N° d'ordre 393

50376

1986

109

THESE

PRESENTEE A L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE I

POUR OPTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR INGENIEUR EN AUTOMATIQUE

par

Christophe FONTE

UNE NOUVELLE REGULATION POUR LES PROCESSUS INDUSTRIELS : LA COMMANDE ADAPTATIVE A MULTIPLES MODELES DE REFERENCE

Exemplaire corrig

Soutenue le 11 juillet 1986 devant la Commission d'Examen

MM. R. VIDAL R. LAURENT

Président Rapporteur

- E. IRVING
- P. de LARMINAT
- P. POVY

M. SAAD



SECTION DE SCIENCES



Examinateurs

Je remercie Monsieur VIDAL pour l'honneur qu'il me fait de présider le jury de cette thèse ainsi que Monsieur le Professeur De LARMINAT de sa présence au sein de ce jury.

Il me serait impossible d'exposer ce travail sans exprimer tout d'abord ma profonde gratitude à Monsieur IRVING qui a accepté de m'accueillir dans son laboratoire. Je lui sais gré de m'avoir fait partager sa passion de l'automatique tout au long de cette thèse et lui suis reconnaissant de ses encouragements à poursuivre le développement des travaux entrepris.

Je ne saurais oublier les judicieux conseils que m'a prodigués Monsieur LAURENT durant mes travaux, non plus que l'amicale bienveillance dont ont fait preuve à mon endroit tous les membres de la Division Automatique et, plus particulièrement Monsieur Clément Marc FALINOWER pour le soutien efficace qu'il m'a apporté et l'amitié qu'il m'a témoignée.

SOMMAIRE

Pages

PRESENTATION GENERALE	4
PREMIERE PARTIE : PRESENTATION DU FOUR ELECTRIQUE	
Introduction au problème du four électrique	6
CHAPITRE I - LE FOUR ELECTRIQUE	
I.A - Description et fonctionnement du four électrique	9
I.B - Particularités des réponses natu- relles du système	10
I.C - Modélisation physique simplifiée	17
CHAPITRE II - REGULATION CLASSIQUE	
II.A - Description de la commande clas- sique	22
II.B - Insuffisance de la commande clas- sique	26
II.C - Conclusion	29
CHAPITRE III - LA MODELISATION MATHEMATIQUE	
III.A - Choix d'une structure de modèle	31
III.B - Problème dûs à la modélisation	34
III.C - Identification	37
III.D - Conclusion	43
DEUXIEME PARTIE : LA COMMANDE ADAPTATIVE	
CHAPITRE I - PRESENTATION DE LA COMMANDE ADAPTATIVE	44
CHAPITRE II - L'ESTIMATION	
II.A - Description de l'estimateur	48
II.B - Propriétés de l'estimateur	58
II.C - Algorithme d'estimation du type moin- dres carrés à zone morte	66
II.D - L'estimation avec ressort de rappel et information a priori	75
II.E - Estimation robuste des systèmes dis- crets	82

CHAPITRE III - LA COMMANDE ADAPTATIVE PAR PLACEMENT DE POLES

•

III.A -	Présentation de la méthode de ré- glage	88
III.B -	Synthèse du régulateur à placement des pôles	90
111.C -	Stabilité du placement des pôles dans le cadre déterministe	93
III.D -	Implémentation de cette méthode de commande	96
III.E	L'effet de la saturation sur la température de résistance dans la méthode de commande	111
III.F -	Conclusion	114
CHAPITRE IV -	LA COMMANDE ADAPTATIVE A MULTIPLES MODELES DE REFERENCE	
IV. A -	Préliminaires	116
IV. B -	La commande prédictive généralisée traditionnelle	117
IV. C -	La commande prédictive avec double modèle de référence	123
IV. D -	L'équation de commande avec fil- trage des erreurs de prédiction	130
IV. E -	La commande adaptative prédictive à multiples modèles de référence	132
IV. F -	La commande prédictive sous forme d'état	134
IV. G -	Quelques simulations de commande à double modèle de référence	135
IV. H -	Conclusion	144

- 2 -

80

TROISIEME PARTIE : LES SIMULATIONS

Présen	tati	on	de	es	si	.mu	118	iti	lor	ns	•	•	•	•	•	٠	•	•	145
Α.	LE	FO	JR	EI	LEC	TF	RIÇ	QUI	Ξ	•	•	•	•	•	•	•	•	•	146
В.	CON RAI	MAI DAR	NDI •	E A	ADA •	PI	'A'		7E •	D' •	'UI •	NE •	A1 •	•TI	ENI •	IE •	•	•	153
с.	CAS	D	JN	115	5S1	LE	2	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	163
CONCLUSION	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	170
ANNEXES	• •	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	171 à 178
BIBLIOGRAPH	IE .	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	179

LISTE DES PRINCIPALES NOTATIONS

t temps discret normalisé (par rapport à la période d'échantillonnage) u(t), y(t) entrée et sortie du procédé W bruit blanc échantillonné gaussien q^{-1} opérateur retard $(q^{-1} \cdot y(t+1) = y(t))$ $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, polynômes en la variable q⁻¹ $C(a^{-1})$ K retard du système échantillonné (nombre entier de périodes d'échantillonnage) $A(t,q^{-1})$, $B(t,q^{-1})$ estimées des polynômes $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(t,q^{-1})$ $C(q^{-1})$ à l'instant t â_i(t), b_i(t), estimées des coefficients des polynômes ĉ_i (t) $A(q^{-1}), B(q^{-1}), C(q^{-1})$ θ vecteur des paramètres θ(t) estimées du vecteur des paramètres **Φ(t)** vecteur des mesures ou des observations P, P(t)gain d'adaptation $\varepsilon(t)$, $\varepsilon(t+1)$ erreur de prédiction a priori et respectivement a posteriori $Y_{c}(t)$ la consigne de référence

PRESENTATION GENERALE

L'équipe d'automatique théorique d'E.D.F. développe de nouvelles méthodes de commande capables de satisfaire, aussi bien ses propres besoins en matière de régulation que tout demande extérieure.

Avec la généralisation de l'utilisation industrielle de l'électricité, les besoins des industriels en régulation ont augmenté. Les utilisateurs de fours électriques veulent notamment disposer, pour le réglage des températures, de régulateurs performants.

Dans un premier temps, nous nous sommes attachés à mettre au point une nouvelle méthode de commande des fours industriels. Par la suite, nous avons appliqué cette méthode à deux autres processus :

- A une antenne de poursuite pour l'asservir en position ;

- A un engin volant pour le piloter en vitesse et en position.

PREMIERE PARTIE

PRESENTATION DU PROBLEME DU FOUR ELECTRIQUE

Introduction au problème du four électrique

Ces derniers temps, des progrès notables ont été accomplis dans la technologie des fours électriques. Ces progrès se traduisent d'abord par l'utilisation de nouveaux matériaux, notamment l'emploi des fibres céramiques pour construire les parois réfractaires. Ces parois, en absorbant une faible énergie, permettent une meilleure isolation du four. L'évolution technologique se manifeste également dans l'utilisation de résistances à haut pouvoir émissif et dans l'emploi de capteurs de température plus précis.

Les progrès accomplis dans la conception de ces fours sont donc importants ; mais il n'en est pas de même des correcteurs utilisés pour la régulation des températures à l'intérieur des fours. Les régulateurs, jusqu'à présent, ne permettent pas un fonctionnement des appareils en rapport avec leurs possibilités technologiques. D'ailleurs, il est constaté, bien souvent, que malgré l'emploi de ces correcteurs, des dépassements de température de consigne, ainsi que des oscillations sur les températures réglées et ce, par suite du vieillissement de l'isolation du four. Il devient donc intéressant de développer de nouvelles méthodes de régulation, capables de satisfaire correctement les limitations technologiques du matériel.

D'autre part, ces fours électriques doivent, de plus en plus, s'intégrer dans des chaînes de production automatique. Dans un tel contexte, les produits traités ne sont pas forcément identiques et les températures demandées peuvent varier d'une application à une autre.

- 6 -

Tous ces éléments nouveaux dans l'utilisation des fours nécessitent des régulations plus performantes. Le gain de performance espéré doit permettre un meilleur rendement des installations, accroître la qualité des produits traités et donner une longévité appréciable au matériel. Les régulateurs développés devront donc être autonomes, fiables et robustes.

CHAPITRE I - LE FOUR ELECTRIQUE

I.A - Description et fonctionnement du four électrique

I.B - Particularité des réponses naturelles du système

I.C - Modélisation physique simplifiée

I.A - Description et fonctionnement du four électrique.

Dans un premier temps, il est utile de connaître les caractéristiques physiques du four utilisé. Il s'agit du four expérimental des Renardières. Nous allons en décrire sa structure (Cf. schéma de principe, fig. 1)

Ce four électrique est alimenté par l'intermédiaire d'un gradateur à thyristors et sa puissance maximale est de 17 KWatts. Ce four est équipé de résistances en nickel-chrome, enroulées sur des tubes en alusif ou électral. Ses parois sont en fibre moulée. La charge est constituée par un cylindre en acier. On trouve aussi deux thermocouples en chrome. Ces thermocouples permettent :

- d'une part, de mesurer la température des résistances, qui doit rester inférieure à 1200° C.,
- d'autre part, de relever la température au centre de la charge.



Figure 1 - Schéma de principe du processus avec sa commande.

- 9 -

I.B - Particularité des réponses naturelles du système.

Les phénomènes de dissipation d'énergie électrique par effet Joule au sein d'un four électrique sont des phénomènes physiques complexes. Pour s'en convaincre, il suffit de considérer les réponses en température au coeur d'une charge pour différentes puissances électriques appliquées. L'allure des réponses fait apparaître des retards, des gains et des dynamiques non constantes. Ces non linéarités sont représentées sur la fig. 2a pour une même température initiale, et sur les fig. 3a, 3b et 3c pour des températures initiales différentes.

La fig. 2a montre les réponses du four à différents échelons de puissance, la température initiale du système étant de 26°C.

- L'échelon est de 1500 watts sur la courbe (1)
 l'échelon est de 1200 watts sur la courbe (2)
- l'échelon est de 900 watts sur la courbe (3)
- l'échelon est de 600 watts sur la courbe (4)

On constate, sur ces réponses, des retards plus importants pour les échelons de faibles amplitudes.

Dans les fig. 3a, 3b et 3c, les échelons ont des valeurs constantes, mais ont été appliqués à des niveaux différents. Les échelons sont de la forme (cf. fig. 3a) :

	P(x)	$= P_0 + (x-1) \Delta P$
avec	P ₀	= puissance initiale
	x	= x ^{ieme} échelon
	∆P	= incrément de l'entrée de puissance constant
	P ₀	= 2000 watts
	ΔP	= 1000 watts

- 10 -





- 11 -

•

Sur la fig. 3b, on a superposé les réponses aux échelons de la fig. 3a sur un même graphique. Pour cela, on a normalisé les températures par rapport à la température maximale obtenue sur 100 itérations de 30 s.

En ordonnée, on a : $T_N(t) = \frac{T(t) - T_{init}}{T_{max}(t) - T_{init}}$

	^T init	:	température initiale
avec	T _{init}	:	pour le ler échelon, 26°C
	1		pour le 2ème échelon, 700°C
			pour le 3ème échelon, 870°C
			pour le 4ème échelon, 1020°C
	T max	:	température maximale atteinte au bout de 100 itérations



fig. 3a - Evolution des températures en fonction d'échelons successifs de commande.

Température °C normalisée



Fig. 3b - Superposition des réponses aux échelons de la fig. 3a montrant le caractère non linéaire du système sur 100 itérations de 30 s.

Sur ces schémas apparaissent de façon évidente le caractère variable des constantes de temps du système ainsi que les retards de valeurs différentes fonctions du point de fonctionnement du processus. De tels résultats se comprennent si on analyse les lois physiques qui régissent les transferts de chaleur dans une cavité rayonnante. Ces transferts de chaleur sont, en fait, une combinaison de phénomènes de conduction, de convection et de rayonnement thermique. Examinons plus en détail chacun de ces phénomènes :

 a) Les échanges par conduction se produisent dans un corps quand la température, à l'intérieur de celui-ci, n'est pas uniforme. Donc, la conduction permet de mieux cerner le problème des régimes transitoires, par opposition au régime stationnaire durant lequel la température conserve une valeur constante. La loi de Biot-Fourier montre que lorsque la température n'est pas constante en un point donné dans un corps, la vitesse d'écoulement de la chaleur est directement proportionnelle au gradient de température en ce point. Le coefficient de proportionnalité dépend de la substance considérée.





Fig. 3c - Superposition des réponses aux échelons de la fig. 3a sur 1000 itérations de 30 s.



avec $k = k_0$ (1 + aT + aT +)

Le coefficient k augmente lentement quand la température s'élève. Donc, les constantes de temps du système seront plus petites quand T augmentera.

b) Les phénomènes de convection montrent que, pour faire passer la température d'une charge de T_1 à T_2 , cela sera d'autant plus lent au démarrage que l'écart entre la température T_0 de la voûte et la température initiale T_1 de la charge sera grand, et d'autant plus lent que T_1 sera petit. Donc, ce démarrage lent sera variable pour une charge donnée ; il sera fonction de l'écart $[T_0 - T_1]$ et fonction de la température T_0 de la voûte. On peut voir aussi que ce démarrage sera fonction des caractéristiques physiques de la charge pour un écart $[T_0 - T_1]$ donné et une température T_0 donnée.

La loi est la suivante :

 $(T_2 - T_1) = (T_0 - T_1) e^{-\beta x}$

avec x : diamètre de la charge et β : nature des matériaux composant la charge.

c) Enfin, les échanges par rayonnement montrent que ce phénomène est important à haute température. D'après la loi de Stefan, l'énergie Q rayonnée obéit à la loi suivante :

$$Q = K (T_e^4 - T_r^4)$$

où Q est la puissance thermique rayonnée sensiblement égale à la puissance électrique P injectée. T_e est la température absolue du corps émetteur, T_r est la température absolue du corps récepteur.

Cette loi montre que le gain statique du four : $\frac{dT_e}{dQ}$ diminue quand la température de fonctionnement augmente:

$$\frac{\mathrm{dT}_{\mathrm{e}}}{\mathrm{dQ}} = \frac{1}{4 \mathrm{K} \mathrm{T}_{\mathrm{e}}^{3}}$$

I.C - Modèle physique simplifié.

Un processus physique n'est jamais étudié de façon exacte. Ceci provient à la fois de l'impossibilité de décrire complètement le problème physique et de la complexité de la solution qui croît rapidement avec la précision exigée. Pour l'étude d'un phénomène réel, on a toujours recours à des hypothèses simplificatrices. On réalise ainsi un modèle simplifié du modèle à l'étude. C'est ce principe que nous adoptons pour obtenir un modèle physique simple d'un four électrique. La seule loi thermique que nous utilisons est la loi linéaire du flux thermique :

$$\Psi_{12} = R (T_1 - T_2)$$

 $\begin{bmatrix} \Psi_{12} : le flux thermique, R est une constante thermique, T₁ et T₂ sont des températures]$

Cette loi est valable lorsque les températures T_1 et T_2 sont voisines. Il s'agit de la loi de Stefan linéarisée.

Pour obtenir une solution approchée des problèmes relatifs à ce processus, on utilise la méthode suivante :

Au moyen de relations thermiques équivalentes au problème électrique, on construit un réseau électrique résultant de l'interconnexion des dispositifs thermiques. Cette méthode permet d'idéaliser les dispositifs physiques en définissant un ensemble de relations utilisables de la même manière que les relations thermiques.

Cette méthode substitue au problème réel un modèle dans lequel les variables équivalentes tension et courant obéissent aux lois de Kirchhoff :

capacité thermique	* *>	capacité électrique
flux thermique	*	courant électrique
résistance chauffante	\leftrightarrow	résistance
température	\leftrightarrow	tension

Tableau d'équivalence thermique.

Les relations thermiques dans un four électrique peuvent se schématiser comme un flux envoyé par la résistance chauffante vers la paroi du four et vers la charge, et d'un flux rayonné par la paroi vers la charge.

Nous obtenons de cette manière le schéma électrique équivalent d'un four électrique monozone.

Fig. 4 - Schéma électrique équivalent du four



On attribue une direction de référence au courant. Les variables d'état du réseau seront les tensions T_R, . T_P, T_C, soit : la température de résistance, la température de charge et la température de paroi.

On aura la relation caractéristique pour un élément capacitif suivante :

$$\mathbf{V}(t) = \frac{1}{C} \int \mathbf{i}(\mathbf{r}) \, d\mathbf{r} + \mathbf{V}(t_0)$$

t₀

et donc, pour :

Ψ _R	=	le	flux	dans	la	résistance
ΨC	=	le	flux	dans	la	charge
Ψ _p	=	le	flux	dans	la	paroi

$$\frac{dT_R}{dt} = \frac{\Psi_R}{C_R}$$
$$\frac{dT_C}{dt} = \frac{\Psi_C}{C_C}$$
$$\frac{dT_P}{dt} = \frac{\Psi_P}{C_P}$$

et d'autre part :

$$\psi_{R} = \psi_{T} - \psi_{RP} - \psi_{RC}$$
$$\psi_{C} = \psi_{RC} - \psi_{PC}$$
$$\psi_{P} = \psi_{RP} - \psi_{PC} - \psi_{E}$$

- 19 -

ъ

On obtient donc :

$$\frac{dT_{R}}{dt} = \psi_{T} + \left[-\frac{(T_{R} - T_{P})}{R_{1}} - \frac{(T_{R} - T_{C})}{R_{2}} \right] \times \frac{1}{C_{R}}$$

$$\frac{dT_{C}}{dt} = \left[\frac{(T_{R} - T_{C})}{R_{2}} - \frac{(T_{P} - T_{C})}{R_{3}} \right] \times \frac{1}{C_{C}}$$

$$\frac{dT_{P}}{dt} = \left[\frac{(T_{R} - T_{P})}{R_{1}} - \frac{(T_{P} - T_{C})}{R_{3}} - \frac{T_{e}}{R_{e}} \right] \times \frac{1}{C_{p}}$$

Remarques :

- 1) pour la modélisation, on pourrait utiliser une loi du flux thermique fonction de constantes thermiques non linéaires.
- 2) le modèle utilisé dans la suite de l'étude, en tant qu'outil de simulation pour les essais des algorithmes de régulation, est un modèle élaboré au laboratoire "fours à résistance" du Centre d'étude et de recherche d'E.D.F. aux Renardières.

Ce modèle, beaucoup plus complet, tient compte de la majorité des transferts de chaleur existant pendant le fonctionnement d'un four électrique. Il tient compte, entre autre :

- . des échanges par rayonnement
- . des échanges par convection naturelle
- . des échanges par conduction
- . des pertes par la porte du four.

CHAPITRE II - REGULATION CLASSIQUE

II.A - Description de la commande classique

II.B - Insuffisance de la commande classique

II.C - Conclusion

II.A - Description de la commande classique.

La majorité des fours électriques dans l'industrie sont simplement régulés par des PID. Cependant, quelques PID numériques sont employés. Nous avons testé en simulation cette méthode classique de commande pour la comparer par la suite aux autres méthodes développées.

Soit le PID analogique suivant :



Nous avons transposé un tel schéma en numérique avec les équivalences suivantes :

1) $\frac{d_{\varepsilon}(t)}{dt} = \frac{\varepsilon(t) - \varepsilon(t-1)}{T} = \frac{(1 - q^{-1})}{T} \varepsilon(t)$

2) $\int_{0}^{nT} \epsilon(t) dt = \int_{0}^{nT} \epsilon(t) dt + \int_{0}^{nT} \epsilon(t) dt$

$$I(t) = I(t-1) + T\epsilon(t)$$

 $I(t) = (\frac{T}{1-q^{-1}})\epsilon(t)$

On prend T = 1 s.

Les coefficients K_p , K_d , K_i du régulateur sont ajustés de façon à donner à la boucle fermée des caractéristiques satisfaisantes, tant au point de vue statique que dynamique, cela pour un point de fonctionnement donné.

Le système bouclé utilise comme unique entrée l'erreur ε de consigne définie par :

$$\varepsilon(t) = \gamma_{c}(t) - \gamma(t)$$

La commande calculée par ce régulateur satisfait à l'équation suivante :

$$u(t) = \left[K_1 + \frac{K_2}{1 - q^{-1}} + K_3 (1 - q^{-1}) \right] \epsilon(t)$$

$$u(t) = \frac{(K_1 + K_2 + K_3) - (2K_3 + K_1) q^{-1} + K_3 q^{-2}}{(1 - q^{-1})} \epsilon(t)$$

Si le système s'écrit A \cdot y(t) = Bu(t)

Alors, l'équation du système en boucle fermée est la suivante :

$$B_{Y_{c}}(t) \left[(K_{1} + K_{2} + K_{3}) - (2K_{3} + K_{1}) q^{-1} + K_{3} q^{-2} \right]$$

= $\left[A (1-q^{-1}) B (-(K_{1} + K_{2} + K_{3}) + (2K_{3} + K_{1}) q^{-1} - K_{3} q^{-2}) \right] \cdot y(t)$

Prenons le cas où B est $b_1q^{-1} + b_2q^{-2}$ A est l + $a_1q^{-1} + a_2q^{-2}$

Donc, on obtient $K_3 = a_2 - a_1$ $K_2 = \frac{1}{2} \quad 1 - K_1 - K_2$ $K_1 = -(a_1-1) - 2(a_2 - a_1)$

- 23 -

Nous montrons sur les fig. 5a, 5b et 5c, à partir du modèle physique du four, la difficulté de réglage du PID calculé précédemment.

Sur la fig. 5a, on voit que ce PID, réglé pour un point de fonctionnement intermédiaire (850°C), n'est plus calé pour une température inférieure (700°C) [fig. 5b] ; il apparaît des phénomènes de dépassement. Pour une température supérieure (1000°C) [fig. 5c], on constate une erreur statique non négligeable .



Fig. 5a - PID bien réglé.

- 24 -







Fig. 5c - PID mal réglé avec dépassement.

II.B - Insuffisances de la commande classique.

La mise au point d'un régulateur PID n'est pas simple. Dans la pratique, elle dépend de l'adresse du régleur à positionner les coefficients dérivé, proportionnel et intégral du régulateur. Les réglages étant faits d'une façon approximative, des dépassements de température sont souvent constatés. Ces dépassements s'expliquent du fait que l'on provoque la saturation du système lors de sa mise en marche, d'une part, et que, d'autre part, la grande marge positive de puissance électrique prévue par le constructeur du four, eu égard à la saturation minimale de puissance, le procédé dépasse les températures demandées (Cf. fig. 6a et 6b).

Récemment, plusieurs utilisateurs de fours ont installé des PID autoréglables. Les coefficients du régulateur sont positionnés automatiquement par un petit système expert. Malheureusement, les résultats ne sont pas satisfaisants : de nombreuses oscillations apparaissent avant de pouvoir stabiliser totalement le système.

Analysons les causes des limitations de ces régulateurs. Leurs limitations sont dues essentiellement à leur structure. Les pôles et les zéros éventuellement instables ne peuvent pas être placés convenablement. De plus, l'action intégrale de ces régulateurs cause des dépassements importants pour de grands écarts entre la grandeur réglée et la grandeur de consigne. Ces dépassements se comprennent en sachant que l'action intégrale traduit la vitesse de variation de la grandeur réglante, celle-ci étant d'autant plus importante que l'écart grandeur réglée et grandeur de consigne est large. Par ailleurs, le PID ne permet pas de compenser les retards purs. L'action dérivée de ces correcteurs amplifie les bruits.

Les insuffisances de la commande classique étant démontrées, il devient dès lors intéressant de mettre au point des méthodes de réglage plus élaborées prenant en compte les difficultés spécifiques du procédé.



- 28 -

La méthodologie classique n'étant pas suffisante pour résoudre le problème de réglage des fours électriques, il devient donc utile de se demander s'il existe un régulateur à temps discret capable de maîtriser facilement la dynamique du système à régler. Ce régulateur devrait assurer au système les propriétés de stabilité, d'amortissement et de gain statique en cas de variation des caractéristiques du système à commander, tout en maintenant les temps de réponse du procédé à réguler.

Ce sont de tels objectifs de régulation que nous essayerons de satisfaire et ce, quels que soient les changements de dynamique. CHAPITRE III - LA MODELISATION MATHEMATIQUE

III.A - Choix d'une structure de modèle

III.B - Problèmes dûs à la modélisation

III.C - Identification

III.D - Conclusion

III.A - Choix d'une structure de modèle.

Pour réguler un processus, on peut le décrire par un modèle mathématique adapté à la commande employée. Les méthodes de commande utilisées étant linéaires, le modèle employé sera linéaire, à temps discret, de la forme $A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$

$$A(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{NA} a_i q^{-i}$$

$$B(q^{-1}) = \sum_{j=r}^{NB} b_j q^{-j} \text{ avec } j \in [0, r-1], b_j = 0$$

u(t) est l'entrée de commande y(t) est la sortie à régler.

D'autre part, pour qu'une modélisation soit satisfaisante, il ne faut pas qu'une variation paramétrique brutale du système à régler produise une erreur "procédémodèle" trop grande. Pour que le temps de convergence de cette erreur (proportionnel au nombre de paramètres à ajuster) soit petit, il faut que le modèle mathématique du système à régler soit le plus simple. Dans notre cas, un modèle d'ordre 2 est suffisant.

A basse température, le modèle qui approxime le mieux le processus est un système avec deux retards supplémentaires, soit :

H1 (q⁻¹) =
$$\frac{b_1q^{-2} + b_2q^{-3}}{1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2}}$$

A haute température (à partir de 700°C), un modèle d'ordre 2 avec un retard supplémentaire se révèle satisfaisant

H₂ (q⁻¹) =
$$\frac{b_1q^{-1} + b_2q^{-2}}{1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2}}$$

Donc, l'ensemble de la plage de fonctionnement du processus est couverte en prenant le modèle suivant :

$$H_{3}(q^{-1}) = \frac{b_{1}q^{-1} + b_{2}q^{-2} + b_{3}q^{-3}}{1 + a_{1}q^{-1} + a_{2}q^{-2}}$$

La modélisation ne peut pas être complète sans y avoir ajouté du bruit. Or, ce bruit peut être ramené à la sortie, grâce à l'hypothèse de linéarité du système, ainsi que nous l'avons vu initialement :



Supposons que le bruit du système soit formé d'une composante centrée $\tilde{\beta}(t)$ et d'une composante continue β_0

$$\mathbf{y(t)} - \left[\tilde{\boldsymbol{\beta}}(t) + \boldsymbol{\beta}_0\right] = -\sum_{i=1}^{NA} \mathbf{a}_i \left[\mathbf{y}(t-i) - (\tilde{\boldsymbol{\beta}}(t-i) + \boldsymbol{\beta}_0)\right] + \sum_{i=1}^{NB} \mathbf{b}_i \ \mathbf{u}(t-i)$$

$$y(t) = -\sum_{i=1}^{NA} a_i \cdot y(t-i) + \sum_{i=1}^{NB} b_i u(t-i)$$
$$+ \tilde{\beta}(t) + \beta_0 + \sum_{i=1}^{NA} a_i (\tilde{\beta}(t-i) + \beta_0)$$

Soit, puisque le système est stationnaire :

$$y(t) = -\sum_{i=1}^{NA} a_i y(t-i) + \sum_{i=1}^{NB} b_i u(t-i) + \beta_0 (1 + \sum_{i=1}^{NA} a_i) + \tilde{\beta}(t)$$

$$+ \sum_{i=1}^{NA} \tilde{\beta}(t-i)$$
en posant
$$y_0 = \beta_0 (1 + \sum_{i=1}^{NA} a_i)$$

$$A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) u(t) + A(q^{-1}) \tilde{\beta}(t) + y_0$$

 y_0 représente la composante continue due au bruit et $A(q^{-1})\cdot\tilde{\beta}(t)$ un bruit à valeur moyenne nulle.

Donc, on peut se ramener à une équation de la forme

$$A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) U(t) + e(t) + y_0$$

Le résidu étant supposé centré, il suffit d'ajouter à l'équation la composante continue y_0 telle que

$$y_0 = \beta_0 (1 + \sum_{i=1}^{NA} a_i)$$

Ce terme est considéré comme un paramètre à identifier (estimateur avec biais).
III.B - Problèmes dûs à la modélisation.

Le premier effet évident de l'utilisation d'un calculateur numérique dans une régulation, est le remplacement de signaux continus en fonction du temps par les valeurs de ces signaux, prélevés à échantillonnage constant. Un calculateur ne pouvant traiter que des nombres ayant une quantité finie de chiffres, on voit apparaître des résultats ayant une précision limitée. D'autre part, nous allons montrer qu'une erreur sur les paramètres discrets, de l'ordre de 2%, peut faire passer les constantes de temps du simple au double.

Considérons l'exemple suivant :

Soit une période d'échantillonnage de 1 s. :

1) une constante de temps de 40 s. T = 40 s. $\alpha_1 = e^{-\frac{1}{40}} = 0,925$ 2) une constante de temps de 20 s. T = 20 s. $\alpha_2 = e^{-\frac{1}{20}} = 0,951$

Pour un système du premier ordre, on a :

a) sous forme discrète : $\frac{1}{1 - \alpha q^{-1}}$

b) sous forme continue : $\frac{1}{p - \frac{\log a}{T}} = \frac{k}{1 - \tau p}$ avec $\tau = \frac{T}{p}$ et $k = -\frac{T}{p}$

 $\log a < 0$ $\log a = -\log \frac{1}{a}$

- 35 -

$$\frac{1}{1 - (a + \Delta a) q^{-1}} \xrightarrow{p - \frac{\log (a + \Delta a)}{T}} = \frac{k + \Delta k}{1 - (\tau + \Delta \tau) p}$$

Considérons l'influence de l'erreur Δa du pôle α sur la constante de temps τ du système :

$$\Delta \tau = \frac{T}{\log a} - \frac{T}{\log (a + \Delta a)}$$
$$\Delta \tau = \frac{T}{\log a} \left[1 - \frac{\log a}{\log (a + \Delta a)}\right]$$
$$\frac{\Delta \tau}{\tau} = \frac{\log a}{\log (a + \Delta a)} - 1$$
$$\frac{\Delta \tau}{\tau} = \frac{\log a - \log (a + \Delta a)}{\log (a + \Delta a)}$$

En utilisant les développements limités, on trouve que $\frac{\Delta \tau}{\tau} > > \frac{\Delta a}{\tau}$ τ a

On trouve, pour l'exemple précédent : $\frac{\log (0,951) - \log (0,975)}{\log (0,975)} = 1, d'où \Delta \tau = \tau$ log (0,975)

donc un pôle en q^{-1} doit être déterminé de façon plus précise qu'un pôle en p pour donner une sortie équivalente.

D'autre part, l'échantillonnage doit respecter la règle de Shannon. Si la période d'échantillonnage est inférieure à deux fois la plus grande constante de temps du système, le système ne pourra être identifié correctement.

Un des gros problèmes qu'on rencontre lors de la discrétisation est l'apparition de zéros instables, alors

que le processus continu est à zéros stables.

Par exemple, l'identification hors ligne pour une température moyenne de 700°C donne la fonction de transfert suivante :

$$\Delta T(t) = \frac{0.8 \cdot 10^{-3} q^{-1} [1 + 2.9 q^{-1}]}{1 - 1.79103 q^{-1} + 0.79341 q^{-2}} \Delta p(t)$$

pour une période d'échantillonnage de 30 s. On voit qu'un zéro de $\frac{\Delta T(t)}{\Delta P(t)}$ est nettement en dehors du cercle unité, Il y a donc instabilité de l'inverse du modèle identifié.

D'une façon générale, pour un premier ordre, on a

$$G(p) = \frac{\alpha e^{-\tau p}}{p - \alpha}$$

le système

Δ : période d'échantillonnage $\tau : k\Delta + \tau'$ $0 < \tau' < \Delta$

$$G(q) = \frac{q^{-(k+1)} (b_1 + b_2 q^{-1})}{1 - aq^{-1}}$$

avec $b_1 = 1 - e^{-(\Delta - \tau')\alpha}$ $b_2 = e^{-(\Delta - \tau')\alpha} - e^{-\Delta\alpha}$ $a = e^{-\Delta\alpha}$

On remarque que pour certaines valeurs de la période d'échantillonnage, $|b_2|$ peut devenir plus grand que $|b_1|$, ce qui donne un système discret à déphasage non minimal [(Aström, Hagander 80) exemple du double intégrateur]. III.C - Identification.

L'étude des différents paramètres du modèle n'est possible qu'en réalisant des essais en boucle ouverte sur le modèle physique du procédé. Pour cela, nous utilisons le modèle physique qui a été élaboré au Centre d'Etude des applications électriques des Renardières. Ce modèle physique regroupe l'ensemble des propriétés physiques décrites dans le chapitre I.B. Il est construit à partir des équations aux dérivées partielles de la thermique. Les réponses obtenues à partir de ce modèle sont très semblables à celles du procédé physique (Cf. fig. 9).

Pour connaître plus précisément les paramètres du modèle mathématique considéré, il nous a fallu effectuer une série d'essais en boucle ouverte. Cela nous a permis de déterminer les grandeurs des constantes de temps de système en identifiant ces réponses par une méthode de moindres carrés.

<u>Remarques</u> : Cette analyse indicielle a pu être appliquée car le système ne possède pas d'intégrateurs. Dans le cas contraire, il aurait suffi de travailler sur le système bouclé avec un gain donné (le terme intégrateur disparaissant de la fonction de transfert du système bouclé, nous aurions pu stabiliser le processus et retrouver le système initial en repassant à la boucle ouverte). Il est à remarquer également que l'amplitude des échelons est suffisamment petite pour que le comportement du processus puisse être considéré comme linéaire dans le domaine étudié (cf. fig. 7). D'autre part, pour appliquer l'analyse en boucle ouverte, nous nous sommes assuré que la stabilisation de la grandeur de sortie est effective. En d'autres termes, avant d'appliquer un nouvel échelon, nous attendons qu'il n'y ait plus de variations sur la sortie du système. Pour cela, nous vérifions que les dérivées seconde et première de la sortie soient identiquement nulles, c'est-à-dire que $Y_s(t) - 2 y_s(t-1) + y_s(t-2 = 0 et que$ $y_s(t) - y_s(t-1) = 0.$



Fig. 7 - Evolution des températures en fonction d'échelons successifs de commande.

- 38 -



- 39 -

Fig. 8b - Valeur du deuxième pôle en fonction de la température. (Nous constatons que ce pôle varie beaucoup).



Fig. 8c - En régime statique, évolution de la température en fonction de la puissance. On voit le caractère non linéaire du gain statique.



L'identification hors ligne de la réponse aux échelons a permis de construire les fig. 8a et 8b, point par point, c'est-à-dire la courbe des pôles fonction du point de fonctionnement stabilisé, ainsi que la fig. 8c, qui donne la température stabilisée pour une valeur de puissance donnée.

Le processus traité nécessite l'introduction d'un retard pur, mais malheureusement, ce retard est variable, fonction de l'état. L'introduction d'un retard pur nous sert également à simplifier le modèle.

Les méthodes d'estimation que nous approfondirons plus loin traitent les retards comme des paramètres quelconques à identifier. Remarquons qu'il est facile, sur un enregistrement, d'attribuer une valeur numérique au retard pur, ou du moins, de bien l'encadrer. Pour tenir compte du retard pur, il suffit d'opérer une simple translation des données de l'entrée.

<u>Remarque</u> : Une constante de temps très grande, par rapport à une autre, peut être approchée par un retard. Ce retard est compté comme un nombre entier de périodes d'échantillonnage. ELECTRICITE DE FRANCE

DIRECTION DES ÉTUDES ET RECHERCHES

DEPARTEMENT A. D. E.



en absesse, & GRADUATSON + 20 minutes

Fig. 9 - Comparaison des températures (modèle) et des températures mesurées. On observe le bon comportement du modèle physique.

ł

42 -

III.E - Conclusion

Cette première partie nous a servi à présenter le four électrique ainsi que les caractéristiques ayant trait à son fonctionnement. Puis, pour étudier le comportement de ce procédé de façon systématique, il nous a fallu le décrire par une modélisation mathématique appropriée. C'est ainsi que nous avons pu obserser des dynamiques variables dépendantes de la température, des gains fonction de la commande envoyée.

Un tel processus, fortement non linéaire, n'est pas régulé de façon satisfaisante avec les méthodes de régulation classiques. D'ailleurs, nous avons constaté, avec l'emploi des correcteurs traditionnels, des dépassements de consigne et des oscillations sur la grandeur réglée. C'est pourquoi nous envisageons, dans une seconde partie, de corriger ce processus par d'autres méthodes de commande : les méthodes de commande adaptative.

DEUXIEME PARTIE

LA COMMANDE ADAPTATIVE

CHAPITRE I - PRESENTATION DE LA COMMANDE ADAPTATIVE

I. - PRESENTATION DE LA COMMANDE ADAPTATIVE

La commande adaptative répond au désir de piloter un système dont le comportement entrées-sorties est inconnu ou variable dans le temps. Si l'on dispose d'une représentation mathématique d'un tel système, on formule le problème en disant que les paramètres de la représentation du procédé sont inconnus ou variables dans le temps. L'objectif de la commande adaptative sera de déceler toute modification du système ou toute évolution de ses paramètres et d'en tenir compte en ajustant le régulateur afin de satisfaire les exigences de fonctionnement.

Cette commande s'adresse particulièrement aux systèmes ayant des dynamiques, des gains variant dans le temps. Or, le four électrique, comme nous avons pu le voir, a un comportement de nature différente au cours du temps. C'est pourquoi il s'avère intéréssant de tester les méthodes de commande adaptative sur ce processus.

L'une des méthodes utilisées en commande adaptative est celle à modèle de référence. Cette méthode consiste à ajuster les paramètres v(t) d'un régulateur linéaire de façon à minimiser l'erreur de comportement externe $\varepsilon(t)$ définie par :

$$\varepsilon(t) = y_m(t) - y(t)$$

où y(t) est la variable à régler et $y_m(t)$, la sortie d'un système effectivement réalisé, dit modèle de référence.

L'utilisateur doit fixer un comportement en boucle

- 44 -

fermée de l'ensemble système plus régulateur, et c'est en fonction de l'erreur $\varepsilon(t)$ que doit s'appliquer le régulateur (cf. fig. 11).

La stabilité d'un tel schéma de commande adaptative a fait l'objet de nombreuses études (Landau-Lozano |82|). Des résultats théoriques importants ont pu être énoncés. Il a été notamment démontré que la convergence paramétrique n'est pas une condition nécessaire à la stabilité globale de ces systèmes. La seule convergence exigée pour satisfaire une condition nécessaire de stabilité globale est une convergence externe des sorties du système à régler vers le modèle de référence (Landau 74, Monopoli 74).

L'inconvénient de cette méthode à simple modèle de référence est que la stabilité de la boucle fermée ne peut être réalisée si le système possède des zéros instables. Ces conditions très restrictives limitent l'emploi des méthodes de commande adaptative à modèle de référence, uniquement sur la sortie du système à régler au système à inverse stable. Nous avons, d'autre part, observé que le four électrique, à cause de la discrétisation, peut posséder éventuellement des zéros instables ; nous ne pouvons donc pas employer une telle méthode de commande à simple modèle de référence.

Un moyen de lever les restrictions précédentes consiste à utiliser des méthodes de commande adaptative avec identification du système à régler et un régulateur ajustable de type linéaire. Dans ce cas, le système à commander est estimé directement par un estimateur récursif. Cet estimateur aura pour fonction d'ajuster les paramètres du modèle et d'imposer à l'erreur procédé-modèle la propriété de stabilité asymptotique afin d'assurer la stabilité du système global. Pour l'utilisation de tels algorithmes, nous admettons que le processus reste linéaire autour du point de fonctionnement considéré. Le système à identifier sera donc de la forme d'un modèle dynamique simplifié linéarisé.



Fig. 11 - Schéma du contrôleur adaptatif décrit par les méthodes directes.



- 47

ł

CHAPITRE II - L'ESTIMATION

II.A - Description de l'estimateur

II.B - Propriétés de l'estimateur

II.C - Algorithme d'estimation du type moindres carrés
à zone morte

II.E - Estimation robuste des systèmes discrets

L'estimateur récursif employé fonctionne de la façon suivante : il fabrique à chaque période d'échantillonnage un vecteur de paramètres $\hat{\theta}(t)$ de façon à minimiser la somme des carrés des écarts entre le modèle mathématique de prédiction et le procédé. Pour cela, on calcule les paramètres à l'instant t+1 en fonction des paramètres calculés à l'instant t moyennant un facteur de correction proportionnel à l'erreur commise entre la sortie prédite et la sortie effective du procédé.

L'algorithme d'estimation récursif utilise la méthode du filtre de KALMAN. Pour retrouver la formulation de KALMAN, nous écrivons notre système de la façon ciaprès :

> $\theta(t+1) = \theta(t) + v(t)$ y(t+1) = h(t, $\theta(t)$) + e(t) [Eq II.A1]

avec e(t) un bruit blanc sur la sortie de moyenne nulle, de covariance donnée par

 $E\left[e^{2}(t)\right] = \sigma^{2}$

v(t) est une variable aléatoire de moyenne nulle $\theta(t)$ les paramètres du système.

L'estimateur récursif de l'état $\theta(t)$ est donné par le système suivant :

 $\hat{\Theta}(t+1) = \hat{\Theta}(t) + G(t) (y(t+1) - \hat{y}(t+1))$ $\hat{y}(t+1) = h(t, \hat{\Theta}(t)) \qquad [Eq II.A2]$

- 48 -

On définit P(t), la matrice de covariance de l'erreur d'estimation $\varepsilon(t)$, avec

 $\varepsilon(t) = y(t+1) - \hat{y}(t+1)$

Les équations qui fournissent l'estimation vérifient alors :

$$\hat{\Theta}(t+1) = \hat{\Theta}(t) + G(t) \left[y(t+1) - \phi^{T}(t) \hat{\Theta}(t) \right] \left[\text{Eq. II.A3} \right]$$

$$G(t) = \frac{P(t)\phi(t)}{\phi^{T}(t)P(t)\phi(t) + \sigma^{2}}$$

$$P^{-1}(t+1) = P^{-1}(t) + \sigma^{-2}\phi(t)\phi^{T}(t)$$

avec $\Phi(t)$ les signaux y(t) et u(t)

Si nous ne voulons pas avoir à faire d'inversion matricielle à chaque pas de façon explicite, il est possible d'obtenir $p^{-1}(t+1)$ en utilisant le lemme d'inversion suivant:

$$\left[p^{-1} + \phi \phi^{T}\right]^{-1} = P - \frac{P \phi \phi^{T} P}{1 + \phi^{T} P \phi}$$

ce qui donne :

$$P(t+1) = P(t) - \frac{P(t)\phi(t)\phi^{T}(t)P(t)}{\sigma^{2}+\phi^{T}(t)P(t)\phi(t)}$$
 [Eq II.A4]

P(t) est une matrice régulière de dim (nxn) $\Phi(t)$ un vecteur de dim (m) Dans l'expression des paramètres [Eq. II.A3], nous pouvons substituer l'expression P(t+1) donnée par l'équation II.A4 pour obtenir :

$$\hat{\Theta}(t+1) = \hat{\Theta}(t) + P(t)\Phi(t) \left[\frac{\varepsilon(t)}{\sigma^2 + \phi^T(t)P(t)\Phi(t)} \right] \left[\text{Eq. II.A5} \right]$$

L'algorithme des moindres carrés récursifs, tel qu'il est formulé ci-dessus, est approprié pour l'estimation des paramètres inconnus mais constants. Ceci s'explique facilement, la matrice P(t) est une matrice strictement décroissante dans le temps. Nous le montrons en introduisant la fonction de Lyaponov : V(t).

Démonstration :

Posons
$$\tilde{\Theta}(t) = \hat{\Theta}(t) - \Theta_0$$

 $V(t) = \tilde{\Theta}^T(t)P^{-1}(t-1)\tilde{\Theta}(t)$

 θ_0 un vecteur de paramètres nominaux inconnus. D'après Eq. II.A3 et Eq. II.A4, on a :

$$\tilde{\Theta}(t) = \tilde{\Theta}(t-1) - \frac{P(t-2)\Phi(t-1)\cdot\Phi^{T}(t-1)\tilde{\Theta}(t-1)}{\sigma^{2} + \Phi^{T}(t-1)P(t-2)\Phi(t-1)}$$

$$\left[\tilde{\Theta}(t) - \tilde{\Theta}(t-1)\right] = - \frac{P(t-2)\phi(t-1)\cdot\phi^{T}(t-1)\tilde{\Theta}(t-1)}{\sigma^{2} + \phi^{T}(t-1)P(t-2)\phi(t-1)}$$

donc : V(t) - V(t-1) =
$$\left[\tilde{\Theta}(t) - \tilde{\Theta}(t-1)\right]^{T} p^{-1}(t-2)\tilde{\Theta}(t-1)$$

= $-\frac{\tilde{\Theta}^{T}(t-1)\Phi(t-1)\Phi^{T}(t-1)\tilde{\Theta}(t-1)}{\sigma^{2} + \Phi^{T}(t-1)P(t-2)\Phi(t-1)}$

V(t) est donc une fonction positive décroissante

$$\tilde{\Theta}^{\mathrm{T}}(\mathrm{t})\mathrm{P}^{-1}(\mathrm{t}-1)\tilde{\Theta}(\mathrm{t}) \leq \tilde{\Theta}^{\mathrm{T}}(\mathrm{t}_{0})\mathrm{P}^{-1}(\mathrm{t}_{0})\tilde{\Theta}(\mathrm{t}_{0})$$

D'ailleurs, les résultats les plus importants de la commande adaptative concernent les systèmes linéaires et invariants [Ortega, Landau, Praly (84), Goodwin et Sin (84), Södertröm (83].

L'algorithme d'estimation tel que nous l'entendons doit permettre la poursuite des variations lentes des paramètres des processus. Pour cela, il est nécessaire d'oublier les mesures les plus anciennes et de privilégier l'information nouvelle. De telles caractéristiques sont obtenues en y ajoutant un terme de pondération exponentienne sur les anciennes données. On obtient :

$$p^{-1}(t+1) = \lambda P^{-1}(t) + \sigma^{-2} \Phi(t) \Phi^{t}(t)$$

$$P(t+1) = \lambda^{-1} \left[P(t) - \frac{P(t)\phi(t)\phi^{T}(t)P(t)}{\frac{\sigma^{2}}{\lambda} + \phi^{T}P(t)\phi(t)} \right]$$

avec $\lambda \in [0, 1]$

L'inconvénient des algorithmes à facteur d'oubli constant est de donner une matrice de covariance P(t) à valeurs trop importantes, donc incontrôlable lorsque

- 51 -

 $\Phi(t) \Phi^{T}(t)$ dévient nul. Un moyen d'éviter le risque d'explosion de la matrice de covariance est de choisir λ variable, calculé de telle façon que la trace de la matrice de covariance P(t) reste constante ou comprise entre deux valeurs fixées à l'avance. On aura donc :

$$P^{-1}(t+1) = \lambda(t)P^{-1}(t) + \sigma^{-2}\phi(t)\phi^{T}(t)$$
$$P(t+1) = \lambda^{-1}(t)\left[P(t) - \frac{P(t)\phi(t)\phi^{T}(t)P(t)}{\lambda\frac{\sigma^{2}}{(t)} + \phi^{T}(t)P(t)\phi(t)}\right]$$
avec $P(t_{0}) = P^{T}(t_{0}) > 0$

et trace P(t+1) = trace P(t) = constante

Un avantage de la technique de la trace constante est de laisser un certain degré de liberté dans l'évolution des termes diagonaux de la matrice de covariance.

Propriétés de l'algorithme.

a) Si on considère l'initialisation

$$P_1(t_0) = K P_2(t_0)$$

et $\sigma_1^{-2} = K \sigma_2^{-2}$

les matrices étant diagonales à l'initialisation

$$P_1(t_0) = P_1^T(t_0) > 0$$

et $P_2(t_0) = P_2^T(t_0) > 0$

on aura :

$$P_1(t+1) = K P_2(t+1)$$

et $\hat{\theta}_1(t+1) = \hat{\theta}_2(t+2)$ (Vt)

- 52 -

Les paramètres estimés sont identiques quand

$$\sigma_2^2 = K \sigma_1^2$$
 et $P_2(t_0) = K P_1(t_0)$

Par la suite, dans les algorithmes d'estimation, il suffira de fixer σ^2 à l et de choisir P(t₀) de façon à obtenir une vitesse d'estimation suffisante.

Sur les fig. 12a, 12b, 13a et 13b sont représentés les signaux de commande et les grandeurs réglées dans le cas :

> $\sigma_1^2 = 0.1$ $P_1(t_0) = 0.01$ $\sigma_2^2 = 1$ $P_2(t_0) = 0.1$

Les réponses observées sont bien identiques.

b) D'autre part, on a :

$$p^{-1}(t_0 + \Delta t) = \lambda(t_0) P^{-1}(t_0) + \sigma^{-2} \Phi(t_0) \Phi^{T}(t_0)$$

$$t = t_0 + (n-1) \Delta t$$

$$p^{-1}(t_0 + n\Delta t) = \gamma(t_0 + n\Delta t) P^{-1}(t_0) + \sum \gamma(t) \sigma^{-2} \Phi(t) \Phi^{T}(t)$$

$$t = t_0$$

$$+ \sigma^{-2} \Phi(t_0 + n\Delta t) \Phi^{T}(t_0 + n\Delta t)$$
avec $\gamma(t_0 + n\Delta t) = \lambda(t_0) \lambda(t_0 + \Delta t) \dots \lambda(t_0 + n\Delta t)$

$$\lambda(t_0) = 1$$

 $\gamma(t)$ est une fonction non décroissante plus grande ou égale à l'unité. On voit alors que, dans un tel cas de figure après un long régime statique, la matrice de covariance devient quasi-singulière. Cet aléa de fonctionnement est corrigé en utilisant le remède suivant : on régularise la matrice P(t) en lui ajoutant une matrice diagonale $\mu(t)$ à termes assez faibles. Il est intéressant d'ajouter à P(t) une matrice diagonale proportionnelle aux éléments diagonaux de P(t).

On choisit le facteur d'oubli de telle sorte que la trace de P(t) reste constante, quelle que soit la variable (t). Soit :

 $P(t_0) = P^T(t_0) > 0$

 $\mu(t) = 0.05 \lambda(t)$

trace $P(t_0) = constante$ avec P' (t+1) = $P(t) - \frac{P(t)\Phi(t)\Phi^T(t)P(t)}{1 + \Phi^T(t)P(t)\Phi(t)}$

 $\lambda(t) = \frac{\text{constante}}{1.05 \text{ trace } P'(t+1)}$

 $P(t+1) = \lambda(t)P'(t+1) + \mu(t) \operatorname{diag} P'(t+1)$



Fig. 12a - Réponse du système bouclé avec un régulateur adaptatif. Caractéristique de l'estimation : $\sigma^2 = 0.1$ P(t₀) = 0.01



Fig. 12b - Erreur d'estimation pour le système commandé fig. 12a.

- 55 -



Fig. 13a = Réponse du système bouclé avec un régulateur adaptatif. Caractéristique de l'estimateur : $\sigma^2 = 1 P(t_0) = 0.1$



Fig. 13b - Erreur d'estimation pour le système commandé fig. 13a.

- 56 -

L'algorithme d'estimation employé est donc le suivant :

 $\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + G(t) \left[y(t) - \hat{y}(t) \right]$ $G(t) = P(t-1) \phi (t-1) \left[1 + \phi (t-1) P(t-1) \phi^{T}(t-1) \right]^{-1}$ $P'(t) = P(t-1) - G(t-1) \phi (t-1) P(t-1)$ $P(t) = \lambda(t) \{ P'(t) + 0.05 \left[\text{Diag} \left[P(t) + \text{trace} \left(P'(t) \right) \right] \}$

L'algorithme d'estimation décrit précédemment est relativement performant, comparativement aux algorithmes du gradient ou de projection. On remarque que ces derniers donnent parfois des gains d'adaptation nuls et des dynamiques fausses lorsque les phénomènes sont bruités. Le choix de l'estimateur n'a pas été effectué de façon guelcongue. Il est capable d'estimer les systèmes instables. Bien entendu, le four n'est pas un système instable, mais il présente de grandes constantes de temps qui retardent la convergence de l'erreur d'un identificateur uniquement parallèle. Dans l'algorithme utilisé, on ajoute au modèle mathématique estimé une boucle dont l'entrée est l'erreur de comportement externe définie comme la différence entre la sortie du procédé et la sortie estimée. Cette boucle permet la stabilisation rapide de l'estimateur, même si le procédé possède une grande constante de temps.

- 57 -

II.B - Propriétés de l'algorithme d'estimation

L'estimateur tel que nous l'avons décrit a été conçu pour s'insérer dans les algorithmes de commande adaptative. Il doit pour cela vérifier certaines propriétés, notamment :

- 1) la convergence de l'accroissement des estimées
- 2) la convergence relative de l'erreur de prévision e(t)
- 3) la bornitude de l'erreur de prévision.

Or, malheureusement, dans la réalité, on constate des aléas dans le fonctionnement de l'estimateur qui rendent fausses l'intégralité des propriétés désirées.

- Le problème des intégrateurs purs :

Un bon algorithme d'identification doit normalement parvenir à rendre asymptotiquement nul l'écart entre le processus et son modèle. Quand cet écart devient nul ou cesse d'évoluer, l'algorithme d'identification fournit un modèle asymptotiquement stationnaire. Par conséquent, l'espace paramétrique du modèle mathématique se trouve borné ; il en est de même de l'espace des coefficients du régulateur. Or, malheureusement, cela ne peut pas être le cas lorsque le processus est soumis à des perturbations, même bornées. Dans la réalité, en laissant les algorithmes d'estimation sous leur forme classique, on constate une dérive des paramètres dans le temps. Ce phénomène se comprend en regardant l'équation des estimées de l'identificateur

 $\hat{\Theta}(t) = \hat{\Theta}(t-1) + G(t)\varepsilon(t)$

On voit que cette équation contient un intégrateur pur

$$\lim_{t \to \infty} \frac{\text{constante}}{1 - q^{-1}} \quad \Theta(t) = +\infty$$

La seule façon de se dégager du problème de dérive paramétrique serait d'appliquer une excitation persistante à l'entrée du système. Cette conclusion n'est pas réaliste dans nombre de cas. Nous avons testé d'autres solutions par la suite, plus élégantes, en rappelant notamment les paramètres du système vers certaines valeurs préprogrammées ou encore en utilisant des zones mortes dans les algorithmes d'estimation.

Par les figures suivantes, nous exposons le phénomène de dérive paramétrique :

La fig. 14a a trait à la régulation de la température. Le coeur de charge du processus pour des échelons de consigne de 700°C et 1200°C. Sur la sortie du système, on a ajouté un bruit blanc de moyenne nulle et d'écart-type 0.375°C.

Les fig. 14b, 14c, 14d et 14e font état de l'évolution du vecteur paramètre des termes du numérateur de la transmittance suite aux échelons appliqués à la fig. 14a.

La fig. 14b concerne l'évolution du vecteur paramètre des termes du numérateur après un premier échelon de consigne de 700°C,

La fig. l4c montre cette évolution après les deux premiers échelons de consigne,

et la fig. 14d représente cette évolution après les trois premiers échelons de consigne,

- 59 -

La fig. 14e, enfin, indique l'évolution du vecteur paramètre des termes du numérateur après que l'on ait appliqué les quatre échelons de consigne.

On constate, en ce qui concerne les termes du numérateur, que la dérive paramétrique est pratiquement invisible. Les paramètres sont attirés uniformément dans un domaine de faible rayon.



Fig. 14a - Réponses du système bouclé avec un régulateur adapatatif pour des échelons de 700°C et 1200°C



Fig. 14b - Evolution du vecteur paramètre $\dot{b_1 b_2}$ jusqu'à la 100 \dot{e} me itération de la fig. 14a.



Fig. 14c - Evolution du vecteur paramètre b_1b_2 jusqu'à la 200ème itération de la fig. 14a.



Fig. 14d - Evolution du vecteur paramètre b_1b_2 jusqu'à la 300ème itération de la fig. 14a.

- 62 -



Fig. 14e - Evolution du vecteur paramètre $\overrightarrow{b_1b_2}$ jusqu'à la 400ème itération de la fig. 14a.



Sur la figure 15a, nous observons l'évolution du vecteur paramètre des termes du dénominateur, suite aux échelons appliqués à la fig. 14a. Nous constatons que ces termes dérivent d'une façon constante.

Le phénomène se trouve amplifié lorsqu'on applique de petites variations de consigne autour d'un point de fonctionnement donné. C'est ce qui est reproduit sur les fig. 15b et 15c. La dérive se produit alors dans une même direction uniformément.



Fig. 15a - Evolution du vecteur paramètre a_1a_2 consécutive à l'ensemble des échelons de la fig. 14a.



A1

Fig. 15b - Evolution du vecteur paramètre a_1a_2 consécutive à de petits échelons de commande appliqués au système. Le point de fonctionnement est 700°C. La température fluctue entre 690°C et 710°C.



II.C- Algorithmes d'estimation à zone morte

Une solution proposée pour résoudre le problème de dérive paramétrique, est l'introduction dans les algorithmes d'estimation des seuils d'arrêt. Jusqu'à présent, ce qui limite l'utilisation systématique des seuils d'arrêt est le fait que la partie stochastique dans l'erreur de prévision est aussi importante que la partie déterministe due à l'erreur de modélisation. On a choisi comme fonction seuil d'arrêt une fonction continue de la norme de l'erreur de prévision. La continuité de cette fonction est intéressante, car elle permet de faire varier la vitesse d'adaptation avec l'amplitude de l'erreur de prévision, ceci pour que l'erreur paramétrique tende vers zéro d'une façon continue. Le gel progressif de l'algorithme d'estimation évite donc les excursions paramétriques exagérées.

Le système bouclé par le régulateur adapatatif vérifiera les propriétés de bornitude et de convergence des estimées. D'ailleurs, nous pouvons montrer la propriété de convergence relative de l'erreur de prévision de la sortie du système identifié.

On utilise l'algorithme d'estimation décrit précédemment : soit

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{a(t)P(t-2)\phi(t-1)}{1 + \phi^{T}(t-1)P(t-2)\phi(t-1)} e(t)$$

avec

$$e(t) = y(t) - \phi^{T}(t-1)\hat{\theta}(t-1)$$

$$\overline{P}(t-1) = P(t-2) - \frac{a(t)P(t-2)\phi(t-1)\phi^{T}(t-1)P(t-2)}{1 + \phi^{T}(t-1)P(t-2)\phi(t-1)}$$

$$P(t-1) = \overline{P}(t-1) + Q(t-1)$$
avec Q(t-1) choisie de façon telle que

trace
$$[P(t-1)] \leq K$$

trace $[P^{-1}(t-1)] \leq K'$

où K est la plus grande valeur propre de P(t-1) et K' la plus petite valeur propre de P(t-1)

avec $\hat{\theta}(t_0)$ donné et P₀ > 0.

La fonction seuil d'arrêt a(t) est telle que

a(t) = 0 si
$$e^{2}(t) \leq \Delta^{2}$$

a(t) = 1 - $\frac{\Delta}{|e(t)|}$ si $e^{2}(t) > \Delta^{2}$

avec sup $|W(t)| \leq \Delta$ W(t) étant un bruit blanc gaussien.

L'algorithme d'estimation décrit a les propriétés suivantes :

a) Bornitude de l'erreur paramétrique

$$||\hat{\Theta}(t) - \Theta_0||^2 \le K ||P^{-1}(t_0)|| \cdot ||\hat{\Theta}(t_0) - \Theta_0||^2$$

b) $\sum_{t=1}^{\infty} \frac{a(t)}{1 + \delta(t-1)} \left[e^{2}(t) - \frac{1 + \delta(t-1)}{1 + \delta(t-1) \left[1 + a(t) \right]} \Delta^{2} \right] < \infty$

en posant $\delta(t-1) = \phi^{T} (t-1)P(t-2)\phi(t-1)$

c) Convergence relative seuillée de l'erreur de prévision

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{a^{2}(t)}{1+\delta(t-1)} e^{2}(t) < \infty$$

$$\sum_{t=1}^{\infty} \frac{a^{2}(t)}{1+\delta(t-1)} < \infty$$

d) Convergence de l'accroissement de l'estimée

$$\lim_{t \to \infty} ||\hat{\Theta}(t) - \hat{\Theta}(t-1)||^2 = 0$$

e) Annulation de la variation paramétrique

$$\sum_{t=1}^{\infty} ||\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-1)||^2 < \infty$$

Les simulations suivantes permettent de concrétiser l'effet d'un seuil d'arrêt.

Sur toutes les figures qui suivent, les réponses sont celles du four en boucle ouverte.

Sur la fig. 16a, nous appliquons des échelons de commande de 500 watts et de 700 watts au système. On ajoute à l'entrée du processus un bruit blanc centré de petites variances par rapport aux échelons.

La fig. 16b montre la dérive paramétrique des paramètres du dénominateur de la fonction de transfert obtenue avec l'algorithme d'estimation habituel. N'étant pas significatif du phénomène de dérive, le transitoire n'a pas été représenté sur le schéma.

Sur les fig. 16b et 16c, nous constatons l'effet d'un seuil trop petit. Il est de 8.10^{-3} (fig. 16b : les coefficients du dénominateur, fig. 16c , les coefficients du numérateur).

Sur les fig. 16e et 16d, est représenté l'effet d'un

Les fig. 16g, 16h, 16i et 16j mettent l'accent sur l'intérêt d'un seuil d'arrêt pour deux points de fonctionnement différents : un point à 600°C et un point à 1100°C.

Sur les fig. 16g et 16h, le seuil est positionné à 8.10^{-2} .

- Ce seuil semble convenir

L'échelon appliqué est de 1500 watts La trace est de 100 Avec des Au de commande de 100 watts Le modèle est initialisé à - 1.76 0.76 0.001 - 0.001

Fig. 16g : les paramètres du dénominateur Fig. 16h : les paramètres du numérateur

Sur le fig. l6i et l6j, le seuil est toujours positionné à 8.10^{-2} .

- Il paraît également satisfaisant

L'échelon appliqué étant de 500 watts La trace étant de 100 avec des Δu de commande de 100 watts Le modèle initialisé à -1.76 0.76 0.001 τ 0.001

Fig. 16i : paramètres du dénominateur Fig. 16j : paramètres du numérateur.



Fig. 16a - Réponse du système en boucle ouverte



Fig. 16b - Dérive des termes du dénominateur avec un seuil faible





Fig. 16c - Dérive des termes du numérateur avec un seuil faible





Fig. 16d - Influence d'un seuil trop fort sur les termes du dénominateur.





Fig. 16g - Influence d'un seuil bien positionné sur les termes du dénominateur pour un échelon de 1500 watts



Fig. 16h - Influence d'un seuil bien positionné sur les termes du numérateur pour un échelon de 1500 watts

- 74 -



.

II.D - L'estimation avec ressort de rappel

L'inconvénient des algorithmes d'estimation avec zone morte est qu'ils évitent le phénomène de dérive des estimées seulement si le bruit w(t) agissant sur le système est connu. Or, dans la majorité des applications, une telle condition ne peut être réalisée. D'autre part, les erreurs structurelles de modélisation se traduisent par un bruit non borné difficilement mesurable. Donc, pour empêcher le problème de la dérive paramétrique en présence de bruits inconnus, et afin de modéliser un domaine uniformément borné des paramètres, il a été adopté le modèle mathématique suivant pour l'évolution des paramètres $\hat{\theta}(t)$:

$$\hat{\theta}(t) = (I - \alpha I)\hat{\theta}(t-1) + \alpha \theta p(t-1) + \frac{(I - \alpha I) \cdot P(t-1)\phi(t)}{1 + \phi^{T}(t)P(t-1)\phi(t)} \epsilon(t)$$

avec α [0, 1] et $\theta p(t-1)$ représente l'information a priori disponible sur $\hat{\theta}(t)$

$$P(t) = [I - \alpha I]^{2}P(t-1) - \frac{(I - \alpha I)^{2}P(t)\phi(t)\phi^{T}(t)P^{T}(t)}{1 + \phi^{T}(t)P(t-1)\phi(t)}$$

+ $[I - (I - \alpha I)^{2}]\delta$

Cette technique d'estimation remplace tous les dispositifs qui ont été décrits précédemment parce que la dérive des quantités estimées devient impossible quand $|| \phi (t) ||$ tend vers zéro. $\hat{\Theta}(t)$ est "attiré" vers $\Theta p(t)$ avec la "constante de temps" $\tau_{\mathbf{r}} = \frac{\Delta t}{\tau}$ On peut arrêter ou ralentir l'effet de rappel si les écarts paramétriques sont inférieurs à une certaine valeur en prenant :

$$\alpha = \frac{\Delta t}{\tau_{r}} a(t)$$

a(t) est l'effet de seuil d'arrêt qui peut être une matrice fonction de $[\hat{\theta}(t-1)-\hat{\theta}p(t+1)]^T[\hat{\theta}(t+1)-\hat{\theta}p(t+1)]$. L'intérêt de cette fonction de rappel à déclenchement conditionné est d'éviter de détériorer l'estimation dans les zones où l'écart paramétrique est acceptable.

Dans le cas du four, afin de déterminer une allure du domaine paramétrique, il a été décidé d'identifier le processus à 2 températures de fonctionnement différentes

```
basse température ( 300°C)
haute température (1000°C)
```

Nous avons utilisé pour cela un régulateur tout ou rien, calé autour des températures précitées. Le régulateur fournit l'excitation sur l'entrée du système qui permet une bonne convergence paramétrique. Le modèle moyen obtenu fournit la référence pour l'opération de préprogrammation des paramètres de l'estimation. C'est ainsi que nous avons obtenu les coefficients de centrage pour le point haut :

- 1.789 .789 .0015 .002

Les coefficients de centrage pour le point bas :

- 1.76 .76 .0010 .002

Les figures ci-après montrent la dispersion paramétrique pour un bruit borné d'écart-type de 0.375°C. [Cf. fig. 17c] et pour un bruit non borné d'écart-type croissant de 0.2°C à 1°C [Cf. fig. 17d]. On ramène le problème de l'estimation des paramètres avec ressort de rappel au problème de l'estimation de l'état en prenant la formulation suivante :

```
\Theta(t+1) = \phi(t)\Theta(t) - \Gamma(t)\Theta p(t) + v(t) \quad \text{Eq. II.D1}
y(t) = H(t)\Theta(t) + W(t) 	 Eq. II.D2
```

avec Eq. II.D1, l'équation du modèle d'évolution de l'état et Eq. II.D2, l'équation d'observation du système d'état.

L'estimation $\hat{\theta}(t)$ de l'état $\theta(t)$ est

 $\hat{\theta}(t+1) = \Phi(t)\hat{\theta}(t) + \Gamma(t)\theta p(t) + L(t) \left[y(t) - \hat{y}(t) \right]$ $\hat{y}(t) = H(t)\hat{\theta}(t)$

Comme tout problème d'estimation, il nous faut déterminer successivement

1) l'équation d'erreur d'estimation e(t)

- 2) l'équation de la moyenne de la variance de cette erreur d'estimation
- 3) la valeur optimale de L(t).

L'équation de l'erreur est obtenue en retranchant l'estimée de l'état à l'état lui-même. Soit,

> $e(t) = \hat{\Theta}(t) - \Theta(t)$ $e(t+1) = \Phi(t)e(t) - v(t)+L(t) [-H(t)e(t) + w(t)]$ $e(t+1) = [\Phi(t) - L(t)H(t)]e(t) - V(t) + L(t)w(t)$

Calculons l'équation d'évolution de la matrice P(t) de covariance du vecteur d'erreur d'estimation d'état :

- 77 -

$$E \left\{ e(t) \cdot e^{T}(t) \right\} = P(t)$$

$$E \left\{ e(t+1) \cdot e^{T}(t+1) \right\} = \left[\phi(t) - L(t) H(t) \right] \cdot E \left\{ e(t) \cdot e^{T}(t) \right\}$$

$$\cdot \left\{ \phi(t) - L(t) H(t) \right\}^{T} + E \left\{ v(t) \cdot v^{T}(t) \right\}$$

$$+ L(t) \cdot E \left\{ w(t) \cdot w^{T}(t) \right\} \cdot L^{T}(t)$$

en posant

$$E \left\{ v(t) . v^{T}(t) \right\} = Q(t)$$
$$E \left\{ w(t) . w^{T}(t) \right\} = R(t)$$

On peut écrire la matrice de covariance sous la forme suivante :

$$P(t+1) = [\Phi(t) - L(t)H(t)]P(t) |\Phi(t) - L(t)H(t)|^{T} + Q(t) + L(t)R(t)L^{T}(t)$$

$$P(t+1) = \Phi(t)P(t)\Phi^{T}(t) + Q(t) - \Phi(t)P(t)H^{T}(t)L^{T}(t) - L(t)H(t)P(t)\Phi^{T}(t) + L(t) [R(t) + H(t)P(t)H^{T}(t)] L^{T}(t)$$

En développant P(t+1) et en utilisant M(t), une matrice indépendante de L(t), on obtient :

$$P(t+1) = \Phi(t)P(t)\Phi^{T}(t) + Q(t) + M(t) + [L(t) - L^{*}(t)] [R(t) + H(t)P(t)H^{T}(t)] [L(t) - L^{*}(t)]^{T}$$

$$P(t+1) = \Phi(t)P(t)\Phi^{T}(t) + Q(t) + M(t) + L^{*}(t) [R(t) + H(t)P(t)H^{T}(t)] L^{*}(t)^{T} - L^{*}(t) [R(t) + H(t)P(t)H^{T}(t)] L(t)^{T} - L(t) [R(t) + H(t)P(t)H^{T}(t)] L(t)^{T} + L(t) [R(t) + H(t)P(t)H^{T}(t)] L(t)^{T}$$

Par identification des deuxièmes membres, on obtient :

$$M(t) + L^{*}(t) \left[R(t) + H(t)P(t)H^{T}(t) \right] L^{*T}(t) = 0$$

L^{*}(t) [R(t) + H(t)P(t)H^{T}(t)] = $\phi(t)P(t)H^{T}(t)$

Soit :

$$L^{*}(t) = \Phi(t)P(t)H^{T}(t)[R(t) + H(t)P(t)H^{T}(t)]^{-1}$$

$$M(t) = -L^{*}(t)[R(t) + H(t)P(t)H^{T}(t)]L^{*T}(t)$$

$$= -\Phi(t)P(t)H^{T}(t)[R(t)+H(t)P(t)H^{T}(t)]^{-1}$$

$$H(t)P(t)\Phi^{T}(t)$$

Le critère à minimiser pour un choix adéquat de L(t) est J(t), défini par :

$$J(t) = E \left\{ \left(a^{T} \left[\hat{\theta}(t) - \theta(t) \right] \right)^{2} \right\}$$

On déduit :
$$J(t) = E \left\{ \left[a^{T} e(t) \right]^{2} \right\}$$
$$= a^{T} P(t) a$$

L'équation d'évolution de J(t) est donnée par :

$$J(t+1) = a^{T} P(t+1) a$$

= $a^{T} [\phi(t)P(t)\phi^{T}(t) + Q(t)] a + a^{T} M(t) a$
+ $a^{T} [L(t)-L^{*}(t)] [R(t)+H(t)P(t)H^{T}(t)] [L(t)-L^{*}(t)]^{T} a$

Les ler et 3ème termes du 2ème membre sont des termes négatifs dont le dernier peut être annulé par le choix suivant :

$$L(t) = L^{*}(t)$$

On déduit :

 $P(t+1) = \Phi(t) [P(t) - P(t)H^{T}(t) [R(t) + H(t)P(t)H^{T}(t)]^{-1} \cdot H(t)P(t)]\Phi^{T}(t) + Q(t)$

Dans le cas considéré, on a :

$$\Phi(t) = (I - \alpha I)$$

Q(t) = δI

- 80 -



Fig. 17a - Réponse du système bouclé avec estimation des paramètres avec ressort de rappel faible bruit



A2

réponses de la fig.17a



II.E - Estimation robuste des systèmes discrets

A partir de la connaissance des signaux d'entréessorties des systèmes, nous pouvons estimer directement les coefficients de l'équation différentielle reliant ces signaux. La principale difficulté de cette estimation est que la précision de la détermination de ces coefficients est dépendante du rapport signal sur bruit des signaux. Or, ce rapport devient vite important dès les premiers termes dérivées de l'équation différentielle. Un moyen de résoudre ce problème consiste à diminuer le contenu parasite haute fréquence des différents signaux en les filtrant par un filtre passe-bas convenablement choisi.

Une façon d'obtenir une estimation insensible au bruit de mesure est donc de filtrer la forme polynomiale et d'estimer directement les paramètres de cette nouvelle forme. Soit :

$$y(t) = -a_1y(t-1) \dots - a_ny(t-n)$$

+ $b_1u(t-1) \dots + b_nu(t-n)$

$$\Leftrightarrow \frac{y(t)}{[1-\alpha q^{-1}]^n} = -a_1 \frac{y(t-1)}{[1-\alpha q^{-1}]^n} - \dots - a_n \frac{y(t-n)}{[1-\alpha q^{-1}]^n} + b_1 \frac{u(t-1)}{[1-\alpha q^{-1}]^n} + \dots + b_n \frac{u(t-n)}{[1-\alpha q^{-1}]^n} \Leftrightarrow y_f(t) = -a_1 y_f (t-1) - \dots - a_n y_f (t-n) + b_1 u_f (t-n) \dots + b_n u_f (t-n)$$

L'hypothèse des perturbations bornées n'étant pas toujours vérifiable, il est plus intéressant, dans ce

- 82 -

contexte, d'utiliser une modélisation mathématique adéquate, soit un modèle de la forme :

$$A(q^{-1}) \cdot y(t) = B(q^{-1})u(t) + \frac{C(q^{-1})}{[1 - q^{-1}]} W(t)$$

W(t), une séquence à moyenne nulle, c, un polynome quelconque caractérisant la perturbation.

De cette façon, il est possible de modéliser les perturbations non mesurables à moyenne non nulle et de représenter les sauts de perturbations. Des conditions suffisantes de stabilité prenant en compte ces considérations ont été données pour assurer la convergence exponentielle de l'erreur d'estimation, si toutefois le système est complètement observable (cf. Goodwin, Landau). D'autre part, il est montré qu'une condition nécessaire de stabilité des algorithmes adaptatifs est la bornitude des signaux (Praly 84). La bornitude des signaux est obtenue en normant les grandeurs intervenant dans l'estimateur. Le dispositif de normalisation assure que cette estimation restera bornée dans le cas où l'ensemble des bruits de mesure et de modélisation n'est que relativement borné.

Le dispositif de normalisation s'écrit de la façon suivante :

$$\hat{y}_{n}(t) = \frac{\hat{y}(t)}{n(t-1)} \quad \text{et} \quad \Phi_{n}(t-1) = \frac{\Phi(t-1)}{n(t-1)}$$

avec $\phi^{T}(t-1) = [u(t-1), \dots, u(t-n), -y(t-1), \dots, -y(t-n)]$ et n(t-1) = max (1, || $\phi(t-1)$ ||)

 $\Theta^{T} = [b_1 \dots b_n, a_1 \dots a_n]$ on aura $\hat{y}_n(t) = \Theta^{T} \Phi_n(t-1)$ Ecrivons l'algorithme d'estimation globale :

le système peut s'écrire comme étant :

$$\Theta(t) = (I-\alpha I)\Theta(t-1) + \alpha\Theta_{p} (t-1) + V(t)$$

b(t) = $\phi^{T}(t)\Theta(t-1) + W(t)$

avec V(t), une variable aléatoire à variance minimale et variable avec le temps chargé de modéliser le bruit sur les paramètres, et W(t), une variable aléatoire chargée de modéliser l'erreur de mesure de b(t) et de $\phi(t)$.

L'algorithme d'estimation de KALMAN global s'écrit donc :

$$\hat{\theta}(t) = (I - \alpha I) \hat{\theta}(t - 1) + \alpha \Theta_{p}(t - 1) + G(t) \left[\tilde{b}(t) - \hat{b}(H)\right]$$

$$\hat{b}(t) = \phi_{n}^{T}(t) \hat{\theta}(t - 1)$$
avec $\tilde{b}(t) = \frac{b(t)}{n(t)}$ et $\phi_{n}^{T}(t) = \frac{\phi^{T}(t)}{n(t)}$
et $n(t) = (1 - \gamma) n(t - 1) + \gamma Max (1, ||\phi(t)||)$

$$G(t) = \frac{v(t)}{\Psi(t)}$$

$$\Psi(t) = 1 + \phi_{n}^{T}(t) P(t - 1) \phi_{n}(t)$$

$$v(t) = (I - \alpha I) P(t - 1) \phi_{n}(t)$$

$$P(t) = (I - \alpha I)^{2} P(t - 1) - \frac{v(t)v^{T}(t)}{\psi(t)} + \delta \left[I - (I - \alpha I)^{2}\right]$$

Nous avons introduit une "zone morte" dans l'application de la normalisation. Comme la normalisation doit jouer un rôle dans le cas où la boucle fermée n'est pas stabilisée par le régulateur, il semble adéquat de définir une zone morte comme le domaine où le système bouclé est stable. Ainsi, $||\phi_{Max}(t)||$ est le domaine de la norme des signaux dans la limite de fonctionnement stable de la boucle fermée. D'autre part, δ est une matrice diagonale à éléments éventuellement différents vers laquelle tend la matrice de covariance.



Fig. 18a - Effet du filtrage asynchrone avec un bruit sur la sortie de 0.375°C



Fig. 18b - Effet de la réinitialisation de la matrice de covariance et des estimées à la 100ème itération



Fig.18c - Des perturbations non bornées sur la sortie du système font exploser l'algorithme de commande adaptative sans les effets de ressort de rappel et de normalisation dans l'algorithme d'estimation.



CHAPITRE III - LA COMMANDE ADAPTATIVE PAR PLACEMENT DE POLES

III.A - Présentation de la méthode de réglage

III.B - Synthèse du régulateur à placement des pôles

III.C - Stabilité du placement des pôles dans le cadre déterministe

III.D - Implémentation de cette méthode de commande

III.E - L'effet de la saturation sur la température de résistance dans la méthode de commande

III.F - Conclusion

III.A - Présentation de la méthode de réglage

Afin de maintenir les différentes propriétés de stabilité, d'amortissement et de gain statique en cas de variation des paramètres du système à régler, il est proposé de résoudre le problème suivant : trouver un schéma de régulateur permettant de stabiliser le système en boucle fermée, quelle que soit la difficulté de la fonction de transfert du modèle et quelles que soient les variations des paramètres du système à régler. Un choix possible de méthodes de commande adaptative pour le réglage des fours est celui avec identification du système à régler et synthèse du régulateur à partir des résultats de l'identification. C'est-à-dire que l'ensemble du système de commande peut être décomposé en deux systèmes bouclés :

- une boucle interne, comprenant simplement le système à régler et le régulateur ajustable de type linéaire, les paramètres du régulateur étant ajustés par la boucle externe du système de commande ;

- une boucle externe se composant d'un estimateur du système à régler et du régulateur, calculé à partir des estimés du modèle mathématique (cf. fig. 19).

C'est ce schéma de commande adaptative que nous utilisons avec une méthode à placements des pôles.



Fig. 19 - Schéma de commande adaptative indirecte.



III.B - Synthèse du régulateur à placement des pôles

La méthode de commande à placement des pôles est une méthode de commande qui permet d'assurer la stabilité du système en boucle fermée, quelle que soit la valeur des pôles et des zéros du système. De plus, le comportement dynamique du système est donné par le choix d'un modèle de référence stable, ce qui est une façon agréable de définir les performances de la régulation. Pour cela, considérons un système de la forme :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + W(t)$$

avec $A(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{NA} a_i q^{-i}$
 $B(q^{-1}) = [b_0 + \sum_{i=1}^{NB} b_i q^{-i}] \cdot q^{-d}$

W(t) un bruit blanc gaussien.

Le régulateur qui place les pôles du système en boucle fermée satisfera une relation de la forme :

$$S(q^{-1})u(t) = -R(q^{-1})y(t) + T(q^{-1})y_{c}(t)$$

avec $S(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{NS} s_{i} q^{-i}$
 $R(q^{-1}) = r_{0} + \sum_{i=1}^{NR} r_{i} q^{-i}$

Les équations du système en boucle fermée sont alors :

$$\begin{bmatrix} A(q^{-1}) S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1}) R(q^{-1}) \end{bmatrix} y(t) = q^{-d}B(q^{-1}) T(q^{-1}) y_{c}(t) + S(q^{-1}) W(t) \begin{bmatrix} A(q^{-1}) S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1}) R(q^{-1}) \end{bmatrix} u(t) = A(q^{-1}) T(q^{-1}) y_{c}(t) - R(q^{-1}) W(t) \end{bmatrix}$$

- 91 -

désirée du système en boucle fermée. Nous choisissons $Am(q^{-1})$ de la forme :

$$\operatorname{Am}(q^{-1}) = (1 - \alpha q^{-1})^{N}$$

avec $\alpha = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$ et $\alpha \in]0, 1[$

 τ : constante de temps désirée.

Les équations du système bouclé deviennent :

$$\begin{cases} \operatorname{Am}(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})T(q^{-1})y_{C}(t) + S(q^{-1})W(t) \\ \operatorname{Am}(q^{-1})u(t) = A(q^{-1})T(q^{-1})y_{C}(t) - R(q^{-1})W(t) \\ \operatorname{avec} \operatorname{Am}(q^{-1}) = A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d} \cdot B(q^{-1})R(q^{-1}) \end{cases}$$

Les zéros du système pouvant se décomposer en parties stables et en parties instables, on a :

$$B(q^{-1}) = B_{I}(q^{-1}) \cdot B_{S}(q^{-1})$$

avec $B_{I}(q^{-1})$, les zéros instables $B_{S}(q^{-1})$, les zéros stables.

On peut alors réécrire l'équation du régulateur en tenant compte des zéros instables, soit :

$$S(q^{-1}) \cdot B_{S}(q^{-1})u(t) = -R(q^{-1})y(t) + T(q^{-1})y_{C}(t)$$

Les équations du système bouclé deviennent :

$$\begin{bmatrix} A(q^{-1}) \cdot S(q^{-1}) + B_{S}(q^{-1}) \cdot R(q^{-1}) \cdot q^{-d} \end{bmatrix} y(t) = B_{S}(q^{-1}) T(q^{-1})$$
$$\cdot \hat{q}^{-d} y_{C}(t) + S(q^{-1}) W(t)$$

$$\begin{bmatrix} A(q^{-1}) \cdot S(q^{-1}) + B_{S}(q^{-1}) \cdot R(q^{-1}) \cdot q^{-d} \end{bmatrix} u(t) = A (q^{-1}) T(q^{-1})$$
$$\cdot y_{c}(t) - R(q^{-1}) W(t)$$

avec Am $(q^{-1}) = A(q^{-1}) \cdot S(q^{-1}) + B_S(q^{-1}) R(q^{-1})q^{-d}$ Eq.III.B1 Bm $(q^{-1}) = B_S(q^{-1})T(q^{-1})$ Eq.III.B2



Pour obtenir un gain unitaire, on choisit :

Am (1) = Bm (1) soit Am (1) = B_S (1) · T (1) ou encore T (1) = $\frac{Am (1)}{B_S (1)}$

Pour déterminer le régulateur à placement de pôles, il suffit de résoudre les équations polynomiales III.Bl et III.B2, ce qui n'est qu'un simple problème algébrique. En effet, il suffit de trouver deux polynômes R et S qui satisfont à l'équation linéaire polynomiale III.Bl. La seule condition d'existence des polynômes R et S est que le modèle estimé ne possède pas des pôles et des zéros identiques. Pour un tel régulateur, il ne se pose plus le problème des zéros instables.

D'autre part, on peut remarquer que le polynôme Am contient les propriétés dynamiques du système bouclé telles qu'on les désire, et un choix adéquat de $T(q^{-1})$ permet de maîtriser le gain statique du système bouclé. III.C - La commande adaptative à placement des pôles.

Quelles que soient les variations des paramètres du système à régler, c'est la maîtrise de la dynamique du système en boucle fermée qui est recherchée. Pour cela, il convient d'appliquer au système un régulateur ajustable :

$$\hat{S}(t, q^{-1})u(t) = \hat{T}(t, q^{-1})y_{C}(t) - \hat{R}(t, q^{-1})y(t)$$
avec
$$\hat{S}(t, q^{-1}) = 1 + \hat{s}_{1}(t)q^{-1} + \dots + \hat{s}_{n-1}(t)q^{-ns+1}$$

$$\hat{R}(t, q^{-1}) = \hat{r}_{0}(t) + \hat{r}_{1}(t)q^{-1} \dots + \hat{r}_{n-1}(t)q^{-nr+1}$$

Les polynômes à coefficients ajustables $\hat{R}(t, q^{-1})$ et $\hat{S}(t, q^{-1})$ sont choisis de telle façon que la relation suivante soit satisfaite à tout instant t :

$$\hat{A}(t, q^{-1})\hat{S}(t, q^{-1}) + \hat{B}(t, q^{-1})\hat{R}(t, q^{-1}) = Am(q^{-1})$$

Am(q⁻¹) est un polynôme à coefficients constants, choisi de façon telle qu'il satisfasse à une condition de stabilité exponentielle pour x(t) solution de :

$$Am(q^{-1}) \cdot x(t) = 0$$

Les résultats concernant la stabilité globale et la convergence externe du système bouclé par le régulateur adaptatif à placement de pôles peuvent se résumer de la façon suivante :

Si l'algorithme d'estimation est défini ainsi qu'il suit :

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{P(t-1)\phi(t-1)}{1 + \phi^{T}(t-1)P(t-1)\phi(t-1)} | y(t) - \hat{\theta}^{T}(t-1)\phi(t-1) \rangle$$

$$P(t) = \frac{1}{\lambda(t)} | P(t-1) - \frac{P(t-1)\phi(t-1)\phi^{T}(t-1)P(t-1)}{1 + \phi^{T}(t-1)P(t-1)\phi(t-1)} |$$

avec $0 < \lambda(t) < 1$ $P_0 = P_0^T > 0$

On utilise un algorithme à trace constante. On choisit λ (t) de façon que trace P(t) = trace P(t-1) Vt donc : λ (t) = 1 - $(\frac{1}{\text{trace P}_0})$ $\cdot \frac{\phi^{\mathrm{T}}(t-1)P^2(t-1)\phi(t-1)}{1+\phi^{\mathrm{T}}(t-1)P(t-1)\phi(t-1)}$

avec e(t), l'erreur d'estimation

 $e(t) = y(t) - \hat{\theta}^{T}(t-1)\phi(t-1)$

avec $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{T} = |\mathbf{b}_1 \dots \mathbf{b}_n, \mathbf{a}_1 \dots \mathbf{a}_n|$

 $\Phi^{T}(t-1) = |u(t-1) \dots u(t-n), -y(t-1) \dots -y(t-n)|$

avec u(t) et y(t) normalisé.

L'algorithme d'estimation vérifie les propriétés suivantes :

a/V(t) =
$$\tilde{\Theta}^{T}(t)P^{-1}(t-1)\tilde{\Theta}(t) > 0$$
 si $\tilde{\Theta}(t) = \tilde{\Theta}(t) - \Theta_{0}$
b/ λ_{max} P(t) = $\frac{1}{\lambda_{min}}$ < trace P(t) - trace P_{0}
c/ $\frac{1}{1 + trace P_{0}}$ < $\lambda(t) < 1$
d/ $||\tilde{\Theta}(t)||^{2}$ < trace P_{0} $\prod_{j=1}^{t} \lambda_{j} V_{0} < \infty$

$$e/\lim_{t\to\infty} (\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-1)) = 0$$

 $f/\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$

On démontre alors que le système bouclé par le régulateur adaptatif avec l'algorithme d'identification défini précédemment et l'algorithme de commande à placement de pôles possède les propriétés qui suivent :

- le rebouclage du modèle estimé par ce régulateur est stable ;
- 2) la fonction qui fournit les paramètres du régulateur à partir des paramètres estimés est continue et toutes les variables sont uniformément bornées.

Pour vérifier ces propriétés, il n'est pas nécessaire qu'il y ait la convergence paramétrique des estimations vers les paramètres du système à régler. Il faut seulement que l'erreur relative de la prédiction $\hat{y}(t)$ converge vers la sortie du système à régler.

Cette condition est satisfaite en présence d'une erreur de modélisation se traduisant par une erreur sur les sorties relativement bornée. (Cf. Goodwin, Praly). III.D - Implémentation de cette méthode de commande.

Les développements théoriques ne permettent pas toujours de mettre en évidence certaines caractéristiques de fonctionnement des systèmes. Dans ce cas, seules, les études en simulation peuvent montrer, de manière précise, les difficultés de fonctionnement. Donc, dans ces cas, la simulation se révèle un moyen d'investigation simple et efficace.

De plus, les études en simulation ont l'avantage de permettre, séparément, la prise en considération des phénomènes superposés, dans le cas de procédés réels, et notamment de disjoindre à volonté le problème de commande du problème de l'identification.

I - Les problèmes d'identification.

Les bruits de mesure ont posé de sérieux problèmes de mise en oeuvre. Le bruit rencontré est un bruit blanc d'écart type 3° Celcius (cf. fig. 21). Nous nous sommes intéressés à reconstruire ce bruit et à montrer son influence sur la boucle de commande. Pour cela, nous avons reconstitué une expérimentation réelle :

> la fig. 20a est l'expérimentation réelle, la fig. 20b est la simulation numérique.

Les oscillations sur la grandeur réglante qu'on constate dans les essais réels n'apparaissent alors pas sur les premières simulations numériques. Pour les reproduire, il a fallu ajouter au modèle numérique à formulation



Fig. 20a - Commande adaptative avec identification et placement de pôles sur le procédé physique du four électrique.



Fig. 20b-Superposition des deux effets : bruit et retards, (c'est-à-dire les deux courbes précédentes). Cette figure reproduit d'une façon très correcte les résultats obtenus sur le phénomène physique.

physique des retards purs de l'ordre de quelques périodes d'échantillonnage ainsi que le bruit résiduel. C'est la superposition de ces deux effets dans le système qui engendre les oscillations sur la grandeur réglée (cf. fig. 20c et 20d). D'autre part, le décalage des réponses entre variable réglante et variable réglée de la fig. 20a a donné l'idée de l'oubli de retards supplémentaires dans le modèle du système.

La solution consiste à ajouter un retard supplémentaire au modèle de conception du régulateur. Ainsi, comme à haute température, ce retard devient faible, le problème subsiste. En fait, l'étude détaillée des essais montre que la variance de la commande est notablement augmentée pour plusieurs raisons :

 a) tout d'abord, parce que le modèle de conception du régulateur comprend deux retard d'échantillonnage de 30 s. chacun, alors que le modèle de simulation tient seulement compte d'un retard de 12 s.

Cette différence entre le retard réel et le retard de conception entraîne uneplus grande erreur d'identification que précédemment, ce qui augmente la variation de commande par le jeu de l'algorithme d'estimation ;

b) ensuite, parce que la trace de P_K est relativement importante par rapport à l'écart-type du bruit (σ^2).

Pour résoudre ces problèmes, nous préconisons trois solutions :

- la première vise à diminuer cette trace, par exemple, par un facteur de 100 (cf. fig. 20h) ;





Fig. 20c - Influence des retards, bruits nuls.



Fig. 20d - Influence du bruit et simulation = 0.375°C, retards nuls.

- la seconde consiste à estimer trois termes au numérateur de la transmittance du système (cf. fig. 20g)

Pour justifier ces solutions, nous allons présenter les résultats obtenus en considérant les modèles mathématiques (cf. fig. 20e, 29f et 30g). Nous utilisons la méthode de commande à placement de pôles avec identificateur à trace constante.

Les modèles sont respectivement de la forme :

M1 - (fig. 20e);
$$y_1(t) = \frac{b_1q^{-1} + b_2q^{-2}}{1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2}}$$
 u(t)

M2 - (fig. 20f);
$$y_2(t) = \frac{b_2 q^{-2} + b_3 q^{-3}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}}$$
 u(t)

M3 - (fig. 20g);
$$y_3(t) = \frac{b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + b_3q^{-3}}{1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2}}$$
 u(t)

Nous constatons que les retards sont correctement estimés à haute température avec le modèle M1 (cf. fig. 20e). Cela se traduit notamment par une commande à haute température de meilleure qualité, comparativement à la commande obtenue en employant le modèle mathématique M2 (cf. fig. 20f). A basse température, c'est ce modèle M2 qui donne meilleure satisfaction.

En utilisant un modèle mathématique regroupant les modèles M1 et M2, on obtient de meilleurs résultats et ce, quel que soit le point de fonctionnement : c'est la modèlication mathématique M3 (cf. fig. 20g).





Ci-dessus; valeurs des paramètres du modèle mathématique.
- 102 -



Fig. 20f - Commande adaptative à placement de pôles du modèle physique du four monozone avec identification d'un système de la forme '

 $y(t) = -a_1y(t-1) - a_2y(t-2) + b_2u(t-2) + b_3u(t-3)$

Ci-dessus, valeurs des paramètres du modèle mathématique.

	* = =					- 103 -	
	Ŧá	Watts		<u></u>		<u> </u>	
	:				N		
	Ŧ	1		ß	12		
	0	}	1	I.	J J		
	-	۱. ۱		Ì			
	5	1		Lerenze	• • • • • •	www.www.w.	
		(Je Jeware	man transmin	- Contraction		ΔT	
	e <u>+ 1</u> 0.0	20.0 40.0	50.0 BC.C 10C.	0 120.0 .40.0	162.2 185.D 30	C.C 220.0 240.0 260.0	
	5		. -				
	Température C normalisée						
	<u>s</u>	Temperature résistance					
	÷]	1					
		/ Tenr	érature cha	rge			
		/					
	E-L	·				$\mathbf{T}\Delta$	
	ž.,	70.0				1 77 0 740 0 750 0	
			604 6040 100.	e 10010 PECIO	100.0 100.0 20		
		# 914\	44.17)		- 		
ler	échelon	-1.79068 +	0.79157 *	0.00011 *	0.00033 ×	0.00046 *	
		-179243 *	° 0.79026 *	0.00029 *	0.00039 +	0.00 ***	
						055 *	
		-1.79171 *	0.79119 *	0.00914 *	0.00055 *	6.00377 -	
		-1.79108 *	0.79122 *	0.00000 -	0.00054 *	0.00377 *	
		-1.79170 *	0.79118 *	0.00022 *	0.00031 *	0.00377 *	
		-1.77187 *	÷. (9117 *	0.00022 *	0.00047 #	0.00978 *	
		-1.79168 *	0.79116 *	0.00028 #	0.00042 *	0.00.201 *	
		-1.77166 +	0.79116 *	0.00017 *	0.00041 #	0.00 381 #	
		-1 79144 #	0 70445 #	6 66673 *	0.00047 #	6.60 381 #	
		111/100 -	0	0.00002			
			•	• •	-	• • 70 #	
2ème	échelon ·	-1.79:30 +	0.79145 *	0.00030 ¥	0.00044 *	0.00 72 *	
		-1.79123 *	0.79151 +	0.00032 *	0.00042 *	0.00 73 *	
		-1_79125 *	0.79147 *	0.00032 *	0.00041 *	0.00 103 *	
		-1.79125 *	Q.79147 *	0.00033 #	0 ,00041 ★	0.00 372 #	
		-1.79124 *	0.79146 *	0.00034 *	0.00941 •	e.ee /12 *	
		-1.79123 *	0.79146 *	€.06025 +	6,990 4 1 +	9.90 (1997)	
làma	Schelon	-1.78906 +	0,70778 b	6.00057 -	0.00050 -	6 60 646 ×	
Jeine	echeron	-1.78827 *	0.79408 *	6 66654 *	0.00051 •		
		-1.78859 *	0.79348 *	0.00057 +	0.00050 *	0 00 077 H	
		-1.78861 +	0.79364 #	6.00054 +	0.00050 >	6.00 034 #	
		-1.78859 +	0.79365 *	0.00654 *	0,00049 *	C. 00 035 . BIT	
		-1.72859 *	0.79364 +	0.00056 +	6.00040 *	0.00 034 . 4115	
		-1.78256 *	0.79344 +	0.00056 +	0.0004* *	0.00 034 *	
		-1.78856 *	0.79364 *	0.00057 *	0,00049 #	0.00 034 *	
		-1.78854 +	0.79364 +	0.00058 *	0.00049 *	0.00 G34 ≠	
		-1.70853 +	0.79364 *	0.00058 +	0.00050 +	6.00 0Z4 ¥	

 $y(t) = -a_1y(t-1) - a_2y(t-2) + b_1u(t-1) + b_2u(t-2) + b_3u(t-3)$

3ème

Ci-dessus, valeurs des paramètres du modèle mathématique



Fig. 21 - Bruit de mesure reconstitué.



- la troisième solution implémente une méthode d'estimation multimodèles : l'un des modèles a un retard minimum, tandis que l'autre a un retard maximum.



Le modèle qui est effectivement utilisé pour la commande est celui qui fournit une erreur d'identification minimum. Dans ce contexte, on laisse active l'estimation sur tous les modèles à la fois, de telle façon que le choix du meilleur modèle puisse se faire dans les conditions les plus favorables pour chacun d'eux.

2 - Problème de commande.

Une amélioration sensible de la qualité du réglage a été constatée par l'élimination des composantes continues à l'aide de la méthode dite des moyennes glissantes. Cette solution a la même conséquence qu'une diminution de la trace de la matrice de covariance de l'estimateur (Cf. fig. 21b - la simulation ; et fig. 21c - l'expérimentation).

On définit pour cela les variations des différentes variables du système. On définit donc Δx comme différence entre la valeur de la variable X(t) et la valeur X_M(t) de sa moyenne, c'est-à-dire par :

$$\Delta x(t) = X(t) - X_{M}(t)$$

 $X_{M}(t)$ étant la moyenne dite "glissante" de la variable x(t)parce qu'elle est définie comme la sortie du filtre numérique à grande constante de temps T (devant les constantes de temps du système bouclé) et de gain unitaire satisfaisant l'équation :

$$X_{M}(t) = \alpha X_{M}(t-1) + (1-\alpha) X(t-1)$$

avec $\alpha = e^{-\frac{\Delta t}{T}}$
T = constante du filtre

La loi de commande peut s'écrire

$$S(q^{-1})\Delta u(t) = -R(q^{-1})\Delta y_{s}(t) + T(q^{-1})\Delta y_{c}(t)$$
 Eq. III.D1

Le système est :

$$A(q^{-1}) \Delta y_{s}(t) = B(q^{-1}) \Delta u(t)$$

La loi de commande devient :

$$\left[A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})\right] \Delta u(t) = B(q^{-1})T(q^{-1})\Delta y_{c}(t)$$

En appliquant les relations du filtrage des composantes continues, on a :

$$\Delta x(t) = x(t) - \frac{(1-\alpha)q^{-1}}{(1-\alpha q^{-1})} x(t)$$
$$\Delta x(t) = \frac{1-q^{-1}}{1-\alpha q^{-1}} x(t-1)$$

La loi de commande devient alors,

en considérant : $\Delta y_{c}(t) = y_{c}(t) - \frac{(1-\alpha)q^{-1}}{(1-\alpha q^{-1})}y_{s}(t)$

$$S(q^{-1})(1-q^{-1})u(t) = -R(q^{-1})(1-q^{-1})y_{s}(t)+T(q^{-1})(1-q^{-1})y_{c}(t)$$

$$-T(q^{-1})(1-\alpha)q^{-1}y_{s}(t)$$

Les équation du système bouclé sont donc :

$$\begin{cases} \left[A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})\right](1-q^{-1}) + T(q^{-1})A(q^{-1})(1-\alpha)q^{-1} \right] \\ \cdot u(t) &= A(q^{-1})T(q^{-1})(1-\alpha q^{-1})y_{c}(t) \\ \\ \left\{ \left[A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})\right](1-q^{-1}) + T(q^{-1})B(q^{-1})(1-\alpha)q^{-1} \right] \\ \cdot y_{s}(t) &= B(q^{-1})C(q^{-1})(1-\alpha q^{-1})y_{c}(t) \end{cases} \end{cases}$$

Les pôles du système en boucle fermée seront placés si l'on trouve $S(q^{-1})$ et $R(q^{-1})$, tel que :

$$\left[A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1}) \right] (1-q^{-1}) + T(q^{-1})B(q^{-1})$$

$$\cdot (1-\alpha)q^{-1} = Am(q^{-1})$$

Les valeurs statiques de $Am(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $T(q^{-1})$ étant Am(1), B(1), T(1), le gain statique sera donné par l'équation suivante :

$$T(1) \cdot B(1) \cdot (1-\alpha) = Am(1)$$

soit
$$T(1) = \frac{Am(1)}{B(1) \cdot (1-\alpha)}$$

Exemple :

Soit le système :

$$A = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2}$$

$$S = 1 + s_1a^{-1} + s_2q^{-2}$$

$$B = b_1q^{-1} + b_2q^{-2}$$

$$R = r_0 + r_1q^{-1}$$

$$Am = (1 - \tilde{a}q^{-1})^2$$

Le système à mesurer s'écrit :







Fig. 21b1 - Schéma de principe de filtre à moyennes glissantes.



III.E - Effet de la saturation sur la température de résistance.

Dans les fours électriques, la température des résistances ne doit pas dépasser la limite de fonctionnement imposée par le fabricant du four, car sinon, il y aurait risque de destruction de cet élément. Il est donc nécessaire de contrôler à tout instant la température des résistances. Cela peut se faire en mettant en parallèle un second régulateur adaptatif contrôlant la température des résistances. Pour ce régulateur, nous devons écrire un modèle mathématique de la forme :

 $A_r(q^{-1}).y_r(t) = B_r(q^{-1}).u(t)$

 Y_p (t) étant la température de résistance,

u(t), la commande calculée par le régulateur adaptatif contrôlant la température du coeur de charge.

Nous pouvons donc prédire la température de résistance à partir de la commande calculée par le réqulateur adaptatif réglant la température de la charge. Si la prédiction de cette température est supérieure à celle autorisée, alors on calcule une nouvelle commande devant satisfaire les limites de fonctionnement recommandées.

Les modèles mathématiques employés sont les suivants :

1) Modèle initial pour la température de résistance T_r :

y(t) - 1.27y(t-1) + 0.28y(t-2) = 0.004u(t-1) - 0.001u(t-2)

2) Modèle initial pour la température de charge T :

y(t) - 1.789y(t-1) + 0.789y(t-2) = 0.015u(t-1) - 0.002u(t-2)

- 111 -

41

Les étapes de l'algorithme de commande sont les suivantes :

- 1 Lecture de la température limite pour T r et lecture de la consigne pour T c
- 2 Choix d'une trace pour l'estimation T_r et d'une constante de temps pour les moyennes glissantes de T_r
- 3 Choix d'une trace pour l'estimation de T_c et d'une constante de temps pour les moyennes glissantes de T_c

Boucle de simulation

- 4 Estimation des paramètres des modèles mathématiques correspondant à T_r et à T_c
- 5 Calcul de la commande pour T
- 6 On vérifie que la commande calculée pour T_c ne conne pas une température de résistance supérieure à celle autorisée. Sinon, on procède au calcul d'une nouvelle commande de façon à satisfaire aux conditions de fonctionnement pour T_r





Fig. 22a - Régulation de la température de charge conditionnée par les limitations de la température de résistance.



III.F - Conclusion

Comme on peut le voir sur les essais réalisés, l'amélioration des performances est indiscutable, comparativement aux résultats obtenus jusqu'alors avec les régulations classiques.

Ces bons résultats ne peuvent s'expliquer que par l'emploi d'un régulateur intelligent, capable de s'auto-adapter aux évolutions des caractéristiques physiques du système à commander. La fig. 23 permet notamment d'apprécier l'efficacité de la commande adaptative relative au régulateur classique PID, les dépassements étant systématiquement beaucoup mieux maîtrisés avec une rapidité de réponse nettement améliorée.

Un inconvénient de la commande adaptative à placement de pôles est qu'elle présente une certaine fragilité numérique due à la détermination explicite des coefficients du régulateur. La méthode de placement des pôles par l'approche polynomiale est peu robuste et se trouve pratiquement limitée aux systèmes de degrés 3 ou 4. Un moyen d'éviter ces ennuis est de viser des trajectoires stables données par le placement des pôles et de minimiser l'erreur par rapport à ces trajectoires en s'inspirant des méthodes de commande à critère quadratique et, plus particulièrement, des méthodes dites de commande prédictive généralisée. Ces méthodes font l'objet du chapitre suivant.



CHAPITRE IV

LA COMMANDE ADAPTATIVE A MULTIPLES MODELES DE REFERENCE.

- IV.A Préliminaires
- IV.B La commande prédictive généralisée traditionnelle
- IV.C La commande prédictive avec double modèle de référence
- IV.E La commande adaptative prédictive à multiples modèles de référence
- IV.F La commande prédictive sous forme d'état
- IV.G Quelques simulations de commande à double modèle de référence
 - I Présentation des simulations
 - II Essais sur modèles exacts
 - III Essais avec estimateur
 - IV Essais avec multiples modèles de référence.

IV.A - Préliminaires

La méthode de commande que nous allons analyser dans les pages suivantes ne repose pas sur le calcul explicite des coefficients d'un régulateur, contrairement à ce que nous avons fait jusqu'à présent, mais sur la minimisation d'un critère quadratique portant sur les écarts entre les prévisions des variables à régler et les prévisions des consignes futures. D'ailleurs, une telle méthode de commande s'apparente, à bien des égards, à la commande humaine qui a pour principe de trouver, à l'instant présent, la commande qui satisfasse le mieux des objectifs futurs. L'intérêt de cette formulation est de pouvoir définir pratiquement la qualité d'une régulation par quelques paramètres tels que les horizons de prédictions sur les variables à régler et les coefficients de pondération sur les commandes.

Aussi, avons-nous trouvé intéressant d'utiliser le principe de cette méthode pour satisfaire des objectifs de commande différents, notamment minimiser les erreurs de comportement des grandeurs entrées-sorties par rapport à des modèles de références stables. Les trajectoires visées pouvant être décrites de façon simple par l'utilisateur de la régulation, par exemple sous la forme de constantes de temps.

Nous avons, par la suite, étendu cette méthode de commande au cas des systèmes variables dans le temps. Nous utiliserons, pour de tels systèmes, l'algorithme d'estimation décrit au chapitre II incluant les notions d'information a priori, l'effet de ressort ainsi que le filtrage des données.

IV.B - La commande prédictive généralisée traditionnelle

a) Le prédicteur à j - pas.

On considère un prédicteur à j-pas qu'on met sous la forme dynamique linéraire suivante :

$$\hat{y}(t+j) = F_{j}(q^{-1})y(t) + G_{j}(q^{-1})\Delta u(t-K+j) |Eq. III.B1|$$
où $G_{j}(q^{-1})$ et $F_{j}(q^{-1})$ sont des polynômes en q^{-1}
.
 $F_{j}(q^{-1}) = f_{j,0} + f_{j,1}q^{-1} + \dots f_{j,1}q^{-1}$
 $G_{j}(q^{-1}) = g_{j,0} + g_{j,1}q^{-1} + \dots g_{j,1}q^{-1}$
 $\hat{y}(t+j)$ est la sortie prédite.

La détermination des coefficients des polynômes $F_j(q^{-1})$ et $G_j(q^{-1})$ peut se faire très simplement en résolvant une équation de diophante récursive qu'on obtient aisément en utilisant la modélisation mathématique du système suivant :

$$A(q^{-1}) \Delta y(t) = B(q^{-1}) \Delta u(t-K)q^{-K} |Eq. III.B2$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots a_{NA}q^{-NA}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots b_{NB}q^{-NB}$$

K : le retard pur du système Δ : l'opérateur différence l - q⁻¹ En écrivant sous une forme équivalente l'équation de prédiction III.Bl et en utilisant l'équation III.B2, on obtient :

$$q^{j}y(t) = F_{j}(q^{-1})y(t) + G_{j}(q^{-1})\Delta u(t-K) q^{j}$$
$$\iff \left[1 - F_{j}(q^{-1})q^{-j}\right]y(t) = G_{j}(q^{-1})\left[\frac{A(q^{-1})}{B(q^{-1})}\right]\Delta y(t)$$

Ces équations se transforment en :

 $[1 - F_j(q^{-1})q^{-j}] y(t) = E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta(q^{-1}) y(t)$

en posant $E_{j}(q^{-1}) = \frac{G_{j}(q^{-1})}{B(q^{-1})}$

soit 1 =
$$E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1})$$

| Eq. III.B3 |

Il s'agit d'une équation polynomiale. Les inconnues sont $E_{i}(q^{-1})$ et $F_{i}(q^{-1})$

Pour résoudre cette équation sous forme récurrente, on écrit :

 $\Delta(q^{-1}) \cdot A(q^{-1}) = \overline{A}(q^{-1}) = 1 + \overline{a}_1 q^{-1} + \overline{a}_2 q^{-2} + \dots + \overline{a}_n q^{-n}$ avec $\overline{a}_i = a_{i+1} - a_i$ et $\overline{a}_1 = a_1 - 1$ La résolution de l'équation III.B3 donne, pour i $\in [1, \deg \overline{A}]$ avec $F_j(q^{-1}) = f_{j,0} + f_{j,1} q^{-1} + \dots + f_{j,1} q^{-1}$ $E_j(q^{-1}) = e_{j,0} + e_{j,1} q^{-1} + \dots + e_{j,1} q^{-1}$ $f_{j+1,1} = f_{j,1+1} - f_{j,1} \cdot \overline{a}_j$ $f_{1, 1} = -a_1$ $e_{j,1} = f_{j,0}$ $e_{j,1} = 1$ $\deg F_j(q^{-1}) = \deg \overline{A} (q^{-1})$

b) Détermination d'une commande.

A partir du modèle prédictif décrit précédemment, nous pouvons élaborer une commande qui aura comme mérite de minimiser le critère quadratique suivant :

 $J = \hat{E}^{T} \cdot \hat{E} + \Delta \mathbf{U}^{T} \cdot \lambda \cdot \Delta \mathbf{U} \quad |Eq. III.B4|$ avec $\hat{E} = \begin{bmatrix} y_{c}(t+K+1) - \hat{y}(t+K+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ y_{c}(t+K+j) - \hat{y}(t+K+j) \end{bmatrix} \Delta \mathbf{U} \quad = \begin{bmatrix} \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+j) \end{bmatrix}$

L'équation III.B4 différenciée par rapport à 3Au donne :

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \Delta \mathbf{U}} = 2 \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}^{\mathrm{T}}}{\partial \Delta \mathbf{U}} \cdot \hat{\mathbf{E}} + 2\lambda \Delta \mathbf{U}$$

Le minimum de cette équation est donc :

$$\mathbf{0} = \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}^{\mathrm{T}}}{\partial \Delta \mathbf{U}} \cdot \hat{\mathbf{E}} + \lambda \Delta \mathbf{U}$$



Figure 25 - Représentation des modèles de référence simultanément sur l'entrée u et la sortie y par la commande adaptative avec identification et placement des pôles



D'autre part, l'équation de prédiction, telle que nous l'avons envisagée dans le paragraphe (a), peut se mettre sous la forme vectorielle simplifiée suivante :

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{G} \Delta \mathbf{U} + \mathbf{P}$$

G représentant l'ensemble des termes intervenant dans les commandes futures

P représentant l'ensemble des termes passés de commandes et de la sortie à régler

avec
$$\hat{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{t}+\mathbf{K}+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{t}+\mathbf{K}+\mathbf{y}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{c} = \mathbf{Y}_{c}(\mathbf{t}+\mathbf{K}+1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{c}(\mathbf{t}+\mathbf{K}+\mathbf{j}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{1} \\ \mathbf{g}_{2} & \mathbf{g}_{1} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{j} & \cdots & \mathbf{g}_{1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{1}, 1 \cdots g_{K,1} \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{1}, j \cdots g_{K,j} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{s} & (\mathbf{t}-1) \\ \mathbf{y}_{s} & (\mathbf{t}-2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{s} & (\mathbf{t}-2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{s} & (\mathbf{t}-\mathbf{N}\overline{A}) \\ \mathbf{A}u & (\mathbf{t}-\mathbf{K}) \end{bmatrix}$$

A partir de cette équation de prédiction vectorielle, nous avons

$$\frac{\partial \mathbf{E}^{\mathrm{T}}}{\partial \Delta \mathbf{U}} = \mathbf{G}^{\mathrm{T}}$$

L'équation de commande s'écrit donc :

$$\Delta \mathbf{W} = (\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\mathbf{Y}_{\mathrm{C}}^{-\mathrm{P}}) | \mathrm{Eq.III.B4} |$$

Un des aspects intéressants de la commande prédictive généralisée, telle que l'a présentée CLARKE, est de supposer que les variations des commandes sont nulles à partir du rang Nu inférieur à l'horizon de prédiction Ny sur les sorties.

En supposant donc que $\Delta u(t+Nu) = \dots \Delta u(t+Ny) = 0$ on peut réécrire l'équation III.B4 sous la forme suivante :

$$\Delta \mathbf{U} = \left[\mathbf{G}_{R}^{\mathrm{T}} \mathbf{G}_{R} + \lambda \mathbf{I} \right]^{-1} \mathbf{G}_{R}^{\mathrm{T}} \left[\mathbf{Y}_{C} - \mathbf{P} \right] | \mathbf{Eq. III.B5}$$

avec G_p une matrice carrée de dimension (Nu•Ny)

Lorsqu'on prend Nu = 1 (la majorité des cas), on a $[G_R^T \cdot G_R + \lambda I]$ scalaire, ce qui permet une économie remarquable de la guantité de calcul.

D'autre part, le facteur de pondération λ dans l'équation de commande permet d'obtenir une commande stable, même si le système à régler a son inverse instable. En d'autres termes, on peut espérer trouver un terme de pondération qui permettra à la matrice

$$\left[\mathbf{G}_{\mathbf{R}}^{\mathrm{T}} \mathbf{G}_{\mathbf{R}} + \lambda \mathbf{I}\right]^{-1}$$

d'être inversible dans le cas où la matrice $[G_R^T \cdot G_R]$ ne l'est pas.

L'intérêt de l'équation III.B5 est de minimiser directement les variations de la commande afin d'obtenir une solution sans erreur statique.

IV.C - La commande prédictive avec double modèle de référence.

L'idée que nous allons introduire est de permettre l'extension des méthodes de commande adaptative du type prédictive généralisée au problème de poursuite de modèle et au problème de régulation :

- le problème de poursuite est défini quand y_c(t) varie et quand il ne se présente pas de perturbation sur la sortie.
- le problème de régulation est défini quand la consigne ne varie pas et qu'il se présente une perturbation sur la sortie.

Un moyen de résoudre un tel problème consiste à prendre comme référence de comportement un double modèle de référence sur la variable à régler et la variable de commande. Pour que cette double référence de comportement soit réalisable sans erreur, il est nécessaire que chaque modèle de référence comprenne une partie variable dépendant des caractéristiques du système identifié. (Irving 84)

Les modèles de référence sont donc définis comme suit :

$$Am (q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) C (q^{-1}) y_{c}(t) q^{-K}$$
$$Am (q^{-1}) u(t) = A(q^{-1}) C (q^{-1}) y_{c}(t)$$

Or, nous définissons une erreur de comportement de ces modèles, soit :

$$e_{sy}(t) = Am(q^{-1})y(t) - B(q^{-1}) C(q^{-1}) y_{c}(t) q^{-K}$$
$$e_{su}(t) = Am(q^{-1})u(t) - A(q^{-1}) C(q^{-1}) y_{c}(t)$$

Ces modèles de référence sont stables parce que Am(q⁻¹) est un polynôme stable donné par l'utilisateur et, d'autre part, parce que les termes $B(q^{-1})C(q^{-1})y_{c}(t)q^{-K}$ et $A(q^{-1})C(q^{-1})y_{c}(t)$ sont stables, quelq que soient $B(q^{-1}), C(q^{-1}), A(q^{-1})$ pour $y_{c}(t)$ constant.

La commande que nous réalisons avec l'algorithme de commande prédictive à double modèle de référence, est la superposition de deux commandes de natures différentes. Une commande réalisée à la suite d'un objectif de poursuite : cette commande ne contient pas de termes de réaction et peut être assimilée à une commande en boucle ouverte. La seconde commande est réalisée à la suite d'un objectif de régulation : cette commande est élaborée à partir d'un régulateur implicite qui place les pôles du système en boucle fermée.

a) L'objectif de poursuite

Pour cela, considérons les erreurs de comportement nulles. Les modèles de référence visés sont donc exactement

$$Am(q^{-1})y_{M}(t) = B(q^{-1})C(q^{-1})y_{C}(t)q^{-K}$$
$$Am(q^{-1})u_{M}(t) = A(q^{-1})C(q^{-1})y_{C}(t)$$

Le système que nous poursuivons est de la forme :

$$y(t) = q^{-K} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u_{M}(t)$$

or, $u_{M}(t) = \frac{A(q^{-1}) C(q^{-1})}{Am(q^{-1})} y_{C}(t)$

- 125 -

On obtient
$$y(t) = q^{-K} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \times \frac{A(q^{-1}) C(q^{-1})}{Am(q^{-1})} y_{c}(t)$$

d'où
$$\dot{y}_{M}(t) = y(t)$$

Donc, les modèles de référence de sortie et de commande sont bien compatibles et, d'autre part, l'objectif de poursuite de modèles est bien réalisé.

b) L'objectif de régulation

Le régulateur implicite qui place les pôles est de la forme :

$$S(q^{-1})u(t) = -R(q^{-1})y(t) + C(q^{-1})y_{c}(t)$$

Le système en boucle fermée est donc :

$$[A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})]y(t) = B(q^{-1})C(q^{-1})y_{c}(t)q$$

$$[A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})]u(t) = A(q^{-1})C(q^{-1})y_{c}(t)$$

Les modèles de référence étant réalisés, on a :

$$Am(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})C(q^{-1})y_{c}(t)q^{-K}$$
$$Am(q^{-1})u(t) = A(q^{-1})C(q^{-1})y_{c}(t)$$

L'objectif de régulation est bien atteint.

Nous pouvons calculer une commande qui satisfasse la minimisation d'un critère quadratique portant à la fois sur les prévisions des écarts entre les modèles de référence des sorties à régler et de ces sorties prédites, et aussi sur les écarts des modèles de référence de commande et les commandes à appliquer.

Les modèles de référence étant ceux définis par les trajectoires du placement de pôles, soit :

$$Am(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})C(q^{-1})y_{c}(t)q^{-K}$$
$$Am(q^{-1})u(t) = A(q^{-1})C(q^{-1})y_{c}(t)$$

Le critère quadratique s'écrit donc :

$$J = \hat{E}^{T} \cdot \hat{E}_{sy} \cdot \hat{E}_{sy} + \lambda E^{T} \cdot E_{su}$$
 |Eq. III.C1|

La commande recherchée sera telle que $\frac{\partial J}{\partial E} = 0$ $\frac{\partial E}{\partial E}$ su

avec
$$\frac{\partial J}{\partial E_{su}} = 2 \frac{\partial \hat{E}^{T}}{\partial E_{su}} \cdot E_{sy} + 2\lambda \frac{\partial E^{T}}{\partial E_{su}} \cdot E_{su}$$

$$0 = \frac{\partial \hat{E}^{T}}{\partial E_{su}} \cdot E_{sy} + \lambda \frac{\partial E^{T}}{\partial E_{su}} \cdot E_{su}$$
avec $E_{su} = \begin{bmatrix} Am(q^{-1})u(t) - A(q^{-1}) \cdot C(q^{-1}) \cdot y_{c}(t) \\ \vdots \\ Am(q^{-1})u(t+Ny) - A(q^{-1}) \cdot C(q^{-1}) \cdot y_{c}(t+Ny) \end{bmatrix}$

$$\hat{E}_{sy} = \begin{bmatrix} Am(q^{-1})y(t+K+1) - B(q^{-1}) \cdot C(q^{-1}) \cdot y_{c}(t+K+1) \\ \vdots \\ Am(q^{-1})y(t+K+Ny) - B(q^{-1}) \cdot C(q^{-1}) \cdot y_{c}(t+K+Ny) \end{bmatrix}$$

Or, comme précédemment (cf. § VI.b), un modèle prédictif des sorties peut être considéré :

> soit $\hat{\mathbf{Y}} = G\mathbf{U} + P$ $\hat{\mathbf{Y}}$ étant le vecteur des prédictions des sorties $\hat{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{t}+\mathbf{K}+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}(\mathbf{t}+\mathbf{K}+\mathbf{Ny}) \end{bmatrix}$ $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(\mathbf{t}) \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{u}(\mathbf{t}+\mathbf{Ny}) \end{bmatrix}$

- G représentant l'ensemble des termes intervenant dans les commandes futures
- P représentant l'ensemble des termes passés de commande et de sorties.



Essayons de réécrire l'expression du critère III.Cl en fonction des sorties et des commandes :

 $\hat{E}_{sy} = Am(q^{-1})GU + Am(q^{-1})P - B(q^{-1})C(q^{-1})Y_{c}q^{-K}$ $\hat{E}_{sy} = GE_{su} + GA(q^{-1})C(q^{-1})Y_{c} + Am(q^{-1})P - B(q^{-1})C(q^{-1})Y_{c}q^{-K}$

On obtient :

$$\frac{\partial \mathbf{E}_{sy}}{\partial \mathbf{E}_{su}} = \mathbf{G}^{\mathrm{T}}$$

L'expression du critère minimisé s'écrit donc : $0 = G^{T} \quad G \quad \hat{E}_{sy} + GA(q^{-1})C(q^{-1})Y_{c} + Am(q^{-1})P - B(q^{-1})C(q^{-1})$ $\cdot Y_{c} \quad q^{-K} + \lambda E_{su}$ $E_{su} = \left[G^{T}G + \lambda I\right]^{-1}G^{T} \left[C(q^{-1})B(q^{-1}) \quad q^{-K} \quad Y_{c} - C(q^{-1})A(q^{-1})GY_{c} - Am(q^{-1})P\right]$

Or, si l'on admet qu'à partir de l'horizon Nu on a les erreurs de prévisions sur les trajectoires de commande toutes nulles,

soit e_{su} (t+Nu) = e_{su} (t+Ny) = 0

l'expression du critère peut donc s'écrire sous forme réduite de la façon suivante :

$$E_{sur} = \left[G_{R}^{T} G_{R} + \lambda I \right] G_{R}^{T} \cdot \left[C(q^{-1})B(q^{-1})q^{-K} Y_{C} - A(q^{-1})C(q^{-1})GY_{C} - Am(q^{-1})P \right]$$

Cas particulier

Supposons que l'on commande un modèle de simulation identique au modèle mathématique représentant le système. Dans ce cas, nous vérifions ce que devient la loi de commande :

$$E_{sur} = \left[G_{R}^{T} G_{R} + \lambda I \right]^{-1} G_{R}^{T} \left[B(q^{-1})C(q^{-1})q^{-K} Y_{C} - G A(q^{-1})C(q^{-1})Y_{C} - Am(q^{-1})P \right]$$

Cette relation s'écrit, dans le cas considéré :

$$\mathbf{E}_{sur} = \left[\mathbf{G}_{R}^{T} \cdot \mathbf{G}_{R} + \lambda \mathbf{I} \right]^{-1} \cdot \mathbf{G}_{R}^{T} \left[\operatorname{Am}(\mathbf{q}^{-1}) \ \hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{G} \ \operatorname{Am}(\mathbf{q}^{-1}) \ \mathbf{U} - \operatorname{Am}(\mathbf{q}^{-1}) \ \mathbf{P} \right]$$

$$\langle \Longrightarrow E_{sur} = \left[G_{R}^{T} \cdot G_{R} + \lambda I_{n}^{-1} \right] \cdot G_{R}^{T} \left[Am(q^{-1}) G \mathbf{U} + Am(q^{-1}) P + Am(q^{-1}) \right]$$

$$\cdot G \mathbf{U} - Am(q^{-1}) P \right]$$

Lorsque le modèle de simulation correspond au modèle mathématique employé, on a, quels que soient les horizons de prédiction sur les sorties ou sur les commandes, et quel que soit le coefficient de pondération :

$$E_{sur} = \hat{E}_{sy} = 0$$

Considérons les cibles suivantes :

$$\hat{e}_{sy} = Am (q^{-1})y(t) - B(q^{-1})C(q^{-1}) y_{c}$$

$$\hat{E}_{sy} = Am(q^{-1})Y - B(q^{-1})C(q^{-1}) y_{c}$$
et $Q_{y}(q^{-1})E_{syf} = P_{y}(q^{-1})E_{sy}$

$$e_{su} = Am(q^{-1})u(t) - A(q^{-1})C(q^{-1}) y_{c}$$

$$E_{su} = Am(q^{-1}) \mathbf{U} - A(q^{-1})C(q^{-1}) y_{c}$$
et $Q_{u}(q^{-1})E_{suf} = P_{u}(q^{-1})E_{su}$

d'autre part, le système s'écrit :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$$

$$A'(q^{-1}) = A(q^{-1})P_u(q^{-1})Q_y(q^{-1})$$

$$B'(q^{-1}) = B(q^{-1})P_y(q^{-1})Q_u(q^{-1})$$

On trouve que

$$A'(q^{-1})\hat{e}_{syf}(t) = B'(q^{-1})e_{suf}(t)$$

Le critère considéré est :

$$J = \hat{E}^{T} \cdot \hat{E}_{syf} + \lambda E^{T} \cdot E_{suf}$$

avec

Or, on peut écrire :

$$E_{syf} = GE_{suf} + P$$

$$\frac{\partial J}{\partial E_{suf}} = 2 \frac{\partial \hat{E}_{syf}}{\partial E_{suf}} \cdot E_{syf} + 2 \frac{\partial E_{suf}}{\partial E_{suf}} \cdot E_{suf}$$

$$E_{suf} = -\left[G^{T}G + \lambda I\right] \quad G^{T} \cdot P$$

$$si e_{su}(t+Nu) = \dots e_{su}(t+Ny) = 0$$

$$E_{sur} = -\left[G^{T}_{R} \cdot G_{R} + \lambda I\right] \cdot G^{T}_{R} \cdot P$$

IV.E - La commande adaptative prédictive à multiples modèles de référence.

Nous considérons des systèmes dont le comportement entrées-sorties est inconnu ou variable dans le temps et nous souhaitons commander de tels systèmes avec la méthode de commande prédictive à multiples modèles de référence décrite précédemment.

Le modèle mathématique décrivant le système sera de la forme :

$$\hat{A}(t, q^{-1})y(t) = \hat{B}(t, q^{-1})u(t)$$

avec

$$\hat{A}(t, q^{-1}) = 1 + \hat{a}_1(t)q^{-1} + \dots + \hat{a}_{NA}(t)q^{-NA}$$

 $\hat{B}(t, q^{-1}) = \hat{b}_0(t) + \hat{b}_1(t)q^{-1} + \dots + \hat{b}_{NB}(t)q^{-NB}$

Les modèles de référence utilisés seront :

$$Am(q^{-1})y(t) = \hat{B}(t, q^{-1})\hat{C}(t, q^{-1})y_{c}(t)$$
$$Am(q^{-1})u(t) = \hat{A}(t, q^{-1})\hat{C}(t, q^{-1})y_{c}(t)$$

L'équation du prédicteur vérifiera :

$$\hat{E}_{sy} = \hat{G}E_{su} + \hat{P}$$

La loi de commande s'écrira donc :

$$\mathbf{\hat{G}} = \begin{bmatrix} \hat{g}_{1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \hat{g}_{NY} \\ \hat{g}_$$

L'algorithme d'estimation employé est celui décrit au chapitre II.E.. Cet algorithme utilise les notions de ressort de rappel et d'information a priori, ainsi que les notions de filtrage de la fonction de transfert pour des pas de temps petits.



IV.F - Commande prédictive sous forme d'état.

$$A(q^{-1})z(t) = u(t)$$

 $y_{i}(t) = B_{i}(q^{-1})z(t)$ avec $1 < i < NYS$

y_i(t) sont les états accessibles

z(t) est l'état partiel

NYS : le nombre de sorties considérées.

Les modèles de référence sont :

$$Am(q^{-1})u(t) = A(q^{-1})C(q^{-1})y_{c}$$
$$Am(q^{-1})y_{i}(t) = B_{i}(q^{-1})C(q^{-1})y_{c}$$

Le critère est le suivant :

$$J = \sum_{i=1}^{NYS} \left(E_{sy_{i}}^{T} \cdot E_{sy_{i}} \right) + \lambda E_{su}^{T} \cdot E_{su}$$

avec
$$E_{sy_{i}} = G_{i}E_{sy_{i}} + P_{i}$$

$$\frac{\partial J}{\partial E_{su}} = \sum_{i=1}^{NYS} \left(2 \frac{\partial E_{sy_{i}}}{\partial E_{su}} \cdot E_{sy_{i}} \right) + 2 \lambda E_{su}$$

La loi de commande s'écrit :

$$E_{su} = -\sum_{i=1}^{NYS} \left[\sum_{i=1}^{NYS} (G_i G_i^T) + \lambda I \right] \cdot G_i^T \cdot P_i$$

 $u(t) = 1 - Am(q^{-1}) u(t) - A(q^{-1})C(q^{-1}) y_{c} - e_{su}(t)$

IV.G - <u>Quelques simulations de commandes à double modèle</u> de référence.

I - Présentation des simulations.

* Dans une première approche, le système à régler vérifie les hypothèses suivantes :

- a) monoentrée et monosortie
- b) le système simulé est linéaire à paramètres invariants et parfaitement connu (pas d'estimation)
- c) il est considéré non bruité
- d) le modèle de simulation est le même que le modèle mathématique représentant le système.

* Dans un deuxième temps, le système à régler est différent du modèle mathématique. L'estimateur est à trace constante. Des saturations sur la commande sont utilisées pour rendre les essais plus proches de la réalité physique.

* Dans un troisième temps, les essais concernent le régulateur adaptatif avec multiples modèles de référence sous forme d'état.

II - Essais_sur_modèles_exacts.

Nous comparons des résultats obtenus avec la méthode de commande prédictive généralisée classique et les résultats obtenus avec la méthode de commande prédictive avec modèles de référence pour différentes constantes de temps du modèle de référence.



Fig. 24a

La méthode de commande est la commande prédictive généralisée de CLARKE.

Le système est $A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$ avec $A(q^{-1}) = 1 + 0.8 q^{-1} + 0.15 q^{-2}$ $B(q^{-1}) = q^{-1} + 0.7 q^{-2}$ Horizon sur la commande : 12

Horizon sur la sortie : 6 Coefficient de pondération : 10⁻³ Consigne : 1 Courbe a) la commande Courbe b) la sortie
- 137 -



Fig. 24b

La méthode de commande est la commande prédictive généralisée avec multiples modèles de référence.

Le système est $A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$

avec $A(q^{-1}) = 1 + 0.8 q^{-1} + 0.15 q^{-2}$ $B(q^{-1}) = q^{-1} + 0.7 q^{-2}$

> Le modèle de référence est : $Am(q^{-1}) = (1 - 0.8 q^{-1})^{2}$



Consigne = 1

Courbe a) la commande Courbe c) la sortie

- 138 -



Fig. 24c

La méthode de commande est la commande prédictive généralisée avec multiples modèles de référence. Le système est :

 $A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$ avec $A(q^{-1}) = 1 + 0.8 q^{-1} + 0.15 q^{-2}$ $B(q^{-1}) = q^{-1} + 0.7 q^{-2}$

Le modèle de référence est, celle fois-ci:

 $Am(q^{-1}) = (1 - 0.6 q^{-1})^2$ Consigne = 1

Courbe a) la commande Courbe b) la sortie





Fig. 24d

La méthode de commande est la commande prédictive généralisée avec multiples modèles de référence. Le système est :

 $A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$ avec $A(q^{-1}) = 1 + 0.8 q^{-1} + 0.15 q^{-2}$ $B(q^{-1}) = q^{-1} + 0.7 q^{-2}$ Le modèle de référence est, cette fois-ci : $Am(q^{-1}) = (1 - 0.2 q^{-1})^2$ Courbe a) la commande Courbe b) la sortie

Remarques :

- 1/ Ces essais montrent l'importance des modèles de référence tant pour la sortie que pour la commande.
- 2/ Dans ces simulations, lorsque nous avons employé la méthode de commande prédictive avec modèle de référence, nous n'avons pas précisé les horizons de prédiction, car le modèle de simulation étant le même que le modèle mathématique du régulateur, la loi de commande est vraie, quels que soient les horizons.

- 139 -

III. - Essai sur modèle mathématique différent du modèle simulé.

Nous considérons le cas d'un système instable de la forme (cf. fig. 25) :

y(t) = 1.71 y(t-1) - 1.11 y(-2) + 0.41 u(t-1)

Le système estimé au départ est de la forme :

$$y(t) = 10 u(t-1)$$

La consigne est de 30.

Les caractéristiques de la commande sont les suivantes :

- Coefficient de pondération 0,001
- Horizon de prédiction sur les commandes l
- Horizon de prédiction sur les sorties .. 10

Nous avons mis des limitations sur la commande :

- La saturation minimale est de - 50

- la saturation maximale est de + 100

Remarque :

En résumé, il faut que la vitesse relative de convergence de l'erreur de prévision soit plus grande que la vitesse de divergence des variables d'entrée et de sortie pour que la valeur absolue de l'erreur de prévision converge.



119. 25 - Reconse du système en boucie



- 141

1

IV. - Essais du régulateur adaptatif à mono entrée et multi sorties

Le système à régler est un modèle mathématique possédant deux sorties et une entrée de la forme (cf. fig. 26) :

$$A(q^{-1}) z (t) = u(t)$$

$$y_1(t) = B_1(q^{-1})z(t)$$

$$y_2(t) = B_2(q^{-1})z(t)$$

 $y_1(t)$ est la variable à régler z(t) est l'état partiel. La stabilisation de cette variable implique la stabilisation de toutes les variables de la boucle fermée.

Le système considéré possède un zéro instable et un intégrateur, soit :

> z(t) = u(t) - 1.9 z(t-1) + 0.9 z(-2) $\begin{cases} y_1(t) = -0.082 z(t-1) + 0.0838 z(t-2) \\ y_2(t) = z(t) - 0.9 z(t-1) \end{cases}$

L'estimateur est initialisé à :

z(t) = u(t) - 1.8 z(t-1) + 0.8 z(t-2) $\begin{cases} y_1(t) = -0.16 z(t-1) + 0.168 z(t-1) \\ y_2(t) = z(t) - 0.8 z(t-2) \end{cases}$

Les caractéristiques de la commande et de l'estimation sont les suivantes :

horizon sur la commande 1
 horizon sur les sorties 30 (> au déphasage)
 coefficient de pondération 10⁻³

Nous constatons le bon comportement du régulateur adaptatif malgré la présence dans le système d'un zéro instable et de l'intégrateur.



Fig. 26 - Réponse du système bouclé avec le régulateur adaptatif mono entrée et multi sorties.



143

1

ł

La robustesse en régime transitoire des méthodes de commande adaptative avec identification n'était pas toujours satisfaisante, à cause de leur structure polynomiale. Il semble maintenant acquis qu'une méthode de commande portant sur des trajectoires visées par minimisation d'un critère quadratique offre des garanties supérieures de robustesse par rapport aux méthodes adaptatives classiques. D'autre part, on remarque qu'en se référant à des modèles de trajectoire de commande stable et à des modèles de trajectoire de sortie stable, nos critères d'exigence pour les sorties et les commandes sont plus facilement réalisables.

Il est intéressant de remarquer qu'un tel concept de commande automatique correspond à une réalité physique. La détermination d'une commande assurant "le meilleur compromis" entre certaines performances possibles, peut, selon les problèmes, être considéré comme une faculté supplémentaire de la technique de contrôle automatique. D'autre part, le concepteur de la régulation peut donc définir pratiquement la qualité de sa régulation en jouant sur quelques paramètres : le coefficient de pondération, l'horizon de prévision sur les sorties, l'horizon de prévision sur les commandes.

Comme nous le voyons, cette méthode de commande est capable de satisfaire des critères de qualité qu'on ne peut pas envisager avec les méthodes de réglage adaptatives classiques. Aussi, nous avons testé cette méthode de commande sur un grand nombre d'applications et nous avons pu en vérifier sa souplesse d'utilisation.

TROISIEME PARTIE

LES SIMULATIONS

Présentation des simulations.

Nous présentons des résultats de simulation sur modèles physiques concernant la méthode de commande adaptative à multiples modèles de référence.

Comme nous le verrons, cette étude a un rôle très important à jouer dans la synthèse d'une structure de commande basée sur les performances d'un critère quadratique dans le cas de procédés physiques.

Le critère à minimiser n'est alors qu'un simple intermédiaire de calcul mathématique dont les paramètres ne peuvent être ajustés convenablement qu'au moyen d'une étude de performances en simulation.

Ces simulations concernent trois systèmes :

- un four électrique
- une antenne radar
- un engin volant.

Dans les pages suivantes, nous comparons des essais effectués sur le modèle physique du four avec bruit ($\sigma^2 = 0.4$).

Des retards supplémentaires sont ajoutés dans le modèle physique (40 s). Le régulateur avec double modèle de référence est utilisé. L'estimateur comporte des termes de stabilisation sur les paramètres et sur la maîtrise de covariance.

La température initiale est de 26°C.

Les consignes sont 700°C et 1200°C dans les cas considérés.

Le modèle de référence est le suivant :

 $(1 - 0.75 q^{-1})^2$

Fig. Al

.

Modèle mathématique

$$A(q^{-1}) \Delta y(t) = B(q^{-1}) \Delta u(t)$$

Horizon sur la comman	de :	1
Horizon sur la sortie	:	10
Coefficient de pondér	ation :	10 ⁻³
Trace de l'estimateur	: :	100

Fig. A2

Modéle mathématique

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$$

Horizon sur la commande	:	1
Horizon sur la sortie	:	10
Coefficient de pondération	:	10 ⁻³
Trace de l'estimateur	:	100

Remarque : Nous observons que pour les mêmes paramètres du régulateur, les essais sur le modèle mathématique sans intégrateur donnent des commandes moins agitées.

.

0







Fig. A3

Modèle mathématique

 $A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$

Horizon sur la commande	:	1
Horizon sur la sortie	:	12
Coefficient de pondération	:	10^{-3}
Trace de l'estimation	:	100

Fig. A4

Modèle mathématique

 $A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$

Horizon sur la commande	:	4
Horizon sur la sortie	:	12
Coefficient de pondération	:	. 10 ⁻³
Trace de l'estimateur	:	100

Remarque : Nous observons, par rapport aux essais précédents, que pour un même coefficient de pondération et pour un même modèle mathématique, les commandes et les sorties sont moins agitées en prenant un horizon sur la commande légèrement plus grand (4).



Fig. A3 - Réponse du système en boucle fermée.



Fig. A4 - Réponse du système en boucle fermée

Fig. A5

Modèle mathématique

$$A(q^{-1}) \Delta y(t) = B(q^{-1}) \Delta u(t)$$

Horizon sur la commande	:	4
Horizon sur la sortie	:	12
Coefficient de pondération	:	10 ⁻³
Trace de l'estimateur	:	100

Fig. A6

Modèle mathématique

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$$

Horizon sur la commande	:	4
Horizon sur la sortie	:	12
Coefficient de pondération	:	10^{-3}
Trace de l'estimateur	:	100

Remarque : Nous observons, par rapport aux essais précédents, que pour un même coefficient de pondération et pour un modèle mathématique sans intégrateur, les commandes et les sorties sont moins agitées en prenant un horizon de commande légèrement plus important (4) et un horizon de sortie légèrement plus grand (12) que dans les fig. Al et A2.





B. COMMANDE ADAPTATIVE D'UNE ANTENNE RADAR.

a. Présentation du problème.

Nous nous proposons d'asservir en position une antenne radar. Les mesures de positions de cette antenne sont fournies sous forme d'angle de site et de gisement correspondant à un mouvement de l'antenne suivant deux axes de rotation : un axe de site et un axe de gisement autour desquels s'effectuent des rotations, respectivement dans un plan vertical et dans un plan horizontal.

Le problème est traité sous forme monovariable, c'est-à-dire qu'on suppose le découplage parfait des deux mouvements. D'autre part, l'antenne considérée peut être assimilée à un système variable dans le temps, du fait des couples moteurs fonction de jeux variables intervenant dans les moteurs et du fait de l'inertie variable fonction de la position en site. Les paramètres du système variant lentement dans le temps, nous nous sommes demandé si l'utilisation d'une commande adaptative à multiples modèles de référence ne pourrait pas améliorer la qualité du réglage en position de l'antenne.

b. Synthèse de la loi de commande.

Le système à commander est modélisé par le modèle déterministe suivant :

 $A(q^{-1})y(t) = q^{-K} B(q^{-1})u(t)$



Schéma de l'asservissement d'antenne





BL

Leurs degrés ont été déterminés par l'analyse des réponses du système en boucle ouverte.

La fig. Bl représente la réponse du système en boucle ouverte à un échelon de commande.

La fig. B2 représente la réponse indicielle du système soumis à une perturbation.

L'analyse de ces réponses indique que le système répond comme un intégrateur moyennant une déformation élastique. Dans le cas de la perturbation, nous assistons à l'augmentation de l'amplitude de l'oscillation. La perturbation est un vent de 20 rad/s.

La méthode de commande utilisée pour asservir en position l'antenne est la commande prédictive à multiples modèles de référence. Le modèle de référence est choisi de façon que le système réponde en une seconde à un échelon de consigne. La période d'échantillonnage du système est de 100 ms^{-1} .

Le régulateur adaptatif utilise un estimateur avec ressort de rappel. Le modèle préprogrammé est celui utilisé pour initialiser le modèle mathématique du système de commande, la constante de temps du ressort de rappel étant mise à 0.05.





- 157 -

Comme nous l'avons signalé auparavant, le système possède un intégrateur et une déformation élastique modélisable par un système d'ordre 3.

Le modèle mathématique le plus représentatif du système est donc d'ordre 4.

Nous initialiserons l'algorithme de commande adaptative à multiples modèles de référence avec la représentation mathématique suivante :

$$y(t) = -0.58669 y(t-1) + 0.092898 y(t-2) - 0.0032795 y(t-3) - 0.482271 y(t-4) - 0.46253 u(t-1) + 0.190365 u(t-2) + 0.143759 u(t-3) - 0.05999 u(t-4)$$

Au modèle physique de simulation, nous avons ajouté en sortie un léger bruit d'écart type 0.06 et de moyenne nulle.



d. Simulation sans perturbation

Sur la fig. B3, nous voyons le bon comportement du système bouclé à des échelons de consigne de niveaux différents, les horizons de prédiction étant l pour la commande et de 10 pour la sortie.

Le coefficient de pondération choisi étant 10^{-3}

e. Simulation avec perturbations

Nous envisageons dans ce cas qu'un coup de vent de 20 rad/s perturbe le système. Cette perturbation rapide modifie l'état interne du système. Les frottements visqueux et secs de la crémaillère et du moteur font apparaître des non linéarités importantes. C'est un tel essai que nous avons reproduit après stabilisation du système en boucle fermée (fig. 84). La perturbation est appliquée à la 40ème itération.

L'oscillation due au coup de vent ne peut être tuée instantanément à cause des non linéarités intervenant dans les parties mécaniques du système.

Fig. B6 - L'effet des perturbations des pics de courant dans le moteur.

Fig. B7 - Nous observons l'effet des jeux au niveau des couples moteurs.

Fig. B8 - Nous montrons l'utilité du ressort de rappel. Il évite la dispersion des paramètres dans une telle configuration.

-160 -











• •



162

C. CAS DU MISSILE

a. Présentation du problème

Nous traitons, dans cette partie, la mise en oeuvre de la commande auto-adaptative pour le problème du pilotage en lacet d'un missile. Pour ce faire, nous disposons, pour un point de vol donné (Mach, altitude, centrage, incidence) des caractéristiques du missile. Les paramètres du modèle sont supposés connus avec certaines dispersions. Actuellement, les réglages sont faits sur le modèle nominal, en prenant des marges suffisantes pour que le modèle dispersé passe encore. Une commande adaptative présenterait le double avantage, si l'on fait l'hypothèse que les dispersions de modèles sont aléatoires d'un missile à l'autre, mais constantes pendant tout le vol du missile,

- de ne pas se pénaliser lorsque les dispersions sont faibles,
- 2) de réagir lorsque les dispersions sont plus importantes que prévues.

Par la méthode de commande autoadaptative, on veut disposer d'une loi de commande assez souple permettant notamment de choisir

- le temps de réponse du système,
- la qualité du réglage.

b. Hypothèse

Les coefficients aérodynamiques du modèle missile

dispersé sont des variables aléatoires gaussiennes de moyennes et d'écarts types connus. On suppose, dans un premier temps, que le missile n'est soumis à aucun bruit. La modélisation pourra être effectuée par un modèle déterministe. D'autre part, nous admettrons qu'au cours du vol du missile en phase croisière tous les paramètres du missile tels que la masse, la vitesse sont constantes.

c. Mise en oeuvre de la loi de commande

Nous considérons le système à régler vérifiant les hypothèses suivantes :

- mono-entrée (u), mono-sortie (y)
- système linéaire à paramètres variant avec certaines dispersions inconnues
- pas de bruits sur les mesures.

Le problème est de trouver une commande telle que le système bouclé satisfasse à certaines contraintes fixées d'avance : temps de réponse à respecter, erreur de statisme nulle.

La loi de commande utilisée est la commande adaptative à multiples modèles de référence, le système étant le suivant :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t)$$

avec y(t) l'accélération latérale exécutée

u(t) le braquage des gouvernes commandé avec A(q⁻¹) un polynôme de degré 2 B(q⁻¹) un polynôme de degré 4.

L'aspect adaptatif de la loi de commande va nous permettre de corriger l'erreur de dispersion sur les paramètres de la fonction de transport du système. Le modèle initial du missile étant la transmittance associée aux valeurs moyennes des coefficients aérodynamiques.

La fig. Cl représente le système en boucle ouverte.

La fig. C2, la réponse du système en boucle fermée avec 10 % de dispersion sur les paramètres du modèle en boucle fermée.

La fig. C3, la commande du système en boucle fermée avec 10 % de dispersion sur les paramètres du modèle.

L'exemple du modèle missile dispersé représente une approche constructive pour étudier la mise en pratique de la commande adaptative. Dans un tel système, les algorithmes sont testés dans les cas extrêmes de fonctionnement. Mais les progrès accomplis depuis deux ans dans le domaine de la commande permettent d'envisager avec sérénité la réussite de cette expérience sur le missile réel.









Y_M = sortie du modèle de référence Y_S = la sortie réglée

BU

- 167 -



- 168 -

U_M = commande du modèle de référence U = commande appliquée

commande appliquée

BU

c

L∆

A



- 169

CONCLUSION GENERALE

La simplicité du régulateur numérique adaptatif à multiples modèles de référence et celle des objectifs de régulation font que cette méthode est d'un emploi immédiat pour les procédés monovariables. Ce régulateur est déjà, à l'heure actuelle, l'objet de nombreuses applications industrielles. Citons : la régulation des processus chimiques (Cf. K. Najim), régulation du niveau d'eau des G.V. PWR ; la Société COREXI l'utilise pour la régulation de ses systèmes.

A la différence des méthodes traditionnelles qui n'assurent les performances souhaitées que pour un état initial connu et pour une perturbation ou une variation de consigne d'un type donné, la commande adaptative à multiples modèles de référence permet d'obtenir des performances optimums, quelles que soient les conditions de fonctionnement du système, et cela grâce :

- à sa capacité d'adaptation qui rend cette méthode applicable à beaucoup de procédés physiques ayant des comportements variables dans le temps. D'autre part, en intégrant la connaissance a priori de ces sytèmes dans les algorithmes d'estimation, les lois d'adaptation acquièrent alors une robustesse supérieure,
- à la qualité de la loi de commande qui confère à cette méthode les avantages des correcteurs précédemment utilisés sans en avoir les inconvénients. En effet, les pôles du système sont placés sans qu'il n'y ait à résoudre l'équation de Bezout. Les trajectoires de référence sur les sorties et les commandes sont suivies sans la limitation de l'inverse stable. De plus, un critère quadratique

Pour conclure, nous dirons que l'emploi d'une seule méthode de synthèse, capable de résoudre des problèmes si différents, comme la régulation de température d'un four électrique, l'asservissement de position d'une antenne radar ou le pilotage automatique d'un engin volant, rend les résultats obtenus encore plus probants.
ADAPTIVE GENERALIZED PREDICTIVE CONTROL

WITH MULTIPLE REPERENCE MODEL

E. Irving, C.M. Falinower, C. Fonte

Direction des Etudes et Recherches, Electricité de France

1 av. Gl de Gaulle, 92141 Clamart, France

Abstract : It is presented in this paper an adaptive control method which is inspired from three different control algorithms: pole placement, multiple reference model simultaneously on inputs and outputs and predictive control. This combination has the advantage of each one without the corresponding drawbacks: the equivalence to pole placement is obtained without the necessity of solving the Diophantine equation, the multiple reference model is not restricted to stably invertible systems, the least square predictive control is weakly sensitive to weighting factors. This methodology is easily extended to multivariable case where decoupling is solved in the general case of non stably invertible systems. Several simulations and real-time experiments are presented which illustrate the industrial broad applicability of the method.

Keywords : adaptive control, predictive control, pole placement, optimal control, non-minimum phase plant.

INTRODUCTION

Since the early fifties, Kalman (1958), there has been hope that adaptive control will give applicable methods in industry. In spite of a huge academic work, relatively few significant applications are denoted, Astrom (1981), and some few so-called "general purpose" commercial adaptive regulators have become avalaible. From the user's point of view, this is a deceiving situation which is mainly due to the following reasons. The basic cheat of adaptive control is the fact that the term "adaptive" is understood by everybody as a more robust methodology than standard control and, indeed, is often less robust. The reason of this lack of robustness stands primarily from unrealistic hypothesis at the basis of both the control design and the estimation procedure. The inverse stability asumption which is at the basis of reference model or minimum variance adaptive control leads to spectacular failure when the system becomes inverse unstable during a transient (see K. Najim (1986), the example of a chemical distillation column in the experimental results).

The remedies which has been used as the Generalized Minimum Variance control Clarke (1979) is, in fact, a non adaptive control method, in spite of the presence of an adaptive estimation. The fact that the last control method is not adaptive can be checked when a change of parameters occurs in such a way that the closed loop system becomes unstable: the Generalized Minimum Variance control method has not the possibility of re-establishing stability.

The methodology which gives stability in the general case of inverse unstable system is pole placement, Wellstead (1979), and least square minimization with infinite horizon, C. Samson (1982). The former methodology is not robust to neglected dynamics and the latter is too sensitive to the weighting factors on the control which means that it is often necessary to change these factors in real time, which is unconvenient.

To begin with the problems due to the estimation procedure, the first one is the fact that this estimation procedure may supply an estimated mathematical model which is not stabilizable (unstable pole-zero cancellation). Several solutions have been given which avoid pole-zero cancellation, De Larminat (1984), Lozano and Goodwin (1984). De Nevertheless, they seem unrealistic or too complicated in real-time. Among the different solutions which have been found to make work the original least square procedure in a realistic adaptive context, we have made a choice which is motivated by user's consideration. To prevent the adaptation procedure from becoming sluggish, it has been used a variable forgetting factor with controlled trace depending on working conditions. To avoid long term drift, instead of using deadzone or projection which are unconvenient to determine, it has been preferred leakage which allows introduction of a priori information, Irving (1985). This introduction of a priori information is precious to make adaptive schemes surely better than gain scheduling adaptation which is a basic user's specification. The conditional normalization of Praly (1984) has been introduced to prevent explosions of estimates in case of unstable closed-loop with neglected dynamics which is a very realistic reliability characteristic of the estimation algorithm.

The main contribution of this paper consists in the resolution of a multiple reference model adaptive problem using the basic features of the work of D. W. Clarke (1984). Inspired by the basic culture of LQG control, it has been understood that the generalization of model reference or minimum variance control to unstable inverse systems implies simultaneous tracking of both a reference model on the controlled output and another reference model on the control input. To obtain convergence to zero of both tracking errors, it is necessary to use as reference models the closed-loop transfer functions of input and output given by the pole placement technique. This implies that the reference models have a part (the numerators) of their coefficients depending on the estimated model of the system to be controlled. On the other hand, the remaining part (the denominators) of their coefficients are depending only on the desired dynamical characteristics. A series reference model is included to have a given desired dynamics in the regulation situation.

It is the tracking error of the series reference models which is minimized by the Generalized Predictive Control (GPC). The advantages of this new way of solving the control problem are the following. As this method is asymptotically equivalent to pole placement, the influence of the weighting factor of the tracking error of the reference model on the control input is very weak in a large domain of variation of this factor.

Moreover, the basic feature of the GPC which is a very short horizon on the control is much more efficiently satisfied because the unknown of the minimization is not anymore the variations of the control input but the variations of the tracking error on the control which can be zero with a non zero control. The last characteristic is very usefull for accentuated non-minimum phase systems and control problems with continuous variations of the command variable as for electric furnaces and aircraft control problems. The main benefit is the fact that a horizon of one sampling interval on the control tracking error can already be chosen. The computational effort in this last case is considerably reduced which allows implementation on micro-processors.

The methodology has been first extended to systems with one input and several outputs with simultaneous estimation of the whole system. The second extension concerns multivariable systems with the same number of inputs and outputs with the general resolution of the decoupling problem. The numerical and experimental results shows the interest of the methodology with its different extensions.

methodology with its different extensions. The paper is organized as follows. It is presented, first, the case of one input one output systems, after, one input multi output systems and finally multi input multi output systems. Numerical and experimental results end the paper.

MONO INPUT MONO OUTPUT SYSTEMS

The system to be controlled satisfies the usual polynomial equation

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + w(t)$$
 (1)

$$D(q^{-1})w(t) = E(q^{-1})w'(t)$$
 (2)

$$A(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n} a_i q^{-i}$$
 (3)

$$B(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{n_B} b_i q^{-i}$$
(4)

$$b_j = 0, j = 0, \dots, r-1$$
 (5)

$$D(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=0}^{n} d_i q^{-i}$$
 (6)

$$E(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=0}^{i} e_i q^{-i}$$
 (7)

u(t) is the control input, y(t) the controlled output, {w'(t)} is a white noise disturbance input sequence.

Using the pole placement technique, the system (1) is controlled by the following linear polynomial controller:

$$S(q^{-1})u(t) = -R(q^{-1})y(t)+C(q^{-1})y_{c}(t)$$
 (8)

$$S(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n} a_i q^{-i}$$
 (9)

$$R(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{n_R} r_i q^{-i}$$
(10)

$$C(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{n} c_i q^{-i}$$
(11)

.

{y_c(t)} is the command signal sequence which can be considered as completely known. The closed-loop equations are:

$$A_{cl}(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})C(q^{-1})y_{c}(t) + S(q^{-1})w(t)$$
(12)

$$A_{cl}(q^{-1})u(t) = A(q^{-1})C(q^{-1})y_{c}(t)$$

-R(q^{-1})w(t) (13)

with:

$$A_{c1}(q^{-1}) = A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})$$
 (14)

The new criterium minimized is given by the weighted sum of squares of filtered equation errors of (12) and (13) defined by:

$$t+N_{y}-1$$

$$J(t,N_{y},N_{u}) = E\{\sum_{i=t}^{z} \epsilon_{syf}^{2}(i+r)$$

$$t+N_{u}-1$$

$$+ \lambda \sum_{i=t}^{z} \epsilon_{suf}^{2}(i) \} \qquad (15)$$

with:

$$Q_{y}(q^{-1})\epsilon_{syf}(i+r) = P_{y}(q^{-1})\epsilon_{sy}(i+r)$$
(16)

$$Q_{u}(q^{-1})\epsilon_{suf}(i) = P_{u}(q^{-1})\epsilon_{su}(i)$$
(17)

$$_{BY}(i+r) = A_{m}(q^{-1})y(i+r)$$

-B(q⁻¹)C(q⁻¹)y_c(i+r) (18)

$$\epsilon_{gu}(i) = A_m(q^{-1})u(i)$$

-A(q^{-1})C(q^{-1})Y_C(i) (19)

 $\epsilon_{\rm Sy}(t)$ and $\epsilon_{\rm SU}(t)$ are the errors of the equations (12) and (13), $\epsilon_{\rm Syf}(t)$ and $\epsilon_{\rm Suf}(t)$ are the corresponding filtered errors. Ny is the horizon on the output behaviour error, Nu is the horizon on the input behaviour error. $A_{\rm m}(q^{-1})$ is the polynomial representing the desired dynamics of the closed-loop system. $P_{\rm y}(q^{-1}), Q_{\rm y}(q^{-1}), P_{\rm u}(q^{-1})$ and $Q_{\rm u}(q^{-1})$ are stable polynomials chosen to satisfy robustness specifications due to neglected dynamics, compare Gawthrop (1979). $P_{\rm u}(q^{-1})$ can have one root on the unity circle to eliminate offset. It can be easily checked that the criterium (15) is adequate for both tracking and regu-

lation problems. The main feature of generalized predictive control which is a very short horizon $N_{\rm U}$ (very

often N_u=1) is much more efficiently satisfied if instead of $\Delta u(i)$, i=t,...,t+N_u-1, the unknowns of the minimization problem are $\epsilon_{suf}(i)$, i=t,...,t+N_u-1. After solving the minimization problem,

After solving the minimization problem, u(t) is determined using successively equation (17) which gives $\epsilon_{su}(t)$ and (19) giving u(t). Another very usefull improvement brought by the criterium (15) is the very weak sensitivity of the closed-loop dynamics relatively to λ . The reason of this small sensitivity lies in the fact that, if parameter convergence is satisfied and the disturbance w(t) is zero, the minimum of this criterium is zero independantly of λ . Of course, in the presence of disturbance and no parameter convergence, the latter property is not any more satisfied but the sensitivity still remains weak. From the choice of the variables to be minimized in the criterium (15), it seems

From the choice of the variables to be minimized in the criterium (15), it seems adequate to define a mathematical model giving $\epsilon_{syf}(t)$ from $\epsilon_{suf}(t)$. Following M'Saad (1986), this model may be called a "performance model", it is given by the following equations:

$$A'(q^{-1})\epsilon_{syf}(t)=B'(q^{-1})\epsilon_{suf}(t)$$
$$+E'(q^{-1})w'(t) \qquad (20)$$
with:

$$\mathbf{A}^{\prime}(\mathbf{q}^{-1}) = \mathbf{A}(\mathbf{q}^{-1})\mathbf{P}_{\mathbf{u}}(\mathbf{q}^{-1})\mathbf{Q}_{\mathbf{y}}(\mathbf{q}^{-1})\mathbf{D}(\mathbf{q}^{-1}) (21)$$

$$B'(q^{-1}) = B(q^{-1})P_y(q^{-1})Q_u(q^{-1})D(q^{-1})$$
 (22)

$$E'(q^{-1}) = A_m(q^{-1})P_{\gamma}(q^{-1})P_{\mu}(q^{-1})E(q^{-1})$$
 (23)

Following Clarke (1984), the criterium (15) is minimized relatively to $\epsilon_{suf}(i)$ i=t,...,t+Nu-1 by using a predictor form of model (20) which gives $\epsilon_{syf}(i+r)$ from $\epsilon_{syf}(t)$, $\epsilon_{syf}(t-1)$,...; $\epsilon_{suf}(1)$, $\epsilon_{suf}(i-1)$,..., for i=t,...,t+Ny-1.

This predictor is deduced from the following equivalent form of the model (20):

 $\epsilon_{k}(t+k) =$

syr
$$F_{k}(q^{-1}) \epsilon_{syff}(t) + G_{k}(q^{-1}) \epsilon_{suf}(t+k-r)$$

 $+H_{k}(q^{-1})\epsilon_{suff}(t-1)+J_{k}(q^{-1})w'(t+k)$ (24) with:

$$E'(q^{-1})\epsilon_{syff}(t) = \epsilon_{syf}(t) \qquad (25)$$

$$E'(q^{-1})\epsilon_{suff}(t) = \epsilon_{suf}(t)$$
 (26)

degree
$$\{G_{k}(q^{-1})\} = k-r$$
 (27)

degree
$$\{J_k(q^{-1})\} = k-1$$
 (28)

degree
$$\{P_{\mu}(q^{-1})\}$$
 = degree $\{A'(q^{-1})\}$ - 1 (29)

The latter structure of relation with the degree condition (28) is determined in such a way that only w'(t+1), w'(t+2),..., w'(t+k) are considered which is an optimality condition of the predictor of $\epsilon_{\rm syf}(t+k)$ we will define. The structure is also chosen with the degree condition (27) to have the unknowns $\epsilon_{\rm suf}(t)$, $\epsilon_{\rm suf}(t+1)$,..., $\epsilon_{\rm suf}(t+k-r)$ of the minimization of the criterium (15) in an affine linear form relatively to $\epsilon_{\rm syf}(t+k)$. The fact that (20) and (24) are equivalent forms of the same system stems from the following condition: with the same sequence of inputs, the both forms (20) and (24) must give the same sequence of outputs.

Equivalence of input-output behaviour implies transmittance equivalence which gives:

$$\frac{E'(q^{-1})}{A'(q^{-1})} = \frac{E'(q^{-1})J_k(q^{-1})}{E'(q^{-1})-q^{-k}P_k(q^{-1})}$$
(31)

for the transfer w'(t) to $\epsilon_{syf}(t)$, and:

$$\frac{B''(q^{-1})}{A'(q^{-1})} = \frac{E'(q^{-1})G_{k}(q^{-1}) + q^{k-k-1}H_{k}(q^{-1})}{E'(q^{-1}) - q^{-k}F_{k}(q^{-1})}$$
(32)

for the transfer $\epsilon_{suf}(t)$ to $\epsilon_{syf}(t)$ with:

$$B'(q^{-1}) = q^{-r}B''(q^{-1})$$
 (33)

From (31) we deduce:

$$A'(q^{-1})J_k(q^{-1})+q^{-k}F_k(q^{-1}) = E'(q^{-1})$$
 (34)

Equation (34) is a Diophantine equation which solution in polynomials $P_k(q^{-1})$ and $J_k(q^{-1})$ is obtained explicitly which indicated the corresponding linear system of equations is very well conditioned contrary to the general case of Diophantine equations. The reason of this good conditioning stems from the fact that the roots of the given polynomial A' (q⁻¹) are far from the roots of the other given polynomial q^{-k}. If the design polynomials $A_m(q^{-1}), P_u(q^{-1}), Q_u(q^{-1}), P_y(q^{-1}), Q_u(q^{-1})$ are chosen in such a way that:

degree{E'(q^{-1})} \leq degree{A'(q^{-1})} (35)

then, (28) and (29) are satisfied. From (31), it is also deduced:

$$E'(q^{-1})-q^{-k}F_{k}(q^{-1}) = A'(q^{-1})J_{k}(q^{-1})$$
 (36)

which used in (32) gives:

$$B''(q^{-1})J_{k}(q^{-1})=E'(q^{-1})G_{k}(q^{-1}) + q^{r-k-1}H_{k}(q^{-1})$$
(37)

This equation can be solved exactly in the same way as equation (34) in the polynomials $G_k(q^{-1})$ and $H_k(q^{-1})$ and it can be checked that (27) is satisfied. The optimal prediction $\epsilon_{syf}(t+k)$ of $\epsilon_{syf}(t+k)$ is thus given by:

$$\epsilon_{syf}(t+k) = G_k(q^{-1})\epsilon_{suf}(t+k-r)+\rho_k(t)$$
 (38)

 $\rho_{\rm K}(t)$ is a variable independant of the unknowns $\epsilon_{\rm Suf}(t)$, $\epsilon_{\rm Suf}(t+1)$,... of the minimization problem of the criterium (15) given by:

$$\rho_{k}(t) = F_{k}(q^{-1})\epsilon_{syff}(t) + H_{k}(q^{-1})\epsilon_{suff}(t-1)$$
(39)

Now, it can be shown that the criterium (15) is equivalent to the following form:

$$J(t, N_{u}, N_{y}) = \sum_{\substack{z \in syf \\ i=t \\ t+N_{u}-1 \\ + \lambda \sum_{i=t} \epsilon_{suf}^{2}(i) \\ i=t \end{cases}} (40)$$

Define:

$$y'_{N_y,N_y}(t) = [\epsilon_{syf}(t+r), \dots, \epsilon_{syf}(t+r+N_y-1)]^T$$
(41)
 $u'_{y}(t) = [\epsilon_{syf}(t+r), \dots, \epsilon_{syf}(t+r+N_y-1)]^T$
(42)

$$\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}$$

$$\delta_{N_y}(t) = [\rho_1(t), \dots, \rho_{1+N_y}(t)]^T$$
 (43)

- -

$$\begin{bmatrix} g_{r,0} & 0 & 0 \\ g_{r+1,1} & g_{r+1,0} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{r+1-1,1-1} & g_{r+1-1,1-2} & \cdots & g_{r+1-1,0} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{k-1,k-1} & g_{k-1,k-2} & \cdots & g_{k-1,1-1} \end{bmatrix}$$

From (38), we deduce:

$$y'_{N_y,N_y}(t) = M_{N_y,N_y}u'_{N_y}(t) + \delta_{N_y}(t)$$
(45)

Define an approximation $y'_{Ny,Nu}(t)$ of $y'_{Ny,Ny}(t)$ by:

$$y'_{N_{y},N_{u}}(t)=M_{N_{y},N_{u}}u'_{N_{u}}(t)+\delta_{N_{y}}(t)$$
(46)

the criterium (40) can take the form:

$$J(t, N_{y} N_{u}) = y' N_{y} N_{u}^{T}(t) y' N_{y} N_{u}^{(t)}$$

$$+ \lambda u' N_{u}^{T}(t) u' N_{u}^{(t)}$$
(47)

 $J(t,N_{\rm Y},N_{\rm U})$ is minimized relatively to $u^*{N_{\rm U}}(t)$ by annuling its gradient which can be written:

$$\delta\{J(t,N_{y},N_{u})\}/\delta\{u'_{N_{u}}(t)\} =$$

$$2 [\delta y'_{N_{y}},N_{u}(t)/\delta u'_{N_{u}}(t)]^{T}y'_{N_{y}},N_{u}(t)$$

$$+ 2 \lambda u'_{N_{u}}(t) = 0 \qquad (48)$$

with:

$$\delta y'_{N_{y},N_{u}}(t) / \delta u'_{N_{u}}(t) - M_{N_{y},N_{u}}$$
 (49)

the gradient of $J(t, N_y, N_u)$ is annuled by the following choice:

$$u'_{N_{u}}(t) = u'_{N_{u}}(t) = -\frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}, N_{u}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}, N_{u} - M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1}{2} \left[\lambda I + M_{N_{y}}\right]^{-1} M_{N_{y}}, N_{u} - \frac{1$$

From (50), it can be seen that the case $N_u=1$, which works very often in practice, involves a small computational effort which is very interesting for micro-processor implementation.

ONE INPUT MULTI OUTPUT SYSTEMS

It is often interesting to use additional measurements to improve stability and robustness of a control loop. In this case, the mathematical model of the controlled system can be written in the following form:

$$A(q^{-1}) z(t) = u(t)$$
 (51)

$$y_i(t) = B_i(q^{-1}) z(t)$$
 i=1,...,m (52)

y₁(t) is the controlled variable and z(t) is called the "partial state" because its stabilization implies stabilization of all variables of the closed-loop.

The most general polynomial controller is given by:

$$S(q^{-1}) u(t) = \sum_{i=1}^{m} R_i(q^{-1}) y_i(t) + C(q^{-1}) y_c(t)$$
(53)

The closed-loop equation of z(t) is given by:

$$A_{cl}(q^{-1}) z(t) = C(q^{-1}) y_{c}(t)$$
 (54)

with:

(44)

$$A_{c1}(q^{-1}) = S(q^{-1})A(q^{-1}) + \sum_{i=1}^{m} R_i(q^{-1})B_i(q^{-1})$$

(55)

The closed-loop equations of u(t) and $y_i(t)$, $i=1, \ldots, m$ are obtained by using (51) and (52):

$$A_{cl}(q^{-1}) u(t) = A(q^{-1}) C(q^{-1})y_{c}(t) (56)$$
$$A_{cl}(q^{-1}) y_{i}(t) = B_{i}(q^{-1}) C(q^{-1}) y_{c}(t)$$
$$i=1,...,m (57)$$

As previously, the criterium minimized for this kind of system is defined by:

$$J(t, N_{y}, N_{u}) =$$

$$t+N_{y}-1 m$$

$$E\{ \Sigma \Sigma \lambda_{j} \epsilon_{syfj}(i+r)$$

$$i=t j=1 t+N_{u}-1$$

$$+ \Sigma \epsilon_{suf}^{2}(i) \} (58)$$

$$i=t$$

with:

$$P_{yj}(q^{-1}) \epsilon_{syfj}(i+r) = Q_{yj}(q^{-1}) \epsilon_{syj}(i+r)$$

j=1,...,m (59)

$$P_{u}(q^{-1}) \epsilon_{suf}(i) = Q_{u}(q^{-1}) \epsilon_{su}(i)$$
 (60)

$$\epsilon_{syj}(i+r) = A_{m}(q^{-1}) y_{j}(i+r)$$

-B_j(q⁻¹) C(q⁻¹) y_c(i+r)
j=1,...,m (61)
$$\epsilon_{su}(i) = A_{m}(q^{-1}) u(i)$$

$$-A(q^{-1}) C(q^{-1}) Y_{c}(i)$$
 (62)

 $J(t, N_y, N_u)$ is now minimized in a similar way as in the mono input mono output case.

MULTI INPUT MULTI OUTPUT SYSTEMS

The methodology can be extended to m-input moutput systems represented by the following linear matricial polynomial model:

$$A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) u(t)$$
 (63)

where $A(q^{-1})$ and $B(q^{-1})$ are mxm polynomial matrices. The multivariable pole placement is realized by the polynomial controller:

$$S(q^{-1}) u(t) = -R(q^{-1}) y(t) + C(q^{-1}) y_{c}(t)$$

(64)

To obtain the closed-loop equations, introduce the partial state z(t) defined by:

$$A_{d}(q^{-1}) z(t) = u(t)$$
 (65)

$$y(t) = B_{a}(q^{-1}) z(t)$$
 (66)

with:

$$A^{-1}(q^{-1}) B(q^{-1}) = B_{d}(q^{-1}) A_{d}^{-1}(q^{-1})$$
 (67)

The closed-loop equation of z(t) is obtained by using (65) and (66) in (64):

$$A_{cl}(q^{-1}) z(t) = C(q^{-1}) y_{c}(t)$$
 (68)

with:

$$A_{c1}(q^{-1}) = S(q^{-1}) A_{d}(q^{-1}) + R(q^{-1}) B_{d}(q^{-1})$$
 (69)

By pole placement, if $A_d(q^{-1})$ and $B_d(q^{-1})$ are relatively right prime, it is possible to find $R(q^{-1})$ and $S(q^{-1})$ such that:

$$A_{cl}(q^{-1}) = A_m(q^{-1})$$
 (70)

where $A_m(q^{-1})$ is a desired polynomial defining the closed-loop modal dynamics. If $A_m(q^{-1})$ is chosen diagonal with equal elements, the closed-loop transfer $y_C(t)$ to y(t) can be decoupled by the following choice of $C(q^{-1})$:

$$C(q^{-1}) = Adj\{B'_d(q^{-1})\} C'(q^{-1})$$
 (71)

with:

$$q^{-r}B_{d}^{+}(q^{-1}) = B_{d}^{-}(q^{-1})$$
 (72)

The closed-loop equation becomes:

$$\mathbf{A}_{m}(q^{-1}) \ \mathbf{y}(t) = q^{-T} Det\{B'(q^{-1})\}C'(q^{-1})\gamma_{c}(t)$$
(73)

as:

$$Det\{B'(q^{-1})\} = Det\{B_A'(q^{-1})\}$$
(74)

with:

$$q^{-r} B'(q^{-1}) = B(q^{-1})$$
 (75)

To determine the behaviour error $\epsilon_{sy}(t)$ of the closed-loop, from (73) it can be seen that it is only necessary to utilize estimates of $A(q^{-1})$ and $B(q^{-1})$ without the need of determining $A_d(q^{-1})$ and $B_d(q^{-1})$ from $A(q^{-1})$ and $B(q^{-1})$. This property is also true for the closedloop equation of u(t) after the following algebraic manipulation. From (63) we obtain:

$$u(t) = q^{T} [B'(q^{-1})]^{-1} A(q^{-1}) y(t)$$
 (76)

=
$$q^{T}$$
 [Det{B'(q^{-1})}]⁻¹Adj{B'(q^{-1})}A(q^{-1}) $\gamma(t)$

Using (73):

$$A_{m}(q^{-1})u(t) = Adj \{B'(q^{-1})\}A(q^{-1})C'(q^{-1})\gamma_{C}(t)$$
(78)

which gives the behaviour error $\varepsilon_{\text{Bu}}(t)$ on the control defined by:

$$\epsilon_{gu}(t) = A_m(q^{-1})u(t)$$

-Adj{B'(q^{-1})}A(q^{-1})C(q^{-1})y_c(t) (79)

- -

The new criterium minimized in the multi-variable case takes the form:

$$t+N_{y}^{-1}$$

$$J(t,N_{y},N_{u}) = E\{\sum_{i=t}^{L} \epsilon_{sy}^{T}(i+r)\lambda_{y}\epsilon_{sy}(i+r) + \sum_{i=t}^{L} \epsilon_{su}^{T}(i)\lambda_{u}\epsilon_{su}(i) \}$$

$$(80)$$

with λ_y and λ_u diagonal positive matrices Of course, the filtration of the behaviour errors is still possible as previously, this operation has been only deleted for the clarity of the development.

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL RESULTS

It is presented on Fig. 1 adaptive controlled and control variables for a chemical distillation column, see Najim (1986). In the transient, the system becomes inverse unstable. The sampling time is 10 secondes, Ny=6, Nu=1. The results allows automatic starting of the column and remains excellent when the column is changed. The influence of the weighting factor λ is insensitive from 10⁻⁷ to 10⁻¹.

On Fig. 2, it is presented results concerning the level control of a PWR steam generator. Adaptive control with two measurements gives excellent results when the PID is unsatisfactory.

On Fig.3, multivariable adaptive control (3 inputs, 3 outputs) of an electric tunnel furnace is presented. It can be seen that dynamical decoupling is realized while the system to control is inverse unstable.







Fig. 2 Control and controlled variables for a pressurized water reactor steam generator level adaptive control.

REFERENCES

Astrom, K. J. and Wittenmark, B. (1973). On self-tuning regulators. <u>Automatica</u>, Vol. 9, No 2, pp. 185-199. Astrom, K. J. (1981). Theory and appli-

Astrom, K. J. (1981). Theory and applications of adaptive control. <u>IFAC Congr.</u>, Kyoto, Japan.

Clarke, D. W. and Gawthrop, P. J. (1979). Self-tuning control. <u>Proc. IEE</u>, Vol. 126, No 6, pp. 633-640.

Clarke, D. W., Tuffs, P. S. and Mohtadi, C. (1984). Self-tuning control of a difficult process. <u>Colloque CNRS</u>, Théorie et applications de la commande adaptative. Grenoble, nov. 1984.

De Keyser, R. M. C. and Van Cauwenberghe, A. R. (1982). Typical application possibilities for self-tuning predictive control. <u>IPAC</u> <u>Symposium</u> on Identification and System Parameter Estimation. Washington.

De Larminat, P. (1984). On the stabilisability condition in indirect adaptive control. <u>Automatica</u>, Vol. 20, No 6, pp.791-795, Nov. 1984. Irving, E. (1985). Commande adaptative,

Irving, E. (1985). Commande adaptative, <u>Cours Ecole Supérieure d'Electricité</u>. Plateau du Moulon, Gif-sur-Yvette, Prance.

du Moulon, Gif-sur-Yvette, France. Kalman, R. E. (1958). Design of selfoptimising control systems. <u>Trans. ASME</u>, Vol. 80, pp. 468-478.



Fig.3 Control and controlled variables for an electric tunnel furnace

Landau I. D. (1979). Adaptive Control, the Model Reference Approach, <u>Marcel Dekker</u>, New York.

Lozano, L. R. and Goodwin G. C. (1984). A globally convergent adaptive pole placement algorithm without a persistency of excitation requirement. <u>23rd CDC</u> Las Vegas, Dec. 1984. M'Saad, M., Irving, E., Landau, I. D.

(1986). Towards the viability of adaptive control. <u>LAG Internal Report, Ensieg</u>, April 1986.

Najim, K. (1986). Adaptive control of a chemical distillation column. to be published.

Peterka, V. (1984). Predictor-based selftuning control. <u>Automatica</u>, Vol. 20, No 1, pp.39-50.

Praly L. (1984). Robustesse des algorithmes de commande adaptative. <u>Collogue CNRS</u>, nov. 1984.

Richalet, J., Rault, A., Testud, J. L. and Papon, J. (1978). Model predictive heuristic control : applications to industrial processes. <u>Automatica</u>, Vol. 14, No 5, pp.413-428. Samson, C. (1983). Problemes en identi-

Samson, C. (1983). Problèmes en identification et commande de systèmes dynamiques. <u>Thèse de Doctorat</u>. 26 mai 1983, Rennes.

Wellstead, P. E., Prager, D. and Zanker, P. (1979). Pole assignment self-tuning regulator. <u>Proc. IEE</u>, Vol. 126, No 8, pp. 781-787.

Ydstie, B. E. (1984). Extended horizon adaptive control. <u>IFAC Congress</u>, Budapest.

BIBLIOGRAPHIE

ASTRÖM (K.J.) et WITTENMARK (B) (1973)

"On Self-tuning Regulators", Automatica, vol. 9, n° 2, pp. 185-199.

ASTRÖM (K.J.) (1983)

"Theory and Application of Adaptative Control. A Survey", Automatica, vol. 19, n° 5, pp. 471-486.

BIERMAN (G.J.) (1977)

"Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation", Academic Press, New York.

CLARKE (D.W.) et GAWTHROP (J.P.) (1975)

"Self Timing Controller", Proc. IEE, vol. 122(a), pp. 924-934.

CLARKE (D.W.), TAFFS (P.S.) and MOHTADI (C.) "Generalized Predictive Control. A New Robust Selftuning Algorithm".

ELIOTT et WOLOVICH (1979)

"Parameter Adaptative Identification and Control", IEEE Trans-Automatic-Control.

ELIOTT (1980)

"Hybrid Adaptative Control of Continuous Time Systems", Tech. Rep. IEEE Trans-Automatic-Control, Vol. AC.27.

FALINOWER (C.M.) (1984)

Une méthode de régulation auto-adaptative multivariable avec découplage total des sorties pour un système à temps discret à déphasage non minimal. Note interne E.D.F.

GOODWIN (G.C.) and SIN (K.S.) (1981)

"Adaptative Control of non-minimum Phase Systems", IEEE TAC, vol. AC.26, pp. 478-483, April 1981.

IRVING (E.) (1979)

"Improving Power Network Stability and Unit Stress with Adaptative Generator Control", Automatica, vol. 15-31.

IRVING (E.) (1985)

"Introduction à la commande adaptative", Cours ESE

LANDAU (I.D.) (1974)

"A Survey of Model Reference Adaptative Techniques. Theory and Applications", Automatica, vol. 10.

LARMINAT (de) (Ph.) (1984)

"On the Stabilizability Condition in Indirect Adaptative Control", Automatica, vol. 20, n° 6, pp. 793-795, November 1984.

NAJIN (K.) (1982)

Commande adaptative des processus industriels. Masson, Editeur, Paris.

NAJIN (K.), KOUTCHOUKALI (M.S.), LAGUERIE (C.) (1984)

Commande adaptative d'un réacteur à lit fluidisé basé sur les systèmes adaptatifs avec modèle de référence.

SAMSON (C.)

"Stability Analysis of Adaptively Controlled not necessarily minimum Phase Systems with Disturbances". (Publication interne n° 154 de l'IRISN (France), October 1981)

SAMSON (C.)

Problèmes en identification et commande de systèmes dynamiques. Thèse d'Etat, Université de Rennes, 1983.



*