

50376
1985
225

50376
1985
225

N° d'ordre 365

THÈSE

PRÉSENTÉE

A L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

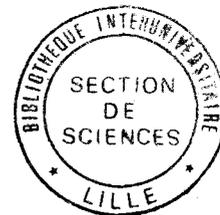
Pierre-Marie LESNE



Sujet de la thèse : AMORÇAGE ET PROPAGATION DE FISSURES SOUS GRADIENTS THERMIQUES CYCLIQUES

Soutenue le 12 février 1985

MM. J.C. DOUKHAN	Président
J. FOCT	Rapporteur
J.L. CHABOCHE	} Examineurs
G. DEGALLAIX	
A. GUIBERT	
L. REMY	



O.N.E.R.A.
B.P. 72
92322 CHATILLON
1985

REMERCIEMENTS

Je remercie Monsieur Coupry, qui m'a permis d'effectuer ce travail à l'ONERA. J'ai trouvé dans l'équipe "rupture-fatigue" de Roger Labourdette un accueil et des conditions de travail excellents. Je tiens à remercier tous les membres de cette équipe pour la part qu'ils ont pris à mon travail et les conseils permanents qu'il m'ont prodigués, en particulier Jean-Louis Chaboche qui a suivi et dirigé ce travail.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur J. Foct qui a accepté d'être le responsable de cette thèse à l'Université de Lille. Je remercie aussi Suzanne et Gérard Degallais du laboratoire de Métallurgie Physique de Lille qui ont guidé mes premiers pas dans le domaine de la fatigue et ont été des interlocuteurs attentifs et avertis tout au long de ce travail.

Je remercie Monsieur le Professeur J.C. Doukhan qui a accepté d'être le Président du Jury, Monsieur L. Rémy de l'école des Mines de Paris et Monsieur A. Guibert de la SNECMA qui ont bien voulu juger ce travail.

TABLE DES MATIÈRES

	PAGES
RÉSUMÉS	2
NOTATIONS	3
1. – INTRODUCTION	5
2. – METHODES DE PREVISION DE DUREE DE VIE	7
2,1. – Principe général d'un calcul de prévision de durée de vie	7
2,2. – Loi de comportement	9
2,3. – Endommagement	17
2,4. – Mécanique de la rupture	23
3. – ETUDE MICROSTRUCTURALE DU SUPERALLIAGE IN 100	31
3,1. – Les superalliages	31
3,2. – Mécanisme de durcissement des superalliages	31
3,3. – Caractéristiques des superalliages	32
3,4. – L'IN 100 : superalliage base Nickel	34
4. – ETUDE EXPERIMENTALE D'UNE PLAQUE SOUS GRADIENTS THERMIQUES CYCLIQUES	43
4,1. – Techniques expérimentales de cyclage thermique	43
4,2. – Mise au point de l'installation d'essais de fatigue thermique	44
4,3. – Essais réalisés – résultats	47
4,4. – Observations en microscopie à balayage	49
5. – APPLICATION DE LA METHODE DE PREVISION DE DUREE DE VIE A LA PLAQUE SOUS GRADIENTS THERMIQUES CYCLIQUES	53
5,1. – Le code de calcul EVPCYCL	53
5,2. – Prévision de la durée de vie à l'amorçage	61
5,3. – Prévision de la propagation de fissure	71
6. – CONCLUSION	79
ANNEXES	83
REFERENCES	105

AMORÇAGE ET PROPAGATION DE FISSURES SOUS GRADIENTS THERMIQUES CYCLIQUES

par P.M. LESNE

RESUME

Les gradients thermiques cycliques importants dans les aubes de turbine de moteurs d'avions entraînent l'apparition de fissures de fatigue thermo-mécanique (chargement thermique et forces d'origine centrifuge). Afin de mettre au point une méthode de prévision de durée de vie de telles structures, en fatigue fluage à température variable, on réalise des essais sur une structure simple (plaque mince) en IN 100 schématisant une aube de turbine. On obtient l'amorçage et la propagation de fissures de fatigue thermique pure sur cette plaque. En utilisant un code de calcul en viscoplasticité cyclique (EVPCYCL) avec pour données les cartes de répartition de température et une loi de comportement à température variable, on réalise le calcul des contraintes et déformations plastiques en tout point de la plaque au cours de cycles successifs. La boucle d'hystérésis au cycle stabilisé permet de calculer l'amorçage des fissures à l'aide de lois d'endommagement de fatigue et de fluage à température variable. La progression des fissures, attentivement suivie dans les essais, est prévue par une méthode basée sur la mécanique linéaire de la rupture en tenant compte du comportement viscoplastique du matériau. Les comparaisons calcul – essais sont satisfaisants tant en terme d'amorçage que de propagation.

Mots clés (lexique CEDOCAR) : Fissure – Propagation fissure – Résistance structure – Fatigue thermique – Fatigue mécanique – Aube turbine.

CRACK INITIATION AND PROPAGATION DUE TO CYCLIC THERMAL GRADIENTS

ABSTRACT

Large thermal gradients in aircraft turbine blades give rise to thermal mechanical fatigue cracks, through thermal loading and centrifugal forces. To develop a method for predicting the creep-fatigue lifetime of such structures under variable temperature conditions, tests were made on a simple thin plate of IN100 superalloy approximating the shape of a turbine blade, in which crack initiation and propagation by thermal fatigue were produced. A finite element method including viscous plastic cyclic constitutive equations (EVPCYCL) was used to calculate the stresses and plastic strains at every point on the blade at successive cycles, using the temperature distribution maps and variable-temperature constitutive equations as given. The crack initiation can be calculated from the variable-temperature fatigue damage and creep laws, using the hysteresis loop at the stabilized (twelfth) cycle. The crack propagation, carefully measured during the tests, is predicted by a method based on linear rupture mechanics, taking the viscoplastic behavior of the material into account. The calculation/test comparison is good, both for initiation and propagation.

Keywords (Nasa thesaurus) : Cracks – Crack propagation – Fatigue (materials) – Thermal stresses – Structural analysis – Turbine blades.

NOTATIONS

U, Ψ, S	énergie interne, énergie libre, entropie spécifiques.
T	température.
ϕ, ϕ'	tenseur des contraintes, déviateur associé.
X, X'	tenseur des contraintes internes, déviateur associé.
$J(\phi - X) = \sqrt{(3/2)} (\sigma'_{ij} - X'_{ij}) (\sigma'_{ij} - X'_{ij})$	deuxième invariant de $(\phi' - X')$
$X_{II} = \sqrt{(3/2)} X_{ij} X_{ij}$	deuxième invariant de X
$\epsilon, \epsilon_e, \epsilon_p$	tenseur déformation totale, élastique plastique.
D_C	dommage de fluage
D_F	dommage de fatigue
$\chi(\phi)$	fonction de Hayurst
K_I, K_{II}, K_{III}	facteurs d'intensité des contraintes en mode I, II, III
$[q]$	déplacements nodaux
$[K]$	matrice de rigidité de la structure

En unidimensionnel :

variables thermodynamiques		variables conjuguées
	ϵ_e	σ
	T	$-S$
écrouissage	α	X
	p	R
microstructure	T_f	Σ
	q	R^*

1. – INTRODUCTION

Jusqu'aux années 70, l'évolution des turbines à gaz a surtout été possible en augmentant la température d'entrée des gaz dans la turbine et ceci grâce aux améliorations des matériaux utilisés pour fabriquer les aubes. C'est ainsi que sont apparus les superalliages. Depuis, d'autres progrès ont été réalisés en utilisant des aubes refroidies. Pour améliorer le rendement thermodynamique, on augmente la température d'entrée des gaz et, simultanément on refroidit l'intérieur de l'aube, ce qui évite au matériau d'entrer dans la zone critique de ses caractéristiques mécaniques. Avec le développement de ces technologies sont apparus les problèmes de contraintes thermiques cycliques. En effet, lors des séquences marche-arrêt du moteur, les bords d'attaque et de fuite de l'aube, voient leur température varier et des gradients thermiques importants s'établir. Ces gradients varient cycliquement et sont à l'origine de fissures de fatigue. Des études expérimentales et numériques menées à l'ONERA ont conduit à la mise au point d'une méthode de prévision de durée de vie des aubes de turbine [1], [2]. Cette méthode, utilisée depuis 8 ans à la SNECMA au stade du dimensionnement des aubes, est basée sur une analyse unidimensionnelle à partir d'une hypothèse de tranches planes et utilise la viscoplasticité cyclique et des lois de cumulation, linéaires ou non, de la fatigue et du fluage.

Les développements futurs des aubes et des disques de turbine impliquent l'utilisation d'une analyse bi ou tridimensionnelle, en particulier pour être capable de définir si l'apparition d'une fissure dans une aube de turbine est critique. Jusqu'à présent, elle est considérée comme telle, mais les études menées sur des aubes de turbine en fatigue thermique [4] [5] ou en fatigue thermomécanique [3] montrent que l'apparition d'une fissure n'entraîne pas une rupture complète immédiatement. Le rôle des contraintes mécaniques dans la progression des fissures peut être bien défini aujourd'hui, mais il n'en est pas de même pour les contraintes d'origine thermique.

Dans le présent travail, on se propose de calculer le comportement d'une structure du type d'une aube de turbine, soumise à des gradients thermiques cycliques semblables à ceux qui s'établissent dans les turbines lors des décollages, atterrissages, accélérations, des avions qu'elles propulsent. Le calcul est réalisé en viscoplasticité cyclique avec le code de calcul (EVPCYCL) développé à l'ONERA [6]. Il utilise une loi de comportement prenant en compte l'écroutissage isotrope et cinématique, et accepte des conditions non isothermes dans l'espace et le temps. Un post-processeur (OUTPAS) permet de calculer l'endommagement de fatigue et fluage, et de prévoir l'initiation des fissures.

La structure choisie a une géométrie simple (plaque mince) de manière à ne prendre en compte dans le calcul que les effets dus à la température. De plus, l'épaisseur constante permet de conclure sur l'origine du ralentissement des fissures après amorçage.

A partir des champs de température relevés dans la plaque, et avec le code EVPCYCL, on calcule les boucles contrainte-déformation au cours des cycles de température jusqu'à la stabilisation numérique. On intègre alors une loi de dommage de fatigue et de fluage à température variable, de manière à prévoir le nombre de cycles lors de l'amorçage d'une fissure.

Une partie du travail concerne la propagation : celle-ci est suivie très attentivement lors des expériences et une première recherche est faite pour développer une méthodologie simple basée sur la Mécanique de la Rupture.

2. — METHODES DE PREVISION DE DUREE DE VIE

2.1. — PRINCIPE GENERAL D'UN CALCUL DE PREVISION DE DUREE DE VIE

2.1.1. — ORGANISATION

La prévision de durée de vie des structures soumises à des sollicitations cycliques implique le calcul de l'évolution des contraintes et déformations. La plupart des structures concernées ne sont pas soumises à des champs de température uniformes et les gradients de température engendrent des contraintes d'origine thermique. Ces contraintes ne peuvent être obtenues par un calcul simple isostatique de résistance des matériaux, elles contraignent à une analyse de la structure par les méthodes de la mécanique des milieux continus.

De façon schématique la prévision de la durée de vie s'organisera de la façon suivante :

1) Détermination des lois de comportement à la déformation d'un élément de volume de matériau : on utilise en général des essais de laboratoire effectués sur éprouvettes de traction-compression dans des conditions proches des conditions d'emploi.

2) Calcul des champs de contrainte et de déformation fonctions du temps pour des programmes de charges et de champs de température donnés sur la géométrie de la structure. Pour résoudre ce problème généralement fortement non linéaire, on utilise les techniques incrémentales dans le temps associées soit avec un maillage de la structure dans le cadre d'hypothèses simplificatrices soit avec la méthode des éléments finis [7].

3) Détermination des lois de rupture du matériau à partir de résultats d'essais unidimensionnels de fluage jusqu'à rupture et de fatigue.

4) Calcul du temps ou du nombre de cycles à amorçage pour les régions considérées comme les plus sollicitées en résolvant les équations de rupture pour les contraintes et déformations calculées en (2).

La durée de vie de la structure est définie soit par le temps ou le nombre de cycles correspondant à l'apparition d'une fissure, soit par la rupture de la structure après qu'une fissure se soit propagée.

Dans ce dernier cas, la prévision implique généralement trois étapes supplémentaires appliquées de façon découplée :

1 — Calcul du facteur d'intensité des contraintes en fonction de la longueur de fissure.

2 — Prévision de la longueur de fissure à partir du chargement appliqué et d'une loi de propagation de fissure déterminée au préalable.

3 — Utilisation d'un critère de rupture qui fournit la longueur de fissure pour laquelle il y a rupture instable de la pièce

2.1.2. — STRUCTURES, SOLLICITATIONS

Les structures métalliques considérées travaillent hors du domaine élastique et essentiellement en élasto-visco-plasticité, le plus souvent localement aux points de concentrations de contraintes (raccordement, bords de trous, soudure, etc...) mais quelquefois aussi dans leur ensemble, pour les aubes de turbines, par exemple ; les structures à analyser sont donc :

- soit élastiques "presque partout" et élasto-plastiques localement,
- soit élasto-visco-plastiques partout.

Les structures sollicitées à haute température sont souvent massives, si bien que les contraintes dues aux vibrations peuvent être négligées dans bon nombre de cas. Les cycles de sollicitations correspondent aux périodes

d'utilisation de la structure (cycle sol-air-sol d'un moteur d'avion, cycle marche-arrêt d'une centrale thermique, etc...). Ces périodes se chiffrent le plus souvent en heures, semaines ou mois, ce qui fait que les durées de vies de ces structures, limitées à quelques années ou dizaines d'années, se chiffrent à des nombres de cycles de l'ordre de 100 à 10 000 (ou 100 000 au plus).

Dans ces conditions, les sollicitations sont considérées comme quasi-statiques et souvent on peut faire l'hypothèse de cycles identiques, c'est-à-dire l'hypothèse de sollicitations périodiques. Ces sollicitations sont, bien entendu, constituées par les efforts extérieurs et de volume (force centrifuge éventuellement) et par le champ de température. Ce sont les données du problème de mécanique, supposées connues en fonction du temps. La détermination par calcul des évolutions de température en fonction du temps en tous points d'une structure soumise à un flux thermique variable dans le temps est un problème de thermique fort ardu mais actuellement soluble par des méthodes numériques de différences finies ou d'éléments finis.

2.1.3. – LES PRINCIPAUX PHENOMENES A PRENDRE EN COMPTE :

Compte tenu de l'aspect cyclique des chargements correspondants aux périodes d'utilisation de la structure les lois de comportement devront rendre compte des cycles contrainte-déformation en conditions stabilisées et des effets de la fréquence ou du temps de maintien. Pour modéliser correctement la redistribution des contraintes ces lois devront décrire les phénomènes d'écoulement plastique ou viscoplastique au cours du cycle stabilisé.

Dans le cas de températures évolutives, il faudra pouvoir formuler ces lois à température variable et tenir compte de l'effet de la température sur les caractéristiques d'élasticité.

Supposant correctement calculée l'évolution des champs de contrainte et déformation, il faut écrire une loi ou un critère d'amorçage qui, en général, s'exprime en fonction des données en contraintes ou déformations au cycle dit stabilisé (périodique).

Enfin les lois de propagation devront prendre en compte la propagation par fatigue (sous les cycles de chargement), éventuellement la propagation par fluage (charge constante ou lentement variable). Suivant les matériaux, la rupture finale met en jeu des mécanismes fragiles ou ductiles et la technique de prévision pourra en dépendre.

2.1.4. – PREVISION DE L'AMORÇAGE

Dans certaines structures on rebute toute pièce fissurée (aube, disque de turbine ...) et la durée de vie est donc définie par l'apparition d'une fissure macroscopique. Pour d'autres structures on admet l'existence d'une ou plusieurs fissures à condition que leur propagation soit limitée (cellules d'avions, ...). La durée de vie est alors caractérisée par la propagation d'une fissure ayant conduit à la rupture complète. Le calcul de l'amorçage est dans les deux cas nécessaire. Deux méthodes principales peuvent être utilisées pour réaliser ce calcul : l'approche découplée ou l'approche couplée.

L'approche découplée consiste à effectuer le calcul des contraintes et déformations dans la structure sans tenir compte de l'endommagement. Avec les valeurs des contraintes et déformations au cycle stabilisé on calcule alors avec une loi d'endommagement l'incrément de dommage en chaque point au cours d'un cycle en fatigue et en fluage. Une loi de cumul de dommage de fatigue-fluage permet alors d'accéder au nombre de cycles à l'amorçage. Plus généralement dans le cas découplé, on accède directement au temps ou au nombre de cycles à amorçage en appliquant un critère d'amorçage cohérent avec la loi d'endommagement.

L'approche couplée consiste à calculer le dommage des différents points de la structure en même temps que les contraintes et déformations. On suit alors l'endommagement au cours du calcul. Un tel calcul est évidemment beaucoup plus coûteux que pour la première méthode puisqu'il ne procède pas en deux étapes successives.

En fatigue oligocyclique par exemple, cela exigerait le calcul de la structure sur tous les cycles de chargement qu'elle subit avant l'amorçage. Actuellement seuls des cas très particuliers d'endommagement par fluage sont traitables pour des structures réelles par cette seconde approche.

2.1.5. – PREVISION DE LA PROPAGATION DE FISSURE

Le calcul de la progression de fissure peut généralement être fait à l'aide de la Mécanique Linéaire de la Rupture qui définit la progression des fissures au cours d'un cycle (da/dN) à partir du facteur d'intensité des contraintes K qui dépend de la longueur de fissure et du chargement appliqué. Ce calcul n'est strictement valable que si la structure est élastique. On peut cependant l'utiliser lorsque la déformation plastique reste très localisée au voisinage de la pointe de la fissure. Des difficultés supplémentaires interviennent sous sollicitations thermiques.

La suite de ce chapitre comprendra trois parties correspondant aux éléments que nous avons utilisé pour prévoir la durée de vie de la structure que nous avons étudiée expérimentalement. Nous rappelons les lois de comportement ainsi que les lois de dommage avant de donner les grandes lignes de la mécanique de la rupture qui nous a permis d'aborder l'étude de la propagation de fissures.

2.2. – LOIS DE COMPORTEMENT

2.2.1. – APPROCHES POSSIBLES

La connaissance des contraintes et déformations dans une structure soumise à un chargement cyclique dans le régime visco-plastique nécessite des calculs longs et coûteux dont la précision et la fiabilité reposent sur la validité des lois de comportement introduites pour décrire le matériau. Il est donc important de disposer de lois physiquement justifiées et modélisant correctement les phénomènes réels, y compris ceux qui se produisent sous sollicitations cycliques.

Depuis une vingtaine d'années l'évolution de la thermodynamique a permis d'établir les bases nécessaires à la formulation des lois de comportement physiquement correctes. Deux approches ont été faites :

- l'approche fonctionnelle qui suppose que l'état du système à un instant donné est déterminé par l'histoire des variables observables, la déformation et la température, jusqu'à cet instant [8] et par leur valeur actuelle ;
- l'introduction de variables internes qui, en suivant la méthode de l'état local [9], permet de définir l'état du système à partir des valeurs actuelles des variables observables et des variables internes.

Ces deux approches ne sont pas fondamentalement contradictoires. La seconde méthode présente deux avantages considérables lorsque l'on envisage les aspects pratiques : elle ne fait intervenir qu'un nombre fini de variables et permet d'utiliser tout l'acquis de la thermodynamique des phénomènes irréversibles et la forme différentielle des lois constitutives est très bien adaptée aux calculs linéarisés pas à pas. Les lois développées à l'ONERA font partie de la deuxième approche. Elles utilisent les résultats classiques de la thermodynamique avec variables internes [10] et en particulier un modèle à écrouissage cinématique non linéaire [11] que nous rappelons ici.

2.2.2. – ASPECT THERMODYNAMIQUE

La méthode de l'état local [9] permet de décrire entièrement l'état actuel de l'élément de volume, considéré comme isolé, par la connaissance des variables observables. La température T , le tenseur des déformations $\boldsymbol{\epsilon}$ et un ensemble de variables internes (ou cachées) notées α_j . Dans le cadre de l'élasto-plasticité, une des variables internes est la déformation plastique $\boldsymbol{\epsilon}_p$ (ou déformation viscoplastique). On caractérise alors l'état actuel par la déformation thermoélastique, en petites déformations :

$$\boldsymbol{\epsilon}_e = \boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_p$$

On utilise l'énergie libre spécifique ψ comme potentiel thermodynamique :

$$\psi = U - TS$$

où U et S sont respectivement l'énergie interne spécifique et l'entropie spécifique. Ψ dépend de l'ensemble des variables d'état :

$$\Psi = \Psi(\epsilon_e, T, \alpha_j)$$

Le premier principe de la thermodynamique exprime la conservation de l'énergie :

$$(1) \quad \rho \dot{U} = \sigma : \dot{\epsilon} + \rho r - \text{div } \vec{q}$$

où ρ est la masse volumique, r et q les flux dissipés par rayonnement et conduction. Le second principe exprime que la production d'entropie irréversible est toujours positive. Avec l'énergie libre et en utilisant (1), il s'exprime par l'inégalité de Clausius - Duhem :

$$(2) \quad D_i + D_{th} \geq 0$$

avec $D_i = \sigma : \dot{\epsilon} - \rho(\dot{\Psi} + S\dot{T})$ la dissipation intrinsèque

$D_{th} = -q \overrightarrow{\text{grad}} T$ la dissipation thermique.

Par une démonstration classique due à Coleman [12], le second principe se réduit à :

$$(3) \quad \sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon_e}, \quad S = -\frac{\partial \Psi}{\partial T}, \quad A_j = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_j}$$

$$(4) \quad \Phi = \sigma : \dot{\epsilon}_p - A_j \dot{\alpha}_j - \frac{1}{T} \vec{q} \overrightarrow{\text{grad}} T$$

où σ définit le tenseur des contraintes de Cauchy. Φ représente alors la puissance dissipée en chaleur. La dissipation intrinsèque se réduit à la partie purement mécanique : $\Phi_i = \sigma : \epsilon_p - A_j \alpha_j$ c'est l'énergie dissipée plastiquement (au cours d'un cycle, l'aire de la boucle contrainte-déformation) diminuée de l'énergie bloquée dans l'élément de volume sous forme d'érouissage (bloquée dans les systèmes de dislocation par exemple).

La résolution du problème pour les variables internes nécessite l'introduction de lois complémentaires, de plasticité et d'érouissage. L'expression de la dissipation Φ montre la dualité entre les variables flux ($\dot{\epsilon}_p, -\dot{\alpha}_j, \vec{q}$) et les forces généralisées ($\sigma, A_j, -\frac{1}{T} \overrightarrow{\text{grad}} T$). Elle suggère l'existence d'un potentiel des dissipations φ :

$$(5) \quad \varphi = \varphi(\dot{\epsilon}_e, \dot{\alpha}_j, \vec{q}; \epsilon_e, T, \alpha_j)$$

Les variables ϵ_e, T, α qui peuvent intervenir dans ce potentiel sont considérées comme des paramètres [9].

On suppose que la dissipation intrinsèque $\Phi_i = \sigma : \epsilon_p - A_j \dot{\alpha}_j$ et la dissipation

thermique $-\frac{1}{T} \vec{q} \overrightarrow{\text{grad}} T$ sont positives indépendamment et que l'on ne se préoccupe pas ici de la dissipation thermique (qui permet d'introduire la loi de conduction de la chaleur). Dans ce cadre restreint, on utilise à la place de φ le potentiel φ^* obtenu par transformée de Legendre-Fenchel sur les variables $\dot{\epsilon}_e, \dot{\alpha}_j$:

$$(6) \quad \varphi^* = \varphi^*(\sigma, A_j; \epsilon_e, T, \alpha_j)$$

Le problème d'évolution est traité en considérant l'hypothèse de normalité généralisée (généralisation du principe du travail maximal de Hill). Dans le cas général cette hypothèse peut s'écrire [13] :

$$(7) \quad \dot{\epsilon}_p = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \sigma}, \quad -\dot{\alpha}_j = \frac{\partial \varphi^*}{\partial A_j}$$

On voit que la dissipation intrinsèque est nécessairement positive si Ψ^* est convexe, positif et s'annule à l'origine ($\sigma = A_j = 0$) :

$$(8) \quad \Phi_i = \sigma : \dot{\epsilon}_p - A_j \dot{\alpha}_j = \sigma \frac{\partial \Psi^*}{\partial \sigma} + A_j \frac{\partial \Psi^*}{\partial A_j} \geq A_j \geq 0$$

La thermodynamique nous fournit ainsi un guide pour l'écriture des lois de comportement. Le comportement du matériau est décrit par la donnée d'un potentiel thermodynamique Ψ et d'un pseudo-potential des dissipations convexe Ψ^* .

2.2.3. – DEFINITION D'UNE LOI DE VISCOPLASTICITE CYCLIQUE

2.2.3.1. – Bases de la modélisation

Depuis quelques années des modèles de viscoplasticité ont été développés à l'ONERA [14] [15], s'appliquant en particulier au cas des chargements cycliques [16] [17]. Ils sont basés sur les hypothèses suivantes :

- (i) – La déformation inélastique est viscoplastique (les déformations plastiques instantanées sont négligées),
- (ii) – l'érouissage est lié à la déformation (les effets de restauration peuvent être envisagés à part [17] [18])
- (iii) – c'est une combinaison d'érouissage cinématique et d'érouissage isotrope : le premier a un caractère évanescent en fonction de la déformation cumulée et permet de décrire l'effet Bauschinger et la forme des boucles d'hystérésis en chargement cyclique ; le second permet entre autre de modéliser le durcissement cyclique (ou l'adoucissement)
- (iv) – d'autres effets peuvent être décrits en introduisant des variables internes supplémentaires, par exemple l'effet de mémoire des maxima de déformation.

2.2.3.2. – Le potentiel viscoplastique

Le domaine d'élasticité est décrit dans l'espace des contraintes par :

$$(9) \quad f = f(\sigma, A_j, T) \leq 0$$

il dépend de l'érouissage et de la température et pour un matériau isotrope obéissant au critère de Von Mises, il est représenté par un cercle de rayon $R + k$ dans le plan déviateur. Lorsque $f < 0$ le matériau est élastique. La loi proposée suppose l'existence d'un potentiel viscoplastique Ω qui s'identifie au pseudo-potential Ψ^* décrit en 2.2.2. On suppose que les surfaces équipotentielles sont homothétiques de la surface limite d'élasticité (même centre X).

Pour le matériau vierge de départ, le centre du domaine d'élasticité est à l'origine. L'érouissage du matériau est décrit par la variation R de la taille du domaine (érouissage isotrope) ou par un déplacement X du centre du domaine (érouissage cinématique) (Fig. 1).

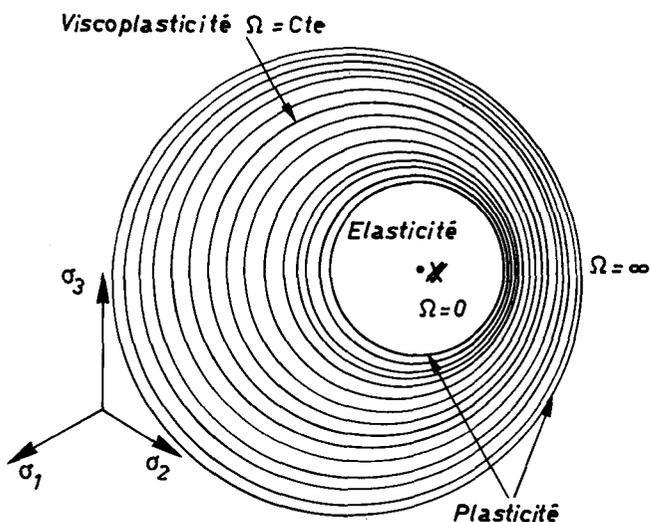


Fig. 1 – Domaine élastique et équipotentielles

Les vitesses de déformation plastique et d'écoulement sont déterminées à partir des règles de normalité et de dissipation tirées de la thermodynamique.

Compte tenu de ces hypothèses le potentiel viscoplastique s'exprime sous la forme* :

$$(10) \quad \Omega = \frac{K}{n+1} \left\langle \frac{J(\sigma - \mathcal{X}) - k - R}{K} \right\rangle^{n+1}$$

la règle de normalité donne la vitesse de l'écoulement plastique :

$$(11) \quad \dot{\epsilon}_p = \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma} = \frac{3}{2} \dot{\rho} \frac{\sigma' - \mathcal{X}'}{J(\sigma - \mathcal{X})}$$

$$(12) \quad \dot{\rho} = \left\langle \frac{J(\sigma - \mathcal{X}) - k - R - R_{sol}}{K} \right\rangle^n$$

$J(\sigma - \mathcal{X})$ désigne une distance dans l'espace des contraintes. Pour un matériau obéissant au critère de Von Mises par exemple, on écrit :

$$(13) \quad J(\sigma - \mathcal{X}) = \sqrt{\frac{3}{2} (\sigma' - \mathcal{X}') : (\sigma' - \mathcal{X}')}$$

où σ' et \mathcal{X}' sont les déviateurs de σ et \mathcal{X} .

ρ représente la déformation plastique cumulée :

$$(14) \quad \rho = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_p : \dot{\epsilon}_p} dt$$

les variables introduites dans (12) correspondent à ce que l'on appelle classiquement la contrainte interne. Cette contrainte interne σ_i est quelquefois introduite par les physiciens pour diminuer la valeur de l'exposant de la loi de fluage secondaire de Norton : $\dot{\epsilon}_p = [(\sigma - \sigma_i)/K]^n$

Elle peut être mesurée en fluage secondaire par des décharges successives [19] à [21].

2.2.3.3. — Les différentes contraintes internes

La contrainte interne peut être de nature scalaire ou tensorielle, suivant le type d'interaction considéré. Sur le plan microscopique on peut introduire quatre types de contraintes internes qui correspondent à une décomposition additive de la contrainte appliquée (Fig. 2). En tridimensionnel on écrit :

$$(15) \quad J(\sigma - \mathcal{X}) - k - R - R_{sol} - K \rho^{1/n} = 0$$

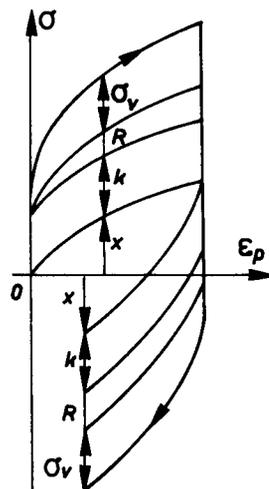


Fig. 2 — Différentes contraintes internes

* les crochets $\langle \rangle$ désignent la partie positive : $\langle X \rangle = X$ si $X > 0$ et $\langle X \rangle = 0$ si $X < 0$

qui se simplifie en traction pure :

$$(16) \quad \sigma = X + k + R + R_{sol} + K \dot{\rho}^{1/n}$$

- X est un tenseur du second ordre, appelé contrainte cinématique, («back stress», ou « rest stress » selon la terminologie anglosaxonne). Il correspond aux interactions à longues distances : contrainte intergranulaire induite par les inhomogénéités des déformations plastiques d'un grain à l'autre ; interactions entre dislocations et précipités comme l'ont montré des calculs précis à l'échelle des précipités [22].
- k est la contrainte d'Orowan, isotrope (ou scalaire) : elle correspond à la limite d'élasticité initiale du matériau et dépend, entre autres, de la fraction volumique de précipités et de la densité initiale des dislocations. La valeur de ce seuil d'écoulement k dépend aussi de la dimension des précipités en raison des mécanismes différents (contournement ou cisaillement) qui interviennent pour le franchissement des précipités par les dislocations. Notons qu'un modèle macroscopique [23] [24] a été développé pour traduire les variations de cette contrainte interne, induites par des changements de température (dissolution partielle des précipités moyens, suivie de reprécipitation d'une phase plus fine) pour l'alliage IN 100 (§ 2.2.3.6).
- R est la variation de la contrainte d'Orowan induite par la déformation plastique : elle est directement liée à l'augmentation de la densité de dislocation mais dépend éventuellement des configurations prises par ces dislocations : création de cellules de dislocations par exemple, taille et finesse de ces cellules, etc.
- R_{sol} intervient pour décrire le durcissement apporté par les atomes interstitiels qui contribuent à freiner le mouvement des dislocations par un mécanisme de traînée. Cette contrainte peut être appelée contrainte de traînée (« drag stress » selon la terminologie anglosaxonne).
- Le dernier terme $K \dot{\rho}^{1/n}$ est la contrainte visqueuse proprement dite (frottement visqueux) qui peut être choisie sous forme d'une fonction puissance en première approximation.

2.2.3.4. – Loi d'écrouissage

La loi d'écrouissage choisie comprend un écrouissage isotrope et un écrouissage cinématique non linéaire. L'écrouissage cinématique non linéaire est décrit (Fig. 3) par :

$$(17) \quad \dot{X} = \frac{2}{3} [a \dot{\epsilon}_p - c X \dot{\rho}]$$

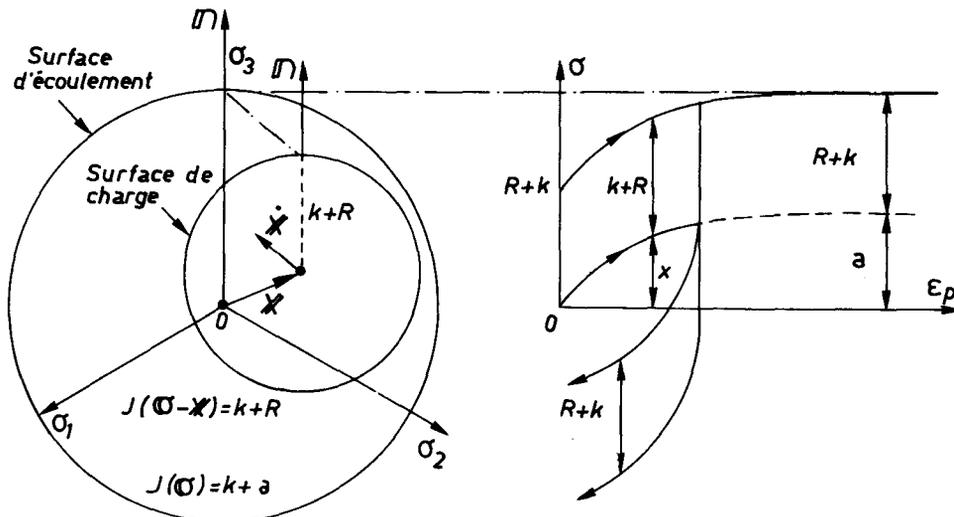


Fig. 3 – Ecrouissage cinématique non linéaire

le premier terme correspond à l'écoulement cinématique linéaire de Prager [25], le second à un effet de mémoire évanescence du trajet de déformation.

L'écoulement cinématique donné ci-dessus est suffisant pour traduire correctement de nombreux effets dans un domaine de déformation limité. Sur l'alliage réfractaire IN100, pour des déformations comprises entre $\epsilon_p = 0,01\%$ et $\epsilon_p = 0,4\%$ une modélisation correcte des essais d'écoulement, de relaxation, de fluage primaire (et de l'effet Bauschinger) a été obtenue avec les cinq coefficients $n, K, R+k, a, C$ (Tableau I).

Tableau I – Coefficients du Modèle Cinématique non-linéaire stabilisé

Coef $T \text{ } ^\circ\text{C}$	n	K	$R+k$ MPa	a	C
20	50	400	130	360	1056
500	40	450	113	374	1010
600	36	490	105	377	1000
700	28	580	90	380	968
800	14	630	50	390	890
900	9	490	25	290	750
1000	7,5	450	13	140	690
1100	6,5	420	8	55	660

Lorsque le domaine de déformation étudié est plus étendu, et plus particulièrement lorsque la viscosité est faible, les cinq coefficients ci-dessus sont insuffisants et il est nécessaire d'utiliser plusieurs variables cinématiques. On écrit alors :

$$(18) \quad \dot{\mathcal{X}}_k = \frac{2}{3} C_k a_k \dot{\epsilon}_p - C_k \mathcal{X}_k \dot{p} \quad ; \quad \mathcal{X} = \sum_k \mathcal{X}_k$$

Toutes les variables cinématiques vérifient indépendamment le même type de loi. Le choix des coefficients a_k, C_k permet d'ajuster au mieux les courbes de traction expérimentales dans un large domaine de déformation. Dans la pratique on se limite à deux variables cinématiques.

2.2.3.5. – Utilisation du modèle à température variable

Toutes les lois de comportement peuvent dépendre de la température qui intervient aussi bien dans le potentiel thermodynamique Ψ que dans le potentiel des dissipations Ψ^* . Ces lois sont établies et déterminées expérimentalement sous conditions isothermes. Les coefficients dépendent donc de la température.

En ce qui concerne les lois d'écoulement, il faut souligner que l'utilisation à température variable est possible, à condition de considérer comme variables du problème les variables d'état elles-mêmes, c'est-à-dire les variables indépendantes. Pour l'écoulement cinématique non linéaire par exemple, ce n'est pas la relation différentielle

$$(17) \quad \dot{\mathcal{X}} = \frac{2}{3} C a \dot{\epsilon}_p - C \mathcal{X} \dot{p}$$

qui doit être employée dans les calculs à température variable, mais la loi (19) portant sur la variable α , tenant compte de $X = \frac{2}{3} C a \alpha$:

$$(19) \quad \dot{\alpha} = \dot{\epsilon}_p - C \alpha \dot{p}$$

En effet, le coefficient C, homogène à une contrainte, peut dépendre fortement de la température. Sous conditions isothermes, la loi (19) intégrée pour un chargement monotone de traction avec $X(0) = 0$ par exemple, donne :

$$(20) \quad X = a(1 - e^{-C \epsilon_p})$$

En redérivant et en tenant compte de la température variable on trouve dans cet exemple :

$$(21) \quad \dot{X} = C a \dot{\epsilon}_p - C X |\dot{\epsilon}_p| + \left(\frac{1}{C} \frac{\partial C}{\partial T} + \frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial T} \right) X \dot{T}$$

que l'on peut rétablir aussi à partir de (19) en tenant compte de $X = C a \alpha$ (en traction).

L'importance de ce choix, peu connu bien que mentionné en [16], a été illustrée dans un cas pratique concernant des calculs réalisés sur une chambre de combustion [26], l'utilisation directe d'une relation telle que (17) conduisant alors à des résultats incohérents.

2.2.3.6. — Comportement particulier de l'IN 100 à température variable

La contrainte interne k décrit la limite d'élasticité du matériau dans un état microstructural stable (du point de vue de la taille des précipités par exemple). Si la microstructure varie au cours du temps, il est nécessaire d'introduire cet effet particulier par une variation de k . C'est le cas de l'IN 100 qui voit la taille et le nombre des précipités γ' variés avec les changements de température par un phénomène de dissolution partielle et de reprécipitation (voir § 3.4.4). On introduit donc le paramètre R^* qui décrit le durcissement du matériau dû aux effets de changement de microstructure lors de surchauffes.

L'intensité de ce durcissement est liée à la température de surchauffe. De plus, lors de la précipitation après la surchauffe, il y a croissance progressive des précipités et coalescence. Ce phénomène ramène la structure dans son état initial avant surchauffe. Cette évanescence de l'effet de durcissement est de 1 à 2 heures à 1000°C et de plusieurs dizaines d'heures à 800°C. On est donc en présence d'un phénomène thermodynamiquement activé. Le changement de structure du matériau IN 100 lors de ces variations de température a été mis en évidence par des analyses microstructurales (voir § 3.4.4). L'évolution de température étant le paramètre qui gouverne ces modifications de R^* , on introduit une température fictive retardée T_f [27] dont l'évolution est donnée par :

$$(22) \quad \dot{T}_f = \frac{T - T_f}{\alpha}$$

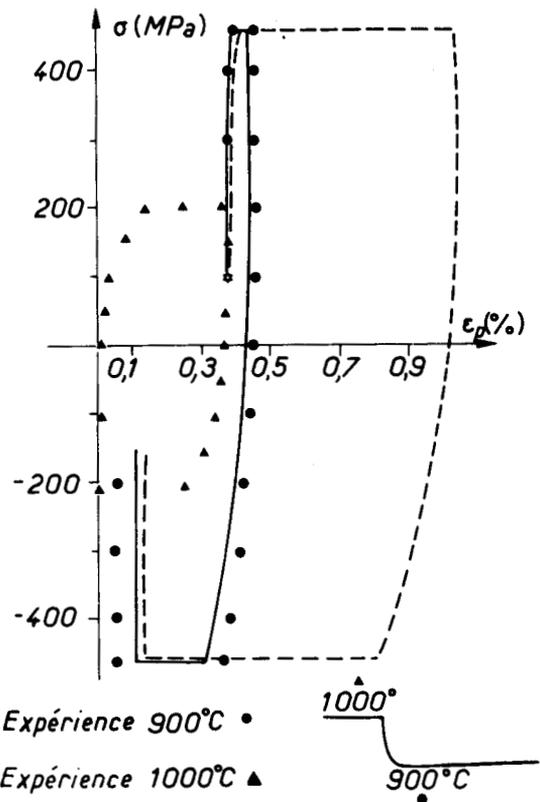
R^* est gouverné par :

$$(23) \quad \dot{R}^* = a (T_f - T) - \frac{R^*}{\beta}$$

où le premier terme traduit l'augmentation de résistance due à l'effet de précipitation (lorsque T est inférieur à T_f) et le deuxième l'effet d'évanescence associé à la coalescence progressive des précipités. L'essentiel du phénomène se produit pour l'IN 100 dans le domaine où intervient le phénomène de cisaillement. Ce modèle décrit bien les essais réalisés sur l'IN 100. Les valeurs des coefficients a , α , β sont donnés tableau II. La figure 4 montre que la modélisation du comportement obtenue avec la loi d'écrouissage stabilisée est insuffisante et que le modèle complet avec R^* fournit une description correcte des boucles contrainte-déformation plastique (Fig. 5). Cette variation de R^* caractérise bien ces matériaux à durcissement structural par des précipités lors de changements brusques de température.

Tableau II – Coefficients du modèle R* pour l'IN 100

T	a	α	β
00	$.33 \cdot 10^{-4}$	800	147 300
800	$.18 \cdot 10^{-3}$	400	34 500
900	$.58 \cdot 10^{-3}$	200	8 100
1 000	$.109 \cdot 10^{-2}$	100	1 900
1 100	$.119 \cdot 10^{-2}$	50	446
°C	MPa/s/°C	s	s



Expérience 900°C •
 Expérience 1000°C ▲
 Modélisation { Modèle complet ———
 900°C après surchauffe { Modèle à 2 variables internes - - - -

Fig. 4 – Modélisation du comportement de l'IN 100 après un changement de température

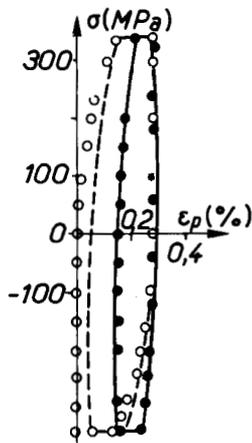


Fig. 5 – Modélisation des boucles après un changement de température

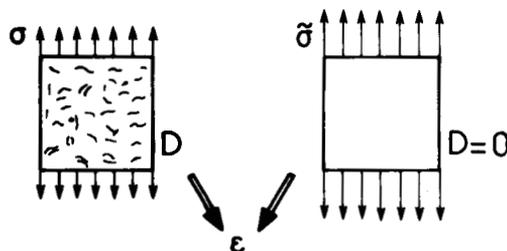


Fig. 6 – Concept de contrainte effective pour décrire le dommage

2.3. – ENDOMMAGEMENT

2.3.1. – PRINCIPE DE LA DESCRIPTION DE L'ENDOMMAGEMENT

L'endommagement est une variable interne, de même nature que p mais, au lieu de traduire le changement de forme irréversible de l'élément de volume, elle décrit globalement la présence de micro-défauts : dans le cas unidimensionnel on introduit une variable scalaire D , nulle dans les conditions initiales du matériau vierge, atteignant une valeur critique D_c à la rupture (dans la plupart des cas on considère $D_c \simeq 1$). L'intérêt de cette approche est de permettre de décrire l'influence de l'endommagement sur la résistance à la déformation. Ceci se fait au travers de la définition d'une contrainte effective : celle-ci est la contrainte $\tilde{\sigma}$ qu'il faut appliquer à l'élément de volume vierge pour obtenir la même déformation ϵ que celle provoquée par la contrainte σ appliquée à l'élément de volume endommagé (Fig. 6). Ceci revient à considérer D comme une perte de section résistante effective :

$$(24) \quad \tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D}$$

Il suffit de remplacer σ par $\tilde{\sigma}$ dans la loi de comportement pour décrire l'effet du dommage sur la déformation. Dans le cas d'un dommage isotrope la contrainte effective se généralise facilement en multiaxial, en remplaçant le tenseur des contraintes \mathcal{T} par le tenseur des contraintes effectives $\tilde{\mathcal{T}}$:

$$\tilde{\mathcal{T}} = \frac{\mathcal{T}}{1-D}$$

Au contraire, tenir compte de l'anisotropie du dommage présente de larges difficultés [59] : on est amené à introduire des tenseurs d'endommagement d'ordre 1 (vecteurs) [29], d'ordre 2 [30] et [31], d'ordre 3 [32], d'ordre 4 [31] et [33], et jusqu'à l'ordre 8 [15]. Dans la suite nous nous limitons au cas simple de l'endommagement isotrope.

2.3.2. – ENDOMMAGEMENT DE FLUAGE

En unidimensionnel la loi de dommage de fluage la plus couramment employée est celle de Rabotnov et Kachanov qui s'exprime par une fonction puissance [7] [28] :

$$(25) \quad \frac{dD}{dt} = \left[\frac{|\sigma|}{A(1-D)} \right]^r$$

où A et r sont des coefficients qui dépendent de la température et du matériau. L'intégration de cette loi entre $D = 0$ (matériau vierge) et $D = 1$ (élément de volume rompu) donne la durée de vie en fluage t_c :

$$(26) \quad t_c(\sigma) = \frac{1}{r+1} \left(\frac{\sigma}{A} \right)^{-r}$$

Cette relation traduit bien les résultats expérimentaux dans un domaine restreint de contrainte (Fig. 7). Mais, elle conduit à une cumulation linéaire de D en fonction de t , ce qui n'est pas vérifié expérimentalement. On obtient en effet

$$(27) \quad D = 1 - \left(1 - \frac{t}{t_c} \right)^{r+1}$$

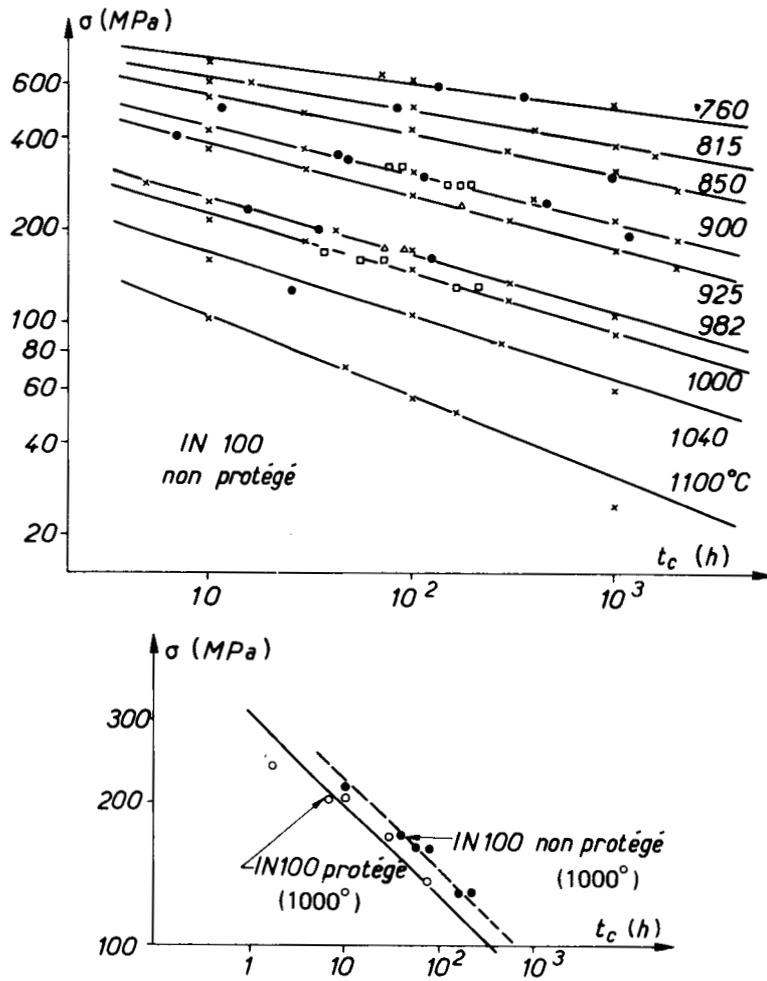


Fig 7 – Temps à rupture en fluage : loi de Rabotnov-Kachanov

La courbe d'évolution de l'endommagement au cours d'un essai de fluage peut dépendre de la contrainte et on écrit donc :

$$(28) \quad \frac{dD}{dt} = \left(\frac{|\sigma|}{A} \right)^r (1-D)^{-k(\sigma)}$$

où A , r et $k(\sigma)$ dépendent du matériau et de la température. Le paramètre $k(\sigma)$ introduit une cumulation non linéaire et une meilleure description des courbes d'évolution de dommage. On peut encore exprimer t_c et D par :

$$(29) \quad t_c(\sigma) = \frac{1}{k(\sigma)+1} \left(\frac{|\sigma|}{A} \right)^{-r}$$

$$(30) \quad D = 1 - \left[1 - \frac{t}{t_c} \right]^{\frac{1}{k(\sigma)+1}}$$

En tridimensionnel la formulation générale a été développée par Leckie, Hayurst et Martin [34], [35] et [36] et s'écrit :

$$(31) \quad \frac{dD}{dt} = F_c (J_0(\tilde{\sigma}), J_1(\tilde{\sigma}), J_2(\tilde{\sigma}), R, D, T)$$

où J_0, J_1 et J_2 désignent les invariants de $\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D}$

$$J_0(\tilde{\sigma}) = \text{Max}(\tilde{\sigma}_i)$$

$$J_1(\tilde{\sigma}) = \tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}_2 + \tilde{\sigma}_3$$

$$J_2(\tilde{\sigma}) = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\tilde{\sigma}_1 - \tilde{\sigma}_2)^2 + (\tilde{\sigma}_2 - \tilde{\sigma}_3)^2 + (\tilde{\sigma}_3 - \tilde{\sigma}_1)^2]$$

Hayurst a décrit la rupture par fluage en supposant que les invariants intervenaient sous la forme d'une combinaison linéaire et que la fonction F_c est une loi puissance dont l'exposant ne dépend que de la température :

$$(32) \quad \frac{dD}{dt} = \left\langle \frac{\chi(\tilde{\sigma})}{A} \right\rangle^r$$

où (33) $\chi(\tilde{\sigma}) = \alpha J_0(\tilde{\sigma}) + \beta J_1(\tilde{\sigma}) + \gamma J_2(\tilde{\sigma})$

Cette équation intégrée entre 0 et 1 donne t_c :

$$(34) \quad t_c = \frac{1}{r+1} \left\langle \frac{\chi(\sigma)}{A} \right\rangle^{-r}$$

on peut toujours poser $\alpha + \beta + \gamma = 1$, ce qui permet de retrouver la relation (26) en traction pure et la forme des isochrones de rupture dépendra donc des valeurs de α et β .

La généralisation de la loi unidimensionnelle (28) dans laquelle l'exposant dépend de la contrainte s'écrit :

$$(35) \quad \frac{dD}{dt} = \left\langle \frac{\chi(\tilde{\sigma})}{A} \right\rangle^{r-k[\chi(\tilde{\sigma})]} (1-D)^{r-k[\chi(\tilde{\sigma})]}$$

Les crochets $\langle \chi \rangle$ sont employés avec la définition suivante : $\langle \chi \rangle = \chi$ si $\chi > 0$, $\langle \chi \rangle = 0$ si $\chi \leq 0$. Il est clair que $\chi(\tilde{\sigma})$ peut être négatif : ce choix permet alors de décrire des états de contrainte qui, quelque soit leur module, ne provoquent pas d'endommagement de fluage. Par exemple, en compression pure des matériaux tels que le cuivre ne s'endommagent pas. On montre en annexe V que ce n'est pas le cas de l'alliage IN 100.

2.3.3. - ENDOMMAGEMENT DE FATIGUE

Pour des sollicitations périodiques on représente classiquement les résultats expérimentaux dans le diagramme de Wöhler (contrainte maximale en fonction du nombre de cycles à rupture). Ceci n'est pas suffisant pour traduire finement les phénomènes de fatigue : lors de chargements non périodiques on observe des effets de cumulation non linéaire dont la prise en compte impose l'introduction d'une loi de dommage.

Dans le cas isotherme la forme de la fonction d'endommagement qui traduit bien les constatations expérimentales, tout en restant suffisamment simple pour être intégrée explicitement lors d'un chargement à contrainte imposée est

$$(36) \quad dD = [1 - \alpha(\sigma_M, \bar{\sigma})]^{-\beta+1} \left[\frac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})[1-D]} \right]^\beta dN$$

σ_M et $\bar{\sigma}$ sont respectivement la contrainte maximale et la contrainte moyenne au cours du cycle. β est un exposant, M et α des fonctions qui peuvent dépendre de la température. L'intégration de cette loi entre $D = 0$ et $D = 1$ fournit le nombre de cycles à rupture :

$$(37) \quad N_F(\sigma_M, \bar{\sigma}) = \frac{1}{(\beta+1)[1 - \alpha(\sigma_M, \bar{\sigma})]} \left[\frac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})} \right]^{-\beta}$$

Ce modèle constitue une généralisation de plusieurs expressions proposées antérieurement [37] et synthétise les effets décrits par celles-ci. Compte tenu des résultats expérimentaux on a posé une relation linéaire entre la limite de fatigue (en amplitude de contrainte) et la contrainte moyenne $\bar{\sigma}$:

$$(38) \quad \sigma_l(\bar{\sigma}) = \sigma_l(0) [1 - b \bar{\sigma}]$$

L'effet de la contrainte moyenne sur la courbe de Wöhler peut être décrite à partir de la fonction $M(\bar{\sigma})$ en introduisant la notion d'amplitude effective comme pour la limite de fatigue :

$$(39) \quad \sigma_a = \sigma_M - \bar{\sigma} = \sigma_{a\text{eff}} [1 - b \bar{\sigma}]$$

d'où l'expression de la fonction

$$(40) \quad M(\bar{\sigma}) = M_0 [1 - b \bar{\sigma}]$$

L'évolution de l'endommagement en fonction du nombre de cycles s'obtient par intégration entre O et D :

$$(41) \quad D = 1 - \left[1 - \left(\frac{N}{N_F} \right)^{\frac{1}{1 - \alpha(\sigma_M, \bar{\sigma})}} \right]^{\beta + 1}$$

Elle dépend du cycle de contrainte imposé par l'intermédiaire de la fonction α . C'est le choix de cette fonction qui va aussi permettre de rendre compte de la limite de fatigue :

$$(42) \quad \alpha(\sigma_M, \bar{\sigma}) = 1 - a \left\langle \frac{\sigma_M - \sigma_l^*(\bar{\sigma})}{\sigma_U - \sigma_M} \right\rangle$$

où $\sigma_l^*(\bar{\sigma})$ est la limite de fatigue exprimée en contrainte maximale. Compte tenu de (38)

$$(43) \quad \sigma_l^*(\bar{\sigma}) = \sigma_l(0) + [1 - b \sigma_l(0)] \bar{\sigma}$$

σ_U est la contrainte de rupture statique. Moyennant ce choix, on voit d'après (37) que le nombre de cycles à rupture est infini lorsque $\sigma_M = \sigma_l^*(\bar{\sigma})$ et nul pour $\sigma_M = \sigma_U$ (cas limite de la rupture au cours du premier cycle). Ces relations permettent de décrire les courbes de Wöhler dans un large domaine de température (Fig. 8) (Tableau III).

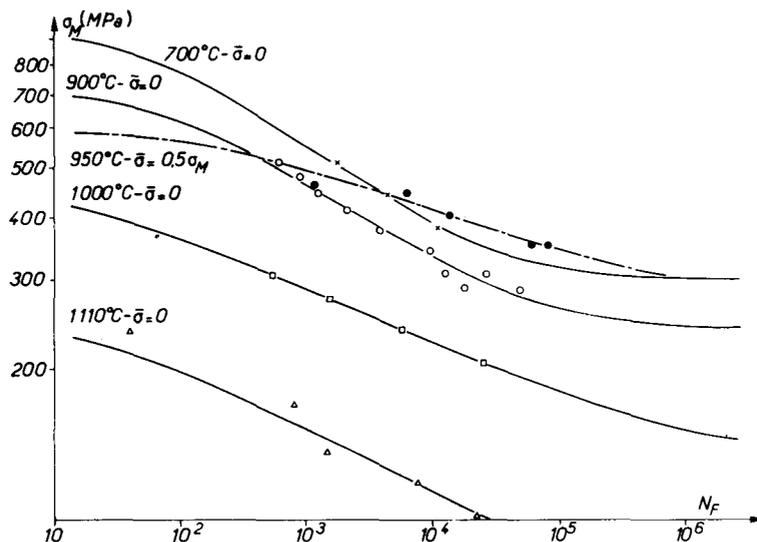


Fig. 8 — Courbes de Wöhler de l'alliage IN 100 interprétées avec les relations (37), (40), (42), (43).

Tableau III – Caractéristiques de la loi d'endommagement de l'IN 100

T°C	σ_l MPa	σ_u MPa	M_0 MPa	β	a	b
700	300	950	4750	2,6	0,120	—
900	240	715	2925	3	0,072	—
950	180	600	1485	4,8	0,108	0,0013
1000	140	470	875	6	0,138	—
1100	70	250	635	4,7	0,162	—

En tridimensionnel, la relation (36) se généralise sous la forme :

$$(44) \quad dD = \left[1 - (1-D)^{\beta+1} \right]^{\alpha(A_{II}, \bar{J}_1, J_{2M})} \left[\frac{A_{II}}{M(\bar{J}_1)} \right]^{\beta} dN$$

Pour la fonction α on peut choisir l'expression suivante qui généralise la relation (42) vérifiée en traction-compression :

$$(45) \quad \alpha(A_{II}, \bar{J}_1, J_{2M}) = 1 - a' \left\langle \frac{A_{II} - A_{II}^*(\bar{J}_1)}{\sigma_u - J_{2M}} \right\rangle$$

où A_{II}^* représente la limite de fatigue exprimée en amplitude de contrainte :

$$(46) \quad A_{II}^* = \sigma_l(0) - b \sigma_l(0) \bar{J}_1$$

cette relation généralise la relation (43).

Pour la fonction M on a une relation analogue à (40)

$$(47) \quad M(\bar{J}_1) = M(0) - b M(0) \bar{J}_1$$

A_{II} est l'amplitude de cisaillement octaédral qui peut se définir, lorsque les directions principales sont fixes :

$$(48) \quad A_{II} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[(a_1 - a_2)^2 + (a_2 - a_3)^2 + (a_3 - a_1)^2 \right]^{1/2}$$

a_1, a_2 et a_3 étant les amplitudes des contraintes principales.

\tilde{A}_{II} est l'amplitude de cisaillement octaédral de la contrainte effective :

$$\tilde{A}_{II} = A_{II} / (1-D)$$

Dans le cas d'un chargement quelconque, non proportionnel, l'expression de l'amplitude de cisaillement doit s'écrire :

$$(49) \quad A_{II} = \text{Max}_{t_1} \text{Max}_{t_2} [J_2(\sigma(t_1) - \sigma(t_2))]$$

où J_2 désigne le second invariant du déviateur.

\bar{J}_1 est la valeur moyenne de la pression hydrostatique :

$$\bar{J}_1 = \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3$$

J_{2M} est la valeur maximale du second invariant de la contrainte au cours du cycle :

$$J_{2M} = \text{Max}_t \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{1/2} \right]$$

2.3.4. - PREVISION DE DUREE DE VIE EN FATIGUE ET FLUAGE

Les lois d'endommagement de fluage et de fatigue considérées ci-dessus se résument en unidimensionnel par :

$$(50) \quad \begin{cases} dD_C = f_C(\sigma, T, D_C) dt \\ dD_F = f_F(\sigma_M, \bar{\sigma}, T, D_F) dN \end{cases}$$

Lorsque les processus de détérioration par fluage et par fatigue agissent successivement ou simultanément on peut observer des effets d'interaction plus ou moins complexes [38] [39], dont certains sont explicables à partir d'observation microstructurales [40] [41]. Dans le cadre de l'approche macroscopique ces couplages peuvent se traduire par des expressions :

$$(51) \quad \begin{cases} dD_C = f_C(\sigma, T, D_C, D_F) dt \\ dD_F = f_F(\sigma_M, \bar{\sigma}, T, D_F, D_C) dN \end{cases}$$

A l'heure actuelle peu de travaux existent sur une telle modélisation des effets d'interaction (comment D_F doit-il s'introduire dans la première équation, D_C dans la seconde ?).

Par soucis de simplification et pour rendre possible une prévision à partir du fluage pur et de la fatigue pure, on est amené à supposer que les dommages D_C et D_F ont des effets macroscopiques additifs [42]

$$(52) \quad dD_C = f_C(\sigma, T, D_C + D_F) dt$$

$$(53) \quad dD_F = f_F(\sigma_M, \bar{\sigma}, T, D_C + D_F) dN$$

si bien qu'une seule variable dommage subsiste, dont l'évolution peut être décrite par :

$$(54) \quad dD = f_C(\sigma, T, D) dt + f_F(\sigma_M, \bar{\sigma}, T, D) dN$$

En appelant N_F le nombre de cycles à rupture si l'on ne prend en compte que l'endommagement de fatigue et N_C le nombre de cycles à rupture lorsque l'on ne tient compte que de l'endommagement de fluage on a, d'après les relations particulières étudiées dans les paragraphes précédents :

$$(55) \quad \frac{1}{N_C} = \int_0^{\Delta t} \frac{dt}{f_C(\sigma, T)} = \int_0^{\Delta t} \left(\frac{|\sigma|}{A} \right)^r dt (k+1)$$

$$(56) \quad \frac{1}{N_F} = (\beta+1) [1 - \alpha(\sigma_M, \bar{\sigma})] \left[\frac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})} \right]^\beta$$

On peut expliciter la relation (54) :

$$(57) \quad dD = \left\{ \frac{(1-D)^{-k}}{(k+1)N_C} + \frac{[1-(1-D)^{\beta+1}] \alpha(\sigma_M, \bar{\sigma})}{(\beta+1)N_F [1-\alpha(\sigma_M, \bar{\sigma})] (1-D)^\beta} \right\} dN$$

On a supposé pour simplifier que l'exposant k de la loi de fluage était constant (cumul linéaire).

En tridimensionnel cette relation devient :

$$(58) \quad dD = \left\{ \frac{(1-D)^{-k}}{(k+1)N_C} + \frac{[1-(1-D)^{\beta+1}]^{\alpha(A_{II}, J_1)}}{(\beta+1)N_F [1-\alpha(A_{II}, J_1)] (1-D)^\beta} \right\} dN$$

son intégration numérique est aisée cycle par cycle.

2.3.5. – APPLICATION A L'ALLIAGE IN 100

La figure 9 donne l'ensemble des confrontations portant sur plusieurs températures. Le modèle traduit aussi bien les essais isothermes (fatigue pure, fluage pur, fatigue oligocyclique, fluage cyclique, fatigue-relaxation) que les essais de fatigue thermique réalisés sur un montage de type «3 barres» [43] ainsi que les essais comportant des surchauffes temporaires qui provoquent l'effet de durcissement par précipitation.

On dispose ainsi d'un modèle prévisionnel pour définir l'amorçage d'une fissure sous conditions de fatigue oligocyclique et de fatigue-fluage. A température variable au cours d'un cycle (c'est le cas de la fatigue thermique) ce modèle doit être adapté comme on le verra au paragraphe 5.2..

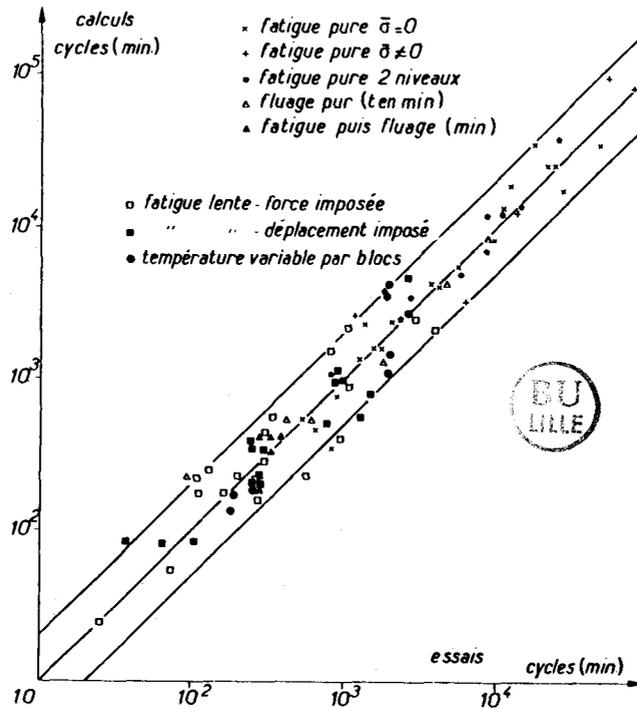


Fig. 9 – Confrontation calcul-expérience du nombre de cycles à rupture lors des divers changements et à différentes températures pour l'alliage IN 100

2.4. – MECANIQUE DE LA RUPTURE

2.4.1. – LES TROIS MODES DE SOLLECITATION D'UNE FISSURE

Une fissure est assimilée à une surface de discontinuité des déplacements u . On définit la fissure par deux lèvres dont les déplacements sont différents. On note ce saut de déplacement : $\vec{v} = \vec{u}^+ - \vec{u}^-$.

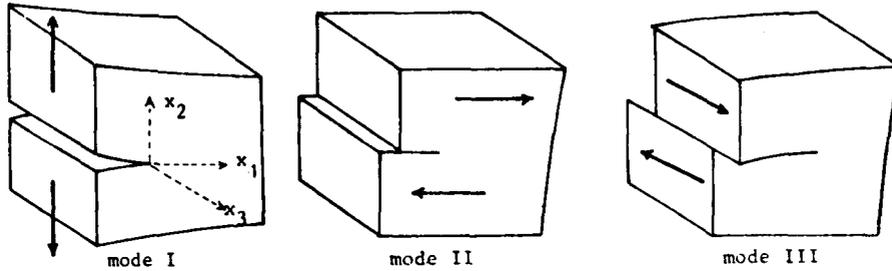


Fig. 10 – Les trois modes de travail d'une fissure

Pour une fissure de géométrie régulière on définit trois modes de sollicitation (Fig. 10) :

- le mode I ou mode d'ouverture dans lequel les deux lèvres de la fissure s'écartent, \vec{v} est selon x_2 ;
- le mode II ou mode de cisaillement dans lequel les lèvres glissent l'une sur l'autre dans la direction perpendiculaire au fond de fissure, \vec{v} est selon x_1 ;
- le mode III ou mode antiplan dans lequel les lèvres glissent l'une sur l'autre dans la direction parallèle au fond de fissure, \vec{v} est selon x_3 .

Dans la suite de ce paragraphe nous nous intéresserons aux modes I et II qui régissent le comportement des fissures dans un milieu plan sollicité en contrainte plane ou déformation plane. C'est le cas du problème de la plaque sous gradients thermiques.

2.4.2. – SINGULARITE DES CHAMPS DE CONTRAINTE ET DE DEFORMATION : DEFINITION DE K

La Mécanique Linéaire de la Rupture est basée sur une analyse élastique d'une structure sollicitée en traction, cisaillement torsion et traite du comportement d'une fissure sous l'effet de cette sollicitation. Elle utilise le concept de facteur d'intensité des contraintes K qui dépend de la géométrie de la fissure et du chargement appliqué à la structure.

2.4.2.1 – Solutions asymptotiques

On peut rechercher une expression asymptotique du champ \vec{u} de déplacement en un point $M(r, \theta)$ au voisinage immédiat de la fissure (Fig. 11) sous la forme :

$$\vec{u} = r^\alpha \vec{f}(\theta)$$

En élasticité on obtient une solution si $\alpha = 1/2$ [44] [45] :

$$(59) \quad u_i = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} f_i(\theta) + \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} g_i(\theta)$$

Dans le cas de l'élasticité linéaire on obtient aussi :

$$(60) \quad \sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} g_{ij}(\theta)$$

avec

$$f_1(\theta) = (k - \cos\theta) \cos \frac{\theta}{2}$$

$$f_2(\theta) = (k - \cos\theta) \sin \frac{\theta}{2}$$

$$g_1(\theta) = (k + 2 + \cos\theta) \sin \frac{\theta}{2}$$

$$g_2(\theta) = (-k + 2 - \cos\theta) \cos \frac{\theta}{2}$$

$$f_{11}(\theta) = (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \cos \frac{\theta}{2}$$

$$f_{12}(\theta) = \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$f_{22}(\theta) = (1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \cos \frac{\theta}{2}$$

$$g_{11}(\theta) = -(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}) \sin \frac{\theta}{2}$$

$$g_{12}(\theta) = (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \cos \frac{\theta}{2}$$

$$g_{22}(\theta) = \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

et

$$k = 3 - 4\nu \quad \text{en déformations planes}$$

$$k = \frac{1 - 3\nu}{1 + \nu} \quad \text{en contraintes planes}$$

μ un coefficient de Lamé, ν coefficient de Poisson
 K_I et K_{II} sont les facteurs d'intensité des contraintes en mode I et II.



Le facteur d'intensité des contraintes K englobe aussi bien la géométrie et le chargement que l'effet de discontinuité de u [45]. On peut écrire

$$(61) \quad \begin{cases} \vec{v}_1 = \vec{u}_1(r, \pi) - \vec{u}_1(r, -\pi) = K_{II} \frac{4(1-\nu)}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \\ \vec{v}_2 = \vec{u}_2(r, \pi) - \vec{u}_2(r, -\pi) = K_I \frac{4(1-\nu)}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \end{cases}$$

K_I et K_{II} sont ainsi définis à partir des facteurs de discontinuité du vecteur déplacement u .

2.4.2.2. — Solutions exactes de Muskhelishvili

On sait que les solutions ci-dessus ne sont valables qu'en terme de singularité, dans un voisinage très proche de la pointe de la fissure. Des solutions exactes peuvent être obtenues mais ne conduisent à des résultats analytiques que pour des positions particulières sur l'axe de la fissure. On notera par exemple, que le champ des contraintes en aval d'une fissure rectiligne dans une plaque « infinie » sollicitée par une contrainte à l'infini σ_∞ (Fig. 11 et 12) s'exprime [44] :

$$(62) \quad \sigma_{11} = \sigma_{22} - \sigma_\infty \quad ; \quad \sigma_{22} = \frac{\sigma_\infty}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{a+r}\right)^2}}$$

De même le déplacement des lèvres de la fissure s'écrit :

$$(63) \quad u_1 = -\frac{\sigma_\infty}{E} (r+a) \quad ; \quad u_2 = \frac{2\sigma_\infty a}{E} \sqrt{\left(\frac{r+a}{a}\right)^2 - 1}$$

Pour cette fissure sollicitée en mode I on peut exprimer $\sigma_{22}^2 \cdot r$ et u_2^2 / r

$$(64) \quad \sigma_{22}^2 \cdot r = \sigma_{\infty}^2 \frac{(a+r)^2}{2a+r}$$

$$u_2^2 / r = \frac{4 \sigma_{\infty}^2}{E} (r+2a)$$

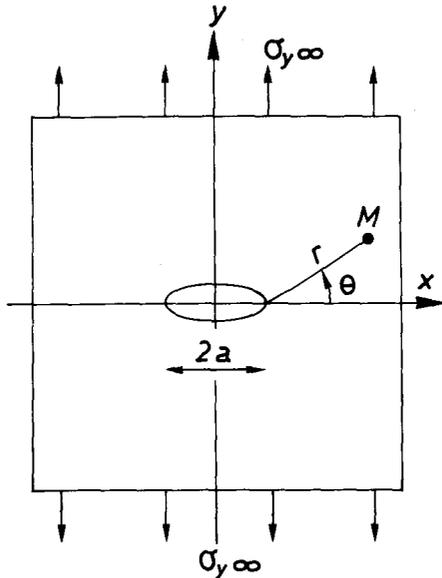


Fig. 11 – Fissure dans un milieu plan sollicitée en mode I

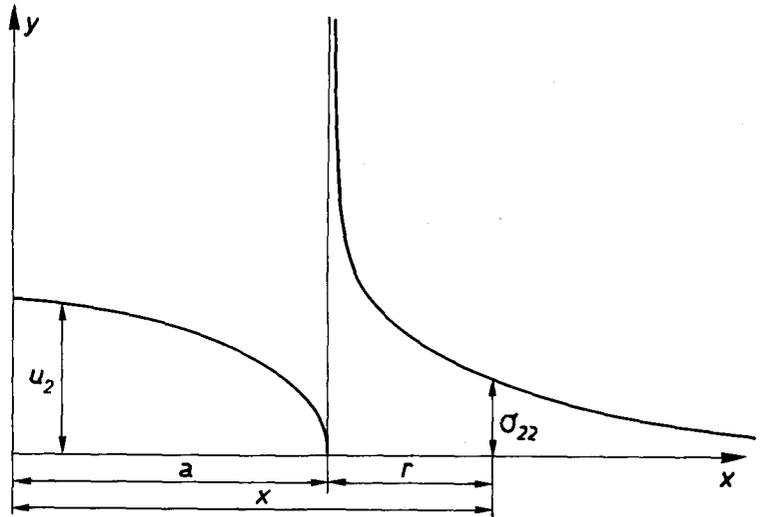


Fig. 12 – Contraintes et déplacements au voisinage d'une fissure sollicitée en mode I.

2.4.3. – Calcul de K

On s'intéresse dans ce paragraphe au calcul de K_I pour une fissure sollicitée en mode I comme celle de la figure 11. On note $\sigma(M)$ la contrainte au point $M(x, y)$. Les méthodes envisagées s'appliquent à la suite d'un calcul de structures, généralement réalisé par la méthode des éléments finis. Il est clair que lorsque des solutions analytiques existent ces calculs n'ont pas d'objet. Notons que ces méthodes peuvent quelquefois être employées à partir de mesures expérimentales [46], [47].

Le facteur d'intensité des contraintes dépend linéairement des efforts extérieurs. Il est alors pratique de l'évaluer pour un effort unitaire et de définir un facteur d'intensité des contraintes réduit ne dépendant que de la longueur de fissure (pour un système d'efforts extérieur figé) :

$$(65) \quad K(F, a) = F K_r(a)$$

2.4.3.1. – Méthode de la contrainte

Cette méthode est basée sur la singularité du champ de contrainte à la pointe de la fissure (relation 60). Par analogie avec le cas de la plaque infinie, on écrit :

$$(66) \quad K_I = \lim_{r \rightarrow 0} [\sigma(M) \sqrt{2\pi r}]$$

En pratique on utilise la seconde composante σ_{22} en traçant $\sigma_{22} \cdot r$ en fonction de r et un lissage par une droite. En effet, cette quantité doit être linéaire d'après la solution exacte (64). L'ordonnée à l'origine fournit alors $K_I^2 / 2\pi$.

2.4.3.2. – Méthode de l'ouverture

La singularité du champ de déplacement à la pointe de la fissure (relation 59) permet de calculer K_I [48], là encore par analogie avec le cas de la plaque infinie :

$$(67) \quad K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{E}{4} u_2 \sqrt{\frac{2\pi}{r}}$$

En pratique on lisse la courbe u_2^2/r en fonction de r par une droite. Cette quantité est en effet linéaire en r d'après la solution exacte (64). L'ordonnée à l'origine fournit $\frac{8}{\pi} K_I^2 / \pi E^2$.

2.4.3.3. – Méthode de l'énergie

Ce calcul résulte d'un bilan énergétique global sur la structure fissurée lors d'un cycle de charge engendrant un accroissement instantané d'aire de fissure δA pour la valeur maximale de la force. Si \dot{W} est le taux d'énergie par la structure lorsque la fissure progresse de δA selon le mécanisme de la figure 13 (énergie utilisée physiquement dans le processus de décohesion de la surface δA), on peut montrer [49] [50] que :

$$(68) \quad K = \left[E \frac{\delta W}{\delta A} \right]^{1/2}$$

Plusieurs procédés numériques peuvent être employés pour calculer ce taux d'énergie dissipée par unité d'accroissement de fissure.

- on peut calculer W pour plusieurs longueurs de fissure, lisser les résultats et prendre la tangente [51],
- on peut effectuer deux calculs pour des valeurs a et $a + \delta a$ voisines [51],
- on peut procéder par perturbation, à partir des résultats d'un seul calcul : pour un incrément δa infinitésimal on peut en effet écrire [52] :

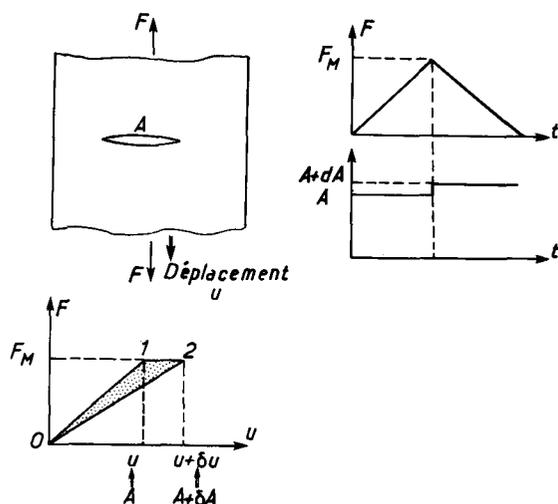


Fig. 13 – Calcul du facteur d'intensité des contraintes par la méthode énergétique

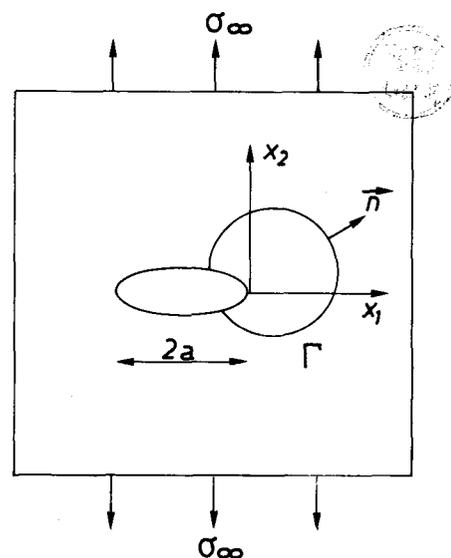


Fig. 14 – Calcul de l'intégrale J de Rice

$$(69) \quad \delta W = -[q] [\delta K] [q]$$

où $[q]$ désigne le vecteur colonne des déplacements nodaux. Il suffit alors de calculer la perturbation δK de la matrice de raideur $[K]$, limitée aux degrés de liberté proches de la pointe de la fissure

– on peut aussi utiliser une méthode développée en [53] qui consiste à expliciter la valeur de la perturbation δK en terme d'intégrale de surface entre deux contours Γ_1 et Γ_2 comme celui défini figure 14. Cette méthode a l'avantage d'être très stable numériquement quel que soient Γ_1 et Γ_2 .

Pour un matériau à élasticité linéaire, si W est le travail des forces extérieures on peut écrire :

$$K = \left[\frac{E}{2} \cdot \frac{\delta W}{\delta A} \right]^{1/2}$$

δW étant la variation du travail dans le trajet 1-2 de la figure 13 lorsque la fissure passe de l'aire A à l'aire $A + \delta A$ à force maximum constante.

2.4.3.4. — Intégrale J de Rice

Rice a montré [50] que l'on peut calculer K_I , K_{II} et K_{III} par l'intermédiaire d'une intégrale curviligne J indépendante du contour Γ sur lequel elle est évaluée (Fig. 14)

$$(70) \quad J = \frac{1 - \nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1 + \nu}{E} K_{III}^2$$

en mode I on obtient

$$(71) \quad J = \frac{1 - \nu^2}{E} K_I^2$$

L'intégrale de Rice s'exprime par :

$$(72) \quad J = \int_{\Gamma} (W n_1 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_1}) ds$$

où W est la densité d'énergie de déformation ($\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \epsilon_{ij}}$) et \vec{n} la normale au contour Γ .

L'emploi de cette formule à la suite de calculs par éléments finis nécessite un maillage particulier permettant l'interpolation aisée de quantités telles que σ_{ij} , $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$.

2.4.3.5. — Intégrale C^*

Landes et Begley ont modifié cette expression de J qu'ils remplacent par C^* [54] dans le cas de la fissuration en fluage :

$$(73) \quad C^* = \int_{\Gamma} (W^* n_1 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_1}) ds$$

où W^* est la puissance de déformation définie par :

$$(74) \quad W^* = \int_{\Omega} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}$$

L'emploi de cette intégrale C^* n'est justifié que dans le cas d'une viscoplasticité non confinée, obéissant à une loi de fluage secondaire. En pratique, cela exclut les transitoires de chargement, les faibles temps de maintien, tout chargement cyclique.

2.4.4. — LOIS DE PROPAGATION DE FISSURE

Lorsqu'une structure fissurée est soumise à une contrainte cyclique on peut calculer K à chaque instant du cycle et définir la grandeur ΔK qui est la variation de K au cours d'un cycle (le plus souvent $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$) (Fig. 15). Sous sollicitations cycliques, la fissure progresse et on relie ΔK à la vitesse de propagation de fissure $\frac{da}{dN}$.

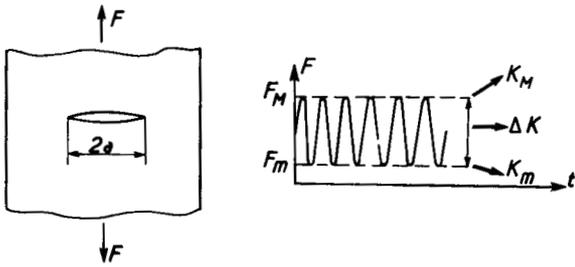


Fig. 15 - Loi de Paris-Forman

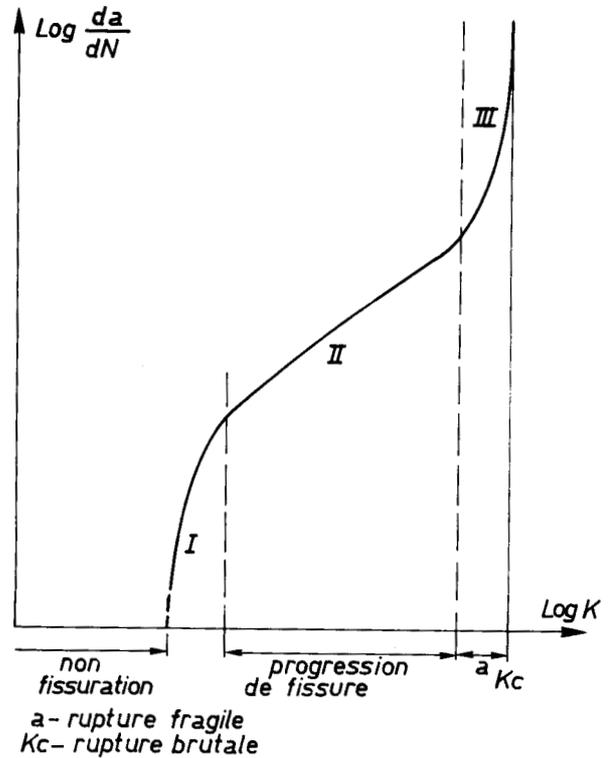


Fig. 16 - Représentation de la loi de Paris-Forman

2.4.4.1. - Lois de fissuration en fatigue

Les lois de fissuration en fatigue sont issues pour la plupart de la loi dite de Paris [55] qui est de la forme :

$$(75) \quad \frac{da}{dN} = C_f \Delta K^\eta$$

et décrit le domaine II de la figure 16. Forman [66] a modifié cette relation pour décrire le domaine III :

$$(76) \quad \frac{da}{dN} = \frac{C_f \Delta K^\eta}{(1 - K_{\min}/K_{\max}) K_c - \Delta K}$$

L'existence d'un seuil K_s en-dessous duquel la fissure ne se propage pas en fait l'objet de nombreuses recherches. En fait, on peut montrer que ce seuil n'est pas intrinsèque au matériau : il dépend de l'histoire du chargement [], il dépend aussi du domaine de longueur de fissure étudié. Pour les fissures dites courtes, les effets de zone plastique et de fermeture se produisent différemment des fissures longues et le seuil, s'il existe, prend certainement des valeurs différentes.

2.4.4.2. - Lois de fissuration en fluage

La fissuration en fluage a été étudiée en partant des mêmes concepts. Siverns et Price écrivent [56] :

$$(77) \quad \frac{da}{dt} = C_c K^\nu$$

D'autres auteurs ont préféré une loi basée sur C^* :

$$(78) \quad \frac{da}{dt} = B C^*$$

Le choix de l'un ou l'autre paramètre (K ou C^*) n'est pas réglé de la façon générale. Pour un matériau peu ductile comme l'IN 100, l'emploi de K reste justifié.

2.4.4.3. – Loi de fissuration en fatigue–fluage

En fatigue–fluage on peut écrire que la progression de fissure fait intervenir les deux phénomènes au cours de chaque cycle : le mécanisme de fatigue intervient lors du transitoire (par exemple pour la charge maximale), le mécanisme de fluage joue pendant le temps de maintien. La loi d'interaction la plus simple consiste à ajouter les deux contributions, le seul effet de couplage étant pris au travers du facteur d'intensité des contraintes :

$$(79) \quad \begin{aligned} \Delta K &= \Delta F K_f(a) \\ K(t) &= F(t) K_f[a(t)] \end{aligned}$$

où la fonction $K_f(a)$ ou facteur d'intensité des contraintes réduit est défini pour une valeur unité de l'effort extérieur F . On écrit donc :

$$(80) \quad da = C_f \Delta K^\eta dN + C_c K(t)^\nu dt$$

on détermine les coefficients par des essais de fatigue pure et de fluage pur. La prévision pour un chargement cyclique comportant des temps de maintien est alors possible par intégration numérique. Cette approche a donné de bons résultats pour l'alliage IN 100 [58].

2.4.5. – PROPAGATION DE FISSURE DANS UNE STRUCTURE NON ISOTHERME

En élasticité linéaire le calcul de la propagation de fissure à partir de K ne pose pas de problème. Mais en thermoélasticité, lorsqu'une fissure se propage, il y a double interaction entre les effets thermiques et mécaniques :

- le couplage thermo–élastique en chaque point de la structure
- le couplage provenant de l'existence d'une source thermique par dissipation de l'énergie à la pointe de la fissure qui se propage comme l'a montré Nguyen [60] et [61].

Ce double couplage a été bien étudié par Bui [62]. Dans cette étude on néglige le second type de couplage qui introduit une singularité de température au voisinage de la fissure et son s'intéresse au problème où l'équilibre de température ou son évolution en régime transitoire n'est pas influencée par la fissure dans la cadre de la théorie des intégrales invariantes [63] et [64]. Cette hypothèse est cohérente avec toutes les approches pratiques de la propagation des fissures en isotherme qui négligent à la fois la présence de déformation plastique très localisée en pointe de fissure (« small scale yielding ») mais aussi l'échauffement très local qui correspond à cette plasticité.

De nombreux auteurs ont développé le couplage thermo–élastique à partir d'une approche thermodynamique [65]. Ils montrent que dans le cas thermoélastique l'intégrale J de Rice peut être calculée et qu'elle rend bien compte du comportement de la fissure [60]. On peut donc dans le cas thermo–élastique rendre compte de la propagation de fissure à l'aide du facteur d'intensité des contraintes K qui est toujours relié à J par la relation (70).

3. – ETUDE MICROSTRUCTURALE DU SUPERALLIAGE IN 100

3.1. – LES SUPERALLIAGES

L'évolution technologique des cinquante dernières années a accru la demande de matériaux à haute résistance mécanique à haute température. On a longtemps utilisé un alliage composé de 80 % de Nickel et de 20 % de Chrome. On a cherché à améliorer les matériaux jusque là utilisés et cette évolution a donné naissance aux superalliages dès les années 30. L'évolution s'est tout d'abord faite en ajoutant des éléments comme le Titane et l'Aluminium à cet alliage. C'est ainsi qu'est apparu vers 1941 le Nimonic 80 (19 % Cr, 2,5 % Ti, 1,3 % Al, 1,1 Co, 0,7 Si, balance Nickel) fabriqué par la Mondial Nickel Company (aujourd'hui International Nickel Ltd). L'évolution a été rapide et si l'on compare la température à laquelle la durée de vie en fluage sous une contrainte donnée est de 100 h, on voit qu'en quelques dizaines d'années on a gagné plus de 280°C comme le montre la figure 17.

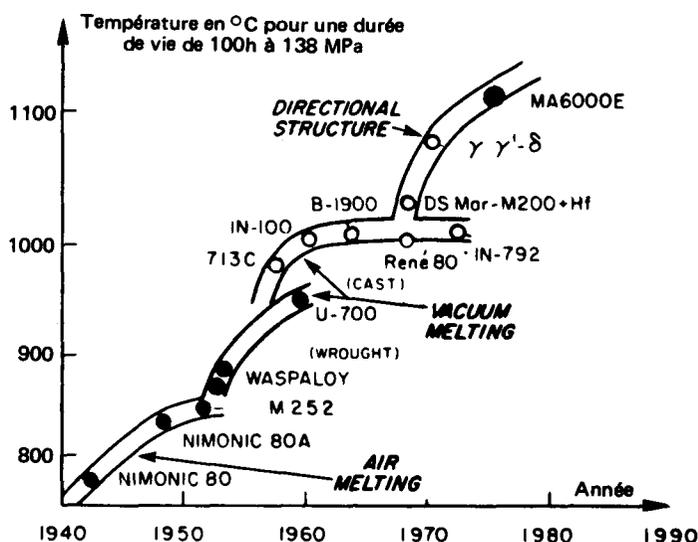


Fig. 17 – Evolution des superalliages d'après [107]

L'évolution des superalliages à partir de 1940 s'est faite en augmentant progressivement les quantités d'éléments d'addition tels que Aluminium, Titane, Tantale et Niobium en gardant une technique d'élaboration dans l'air. On est ensuite passé à une élaboration sous vide et à une diminution du pourcentage de chrome. Dans le cas des base Nickel ceci s'est traduit par une augmentation de la fraction volumique de précipités γ' ordonnés dans la matrice qui a conduit à la mise en forme des alliages par coulée (IN 100, René 80 ...).

Nous nous intéresserons dans ce paragraphe à la structure du superalliage IN 100 après avoir rappelé les mécanismes de durcissement des superalliages et leurs caractéristiques générales.

3.2. – MECANISME DE DURCISSEMENT DES SUPERALLIAGES

3.2.1. – PRINCIPE DU DURCISSEMENT

Le principe de durcissement des superalliages fut utilisé dès 1928 aux USA avec l'alliage Monel Nickel - Cuivre K 500 (30 % Cu, 2,8 % Al, 0,6 % Ti, 0,15 C, balance Nickel). La firme qui le produisit développa des traitements thermiques de mise en solution et de durcissement par des précipités pour optimiser les caractéristiques mécaniques à haute température. Ces mécanismes de durcissement sont basés sur l'existence de carbures aux joints de grain et de précipités dans la matrice.

3.2.2. – MOUVEMENT DES DISLOCATIONS

La déformation d'un alliage s'accompagne de l'apparition de dislocations caractéristiques de l'écroutissage. L'écoulement à une contrainte donnée sera d'autant plus facile que les dislocations seront mobiles. L'existence de précipités dans la matrice et aux joints de grains durcit l'alliage en contrariant ces mouvements de dislocations.

Deux mécanismes sont possibles lorsque les dislocations rencontrent les précipités.

– Si le rayon r des précipités est petit par rapport au vecteur de Burgers b de la dislocation, ceux-ci sont cisailés. Les dislocations sont le plus souvent dans ce cas associées par paire [67]. Le durcissement obtenu est d'autant plus important que la fraction volumique et le rayon des précipités est grand. La limite élastique τ varie en effet comme $r \frac{1}{2}$.

– Si le rayon r des précipités est très supérieur à b , c'est le mécanisme de contournement des précipités par les dislocations qui intervient [68]. Les dislocations ne peuvent en effet plus cisailer les précipités, l'énergie associée à ce mécanisme étant trop élevée. Une dislocation rencontrant une paire de précipités se courbe sous l'effet de la contrainte appliquée et s'échappe en laissant une boucle autour des précipités. Le contournement est d'autant plus facile que le rayon r est grand. La limite élastique τ varie ici comme r^{-1} .

En fait les deux mécanismes sont antagonistes. Pour les très petits ou très gros précipités ($r \ll b$ ou $r \gg b$) la différence d'énergie est telle que le mécanisme est déterminé. Pour les valeurs de r voisines de b c'est le mécanisme qui demande le moins d'énergie qui est mis en jeu.

Ces mécanismes ont été étudiés et plusieurs modèles ont été proposés pour quantifier l'énergie nécessaire aux cisaillements ou contournements des précipités par les dislocations [69] à [73]. Citons en particulier Orowan [68], Weertman [74], Mott et Nabarro qui ont étudié ces mécanismes. Mitchell [75], Rowe et Freeman [76] pour leurs études expérimentales de ces mécanismes en fluage ou en fatigue.

3.3. – CARACTERISTIQUES DES SUPERALLIAGES

3.3.1. – DENSITE

Les superalliages ont une densité comprise entre 7,75 et 9,30. Les moins denses étant les bases Fer et les plus denses les bases Cobalt ($8,6 < d < 9,3$). C'est une caractéristique importante car tous ces alliages sont principalement utilisés en aéronautique (disques, aubes de turbine...). A résistance égale un constructeur préférera un alliage moins dense. On a donc cherché à limiter la densité des superalliages en ajoutant des éléments comme le Titane et l'Aluminium plutôt que le Tungstène et le Tantale. Pour les bases Nickel on obtient par exemple une densité voisine de 9 avec des éléments d'addition comme le Tungstène ou le Tantale et une densité voisine de 8 avec le Titane ou l'Aluminium. La densité est aussi un facteur important pour les matériaux soumis à une rotation car on minimise les contraintes d'origine centrifuge en même temps que la densité. Pratt et Whitney ont par exemple préféré un alliage de densité 7,75 à un autre de densité 8,53 pour des aubes de turbine, le gain en durée de vie étant d'un facteur 3 pour le disque de turbine.

3.3.2. – CONDUCTIVITE ET DILATATION THERMIQUE

La conductivité thermique des superalliages n'est que de 10 à 30 % de celle du métal de base (Nickel, Cobalt ou Fer). Les moins bons conducteurs sont les bases Cobalt puis viennent les bases Fer et Nickel. Une bonne conductivité thermique augmente les échanges de chaleur et minimise les gradients thermiques réduisant ainsi les contraintes dont ils sont l'origine.

Les coefficients de dilatation des bases Cobalt et Nickel sont comparables mais plus faibles que les bases Fer austénitiques. Ici encore une minimisation de ce coefficient permet de réduire les contraintes d'origine thermique.

3.3.3. – STABILITE DES DIFFERENTES PHASES

Les éléments entrant dans la composition des superalliages base Nickel peuvent être classés en trois catégories selon leur rôle dans la microstructure comme le montre le tableau IV.

Tableau IV – Eléments importants dans la composition des alliages base Nickel d'après [80]

IIA		IIIA		IVB				
		-21			-27			
		B			C			
+29		+6						
Mg		Al						
				IVA	VA	VI A	VII A	VIII A
		+9	+5	+3		+3	+1	0
		Ti	V	Cr		Fe	Co	Ni
		+28	+18	+12				
		Zr	Nb	Mo				
			+18	+13				
			To	W				

Différence de diamètre atomique par rapport au Nickel en %

Elément constituant de la matrice

Elément constituant des précipités

Elément constituant des joints de grain

De par la nature même de leur formation, les diverses phases de la microstructure des superalliages ne sont pas en équilibre et ont tendance à évoluer lors d'un séjour à haute température. Ces changements dépendent de la température et du temps. Ils peuvent être nuisibles mais sont à l'origine même des traitements thermiques qui permettent d'optimiser la composition, la taille, la forme et la quantité des carbures et des phases intermétalliques qui confèrent aux superalliages leurs hautes caractéristiques mécaniques à température élevée. Il n'en reste pas moins que l'instabilité de certaines phases donne parfois naissance à d'autres qui fragilisent la structure. C'est notamment le cas lorsque le métal de base est trop chargé en certains éléments. Le Nickel a la particularité d'avoir une meilleure tolérance aux éléments d'addition que le Cobalt ou le Fer.

3.3.4 – RESISTANCE A LA CORROSION

La résistance à la corrosion est un élément majeur pour les superalliages et particulièrement pour ceux utilisés dans les turbines. L'environnement de travail y est en effet très agressif. La corrosion à chaud est accentuée par la présence de soufre et d'autres impuretés introduites avec l'air et contenues dans le fuel. La résistance à la corrosion à chaud est améliorée dans les base Nickel et Cobalt par l'addition de Chrome mais les températures croissantes d'utilisation ont abouti à la mise au point de revêtements protecteurs à base de Chrome et d'Aluminium [77].

A l'heure actuelle tous les superalliages utilisés dans les zones chaudes, des turbines à gaz dans lesquelles l'atmosphère est très corrosive sont revêtus d'une couche protectrice à base de Chrome et d'Aluminium principalement. De nombreux développements dans ce domaine ont été réalisés depuis dix ans [77] et restent d'actualité car toute modification de composition des alliages entraîne un changement de cinétique de croissance et de diffusion des éléments protecteurs dans le superalliage.

3.3.5. – SUPERALLIAGES COULES ET SUPERALLIAGES FORGES

Les superalliages sont constitués d'une matrice et de précipités de durcissement. La matrice des superalliages base Nickel est par exemple formée de deux phases γ et γ' respectivement désordonnée et ordonnée. Les proportions relatives de γ et γ' séparent ces alliages en deux types. Les premiers ont une proportion de γ' inférieure à 40 % à température ambiante. Ils peuvent être travaillés et mis en forme par déformation (forgeage, formage, matriçage...) et sont appelés alliages forgés. La microstructure de ces alliages est caractérisée par des joints de grains nombreux où sont rassemblés les carbures. Les précipités γ' sont petits et réguliers. On trouve des mâcles assez fréquemment (Fig. 18a). Les seconds ont une proportion de γ' qui varie de 40 à 70 %. Ils sont peu malléables, ont une résistance bien supérieure à haute température (leurs caractéristiques mécaniques ne chutent fortement qu'au voisinage de leur température de fusion). Ils sont mis en forme par coulée. La microstructure des alliages coulés (Fig. 18b) les différencie assez nettement des alliages forgés. Les grains sont plus gros et les joints de grains plus fins. La population de γ' est plus diversifiée avec la présence de gros précipités qui ont crû dès le début du refroidissement et de précipités plus fin apparus très tard.

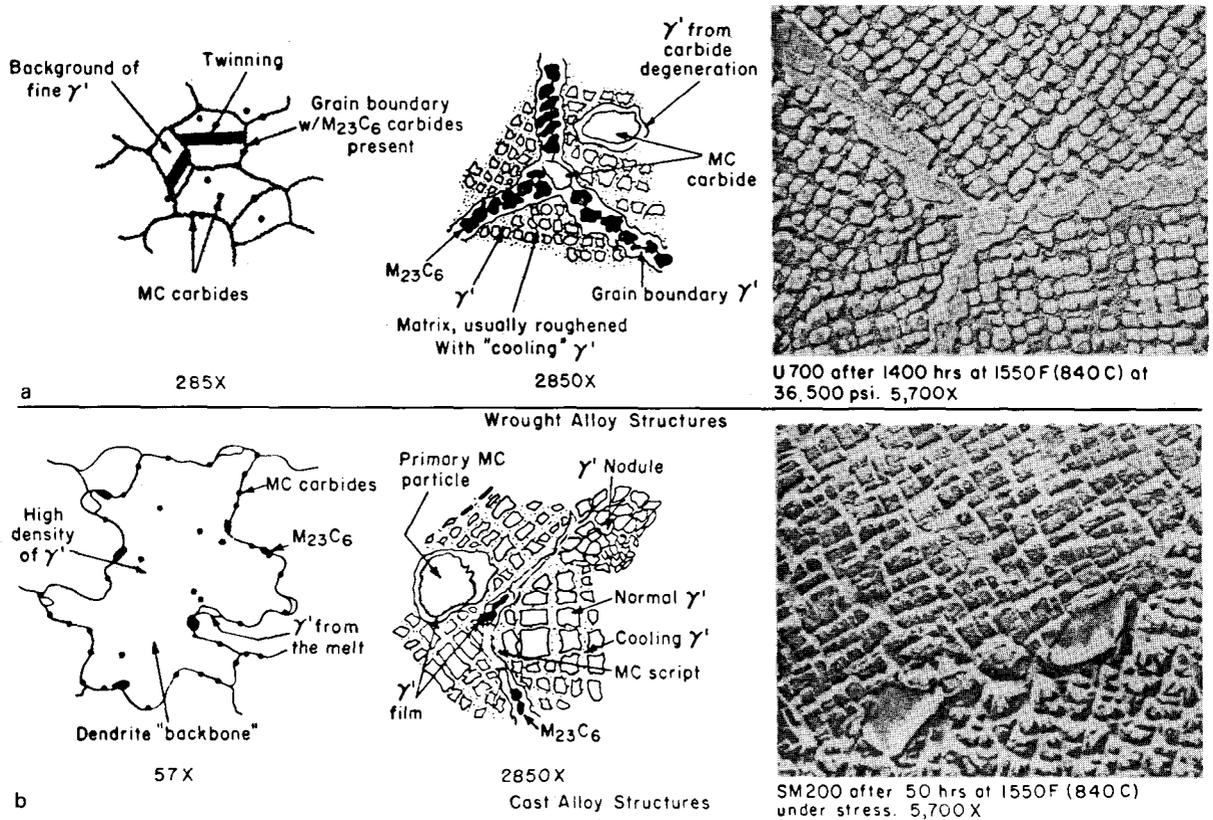


Fig. 18 – Structures caractéristiques des superalliages base Nickel d'après [80]

a) forgés, b) coulés

3.4. – L'IN 100 SUPERALLIAGE BASE NICKEL

3.4.1. – STRUCTURE

Le superalliage base Nickel IN 100 est une solution solide de Nickel obtenue par coulée. La matrice γ a une structure cubique face centrée. Les différents atomes ne sont pas ordonnés dans la maille. Dans cette matrice sont dispersés des précipités γ' qui sont un composé ordonné cubique face centrée de Nickel, Titane et Aluminium de formule $Ni_3(Al, Ti)$. Le Nickel occupe le centre des faces, le Titane et l'Aluminium les sommets du cube. Les paramètres des mailles γ et γ' sont les mêmes, la structure est donc cohérente entre γ et γ' . Les réseaux sont en épitaxie. L'IN 100 contient aussi des phases mineures (sigma, mu) qui ne se forment que sous certaines conditions

de température. Enfin l'IN 100 contient des phases intermétalliques : carbures (MC , M_6C , $M_{23}C_6$), borures (M_3B_2) que l'on trouve principalement aux joints de grains. L'ensemble de ces phases n'excède jamais 5 %.

3.4.2. – COMPOSITION DE L'IN 100 ETUDIE

L'analyse spectroscopique des plaques utilisées donne la composition du tableau V qui correspond à la norme DMD 432 en vigueur à la SNECMA* qui utilise l'IN 100 pour les aubes de turbine. On remarque les hautes teneurs en Aluminium et en Titane qui confèrent à l'IN 100 une des densités les plus faibles des superalliages : 7.75.

Les phases principales de la structure de l'IN 100 repérées sur le schéma de la figure 19 sont la matrice γ CFC, la phase γ' CFC et les carbures qui sont les phases secondaires principales. La proportion de γ' dans la matrice est d'environ 60 % ce qui interdit toute mise en forme par forçage. Les structures en IN 100 sont donc coulées et l'état de surface final est obtenu par rectification. Les plaques utilisées dans cette étude ont été coulées. La côte finale ainsi que l'état de surface ont été obtenus par rectification. Les plaques ont ensuite été revêtues d'une couche protectrice par un traitement d'aluminisation en phase vapeur selon le processus utilisé pour les aubes de turbine à la SNECMA.

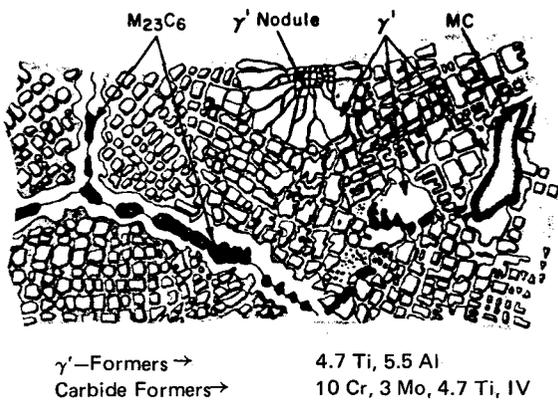


Fig. 19 – Structure caractéristique de l'IN 100 d'après [80]

Tableau V – Composition des plaques en IN 100

Elément	Co	Cr	Al	Ti	Mo
%	14,36	9,28	5,53	4,54	2,91
Elément	V	C	Fe	Zr	Cu
%	0,82	0,175	0,08	0,04	0,02
Elément	Mn	B	P	S	Ni
%	0,02	0,012	0,001	0,001	balance

3.4.3. – OBSERVATIONS MICROSCOPIQUES DES PLAQUES EN IN 100

Toutes les phases principales de l'IN 100 ont été observées au cours de l'étude, en microscopie électronique à balayage sur un microscope Cambrigde 250. La matrice γ et les précipités γ' régulièrement répartis sont visibles figure 20 ; on peut aussi y observer une plage eutectique $\gamma - \gamma'$ partiellement dissoute lors de l'attaque chimique. Les carbures ont pu être observés : carbure de titane (Fig. 21) et carbures aux joints de grain [78] (Fig. 22). La phase sigma n'a pas été observée. La microstructure de l'IN 100 a été largement étudiée [79] [80] et ces observations confirment que la microstructure est bien celle attendue.

* Société Nationale d'Etudes et de Construction de moteurs d'Avions.

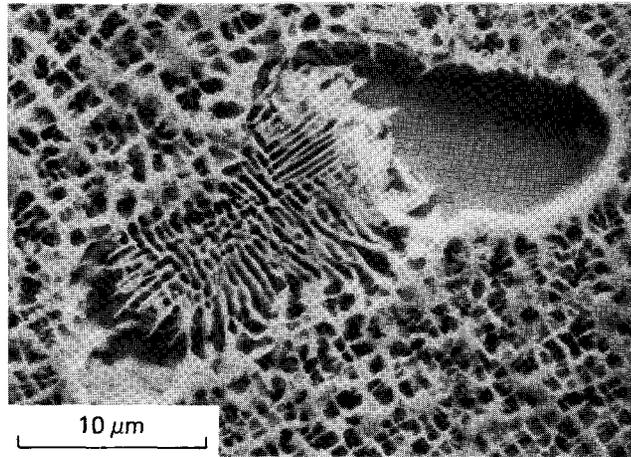


Fig. 20 – Matrice γ . Au centre un eutectique $\gamma - \gamma'$

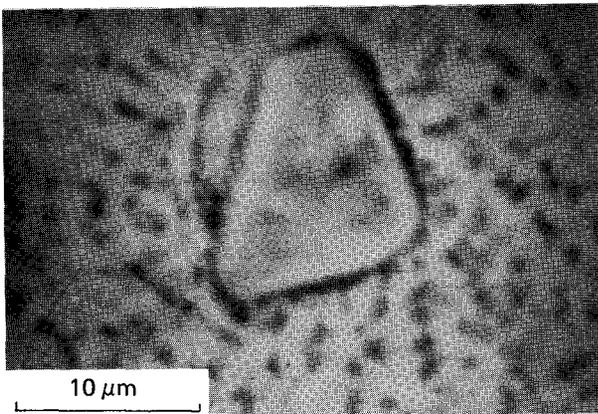


Fig. 21 – Carbure de Titane

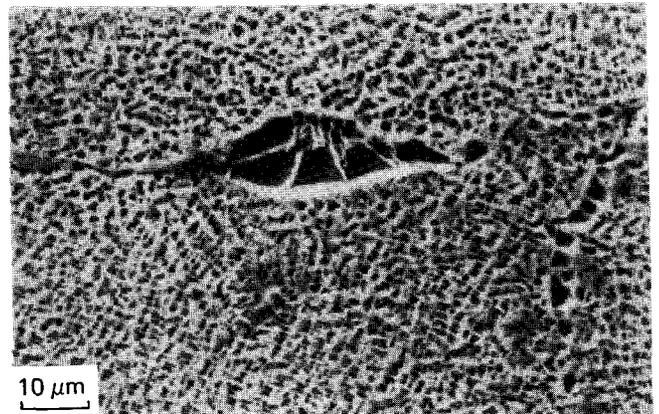


Fig. 22 – Carbures aux joints de grain

3.4.4. – COMPORTEMENT DES PRÉCIPITÉS LORS DE CYCLES DE TEMPÉRATURE

L'étude expérimentale de la plaque sous gradients thermiques cycliques nécessite la connaissance des mécanismes microstructuraux régissant la déformation et le durcissement au cours de cycles de température. Cette partie vient compléter le paragraphe 2.2.3.6. consacré à la modélisation macroscopique de ces phénomènes physiques.

3.4.4.1. – Cinétique de formation et de dissolution des précipités

La fraction volumique de précipités γ' est d'environ 0,6. Elle est maximale à température ambiante et décroît lorsque la température augmente pour s'annuler vers 1230°C très près de la température de fusion (1300°C).

Dans l'IN 100 comme dans tous les alliages coulés, la précipitation commence à haute température et la fraction volumique étant élevée on a toujours de gros précipités d'environ un micron de diamètre et une génération de précipités plus fins de rayon inférieur à 500 \AA formés à plus basse température. Mais au cours des variations de température (traitement thermique, formation d'une couche de revêtement protecteur, utilisation ...) la fraction volumique et la taille des précipités γ' va varier. Ardell et Nicholson [81] ont montré que la croissance des précipités γ' obéit quantitativement aux théories de cinétique de précipitation des solutions solides saturées de Lifshitz et Slyozov [82] et Wagner [83], les précipités de grande taille se développant aux dépens des plus petits.

3.4.4.2. – Taille des précipités γ' lors de variations de température

La structure de l'IN 100 à froid après traitement protecteur d'aluminisation est rappelée figure 23. Ce traitement est une aluminisation en phase vapeur avec un maintien de 3 heures à 1150°C. Les précipités γ' présents dans l'alliage après la coulée se dissolvent partiellement et on assiste à une croissance des précipités restants. Lors du refroidissement on a une reprécipitation et on obtient alors deux générations de précipités. Les plus gros d'environ un micron de diamètre ont crû dès 1150°C et les plus petits de 0,05 à 0,5 micron proviennent de la reprécipitation intervenue pendant le refroidissement.

La taille des précipités γ' a été étudiée lors d'essais comportant des maintiens en température pour obtenir la microstructure d'équilibre (à 900 et à 1000°C) [27] ainsi que des essais comportant des périodes de surchauffe avec retour à la température de départ [84]. La microstructure a été observée à la fin de la surchauffe, après différents temps de maintien après le retour à la température de départ et comparée à la microstructure d'équilibre à cette température.

Le principe de ces essais réalisés par Cailletaud et Culié [43] dont nous rappelons ici les résultats est le suivant (Fig. 24) : une période de préchauffage de 4 heures à 1000°C (ou 900°C) afin d'obtenir un état stabilisé de la microstructure, correspondant à celui des essais mécaniques isothermes, suivie d'une surchauffe à 1100°C (ou 1000°C) pendant 10 minutes, après laquelle on revient à 1000°C (ou 900°C) pendant un temps t_m variable suivant l'essai (tableau VI).

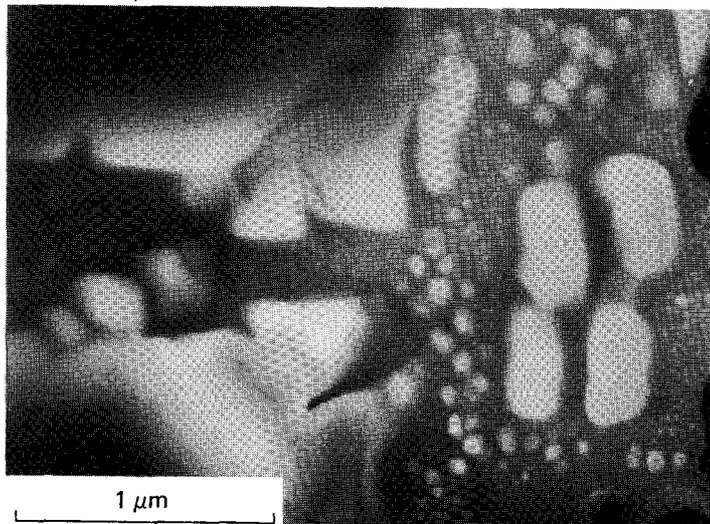


Fig 23. – Structure d'équilibre de l'IN 100 à froid après aluminisation



Tableau VI – Essais de [84] avec trempe

Essai	T_0 °C	T_1 °C	t_m mn
1	900 1000	900 1000	équilibre
2	900 1000	1000 1100	10
3	900 1000	1000 1100	50
4	900 1000	1000 1100	270

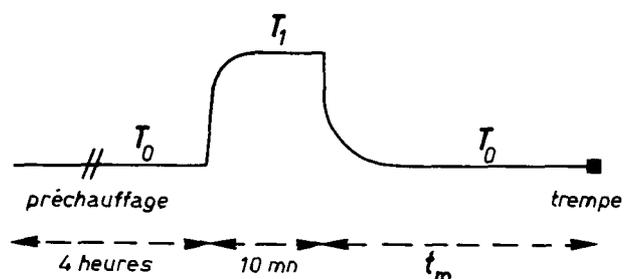
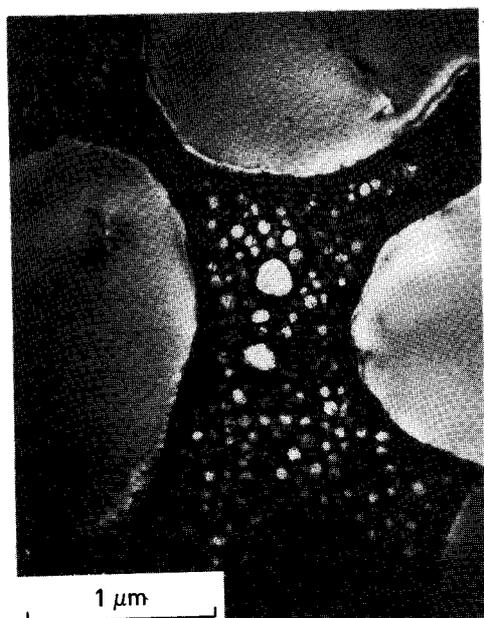
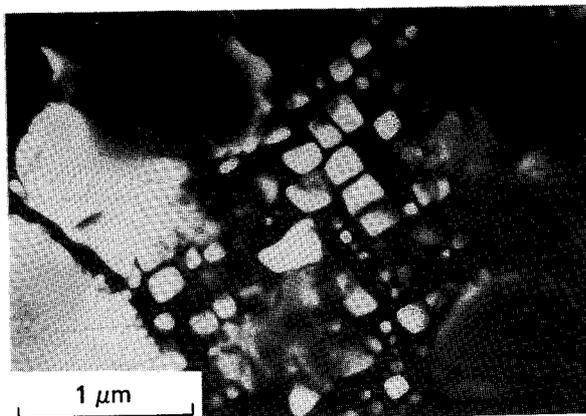


Fig. 24 – Cycle de température des essais de [84]

La structure d'équilibre à 900°C (Fig. 25) est relativement homogène. On trouve toujours de gros précipités mais les petits ont une taille moyenne de 0,3 micron. Après une surchauffe de 10 minutes à 1000°C et un maintien de 10 minutes à 900°C on obtient la structure de la figure 26. Les fins précipités sont plus nombreux et plus petits (0,15 micron). On ne commence à retrouver la microstructure d'équilibre qu'après un maintien de 270 minutes (Fig. 27). De même pour les essais à 1000°C avec surchauffe à 1100°C (Fig. 28 et 29). Les courbes des figures 30 et 31 rassemblent les résultats obtenus lors de cette étude. Pour les deux températures, la fraction surfacique de précipités γ' tend vers un équilibre et la croissance des fins précipités est d'autant plus rapide que la température est élevée.

*Fig. 25 – Structure d'équilibre à 900°C
(4 h à 900°C)*



*Fig. 26 – 4 h à 900°C, 10 mn à 1000°C,
30 mn à 900°C*



*Fig. 27 – 4 h à 900°C, 10 mn à 1000°C,
270 mn à 900°C*

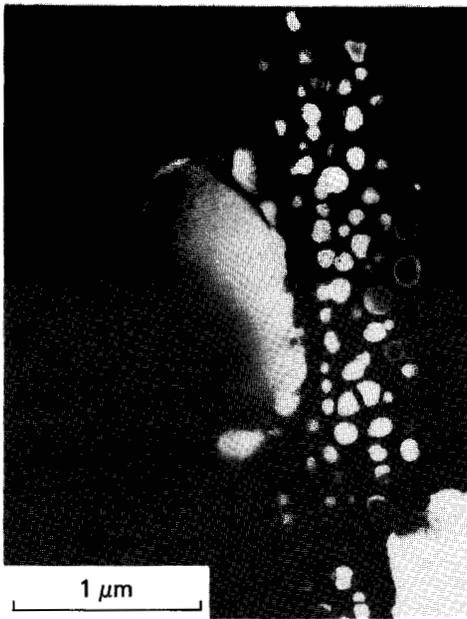


Fig. 28 – 4 h à 1000°C, 10 mn à 1100°C,
10 mn à 1000°C

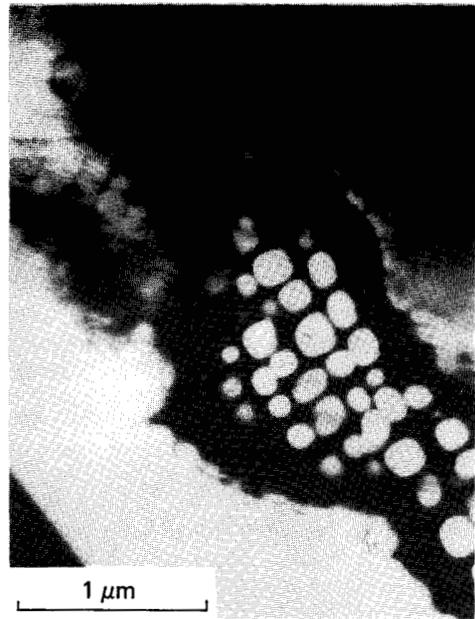


Fig. 29 – 4 h à 1000°C, 10 mn à 1100°C,
50 mn à 1000°C

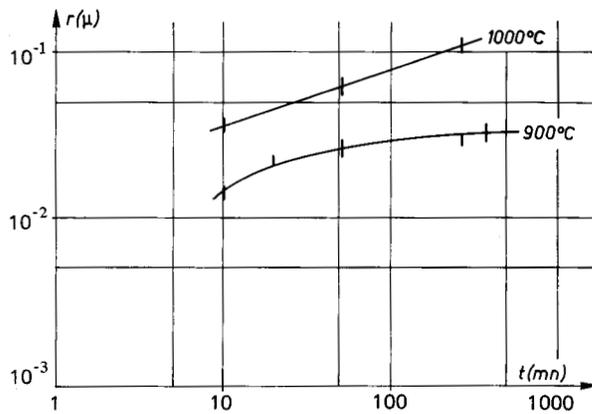


Fig. 30 – Evolution de la taille des précipités, après une surchauffe, en fonction du temps

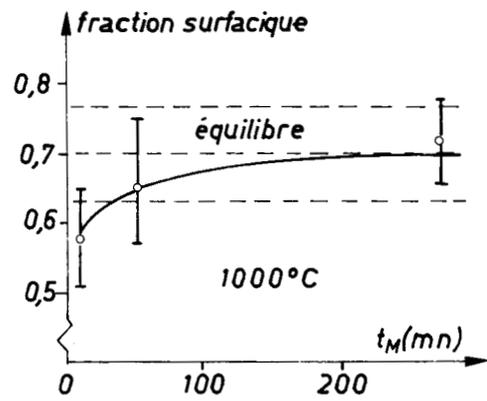
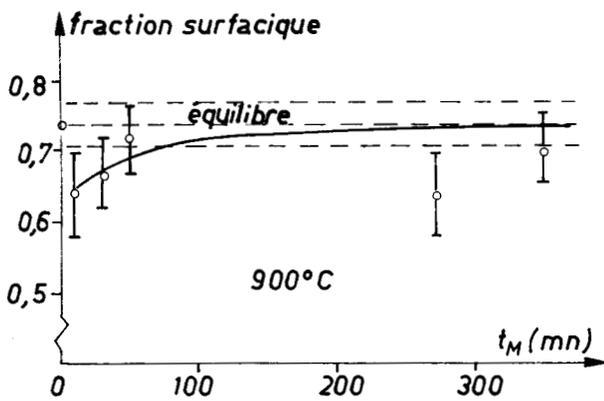


Fig. 31 – Fraction surfacique totale des précipités

3.4.5. – OBSERVATION DES PRECIPITES γ' DANS LA PLAQUE APRES ESSAI SOUS GRADIENT THERMIQUE. CONSEQUENCES POUR LE CALCUL

3.4.5.1. – Nécessité de ces observations

Les sollicitations de la plaque étudiée faisant intervenir des cycles de température, il était nécessaire d'étudier la microstructure qui en découle pour justifier le choix de la loi de comportement utilisée pour les calculs de contrainte et déformation.

3.4.5.2. – Observations

Des observations en microscopie électronique en transmission sur un microscope JEOL 200 kV ont été réalisées sur des échantillons d'IN 100 d'une part, avant, d'autre part, après cyclage en température. La structure d'équilibre après traitement d'aluminisation est la même que celle présentée figure 23. Ceci est logique puisque les processus de mise en forme et de traitements thermiques sont les mêmes (norme DMD 432 de la SNECMA).

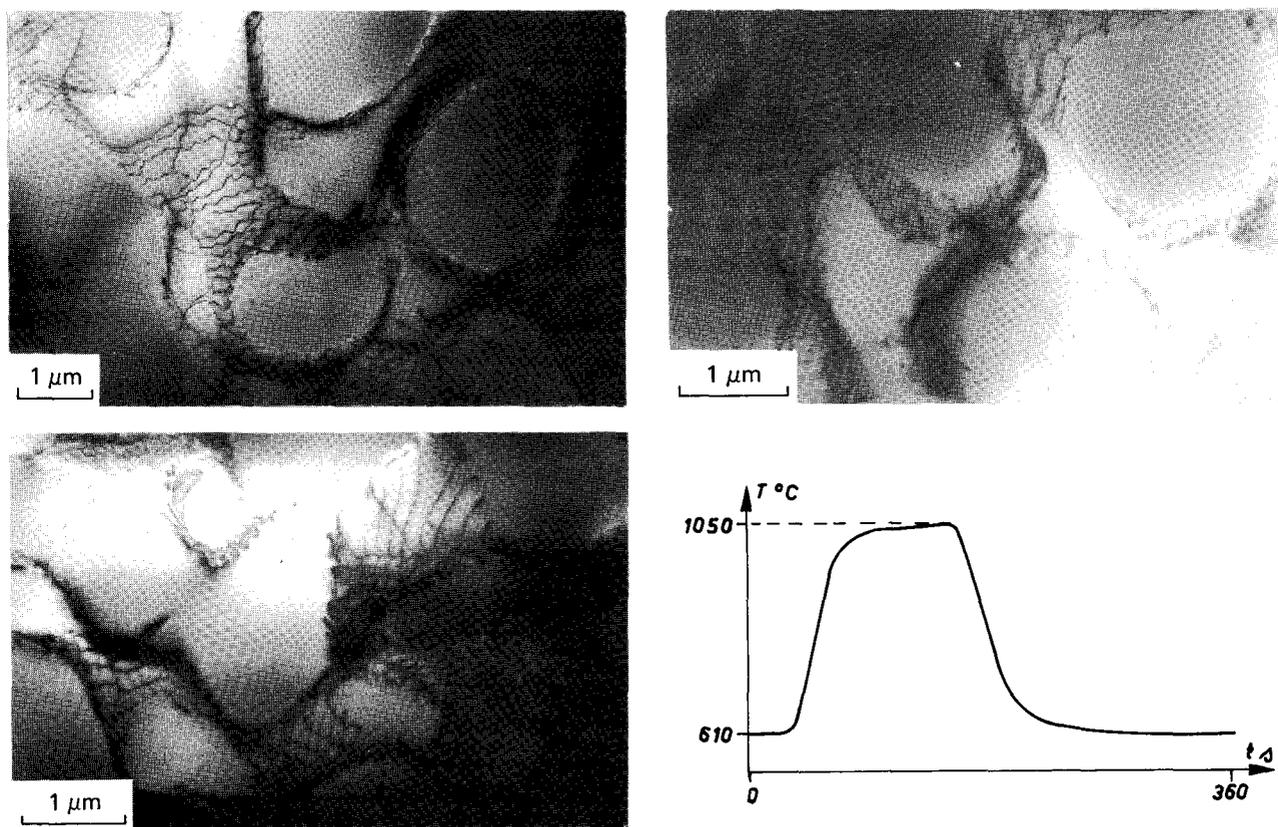


Fig. 32 – Taille des précipités γ' dans la zone chaude (1000 à 1050°C)

Pour les différentes observations réalisées nous avons rappelé le cycle de température subi par l'échantillon. Toutes les observations ont été faites après plus de 1000 cycles de sollicitation. Nous avons observé essentiellement trois types d'échantillons.

Le premier dans la région très chaude de la plaque (1000 à 1050°C), zone dans laquelle l'effet de reprécipitation devrait être le plus grand. Toutes les observations de ce premier type d'échantillon ont montré de gros précipités γ' d'environ 2 microns de diamètre, entourés de boucles de dislocations (Fig. 32). A plus fort grossissement nous n'avons pas observé de fins précipités.

Le deuxième type d'échantillon observé est dans la zone de température moyenne (550 à 700°C). Les observations montrent des précipités de forme assez régulière d'environ 1 micron de diamètre entre lesquels aucune autre génération de précipités hyperfins ne semble présente (Fig. 33).

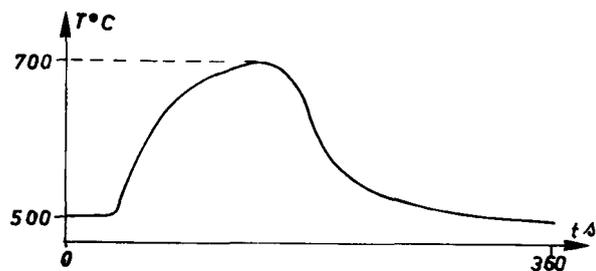
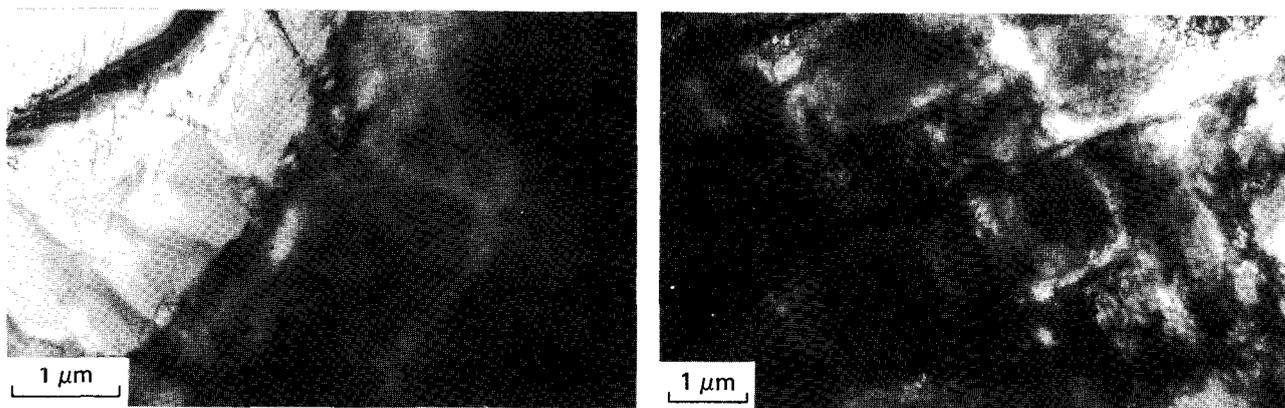


Fig. 33 — Précipités γ' dans la zone 500
500 — 700°C.



Le dernier type d'échantillons est situé dans la partie centrale de la plaque qui voit peu de variation de température (450 à 600°C). On retrouve ici la structure de départ avec des précipités de taille moyenne (0,20 à 0,25 microns) et de fins précipités comme ceux de la figure 23 (Fig. 34).

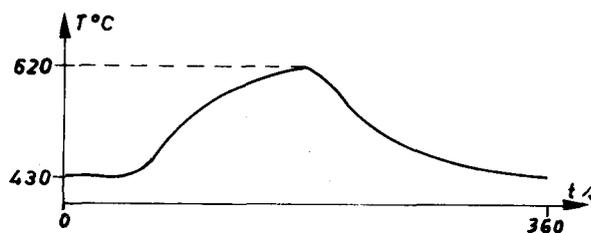
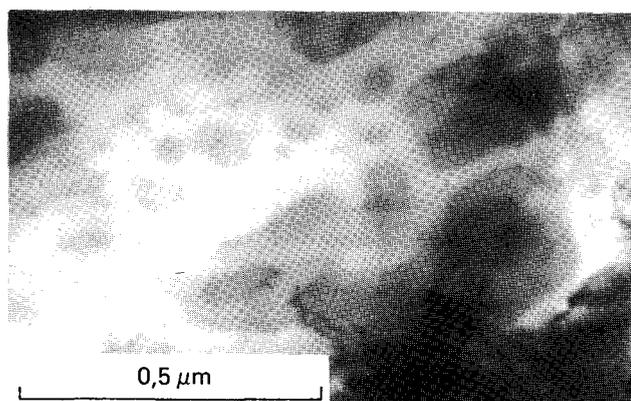


Fig. 34 — Précipités γ' dans la zone "froide"

Nous constatons donc qu'entre 450 et 700°C les précipités ont une taille comparable à ceux observés dans l'étude de Culié et Cailletaud [43]. Par contre dans la zone la plus chaude, aucun précipité hyperfin n'est présent et les gros précipités ont un diamètre moyen de 1 à 2 microns. La taille de ces précipités a largement augmenté lors de l'essai sous gradients thermiques. On peut estimer à environ 1000 minutes le temps de maintien total de cette zone à une température comprise entre 1000 et 1050°C (1000 cycles avec un temps de maintien de 1 minute). Cette mesure s'intègre bien à la courbe à 1000°C de la figure 30. On assiste donc pour la zone la plus chaude de la plaque à une augmentation du rayon moyen des précipités γ' due à la croissance des gros précipités qui jouent un rôle mécanique faible et n'apportent pas de variation de R^* (paragraphes 2,2.3.6. et 3,2.2.). Seuls en effet les petits et moyens précipités concourent au phénomène de durcissement auquel est associé la variation de R^* [43].

3.4.5.3. – Conséquences pour le calcul

Ces différentes observations nous permettent de conclure à l'absence de précipités hyperfins dans la zone la plus chaude qui était susceptible d'être durcie par ceux-ci. Ces résultats sont corroborés par les calculs utilisant le modèle phénoménologique développé et identifié par Cailletaud [27] (paragraphe 2.2.3.5.). En effet le modèle en question ne conduit qu'à une variation de R^* de 2 MPa environ pour une limite élastique de 300 MPa au départ. D'après ce modèle et l'étude systématique réalisée par Cailletaud, le temps de maintien à la température basse n'est pas suffisant dans nos essais pour permettre une croissance suffisante des précipités hyperfins. Ils restent donc invisibles et n'apportent aucun durcissement ; ils sont dissous dès la surchauffe suivante.

Nos observations confirment bien l'étude antérieure réalisée sur des éprouvettes de traction-compression en IN 100 sur un montage de type 3 barres [43]. Deux types de cycles de température avaient été réalisés (Tableau VII) :

Tableau VII

Type d'essai	T_{\max} °C	T_{\min} °C	$t_{T_{\max}}$ s	$t_{T_{\min}}$ s
1	1125	725	60	60
2	1150	900	60	600

c'est seulement dans les essais de type 2 que l'emploi du modèle avec l'effet de durcissement par précipitation avait été nécessaire pour retrouver les boucles contrainte-déformation expérimentales. Dans les calculs de contrainte et déformation de la plaque sollicitée par gradients thermiques, nous avons donc choisi de négliger la partie du modèle de comportement de l'IN 100 qui correspond aux effets de durcissement par précipitation : $R^* = 0$.

4. — ETUDE EXPERIMENTALE D'UNE PLAQUE SOUS GRADIENTS THERMIQUES CYCLIQUES

4.1. — TECHNIQUES EXPERIMENTALES DE CYCLAGE THERMIQUE

Les essais de cyclage thermique sont des essais dans lesquels la sollicitation mécanique provient d'une évolution cyclique de l'environnement thermique : les incompatibilités de dilatation liées à l'existence de gradients de température induisent des contraintes (d'origine thermique) et provoquent une détérioration répétée et l'amorçage de fissures par fatigue thermique.

Leurs domaines d'application se situent dans l'industrie aéronautique (aubes et disques de turbines à gaz), dans l'industrie automobile et dans le secteur nucléaire où les conditions d'échanges thermiques pour des fonctionnements de très longues durées posent des problèmes importants.

Trois types d'essais peuvent être réalisés, avec des géométries d'éprouvettes diverses correspondant aux différentes sollicitations rencontrées dans les utilisations industrielles [108].

4.1.1. — ESSAIS DE FATIGUE THERMIQUE

Dans les essais de fatigue thermique, les conditions thermiques imposées provoquent des évolutions de température non homogènes dans les pièces. Les géométries d'éprouvette sont nombreuses : disque de Glenny [85], éprouvette plate à bord en "coin" ou éprouvette double arête [89], tube, aube... La figure 35 montre les boucles déformation-température obtenues pour ces différentes éprouvettes (disque en Nimonic 80, éprouvette double arête en MAR M 200, aube en B 1900) [89]. Les méthodes sont aussi diverses : méthode de bains fluidisés [85], (on plonge le composant alternativement dans un bain chaud et dans un bain froid), ou chauffage par chalumeau et refroidissement par air [86]. La mise en place du système est assez difficile : mouvements du composant, chauffage et régulation des bains (problèmes de sécurité) mais il est assez fiable et les essais bien reproductibles. On peut aussi employer un chauffage par induction haute fréquence [87]. Ces essais reproduisent des conditions de fonctionnement très réalistes mais sont délicats à interpréter : multiplicité des phénomènes, difficulté de mesure des champs de température, et surtout méconnaissance complète des contraintes et déformations dans la pièce sans des calculs numériques longs et coûteux dont la validité est soumise à celle de la loi de comportement. La mesure des températures pose aussi des problèmes délicats.

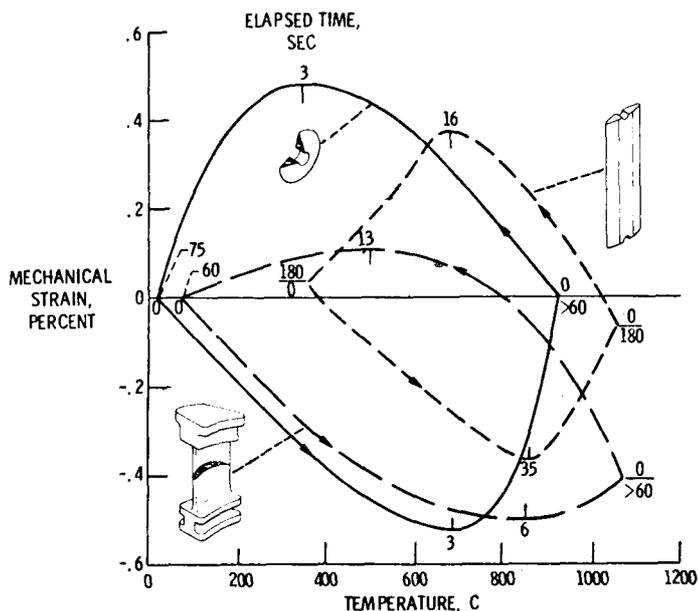


Fig. 35 — Types d'éprouvettes les plus utilisés et boucles typique déformation mécanique température en fatigue thermique, d'après [89]

4.1.2. – ESSAIS DE FATIGUE THERMO-MECANIQUE

Les essais thermomécaniques [88] sont réalisés sur éprouvettes de traction-compression montées sur vérin électro-hydraulique : les paramètres contrôlés indépendamment sont la température cyclique et la déformation totale (en phase ou hors-phase). La température est généralement imposée par effet Joule (résistance de l'éprouvette) ou par induction haute fréquence. Ces essais permettent un dépouillement ultérieur (température, contrainte, déformation mécanique) à condition de retrancher correctement la dilatation thermique, partie prépondérante de la déformation, ce qui est assez délicat. Par contre ils ne simulent pas des conditions cycliques mécaniques et thermiques réalistes par rapport au cas des pièces réelles. Ce sont cependant les plus faciles à mettre en oeuvre si l'on dispose d'une machine asservie, d'un système de chauffage rapide (et refroidissement) et d'une double régulation.

4.1.3. – ESSAIS "TROIS BARRES"

Les essais de type "trois barres" [43] constituent un bon compromis entre les types 1 et 2 : l'élément étudié est une éprouvette de traction-compression mais l'effort provient d'une dilatation contrariée cyclique, comme dans les pièces réelles : les "barres" froides appliquent une compression à l'éprouvette chauffée pendant la montée en température et une traction pendant la phase de refroidissement (cette traction est induite par l'écoulement plastique préalable en compression). Ces essais induisent des sollicitations thermomécaniques cohérentes, bien représentatives qualitativement de ce qui se passe dans un composant réel. De plus, l'éprouvette peut être instrumentée pour mesurer température, contrainte et déformation mécanique. Leur mise au point pour un matériau et des conditions données peut présenter quelques difficultés (tâtonnements nécessaires), par contre on n'utilise pas de machine électro-hydraulique asservie ce qui est un avantage appréciable.

4.2. – MISE AU POINT DE L'INSTALLATION D'ESSAIS DE FATIGUE THERMIQUE

4.2.1. – CHOIX DE L'EPROUVETTE

L'étude que nous avons menée portant sur l'amorçage et la propagation de fissures de fatigue sous contraintes thermiques et sur le calcul de prévision de durée de vie, nous avons défini et mis au point une technique expérimentale qui nous permette de mesurer la répartition de température, de définir précisément l'amorçage d'une fissure, de suivre sa propagation et de discuter du rôle des contraintes thermiques sur cette propagation. Le code de calcul que nous avons utilisé étant un code par éléments finis bi-dimensionnel nous avons défini la géométrie de l'éprouvette de manière à pouvoir la reproduire fidèlement par le calcul.

Nous avons choisi une plaque d'épaisseur constante. Cette plaque représente schématiquement une aube de turbine : les côtés plus chauds correspondent aux bords d'attaque et de fuite, le centre correspond au corps de l'aube refroidie. Les gradients de température obtenus et leurs variations sont typiques de ceux qui existent dans les aubes en service [1]. Le choix d'une plaque permet de s'affranchir des problèmes de variation d'épaisseur qui peuvent affecter la progression des fissures [4]. Les dimensions de la plaque sont 119 x 59,4 x 2,95 mm. Elle est obtenue par coulée et revêtue d'une couche anticorrosion par aluminisation en phase vapeur après rectification.

4.2.2. – MONTAGE EXPERIMENTAL

4.2.2.1. – Description de l'installation

La figure 36 montre les positions relatives de l'éprouvette, de l'inducteur du support d'éprouvette, de boîtier haute fréquence ; le système de commande de température (programmateur et lunette infra-rouge) et le suiveur de fissure utilisé pour détecter l'amorçage des fissures et mesurer leur progression.

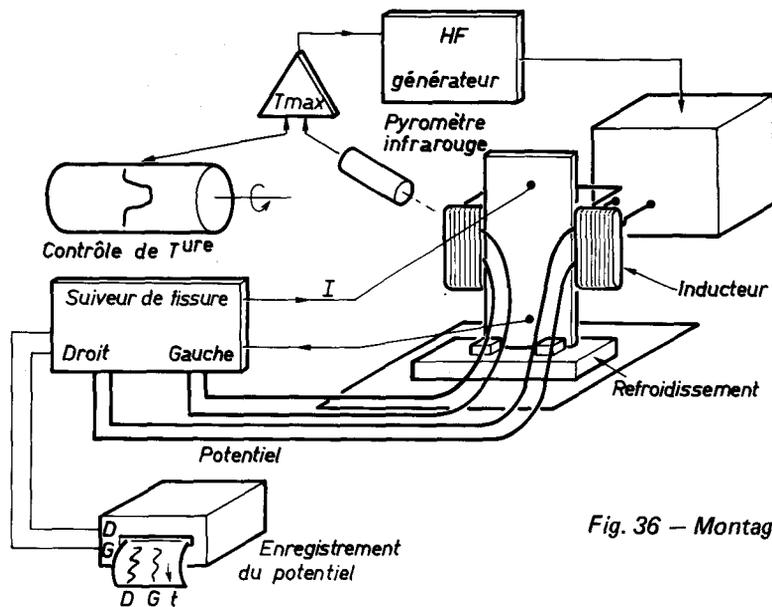


Fig. 36 – Montage expérimental

4.2.2.2. – Mesure et contrôle de température

Le chauffage est réalisé par un système à induction haute fréquence qui comporte un générateur (puissance maximale 5 kW, fréquence moyenne d'utilisation 500 kHz) et un inducteur de forme propre à obtenir les gradients thermiques importants désirés. En effet, un four ou un chauffage par effet Joule n'aurait permis leur obtention.

Le système par induction permet des vitesses de chauffage et de refroidissement importantes.

La recherche d'une géométrie convenable pour l'inducteur a été guidée par les performances suivantes :

- température importante sur 40 mm de hauteur dans la partie centrale des bords de l'éprouvette,
- faible gradient de température dans les premiers millimètres dans la largeur de la plaque,
- gradient important entre le bord et le centre à la température maximale,
- pas de surchauffe locale lors de l'apparition d'une fissure.

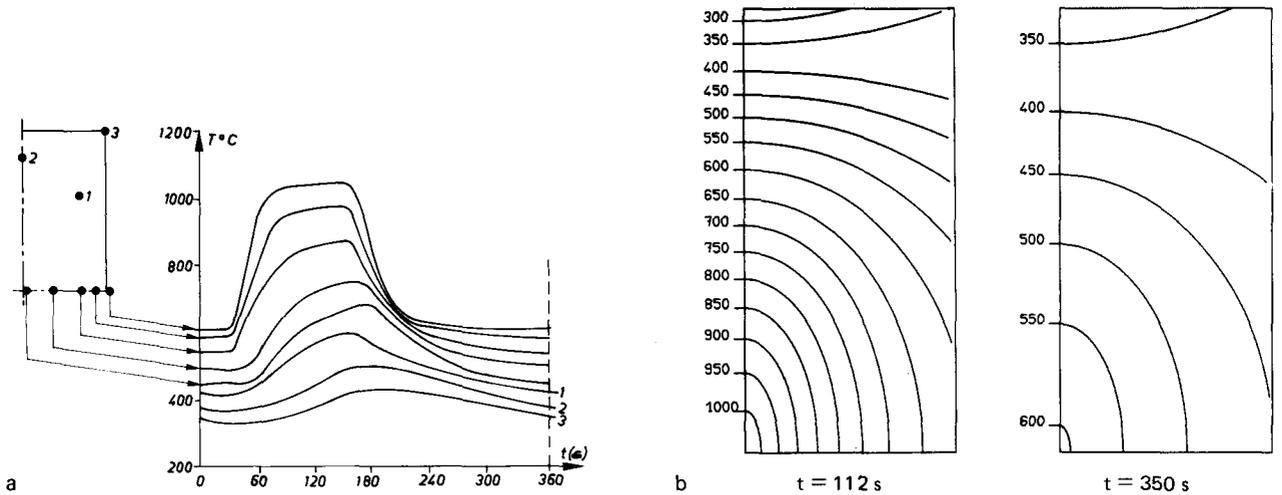
Le cycle de température (sa mise au point est décrite en annexe II) est inscrit sur le tambour d'un programmeur dont le signal de consigne est comparé à la mesure de température faite par une lunette infra-rouge au point le plus chaud de la plaque. Les mesures de température de la plaque sont faites par des thermocouples soudés à la surface et sur la tranche de l'éprouvette.

La définition du champ de température a été faite en deux temps :

– des essais préliminaires pour lesquels on a soudé des thermocouples sur toute la plaque et sur la tranche. Ces essais ont permis de définir le positionnement exact de la plaque pour obtenir une répartition symétrique de température et l'évolution de celle-ci aux différents points de mesure (Annexe II),

– des essais de fissuration pour lesquels on n'a pas soudé de thermocouples sur la tranche de l'éprouvette dans la région la plus chaude où apparaissent les fissures, de manière à être le plus possible dans les conditions d'utilisation des aubes.

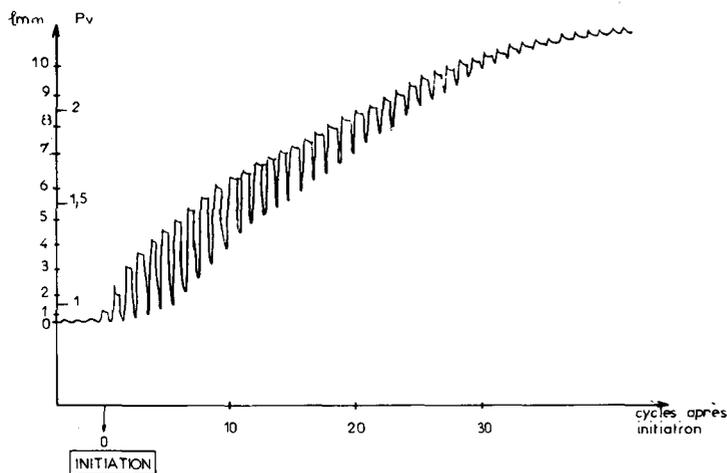
La définition des cartes de température pour chaque essai tient compte des mesures préliminaires et des mesures réalisées pendant l'essai de manière à prendre en compte la répartition réellement obtenue. La figure 37A montre l'évolution de la température en différents points de la plaque et la figure 37B les isothermes aux instants où la température est maximale et minimale. Ces cartes de température sont utilisées pour le calcul des contraintes et déformations. Les calculs nécessaires à la définition du champ de température à tout instant sont développés en Annexe III.



*Fig. 37 – Répartition de température obtenue
a) variation de T au cours du cycle, b) variation de T dans la plaque.*

4.2.3.3. – Détection de l'amorçage des fissures

La méthode de détection est une méthode dite du potentiel. Elle utilise le suiveur de fissure mis au point à l'ONERA. Grâce à sa sensibilité et la stabilité de la mesure qui n'est pas influencée par les courants parasites on détecte l'amorçage à un ou deux cycles près. Un enregistrement du potentiel lors d'un amorçage est reproduit figure 38. L'instant à retenir pour mesurer le potentiel est celui de la fin du temps de maintien à T_{min} lorsque la fissure est ouverte. On constate que pendant trois ou quatre cycles, le potentiel revient à sa valeur initiale. Ceci est dû au contact parfait qui se rétablit lors de la fermeture de la fissure quand on atteint T_{max} . Après quelques cycles, on constate que cette brusque variation décroît et que le potentiel ne retrouve plus sa valeur originelle. Cet effet est dû à la formation d'oxyde sur la surface des lèvres de la fissure, qui empêche le contact électrique de se rétablir.



*Fig. 38 – Variation du potentiel électrique
lors de l'initiation de fissure*

4.2.2.4. – Mesure de la longueur de fissure

On utilise aussi la méthode du potentiel. La longueur de fissure peut être obtenue directement en fonction de la variation du potentiel pour plusieurs géométries d'éprouvettes dans le cas d'essais isothermes [90].

Dans notre cas, nous avons dû nous affranchir du problème lié à la variation et aux gradients de température par un étalonnage préalable par photographie décrit en Annexe IV.

4.3. – ESSAIS REALISES, RESULTATS

4.3.1. – CONDITIONS DES DIFFERENTS ESSAIS

Avec le montage expérimental que nous venons de décrire nous avons réalisé des essais avec différentes amplitudes de température. La température de maintien de la partie "froide" du cycle est restée constante (620°C) dans tous les essais de manière à bien mettre en évidence l'influence de la température maximale de la partie "chaude" du cycle. Cinq températures maximales ont été étudiées ($1030, 1040, 1050, 1060, 1080^{\circ}\text{C}$). Pour chaque essai on a suivi l'évolution de température au cours des cycles en plusieurs points de la plaque (Fig. AIII.1) pour s'assurer de la symétrie des champs de température, de la bonne reproductibilité des cycles et de l'absence de modifications notables de ces champs lors de l'amorçage et de la propagation des fissures.

4.3.2. – AMORÇAGE DES FISSURES

Pour chaque essai nous avons obtenu l'amorçage d'une ou de deux fissures. Malgré le soin apporté à la bonne répartition de température, un côté de l'éprouvette est toujours un peu plus chaud que l'autre de quelques degrés lors du palier à la température maximale. Ceci explique l'amorçage d'une fissure un peu plus tôt du côté le plus chaud. Après cet amorçage on assiste à une redistribution de contrainte, due à la dissymétrie introduite par la fissure, qui retarde l'apparition d'une fissure du côté opposé. Nous avons pourtant obtenu l'amorçage de deux fissures à trois cycles d'intervalle lors d'un essai à 1050°C . Les fissures s'amorcent dans les parties les plus chaudes de la plaque et d'une manière sensiblement symétrique.

Le nombre de cycles à amorçage d'un essai est celui de l'apparition de la première fissure. L'amorçage est détecté par la méthode du potentiel électrique décrite en 4.2.2.3.

La figure 39 donne le nombre de cycles à amorçage en fonction de la température maximale.

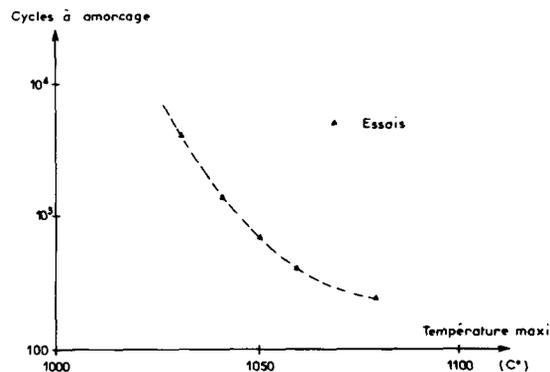


Fig. 39 – Nombre de cycles à amorçage

4.3.3. – PROPAGATION DES FISSURES

Nous avons tracé dans un diagramme semi-logarithmique les courbes de progression de fissure en fonction du nombre de cycles après amorçage (Fig. 40a). Ces courbes présentent deux parties : la première est assimilable à une droite dans la plupart des cas, la seconde tend vers une asymptote horizontale et traduit l'arrêt de la fissure.

Il faut signaler que la courbe inférieure correspond à la progression d'une seconde fissure dans la plaque lors d'un essai à 1040°C. La vitesse plus faible dans les premiers millimètres de propagation s'explique par la progression en cours de la première fissure. Après quelques millimètres on constate d'ailleurs que la courbe de propagation retrouve la même pente moyenne que les autres, ceci intervenant lorsque la première fissure commence à s'arrêter.

La partie linéaire peut être décrite par :

$$(81) \quad a = a_0 + k \text{Log}(N - N_0)$$

où a est la longueur de fissure au cycle N , a_0 est la longueur à l'amorçage au cycle N_0 et k un coefficient.

En terme de vitesse de propagation on obtient :

$$(82) \quad \frac{da}{dN} = \frac{k}{\text{Log} 10} \frac{1}{N - N_0}$$

la vitesse de propagation diminue donc très vite avec la longueur de fissure. Dans la zone asymptotique non décrite par cette relation, il y a arrêt de la fissure (en 1000 cycles sa progression est inférieure à 0,1 mm).

La longueur d'arrêt de la fissure est d'autant plus grande que T_{max} est grand (T_{min} restant constant, l'amplitude de température augmente et donc aussi la sollicitation). La figure 40b montre cette dépendance et le tableau VIII récapitule tous les résultats expérimentaux.

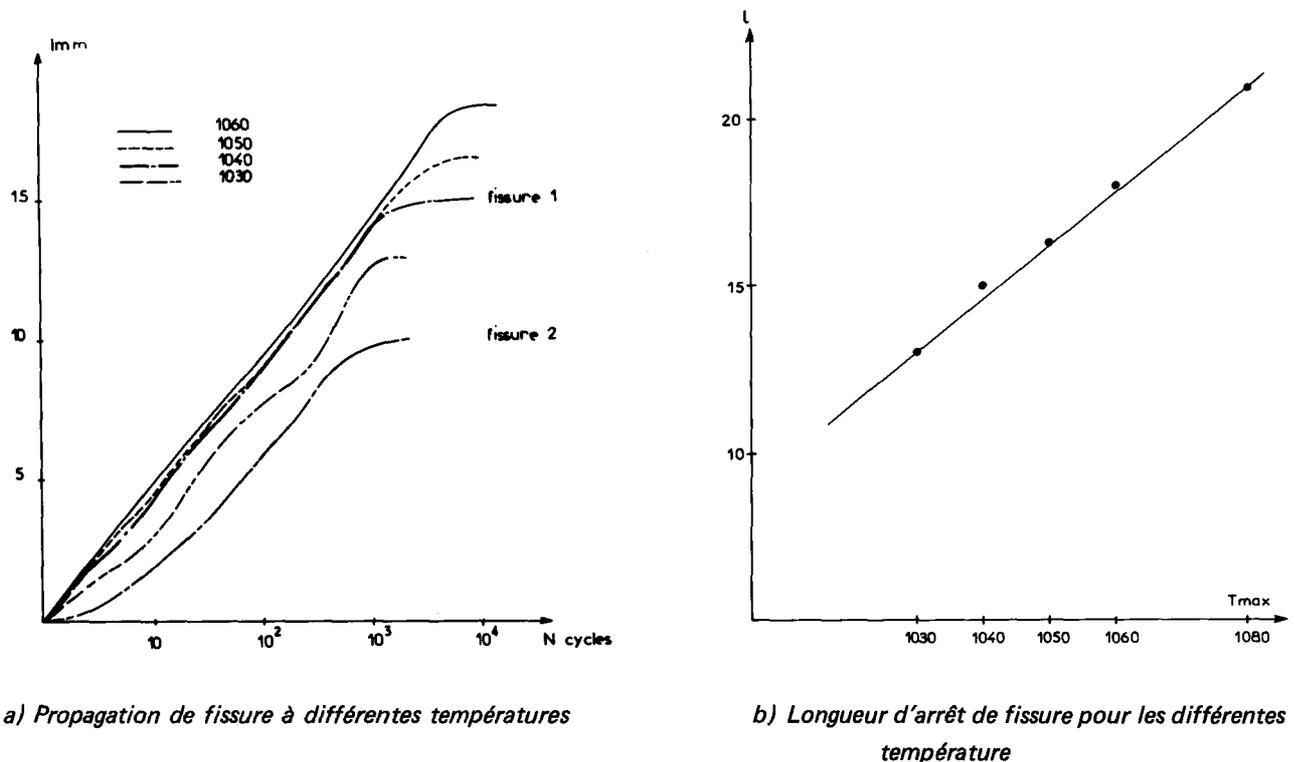


Figure 40

Tableau VIII

T _{max} °C	1030	1040	1050	1060	1080
Nombre de cycles à amorçage	3800	1335	900	700	300
Longueur d'arrêt de fissure	13.0	15.0	16.3	18.0	21.0

La vitesse de propagation diminue avec la longueur de fissure comme dans d'autres études réalisées sur des aubes de turbine [1], [4] et [5]. Mais, si dans ces études l'épaisseur de l'aube augmentait lors de la progression de la fissure, il n'en est pas de même ici.

L'effet de ralentissement de la fissure est bien dû à la disparition progressive de la sollicitation en pointe de fissure. Le chargement est en effet purement thermique et la présence d'une fissure empêche la zone la plus chaude en compression à T_{max} de passer en traction à T_{min}. La contrainte de traction est donc plus faible à mesure que la fissure progresse. L'effet de chute de vitesse de propagation n'est donc pas ici géométrique mais uniquement dû à la disparition de la sollicitation.

4.4. — OBSERVATIONS EN MICROSCOPIE A BALAYAGE

Les observations rapportées ici ont été réalisées sur un microscope électronique à balayage Cambridge 250 en électrons secondaires.

4.4.1. — LIGNES DE GLISSEMENT



La déformation de l'IN 100 est obtenue par création et mouvement de dislocations comme dans la plupart des matériaux métalliques. Cette déformation s'accompagne d'apparition de lignes de glissement que nous avons observé dans les zones les plus déformées. La figure 41 montre la densité importante de ces lignes. Plusieurs systèmes de glissement sont activés successivement comme le montrent les lignes en escalier de la photo de détail. On distingue nettement les joints de grain et les orientations différentes des lignes de glissement dans les divers grains.

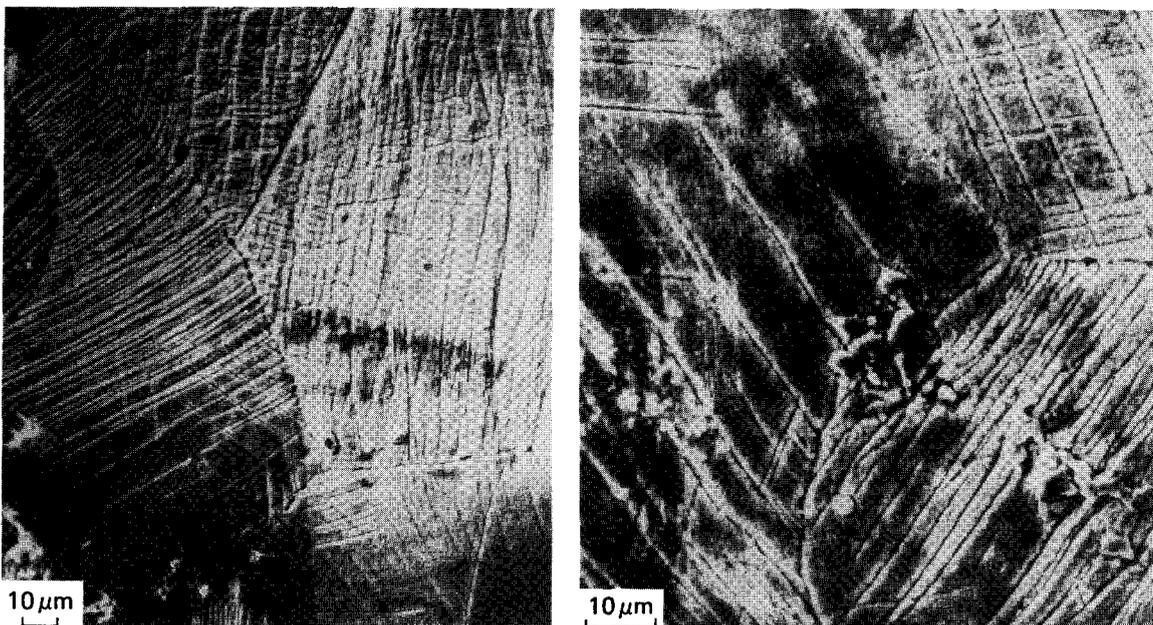


Fig. 41 — Lignes de glissement

4.4.2. — CHEMINEMENT DES FISSURES

La figure 42 montre à faible grossissement une fissure qui s'est propagée et arrêtée. Le cheminement de cette fissure, comme pour toutes les autres, est très mouvementé. Dans les quatre premiers millimètres de sa progression, la fissure avance en dents de scie. Il faut ici rappeler que la fissure franchit ces quatre premiers millimètres en une dizaine de cycles seulement. On peut remplacer environ dix changements de direction dans ces quatre millimètres. On ne peut conclure sur cette seule observation et les observations des faciès de rupture donneront plus de renseignements.

On remarque de part et d'autre de la fissure une zone plus claire qui correspond à une oxydation du matériau à partir des lèvres de la fissure (celles-ci ne sont évidemment pas aluminisées comme la surface de la plaque). La fissure, en traversant l'épaisseur de la plaque, crée une surface libre à partir de laquelle l'oxygène de l'air peut réagir avec le matériau.

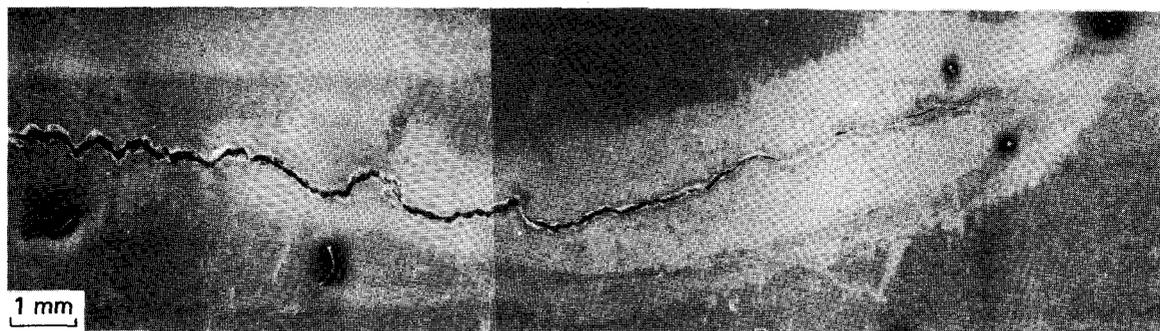


Fig. 42 — Cheminement des fissures

Des observations à plus fort grossissement permettent de préciser le mode de progression de la fissure. La forme géométrique des grains est visible figures 43 et 44. On remarque sur ces photos que la fissure est tantôt inter-, tantôt transgranulaire. La décohérence intergranulaire donne une forme irrégulière à la surface de la fissure dans l'épaisseur de la plaque. La fissure progresse dans des zones déformées contenant une densité assez grande de lignes de glissement (Fig. 45). Les faciès de rupture font d'ailleurs apparaître à la fois des zones intercrystallines laissant penser à l'intervention d'un mécanisme de fluage et des zones de progression transgranulaire dans lesquelles on a observé des stries de fatigue.

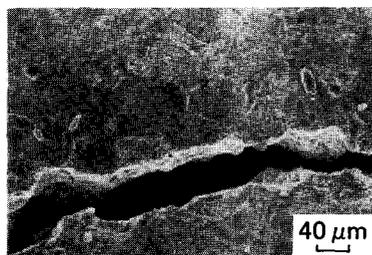


Fig. 43

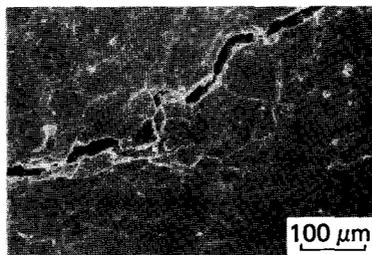


Fig. 44

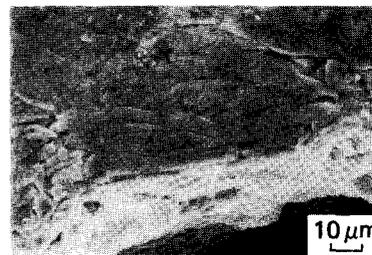


Fig. 45

Fig. 43 à 45 — Détails du cheminement des fissures.

4.4.3. — STRIES DE FATIGUE

L'observation du faciès de rupture de la plaque est relativement difficile à cause de la couche d'oxyde qui s'est créée à la surface. Avant toute observation nous avons donc retiré cet oxyde qui masque le faciès. C'est une opération délicate qui a été réalisée par bombardement ionique. Outre le fait que les faciès de rupture de l'IN 100 sont généralement assez mouvementés, ce décapage ionique ne résoud pas tous les problèmes. La couche d'oxyde est

de quelques microns, comme on peut le constater figure 46 sur laquelle il reste une plage d'oxyde. La perte d'informations due à cette couche d'oxyde n'est pas négligeable puisque celle-ci se forme à partir du matériau de la surface. Les zones dans lesquelles nous avons observé des stries de fatigue sont, elles aussi, assez réduites. Pour toutes les observations présentées ici, la fissure se propage de la gauche vers la droite.

L'observation du faciès de rupture à faible grossissement (Fig. 47) montre la complexité des mesures à réaliser. On remarque cependant un relief en dents de scie. Ces stries correspondent bien à des stries de fatigue mais il est difficile de dire si un cycle correspond à une seule strie. Il est en effet possible que la fissure progresse par à coups au début de sa propagation. On peut mesurer sur cette figure ainsi que la figure 46 des interstries de 200 à 500 microns. Pour de telles valeurs il est difficile de parler de stries. On est en effet habitué à des ordres de grandeur de 1 à 10 microns. La vitesse de propagation dans les premiers millimètres correspond plutôt à celle de la fin d'un essai de fatigue classique mais il faut rappeler que la fissure ralentit très vite car la sollicitation thermique en pointe de fissure diminue avec la longueur de fissure. Des observations ont été réalisées sur tout le faciès (Fig. 48 à 51). Les stries observées sont nettes mais les plages peu nombreuses pour deux raisons essentielles : la propagation est partiellement intergranulaire et l'oxyde a consommé lors de sa formation un certain nombre de zones striées.

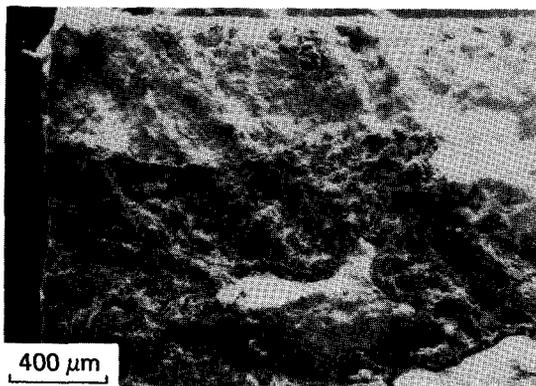


Fig. 46

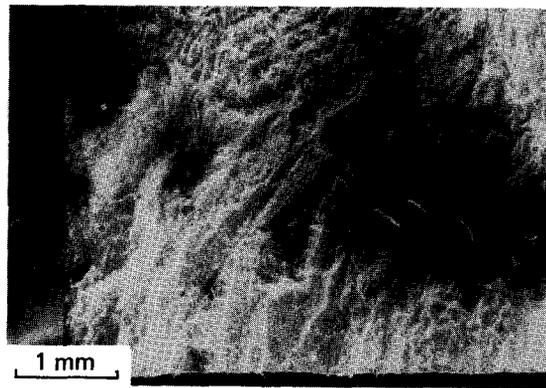


Fig. 47

Photos globales du Faciès de rupture dans les premiers millimètres

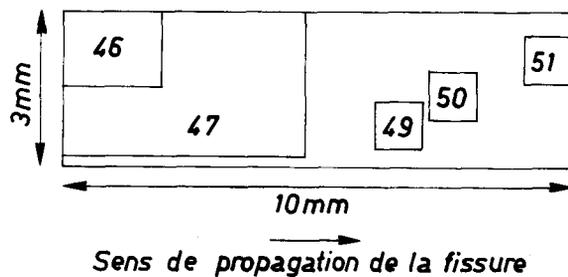


Fig. 48 – Emplacement des observations sur le faciès de rupture



Fig. 49 – Stries de fatigue à 7 mm

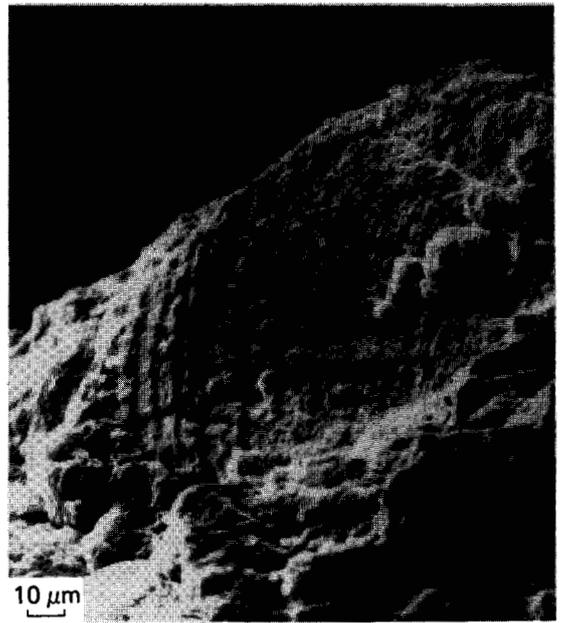


Fig. 50 – Stries de fatigue à 8 mm

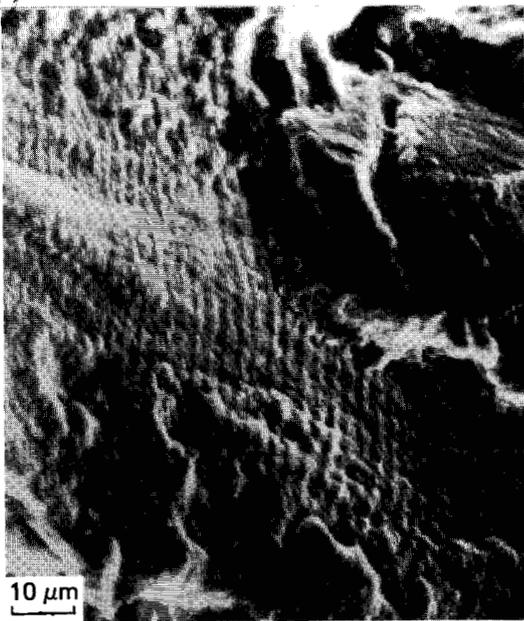


Fig. 51 – Stries de fatigue à 10 mm

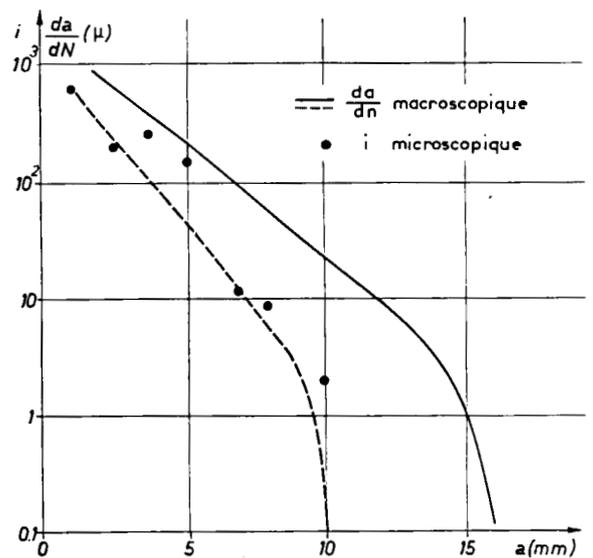


Fig. 52 – Vitesse de propagation de fissure.
Mesures macroscopiques (da/dN) et microscopiques (interstriations i).

Toutes les mesures réalisées sont rassemblées figure 52. Les deux courbes de vitesse de propagation macroscopique da/dN en fonction de la longueur de fissure a représentent l'enveloppe de toutes les courbes de la figure 40A pour les essais à 1040 et 1050°C de température maximale pour lesquels les observations microscopiques ont été réalisées.

On constate sur cette figure que les mesures d'interstriations se placent correctement dans la bande de dispersion. Les observations microscopiques confirment donc bien les mesures macroscopiques réalisées à l'aide du suiveur de fissure.

5. — APPLICATION DE LA METHODE DE PREVISION DE DUREE DE VIE A LA PLAQUE SOUS GRADIENTS THERMIQUES CYCLIQUES

Le calcul des contraintes et déformations dans la plaque a été réalisé avec le code de calcul par éléments finis en viscoplasticité cyclique EVPCYCL (Elasto Visco Plasticité Cyclique). La prévision d'amorçage a été réalisée à partir du cycle stabilisé des contraintes et déformations à l'aide de lois de dommage en conditions isothermes que nous avons intégrées grâce au post-processeur OUTPAS du code EVPCYCL. La progression des fissures a fait l'objet d'une première approche par la Mécanique Linéaire de la Rupture.

5.1. — LE CODE DE CALCUL EVPCYCL

Le code de calcul de viscoplasticité cyclique, EVPCYCL, a été construit et développé à l'ONERA par la Division Fatigue — Rupture de la Direction Résistance des Structures depuis 1979 [91]. Il est spécialement orienté vers les aspects cycliques non isothermes des lois de comportement des matériaux et limité aux structures bidimensionnelles (planes ou axisymétriques). Le mailleur BIMAIL (pré-processeur du code), l'élément fini et le solveur ont été fournis par le CETIM, tout le reste réalisé à l'ONERA, en particulier tout ce qui concerne la viscoplasticité et l'algorithme de résolution.

Depuis 1979, de nombreuses structures ont été calculées : disque de turbine SNECMA [92], éprouvettes de traction-compression [93], plaque fissurée en flexion, plaques et éprouvettes entaillées [94] et [95].

5.1.1. — PRINCIPE GENERAL D'UN CALCUL DE VISCOPLASTICITE CYCLIQUE

La méthode est classique [15] et [96]. Elle est bâtie à partir de la solution d'un problème d'élasticité avec contraintes initiales (thermiques par exemple). La loi d'élasticité peut se mettre sous la forme :

$$(83) \quad \{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} + \{\sigma_0\}$$

où les contraintes initiales $\{\sigma_0\}$ sont considérées comme connues. La méthode des éléments finis en déplacements utilise les inconnues nodales $\{q\}$ pour définir les champs de déplacement de déformation dans chaque élément :

$$(84) \quad \{u\} = [N] \{q\} \quad ; \quad \{\epsilon\} = [B] \{q\}$$

Les relations de l'équilibre et la compatibilité entre éléments conduisent à un système linéaire

$$(85) \quad [K] \{q\} = \{F\} + \{F_0\}$$

où $[K]$ est la matrice de rigidité de la structure, d'ordre le nombre de degrés de liberté, mais de structure bande. $\{F\}$ constitue la colonne des efforts nodaux équivalents aux efforts extérieurs, $\{F_0\}$ correspond aux contraintes initiales.

En élasto-viscoplasticité non isotherme (quasi statique) la loi de comportement se met sous la forme :

$$(86) \quad \{\epsilon\} = \{\epsilon_e\} + \{\epsilon_p\} + \{\epsilon_{th}\}$$

décomposant la déformation totale en élastique, plastique, dilatation. La loi d'élasticité s'écrit :

$$(87) \quad \{\sigma\} = [D] \{\epsilon_e\} = [D] \{\epsilon\} - [D] \{\epsilon_p\} - [D] \{\alpha \theta\}$$

la somme des deux derniers termes peut être considérée comme une contrainte initiale $\{\sigma_0\}$ et le problème se résoud comme précédemment.

En pratique, il faut procéder pas à pas, les déformations plastiques $\{\epsilon_p\}$, ainsi que les variables d'écrouissage associées $\{\alpha_i\}$ ne pouvant être obtenues qu'à partir des évolutions antérieures. Les lois de viscoplasticité se mettent en effet sous la forme :

$$(88) \quad \begin{cases} \{\dot{\epsilon}_p\} = F(\{\sigma\}, \{a_j\}, T) \\ \{\dot{a}_j\} = G(\{\sigma\}, \{a_j\}, T) \end{cases}$$

Le calcul de viscoplasticité nécessite donc l'emploi d'un algorithme d'intégration pas à pas, avec calcul automatique du pas de temps [8], [9], afin d'optimiser le compromis coût-précision.

5.1.2. – QUELQUES PARTICULARITES DU CODE EVPCYCL

(i) C'est un programme basé sur la méthode des éléments finis, limité aux problèmes plans et axisymétriques, avec des éléments triangulaires isoparamétriques à six noeuds, amplement suffisants pour obtenir des champs de déformation et de contrainte satisfaisants à partir d'une méthode en déplacements. EVPCYCL est un programme de moyenne dimension : 25000 cartes FORTRAN environ. Un problème est résolu en trois étapes distinctes (Fig. 53) :

- maillage de la structure par le mailleur automatique BIMAIL (il peut y avoir jusqu'à 10 zones de matériaux différents),
- calcul proprement dit par EVPCYCL, c'est la partie longue et coûteuse,
- sortie des résultats aux différents pas de temps et calculs d'endommagement et d'amorçage des fissures par le post-processeur OUTPAS.

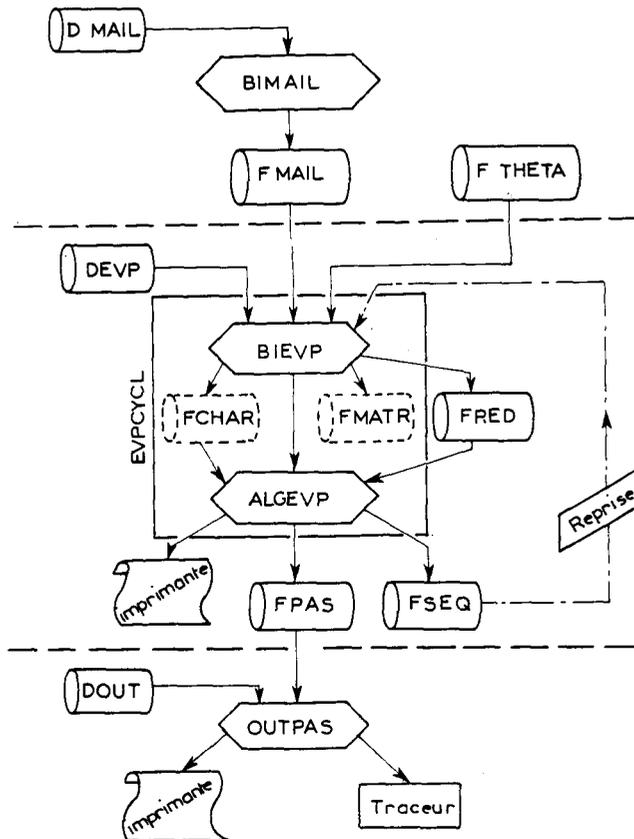


Fig. 53 – Organisation du calcul en trois étapes indépendantes

(ii) Dans EVPCYCL, le calcul est organisé en deux étapes :

1. Préparation du problème : lecture des données, construction des fichiers chargement, de la matrice de rigidité de chaque élément, de la matrice assemblée, de la matrice réduite (triangularisée).

2. Résolution par l'algorithme de viscoplasticité à partir des fichiers construits dans la première étape. Lorsque la température (et le module d'élasticité) évolue en fonction du temps, une matrice de rigidité et une matrice réduite sont définies à chaque séquence de chargement : cela permet de calculer plusieurs cycles successifs avec des chargements identiques, avec un coût relativement limité. Trois fichiers peuvent être sauvegardés pour un calcul ultérieur, une reprise du calcul et la visualisation des résultats par le processeur OUTPAS.

(iii) Les algorithmes d'intégration sont des algorithmes explicites (Euler, second-ordre) ou semi-implicites (Euler-Cauchy) [6]. Celui qui est le plus souvent employé car le plus fiable pour des évolutions très complexes et des lois fortement non linéaires est l'algorithme du second-ordre mis au point à l'ONERA. Le calcul du pas d'intégration se fait à chaque pas, a priori, avant d'effectuer l'incrément de temps ; il tient compte des termes d'ordre supérieur dans le développement de Taylor. La convergence de cette méthode a été testée de nombreuses fois [97].

(iv) Une particularité de l'algorithme par rapport à des solutions retenues par ailleurs [11] est de ne considérer comme variables à incrémenter que les déformations plastiques $\{\epsilon_p\}$ et les variables d'écrouissage $\{a_j\}$. Au second ordre par exemple, on passe de l'instant t à l'instant $t + \Delta t$ par :

$$(89) \quad \begin{aligned} \{\epsilon_p\}_{t+\Delta t} &= \{\epsilon_p\}_t + \{\dot{\epsilon}_p\}_t \Delta t + \{\ddot{\epsilon}_p\}_t \frac{\Delta t^2}{2} \\ \{a_j\}_{t+\Delta t} &= \{a_j\}_t + \{\dot{a}_j\}_t \Delta t + \{\ddot{a}_j\}_t \frac{\Delta t^2}{2} \end{aligned}$$

Les termes d'ordre 1 sont obtenus après résolution de l'équilibre à l'instant t , connaissant $\{\epsilon_p\}_t$ par le problème (85), puis par application de la loi de viscoplasticité (88). Les termes d'ordre 2 sont obtenus ensuite par la résolution du problème d'ordre supérieur, connaissant $\{\dot{\epsilon}_p\}_t$ [15] :

$$(90) \quad [K] \{\dot{q}\} = \{\dot{F}\} + \{\dot{F}_0\}$$

où $\{\dot{F}_0\}$ dépend de $\{\dot{\epsilon}_p\}_t$, T et tient compte éventuellement de la variation de $[K]$. Cette méthode présente un gros avantage : seule l'incrément de $\{\epsilon_p\}$ et $\{a_j\}$ est approchée, l'équilibre et donc les contraintes étant connues exactement à partir de ces quantités approchées. Cela évite le cumul d'erreurs, assure une certaine stabilité (bien que l'algorithme explicite soit par nature plus instable que l'algorithme implicite) et évite des erreurs non liées à la viscoplasticité, par linéarisation par exemple des évolutions thermiques et des évolutions du module d'élasticité.

(v) Dans le même esprit une seconde particularité a été implantée pour les problèmes à évolutions non isothermes. Les matrices de rigidité sont établies et triangulées à des instants particuliers du chargement. Aux instants intermédiaires l'algorithme utilise la matrice réduite obtenue par interpolation linéaire [15] :

$$(91) \quad K_t^{-1} = K_{t_{i+1}}^{-1} \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i} + K_{t_i}^{-1} \frac{t_{i+1} - t}{t_{i+1} - t_i}$$

Ceci oblige à un découpage assez fin du cycle de chargement lorsque la température évolue (jusqu'à 60 points), de façon à éviter les erreurs trop élevées sur les contraintes calculées par cette résolution évidemment approchée. Notons que l'équilibre est toujours respecté aux instants t_i mais que la déformation plastique peut être erronée à cause des écarts sur la contrainte aux temps intermédiaires. Le gros avantage de ce procédé est de ne nécessiter qu'un nombre limité de triangulations surtout lorsque plusieurs cycles successifs doivent être calculés. Pour fixer les idées : de 500 à 1000 pas sont nécessaires par cycle, le calcul de 10 cycles nécessiterait ainsi 5000 à 10000 triangulations au lieu des 60 actuellement pratiquées (celles-ci sont stockées sur le fichier FRED).

- (vi) Une dernière particularité à souligner : le code EVPCYCL utilise les modèles de comportement de viscoplasticité les plus représentatifs du comportement réel. Suivant le matériau, la température, le problème posé, l'utilisateur peut sensibiliser facilement l'un ou plusieurs des nombreux effets physiques incorporés, à condition bien sûr (et ce n'est pas le plus facile), de connaître les coefficients correspondants pour les matériaux : écrouissage isotrope, cinématique, cinématique non-linéaire, effets de mémorisation de l'écrouissage, effets de restauration, plusieurs types de viscosité, viscoélasticité, effets dus aux changements de température... Les différentes composantes de la loi de comportement sont affichées par la présence des données correspondant à ces différents effets.

5.1.3. – MISE EN DONNEES DU PROBLEME

Celle-ci se réalise pratiquement par la définition de trois fichiers (Fig. 53) :

- le fichier FMAIL, construit par le préprocesseur BIMAIL, qui contient les caractéristiques du maillage,
- le fichier FTHETA contient les champs de température à chaque instant du chargement ou des paramètres permettant de le définir (Annexe III),
- le fichier DEVP contient les « cartes de données » proprement dites, permettant d'indiquer successivement les dimensions générales du problème, les paramètres de l'algorithme, la loi de comportement du matériau, les conditions aux limites de la structure, les conditions de chargement (efforts concentrés, répartis, efforts centrifuges, déplacements imposés... etc). La définition du chargement en fonction du temps se réalise facilement.

5.1.3.1. – Conditions du calcul. Discrétisation

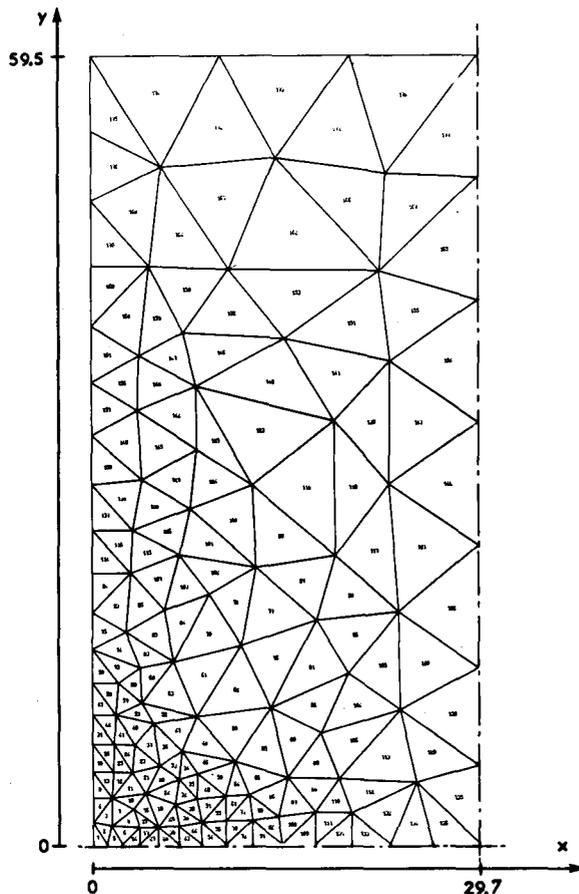


Fig. 54 – Maillage

Le calcul est fait sous l'hypothèse des contraintes planes. La symétrie des champs de température nous a conduit à ne réaliser le calcul que sur un quart de plaque en imposant des conditions de déplacement sur les axes de symétrie. Le maillage réalisé avec le mailleur BIMAL comporte 178 triangles et 399 noeuds. Il est représenté figure 54 et on peut remarquer que la répartition est d'autant plus fine que les gradients sont élevés (à comparer avec la figure 37b). Les conditions de déplacement imposées sont des déplacements nuls le long des axes de symétrie : dans le sens y pour l'axe (Ox) et dans le sens x pour l'axe parallèle à (Oy). Ces seules conditions sont propres à rendre compte des symétries de déplacement dans la plaque. Aucune force ni aucun autre déplacement ne sont imposés, les seules autres données du calcul étant le champ de température.

5.1.3.2. – Loi de comportement

La loi de comportement de l'IN 100 a été déterminée lors d'essais isothermes à différentes températures. Nous n'avons pas utilisé la partie du modèle de comportement de l'IN 100 qui rend compte de la variation de limite élastique par R^* lors des changements de température pour les raisons exposées au paragraphe 3.4.5.

La loi est employée sous sa forme stabilisée (variable d'érouissage isotrope $R + k$ fixée) : on néglige ainsi l'effet d'adoucissement cyclique, présent sur l'IN 100 mais faible et rapide (quelques cycles). Ce choix est justifié par le fait que l'on ne s'intéresse qu'à la réponse stabilisée en vue des calculs d'amorçage. Une seule variable d'érouissage cinématique non linéaire a été définie. Les équations du comportement (paragraphe 2.2.) se réduisent ainsi à :

$$(92) \quad \dot{\alpha} = \dot{\epsilon}_p - C X \dot{p}$$

$$(93) \quad X = \frac{2}{3} C a \alpha$$

La loi fait apparaître cinq coefficients pour décrire le comportement de l'IN 100. Ces coefficients ont été déterminés lors d'essais isotherme (voir Annexe I) et leur variation en fonction de la température est donnée par des paraboles tangentes par morceaux. L'expression employée

$$(94) \quad Y(T) = c_i + b_i (T - T_i) + a_i (T - T_i)^2$$

Pour chaque coefficient de la loi de comportement on définit donc un ensemble d'intervalles de température T_i, T_{i+1} dans lequel trois valeurs a_i, b_i, c_i sont données. Ces valeurs sont prédéterminées de façon à assurer la continuité de Y et de sa dérivée partielle par rapport à la température. La figure 55 montre la variation des cinq coefficients n, K, a, C et $R + k$ en fonction de la température.

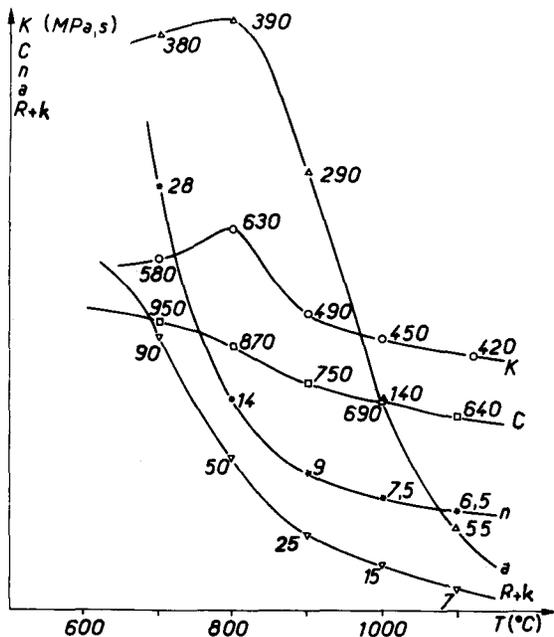


Fig. 55 – Les coefficients du modèle stabilisé en fonction de la température

5.1.3.3. – Définition du cycle de chargement

Le chargement est défini d'une manière discrète en différents instants du cycle. L'intervalle de temps entre deux instants de chargement est appelé séquence. Les longueurs des différentes séquences ont été définies en fonction de la variation de température (séquences courtes lors des transitoires, longues lors des maintiens en température). La figure 56 montre la variation de température au point le plus chaud. Le cycle a une durée de 360 s et comprend 51 séquences marquées par des triangles. Deux séquences supplémentaires de 20 secondes chacune sont utilisées au début du calcul pour définir la première montée en température. Le nombre de séquences et leur durée respective a été choisi de manière à minimiser les erreurs dues à l'interpolation de la matrice de rigidité (relation 91). La figure 57 montre les isothermes dans un quart de plaque à différents instants du cycle. L'annexe IV récapitule les mesures de température réalisées, les calculs effectués pour définir la répartition de température et la détermination de la durée des séquences de manière à minimiser les erreurs dues à l'interpolation de la relation 91.

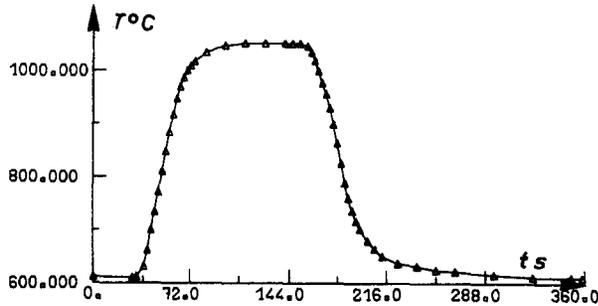


Fig. 56 – Définition des séquences de chargement

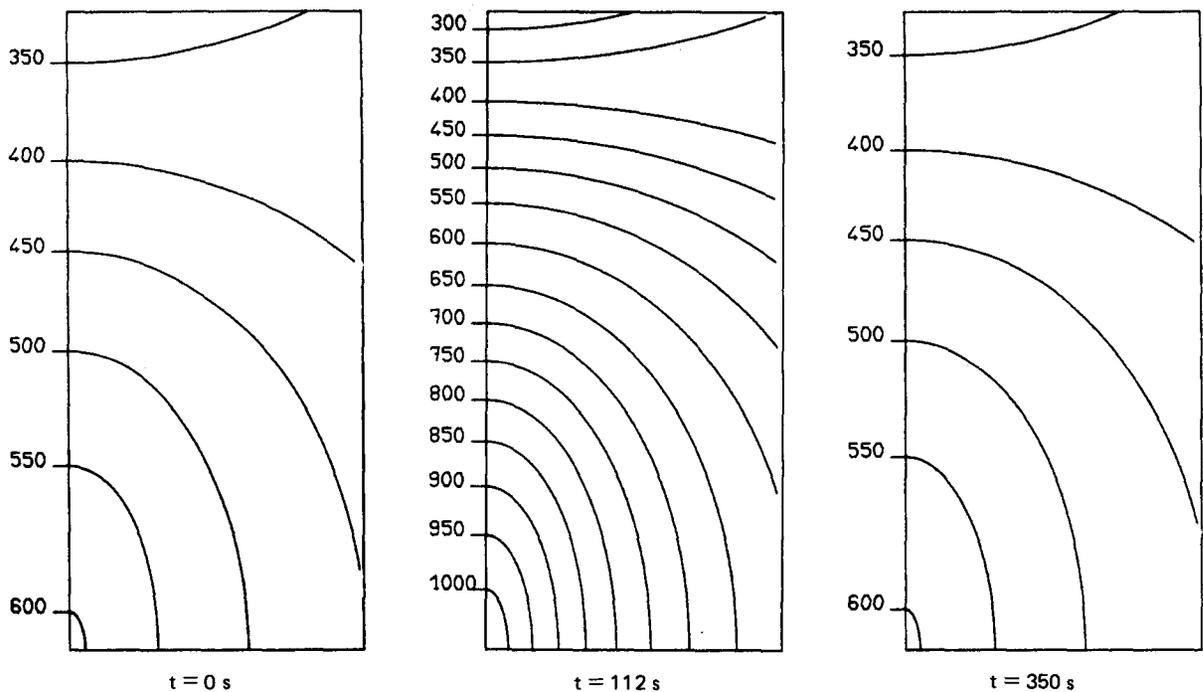


Fig. 57 – Répartition de température à différents instants du cycle

5.1.4. – RESULTATS DU CALCUL DES CONTRAINTES ET DES DEFORMATIONS

Le calcul des contraintes et déformations a été réalisé pour deux essais de température minimale 610°C et de température maximale 1050 et 1030°C (cette température est celle du point le plus chaud reportée figure 56). Pour chacun de ces calculs on a tracé (Fig. 58 et 59) :

- l'évolution de la contrainte σ_2 au point le plus chaud (point 1 : $x = 0, y = 0$) en fonction du temps, jusqu'à la stabilisation,
- les boucles contrainte-déformation $(\sigma_2, \epsilon_{p2})$ au point le plus chaud.

La stabilisation est obtenue après une douzaine de cycles environ. La variation de contrainte entre les deux derniers cycles est inférieure à 2 MPa (soit 0,5 %) et celle de déformation plastique de 6×10^{-5} (soit 1,2 %). La figure 60 montre l'évolution parallèle de la contrainte σ_2 et de la température T du point le plus chaud au cours d'un cycle. Ceci nous montre que :

- les variations de contrainte se font à une vitesse directement liée aux vitesses de montée et de descente de température,
- la durée du palier à Tmax est suffisante pour permettre une relaxation presque totale de
- la durée du palier à Tmin est aussi suffisante pour atteindre un équilibre de contrainte.

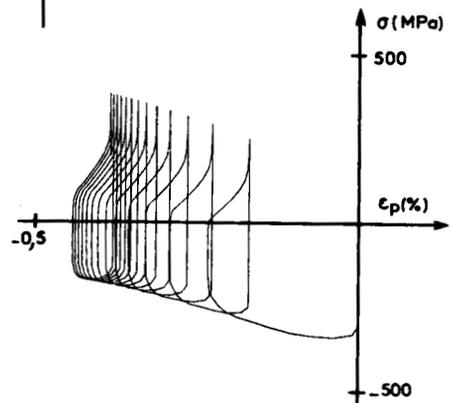
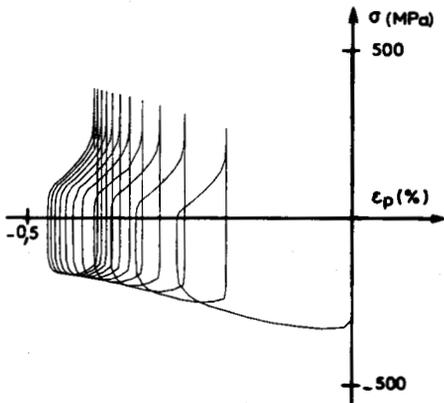
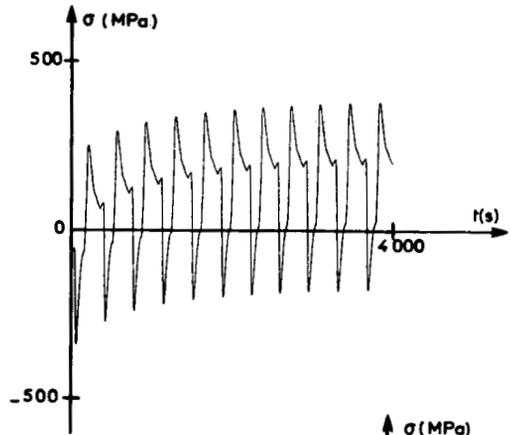
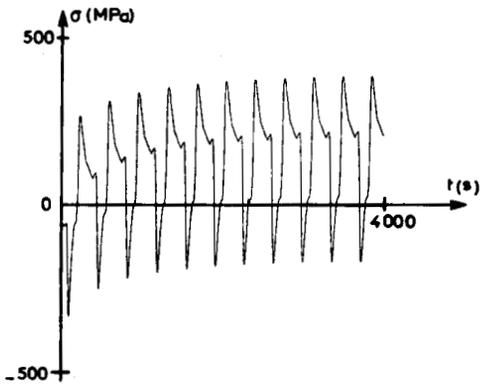


Fig. 58 - Contraintes et déformations plastiques au point 1. (Tmax = 1050°C).

Fig. 59 - Contraintes et déformations plastiques au point 1. (Tmax = 1030°C)

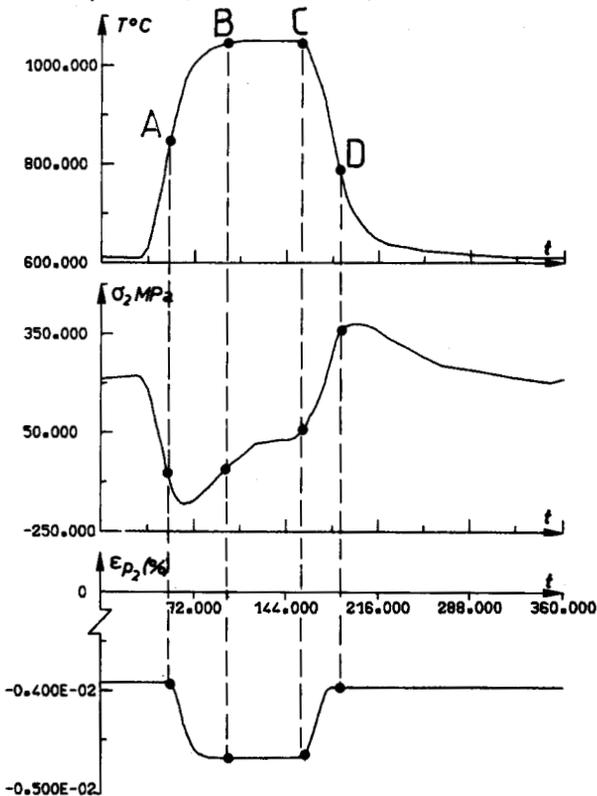


Fig. 60 - Evolution de la température, de la contrainte σ_2 et de la déformation ϵ_{p2} au point 1 au cours d'un cycle.

Les résultats étant similaires pour les deux calculs on présente dans la fin de ce paragraphe les résultats de répartition de contrainte et de déformation plastique pour le calcul à $T_{\max} = 1050^{\circ}\text{C}$.

La figure 61 montre la variation de la température, de σ_2 et de ϵ_{p2} en fonction de x le long de l'axe Ox de la figure 54 à quatre instants du cycle ($t = 53$ s, $t = 112$ s, $t = 196$ s et $t = 266$ s).

La figure 62 donne la boucle contrainte – déformation mécanique totale (déformation totale moins déformation thermique) au cycle stabilisé, au point le plus chaud. Sur la boucle ont été indiqué le temps et la température. Il apparaît clairement que la compression commence vers le début du chauffage ($t = 48$ s, $T = 770^{\circ}\text{C}$). La décharge élastique ne se traduit pas par une portion linéaire à cause de l'évolution du module d'Young avec la température. L'écoulement plastique de compression intervient à partir du point A ($t = 53$ s, $T = 845^{\circ}\text{C}$). La variation du module d'Young explique ici encore la forme de la boucle dans la portion A - B. A partir du point B la décharge élastique correspond à la diminution des gradients thermiques durant le palier à la température maximale. Il s'y superpose une relaxation de la contrainte qui est presque complète à la fin du palier (point C, $t = 151$ s). Lors du refroidissement les contraintes augmentent. La contrainte atteinte dépasse la limite élastique et un écoulement plastique se produit du point C au point D. La température décroissant, la limite élastique augmente jusqu'à dépasser la contrainte atteinte (point D). La contrainte varie alors de manière purement élastique. Elle atteint son maximum au cours du refroidissement ($t = 195$ s, $T = 788^{\circ}\text{C}$). Les gradients de température s'amenuisant, la contrainte décroît jusqu'à la fin du cycle.

La déformation plastique est très localisée comme le montre la figure 63 sur laquelle on a reporté les cartes de répartition de température, de contrainte σ_2 et de déformation plastique ϵ_{p2} à l'instant $t = 53$ s du cycle stabilisé. Le niveau de déformation plastique est directement relié à la température maximale à cause de la dépendance de la contrainte d'écoulement plastique avec la température.

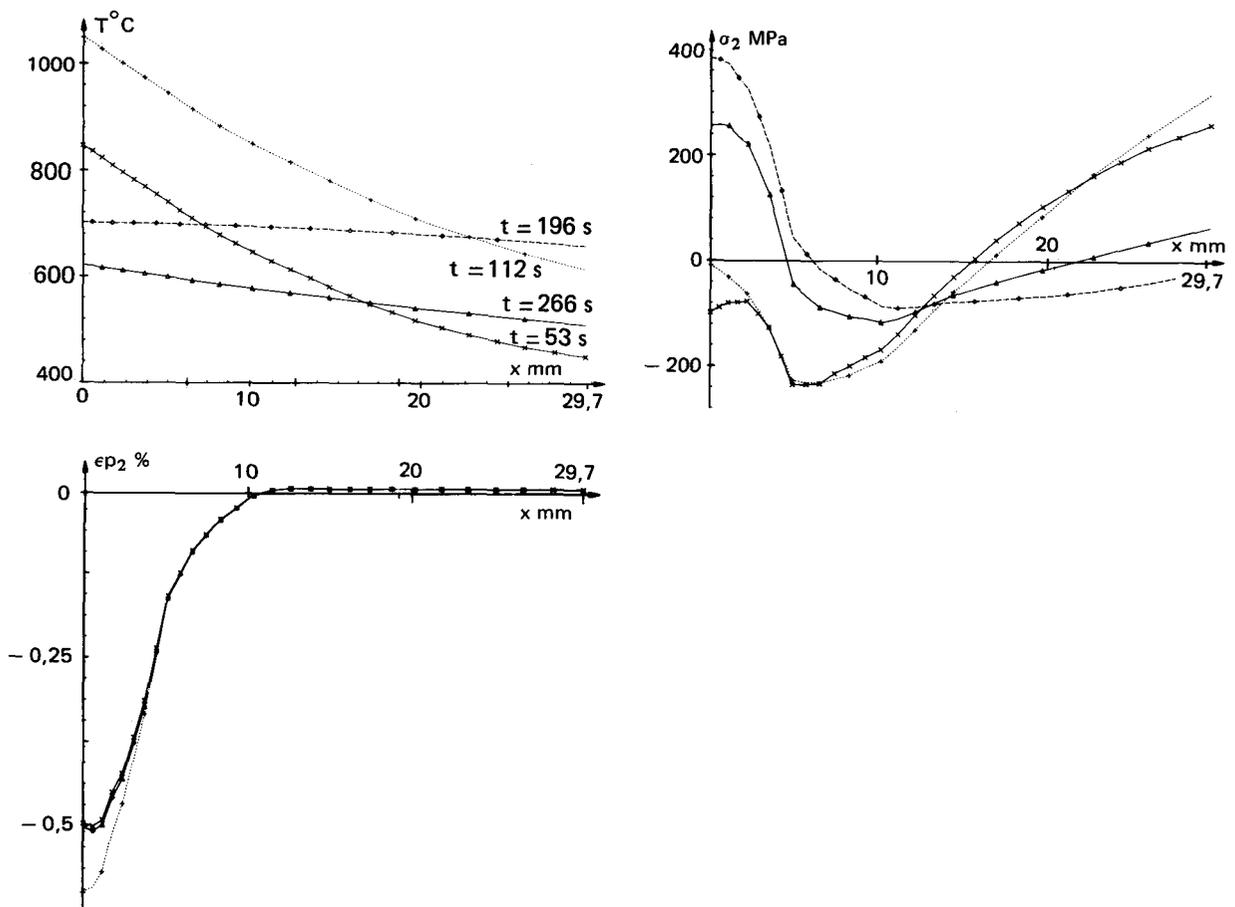


Fig. 61 – Répartition de $T, \sigma_2, \epsilon_{p2}$ en fonction de x à $y = 0$ aux instants 53, 112, 196 et 266 s dans le cycle stabilisé

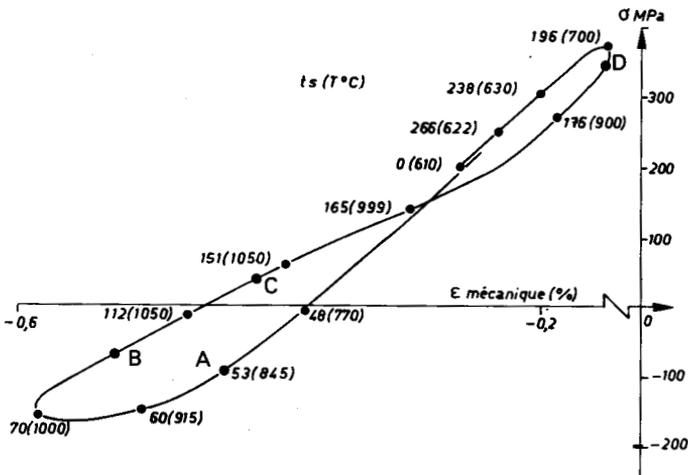


Fig. 62 – Boucle contrainte déformation mécanique totale au cycle stabilisé au point 1 (les nombres sur la courbe indiquent le temps et la température)

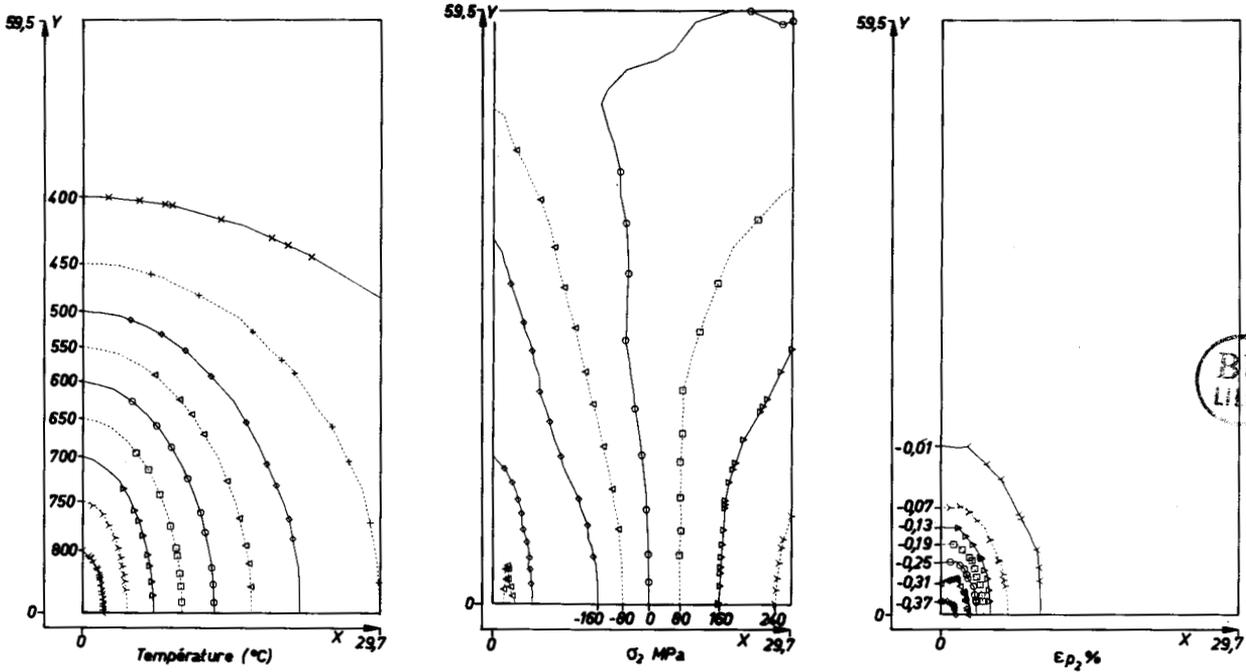


Fig. 63 – Répartition de température, contrainte et déformation à t = 53 s dans le cycle stabilisé

5.2. -- PREVISION DE LA DUREE DE VIE A L'AMORÇAGE

Pour calculer le nombre de cycles à amorçage d'une fissure dans la plaque nous avons utilisé les lois d'endommagement de fluage et de fatigue décrites au paragraphe 2.3. Ces lois ont été établies pour des essais isothermes et la difficulté du problème de prévision du durée de vie dans le cas présent résulte de la température variable au cours d'un cycle.

5.2.1. – DOMMAGE DE FLUAGE

5.2.1.1. – Intégration de la loi de fluage à température variable

La loi d'endommagement de fluage de l'IN 100 est décrite en considérant un exposant k constant, indépendant de la contrainte et de la température :

$$(95) \quad \frac{dD_C}{dt} = \left\langle \frac{\chi(\sigma)}{A} \right\rangle^r (1 - D_C)^k$$

où $\chi(\sigma)$ est la fonction de Hayurst (cf § 2.3.2)

$$\chi(\sigma) = \alpha J_0(\sigma) + \beta J_1(\sigma) + (1 - \alpha - \beta) J_2(\sigma)$$

Lorsque la contrainte varie cycliquement de façon périodique on définit la durée de vie en fluage pur par le nombre de cycle N_c obtenu en intégrant la loi de dommage. A cause de la propriété de cumul linéaire l'intégration pour $0 < D_c < 1$ donne :

$$(96) \quad \frac{1}{N_c} = (k+1) \int_{\text{cycle}} \left(\frac{\chi(\sigma)}{A} \right)^r dt$$

Le second membre peut être calculé explicitement pas à pas, en considérant $\chi(\sigma)$ linéaire sur chaque pas. Supposons d'abord que r et A sont constants. On a alors entre t_1 et t_2 :

$$(97) \quad \chi(t) = \chi(t_1) + \frac{\chi(t_2) - \chi(t_1)}{t_2 - t_1} (t - t_1)$$

et l'incrément de dommage entre t_1 et t_2 peut s'écrire :

$$(98) \quad \Delta D = \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\chi(\sigma)}{A} \right)^r dt = \frac{A}{r+1} \frac{t_2 - t_1}{\chi(t_2) - \chi(t_1)} \left[\left(\frac{\chi(t_2)}{A} \right)^{r+1} - \left(\frac{\chi(t_1)}{A} \right)^{r+1} \right]$$

Comme la température est variable entre les instants t_1 et t_2 , A et r varient sur le pas. Pour pouvoir intégrer on prend la valeur moyenne sur le pas de A et r . Comme les pas de temps, donc de température, sont petits ceci est justifié. On obtient donc N_c^{-1} par sommation des ΔD sur le cycle.

5.2.1.2. - Définition de la fonction $\chi(\sigma)$ de Hayurst

L'état de contrainte du point le plus sollicité où apparaît la fissure est pratiquement uniaxial, en effet la contrainte σ_3 est nulle puisque le calcul est réalisé sous l'hypothèse des contraintes planes et la contrainte σ_1 est cent fois plus faible que la contrainte σ_2 (le calcul est réalisé au premier point de Gauss $x = 0, y = 0$). On utilise cependant la fonction $\chi(\sigma)$ pour rendre compte des courbes isochrones de durée de vie et en particulier de la différence sensible d'endommagement de fluage en traction et en compression pour l'IN 100 (voir Annexe V)

En traction uniaxiale on a $J_0 = J_1 = J_2 = |\sigma|$. Pour la compression uniaxiale, $J_1 = -|\sigma|, J_0 = 0, J_2 = |\sigma|$. On peut donc écrire pour ces deux états de contrainte :

$$\chi^+ = |\sigma| \quad \chi^- = (1 - \alpha - 2\beta) |\sigma|$$

Par ailleurs le temps à rupture en fluage sous contrainte constante s'exprime :

$$t_c = \frac{1}{k+1} \left(\frac{\chi(\sigma)}{A} \right)^r$$

Donc le rapport des temps de rupture en traction et en compression s'écrit :

$$t_c^+ / t_c^- = (1 - \alpha - 2\beta)^r$$

Considérons que le dommage de fluage produit par une contrainte de compression est n fois plus faible que pour une contrainte de traction, ce qui signifie que le rapport ci-dessus est égal à $1/n$.

En annexe V on montre comment l'endommagement de fluage à 1000°C sous une contrainte de compression a pu être estimé comme quatre fois plus faible qu'en traction pure.

Par ailleurs, l'application du critère de rupture (95) par Hayurst à des alliages base Nickel a montré que ces matériaux étaient peu influencés par les contraintes principales maximales ($\alpha = 0$). Sans résultats expérimentaux supplémentaires nous admettons que α vaut zéro et que n est compris entre 1 et 4. Nous avons donc :

$$\frac{1}{n} = (1 - 2\beta)^r$$

d'où le coefficient β qui peut être calculé à toute température :

$$(99) \quad \beta = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{r}} \right]$$

La fonction de Hayurst s'écrit donc pour l'IN 100 :

$$(100) \quad \chi(\sigma) = \beta J_1(\sigma) + (1 - \beta) J_2(\sigma)$$

5.2.1.3. — Calcul de N_c

Les observations précédentes nous ont conduit à calculer la durée de vie par deux méthodes :

— la première valeur de durée de vie N_c est obtenue en considérant que l'endommagement de fluage en compression était identique à celui en traction,

— la seconde valeur N'_c est obtenue en considérant que le résultat $n = 4$ obtenu à 1000°C reste valable pour tout le domaine étudié.

Il est clair que l'endommagement réel du matériau au cours du cycle donnerait une valeur intermédiaire à ces deux évaluations.

5.2.2. — DOMMAGE DE FATIGUE

La loi de dommage de fatigue traduit correctement le comportement de l'IN 100 à différentes températures et l'intégration de cette loi au cours d'un cycle isotherme est aisée. Si l'on veut employer cette loi à température variable il faut utiliser des paramètres peu sensibles à la température. Certaines méthodes utilisent dans ce but l'amplitude de déformation plastique et en particulier la technique du «Strain Range Partitioning» pour prendre en compte les effets du fluage et de la fatigue [98] cependant l'amplitude $\Delta \epsilon_p$ est souvent difficile à déterminer avec précision dans les essais à bas niveau de déformation et à nombre de cycles à rupture compris entre 10^4 et 10^6 . On peut aussi utiliser l'influence de la température sur les caractéristiques du matériau (module d'élasticité, contrainte de rupture statique, limite d'élasticité) pour définir un paramètre insensible à la température. Pour l'IN 100 c'est la voie adoptée en définissant la contrainte réduite $S(T) = \sigma / \sigma_U(T)$ où σ_U est la contrainte de rupture statique en traction. La figure 64 montre que les courbes de Wöhler à différentes températures en amplitude de contrainte $\Delta \sigma$ sont bien représentées par une seule courbe en ΔS avec une faible dispersion due à la température. En remplaçant σ par S dans l'équation (44) on obtient facilement :

$$(101) \quad \frac{d D_F}{d N} = \left[1 - (1 - D_F)^{\beta+1} \right]^{\alpha} (A_{II}, \bar{J}_1, J_{2\text{Max}}) \left[\frac{A_{II}}{M(\bar{J}_1)} \right]^{\beta}$$

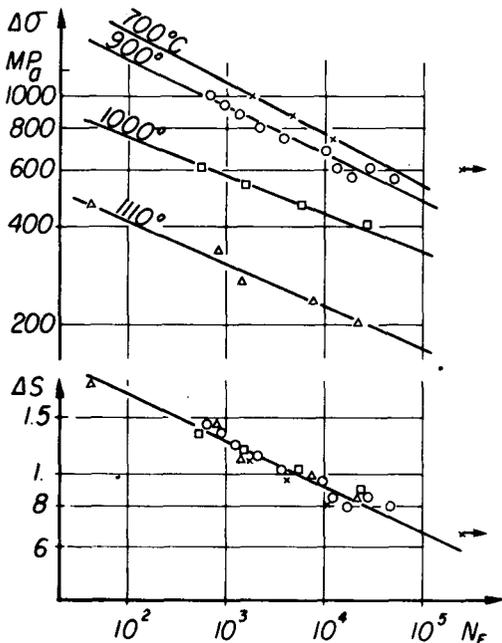


Fig. 64 — En haut : influence de la température sur les courbes de Wöhler de l'alliage IN 100. En bas : prise en compte de l'effet de température par utilisation de la contrainte réduite

Toutefois, cette relation n'est pas indépendante de la température puisqu'en particulier les coefficients α et β en dépendent. Lorsque la température varie au cours du cycle la difficulté est alors de savoir à quelle température appliquer cette loi d'endommagement.

Il est fréquent pour résoudre ce problème de choisir des températures des instants critiques du cycle. Ceci a notamment été appliqué dans le calcul des aubes de turbine [1], [2]. Ici les instants critiques sont ceux qui rendent maximum la quantité A_{II} définie par

$$(102) \quad A_{II} = \text{Max}_{t_1} \text{Max}_{t_2} \left\{ J_2 (S[t_2] - S[t_1]) \right\}$$

L'application de la loi d'endommagement aux températures T_1 et T_2 associées à ces deux instants t_1 et t_2 conduit à deux évaluations différentes du nombre de cycles à amorçage en fatigue pure :

$$(103) \quad N_{F1} = \tilde{N}(T_1) \quad , \quad N_{F2} = \tilde{N}(T_2)$$

où l'expression de la fonction \tilde{N} est déduite de la loi d'endommagement :

$$(104) \quad \tilde{N}(T) = F[A_{II}, J_1, \alpha(T), \beta(T)]$$

Comme dans le cas du fluage la durée de vie réelle en fatigue pure pour un tel chargement à température variable serait intermédiaire à ces deux évaluations.

5.2.3. – PREVISION DE LA DUREE DE VIE EN FATIGUE – FLUAGE

5.2.3.1. – Principe du cumul fatigue – fluage

La loi de cumul fatigue – fluage que nous utilisons, explicitée au paragraphe 2.3.4., s'écrit :

$$(158) \quad dD = \left\{ \frac{(1-D)^k}{(k+1)N_C} + \frac{[1-(1-D)^{\beta+1}] \alpha(A_{II}, J_1)}{(\beta+1)N_F [1-\alpha(A_{II}, J_1)] (1-D)^\beta} \right\} dN$$

Pour cumuler les dommages de fatigue et de fluage au cycle n on considère d'abord le dommage de fluage puis le dommage de fatigue. Partant de la valeur $D = 0$ à l'instant initial le dommage total atteint au cycle $n - 1$ est $D = D_0$. Durant le cycle n le dommage passe de la valeur D_0 à la valeur D_1 par effet du fluage. On écrit :

$$(105) \quad \frac{1}{N_C} = (1-D_0)^{k+1} - (1-D_1)^{k+1} = (k+1) \int_{\text{cycle}} \left(\frac{\sigma}{A} \right)^r dt$$

Au cours de ce même cycle n le dommage passe de D_1 à D_2 par effet de la fatigue. On écrit :

$$(106) \quad \frac{1}{N_F} = \frac{[1-(1-D_2)^{\beta+1}]^{1-\alpha} - [1-(1-D_1)^{\beta+1}]^{1-\alpha}}{(\beta+1) a \langle \sigma_m - \sigma_L \rangle \left(\frac{\sigma_m - \bar{\sigma}}{M} \right)^\beta}$$

Si $\sigma_L - \sigma_m \leq 0$, on se trouve sous la limite de fatigue, mais D_1 n'étant pas nul il y a tout de même endommagement dû à la fatigue et on écrit :

$$(107) \quad \frac{1}{N_F} = \text{Log} \left(\frac{1-(1-D_2)^{\beta+1}}{1-(1-D_1)^{\beta+1}} \right) = (\beta+1) \left(\frac{\sigma_m - \bar{\sigma}}{M} \right)^\beta$$

On passe ensuite au cycle $n + 1$. Le nombre de cycles à l'amorçage est défini par le nombre d'itérations fluage puis fatigue nécessaires pour que le dommage passe de $D = 0$ à $D = 1$.

Le calcul numérique du nombre de cycles à l'amorçage N_R en fatigue fluage ne nécessite donc que la connaissance de N_C et N_F calculés préalablement. La température intervient dans ce cumul d'une manière implicite lors de l'itération de fatigue par les valeurs de α , β et M qui en dépendent.

5.2.3.2. — Application

A partir du cycle stabilisé contraintes-déformations, nous avons calculé :

- deux évaluations de la durée de vie en fluage pur N_C et N'_C ,
- deux évaluations de la durée de vie en fatigue pure N_{F1} et N_{F2} .

Remarquons que N_C et N'_C proviennent de deux hypothèses sur le comportement en fluage du matériau et nous aboutirons donc à deux évaluations du nombre de cycle à l'amorçage N_R et N'_R .

Par contre, les deux évaluations N_{F1} et N_{F2} correspondent à deux valeurs extrêmes de N_F et non à des hypothèses différentes quant au comportement en fatigue.

Nous nous sommes proposés d'explorer deux voies pour le calcul de N_R :

- a) On considère que la durée de vie en fatigue N_F correspond à la moyenne harmonique entre N_{F1} et N_{F2} :

$$(108) \quad N_F = \frac{2 N_{F1} N_{F2}}{N_{F1} + N_{F2}}$$

par inversion de la relation (104) ce résultat conduit à l'estimation d'une température équivalente T^* du cycle isotherme correspondant à la même durée de vie. On rejoint ici la notion de température équivalente de Taira [99].

A partir de N_C (respectivement N'_C) de N_F et de T^* on obtient comme décrit précédemment la durée de vie à l'amorçage N_{R_a} (respectivement N'_{R_a}).

b) A partir de N_C (respectivement N'_C), N_{F1} et T_1 on calcule N_{R1} (N'_{R1}). De même on obtient N_{R2} (N'_{R2}) à partir de N_C (N'_C), N_{F2} et T_2 .

La durée de vie à l'amorçage N_{R_b} est alors considérée comme la moyenne harmonique de N_{R1} et N_{R2}

$$(109) \quad N_{R_b} = \frac{2 N_{R1} N_{R2}}{N_{R1} + N_{R2}}$$

On peut par analogie définir une température équivalente T^{*b} .

N'_{R_b} est obtenu de la même manière à partir de N'_{R1} et N'_{R2} .

5.2.3.3. — Résultats

Les calculs conduisant aux quatre prévisions sont rassemblés dans le tableau IX pour les essais à 1050°C et dans le Tableau X pour les essais à 1030°C. La figure 65 montre la comparaison du nombre de cycle expérimental à la fourchette des quatre prévisions. Il apparaît que la corrélation est bonne puisque nous sommes pratiquement dans la bande de dispersion. Cependant aucune des quatre évaluations ne peut être considérée comme meilleure.

Tableau IX - Calcul du nombre de cycles à l'amorçage pour l'essai à $T_{max} = 1050^{\circ}\text{C}$
(N_R expérimental = 900 cycles)

Nc = 4120				Nc = 11568			
Calcul a		Calcul b		Calcul a		Calcul b	
		T(S _{min})	T(S _{max})			T(S _{min})	T(S _{max})
NF cycles	NF = 43209	NF ₁ = 24601	NF ₂ = 177375	NF	NF = 43209	NF ₁ = 24601	NF ₂ = 177375
T°C	T _a * = 843	T ₁ = 680	T ₂ = 992	T	T _a * = 843	T ₁ = 680	T ₂ = 992
1 - α	0,00694	0,01120	0,01590	1 - α	0,00694	0,01120	0,01590
β	2,750	2,611	6,094	β	2,750	2,611	6,094
k	15	15	15	k	15	15	15
		N _{R1} = 971	N _{R2} = 2852			N' _{R1} = 1299	N' _{R2} = 5375
	N _{Ra} = 1020 T _a * = 843	N _{Rb} = 1448 T _b * = 924			N' _{Ra} = 1360 T _a * = 843	N' _{Rb} = 2092 T _b * = 924	

BU
LILLE

Tableau X - Calcul du nombre de cycles à l'amorçage pour l'essai à $T_{max} = 1030^{\circ}\text{C}$
(N_R expérimental = 3800 cycles)

Nc = 8360				Nc = 24 455			
calcul a		calcul b		Calcul a		calcul b	
		T(S _{min})	T(S _{max})			T(S _{min})	T(S _{max})
NF	NF = 57 410	NF ₁ = 32 882	NF ₂ = 225981	NF	NF = 57 410	NF ₁ = 32 882	NF ₂ = 225 981
T	T _a * = 846	T ₁ = 680	T ₂ = 970	T	T _a * = 846	T ₁ = 680	T ₂ = 970
1 - α	0,00540	0,00903	0,01222	1 - α	0,00540	0,00903	0,01222
β	2,763	2,611	5,791	β	2,703	2,611	5,791
k	15	15	15	k	15	15	15
		N _{R1} = 1269	N _{R2} = 4490			N' _{R1} = 1625	N' _{R2} = 7527
	N _{Ra} = 1315 T _a * = 846	N _{Rb} = 1979 T _b * = 922			N' _{Ra} = 1714 T _a * = 846	N' _{Rb} = 2673 T _b * = 922	

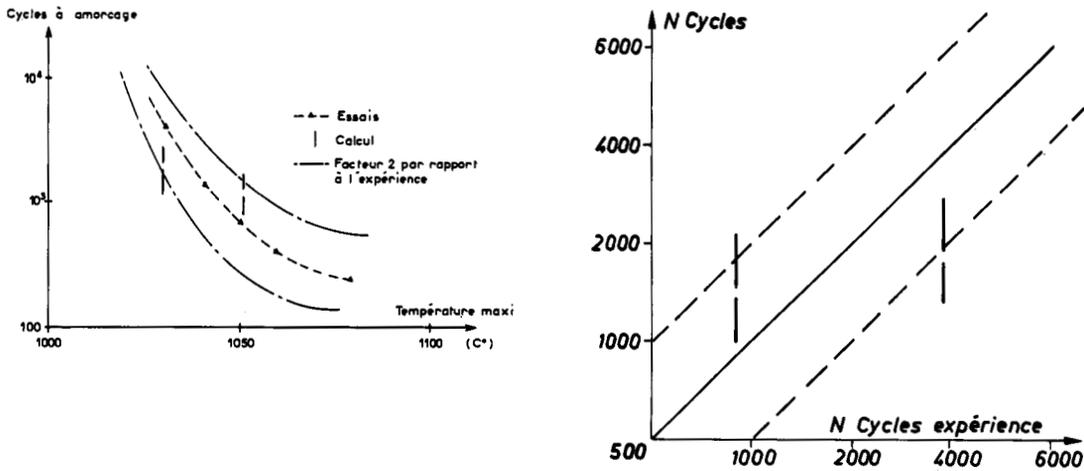


Fig. 65 – Nombre de cycles à amorçage : comparaison calcul-expérience

5.2.4. – PREVISIONS DE DUREE DE VIE PAR D'AUTRES METHODES

5.2.4.1. – Méthode de Manson - Coffin

Bien que cette méthode ne fasse intervenir que des essais isothermes sans temps de maintien, donc avec peu de prise en compte du fluage, elle peut être utilisée comme point de comparaison. C'est en effet une méthode simple et rapide d'application largement utilisée pour les calculs de durée de vie des structures. Dans la version la plus simple, le nombre de cycles à rupture s'exprime directement en fonction de l'amplitude de déformation plastique $\Delta \epsilon_p$ à la température T :

$$(110) \quad N_R = \left(\frac{\Delta \epsilon_p}{C} \right)^{-b}$$

Pour l'IN 100 ces coefficients ont été déterminés : à différentes températures (Fig. 66 et Tableau XI) [100].

T °C	C	b
700	0,0244	2
900	0,0370	2
1000	0,0310	2
1100	0,0205	2

Tableau XI – Coefficients de l'IN 100 pour la prévision de durée de vie par les droites de Manson - Coffin

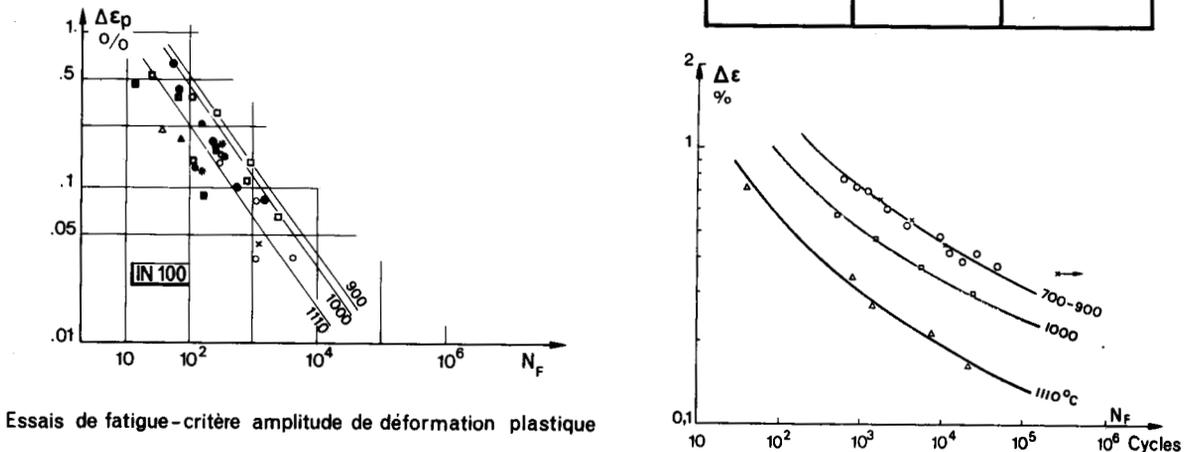


Fig. 66 – Résultats d'essais de fatigue pure sur l'IN 100 à différentes températures.

A température variable on peut définir une température équivalente T^* au sens de Taira [99] en écrivant

$$(111) \quad N_R(T^*) = \left(\frac{\Delta \epsilon_p}{C(T^*)} \right)^{-b}$$

et en cumulant linéairement les dommages sur le cycle de durée Δt :

$$(112) \quad \frac{1}{N_R(T^*, \Delta \epsilon_p)} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \frac{dt}{N_R(T, \Delta \epsilon_p)}$$

Pour le cycle considéré dans l'essai, en lissant les valeurs discrètes en fonction de la température on obtient

$$T^* = 710 \text{ } ^\circ\text{C} \quad C(T^*) = 0,0246$$

On obtient finalement une évaluation par essai (Tableau XII).

Tableau XII – Prévisions de durée de vie par la méthode de Manson - Coffin

T_{\max} °C	$\Delta \epsilon_p$ %	N_R cycles
1050	0,0718	1171
1030	0,059	1735

Notons que dans cette approche simplifiée on néglige totalement les effets du temps (et du fluage) qui sont considérés comme contenus dans la valeur de l'amplitude $\Delta \epsilon_p$. La formule des "fréquences modifiées" préconisée par Coffin [106] introduit l'effet du temps ; nous préférons ici l'emploi de la méthode du S.R.P.

5.2.4.2. – Méthode de partition des déformations (SRP)

Cette méthode tient compte des effets du temps et de la fatigue en décomposant les boucles d'hystérésis et en distinguant la déformation plastique et la déformation de fluage. Quatre combinaisons de plasticité et fluage sont définis (Fig. 67a) :

la déformation plastique est décomposée en :

- $\Delta \epsilon_{pp}$ fatigue pure,
- $\Delta \epsilon_{cp}$ fatigue avec fluage en traction,
- $\Delta \epsilon_{pc}$ fatigue avec fluage en compression,
- $\Delta \epsilon_{cc}$ fluage en traction et en compression.

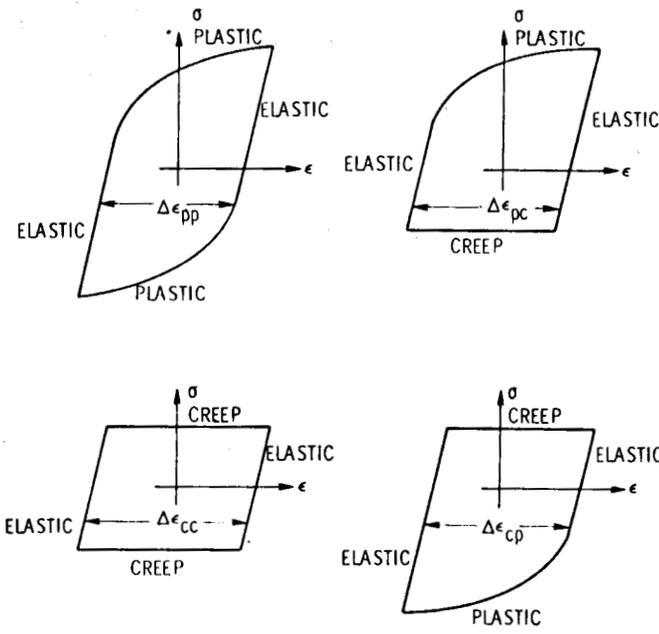
La durée de vie s'exprime par

$$(113) \quad \frac{1}{N_R} = \sum \frac{F_{ij}}{N_{ij}(\Delta \epsilon_{ij})}$$

avec

$$F_{ij} = \frac{\Delta \epsilon_{ij}}{\sum \Delta \epsilon_{ij}}, \quad N_{ij}(\Delta \epsilon_{ij}) = C_{ij} (\Delta \epsilon_{ij})^{-\alpha_{ij}}$$

Des essais à différentes températures ont montré la relative indépendance des coefficients avec la température pour l'IN 100 (Fig. 67b) [17] les coefficients sont rassemblés Tableau XIII.



a

Fig. 67 : a boucles d'hystérésis idéales utilisées dans la méthode de partition des déformations d'après [89]

b : Nombre de cycles à rupture pour les quatre types de boucle du SRP

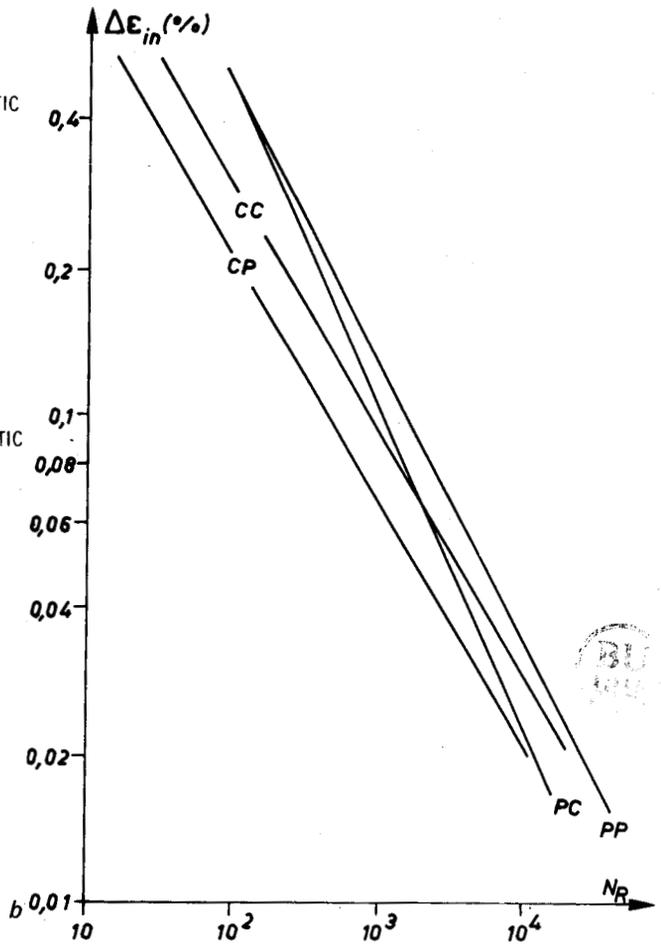


Tableau XIII – Coefficients de l'IN 100 pour la méthode du SRP

ij	c	
pp	27,7	1,75
cp	4,3	2,0
pc	33,3	1,5
cc	8,6	2,0

Pour la plaque sous gradients thermiques la boucle d'hystérésis est de la forme pc en première approximation. On a en effet fluage en comparaison ; pendant la partie "traction" du cycle $\sigma - \epsilon_p$ on peut assimiler l'écoulement à un écoulement plastique instantané (écoulement rapide, à température plus faible). Le Tableau XIV donne les prévisions fournies par cette méthode pour les deux exemples calculés.

Tableau XIV – Prédiction de durée de vie par la méthode du SRP

T_{\max} °C	pc	N_R cycles
1050	0,0718	1730
1030	0,059	2325

5.2.4.3. – Méthodes dérivées de celle de Manson-Coffin

Il faut signaler une méthode longtemps employée pour différents matériaux qui consiste en une partition des endommagements de fatigue et de fluage et un cumul linéaire de ceux-ci. Le nombre de cycle à rupture N_R est obtenu par :

$$(114) \quad \frac{1}{N_R} = \frac{1}{N_C} + \frac{1}{N_F}$$

où N_C désigne le nombre de cycles à rupture en fluage :

$$(115) \quad \frac{1}{N_C} = \int_{\text{cycle}} \frac{dt}{t_c(T, \sigma)}$$

$t_c(T, \sigma)$ désignant le temps à rupture en fluage sous la contrainte σ , à la température T et N_F est le nombre de cycles à rupture en fatigue généralement évalué à partir de l'amplitude de déformation $\Delta \epsilon$.

Cette méthode a donné de bons résultats dans de nombreuses études [89] [110] [111] mais elle a été mise en défaut pour différents matériaux et notamment pour l'IN 100 [15] [112] [113]. C'est la raison pour laquelle nous n'avons pas effectué de prévisions avec cette méthode.

Enfin, signalons une approche basée sur une partition de l'endommagement sous la forme [109] :

$$(116) \quad \frac{1}{N_R} = f(\Delta \epsilon_p) e^{-Q/RT} + g(\Delta \epsilon_p)$$

Q terme d'activation thermique, R constante des gaz parfaits, T température absolue.

Cette écriture permet de décrire les courbes ($N_R, \Delta \epsilon_p$) à différentes températures à l'aide de cinq coefficients : A_1, B_1, Q, A_2, B_2 si l'on note :

$$(117) \quad f(\Delta \epsilon_p) = A_1 \Delta \epsilon_p^{B_1}, \quad g(\Delta \epsilon_p) = A_2 \Delta \epsilon_p^{B_2}$$

La fonction g représente la contribution des mécanismes indépendants de la température et la fonction f - celle des mécanismes thermiquement activés -

Cette méthode à l'avantage de décrire des résultats à température variable avec une formulation simple et assez facile de mise en oeuvre. Il faut cependant qu'aucune transformation métallurgique n'intervienne dans la gamme de température décrite et que les courbes ($\Delta \epsilon_p, N_F$) aux différentes températures soient bien distinctes.

Pour toutes ces raisons cette méthode s'applique souvent bien aux aciers et convient peu aux matériaux à durcissement structural à cause des transformations microstructurales qui interviennent dans la gamme de température utilisée. Nous signalons donc cette méthode sans pouvoir l'appliquer.

5.2.5. – COMPARAISON DES DIFFERENTES METHODES

La figure 68 rassemble les prévisions de durée de vie comparées à l'expérience pour les deux exemples traités. Dans les deux cas, et pour toutes les méthodes, l'ordre de grandeur du nombre de cycles à amorçage est correctement prévu. On note une surévaluation de N dans le cas à 1050°C , une sous-évaluation dans l'autre cas, ceci quelle que soit la méthode. Il est clair alors que les écarts ne peuvent pas être attribués au critère d'endommagement adopté puisque suivant les méthodes on utilise soit la contrainte soit la déformation plastique.

Ainsi les méthodes basées sur la déformation plastique, telles la règle de Manson - Coffin ou la technique de partition des déformations plastiques, fournissent dans le cas présent une évaluation correcte de l'amorçage. Rappelons que ceci n'est pas le cas général puisque des études antérieures ont montré que la méthode du SRP, par exemple, pouvait conduire à une surévaluation très importante (facteur 10) du nombre de cycles à rupture [17] et [105]. La figure 69 synthétise les résultats obtenus dans cette étude, dans des essais de fatigue thermique (essais "3 barres") et dans des essais avec surchauffes périodiques.

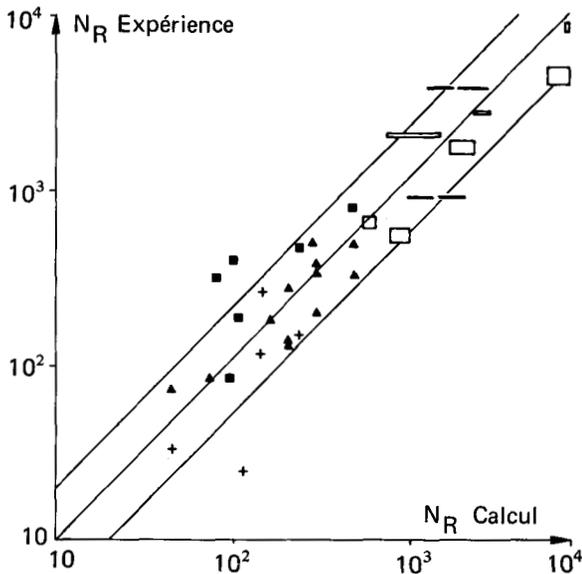


Fig. 69 – Comparaisons calcul-expérience pour les essais anisotherme sur l'IN 100

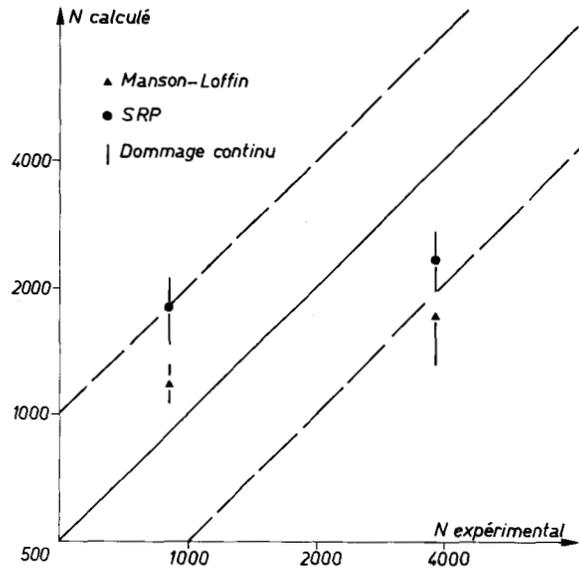


Fig. 68 – Comparaison de N_R expérimental - N_R calculé pour les différentes méthodes

5.3. – PREVISION DE LA PROPAGATION DE FISSURE

Le calcul du dommage n'étant pas couplé à celui des contraintes et déformations nous avons tenté une première approche de la prévision de progression de fissure par la mécanique linéaire de la rupture, moyennant un certain nombre d'hypothèses et en vérifiant que le champ des contraintes et des déplacements au voisinage de la fissure étaient bien de la forme attendue dans un calcul de mécanique linéaire de la rupture. Le but de cette approche est de savoir si, à partir d'une loi de fissuration de type loi de Paris établie en fatigue et en fluage isothermes, on peut rendre compte des courbes de fissuration expérimentales de nos essais.

5.3.1. – OBTENTION D'UNE RELATION EXPERIMENTALE $a-\Delta K$

Des essais de fissuration sur éprouvettes entaillées en IN 100 à 1000°C ont été réalisées à l'ONERA [58] et ont conduit à la détermination d'une loi de progression de fissure à 1000°C prenant en compte les effets de fatigue et de fluage, sous la forme :

$$(118) \quad da = C_1 (K_{Max} - K_s)^{\eta_1} dN + C_2 K(t)^{\eta_2} dt$$

où K_s est le seuil de la loi de fatigue et K_{Max} la valeur maximale de K au cours d'un cycle. $K(t)$ indique la valeur courante de K .

A 1000°C les coefficients ont été déterminés pour l'IN 100 aluminisé :

$$C_1 = 6,5 \cdot 10^{-6} \quad \eta_1 = 1,53 \quad K_s = 11,7 \text{ da N mm}^{3/2}$$

$$C_2 = 2,7 \cdot 10^{-18} \quad \eta_2 = 7,7$$

La figure 70 montre schématiquement comment les mesures de da/dN dans la plaque sous gradient thermique permettent, par l'intermédiaire de la loi isotherme, de définir une courbe mesurée de $\frac{da}{dN}$. Les hypothèses suivantes sont sous-jacentes dans cette construction :

- il existe une loi de fissuration en fatigue, basée sur la valeur maximale du facteur d'intensité des contraintes,
- en fluage cette loi s'exprime avec la valeur courante du facteur d'intensité des contraintes,
- pour schématiser le fluage dans les essais sous fatigue thermique nous considérerons un temps de maintien équivalent et un facteur d'intensité des contraintes constant, égal à K_{Max} (Fig. 71).

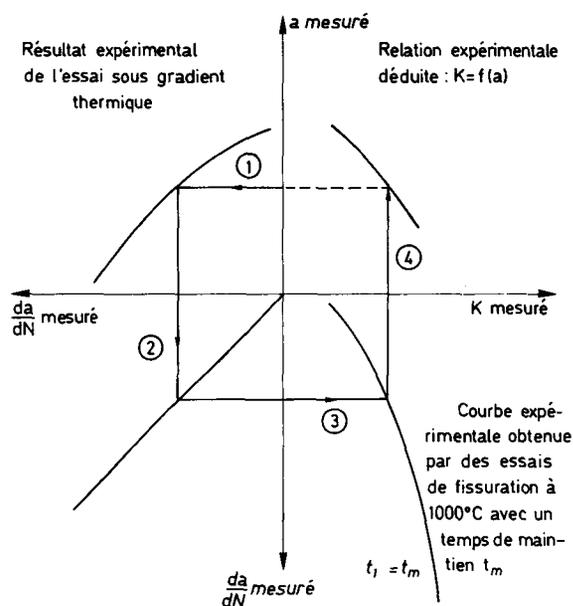


Fig. 70 – Obtention d'une relation expérimentale $a = f(K_{max})$.

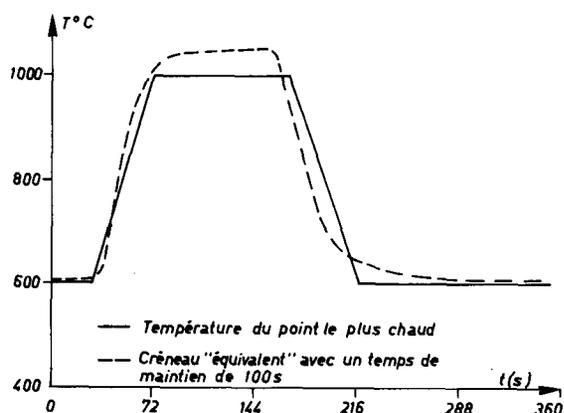


Fig. 71 – Temps de maintien équivalent à 1000°C

La loi de fissuration peut être intégrée sur un cycle, ce qui donne :

$$(119) \quad da = C_1 (K_{Max} - K_s)^{\eta_1} dN + dN \int_0^{t_1} C_2 K(t)^{\eta_2} dt$$

t_1 étant le temps pendant lequel l'éprouvette flue à 1000°C. On obtient donc

$$(120) \quad \frac{da}{dN} = C_1 (K_{Max} - K_s)^{\eta_1} + C_2 t_1 K_{Max}^{\eta_2}$$

Etant donné la forme du cycle de température, la fissure progressant dans la zone chaude de l'éprouvette nous pouvons considérer que t_1 est supérieur à 60 s et inférieur à 120 s, puisque la partie du cycle constituant la montée et le maintien en température est de 120 s (Fig. 71).

La figure 72 donne la construction effectivement réalisée à partir des courbes de propagation mesurées en fatigue thermique. La relation $\Delta K - a$ ainsi « mesurée » correspond au choix d'un temps de maintien équivalent de 100 s.

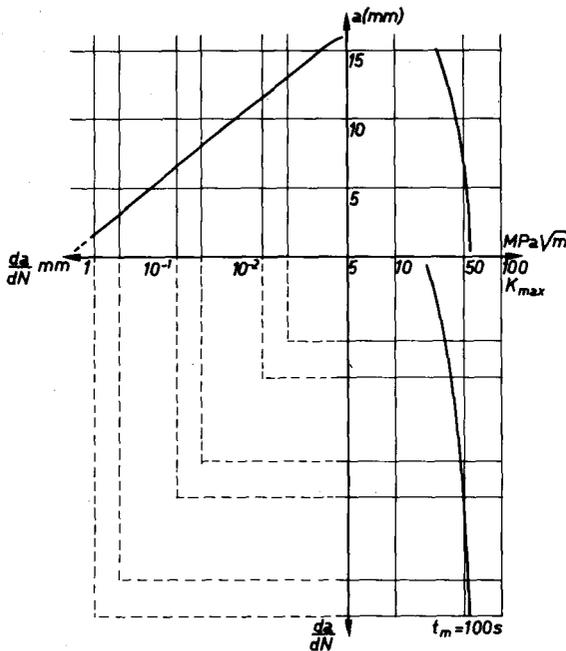


Fig. 72 – Obtention d'une relation expérimentale entre a et K_{max}

5.3.2. – CALCUL DE LA PLAQUE FISSURÉE PAR LA MECANIQUE LINEAIRE DE LA RUPTURE

Indépendamment de ces dépouillements on a cherché à établir par calcul les valeurs théoriques du facteur d'intensité des contraintes.

5.3.2.1. – Principe

Le calcul de la plaque est réalisé sur un quart de plaque avec des conditions de blocage des déplacements le long des axes de symétrie.

Pour la structure considérée, sollicitée en fatigue thermique, il se pose un certain nombre de problèmes. Pour un calcul élastique les gradients de température donnent naissance à une zone de compression au bord de la plaque ($x = 0$) et une zone de traction au centre. Si la solution reste élastique, un retour à la température ambiante donnera un état de contrainte nulle qui était celui du départ.

Si l'on modélise maintenant une fissure, il est clair que la fissure est fermée et ne donne donc pas naissance à une singularité. Un calcul purement élastique ne peut donc rien apporter.

Il faut donc tenir compte des déformations plastiques de la plaque. Celles-ci existent avant amorçage de la fissure : elles doivent donc être introduites comme conditions initiales pour l'étude de la propagation. On introduit ainsi une précontrainte de traction : celle-ci est due au fait que la zone chaude au bord de la plaque a subi un écoulement plastique important en compression (se reporter à la figure 63).

La réalisation du calcul comprend quatre étapes :

(1) Calcul des contraintes et déformations plastique, en viscoplasticité dans la plaque non fissurée, jusqu'au cycle stabilisé, avec un maillage numéro 1 (Fig. 54, § 5.1.3.).

(2) Réalisation d'un maillage numéro 2 tenant compte de la présence de la fissure. La zone de la pointe de la fissure est discrétisée de façon plus fine (Fig. 73).

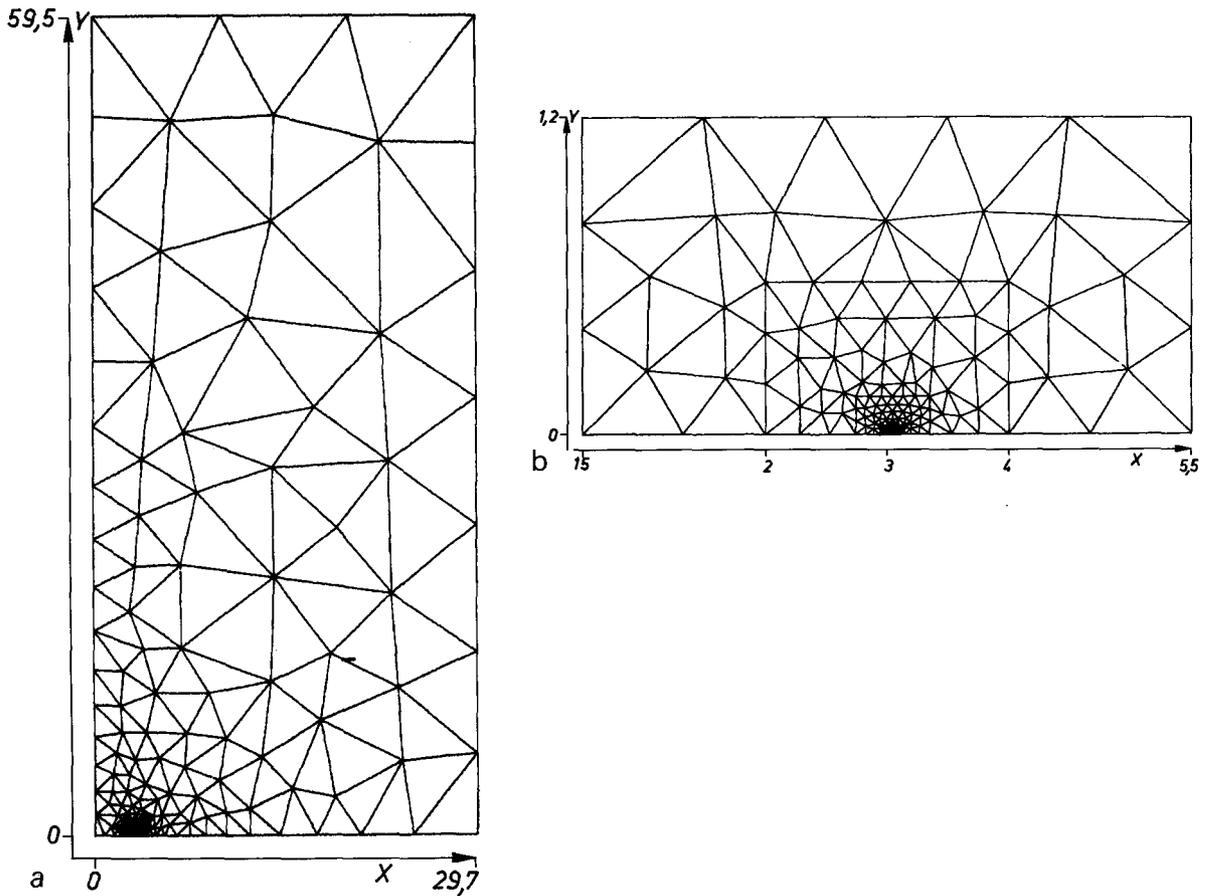


Fig. 73 – Maillage de la plaque avec fissure

(3) Calcul des déformations plastiques aux noeuds du maillage numéro 2 par une interpolation de celles-ci entre les noeuds du maillage numéro 1.

(4) Calcul élastique des contraintes et déplacements dans la plaque avec le maillage numéro 2 et les champs de température du calcul effectué en (1) ; calcul du facteur d'intensité des contraintes (par plusieurs méthodes) : il y a autant d'évaluations que de cartes de température (fonction du temps).

Lors de ce calcul nous trouvons au cours du cycle une ouverture – fermeture de fissure : fermeture lors de la montée en température et à température maximale, lorsque dans le calcul (1) les contraintes sont de compression dans la zone de la fissure ; ouverture lors du palier à température minimale, lorsque dans le calcul (1) les contraintes sont de traction dans cette zone. L'ouverture est maximale lorsque les gradients thermiques sont très faibles, ce que nous avons constaté expérimentalement. Notons bien que les effets de fermeture ainsi pris en compte sont purement globaux, induits par le chargement appliqué et non par les effets locaux de zone plastique en tête de fissure (ou de trainée plastique due à la propagation de cette zone). Cette approche est ainsi cohérente avec le cas isotherme, traité en élasticité, dans lequel la fissure, chargée en mode I (solicitation de traction par exemple sur la structure) ne se ferme que pour un effort extérieur nul et ne s'ouvre que pour un effort positif, même faible. L'effet de fermeture est similaire à celui que fournit la Mécanique Linéaire de la Rupture pour une plaque isotherme sollicitée en compression en mode I.

5.3.2.2. – Calcul du facteur d'intensité des contraintes

Ces calculs utilisent les méthodes décrites au paragraphe 2.4.3. . Ils ont pour objectif la comparaison avec les valeurs obtenues expérimentalement au paragraphe 5. Ils sont réalisés à partir des résultats du calcul par éléments finis décrit ci-dessus. Le calcul de K est réalisé pour chaque instant du cycle ; on peut donc ensuite tracer l'évolution de K en fonction du temps et déterminer la valeur maximale K_{Max} qui intervient dans la loi de fissuration (relation 118) ; $K_{min} = 0$ correspond à l'instant d'ouverture de la fissure.

Quatre calculs avec des longueurs de fissure différentes ont été réalisés (3,0 ; 3,1 ; 5,0 et 5,1 mm). Ils permettent de calculer la valeur de K par trois méthodes utilisant respectivement la singularité du champ de contrainte en avant de la pointe de la fissure, la singularité du champ de déplacement le long de la fissure et la variation du travail des forces extérieures lors d'un accroissement de fissure virtuel (instantané). Les deux premières méthodes n'utilisent que les résultats d'un seul calcul et on définit donc K_{max} pour 3 ; 3,1 ; 5 et 5,1 mm. La dernière méthode nécessite deux calculs pour des longueurs de fissure voisines et on détermine donc K_{Max} pour 3,05 et 5,05 mm (valeur moyenne des deux longueurs utilisées).

5.3.2.3. – Calcul de K par la méthode des déplacements

Ce calcul est basé sur la singularité du champ des déplacements des lèvres de la fissure. Le déplacement u_2 d'un point de la lèvres de la fissure situé à une distance r de la pointe est en effet de la forme (relation 63) :

$$u_2 = \frac{2 \sigma_{\infty} a}{E} \sqrt{\left(\frac{r+a}{a}\right)^2 - 1}$$

où a est la longueur de la fissure. D'après la relation (67) qui définit K_1 on calcule K en traçant la quantité u_2^2/r qui doit être linéaire en r au voisinage de $r = 0$. On a par exemple tracé cette courbe pour la fissure de longueur 5,1 mm à différents instants du cycle (Fig. 74a). La valeur de l'ordonnée à l'origine permet d'accéder à K défini par (67) :

$$K = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{4} u_2 \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \right)$$

ou encore, si B est l'ordonnée à l'origine

$$(116) \quad K = E \sqrt{\frac{\pi B}{8}}$$

Nous pouvons donc tracer K en fonction du temps et définir K_{Max} (Fig. 74b).

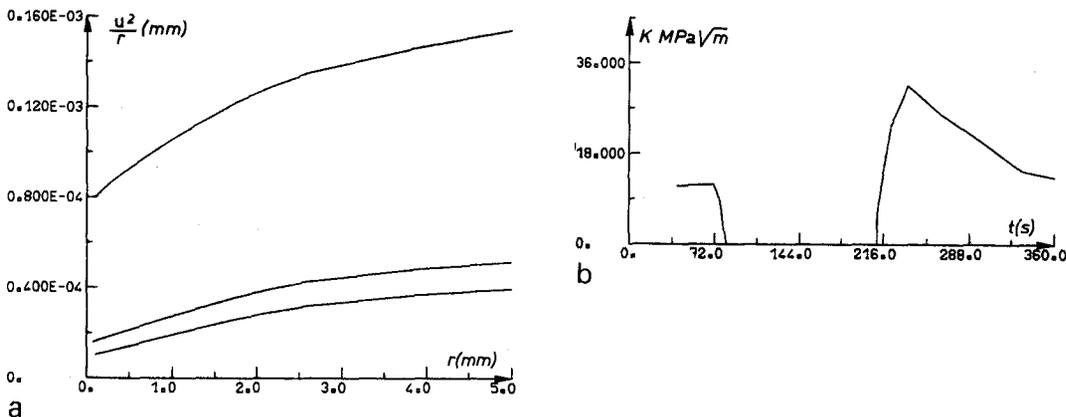


Fig. 74 – Détermination de K par la méthode des déplacements.

5.3.2.4. – Calcul de K par la méthode de la contrainte

C'est la singularité du champ des contraintes en avant de la pointe de la fissure qui est à la base de cette méthode. On vérifie ici que σ_2 présente une singularité en $r^{-1/2}$ au voisinage de la pointe de fissure (Fig. 75a). Pour la fissure de longueur 3,1 mm on a par exemple tracé la quantité $\sigma \sqrt{2\pi r}$ en fonction de r (Fig. 75b). L'extrapolation à l'origine donne la valeur de K (relation 66), dont la variation au cours du cycle est reportée figure 75c.

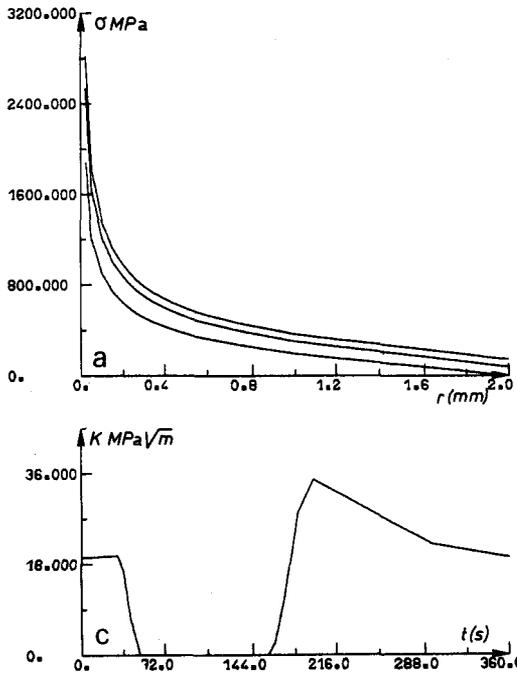


Fig. 75 – Détermination de K par la méthode des contraintes

- a) $\sigma = f(r)$
- b) $\sigma\sqrt{2\pi r} = f(r)$
- c) $K = f(t)$

5.3.2.5. – Calcul de K par la méthode de l'énergie

Ce calcul, basé sur le bilan énergétique global de la structure fissurée, nécessite le calcul du travail des forces extérieures au cours du cycle (paragraphe 2.4.3.3.). Dans le cas de la plaque sous gradients thermiques le chargement est purement thermique et l'on utilise le champ des forces nodales F calculé lors de la résolution de l'équilibre par $[K] [q] = [F]$ où [K] est la matrice de rigidité de la structure et [q] le vecteur colonne des déplacements nodaux. Le travail des forces extérieures est donc donné par

$$W = [F]^T [q]$$

Lors du calcul par éléments finis on calcule donc à chaque résolution du système $[K] [q] = [F]$ le travail W de ces forces dues aux gradients thermiques. Nous avons choisi, pour calculer le facteur d'intensité des contraintes, d'effectuer deux calculs pour des longueurs de fissure voisines et de définir K_I par la relation (68) :

$$K_I = \sqrt{E \delta W / \delta a}$$

où δA est l'incrément d'aire de fissure lorsque celle-ci passe de la longueur a à $a + \delta a$. On a tracé la variation de W en fonction du temps pour la fissure de 5,1 mm (Fig. 76a) et la quantité δW en fonction du temps (Fig. 76b)

$$\delta W = W(t, 5,1) - W(t, 5)$$

La valeur à prendre en compte pour calculer $K_I(t)$ est en fait $2 \delta W(t)$ puisque le calcul est fait sur un quart de plaque et ne considère donc qu'un seul côté de la fissure ; le travail fourni lors de la progression de fissure étant bien entendu dû aux forces agissant sur les deux parties de la plaque. Par cette méthode on définit aussi K_{max} qui correspond à la valeur maximale de $\delta W(t)$. Notons que ce maximum intervient bien au même instant que pour les deux méthodes précédentes, instant qui correspond à l'ouverture maximale de la fissure (calculée en élasticité).

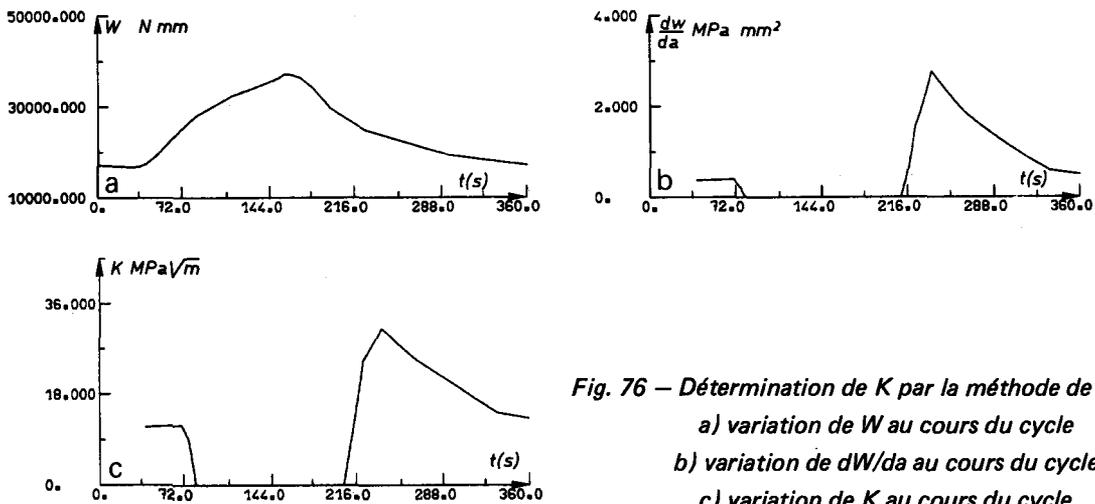


Fig. 76 – Détermination de K par la méthode de l'énergie :

- a) variation de W au cours du cycle
- b) variation de dW/da au cours du cycle
- c) variation de K au cours du cycle

5.3.3. – RESULTATS ET COMPARAISONS

Pour les quatre longueurs de fissure et les trois méthodes utilisées on a reporté Tableau XV la valeur de K_{Max} calculée au cours du cycle. La comparaison des valeurs calculées est faite avec les "valeurs mesurées" obtenues à partir de la loi de fissuration à $1000^{\circ}C$ et des mesures de da/dN (paragraphe 4.3.3.). La figure 77 rassemble les résultats calculés et les courbes mesurées pour des temps de maintien équivalents en fluage de 60 et 120 s. Plusieurs remarques s'imposent au vu de cette comparaison :

- Les valeurs de K sont un peu faibles mais leur variation en fonction de a est dans le sens décroissant, ce qui est correct vis à vis des expériences (la fissure ralentit lorsque a augmente).
- On n'a pas tenu compte des effets de traînée plastique, ni de la zone plastique en pointe de fissure : les effets de fermeture considérés sont ainsi purement globaux.
- Le temps de maintien équivalent à $1000^{\circ}C$ n'est pas strictement défini mais la fourchette 60 - 120 s semble raisonnable. On néglige cependant dans cette équivalence le fluage qui peut intervenir lors du palier à $600^{\circ}C$.

Ces calculs nous ont permis de faire une première approche du calcul de la progression de fissure par la Mécanique Linéaire de la Rupture. Bien que la méthode employée ne puisse pas être justifiée rigoureusement, elle semble cohérente avec les résultats expérimentaux. La prise en compte plus correcte des effets de fermeture nécessiterait une approche locale et l'introduction de conditions unilatérales dans le calcul de viscoplasticité cyclique. Une telle approche devrait être poursuivie, avec ou sans l'emploi de la notion de zone endommagée [104], afin de fournir des solutions complémentaires à la méthode développée ici. Elle pourrait ainsi améliorer la confrontation aux résultats expérimentaux.

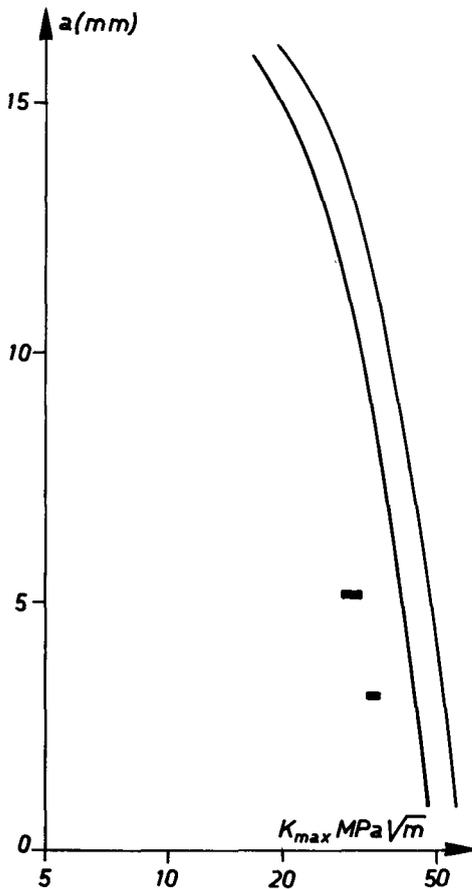


Tableau XV

$K_{MPa \ m}$ a_{mm}	Méthode des ouvertures	Méthode des contraintes	Méthode de l'énergie
3,0	37,31	36,1	36,52
3,1	37,2	35,4	
5,0	33,39	34,79	31,54
5,1	31,43	33,51	

Fig. 77 – Comparaison entre K_{max} expérimental et calculé pour les deux longueurs de fissures envisagées.

6. — CONCLUSION

Les méthodes de prévision de durée de vie des structures permettent un dimensionnement correct de celles-ci (cellules d'avion, cuves de réacteur nucléaire, turbine à gaz, réacteurs...) et de définir la fréquence et la nature des contrôles systématiques à effectuer lors des arrêts de fonctionnement. Les critères d'arrêt définitif sont de deux types. On considère la plupart du temps que l'apparition d'une fissure macroscopique est critique (réacteur nucléaire, aube ou disque de turbine...) mais on accepte parfois l'existence d'une fissure à condition que celle-ci n'entraîne pas la ruine complète de la structure avant le contrôle suivant.

Dans ce travail nous avons calculé le comportement d'une structure en superalliage IN 100 plaque mince de type aube de turbine soumise à des gradients thermiques cycliques. Des essais ont été réalisés, conduisant à l'amorçage et la propagation de fissures de fatigue thermique. Les calculs de comportement nous ont permis d'effectuer une prévision de durée de vie de la structure. La comparaison calcul — essai est encourageante.

Nous avons en premier lieu rappelé l'organisation et les différentes étapes d'une prévision de durée de vie : détermination d'une loi de comportement, calcul des champs de contrainte et de déformation à partir du chargement mécanique et/ou thermique de la structure, détermination des lois de rupture du matériau, calcul du temps ou du nombre de cycles lors de l'apparition d'une fissure et calcul de la propagation des fissures.

Les lois de comportement et d'endommagement utilisées sont celles développées à l'ONERA. Pour décrire le comportement du matériau IN 100 on utilise une loi à écrouissage cinématique non linéaire avec variables internes. Ce type de loi dérive de la méthode de l'état local et permet de profiter des développements acquis en thermodynamique des milieux continus avec variables internes. Pour l'IN 100 la loi stabilisée à cinq coefficients est suffisante. Il n'a pas été nécessaire, pour le chargement thermique étudié, de tenir compte des effets d'instabilités microstructurales dus aux changements brusques de température. Les lois d'endommagement sont écrites en terme de contrainte et décrivent correctement les non linéarités des phénomènes de cumul des dommages dans les lois de fatigue, de fluage et d'interaction fatigue — fluage.

Le chapitre 2 se termine par des rappels de Mécanique Linéaire de la Rupture qui nous ont permis de faire une première approche du problème de la progression de fissure.

Après avoir rappelé les caractéristiques générales des superalliages, nous avons caractérisé le matériau IN 100 utilisé dans cette étude par des observations microstructurales, tant en microscopie à balayage qu'en microscopie à transmission. Ces différentes observations ont confirmé que l'alliage étudié répondait bien aux normes générales attendues et nous ont permis de conclure à l'absence d'instabilité de la phase γ' lors des cycles de température.

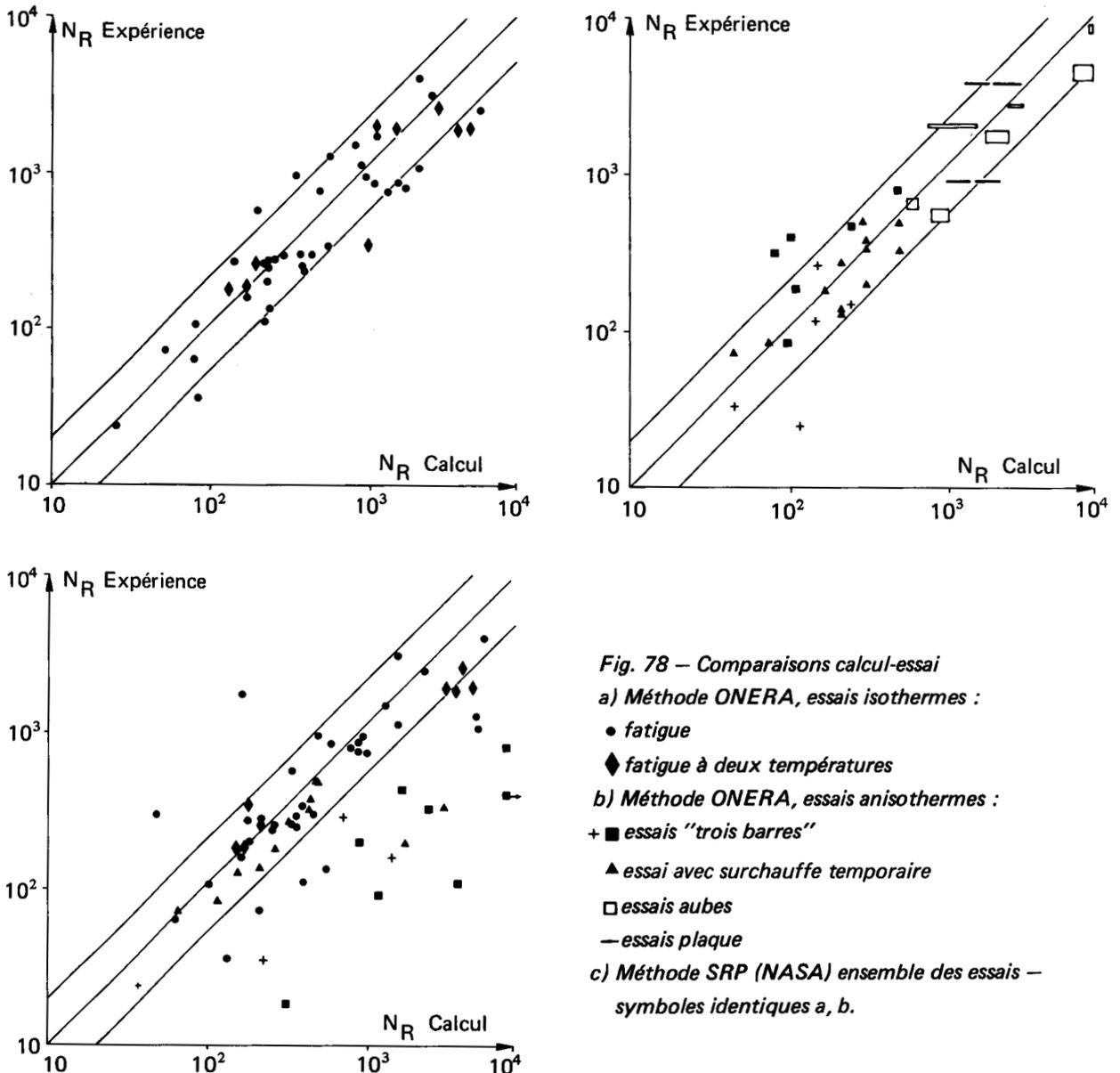
L'étude expérimentale fait l'objet du chapitre 4. On décrit les techniques couramment utilisées en fatigue thermique et thermo-mécanique ainsi que l'installation et les essais réalisés sur les plaques en IN 100. Les résultats expérimentaux sont :

- . le nombre de cycles à l'amorçage d'une fissure en fonction de la température maximale (pour une température minimale donnée),
- . la longueur de fissure en fonction du nombre de cycles après l'amorçage,
- . la longueur d'arrêt de la fissure en fonction de la température maximale,
- . des observations de stries de fatigue qui ont été comparées aux mesures macroscopiques de vitesse de progression de fissure.

A partir de ces résultats il est possible de conclure que le nombre de cycles à l'amorçage croît lorsque le gradient de température décroît, que la fissure s'arrête lorsque le chargement est purement d'origine thermique et que les mesures macroscopiques de vitesse réalisées à l'aide du suiveur de fissure ONERA sont correctes et confirmées par des mesures microscopiques d'interstries.

Enfin le chapitre 5 traite des calculs de contraintes et déformations, de prévision de durée de vie et de propagation de fissure.

Les calculs de contraintes et déformations ont été réalisés par éléments finis à l'aide du code EVPCYCL [6] à partir des données expérimentales de répartition de température. Ils ont permis de les connaître dans toute la plaque au cours de cycles successifs en tenant compte des redistributions de contrainte sous conditions viscoplastiques cycliques non isothermes. La stabilisation numérique a été obtenue après 10 à 12 cycles. On constate que les déformations plastiques sont purement localisées dans la zone la plus chaude ($900 < T_{max} < 1050^{\circ}\text{C}$) et qu'elles donnent bien lieu à l'apparition de contraintes de traction lors du refroidissement.



Les calculs de prévision de durée de vie ont été réalisés avec une option spécialement mise en place dans le post-processeur OUTPAS du code de calcul. Cette option permet de calculer les endommagements de fluage, de fatigue et leur cumul non linéaire sous des conditions non isothermes à partir des contraintes et déformations au cycle stabilisé. Le modèle utilisé a été introduit sous sa forme tridimensionnelle générale et emploie des coefficients établis par le passé pour l'IN 100. La comparaison calcul expérience est bonne. Cette prévision confirme la validité de la méthode de prévision de durée de vie, déjà valable pour des conditions de chargement très diverses avec *toujours les mêmes valeurs pour les coefficients* : fatigue isotherme à 5 Hz répétée, alternée à un ou deux niveaux [101], relaxation cyclique, fluage pur, fluage cyclique [17] fluage après fatigue [102] (Fig. 78a) ; essais de fatigue thermique de type "3 barres" [43], essais sur des aubes de turbine actuellement en service [103] (Fig. 78b). Pour l'ensemble de ces essais la comparaison entre nombre de cycles à amorçage mesurés et calculés est bonne. D'autres méthodes de prévision de durée de vie ont été envisagées et si les résultats sont acceptables dans l'étude présente, ce n'est pas toujours le cas comme le montre la figure 78c qui rassemble les résultats obtenus avec la méthode de partition des déformations (Strain Range Partitioning) pour les essais cités ci-dessus.

Cette étude a permis de mettre en évidence la possibilité de prévoir l'amorçage d'une fissure sous conditions de fatigue et de fluage non isotherme à partir de lois de comportement et d'endommagement établies à différentes températures. L'étude présente contribue à valider le code de calcul par éléments finis EVPCYCL et son post-processeur OUTPAS qui permet en outre le calcul de l'amorçage d'une fissure.

En dehors de l'amorçage, les essais sur les plaques en IN 100 ont permis de mesurer assez précisément la propagation des fissures sous gradients thermiques cycliques. Nous nous sommes donc attachés à chercher comment prévoir par calcul ce type de propagation. Les difficultés essentielles de ce calcul sont dues à la température variable en tout point, à l'absence d'efforts extérieurs (efforts d'origine purement thermique), aux effets de viscoplasticité et aux effets de fermeture de la fissure prépondérants sous chargements thermiques.

Nous avons cependant établi une procédure simple permettant une première approximation. Elle consiste à appliquer la Mécanique Linéaire de la Rupture sur la structure fissurée en tenant compte des déformations plastiques initiales. Celles-ci sont évaluées par le calcul de viscoplasticité cyclique sans fissure. On néglige, de façon cohérente avec le cas isotherme, les effets locaux de viscoplasticité et de fermeture de fissure liée à l'effet de traînée plastique.

La confrontation aux résultats expérimentaux montre clairement que cette méthode fournit une approximation valable. Le développement de méthodes mieux justifiées physiquement reste cependant nécessaire. Ainsi, une approche locale pourra tenir compte simultanément des déformations viscoplastiques et des endommagements en pointe de fissure (avec les effets de couplage), des effets de traînée plastique, et des effets de fermeture (conditions unilatérales).



ANNEXE I

Détermination des coefficients du modèle de comportement de l'IN 100 en fonction de la température.

La loi de comportement utilisée pour les calculs de la plaque sous gradients thermiques est la loi stabilisée de l'IN 100 décrite par les équations :

$$(A1) \quad J(\sigma - X) - (R + k) - K \dot{p}^{1/n} = 0$$

$$(A2) \quad \dot{\alpha} = \dot{\epsilon}_p - C X \dot{p}$$

$$(A3) \quad X = \frac{2}{3} C \alpha$$

avec

$$(A4) \quad J(\sigma - X) = \sqrt{\frac{3}{2}} (\sigma' - X') : (\sigma' - X')$$

$$(A5) \quad \dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\epsilon}_p : \dot{\epsilon}_p$$

σ' et X' déviateurs de σ et X .

La caractérisation de l'IN 100 à une température donnée consiste à déterminer les cinq coefficients k , n , a , C et $R + k$. Ceci est fait en réalisant des essais variés qui sensibilisent tous ces coefficients : fatigue à un ou deux niveaux, fluage, relaxation.

Tableau 1 : Coefficients du Modèle Cinématique
Non Linéaire stabilisé pour l'IN 100

Coef T °C	n	K	R + k MPa	a	C
20	50	400	130	360	1056
500	40	450	113	374	1010
600	36	490	105	377	1000
700	28	580	90	380	968
800	14	630	50	390	890
900	9	490	25	290	750
1000	7,5	450	13	140	690
1100	6,5	420	8	55	660

1. — DESCRIPTION DES MOYENS EXPERIMENTAUX

L'installation de fatigue oligocyclique à haute température de l'ONERA a été déjà décrite dans son ensemble ([6], [7]). Elle utilise des éprouvettes cylindriques, un chauffage par induction haute fréquence, contrôlé à partir de mesures de température effectuées par un pyromètre infrarouge, elle est dotée d'un capteur qui mesure le déplacement extérieur, et permet la réalisation d'essais à force ou déplacement imposé, en traction compression, à fréquence faible ou élevée. La figure A.I,1 résume le schéma de fonctionnement de l'ensemble.

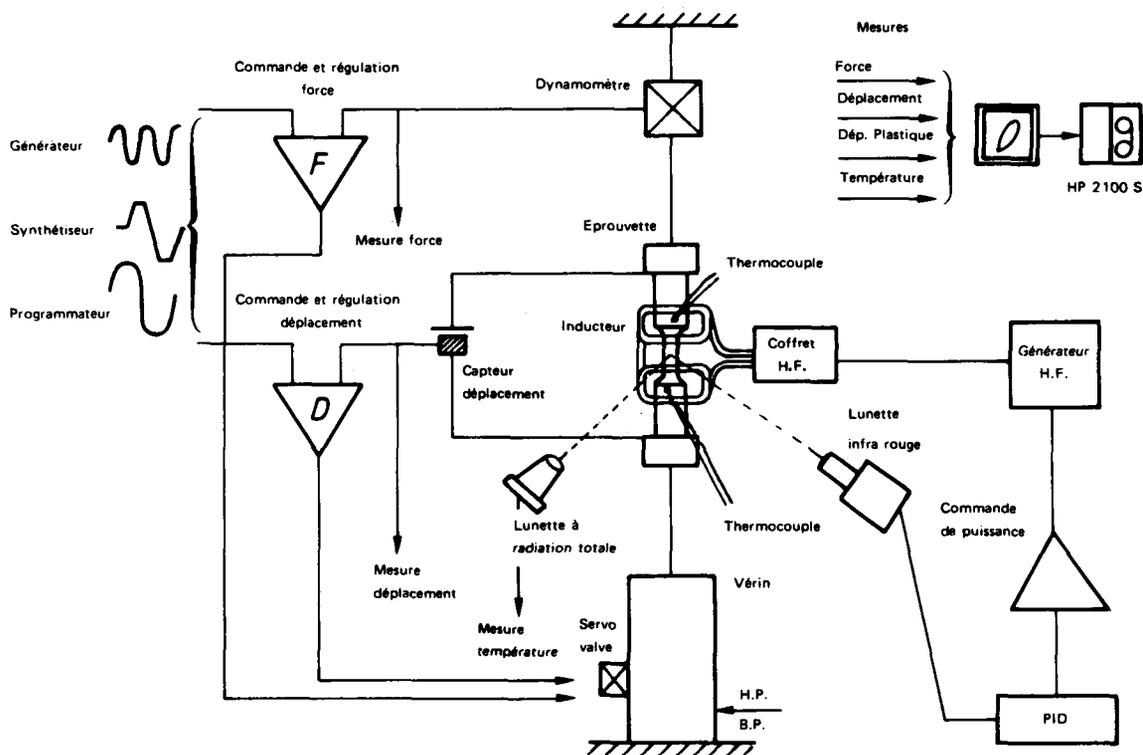


Fig. A.I,1 — Schéma de fonctionnement

2. — IDENTIFICATION DES COEFFICIENTS

2.1. — Principe

La recherche des valeurs numériques des coefficients pour chaque température s'effectue à partir d'essais isothermes de fatigue oligocyclique avec différents temps de maintien, et également d'essais de fluage et d'érouissage. On dispose d'informations sur les premiers cycles et l'adoucissement cyclique, le cycle stabilisé et la rupture. La procédure de détermination des coefficients est la suivante :

1) Détermination des 5 coefficients qui gouvernent le cycle stabilisé à une température donnée. Seules sont à déterminer les valeurs de n , K , a , C et $R + k$. On utilise pour cela une procédure interactive d'identification comprenant un processus d'intégration pas à pas de la loi de comportement ([27], [10], [13]) et une visualisation graphique des résultats qui permet la comparaison courbe expérimentale-courbe calculée et la correction immédiate des valeurs numériques des coefficients pour améliorer le résultat obtenu.

2) Recherche des 5 coefficients précédents pour toutes les températures. Il est clair que dans l'étape précédente, on a pu trouver plusieurs "jeux" de coefficients qui paraissent équivalents, car les conditions expérimentales à modéliser laissent encore des degrés de liberté. Lorsqu'on veut déterminer les coefficients aux autres températures, une première restriction apparaît, car il importe que les jeux choisis soient "cohérents" entre eux, car on adopte pour

les températures intermédiaires des valeurs obtenues par interpolation parabolique. La figure A.2 illustre les dangers de cette méthode lorsqu'elle est appliquée sans précautions (on a limité le nombre de paramètres à 2 (a et b) pour obtenir un exemple représentable).

Si l'on suppose qu'aux températures T_0 , T_1 et T_2 où l'on dispose de résultats expérimentaux les surfaces S_0 et S'_0 , S_1 et S'_1 , S_2 et S'_2 donnent des valeurs équivalents pour l'écart théorie-expérience (calculé par exemple par moindres carrés). On voit que le choix des couples (a, b) dans S_0 , S'_1 et S'_2 risque de procurer des valeurs mauvaises aux températures intermédiaires.

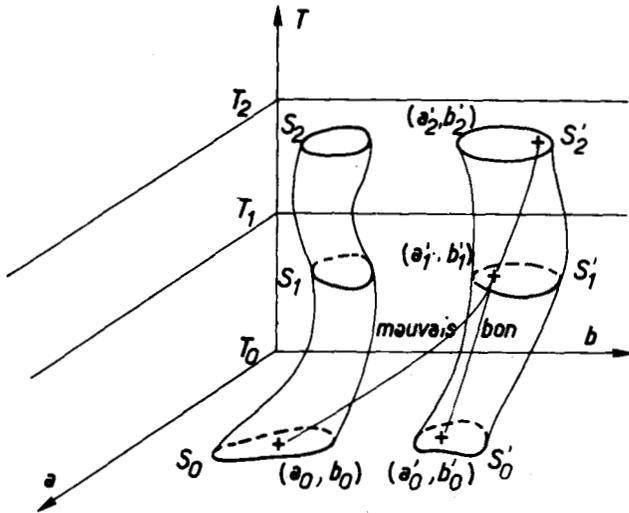


Fig. A.1,2 – Interpolation des coefficients en fonction de la température

Cette cohérence implique par exemple que la limite élastique diminue entre les hautes et les moyennes température (influence sur $R + k$), que la viscosité augmente avec la température (diminution de n), que les contraintes internes diminuent avec la température (diminution de a).

3) Calcul systématique de tous les essais ; la méthode semi-automatique avec correction manuelle employée permet d'effectuer l'identification sur un nombre réduit d'essais (5 à 8 en général). Il est donc souhaitable d'obtenir une confirmation des valeurs obtenues, ce qui est fait en calculant les amplitudes de déformation plastique de tous les essais, ce qui permet une confrontation globale.

2.2. – Comparaison calculs-expérience

Les valeurs obtenues pour les coefficients (tableau 1) permettent une bonne modélisation de l'ensemble des résultats expérimentaux, que l'on impose la force ou le déplacement, et pour différents temps de maintien. C'est ainsi que la figure A.1,3 montre des cycles stabilisés à différentes températures, et que la figure A.1,4 compare pour l'ensemble des essais les largeurs de cycles expérimentales et calculées. Les calculs sont effectués ici à l'aide des 5 paramètres représentant le cycle stabilisé, de même que ceux de la figure A.1,5 qui représente les courbes d'écrouissage cyclique, sur lesquelles on peut noter la bonne représentation de l'influence de la fréquence, et la différence marquée entre les essais à force imposée et ceux à déplacement imposé.

On peut constater que le modèle complet permet de rendre compte d'essais de relaxation (Fig. A.1,6) et que l'on retrouve bien les valeurs expérimentales de la limite d'élasticité $\sigma_{0,2}$ (Fig. A.1,7).

Sur la figure A.1,8 on a reporté les variations des coefficients du modèle stabilisé en fonction de la température, variations qui seront approximées par des paraboles aux températures intermédiaires.

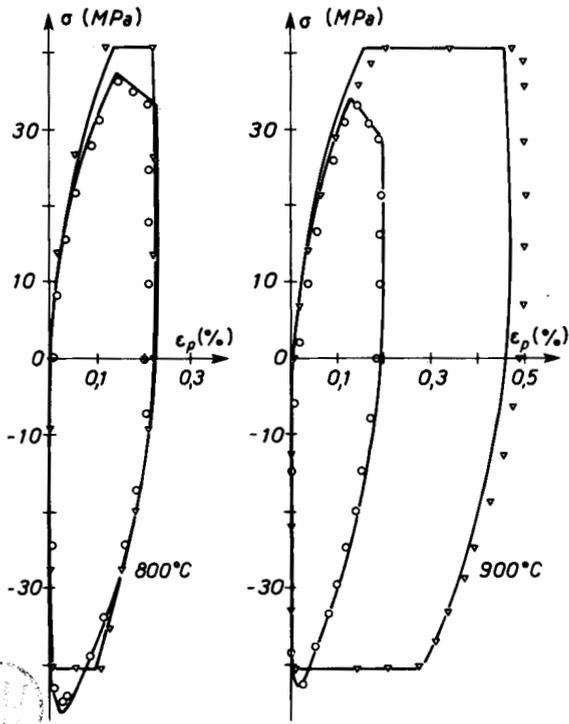


Fig. A.1.3 – Cycles stabilisés à 800°C et 900°C
(essais : ▽ force imposée, ○ déplacement imposé ;
calculs —).

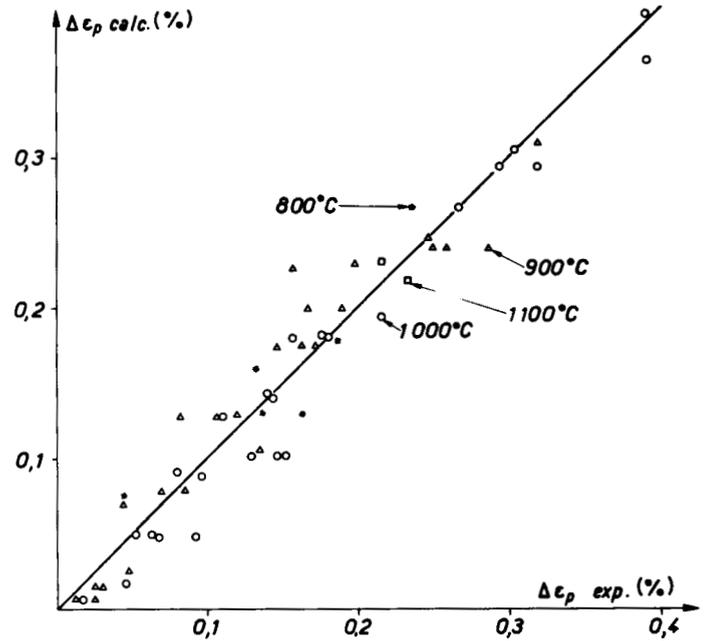


Fig. A.1.4 – Comparaison des amplitudes de déformation
plastique expérimentale et calculée

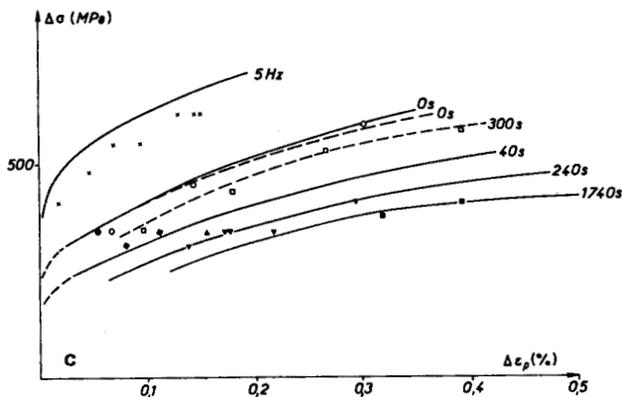
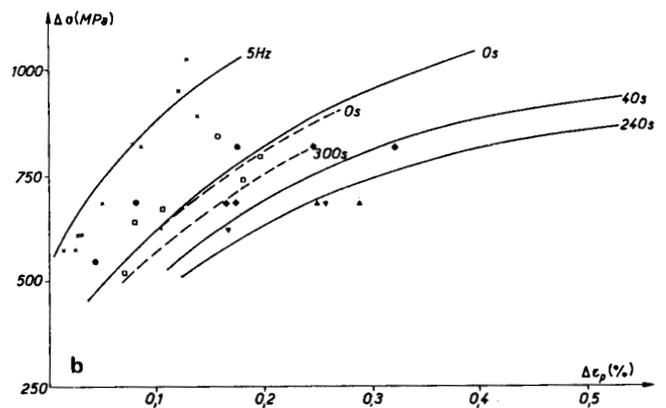
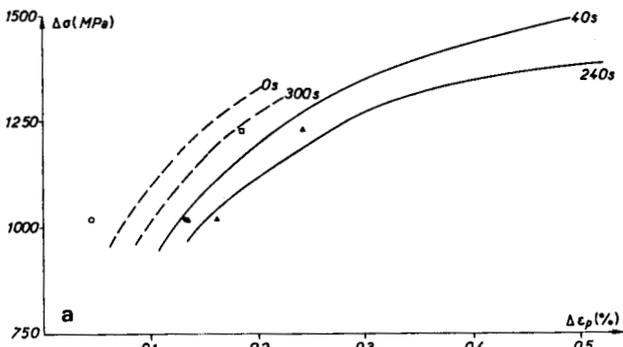


Fig. A.1.5 – Courbes d'érouissage cyclique
a) 800°C ; b) 900°C ; c) 1000°C

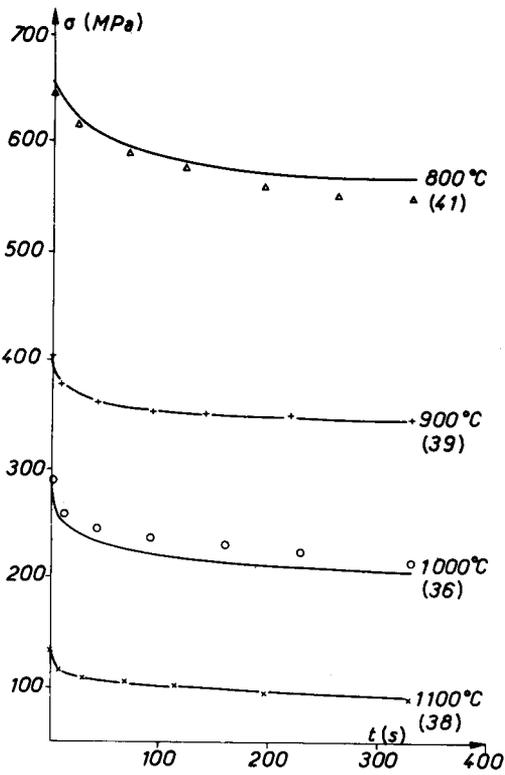


Fig. A.1,6 – Essais de relaxation de différentes températures



Fig. A.1,7 – Evaluation à l'aide du modèle de la limite d'élasticité conventionnelle $\sigma_{0,2}$ (*valeur de la littérature)

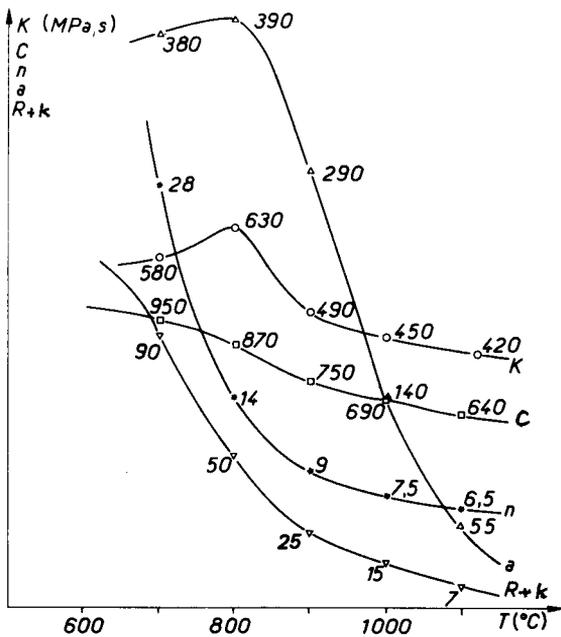
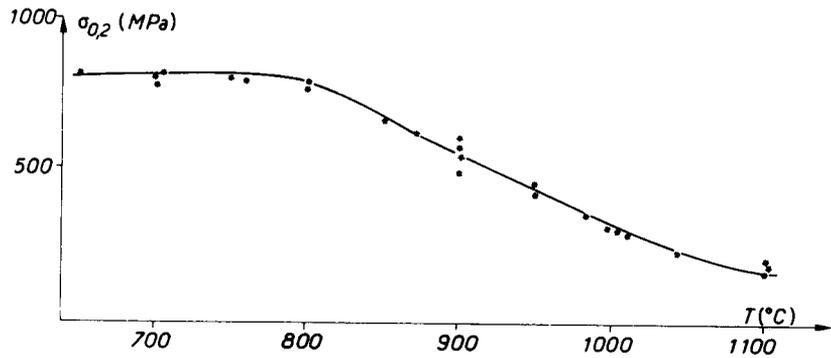


Fig A.1,8 – Les coefficients du modèle stabilisé en fonction de la température



ANNEXE II – REPARTITION DE TEMPERATURE DANS LA PLAQUE

1. – DETERMINATION DE LA FORME DU CYCLE DE TEMPERATURE

Compte tenu de la forme des cycles thermiques auxquels sont soumises les aubes de turbine en service (Fig. A.II,1) nous avons défini le cycle de température de la plaque à partir de 3 critères :

- le maintien à T_{max} doit être suffisamment court pour conserver un gradient bord-centre élevé,
- la vitesse de refroidissement doit être grande pour empêcher l'adaptation du matériau,
- le palier à T_{min} doit être assez long pour solliciter suffisamment l'éprouvette en traction de manière à initier et propager une fissure.

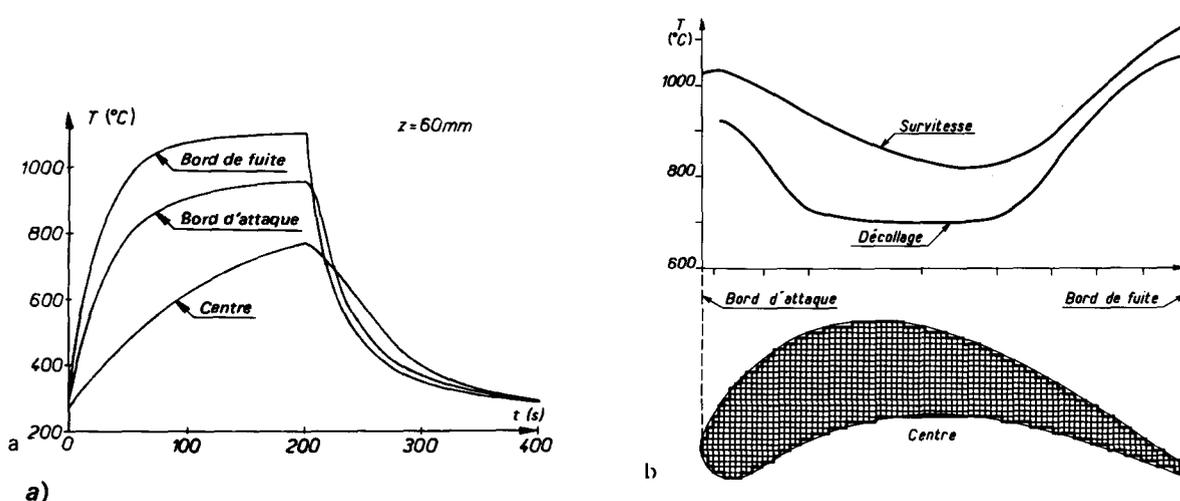


Fig. A.II,1 – Section typique d'aube de turbine et répartition de température

a) un exemple de cycle thermique lors d'un décollage, b) deux exemples de répartition dans l'espace (décollage, $T_{max} = 1080^{\circ}\text{C}$; vitesse, $T_{max} = 1135^{\circ}\text{C}$)

Ces critères nous ont conduit au cycle représenté figure A.II,2. La durée du cycle a été fixée à 6 mm. La température relevée est celle du point le plus chaud de l'éprouvette.

La longueur du palier à T_{max} permet une stabilisation de la température maximale et donne l'assurance d'une bonne reproductibilité des cycles de température.

2. – REPARTITION DE TEMPERATURE DANS LA PLAQUE

Plusieurs essais préliminaires ont été nécessaires pour définir les positions relatives de l'éprouvette et de l'inducteur. La mesure des températures est réalisée en 29 points dont on peut voir la distribution figure A.II,3. On s'est efforcé de concentrer les points de mesure dans les régions de plus fort gradient et d'avoir une symétrie d'ordre 4. Les enregistrements de température réalisés au cours d'un essai de mise au point sont donnés figure A.II,4,5,6. On remarquera le faible gradient autour du point le plus chaud et son accentuation vers le centre (Fig. A.II,7). Cette répartition est bien du type de celle présentée figure A.II,1. La symétrie du champ de température selon l'axe Y est bien obtenue mais on constate que la partie inférieure de la plaque est légèrement plus froide. Cette dissymétrie a été supprimée lors des essais suivants en régulant le débit d'eau de refroidissement du support de la plaque.

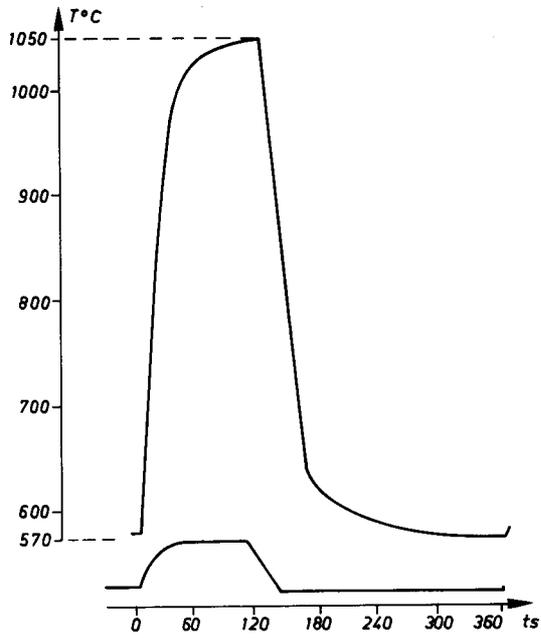


Fig. A.II,2 – Cycle de température utilisé pour les essais à $T_{max} = 1050^{\circ}C$

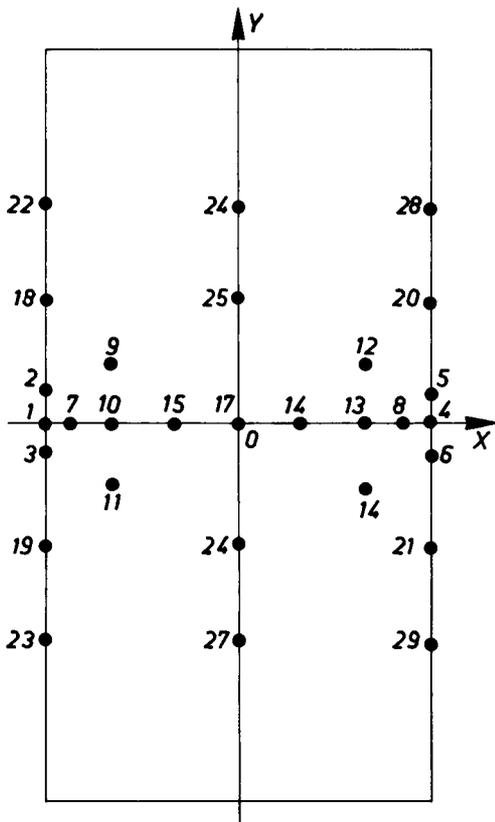


Fig. A.II,3 – Position de thermocouples

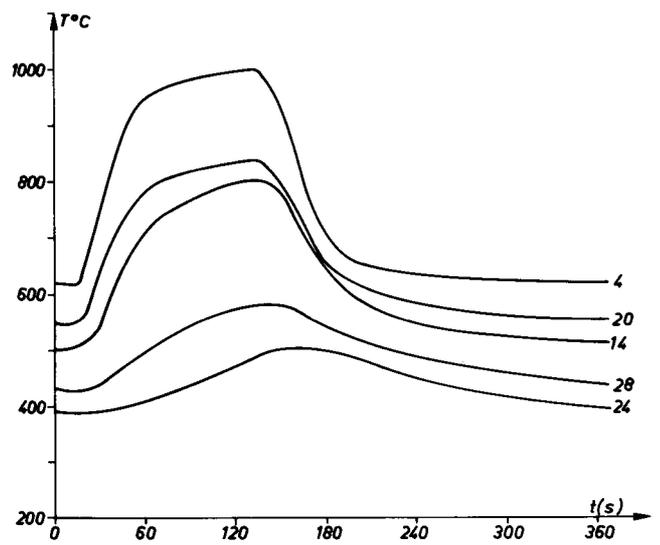


Fig. A.II,4 – Cycle de température aux points 4 - 20 - 14 - 28 - 24

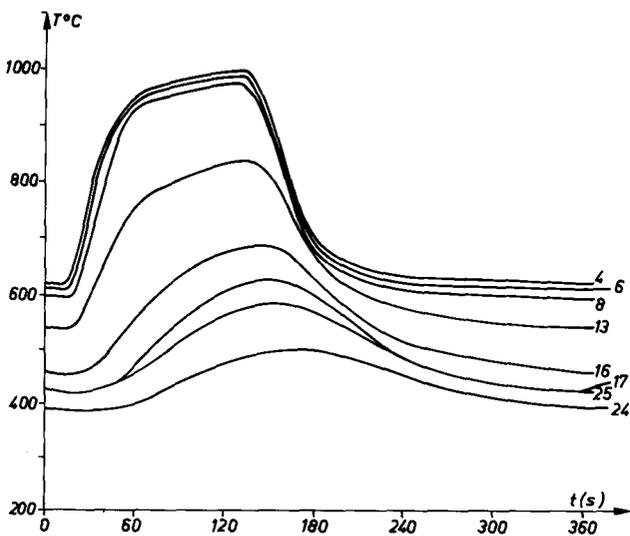


Fig. A.11,5 – Cycle de température aux points
4 - 6 - 8 - 13 - 16 - 17 - 25 - 24.

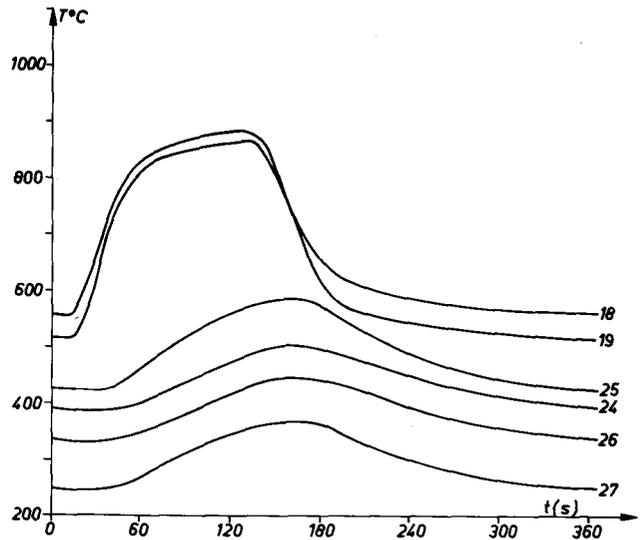


Fig. A.11,6 – Cycle de température aux points
18 - 19 - 25 - 24 - 26 - 27

Pour tous les essais réalisés par la suite nous avons fixé tous les paramètres expérimentaux définissant la répartition de température et sa variation : forme du cycle, puissance dissipée dans l'inducteur, position de l'éprouvette et de l'inducteur, débit d'eau de refroidissement du support d'éprouvette. La position des thermocouples a été modifiée de manière à connaître plus précisément la répartition de température dans un quart de plaque. Les symétries du champ de température ont été vérifiées à l'aide de quelques thermocouples lors de tous les essais. La répartition de température obtenue lors des essais de fissuration est donnée en Annexe III qui traite de la modélisation des champs de température utilisés pour le calcul.

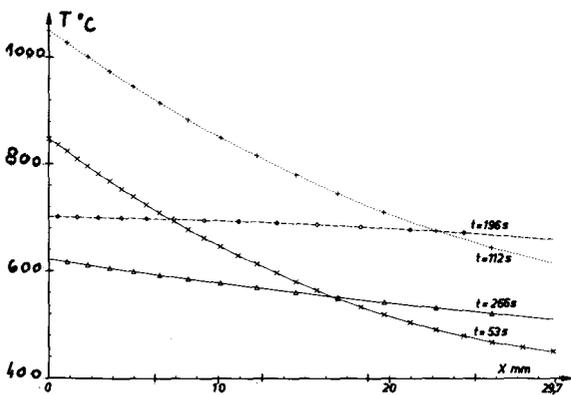


Fig. A.11,7 – Gradients thermiques: $T = f(x)$ à $y = 0$ à différents instants du cycle.



ANNEXE III

1. — DETERMINATION DU CHAMP DE TEMPERATURE

La plaque présente, après cyclage en température, des lignes d'oxydation diversement colorées. Ces différentes colorations correspondent aux températures d'équilibre lors des paliers à température maximale ou minimale. Ces traces d'oxydation sont semi elliptiques et nous avons donc adopté cette géométrie pour les isothermes lors du calcul. L'équation des isothermes et leur répartition nous ont permis d'exprimer la température de tout point en fonction de ses abscisse et ordonnée.

Pour définir avec précision la répartition de température dans la plaque, 22 thermocouples ont été répartis sur un quart de plaque comme le montre la figure A.III,1. Les relevés de température au cours du cycle sont reportés figures A.III,2,3,4. La variation de température le long de l'axe x a été approximée par une parabole :

$$T(x, y=0) = T_0 + \alpha x + \beta x^2$$

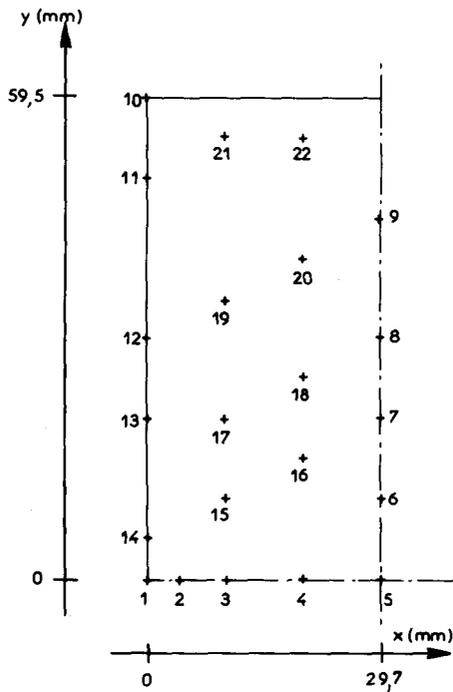


Fig. A.III,1 — Position des points de mesure

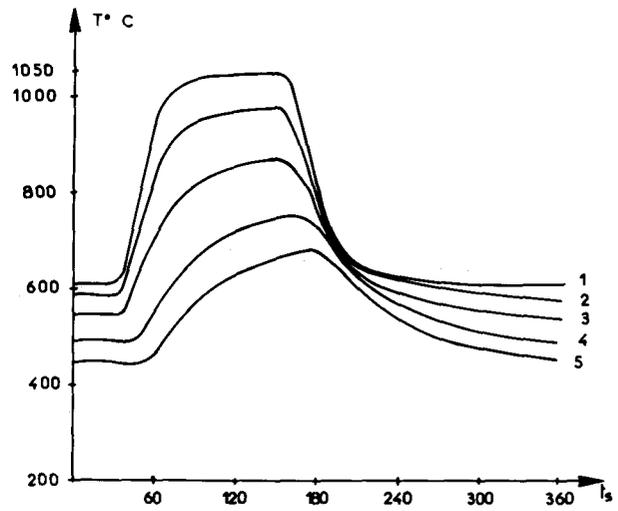


Fig. A.III,2 — Evolution des températures aux points de mesure 1 - 2 - 3 - 4 - 5 -

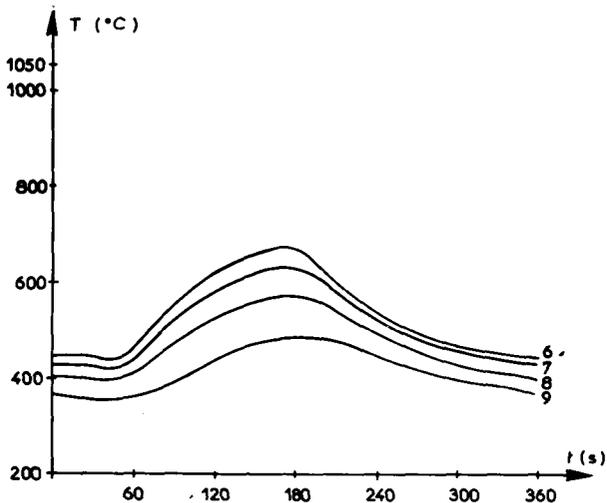


Fig. A.III,3 — Evolution des températures aux points de mesure 6 - 7 - 8 - 9 -

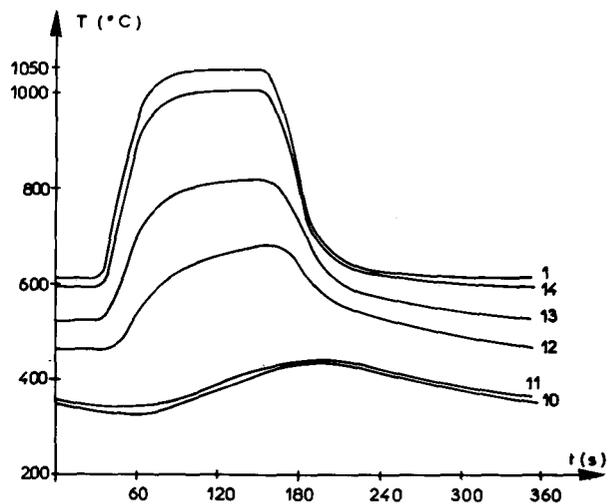


Fig. A.III,4 — Evolution des températures aux points de mesure 1-10-11-12-13-14

On a tracé ces paraboles pour différents instants du cycle figure A.III,5.

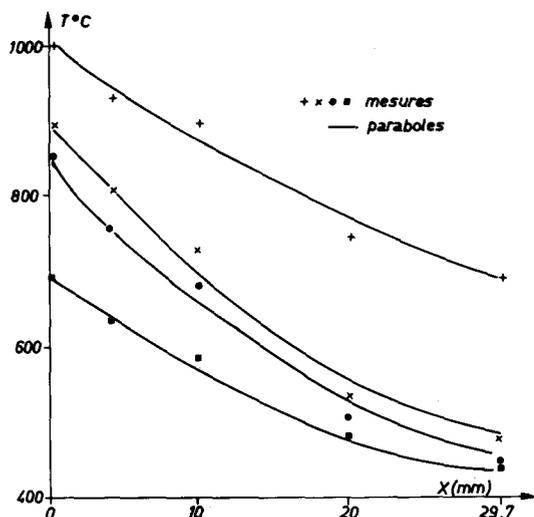


Fig. A.III,5 – Lissage des températures mesurées par une parabole le long de l'axe Ox à $y = 0$

En posant que les isothermes sont des ellipses, on peut calculer la température d'un point $M(x, y)$ en connaissant l'excentricité de l'ellipse et la variation de température le long de l'axe des x . Les mesures ont conduit à définir :

- une excentricité R qui varie avec x :

$$R = R_0 + R_p x$$

- un coefficient x_{pic} permettant de décrire la variation de la température le long de l'axe des x pour $x > x_{lim}$ ($x_{lim} = 29.7$ mm, valeur de x au centre de la plaque)

- un paramètre y_{inver} qui divise la plaque en deux zones :

$$y < y_{inver} \quad x_1 > x_2 \implies T(x_1, y) < T(x_2, y)$$

$$y > y_{inver} \quad x_1 > x_2 \implies T(x_1, y) > T(x_2, y)$$

La température est définie pour tout point $M(x, y)$ du domaine \square : $0 \leq x \leq 29,7$; $0 \leq y \leq 59,5$ par

$y \backslash d$	d ou $d_1 < x_{lim}$	d ou $d_1 > x_{lim}$
$y > y_{inver}$	$T = T_2 - \alpha d_1 - \beta d_1^2$	$T = T_3 - \alpha_1 d_1 - \beta_1 d_1^2$
$y < y_{inver}$	$T = T_0 - \alpha d - \beta d^2$	$T = T_1 - \alpha_1 d - \beta_1 d^2$

$$d = \sqrt{x^2 + (R_0 + R_p) y^2}$$

$$d_1 = \sqrt{x^2 + (R_0 + R_p) (2y_{inver} - y)^2}$$

avec T_1, α_1, β_1 définis par

$$\begin{aligned} T_0 + \alpha x_{lim} + \beta x_{lim}^2 &= T_1 + \alpha_1 x_{lim} + \beta_1 x_{lim}^2 \\ \alpha + 2\beta x_{lim} &= \alpha_1 + 2\beta_1 x_{lim} \\ 0 &= \alpha_1 + 2\beta_1 x_{pic} \end{aligned}$$

T_2 température du centre des ellipses supérieures de coordonnées $(0, 2 y_{inver})$

$$T_2 = T_0 + 2(\alpha R_0 y_{inver} + \beta R_0^2 y_{inver}^2)$$

$$T_3 = T_1 + T_2 - T_0$$

Ce modèle de répartition de température demande la détermination de 7 coefficients

- T_0, α, β coefficients de la parabole qui décrit la variation de la température sur l'axe x.
- R_0, R_p qui décrivent le rapport des températures le long des axes x et y (excentricité des ellipses)
- y_{inver} qui est la hauteur à partir de laquelle pour $y = c^{te}$ la température croît avec x
- x_{pic} qui permet de décrire $T = f(d)$ pour $d > x_{lim}$ en assurant la continuité de $f(d)$ et de sa dérivée première.

Pour chacune des 128 cartes de températures mesurées, la valeur de ces sept paramètres a été calculée à l'aide d'un programme d'identification de paramètres en utilisant les mesures expérimentales en 22 points réalisées au cours d'un essai.

Remarquons que ces équations ne vérifient pas les conditions de symétrie des isothermes selon l'axe parallèle à Oy car la tangente à $x = x_{lim}$ n'est pas nulle. Mais la température n'étant exprimée pour le calcul qu'aux points de Gauss des triangles du maillage x n'atteint jamais x_{lim} et c'est la raison pour laquelle nous n'avons pas tracé les isothermes jusqu'à l'axe de symétrie. Lors du calcul la température est interpolée linéairement entre deux points de Gauss voisins et les conditions de symétrie donnent donc une température constante dans cette zone centrale. Il n'y a donc pas de point de rebroussement dans la courbe de variation de température en fonction de x, à y constante.

La figure A.III,6 représente les isothermes à différents instants du cycle pour un essai à $T_{max} = 1050^\circ\text{C}$. Les écarts entre les températures calculées sont faibles. Ils atteignent au maximum en certains points 10 degrés lors des périodes transitoires. La figure A.III,7 montre la variation en fonction du temps de quelques coefficients servant à définir les champs de température. La figure A.III,8 représente la variation de T_0 en fonction du temps et la figure C1 la variation de T en fonction de x à différents instants du cycle.

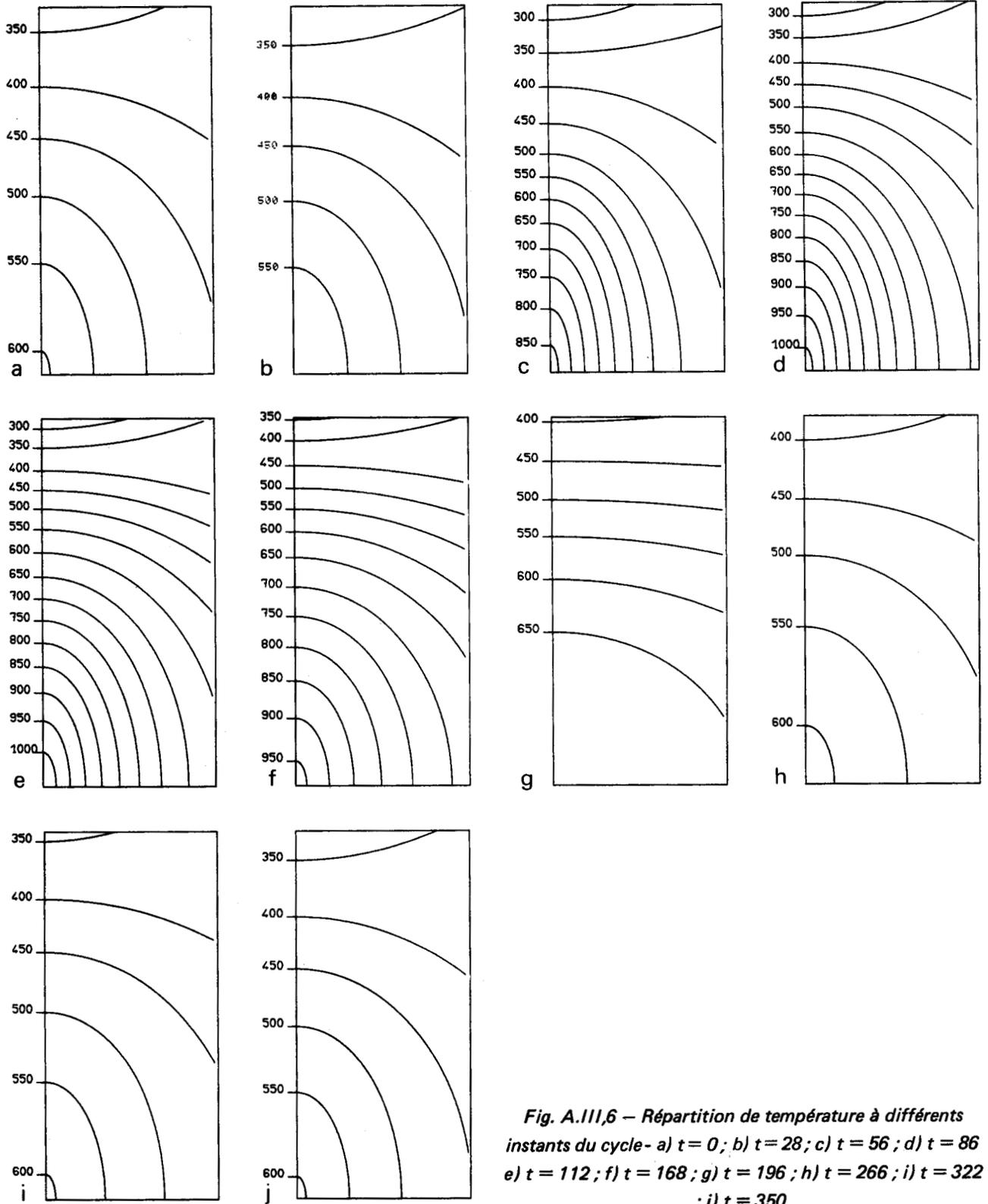


Fig. A.III,6 – Répartition de température à différents instants du cycle- a) $t = 0$; b) $t = 28$; c) $t = 56$; d) $t = 86$ e) $t = 112$; f) $t = 168$; g) $t = 196$; h) $t = 266$; i) $t = 322$; j) $t = 350$.

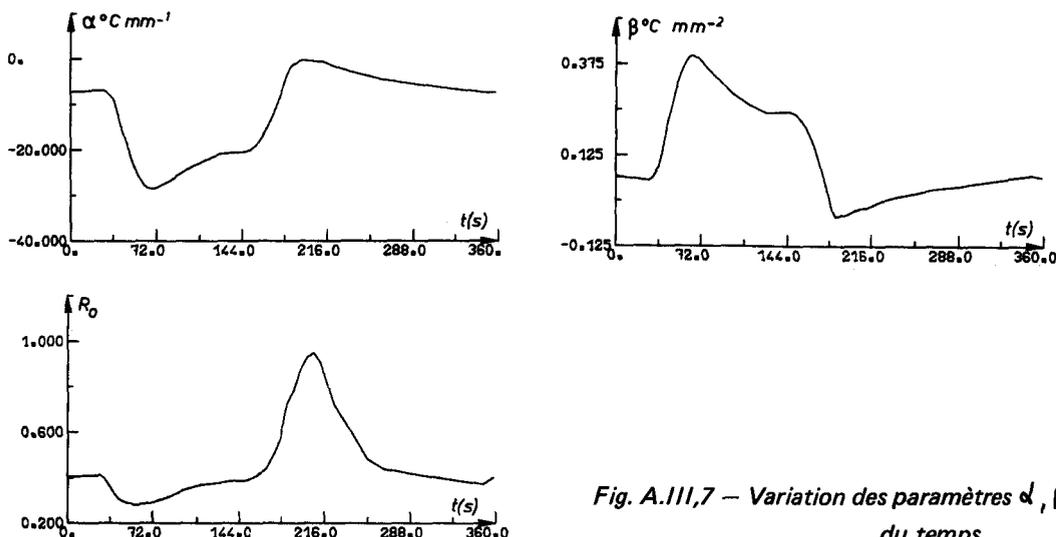


Fig. A.III,7 – Variation des paramètres α , β et R_o en fonction du temps

2. – CHOIX DES INSTANTS DEFINISSANT LE CHARGEMENT

Les triangles de la figure A.III,8 indiquent les instants retenus pour définir le cycle de température - leur répartition est plus dense dans les périodes transitoires de manière à minimiser les erreurs dues à l'interpolation linéaire de l'inverse de la matrice de rigidité (§ 5,1.2.). Pour quantifier cette erreur on a calculé les écarts obtenus sur le module d'élasticité E qui varie avec la température et qui est l'origine de la variation de K avec la température. Entre deux instants de chargement t_i et t_{i+1} la matrice de rigidité est calculée par :

$$K^{-1}(t) = K_{t_{i+1}}^{-1} \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i} + K_{t_i}^{-1} \frac{t_{i+1} - t}{t_{i+1} - t_i}$$

De même nous avons calculé E par :

$$\tilde{E}^{-1}(T) = E_{(T_{i+1})}^{-1} \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} + E_{(T_i)}^{-1} \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i}$$

et l'erreur commise en faisant une telle interpolation est

$$\Delta E = E(T) - [\tilde{E}^{-1}(T)]^{-1}$$

avec E(T) la valeur réelle de E à la température T.

Pour un cycle défini par les 51 instants de la figure A.III,8 on a $0 < \Delta E < 220$ MPa E variant entre 115 000 et 217 000 MPa (Fig. A.III,9). Par rapport à un cycle défini par 44 instants, l'écart est réduit d'un facteur trois (Fig. A.III,9b). On remarquera cependant que la valeur est exacte à chaque instant de définition du chargement.

Le chargement est donc défini en 51 instants par la donnée des sept paramètres définissant le champ de température. Ce sont ces données qui constituent le fichier FTHETA de la mise en données du problème (paragraphe 5,1.3.).

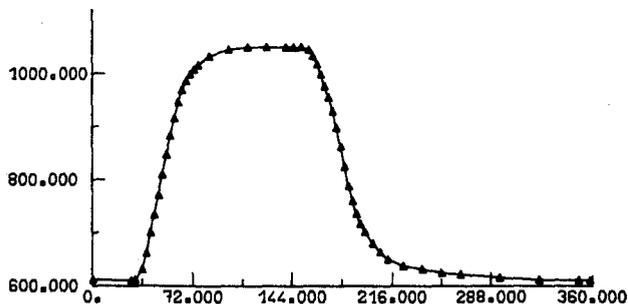


Fig. A.III,8 – Définition des séquences de chargement

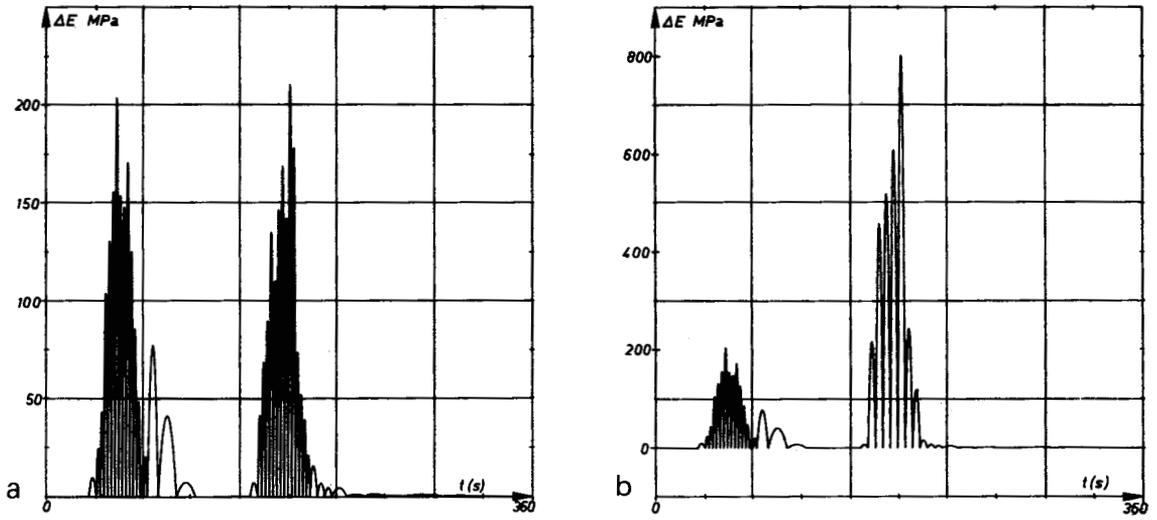


Fig. A.III,9 - $E = f(t)$. a) 55 séquences, b) 44 séquences.

ANNEXE IV

DETECTION DE L'AMORÇAGE ET MESURE DE LA LONGUEUR DE FISSURE
PAR METHODE ELECTRIQUE

Au cours d'essais mécaniques de fissuration diverses techniques peuvent être utilisées pour détecter l'amorçage et suivre la propagation des fissures :

- méthode optique
- méthode par ultra-sons
- méthode par complaisance
- méthode par jauge à rupture de fils
- méthode électrique

La technique utilisée lors de nos essais est la méthode électrique encore appelée "méthode du potentiel". Le principe en est assez simple : on fait circuler un courant dans l'éprouvette métallique conductrice et l'on mesure la tension qui en résulte entre deux prises de potentiel placées de part et d'autre de la fissure à observer. La tension mesurée est fonction de paramètres géométriques tels que les dimensions de l'éprouvette, la longueur de fissure, la distance entre les prises de potentiel. Elle est aussi fonction de l'intensité du courant, de la température, de la résistivité du matériau.

L'appareil qui a été utilisé pour détecter l'amorçage et suivre la progression des fissures est un "suiveur de fissure" mis au point à l'ONERA [90]. Il a été conçu pour atteindre trois objectifs :

- améliorer la sensibilité et la précision de la mesure en simplifiant les problèmes d'amplification,
- limiter le courant passant dans l'éprouvette au cours de la mesure
- synchroniser éventuellement la mesure avec le cycle de chargement.

Le montage expérimental de mesure du potentiel est représenté figure A.IV,1. Le courant est amené par deux tiges fixées sur la plaque et la tension est mesurée à l'aide de deux fils de platine soudés sur la tranche de la plaque. On retient pour un cycle la valeur obtenue à la température minimum puisque c'est à cet instant que la fissure est ouverte.

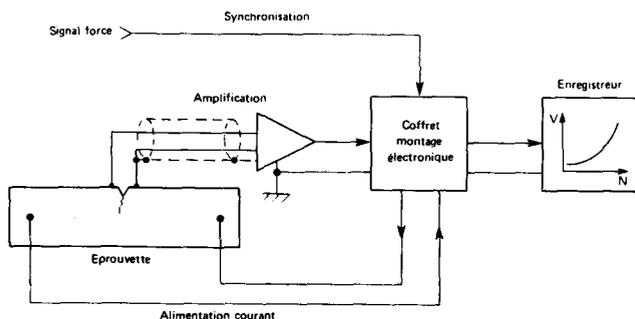


Fig. A.IV,1 - Schéma d'utilisation du montage

Baudin et Policella [90] ont montré que la longueur de fissure est directement relié à la tension mesurée V pour diverses formes d'éprouvette (Fig. A.IV,2). Avec les grandeurs W , V_{REF} , a_0 , V_0 et $V(a)$ définies figure A.IV,3 on obtient

$$a = \frac{2W}{\pi} \arccos \left[\frac{\cos \frac{\pi a_0}{2W} \operatorname{ch} \frac{\pi V_0}{2V_{REF}}}{\operatorname{ch} \frac{\pi V(a)}{2V_{REF}}} \right]$$

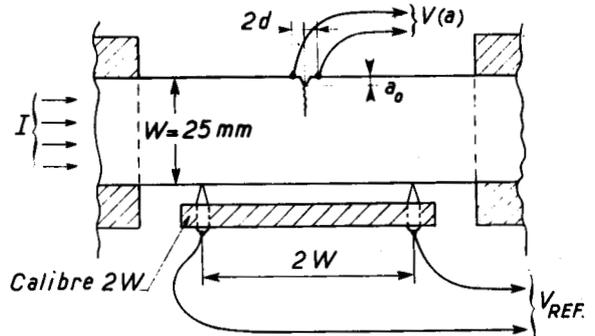
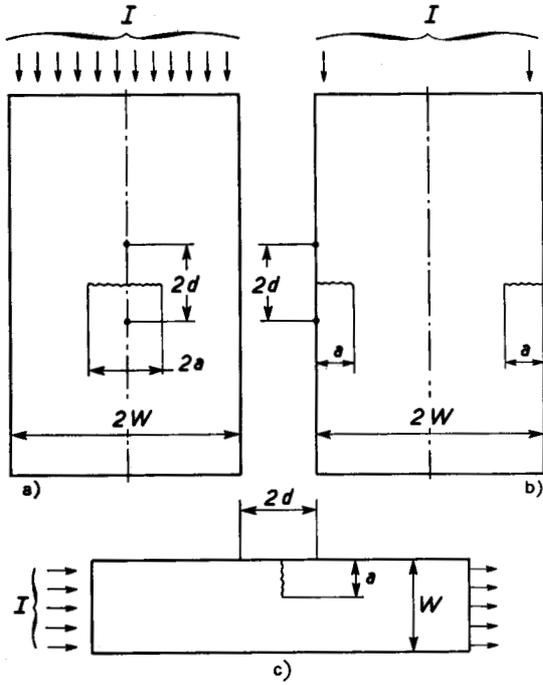


Fig. A.IV,3 - Mesure initiales V_{REF} et $V(a_0)$

Fig. A.IV,2 - Formes d'éprouvettes équivalentes pour le calcul de la longueur de fissure. a) Panneau en traction, b) Panneau en traction, c) éprouvette flexion

la tension V_{REF} est mesurée avant le début de l'essai à l'aide d'un calibre, a_0 est la longueur initiale de fissure qui peut être nulle, V_0 est la tension au début de l'essai et correspond à la fissure de longueur a_0 , $V(a)$ la tension mesurée en cours d'essai. V_{REF} caractérise la répartition de courant dans l'éprouvette lorsque la température est uniforme. Lorsque ce n'est pas le cas V_{REF} dépend de V et un étalonnage préalable est nécessaire.

Pour la plaque sous gradients thermiques, nous avons, lors d'essais préliminaires, tracé la courbe reliant V et a à l'aide d'observations photographiques. Nous avons comparé ces mesures aux courbes $V = f(a)$ pour différentes valeurs de V_{REF} (Fig. A.IV,4). On voit que pour décrire la courbe expérimentale V_{REF} doit diminuer quand V augmente. Une fonction qui donne satisfaction est

$$V_{REF} = \frac{5,6 + V_0}{1 + \left(\frac{V - V_0}{3}\right)^2}$$

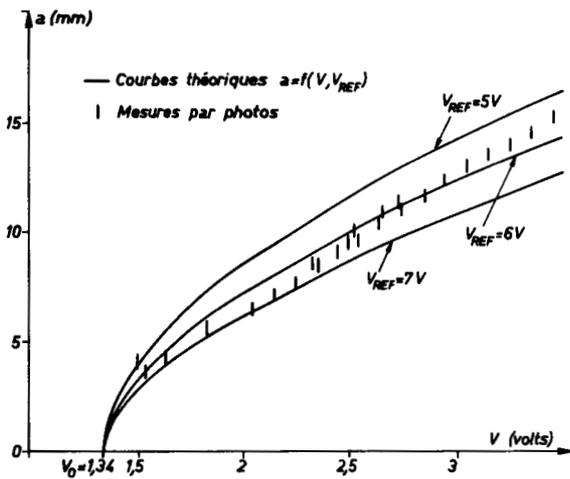


Fig. A.IV,4 - Courbes $a = f(V, V_{REF})$ et mesures expérimentales

V_0 mesuré dans chaque essai n'est pas toujours le même. Une fois cette relation établie, on peut l'appliquer et on obtient pour notre essai dans lequel $a_0 = 0$

$$a = \frac{2W}{\pi} \arccos \left[\frac{\operatorname{ch} \frac{\pi V_0}{V_{REF}}}{\operatorname{ch} \frac{\pi V}{V_{REF}}} \right]$$

Les observations photographiques effectuées lors de deux essais montrent la validité de cette relation (Fig. A.IV,5).

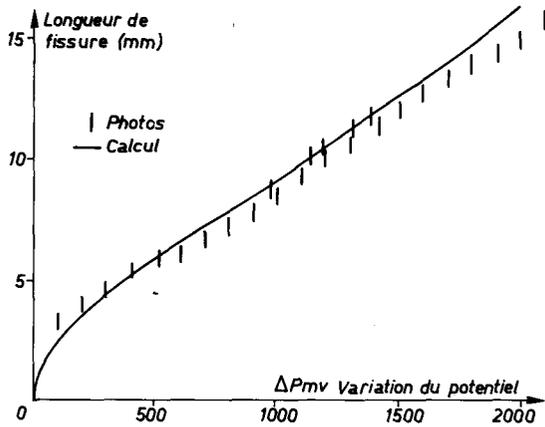


Fig. A.IV,5 – Etalonnage de la longueur de fissure en fonction du potentiel

De plus, lors de tous les essais, on a pris soin de mesurer la longueur de fissure au cours de sa propagation à l'aide d'une caméra et d'un magnétoscope. Dans tous les cas, les mesures par les deux méthodes donnent des résultats concordants.

La méthode du potentiel permet de suivre en continu la progression des fissures mais aussi de définir précisément le nombre de cycles à amorçage (cf. § 4,3.2., 4,3.3. et Fig. 38).

La méthode électrique utilisée lors de nos essais permet donc, après un étalonnage préalable de :

- définir précisément le nombre de cycles lors de l'apparition d'une fissure
- suivre en continu la longueur de fissure lors de sa propagation
- s'assurer de l'arrêt de la fissure.



ANNEXE V

CARACTERISATION DE LA DIFFERENCE D'ENDOMMAGEMENT DE FLUAGE DE L'IN 100 EN TRACTION ET EN COMPRESSION

Pour caractériser l'endommagement de fluage de l'IN 100 des essais de fluage en traction et en compression suivie de traction ont été réalisés. Ces essais ont été menés à 1000°C. Deux essais de traction ont suivi de référence (essais 3 et 11). Pour ces essais, on a calculé le temps à rupture avec la loi d'endommagement de fluage utilisée pour l'IN 100. Ce temps t_{R0} sert de point de référence pour les essais de compression-traction (essais 4 - 5 - 6 - 7 - 8).

Pour chaque essai on fait du fluage-compression à la contrainte σ_c pendant t_c puis du fluage-traction à la contrainte σ_T . Alors la rupture intervient avec un temps supplémentaire t_{RT} . On calcule la portion de durée de vie restante en traction $\frac{t_{RT}}{t_{R0}}$ en fonction du temps t_c passé au premier niveau en compression.

La figure A.V,1 montre l'évolution de la déformation totale ϵ avec le temps et le tableau ci-dessous récapitule les mesures effectuées.

La figure A.V,2 met en évidence que l'on endommage moins en compression qu'en traction. Le point hypothétique t_{Rc} représentant le temps à rupture en compression, situé à l'intersection de la droite lissant les essais et l'axe des abscisses, se situe entre 56 et 114 h. Ceci correspond à un temps 2 à 4 fois plus long que pour un essai en traction à la même contrainte. On peut donc dire que l'endommagement de fluage en compression est 2 à 4 fois plus faible que l'endommagement de fluage en traction, pour une même contrainte.

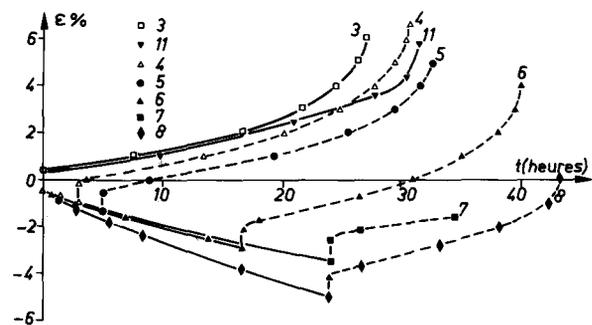


Fig. A.V,1 - Essai de fluage-compression, fluage-traction

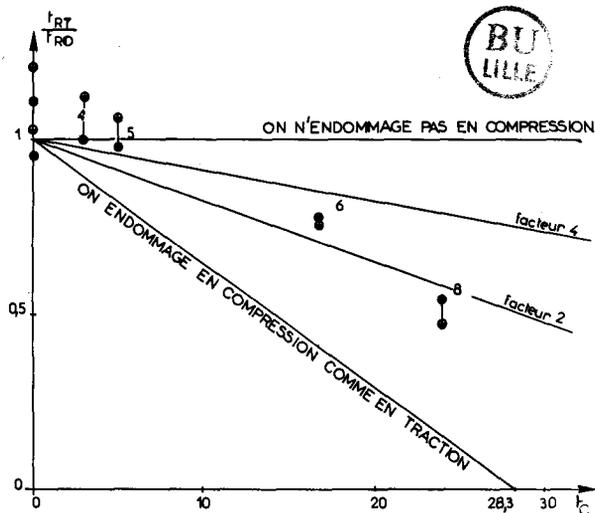


Fig. A.V,2 - Interprétation des essais de fluage à deux niveau : compression-traction

Tableau I Annexe V - Résultats d'essais de fluage-compression, fluage-traction (IN 100 Aluminisé T = 1000°C)

Résultats d'essais de fluage-compression, fluage-traction. (IN 100 Aluminisé T=1000°C).

N°	σ_c	t_c	σ_T	T	t_{RT}	t_{R0}	t_{RT}/t_{R0}
3	0	0	205	1004	26,9	28,3	0,95
4	203	3,0	207	1004	27,7	27,8	1,00
5	203	5,0	207	1003	27,6	28,5	0,97
6	203	16,7	207	1001	24,4	31,54	0,77
7	203	24,0	205	/	/	/	/
8	205	24,0	205	994	20,4	37,44	0,54
11	0	0	205	990	31,5	28,3	1,11
	MPa	h	MPa	C°	h	h	

(Essai 7 rupture interpestive)



RÉFÉRENCES

- [1] CHABOCHE J.L. et STOLZ C. — R.F.M., n° 52, (1974).
- [2] POLICELLA H. and CULIE J.P. — J. of Fatigue of Engineering materials and structures, vol. 4, n° 22.
- [3] CHABOCHE J.L. — *Programme de calcul des contraintes d'origine thermique par la méthode des tranches planes*. N.T. 1/1765 RN ONERA (1972).
- [4] SPERA et al. — NASA TMX - 67 820 (1971).
- [5] SPERA D.A. — NASA TMX - 68 051, (1972).
- [6] CHABOCHE J.L., CULIE J.P. et SAVALLE S. — EVPCYCL RT 32/1765 RX 060-061, (1980).
- [7] RABOTNOV Y.N. — *Creep problems in structural members*. North Holland Pub. Comp Amsterdam — London 1969.
- [8] TRUESDELL C.A. — *Rational thermodynamics* - Mc Graw Hill, New York, (1969)
- [9] GERMAIN P. — *Cours de mécanique des milieux continus* - Tome 1, Masson, Paris, (1973).
- [10] SIDOROFF F. — *On the formulation of plasticity and viscoplasticity with internal variables* - Arch. Mech. Poland, vol. 27, n° 5-6 (1975), p. 807-819.
- [11] ARMSTRONG P.J. and FREDERICK C.O. — *A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect*. CEBG Report R.D/B/N731, (1966).
- [12] COLEMAN B.D. and NOLL W. — *On the thermostatics of continuous media*. Arch. Rat. Mech. Anal., vol. 4, p. 97-128, (1959).
- [13] HALPHEN B. and NGUYEN S. — *Sur les matériaux standard généralisés*. J. Mécanique, vol. 14 n° 1 (1975), p. 39-63.
- [14] LEMAITRE J. — *Sur la détermination des lois de comportement des matériaux élasto-viscoplastiques*. Thèse, Publication ONERA n° 135, (1971).
- [15] CHABOCHE J.L. — *Description thermodynamique et phénoménologique de la viscoplasticité cyclique avec endommagement*. Thèse, Publication ONERA (1978-3).
- [16] CHABOCHE J.L. — *Viscoplastic constitutive equations for the description of cyclic and anisotropic behaviour of metals*. Bull. de l'Acad. Polonaise des Sciences, série Sc. et Techn., vol. 25, n° 1, (1977), p. 33-42.
- [17] CHABOCHE J.L., POLICELLA H. and KACZMAREK H. — *Applicability of the SRP method and creep-fatigue damage approach to the LCHTF life prediction of IN-100 alloy*. Aalborg, Denmark, AGARD-CP 243, (1978), p. 4-1 to 4-20.
- [18] CHABOCHE J.L. and G. ROUSSELIER — *On the plastic and viscoplastic constitutive equations based on the interval variable concepts*. SMIRT 6 Post Conférence, Paris, (1981)

- [19] HARRISON G.F. and EVANS W.J. — *A creep deformation map for Nimonic 90 — Its construction, interpretation and implications for life prediction*. Conf. on Engineering aspects of Creep, Sheffield, (1980).
- [20] OYTANAC C. DELOBELLEP and MERMETA — *Constitutive equations study in biaxial stress experiments*. J. of Engng Mat. and Technology, Trans. ASME, vol. 104, n° 1, (1982).
- [21] CULIE J.P., CAILLETAUD G. and LASALMONIE A. — *Internal stress in viscoplasticity : comparison between mechanical and microscopic approaches*. La recherche Aérospatiale, (1982-2). French and English edition.
- [22] CARRY C. and STRUDEL J.L. — *Apparent and effective creep parameters in single crystals of a nickel base superalloy*. Secondary creep. Acta Metallurgica, vol. 26, (1978), p. 859-870.
- [23] CAILLETAUD G. and CHABOCHE J.L. — *Macroscopic description of the microstructural changes induced by varying temperature*. Example of IN 100 behaviour, ICM 3, Cambridge, (1979). TP. ONERA 79.112.
- [24] CAILLETAUD G. CULIE J.P. and KACZMAREK H. — *Mechanical description of viscoplastic and damage behaviour in presence of microstructural instabilities induced by variable temperature*. 3rd IUTAM Symp. on Creep in Structures, Leicester, (1980). TP. ONERA (1980-110).
- [25] PRAGER W. — *A new method analysing stress and strains in work hardening, plastic solids*. J. Appl. Mech., 23, (1956).
- [26] WALKER K.P. — *Research and development program for non-linear structural modeling with advanced time-temperature dependent constitutive relationships*. Rapport PWA-5700-50, NASA CR-165533, (1981).
- [27] CAILLETAUD G. Thèse Paris VI 1979 et. NT ONERA (1979-6).
- [28] KACHANOV L.M. — *Time of the rupture process under creep conditions*. Izv. Akad. Nauk. SSR, Otd Tekh. Nauk. n° 8, (1958), p. 26-31.
- [29] KRAJCINOVIC D. and FONSEKA G.U. — *The continuous Damage Theory of Brittle Materials*. Trans. ASME, J. of Applied Mechanics, vol. 48, (1981), p. 809.
- [30] CORDEBOIS J.P. and SIDOROFF F. — *Anisotropie Elastique Induite par Endommagement*. Colloque Euromech. 115, Grenoble, (1979).
- [31] MURAKAMI S. and OHNO N. — *A continuum theory of creep and creep-damage*. »rd IUTAM Symp. on creep in structures, Leicester, (1980).
- [32] BETTEN J. — *Damage tensors in continuum mechanics*. Euromech. Colloquium 147, "Damage Mechanics", Cachan, France (1981).
- [33] CHABOCHE J.L. — *Le concept de contrainte effective appliqué à l'élasticité et à la viscoplasticité en présence d'un endommagement anisotrope*. Coll. euromech 115, Grenoble, (1979), édition CNRS, (1982).
- [34] MARTIN J.B. and LECKIE F.A. — *On the creep rupture of structures*. J. of the Mech. and Physics of solids, vol. 20 n° 4 (1972), p. 223-238.

- [35] LECKIE F.A. and HAYHURST D.R. — *Creep rupture of structures*. Proceedings Royal Society of London, vol. 340, n° 1622 (1974), p. 323-347.
- [36] HAYHURST D.R. — *Creep rupture under multi-axial state of stress*. J. Mech. Solids, vol. 20, n° 6 (1972), p. 381-390.
- [37] O'NEILL M.J. — *A review of some cumulative damage theories*. Report ARL/SM. 326, A.D.S.S., Melbourne (1970).
- [38] ELLISON E.G. and PATTERSON A.J.F. — *Creep fatigue interactions in a 1 Cr-Mo-V steel*. Proc. Instn. Mech. Engrs, (1976), p. 190.
- [39] JASKE C.E., MINDLIN H. and PERRIN J.S. *Combined low cycle fatigue and stress relaxation of alloy 800 and type 304 stainless steel at elevated temperature*. ASTM STP 520, (1973), p.365.
- [40] Mc LEAN D. and PINEAU A. — *Grain boundary sliding as a correlating concept for fatigue hold times*. Metal Science, (1978), p. 313.
- [41] LEVAILLANT C., REZGUI B. and PINEAU A. — *Effects of environment and hold times on high temperature low-cycle fatigue behaviour of 316L stainless steel*. Third int. Congress on mechanical behaviour, Cambridge, (1979).
- [42] CHRZANOWSKI M. — *Use of the damage concept in describing creep-fatigue interaction under prescribed stress*. Int. J. Mech.Sci., (1976), 18, p. 69.
- [43] CAILLETEAU G., CULIE J.P. et KACZMAREK H. — *Description et simulation numérique d'essais de fatigue thermique sur éprouvette lisse*. La recherche Aérospatiale n° 2 (1981).
- [44] MUSKHELISHVILI N.I. — *Some basic problems of the mathematical theory of elasticity*. Amsterdam, Noordhoff, (1963).
- [45] BUI H.D. — *Mécanique de la rupture fragile*. Paris, Masson, (1978).
- [46] LEMAITRE J., MONTHULET A. et RECOURSE S.C. — *Evaluation du facteur d'intensité des contraintes par mesure directe sur la structure fissurée chargée*. La Recherche Aérospatiale, (1974), n° 5.
- [47] BAUDIN G., LEMAITRE J. et ROBERT M. — *Intérêt de l'essai de fissuration en flexion pour la détermination des lois de progression de fissure de fatigue*. La recherche Aérospatiale n° 1976 - 6 - TP ONERA 1976-157.
- [48] BAMBERGER Y. — *La mécanique de la Rupture - Problèmes non-linéaires appliqués : mécanique de la rupture*. Ecoles CEA-INRIA-EDF (1982), p. 6 - 23.
- [49] GRIFFITH A. A. — *The phenomena of rupture and flow in solids*. Philosophical Trans. of Roy. Soc. of London. Série A, vol. 221 (1920), p. 163.
- [50] RICE J.R. — *A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks*. J. Appl. Mech., (June 1968), p. 379.

- [51] CHABOCHE J.L. et MONTHULET A. — *Calcul du facteur d'intensité des contraintes pour la prévision de la progression des fissures.* — Rech. Aérosp. n° 1974-4; p. 221-237.
- [52] LABOURDETTE R. et PELLAS J. — *Calcul, par la méthode de la flexibilité inverse, du taux d'énergie libérée.* Eng. Fracture Mech, vol 10, (1978), p. 879-885.
- [53] DESTUYNDER P., LEFEBVRE J.P. et LESCURE S. — *Une approche des problèmes de la mécanique de la rupture — Problèmes non-linéaires appliqués : mécanique de la rupture.* Ecoles CEA — INRIA-EDF, (1982).
- [54] LANDES J.D. and J.A. BEGLEY. — *Mechanics of crack growth.* ASTM STP 590, (1976), p.128.
- [55] PARIS P.C. and ERDOGAN F. — *A critical analysis of crack propagation laws.* — J. Bass. eng. — Trans. ASME 85 (1963), p. 528-534.
- [56] PARIS P.C. — *The trend in engineering.* Vol. 13 n° 1, 9. University of Washington Seattle (1961).
- [57] ELLISON E.G. and HARPER M.P. — *Journal of strain analysis*, vol. 12, n° 3 (1977), p. 167.
- [58] POLICELLA H. et D. POIRIER — *Progression des fissures de fatigue et fluage dans les milieux viscoplastiques à haute température.* R.T. 27/1765 RY, (1978).
- [59] CHABOCHE J.L. — *Mécanique du milieu endommagé.* "Nuclear engineering and design" 64, TP ONERA 1981-51.
- [60] NGUYEN Q.S. — *A thermodynamic description of the running crack problem.* IUTAM Symposium, Dourdan (1980), North-Holland Ed et C. R. Acad. Sc., Paris, t. 288, série B, p. 201-204.
- [61] BUI H.D., EHRLACHER A. et NGUYEN Q.S. — *Etude expérimentale de la dissipation dans la propagation de fissure par thermographie infrarouge.* C.R. Acad. Sc., II, 293, 1015, (1981).
- [62] BUI H.D., EHRLACHER A. et NGUYEN Q.S. — *Propagation de fissure en thermo-élasticité dynamique.* J. de Mécanique, 19, 697, (1980).
- [63] BUI H.D. — *Mécanique de la rupture fragile.* Masson, Paris (1978).
- [64] BUI H.D., JARIC J. et RADENKOVIC D. — *Loi de conservation en thermoélasticité linéaire.* Rapport interne n° 3, Laboratoire de Mécanique des Solides, Ecole polytechnique, (1977)
- [65] NGUYEN Q.S. — *Méthodes énergétiques en mécanique de la rupture.* J. Mécan. vol. 19, n° 2, (1980), p. 363-386.
- [66] FORMAN R.G., KEARNEY V.E. and ENGLE R.M., — *Transactions.* American Society of Mechanical Engineers, Vol. 89, p. 459 (1967).
- [67] GLEITER H. and HORNBOKEN E. — *Phys. Stat. Sol.* 12, p. 251-264, (1965).
- [68] OROWAN E. — *Symposium on internal stresses in metals.* Institute of metals, London, p. 451-453, (1948).
- [69] FOREMAN A.J.E. and MAKIN M.J. — *Phil. Mag.* 14, 911, (1966).

- [70] FRIEDEL J. — *Dislocations*. Pergamon Press, (1964).
- [71] ASHBY M.F. — *2e int. conf. Strength. Met. Alloys. ASME, Ohio, (1970), p. 507.*
- [72] KELLY A. and NICHOLSON R.B. — *Precipitation hardening*. Prog. Mat. Sci. 10, n° 3, (1963), p. 151-391.
- [73] HAM R.K. — *Ordered Alloys : Structural applications and physical metallurgy*. Claitors, Baton Rouge, Louisiane, (1970), p.365-373.
- [74] WEERTMAN J. — *Theory of creep on dispersion hardened alloys of the Ni-Cr-Ti Al System*. J. of metals, vol. 8' (1956), p. 1356.
- [75] MITCHELL W.I. — Z. Metallk. 57, (1966), p. 586-589.
- [76] ROWE J.P. and FREEMAN J.W. — *Relations between microstructure and creep rupture properties of Ni-Base alloys as revealed by overtemperature*. NASA. TN. D1325, (1962).
- [77] DURET C., MEVREL R. et PICHOT R. — *Revêtements d'aluminium sur superalliages. SENASI les Arcs - TP ONERA 1983-68.*
- [78] ANTOLOVITCH S.D., DONAS P. and STRUDEL J.L. — Metallurgy transaction 10 A, (1979), p. 1859-1868.
- [79] WLODEK S.T. — *The structure of IN 100*. Trans of the ASM, vol. 57, (1964), p. 110-119.
- [80] SIMS C.T. and HAGEL W.C. — *The superalloys*. John Wiley publication, (1972).
- [81] ARDELL A. and NICHOLSON R.B. — *The coarsening of in Ni-Base alloy*. J. Phys. Chem. Solids, vol. 27, (1966), p. 1793-1804.
- [82] LIFSHITZ I.M. and SLYOZOV V.V. — *The kinetics of precipitation from supersaturated solid solutions*. J. phys. chem. solids., vol. 19, n° 1, 2, (1961), p. 35-50.
- [83] WAGNER C.I. — Z. Elektrochem, (1961), p. 581.
- [84] CULIEJ.P. — *Comportement viscoplastique cyclique de l'IN 100 à température variable*. Mémoire CNAM Paris, (1981).
- [85] GLENNY E., NORTHWOOD J.E., SHAW S.W.K. and TAYLOR T.A. — *A technique for thermal shock and thermal fatigue testing based on the use of fluidized solids*. J. of the Inst. of Metals, 1958-59, vol. 87, p. 294-302.
- [86] HOWES M.A.H. — *Evaluation of thermal fatigue resistance of metals using the fluidized bed technique*. ASTM STP 520, (1973), p. 242-254.
- [87] CHABOCHE J.L. et STOLTZ C. — *Détermination des durées de vie des aubes de turbines à gaz*. Revue Française de Mécanique, n° 52, (1974), p. 37-47.
- [88] CARDEN A.E. — *Thermal fatigue evaluation*. ASTM STP 465, (1970), p. 163-188.

- [89] SPERA D.A. — *Comparison of experimental and theoretical thermal fatigue lives for five Nickel Base Alloys*. ASTM STP 520, (1973), p. 648-657.
- [90] POLICELLA H. et BAUDIN G. — *Une nouvelle méthode de mesure électrique de longueur de fissure*. La Recherche Aérospatiale (1978), n° 4.
- [91] CHABOCHE J.L. et CAILLETAUD G. — *Calculs de structures en viscoplasticité cyclique*. RT47/1765 RY ONERA, (1983).
- [92] BAPTISTE D., G CAILLETAUD, CHAUDONNERET M., POLICELLA H. et SAVALLE S. — *Durée de vie des aubes et disques de turbine*. RTS n° 40/1765 RY 085 R — (mai 1982).
- [93] CHABOCHE J.L. — *Calcul d'une éprouvette de traction - compression en viscoplasticité cyclique*. RTS n° 37/1765 RY 081 R (1982).
- [94] Rapport n° 6 du GIS "Rupture à chaud". Etude 1.3 — fascicule 2 (1982).
- [95] NOUAILHAS D. et CAILLETAUD G. — *Calculs d'une éprouvette entaillée en viscoplasticité cyclique*. RT n° 46/1765 RY, (1983).
- [96] CHABOCHE J.L. — *Prévision de l'amorçage en fatigue à chaud. La fatigue des matériaux et des structures*, Editions Maloine, Bathias, Bailon Ed. (1980)
- [97] CHABOCHE J.L., POLICELLA H., KACZMAREK et CULIE J.P. — *Progression des fissures à haute température. Calculs de viscoplasticité associés aux chargements cycliques non isothermes*. RT n° 28/1765 RY, (1979).
- [98] CHABOCHE J.L., POLICELLA H. and KACZMAREK H. — *Applicability of the SRP method and creep-fatigue damage approach to the LCHTF life prediction of IN 100 Alloy*. Communication au meeting AGARD SMP, Aalborg, Danemark, TO ONERA, 1978-13.
- [99] TAIRA S. — *Lifetime of structures subjected to varying load and temperature*. Creep in structures. N.J. Hoff. ed. Academic Press, (1962).
- [100] CHABOCHE J.L. et POLICELLA. — *Caractérisation des matériaux*. La Recherche Aérospatiale n° 5 (1977).
- [101] CHABOCHE J.L. — *Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumul non-linéaire*. RFM n° 50-51, (1974).
- [102] SAVALLE S. et CAILLETAUD G. — *Prévision de durée de vie en fatigue-fluage*. RTS 38/1765 RY, avril 1982.
- [103] POLICELLA H. and CULIE J.P. — *A method for predicting the lifetime of gas turbine blades*. Fatigue of Engineering materials and structures, vol 4, n° 2, (1981).
- [104] DE LANGRE E., Thèse Paris VI, (1984).
- [105] CAILLETAUD G., CULIE J.P. and KACZMAREK A., 5th Mechanical Behaviour of Materials, Stockholm, TP ONERA 1983-86.

- [106] COFFIN L.F. Jr — *A generalized equation for predicting high temperature low cycle fatigue, including hold times.* Proc. Air Force Conf. on Fatigue and Fracture of Aircraft Structures and Materials, AFFDL TR 70-144, Miami Beach, (1969), p. 301-309.
- [107] GELL M., DUHL D.N. et GIAMEI A.F. — *The development of single crystal superalloy turbine blades.* Superalloys 1980. American Society for Metals, p. 205-214 (1980).
- [108] DEGALLAIX G. — *Influence de la température sur les lois de comportement en fatigue oligocyclique isotherme.* Thèse Lille I (1981).
- [109] DEGALLAIX G. and FOCT J. — *High temperature low-cycle fatigue of a martensitic stainless steel. New Damage model, applied to thermal fatigue.* 4th European Conf. on Fracture Leoben (sept. 1982).



