

50376
1985
217

N° d'ordre: 626

50376
1985
217

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

JEAN-LOUIS COCQUERELLE

DOCTEUR 3ÈME CYCLE

ETUDE DES ASSOCIATIONS EN TRIPHASE

"GRADATEUR EN ANGLE DE PHASE - TRANSFORMATEUR - RESISTANCES"



Soutenue le 8 Novembre 1985, devant la Commission d'Examen

MM.	G. SEGUIER	Président
	M. IVANES	Rapporteur
	C. ROMBAUT	Rapporteur
	B. TRANNOY	Rapporteur
	J.C. GENTINA	Examineur
	F. NOTELET	Examineur
	F. VIGNON	Examineur

Cette Thèse est dédiée
à mon Père,
décédé brutalement en Août 83,
et que j'aurais tant voulu convier
à la soutenance

J.-L. C

AVANT - PROPOS

Les recherches dont les résultats sont résumés dans ce mémoire, ont été effectuées sous la direction de Monsieur le Professeur ROMBAUT, dans le cadre du Laboratoire "Structures des convertisseurs, composants" créé à l'I. D. N. en 1983 et fonctionnant en collaboration avec le Laboratoire "Applications des redresseurs de puissance" de l'Université de LILLE I.

Nous tenons à témoigner notre plus profonde gratitude à Monsieur le Professeur C. ROMBAUT pour nous avoir guidé, avec la plus grande attention, tout au long de ce travail, mais également pour avoir exercé sa direction avec une constante gentillesse qui n'a d'égale que sa compétence.

Nous remercions très vivement Monsieur le Professeur G. SEQUIER qui a suivi nos travaux avec intérêt, d'avoir accepté de présider notre Jury et de nous apporter ainsi une caution scientifique incontestable.

Nous sommes heureux que Monsieur le Professeur IVANES de l'I. N. P. de Grenoble ait accepté de juger ce mémoire et l'en remercions très vivement.

Nous exprimons toute notre gratitude à Monsieur le Professeur TRANNOY de l'Université de Toulouse, d'avoir également accepté de juger ce mémoire.

C'est un nouveau témoignage d'amitié que nous donne Monsieur le Professeur GENTINA, Directeur de l'INSTITUT INDUSTRIEL DU NORD, en participant à ce Jury.

Nous remercions vivement Monsieur NOTELET d'avoir accepté d'examiner notre travail.

Notre gratitude va également à Monsieur VIGNON et Monsieur FLACHER de la Société CORECI de Lyon, qui ont suivi notre travail en nous faisant bénéficier de leur expérience industrielle et de leurs encouragements.

Nous tenons enfin à exprimer notre profonde reconnaissance à Madame TRICOT qui a assuré la réalisation intégrale de ce mémoire, avec la compétence et de dévouement dont elle fait toujours preuve.

SOMMAIRE

CHAPITRE I - MONTAGE "GRADATEUR / TRANSFORMATEUR ETOILE - ETOILE / CHARGE
RESISTIVE"

	pages
<u>I - MONTAGE ETUDIE. HYPOTHESES ET NOTATIONS</u>	3
<u>II - RELATIONS GENERALES</u>	6
<u>III - ETUDE DU FONCTIONNEMENT</u>	8
<u>III.1 - Premier mode de fonctionnement : 3 ou 2 thyristors passants</u>	8
<u>III.1.1 - Equations de fonctionnement dans le premier intervalle du premier mode</u>	9
<u>III.1.2 - Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du premier mode</u>	10
<u>III.1.3 - Détermination des constantes d'intégration</u>	14
III.1.3.1 - Première propriété	14
III.1.3.2 - Deuxième propriété	15
III.1.3.3 - Troisième propriété	16
III.1.3.4 - Expressions des constantes d'intégration	17
III.1.3.5 - Expression de l'angle critique θ_1	18
<u>III.1.4 - Limites de fonctionnement dans le premier mode</u>	19
<u>III.2 - Deuxième mode de fonctionnement : 2 thyristors passants</u>	20
<u>III.2.1 - Equations de fonctionnement</u>	20
<u>III.2.2 - Détermination des constantes d'intégration</u>	21
<u>III.2.3 - Limites de fonctionnement dans le deuxième mode</u> ...	22
<u>III.3 - Troisième mode de fonctionnement : 2 ou 0 thyristors passants</u>	24
<u>III.3.1 - Equations de fonctionnement dans le premier intervalle du troisième mode</u>	24
<u>III.3.2 - Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du troisième mode</u>	25
<u>III.3.3 - Détermination des constantes d'intégration</u>	26
<u>III.3.4 - Limites de fonctionnement dans le troisième mode</u> ..	30
<u>IV - OBTENTION DES FORMES D'ONDE</u>	32

	pages
IV.1 - <u>Organigramme général</u>	32
IV.2 - <u>Organigramme de traitement</u>	32
IV.2.1 - <u>Organigramme du premier mode</u>	33
IV.2.2 - <u>Organigramme du deuxième mode</u>	34
IV.2.3 - <u>Organigramme du troisième mode</u>	35
IV.3 - <u>Tracé des formes d'onde</u>	36
V - <u>CARACTERISTIQUES</u>	49
V.1 - <u>Caractéristiques de réglage</u>	49
V.2 - <u>Caractéristiques relatives au courant absorbé</u>	54
VI - <u>PROBLEMES POSES PAR LA COMMANDE DU CONVERTISSEUR</u>	61

o

o o

CHAPITRE II - MONTAGE GRADATEUR / TRANSFORMATEUR TRIANGLE - ETOILE /
THYRISTORS DANS LE TRIANGLE / CHARGE RESISTIVE

	pages
I - <u>MONTAGE ETUDIE. HYPOTHESES ET NOTATIONS</u>	69
II - <u>RELATIONS GENERALES</u>	72
III - <u>ETUDE DU FONCTIONNEMENT</u>	74
III.1 - <u>Mode préliminaire : 3 ou 2 thyristors passants</u>	75
III.1.1 - <u>Equations de fonctionnement dans le premier</u> <u>intervalle du mode préliminaire</u>	75
III.1.2 - <u>Equations de fonctionnement dans le deuxième</u> <u>intervalle du mode préliminaire</u>	76
III.1.3 - <u>Détermination des constantes d'intégration</u>	77
III.1.4 - <u>Limites de fonctionnement dans le mode préliminaire</u>	79
III.2 - <u>Premier mode de fonctionnement : 2 ou 1 thyristor(s)</u> <u>passant(s)</u>	81
III.2.1 - <u>Equations de fonctionnement dans le premier</u> <u>intervalle du premier mode</u>	81
III.2.2 - <u>Equations de fonctionnement dans le deuxième</u> <u>intervalle du premier mode</u>	84
III.2.3 - <u>Détermination des constantes d'intégration</u>	87
III.2.3.1 - Première propriété	88
III.2.3.2 - Deuxième propriété	89
III.2.3.3 - Détermination de l'angle critique	91
III.2.4 - <u>Limites de fonctionnement dans le premier mode</u>	91
III.3 - <u>Deuxième mode de fonctionnement : un seul thyristor</u> <u>passant</u>	92
III.3.1 - <u>Equations de fonctionnement</u>	92
III.3.2 - <u>Détermination des constantes d'intégration</u>	95
III.3.3 - <u>Détermination de l'angle critique θ_2</u>	97
III.3.4 - <u>Limites de fonctionnement dans le deuxième mode</u> ...	97
III.4 - <u>Troisième mode de fonctionnement : un seul ou aucun</u> <u>thyristor passant</u>	98
III.4.1 - <u>Equations de fonctionnement dans le premier</u> <u>intervalle d'étude du 3ème mode</u>	98

III.4.2 - <u>Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du 3ème mode</u>	99
III.4.3 - <u>Détermination des constantes d'intégration</u>	101
III.4.3.1 - Propriété de non discontinuité à l'instant "critique"	101
III.4.3.2 - Propriété de symétrie sur 1/6ème de période ...	102
III.4.3.3 - Détermination de l'angle critique θ_3	103
III.4.3.4 - Expressions des constantes	103
III.4.4 - <u>Limites de fonctionnement dans le mode</u>	105
IV - <u>OBTENTION DES FORMES D'ONDE</u>	106
IV.1 - <u>Organigramme général</u>	107
IV.2 - <u>Organigramme de traitement</u>	107
IV.2.1 - <u>Organigramme du mode préliminaire</u>	108
IV.2.2 - <u>Organigramme du premier mode</u>	109
IV.2.3 - <u>Organigramme du deuxième mode</u>	110
IV.2.4 - <u>Organigramme du troisième mode</u>	111
IV.3 - <u>Tracé des formes d'onde</u>	112
V - <u>CARACTERISTIQUES</u>	125
V.1 - <u>Caractéristiques de réglage</u>	133
V.1.1 - <u>Caractéristique : $I_2 / I_{2\psi_0}$ en fonction de Ψ</u>	133
V.1.2 - <u>Caractéristique : P / P_{ψ_0} en fonction de Ψ</u>	133
V.1.3 - <u>Caractéristique : P / P_n en fonction de Ψ</u>	133
V.1.4 - <u>Caractéristique : P / P_{ψ_0} et P / P_n en fonction de α</u> ..	134
V.2 - <u>Caractéristiques relatives au courant absorbé</u>	135
V.2.1 - <u>Caractéristiques $I_1 / I_{1\psi_0}$ et J / J_{ψ_0}</u>	135
V.2.2 - <u>Facteur de puissance</u>	136
V.2.3 - <u>Caractéristiques $J_n / J_{\psi_{\ell_0}}$ et $I_{1n} / I_{1\psi_{\ell_0}}$</u>	137
V.2.4 - <u>Puissances réactive et déformante</u>	139
VI - <u>COMMANDE DU CONVERTISSEUR</u>	139

CHAPITRE III - MONTAGE "GRADATEUR / TRANSFORMATEUR TRIANGLE - ETOILE /
CHARGE RESISTIVE"

pages

I - <u>MONTAGE ETUDIE. HYPOTHESES ET NOTATIONS</u>	145
II - <u>RELATIONS GENERALES</u>	148
III - <u>ETUDE DU FONCTIONNEMENT</u>	150
III.1 - <u>1er Mode : 3 ou 2 thyristors passants</u>	150
III.1.1 - <u>Equations de fonctionnement dans le premier</u> <u>intervalle du premier mode</u>	151
III.1.2 - <u>Equations de fonctionnement dans le deuxième</u> <u>intervalle du premier mode</u>	152
III.1.3 - <u>Calcul des courants primaires dans les deux</u> <u>intervalles du premier mode</u>	155
III.1.4 - <u>Détermination des constantes d'intégration</u>	157
III.1.4.1 - Application de la première propriété	157
III.1.4.2 - 2ème Propriété	158
III.1.4.3 - 3ème Remarque : annulation du courant j_C à l'instant θ_1/ω	160
III.1.5 - <u>Limites de fonctionnement dans le premier mode</u>	160
III.2 - <u>Deuxième mode de fonctionnement : "toujours 2</u> <u>thyristors passants"</u>	161
III.2.1 - <u>Equations de fonctionnement</u>	161
III.2.2 - <u>Détermination des constantes d'intégration</u>	163
III.2.3 - <u>Limites de fonctionnement dans le 2ème mode</u>	164
III.3 - <u>Troisième mode de fonctionnement : 2 ou 0</u> <u>thyristors passants</u>	165
III.3.1 - <u>Equations de fonctionnement dans le 1er intervalle</u> .	165
III.3.2 - <u>Equations de fonctionnement dans le 2ème intervalle</u> .	166
III.3.3 - <u>Détermination des constantes d'intégration</u>	169
III.3.3.1 - Propriété de non discontinuité	169
III.3.3.2 - Propriété de symétrie	170
III.3.3.3 - Détermination de l'angle critique θ_3	171
III.3.3.4 - Expressions des constantes	171
III.3.4 - <u>Limites de fonctionnement dans le 3ème mode</u>	174

	pages
IV - <u>OBTENTION DES FORMES D'ONDES</u>	175
IV.1 - <u>Organigramme général</u>	176
IV.2 - <u>Organigramme de traitement</u>	176
IV.2.1 - <u>Organigramme du premier mode</u>	177
IV.2.2 - <u>Organigramme du second mode</u>	178
IV.2.3 - <u>Organigramme du troisième mode</u>	179
V - <u>CARACTERISTIQUES</u>	189
VI - <u>COMMANDE DU CONVERTISSEUR</u>	191

o
o o

CHAPITRE IV - AUTRES MONTAGES "GRADATEUR - TRANSFORMATEUR"

pages

I - <u>MONTAGES DONT LE TRANSFORMATEUR EST COUPLE EN TRIANGLE</u> <u>AU SECONDAIRE</u>	198
I.1 - <u>Montage gradateur en ligne, au primaire d'un</u> <u>transformateur Y_d</u>	198
I.2 - <u>Montage gradateur en ligne au primaire d'un</u> <u>transformateur D_d</u>	201
I.3 - <u>Montage gradateur disposé en "branche" au primaire</u> <u>d'un transformateur D_d</u>	204
II - <u>MONTAGES OU LE GRADATEUR EST EN AVAL DES TRANSFORMATEURS</u> ...	208
II.1 - <u>1er mode de fonctionnement : 2 ou 1 thyristor(s)</u> <u>passant(s)</u>	212
II.1.1 - <u>Fonctionnement selon le 1er régime</u>	212
II.1.2 - <u>Fonctionnement selon le 2ème régime</u>	214
II.2 - <u>Deuxième mode de fonctionnement : "toujours</u> <u>1 thyristor passant"</u>	216
II.3 - <u>3ème mode de fonctionnement : 1 seul ou zéro</u> <u>thyristor passant</u>	216
II.3.1 - <u>Fonctionnement selon le 1er régime</u>	216
II.3.2 - <u>Fonctionnement selon le 2ème régime</u>	217
III - <u>MONTAGES GRADATEUR - TRANSFORMATEUR A FLUX LIBRES</u>	226

o

o o

CHAPITRE V - COMPARAISON DES MONTAGES ET CRITERES DE CHOIX

	pages
I - <u>COMPARAISON DES MONTAGES EN REGIME ETABLI</u>	233
I.1 - <u>Nature du transformateur</u>	233
I.2 - <u>Situation du gradateur en amont ou en aval du transformateur</u>	234
I.3 - <u>Nature des couplages au primaire et au secondaire des transformateurs</u>	234
I.4 - <u>Dimensionnement des thyristors</u>	237
II - <u>COMPARAISON DES MONTAGES EN REGIME DE DEFAULT</u>	240
II.1 - <u>Description du phénomène</u>	240
II.2 - <u>Rupture de résistance dans les montages "gradateur - transformateur triphasés"</u>	242
II.2.1 - <u>Etude de la rupture de résistance dans le cas du 1er montage par l'observation des fonctionnements dans les différents régimes</u>	244
II.2.2 - <u>Méthode d'étude des cassures par simulation</u>	247
II.2.2.1 - <u>Principe de la simulation appliqué au 1er montage</u>	248
II.2.2.2 - <u>Réalisation de la simulation</u>	251
II.2.2.3 - <u>Résultats obtenus par la simulation</u>	252

o

o o

INTRODUCTION

Pour contrôler le transit d'une puissance électrique élevée entre un réseau de distribution et un récepteur triphasé résistif, à l'aide d'un dispositif présentant de très faibles pertes, il est usuel de disposer un gradateur fonctionnant en "angle de phase" entre la source et la charge. Les composants électroniques utilisés sont des thyristors qui fonctionnent de façon typiquement non linéaire, en jouant le rôle d'interrupteurs unidirectionnels permettant d'écouler des courants directs importants tout en présentant une chute de tension très faible.

A chaque fois que les tensions maximales du réseau et des résistances de charge sont différentes, il est utile d'associer un transformateur au gradateur. L'intérêt d'un tel dispositif pour le monde industriel n'est pas à démontrer, il trouve son application par exemple pour les fours à résistance de grosse puissance, l'industrie du verre, etc ...

L'analyse du fonctionnement des ensembles "gradateur-transformateur" est très complexe, pour plusieurs raisons :

- D'abord, ces dispositifs vont fonctionner en *commutation libre*, c'est à dire que l'on ne peut commander que la mise en conduction des thyristors, l'instant de leur extinction n'étant lié qu'à l'annulation des courants qui les traversent, contrairement aux montages à *commutation forcée*, où il est possible de contrôler à la fois la fermeture et l'ouverture des interrupteurs statiques utilisés.

- Ensuite, la présence du transformateur modifie totalement, par le *couplage magnétique* qu'il introduit entre les phases, le comportement du gradateur. En effet, les instants d'extinction des thyristors ne sont plus uniquement dépendant des tensions d'alimentation comme c'est le cas pour un gradateur alimentant directement des résistances, mais, de la structure complète, c'est à dire du couplage des enroulements, de l'emplacement des composants, du niveau de la charge, ainsi que de l'état magnétique du transformateur.

- Enfin, suite aux informations émanant des milieux industriels concernant l'observation de plusieurs problèmes concrets mal expliqués jusqu'alors, tel que la destruction des thyristors consécutive à la rupture accidentelle d'une résistance de charge, nous avons été amenés à rechercher une méthode d'examen de ces défauts et les moyens d'y remédier.

Les documents constituant la bibliographie de ce mémoire, peuvent être regroupés par leur spécificité. Nous trouvons ainsi :

- 1) Documents à caractère pédagogique, se rapportant à des ouvrages faisant autorité en Electrotechnique et en Electronique de Puissance, et qui nous ont guidés dans le choix des concepts et la présentation de notre étude analytique [1], [2], [3].
- 2) Travaux concernant les montages gradateurs à débit direct sur résistances, inductances ou capacités. Il convient de signaler en premier, la Thèse de C. ROMBAUT [4] qui représente en 1979, une étude exhaustive sur ce sujet.

Citons également, les travaux de :

- SHEPHERD et GALLAGHER [5] et [6] et de BLAND [7] en 1975, sur le gradateur associé à une charge résistive.
- BROADLY, SHEPPARD et SHEPHERD en 1973 [8], de BLAND en 1976 [9], de KRISNAMURTHY, DUBEY et REVANKAR en 1977 [10] et de LAZIM et SHEPHERD en 1982 [11], portant plus précisément sur le gradateur associé à une charge du type R, L série.
- YAIR en 1976 [12] concernant une charge R, L parallèle.
- ROMBAUT, SEGUIER, SCHOORENS et SIX en 1974 et 1978, sur les caractéristiques générales des gradateurs triphasés et sur charge du type R, R-L, R-C, [13], [14] et [15].

- 3) Travaux concernant la réduction des perturbations induites dans le réseau par les gradateurs. Parmi les auteurs ayant étudié plus particulièrement le facteur de puissance, on peut citer :

- SHEPHERD, ZAKIKHANI et GALLAGHER en 1973 [16].
- SHEPHERD, GALLAGHER et BLAND en 1977 [17] ; ce document ayant également trait à l'analyse et la réduction des harmoniques

des courants et tensions.

- BOULIER, ROMBAUT et SEGUIER en 1981 [18].
- RAY, STRATFORD en 1981 sur les *harmoniques de courants* [19].
- WILLIAMSON en 1981 sur la *réduction des harmoniques en mono-phasé* [20].
- GIBBONS en 1983 sur l'*analyse des distorsions en triphasé* [21].
- BAUSIERE, ROMBAUT, RUSSE en 1983, dans le cas du "*train d'ondes*" [22].
- VULPILLAT en 1985 [23] observe les *perturbations des gradateurs en "jeu d'orgue" en triphasé.*

4) Travaux sur les associations gradateur-moteur asynchrone.

Bien que le moteur constitue une charge différente d'un ensemble transformateur-résistances, il est nécessaire, sur le plan du gradateur et des perturbations, de citer quelques références d'auteurs, à savoir dans un ordre chronologique :

- ILLANGO et RAMAMOORTY en 1974 [24].
- BELLINI, DE CARLI et LA CAVA en 1975 [25].
- SEGUIER et SIX sur la stabilité du réglage quand le couple croît avec la vitesse, en 1975 [26].
- RAMAMOORTY et SAMEK en 1976 [27].
- ROMBAUT, SEGUIER et SIX en 1977 [28].
- RAHMAN et SHEPHERD en 1977 [29].
- AL KABABJIE et SHEPHERD en 1982 [30].
- BOULIER, ROMBAUT et SEGUIER en 1983 [31].

5) Travaux où certaines associations gradateur-transformateur ont été abordées.

- En 1976, YAIR associe un transformateur monophasé et un gradateur [32].
- En 1980, on trouve plusieurs études concernant les associations *gradateur-transformateur-diodes* destinés à l'obtention de très basses tensions redressées variables, par les auteurs suivants :
SEGUIER, ROMBAUT, WIART et DUMOULIN [33],
ROMBAUT, GOERGER et SEGUIER [34].

A noter que les problèmes sont différents, les limites de mode étant fixes contrairement aux cas traités dans cette thèse.

- Plus récemment, on trouve une publication sur un ensemble "gradateur en amont d'un transformateur alimentant un four électrique" par FEOKTISTOV en 1982 [35].
- Un exemple de disposition du gradateur en amont d'un transformateur à charge résistive est également donné par STILKE en 1985 [36].
- Une étude par simulation d'un gradateur disposé en amont d'un transformateur chargé par des résistances a été conduite en 1985 par SCHUFFENECKER, COCQUERELLE et ROMBAUT [37].
- L'étude analytique de l'association gradateur en amont d'un transformateur Y_y est présentée en Octobre 1985 par COCQUERELLE, ROMBAUT et FLACHER [38].

6) Publications diverses ayant permis de réaliser certaines simplifications dans notre étude, ou ayant apporté des renseignements pratiques, en particulier sur les transformateurs et les arcs électriques.

- ROMBAUT et SEQUIER en 1973 [39] ont montré que l'on ne modifie pas le fonctionnement d'un gradateur alimenté en alternatif, en remplaçant le récepteur étoile par un récepteur triangle équivalent ou inversement, à condition que les 3 phases de la charge soient identiques et linéaires. Ceci nous a permis de ne pas envisager le cas des résistances de charge en triangle.
- Quelques renseignements utiles sur les transformateurs nous ont été apportés par EVENEPOEL, MARCOLINI et SANDOZ en 1983 [40] et par WILLIAM et FEATHERINGILL en 1983 [41].
- CASTRO et HAUG en 1979 ont étudié l'arc électrique par corrélation [42].
- DUFOURNET en 1982 a fait une modélisation de l'arc [43].

A partir de tous ces éléments, nous avons donc entrepris une étude globale des associations "gradateur - transformateur" mais, devant le nombre élevé de montages possibles, nous avons choisi de présenter dans notre introduction une étude préalable sur "l'équivalence" possible "vue de l'extérieur" de transformateurs dont les couplages des enroulements diffèrent. Ceci nous a permis de limiter notre étude à celle des quelques "montages de base".

A cette fin, nous allons montrer que tout transformateur comportant au primaire ou/et au secondaire un couplage en triangle est équivalent à un transformateur Y_y , sous réserve de modification des nombres de spires.

La carcasse magnétique, supposée comporter 3 noyaux de réluctance R est la même dans tous les cas. Soit, de manière générale :

- * j_{1A}, j_{1B}, j_{1C} : les courants primaires en ligne (cas du triangle)
- * i_{1A}, i_{1B}, i_{1C} : les courants dans les enroulements primaires
- * i_{2A}, i_{2B}, i_{2C} : les courants dans les enroulements secondaires
- * j_{2A}, j_{2B}, j_{2C} : les courants en ligne au secondaire (cas du triangle)
- * v_{1A}, v_{1B}, v_{1C} : les tensions des enroulements primaires
- * v_{2A}, v_{2B}, v_{2C} : les tensions des enroulements secondaires
- * ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C : les flux dans les 3 noyaux
- * R : la résistance du récepteur supposé en étoile
- * $m = n_1 / n_2$: le rapport des nombres de spires primaire et secondaire

On néglige la résistance des enroulements, la saturation et les fuites magnétiques dans l'air.

Les équations générales d'Ampère-tours, valables dans tous les cas, s'expriment par les relations :

$$(1) \quad n_1(i_{1A} - i_{1B}) - n_2(i_{2A} - i_{2B}) = R(\phi_A - \phi_B)$$

$$(2) \quad n_1(i_{1B} - i_{1C}) - n_2(i_{2B} - i_{2C}) = R(\phi_B - \phi_C)$$

$$(3) \quad n_1(i_{1C} - i_{1A}) - n_2(i_{2C} - i_{2A}) = R(\phi_C - \phi_A)$$

Par composition, si les enroulements sont en triangle, les courants en ligne peuvent s'écrire :

$$(4) \begin{cases} j_{1A} = i_{1A} - i_{1C} \\ j_{1B} = i_{1B} - i_{1A} \\ j_{1C} = i_{1C} - i_{1B} \end{cases} \quad (5) \begin{cases} j_{2A} = i_{2A} - i_{2C} \\ j_{2B} = i_{2B} - i_{2A} \\ j_{2C} = i_{2C} - i_{2B} \end{cases}$$

Le flux est forcé, donc : $\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$.

Les tensions primaires et secondaires sont liées au flux par :

$$(6) \begin{cases} v_{1A} = m v_{2A} = n_1 d\phi_A / dt \\ v_{1B} = m v_{2B} = n_1 d\phi_B / dt \\ v_{1C} = m v_{2C} = n_1 d\phi_C / dt \end{cases}$$

Etudions le transformateur D_y . Nous allons montrer que le transformateur D_y est "équivalent" à un transformateur Y_y sous réserve de modification de son nombre de spires primaires. Par différence 2 à 2 des équations d'Ampère-tours, on peut écrire :

$$(7) \begin{cases} n_1(i_{1A} + i_{1C} - 2i_{1B}) - n_2(i_{2A} + i_{2C} - 2i_{2B}) = R(\phi_A + \phi_C - 2\phi_B) \\ n_1(i_{1B} + i_{1A} - 2i_{1C}) - n_2(i_{2B} + i_{2A} - 2i_{2C}) = R(\phi_B + \phi_A - 2\phi_C) \\ n_1(i_{1C} + i_{1B} - 2i_{1A}) - n_2(i_{2C} + i_{2B} - 2i_{2A}) = R(\phi_C + \phi_B - 2\phi_A) \end{cases}$$

A partir de la relation (4) et en posant :

$$(8) \begin{cases} j_{2A}^* = (i_{2A} - i_{2C}) / \sqrt{3} \\ j_{2B}^* = (i_{2B} - i_{2A}) / \sqrt{3} \\ j_{2C}^* = (i_{2C} - i_{2B}) / \sqrt{3} \end{cases} \quad \text{et} \quad (9) \begin{cases} \phi_A^* = (\phi_A - \phi_C) / \sqrt{3} \\ \phi_B^* = (\phi_B - \phi_A) / \sqrt{3} \\ \phi_C^* = (\phi_C - \phi_B) / \sqrt{3} \end{cases}$$

les relations (7) s'écrivent :

$$(10) \begin{cases} n_1(j_{1C} - j_{1B}) / \sqrt{3} - n_2(j_{2C}^* - j_{2B}^*) = R(\phi_C^* - \phi_B^*) \\ n_1(j_{1A} - j_{1C}) / \sqrt{3} - n_2(j_{2A}^* - j_{2C}^*) = R(\phi_A^* - \phi_C^*) \\ n_1(j_{1B} - j_{1A}) / \sqrt{3} - n_2(j_{2B}^* - j_{2A}^*) = R(\phi_B^* - \phi_A^*) \end{cases}$$

Les relations (10) ci-dessus sont les relations d'Ampère-tours d'un transformateur Y_y défini par :

- . Flux dans les noyaux : ϕ_A^* , ϕ_B^* , ϕ_C^*
- . Courants primaires : j_{1A} , j_{1B} , j_{1C} (identiques à ceux du transformateur D_y)
- . Courants secondaires : j_{2A}^* , j_{2B}^* , j_{2C}^*
- . Nombre de spires primaires : $n_1 / \sqrt{3}$
- . Nombre de spires secondaires : n_2
- . Tensions primaires notées v_1^* , telles que :

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} v_{1A}^* = \frac{n_1}{\sqrt{3}} \frac{d\phi_A^*}{dt} = \frac{n_1}{3} \frac{d(\phi_A - \phi_C)}{dt} = \frac{v_{1A} - v_{1C}}{3} \\ v_{1B}^* = \frac{v_{1B} - v_{1A}}{3} \quad \text{et} \quad v_{1C}^* = \frac{v_{1C} - v_{1B}}{3} \end{array} \right.$$

- . Tensions secondaires notées v_2^* , telles que :

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} v_{2A}^* = (v_{1A} - v_{1C}) / \sqrt{3} m \\ v_{2B}^* = (v_{1B} - v_{1A}) / \sqrt{3} m \\ v_{2C}^* = (v_{1C} - v_{1B}) / \sqrt{3} m \end{array} \right.$$

Nous pouvons dès lors montrer que le transformateur D_y présente entre ses bornes primaires, les mêmes tensions composées que le transformateur Y_y défini ci-dessus. En effet, les tensions composées de ce dernier s'écrivent :

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} v_{1A}^* - v_{1B}^* = (v_{1A} - v_{1C}) / 3 - (v_{1B} - v_{1A}) / 3 \\ v_{1B}^* - v_{1C}^* = (v_{1B} - v_{1A}) / 3 - (v_{1C} - v_{1B}) / 3 \\ v_{1C}^* - v_{1A}^* = (v_{1C} - v_{1B}) / 3 - (v_{1A} - v_{1C}) / 3 \end{array} \right.$$

Du fait du couplage triangle et de toute façon les flux étant forcés, on a : $v_{1A} + v_{1B} + v_{1C} = 0$, ce qui permet de simplifier les relations (13), ce qui donne :

$$v_{1A}^* - v_{1B}^* = v_{1A} \qquad v_{1B}^* - v_{1C}^* = v_{1B} \qquad v_{1C}^* - v_{1A}^* = v_{1C}$$

Ces 3 égalités démontrent l'identité des tensions composées primaires des 2 transformateurs quand leurs courants en ligne sont les mêmes. Inversement, alimentés par les mêmes tensions composées, quelles qu'elles soient, les 2 transformateurs absorbent en ligne des courants qui sont rigoureusement identiques. Par suite, les puissances active, réactive du 1er harmonique et déformante au primaire, sont égales ; et, compte tenu que l'on néglige les pertes des transformateurs, les puissances actives au secondaire sont les mêmes, la charge étant résistive, équilibrée, les courants et tensions efficaces s'y rapportant sont également identiques. On peut encore ajouter que les harmoniques des courants dans les résistances seront les mêmes, mais déphasés de $\pi/6$ dans un sens ou dans l'autre suivant qu'ils forment des systèmes directs ou inverses.

Cas du transformateur Y_{Δ} (étoile - triangle) :

De la même façon que précédemment, on peut démontrer son équivalence avec un transformateur Y_Y dont on divise le nombre de spires secondaires par $\sqrt{3}$.

Cas du transformateur D_{Δ} (triangle - triangle) :

Le transformateur Y_Y équivalent verra cette fois ses nombres de spires primaires et secondaires tous deux divisés par $\sqrt{3}$.

PRESENTATION DU MEMOIRE

La première partie de ce mémoire est consacrée à l'*étude analytique* du fonctionnement en régime permanent de 3 montages de base (Chapitres I, II, III).

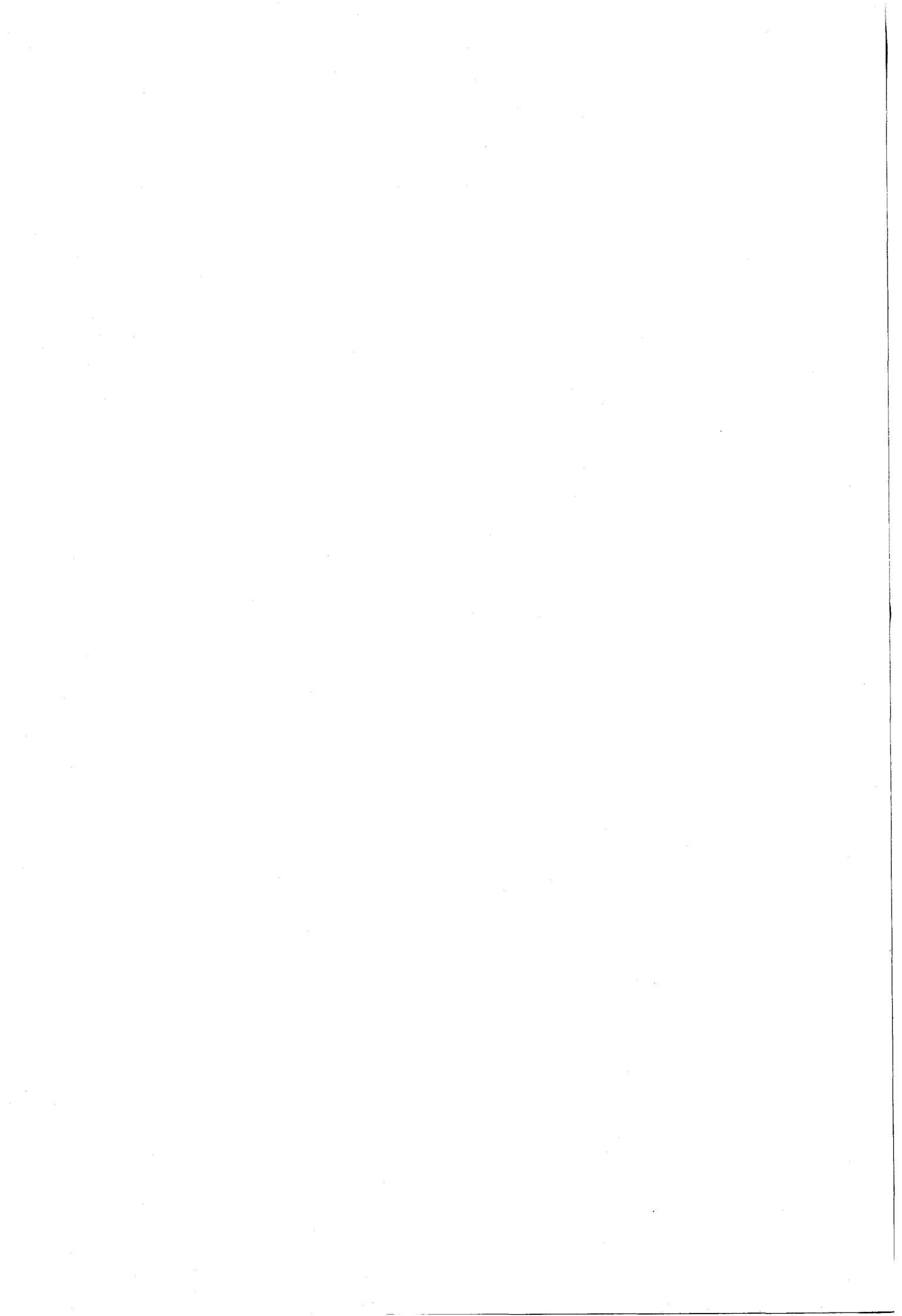
La deuxième partie présente d'autres montages possibles dont on prouve leur "rattachement" aux précédents, ou dont on effectue une analyse rapide si le cas est particulier (Chapitre IV).

La troisième partie est très importante, car elle concerne la comparaison des montages en régime permanent mais également quand ils sont confrontés à un défaut comme la rupture d'une résistance de charge. Une *méthode par simulation* est alors introduite, elle nous conduira à proposer la meilleure "loi de commande" du gradateur disposé dans une structure donnée (Chapitre V).

o

o o

CHAPITRE I



MONTAGE

"GRADATEUR / TRANSFORMATEUR ETOILE - ETOILE / CHARGE RESISTIVE"

I - MONTAGE ETUDIE. HYPOTHESES ET NOTATIONS

Le gradateur triphasé tout thyristors, constitué de 3 groupes de 2 thyristors Th_A , $Th'_A - Th_B$, $Th'_B - Th_C$, Th'_C connectés en parallèle inverse, est inséré entre la source triphasée et le primaire du transformateur couplé en étoile.

Le secondaire, également couplé en étoile, alimente un récepteur formé de 3 résistances égales, de valeur R (Fig. 1.1).

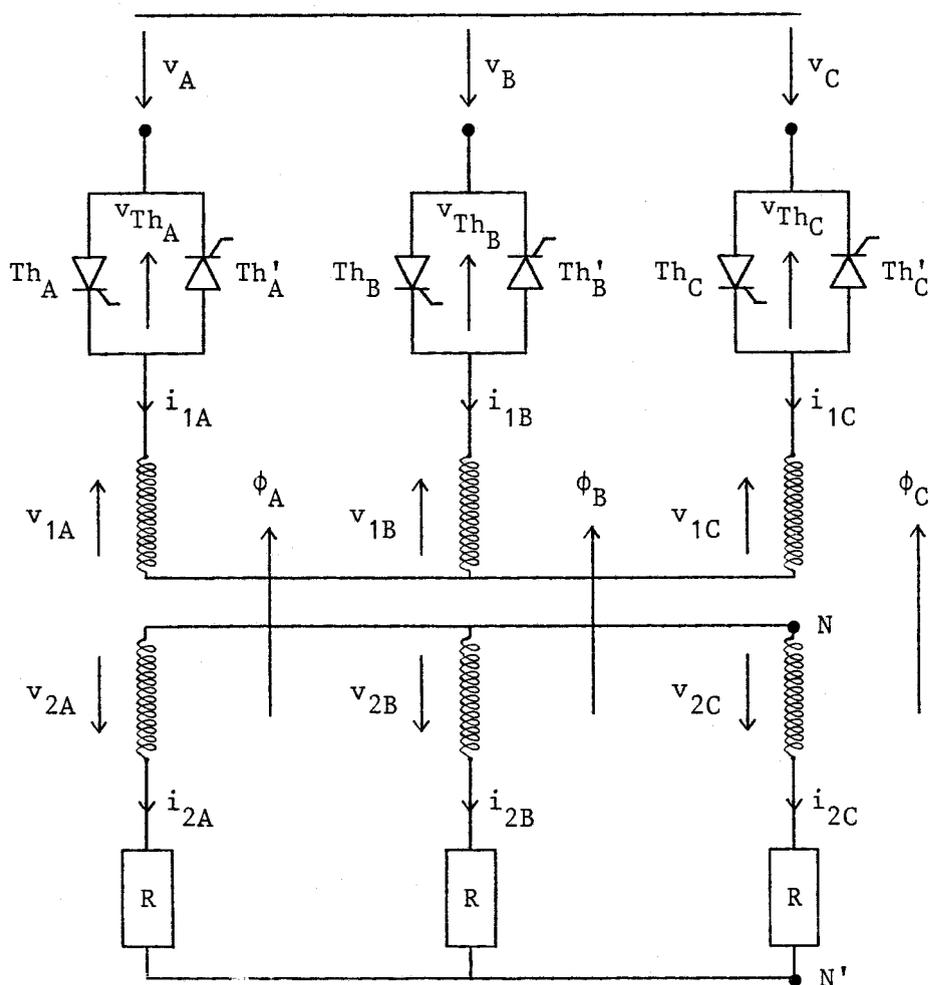


FIGURE 1.1

On désigne par :

$$\begin{bmatrix} v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix}$$

le vecteur colonne formé par les 3 tensions simples sinusoïdales d'alimentation, comptées par rapport au neutre de la source, supposée d'impédance négligeable. On a :

$$\begin{bmatrix} v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix} = V_m \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - 2\pi/3) \\ \sin (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

avec $\theta = \omega t$ $\omega = 2\pi / T$ et $V_m = \sqrt{2} V$

V est la valeur efficace de la tension d'alimentation, ω sa pulsation et T sa période.

Les tensions aux bornes des enroulements primaire et secondaire du transformateur et celles aux bornes des thyristors seront notées respectivement :

$$\begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} v_{Th} \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{1A} \\ v_{1B} \\ v_{1C} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{2A} \\ v_{2B} \\ v_{2C} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_{Th} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ThA} \\ v_{ThB} \\ v_{ThC} \end{bmatrix}$$

De même, les courants dans les enroulements primaire et secondaire du transformateur s'écrivent respectivement :

$$\begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{2A} \\ i_{2B} \\ i_{2C} \end{bmatrix}$$

Le transformateur est à flux forcé. On néglige la saturation du circuit magnétique, sa dissymétrie de construction, les pertes actives dans le "fer" et les flux de fuite. On néglige également les résistances des enroulements. Les reluctances de chaque noyau sont notées R et les flux à travers ceux-ci désignés par le vecteur :

$$\begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}$$

Les thyristors sont débloqués tous les sixièmes de période dans l'ordre suivant :

$$Th_A, Th'_C, Th_B, Th'_A, Th_C, Th'_B$$

Le retard à l'amorçage est repéré par l'angle Ψ , le thyristor Th_A est débloqué pour $\theta = \Psi$.

Le montage étant symétrique, les grandeurs électriques relatives à chaque phase ont les mêmes variations au décalage de $1/3$ à $2/3$ de période près. De plus, les deux thyristors formant un "gradateur" sont enclenchés en alternance toutes les demi-périodes, les variations des grandeurs électriques sont telles que leurs alternances positive et négative sont identiques au signe près.

On a donc, pour le flux ϕ_A par exemple :

$$\phi_A(\theta) = \phi_B(\theta + \frac{2\pi}{3}) = \phi_C(\theta - \frac{2\pi}{3}) = -\phi_A(\theta \pm \pi) = \phi_A(\theta + 2\pi)$$

La connaissance de ϕ_A , ϕ_B et ϕ_C pendant un sixième de la période est suffisante pour connaître l'expression de chacun d'eux tout au long de celle-ci.

Pour le flux ϕ_A par exemple :

$$\phi_A(\theta + \frac{\pi}{3}) = -\phi_B(\theta) \qquad \phi_A(\theta + \frac{4\pi}{3}) = \phi_B(\theta)$$

$$\phi_A(\theta + \frac{2\pi}{3}) = \phi_C(\theta) \qquad \phi_A(\theta + \frac{5\pi}{3}) = -\phi_C(\theta)$$

$$\phi_A(\theta + \pi) = -\phi_A(\theta) \qquad \phi_A(\theta + 2\pi) = \phi_A(\theta)$$

Ces propriétés de symétrie permettent de n'effectuer l'analyse du fonctionnement que pendant l'intervalle $[\Psi, \Psi + \pi/3]$ qui va de l'enclenchement du thyristor Th_A à celui de Th'_C .

II - RELATIONS GENERALES

Quelquesoit le retard à l'amorçage Ψ et donc les semi-conducteurs passants, on peut donner un certain nombre de relations générales qui ne dépendent que des caractéristiques du montage étudié.

Si l'on désigne par n_1 et n_2 les nombres de spires des enroulements primaire et secondaire et m le rapport de transformation $m = n_1/n_2$, on a :

$$(1) \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix}$$

$$(2) \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = n_1 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

d'où :

$$(3) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = n_2 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

Les enroulements primaire et secondaire étant en étoile :

$$(4) \quad i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$$

et :

$$(5) \quad i_{2A} + i_{2B} + i_{2C} = 0$$

Le transformateur étant à flux forcé :

$$(6) \quad \phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$$

En dérivant cette dernière relation et en utilisant (2) et (3), on tire :

$$(7) \quad v_{1A} + v_{1B} + v_{1C} = 0$$

et :

$$(8) \quad v_{2A} + v_{2B} + v_{2C} = 0$$

En désignant par N et N' les points neutre du secondaire du transformateur et du récepteur, on a :

$$v_{N'} - v_N = v_{2A} - R i_{2A} = v_{2B} - R i_{2B} = v_{2C} - R i_{2C}$$

soit :

$$3 (v_N - v_{N'}) = (v_{2A} + v_{2B} + v_{2C}) - R (i_{2A} + i_{2B} + i_{2C})$$

Compte tenu des relations (5) et (8), on obtient :

$$v_N - v_{N'} = 0$$

Les neutres étant équipotentiels, on a toujours :

$$(9) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix}$$

Les équations de compensation des Ampères-tours, le long des circuits magnétiques fermés donnent les relations entre les courants et les flux. On obtient :

$$(10) \quad m \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_2 \\ i_1 \end{bmatrix} = \frac{R}{n_2} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

III - ETUDE DU FONCTIONNEMENT

Pour l'analyse du fonctionnement de l'ensemble "gradateur, transformateur $\lambda \lambda$, charge" et le tracé des formes d'onde, il suffit d'étudier les variations des grandeurs électriques pour les valeurs de θ comprises entre Ψ et $\Psi + \pi/3$.

En effet, des considérations de symétrie et de périodicité des grandeurs triphasées de même nature, on tire des relations d'égalité. Pour les flux par exemple :

$$(11) \quad \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}_{\text{à } \theta} = - \begin{bmatrix} \phi_C \\ \phi_A \\ \phi_B \end{bmatrix}_{\text{à } \theta + \pi/3}$$

Lorsque l'on fait croître l'angle de commande Ψ , 3 modes de fonctionnement se succèdent, chacun de ces modes étant caractérisé par le nombre de thyristors passants.

III.1 - Premier mode de fonctionnement : 3 ou 2 thyristors passants

Si, dans ce mode de fonctionnement, il y a toujours 3 ou 2 thyristors passants, on peut supposer qu'avant l'enclenchement du thyristor Th_A , deux thyristors (Th_C et Th'_B) reliaient les phases B et C à la source d'alimentation.

L'enclenchement de Th_A , à $\theta = \Psi$, permet de relier les 3 phases du transformateur à la source, c'est le fonctionnement à "3 thyristors passants".

Ce fonctionnement cesse quand, pour $\theta = \theta_1$, le courant s'annule dans le thyristor Th_C et entraîne le blocage de ce thyristor. Seuls restent alors conducteurs, les 2 thyristors Th_A et Th'_B jusqu'à l'enclenche-

ment de Th'_C pour $\theta = \Psi + \pi/3$.

L'instant θ_1/ω de passage du régime caractérisé par la conduction simultanée de 3 thyristors à celui à 2 redresseurs passants, dépend de la commande mais aussi de l'état de charge du transformateur, ce qui complique beaucoup la compréhension des phénomènes.

III.1.1 - Equations de fonctionnement dans le premier intervalle du premier mode

$\theta \in (\Psi, \theta_1)$, les thyristors Th_A , Th_C et Th'_B sont simultanément passants. Les tensions de la source sont directement appliquées aux bornes des 3 enroulements primaires du transformateur. On a donc :

$$(12) \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \end{bmatrix}$$

et

$$(13) \quad \begin{bmatrix} v_{Th} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Des relations (1) et (9), on tire :

$$\begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} v \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix}$$

d'où l'expression des courants secondaires :

$$(14) \quad \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{mR} \begin{bmatrix} v \end{bmatrix}$$

L'expression des flux dans le circuit magnétique se déduit de (2) :

$$\begin{bmatrix} v \end{bmatrix} = n_1 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = n_1 \omega \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

En intégrant ces équations, on obtient :

$$(15) \quad \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \theta + K_1 \\ -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos (\theta - 2\pi/3) + K_2 \\ -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos (\theta - 4\pi/3) + K_3 \end{bmatrix}$$

K_1 , K_2 et K_3 sont des constantes qui seront déterminées par les propriétés de symétrie du montage après l'étude complète sur un sixième de période.

De la relation de compensations des AT (10), on tire :

$$\begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \frac{R}{m n_2} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix}$$

soit, en utilisant (14) :

$$(16) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \frac{R}{n_1} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} + \frac{1}{m^2 R} \begin{bmatrix} v \end{bmatrix}$$

Le vecteur $\begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$ est le vecteur "d'état" du système, sa détermination entraîne celle des courants, et donc l'instant d'annulation du courant i_{1C} .

III.1.2 - Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du premier mode

$\theta \in (\theta_1, \psi + \pi/3)$, le thyristor Th_C s'est éteint, seuls Th_A et Th'_B sont conducteurs. On a donc $i_{1C} = 0$ et puisque (4) $i_{1A} = -i_{1B}$:

$$\begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ -i_{1A} \\ 0 \end{bmatrix}$$

De la relation de compensation des AT (10), on tire :

$$m \begin{bmatrix} i_{1A} \\ -i_{1A} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{2A} \\ i_{2B} \\ i_{2C} \end{bmatrix} + \frac{R}{n_2} \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}$$

d'où :

$$(17) \quad i_{2C} = -\frac{R}{n_2} \phi_C \quad \text{et} \quad m i_{1A} = i_{2A} + \frac{R}{n_2} \phi_A = -i_{2B} - \frac{R}{n_2} \phi_B$$

En appliquant la loi d'ohm au primaire du transformateur et puisque Th_A et Th'_B sont passants, il vient :

$$(18) \quad v_{1A} - v_{1B} = v_A - v_B = m (v_{2A} - v_{2B}) = m R (i_{2A} - i_{2B})$$

Puisque (17) :

$$i_{2A} + i_{2B} = -\frac{R}{n_2} (\phi_A + \phi_B)$$

et que le transformateur est à flux forcé (6) :

$$(19) \quad i_{2A} + i_{2B} = \frac{R}{n_2} \phi_C$$

De (18), (19) et (5), on tire l'expression des courants secondaires :

$$(20) \quad \begin{bmatrix} i_{2A} \\ i_{2B} \\ i_{2C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2mR} (v_A - v_B) + \frac{R \phi_C}{2n_2} \\ -\frac{1}{2mR} (v_A - v_B) + \frac{R \phi_C}{2n_2} \\ -\frac{R \phi_C}{n_2} \end{bmatrix}$$

De l'expression des courants secondaires, on déduit celle des courants primaires :

$$(21) \quad \begin{bmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2m^2 R} (v_A - v_B) + \frac{R}{2n_1} (\phi_A - \phi_B) \\ \frac{-1}{2m^2 R} (v_A - v_B) - \frac{R}{2n_1} (\phi_A - \phi_B) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Puisque les neutres secondaires sont équipotentiels (9) :

$$(22) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2m} (v_A - v_B) + \frac{n_2}{2\tau} \phi_C \\ \frac{-1}{2m} (v_A - v_B) + \frac{n_2}{2\tau} \phi_C \\ -\frac{n_2}{\tau} \phi_C \end{bmatrix}$$

avec :

$$\tau = \frac{(n_2)^2}{R R}$$

Compte tenu du rapport de transformation, on a pour les tensions primaires :

$$(23) \quad \begin{bmatrix} v_{1A} \\ v_{1B} \\ v_{1C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (v_A - v_B) + \frac{n_1}{2\tau} \phi_C \\ -\frac{1}{2} (v_A - v_B) + \frac{n_1}{2\tau} \phi_C \\ -\frac{n_1}{\tau} \phi_C \end{bmatrix}$$

La tension aux bornes du thyristor bloqué Th_C se détermine par la loi des mailles :

$$v_{TH_C} = v_C - v_B + v_{1B} - v_{1C}$$

soit, en utilisant (23) :

$$(24) \quad \begin{bmatrix} v_{TH_A} \\ v_{TH_B} \\ v_{TH_C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{3}{2} v_C + \frac{3 n_1}{2 \tau} \phi_C \end{bmatrix}$$

Toutes les grandeurs électriques se déduisent donc de la connaissance du vecteur flux.

Puisque :

$$\begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = n_1 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

soit :

$$\frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_m}{2 n_1 \omega} (\sin \theta - \sin (\theta - 2\pi/3)) + \frac{1}{2 \omega \tau} \phi_C \\ - \frac{v_m}{2 n_1 \omega} (\sin \theta - \sin (\theta - 2\pi/3)) + \frac{1}{2 \omega \tau} \phi_C \\ - \frac{\phi_C}{\omega \tau} \end{bmatrix}$$

on obtient en intégrant :

$$(25) \quad \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin (\theta - \pi/3) - \frac{C_1}{2} e^{-\theta/\omega\tau} + C_2 \\ - \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin (\theta - \pi/3) - \frac{C_1}{2} e^{-\theta/\omega\tau} - C_2 \\ C_3 e^{-\theta/\omega\tau} \end{bmatrix}$$

Comme dans le premier intervalle du premier mode, les composantes du vecteur flux ne sont définies qu'à une constante d'intégration près. Le vecteur flux étant le vecteur d'état du système, la connaissance des différents courants et tensions nécessite la détermination de ces constantes.

III.1.3 - Détermination des constantes d'intégration

La détermination des constantes d'intégration s'effectue à partir de 3 propriétés générales :

- Le transformateur est à flux forcé, et donc la somme algébrique des flux sur les colonnes est nulle.

- Les flux ne peuvent subir de discontinuité, les valeurs des flux à la fin du premier intervalle et au début du second à l'instant où $\theta = \theta_1$ sont inchangés.

- Les propriétés de symétrie du montage et la continuité des composantes du vecteur flux permettent d'écrire des équations de "bouclage" sur un sixième de période :

$$(26) \quad \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}_{\text{à } \theta = \psi} = - \begin{bmatrix} \phi_C \\ \phi_A \\ \phi_B \end{bmatrix}_{\text{à } \theta = \psi + \pi/3}$$

Les expressions des flux dans le premier vecteur, sont celles correspondant au premier intervalle de fonctionnement ; celles du second vecteur correspondent aux expressions du deuxième intervalle.

III.1.3.1 - Première propriété :

Puisque $\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$, les relations (15) du premier intervalle donnent :

$$(27) \quad K_1 + K_2 + K_3 = 0$$

Celles (25) du second intervalle donnent :

$$(28) \quad C_3 = C_1$$

III.1.3.2 - Deuxième propriété :

La continuité du flux pour $\theta = \theta_1$ s'écrit :

$$\left[\phi \right]_{\theta_1 - \varepsilon} = \left[\phi \right]_{\theta_1 + \varepsilon}$$

$\left[\phi \right]_{\theta_1 - \varepsilon}$ est le vecteur flux dans le premier intervalle de fonctionnement à $\theta = \theta_1$, et

$\left[\phi \right]_{\theta_1 + \varepsilon}$ le même vecteur au même instant, mais dans le second intervalle.

On a donc, en utilisant (15) et (25) :

$$\begin{bmatrix} -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \theta_1 + K_1 \\ -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos (\theta_1 - 2\pi/3) + K_2 \\ -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos (\theta_1 - 4\pi/3) + K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{V_m}{n_1 \omega} \sin (\theta_1 - \pi/3) - \frac{C_1}{2} e^{-\theta_1/\omega\tau} + C_2 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{V_m}{n_1 \omega} \sin (\theta_1 - \pi/3) - \frac{C_1}{2} e^{-\theta_1/\omega\tau} - C_2 \\ C_1 e^{-\theta_1/\omega\tau} \end{bmatrix}$$

L'égalité des troisièmes lignes conduit à :

$$(29) \quad C_1 = \left[-\frac{v_m}{n_1 \omega} \cos (\theta_1 - 4\pi/3) + K_3 \right] e^{\theta_1/\omega\tau}$$

Avec cette valeur de C_1 , en égalant les premières lignes, on obtient l'expression de C_2 :

$$(30) \quad C_2 = K_1 + \frac{K_3}{2}$$

III.1.3.3 - Troisième propriété :

Les relations de symétrie du montage (26) donnent :

$$\begin{bmatrix} -\frac{v_m}{n_1 \omega} \cos \Psi + K_1 \\ -\frac{v_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - 2\pi/3) + K_2 \\ -\frac{v_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - 4\pi/3) + K_3 \end{bmatrix} =$$

$$= - \begin{bmatrix} C_1 e^{-(\Psi + \pi/3)/\omega\tau} \\ \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin \Psi - \frac{C_1}{2} e^{-(\Psi + \pi/3)/\omega\tau} + C_2 \\ -\frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin \Psi - \frac{C_1}{2} e^{-(\Psi + \pi/3)/\omega\tau} - C_2 \end{bmatrix}$$

L'égalité des premières composantes donne, compte-tenu de (29) :

$$(31) \quad -\frac{v_m}{n_1 \omega} \cos \Psi + K_1 = \left[\frac{v_m}{n_1 \omega} \cos (\theta_1 - 4\pi/3) - K_3 \right] e^{-(\Psi + \pi/3 - \theta_1)/\omega\tau}$$

De la même façon, compte-tenu de (30), l'égalité des deuxièmes com-

posantes donne :

$$\begin{aligned}
 & - \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - 2\pi/3) + K_2 = \\
 (32) \quad & = - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{V_m}{n_1 \omega} \sin \Psi + \frac{D_1}{2} \left(- \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos (\theta_1 - 4\pi/3) + K_3 \right) + \\
 & + \frac{V_m}{2 n_1 \omega} \cos \theta_1 - K_1 - \frac{K_3}{2}
 \end{aligned}$$

avec :

$$D_1 = e^{-(\Psi + \pi/3 - \theta_1)/\omega\tau}$$

III.1.3.4 - Expressions des constantes d'intégration :

Des 3 équations indépendantes (27), (31) et (32) liant K_1 , K_2 et K_3 , on tire les expressions de ces 3 constantes :

$$K_1 = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{\cos \Psi + D_1 \cos (\theta_1 - 4\pi/3)}{1 + D_1}$$

$$K_2 = - \frac{2 V_m}{n_1 \omega} \frac{\cos \Psi + D_1 \cos (\theta_1 - 4\pi/3)}{1 + D_1}$$

$$K_3 = K_1$$

Afin de simplifier les expressions littérales extérieures, posons :

$$(33) \quad K = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{\cos \Psi + D_1 \cos (\theta_1 - 4\pi/3)}{1 + D_1}$$

Avec cette notation, il vient :

$$(34) \quad K_1 = K_3 = K \quad \text{et} \quad K_2 = - 2 K$$

La connaissance des expressions de K_1 , K_2 et K_3 permet celle de C_1 , C_2 et C_3 . En effet, en utilisant les relations (28), (29) et (30), compte-tenu de (34), on obtient :

$$(35) \quad \begin{cases} C_1 = C_3 = \left[-\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos (\theta_1 - 4\pi/3) + K \right] e^{\theta_1/\omega\tau} \\ C_2 = \frac{3}{2} K \end{cases}$$

III.1.3.5 - Expression de l'angle critique θ_1 :

Les différentes constantes d'intégration sont toutes fonction de l'angle θ_1 marquant la séparation entre les 2 régimes de fonctionnement du premier mode. Cet angle "critique" peut être déterminé en remarquant qu'à l'instant correspondant à cet angle, le thyristor Th_C cesse de conduire. On a alors :

$$i_{1C}(\theta_1) = 0$$

soit :

$$i_{1C}(\theta_1) = \frac{R}{n_1} \phi_C(\theta_1) + \frac{V_m}{m^2 R} \sin (\theta_1 - 4\pi/3) = 0$$

Avec l'expression de ϕ_C tirée de (15), il vient :

$$\omega\tau \sin (\theta_1 - 4\pi/3) - \cos (\theta_1 - 4\pi/3) + \frac{n_1 \omega K}{V_m} = 0$$

avec :

$$\tau = \frac{n_2^2}{R R}$$

En remplaçant K par sa valeur en fonction de θ_1 et de Ψ donnée en (33) et en simplifiant, on obtient :

$$(36) \quad \omega\tau (1 + D_1) \sin (\theta_1 - 4\pi/3) + \cos \Psi - \cos (\theta_1 - 4\pi/3) = 0$$

avec :

$$D_1 = e^{-\frac{-(\Psi + \pi/3 - \theta_1)}{\omega\tau}}$$

Cette dernière équation permet le calcul de θ_1 en fonction de la commande caractérisée par la valeur de l'angle Ψ , et de la charge du transformateur caractérisée par la valeur de $\omega\tau$.

On peut alors calculer les constantes K_1 , K_2 et K_3 puis C_1 , C_2 et C_3 , d'où les expressions des flux et donc toutes les tensions et tous les courants.

III.1.4 - Limites de fonctionnement dans le premier mode

L'analyse du fonctionnement présentée suppose évidemment l'existence des 2 régimes. Le régime à 3 thyristors passants suivi du régime à 2 thyristors passants.

Ce premier mode existe pour des valeurs de Ψ comprises entre deux "butées" dépendant de l'état de charge du transformateur.

* La butée basse, notée Ψ_{ℓ_0} , correspond au fonctionnement à "toujours 3 thyristors passants" ; dans ces conditions, le primaire du transformateur est constamment relié à la source d'alimentation, le gradateur est équivalent à un interrupteur tripolaire fermé et le montage fonctionne à "pleine onde".

Pour cette valeur de Ψ , le régime à 2 thyristors passants disparaît, il faut donc que θ_1 soit égal à $\Psi_{\ell_0} + \pi/3$.

En remplaçant θ_1 par $\Psi_{\ell_0} + \pi/3$ et Ψ par Ψ_{ℓ_0} dans l'équation (36), on obtient :

$$-2\omega\tau \sin \Psi_{\ell_0} + 2 \cos \Psi_{\ell_0} = 0$$

puisque $D = 1$, soit :

$$(37) \quad \Psi_{\ell_0} = \text{Arc tg } \frac{1}{\omega\tau}$$

* La butée haute, notée Ψ_{ℓ_1} , correspond au fonctionnement limite du premier mode caractérisé par la disparition du régime à 3 thyristors passants. Dans ces conditions, quand Ψ prend la valeur Ψ_{ℓ_1} , θ_1 devient égal à Ψ_{ℓ_1} . En écrivant ces conditions dans l'équation (36), on obtient en simplifiant :

$$(38) \quad \omega\tau (1 + e^{-\pi/3\omega\tau}) \sin(\Psi_{\ell_1} - 4\pi/3) - \sqrt{3} \sin(\Psi_{\ell_1} - 2\pi/3) = 0$$

Un calcul informatique conduit rapidement à la valeur des angles limites Ψ_{ℓ_0} et Ψ_{ℓ_1} en fonction de la charge du transformateur caractérisé par $\omega\tau$.

Dès que Ψ devient supérieur à Ψ_{ℓ_1} , on passe au fonctionnement selon le second mode.

III.2 - Deuxième mode de fonctionnement : 2 thyristors passants

III.2.1 - Equations de fonctionnement

Pour $\Psi > \Psi_{\ell_1}$, pour les valeurs de θ comprises entre Ψ et $\Psi + \pi/3$, les thyristors Th_A et Th'_B conduisent simultanément. Les thyristors passants sont ceux qui conduisaient dans le deuxième intervalle du premier mode. Toutes les équations régissant le fonctionnement sont identiques et leur résolution donne les mêmes résultats littéraux.

C'est le cas des courants et tensions primaire et secondaire, ainsi que des tensions aux bornes des thyristors.

Seules les constantes d'intégration intervenant dans l'expression du vecteur flux donné par l'équation (25) diffèrent, les conditions initiales changeant pour assurer la continuité des flux au cours de la période. On obtient donc pour le vecteur flux :

$$(39) \quad \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin (\theta - \pi/3) - \frac{C'_1}{2} e^{-\theta/\omega\tau} + C'_2 \\ - \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin (\theta - \pi/3) - \frac{C'_1}{2} e^{-\theta/\omega\tau} - C'_2 \\ C'_3 e^{-\theta/\omega\tau} \end{bmatrix}$$

avec C'_1 , C'_2 et C'_3 les nouvelles constantes d'intégration.

III.2.2 - Détermination des constantes d'intégration

A l'instant d'enclenchement du thyristor Th_A pour $\theta = \Psi$, les flux dans les colonnes du transformateur respectent les relations de symétrie et de continuité définies en (26),

$$\begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}_{\text{à } \theta = \Psi} = - \begin{bmatrix} \phi_C \\ \phi_A \\ \phi_B \end{bmatrix}_{\text{à } \theta = \Psi + \pi/3}$$

et puisqu'il n'existe qu'un intervalle, donc qu'une définition des flux dans l'intervalle d'étude, on obtient, à partir de (39) :

$$(40) \quad \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin (\Psi - \pi/3) - \frac{C'_1}{2} e^{-\Psi/\omega\tau} + C'_2 \\ - \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin (\Psi - \pi/3) - \frac{C'_1}{2} e^{-\Psi/\omega\tau} - C'_2 \\ C'_3 e^{-\Psi/\omega\tau} \end{bmatrix} =$$

= ...

$$= - \begin{bmatrix} C'_3 e^{-(\Psi + \pi/3) / \omega\tau} \\ \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin \Psi - \frac{C'_1}{2} e^{-(\Psi + \pi/3) / \omega\tau} + C'_2 \\ - \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin \Psi - \frac{C'_1}{2} e^{-(\Psi + \pi/3) / \omega\tau} - C'_2 \end{bmatrix}$$

Puisque l'on a toujours $\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$ donc :

$$(41) \quad C'_3 = C'_1$$

En additionnant les équations définies par les première et troisième lignes dans la relation (40) et en tenant compte de (41), on obtient :

$$(42) \quad C'_1 = \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \frac{e^{\Psi/\omega\tau}}{1 + e^{-\pi/3\omega\tau}} (\sqrt{3} \cos \Psi + \sin \Psi)$$

En reportant la valeur de C'_1 dans une équation (40), on obtient :

$$(43) \quad C'_2 = \frac{3 v_m}{2 n_1 \omega} \frac{(2 - e^{-\pi/3\omega\tau}) \cos \Psi - \sqrt{3} e^{-\pi/3\omega\tau} \sin \Psi}{1 + e^{-\pi/3\omega\tau}}$$

De la connaissance de C'_1 et C'_2 , on déduit les valeurs des flux et des différents courants et tensions pour ce mode de fonctionnement.

III.2.3 - Limites de fonctionnement dans le deuxième mode

Quand l'angle de commande Ψ est supérieur à Ψ_{ℓ_1} , le fonctionnement à deux thyristors passants commence. Il ne cesse que lorsque les deux thyristors passants Th_A et Th'_B s'éteignent à la fin de l'intervalle étudié soit, pour $\theta = \Psi_{\ell_2} + \pi/3$, en désignant par Ψ_{ℓ_2} la valeur maximum de l'angle Ψ autorisant le fonctionnement selon le deuxième mode. Ψ_{ℓ_2} est la "butée haute" du deuxième mode.

La relation (21) donne l'expression de i_{1A} , égal à $-i_{1B}$:

$$i_{1A} = \frac{1}{2 m^2 R} (v_A - v_B) + \frac{R}{2 n_1} (\phi_A - \phi_B)$$

avec ϕ_A et ϕ_B donnés par les relations (39), et C'_2 donné par la relation (43).

On obtient :

$$i_{1A} = \frac{V_m}{2 m^2 R} (\sin \theta - \sin (\theta - 2\pi/3)) + \frac{n_2^2}{2 R \tau n_1} \left[\frac{\sqrt{3} V_m}{n_1 \omega} \sin (\theta - \pi/3) + \frac{3 V_m}{2 n_1 \omega} \frac{(2-D) \cos \Psi - \sqrt{3} D \sin \Psi}{1+D} \right]$$

avec :

$$D = e^{-\pi/3\omega\tau}$$

La butée haute Ψ_{ℓ_2} est obtenue quand le courant i_{1A} s'annule juste à l'instant où se termine l'intervalle d'étude soit, pour $\theta = \Psi_{\ell_2} + \pi/3$.
On a donc :

$$i_{1A} (\Psi_{\ell_2} + \pi/3) = 0$$

ce qui donne :

$$\frac{\omega\tau}{\sqrt{3}} \left[\sin (\Psi_{\ell_2} + \pi/3) - \sin (\Psi_{\ell_2} - \pi/3) \right] + \sin \Psi_{\ell_2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(2-D) \cos \Psi_{\ell_2} - \sqrt{3} D \sin \Psi_{\ell_2}}{1+D} = 0$$

Soit en simplifiant :

$$\omega\tau \cos \Psi_{\ell_2} + \sin \Psi_{\ell_2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(2-D) \cos \Psi_{\ell_2} - \sqrt{3} D \sin \Psi_{\ell_2}}{1+D} = 0$$

avec $D = e^{-\pi/3\omega\tau}$ ou :

$$(44) \quad (1 + D) \omega \tau \cos \Psi_{\ell_2} + (2 - D) \cos \left(\Psi_{\ell_2} - \frac{\pi}{6} \right) = 0$$

L'angle limite Ψ_{ℓ_2} dépend encore une fois de la charge du transformateur caractérisée par $\omega \tau$.

Dès que Ψ devient supérieur à Ψ_{ℓ_2} , on passe au fonctionnement selon le troisième mode.

III.3 - Troisième mode de fonctionnement : 2 ou 0 thyristors passants

Lorsque Ψ devient supérieur à Ψ_{ℓ_2} , les thyristors Th_A et Th'_B rendus conducteurs pour $\theta = \Psi$ se bloquent à l'instant θ_3/ω avec $\theta_3 \in (\Psi, \Psi + \pi/3)$.

Il y a donc deux intervalles d'étude selon que θ est inférieur ou supérieur à l'angle critique θ_3 .

III.3.1 - Equations de fonctionnement dans le premier intervalle du troisième mode

Pour $\theta \in (\Psi, \theta_3)$, on suppose les thyristors Th_A et Th'_B convenablement commandés pour être rendus conducteurs. Ces deux thyristors étaient seuls conducteurs pendant l'intervalle étudié au second mode. Les équations de fonctionnement sont donc celles du second mode. Seules changent les constantes d'intégration intervenant dans les expressions des flux.

On obtient donc :

$$(45) \quad \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin (\theta - \pi/3) - \frac{C_1''}{2} e^{-\theta/\omega \tau} + C_2'' \\ - \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin (\theta - \pi/3) - \frac{C_1''}{2} e^{-\theta/\omega \tau} - C_2'' \\ C_3'' e^{-\theta/\omega \tau} \end{bmatrix}$$

Rappelons également l'expression des courants primaires :

$$(46) \quad \begin{bmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_m}{2 m^2 R} (\sin \theta - \sin (\theta - 2\pi/3)) + \frac{n_2^2}{2 n_1 R \tau} (\phi_A - \phi_B) \\ - \frac{V_m}{2 m^2 R} (\sin \theta - \sin (\theta - 2\pi/3)) - \frac{n_2^2}{2 n_1 R \tau} (\phi_A - \phi_B) \\ 0 \end{bmatrix}$$

A l'instant où $\theta = \theta_3$, les courants $i_{1A} = -i_{1B}$ s'annulent et leur annulation entraîne le blocage de Th_A et Th_B' , tous les thyristors sont alors bloqués puisque Th_C' ne sera amorcé que pour $\theta = \psi + \pi/3 > \theta_3$.

III.3.2 - Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du troisième mode

Tous les thyristors étant bloqués, tous les courants **primaires** sont nuls :

$$(47) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Les équations de compensation des A.T (10) donnent les courants secondaires :

$$(48) \quad \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = - \frac{R}{n_2} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

De ces courants, on déduit les tensions secondaires par (9) et primaires par (1) :

$$\begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix}$$

donc :

$$(49) \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = - \frac{m R R}{n_2} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = - \frac{n_1}{\tau} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

avec :

$$\tau = \frac{n_2^2}{R \mathcal{R}}$$

Si les thyristors sont parfaits, les tensions à leurs bornes ne sont pas définies puisque le primaire du transformateur est "déconnecté" de la source.

Puisque :

$$\left[v_1 \right] = n_1 \frac{d}{dt} \left[\phi \right]$$

on obtient les équations différentielles d'état du système :

$$\frac{d}{dt} \left[\phi \right] = - \frac{1}{\tau} \left[\phi \right]$$

L'intégration de ces équations différentielles donne :

$$(50) \quad \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K''_1 \\ K''_2 \\ K''_3 \end{bmatrix} e^{-\theta/\omega\tau}$$

La détermination de ces constantes d'intégration au moyen des équations caractérisant la continuité du flux permet la connaissance du vecteur flux et à partir de là, celle de toutes les grandeurs électriques.

III.3.3 - Détermination des constantes d'intégration

Le transformateur étant à flux forcé, la relation $\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$ donne :

$$(51) \quad C''_3 = C''_1$$

et :

$$(52) \quad K_1'' + K_2'' + K_3'' = 0$$

Pour trouver les expressions des constantes dans le premier intervalle d'étude, en fonction des constantes définies dans le second, il suffit d'écrire la continuité des flux à l'instant θ_3/ω correspondant au passage du premier intervalle au second.

$$\left[\phi(\theta_3) \right]_{\theta_3 \in \text{premier intervalle}} = \left[\phi(\theta_3) \right]_{\theta_3 \in \text{second intervalle}}$$

Compte tenu des expressions du flux dans les deux intervalles (45) et (46), il vient :

$$\frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin(\theta_3 - \pi/3) - \frac{C_1''}{2} e^{-\theta_3/\omega\tau} + C_2'' = K_1 e^{-\theta_3/\omega\tau}$$

$$C_3'' e^{-\theta_3/\omega\tau} = K_3'' e^{-\theta_3/\omega\tau}$$

soit :

$$(53) \quad \left\{ \begin{array}{l} C_3'' = C_1'' = K_3'' \end{array} \right.$$

$$(54) \quad \left\{ \begin{array}{l} C_2'' = (K_1'' + \frac{K_3''}{2}) e^{-\theta_3/\omega\tau} - \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin(\theta_3 - \pi/3) \end{array} \right.$$

Les flux dans les colonnes respectant les relations de symétrie définies en (26)

$$\begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix} \text{ à } \theta = \psi = - \begin{bmatrix} \phi_C \\ \phi_A \\ \phi_B \end{bmatrix} \text{ à } \theta = \psi + \pi/3$$

L'égalité des premières lignes donne :

$$(55) \quad \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin (\Psi - \pi/3) - \frac{C_1''}{2} e^{-\Psi/\omega\tau} + C_2'' = - K_3'' e^{-(\Psi + \pi/3) / \omega\tau}$$

Celle des troisièmes lignes donne :

$$C_1'' e^{-\Psi/\omega\tau} = - K_2'' e^{-(\Psi + \pi/3) / \omega\tau}$$

soit, avec :

$$D = e^{-\pi/3\omega\tau}$$

$$(56) \quad C_1'' = - K_2'' D$$

En remplaçant les constantes d'intégration du type C'' par leurs expressions en fonction des constantes du type K'' (relations (53) et (54)), dans les relations (55) et (56), on obtient :

$$(57) \quad \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin (\Psi - \pi/3) + (K_1'' + \frac{K_3''}{2}) e^{-\theta_3/\omega\tau} - \frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \sin (\theta_3 - \pi/3) =$$

$$= K_3'' (e^{-(\Psi + \pi/3) / \omega\tau} - \frac{1}{2} e^{-\Psi/\omega\tau})$$

et $K_3'' = - K_2'' D$

et puisque $K_2'' = - K_1'' - K_3''$:

$$(58) \quad K_1'' = K_3'' (\frac{1}{D} - 1)$$

En éliminant K'' dans (57) au moyen de (58), on obtient :

$$(59) \quad K_3'' = \frac{-\frac{\sqrt{3} v_m}{2 n_1 \omega} \left[\sin (\Psi - \pi/3) - \sin (\theta_3 - \pi/3) \right]}{\left(\frac{1}{D} - \frac{1}{2}\right) e^{-\theta_3/\omega\tau} - \left(\frac{1}{2} - D\right) e^{-\Psi/\omega\tau}}$$

K_3'' est fonction de l'angle θ_3 . Si l'on connaît la valeur de θ_3 pour un fonctionnement déterminé, la relation (59) donne K_3'' , et l'on tire K_1'' et K_2'' par les relations (58) et (52).

Les relations (53) et (54) donnent alors les expressions des autres constantes C_1'' , C_2'' et C_3'' .

On peut déterminer la valeur de l'angle θ_3 en remarquant qu'à l'instant θ_3/ω , les thyristors Th_A et Th'_B se bloquent. A cet instant i_A et i_B deviennent égaux à 0.

L'équation (46) donne :

$$i_{1A}(\theta_3) = 0 = \frac{V_m}{2 m^2 R} \left[\sin \theta_3 - \sin (\theta_3 - 2\pi/3) \right] + \frac{n_2^2}{2 n_1 R \tau} (\phi_A(\theta_3) - \phi_B(\theta_3))$$

$\phi_A(\theta_3) - \phi_B(\theta_3)$ est donné par (45) :

$$\frac{\sqrt{3} V_m}{n_1 \omega} \sin (\theta_3 - \pi/3) + 2 C''$$

soit, compte-tenu de (55), (56) et (59) :

$$\begin{aligned} \phi_A(\theta_3) - \phi_B(\theta_3) &= \frac{\sqrt{3} V_m}{n_1 \omega} \sin (\theta_3 - \pi/3) - \\ &- \frac{\sqrt{3} V_m}{n_1 \omega (1 + \lambda)} \left[\sin (\theta_3 - \pi/3) + \lambda \sin (\Psi - \pi/3) \right] \end{aligned}$$

avec :

$$\lambda = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{D}}{\frac{1}{2} - D} e^{(\Psi - \theta_3)/\omega\tau}$$

D'où l'expression de $i_{1A}(\theta_3)$:

$$i_{1A}(\theta_3) = \frac{V_m}{2m^2 R} \left\{ \sin \theta_3 - \sin \left(\theta_3 - \frac{2\pi}{3} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{3}}{\omega\tau} \left[\sin \left(\theta_3 - \frac{\pi}{3} \right) - \frac{1}{1+\lambda} \left(\sin \left(\theta_3 - \frac{\pi}{3} \right) + \lambda \sin \left(\Psi - \frac{\pi}{3} \right) \right) \right] \right\}$$

et, après simplifications, l'expression donnant la valeur de l'angle critique θ_3 en fonction de la commande Ψ et de la charge $\omega\tau$:

$$(60) \quad (1+\lambda) \omega\tau \cos \left(\theta_3 - \frac{\pi}{3} \right) + \lambda \left[\sin \left(\theta_3 - \frac{\pi}{3} \right) - \sin \left(\Psi - \frac{\pi}{3} \right) \right] = 0$$

La connaissance de θ_3 permet le calcul des constantes K_1'' , K_2'' , K_3'' et par là, celle des constantes C_1'' , C_2'' et C_3'' .

III.3.4 - Limites de fonctionnement dans le troisième mode

Le troisième mode débute dès que Ψ devient supérieur à Ψ_{ℓ_2} , Ψ_{ℓ_2} étant la limite haute du deuxième mode. On peut le vérifier en calculant la limite basse Ψ_{ℓ_2}' du fonctionnement en troisième mode. En effet, cette limite basse est obtenue quand ne subsiste dans le troisième mode que le régime à deux thyristors passants. Il faut alors que l'extinction de Th_A et Th_B s'effectue juste à la fin de l'intervalle d'étude, donc que θ_3 soit égal à $\Psi_{\ell_2}' + \pi/3$.

En remplaçant θ_3 par $\Psi_{\ell_2}' + \pi/3$ dans l'expression (60), il vient :

$$(1+\lambda') \omega\tau \cos \Psi_{\ell_2}' + \lambda' \left[\sin \Psi_{\ell_2}' - \sin \left(\Psi_{\ell_2}' - \frac{\pi}{3} \right) \right] = 0$$

avec :

$$\lambda' = \frac{D-2}{1-2D}$$

En simplifiant, on obtient :

$$(1+D) \omega\tau \cos \Psi'_{\ell_2} + (2-D) \cos (\Psi'_{\ell_2} - \frac{\pi}{6}) = 0$$

En comparant cette relation avec la relation (44), on voit que $\Psi'_{\ell_2} = \Psi_{\ell_2}$, dès que Ψ devient supérieur à Ψ_{ℓ_2} , le 3^{ème} mode débute.

La fin du troisième mode est obtenue quand on ne peut plus enclencher les thyristors th_A et Th'_B pour $\theta = \Psi$. Il faut que disparaisse le régime à 2 thyristors passants, soit :

$$\theta_3 = \Psi_{\ell_3}$$

En remplaçant θ_3 par Ψ_{ℓ_3} dans l'équation (60), on obtient :

$$(1+\lambda'') \omega\tau \cos (\Psi_{\ell_3} - \pi/3) = 0 \quad \text{avec} \quad \lambda'' = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{D}}{\frac{1}{2} - D}$$

soit :

$$\Psi_{\ell_3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \Psi_{\ell_3} = \frac{5\pi}{6}$$

Dès que Ψ devient supérieur à $\Psi_{\ell_3} = 5\pi/6$, on ne peut plus débloquent les thyristors, le gradateur est équivalent à un interrupteur tripolaire ouvert.

On peut vérifier ce résultat en remarquant que la limite haute Ψ_{ℓ_3} est obtenue quand on ne peut enclencher simultanément Th_A et Th'_B pour $\theta = \Psi$. Si la tension aux bornes des thyristors bloqués est mal définie, c'est la tension $v_A - v_B$ qui est appliquée aux bornes du circuit constitué par les phases A et B. La tension $v_A - v_B$ égale à $\sqrt{3} V_m \cos (\theta - \pi/3)$ cesse d'être positive quand $\theta = 5\pi/6$. Pour Ψ supérieur à cette valeur, les thyristors ne peuvent être enclenchés.

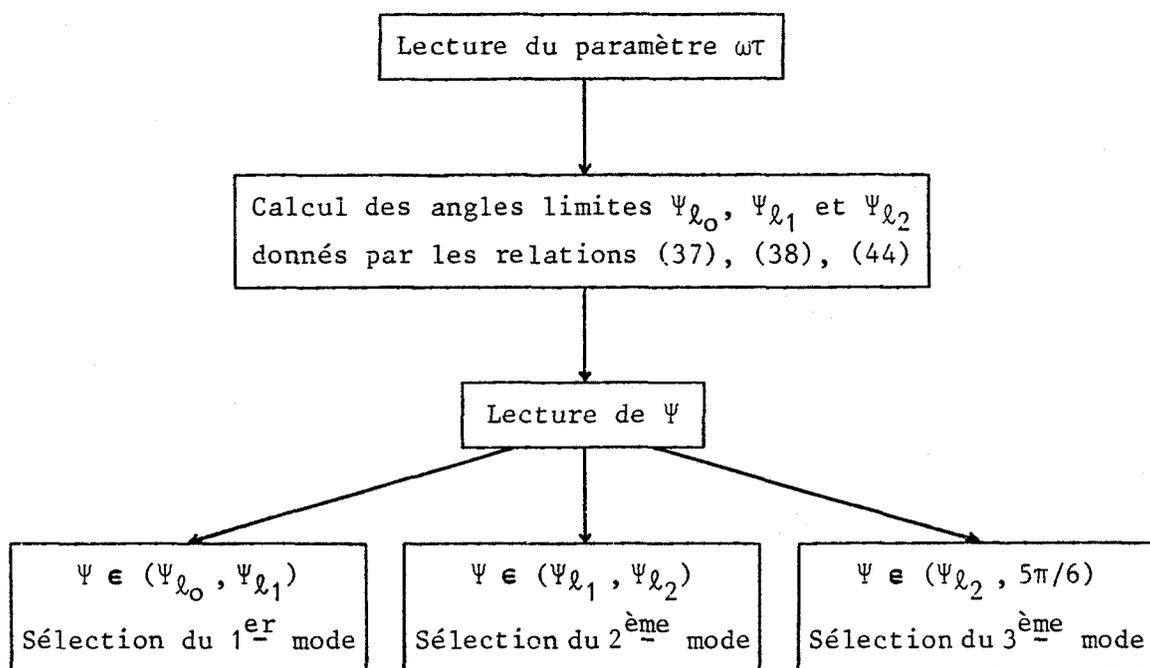
IV - OBTENTION DES FORMES D'ONDE

Pour obtenir les formes d'onde des différentes grandeurs électriques, tensions, courants, flux, il est intéressant d'utiliser "l'outil informatique". Les différentes relations caractérisant chacun des modes de fonctionnement, sont introduites dans le calculateur. Celui-ci devra fournir, pour diverses valeurs de la charge ou de l'état magnétique du transformateur, traduits globalement par le paramètre $\omega\tau$, les angles limites Ψ_{ℓ_0} , Ψ_{ℓ_1} , Ψ_{ℓ_2} , et pour différentes valeurs du retard à l'amorçage Ψ , les angles critiques θ_1 et θ_3 .

Connaissant toutes ces grandeurs, et compte-tenu des symétries du montage, le calculateur donnera, pour θ variant de 0 à 2π , les valeurs des flux, des tensions et des courants.

Nous nous limiterons ici, à la présentation des organigrammes de calcul.

IV.1 - Organigramme général

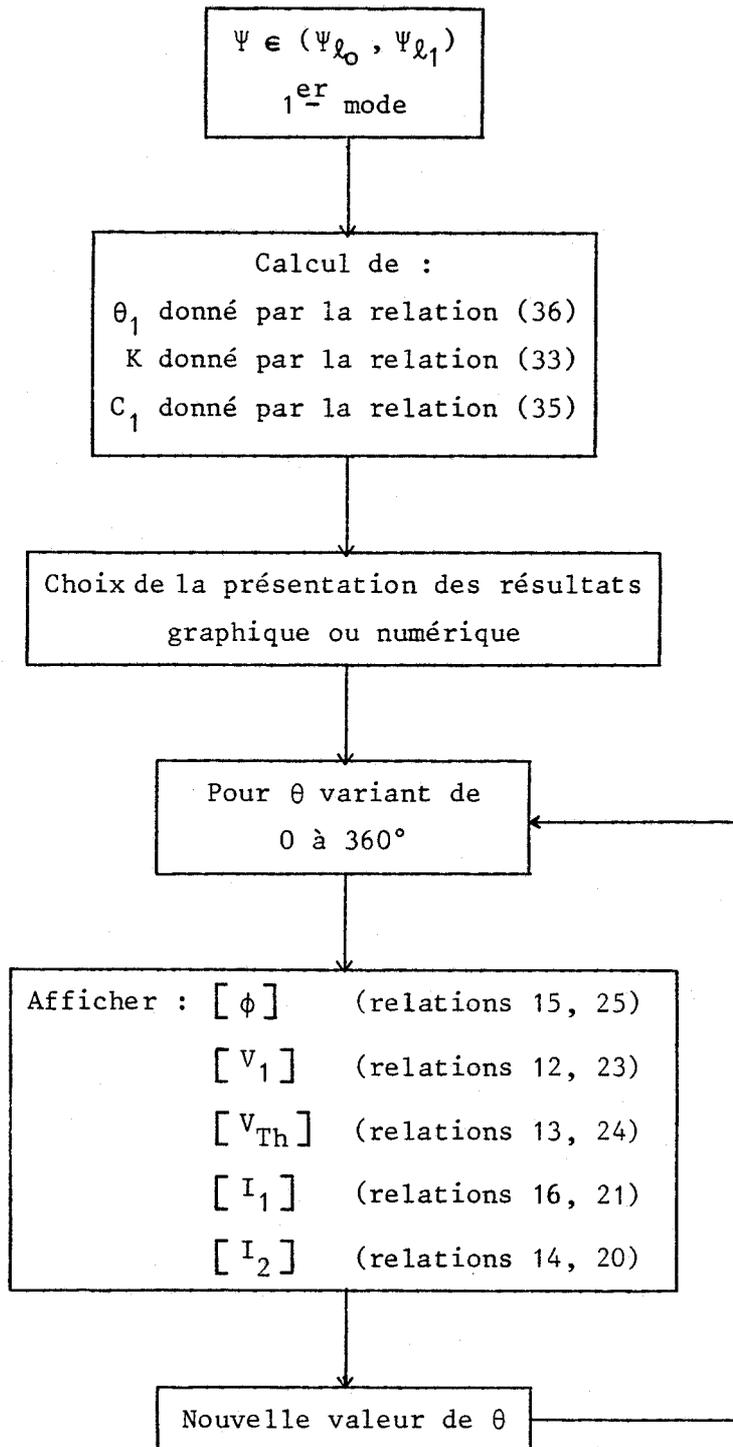


IV.2 - Organigramme de traitement

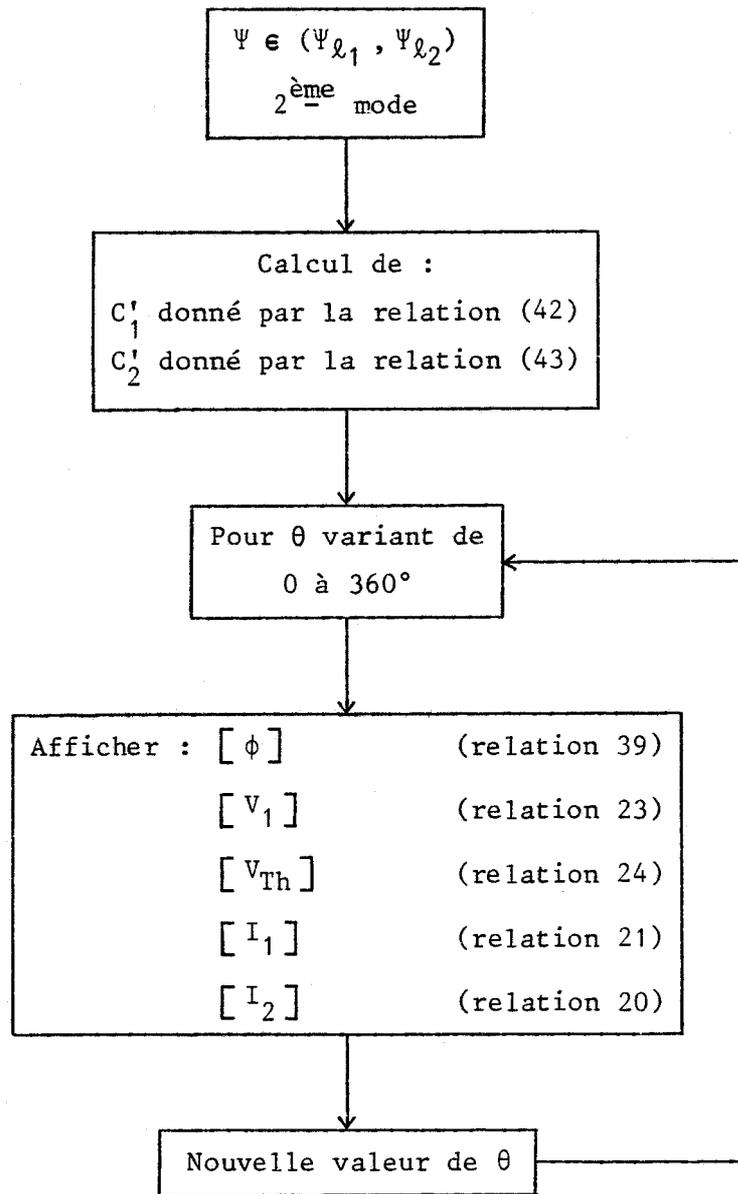
Après avoir sélectionné, selon la valeur de l'angle Ψ introduite,

l'un des modes de fonctionnement, le traitement est assuré selon l'un des organigrammes représentés ci-après.

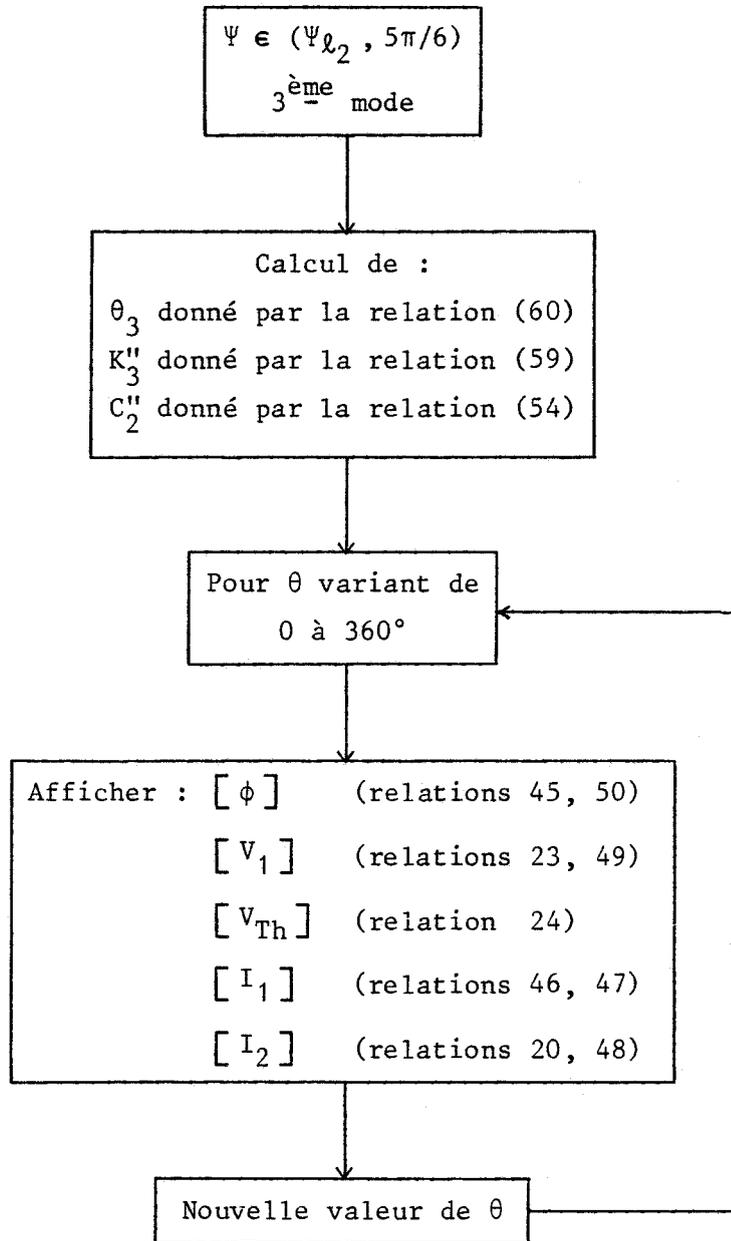
IV.2.1 - Organigramme du premier mode



IV.2.2 - Organigramme du deuxième mode



IV.2.3 - Organigramme du troisième mode



IV.3 - Tracé des formes d'onde

On a représenté (Fig. 1.2) les courbes donnant les valeurs de Ψ_{ℓ_0} , Ψ_{ℓ_1} , Ψ_{ℓ_2} et Ψ_{ℓ_3} en fonction du paramètre $\omega\tau$.

On a représenté également (Fig. 1.3) les variations des angles critiques θ_1 et θ_3 en fonction de Ψ pour différentes valeurs de $\omega\tau$.

Les courbes précisent pour des valeurs de Ψ et $\omega\tau$ données, le mode de fonctionnement du montage et éventuellement les instants d'extinction des thyristors.

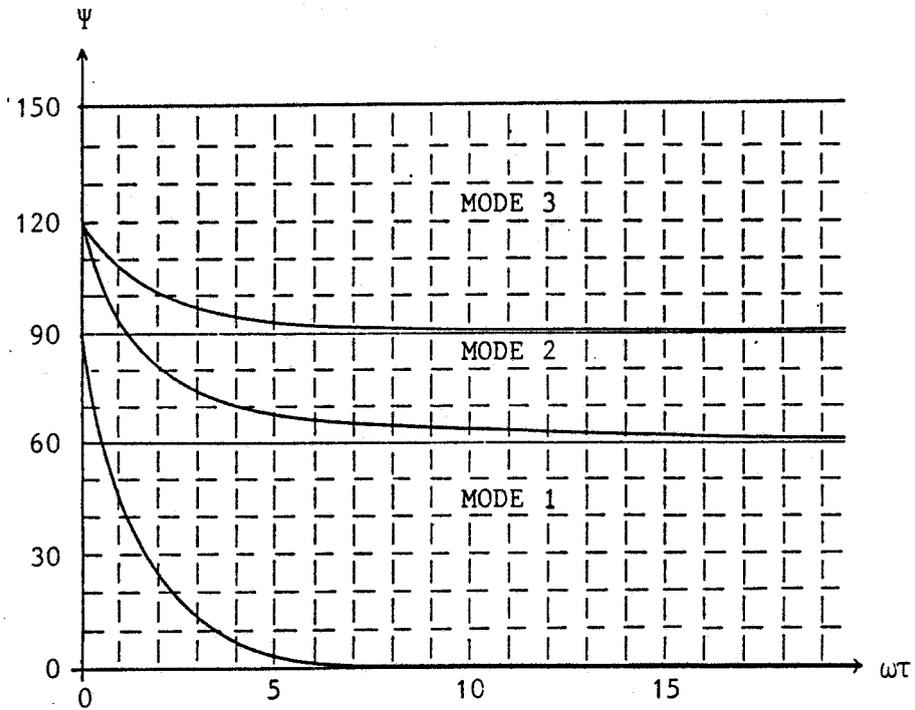


FIGURE 1.2

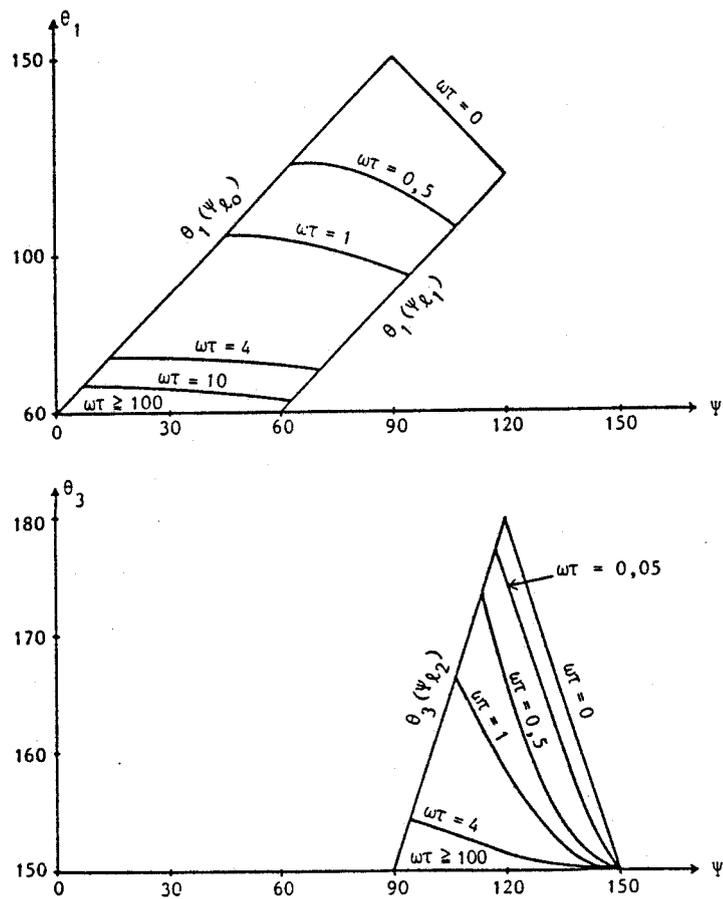


FIGURE 1.3

Ces courbes dépendent du paramètre $\omega\tau$ égal à $\omega n_2^2 / RR$. Puisque l'on néglige la saturation, la reluctance R est constante. Le paramètre $\omega\tau$ caractérise donc bien, par la variable R , l'état de charge d'un transformateur, défini par sa reluctance R .

Afin dévaluer les valeurs à donner au paramètre $\omega\tau$, il est intéressant d'exprimer celui-ci en fonction du rapport R/R_n , R_n étant la résistance de charge minimale du transformateur, soit :

$$\omega\tau = \frac{\omega n_2^2}{R R_n} \times \frac{R_n}{R}$$

En désignant par V_1 la tension simple sinusoïdale nominale du primaire du transformateur, I_{10} la valeur efficace du courant magnétisant lorsque le transformateur est alimenté sous tension nominale et ϕ_n la valeur du flux correspondant, il vient :

$$n_1 I_{10} = R \phi_n \quad \text{avec} \quad \phi_n = \frac{V_1}{n_1 \omega}$$

soit :

$$R = \frac{n_1^2 \omega I_{10}}{V_1}$$

le paramètre caractérisant le transformateur dans l'expression de $\omega\tau$ peut donc s'écrire :

$$\frac{n_2^2 \omega}{R R_n} = \frac{V_1}{m^2 R_n} \times \frac{1}{I_{10}}$$

Le courant nominal absorbé par le transformateur I_{1n} est la somme vectorielle du courant secondaire, ramené au primaire, et du courant magnétisant :

$$I_{1n} = I_{10} + I'_{1n}$$

avec $I'_{1n} = V_1 / m^2 R_n$ et I_{10} en quadrature arrière avec V_{1n} puisque l'on

néglige les pertes dans le fer. Il vient :

$$I_{1n} = \sqrt{I_{10}^2 + I_{1n}'^2}$$

soit :

$$\frac{I_{1n}'}{I_{1n}} = \frac{V_1}{m^2 R_n} \times \frac{1}{I_{10}} = \sqrt{1 - \left(\frac{I_{10}}{I_{1n}}\right)^2} \times \frac{I_{1n}}{I_{10}} = \sqrt{\left(\frac{I_{1n}}{I_{10}}\right)^2 - 1}$$

Le paramètre $\omega\tau$ peut donc s'écrire en fonction d'une constante I_{10}/I_{1n} caractérisant le transformateur, et d'une variable R/R_n caractérisant son état de charge :

$$(61) \quad \omega\tau = \sqrt{\left(\frac{I_{1n}}{I_{10}}\right)^2 - 1} \times \frac{R_n}{R}$$

Pour un transformateur qui absorberait à vide un courant de l'ordre de 5 % du courant nominal :

$$\omega\tau = 19,97 \frac{R_n}{R}$$

On voit alors que $\omega\tau$ voisin de 0 correspond pratiquement au fonctionnement à vide du transformateur, $\omega\tau = 1$ correspond à 5 % de charge environ, et $\omega\tau = 20$ à la charge nominale.

La Figure 1.2 montre nettement que si pour les faibles valeurs de $\omega\tau$, c'est-à-dire pour les faibles charges, les angles limites varient beaucoup ; pour les valeurs de $\omega\tau$ supérieures à 5 environ, soit dès que l'on atteint le 1/4 de charge, le fonctionnement dépend peu des variations de $\omega\tau$.

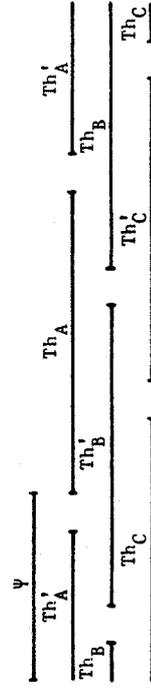
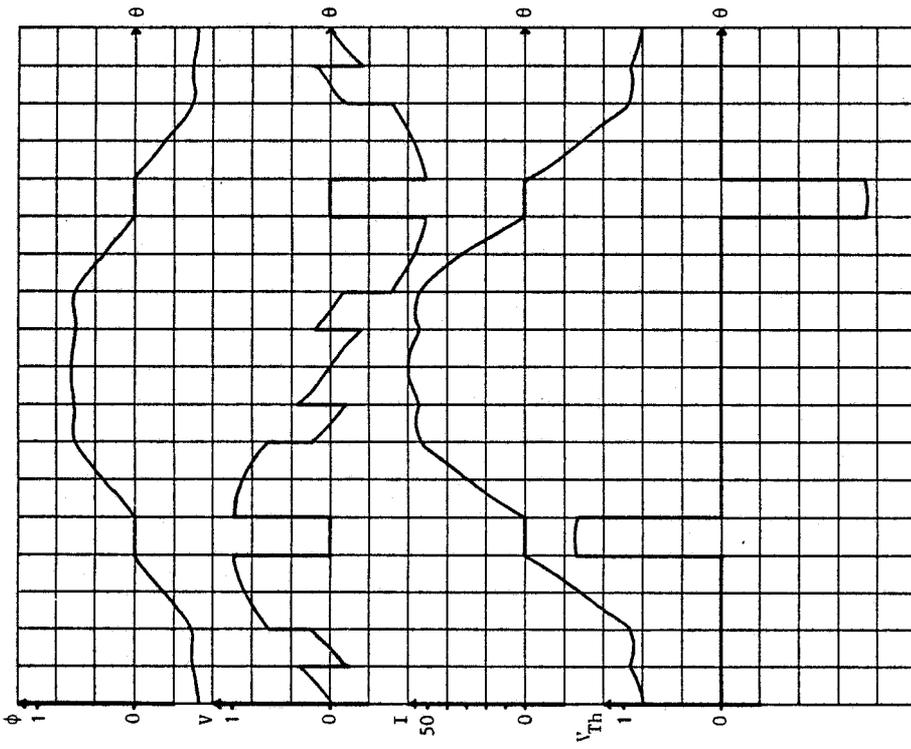
On peut alors tracer, en grandeurs réduites les formes d'onde des différentes grandeurs électriques.

On a tracé pour 3 valeurs de $\omega\tau$ (planches 1 à 16)

$\omega\tau$ voisin de 0, 1 puis 20, et pour les valeurs de Ψ correspondant à chacun des modes et aux passages d'un mode à l'autre, les formes d'onde de :

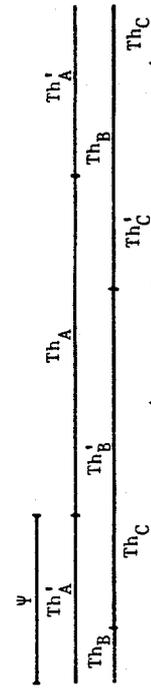
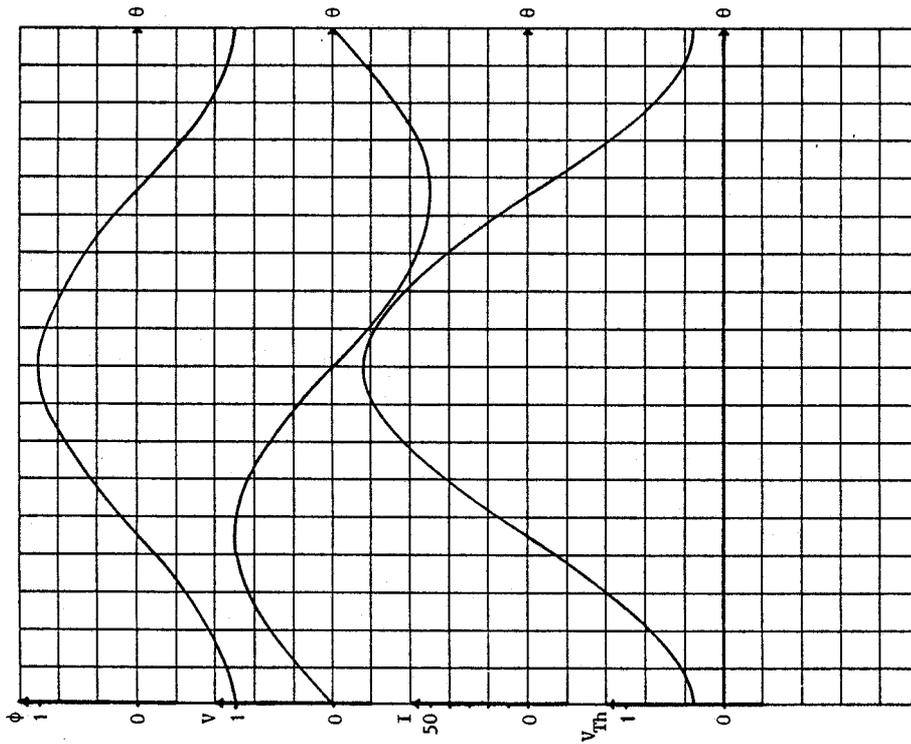
$$\phi_A / \frac{V_m}{n_1 \omega} , v_{1A} / V_m , v_{Th_A} / V_m \text{ et } i_{1A} / \frac{V_m}{m^2 R}$$

Puisque $v_{2A} = v_{1A} / m = R i_{2A}$, les formes d'onde en grandeur réduite des tensions et courants secondaires sont identiques à celles de la tension primaire.



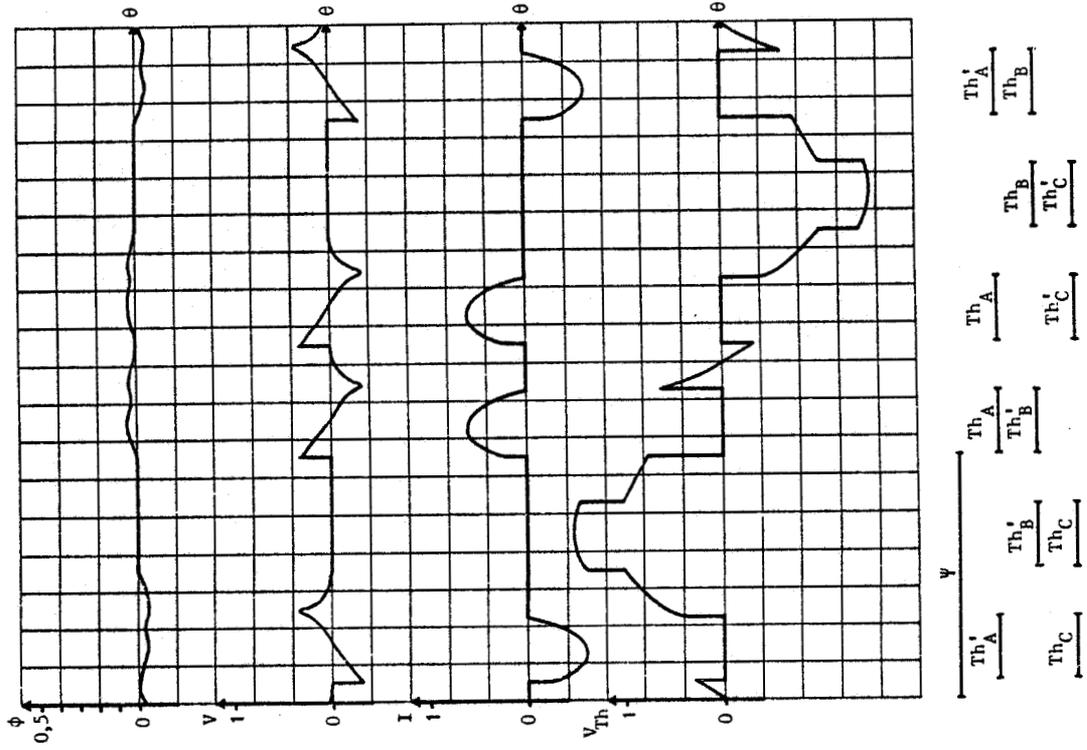
$\omega t \rightarrow 0$ $\theta_1 = 140^\circ$ $\psi = 100^\circ$

PLANCHE 2



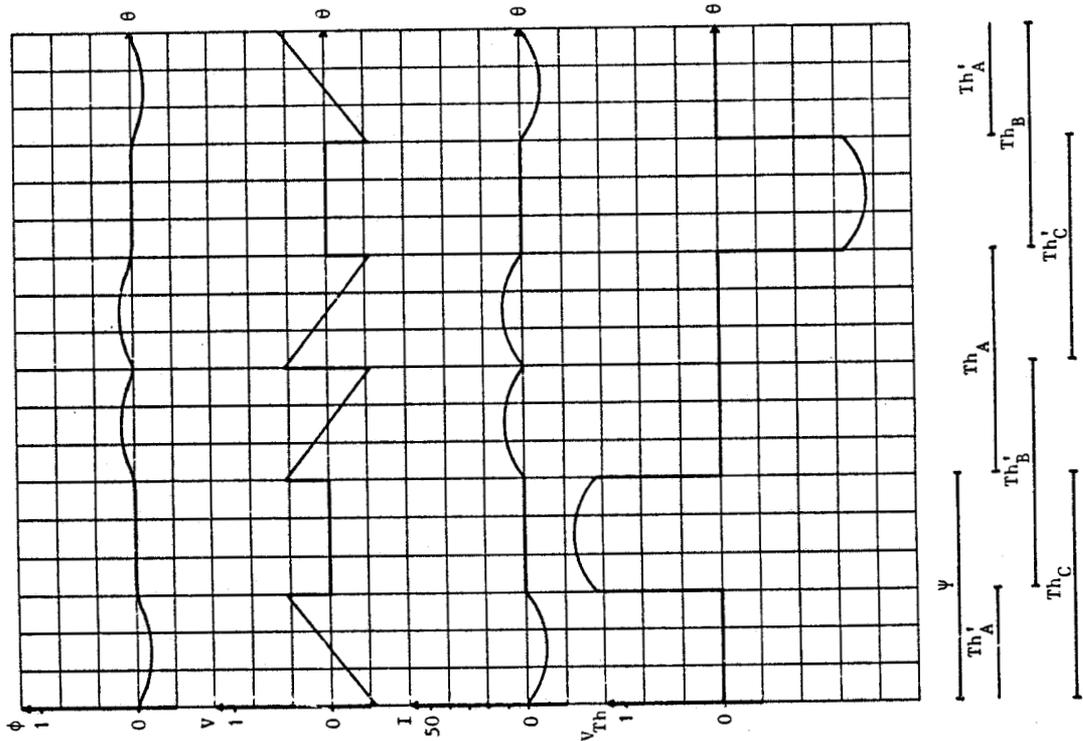
$\omega t \rightarrow 0$ $\psi = \psi_{\theta_0} = 90^\circ$ $\theta_1 = 150^\circ$

PLANCHE 1



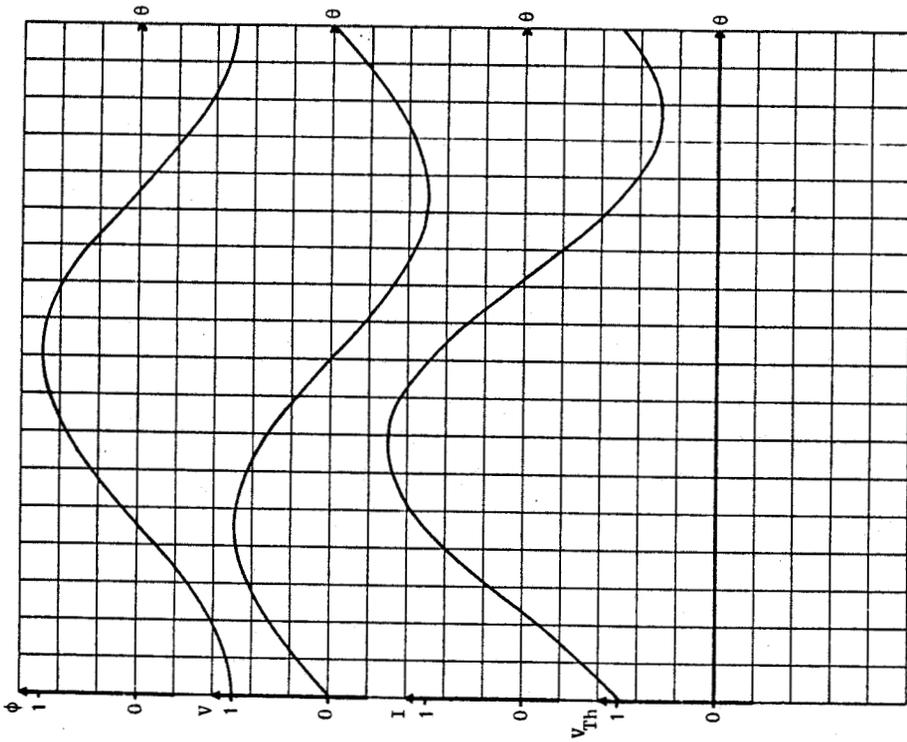
$\omega T \rightarrow 0$ $\theta_3 = 165,1^\circ$ $\psi = 130^\circ$ mode 3

PLANCHE 4



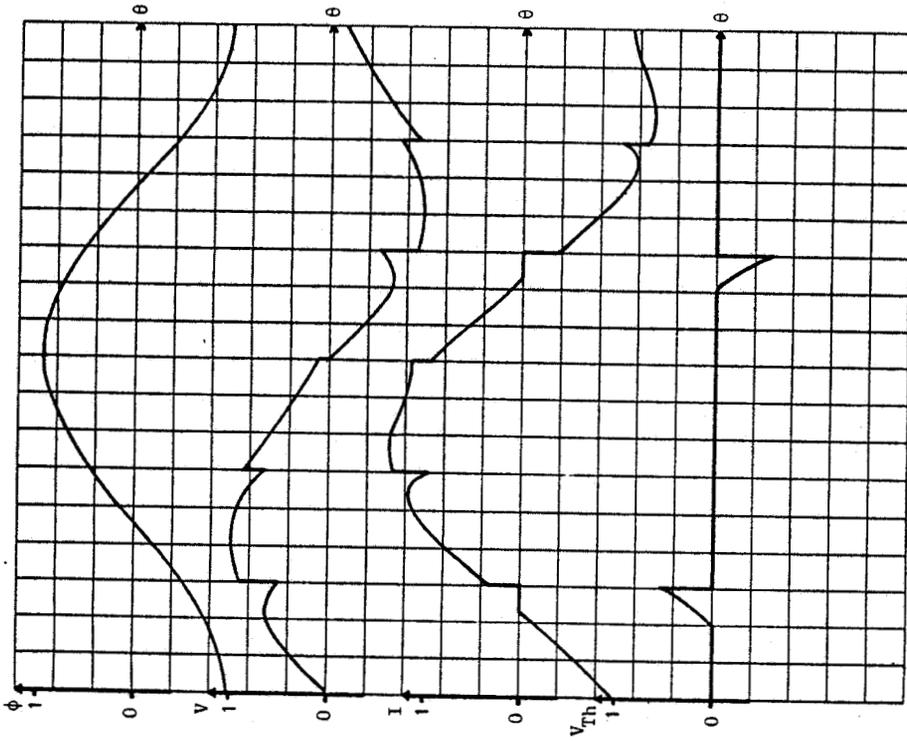
$\omega T \rightarrow 0$ $\psi = \psi_{\theta_1} = \theta_1 = 120^\circ$

PLANCHE 3



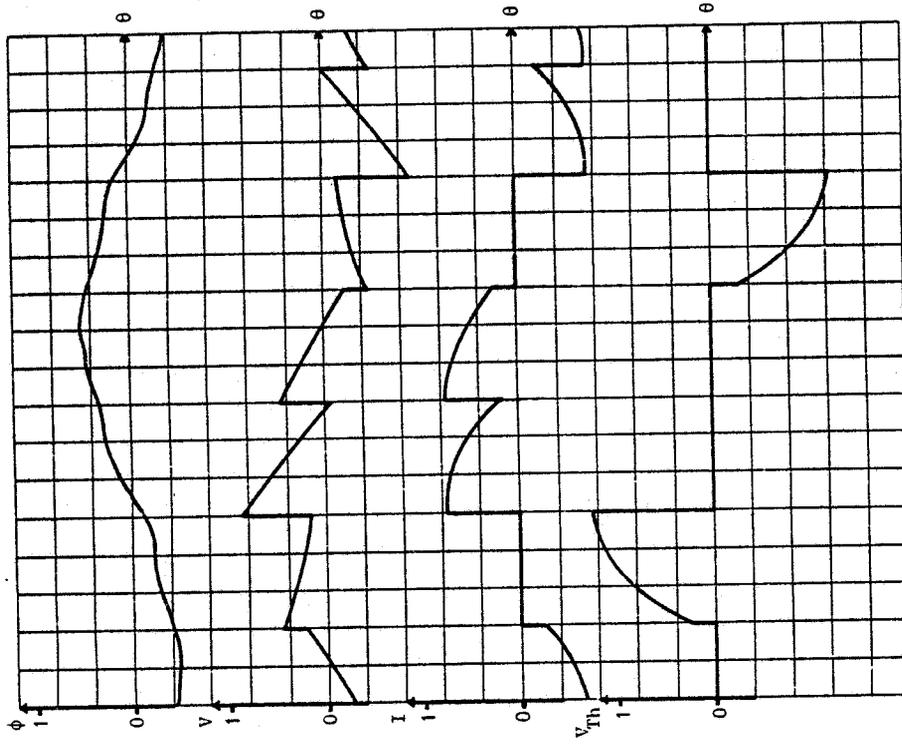
$\omega T = 1$ $\Psi = \Psi_{\rho_0} = 45^\circ$ $\theta_1 = 105^\circ$ mode 1

PLANCHE 5



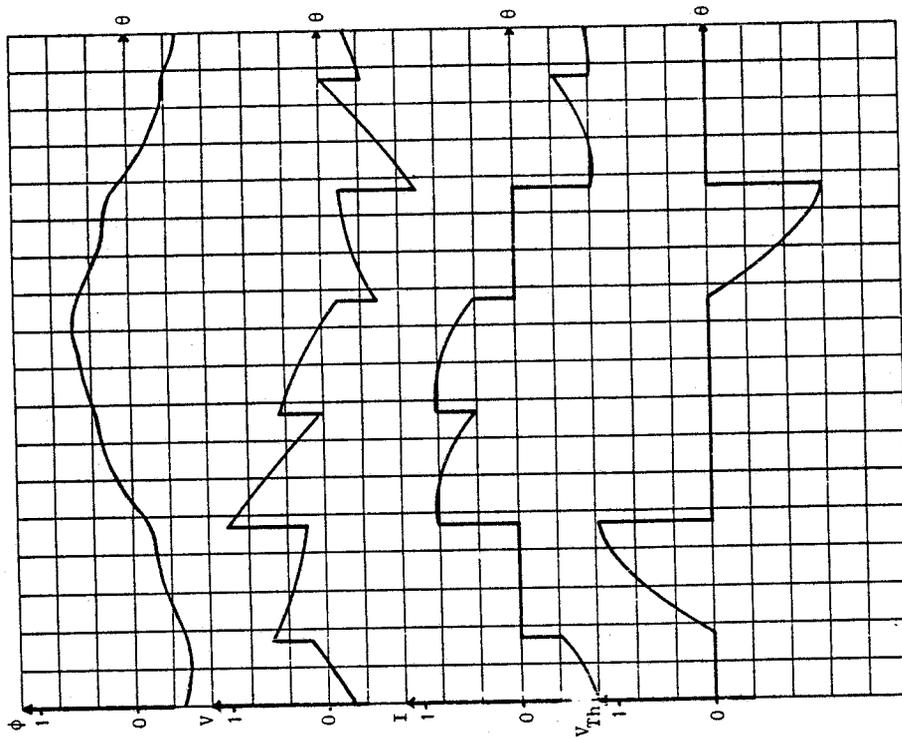
$\omega T = 1$ $\Psi = 60^\circ$ mode 1

PLANCHE 6



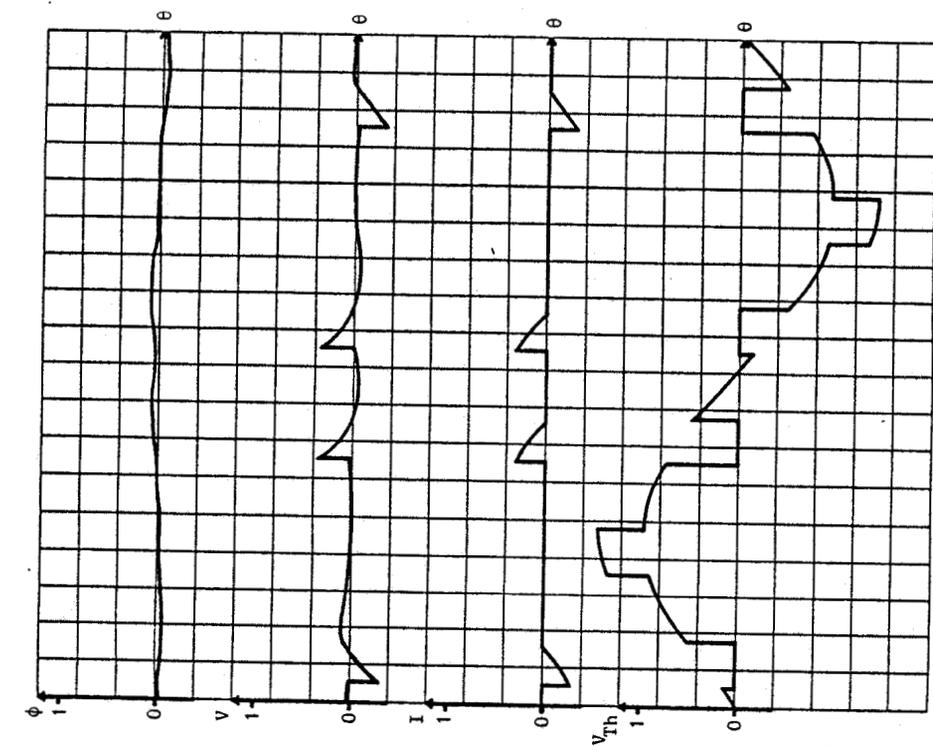
$\omega T = 1$ $\psi = 100^\circ$ mode 2

PLANCHE 8



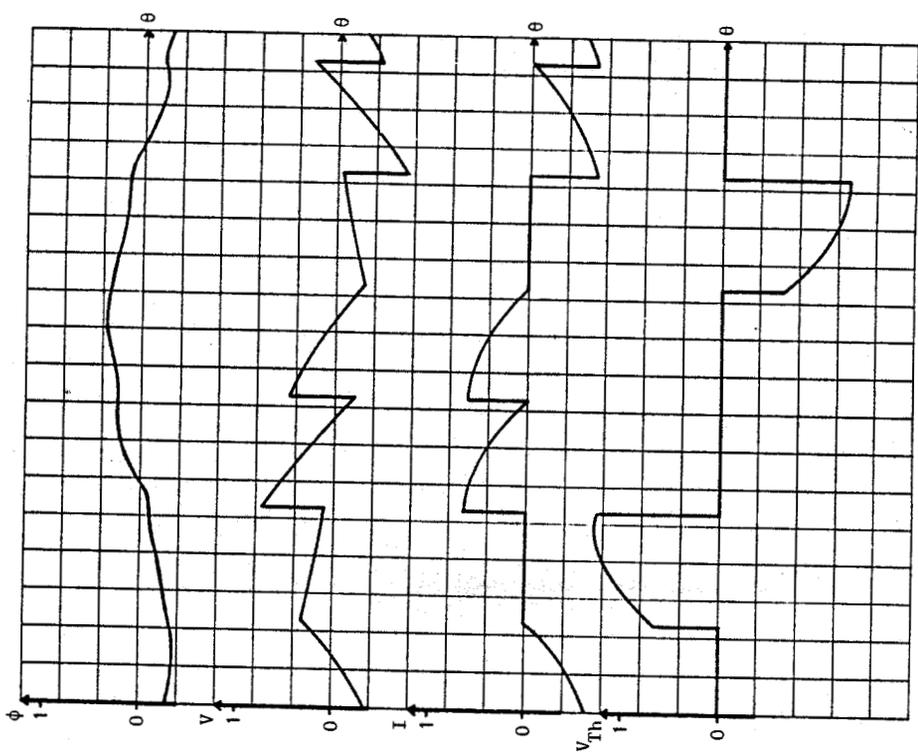
$\omega T = 1$ $\psi = \psi_{\lambda_1} = 94,1^\circ$ modes 1 ou 2

PLANCHE 7



ψ
 Th'_A Th'_B Th'_C
 Th_A Th_B Th_C
 Th'_A Th'_B Th'_C
 Th_A Th_B Th_C
 Th'_A Th'_B Th'_C
 Th_A Th_B Th_C

$\omega T = 1$ $\Psi = 130^\circ$ mode 3

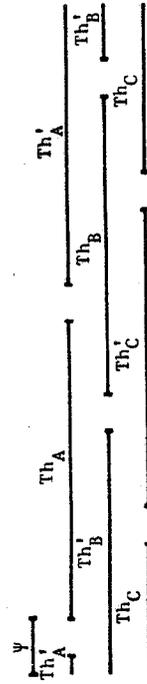
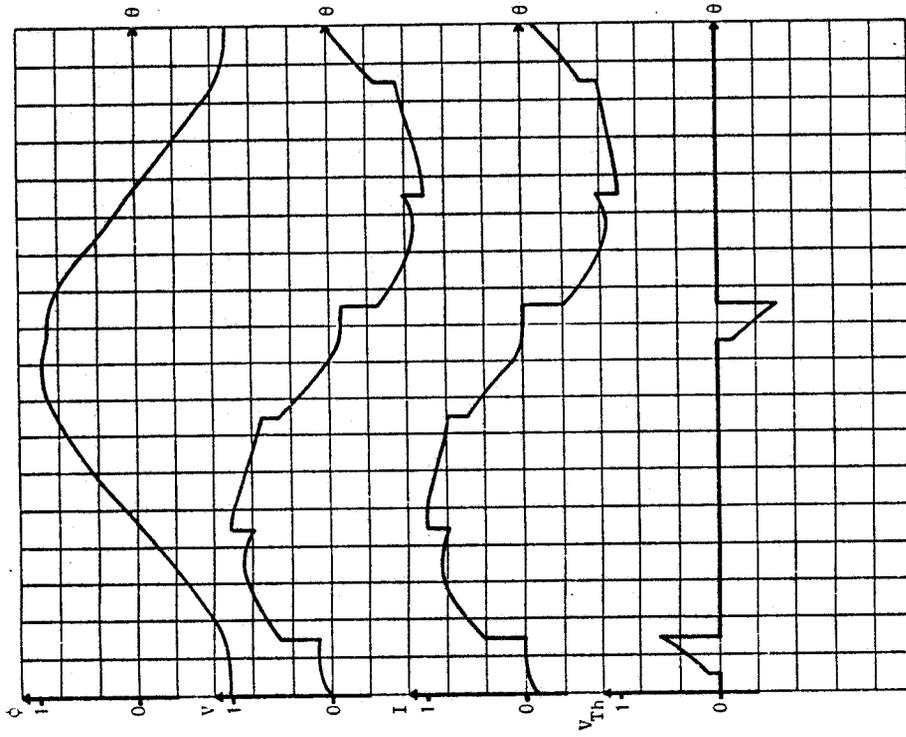


ψ
 Th'_A Th'_B Th'_C
 Th_A Th_B Th_C
 Th'_A Th'_B Th'_C
 Th_A Th_B Th_C

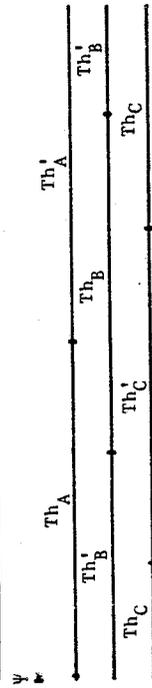
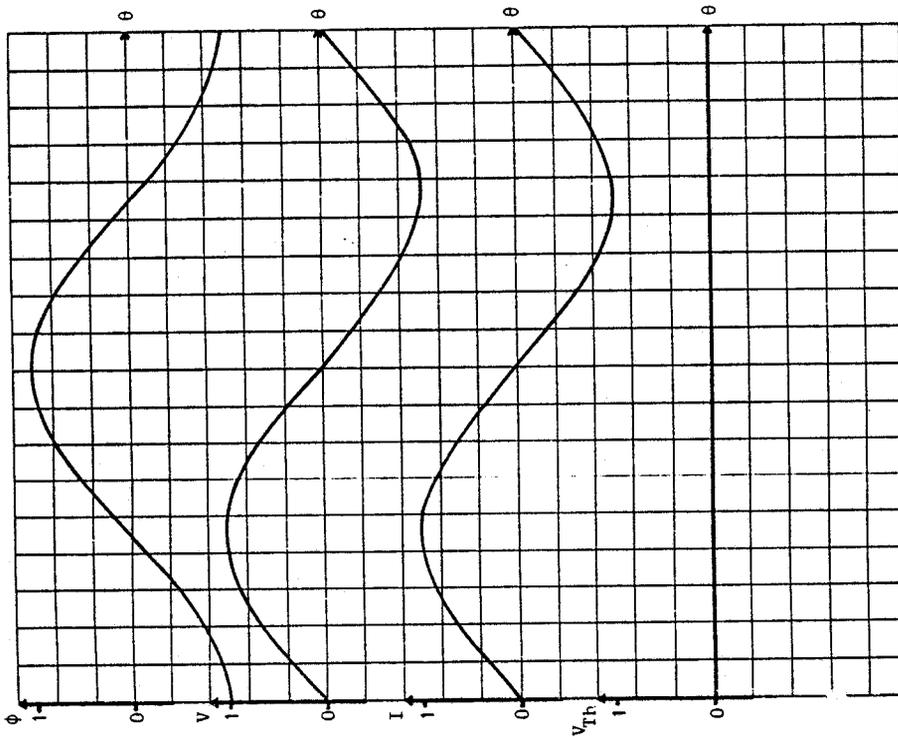
$\omega T = 1$ $\Psi = \Psi_{\ell_2} = 106,5^\circ$ modes 2 ou 3

PLANCHE 9

PLANCHE 10



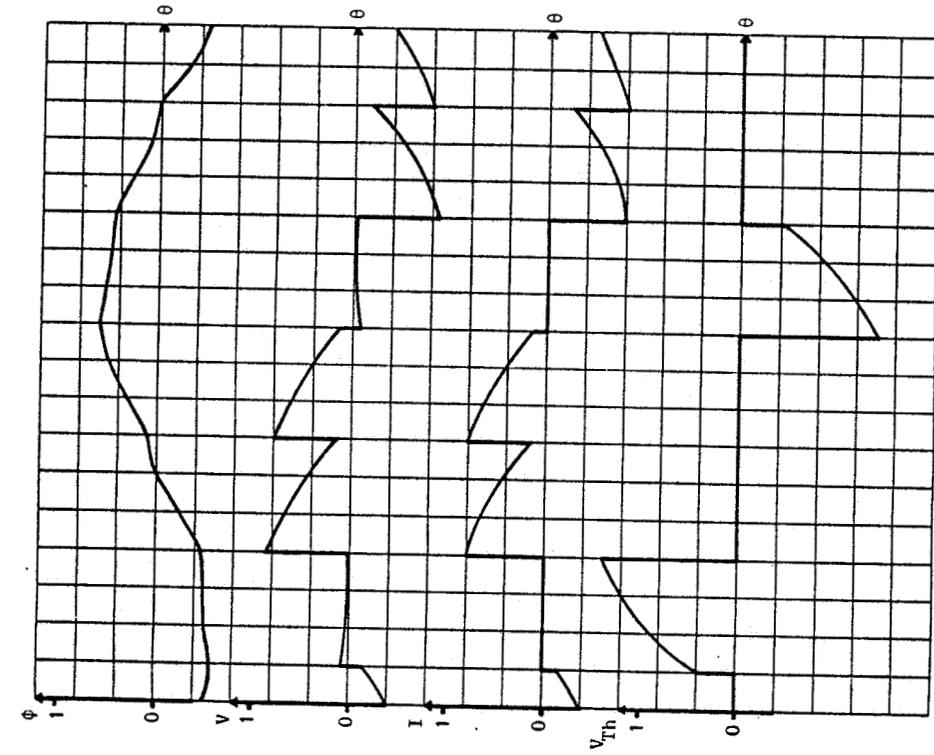
$\omega T = 20$ $\psi = 30^\circ$ $\theta_1 = 62,16^\circ$ mode 1



$\omega T = 20$ $\psi = \psi_0 = 2,86^\circ$ mode 1

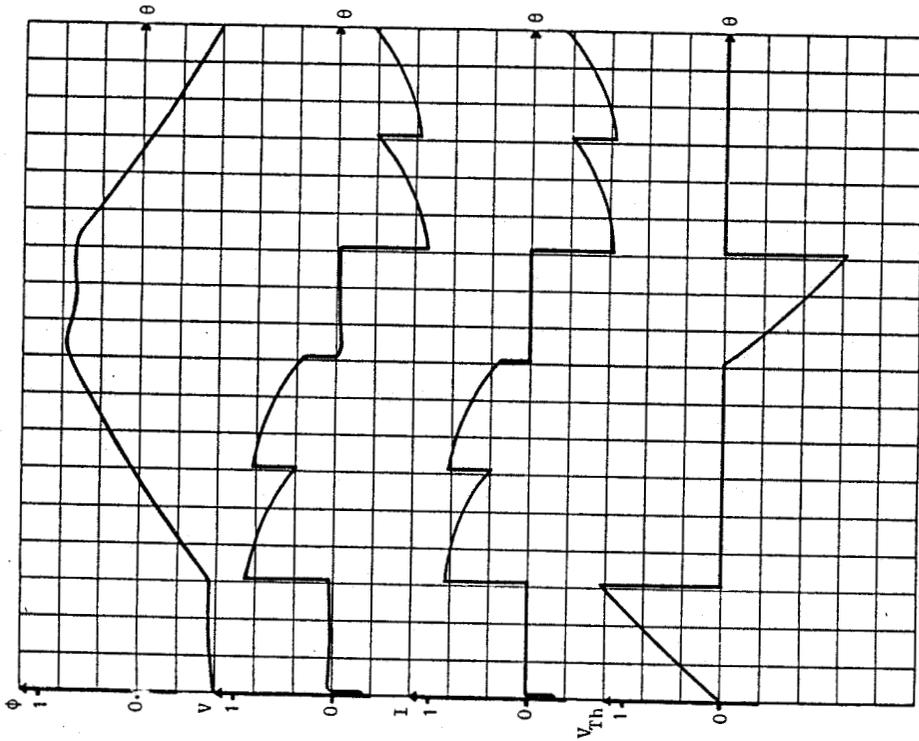
PLANCHE 11

PLANCHE 12



$\omega T = 20$ $\psi = 80^\circ$ mode 2

PLANCHE 14



$\omega T = 20$ $\psi = \psi_{\theta_1} = 62, 16^\circ$ modes 1 ou 2

PLANCHE 13

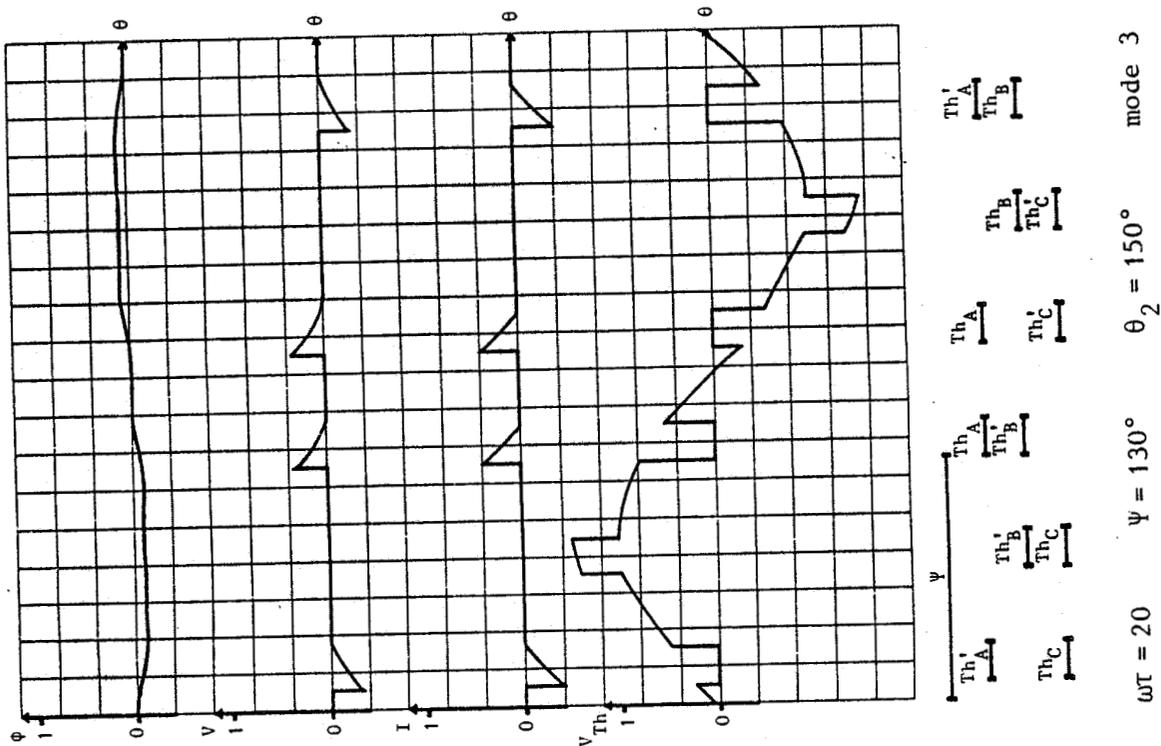


PLANCHE 15

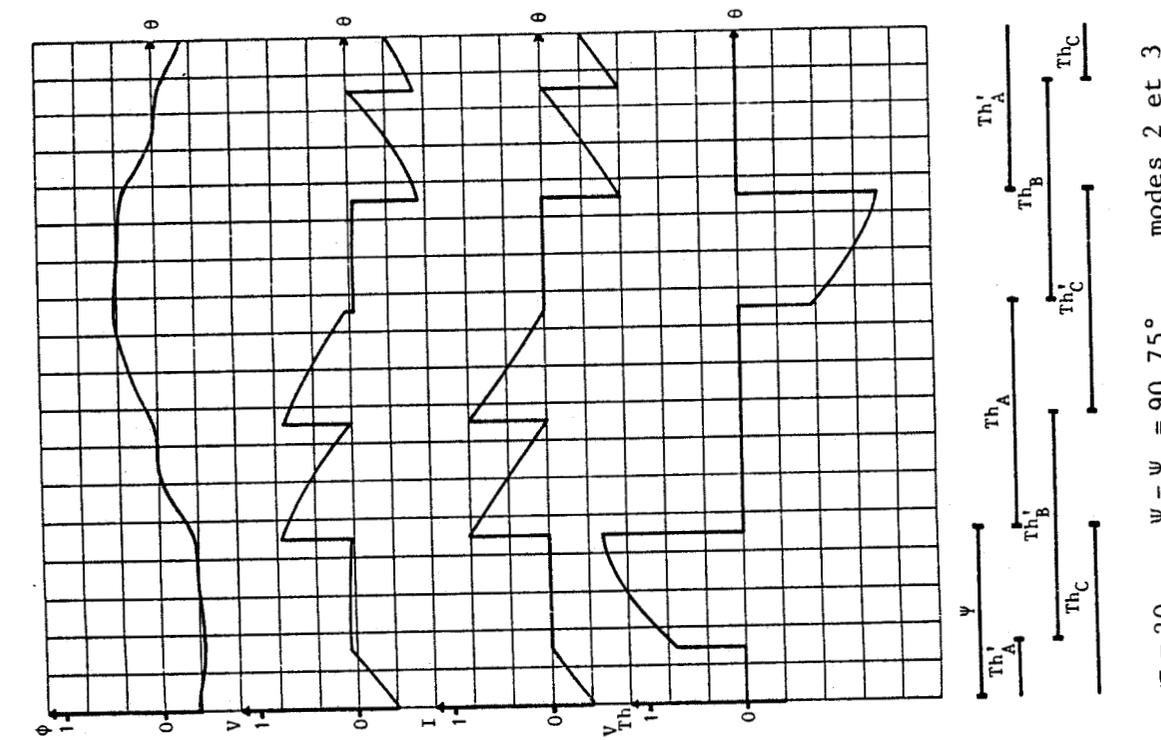


PLANCHE 16

V - CARACTERISTIQUES

Ayant les expressions des différentes variables tout au long de la période, on peut calculer la valeur efficace I_2 des courants secondaires, celle I_1 des courants primaires, ainsi que les développements en série de ces courants. On peut alors tracer les principales caractéristiques du montage.

V.1 - Caractéristiques de réglage

La valeur efficace V_2 des tensions simples secondaires est égale à $R I_2$, avec :

$$I_2^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\pi} i_{2A}^2 d\theta$$

Des valeurs de i_{2A} calculées pour différentes valeurs de Ψ et $\omega\tau$, on déduit numériquement, par la méthode de Simpson, les valeurs de I_2 .

On peut alors tracer (Fig. 1.4) les courbes donnant la valeur de I_2 ramenée à $I_{2\Psi_0}$, $I_{2\Psi_0}$ étant la valeur du courant secondaire lorsque le gradateur fonctionne "pleine onde", c'est-à-dire lorsque $\Psi = \Psi_{l_0}$.

Il est intéressant de compléter ces caractéristiques de réglage par celles donnant la puissance P absorbée par les résistances, en fonction de la commande Ψ pour diverses valeurs de $\omega\tau$.

$$P = 3 R I_2^2,$$

en ramenant à la puissance P_{Ψ_0} consommée quand le gradateur fonctionne "pleine onde"

$$P_{\Psi_0} = 3 R I_{2\Psi_0}^2$$

$$(62) \quad \frac{P}{P_{\Psi_0}} = \left(\frac{I_2}{I_{2\Psi_0}} \right)^2$$

L'examen de ces caractéristiques représentées Figure 1.5, montre deux difficultés :

- L'une d'interprétation : quelle que soit la valeur de $\omega\tau$, P/P_{Ψ_0} vaut toujours 1 quand Ψ est égal à Ψ_{ℓ_0} . Or, pour un transformateur donné, les différentes valeurs de $\omega\tau$ correspondent à des valeurs différentes de la résistance de charge. Pour de faibles valeurs de $\omega\tau$, le fonctionnement à pleine onde correspond à une puissance débitée faible, bien que P/P_{Ψ_0} soit égal à 1.

- L'autre liée à la commande, si le gradateur équivaut toujours à une interruption tripolaire ouvert quand $\Psi = 150^\circ$, le fonctionnement à pleine onde est obtenu pour $\Psi = \Psi_{\ell_0}$, Ψ_{ℓ_0} dépendant de $\omega\tau$.

Pour faciliter l'interprétation des caractéristiques de puissance, on peut tracer les caractéristiques donnant la puissance absorbée ramenée à la puissance nominale P_n du transformateur.

$$P_n = 3 R_n I_{2n}^2$$

avec : R_n = Résistance nominale de charge

I_{2n} = Courant secondaire nominal, à pleine onde

$$\frac{P}{P_n} = \frac{3 R I_2^2}{3 R_n I_{2n}^2} = \frac{R}{R_n} \times \left(\frac{I_2}{I_{2\Psi_0}} \right)^2 \times \left(\frac{I_{2\Psi_0}}{I_{2n}} \right)^2$$

or, $I_{2\Psi_0} = V/mR$ avec V = Valeur efficace de la tension simple de la source et $I_{2n} = V/mR_n$, donc :

$$\frac{P}{P_n} = \frac{R}{R_n} \times \left(\frac{I_2}{I_{2\Psi_0}} \right)^2 \times \left(\frac{R_n}{R} \right)^2$$

soit, par la relation (62) :

$$\frac{P}{P_n} = \frac{R_n}{R} \left(\frac{P}{P_{\Psi_0}} \right)$$

Or, la relation (61) donne :

$$\frac{R_n}{R} = \frac{\omega\tau}{\sqrt{\left(\frac{I_{1n}}{I_{10}}\right)^2 - 1}}$$

On a donc :

$$\frac{P}{P_n} = \frac{\omega\tau}{\sqrt{\left(\frac{I_{1n}}{I_{10}}\right)^2 - 1}} \frac{P}{P_{\Psi_0}}$$

Pour un transformateur donné, caractérisé par le rapport I_{10} / I_{1n} , on peut calculer R_n / R pour chaque valeur de $\omega\tau$ et tracer les caractéristiques donnant P / P_n , déduites de P / P_{Ψ_0} par multiplication des ordonnées par R_n / R , en fonction de Ψ pour différentes valeurs de R_n / R .

A titre d'exemple, on a tracé Figure 1.6, les caractéristiques donnant P / P_n en fonction de Ψ , pour diverses valeurs de la charge R_n / R , dans le cas d'un transformateur caractérisé par $I_{10} / I_{1n} = 5 \%$.

Pour éviter que la plage de variation de l'angle de commande dépende de la valeur de $\omega\tau$, on peut penser à commander le gradateur, non pas en comptant le retard à l'amorçage par rapport au zéro de la tension v_A , mais par rapport au zéro du courant dans la phase A. Ce procédé de commande est très utilisé quand le gradateur est placé au secondaire du transformateur et que le récepteur a un argument variable [34].

La valeur de cet "angle pratique de commande" α se détermine à partir des diagrammes de conduction représentés Planches 1 à 16.

Pour le premier mode :

Le thyristor Th_C s'éteint pour $\theta = \theta_1$, le thyristor Th'_A s'éteint un sixième de période auparavant, donc pour $\theta = \theta_1 - \pi/3$. Le thyristor Th_A , enclenché pour $\theta = \Psi$ est susceptible de conduire depuis l'instant de blocage de Th'_A , soit depuis $\theta_1 - \pi/3$. L'angle de retard à l'enclen-

chement par rapport au zéro de courant a donc pour expression :

$$\alpha = \Psi - (\theta_1 - \pi/3) = \Psi - \theta_1 + \pi/3$$

Dans ces conditions, quand $\Psi = \Psi_{\ell_0}$, $\theta_1 = \Psi + \pi/3$ et $\alpha = 0 \quad \forall \omega\tau$

Pour le deuxième mode :

Le thyristor Th_C se bloque à l'instant d'enclenchement de Th_A , donc de la même façon Th_A se bloque pour $\theta = \Psi - \pi/3$, l'angle α a pour valeur :

$$\alpha = \Psi - (\Psi - \pi/3) = \pi/3 \quad \forall \omega\tau$$

Pour le troisième mode :

Chaque thyristor conduit deux fois au cours d'une période. Le thyristor Th_C s'éteint pour la deuxième fois dans la période pour $\theta = \theta_2 - \pi/3$. Le thyristor Th'_A s'éteint pour la deuxième fois un sixième de période auparavant, soit pour $\theta = \theta_2 - 2\pi/3$. D'où la valeur de α :

$$\alpha = \Psi - (\theta_2 - 2\pi/3) = \Psi - \theta_2 + 2\pi/3$$

Quand Ψ atteint la valeur $5\pi/6$, $\theta_2 = 5\pi/6$ et $\alpha = 2\pi/3 \quad \forall \omega\tau$

En conclusion :

La réduction de tension commence à $\alpha = 0$, le premier mode cesse pour $\alpha = \pi/3$, le second mode est caractérisé par α constant et égal à $\pi/3$, le troisième mode débute à $\alpha = \pi/3$ et cesse à $\alpha = 2\pi/3$, quelle que soit la valeur de $\omega\tau$.

On peut alors tracer les caractéristiques de réglage de puissance P/P_{Ψ_0} (Fig. 1.7) et P/P_n (Fig. 1.8) pour diverses valeurs de $\omega\tau$, en fonction de l'angle α .

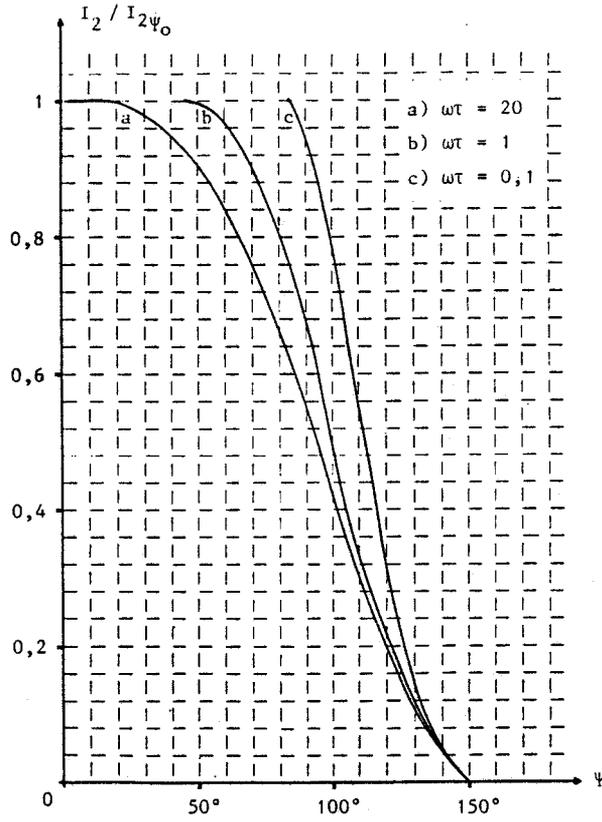


FIGURE 1.4

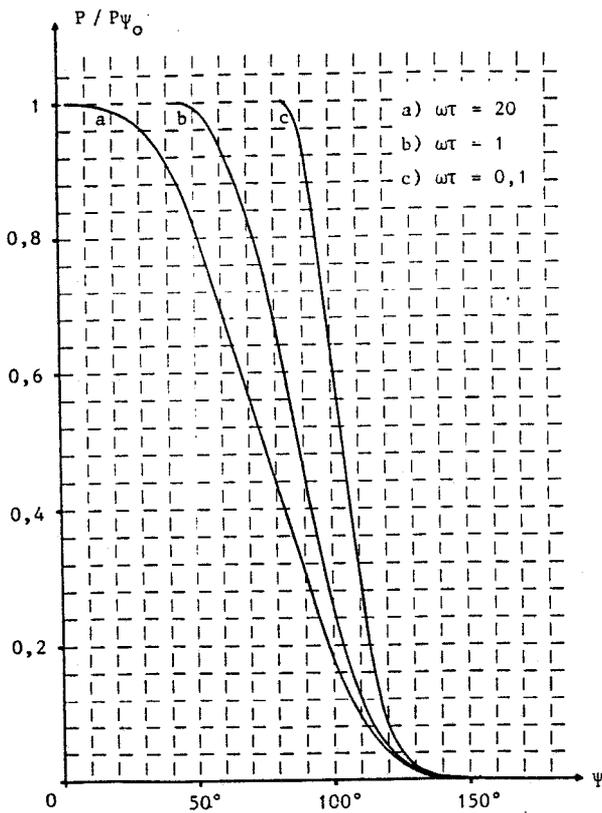


FIGURE 1.5

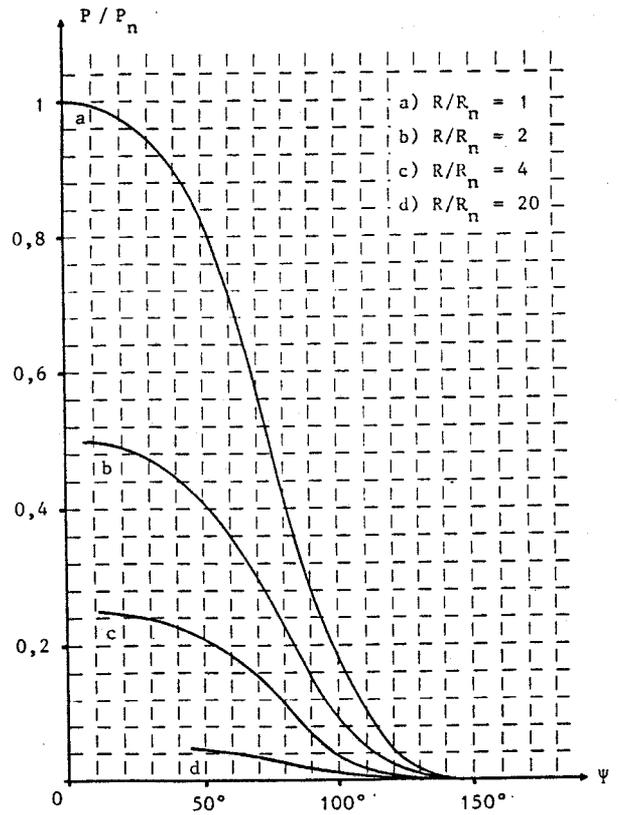


FIGURE 1.6

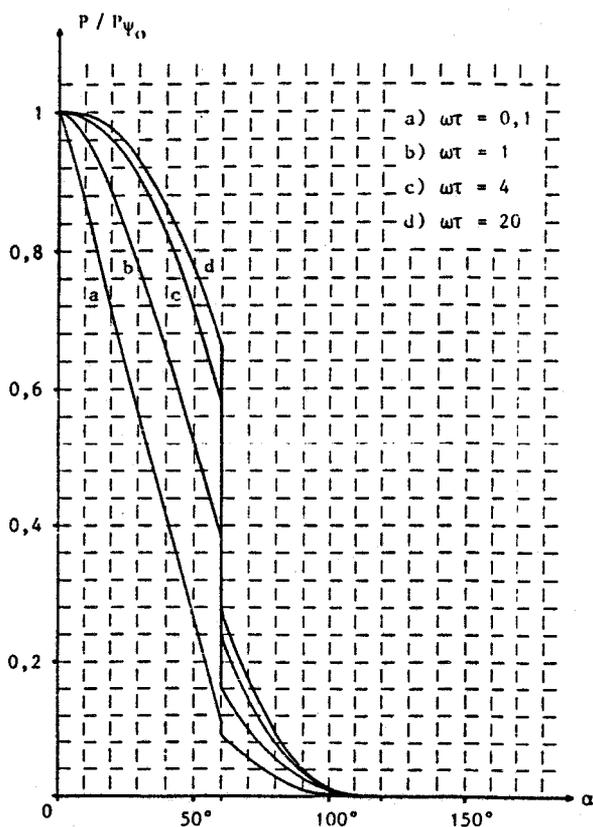


FIGURE 1.7

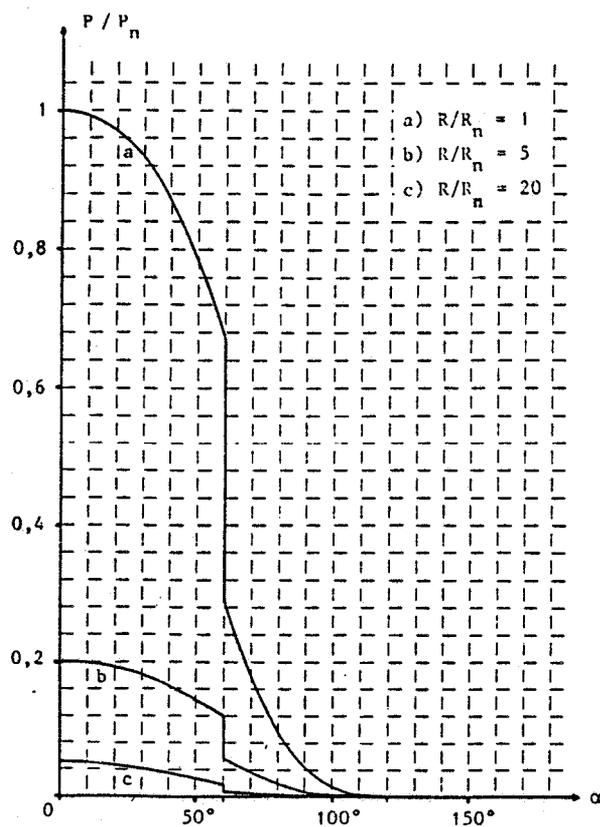


FIGURE 1.8

V.2 - Caractéristiques relatives au courant absorbé

* La valeur efficace I_1 du courant primaire est donnée par :

$$I_1^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_{1A}^2 d\theta$$

Des valeurs de i_{1A} , calculées pour différentes valeurs de ψ et de $\omega\tau$, on peut déduire numériquement la valeur de I_1 .

Les formes d'onde du courant absorbé ont été tracées (Planches 1 à 16) en ramenant la valeur du courant à $V_{1m} / m^2 R$, c'est-à-dire à la valeur crête du courant secondaire ramené au primaire pour $\psi = \psi_{\ell_0}$. C'est ce mode de réduction qui explique les fortes valeurs du courant primaire observées pour les faibles valeurs de $\omega\tau$, donc les fortes valeurs de R .

Il est donc plus intéressant, pour le tracé des caractéristiques,

de ramener le courant primaire, à celui $I_{1\Psi_0}$ absorbé par le montage pour $\Psi = \Psi_{\ell_0}$ (Fig. 1.9).

Puisque pour $\Psi = \Psi_{\ell_0}$, le courant absorbé est sinusoïdal, et que le courant magnétisant I_{10} est en quadrature arrière sur le courant secondaire ramené au primaire, il vient :

$$I_{1\Psi_0} = \sqrt{\left(\frac{V_1}{m^2 R}\right)^2 + I_{10}^2}$$

avec :

$$I_{10} = \frac{R}{n_1^2} \frac{V_1}{\omega}$$

Or, $\omega\tau = n_2^2 \omega / R R$, donc :

$$I_{10} = \frac{V_1}{m^2 R} \times \frac{1}{\omega\tau} \quad \text{soit} \quad I_{1\Psi_0} = \frac{V_1}{m^2 R} \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau^2}}$$

On a donc :

$$(63) \quad \frac{I_1}{I_{1\Psi_0}} = \frac{I_1}{V_1 / m^2 R} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau^2}}} = \frac{I_1}{V_1 / m^2 R} \times \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

Avec ce mode de réduction, $I_1 / I_{1\Psi_0}$ a pour valeur 1 quand $\Psi = \Psi_{\ell_0}$.

* Des valeurs de I_2 et I_1 , on peut tirer celles du facteur de puissance primaire :

$$f_p = \frac{P}{S} = \frac{3 R I_2^2}{3 V_1 I_1} = \frac{R I_2^2}{V_1 I_1} = \frac{\left(\frac{I_2}{V_1 / m R}\right)^2}{\frac{I_1}{V_1 / m^2 R}} = \frac{\left(\frac{I_2}{V_1 / m R}\right)^2}{\frac{I_1}{I_{1\Psi_0}} \times \frac{I_{1\Psi_0}}{V_1 / m^2 R}}$$

Puisque $I_{2\Psi_0} = V_1 / m R$:

$$(64) \quad f_p = \frac{\left(\frac{I_2}{I_{2\Psi_0}} \right)^2}{\frac{I_1}{I_{1\Psi_0}} \times \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 \tau^2}}} = \frac{\frac{P}{P_{\Psi_0}}}{\frac{I_1}{I_{1\Psi_0}}} \times \frac{\omega \tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

Les courbes donnant le facteur de puissance en fonction de Ψ pour diverses valeurs de $\omega \tau$ (Figure 1.10) se déduisent aisément des courbes de puissance réduite (62) et de courant réduit (63).

Elles montrent comment se dégrade le facteur de puissance quand l'angle Ψ augmente.

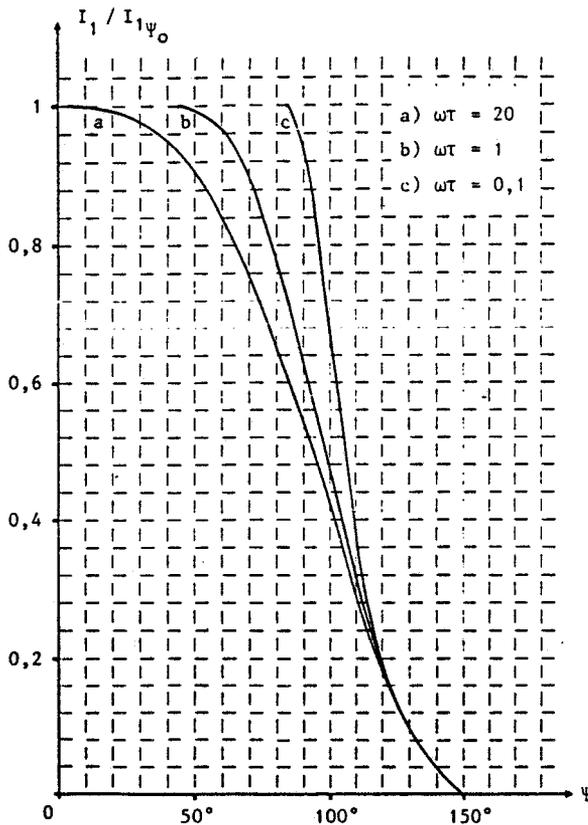


FIGURE 1.9

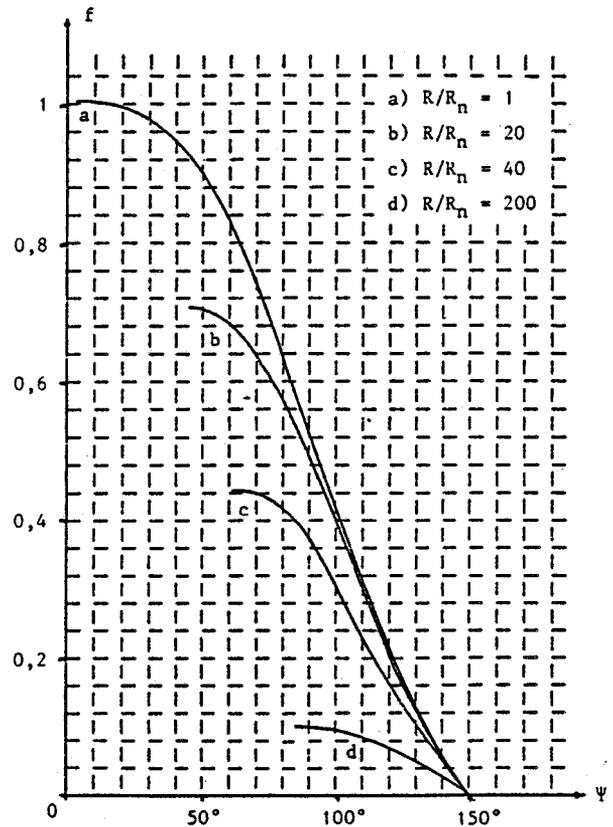


FIGURE 1.10

* La diminution du facteur de puissance avec l'augmentation de l'angle Ψ est due à deux causes :

- l'augmentation d'énergie réactive consommée, liée au déphasage de l'onde fondamentale de courant absorbé, en arrière de la tension d'alimentation,

- l'augmentation du taux d'harmoniques, c'est-à-dire de la déformation de l'onde de courant.

Pour le montrer, il est intéressant de calculer le développement en série de Fourier du courant absorbé.

Puisque la demi-onde de courant négative est identique au signe près à la demi-onde positive, le développement en série ne donnera que des harmoniques impaires. La somme instantanée $i_{1A} + i_{1B} + i_{1C}$ étant égale à 0, il n'y a pas non plus d'harmoniques de rang 3 ou multiple de 3.

On ne trouvera donc dans le développement en série que les termes de pulsation ω , 5ω , 7ω , 11ω , 13ω , ... ou plus généralement de rang $n = 6K \pm 1$.

La valeur efficace de l'harmonique de rang n est donné par :

$$I_{1n} = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

avec :

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\pi} i_{1A} \sin n \theta \, d\theta \quad \text{et} \quad B_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\pi} i_{1A} \cos n \theta \, d\theta$$

On a calculé numériquement les valeurs de $I_{1n}/I_{1\Psi_0}$ soit :

$$\frac{I_{1n}}{V_1 / m^2 R} \frac{\omega \tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

en fonction de Ψ pour différentes valeurs de $\omega \tau$ donc de la charge, pour le fondamental ($n=1$) et les premiers harmoniques ($n=5, 7, 11, 13$)

(Fig. 1.11). L'examen de ces courbes montre que la réduction de puissance s'effectue au détriment du fondamental, les harmoniques de courant ayant relativement une valeur élevée.

Les tensions d'alimentation étant sinusoïdales, la puissance réactive absorbée est portée par le fondamental

$$Q = 3 V_1 I_{11} \sin \phi_1 = 3 V_1 A_1$$

ϕ_1 étant le déphasage du courant fondamental I_{11} par rapport à la tension simple d'alimentation.

On a tracé Figure 1.12, les variations de Q ramenée à S_{Ψ_0} , la puissance apparente absorbée quand le montage fonctionne à pleine onde :

$$\frac{Q}{S_{\Psi_0}} = \frac{3 V_1 I_{11} \sin \phi_1}{3 V_1 I_{1\Psi_0}} = \frac{I_{11} \sin \phi_1}{I_{1\Psi_0}} = \frac{I_{11} \sin \phi_1}{V_1 / m^2 R} \cdot \frac{\omega \tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

On voit que l'énergie réactive consommée lorsque la charge est suffisante croît lorsque Ψ croît, passe par un maximum pour Ψ voisin de 75° , puis diminue à cause de la réduction importante du fondamental.

La présence d'harmoniques de courant au primaire peut se traduire par la notion de puissance déformante "D". En effet, les tensions du réseau sont parfaitement sinusoïdales. Dans ce cas, seul le fondamental I_{11} des courants en ligne (I_1) transportant de la puissance active, on a :

$$(65) \quad P_1 = 3 V I_{11} \cos \phi_1$$

Pour la puissance réactive, on peut distinguer séparément celle qui correspond au fondamental du courant :

$$(66) \quad Q_1 = 3 V I_{11} \sin \phi_1$$

A partir des relations (65) et (66), on peut alors définir la puissance apparente du fondamental :

$$(67) \quad S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = 3 V I_{11}$$

De par la présence d'harmoniques de courant et des puissances réactives correspondantes, il résulte que la puissance apparente totale est supérieure à S_1 . La différence se traduit en introduisant la puissance déformante D selon la relation :

$$S = \sqrt{S_1^2 + D^2} \quad \text{soit encore} \quad D = \sqrt{S^2 - S_1^2}$$

La puissance apparente totale est le produit des valeurs efficaces de la tension et du courant, ce qui se traduit par la relation suivante :

$$(68) \quad \begin{cases} S = 3 V I_1 \\ \text{avec } I_1 = \sqrt{I_{11}^2 + I_{13}^2 + I_{15}^2 + \dots} \end{cases}$$

Compte tenu des relations (67) et (68), on peut exprimer la puissance déformante D par l'expression :

$$D = 3 V \sqrt{I_1^2 - I_{11}^2} = 3 V \sqrt{I_{13}^2 + I_{15}^2 + I_{17}^2 + \dots}$$

Cette dernière expression traduit bien le lien entre la puissance déformante et la présence d'harmoniques de courant en ligne.

Nos calculs nous ont permis d'obtenir la valeur efficace du courant I_1 ainsi que celle du fondamental grâce à notre programme de recherche d'harmoniques. Il est alors aisé de donner en valeur réduite par rapport à la puissance apparente nominale du transformateur, l'allure de la variation de la puissance déformante D en fonction de l'angle de retard Ψ pour différents états de charge du transformateur (Fig. I.13).

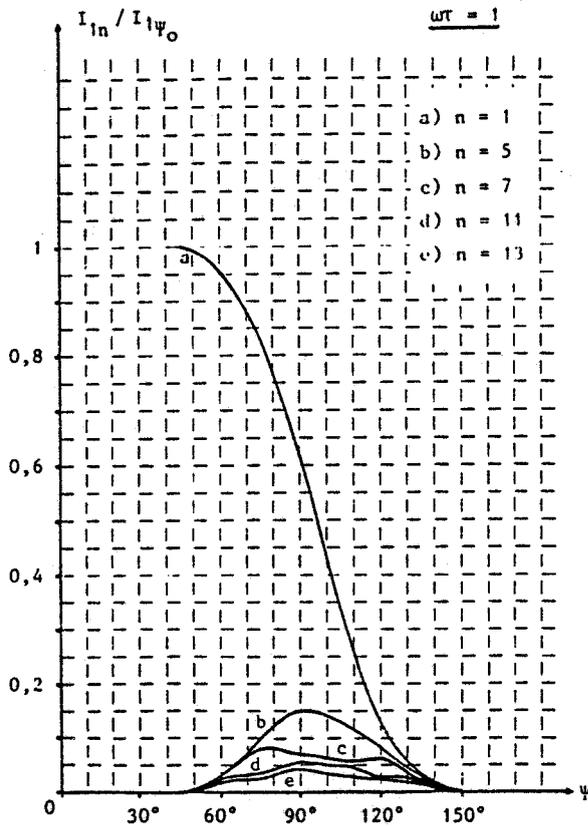


FIGURE 1.11/a

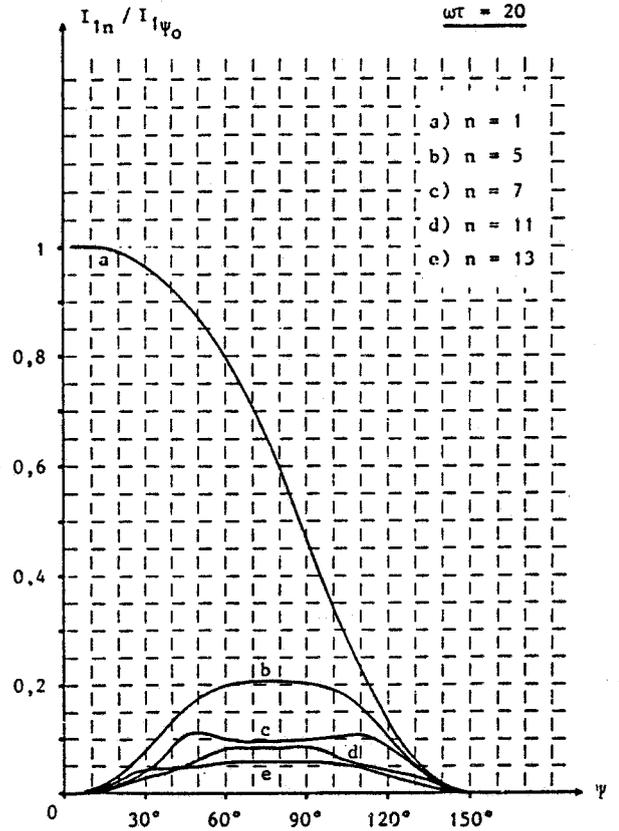


FIGURE 1.11/b

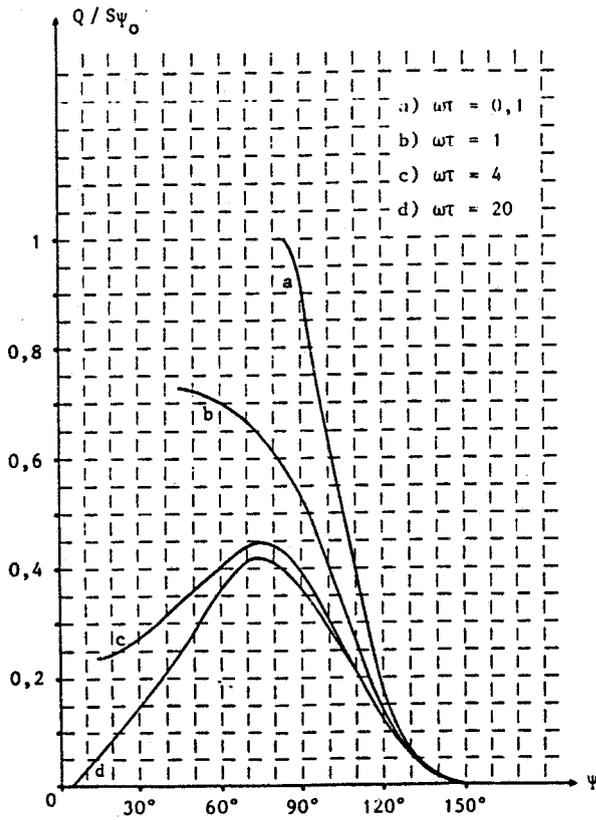


FIGURE 1.12

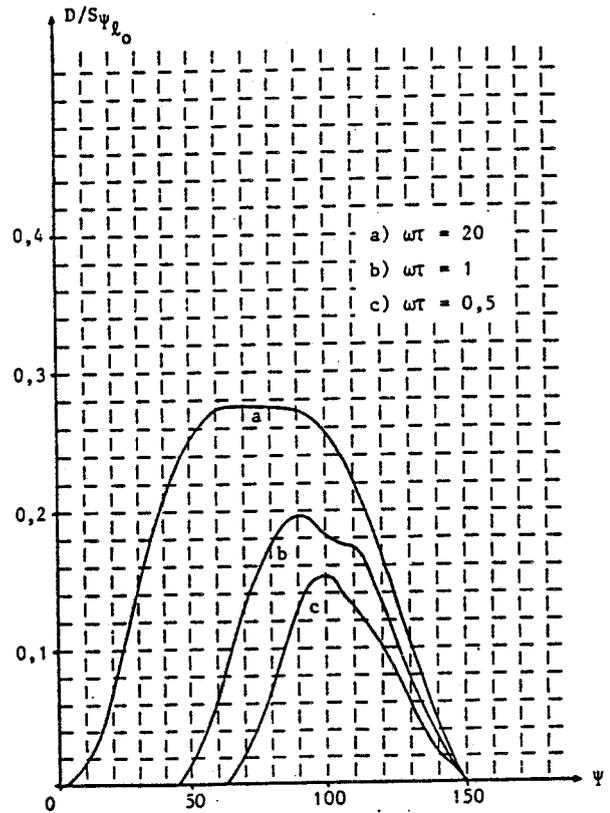


FIGURE 1.13

VI - PROBLEMES POSES PAR LA COMMANDE DU CONVERTISSEUR

- L'étude du fonctionnement a été réalisée en supposant le régime permanent établi. Celui-ci ne peut s'établir que si, lorsqu'on veut amorcer un thyristor, on débloque simultanément le thyristor qui devrait être en train de conduire en régime permanent, permettant ainsi le passage du courant dans les deux phases concernées.

De la même façon, lors du fonctionnement selon le troisième mode, il y a des intervalles où aucun redresseur ne conduit. Quand on veut débloquer un thyristor pour son premier intervalle de conduction dans la période, il faut réamorcer celui qui avait conduit pour la première fois un sixième de période auparavant.

Pour résoudre ces deux problèmes, deux solutions peuvent être envisagées :

. Commander les thyristors par des rafales d'impulsions ayant une largeur supérieure à $\pi/3$. De cette façon, lorsque l'on veut amorcer un thyristor de la série "Th" (Th_A par exemple), le thyristor de la série "Th'" qui devrait normalement conduire (Th'_B) reçoit encore sur sa gâchette les impulsions de commande. Un sixième de période plus tard, lorsqu'on amorce le thyristor suivant de la série "Th'" (Th'_C), le thyristor de la série "Th" (Th_A) est encore commandé.

. Envoyer sur les thyristors des impulsions de confirmation. On envoie simultanément sur le thyristor qui doit entrer en conduction et sur le thyristor qui devrait conduire, les signaux de déblocage. On envoie donc tous les sixièmes de période des impulsions sur Th_A et Th'_B , Th'_C et Th_A , Th_B et Th'_C , Th'_A et Th_B , Th_C et Th'_A , Th'_B et Th_C . Ce procédé, s'il permet l'envoi d'impulsions fines, nécessite l'utilisation de transformateurs à deux secondaires.

- Le retard à l'amorçage des thyristors peut être compté par rapport au zéro de tension (commande en Ψ) ou par rapport au zéro de courant (commande en α). Ces deux procédés présentent chacun des inconvénients.

. Avec la commande en Ψ , le réglage de la puissance s'opère dès que Ψ devient inférieur à 150° , mais la puissance maximum est obtenue quand Ψ atteint la valeur Ψ_{ℓ_0} , cette valeur dépendant du paramètre $\omega\tau$. Pour les valeurs de Ψ inférieures à Ψ_{ℓ_0} , il est possible d'obtenir des fonctionnements stables, mais anormaux, les courants dans les trois phases ne sont plus équilibrés.

Pour éviter d'obtenir ce fonctionnement déséquilibré, il faut que les impulsions de déblocage envoyées sur le thyristor Th_A par exemple, à partir de l'instant où $\theta = \Psi$, avec $\Psi < \Psi_{\ell_0}$, soient encore envoyées à ce thyristor quand $\theta = \Psi_{\ell_0}$. Puisque, selon les valeurs de $\omega\tau$, Ψ_{ℓ_0} peut varier de 0 à $\pi/2$, si l'on veut par la commande en Ψ obtenir toute la gamme de puissance, il faut disposer de trains d'impulsions de largeur au moins égale à $\pi/2$ et pouvant être déphasées par rapport au zéro de tension de 0 à 150° . Dans ces conditions, quelle que soit la valeur de Ψ_{ℓ_0} , quand $\Psi < \Psi_{\ell_0}$, le gradateur fonctionne pleine onde, puis quand Ψ croît jusqu'à 150° , le réglage de puissance s'opère.

. Avec la commande en α , le réglage de la puissance s'opère entre deux bornes fixes, indépendantes de $\omega\tau$. Dès que α est positif, le réglage commence, quand il atteint $2\pi/3$, tous les thyristors sont bloqués. Cette supériorité apparente de ce mode de commande ne doit pas masquer une grave difficulté. On a montré que pendant le deuxième mode l'angle α reste constant et égal à $2\pi/3$. Si donc on commande en α , on ne peut obtenir les valeurs de la puissance correspondant au deuxième mode. Les caractéristiques des Figures 1.7 et 1.8 montrent les brusques discontinuités de puissance quand α passe par la valeur $\pi/3$.

Si l'on veut opérer un réglage continu de la puissance débitée, il faut utiliser une commande en Ψ , la mesure de l'angle α peut être utilisée en guise de contrôle. En effet, quand Ψ tend vers Ψ_{ℓ_0} , α tend vers 0, en interdisant à α de s'annuler, on interdit les valeurs de $\Psi < \Psi_{\ell_0}$ et il n'est plus nécessaire alors de commander les gradateurs par des trains d'impulsions de largeur $\pi/2$.

Les modes de commande qui viennent d'être développées permettent d'assurer le bon fonctionnement du convertisseur, tant à la mise sous tension qu'en fonctionnement en régime permanent équilibré. L'expérience confirme ces résultats mais montre également les défauts présentés par

le montage avec ces commandes, lors de la coupure accidentelle d'une résistance de charge.

L'analyse du fonctionnement et les contraintes supportées par les thyristors dans ces conditions, ne peuvent être traitées facilement par une méthode analytique. En effet, les conséquences d'une rupture de phase secondaire dépendent du niveau de la charge et surtout de l'instant de la coupure.

Une partie du Chapitre V sera consacrée à cette étude, le problème sera abordé de deux façons :

- par l'examen des relations générales d'Ampère-tours et l'observation des planches 1 à 16,

- par une méthode de simulation [37] [44] qui permettra une étude de cas systématique.

On peut dire, dès à présent, que, moyennant une commande optimisée des thyristors, tout risque de destruction de ces derniers par suite d'une cassure de résistance de charge peut être évité.

CHAPITRE II

MONTAGE GRADATEUR / TRANSFORMATEUR TRIANGLE - ETOILE
THYRISTORS DANS LE TRIANGLE / CHARGE RESISTIVE

I - MONTAGE ETUDIE. HYPOTHESES ET NOTATIONS

Le gradateur triphasé tout thyristors est constitué de 3 groupes de 2 thyristors Th_A , $Th'_A - Th_B$, $Th'_B - Th_C$, Th'_C connectés en parallèle inverse et insérés dans le triangle formé par les enroulements primaires.

Le secondaire, couplé en étoile, alimente un récepteur formé de 3 résistances égales, de valeur R (Fig. 2.1).

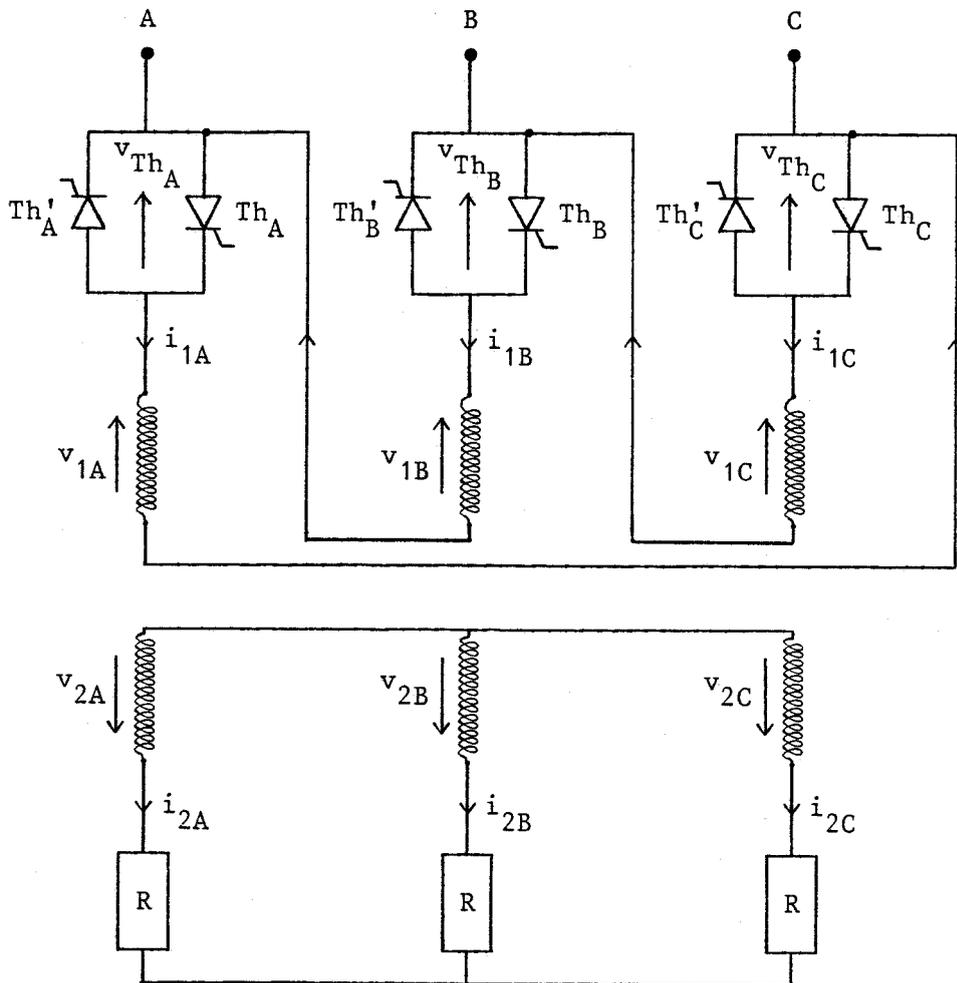


FIGURE 2.1

On désigne par $[u]$ le vecteur colonne formé par les tensions composées d'alimentation. Le neutre, s'il existe, n'est pas utilisé. On a :

$$[u] = \begin{bmatrix} u_{AC} \\ u_{BA} \\ u_{CB} \end{bmatrix} = U_m \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - 2\pi/3) \\ \sin (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

avec $\theta = \omega t$ $\omega = 2\pi/T$ et $U_m = \sqrt{2} U$

Les tensions aux bornes des enroulements primaire et secondaire du transformateur et celles aux bornes des thyristors seront notées respectivement :

$$[v_1] \quad [v_2] \quad \text{et} \quad [v_{Th}]$$

avec :

$$[v_1] = \begin{bmatrix} v_{1A} \\ v_{1B} \\ v_{1C} \end{bmatrix} \quad [v_2] = \begin{bmatrix} v_{2A} \\ v_{2B} \\ v_{2C} \end{bmatrix} \quad [v_{Th}] = \begin{bmatrix} v_{ThA} \\ v_{ThB} \\ v_{ThC} \end{bmatrix}$$

De même, les courants en ligne et dans les enroulements primaire et secondaire du transformateur, s'écrivent respectivement :

$$[j] = \begin{bmatrix} j_A \\ j_B \\ j_C \end{bmatrix} \quad [i_1] = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{bmatrix} \quad [i_2] = \begin{bmatrix} i_{2A} \\ i_{2B} \\ i_{2C} \end{bmatrix}$$

Le transformateur est à flux forcé, on néglige la saturation magnétique, les pertes actives dans le fer et les flux de fuite. On ne tient pas compte de la dissymétrie de construction et on néglige la résistance des enroulements.

Les réluctances des noyaux sont notés R et les flux à travers ceux-ci sont désignés par le vecteur :

$$\begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}$$

Les thyristors sont débloqués tous les sixièmes de période dans l'ordre suivant :

$$Th_A, Th'_C, Th_B, Th'_A, Th_C, Th'_B$$

Le retard à l'amorçage du thyristor Th_A est noté Ψ . Le montage étant symétrique, les grandeurs électriques relatives à chaque phase ont les mêmes variations au décalage de $1/3$ à $2/3$ de période près. Les thyristors formant un "gradateur" sont enclenchés en alternance toutes les demi-périodes et les variations des grandeurs électriques sont telles que leurs alternances positive et négative sont identiques au signe près.

C'est ainsi qu'au niveau des flux, on peut écrire :

$$\begin{cases} \phi_A(\theta) = \phi_B(\theta + 2\pi/3) = \phi_C(\theta - 2\pi/3) \\ \phi_A(\theta) = -\phi_A(\theta \pm \pi) = \phi_A(\theta + 2\pi) \end{cases}$$

La connaissance de ϕ_A , ϕ_B et ϕ_C pendant un sixième de période est suffisante pour connaître l'expression de chacun d'eux tout au long de celle-ci. C'est ainsi que pour ϕ_A par exemple, on peut écrire :

$$\begin{array}{ll} \phi_A(\theta + \pi/3) = -\phi_B(\theta) & \phi_A(\theta + 4\pi/3) = \phi_B(\theta) \\ \phi_A(\theta + 2\pi/3) = \phi_C(\theta) & \phi_A(\theta + 5\pi/3) = -\phi_C(\theta) \\ \phi_A(\theta + \pi) = -\phi_A(\theta) & \phi_A(\theta + 2\pi) = \phi_A(\theta) \end{array}$$

Ces propriétés de symétrie permettent de n'effectuer l'analyse du fonctionnement que pendant l'intervalle $[\Psi, \Psi + \pi/3]$.

II - RELATIONS GENERALES

Les relations ci-dessous, sont indépendantes de Ψ . On peut donc donner un certain nombre de relations générales, qui ne dépendent que des caractéristiques du montage étudié.

Si l'on désigne par n_1 et n_2 , les nombres de spires des enroulements primaire et secondaire, et m le rapport de transformation $m = n_1 / n_2$, on a :

$$(1) \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = n_1 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

d'où :

$$(2) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = n_2 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

Les tensions aux bornes des thyristors se déduisent facilement de l'examen de la Figure 2.1, soit :

$$(3) \quad \begin{bmatrix} v_{Th} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix}$$

Les courants en ligne au primaire sont donnés par :

$$(4) \quad \begin{bmatrix} j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{1A} - i_{1B} \\ i_{1B} - i_{1C} \\ i_{1C} - i_{1A} \end{bmatrix}$$

et leur somme est nulle, soit :

$$j_A + j_B + j_C = 0$$

Les enroulements secondaires étant en étoile :

$$(5) \quad i_{2A} + i_{2B} + i_{2C} = 0$$

Le transformateur est à flux forcé, par suite :

$$(6) \quad \phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$$

La somme des courants primaires est égale à 3 fois la composante homopolaire :

$$(7) \quad i_o = \frac{1}{3} [i_{1A} + i_{1B} + i_{1C}]$$

En dérivant (6) et en utilisant (1), on tire :

$$(8) \quad \begin{cases} v_{1A} + v_{1B} + v_{1C} = 0 \\ v_{2A} + v_{2B} + v_{2C} = 0 \end{cases}$$

En désignant par N et N' les points neutre du secondaire du transformateur et du récepteur, il vient :

$$v_{N'} - v_N = v_{2A} - R i_{2A} = v_{2B} - R i_{2B} = v_{2C} - R i_{2C}$$

soit :

$$3 (v_{N'} - v_N) = v_{2A} + v_{2B} + v_{2C} - R (i_{2A} + i_{2B} + i_{2C})$$

Compte tenu des relations (5) et (8), on a :

$$v_N - v_{N'} = 0$$

donc les neutres sont équipotentiels et l'on peut écrire :

$$(9) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix}$$

Ecrivons maintenant les relations de compensation des Ampères-tours des mailles magnétiques :

$$n_1 (i_{1A} - i_{1B}) - n_2 (i_{2A} - i_{2B}) = R (\phi_A - \phi_B)$$

$$n_1 (i_{1B} - i_{1C}) - n_2 (i_{2B} - i_{2C}) = R (\phi_B - \phi_C)$$

$$n_1 (i_{1C} - i_{1A}) - n_2 (i_{2C} - i_{2A}) = R (\phi_C - \phi_A)$$

soit, avec $m = n_1 / n_2$:

$$(10) \quad i_{1A} - i_{1B} = \frac{1}{m} (i_{2A} - i_{2B}) + \frac{R}{n_1} (\phi_A - \phi_B)$$

$$(11) \quad i_{1B} - i_{1C} = \frac{1}{m} (i_{2B} - i_{2C}) + \frac{R}{n_1} (\phi_B - \phi_C)$$

$$(12) \quad i_{1C} - i_{1A} = \frac{1}{m} (i_{2C} - i_{2A}) + \frac{R}{n_1} (\phi_C - \phi_A)$$

III - ETUDE DU FONCTIONNEMENT

Pour l'analyse du fonctionnement de l'ensemble, et le tracé des formes d'ondes, il suffit d'étudier les variations des grandeurs électriques pour les valeurs de θ comprises entre Ψ et $\Psi + \pi/3$. En effet, des considérations de symétrie et de périodicité des grandeurs triphasées de même nature, on tire des relations d'égalité comme celle qui concerne les flux, ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}_{\text{à } \theta} = - \begin{bmatrix} \phi_C \\ \phi_A \\ \phi_B \end{bmatrix}_{\text{à } \theta + \pi/3}$$

Lorsque l'on fait croître l'angle Ψ , 4 modes de fonctionnement se succèdent, chacun de ces modes étant caractérisé par le nombre de thyristors passants.

III.1 - Mode préliminaire : 3 ou 2 thyristors passants

Si, dans ce mode, il existe toujours 3 ou 2 thyristors passants, avant l'enclenchement du thyristor Th_A , deux autres thyristors (Th_C et Th'_B) étaient conducteurs. L'enclenchement de Th_A , à $\theta = \Psi$ permet de relier les 3 phases du transformateur au réseau, c'est le fonctionnement à 3 thyristors passants.

Ce fonctionnement cesse quand, pour $\theta = \theta_0$, le courant s'annule dans le thyristor Th_C . Seuls restent alors conducteurs, Th_A et Th'_B , jusqu'à l'enclenchement de Th'_C pour $\theta = \Psi + \pi/3$.

L'instant θ_0/ω de passage du régime à 3 thyristors passants, au régime à deux thyristors conducteurs, dépend bien sûr de la commande, mais également de l'état de charge du transformateur, ce qui complique sensiblement la compréhension des phénomènes.

III.1.1 - Equations de fonctionnement dans le premier intervalle du mode préliminaire

Un redresseur par phase étant en conduction, on a :

$$(13) \quad \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ u \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} v_{Th} \\ v_{Th} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(14) \quad \begin{bmatrix} v_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} u \\ u \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

donc :

$$(15) \quad \begin{bmatrix} i_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{m R} \begin{bmatrix} u \\ u \end{bmatrix}$$

Compte tenu de la relation (1) et par intégration, il vient :

$$(16) \quad \begin{bmatrix} \phi \\ \phi \end{bmatrix} = - \frac{U_m}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos (\theta - 2\pi/3) \\ \cos (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix}$$

Un thyristor par phase étant passant, les courants choisissent les chemins de moindre réactance et assurent la compensation des ampères-tours par noyau magnétique. Les relations (10), (11) et (12) peuvent être regroupées sous la forme matricielle :

$$(17) \quad n_1 \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = n_2 \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

soit encore :

$$(18) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} + \frac{R}{n_1} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = \frac{1}{m^2 R} \begin{bmatrix} u \end{bmatrix} + \frac{R}{n_1} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

Les courants en ligne et les tensions aux bornes des thyristors sont donnés respectivement par les relations (4) et (3).

III.1.2 - Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du mode préliminaire

Seuls Th_A et Th'_B sont conducteurs, donc :

$$v_{1A} = u_{AC} \quad \text{et} \quad v_{1B} = u_{BA}$$

Compte tenu de la relation générale (8), il vient :

$$v_{1C} = -v_{1A} - v_{1B} = u_{CB}$$

Les tensions primaires, secondaires et les flux seront donc inchangés, les relations (13), (14), (15) et (16) restent valables. On peut dès lors comprendre qu'il n'y a pas de réglage possible du courant secondaire.

Des équations d'Ampères-tours (10), (11) et (12), et puisque $i_{1C} = 0$, il vient :

$$(19) \quad i_{1A} = (i_{2A} - i_{2C})/m + R(\phi_A - \phi_C)/n_1$$

$$(20) \quad i_{1B} = (i_{2B} - i_{2C})/m + R(\phi_B - \phi_C)/n_1$$

III.1.3 - Détermination des constantes d'intégration

La détermination des constantes d'intégration s'effectue à partir de trois propriétés générales :

- Le transformateur est à flux forcé et la somme algébrique des flux est donc nulle (relation (6)).

- Les flux ne peuvent pas subir de discontinuité, les valeurs des flux à la fin du premier intervalle et au début du second à l'instant $\theta = \theta_0$ sont inchangées.

- Le montage présente des propriétés de symétrie conduisant aux équations de bouclage sur un sixième de période, tel que :

$$(21) \quad \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix} \text{ à } \theta = \psi \quad = - \quad \begin{bmatrix} \phi_C \\ \phi_A \\ \phi_B \end{bmatrix} \text{ à } \theta = \psi + \pi/3$$

Les expressions des flux dans le vecteur de gauche sont celles du premier intervalle de fonctionnement ; celles du vecteur de droite correspondent au deuxième intervalle.

L'application de la première propriété et l'examen de l'expression des flux donné par la relation (16) conduit à :

$$(22) \quad K_1 + K_2 + K_3 = 0$$

Considérant le deuxième intervalle, pour lequel $i_{1C} = 0$ et considérant la relation (18) concernant les courants, il vient :

$$\frac{i_{2C}}{m} = - \frac{R}{n_1} \phi_C$$

Partant de l'expression du courant secondaire donné par la relation (15) et celle du flux (16), on a :

$$\frac{u_{CB}}{m^2 R} = - \frac{R \phi_C}{n_1}$$

soit :

$$(23) \quad \frac{U_m}{m^2 R} \sin (\theta - 4\pi/3) = \frac{R}{n_1} \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\theta - 4\pi/3) - \frac{R}{n_1} K_3$$

En particulier, cette relation peut s'écrire à $\theta = \theta_0$, soit, en posant :

$$(24) \quad \tau = n_2^2 / R R$$

$$(25) \quad \sin (\theta_0 - 4\pi/3) = \frac{1}{\omega \tau} \left[\cos (\theta_0 - 4\pi/3) - K_3 \frac{n_1 \omega}{U_m} \right]$$

L'application de la troisième propriété rappelée ci-dessus par la relation (21) s'écrit, compte tenu de l'expression du flux (16) :

$$- \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi + \pi/3) + K_1 = \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - 2\pi/3) - K_2$$

et :

$$- \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - \pi/3) + K_2 = \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - 4\pi/3) - K_3$$

ce qui conduit facilement à :

$$k_1 + K_2 = 0 \quad \text{et} \quad K_2 + K_3 = 0$$

Compte tenu de la relation (21) on trouve en définitif :

$$(26) \quad K_1 = K_2 = K_3 = 0$$

Ce résultat ne doit pas nous surprendre car le régime de fonctionnement est "permanent".

Si l'on reporte ce résultat dans l'expression (25), il vient :

$$(27) \quad \sin (\theta_o - 4\pi/3) = \frac{1}{\omega T} \cos (\theta_o - 4\pi/3)$$

Cette relation (27) reste valable si l'angle $(\theta_o - 4\pi/3)$ est augmenté de π . On aura alors :

$$\operatorname{tg} (\theta_o - \pi/3) = \frac{1}{\omega T} \cos (\theta_o - \pi/3)$$

soit encore :

$$(28) \quad \theta_o = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{1}{\omega T} + \frac{\pi}{3}$$

La caractéristique $\theta_o (\omega T)$ est donnée Figure 2.2.

III.1.4 - Limites de fonctionnement dans le mode préliminaire

L'analyse du fonctionnement présentée suppose évidemment l'existence de 2 régimes : le régime à 3 thyristors passants, suivi du régime à 2 thyristors passants.

Ce mode préliminaire existe pour des valeurs de Ψ comprises entre deux "butées" dépendant de l'état de charge du transformateur.

La **butée basse** notée $\Psi_{\ell_{oo}}$ correspond au fonctionnement à "toujours 3 thyristors passants". Dans ces conditions, le primaire du transformateur est constamment relié à la source d'alimentation, le gradateur est équivalent à un interrupteur tripolaire fermé et fonctionne à "pleine onde".

Pour cette valeur $\Psi_{\ell_{oo}}$ de Ψ , le régime à 2 thyristors disparaît, il faut donc que :

$$\theta_o = \Psi_{\ell_{oo}} + \pi/3 \quad \text{soit} \quad \Psi_{\ell_{oo}} = \theta_o - \pi/3$$

Compte tenu de l'expression de θ_o (28), il vient :

$$(29) \quad \Psi_{\ell_{oo}} = \text{Arc tg } \frac{1}{\omega T}$$

La caractéristique $\Psi_{\ell_{oo}} (\omega T)$ est donnée Figure 2.2.

La **butée haute**, notée Ψ_{ℓ_o} correspond à la valeur particulière de Ψ pour laquelle disparaît le fonctionnement des 2 thyristors précédemment passants lorsque θ atteint la fin de l'intervalle d'étude à savoir $\Psi + \pi/3$ qui vaut alors $\Psi_{\ell_o} + \pi/3$.

Si l'on se souvient que ce sont les thyristors Th_A et Th'_B qui fonctionnent dans le deuxième intervalle, la remarque précédente peut se traduire par la condition :

$$i_{1B} = 0 \quad \text{pour} \quad \theta = \Psi_{\ell_o} + \pi/3$$

D'une des relations d'Ampères-tours (11) on tire :

$$i_{1B} = (i_{2B} - i_{2C})/m + R(\phi_B - \phi_C)/n_1$$

Compte tenu des courants secondaires (15), des tensions réseau et des flux (16) ainsi que des valeurs des constantes d'intégration (26), il vient :

$$i_{1B} = \frac{U_m}{m^2 R} \left[\sin (\theta - 2\pi/3) - \sin (\theta - 4\pi/3) \right] + \\ + \frac{R}{n_1} \left[\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\theta - 4\pi/3) - \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\theta - 2\pi/3) \right]$$

soit, après simplification :

$$(30) \quad i_{1B} = - \frac{U_m \sqrt{3}}{m^2 R} \left[\cos \theta + \frac{1}{\omega T} \sin \theta \right]$$

Quand i_{1B} s'annule pour $\theta = \Psi_{\ell_o} + \pi/3$, la relation (30) conduit à :

$$\operatorname{tg} (\Psi_{\ell_0} - 2\pi/3) = - \omega \tau$$

soit :

$$(31) \quad \Psi_{\ell_0} = - \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \omega \tau + 2\pi/3$$

La caractéristique $\Psi_{\ell_0} (\omega \tau)$ est donnée Figure 2.2.

Ce mode préliminaire ne présente pas d'intérêt puisqu'il ne permet pas le réglage du courant dans le récepteur. Il cesse quand i_{1B} s'annule, i_{1C} étant déjà nul. Il y a alors une brusque modification dans l'allure des ondes du courant dans les enroulements primaires sans affecter pour autant celles des courants dans la charge et en ligne, on observe alors un régime à 2 thyristors toujours passants suivi d'un régime à 2 ou 1 thyristor(s) passant(s).

III.2 - Premier mode de fonctionnement : 2 ou 1 thyristor(s) passant(s)

Le premier mode débute dès que Ψ devient supérieur à Ψ_{ℓ_0} , Ψ_{ℓ_0} étant la limite haute du mode préliminaire. On observe alors la conduction des thyristors Th_A et Th_B' . Dès que l'on atteint l'instant θ_1/ω , avec $\theta_1 \in (\Psi, \Psi + \pi/3)$, le thyristor Th_B' se bloque.

Il y a donc deux intervalles d'étude selon que θ est inférieur ou supérieur à l'angle critique θ_1 .

III.2.1 - Equations de fonctionnement dans le premier intervalle du premier mode

Pour $\theta \in (\Psi, \theta_1)$, on suppose les thyristors Th_A et Th_B' convenablement commandés pour être rendus conducteurs. Ces deux thyristors étaient seuls conducteurs pendant le deuxième intervalle du mode précédent, les équations de fonctionnement sont celles du deuxième intervalle du mode préliminaire, aux constantes près. On obtient donc :

$$(32) \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \end{bmatrix}$$

$$(33) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} u \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix}$$

donc :

$$(34) \quad \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{m R} \begin{bmatrix} u \end{bmatrix}$$

$$(35) \quad \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = - \frac{U_m}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos (\theta - 2\pi/3) \\ \cos (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K'_1 \\ K'_2 \\ K'_3 \end{bmatrix}$$

Les courants primaires sont donnés par les relations d'Ampères-tours (10), (11) et (12), ce qui donne :

$$(36) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} i_{2A} - i_{2C} \\ i_{2B} - i_{2C} \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{R}{n_1} \begin{bmatrix} \phi_A - \phi_C \\ \phi_B - \phi_C \\ 0 \end{bmatrix}$$

Calculons le courant i_{1A} plus précisément. A partir des relations (35), (36) et (9), on peut écrire :

$$i_{1A} = (i_{2A} - i_{2C})/m + R(\phi_A - \phi_C)/n_1$$

avec :

$$i_{2A} - i_{2C} = \frac{1}{m R} (u_{AC} - u_{CB})$$

Soit, après simplification :

$$(37) \quad i_{2A} - i_{2C} = \frac{U_m \sqrt{3}}{m R} \sin (\theta - \pi/6)$$

$$(41) \quad \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{m^2} \frac{U_m}{R} \left[\sin(\theta - \pi/6) - \frac{1}{\omega\tau} \sin(\theta + \pi/3) \right] + \frac{n_1}{m^2 R \tau} (K'_1 - K'_3) \\ - \frac{\sqrt{3}}{m^2} \frac{U_m}{R} \left[\cos \theta + \frac{1}{\omega\tau} \sin \theta \right] + \frac{n_1}{m^2 R \tau} (K'_2 - K'_3) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les courants en ligne et les tensions aux bornes des thyristors sont donnés par les relations générales (4) et (3). A l'instant correspondant à $\theta = \theta_1$, le thyristor Th'_B va se bloquer suite à l'annulation du courant i_{1B} .

III.2.2 - Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du premier mode

L'angle $\theta \in (\theta_1, \Psi + \pi/3)$. Seul le thyristor Th_A est passant. La tension réseau u_{AC} est appliquée sur le premier enroulement primaire et se retrouve également aux bornes de l'ensemble des deux autres enroulements et gradateurs associés. On a :

$$(42) \quad u_{AC} = v_{1A}$$

Par suite, au secondaire, on a :

$$(43) \quad v_{2A} = u_{AC} / m$$

et :

$$(44) \quad i_{2A} = u_{AC} / m R$$

Compte tenu de la relation (42) et par intégration, on obtient le flux dans la première colonne :

$$(45) \quad \phi_A = - \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \theta + K''$$

et :

$$\phi_A - \phi_C = + \frac{U_m}{n_1 \omega} \left[\cos (\theta - 4\pi/3) - \cos \theta \right] + K'_1 - K'_3$$

Soit, après simplification :

$$(38) \quad \phi_A - \phi_C = - \frac{U_m \sqrt{3}}{n_1 \omega} \left[\sin (\theta + \pi/3) \right] + K'_1 - K'_3$$

Calculons le courant primaire i_{1B} . De la même façon que précédemment et à partir des relations (35), (36) et (9), on peut écrire :

$$i_{1B} = (i_{2B} - i_{2C})/m + R(\phi_B - \phi_C)/n_1$$

avec :

$$i_{2B} - i_{2C} = \frac{1}{m R} (u_{BC} - u_{CA})$$

Soit, après simplification :

$$(39) \quad i_{2B} - i_{2C} = - \frac{1}{m R} \sqrt{3} \cos \theta$$

et :

$$\phi_B - \phi_C = \frac{U_m}{n_1 \omega} \left[\cos (\theta - 4\pi/3) - \cos (\theta - 2\pi/3) \right] + K'_2 - K'_3$$

Soit, après simplification :

$$(40) \quad \phi_B - \phi_C = - \frac{U_m \sqrt{3}}{n_1 \omega} \sin \theta + K'_2 - K'_3$$

Le vecteur colonne des courants primaires s'écrit alors, à partir des relations (36), (37), (38) et (40) :

Comme la somme des flux est nulle, on a :

$$(46) \quad \phi_B + \phi_C = -\phi_A = \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \theta + K''$$

Nous allons chercher les flux dans les autres colonnes, à partir de l'expression (3) des courants en ligne et (11) des relations d'Ampères-tours. On a :

$$(47) \quad j_2 = i_{1B} - i_{1C} = 0 = \frac{1}{m} (i_{2B} - i_{2C}) + \frac{R}{n_1} (\phi_B - \phi_C)$$

d'où :

$$\phi_B - \phi_C = \frac{i_{2B} - i_{2C}}{m R} n_1$$

Compte tenu de l'expression des courants secondaires (9) et de celle des tensions secondaires (2), on obtient :

$$\phi_B - \phi_C = \frac{n_1 n_2}{m R R} \left[\frac{d\phi_C}{dt} - \frac{d\phi_B}{dt} \right]$$

Soit :

$$(48) \quad \phi_B - \phi_C = C e^{-(\theta-\Psi)/\omega\tau} \quad \text{avec} \quad \tau = n_2^2 / R R$$

A partir des relations (45), (46) et (48), on obtient aisément :

$$(49) \quad \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \theta + K'' \\ \frac{1}{2} \left(\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \theta - K'' \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \theta - K'' \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{C}{2} e^{-\frac{\theta-\Psi}{\omega\tau}} \\ -\frac{C}{2} e^{-\frac{\theta-\Psi}{\omega\tau}} \end{bmatrix}$$

Cherchons maintenant le courant i_{1A} au primaire du transformateur, en utilisant la relation d'Ampères-tours (10) :

$$i_{1A} = (i_{2A} - i_{2B})/m + R(\phi_A - \phi_B)/n_1$$

Le courant secondaire i_{2A} est donné par la relation (43). Le courant i_{2B} vaut, d'après (2) et (9) :

$$i_{2B} = \frac{1}{m R} (n_2 \frac{d\phi_B}{dt})$$

Connaissant l'expression des flux (48), il vient :

$$i_{1A} = \frac{3 U_m \sin \theta}{2 m^2 R} + C \frac{n_2}{2 \tau m R} e^{-(\theta-\Psi)/\omega\tau} + \\ + \frac{n_2^2}{R \tau n_1} \left[-\frac{3}{2} \frac{U_m \cos \theta}{n_1 \omega} + \frac{3}{2} K'' - \frac{C}{2} e^{-(\theta-\Psi)/\omega\tau} \right]$$

avec :

$$\tau = n_2^2 / R R$$

En simplifiant davantage, on obtient finalement :

$$(50) \quad \begin{bmatrix} i_1 \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \frac{U_m}{m^2 R} \left[\sin \theta - \frac{1}{\omega\tau} \cos \theta \right] + \frac{3}{2} \frac{K'' n_1}{m^2 R \tau} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les courants en ligne se déduisent immédiatement des relations (4) et (50) puisque, ici :

$$(51) \quad \begin{bmatrix} j \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ 0 \\ -i_{1A} \end{bmatrix}$$

Cherchons maintenant les tensions v_{2B} et v_{2C} . Elles sont obtenues à partir des flux par la relation (2). Compte tenu de l'expression des flux (49), il vient :

$$\begin{cases} v_{2B} = n_2 \frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{U_m}{2m} \sin \theta - \frac{C}{2\tau} n_2 e^{-(\theta-\psi)/\omega\tau} \\ v_{2C} = n_2 \frac{d\phi_C}{dt} = -\frac{U_m}{2m} \sin \theta + \frac{C}{2\tau} n_2 e^{-(\theta-\psi)/\omega\tau} \end{cases}$$

d'où les vecteurs $[v_2]$ et $[v_1]$ par l'expression :

$$(52) \quad [v_2] = \frac{1}{m} [v_1] = \frac{U_m}{m} \sin \theta \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} + \frac{C n_2}{2\tau} e^{-(\theta-\psi)/\omega\tau} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Les tensions aux bornes des thyristors sont données par la relation générale (3). Les courants secondaires se déduisent directement des tensions $[v_2]$ par la relation générale (9) :

$$[i_2] = \frac{1}{R} [v_2]$$

III.2.3 - Détermination des constantes d'intégration

La détermination des constantes se fait à partir des propriétés générales suivantes :

- Les flux ne peuvent pas subir de discontinuité, les valeurs à la fin du premier intervalle et au début du second, à l'instant $\theta = \theta_1$ sont inchangées.

- Le montage présente des propriétés de symétrie conduisant aux équations de bouclage sur un sixième de période, traduites auparavant par la relation (21).

III.2.3.1 - Première propriété :

La continuité du flux à $\theta = \theta_1$ s'écrit :

$$\left[\phi \right]_{\theta_1 - \epsilon} = \left[\phi \right]_{\theta_1 + \epsilon}$$

$\left[\phi \right]_{\theta_1 - \epsilon}$ est le vecteur flux dans le premier intervalle de fonctionnement à $\theta = \theta_1$.

$\left[\phi \right]_{\theta_1 + \epsilon}$ est le vecteur flux dans le deuxième intervalle.

Soit, en utilisant les relations (35) et (49) :

$$-\frac{U_m}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \\ \cos (\theta_1 - 2\pi/3) \\ \cos (\theta_1 - 4\pi/3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K'_1 \\ K'_2 \\ K'_3 \end{bmatrix} =$$

(53)

$$= -\frac{U_m}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \\ -\frac{1}{2} \cos \theta_1 \\ -\frac{1}{2} \cos \theta_1 \end{bmatrix} + K'' \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} + \frac{C}{2} e^{-(\theta - \Psi)/\omega\tau} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

L'égalité des premières lignes conduit à :

$$(54) \quad K'' = K'_1$$

L'égalité des deuxièmes lignes de la relation (53) conduit à :

$$-\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\theta_1 - 2\pi/3) + K'_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \theta_1 \right] + \frac{C}{2} e^{-(\theta_1 - \Psi)/\omega\tau} - \frac{K''}{2}$$

d'où :

$$(55) \quad K_2' + \frac{K''}{2} = \frac{C}{2} e^{-(\theta_1 - \Psi)/\omega\tau} + \frac{U_m \sqrt{3}}{n_1 \omega} \sin \theta_1$$

III.2.3.2 - Deuxième propriété :

Les propriétés de symétrie s'expriment, à partir des relations (21), (35) et (49), par l'égalité :

$$\begin{aligned}
 & - \frac{U_m}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos \Psi \\ \cos (\Psi - 2\pi/3) \\ \cos (\Psi - 4\pi/3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1' \\ K_2' \\ K_3' \end{bmatrix} = \\
 & = \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi + \pi/3) \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} - K'' \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} - \\
 & \frac{C}{2} e^{-\frac{\pi/3}{\omega\tau}} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Compte tenu de la relation (54), l'égalité des premières lignes s'écrit :

$$(56) \quad K_1' = C e^{-\pi/3\omega\tau} + \frac{\sqrt{3} U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - \pi/6)$$

L'égalité des deuxièmes lignes s'écrit :

$$- \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - 2\pi/3) + K_2' = \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi + \pi/3) - K''$$

soit, après simplification :

$$(57) \quad K_2' + K'' = 0$$

La relation (6) appliquée au premier intervalle du premier mode conduit à :

$$(58) \quad K_1' + K_2' + K_3' = 0$$

L'examen des relations (54), (57) et (58) permet enfin d'obtenir :

$$(59) \quad \begin{cases} K_2' = -K'' = -K_1' \\ K_3' = 0 \end{cases}$$

Compte tenu de la relation (59), la relation (55) s'écrit :

$$(60) \quad K_1' = -C e^{-(\theta_1 - \Psi)/\omega\tau} - \frac{U_m \sqrt{3}}{n_1 \omega} \sin \theta_1$$

La relation (56) permet d'exprimer la constante C en fonction de K_1' par :

$$(61) \quad C = \left[K_1' - \frac{U_m \sqrt{3}}{n_1 \omega} \cos (\Psi - \pi/6) \right] e^{\pi/3\omega\tau}$$

En reportant l'expression de C (61) dans la relation (60), on obtient :

$$(62) \quad K_1' = \frac{\frac{U_m \sqrt{3}}{n_1 \omega} \left[\cos (\Psi - \pi/6) e^{-(\theta_1 - \Psi - \pi/3)/\omega\tau} - \sin \theta_1 \right]}{1 + e^{-(\theta_1 - \Psi - \pi/3)/\omega\tau}}$$

La connaissance de l'angle critique conduira à celle de la constante K_1' et donc de K'' , K_2' et C par les relations (59) et (61).

III.2.3.3 - Détermination de l'angle critique :

A l'instant qui correspond à $\theta = \theta_1$, le thyristor Th'_B se bloque car le courant i_{1B} s'annule, ce qui se traduit, à partir de la relation (41), par :

$$\frac{U_m \sqrt{3}}{m^2 R} \left[\cos \theta_1 + \frac{1}{\omega\tau} \sin \theta_1 \right] = \frac{n_1}{m^2 R \tau} (K'_2 - K'_3)$$

soit, compte tenu de la relation (59) :

$$(63) \quad \cos \theta_1 = - \frac{1}{\omega\tau} \left[\sin \theta_1 + K'_1 \frac{n_1 \omega}{U_m \sqrt{3}} \right]$$

Si l'on remplace K'_1 par sa valeur (62) dans la relation (63), il vient :

$$(64) \quad \omega\tau \cos \theta_1 + \left[\omega\tau \cos \theta_1 + \sin \theta_1 + \cos (\Psi - \pi/6) \right] e^{-(\theta_1 - \Psi - \pi/3)/\omega\tau} = 0$$

Cette dernière relation permettra de déterminer l'angle critique θ_1 en fonction de $(\omega\tau, \Psi)$ et par suite, $K'_1(\omega\tau, \Psi)$ et $C(\omega\tau, \Psi)$.

III.2.4 - Limites de fonctionnement dans le premier mode

L'analyse du fonctionnement présentée suppose bien entendu, l'existence des deux régimes. Le régime à deux thyristors passants, suivi du régime à 1 thyristor passant. Ce mode existe pour 2 valeurs de l'angle de retard à l'amorçage Ψ , comprises entre deux "butées" qui dépendent de l'état de charge du transformateur.

* La butée basse notée Ψ_{ℓ_0} qui est également la butée haute du mode préliminaire, est obtenue lorsque le régime à 1 seul thyristor passant disparaît, il faut donc que $\theta_1 = \Psi_{\ell_0} + \pi/3$. Si l'on reporte cette valeur dans l'expression (64) qui donne θ_1 , il vient :

$$\omega\tau \cos (\Psi_{\ell_0} + \pi/3) +$$

$$+ \left[\omega\tau \cos (\Psi_{\ell_0} + \pi/3) + \sin (\Psi_{\ell_0} + \pi/3) + \cos (\Psi_{\ell_0} - \pi/6) \right] = 0$$

ce qui donne, après simplification :

$$(65) \quad \Psi_{\ell_0} = \text{Arc tg } (-\omega\tau) + 2\pi/3$$

(relation qui s'identifie parfaitement avec la relation (31)).

* Le butée haute notée Ψ_{ℓ_1} est obtenue quand disparaît le fonctionnement à deux thyristors passants alors que $\theta_1 = \Psi_{\ell_1}$. La relation (64), dans ces conditions, s'écrit :

$$\omega\tau \cos \Psi_{\ell_1} + \left[\omega\tau \cos \Psi_{\ell_1} + \sin \Psi_{\ell_1} + \cos (\Psi_{\ell_1} - \pi/6) \right] e^{\pi/3\omega\tau} = 0$$

Après simplification, on obtient :

$$(66) \quad \frac{\cos \Psi_{\ell_1}}{\cos (\Psi_{\ell_1} - \pi/3)} = - \frac{\sqrt{3}}{\omega\tau (1 + D)}$$

avec :

$$(67) \quad D = e^{-\pi/3\omega\tau}$$

III.3 - Deuxième mode de fonctionnement : un seul thyristor passant

III.3.1 - Equations de fonctionnement

Le deuxième mode de fonctionnement débute dès que Ψ devient supérieur à Ψ_{ℓ_1} , limite du premier mode. On peut supposer que Th_A se bloque alors pour $\theta = \theta_2$, nouvelle valeur critique de θ pour ce deuxième mode, qui sera toujours supérieure à $\Psi + \pi/3$, ce qui revient à ne considérer qu'un seul intervalle de fonctionnement avec Th_A toujours passant.

Pour assurer une démonstration rigoureuse, nous supposons pour l'instant que le courant i_{1A} s'annule pour une valeur inconnue θ_2 de θ supérieure à $\Psi + \pi/3$.

La conduction du thyristor Th_A impose la tension v_{1A} . Par suite :

$$(68) \quad v_{1A} = u_{AC} \quad v_{2A} = u_{AC} / m \quad i_{2A} = u_{AC} / m R$$

Par intégration et compte tenu de la relation (68), on obtient le flux ϕ_A dans la première colonne :

$$(69) \quad \phi_A = - \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \theta + K'''$$

On sait que la somme des flux est nulle, donc :

$$(70) \quad \phi_B + \phi_C = \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \theta - K'''$$

A partir de l'expression (3) des courants en ligne et (11) des relations d'Ampères-tours, il est possible de déterminer les flux ϕ_B et ϕ_C , en effet :

$$J_2 = i_{1B} - i_{1C} = 0 = \frac{1}{m} (i_{2B} - i_{2C}) + \frac{R}{n_1} (\phi_B - \phi_C)$$

d'où :

$$\phi_B - \phi_C = n_1 (i_{2B} - i_{2C}) / m R$$

Compte tenu de l'expression (9) des courants secondaires, on obtient, par intégration :

$$(71) \quad \phi_B - \phi_C = C' e^{-(\theta-\Psi)/\omega\tau}$$

A partir des relations (69), (70) et (71), on obtient facilement le vecteur flux :

$$(72) \quad \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \theta \begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{bmatrix} + K''' \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} + C' e^{-(\theta-\Psi)/\omega\tau} \begin{bmatrix} 0 \\ 1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

Cherchons le courant primaire i_{1A} , en mettant à profit la relation générale (10) :

$$i_{1A} = (i_{2A} - i_{2B}) / m + R (\phi_A - \phi_B) / n_1$$

Le courant secondaire i_{2A} est donné par la relation (68). Le courant i_{2B} vaut, d'après (2) et (9) :

$$i_{2B} = \frac{1}{m R} (n_2 \frac{d\phi_B}{dt})$$

Connaissant l'expression des flux (72), il vient :

$$(73) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \frac{U_m}{m^2 R} (\sin \theta - \frac{1}{\omega\tau} \cos \theta) + \frac{3}{2} K''' \frac{n_1}{m^2 R \tau} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

avec :

$$\tau = n_2^2 / R R$$

Les courants en ligne se déduisent immédiatement des relations (4) et (73) puisqu'ici :

$$\begin{bmatrix} j \end{bmatrix} = i_{1A} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Cherchons les tensions v_{2B} et v_{2C} , à partir des flux par la relation (2) et l'expression de $[\phi]$ (72) :

$$v_{2B} = n_2 \frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{U_m}{2m} \sin \theta - \frac{C' n_2}{2\tau} e^{-(\theta-\psi)/\omega\tau}$$

$$v_{2C} = n_2 \frac{d\phi_C}{dt} = -\frac{U_m}{2m} \sin \theta + \frac{C' n_2}{2\tau} e^{-(\theta-\psi)/\omega\tau}$$

d'où les vecteurs tensions $[v_1]$ et $[v_2]$:

$$[v_2] = \frac{1}{m} [v_1] = \frac{U_m}{m} \sin \theta \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} +$$

(74)

$$+ \frac{C' n_2}{2\tau} e^{-(\theta-\psi)/\omega\tau} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Les tensions aux bornes des thyristors sont données par la relation générale (3). Les courants secondaires se déduisent directement des tensions $[v_2]$ par la relation (9).

III.3.2 - Détermination des constantes d'intégration

Il suffira ici d'écrire les conditions de "bouclage" sur les flux, traduisant les propriétés de symétrie du montage sur un sixième de période, traduites au préalable par la relation (22).

Compte tenu de l'expression des flux (72), il vient donc :

$$\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \Psi \begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{bmatrix} + K''' \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} + C' \begin{bmatrix} 0 \\ 1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} =$$

$$= - \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi + \pi/3) \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} - K''' \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} - C' e^{-\pi/3\omega\tau} \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

L'égalité des deuxièmes lignes de la relation ci-dessus conduit à :

$$(75) \quad K''' = - \frac{\sqrt{3} U_m}{n_1 \omega} \sin \Psi - C'$$

L'égalité des troisièmes lignes conduit pour sa part à :

$$(76) \quad K''' = \frac{U_m \sqrt{3}}{2 n_1 \omega} \cos (\Psi + \pi/6) - \frac{C'}{2} (1 - e^{-\pi/3\omega\tau})$$

Par identification entre les relations (75) et (76), il est alors possible de trouver l'expression de la constante C', à savoir :

$$(77) \quad C' = - \frac{3}{1+D} \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - \pi/3)$$

En reportant cette valeur (77) dans l'expression de K''' (75), il vient enfin :

$$(78) \quad K''' = \frac{\sqrt{3} U_m}{(1+D) n_1 \omega} \left[\sin (\Psi + \pi/3) - D \sin \Psi \right]$$

avec :

$$D = e^{-\pi/3\omega\tau} \quad (\text{relation (67)})$$

III.3.3 - Détermination de l'angle critique θ_2

Il suffit d'écrire, qu'à l'instant θ_2/ω tel que $\theta_2 > \Psi + \pi/3$, le courant i_{1A} s'annule. A partir de la relation (73), on obtient :

$$U_m \left(\sin \theta_2 - \frac{1}{\omega\tau} \cos \theta_2 \right) + K''' \frac{n_1}{\tau} = 0$$

Soit, compte tenu de la valeur de K''' (78) et après simplification :

$$(79) \quad \omega\tau \sin \theta_2 - \cos \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{1+D} \left[D \sin \Psi - \sin (\Psi + \pi/3) \right]$$

avec :

$$D = e^{-\pi/3\omega\tau} \quad \text{et} \quad \theta_2 > \Psi + \pi/3$$

III.3.4 - Limites de fonctionnement dans le deuxième mode

Le deuxième mode est obtenu quand Ψ varie entre deux "butées" haute et basse, qui dépendent de l'état de charge du transformateur.

* La butée "basse" notée Ψ_{ℓ_1} est la butée "haute" du premier mode. On peut vérifier le calcul précédemment effectué en écrivant que le deuxième mode disparaît quand $\theta_2 = \Psi_{\ell_1}$, le résultat est donné par la relation (66).

* La butée "haute" notée Ψ_{ℓ_2} est obtenue quand disparaît le fonctionnement à un seul thyristor toujours passant alors que $\Psi = \Psi_{\ell_2}$, l'angle critique se situe à la fin de l'intervalle d'étude, soit pour $\theta_2 = \Psi_{\ell_2} + \pi/3$.

En reportant cette valeur particulière de θ_2 dans l'expression (79), on obtient :

$$\begin{aligned} (1+D) \left[\omega\tau \sin (\Psi_{\ell_2} + \pi/3) - \cos (\Psi_{\ell_2} + \pi/3) \right] &= \\ &= \sqrt{3} \left[D \sin \Psi_{\ell_2} - \sin (\Psi_{\ell_2} + \pi/3) \right] \end{aligned}$$

Après simplification, on obtient finalement :

$$(80) \quad \frac{\sin (\Psi_{\ell_2} + \pi/3)}{\sin (\Psi_{\ell_2} + \pi/6)} = \frac{(D - 2)}{(1 + D) \omega \tau}$$

avec :

$$D = e^{-\pi/3\omega\tau}$$

III.4 - Troisième mode de fonctionnement : un seul ou aucun thyristor passant

Le troisième mode de fonctionnement débute dès que l'angle de retard à l'amorçage Ψ devient supérieur à Ψ_{ℓ_2} (limite haute du mode précédent). On observe alors la conduction du thyristor Th_A . Dès que l'on atteint l'instant θ_3/ω , avec $\theta_3 \in (\Psi, \Psi + \pi/3)$, le thyristor Th_A se bloque. Il y a donc deux intervalles d'étude selon que θ est inférieur ou égal à θ_3 .

III.4.1 - Equations de fonctionnement dans le premier intervalle d'étude du 3ème mode

L'angle $\theta \in (\Psi, \theta_3)$. Les équations de fonctionnement sont celles du mode précédent aux constantes près, ce qui donne :

- pour les flux :

$$(81) \quad \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \theta \begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{bmatrix} + K'''' \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} + C'' e^{-(\theta-\Psi)/\omega\tau} \begin{bmatrix} 0 \\ 1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

- pour les courants primaires :

$$(82) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \frac{U_m}{m^2 R} (\sin \theta - \frac{1}{\omega\tau} \cos \theta) + \frac{3}{2} K'''' \frac{n_1}{m^2 R \tau} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



- pour les tensions primaire et secondaire :

$$(83) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = \frac{U_m}{m} \sin \theta \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} + C'' \frac{n_2}{2\tau} e^{-(\theta-\Psi)/\omega\tau} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Les tensions aux bornes des thyristors sont données par la relation générale (3) et les courants secondaires se déduisent directement des tensions $[v_2]$ par la relation (9).

Enfin, les courants en ligne s'obtiennent en observant que seul Th_A conduit et que par conséquent :

$$\begin{bmatrix} j \end{bmatrix} = i_{1A} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

III.4.2 - Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du 3ème mode

$\theta \in (\theta_3, \Psi + \pi/3)$. Tous les thyristors sont bloqués et les courants primaires sont nuls :

$$\begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Les relations générales d'Ampères-tours s'écrivent ici :

$$(84) \quad \begin{cases} \frac{1}{m} (i_{2A} - i_{2B}) = \frac{R}{n_1} (\phi_B - \phi_A) \\ \frac{1}{m} (i_{2B} - i_{2C}) = \frac{R}{n_1} (\phi_C - \phi_B) \end{cases}$$

Les courants secondaires s'écrivent, à partir des relations générales (2) et (9) :

$$(85) \quad \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = \frac{\omega n_2}{R} \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

A partir des relations (84) et (85), on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\omega n_2}{R m} \frac{d}{d\theta} (\phi_A - \phi_B) = - \frac{R}{n_1} (\phi_A - \phi_B) \\ \frac{\omega n_2}{R m} \frac{d}{d\theta} (\phi_B - \phi_C) = - \frac{R}{n_1} (\phi_B - \phi_C) \end{cases}$$

La résolution des ces deux équations différentielles du premier ordre est simple et admet pour résultat :

$$\begin{cases} \phi_A - \phi_B = C_1''' e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau} \\ \phi_B - \phi_C = C_2''' e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau} \end{cases}$$

Comme la somme des flux est nulle (relation (6)), on peut déterminer à partir du résultat précédent, les flux individuellement, disposant à cet égard de 3 équations à 3 inconnues ϕ_A , ϕ_B et ϕ_C :

Finalement, après résolution de ce système, il vient :

$$(86) \quad \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = \frac{1}{3} e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau} \begin{bmatrix} 2 C_1''' + C_2''' \\ - C_1''' + C_2''' \\ - C_1''' - 2 C_2''' \end{bmatrix}$$

Connaissant les flux, on obtient facilement les tensions par dérivation (relation (1)). Le résultat s'écrit :

$$\begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = \omega n_2 \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

soit :

$$(87) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = - \frac{n_2}{3\tau} e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau} \begin{bmatrix} 2 C_1''' + C_2''' \\ - C_1''' + C_2''' \\ - C_1''' - 2 C_2''' \end{bmatrix}$$

Les courants secondaires sont obtenus directement à partir de la relation (87), en divisant par R le vecteur $[v_2]$.

Les courants en lignes sont nuls puisque les courants primaires sont nuls :

$$(88) \quad [j] = [i_1] = [0]$$

Les tensions aux bornes des thyristors sont données à partir des tensions réseau et des tensions primaires par la relation générale (3) :

$$[v_{Th}] = [u] - [v_1]$$

III.4.3 - Détermination des constantes d'intégration

La détermination des constantes se fait à partir des propriétés suivantes :

- Le transformateur est à flux forcé et la somme des flux est nulle.

- Le flux ne peut pas subir de discontinuité, en particulier à l'instant θ_3/ω , les valeurs à la fin du premier intervalle d'étude doivent être identiques à celles du début du deuxième intervalle.

- Le montage présente des propriétés de symétrie traduites par des équations de bouclage sur un sixième de période.

III.4.3.1 - *Propriété de non discontinuité à l'instant "critique" :*

$$[\phi]_{\theta_3-\epsilon} = [\phi]_{\theta_3+\epsilon}$$

Cette relation matricielle s'écrit à partir de (81) et (86). On a :

$$\begin{aligned}
 & \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \theta_3 \begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{bmatrix} + K'''' \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} + C'' e^{(\Psi - \theta_3)/\omega\tau} \begin{bmatrix} 0 \\ 1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} = \\
 (89) \quad & = \frac{1}{3} e^{(\Psi - \theta_3)/\omega\tau} \begin{bmatrix} 2 C_1'''' + C_2'''' \\ - C_1'''' + C_2'''' \\ - C_1'''' - 2 C_2'''' \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Deux lignes seulement peuvent être exploitées pour la détermination des constantes, la troisième étant une combinaison linéaire des 2 autres.

Les constantes à déterminer étant au nombre de 5, il convient de trouver 3 autres équations distinctes. Deux d'entre elles sont données par la propriété suivante.

III.4.3.2 - Propriété de symétrie sur 1 sixième de période :

$$\begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}_{\Psi} = - \begin{bmatrix} \phi_C \\ \phi_A \\ \phi_B \end{bmatrix}_{\Psi + \pi/3}$$

Cette égalité s'exprime à partir de (81) et (86) par :

$$\begin{aligned}
 & \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \Psi \begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{bmatrix} + K'''' \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} + C'' \begin{bmatrix} 0 \\ 1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} = \\
 (90) \quad & = - \frac{1}{3} e^{-\pi/3\omega\tau} \begin{bmatrix} - C_1'''' - 2 C_2'''' \\ 2 C_1'''' + C_2'''' \\ - C_1'''' + C_2'''' \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Seules les deux premières lignes de cette égalité matricielle seront "exploitées", la troisième étant encore une combinaison linéaire des deux précédentes.

Pour déterminer les 5 constantes, il ne manque donc qu'une équation supplémentaire. La méthode de détermination de l'angle critique va nous fournir cette dernière relation.

III.4.3.3 - Détermination de l'angle critique θ_3 :

Le troisième mode présente deux intervalles de fonctionnement caractérisés respectivement par la conduction d'un seul thyristor (Th_A) ou d'aucun. L'instant θ_3/ω correspond donc à l'annulation du courant i_{1A} . Cette remarque se traduit, en utilisant l'expression (82) du courant, par :

$$(91) \quad U_m \left(\sin \theta_3 - \frac{1}{\omega\tau} \cos \theta_3 \right) + K'''' \frac{n_1}{\tau} = 0$$

III.4.3.4 - Expressions des constantes :

A partir des relations (89), (90) et (91), il est possible de déterminer les 5 constantes K'''' , C'' , C_1''' , C_2''' et θ_3 .

On commence par exprimer K'''' à l'aide de la relation (91). On a :

$$(92) \quad K'''' = - \frac{U_m \tau}{n_1} \left(\sin \theta_3 - \frac{1}{\omega\tau} \cos \theta_3 \right)$$

On reporte cette valeur de K_1'''' successivement dans les 1ères et 2èmes lignes des égalités (89) et (90). On obtient après simplification, les expressions suivantes, dans l'ordre énoncé :

$$(93) \quad - \frac{U_m}{n_1} \omega \tau \sin \theta_3 = \frac{2 C_1''' + C_2'''}{3} e^{(\Psi - \theta_3)/\omega\tau}$$

$$(94) \quad \frac{1}{2} \left[\frac{U_m}{n_1} \omega \tau \sin \theta_3 + C'' e^{(\Psi - \theta_3)/\omega\tau} \right] = \frac{C_2''' - C_1'''}{3} e^{(\Psi - \theta_3)/\omega\tau}$$

$$(95) \quad - (C_1''' + 2 C_2''') D = 3 \frac{U_m}{n_1 \omega} (\cos \Psi - \cos \theta_3 + \omega \tau \sin \theta_3)$$

$$(96) \quad (2 C_1''' + C_2''') D = - \frac{3}{2} \left[\frac{U_m}{n_1 \omega} (\cos \Psi - \cos \theta_3 + \omega \tau \sin \theta_3) + C'' \right]$$

Nous allons poursuivre la résolution du système en exprimant C'' à partir de la relation (96) puis en reportant cette valeur dans (94). On a :

$$C'' = - \frac{2 D}{3} (2 C_1''' + C_2''') - \frac{U_m}{n_1 \omega} (\cos \Psi - \cos \theta_3 + \omega \tau \sin \theta_3)$$

et après report et simplification :

$$(97) \quad \frac{1}{2} U_m \frac{\tau}{n_1} \sin \theta_3 - e^{(\Psi - \theta_3) / \omega \tau} \left[\frac{U_m}{n_1 \omega} (\cos \Psi - \cos \theta_3 + \omega \tau \sin \theta_3) + \frac{C_1'''}{3} (2 D - 1) + \frac{C_2'''}{3} (D + 1) \right] = 0$$

Poursuivons maintenant en exprimant C_2''' à partir de la relation (93), valeur que l'on reporte successivement dans les relations (95) et (97).

On a après simplification :

$$(98) \quad C_2''' = - 2 C_1''' - 3 \frac{U_m \omega \tau}{n_1 \omega} e^{(\theta_3 - \Psi) / \omega \tau} \sin \theta_3$$

Ce qui conduit, après report et simplification, à :

$$(99) \quad C_1''' D + \frac{U_m}{n_1 \omega} \left[- \cos \Psi + \cos \theta_3 - \omega \tau \sin \theta_3 + \frac{2 D \omega \tau \sin \theta_3}{e^{(\Psi - \theta_3) / \omega \tau}} \right] = 0$$

et :

$$(100) \quad \frac{U_m \tau}{n_1} \sin \theta_3 \left(\frac{3}{2} + D \right) - \frac{U_m}{2 n_1 \omega} (\cos \Psi - \cos \theta_3 + \omega \tau \sin \theta_3) e^{(\Psi - \theta_3) / \omega \tau} + C_1''' e^{(\Psi - \theta_3) / \omega \tau} = 0$$

En exprimant C_1''' à partir de (99) et en reportant dans (100), on obtient après simplification :

$$(101) \quad (2D - 1) \omega \tau \sin \theta_3 + \frac{2 - D}{D} (\cos \Psi - \cos \theta_3 + \omega \tau \sin \theta_3) e^{(\Psi - \theta_3) / \omega \tau} = 0$$

avec :

$$D = e^{-\pi / 3 \omega \tau}$$

Cette dernière relation permet d'obtenir θ_3 en fonction de $(\omega \tau, \Psi)$.

Partant de la connaissance de θ_3 par (101), on aura successivement :

- * K'''' par la relation (92),
- * C_1''' par la relation (99),
- * C_2''' par la relation (98),
- * C_3''' par la relation (96).

III.4.4 - Limites de fonctionnement dans le mode

Le troisième mode de fonctionnement existe quand Ψ est compris entre deux limites : Ψ_{ℓ_2} qui est la "butée basse" mais également la "butée haute" de 2ème mode, et Ψ_{ℓ_3} qui sera la "butée haute".

* La butée basse est atteinte si l'on retrouve pour cette valeur, le régime à un seul thyristor toujours passant, soit pour $\theta_3 = \Psi_{\ell_2} + \pi/3$ alors que $\Psi = \Psi_{\ell_2}$. (L'angle critique se trouvant alors à la limite de l'intervalle d'étude). Si l'on reporte ces valeurs de Ψ et θ_3 dans l'expression (101), on aboutit après simplification à :

$$\sin (\Psi_{\ell_2} + \pi/3) = \frac{D - 2}{(D + 1) \omega\tau} \sin (\Psi_{\ell_2} + \pi/6)$$

Cette relation est bien la même que l'expression (80) trouvée précédemment.

* La butée haute Ψ_{ℓ_3} est atteinte quand Ψ s'identifie à Ψ_{ℓ_3} alors que θ_3 se situe en début d'intervalle, soit pour $\Psi = \Psi_{\ell_3} = \theta_3$, valeurs que l'on reporte dans l'équation (101). On obtient :

$$(2D - 1) \omega\tau \sin \Psi_{\ell_3} + \frac{2 - D}{D} \omega\tau \sin \Psi_{\ell_3} = 0$$

ce qui conduit à :

$$\sin \Psi_{\ell_3} = 0$$

donc :

$$(102) \quad \Psi_{\ell_3} = \pi \quad \text{quelquesoit } \omega\tau \text{ et } \Psi.$$

Pour Ψ supérieur à π , aucun thyristor ne pourra être déclenché.

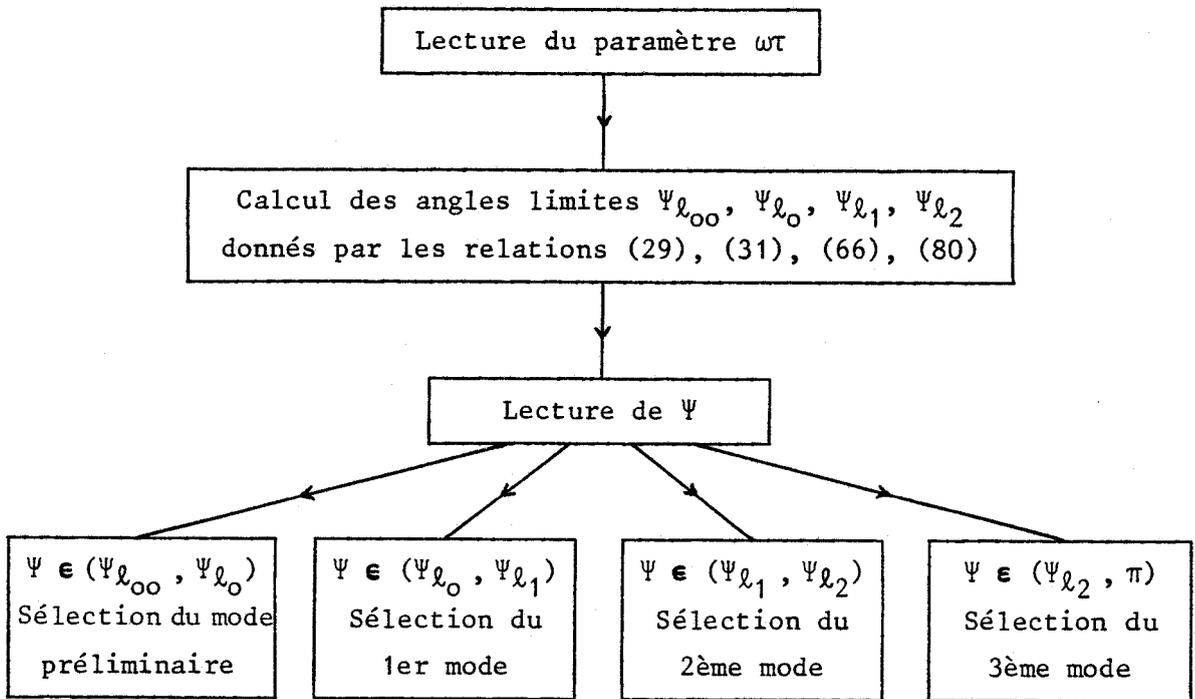
IV - OBTENTION DES FORMES D'ONDE

Pour obtenir les formes d'onde des différentes grandeurs électriques, tensions, courants, flux, il est nécessaire d'utiliser l'"outil informatique". Les différentes relations sont introduites dans le calculateur qui devra alors fournir pour différentes valeurs de la charge ou de l'état magnétique du transformateur, traduits globalement par le paramètre $\omega\tau$, les angles limites $\Psi_{\ell_{00}}$, Ψ_{ℓ_0} , Ψ_{ℓ_1} et Ψ_{ℓ_2} , et pour différentes valeurs du retard à l'amorçage Ψ , les angles critiques utiles θ_0 , θ_1 et θ_3 .

Compte tenu des symétries du montage que l'on peut également programmer, la connaissance de toutes ces grandeurs donnera pour θ variant de 0 à 2π , les valeurs des flux, tensions et courants divers.

Nous nous limiterons ici, à la présentation des organigrammes de calcul des différents modes.

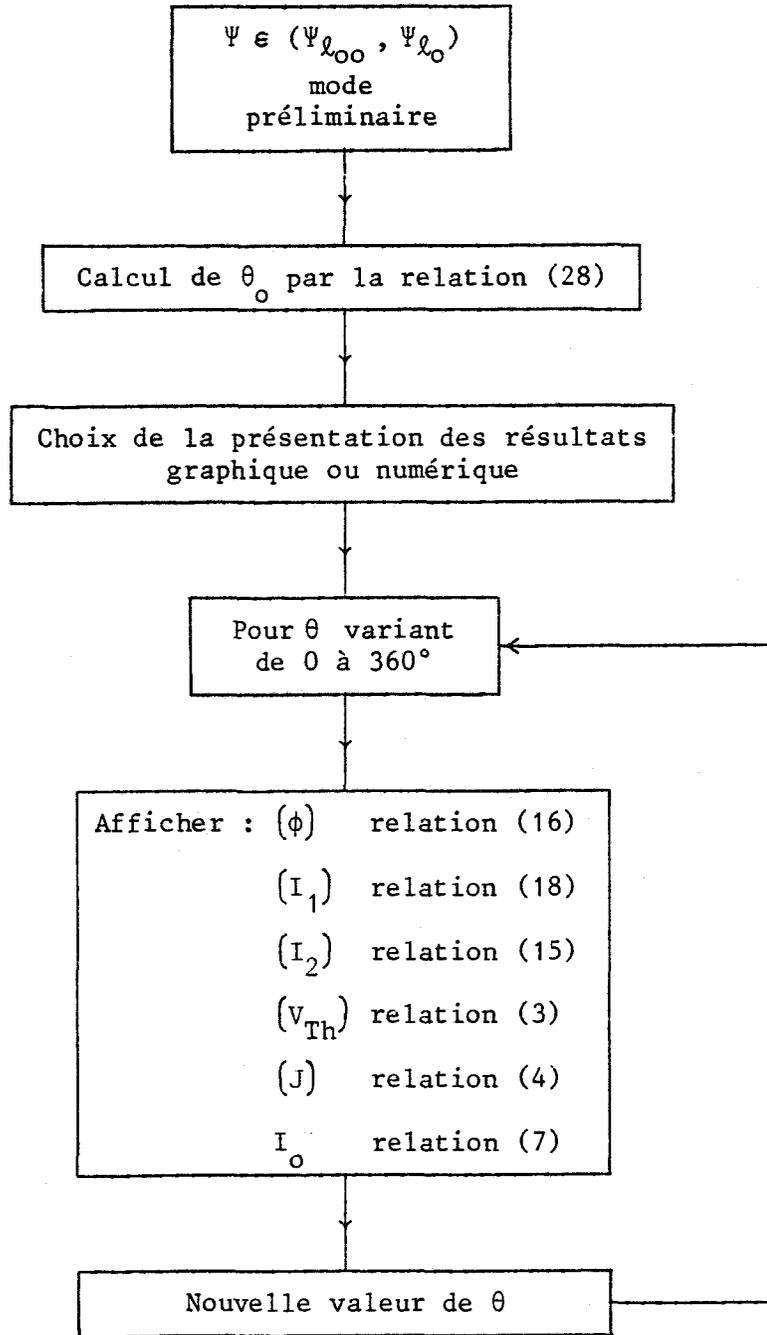
IV.1 - Organigramme général



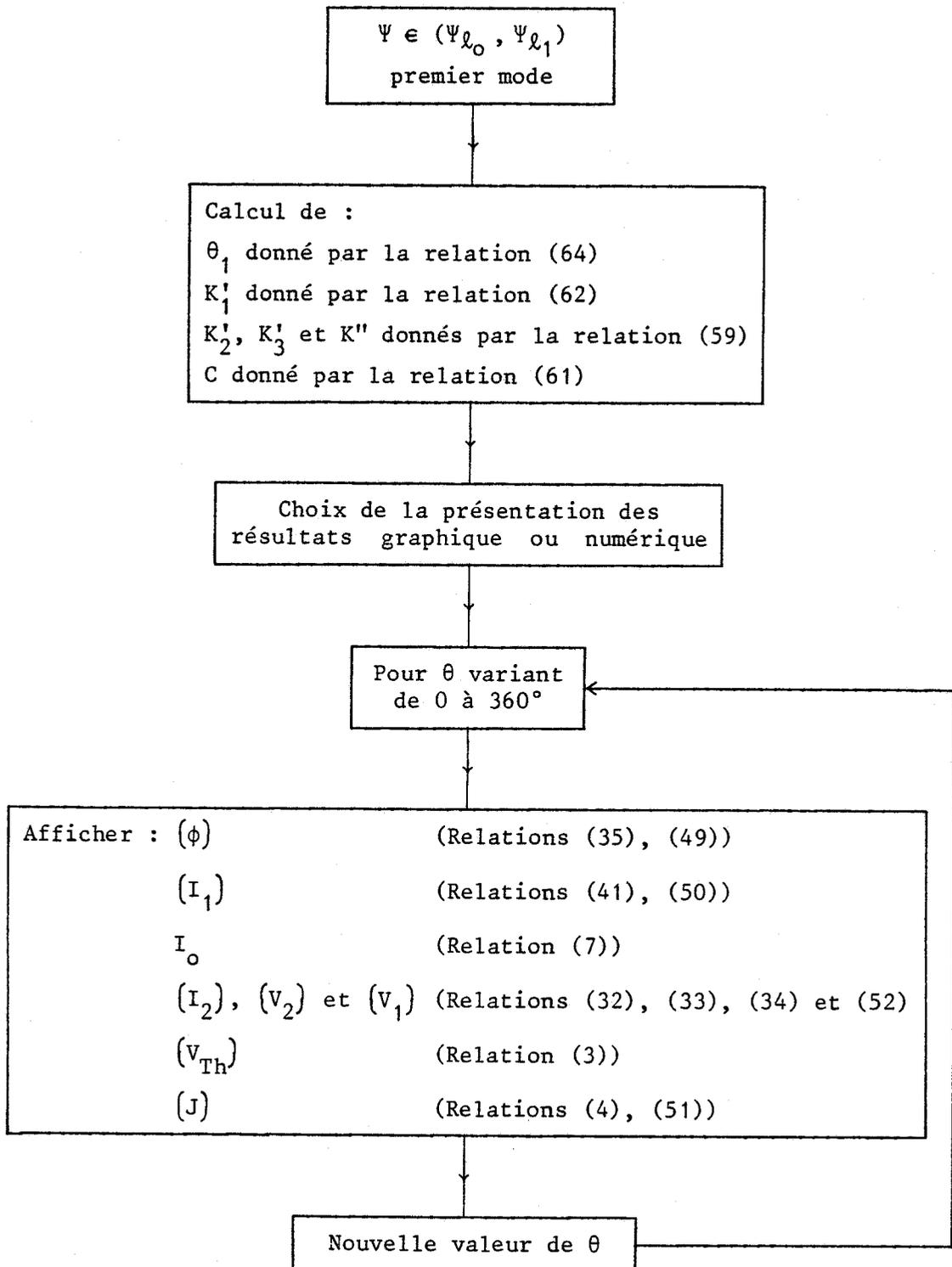
IV.2 - Organigramme de traitement

Après avoir sélectionné le mode selon la valeur de Ψ introduite, le traitement informatique est assuré selon l'un des organigrammes présentés ci-après.

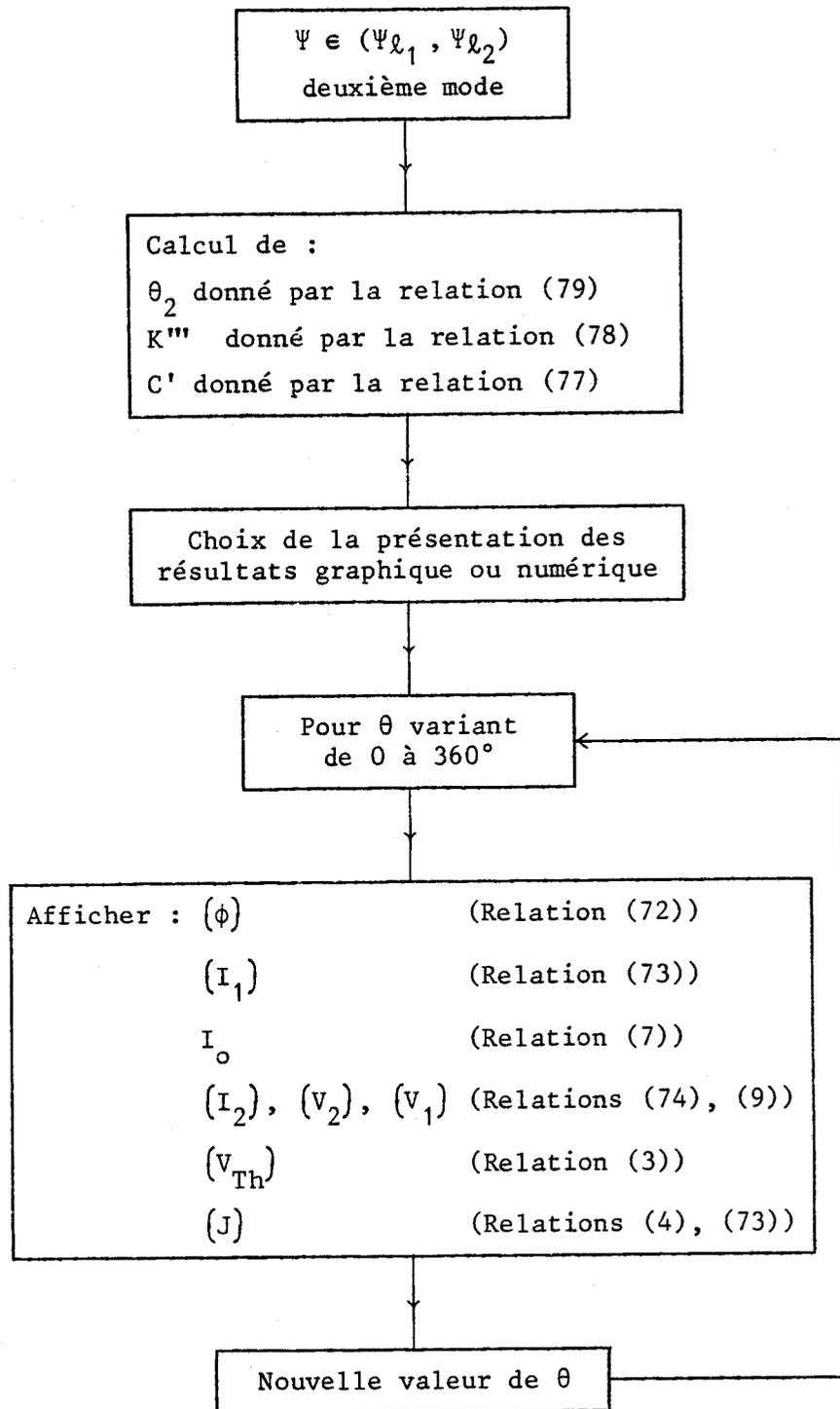
IV.2.1 - Organigramme du mode préliminaire



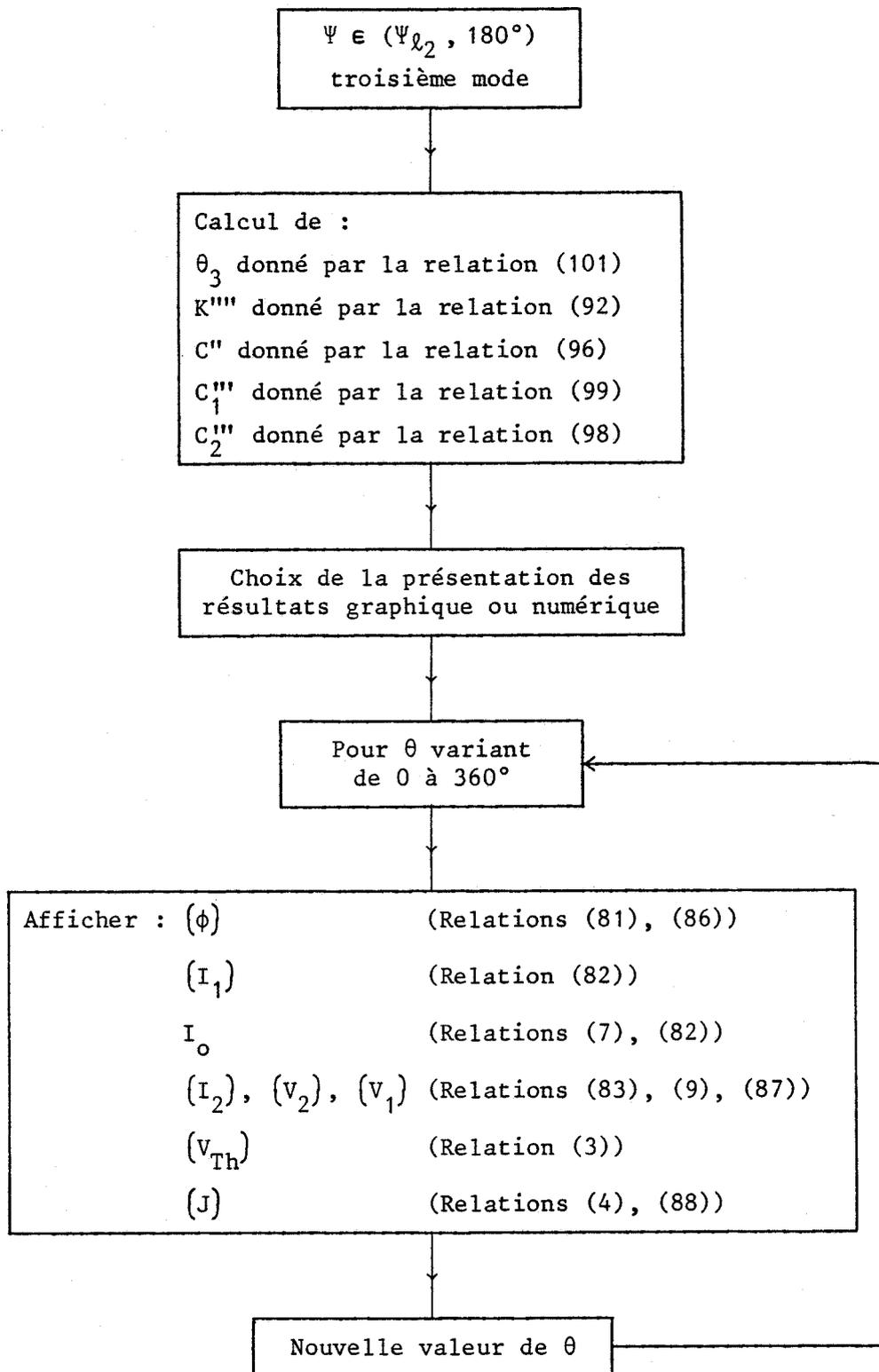
IV.2.2 - Organigramme du premier mode



IV.2.3 - Organigramme du deuxième mode



IV.2.4 - Organigramme du troisième mode



IV.3 - Tracé des formes d'onde

On a représenté (Fig. 2.2) les courbes donnant les valeurs de $\Psi_{\ell_{00}}$, Ψ_{ℓ_1} et Ψ_{ℓ_2} en fonction du paramètre $\omega\tau$.

On a également représenté (Fig. 2.3) les variations des angles critiques utiles θ_0 , θ_1 et θ_3 en fonction de Ψ pour différentes valeurs de $\omega\tau$.

Les courbes des différentes planches précisent, pour des valeurs de Ψ et $\omega\tau$ données, le mode de fonctionnement du montage, les instants d'extinction des thyristors et donnent l'allure des différentes ondes.

Ces courbes dépendent du paramètre $\omega\tau$ égal à n_2^2 / RR . Puisque l'on néglige la saturation du fer, la réluctance R est constante. Le paramètre $\omega\tau$ caractérise donc bien par la variable R , l'état de charge du transformateur défini par sa réluctance R .

Evaluons les valeurs du paramètre $\omega\tau$ en fonction du rapport R/R_n , R_n étant la résistance correspondant à la charge nominale du transformateur, soit :

$$\omega\tau = \omega \frac{n_2^2}{R} \frac{R_n}{R}$$

En désignant par V_1 la tension efficace nominale aux bornes d'un enroulement primaire, ϕ_n le flux correspondant et I_{10} la valeur efficace du courant magnétisant, il vient :

$$n_1 I_{10} = R \phi_n = R \frac{V_1}{n_1 \omega}$$

d'où :

$$R = \frac{n_1^2 \omega I_{10}}{V_1}$$

et :

$$\omega\tau = \frac{V_1}{m^2 R_n} \times \frac{1}{I_{10}} \times \frac{R_n}{R}$$

Dans cette expression, $V_1 / m^2 R_n$ représente le courant de travail ramené au primaire : I'_{1n} .

En négligeant les pertes fer, les vecteurs I'_{1n} et I_{10} sont en quadrature et le courant primaire résultant au régime nominal vaut, en valeur efficace :

$$I_{1n} = \sqrt{I'_{1n}{}^2 + I_{10}^2}$$

soit :

$$\frac{I'_{1n}}{I_{10}} = \sqrt{\left[\frac{I_{1n}}{I_{10}} \right]^2 - 1}$$

et le paramètre $\omega\tau$ s'écrit :

$$(103) \quad \omega\tau = \sqrt{\left[\frac{I_{1n}}{I_{10}} \right]^2 - 1} \times \frac{R_n}{R}$$

Pour un transformateur dont le courant magnétisant vaudrait environ 5 % du courant nominal :

$$\omega\tau = 19,97 \frac{R_n}{R}$$

On note que $\omega\tau$ est voisin de 0 quand R est infinie (marche à vide) et $\omega\tau$ est égal à 20 en charge nominale.

La Figure 2.2 montre que pour les faibles valeurs de $\omega\tau$, donc les faibles charges, les angles limites varient beaucoup. Pour les valeurs de $\omega\tau$ supérieures à 5 (environ), ce qui correspond au 1/4 de charge, le fonctionnement dépend peu des variations de $\omega\tau$.

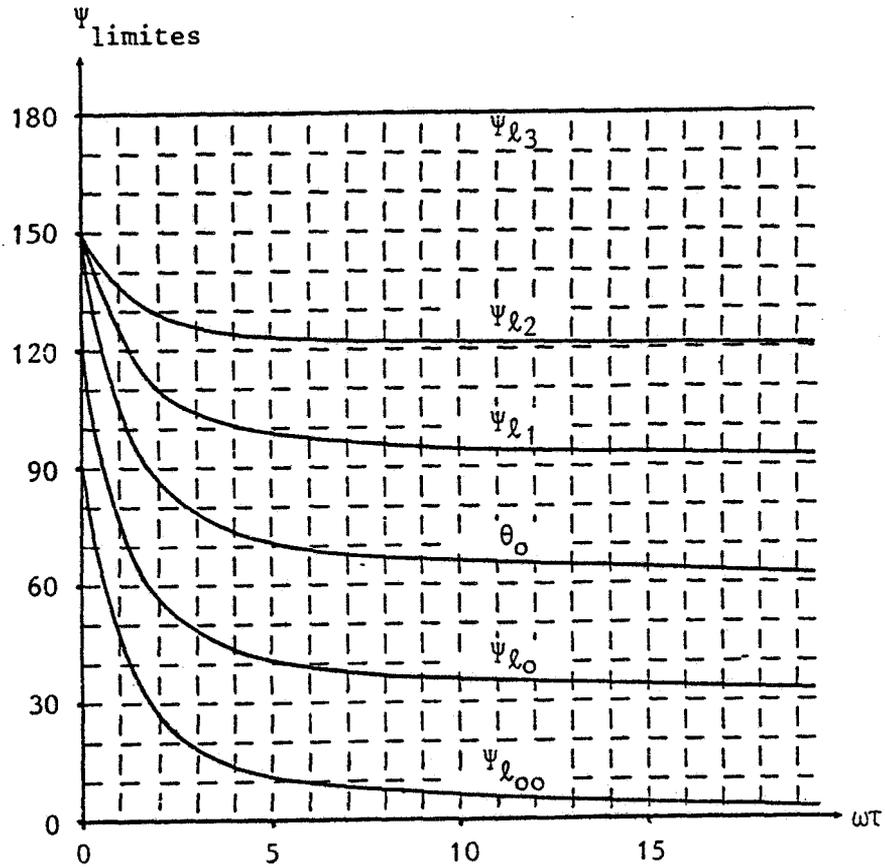


FIGURE 2.2

On peut alors tracer en grandeurs réduites les formes d'onde des différentes ondes électriques.

Ainsi, sont tracées pour 3 valeurs de $\omega\tau$ voisines de 20, 4 et 0 et pour les valeurs de Ψ correspondant à chacun des modes et aux passages d'un mode à l'autre, les formes d'ondes en grandeurs réduites de :

$$\phi_1 / \frac{U_m}{n_1 \omega} \quad i_{1A} / \frac{U_m}{m^2 R} \quad i_{10} / \frac{U_m}{m^2 R} \quad v_{1A} / U_m$$

$$v_{ThA} / U_m \quad J_A / \frac{U_m}{m^2 R}$$

A noter que les courbes v_{1A} / U_m sont identiques à celles du courant

et de la tension secondaire correspondante puisque l'on a toujours la relations générale (9) :

$$v_{2A} = v_{1A} / m = R i_{2A}$$

Les planches correspondantes sont référenciées 17 à 34.

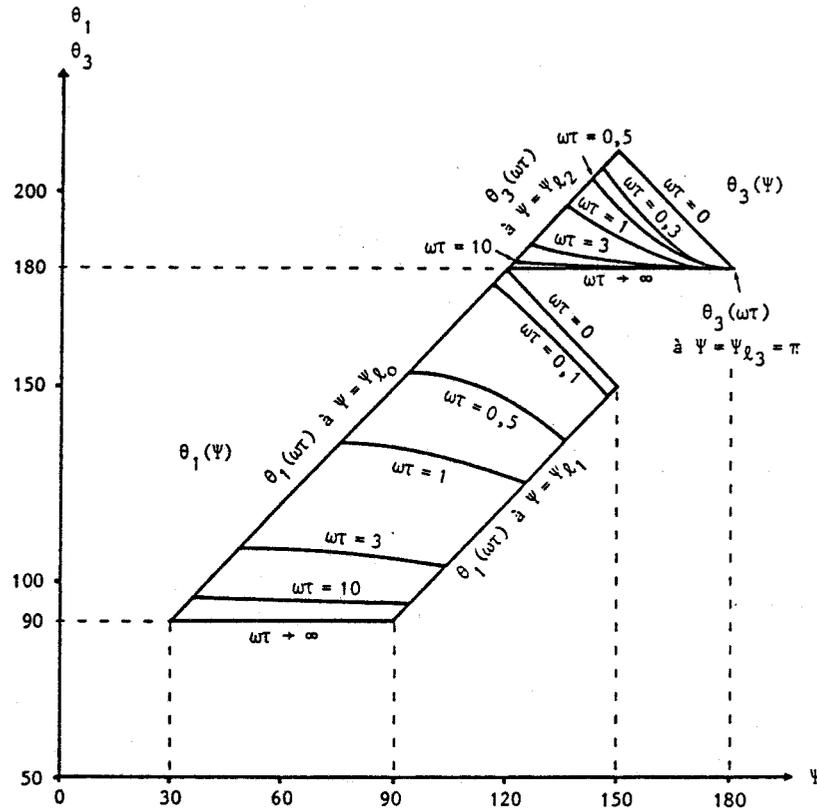
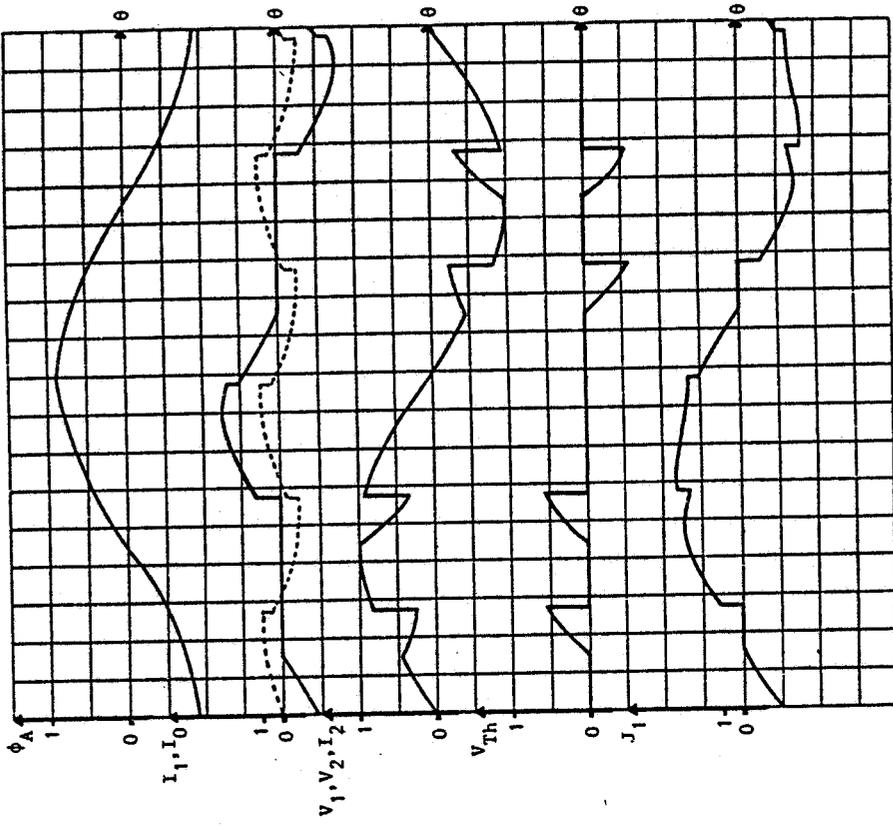
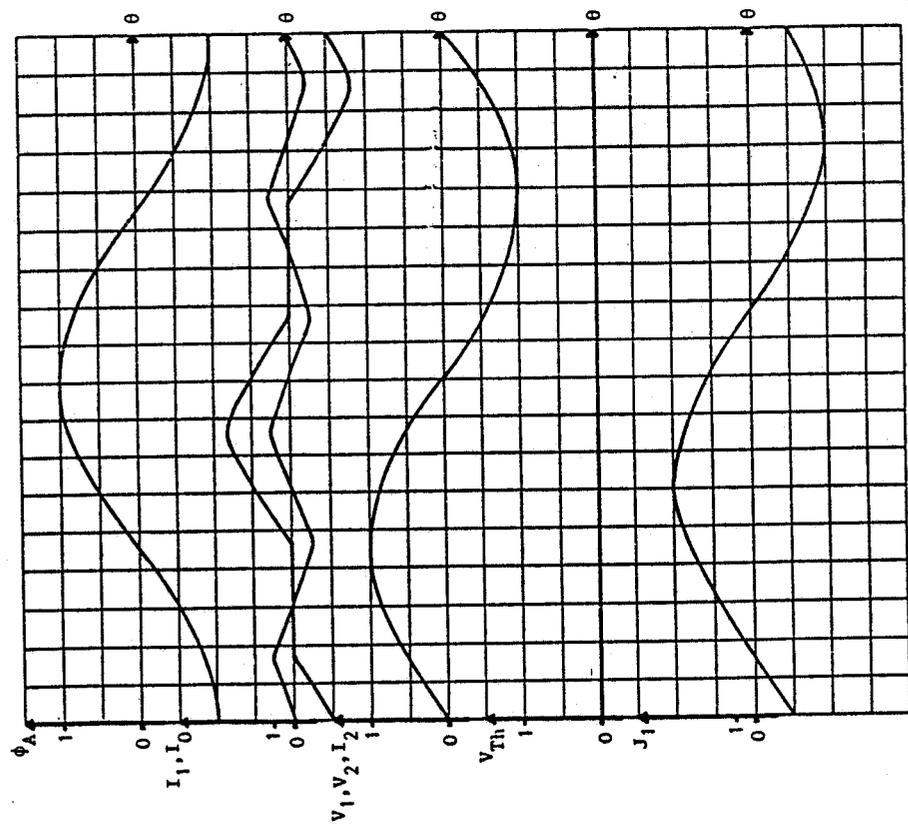


FIGURE 2.3



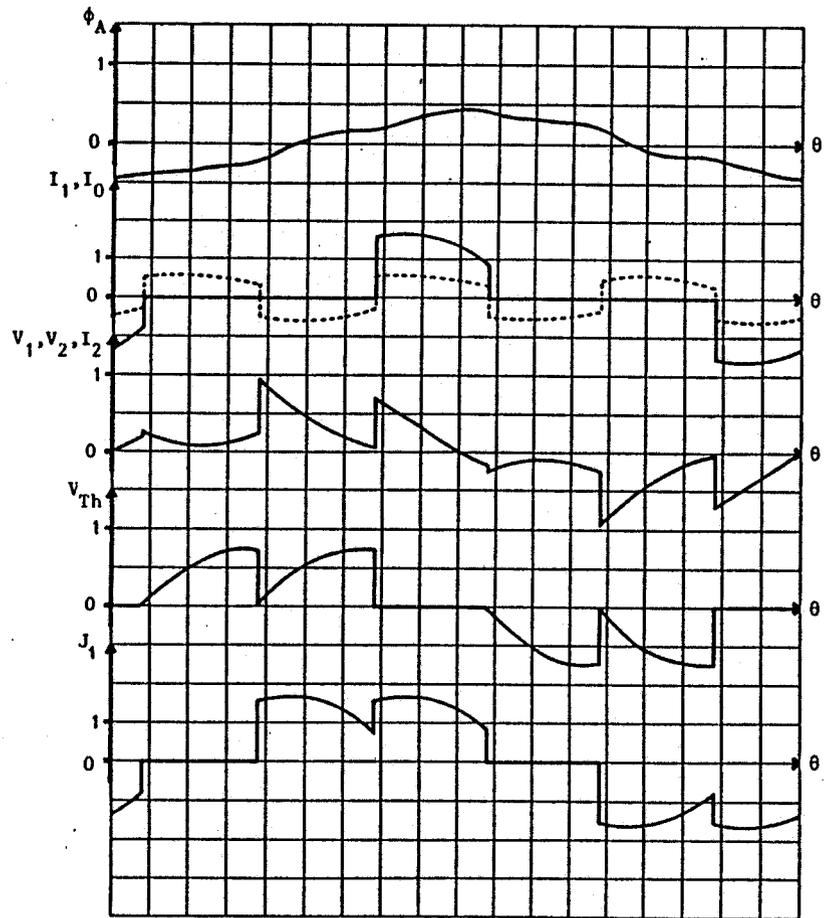
$\omega T = 0,5$ $\psi = 115$ $\theta_1 = 149$ mode 1

PLANCHE 18



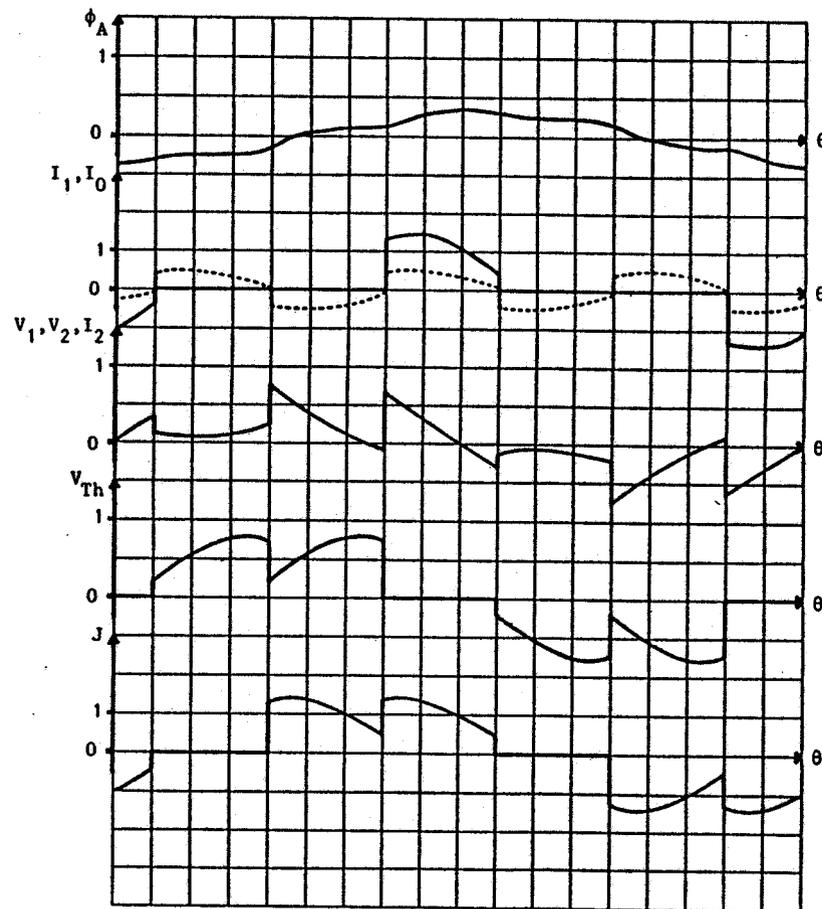
$\omega T = 0,5$ $\psi = \psi_{\ell_0} = 93,43$ $\theta_1 = 153,43$ mode 1

PLANCHE 17



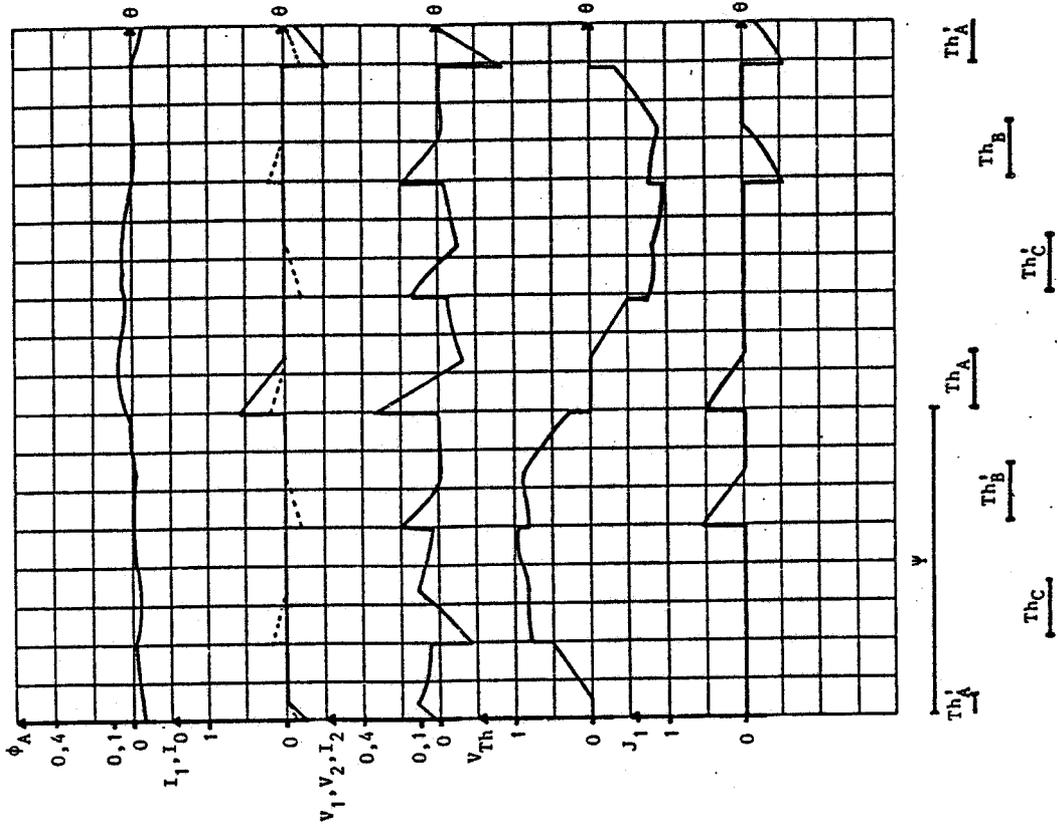
$\omega\tau = 0,5$ $\Psi = \Psi_{\ell_1} = 136$ $\theta_1 = 136$ mode 1 ou 2

PLANCHE 19



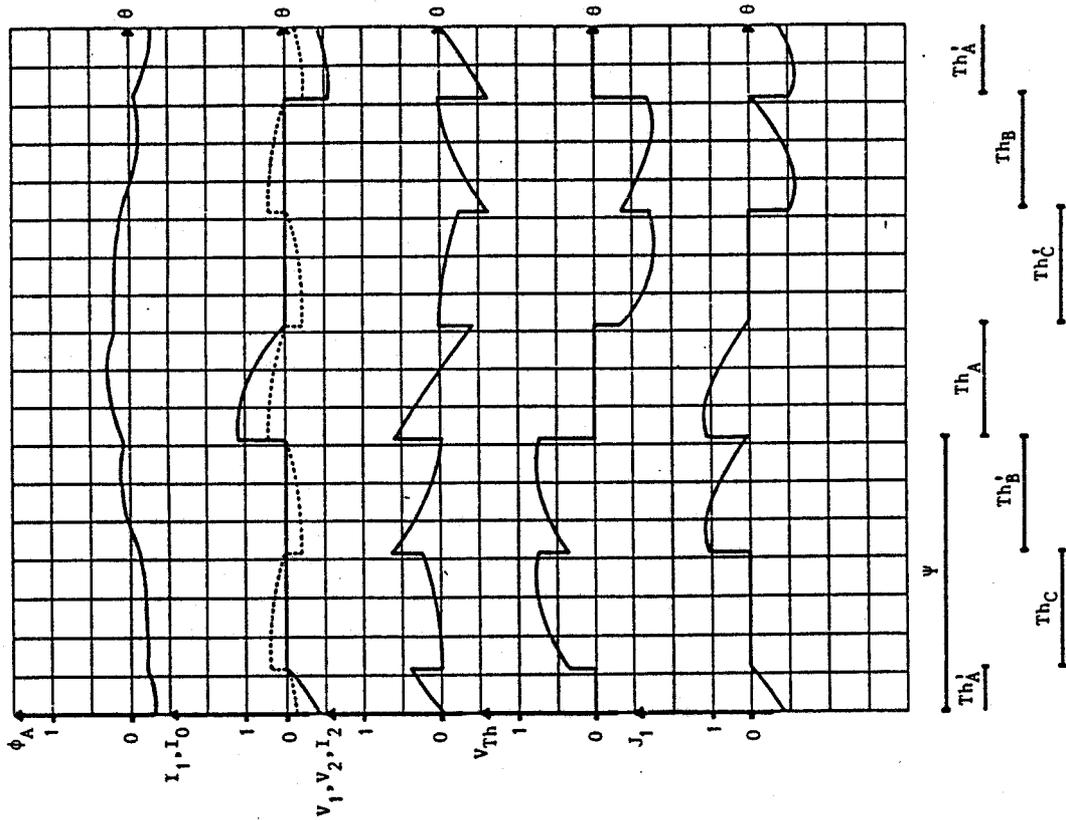
$\omega\tau = 0,5$ $\Psi = 140$ mode 2

PLANCHE 20



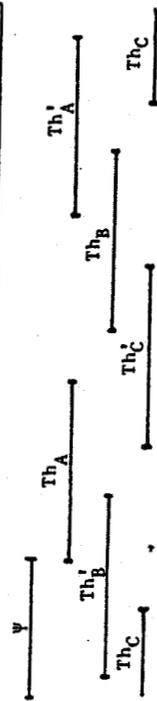
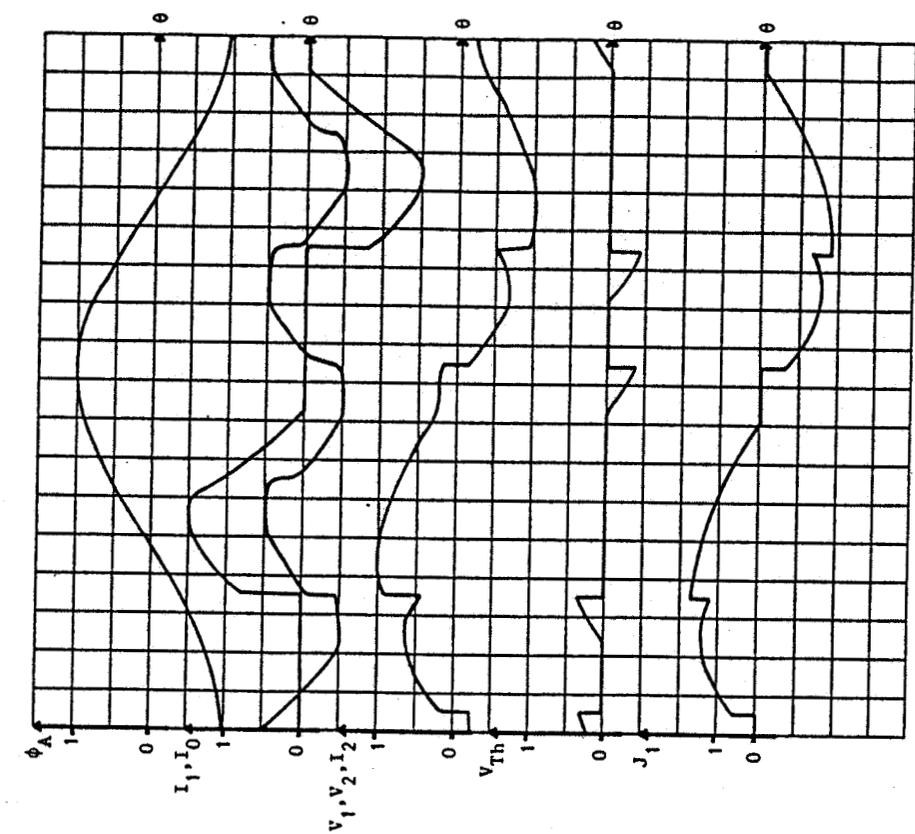
$\omega t = 0,5$ $\Psi = \Psi_{\theta_2} = 143$ $\theta_3 = 203$ mode 2 ou 3

PLANCHE 21



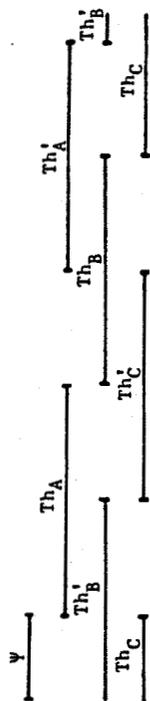
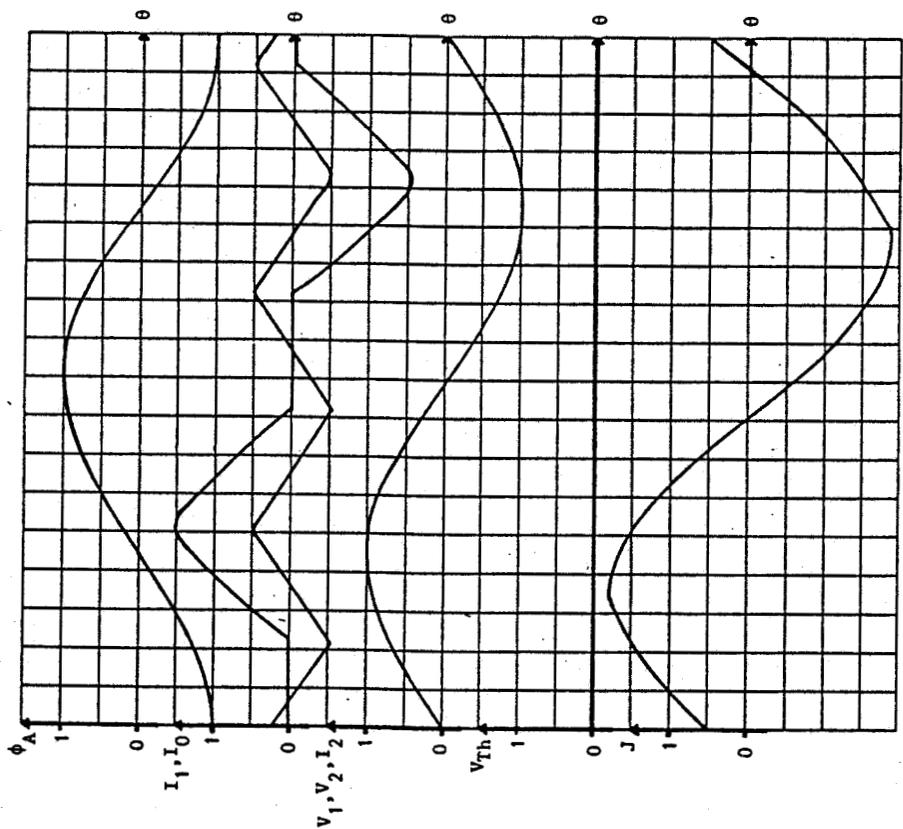
$\omega t = 0,5$ $\Psi = 160$ $\theta_3 = 187$ mode 3

PLANCHE 22



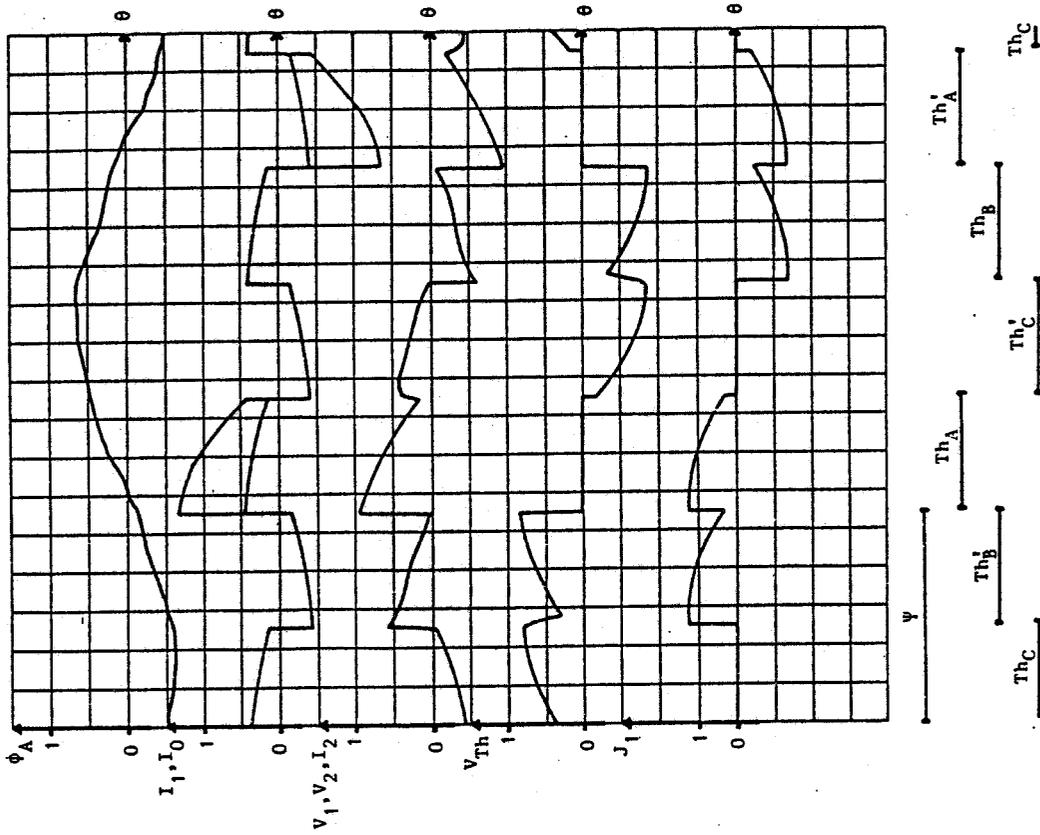
$\omega\tau = 4$ $\Psi = 70$ $\theta_1 = 103$ mode 1

PLANCHE 24



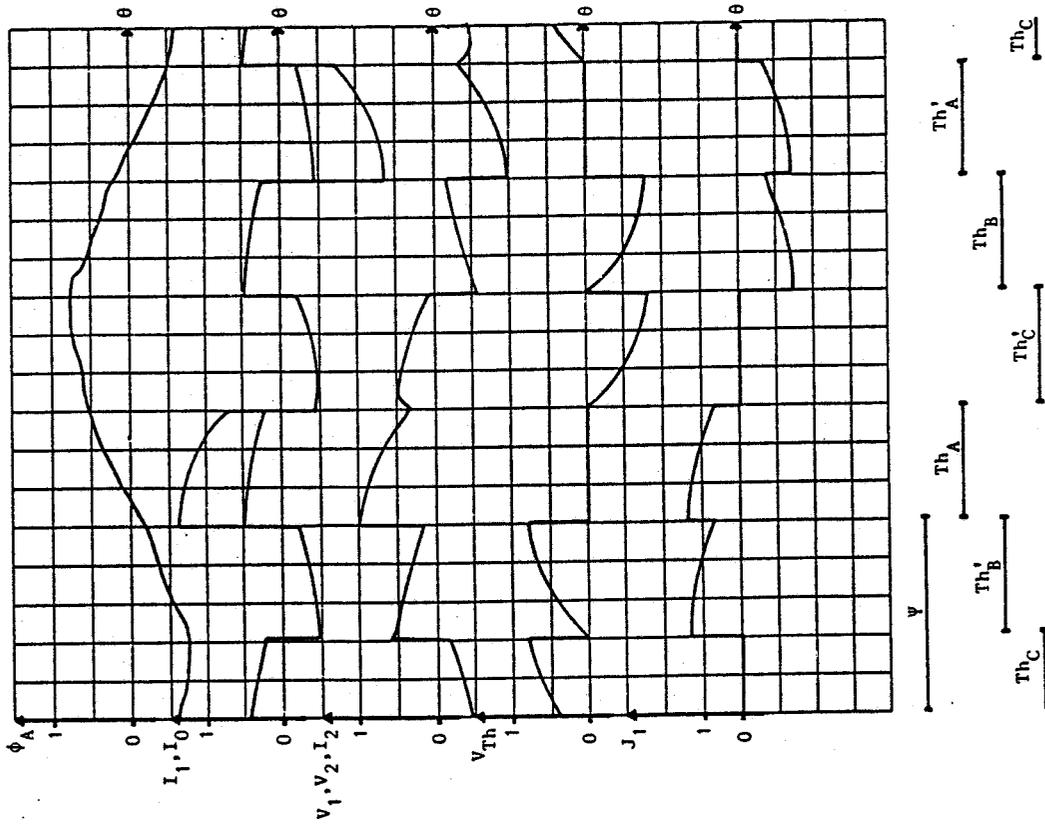
$\omega\tau = 4$ $\Psi = \Psi_{\theta_0} = 44$ $\theta_1 = 104$ mode 1

PLANCHE 23



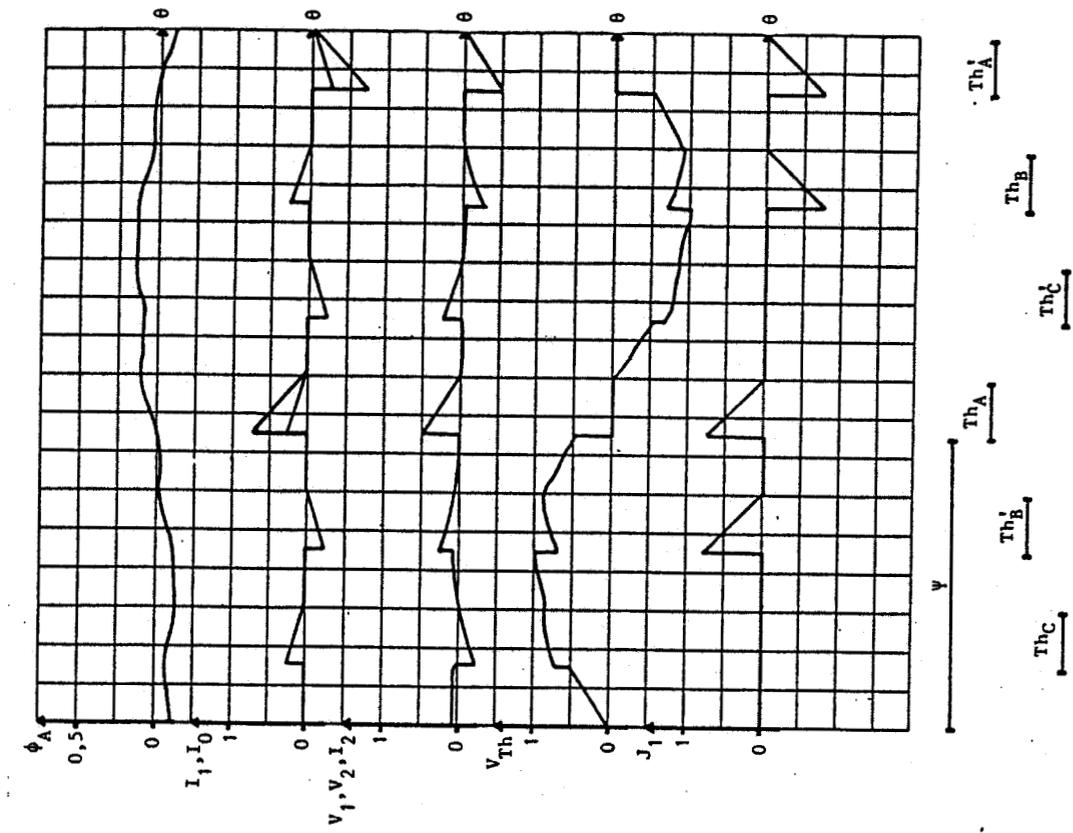
$\omega T = 4$ $\Psi = 110$ mode 2

PLANCHE 26



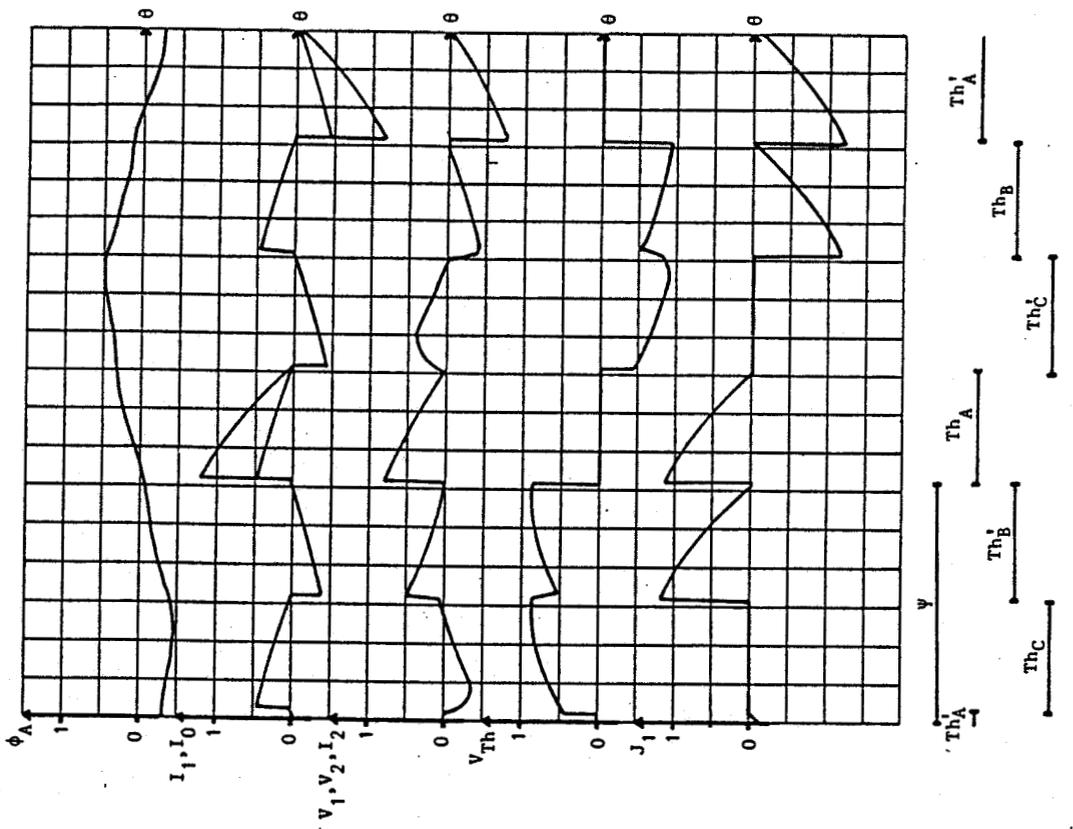
$\omega T = 4$ $\Psi = \Psi_{\lambda_1} = 101$ mode 1 ou 2

PLANCHE 25



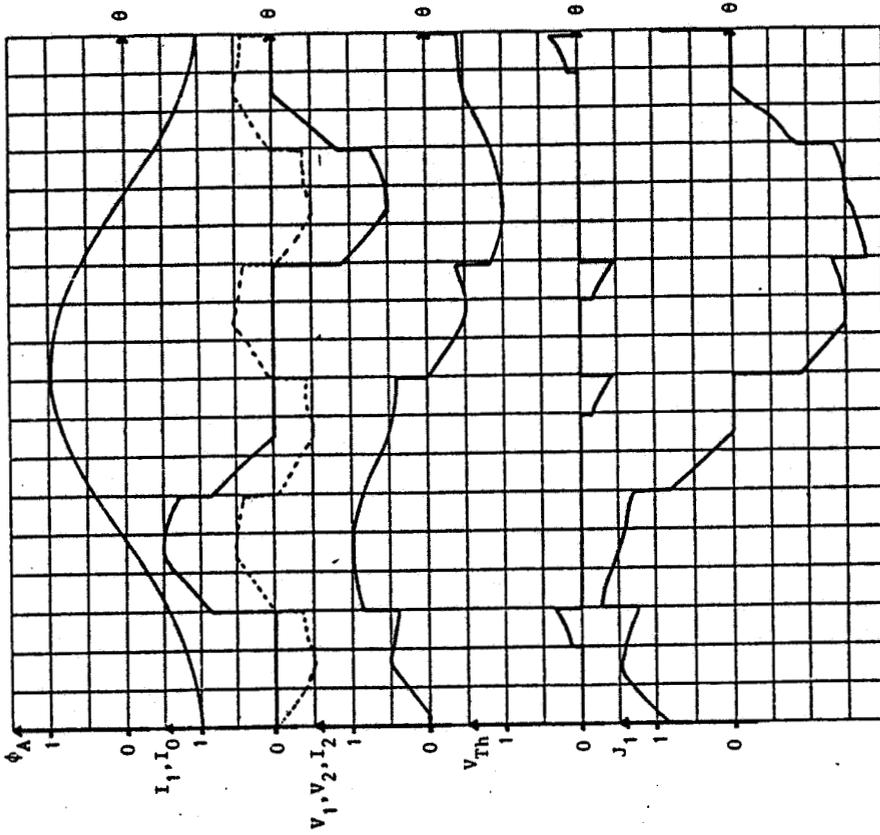
$\omega T = 4$ $\Psi = \Psi_{0,2} = 125$ mode 2 ou 3

PLANCHE 27



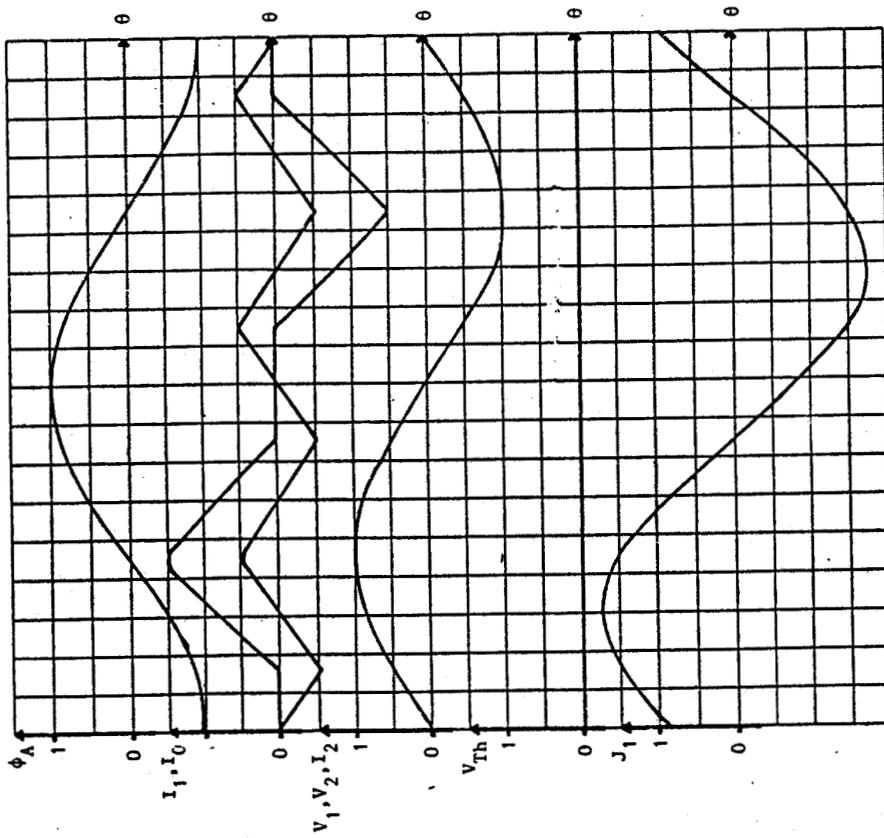
$\omega T = 4$ $\Psi = 150$ mode 3

PLANCHE 28



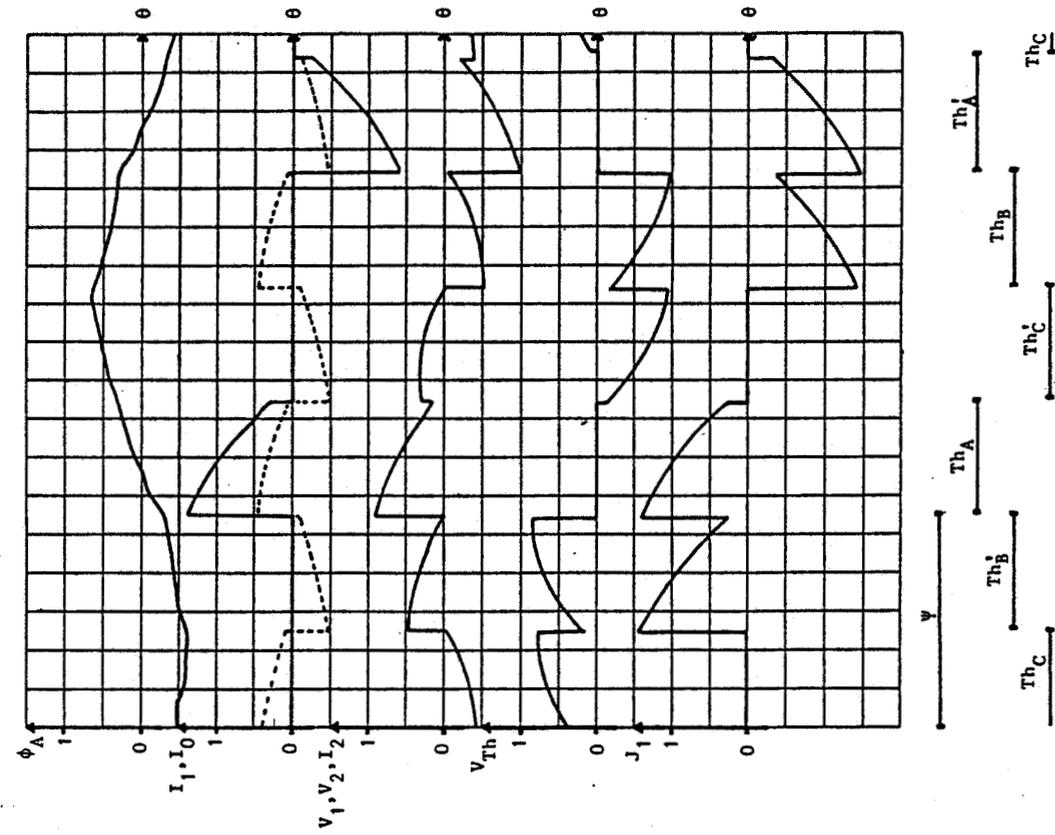
$\omega\tau = 20$ $\Psi = 60$ $\theta_1 = 92,7$ mode 1

PLANCHE 30



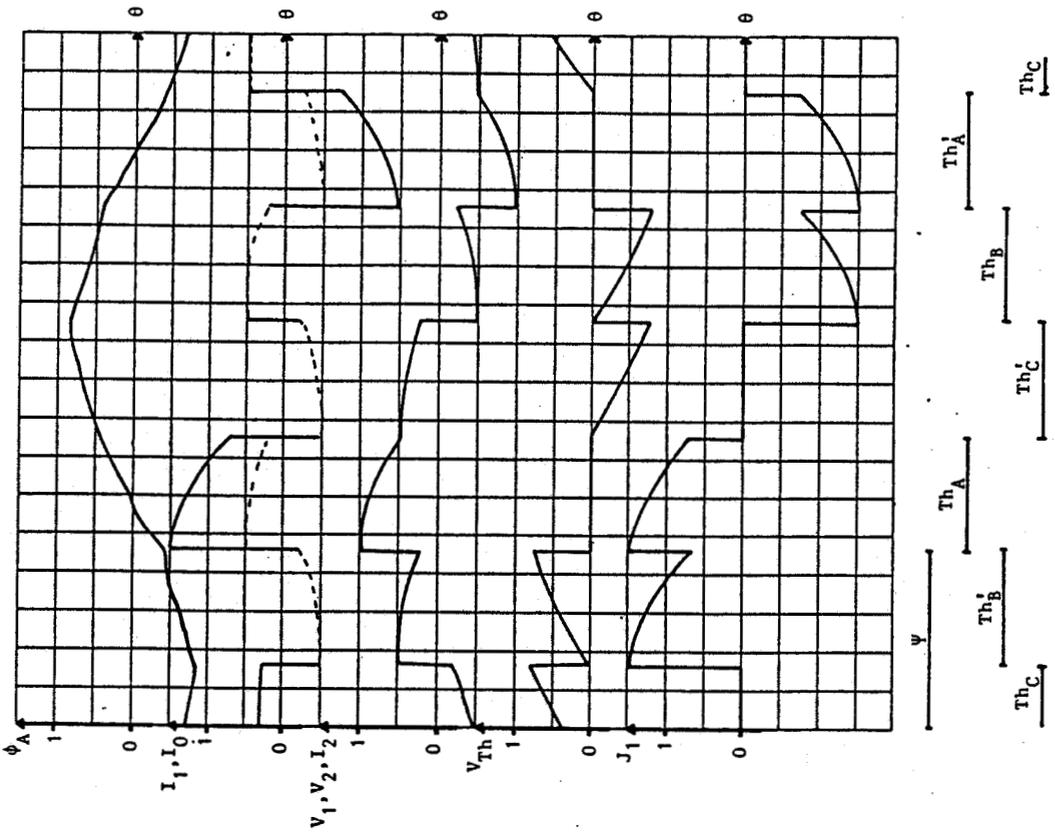
$\omega\tau = 20$ $\Psi = \Psi_{\lambda_0} = 32$ $\theta_1 = 93$ mode 1

PLANCHE 29



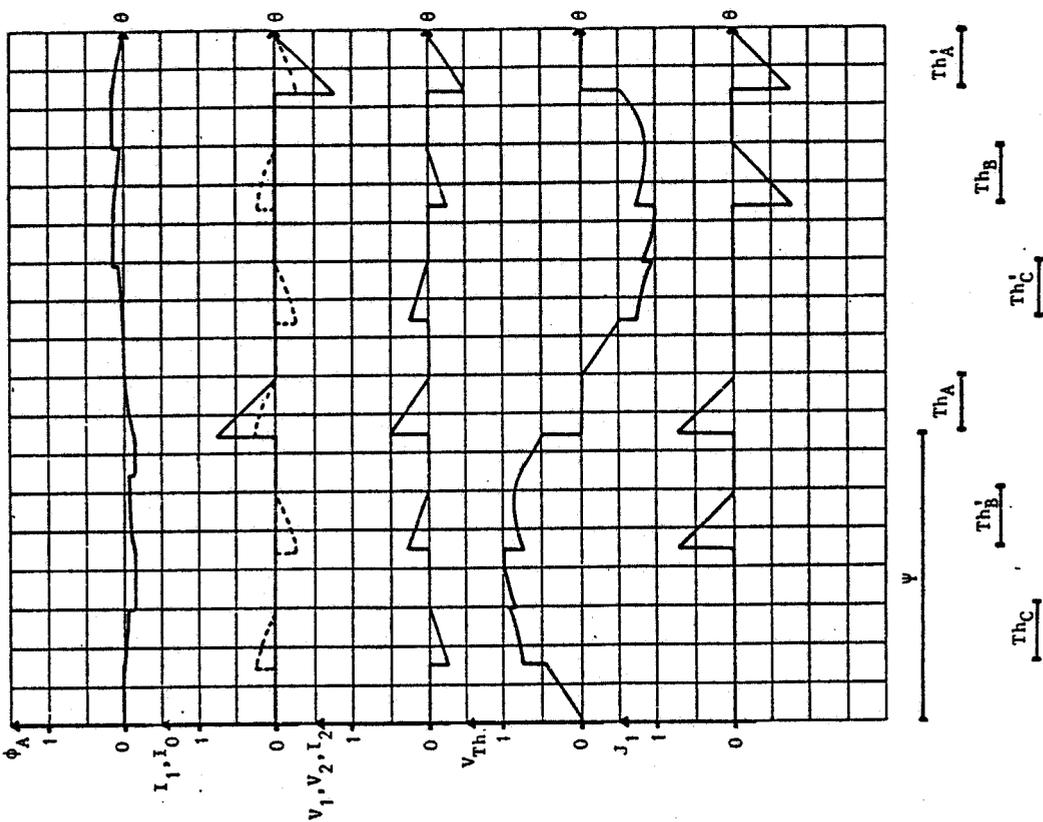
$\omega\tau = 20 \quad \Psi = 110 \quad \text{mode 2}$

PLANCHE 32



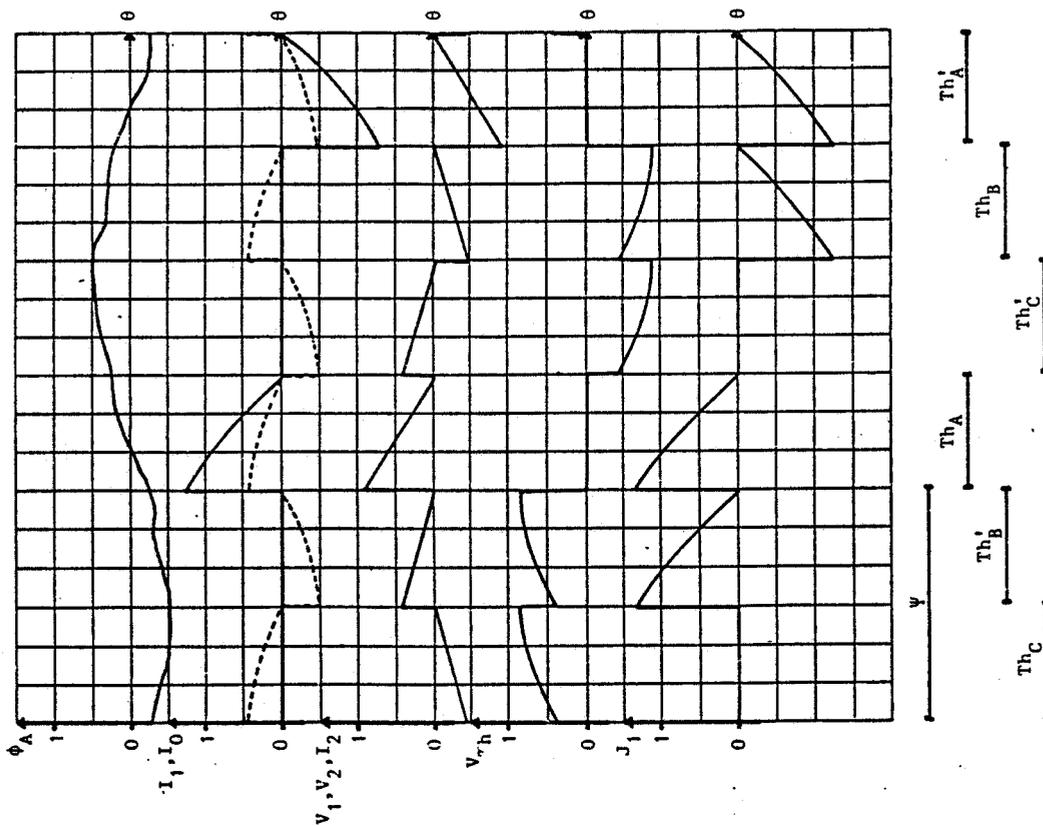
$\omega\tau = 20 \quad \Psi = \Psi_{\theta_1} = 92 \quad \theta_1 = 92, 2 \quad \text{mode 1 ou 2}$

PLANCHE 31



$\omega\tau = 20$ $\Psi = 150$ $\theta_3 = \Psi\lambda_3 = 180$ mode 3

PLANCHE 34



$\omega\tau = 20$ $\Psi = \Psi\lambda_2 = 120$ $\theta_3 = 180$ mode 2 ou 3

PLANCHE 33

V - CARACTERISTIQUES

En introduction, nous avons montré qu'un transformateur D_y défini par sa réluctance par noyau R et ses nombres de spires primaires et secondaires n_1 et n_2 , est équivalent à un transformateur V_y , alimenté par un même système de tensions composées, à condition que celui-ci présente même réluctance R , même nombre de spires secondaires n_2 , mais un nombre de spires primaires réduit à $n_1/\sqrt{3}$. De cette équivalence, avec les mêmes tensions d'alimentation, nous avons montré que les deux transformateurs absorbent des courants en ligne rigoureusement identiques, en valeur instantanée et que, par suite, les puissances au primaire : instantanée (p), active (P), réactive du premier harmonique (Q_1) et déformante (D), sont les mêmes.

Du fait que l'on néglige les pertes dans le fer, ainsi que les résistances des enroulements, les puissances actives se retrouvent aux secondaires avec les mêmes valeurs. Soit :

$$P_2 = 3 R I_2^2 = 3 V_2^2 / R$$

Par suite, les courants et les tensions secondaires efficaces I_2 et V_2 sont identiques pour les deux transformateurs.

On comprend également, que, dans ces conditions, les harmoniques des courants secondaires ont mêmes amplitudes pour les deux transformateurs, mais ils présentent un déphasage avant ou arrière de 30° suivant qu'ils forment des systèmes directs ou inverses.

Si l'on considère maintenant, que le système de tensions composées commun aux deux primaires, est obtenu à partir d'un réseau d'alimentation sinusoïdal triphasé et d'un gradateur, disposé soit, en ligne dans le cas du primaire en étoile, soit en branches, dans le cas du primaire en triangle, il convient de montrer que les conclusions précédentes sur l'identité des puissances en particulier sont toujours valables.

A cet effet, ayant connaissance des études analytiques précédemment effectuées au Chapitre I et dans celui-ci, nous pouvons directement raisonner sur les modes et limites de mode qui ont été présentés.

Notre attention va se porter sur les instants de commutation des deux montages, qui vont s'avérer être les mêmes à un intervalle d'étude près, si l'on compare les modes de même indice, tels qu'ils ont été baptisés précédemment. On notera que le mode "préliminaire" du second montage sera exclu de l'étude.

Il conviendra ensuite, en s'aidant de "tableaux de conduction" comparatifs établis pour chaque mode pour les deux montages, de montrer que non seulement les commutations s'opèrent aux mêmes instants, mais que les connexions ainsi réalisées, vers les bornes U.V.W du réseau d'alimentation sont les mêmes.

* 1er Point : Instants des commutations

Du fait que la comparaison des instants de commutation s'effectue pour 2 modes de même indice, il convient de manière à prendre rigoureusement la même origine des temps pour les deux montages déjà vus, de tenir compte des deux éléments suivants :

- 1er élément : Nous avons choisi de "synchroniser" la commande en Ψ sur la tension simple v_A , pour le 1er montage, et la tension composée u_{AC} pour le second. Ceci introduit un décalage dans le temps ("retard du second montage sur le premier") correspondant au déphasage entre ces deux tensions, soit : $\Delta t = \pi / 6\omega$.

- 2ème élément : La non prise en considération du mode préliminaire dans le 2ème montage, conduit à un écart sur l'angle Ψ égal à la différence entre les butées haute et basse de ce mode. Ces butées nommées $\Psi_{\ell_{00}}$ et Ψ_{ℓ_0} sont données dans ce chapitre par les relations (29) et (31). En faisant la différence $\Psi_{\ell_0} - \Psi_{\ell_{00}}$, on peut établir, qu'elle vaut $\pi/6$ quelquesoit ωt . Par suite, on voit qu'à l'origine des temps, si l'on compare les modes de même indice, on a de nouveau un "retard du second montage sur le premier" égal à : $\Delta t' = \pi/6\omega$.

Nous pouvons montrer que ce retard de $\pi/6\omega$ existera quelquesoit le mode concerné. Il suffit, en notant Ψ_{ℓ_D} et Ψ_{ℓ_y} les angles limites du second et du premier montage, de vérifier que si l'on pose $\Psi_{\ell_D} = \Psi_{\ell_y} + \pi/6$ (relation qui traduit la proposition précédente), dans les expressions (65), (66) et (80) de ce chapitre, permettant la détermination de $(\Psi_{\ell_0})_D$,

$(\Psi_{\ell_1})_D$ et $(\Psi_{\ell_2})_D$, que l'on retrouve, les expressions (37), (38) et (44) du 1er Chapitre, permettant de déterminer $(\Psi_{\ell_0})_y$, $(\Psi_{\ell_1})_y$ et $(\Psi_{\ell_2})_y$.

Démonstration :

- La relation (65) s'écrit :

$$(\Psi_{\ell_0})_D = - \text{Arc tg } (\omega\tau) + 2\pi/3$$

que l'on peut transformer en :

$$(\Psi_{\ell_0})_D = \text{Arc tg } (1/\omega\tau) + \pi/6$$

d'après la relation (37), $(\Psi_{\ell_0})_y = \text{Arc tg } 1/\omega\tau$, donc :

$$(\Psi_{\ell_0})_D = (\Psi_{\ell_0})_y + \pi/6$$

- La relation (66) s'écrit :

$$\omega\tau (1+D) \cos (\Psi_{\ell_1})_D + \sqrt{3} \cos ((\Psi_{\ell_1})_D - \pi/3) = 0$$

En remplaçant $(\Psi_{\ell_1})_D$ par $(\Psi_{\ell_1})_y + \pi/6$, on obtient après transformation :

$$\omega\tau (1+D) \sin ((\Psi_{\ell_1})_y - 4\pi/3) - \sqrt{3} \sin ((\Psi_{\ell_1})_y - 2\pi/3) = 0$$

Cette dernière expression s'identifie avec (38), donc :

$$(\Psi_{\ell_1})_D = (\Psi_{\ell_1})_y + \pi/6$$

- La relation (80) s'écrit :

$$(1+D) \omega\tau \sin ((\Psi_{\ell_2})_D + \pi/3) + (2-D) \sin ((\Psi_{\ell_2})_D + \pi/6) = 0$$

En remplaçant $(\Psi_{\ell_2})_D$ par $(\Psi_{\ell_2})_y + \pi/6$, on trouve après transformation :

$$\omega\tau (1+D) \cos (\Psi_{\ell_2})_y + (2-D) \cos ((\Psi_{\ell_2})_y - \pi/6) = 0$$

Cette relation s'identifie parfaitement avec la relation (44) du 1er montage, donc :

$$(\Psi_{\ell_2})_D = (\Psi_{\ell_2})_y + \pi/6$$

En ce qui concerne les angles limites $(\Psi_{\ell_3})_D$ et $(\Psi_{\ell_3})_y$, nous avons vu qu'ils valent respectivement 180° et 150° , ce qui permet à nouveau d'écrire :

$$(\Psi_{\ell_3})_D = (\Psi_{\ell_3})_y + \pi/6$$

Ce décalage dans le temps $\Delta t' = \pi/6\omega$, qui existe donc quel qu'il soit le mode concerné, va s'ajouter au retard Δt , ce qui conduit à un "retard total du 2ème montage sur le 1er" de $\Delta t + \Delta t' = \pi/3\omega$.

Cette valeur est également la durée d'un intervalle d'étude, quel qu'il soit. Par suite, les instants où commencent et se terminent les 6 intervalles successifs rencontrés sur une période pour chaque montage sont synchrones, au décalage près, d'un intervalle d'étude.

Les commutations ont lieu, non seulement en début ou en fin d'intervalle d'étude, mais également lors d'un changement de régime en mode 1 ou 3, repéré par les angles critiques θ_1 et θ_3 que nous noterons respectivement $(\theta_{1D}$ et $\theta_{3D})$ et $(\theta_{1y}$ et $\theta_{3y})$ pour ce chapitre et le précédent.

Il convient alors d'examiner, comme nous l'avons fait pour les angles limites, les relations qui permettent la détermination des angles critiques pour les 2 montages :

- En ce qui concerne les 1ers modes, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega\tau (1 + D_{1y}) \sin (\theta_{1y} - 4\pi/3) + \cos \Psi_y - \cos (\theta_{1y} - 4\pi/3) = 0 \\ \text{avec :} \\ D_{1y} = e^{(\theta_{1y} - \Psi_y - \pi/3)/\omega\tau} \end{array} \right. \quad (\text{relation (36) du Chapitre I})$$

et :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega\tau (1 + D_{1D}) \cos \theta_{1D} + \sin \theta_{1D} + \cos (\Psi_D - \pi/6) = 0 \\ \text{avec :} \\ D_{1D} = e^{(\theta_{1D} - \Psi_D + \pi/3)/\omega\tau} \end{array} \right. \quad (\text{relation (64) de ce chapitre})$$

On montre aisément l'identité de ces expressions si l'on a :

$$\Psi_D = \Psi_y + \pi/6 \quad \text{et} \quad \theta_{1D} = \theta_{1y} + \pi/6$$

- En ce qui concerne les 3èmes modes, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 + \lambda_y) \omega\tau \cos(\theta_{3y} - \pi/3) + \lambda_y (\sin(\theta_{3y} - \pi/3) - \sin(\Psi_y - \pi/3)) = 0 \\ \text{avec :} \\ \lambda_y = \frac{0,5 - 1/D}{0,5 - D} e^{(\Psi_y - \theta_{3y})/\omega\tau} \quad (\text{relation (60) du Chapitre I}) \end{array} \right.$$

et :

$$\left\{ \begin{array}{l} (2D - 1) \omega\tau \sin \theta_{3D} + \frac{2-D}{D} (\cos \Psi_D - \cos \theta_{3D} + \omega\tau \sin \theta_{3D}) \\ \times e^{(\Psi_D - \theta_{3D})/\omega\tau} = 0 \\ (\text{relation (101) de ce chapitre}) \end{array} \right.$$

Ces deux expressions sont à nouveau identiques, si l'on a comme précédemment :

$$\Psi_D = \Psi_y + \pi/6 \quad \text{et} \quad \theta_{3D} = \theta_{3y} + \pi/6$$

En ce qui concerne les angles critiques, les instants qui leur correspondent seront donc décalés de $\pi/6\omega$, valeur à laquelle il convient d'ajouter le retard de $\pi/6\omega$ lié au choix différent des tensions prises en origine des temps.

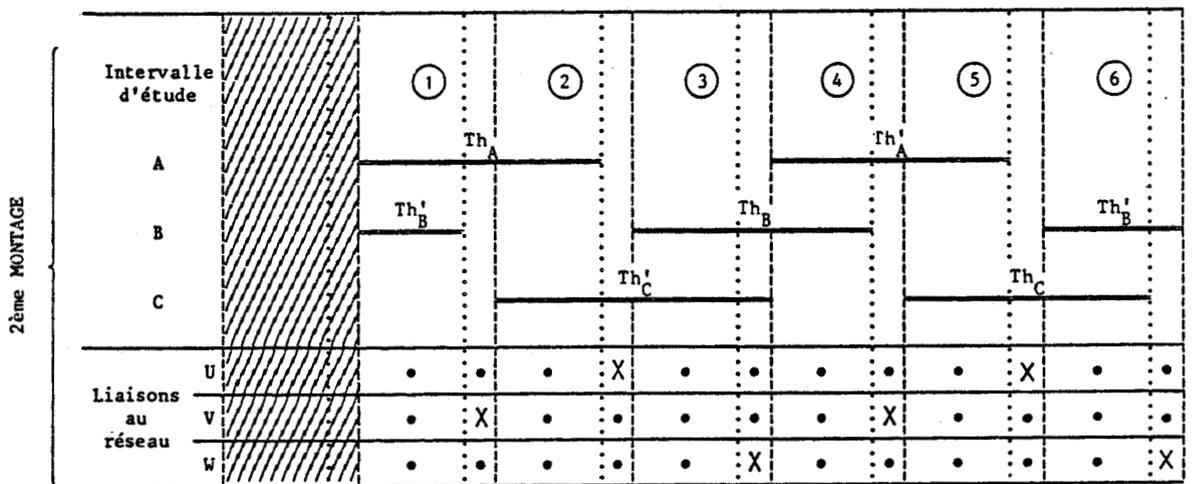
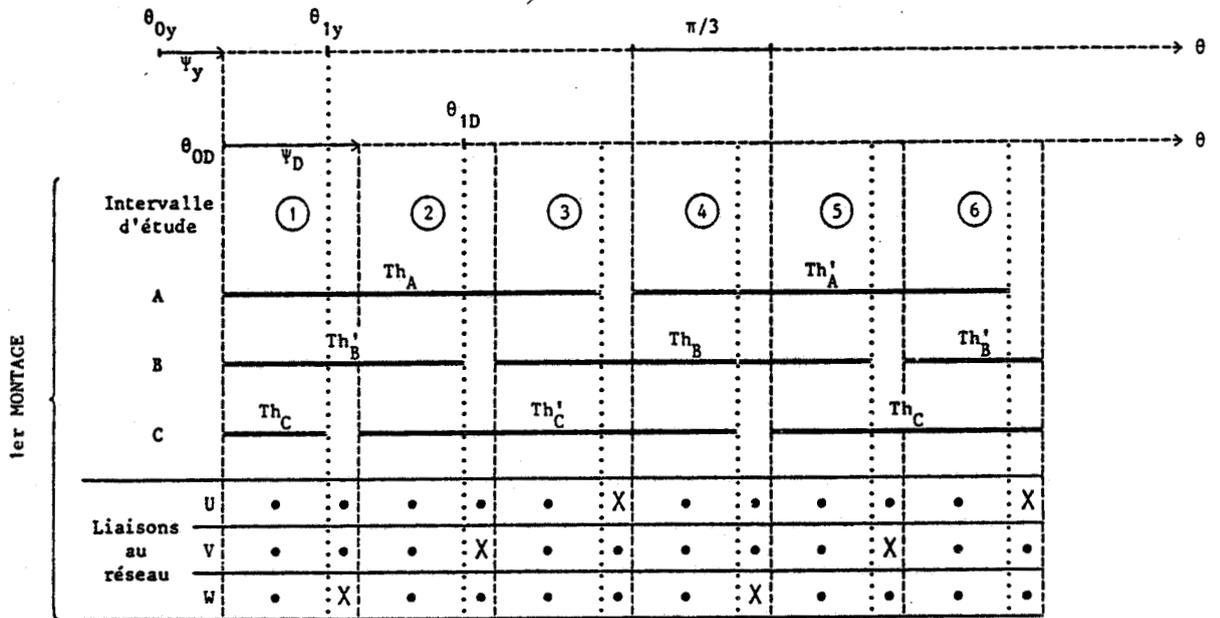
Aussi bien en 1er mode qu'en 3ème, les instants critiques pour les 2 montages, vont se correspondre, mais avec "un retard du 2ème montage sur le 1er" égal à la durée d'un intervalle d'étude.

* 2ème Point : Liaisons au réseau

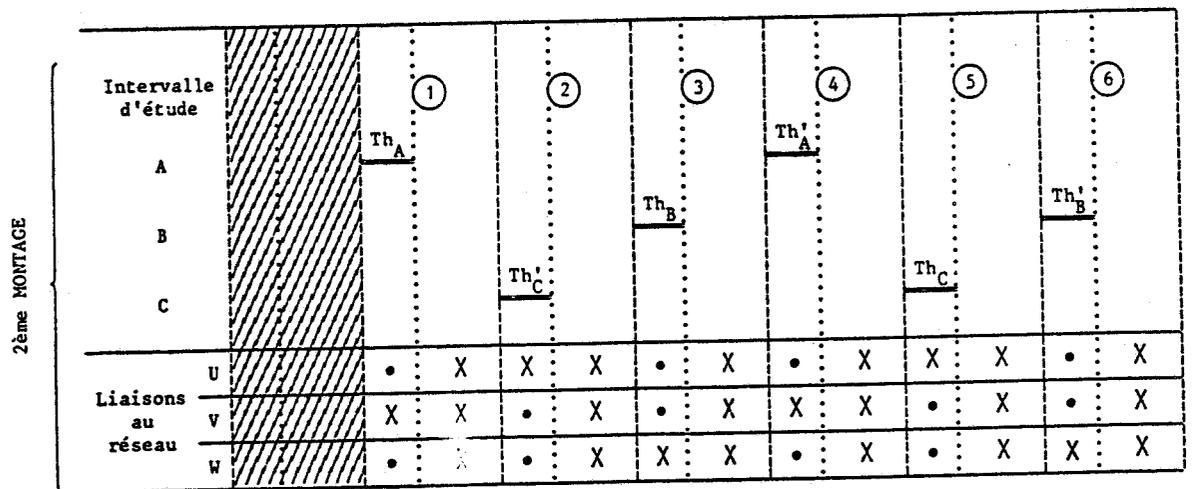
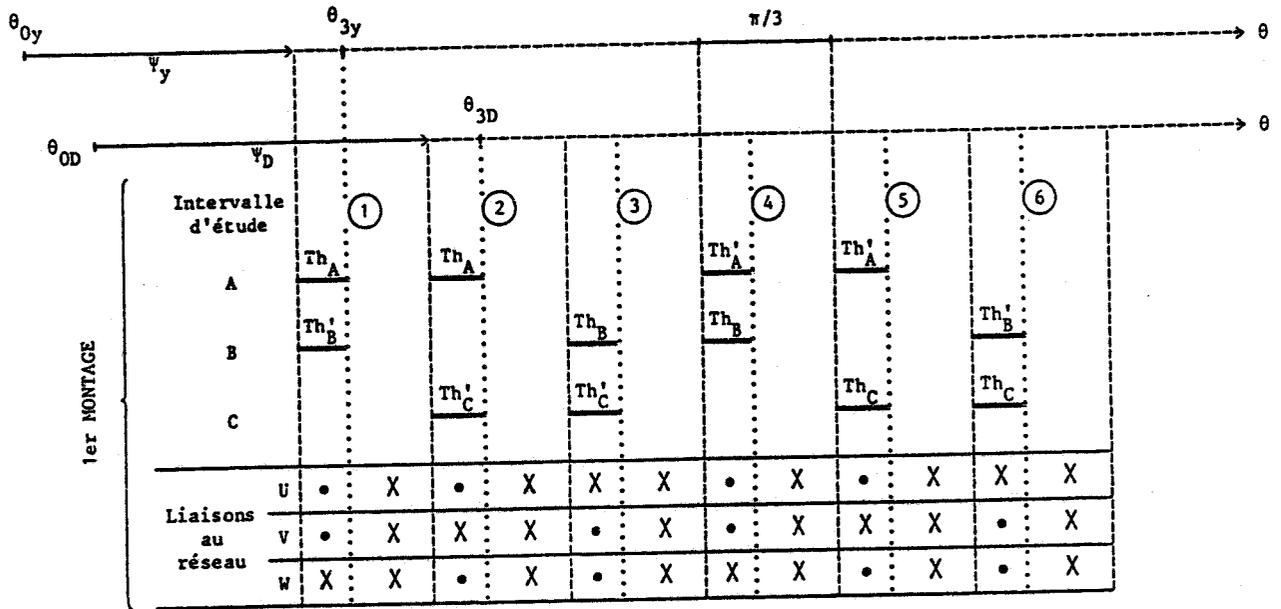
Nous considèrerons qu'il y a liaison au réseau, dont nous appellerons les bornes U.V et W, s'il y a possibilité pour le courant en ligne de circuler, compte tenu des thyristors en conduction. L'étude se fera en examinant les schémas des 2 montages (Fig. 1.1 et 1.2) et les tableaux comparatifs des conductions dans les 3 modes que nous présentons ci-après.

TABLEAUX DES CONDUCTIONS DES 2 MONTAGES

Premier mode



Troisième mode



De l'examen des tableaux précédents, il ressort nettement, qu'à tout instant, quelquesoit le mode et le régime de fonctionnement à l'intérieur de ce mode, les liaisons au réseau sont les mêmes. On peut également dire que les courants en ligne sont les mêmes aux mêmes instants, à un coefficient constant près, lié au rapport des nombres de spires primaires des 2 transformateurs, qui doit valoir $\sqrt{3}$ comme vu précédemment, si l'équivalence veut être reconnue.

En conséquence, les 2 ensembles gradateur - transformateur vus dans ce chapitre et au précédent, vont, comme nous l'avons démontré, pour les transformateurs seuls, avoir les mêmes courants en ligne instantanés, et les mêmes valeurs efficaces, de ces mêmes courants en ligne et des courants secondaires, à $\sqrt{3}$ près. D'autre part, les puissances actives, au primaire comme au secondaire, réactives du premier harmonique, et déformantes seront identiques au coefficient $(\sqrt{3})^2$ près.

Nous allons maintenant rappeler quelles sont les caractéristiques qu'il convient de présenter, en précisant, dans quelles conditions elles peuvent s'identifier à celles du 1er montage.

V.1 - Caractéristiques de réglage

V.1.1 - Caractéristique : $I_2 / I_{2\Psi_0}$ en fonction de Ψ

Obtenue au Chapitre I par la méthode de Simpson, et compte tenu des conclusions précédentes, cette caractéristique est donnée par la Figure 1.4, en modifiant la graduation en Ψ (axe horizontal), qui vaudra alors 30° à l'origine.

V.1.2 - Caractéristique : P / P_{Ψ_0} en fonction de Ψ

Cette caractéristique qui donne la puissance active ramenée à la puissance consommée en fonctionnement pleine onde, est donnée par la Figure 1.5, en translatant les valeurs de Ψ de 30° .

V.1.3 - Caractéristique : P / P_n en fonction de Ψ

Quelle que soit la valeur de $\omega\tau$, P / P_{Ψ_0} vaut toujours 1 quand Ψ est égal à Ψ_{ℓ_0} . Nous avons vu qu'il est intéressant de ramener la puissance

absorbée à la puissance nominale P_n du transformateur. La caractéristique correspondante est donnée par la Figure 1.6, où il convient à nouveau de changer la graduation horizontale en ajoutant 30° aux valeurs de Ψ .

V.1.4 - Caractéristique : P/P_{Ψ_0} et P/P_n en fonction de " α "

Pour éviter que la plage de variation de l'angle de commande soit dépendante de la charge traduite par $\omega\tau$, on peut, nous l'avons déjà vu au 1er chapitre, compter le retard à l'amorçage par rapport au zéro du courant dans la phase A, l'angle de commande correspondant que nous nommons " α " se détermine à partir des diagrammes de conduction.

* Pour le 1er mode :

Le thyristor Th'_B s'éteint pour $\theta = \theta_1$, le thyristor Th'_A s'éteint $1/3$ de période auparavant à $\theta = \theta_1 - 2\pi/3$. Le thyristor Th_A enclenché pour $\theta = \Psi$ est susceptible de conduire depuis l'instant de blocage de Th'_A soit depuis $\theta_1 - 2\pi/3$. L'angle α de retard à l'enclenchement par rapport au zéro de courant a pour expression :

$$\alpha = \Psi - (\theta_1 - 2\pi/3) = \Psi - \theta_1 + 2\pi/3$$

Dans ces conditions, quand $\Psi = \Psi_{\ell_0}$, $\theta_1 = \Psi_{\ell_0} + \pi/3$. Donc :

$$\alpha = \pi/3 \quad \forall \omega\tau$$

* Pour le 2ème mode :

Le thyristor Th'_B se bloque à l'instant de l'enclenchement de Th_A , dans ce cas :

$$\alpha = \Psi - (\Psi - 2\pi/3) = 2\pi/3 \quad \forall \omega\tau$$

* Pour le 3ème mode :

Le thyristor Th_A se bloque à θ_3/ω . Le thyristor Th'_A s'est bloqué auparavant à $(\theta_3 - \pi)/\omega$. Le thyristor Th_A est réamorcé à Ψ/ω . Dans ce cas :

$$\alpha = \Psi - (\theta_3 - \pi) = \Psi + \pi - \theta_3$$

Dans ces conditions :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{à } \Psi_{\ell_2}/\omega & : \quad \alpha_{\ell_2} = 2\pi/3 \\ \text{à } \Psi_{\ell_3}/\omega = \pi/\omega & : \quad \alpha_{\ell_3} = \pi \quad \forall \omega\tau \end{array} \right.$$

Si l'on appelle α_y et α_D les angles respectifs de commande références au courant, du 1er et du 2ème montage, il ressort de l'observation des relations précédentes et de leurs équivalents dans le 1er chapitre, que :

$$\alpha_D = \alpha_y + \pi/3 \quad \text{quelquesoit le mode}$$

Les caractéristiques P/P_{Ψ_0} et P/P_n en fonction de α sont donc les mêmes qu'au Chapitre I, si l'on procède à une translation des valeurs de α , telle que, à l'origine $\alpha = 60^\circ$. Les figures concernées sont référencées 1.7 et 1.8.

V.2 - Caractéristiques relatives au courant absorbé

V.2.1 - Caractéristiques $I_1/I_{1\Psi_0}$ et $J/J\Psi_0$

Nous avons vu que par équivalence, les deux montages absorbent le même courant en ligne instantané. La caractéristique $J/J\Psi_0$ du courant en ligne, rapporté à sa "valeur pleine onde" s'identifie donc à la caractéristique $I_1/I_{1\Psi_0}$ de la Figure 1.9 du 1er chapitre, à condition toutefois d'ajouter 30° aux valeurs de Ψ , comme démontré précédemment.

La caractéristique $I_1/I_{1\Psi_0}$ du courant dans un enroulement primaire, calculé en valeur efficace et rapporté à sa valeur pleine onde, comme précédemment sera par contre différente du fait de la présence d'une composante homopolaire des courants au primaire du transformateur.

Dans le but de mettre en évidence l'incidence du courant homopolaire, nous avons tracé Figure 2.4, pour la pleine charge du transformateur ($\omega\tau = 20$) et pratiquement la marche à vide ($\omega\tau = 0,5$), les caractéristiques

$I_1/I_{1\psi_0}$ et $J/J\psi_0$. On observera, qu'en valeur réduite (par U_m/m^2R pour I_1 et par $U_m/\sqrt{3}m^2R$ pour J) les courbes correspondantes à I_1 sont situées au-dessus de celles tracées pour J . L'écart constaté est directement lié à la présence d'harmoniques de rang 3 et multiples de 3, qui constituent le courant homopolaire, et que l'on ne rencontre que dans les enroulements primaires. On observe que cet écart est très important en 1er mode.

V.2.2 - Facteur de puissance

Des valeurs efficaces de I_2 et J , on peut tirer celle du facteur de puissance primaire :

$$f_p = \frac{P}{S} = \frac{3 R I_2^2}{\sqrt{3} U_1 J} = \frac{\left(\frac{I_2}{U_1 / m R \sqrt{3}} \right)^2}{\frac{J}{J\psi_0} \times \frac{J\psi_0}{U_1 / m^2 R \sqrt{3}}}$$

Pour $\Psi = \Psi_{\ell_0}$, on peut écrire :

$$J\psi_0 = \sqrt{\left(\frac{U_1 / \sqrt{3}}{m^2 R} \right)^2 + J_{10}^2}$$

avec :

$$J_{10} = \frac{R}{n_1^2} \frac{U_1 / \sqrt{3}}{\omega}$$

Avec $\omega\tau = n_2^2 \omega / R R$, il vient :

$$J\psi_0 = \frac{U_1}{m^2 R \sqrt{3}} \sqrt{1 + 1/\omega^2 \tau^2}$$

Par ailleurs :

$$I_{2\psi_0} = U_1 / m R \sqrt{3}$$

Par suite :

$$f_p = \frac{P / P_{\Psi_0}}{J / J_{\Psi_0}} \times \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}$$

Les courbes donnant le facteur de puissance en fonction de Ψ pour différentes valeurs de $\omega\tau$ sont donc les mêmes qu'au 1er chapitre, du fait de l'identité de valeur de P/P_{Ψ_0} d'une part et J/J_{Ψ_0} d'autre part. Elles sont données par la Figure 1.10 (à condition toutefois de ne pas omettre d'ajouter 30° en abscisse à toutes les valeurs de Ψ).

V.2.3 - Caractéristiques J_n/J_{Ψ_0} et $I_{1n}/I_{1\Psi_0}$

Nous avons vu au 1er chapitre que les courants en ligne ne présentaient aucun harmonique de rang 3 ou multiple de 3. Comme les valeurs instantanées de ces courants en ligne pour les 2 montages sont les mêmes, les caractéristiques J_n/J_{Ψ_0} (où n est le rang de l'harmonique rapporté au fonctionnement pleine onde) sont identiques aux caractéristiques $I_{1n}/I_{1\Psi_0}$ du 1er chapitre (Fig. 1.11).

En valeur réduite, les harmoniques de rang différent de 3 et d'un multiple de 3 du courant réduit $I_{1n}/I_{1\Psi_0}$ sont également identiques.

De manière à pouvoir comparer les amplitudes relatives des harmoniques multiples de 3 des courants primaires par rapport aux autres harmoniques, nous avons reproduit Fig. 2.5-a et 2.5-b correspondant à $\omega\tau = 20$ et $\omega\tau = 1$, les variations de $I_{1n}/I_{1\Psi_0}$ pour $n = 1, 3, 5, 7, 9$ et 11 .

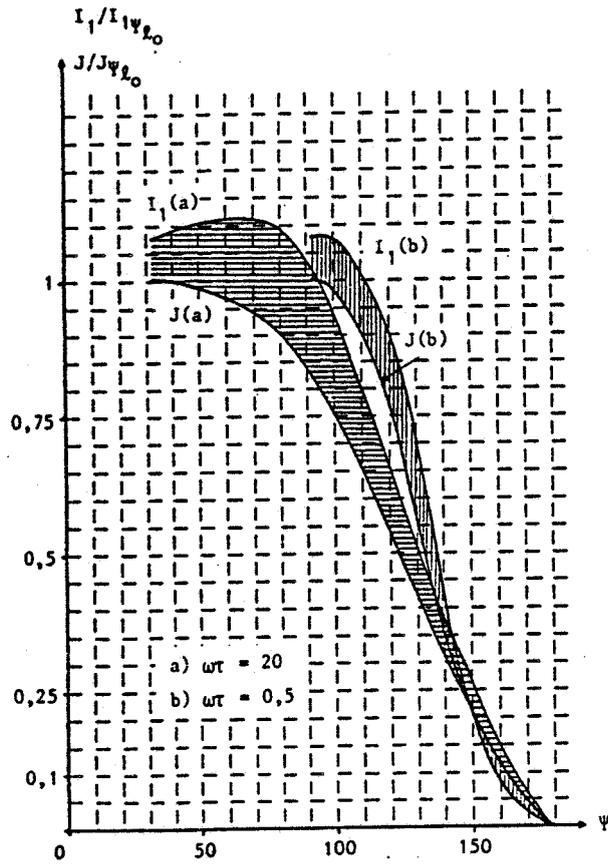


FIGURE 2.4

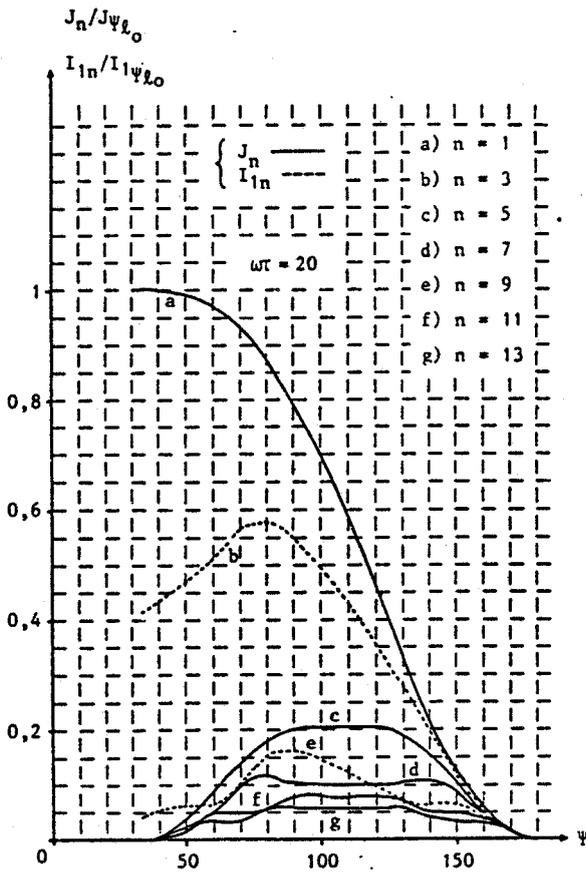


FIGURE 2.5/a

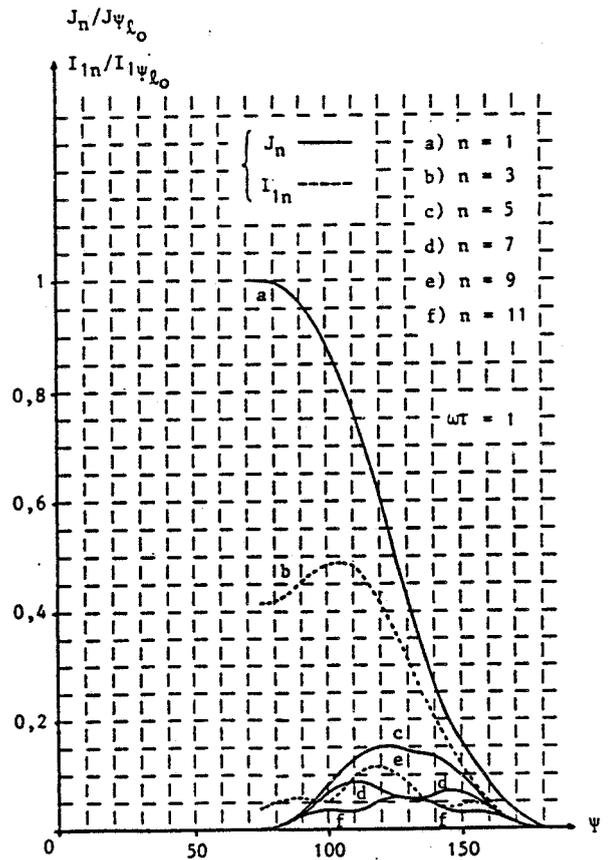


FIGURE 2.5/b

V.2.4 - Puissances réactive et déformante

La figure 1.12 du 1er Chapitre donne à la translation près de 30° des valeurs de Ψ en abscisse, les caractéristiques Q_1/S_{Ψ_0} de la puissance réactive du 1er harmonique de courant, rapportée à la puissance apparente pleine onde.

De même, la figure 1.13 du 1er Chapitre donne toujours avec un décalage de 30° sur Ψ l'allure de la variation de la puissance déformante D rapportée à S_{Ψ_0} .

Les commentaires que l'on peut faire au sujet de ces caractéristiques sont les mêmes qu'au premier chapitre (pages 58 et 59) à condition de se souvenir que le courant en ligne doit être noté J et non I_1 .

VI - COMMANDE DU CONVERTISSEUR

Le fonctionnement, à la mise en route du système, peut avoir lieu sans qu'il soit nécessaire comme c'était le cas pour le 1er montage, d'avoir obligatoirement des impulsions de gâchette de durée supérieure à un intervalle d'étude, ou d'envoyer des impulsions de confirmation.

Le retard à l'amorçage des thyristors peut être compté par rapport au zéro de tension (commande en Ψ) ou de courant (commande en α).

Les deux procédés présentent individuellement un inconvénient. Pour la commande en Ψ , hormis sa dépendance avec $\omega\tau$, on doit éviter en sus l'obtention d'un "blocage" vis à vis du contrôle lorsque Ψ descend en dessous de Ψ_{ℓ_0} (ce qui conduit au mode préliminaire). Pour la commande en α , nous avons vu la présence d'une discontinuité des puissances au 2ème mode, quand α est voisin de $2\pi/3$.

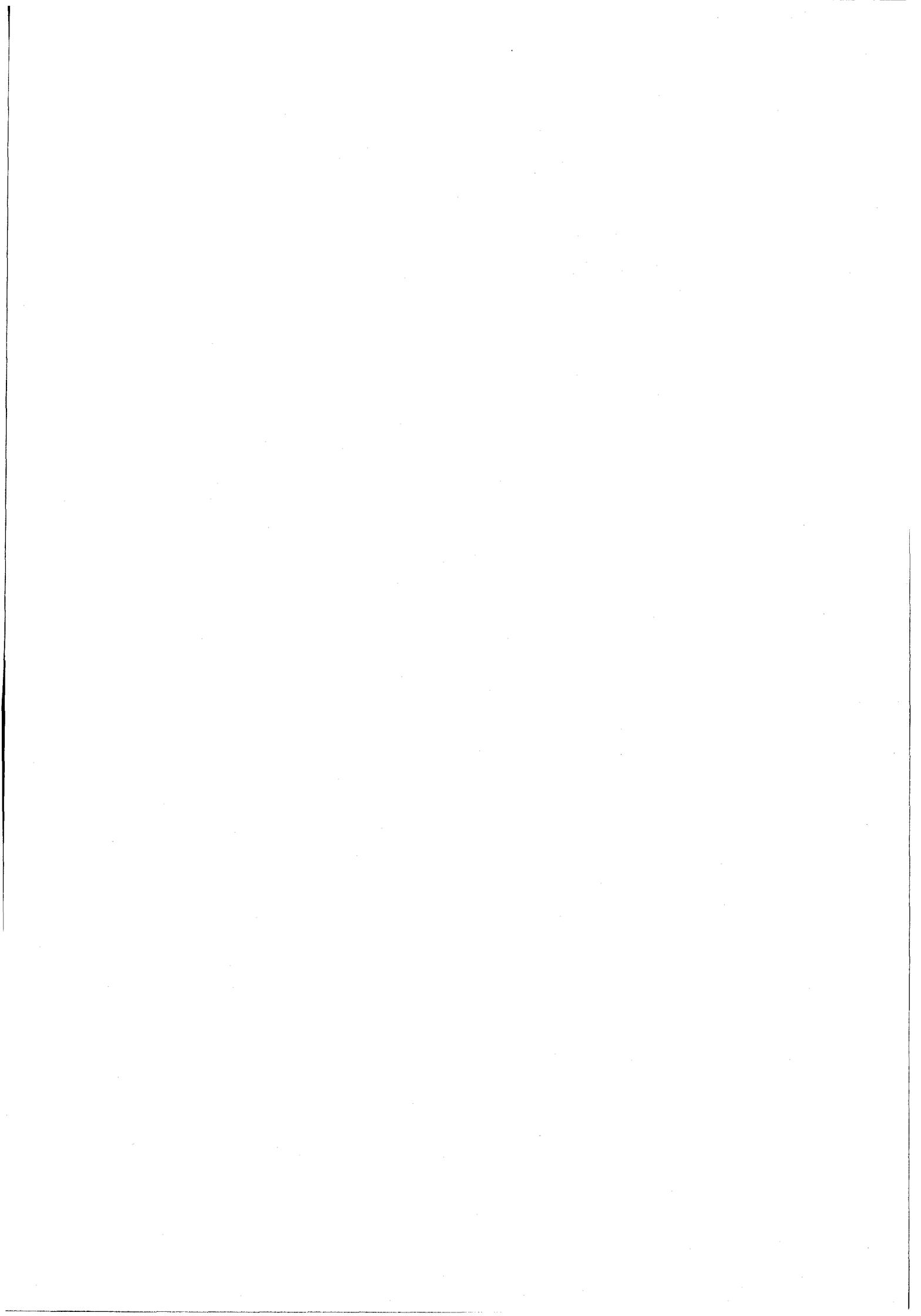
Si l'on veut opérer un réglage continu de la puissance débitée, il faut utiliser une commande en Ψ , et mesurer également l'angle α permettant ainsi par détection d'une approche de α vers $\pi/3$ de réagir aussitôt sur l'angle Ψ , pour le maintenir à une valeur supérieure à Ψ_{ℓ_0} .

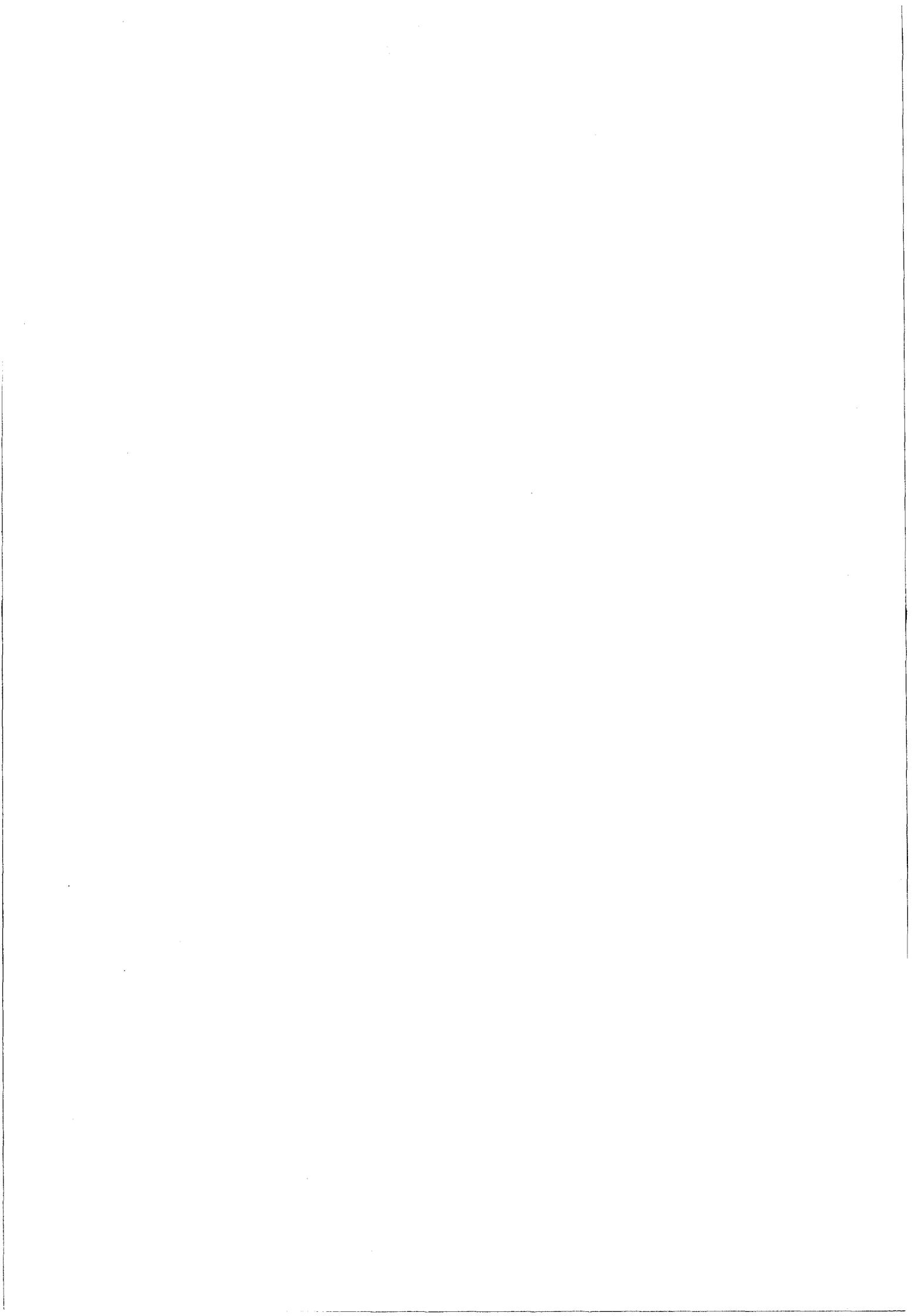
Le mode de commande proposé ci-dessus permet d'assurer un bon fonctionnement, à la mise sous tension et en régime permanent équilibré.

Le cas d'une rupture accidentelle d'une résistance de charge peut éventuellement nous conduire à parfaire la loi de commande précédente. L'analyse du fonctionnement en cas de défaut est envisagée au Chapitre V sous 2 formes :

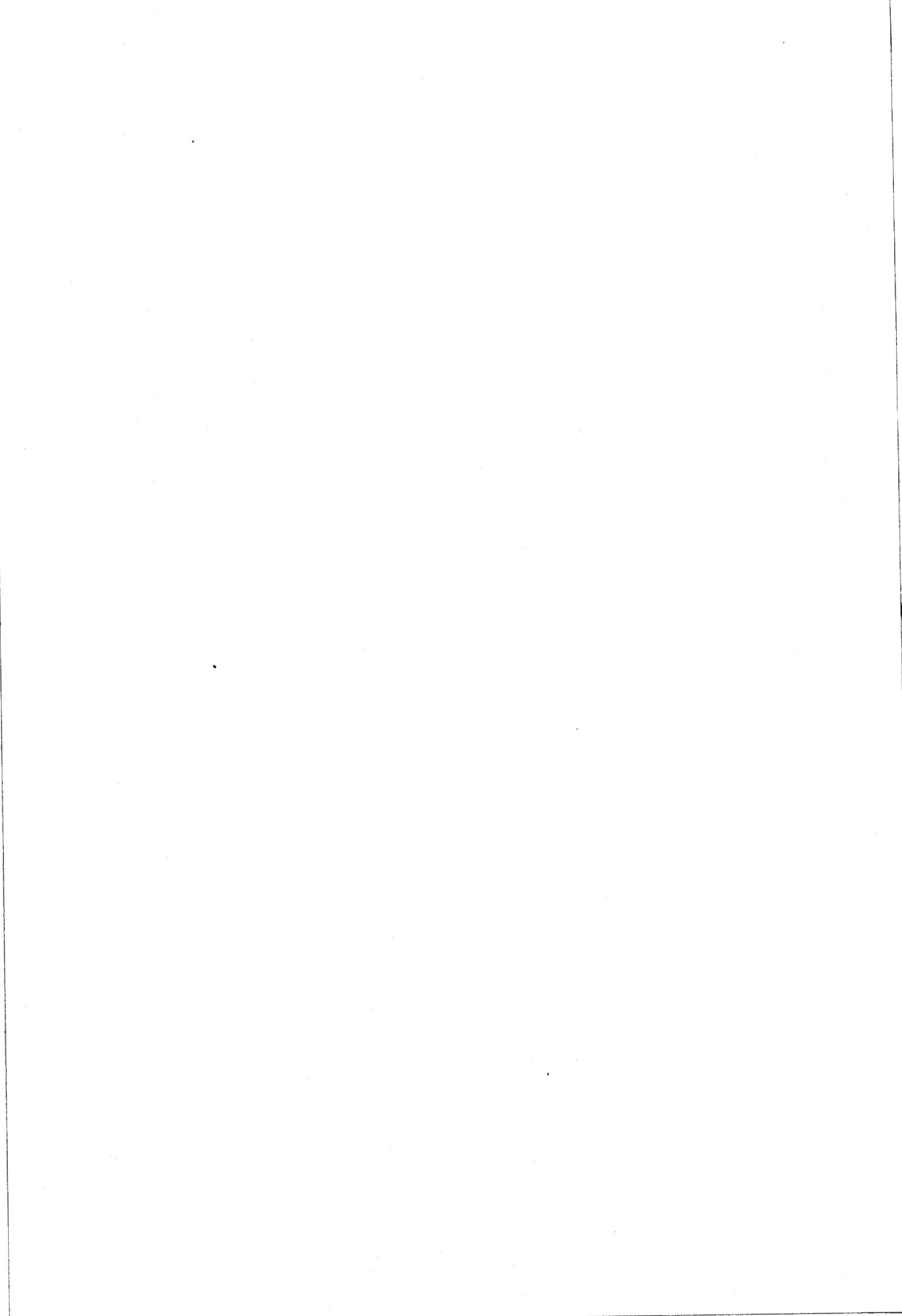
- en examinant, à la fois les relations générales d'Ampères-tours et les planches 17 à 34,

- par une méthode de simulation [44], autorisant une étude systématique de tous les cas possibles.





CHAPITRE III



MONTAGE

"GRADATEUR / TRANSFORMATEUR TRIANGLE - ETOILE / CHARGE RESISTIVE"

I - MONTAGE ETUDIE. HYPOTHESES ET NOTATIONS

Le gradateur est constitué de 3 groupes de 2 thyristors $Th_A, Th'_A, Th_B, Th'_B, Th_C$ et Th'_C connectés en parallèle inverse et disposés en ligne au primaire du transformateur. Le récepteur est constitué de 3 résistances égales "R" (Fig. 3.1).

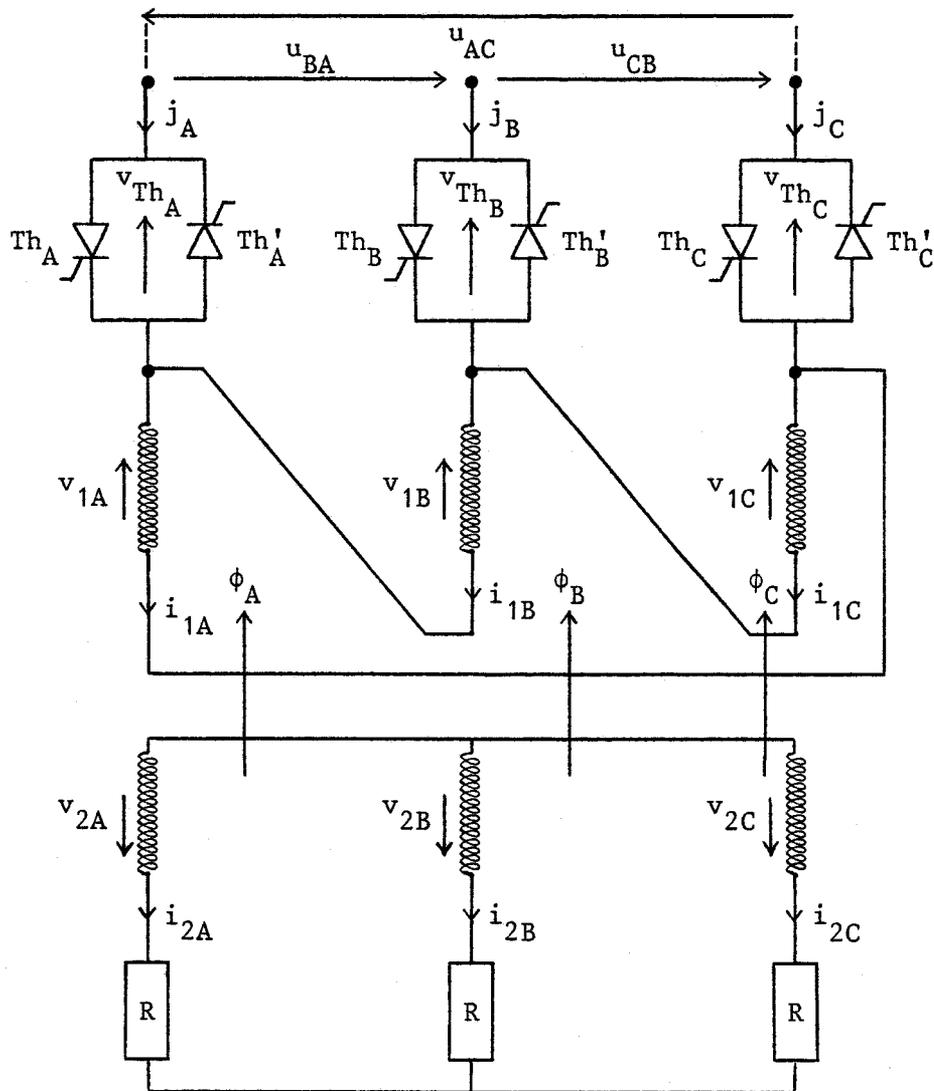


FIGURE 3.1

Nous désignons par $[v]$ le vecteur colonne formé par les tensions simples d'alimentation référencées au neutre de la source, et par $[u]$ celui, formé par les tensions composées. On a :

$$[v] = V_m \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - 2\pi/3) \\ \sin (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

et :

$$[u] = \begin{bmatrix} u_{AC} \\ u_{BA} \\ u_{CB} \end{bmatrix} = U_m \begin{bmatrix} \sin (\theta - \pi/6) \\ \sin (\theta - 5\pi/6) \\ \sin (\theta - 3\pi/2) \end{bmatrix}$$

avec $\theta = \omega t$ $\omega = 2\pi/T$ $U_m = \sqrt{2} U = \sqrt{3} V_m = \sqrt{6} V$

Les tensions aux bornes des enroulements primaire et secondaire et celles aux bornes des thyristors, sont notées $[v_1]$, $[v_2]$ et $[v_{Th}]$ telles que :

$$[v_1] = \begin{bmatrix} v_{1A} \\ v_{1B} \\ v_{1C} \end{bmatrix} \quad [v_2] = \begin{bmatrix} v_{2A} \\ v_{2B} \\ v_{2C} \end{bmatrix} \quad [v_{Th}] = \begin{bmatrix} v_{ThA} \\ v_{ThB} \\ v_{ThC} \end{bmatrix}$$

Les courants en ligne au primaire et dans les enroulements primaire et secondaire, sont respectivement notés $[j]$, $[i_1]$ et $[i_2]$ tels que :

$$[j] = \begin{bmatrix} j_A \\ j_B \\ j_C \end{bmatrix} \quad [i_1] = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{bmatrix} \quad [i_2] = \begin{bmatrix} i_{2A} \\ i_{2B} \\ i_{2C} \end{bmatrix}$$

Le transformateur est à flux forcé, on néglige la saturation magnétique, les pertes actives dans le fer et les flux de fuite. On ne tient pas compte de la dissymétrie de construction, et on néglige la résistance des enroulements.

Les réluctances des noyaux sont notées R et les flux à travers ceux-ci sont désignés par :

$$\begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}$$

Les thyristors sont débloqués tous les $1/6$ ème de période selon l'ordre : $Th_A, Th'_C, Th_B, Th'_A, Th_C, Th'_B$. Le retard angulaire à l'amorçage de Th_A compté par rapport à l'annulation par valeur croissante de la tension simple de la phase A, est noté Ψ .

De par la symétrie du montage, les grandeurs électriques relatives à chaque phase, ont les mêmes variations au décalage de $1/3$ et $2/3$ de période près.

Les 2 thyristors constituant un même gradateur sont déclenchés en alternance toutes les $1/2$ périodes et les variations des grandeurs électriques sont telles que leurs alternances positive et négative sont identiques au signe près. On peut ainsi écrire des relations de "bouclage", se traduisant au niveau des flux par les égalités :

$$\phi_A(\theta) = \phi_B(\theta + 2\pi/3) = \phi_C(\theta - 2\pi/3)$$

$$\phi_A(\theta) = -\phi_A(\theta \pm \pi) = \phi_A(\theta + 2\pi)$$

Les flux ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C déterminés sur $1/6$ ème de période, peuvent ainsi être connus tout au long de la période, en appliquant des relations de symétrie du type :

$$\begin{array}{ll} \phi_A(\theta + \pi/3) = -\phi_B(\theta) & \phi_A(\theta + 4\pi/3) = \phi_B(\theta) \\ \phi_A(\theta + 2\pi/3) = \phi_C(\theta) & \phi_A(\theta + 5\pi/3) = -\phi_C(\theta) \\ \phi_A(\theta + \pi) = -\phi_A(\theta) & \phi_A(\theta + 2\pi) = \phi_A(\theta) \end{array}$$

L'intervalle d'étude sera donc réduit à $[\Psi, \Psi + \pi/3]$.

II - RELATIONS GENERALES

Les relations qui vont suivre sont indépendantes de Ψ , elles ne dépendent que des caractéristiques du montage.

Désignons par n_1 , n_2 et m les nombres de spires primaires et secondaires et le rapport n_1/n_2 . Il vient :

$$(1) \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = n_1 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = n_1 \omega \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} \phi(\theta) \end{bmatrix}$$

$$(2) \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ThC} & - v_{ThA} \\ v_{ThA} & - v_{ThB} \\ v_{ThB} & - v_{ThC} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{bmatrix} v_{Th} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ThA} \\ v_{ThB} \\ v_{ThC} \end{bmatrix}$$

Les courants délivrés par le réseau s'écrivent :

$$(3) \quad \begin{bmatrix} j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{1A} & - i_{1B} \\ i_{1B} & - i_{1C} \\ i_{1C} & - i_{1A} \end{bmatrix}$$

La somme de ces courants est nulle (distribution en "3 fils") :

$$(4) \quad j_A + j_B + j_C = 0$$

Les enroulements secondaires sont en étoile, par suite :

$$(5) \quad i_{2A} + i_{2B} + i_{2C} = 0$$

Le transformateur est à flux forcés, par conséquent :

$$(6) \quad \phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$$

Le primaire étant couplé en triangle et compte tenu de la relation (1), il vient :

$$(7) \quad \begin{cases} v_{1A} + v_{1B} + v_{1C} = 0 \\ v_{2A} + v_{2B} + v_{2C} = 0 \end{cases}$$

Si l'on désigne par N et N' les neutres du secondaire et du récepteur, on peut écrire :

$$v_{N'} - v_N = v_{2A} - R i_{2A} = v_{2B} - R i_{2B} = v_{2C} - R i_{2C}$$

soit :

$$3 (v_{NN'}) = v_{2A} + v_{2B} + v_{2C} + R (i_{2A} + i_{2B} + i_{2C})$$

En utilisant la relation (7), il vient donc :

$$v_{NN'} = 0$$

Cette relation traduit l'équipotentialité des neutres et permet d'écrire :

$$(8) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix}$$

soit encore :

$$(9) \quad \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix}}{R} = \frac{1}{m R} \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix}$$

Si l'on examine les 3 mailles magnétiques du transformateur, on peut écrire les relations d'Ampères-tours suivantes :

$$(10) \quad \begin{cases} n_1 (i_{1A} - i_{1B}) - n_2 (i_{2A} - i_{2B}) = R (\phi_A - \phi_B) \\ n_1 (i_{1B} - i_{1C}) - n_2 (i_{2B} - i_{2C}) = R (\phi_B - \phi_C) \\ n_1 (i_{1C} - i_{1A}) - n_2 (i_{2C} - i_{2A}) = R (\phi_C - \phi_A) \end{cases}$$

En divisant ces 3 équations par n_1 , il vient :

$$(11) \quad \begin{bmatrix} j \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} i_{2A} - i_{2B} \\ i_{2B} - i_{2C} \\ i_{2C} - i_{2A} \end{bmatrix} + \frac{R}{n_1} \begin{bmatrix} \phi_A - \phi_B \\ \phi_B - \phi_C \\ \phi_C - \phi_A \end{bmatrix}$$

En posant :

$$(12) \quad \tau = \frac{n_2^2}{R^2}$$

on peut exprimer le coefficient R/n_1 par :

$$(13) \quad \frac{R}{n_1} = \frac{n_1}{m^2 R \tau}$$

III - ETUDE DU FONCTIONNEMENT

Comme nous l'avons expliqué, il suffit d'analyser le fonctionnement du montage sur 1/6ème de période, c'est-à-dire pour $\theta \in (\Psi, \Psi + \pi/3)$. Lorsque l'on fait croître l'angle Ψ , 3 modes de fonctionnement se succèdent, caractérisés par le nombre de thyristors conducteurs.

III.1 - 1er Mode : 3 ou 2 thyristors passants

Si, dans ce mode, il existe toujours 3 ou 2 thyristors passants, avant l'enclenchement du thyristor Th_A , deux autres composants (Th'_B et Th_C) étaient conducteurs.

La mise en conduction de Th_A entraîne la connexion des 3 phases au réseau, c'est le fonctionnement à 3 thyristors passants.

Ce fonctionnement va cesser à l'instant $\theta/\omega = \theta_1/\omega$ où le thyristor Th_C cesse de conduire. Il faudra attendre l'instant $\theta/\pi = (\Psi + \pi/3) / \omega$ pour observer la conduction de Th'_C et à nouveau donc, un fonctionnement à 3 thyristors passants.

L'instant θ_1/ω de changement de régime correspond à l'angle critique θ_1 qui dépend de la commande et de l'état de charge du transformateur.

III.1.1 - Equations de fonctionnement dans le 1er intervalle du 1er mode : $\theta \in (\Psi, \theta_1)$

Les trois gradateurs conduisent, par suite, les relations (1) et (2) s'expriment par :

$$(14) \quad \begin{bmatrix} v_{Th} \end{bmatrix} = 0 \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \end{bmatrix} = m R \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix}$$

Donc, par intégration des tensions $\begin{bmatrix} u \end{bmatrix}$ données par l'expression :

$$\begin{bmatrix} u \end{bmatrix} = U_m \begin{bmatrix} \sin (\theta - \pi/6) \\ \sin (\theta - 5\pi/6) \\ \sin (\theta - 3\pi/2) \end{bmatrix}$$

on obtient le flux :

$$(15) \quad \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = - \frac{U_m}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos (\theta - \pi/6) \\ \cos (\theta - 5\pi/6) \\ \cos (\theta - 3\pi/2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix}$$

Notons de suite que, par application de la relation (6), on a :

$$(16) \quad K_1 + K_2 + K_3 = 0$$

En appliquant les relations d'Ampères-tours (11) et les expressions (9), (12) et (13), on obtient :

$$\begin{aligned}
 [j] &= \frac{1}{m^2 R} \begin{bmatrix} u_{AC} & -u_{AB} \\ u_{BA} & -u_{CB} \\ u_{CB} & -u_{AC} \end{bmatrix} - \frac{U_m \sqrt{3}}{m^2 R \omega \tau} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos (\theta - 2\pi/3) \\ \cos (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix} + \\
 (17) \quad &+ \frac{n_1}{m^2 R \tau} \begin{bmatrix} K_1 & -K_2 \\ K_2 & -K_3 \\ K_3 & -K_1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Les courants primaires $[i_1]$ seront déterminés au § III.1.3.

III.1.2 - Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du 1er mode : $\theta \in (\theta_1, \Psi + \pi/3)$

Seuls les thyristors Th_A et Th_B sont conducteurs, par conséquent, les expressions (1) et (2) s'écrivent :

$$[v_{Th}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{ThC} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [v_1] - [u] = \begin{bmatrix} v_{ThC} \\ 0 \\ -v_{ThC} \end{bmatrix}$$

On en déduit aussitôt :

$$(18) \quad v_{1B} = u_{BA} = U_m \sin (\theta - 5\pi/6)$$

La somme des tensions primaires est nulle (7), donc :

$$v_{1A} + v_{1C} = -v_{1B} = -U_m \sin (\theta - 5\pi/6)$$

On peut en déduire la somme $\phi_A + \phi_C$ des flux dans les colonnes A et C, par la relation (1), soit :

$$[\phi] = \frac{1}{n_1 \omega} \int [v_1(\theta)] d\theta$$

et :

$$(19) \quad \phi_A + \phi_C = \frac{1}{n_1} U_m \cos (\theta - 5\pi/6) + K'$$

où K' est une constante d'intégration.

Nous pouvons exprimer maintenant que le courant j_C est nul, ce qui, à l'aide de la relation (11) d'Ampères-tours se traduit par :

$$\frac{1}{m} (i_{2C} - i_{2A}) + \frac{n_1}{m^2 R \tau} [\phi_C - \phi_A] = 0$$

On peut remplacer $[i_2]$ par $[v_1]$, en utilisant la relation (9), il vient alors :

$$\frac{1}{m^2 R} (v_{1C} - v_{1A}) + \frac{n_1}{m^2 R \tau} [\phi_C - \phi_A] = 0$$

Remplaçons alors les tensions primaires par leur expression en fonction des flux (1), on a :

$$\frac{d}{d\theta} (\phi_C - \phi_A) + \frac{1}{\omega\tau} [\phi_C - \phi_A] = 0$$

d'où, par intégration :

$$(20) \quad (\phi_C - \phi_A) = C e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau}$$

A partir des équations (6), (19) et (20), on obtient aisément le vecteur colonne "flux", à savoir :

$$(21) \quad \begin{aligned} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{U_m}{n_1} \cos (\theta - 5\pi/6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + K' \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + \\ &+ C e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau} \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Par dérivation, selon la formule (1), on obtient les tensions :

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} v_2 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_m \sin(\theta + \pi/6) \\ U_m \sin(\theta + \pi/6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} - \quad (22)$$

$$\frac{C n_1}{\tau} e^{(\Psi - \theta)/\omega\tau} \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

On détermine alors aisément les courants secondaires :

$$\begin{bmatrix} i_2 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_m}{m R} \sin(\theta + \pi/6) \\ \frac{U_m}{m R} \sin(\theta + \pi/6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} - \quad (23)$$

$$\frac{C n_1}{m \tau R} e^{(\Psi - \theta)/\omega\tau} \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

Les courants en ligne au primaire sont obtenus ensuite par les relations d'Ampères-tours (11) et l'expression des flux (21), ainsi que celle des courants secondaires (23). On a, après calcul :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} j \\ j \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{U_m}{m^2 R} \sin(\theta + \pi/6) \\ \frac{U_m}{m^2 R} \sin(\theta + \pi/6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3/2 \\ -3/2 \\ 0 \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{U_m}{m^2 R \omega \tau} \cos(\theta - 5\pi/6) \begin{bmatrix} 3/2 \\ -3/2 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{n_1 K'}{m^2 R \tau} \begin{bmatrix} 3/2 \\ -3/2 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (24)$$

soit encore :

$$(25) \quad [j] = \frac{1}{m^2 R} \left\{ U_m \left[\sin(\theta + \pi/6) - \frac{1}{\omega\tau} \cos(\theta + \pi/6) \right] + \frac{n_1}{\tau} K' \right\} \cdot \begin{bmatrix} 3/2 \\ -3/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nous cherchons maintenant les tensions aux bornes des thyristors : $[v_{Th}]$. Nous avons vu (en début de paragraphe), que seuls Th_A et Th'_B sont conducteurs, par suite :

$$(26) \quad [v_{Th}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{ThC} \end{bmatrix}$$

Compte tenu de la relation (2), on a :

$$v_{ThC} = v_{1A} - u_{AC}$$

En utilisant la relation (22), on obtient :

$$v_{ThC} = \frac{U_m}{2} \sin(\theta + \pi/6) + \frac{C n_1}{2\tau} e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau} - U_m \sin(\theta - \pi/6)$$

soit, après simplification :

$$(27) \quad v_{ThC} = U_m \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\theta + 2\pi/3) + \frac{n_1}{2\tau} C e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau}$$

Les courants primaires sont calculés ci-dessous.

III.1.3 - Calcul des courants primaires dans les deux intervalles du premier mode

Les relations établies jusqu'alors ne font aucune hypothèse quant au partage des courants dans les enroulements primaires, mais, du fait du couplage "triangle" de ces enroulements, la compensation des Ampères-tours secondaires d'un noyau magnétique s'effectue de préférence au niveau de l'enroulement primaire bobiné sur ce même noyau. Les relations d'Ampères-tours (10) peuvent alors s'écrire sous la forme simplifiée :

$$n_1 \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} - n_2 \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

Considérant alors que la somme des flux et celle des courants secondaires est nulle (relations (5) et (6)), on voit que :

$$(28) \quad i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$$

Considérant alors le vecteur $\begin{bmatrix} j \end{bmatrix}$ donné par la relation (3) et sachant que la somme :

$$j_A + j_B + j_C = 0 \quad (\text{relation (4)})$$

on peut écrire :

$$(29) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} j_A - j_C \\ j_B - j_A \\ j_C - j_B \end{bmatrix}$$

En utilisant la relation (29) dans l'étude du premier intervalle du premier mode, et connaissant l'expression (17) des courants $\begin{bmatrix} j \end{bmatrix}$, il vient, après simplification :

$$(30) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{m^2 R} \left\{ U_m \begin{bmatrix} \sin(\theta - \pi/6) \\ \sin(\theta - 5\pi/6) \\ \sin(\theta + \pi/2) \end{bmatrix} - \frac{U_m}{\omega\tau} \begin{bmatrix} \cos(\theta - \pi/6) \\ \cos(\theta - 5\pi/6) \\ \cos(\theta + \pi/2) \end{bmatrix} + \frac{n_1}{\tau} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} \right\}$$

Dans le deuxième intervalle du premier mode et à partir des relations (29) et (25), on obtient de même, après simplification :

$$(31) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{m^2 R} \left\{ U_m \left[\sin(\theta + \pi/6) - \frac{1}{\omega\tau} \cos(\theta + \pi/6) \right] + \frac{n_1}{\tau} K' \right\} \cdot \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

III.1.4 - Détermination des constantes d'intégration

Pour ce premier mode de fonctionnement, 3 remarques particulières sont mises à profit.

La première concerne la continuité des flux à l'instant critique θ_1/ω .

La deuxième traduit les propriétés de symétrie du montage par les relations de bouclage présentées au § I.

Enfin, on sait qu'à l'instant θ_1/ω , il y a annulation du courant j_C dont l'expression est donnée dans le premier intervalle du mode.

III.1.4.1 - Application de la première propriété :

On peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \theta = \theta_1 - \varepsilon \\ \text{1er int.} \end{cases} \quad \begin{cases} \theta = \theta_1 + \varepsilon \\ \text{2ème int.} \end{cases}$$

Considérant les expressions (15) et (21) des flux dans les 2 intervalles, la relation précédente s'écrit au niveau des lignes 1 et 2 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ligne 1 : } -\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos(\theta_1 - \pi/6) + K_1 = \\ \quad = \frac{1}{2} \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos(\theta_1 - 5\pi/6) + \frac{K'}{2} - \frac{C}{2} e^{(\psi - \theta_1)/\omega\tau} \\ \text{ligne 2 : } -\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos(\theta_1 - 5\pi/6) + K_2 = -\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos(\theta_1 - 5\pi/6) - K' \end{array} \right.$$

Après simplification, et en posant :

$$D_1 = e^{(\Psi - \theta_1) / \omega \tau}$$

il vient :

$$(32) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ligne 1 : } -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\theta_1 - \pi/3) = -K_1 + \frac{K'}{2} - \frac{C}{2} D_1 \\ \text{ligne 2 : } K_2 = -K' \end{array} \right.$$

$$(33)$$

III.1.4.2 - 2ème propriété :

On peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}_{\substack{\theta = \Psi \\ \text{1er int.}}} = - \begin{bmatrix} \phi_C \\ \phi_A \\ \phi_B \end{bmatrix}_{\substack{\theta = \Psi + \pi/3 \\ \text{2ème int.}}}$$

A partir des expressions (15) et (21) des flux dans les intervalles, on obtient pour les lignes 1 et 3 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ligne 1 : } -\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - \pi/6) + K_1 = \\ \quad = -\frac{U_m}{2 n_1 \omega} \cos (\Psi - \pi/2) - \frac{K'}{2} - \frac{C}{2} D \\ \text{ligne 3 : } -\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - 3\pi/2) + K_3 = \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - \pi/2) + K' \end{array} \right.$$

avec : $D = e^{-\pi/3\omega\tau}$

Ceci donne, après simplification, pour la 3ème ligne :

$$(34) \quad K_3 = K'$$

Compte tenu des relations (16) et (33), on trouve aisément :

$$(35) \quad K_1 = 0 \quad K_3 = -K_2 = K'$$

L'égalité des premières lignes s'écrit alors, après simplification et compte tenu de (35) :

$$(36) \quad \frac{\sqrt{3}}{n_1} \frac{U_m}{\omega} \cos \Psi - K' = D C$$

La relation (32) pour sa part, se simplifie, compte tenu de (35) et s'écrit sous la forme :

$$(37) \quad \sqrt{3} \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\theta_1 - \pi/3) + K' = D_1 C$$

Par sommation des relations (36) et (37), on a :

$$(38) \quad \sqrt{3} \frac{U_m}{n_1 \omega} \left[\cos \Psi + \cos (\theta_1 - \pi/3) \right] \frac{1}{D + D_1} = C$$

Par différence des relations (36) et (37), on a de même, après simplification :

$$(39) \quad K' = \sqrt{3} \frac{U_m}{n_1 \omega} \left[\frac{1}{1 + D_2} \cos \Psi - \frac{1}{1 + 1/D_2} \cos (\theta_1 - \pi/3) \right]$$

avec :

$$(40) \quad D_2 = \frac{D}{D_1} = e^{(\theta_1 - \Psi - \pi/3) / \omega \tau}$$

Toutes les constantes sont alors déterminées par les relations (35), (39) et (38), si l'on connaît l'angle critique θ_1 . Celui-ci va être déterminé grâce à l'application de la troisième remarque.

III.1.4.3 - 3^{ème} remarque : annulation du courant j_C à l'instant θ_1/ω :

La relation $j_C = 0$ peut se traduire par $i_{1A} = i_{1C}$. Partant de l'expression des courants primaires donnés par la relation (30) et en écrivant que $i_{1A} - i_{1C} = 0$, on obtient à l'instant θ_1/ω :

$$U_m \left\{ \left[\sin (\theta_1 - \pi/6) - \sin (\theta_1 + \pi/2) \right] - \frac{1}{\omega\tau} \left[\cos (\theta_1 - \pi/6) - \cos (\theta_1 + \pi/2) \right] \right\} - \frac{n_1}{\tau} (K_3 - K_1) = 0$$

Comme $K_1 = 0$, on obtient après simplification :

$$(41) \quad K_3 = K' = U_m \frac{\sqrt{3}\tau}{n_1} \left\{ \sin (\theta_1 - \pi/3) - \frac{1}{\omega\tau} \cos (\theta_1 - \pi/3) \right\}$$

En comparant les deux expressions de K' , à savoir (39) et (41), on obtient, après simplification :

$$(42) \quad \omega\tau (1 + D_2) \sin (\theta_1 - 4\pi/3) + \cos \Psi - \cos (\theta_1 - 4\pi/3) = 0$$

Cette relation qui permet d'obtenir θ_1 est parfaitement identique à la relation (36) du chapitre I. Par conséquent, les variations de l'angle critique θ_1 seront données par les mêmes caractéristiques que celle de la Figure 1.3 à laquelle on prie le lecteur de se reporter. Il est aisé par suite de trouver les constantes K_2 , K_3 , K' et C par les relations précédentes.

III.1.5 - Limites de fonctionnement dans le premier mode

L'analyse que nous avons conduite suppose l'existence des 2 régimes à 3 thyristors passants et à 2 thyristors passants.

Le mode subsistera pour des valeurs de l'angle de retard à l'amorçage Ψ comprises entre deux butées :

- la butée "basse" notée Ψ_{ℓ_0} qui est obtenue lorsque le régime à 2 thyristors passants disparaît, donc pour $\theta_1 = \Psi_{\ell_0} + \pi/3$,

- la butée "haute" Ψ_{ℓ_1} qui est obtenue quand disparaît le régime à 3 thyristors toujours passants, donc pour $\theta_1 = \Psi_{\ell_1}$.

Ces deux remarques se traduisent par les relations (43) et (44) ci-dessous, établies à partir de la relation (42) et en remplaçant θ_1 respectivement par $\Psi_{\ell_0} + \pi/3$ et Ψ_{ℓ_1} pour la détermination de la butée basse puis de la butée haute. Il vient :

$$(43) \quad \Psi_{\ell_0} = \text{Arc tg } 1/\omega\tau$$

et pour la butée haute :

$$(44) \quad \omega\tau (1 + e^{-\pi/3\omega\tau}) \sin(\Psi_{\ell_1} - 4\pi/3) - \sqrt{3} \sin(\Psi_{\ell_1} - 2\pi/3) = 0$$

Ces relations donnant Ψ_{ℓ_0} et Ψ_{ℓ_1} s'identifient parfaitement aux relations (37) et (38) du Chapitre I. Par conséquent, les variations de ces limites en fonction de l'état de charge du transformateur, traduit par $\omega\tau$ sont données par les courbes de la Figure 1.2 du 1er Chapitre.

III.2 - Deuxième mode de fonctionnement : "toujours 2 thyristors passants"

Ce deuxième mode débute dès que Ψ devient supérieur à Ψ_{ℓ_1} , limite haute du mode précédent. On observe la conduction de deux thyristors sur l'intervalle d'étude, à savoir : Th_A et Th'_B qui assure le retour du courant.

III.2.1 - Equations de fonctionnement

Les équations de fonctionnement sont les mêmes que pendant la 2ème partie du premier mode, mais les constantes sont différentes.

L'expression des flux est donnée à partir de la relation (21) sous la forme :

$$(45) \quad \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos(\theta - 5\pi/6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + K'' \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + C' e^{(\psi-\theta)/\omega\tau} \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

Les tensions primaires et secondaires ainsi que les courants secondaires s'obtiennent à partir des relations (22) et (23) et s'écrivent alors ici sous la forme :

$$(46) \quad \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix}}{R} = \frac{1}{m R} \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_m \sin(\theta + \pi/6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} - \frac{C' n_1}{\tau} e^{(\psi-\theta)/\omega\tau} \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

Les courants en ligne au primaire s'écrivent à partir de la relation (25) sous la forme :

$$(47) \quad \begin{bmatrix} j \end{bmatrix} = \frac{1}{m^2 R} \left\{ U_m \begin{bmatrix} \sin(\theta + \pi/6) - \frac{1}{\omega\tau} \cos(\theta + \pi/6) \end{bmatrix} + \frac{n_1}{\tau} K'' \right\} \cdot \begin{bmatrix} 3/2 \\ -3/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Enfin, les courants primaires dans les enroulements, avec l'hypothèse de la compensation des Ampères-tours par noyau magnétique, s'écrivent ici, à partir de la relation (31) :

$$(48) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{m^2 R} \left\{ U_m \begin{bmatrix} \sin(\theta + \pi/6) - \frac{1}{\omega\tau} \cos(\theta + \pi/6) \end{bmatrix} + \frac{n_1}{\tau} K'' \right\} \cdot \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

Les tensions aux bornes des thyristors se réduisent à celles qui existent sur Th_C et Th'_C , soit :

$$(49) \quad v_{ThC} = U_m \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\theta + 2\pi/3) + \frac{n_1}{2\tau} C' e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau}$$

III.2.2 - Détermination des constantes d'intégration

Nous allons mettre à profit la propriété de symétrie des flux sur un intervalle d'étude. Nous avons vu qu'il est possible de traduire cette propriété dite de "bouclage des flux" par la relation :

$$\begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}_{\Psi} = - \begin{bmatrix} \phi_C \\ \phi_A \\ \phi_B \end{bmatrix}_{\Psi+\pi/3}$$

A partir de la relation (45), l'égalité des 2èmes lignes s'écrit :

$$\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos(\Psi - 5\pi/6) + K'' = \frac{U_m}{2 n_1 \omega} \cos(\Psi - \pi/2) + \frac{K''}{2} - \frac{C'}{2} D$$

avec :

$$D = e^{-\pi/3\omega\tau}$$

Soit, après simplification :

$$(50) \quad - \frac{U_m}{n_1 \omega} \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \Psi + \frac{K''}{2} + D.C'/2 = 0$$

L'égalité des 3èmes lignes s'écrira de même :

$$\frac{U_m}{2 n_1 \omega} \cos(\Psi - 5\pi/6) + \frac{K''}{2} + \frac{C'}{2} = \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos(\Psi - \pi/2) + K''$$

Soit, après simplification :

$$(51) \quad \frac{U_m}{n_1 \omega} \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\Psi + 2\pi/3) - \frac{K''}{2} + \frac{C'}{2} = 0$$

Effectuons alors la somme membre à membre des égalités données par les relations (50) et (51) ci-dessus. On obtient :

$$\frac{U_m}{n_1 \omega} \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\cos (\Psi + 2\pi/3) - \cos \Psi \right] + \frac{C'}{2} (1+D) = 0$$

ce qui conduit à l'expression de la constante C' :

$$(52) \quad C' = \frac{3 U_m}{n_1 \omega (1+D)} \cos (\Psi - \pi/6)$$

A partir de (51) et (52) on trouve aisément :

$$(53) \quad K'' = C' + \frac{U_m}{n_1 \omega} \sqrt{3} \cos (\Psi + 2\pi/3)$$

III.2.3 - Limites de fonctionnement dans le 2ème mode :

Le fonctionnement à deux thyristors toujours passants débute quand Ψ atteint la valeur Ψ_{ℓ_1} précédemment déterminée, et cesse dès que Ψ atteint la "butée haute" Ψ_{ℓ_2} du 2ème mode. Les courants j_A et j_B en ligne, s'annulent en fin d'intervalle d'étude, quand on a donc simultanément $\Psi = \Psi_{\ell_2}$ et $\theta = \Psi_{\ell_2} + \pi/3$.

A partir de la relation (47) donnant l'expression de j_A et en remplaçant θ par $\Psi_{\ell_2} + \pi/3$ et Ψ par Ψ_{ℓ_2} , on obtient la relation suivante :

$$(54) \quad U_m \left[\sin (\Psi_{\ell_2} + \pi/2) - \frac{1}{\omega\tau} \cos (\Psi_{\ell_2} + \pi/2) \right] + \frac{n_1}{m^2 R \tau} K'' = 0$$

Connaissant K'' à partir de la relation (53) ci-dessus, on peut la remplacer par sa valeur dans l'équation (54), ce qui conduit après simplification à l'expression (55) ci-dessous, qui permet d'obtenir la limite haute, Ψ_{ℓ_2} , en fonction de $\omega\tau$:

$$(55) \quad \omega\tau (1+D) \cos \Psi_{\ell_2} + 2 \cos (\Psi_{\ell_2} - \pi/6) - D \cos (\Psi_{\ell_2} - \pi/6) = 0$$

On remarque alors que cette expression (55) est strictement la même que la relation (44) donnant la butée haute Ψ_{ℓ_2} pour le montage vu au premier chapitre.

La courbe de variation de Ψ_{ℓ_2} en fonction de $\omega\tau$ qui traduit l'état de charge du transformateur est donc donnée par la Figure 1.2 du premier chapitre.

III.3 - Troisième mode de fonctionnement : 2 ou 0 thyristors passants

Ce dernier mode débute dès que l'angle Ψ de commande dépasse la valeur Ψ_{ℓ_2} précédemment définie. On observe alors la conduction des deux thyristors Th_A et Th'_B jusqu'à l'instant θ_3/ω , valeur critique à partir de laquelle les deux semi-conducteurs se bloquent et ceci jusqu'à la fin de l'intervalle, à savoir, $\Psi + \pi/3$. Il existe donc deux intervalles d'étude.

III.3.1 - Equations de fonctionnement dans le premier intervalle : $\theta \in (\Psi, \theta_3)$

Pour les valeurs de θ comprises entre Ψ_{ℓ_2} précédemment définie et l'angle critique θ_3 séparant les 2 intervalles du mode, 2 thyristors sont passants (Th_A et Th'_B). Les équations de fonctionnement seront les mêmes que dans le 2ème mode, aux constantes près. Les grandeurs, flux, courants secondaires, tensions, courants en ligne au primaire et courants dans les enroulements primaires sont donnés dans l'ordre respectif, par les expressions ci-après :

$$(56) \quad \begin{aligned} \left[\phi \right] &= \left[\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos(\theta - 5\pi/6) \right] \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + K''' \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + \\ &+ C'' e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau} \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$(57) \quad \left[i_2 \right] = \frac{\left[v_2 \right]}{R} = \frac{\left[v_1 \right]}{m R}$$

avec :

$$\begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_m \sin(\theta + \pi/6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} - C'' \frac{n_1}{\tau} e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau} \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

$$(58) \quad \begin{bmatrix} j \end{bmatrix} = \frac{1}{m^2 R} \left\{ U_m \left[\sin(\theta + \pi/6) - \frac{1}{\omega\tau} \cos(\theta + \pi/6) \right] + \frac{n_1}{\tau} K''' \right\} \cdot \begin{bmatrix} 3/2 \\ -3/2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(59) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{m^2 R} \left\{ U_m \left[\sin(\theta + \pi/6) - \frac{1}{\omega\tau} \cos(\theta + \pi/6) \right] + \frac{n_1}{\tau} K''' \right\} \cdot \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

La tension aux bornes du gradateur "C" s'exprime, à partir de la relation (27), et en changeant les constantes d'intégration, par :

$$(60) \quad v_{ThC} = U_m \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\theta + 2\pi/3) + \frac{n_1}{2\tau} C'' e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau}$$

III.3.2 - Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du 3ème mode : $\theta \in (\theta_3, \Psi + \pi/3)$

Aucun thyristor ne conduit, les courants en ligne au primaire sont donc nuls :

$$\begin{bmatrix} j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Considérons alors les relations générales d'Ampère-tours (10) ou (11), compte tenu de la remarque ci-dessus, on peut écrire :

$$\begin{cases} (i_{2C} - i_{2B}) + \frac{R}{n_2} (\phi_C - \phi_B) = 0 \\ (i_{2A} - i_{2C}) + \frac{R}{n_2} (\phi_A - \phi_C) = 0 \end{cases}$$

En utilisant les relations "courants secondaires / tensions primaires"

(9) et les relations "tensions / flux" données par (1), les relations d'Ampère-tours s'écrivent :

$$n_1 \omega \frac{d}{d\theta} (\phi_C - \phi_B) + \frac{n_1}{\tau} (\phi_C - \phi_B) = 0$$

et :

$$n_1 \omega \frac{d}{d\theta} (\phi_A - \phi_C) + \frac{n_1}{\tau} (\phi_A - \phi_C) = 0$$

Par intégration, on obtient facilement :

$$(61) \quad \begin{cases} \phi_C - \phi_B = C_1''' e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau} \\ \phi_A - \phi_C = C_2''' e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau} \end{cases}$$

où C_1''' et C_2''' sont des constantes.

La somme des flux est nulle (6). On dispose alors avec (61) de 3 relations simples unissant les flux ϕ_A , ϕ_B , ϕ_C . La résolution de ce système est élémentaire, elle conduit à :

$$(62) \quad \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} C_1''' + 2 C_2''' \\ - 2 C_1''' - C_2''' \\ C_1''' - C_2''' \end{bmatrix} \cdot e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau}$$

Les tensions et les courants secondaires se déduisent alors aisément par dérivation du flux, selon les relations (1) et (9), soit :

$$(63) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left[v_1 \right] = m \left[v_2 \right] = - \frac{n_1}{3\tau} e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau} \begin{bmatrix} C_1''' + 2 C_2''' \\ - 2 C_1''' - C_2''' \\ C_1''' - C_2''' \end{bmatrix} \\ \left[i_2 \right] = - \frac{n_2}{3\tau R} e^{(\Psi-\theta)/\omega\tau} \begin{bmatrix} C_1''' + 2 C_2''' \\ - 2 C_1''' - C_2''' \\ C_1''' - C_2''' \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

Avec l'hypothèse que les thyristors sont équivalents à des interrupteurs unidirectionnels parfaits. Quand tous les thyristors sont bloqués, il y a "déconnexion" totale entre la source et le transformateur. Il est donc impossible de préciser la valeur des tensions aux bornes des composants, mais celles-ci peuvent être calculées en supposant qu'un courant extrêmement faible traverse les impédances de fuite des jonctions Anode/Cathode des thyristors bloqués, ou les circuits passifs de protection contre les surtensions.

On peut admettre que les trois impédances en question sont identiques. Par suite, la somme des courants en ligne étant nulle, la somme des tensions v_{ThA} , v_{ThB} et v_{ThC} est également nulle.

A partir de la relation (2) il est alors facile de déterminer les tensions $[v_{Th}]$, soit :

$$(64) \quad \left[v_{Th} \right] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} v_{1B} - v_{1A} \\ v_{1C} - v_{1B} \\ v_{1A} - v_{1C} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} u_{AC} - u_{BA} \\ u_{BA} - u_{CB} \\ u_{CB} - u_{AC} \end{bmatrix}$$

Les courants en ligne sont nuls, en considérant toujours que les courants choisissent les chemins de moindre réactance et que, par suite, la compensation des Ampères-tours se fait par noyau magnétique, les courants dans les enroulements primaires seront nuls également, par application de la relation (29). On a :

$$(65) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j \end{bmatrix} = 0$$

III.3.3 - Détermination des constantes d'intégration

Les constantes K''' , C'' , C_1''' , C_2''' sont déterminées par les relations d'égalité découlant de l'exploitation des propriétés de symétrie et de non discontinuité des flux.

III.3.3.1 - Propriété de non discontinuité :

Cette propriété est applicable à l'instant θ_3/ω et s'exprime par la relation :

$$(66) \quad \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}_{\substack{\text{1er int.} \\ \theta_3 - \varepsilon}} = \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}_{\substack{\text{2ème int.} \\ \theta_3 + \varepsilon}}$$

Compte tenu des expressions (56) et (62) des flux, il vient :

$$(67) \quad \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos(\theta_3 - 5\pi/6) \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + K''' \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + C'' e^{\frac{(\Psi - \theta_3)}{\omega \tau}} \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1''' + 2 C_2''' \\ -2 C_1''' - C_2''' \\ C_1''' - C_2''' \end{bmatrix} \frac{e^{(\Psi - \theta_3)/\omega \tau}}{3}$$

Posons alors :

$$(68) \quad \theta_3 = \theta'_3 - \pi/6 \quad \text{et} \quad \Psi = \Psi' - \pi/6$$

la relation ci-dessus s'écrit :

$$\begin{aligned}
 & - \frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \theta'_3 \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + K''' \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + C'' e^{(\Psi' - \theta'_3)/\omega\tau} \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix} = \\
 (69) \quad & = \frac{e^{(\Psi' - \theta'_3)/\omega\tau}}{3} \begin{bmatrix} C_1''' + 2 C_2''' \\ -2 C_1''' - C_2''' \\ C_1''' - C_2''' \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

On peut remarquer que la relation (69) comprend 3 égalités que l'on retrouve dans un ordre différent dans la relation (89) du 2ème chapitre. Le seul changement réside dans le passage de θ et Ψ à θ' et Ψ' et dans le changement de signe de la constante C'' .

III.3.3.2 - Propriété de symétrie :

Cette propriété s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}_{\substack{\theta = \Psi \\ \text{1er int.}}} = - \begin{bmatrix} \phi_C \\ \phi_A \\ \phi_B \end{bmatrix}_{\substack{\theta = \Psi + \pi/3 \\ \text{2ème int.}}}$$

Compte tenu des expressions (56) et (62) des flux dans chaque intervalle, on obtient l'égalité suivante :

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos (\Psi - 5\pi/6) \right] \cdot \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + K''' \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + C'' \begin{bmatrix} -1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} C_2''' - C_1''' \\ -C_1''' - 2 C_2''' \\ 2 C_1''' + C_2''' \end{bmatrix} \cdot D/3
 \end{aligned}$$

avec : $D = e^{-\pi/3\omega\tau}$

Posons à nouveau : $\Psi = \Psi' - \pi/6$, cette relation s'écrit :

$$(70) \quad \left[-\frac{U_m}{n_1 \omega} \cos \Psi' + K''' \right] \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + C'' \begin{bmatrix} 1/2 \\ 0 \\ -1/2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_2''' - C_1''' \\ -C_1''' - 2C_2''' \\ 2C_1''' + C_2''' \end{bmatrix} \cdot D/3$$

Cette dernière relation (70) comprend à nouveau 3 égalités que l'on retrouve dans un ordre différent dans la relation (90) du 2ème chapitre, le seul changement résidant également dans le passage de θ et Ψ à θ' et Ψ' et dans le changement de signe de la constante C'' .

III.3.3.3 - Détermination de l'angle critique θ_3 :

Le 3ème mode présente deux intervalles de fonctionnement caractérisés, pour le 1er, par la conduction de Th_A et Th_B' , pour le 2ème, par le blocage de tous les thyristors. L'instant θ_3/ω peut être déterminé en écrivant qu'à ce moment précis, le courant j_A s'annule.

L'expression de j_A du 1er intervalle est donnée par la relation (58). En posant de nouveau $\theta' = \theta + \pi/6$ et $\Psi' = \Psi + \pi/6$, il vient :

$$j_A = \frac{1}{m^2 R} \left\{ U_m \left[\sin \theta' - \frac{1}{\omega \tau} \cos \theta' \right] + \frac{n_1}{\tau} K''' \right\} \frac{3}{2}$$

j_A est donc nul quand $\theta = \theta_3$, soit encore $\theta' = \theta_3 + \pi/6 = \theta_3'$. On a :

$$(71) \quad U_m \left[\sin \theta_3' - \frac{1}{\omega \tau} \cos \theta_3' \right] + K''' \frac{n_1}{\tau} = 0$$

Cette relation (71) entre θ_3' et K''' est identique à la relation (91) du 2ème chapitre, traitant du même sujet, au changement près de θ_3 en θ_3' .

III.3.3.4 - Expressions des constantes :

A partir des relations (69), (70) et (71), il est possible de déterminer les 5 constantes K''' , C'' , C_1''' , C_2''' et θ_3 .

On commence par exprimer K''' à l'aide de la relation (71), il vient :

$$(72) \quad K''' = - \frac{U_m \tau}{n_1} (\sin \theta'_3 - \frac{1}{\omega \tau} \cos \theta'_3)$$

On reporte ensuite cette valeur de K''' dans les 2ème et 3ème lignes de la relation (69) et dans les 2ème et 3ème lignes de la relation (70). On obtient après simplification, les 4 relations ci-dessous :

$$(73) \quad - U_m \omega \tau \sin \theta'_3 = \frac{n_1 \omega}{3} (2 C_1''' + C_2''') e^{(\Psi' - \theta'_3)/\omega \tau}$$

$$(74) \quad \frac{1}{2} \left[\frac{U_m}{n_1} \omega \tau \sin \theta'_3 - C'' e^{(\Psi' - \theta'_3)/\omega \tau} \right] = \frac{C_2''' - C_1'''}{3} e^{(\Psi' - \theta'_3)/\omega \tau}$$

$$(75) \quad - n_1 \omega D (C_1''' + 2 C_2''') = 3 U_m (\cos \Psi' - \cos \theta'_3 + \omega \tau \sin \theta'_3)$$

$$(76) \quad (4 C_1''' + 2 C_2''') D = - 3 \left[\frac{U_m}{n_1} \omega (\cos \Psi' - \cos \theta'_3 + \omega \tau \sin \theta'_3) - C'' \right]$$

En exprimant C'' à partir de la relation (76), puis en reportant cette valeur dans la relation (74), on obtient :

$$(77) \quad \frac{1}{2} U_m \frac{\tau}{n_1} \sin \theta'_3 - e^{(\Psi' - \theta'_3)/\omega \tau} \left[\frac{U_m}{2 n_1 \omega} (\cos \Psi' - \cos \theta'_3 + \omega \tau \sin \theta'_3) + \frac{C_1'''}{3} (2 D - 1) + \frac{C_2'''}{3} (D + 1) \right] = 0$$

En exprimant ensuite la constante C_2''' à partir de la relation (73), que l'on reporte successivement dans les expressions (75) et (77), on obtient après report et simplification :

$$(78) \quad C_1''' D + \frac{U_m}{n_1} \omega \left[- \cos \Psi' + \cos \theta'_3 - \omega \tau \sin \theta'_3 + \frac{2 D \omega \tau \sin \theta'_3}{e^{(\Psi' - \theta'_3)/\omega \tau}} \right] = 0$$

et :

$$(79) \quad \frac{U_m \tau}{n_1} \sin \theta'_3 \left[D + \frac{3}{2} \right] - \frac{U_m}{2 n_1 \omega} (\omega \tau \sin \theta'_3 - \cos \theta'_3 + \cos \Psi') e^{(\Psi' - \theta'_3) / \omega \tau} + C_1''' e^{(\Psi' - \theta'_3) / \omega \tau} = 0$$

On peut alors éliminer C_1''' entre les relations (78) et (79), ce qui conduit après simplification, à :

$$(80) \quad (2D - 1) \omega \tau \sin \theta'_3 + \frac{2-D}{D} (\omega \tau \sin \theta'_3 - \cos \theta'_3 + \cos \Psi') e^{(\Psi' - \theta'_3) / \omega \tau} = 0$$

On remarquera que cette dernière relation donnant θ'_3 est parfaitement identique à la relation (101) donnant θ_3 dans le 2ème chapitre. Le seul changement est celui de θ_3 en θ'_3 et Ψ en Ψ' .

Nous sommes dès lors en mesure de déterminer les constantes θ_3 , K''' , C_1''' , C_1''' et C'' par les relations (81), (82), (83), (84) et (85) ci-dessous, directement déduites respectivement des relations précédentes (80), (72), (78), (73) et (76) en remplaçant θ'_3 par $(\theta_3 + \pi/6)$ et Ψ' par $(\Psi + \pi/6)$. Il vient :

$$(81) \quad \left\{ \begin{array}{l} (2D - 1) \omega \tau \sin (\theta_3 + \pi/6) + \frac{2-D}{D} \left[\cos (\Psi + \pi/6) + \right. \\ \left. + \omega \tau \sin (\theta_3 + \pi/6) - \cos (\theta_3 + \pi/6) \right] e^{(\Psi - \theta_3) / \omega \tau} = 0 \end{array} \right.$$

$$(82) \quad K''' = - \frac{U_m \tau}{n_1} \left[\sin (\theta_3 + \pi/6) - \frac{1}{\omega \tau} \cos (\theta_3 + \pi/6) \right]$$

$$(83) \quad \left\{ \begin{array}{l} C_1''' = \frac{U_m}{n_1 \omega D} \left[\cos (\Psi + \pi/6) + \omega \tau \sin (\theta_3 + \pi/6) - \right. \\ \left. \cos (\theta_3 + \pi/6) - \frac{2D \omega \tau \sin (\theta_3 + \pi/6)}{e^{(\Psi - \theta_3) / \omega \tau}} \right] \end{array} \right.$$

$$(84) \quad C_2''' = -2 C_1''' - \frac{3 U_m \omega \tau}{n_1 \omega} e^{(\theta_3 - \Psi)/\omega \tau} \cdot \sin(\theta_3 + \pi/6)$$

$$(85) \quad C'' = \frac{2D}{3} (2 C_1''' + C_2''') - \frac{U_m}{n_1 \omega} (\cos(\theta_3 + \pi/6) - \cos(\Psi + \pi/6) - \omega \tau \sin(\theta_3 + \pi/6))$$

Il va de soi que la détermination se fera dans l'ordre des relations ci-dessus, en commençant par l'expression (81), qui peut également s'écrire :

$$\omega \tau \cos(\theta_3 - \pi/3) + \frac{(2-D) e^{(\Psi - \theta_3)/\omega \tau}}{D(2D-1)} \left[-\sin(\Psi - \pi/3) + \right. \\ \left. + \omega \tau \cos(\theta_3 - \pi/3) + \sin(\theta_3 - \pi/3) \right] = 0$$

Soit encore, en posant :

$$\lambda = \frac{2-D}{D(2D-1)} e^{(\Psi - \theta_3)/\omega \tau} \quad \text{il vient :}$$

$$(1 + \lambda) \omega \tau \cos(\theta_3 - \pi/3) + \lambda \left[\sin(\theta_3 - \pi/3) - \sin(\Psi - \pi/3) \right] = 0$$

Cette dernière expression s'identifie parfaitement avec la relation (60) de détermination de θ_3 dans le 1er chapitre concernant le 1er montage. En conséquence, les variations de l'angle critique θ_3 seront données par la Figure 1.3 du Chapitre I.

III.3.4 - Limites de fonctionnement dans le 3ème mode

Rappelons que ce 3ème mode débute dès que Ψ devient supérieur à Ψ_{ℓ_2} qui est la limite haute du 2ème mode mais également la limite basse du 3ème.

La fin du 3ème mode s'obtient quand Ψ atteint la "butée haute" nommée Ψ_{ℓ_3} .

En remplaçant Ψ par Ψ_{ℓ_2} et θ_3 par $\Psi_{\ell_2} + \pi/3$ dans la relation (81),

il est facile de retrouver l'expression (55) du 2ème mode permettant de trouver Ψ_{ℓ_2} .

La butée haute est atteinte quand on ne peut plus enclencher les thyristors Th_A et Th'_B pour $\theta = \Psi$ soit ici $\theta_3 = \Psi_{\ell_3}$.

En remplaçant θ_3 et Ψ_{ℓ_3} dans l'équation (81), on obtient :

$$(2D - 1) \omega\tau \sin(\Psi_{\ell_3} + \pi/6) + \left(\frac{2-D}{D}\right) \omega\tau \left[\sin(\Psi_{\ell_3} + \pi/6) \right] = 0$$

soit :

$$(\omega\tau \sin(\Psi_{\ell_3} + \pi/6)) \cdot (2D - 1 + \frac{2-D}{D}) = 0$$

ce qui conduit à :

$$\Psi_{\ell_3} + \pi/6 = \pi$$

soit :

$$\Psi_{\ell_3} = 5\pi/6$$

Il faut noter à nouveau que cette relation est la même qu'au Chapitre I.

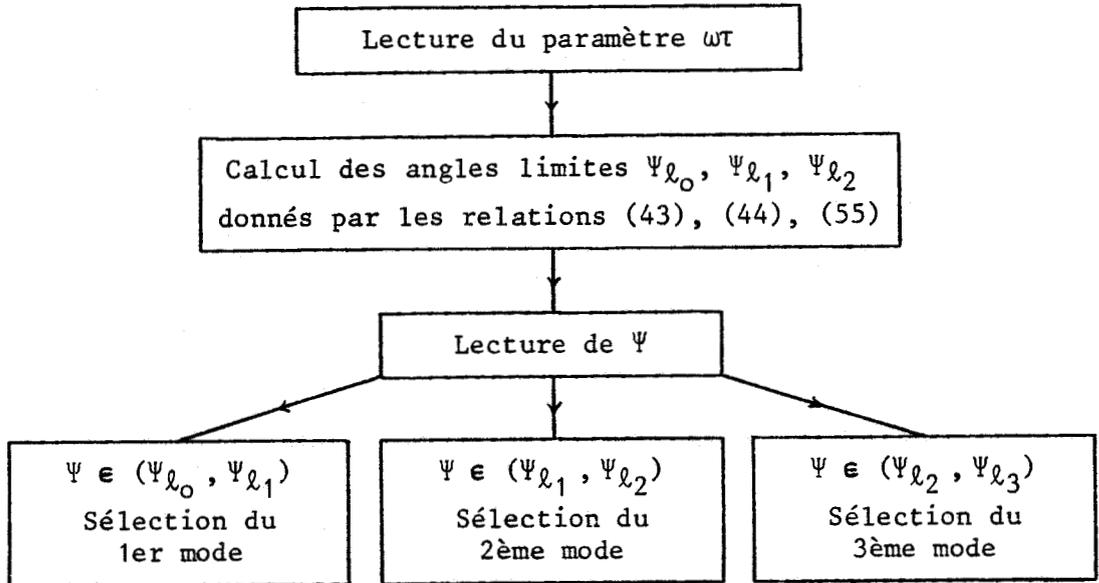
IV - OBTENTION DES FORMES D'ONDES

Pour obtenir les allures des différentes grandeurs instantanées, tensions, flux et courants, nous mettons à profit les méthodes de calcul informatique. Les différentes relations établies pour chaque mode sont introduites dans le calculateur qui devra alors fournir pour différentes valeurs de la charge ou de l'état magnétique du transformateur, conjointement traduits par le paramètre $\omega\tau$, les angles limites Ψ_{ℓ_0} , Ψ_{ℓ_1} , Ψ_{ℓ_2} et pour différentes valeurs du retard Ψ à l'amorçage, les angles critiques utiles θ_1 et θ_3 . Compte tenu des symétries du montage, on peut introduire dans les programmes, les relations de bouclage explicitées précédemment, ce qui autorise l'obtention pour θ variant de 0 à 2π , des va-

leurs instantanées des flux, tensions et courants divers.

Nous nous limiterons ici à la présentation des organigrammes de calcul pour les différents modes.

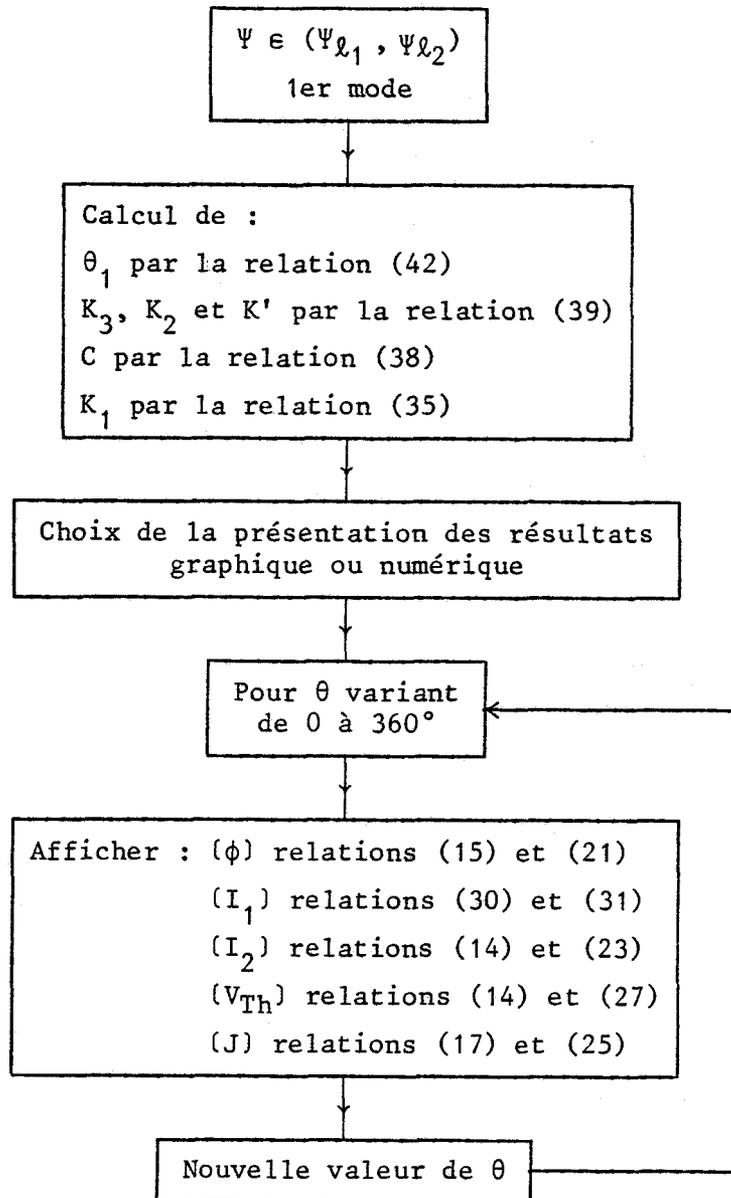
IV.1 - Organigramme général



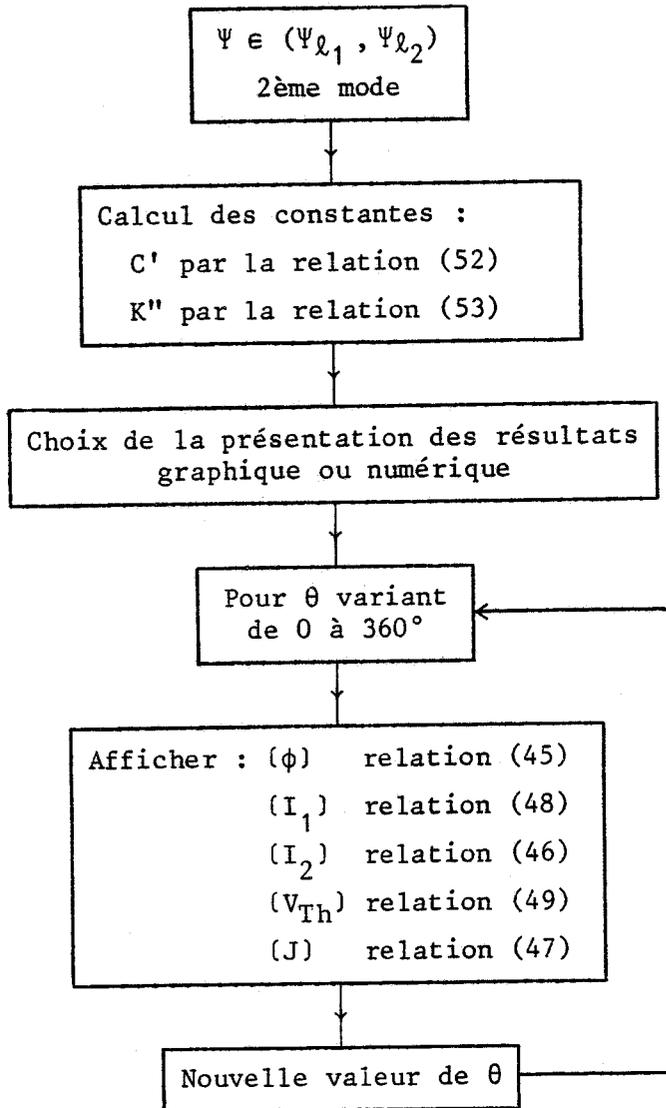
IV.2 - Organigramme de traitement

Après sélection du mode selon la valeur de Ψ introduite, le traitement informatique est assuré selon 3 organigrammes différents, suivant le mode concerné.

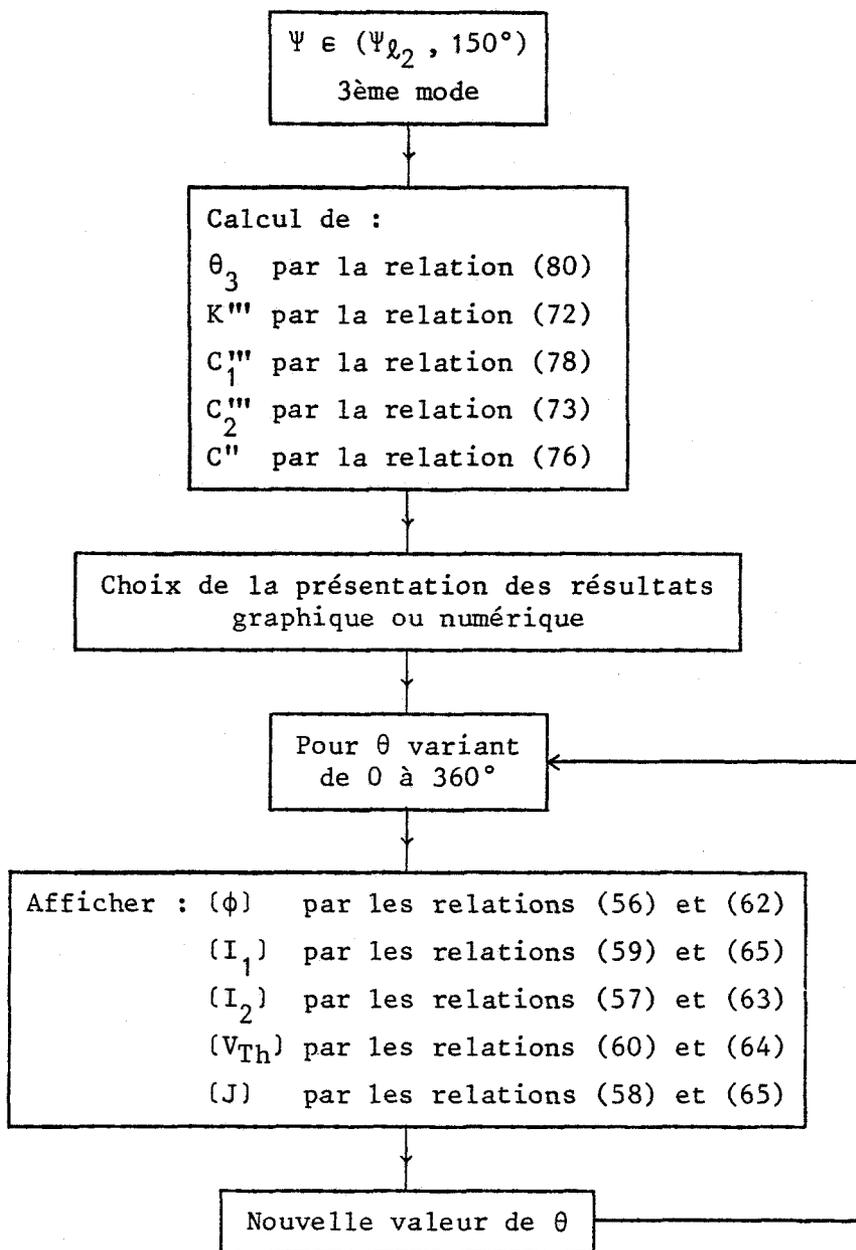
IV.2.1 - Organigramme du 1er mode

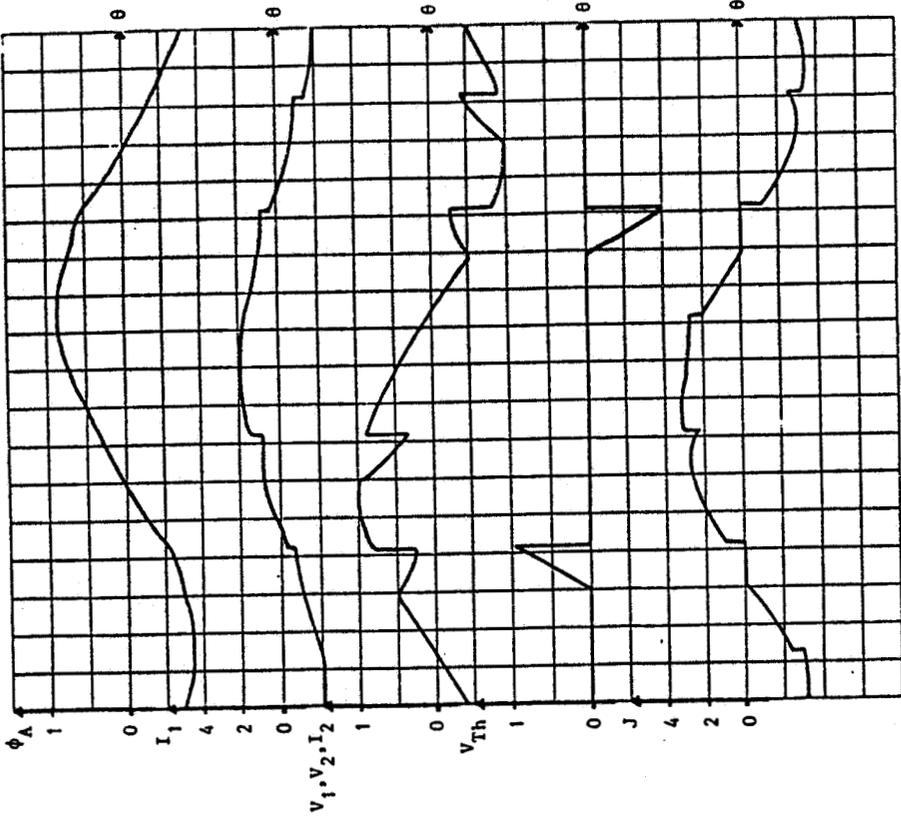


IV.2.2 - Organigramme du second mode



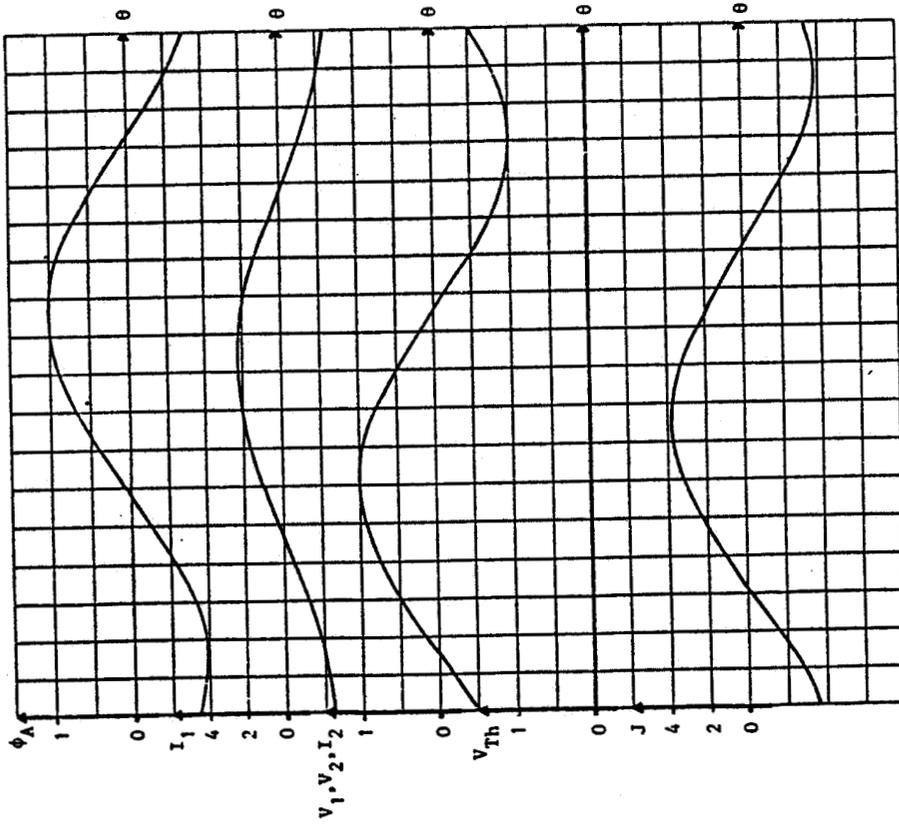
IV.2.3 - Organigramme du 3ème mode





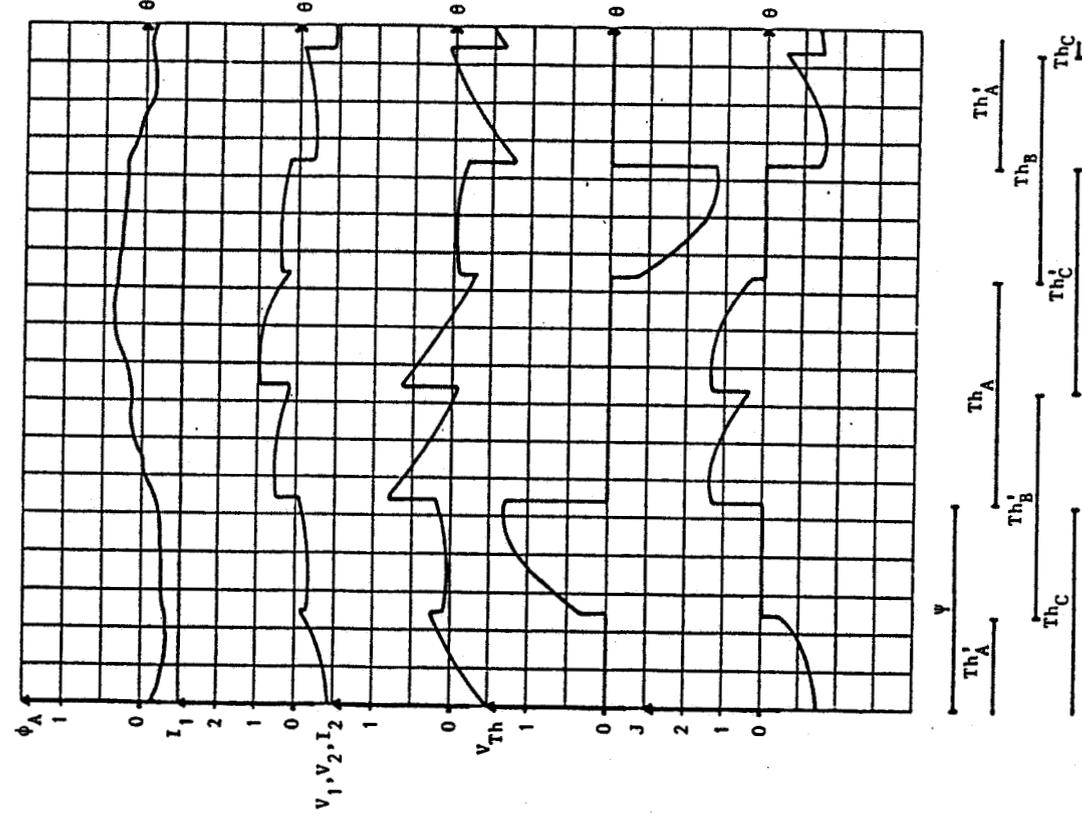
$\omega\tau = 0,5$ $\psi = 85$ $\theta_1 = 119$ mode 1

PLANCHE 36



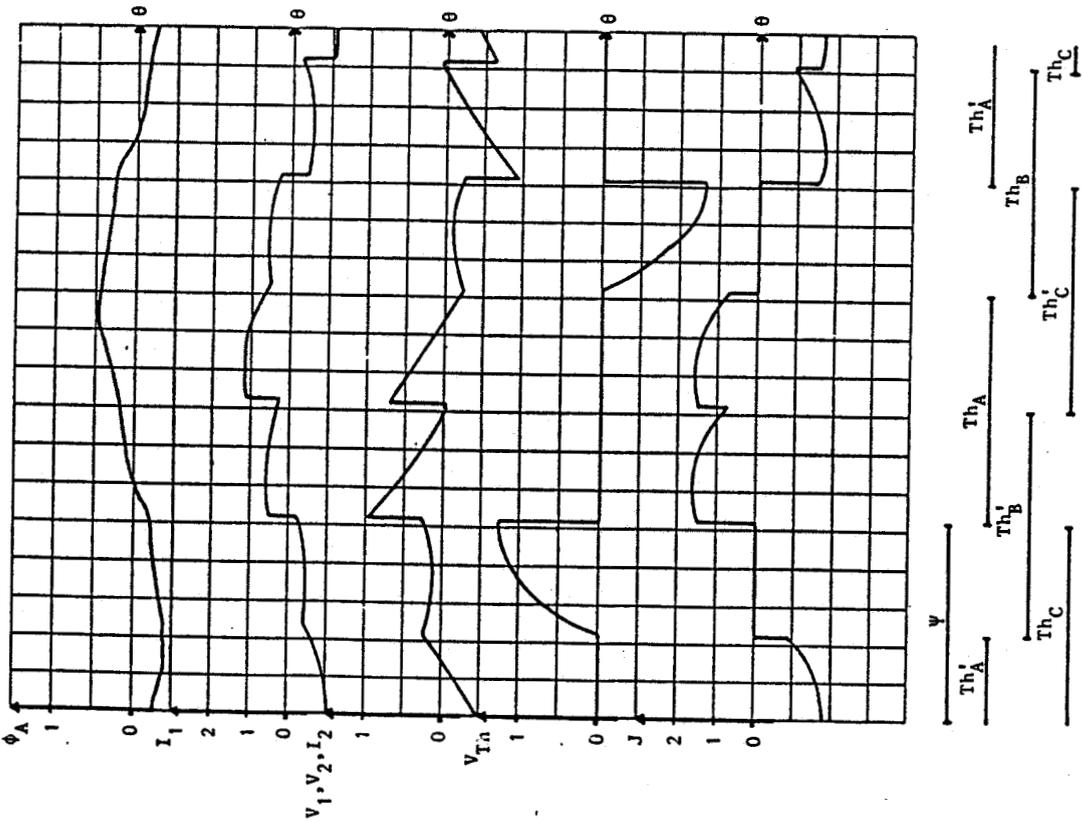
$\omega\tau = 0,5$ $\psi = \psi_{\theta_0} = 63$ $\theta_1 = 123$ mode 1

PLANCHE 35



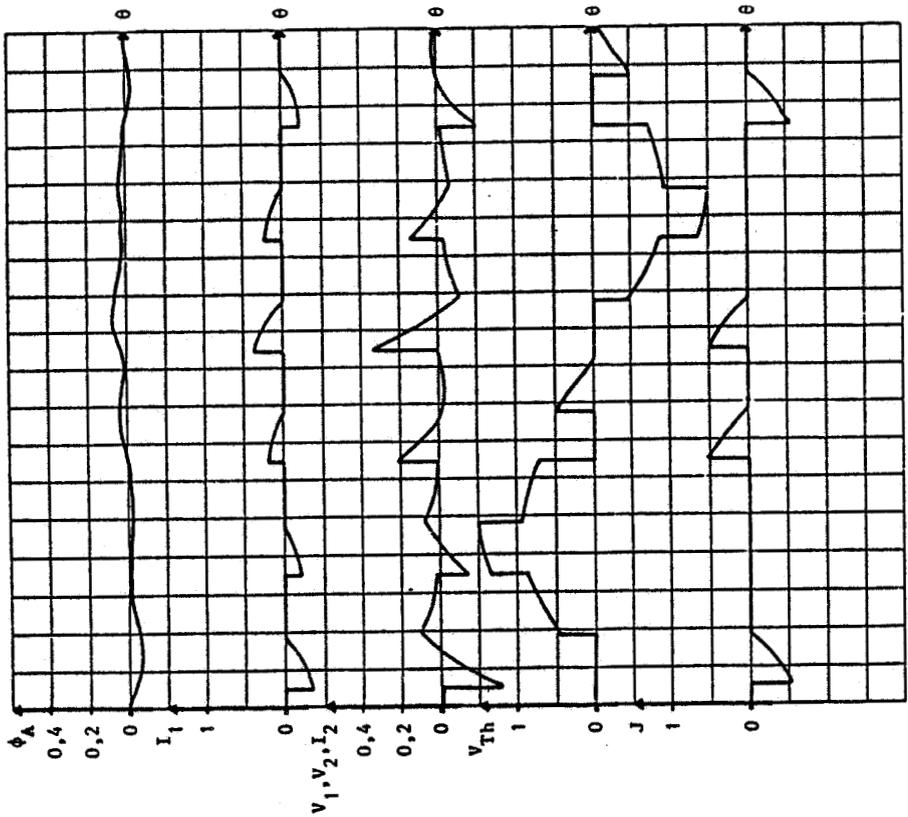
$\omega T = 0,5 \quad \psi = 110 \quad \text{mode 2}$

PLANCHE 38



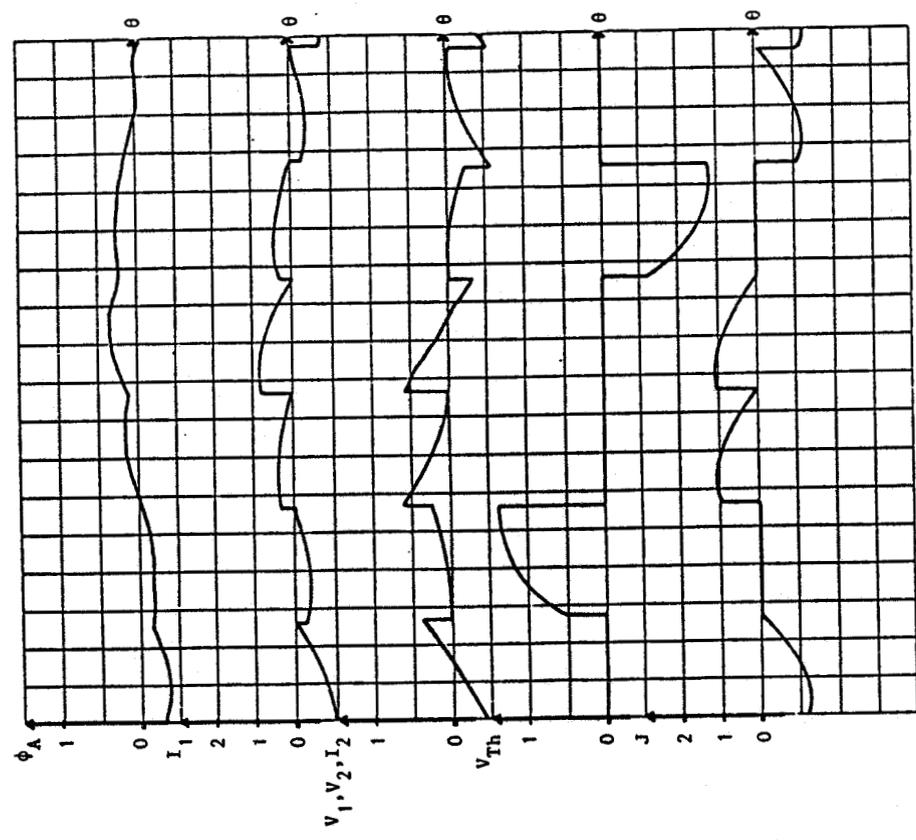
$\omega T = 0,5 \quad \psi = \psi_{\theta,1} = 106 \quad \text{mode 1 ou 2}$

PLANCHE 37



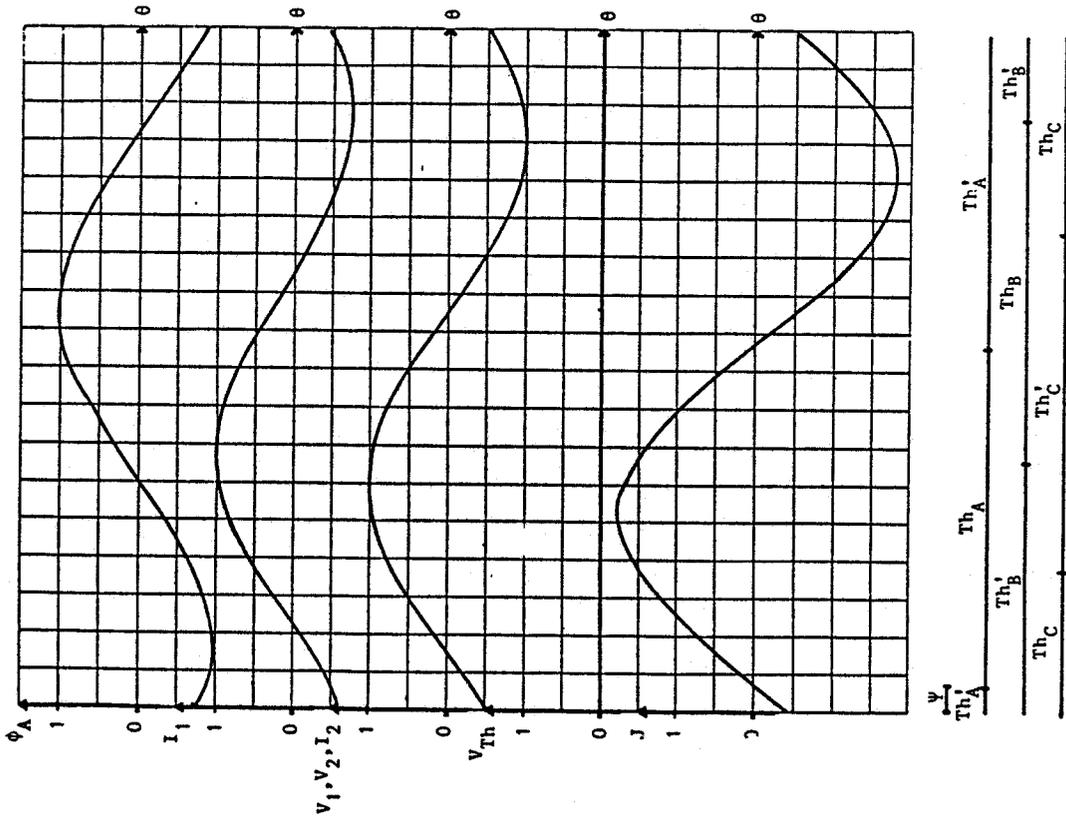
$\omega t = 0,5 \quad \psi = 130 \quad \text{mode 3}$

PLANCHE 40



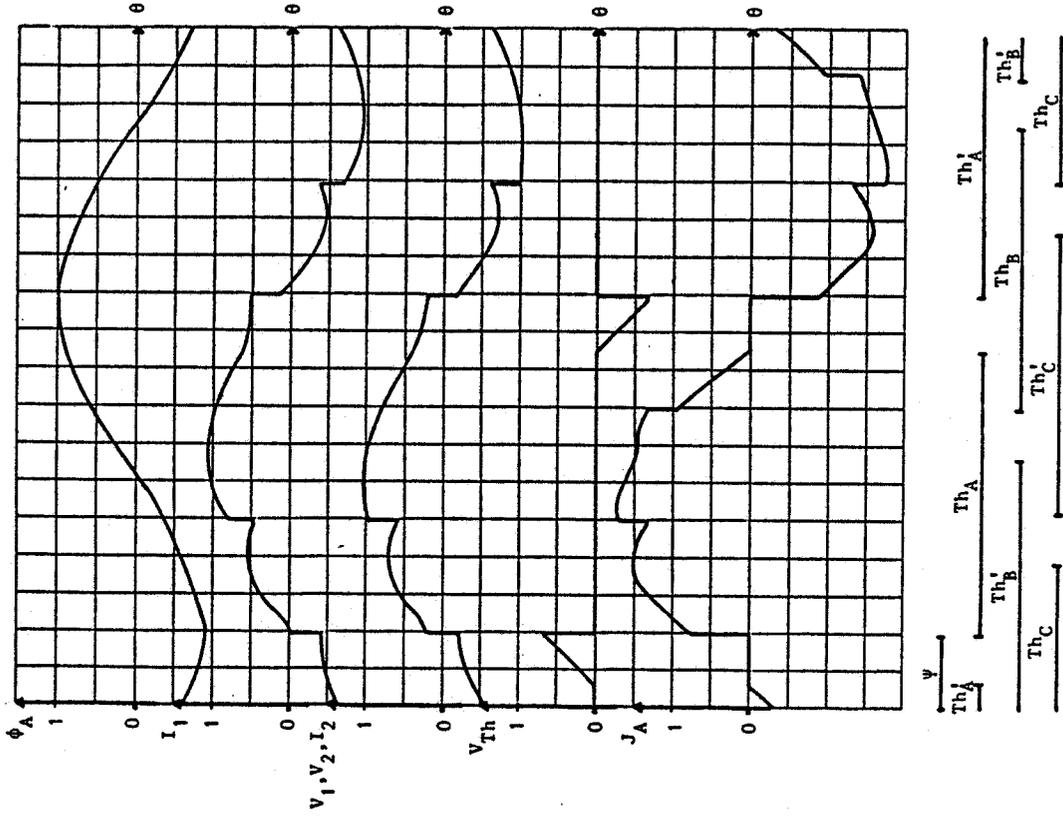
$\omega t = 0,5 \quad \psi = \psi_{\theta_2} = 113 \quad \text{mode 2 ou 3}$

PLANCHE 39



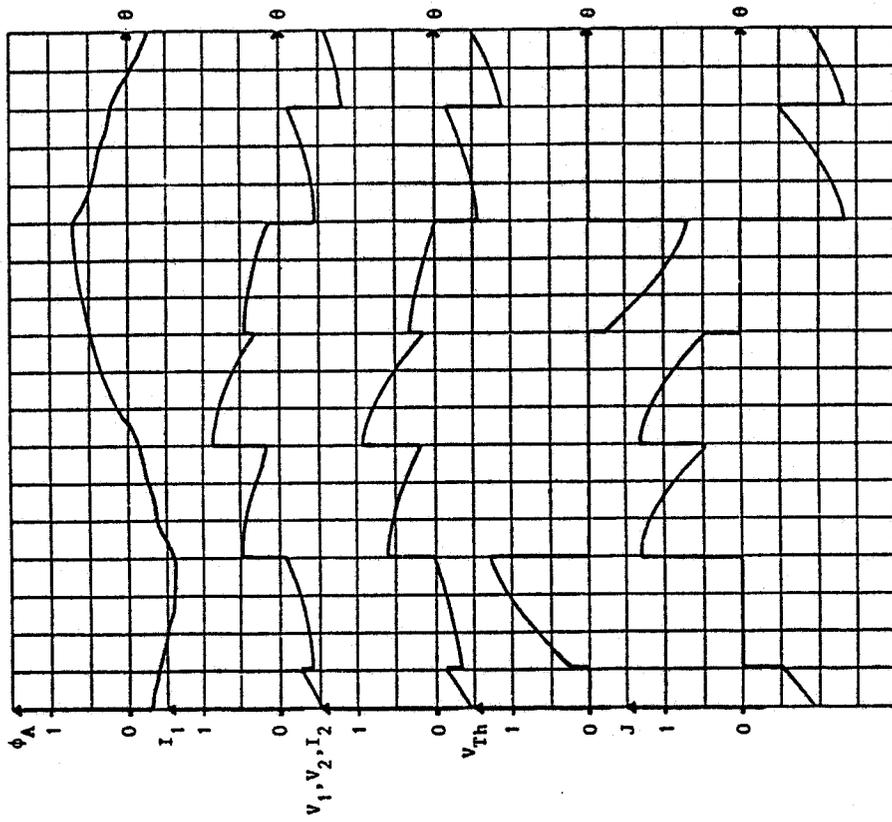
$\omega T = 4$ $\Psi = \Psi_{\lambda_0} = 14$ mode 1

PLANCHE 41



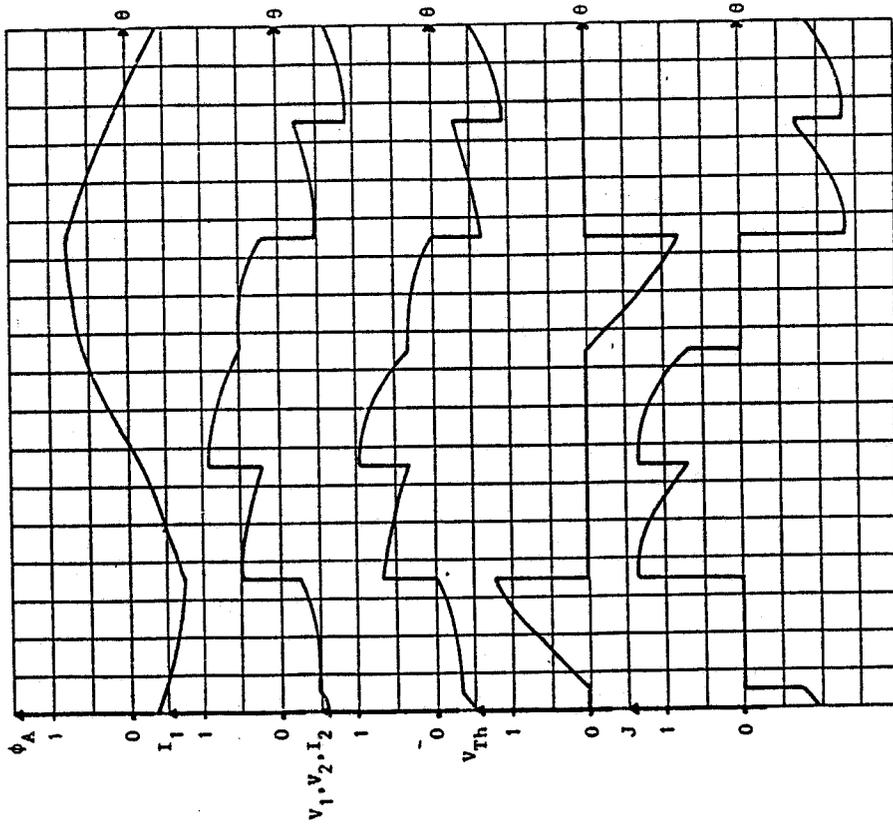
$\omega T = 4$ $\Psi = 40$ $\theta_1 = 73,3$ mode 1

PLANCHE 42



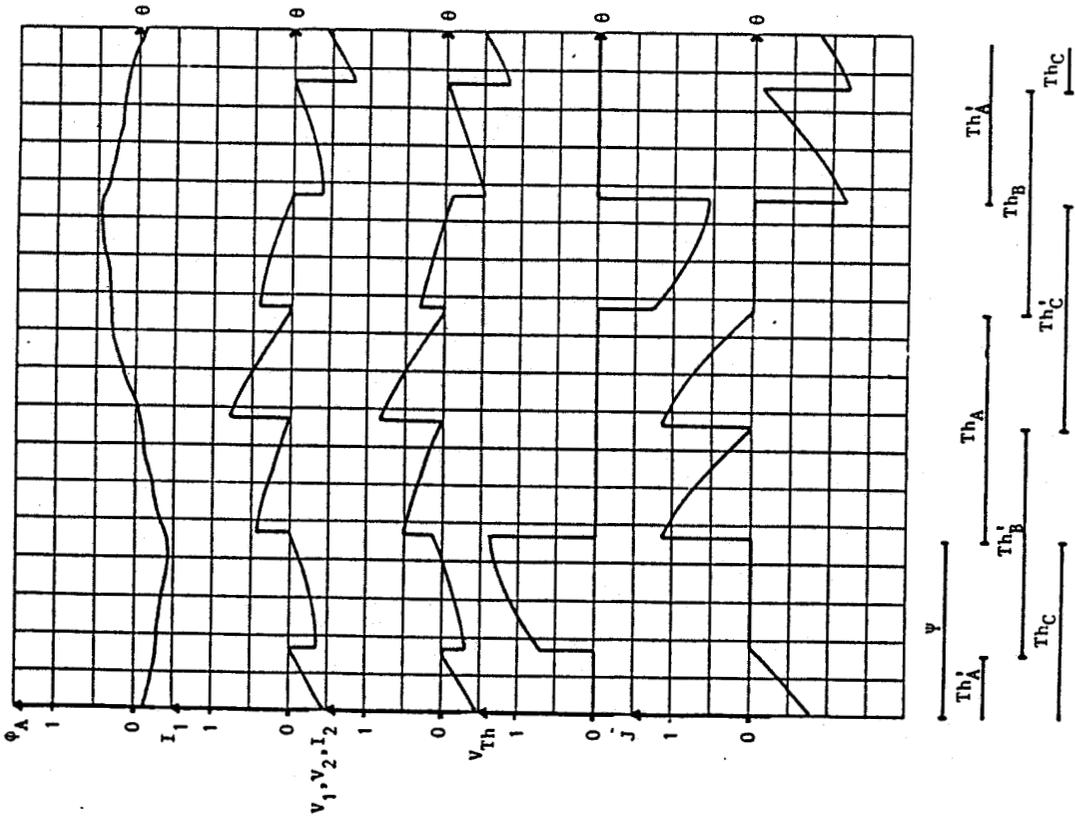
$\omega T = 4$ $\psi = 80$ mode 2

PLANCHE 44



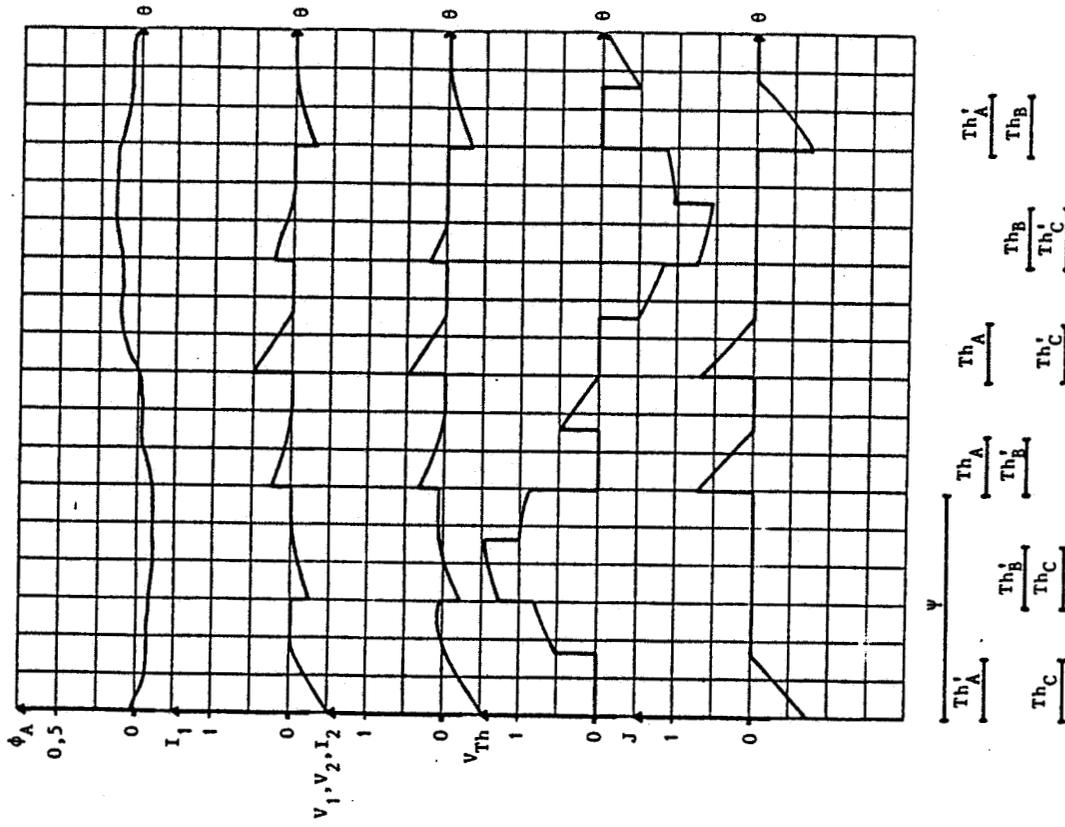
$\omega T = 4$ $\psi = 70$ mode 1 ou 2

PLANCHE 43



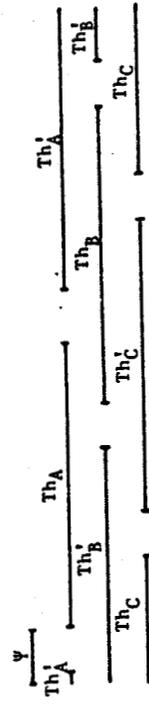
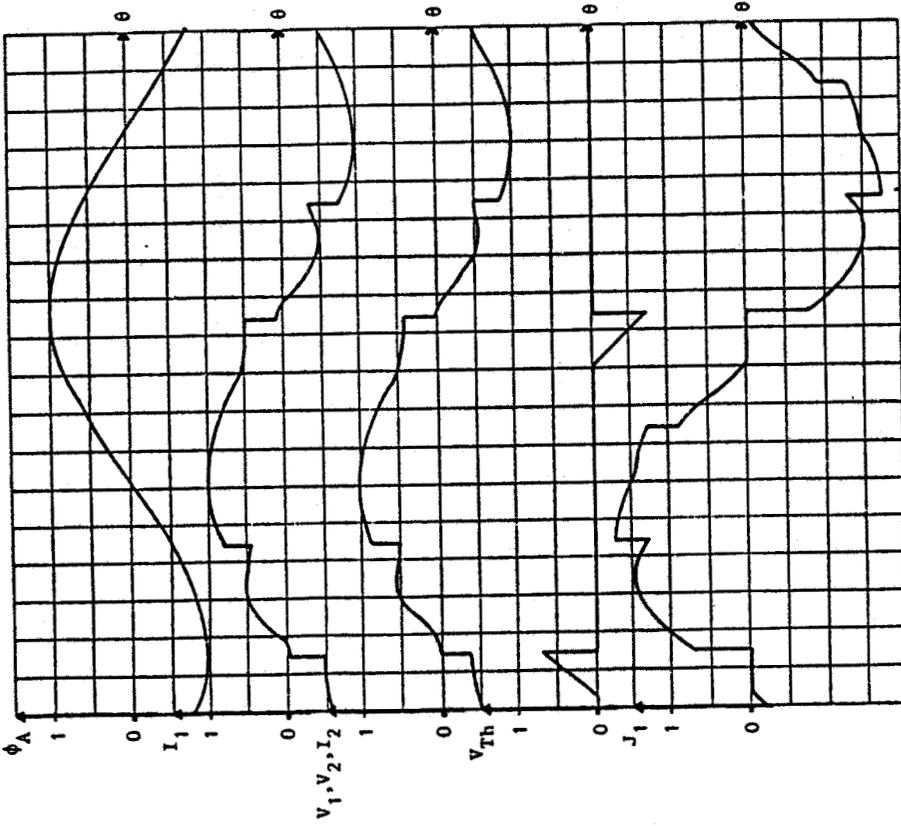
$\omega T = 4$ $\psi = \psi_2 = 95$ mode 2 ou 3

PLANCHE 45



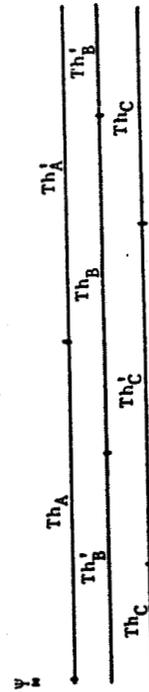
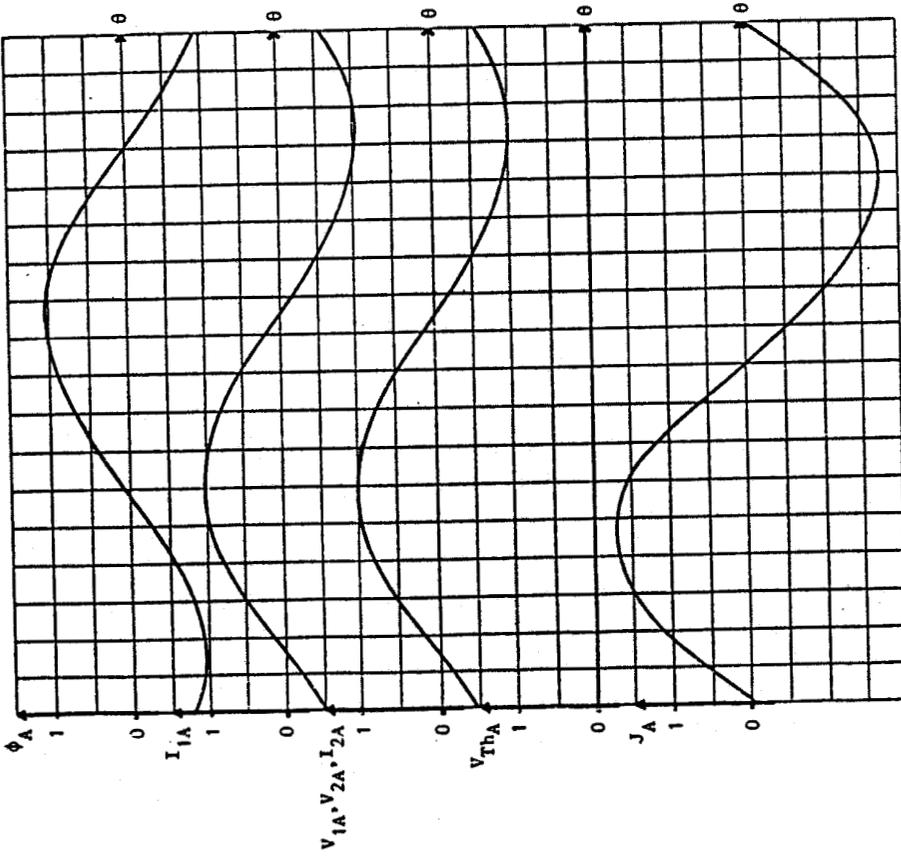
$\omega T = 4$ $\psi = 120$ $\theta_3 = 151$ mode 3

PLANCHE 46



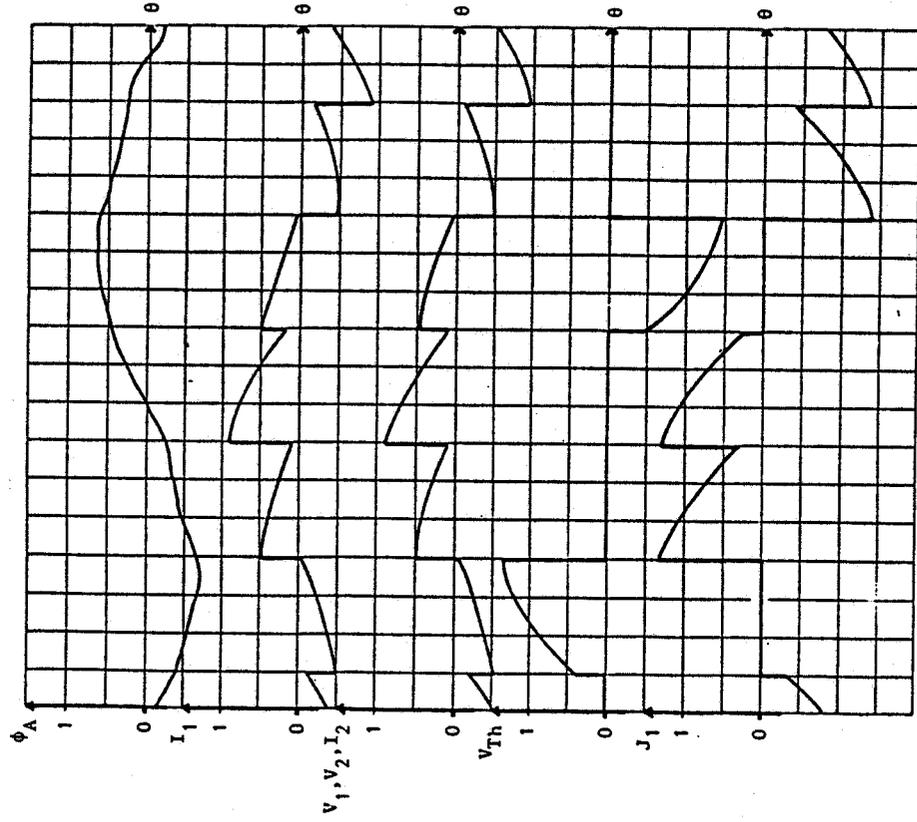
$\omega T = 20$ $\Psi = 30$ $\theta_1 = 62, 16$ mode 1

PLANCHE 48



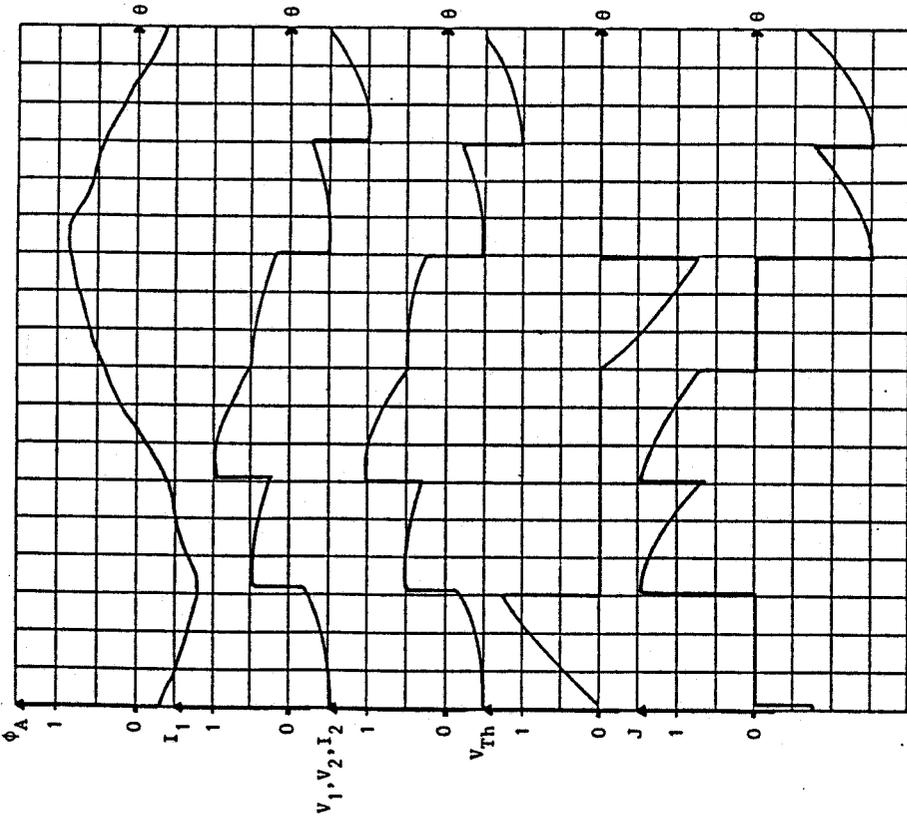
$\omega T = 20$ $\Psi = \Psi_{\theta_0} = 3$ $\theta_1 = 63$ mode 1

PLANCHE 47



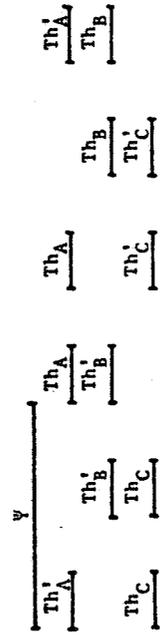
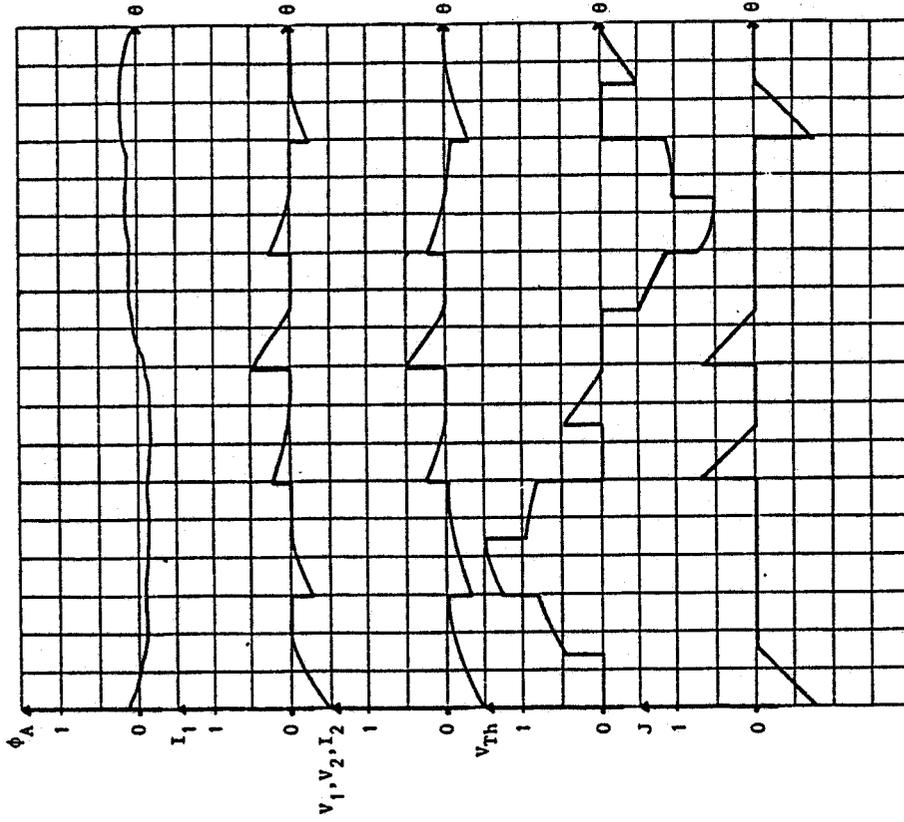
$\omega T = 20$ $\psi = 80$ mode 2

PLANCHE 50

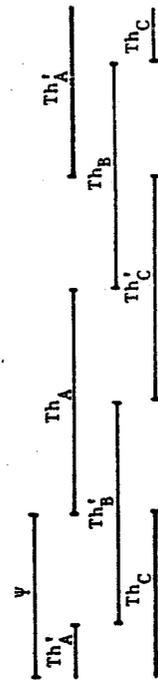
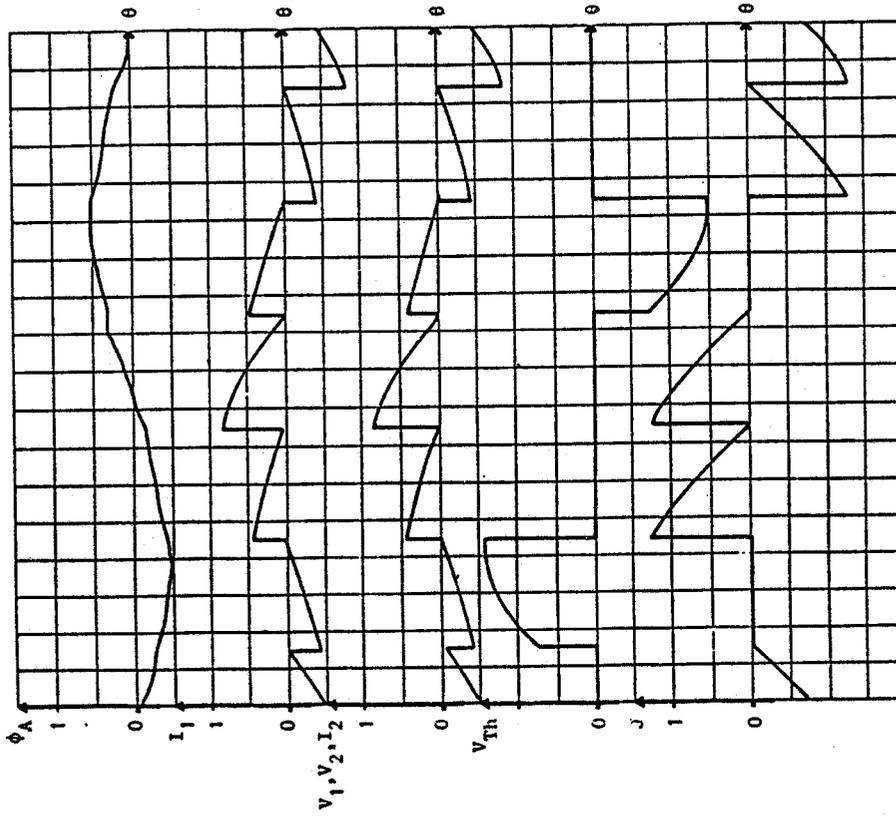


$\omega T = 20$ $\psi = 62$ $\theta_1 = 62$ mode 1 ou 2

PLANCHE 49



$\omega t = 20$ $\psi = 120$ $\theta_3 = 150$ mode 3



$\omega t = 20$ $\psi = \psi_{\theta_2} = 90$ mode 2 ou 3

V - CARACTERISTIQUES

En introduction, nous avons montré qu'un transformateur D_y défini par sa réluctance par noyau R et ses nombres de spires n_1 et n_2 est équivalent à un transformateur Y_y de même réluctance R et même nombre de spires secondaires n_2 , mais dont le nombre de spires primaires n_1 est réduit par $\sqrt{3}$.

De cette équivalence, il découle que les courants instantanés en ligne sont identiques, ainsi que les puissances instantanées, active, réactive et déformante fournies par le réseau.

Si l'on dispose un gradateur en ligne devant ces transformateurs, l'équivalence existera encore de fait, si les commutations des thyristors entraînent, aux mêmes instants, les mêmes connexions au réseau d'alimentation.

Nous avons vu lors de l'étude analytique du premier montage et de celui-ci, qu'ils ont :

- les mêmes modes de fonctionnement,
- les mêmes limites de mode Ψ_{ℓ_0} , Ψ_{ℓ_1} , Ψ_{ℓ_2} et Ψ_{ℓ_3} ,
- les mêmes variations des angles critiques des modes 1 et 3 en fonction de l'angle de commande Ψ , et pour une charge déterminée (ωt),
- le même choix de l'origine des temps (passage au zéro avec une dérivée positive de la tension simple v_A du réseau).

Il en découle que les commutations s'effectuent nécessairement aux mêmes instants et que les deux montages, conformément à ce qui a été indiqué précédemment, présentent :

- les mêmes diagrammes de conduction,
- les mêmes courants en ligne instantanés (élément que l'on peut observer par exemple sur les planches tracées à $\omega t = 20$ pour chaque montage),
- les mêmes tensions aux bornes des thyristors.

Il s'en suit que les caractéristiques dont nous donnons la liste ci-dessous sont identiques à celles du Chapitre I.

* Variation en grandeur réduite du courant efficace au secondaire : $I_2/I_{2\Psi_0}$ en fonction de Ψ pour différentes valeurs de $\omega\tau$ (Fig. 1.4).

* Caractéristiques de la puissance active P tracées, en valeur réduite par rapport à la valeur "pleine onde" P_{Ψ_0} , ou encore la valeur nominale P_n fixée pour le transformateur, en fonction de l'angle Ψ référencé à la tension v_A ou encore en fonction de l'angle α référencé au courant en ligne J_A (Fig. 1.5, 1.6, 1.7 et 1.8).

* Caractéristique relative au courant en ligne absorbé, donnée au premier montage où le courant dans les enroulements primaires se retrouve directement en ligne, soit $I_1/I_{1\Psi_0}$ en fonction de Ψ (Fig. 1.9).

* Variation du facteur de puissance $f_p(\Psi)$ pour différentes charges :

$$f_p = \frac{P/P_0}{J/J_0} \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$$

donné par la Figure 1.10 au premier chapitre.

* Caractéristiques donnant les variations des harmoniques du courant en ligne absorbé. Elles s'identifient avec celles qui donnent les harmoniques rapportées au "fondamental pleine onde" des courants primaires dans le 1er montage (Fig. 1.11).

* Courbes de variation des puissances réactive et déformante, Q_1 et D . Ces caractéristiques tracées en fonction de Ψ pour différentes valeurs du paramètre $\omega\tau$ sont rigoureusement les mêmes qu'au premier chapitre, puisqu'elles ne dépendent que des puissances apparente et active et des harmoniques du courant en ligne au primaire, donc globalement de la valeur instantanée de celui-ci, dont on a montré précédemment qu'il est le même pour les 2 montages. Les courbes correspondantes sont données Figures 1.12 et 1.13).

Remarque : L'équivalence que nous venons d'établir est effectuée entre le premier et le 3ème montages. Auparavant, nous avons montré au Chapitre II, l'équivalence des caractéristiques entre les 2 premiers montages. Il ressort de ces analyses que, *les 3 montages sont identiques* (sous réserve d'adapter les nombres de spires primaires des transformateurs). "*Vu de l'extérieur*", puisque, pour une même valeur de Ψ (à 30° près pour le 2ème montage) et pour une même puissance fournie à la charge, les courants en ligne ont même valeur instantanée et que, par suite, les puissances p , P , Q_1 et D mesurables au primaire sont égales. La puissance active au secondaire est également identique dans les 3 cas.

VI - COMMANDE DU CONVERTISSEUR

Les remarques concernant la commande des gradateurs permettant d'assurer le bon fonctionnement, aussi bien à la mise en route, qu'en régime permanent établi, sont rigoureusement les mêmes qu'au premier chapitre. Nous nous bornerons ici à rappeler quels sont les points essentiels qui ont été développés.

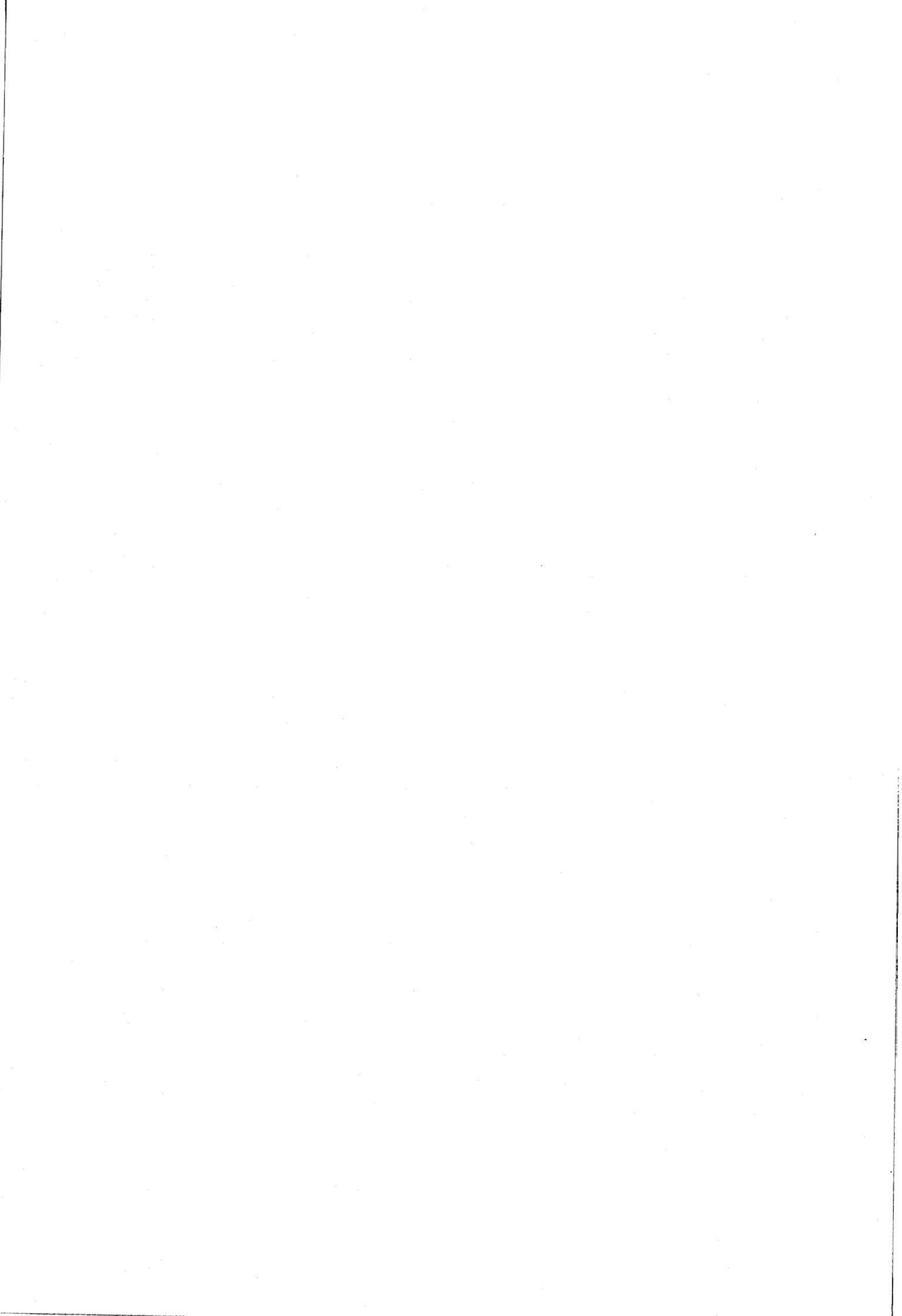
* L'amorçage d'un thyristor est toujours tributaire de la conduction simultanée d'un autre, compte tenu de la disposition en ligne des gradateurs. Pour assurer la mise en route, il faut donc des impulsions (ou des trains de pulses) de durée supérieure à un intervalle d'étude, soit $\pi/3\omega$.

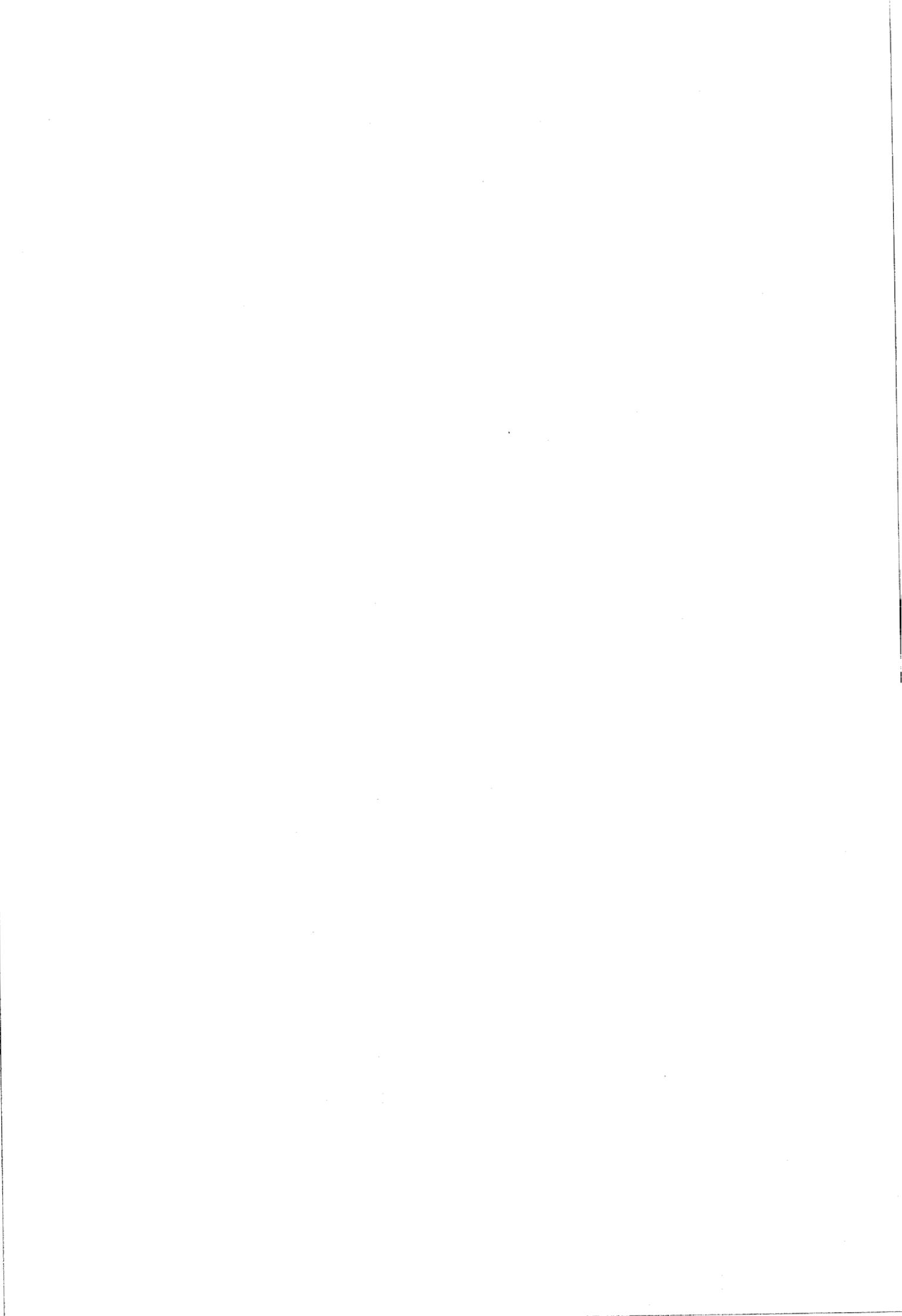
* Du fait de la non conduction globale constatée à certains instants en 3ème mode, quand on veut débloquer un thyristor, il faut réamorcer, en envoyant des impulsions de confirmation, celui qui avait conduit 1/6ème de période auparavant.

* La commande peut être réalisée en détectant les tensions secteur (commande en Ψ) ou les tensions aux bornes des composants (commande en α). Nous savons que le 1er procédé présente l'inconvénient d'introduire des fonctionnements anormaux si la valeur de Ψ devient inférieure à Ψ_{θ_0} et que le 2ème procédé pour sa part, ne permet pas le réglage de la puissance en mode 2. Pour assurer un réglage progressif de la puissance transmise à la charge, il convient alors d'utiliser une "commande

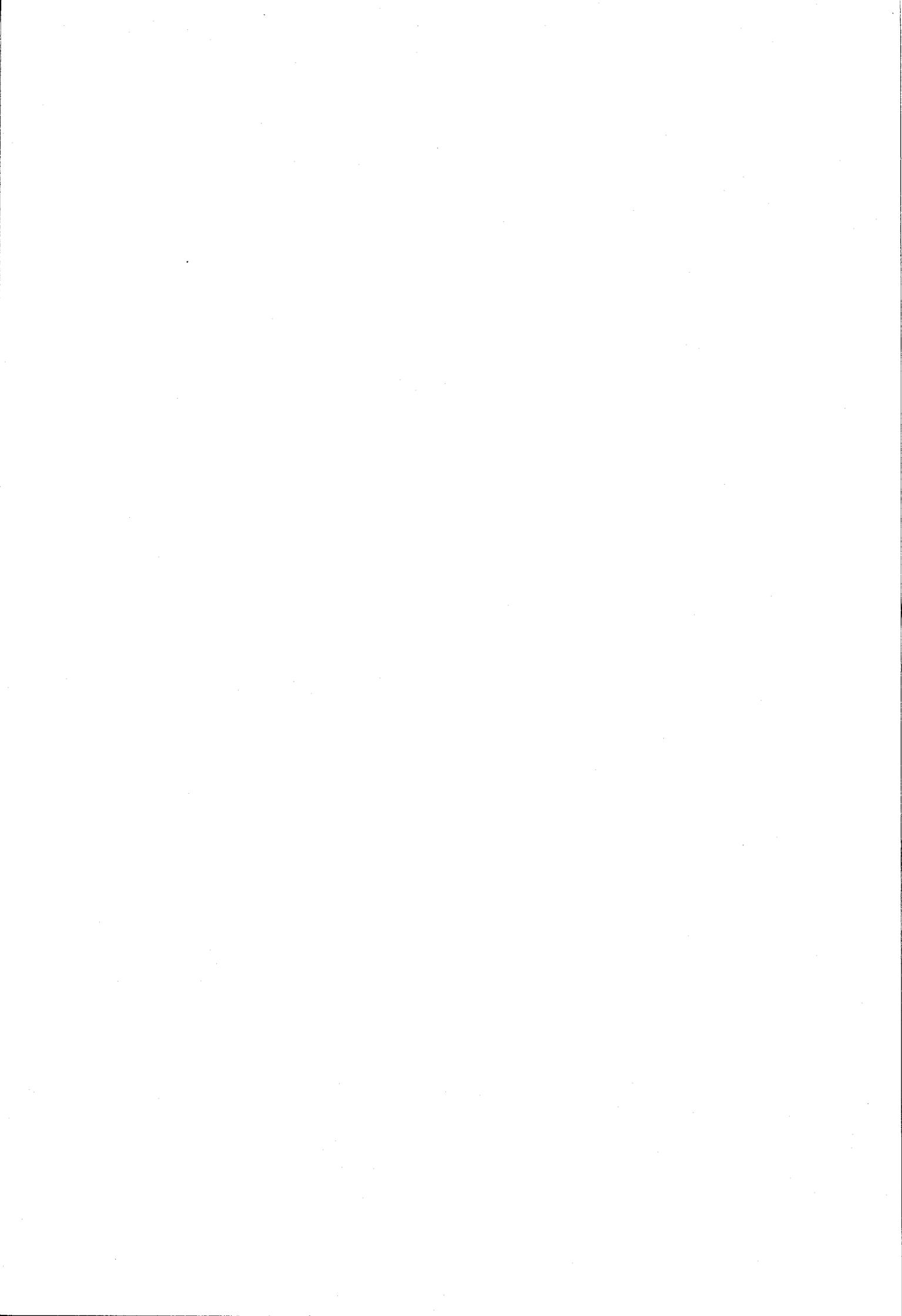
en Ψ'' , mais d'assurer la détection par " α " de l'annulation éventuelle des courants, (qui traduit une approche de Ψ vers Ψ_{ℓ_0}), de manière à maintenir la valeur de cet angle à un niveau suffisant, pour éviter la zone de fonctionnement anormal.

Dans le cas où l'une des résistances qui constituent la charge serait soumise à une rupture accidentelle, il convient de vérifier que le procédé de commande proposé assure la protection des thyristors face aux surtensions éventuelles. L'étude correspondante est réalisée au Chapitre V. On peut dire dès à présent, que le choix du couplage en "triangle fermé" au primaire du transformateur, permettant de fait la circulation des courants indépendamment de la conduction des thyristors, est favorable à la suppression des surtensions liées à une discontinuité de courant au secondaire.





CHAPITRE IV



AUTRES MONTAGES "GRADATEUR - TRANSFORMATEUR"

Dans ce chapitre, nous présentons d'autres montages rencontrés dans l'industrie.

Nous verrons successivement dans l'ordre :

- les montages qui ne diffèrent des précédents (Chapitres I, II et III) que par le couplage des enroulements secondaires, qui est cette fois en triangle,

- les montages où le gradateur est disposé au secondaire du transformateur et en particulier en branche dans le cas du couplage triangle,

- les montages mettant en œuvre un transformateur à plus de 3 noyaux magnétiques ou encore 3 transformateurs monophasés, en nous limitant aux structures dont l'étude peut se rattacher aux cas précédents.

Pour tous ces montages, le récepteur sera toujours supposé être constitué de 3 résistances identiques disposées en étoile. Dans le cas d'une association en triangle, les ondes de courant dans les résistances sont différentes, mais les courants en ligne ne changent pas au produit près de leur amplitude par $\sqrt{3}$. Ceci s'explique par la linéarité des résistances, faisant que lorsque l'on passe des courants en ligne, aux courants polygonaux, les développements correspondants en série de Fourier, présentent des termes qui ne diffèrent que par le coefficient $\sqrt{3}$ et le déphasage de $\pi/6$, dans un sens et dans l'autre des systèmes directs et inverses [39].

I - MONTAGES DONT LE TRANSFORMATEUR EST COUPLÉ EN TRIANGLE AU SECONDAIRE

Pour tous ces montages, nous allons démontrer que la somme des courants secondaires est nulle.

Considérons un triangle constitué par les 3 enroulements secondaires dont on ne néglige pas la résistance r_2 . Les tensions aux bornes des enroulements sont : v_{2A} , v_{2B} et v_{2C} et les courants qui les parcourent sont i_{2A} , i_{2B} et i_{2C} . Pour la maille constituée par le triangle fermé, on a :

$$v_{2A} + v_{2B} + v_{2C} + r_2 (i_{2A} + i_{2B} + i_{2C}) = 0$$

La somme des flux étant nulle puisque les transformateurs n'ont que 3 noyaux magnétiques, la somme des tensions est nulle et *la somme des courants secondaires est nulle également.*

Dans le cas de notre étude, nous négligeons r_2 , mais on conçoit que cette hypothèse ne change pas le résultat précédent.

I.1 - Montage gradateur en ligne, au primaire d'un transformateur Y_d

Le schéma correspondant est donné sur la Figure 4.1 ci-après.

Les notations sont les mêmes qu'au Chapitre I sauf les courants en ligne au secondaire que nous notons :

$$\begin{bmatrix} j_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{2A} \\ j_{2B} \\ j_{2C} \end{bmatrix}$$

et les tensions aux bornes des résistances que nous notons :

$$\begin{bmatrix} v_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{RA} \\ v_{RB} \\ v_{RC} \end{bmatrix}$$

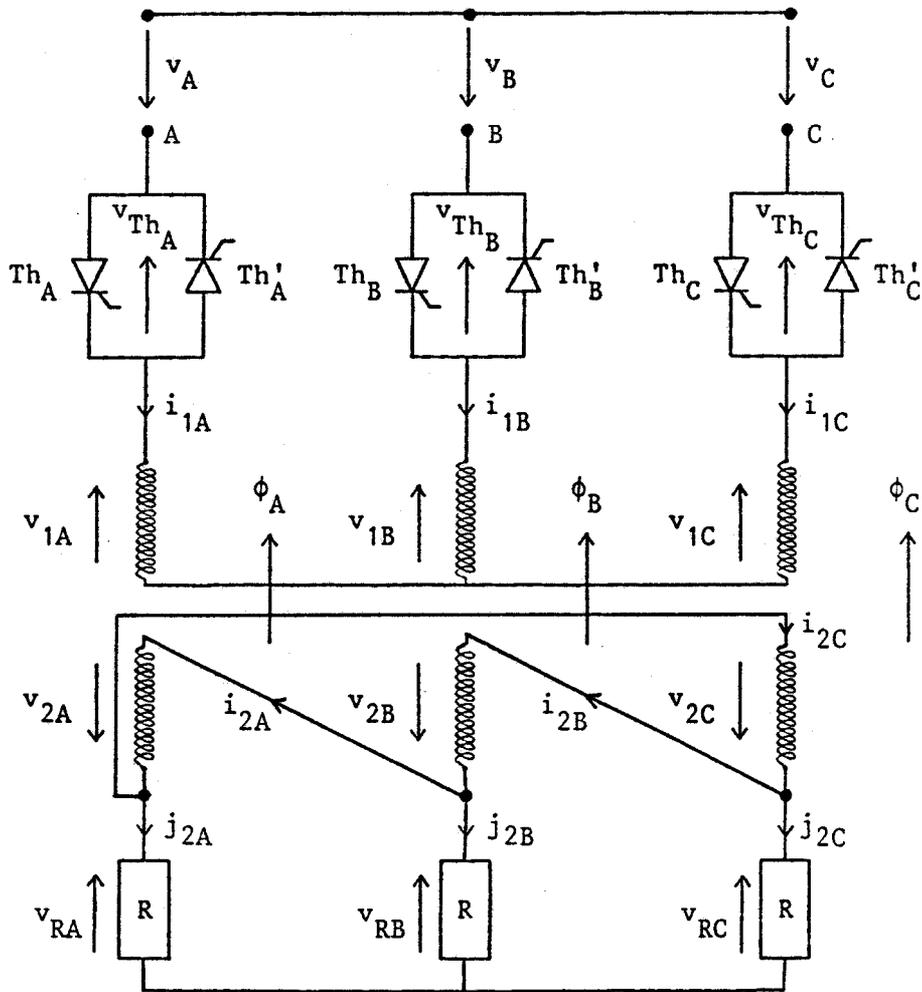


FIGURE 4.1

Les relations générales sont les suivantes :

$$(1) \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = n_1 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

$$(2) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = n_2 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

Les enroulements primaires sont en étoile, donc :

$$(3) \quad i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$$

D'autre part, on a vu que :

$$(4) \quad i_{2A} + i_{2B} + i_{2C} = 0$$

Les flux étant forcés :

$$(5) \quad \phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$$

et par dérivation :

$$(6) \quad \begin{cases} v_{1A} + v_{1B} + v_{1C} = 0 \\ v_{2A} + v_{2B} + v_{2C} = 0 \end{cases}$$

Par la loi des mailles électriques appliquée au secondaire, il vient :

$$(7) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} j_{2A} - j_{2B} \\ j_{2B} - j_{2C} \\ j_{2C} - j_{2A} \end{bmatrix}$$

Par ailleurs, la loi des nœuds permet d'écrire :

$$(8) \quad \begin{bmatrix} j_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{2A} - i_{2C} \\ i_{2B} - i_{2A} \\ i_{2C} - i_{2B} \end{bmatrix}$$

d'où, par différence entre les lignes et compte tenu de (4) :

$$(9) \quad \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} j_{2A} - j_{2B} \\ j_{2B} - j_{2C} \\ j_{2C} - j_{2A} \end{bmatrix}$$

Compte tenu de la relation (7), il vient enfin :

$$(10) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = 3 R \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = R' \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix}$$

Les relations générales d'Ampère-tours s'écrivent :

$$\begin{cases} n_1 (i_{1A} - i_{1B}) - n_2 (i_{2A} - i_{2B}) = R (\phi_A - \phi_B) \\ n_1 (i_{1B} - i_{1C}) - n_2 (i_{2B} - i_{2C}) = R (\phi_B - \phi_C) \\ n_1 (i_{1C} - i_{1A}) - n_2 (i_{2C} - i_{2A}) = R (\phi_C - \phi_A) \end{cases}$$

Compte tenu de (3), (4) et (5) et par différence entre les lignes de ces égalités, on obtient :

$$(11) \quad n_1 \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} - n_2 \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

Cette relation traduit le fait que la compensation des Ampère-tours s'effectuera par noyau.

On remarque alors, qu'à la seule condition de remplacer R par R' = 3 R dans les relations précédentes, que celles-ci sont parfaitement identiques à celles du Chapitre I. Comme de plus, la disposition des gradateurs et le couplage du primaire du transformateur sont les mêmes, le découpage en modes s'effectuera de la même manière que pour le premier montage.

Les commutations auront donc lieu aux mêmes instants et les connexions au réseau correspondantes seront identiques.

Tous les résultats en régime permanent donnés pour le 1er montage sont applicables à celui-ci, en changeant R en R'.

Il faut noter toutefois, qu'en cas de rupture au niveau des résistances R', il n'y aura pas comme au 1er chapitre, annulation brusque des Ampère-tours secondaires sur une colonne du transformateur, du fait des connexions en triangle. Un examen plus attentif des problèmes concernant cette remarque est effectué au chapitre suivant.

I.2 - Montage gradateur en ligne au primaire d'un transformateur D_d

Le montage correspondant est donné par la Figure 4.2.

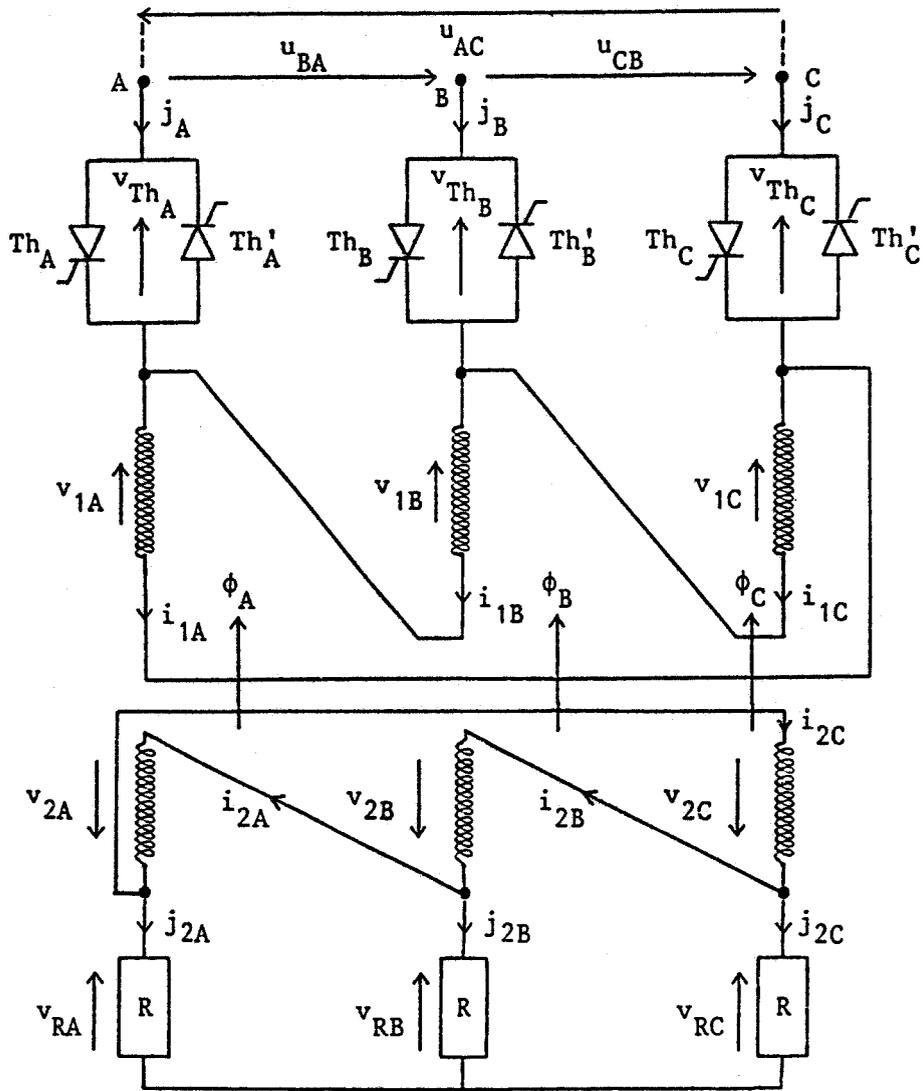


FIGURE 4.2

Avec les notations du schéma, on peut écrire l'ensemble des relations générales suivantes :

$$(12) \quad [v_1] = m [v_2] = n_1 \frac{d}{dt} [\phi]$$

$$(13) \quad [v_1] - [u] = \begin{bmatrix} v_{ThC} - v_{ThA} \\ v_{ThA} - v_{ThB} \\ v_{ThB} - v_{ThC} \end{bmatrix}$$

$$(14) \quad [j] = \begin{bmatrix} i_{1A} & -i_{1B} \\ i_{1B} & -i_{1C} \\ i_{1C} & -i_{1A} \end{bmatrix}$$

$$(15) \quad j_A + j_B + j_C = 0$$

$$(16) \quad i_{2A} + i_{2B} + i_{2C} = 0 \quad (\text{relation établie auparavant})$$

Les flux étant forcés :

$$(17) \quad \phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$$

Par dérivation ou compte tenu des liaisons en triangle :

$$(18) \quad \begin{cases} v_{1A} + v_{1B} + v_{1C} = 0 \\ v_{2A} + v_{2B} + v_{2C} = 0 \end{cases}$$

$$(19) \quad [j_2] = \begin{bmatrix} i_{2A} & -i_{2C} \\ i_{2B} & -i_{2A} \\ i_{2C} & -i_{2B} \end{bmatrix}$$

Avec (16) et (19), on obtient :

$$(20) \quad [i_2] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} j_{2A} & -j_{2B} \\ j_{2B} & -j_{2C} \\ j_{2C} & -j_{2A} \end{bmatrix}$$

La loi des mailles au secondaire permet d'écrire :

$$(21) \quad [v_2] = R \begin{bmatrix} j_{2A} & -j_{2B} \\ j_{2B} & -j_{2C} \\ j_{2C} & -j_{2A} \end{bmatrix}$$

soit, avec (20) :

$$(22) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = 3 R \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = R' \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} \quad (\text{avec } R' = 3 R)$$

Les relations générales d'Ampère-tours s'écrivent toujours :

$$(23) \quad \begin{cases} n_1 (i_{1A} - i_{1B}) - n_2 (i_{2A} - i_{2B}) = R (\phi_A - \phi_B) \\ n_1 (i_{1B} - i_{1C}) - n_2 (i_{2B} - i_{2C}) = R (\phi_B - \phi_C) \\ n_1 (i_{1C} - i_{1A}) - n_2 (i_{2C} - i_{2A}) = R (\phi_C - \phi_A) \end{cases}$$

D'où, compte tenu de (14) :

$$(24) \quad \begin{bmatrix} j \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} i_{2A} - i_{2B} \\ i_{2B} - i_{2C} \\ i_{2C} - i_{2A} \end{bmatrix} + \frac{R}{n_1} \begin{bmatrix} \phi_A - \phi_B \\ \phi_B - \phi_C \\ \phi_C - \phi_A \end{bmatrix}$$

L'ensemble de ces relations est strictement identique avec celles du montage vu au Chapitre III, sous la seule réserve de changer R en R'.

Par ailleurs, la position du gradateur et la disposition des enroulements primaires étant également les mêmes qu'au 3ème montage, on comprend facilement, que toutes les caractéristiques seront semblables et le processus de commande analogue.

Seule l'allure des courants $[j_2]$ n'est pas donnée, elle est facile à obtenir par composition, selon la relation (19), à partir de $[i_2]$.

Comme le montage du § I.2 de ce chapitre, celui-ci présentera peu d'inconvénients en cas de rupture des résistances R'. L'étude correspondante est donnée au § V.

I.3 - Montage gradateur disposé en "branche" au primaire d'un transformateur D_d

Le schéma du montage est donné Figure 4.3.

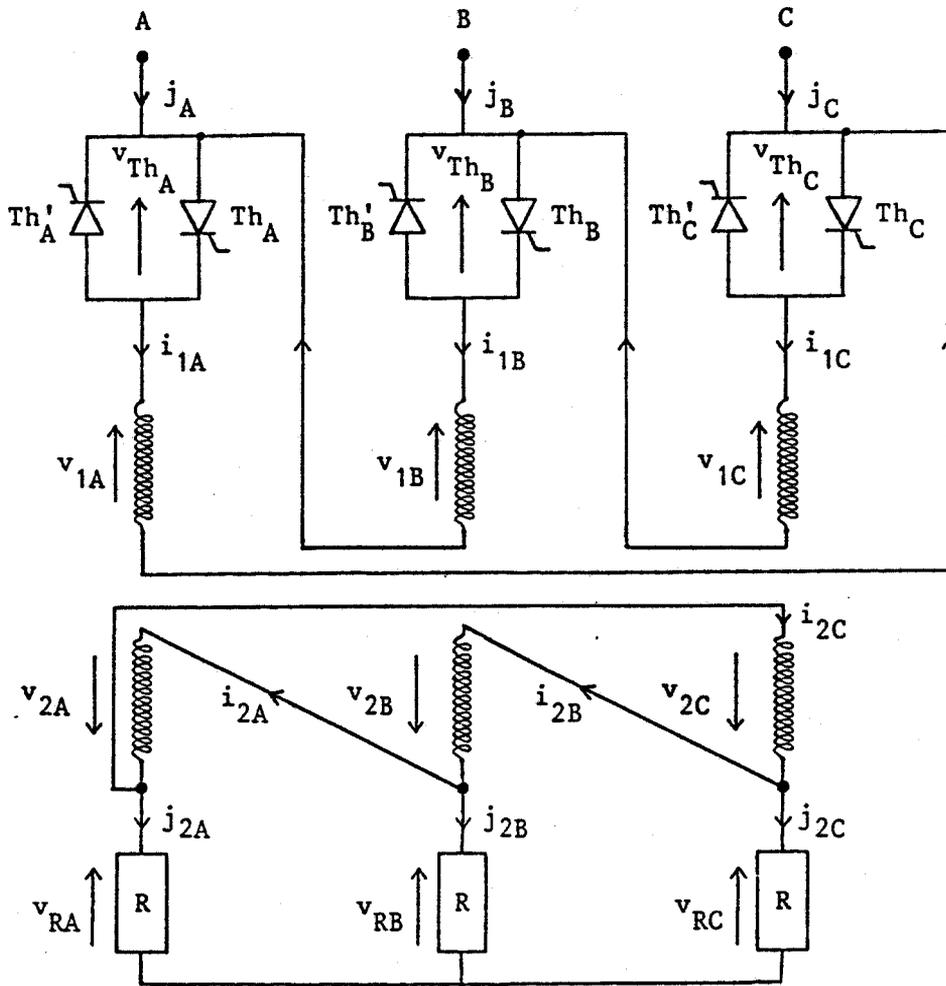


FIGURE 4.3

Avec les notations du schéma de la Figure 4.3, on peut écrire les relations générales ci-dessous :

$$(25) \quad \begin{bmatrix} u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{AC} \\ u_{BA} \\ u_{CB} \end{bmatrix} = U_m \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - 2\pi/3) \\ \sin (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$(26) \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = n_1 \frac{d[\phi]}{dt}$$

$$(27) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = n_2 \frac{d[\phi]}{dt}$$

Les flux sont forcés, par suite :

$$(28) \quad \phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$$

et :

$$(29) \quad \begin{cases} v_{1A} + v_{1B} + v_{1C} = 0 \\ v_{2A} + v_{2B} + v_{2C} = 0 \end{cases}$$

Les courants en ligne s'écrivent :

$$(30) \quad \begin{bmatrix} j \\ j \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_A \\ j_B \\ j_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{1A} - i_{1B} \\ i_{1B} - i_{1C} \\ i_{1C} - i_{1A} \end{bmatrix}$$

et leur somme est nulle :

$$(31) \quad j_A + j_B + j_C = 0$$

Nous avons vu auparavant que, compte tenu du couplage "triangle" au secondaire et avec (29), il vient :

$$(32) \quad i_{2A} + i_{2B} + i_{2C} = 0$$

Les courants en ligne au secondaire valent :

$$(33) \quad \begin{bmatrix} j_2 \\ j_2 \\ j_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{2A} - i_{2C} \\ i_{2B} - i_{2A} \\ i_{2C} - i_{2B} \end{bmatrix}$$

A partir de (33) et (34), on obtient par différence :

$$(34) \quad \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} j_{2A} - j_{2B} \\ j_{2B} - j_{2C} \\ j_{2C} - j_{2A} \end{bmatrix}$$

La loi des mailles permet d'écrire au secondaire :

$$(35) \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} j_{2A} - j_{2B} \\ j_{2B} - j_{2C} \\ j_{2C} - j_{2A} \end{bmatrix} = 3 R \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = R' \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} \quad \text{avec } R' = 3 R$$

La somme des courants primaires est non nulle, elle s'exprime par la composante homopolaire :

$$(36) \quad i_o = (i_{1A} + i_{1B} + i_{1C}) / 3$$

Les relations générales d'Ampère-tours sont les mêmes que dans l'ensemble des montages déjà vus, en particulier celui du Chapitre II. La compensation des Ampère-tours par noyau est impossible sauf dans le cas précis où les 3 gradateurs sont passants (ce qui ramène au montage précédent).

Avec le changement de R en R', les relations (25) à (36) sont les mêmes qu'au Chapitre II. Comme la disposition des gradateurs et le couplage des enroulements primaires sont également les mêmes qu'au Chapitre II, on peut conclure que *l'étude de ce montage en régime permanent est donnée au 2ème Chapitre.*

En cas de rupture de résistance (R'), il faut noter toutefois que la possibilité laissée aux courants secondaires de circuler à l'intérieur du "triangle" constitué par les 3 enroulements, va limiter considérablement les problèmes qu'on pourrait observer avec le "secondaire en étoile". L'étude correspondante est faite au Chapitre V.

Nous noterons :

$$(37) \quad \begin{bmatrix} u_1 \end{bmatrix} = U_m \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - 2\pi/3) \\ \sin (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

les tensions composées du réseau d'alimentation.

Les relations générales sont alors les suivantes :

$$(38) \quad \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} = - \frac{1}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos (\theta - 2\pi/3) \\ \cos (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix} \quad \text{pour le flux}$$

Les tensions des enroulements primaires et secondaires sont directement données à partir du réseau par :

$$(39) \quad \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix} = \frac{U_m}{m} \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - 2\pi/3) \\ \sin (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

On a également par la loi des mailles au secondaire :

$$(40) \quad \begin{bmatrix} u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{ab} \\ u_{bc} \\ u_{ca} \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} j_{2A} - j_{2B} \\ j_{2B} - j_{2C} \\ j_{2C} - j_{2A} \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{bmatrix} j_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{2A} - i_{2C} \\ i_{2B} - i_{2A} \\ i_{2C} - i_{2B} \end{bmatrix}$$

En ligne, les sommes des courants sont nulles, il vient :

$$(41) \quad \begin{cases} j_{1A} + j_{1B} + j_{1C} = 0 \\ j_{2A} + j_{2B} + j_{2C} = 0 \end{cases}$$

avec :

$$\begin{bmatrix} j_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{1A} \\ j_{1B} \\ j_{1C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{1A} - i_{1C} \\ i_{1B} - i_{1A} \\ i_{1C} - i_{1B} \end{bmatrix}$$

Par contre, les courants $[i_2]$ présentent une composante homopolaire :

$$(42) \quad i_{20} = (i_{2A} + i_{2B} + i_{2C}) / 3$$

Partant de l'expression de $[u_2]$, on peut écrire :

$$(43) \quad \begin{bmatrix} j_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3R} \begin{bmatrix} u_{ab} - u_{ca} \\ u_{bc} - u_{ab} \\ u_{ca} - u_{bc} \end{bmatrix}$$

Les tensions aux bornes des gradateurs sont :

$$(44) \quad \begin{bmatrix} v_{Th} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{ThA} \\ v_{ThB} \\ v_{ThC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_2 \end{bmatrix}$$

Les relations générales d'Ampère-tours s'écrivent :

$$\begin{cases} n_1 (i_{1A} - i_{1C}) - n_2 (i_{2A} - i_{2C}) = R (\phi_A - \phi_C) \\ n_1 (i_{1B} - i_{1A}) - n_2 (i_{2B} - i_{2A}) = R (\phi_B - \phi_A) \\ n_1 (i_{1C} - i_{1B}) - n_2 (i_{2C} - i_{2B}) = R (\phi_C - \phi_B) \end{cases}$$

Le primaire étant un "triangle fermé", la loi des mailles électriques permet d'écrire :

$$v_{1A} + v_{1B} + v_{1C} + r_1 (i_{1A} + i_{1B} + i_{1C}) = 0$$

où r_1 est la résistance des enroulements primaires supposée non négligeable pour montrer que la somme des tensions $[v_1]$ étant nulle, on a :

$$i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$$

Les relations d'Ampère-tours peuvent alors s'écrire :

$$[j_1] = \frac{1}{m} [j_2] + R \begin{bmatrix} \phi_A - \phi_C \\ \phi_B - \phi_A \\ \phi_C - \phi_B \end{bmatrix}$$

Soit, en remplaçant les flux par leur valeur :

$$(45) \quad [j_1] = \frac{1}{m} [j_2] + \frac{U_m \sqrt{3} R}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos(\theta + 5\pi/6) \\ \cos(\theta + \pi/6) \\ \cos(\theta - \pi/2) \end{bmatrix} = A + B$$

et dans les enroulements :

$$(46) \quad [i_1] = \underbrace{\frac{1}{m} [i_2]}_C - \underbrace{\frac{i_{20}}{m} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_D - \underbrace{\frac{U_m}{n_1 \omega} R \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix}}_E$$

Ces expressions montrent que les courants dans les enroulements primaires comprennent 3 termes :

- le courant de "travail" : C
- le courant magnétisant : $i_\mu = E$
- un terme lié à la présence d'une composante homopolaire au secondaire : D

et les courants en ligne, seulement 2 termes :

- le courant dans la charge ramené : A
- la contribution à la magnétisation : $[j_M] = B$

Nous allons aborder l'étude sous la forme de l'analyse d'un montage "gradateur + charge" alimenté directement par un réseau de tensions triphasées sinusoïdales :

$$\begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = \frac{U_m}{m} \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - 2\pi/3) \\ \sin (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

L'angle de retard Ψ à l'amorçage du thyristor Th_A est compté à partir de l'instant où la tension v_{2A} passe par zéro avec une dérivée positive.

Nous allons observer plusieurs modes de fonctionnement s'apparentant à ceux du montage vu au Chapitre II. Le premier d'entre eux donnant un réglage effectif, est caractérisé par 2 ou 1 thyristor(s) passant(s) et les deuxième et troisième modes respectivement par un seul et 1 ou zéro thyristor passant.

Effectuons l'analyse pour chacun des modes sur un intervalle d'étude comme pour les montages précédents.

II.1 - 1er mode de fonctionnement : 2 ou 1 thyristor(s) passant(s)

En observant les ondes de tension $[v_2]$, on peut établir que les limites de ce mode sont telles que $\pi/6 < \Psi < \pi/2$ et que les limites de régime sont telles que :

$$\begin{cases} \text{pour le régime à 2 thyristors passants : } \Psi < \theta < \pi/2 \\ \text{pour le régime à 1 thyristor passant : } \pi/2 < \theta < \Psi + \pi/3 \end{cases}$$

II.1.1 - Fonctionnement selon le 1er régime

Th_A et Th'_B sont conducteurs. Les tensions composées aux bornes du récepteur sont égales aux tensions secondaires du transformateur :

$$(47) \quad \begin{bmatrix} u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = \frac{U_m}{m} \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - 2\pi/3) \\ \sin (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

Selon la relation (42), il vient :

$$(48) \quad \begin{bmatrix} j_2 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3} U_m}{3 R_m} \begin{bmatrix} \sin (\theta - \pi/6) \\ \sin (\theta - 5\pi/6) \\ \sin (\theta + \pi/2) \end{bmatrix}$$

Le gradateur "C" est bloqué, par suite $i_{2C} = 0$ et la relation (40) permet d'établir que :

$$(49) \quad \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{2A} \\ -j_{2C} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3} U_m}{3 R_m} \begin{bmatrix} \sin (\theta - \pi/6) \\ -\sin (\theta + \pi/2) \\ 0 \end{bmatrix}$$

La composante homopolaire i_{2_0} vaut :

$$i_{2_0} = \frac{U_m}{3 R} \sin (\theta - \pi/3)$$

Les tensions aux bornes des thyristors, selon la relation (43) et sachant que $[u_2] = [v_2]$, sont nulles :

$$(50) \quad \begin{bmatrix} v_{Th} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Les courants dans les enroulements primaires sont :

$$(51) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3} U_m}{3 m^2 R} \begin{bmatrix} \sin (\theta - \pi/6) \\ \sin (\theta - \pi/2) \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{U_m}{3 m^2 R} \sin (\theta - \pi/3) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} -$$

$$\frac{U_m}{3 m^2 R \omega \tau} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos (\theta - 2\pi/3) \\ \cos (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix} \quad \text{avec } \tau = n_2^2 / 3 R R$$

Les courants en ligne s'expriment alors par :

$$(52) \quad \begin{bmatrix} j_1 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3} U_m}{3 m^2 R} \begin{bmatrix} \sin (\theta - \pi/6) \\ \sin (\theta - 5\pi/6) \\ \sin (\theta + \pi/2) \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{3} U_m}{3 m^2 R \omega \tau} \begin{bmatrix} \cos (\theta + 5\pi/6) \\ \cos (\theta + \pi/6) \\ \cos (\theta - \pi/2) \end{bmatrix}$$

II.1.2 - Fonctionnement selon le 2ème régime

Th_A est seul conducteur. La relation (44) permet d'écrire :

$$v_{2A} = u_{ab} = R (j_{2A} - j_{2B})$$

Les courants i_{2B} et i_{2C} sont nuls, par suite, les courants dans les résistances sont donnés par :

$$\begin{bmatrix} j_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{2A} \\ -i_{2A} \\ 0 \end{bmatrix}$$

On remarque que :

$$j_{2A} = -j_{2B} = i_{2A}$$

donc :

$$j_{2A} - j_{2B} = 2 i_{2A} = v_{2A} / R$$

d'où :

$$(53) \quad \begin{bmatrix} j_2 \end{bmatrix} = \frac{v_{2A}}{2 R} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{U_m}{2 m R} \sin \theta \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(54) \quad \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = \frac{v_{2A}}{2 R} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{U_m}{2 m R} \sin \theta \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La composante homopolaire vaut :

$$(55) \quad i_{2_0} = \frac{U_m}{6 m R} \sin \theta$$

Les tensions composées appliquées aux résistances valent, d'après la relation (40) :

$$(56) \quad \begin{bmatrix} u_2 \end{bmatrix} = v_{2A} \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} = \frac{U_m}{m} \sin \theta \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

Par suite, les tensions aux bornes des thyristors, selon (43) valent :

$$\begin{bmatrix} v_{Th} \end{bmatrix} = \frac{U_m}{m} \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - 2\pi/3) \\ \sin (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix} + \frac{U_m}{m} \sin \theta \begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

Soit, après simplification :

$$(57) \quad \begin{bmatrix} v_{Th} \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3} U_m}{2 m} (\sin (\theta - \pi/2)) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Les courants dans les enroulements primaires sont donnés par la relation (46), soit :

$$(58) \quad \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = \frac{U_m}{2 m^2 R} \sin \theta \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{U_m}{6 m^2 R} \sin \theta \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} -$$

$$\frac{U_m}{3 m^2 R \omega \tau} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos (\theta - 2\pi/3) \\ \cos (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

Les courants en ligne au primaire s'écrivent de même :

$$(59) \quad \begin{bmatrix} j_1 \end{bmatrix} = \frac{U_m}{2 m^2 R} \sin \theta \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{3} U_m}{3 m^2 R \omega \tau} \begin{bmatrix} \cos (\theta + 5\pi/6) \\ \cos (\theta + \pi/6) \\ \cos (\theta - \pi/2) \end{bmatrix}$$

Le fonctionnement en premier mode va cesser quand disparaît le régime à deux redresseurs passants soit, pour $\Psi = \pi/2$.

II.2 - Deuxième mode de fonctionnement : "toujours 1 thyristor passant"
 $\pi/2 < \Psi < 2\pi/3$

La variable $\theta = \omega t$ est comprise entre (Ψ et $\Psi + \pi/3$), Th_A est le seul thyristor passant.

Les relations sont les mêmes que dans la 2ème partie du 1er mode (relations (53) à (59)).

Le 2ème mode cesse quand pour $\theta = \Psi + \pi/3$, le courant i_{2A} s'annule, soit quand v_{2A} s'annule. Ceci se produit pour $\theta = \pi$. La limite du mode est donc bien $\Psi = 2\pi/3$.

II.3 - 3ème mode de fonctionnement : "1 seul ou 0 thyristor passant"

Les limites de ce mode sont telles que : $2\pi/3 < \Psi < \pi$.

Deux régimes de fonctionnement existent, ils correspondent aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \text{Pour le 1er régime : } \Psi < \theta < \pi \\ \text{Pour le 2ème régime : } \pi < \theta < \pi + \pi/3 \end{cases}$$

II.3.1 - Fonctionnement selon le 1er régime

Th_A est le seul thyristor passant.

Les relations (53) à (59) du 1er mode sont encore valables.

II.3.2 - Fonctionnement selon le 2ème régime

Aucun thyristor ne conduit. Tous les courants au secondaire sont nuls :

$$(60) \quad \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Considérant alors la relation (40), il vient :

$$(61) \quad \begin{bmatrix} u_2 \end{bmatrix} = 0$$

Par suite, avec (44) :

$$(62) \quad \begin{bmatrix} v_{Th} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_2 \end{bmatrix} = \frac{U_m}{m} \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - 2\pi/3) \\ \sin (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

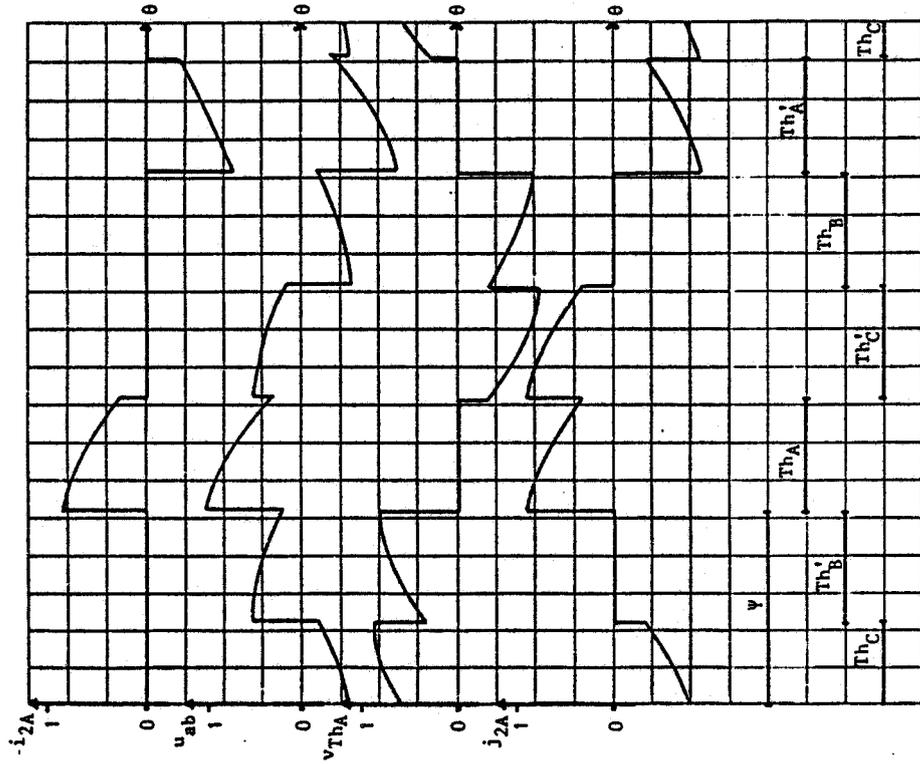
La composante homopolaire i_{2_0} est nulle. Les courants au primaire se réduisent donc au courant magnétisant :

$$(63) \quad \begin{cases} \begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} = - \frac{U_m}{3 m^2 R \omega \tau} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos (\theta - 2\pi/3) \\ \cos (\theta - 4\pi/3) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} j_1 \end{bmatrix} = \frac{U_m}{3 m^2 R \omega \tau} \begin{bmatrix} \cos (\theta + 5\pi/6) \\ \cos (\theta + \pi/6) \\ \cos (\theta - \pi/2) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Le 3ème mode cesse quand disparaît le régime à 1 redresseur passant, soit pour $\Psi = \pi$.

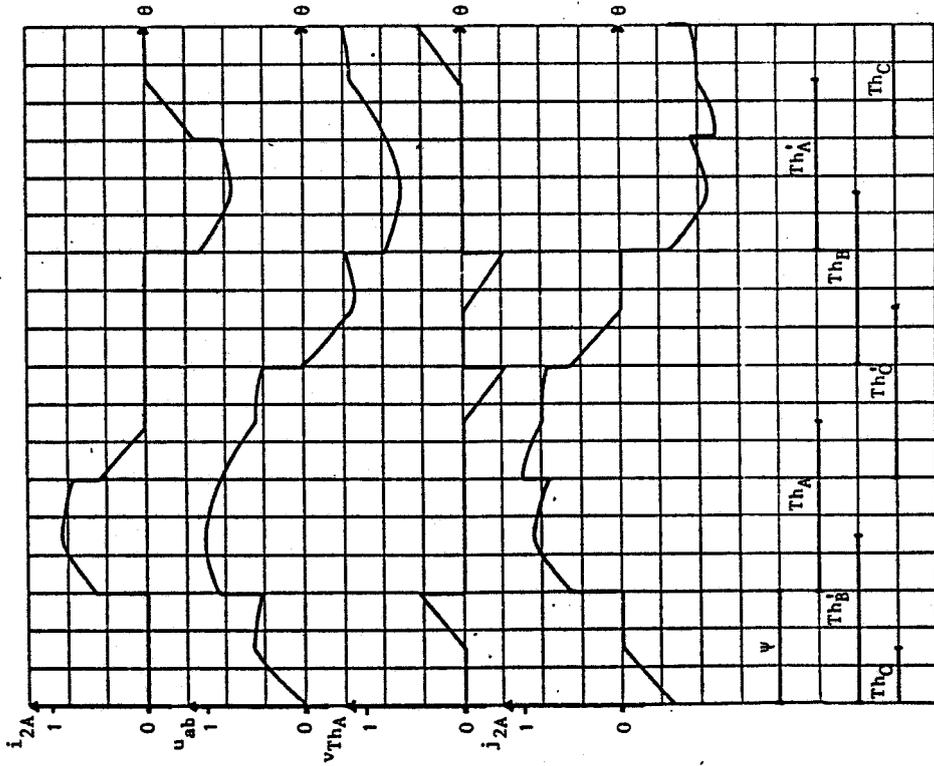
Les planches n° 53 à 55 représentent les valeurs réduites respectivement par $U_m / \sqrt{3} R m$, U_m / m , $U_m / \sqrt{3}$ et $U_m / \sqrt{3} R m$ des grandeurs suivantes :

- Courant dans l'enroulement secondaire : i_{2A} ,
- Tension composée aux bornes de la charge : u_{ab} ,
- Tension aux bornes du 1er gradateur : v_{ThA} ,
- Courant en ligne au secondaire : j_{2A} .



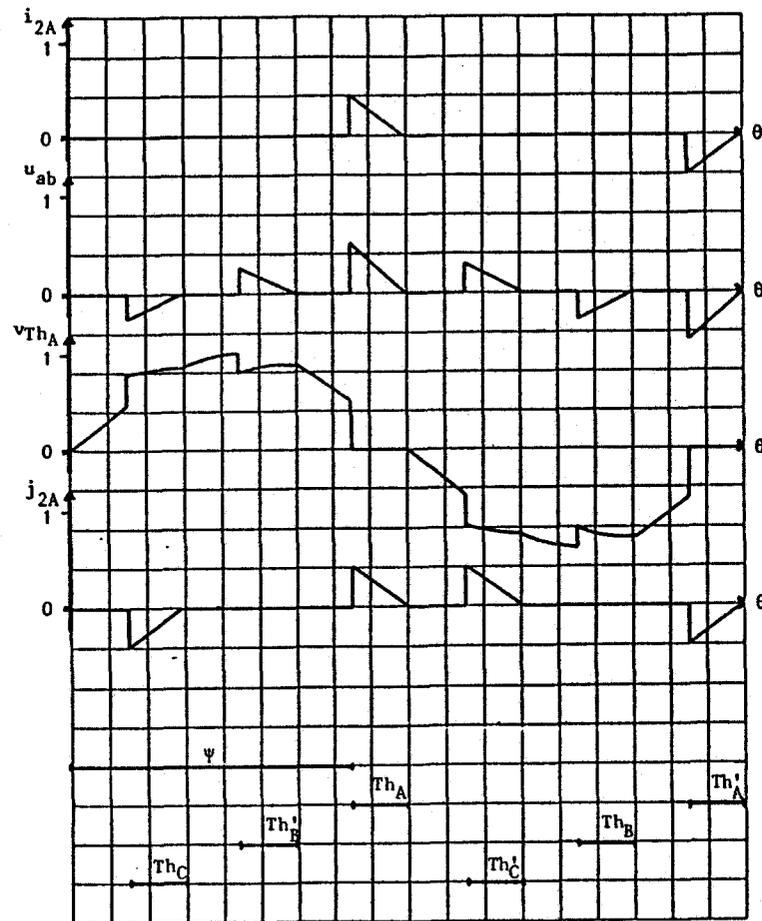
$\omega t = 20$ $\psi = 7\pi/12$ mode 2

PLANCHE 54



$\omega t = 20$ $\psi = \pi/3$ mode 1

PLANCHE 53



$\omega\tau = 20 \quad \Psi = 5\pi/6 \quad \text{mode 3}$

PLANCHE 55

Les tracés sont effectués pour la pleine charge et dans chaque mode, la contribution du courant magnétisant est négligeable et les courants en ligne au primaire ont pratiquement la même allure que les courants en ligne au secondaire.

Si l'on désirait tracer les courants en ligne pour une faible charge, il suffirait d'ajouter point par point, sur l'intervalle d'étude, la valeur du courant correspondant à la magnétisation du fer donné par la relation (45).

Nous allons présenter ci-dessous, les caractéristiques essentielles du montage, et pour commencer, la variation de la puissance transmise à la charge (R) et la variation du facteur de puissance au primaire du transformateur, en fonction de Ψ .

Par la méthode de Simpson, implantée sur un ordinateur, nous pouvons comme il a été fait pour les montages précédents, calculer les valeurs efficaces des courants $[J_2]$ et $[J_1]$ rapportées aux valeurs "pleine onde" $J_{2\Psi_0}$ et $J_{1\Psi_0}$.

Le courant $J_{2\Psi_0}$ est donné par : $U / \sqrt{3} m R$, où U est la valeur efficace de la tension composée du réseau.

Le courant $J_{1\Psi_0}$ est égal à la somme quadratique du courant secondaire ramené au primaire ($J_{2\Psi_0} / m$) et du courant en ligne J_{10} dû à la magnétisation du fer, défini en valeur efficace pour la tension nominale du réseau $U / \sqrt{3}$.

Il vient :

$$J_{1\Psi_0} = \sqrt{\left[\frac{U}{\sqrt{3} m^2 R} \right]^2 + J_{10}^2}$$

Le courant J_{10} est donné par la relation d'Ampère-tours à vide :

$$n_1 (J_{10} / \sqrt{3}) = R \phi_n$$

(où ϕ_n est le flux nominal correspondant à la tension U nominale du ré-

seau tel que $\phi_n = U / n_1 \omega$.

Par suite :

$$J_{10} = \frac{\sqrt{3} R \phi_n}{n_1}$$

Avec $\tau = n_2^2 / 3 R R$ il vient :

$$(64) \quad J_{1\Psi_0} = \frac{U}{\sqrt{3} m^2 R} \sqrt{1 + \left[\frac{3 R \phi_n m^2 R}{n_1 U} \right]^2} = \frac{U}{\sqrt{3} m^2 R} \sqrt{1 + (1/\omega\tau)^2}$$

La caractéristique de puissance active rapportée à sa valeur pleine onde P_{Ψ_0} , représentée Figure 4.5 est obtenue à partir du courant en ligne au secondaire, par l'expression :

$$\frac{P}{P_{\Psi_0}} = \left[\frac{J_2}{J_{2\Psi_0}} \right]^2$$

Le facteur de puissance s'exprime en fonction des puissances active (P_1) et apparente (S_1) côté source, par :

$$f_p = P_1 / S_1$$

Compte tenu que l'on néglige les pertes fer et les résistances des enroulements, il vient :

$$f_p = P_1 / S_1 = P_2 / S_1 = \frac{3 R J_2^2}{\sqrt{3} U J_1}$$

soit encore :

$$(65) \quad f_p = \frac{[J_2 / (U / \sqrt{3} m R)]^2}{J_1 / (U / \sqrt{3} m^2 R)} = \frac{[J_2 / J_{2\Psi_0}]^2}{[J_1 / J_{1\Psi_0}]} \times \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$$

La caractéristique correspondante est représentée Figure 4.6 pour $\omega\tau = 20$ correspondant pratiquement à la pleine charge.

Si l'on compare cette caractéristique à celle des montages des chapitres précédents, on peut s'apercevoir qu'elle est située à un niveau légèrement inférieur. Ceci s'explique par le fait qu'au dénominateur, intervient le terme " J_1 " qui est, sauf pour $\Psi = \Psi_{\ell_0}$, supérieur à celui des autres montages car il contient la contribution du courant magnétisant dont la valeur efficace est toujours maximale (branchement direct du transformateur au réseau) alors qu'elle est réduite quand Ψ augmente pour les montages précédents, de par la disposition en amont des gradateurs.

Il faut noter cependant, que la réduction du facteur de puissance n'est sensible que pour les fortes valeurs de Ψ .

Si l'on s'intéresse aux harmoniques du courant en ligne, puisque la demi-onde de courant négative est identique au signe près à la demi-onde positive, on peut dire qu'ils sont tous impairs. Comme, de surcroît, la somme instantanée des courants est nulle, il n'y a pas d'harmoniques de rang 3 et multiple de 3.

La valeur efficace de l'harmonique de rang n est donnée par :

$$J_{1n} = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

avec :

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\pi} J_{1A} \sin n\theta \, d\theta \quad \text{et} \quad B_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\pi} J_{1A} \cos n\theta \, d\theta$$

Dans le cas de la charge nominale correspondant à $\omega\tau = 20$, les limites des modes sont égales aux limites correspondantes définies pour le 2ème montage (Chapitre II). Il en est de même pour les angles critiques. Par suite, les variations du fondamental et des harmoniques rapportées à la valeur pleine onde du courant ($J_{1\Psi_0}$) en fonction de Ψ sont très voisines de celles de la Figure 2.5/a. En effet, la présence d'un courant magnétisant à la fréquence du réseau, qui garde toujours sa valeur maximale (contrairement à celui du montage vu au Chapitre II), va intro-

duire uniquement au niveau du fondamental, une légère augmentation d'amplitude quand son incidence relative devient plus importante soit quand Ψ atteint les valeurs les plus élevées du 3ème mode.

Les tensions d'alimentation sont sinusoïdales, la puissance réactive absorbée est portée par le fondamental.

$$Q = \sqrt{3} U J_{1,1} \sin \phi_1 = \sqrt{3} U A_1$$

ϕ_1 étant le déphasage du courant fondamental $I_{1,1}$ par rapport à la tension simple d'alimentation.

Les variations de Q ramenées à la puissance apparente absorbée pleine onde sont données par la relation suivante :

$$Q / S_{\Psi_0} = \frac{\sqrt{3} U J_{1,1} \sin \phi_1}{\sqrt{3} U J_{1\Psi_0}}$$

La caractéristique correspondante, tracée en fonction de Ψ , pour la pleine charge est peu différente de celle de la Figure 1.12/d du Chapitre I, à condition d'ajouter 30° aux valeurs de Ψ en abscisse.

La présence d'un "magnétisant" plus élevé dans les montages "gradateur côté source" se traduira par une légère augmentation en valeur relative de la puissance réactive, pour les valeurs élevées de Ψ (3ème mode). En effet, dans la formule ci-dessus, le terme en $U J_{1\Psi_0}$ est le même, que le gradateur soit en amont ou en aval du transformateur, par contre, les termes $J_{1,1}$ et $\sin \phi_1$ sont légèrement plus élevés, et ceci de manière croissant avec Ψ .

En appelant respectivement S et S_1 les puissances apparentes totale et celle du fondamental, données par les relations ci-dessous :

$$S = \sqrt{3} U J_1 \quad \text{et} \quad S_1 = \sqrt{3} U J_{1,1}$$

on peut définir la puissance déformante D par :

$$D = \sqrt{S^2 - S_1^2} = \bar{3} U \sqrt{I_{1.5}^2 + I_{1.7}^2 + I_{1.11}^2 + \dots}$$

Si l'on veut connaître la caractéristique $D/S\psi_0$ de la puissance déformante à $\omega t = 20$, ramenée à la puissance apparente nominale pleine onde, il suffit de se reporter à la Figure 1.13/a du Chapitre I, sachant qu'il convient d'ajouter 30° aux valeurs de Ψ en abscisse. En effet, nous avons vu que la plus grande importance relative du courant magnétisant dans un montage comme celui-ci où le transformateur est directement relié au réseau, affecte essentiellement le fondamental du courant ; or, d'après l'expression précédente, la puissance déformante s'exprime en fonction des harmoniques. Elle reste donc la même qu'aux montages précédents.

En ce qui concerne *la commande du convertisseur*, si l'on se souvient que les limites de mode sont constantes, l'inconvénient cité pour les montages précédents, lié au risque qu'une variation de charge déplace la valeur de ψ_{00} correspondante, vers un niveau supérieur au réglage choisi initialement pour l'angle de commande Ψ , entraînant ainsi un risque de fonctionnement en mode préliminaire, n'existe pas. Il suffit en effet de prévoir techniquement, des "butées fixes" correspondant à 30° et 180° sur la plage de variation de l'angle de commande Ψ , pour protéger efficacement le montage contre ce type de défaut.

La commande en " α " est donc ici sans intérêt, d'autant plus qu'elle présenterait (comme c'était le cas pour le montage du Chapitre II) un inconvénient majeur lié à la discontinuité de la caractéristique de puissance, quand α est voisin de $2\pi/3$.

En cas de rupture de charge, il n'y a pas d'inconvénient possible, puisque le transformateur est toujours relié directement au réseau, ce qui permet la circulation instantanée des courants quelquesoit leur sens.

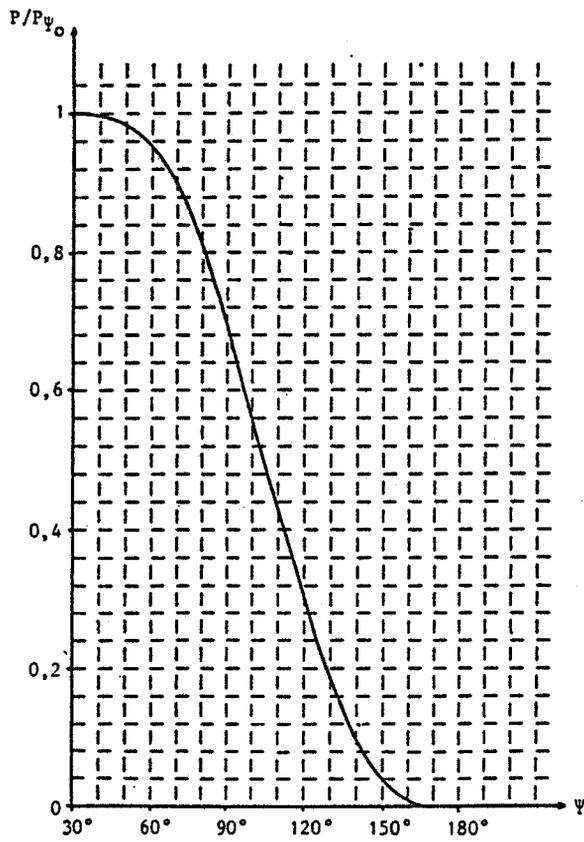


FIGURE 4.5

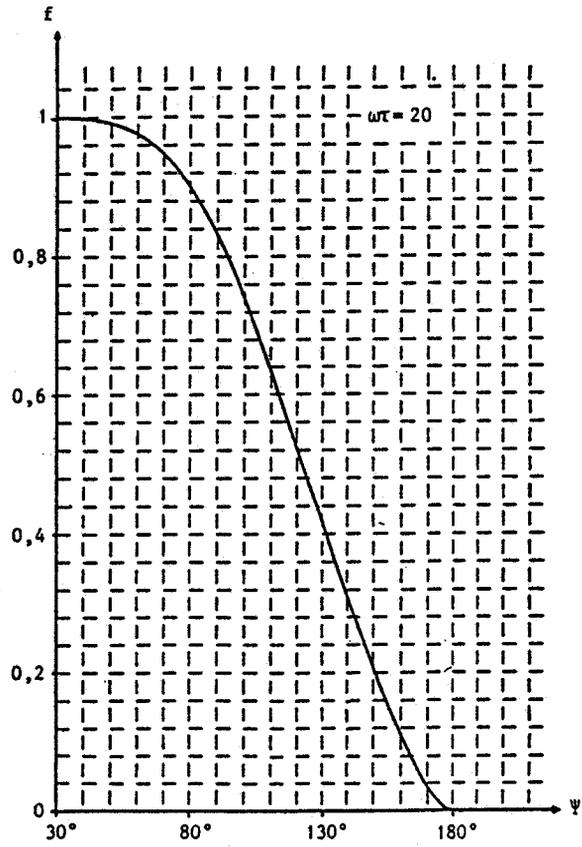


FIGURE 4.6

III - MONTAGES GRADATEUR - TRANSFORMATEUR A FLUX LIBRES

Comme annoncé au début de ce chapitre, certaines structures mettant en œuvre 3 transformateurs monophasés ou un transformateur triphasé à 5 colonnes, s'étudient analytiquement de la même façon qu'aux quatre premiers chapitres et présentent des résultats semblables à ceux des montages correspondants. Il s'agit essentiellement des structures ci-après, que nous pouvons regrouper par analogie, à savoir :

- certains montages : "*Gradateur en aval du (ou des) transformateur(s)*", les thyristors étant disposés soit en ligne, soit en branche dans le cas d'un couplage "triangle-triangle ouvert",

- d'autres montages : "*Gradateur en ligne côté réseau*", en amont du (ou des) transformateur(s).

Avant de présenter plus en détail les 2 rubriques ci-dessus, nous allons faire deux remarques préliminaires importantes pour la suite.

1ère Remarque :

Dans le cas de 3 transformateurs monophasés "associés" pour constituer une structure triphasée, les flux sont parfaitement indépendants, de par la séparation physique des structures, donc leur somme peut être différente de zéro.

Dans le cas d'un transformateur triphasé possédant 2 noyaux latéraux supplémentaires, le passage rendu possible de chacun des flux ϕ_A , ϕ_B et ϕ_C par les colonnes latérales, rend ceux-ci également indépendants. Donc, leur somme peut aussi être différente de zéro.

Il faut noter toutefois que l'indépendance des flux autorise la compensation, par noyau, des Ampère-tours, ce qui se traduit par la relation :

$$\begin{bmatrix} i_1 \end{bmatrix} - \frac{1}{m} \begin{bmatrix} i_2 \end{bmatrix} = (R / n_1) \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix}$$

où R représente la réluctance supposée identique pour les 3 colonnes supportant les enroulements, dans le cas du transformateur triphasé.

2ème Remarque :

Cette remarque a trait au cas où la somme des tensions de 3 enroulements identiques placés sur chacun des noyaux magnétiques est nulle.

En négligeant les résistances et inductances de fuite de ces enroulements, compte tenu de la relation :

$$\left[v \right] = n \frac{d}{dt} \left[\phi \right]$$

que l'on peut écrire au primaire ou au secondaire, il vient, par sommation :

$$\phi_A + \phi_B + \phi_C = \int_0^T (v_A + v_B + v_C) dt = K$$

(où K est une constante, puisque la somme des tensions est supposée nulle).

Du fait de la "symétrie" des structures en triphasé, il n'est pas concevable d'adopter pour K une autre valeur que zéro.

Si les tensions $[v]$ sont sinusoïdales, cette constante peut s'exprimer en écriture complexe sous la forme :

$$\underline{K} = \frac{3}{j_n \omega} \underline{v}_0 = \underline{0}$$

où \underline{v}_0 est la composante homopolaire des tensions, qui est bien entendu nulle si la somme des tensions l'est aussi.

Présentation des montages retenus

- Disposition "gradateur en ligne" en aval du (ou des) transformateur(s) :

Les transformateurs dans ces structures sont alimentés directement en triphasé alternatif sinusoïdal ; par conséquent, aux pertes près liées à la magnétisation du fer, les résultats concernant les montages gradateurs sans transformateur [4] sont applicables ici.

- Disposition "gradateur en branche" en aval du (ou des) transformateur(s) couplé(s) en triangle fermé au primaire et ouvert au secondaire :

La somme des tensions primaires est nulle, compte tenu des remarques précédentes, la somme des flux est également nulle, ainsi par conséquent, que la somme des tensions secondaires. D'autre part, les sommes des courants en ligne côté réseau et côté charge, sont également nulles (en "3 fils") ; par conséquent, sans qu'il soit nécessaire de faire d'hypothèses sur les courants dans les enroulements, on peut se ramener aux études du Chapitre IV concernant les transformateurs à flux forcés.

- Disposition "gradateur en ligne côté réseau" en amont du (ou des) transformateur(s) :

Quatre "variantes" sont envisageables, nous allons les présenter dans l'ordre.

1ère variante : le(s) transformateur(s) est (sont) couplé(s) en "étoile-étoile" (neutres non reliés)

Les sommes des courants primaires et secondaires sont nulles. Compte tenu de la 1ère remarque préliminaire indiquant que la compensation des Ampère-tours s'effectue par noyau, il est aisé de voir que la somme des flux est nulle. Ce montage est identique à celui du Chapitre I.

2ème variante : le(s) transformateur(s) est (sont) connecté(s) en
"triangle-étoile"

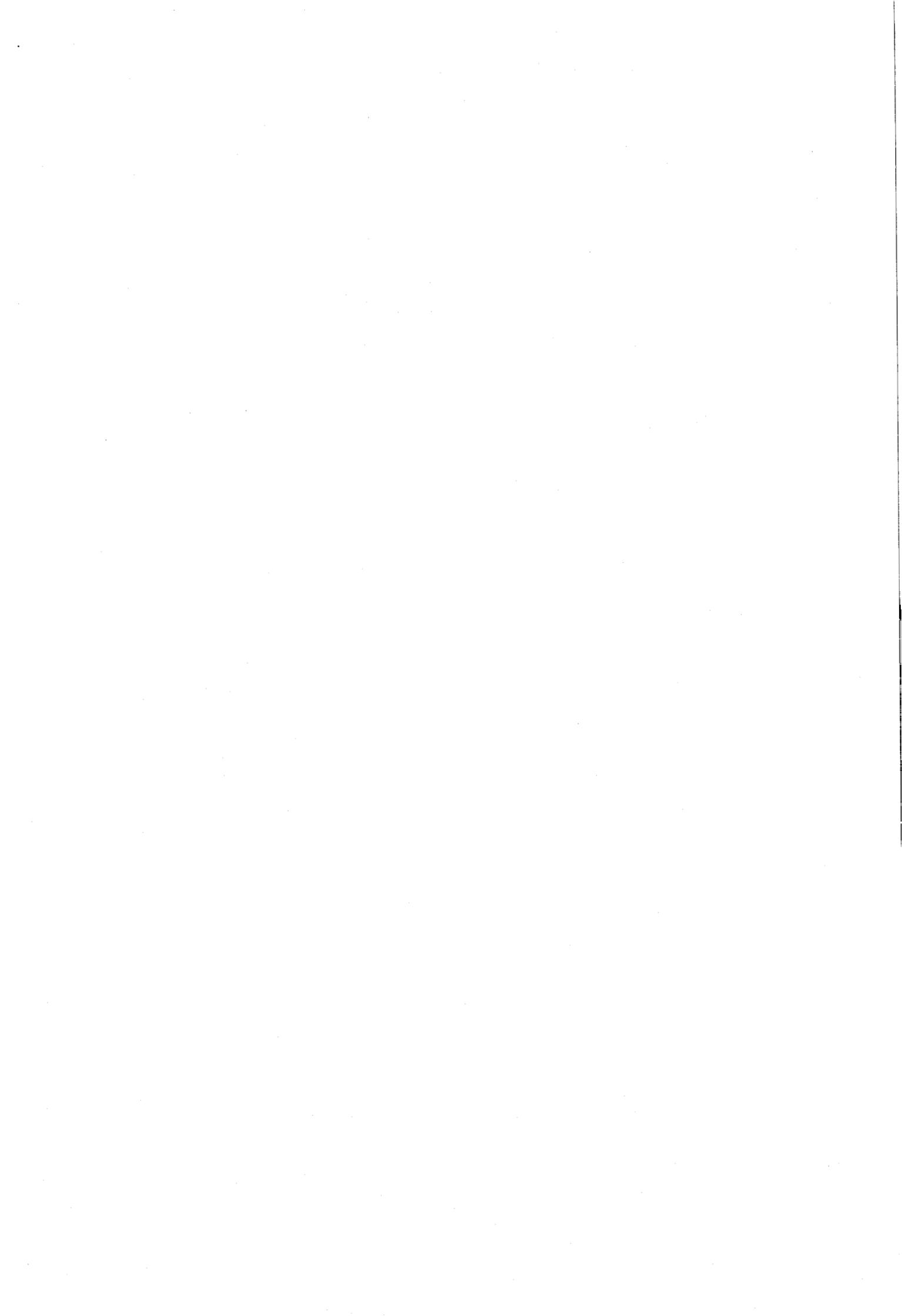
La somme des tensions primaires est nulle, la somme des flux est donc nulle comme explicité dans la 2ème remarque préliminaire et, par conséquent, puisque la somme des courants secondaires est nulle et compte tenu de la compensation par noyau, la somme des courants primaires est également nulle. Ce montage est identique à celui du Chapitre III.

3ème variante : le(s) transformateur(s) est (sont) connecté(s) en
"étoile-triangle"

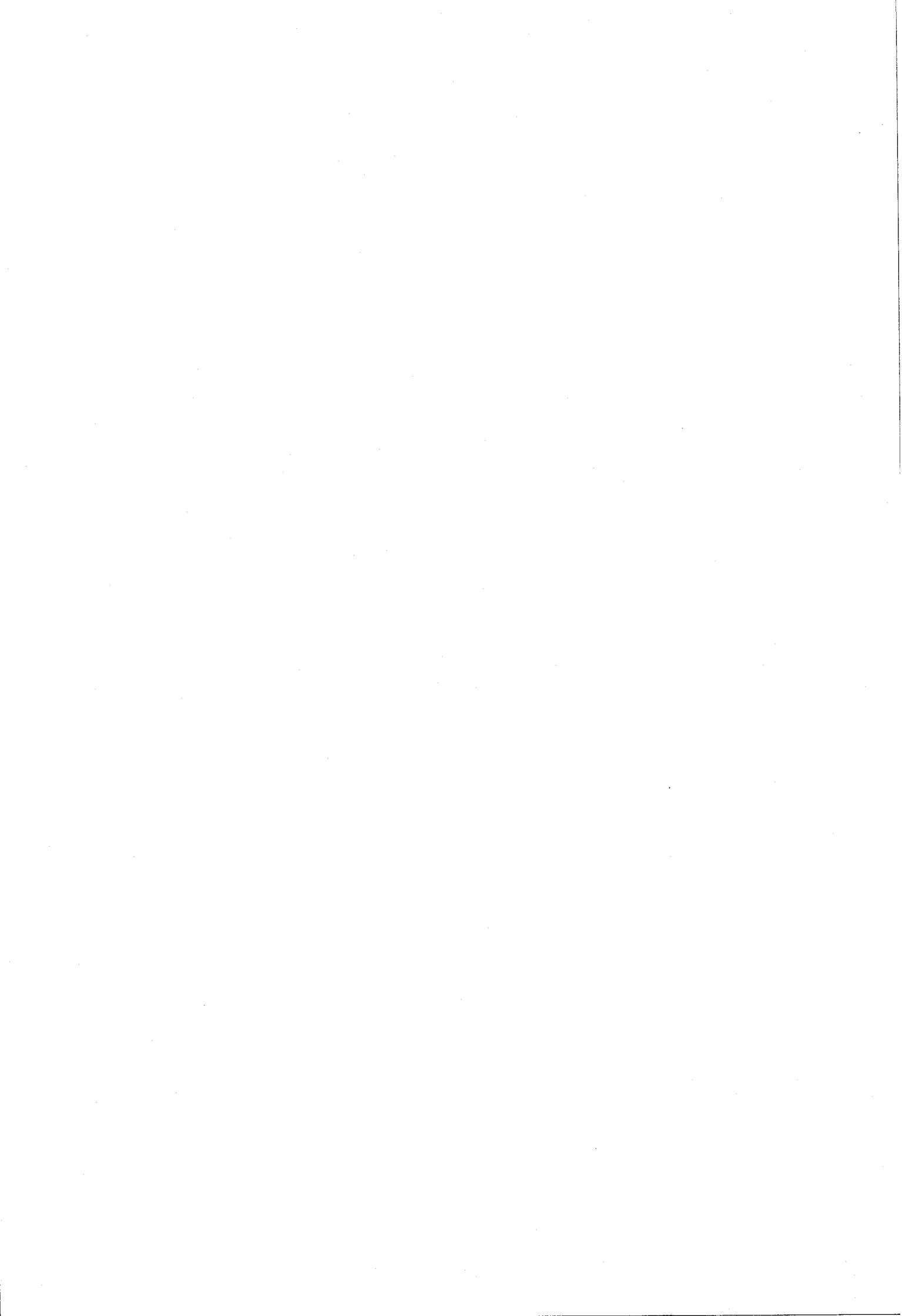
La somme des courants primaires (en "3 fils") est nulle. Celle des tensions secondaires l'est également. Ceci permet de dire, suite à la 1ère remarque préliminaire, que la somme des flux est nulle et que, par suite et en application de la 1ère remarque, que la somme des courants secondaires dans les enroulements l'est aussi. Ce montage se rattache donc à son "correspondant" du Chapitre IV.

4ème variante : le(s) transformateur(s) est (sont) couplé(s) en
"triangle-triangle"

Les sommes des tensions primaires d'une part et secondaires d'autre part, sont nulles. La somme des flux le sera également, par symétrie. En ligne, côté réseau et récepteur, les sommes des courants sont nulles. Par conséquent, sans faire d'hypothèses sur les courants à l'intérieur du (des) transformateur(s), on peut ramener cette étude à celle du Chapitre IV.



CHAPITRE V



COMPARAISON DES MONTAGES ET CRITERES DE CHOIX

Dans ce chapitre, afin d'établir des critères de choix pour les montages, nous présentons une étude comparative de ceux-ci, d'abord en régime établi, puis en cas de défaut, par exemple la "cassure" accidentelle d'une résistance de charge.

I - COMPARAISON DES MONTAGES EN REGIME ETABLI

La comparaison des montages s'effectue par l'observation des points suivants :

- Nature du transformateur,
- Situation du gradateur en amont ou en aval du transformateur,
- Nature des couplages au primaire et au secondaire des transformateurs,
- Dimensionnement des thyristors.

I.1 - Nature du transformateur

Il serait inutile de présenter toutes les particularités technologiques des transformateurs. Nous nous bornerons à rappeler les 2 éléments ci-dessous :

- Le choix d'un transformateur à flux forcés plutôt qu'à flux libres ou que 3 structures monophasées conduit nécessairement à une réduction du volume de fer et donc du coût.

- Si la commande des gradateurs est suffisamment élaborée pour assurer la protection des thyristors en cas de rupture de charge ou de court circuit, il n'est pas indispensable comme on le rencontre dans l'industrie, d'augmenter les réluctances des noyaux de manière artificielle en introduisant des "entrefers" ou de fixer un seuil bas pour les tensions de court circuit (ou bien la chute relative de tension).

I.2 - Situation du gradateur en amont ou en aval du transformateur

Nous avons vu à l'occasion de l'étude du montage transformateur D_d , thyristors en branches au secondaire, que le branchement direct au réseau du transformateur occasionne par rapport à l'autre disposition possible (gradateur en amont) une consommation plus importante d'énergie réactive, magnétisante, plus sensible pour les fortes valeurs de l'angle de commande se traduisant au niveau des caractéristiques par une baisse du facteur de puissance, une augmentation de l'amplitude du fondamental du courant au primaire et de la puissance réactive, sans modifier toutefois le niveau de puissance déformante. Sur un plan strictement énergétique, la disposition "amont" est préférable.

Il faut savoir également que dans certaines applications comme la trempe du verre, la présence d'un léger niveau de tension continue peut provoquer une usure prématurée des électrodes, du fait de l'électrolyse possible. Dans ce cas, la disposition amont est encore préférable puisque le transformateur ne transmet pas le "continu".

I.3 - Nature des couplages au primaire et au secondaire des transformateurs

Nous avons étudié 3 types de connexions possibles : en étoile, en triangle ouvert et en triangle fermé.

La comparaison va s'établir au niveau de la présence ou non d'une composante homopolaire de courant dans les enroulements.

En effet, dans le cas du 1er montage (Chapitre I), la disposition en étoile interdit toute présence d'un courant homopolaire. Par contre, pour le montage du Chapitre II pour lequel le transformateur présente un triangle ouvert au primaire, nous avons déterminé et tracé (planches 17 à 34) la composante homopolaire " i_0 " des courants $[i_1]$. De même, dans le cas du montage "triangle - triangle", thyristors en "branches" en amont d'un transformateur à 5 noyaux, il peut y avoir présence non seulement au secondaire mais également dans le triangle fermé au primaire, de courants homopolaires liés à la disposition particulière des gradateurs et à la liberté des flux.

Si l'on ne néglige pas les résistances des enroulements, l'augmentation de la valeur efficace des courants qui les parcourent, liée à la présence de la composante homopolaire i_0 , va se traduire par une augmentation des pertes par effet "Joule" appelées communément "pertes cuivre" du transformateur. A cet égard, les connexions en étoile ou encore en triangle fermé quand le transformateur est à flux forcés, sont préférables.

De manière à estimer l'amplitude relative du courant homopolaire, soit également la présence d'harmoniques de rang 3 et multiples de 3, on peut calculer pour différentes valeurs de la charge et en fonction de l'angle de commande Ψ , le rapport :

$$\frac{I_L / \sqrt{3}}{I_P}$$

des valeurs efficaces des courants en ligne réduit par $\sqrt{3}$ et des courants dans les enroulements primaires ou secondaires d'un transformateur couplé en triangle.

De manière à illustrer cette proposition, nous présentons Figure 5.1 un ensemble de caractéristiques correspondantes paramétrées par les valeurs suivantes de $\omega\tau$: 0,5 ; 1 ; 1,5 ; 4 et 20 dans le cas des courants côté source du "montage thyristors" en branche au primaire d'un transformateur D_y vu au Chapitre II.

A l'observation de ces caractéristiques, il apparaît qu'elles constituent un réseau compris entre 2 limites : L (valeur haute) et ℓ (valeur basse). Si l'on observe les planches 22, 28 et 34 dessinées en mode 3, on peut voir que le courant en ligne est constitué par les "impulsions" des courants dans les enroulements et qu'elles sont 2 fois plus fréquentes. Par conséquent, en valeur efficace, le courant en ligne J est $\sqrt{2}$ fois plus élevé, la limite basse ℓ vaut donc :

$$\ell = \sqrt{2} / \sqrt{3} = 0,816$$

La détermination de la limite haute L est assez fastidieuse, nous nous bornerons à indiquer ci-dessous la démarche à suivre pour conduire le

calcul. Les équations des courants à prendre en considération sont celles du 1er intervalle du mode 1 au Chapitre II (relation 41) dans lesquelles il convient de donner aux constantes K'_1 et K'_2 leur valeur à $\Psi = \Psi_{\ell_0}$.

La constante K'_1 est donnée par la relation (62) dans laquelle apparaît la grandeur θ_1 (angle critique du 1er mode). En observant la Figure 2.3, on voit de suite que pour $\Psi = \Psi_{\ell_0}$: $\theta_1 = \Psi_{\ell_0} + \pi/3$; par suite, on montre facilement que $K'_1 = K'_2 = 0$.

Les expressions pour $\Psi = \Psi_{\ell_0}$ des courants i_{1A} et i_{1B} dans les enroulements se simplifient et valent :

$$(1) \quad i_{1A} = \frac{\sqrt{3} U_m}{m^2 R} \left[\sin (\theta - \pi/6) - \frac{1}{\omega\tau} \sin (\theta + \pi/3) \right]$$

$$(2) \quad i_{1B} = \frac{\sqrt{3} U_m}{m^2 R} \left[\sin (\theta - \pi/2) - \frac{1}{\omega\tau} \sin \theta \right]$$

Si l'on observe les intervalles d'étude successifs de manière à rechercher les valeurs efficaces des courants i_{1A} dans le 1er enroulement et j_{1A} , en ligne, sur 1/2 période, on peut établir que le courant i_{1A} est donné dans l'ordre des intervalles, successivement par :

- sa propre valeur, sur le 1er intervalle,
- $(-i_{1B})$ calculé sur le 1er intervalle,
- 0 puisque $i_{1C} = 0$

et le courant j_{1A} par :

- $(i_{1A} - i_{1B})$ (calculés sur le 1er intervalle),
- $(-i_{1B})$ (calculés sur le 1er intervalle),
- $(-i_{1A})$ (calculés sur le 1er intervalle).

Si l'on effectue la différence $i_{1A} - i_{1B}$ à partir des relations (1) et (2), on trouve sur le 1er intervalle :

$$(3) \quad j_{1A} = i_{1A} - i_{1B} = \frac{\sqrt{3} U_m}{m^2 R} \left[\sin (\theta + \pi/6) - \frac{1}{\omega\tau} \sin (\theta + 2\pi/3) \right]$$

On remarque que les expressions (1), (2) et (3) sont les mêmes si l'on transforme θ en $\theta \pm \pi/3$ ou $\theta \pm 2\pi/3$. Le calcul des valeurs efficaces I et J des courants i_{1A} et J_{1A} peut alors être conduit en ne considérant que l'expression (1) dans laquelle on opère les changements nécessaires pour θ comme indiqué ci-dessus. Tout calcul fait, on obtient :

$$\frac{I}{J} = \sqrt{2/3 - \sqrt{3}/2\pi} \quad \text{d'où} \quad L = J / I \sqrt{3} = 1 / \sqrt{2 - 3\sqrt{3}/2\pi} = 0,923$$

Il peut paraître étonnant de ne pas trouver pour L la valeur 1 si l'on considère que Ψ est égal à sa butée basse Ψ_{ℓ_0} ce qui donne usuellement un fonctionnement "pleine onde". Ceci est lié au fait que 2 gradateurs sur 3 sont passants. Ce n'est qu'en mode préliminaire que tous les gradateurs peuvent l'être. En conclusion, on voit que, indépendamment de la charge, l'incidence relative du courant homopolaire est grande puisqu'elle se traduit par une augmentation de la valeur efficace des courants primaires variant de 100 (1 / 0,923 - 1) = 8,34 % à 100 (1 / 0,816 - 1) = 22,5 %, ce qui donne sur le plan des pertes Joule primaires, un accroissement relatif allant de 17,4 à 50,2 %.

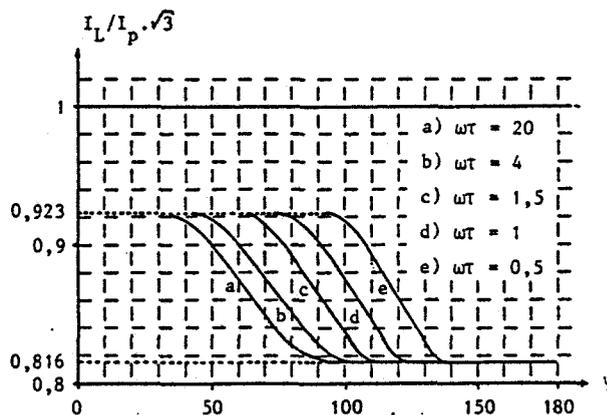


FIGURE 5.1

I.4 - Dimensionnement des thyristors

Selon leur emplacement au sein du montage et selon la nature même de celui-ci, les thyristors seront sollicités de manière différente tant

sur le plan des courants que sur celui des tensions directe et inverse.

A ce stade du présent mémoire, nous nous intéressons uniquement au dimensionnement des composants lorsque le régime de fonctionnement est établi. Le cas, en particulier, des défauts consécutifs à une rupture de connexion ou de résistance, sera abordé plus loin.

Parmi les caractéristiques des thyristors usuellement retenues par les utilisateurs de l'industrie, deux sont essentielles : le courant efficace admissible en régime permanent et les tensions directe et inverse maximales possibles en fonctionnement répétitif. Nous limiterons notre étude à ces 2 grandeurs correspondant à des limites absolues d'utilisation qui sont déterminantes pour le coût du composant.

Parmi les différents montages étudiés, certains présentent une disposition "amont" des gradateurs, d'autres "aval", ce qui modifie totalement les niveaux des tensions et des courants.

Quand le choix s'est porté côté source ou côté charge, le dimensionnement des thyristors dépend encore de leur insertion en ligne ou en branche (cas de triangle).

De manière à passer rapidement à l'essentiel, nous retenons le cas des montages de forte puissance dont le transformateur est prévu pour une alimentation en moyenne tension (MT) et une fourniture en basse tension (BT), ou quand il faut fournir à la charge des niveaux de tensions très bas (moins de 25 V par exemple).

Quand la source est un réseau MT et si l'on craint des surintensités accidentelles conduisant au surdimensionnement des thyristors, il vaut mieux les disposer côté BT en aval du transformateur, bien que, évidemment, le niveau d'intensité soit beaucoup plus élevé.

Par contre, quand le récepteur est prévu pour fonctionner sur des tensions très basses, les intensités sont très élevées et le coût des composants devient prohibitif et le rendement du gradateur très mauvais. La disposition côté source est alors la meilleure.

Bien entendu, en ce qui concerne la disposition en "ligne" ou en "branche", le meilleur coût sera obtenu, dans la plupart des cas, avec la 2ème proposition, puisque le courant est réduit par $\sqrt{3}$ en absence de composante homopolaire et par un chiffre un peu inférieur ($\sqrt{3} \times 0,923 = 1,6$ pour le 2ème montage) si elle existe.

En ce qui concerne les tensions maximales inverses admissibles, elles ne sont modifiées que par le choix "insertion en ligne ou en branche" dans le rapport $\sqrt{3}$.

En supposant que la disposition des thyristors soit possible côté primaire ou côté secondaire d'un transformateur à 3 colonnes, nous indiquons dans le tableau comparatif ci-après, pour la plupart des montages présentés auparavant pour un même réseau d'alimentation et un même récepteur, les valeurs en charge nominale des courants efficaces dans les thyristors rapportées à celles des courants en ligne "pleine onde" délivrés par le réseau. D'autre part, nous indiquons la valeur crête des tensions observables aux bornes des jonctions "anode", "cathode" thyristor bloqué, rapportée à la valeur maximale de la tension simple du réseau.

On notera que le rapport $m = n_1/n_2$ de transformation est supérieur à 1, dans le cas usuel du transformateur abaisseur.

Montages sélectionnés	Présence d'un courant homopolaire dans les thyristors	Courant efficace en valeur réduite dans les thyristors	Tensions inverses maximales en valeur réduite
Y_y gradateur en ligne côté source	X	1	1
D_d gradateur en ligne côté source	X	1	1
D_d gradateur en "branche" côté source	•	0,625	$\sqrt{3}$
Y_y gradateur en ligne côté charge	X	m	1/m
D_d gradateur en ligne côté charge	X	m	1/m
D_d gradateur en "branche" côté charge	•	0,625 m	$\sqrt{3} / m$

TABLEAU COMPARATIF DES COURANTS EFFICACES ET DES TENSIONS INVERSES DE CRÊTE, EN REGIME PERMANENT

II - COMPARAISON DES MONTAGES EN REGIME DE DEFAUT

Un des défauts les plus graves qui puisse se produire est la cassure d'une résistance de charge, pouvant être à l'origine de surtensions entraînant la destruction des thyristors.

De manière à guider les utilisateurs des montages "gradateur - transformateurs" vers le meilleur choix, les informations précédentes concernant le "régime établi" doivent être complétées par l'étude des coupures accidentelles en indiquant quels sont les montages les plus vulnérables et par quel moyen on peut pallier le défaut.

Dans un premier temps, nous allons décrire le phénomène élémentaire en précisant ses limites physiques dans le cas précis de la cassure d'une résistance, puis nous réexaminerons les structures présentées dans les chapitres précédents, face à cet incident, avant de procéder à l'étude complète du cas le plus défavorable.

II.1 - Description du phénomène

Considérons un circuit magnétique monophasé de réluctance R qui supporte 2 enroulements parcourus par des courants i_1 et i_2 .

La relation d'Ampère-tours s'écrit :

$$(4) \quad i_1 - \frac{1}{m} i_2 = \frac{R}{n_1} \phi \quad m = \frac{n_1}{n_2} \text{ (rapport des nombres de spires)}$$

La coupure d'une résistance R de charge supposée initialement traversée par le courant i_2 va provoquer l'annulation de celui-ci avec une vitesse de décroissance, liée à la nature de l'arc électrique qui prend naissance aux bornes de la coupure, sur la résistance. Un arc électrique de cette origine a une durée toujours très largement supérieure à 1 ms.

Considérons maintenant que le courant i_1 traverse la jonction principale de l'un des thyristors, montés en "parallèle inverse", constituant un gradateur monophasé disposé en amont du circuit.

Par suite de la décroissance rapide vers 0 de i_2 , selon que ϕ est positif ou négatif, et i_1 positif, négatif ou nul juste avant coupure, plusieurs phénomènes peuvent se produire, que l'on résume dans le tableau ci-dessous après examen de la relation précédente (4). A noter que dans le tableau, Th et Th' qui sont les thyristors devant assurer le passage du courant i_1 quand il est respectivement positif et négatif, sont supposés recevoir des impulsions brèves de gâchette.

Cas n°	Polarités juste "avant coupure" ou valeur nulle de i_1		Thyristor initialement passant		Comportement du thyristor initialement passant		Phénomènes en fin de coupure	
	ϕ	i_1	Th	Th'	A*	B*	C*	D*
1	+	+	•	X	X	•	X	•
2	+	-	X	•	•	X	•	X
3	-	-	X	•	X	•	X	•
4	-	+	•	X	•	X	•	X
5	+	$i_1 = 0$	X	X	X	X	•	X
6	-	$i_1 = 0$	X	X	X	X	•	X

- * A : se bloque
 B : continue de conduire
 C : surtension aux bornes du gradateur
 D : réduction brusque du courant initial sans annulation

TABLEAU D'OBSERVATION DU PHENOMENE DE COUPURE SUR UN CIRCUIT ELEMENTAIRE

On observe que dans les cas 2 et 4, il y a possibilité de surtension aux bornes du gradateur, les thyristors étant bloqués. Pour éviter que cette surtension apparaisse, il suffirait que s'amorce immédiatement celui des 2 thyristors qui était initialement non conducteur, ce qui n'est réalisable que dans la mesure où la bonne polarité anode/cathode est obtenue et qu'un courant est présent dans son circuit de gâchette. Si le courant i_1 peut alors circuler, son temps de croissance n'est lié qu'à la rapidité des thyristors utilisés, mais de toute façon se chiffre

en μs , temps extrêmement faible devant la durée de l'arc aux bornes de la cassure et donc également du temps d'établissement de la surtension aux bornes de l'enroulement "transférée" à l'instant du défaut sur les jonctions anode/cathode des composants. Si les conditions d'amorçage des thyristors sont ainsi réalisées, la surtension sera limitée à la tension de jonction à l'état passant du composant, et les "Ampère-tours" excédentaires pourront s'écouler vers la source. Dans les cas 5 et 6 où i_1 est initialement nul, il convient d'amorcer Th ou Th' selon le signe du flux de la même manière.

Plusieurs expériences de laboratoire ont permis de corroborer l'hypothèse précédente que la vitesse possible de croissance du courant dans une jonction est très supérieure au temps d'établissement d'une surtension d'origine disruptive aux bornes d'un enroulement porté par un noyau magnétique.

Il convient maintenant de réexaminer les montages des chapitres précédents dans le cadre des coupures accidentelles et préciser comment leur étude se rattache à celle du cas élémentaire décrit ci-dessus.

II.2 - Rupture de résistance dans les montages "gradateur - transformateur triphasés"

Cette étude ne concerne évidemment pas les montages où le transformateur est branché directement sur le réseau, lequel peut alors toujours fournir ou absorber quelquesoit leurs signes, les courants liés au défaut.

Parmi tous les autres montages vus précédemment, il faut distinguer ceux dont le transformateur possède au moins une disposition en triangle fermé de ses enroulements primaires ou secondaires de ceux dont les couplages sont soit en étoile, soit en triangle ouvert. La présence d'un triangle fermé côté charge fait que les courants dans les enroulements peuvent circuler à l'intérieur des bobinages et, par conséquent, peuvent ne pas prendre individuellement la valeur zéro quand s'annule un courant dans une résistance du récepteur. La circulation toujours possible du courant fait que les variations de tensions éventuelles ne peuvent pas être importantes, les Ampère-tours excédentaires ou manquants étant aussitôt compensés. La présence d'un triangle fermé côté source, autorise

de même la circulation des courants primaires à l'intérieur des bobinages et en particulier ceux dont l'origine est liée à la suppression, du fait d'une cassure accidentelle de résistance, des Ampère-tours secondaires correspondants.

Parmi les montages "gradateur en amont" que nous avons vu dans les précédents chapitres, ceux qui peuvent être soumis aux problèmes de surtensions sont donc essentiellement :

- l'association Transformateur Y_y / gradateur en ligne au primaire,
- l'association Transformateur D_y / gradateur en branche au primaire.

L'analyse des phénomènes est très complexe, elle est présentée ci-après par 2 méthodes très différentes.

La première méthode consiste, par l'observation des fonctionnements dans les différents régimes relatifs au montage concerné, à déterminer pour différents instants où peut se produire une surtension, quel(s) est (sont) le(s) thyristor(s) susceptible(s) par sa (leur) conduction d'éviter cette surtension. Il convient d'examiner attentivement sa (leur) polarité et la durée nécessaire de son (leur) signal de gâchette. Cette méthode repose sur une bonne connaissance du fonctionnement des gradateurs.

La 2ème méthode est basée sur une technique de simulation [37] autorisant la systématisation de l'étude des ruptures tout au long d'une période pour les 2 montages, dans leurs différents modes et régimes de fonctionnement. Cette 2ème méthode de par la multiplicité des résultats acquis, est évidemment supérieure à la 1ère. C'est la raison pour laquelle elle sera développée davantage.

Nous avons choisi de décrire essentiellement la mise en œuvre des méthodes pour le 1er montage (étoile-étoile) dont il s'avère qu'il pose beaucoup plus de problèmes que le 2ème, étant donné, que pour assurer la circulation d'un courant au primaire, il faut 2 gradateurs passants et non un seul comme c'est le cas en "triangle ouvert".

II.2.1 - Etude de la rupture de résistance dans le cas du 1er montage par l'observation des fonctionnements dans les différents régimes

Nous allons donc examiner, dans le cas du 1er montage (Fig. 1.1), les possibilités de réamorçage de certains thyristors du gradateur triphasé, lors d'une coupure se produisant à un instant " t_c " de la période.

A titre d'exemple, nous nous plaçons dans le cas particulier suivant :

- la charge est nominale ($\omega\tau = 20$),
- l'angle Ψ vaut 80° ,
- le fonctionnement correspond au 2ème mode,
- l'instant t_c vaut $\pi/2\omega$.

La planche qu'il convient d'observer porte le n° 14. On remarque qu'à " $t_c - \epsilon$ ", les courants i_{1A} et i_{2A} sont positifs et le flux ϕ_A négatif.

Si l'on traçait les tensions simples du réseau, on verrait qu'à cet instant, $v_A = V_m$ et $v_B = v_C = -V_m/2$; par conséquent, à $t_c - \epsilon$:

$$\begin{bmatrix} u \end{bmatrix}_{t_c - \epsilon} = \begin{bmatrix} u_{AC} \\ u_{BA} \\ u_{CB} \end{bmatrix} = V_m \begin{bmatrix} 1,5 \\ -1,5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les tensions aux bornes des enroulements primaires valent pour leur part, à " $t_c - \epsilon$ " :

$$\begin{bmatrix} v_1 \end{bmatrix}_{t_c - \epsilon} = V_m \begin{bmatrix} 0,76 \\ -0,69 \\ -0,07 \end{bmatrix}$$

Les thyristors Th_A et Th'_B sont initialement conducteurs. Sur le schéma ci-après, nous indiquons la répartition correspondante des potentiels juste avant coupure. Seuls sont représentés les thyristors passants.

Les entrées des enroulements primaires sont notées α , β , γ .

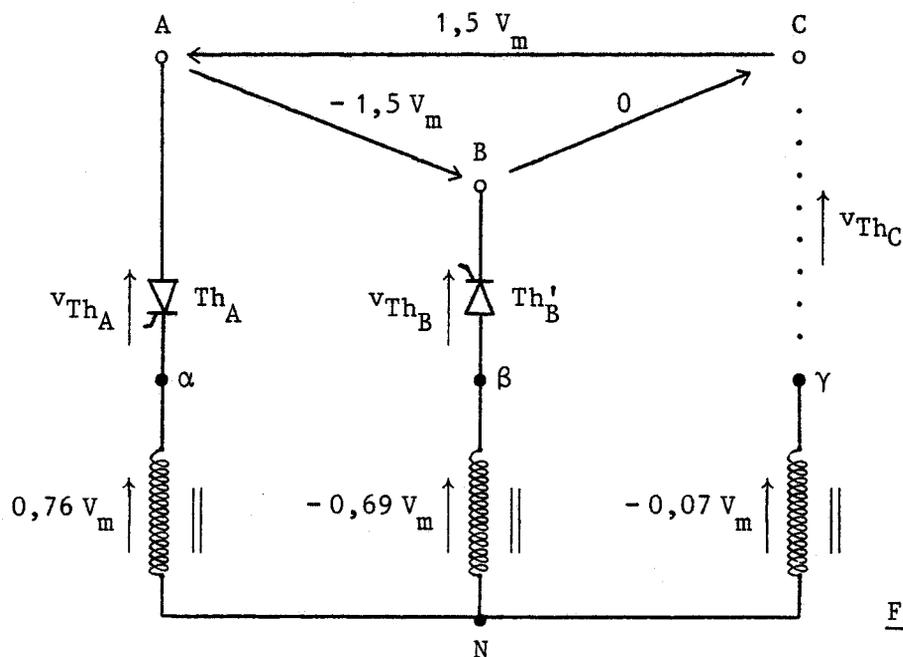


FIGURE 5.2

Quand se produit la rupture au secondaire, sur la colonne A, le courant i_{2A} s'annule avec un effet d'arc aux bornes de la cassure, le flux va varier "insensiblement", le temps de la mise en conduction (si elle est possible) des thyristors Th'_A et Th_B (ou Th_C).

Le raisonnement peut être conduit de la façon suivante :

On part de l'hypothèse que les composants vont conduire, ce qui permet de dire que le flux ne subira pas de discontinuité supérieure à celle qui, par les variations des tensions $[v_1]$ ainsi occasionnées, permettra par une légère modification de la répartition des potentiels à $(t_c - \epsilon)$ d'obtenir, sur les jonctions des 2 thyristors devant conduire, la polarité cohérente, entraînant ainsi un "écoulement" des Ampère-tours excédentaires, permettant de conclure que le flux ne subit effectivement aucune discontinuité notable.

Poursuivons l'analyse du phénomène, toujours en supposant que le flux ne subit pas de discontinuité et demeure la grandeur d'état du système.

A l'instant " $t_c + \epsilon$ ", le courant i_{1A} passe par 0, tous les thyristors sont alors bloqués.

Les deux mailles faisant intervenir les gradateurs A et B d'une part, A et C d'autre part, peuvent donc a priori, à " $t_c + \varepsilon$ " être représentées et annotées comme les 2 schémas ci-dessous, en considérant que les tensions aux bornes des enroulements n'ont pas évolué du tout.

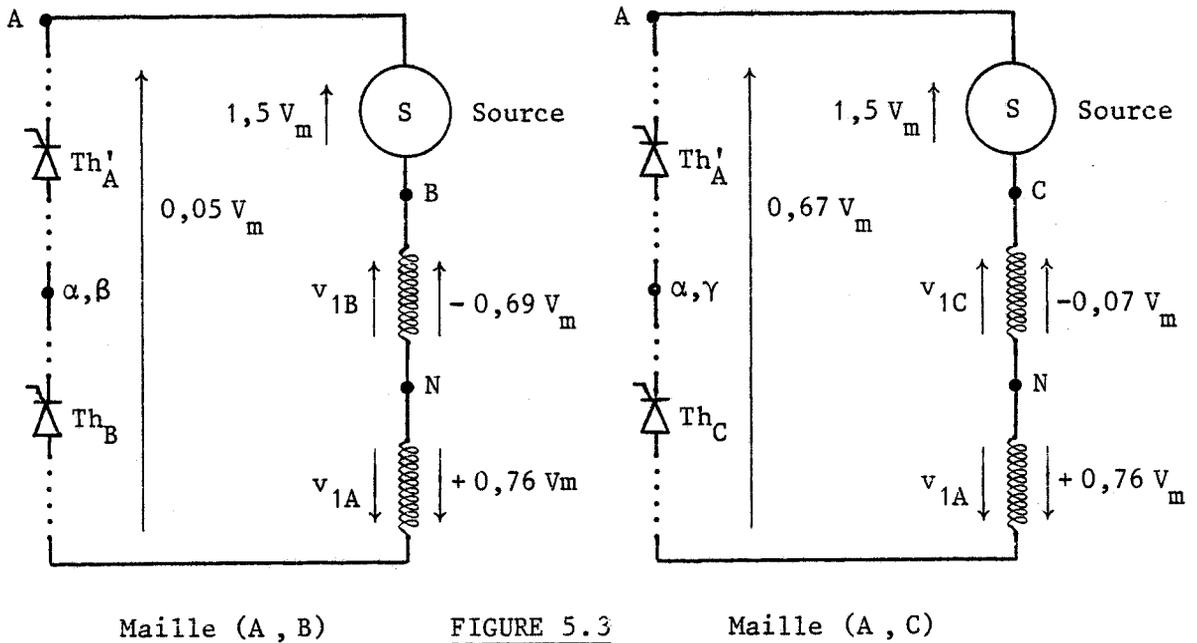


FIGURE 5.3

A l'observation de ces schémas, on voit que pour les 2 mailles, les tensions appliquées aux bornes des gradateurs A et B, ou A et C, à $t_c - \varepsilon$, ne permettent pas l'amorçage.

Le flux ϕ_A initialement négatif va donc tendre à s'annuler, la tension v_A croit alors très rapidement et positivement. La tension v_{1B} quant à elle, augmente négativement et de façon "moindre" puisque la légère variation de flux sur la colonne A se répartit sur les colonnes B et C. Compte tenu des sens observés sur les schémas des mailles, on voit que les thyristors Th'_A et Th_B vont recevoir rapidement une tension, qui, dès qu'elle sera positive, permettra l'amorçage.

Un raisonnement identique permet d'établir que les thyristors Th'_A et Th_C de la maille de gauche, vont également pouvoir conduire, suite à l'évolution des tensions v_{1A} et v_{1C} dans un sens cohérent pour l'amorçage, dès le début de la variation du flux et dès que $v_{1A} - v_{1C}$ devient positif.

Dans cet exemple, c'est le thyristor Th_B qui va s'amorcer le premier. L'essentiel étant que l'un des deux thyristors (Th_B ou Th_C) se mette en conduction. Sur la planche n° 14, on peut voir que des impulsions de durée égale à 220° autoriseront l'amorçage. On peut ensuite vérifier, en observant pour ce choix de la durée des impulsions, les différentes planches du Chapitre I, qu'en régime permanent, aucun aléa n'est à craindre en conséquence.

En cherchant, à l'aide d'un programme informatique mettant en œuvre une méthode de test, les instants des changements de signe du produit $\phi \times i_1$, on peut déterminer les largeurs d'impulsions nécessaires pour assurer l'amorçage des thyristors devant assurer l'"écoulement des Ampère-tours excédentaires". En effectuant ce travail pour des valeurs de $\omega\tau$ et Ψ régulièrement incrémentées, on trouve que la largeur des impulsions nécessaire est comprise entre $\pi/6$ et $4\pi/3$.

En choisissant la valeur la plus élevée ($4\pi/3$), on assure donc la protection dans tous les cas.

On peut par ailleurs observer que ce choix ne perturbe pas le fonctionnement en régime permanent.

II.2.2 - Méthode d'étude des "cassures" par simulation

Cette méthode de simulation repose sur l'utilisation d'un logiciel dont l'appellation commerciale est "TUTSIM". L'implantation des structures "gradateur - transformateur - résistances de charge" a été menée au sein du Laboratoire "Structure des convertisseurs - composants" de l'I. D. N. et a fait l'objet d'une communication [37], d'un mémoire de D. E. A. [44] et d'un projet de fin d'études d'Ingénieur.

Le logiciel "TUTSIM" autorise toute simulation que l'on aurait pu faire à l'aide des calculatrices analogiques et hybrides, avec l'avantage de posséder une plus grande variété de fonctions, telle que l'intégration, les opérations logiques, etc ..., tout en présentant une quantité extrêmement grande d'opérateurs dont la stabilité est nettement supérieure. Nous donnons ci-dessous le principe général de la simulation.

II.2.2.1 - Principe de la simulation appliqué au 1er montage :

L'exposé qui va suivre est réalisé avec les notations de la Figure 1.1.

Chaque gradateur est considéré comme un interrupteur ouvert ou fermé. L'état des 3 gradateurs est donné par le triplet (a, b, c) de 3 nombres binaires, chacun d'entre eux caractérisant l'état de l'"interrupteur".

Parmi les 8 valeurs théoriques possibles sur le plan "combinaisons binaires" de abc, seules 5 d'entre elles sont envisageables ; elles sont indiquées dans le tableau suivant :

a b c	Etat des gradateurs
0 0 0	tous ouverts
0 1 1	2 gradateurs sur 3 sont passants
1 0 1	
1 1 0	
1 1 1	tous passants

Nous donnons maintenant les équations d'état et d'observation.

L'état du système est défini par le flux $[\phi]$. Les tensions d'alimentation sont considérées comme vecteur de commande $[v]$. Toutes les autres grandeurs vues au 1er Chapitre, sont définies par les vecteurs correspondants. La présence d'impulsions sur les thyristors est définie par 2 vecteurs binaires, à savoir :

$$[H] = \begin{bmatrix} H_A \\ H_B \\ H_C \end{bmatrix} \quad \text{pour les thyristors } Th_A, Th_B, Th_C$$

et :

$$\begin{bmatrix} H' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H'_A \\ H'_B \\ H'_C \end{bmatrix} \quad \text{pour les thyristors } Th'_A, Th'_B, Th'_C$$

Chaque composante de $[H]$ et $[H']$ peut valoir respectivement 1 ou 0 selon que l'impulsion est présente ou non. La connaissance du vecteur $[\phi]$ permet la détermination de tous les autres tel que $[I_1]$, $[I_2]$, $[V_1]$, $[V_{Th}]$, ainsi que l'évolution ultérieure du système. En effet, pour chacun des 5 états possibles, donc chacune des 5 valeurs du triplet abc, la mise en équation d'état s'écrit :

$$\begin{aligned} & \cdot \text{équation d'état : } [\dot{\phi}] = [A_{(abc)}] [\phi] + [B_{(abc)}] [V] \\ & \cdot \text{équations} \\ & \text{d'observations} \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} [I_1] &= [C_{(abc)}] [\phi] + [D_{(abc)}] [V] \\ [I_2] &= [E_{(abc)}] [\phi] + [F_{(abc)}] [V] \\ [V_1] &= [G_{(abc)}] [\phi] + [J_{(abc)}] [V] \\ [V_{Th}] &= [K_{(abc)}] [\phi] + [L_{(abc)}] [V] \end{aligned} \right.$$

Les termes $[A_{(abc)}]$, ..., $[L_{(abc)}]$ sont des matrices 3-3 dépendant de (abc).

Si l'on néglige la saturation, les matrices 3-3 ont des coefficients constants pour un triplet (abc) donné. Le système est linéaire à coefficients constants. Du fait que les matrices 3-3 dépendent de (abc), il convient d'utiliser un procédé de multiplexage piloté par (abc). On aboutit ainsi à la "conjonction" de 5 schémas de simulation par équation. La Figure 5.4) représente ainsi le schéma de simulation complet pour l'équation d'état.

Le triplet (abc) est synthétisé à l'aide d'un module de commande séquentielle à partir des vecteurs caractérisant l'état du thyristor, à savoir : $[I_1]$, $[V_{Th}]$, $[H]$ et $[H']$.

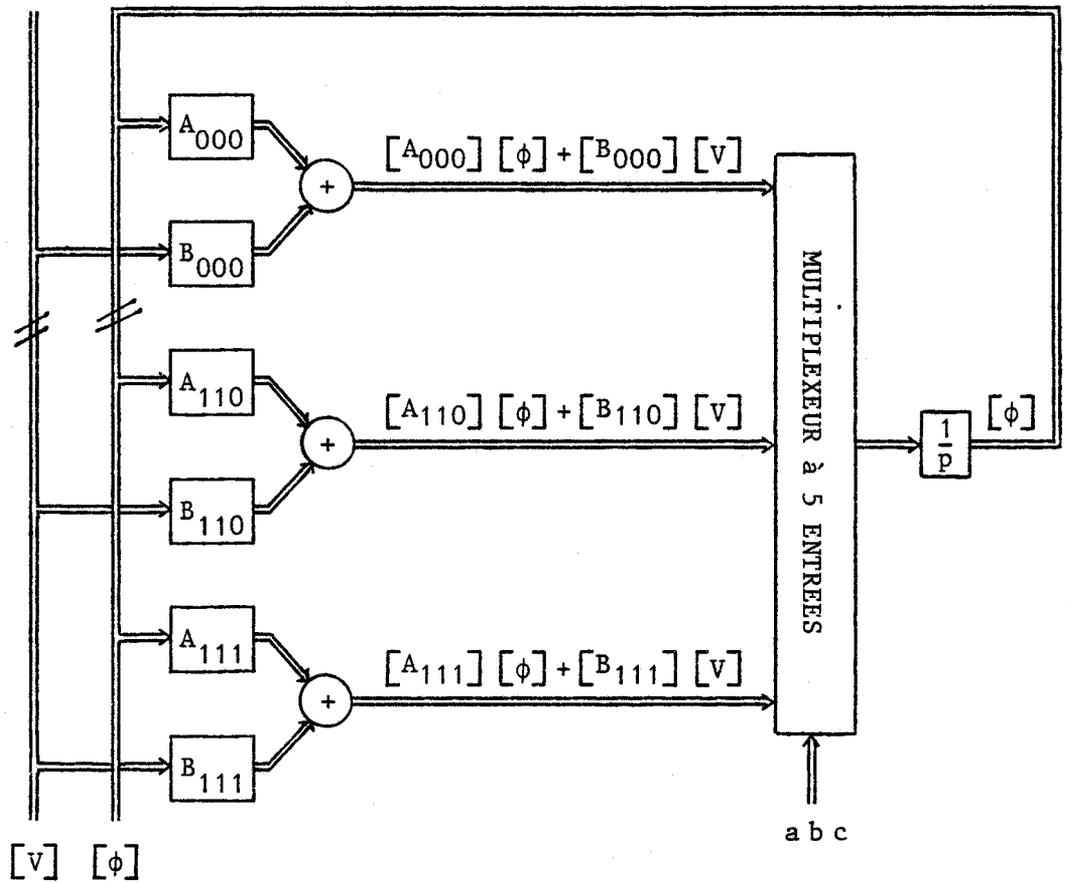


FIGURE 5.4

Le synoptique du schéma complet de simulation du montage est donné sur la Figure 5.5 où l'on observe la présence du vecteur $[v]$ d'alimentation, et des vecteurs $[H]$ et $[H']$ de commande des thyristors.

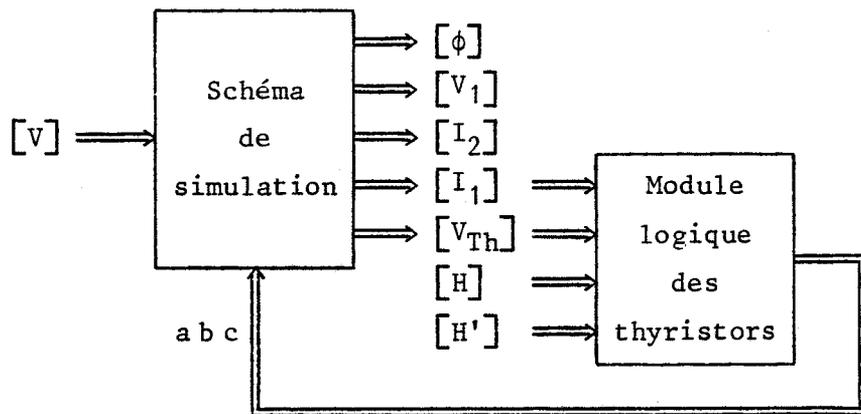


FIGURE 5.5

II.2.2.2 - Réalisation de la simulation :

Nous nous bornons ici à donner les grandes lignes concernant cette réalisation.

1er point : Implantation du module de commande $[H]$, $[H']$

On commence par générer 3 sinusoïdes constituant un système triphasé équilibré, représentant $[v]$, puis, à l'aide de "blocs", tel que temporisateurs, relais, "détecteur de partie entière", ..., on élabore des impulsions, retardées de Ψ , et de durée α_H .

2ème point : Implantation du module logique des thyristors

On réalise le triplet (abc) qui commande le multiplexeur à partir des vecteurs $[I_1]$, $[V_{Th}]$, $[H]$ et $[H']$. Pour chaque thyristor, il convient de définir les paramètres binaires suivants : V_{Th}^* et I^* , tels que :

$$\left| \begin{array}{l} \text{si } V_{Th}^* = 1, \text{ la tension } V_{Th} \text{ est positive} \\ \text{si } I^* = 1, \text{ le courant est positif} \end{array} \right.$$

L'état du thyristor à l'instant n est caractérisé par x_n tel que $x_n = 1$ indique que la conduction a lieu.

L'état d'un thyristor à un instant déterminé, dépend non seulement de sa commande mais également de son état antérieur. Le problème est donc séquentiel et l'étude conduit à une relation de récurrence du type :

$$x_{n+1} = f(x_n, V_{Th}^*, I^*, H)$$

Pour chaque thyristor, on adopte le schéma de la Figure 5.6 où γ est un élément de retard.

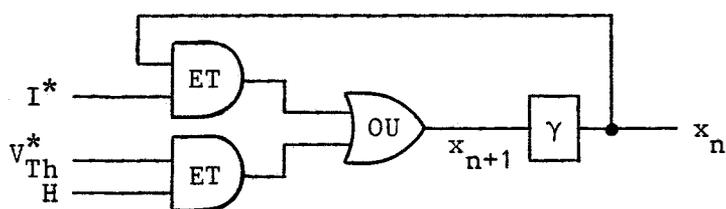


FIGURE 5.6

3ème point : Implantation des multiplexeurs

Pour réaliser le multiplexage, on dispose dans le logiciel de "relais" élémentaires. La Figure 5.7 indique le schéma d'un multiplexeur à 5 entrées correspondant aux 5 états possibles. Les commandes D_1 à D_4 des relais sont des fonctions combinatoires de (a,b,c).

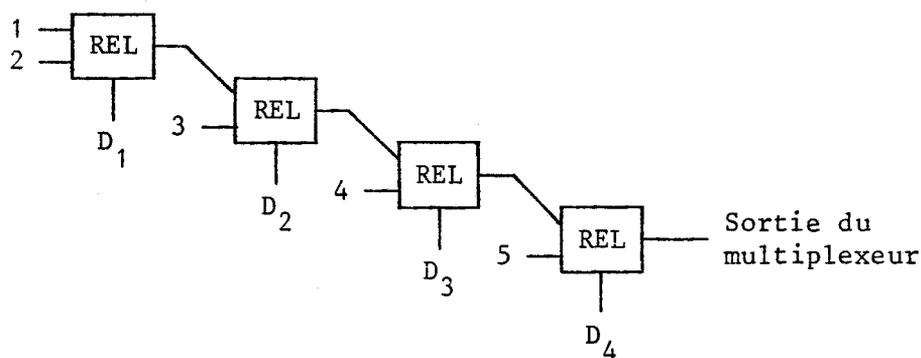


FIGURE 5.7

II.2.2.3 - Résultats obtenus par la simulation :

La mise en œuvre de la simulation est essentiellement liée à la nécessité d'étudier de manière aisée et systématique, les phénomènes de rupture de résistances. Néanmoins, les enregistrements qu'il est évidemment possible d'effectuer en régime permanent permettent par comparaison avec ceux qui sont issus de l'étude analytique précédente, de corroborer les résultats de manière bilatérale. A ce titre, nous présentons sur les planches 56, 57 et 58, l'évolution de formes d'ondes correspondant au 1er mais également au 2ème montage obtenues par voie analytique et par simulation. Notons également que la réalisation d'une simulation autorise l'étude des régimes transitoires tels que la mise sous tension et la rupture de charge.

En ce qui concerne l'étude de la rupture de résistance, de manière à introduire sur le plan simulation l'"effet d'arc" aux bornes de la "cassure", on a choisi de simuler la croissance de la résistance R par une fonction d'apparentant à une exponentielle (Fig. 5.8).

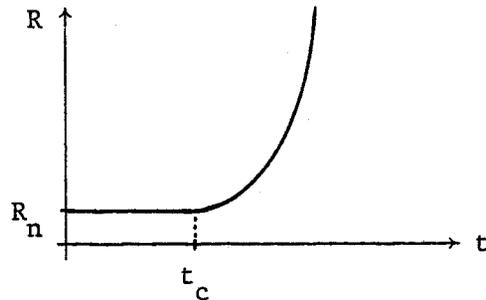


FIGURE 5.8

L'étude systématique des ruptures à tous les instants " t_c " correspondant à des intervalles différents de fonctionnement du gradateur A a été conduite de la manière suivante :

1er temps :

On choisit de commander les gâchettes des thyristors par des impulsions brèves et l'on procède à l'enregistrement des ondes diverses, en introduisant la "cassure" à t_c .

2ème temps :

On augmente de manière quantifiée la largeur des impulsions jusqu'à la disparition de la surtension que l'on a préalablement observée.

Une campagne d'essais a été menée. Nous donnons dans les planches 59 à 66 quelques uns de ces enregistrements avec, à gauche les résultats obtenus avec des impulsions brèves mais supérieures à $\pi/3$ et à droite ceux obtenus avec des impulsions larges. On remarquera la disparition de la surtension sur l'onde V_{Th} dans le tracé de droite.

Ces différents enregistrements correspondent à une charge voisine du régime nominal, à des valeurs données de l'angle de commande Ψ et de la largeur des impulsions α_H et à une combinaison données du triplet (a, b, c) indiquant l'état initial (avant rupture) des thyristors.

Nous résumons ces données dans le tableau ci-dessous.

Planche n°	Ψ	Mode	Régime	α_H	a b c
59	30	1	2	80	0 1 1
	30	1	2	240	0 1 1
60	30	1	2	80	1 1 0
	30	1	2	240	1 1 0
61	30	1	1	80	1 1 1
	30	1	1	240	1 1 1
62	80	2	X	80	1 1 0
	80	2	X	240	1 1 0
63	80	2	X	80	0 1 1
	80	2	X	240	0 1 1
64	120	3	1	80	1 1 0
	120	3	1	240	1 1 0
65	120	3	2	80	0 0 0
	120	3	2	240	0 0 0
66	120	3	1	80	0 1 1
	120	3	1	240	0 1 1

Avant de terminer ce chapitre, il importe de préciser que la même étude systématique a été conduite sur le 2ème montage (thyristors "en branches" au primaire). La recherche par les 2 méthodes précédemment explicitées conduit à proposer un choix de 180° de largeur d'impulsions permettant de supprimer les surtensions. On remarque que cette valeur est réduite de $\pi/3$ par rapport à la précédente. Cet écart est égal à la valeur minimale de la durée des impulsions devant assurer le bon fonctionnement en régime permanent pour le 1er montage. Or, nous avons indiqué précédemment au Chapitre II, que lorsque les gradateurs sont en branches au primaire, le fonctionnement correct en régime permanent peut être obtenu avec des impulsions très courtes, dans la mesure où la conduction d'un seul gradateur et non de deux, suffit pour assurer

la connexion au réseau. On peut compléter cette explication par la description partielle suivante du phénomène de cassure. En effet, lors de l'annulation du courant dans l'un des 3 enroulements secondaires, la variation du flux sur le noyau correspondant se transmet aux autres noyaux avec un sens de parcours inverse. On comprend alors aisément que pour assurer l'"écoulement des Ampère-tours excédentaires", on peut amorcer indifféremment les gradateurs A, B ou C. Dans tous les cas de figure et avec une largeur de 180° , il existe toujours un thyristor appartenant aux 3 gradateurs qui peuvent s'amorcer et pallier le défaut.

Nous pouvons dès lors, indiquer quels sont les critères de choix des montages établis tant à l'observation des résultats du régime permanent qu'à celle des "cassures accidentelles".

Critères de choix dans le cas le plus fréquent du transformateur abaisseur

- Le premier critère est celui de l'économie sur le plan de l'investissement.

Dans ce but, il vaut mieux, à chaque fois que cela est possible, disposer le gradateur côté source, les courants étant plus faibles qu'au secondaire ; le coût des composants s'en trouve réduit. Dans cette hypothèse, il convient encore de choisir entre la disposition en ligne et en "branches". A cet égard, il existe un compromis à établir. En effet, si l'on dispose les composants en "branches", on réduit leur calibre en courant, mais la présence d'une composante homopolaire dans les enroulements occasionne, comme nous l'avons vu, un accroissement des pertes "cuivre", ce qui peut conduire à "déclasser" le transformateur.

- Le deuxième critère est celui de la consommation.

A nouveau, la disposition des gradateurs au primaire est une meilleure solution car, d'une part les courants étant moins élevés, les pertes dans les jonctions des thyristors sont moindres et d'autre part, les pertes dans le fer varient avec la commande alors qu'elles sont toujours maximales si le gradateur est en aval. Dans le cadre de ce 2ème critère, et pour la disposition en branches, il faut noter à nouveau la présence d'un compromis entre le gain en puissance dissipée dans les jonctions et l'augmentation des pertes cuivre liée au courant ho-

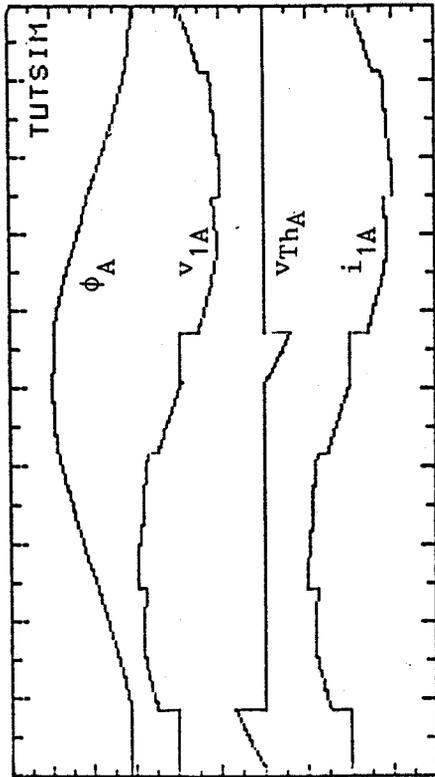
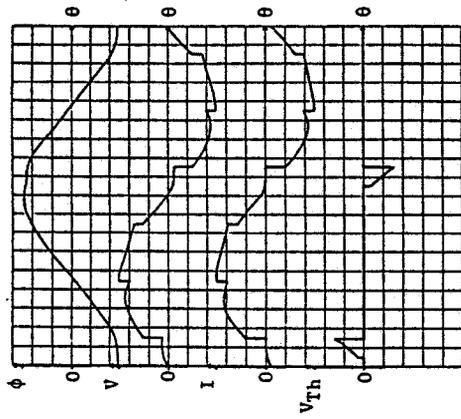
mopolaire.

- Le 3ème critère est celui de la fiabilité du gradateur face aux incidents tels que la cassure accidentelle d'une résistance.

Il est évident que la disposition du gradateur en aval du transformateur donne la plus grande sécurité à cet égard et de plus, fait appel à une loi de commande beaucoup plus simple. Néanmoins, avec la disposition "amont" nous avons montré que la présence d'un couplage en triangle fermé au primaire et/ou au secondaire, permet d'assurer une protection suffisante contre les surtensions liées à la cassure. De toute façon, si le secondaire est en étoile, et le primaire en étoile également ou en triangle ouvert, il est toujours possible d'éviter la destruction due aux surtensions accidentelles, par la mise en œuvre d'une loi de commande plus élaborée.

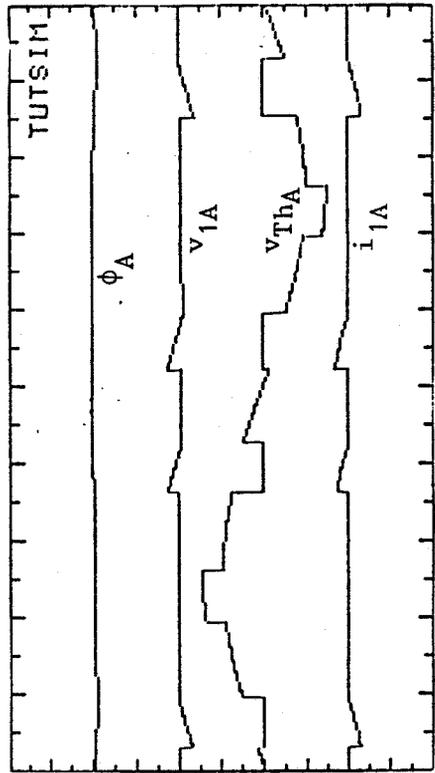
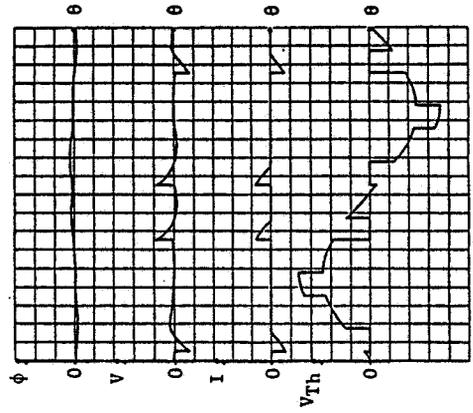
Avec le soucis de ne pas déclasser le transformateur, et compte tenu des possibilités offertes pour la commande, par l'utilisation de microprocesseurs dont le coût est de plus en plus compétitif, notre choix, sous réserve que la tension d'alimentation le permette, est la solution "gradateur côté source - thyristors en ligne".

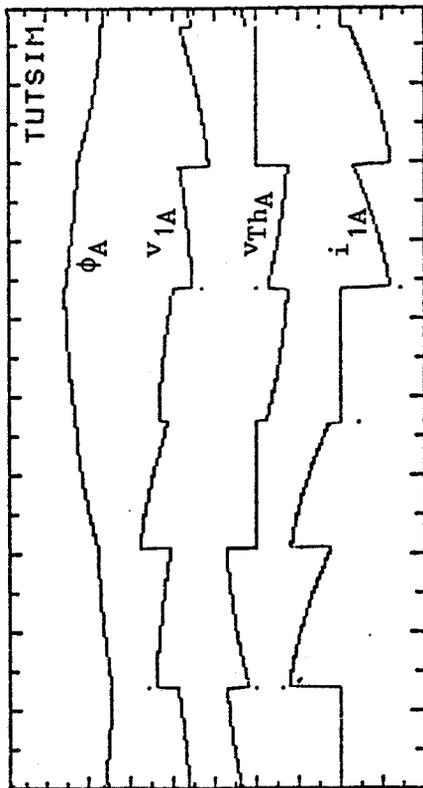
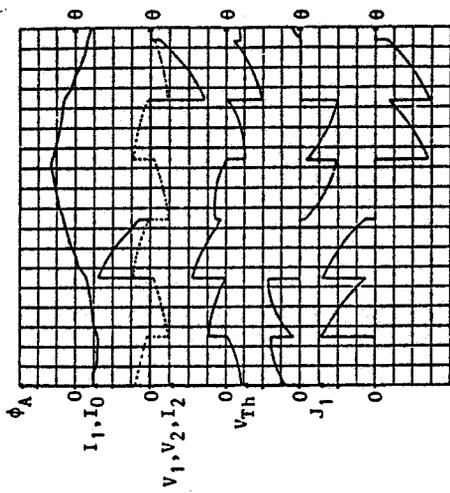
PLANCHE 56



TRANSFORMATEUR Y_y - THYRISTORS EN LIGNE

PLANCHE 57





TRANSFORMATEUR D_y - THYRISTORS EN BRANCHE

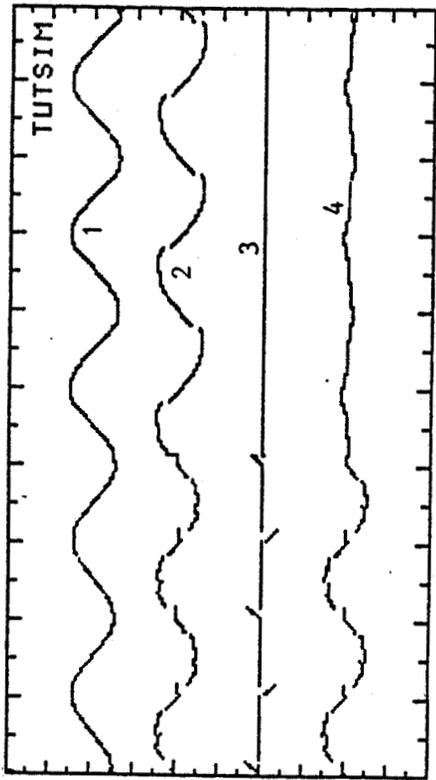


PLANCHE 59

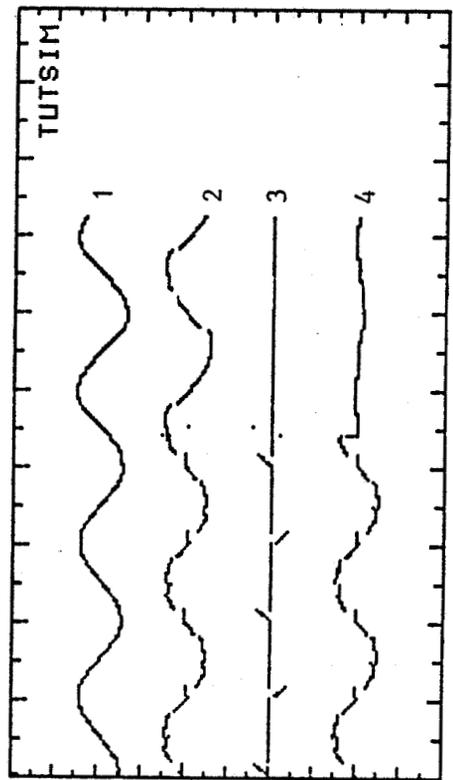
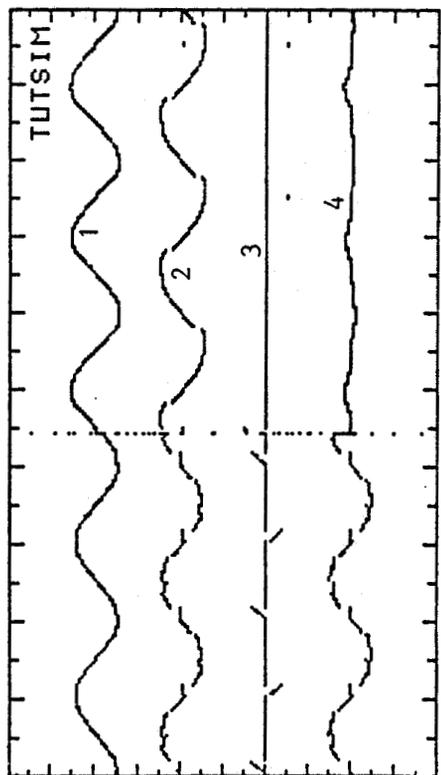
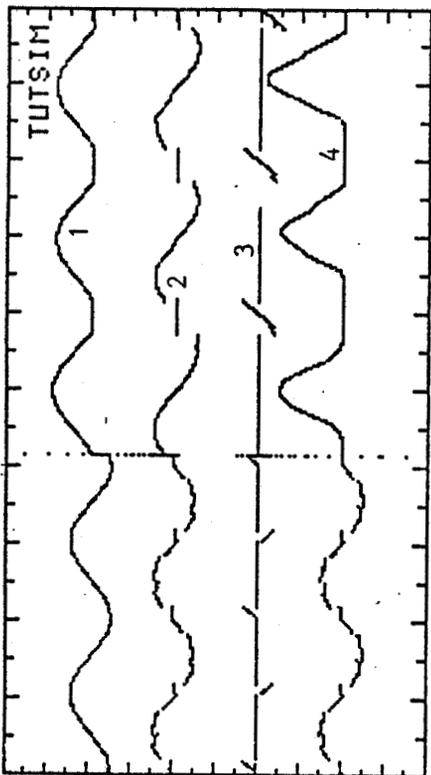


PLANCHE 60

- 1 - ϕ_A
- 2 - v_{1A}
- 3 - v_{ThA}
- 4 - i_{1A}



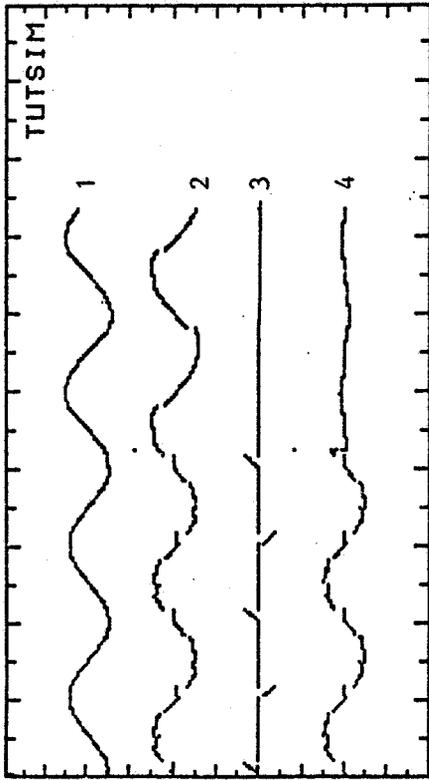
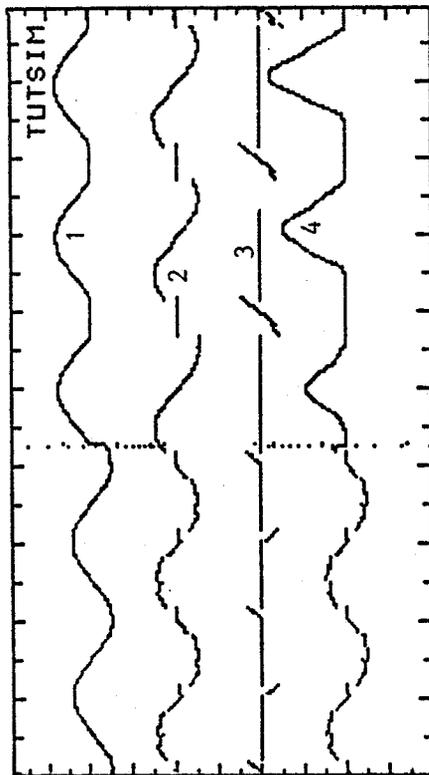


PLANCHE 61



- 1 - ϕ_A
- 2 - v_{1A}
- 3 - v_{ThA}
- 4 - i_{1A}

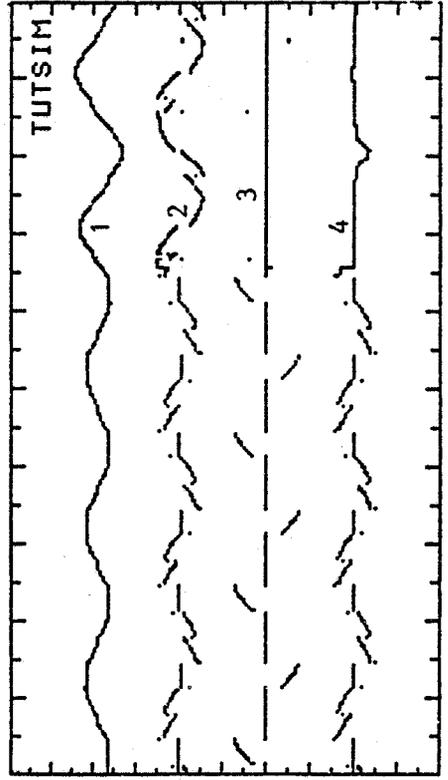
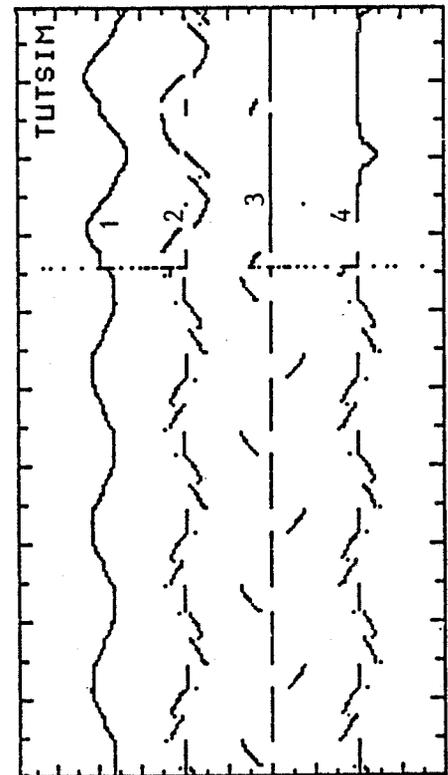


PLANCHE 62



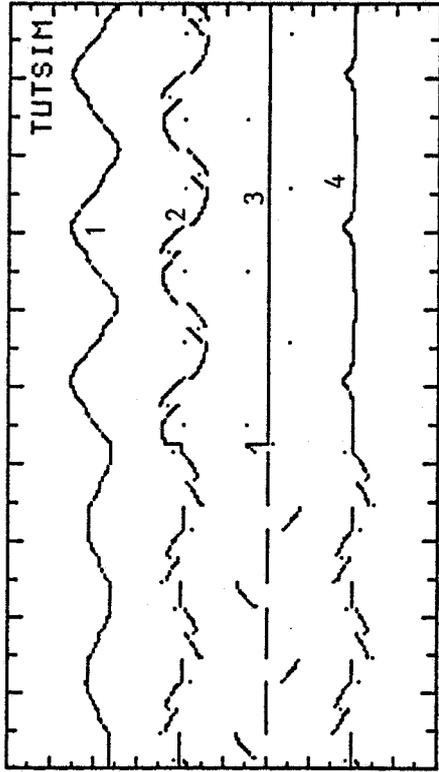


PLANCHE 63

- 1 - ϕ_A
- 2 - v_{1A}
- 3 - v_{ThA}
- 4 - i_{1A}

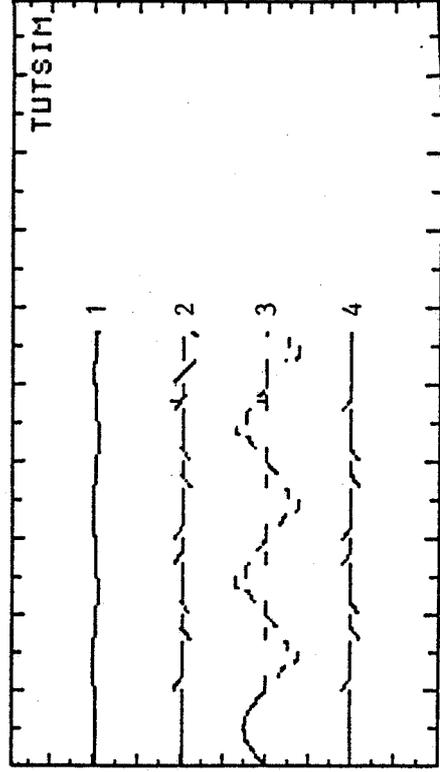
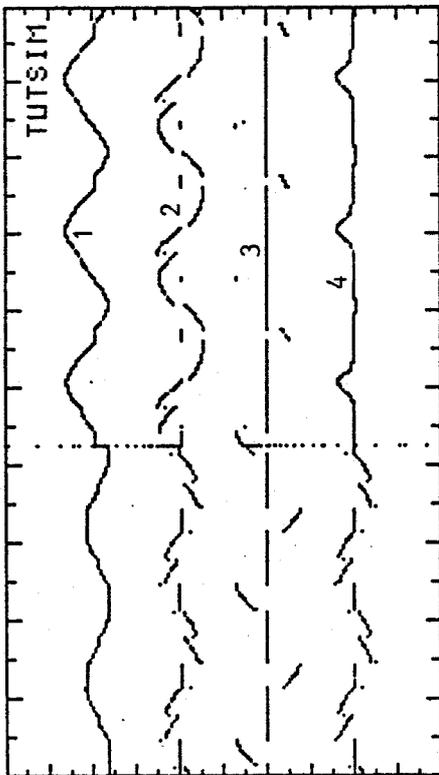
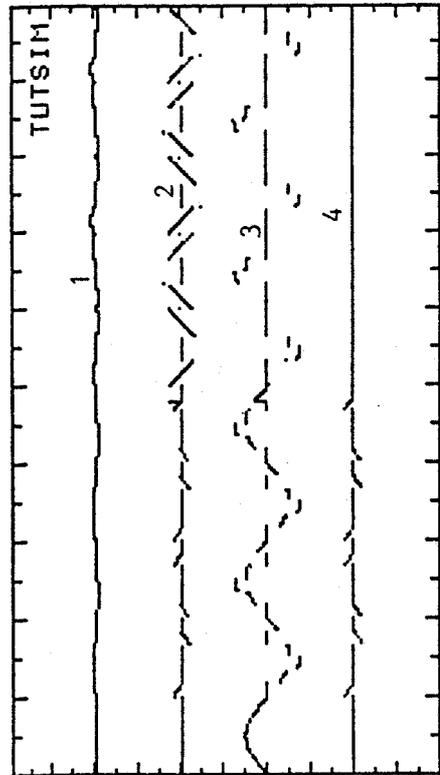


PLANCHE 64



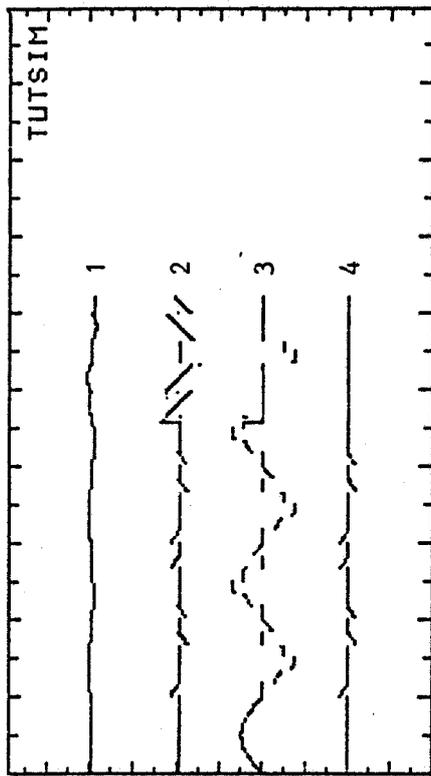
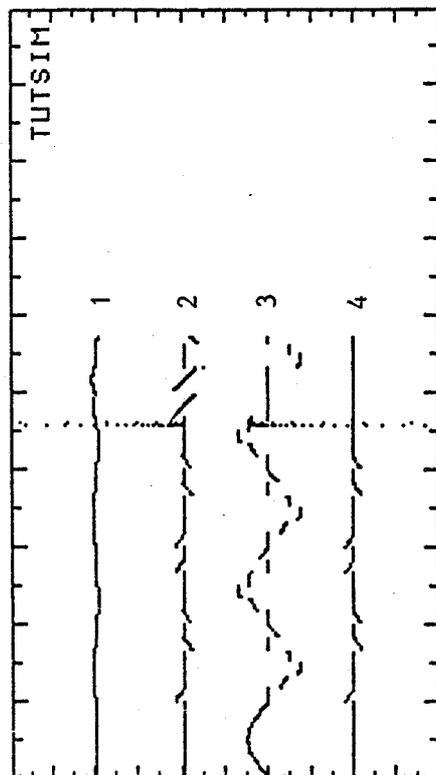


PLANCHE 65



- 1 - ϕ_A
- 2 - v_{1A}
- 3 - v_{ThA}
- 4 - i_{1A}

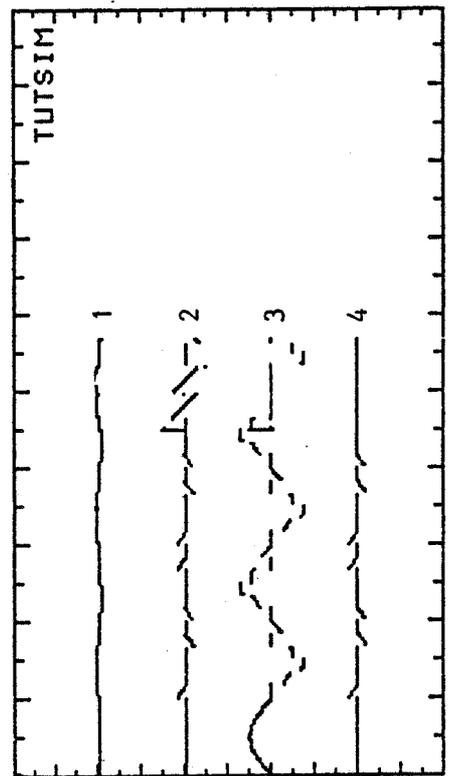
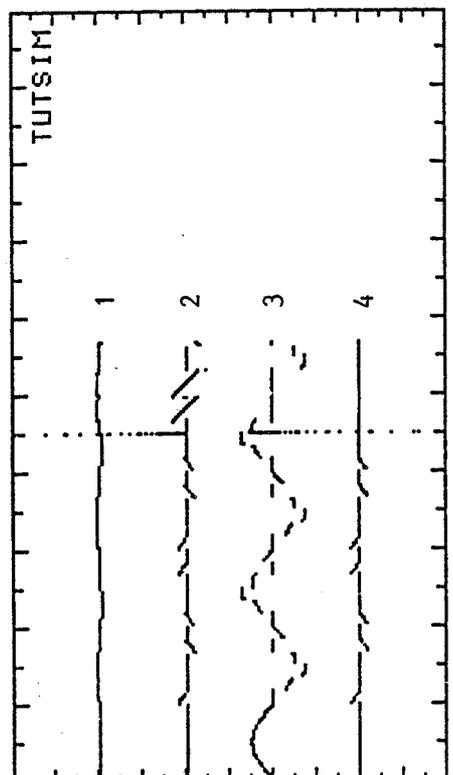


PLANCHE 66



CONCLUSION

Nous pensons, à travers ce document, avoir atteint l'objectif que nous nous étions fixé, à savoir, proposer et expliciter une méthode analytique d'étude des associations "gradateur - transformateur" et apporter une contribution importante au monde industriel, pour la recherche du meilleur "produit", tant sur le plan du coût de revient que sur celui de la fiabilité, face aux incidents tel que la rupture de charge.

A l'issue de ce travail, il apparaît un certain nombre de développements ultérieurs possibles, parmi lesquels :

- l'étude du débit sur un autre type de récepteur,
- l'analyse du fonctionnement en régime permanent déséquilibré et la commande séparée des phases,
- la recherche par simulation des régimes transitoires, lors d'une mise en charge s'effectuant d'abord en "angle de phase" puis en "trains d'ondes".

o

o o

BIBLIOGRAPHIE

- (1) G. SEGUIER
"Les montages redresseurs"
Ed. Dunod, 1970.
- (2) G. SEGUIER, F. NOTELET
"Electrotechnique industrielle"
Ed. Lavoisier, 1977.
- (3) G. SEGUIER
"L'électronique de puissance"
Ed. Dunod, 1970.
- (4) C. ROMBAUT
"Etude des gradateurs triphasés et d'autres convertisseurs alternatif/alternatif fonctionnant en commutation naturelle"
Thèse d'Etat, Lille, 1979.
- (5) W. SHEPHERD, P.J. GALLAGHER
"Some properties of thyristor controlled resistive load with integral cycle switching"
I.E.E.E. Conf. Publication, n° 110, April 1974, pp. 188-192.
- (6) P.J. GALLAGHER, W. SHEPHERD
"Operation of two parallel-connected thyristor controlled resistive loads with integral cycle triggering"
I.E.E.E. Trans. on I.E.C.I., Vol. IECI-22, n° 4, Nov. 1975, pp. 510-515.
- (7) T.G. BLAND
"Steady-state analysis of single-phase A.C. controller with resistance load"
I.E.E.E. Trans. on I.E.C.I., Vol. IECI-22, n° 3, August 1975, pp. 441-447.
- (8) F.C. BROADLY, J.G. SHEPPARD, W. SHEPHERD
"Steady-state analysis of the series resistance-inductance circuit, controlled by asymmetrical triggering of thyristors"
I.E.E.E. Trans. on I.A., Vol. IA-9, n° 4, July/August 1973, pp. 437-447.

- (9) T.G. BLAND
"Steady-state analysis of the series resistance-inductance circuit with controlled switches"
I.E.E.E. Trans. on I.E.C.I., Vol. IECI-23, n° 2, May 1976, pp. 171-177
- (10) K.A. KRISNAMURTHY, G.K. DUBEY, G.N. REVANKAR
"A.C. power control of an R-L load"
I.E.E.E. Trans. on I.E.C.I., Vol. IECI-24, n° 1, February 1977, pp. 138-141.
- (11) M.T. LAZIM, W. SHEPHERD
"Three-phase circuits with voltage control by integral-cycle mode triggering of thyristors"
I.E.E.E. Trans. on I.A., Vol. IA-18, n° 5, Sept./Oct. 1982, pp. 507-520.
- (12) A. YAIR
"Steady-state analysis of a two-branch resistance-inductance parallel circuit controlled by a bidirectional A.C. switch"
I.E.E.E. Trans. on I.A., Vol. IA-12, n° 12, March/April 1976, pp. 138-142.
- (13) C. ROMBAUT, G. SEGUIER
"Caractéristiques des gradateurs triphasés"
Revue Jeumont-Schneider, n° 17, Juin 1974, pp. 33-46
Revue Jeumont-Schneider, n° 18, Sept. 1974, pp. 29-46.
- (14) C. ROMBAUT, H. SCHOORENS, G. SEGUIER
"Operation of a 3-phase A.C. thyristor-regulator feeding an R or RL or RC balanced load"
Proc. I.E.E., Vol. 125, n° 8, August 1978.
- (15) C. ROMBAUT, J.P. SIX
"Les caractéristiques des gradateurs triphasés"
Colloque sur l'Utilisation des Semi-Conducteurs de Puissance, Liège, 4ème Partie, Rapport n° 1, Nov. 1978, pp. 1-10.

- (16) W. SHEPHERD, P. ZAKIKHANI
"Power-factor compensation of thyristor-controlled single-phase load"
Proc. I.E.E., Vol. 120, n° 2, February 1973, pp. 245-246.
- (17) P.J. GALLAGHER, T.G. BLAND, W. SHEPHERD
"Power-factor of thyristor-controlled loads with sinusoidal supply voltage and integral-cycle triggering"
I.E.E.E. Trans. on I.E.C.I., Vol. IECI-24, n° 1, February 1977, pp. 92-96.
- (18) M. BOULIER, C. ROMBAUT, G. SEGUIER
"Amélioration des montages gradateurs triphasés"
Extrait de la R.G.E., t. 90, n° 1, Janvier 1981.
- (19) R.P. STRATFORD
"Analysis and control of harmonic current in systems with static power converters"
I.E.E.E. Trans. on I.A., Vol. IA-19, n° 1, Janvier/Février 1981, pp. 71-81.
- (20) S. WILLIAMSON
"Reduction of the voltage and current harmonics introduced by a single-phase triac A.C. controller, by means of shunt resistance"
I.E.E.E. Trans. on I.E.C.I., Vol. IECI-28, n° 4, Novembre 1981, pp. 266-272.
- (21) W.P. GIBBONS
"Current and voltage waveform distortion analysis on three phase power systems with rectifier loads"
I.E.E.E. Trans. on I.A., Vol. IA-19, n° 2, Mars/Avril 1983, pp. 181-190.
- (22) R. BAUSIERE, C. ROMBAUT, P. RUSSE
"Moyens de réduire les perturbations induites dans le réseau d'alimentation par les gradateurs triphasés débitant sur résistances pures"
Journées Internationales d'Etude sur l'Utilisation des Semi-Conducteurs de Puissance en Electrotechnique, Liège, 10-11-12 Octobre 1983.

(23) VULPILLAT

"Perturbations harmoniques du réseau par les gradateurs de puissance à thyristors ou à triacs"

Revue Electronique de Puissance, n° 10, Juin 1985, pp. 45-50.

(24) B. ILLANGO, M. RAMAMOORTY

"Steady-state analysis of thyristor controlled three phase induction motor"

I.E.E.E. Trans. on P.A.S., 1974, pp. 1165-1173.

(25) A. BELLINI, A. DE CARLI, M. LA CAVA

"Steady-state characteristics of phase controlled induction motors"

I.A.S., Annual 27-A, 1975, pp. 643-648.

(26) G. SEGUIER, J.P. SIX

"Stabilité du réglage par la tension d'alimentation, de la vitesse du moteur d'induction développant un couple croissant avec la vitesse"

C.R. Acad. Sc. Paris, t. 281, Oct. 1975, pp. 341-343.

(27) M. RAMAMOORTY, M.F. SAMEK

"Steady-state analysis of phase controlled induction motor with isolated neutral"

I.E.E.E. Trans. on I.E.C.I., Vol. IECI-23, n° 2, May 1976, pp. 178-184.

(28) C. ROMBAUT, G. SEGUIER, J.P. SIX

"Conditions d'emploi des gradateurs pour faire varier la vitesse d'un moteur asynchrone à cage"

Revue E., Vol. 8, n° 12, 1977, pp. 287-294.

(29) S. RAHMAN, W. SHEPHERD

"Thyristor and diode controlled variable voltage drives for 3-phase induction motors"

Proc. I.E.E., Vol. 124, n° 9, Sept. 1977, pp. 784-790.

(30) M. AL KABABJIE, W. SHEPHERD

"A speed and power factor controller for 3-phase induction motors"
Seventeenth Universities Power Engineering Conference, Manchester,
30 March/1 April 1982, p. 6.

- (31) C. BOULIER, C. ROMBAUT, G. SEGUIER
"Six thyristors A.C. chopper feeding a 3-phase asynchronous motor :
motor model allowing the calculus of the control characteristics"
3ème IFAC Symposium, Lausanne, 1983.
- (32) A. YAIR
"Steady-state analysis of single-phase transformer coupled loads
controlled by a bidirectional A.C. switch"
I.E.E.E. Trans. on I.A., Vol. IA-12, n° 2, March/April 1976,
pp. 143-146.
- (33) G. SEGUIER, A. WIART, C. ROMBAUT, J.L. DUMOULIN
"Association gradateur-transformateur abaisseur-diodes destinée
à l'obtention de basses tensions continues variables"
Extrait de la R.G.E., t. 89, n° 1, Janvier 1980.
- (34) C. ROMBAUT, P. GOERGER, G. SEGUIER
"Ensembles gradateur-transformateur-diodes destinés à l'obtention
de très hautes ou de très basses tensions redressées variables"
Congrès AIM, Liège, 27-29 Octobre 1980.
- (35) N.A. FEOKTISTOV, V.V. KONDORSKAYA
"Improvement of the operating conditions of an electric furnace
transformer, regulated by thyristors on the primary side"
Prom. Energ., U.S.S.R., n° 7, July 1982, pp. 31-3.
- (36) H.J. STILKE
"Converter-influence of commutating and load resistance at controlled
rectifiers"
Elektrotechnik, Vol. 67, n° 3, 15 February 1985, pp. 47-8.
- (37) T. SCHUFFENECKER, J.L. COCQUERELLE, C. ROMBAUT
"Numerical simulation of a set A.C. regulator-transformer-load"
IASTED, Suisse, Février 1985.
- (38) J.L. COCQUERELLE, C. ROMBAUT, G. VIGNON
"Analytical study of an A.C. regulator, transformer, 3-phase resis-
tive load assembly"
E.P.E., Bruxelles, Octobre 1985.

- (39) C. ROMBAUT, G. SEGUIER
"Condition d'application de la transfiguration étoile-triangle aux récepteurs triphasés alimentés par un montage à redresseurs contrôlés"
C.R. Acad. Sc. Paris, t. 277, Nov. 1973, pp. 607-609.
- (40) W. EVENEPOEL, G. MARCOLINI, F. SANDOZ
"Transformateurs de distribution en moyenne tension"
R.G.E., n° 2, Février 1983, pp. 118-122.
- (41) W.E. FEATHERINGILL
"Power transformer loading"
I.E.E.E. Trans. on I.A., Vol. IA-19, n° 1, Janvier/Février 1983, pp. 21-27.
- (42) A. CASTRO, R. HAUG
"Etude de l'arc électrique par corrélation"
R.G.E., n° 6, Juin 1979, pp. 521-522.
- (43) D. DUFOURNET
"Modélisation de l'arc. Application à la coupure des disjoncteurs haute tension"
R.G.E., n° 1, Janvier 1982, pp. 26-31.
- (44) C. MARRON
"Sur la simulation des associations transformateur - gradateur"
D. E. A., Lille, Septembre 1985.



RESUME

Pour régler de façon continue le débit du réseau de distribution dans un récepteur triphasé résistif, à l'aide d'un dispositif présentant de très faibles pertes, il est usuel de disposer un gradateur fonctionnant en "angle de phase" entre la source et la charge.

Il est presque toujours nécessaire, dans les équipements de forte puissance, d'ajouter un transformateur.

L'analyse du fonctionnement de l'ensemble transformateur - gradateur - charge est très complexe, pour plusieurs raisons :

- D'abord, ces dispositifs fonctionnent en commutation libre, c'est à dire que l'on ne peut commander que la mise en conduction des thyristors.

- Ensuite, la présence du transformateur modifie totalement, par le couplage magnétique qu'il introduit entre les phases, le comportement du gradateur. En effet, les instants d'extinction des thyristors ne sont pas uniquement dépendant des tensions d'alimentation, mais à la fois du couplage des enroulements, de l'emplacement des composants, du niveau de la charge, ainsi que de l'état magnétique du transformateur.

La première partie du mémoire est consacrée à l'étude analytique du fonctionnement en régime permanent.

La deuxième partie concerne la comparaison des divers montages, en régime permanent, mais également face à un défaut comme la rupture d'une résistance de charge.

Une méthode par simulation est alors introduite, elle permet d'élaborer la meilleure "loi de commande" du gradateur disposé dans une structure donnée.

MOTS-CLEFS :

ELECTROTECHNIQUE
ELECTRONIQUE DE PUISSANCE
TRIPHASE
GRADATEUR
THYRISTOR
TRANSFORMATEUR
RESISTANCES

