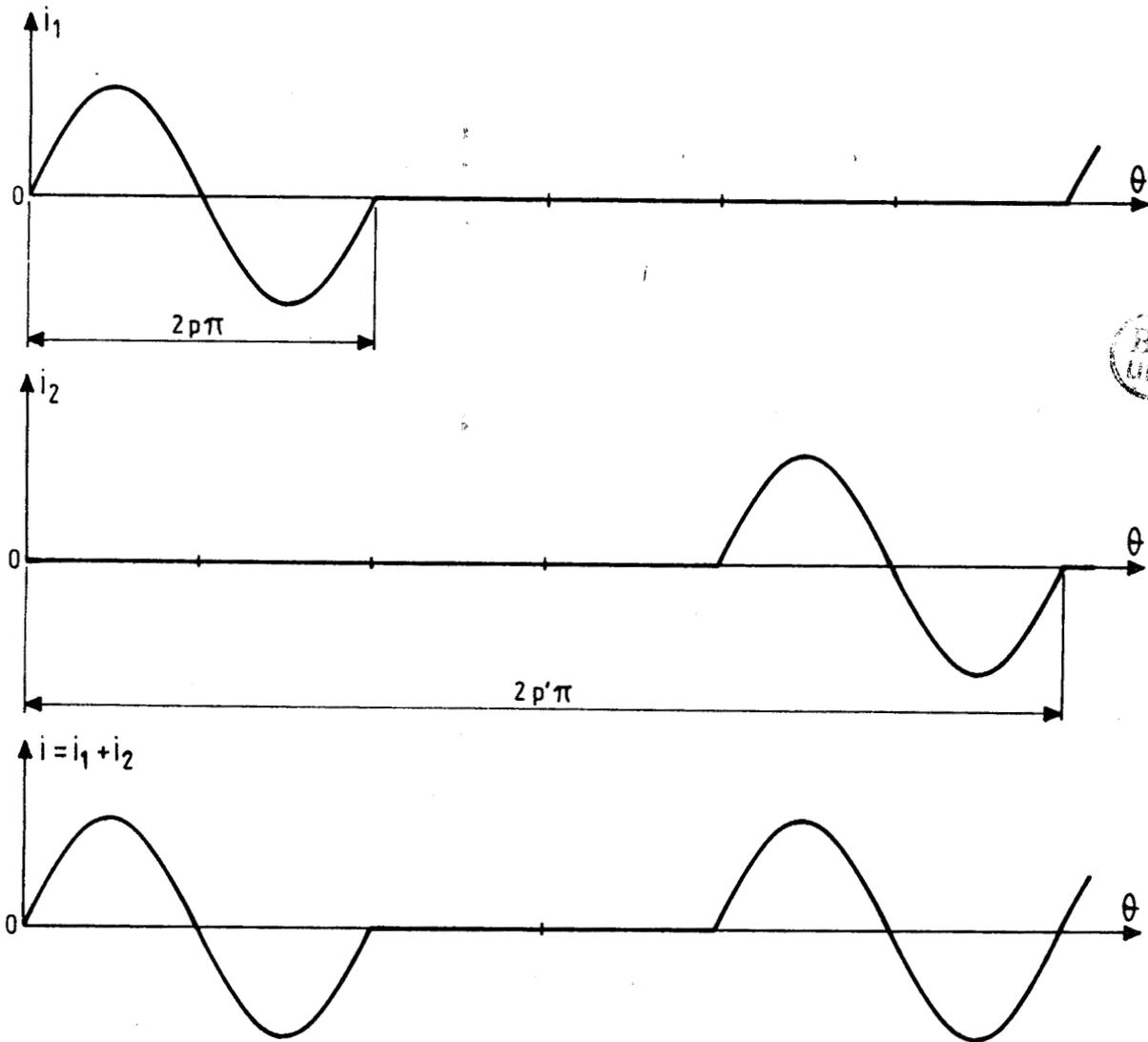


Figure 3.2

Le fonctionnement de chaque gradateur est celui étudié au chapitre II. Quand le gradateur 1 est passant, on a :

$$v' = v = V_m \sin \theta = R i_1$$

$$\text{Donc, on a } i_1 = \frac{V_m \sin \theta}{R}$$

De même, quand le second gradateur est passant, on a :

$$v'' = v = R i_2$$

$$\text{soit: } i_2 = \frac{V_m \sin \theta}{R}$$

Et quand les gradateurs sont bloqués, on a :

$$v' = 0 \quad \text{car } v_{T_{h1}} = v \quad \text{donc } i_1 = 0$$

$$v'' = 0 \quad \text{car } v_{T_{h3}} = v \quad \text{donc } i_2 = 0$$

$v_{T_{h1}}$ est la tension aux bornes du gradateur 1

$v_{T_{h3}}$ est la tension aux bornes du gradateur 2

Le courant fourni par la source i est la somme des courants écoulés par chacun des gradateurs. On a représenté figure 3.2. les formes d'onde des courants i_1 , i_2 et i . Dans le cas où $p' = 6$ $p = 2$, on voit que le courant i est moins "déformé" que les courants i_1 et i_2 . Avec $p' = 6$ et $p = 3$ par exemple, le courant i serait parfaitement sinusoïdal.

II - CARACTERISTIQUES

II.1. Caractéristiques de réglage

Quand on fait varier p de zéro à p' , deux cas sont à distinguer :

- pour $\alpha = p/p'$, inférieur à $1/2$: il n'y a pas de chevauchement des intervalles de conduction de chacun des gradateurs. Dans ce cas, la valeur efficace

du courant fourni par la source varie de 0 (pour $p = 0$) à V/R (pour $p = p'/2$)

Pour p égal à $p'/2$, les deux gradateurs se succèdent dans leur conduction sans qu'il y ait interruption du courant en ligne.

- pour α supérieur à $1/2$: en plus du fonctionnement séparé des gradateurs, il existe un intervalle de temps où les deux gradateurs fonctionnent simultanément. Donc quand p varie de $p'/2$ à p' , la valeur efficace du courant fourni par la source varie de V/R à son maximum $2V/R$.

* pour $\alpha \leq 1/2$, la valeur efficace du courant fourni par la source est donnée par :

$$I^2 = \frac{1}{2 p' \pi} \int_0^{2p' \pi} i^2 d\theta$$

- Le gradateur 1 est passant pendant $2 p \pi$

- Le gradateur 2 est passant pendant $2 p \pi$

Donc il existe un gradateur passant pendant $2 \times 2 p \pi$, et aucun gradateur n'est passant pendant $2 p' \pi - 2 \times 2 p \pi$.

Le courant absorbé i a donc les valeurs suivantes :

pendant $2 \times 2 p \pi$ i vaut $\frac{V_m}{R} \sin \theta$

pendant $2 p' \pi - 2 \times 2 p \pi$ i vaut zéro, car aucun gradateur n'est passant

Ce qui donne pour I :

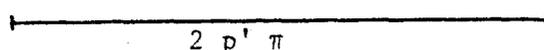
$$I^2 = \frac{1}{2 p' \pi} \int_0^{2 \times 2 p \pi} \frac{V_m^2}{R^2} \sin^2 \theta d\theta$$

soit $I = I_0 \sqrt{2\alpha}$

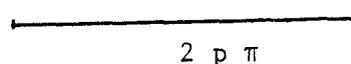
* si α est supérieur à $1/2$

Il existe tantôt deux gradateurs passants, tantôt un seul. Il faut donc déterminer la durée de conduction simultanée des deux gradateurs. Nous avons schématisé par des diagrammes les intervalles de conduction des deux gradateurs.

période totale



temps de conduction du gradateur 1



temps de conduction du gradateur 2



Par lecture directe du diagramme ci-dessus, on voit qu'il y a deux gradateurs passants pendant $2 \times 2 p \pi - 2 p' \pi$, et un seul gradateur pendant $2 p' \pi - (2 \times 2 p \pi - 2 p' \pi)$ soit $4 \pi(p' - p)$.

Donc le courant absorbé i vaut $\frac{2 V_m}{R} \sin \theta$ pendant $2 \times 2 p \pi - 2 p' \pi$.

Et il vaut $\frac{V_m}{R}$ pendant $4 \pi(p' - p)$. Ce qui donne pour le courant efficace :

$$I^2 = \frac{1}{2 p' \pi} \left(\int_0^{4\pi(p'-p)} \frac{V_m^2}{R^2} \sin^2 \theta d\theta + \int_0^{2\pi(2p-p')} \left(\frac{2 V_m}{R}\right)^2 \sin^2 \theta d\theta \right)$$

Soit après intégration :

$I = I_0 \sqrt{2(3\alpha - 1)}$ avec $I_0 = V/R$, I_0 est la valeur efficace du courant absorbé par un gradateur fonctionnant "pleine onde".

On a représenté sur la figure 3.3. les variations de I/I_0 en fonction de α sous forme d'une courbe continue.

Les valeurs efficaces des courants dans chacune des résistances I_1 et I_2 sont égales et ont pour valeurs celles établies au chapitre II, soit :

$$I_1 = I_2 = I_0 \sqrt{\alpha}$$

La puissance fournie à l'ensemble P a pour valeur :

$$P = R(I_1^2 + I_2^2) = 2 R I_1^2$$

en ramenant à la puissance P_0 d'un seul gradateur fonctionnant à pleine onde :

$$\frac{P}{P_0} = \frac{2 R I_1^2}{R I_0^2} = 2 \alpha$$

Malgré le changement de définition de I en fonction de α pour les deux régimes étudiés, la courbe donnant la puissance totale est linéaire, puisque pour $\alpha = 1/2$ la puissance fournie au montage est celle P_0 qu'un seul gradateur peut absorber à pleine onde.

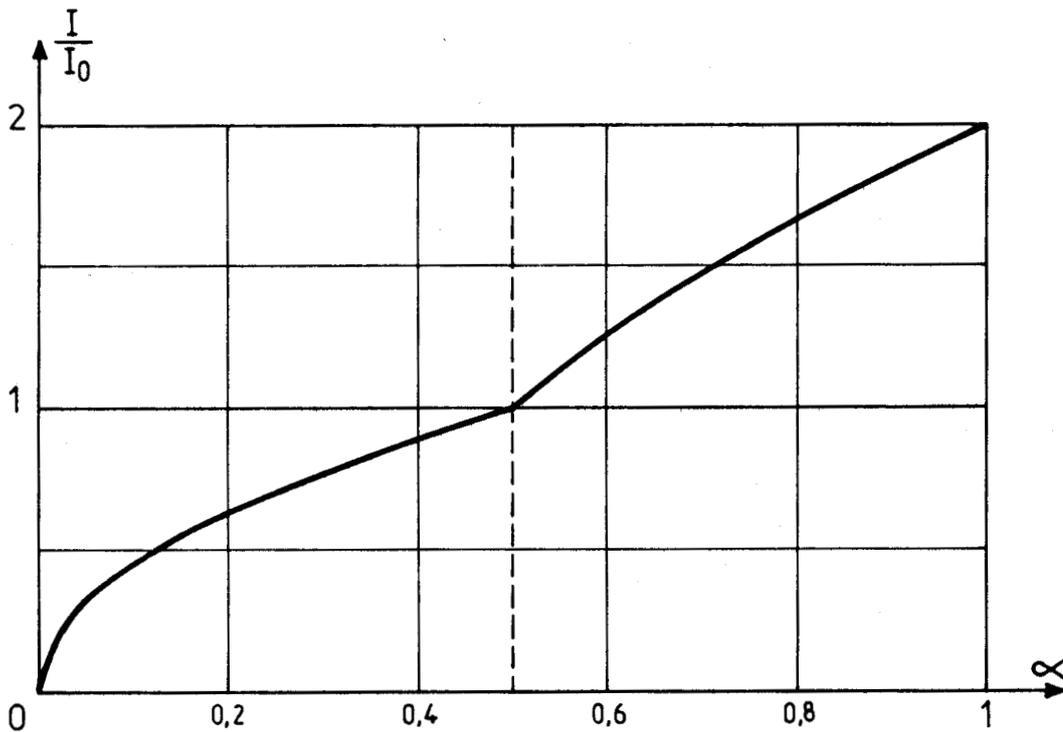


Figure 3.3

II.2. Caractéristiques relatives au courant absorbé

II.2.1. Facteur de puissance

Après avoir caractérisé la valeur efficace du courant fourni par la source, nous pouvons calculer le facteur de puissance et le taux d'harmoniques de ce montage, vu de la source.

Le facteur de puissance a pour expression :

$F = \frac{P}{S}$ où P représente la puissance active absorbée par le montage et S la puissance apparente fournie par la source.

P a pour expression :

$P = P_1 + P_2 = R I_1^2 + R I_2^2$ puissances absorbées respectivement par le gradateur 1 et le gradateur 2.

Les courants I_1 et I_2 ont la valeur du courant efficace d'un gradateur monophasé, soit :

$$I_1 = I_2 = I_0 \sqrt{\alpha}$$

ce qui donne : $P = 2R (I_0 \sqrt{\alpha})^2$

La puissance apparente S a pour expression :

$$S = V I$$

Mais puisque I a deux expressions selon que α est inférieur ou supérieur à 1/2, on a deux expressions pour S :

* $S = V \cdot \sqrt{2\alpha} I_0$ si α est inférieur à 1/2

ce qui donne pour F :

$$F = \frac{2 R I_0^2 \alpha}{V \cdot \sqrt{2\alpha} I_0} \quad \text{soit } F = \sqrt{2\alpha}$$

* si α est supérieur à $1/2$, $I = I_0 \sqrt{(3 \alpha - 1) \times 2}$

ce qui donne $S = V I_0 \sqrt{(3 \alpha - 1) \times 2}$, et pour F :

$$F = \frac{2 R \alpha I_0^2}{V I_0 \sqrt{2(3 \alpha - 1)}} \quad \text{soit } F = \frac{\sqrt{2} \alpha}{\sqrt{3 \alpha - 1}}$$

Il faut noter que la courbe représentant les variations de F en fonction de α présente deux points où le facteur de puissance vaut 1. Il existe donc deux réglages où toute la puissance apparente fournie par la source est dissipée entièrement dans les résistances. On a représenté d'une manière continue les variations de F en fonction de α sur la figure 3.4.

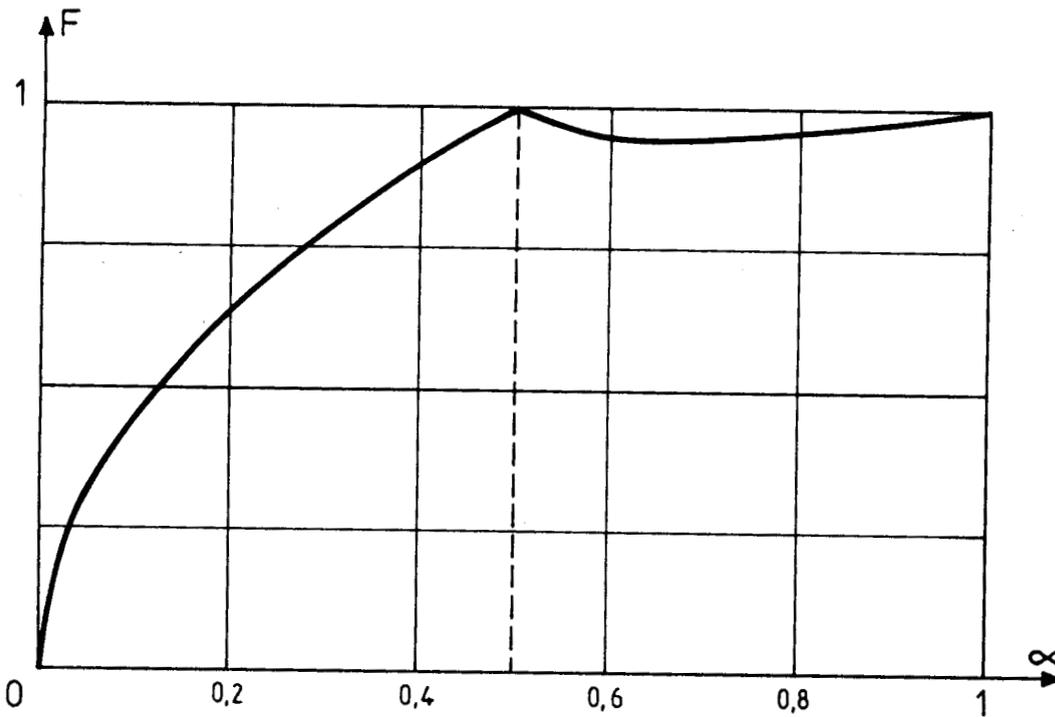


Figure 3.4

On constate que cette courbe présente un minimum dans sa deuxième partie. La valeur de α , minimisant le facteur de puissance quand α est supérieur, est obtenue par dérivation :

$$\frac{dF}{d\alpha} = \frac{\sqrt{2} (3/2 \alpha - 1)}{(3 \alpha - 1)^{3/2}}$$

Cette dérivée s'annule quand α vaut $2/3$. Pour cette valeur, F vaut $0,943$. Pour des réductions de puissance allant jusqu'à 50% de la puissance totale, le facteur de puissance ne descend pas au dessous de $0,943$. Pour les autres montages dans les mêmes conditions, le facteur de puissance prend la valeur minimale $0,707$. L'entrelacement de deux gradateurs entraîne une amélioration notable du facteur de puissance.

II.2.2. Taux d'harmoniques

L'amélioration sensible du facteur de puissance doit se traduire par une diminution du taux d'harmoniques.

Celui-ci a pour expression :

$$\delta = \frac{1}{I_{p'}} \sqrt{I_1^2 + \dots + I_{p'}^2 + I_{p'+1}^2 + \dots}$$

où $I_{p'}$ représente la valeur efficace du fondamental du courant fourni par la source.

$$\text{On a donc } \delta = \sqrt{\left(\frac{I}{I_{p'}}\right)^2 - 1}$$

On peut relier δ au facteur de puissance puisque :

$$F = \frac{V I_{p'} \cos \phi_{p'}}{V I} \quad \text{soit } F = \frac{\cos \phi_{p'}}{\sqrt{1 + \delta^2}}$$

Mais ici, puisque l'on fonctionne en trains d'ondes, le déphasage $\phi_{p'}$ du fondamental du courant en ligne est en phase avec la tension de la source, donc

$$\cos \phi_{p'} = 1$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{F^2} - 1}$$

Selon que α est plus grand ou plus petit que $1/2$, on obtient :

* si $\alpha \leq 1/2$ $F = \sqrt{2\alpha}$

cela donne donc pour δ

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{2\alpha} - 1}$$

* si $\alpha > 1/2$ $F = \frac{\sqrt{2\alpha}}{\sqrt{3\alpha - 1}}$

ce qui donne pour δ

$$\delta = \sqrt{\frac{3\alpha - 1}{2\alpha^2} - 1}$$

Pour les deux valeurs de α ($\alpha = 0,5$ et $\alpha = 1$), le taux d'harmoniques est évidemment nul, on a représenté figure 3.5. les variations de δ en fonction de α

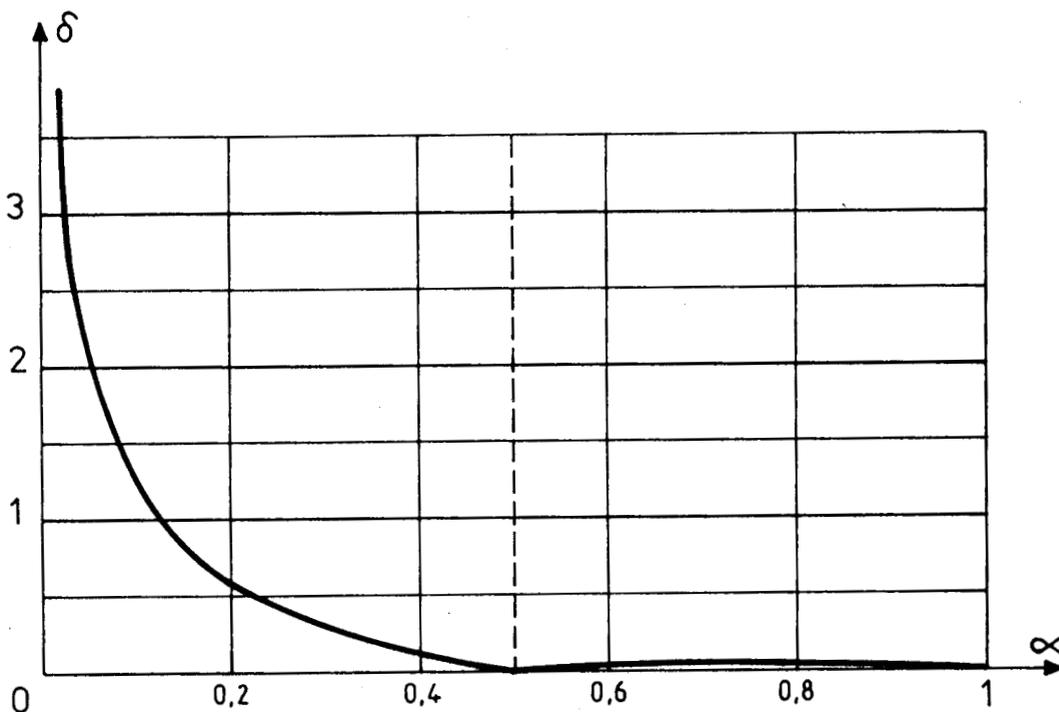


Figure 3.5

II.2.3. Développement en série de Fourier du courant en ligne

Le courant fourni par la source peut se développer en un nombre infini de courants sinusoïdaux dont la fréquence est multiple ou sous-multiple de la fréquence de la tension d'alimentation. Les valeurs efficaces des différents harmoniques nous donnent une idée des perturbations générées par ce montage. On calcule les valeurs efficaces des harmoniques de courant absorbé, ainsi que leur déphasage par rapport à la tension d'alimentation par les formules de Fourier :

$$I_k = \sqrt{\frac{A_k^2 + B_k^2}{2}} \quad \text{et} \quad \phi_k = \text{Arctg} \frac{B_k}{A_k}$$

A_k et B_k valant respectivement :

$$\frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2 p' \pi} i \sin \frac{k \theta}{p'} d\theta \quad \text{et} \quad \frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2 p' \pi} i \cos \frac{k \theta}{p'} d\theta$$

On doit distinguer les deux types de fonctionnement du montage selon les valeurs de α .

* Quand α est inférieur à $1/2$: Pendant une période T du phénomène, il existe deux intervalles de conduction distincts correspondants à la conduction de chacun des gradateurs. On obtient :

$$A_k = \frac{2}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2 p \pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d\theta + \int_{2 p' \pi - 2 p \pi}^{2 p' \pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d\theta \right]$$

En posant $\theta = 2 p' \pi - \beta$, dans la seconde intégrale, on obtient :

$$A_k = \frac{2}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2 p \pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d\theta + \int_0^{2 p \pi} \frac{V_m}{R} \sin \beta \sin \frac{k \beta}{p'} d\beta \right]$$

Ce qui donne après intégration et simplification :

$$A_k = \frac{-2 \sqrt{2} I_0 p'}{\pi (p'^2 - k^2)} \sin 2 k \pi \alpha \quad \text{dans le cas où } k \text{ est différent de } p'.$$

Dans le cas où k vaut p' , on obtient pour le fondamental à la fréquence du réseau :

$$A_{p'} = 2 \sqrt{2} I_0 \alpha$$

De même, B_k a pour expression :

$$B_k = \frac{2}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2p\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d \theta + \int_{2\pi p' - 2p\pi}^{2p\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d \theta \right]$$

Avec le même changement de variable $\theta = 2 p' \pi - \beta$; on obtient :

$$B_k = \frac{2}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2p\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d \theta - \int_0^{2p\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d \theta \right]$$

Donc $B_k = 0$, ceci quelque soit k ; en particulier pour le fondamental, quand $k = p'$; $B_{p'}$ est nul.

A partir de A_k et B_k , on calcule I_k qui vaut :

$$I_k = \frac{2 I_0 p'}{\pi |p'^2 - k^2|} |\sin 2 k \pi \alpha| \quad \text{pour } k \text{ différent de } p', \text{ et}$$

$I_{p'} = 2 \alpha I_0$ pour le fondamental.

* Quand α est supérieur à $1/2$, trois intervalles caractérisent la période :

- dans le premier intervalle, il y a conduction du premier gradateur
- dans le deuxième intervalle, il y a conduction simultanée des deux gradateurs
- dans le troisième intervalle, il y a conduction du second gradateur.

Ce qui donne pour A_k :

$$A_k = \frac{2}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2p'\pi - 2p\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d \theta + \int_{2p'\pi - 2p\pi}^{2p\pi} \frac{2V_m}{R} \sin \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d \theta + \int_{2p\pi}^{2p'\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d \theta \right]$$

On calcule séparément les différentes intégrales, et on obtient :

$$A_k = - \frac{2 I_o \sqrt{2}}{\pi} \frac{p'}{(p'^2 - k^2)} \sin 2 k \pi \alpha \quad \text{pour } k \text{ différent de } p'$$

On calcule directement la valeur de A_k pour le fondamental :

$$A_{p'} = 2 \sqrt{2} \alpha I_o$$

De même, B_k a pour expression :

$$B_k = \frac{2}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2p'\pi - 2p\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d\theta + \int_{2p'\pi - 2p\pi}^{2p\pi} \frac{2 V_m}{R} \sin \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d\theta \right. \\ \left. \int_{2p\pi}^{2p'\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d\theta \right]$$

On calcule séparément les intégrales et on obtient après simplification :

$$B_k = 0 \text{ dans le cas où } k \text{ est différent de } p'.$$

De même le calcul direct, pour le fondamental, donne $B_{p'} = 0$; il n'existe donc pas de déphasage entre le fondamental du courant et la tension d'alimentation.

On calcule la valeur efficace des courants harmoniques :

$$I_k = \frac{2 I_o p'}{\pi |p'^2 - k^2|} | \sin 2 k \pi \alpha |$$

Pour le fondamental, on obtient :

$$I_{p'} = 2 \alpha I_o$$

Nous avons représenté (figures 3.6. et 3.6. bis) les variations des valeurs efficaces des premiers harmoniques ramenés à I_o , en fonction de α pour deux valeurs de p' : $p' = 6$ et $p' = 12$

Il est à noter que ces deux courbes ne sont pas directement comparables, car les fréquences des harmoniques de même rang ne sont pas les mêmes. Il est plus intéressant de comparer ces courbes avec celles obtenues pour le montage à un seul gradateur, commandé par train d'ondes entières (Figures 2.4. et 2.4. bis).

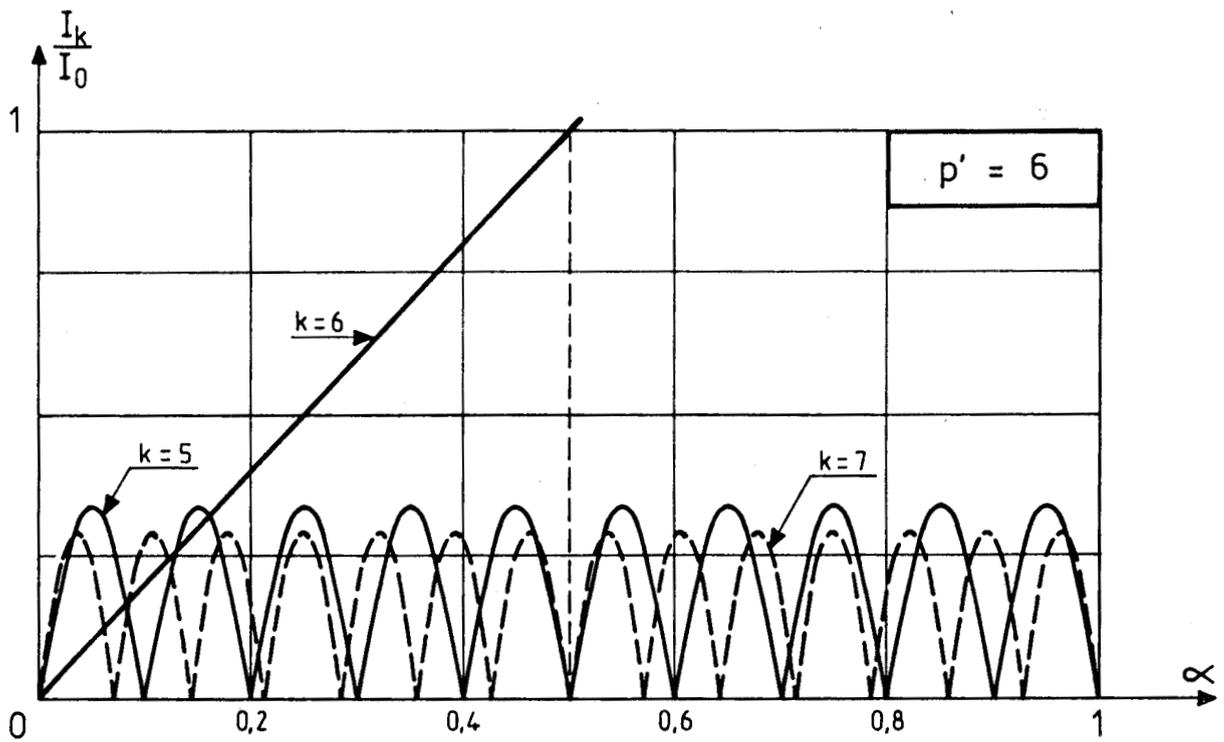


Figure 3.6

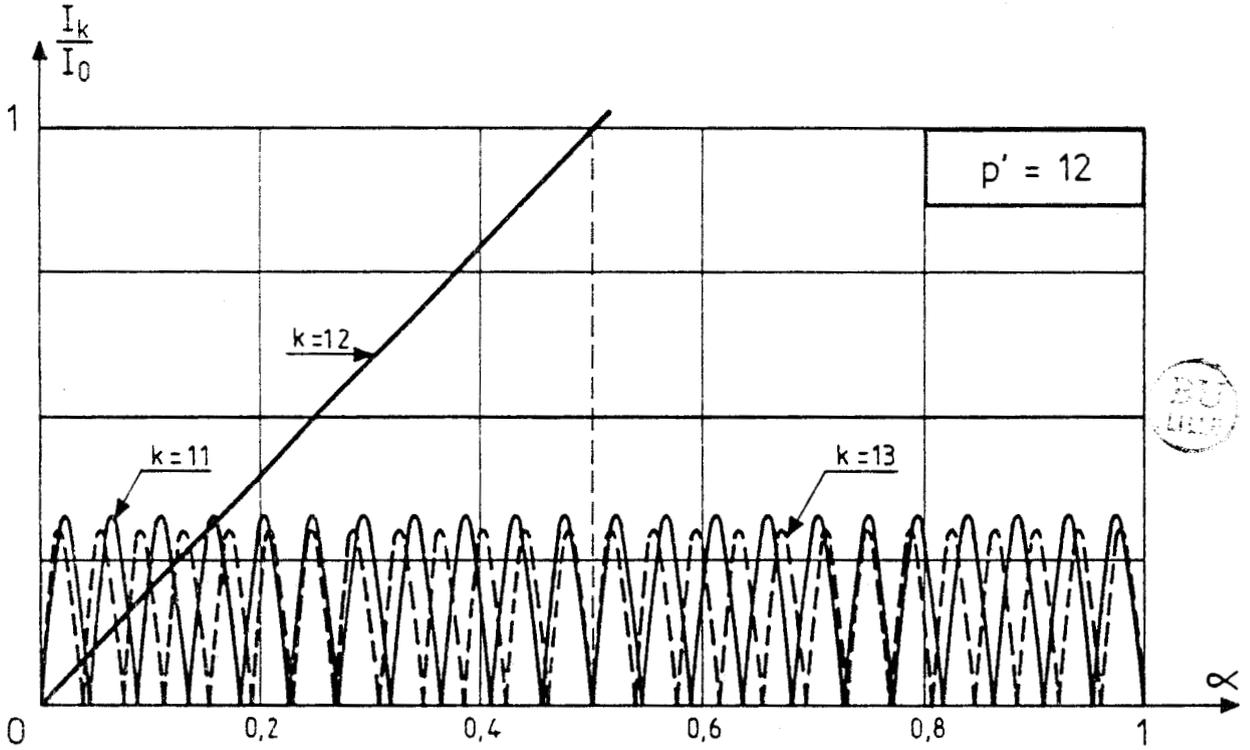


Figure 3.6bis

II.2.4. Calcul de la puissance déformante

Comme dans les chapitres précédents, la puissance déformante est donnée par :

$$D = V \sqrt{I^2 - I_{p'}^2}$$

Puisqu'il existe deux expressions pour I selon la valeur de α , on a :

- Pour $\alpha \leq 1/2$:

$$I = I_0 \sqrt{2\alpha} \quad \text{soit } D = I_0 V \sqrt{2\alpha - 4\alpha^2} \quad \text{d'où } \frac{D}{P_0} = \sqrt{2\alpha - 4\alpha^2}$$

- Pour $\alpha \geq 1/2$:

$$I = I_0 \sqrt{2(3\alpha - 1)} \quad \text{soit } D = V I_0 \sqrt{2(3\alpha - 1) - 4\alpha^2} \quad \text{d'où } \frac{D}{P_0} = \sqrt{6\alpha - 2 - 4\alpha^2}$$

D'autre part, on a montré précédemment que $\frac{P}{P_0}$ égal 2α

On a représenté (figure 3.7.) les variations de P et de D, ramenées à P_0 puissance absorbée par un gradateur fonctionnant "pleine onde" en fonction de α .

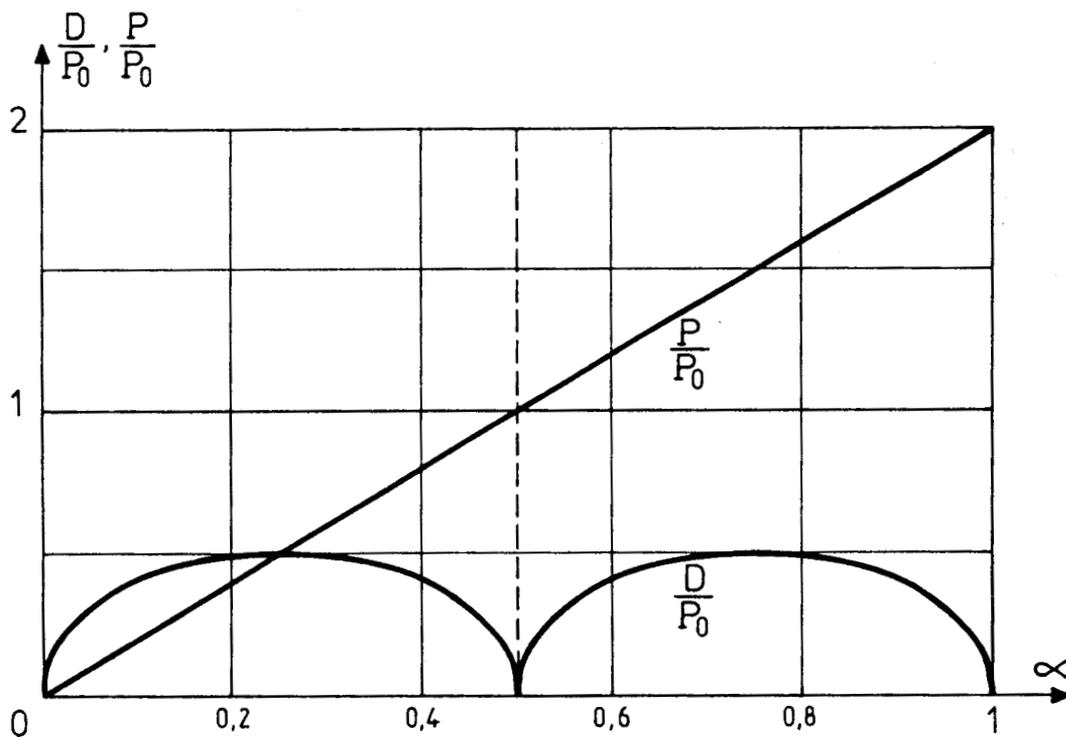


Figure 3.7

On remarque que par rapport au montage ne comprenant qu'un seul gradateur, on a sensiblement diminué la puissance déformante. C'est cette diminution de D qui explique l'augmentation du facteur de puissance.

III - COMMANDE DECALEE

Le mode de commande qui vient d'être présenté, ne peut être étendu au cas où il existe plus de deux ensembles gradateur-résistance. Par contre, il existe une commande qui permet la généralisation : on enclenche le deuxième gradateur après une demi-période du phénomène total.

Soit en conservant les mêmes hypothèses pour les tensions et les thyristors

- on enclenche le thyristor T_{h1} de manière cyclique pour $\theta = 2 k \pi$, et T_{h2} pour $\theta = (2 k + 1) \pi$, avec k variant de 0 à p - 1
- on enclenche T_{h3} de manière cyclique pour $\theta = \frac{2 p' \pi}{2} + 2 k \pi$, et T_{h4} pour $\theta = \frac{2 p' \pi}{2} + (2 k + 1) \pi$, k variant de 0 à p - 1

Il faut remarquer que ce mode de commande suppose que p' soit pair, pour que la tension aux bornes des thyristors du deuxième gradateur permette l'enclenchement des thyristors aux instants voulus.

On conserve les notations utilisées dans le début du chapitre, c'est-à-dire

- i_1 courant écoulé par le gradateur 1
- i_2 courant écoulé par le gradateur 2
- i courant fourni par la source, qui est égal à la somme des courants $i_1 + i_2$

Nous avons représenté les formes d'ondes de i_1 , i_2 et i (figure 3.8.) dans 1 cas où $p' = 6$, $p = 2$ puis $p = 4$

III.1. Caractéristiques

III.3.1. Caractéristiques de réglage

Quand α varie de 0 à p', deux modes de fonctionnement sont à distinguer :

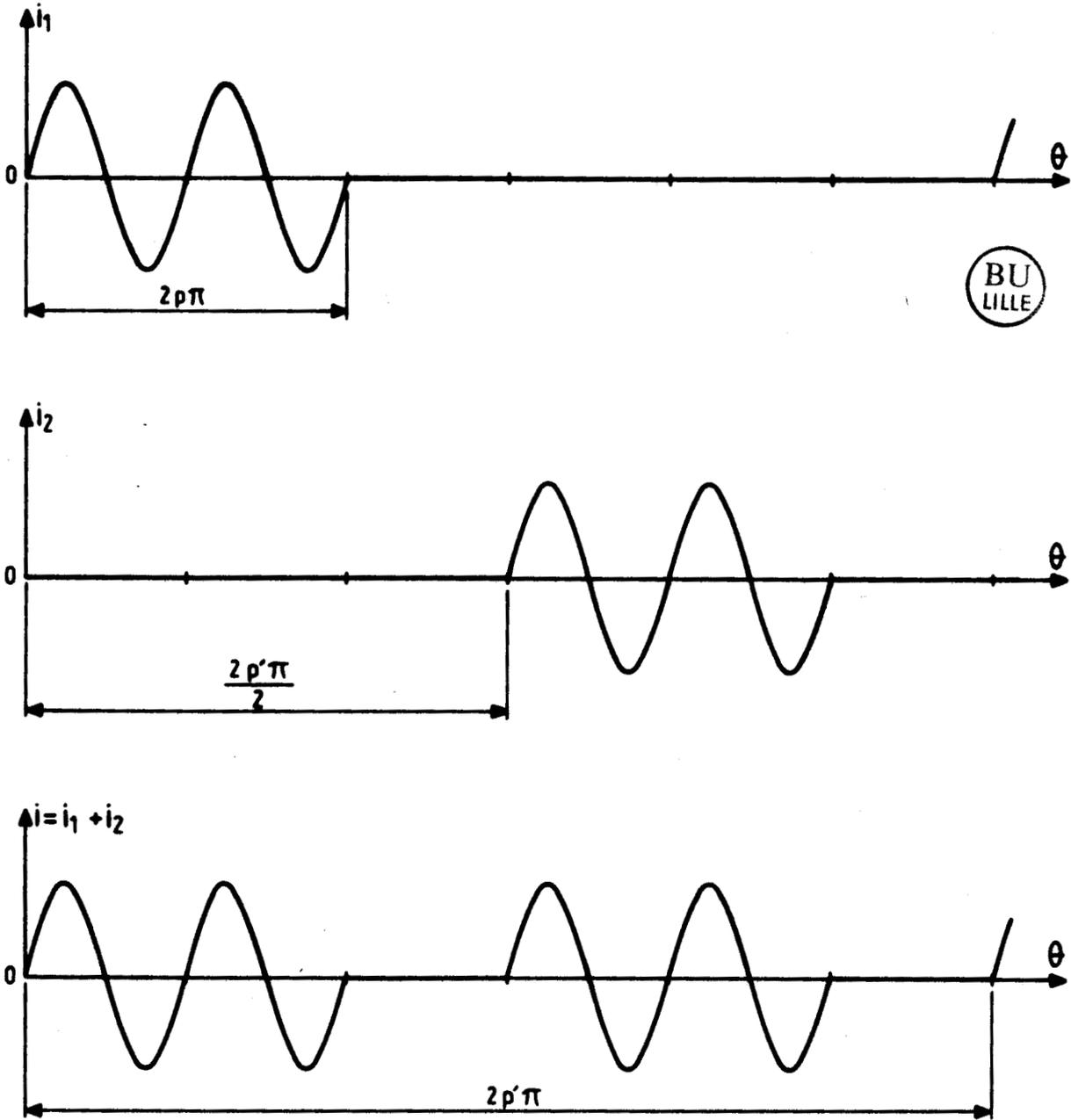


Figure 3.8

- pour α inférieur à $1/2$, il n'y a pas chevauchement des intervalles de conduction des gradateurs : la valeur efficace du courant en ligne varie de 0 à V/R .
- pour α égal à $1/2$, il n'y a pas interruption du courant en ligne.
- pour α supérieur à $1/2$, il existe deux intervalles de temps où les deux gradateurs conduisent simultanément : la valeur efficace du courant en ligne varie de V/R à $2V/R$.

On constate que pour ce type de commande la périodicité n'est plus $2 p' \pi$, mais $p' \pi$

- pour $\alpha \leq 1/2$, la valeur efficace du courant en ligne est calculée par :

$$I^2 = \frac{1}{2 p' \pi} \int_0^{2 p' \pi} i^2 d \theta$$

- le premier gradateur est passant pendant $2 p \pi$
- le deuxième gradateur est passant pendant $2 p \pi$

La charge des circuits est constituée par des résistances identiques de valeur R . Donc quand les thyristors sont passants, le courant en ligne i a pour valeur $\frac{V_m}{R} \sin \theta$

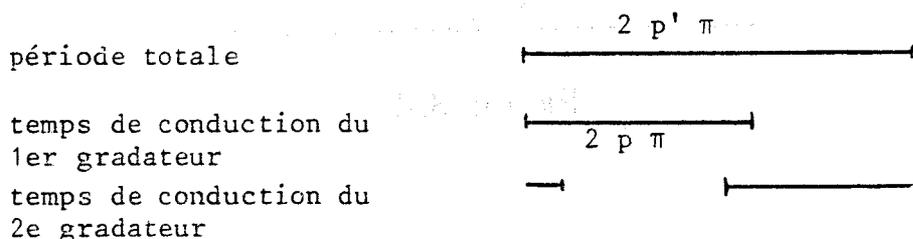
Ce qui donne pour I :

$$I^2 = \frac{1}{p' \pi} \left(\int_0^{2 p \pi} \frac{V_m^2}{R^2} \sin^2 \theta d \theta \right)$$

Ce qui donne :

$$I = I_0 \sqrt{2 \alpha}$$

- pour $\alpha \geq 1/2$, il y a tantôt un gradateur passant, tantôt deux gradateurs passants. Il faut déterminer la durée du chevauchement :



Il y a conduction simultanée des deux gradateurs pour θ compris entre 0 et $(2p\pi - p'\pi)$ et entre $p'\pi$ et $2p\pi$

Ce qui donne pour la valeur efficace du courant en ligne :

$$I^2 = \frac{1}{p'\pi} \left(\int_0^{2p\pi - p'\pi} \frac{V_m^2}{4R^2} \sin^2 \theta d\theta + \int_{2p\pi - p'\pi}^{p'\pi} \left(\frac{V_m}{R}\right)^2 \sin^2 \theta d\theta \right)$$

Ce qui donne après intégration et simplification :

$$I = I_0 \sqrt{2(3\alpha - 1)}$$

On remarque que les formules obtenues pour la valeur efficace du courant en ligne, sont les mêmes que celles obtenues pour le mode de commande étudié au début de ce chapitre (figure 3.3.). D'autre part, les valeurs efficaces I_1 , I_2 des courants écoulés par les gradateurs, sont égales et inchangées. Elles valent donc $I_0 \sqrt{\alpha}$ qui est la valeur efficace d'un gradateur monophasé.

Dans ces conditions, le type de commande développé ici est caractérisé par les mêmes formules de calculs pour la puissance active, la puissance déformante, le facteur de puissance et du taux harmonique, que la commande précédente.

Seule la décomposition en série de Fourier du courant en ligne est modifiée. Mais en conservant globalement une "nuisance" identique, car le taux d'harmonique est le même que précédemment.

La valeur efficace du courant harmonique de rang k est donnée par ;

$$I_k = \sqrt{\frac{A_k^2 + B_k^2}{2}}$$

Il faut distinguer le cas chevauchement de conduction et le cas sans chevauchement, c'est-à-dire $\alpha \geq 1/2$ ou $\alpha < 1/2$

* dans le cas où α est inférieur à $1/2$

A_k se calcule par :

$$A_k = \frac{2}{p' \pi} \left[\int_0^{2p'\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin \frac{2k\theta}{p'} d\theta \right]$$

car la période du phénomène est divisée par deux. Ce qui donne, après intégration et simplification :

$$A_k = \frac{-2 p' I_o \sqrt{2} \sin 4 k \pi \alpha}{\pi(p'^2 - 4 k^2)} \quad \text{avec } k \text{ différent de } p'/2$$

Quand k vaut $p'/2$, le calcul direct donne

$$A_{p'/2} = 2 \sqrt{2} \alpha I_o$$

De même, on calcule B_k par :

$$B_k = \frac{2}{p' \pi} \left[\int_0^{2p'\pi} \left(\frac{V_m}{R}\right) \sin \theta \cos \frac{B k \theta}{p'} d\theta \right]$$

ce qui donne après intégration :

$$B_k = \frac{2 I_o \sqrt{2} p'}{\pi(p'^2 - 4 k^2)} (1 - \cos 4 k \pi \alpha)$$

pour k différent de $p'/2$.

Quand k vaut $p'/2$, le calcul direct de $B_{p'/2}$ donne :

$$B_{p'/2} = 0$$

A l'aide de A_k et B_k , nous calculons la valeur efficace du courant harmonique en ligne.

Si k vaut $p'/2$, $I_{p'/2} = 2 \alpha I_o$

Et pour k différent de $p'/2$, on obtient :

$$I_k = \frac{2 I_o p'}{\pi(p'^2 - 4 k^2)} \sqrt{2} (1 - \cos 4 k \pi \alpha)$$

Quand α est supérieur à $1/2$, il existe 4 intervalles de conduction distincts :

- * dans le premier intervalle, les deux gradateurs conduisent simultanément
- * dans le deuxième intervalle, le gradateur 1 conduit seul
- * dans l'intervalle trois, les deux gradateurs conduisent simultanément
- * dans le dernier intervalle, le gradateur 2 conduit seul.

Ces 4 intervalles représentent deux périodes réelles, donc en se ramenant à une période, on obtient pour A_k :

$$A_k = \frac{2}{p' \pi} \left[\int_0^{2p\pi - p'\pi} \frac{2 V_m}{R} \sin \theta \sin \frac{2 k \theta}{p'} d \theta + \int_{2p\pi - p'\pi}^{p'\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin \frac{2 k \theta}{p'} d \theta \right]$$

Ce qui donne après intégration et simplification pour k différent de $p'/2$:

$$A_k = \frac{-2 \sqrt{2} p' I_o}{\pi(p'^2 - 4 k^2)} \sin 4 k \pi \alpha$$

Quand k égal $p'/2$, le calcul direct donne :

$$A_{p'/2} = 2 \sqrt{2} \alpha I_o$$

De même, on calcule B_k par :

$$B_k = \frac{2}{p' \pi} \left[\int_0^{2p\pi - p'\pi} \frac{2 V_m}{R} \sin \theta \cos \frac{2 k \theta}{p'} d \theta + \int_{2p\pi - p'\pi}^{p'\pi} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \frac{2 k \theta}{p'} d \theta \right]$$

Ce qui donne après intégration, dans le cas où k est différent de $p'/2$:

$$B_k = \frac{2 I_o \sqrt{2} p'}{\pi(p'^2 - 4 k^2)} (1 - \cos 4 k \pi \alpha)$$

Quand k vaut $p'/2$, le calcul direct donne :

$$B_{p'/2} = 0$$

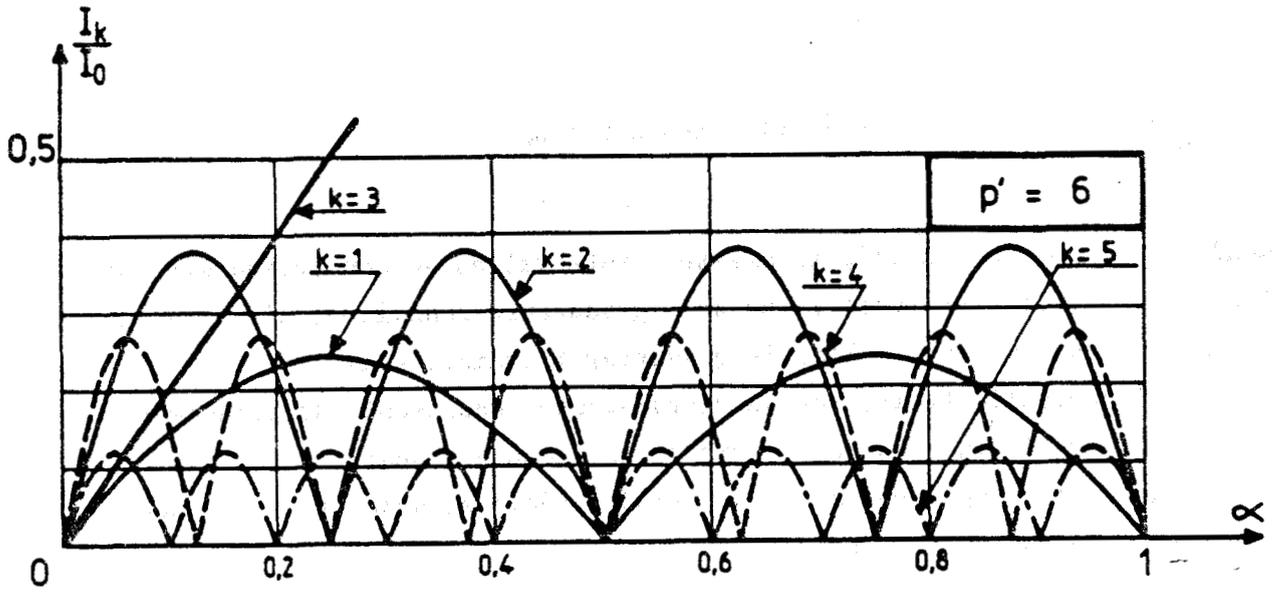


Figure 3.9

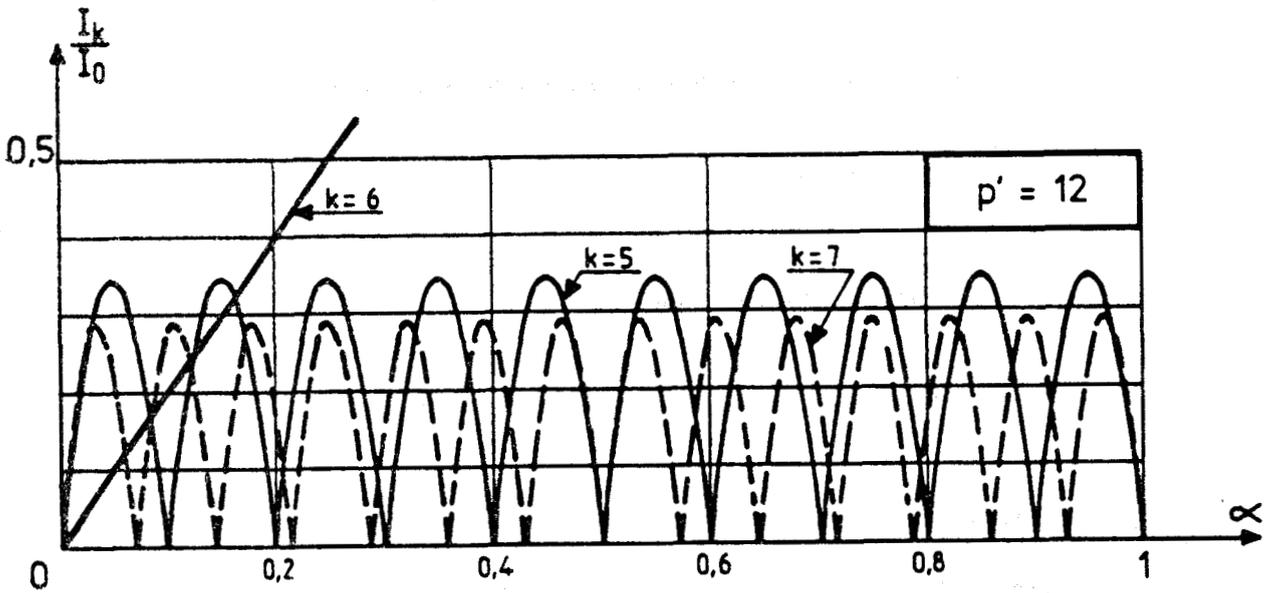


Figure 3.9 bis

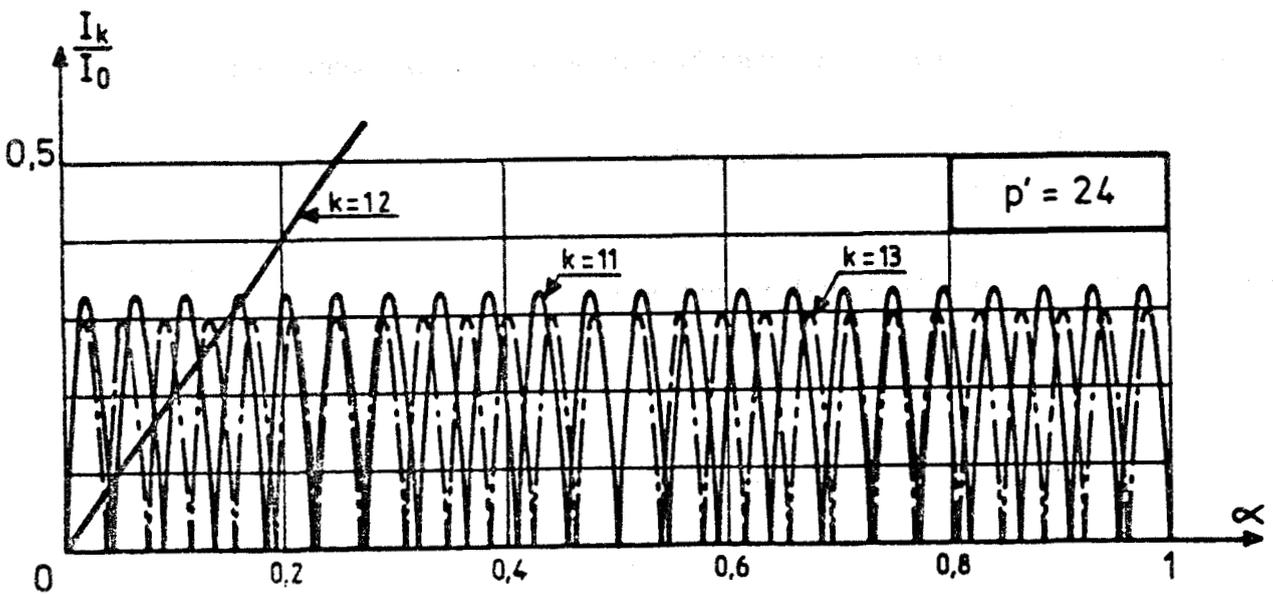


Figure 3.9 ter

On peut donc désormais, calculer I_k

$$I_k = \frac{2 p' I_o}{\pi |p'^2 - 4 k^2|} \sqrt{2(1 - \cos 4 k \pi \alpha)}$$

Si k est différent de $p'/2$

Si k vaut $p'/2$:

$$I_{p'/2} = 2 \alpha I_o$$

On remarque que l'on obtient des formules identiques pour α supérieur à $1/2$ ou inférieur à $1/2$. Ceci s'explique car pour α égal $1/2$, l'onde du courant en ligne est sinusoïdale ; d'autre part, pour $\alpha = 0$, le courant est nul. Dans ces deux cas, le courant en ligne est dépourvu d'harmoniques. Donc, quand on fait varier α de $1/2$ à 1 , on superpose une portion de sinusoïde à une sinusoïde entière. La source d'harmoniques est donc la portion de sinusoïde superposée. Quand α varie de 0 à $1/2$, on dispose de la même portion de sinusoïde qui entraîne donc les mêmes courants harmoniques.

On a représenté figures 3.9. et 3.9.bis, les variations des premiers harmoniques en fonction de α pour deux valeurs de p' , $p'=6$ et $p'=12$.

Mais ces courbes pour $p'=6$ et $p'=12$ ne sont comparables à celles des figures 3.6. et 3.6. bis, que pour des valeurs moitié de p' . Afin de pouvoir effectuer une comparaison, nous avons tracé (figure 3.9.ter) les courbes donnant les valeurs des harmoniques pour $p'=24$ qui sont à comparer à celles de la figure 3.6. bis. En effet, l'harmonique k , pour le deuxième mode de commande, est à la fréquence $\frac{2 f k}{p'}$, si f est à la fréquence du réseau. Dans le chapitre suivant, nous généraliserons ce type de commande à n gradateurs débitants sur n résistances identiques.

IV - HARMONIQUES DE PUISSANCE

IV.1. Premier type de commande

Comme au chapitre II, il est intéressant de calculer les harmoniques de la puissance instantanée prise pour les deux ensembles "gradateur-résistance" à la source.

Soit P_k l'amplitude maximum de l'harmonique de puissance à la fréquence $\frac{k f}{p'}$ où f représente la fréquence du réseau. p_k est donné par :

$$P_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$$

Avec :

$$A_k = \frac{2}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2p'\pi} v i \sin \frac{k \theta}{p'} d \theta \right]$$

et :

$$B_k = \frac{2}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2p'\pi} v i \cos \frac{k \theta}{p'} d \theta \right]$$

Puisque l'expression de i change suivant le signe de $\alpha - 1/2$, il est nécessaire de séparer le calcul en deux parties.

* Pour α inférieur à $1/2$, le courant en ligne vaut $\frac{V_m}{R} \sin \theta$, pour θ compris entre 0 et $2 p \pi$, et pour θ compris entre $2 p' \pi - 2 p \pi$ et $2 p' \pi$.

Ce qui donne pour A_k :

$$A_k = \frac{2}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2p\pi} \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d \theta + \int_{2p'\pi-2p\pi}^{2p'\pi} \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d \theta \right]$$

Ce qui donne après intégration :

$$A_k = 0, \text{ ceci quelque soit } k$$

On calcule B_k par :

$$B_k = \frac{2}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2p\pi} \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d \theta + \int_{2p'\pi-2p\pi}^{2p'\pi} \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d \theta \right]$$

Ce qui donne après intégration :

$$B_k = \frac{8 p_o p'^2}{\pi k (4 p'^2 - k^2)} \sin 2 k \pi \alpha \quad \text{pour } k \text{ différent de } 2 p'$$

Pour k égal $2 p'$, le calcul direct donne :

$$B_{2 p'} = 2 \alpha P_o$$

Donc on calcule p_k d'après les expressions précédentes :

$$P_k = \frac{8 P_o p'^2}{\pi k |4 p'^2 - k^2|} |\sin 2 k \pi \alpha| \quad \text{pour } k \text{ différent de } 2 p'$$

Si $k = 2 p'$, on obtient :

$$P_{2 p'} = 2 \alpha P_o$$

* Pour α supérieur à $1/2$, le courant en ligne i vaut $\frac{V_m}{R} \sin \theta$ pour θ compris entre 0 et $2 p' \pi - 2 p \pi$, et pour θ compris entre $2 p \pi$ et $2 p' \pi$, et i vaut $\frac{2 V_m}{R} \sin \theta$ pour θ compris entre $2 p' \pi - 2 p \pi$ et $2 p \pi$

Ce qui donne pour A_k :

$$A_k = \frac{2}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2 p' \pi - 2 p \pi} \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d \theta + \int_{2 p' \pi - 2 p \pi}^{2 p \pi} \frac{2 V_m^2}{R} \sin^2 \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d \theta + \int_{2 p \pi}^{2 p' \pi} \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \sin \frac{k \theta}{p'} d \theta \right]$$

Ce qui donne après intégration et simplification :

$$A_k = 0 \text{ quelque soit } k$$

On calcule B_k par :

$$B_k = \frac{2}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2 p' \pi - 2 p \pi} \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d \theta + \int_{2 p' \pi - 2 p \pi}^{2 p \pi} \frac{2 V_m^2}{R} \sin^2 \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d \theta + \int_{2 p \pi}^{2 p' \pi} \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \cos \frac{k \theta}{p'} d \theta \right]$$

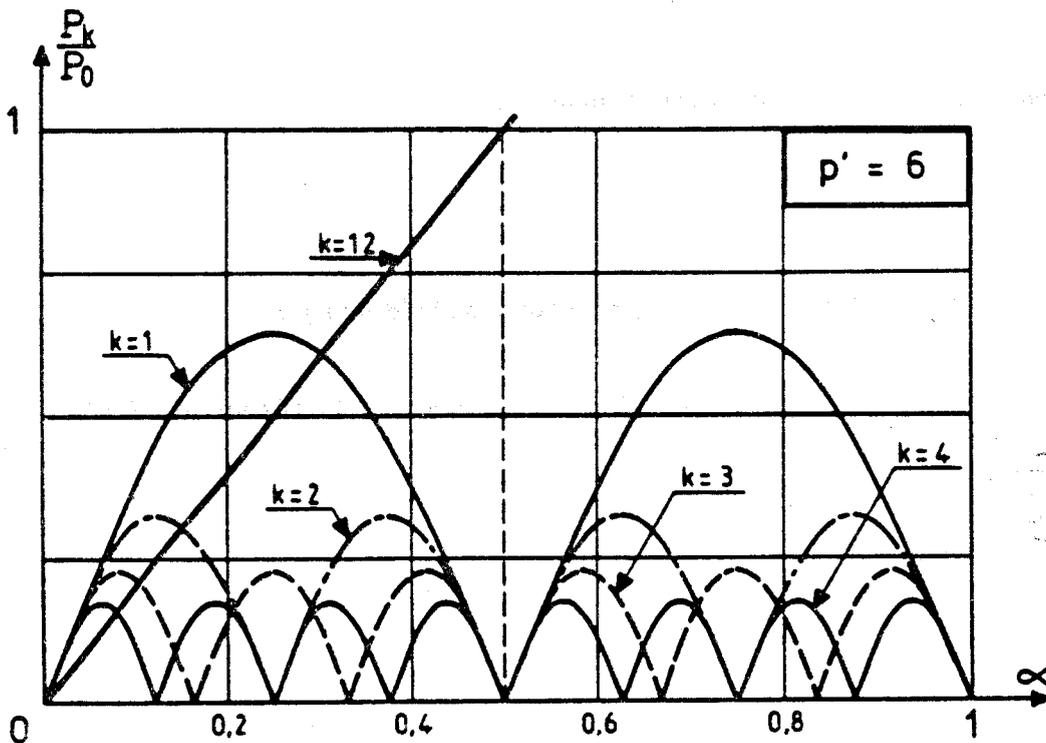


Figure 3.10

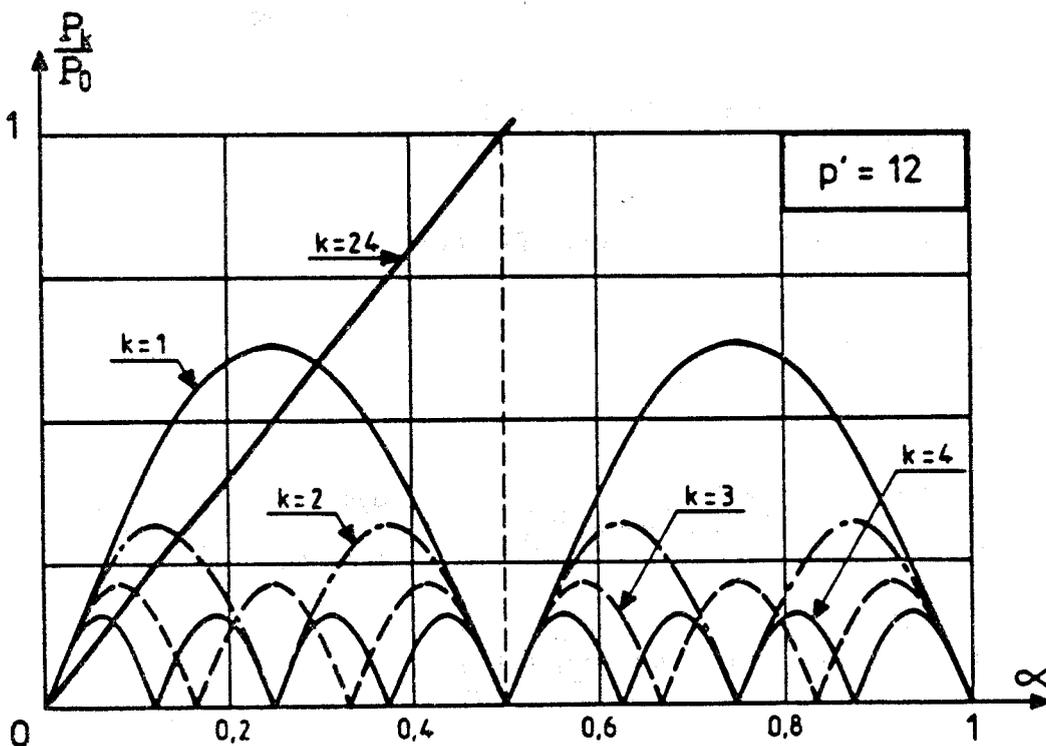


Figure 3.10 bis

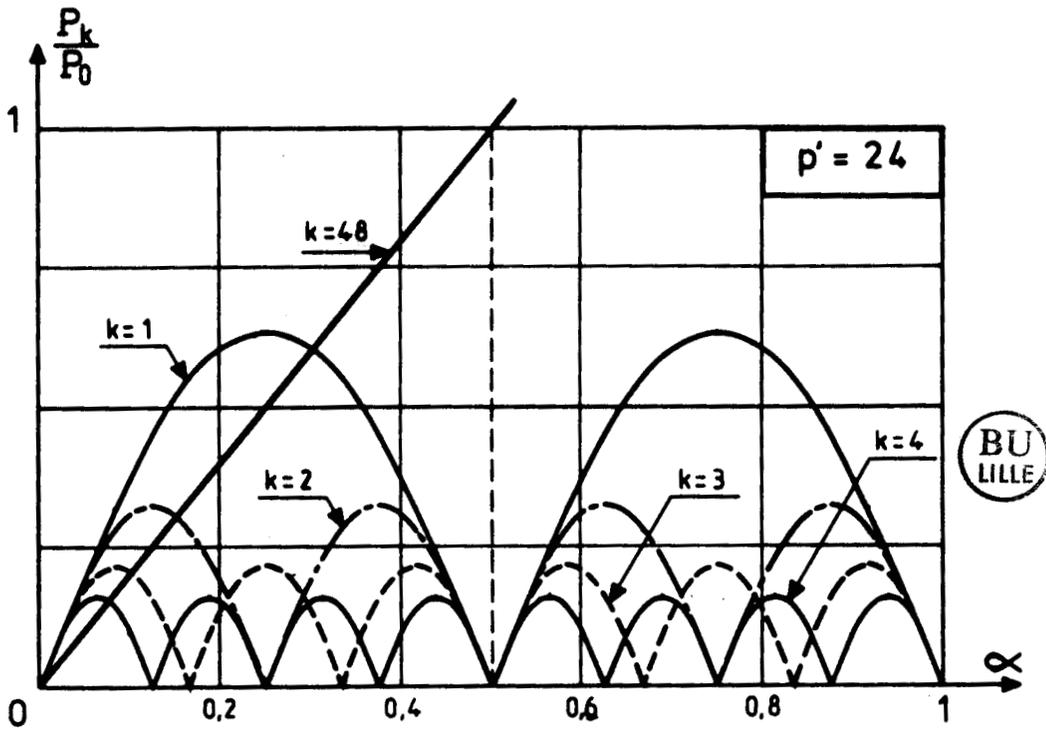


Figure 3.10 ter

Ce qui donne après intégration et simplification :

$$B_k = \frac{8 P_o p'^2 \sin 2 k \pi \alpha}{\pi k (4 p'^2 - k^2)} \quad \text{si } k \text{ est différent de } 2 p'$$

Pour $k = 2 p'$, le calcul direct de B_k donne :

$$B_k = - 2 \alpha P_o$$

D'où l'expression de p_k :

$$P_k = \frac{8 P_o p'^2}{\pi k |4 p'^2 - k^2|} |\sin 2 k \pi \alpha| \quad \text{pour } k \text{ différent de } 2 p'$$

Pour $k = 2 p'$, on a :

$$P_{2 p'} = 2 \alpha P_o$$

Nous avons représenté figures 3.10, 3.10 bis et 3.10 ter, les variations des premiers harmoniques en fonction de α , pour $p' = 6$, $p' = 12$ et $p' = 24$.

IV.2. Cas de la commande décalée

Le développement en série de Fourier de la puissance instantanée p_i dans le cas de la commande décalée, se calcule comme précédemment. La valeur maximale P_k de l'harmonique de rang k de cette puissance, est donnée par :

$$P_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$$

* Pour α inférieur à $1/2$, le courant i en ligne vaut $\frac{V_m}{R} \sin \theta$ pour θ compris entre 0 et $2 p \pi$. La période réelle du phénomène est $\frac{2 p' \pi}{2}$

Ce qui donne pour A_k :

$$A_k = \frac{2}{p' \pi} \left[\int_0^{2p\pi} \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \sin \frac{2 k \theta}{p'} d \theta \right]$$

Soit après intégration et simplification :

$$A_k = \frac{P_o 4 p'^2 (1 - \cos 4 k \pi \alpha)}{\pi k (4 p'^2 - 4 k^2)} \quad \text{pour } k \text{ différent de } p'$$

Dans le cas où k vaut p' le calcul direct donne :

$$A_{p'} = 0$$

et pour B_k , on a :

$$B_k = \frac{2}{p' \pi} \left[\int_0^{2p\pi} \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \cos \frac{2 k \theta}{p'} d \theta \right]$$

Soit après intégration et simplification :

$$B_k = \frac{4 P_o p'^2 \sin 4 k \pi \alpha}{\pi k (4 p'^2 - 4 k^2)} \quad \text{pour } k \text{ différent de } p'$$

Dans le cas où k vaut p' . Le calcul direct donne :

$$B_{p'} = - 2 P_o \alpha$$

Donc avec A_k et B_k , nous calculons P_k :

- pour k différent de p'

$$P_k = \frac{P_o p'^2}{\pi k |p'^2 - k^2|} \sqrt{2 (1 - \cos 4 k \pi \alpha)}$$

- pour $k = p'$, on obtient :

$$P_{p'} = 2 \alpha P_o$$

* Dans le cas où α est supérieur à $1/2$, le courant en ligne i vaut $\frac{2 V_m}{R} \sin \theta$ pour θ compris entre 0 et $2 p \pi - p' \pi$, et il vaut $\frac{V_m}{R} \sin \theta$ pour θ compris entre $2 p \pi - p' \pi$ et $p' \pi$

Ce qui donne pour A_k :

$$A_k = \frac{2}{p' \pi} \left[\int_0^{2p\pi - p'\pi} \frac{2 V_m^2}{R} \sin^2 \theta \sin \frac{2 k \theta}{p'} d\theta + \int_{2p\pi - p'\pi}^{p'\pi} \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \sin \frac{2 k \theta}{p'} d\theta \right]$$

Soit après intégration et simplification :

$$A_k = \frac{4 p'^2 P_o (1 - \cos 4 k \pi \alpha)}{\pi k (4 p'^2 - 4 k^2)} \quad \text{pour } k \text{ différent de } p'$$

Le calcul direct, dans le cas où k vaut p' , donne :

$$A_{p'} = 0$$

De la même manière, on calcule B_k :

$$B_k = \frac{2}{p' \pi} \left[\int_0^{2p\pi - p'\pi} \frac{2 V_m^2}{R} \sin^2 \theta \sin \frac{2 k \theta}{p'} d\theta + \int_{2p\pi - p'\pi}^{p'\pi} \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \sin \frac{2 k \theta}{p'} d\theta \right]$$

Soit après intégration et simplification :

$$B_k = \frac{4 p'^2 P_o \sin 4 k \pi \alpha}{\pi k (4 p'^2 - 4 k^2)} \quad \text{pour } k \text{ différent de } p'$$

Pour $k = p'$, le calcul direct donne :

$$B_{p'} = - 2 \alpha P_o$$

Nous calculons P_k grâce aux expressions précédentes :

$$P_k = \frac{p'^2 P_o}{\pi k |p'^2 - k^2|} \sqrt{2 (1 - \cos 4 k \pi \alpha)} \quad \text{pour } k \text{ différent de } p'$$

Dans le cas où k vaut p' , on obtient :

$$P_{p'} = 2 \alpha P_o$$

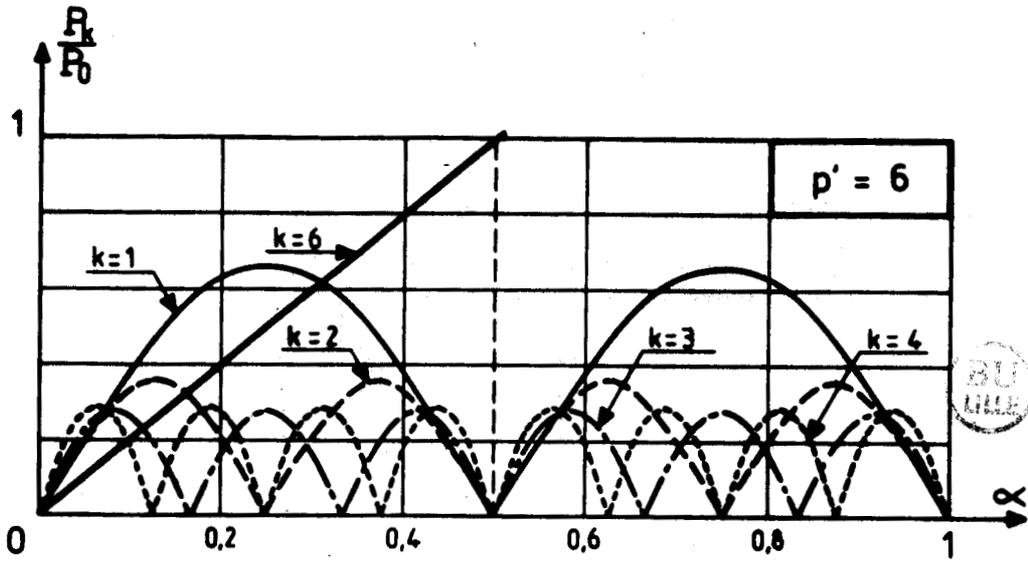


Figure 3.11

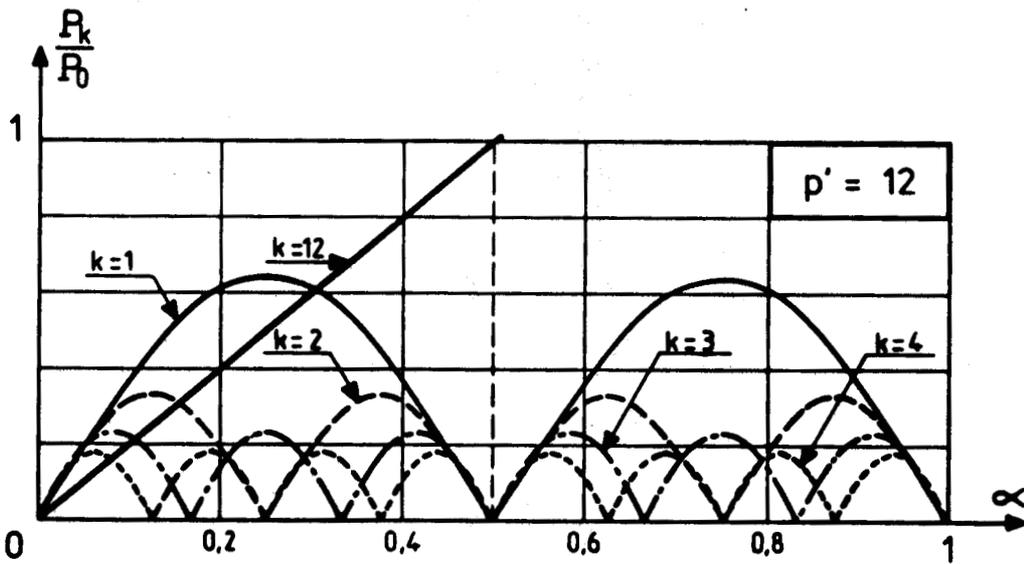


Figure 3.11 bis

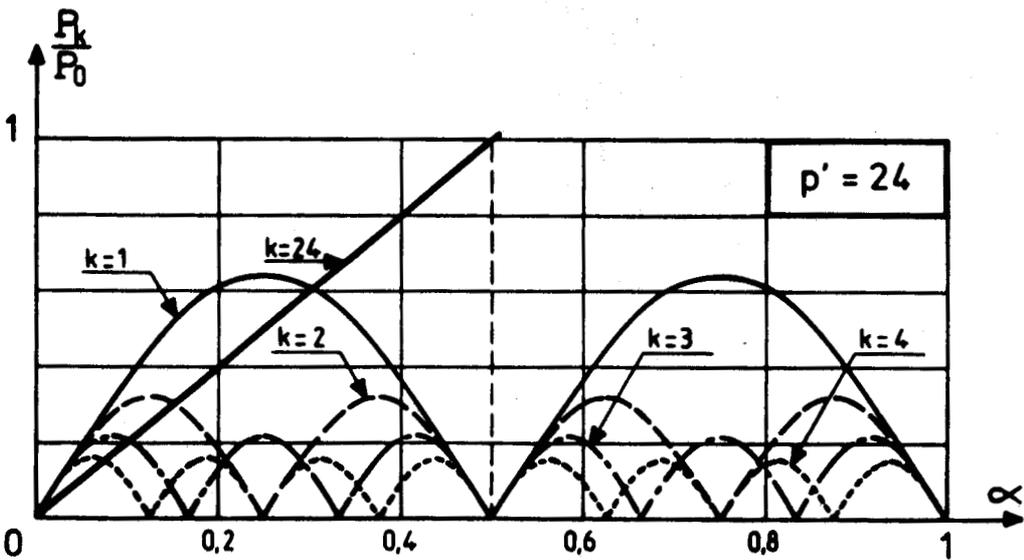


Figure 3.11 ter

On a représenté figures 3.11, 3.11 bis et 3.11 ter, les variations des premiers harmoniques de puissance en fonction de α pour trois valeurs de p' ($p' = 6$, $p' = 12$, $p' = 24$).

La comparaison avec les courbes précédentes n'est pas directe, car dans le premier cas, l'harmonique de rang k est à la fréquence $\frac{k f}{p'}$, et dans le deuxième cas, il est à la fréquence $\frac{2 k f}{p'}$,

Comme dans le chapitre précédent, nous avons tracé les spectres des valeurs efficaces de $\frac{P_k}{P_0}$ pour le maximum de la puissance déformante, soit $\alpha = 1/4$

(figures 3.12, 3.12. bis, et 3.12. ter ; 3.13., 3.13. bis et 3.13. ter pour la commande décalée).

On constate que, pour le premier mode de commande, le spectre est sensiblement identique à celui du chapitre précédent.

Encore une fois, l'augmentation de p' diminue les valeurs des sous harmoniques en voisinage de 10 hz, ce qui conduit au même choix pour p' , soit $p' = 30$. On peut également remarquer que les résultats du premier type de commande sont meilleurs que ceux de la commande décalée, ce qui confirme l'effet bénéfique de l'augmentation de p' . Car à p' égal, la commande décalée a un p' "apparent" moitié de celui de la première commande.

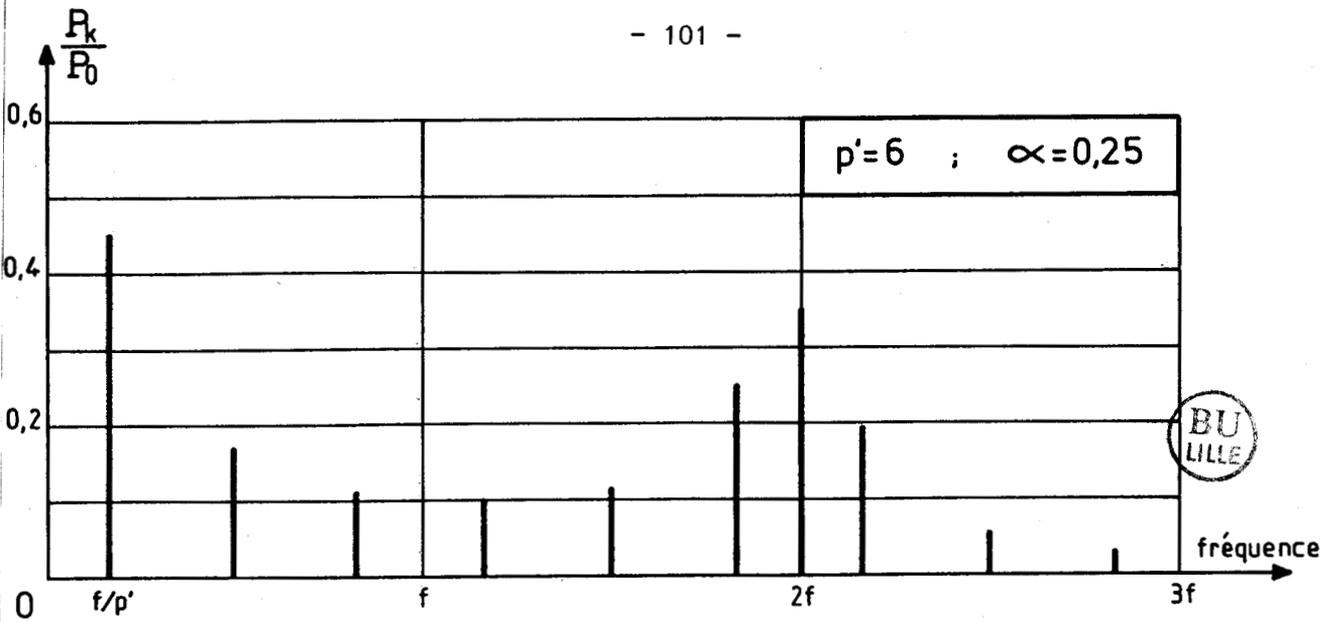


Figure 3.12

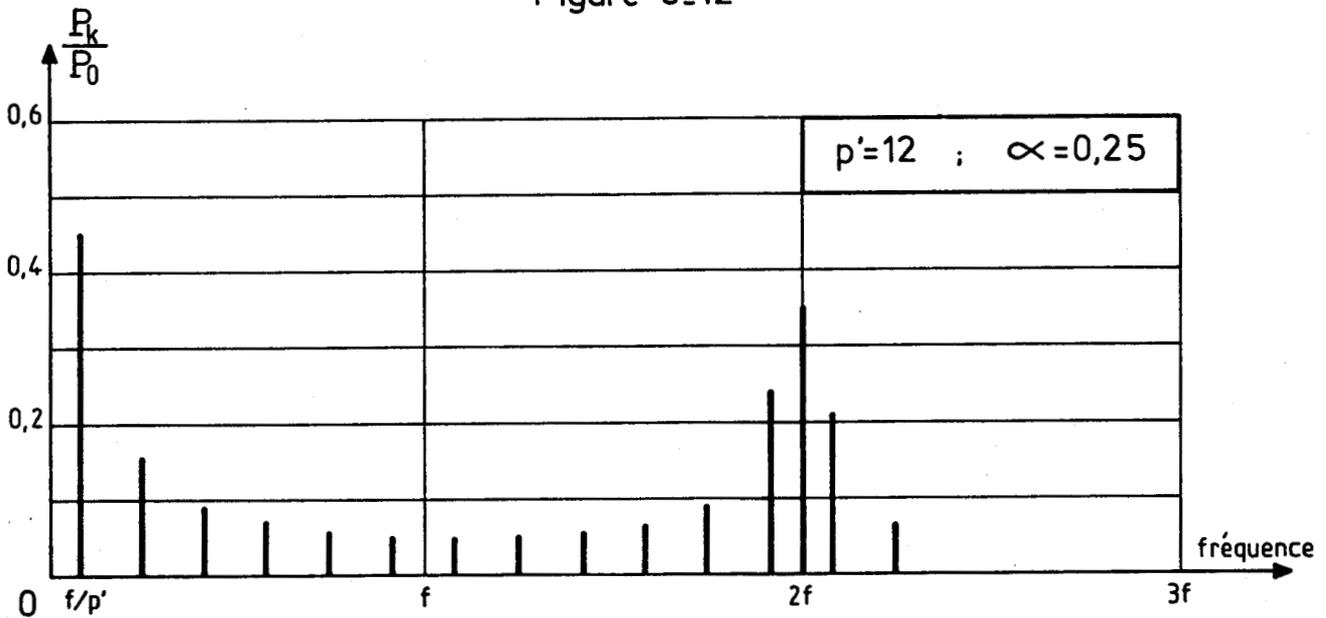


Figure 3.12 bis

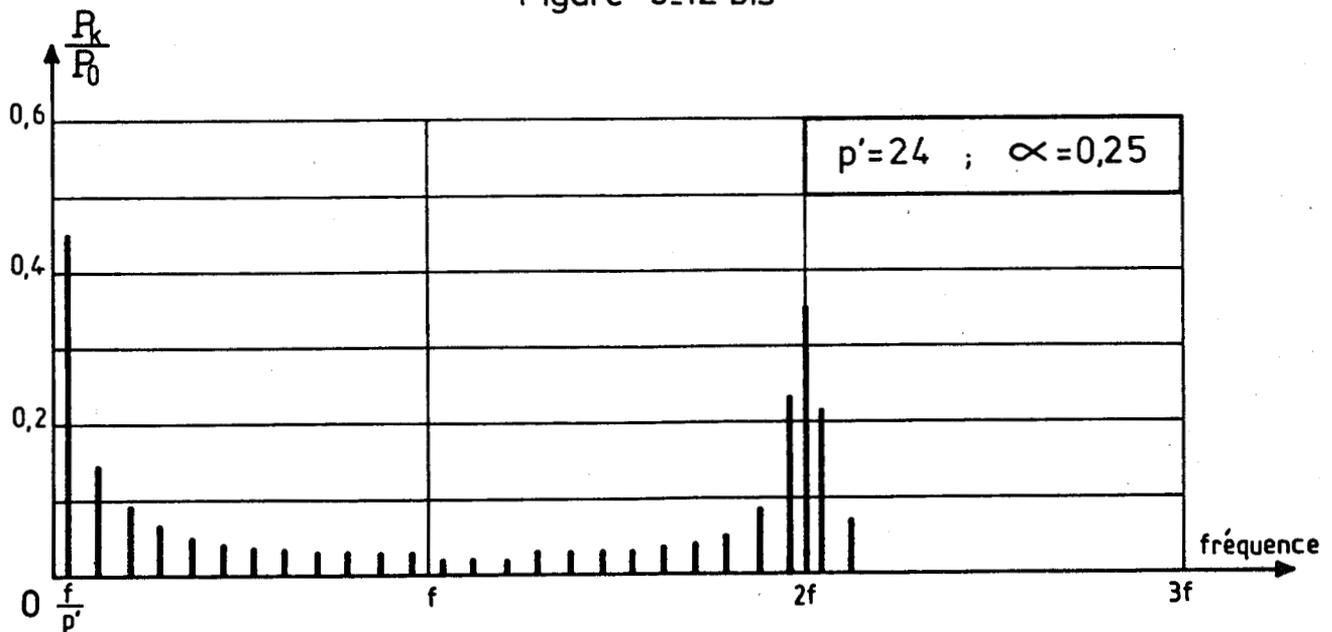


Figure 3.12 ter

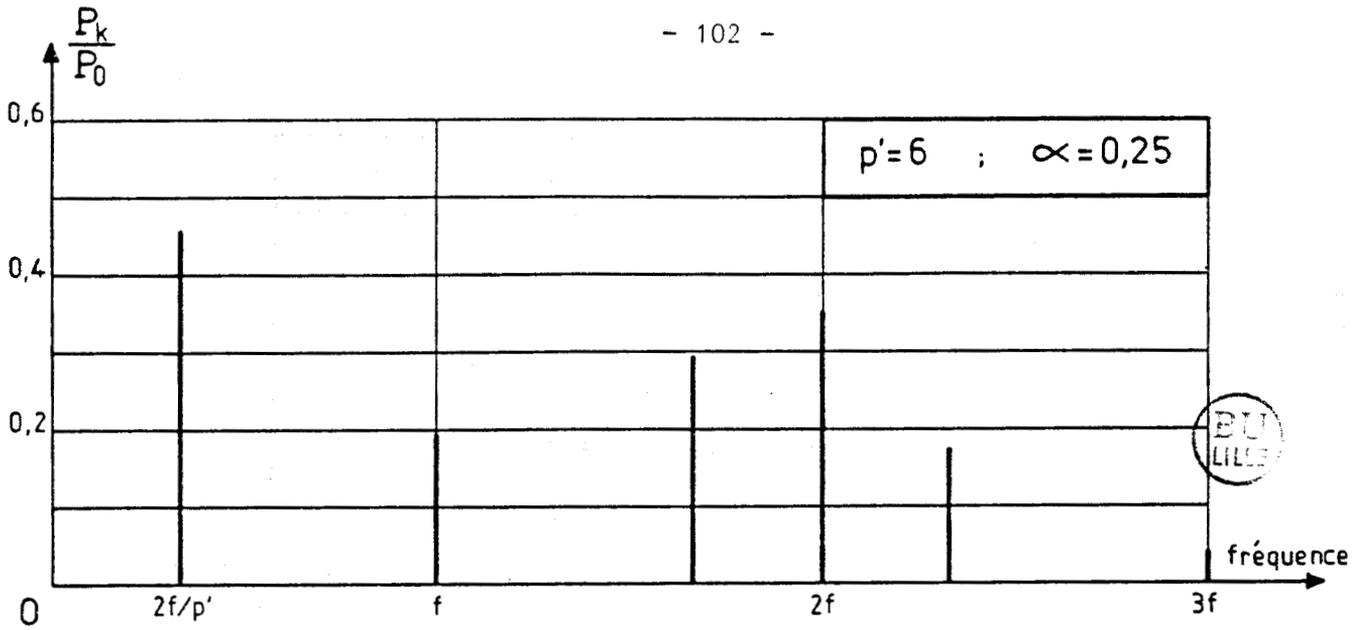


Figure 3.13

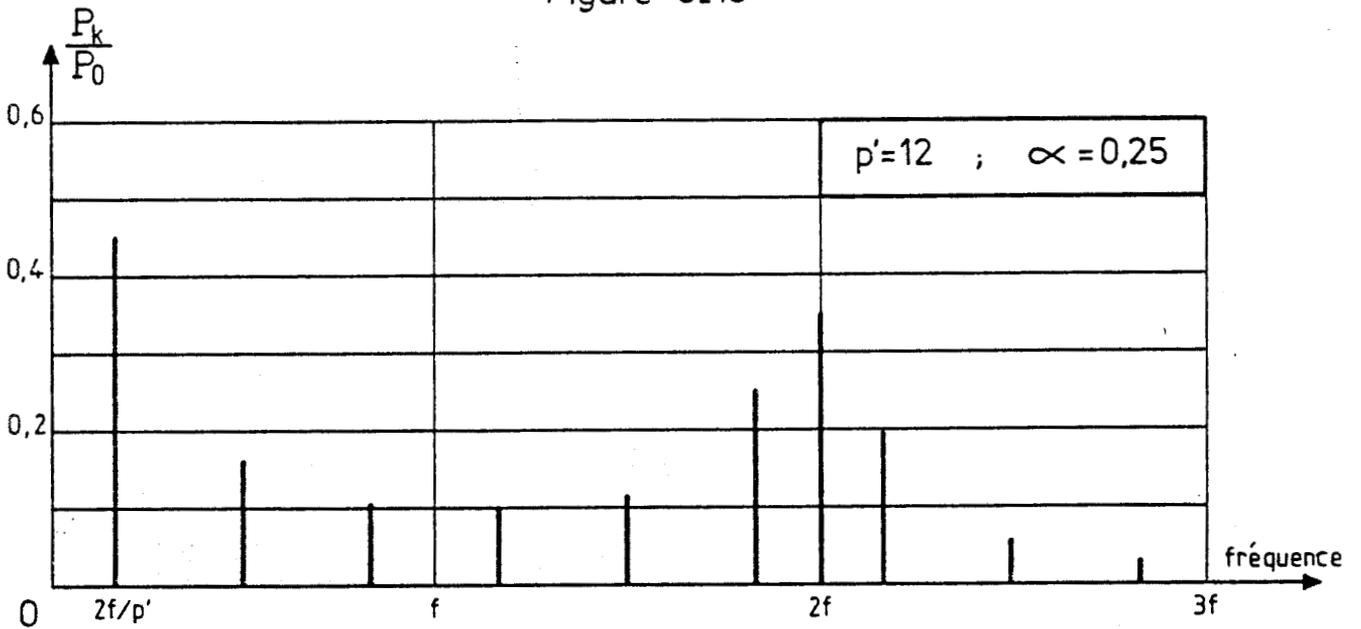


Figure 3.13 bis

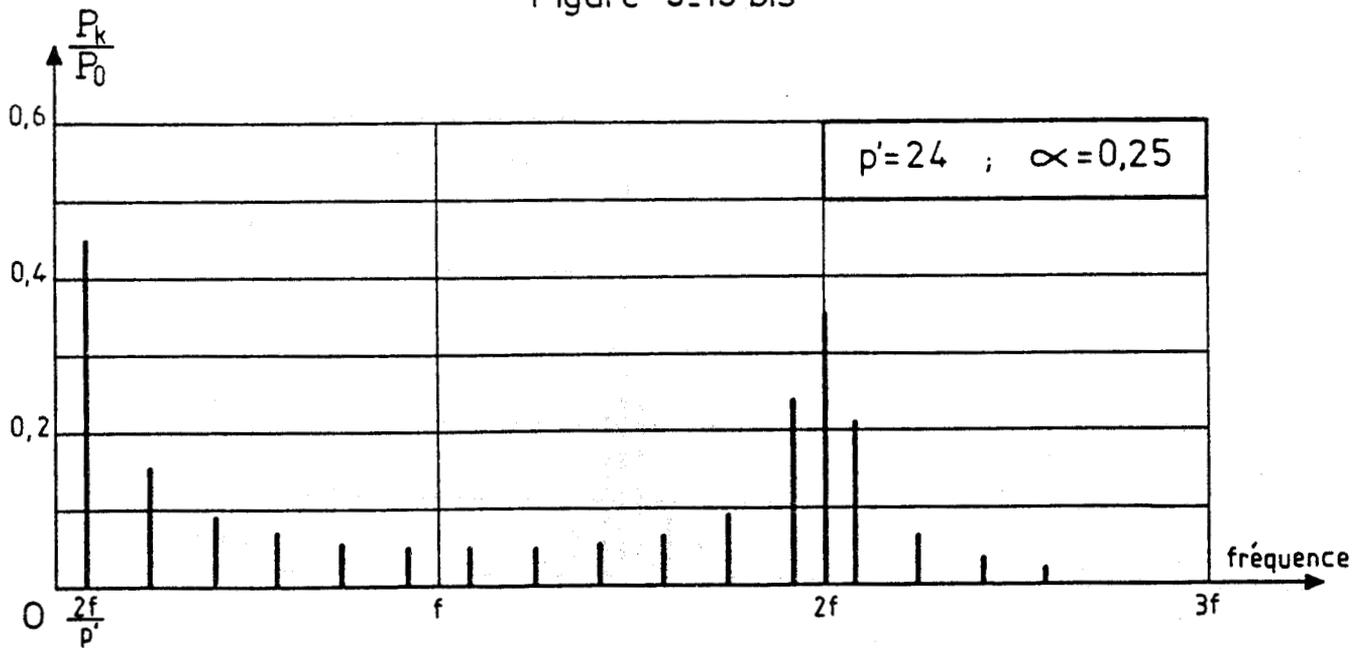


Figure 3.13 ter

CHAPITRE IV

CHAPITRE IV

ASSOCIATION DE n GRADATEURS ENTRELACÉS, COMMANDÉS PAR TRAIN D'ONDES DÉBITANT SUR RÉSISTANCES

I - ETUDE DU FONCTIONNEMENT

Après avoir étudié le cas de deux gradateurs entrelacés, il nous a semblé intéressant de pouvoir étendre ces résultats au cas général de n gradateurs. Le montage est constitué de n gradateurs commandés par train

d'ondes alimentés par la tension v et débitant chacun sur une résistance R (figure 4.1.).

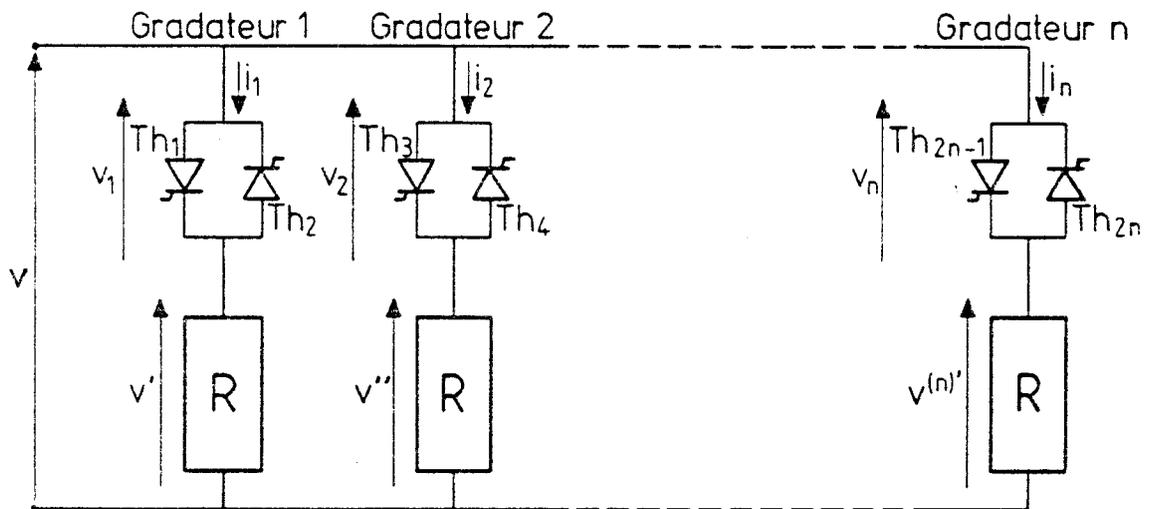


Figure 4.1

On note $v^{(n)'}$ la tension aux bornes de la $n^{i\text{ème}}$ résistance. La source de tension est sinusoïdale et d'impédance interne nulle :

$$v = V \sqrt{2} \sin \omega t$$

Les résistances sont égales de valeur R .

On laisse les n gradateurs passants pendant un nombre entier p de périodes et on les bloque pendant un nombre entier $(p' - p)$ de périodes, la période totale du phénomène étant égale à $p' T$.

On commande les thyristors de manière cyclique .

On enclenche Th_1 pour $\theta = 2 k \pi$, et Th_2 pour $\theta = (2 k + 1) \pi$, avec k entier, compris entre 0 et $p - 1$.

Pour que le décalage de la commande soit possible, il faut que p' soit divisible par n .

Pour le second gradateur, on décale la commande de $\frac{2 p' \pi}{n}$, c'est-à-dire qu'on enclenche Th_3 pour $\theta = 2 k \pi$ et Th_4 pour $\theta = (2 k + 1) \pi$, k étant compris entre p'/n et $p'/n + (p - 1)$.

Ainsi, successivement, on décale la commande des gradateurs de $\frac{2 p' \pi}{n}$. Pour le $n^{\text{ième}}$ gradateur, on enclenche Th_{2n-1} pour $\theta = 2 k \pi$ et Th_{2n} pour $\theta = (2 k + 1) \pi$ avec k compris entre $\frac{(n-1)}{n} p'$ et $\frac{n-1}{n} p' + (p - 1)$.

Le fonctionnement de chaque gradateur est celui étudié au chapitre II. Quand le gradateur 1 est passant, on a :

$$v' = v = V_m \sin \theta = R i_1$$

Donc, on a :

$$i_1 = \frac{V_m \sin \theta}{R} \quad \text{de même pour les autres gradateurs}$$

Soit j un gradateur passant. On a :

$$v^{(j)'} = v = R i_j$$

Soit :

$$i_j = \frac{V_m \sin \theta}{R}$$

Quand les gradateurs sont bloqués, on a :

$$\begin{array}{lll} v' = 0 & \text{donc} & i_1 = 0 \\ v'' = 0 & \text{donc} & i_2 = 0 \\ v^{(j)'} = 0 & \text{donc} & i_j = 0 \end{array}$$

Le courant en ligne i est la somme des courants écoulés par les gradateurs. (Figure 4.2.)

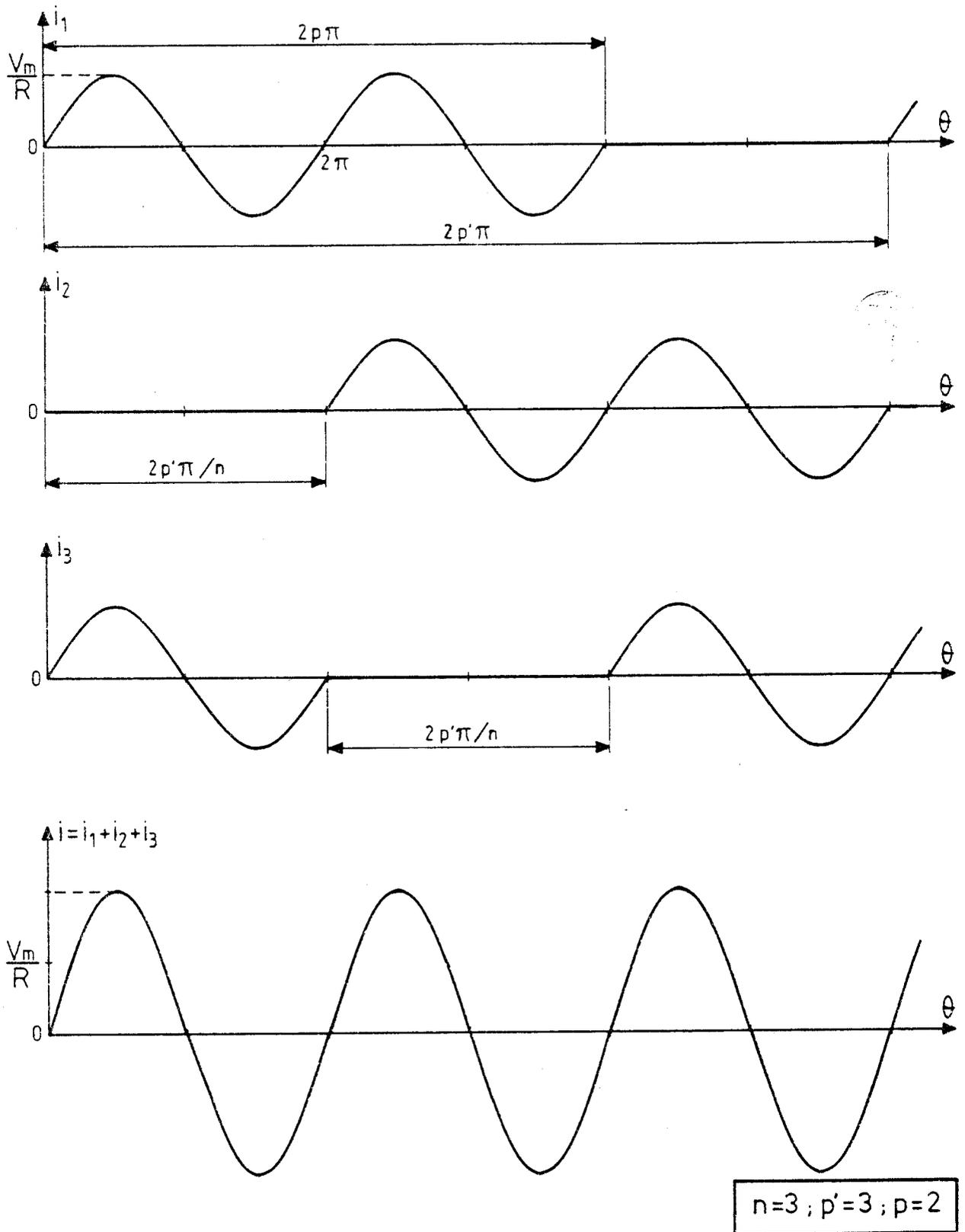


Figure 4.2

II - CARACTERISTIQUES

II.1. Caractéristiques de réglage

Il faut distinguer plusieurs cas quand on fait varier p de 0 à p' .

Quand $\alpha = p/p'$ est inférieur à $1/n$, le système fonctionne comme n gradateurs monophasés juxtaposés. Dans ce cas, le courant fourni par la source varie de 0 pour $p = 0$ à V/R pour $p = \frac{p'}{n}$.

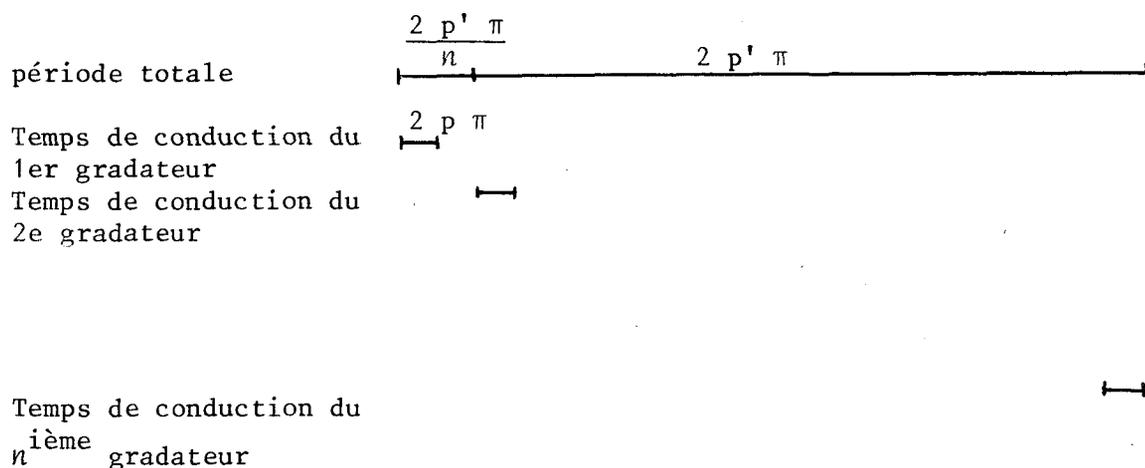
Pour $p = \frac{p'}{n}$, les n gradateurs se succèdent dans leur fonctionnement sans qu'il y ait interruption du courant absorbé.

Pour les valeurs de α comprises entre $\frac{p'}{n}$ et $\frac{2p'}{n}$, il y a tantôt un gradateur passant, tantôt 2 gradateurs simultanément conducteurs.

D'une manière générale, dans le cas où α est compris entre $\frac{k' - 1}{n}$ et $\frac{k'}{n}$, avec k' nombre entier compris entre 1 et n . On a tantôt $k' - 1$ gradateurs passants et tantôt k' .

Afin de montrer la façon de calculer la valeur efficace I du courant en ligne, on commence par envisager le cas où α est inférieur à $1/n$.

* Dans ces conditions, les temps de conduction des différents gradateurs sont donnés par la représentation ci-dessus :



Le schéma montre qu'il y a un gradateur passant pendant $2 n p \pi$, et aucun passant pendant $2 p' \pi - 2 n p \pi$ soit $2 \pi (p' - n p)$.

On calcule I par :

$$I^2 = \frac{1}{2 p' \pi} \int_0^{2 p' \pi} i^2 d \theta$$

Le courant en ligne vaut $\frac{V_m}{R} \sin \theta$ pendant $2 n p \pi$ et 0 pendant $2 \pi (p' - n p)$,

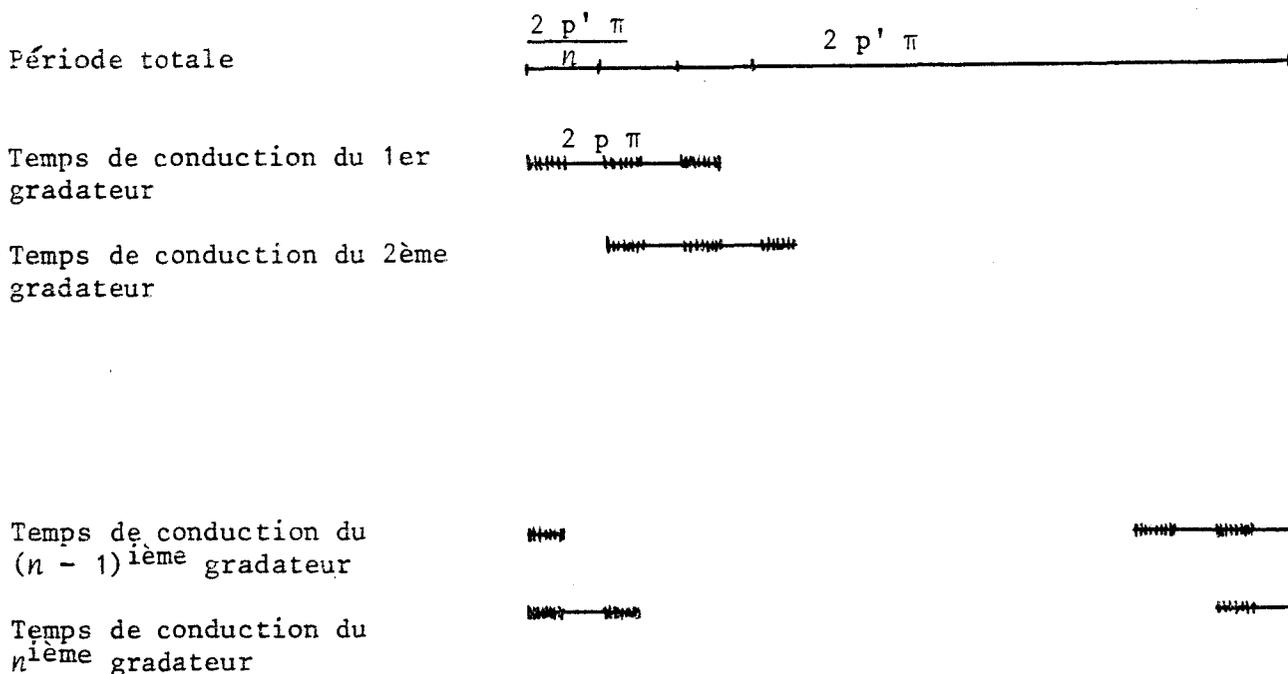
La période réelle du courant en ligne étant égale à $\frac{2 p' \pi}{n}$, la valeur efficace de ce courant donnée par :

$$I^2 = \frac{1}{\frac{2 p' \pi}{n}} \left[\int_0^{2 p' \pi} \frac{V_m^2}{R^2} \sin^2 \theta d \theta \right]$$

a pour expression :

$$I = I_0 \sqrt{n \alpha}$$

* Dans le cas général, α est compris entre $\frac{k' - 1}{n}$ et $\frac{k'}{n}$. On sait qu'il y a tantôt $(k' - 1)$ gradateurs passants, tantôt k' gradateurs passants. Les intervalles de conduction sont donnés par la représentation ci-dessous :



Il y a k' gradateurs passants pendant l'intervalle de temps hachuré sur le schéma ; et ce temps correspond à :

$$2 \pi n p - 2 p' \pi (k' - 1)$$

Il y a donc $k' - 1$ gradateurs passants pendant :

$$2 p' \pi - 2 \pi (n p - p' (k' - 1)),$$

soit

$$2 k' p' \pi - 2 n p \pi$$

Le calcul de la valeur efficace comprend deux parties, une partie où $(k' - 1)$ gradateurs conduisent et un intervalle où k gradateurs sont passants.

La période du courant en ligne étant égale à $2 p' \pi / n$, la valeur efficace I du courant en ligne donnée par :

$$I^2 = \frac{1}{\frac{2 p' \pi}{n}} \left[\int_0^{2p\pi - \frac{2p'\pi}{n}(k'-1)} \left((k') \frac{V_m}{R} \right)^2 \sin^2 \theta d\theta + \int_{2p\pi - \frac{2p'\pi}{n}(k'-1)}^{\frac{2p'\pi}{n}} \left((k' - 1) \frac{V_m}{R} \right)^2 \sin^2 \theta d\theta \right]$$

a pour expression :

$$I = I_0 \sqrt{(2 n k' - n) \alpha - (k'^2 - k')}$$

On a représenté sur la figure 4.3. les variations de I/I_0 en fonction de α , sous forme d'une courbe continue.

Cette courbe a été tracée dans le cas particulier où $n = 3$

On remarque que les points obtenus pour $\alpha = 1/3$ et $\alpha = 2/3$ sont des points d'inflexion.

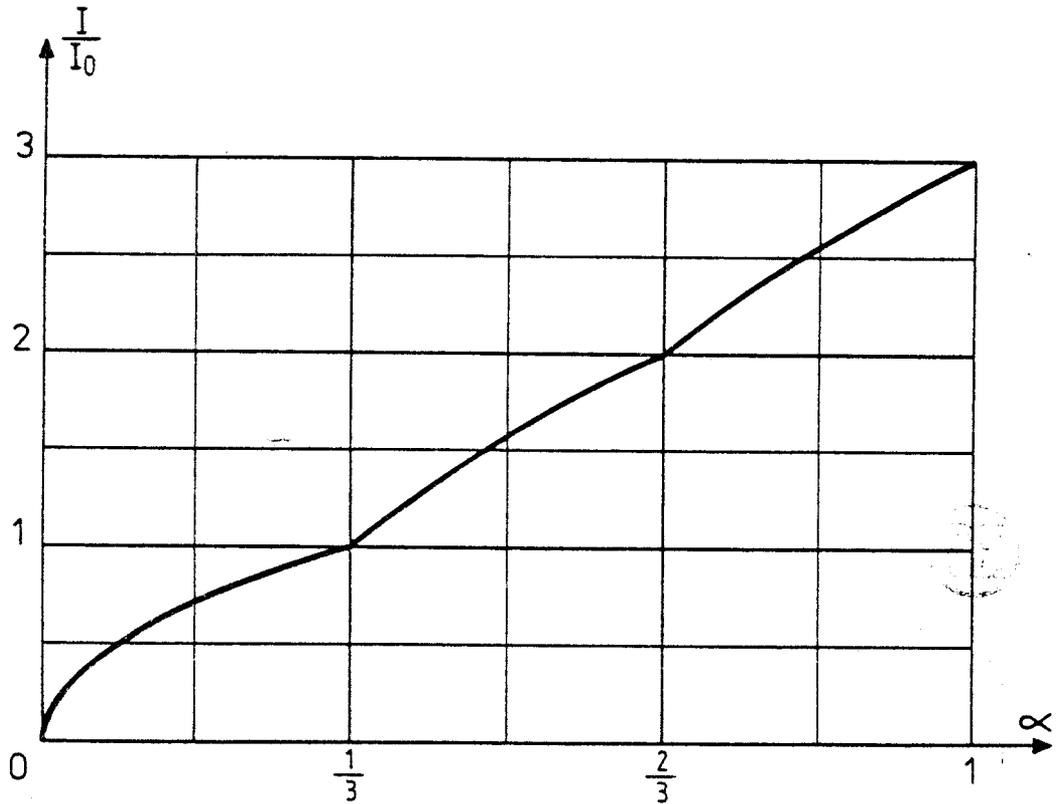


Figure 4.3

II.2. Caractéristiques relatives au courant absorbé

II.2.1. Facteur de puissance

Nous allons calculer le facteur de puissance de ce montage qui rend compte d'une manière globale de ses performances vues de la source.

Celui-ci est donné par :

$$F = P / S$$

où P représente la puissance active absorbée par le montage, et S est la puissance apparente fournie par la source.

La puissance totale P est la somme des puissances écoulées par chaque gradateur, soit :

$P = P_1 + P_2 + \dots + P_j \dots + P_n$; où P_j représente la puissance écoulée par le $j^{\text{ième}}$ gradateur :

$$P_j = R I_j^2$$

Les valeurs efficaces des courants I_j sont toutes égales et ont pour valeur la valeur efficace du courant absorbé par un gradateur monophasé, soit :

$$I_j = I_0 \sqrt{\alpha}$$

ce qui donne :

$$P = n R (I_0 \sqrt{\alpha})^2$$

La puissance apparente S a pour expression :

$$S = V I$$

La puissance apparente fournie par la source prend différentes expressions selon les valeurs de α :

si α est inférieur à $1/n$, I a pour expression :

$$I = I_0 \sqrt{n \alpha} \quad \text{d'où} \quad S = V I_0 \sqrt{n \alpha}$$

Ce qui donne pour F :

$$F = \frac{n \alpha I_0^2 R}{V \sqrt{n \alpha} I_0} \quad \text{soit} \quad F = \sqrt{n \alpha}$$

On remarque que F vaut 1 pour $\alpha = 1/n$

Maintenant dans le cas général où α est compris entre $\frac{k' - 1}{n}$ et $\frac{k'}{n}$

I a pour expression :

$$I = I_0 \sqrt{(2 n k' - n) \alpha - (k'^2 - k')}$$

ce qui donne =

$$S = V I_0 \sqrt{(2 n k' - n) \alpha - (k'^2 - k')}$$

On en déduit donc pour F :

$$F = \frac{n \alpha}{\sqrt{(2 n k' - n) \alpha - (k'^2 - k')}}}$$

On remarque que F vaut 1 quand α vaut $\frac{k'}{n}$

Nous avons constaté dans le chapitre précédent que la courbe représentant les variations de F en fonction de α présente un minimum pour α compris entre 1/2 et 1. Nous allons donc étudier cet extrémum dans le cas général où α est compris entre $\frac{k' - 1}{n}$ et $\frac{k'}{n}$. En considérant la fonction F comme dérivable en tout point, on a :

$$\frac{d F}{d \alpha} = \frac{(n^2 k' - \frac{n^2}{2}) \alpha - n(k'^2 - k')}{((2 n k' - n) \alpha - (k'^2 - k'))^{3/2}}$$

L'annulation de cette dérivée nous donne la valeur de α qui minimise F. On obtient :

$$\alpha (F \text{ min}) = \frac{k'^2 - k'}{n (k' - 1/2)}$$

La valeur minimum de F a pour expression :

$$F_{\text{min}} = \frac{2 \sqrt{k'^2 - k'}}{2 k' - 1}$$

On remarque que n n'intervient pas dans l'expression. Donc la valeur des minima est indépendante du nombre de gradateurs entrelacés. Elle ne dépend que de k', c'est-à-dire du type de fonctionnement.

A titre d'exemple, pour $k' = 3$, on trouve $F_{\min} = 0,980$ qui correspond à la valeur minimale du facteur de puissance, pour un fonctionnement à α compris entre $\frac{2}{n}$ et $\frac{3}{n}$. On se souvient que dans le chapitre III, nous avons montré que pour α compris entre $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{2}$, la valeur minimale du facteur est égale à 0,943. Donc pour une réduction de puissance comprise entre 0 et 2/3, le facteur de puissance n'est jamais inférieur à 0,943. La fonction F_{\min} de k' est une fonction croissante ; donc quelque soit le type de fonctionnement F_{\min} sera supérieur à la valeur obtenue pour $k' = 2$, soit 0,943. Nous avons représenté en fonction de k' , le lieux des minimums de F : figure 4.4.

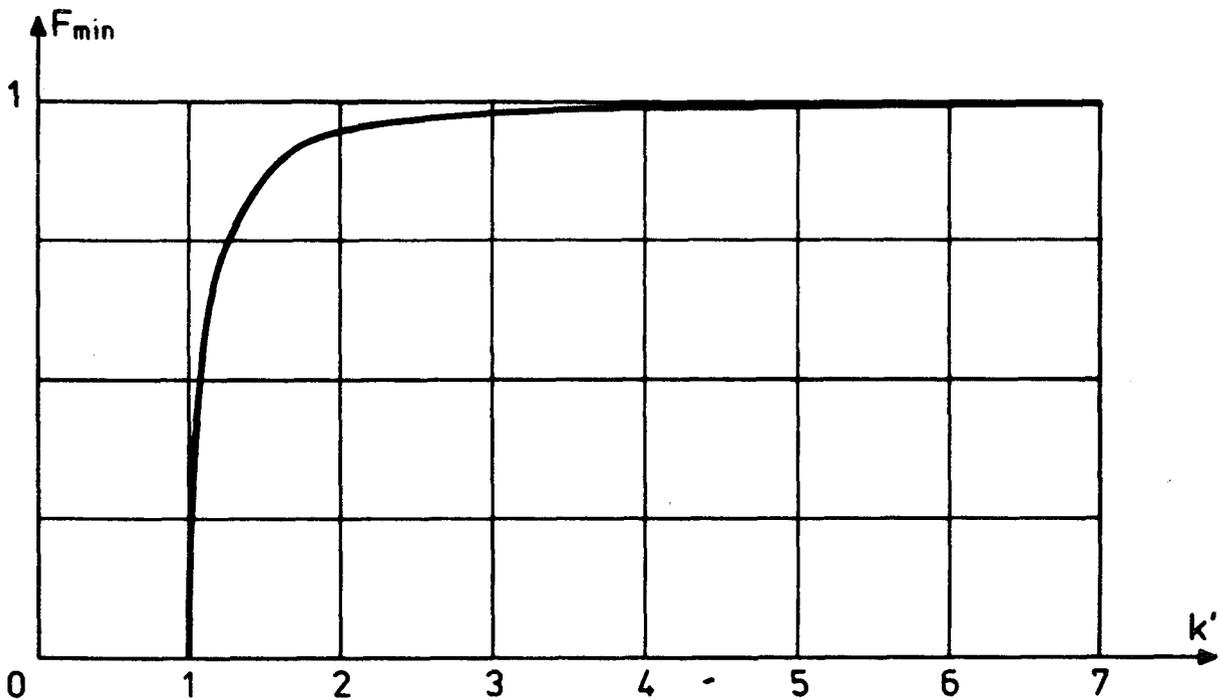


Figure 4.4

On remarque que cette courbe tend rapidement vers son asymptote $F_{\min} = 1$, pour $k' = 4$, ce qui peut être obtenu avec 4 gradateurs, F_{\min} atteint déjà 0,99.

On a également représenté les variations du facteur de puissance en fonction de la "profondeur de réglage" (figure 4.4. bis) égale à $1 - \frac{P}{n P_0}$ dans le cas particulier où $n = 7$.

P_0 est la puissance "pleine onde" d'un seul gradateur, donc $(1 - \frac{P}{n P_0})$ représente la réduction de puissance. L'utilisation de 7 gradateurs entrelacés nous autorise des valeurs de k' comprises entre 1 et 7.

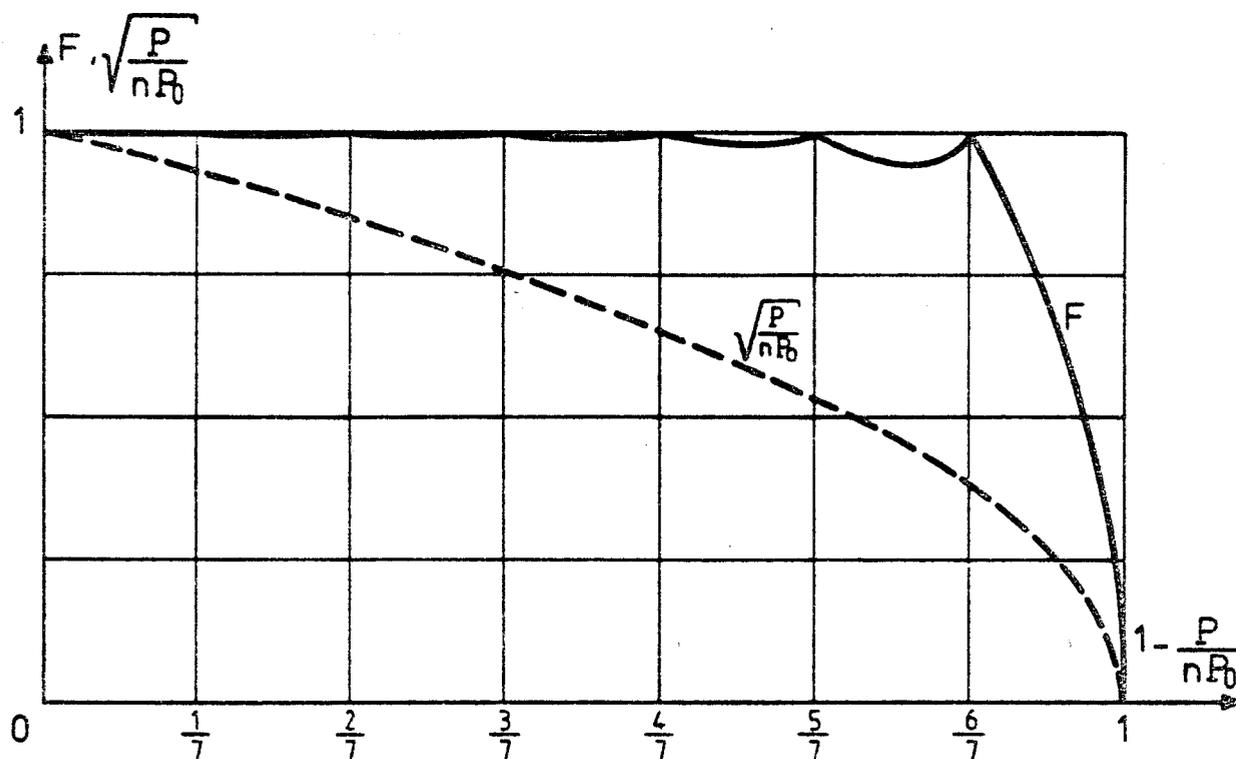


Figure 4.4 bis

La courbe montre, en particulier, que si l'on souhaite fonctionner avec un facteur de puissance supérieur à 0,94, on s'accorde une profondeur de réglage de 87,4 % de la puissance maximum.

Nous avons représenté en pointillé, sur le même graphique, la courbe de facteur de puissance obtenue avec un seul gradateur. Pour conserver un facteur de puissance supérieur à la même valeur, la puissance ne peut être réduite que de 11,6 %.

Les performances que l'on peut retirer de ces montages, montrent l'intérêt de l'entrelacement des gradateurs.

Les performances sont d'autant meilleures que n est grand, mais l'augmentation de n entraîne un surcoût de l'équipement. La figure 4.4.ter tracée pour $n=3$ montre déjà l'amélioration obtenue en n'utilisant que 3 gradateurs.

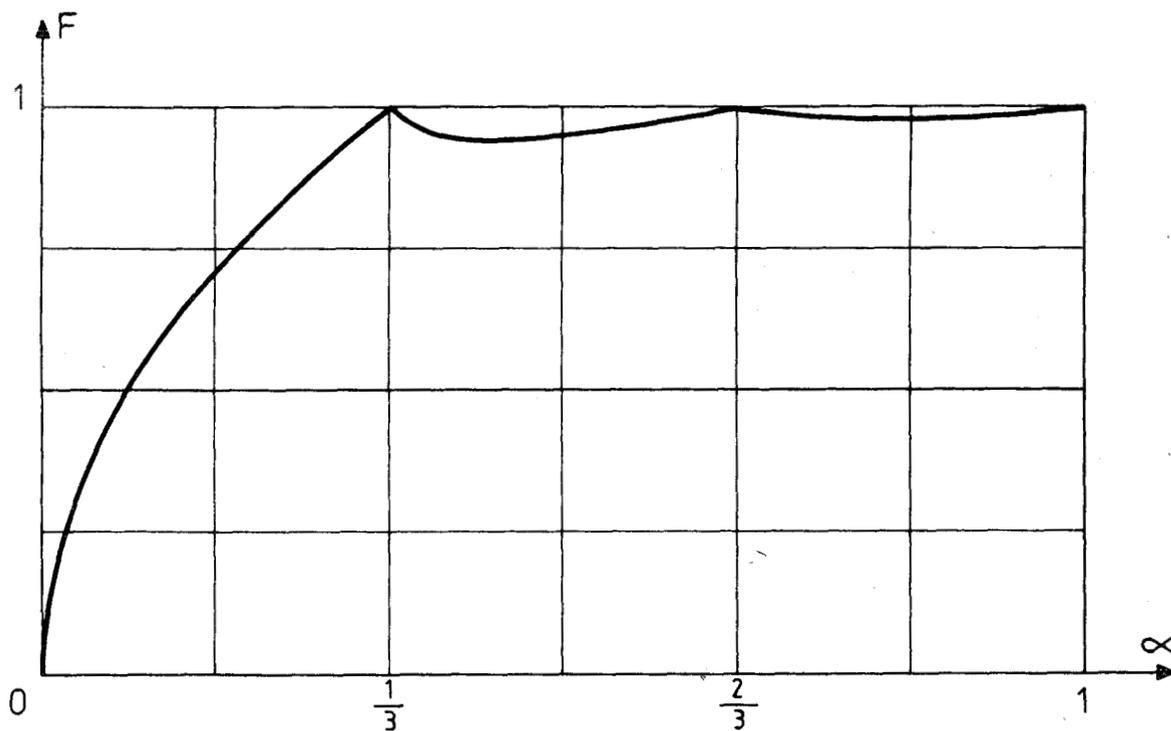


Figure 4.4 ter

II.2.2. Taux d'harmoniques

L'amélioration du facteur de puissance est liée à la diminution de la puissance déformante D. Cette diminution de D se traduit par un meilleur comportement harmonique du montage, que nous allons chiffrer par le calcul du taux d'harmoniques :

δ a pour expression :

$$\delta = \frac{1}{I_{p'}} \sqrt{I^2 + \dots I_{p'}^2 + I_{p'+1}^2 + \dots}$$

où $I_{p'}$, représente la valeur efficace du fondamental du courant absorbé en ligne par le montage .

On a donc :

$$\delta = \sqrt{\left(\frac{I}{I_{p'}}\right)^2 - 1}$$

soit en exprimant F en fonction de δ

$$F = \frac{\cos \phi_{p'}}{\sqrt{1 + \delta^2}}$$

Puisqu'il n'existe pas de déphasage entre le fondamental du courant absorbé en ligne et la tension d'alimentation $\phi_p = 0$
d'où la relation :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{F^2} - 1}$$

Puisqu'il existe différentes expressions de F en fonction de α , il en sera de même pour δ

Si α est inférieur à $\frac{1}{n}$, F a pour expression $\sqrt{n \alpha}$

Donc :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n \alpha} - 1}$$

On remarque que δ vaut 0, quand α vaut $\frac{1}{n}$
Dans le cas général où α est compris entre $\frac{k' - 1}{n}$ et $\frac{k'}{n}$, il vient :

$$F = \frac{n \alpha}{\sqrt{(2 n k' - n)\alpha - (k'^2 - k')}}}$$

Ce qui donne pour δ

$$\delta = \sqrt{\frac{(2 n k' - n)\alpha - (k'^2 - k')}{n^2 \alpha^2}} - 1$$

On remarque que δ est nul, quand α vaut $\frac{k'}{n}$

On a représenté figure 4.5. les variations de δ en fonction de α dans le cas où n vaut 3.

On remarque que pour des valeurs de α supérieures à $\frac{1}{n}$, on a des taux d'harmoniques relativement faibles, ce qui correspond à l'amélioration du facteur de puissance dans ces zones. Donc en ne s'intéressant qu'aux paramètres globaux, qui sont F et δ , le fonctionnement le plus intéressant se situe dans la plage de variation où α est compris entre $1/n$ et 1.

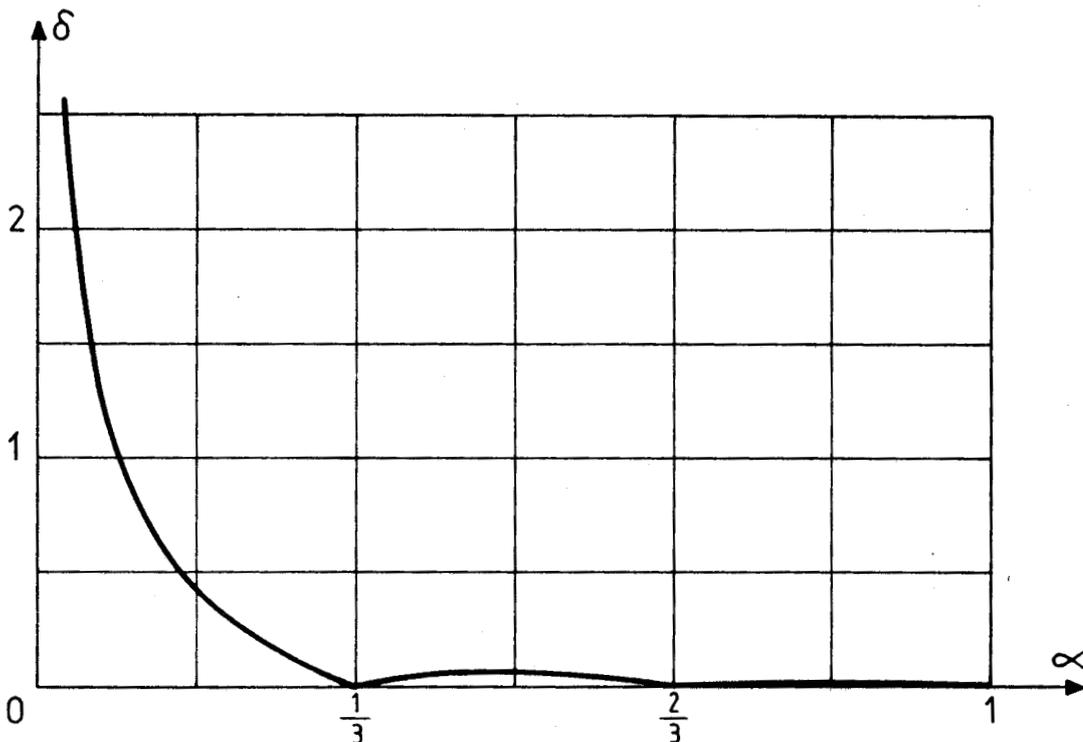


Figure 4.5

II.2.3. Développement en série de Fourier du courant absorbé

Pour compléter l'analyse des performances du montage, nous allons calculer le développement en série de Fourier du courant en ligne i.

Les valeurs efficaces des harmoniques sont données par la formule :

$$I_k = \sqrt{\frac{A_k^2 + B_k^2}{2}}$$

Le déphasage entre l'harmonique k et la tension d'alimentation est donné par :

$$\phi_k = \text{Arctg} \frac{B_k}{A_k}$$

A_k et B_k étant respectivement calculés par :

$$\frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p' \pi} i \sin \frac{k \theta}{p'} d \theta$$

et

$$\frac{2}{2 p' \pi} \int_0^{2p' \pi} i \cos \frac{k \theta}{p'} d \theta$$

Le calcul de A_k et B_k est effectué dans le cas général où α est compris entre $\frac{k' - 1}{n}$ et $\frac{k'}{n}$.

Dans ce cas, on sait que l'on a tantôt $(k' - 1)$ gradateurs passants, et tantôt k' gradateurs passants.

On a pour $A_k =$

$$\frac{2}{n} \left[\int_0^{2p\pi - \frac{2p'\pi}{n}(k'-1)} k' \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin \frac{n k \theta}{p'} d \theta + \right.$$

$$\left. \int_{2p\pi - \frac{2p'\pi}{n}(k'-1)}^{2p'\pi} \frac{2p'\pi}{n} (k' - 1) \frac{V_m}{R} \sin \theta \sin \frac{n k \theta}{p'} d \theta \right]$$

Ce qui donne après intégration et simplification :

$$A_k = - \frac{n I_o \sqrt{2} p'}{\pi(p'^2 - (nk)^2)} \sin(2nk\pi\alpha)$$

avec k différent de p'/n

Si k vaut p'/n, le calcul direct donne :

$$A_{p'/n} = n \alpha I_o \sqrt{2}$$

Maintenant de la même manière, B_k est donné par :

$$B_k = \frac{2}{n} \frac{p' \pi}{n} \left[\int_0^{2p\pi - \frac{2p'\pi}{n}(k'-1)} k' \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \frac{nk\theta}{p'} d\theta + \int_{2p\pi - \frac{2p'\pi}{n}(k'-1)}^{\frac{2p'\pi}{n}(k'-1)} \frac{V_m}{R} \sin \theta \cos \frac{nk\theta}{p'} d\theta \right]$$

Ce qui donne après intégration et simplification :

$$B_k = \frac{n I_o \sqrt{2} p'}{\pi(p'^2 - (nk)^2)} (1 - \cos 2nk\pi\alpha)$$

Ceci pour k différent de p'/n

Si k = p'/n, le calcul direct donne :

$$B_{p'/n} = 0$$

Des expressions de A_k et B_k, on tire I_k :

$$I_k = \frac{n I_o p'}{\pi |p'^2 - (nk)^2|} \sqrt{2(1 - \cos 2nk\pi\alpha)}$$

Si k est différent de p'/n

Avec $k = p'/n$, on obtient :

$$I_{p'/n} = n \alpha I_0$$

Nous avons représenté figures 4.6., 4.6. bis et 4.6. ter, les variations des valeurs efficaces des premiers harmoniques dans le cas de trois gradateurs entrelacés, pour $p' = 6$ et $p' = 12$, $p' = 36$.

On ne peut comparer directement ces courbes avec celles du chapitre précédent

car la fréquence de l'harmonique de rang k est ici $\frac{n k f}{p'}$

Si f est la fréquence du réseau, et dans le cas de l'exemple puisque n vaut

3, la fréquence de l'harmonique k est donc : $\frac{3 k f}{p'}$.

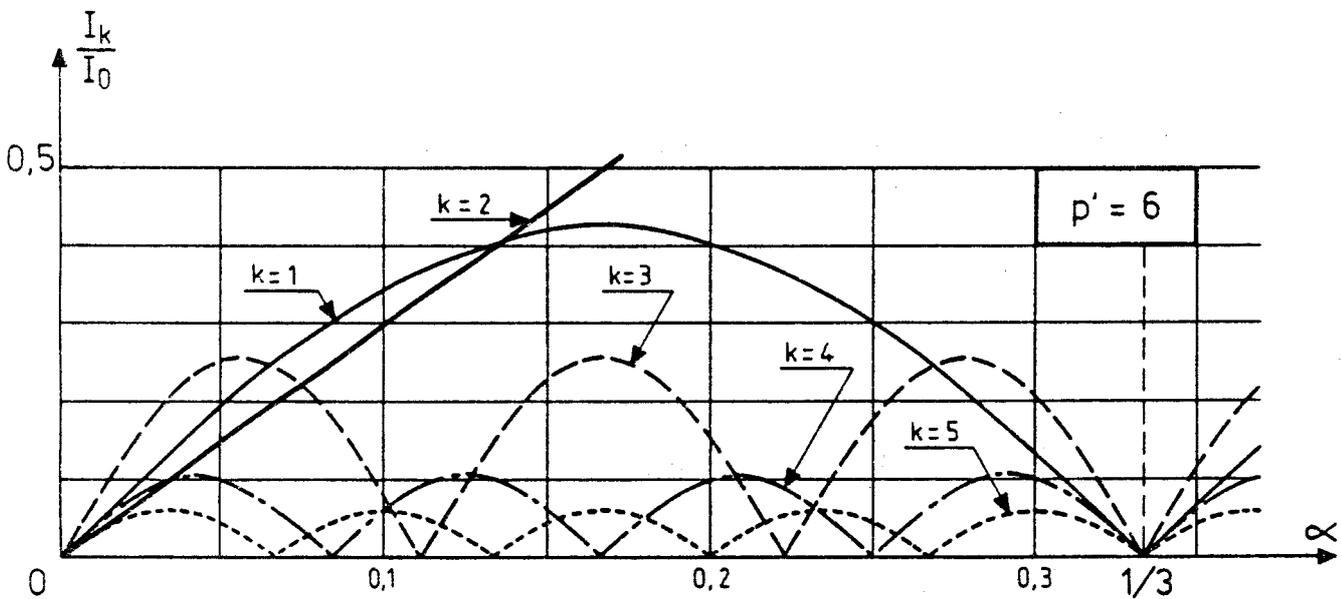


Figure 4.6

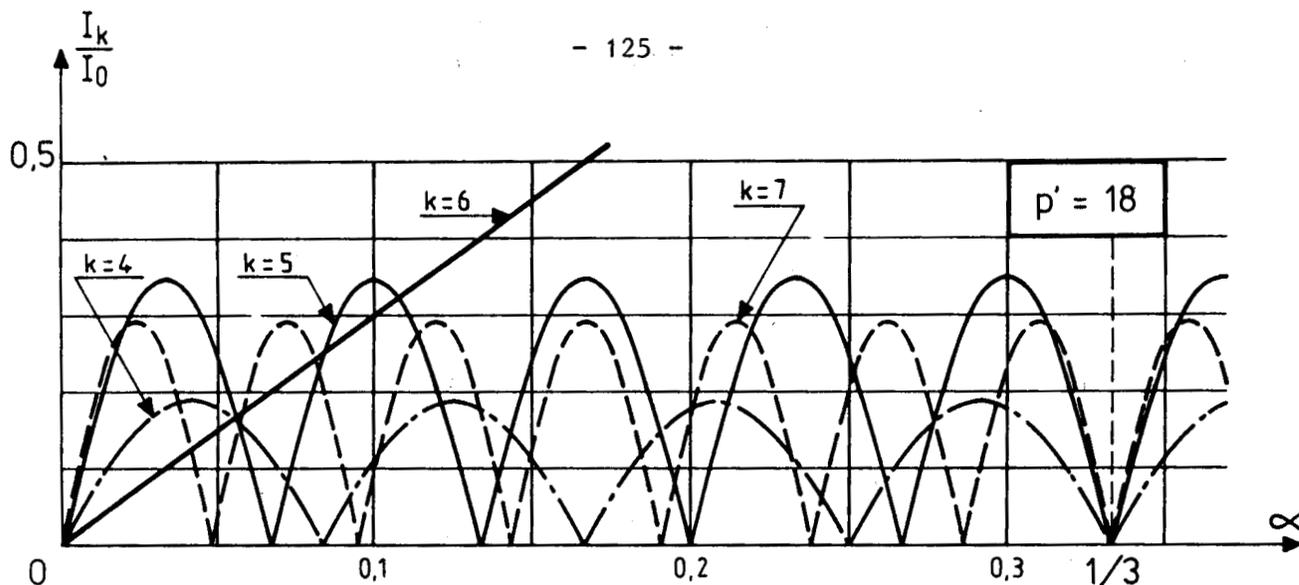


Figure 4.6 bis

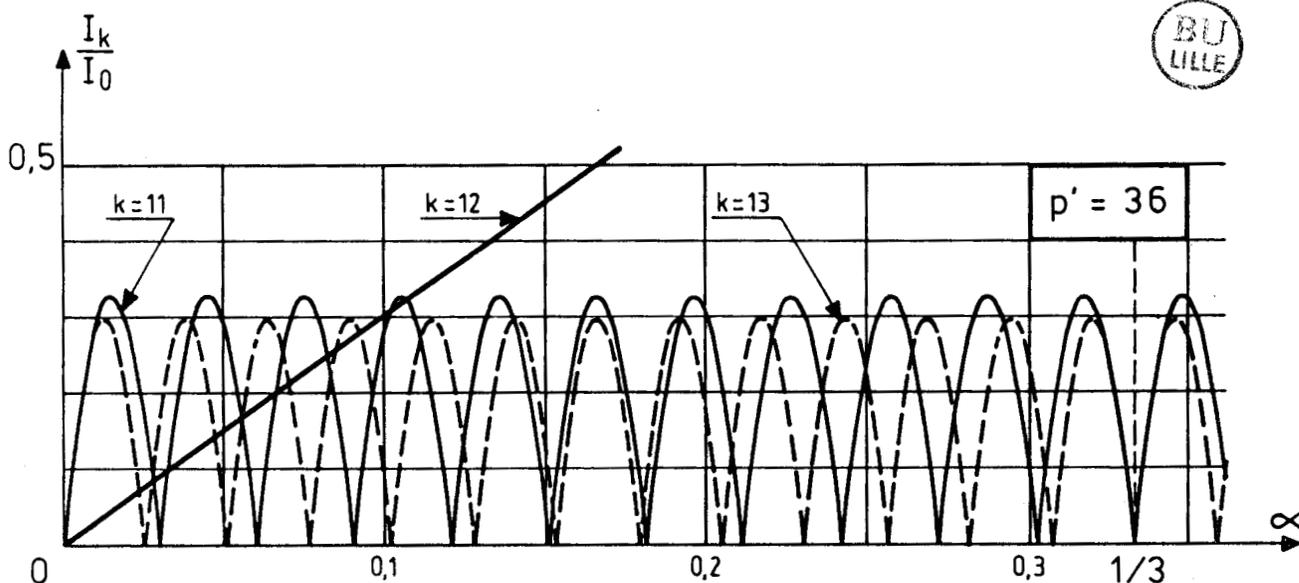


Figure 4.6 ter

II.2.4. Calcul de la puissance déformante

Puisque la somme des carrés des puissances absorbées, active et déformante, est égale à la puissance apparente, on a :

$$S = \sqrt{P^2 + D^2}$$

Donc : $D = \sqrt{S^2 - P^2}$, soit également : $D = V \sqrt{I^2 - I_p'^2}$ puisque la puissance active n'est portée que par le fondamental à fréquence f .

La valeur de D dans le cas général où α est compris entre $\frac{k' - 1}{n}$ et $\frac{k'}{n}$ calculée pour I :

$$I = I_0 \sqrt{(2 n k' - n) \alpha - (k'^2 - k')}$$

donne :

$$D = V I_0 \sqrt{(2 n k' - n) \alpha - (k'^2 - k') - n^2 \alpha^2}$$

On a représenté figure 4.7. les variations de P et D ramenées à P_0 puissance absorbée par un gradateur monophasé fonctionnant "pleine onde" en fonction de α .

Comme précédemment, les courbes sont représentées d'une façon continue et pour $n = 3$

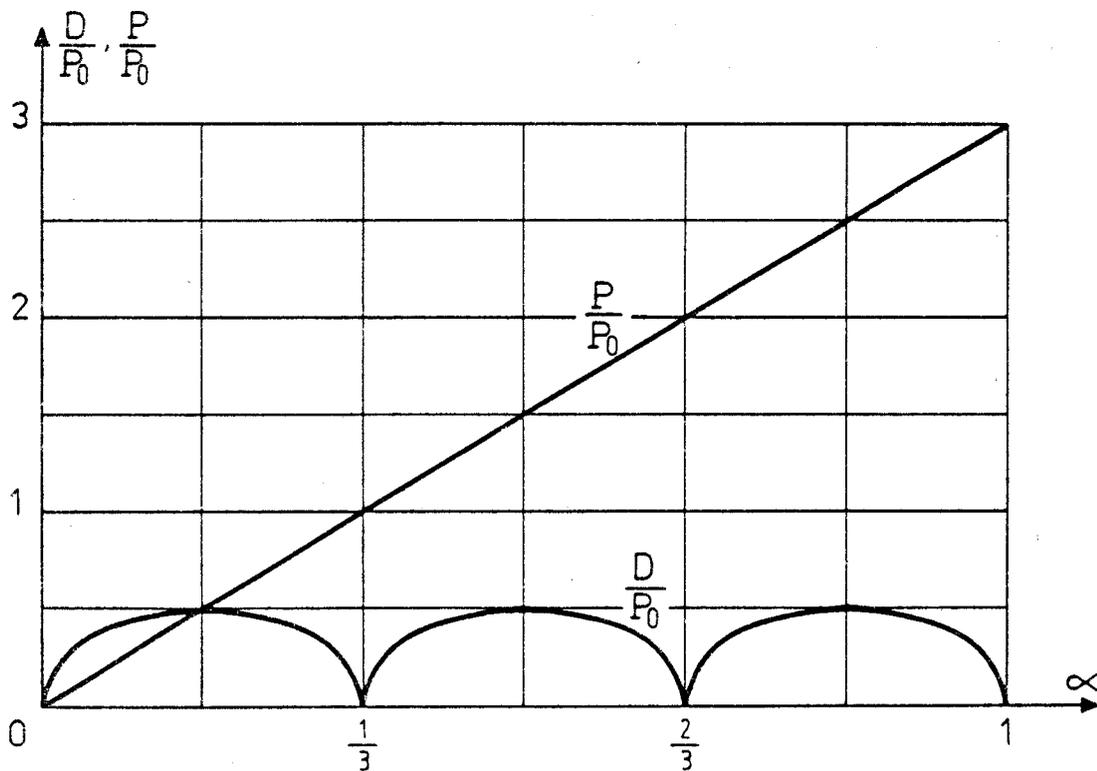


Figure 4.7

II.3. Calcul des harmoniques de puissances

La puissance instantanée P_i fournie par la source est la somme des puissances instantanées absorbées par chaque gradateur.

On a :

$$P = v i = v (i_1 + i_2 + \dots + i_n)$$

Donc le développement en série de Fourier de la puissance correspond au développement en série de Fourier du produit $v i$. On appelle P_k la valeur maximale de l'harmonique de rang k .

P_k est donnée par la relation :

$$P_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$$

avec :

$$A_k = \frac{2}{2 \frac{p'}{\pi} \frac{n}{n}} \int_0^{2p'\pi} v i \sin \frac{n k \theta}{p'} d \theta$$

et

$$B_k = \frac{2}{2 \frac{p'}{\pi} \frac{n}{n}} \int_0^{2p'\pi} v i \cos \frac{n k \theta}{p'} d \theta$$

Le calcul est effectué dans le cas général, où α est compris entre $\frac{k' - 1}{n}$ et $\frac{k'}{n}$

Dans ce cas, A_k a pour expression :

$$A_k = \frac{2 n}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2p\pi - \frac{2p'\pi}{n}} k' \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \sin \frac{n k \theta}{p'} d \theta + \int_{2p\pi - \frac{2p'\pi}{n}}^{\frac{2p'\pi}{n}} (k' - 1) \frac{V_m^2}{R} \sin^2 \theta \sin \frac{n k \theta}{p'} d \theta \right]$$

Ce qui donne après intégration et simplification :

$$A_k = \frac{4 p'^2 P_o (1 - \cos 2 n k \pi \alpha)}{\pi k ((n k)^2 - 4 p'^2)} \quad \text{pour } k \text{ différent de } \frac{2 p'}{n}$$

Puisque $2p'/n$ est un nombre entier, le calcul donne :

$$A_{\frac{2p'}{n}} = 0$$

De même, on calcule B_k :

$$B_k = \frac{2 n}{2 p' \pi} \left[\int_0^{2p\pi - \frac{2p'\pi}{n} (k'-1)} k' \frac{v^2}{R} \sin^2 \theta \cos \frac{n k \theta}{p'} d\theta + \int_{2p\pi - \frac{2p'\pi}{n} (k'-1)}^{\frac{2p'\pi}{n} (k'-1)} (k'-1) \frac{v^2}{R} \sin^2 \theta \cos \frac{n k \theta}{p'} d\theta \right]$$

Soit après intégration et simplification :

$$B_k = \frac{-4 p'^2 P_o \sin 2 n k \pi \alpha}{\pi k ((n k)^2 - 4 p'^2)} \quad \text{pour } k \text{ différent de } \frac{2p'}{n}$$

Pour $k = \frac{2p'}{n}$, le calcul donne :

$$B_{\frac{2p'}{n}} = -n \alpha P_o$$

Ceci nous permet de calculer P_k , dans le cas où α est compris entre $\frac{k'-1}{n}$ et $\frac{k'}{n}$

$$P_k = \frac{4 p'^2 P_o}{\pi k |(n k)^2 - 4 p'^2|} \sqrt{2 (1 - \cos 2 n k \pi \alpha)} \quad \text{pour } k \text{ différent de } \frac{2p'}{n}$$

Pour $k = \frac{2p'}{n}$:

$$P_{\frac{2p'}{n}} = n \alpha P_o$$

Il est à noter que k' n'apparaît pas dans l'expression de P_k , donc les harmoniques de puissance ont même expression quelque soit le type de fonctionnement. Nous avons représenté figures 4.8., 4.8. bis, et 4.8. ter les variations des premiers harmoniques pour trois valeurs de p' ($p' = 6$, $p' = 18$, $p' = 36$), dans le cas de trois gradateurs entrelacés.

Il faut remarquer avant de pouvoir comparer les courbes que pour celles-ci, la fréquence de l'harmonique de rang k est : $\frac{3 k f}{p'}$.

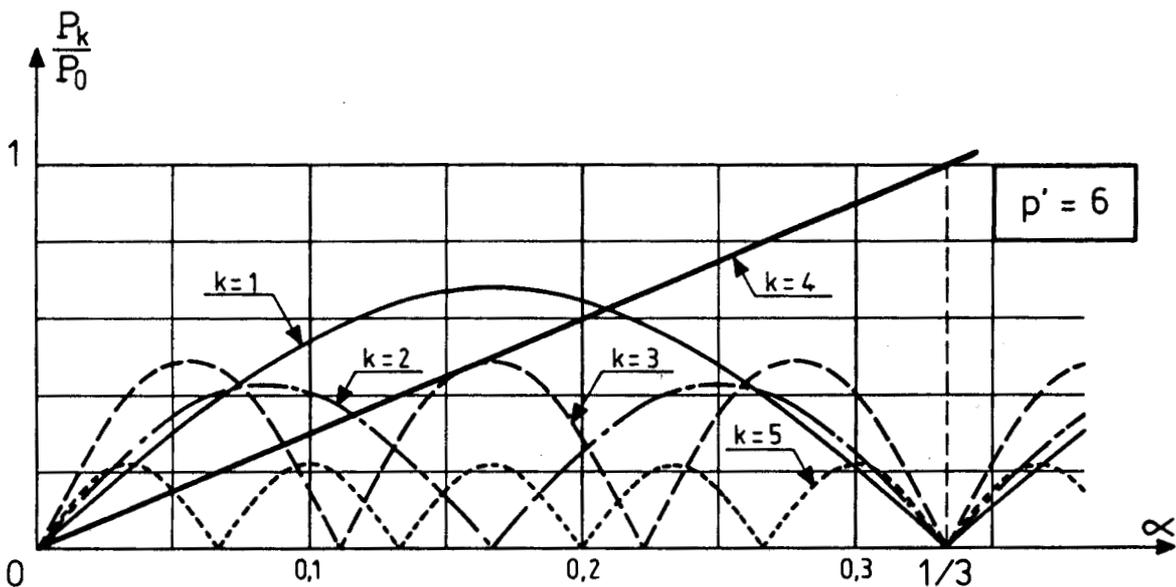


Figure 4.8

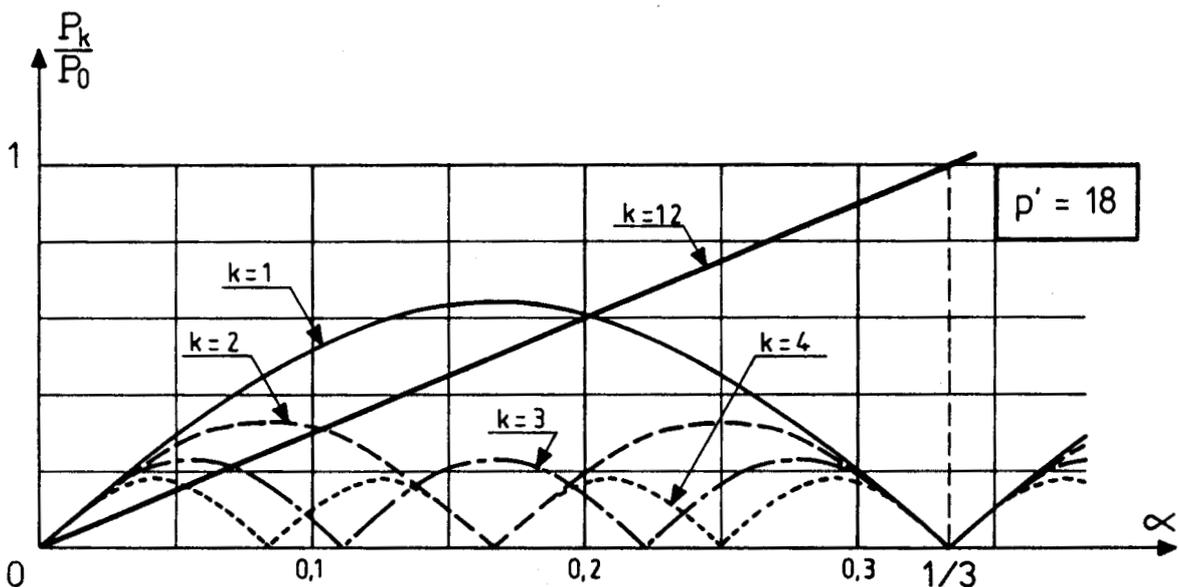


Figure 4.8 bis

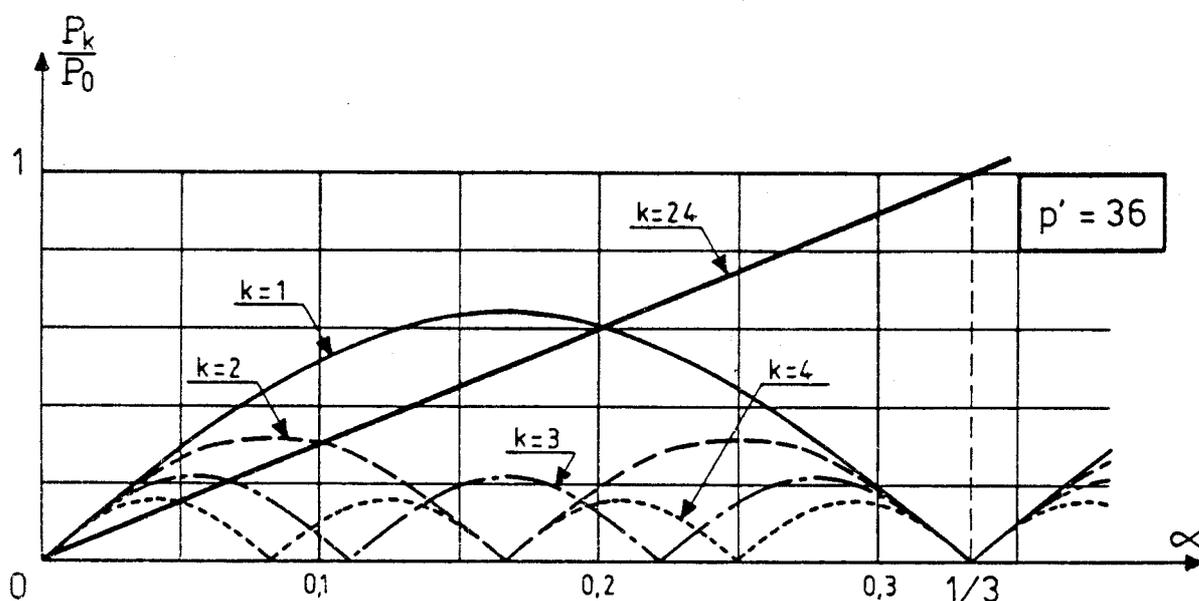


Figure 4.8 ter

Comme dans le chapitre précédent, nous avons tracé les spectres des valeurs efficaces de $\frac{P_k}{P_0}$, pour p' égal 6, 18, 36 pour le maximum de la puissance déformante, soit $\alpha = 1/6$ (Figures 4.9., 4.9. bis et 4.9. ter).

Ces tracés confirment le fait qu'une augmentation de p' place les sous-harmoniques hors de la zone de flicker définie par Meynaud. En conséquence, puisque le p' "apparent" de ces montages est égal à $\frac{p'}{n}$, le fonctionnement optimum est obtenu pour p' voisin de 30 n.

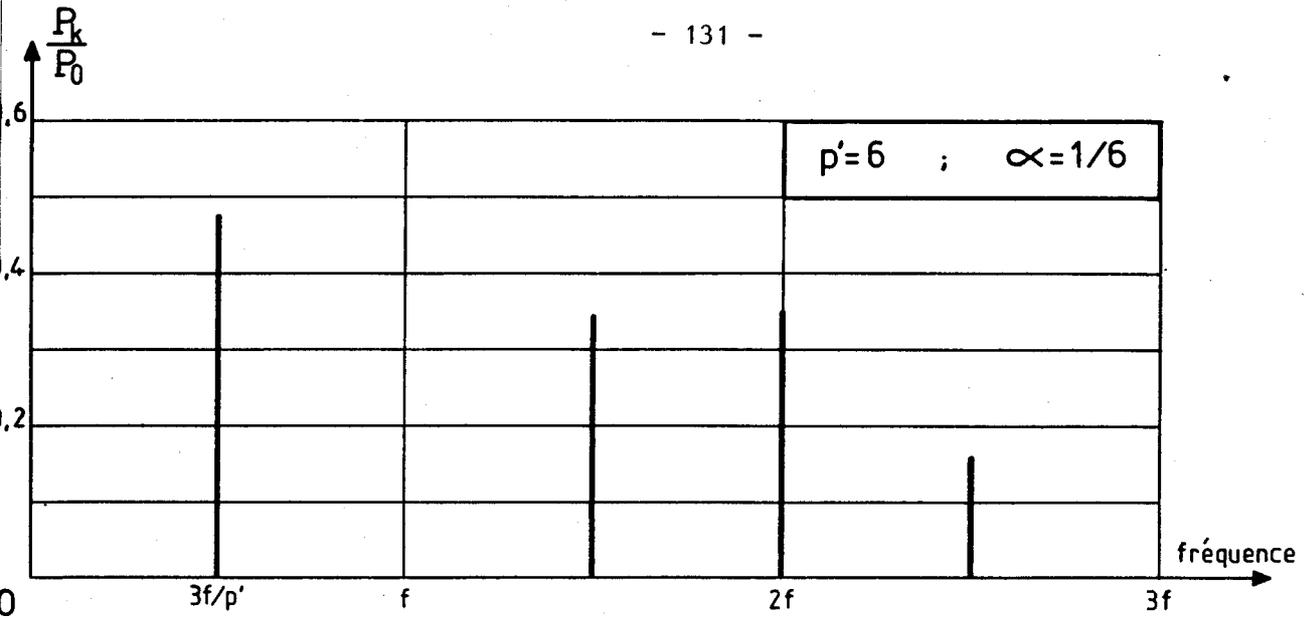


Figure 4.9

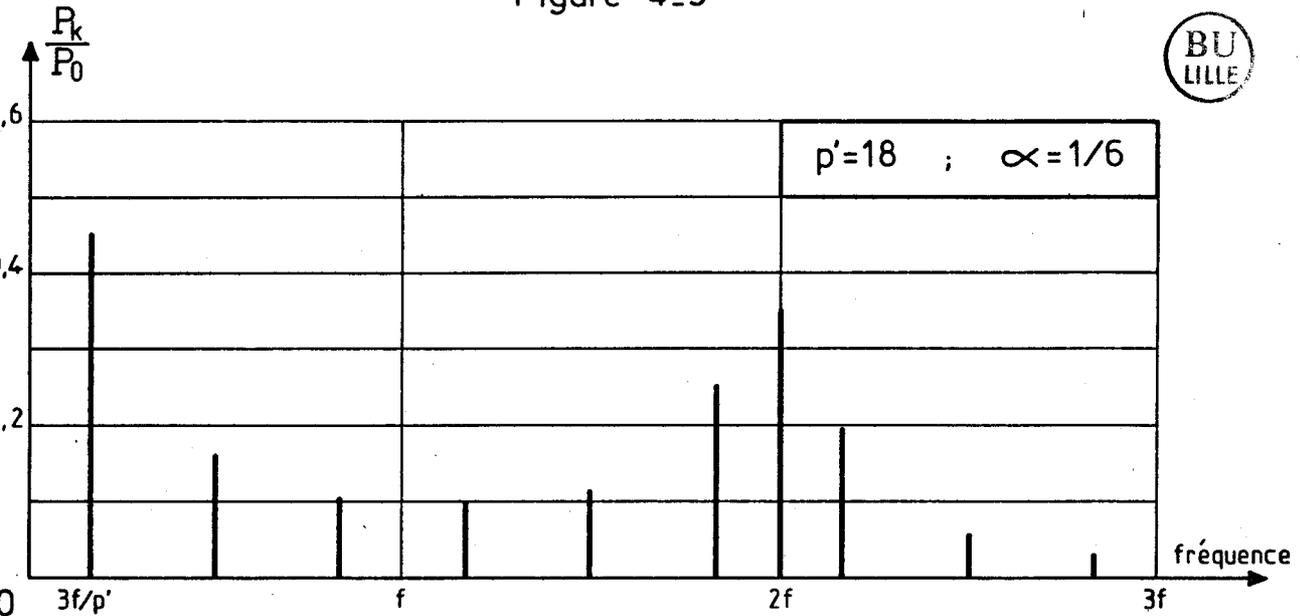


Figure 4.9 bis

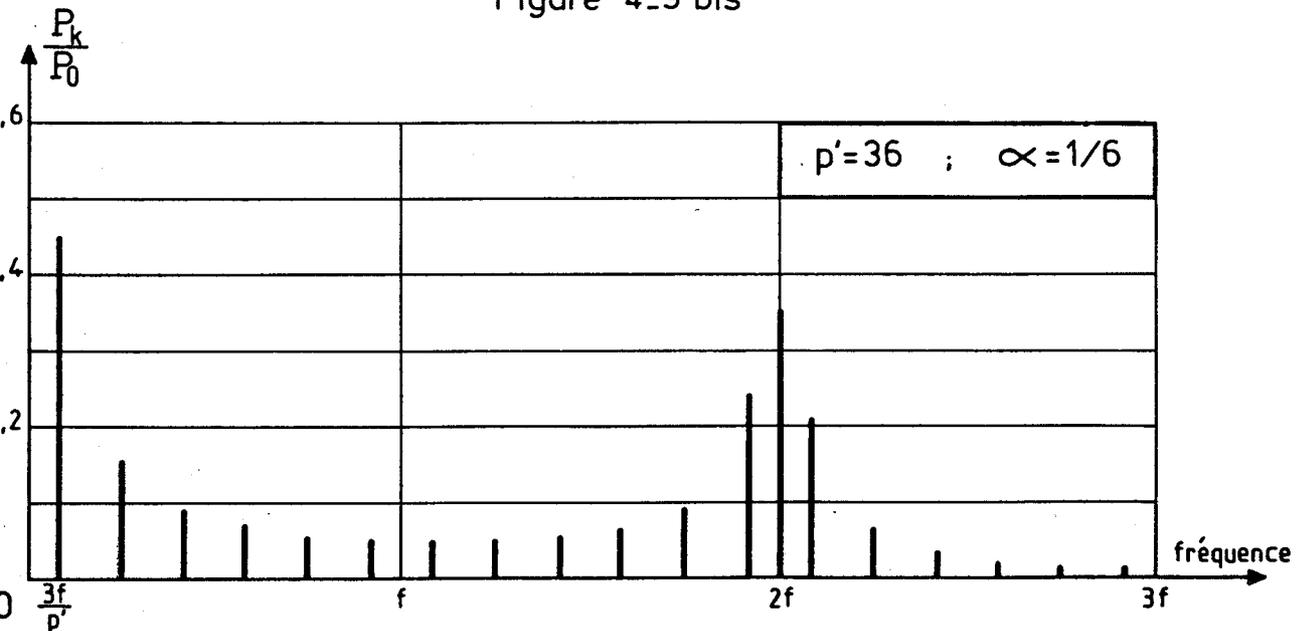


Figure 4.9 ter

CONCLUSION

CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous avons proposé des méthodes permettant l'amélioration du facteur de puissance dans les montages gradateurs monophasés lorsqu'ils débitent sur résistances pures.

En commandant le gradateur par la phase, il est possible d'annuler la puissance réactive portée par le fondamental en "recentrant" l'onde de courant par rapport à celle de tension. Ce procédé, qui nécessite le recours à la commutation forcée, n'améliore pas le facteur de puissance. L'annulation de la puissance réactive s'accompagne d'une augmentation de la puissance déformante.

En commandant le gradateur par trains d'ondes entières, il n'y a aucune amélioration du facteur de puissance, pour un réglage donné, par rapport à la commande par la phase. L'intérêt de ce mode de commande réside en l'annulation de la puissance réactive sans recours à la commutation forcée.

En associant convenablement plusieurs gradateurs commandés par trains d'ondes, il est possible d'améliorer notablement le facteur de puissance par réduction de la puissance déformante. On peut, par exemple, avec 7 gradateurs et 7 résistances égales, obtenir un facteur de puissance supérieur à 0,94 sur près de 90% de la plage de réglage.

La commande par trains d'ondes crée des sous-harmoniques à des fréquences générant l'effet Flicker. Nous nous sommes efforcés, à l'aide du développement en série de Fourier de la puissance instantanée, d'édicter des règles du choix de commande permettant la limitation des effets néfastes de ces sous-harmoniques.

L'étude expérimentale, menée au Laboratoire d'Electronique de Puissance de l'I.D.N. corrobore les résultats obtenus.

Les procédés de commande choisis pour l'entrelacement des gradateurs ne sont pas les seuls envisageables. Nous avons, par exemple, supposé la proportionnalité entre le nombre de gradateurs entrelacés n et p' qui caractérise le nombre de périodes du phénomène total. Cette hypothèse donne d'excellents résultats. Néanmoins, il pourrait être intéressant de compléter l'étude par celle des autres cas envisageables, mais qui nécessiterait une "complexification" de la commande des thyristors. D'autres problèmes pourraient être encore abordés comme l'influence de l'impédance des phases et du neutre lors du fonctionnement simultané des gradateurs alimentés entre phase et neutre par le réseau triphasé ou les modifications apportées par l'insertion d'un transformateur entre le gradateur et le récepteur, ou encore le filtrage passif des harmoniques.

L'entrelacement de gradateurs associé à une commande judicieuse semble être la meilleure solution pour réduire efficacement les harmoniques de courant et limiter la pollution qu'ils occasionnent.

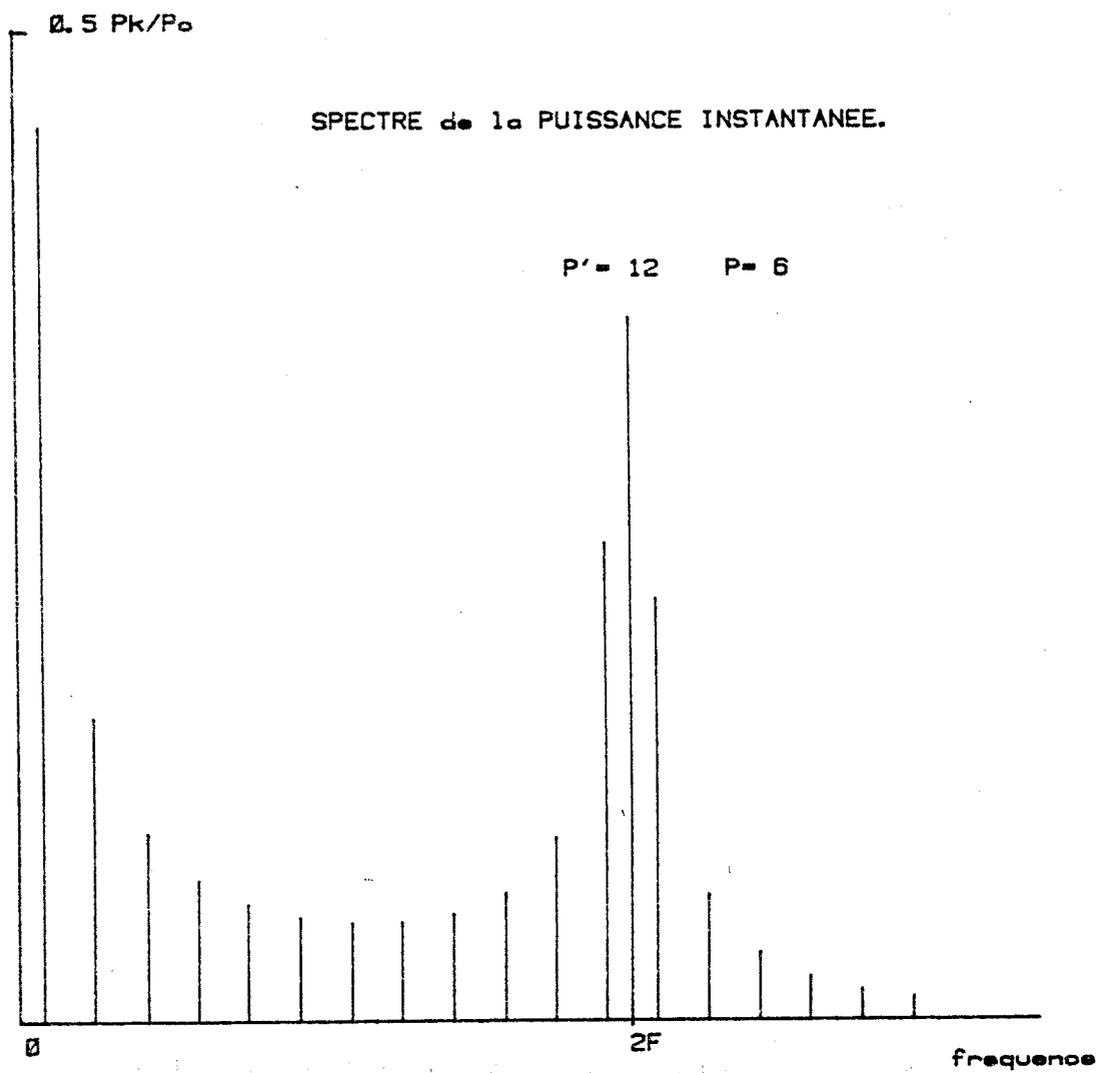
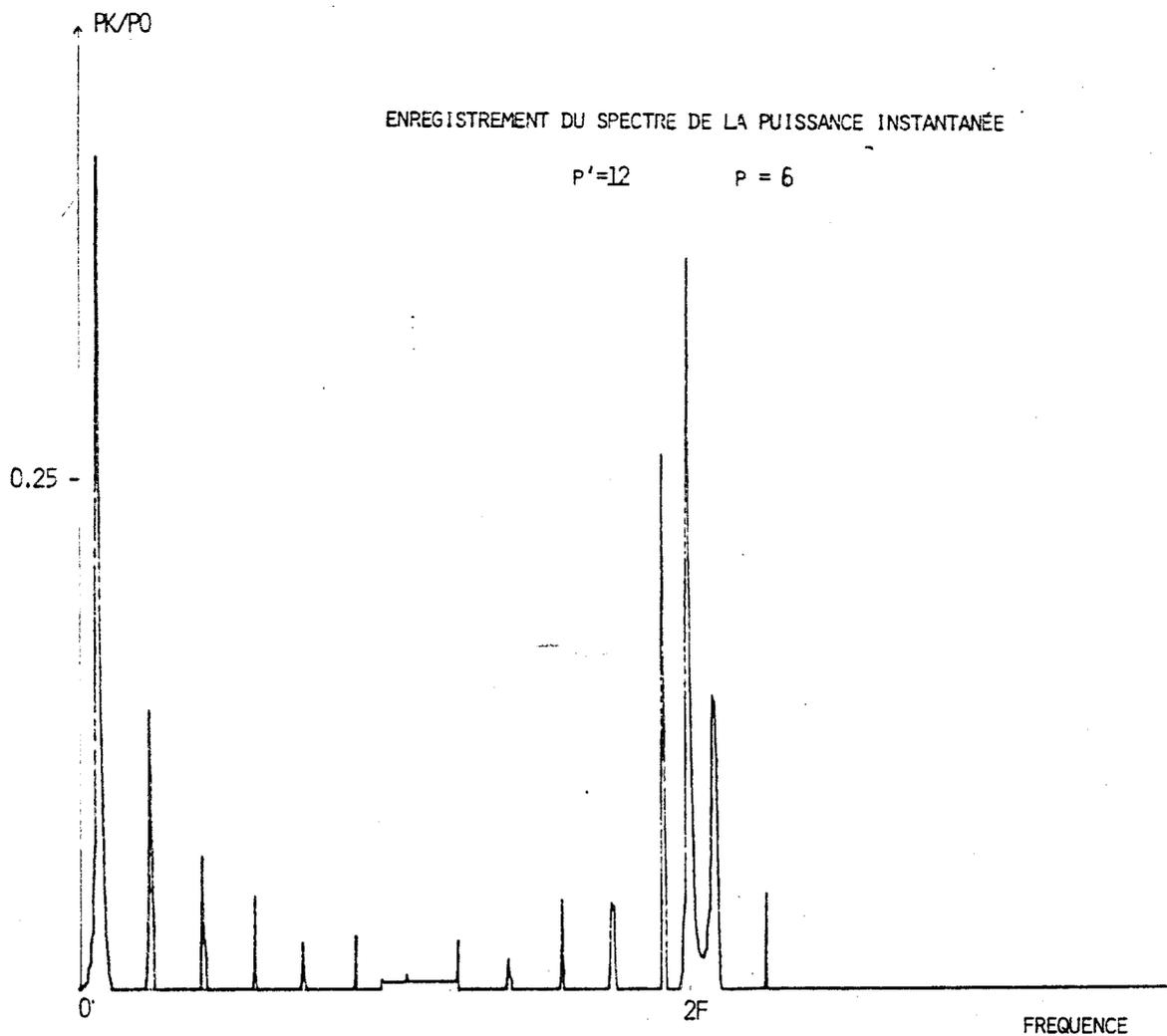
ANNEXE : VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

Nous avons réalisé un montage permettant d'effectuer l'analyse harmonique de la puissance instantanée dans le cas du gradateur commandé par train d'ondes entières.

Nous avons représenté les résultats obtenus à l'aide d'un analyseur de spectre pour trois valeurs de p' ; $p' = 4$, $p' = 6$, et $p' = 12$, et pour différentes valeurs de p .

Pour chaque enregistrement du spectre, nous avons joint la représentation du spectre calculé, ceci, pour les mêmes valeurs de α .

Nous avons également joint des photocopies de spectres obtenus sur analyseur ainsi que le forme de l'onde de la puissance instantanée dans le cas $p' = 4$ et $p = 2$. Les écarts observés entre les relevés expérimentaux et les résultats du calcul des harmoniques de la puissance instantanée, montrent des écarts inférieurs à 10%. Ces écarts sont dus à la précision du multiplieur qui effectue le produit courant tension, et qui n'est pas rigoureusement parfait. Malgré les imprécisions des mesures, les résultats expérimentaux confirment bien les résultats des calculs théoriques.



PK:PC

ENREGISTREMENT DU SPECTRE DE LA PUISSANCE INSTANTANEE

$p' = 4$ $p = 3$

0.5

0

2F

FREQUENCE

1 Pk/Pe

SPECTRE de la PUISSANCE INSTANTANEE.

$P' = 4$ $P = 3$

0

2F

frequence

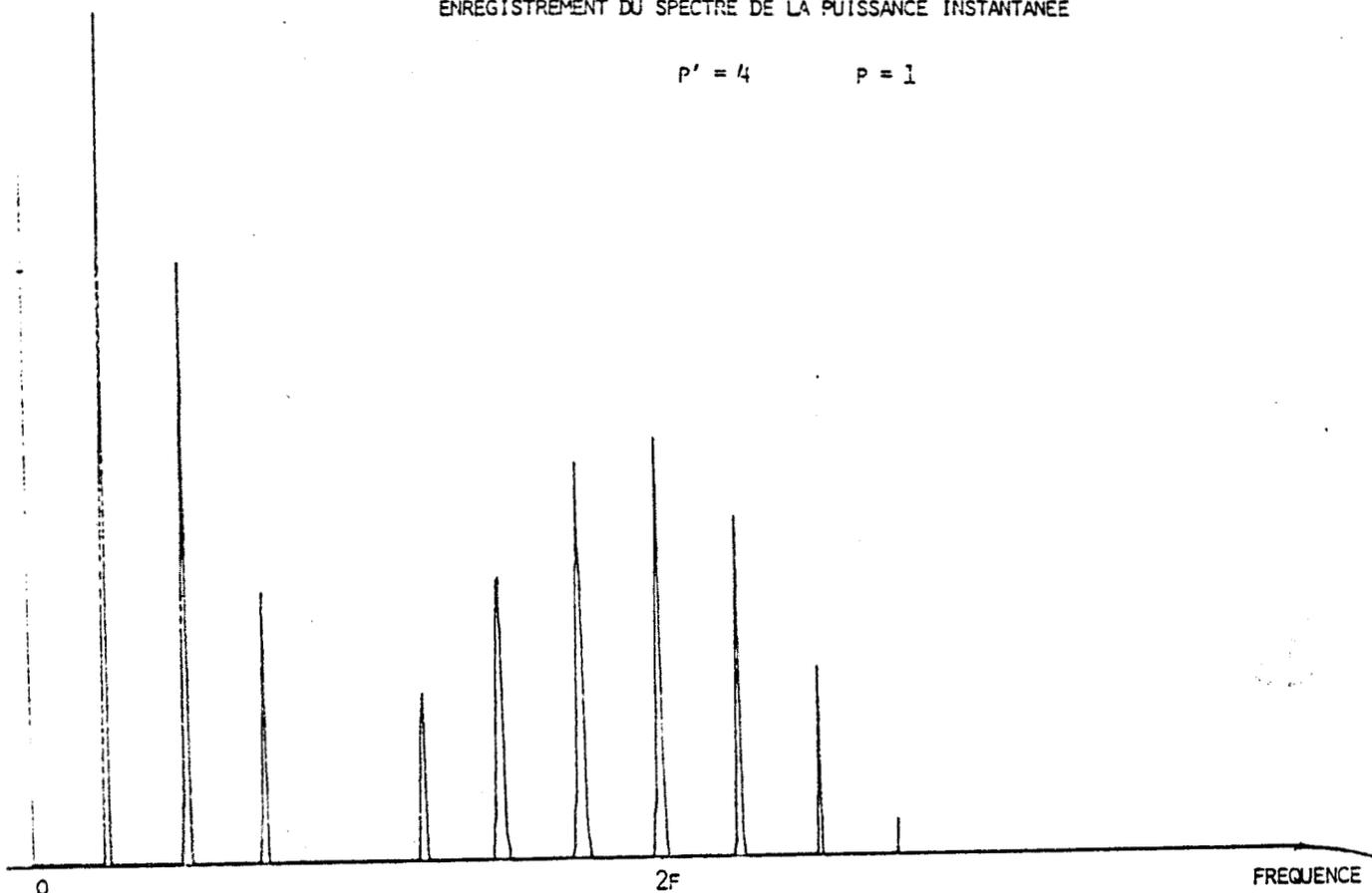


P_k/P_0

ENREGISTREMENT DU SPECTRE DE LA PUISSANCE INSTANTANEE

$P' = 4$ $P = 1$

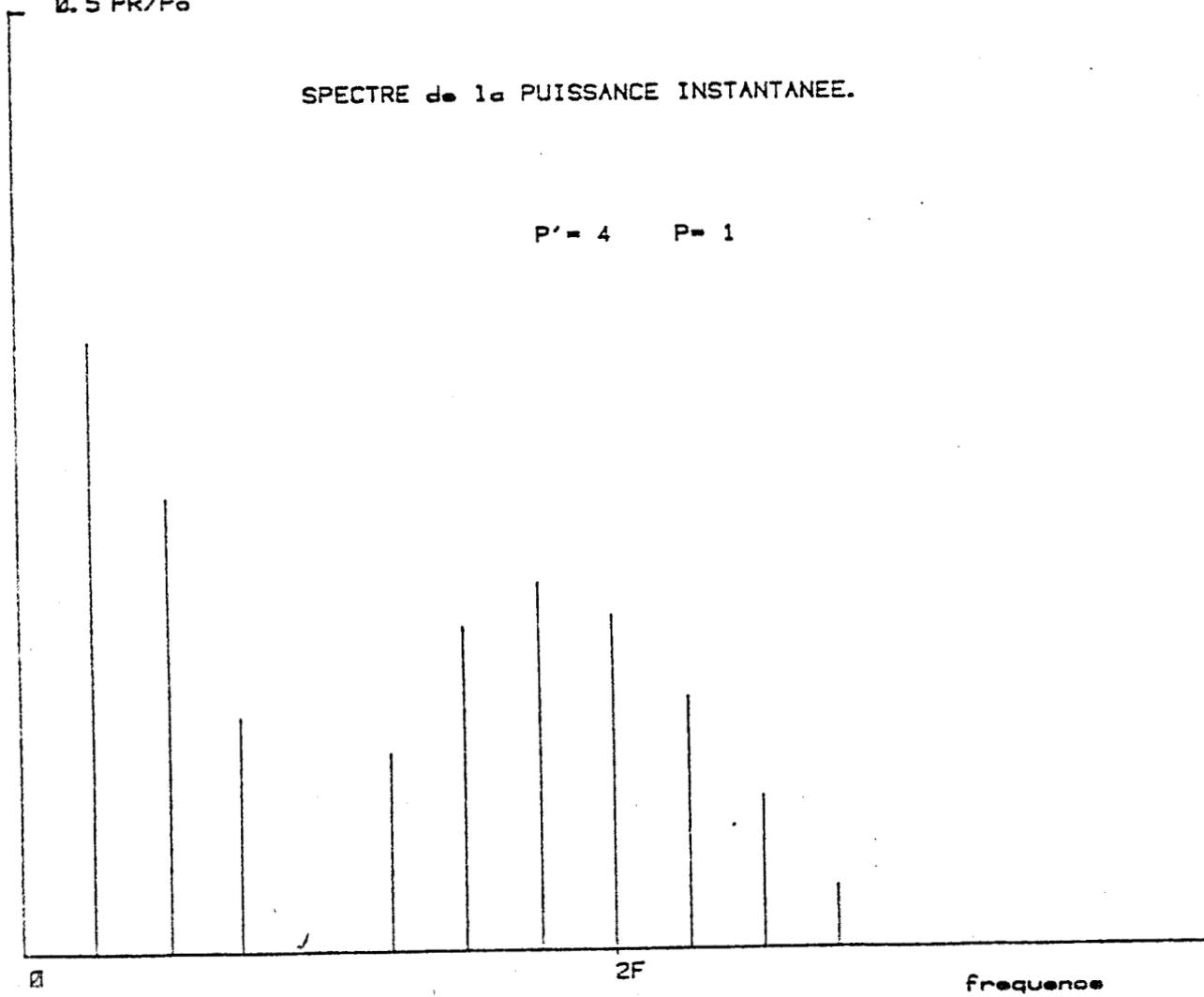
0.25



$0.5 P_k/P_0$

SPECTRE de la PUISSANCE INSTANTANEE.

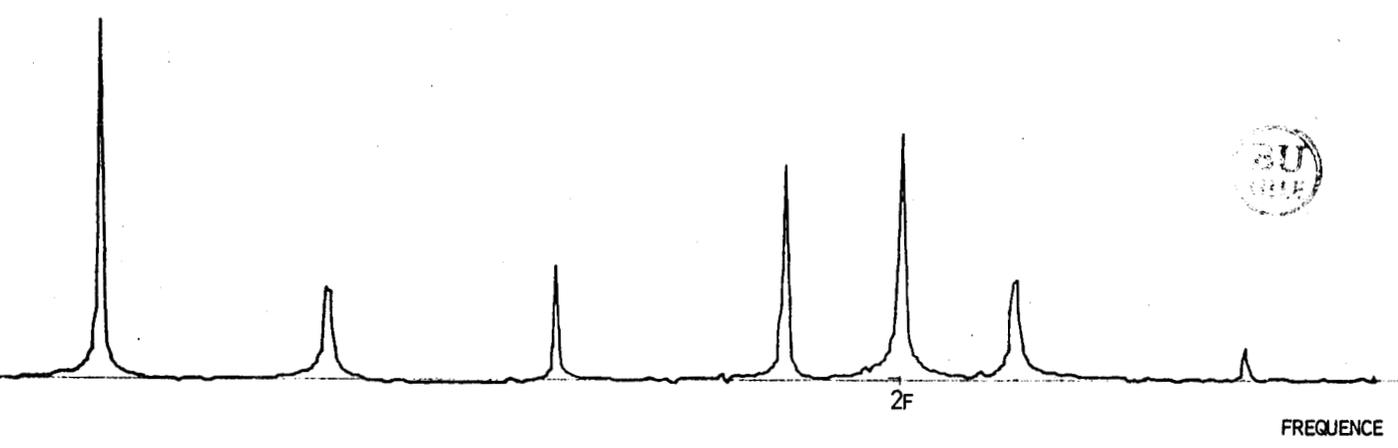
$P' = 4$ $P = 1$



PK/PO

ENREGISTREMENT DU SPECTRE DE LA PUISSANCE INSTANTANEE

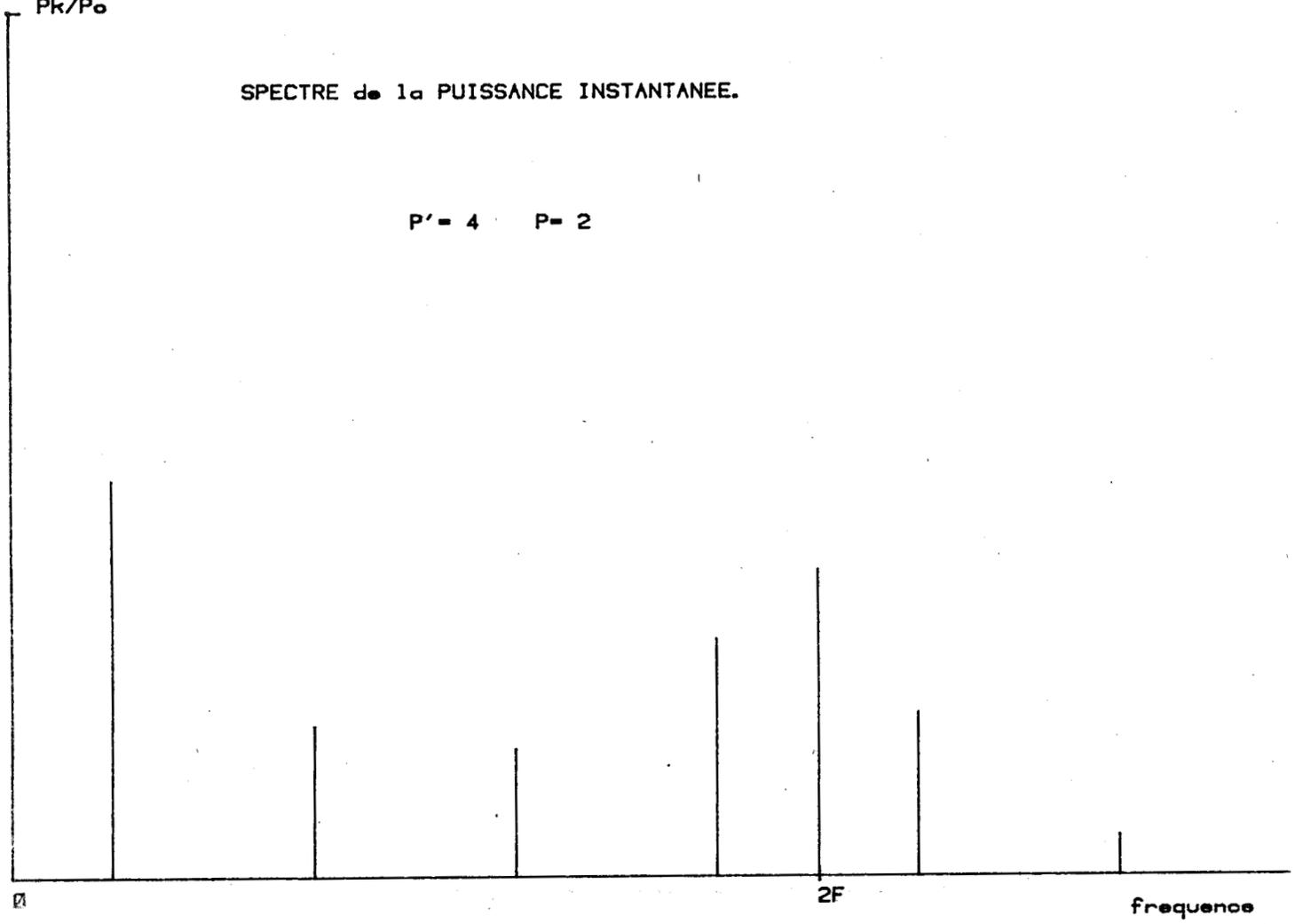
$P' = 4$ $P = 2$

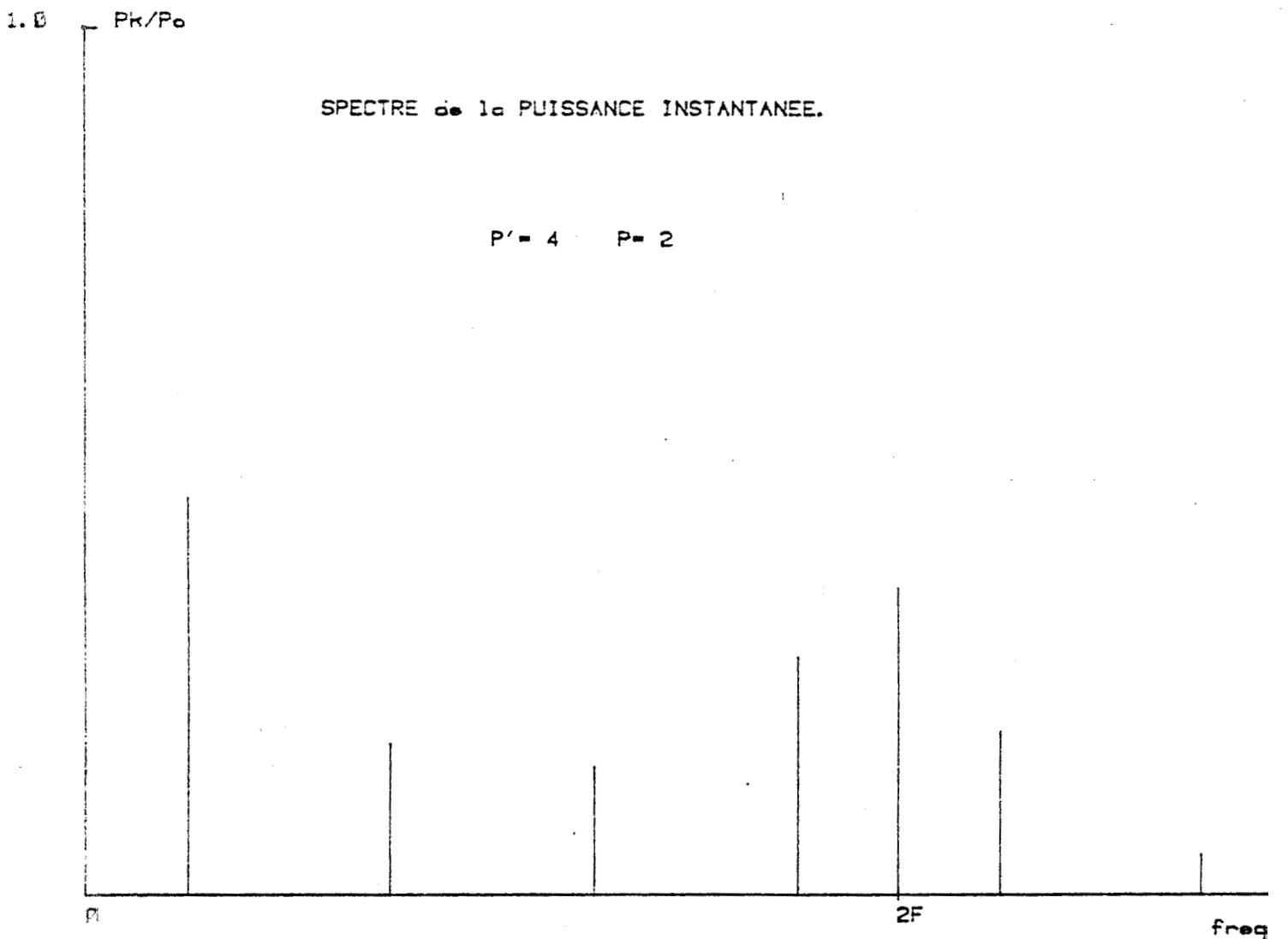
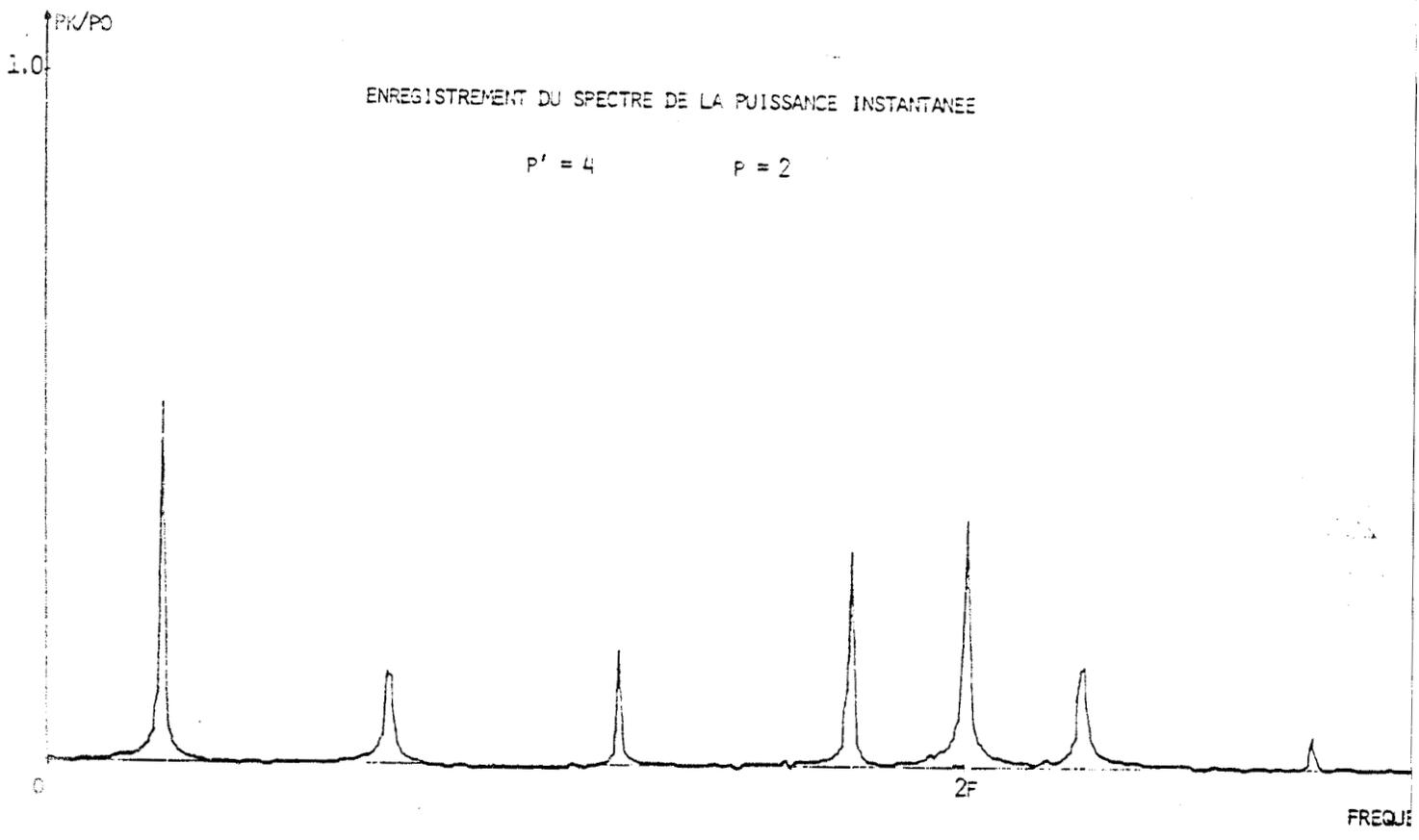


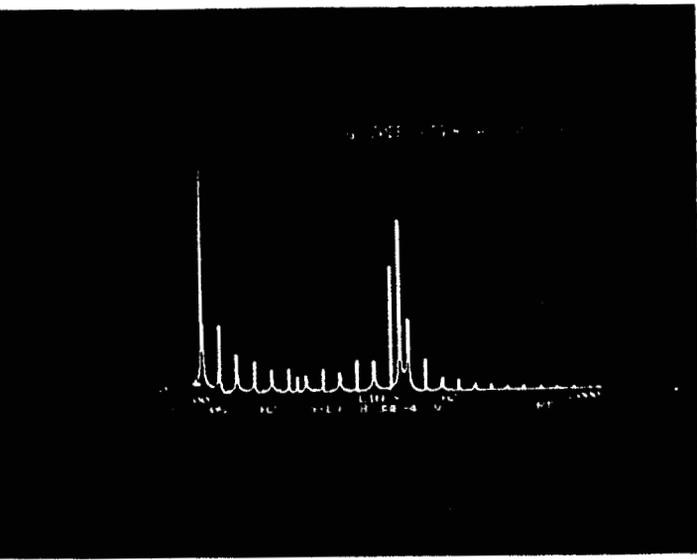
PK/PO

SPECTRE de la PUISSANCE INSTANTANEE.

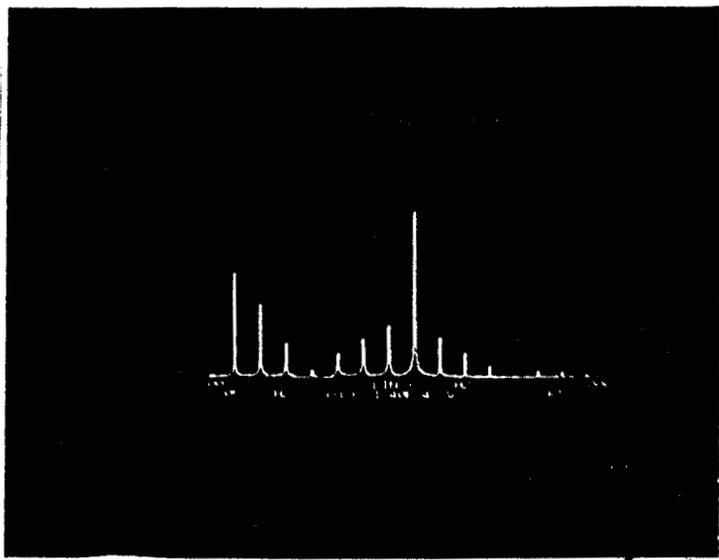
$P' = 4$ $P = 2$





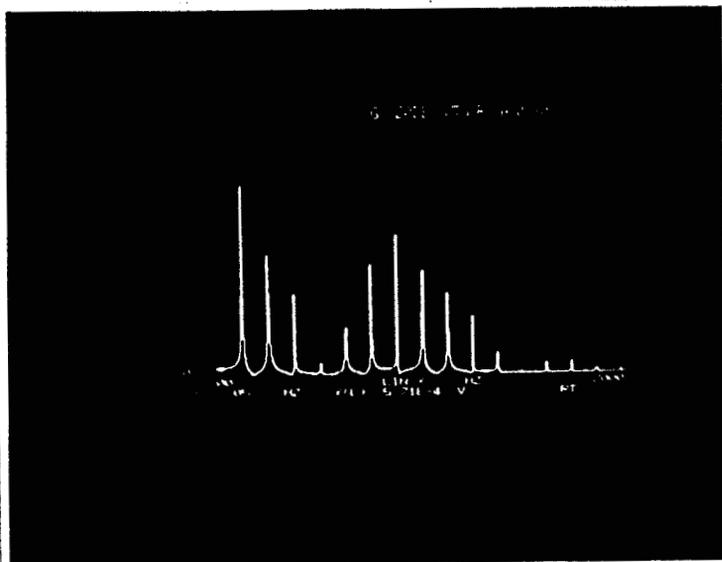


Spectre de la puissance instantanée
 $p' = 12$ $p = 6$

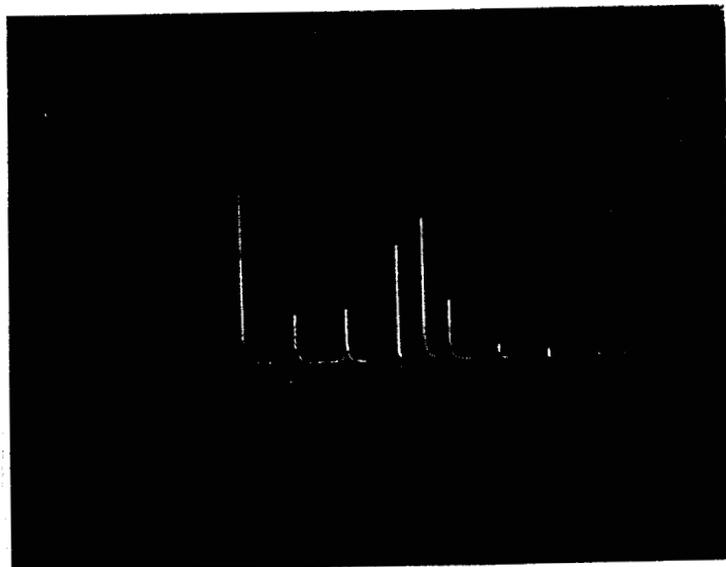


Spectre de la puissance instantanée
 $p' = 4$ $p = 3$

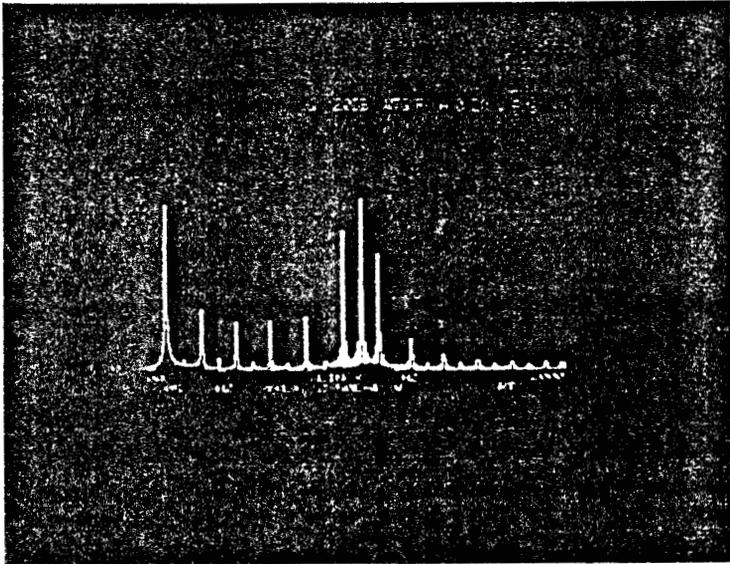
BU
LILLE



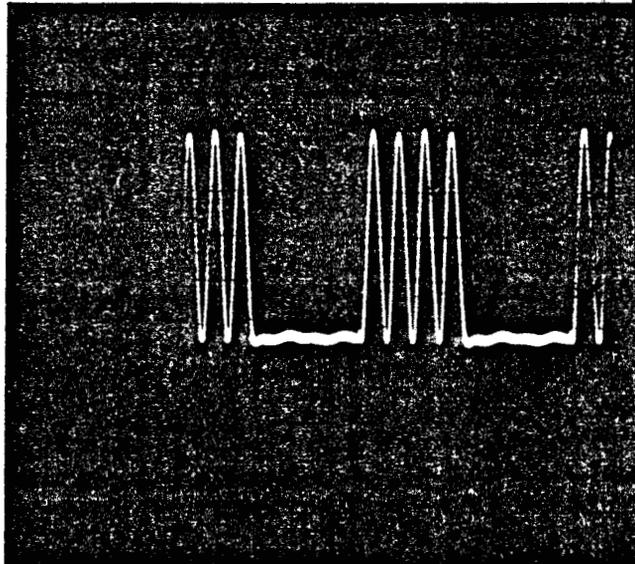
Spectre de la puissance instantanée
 $p' = 4$ $p = 1$



Spectre de la puissance instantanée
 $p' = 4$ $p = 2$



Spectre de la puissance instantanée
 $p' = 6$ $p = 3$



Forme d'onde de la puissance instantanée
 $p' = 4$ $p = 2$

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- (1) G. SEGUIER
"L'Electronique de Puissance"
Edition DUNOD, 1970
- (2) C. ROMBAUT
"Etude des gradateurs triphasés et d'autres convertisseurs alternatif/
alternatif fonctionnant en commutation naturelle"
Thèse de Doctorat d'Etat, LILLE, 1979
- (3) W. SHEPHERD, P.J. GALLAGHER
"Some properties of thyristors controlled resistive load with integral
cycle switching"
I.E.E.E. Conf. Publication, n°110, April 1974
- (4) R. BAUSIERE, C. ROMBAUT, P. RUSSE
"Moyen de réduire les perturbations induites dans le réseau d'alimen-
tation par les gradateurs triphasés débitant sur résistances pures"
Journées Internationales d'Etude sur l'Utilisation des Semi-Conducteurs
de Puissance en Electrotechnique, LIEGE, 10,11,12 Octobre 1983
- (5) J. LECORGUILLIER
"Les redresseurs en simple alternance"
Eyrolles Editeur, PARIS, 1953
- (6) J. LECORGUILLIER
"Les gradateurs tête-bêche en débit sur circuit inductif"
Revue Générale de l'Electricité, t. 75, n° 7-8, Juillet - Août 1966
- (7) T.G. BLAND
"Steady state analysis of Angle phase AC controller with resistance
load"
I.E.E.E., Trans. on I.E.C.I., Vol. I.E.C.I. 22, n°3, August 1975

- (8) J. TAKEUCHI
"Analysis of single phase back to back SCR circuits using ϕ . Function method"
Elec. Eng Jap, Vol 85 n° 6, 1965
- (9) W. SHEPHERD
"Steady state analysis of the series resistance - inductance circuit controlled by Silicom Controlled Rectifiers"
I.E.E.E., transaction I.G.A., vol. I.G.A. July/August 1965
- (10) B.W. LINGARD, R.W. JOHNSON, W. SHEPHERD
"Steady state performance and analysis of the series resistance. Capacitance circuit with control by adjustable thyristor triggering"
I.E.E.E., transaction I.G.A., vol. I.G.A. 4 n°6, Nov/Dec. 1968
- (11) T. HIMEI, J. INOUE, S. NAKANISHI, I. UKITA
"A step-up phenomenon of the thyristor control circuit with series RLC elements"
I.E.E.E., transactions I.A., vol. I.A. - 11 n°5, Sept/Oct. 1975
- (12) C. ROMBAUT, G. SEGUIER
"Discontinuité, lors du débit sur résistance pure, de la caractéristique pratique de commandes des gradateurs triphasés"
C.R. Acad. Sc., PARIS, t 277, Septembre 1973
- (13) C. ROMBAUT, G. SEGUIER
"Caractéristiques des gradateurs triphasés"
Revue Jeumont-Schneider, n°17 et 18, Juin et Septembre 1974
- (14) C. ROMBAUT, H. SCHOORENS
"Délimitation de la zone à fonctionnement anormal du gradateur triphasé débitant sur une charge résistive et capacitive"
C.R. Acad. Sc., PARIS, t 185, Juillet 1977
- (15) C. ROMBAUT, H. SCHOORENS, G. SEGUIER
"Operation of 3 phases AC thyristor regulator feeding an R or RL or RC balanced load"
Proc. I.E.E., vol. 125, n°8, AUGUST 1978

(16) T.A. LIPO

"The analysis of induction motors with voltage control by symmetrically triggered thyristors"

I.E.E.E., trans. P.A.S., vol. 87, n°2, 1968

(17) N. HAYASHI

"State variable analysis of induction motors controlled by semiconductor switches"

Elec. Eng. Jap., vol. 91, n°6, 1971

(18) S. RAHMAN, W. SHEPHERD

"Thyristor and diode controlled voltage drives for 3 phase induction motors"

Proc. I.E.E., vol. 124, n°9, Septembre 1977

(19) J.P. SIX

"Etude du moteur asynchrone en vue de son utilisation dans les équipements à vitesse variable"

Thèse Docteur - Ingénieur, n° 158, LILLE, Juin 1974

(20) C. ROMBAUT, G. SEGUIER, J.P. SIX

"Conditions d'emploi des gradateurs pour faire varier la vitesse d'un moteur asynchrone à cage"

Revue E., vol. 8, n°12, 1977

(21) M. BOULIER, C. ROMBAUT, G. SEGUIER

"Six thyristor A.C. chopper feeding A 3 phase asynchronous motor : Motor model allowing the calculus of the control characteristics"

3rd I.F.A.C. Symposium, LAUSANNE, 1983

(22) P. GOERGER

"Ensemble gradateur - transformateur - diodes destinés à l'obtention de très hautes ou de très basses tensions redressées variables"

Thèse de Docteur - Ingénieur, LILLE, 1981

(23) P. GOERGER, C. ROMBAUT, G. SEGUIER

"La place des groupements gradateur - transformateur - diodes dans l'ensemble des montages redresseurs"

Revue Générale de l'Electricité, n°5, Mai 1982

(24) J.L. COCQUERELLE

"Etude des associations en triphasé : gradateur en angle de phase - transformateur - résistances"

Thèse de Doctorat d'Etat, LILLE, 8 Novembre 1985

(25) J.L. COCQUERELLE, C. ROMBAUT

"Analytical study of an AC regulator, transformer, 3 phase resistive load assembly"

Congrès E.P.E., vol. 1, p. 2.243-2.249, BRUXELLES, 16-18 Octobre 1985

(26) R. CHAUPRADE

"Le statocompensateur. Une solution moderne de compensation de l'énergie réactive"

Revue J.S. - Février 1976

(27) C. BOISDON, G. DROUIN

"Les systèmes de compensation statique rapide dans les réseaux industriels"

Revue Générale d'Electricité, n° 12, Décembre 1984

(28) E. PILLET

"Sur la généralisation de la notion de puissance réactive"

Revue Générale de l'Electricité, n° 5, Mai 1982

(29) I. ANTONIA

"Le régime énergétique déformant : une question de priorité"

Revue Générale de l'Electricité, n°6, Juin 1982

(30) VULPILLAT

"Perturbations harmoniques du réseau par les gradateurs de puissance à thyristors ou à triacs"

Revue Electronique de Puissance, n° 12, pp 45-50, Juin 1985

(31) P.J. GALLAGHER, W. SHEPHERD

"Operation of two parallel-connected thyristor controlled resistive loads with integral cycle triggering"

I.E.E.E., Trans. I.E.C.I., vol. I.E.C.I. 22, N° 4, Novembre 1975

(32) R. BAUSIERE

"Multiplicateurs statiques de fréquences fonctionnant en commutation naturelle"

Thèse de Doctorat d'Etat, LILLE, 1982

(33) P. MEYNAUD

"Flicker et conditions de raccordement au réseau d'appareils produisant des variations rapides de tensions"

Revue Générale d'Electricité, Tome 80, n°4, Novembre 1971

(34) P. MEYNAUD

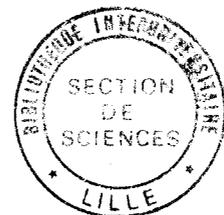
"Problèmes particuliers posés par l'étude du phénomène de distorsions harmoniques dans les réseaux. Aspects actuels et futurs"

Rapport Comité d'Etude Cigré, 1-9 Septembre 1982

(35) G. SEGUIER

"Réflexion sur l'évolution des convertisseurs statiques"

Communication Congrès S.E.E., GRENOBLE, 5-6 Juin 1985



RESUME :

Le réglage de la puissance fournie à un récepteur résistant par une source monophasée sinusoïdale de tension et fréquence constantes, peut s'effectuer au moyen d'un gradateur.

Avec les modes de commande classiques, variation de l'angle de phase ou trains d'ondes entières, la réduction de puissance obtenue s'accompagne de celle du facteur de puissance.

Lorsque la charge est fractionnable, et si l'on commande par variation de l'angle de phase, l'amélioration du facteur de puissance nécessite le recours à la commutation forcée. En associant plusieurs gradateurs commandés par trains d'ondes entières, la puissance réactive portée par le fondamental est nulle et la puissance déformante peut être fortement réduite. Il est alors possible de conserver un facteur de puissance proche de l'unité pour une plage de réglage importante.

L'analyse harmonique de la puissance instantanée prise à la source permet de définir une stratégie de commande permettant la limitation de l'effet Flicker dû à la présence de "sous-harmoniques".

MOTS-CLEFS :

ELECTROTECHNIQUE
ELECTRONIQUE DE PUISSANCE
GRADATEUR MONOPHASE
FACTEUR DE PUISSANCE
HARMONIQUES ET SOUS-HARMONIQUES

