

N° d'ordre : 1277

50376
1985
95

50376
1985
95

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR 3ème CYCLE, SPECIALITE ELECTRONIQUE

par

Mohamed SAMODI

Maître ès Sciences

E.E.A.

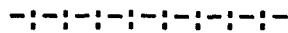
**LA THEORIE DES SYSTEMES APPLIQUEE A L'ANALYSE
DU PARTAGE DES FLUX THERMIQUES A L'INTERFACE
DE DEUX MILIEUX EN REGIME VARIABLE.**



Soutenue le 27 Juin 1985 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury : MM.	Y.	LEROY	Président
	P.	THERY	Rapporteur
	A.	LEBRUN	Examineurs
	D.	LECLERCQ	
	P.	RABETTE	Invités
	D.	QUENARD	

SOMMAIRE



	<u>N° page</u>
INTRODUCTION	2
CHAPITRE I : LA NOTION "D'ONDES THERMIQUES" ET SON APPLICATION A LA REPRESENTATION DES TRANSFERTS THERMIQUES	5
I-1- : "Ondes thermiques" dans un milieu infini monodimensionnel	6
I-2- : Réflexion et transmission des "ondes thermiques" sur une surface de discontinuité thermique	10
I-3- : Application à la représentation du champ de température dans un milieu limité soumis à une variation de température de surface en forme d'échelon	15
I-4- : Ondes thermiques dans un milieu limité soumis sur une face à un flux thermique imposé, l'autre face étant maintenue à température constante	17
I-5- : "Ondes thermiques" produites par une source plane localisée sur la surface de séparation de deux milieux de caractéristiques thermiques différentes	21
CHAPITRE II : L'ANALYSE FREQUENTIELLE APPLIQUEE A LA SIMULATION DES TRANSFERTS THERMIQUES DANS LES STRUCTURES MULTICOUCHES	25
II-1- : Analyse fréquentielle des flux et température	26
II-2- : Résultats de la simulation	33
a) Influence des fluxmètres thermiques	39
b) Perturbation introduite par les fluxmètres placés de part et d'autre de la résistance chauffante	43
CHAPITRE III : PARTIE EXPERIMENTALE	48
III-1- : Caractéristiques d'une source d'énergie idéale	49
III-2- : Le premier montage expérimental : fluxmètre-résistance chauffante-fluxmètre	53
III-3- : Le second montage expérimental : résistance chauffante-fluxmètres-résistance chauffante	57
III-4- : Performance du montage	63
III-5- : Application à la caractérisation de la source énergétique	65
III-5-1- : Mesure de la résistance thermique	65
III-5-2- : Mesure de la capacité thermique	68
III-6- : Résultats expérimentaux	68

.... /

CHAPITRE IV : SIMULATION DES ECHANGES THERMIQUES PAR DES RESEAUX MAILLES DE TYPE RESISTANCES ET CAPACITES	79
IV-1- : Introduction	80
IV-2- : Principe de la méthode	81
IV-3- : Réalisation pratique des réseaux électriques	83
a) Détermination de la résistance et de la capacité électrique .	84
b) Réalisation d'un générateur de courant	86
c) Lecture des potentiels	88
IV-4- : RESULTATS OBTENUS	88
CONCLUSION	93
ANNEXE	96
BIBLIOGRAPHIE	100

NOTATIONS ET UNITES

λ	conductivité thermique	$W m^{-1} K^{-1}$
ρ	masse volumique	$Kg m^{-3}$
c	chaleur massique	$J Kg^{-1} K^{-1}$
$a = \frac{\lambda}{\rho c}$	diffusivité thermique	$m^2 s^{-1}$
$b = \sqrt{\lambda \rho c}$	effusivité thermique	$J K^{-1} m^{-2} s^{1/2}$
$\tau_c = \frac{\ell^2}{a}$	temps caractéristique d'une paroi d'épaisseur ℓ	S
$\Phi(x,t)$	densité de flux spatio-temporel	W/m^2
t	variable temporelle	S
x	variable spatiale	m
ℓ	épaisseur de la paroi	m , mm
$\Theta(x,t)$	champ spatio-temporel de température	K , °C

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Les travaux récents du Laboratoire de Mesures Automatiques du CRESMAT ont montré l'intérêt des méthodes de la "théorie des systèmes" pour modéliser les transferts thermiques en régime variable^{[1],[2],[3]}. Cette modélisation utilise essentiellement le concept d'impédance (ou d'admittance) thermique pour représenter la relation entre flux et température sur la surface d'un milieu monodimensionnel en régime variable dans le domaine fréquence. L'impédance thermique s'exprime en fonction de la résistance thermique (qui caractérise la relation flux-température en régime lentement variable) et de l'effusivité (caractérisant la même relation en régime rapidement variable) et la diffusivité thermique qui permet de définir le temps caractéristique du système.

L'effusivité thermique b , encore appelée inertie thermique, permet de caractériser les transferts thermiques en régime rapidement variable. Cette représentation fréquentielle conduit à représenter par analogie les transferts de chaleur en utilisant un concept "d'ondes thermiques" largement développé dans divers domaines de la physique (acoustique, optique, électronique-électromagnétisme ...).

L'utilisation de la méthode permet d'utiliser les techniques mathématiques développées en physique mathématique. Elle a été utilisée dès 1927 pour l'analyse des transferts thermiques^{[4],[5],[6]} et conduit aux mêmes résultats que les autres méthodes. La méthode des "ondes thermiques" est particulièrement bien adaptée aux problèmes multicouches puisqu'elle introduit les coefficients de réflexion et de transmission sur les surfaces de discontinuités thermiques.

Le premier objectif de ce travail est de montrer l'intérêt d'utiliser les méthodes "d'onde thermique" pour interpréter les mesures simultanées de flux et de température dans un plan de section droite. Le second objectif est l'application des méthodes de la théorie du signal à l'analyse des transferts thermiques.

Pour bien illustrer ces considérations, les mesures de flux et de température ont été effectuées sur une configuration expérimentale très simple et essentiellement constituée par une résistance chauffante (à température uniforme), placée à l'interface de deux milieux. Le travail expérimental a consisté à analyser les flux thermiques injectés dans chacun des milieux lorsque la résistance est alimentée par des signaux de type échelon. Les résultats obtenus montrent que l'analyse des variations temporelles, des flux mesurés permet la comparaison des milieux placés de part et d'autre de la résistance chauffante.

Lorsque les milieux sont identiques, les flux restent égaux quel que soit l'instant considéré. Par contre, lorsque les propriétés des milieux sont différentes, il y a inégalité des flux thermiques détectés de part et d'autre de la résistance chauffante.

L'égalité des flux détectés uniquement au début du régime transitoire permet de conclure à une égalité des "effusivités thermiques" de la première couche située de part et d'autre de la résistance chauffante. Par contre, l'égalité des valeurs asymptotiques des flux permet de conclure à l'égalité des résistances thermiques à comparer.

CHAPITRE I

LA NOTION D'ONDES THERMIQUES ET SON APPLICATION
A LA REPRÉSENTATION DES TRANSFERTS THERMIQUES
EN RÉGIME VARIABLE

I - LA NOTION "D'ONDES THERMIQUES" ET SON APPLICATION A LA REPRESENTATION DES TRANSFERTS THERMIQUES EN REGIME VARIABLE

I-1- ONDES THERMIQUES DANS UN MILIEU INFINI MONODIMENSIONNEL

L'objectif de cette première partie est de montrer que les transferts d'énergie thermique dans un milieu semi-infini peuvent être décrits par une superposition "d'ondes thermiques progressives". Les "ondes thermiques" sont des solutions de l'équation de Fourier en régime sinusoïdal

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$$

$\theta(x, t)$: température en x à l'instant t ; "a" : diffusivité thermique

Les solutions de cette équation sont bien connues^{[1],[3]}. elles sont de la

$$\text{forme : } \exp(-x \sqrt{\omega/2a}) \sin(\omega t - x \sqrt{\omega/2a}) \\ \exp(-x \sqrt{\omega/2a}) \cos(\omega t - x \sqrt{\omega/2a})$$

et permettent de décrire la progression d'une oscillation sinusoïdale de température entretenue à l'origine. De façon plus générale, toute variation de température de forme quelconque localisée à l'origine peut être décomposée en série de Fourier.

Connaissant l'onde thermique associée à chacune des composantes sinusoïdales, l'expression du champ de température dans tout le milieu peut être obtenue par synthèse de Fourier.

Pour introduire clairement cette notion, considérons une variation de température en forme d'impulsion d'amplitude θ_0 (représentée par une distribution de Dirac) localisée à l'origine et représentée figure 1 . Cette variation impulsionnelle de température $\theta'(0, t) = \theta_0 \delta(t)$ mesurée en degré par seconde est décomposable en série de Fourier suivant la relation :

$$\theta'(0, t) = \theta_0 \delta(t) = \frac{\theta_0}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \omega t \cdot d\omega \quad [\text{K/s}]$$

Le spectre de la sollicitation impulsionnelle est paire. La transformée de Fourier est également paire. C'est un bruit blanc d'amplitude $2 \theta_0$ que l'on écrira dans le domaine fréquence sous la forme :

$$\vartheta_0(\omega, f) = 2 \theta_0 \quad [K]$$

L'origine $x = 0$ étant soumise à un ensemble de sollicitations sinusoïdales de même amplitude $2 \theta_0$, le champ de température en chaque point du milieu est obtenu par superposition d'ondes thermiques :

$$\theta'(x, t) = \frac{\theta_0}{\pi} \int_0^{\infty} \exp(-x \sqrt{\omega/2a}) \cos(\omega t - x \sqrt{\omega/2a}) d\omega$$

La fonction du temps correspondante est classique, elle a pour transformée de Laplace $\exp(-x \sqrt{p/a})$, soit explicitement :

$$\theta'(x, t) = \frac{\theta_0 x e^{-\frac{x^2}{4at}}}{2 \sqrt{\pi at^3}} = \frac{\theta_0}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-x \sqrt{\frac{\omega}{2a}}} \cos(\omega t - x \sqrt{\frac{\omega}{2a}}) d\omega$$

Le flux de chaleur peut également être décomposé en série de Fourier. L'analyse de la solution de l'équation de Fourier en régime sinusoïdal montre que le flux thermique dans un milieu semi-infini est en avance de 45° sur l'oscillation de température, les rapports des amplitudes du flux et de la température étant égal à l'effusivité b . L'atténuation et le déphasage sont habituellement représentés par le nombre complexe $Z_c(j\omega)$

$$1/Z_c(j\omega) = \frac{\varphi(x, \omega)}{\vartheta(x, \omega)} = b \sqrt{j\omega}$$

$\varphi(x, \omega)$: amplitude complexe du spectre du flux thermique en x

$\vartheta(x, \omega)$: amplitude complexe du spectre de la température en x

Z_c : impédance caractéristique [K/w]

b : effusivité [W $\sqrt{s}/m^2 K$]

Compte tenu du développement de $\theta'(x, t)$ le flux thermique est obtenu à l'aide de la loi de Fourier :

$$\phi(x,t) = \frac{\theta_0 b}{\pi} \int_0^{\infty} \sqrt{\omega} e^{-x\sqrt{\frac{\omega}{2a}}} \cos\left(\omega t - x\sqrt{\frac{\omega}{2a}} + \frac{\pi}{4}\right) d\omega$$

Chaque composante spectrale est en avance de $\frac{\pi}{4}$ par rapport à l'oscillation de température correspondante, le rapport des amplitudes étant $b\sqrt{\omega}$. Un déphasage dans le domaine fréquence correspondant à un décalage dans le domaine temps, le flux de chaleur "précède" la variation de température en tout point du milieu infini.

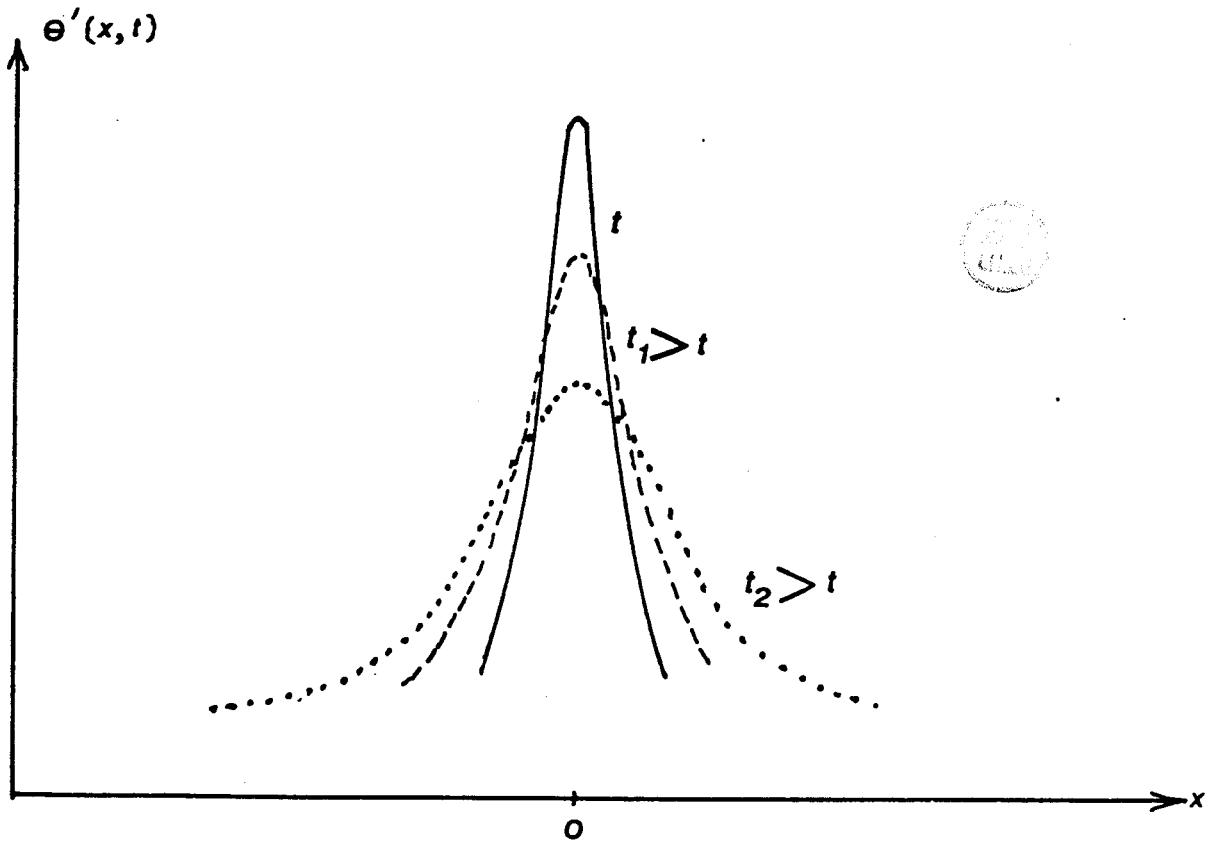


Figure 1 : Variation de $\theta'(x,t)$ en fonction de la profondeur x du matériau, le temps pris comme paramètre

La même méthode peut être appliquée à l'analyse du champ de température produit par une impulsion énergétique représentée par la distribution de Dirac $Q_0 \delta(t)$ (par unité de surface) localisée à l'origine $x = 0$. Le flux thermique se partageant suivant chacune des directions $x > 0$ et $x < 0$ a pour amplitude $Q_0/2 \delta(t)$.

Le flux thermique dans chacune des directions $x > 0$ et $x < 0$ est représenté par la relation :

$$\phi(0,t) = \frac{Q_0}{2\pi} \int_0^{\infty} \cos \omega t \, d\omega = \frac{Q_0}{2} \delta(t) \quad [\text{Watt}]$$

Le spectre de chaque impulsion de flux progressant suivant chaque direction $x > 0$ et $x < 0$ est représentée par un bruit blanc d'amplitude Q_0 (pour $f > 0$) [Joule] .

En utilisant les solutions de l'équation de Fourier sous forme d'ondes progressives, nous obtenons :

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{Q_0}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-x\sqrt{\frac{\omega}{2a}}} \cdot \cos(\omega t - x\sqrt{\frac{\omega}{2a}}) \, d\omega$$



Par suite, compte tenu de la relation :

$$\theta(x,\omega) = \frac{1}{b \sqrt{j\omega}} \phi(x,\omega)$$

$$\theta_i(x,t) = \frac{Q_0}{2 \pi b} \int_0^{\infty} \frac{e^{-x\sqrt{\frac{\omega}{2a}}}}{\sqrt{\omega}} \cos(\omega t - x\sqrt{\frac{\omega}{2a}} - \frac{\pi}{4}) \, d\omega$$

La fonction du temps correspondante (de transformée de Laplace $\frac{1}{b\sqrt{p}} e^{-x\sqrt{\frac{p}{a}}}$) est telle que :

$$\Theta(x,t) = \frac{Q_0}{2b} \frac{e^{-\frac{x^2}{4at}}}{\sqrt{\pi t}} = \frac{Q_0}{2} \frac{1}{\pi b} \int \frac{e^{-x\sqrt{\frac{\omega}{2a}}}}{\sqrt{\omega}} \cdot \cos(\omega t - x\sqrt{\frac{\omega}{2a}} - \frac{\pi}{4}) d\omega$$

Connaissant la réponse impulsionnelle, on obtient par intégration la réponse à une variation en forme d'échelon d'énergie thermique localisée à l'origine :

$$\Theta_U(x,t) = \frac{2Q_0}{b} \left| \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{4at}} - \frac{x}{\sqrt{a}} \operatorname{erfc} \frac{x}{\sqrt{4at}} \right|$$

L'ensemble de ces expressions montre que les solutions de l'équation de Fourier dans un milieu infini peuvent être obtenues par superposition d'ondes thermiques. L'intérêt essentiel de cette méthode est de pouvoir être étendue aux milieux non homogènes. Nous développons dans les parties suivantes, les développements mathématiques applicables aux milieux multicouchés.

I-2- REFLEXION ET TRANSMISSION DES "ONDES-THERMIQUES" SUR UNE SURFACE DE DISCONTINUITÉ THERMIQUE

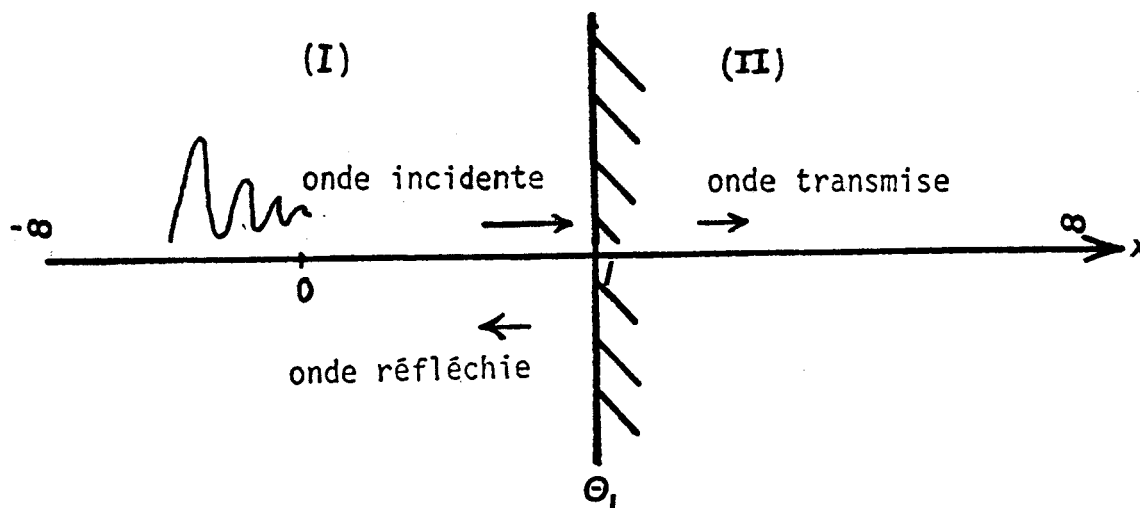
La solution précédente n'est valable que dans le cas particulier d'un milieu homogène infini. Il est important d'analyser la modification à apporter à cette solution pour rendre compte de la présence d'une discontinuité thermique. Soit donc un premier milieu noté 1 (de constantes thermophysiques λ_1, a_1, b_1) s'étendant de $-\infty$ à $x = 1$ en contact thermique avec un autre milieu noté 2 (λ_2, a_2, b_2) s'étendant de $x = 1$ à $+\infty$). Supposons d'abord une oscillation de température $\Theta_0 \cos \omega t$ localisée en $x = 0$ générant des "ondes thermiques" dans les régions $x > 0$ et $x < 0$

$$\Theta_0 e^{-x\sqrt{\frac{\omega}{2a_1}}} \cdot \cos(\omega t - x\sqrt{\frac{\omega}{2a_1}}) \quad \text{pour} \quad x > 0$$

$$\Theta_0 e^{x\sqrt{\frac{\omega}{2a_1}}} \cos(\omega t + x\sqrt{\frac{\omega}{2a_1}}) \quad \text{pour} \quad x < 0$$

"L'onde thermique" progressant dans la direction $x < 0$ n'est pas interrompue, par contre la progression suivant $x > 0$ est perturbée en $x = l$

Au niveau de la surface de discontinuité $x = l$, il y a réflexion et transmission



Sur l'interface entre les deux milieux il y a :

- égalité des températures $\theta_1(l) = \theta_2(l)$
- égalité des flux $\lambda_1 \frac{\partial \theta_1(l)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial \theta_2(l)}{\partial x}$

Pour pouvoir satisfaire ces deux conditions limites, il faut introduire une onde transmise dans le milieu 2

$$\theta_2(x,t) = B \cdot \exp [-(x-l) \sqrt{\omega/2a_2} - l\sqrt{\omega/2a_1}] \cdot \cos(\omega t - (x-l) \sqrt{\omega/2a_2} - l\sqrt{\omega/2a_1})$$

avec $x-l > 0$

Cette expression (module et phase) a été établie en considérant que l'onde transmise a parcourue la distance l dans le milieu 1 et $x-l$ dans le milieu 2). Et la superposition d'une onde incidente et d'une onde réfléchie dans le milieu (1)

$$\theta_1(x,t) = \theta_0 \exp(-x \sqrt{\omega/2a_1}) \cos(\omega t - x \sqrt{\omega/2a_1}) + A \exp(x-2l) \sqrt{\omega/2a_1}) \cdot \cos(\omega t + (x-2l) \sqrt{\omega/2a_1})$$

puisque l'onde réfléchie a parcouru $l + l - x$ dans le milieu 1.

Les constantes A et B doivent être choisies de façon à vérifier les conditions limites précédentes. Le problème est classique dans divers domaines de la physique. On introduit généralement, comme paramètre essentiel, le rapport des impédances thermiques de part et d'autre de la surface de discontinuité. Dans le cas particulier traité ci-dessus, ce rapport est égal au rapport des effusivités thermiques :

$$k = \frac{b_1}{b_2}$$

En fonction de ce rapport, les constantes A et B sont déterminées par les relations bien connues :

$$\frac{A}{\theta_0} = \frac{k-1}{k+1} = \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}$$

$$\frac{B}{\theta_0} = \frac{2k}{k+1} = \frac{2b_1}{b_1 + b_2}$$

L'amplitude A de "l'onde de température" réfléchie est nulle lorsque $b_1 = b_2$, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a aucune discontinuité thermique et dans ce cas la transmission est totale puisque $B/\theta_0 = 1$.

Le flux thermique obtenu par dérivation spatiale du champ de température $\Phi = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x}$ a également une composante transmise et une composante réfléchie.

En écrivant l'expression du flux sous une forme semblable

$$\begin{aligned} \Phi_1(x,t) &= \Phi_0 \exp(-x\sqrt{\omega/2a_1}) \cos(\omega t - x\sqrt{\omega/2a_1} + \frac{\pi}{4}) + \\ &A' \exp((x-2l)\sqrt{\omega/2a_1}) \cos(\omega t + (x-2l)\sqrt{\omega/2a_1} + \frac{\pi}{4}) \quad \text{pour } 0 < x < a \\ \Phi_2(x,t) &= B' \exp(-(x-l)\sqrt{\omega/2a_2}) \exp(-l\sqrt{\omega/2a_1}) \cos(\omega t - (x-l)\sqrt{\omega/2a_2} - l\sqrt{\omega/2a_1}) \end{aligned}$$

et en utilisant les conditions limites précédentes, nous obtenons :

$$\frac{A'}{\Phi_0} = \frac{1-k}{1+k} = -\frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}$$

$$\frac{B'}{\Phi_0} = \frac{2}{1+k} = \frac{2b_2}{b_1 + b_2}$$

Les amplitudes des ondes de flux transmises et réfléchies s'expriment comme précédemment en fonction des impédances thermiques des milieux en contact.

Les expressions précédentes sont générales et s'appliquent à une grande diversité de problèmes. Le premier objectif consiste toujours à calculer le coefficient k de discontinuité thermique et en déduire les expressions des ondes de température et de flux respectivement transmises et réfléchies pour chaque fréquence.

La méthode des ondes thermiques est particulièrement simple à appliquer lorsque les coefficients de réflexion et de transmission sont indépendants de la fréquence. La forme de l'onde incidente étant supposée connue dans le domaine fréquence, les ondes transmises et réfléchies sont obtenues par synthèse de Fourier.

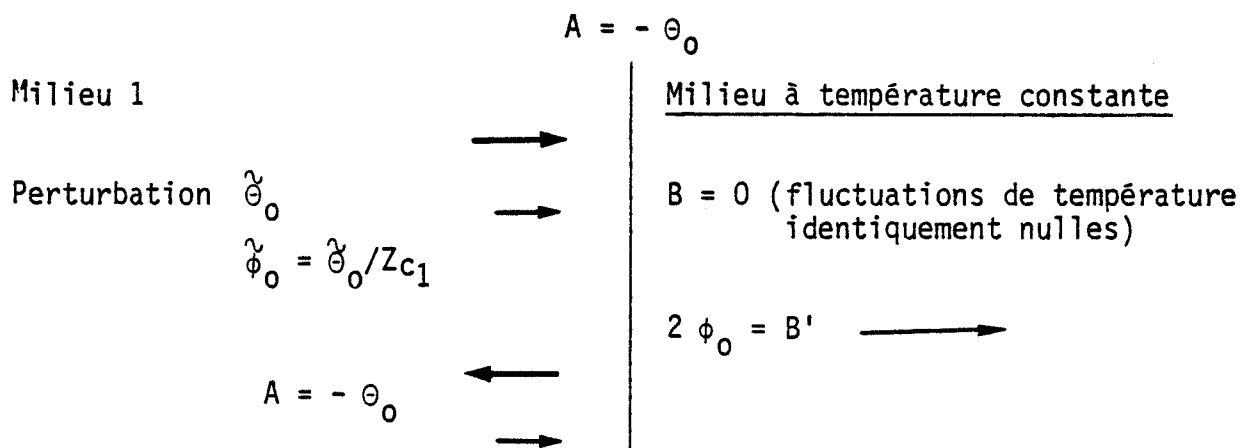
Le domaine d'application des relations précédentes n'est pas limité à l'analyse des discontinuités dans les milieux infinis. Elles s'appliquent également à l'analyse des interactions sur la surface des milieux semi-infinis.

Considérons par exemple les échanges sur la surface d'un milieu dont la température ne varie pas en fonction du temps. La caractéristique flux-température de surface est représentée par la relation $\Theta = Z_2$ dans laquelle $Z_2 = 0$ puisque $\Theta = 0$ quelle que soit la valeur du flux pénétrant le milieu 2. Dans ce cas particulier le coefficient de réflexion est nul puisque : $k = \frac{Z_2}{Z_{c1}} = 0$.

Compte tenu de cette valeur du coefficient de réflexion :

- aucune variation de température n'est transmise au milieu 2 puisque l'amplitude de toutes les ondes de température transmises sont identiquement nulles ($B = 0$).
- Les variations de température issues du milieu 1 sont réfléchies dans ce même milieu puisque le coefficient de réflexion vaut -1 .

Les variations de flux sont transmises au milieu 2.

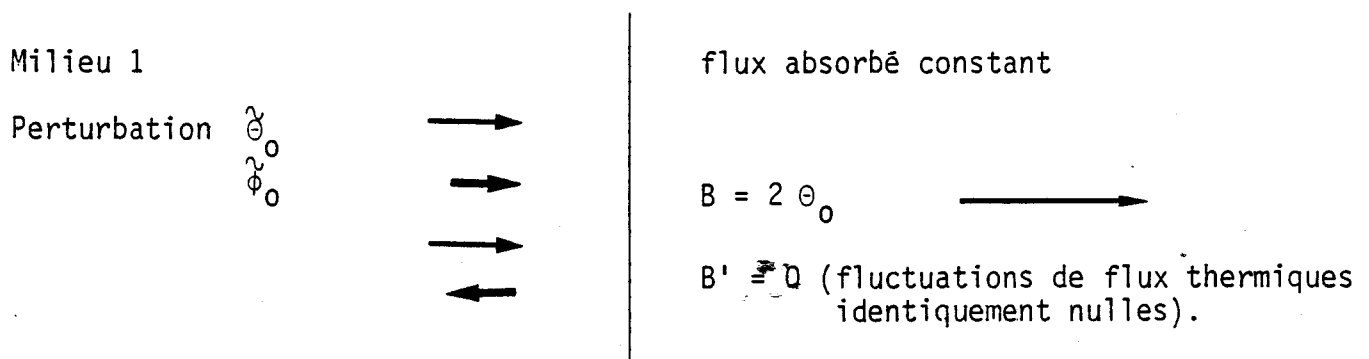


Il y a réflexion des ondes thermiques de température et transmission des ondes de flux sur un milieu maintenu à température constante.

Une autre configuration expérimentale typique est celle pour laquelle le flux thermique provenant du milieu 1 (absorbé par le milieu 2) ne dépend pas de la température de surface séparant les deux milieux. On représente cette configuration expérimentale en utilisant un coefficient de réflexion infiniment grand.

Avec cette condition :

- les variations de température sont intégralement transmises au milieu 2 puisque le coefficient de transmission vaut 2 ($B \rightarrow 2\theta_0$)
- les variations de flux ne sont pas transmises au milieu 2 puisque $B \rightarrow 0$
- elles sont réfléchies dans le milieu 1 puisque le coefficient de réflexion tend vers -1.



Il y a transmission de "l'onde thermique" de température et réflexion de l'onde de flux thermique.

I-3- APPLICATION A LA REPRESENTATION DU CHAMP DE TEMPERATURE DANS UN MILIEU LIMITE SOUMIS A UNE VARIATION DE TEMPERATURE SURFACE EN FORME D'EHELON

Une configuration expérimentale largement utilisée et conduisant à des coefficients de réflexion et de transmission indépendants de la fréquence est celle d'un milieu limité entre 0 et 1 dont l'extrémité $x = 1$ est maintenue à température constante, l'autre extrémité $x = 0$ est soumise à une variation de température imposée. La température étant maintenue constante dans la région $x > 1$, nous prenons $Z = 0$ pour représenter l'impédance thermique de la région $x > 1$.

Il en résulte la valeur particulière $k = 0$ et nous obtenons alors pour les amplitudes les ondes de flux et de température

$$\begin{aligned} A &= -\Theta_0 & B &= 0 \\ A' &= \Phi_0 & B' &= 2\Phi_0 \end{aligned}$$

Ces coefficients décrivant la réflexion dans le plan $x = 1$ sont également applicables pour représenter les échanges au niveau de la discontinuité en $x = 0$ puisque la température est imposée dans le plan $x = 0$ (donc indépendante des réflexions successives).

Le champ de température peut donc être obtenu en superposant :

- l'onde de température incidente : $\Theta_0 \exp(-x \sqrt{\omega/2a}) \cos(\omega t - x \sqrt{\omega/2a})$
- l'onde réfléchie en $x = 1$: $-\Theta_0 \exp[-(2l-x) \sqrt{\omega/2a}] \cos[\omega t - (2l-x) \sqrt{\omega/2a}]$
- l'onde réfléchie en $x = 0$: $\Theta_0 \exp[-(2l+x) \sqrt{\omega/2a}] \cos[\omega t - (2l+x) \sqrt{\omega/2a}]$
- la deuxième onde réfléchie en $x = 1$: $-\Theta_0 \exp[-(4l-x) \sqrt{\omega/2a}] \cos[\omega t - (4l-x) \sqrt{\omega/2a}]$

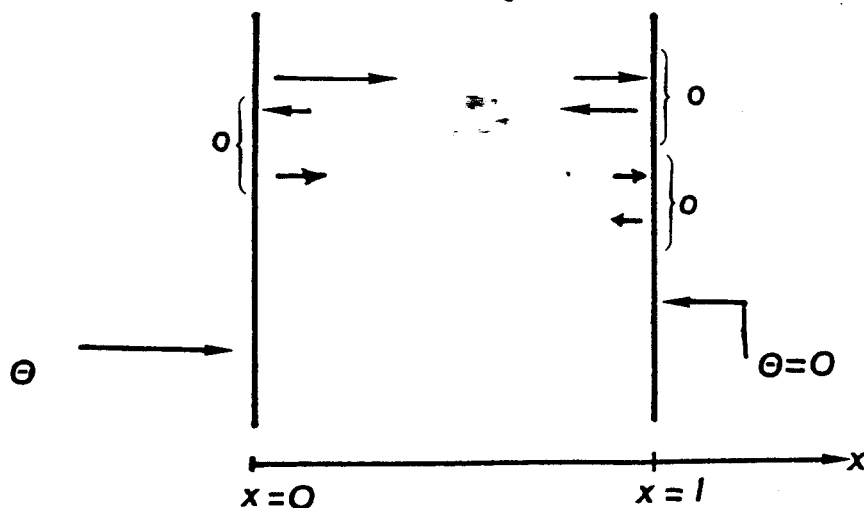


Figure 2 : Réflexion et transmission sur une surface de discontinuité thermique

Le processus de réflexion continue ainsi indéfiniment. Par suite la température en chaque point du milieu due à la source de température $\theta_0 \cos \omega t$ localisée en $x = 0$ est obtenue par superposition d'ondes réfléchies

$$\theta'(x,t) = \theta_0 \sum_0^{\infty} \exp[-(2n\ell+x) \sqrt{\omega/2a}] \cos [\omega t - (2n\ell+x) \sqrt{\omega/2a}] - \theta_0 \sum_1^{\infty} \exp[-(2n\ell-x) \sqrt{\omega/2a}] \cos [\omega t - (2n\ell-x) \sqrt{\omega/2a}]$$

Partant de cette solution simple, la solution correspondant à une variation impulsionnelle de température localisée en $x = 0$ est obtenue par synthèse de Fourier avec :

$$\theta(0,t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \theta_0 \cos(\omega t) d\omega$$

De la même façon en x nous obtenons pour la variation de température :

$$\theta(x,t) = \frac{\theta_0}{\pi} \int_0^{\infty} \exp(-x\sqrt{\omega/2a}) \cos(\omega t - x\sqrt{\omega/2a}) d\omega = \frac{x\theta_0}{2\sqrt{\pi at^3}} \exp(-x^2/4at)$$

Nous obtenons alors pour le champ de température correspondant à une variation impulsionnelle de la température de surface

$$\theta_i(x,t) = \frac{\theta_0}{2\sqrt{\pi at^3}} \sum_{-\infty}^{\infty} (2n\ell + x) \exp \left[-\frac{(2n\ell+x)^2}{4at} \right]$$

Cette expression peut être transformée suivant des méthodes classiques pour donner le résultat :

$$\theta(x,t) = \frac{2\pi a \theta_0}{\ell^2} \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{n\pi x}{\ell} \exp \left(-\frac{an^2\pi^2}{\ell^2} t \right)$$

Connaissant la réponse à une impulsion de température, la réponse à une variation de température de surface en forme d'échelon est obtenue par intégration de temps.

$$\theta(x,t) = \frac{2\theta_0}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{a\pi^2 n^2}{\ell^2} t\right)\right)$$

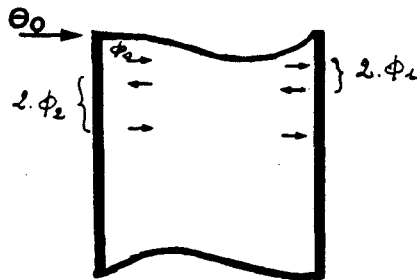
$$\theta(x,t) = \theta_0 \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) - \frac{2\theta_0}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right) \exp\left(-\frac{a\pi^2 n^2 t}{\ell^2}\right)$$

Cette expression est identique à la solution classique de l'équation de Fourier et montre que la méthode des "ondes thermiques" permet la résolution des équations différentielles compte tenu des conditions limites. En $x = 0$, la température $\theta(0,t) = \theta_0$ puisque les ondes de températures réfléchies s'annulent deux à deux.

Pour calculer la distribution de flux thermiques dans le milieu, il est possible comme précédemment de superposer des ondes de flux thermiques transmises et réfléchies, les amplitudes de ces ondes étant liées à l'onde de flux incidente par les relations :

$$A' = \phi_0$$

$$B' = 2\phi_0$$

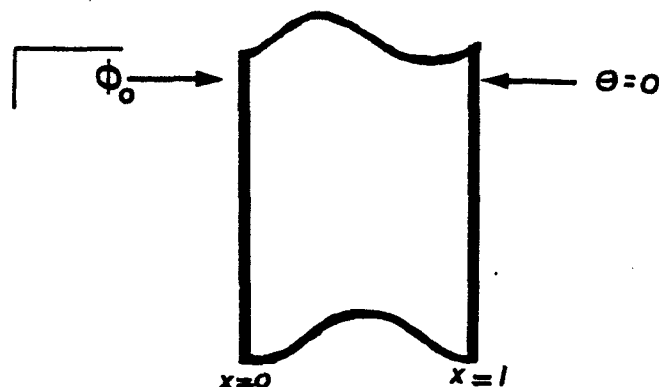


Le flux thermique dans le plan d'entrée est représenté comme précédemment par une superposition d'onde de flux réfléchi dont la valeur résultante est maintenant différente de zéro dans le plan $x = 0$.

1-4- ONDES THERMIQUES DANS UN MILIEU LIMITE SOUMIS SUR UNE FACE A UN FLUX THERMIQUE IMPOSE, L'AUTRE FACE ETANT MAINTENUE A TEMPERATURE CONSTANTE

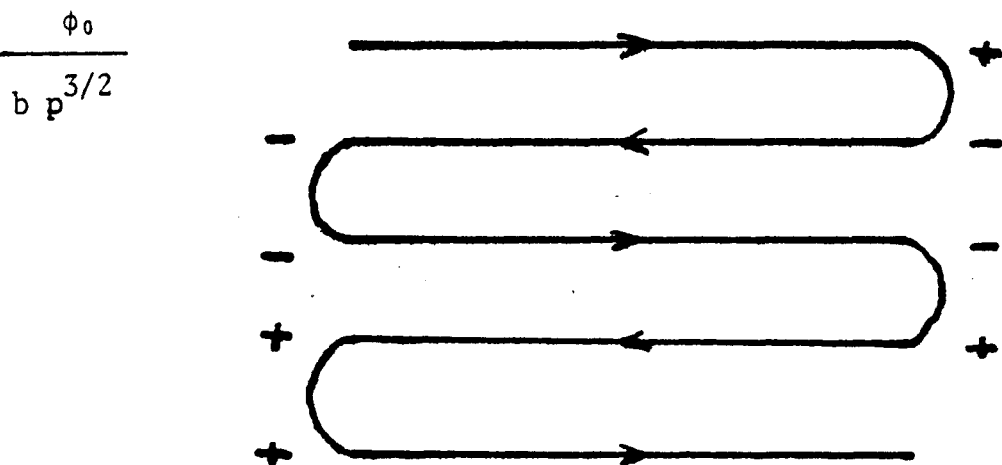
La méthode des "ondes thermiques" est générale et s'applique quel que soit le type de conditions limites considérées.

A titre d'exemple considérons un milieu homogène monodimensionnel situé dans la région $0 < x < l$, l'extrémité $x = l$ est maintenue à température constante l'autre extrémité $x = 0$ étant soumise à une variation de flux imposée en forme d'échelon



Les valeurs du coefficient de réflexion sont $k = 0$ en $x = l$ et $k = \infty$ en $x = 0$

Superposition des ondes de température



Superposition des ondes de flux thermiques en $x = 0$

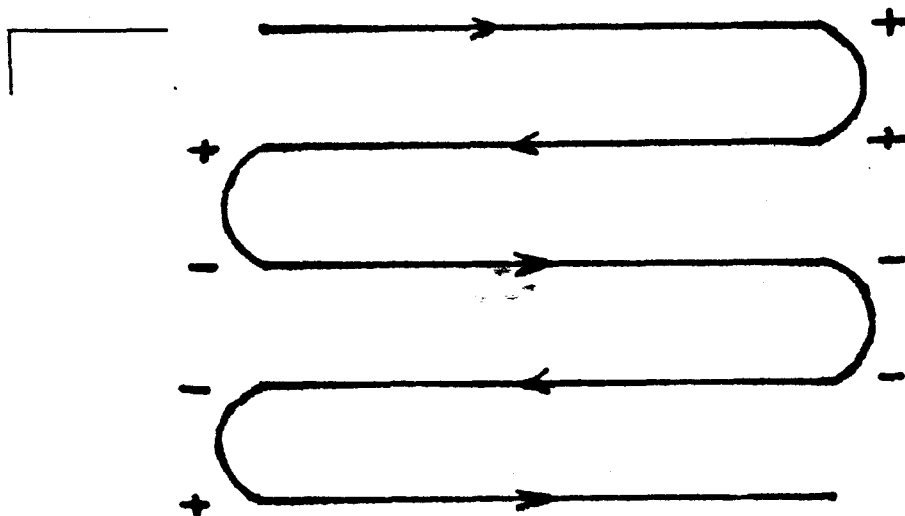


Figure 3 : Superposition des ondes de flux et de température dans une paroi dont l'extrémité est maintenue à température constante, l'autre étant soumise à un flux imposé.

Considérons l'onde de température résultante d'une variation de flux de forme $\phi_0 \cos \omega t$ en $x = 0$ et se propageant dans un milieu limité entre 0 et ℓ , l'extrémité ℓ étant maintenue à température constante.

Sa valeur pour une profondeur x quelconque du matériau est :

$$\phi_0 e^{-x \sqrt{\omega/2a}} \cos(\omega t - x \sqrt{\omega/2a})$$

Donc, l'onde de température est de la forme :

$$\frac{\phi_0}{b\sqrt{\omega}} \cdot \exp(-x \sqrt{\omega/2a}) \cos(\omega t - x \sqrt{\omega/2a} - \frac{\pi}{4})$$

La valeur locale de la température peut être obtenue par superposition de :

- l'onde incidente de température : $\frac{\phi_0}{b\sqrt{\omega}} \exp(-x \sqrt{\omega/2a}) \cos(\omega t - x \sqrt{\omega/2a} - \frac{\pi}{4})$
- l'onde réfléchie en $x = \ell$: $-\frac{\phi_0}{b\sqrt{\omega}} \exp[-(2\ell-x)\sqrt{\omega/2a}] \cos[\omega t - (2\ell-x) \sqrt{\omega/2a} - \frac{\pi}{4}]$
- l'onde réfléchie en $x = 0$: $-\frac{\phi_0}{b\sqrt{\omega}} \exp[-(2\ell+x)\sqrt{\omega/2a}] \cos[\omega t - (2\ell+x) \sqrt{\omega/2a} - \frac{\pi}{4}]$
- l'onde réfléchie en $x = \ell$: $\frac{\phi_0}{b\sqrt{\omega}} \exp[-(4\ell-x)\sqrt{\omega/2a}] \cos[\omega t - (4\ell-x) \sqrt{\omega/2a} - \frac{\pi}{4}]$

Le processus continue indéfiniment. Donc la température en chaque point du milieu due à la source de flux thermique localisée en $x = 0$ est :

$$\theta(x,t) = \frac{\phi_0}{b\sqrt{\omega}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \exp[-(2n\ell + x) \sqrt{\omega/2a}] \cos[\omega t - (2n\ell + x) \sqrt{\omega/2a} - \frac{\pi}{4}] +$$

$$\frac{\phi_0}{b\sqrt{\omega}} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp[-(2n\ell - x) \sqrt{\omega/2a}] \cos[\omega t - (2n\ell - x) \sqrt{\omega/2a} - \frac{\pi}{4}]$$

Partant de cette solution, la solution pour une variation impulsionnelle est :

$$\theta(x,t) = \frac{\phi_0}{b} \sqrt{\frac{\pi}{t}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n \exp\left(-\frac{(2n\ell + x)^2}{4at}\right)$$

Cette expression a pour transformée de Laplace :

$$\theta(x,p) = \frac{\phi_0}{b} \cdot \frac{\text{th} [(x-l) \sqrt{p/a}]}{\sqrt{p}}$$

donc, on a généralement :

$$\Theta(x,p) = \frac{\Phi(x,p)}{b \sqrt{p}} \cdot \frac{\exp(l-x)\sqrt{p/a} - \exp(x-l)\sqrt{p/a}}{\exp(l-x)\sqrt{p/a} + \exp(x-l)\sqrt{p/a}} = \frac{\Phi(x,p)}{b \sqrt{p}} \text{th}[(l-x) \sqrt{p/a}]$$

Nous obtenons alors pour la variation de température en $x = 0$:

$$\Theta(0,p) = \frac{\Phi(0,p)}{b \sqrt{p}} \cdot \text{th}(l\sqrt{p/a})$$

La superposition des ondes de flux thermiques et de la température, à chaque fréquence, dans le cas du dernier exemple traité, sont liées par la relation :

$$Z(x,j\omega) = \frac{\Theta(x,j\omega)}{\Phi(x,j\omega)} = \frac{1}{b \sqrt{j\omega}} \text{th} [(l-x) \sqrt{j\omega/a}]$$

en particulier :

$$\Theta(0,j\omega) = \frac{\Phi(0,j\omega)}{b \sqrt{j\omega}} \text{th}(l\sqrt{j\omega/a})$$

$$Z(0,j\omega) = Z(j\omega) = \frac{1}{b \sqrt{j\omega}} \text{th}(l \sqrt{j\omega/a})$$



est un nombre complexe représentant la réponse du système pour chaque fréquence.

La connaissance de cette impédance d'entrée ou de l'admittance d'entrée est particulièrement importante en pratique puisqu'elle permet de représenter globalement l'effet de l'ensemble des ondes thermiques dans le milieu.

Donc, connaissant cette relation qui lie la température et le flux thermique en fonction de la fréquence, on peut simuler la réponse à une sollicitation de forme quelconque.

La méthode d'utilisation consiste à :

- 1) la détermination du spectre de fréquence de la variation du flux thermique incident par transformation de Fourier
- 2) Calcul de $Z(j\omega)$ pour chaque fréquence
- 3) la détermination pour chaque fréquence du produit $Z(j\omega) \cdot \Phi(0, j\omega)$
- 4) la détermination de la variation de la température par synthèse de Fourier.

Dans le cas particulier d'un milieu semi-infini soumis sur sa face d'entrée à une variation de flux thermique en forme d'échelon d'amplitude ϕ_0 , il n'y a pas réflexion sur la surface limite de la paroi et la variation de température obtenue par synthèse de Fourier est définie par la relation :

$$\theta(t) = \frac{2\phi_0}{b} \sqrt{\frac{t}{\pi}}$$

I-5- "ONDES THERMIQUES" PRODUITES PAR UNE SOURCE PLANE LOCALISEE SUR LA SURFACE DE SEPARATION DE DEUX MILIEUX DE CARACTERISTIQUES THERMIQUES DIFFERENTES

Considérons maintenant une source de chaleur sinusoïdale $\phi_0 \cos \omega t$ localisée dans le plan $x = 0$, à l'interface de deux milieux semi-infinis de caractéristiques thermiques différentes (λ_1, b_1, a_1 pour $x < 0$ et λ_2, b_2, a_2 pour $x > 0$). Les conditions limites correspondant à ce nouveau problème sont :

$$\theta_1 = \theta_2 \quad \text{continuité de la température}$$

$$\lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} - \lambda_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x} = \phi_0 \cos(\omega t)$$

Les températures dans chacune des régions $x > 0$ et $x < 0$ sont obtenues en utilisant les solutions précédentes :

$$\theta_1(x, t) = \frac{A}{b_1 \sqrt{\omega}} \exp(x\sqrt{\omega/2a_1}) \cos(\omega t + x\sqrt{\omega/2a_1} - \frac{\pi}{4}) \quad \text{pour } x < 0$$

et

$$\theta_2(x, t) = \frac{B}{b_2 \sqrt{\omega}} \exp(-x\sqrt{\omega/2a_2}) \cos(\omega t - x\sqrt{\omega/2a_2} - \frac{\pi}{4}) \quad \text{pour } x > 0$$

En reportant ces expressions dans les équations relatives aux conditions limites, nous obtenons pour les amplitudes A et B :

$$A = \phi_0 \frac{b_1}{b_1 + b_2} \qquad B = \phi_0 \frac{b_2}{b_1 + b_2}$$

Connaissant les amplitudes des "ondes" de température et de flux thermiques dans les milieux 1 et 2, il est possible de représenter par superposition "d'ondes thermiques" les variations de température correspondant à une variation en fonction du temps de la puissance dissipée dans le plan $x = 0$.

Les coefficients A et B ne dépendant pas de la fréquence, la superposition d'ondes thermiques est particulièrement simple.

Dans le cas particulier d'une variation de puissance en forme d'impulsion générée à l'interface de deux milieux semi-infinis (ou d'épaisseurs grandes vis-à-vis de l'épaisseur caractéristique $\sqrt{2a/\omega}$).

Les amplitudes de chaque onde thermique vérifient la relation :

$$\Theta_1(\omega) = \Theta_2(\omega) = \frac{\Phi_1(\omega)}{b_1 \sqrt{j\omega}} = \frac{\Phi_2(\omega)}{b_2 \sqrt{j\omega}}$$

En effectuant la sommation de toutes les ondes thermiques, nous trouvons évidemment:

$$\Theta_1(t) = \Theta_2(t) = \frac{\Phi_1(t)}{b_1 \sqrt{\pi t}} = \frac{\Phi_2(t)}{b_2 \sqrt{\pi t}}$$

En régime rapidement variable le rapport des flux thermiques est égal au rapport des effusivités thermiques :

$$\frac{\Phi_1(t)}{\Phi_2(t)} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{\sqrt{\lambda_1 \rho_1 c_1}}{\sqrt{\lambda_2 \rho_2 c_2}}$$

Lorsque les deux milieux sont identiques $b_1 = b_2$ et $\Phi_1 = \Phi_2$

Dans le cas particulier où la région 1 est parfaitement isolée, on aura évidemment:

$$\Phi_1 = 0 \quad \Phi_2 = P_0 \delta(t)$$

Une configuration fortement contrastée du type cuivre polystyrène donne un résultat sensiblement identique puisque :

$$\frac{\Phi_{cu}}{\Phi_{pol}} = \frac{b_{cu}}{b_{pol}} = \frac{36000}{20} = 1800$$

En régime rapidement variable, le flux thermique se partage dans le rapport des effusivités (et non dans le rapport des conductivités)

Rappelons que le rapport des conductivités pour ces matériaux est :

$$\frac{\lambda_{cu}}{\lambda_{po1}} = \frac{400}{0,03} = 10000$$

La température de l'interface également variable en fonction du temps est obtenue par superposition d'ondes thermiques d'amplitudes

$$\Theta(\omega) = \frac{\Phi_0}{(b_1+b_2) \sqrt{j\omega}} = \frac{\Phi_0}{(\sqrt{\lambda_1 \rho_1 c_1} + \sqrt{\lambda_2 \rho_2 c_2}) \sqrt{j\omega}}$$

Les amplitudes des ondes thermiques sont d'autant plus faibles que la fréquence est élevée et les variations de température observées sont en retard de $\frac{\pi}{4}$ par rapport aux variations des flux ϕ_1 et ϕ_2 dans chacun des milieux 1 et 2.

Les résultats précédents montrent qu'il est possible de comparer les effusivités de deux milieux semi-infinis placés en contact thermique en mesurant les flux entrant dans chacun des milieux en régime variable.

Cette méthode de comparaison est d'usage général (et non limitée à la comparaison des milieux de dimensions semi-infinies). Elle peut être appliquée à la comparaison des milieux de dimension finie. Pour calculer les flux, nous utilisons comme précédemment la méthode de superposition des "ondes thermiques".

Pour chaque fréquence, les amplitudes des ondes de flux ϕ_1 et ϕ_2 sont liées à la température de l'interface par la relation :

$$\phi_1(j\omega) = \frac{\Theta(j\omega)}{Z_1(j\omega)} \quad \phi_2(j\omega) = \frac{\Theta(j\omega)}{Z_2(j\omega)}$$

et vérifient la relation :

$$\phi_1(\omega) + \phi_2(\omega) = P(\omega)$$

Pour simplifier l'étude, supposons comme précédemment la température maintenue constante à chaque extrémité l_1 et l_2 des milieux 1 et 2. Dans ces conditions,

$$Z_1(j\omega) = Z_{c1} \operatorname{th} \Gamma_1 l_1 \quad Z_2(j\omega) = Z_{c2} \operatorname{th} \Gamma_2 l_2$$

avec $\Gamma_1 = \sqrt{j\omega/a_1}$ $\Gamma_2 = \sqrt{j\omega/a_2}$

Pour une telle configuration :

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{Z_{c2} \operatorname{th} \Gamma_2 l_2}{Z_{c1} \operatorname{th} \Gamma_1 l_1}$$

Pour chaque fréquence, le rapport des amplitudes des ondes de flux thermiques est égal au rapport des impédances thermiques d'entrée des milieux 1 et 2. Cette relation est générale et permet de calculer le rapport des flux quelle que soit la fréquence de l'oscillation de puissance entretenue à l'interface des milieux 1 et 2. En général, le partage des flux thermiques dépend de la fréquence puisque les variations en fréquence de Z_1 et Z_2 ne sont pas identiques.

Dans le domaine des basses fréquences, telles que $\Gamma_1 l_1 < 1$ et $\Gamma_2 l_2 > 1$

$$\operatorname{th} \Gamma_1 l_1 \sim \Gamma_1 l_1 \quad \text{et} \quad \operatorname{th} \Gamma_2 l_2 \sim \Gamma_2 l_2$$

Compte tenu de l'expression précédente, on a :

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{Z_{c2} \Gamma_2 l_2}{Z_{c1} \Gamma_1 l_1}$$

soit, puisque $Z_c \Gamma = 1/\lambda$: $\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{R_1}{R_2}$

Dans le domaine des variations lentes par rapport aux "temps caractéristiques" des milieux 1 et 2, la puissance injectée se répartit proportionnellement aux résistances thermiques.

Au contraire, dans le domaine des variations rapides telles que $\Gamma_1 l_1 > 1$ et $\Gamma_2 l_2 > 1$, nous utilisons cette fois l'approximation $\operatorname{th} \Gamma_1 l_1 \sim 1$ et $\operatorname{th} \Gamma_2 l_2 \sim 1$ et retrouvons le résultat précédent :

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{Z_{c2}}{Z_{c1}} = \frac{b_1}{b_2}$$

Le rapport des flux est égal au rapport des effusivités thermiques.

CHAPITRE II

L'ANALYSE FRÉQUENTIELLE APPLIQUÉE À LA SIMULATION
DES TRANSFERTS THERMIQUES DANS LES STRUCTURES
MULTICOUCHES,

II - L'ANALYSE FREQUENTIELLE APPLIQUEE A LA SIMULATION DES TRANSFERTS THERMIQUES DANS LES STRUCTURES MULTICOUCHES

II-1- ANALYSE FREQUENTIELLE DES FLUX ET TEMPERATURE

Dans la partie précédente nous avons montré la possibilité d'analyser les transferts thermiques soit dans le domaine "temps", soit dans le domaine fréquence en décomposant les sollicitations en composantes sinusoïdales et en utilisant les solutions de l'équation de Fourier correspondantes.

Dans le cas particulier où une puissance variable en fonction du temps $P(t)$ est dissipée au niveau de l'interface de deux milieux notés 1 et 2, les systèmes "d'ondes thermiques" de flux et de température sont liées à chaque fréquence par des grandeurs complexes aux impédances thermiques $Z_1(j\omega)$ et $Z_2(j\omega)$. Si l'on se limite à l'interface (supposée isotherme) entre les deux milieux, la configuration expérimentale précédente peut être modélisée par le schéma suivant :

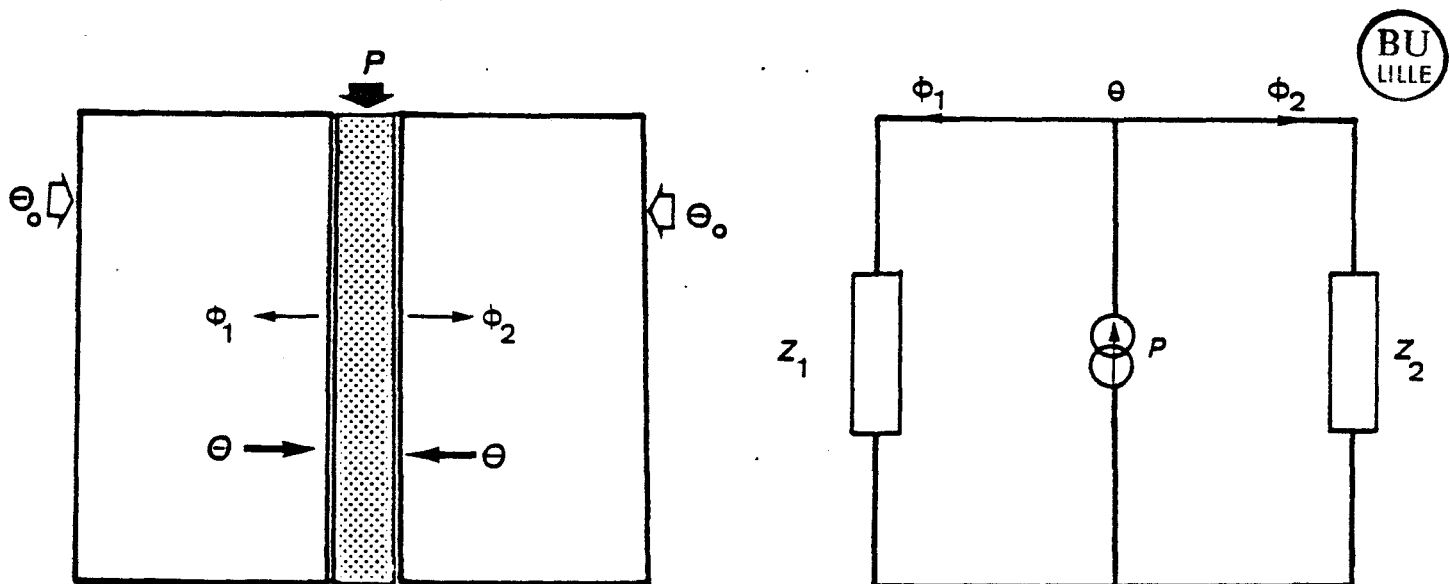


Figure II-1-1-

Chaque composante du spectre des variations de $P(\omega)$ induit des flux $\phi_1(\omega)$ et $\phi_2(\omega)$ liées uniquement à la composante de la pulsation ω de la température d'interface par les relations :

$$\phi_1(\omega) = Y_1(\omega) \cdot \theta(\omega) \quad \text{avec} \quad Y_1 = 1/Z_1$$

$$\phi_2(\omega) = Y_2(\omega) \cdot \theta(\omega) \quad \text{avec} \quad Y_2 = 1/Z_2$$

Les composantes spectrales des flux vérifiant la loi de conservation :

$$\phi_1(\omega) + \phi_2(\omega) = P(\omega)$$

Il en résulte les relations fonctionnelles :

$$\theta(\omega) = \frac{P(\omega)}{Y_1(\omega) + Y_2(\omega)}$$

$$\phi_1(\omega) = \frac{Y_1(\omega)}{Y_1(\omega) + Y_2(\omega)} \cdot P(\omega)$$

$$\phi_2(\omega) = \frac{Y_2(\omega)}{Y_1(\omega) + Y_2(\omega)} \cdot P(\omega)$$

Connaissant le développement de $P(t)$ en série de Fourier, la température $\theta(t)$ et les flux $\phi_1(t)$ et $\phi_2(t)$ peuvent être obtenus par synthèse de Fourier. L'intérêt essentiel de cette formulation est la possibilité d'appliquer les techniques de traitement du signal à l'analyse des transferts thermiques en régime variable.

Dans l'analyse précédente, la sollicitation est caractérisée indépendamment par sa représentation temps $P(t)$ ou sa représentation fréquence $P(\omega)$, liées entre elles par une relation mathématique, la transformation de Fourier. En fait, lorsque la transformée de Fourier est calculée par des circuits électroniques deux restrictions complémentaires sont apportées à la définition mathématique générale.

Tout d'abord la sollicitation est échantillonnée dans le domaine temps. Cela implique que le signal analysé soit limité à une fréquence supérieure égale à la moitié de la fréquence d'échantillonnage. Cette limitation est rendue nécessaire par le fait que l'échantillonnage limite la bande des fréquences qui peuvent être identifiées sans ambiguïté.

Notons ensuite que toute sollicitation est forcément de durée limitée compte tenu de la taille mémoire forcément limitée. Il en résulte que le spectre résultant ne peut discriminer que des composantes spectrales séparées par un nombre entier de période pendant la durée de l'observation. Le spectre résultant ne contient que les termes de fréquences égaux à des multiples entiers de l'inverse de la fenêtre d'observation.

Notons également que la représentation temps des signaux utilisés en pratique est réelle. Les transformées de Fourier sont des fonctions hermétiques. Il est possible de n'utiliser que des fréquences d'analyse positive puisque l'information contenue dans les fréquences négatives est redondante. Ces considérations montrent que limiter le domaine temps échantillonne le domaine fréquence. Les sommations définissant la transformation de Fourier sont de fait limitées dans les domaines temps et fréquence et en pratique on effectue des transformées de Fourier discrètes. La transformée de Fourier discrète fait correspondre à un nombre de N échantillons N composantes fréquentielles.

Le calcul des valeurs numériques sous-entend une succession de multiplications et d'additions qui peuvent être calculées suivant un schéma organisé pour économiser le temps de calcul (lorsque N est une puissance de 2, on utilisera un schéma de calcul du type FFT).

L'utilisation des méthodes de traitement numérique impliquent l'utilisation des séries de Fourier et donc l'utilisation de signaux temporels périodiques. L'analyse de la réponse à un signal unique (du type échelon par exemple) n'est possible que si le signal unique peut être remplacé par un signal récurrent (créneau périodique) de période fondamentale suffisante pour que le régime permanent soit atteint avant la fin de chaque période. On utilisera donc une demi-

période fondamentale supérieure au temps de réponse du système multicouche.

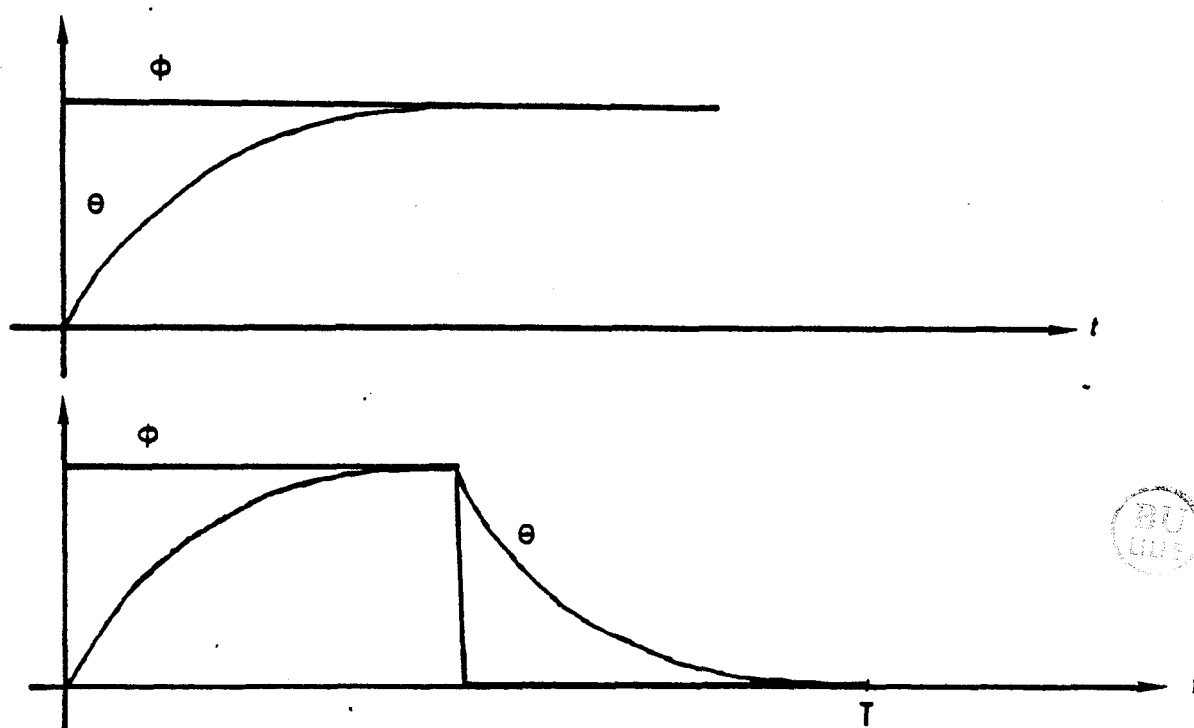
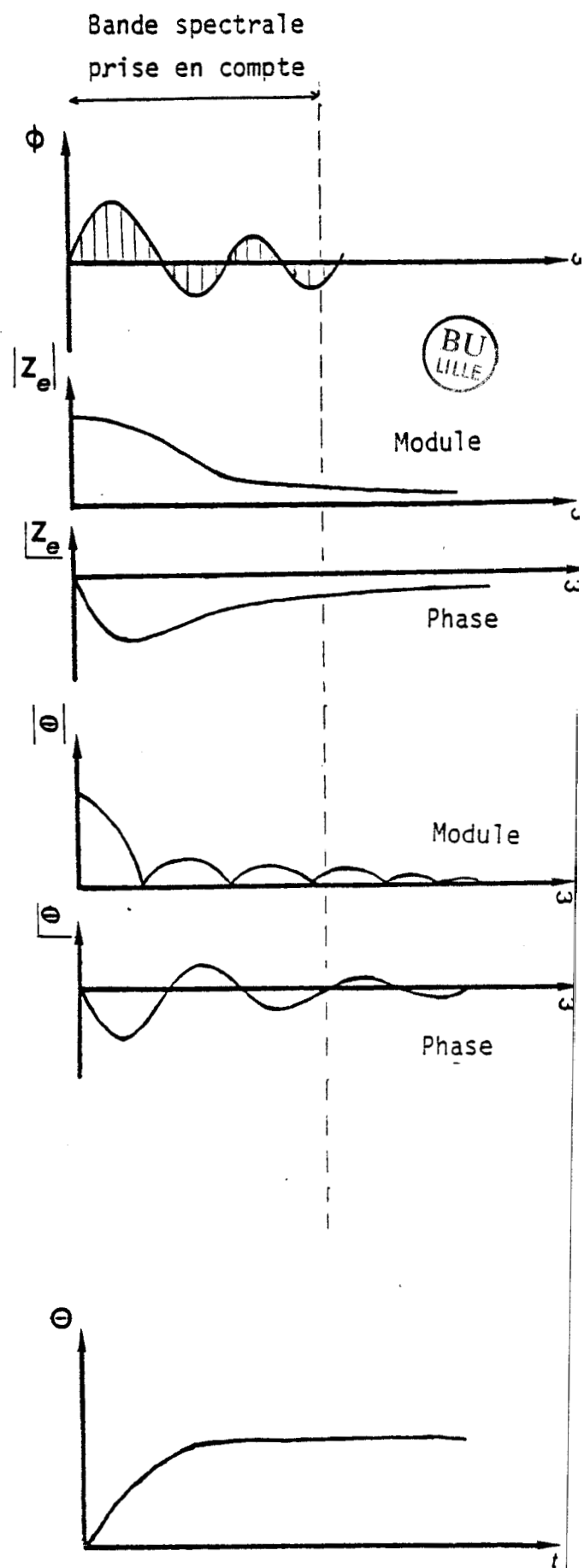
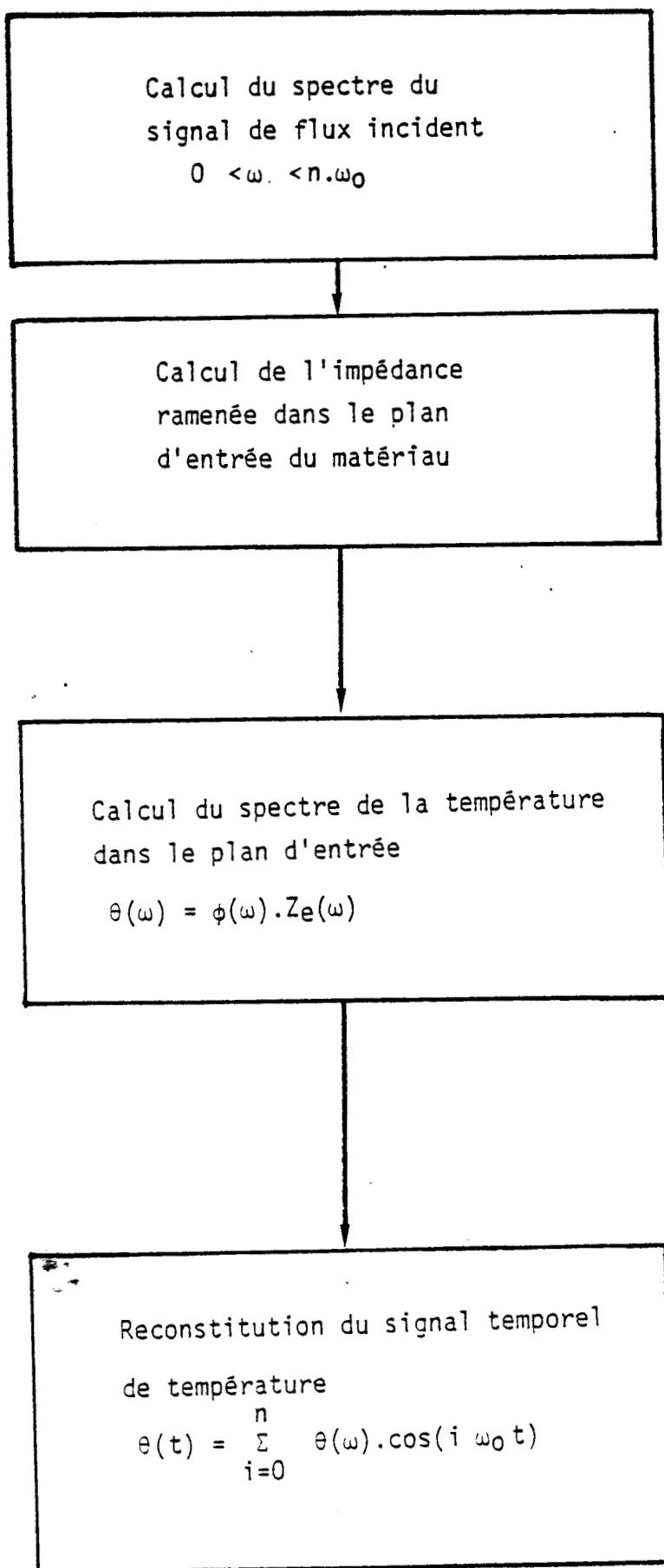


Figure II.1.2: Modélisation de la réponse à un échelon par un créneau de demi-période fondamentale supérieure à la constante de temps du multicouche.

La méthode de calcul de la température de surface par synthèse de Fourier est représentée sur la figure II.1.3. Les limites de la méthode de Fourier apparaissent clairement sur cette figure puisque le spectre du signal étant limité dans le domaine fréquentiel, toute la partie haute du spectre de température n'est pas prise en compte lorsqu'on ne considère qu'un nombre limité de raies (égal à 200 par exemple).

Compte tenu des propriétés de la transformation de Fourier, l'effet de cette troncature dans le domaine fréquentiel est de provoquer une erreur d'estimation de la réponse, ici la température de surface, pour les faibles valeurs du temps si l'on considère la variation de température de surface induite par une variation de flux en forme de créneau il y a erreur d'estimation de la température de surface pour des temps compris entre les instants zéro et T_{er} , la durée entre les instants zéro et T_{er} dépendant de la fréquence fondamentale et du nombre de raies spectrales considérées dans la synthèse de Fourier.

Figure II.4.3: Méthode de calcul sur microordinateur de l'évolution temporelle de la température de surface d'une paroi multicouche.



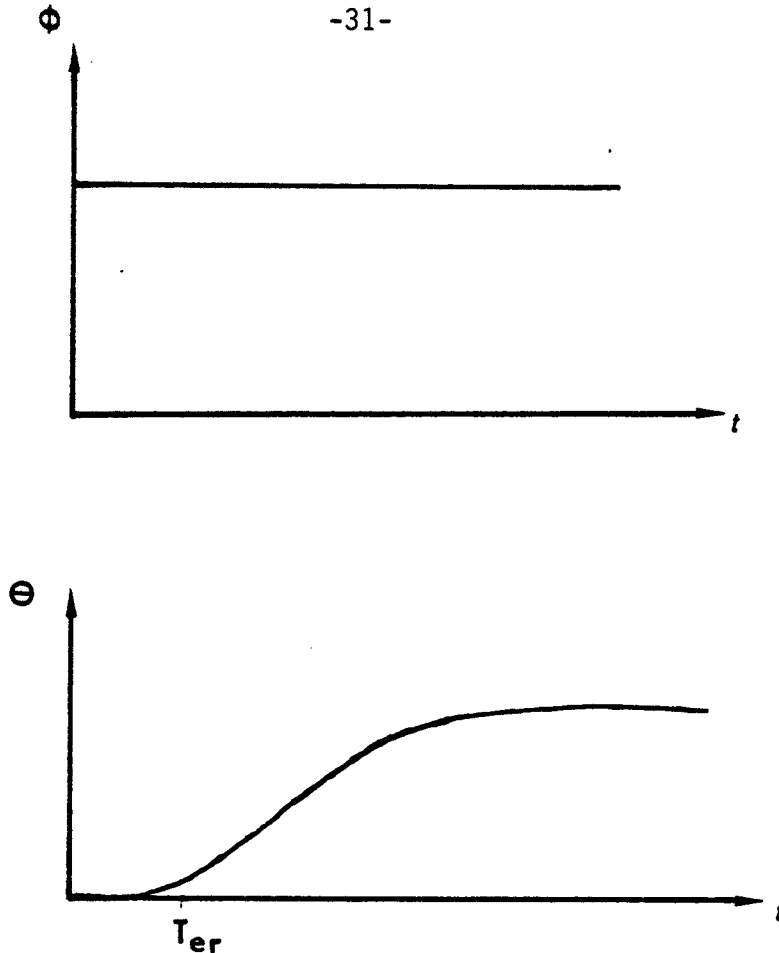


Figure II.4.4: la troncature fréquentielle provoque une erreur d'estimation pour les faibles valeurs du temps.

Pour représenter l'erreur due à la troncature fréquentielle, on peut considérer que pour les faibles valeurs du temps la variation de température de surface est due à la réponse de la première couche uniquement et considérer comme solution exacte la solution analytique :

$$\theta(t) = \frac{2 \phi_0}{b} \sqrt{t/\pi}$$

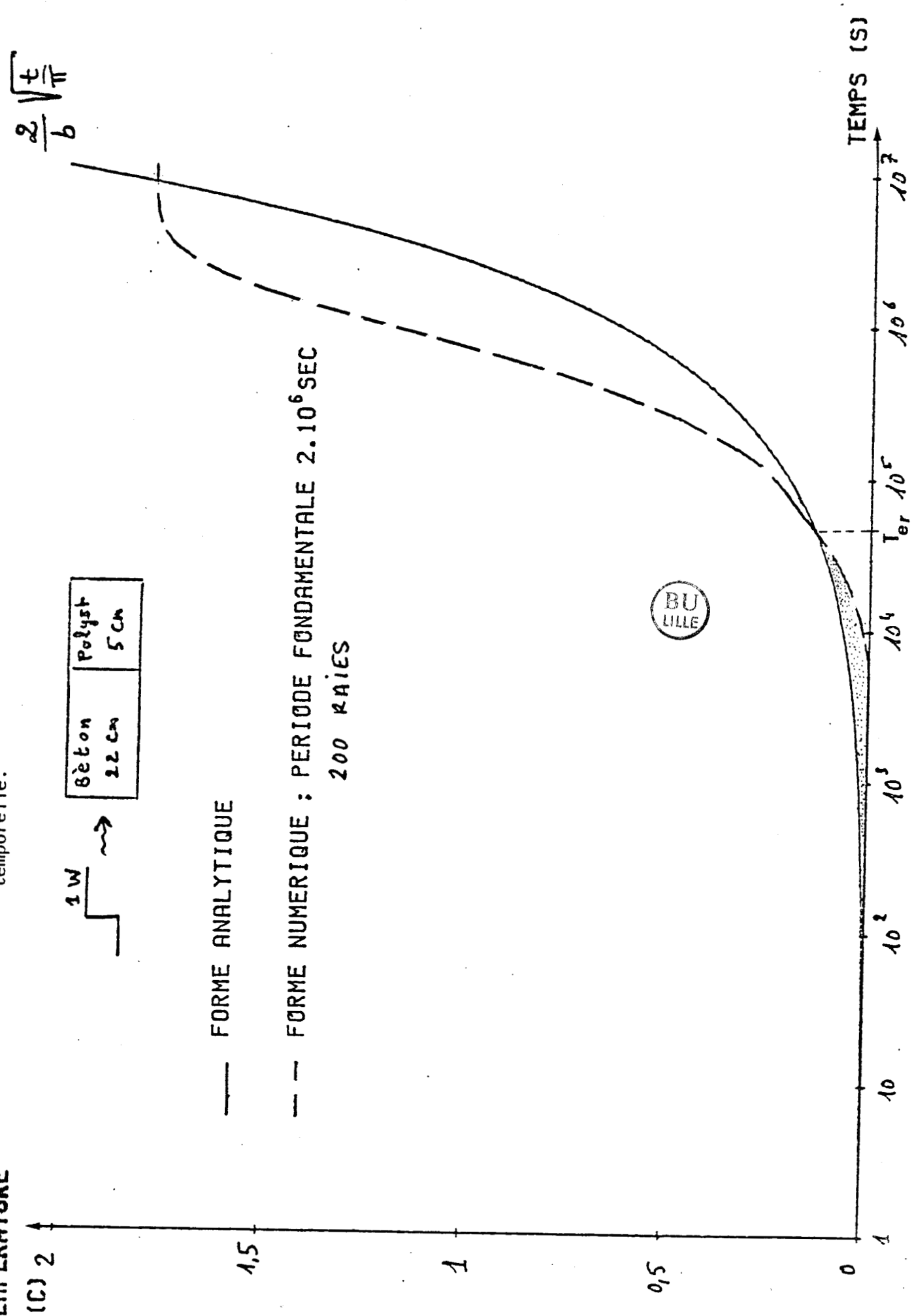
établie dans la partie précédente.

L'analyse précédente montre donc que si l'on analyse la réponse à un signal unique (échelon unitaire par exemple) en utilisant les méthodes de Fourier il faut que :

- la demi-période fondamentale soit supérieure à la constante de temps fondamentale du système,
- la période d'échantillonnage soit très faible de façon à ce que l'effet de troncature dans le domaine spectral puisse être négligé.

VARIATION DE TEMPERATURE

Figure II-15: Analyse de l'erreur d'estimation due à la troncature temporelle.



II-2- RESULTATS DE LA SIMULATION

Les courbes obtenues par synthèse de Fourier permettent de caractériser le partage de l'énergie issue d'une résistance plate supposée isotherme placée entre deux échantillons ayant chacun l'autre extrémité supposée maintenue à température constante.

Les courbes de la figure ~~I-2-1~~ représentent le partage d'une puissance de 10 watts entre deux échantillons de plexiglass de 2,8 mm d'épaisseur. Les oscillations observées sont dues au nombre limité à 200 des composantes spectrales utilisées. L'examen des courbes montre que les flux thermiques $\phi_1(t)$ et $\phi_2(t)$ sont égaux quel que soit l'instant considéré de l'évolution $\phi_1(t) = \phi_2(t) = P(t)/2$.

Les courbes de la figure ~~II-2-2~~ représentent le partage de la même puissance entre deux échantillons de plexiglass de 1,4 mm et 2,8 mm d'épaisseur. Les flux thermiques $\phi_1(t)$ et $\phi_2(t)$ sont égaux dès l'origine des temps (ou ils subissent une discontinuité de même amplitude) puisque les matériaux ont même effusivité. Les flux ne sont pas imposés dans chaque matériau et se déséquilibrent dès qu'il n'y a pas annulation des "ondes thermiques" réfléchies dans chacun des matériaux. Dans la configuration simulée, la résistance chauffante est placée entre deux échantillons, les conditions limites sont identiques ; il y a égalité des flux thermiques $\phi_1(t)$ et $\phi_2(t)$ pour toutes les valeurs du temps puisque les phénomènes de réflexion sur les surfaces limites sont parfaitement symétriques.

Lorsque la résistance chauffante est placée entre deux échantillons identiques mais d'épaisseur différente, les flux sont égaux près de l'origine des temps (ou ils subissent des discontinuités) puisque les échantillons ont même effusivité. Par contre, il y a déséquilibre entre les flux dès que l'interface détecte la première réflexion sur l'extrémité du matériau de plus faible épaisseur.

Les variations de températures de l'interface sont également représentées figure ~~II-2-3~~. Lorsque les matériaux situés de part et d'autre de la résistance chauffante ont même épaisseur le temps d'établissement du régime permanent est minimal et égal au temps caractéristique de chacun des milieux.

Figure II-2-1 : Evolution temporelle du partage du flux entre 2 plexiglass de mêmes épaisseurs

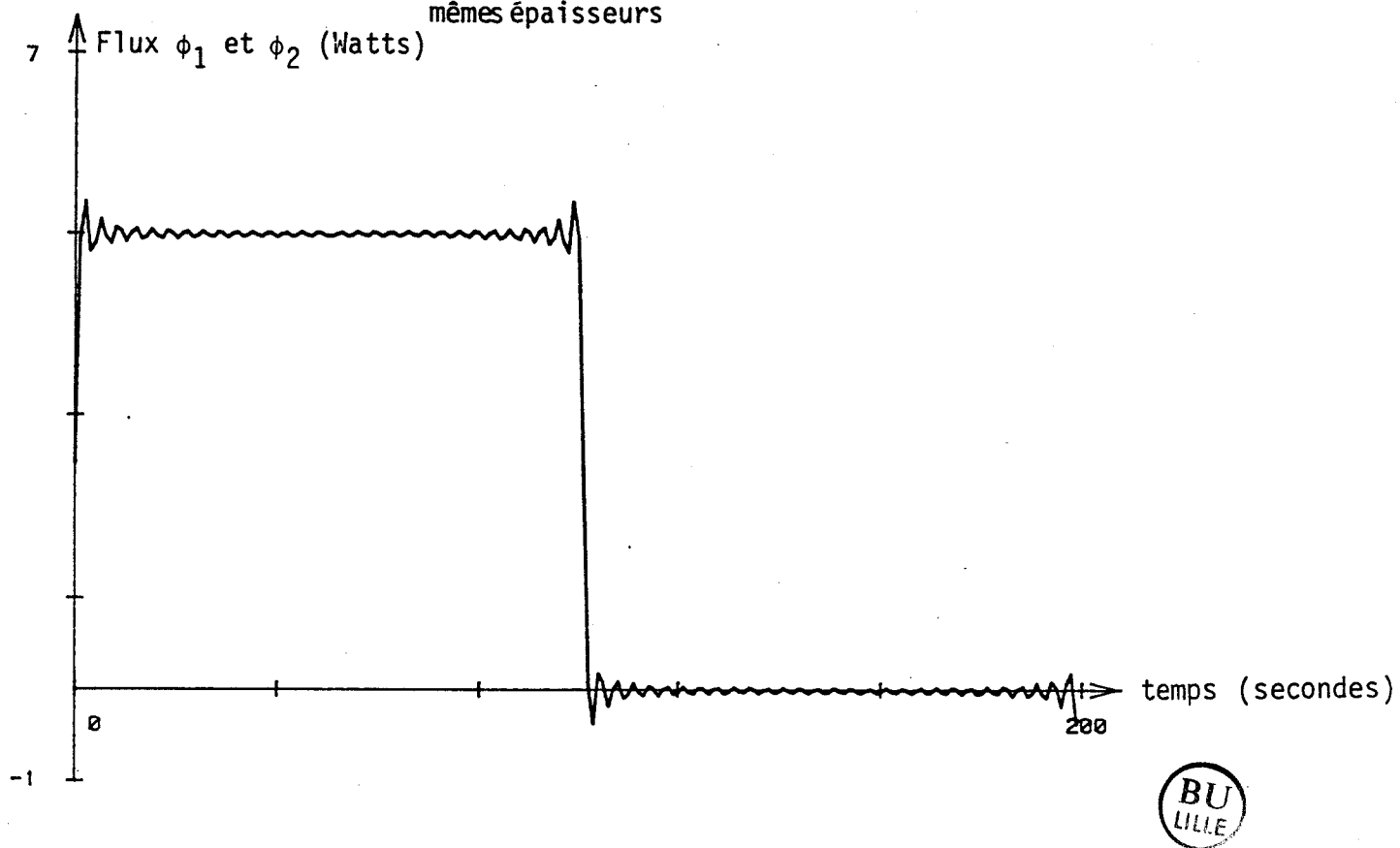
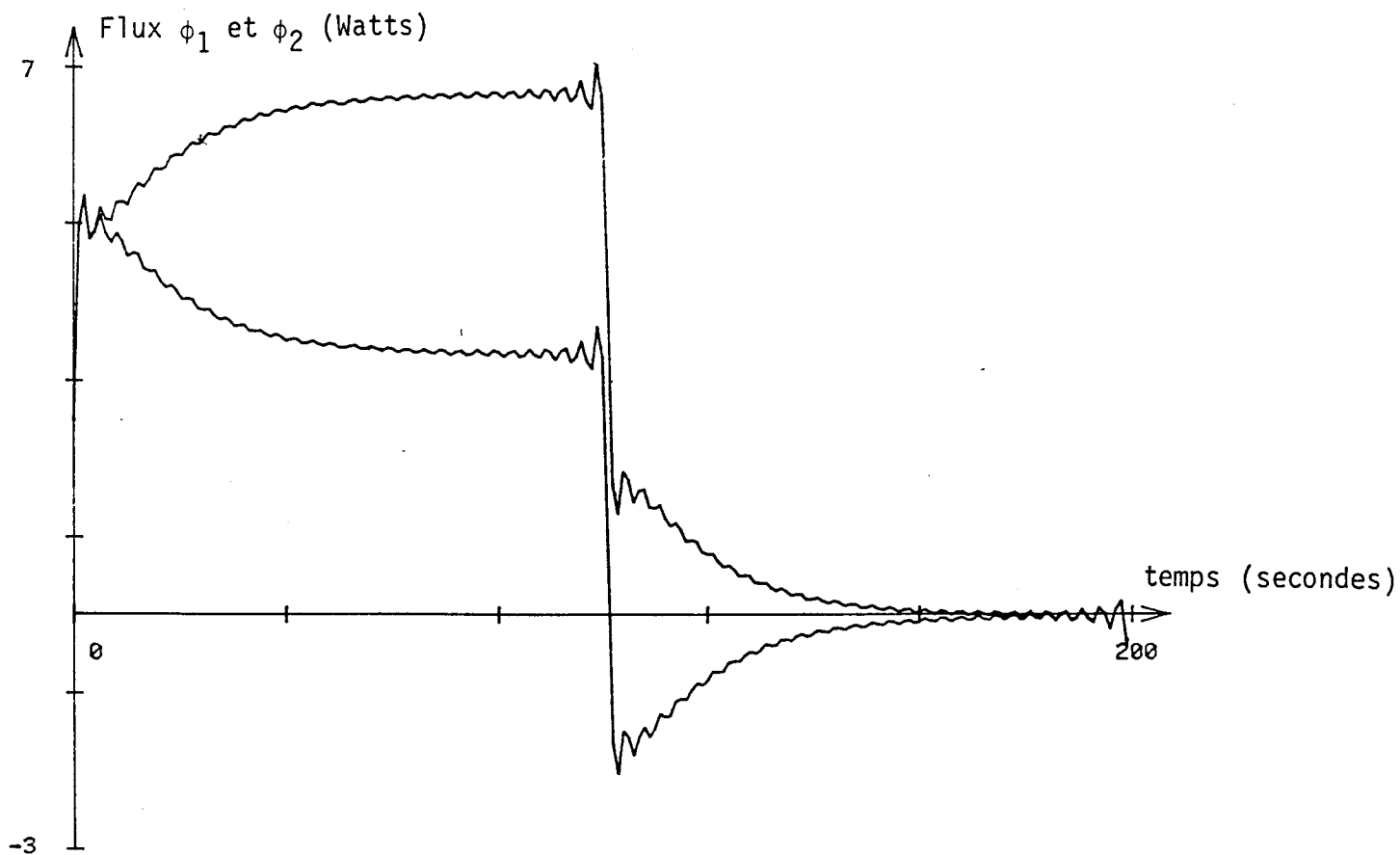


Figure II-2-2 : Evolution temporelle du partage du flux entre deux plexiglass de différentes épaisseurs.



ΔT ($^{\circ}K$) Figure II-2-3 : Variations temporelles de la température de surface à l'interface de deux échantillons de plexiglass de mêmes épaisseurs.

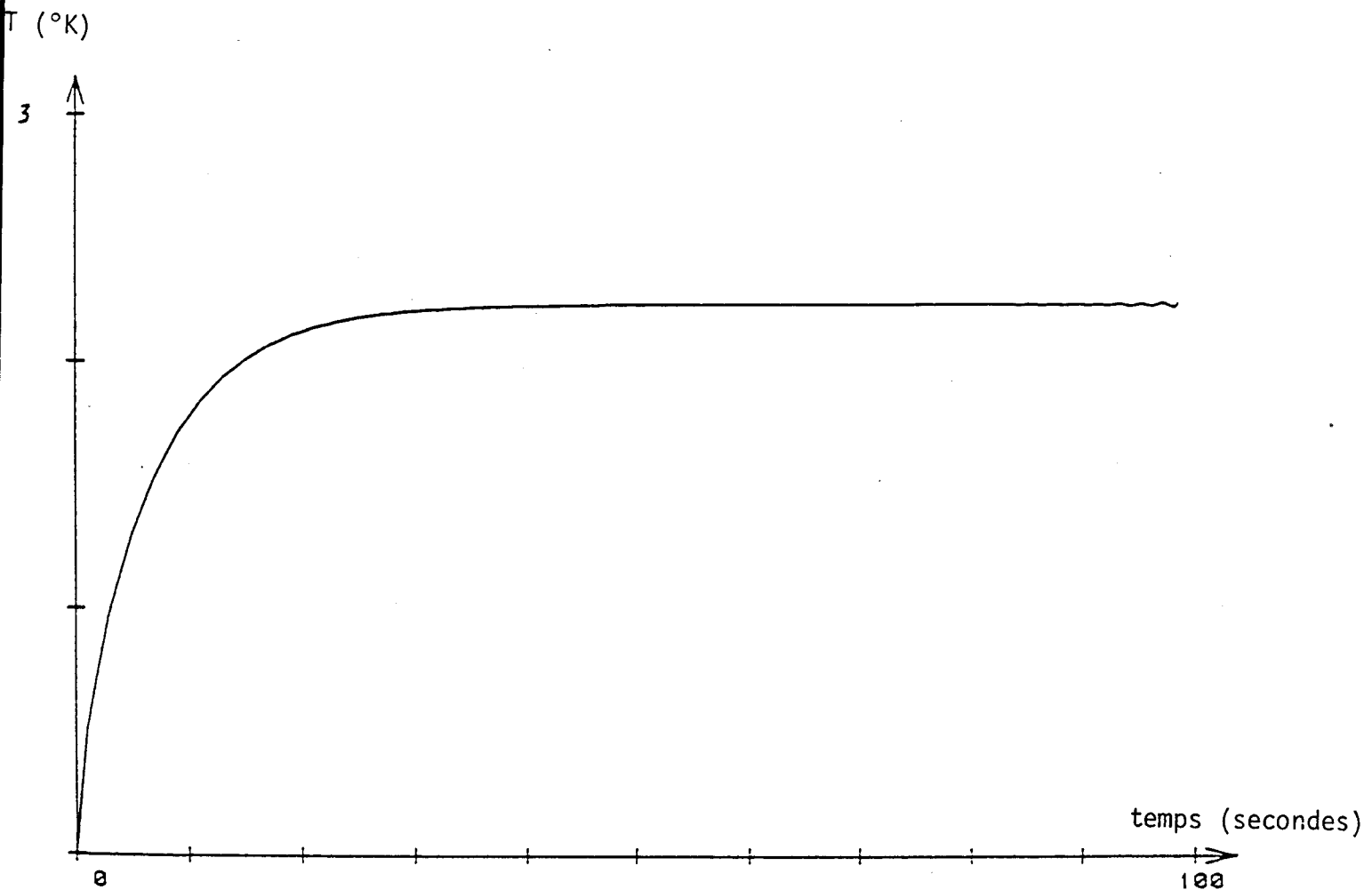
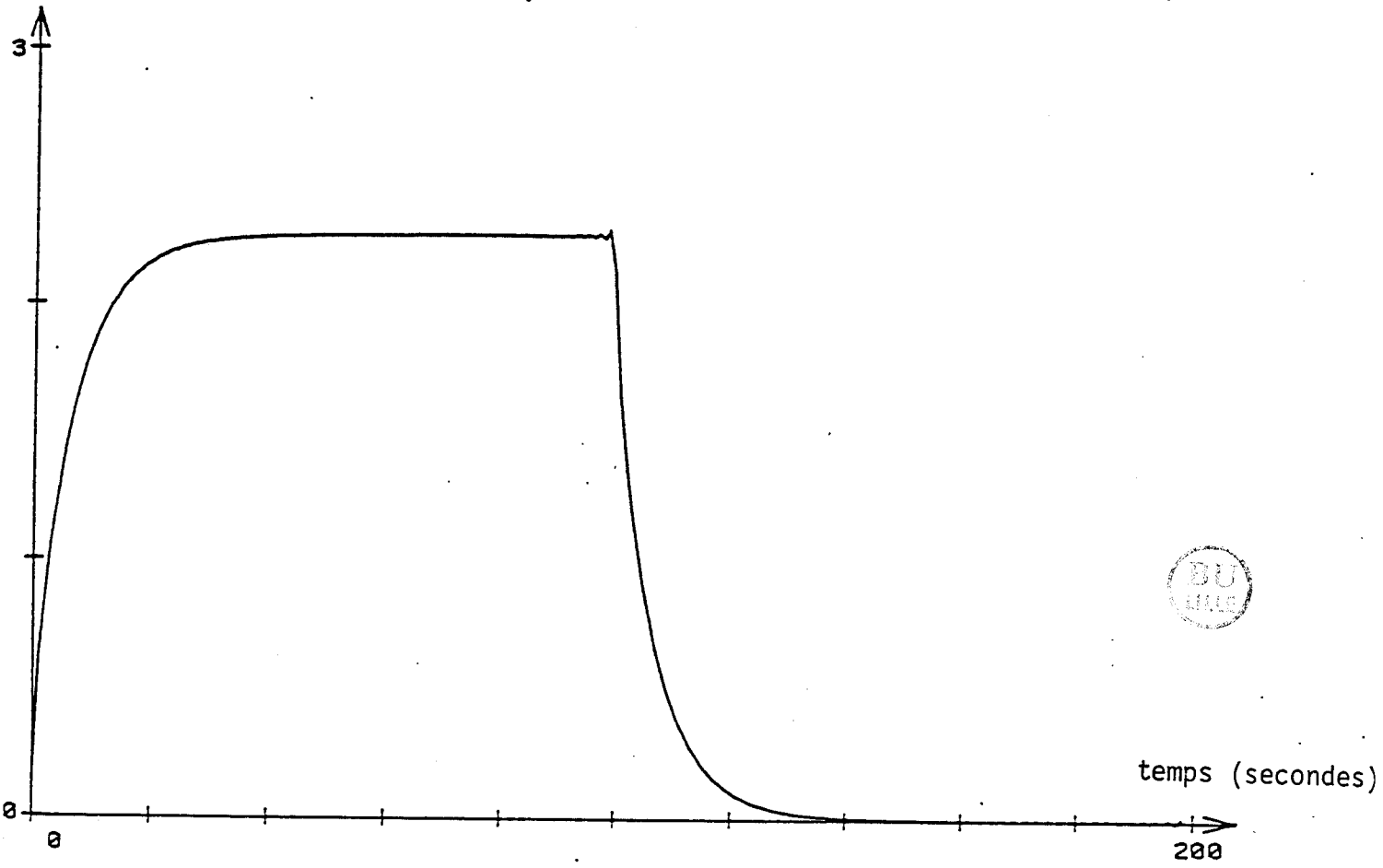
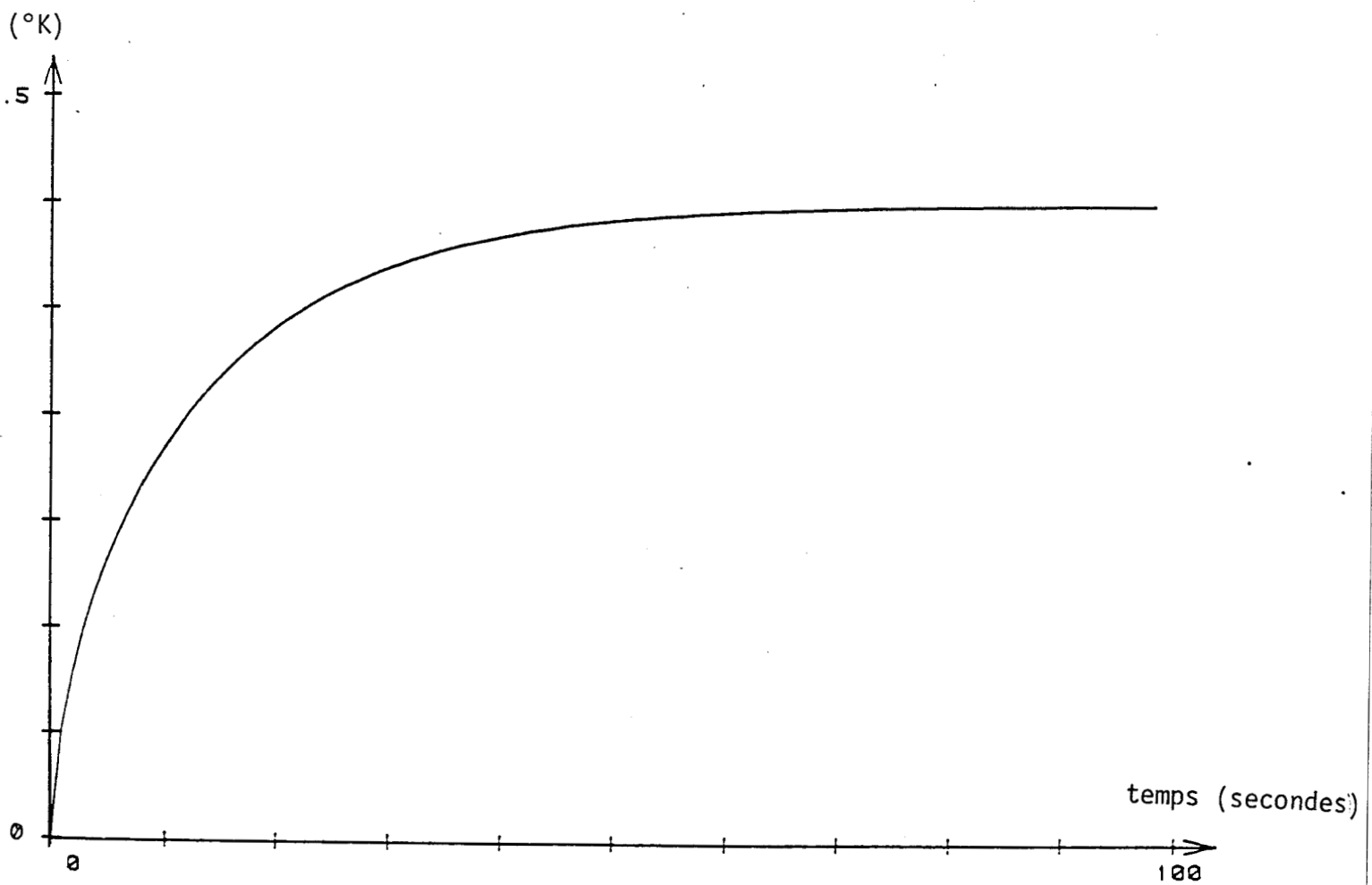
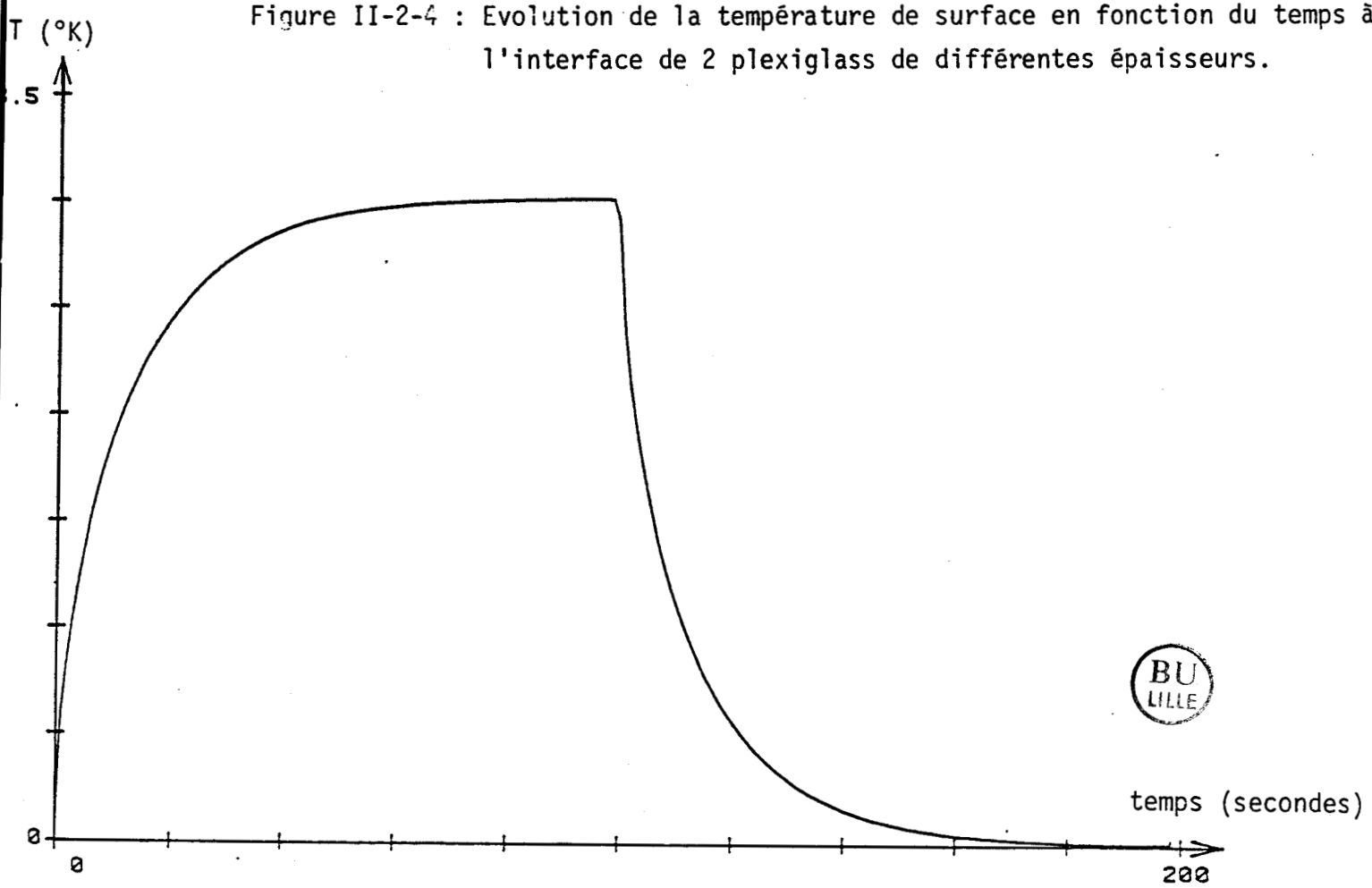


Figure II-2-4 : Evolution de la température de surface en fonction du temps à l'interface de 2 plexiglass de différentes épaisseurs.



et ϕ_2 (Watts) Figure II-2-5 : Variations temporelles du partage du flux entre deux matériaux de plexiglass d'épaisseurs 1,4 et 4,2 mm

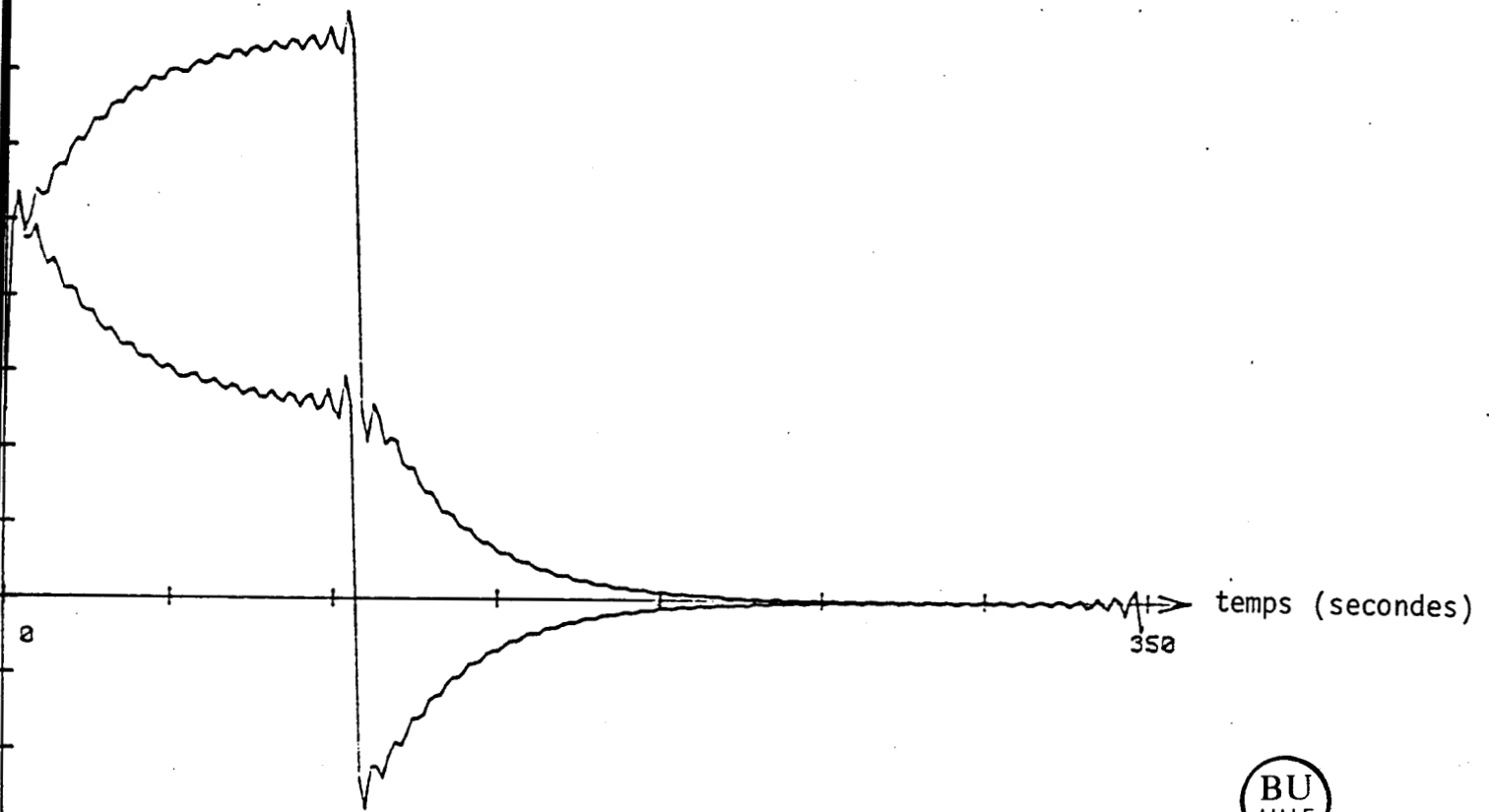
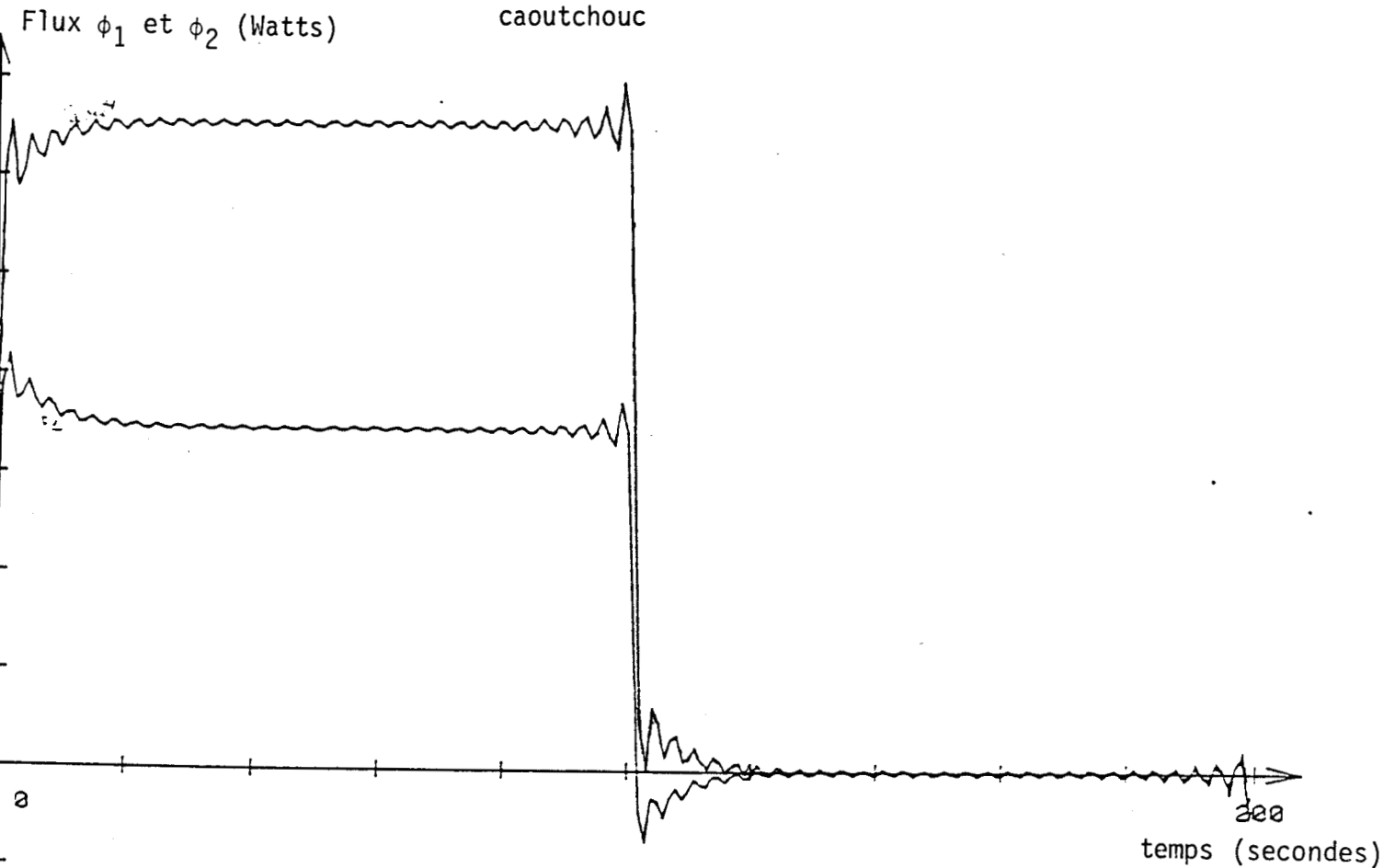
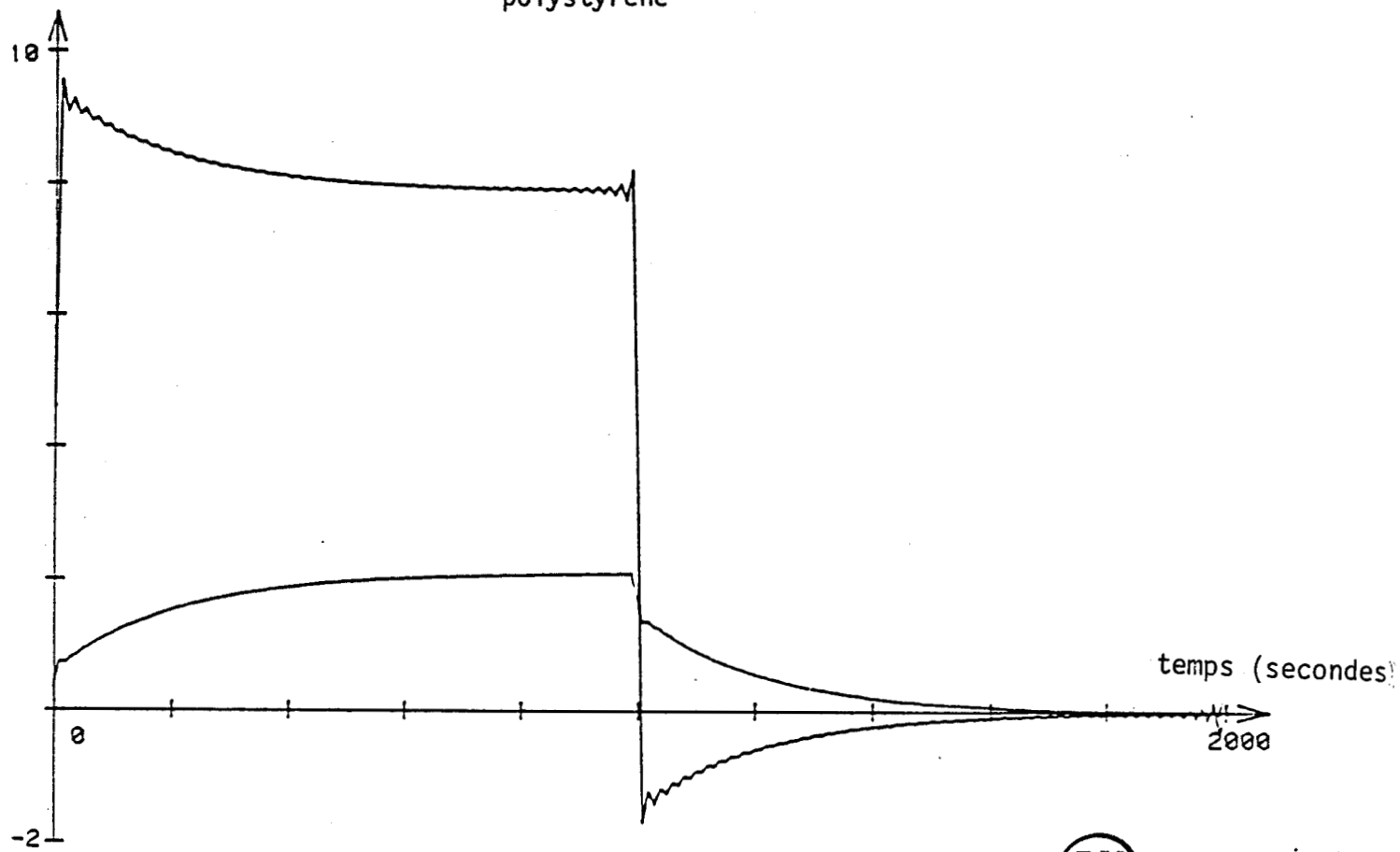


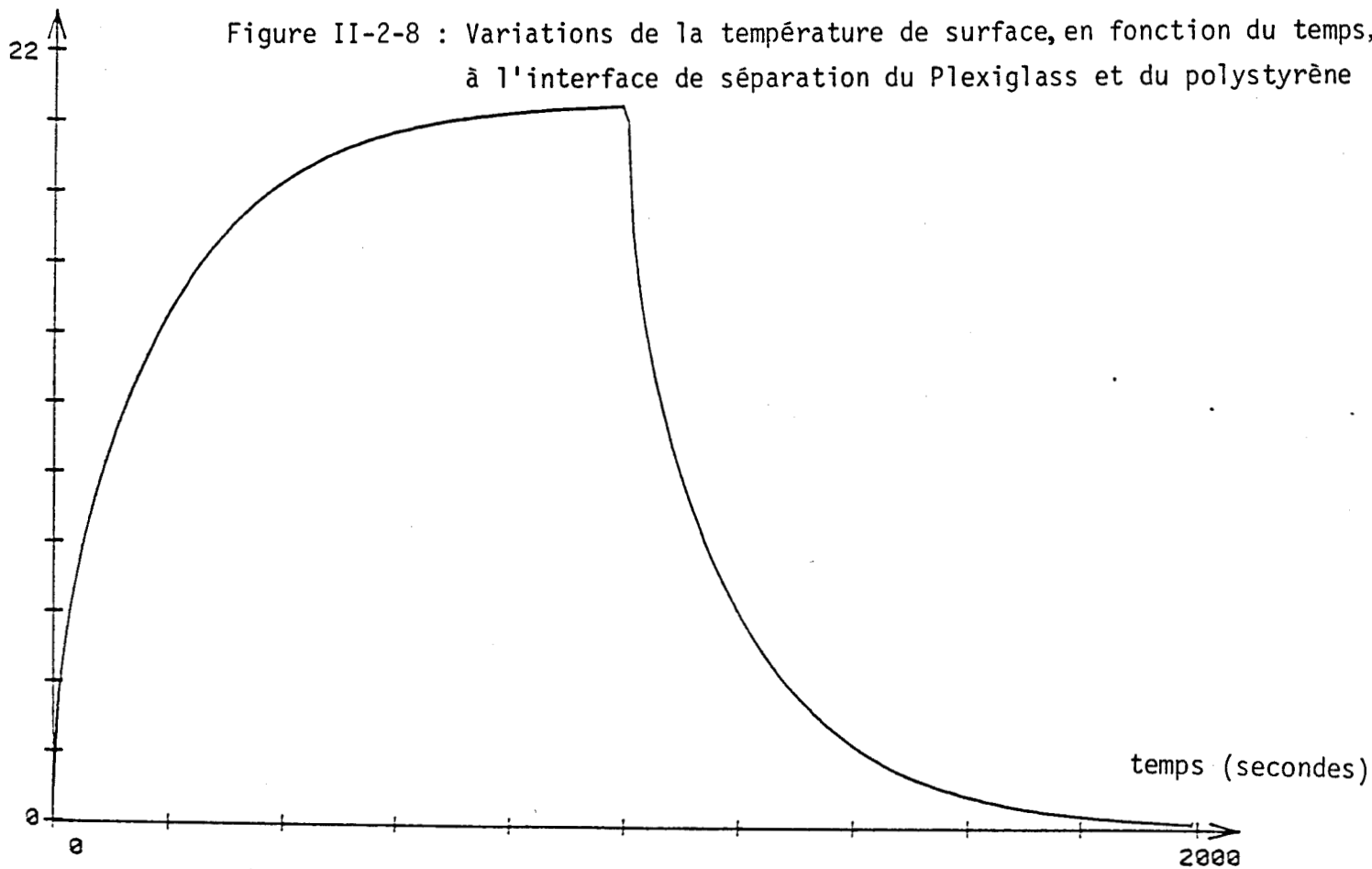
Figure II-2-6 : Variations temporelles du partage du flux entre plexiglass et caoutchouc



ux ϕ_1 et ϕ_2 (Watts) Figure II-2-7 : Evolution temporelle du partage du flux entre plexiglass et polystyrène



ΔT ($^{\circ}K$) Figure II-2-8 : Variations de la température de surface, en fonction du temps, à l'interface de séparation du Plexiglass et du polystyrène



La symétrie de la courbe représentant la variation de température montre que les phases d'établissement du régime permanent et du retour à l'équilibre sont caractérisés par les mêmes évolutions de la température de surface par rapport aux valeurs asymptotiques.

Par contre, les variations de flux sont de signes contraires dans les phases d'établissement et de retour à l'équilibre. Lorsque les matériaux sont identiques mais de dimensions différentes, l'énergie se partage proportionnellement aux capacités thermiques en présence, le flux dans l'échantillon de faible capacité étant en régime transitoire plus faible que la valeur atteinte en régime permanent alors que le flux dans l'échantillon de forte capacité étant plus fort au régime transitoire que la valeur asymptotique correspondante. Les échanges sont inversés lors du retour à l'équilibre initial puisque le flux thermique circule de l'échantillon de forte capacité vers l'échantillon de faible capacité. Les surfaces situées sur les courbes de flux sont telles que l'énergie accumulée dans chacun des échantillons lors de l'établissement du régime permanent est restituée lors du retour à l'équilibre initial.

Lorsque les échantillons n'ont pas la même effusivité, les flux subissent à l'origine des temps des discontinuités d'amplitudes inégales, le rapport des valeurs à l'origine étant égal au rapport des effusivités. Comme précédemment en chaque point du régime transitoire la somme des flux garde une valeur constante égale à la puissance dissipée dans la résistance chauffante. Comme précédemment, l'énergie stockée lors de l'établissement du régime permanent est restituée lors du retour à l'équilibre. (Figures II-2-6 et II-2-7)

Influence des fluxmètres thermiques

Le fait de disposer un fluxmètre thermique sur la surface d'un matériau perturbe la dynamique des échanges thermiques entre le matériau et le milieu extérieur. Pour montrer l'effet de cette perturbation, nous considérons deux cas :

- a) la température de surface du matériau lorsque cette surface est soumise à un flux de type échelon,
- b) la température de surface de l'échantillon recouvert du fluxmètre.

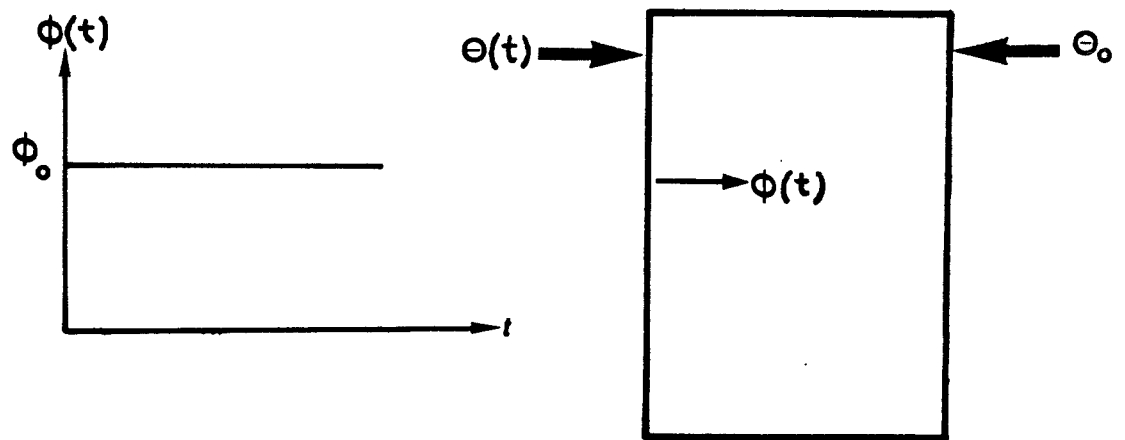


Figure II-2-10

Rappelons qu'en l'absence de fluxmètre la variation de température de surface est donnée par la relation :

$$\theta(t) = \left(\frac{2}{\pi b} \right)^2 \cdot C \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \left[1 - \exp \left[-t \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{b}{C} (2n-1) \right)^2 \right] \right]$$

pour les faibles valeurs du temps telles que $t \ll RC$. Ce développement peut être représenté par la fonction :

$$\theta(t) = \frac{2\phi_0}{b} \sqrt{t/\pi}$$

Pour ces temps, seule l'effusivité conditionne les échanges énergétiques.

Par contre, pour les valeurs du temps importantes par rapport à RC , c'est-à-dire régime permanent établi, alors la température de surface est donnée par :

$$\theta(t) = \frac{\phi_0}{\lambda} \quad \&$$

λ : conductivité thermique du matériau (W/m.K)

La température de surface augmente tout d'abord proportionnellement à la racine carré du temps t puis devient indépendante du temps. Une façon commode de représenter la variation de température de surface en fonction du temps consiste à représenter le logarithme de la température de surface en fonction du logarithme du temps.

Dans la première phase (effusivité) la $\log(\theta(t))$ varie suivant une relation linéaire représentée par une portion de droite de pente 1/2, l'ordonnée à l'origine dépend de l'effusivité b du matériau.

Dans la deuxième phase (conductivité), la température de surface ne dépend pas du temps et est représentée par une portion de droite horizontale.

Pour un même matériau et différentes épaisseurs, il suffit de translater verticalement la droite horizontale correspondant à la phase conductivité.

Pour tenir compte de l'influence des fluxmètres, il faut maintenant considérer le système :

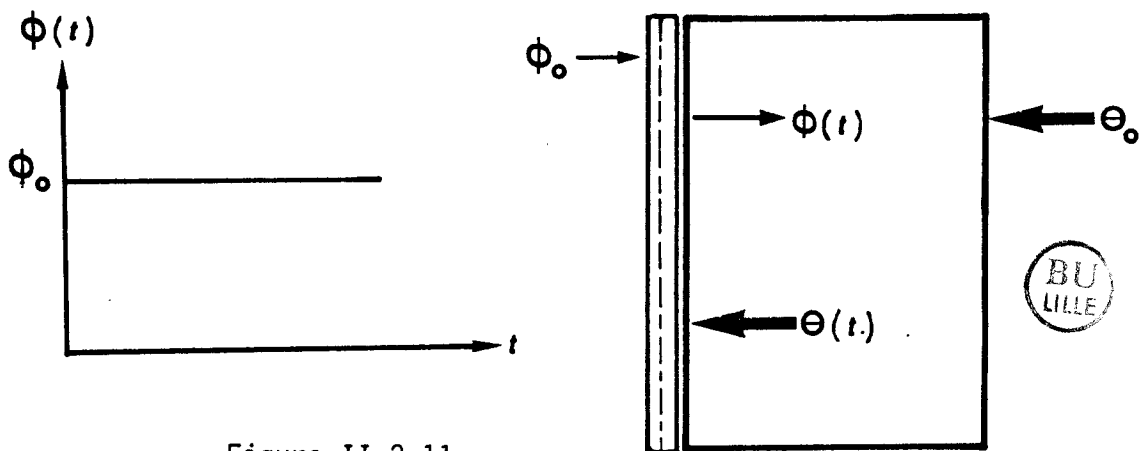


Figure II-2-11

constitué par un échantillon d'épaisseur ℓ recouvert par un fluxmètre de capacité thermique C_c J/K et de résistance thermique R_c K/W.

Le système est celui des quadripôles associés en cascade, traité précédemment.

Les méthodes de calcul peuvent être utilisées pour simuler la température de surface si l'on assimile le fluxmètre à un matériau homogène équivalent. Ces méthodes de calcul permettent de donner la température de surface $\theta(t)$ et le flux entrant $\phi(t)$ au niveau du fluxmètre et au niveau du matériau considéré. Les courbes obtenues $\theta(t)$ pour plusieurs matériaux de référence sont données figure II-2-12.

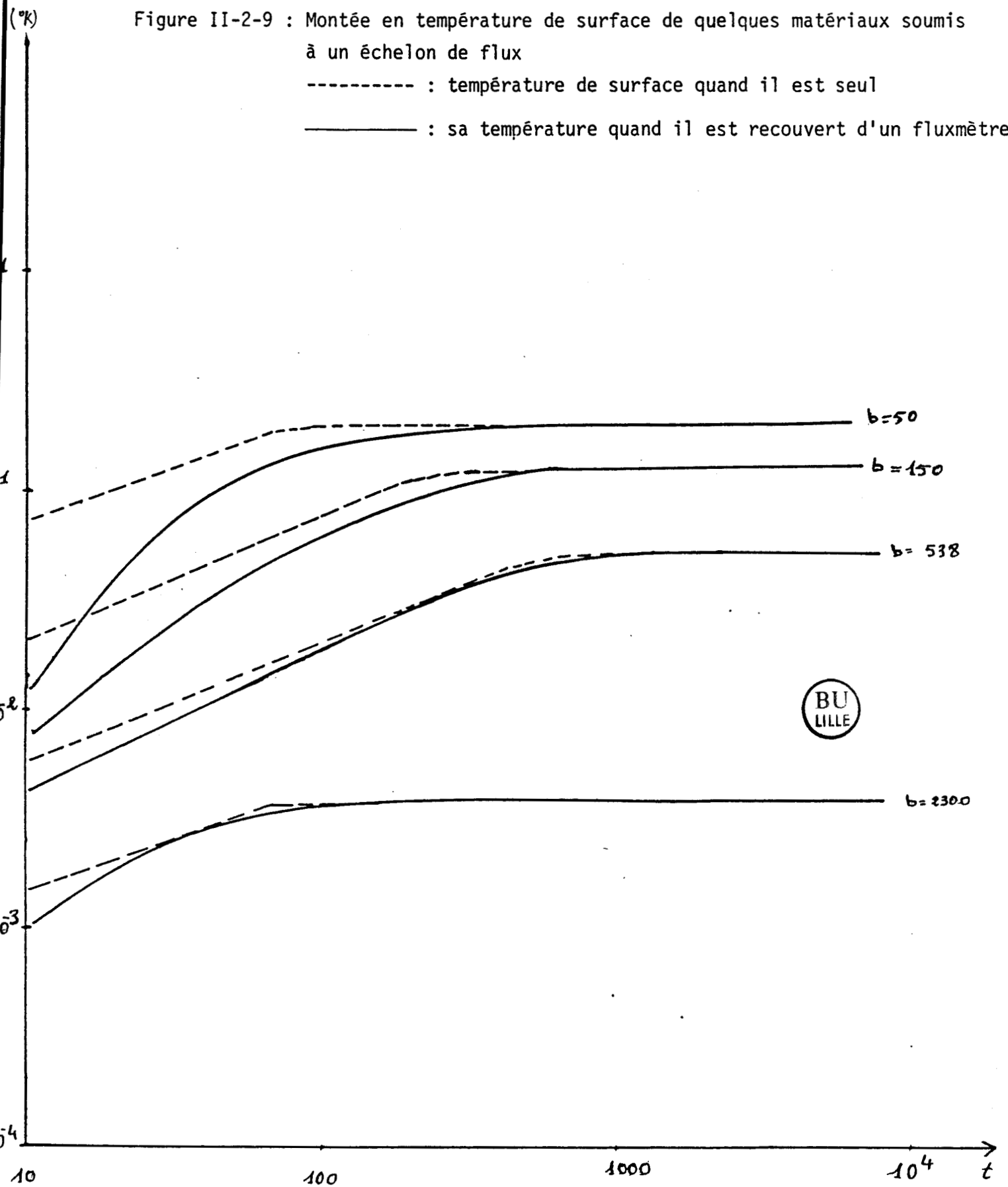
L'examen de ces courbes montre que la perturbation introduite par le capteur :

- est négligeable dans le régime de conductivité,
- est souvent importante dans la phase effusivité.

Figure II-2-9 : Montée en température de surface de quelques matériaux soumis à un échelon de flux

----- : température de surface quand il est seul

————— : sa température quand il est recouvert d'un fluxmètre



Les influences peuvent par exemple être classées par rapport au plexiglass qui est un matériau d'effusivité sensiblement égale à celle du fluxmètre. Pour tous les matériaux d'effusivité supérieure à celle du plexiglass l'influence du capteur est faible dans la phase effusivité. Par contre, pour les matériaux légers à faible effusivité du type polystyrène la perturbation introduite par le capteur est très importante. La température prend en régime transitoire des valeurs très faibles par rapport aux valeurs que prendrait la température de surface en l'absence du capteur.

En particulier pour les temps inférieurs à 100 secondes, l'erreur dépend de l'effusivité du matériau, elle peut atteindre 100 % ou plus. Elle rend imprécise la méthode de mesure.

La connaissance des caractéristiques du fluxmètre permet de tracer un graphe général où tous les matériaux sont représentés. A l'aide de ce graphe, on peut déterminer la correction à apporter tant sur les mesures de température que sur les mesures de flux du fait de la présence du fluxmètre.

En doublant les caractéristiques du fluxmètre, tout en gardant constantes celles des matériaux, l'erreur peut parfois atteindre 300 % pour certains matériaux au début du transitoire.



Perturbation introduite par les fluxmètres placés de part et d'autre de la résistance chauffante.

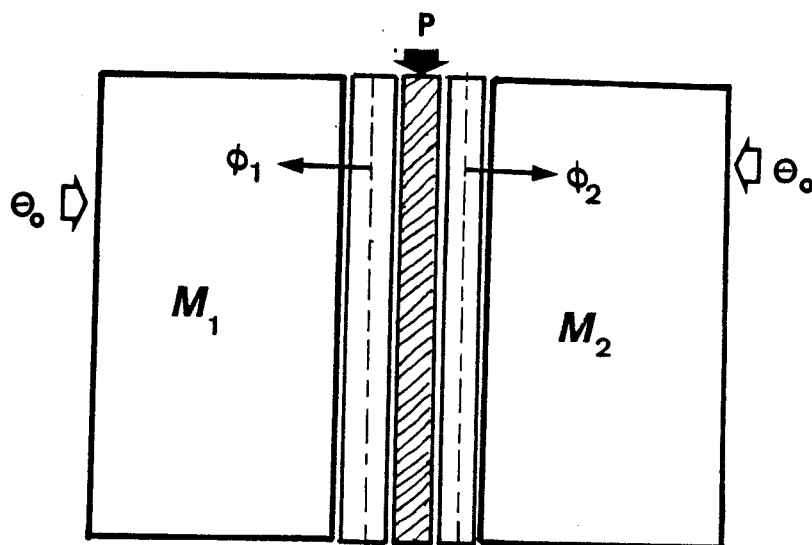


Figure II-2-13

Pour représenter les perturbations introduites par les capteurs nous considérons maintenant le partage de la puissance P entre deux échantillons recouvert chacun d'un fluxmètre thermique de capacité 10 J/K et de résistance thermique $0,1 \text{ K/W}$. La fig.II-2-14 représente le partage du flux entre les deux systèmes présentant les mêmes caractéristiques que précédemment (les échantillons de plexiglass ont pour épaisseur $1,4 \text{ mm}$ et $2,8 \text{ mm}$). L'énergie accumulée dans chaque système lors de l'établissement du régime permanent est restituée lors du retour à l'équilibre.

Les flux entrant dans chacun des échantillons sont représentés figure II-2-15 et ne présentent pas les mêmes caractéristiques puisque la somme des flux entrant dans chaque échantillon n'a pas une valeur constante.

Pour expliciter ces relations, nous avons représenté sur la même figure II-2-16 les flux entrant et sortant des capteurs de flux thermiques. Ces courbes ne sont distinctes qu'en régime transitoire à cause de l'effet de la capacité des capteurs.

Nous avons également représenté fig.II-2-17 les variations de température sur les faces d'entrée et de sortie des fluxmètres. Les températures sur les faces d'entrée sont égales entre elles mais il n'en est pas de même des températures sur les faces de sortie des fluxmètres.

Les surfaces des échantillons n'étant pas maintenues à la même température, le partage des flux n'est plus conforme aux résultats analytiques de la partie précédente et le rapport des effusivités ne peut être obtenu par le rapport des flux thermiques à l'instant initial du régime transitoire. Pour obtenir un partage des flux non perturbé par la présence des capteurs, il faut asservir les apports énergétiques de façon à ce que les températures de surface des échantillons restent égales à tout instant du régime transitoire.

Figure II-2-14 : Partage d'une puissance de 10 watts entre deux plexiglass recouverts de fluxmètres

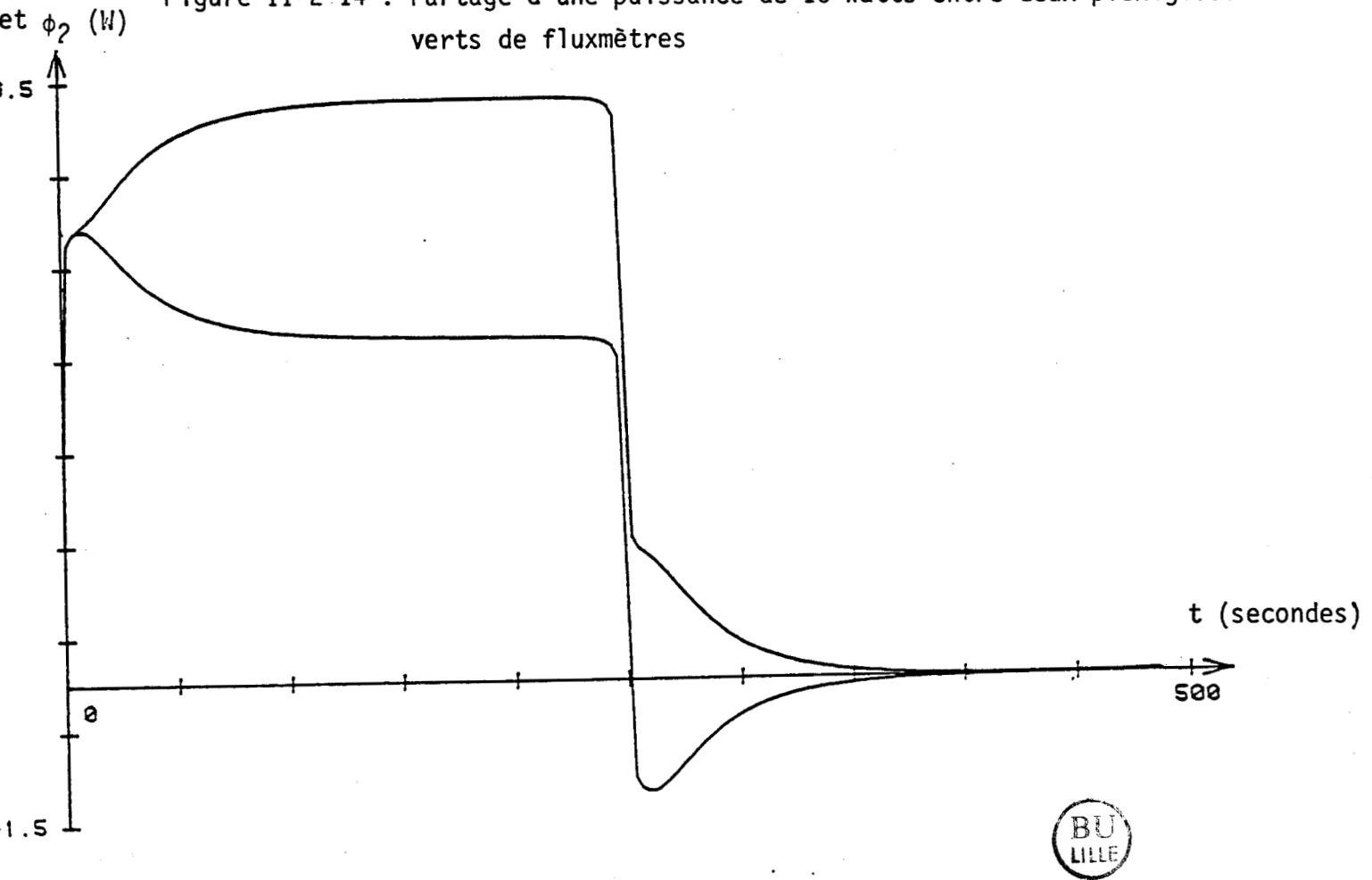
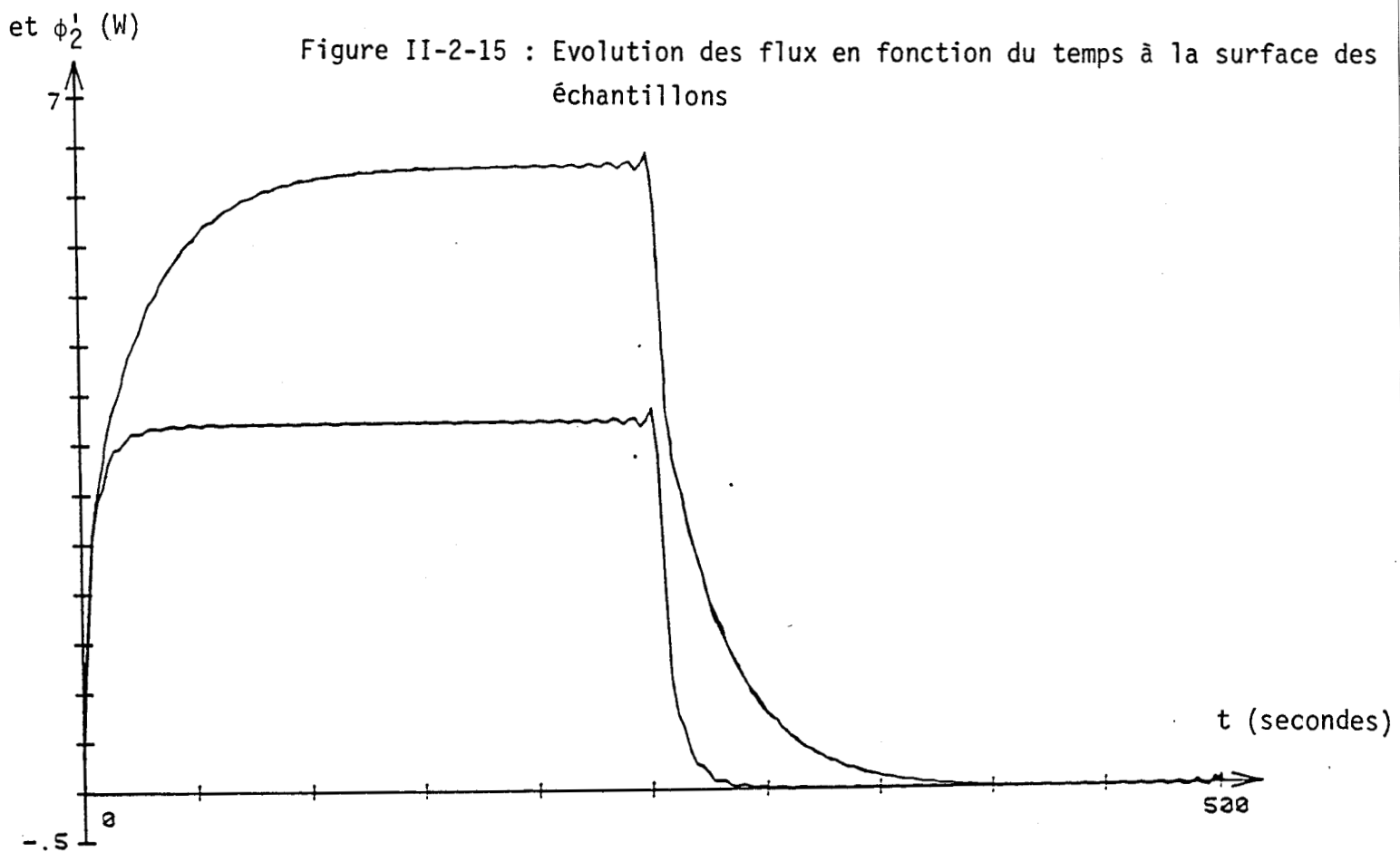
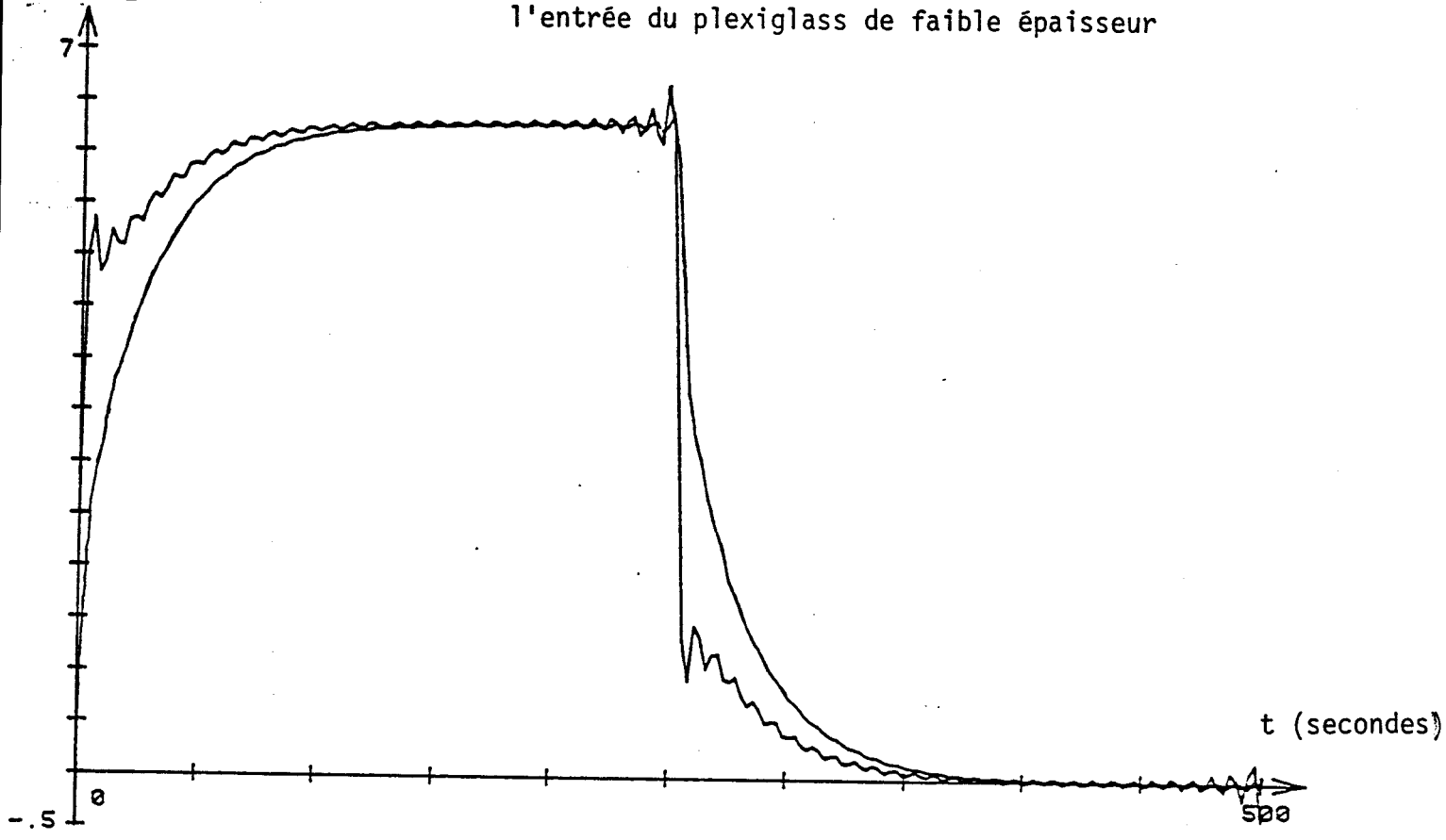


Figure II-2-15 : Evolution des flux en fonction du temps à la surface des échantillons



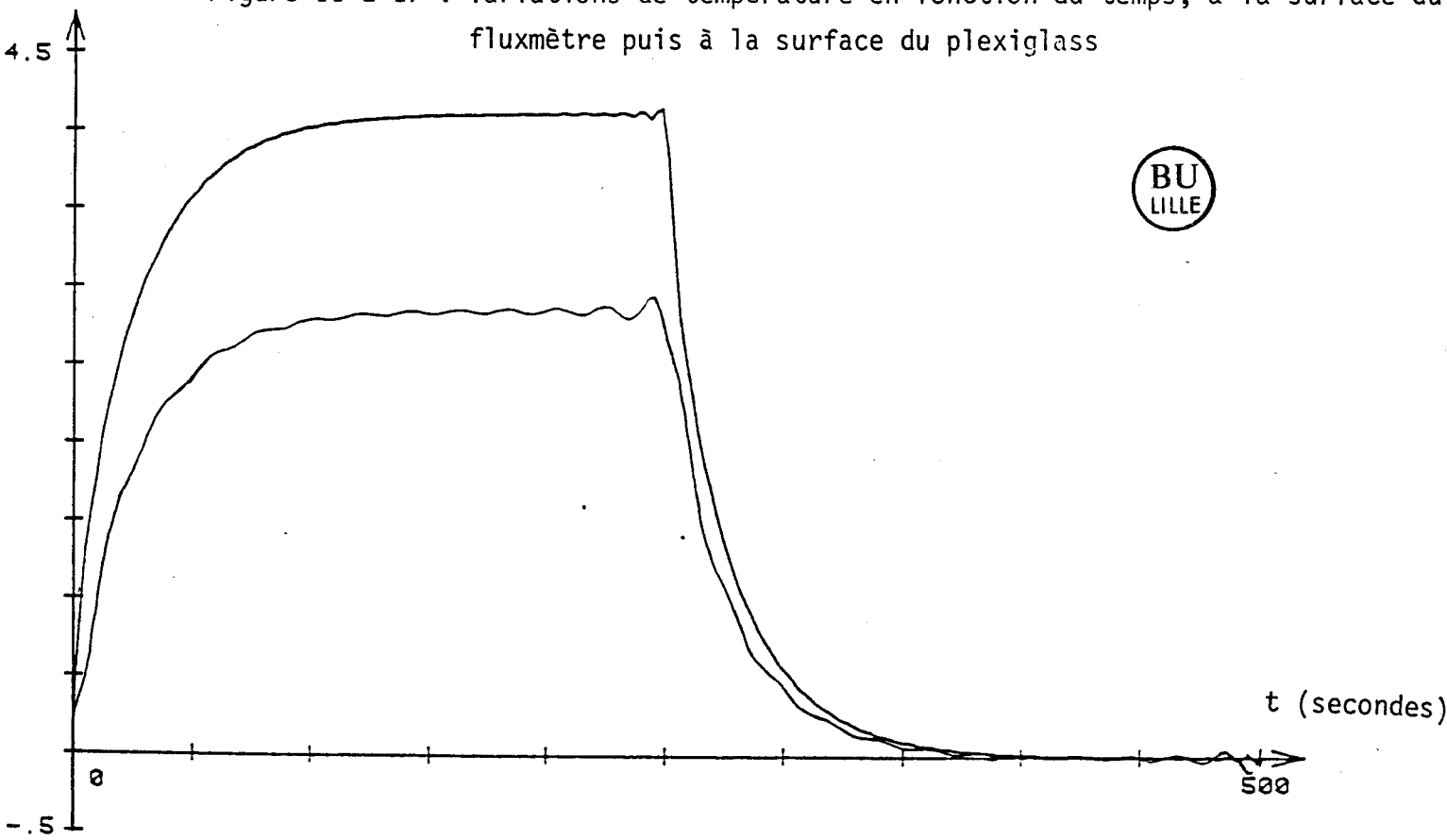
ϕ_2 et ϕ_2' (W)

Figure II-2-16 : Variations temporelles des flux à l'entrée du fluxmètre et à l'entrée du plexiglass de faible épaisseur



ΔT (°K)

Figure II-2-17 : Variations de température en fonction du temps, à la surface du fluxmètre puis à la surface du plexiglass



ϕ_1 et ϕ'_1 (W) Figure II-2-18 : Variations du flux en fonction du temps à l'entrée du fluxmètre et à l'entrée du plexiglass de grande épaisseur

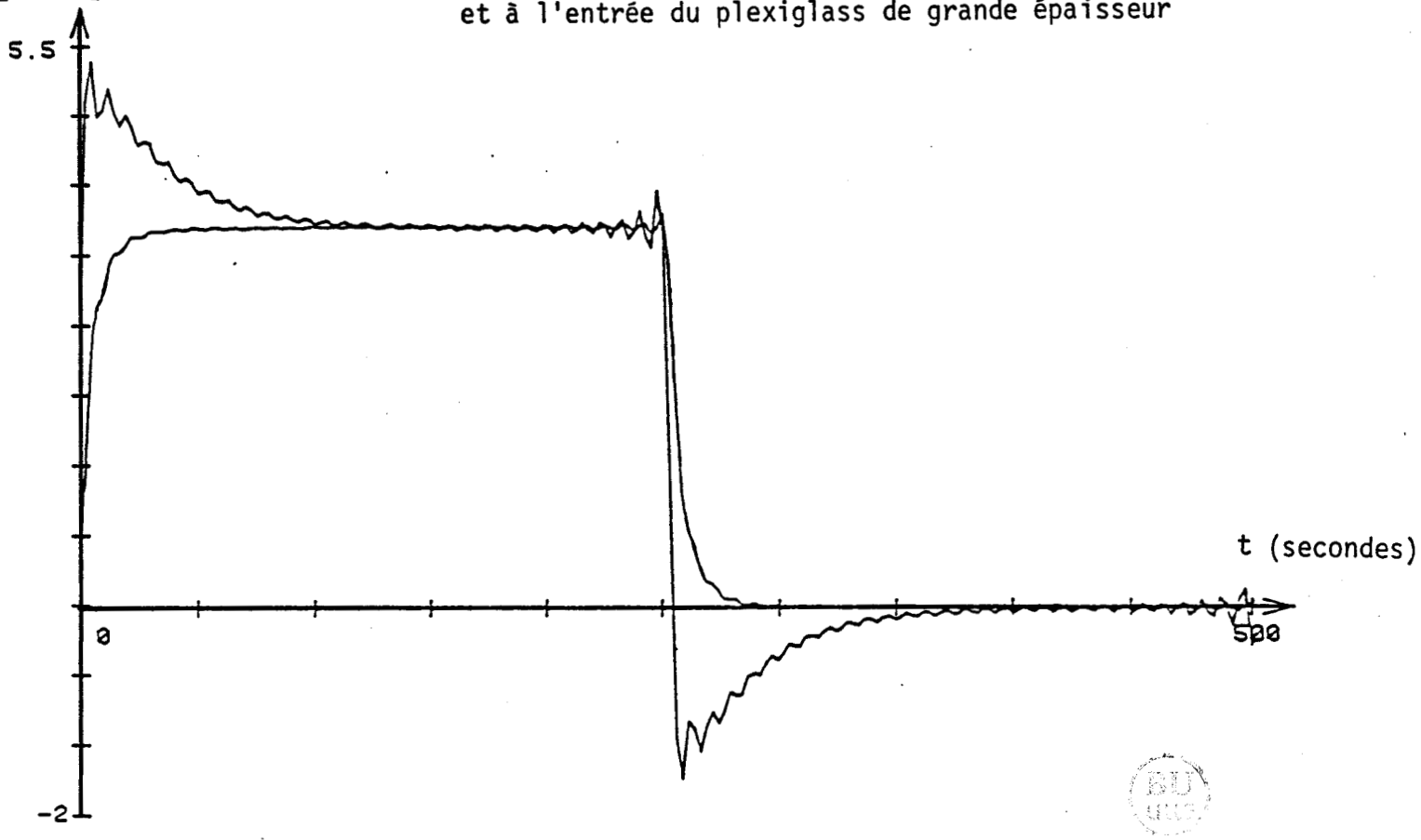
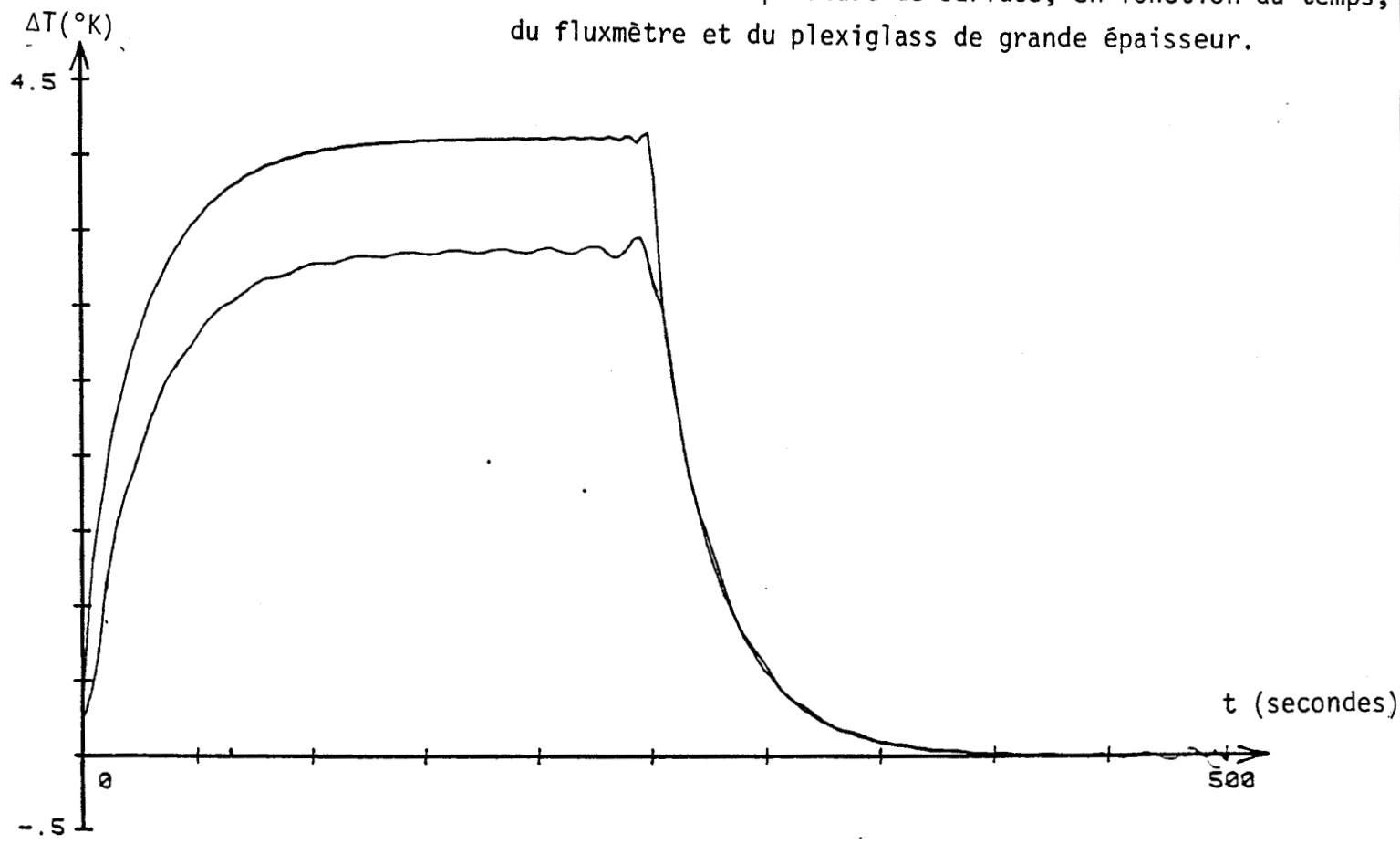


Figure II-2-19 : Variations de température de surface, en fonction du temps, du fluxmètre et du plexiglass de grande épaisseur.



CHAPITRE III..

PARTIE EXPÉRIMENTALE

III - PARTIE EXPERIMENTALE

III-1- CARACTERISTIQUES D'UNE SOURCE D'ENERGIE IDEALE

L'objet de l'étude étant l'analyse de la répartition des flux thermiques issus d'une source dans deux matériaux en fonction du temps, l'élément chauffant doit avoir des caractéristiques indépendantes de la nature des matériaux entre lesquels est disposé l'élément chauffant.

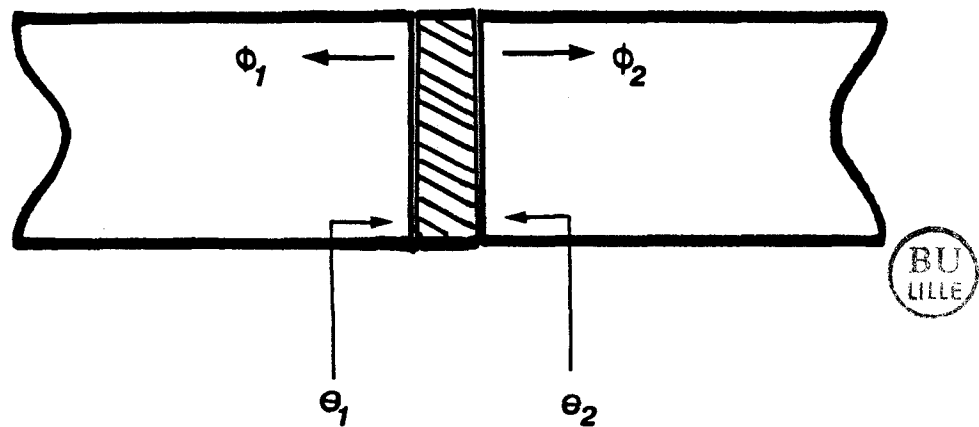


Figure III-1-1-

Sur la figure ci-dessus, est représenté schématiquement un élément chauffant d'épaisseur non nulle entre deux milieux semi-infinis.

Dans un fonctionnement idéal la température de la source énergétique est à chaque instant uniforme dans tout le volume de l'élément chauffant. Cette condition conduit à l'égalité des températures de surface θ_1 et θ_2 en contact avec chacun des milieux notés 1 et 2. Pour un fonctionnement idéal :

$$\theta_1(t) = \theta_2(t)$$

La source énergétique sera d'autant plus performante que le flux $\phi_1 + \phi_2$ émis par la source pourra être commandé en faisant varier la dissipation de puissance électrique dans l'élément chauffant.

Il faut pour cela que la capacité thermique de l'élément chauffant soit réduite au maximum. Lorsque l'effet de la capacité est négligeable les flux ϕ_1 et ϕ_2 sont liés à la puissance dissipée dans l'élément chauffant par la relation :

$$P(t) = \phi_1(t) + \phi_2(t)$$

La façon la plus simple de réaliser une source énergétique ayant des caractéristiques acceptables consiste tout d'abord à utiliser des composants d'épaisseur réduite au maximum.

Nous avons pour cela utilisé une résistance chauffante sous forme de circuit imprimé. La largeur des pistes de 1,1 cm séparées par des interlignes de 0,8 mm, nous avons obtenu pour une surface de 25x25 cm² une résistance électrique voisine de 10 Ω .

L'épaisseur de l'élément chauffant est de 0,2 mm.

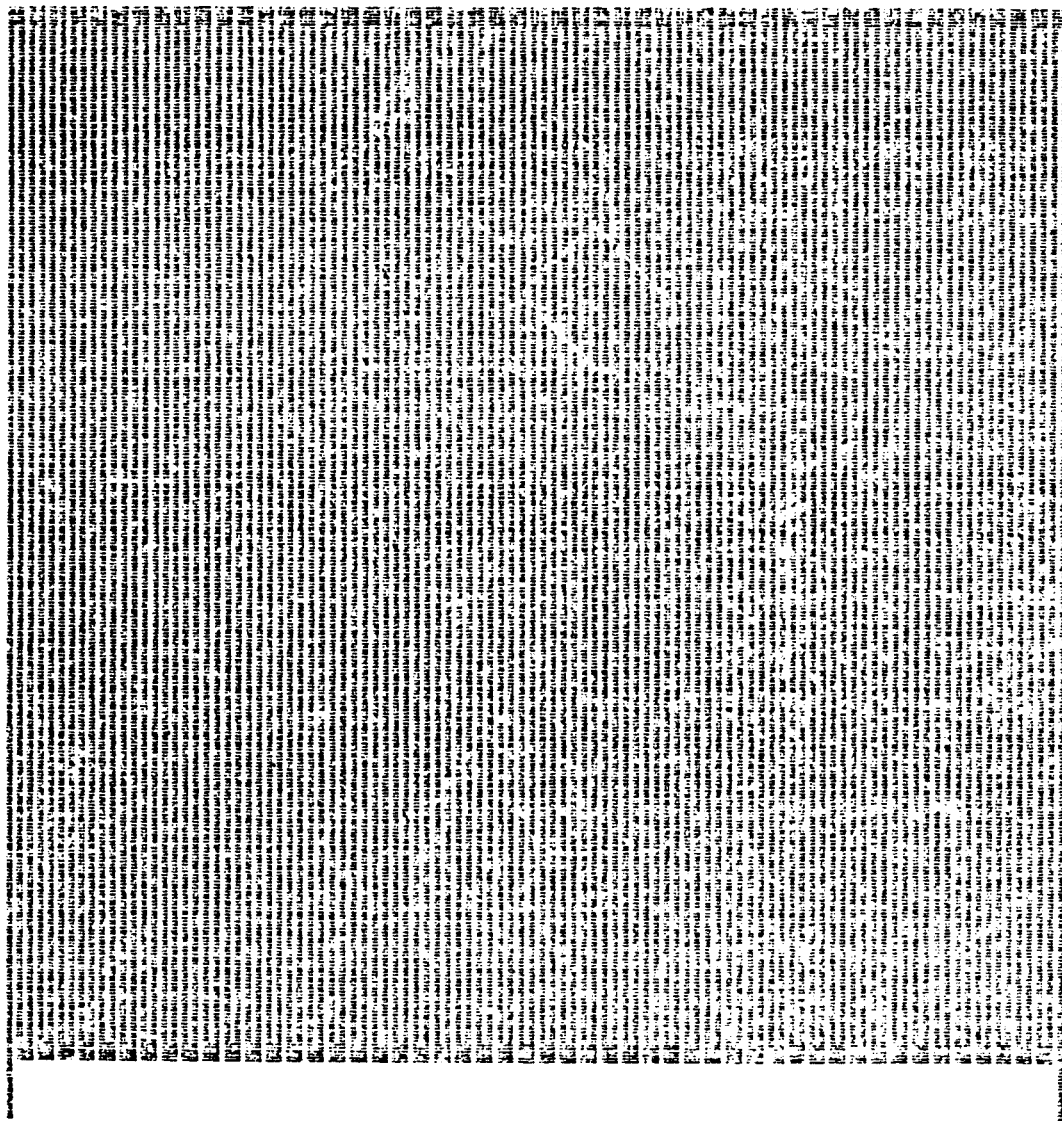


Figure III-1-2: RESISTANCE IMPRIMEE (CONSTANTAN)

Les fluxmètres thermiques

Du point de vue fonctionnel, un fluxmètre thermique n'est utilisable que si les caractéristiques suivantes ont des valeurs optimales :

- La sensibilité doit être suffisante pour pouvoir amplifier et traiter le signal issu du capteur avec des composants d'usage courant en électronique,
- Le temps de réponse doit être assez faible pour permettre une utilisation en régime variable.
- La résistance thermique doit être la plus faible possible pour ne pas perturber de façon sensible le champ de température à mesurer.

Les caractéristiques thermiques des fluxmètres réalisés dans notre laboratoire (CRESMAT), permettent l'utilisation de ces capteurs pour réaliser des sources idéales de flux thermiques.

Les circuits thermoélectriques sont réalisés à partir de feuilles de constantan de 25 microns d'épaisseur collées sur un support de kapton de 50 microns d'épaisseur. Le constantan étant attaqué par le perchlorure de fer ces laminés souples peuvent être traités suivant les techniques classiques de gravure utilisées dans la réalisation des circuits imprimés.

La figure III-1-3 représente le circuit de constantan de 7,2 mètres de longueur replié sur une surface de 13x13 cm². Sur ce circuit sont disposées des couches de cuivre électrolytique de 2,5 mm de longueur, régulièrement espacées.

Aux endroits à protéger du cuivrage, le constantan a préalablement été recouvert d'une résine thermodurcissable (figure III-1-4).

Le circuit de la figure III-1-4 est à thermoéléments monodimensionnels puisque les régions cuivrées sont limitées par des frontières perpendiculaires à la direction principale du ruban de constantan.

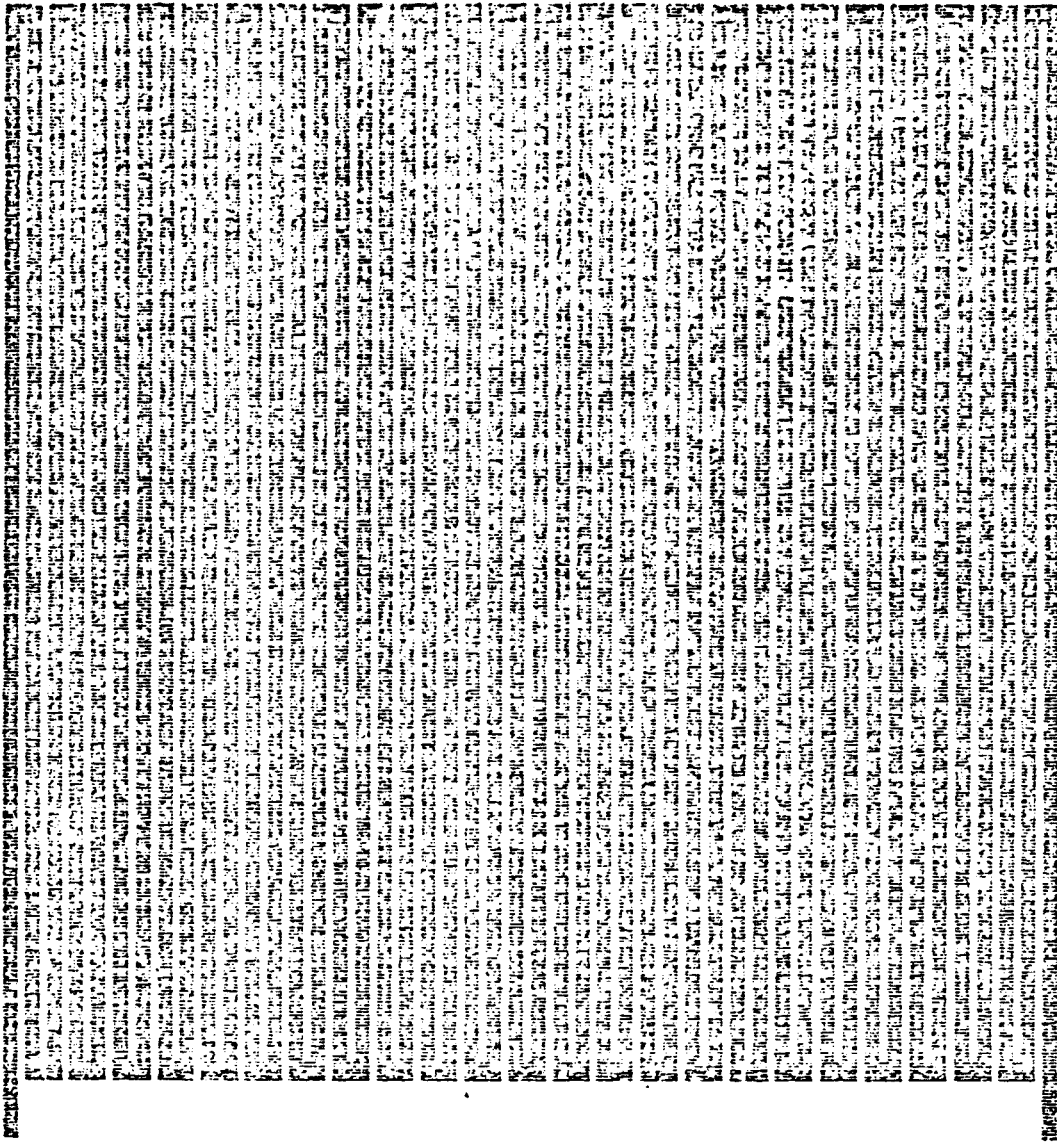


Figure III.4.3 : CIRCUIT THERMOELECTRIQUE DE BASE (constantan)

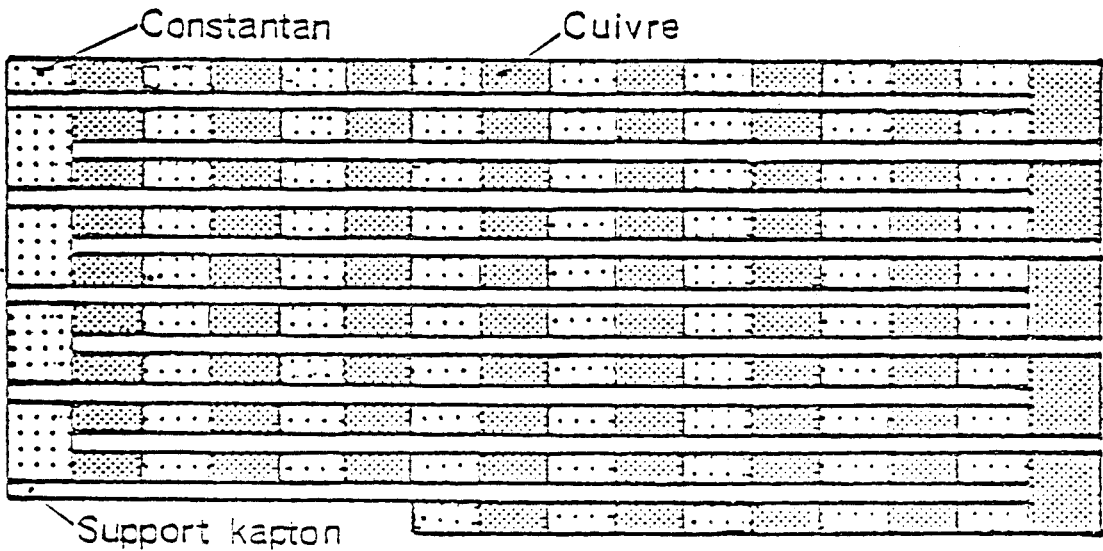


Figure III.4.4 : Circuit thermoélectrique avec dépôts électrolytiques de cuivre

III-2- LE PREMIER MONTAGE EXPERIMENTAL FLUXMETRE-RESISTANCE CHAUFFANTE-FLUXMETRE

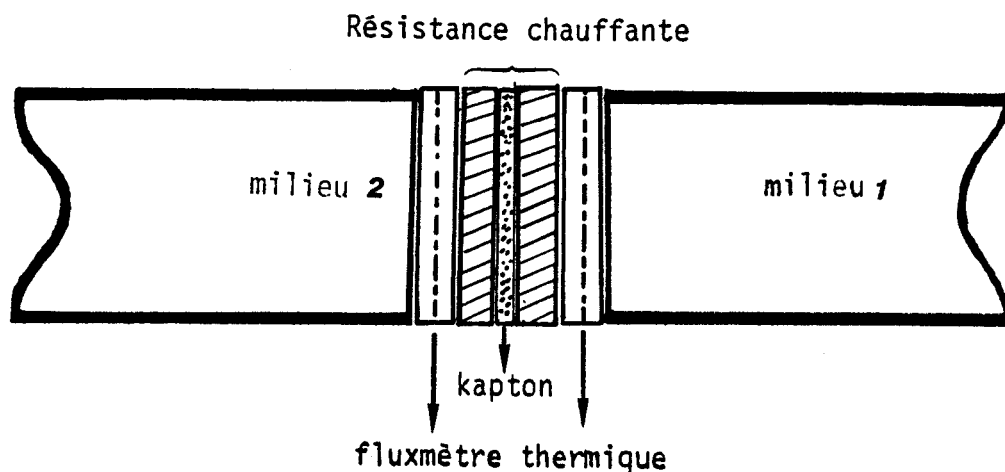


Figure III-2-1



Les éléments chauffants sont disposés de façon symétrique de part et d'autre d'un support Kapton et génèrent des flux de chaleur ϕ_1 et ϕ_2 vers chacun des milieux 1 et 2 à travers les fluxmètres thermiques disposés sur la surface de ces deux milieux.

Le mylar cuivré des fluxmètres est placé en contact avec les éléments chauffants. En régime variable, une telle association n'est évidemment pas isotherme compte tenu des capacités et résistances thermiques de chaque élément. En première approximation et pour des sollicitations lentement variables, on peut déterminer les températures de l'élément chauffant et du plan de sortie des fluxmètres en utilisant le schéma électrique à constantes localisées suivant :

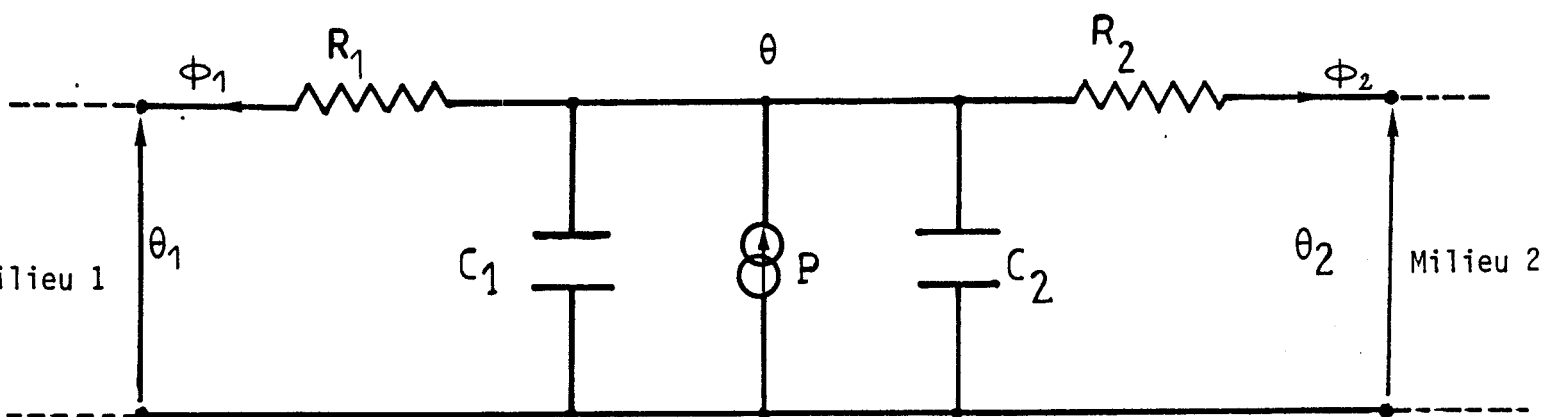


Figure III-2-2

La source énergétique (résistance chauffante) est supposée à chaque instant isotherme et représentée par un générateur de courant P.

L'élévation de température θ dépend en première approximation de sa capacité et de celle des fluxmètres disposés de part et d'autre. Pour un ensemble de surface $13 \times 13 \text{ cm}^2$ chacune des capacités représentée sur le schéma a une valeur voisine de 25 J/K.

La résistance thermique des capteurs n'étant pas négligeable, il faut introduire de chaque côté du montage une résistance R_1 et R_2 afin de représenter la chute de température entre l'élément chauffant et les surfaces des milieux 1 et 2. Naturellement, ces résistances tiennent compte des résistances de contact avec chacun des milieux 1 et 2. Les résistances R_1 et R_2 ont été mesurées en régime permanent. Lorsque l'assemblée est traversée par un flux de 1 watt, la différence de température entre les faces extérieures est de 0,3 K. On peut donc estimer les résistances thermiques des capteurs $R_1 \neq R_2 = 0,3 \text{ K/W}$.

En régime de variation rapide la somme des flux thermiques issus de l'élément chauffant recouvert de fluxmètres n'est pas égale à la puissance électrique $P(t)$ dissipée dans la résistance chauffante puisqu'il faut retrancher les flux thermiques stockés dans la capacité thermique des fluxmètres :

$$\phi_1 + \phi_2 = P - 2 \phi_c$$

La puissance $P(t)$ n'étant pas égale à la somme $\phi_1 + \phi_2$, il faudra utiliser une chaîne électronique de contrôle, si l'on veut contrôler la somme $\phi_1(t) + \phi_2(t)$ indépendamment des conditions limites. Notons également que la mesure des flux $\phi_1(t)$ et $\phi_2(t)$ nécessite que les deux fluxmètres thermiques soient étalonnés.

Variation des résistances de contact en fonction des matériaux

Mesure des résistances thermiques : capteurs, puits, contacts

Principe : Etalonnage en régime permanent

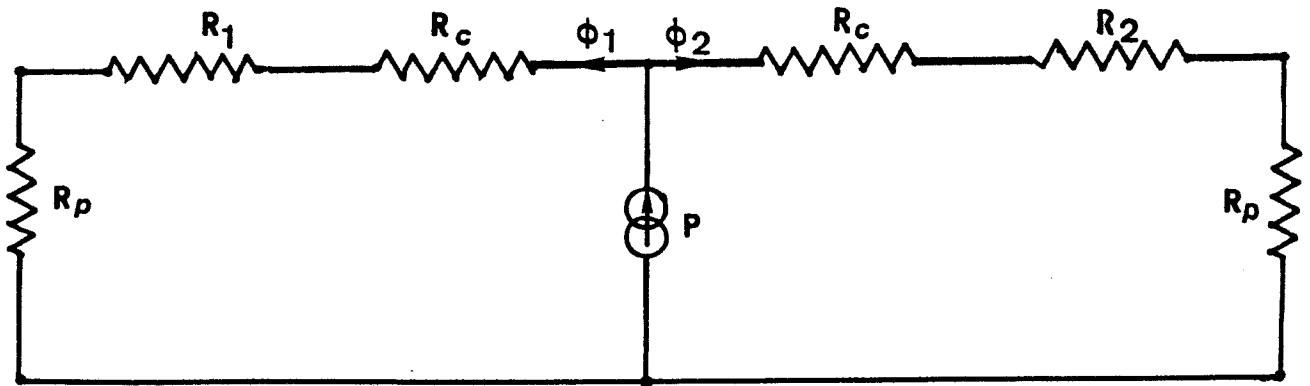


Figure III-2-3

R_p : résistance du puit plus résistance de contact

R_1 : résistance du matériau 1

R_2 : " " " 2

R_c : " du capteur plus résistance de contact

On pose $R_{parasite} = R_c + R_p$



Manipulation :

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure ci-dessous :

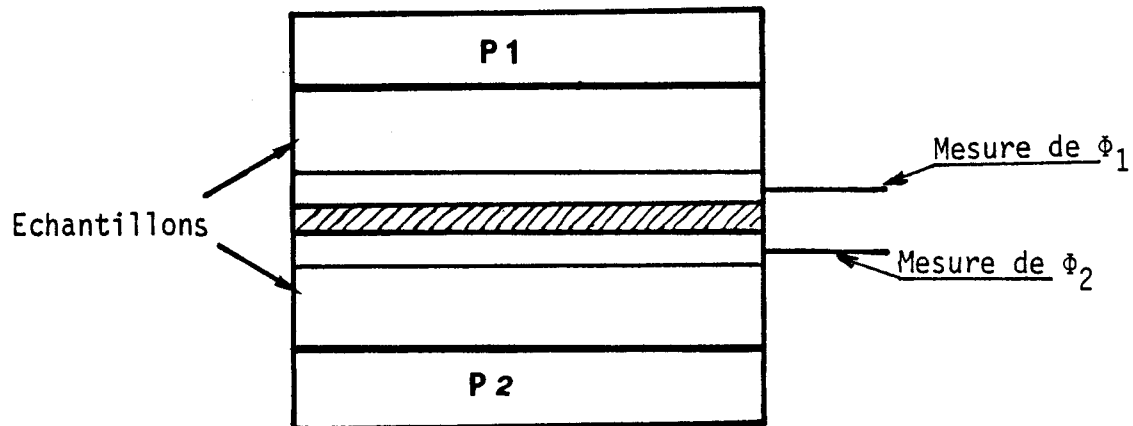


Figure III-2-4

La plaque haute à température constante est placée sur le fluxmètre du haut c'est-à-dire qu'il n'y a pas de matériau 1. On a donc $R_1 = 0$;

Puis, on prend successivement pour le matériau 2 :

i) Un plexiglass d'épaisseur $\ell = 1,4$ mm, il a donc pour résistance thermique R_2 .

Nous avons :

$$\begin{aligned}\frac{\phi_1}{\phi_2} &= \frac{R_p + R_2}{R_p} \\ &= 1 + \frac{R_2}{R_p}\end{aligned}$$

or $\frac{\phi_1}{\phi_2} = 3,53$

donc $\frac{R_2}{R_p} = 2,53$

ii) Un plexiglass d'épaisseur $\ell = 2,8$ mm

nous avons donc : $R'_2 = 2.R_2$

$$\frac{\phi'_1}{\phi_2} = 1 + \frac{2R_2}{R_p}$$

théoriquement on doit obtenir d'après i)

$$\frac{R'_2}{R_p} = 2 \cdot \frac{R_2}{R_p} = 2 \cdot 2,53 = 5,06$$

Or, d'après la manipulation on obtient :

$$\frac{R'_2}{R_p} = 3,05 - 1 = 2,05$$

iii) Un plexiglass d'épaisseur $\ell = 3,9$ mm

on obtient : $\frac{R''_2}{R_p} = 1,76$

Conclusion : R_p ne reste pas constante si on change de matériau. Pour un même matériau, cette résistance R_p a tendance à augmenter quand on remplace des matériaux moins épais par d'autres qui le sont un peu plus. Cette variation incontrôlable pose des problèmes pour l'interprétation des résultats expérimentaux et est à l'origine des écarts par rapport aux lois théoriques observés en régime permanent.

III-3- LE SECOND MONTAGE EXPERIMENTAL : RESISTANCE CHAUFFANTE-FLUXMETRES-RESISTANCE CHAUFFANTE

Afin d'améliorer les performances de la source énergétique, c'est-à-dire :

- diminuer la capacité thermique,
- minimiser la différence de température entre le milieu et la surface des milieux 1 et 2,

il est possible de disposer les sources énergétiques en contact avec chacun des milieux 1 et 2, et les commander de façon à ce que les températures θ_1 et θ_2 soient égales. On réalisera dans ce but le montage schématisé ci-dessous :

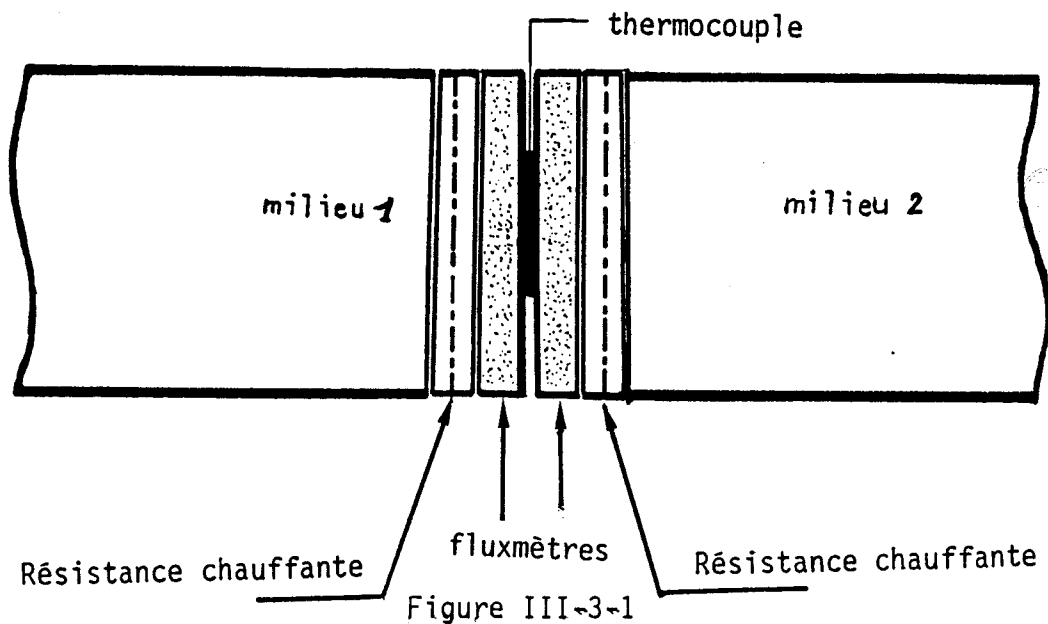
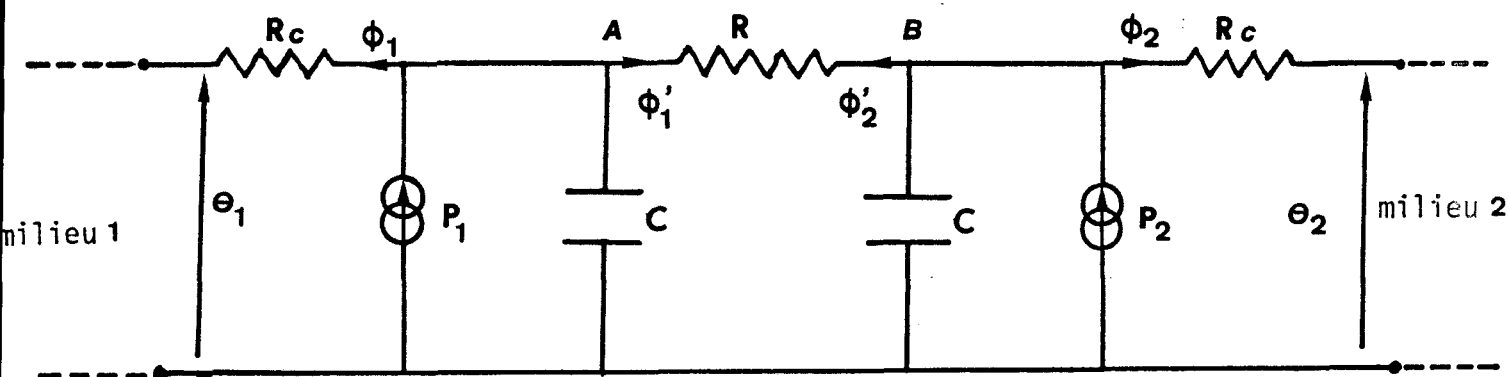


Figure III-3-1

Les éléments chauffants notés 1 et 2 ne sont pas parcourus par le même courant électrique. Les courants électriques I_1 et I_2 sont réglés de façon à ce que $\theta_1(t) = \theta_2(t)$ à tout instant.

Pour symétriser le montage, deux fluxmètres thermiques ont été disposés en contact avec les résistances chauffantes. Sur le schéma équivalent de la figure suivante sont représentés les éléments résistifs et capacitifs permettant de représenter les températures et les flux en chaque point de l'assemblée.



R_c : résistance de contact échantillon-résistance chauffante

R : résistance thermique des capteurs

C : capacité thermique de l'ensemble fluxmètre-résistance chauffante

Figure III-3-2

Nous avons représenté les résistances de contact avec chacun des milieux 1 et 2 qui n'ont de façon générale la même valeur. Ce schéma équivalent illustre parfaitement le principe de fonctionnement qui consiste à compenser par la différence des flux $\phi_2 - \phi_1$ la dissymétrie des conditions limites extérieures.

Pour obtenir un fonctionnement optimal, il est indispensable de symétriser parfaitement le montage.

Appairage des fluxmètres :

Les fluxmètres que l'on utilise, aussi identiques qu'ils soient, ne présentent pas tout à fait la même sensibilité. Il convient alors de les appairer. On utilise pour cela un potentiomètre ajustable K qui forme un diviseur de tension avec les résistances internes des deux fluxmètres.

Le montage est le suivant

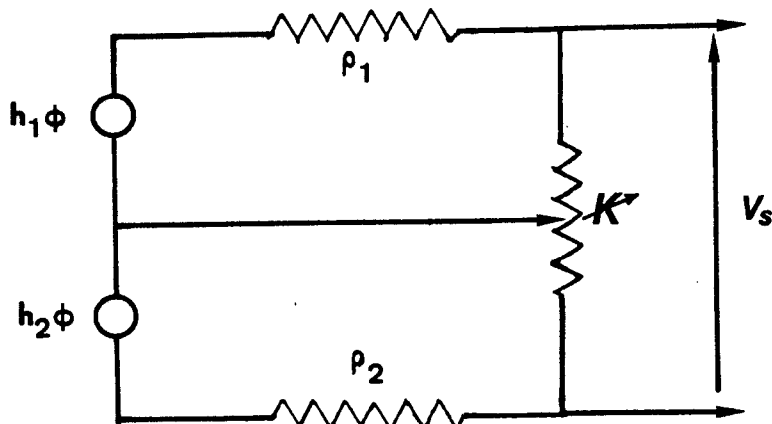


Figure III-3-3

ρ_1 et ρ_2 sont des résistances électriques internes des deux fluxmètres d'ordre de grandeur de 30Ω .

Le fluxmètre le plus sensible est chargé par la fraction de résistance K/λ avec $\lambda < 0,5$, c'est-à-dire chargé par la résistance la plus grande.

Méthode d'appairage

Dispositif expérimental

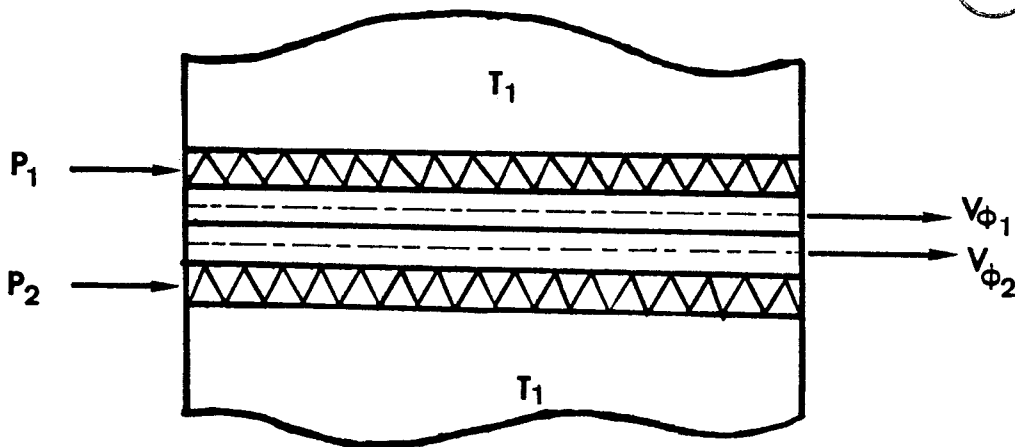


Figure III-3-4

Le principe de l'expérience consiste à envoyer des puissances $P_1 = P_0$ et $P_2 = 0$ et d'ajuster le potentiomètre de telle sorte à avoir $V_{\phi_1} = V_{\phi_2}$. Puis inversement, on envoie les puissances $P_2 = P_0$ et $P_1 = 0$ pour vérifier que les deux fluxmètres ont parfaitement la même sensibilité ($V_{\phi_1} = V_{\phi_2}$).

Remarque : On peut avoir des valeurs de flux différents entre le 1er cas et le 2è cas, c'est-à-dire :

$$V_{\phi 1} \neq V'_{\phi 1}$$

et

$$V_{\phi 2} \neq V'_{\phi 2}$$

Cela est dû aux 2 plaques à température constante haute et basse qui ne sont pas parfaitement les mêmes.

Appairage des puissances de chauffe

Les résistances électriques de chauffe R_{ch1} et R_{ch2} n'ayant pas exactement la même valeur numérique, il convient d'ajouter une résistance série à la plus faible des deux pour remédier à cet effet, et rendre ainsi les deux puissances égales. On a $R_{ch2} = R_{ch1} - \epsilon$

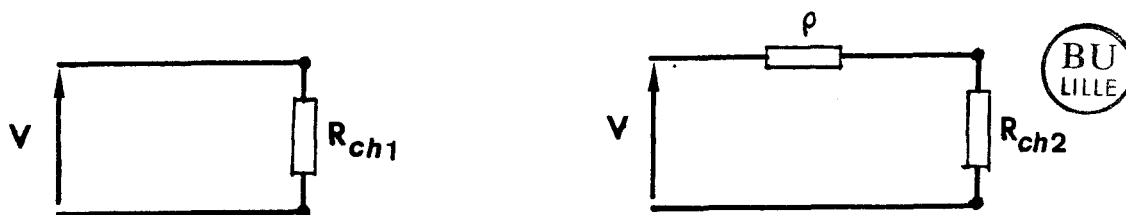


Figure III-3-5

P_1 : puissance fournie par R_{ch1}

P_2 : " " " R_{ch2}

On doit avoir $P_1 = P_2$.

$$P_1 = P_2 \Leftrightarrow \frac{v^2}{R_{ch1}} = v^2 \frac{R_{ch2}}{(R_{ch2} + \rho)^2}$$

ρ étant petit devant R_{ch} donc :

$$\rho^2 \ll R_{ch2} + 2 R_{ch2} \rho$$

donc

$$P_2 = \frac{v^2}{R_{ch2} + 2 \rho} = \frac{v^2}{R_{ch1} - \epsilon + 2 \rho}$$

On a finalement :

$$P_1 = P_2 \Leftrightarrow \rho = \frac{\epsilon}{2} = \frac{R_{ch1} - R_{ch2}}{2}$$

Cas pratique : $R_{ch1} = 11,1 \Omega$

$R_{ch2} = 10,9 \Omega$

donc $\rho = \frac{0,2}{2} = 0,1 \Omega$

Vérification expérimentale :

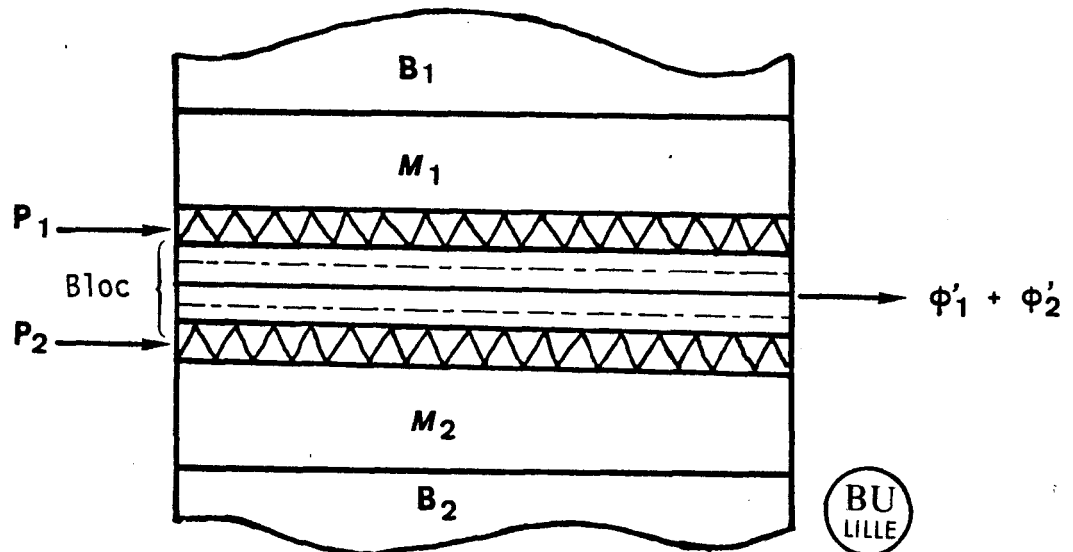


Figure III-3-6

Le nouveau montage expérimental est représenté sur la figure III-3-6

B_1 et B_2 sont les plaques à température constante

M_1 et M_2 " " matériaux 1 et 2

Le bloc est constitué des deux fluxmètres.

On prend dans cette expérience $M_1 = M_2$.

Pour une tension de consigne V_c donnée, on relève les puissances P_1 et P_2 qui doivent être égales. On fait alors l'ajustage pour les rendre égales par points de soudure de l'étain sur le constantan.

Commande électronique de puissance

Les fluxmètres thermiques disposés de part et d'autre de la zone centrale du système sont appairés et connectés en série de façon à mesurer le flux pénétrant dans la partie centrale du montage en provenance de l'un ou de l'autre côté. Les puissances de chauffe seront donc ajustées de façon à annuler à chaque instant la tension détectée par les fluxmètres connectés en série.

$$\phi_1' + \phi_2' = 0$$

$$V_{\phi_1'} + V_{\phi_2'} = 0$$

Dans le schéma représenté la somme $V_{\phi_1'} + V_{\phi_2'}$ est comparée à chaque instant à une tension identiquement nulle de façon à fournir une tension V_ϵ proportionnelle à l'écart par rapport à la tension de référence $V_{\phi_c} = 0$.

La détection de V_ϵ non nul ($V_\epsilon \neq 0$) correspond évidemment au passage d'un flux thermique de la partie 1 à la partie 2 ou inversement suivant le signe de V_ϵ .

Cette tension positive ou négative est utilisée pour déséquilibrer les tensions de commande des puissances P_1 et P_2 dissipées dans chacune des résistances chauffantes.

- Lorsque $V_\epsilon > 0$, la tension V_1 est augmentée alors que la tension V_2 est diminuée.
- Par contre, lorsque $V_\epsilon < 0$, la tension V_2 est augmentée alors que la tension V_1 est diminuée.

Les connections sont réalisées de façon à ce que cette réaction provoque le retour du système vers son point de fonctionnement $V_\epsilon = 0$.

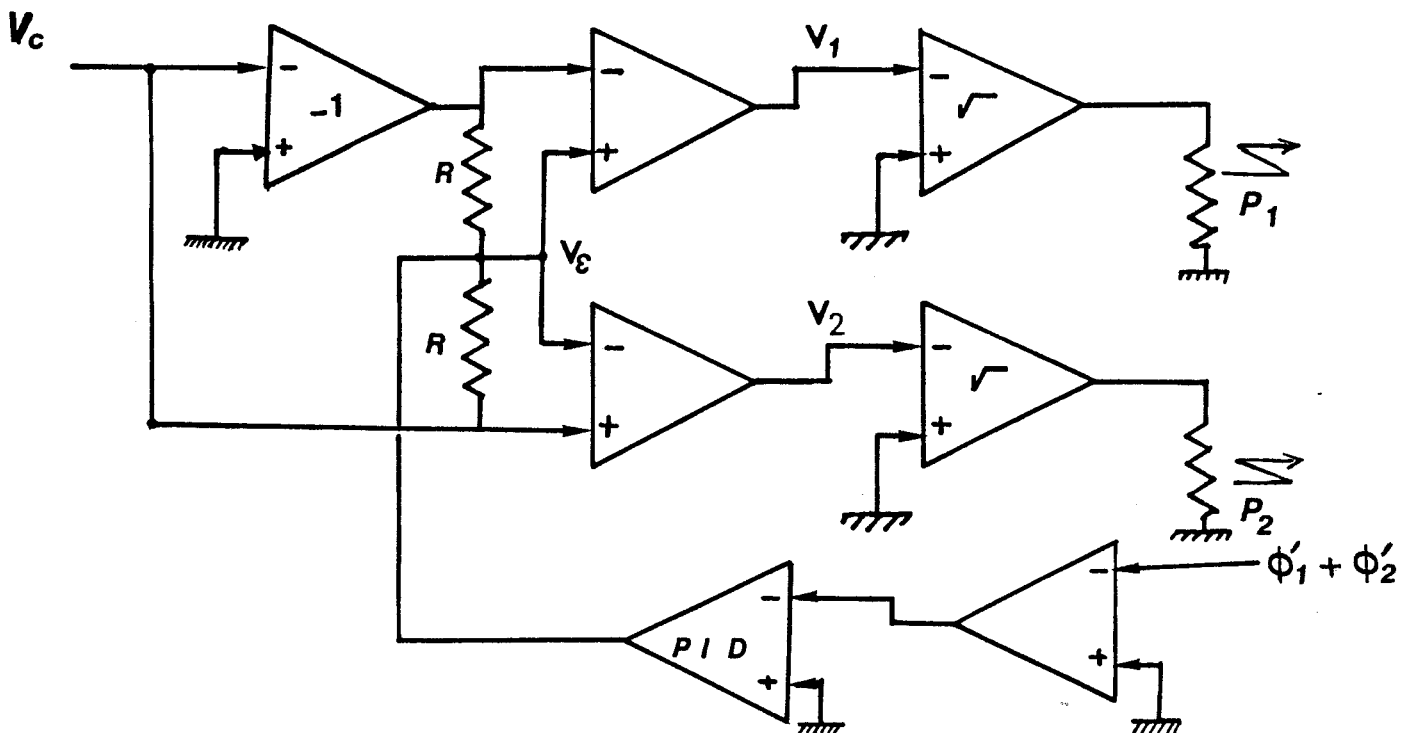


Figure III-3-7

La somme des deux tensions de commande V_1 et V_2 est telle que :

$$V_1 = V_c + V_e$$

$$V_2 = V_c - V_e$$

$$V_1 + V_2 = 2.V_c$$

La somme des tensions de commande garde une valeur constante. Il en est de même de la somme des puissances dissipées dans chaque résistance proportionnelle puisque la commande est linéaire à la somme des tensions.

$P = P_1 + P_2 = 2.K.V_c$ ne dépend que de V_c ; V_c est la tension de commande du flux. Il en résulte que la valeur totale de la puissance dissipée dans les deux résistances est commandable. La répartition des puissances est faite de façon à ce que le flux thermique traversant la région centrale reste identiquement nul.

III-4- PERFORMANCE DU MONTAGE

- En régime permanent

En régime permanent, le champ de température est indépendant du temps et il n'y a pas d'effet capacitif. En considérant le schéma de fonctionnement précédent, les puissances P_1 et P_2 s'expriment en fonction des flux ϕ_1 et ϕ_2 et des flux ϕ'_1 et ϕ'_2 entrant dans la zone de "flux nul" par la relation :

$$P_1 = \phi_1 + \phi'_1$$

$$P_2 = \phi_2 + \phi'_2$$

soit

$$P = P_1 + P_2 = \phi_1 + \phi_2 + (\phi'_1 + \phi'_2)$$

si l'on considère d'autre part que le gain de la chaîne d'asservissement est suffisant pour que l'erreur statique $\phi'_1 + \phi'_2 \neq 0$, nous obtenons :

$$P = \phi_1 + \phi_2$$

La somme des flux sortant du système est commandée par la puissance P en régime permanent.

Le flux étant nul au centre du capteur, il n'apparaît pas de différence de température entre les points A et B (fig. III-3-2). L'effet des résistances de contact et résistance thermique-fluxmètre-thermocouple est ainsi neutralisé.

La différence de température non nulle $\theta_1 - \theta_2$ (fig. III-3-2) entre les surfaces des échantillons est uniquement due aux résistances de contact (résistance-échantillon). Cette différence de température ne peut être annulée, sinon en la minimisant.

- En régime transitoire

Dans ce cas les flux sortant ϕ_1 et ϕ_2 ne sont plus égaux aux puissances P_1 et P_2 , une partie de cette puissance étant absorbée pour charger les capacités thermiques C (figure III-3-2)

La différence de température $\theta_1 - \theta_2$ reste inchangée, l'asservissement maintenant à tout instant $\phi_1' + \phi_2' = 0$

En régime de variation :

$$\phi_1 + \phi_2 = P - 2\phi_c$$

ϕ_c étant le flux absorbé par les capacités du système (qui sont de l'ordre de 2×25 J/K) pour monter en température.

Le comportement de la source en régime variable est donc déterminé lorsque l'on connaît la capacité limitant les performances en régime de variations.

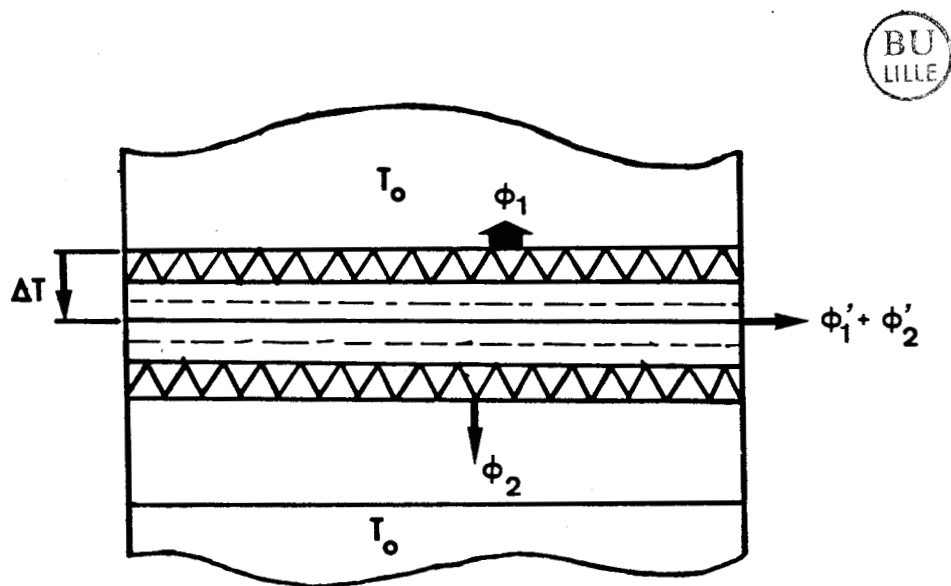
III-5- APPLICATION A LA CARACTERISATION DE LA SOURCE ENERGETIQUE

Le montage asservi décrit dans la partie précédente a été utilisé pour la caractérisation des paramètres caractéristiques de la source et d'un demi fluxmètre.

III-5-1- Mesure de la résistance thermique

En régime permanent, le milieu de la zone isotherme est à une température légèrement supérieure à la température des surfaces en contact avec les échantillons.

La source a donc une "résistance thermique interne" non nulle. Pour mesurer cette résistance thermique, nous avons utilisé le montage suivant :



La source énergétique est placée en contact avec une plaque métallique (en aluminium ou en cuivre) sur une face et avec un isolant thermique tel que le polystyrène expansé sur l'autre face.

Dans ces conditions, le flux thermique en provenance de la source s'écoule en quasi totalité dans la plaque métallique dont la température s'élève lentement (charge à flux constant). La différence de température entre la plaque métallique et le milieu isotherme de la source est mesurée par un thermocouple. Les solutions du flux et des écarts de température en fonction du temps sont représentées figures III.5.1 et III.5.2.

Figure III.5.1

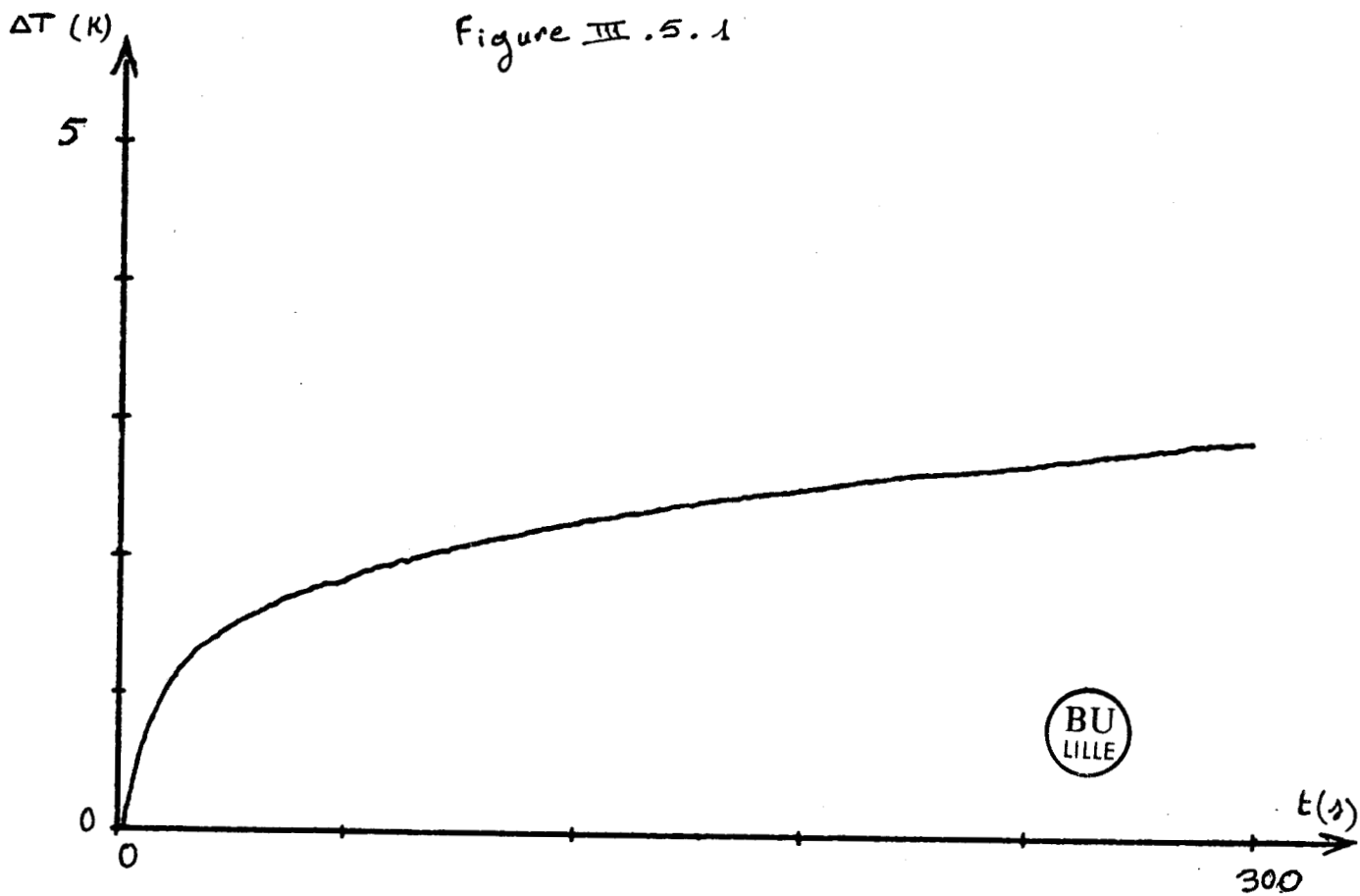
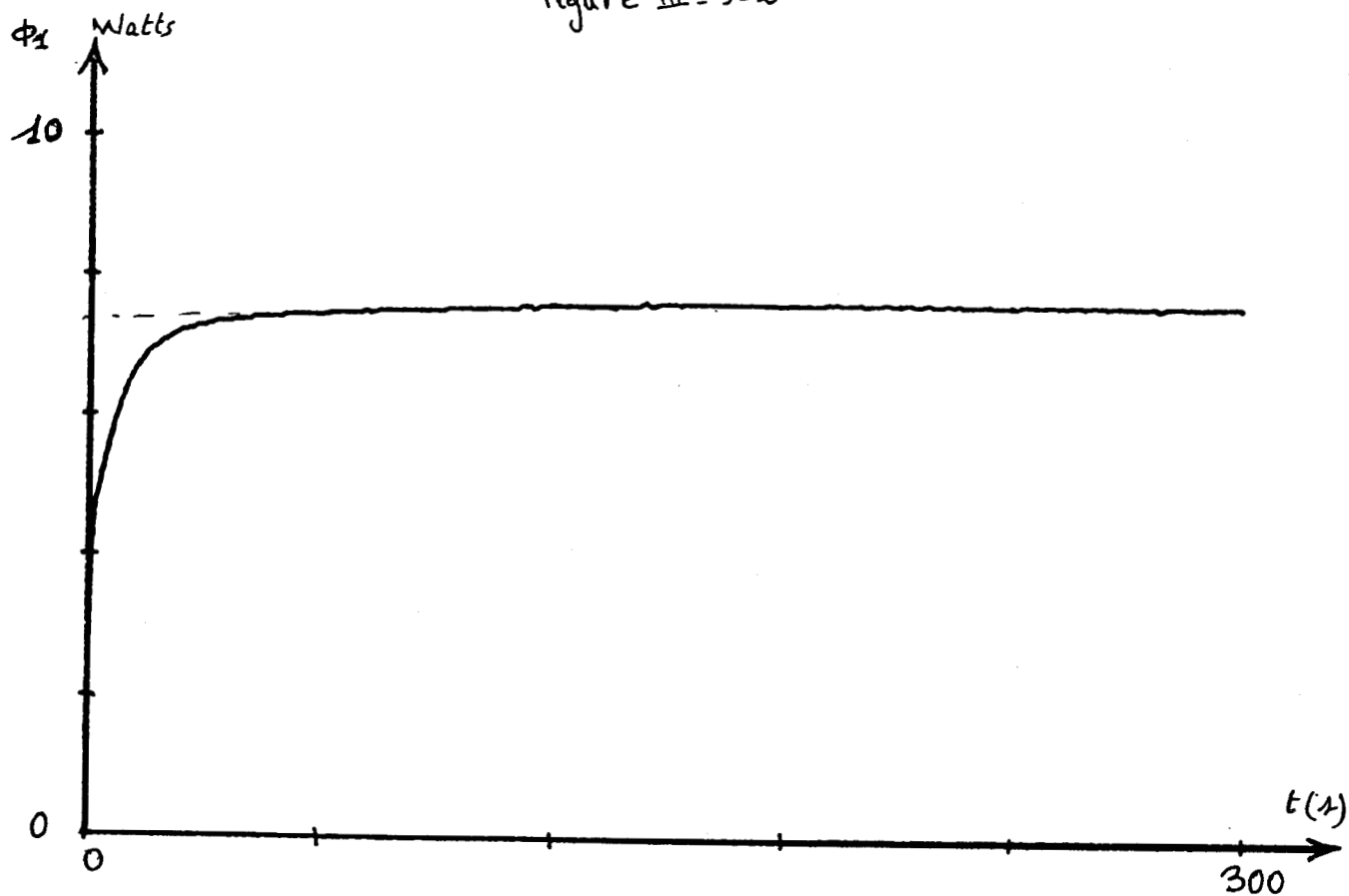


Figure III-5-2



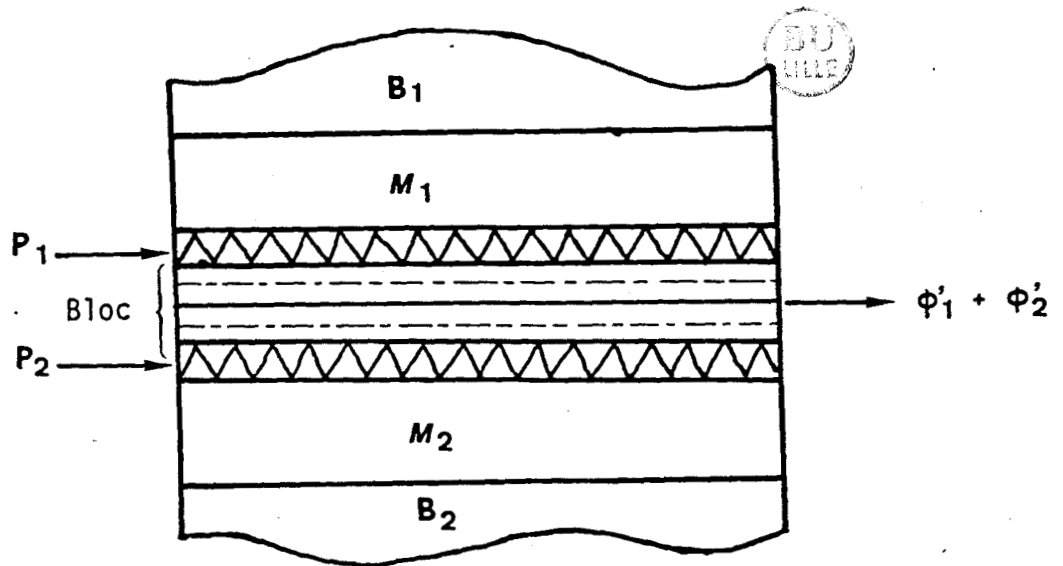


Figure III-5-3

L'analyse de ces courbes montre qu'il y a élévation de température par un flux sensiblement constant. En première approximation thermique (compte tenu des résistances de contact entre la source et la plaque métallique) de la source.

Compte tenu des valeurs numériques on obtient :

$$R = \frac{\Delta T}{\phi_1} = 0,35 \text{ K/W}$$

III-5-2- Mesure de la capacité thermique

Une méthode de mesure possible de la capacité de la source plus un demi fluxmètre consiste à la placer entre deux milieux isolants afin de l'isoler du milieu extérieur et de relever la pente de l'élévation de température provoquée par une dissipation énergétique en forme d'échelon. Le dispositif expérimental est représenté figure III-5.3. Si P_0 est le niveau de la puissance totale dissipée dans la source, l'élévation de température est :

$$\Delta T = \frac{P_0}{C} t$$

C étant la capacité thermique de la source-fluxmètre.

Les courbes expérimentales sont représentées figures III-5-4 et III-5-5. La pente de la courbe est égale à 0,22. Il en résulte une capacité de 51 J/K, soit pour chaque moitié de la source-fluxmètre : $C = 25,5 \text{ J/K}$. Ces valeurs sont compatibles avec les résultats obtenus par d'autres méthodes de mesures.

III-6- RESULTATS EXPERIMENTAUX

Analyse des ondes thermiques issues d'un corps chauffant placé à l'interface de deux milieux différents.

La configuration expérimentale est schématisée ci-dessous. Elle comporte essentiellement deux milieux 1 et 2 entre lesquels on a disposé l'élément chauffant décrit dans la partie précédente et contrôlé de façon à rester isotherme (figure III-6-1).

Figure III-5-4

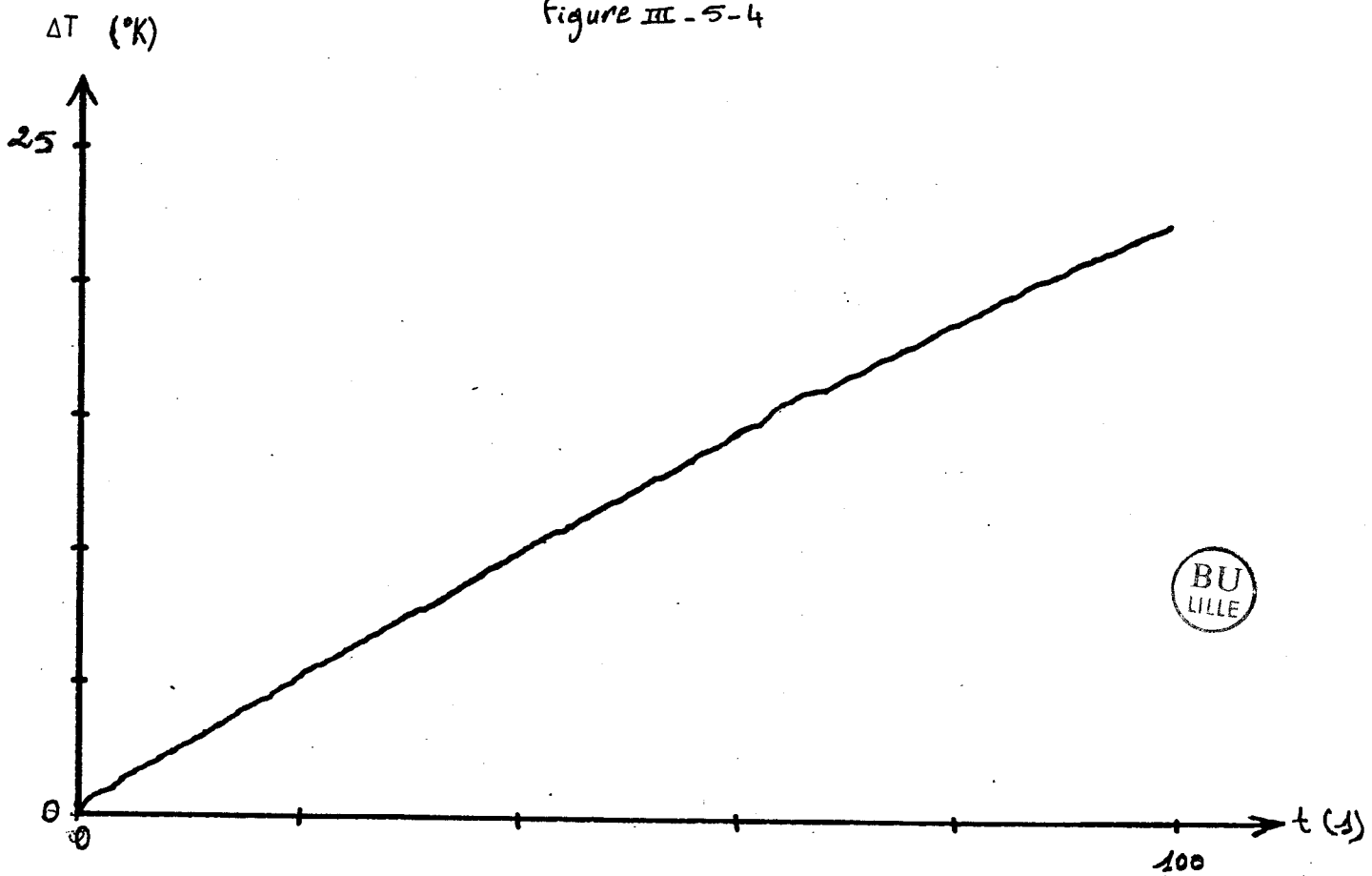


Figure III-5-5

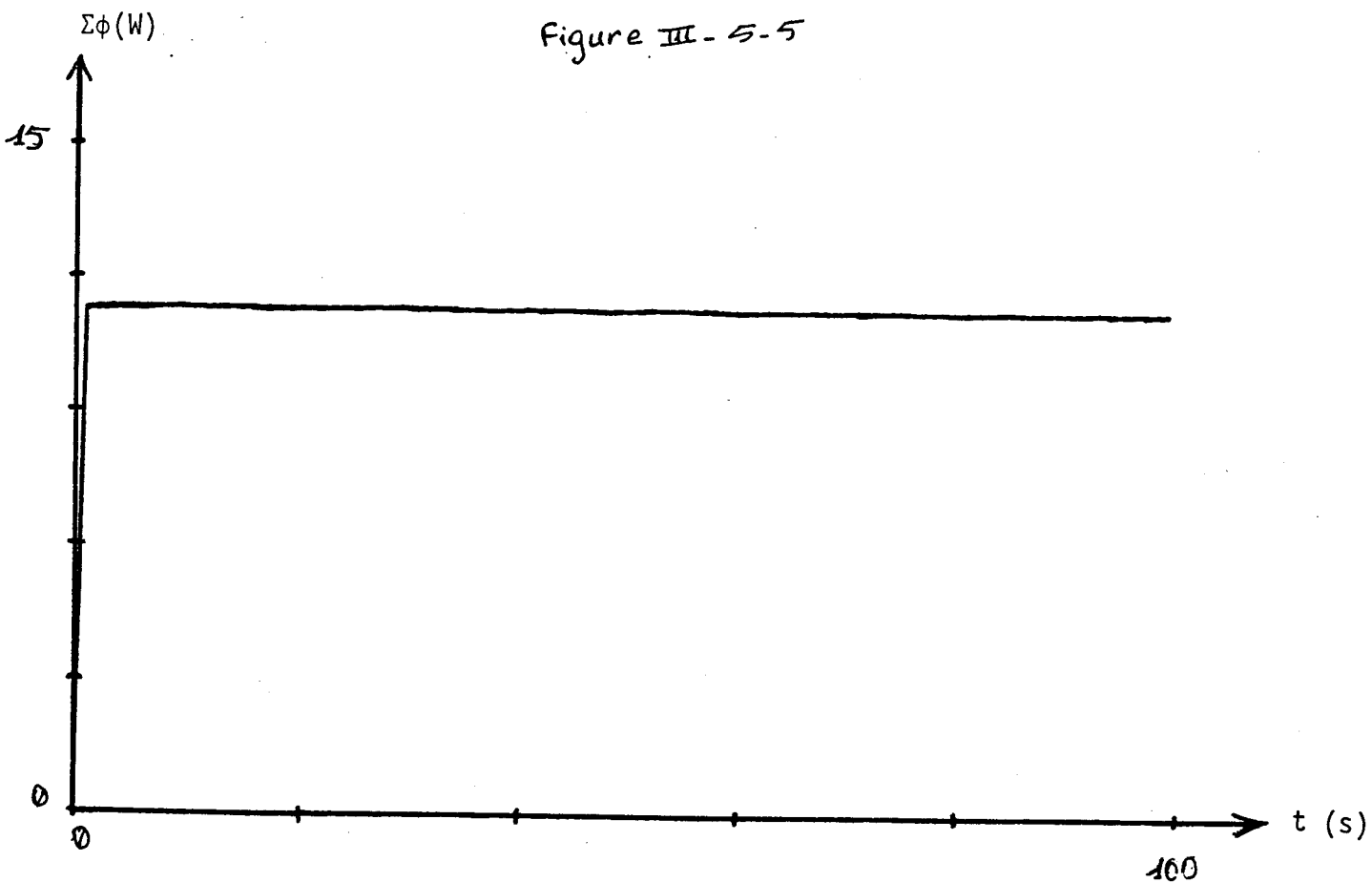
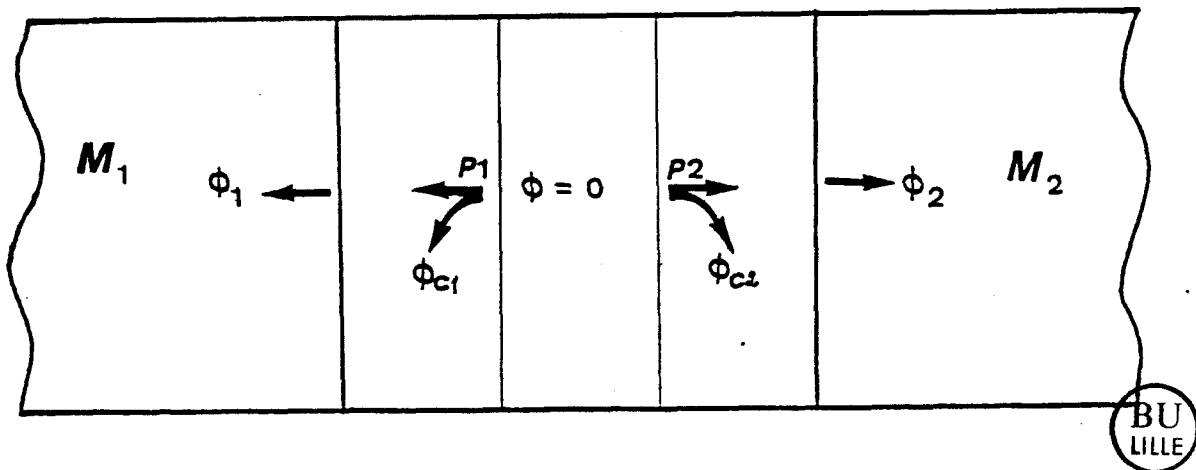


Fig. III-6-1



Le flux thermique entrant le milieu 1 n'est pas égal à la puissance P_1 fournie par la résistance chauffante 1 à cause de la capacité de l'ensemble fluxmètre 1 et résistance chauffante 1.

$$\phi_1 = P_1 - \phi_{c1}$$

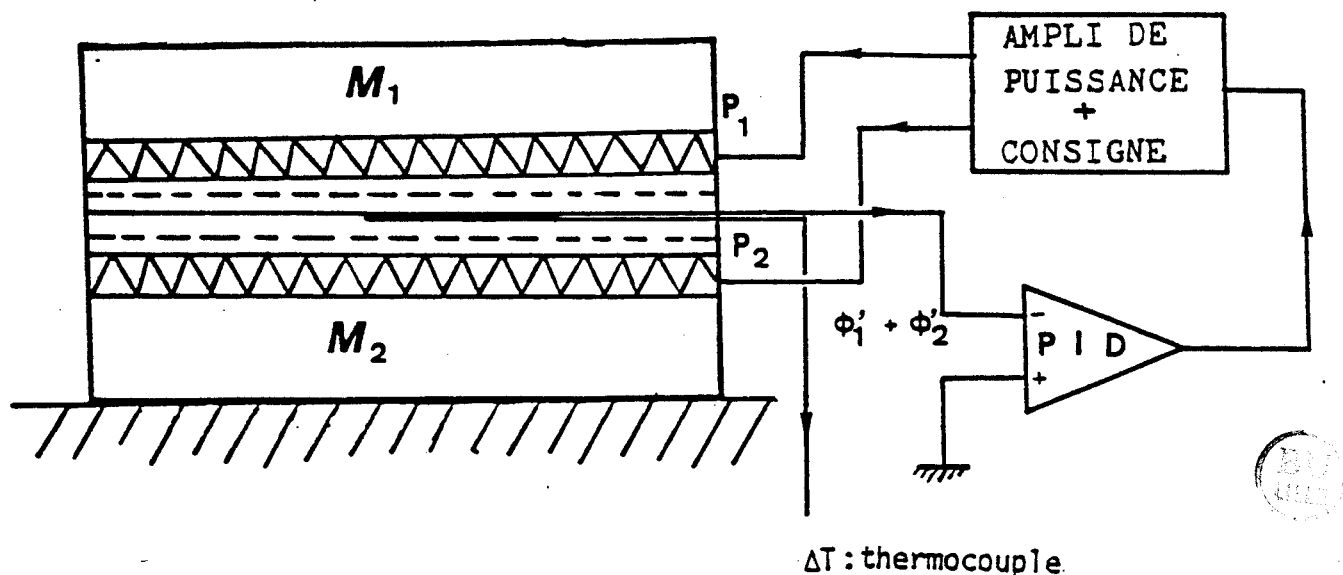
De la même façon, pour la résistance chauffante 2 :

$$\phi_2 = P_2 - \phi_{c2}$$

Lorsque les températures de surface des milieux 1 et 2 sont sensiblement égales le stockage énergétique dans chacune des capacités est identique et ϕ_{c1} est sensiblement égal à ϕ_{c2} .

Les mesures ont été effectuées en utilisant le dispositif expérimental suivant :

Figure : III -6-2



A l'aide du dispositif expérimental décrit précédemment, nous avons effectué des mesures d'effusivité et de conductivité thermique sur quelques matériaux de section $13 \times 13 \text{ cm}^2$ et d'épaisseurs λ inférieures à 1 cm.

La partie théorique a permis de montrer que lorsqu'une puissance de valeur déterminée est dissipée à l'interface de deux milieux, le rapport des flux est égal au rapport des effusivités en régime d'impulsions brèves et égal au rapport des résistances thermiques en régime permanent. Un échelon de puissance comportant à la fois une composante continue et des composantes rapidement variables (par rapport au temps propre des milieux 1 et 2).

Cet échelon de puissance peut être utilisé par les mesures de conductivité et d'effusivité.

Sur les courbes de la figure III-6-3 les flux entrant dans les deux échantillons de plexiglass identiques ont des amplitudes légèrement différentes. L'écart ne dépasse pas 3 à 4 %. Cet écart peut être interprété par la présence des résistances thermiques de contact et des puits thermiques de température légèrement différente. L'ensemble de ces effets provoquent un déséquilibre des flux thermiques de part et d'autre de la source.

De même, sur les courbes de la figure III-6-4, le rapport des flux en régime permanent dans les matériaux de plexiglass d'épaisseurs 1,4 mm et 4 mm, n'est pas égal au rapport des résistances thermiques de ces deux matériaux. A partir des courbes on obtient $\phi_1/\phi_2 = 1,31$ alors que le rapport des résistances thermiques est de 2,3. C'est-à-dire l'écart entre valeur théorique et expérimentale est de l'ordre de 35 à 40 %. Cet écart est dû à des résistances de contact de l'ordre de la résistance thermique des échantillons.

Il faut toutefois remarquer que pour les faibles valeurs du temps, ce rapport est égal à 1, c'est-à-dire que les matériaux de part et d'autre de la source ont la même effusivité, ce qui correspond à la modélisation théorique.

Les courbes de la figure III-6-5 représentent le partage d'une puissance sous forme d'échelon, entre les échantillons de plexiglass et de caoutchouc.

De la même façon, on a à partir de courbes $\phi_1/\phi_2 = 1,19$ alors que le rapport des résistances thermiques, tout en tenant compte des résistances de contact, est de 1,88.

Ces résultats montrent que l'effet des résistances de contact n'est pas prédominant pour les faibles valeurs du temps. Ainsi, l'étude expérimentale a été limitée à l'analyse des flux thermiques pour les faibles valeurs du temps.

L'expérience porte sur des milieux 1 et 2 de longueurs finies et ne concerne que le début des régimes transitoires de façon à ce que l'on puisse négliger l'effet des réflexions sur les parois extérieures. On se limite donc à l'enregistrement du début des régimes transitoires.

Dans ces conditions, la variation de température de surface du milieu noté 1 est donnée par la relation :

$$\theta(t) = \frac{2 \phi_1}{b_1} \cdot \sqrt{t/\pi}$$

b_1 : effusivité du milieu noté 1.

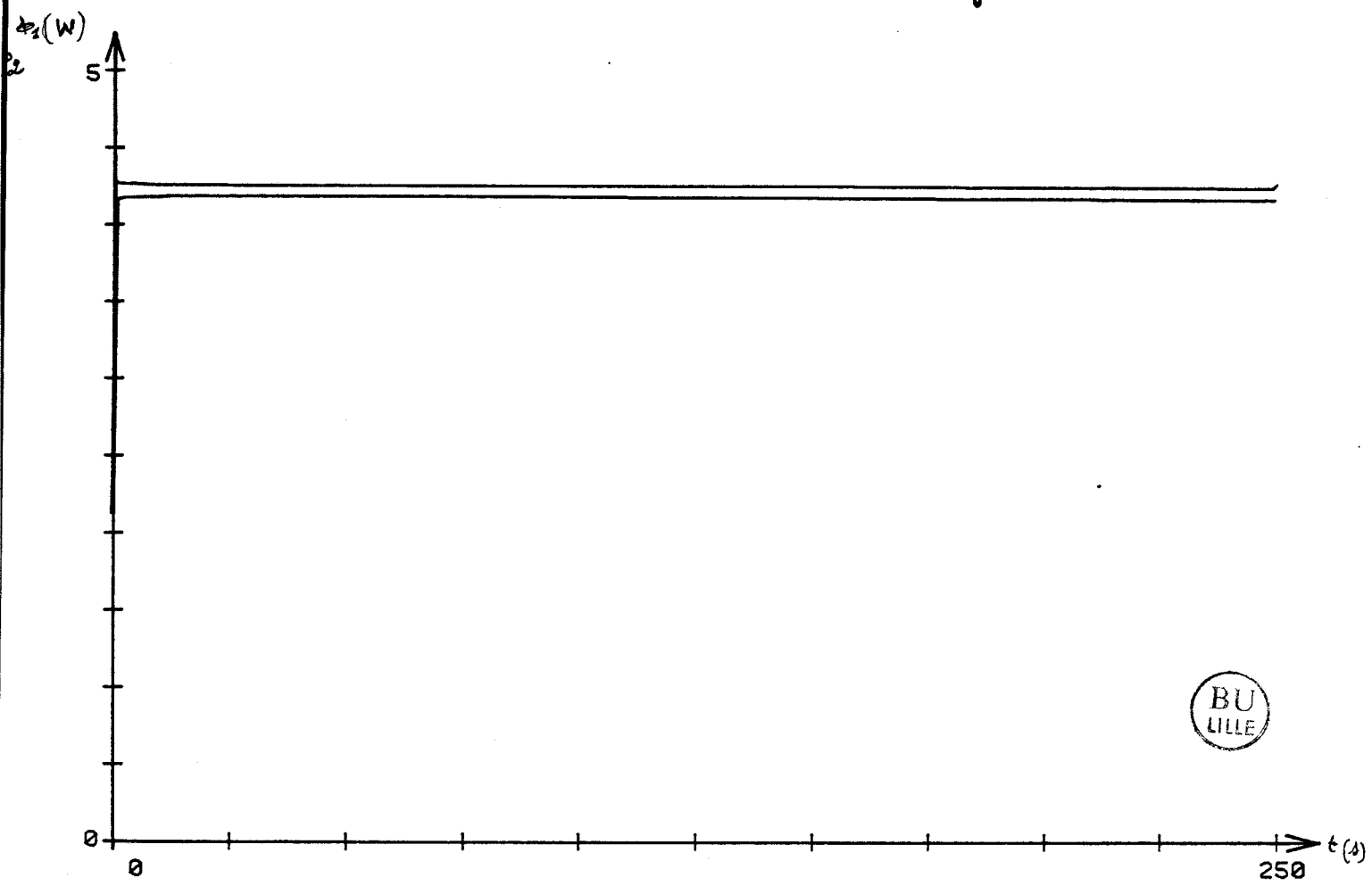


Figure III - 6-4.

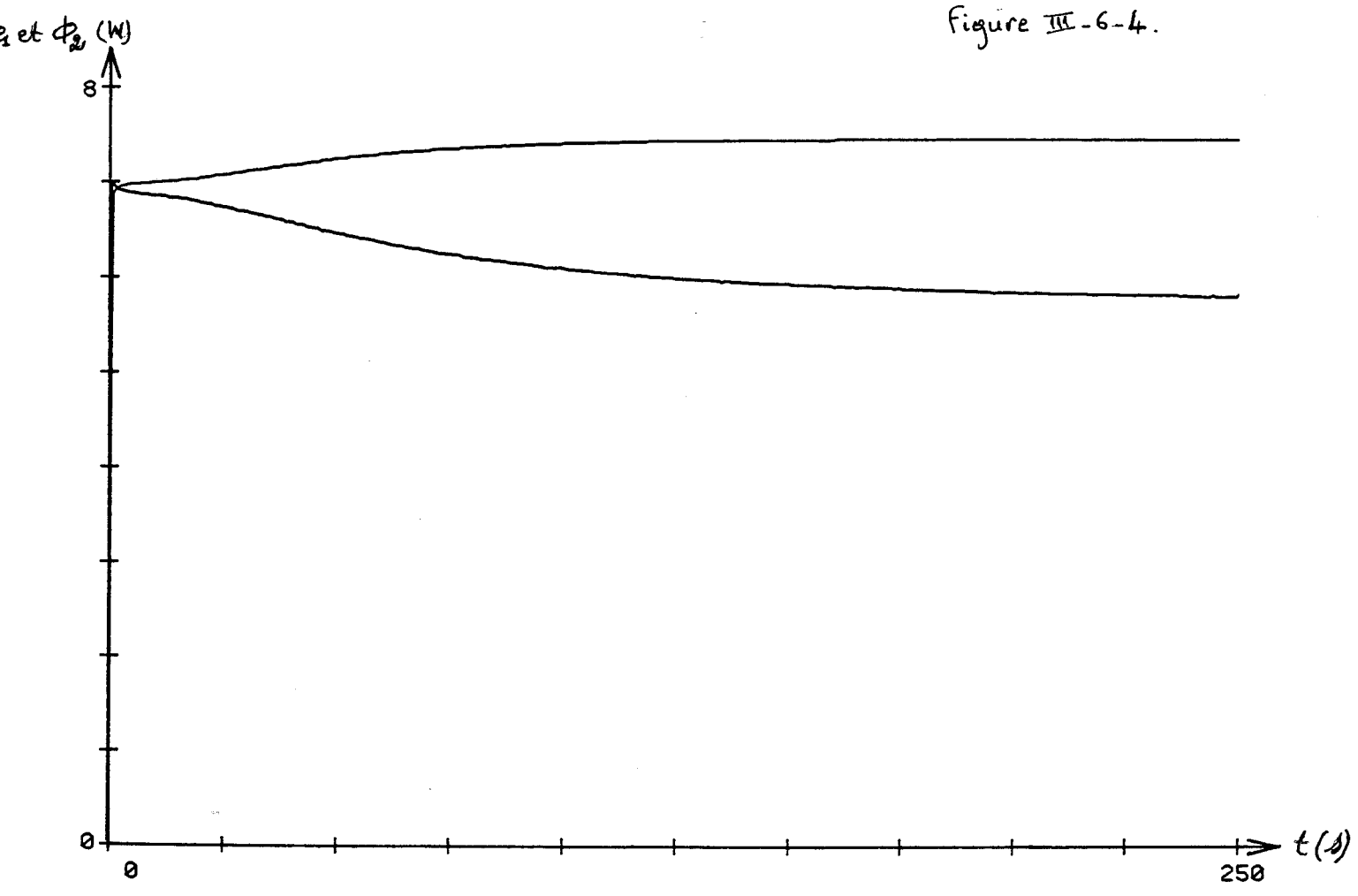
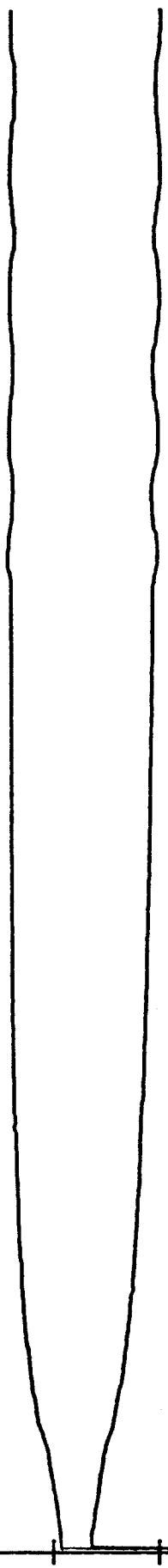


Figure III-6-5

ϕ_1 et ϕ_2 Watts

t (s) 250



De même, la variation de température de surface du milieu noté 2 est donnée par la relation :

$$\theta(t) = \frac{2 \phi_2}{b_2} \cdot \sqrt{t/\pi}$$

b_2 : effusivité du milieu noté 2.

Partant de ces deux relations, nous obtenons pour la variation de température :

$$\theta(t) = \frac{2(\phi_1 - \phi_2)}{(b_1 - b_2)} \cdot \sqrt{t/\pi}$$

correspondant à une variation en échelon de la quantité $(\phi_1 - \phi_2)$. Il en résulte pour une variation en impulsion :

$$\theta_i(t) = \frac{(\phi_1 - \phi_2)}{(b_1 - b_2) \cdot \sqrt{\pi t}}$$

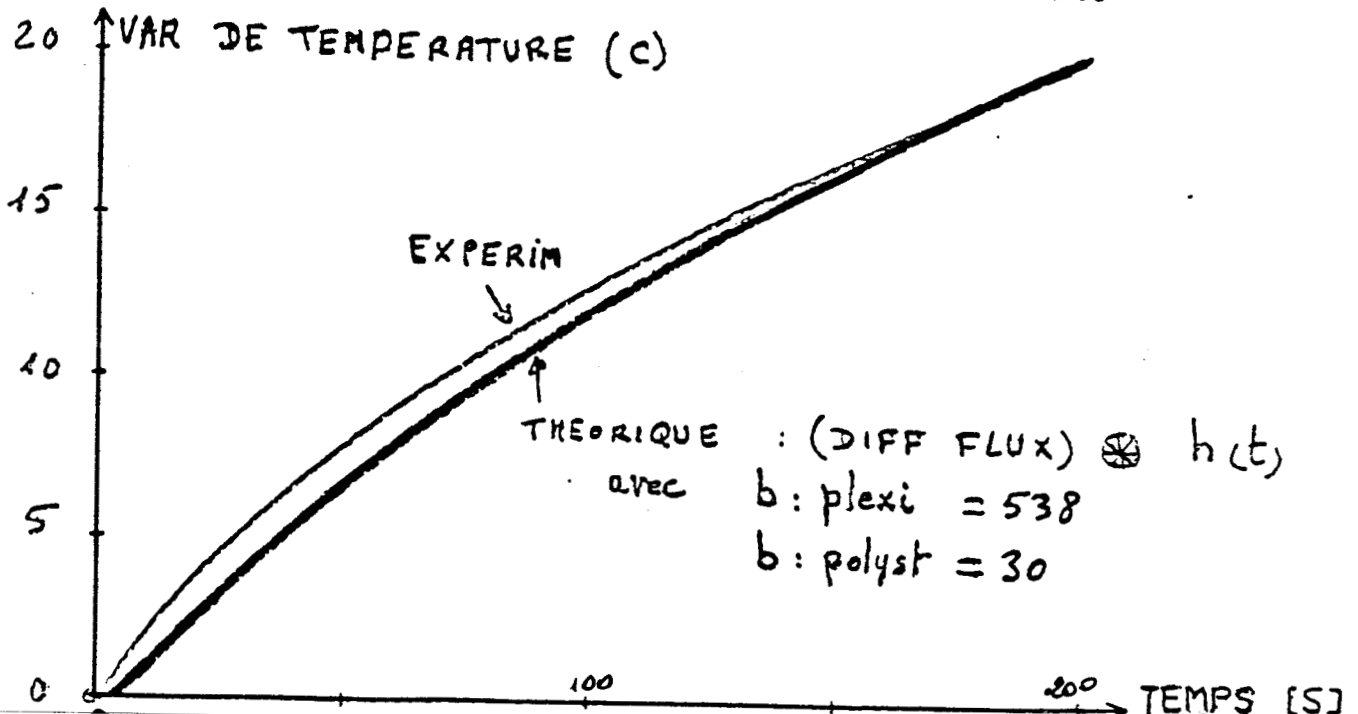
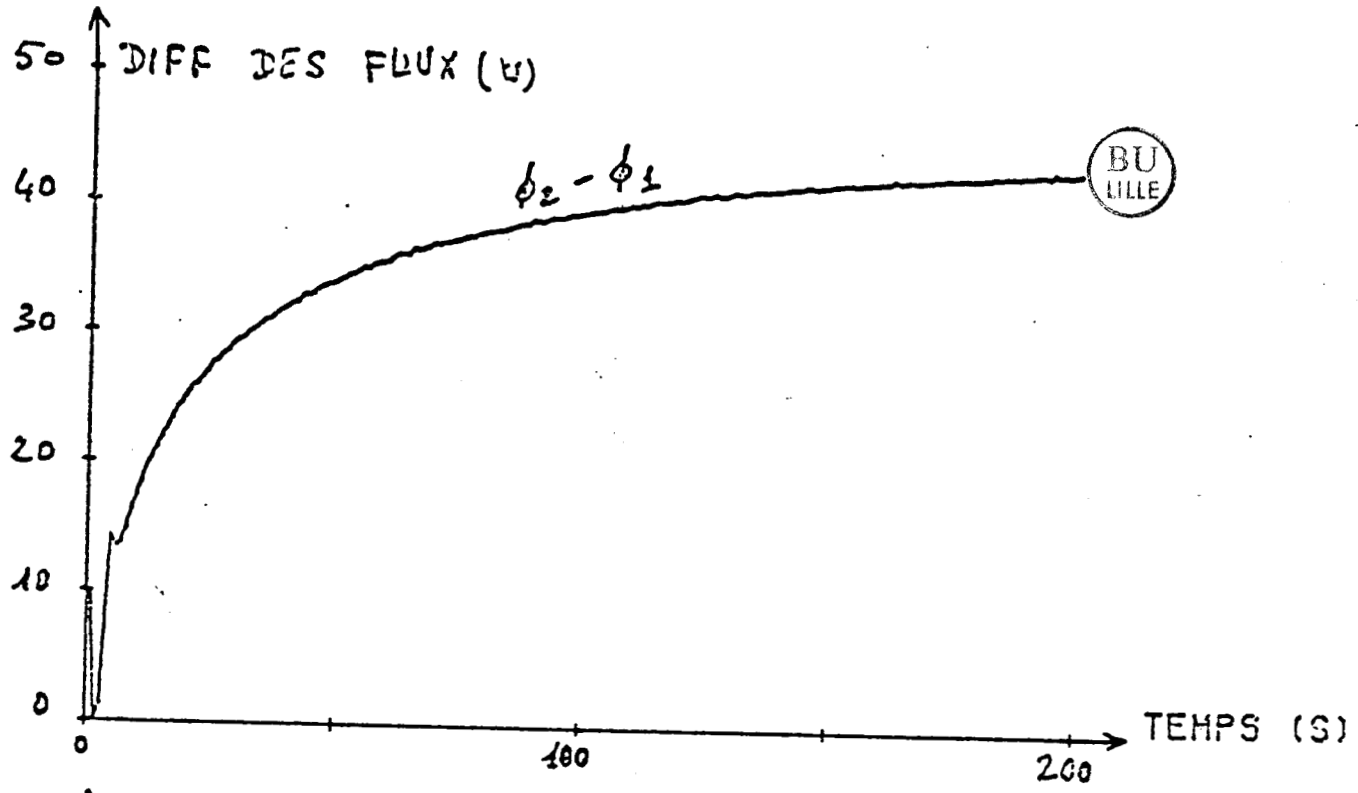
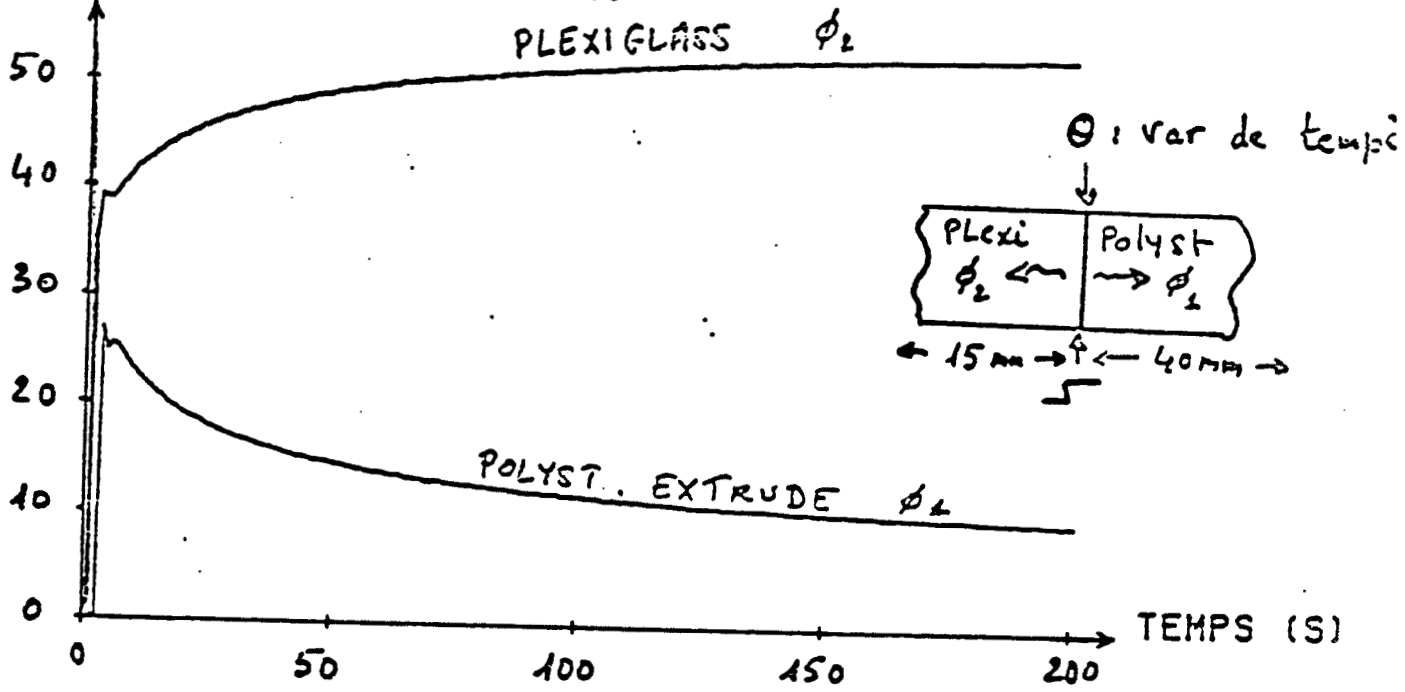
Connaissant la variation de température correspondant à une variation en impulsion de $(\phi_1 - \phi_2)$, nous obtenons la variation $\theta(t)$ correspondant à une variation quelconque de la quantité $(\phi_1(t) - \phi_2(t))$

$$\theta(t) = [\phi_1(t) - \phi_2(t)] * \frac{1}{(b_1 - b_2) \sqrt{\pi t}}$$

La température de surface est obtenue par un produit de convolution entre la fonction $1/[(b_1 - b_2) \sqrt{\pi t}]$ réponse impulsionnelle et la sollicitation $\phi_1(t) - \phi_2(t)$.

Nous avons vu précédemment que les flux thermiques ϕ_1 et ϕ_2 entrant dans chacun des milieux 1 et 2 ne sont pas accessibles à la mesure mais si l'on suppose que les flux ϕ_{c1} et ϕ_{c2} sont d'amplitudes voisines, la différence $\phi_1 - \phi_2$ est sensiblement égale à $(P_1 - P_2)$.

$$\begin{aligned} \phi_1 - \phi_2 &= (P_1 - \phi_{c1}) - (P_2 - \phi_{c2}) \\ &\# P_1 - P_2 \end{aligned}$$



Les courbes de la figure ~~III-6~~ 7 représentent le relevé expérimental et par convolution

$$\Delta\phi(t) * \frac{1}{(b_1 - b_2) \sqrt{\pi t}}$$

de la température dans le plan de surface de séparation d'un plexiglass de 14,8 mm et du dépron. Sur la figure ~~III.6.6~~ les courbes représentent l'évolution de la température de surface de séparation du même plexiglass et du klégiciel de 13 mm d'épaisseur.

Figure III-6-6 : Evolution comparée des courbes expérimentale et théorique, en fonction du temps, de la température de surface de séparation du plexiglass et du klégiciel.

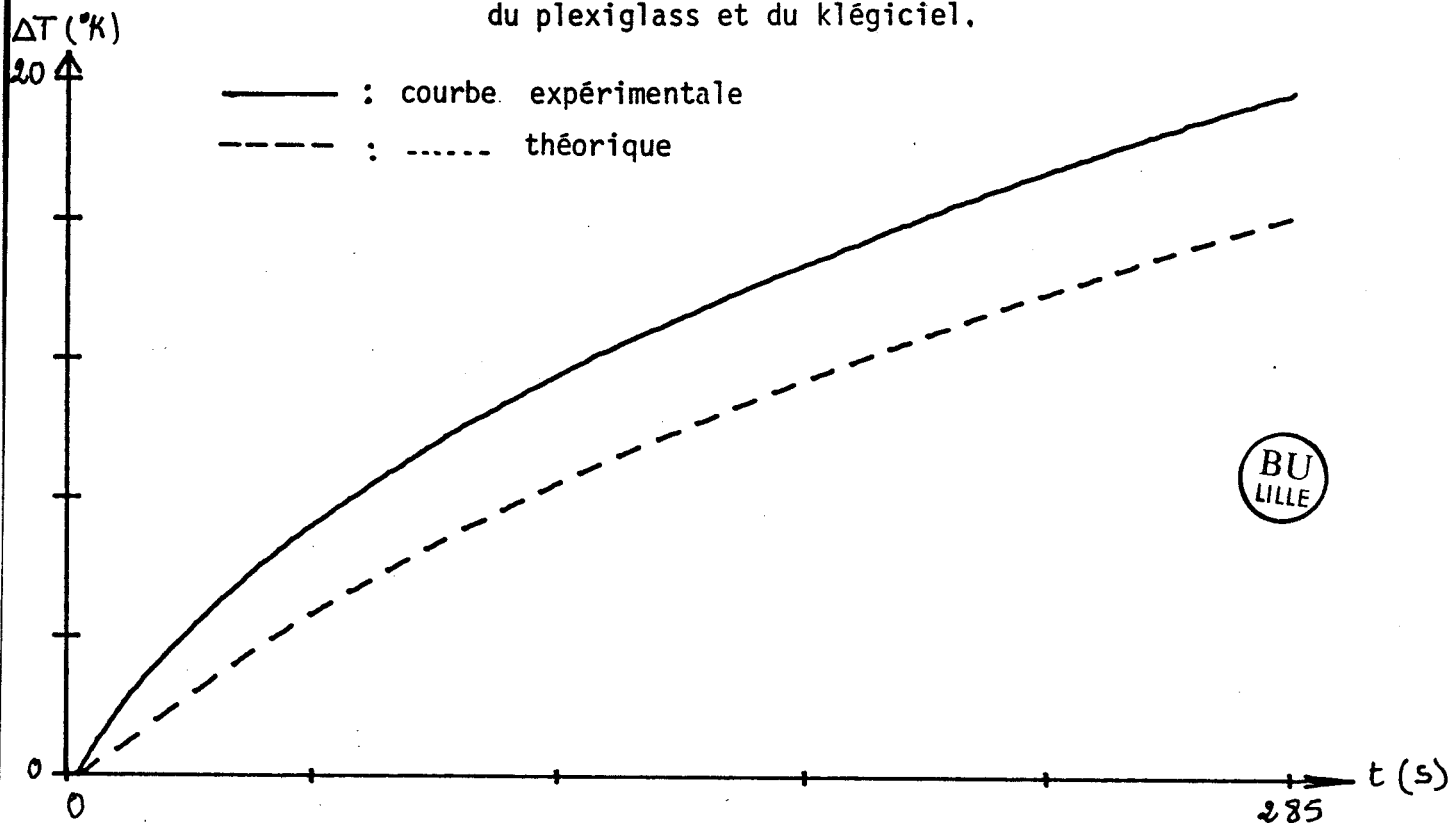
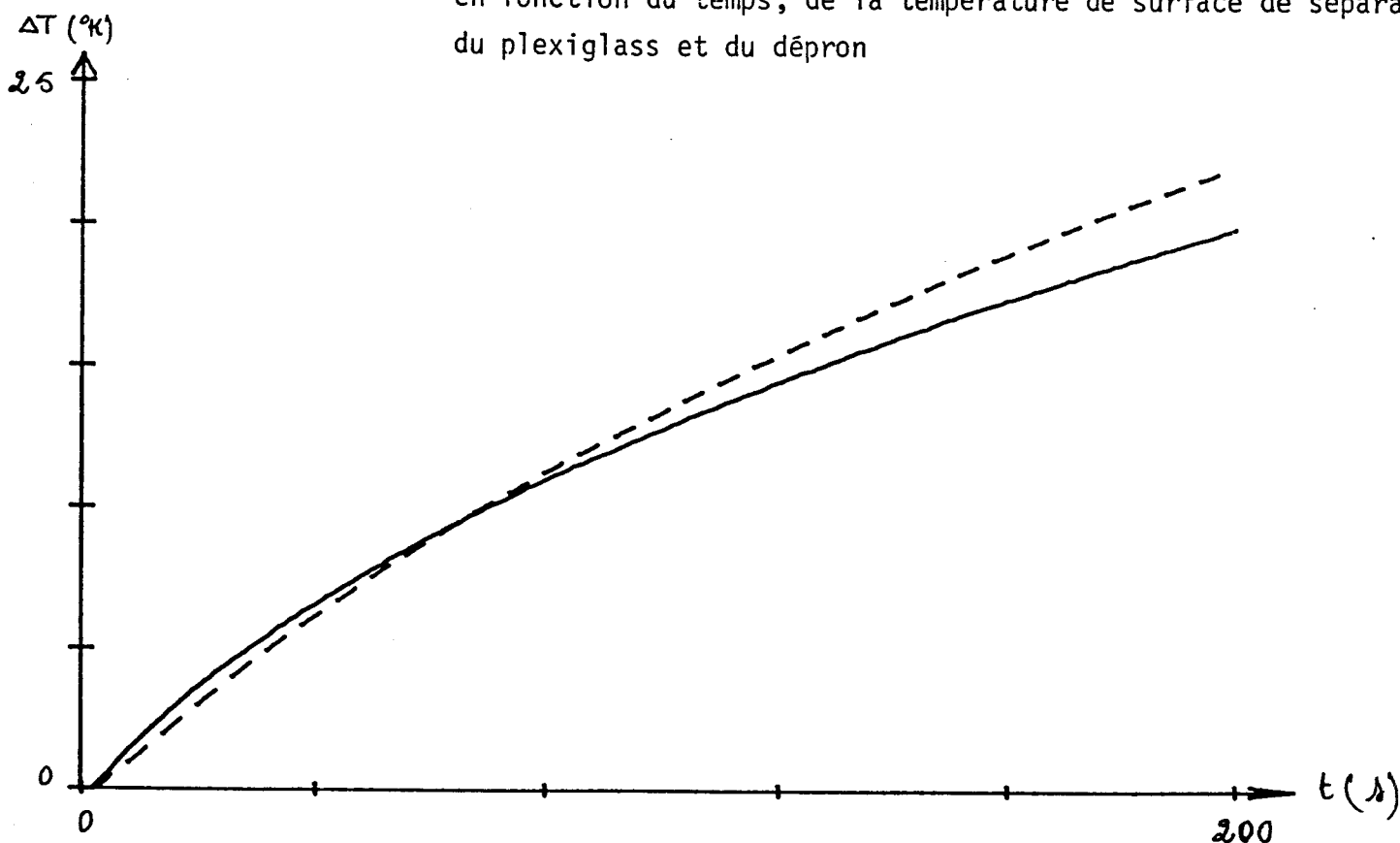


Figure III-6-7 : Evolution comparée des courbes expérimentale et théorique, en fonction du temps, de la température de surface de séparation du plexiglass et du dépron



CHAPITRE IV

SIMULATION DES ÉCHANGES THERMIQUES PAR DES RÉSEAUX
MAILLES DU TYPE RÉSISTANCES ET CAPACITÉS.

IV - SIMULATION DES ECHANGES THERMIQUES PAR DES RESEAUX MAILLES DU
TYPE RESISTANCES ET CAPACITES

IV-1- INTRODUCTION

La répartition de la température en régime variable dans les systèmes (thermiques) représentés précédemment est déterminée par :

i) une équation différentielle de la forme :

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + P(x,t)$$

où

$P(x,t)$ représente les sources de chaleur présente dans le système à l'abscisse x

ρ : masse volumique (kg/m^3)

c : chaleur massique (J/kg.K)

λ : conductivité thermique (W/m.K)

ii) des conditions initiales à l'intérieur du système et des conditions limites sur les frontières qui peuvent être par exemple :

- des conditions de Diriclet $\theta = \theta(t)$

la température est imposée en tout point de la surface

- des conditions de Newman portant sur la dérivée normale de θ ($\frac{\partial \theta}{\partial x}$)

Plus généralement, les conditions limites seront des conditions de transmission entre le système et un milieu extérieur ou un autre système.

Lorsque deux milieux sont en contact thermique en $x = 0$, les conditions de transmission s'écrivent :

$$\theta_1(-\epsilon, t) = \theta_2(\epsilon, t) \quad \epsilon \rightarrow 0$$

pour exprimer la continuité du champ de température, et :

$$\lambda_1 \frac{\partial \theta}{\partial x} (-\epsilon, t) = \lambda_2 \frac{\partial \theta}{\partial x} (\epsilon, t) \quad \epsilon \rightarrow 0$$

pour exprimer la continuité du flux thermique.

Si de plus, il y a dissipation de puissance électrique P , à l'interface des deux milieux, par effet joule, l'expression de la continuité du flux s'écrit :

$$\lambda_1 \frac{\partial \theta}{\partial x} (-\varepsilon, t) = \lambda_2 \frac{\partial \theta}{\partial x} (\varepsilon, t) - P \quad \varepsilon \rightarrow 0$$

Les problèmes mathématiques ainsi posés relèvent des méthodes générales de résolution des problèmes aux dérivées partielles. On peut utiliser des méthodes analytiques donnant des solutions exactes limitées à des problèmes simples ou bien des méthodes numériques d'emploi général donnant des solutions approchées mais suffisantes pour les besoins pratiques. Un grand nombre de ces méthodes numériques utilisent les approximations des différences finies qui substituent aux dérivées de la fonction θ , des formes algébriques linéaires des valeurs de cette fonction au point considéré et en divers points l'environnant dans l'espace et dans le temps.

IV-2- PRINCIPE DE LA METHODE

La méthode d'analogie électrique décrite dans cette partie utilise des approximations des différences finies basées sur les développements en série de Taylor, pour les dérivées partielles par rapport aux coordonnées d'espace. Seulement, elle donne la solution d'un système d'équations différentielles obtenues en discrétisant le second membre de l'équation de Fourier.

Le modèle électrique est homologue au phénomène physique étudié. En pratique, on se limite aux cas où les coefficients thermophysiques ne dépendent ni de la température, ni du temps.

Pour un problème à une coordonnée d'espace, un développement en série de Taylor à temps constant aux points :

$$x_{n+1} = x_n + \Delta x$$

$$x_{n-1} = x_n - \Delta x$$

permet d'écrire :

$$\theta_{n+1} = \theta_n + \Delta x \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_n + \frac{\Delta x^2}{2} \left. \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \right|_n + \dots$$

$$\theta_{n-1} = \theta_n - \Delta x \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_n + \frac{\Delta x^2}{2} \left. \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \right|_n + \dots$$

d'où l'on tire

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\theta_{n+1} + \theta_{n-1} - 2\theta_n}{\Delta x^2}$$

On obtient une approximation centrale du premier ordre de $\frac{d^2\theta}{dx^2}$ au point x_n .

Les termes d'ordre supérieur à Δx^2 représentent l'erreur de troncature.

L'utilisation de cette approximation permet de transformer l'équation de Fourier par le système d'équations différentielles

$$\frac{1}{a} \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot \Delta x^2 = \theta_{n+1} + \theta_{n-1} - 2\theta_n$$

où

$$a = \lambda/\rho c$$

$$R = \Delta x/\lambda$$

$$C = \rho c \Delta x$$

$$C \frac{d\theta}{dt} = \phi(t)$$

Le système est similaire à celui d'un circuit électrique composé de résistances et de capacités en série. En effet, la loi de Kirchoff appliquée au noeud n s'écrit :

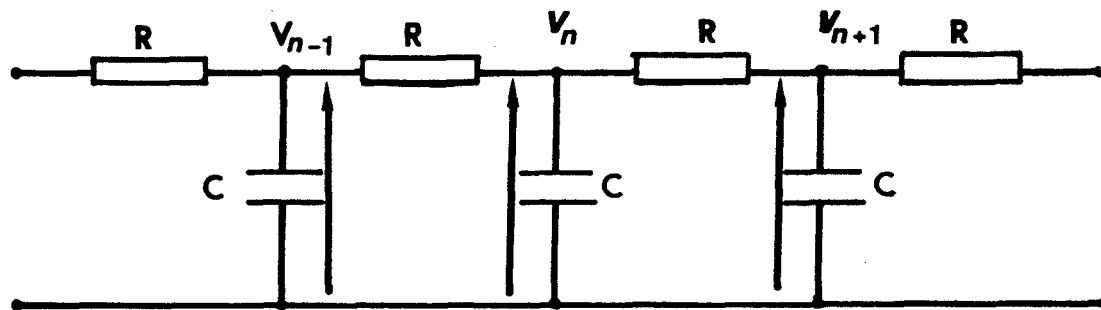


Figure IV - 1.

$$\frac{V_{n-1} - V_n}{R} + \frac{V_{n+1} - V_n}{R} = C \frac{dV_n}{dt}$$



soit
$$C \frac{dV_n}{dt} = \frac{V_{n-1} + V_{n+1} - 2 V_n}{R}$$

Les systèmes thermique et électrique obéissent à la même équation, il est possible de considérer qu'il y a analogie entre :

- d'une part, le potentiel de chaque noeud et la température,
- d'autre part, le courant électrique dans chaque résistance et le flux thermique entre deux noeuds.

IV-3- REALISATION PRATIQUE DES RESEAUX ELECTRIQUES

Pour simuler l'évolution du champ de température dans un matériau, à l'aide d'un réseau électrique, la valeur des résistances ou des capacités électriques à utiliser est choisie de façon arbitraire. La valeur de l'autre composant est déterminée lorsqu'on fixe la base de temps du système électrique par rapport à celle du système thermique.

a) Détermination de la résistance et de la capacité électrique

Les réseaux utilisés sont à grandes constantes de temps et permettent la représentation des transferts thermiques avec une échelle des temps identique à l'échelle réelle.

Si on effectue le passage direct entre grandeurs thermiques et électriques, on aboutit à des valeurs associées aux composants électriques d'ordre inacceptable (capacité électrique d'ordre du dizaine de Farads). On est alors conduit à introduire un facteur α d'"homologie" associé à R et à C tout en gardant le produit R.C identique à celui du système thermique, d'où les relations suivantes entre grandeurs thermiques et grandeurs électriques :

$$R_e = \alpha \cdot R_{th}$$
$$C_e = \frac{1}{\alpha} \cdot C_{th}$$

Les grandeurs indicées pare sont des grandeurs électriques
" " " parth " " " thermiques

d'où la représentation électrique du système thermique (figure IV-2) à l'aide d'éléments discrets, le système réel étant à constantes réparties :

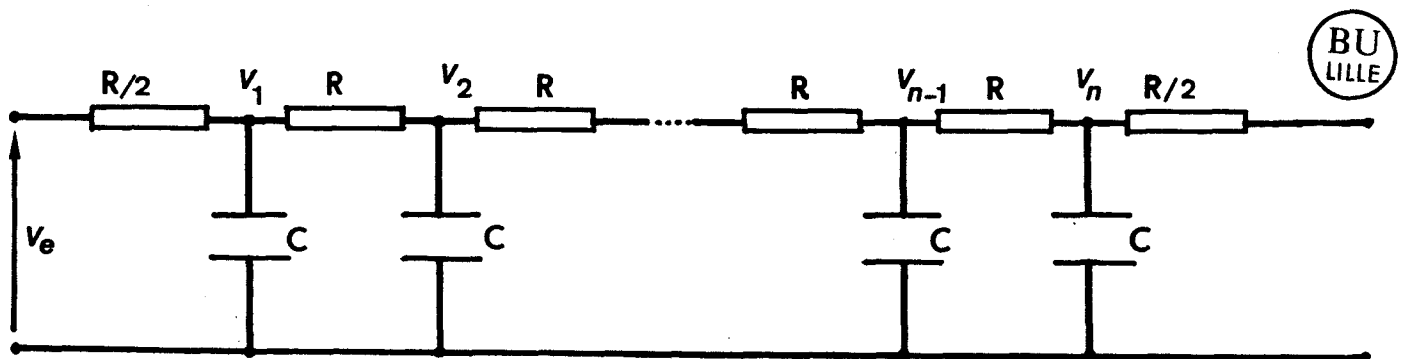


Figure IV-2.

$$R_e = \sum_{i=1}^n R_i$$

lorsque $n \rightarrow \infty$

$$C_e = \sum_{i=1}^n C_i$$

Dans le cas où la température reste invariable sur la face arrière de la paroi l'impédance thermique d'entrée est donnée par la relation :

$$z_{eth} = z_{cth} \cdot \text{th } \gamma_{th} \quad \text{avec } z_{cth} = \sqrt{R_{th}/j\omega C_{th}} \quad \text{et } \gamma_{th} = \sqrt{j R_{th} C_{th} \cdot \omega}$$

avec

$$z_{eth} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{R_{th}/C_{th}\omega} \cdot (1-j) \cdot \text{th } [(1+j) \sqrt{\omega R_{th} C_{th}/2}]$$

alors que l'impédance électrique d'entrée du réseau à sortie court-circuité est donnée par :

$$z_{eel} = z_{cel} \cdot \text{th } (\gamma_{el} \cdot l)$$

$$z_{eel} = \frac{(1-j)}{\sqrt{2}} \sqrt{R_e/\omega C_e} \cdot \text{th } [(1+j) \sqrt{\omega R_e C_e/2}]$$



d'après les relations ci-dessus, on obtient :

$$z_{eel} = \alpha \cdot z_{cth}$$

$$z_{cel} = \alpha \cdot z_{cth}$$

Le passage de l'électrique en thermique ou inversement se fait alors à l'aide des relations :

Thermique	↔	Electrique
θ_1		V_1/α
θ_2		V_2/α
ϕ_1		i_1
ϕ_2		i_2

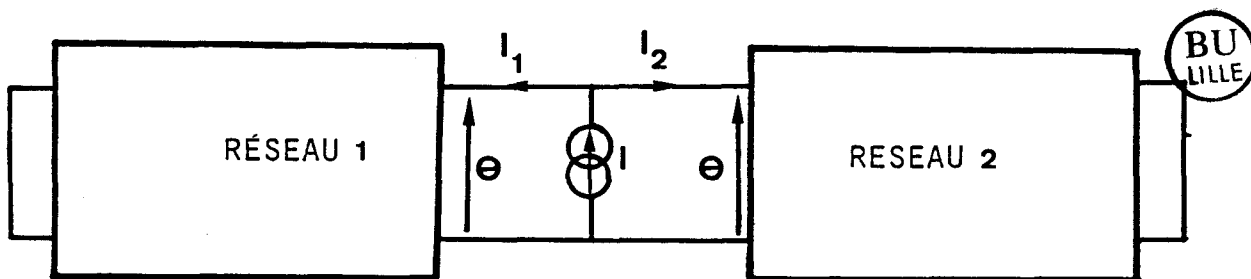
Choix du nombre de cellules

Le nombre de cellules de la ligne électrique représentant le matériau thermique doit être très grand surtout si on travaille en hautes fréquences. L'expérience montre qu'on peut dire qu'à partir de cinq cellules on peut considérer la ligne électrique comme un modèle convenable susceptible d'être rapporté pour toute la fréquence au comportement d'un système à constantes réparties.

Donc ce nombre de cellules élémentaires est choisi égal à 10.

b) Réalisation d'un générateur de courant

Partant de ces réseaux électriques, nous avons réalisé un montage permettant d'analyser la répartition des courants dans chacune des deux lignes électriques mises en parallèle, en provenance de la source de courant imposée I (figure IV.3).



Il existe de nombreux montages électroniques permettant d'injecter une intensité de courant $i(t)$. Un montage commode peut être obtenu à l'aide d'un circuit à transistor à effet de champ dont le montage électronique est décrit sur la figure suivante :

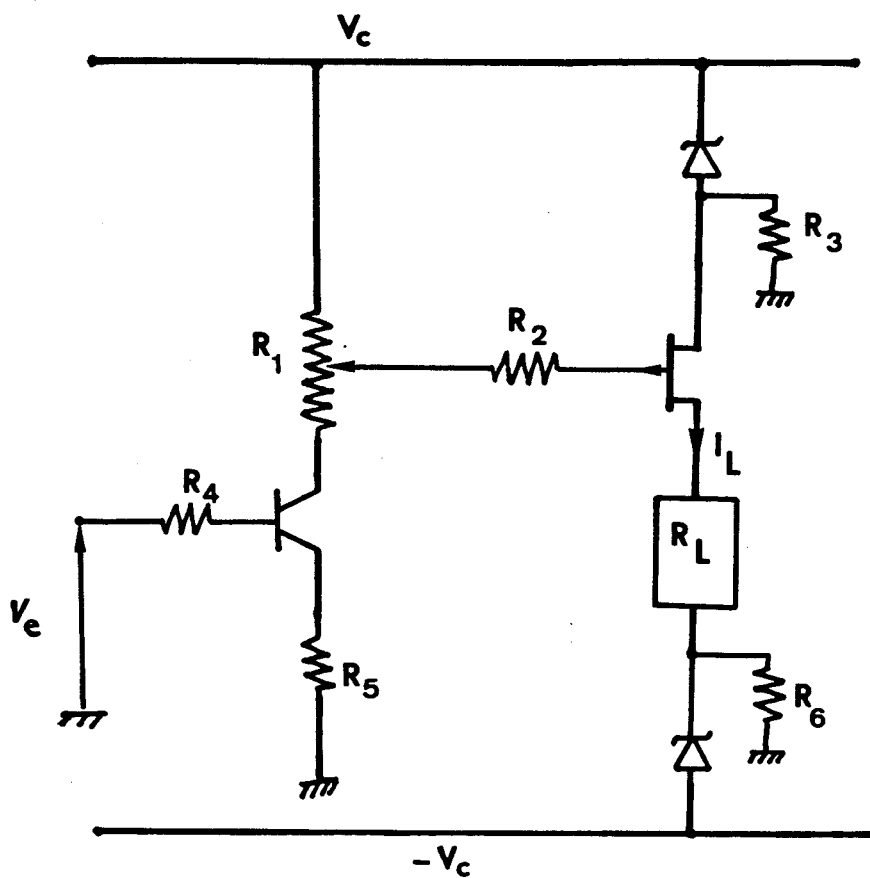


Figure IV-4

Schéma équivalent à :

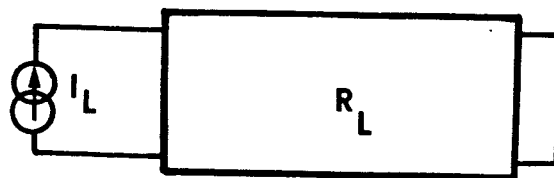


Figure IV-5

c) Lecture des potentiels

Le système de lecture des potentiels renseigne sur l'état électrique du système puisque les courants sont connus lorsque l'on connaît les potentiels en chaque noeud. Le système de scrutage des potentiels doit avoir une impédance d'entrée suffisamment grande (car les courants mis en jeu sont de l'ordre d'une dizaine de micro-ampère), pour ne prélever qu'une intensité négligeable.

Cette lecture des potentiels se fait à l'aide d'une chaîne de mesures et de traitements numériques qui se compose en deux parties.

La première partie permet de :

- déterminer le nombre de points d'acquisitions,
- déterminer la période d'échantillonnage,
- lancer l'expérience.

Le rôle de la deuxième partie est :

- la sortie des résultats,
- le stockage et le traitement de ces résultats.

Le détail du dispositif de mesures automatiques est donné en annexe.

IV-4- RESULTATS OBTENUS

Les réseaux électriques utilisés sont à grandes constantes de temps et permettent la représentation des transferts thermiques avec une échelle des temps identique à l'échelle réelle.

Nous avons réalisé en particulier des lignes électriques simulant :

- une plaque de plexiglass, d'épaisseur $l_1 = 1,26$ mm, avec 10 cellules élémentaires, chaque cellule comportant une résistance $R = 35$ k Ω et une capacité $C = 2$ μ F.

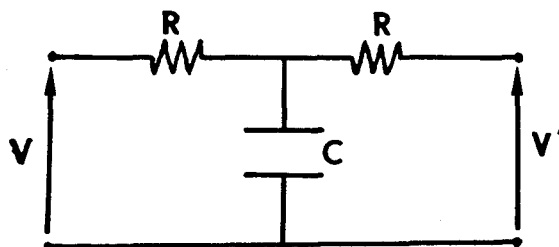


Figure IV - 6 -

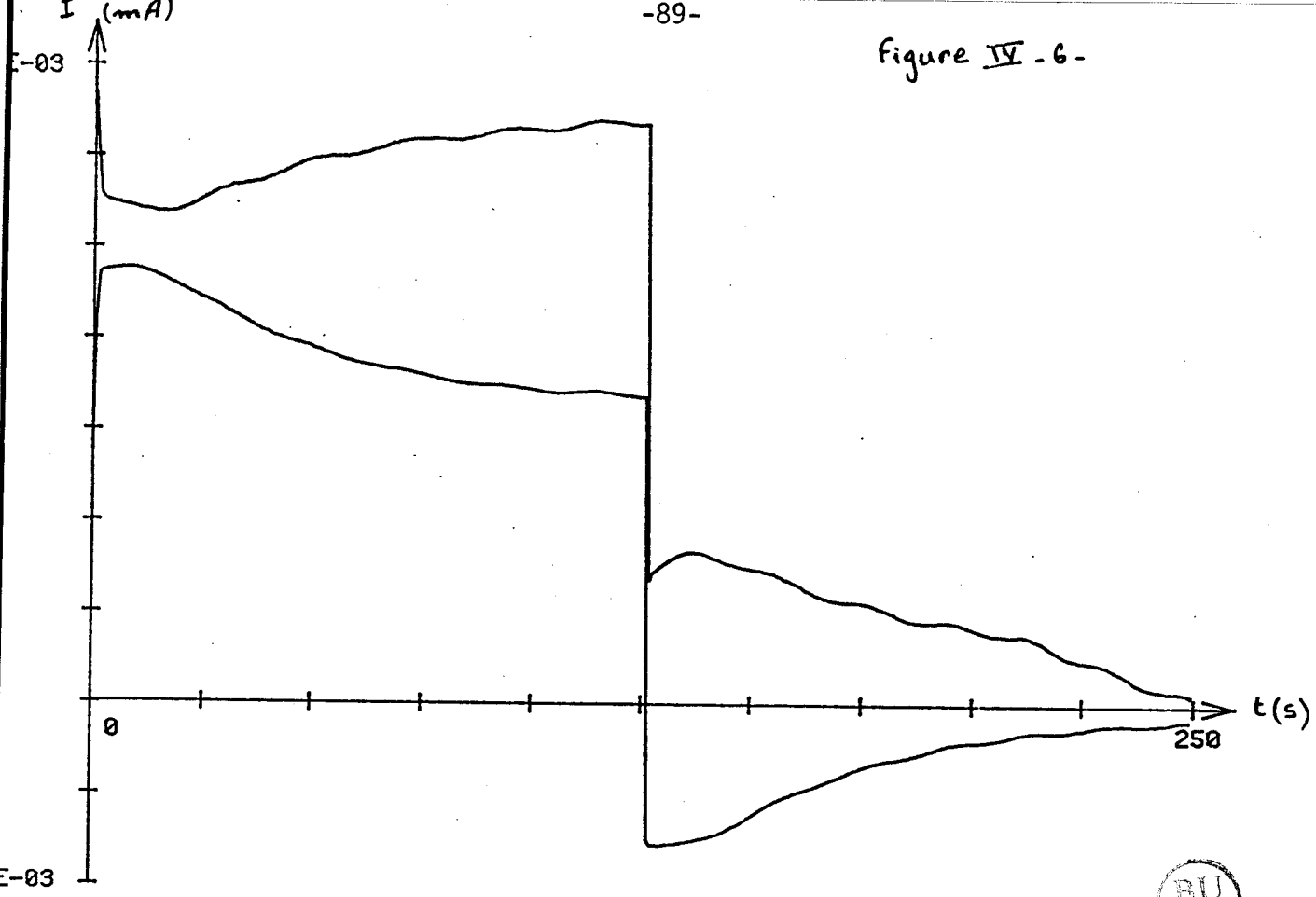
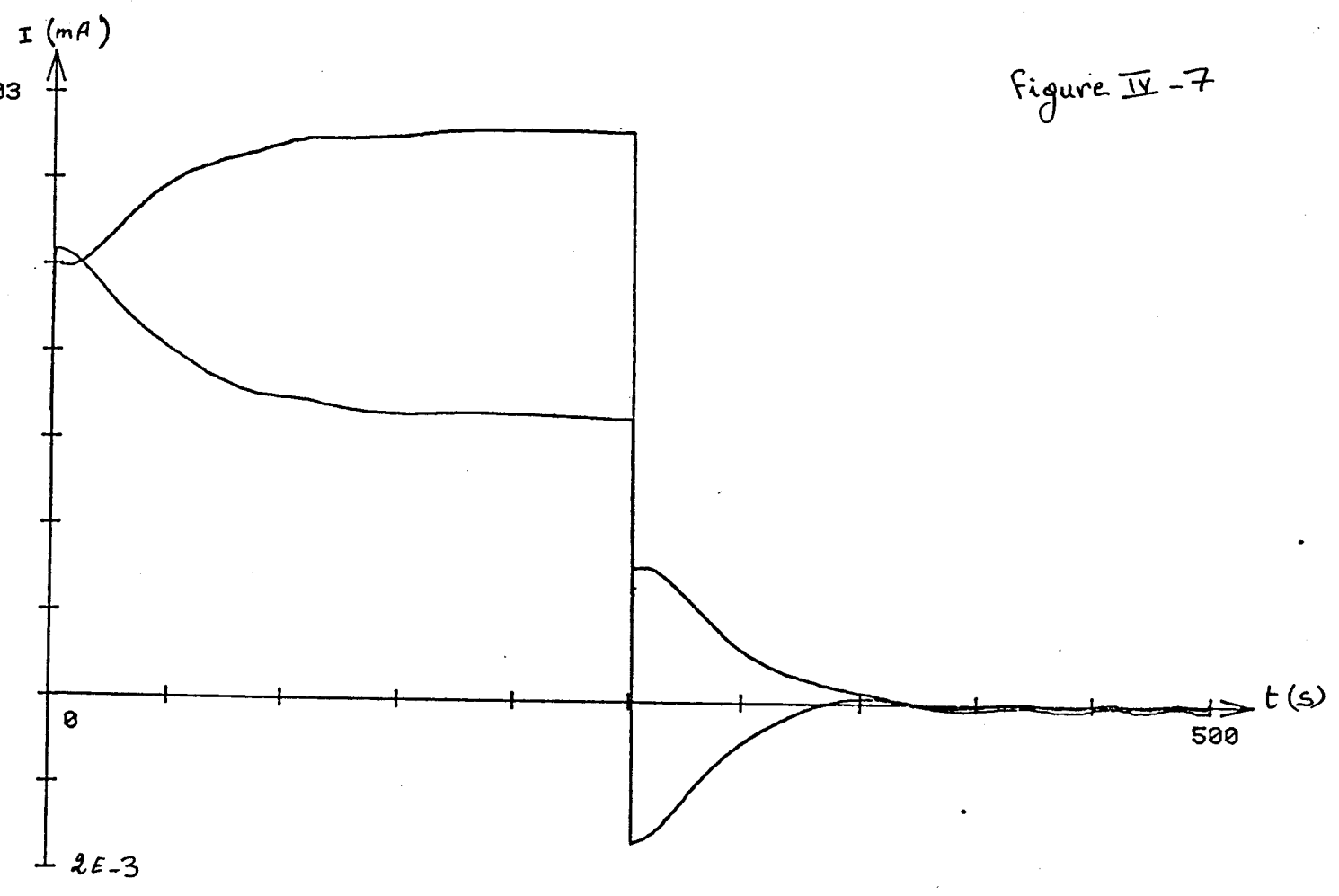


Figure IV - 7



- Une plaque de plexiglass, d'épaisseur $\lambda = 0,63$ mm avec 10 cellules élémentaires. Chaque cellule a pour composant $R = 17,5$ k Ω et $C = 1$ μ F.

- La même plaque de plexiglass que ci-dessus, mais avec 5 cellules élémentaires, c'est-à-dire pour chaque cellule on a $R = 35$ k Ω et $C = 2$ μ F.

La figure IV-6 représente les variations de l'intensité du courant en fonction du temps dans les deux premières lignes décrites ci-dessus simulant deux plaques de plexiglass. A l'instant $t = 0$, le plan de séparation entre les deux lignes est soumis à un créneau de courant imposé de 10 μ A.

Pour les premiers instants du régime transitoire, on constate que les courants entrant dans chaque ligne ne sont pas égaux. Alors que dans la figure IV-7 représentant les variations de $i_1(t)$ entrant dans la 1ère ligne et $i_2(t)$ entrant dans la 3è ligne, le sont.

Pour l'interprétation, il faut considérer que les deux lignes n'ont pas la même impédance caractéristique. On effectue alors l'expérience sur deux matériaux différents, tandis que la 3è ligne a la même structure et par conséquent, la même impédance caractéristique (malgré un nombre de cellules différent).

L'établissement du régime permanent est caractérisé par une phase transitoire dans laquelle on a $i_1(t) + i_2(t) = i(t)$. Le système évolue vers le régime permanent :

$$i_1(t) = i(t) \frac{\Sigma R_1}{\Sigma(R_1+R_2)}$$

et

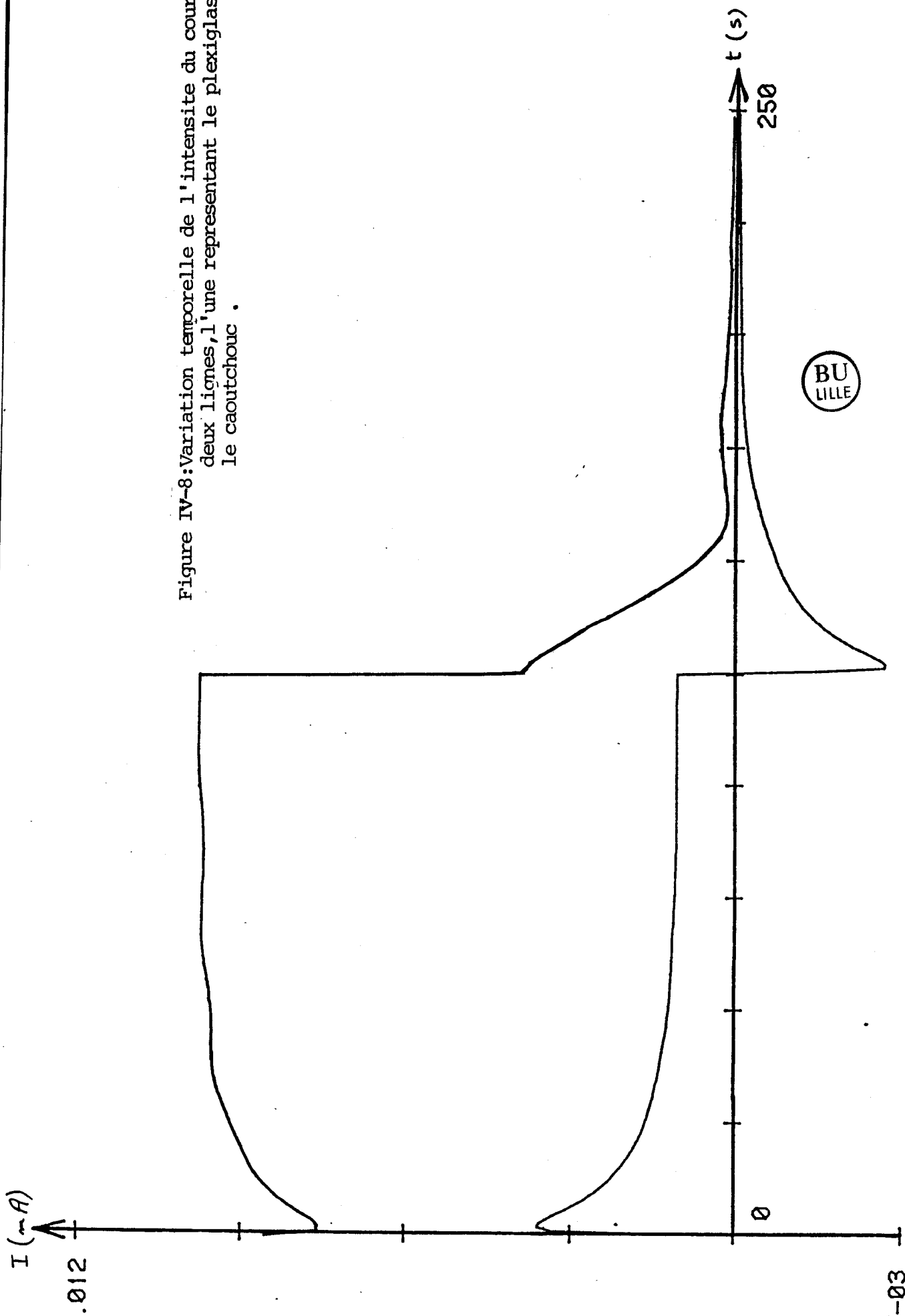
$$i_2(t) = i(t) \frac{\Sigma R_1}{\Sigma(R_1+R_2)}$$

Lorsque le générateur de courant impose un courant nul $i = 0$, le système retourne à l'équilibre électrique.

Le problème peut être considéré comme un problème de refroidissement à partir d'un état initial. Dans ce problème de refroidissement nous avons toujours à l'interface :

$$i_1(t) = -i_2(t)$$

Figure IV-8: Variation temporelle de l'intensite du courant entre deux lignes, l'une representant le plexiglass l'autre le caoutchouc .



Les flux sont symétriques par rapport à l'axe des temps. Le régime transitoire durant l'étape de refroidissement est l'opposé du régime observé lors de l'établissement du régime permanent. Dans la phase initiale, les courants se répartissent proportionnellement aux effusivités thermiques des corps en contact.

C O N C L U S I O N

CONCLUSION

La partie théorique de ce travail a permis de montrer clairement que les échanges thermiques par conduction pourraient être analysés à l'aide du formalisme des ondes thermiques largement développé en physique mathématique. L'intérêt essentiel est l'introduction du concept de coefficient de réflexion en flux et en température et son application à l'optimisation des structures à plusieurs couches. Un autre intérêt est la comparaison possible de deux structures multicouches par analyse des flux entrant dans ces structures en régime transitoire. Le développement des méthodes pourrait être appliqué au contrôle thermique non destructif en régime transitoire.

Un autre avantage de la formulation est d'introduire une représentation fréquence adaptée à l'analyse des transferts par conduction thermique. Cette représentation est particulièrement utile, puisque de nombreux logiciels de traitement de signal permettent de calculer rapidement la transformée de Fourier des signaux répétitifs.

Cette représentation des échanges thermiques conduit naturellement à utiliser des lignes électriques à résistances et à capacités pour modéliser les transferts dans les structures multicouches. Les simulations réalisées avec ces structures ont permis de vérifier les résultats théoriques.

Dans la partie expérimentale, la principale difficulté a été la réalisation d'une source énergétique réelle isotherme modélisable par une source plane infiniment mince associée à un système de mesure des flux thermiques dans chacun des milieux disposés de part et d'autre de la source plane. La conception d'un asservissement de puissance dans deux résistances chauffantes imprimées a permis la réalisation d'une source isotherme fonctionnant dans une large gamme de fréquence.

L'écart observé entre les résultats expérimentaux et les résultats théoriques montre l'effet important de la perturbation introduite par les capteurs dans les hautes fréquences d'une part, et surtout les résistances thermiques de contact pour les valeurs asymptotiques du temps d'autre part. Pour pouvoir exploiter les mesures simultanées du flux et de la température de surface, il faut évaluer les erreurs de mesures systématiques.

Une étude systématique permettrait de prendre en compte les erreurs pour une forme déterminée de signal. (du type créneau par exemple).

A N N E X E

A N N E X E

DESCRIPTION DU DISPOSITIF DE MESURES AUTOMATIQUES.

Les résultats expérimentaux ont été obtenus à l'aide du montage représenté sur la figure A-1.

La procédure pour réaliser chaque expérience consiste à :

1°) l'emplacement des matériaux, dont on veut étudier les caractéristiques, entre les deux plaques à températures constantes. Ces matériaux sont placés de part et d'autre de l'ensemble contenant résistance chauffante-fluxmètres-résistance chauffante.

2°) Programmation de la variation en fonction du temps de la puissance dissipée : sa forme d'onde et son amplitude.

3°) Lancement du programme d'acquisition à l'aide du microordinateur. Ce dernier est relié à la chaîne de mesures automatiques (amplificateurs, multiplexeur analogique, convertisseur analogique numérique ...).

Le programme d'acquisition contient deux parties différentes :

i) une partie où l'utilisateur définit tous les paramètres nécessaires au déroulement de l'expérience :

- nombre de voies analogiques à scruter,
- gain pour chaque voie
- durée de l'expérience,
- nombre de mesures à effectuer,
- nom du fichier de stockage des mesures.

ii) La deuxième partie du programme génère un programme en "langage machine" qui a pour fonction :

- la réception du front montant ou descendant, pour le démarrage de la procédure d'acquisition, indiquant la dissipation de la puissance à l'interface des matériaux.

La chaîne d'acquisition permet :

- le contrôle de la durée entre deux mesures,
- la mise en forme numérique du signal à traiter,
- le stockage des informations,
- le multiplexage des voies,
- le comptage des informations,
- l'arrêt des mesures.

Les signaux en mémoires sont ensuite stockés sur disquette avant traitement par le microordinateur.

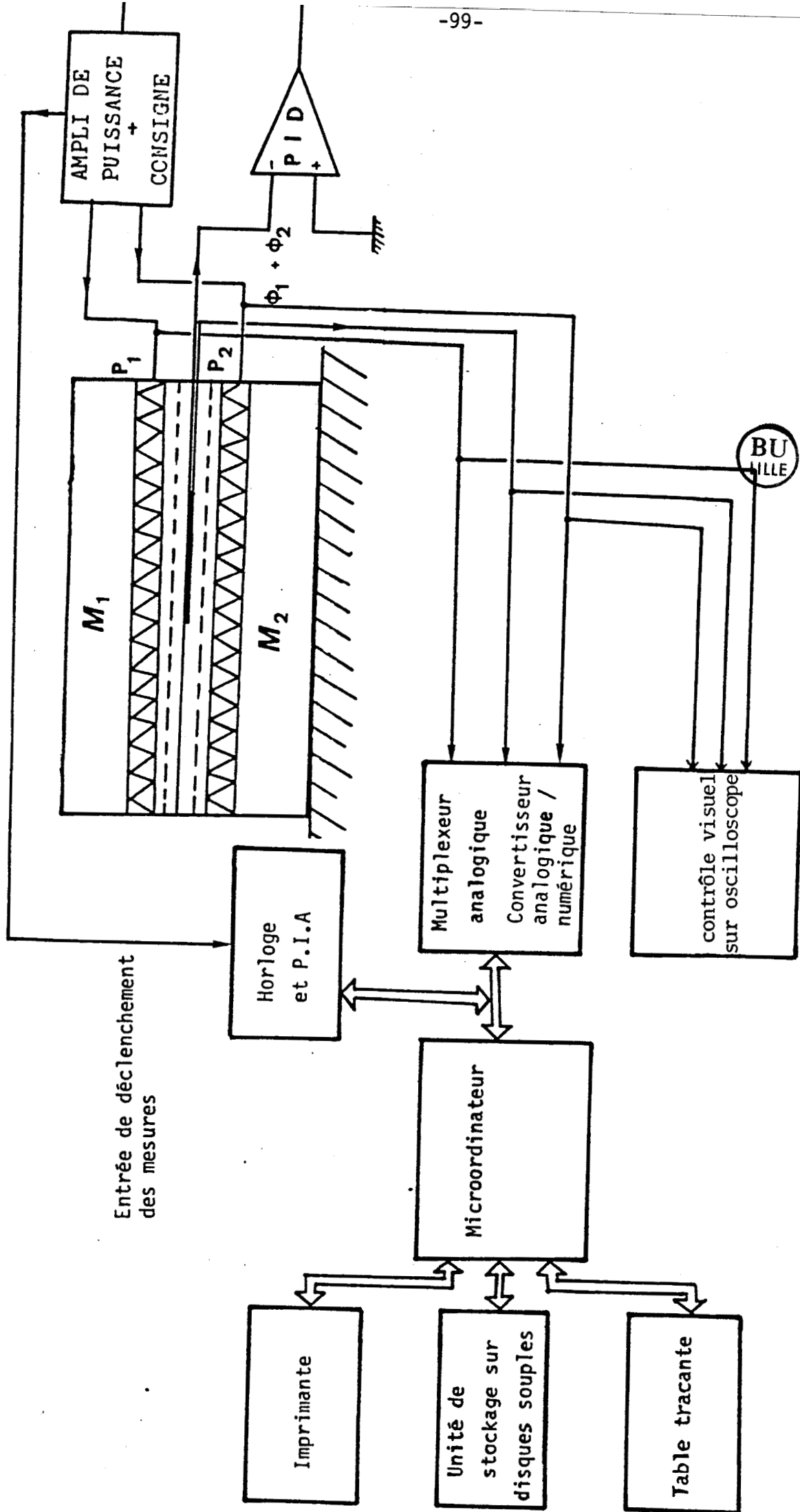


Figure A-1 : Dispositif de mesures automatiques

BIBLIOGRAPHIE

- [1] R.A. KOUGBEADJO, P. THERY - "Thermal diffusivity determination by cross correlating heat pulses through a wall", J. Appl. Phys.53(4), April 1982
- [2] F. WATTIAU - "Contribution à l'étude théorique et expérimentale des échanges thermiques en régime transitoire dans les matériaux de construction" Thèse de 3^è cycle, Université de Lille 1, 1978
- [3] J.C. MARECHAL, J.M. DEVISME - "Diffusivité thermique des matériaux de construction. Méthode du signal périodique". Annales de l'I.T.B.T.P., N° 357, Janvier 1978
- [4] G. GREEN-"Same problems in the conduction of heat". Phil. Mag.S.7, Vol. 3, N° 16, Page 784, April 1927
- [5] J. ROBERTSON-"On the solution of problems in heat conduction by the method of wave-trains". Phil. Mag.S.7, Vol. 15, n° 101, page 937, May 1933
- [6] J. MAX - "Methodes et techniques du traitement de signal", Masson, 1981
- [7] J. HLADICK - "La transformation de Laplace à plusieurs variables", Masson,1969
- [8] MURRAY, R. SPIEGEL - "Transformée de Laplace", Schaum, 1975
- [9] CARSLAW, JEAGER - "Conduction of heat in solids", Oxford Clarendon Press, 5^è édition, 1978
- [10] R.A. KOUGBEADJO - "Identification de la diffusivité thermique par traitement de transfert de chaleur". Thèse Docteur-Ingénieur, 1981, Lille
- [11] D. LECLERCQ - "Caractérisation des transferts thermiques par analyse de la réponse en fréquence". Thèse de 3^è cycle, Nov. 1982, Lille
- [12] B. DUTHOIT, D. LECLERCQ, P. THERY - "Signal and systems analysis for unsteady heat conductor problems". J. Appl. Phys. 54 (2), Feb. 1983
- [13] D. LECLERCQ, P. THERY - "Apparatus for simultaneous temperature and heat flux measurements under transient conditions". Rev. Sc. Instr., 54, 374, 1983.
- [14] E. GAVIOT - "Application des méthodes de la théorie du signal à la dissociation des énergies en régime variable". Thèse 3^è cycle, Janvier 1985, Lille
- [15] P. THERY, B. DUTHOIT, J. PAUQUET - "Propriétés thermoélectriques des systèmes à deux couches minces superposées. Application aux mesures de flux thermiques" Rev. Phys. Appl. n° 15, 741-747, 1980

- [16] Y. MORILLON - "Représentation électrique des champs thermiques transitoires par des réseaux maillés de résistances et de capacités"
Société Française des Thermiciens (S.F.T.), page 121, 1965
- [17] M. EL MOUTAOUAKIL - "Simulation des échanges thermiques à l'aide des lignes électriques", Mémoire de D.E.A., Octobre 1984, Université de Lille 1.