

50376
1985
27

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE

par

Mohamed HABIBI

Maître ès Sciences



**CONTRIBUTION A L'ETUDE DES RESONATEURS
DIELECTRIQUES FONCTIONNANT EN MODES
AZIMUTaux D'ORDRE ELEVE POUR DES
APPLICATIONS EN BANDE MILLIMETRIQUE**

Soutenue le 8 mars 1985 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :	MM. E.	CONSTANT Président
	Ph.	GELIN Rapporteur
	G.	SALMER Examineur
	S.	TOUTAIN Examineur
	P.	GUILLON Examineur
	J.C.	MAGE Invité

A la mémoire de ma grand-mère

A mon père

A toute ma famille

à tous mes amis

à Si Mohamed ELHAKOUR

à Si Larbi HINNECH

Ce travail a été effectué au sein de l'équipe "Circuits et Propagation" du Centre Hyperfréquences et Semiconducteurs de l'Université des Sciences et Techniques de LILLE dirigé par Monsieur le Professeur E. CONSTANT.

Je désire avant tout exprimer ma profonde reconnaissance envers Monsieur le Professeur E. CONSTANT qui m'a accueilli dans son laboratoire et me fait l'honneur de présider la Commission d'Examen.

Monsieur Ph. GELIN, Professeur à l'E.N.S.T. de BRETAGNE, a assuré la direction de ce travail. Je tiens à lui témoigner toute ma gratitude pour l'aide efficace qu'il m'a apportée, et rends hommage à sa rigueur scientifique, à son dévouement et à la patience dont il a fait preuve à mon égard.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur S. TOUTAIN, Maître-Assistant à l'E.N.S.T. de BRETAGNE, pour l'aide précieuse qu'il m'a apportée au cours des nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues. Je le remercie pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de juger ce travail.

Mes sincères remerciements vont également à Monsieur G. SALMER, Professeur à l'Université de LILLE I. Sa participation au Jury m'honore.

Je suis vivement reconnaissant à Monsieur P. GUILLON, Professeur à la Faculté des Sciences de LIMOGES, qui a accepté de participer à ce Jury.

Mes vifs remerciements vont également à Monsieur J.C. MAGE du Laboratoire Central de Recherche (THOMSON CSF - ORSAY), pour sa participation au Jury.

J'exprime toute ma gratitude à Madame M. FARGUE qui a assuré la dactylographie de ce mémoire et la remercie pour sa patience et la qualité de son travail.

Je remercie également le Personnel du Centre Interuniversitaire de Traitement de l'Information (C.I.T.I.) pour leur aimable collaboration, et leur disponibilité, et plus particulièrement Monsieur Y. TINEL pour les nombreux conseils qu'il m'a prodigués.

Je ne saurais oublier dans ces remerciements tous les membres de l'équipe "Circuits & Propagations" : P. KENNIS, A. DERYCKE, L. FAUCON, P. PRIBETICH, C. SEGUINOT et tout particulièrement J.F. LEGIER qui m'a apporté une aide précieuse dans la dernière phase de ce mémoire, ainsi que D. DEGRUGILLIER, mon ami M. EL KADIRI et tous mes amis du C.H.S..

Enfin, je tiens à remercier tous les membres du personnel technique et administratif pour la qualité des services qu'ils m'ont offerts durant la réalisation et l'achèvement de ce mémoire et plus particulièrement : Madame LECHIEN, Madame DELOS, Messieurs DEHORTER, MICHON, JENNEQUIN, ANDRIES et PLAYEZ.

Je ne peux oublier d'adresser mes sincères remerciements à l'équipe de Monsieur VANNECKE (C.R.O.U.S.) qui m'a beaucoup facilité le séjour en France pour la durée de ce travail.

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	1
BIBLIOGRAPHIE.....	5
CHAPITRE I : ETUDE DES FRÉQUENCES DE RÉSONANCE ET DES COEFFICIENTS DE QUALITÉ DES RÉSONATEURS EN ANNEAU EN MODES HYBRIDES HE_{MN}	6
INTRODUCTION	
I.1. - LES DIFFERENTES METHODES ANALYTIQUES D'ETUDE DES RESONATEURS DIELECTRIQUES.....	9
I.1.1. - La méthode de P. GUILLON et Y. GARULT.....	9
I.1.2. - La méthode de T. ITOH et R.S. RUDOKAS.....	11
I.1.3. - Comparaison de ces méthodes.....	11
I.2. - METHODE DE LA LIGNE DE TRANSMISSION.....	14
I.2.1. - Principe de cette méthode.....	14
I.2.2. - Comparaison avec la méthode de T. ITOH et R.S. RUDOKAS.....	19

I.3. - CARACTERISATION DES DISCONTINUITES.....	21
I.3.1. - Etude du spectre de modes d'un guide tubulaire diélectrique en mode HE_{mn}	22
I.3.1.1. Etude du spectre de modes guidés.....	23
I.3.1.2. Etude du spectre de modes continus.....	24
I.3.1.3. Modes en espace libre.....	24
I.3.1.4. Propriétés d'orthogonalité.....	24
I.3.2. - Etude de l'arrêt brusque d'un guide tubulaire diélectrique en mode HE_{mn}	27
I.3.2.1. Equations de continuité dans le plan de la discontinuité Π	27
I.3.2.2. Transformation des équations de continuité en un système d'équations intégrales couplées.....	29
I.3.2.3. Résolution du système d'équations intégrales couplées.....	30
I.3.2.4. Discussion des résultats.....	34
I.4. - CRITIQUE DE LA METHODE.....	34
CHAPITRE II : CARACTÉRISTIQUES DE RÉSONANCE DES MODES SUPÉRIEURS DES RÉSONATEURS PLEINS. EXPLOITATION NUMÉRIQUE - RÉSULTATS.....	36
II.1. - GENERALITES.....	36
II.2. - EVOLUTION DES CARACTERISTIQUES DU RESONATEUR EN FONCTION DU MODE RESONNANT.....	38
II.3. - EVOLUTION DES CARACTERISTIQUES DES RESONATEURS EN FONCTION DE LA PERMITTIVITE.....	42
Choix des résonateurs et des modes résonnants.....	48

II.4. - ETUDE COMPARATIVE.....	52
II.5. - COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE.....	55
Méthode de mesure.....	55
Problème de mesure.....	58
CHAPITRE III : LES RÉSONATEURS COAXIAUX ET RÉSONATEURS GUIDE IMAGE.....	62
INTRODUCTION.....	62
III.1. - CONSIDERATION GENERALE.....	62
III.2. - PRESENTATION DES RESULTATS.....	63
III.3. - LES RESONATEURS GUIDE IMAGE.....	65
III.3.1. - Le guide image.....	67
III.3.2. - Le résonateur guide image.....	68
III.3.3. - Les résonateurs guide image en mode fon- damental.....	72
III.4. - ETUDE DES FREQUENCES DE RESONANCE DE DEUX RESONATEURS EN ANNEAU DE MEME LARGEUR 1.....	74
III.5. - ETUDE EXPERIMENTALE.....	79
III.5.1. - Mise en oeuvre.....	79
III.5.2. - Mesures.....	83
III.5.3. - Comparaison théorie-expérience.....	86
III.5.4. - Conclusion.....	93
III.6. - RELATION AVEC CES THEORIES ET RESULTATS EXPERIMENTAUX EN GUIDE IMAGE.....	93
III.6.1. - Diagramme de dispersion et configuration des champs du mode E_y^{11} du guide coudé.....	94

III.6.1.1. Configuration des champs.....	94
III.6.1.2. Diagramme de dispersion.....	97

PROSPECTIVE : FAISABILITÉ DE QUELQUES SYSTÈMES PASSIFS HYPERFRÉQUENCES.....	103
INTRODUCTION.....	103
A - FILTRES COUPE-BANDE.....	103
Association du guide image avec plusieurs résonateurs.....	105
B - FILTRE DIRECTIF.....	109
Expérimentation.....	114
CONCLUSION.....	115
ANNEXE I.....	117
ANNEXE II.....	130
BIBLIOGRAPHIE.....	134

INTRODUCTION

Dans les bandes de fréquences centimétriques, la structure la plus utilisée, parce que la plus intéressante, est la ligne micro-ruban.

En effet, de par la technologie utilisée pour sa réalisation, son coût est très bas et l'on sait d'autre part prédire avec une très bonne précision ses caractéristiques électromagnétiques. La réalisation de fonctions telles que le couplage (coupleurs de proximité, à bande, etc...) et le filtrage est parfaitement bien maîtrisée en structure microruban.

Cette ligne comportant deux conducteurs disjoints, la polarisation d'éléments actifs est aisée, les conceptions de nombreuses fonctions actives (amplificateur, oscillateur, multiplicateur, mélangeur, ...) en sont la preuve.

Associés à ce type de ligne, les résonateurs diélectriques fonctionnant en mode TE_{011} permettent d'élargir le champ de possibilités de cette structure (stabilisation d'oscillateurs, filtres).

Bien que sa limite supérieure d'utilisation soit sans cesse repoussée vers les hautes fréquences, la ligne microruban est supplantée dans le domaine millimétrique par la ligne à ailette (Fin-Line) et la ligne microruban suspendue ; Cependant, une autre solution de choix semble être l'utilisation de la ligne image diélectrique, Fig. 1, et de ses dérivées surtout utilisées en optique intégrée.

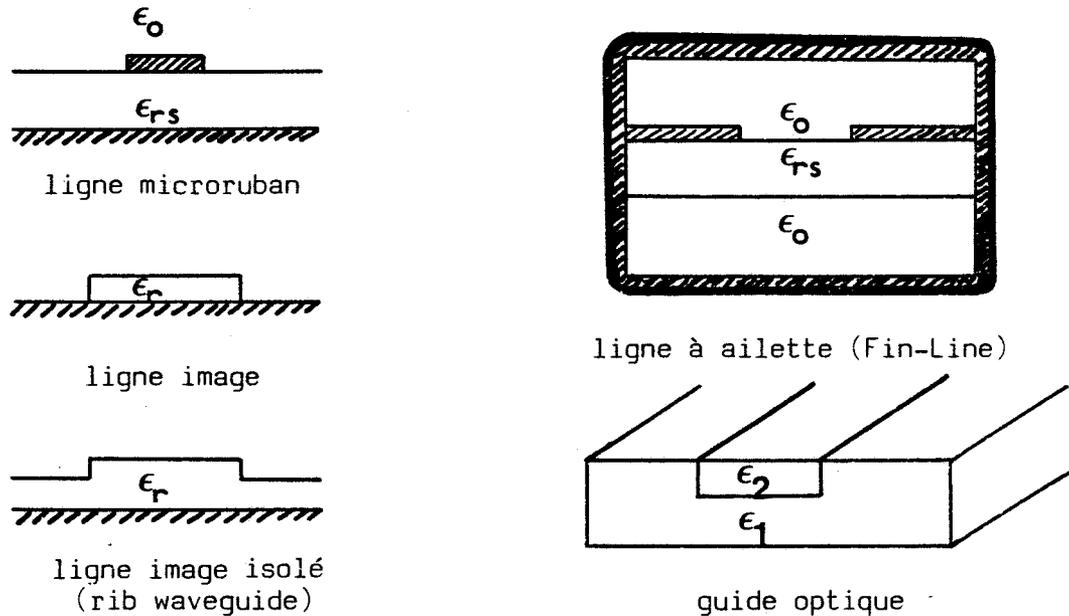


Fig. 1

Dans le domaine millimétrique, la ligne image n'a pas suscité jusqu'à présent le même enthousiasme que la ligne à ailette, nous voyons trois principales raisons à cela :

- la réalisation de systèmes en guide image nécessite des moyens importants (usinage laser) incompatibles avec des productions en grande série et à faible coût ;

- la possibilité d'insérer des dispositifs actifs est loin d'être aussi évidente que pour la ligne à ailette (un conducteur plan) ;

- les prédictions théoriques des caractéristiques de dispersion des lignes étaient, il faut le dire, très peu précises.

Coup sur coup, deux de ces inconvénients ont disparus ou sont sur le point de disparaître. En effet, d'une part, des chercheurs en Angleterre [1] ont montré la possibilité de déposer les lignes images par sérigraphie couche épaisse, et d'autre part, depuis deux ou trois ans, des études théoriques sérieuses prédisent correctement les caractéristiques électromagnétiques de ces structures ; notons :

- la méthode de corrélation par point en coordonnées cylindriques [2] (GOELL) ou elliptique mise au point par J.F. LEGIER [3]

- la méthode de la résonance transverse qui permet l'étude de guides simples ou couplés fera l'objet de la thèse d'Etat de S. TOUTAIN [4] ;

- les méthodes plus spécifiquement numériques [5] [6].

La réalisation de fonctions passives coupleurs ou filtres en technologie guide image ne pose pas de problèmes de principe. Il est, en effet, clair que nous aurons les mêmes types de coupleurs ou les mêmes structures de filtrage qu'en technologie microruban. Les difficultés résident surtout dans la modélisation des discontinuités puisque les notions d'impédances n'ont plus ici aucune signification physique. Les études de structures couplées étant traitées par S. TOUTAIN, le problème qui nous a été posé concerne la détermination théorique et expérimentale des résonateurs en anneau résonnant en modes hybrides HE_{mnp} d'ordre élevé.

Dans le premier chapitre de ce rapport, nous décrivons brièvement les deux principales méthodes analytiques élaborées pour déterminer les fréquences de résonance des résonateurs diélectriques cylindriques en modes à symétrie de révolution.

Après avoir analysé les hypothèses physiques et mathématiques mises en oeuvre dans ces méthodes, nous examinons leur crédibilité dans le cas des résonateurs coaxiaux (résonateurs annulaires) travaillant en modes azimutaux d'ordre élevé.

Dans la seconde partie, nous exposons la méthode que nous allons utiliser. Celle-ci consiste à considérer le résonateur comme un tronçon de guide diélectrique cylindrique limité par deux discontinuités. Le coefficient de réflexion qui caractérise ces discontinuités par rapport au mode résonnant est ensuite utilisé dans un modèle de type ligne de transmission pour déterminer les caractéristiques de fonctionnement (fréquence de résonance et coefficient de qualité de rayonnement) du résonateur.

L'exploitation numérique du modèle mathématique exposé au chapitre I fait l'objet du chapitre II ; nous testons notre méthode dans le cas des résonateurs pleins :

- par comparaisons avec des résultats expérimentaux obtenus dans notre laboratoire ou disponibles dans la littérature ;

- par vérification de tests mathématiques propres à la méthode.

Le cas des résonateurs annulaires en modes hybrides est traité dans le chapitre III. Dans un premier temps, les résultats théoriques sont validés par continuité avec les programmes établis pour les résonateurs pleins. La mise au point d'une méthode de mesure a ensuite été réalisée pour comparer les résultats théoriques et expérimentaux.

A la fin de ce chapitre, nous avons essayé de corréler les résultats obtenus précédemment aux caractéristiques de dispersion des guides images droits.

la dernière partie de ce travail consiste en une étude expérimentale de la faisabilité de certains systèmes passifs utilisant des résonateurs en anneau. Nous évoquons dans cette partie les problèmes importants qu'il faudra résoudre pour obtenir des performances intéressantes.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] (a) M.R. INGG, N. WILLIAMS
"Thick-film fabrication techniques for millimetre-wave dielectric waveguide integrated circuits".
ELECTRONICS LETTERS, Vol. 16, n° 7, Mars 1980.
- (b) R.V. GELSTHORPE, N. WILLIAMS, N.M. DAVEY
"Dielectric waveguide ; a low-cost technology for millimetre-wave integrated circuits".
THE RADIO ON ELECTRONIC ENGINEERS, Vol. 52, N° 11/12, pp. 522-528,
Nov. - Déc. 1982.
- [2] J.E. GOELL
"A circular harmonic computer analysis of rectangular dielectric waveguides".
IEEE MTT, Vol. MTT 25, n° 11, Novembre 1977.
- [3] J.F. LEGIER
"Contribution à l'étude des caractéristiques électromagnétiques du guide image. Approches "guide ouvert".
Thèse de 3e cycle, Université de Lille I, Novembre 1984.

[4] S. TOUTAIN

Thèse d'Etat à paraître.

[5] K. OGUSU

"Numerical analysis of rectangular dielectric waveguide and its modifications"

IEEE MTT, Vol. MTT 25, N° 11, novembre 1977.

[6] B.M. AZIZUR RAHMAN, J.B. DAVIES

"Finite element method of optical and microwave problems".

IEEE MTT, Vol. MTT 32, N° 1, Janvier 1984.

CHAPITRE I

CHAPITRE I

ÉTUDE DES FRÉQUENCES DE RÉSONANCE ET DES COEFFICIENTS DE QUALITÉ DES RÉSONATEURS EN ANNEAU EN MODES HYBRIDES HE_{MN}

INTRODUCTION

Avec la découverte de matériaux de forte permittivité et de faibles pertes est apparu le concept de résonateur diélectrique (1939) [1]. Dès cette époque, l'étude des volumes résonnants dont les interfaces peuvent être décrits entièrement par un système de coordonnées curvilignes orthogonales, a reçu une formulation rigoureuse (sphères, ellipsoïdes).

Malheureusement ces matériaux présentaient des coefficients de température trop élevés incompatibles avec l'usage que l'on voulait en faire.

$$\frac{\Delta\epsilon_r}{\epsilon_r} > \text{plusieurs centaines de ppM}^\circ/\text{C}$$

S.B. COHN avait estimé qu'il fallait des coefficients de température $\frac{\Delta\epsilon_r}{\epsilon_r} < 50 \text{ ppM}^\circ/\text{C}$ pour pouvoir utiliser ces résonateurs afin que le glissement de fréquence soit limité en fonction des températures d'utilisation.

Ce problème a été résolu par l'avènement de matériaux $BA Ti O_9$ (Tétratitanate de Baryum) ayant une permittivité de 38 et un

$\frac{\Delta \epsilon_r}{\epsilon_r}$ de - 49 ppm^o/C à 96 Hz (matériau Raythéon) puis par des céramiques fabriquées par Murata Company qui elles, présentent des coefficients de +5 à -12 ppm^o/C et des tangentes de pertes $\text{tg } \delta \approx 1,6 \cdot 10^{-4}$ entre -55 et 100°C.

Bien que ces résonateurs aient été utilisés en guides d'onde fermés, ils ont pris une importance considérable associés aux lignes microrubans pour la réalisation de filtres d'oscillateurs stabilisés en structure hybride ; cette technologie étant facile à réaliser et très économique, les résonateurs diélectriques remplaçant avantageusement les cavités métalliques classiques du fait de leur faible coût et surtout de leur très faible encombrement.

La prédiction théorique des fréquences de résonance de ces résonateurs a fait l'objet de nombreux travaux, alors que les études concernant leur rayonnement, donc leurs pertes, n'ont pas inspiré autant la communauté scientifique.

La grande majorité de ces travaux traite de géométries réalistes cylindriques ou parallélépipédiques.

En ce qui concerne les résonateurs cylindriques (qui nous intéressent spécifiquement, dans ce mémoire, les travaux portent essentiellement sur le mode résonnant dipolaire magnétique ($\text{TE}_{01\delta}$) ; les raisons de ce choix sont liées à son utilisation en association avec les lignes microrubans, les configurations des champs de la ligne et celles du mode $\text{TE}_{01\delta}$ permettant un couplage aisé.

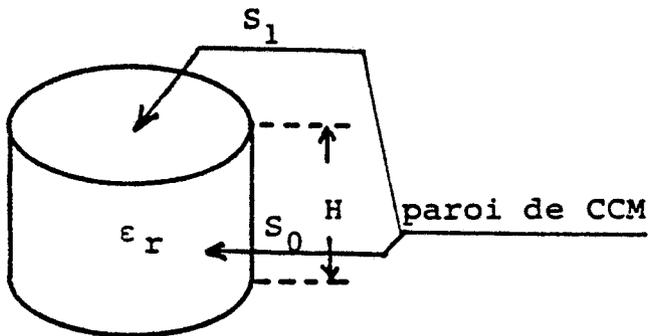


Fig. I-1

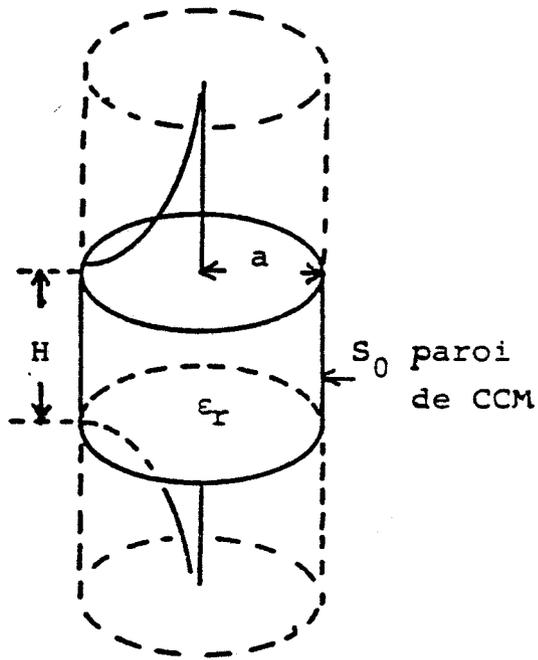


Fig. I-2 :
Approximation 2H

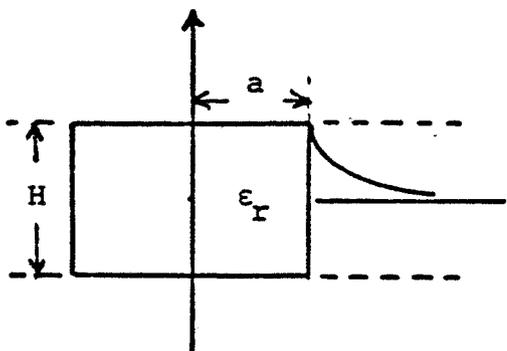


Fig. I-3 :
Approximation 2a

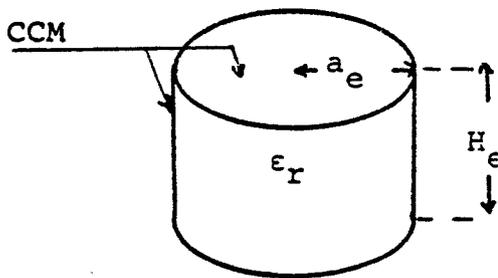


Fig. I-4 :
Approximation 1

I.1. LES DIFFERENTES METHODES ANALYTIQUES D'ETUDE DES RESONATEURS DIELECTRIQUES

Les premiers calculs [2] [3] des fréquences de résonance naturelles de ces résonateurs ont été menés en considérant les interfaces diélectrique-air comme des court-circuits magnétiques parfaits (Fig. I-1). Cette approximation basée sur les lois de SNELL est d'autant mieux vérifiée que la permittivité du diélectrique est élevée. Cependant, cette hypothèse est trop grossière pour obtenir une bonne approximation de la fréquence de résonance des résonateurs de permittivité relative usuelle ($\epsilon_r < 100$).

La théorie a été ensuite améliorée par divers auteurs [4] [5] [6] en assimilant uniquement les surfaces parallèles à l'axe du "guide" (S_0) à des court-circuits magnétiques parfaits. Dans ces modèles, une partie de l'énergie est stockée à l'extérieur du matériau diélectrique au voisinage des discontinuités par les modes évanescents (Fig. I-2).

I.1.1. LA METHODE DE P. GUILLON ET Y. GARAULT

Récemment, des méthodes plus évoluées ont permis de calculer la fréquence de résonance des résonateurs cylindriques avec une précision suffisante pour les utilisateurs. Considérant successivement l'imperfection des parois de bout (Approximation 2H) (Fig. I-2), puis l'imperfection des parois latérales (Approximation 2a) (Fig. I-3), P. GUILLON et Y. GARAULT [7] [8] élaborèrent un résonateur fermé de hauteur effective H_e , de rayon effectif a_e et de permittivité relative ϵ_r équivalent au résonateur réel (ϵ_r, H, a) (Fig. I-4). La fréquence de résonance est alors calculée à partir du modèle fermé (Approximation 1).

Cette analyse est valable pour les modes TE et TM qui ont leurs équivalents en guide fermé. A condition d'être assez loin de la fréquence de coupure, on peut généraliser cette approche aux cas des modes hybrides en particulier pour la résonance en mode HE_{11} . Cette méthode est en outre apte à traiter les structures composites telles que les résonateurs coaxiaux.

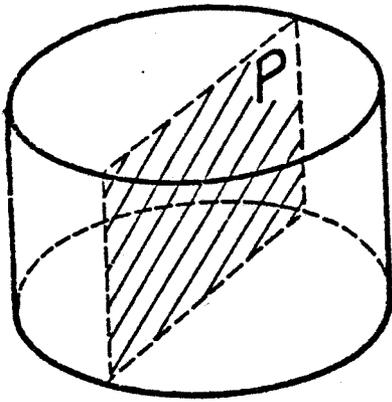
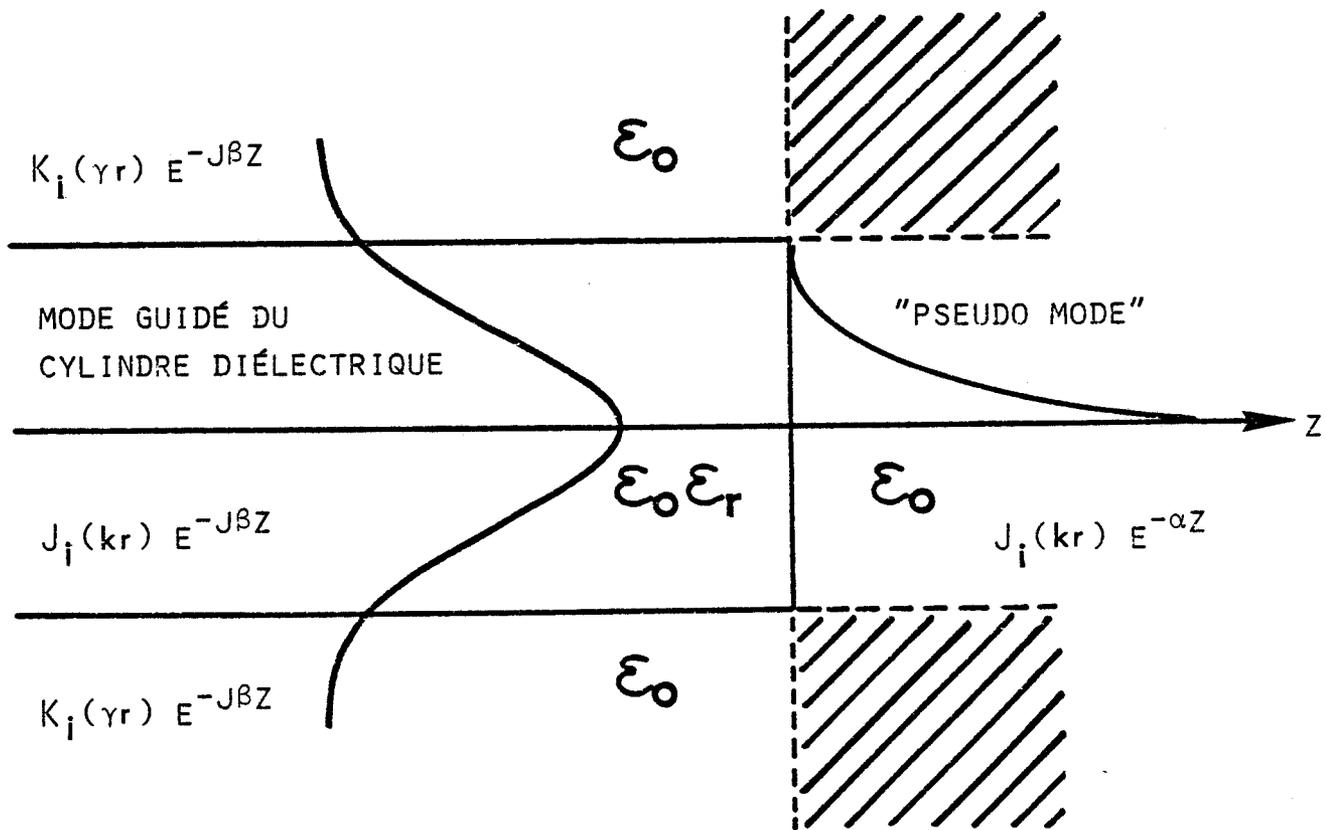
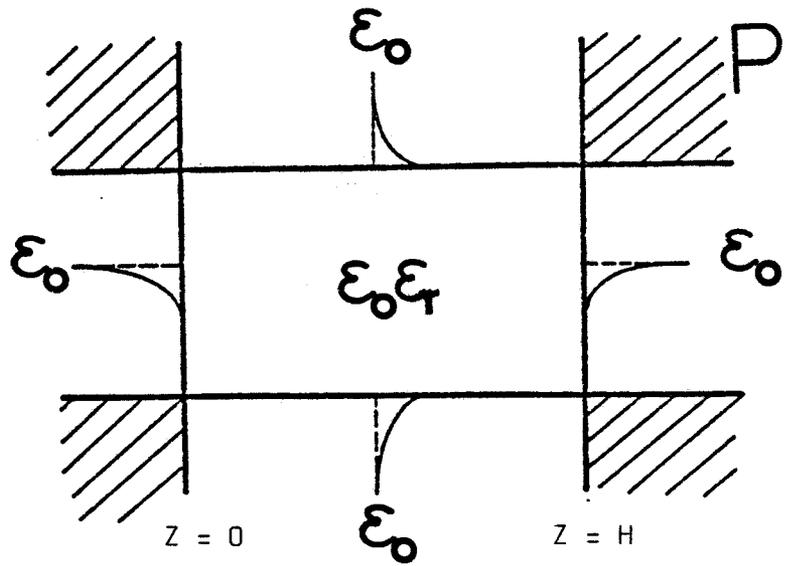


Fig. I-5



$$\left. \begin{aligned} \beta^2 + k^2 &= \omega^2 \epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \\ \beta^2 - \gamma^2 &= \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \end{aligned} \right\} \left\{ \begin{aligned} k^2 - \alpha^2 &= \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \end{aligned} \right.$$

Fig. I-6

I.1.2. METHODE DE T. ITOH ET R.S. RUDOKAS

Simultanément T. ITOH et R.S. RUDOKAS [9] aux Etats-Unis et P. GUILLON et Y. GARAUULT [7] [8] en France, proposèrent une méthode directe où l'on considère globalement les imperfections des parois de bout et des parois latérales des résonateurs.

On suppose dans cette méthode que (Fig. I-5 , I-6) :

- la majeure partie de l'énergie est concentrée dans le diélectrique ;
- les champs sont évanescents à l'extérieur du résonateur à partir des interfaces diélectrique-air ;
- il n'y a pas d'énergie dans les zones hachurées.

Dans ces conditions, les champs ont la même évolution transversale que les champs du mode TE_{01} d'un guide diélectrique cylindrique dans la région située entre $z = 0$ et $z = H$, par contre, dans les régions $z < 0$ et $z > H$ la situation électromagnétique est décrite par un pseudo-mode :

- évanescents selon Oz ;
- de même évolution transversale que le mode résonnant TE_{01} pour $|r| \leq a$ et non défini pour $|r| > a$.

L'écriture des conditions de continuité des champs aux différents interfaces fournit la valeur de la fréquence de résonance.

I.1.3. COMPARAISON DE CES METHODES

Ces deux méthodes ont été élaborées essentiellement pour caractériser la résonance dipolaire magnétique $TE_{01\delta}$ des résonateurs diélectriques cylindriques. Dans ce cas, les résultats expérimentaux pour des géométries relativement classiques ($\phi/H < 4$) et les prédictions théoriques sont en bonne concordance.

Le problème que nous avons à résoudre est en fait assez éloigné de ce cas particulier puisque nous nous intéressons aux résonateurs coaxiaux (annulaires) résonnant en modes hybrides azimutaux d'ordre élevé.

Examinons dans ce contexte les deux méthodes précédentes :

- Méthode de P. GUILLON

P. GUILLON a appliqué cette méthode aux résonateurs coaxiaux en mode à symétrie de révolution $TE_{01\delta}$ et $TM_{01\delta}$. Des résultats concernant les résonances en modes hybrides ont été publiés [8] [11] pour des résonateurs pleins, de faibles ordres azimutaux et en présence d'un blindage métallique [20].

En ce qui concerne les modes hybrides des résonateurs en anneau fortement aplatis, il n'y a pas à notre connaissance de comparaison théorie-expérience nous permettant de statuer ou non sur la validité de cette méthode.

- Méthode de T. ITOH et R.S. RUDOKAS

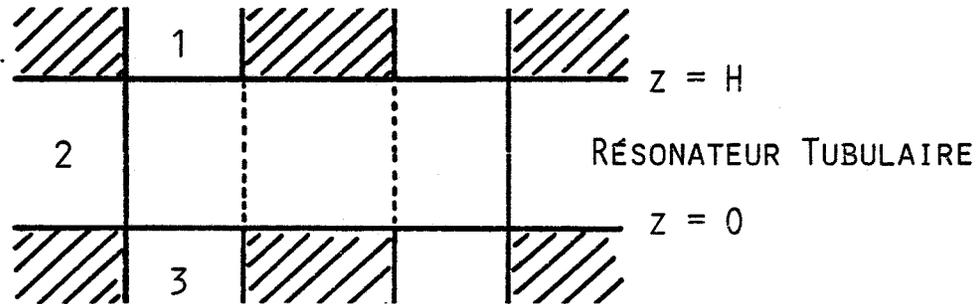
Plus simple à mettre en oeuvre que la précédente, cette méthode a, d'un point de vue mathématique, un domaine d'application beaucoup plus restreint.

Le principe de base de cette méthode est de représenter la situation électromagnétique dans la région ($r < a, z > 0$) par un (ou plusieurs) mode(s) évanescent(s) de façon à ce que l'évolution transversale des champs en $z = 0$ soit la même que le mode résonnant.

Dans le cas des modes résonnants hybrides, deux modes (TE et TM) sont nécessaires à cette représentation : il est alors impossible de vérifier simultanément les équations de continuité.

Nous reviendrons sur cette méthode car son principe n'est pas très différent de la méthode que nous préconisons, la différence essentielle provenant de la description de la situation électromagnétique au niveau des parois de bout (discontinuités).

En ce qui concerne les résonateurs coaxiaux, la méthode peut s'appliquer en écrivant simultanément les conditions de continuité sur les interfaces diélectrique-air ; les champs dans l'air ayant dans les zones non hachurées (1) et (3) la même évolution transversale que le mode résonnant.



Par essence même, ces méthodes ne prennent pas en compte de façon directe les pertes par rayonnement des résonateurs.

Pour évaluer ce rayonnement VAN BLADEL assimile le résonateur à un dipôle magnétique ($TE_{01\delta}$) ou électrique ($TM_{01\delta}$). Le rapport de l'énergie stockée dans le résonateur à l'énergie rayonnée par le dipôle fournit le coefficient de qualité de rayonnement [10]. Les résultats de cette théorie appliquée aux résonateurs diélectriques cylindriques restent limités aux matériaux de forte permittivité [11] [12].

Récemment, une extension de cette technique est parue [13] mais elle ne permet toutefois pas de traiter le cas de résonateurs annulaires de très faibles permittivités susceptibles d'être utilisés en technologie guide image.

Cette technique (Résonateur \leftrightarrow dipôle) a été reprise par P. GUILLON [14] pour évaluer le coefficient de qualité mais en utilisant les champs obtenus au moyen de sa méthode.

Ayant un acquis au niveau du laboratoire sur l'étude des discontinuités en guide ouvert [15] [16] nous avons préféré utiliser une méthode basée sur la caractérisation de celles-ci [17]. Cette méthode n'est pas rigoureuse mais son intérêt réside dans le fait que l'approximation utilisée est, d'un point de vue physique, équivalente

quel que soit le type de mode résonnant que ce soit pour des résonateurs pleins ou annulaires. D'autre part, cette étude est plus générale car elle traite de façon globale les conditions de résonance et les pertes par rayonnement. Nous appellerons cette méthode : "méthode de la ligne de transmission".

I.2. METHODE DE LA LIGNE DE TRANSMISSION

I.2.1. PRINCIPE DE CETTE METHODE

Un résonateur diélectrique cylindrique est un tronçon d'une structure de propagation que l'on limite par deux discontinuités identiques ou non, séparées d'une hauteur H , (Fig. I-7) :

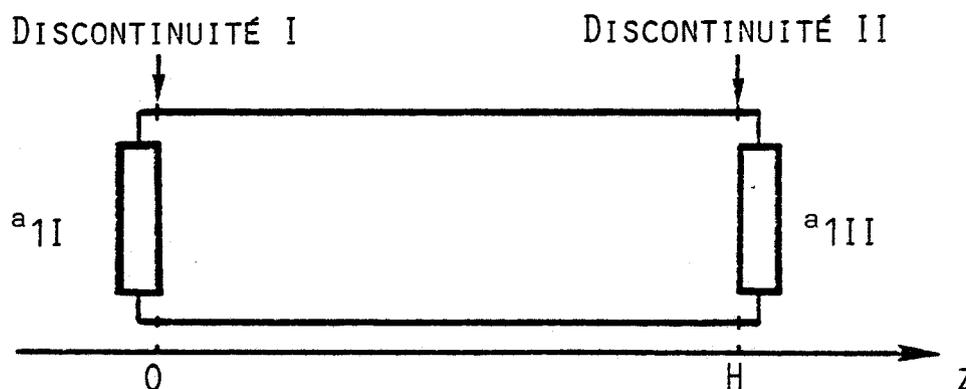


Fig. I-7 : Schéma de principe du résonateur où a_{1I} et a_{1II} sont les coefficients de réflexion respectivement sur les discontinuités I et II.

Lorsque les conditions de résonance sont satisfaites, c'est-à-dire lorsque le phénomène stationnaire qui s'établit entre 0 et H est constructif, l'énergie transportée par le mode résonnant est piégée. Comme les systèmes parfaits n'existent pas, l'énergie piégée se transforme progressivement en chaleur (pertes métalliques et diélectriques), ou est rayonnée dans l'espace (perte par rayonnement).

- Conditions de résonance

Les conditions de résonance relient les grandeurs géométriques du résonateur, les grandeurs électromagnétiques du mode résonnant et les coefficients de réflexion de ce même mode sur les deux discontinuités.

Il y a résonance de la cavité lorsque le phénomène électromagnétique est constructif ; cela se traduit par les équations suivantes :

$$\operatorname{tg}(2\beta H) = \frac{\operatorname{Re}(a_{1I}) \cdot \operatorname{Im}(a_{1II}) + \operatorname{Im}(a_{1I}) \cdot \operatorname{Re}(a_{1II})}{\operatorname{Re}(a_{1I}) \cdot \operatorname{Re}(a_{1II}) - \operatorname{Im}(a_{1I}) \cdot \operatorname{Im}(a_{1II})} \quad \text{I.1}$$

$$\cos(2\beta H) / [\operatorname{Re}(a_{1I}) \cdot \operatorname{Re}(a_{1II}) - \operatorname{Im}(a_{1I}) \cdot \operatorname{Im}(a_{1II})] > 0 \quad \text{I.2}$$

β est la constante de phase du mode résonnant considéré.

- Coefficient de qualité du résonateur

La "qualité" d'un réservoir d'énergie est liée à ses pertes ; dans notre cas, il y a trois mécanismes de pertes : les pertes diélectriques ($\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' +$ terme de pertes), les pertes métalliques (en général il y a toujours au voisinage du résonateur un support métallique) et les pertes par rayonnement (sauf si le résonateur est blindé).

Comme il a été montré par ailleurs [16] lorsque le résonateur est en structure ouverte, les pertes les plus importantes sont dues au rayonnement.

* Calcul de Q_{ray}

Considérons un résonateur en mode $TE_{01\delta}$ représenté sur la Fig. I-8 :

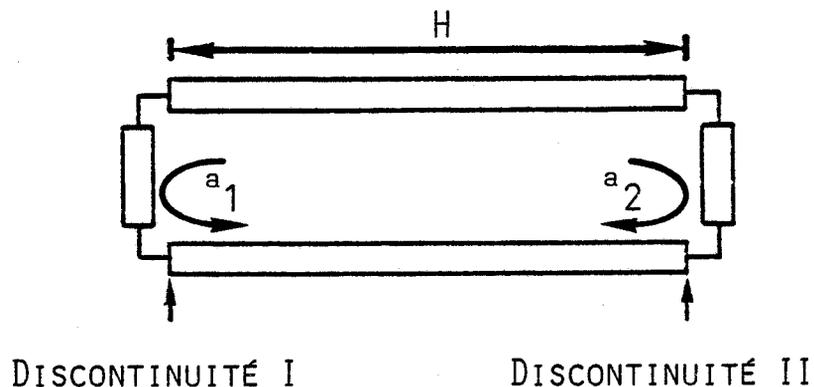


Fig. I-8

a_1 et a_2 sont respectivement les coefficients de réflexion aux discontinuités I et II.

* Bilan des énergies perdue ou échangée au temps t (Fig. I-9) :

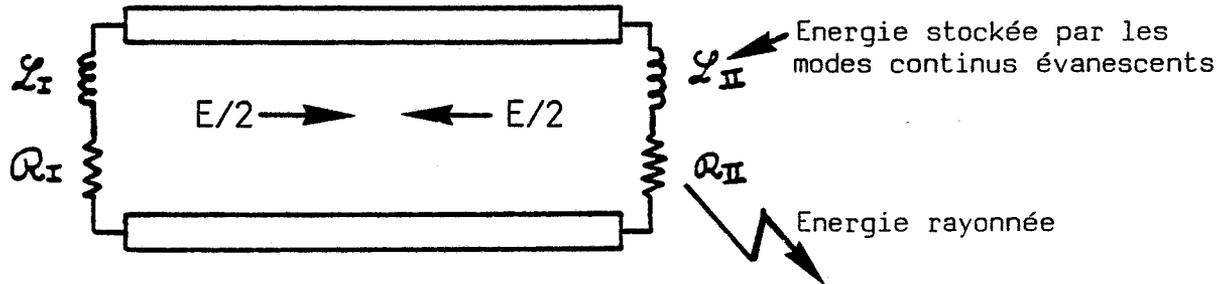


Fig. I-9

Nous avons représenté le coefficient de réflexion par une impédance réduite :

$$R_i + j L_i \cdot \omega = \frac{1 + a_i}{1 - a_i} \quad \underline{I.3}$$

avec $i = 1$ ou 2 .

Pour estimer le coefficient de qualité de rayonnement il faut calculer l'énergie perdue par période ainsi que l'énergie stockée dans le résonateur.

Le coefficient de qualité de rayonnement est :

$$Q_{\text{ray}} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{E}{\delta E} \quad \underline{I.4}$$

a) Calcul de l'énergie perdue par période

Cette énergie est dissipée au niveau des discontinuités par couplage entre le mode incident résonnant $TE_{01\delta}$ et les modes continus rayonnés.

Soit $E/2$ l'énergie véhiculée dans le sens Oz vers les z positifs ; durant une période la fraction d'énergie qui interagit avec la discontinuité est :

$$\frac{E}{2} \cdot \frac{v_g \cdot T}{H} \quad \underline{I.5}$$

où v_g est la vitesse de groupe du mode résonnant.

L'énergie perdue au niveau de la discontinuité i ($i = 1$ ou 2) est donc :

$$\delta E_i = \frac{E}{2} \cdot \frac{v_g \cdot T}{H} \cdot (1 - |a_i|^2) \quad \text{I.6}$$

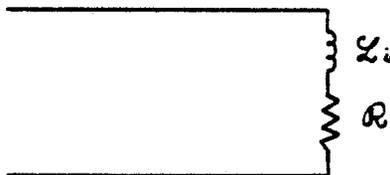
L'énergie perdue par période est donc :

$$\delta E = \frac{E}{2} \cdot \frac{v_g \cdot T}{H} \cdot (2 - |a_1|^2 - |a_2|^2) \quad \text{I.7}$$

b) Calcul de l'énergie stockée

L'énergie est stockée d'une part entre les deux discontinuités par le mode résonnant TE_{01} (E) et d'autre part au niveau des discontinuités par les modes continus évanescents.

Nous allons exprimer les énergies stockées par les modes évanescents en fonction des énergies perdues au niveau de chaque discontinuité :



$$W_{Hi} = 1/2 \cdot |L_i \cdot i_i|^2 \quad \text{I.8}$$

$$W_{perdue} = \delta E_i = 1/2 \cdot |R_i \cdot i_i|^2 \cdot T \quad \text{I.9}$$

donc l'énergie stockée à la discontinuité i est :

$$W_{Hi} = \delta E_i \cdot \frac{L_i}{R_i} \cdot \frac{1}{T} \quad \text{I.10}$$

comme :

$$\frac{L_i}{R_i} = \frac{2 \cdot |\text{Im}(a_i)|}{\omega \cdot (1 - |a_i|^2)} \quad \text{I.11}$$

l'énergie stockée globale s'exprime comme :

$$E_{st} = E \cdot \left[1 + \frac{v_g \cdot T}{H} \cdot \frac{1}{2 \cdot \Pi} \cdot \{ |\text{Im}(a_1)| + |\text{Im}(a_2)| \} \right] \quad \text{I.12}$$

d'où le coefficient de qualité de rayonnement :

$$Q_{ray} = \frac{2 \cdot \omega \cdot H}{v_g} \cdot \frac{1}{(2 - |a_1|^2 - |a_2|^2)} \cdot \left[1 + \frac{v_g \cdot T}{H} \cdot \frac{1}{2 \cdot \Pi} \cdot \{ |\text{Im}(a_1)| + |\text{Im}(a_2)| \} \right] \quad \text{I.13}$$

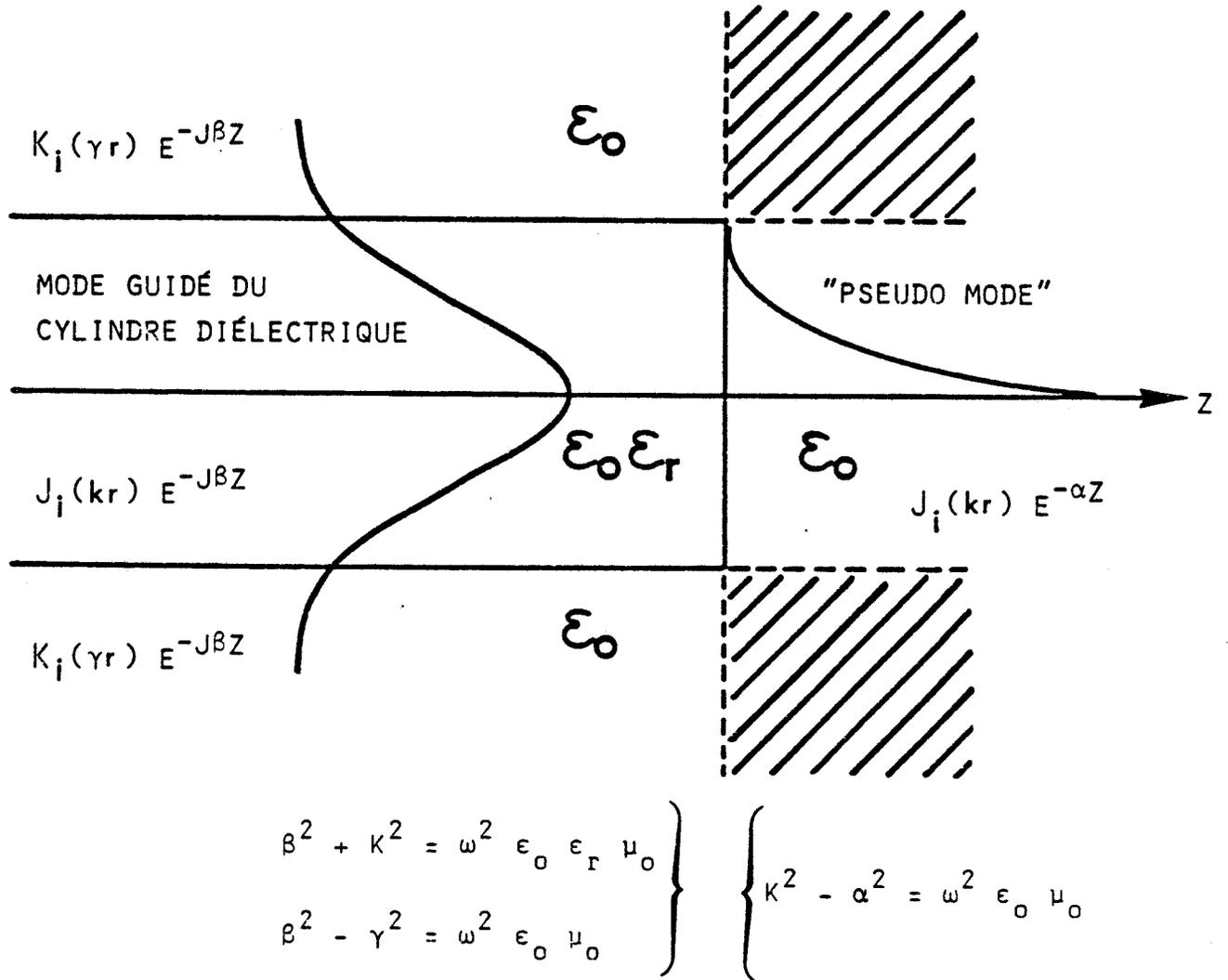


Fig. I-10

* Remarque

Dans l'exemple précédent (Mode $TE_{01\delta}$) la discontinuité est équivalente, d'un point de vue circuit, à un dipôle série inductance-résistance ; le coefficient de qualité de rayonnement s'exprime de la même façon lorsque la discontinuité est capacitive (cas des modes TM par exemple).

I.2.2. COMPARAISON AVEC LA METHODE DE T. ITOH ET R.S. RUDOKAS

L'étude des résonateurs selon cette méthode est donc basée essentiellement sur la caractérisation électromagnétique des discontinuités I et II. Cette procédure n'est pas originale puisque, sans que cela apparaisse clairement, c'est exactement ce que font T. ITOH et R.S. RUDOKAS dans leur méthode [9].

Traduite en d'autres termes (Fig. I-10) cette méthode revient en fait à caractériser la discontinuité ($z = 0$) en supposant :

- le mode incident TE_{01} du rondin diélectrique ;
- le mode réfléchi TE_{01} ;
- et un pseudo-mode évanescent selon Oz de même évolution transversale que le mode incident pour $r < a$, non défini pour $r > a$. Ce mode correspond en fait à un stockage d'énergie au voisinage de la discontinuité.

Partant de ce schéma (Fig. I-10) nous obtenons facilement l'expression du coefficient de réflexion au niveau de la discontinuité ($z = 0$) :

$$a_o = \frac{\beta + j\alpha}{\beta - j\alpha} \tag{I.14}$$

où β et α sont les constantes de phase et d'atténuation respectivement dans les zones $z < 0$ et $z > 0$ ($\alpha = \sqrt{\omega^2 \epsilon_o \mu_o (\epsilon_r - 1) - \beta^2}$). Le module de a_o est toujours égal à l'unité puisque dans cette approximation on ne tient pas compte de l'énergie rayonnée.

* Remarque

Dans le cas d'un mode TM on montre de la même façon que le coefficient de réflexion est :

$$a_o = - \frac{\beta/\epsilon_r + j\alpha}{\beta/\epsilon_r - j\alpha} \tag{I.15}$$

- Cas des modes hybrides

Les pseudo-modes évanescents selon Oz et de même vecteur d'onde transversal (K) selon r que le mode incident sont de type TE et TM.

Les conditions de continuité en z = 0 sont alors vérifiées si l'on a simultanément :

$$\rho = \frac{\beta + j\alpha}{\beta - j\alpha} \text{ et } \rho = - \frac{\beta/\epsilon_r + j\alpha}{\beta/\epsilon_r - j\alpha}$$

où ρ est le coefficient de réflexion du mode hybride guidé. Il va de soi que ceci est tout à fait irréaliste, les hypothèses avancées par T. ITOH et R.S. RUDOKAS ne sont donc possibles que pour les modes à symétrie de révolution TE et TM.

En réalité; la situation électromagnétique est la suivante (Fig. I-11) :

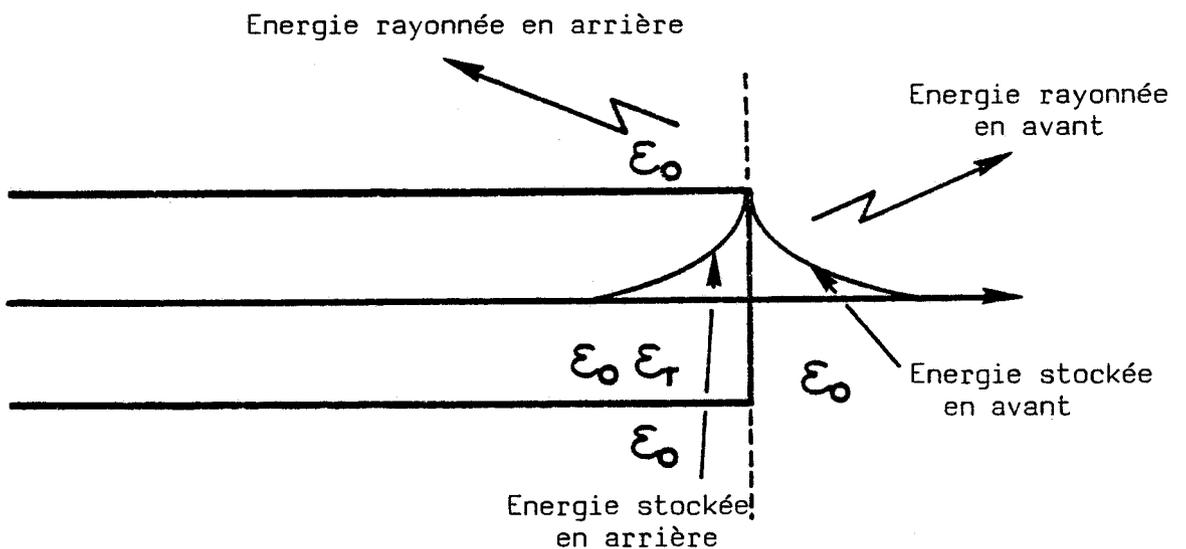


Fig. I-11

Une partie de l'énergie est rayonnée en avant et en arrière, de l'énergie est stockée au voisinage de la discontinuité (en avant et en arrière de celle-ci) et le reste de l'énergie est réfléchi. La différence fondamentale entre la méthode de T. ITOH et R.S. RUDOKAS et notre méthode est en fait illustrée sur les deux figures précédentes.

Nous allons étudier de façon rigoureuse, dans la suite de ce chapitre, la discontinuité abrupte, représentée sur la figure I-11. Nous pourrons ensuite "mesurer" le poids des approximations faites par T. ITOH et R.S. RUDOKAS dans le cas du mode TE_{01} .

I.3. CARACTERISATION DES DISCONTINUITES

Nous nous intéressons aux résonateurs en anneau (Fig. I-12) et aux résonateurs pleins. Cependant, pour ne pas alourdir ce chapitre, nous allons développer uniquement le traitement des discontinuités sur guide diélectrique coaxial (résonateur en anneau), le cas du guide plein (résonateur plein) pouvant être considéré comme un cas particulier.

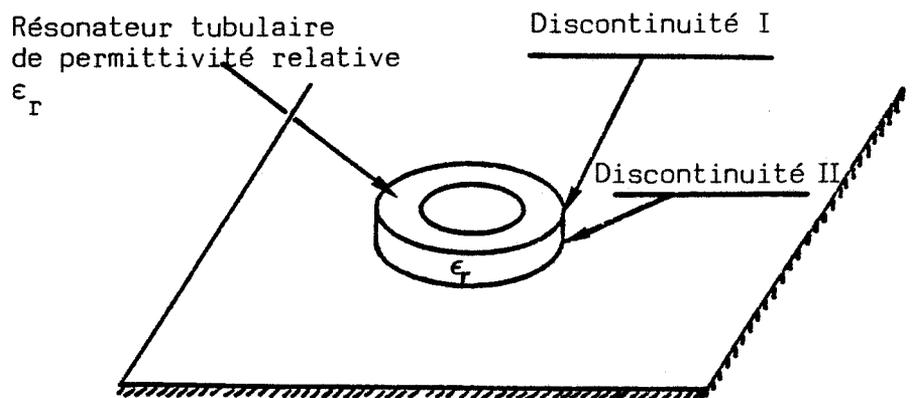


Fig. I-12 : Résonateur en anneau (correspond à l'idée usuelle que l'on se fait d'un résonateur guide image).

La caractérisation des discontinuités I ou II nécessite donc dans un premier temps l'étude de tous les modes de la structure de propagation de type tubulaire ci-dessous (Fig. I-13).

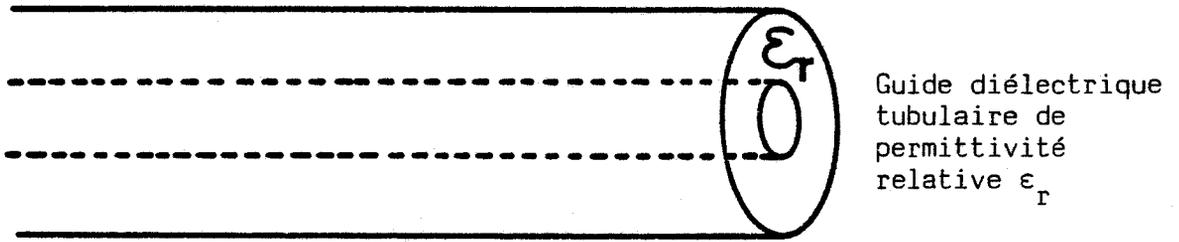


Fig. I-13

I.3.1. ETUDE DU SPECTRE DE MODES D'UN GUIDE TUBULAIRE DIELECTRIQUE EN MODE HE_{mn}

Le spectre de modes du guide cylindrique diélectrique tubulaire comporte une partie discrète constituée par les modes guidés classiques de cette structure et une partie continue composée de modes rayonnés et évanescents (Fig. I-14).

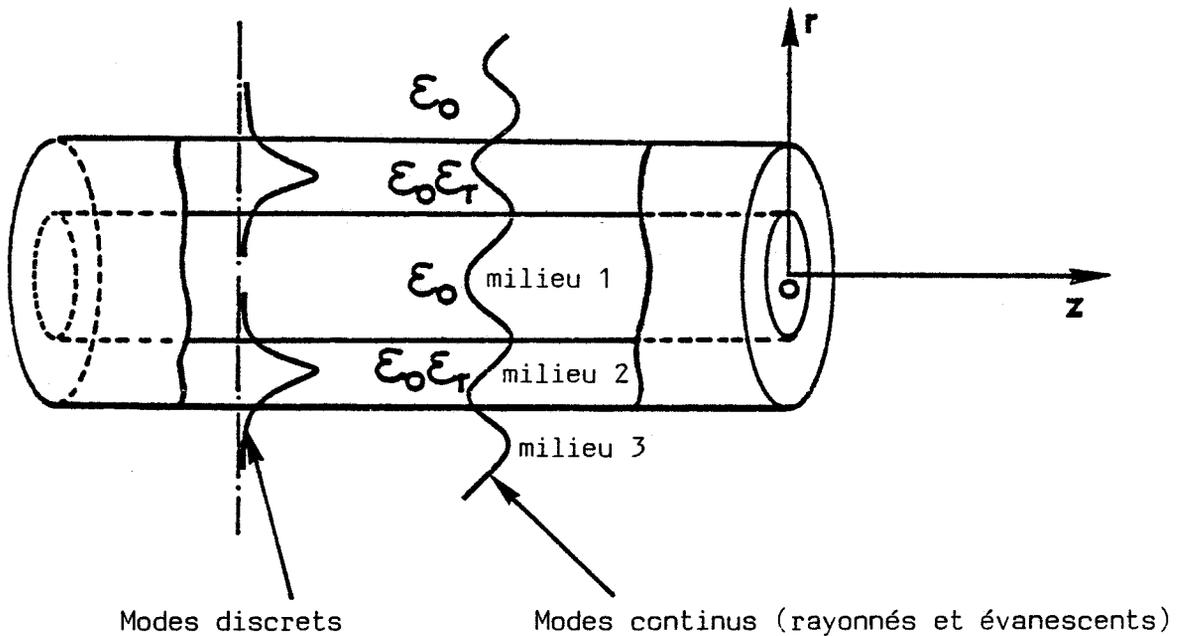


Fig. I-14 : Guide diélectrique tubulaire cylindrique.

Le système de coordonnées utilisé est le système de coordonnées cylindriques représenté sur la figure I-15.

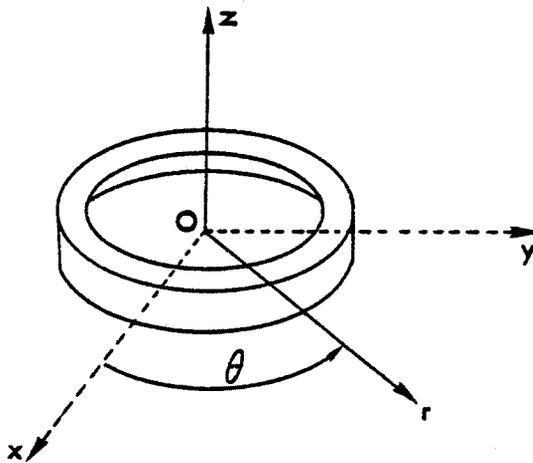


Fig. I-15 : Système de coordonnées de la structure étudiée.

L'axe de propagation est l'axe Oz.

I.3.1.1. Etude du spectre de modes guidés

Les modes guidés discrets satisfont la condition de Sommerfeld ou condition de rayonnement. Les champs sont donc évanescents dans le milieu 1 (air) selon r décroissant et le milieu 3 (air) selon r croissant.

Les dépendances des champs en fonction de la variable r doivent satisfaire l'équation de propagation en coordonnées cylindriques.

Les expressions des composantes électriques et magnétiques des modes guidés HE_{mn} sont déterminées dans l'annexe I.

L'écriture des conditions de continuité sur les interfaces diélectrique-air permet d'obtenir la matrice caractéristique de dispersion $[A_{ij}]$. Les valeurs des termes A_{ij} sont définies dans l'annexe I.

Le déterminant de la matrice $[A_{ij}]$ constitue l'équation caractéristique des modes guidés se propageant dans la structure tubulaire diélectrique.

I.3.1.2. Etude du spectre de modes continus

Il existe une autre classe de solutions qui ne satisfait plus la condition de rayonnement ou de Sommerfeld. Ces solutions se distinguent par rapport aux modes guidés discrets par un comportement oscillant en r dans les milieux 1 et 3, Fig. I-14. Les expressions des champs électriques et magnétiques sont données dans l'annexe I.

En appliquant la continuité des composantes tangentielles sur les interfaces diélectrique-air, nous obtenons un système surdimensionné. Il n'y a plus d'équation de dispersion comme dans le cas des modes guidés. Ainsi, pour une fréquence donnée nous avons une infinité de solutions caractérisées chacune par un vecteur d'onde transversal ρ ($\rho \in [0, \infty[$).

D. MARCUSE [18] a montré qu'il y a, en réalité, deux séries de modes continus.

La condition d'orthogonalité de ces deux séries se traduit par :

$$\iint_S (E_{\theta 1} \cdot H_{r 2}^* - E_{r 1} \cdot H_{\theta 2}^*) ds = 0 \quad \text{I.16}$$

où les indices 1 et 2 désignent respectivement ces deux séries orthogonales de modes continus. Cette condition d'orthogonalité permet de construire les deux séries 1 et 2 (voir annexe I).

I.3.1.3. Modes en espace libre

En espace libre, les deux séries orthogonales 1 et 2 de modes continus précédentes dégènèrent en modes continus $TM_m^1(\rho)$ et $TE_m^2(\rho)$ indicés respectivement par 1 et 2 (annexe I).

I.3.1.4. Propriétés d'orthogonalité

Tous les modes d'une même région sont orthogonaux. Les propriétés d'orthogonalité des modes sont les suivantes :

- Pour les modes guidés

$$\iint_S (\vec{E}_m \wedge \vec{H}_n^*) \cdot \vec{k} \, ds = 2.P_m \cdot \delta_{mn} = \langle H_n | E_m \rangle \quad \text{I.17}$$

où δ_{mn} est le signe de KRONEKER défini par :

$$\delta_{mn} = 0 \quad \text{si} \quad m \neq n$$

$$\delta_{mn} = 1 \quad \text{si} \quad m = n$$

\vec{H}_n^* est le complexe conjugué de \vec{H}_n .

- Pour les modes continus

$$\begin{aligned} \iint_S (\vec{E}_i(\rho) \wedge \vec{H}_j^*(\rho')) \cdot \vec{k} \, ds &= 2.P(\rho) \cdot \delta(\rho-\rho') \cdot \delta_{ij} \\ &= \langle H_j(\rho') | E_i(\rho) \rangle \end{aligned} \quad \text{I.18}$$

où $\delta(\rho-\rho')$ est la fonction de Dirac.

$i, j = 1, 2.$

- La relation d'orthogonalité entre les modes guidés et les modes continus s'exprime comme :

$$\iint_S (\vec{E}_i(\rho) \wedge \vec{H}_n^*) \cdot \vec{k} \, ds = \iint_S (\vec{E}_n \wedge \vec{H}_j^*(\rho)) \cdot \vec{k} \, ds = 0 \quad \text{I.19}$$

ou

$$\langle H_n | E_i(\rho) \rangle = \langle H_j(\rho) | E_n \rangle = 0$$

avec

$$i, j = 1, 2.$$

D'une façon générale nous exprimons les produits scalaires suivants :

$$\iint_S (E_{\theta_M} \cdot H_{r_N}^* - E_{r_M} \cdot H_{\theta_N}^*) \, ds \quad \text{I.20}$$

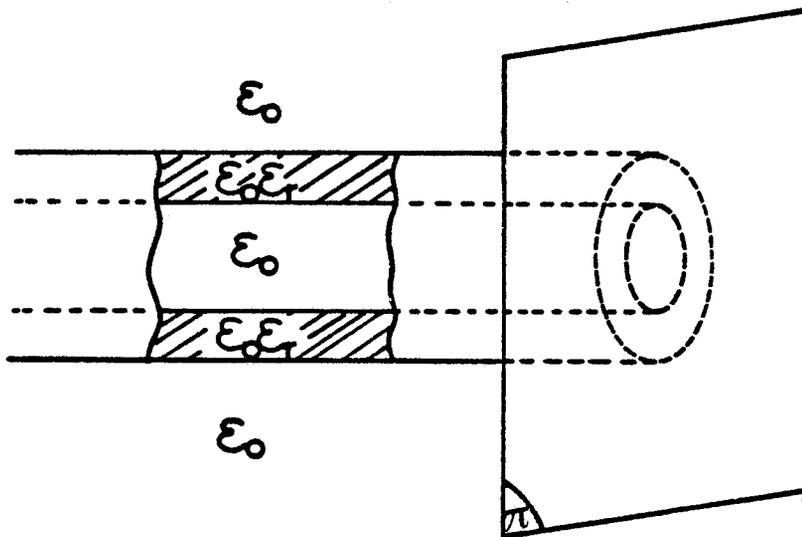


Fig. I-16 : π plan de la discontinuité abrupte.

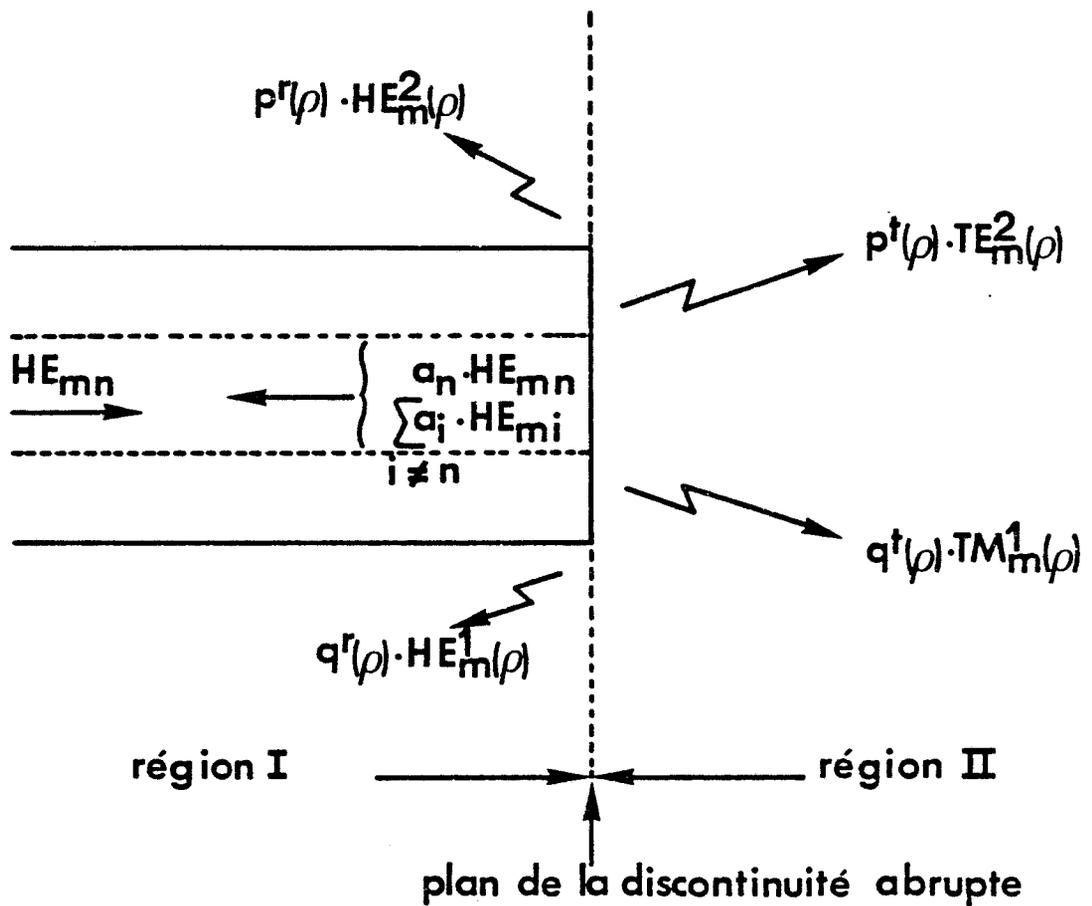


Fig. I-17 : Modes générés par l'excitation du guide tubulaire diélectrique en mode HE_{mn} . Plan de la discontinuité abrupte.

par

$$\langle H_N | E_M \rangle$$

Les modes M et N n'étant pas forcément des modes de la même région.

I.3.2. ETUDE DE L'ARRET BRUSQUE D'UN GUIDE TUBULAIRE DIELECTRIQUE EN MODE HE_{mn}

Supposons un mode excité par une source située loin du plan Π susceptible de se propager dans le guide (Fig. I-16). En arrivant sur la discontinuité, contenue dans le plan Π , une partie de l'énergie transportée par ce mode rayonne dans l'espace de part et d'autre de la discontinuité (couplage sur les modes continus rayonnés). Une autre partie est distribuée sur l'ensemble des modes guidés réfléchis dans le guide. De plus, les modes évanescents continus stockent de l'énergie au voisinage de la discontinuité.

L'étude de cette discontinuité consiste en définitive en la détermination des coefficients de couplage de tous ces modes générés au niveau de la discontinuité.

I.3.2.1. Equations de continuité dans le plan de la discontinuité Π

Pour déterminer les coefficients de couplage nous utilisons la continuité des champs transversaux dans le plan de la discontinuité Π .

Nous savons qu'en fonction de la symétrie des modes, de leur nature et de la géométrie de la discontinuité, un mode incident sur celle-ci ne couple son énergie que sur des modes présentant des symétries de même nature.

Pour des excitations du type HE_{mn} les conditions de symétrie imposent que tous les modes générés aient la même périodicité en θ , Fig. I-17.

Les modes rayonnés transmis générés par la discontinuité sont les modes $TM_m^1(\rho)$ et $TE_m^2(\rho)$ décrits précédemment (annexe I). Les modes sont orthogonaux dans chaque région I et II.

Les relations de raccordement des champs transversaux s'écrivent :

$$\begin{aligned} (1+a_n) \begin{Bmatrix} E_{r_n} \\ E_{\theta_n} \end{Bmatrix} + \sum_{i \neq n} a_i \begin{Bmatrix} E_{r_i} \\ E_{\theta_i} \end{Bmatrix} + \int_0^\infty q^r(\rho') \cdot \begin{Bmatrix} E_{r_1}(\rho') \\ E_{\theta_1}(\rho') \end{Bmatrix} d\rho' + \int_0^\infty p^r(\rho') \begin{Bmatrix} E_{r_2}(\rho') \\ E_{\theta_2}(\rho') \end{Bmatrix} d\rho' \\ = \int_0^\infty q^t(\rho') \cdot \begin{Bmatrix} E_r^1(\rho') \\ E_\theta^1(\rho') \end{Bmatrix} d\rho' + \int_0^\infty p^t(\rho') \cdot \begin{Bmatrix} E_r^2(\rho') \\ E_\theta^2(\rho') \end{Bmatrix} d\rho' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1-a_n) \begin{Bmatrix} H_{r_n} \\ H_{\theta_n} \end{Bmatrix} - \sum_{i \neq n} a_i \begin{Bmatrix} H_{r_i} \\ H_{\theta_i} \end{Bmatrix} - \int_0^\infty q^r(\rho') \cdot \begin{Bmatrix} H_{r_1}(\rho') \\ H_{\theta_1}(\rho') \end{Bmatrix} d\rho' - \int_0^\infty p^r(\rho') \begin{Bmatrix} H_{r_2}(\rho') \\ H_{\theta_2}(\rho') \end{Bmatrix} d\rho' \\ = \int_0^\infty q^t(\rho') \cdot \begin{Bmatrix} H_r^1(\rho') \\ H_\theta^1(\rho') \end{Bmatrix} d\rho' + \int_0^\infty p^t(\rho') \begin{Bmatrix} H_r^2(\rho') \\ H_\theta^2(\rho') \end{Bmatrix} d\rho' \end{aligned}$$

où :

a_n est le coefficient de réflexion du mode HE_{mn} ;
 a_i est le coefficient de couplage des autres modes guidés réfléchis ;
 $q^r(\rho)$, $p^r(\rho)$, $q^t(\rho)$ et $p^t(\rho)$ sont les fonctions de couplage aux modes continus réfléchis et transmis.

I.3.2.2. Transformation des équations de continuité en un système d'équations intégrales couplées

Pour déterminer les différents coefficients et fonctions de couplage nous transformons les équations de continuité précédentes en un système d'équations intégrales couplées ceci par utilisation des propriétés d'orthogonalité des modes dans chacune des deux régions de l'espace (I et II).

Grâce à cette technique, nous obtenons en fait deux expressions pour chacune des différents coefficients ou chacune des fonctions à déterminer.

Le choix des expressions définitives a été discuté par ailleurs [15]. Nous rappellerons cependant que le point clef pour résoudre le problème est de faire apparaître explicitement dans les équations intégrales des solutions approximatives analytiques de l'un ou l'autre des coefficients ou des fonctions de couplage. Ces solutions nous permettent alors d'initialiser le processus itératif de résolution numérique des équations intégrales.

Compte tenu de ce que nous venons de dire, ces équations s'écrivent :

$$q^r(\rho) = f_1(q^t(\rho), p^t(\rho))$$

$$p^r(\rho) = f_2(q^t(\rho), p^t(\rho))$$

$$a_i = h_i(q^t(\rho), p^t(\rho))$$

$$q^t(\rho) = q_0^t(\rho) + g_1(q^r(\rho), p^r(\rho), a_i)$$

$$p^t(\rho) = p_0^t(\rho) + g_2(q^r(\rho), p^r(\rho), a_i)$$

Les expressions analytiques de ces équations sont développées dans l'annexe I.

Par la même technique nous obtenons également deux équations qui vont servir de test à la méthode :

$$1 = \frac{1}{4} \cdot \left\{ \int_0^\infty q^t(\rho) \cdot (\langle H_n | E^1(\rho) \rangle^* + \langle H^1(\rho) | E_n \rangle^*) d\rho \right. \\ \left. + \int_0^\infty p^t(\rho) \cdot (\langle H_n | E^2(\rho) \rangle^* + \langle H^2(\rho) | E_n \rangle^*) d\rho \right\}$$

et

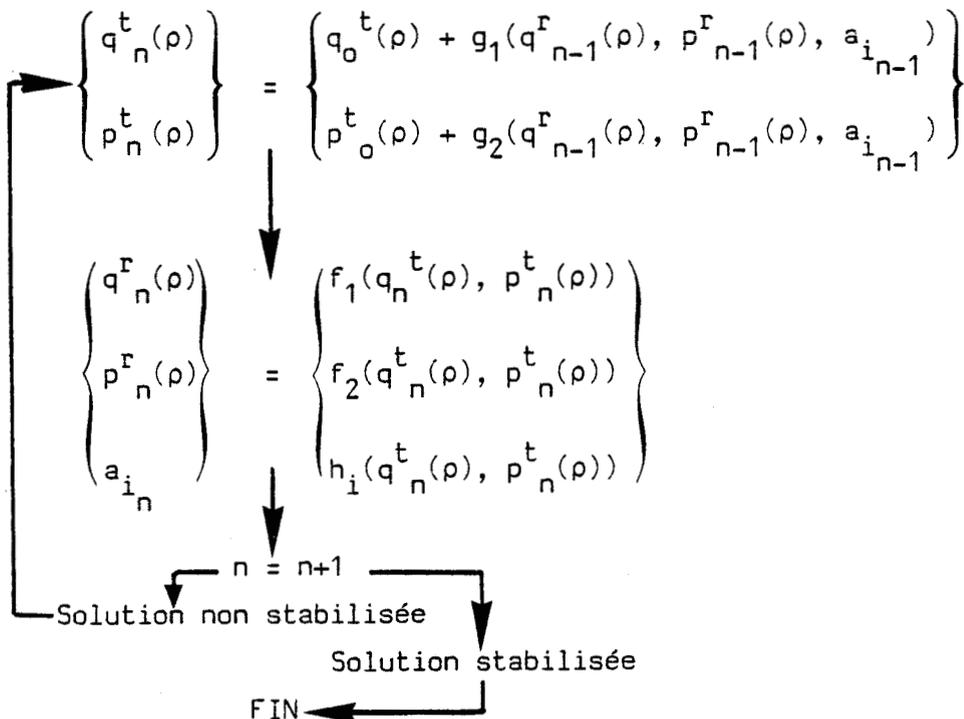
$$1 = |a_n|^2 + \int_0^\infty (|p^r(\rho)|^2 + |q^r(\rho)|^2) d\rho + \int_0^\infty (|p^t(\rho)|^2 + |q^t(\rho)|^2) d\rho \\ + \sum_{i \neq n} |a_i|^2$$

Cette dernière équation est la loi de conservation de l'énergie.

I.3.2.3. Résolution du système d'équations intégrales couplées

La résolution du système d'équations intégrales couplées se fait au moyen d'une méthode itérative : les suites de Neumann [19].

Le mécanisme de cette méthode est schématisé ci-dessous :



$\epsilon_r = 35$	$\phi = 1 \text{ cm}$	$F = 4.8 \text{ GHz}$	$Z = 300$	Mode TE ₀₁
$A0 = -0,1617 + j 0,8524$		$UN = 1.000$	$A02 = 0,7528$	$A03 = 0,9378$
$A0 = -0,1486 + j 0,9379$		$UN = 1.001$	$A02 = 0,9017$	$A03 = 0,9270$
$A0 = -0,1451 + j 0,9440$		$UN = 1.001$	$A02 = 0,9122$	$A03 = 0,9137$
$A0 = -0,1446 + j 0,9443$		$UN = 1.001$	$A02 = 0,9126$	$A03 = 0,9128$

**Tableau 1 : Exemple de convergence du système itératif du mode TE₀₁
pour $F\phi = 4.8 \text{ GHz.cm}$ et $\epsilon_r = 35$.**

$A0$ = Coefficient de réflexion

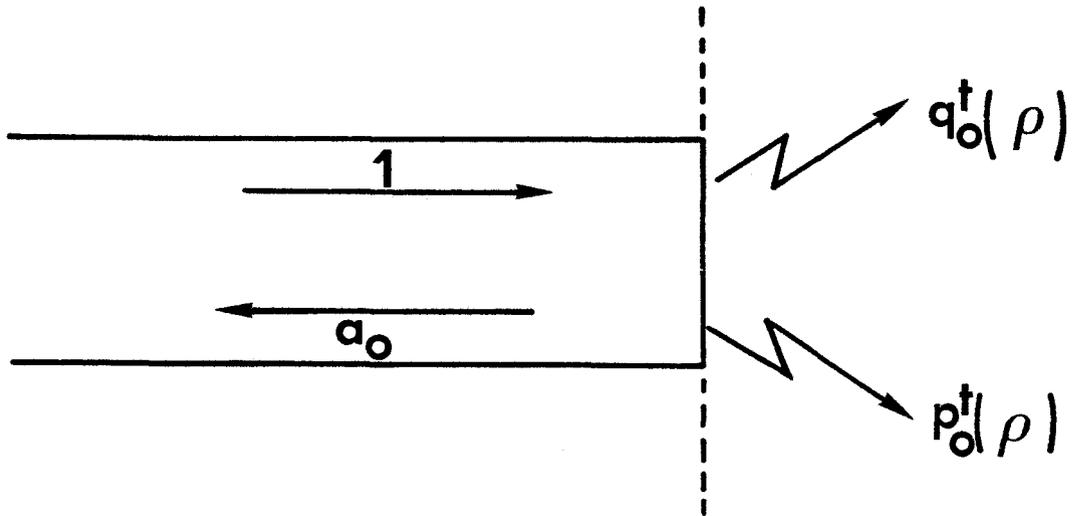
$A02 = |A0|^2$

$A03$ = Test de conservation de l'énergie.

$q_0^t(\rho)$ et $p_0^t(\rho)$ sont des fonctions analytiques qui ne dépendent que de la variable ρ .

Ce sont ces solutions d'ordre zéro qui nous permettront d'initialiser le processus de résolution itératif.

Ces fonctions $q_0^t(\rho)$ et $p_0^t(\rho)$ s'identifient à $q^t(\rho)$ et $p^t(\rho)$ dans l'hypothèse où l'on néglige tous les modes réfléchis supérieurs et continus, schéma ci-dessous :



Solutions d'ordre zéro où $a_0 = h_0(q_0^t(\rho), p_0^t(\rho))$

La procédure itérative est arrêtée lorsque les solutions sont stabilisées, le test d'arrêt du processus étant :

$$|a_{0n} - a_{0n-1}| < \text{précision requise } (10^{-3}).$$

Nous donnons sur le tableau 1 un exemple de convergence du système itératif. En moyenne le nombre d'itérations est égal à quatre (mode $TE_{01\delta}$).

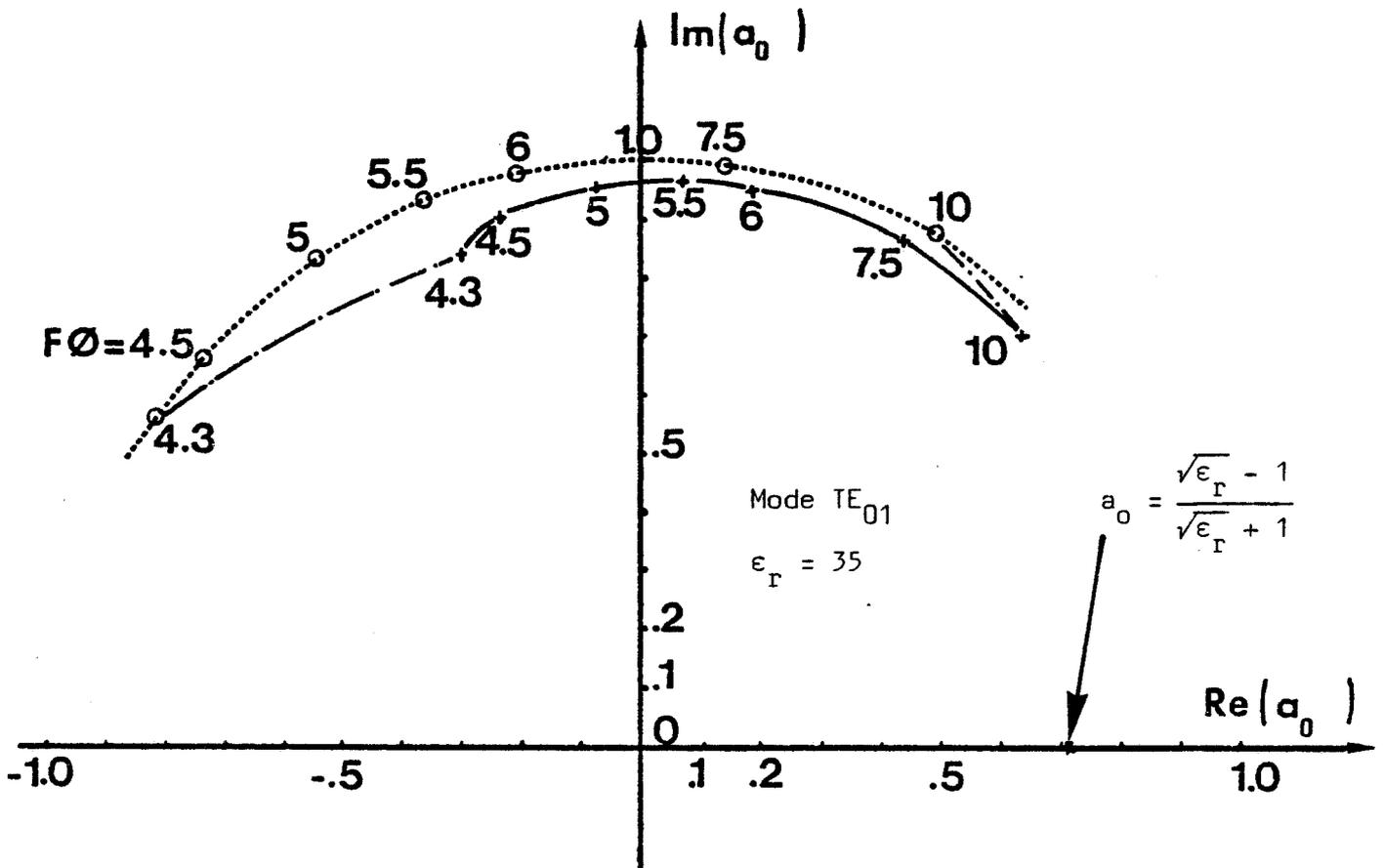


Fig. I-18 : Lieu du coefficient de réflexion a_0 dans le plan complexe en fonction de la fréquence normalisée F_0 (GHz-cm).
 : Lieu du coefficient de réflexion (ITOH et RUDOKAS)
 ——— : Lieu exact du coefficient de réflexion (notre méthode).

I.3.2.4. Discussion des résultats

Les figures I.18, I.19a et I.19b montrent comment se situe la méthode de T. ITOH et R.S. RUDOKAS [9] traduite en terme de discontinuité par rapport aux résultats obtenus par l'analyse complète de la discontinuité.

Le coefficient de réflexion a_0 tend vers la limite :

$$a_0 = \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1}$$

lorsque la fréquence normalisée $F.\emptyset$ est très importante [15].

I.4. CRITIQUE DE LA METHODE

Si nous tenons compte de tous les modes générés au niveau des discontinuités pour calculer le coefficient de réflexion du mode résonant, nous avons par contre délibérément négligé en élaborant des conditions de résonance l'influence des modes rétrodiffusés par l'une des discontinuités au niveau de la seconde discontinuité et réciproquement. En effet, dans ces conditions de résonance (équations I.1 et I.2) n'interviennent que des grandeurs caractérisant physiquement le résonateur (ϵ_r , \emptyset , H) et des grandeurs relatives aux modes résonants (sa constante de phase et ses coefficients de réflexion au niveau des discontinuités). Il s'agit là de l'unique approximation faite dans cette méthode. Notons que cette simplification est implicite dans les méthodes précitées [9] [11] pour la simple raison qu'il n'y est jamais fait mention de modes évanescents ou rayonnés rétrodiffusés.

Cette approximation intervient au niveau de l'évaluation théorique de la fréquence de résonance et modifie la valeur du coefficient de qualité de rayonnement. Bien qu'il soit impossible de le prouver, il est fort probable que les pertes par rayonnement soient maximisées, cette approximation négligeant l'éventuelle reconversion de l'énergie (modes rétrodiffusés rayonnés \rightarrow mode piégé résonant).

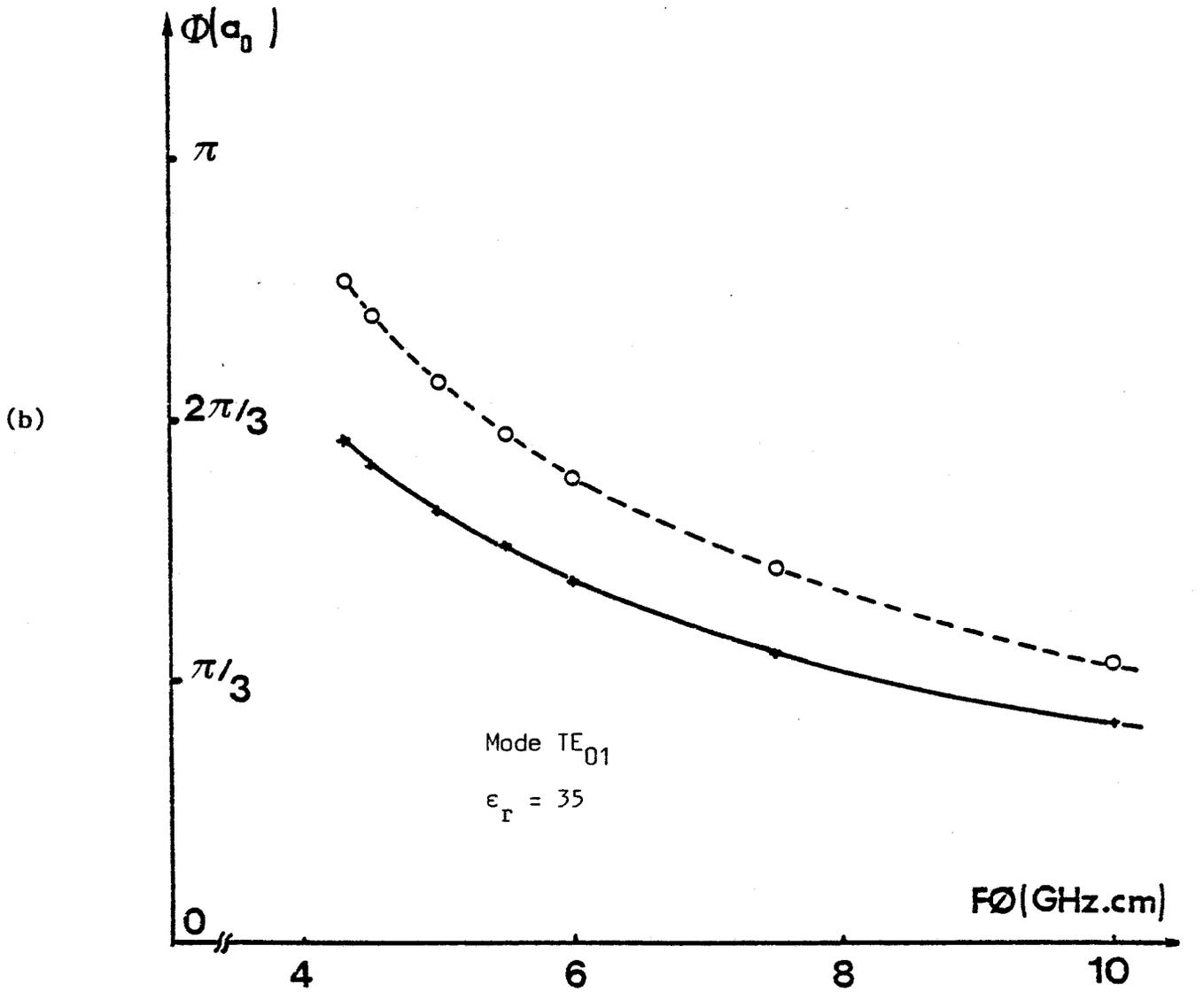
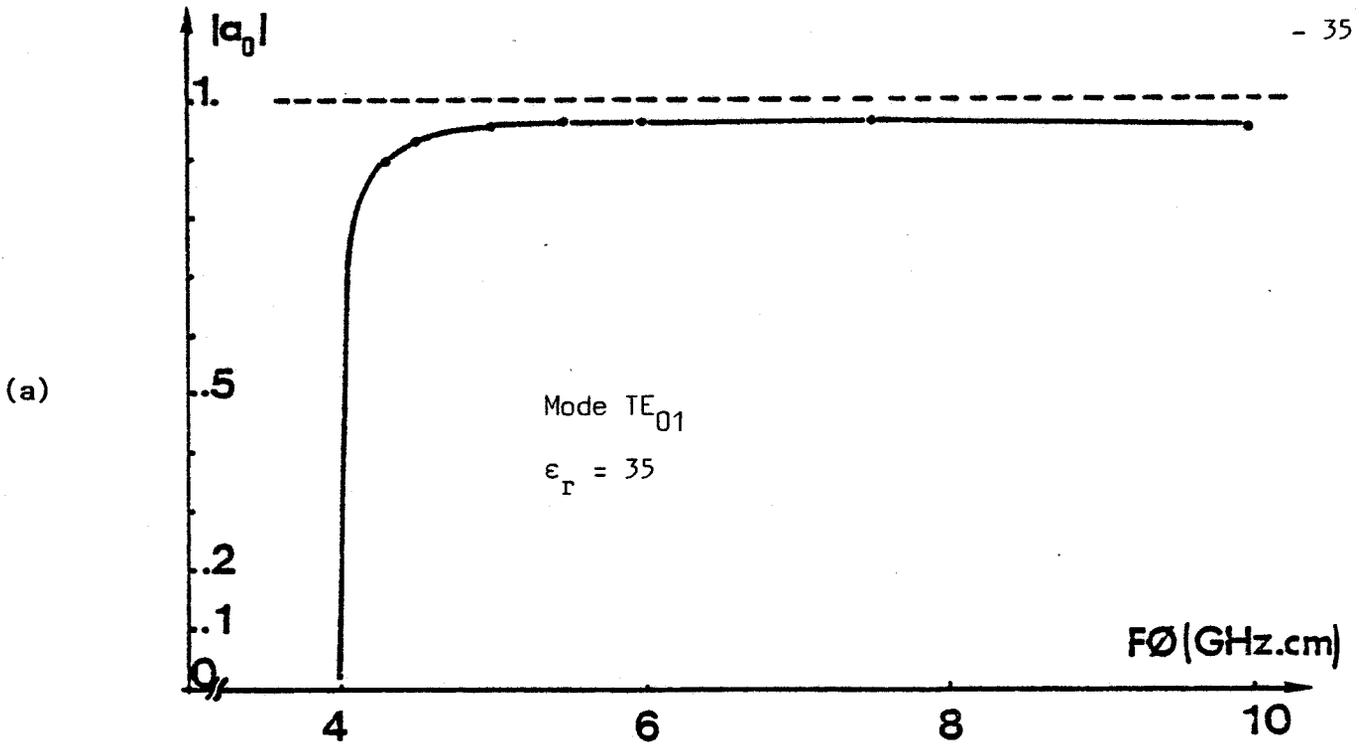


Fig. I-19 : Module et phase du coefficient de réflexion a_0 .
----- : Méthode ITOH et RUDOKAS
————— : Notre Méthode.

CHAPITRE II

CHAPITRE II

CARACTÉRISTIQUES DE RÉSONANCE DES MODES SUPÉRIEURS DES RÉSONATEURS PLEINS. EXPLOITATION NUMÉRIQUE - RÉSULTATS.

Avant d'appliquer la méthode, proposée au Chapitre I, à des structures complexes telles que les structures en anneau, il est indispensable de valider ses possibilités en la comparant, dans la mesure du possible, aux méthodes existantes et surtout en la confrontant avec l'expérience dès que cela paraît possible.

Dans ce but, nous allons dans un premier temps étudier les résonateurs pleins en modes $TE_{01\delta}$ et $TM_{01\delta}$ pour lesquels il existe des points de comparaison, puis les modes hybrides avant d'aborder l'étude des résonateurs en anneau.

II.1. GENERALITES

Le résonateur étant considéré comme un tronçon de guide cylindrique diélectrique limité, les différents modes de résonance sont liés directement aux modes de propagation de la structure guidante. Nous avons représenté sur la figure II-1 les caractéristiques de dispersion des premiers modes du guide diélectrique cylindrique.

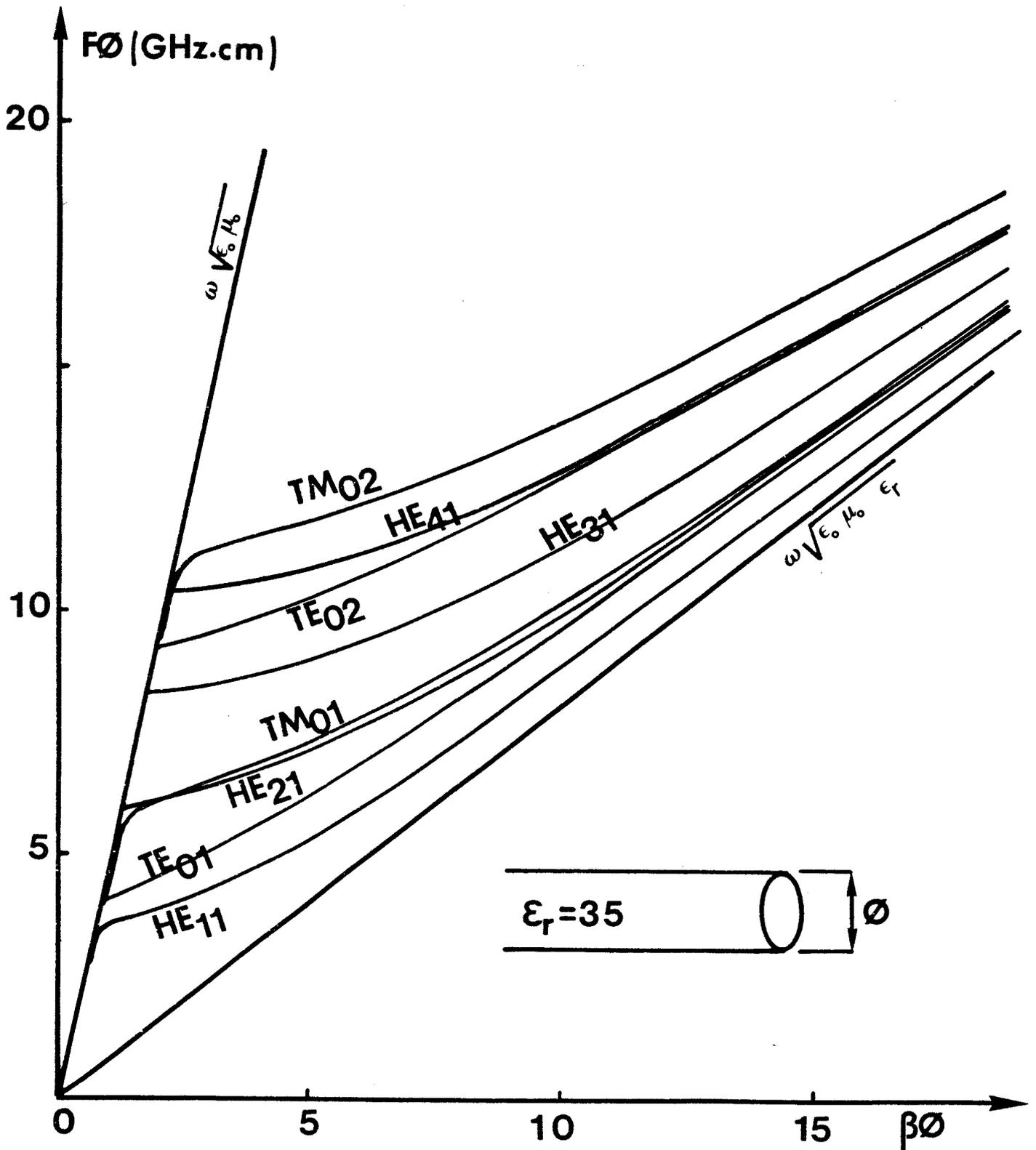


Fig. II-1 : Diagramme de dispersion des modes hybrides HE_{m1} ($m = 1, 2, 3, 4$) et à symétrie de révolution TE_{on} , TM_{on} ($n^1 = 1, 2$).

Pour étudier les résonateurs pleins, nous avons écrit les programmes correspondants en utilisant la méthode exposée au Chapitre I (voir annexe II).

L'exploitation numérique de ces programmes nous a permis de tracer les évolutions fréquentielles des modes résonnants en fonction de la géométrie $((F.\phi)^2$ fonction de ϕ/H) du résonateur isolé ou posé sur un plan métallique. Pour ces simulations, la permittivité relative est $\epsilon_r = 35$.

Notons que les courbes universelles $(F.\phi)^2 = f(\phi/H)$ utilisées pour les résonateurs isolés restent valables pour les résonateurs posés sur un plan métallique; par contre, elles ne sont plus universelles dans le cas de résonateurs posés sur des substrats microélectroniques [17] (elles peuvent cependant être introduites si la hauteur du résonateur reste toujours très supérieure à la hauteur du substrat).

II.2. EVOLUTION DES CARACTERISTIQUES DU RESONATEUR EN FONCTION DU MODE RESONNANT

Puisque l'on envisage la réalisation du guide image et du résonateur dans la même phase technologique, il est évident que, pour des raisons de couplage au mode fondamental E_{11}^y du guide image [21], les modes de résonance utilisés seront les modes HE_{m11} ou EH_{m11} .

Les courbes des figures II-2 et II-3 illustrent les évolutions de la fréquence de résonance normalisée et du coefficient de qualité de rayonnement en fonction de la géométrie des résonateurs ceci pour les modes HE_{m11} (au sens large EH, HE, TE, TM).

La montée en fréquence exige soit une diminution de la dimension des résonateurs si l'on veut utiliser le mode TE_{011} , soit l'utilisation de mode d'ordre supérieur HE_{m11} si l'on désire conserver des dimensions raisonnables.

On peut remarquer également que les modes supérieurs présentent des pertes par rayonnement moins importantes que le mode

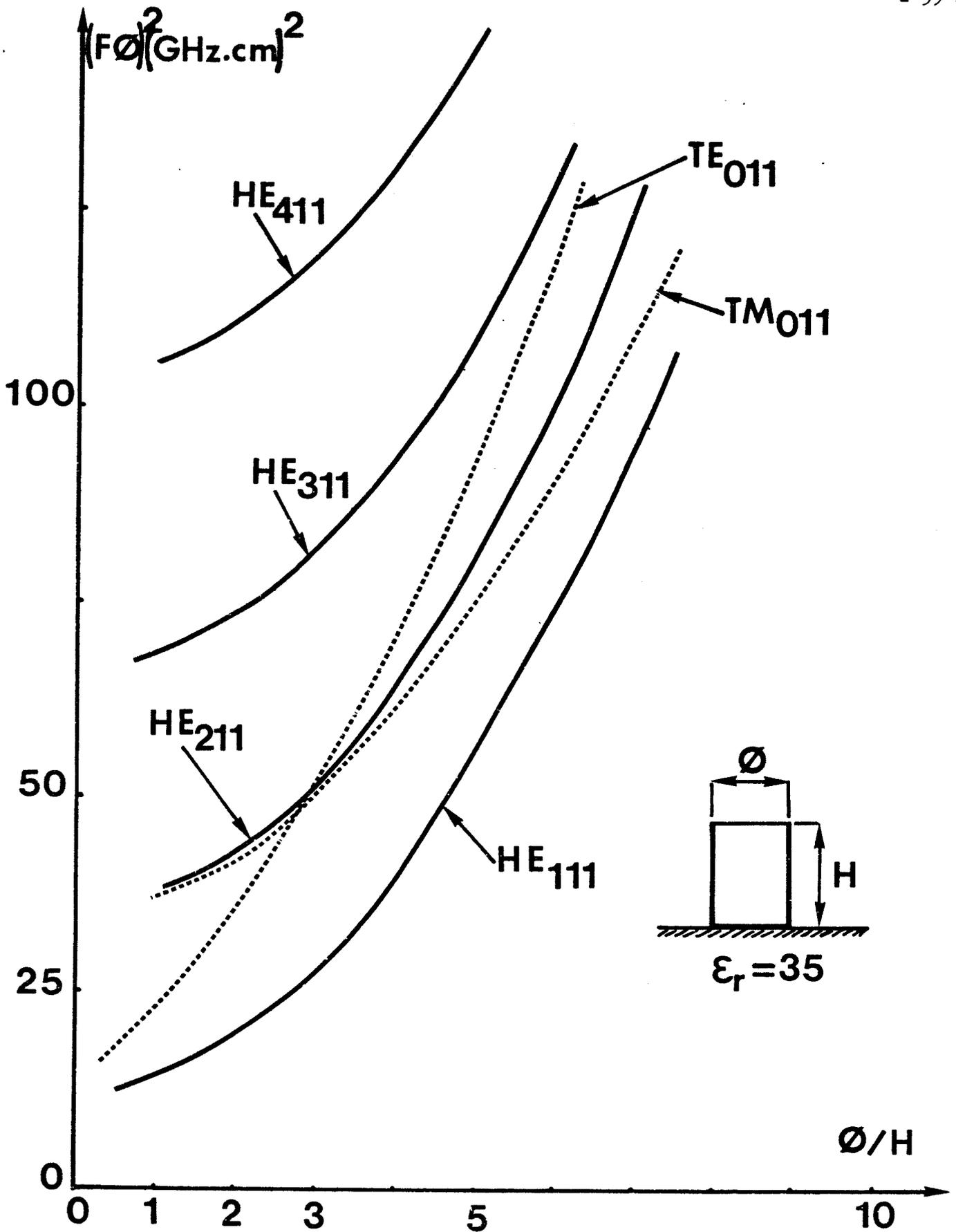


Fig. II-2 : Evolution fréquentielle des modes hybrides HE_{m11} ($m = 1, 2, 3, 4$) et à symétrie de révolution TE_{011} , TM_{011} en fonction de la géométrie du résonateur posé sur plan métallique.

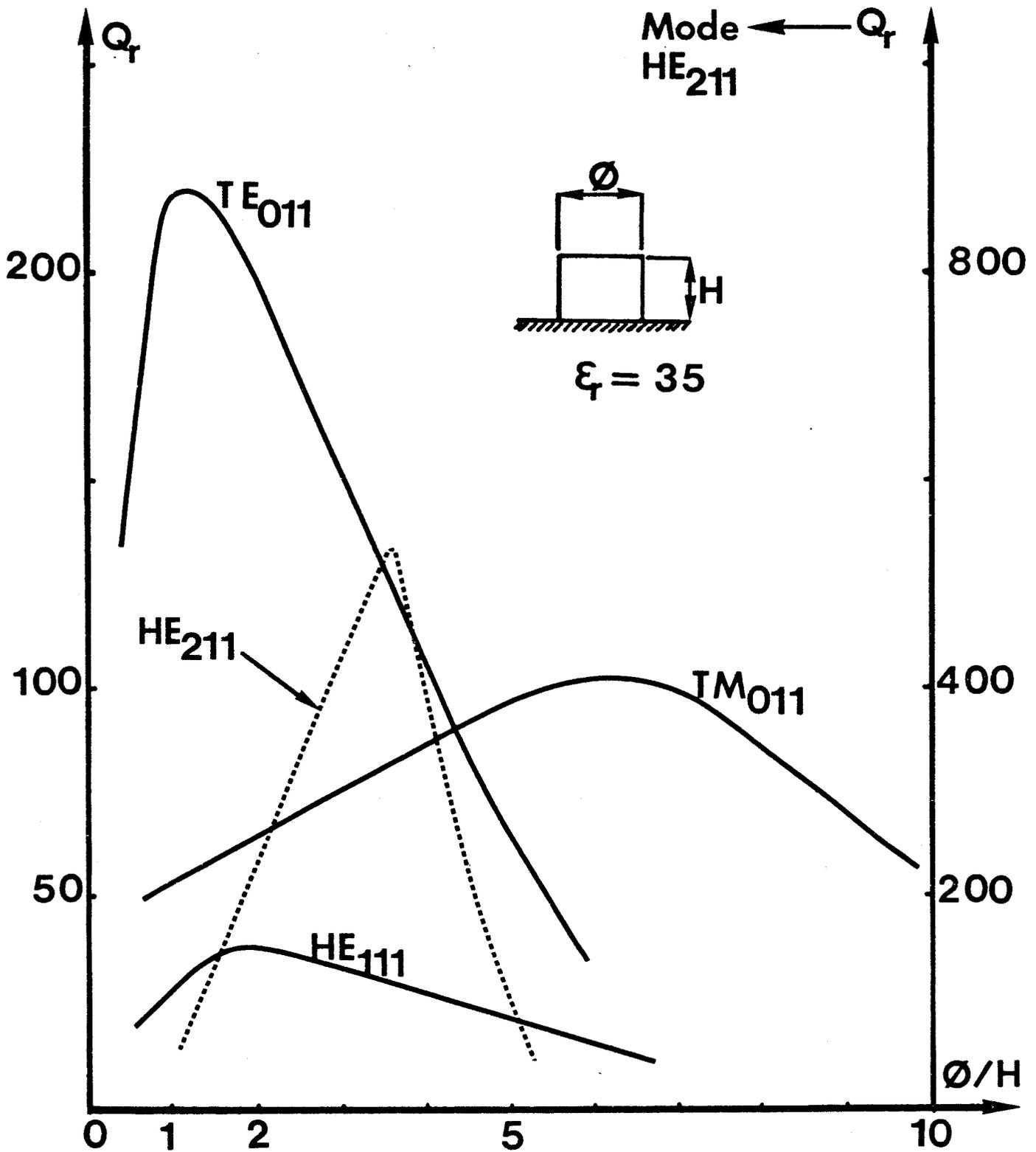


Fig. II-3 : Variation du coefficient de qualité de rayonnement en fonction de la géométrie du résonateur posé sur plan métallique des modes TE_{011} , TM_{011} , HE_{111} et HE_{211} .

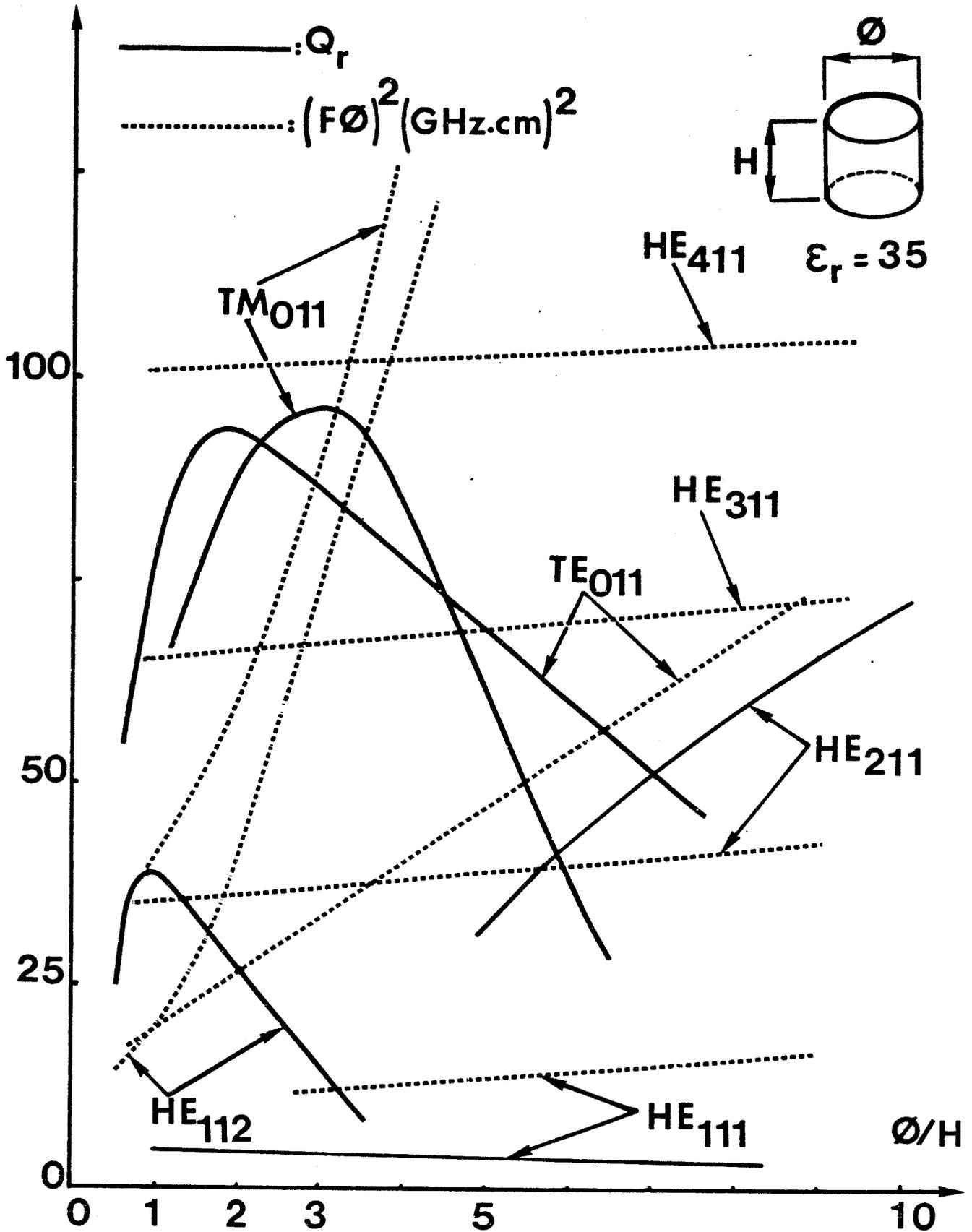


Fig. II-4 : Evolution fréquentielle et variation du coefficient de qualité de rayonnement en fonction de la géométrie du résonateur isolé.

TE_{011} , ce qui constitue un avantage supplémentaire si l'on excepte les problèmes d'excitation.

Sur la figure II-4 nous avons représenté les mêmes évolutions pour un résonateur isolé.

Dans le cas des résonateurs isolés, la nomenclature des modes que nous avons utilisée ne correspond pas à la nomenclature classique. En effet, nos calculs mettent en évidence l'existence théorique d'une résonance basse fréquence qui présente des pertes par rayonnement énormes. De ce fait, notre nomenclature est décalée d'une unité par rapport à la nomenclature classique, la résonance HE_{112} correspondant en fait à la résonance HE_{111} dans la désignation classique.

Nous avons représenté sur les courbes II-5 et II-6 les évolutions de la fréquence et du coefficient de qualité de rayonnement Q_r en fonction de la géométrie pour les modes TE_{01p} , HE_{11p} et HE_{31p} .

Ces évolutions se déduisent facilement des évolutions des modes résonnants "fondamentaux" TE_{011} , HE_{111} et HE_{311} ; en effet si les conditions de résonance (équations I-1 et I-2) sont vérifiées pour H elles le sont aussi pour $H + p \cdot \frac{\pi}{\beta}$ (modes indicés 01 p).

La puissance dissipée au niveau d'une discontinuité ne dépend que du coefficient de réflexion du mode considéré tandis que l'énergie stockée dépend du volume de matériau ce qui entraîne une augmentation du coefficient de qualité de rayonnement.

III.3. EVOLUTION DES CARACTERISTIQUES DES RESONATEURS EN FONCTION DE LA PERMITTIVITE

Sur les figures II-7, II-8 et II-9 nous avons représenté les évolutions des caractéristiques de résonance de plusieurs modes pour deux valeurs de la permittivité relative ($\epsilon_r = 35$ et $\epsilon_r = 9,6$).

Ces courbes montrent qualitativement que l'utilisation de matériaux de faible permittivité accroît de façon notable les

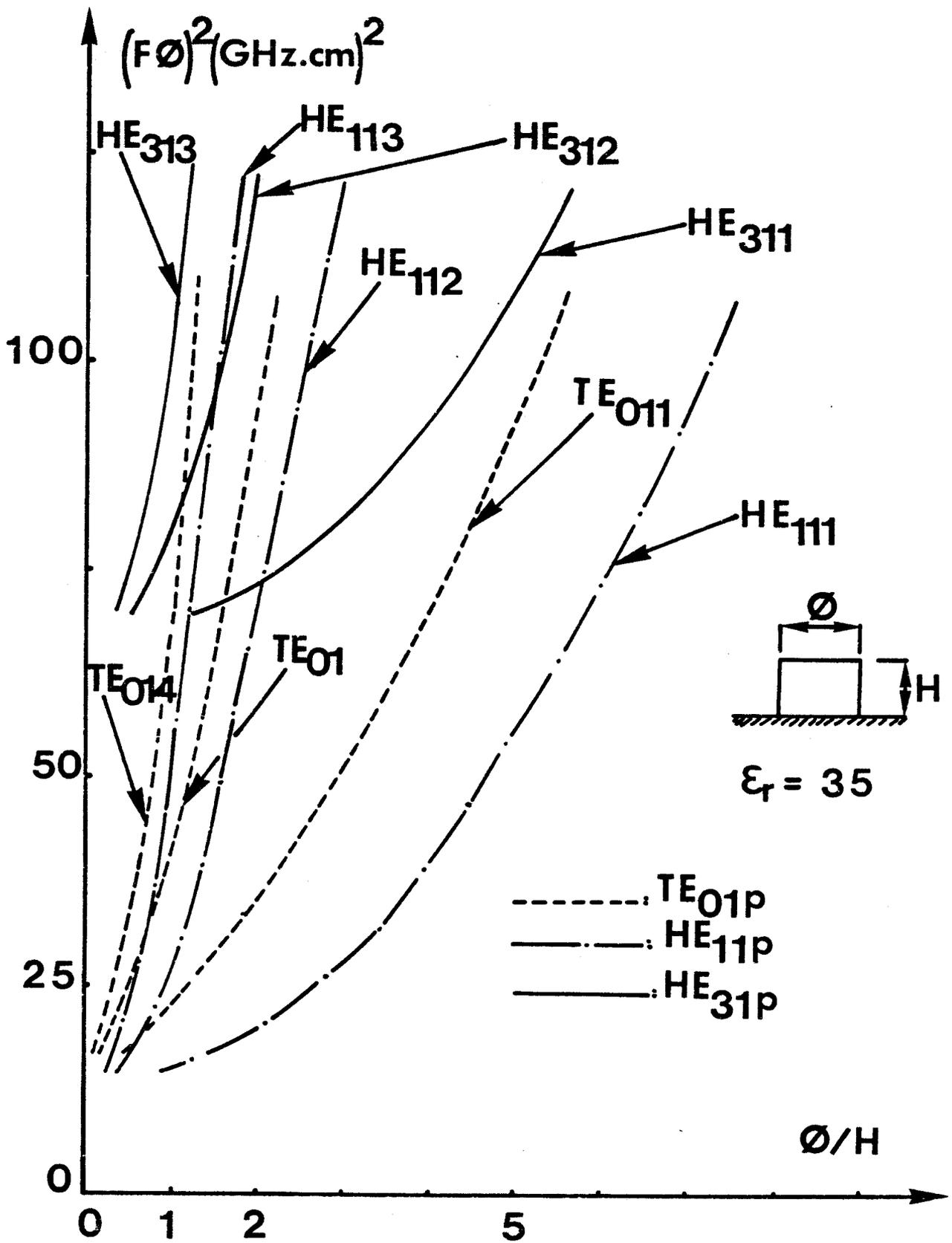


Fig. II-5 : Evolution fréquentielle en fonction de la géométrie du résonateur posé sur plan métallique des modes TE_{01p} , HE_{11p} et HE_{31p} ($p = 1, 2, 3$).

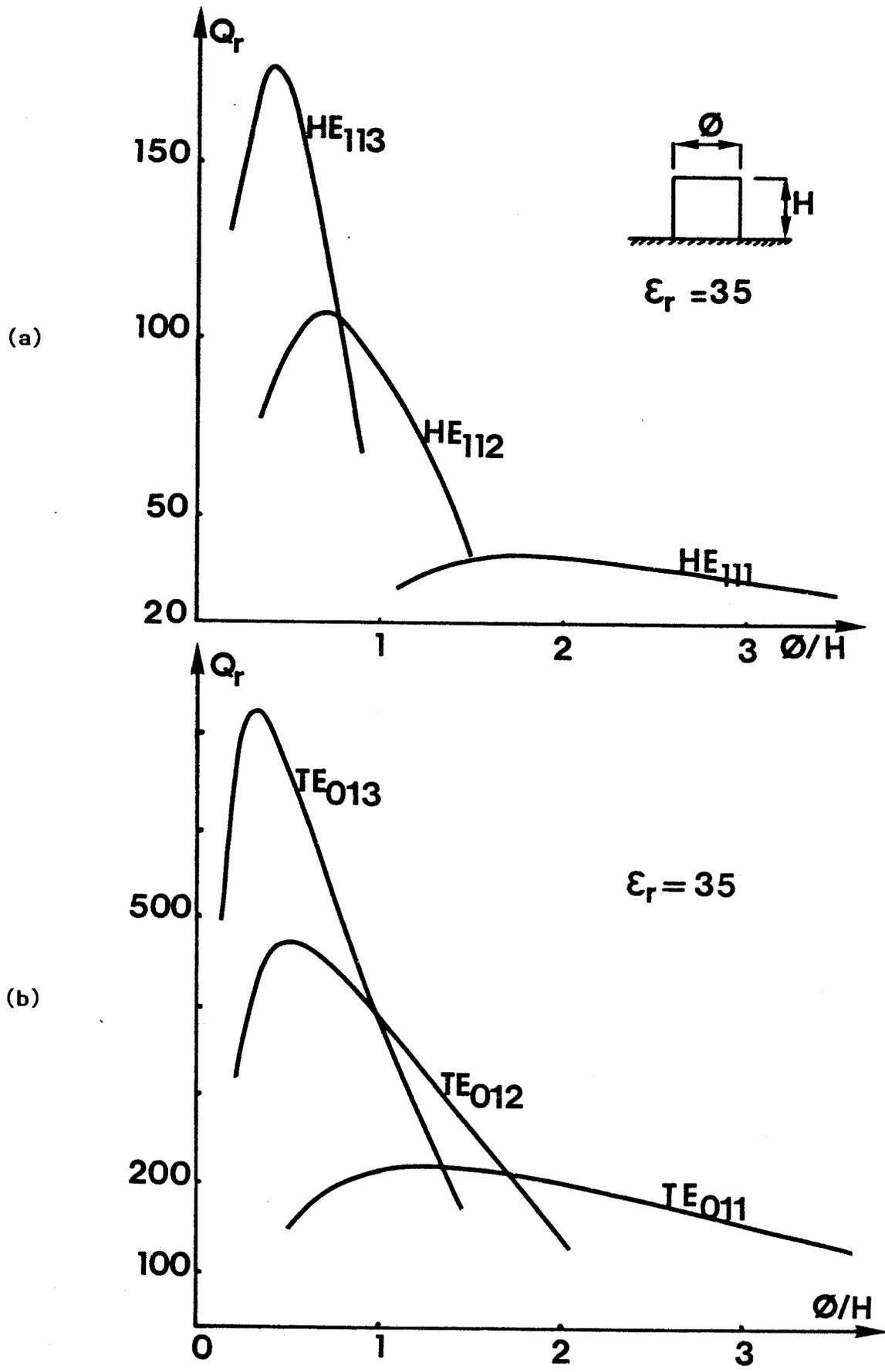


Fig. II-6 : Variation du coefficient de qualité de rayonnement du résonateur posé sur plan métallique pour les modes TE_{01p} et HE_{11p} ($p = 1, 2, 3$).

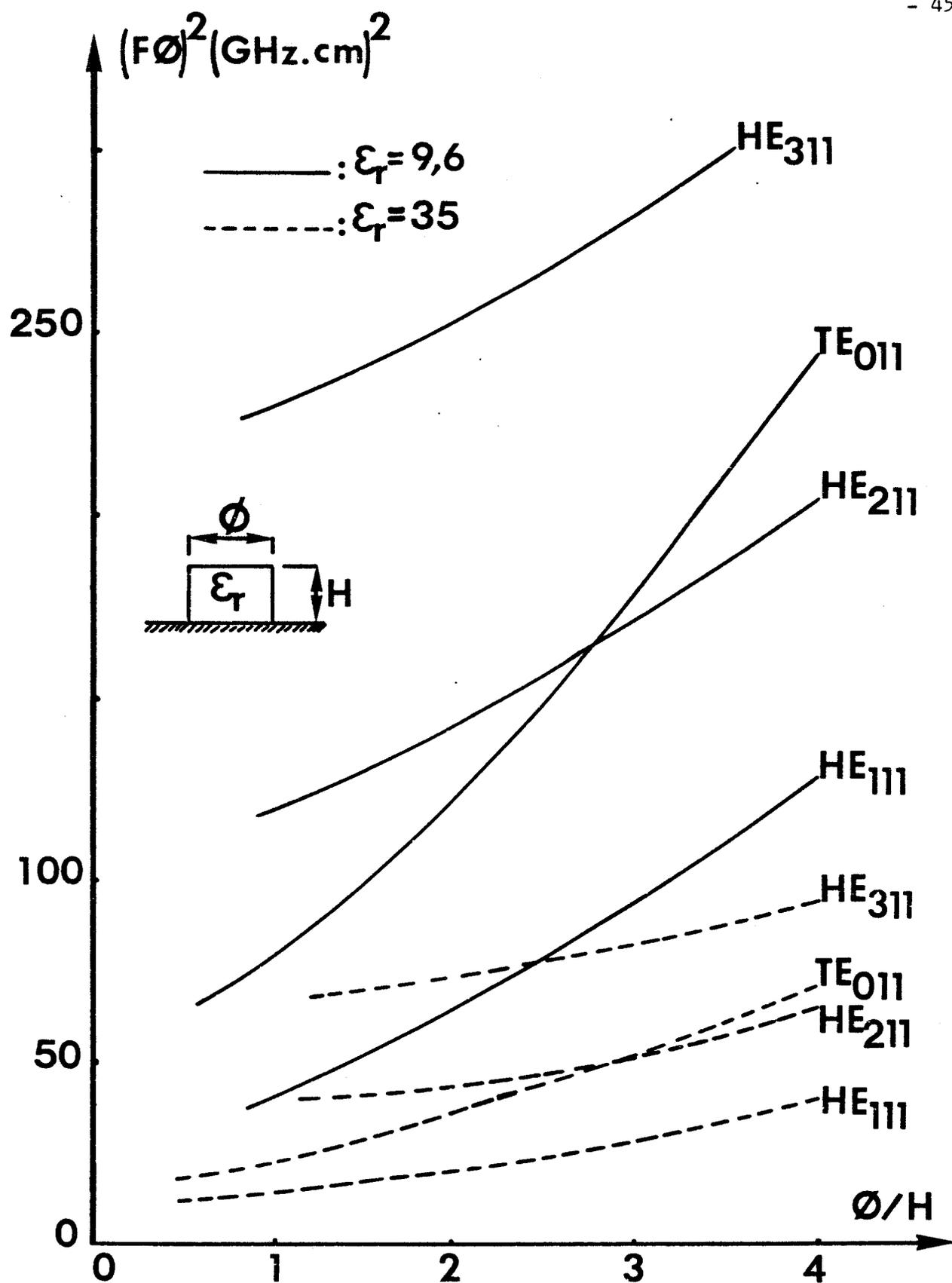


Fig. II-7 : Evolution fréquentielle en fonction de la géométrie du résonateur posé sur plan métallique des modes TE_{011} et HE_{m11} ($m = 1, 2, 3$) pour les permittivités relatives $\epsilon_r = 9.6$ et $\epsilon_r = 35$.

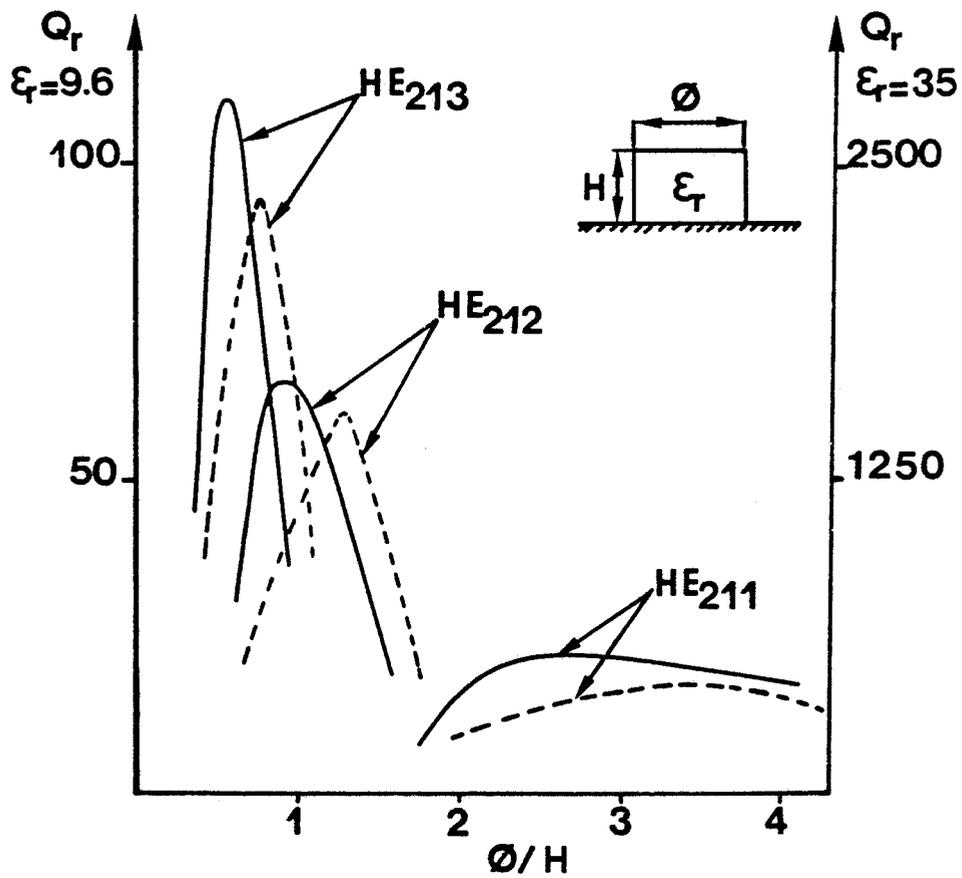
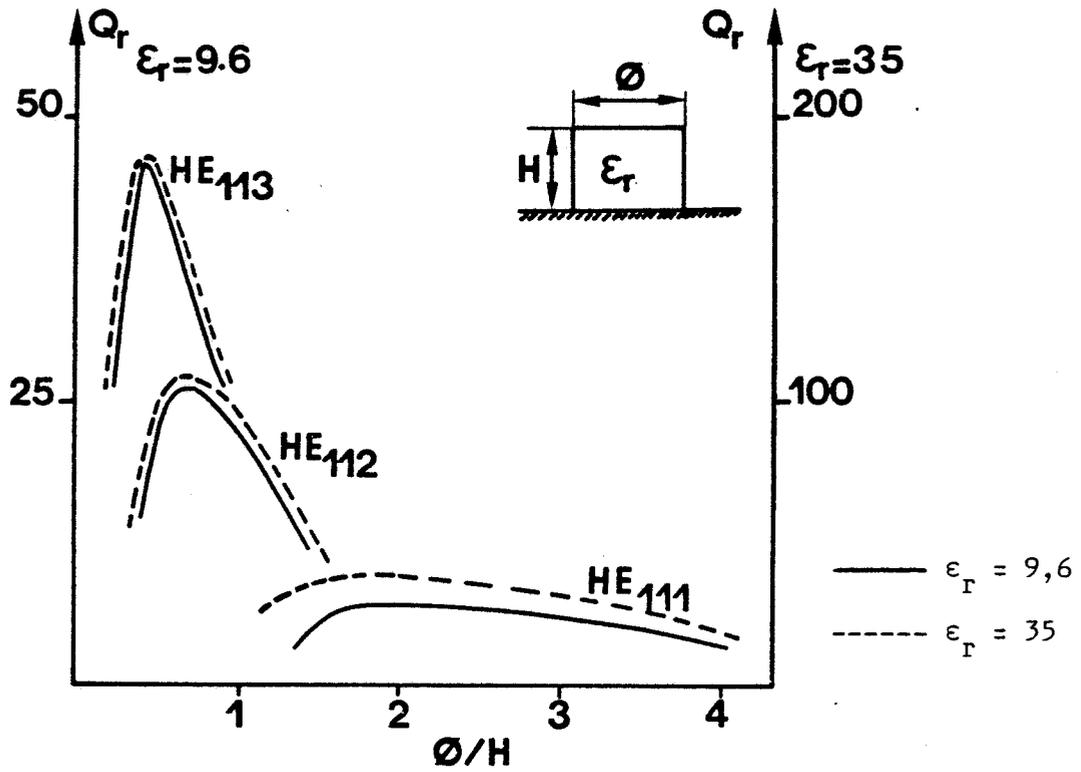


Fig. II-8 : Variation du coefficient de qualité de rayonnement du résonateur posé sur un plan métallique pour les modes HE_{11p} et HE_{21p} ($p = 1, 2, 3$).

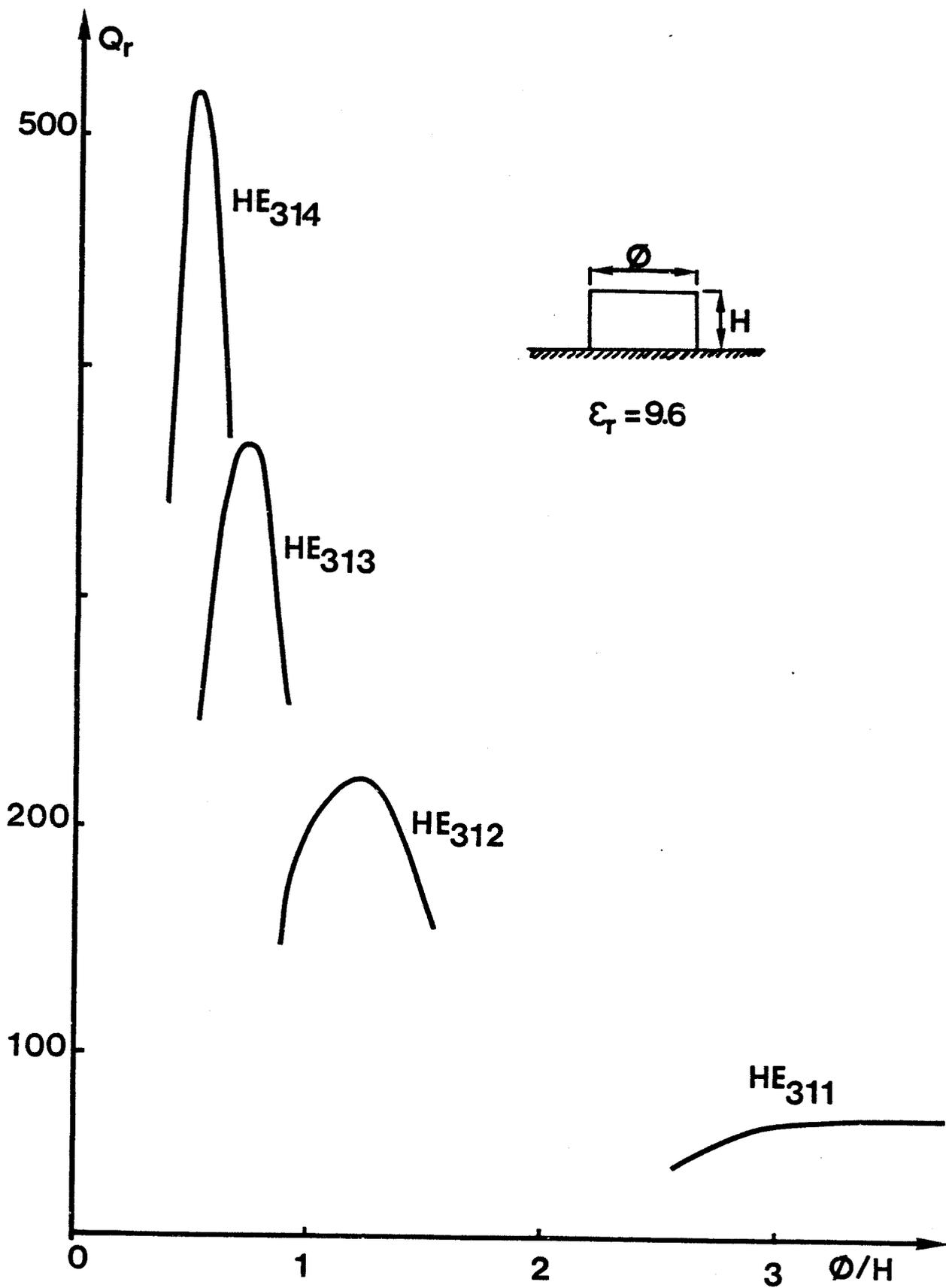


Fig. II-9 : Variation du coefficient de qualité de rayonnement du résonateur posé sur un plan métallique pour les modes HE_{31p} ($p = 1, 2, 3$).

pertes par rayonnement des résonateurs ; ce problème est extrêmement critique dans les bandes millimétriques où l'utilisation de matériaux de faible permittivité est imposé si l'on veut conserver des dimensions des résonateurs raisonnables.

Parce que les fréquences de résonance sont beaucoup plus sensibles aux variations de dimension aux très hautes fréquences qu'aux fréquences plus faibles, il est intéressant d'utiliser des résonateurs de tailles relativement importantes. En effet, soit $d\phi$ l'erreur sur ϕ due à l'imprécision de l'usinage, nous avons :

$$\frac{dF}{F} = - \frac{d\phi}{\phi} \text{ (en supposant } \phi/H = \text{ constante)} \Leftrightarrow dF = - F \cdot \frac{d\phi}{\phi}$$

si ϕ devient trop petit $\frac{d\phi}{\phi}$ devient important et les variations de fréquence dF peuvent être très importantes.

Choix des résonateurs et des modes résonnants :

Nous voulons montrer dans ce paragraphe l'intérêt potentiel^(*) des modes azimutaux des résonateurs diélectriques.

Examinons le cas où les contraintes sont :

$$- \phi > 2 \text{ mm}$$

$$- Q_r > 200$$

Le concepteur aura toujours intérêt à utiliser à fréquence imposée la géométrie optimale du résonateur selon le mode de résonance utilisée.

Prenons comme référence le mode TE_{011} ; la géométrie qui minimise les pertes par rayonnement est $\phi/H = 1,1$ (Fig. II-6 (b)).

(*) **Remarque** : Nous omettons ici délibérément les problèmes d'excitation de ces modes, mais il est bien évident que l'excitation de modes résonnants azimutaux n'est pas un problème trivial ; par contre l'excitation de ces modes est beaucoup plus réaliste pour des résonateurs en anneau.

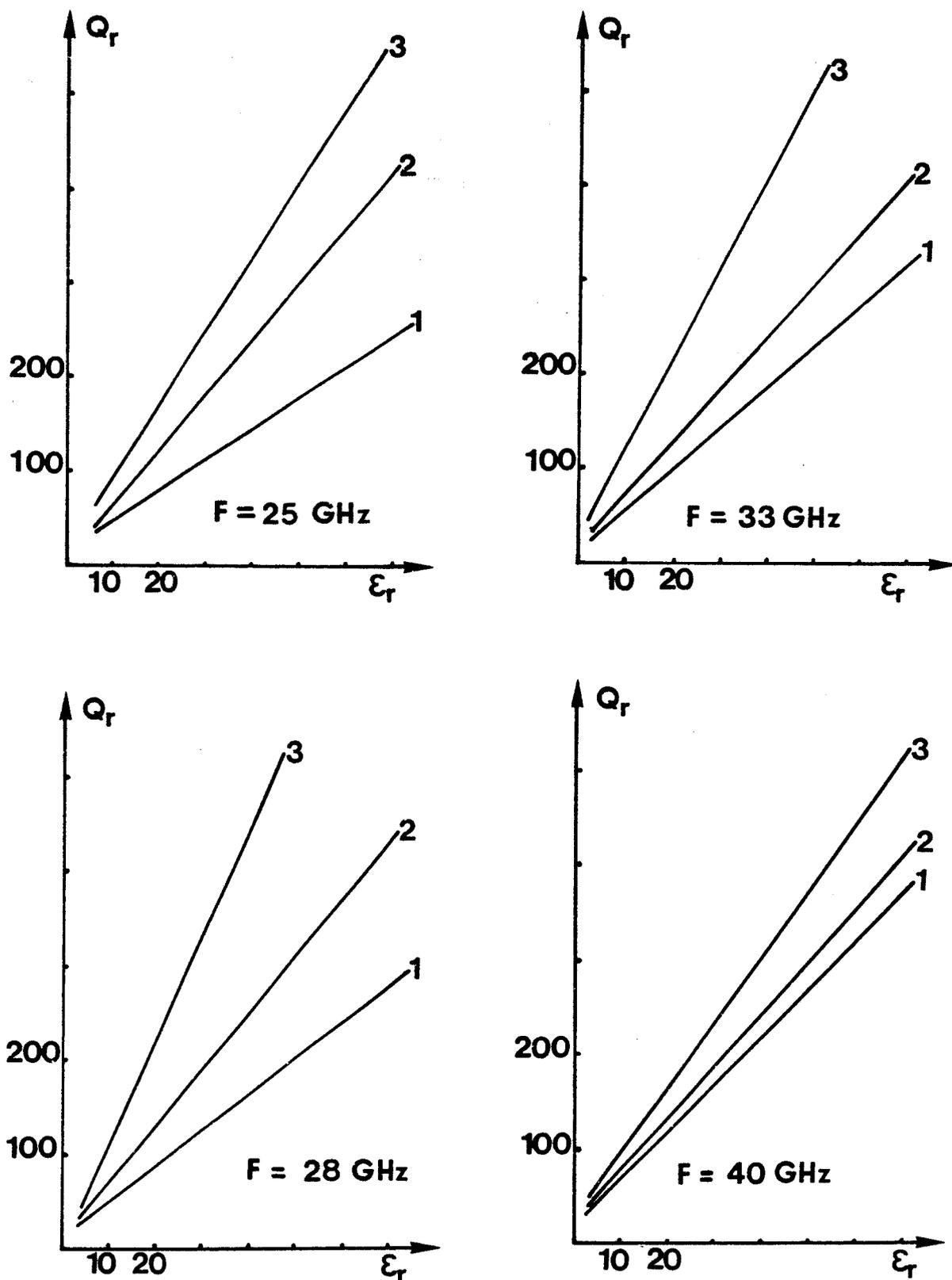


Fig. II-10 : Evolution du coefficient de qualité de rayonnement du résonateur posé sur un plan métallique en fonction de ϵ_r .

$\phi/H \approx 1$

1 \rightarrow HE_{11p}

2 \rightarrow HE_{21p}

3 \rightarrow HE_{31p}

Le tableau I montre que lorsque la fréquence de travail est 10 GHz les contraintes sont respectées ; par contre, à 30 GHz ce n'est plus le cas pour un matériau de permittivité relative $\epsilon_r = 35$. Il est donc nécessaire de diminuer la permittivité donc de changer de matériaux. Pour une permittivité relative $\epsilon_r = 9,6$, on voit que si la contrainte dimension est respectée, le coefficient de qualité de rayonnement est déplorable. La solution doit donc obligatoirement passer par l'utilisation de modes résonnants azimutaux d'ordre élevé comme le montre le tableau I.

MODE	F(GHz)	ϕ (mm)	ϕ/H	Q_r	ϵ_r
TE ₀₁₁	10	5	1,1	220	35
TE ₀₁₁	33	< 2	1,1	220	35
TE ₀₁₁	33	≈ 2	1,1	≪ 200	9,6
HE ₃₁₂	33	5	1,1	≈ 220	9,6
HE ₅₁₁	33	8,3	5	≈ 200	9,6
HE ₃₁₂	80	2,06	1,1	≈ 220	9,6
HE ₅₁₁	80	3,42	5	≈ 200	9,6

Tableau I : Comparaison des caractéristiques de résonance du mode TE₀₁₁ et quelques modes azimutaux HE_{mnp}.

Dans cet exemple, nous voyons que le mode HE₃₁₂ a les mêmes caractéristiques (dimensions, Q_r) à 30 GHz que le mode TE₀₁₁ à 10 GHz. Nous pouvons également remarquer que les modes HE₃₁₂ et HE₅₁₁ vérifient les contraintes à 80 GHz.

Sur les figures II-10, nous avons tracé les évolutions du coefficient de qualité de rayonnement Q_r en fonction de la permittivité d'un résonateur posé sur un plan métallique. Les dimensions de ce résonateur sont telles que la valeur de ϕ/H est voisine de l'unité. Dans cette représentation nous n'avons pas tenu compte de la valeur de p apparaissant dans la terminologie des modes hybrides résonnants HE_{mnp}.

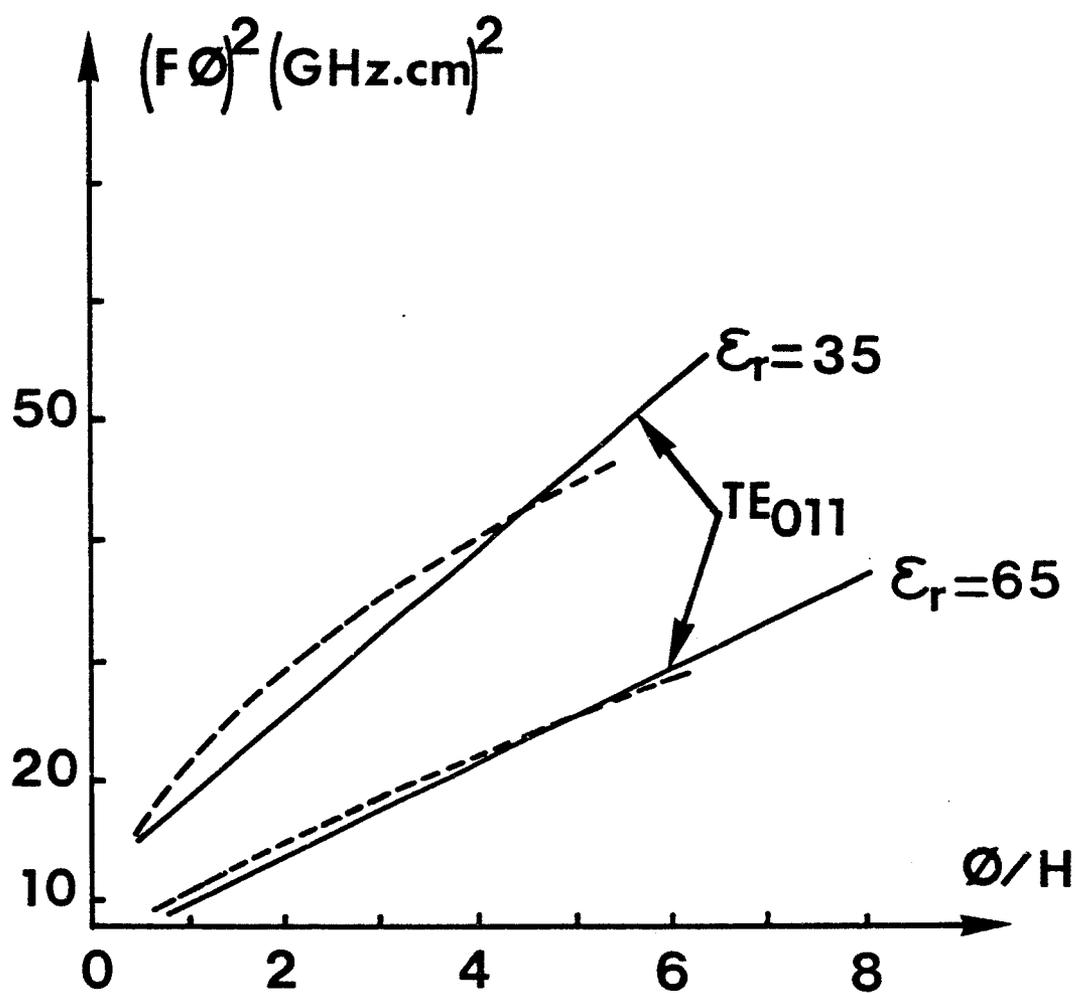


Fig. II-11 : Fréquences de résonance du mode TE_{011} du résonateur isolé.

— : nos résultats
- - - : résultats de P. GUILLON et Y. GARAUULT.

Les fréquences choisies sont :

F = 25 GHz

F = 28 GHz

F = 33 GHz

et F = 40 GHz.

Ces courbes nous montrent que le coefficient de qualité de rayonnement, pour une géométrie du résonateur et à fréquence imposées, augmente d'une façon importante dans l'ordre d'apparition des modes hybrides HE_{m1} et avec la permittivité.

II.4. ETUDE COMPARATIVE

Les courbes des figures II-11 et II-12 présentent une comparaison entre notre méthode et celle de P. GUILLON [14] pour les résonateurs isolés.

En ce qui concerne le mode TE_{011} du résonateur diélectrique isolé, l'écart entre les courbes est négligeable pour des permittivités relatives élevées et pour des géométries telles que le rapport ϕ/H soit compris entre 0,2 et 5.

Les courbes divergent dans le cas de résonateurs fort aplatis (ce qui sera le cas des résonateurs guide image).

Pour les modes hybrides HE_{111} et HE_{112} , si l'accord est bon pour des géométries ϕ/H allant jusqu'à 2, les courbes divergent de manière significative au-delà de cette valeur.

Sur la figure II-13 nous avons comparé les résultats théoriques concernant le coefficient de qualité de rayonnement obtenu par M. VERPLANKEN et J. VAN BLADEL pour des résonateurs de permittivité $\epsilon_r = 35$. Si les résultats sont très différents pour les faibles ϵ_r , ils deviennent comparables pour des permittivités plus importantes notamment pour les modes dipolaires électriques TM [15].

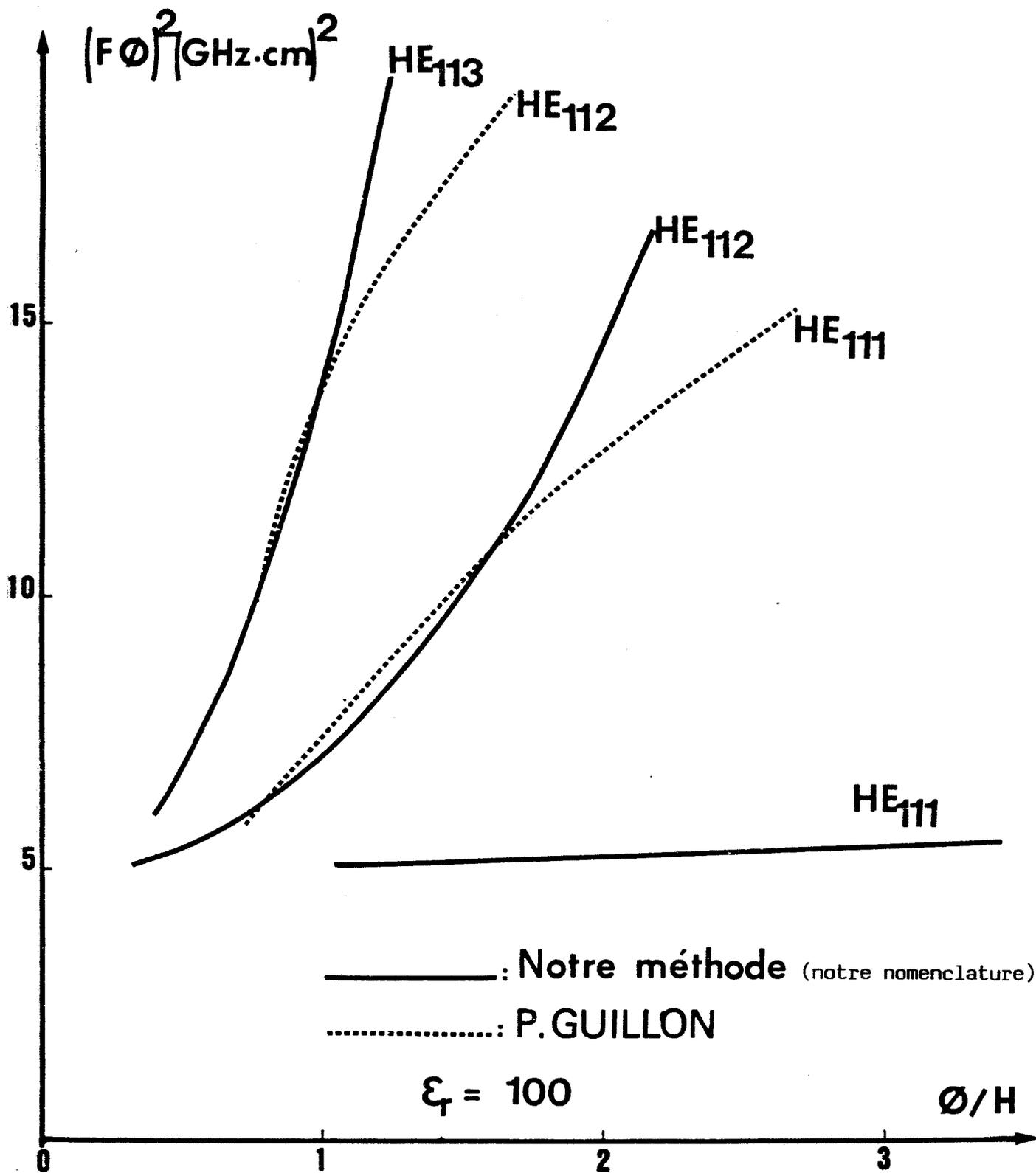


Fig. II-12 : Fréquences de résonance des modes HE_{11p} du résonateur isolé ($\epsilon_r = 100$).

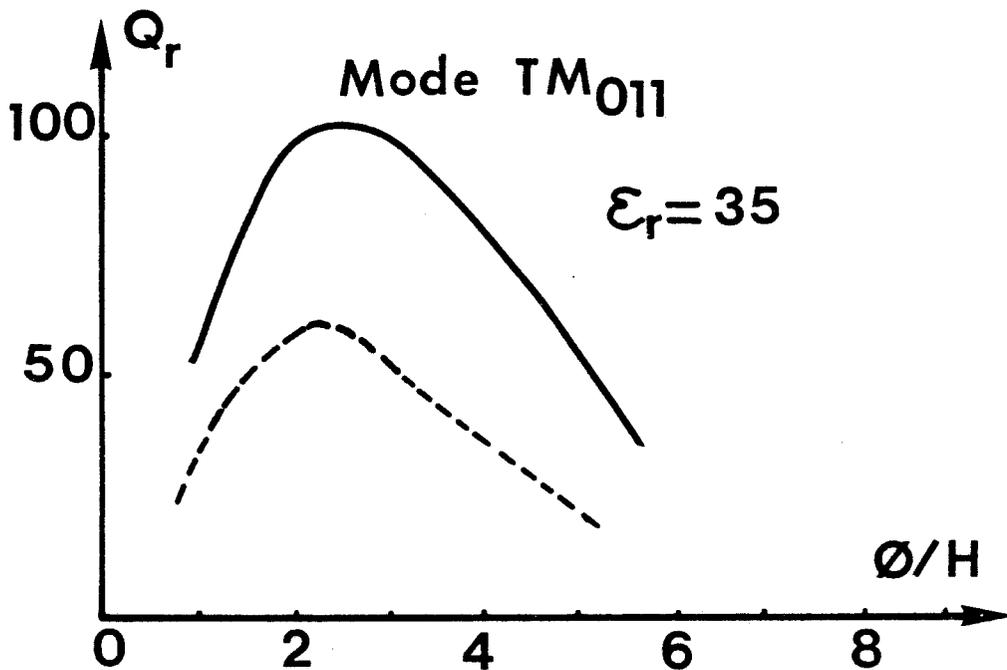
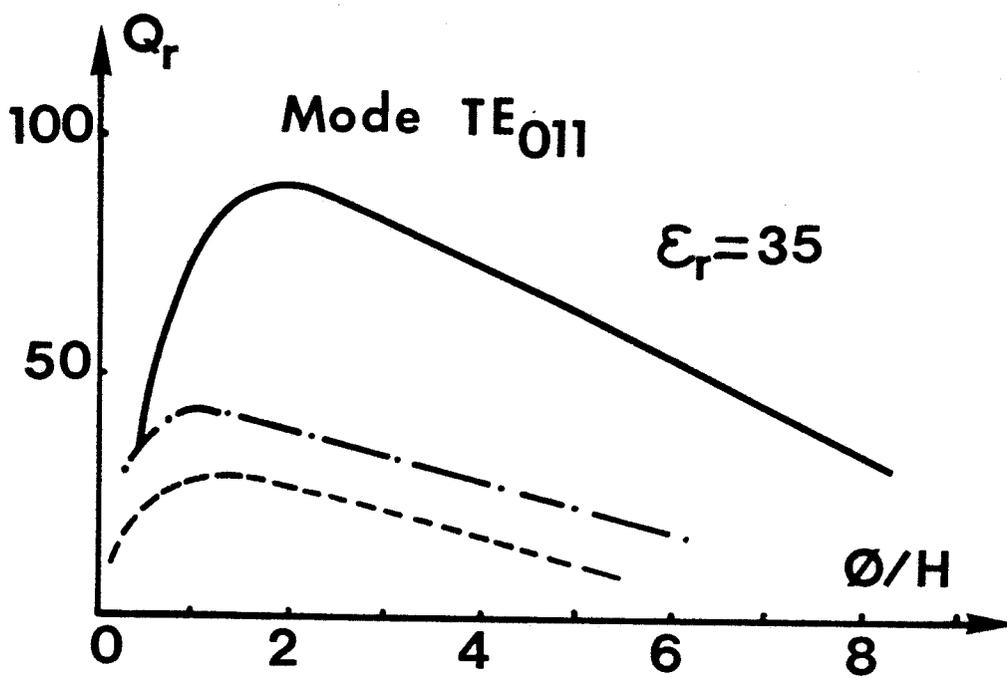


Fig. II-13 : Variation du coefficient de qualité de rayonnement des modes TE_{011} et TM_{011}

- : nos résultats
- : résultats de M. VERPLANKEN et J. VAN BLADEL
- .-.-.-. : résultats de R. DESMEDI

La méthode de J. VAN BLADEL n'a été appliquée qu'aux modes dipôlaire magnétiques (TE) et électriques (TM) qui se prêtent bien à l'hypothèse assimilant le résonateur à un dipôle magnétique ou électrique ; l'énergie rayonnée par le résonateur est alors identifiée à l'énergie rayonnée par les dipôles ce qui permet le calcul du coefficient de qualité de rayonnement.

A notre connaissance cette méthode n'a pas été appliquée (moyennant quelques modifications) à l'étude du rayonnement des modes hybrides azimutaux.

Notre méthode n'a aucune limitation liée à la permittivité, et est applicable à n'importe quel mode résonnant, que le résonateur soit plein ou coaxial ; l'approximation utilisée ne dépend pas de ces différents paramètres.

II.5. COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE

Notre modèle d'analyse théorique a été confronté à la réalité physique dans le cas de résonateurs diélectriques placés sur substrat microélectronique en mode dipolaire magnétique $TE_{01\delta}$ [17] et pour des résonateurs placés directement sur un plan métallique.

- Méthode de mesure

D'un point de vue expérimental nous avons utilisé trois types d'excitation dans ce travail.

a) L'excitation par ligne microruban, Fig. II-14, permet de mesurer les caractéristiques des résonateurs posés sur substrat microélectronique.

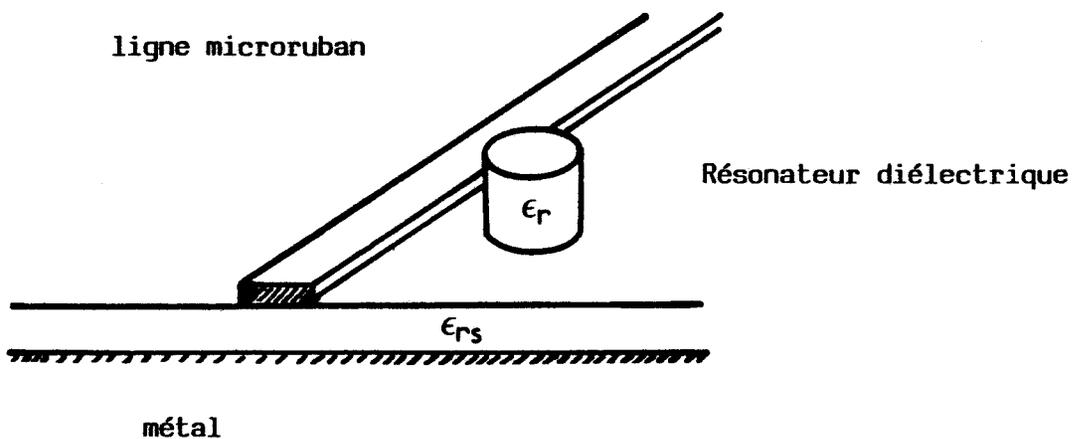


Fig. II-14 : Excitation par ligne microruban.

b) L'excitation par antenne coaxiale (Fig. II-15).

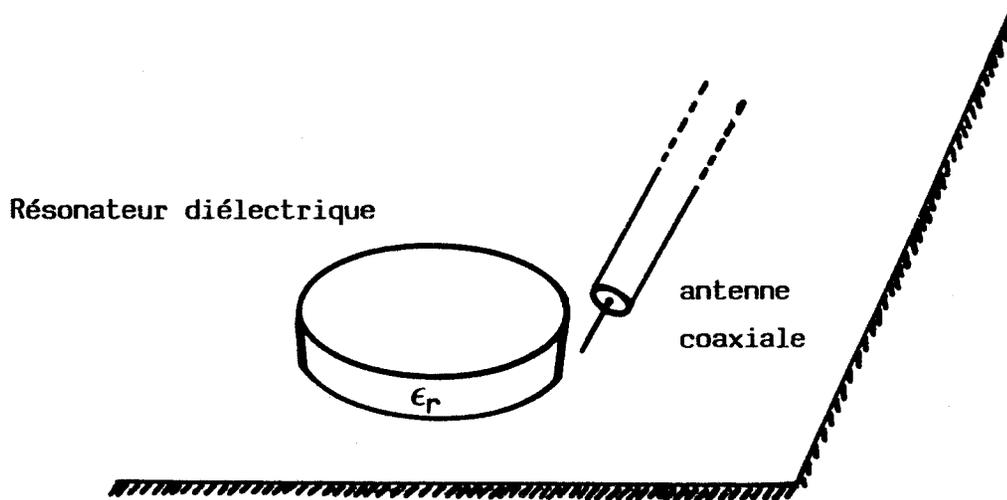


Fig. II-15 : Excitation par antenne coaxiale.

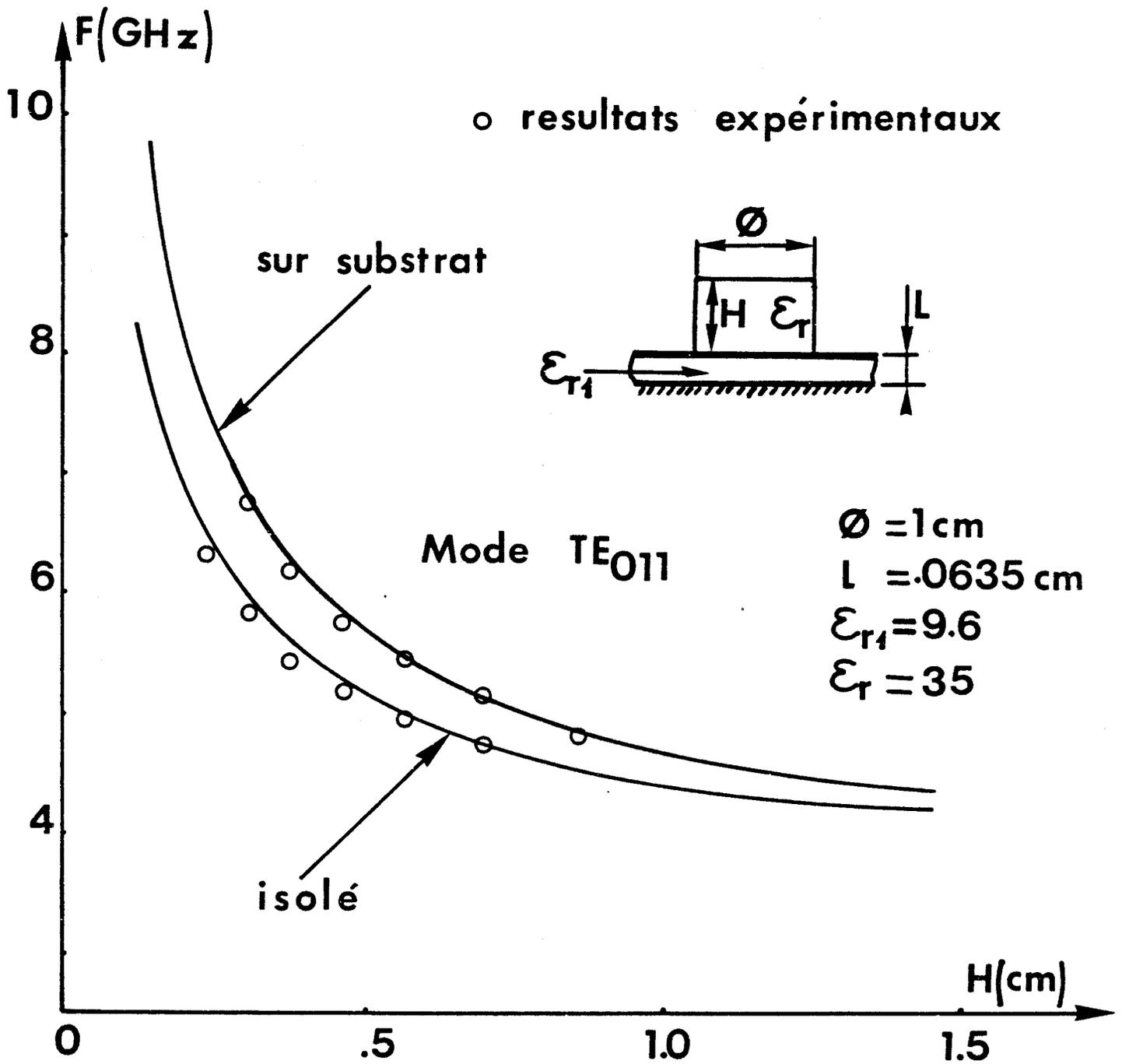


Fig. II-16 : Fréquences de résonance d'un résonateur sur substrat en mode TE_{011} en fonction de sa hauteur H. Comparaison avec les fréquences obtenues en configuration isolée et comparaison avec l'expérience.

Ce type d'excitation est pratique, il permet l'observation d'un grand nombre de résonances et c'est la seule excitation utilisable pour caractériser les résonateurs pleins posés sur plan métallique.

c) L'excitation par couplage avec un guide image

C'est bien évidemment ce type de couplage qui sera utilisé dans les dispositifs intégrés guide image. Nous reviendrons sur cette association dans le Chapitre III.

- Problème de mesure

Dans le cas de résonateurs diélectriques placés sur substrat microélectronique en mode TE_{01} , les résultats sont satisfaisants en ce qui concerne les fréquences de résonance, plus qualitatifs pour le coefficient de qualité de rayonnement, figures II-16 et II-17.

Pour la mesure des résonances sur plan métallique, notre ambition n'était pas limitée à la seule mesure du mode TE_{011} . Le problème qui s'est posé immédiatement a été l'identification des nombreuses résonances observées.

Pour résoudre ce problème, la mesure a été réalisée en deux temps :

- Dans un premier temps nous identifions les modes de résonance en structure Courtney (avec plan métallique supérieur). D'un point de vue théorique, le problème est entièrement analytique ce qui permet une identification relativement aisée au moins pour les premières résonances ;

- Ayant repéré une résonance correspondant à un mode X, il suffit alors de lever progressivement le boîtier supérieur tout en observant l'évolution fréquentielle de la résonance considérée.

Ce moyen nous permet d'identifier les différentes résonances de la structure ouverte.

o resultats experimentaux

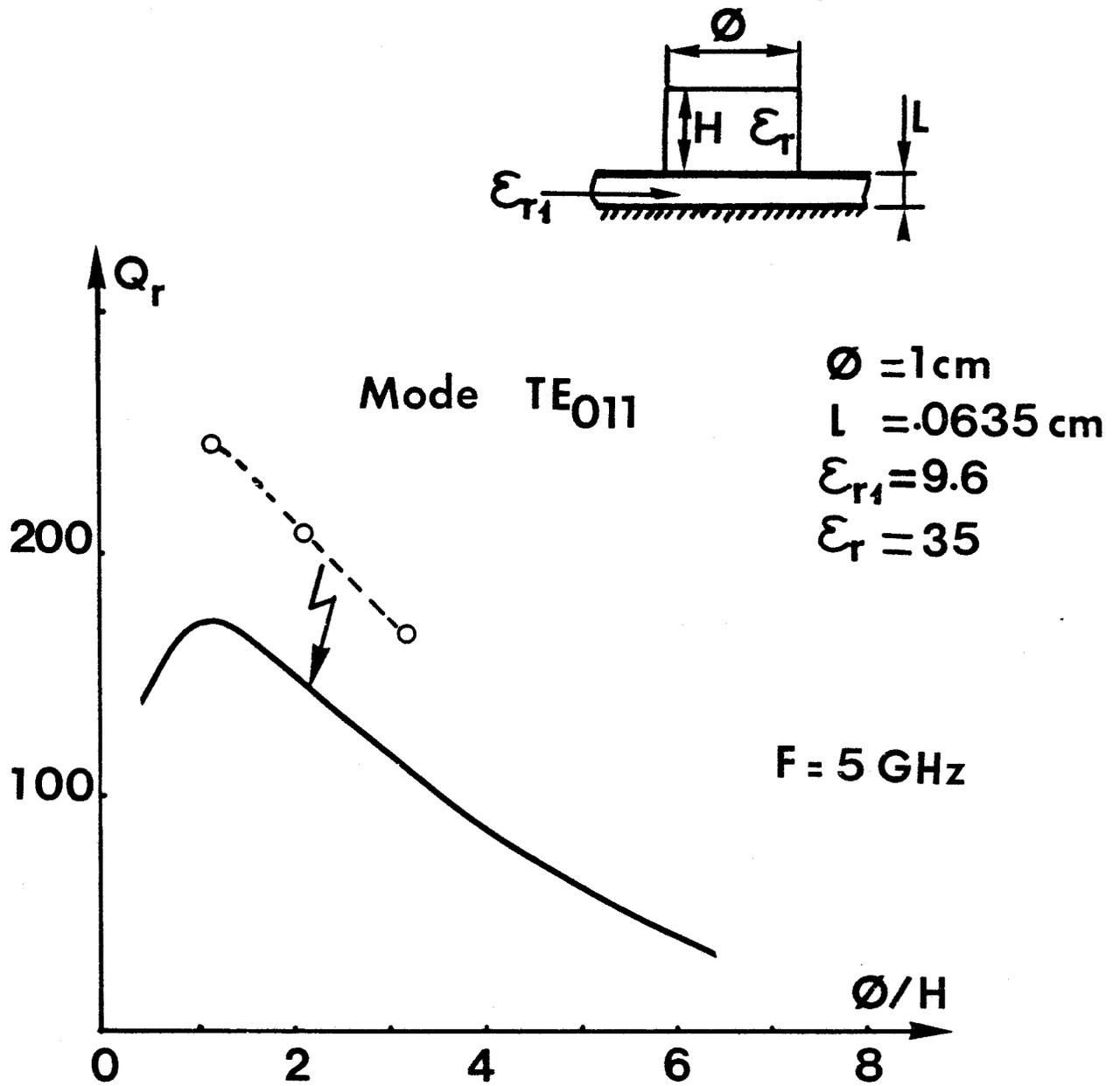


Fig. II-17 : Variation du coefficient de qualité de rayonnement du mode TE_{011} d'un résonateur sur substrat.

Tableau II : Mesures en structure Courtney.

Résonateurs		HE ₁₁₁			TE ₀₁₁			TM ₀₁₁			TE ₀₁₂			
N°	∅(cm)	H(cm)	F _c (GHz)	F _m (GHz)	$\frac{\Delta F}{F_m}$ %	F _c (GHz)	F _m (GHz)	$\frac{\Delta F}{F_m}$ %	F _c (GHz)	F _m (GHz)	$\frac{\Delta F}{F_m}$ %	F _c (GHz)	F _m (GHz)	$\frac{\Delta F}{F_m}$ %
1	1	0.7	5.05	5.09	0.78	5.90	5.84	1.03	7.10	7.01	1.28			
2	1	0.7	5.05	5.09	0.78	5.90	5.81	1.55	7.10	7.01	1.28			
3	1	0.7	5.05	5.11	1.17	5.90	5.91	0.17	7.10	7.03	0.99			
4	1.2	0.7	4.23	8.44	1.86	5.37	5.34	0.56	6.25	6.18	1.13	7.83	7.84	0.13
5	0.8	0.4	8.44	8.6	1.86	8.81	8.93	1.34	9.94	10.17	2.26			

COURTNEY

1	1	0.7	4.02	= 4	} Résonance de table Coefficient de qualité	5.21	5.19	0.39	6.40	6.35	0.79	7.84	7.82	0.26
2	1	0.7	4.02			5.21	5.15	1.16	6.40	6.38	0.31	7.84	7.80	0.51
3	1	0.7	4.02			5.21	5.22	0.19	6.40	6.56	2.43	7.84	7.82	0.13
4	1.2	0.7	3.51	5.47		4.65	4.64	0.22	5.96	5.99	0.50	7.30	7.29	0.14
5	0.8	0.4	5.53	5.47		7.46	9.68						12.25	

Sur plan métallique

Tableau III : Mesures sur plan métallique.

F_c = F calculée F_m = F mesurée

$\epsilon_r \approx 35$

Les tableaux II et III consignent quelques résultats expérimentaux.

Le seul intérêt du tableau II est de montrer que l'écart entre théorie et pratique ne peut être réduit à zéro. En effet, de nombreux paramètres nous échappent :

- homogénéité du matériau ;
- tolérance sur les dimensions ;
- états de surface, etc...

Les mesures que nous avons pu effectuer sur les modes HE_{111} , TE_{011} , TM_{011} et TE_{012} montrent que nos prévisions sur les fréquences de résonance présentent un écart moyen de 2 % avec la pratique.

Compte tenu de l'indépendance de l'approximation utilisée par rapport au type de mode résonnant, de la permittivité et de la configuration du résonateur, nous pouvons espérer la même précision sur la détermination des caractéristiques de résonance en modes hybrides supérieurs pour des résonateurs en anneau.

CHAPITRE III

CHAPITRE III

LES RÉSONATEURS COAXIAUX ET RÉSONATEURS GUIDE IMAGE

INTRODUCTION

Après avoir présenté la méthode théorique de caractérisation des résonateurs cylindriques dans le premier chapitre puis son application aux résonateurs pleins dans le chapitre II pour valider la méthode, nous abordons dans cette partie l'étude des résonateurs coaxiaux en modes résonnants azimutaux. Nous nous intéresserons aux résonateurs guide image cas particuliers des résonateurs coaxiaux fortement aplatis.

III.1. CONSIDERATION GENERALE

Un programme de calcul des caractéristiques de résonance des résonateurs coaxiaux, figure III-1, a été écrit conformément à la méthode décrite au chapitre I (et annexe I).

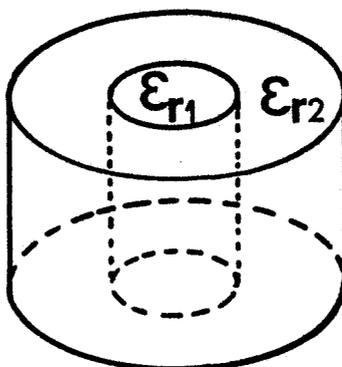


Fig. III-1 : Résonateur coaxial.

(Si $\epsilon_{r1} = 1$, on peut parler de résonateur annulaire ou tubulaire).

La cohérence de ce programme avec celui écrit pour les résonateurs pleins a été vérifiée par continuité en faisant tendre le rayon intérieur de la structure coaxiale vers zéro.

Pour pouvoir étudier les résonances de modes hybrides d'ordre élevé, nous avons dû améliorer les sous-programmes de calcul des fonctions de Bessel élaborés il y a quelque temps par J. CITERNE et M. TREMOUILLE. Actuellement, ces sous-programmes permettent le calcul des fonctions de Bessel J, N, K et I jusqu'à des ordres $m = 20$ avec une précision de l'ordre du pour cent ; au delà de cette limite la précision se dégrade très rapidement. La solution à ce problème serait l'achat de sous-programmes de fonctions de Bessel basés sur des formules de récurrence actuellement disponibles sur le marché.

III.2. PRESENTATION DES RESULTATS

Dans le cas des résonateurs pleins isolés ou posés sur un plan métallique, les fréquences de résonance s'expriment de façon universelle comme :

$$(F.\phi)^2 = f(\phi/H)$$

Une seule courbe suffit à caractériser un mode résonnant du point de vue fréquence de résonance quelle que soit la géométrie

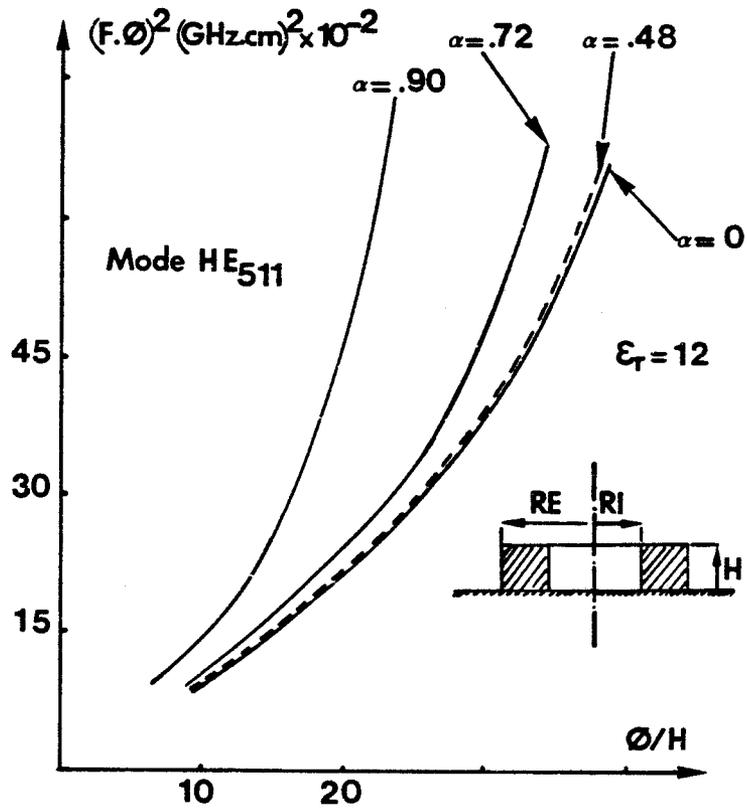
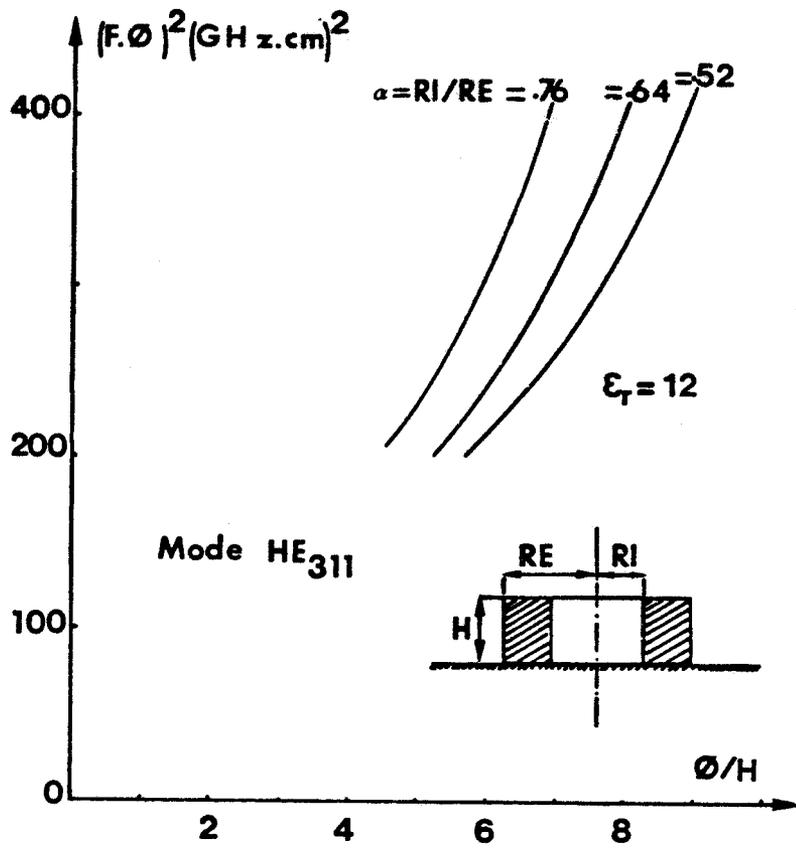


Fig. III-2 : Evolution fréquentielle d'un résonateur tubulaire posé sur un plan métallique en fonction de sa géométrie ($\alpha = RI/RE$ et $Ø/H$).

du résonateur pour une permittivité donnée.

En ce qui concerne les résonateurs tubulaires nous disposons d'un degré de liberté supplémentaire (le rayon intérieur de la structure tubulaire). La représentation précédente perd alors son caractère universel puisqu'une variation du diamètre intérieur entraîne une variation de la fréquence de résonance, (la largeur RE-RI et la hauteur étant maintenues constantes).

Il faudrait alors tracer des réseaux de courbes, Fig. III-2

$$(F.\phi)^2 = f(\phi/H)$$

avec ϕ = diamètre extérieur
H = hauteur

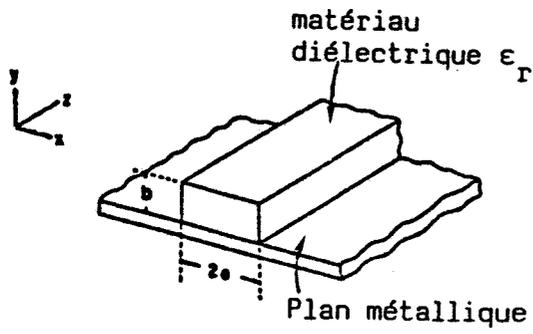
paramétrés en α , avec $\alpha = RE/RI$, et ceci pour différentes valeurs des permittivités des matériaux susceptibles d'être employés et pour tous les modes résonnants possibles.

Au demeurant très intéressant, ce type d'études systématiques nécessite des moyens en temps et en argent que nous n'avons pas. Cependant, sans avoir fait d'étude systématique nous avons pu vérifier ponctuellement que les évolutions des caractéristiques de résonance (f_{res} , Q_r) des résonateurs annulaires en fonction de la permittivité et de la géométrie (à α fixé) sont similaires à celles des résonateurs pleins (pour un même type de mode résonnant).

III.3. LES RESONATEURS GUIDE IMAGE

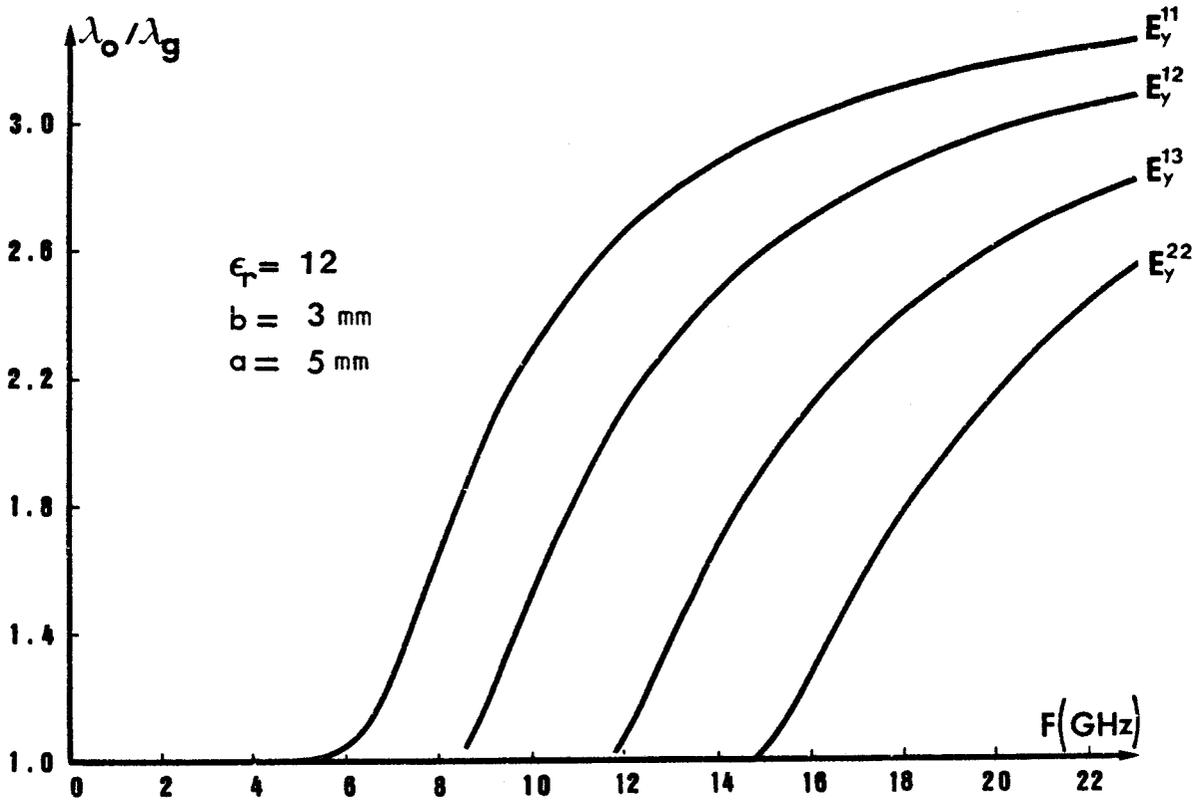
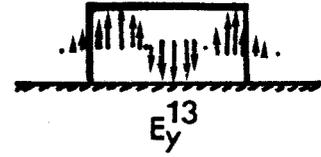
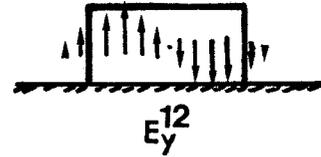
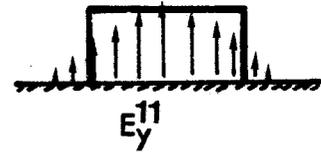
L'étude que nous avons réalisée s'inscrit dans le contexte des études de faisabilité d'éléments multipôles en guide image (filtres coupleurs, stabilisation d'oscillateurs).

Avant d'aborder l'étude de ces résonateurs il est nécessaire de rappeler quelques éléments relatifs au guide image lui-même.



Guide Image Droit

(a)



(b)

Fig. III-3 : (a) guide image droit
(b) diagrammes de dispersion (KNOX-TOULIOS [22]).

III.3.1. LE GUIDE IMAGE

C'est une structure diélectrique rectangulaire posée sur un plan métallique, Fig. III-3(a) ; comme toute structure de propagation elle est intéressante dans sa bande de fréquences monomode.

Nous avons représenté sur la figure III-3(b) les courbes de dispersion des différents modes de propagation de ce guide. Le mode fondamental est le mode dit " E_y^{11} " (notation de E.A.J. MARCATILI [23]). Ce mode est caractérisé par un champ électrique dominant dans la direction Oy , figure III-4.

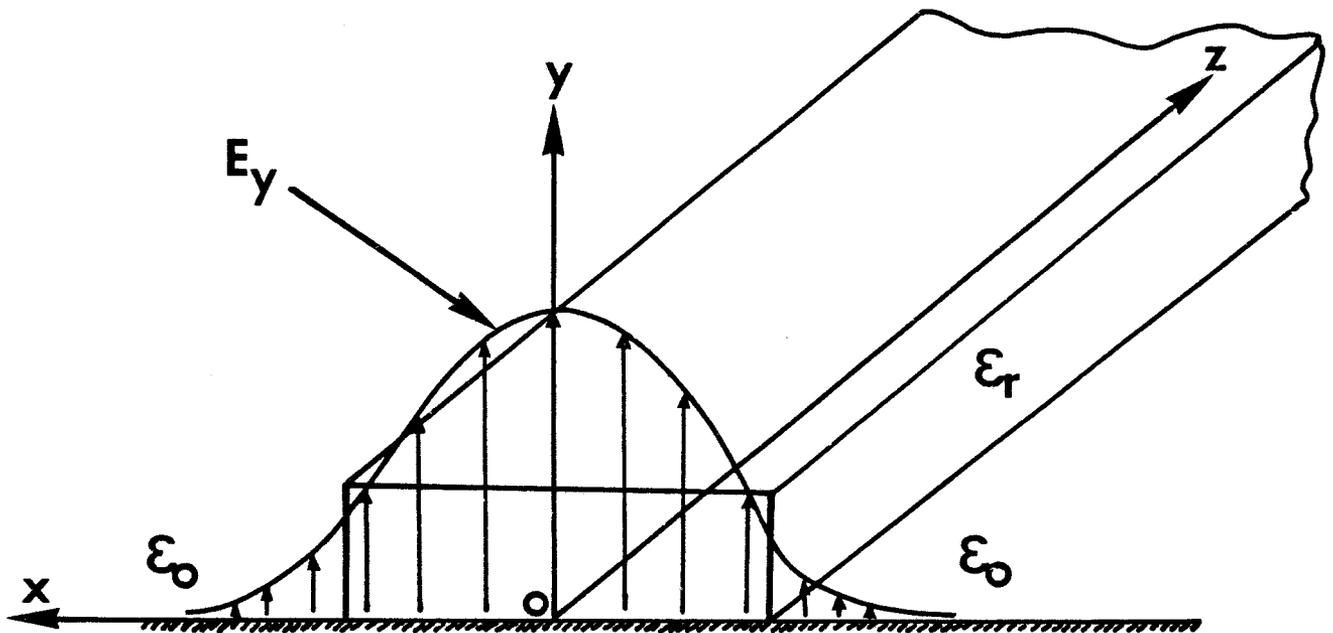


Fig. III-4 : Mode fondamental E_y^{11} du guide image droit.

Il faut noter à ce niveau qu'il existe également des modes E_x^{pq} . Ces modes sont caractérisés par une polarisation dominante du champ électrique selon Ox, Fig. III-5.

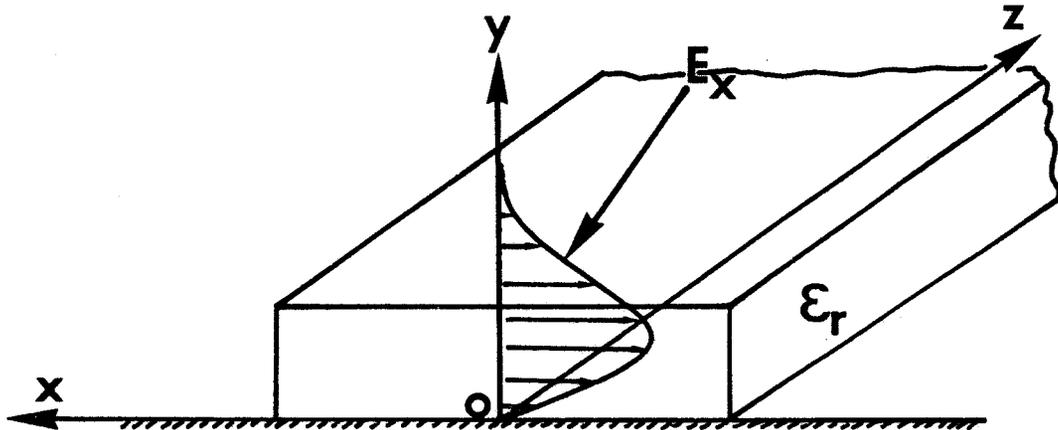


Fig. III-5 : Premier mode de la famille E_x^{pq} du guide image droit.

Toutefois, le mode E_x^{11} (1er mode de cette famille) est un mode supérieur de la structure.

III.3.2. LE RESONATEUR GUIDE IMAGE

Un résonateur guide image est une structure guidante refermée sur elle-même, Fig. III-6, les résonances ayant lieu lorsque les phénomènes de propagation en boucle fermée sont constructifs :

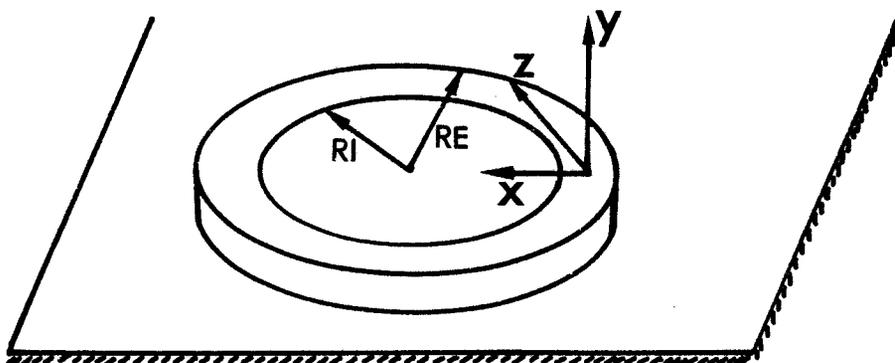


Fig. III-6 : Résonateur guide image.

En utilisant la représentation des champs de la figure III-3, on peut alors facilement schématiser les différentes résonances, Fig. III-7 (a) et III-7 (b) :

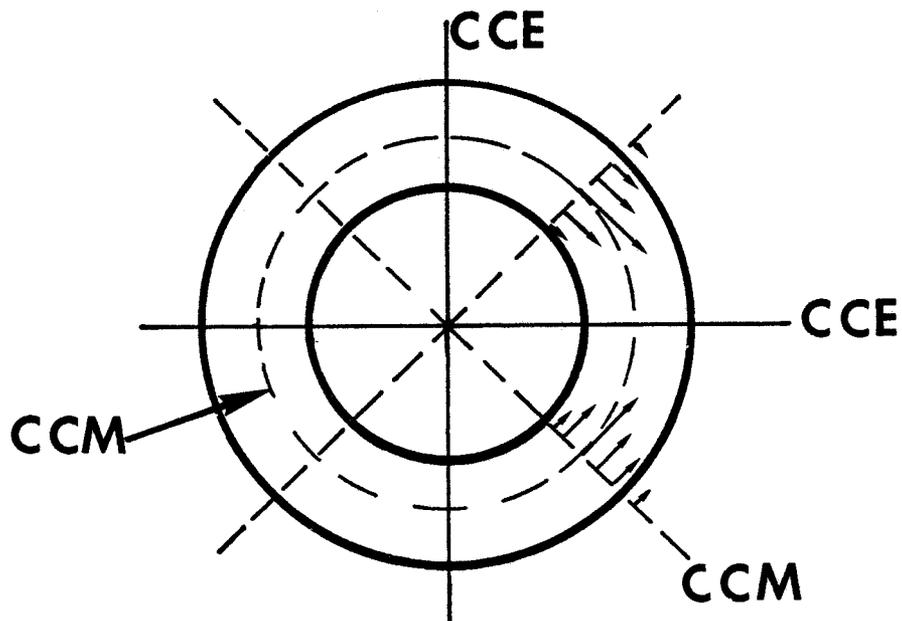


Fig. III-7 (a) : Exemple de résonance du mode E_y^{11} .
avec $m = 2$ ($2\Pi r_{\text{moy}} = 2\lambda_{E_y^{11}}$)

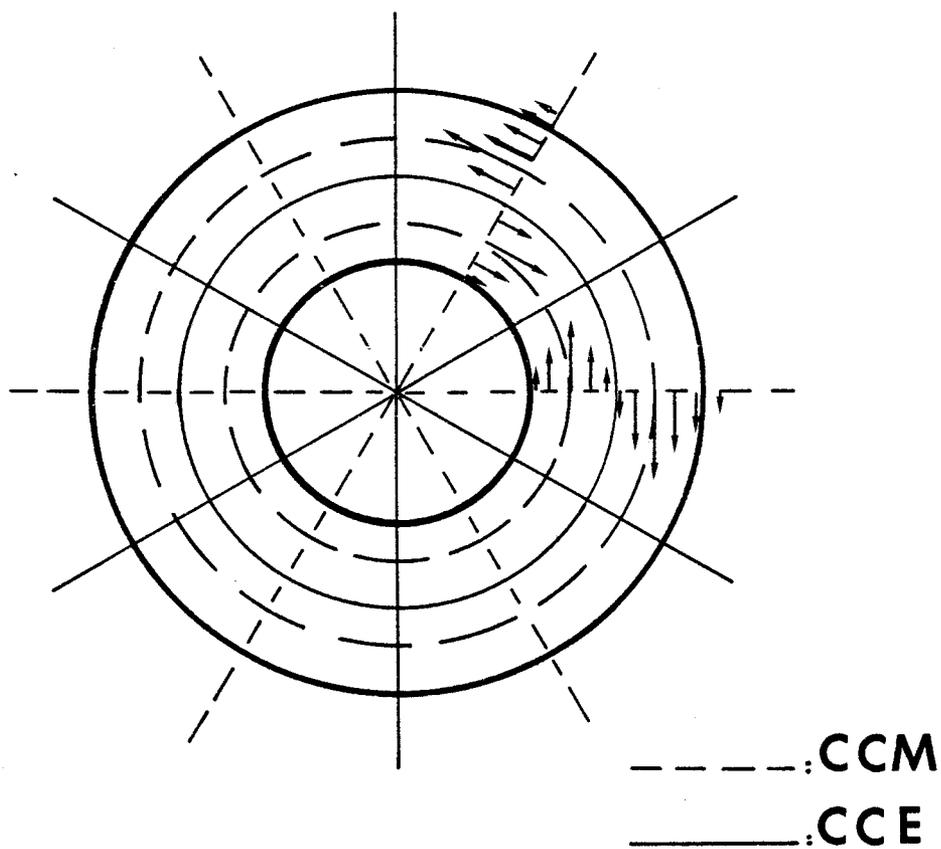


Fig. III-7 (b) : Exemple de résonance du mode E_y^{12} .
avec $m = 3$ ($2\Pi r_{\text{moy}} = 3\lambda_{E_y^{12}}$)

Pour pouvoir étudier ces résonateurs en utilisant la méthode exposée dans le chapitre I, il est nécessaire de connaître la correspondance entre les résonances :

$$(m, E_y^{pq})$$

et les résonances :

$$HE_{\alpha\beta\gamma}$$

Afin d'établir ces équivalences rappelons que l'indice m des modes HE_{mn} susceptibles de se propager dans une structure diélectrique tubulaire représente l'ordre azimutal (périodicité selon θ) et n désigne la $n^{\text{ième}}$ solution de l'équation caractéristique (nous n'avons pas fait ici la différence entre modes HE et EH).

A ordre azimutal m donné, le mode fondamental d'une telle structure est le mode HE_{m1} ; nous avons représenté sur la figure III-8 l'évolution du champ E_z d'un tel mode pour $m = 2$.

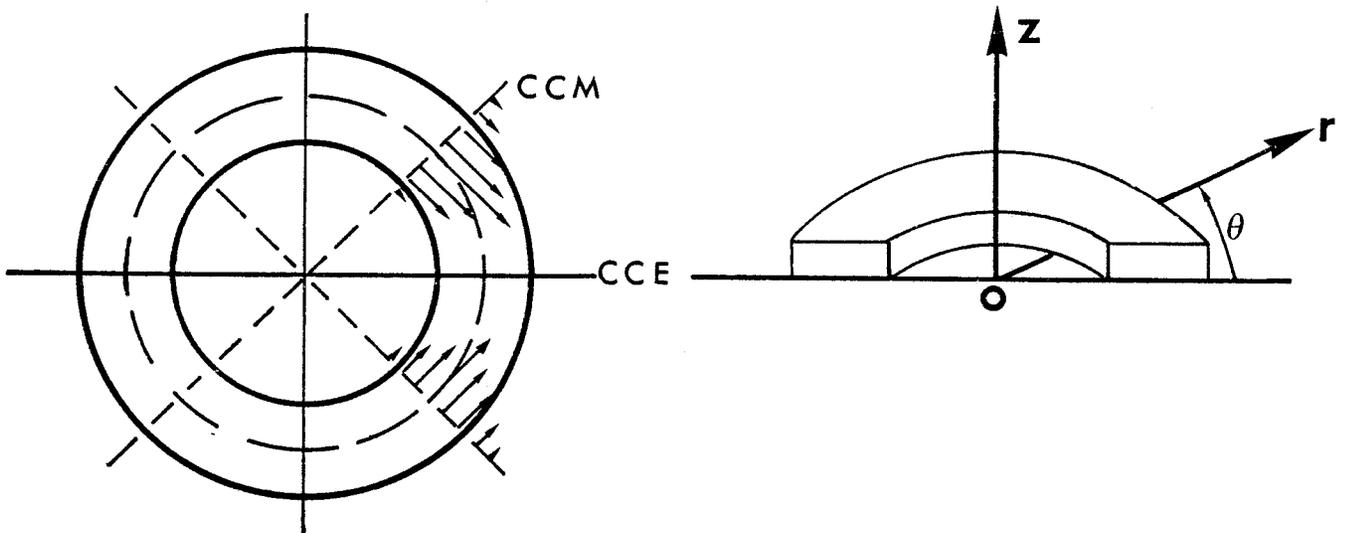


Fig. III-8 : Evolution du champ électrique longitudinal E_z en fonction de r et de θ ($m = 2$).

Rappelons que le champ électrique longitudinal E_z s'exprime par (annexe I) :

$$E_z = \frac{A}{\alpha_o} \cdot I_m(\gamma r) \cdot \cos m\theta \quad (0 < r < RI)$$

$$E_z = \frac{1}{\alpha_d} (C \cdot J_m(kr) + D \cdot Y_m(kr)) \cdot \cos m\theta \quad (RI < r < RE)$$

$$E_z = \frac{G}{\alpha_o} \cdot K_m(\gamma r) \cdot \cos m\theta \quad (r > RE)$$

E_z est l'équivalent du champ E_y dans la notation utilisée en guide image.

Il est évident, en comparant les figures III-7 (a) et III-8, que la résonance (m, E_y^{11}) correspond à la résonance HE_{m11} .

Il est probable que l'ordre d'apparition des résonances HE_{mn1} coïncide avec l'ordre d'apparition des modes HE_{mn} . Ce raisonnement vaut également lorsque l'on utilise la nomenclature guide image de sorte que l'on a l'équivalence :

$$HE_{mi1} \equiv (m, E_x^{11})$$

si le mode E_x^{11} est le $i^{\text{ème}}$ mode de la structure guide image. Les modes E_x ayant un champ magnétique important selon Oy , le mode HE_{mi} , $i^{\text{ème}}$ mode de la structure tubulaire, est un mode EH (mode hybride à dominante TM).

Puisque i est toujours supérieur à 1 il n'y a aucune ambiguïté dans la correspondance :

$$HE_{m11} \equiv (m, E_y^{11})$$

C'est ce type de résonance que nous allons étudier.

III.3.3. LES RESONATEURS GUIDE IMAGE EN MODE FONDAMENTAL

Comme le montre la figure III-9, les résonateurs utilisés ont même largeur (RE-RI), même hauteur H et même permittivité que le guide image lui-même (les deux derniers points sont imposés par la réalisation simultanée de l'ensemble du circuit dans une même phase technologique).

Les standards de guide n'ayant pas été définis, nous avons choisi d'étudier des résonateurs de permittivité relative $\epsilon_r = 12$ et de largeur 10 mm. Ces dimensions ne correspondent évidemment pas à des utilisations en bande millimétrique mais sont compatibles avec les moyens classiques de mesure dont on dispose (Analyseur de réseaux).

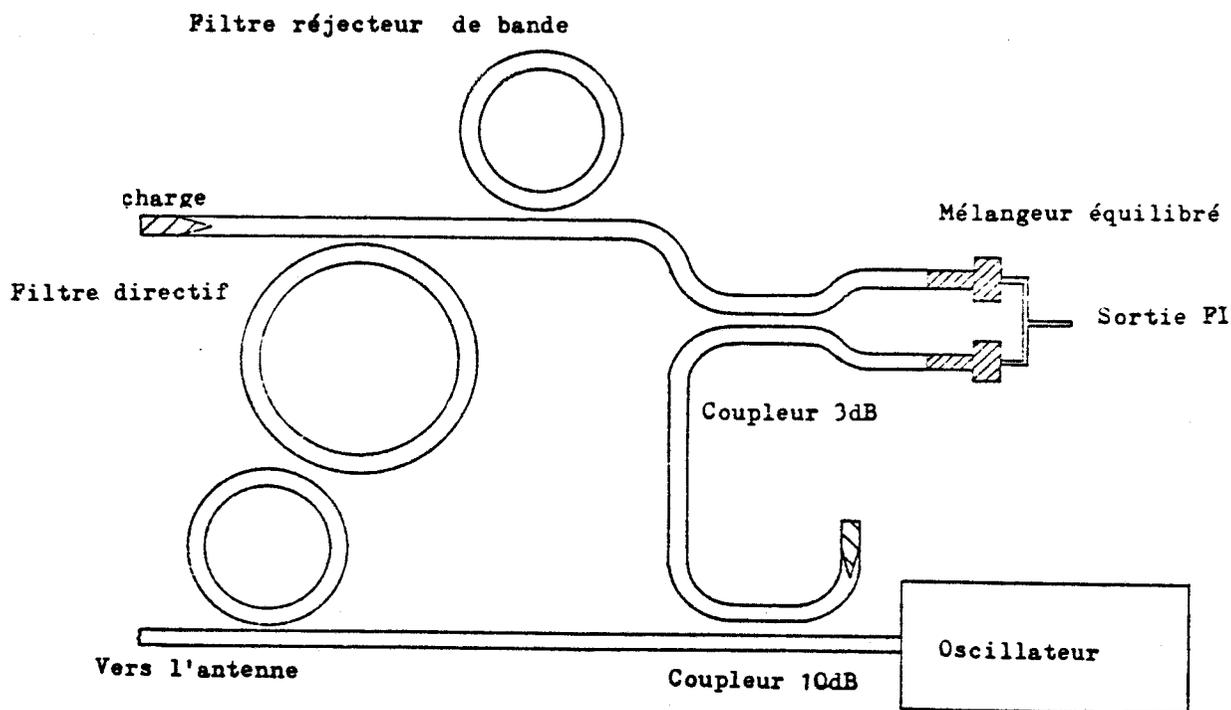


Fig. III-9 : Radar doppler en guide image.

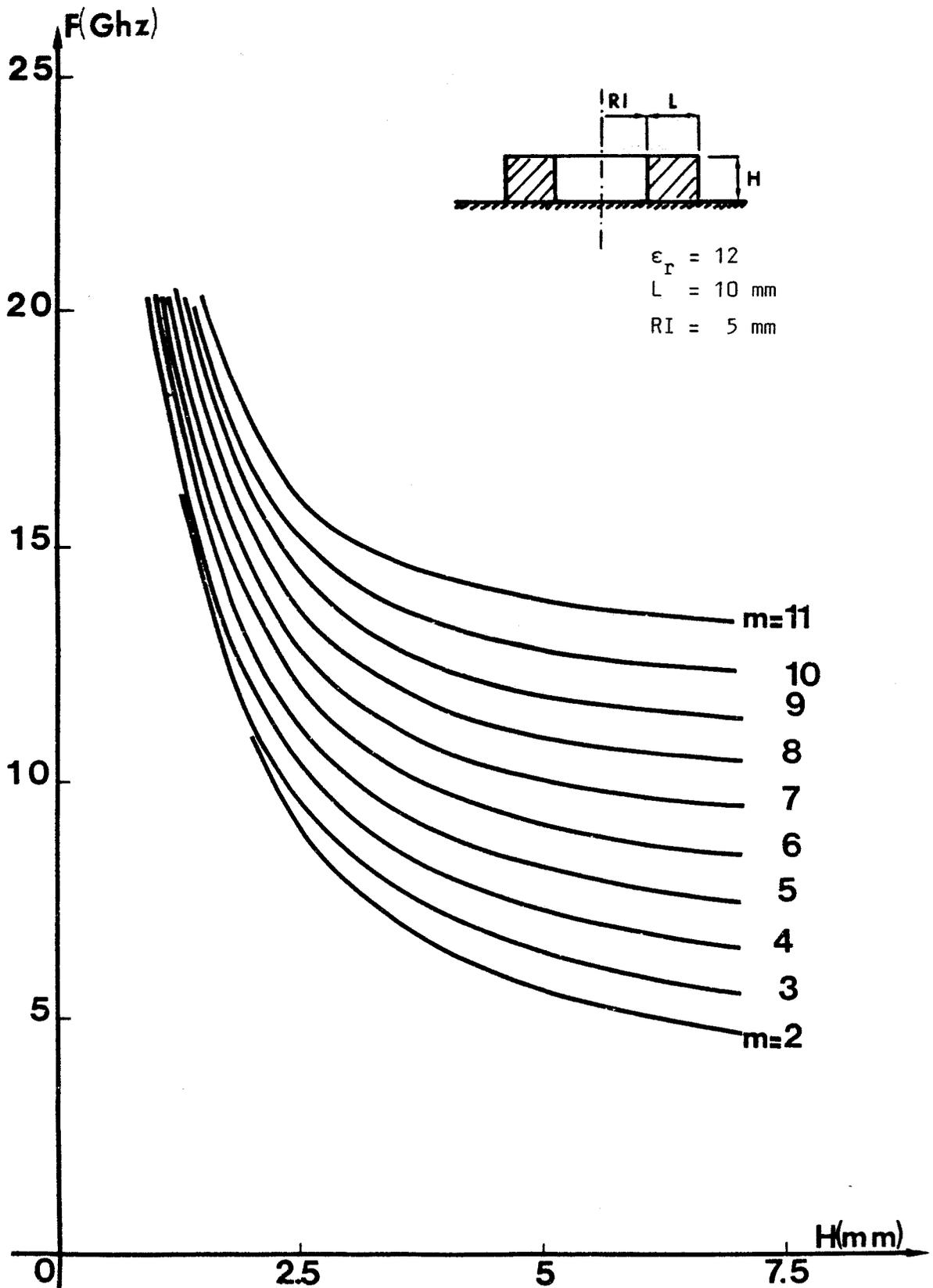


Fig. III-11 : Evolution fréquentielle du résonateur 1 en fonction de sa hauteur H.

III.4. ETUDE DES FREQUENCES DE RESONANCE DE DEUX RESONATEURS EN ANNEAU DE MEME LARGEUR L

Soient les résonateurs représentés ci-dessous (Fig. III-10)

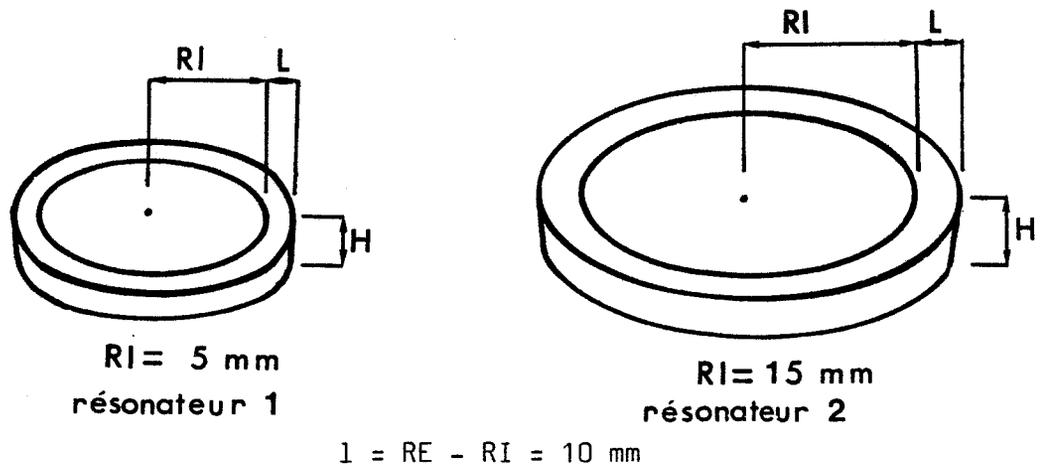


Fig. III-10

Nous avons représenté sur les figures III-11 et III-12 l'évolution des fréquences de résonance en fonction de la hauteur du résonateur ceci pour les modes hybrides HE_{m11} . On peut remarquer sur ces courbes que pour une fréquence de résonance désirée on peut utiliser des modes azimutaux très différents. A hauteur fixée on peut se rendre compte que le nombre de résonances sera important dans une bande de fréquences choisie sachant que ces courbes ne concernent que les modes hybrides résonnants HE_{m11} .

Il est évident d'autre part que l'on pourra, à fréquence, largeur et hauteur fixées, choisir des résonateurs de diamètres différents donc résonnant sur des modes azimutaux différents, Fig. III-13.

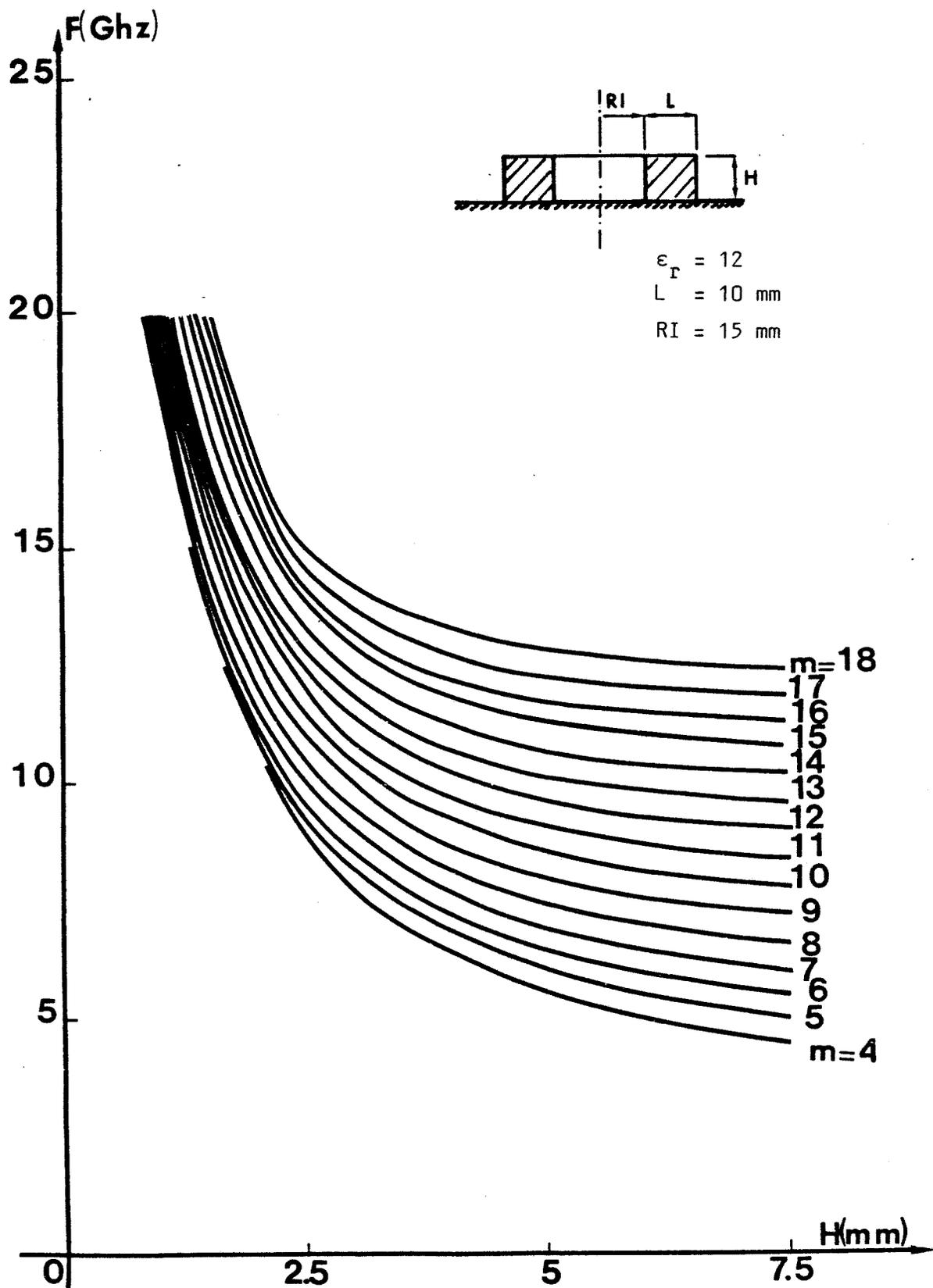


Fig. III-12 : Evolution fréquentielle du résonateur 2 en fonction de sa hauteur H.

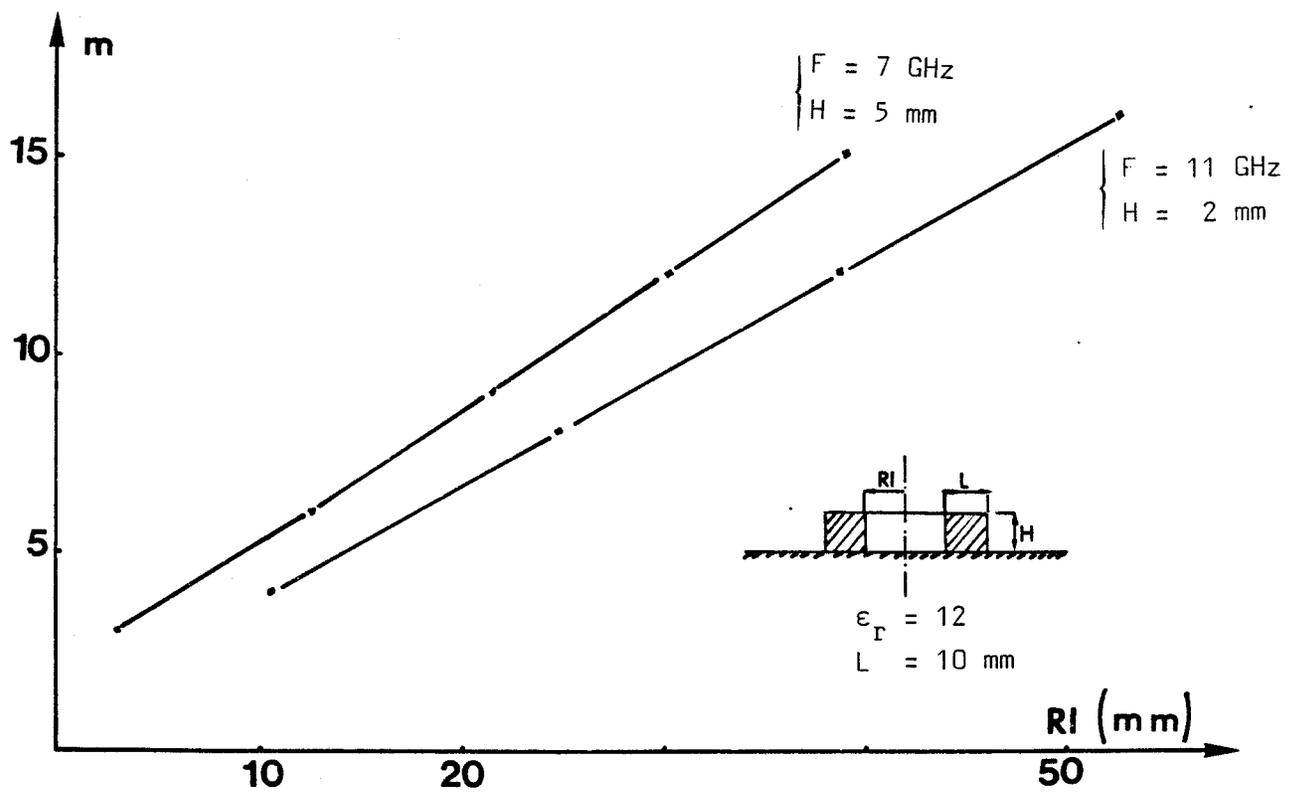
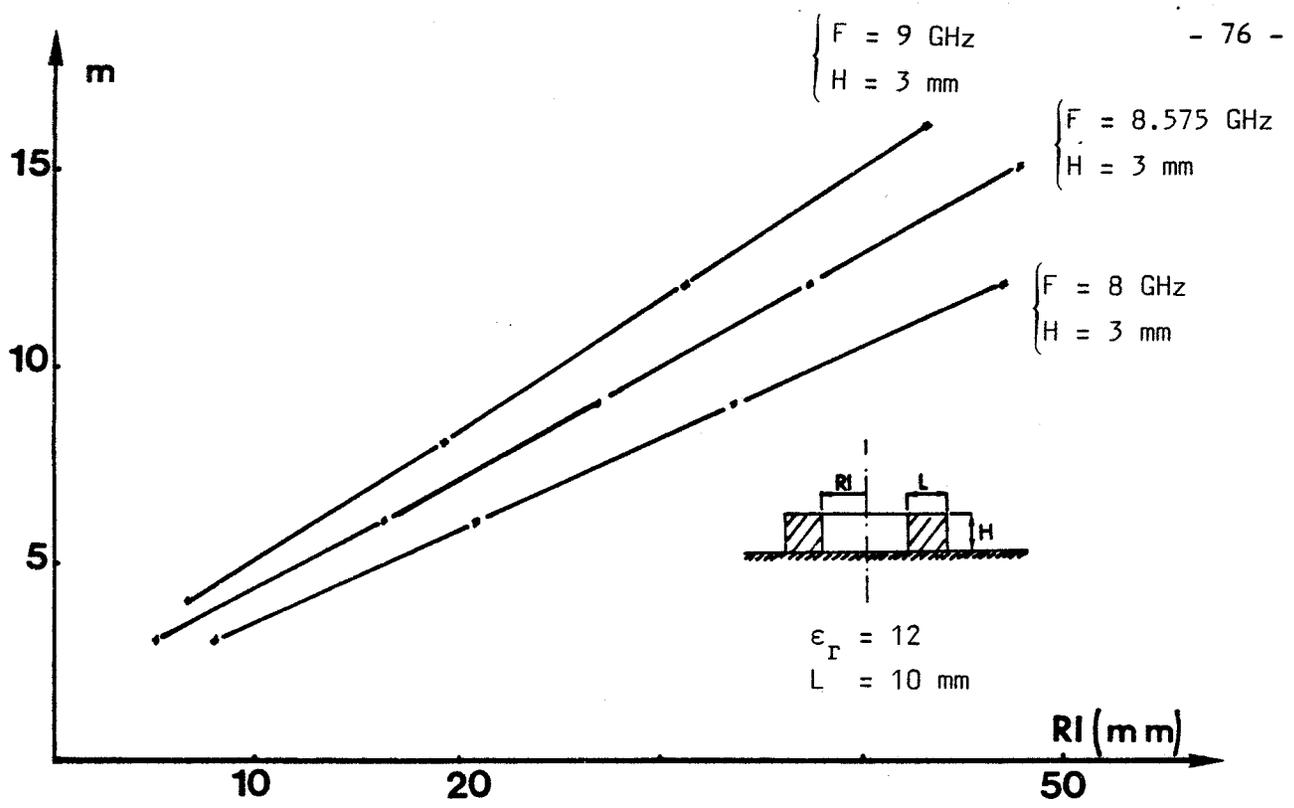


Fig. III-14

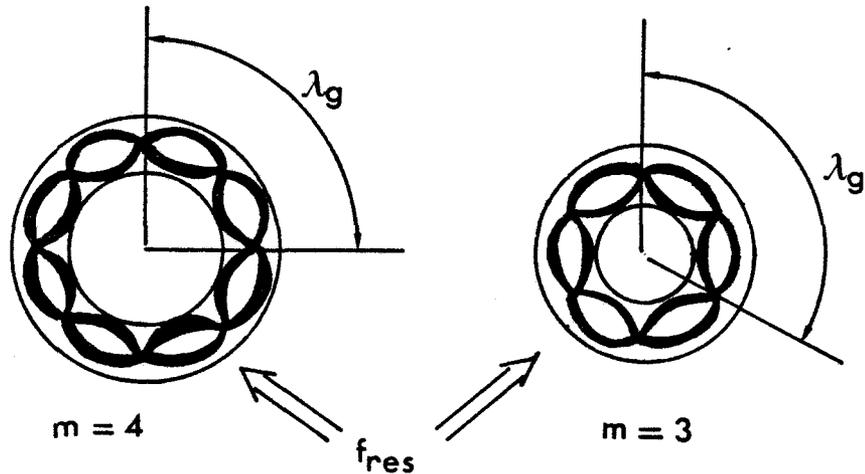


Fig. III-13 : Exemple de deux résonateurs de diamètres différents résonnant pour $m = 3$ et $m = 4$, la fréquence de résonance, la largeur et la hauteur étant fixées.

Le choix du résonateur peut alors reposer sur deux critères :

- les pertes minimales ;
- ses dimensions.

Pour essayer de répondre à cette question, nous avons étudié les évolutions géométriques (RI) et les évolutions des pertes par rayonnement (Q_r) de résonateurs fonctionnant à la même fréquence. Ces résonateurs ont une hauteur de 2,3 ou 5 mm et une largeur $l = RE - RI = 10$ mm, leur permittivité relative étant $\epsilon_r = 12$.

La figure III-14 représente les couples (m, RI) équivalents d'un point de vue fréquence de résonance. Ainsi un résonateur de rayon intérieur $RI(m)$ résonnera à la fréquence F sur un mode $HE_{m,1,1}$ de même qu'un résonateur de rayon intérieur $RI(m+1)$ sur un mode $HE_{m+1,1,1}$.

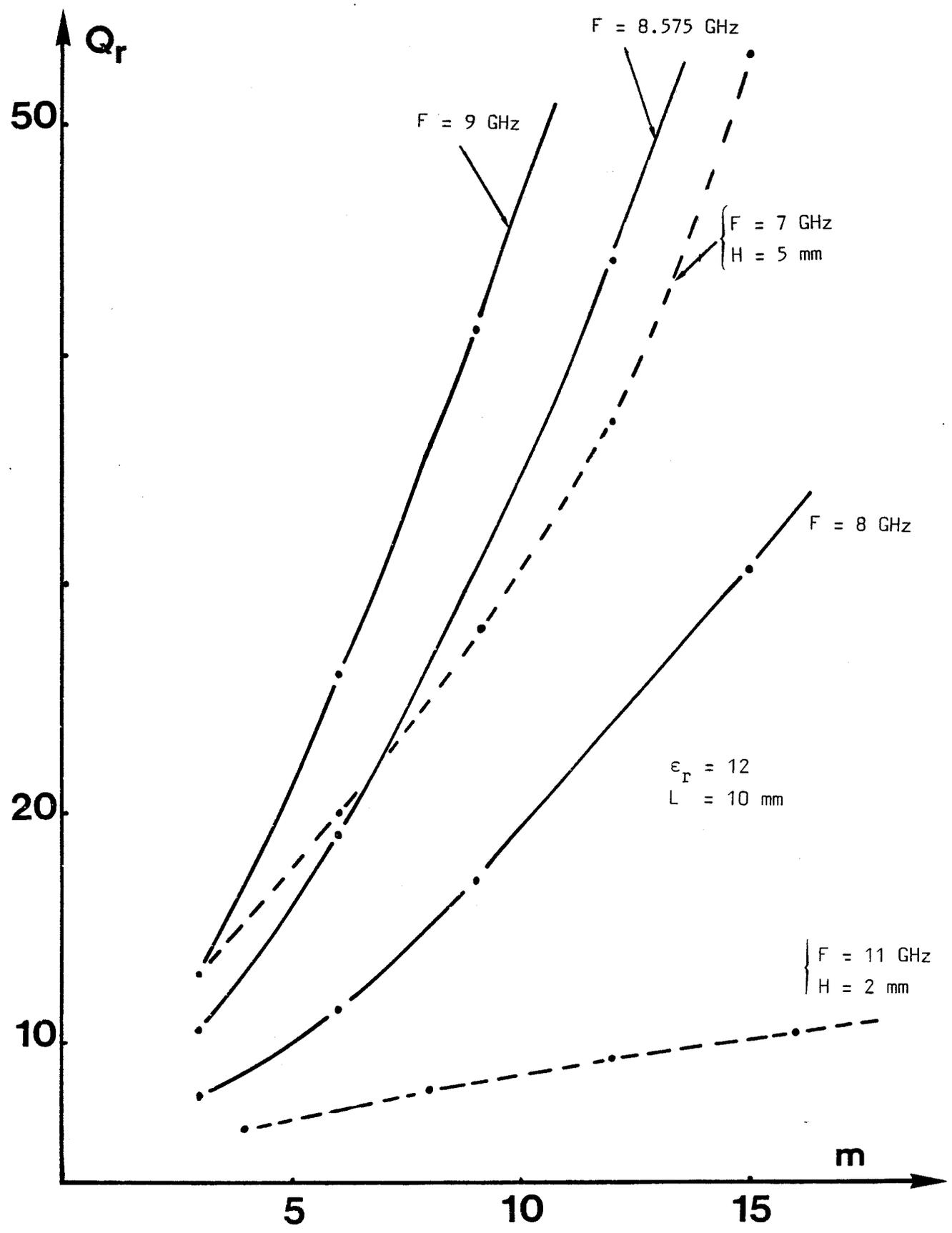


Fig. III-15

La figure III-15 montre, pour les mêmes cas, les évolutions des coefficients de qualité de rayonnement.

Lorsque la fréquence augmente, les coefficients de qualité évoluent de même. Pour une fréquence fixée on voit que les coefficients de qualité de rayonnement augmentent avec l'ordre azimutal m ; à la limite pour $m \rightarrow \infty$, rayon de courbure infini, on devrait trouver des coefficients ∞ sauf si l'on se trouve dans la zone "mode à fuite" [27] du guide image considéré.

III.5. ETUDE EXPERIMENTALE

III.5.1. MISE EN OEUVRE

Pour valider notre méthode, nous avons mis en oeuvre une caractérisation expérimentale des résonateurs guide image. Cette caractérisation consiste à mesurer les fréquences de résonance et les pertes associées à chaque résonance.

Le montage utilisé est représenté sur la figure ci-dessous (Fig. III-16) :

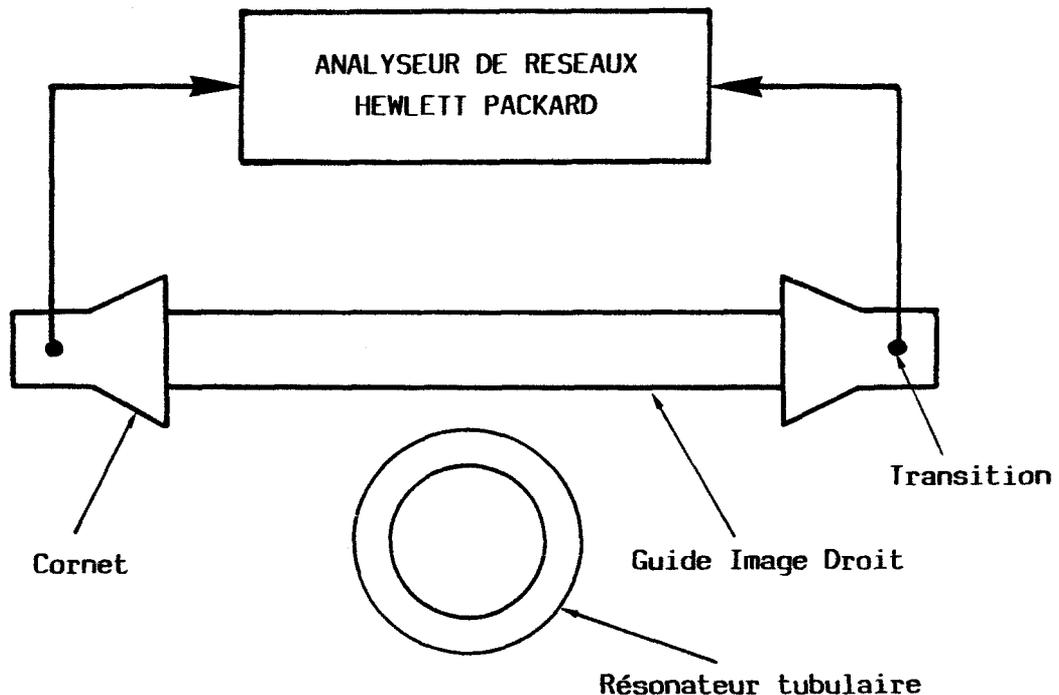


Fig. III-16 : Montage pour la détermination des fréquences de résonance en transmission (S_{21}).

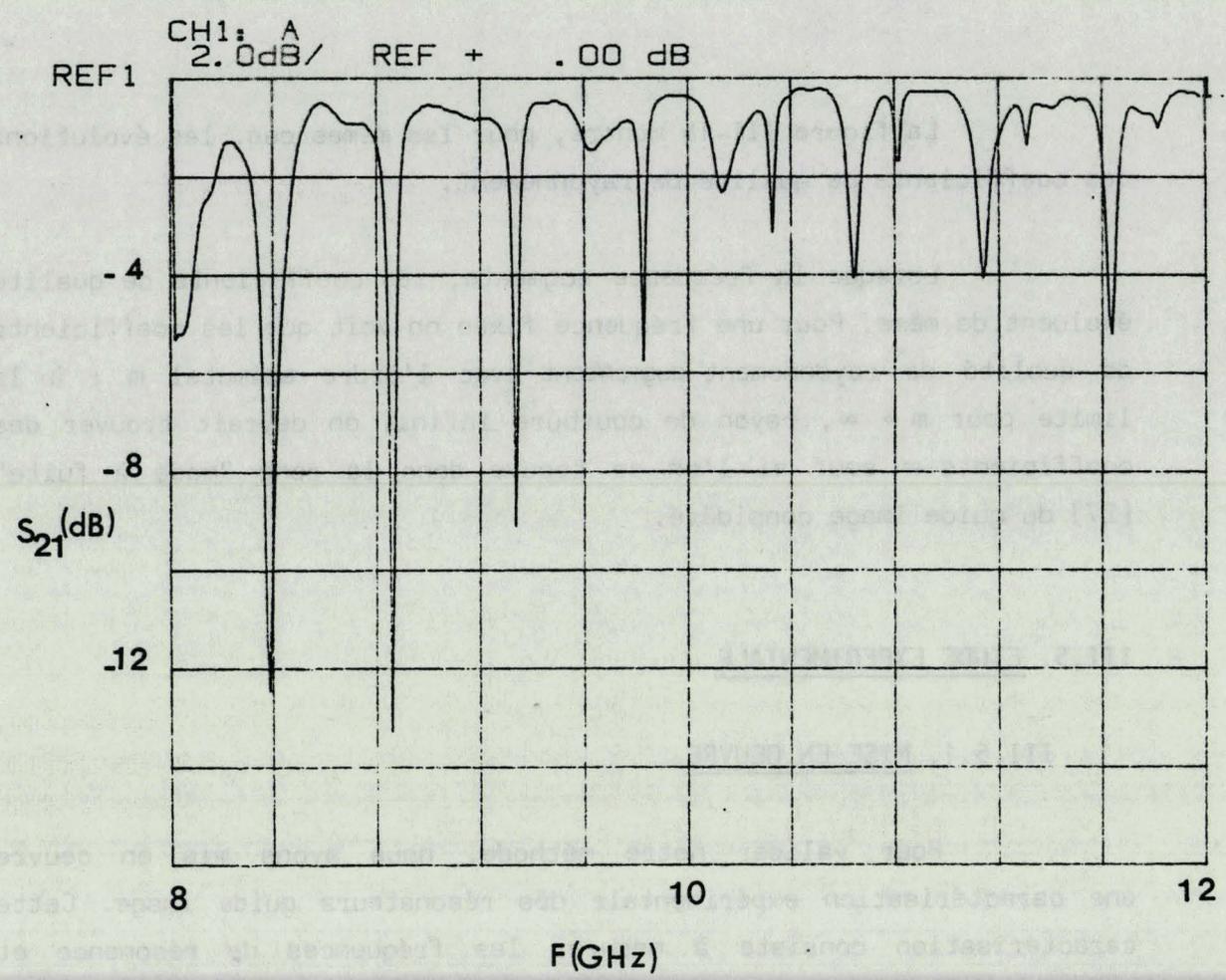


Fig. III-17 : Graphe de résonances en transmission du résonateur guide image.
 $\epsilon_r = 12$ $H = 3$ mm $L = 10$ mm $RI = 15$ mm

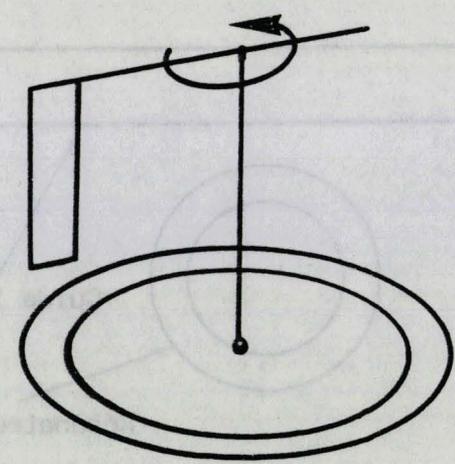


Fig. III-18 : Schéma du banc de mesure de l'ordre azimutal m.

Le résonateur est excité par un guide image droit lui-même alimenté au moyen de transitions guide image-guide coaxial étudiées par J.F. LEGIER [24].

Les résonateurs ont été usinés dans des matériaux ("EMERSON & CUMING" SERIE : STYCAST HIK) de permittivité relative $\epsilon_r = 12^*$ par l'atelier de mécanique de l'U.E.R. d'I.E.E.A.

La mesure est réalisée en transmission, les réponses (S_{21}) sont du type de celle représentée sur la figure III-17.

De telles courbes n'ont d'intérêt que si l'on est capable d'attribuer un mode résonnant à chaque résonance, c'est pourquoi nous avons construit un appareillage capable de déterminer pour chaque résonance l'ordre azimutal m et le nombre p du mode résonnant HE_{mpq} .

La mesure de l'ordre azimutal m consiste à perturber le champ E_z par une lame métallique effectuant une rotation au-dessus du résonateur, l'axe de rotation coïncidant évidemment avec l'axe du résonateur (Fig. III-18).

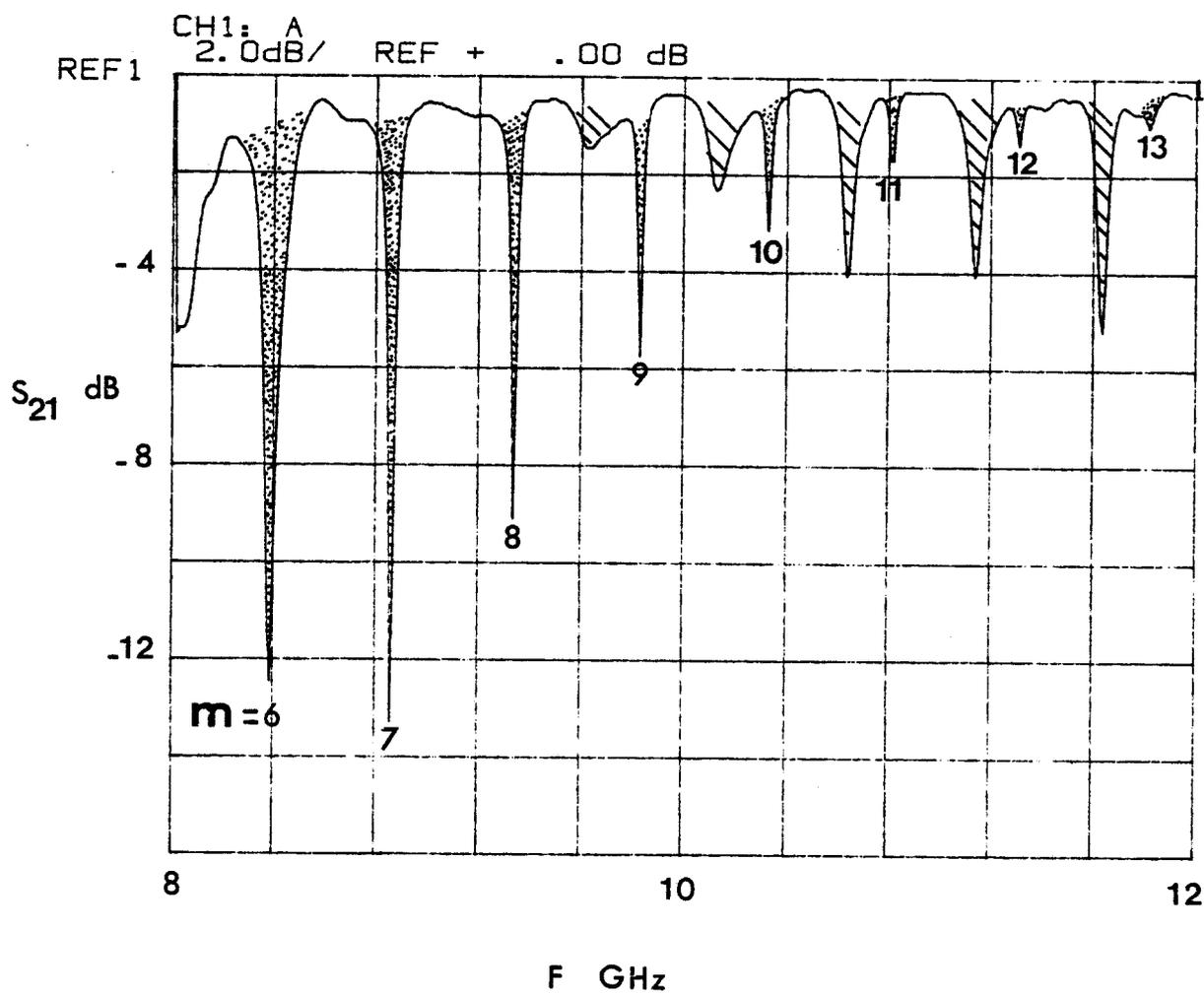
Lorsque la lame est sur un ventre de champ E_z la perturbation est importante, par contre elle est quasi nulle sur un noeud. La visualisation de la courbe ($S_{21}(F)$) permet de compter le nombre de perturbations lors d'une rotation complète de la lame. On en déduit alors l'ordre azimutal du mode :

$$m = \frac{\text{nombre de perturbations}}{2}$$

* Remarque :

Ce matériau de permittivité relativement élevée est adapté aux mesures dans les bandes de fréquences de fonctionnement communes à l'analyseur de réseaux et aux transitions guide image-guide coaxial. Les matériaux de faible permittivité comme le leucoflex ($\epsilon_r = 2,88$) donnent des résultats difficilement exploitables à cause du trop grand nombre de résonances dues à des ordres azimutaux élevés dans les bandes de fréquences envisagées.

Fig. III-19



→ Résonances HE_{m11}



→ Résonances HE_{m21}

La détermination du nombre p se déduit d'un simple relevé du champ E_z (E_y dans la nomenclature guide image) au moyen d'une sonde coaxiale selon l'axe $\vec{O}r$.

Le nombre q n'est pas mesuré, la différence de fréquences de résonance d'un mode HE_{mp1} et HE_{mp2} étant très importante.

Ces mesures nous permettent de caractériser chaque résonance comme l'indique la figure III-19. On voit apparaître sur ce diagramme des résonances HE_{m21} (résonance en mode E_y^{12}).

III.5.2. MESURES

Le résonateur est placé à une distance d variable du guide image droit. Pour confronter nos résultats théoriques à la réalité expérimentale, il est nécessaire de faire nos mesures à couplage minimal ou de maîtriser parfaitement la théorie du couplage [21].

Nous avons tracé sur les figures III-20 et III-21, l'évolution des fréquences de résonance mesurées en fonction du couplage (de la distance d) pour deux résonateurs ($\epsilon_r = 12$) :

Résonateur (1) : RI = 5 mm
RE = 15 mm
H = 3 mm

Résonateur (2) : RI = 15 mm
RE = 25 mm
H = 3 mm

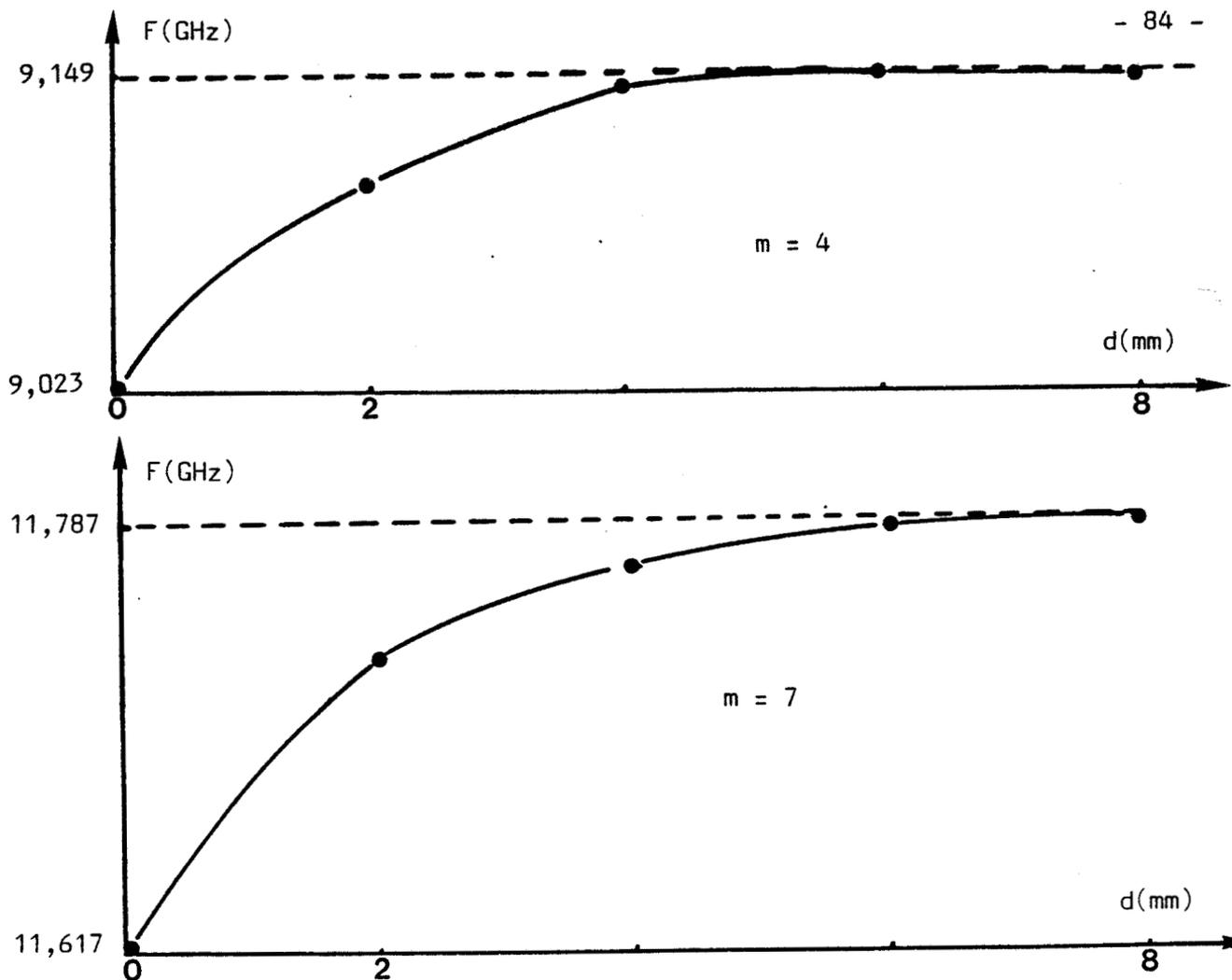


Fig. III-20 : résonateur (1)

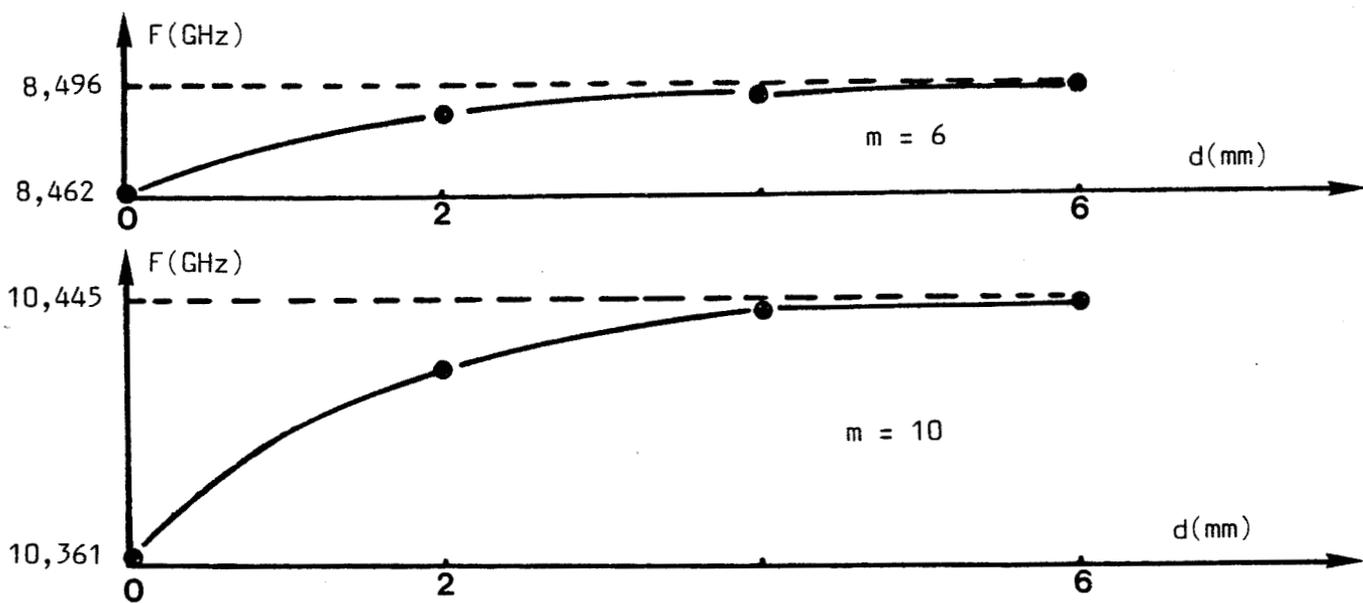


Fig. III-21 : résonateur (2)

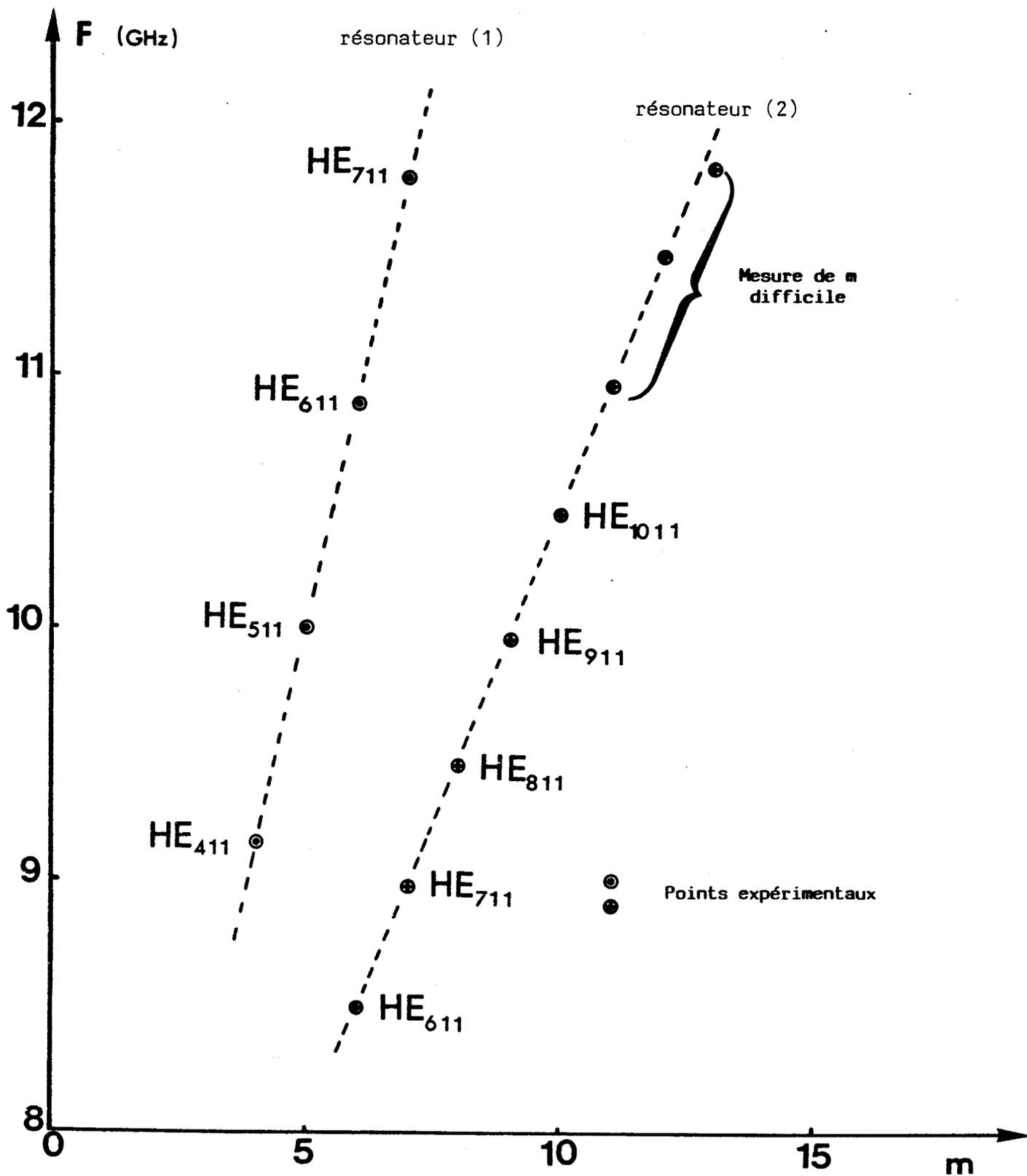


Fig. III-22

On vérifie bien que plus le couplage augmente, plus le résonateur s'amortit et plus la fréquence de résonance diminue.

On ne peut pas diminuer le couplage indéfiniment de sorte qu'il y a toujours un compromis à trouver pour chaque résonateur.

Les courbes de la Fig. III-22 représentent les résultats expérimentaux pour les fréquences de résonance.

Pour des ordres azimutaux relativement élevés (exemple $m = 11$ pour le résonateur (2)) donc pour des fréquences élevées, des résonances autres que les HE_{m11} apparaissent, il est alors très difficile de mesurer l'ordre azimutal ainsi que le nombre p (configuration des champs selon $\vec{O}r$).

La figure III-23 représente l'évolution des coefficients de qualité pour chacune de ces résonances.

III.5.3. COMPARAISON THEORIE-EXPERIENCE

Pour les deux résonateurs précédents ((1) et (2)) nous avons calculé les fréquences de résonance que nous avons comparé aux fréquences mesurées.

Cette comparaison est effectuée dans les tableaux T1 et T2. Nous avons fait figurer également sur ces tableaux la fréquence de résonance calculée à l'ordre zéro ainsi que l'écart relatif théorie-expérience.

Dans ces tableaux, les quantités :

m , F_0 , F_c et F_{exp} sont respectivement l'ordre azimutal et les fréquences de résonance à l'ordre zéro, à l'ordre complet et expérimentales.

$$\Delta F_0 = |F_{exp} - F_0|$$

$$\Delta F_c = |F_{exp} - F_c|$$

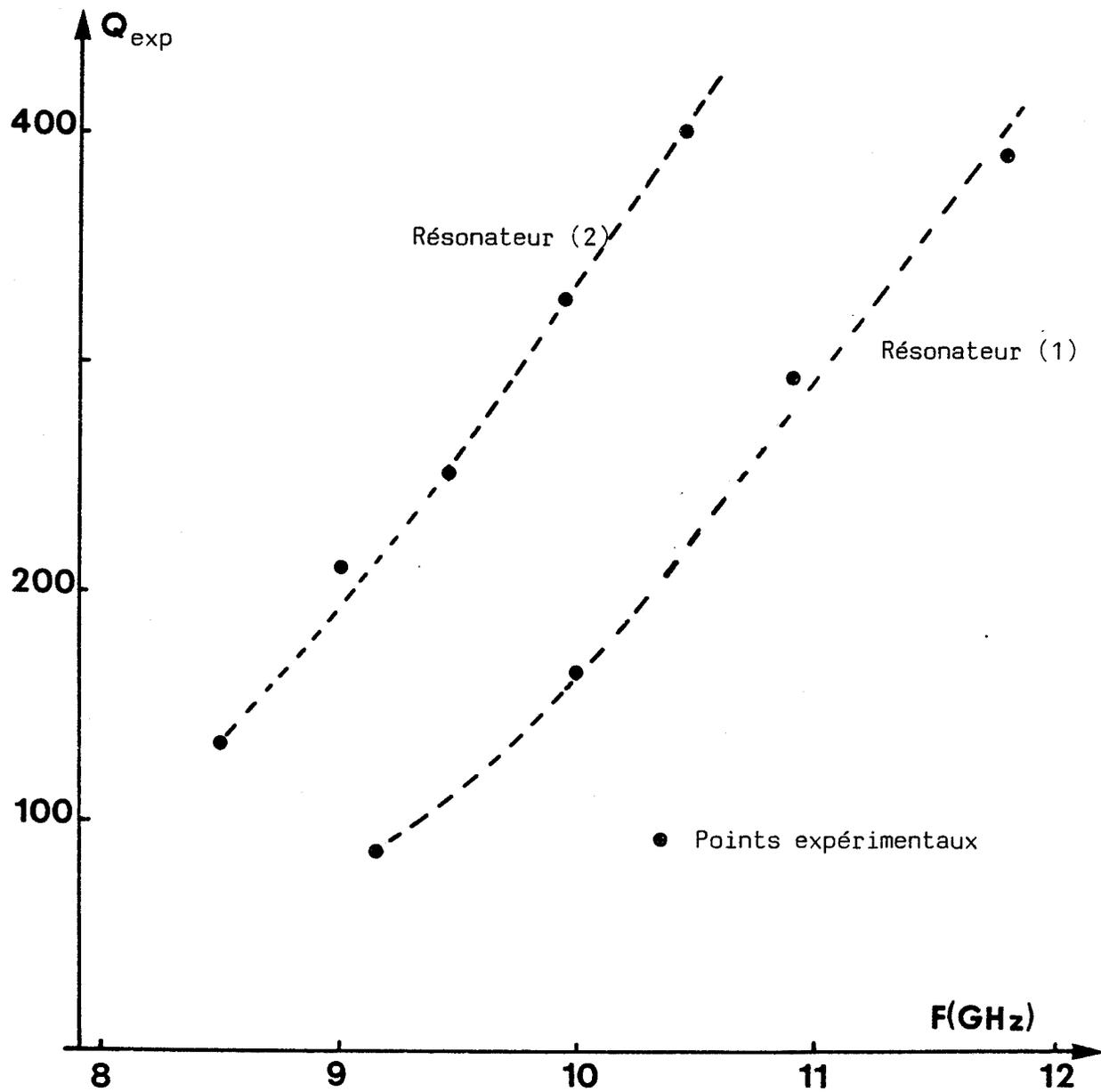


Fig. III-23

m	F_o (GHz)	F_c (GHz)	F_{exp} (GHz)	$\frac{\Delta F_o}{F_{exp}}$ (%)	$\frac{\Delta F_c}{F_{exp}}$ (%)
4	9,375	9,210	9,149	2,47	0,67
5	10,200	10,080	10,001	1,99	0,80
6	11,000	10,950	10,884	1,07	0,61
7	11,820	11,800	11,787	0,28	0,11

Tableau T1 : Fréquences de résonance du résonateur (1).

m	F_o (GHz)	F_c (GHz)	F_{exp} (GHz)	$\frac{\Delta F_o}{F_{exp}}$ (%)	$\frac{\Delta F_c}{F_{exp}}$ (%)
6	8,725	8,440	8,496	2,70	0,66
7	9,175	8,985	8,974	2,24	0,12
8	9,625	9,480	9,456	1,80	0,25
9	10,050	9,940	9,947	1,04	0,07
10	10,525	10,420	10,445	0,77	0,24
11	10,975	10,820	10,960	0,14	1,28
12	11,450	11,400	11,475	0,22	0,65
13	11,900	11,880	11,808	0,78	0,61

Tableau T2 : Fréquences de résonance du résonateur (2).

m	F _{exp} (GHz)	Q _{exp}
4	9,149	86
5	10,001	166
6	10,884	292
7	11,787	390

Tableau T3 : Coefficients de qualité expérimentaux du résonateur (1).

m	F _{exp} (GHz)	Q _{exp}
6	8,496	132
7	8,974	210
8	9,456	250
9	9,947	326
10	10,445	400

Tableau T4 : Coefficients de qualité expérimentaux du résonateur (2).

Ces résultats montrent qu'en ce qui concerne la détermination des fréquences de résonance, la théorie que nous avons développée est tout à fait satisfaisante.

Même à l'ordre zéro (on néglige tous les modes réfléchis à l'exception du mode résonnant au niveau des discontinuités) l'erreur relative est au maximum de 2,5 %.

Sur les tableaux T3 et T4 nous avons reporté les résultats expérimentaux qui concernent les coefficients de qualité. Il est évident, au vu de ces chiffres, que la théorie ne peut servir de référence. Notons tout de même que les évolutions qualitatives sont similaires.

Les figures III-24 et III-25 représentent l'évolution du carré de champ électrique normalisé $(E_z/E_{zmax})^2$. Sur les mêmes figures nous avons reproduit l'évolution théorique $(E_z/E_{zmax})^2$ du mode HE_{m1} du guide tubulaire correspondant*.

La différence entre les points expérimentaux (⊕) et l'évolution du seul mode HE_{m1} montre l'importance des modes évanescents créés au niveau des discontinuités surtout pour les fréquences les plus basses.

On peut remarquer sur ces courbes que la position du maximum ne varie pas ou très peu en fonction de la fréquence et varie relativement faiblement en fonction de la géométrie :

$$R_{max} - R_{moy} = 3,07 \text{ mm} \rightarrow \text{résonateur (1)}$$

$$R_{max} - R_{moy} = 2,27 \text{ mm} \rightarrow \text{résonateur (2)}$$

*** Remarque :**

Les évolutions du champ E_z du mode HE_{m1} des guides tubulaires n'ont pas de variation sensible dans les bandes de fréquences de mesure c'est pourquoi nous n'avons représenté qu'une seule variation théorique par figure.

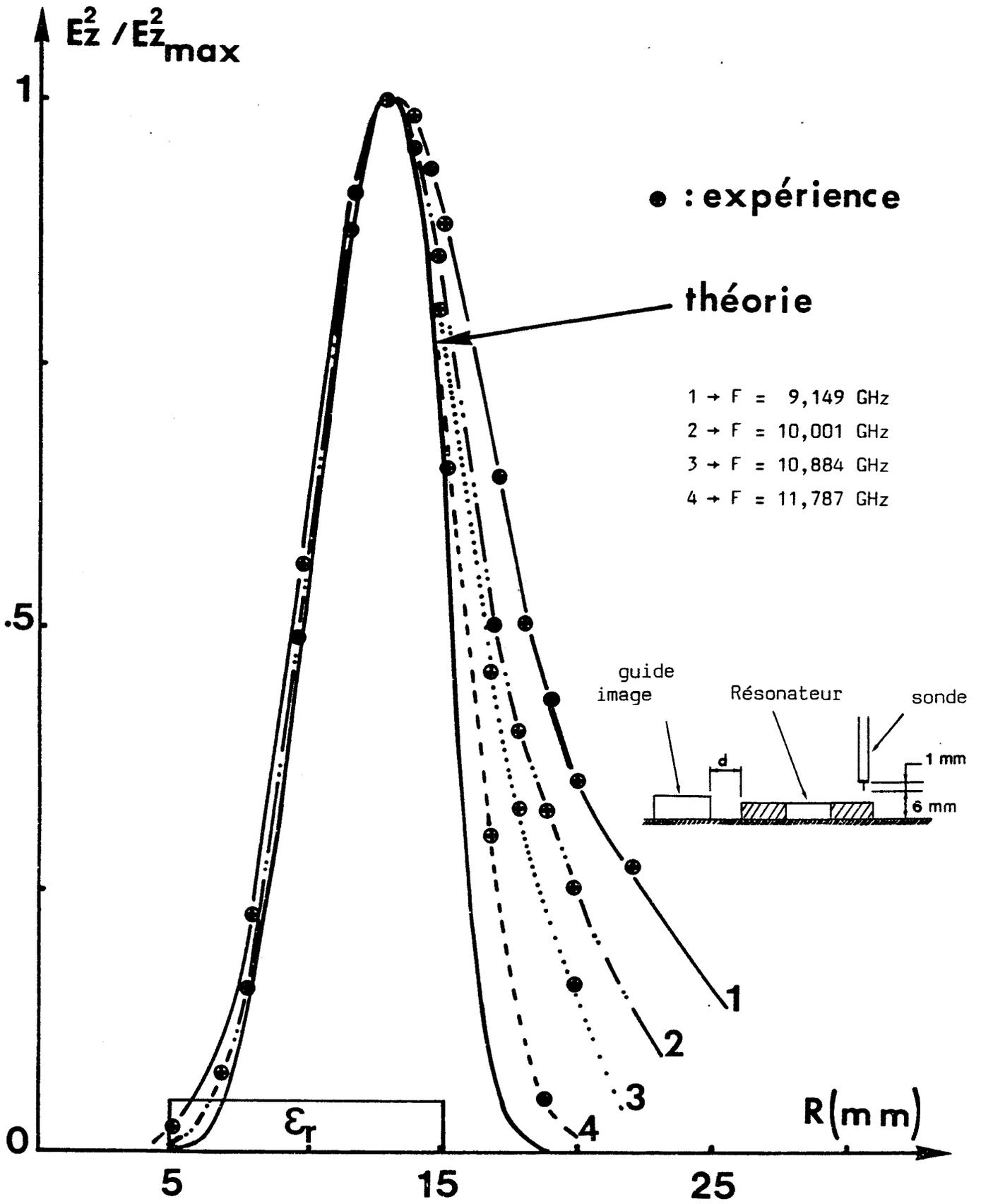


Fig. III-24

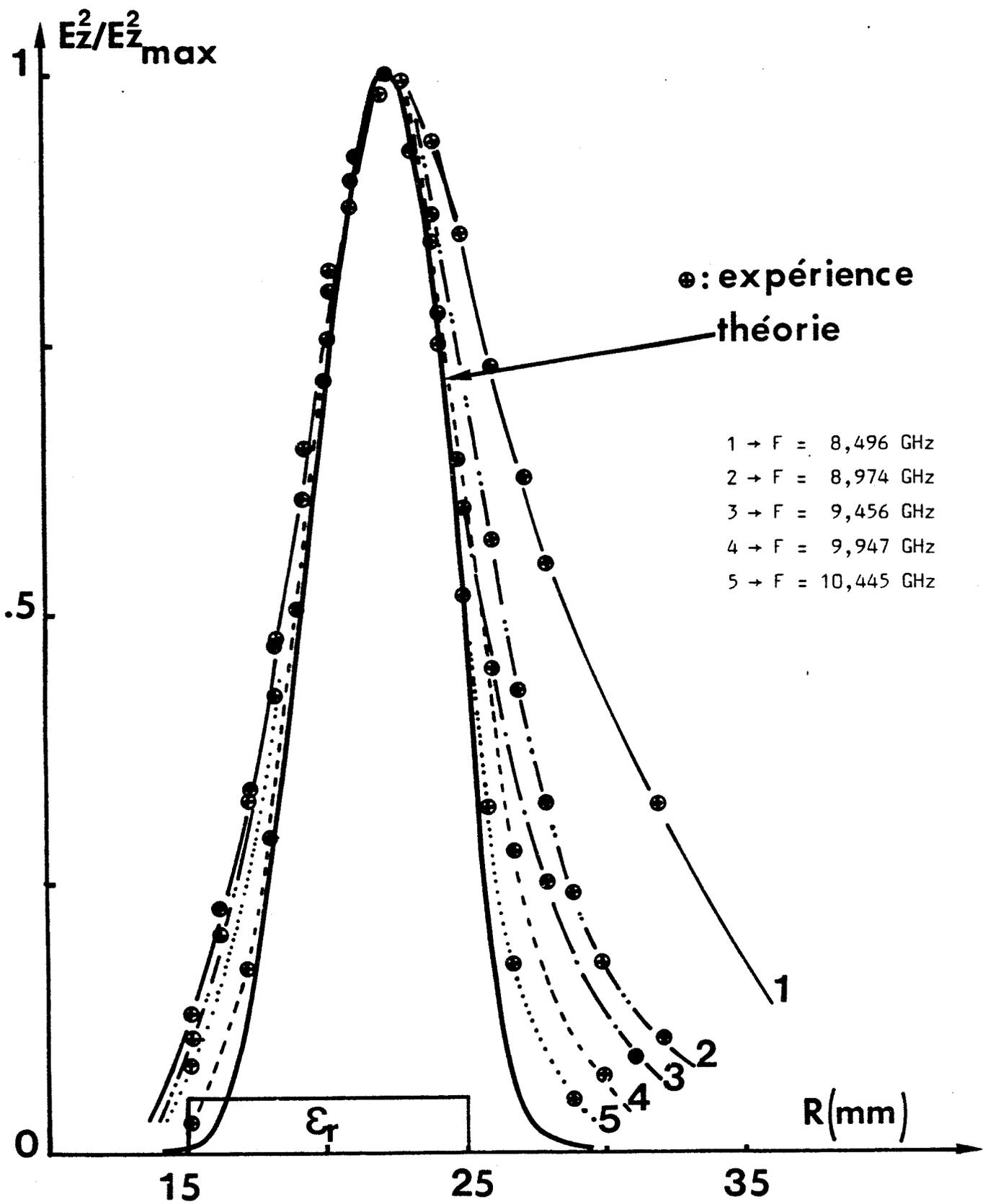


Fig. III-25

où

$$R_{\text{moy}} = \frac{RE + RI}{2}$$

et R_{max} correspond au maximum de champ E_z .

III.5.4. CONCLUSION

Les résultats théoriques concordent très bien avec les résultats expérimentaux au niveau fréquence de résonance.

Par contre les pertes par rayonnement sont surévaluées ; ceci peut provenir, à notre avis, de l'omission d'une reconversion partielle d'énergie rayonnée en énergie piégée. Ce phénomène étant accentué par le fait que les résonateurs sont très plats.

Il ne faut toutefois pas sous-estimer les problèmes spécifiquement numériques (calcul des fonctions de Bessel, discrétisation du domaine d'intégration, choix des pas, etc...).

III.6. RELATION AVEC CES THEORIES ET RESULTATS EXPERIMENTAUX EN GUIDE IMAGE

Les sections coudées ou les changements de direction sont inévitables lors de la réalisation de systèmes microondes guide image de petites dimensions.

Le seul moyen d'étudier l'effet d'une courbure sur la propagation des ondes est précisément l'étude des résonateurs en anneau (cette technique est utilisée en optique pour évaluer les pertes dues aux microcourbures des fibres optiques [25]). On peut cependant essayer de corréler les résultats du résonateur guide image aux caractéristiques de dispersion (théoriques et expérimentales) du guide image droit.

III.6.1. DIAGRAMME DE DISPERSION ET CONFIGURATION DES CHAMPS DU MODE E_y^{11} DU GUIDE COUDE

La connaissance théorique ou expérimentale des relations liant f_{res} (fréquence de résonance), m (ordre azimutal) et la géométrie du résonateur peut nous permettre de tracer les relations (ω, β) du mode E_y^{11} en fonction de la courbure du guide. La difficulté réside en fait dans la détermination du rayon moyen qui conditionne la valeur de la longueur d'onde λ_g .

$$(m, F) \Rightarrow 2\pi r_{moy} = m \cdot \lambda_g \Rightarrow (\lambda_g, F)$$

III.6.1.1. Configuration des champs

Nous savons que, pour un guide image droit, le champ électrique E_y et le vecteur de POYNTING $P_z \cdot \vec{k}$ du mode fondamental E_y^{11} sont centrés sur l'axe de propagation Oz (figure III-26).

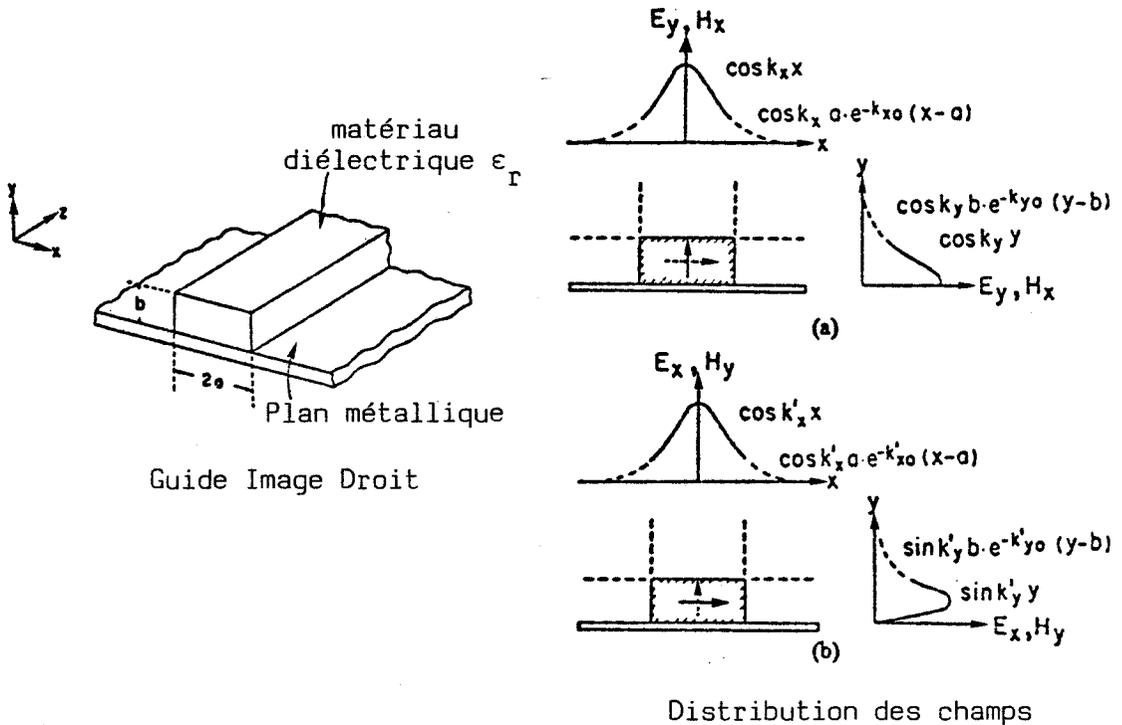
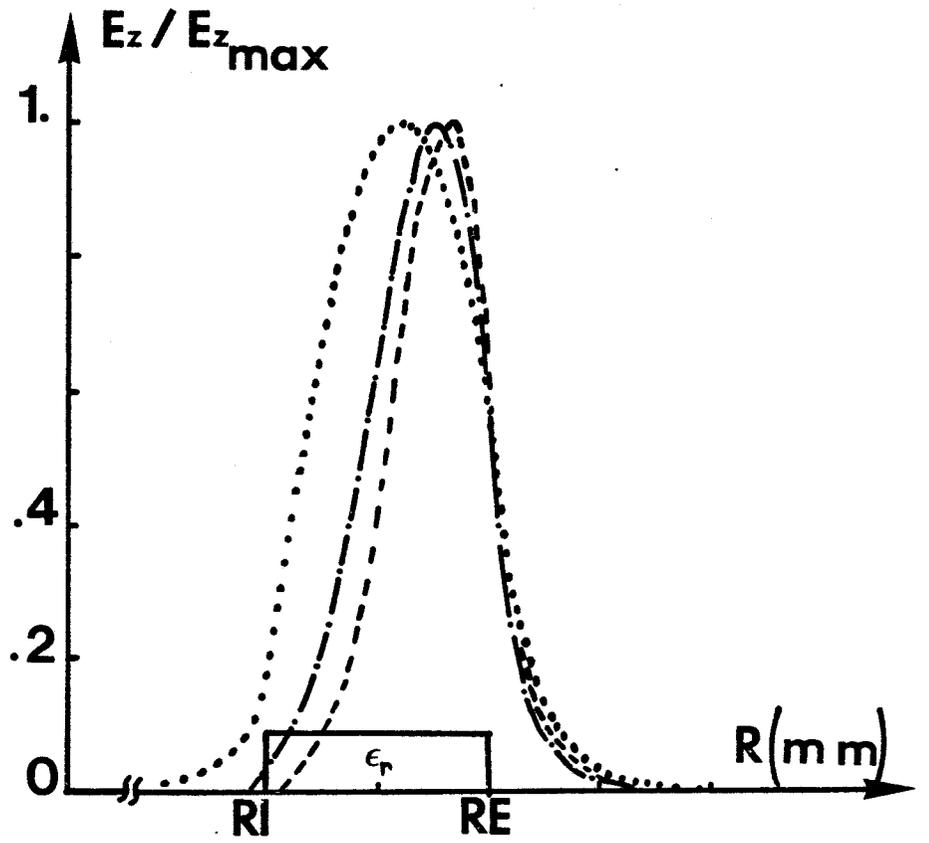


Fig. III-26



- : résonateur (1)
- · - · - · : résonateur (2)
- : résonateur (3)

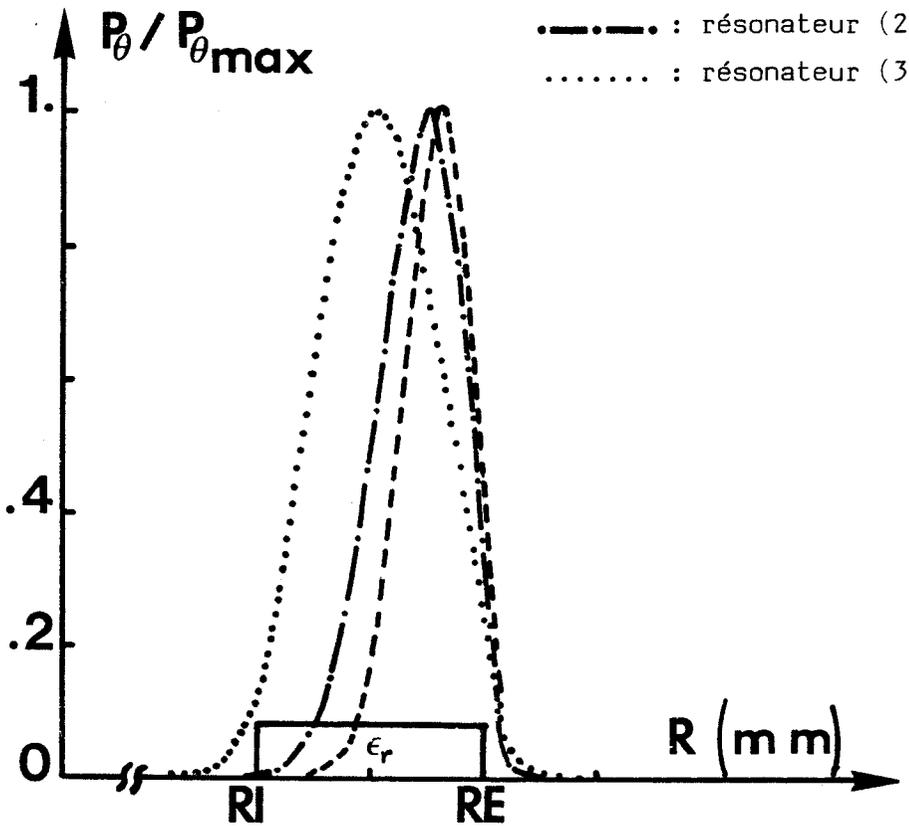


Fig. III-28

Pour un guide image coudé, les distributions d'amplitudes du champ électrique E_y et du vecteur de POYNTING $P_z \cdot \vec{k}$ sont décentrées vers l'extérieur du guide (Fig. III-27).

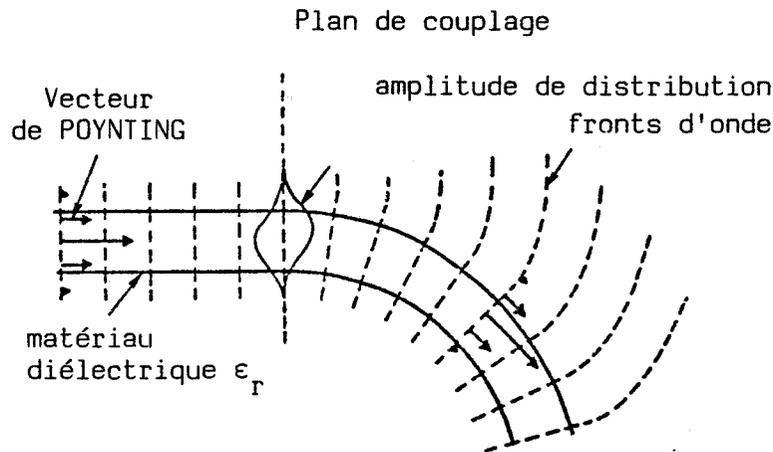


Fig. III-27

Nous pouvons facilement corréler ces résultats [26] avec ceux que nous avons obtenus sur les résonateurs en anneau ; il suffit pour cela de tracer dans un plan défini par le vecteur \vec{k} et \vec{r} les évolutions du champ électrique E_z et du vecteur de POYNTING \vec{P}_θ respectivement équivalents à E_y et $P_z \cdot \vec{k}$ dans la nomenclature guide image droit.

Ces évolutions sont représentées sur la figure III-28 pour trois résonateurs de largeur $L = R_E - R_I = 10$ mm, de hauteur 3 mm, de permittivité relative $\epsilon_r = 12$ mais de rayons intérieurs tels que :

- RI = 5 mm résonateur (1)
- RI = 15 mm résonateur (2)
- RI = 45 mm résonateur (3)

Nous constatons que plus le rayon intérieur RI augmente, plus les maximums du champ électrique normalisé $E_z/E_{z_{\max}}$ et du vecteur de POYNTING normalisé $P_\theta/P_{\theta_{\max}}$ se rapprochent de la valeur $\frac{R_I + R_E}{2}$.

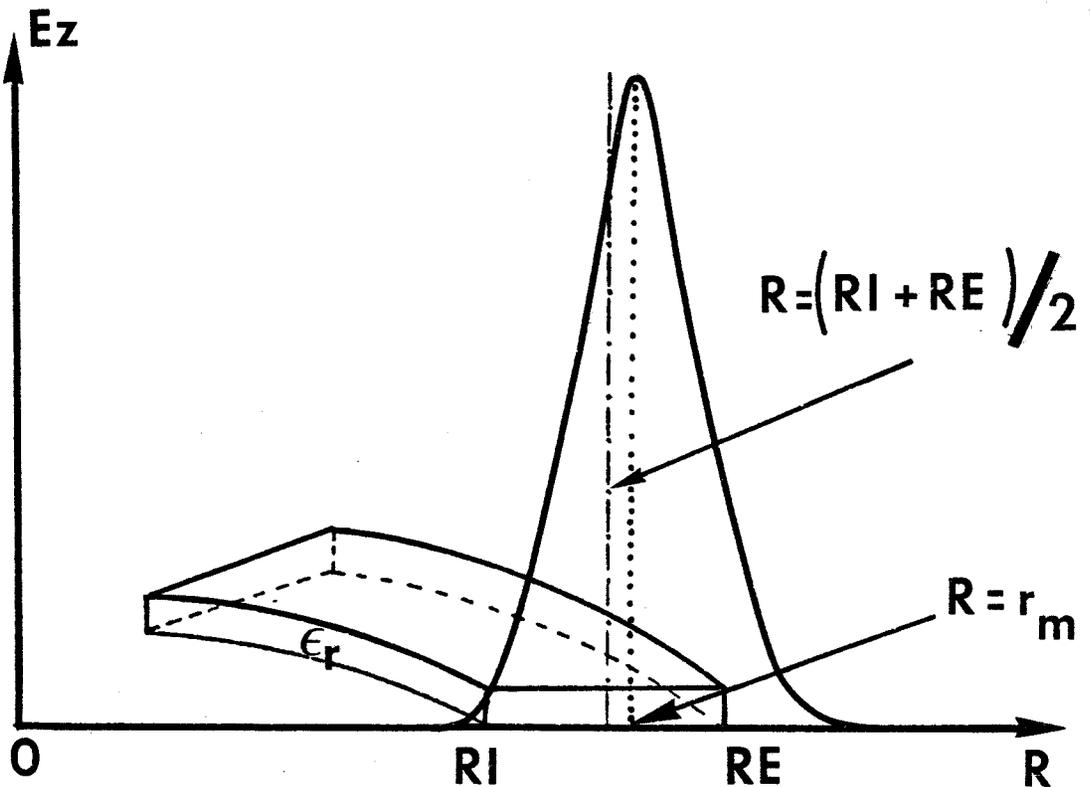
Ces maximums étant sérieusement déportés vers l'extérieur du guide coudé pour des rayons intérieurs faibles.

Notons que la position de ces maximums est très peu sensible à la fréquence.

III.6.1.2. Diagramme de dispersion

Comme l'indique les configurations des champs, il est logique d'assimiler le rayon moyen, soit :

- à la valeur de r correspondant au maximum du champ électrique E_z (Hypothèse a) :



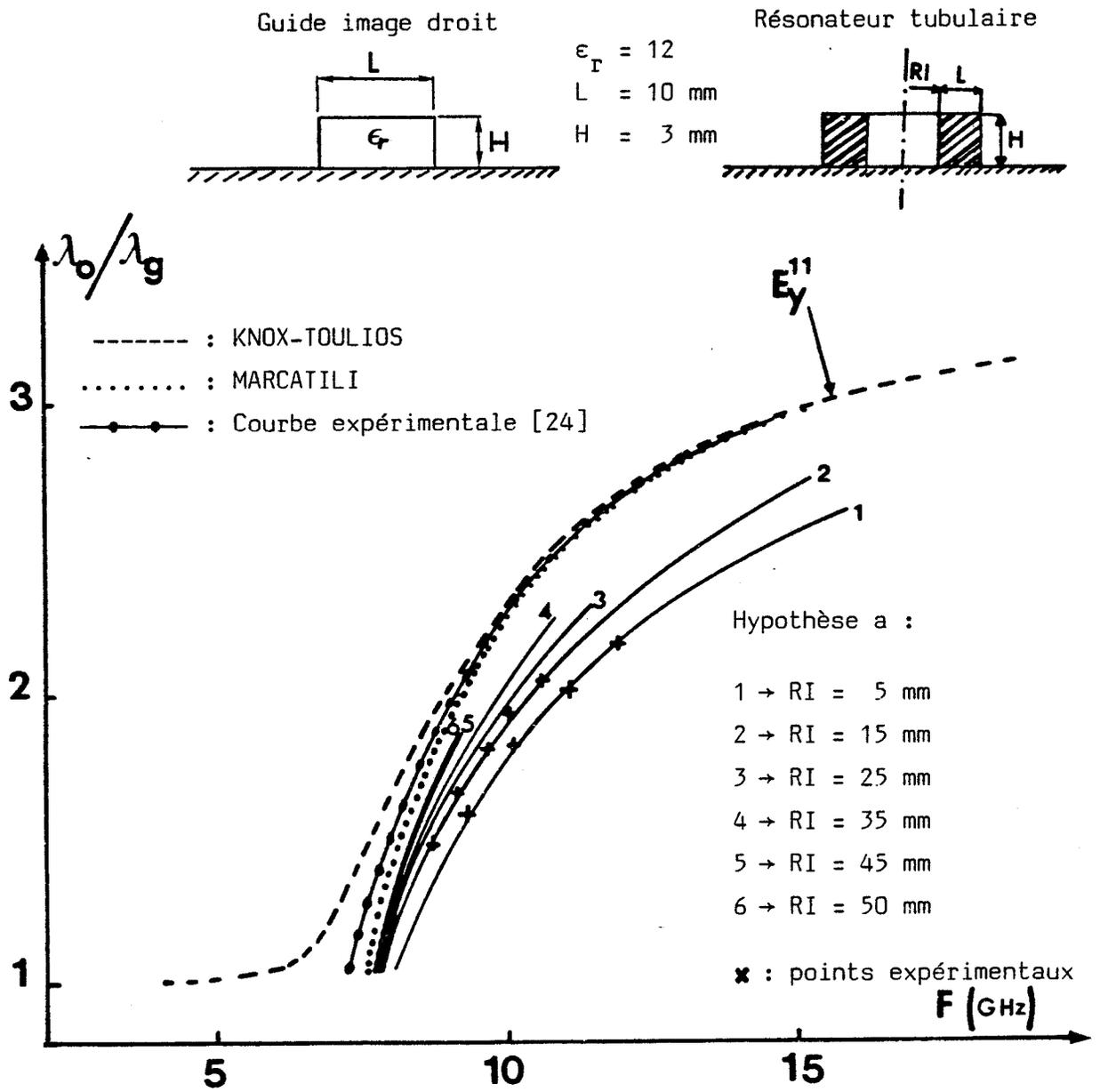
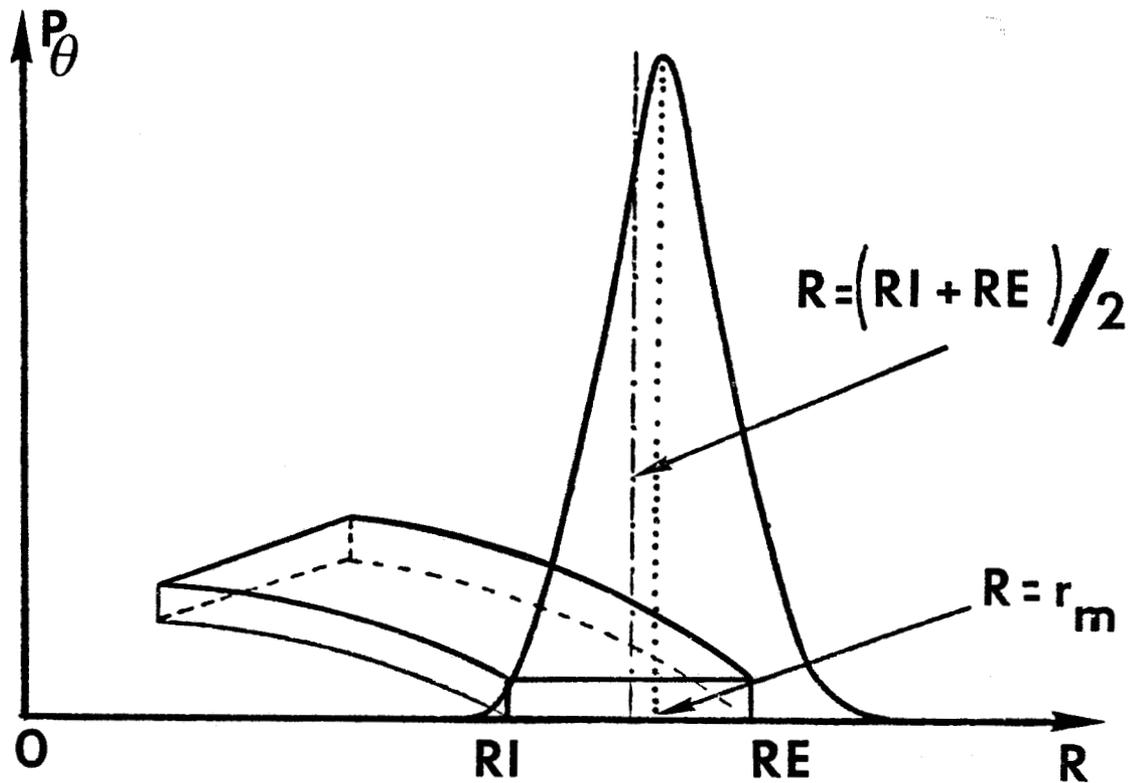


Fig. III-29

- à la valeur de r qui maximalise le vecteur de POYNTING \vec{P}_θ
 (Hypothèse b) :



Nous avons également tracé ces diagrammes de dispersion pour $r_m = \frac{RI+RE}{2}$ (Hypothèse c).

La courbe III-29 représente le diagramme de dispersion du mode E_y^{11} du guide coudé dans l'hypothèse a. On remarque que lorsque le rayon de courbure devient grand, on se rapproche des caractéristiques de dispersion expérimentales (pour mémoire nous avons tracé les courbes de dispersion KNOX-TOULIOS et MARCATILI du guide image droit).

La limitation des courbes en fréquence est due au fait que numériquement nous sommes limités à des ordres azimutaux de l'ordre de $m = 20$ (problème de calcul des fonctions de Bessel d'argument élevé).

Fig. III-30

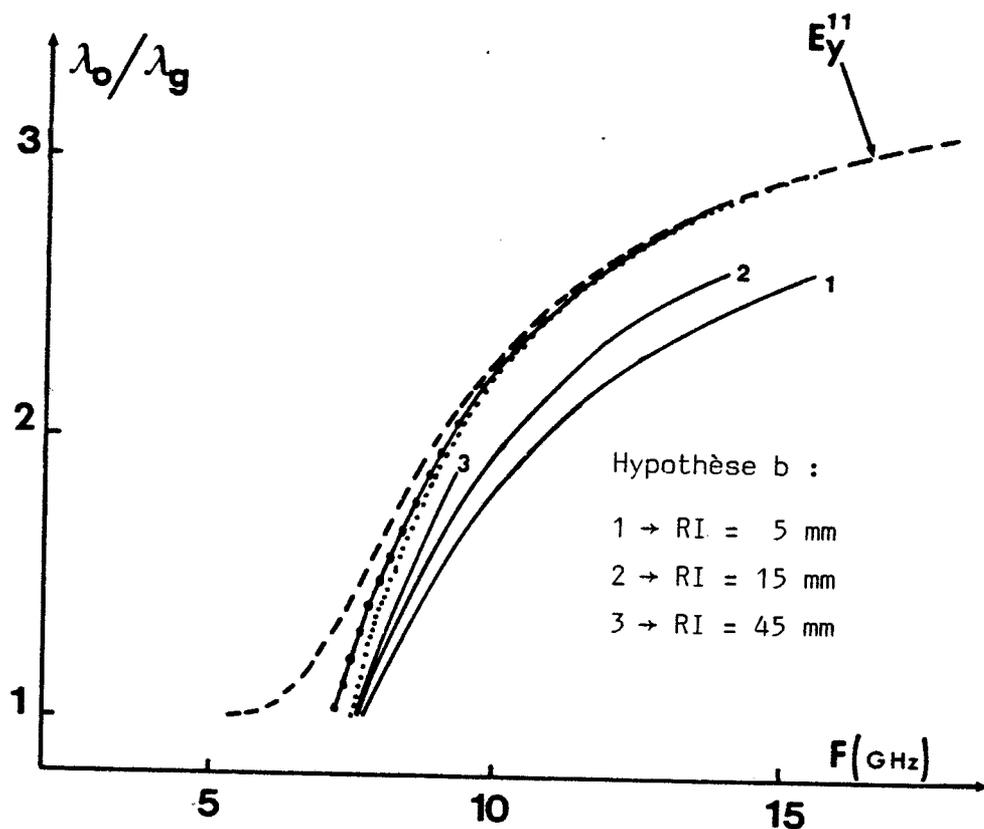
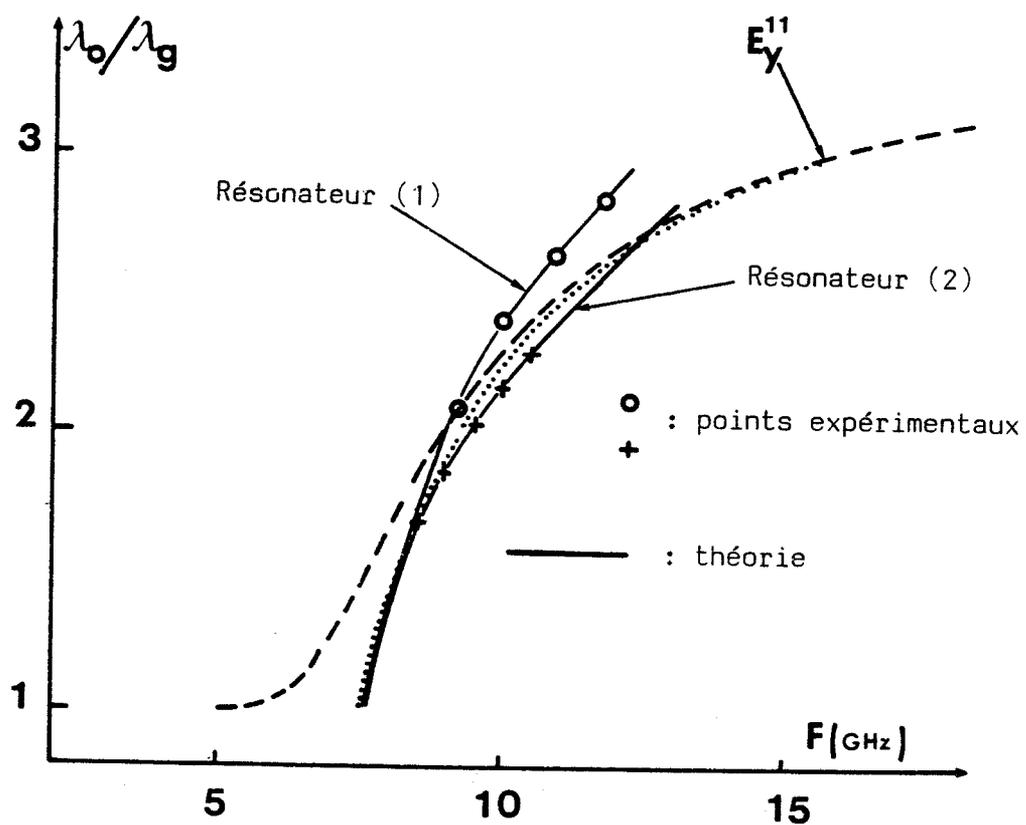


Fig. III-31



Les courbes tracées en utilisant l'hypothèse b ($r_m =$ abscisse de $P_{\theta_{max}}$) sont quasiment identiques à celles tracées précédemment, figure III-30.

Il est évident au vu de ces courbes qu'il n'y a pas de rapport direct avec les courbes de dispersion du guide image droit sauf pour de très grands rayons de courbure.

nous avons tracé sur la figure III-31 les courbes de dispersion en utilisant pour rayon moyen :

$$r_m = \frac{RI+RE}{2}$$

Il y a dans ce cas une corrélation plus évidente entre les courbes (guide courbé - guide droit).

Pour des géométries telles que :

$$\frac{RE-RI}{RE+RI} < 1/4$$

on peut espérer* obtenir les fréquences de résonance approchées ($\approx 3\%$) en utilisant les caractéristiques de dispersion ($\lambda_o/\lambda_g, f$) expérimentales ou fournies par des méthodes d'analyse sérieuses telles que la collocation elliptique [24] ou la résonance transverse [27] associées à la formule :

$$2\pi \frac{(RE+RI)}{2} = m \cdot \lambda_g$$

basée sur un rayon moyen $\frac{RE+RI}{2}$.

* Pour être plus affirmatif, nous envisageons une étude plus systématique notamment pour des permittivités relatives des matériaux allant de 12 à 2.

Cependant, seules les hypothèses a ou b ont, à notre sens, une signification physique réelle et devraient être utilisées pour tracer les diagrammes de dispersion car elles rendent compte de l'excentrage de l'énergie vers l'extérieur du guide coudé.

PROSPECTIVE

PROSPECTIVE

FAISABILITÉ DE QUELQUES SYSTÈMES

PASSIFS HYPERFRÉQUENCES

Introduction

Dans cette dernière partie notre but est de montrer la faisabilité de quelques systèmes hyperfréquences en associant un (ou plusieurs) résonateur(s) à un (ou deux) guide(s) image(s). Ces fonctions sont essentiellement le filtrage (filtres passe-bande, coupe-bande) et le multiplexage. Nous n'évoquerons donc pas le problème spécifique du couplage guide-résonateur ou résonateur-résonateur en structure guide image qui a été abordé par ailleurs [21] [28].

A. FILTRES COUPE-BANDE

Un guide image associé à un résonateur est de fait un filtre coupe-bande, figure E-1, à bande très étroite.

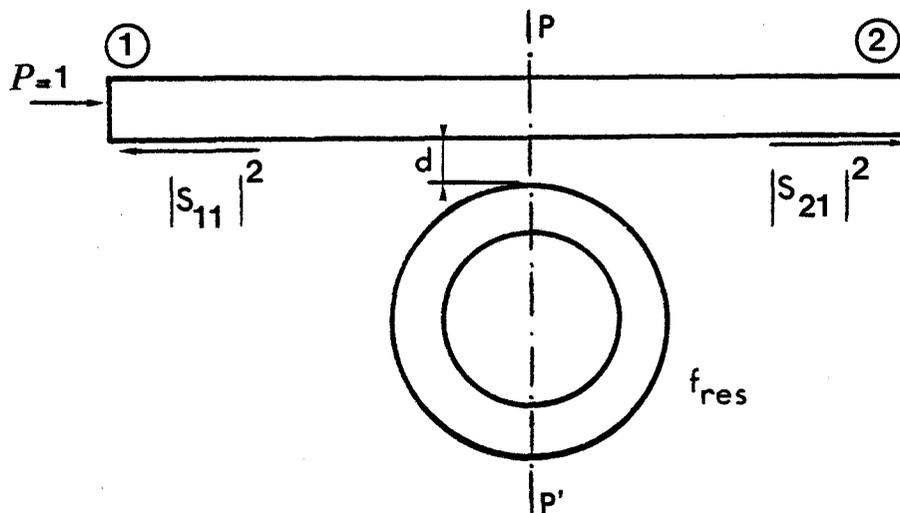


Fig. E-1

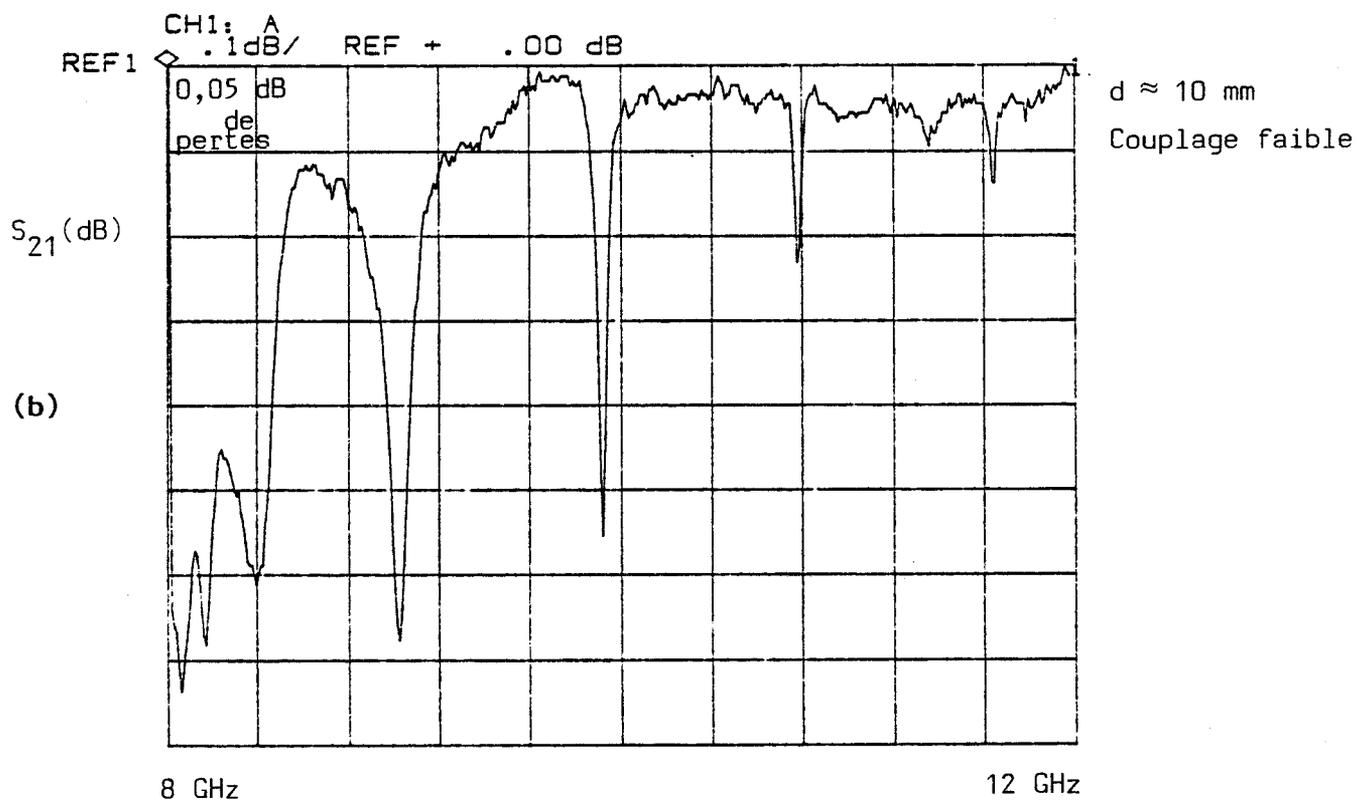
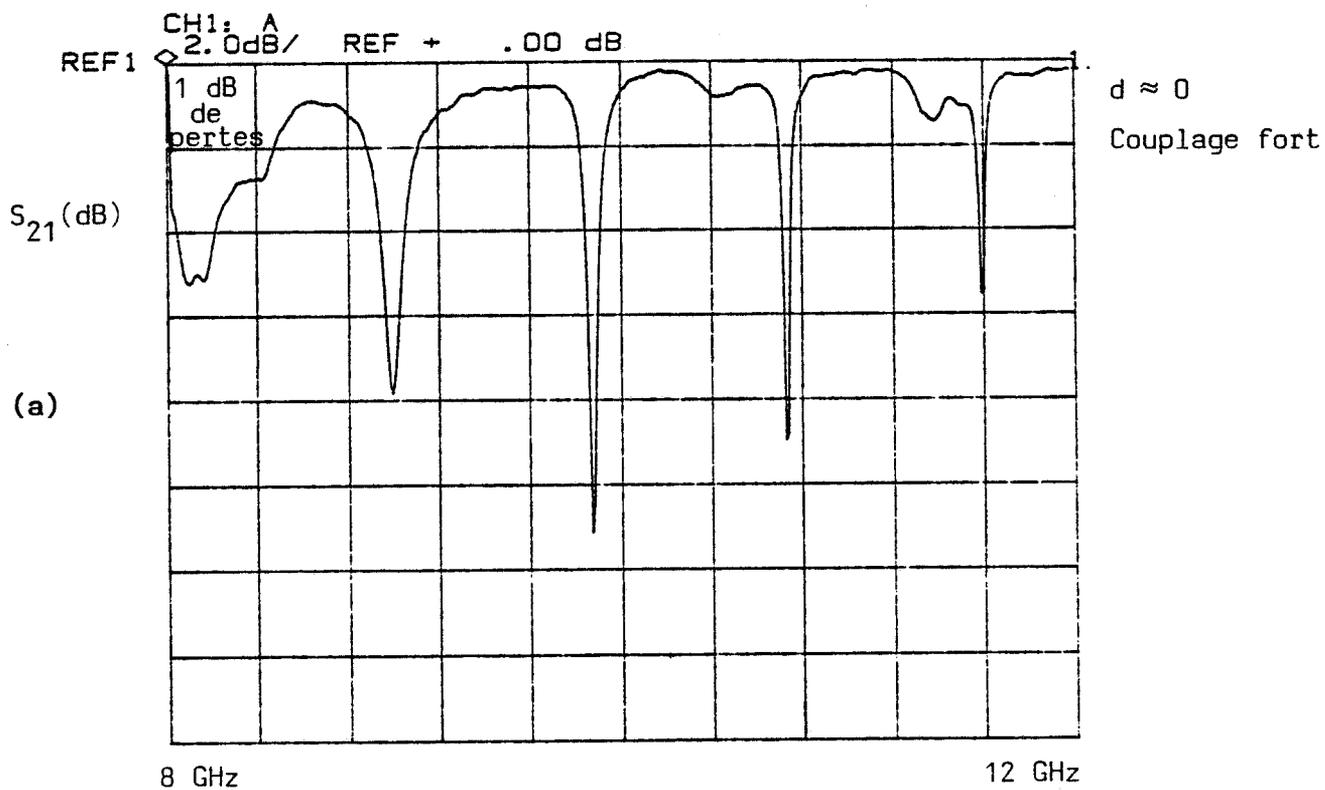


Fig. E-1

Graphes de résonances du résonateur (1)

RI = 5 mm ; RE = 15 mm ; H = 3 mm ; $\epsilon_r = 12$

Comme pour un résonateur en mode TE_{011} associé à une ligne microruban, ce système se comporte comme une cavité en réaction qui réfléchit l'énergie à la fréquence de résonance f_{res} , figure E-1-(a).

La largeur de la bande rejectée dépend du mode, de la qualité du résonateur et du coefficient de couplage ligne-résonateur.

Etant donné les faibles coefficients de qualité des résonateurs, il est évident que la relation :

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$$

ne peut être vérifiée même en dehors de la zone d'absorption. Puisque le couplage augmente le transfert d'énergie vers la cavité, les pertes d'insertion vont augmenter de même (Fig. E-1 ; dans cet exemple les pertes sont de 0,05 dB lorsque le couplage est faible et de l'ordre de dB pour des couplages forts).

Etant donné le nombre élevé de résonances dans une bande de fréquences relativement faible, on ne pourra pas utiliser de tels filtres dans des systèmes à très large bande.

Association du guide image avec plusieurs résonateurs

Pour réaliser des filtres coupe-bande de gabarit spécifié il est nécessaire de coupler des résonateurs afin d'élargir la bande rejectée. Les figures E-2-(a), (b), (c), (d) et (e) illustrent ce phénomène :

(a) : un résonateur couplé à la ligne image.

(b) et (e) : deux résonateurs sont couplés à la ligne mais il n'existe aucun couplage direct entre eux. Le taux de rejection est amélioré, par contre les pertes d'insertion augmentent.

(c) et (d) : lorsque le couplage direct entre les résonateurs augmente, les fréquences propres d'oscillation s'écartent ce qui est parfaitement en accord avec la théorie.

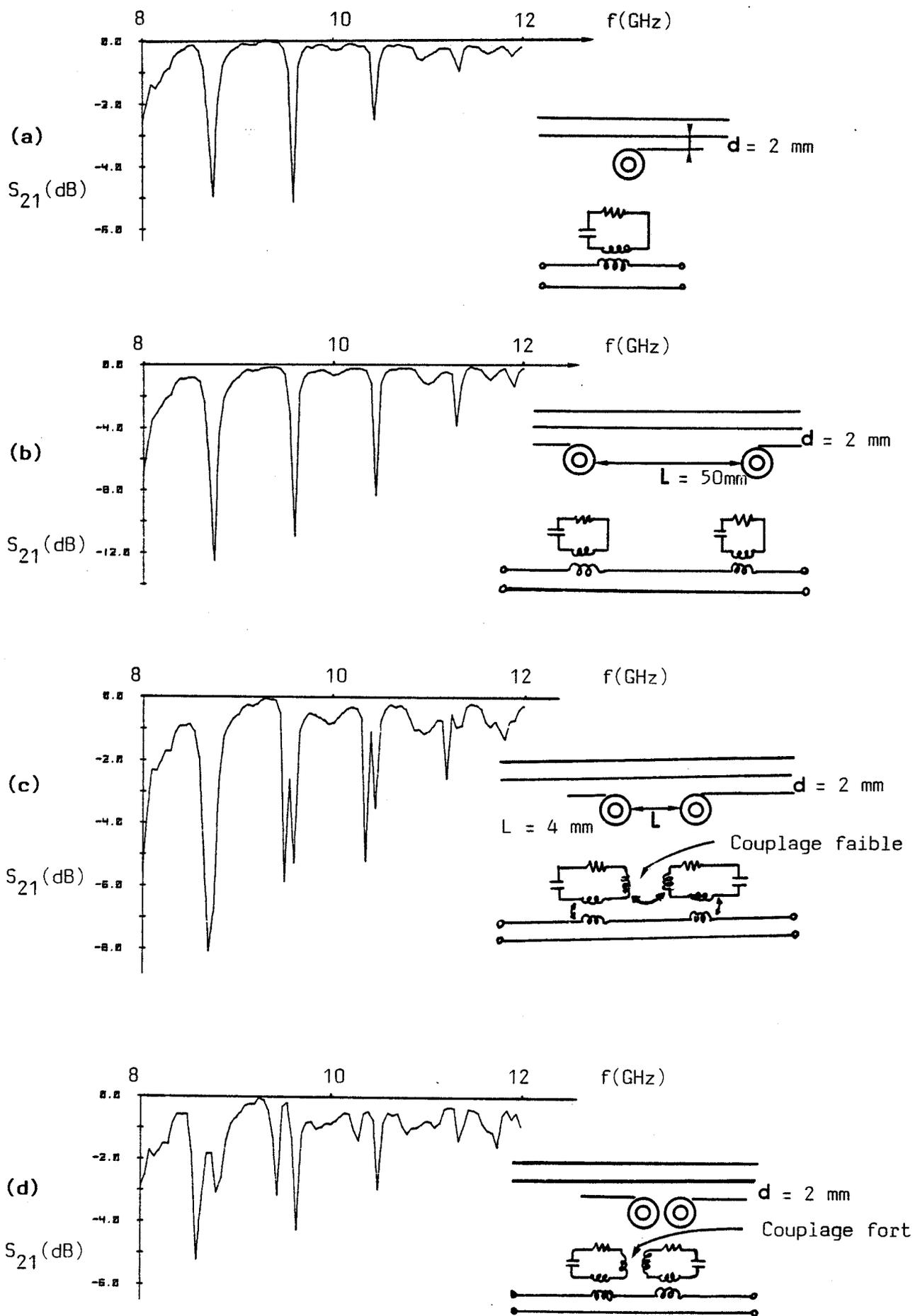
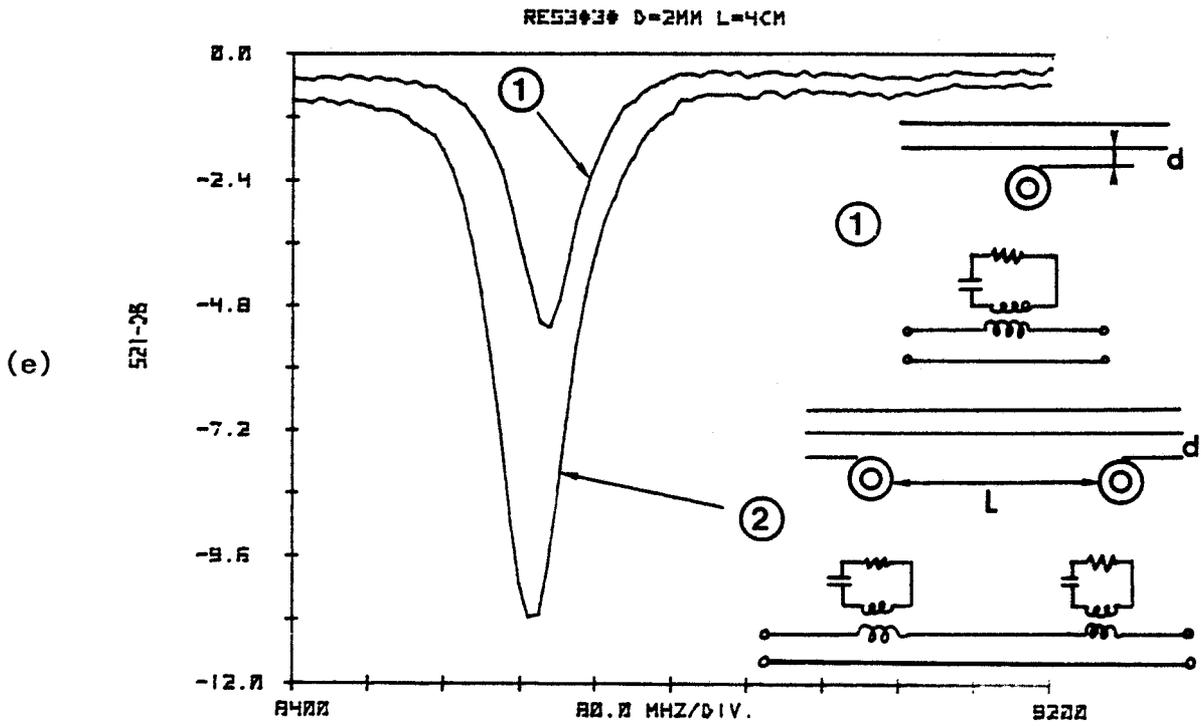


Fig. E-2 : Résonateurs (3)

RI = 5 mm ; RE = 15 mm ; H = 3 mm ; $\epsilon_r = 12$



① Taux de réjection $\approx - 5$ dB
Bande utile ≈ 70 MHz ($- 3$ dB)
Pertes $\approx 0,5$ dB

② Taux de réjection $\approx - 11$ dB
Bande utile ≈ 150 MHz ($- 3$ dB)
Pertes ≈ 1 dB

Fig. E-2

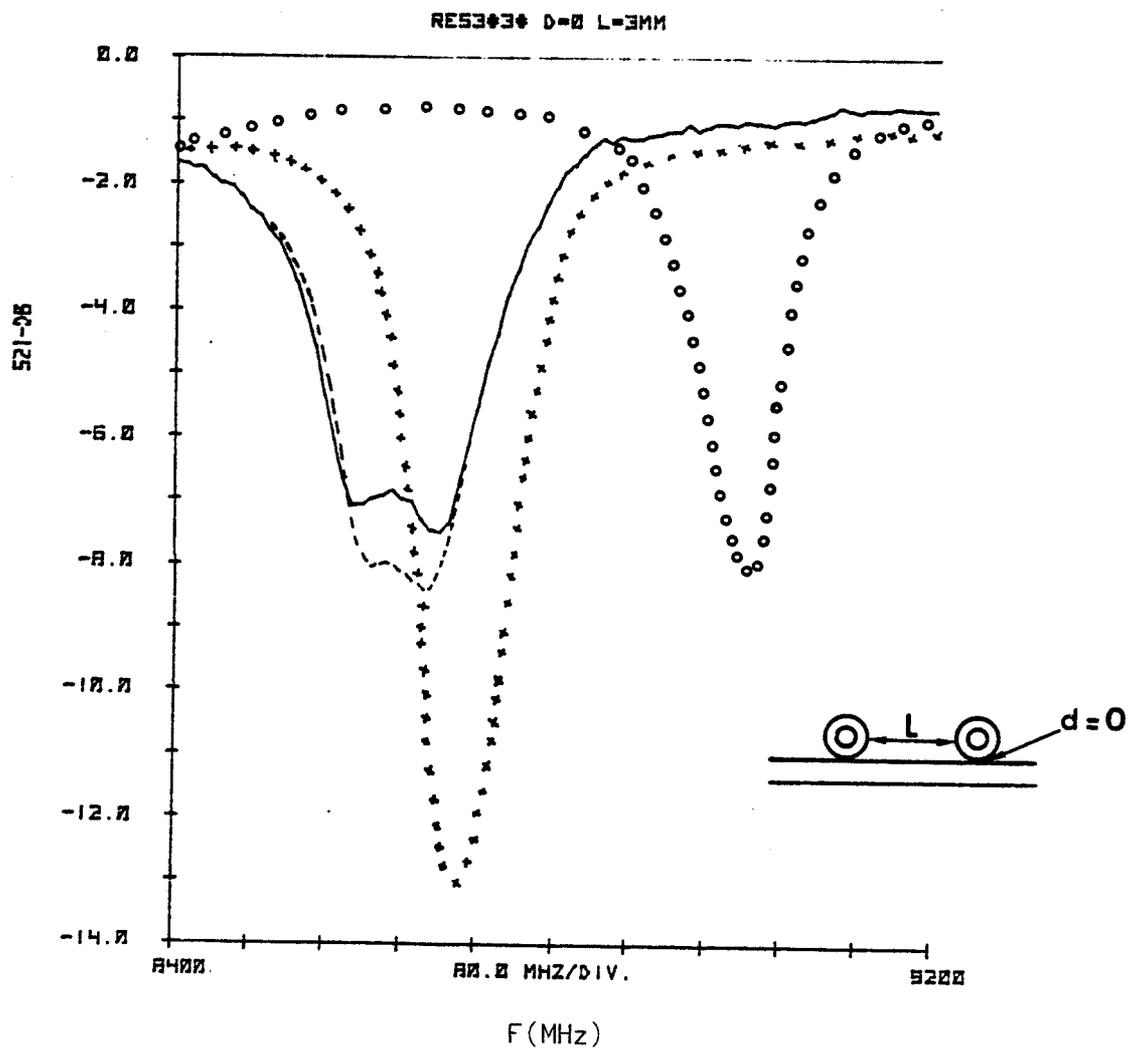


Fig. E-3

La figure E-3 montre plus en détail comment se transforme la réponse (S_{21}) avec l'augmentation du couplage inter-résonateurs, le couplage avec la ligne étant fort ($d = 0$).

On élargit la bande en couplant les deux résonateurs mais on perd en taux de réjection ; les pertes d'insertion ont tendance à diminuer lorsque le couplage augmente.

Sur les figures E-4-(a), (b) et (c) nous avons essayé d'augmenter la bande rejectée en essayant d'avoir un taux de réjection relativement important avec trois résonateurs.

L'association, Fig. E-4-(a), n'est pas satisfaisante. Les trois résonateurs interagissant entre eux, la bande est élargie sans augmentation du taux de réjection.

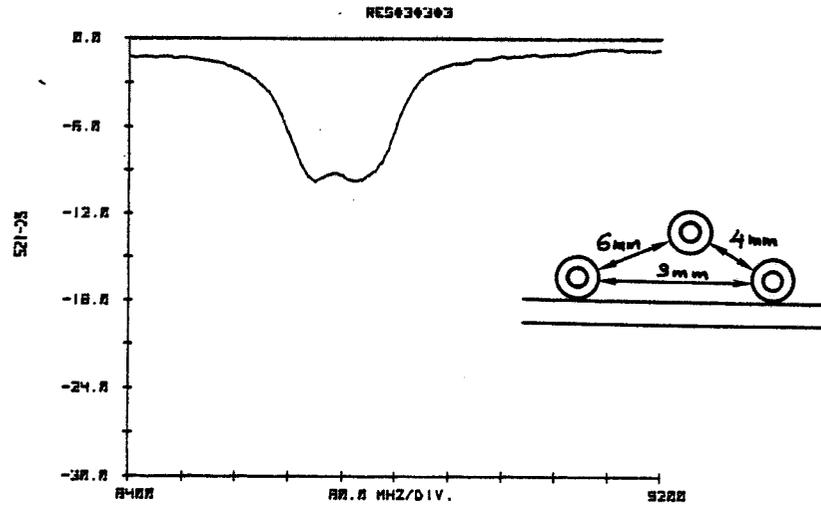
Les associations, Fig. E-4-(b) et (c), sont plus intéressantes, la bande rejectée étant élargie surtout grâce au couplage fort entre deux des trois résonateurs ; le troisième résonateur, peu couplé aux deux autres, permet d'augmenter le taux de réjection.

On obtient ainsi des réponses satisfaisantes telle celle de la figure E-4-(c) où le taux de réjection est de l'ordre de - 21 dB. Les pertes d'insertion demeurant élevées ≈ 3 dB mais peuvent certainement être diminuées par l'utilisation de résonateurs de dimensions plus importantes. Mais il est évident que de bonnes performances ne pourront être obtenues qu'en utilisant des résonateurs de fort coefficient de qualité, c'est-à-dire en blindant les résonateurs.

B. FILTRE DIRECTIF

Dans le système de la figure E-5-(a), les deux guides images sont couplés uniquement par l'intermédiaire du résonateur annulaire (nous supposons que ces deux guides sont suffisamment éloignés l'un de l'autre de manière à ce qu'il n'y ait pas de couplage direct entre eux).

(a)



(b)

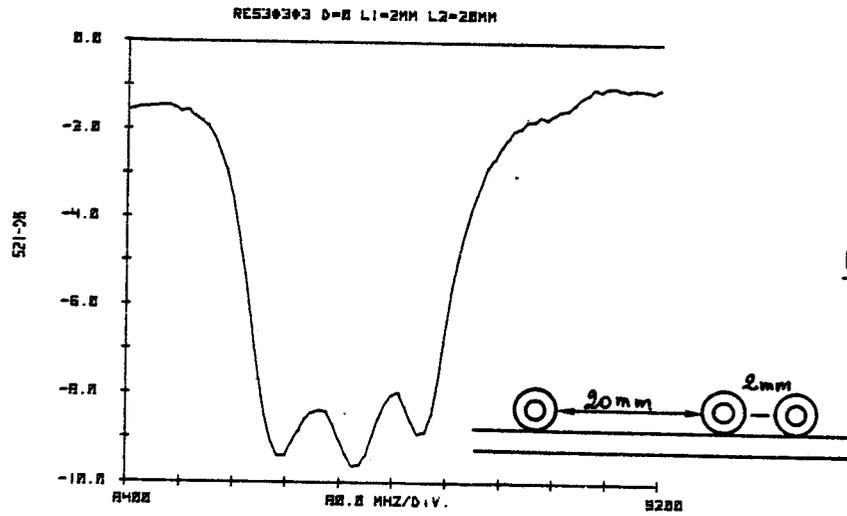
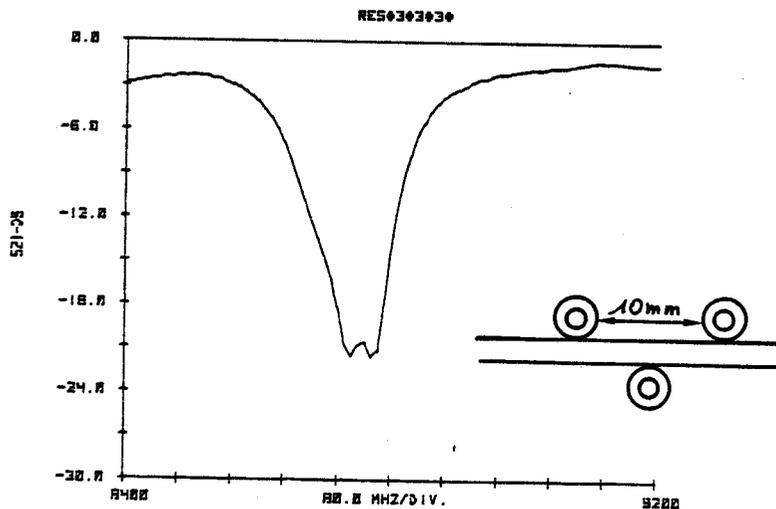


Fig. E-4

(c)



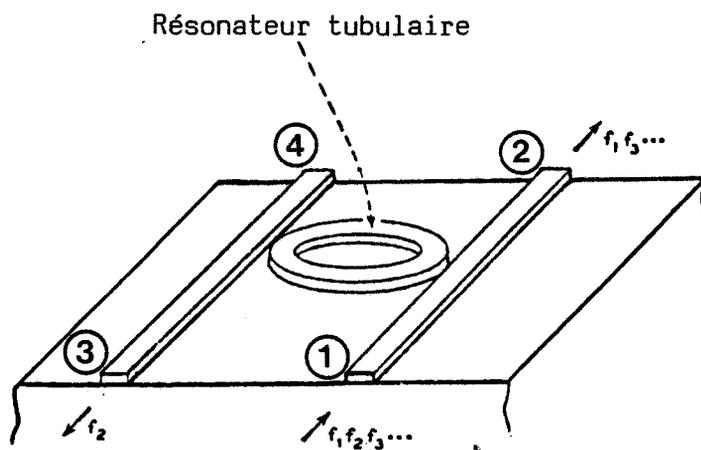


Fig. E-5-(a)

Si aucune énergie n'est transmise à l'accès 4, nous sommes en présence d'un filtre directif. Dans ce cas, les réponses doivent être du type de celle représentée sur la figure E-5-(b).

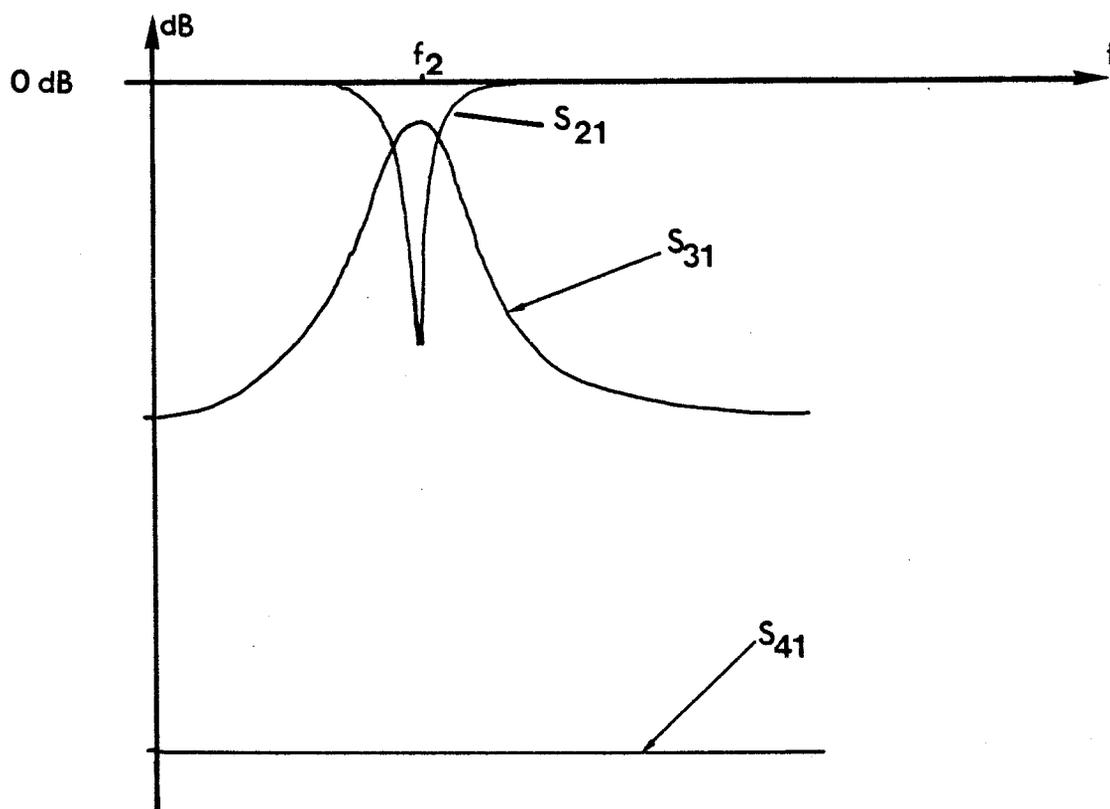
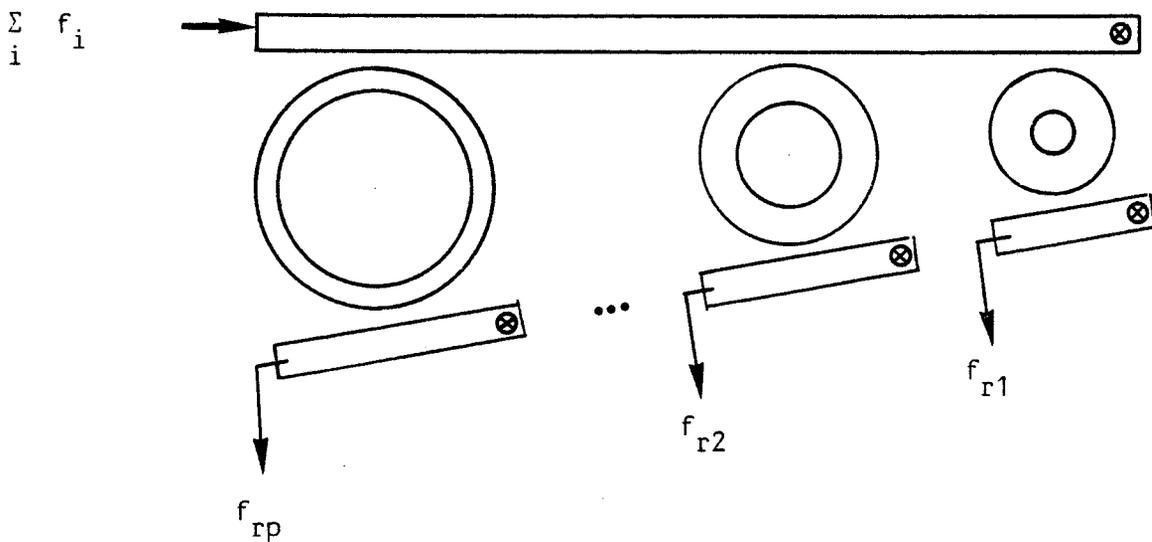


Figure E-5-(b) : Réponses S_{i1} ($i = 2, 3, 4$).

Si un tel système est réalisable, nous pouvons envisager un système de multiplexage qui n'est, en fait, qu'une cascade de filtres directs, Fig. E-6.

Dans ce système les résonateurs, résonnent à des fréquences f_{r1} , f_{r2} , ..., f_{rp} , toutes différentes les unes des autres dans une bande de fréquences bien spécifiée. Il faudra que ces résonateurs soient suffisamment éloignés les uns des autres pour éviter toute possibilité de couplage entre eux.



⊗ : Charge ou terminaison sans réflexion.

Figure E-6 : Un système de multiplexage composé d'un certain nombre de filtres directs en cascade.

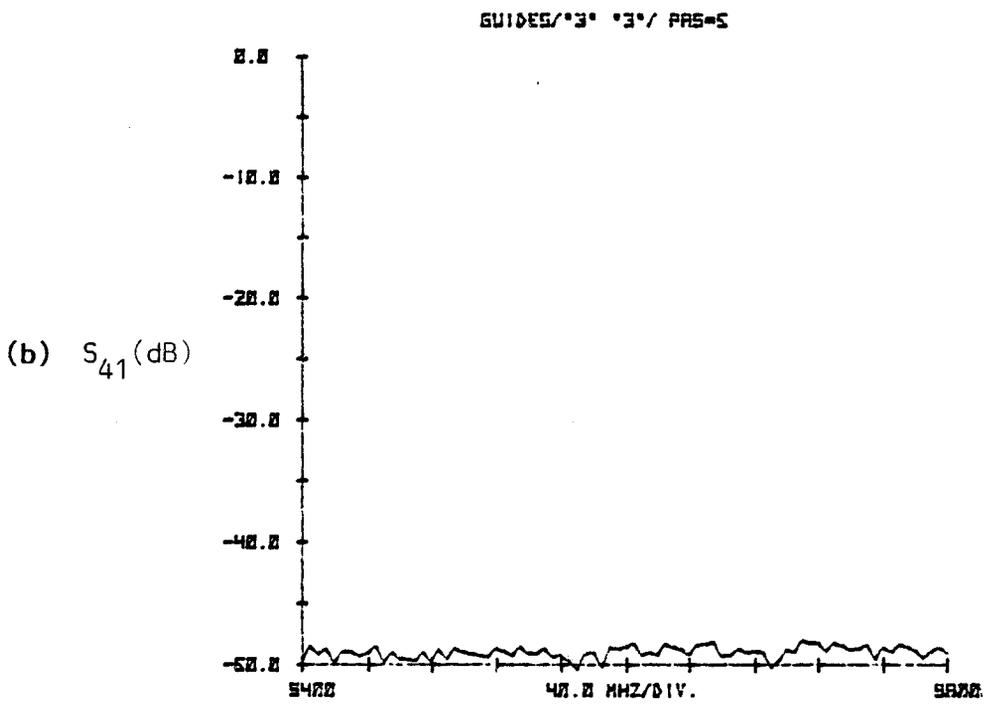
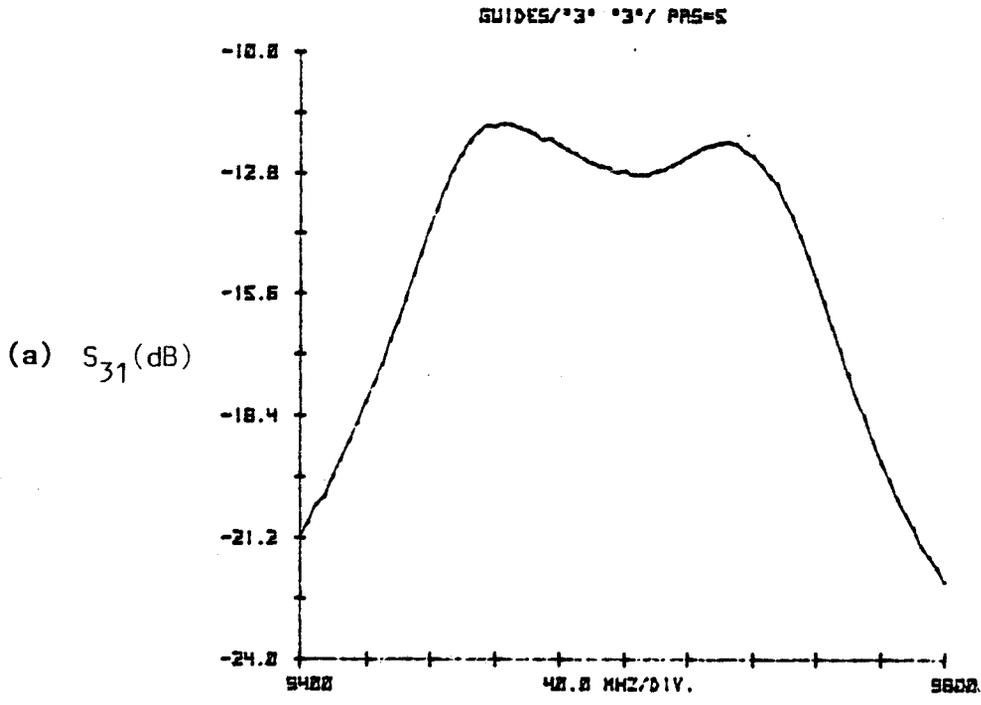


Fig. E-8 : Filtre directif.

Expérimentation

Nous avons analysé un filtre comportant deux résonateurs, Fig. E-7.

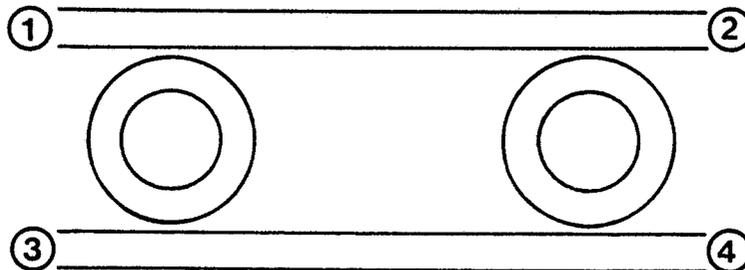


Fig. E-7

Les réponses S_{31} et S_{41} sont représentées sur les figures E-8-(a) et (b).

La directivité S_{41} est bien vérifiée, par contre on ne recueille à l'accès 3 qu'une fraction de l'énergie émise à l'accès 1, $S_{31 \text{ max}} \approx -11,5$ dB. En fait dans la bande de fréquences de couplage S_{21} n'est pas nul. D'autre part, les mesures que nous avons faites tiennent compte des pertes des transitions guide coaxial-guide image, pertes évaluées à 6 dB. On peut alors espérer avoir des couplages S_{31} de l'ordre de 5 dB avec des directivités importantes.

CONCLUSION

Ce travail s'insère dans le cadre de l'étude générale des guides images entreprise depuis quelques années au Centre Hyperfréquences et Semiconducteurs.

L'étude qui nous a été confiée concerne la caractérisation électromagnétique tant théorique qu'expérimentale des résonateurs en anneau fonctionnant sur des modes hybrides d'ordre élevé utilisés en association avec les lignes images.

Après une revue des différentes méthodes d'étude des résonateurs diélectriques pleins en mode $TE_{01\delta}$ et un examen critique de leur utilisation pour des résonateurs en anneau fonctionnant en mode HE_{m11} , nous décrivons une méthode qui repose essentiellement sur la caractérisation électromagnétique des discontinuités de bout des résonateurs. La détermination des coefficients de réflexion des modes sur les parois de bout permet de déterminer la valeur des fréquences de résonance et donne une idée qualitative de l'évolution des pertes par rayonnement en fonction des divers paramètres physiques des résonateurs.

L'étude expérimentale mise en oeuvre a permis de valider la méthode en ce qui concerne la prédiction des fréquences de résonance pour des modes HE_{m11} (m allant jusqu'à 10); en effet, les résultats expérimentaux obtenus dans la bande X sont concluant et permettent de penser que nous pouvons avoir des performances meilleures sinon semblables à des fréquences plus élevées. Cependant, le problème des coefficients de qualité de rayonnement n'est pas encore résolu.

La dernière partie préfigure les problèmes qu'il faudra résoudre pour réaliser des fonctions de couplage ou de filtrage. Les quelques exemples proposés montrent la nécessité de minimiser les pertes par rayonnement.

Ce travail constitue l'ébauche d'une étude qu'il faudra nécessairement rendre plus systématique pour progresser dans la connaissance de ces composants que sont les résonateurs. Pour cela nous devons :

- affiner notre programme pour évaluer quantitativement les pertes par rayonnement afin de pouvoir les minimiser ;

- reprendre la même étude dans la bande de fréquences d'utilisation potentielle (bande des 94 GHz) et pour des matériaux de permittivité relative faible (ϵ_r de l'ordre de 2).

- tenir compte de la présence d'un boîtier métallique au-dessus des résonateurs diélectriques qui semble indispensable si l'on veut réaliser des filtres à très faibles pertes d'insertion et présentant des taux de réjection élevés.

A N N E X E S

Annexe I

Etude du résonateur diélectrique tubulaire

Champs dans un système cylindrique tubulaire.

Les expressions des champs transversaux électriques et magnétiques sont obtenues en fonction de celles des composantes longitudinales E_z et H_z à partir des relations suivantes:

$$E_r = \frac{j\beta}{\beta^2 - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial \theta} + \frac{\partial E_z}{\partial r} \right)$$

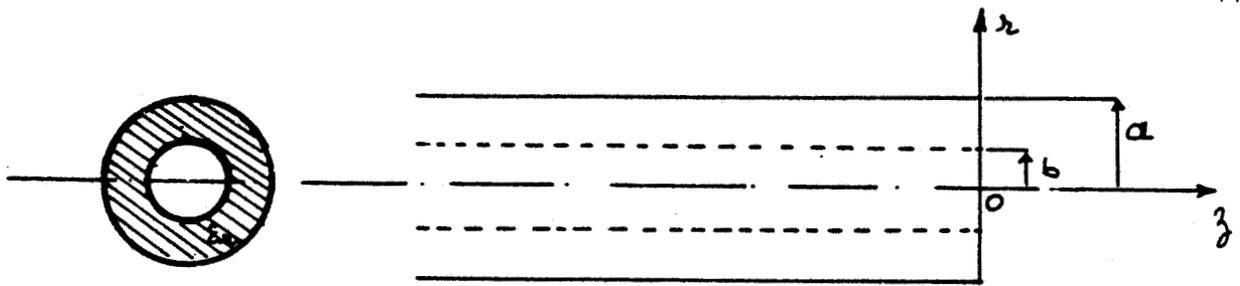
$$E_\theta = \frac{j\beta}{\beta^2 - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial r} \right)$$

$$H_r = \frac{j\beta}{\beta^2 - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r} \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\beta} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial \theta} \right)$$

$$H_\theta = \frac{j\beta}{\beta^2 - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial \theta} + \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\beta} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial r} \right)$$

ϵ_r est la permittivité relative du milieu où sont calculés les champs.

La structure étudiée est un tronçon de diélectrique cylindrique de permittivité relative ϵ_r et de rayons intérieur b et extérieur a , figure ci-dessous:



Guide diélectrique tubulaire

Les composantes longitudinales du champ électromagnétique E_z et H_z sont les solutions des équations de propagation de Helmholtz :

$$(\Delta_T + k^2) \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0$$

où :

Δ_T est le Laplacien transversal

$$k^2 = \omega^2 \mu \epsilon - \beta^2$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (\mu_r = 1 \text{ milieu non magnétique})$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

β : constante de propagation.

Dans le système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) le Laplacien transversal s'exprime par la relation suivante :

$$\Delta_T = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

Les modes guidés

Les conditions de propagation des modes guidés dans la structure diélectrique impose que :

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_2 - \beta^2 > 0$$

d'où, en posant $k^2 = K^2$:

$$K = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_2 - \beta^2}$$

L'évanescence des modes guidés à l'extérieur de cette structure selon l'axe radial r impose que :

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \beta^2 < 0$$

en posant $k^2 = -\gamma^2$, nous avons :

$$\gamma = \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0}$$

La résolution de l'équation différentielle de Bessel :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{z^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + k^2 \right) \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0$$

nous permet d'avoir les expressions des composantes longitudinales du champ électromagnétique E_z et H_z .

La symétrie de la structure cylindrique par rapport à l'un quelconque de ses diamètres ainsi que la périodicité de 2π des champs, montre que la solution générale est la somme d'une solution paire et une solution impaire.

En choisissant la solution paire, les expressions des composantes longitudinales et transversales du champ électromagnétique, la dérivation étant faite par rapport à l'argument γz ou kz , sont :

(a) $0 \leq z \leq b$

$$E_z = \frac{A}{\alpha_0} \cdot I_m(\gamma z) \cdot \cos m\theta$$

$$H_z = \frac{B}{\alpha_0} \cdot I_m(\gamma z) \cdot \sin m\theta$$

$$E_r = \left(\frac{m \cdot B}{r} \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot I_m(\gamma z) + A \cdot \gamma \cdot I_m'(\gamma z) \right) \cos m\theta$$

$$E_\theta = - \left(\frac{m \cdot A}{2} \cdot I_m(\gamma z) + B \cdot \gamma \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot I_m'(\gamma z) \right) \sin m\theta$$

$$H_r = \left(\frac{m \cdot A}{2} \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \cdot I_m(\gamma z) + B \cdot \gamma \cdot I_m'(\gamma z) \right) \sin m\theta$$

$$H_\theta = \left(\frac{m \cdot B}{2} \cdot I_m(\gamma z) + A \cdot \gamma \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \cdot I_m'(\gamma z) \right) \cos m\theta$$

(b) $b \leq z \leq a$

$$E_z = \frac{1}{\alpha_d} \left(C \cdot J_m(kz) + D \cdot Y_m(kz) \right) \cos m\theta$$

$$H_z = \frac{1}{\alpha_d} \left(E \cdot J_m(kz) + F \cdot Y_m(kz) \right) \sin m\theta$$

$$E_r = \left(\frac{m}{2} \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \left[E \cdot J_m(kz) + F \cdot Y_m(kz) \right] + k \left[C \cdot J_m'(kz) + D \cdot Y_m'(kz) \right] \right) \cos m\theta$$

$$E_\theta = - \left(\frac{m}{2} \cdot \left[C \cdot J_m(kz) + D \cdot Y_m(kz) \right] + k \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot \left[E \cdot J_m'(kz) + F \cdot Y_m'(kz) \right] \right) \sin m\theta$$

$$H_r = \left(\frac{m}{2} \cdot \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\beta} \cdot \left[C \cdot J_m(kz) + D \cdot Y_m(kz) \right] + k \cdot \left[E \cdot J_m'(kz) + F \cdot Y_m'(kz) \right] \right) \sin m\theta$$

$$H_\theta = \left(\frac{m}{2} \cdot \left[E \cdot J_m(kz) + F \cdot Y_m(kz) \right] + k \cdot \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\beta} \cdot \left[C \cdot J_m'(kz) + D \cdot Y_m'(kz) \right] \right) \cos m\theta$$

(c) $z \geq a$

$$E_z = \frac{G}{\alpha} \cdot K_m(\gamma z) \cdot \cos m\theta$$

$$H_z = \frac{H}{\alpha_0} \cdot K_m(\gamma z) \cdot \sin m\theta$$

$$E_r = \left(\frac{m \cdot H}{2} \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot K_m(\gamma z) + G \cdot \gamma \cdot K_m'(\gamma z) \right) \cos m\theta$$

$$E_\theta = - \left(\frac{m \cdot G}{2} \cdot K_m(\gamma z) + H \cdot \gamma \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot K_m'(\gamma z) \right) \sin m\theta$$

$$H_r = \left(\frac{m \cdot G}{2} \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \cdot K_m(\gamma z) + H \cdot \gamma \cdot K_m'(\gamma z) \right) \sin m\theta$$

$$H_\theta = \left(\frac{m \cdot H}{2} \cdot K_m(\gamma z) + G \cdot \gamma \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \cdot K_m'(\gamma z) \right) \cos m\theta$$

avec

$$\alpha_d = j\beta / (\beta^2 - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r)$$

$$\alpha_0 = j\beta / (\beta^2 - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0)$$

A, B, C, D, E, F, G et H sont des constantes.

J_m et Y_m sont respectivement les fonctions de Bessel de première et seconde espèce d'ordre m .

I_m et K_m représentent respectivement les fonctions de Bessel modifiées de première et seconde espèce d'ordre m .

Nous avons omis de multiplier par le facteur $e^{-j\beta z}$, $e^{j\omega t}$ les composantes du champ E.M pour alléger l'écriture de celles-ci.

Equation de dispersion :

La continuité des champs longitudinaux E_z et H_z et transversaux E_θ et H_θ sur les interfaces diélectrique-air ($z=b$ et $z=a$) du tronçon diélectrique nous permet d'écrire :

$$z=b$$

$$\frac{A}{\alpha_0} \cdot I_m(\gamma b) = \frac{1}{\alpha_d} [C \cdot J_m(kb) + D \cdot Y_m(kb)]$$

$$\frac{B}{\alpha_0} \cdot I_m(\gamma b) = \frac{1}{\alpha_d} [E \cdot J_m(kb) + F \cdot Y_m(kb)]$$

$$\frac{m \cdot A}{b} \cdot I_m(\gamma b) + B \cdot \gamma \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot I'_m(\gamma b)$$

$$= \frac{m}{b} [C \cdot J_m(kb) + D \cdot Y_m(kb)] + K \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot [E \cdot J'_m(kb) + F \cdot Y'_m(kb)]$$

$$\frac{m \cdot B}{b} \cdot I_m(\gamma b) + A \gamma \frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \cdot I'_m(\gamma b)$$

$$= \frac{m}{b} \cdot [E \cdot J_m(kb) + F \cdot Y_m(kb)] + K \cdot \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\beta} [C \cdot J'_m(kb) + D \cdot Y'_m(kb)]$$

$$z=a$$

$$\frac{1}{\alpha_d} [C \cdot J_m(ka) + D \cdot Y_m(ka)] = \frac{G}{\alpha_0} \cdot K_m(\gamma a)$$

$$\frac{1}{\alpha_d} [E \cdot J_m(ka) + F \cdot Y_m(ka)] = \frac{H}{\alpha_0} \cdot K_m(\gamma a)$$

$$\frac{m}{a} [C \cdot J_m(ka) + D \cdot Y_m(ka)] + K \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot [E \cdot J'_m(ka) + F \cdot Y'_m(ka)]$$

$$= \frac{m \cdot G}{a} \cdot K_m(\gamma a) + H \cdot \gamma \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot K'_m(\gamma a)$$

$$\frac{m}{a} \cdot [E \cdot J_m(ka) + F \cdot Y_m(ka)] + K \cdot \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\beta} [C \cdot J'_m(ka) + D \cdot Y'_m(ka)]$$

$$= \frac{m \cdot H}{a} \cdot K_m(\gamma a) + G \cdot \gamma \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \cdot K'_m(\gamma a)$$

Nous avons donc un système de huit équations à huit inconnues qui peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$[A_{ij}] [v_i] = 0$$

Les éléments de $[N_i]$ sont successivement les constantes A, B, C, D, E, F, G et H.

Les éléments de la matrice $[A_{ij}]$ sont :

$$A_{11} = A_{22} = \frac{d_1}{d_0} \cdot I_m(\gamma b)$$

$$A_{13} = A_{25} = A_{33} = A_{45} = -J_m(Kb)$$

$$A_{14} = A_{26} = A_{34} = A_{46} = -Y_m(Kb)$$

$$A_{31} = A_{42} = I_m(\gamma b)$$

$$A_{32} = \frac{\omega \mu_0}{m \cdot \beta} \cdot \gamma \cdot b \cdot I_m'(\gamma b)$$

$$A_{35} = -\frac{\omega \mu_0}{m \cdot \beta} \cdot K \cdot b \cdot J_m'(Kb)$$

$$A_{36} = -\frac{\omega \mu_0}{m \cdot \beta} \cdot K \cdot b \cdot Y_m'(Kb)$$

$$A_{41} = \frac{\omega \epsilon_0}{m \cdot \beta} \cdot \gamma \cdot b \cdot J_m'(\gamma b)$$

$$A_{43} = -\frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{m \cdot \beta} \cdot K \cdot b \cdot J_m'(Kb)$$

$$A_{44} = -\frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{m \cdot \beta} \cdot K \cdot b \cdot Y_m'(Kb)$$

$$A_{53} = A_{65} = A_{73} = A_{85} = J_m(Ka)$$

$$A_{54} = A_{66} = A_{74} = A_{86} = Y_m(Ka)$$

$$A_{57} = A_{68} = -\frac{d_1}{d_0} \cdot K_m(\gamma a)$$

$$A_{75} = \frac{\omega \mu_0}{m \cdot \beta} \cdot K a \cdot J_m'(Ka)$$

$$A_{76} = \frac{\omega \mu_0}{m \cdot \beta} \cdot K a \cdot Y_m'(Ka)$$

$$A_{77} = A_{88} = -K_m(\gamma a)$$

$$A_{79} = -\frac{\omega \mu_0}{m \cdot \beta} \cdot \gamma a \cdot K_m'(\gamma a)$$

$$A_{83} = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{m \cdot \beta} \cdot K a \cdot J_m'(Ka)$$

$$A_{84} = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{m \cdot \beta} \cdot K a \cdot Y_m'(Ka)$$

$$A_{87} = \frac{\omega \epsilon_0}{m \cdot \beta} \cdot \gamma a \cdot K_m'(\gamma a)$$

Les autres termes de la matrice $[A_{ij}]$ sont nuls.

La solution de ce système homogène, autre la solution triviale $v_i = 0$, impose la nullité du déterminant de la matrice $[A_{ij}]$ d'où l'équation de dispersion.

Les autres solutions qui ne satisfont pas la condition de rayonnement, comme c'est le cas pour les modes guidés, selon la composante radiale r , constituent les modes continus. Ce qui suppose l'existence d'une énergie rayonnée à l'infini. Ce comportement impose que l'on ait :

- dans le diélectrique ($b \leq r \leq a$):

$$\sigma^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r - \beta^2(\rho) > 0$$

- dans le milieu extérieur (air) ($r < b$ et $r > a$):

$$\rho^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 - \beta^2(\rho) > 0$$

Les composantes du champ électromagnétique sont alors:

$$0 \leq r \leq b$$

$$E_z = \frac{I}{\alpha_0(\rho)} \cdot J_m(\rho r) \cdot \cos m\theta$$

$$H_z = \frac{J}{\alpha_0(\rho)} \cdot J_m(\rho r) \cdot \sin m\theta$$

$$E_r = \left(\frac{mJ}{r} \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot J_m(\rho r) + \rho I \cdot J_m'(\rho r) \right) \cdot \cos m\theta$$

$$E_\theta = - \left(\frac{mI}{r} \cdot J_m(\rho r) + \rho J \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot J_m'(\rho r) \right) \cdot \sin m\theta$$

$$H_r = \left(\frac{mI}{r} \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta(\rho)} \cdot J_m(\rho r) + \rho J \cdot J_m'(\rho r) \right) \cdot \sin m\theta$$

$$H_\theta = \left(\frac{mJ}{r} \cdot J_m(\rho r) + \rho I \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta(\rho)} \cdot J_m'(\rho r) \right) \cdot \cos m\theta$$

$$b \leq r \leq a$$

$$E_z = \frac{I}{\alpha_1(\rho)} \cdot [K \cdot J_m(\sigma r) + L \cdot Y_m(\sigma r)] \cos m\theta$$

$$H_z = \frac{J}{\alpha_1(\rho)} \cdot [P \cdot J_m(\sigma r) + Q \cdot Y_m(\sigma r)] \sin m\theta$$

$$E_r = \left(\frac{mJ}{r} \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot [P \cdot J_m(\sigma r) + Q \cdot Y_m(\sigma r)] + \sigma I [K \cdot J_m'(\sigma r) + L \cdot Y_m'(\sigma r)] \right) \cos m\theta$$

$$E_\theta = - \left(\frac{mI}{r} \cdot [K \cdot J_m(\sigma r) + L \cdot Y_m(\sigma r)] + \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot \sigma J [P \cdot J_m'(\sigma r) + Q \cdot Y_m'(\sigma r)] \right) \sin m\theta$$

$$H_r = \left(\frac{mI}{r} \cdot \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\beta(\rho)} \cdot [K \cdot J_m(\sigma r) + L \cdot Y_m(\sigma r)] + \sigma J [P \cdot J_m'(\sigma r) + Q \cdot Y_m'(\sigma r)] \right) \sin m\theta$$

$$H_\theta = \left(\frac{mJ}{r} \cdot [P \cdot J_m(\sigma r) + Q \cdot Y_m(\sigma r)] + \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\beta(\rho)} \cdot \sigma I [K \cdot J_m'(\sigma r) + L \cdot Y_m'(\sigma r)] \right) \cos m\theta$$

$$r \geq a$$

$$E_z = \frac{I}{\alpha_0(\rho)} \cdot [R \cdot J_m(\rho r) + S \cdot Y_m(\rho r)] \cos m\theta$$

$$H_z = \frac{J}{\alpha_0(\rho)} \cdot [T \cdot J_m(\rho r) + U \cdot Y_m(\rho r)] \sin m\theta$$

$$E_r = \left(\frac{mI}{2} \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot [T \cdot J_m(\rho r) + U \cdot Y_m(\rho r)] + \rho I \cdot [R \cdot J_m'(\rho r) + S \cdot Y_m'(\rho r)] \right) \cos m\theta$$

$$E_\theta = - \left(\frac{mI}{2} \cdot [R \cdot J_m(\rho r) + S \cdot Y_m(\rho r)] + \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot \rho I \cdot [T \cdot J_m'(\rho r) + U \cdot Y_m'(\rho r)] \right) \sin m\theta$$

$$H_r = \left(\frac{mJ}{2} \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta(\rho)} \cdot [R \cdot J_m(\rho r) + S \cdot Y_m(\rho r)] + \rho J \cdot [T \cdot J_m'(\rho r) + U \cdot Y_m'(\rho r)] \right) \sin m\theta$$

$$H_\theta = \left(\frac{mJ}{2} \cdot [T \cdot J_m(\rho r) + U \cdot Y_m(\rho r)] + \frac{\omega \epsilon_0}{\beta(\rho)} \cdot \rho J \cdot [R \cdot J_m'(\rho r) + S \cdot Y_m'(\rho r)] \right) \cos m\theta$$

avec

$$\alpha_0(\rho) = j \beta(\rho) / (\beta^2(\rho) - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0)$$

$$\alpha_d(\rho) = j \beta(\rho) / (\beta^2(\rho) - \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_d)$$

Equations de continuité.

La continuité des composantes E_z , H_z , E_θ et H_θ aux interfaces diélectrique-air ($r=b$ et $r=a$) permet d'avoir un système de huit équations à dix inconnues ($I, J, K, L, P, Q, R, S, T$ et U).

D. MARCUSE [18] a montré qu'il existe deux séries orthogonales 1 et 2 de modes continus caractérisée chacune par un rapport $\alpha_i = I_i/J_i$ où $i = 1, 2$.

L'orthogonalité entre la série 1 et la série 2 :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty (E_{z1} \cdot H_{\theta 2}^* - E_{\theta 1} \cdot H_{z 2}^*) r dr d\theta = 0$$

nous permet d'avoir la relation suivante:

$$\beta^2(\rho) \cdot \alpha_1 \alpha_2^* \cdot \frac{\epsilon_0}{\mu_0} \cdot \{ R_1 \cdot R_2^* + S_1 \cdot S_2^* \} + \{ T_1 \cdot T_2^* + U_1 \cdot U_2^* \} = 0$$

avec

$$\alpha_1 = \frac{I_1}{J_1} \cdot \frac{1}{\beta(\rho)}$$

$$\alpha_2 = \frac{I_2}{J_2} \cdot \frac{1}{\beta(\rho)}$$

$$J_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot |PA_1|}}$$

$$J_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot |PA_2|}}$$

$$PA_1 = \left\{ \beta(\rho) \cdot d_1^2 \cdot \omega \epsilon_0 \rho [|R_1|^2 + |S_1|^2] + \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot \rho \cdot [|T_1|^2 + |U_1|^2] \right\}$$

$$PA_2 = \left\{ \beta(\rho) \cdot d_2^2 \cdot \omega \epsilon_0 \rho [|R_2|^2 + |S_2|^2] + \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot \rho \cdot [|T_2|^2 + |U_2|^2] \right\}$$

Les modes continus en espace libre.

En espace libre les deux séries orthogonales 1 et 2 de modes continus précédentes dégèrent en modes continus $TM_m^1(\rho)$ et $TE_m^2(\rho)$ indexés respectivement par 1 et 2.

Ses composantes des champs des modes $TM_m^1(\rho)$ et $TE_m^2(\rho)$

sont :

- Modes $TM_m^1(\rho)$:

$$E_z^1 = \frac{I_0}{\alpha_0(\rho)} \cdot J_m(\rho r) \cdot \cos m\theta$$

$$E_r^1 = \rho I_0 \cdot J_m'(\rho r) \cdot \cos m\theta$$

$$E_\theta^1 = -\frac{m}{2} \cdot I_0 \cdot J_m(\rho r) \cdot \sin m\theta$$

$$H_z^1 = \frac{m}{2} \cdot I_0 \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta(\rho)} \cdot J_m(\rho r) \cdot \sin m\theta$$

$$H_\theta^1 = \rho I_0 \frac{\omega \epsilon_0}{\beta(\rho)} \cdot J_m'(\rho r) \cdot \cos m\theta$$

avec :

$$I_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot |\beta(\rho)|}{\pi \omega \epsilon_0 \rho}}$$

- Modes $TE_m^2(\rho)$:

$$H_z^2 = \frac{J_0}{\alpha_0(\rho)} \cdot J_m(\rho r) \cdot \sin m\theta$$

$$E_r^2 = \frac{m}{2} \cdot J_0 \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot J_m(\rho r) \cdot \cos m\theta$$

$$E_\theta^2 = -\rho \cdot J_0 \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot J_m'(\rho r) \cdot \sin m\theta$$

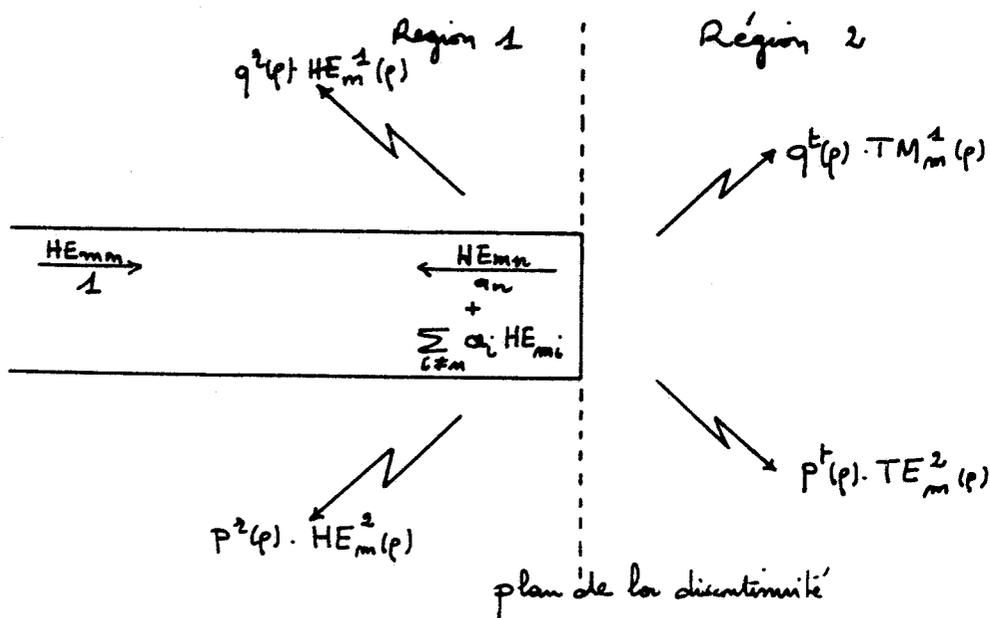
$$H_r^2 = \rho \cdot J_0 \cdot J_m(\rho r) \cdot \sin m\theta$$

$$H_\theta^2 = \frac{m}{2} \cdot J_0 \cdot J_m(\rho r) \cdot \cos m\theta$$

avec :

$$J_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot |\beta(\rho)|}{\pi \omega \mu_0 \rho}}$$

Etude de la discontinuité abrupte.



Le raccordement des champs transversaux dans le plan de la discontinuité fournit les relations suivantes:

$$E_{zm} + a_m E_{zm} + \sum_{i \neq m} a_i E_{zi} + \int_0^\infty q^2(p) E_{z2}(p) dp + \int_0^\infty p^2(p) E_{z2}(p) dp = \int_0^\infty q^t(p) E_z^1(p) dp + \int_0^\infty p^r(p) E_z^2(p) dp \quad (1)$$

$$E_{\theta m} + a_m E_{\theta m} + \sum_{i \neq m} a_i E_{\theta i} + \int_0^\infty q^2(p) E_{\theta 2}(p) dp + \int_0^\infty p^2(p) E_{\theta 2}(p) dp = \int_0^\infty q^t(p) E_{\theta}^1(p) dp + \int_0^\infty p^r(p) E_{\theta}^2(p) dp \quad (2)$$

$$H_{zm} - a_m H_{zm} - \sum_{i \neq m} a_i H_{zi} - \int_0^\infty q^2(p) H_{z2}(p) dp - \int_0^\infty p^2(p) H_{z2}(p) dp = \int_0^\infty q^t(p) H_z^1(p) dp + \int_0^\infty p^r(p) H_z^2(p) dp \quad (3)$$

$$H_{\theta m} - a_m H_{\theta m} - \sum_{i \neq m} a_i H_{\theta i} - \int_0^\infty q^2(p) H_{\theta 2}(p) dp - \int_0^\infty p^2(p) H_{\theta 2}(p) dp = \int_0^\infty q^t(p) H_{\theta}^1(p) dp + \int_0^\infty p^r(p) H_{\theta}^2(p) dp \quad (4)$$

où :

a_n est le coefficient de réflexion du mode excité H_{Emn} ;
 a_i est le coefficient de couplage des autres modes guidés réfléchis;
 $q^t(\rho)$, $p^t(\rho)$, $q^t(\rho)$ et $p^t(\rho)$ sont les fonctions de couplage aux modes continus réfléchis et transmis.

E_{zn} , E_{zi} , $E_{\theta n}$, $E_{\theta i}$, H_{zn} , H_{zi} , $H_{\theta n}$ et $H_{\theta i}$ sont les composantes transversales du champ électromagnétique des modes guidés.

Détermination des coefficients de réflexion, de couplage et fonctions de couplage.

Pour déterminer les différents coefficients et fonctions de couplage nous transformons les équations de continuité précédentes en un système d'équations intégrales complètes par utilisation de l'orthogonalité des modes de chacune des régions 1 et 2.

En faisant les intégrales doubles suivantes :

$$\iint_S [\textcircled{1} \cdot H_{\theta 1}^*(\rho) - \textcircled{2} \cdot H_{\theta 2}^*(\rho)] r dr d\theta$$

$$\iint_S [\textcircled{1} \cdot H_{\theta 2}^*(\rho) - \textcircled{2} \cdot H_{\theta 1}^*(\rho)] r dr d\theta$$

$$\iint_S [\textcircled{4} \cdot E_{z 2}^*(\rho) - \textcircled{3} \cdot E_{z 1}^*(\rho)] r dr d\theta$$

$$\iint_S [\textcircled{4} \cdot E_{z 1}^*(\rho) - \textcircled{3} \cdot E_{z 2}^*(\rho)] r dr d\theta$$

nous obtenons :

$$q^t(\rho) = \frac{1}{4} \left\{ \int_0^\infty q^t(\rho') \cdot \left[H_{11}(\rho\rho') \cdot \frac{|PA_1|}{PA_1} - HH_{11}(\rho\rho') \cdot \frac{|PA_1|}{PA_1^*} \right] d\rho' \right. \\ \left. + \int_0^\infty p^t(\rho') \cdot \left[H_{12}(\rho\rho') \cdot \frac{|PA_1|}{PA_1} - HH_{12}(\rho\rho') \cdot \frac{|PA_1|}{PA_1^*} \right] d\rho' \right\}$$

$$p^t(\rho) = \frac{1}{4} \left\{ \int_0^\infty q^t(\rho') \cdot \left[H_{21}(\rho\rho') \cdot \frac{|PA_2|}{PA_2} - HH_{21}(\rho\rho') \cdot \frac{|PA_2|}{PA_2^*} \right] d\rho' \right. \\ \left. + \int_0^\infty p^t(\rho') \cdot \left[H_{22}(\rho\rho') \cdot \frac{|PA_2|}{PA_2} - HH_{22}(\rho\rho') \cdot \frac{|PA_2|}{PA_2^*} \right] d\rho' \right\}$$

De même en réalisant les opérations suivantes :

$$\iint_S [\textcircled{1} \cdot H_{\theta}^{1*}(p') - \textcircled{2} \cdot H_z^{1*}(p')] \text{rd} \theta$$

$$\iint_S [\textcircled{1} \cdot H_{\theta}^{2*}(p') - \textcircled{2} \cdot H_z^{2*}(p')] \text{rd} \theta$$

$$\iint_S [\textcircled{4} \cdot E_z^{1*}(p') - \textcircled{3} \cdot E_{\theta}^{1*}(p')] \text{rd} \theta$$

$$\iint_S [\textcircled{4} \cdot E_z^{2*}(p') - \textcircled{3} \cdot E_{\theta}^{2*}(p')] \text{rd} \theta$$

nous avons :

$$q^t(p') = q_0^t(p') \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \sum_i \alpha_i \left[\frac{G_{1i}(p')}{G_{1m}(p')} - \frac{GG_{1i}(p')}{GG_{1m}(p')} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\infty} q^2(p) \cdot \left[\frac{HH_{11}^*(pp')}{G_{1m}(p')} - \frac{H_{11}^*(pp')}{GG_{1m}(p')} \right] dp \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\infty} p^2(p) \cdot \left[\frac{HH_{21}^*(pp')}{G_{1m}(p')} - \frac{H_{21}^*(pp')}{GG_{1m}(p')} \right] dp \right]$$

$$p^t(p') = p_0^t(p') \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \sum_i \alpha_i \left[\frac{G_{2i}(p')}{G_{2m}(p')} - \frac{GG_{2i}(p')}{GG_{2m}(p')} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} q^2(p) \cdot \left[\frac{HH_{12}^*(pp')}{G_{2m}(p')} - \frac{H_{12}^*(pp')}{GG_{2m}(p')} \right] dp \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} p^2(p) \cdot \left[\frac{HH_{22}^*(pp')}{G_{2m}(p')} - \frac{H_{22}^*(pp')}{GG_{2m}(p')} \right] dp \right]$$

avec :

$$q_0^t(p') = \frac{G_{1m}(p') \cdot GG_{1m}(p')}{\left[GG_{1m}(p') \cdot \frac{|\beta(p')|}{\beta(p')^*} + G_{1m}(p') \cdot \frac{|\beta(p')|}{\beta(p')} \right]}$$

$$p_0^t(p') = \frac{G_{2m}(p') \cdot GG_{2m}(p')}{\left[GG_{2m}(p') \cdot \frac{|\beta(p')|}{\beta(p')} + G_{2m}(p') \cdot \frac{|\beta(p')|}{\beta(p')^*} \right]}$$

$$\begin{aligned}
 H_{11}(p, p') &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (E_2^1(p') \cdot H_{\theta 2}^*(p) - E_\theta^1(p') \cdot H_{z 2}^*(p)) r dr d\theta = \langle H_2(p) | E_1^1(p') \rangle \\
 H_{12}(p, p') &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (E_2^2(p') \cdot H_{\theta 2}^*(p) - E_\theta^2(p') \cdot H_{z 2}^*(p)) r dr d\theta = \langle H_2(p) | E_2^1(p') \rangle \\
 H_{21}(p, p') &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (E_2^1(p') \cdot H_{\theta 2}^*(p) - E_\theta^1(p') \cdot H_{z 2}^*(p)) r dr d\theta = \langle H_2(p) | E_1^2(p') \rangle \\
 H_{22}(p, p') &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (E_2^2(p') \cdot H_{\theta 2}^*(p) - E_\theta^2(p') \cdot H_{z 2}^*(p)) r dr d\theta = \langle H_2(p) | E_2^2(p') \rangle \\
 HH_{11}(p, p') &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (H_\theta^1(p') \cdot E_{z 2}^*(p) - H_z^1(p') \cdot E_{\theta 2}^*(p)) r dr d\theta = \langle H^1(p') | E_2(p) \rangle^* \\
 HH_{12}(p, p') &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (H_\theta^2(p') \cdot E_{z 2}^*(p) - H_z^2(p') \cdot E_{\theta 2}^*(p)) r dr d\theta = \langle H^2(p') | E_2(p) \rangle^* \\
 HH_{21}(p, p') &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (H_\theta^1(p') \cdot E_{z 2}^*(p) - H_z^1(p') \cdot E_{\theta 2}^*(p)) r dr d\theta = \langle H^1(p') | E_2(p) \rangle^* \\
 HH_{22}(p, p') &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (H_\theta^2(p') \cdot E_{z 2}^*(p) - H_z^2(p') \cdot E_{\theta 2}^*(p)) r dr d\theta = \langle H^2(p') | E_2(p) \rangle^*
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_{1m}(p') &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (E_{2m} \cdot H_\theta^{1*}(p') - E_{\theta m} \cdot H_z^{1*}(p')) r dr d\theta = \langle H^1(p') | E_m \rangle \\
 G_{2m}(p') &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (E_{2m} \cdot H_\theta^{2*}(p') - E_{\theta m} \cdot H_z^{2*}(p')) r dr d\theta = \langle H^2(p') | E_m \rangle \\
 GG_{1m}(p') &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (H_{\theta m} \cdot E_{z 2}^{1*}(p') - H_{z m} \cdot E_{\theta 2}^{1*}(p')) r dr d\theta = \langle H_m | E^1(p') \rangle^* \\
 GG_{2m}(p') &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (H_{\theta m} \cdot E_{z 2}^{2*}(p') - H_{z m} \cdot E_{\theta 2}^{2*}(p')) r dr d\theta = \langle H_m | E^2(p') \rangle^*
 \end{aligned}$$

Les relations :

$$\iint_S [\textcircled{1} \cdot H_{\theta m}^* - \textcircled{2} \cdot H_{z m}^*] r dr d\theta$$

$$\iint_S [\textcircled{4} \cdot E_{z m}^* - \textcircled{3} \cdot E_{\theta m}^*] r dr d\theta$$

donnent :

$$1 = \frac{1}{4} \left\{ \int_0^\infty q^t(p) \cdot [GG_{2m}^*(p) + G_{2m}^*(p)] dp + \int_0^\infty p^t(p) [GG_{2m}^*(p) + G_{2m}^*(p)] dp \right\}$$

$$a_m = \frac{1}{4} \left\{ \int_0^\infty q^t(p) \cdot [GG_{2m}^*(p) - G_{2m}^*(p)] dp + \int_0^\infty p^t(p) [GG_{2m}^*(p) - G_{2m}^*(p)] dp \right\}$$

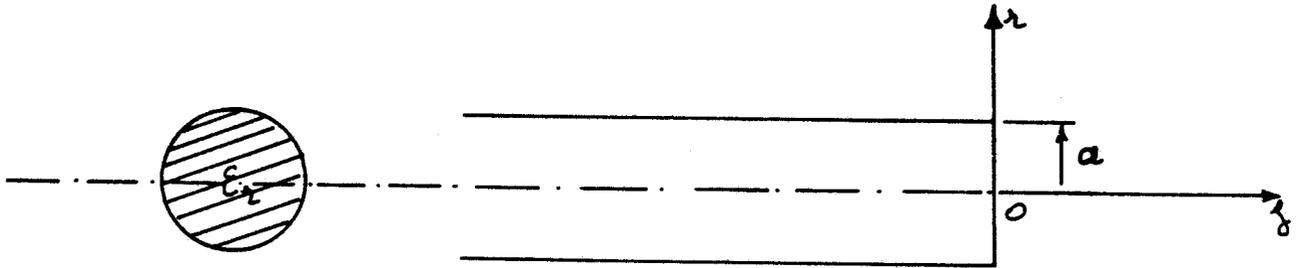
Le coefficient de couplage a_i s'obtient en remplaçant dans l'expression de a_m l'indice m par i .

La conservation d'énergie se traduit par la relation :

$$1 = |a_m|^2 + \int_0^\infty (|p^2(p)|^2 + |q^2(p)|^2) dp + \int_0^\infty (|p^t(p)|^2 + |q^t(p)|^2) dp + \sum_{i \neq n} |a_i|^2$$

Etude du résonateur diélectrique plein

La structure étudiée est la suivante:



L'étude de cette structure est faite de la même façon qu'en annexe I, les notations utilisées sont identiques.

* Les modes guidés.

- dans le diélectrique (ϵ_r), $r \leq a$:

$$E_z = \frac{A}{\alpha_d} \cdot J_m(kr) \cdot \cos m\theta$$

$$H_z = \frac{B}{\alpha_d} \cdot J_m(kr) \cdot \sin m\theta$$

$$E_r = \left[A \cdot K \cdot J_m'(kr) + B \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot \frac{m}{2} \cdot J_m(kr) \right] \cos m\theta$$

$$E_\theta = - \left[A \cdot \frac{m}{2} \cdot J_m(kr) + B \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot K \cdot J_m'(kr) \right] \sin m\theta$$

$$H_r = \left[A \cdot \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\beta} \cdot \frac{m}{2} \cdot J_m(kr) + B \cdot K \cdot J_m'(kr) \right] \sin m\theta$$

$$H_\theta = \left[A \cdot \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\beta} \cdot K \cdot J_m'(kr) + B \cdot \frac{m}{2} \cdot J_m(kr) \right] \cos m\theta$$

- dans le milieu extérieur (air), $r > a$:

$$E_z = \frac{C}{\alpha_0} \cdot K_m(\gamma r) \cdot \cos m\theta$$

$$H_z = \frac{D}{\alpha_0} \cdot K_m(\gamma r) \cdot \sin m\theta$$

$$E_r = \left[C \cdot \gamma \cdot K_m'(\gamma r) + D \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot \frac{m}{2} \cdot K_m(\gamma r) \right] \cos m\theta$$

$$E_\theta = - \left[C \cdot \frac{m}{2} \cdot K_m(\gamma r) + D \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta} \cdot \gamma \cdot K_m'(\gamma r) \right] \sin m\theta$$

$$H_r = \left[C \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \cdot \frac{m}{2} \cdot K_m(\gamma r) + D \cdot \gamma \cdot K_m'(\gamma r) \right] \sin m\theta$$

$$H_\theta = \left[C \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta} \cdot \gamma \cdot K_m'(\gamma r) + D \cdot \frac{m}{2} \cdot K_m(\gamma r) \right] \cos m\theta$$

- Equation de dispersion

On continue des champs longitudinaux E_3 et H_3 , et transverse E_θ et H_θ sur l'interface diélectrique-air ($z=0$) pour l'équation de dispersion d'un guide diélectrique cylindrique pour suivante:

$$m^2 \beta^2 \left(\gamma^2 + k^2 \right)^2 = \left(\epsilon_2 \frac{J_m'(ka)}{ka J_m(ka)} + \frac{\gamma a}{ka} \frac{J_m'(ka)}{J_m(ka)} \right) \left(\frac{1}{ka} \frac{J_m'(ka)}{J_m(ka)} + \frac{\gamma a}{ka} \frac{J_m'(ka)}{J_m(ka)} \right)$$

* Les modes continus

$$z \leq a \quad E_3 = \frac{\alpha_0(p)}{\beta} J_m(\sigma_2) \cdot \cos \theta \quad H_3 = \frac{\alpha_0(p)}{\beta} J_m(\sigma_2) \cdot \sin \theta$$

$$E_2 = \left\{ E \cdot J_m'(\sigma_2) + F \cdot \frac{\sqrt{\beta(z)}}{m} \cdot J_m(\sigma_2) \right\} \cos \theta$$

$$E_\theta = - \left\{ E \cdot \frac{2}{m} J_m(\sigma_2) + F \cdot \frac{\sqrt{\beta(z)}}{m} J_m'(\sigma_2) \right\} \sin \theta$$

$$H_1 = \left\{ E \cdot \frac{\sqrt{\beta(z)}}{m} J_m(\sigma_2) + F \cdot J_m'(\sigma_2) \right\} \sin \theta$$

$$H_\theta = \left\{ E \cdot \frac{\sqrt{\beta(z)}}{m} J_m'(\sigma_2) + F \cdot J_m(\sigma_2) \right\} \cos \theta$$

$z > a$

$$E_3 = \frac{\alpha_0(p)}{\beta} [G \cdot J_m(\rho_2) + H \cdot X_m(\rho_2)] \cos \theta$$

$$H_3 = \frac{\alpha_0(p)}{\beta} [I \cdot J_m(\rho_2) + J \cdot X_m(\rho_2)] \sin \theta$$

$$E_2 = \left\{ E \cdot p \cdot [G \cdot J_m(\rho_2) + H \cdot X_m(\rho_2)] + F \cdot \frac{\sqrt{\beta(z)}}{m} \cdot [I \cdot J_m(\rho_2) + J \cdot X_m(\rho_2)] \right\} \cos \theta$$

$$E_\theta = - \left\{ E \cdot \frac{2}{m} \cdot [G \cdot J_m(\rho_2) + H \cdot X_m(\rho_2)] + F \cdot \frac{\sqrt{\beta(z)}}{m} \cdot [I \cdot J_m(\rho_2) + J \cdot X_m(\rho_2)] \right\} \sin \theta$$

$$H_1 = \left\{ E \cdot \frac{\sqrt{\beta(z)}}{m} \cdot [G \cdot J_m(\rho_2) + H \cdot X_m(\rho_2)] + F \cdot [I \cdot J_m(\rho_2) + J \cdot X_m(\rho_2)] \right\} \sin \theta$$

$$H_\theta = \left\{ E \cdot \frac{\sqrt{\beta(z)}}{m} \cdot p \cdot [G \cdot J_m(\rho_2) + H \cdot X_m(\rho_2)] + F \cdot \frac{2}{m} \cdot [I \cdot J_m(\rho_2) + J \cdot X_m(\rho_2)] \right\} \cos \theta$$

- Equations de continuité:

Le la même façon qu'en annexe I, en faisant la continuité

des champs en $z=0$, nous obtenons un système de quatre équations

à six inconnues E, F, G, H, I et J . Les axes orthogonaux 1 et 2

sont alors caractérisés respectivement par les rayons $a_1 = \frac{E_1}{F_1}$ ($i=1,2$)

en prenant :

$$E_i = \beta(\rho) \cdot \alpha_i \cdot F_i$$

nous avons alors :

$$F_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot |PA_1|}}$$

$$F_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot P}{\pi \cdot |PA_2|}}$$

avec :

$$PA_1 = \left\{ \beta(\rho) \cdot \alpha_1^2 \cdot \omega \epsilon_0 \cdot \rho \cdot (|G_2|^2 + |H_2|^2) + \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot \rho \cdot (|I_2|^2 + |J_2|^2) \right\}$$

$$PA_2 = \left\{ \beta(\rho) \cdot \alpha_2^2 \cdot \omega \epsilon_0 \cdot \rho \cdot (|G_2|^2 + |H_2|^2) + \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot \rho \cdot (|I_2|^2 + |J_2|^2) \right\}$$

- Les modes continus en espace libre :

- Modes $TM_m^1(\rho)$:

$$E_z^1 = \frac{E_0}{\alpha_0(\rho)} \cdot J_m(\rho_2) \cdot \cos m\theta$$

$$E_r^1 = E_0 \cdot \rho \cdot J_m'(\rho_2) \cdot \cos m\theta$$

$$E_\theta^1 = -E_0 \cdot \frac{m}{2} \cdot J_m(\rho_2) \cdot \sin m\theta$$

$$H_z^1 = E_0 \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta(\rho)} \cdot \frac{m}{2} \cdot J_m(\rho_2) \cdot \sin m\theta$$

$$H_\theta^1 = E_0 \cdot \frac{\omega \epsilon_0}{\beta(\rho)} \cdot \rho \cdot J_m'(\rho_2) \cdot \cos m\theta$$

- Modes $TE_m^2(\rho)$:

$$H_z^2 = \frac{F_0}{\alpha_0(\rho)} \cdot J_m(\rho_2) \cdot \sin m\theta$$

$$E_r^2 = F_0 \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot \frac{m}{2} \cdot J_m(\rho_2) \cdot \cos m\theta$$

$$E_\theta^2 = -F_0 \cdot \frac{\omega \mu_0}{\beta(\rho)} \cdot \rho \cdot J_m'(\rho_2) \cdot \sin m\theta$$

$$H_r^2 = F_0 \cdot \rho \cdot J_m'(\rho_2) \cdot \sin m\theta$$

$$H_\theta^2 = F_0 \cdot \frac{m}{2} \cdot J_m(\rho_2) \cdot \cos m\theta$$

avec :

$$E_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot |\beta(\rho)|}{\pi \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \rho}}$$

$$F_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot |\beta(\rho)|}{\pi \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot \rho}}$$

L'étude de l'arrêt brusque est faite de la même manière que en annexe I. Ses quantités $q_1, q_2, q^2(p_1, p_2(p_1, q_1(p_2)), q_1(p_2))$, $p^1(p_1), H_{ij}(p^1), H_{ij}(p^1), G_m$ et G_{im} ont les mêmes expressions analytiques que en annexe I. Sa seule différence est qu'en annexe I les intégrations sont opérées sur les intervalles $[0, b], [b, a]$ et $[a, \infty[$, alors qu'ici, celles-ci sont faites sur les intervalles $[0, a]$ et $[a, \infty[$.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] R.D. RICHTMYER
"Dielectric resonators"
J. Appl. Phys., vol. 10, n° 6, pp. 391-398, Juin 1939.

- [2] H.M. SCHLICKE
"Quasi degenerated modes in high permittivity dielectric cavities"
J. Appl. Phys., Vol. 24, pp. 187-191, Février 1953.

- [3] A. OKAYA
"The rutile microwave resonator"
Proc. of the I.R.E., Vol. 48, p. 1921, Novembre 1960.

- [4] A. OKAYA et L.F. BARASH
"The dielectric microwave resonator"
Proc. of the I.R.E., Vol. 50, pp. 2081-2092, Octobre 1962.

- [5] Y. YEE
"An investigation of microwave dielectric resonators"
Microwave Laboratory Report 1065, Stanford University, Juillet 1963

- [6] S.B. COHN
"Microwave bandpass filters containing high-Q dielectric resonator"
IEEE. Trans. Microwave Theory Tech, Vol. MTT-16, pp. 218-227,
Avril 1968.

- [7] Y. GARAULT et P. GUILLON
"Higher accuracy for the resonance frequencies of dielectric resonators".
Electronics Letters, Vol. 12, n° 18, pp. 475-476, Septembre 1976.

- [8] P. GUILLON et Y. GARAULT
"Accurate resonant frequencies of dielectric resonators"
IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-25, pp. 916-922,
Novembre 1977.

- [9] T. ITOH et R.S. RUDOKAS
"New method for computing the resonant frequencies of dielectric resonators"
IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-25, pp. 52-54, Janvier 1977.

- [10] J. VAN BLADEL
"On the resonances of a dielectric resonator of very high permittivity".
IEEE Trans. Microwave Theory Tech, Vol. MTT-23, n° 2, pp. 199-208, Février 1975.
- [11] M. VERPLANKEN et J. VAN BLADEL
"The electric dipole resonances of ring resonators of very high permittivity"
IEEE. Trans. Microwave Theory Tech, Vol. MTT-24, pp. 108-112, Fevrier 1976.
- [12] M. VERPLANKEN et J. VAN BLADEL
"The magnetic dipole resonances of ring resonators of very high permittivity".
IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-27, pp. 328-334, Avril 1979.
- [13] RONALD DE SMEDT
"Correction Due to a Finite Permittivity for a Ring Resonator in Free Space".
IEEE. Trans. Microwave Theory Tech, Vol. MTT-32, N° 10, pp. 1288-1293, Octobre 1984.
- [14] P. GUILLON
"Contribution à l'étude des résonateurs diélectriques. Application aux filtres microondes".
Thèse d'état Limoges, Mars 1978.
- [15] Ph. GELIN
"Traitement électromagnétique des discontinuités en guides d'ondes diélectriques. Application aux résonateurs diélectriques".
Thèse d'état, Lille, Septembre 1981.
- [16] Ph. GELIN, M. PETENZI and J. CITERNE
"Rigorous analysis of the scattering of surface waves in an abruptly ended slab dielectric waveguide".
IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-29, N° 2, pp. 107-114, Février 1981.

- [17] Ph. GELIN, S. TOUTAIN, P. KENNIS and J. CITERNE
"Scattering of the TE_{01} and TM_{01} Modes on transverse discontinuities in a rod dielectric waveguide. Application to the Dielectric Resonators".
IEEE. Trans. Microwave Theory Tech, Vol. MTT-29, n° 7, pp. 712-719
Juillet 1981.
- [18] D. MARCUSE
"Radiation losses of the dominant mode in round dielectric waveguide".
Bell Syst. Tech. J., Vol. 49, p. 1665, Octobre 1970.
- [19] C.T. BAKER
"The numerical treatment of integral equations"
pp. 34-37, CLARENDON PRESS OXFORD.
- [20] P. GUILLON, J.P. ASTIER, M. GUEDIRA
"Etude des modes hybrides d'un résonateur diélectrique placé dans une cavité métallique. Application aux filtres".
LCOM. Université de Limoges, IVE Journées Nationales Microondes, Lannion, Juin 1984.
- [21] T.N. TRINH and R. MITTRA
"Coupling characteristics of dielectric waveguides of rectangular cross-section"
M.T.T. International Microwave Symposium Digest, 1980, Washington.
- [22] P.P. TOULIOS and R.M. KNOX
"Rectangular dielectric image guide for millimeter integrated circuits"
PSSW, mars 1970.
- [23] E.A.J. MARCATILI
"Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics"
Bell System Technical Journal, Vol. 48, September 1969.

- [24] J.F. LEGIER
"Contribution à l'étude des caractéristiques électromagnétiques
du guide image. Approches 'guide ouvert'"
Thèse de 3e cycle, Université de Lille I, Novembre 1984.
- [25] Ch. VASSALLO
(Communication privée).
- [26] E.G. NEUMANN
"Curved dielectric optical waveguides with reduced transition
losses"
IEE PROC., Vol. 129, Pt. H, N° 5, Octobre 1982.
- [27] S. TOUTAIN
Thèse d'Etat à paraître.
- [28] TAKAO ITANAMI and SHUICHI SHINDO
"Channel Dropping Filter for Millimeter-wave Integrated Circuits"
IEEE. Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-26, N° 10, octobre
1978.

