

# THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE FLANDRES ARTOIS

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR**

**Spécialité : Automatique**

par

**Mohamad HAMAD**



## **VALIDATION DES MESURES ET DETECTION DES CAPTEURS DEFAILLANTS DANS UN SYSTEME DE CONTROLE COMMANDE**

Thèse soutenue le 17 Juin 1986 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :

P.	VIDAL	Président
B.	DUBUISSON	Rapporteur
P.	BORNE	Rapporteur
M.	STAROSWIECKI	Directeur de Recherche
J.G.	POSTAIRE	Examineur
J.	DEFRENNE	Examineur
J.P.	HENNEBICO	Invité

-Avant-propos-

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au Centre d'Automatique de l'Université des Sciences et Techniques de Lille Flandre Artois.

Je tiens à remercier Monsieur le professeur Pierre VIDAL pour l'accueil qu'il m'a réservé dans son laboratoire et pour l'honneur qu'il me fait de présider le jury de cette thèse.

Je tiens à exprimer mes remerciements et ma profonde reconnaissance à Monsieur le professeur Marcel STAROSWIECKI qui a dirigé l'ensemble de mes travaux. Son dynamisme, ses qualités humaines et nos fructueuses discussions ont été pour moi une source permanente d'encouragement.

Que Monsieur Bernard DUBUISSON, professeur à l'Université de Technologie de Compiègne, accepte mes vifs remerciements pour sa participation au jury.

J'adresse mes remerciements à Monsieur Pierre BORNE, professeur à l'Institut Industriel du Nord, pour avoir accepté de juger ce travail. Sa participation au jury m'honore grandement.

J'ai été sensible à l'honneur que me fait Monsieur Jacques-Gerard POSTAIRE, Professeur à l'Université de Lille 1, de participer au jury. Je le remercie sincèrement.

A Monsieur Jean DEFRENNE, Maître de conférence à l'Institut Universitaire de Technologie, j'adresse mes remerciements pour sa participation au jury.

La présence dans le jury de Monsieur Jean-Pierre HENNEBICQ, chef de groupe Asservissement et Commande des Centrales EDF/CHATOU, me fait grandement plaisir. Je tiens à lui exprimer ma profonde reconnaissance pour l'intérêt qu'il porte à ce travail.

Je remercie Monsieur HOUZE pour le tirage et également tous les amis avec qui j'ai passé de meilleurs moments.

## SOMMAIRE

### INTRODUCTION GENERALE.

### CHAPITRE 1 : LES PROBLEMES DE SURVEILLANCE DANS LA COMMANDE DES PROCESSUS.

1. Structure hierarchisée de controle commande d'un système complexe.....	2
2. Fonctions d'un système de surveillance .....	4
a. La détection des défaillances des capteurs.....	4
b. L'isolation du capteur défaillant.....	6
c. L'estimation de la grandeur mesurée à partir des capteurs validés.....	7
d. Le diagnostic de la défaillance.....	7
3. Caractéristiques d'une chaine d'acquisition de mesures.....	7
3.1 Représentation schématique d'un capteur.....	10
3.1.a Bloc non linéaire.....	10
3.1.b Bloc linéaire.....	11
3.1.c Environnement.....	11
3.1.d Les défaillances.....	11
4. Techniques classiques de validation des mesures.....	13
4.1 La comparaison à certains seuils statiques et dynamiques.....	13
4.2 Le test de certaines caractéristiques de la chaine de mesure.....	13
4.3 L'étalonnage des capteurs.....	13
4.4 La redondance directe et le vote majoritaire..	13
4.5 L'élimination des valeurs extrêmes.....	15
4.6 La limitation des techniques classiques de validation des mesures.....	15
5. La surveillance vue comme un problème de décision...	16
6. Caractères associés aux signaux.....	20
6.1 Qualité des caractères.....	20
6.2 Différentes représentations des signaux.....	20
6.3 Caractéristiques globales des signaux.....	21
7. Modèle utilisé.....	22
8. Conclusion.....	23

### CHAPITRE 2 : LA REDONDANCE ANALYTIQUE STATIQUE.

1. Introduction.....	25
2. Approche de l'espace de parité .....	26
2.1 Principe de la méthode.....	26
2.2 Construction de l'espace de parité.....	26
2.3 Directions de panne dans l'espace de parité...	29

3.	Approche des résidus minivar .....	31
3.1	Principe de la méthode.....	31
3.2	Génération des résidus minivar.....	31
3.3	Direction de panne dans l'espace des résidus minivar.....	35
3.4	Choix de la dimension de l'espace des résidus minivar.....	36
3.5	Comparaison entre les deux approches.....	37
4.	Conclusion.....	39

### CHAPITRE 3 : LA REDONDANCE ANALYTIQUE DYNAMIQUE.

1.	Introduction.....	42
2.	Approche de l'espace de parité généralisé.....	42
2.1	Système parfait.....	43
2.1.1	Espace d'observabilité.....	43
2.1.2	Espace de parité généralisé.....	46
2.1.3	Espace de parité d'ordre p.....	48
2.1.4	Conditions d'existence de RRA.....	49
a.	RRAD entre les mesures issues d'un capteur unique.....	50
b.	RRA entre les mesures issues d'une paire de capteurs.....	50
c.	RRA entre les mesures issues d'un ensemble de capteurs.....	52
d.	Raisonnement qualitatif.....	55
2.2	Système stochastique.....	56
3.	Approche des résidus minivar.....	58
3.1	Système linéaire stochastique.....	58
3.2	Système non linéaire stochastique.....	62
4.	Robustesse des RRA.....	63
5.	Conclusion.....	65

### CHAPITRE 4 : LA RECHERCHE DES RELATIONS DE REDONDANCE ANALYTIQUES.

1.	Introduction.....	67
2.	Application de l'approche de l'espace de parité.....	67
2.a	Cas statique.....	67
2.b	Cas dynamique.....	69
3.	Application de l'approche des résidus minivar.....	70
3.a	Cas statique.....	71
3.b	Cas dynamique.....	73
4.	Conclusion.....	74

## CHAPITRE 5 : SIGNATURES DU BRUIT ET DES PANNES DANS L'ESPACE DES RESIDUS.

1. Introduction.....	77
2. Résidus d'estimation et de prédiction.....	77
2.1 Résidu d'estimation.....	77
2.2 Résidu de prédiction.....	78
2.3 Relation entre les deux résidus.....	79
3. Signature du bruit sur les résidus.....	81
4. Signature des pannes sur les résidus.....	82
4.1 Cas général.....	82
4.2 Signature d'une mesure aberrante.....	83
4.3 Signature d'un biais.....	84
4.4 Signature d'une dérive.....	85
4.5 Relations de redondance analytique statiques..	85
5. Conclusion.....	86

## CHAPITRE 6 : COHERENCE DES MESURES

1. Introduction.....	88
2. La cohérence d'un sous ensemble de mesures.....	88
3. Détermination du seuil de d'incohérence.....	92
3.1 Position du problème.....	92
3.2 Changement de variable.....	94
3.3 Distribution de la norme du vecteur des résidus.....	95
3.4 Position du problème de choix du seuil d'incohérence.....	97
3.5 Contribution de la défaillance des capteurs au paramètre de non centralité.....	99
4. Evaluation des performances du système de décision.	101
5. Conclusion.....	101

## CHAPITRE 7 : ISOLATION DU CAPTEUR DEFAILLANT.

1. Introduction.....	104
2. Système de décision basé sur les signatures dans l'espace des résidus.....	104
2.1 Résidus issus de RRA statiques.....	104
2.2 Résidus issus de RRA dynamiques.....	105
3. Système de décision utilisant la notion de degré de cohérence.....	106
3.1 Degré de cohérence des mesures.....	106
3.2 Détection et isolation des mesures en défaut.	107

3.3 Signature de panne des capteurs.....	108
3.4 Pannes multiples.....	114
4. Conclusion.....	118

CONCLUSION GENERALE.

ANNEXE.

BIBLIOGRAPHIE.



## INTRODUCTION GENERALE

Au cours de ces deux dernières décades des progrès importants ont été réalisés dans le domaine du contrôle commande, et des algorithmes sophistiqués (commande hiérarchisée, optimale, adaptative, ...) ont été implantés sur des systèmes complexes (nucléaire, aérospatial, chimique, pétrochimique, ...) conduisant à une amélioration de leurs performances.

Ces algorithmes élaborent des ordres au processus en fonction des informations provenant des instruments de mesure. Toute défaillance de l'instrumentation conduit à la génération d'informations fausses pour les algorithmes de commande; ceux-ci élaborent alors des ordres et des comptes rendus qui ne correspondent pas à l'état réel du processus, d'où une diminution de sa sécurité, de sa fiabilité et de sa disponibilité. Dans ce sens, il est nécessaire de valider les informations issues des chaînes de mesure avant leur traitement par le système de commande.

Les méthodes de validation des mesures utilisent la redondance physique générée par un ensemble de capteurs (au moins trois). L'idée de base est dans ce cas d'utiliser le vote logique (EVAN 70) (GILM 72) pour identifier le capteur défaillant. Cependant, des contraintes technologiques et économiques limitent cette approche et différentes alternatives ont été suggérées pour utiliser la redondance d'une manière indirecte. Ce type de redondance est appelé la redondance analytique ou fonctionnelle.

Une façon d'obtenir la redondance analytique consiste à utiliser un ensemble de filtres de Kalman (KALM 60) (ou des observateurs de Luenberger (LUEN 71) (CLAR 78) (FRAN 80) (HERT 82)). Chaque filtre est conçu, pour qu'il soit sensible à la défaillance d'un capteur (KITA 80) (TYLE 82). Les différentes estimations provenant des filtres sont comparées entre elles. Si l'une des estimations est incohérente avec les autres ou avec le régime de fonctionnement, le capteur correspondant sera considéré défaillant.

L'approche de l'Espace de Parité permet d'exploiter la redondance analytique existant dans les équations d'état du système pour générer des relations statiques (DESA 81) ou dynamiques (CHOW 84), appelées relations de parité, reliant les sorties de capteurs et les entrées d'actionneurs sur un horizon de longueur nulle (relations statiques) ou non (relations dynamiques).

Notons aussi l'utilisation des équations de bilan non linéaires (FEEL 83) pour la surveillance par application de l'approche des moindres carrés sous contraintes, et la modélisation des capteurs par des séries temporelles (UPAD 83).

Différentes techniques pour la validation des mesures et la détection des capteurs défaillants dans les systèmes

dynamiques ont été développées (WILL 76), (BASS 82) : La méthode séquentielle du rapport de probabilité (SPRT Sequential Probability Ratio Test) (WALD 47) (DECK 77) (DESA 79), la méthode du rapport de vraisemblance généralisée (GLR Generalized Likelihood Ratio) (WILL 76) (TYLE 82), etc.

Ces méthodes ont montré leur efficacité dans le domaine aérospatial (DESA 79) (DECK 81), ainsi que dans le domaine nucléaire (TYLE 83).

Les algorithmes de validation des mesures doivent être rapides, précis en ce qui concerne l'origine de la panne (pas de confusion entre éléments sains et éléments défaillants), et enfin simples.

Dans ce travail on propose une méthodologie pour la validation des mesures et la détection des capteurs défaillants.

La procédure de validation consiste à vérifier la cohérence des mesures entre elles et avec le régime de fonctionnement. Sa mise en oeuvre est basée sur l'existence d'une redondance soit physique soit aussi analytique. Le modèle du système est alors utilisé pour générer des relations de redondance statiques ou dynamiques au moyen de l'approche classique de l'espace de parité et de celle des résidus minivar (STAR 86), consistant à générer des résidus de variance minimale. La surveillance des résidus de ces relations permet alors de valider les informations issues des capteurs. Les notions de cohérence d'un sous ensemble de mesures et le degré de cohérence d'une variable permettent de localiser une défaillance éventuelle.

Le chapitre 1 constitue une introduction à la validation des mesures. Les dégradations et les défaillances des capteurs sont recensées tout en montrant leur origine. Les techniques classiques de validation sont exposées en indiquant leurs domaines d'application et leurs limitations. Enfin, on montre que la validation des mesures est basée sur une caractérisation des signaux des capteurs.

L'exploitation des modèles déjà connus conduit à utiliser les relations de redondance analytique pour générer les résidus assurant cette caractérisation. C'est l'objet des chapitres 2, 3, et 4. La surveillance de ces résidus permet alors la surveillance des capteurs (chapitres 5, 6, et 7).

Dans le chapitre 2 on développe deux approches pour la génération de résidus : L'approche de l'espace de parité et celle des résidus minivar. Les deux approches utilisent le modèle des capteurs.

Dans le chapitre 3 on développe une généralisation des deux approches précédentes, utilisant de plus les équations d'état du système. On aborde ensuite le problème de la robustesse des relations générées dans le cas où le système présente des paramètres incertains.



Dans le chapitre 4 on expose des algorithmes permettant de générer les relations systématiquement.

Les résidus générés par l'une ou l'autre des approches sont utilisés pour la surveillance des capteurs. A chacun des capteurs est associée une direction de panne (ou un sous espace de panne) dans l'espace des résidus, et à chaque couple (capteur, nature de la panne) correspond une signature dans le sous espace de panne. Les signatures de certains types de panne sont étudiées dans le chapitre 5.

Dans le chapitre 6 on définit la cohérence d'un sous ensemble de mesures par comparaison de la norme du vecteur des résidus associé à ce sous ensemble à un seuil d'incohérence. Le seuil est calculé en considérant le cas où les bruits sont gaussiens.

Le dernier chapitre est consacré à l'isolation du capteur défaillant. Celle-ci s'effectue soit par surveillance des directions de panne associées aux capteurs dans l'espace des résidus, soit par utilisation de la notion de degré de cohérence des mesures. A chacun des capteurs est associée une signature de panne définie par le vecteur des degrés de cohérence lorsque ce capteur est supposé défaillant. La notion de signature de panne peut enfin être appliquée au cas de pannes multiples.

CHAPITRE 1

LES PROBLEMES DE SURVEILLANCE DANS LA COMMANDE DES PROCESSUS

1 STRUCTURE HIERARCHISEE DE CONTROLE COMMANDE D'UN SYSTEME COMPLEXE

Pour un système complexe, on définit une structure hiérarchisée de contrôle commande (TITL 72), (RICH 75). Les différents niveaux de commande, ainsi que les fonctions à assurer sont représentés sur la figure 1 :

Niveau 0 : Commande du niveau physique. Ce niveau est constitué du processus, des capteurs et des actionneurs.

Niveau 1 : Elaboration des commandes directes, régulation. C'est l'aspect opérationnel de la commande, qui assure le fonctionnement du processus à des valeurs de consigne en dépit des perturbations affectant les variables. L'élaboration des commandes est réalisée à partir de mesures et de modèles du système. Il comporte:

- les algorithmes de régulation dans différent modes de fonctionnement.
- les commandes manuelles.etc

Niveau 2 : Optimisation. Ce niveau calcule les valeurs de consigne, du niveau 1, pour un fonctionnement statique ou dynamique, optimal du processus. Cette tâche est réalisée à partir de mesures, de modèles et de critères. Ce niveau définit ainsi:

- des points de consigne optimaux.
- des réponses dynamiques optimales.

Niveau 3 : Modélisation. Il doit réaliser en permanence la fonction apprentissage. Deux axes de recherches sont à considérer à ce niveau :

- les methodes d'analyse structurales.
- les methodes de modélisation, d'estimation adaptative de paramètres.

Niveau 4 : Organisation. Ce niveau a pour rôle de:

- définir les composantes de commande(modèle, critère, contraintes) en fonction d'objectifs généraux.
- fixer la structure du processus et les materiels utilisés, sur la base d'une analyse et d'un choix multicritères.

Chacun de ces niveaux utilise pour élaborer ses résultats des informations relevées au niveau 0 par les capteurs.

Cependant, si les capteurs fournissent des informations fausses ou si les actionneurs ne "répondent" pas aux commandes des niveaux supérieurs (i.e incompatibilités entre les informations des capteurs et les commandes) le système de commande élabore des consignes qui ne correspondent pas à

l'état réel du processus. D'autre part, les défaillances de faibles amplitudes peuvent être interprétées par la commande comme étant des perturbations ce qui conduit à une mauvaise interprétation de l'état du système et pourrait avoir des conséquences dangereuses. Dans les deux situations la disponibilité et la sécurité du processus seront affectées. D'où la nécessité d'un système de surveillance (figure 2) qui a pour rôle de:

- fournir des valeurs fiables aux algorithmes de conduite.

- fournir aux opérateurs à l'aide de consoles de visualisation, des informations qui leur permettent de conduire le processus dans des conditions normales.

- fournir des ordres (arrêts d'urgence,...) aux actionneurs, aux capteurs,...

## 2 FONCTIONS D'UN SYSTEME DE SURVEILLANCE

En général, un système de surveillance doit réaliser les fonctions suivantes :

### a La détection des défaillances des capteurs.

La surveillance des capteurs est réalisée à partir de leurs mesures. La procédure de validation comporte les deux étapes suivantes :

- la vérification de la cohérence des mesures entre elles. Cette étape suppose une redondance des sources d'informations. Elle consiste à vérifier la cohérence entre mesures identiques dans le cas de redondance directe et la cohérence entre mesures différentes dans le cas de redondance analytique statique ou dynamique.

- la vérification de la cohérence des mesures avec le régime de fonctionnement (mesures en relation avec la commande).

La cohérence des mesures entre elles est une étape nécessaire pour la validation mais non suffisante. En effet, les capteurs sont en général alimentés par une même source d'énergie, d'autre part des difficultés de réalisation technologiques entraînent l'utilisation de parties communes dans l'instrumentation. La défaillance de l'alimentation électrique ou des parties communes entraînent la défaillance simultanée de l'ensemble des capteurs (panne de mode commun); les capteurs fournissent des mesures cohérentes mais ne correspondent pas aux valeurs réelles du système. Pour illustrer cette situation on considère l'exemple (ZWIN 83) de mesure d'un niveau par trois capteurs différents (figure 3).

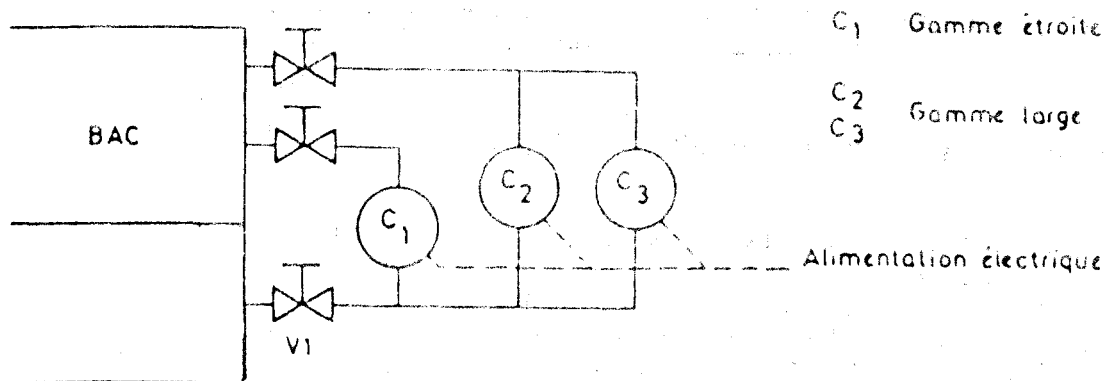


Fig 3 : Parties communes dans l'instrumentation

Le blocage de la vanne V1 durant le fonctionnement ou la défaillance de l'alimentation électrique entraînent :

- les mesures des capteurs C1, C2 et C3 sont cohérentes entre elles.
- mais elles ne représentent pas les valeurs réelles du niveau.

Une incohérence entre les mesures issues d'un ensemble de capteurs peut être transitoire ou permanente. Une incohérence transitoire peut être le fait d'un aléa de fonctionnement, d'un bruit extérieur, d'un changement de régime de fonctionnement (régime transitoire du processus), etc... Une telle incohérence n'implique pas forcément la panne d'un capteur. par contre, une incohérence prolongée des mesures rend plus plausible l'hypothèse d'une panne. Un compromis est à trouver entre une détection rapide (avec un risque plus élevé de fausses alarmes) et une détection sûre (avec un temps de réponse plus important)

#### b L'isolation du capteur défaillant

La fonction isolation consiste à identifier le (ou les) capteur(s) défaillant(s).

Dans le cas de la redondance directe on peut utiliser la logique du vote majoritaire :

Le ou les capteurs qui sont en désaccord avec la majorité des autres capteurs seront considérés comme étant en panne. Le vote majoritaire exige au moins une redondance d'ordre 3 (trois capteurs identiques mesurent la même variable physique)

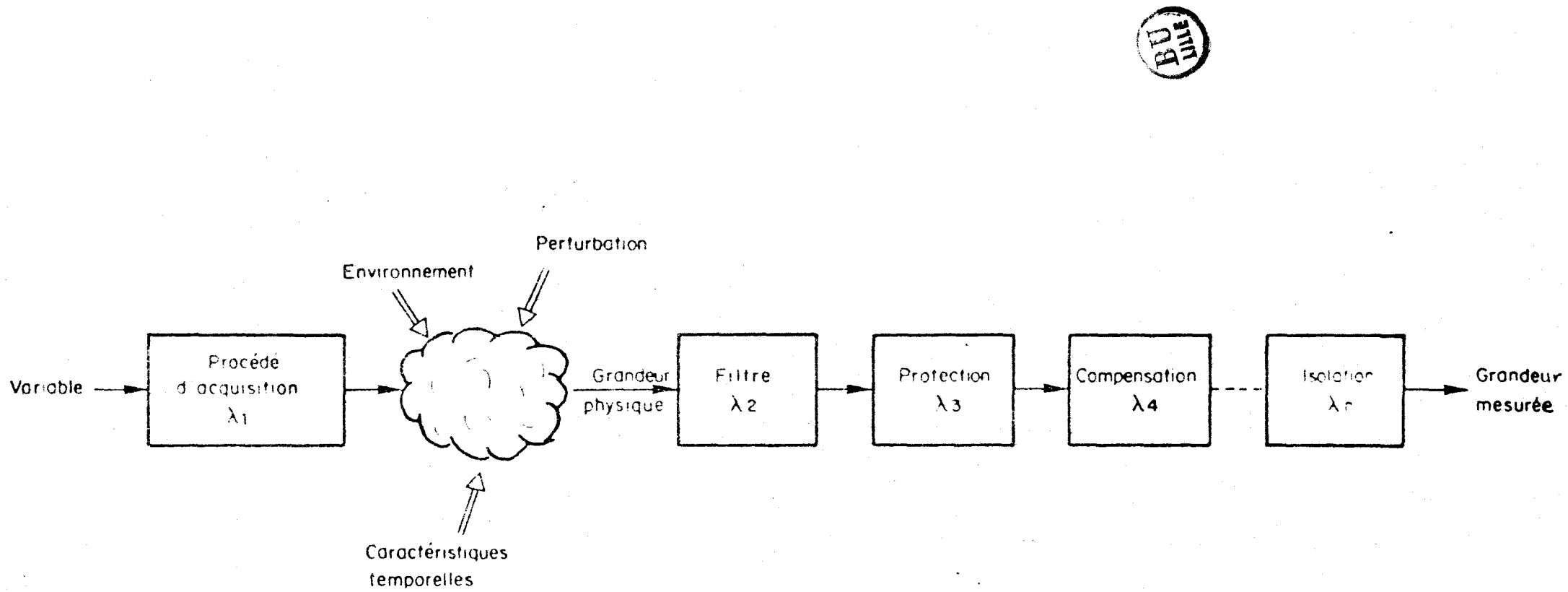


Fig 4 : Chaine d'instrumentation.

### 3.1 REPRESENTATION SCHEMATIQUE D'UN CAPTEUR (HAMA 82)

Un capteur peut être représenté par la figure 6, celle-ci comporte un bloc non linéaire, un bloc linéaire, un interrupteur et un additionneur. L'entrée du capteur est la grandeur  $x$  à mesurer et sa sortie est  $y$ .

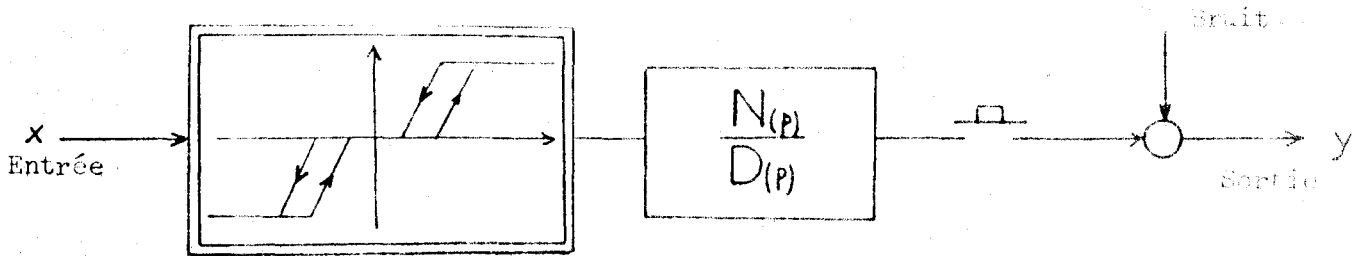


Fig 6 : représentation schématique d'un capteur.

#### Description des différents blocs

##### 3.1.a Bloc non linéaire

Le bloc non linéaire comporte:

##### Le seuil ou zone morte

Le capteur est insensible aux signaux de faibles amplitudes. Par conséquent, sa sortie reste nulle, au bruit près, tant que l'amplitude de l'entrée est plus petite qu'un certain seuil  $w$ .

$$(1) \quad y(t) = e(t) \quad \text{si } |x(t)| < w$$

##### La saturation

A partir d'une certaine valeur, le capteur devient insensible aux variations du signal d'entrée et fournit toujours une valeur maximale constante  $M$ . Soit  $s$ , le seuil de saturation on a :

$$(2) \quad y(t) = M \quad \text{si } |x(t)| > s$$

##### L'hystérésis

C'est un comportement dissymétrique qui peut être dû à un jeu mécanique, à des phénomènes magnétiques ...



### La dérive

C'est une erreur additive, comme le biais, mais à la différence de celui-ci elle n'est pas constante dans le temps.

### Modification des caractéristiques du bruit

- 1- Une moyenne non nulle traduit la présence d'un biais.
- 2- Une variance importante traduit une augmentation de la dispersion des mesures.

### La panne totale

C'est une panne cataleptique (rupture de liaison, ...), le capteur ne fournit plus d'informations :

$$(3) \quad y(t) = e(t) \quad \text{pour tout } x(t)$$

Cette panne est schématisée, sur la figure 6, par un interrupteur.

### Le blocage

Dans ce cas, le capteur fournit la même information, en permanence, quelle que soit son entrée. La panne ne peut être détectée que dans le cas de changement du point de fonctionnement.

### Remarque

Les erreurs de mesure admissibles des capteurs seront considérées comme étant du bruit, celui-ci provient de plusieurs sources:

- le bruit électrique du capteur lui-même.
- le bruit provenant du système qui est filtré par le capteur.

- le régime transitoire du capteur. Pour s'affranchir des perturbations dues au régime transitoire, il faut que le temps de réponse du capteur soit court par rapport à la période d'échantillonnage. Dans ce cas le modèle du capteur est un modèle statique.

Un capteur en panne fournit des mesures en défaut. Par contre, il est possible d'observer de manière transitoire des mesures en défaut alors que le capteur n'est pas en panne (changement de régime, par exemple).

On définit pour chaque capteur un certain seuil de tolérance calculé à partir des caractéristiques du capteur : précision, hystérésis, linéarité, ... .

Deux mesures sont cohérentes si leurs domaines de tolérance se recoupent; la «vraie» valeur inconnue de la grandeur mesurée se situe à l'intérieur de cette intersection (figure 7).

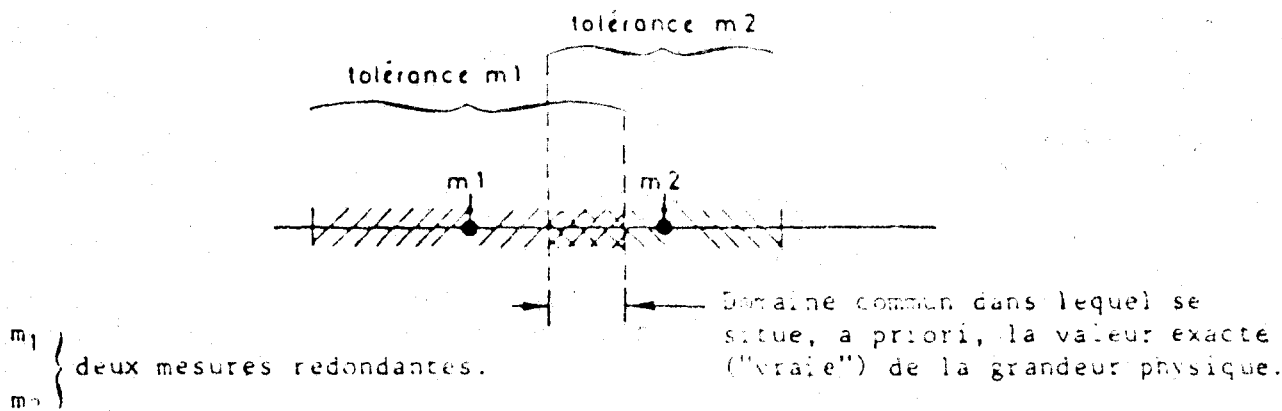


Fig 7 : Domaine de tolérance des mesures  $Y_1$  et  $Y_2$ .

La comparaison des informations issues des capteurs s'effectue par la technique du vote majoritaire (figure 8) dont voici le principe :

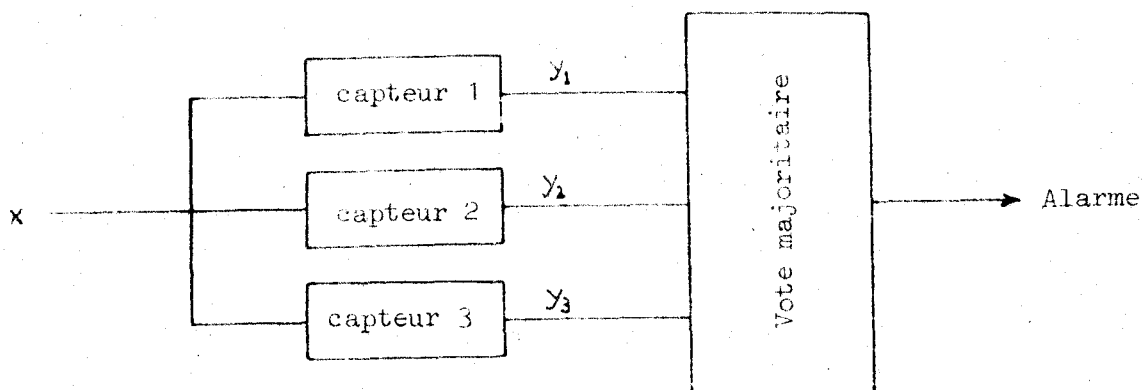


Fig 8 : Redondance directe et vote majoritaire.

Considérons une redondance d'ordre trois. Les mesures  $y_1$ ,  $y_2$  et  $y_3$  vérifient les relations suivantes :

disponibilité.

Notons que la méthode de validation des mesures utilisant l'espace de parité combine les deux dernières techniques dans un algorithme plus performant.

#### 4.6 La limitation des techniques classiques de validation des mesures

Les techniques classiques de validation des mesures sont limitées dans la détection et l'isolation des capteurs défaillants en effet :

- La plupart des techniques utilisent la redondance matérielle pour accroître la sécurité et la disponibilité du processus (l'isolation d'un capteur défaillant nécessite une redondance d'ordre plus grand ou égal à trois). Cependant ceci n'est pas toujours possible, en effet, des problèmes techniques (poids, volume...) et économiques (prix,...) limitent cette approche .

- Les techniques ne permettent pas de détecter des défaillances de mode commun (défaillances identiques et simultanées). Ce type de défaillance peut avoir lieu dans le cas de présence de parties communes dans l'instrumentation : alimentation électrique commune, etc... .

- Les techniques sont efficaces pour la détection des pannes franches (court-circuit, mise à la masse,...).

### 5 LA SURVEILLANCE VUE COMME UN PROBLEME DE DECISION (AROU 79)

L'observation des signaux des capteurs sur une tranche temporelle génère un ensemble de données dont l'analyse permettra de prendre une décision : les données sont cohérentes entre elles, cohérentes avec la commande, incohérentes, etc...

#### Problème de décision

La structure du système de décision est représentée (figure 9) :

- t date de début du fonctionnement de type i (date d'apparition de la panne si i est un fonctionnement défectueux).
- a ensemble de paramètres décrivant le type de fonctionnement i (amplitude du biais, vitesse de dérive, etc...).

Les signaux issus des capteurs dépendent du paramètre  $\theta \in \Theta$  et par suite, il en est de même des caractères associés à ces signaux.

On appelle hypothèse  $H_i$  l'événement représenté par l'appartenance du vecteur  $\theta$  à un sous-ensemble  $\Theta_i$  de  $\Theta$ . Le vecteur  $\theta$  est un élément aléatoire inconnu, l'ensemble  $\Theta$  peut être probabilisé ou non.

Les problèmes de décision correspondant aux fonctions précédemment décrites du système de surveillance consistent à identifier à tout instant une partie de  $\Theta$  à laquelle appartient le vecteur  $\theta$ .

Le schéma général se présente sous la forme suivante (figure 10)

Dans le cas de décisions séquentielles, l'espace des décisions doit contenir un élément  $x$  : « décision impossible, prendre une observation supplémentaire », ainsi on obtient :

- Cohérence :  $D = \{ \text{cohérent, incohérent, } x \}$
- Détection :  $D = \{ \text{fonctionnement normal, existence d'une panne, } x \}$
- Isolation :  $D = \{ \text{capteur 1, ... capteur m, ... actionneur 1..., actionneur q, } x \}$
- Diagnostic :  $D = \{ \text{panne 1, panne 2..., } x \}$

Pour éviter une répétition infinie de la décision  $x$  on pourra fixer un délai maximal au bout duquel  $D$  sera remplacé par  $D - \{x\}$ .

Qualité d'une décision

On évalue la qualité d'une décision à l'aide des quantités suivantes :

- Une évaluation de l'écart entre l'ensemble des hypothèses  $\{H_i\}$  et l'ensemble des décisions  $\{D_i\}$ . Un exemple d'une telle évaluation est donné par les probabilités de décisions erronées :

$$p(\emptyset(c) = D_i / H_j) \quad i \neq j$$

Ainsi, en détection, on considère :

$P_{fa}$  Probabilité de fausse alarme : on décide que l'un des capteurs est en panne alors qu'ils fonctionnent tous correctement (la fausse alarme est contraire à la disponibilité du système).

$P_{nd}$  Probabilité de non détection : on décide que l'ensemble des capteurs fonctionne parfaitement alors que l'un au moins est défaillant (la non détection est contraire à la sécurité).

- Le temps de décision : C'est le temps de réponse du système de décision.

## 6 CARACTERES ASSOCIES AUX SIGNAUX

### 6.1 Qualité des caractères

Les méthodes de caractérisation et les critères choisis dépendent des connaissances que l'on a sur les signaux et du niveau de performance que l'on désire obtenir .

Les méthodes de caractérisation des signaux doivent vérifier les conditions suivantes :

- La robustesse :

Les caractères des signaux doivent être robustes c'est-à-dire relativement insensibles aux bruits des capteurs et du système, aux mauvaises modélisations du système, aux incertitudes de certains paramètres du modèle du système, etc.

- La sensibilité aux différents types de panne :

Les caractères doivent être sensibles aux différents types de pannes. Les différentes hypothèses de panne doivent être disjointes et il est possible de définir des zones de séparation, neutres, entre les classes d'hypothèses dans l'espace des caractères.

### 6.2 Différentes représentations des signaux

Un signal issu d'un capteur est la somme de deux composantes :

1- La composante déterministe : elle représente la grandeur physique inconnue. C'est la réponse du système aux ordres des organes de commande. On peut obtenir cette valeur au moyen d'un filtre passe bas (Figure 11).

la densité spectrale de puissance, la fonction d'autocorrélation...

Pour caractériser la relation entre deux signaux on peut utiliser la fonction d'intercorrélation, l'interspectre entre deux signaux, la fonction cohérence entre les signaux.

Le domaine fréquentiel n'a pas été développé dans notre recherche.

Dans le domaine temporel (MOUS 81), (JACQ 81)

Lorsque le signal aléatoire est stationnaire gaussien de moyenne nulle et de variance connue, on peut le modéliser à l'aide d'un modèle de représentation paramétrique : le signal aléatoire est le résultat du passage d'un bruit à très large bande (la fonction de corrélation est nulle sauf à l'origine) dans un filtre linéaire modélisé par une fonction de transfert. Le signal aléatoire est alors caractérisé par des modèles autorégressifs (A.R), modèles à moyenne mobile (M.A) ou modèles autorégressifs à moyenne mobile (AR.MA).

## 7 MODELE UTILISE

En général, on peut décrire le fonctionnement d'un système par un modèle à temps discrets de la forme :

$$\begin{aligned} (12.a) \quad & x(k+1) = f(x(k), u(k), \eta(k), k) \\ (12.b) \quad & y(k) = g(y(k-1), \dots, x(k), u(k), e(k), k) \end{aligned}$$

L'opérateur «f» représente la dynamique du système et l'opérateur «g» celle du dispositif de mesure.

La fonction f(.) peut être linéaire ou non linéaire dans le dernier cas elle peut être linéarisée autour d'un point de fonctionnement.

En général, on utilise pour l'ensemble des capteurs le modèle statique :

$$y(k) = C x(k) + e(k)$$

Dans la suite de notre travail, on retient le modèle d'état stochastique à temps discrets suivant :

$$\begin{aligned} (13.a) \quad & x(k+1) = A x(k) + B u(k) + \eta(k) \\ (13.b) \quad & y(k) = C x(k) + e(k) \end{aligned}$$

CHAPITRE 2

LA REDONDANCE ANALYTIQUE STATIQUE



## 1 INTRODUCTION

La sécurité d'un processus industriel impose que certaines grandeurs physiques, utilisées dans des chaînes de sécurité ou de régulation, soient connues avec précision. Par ailleurs, pour augmenter la disponibilité du processus, on doit tolérer la défaillance d'un ou de plusieurs capteurs sans arrêter le fonctionnement du processus : on continue en mode dégradé.

Pour atteindre ces objectifs, l'idée de base consiste à multiplier les sources d'informations créant ainsi une redondance. La technique du vote majoritaire permet alors d'isoler l'origine de la défaillance éventuelle. On distingue deux types de redondance :

- La redondance physique (ou directe) : on dispose de plusieurs capteurs identiques qui fournissent idéalement des valeurs identiques.

- La redondance analytique : elle se réfère aux modèles de connaissance ou de conduite du système pour obtenir des relations entre les variables de sortie, appelées Relations de Redondance Analytique (RRA). On en distingue deux types :

- La redondance analytique statique : les sorties de capteurs, qui peuvent être de natures différentes, sont liées à chaque instant par des relations algébriques appelées Relations de Redondance Analytique Statique (RRAS). Celles-ci sont obtenues à partir du modèle des capteurs. Notons que la redondance physique est une redondance analytique statique particulière.

- La redondance analytique dynamique : elle tient compte de l'évolution temporelle des signaux du système et se traduit, dans le cas discret, par des relations de récurrence entre les sorties de capteurs et les entrées d'actionneurs sur un certain horizon d'observation (en continu, on obtient des relations intégral-différentielles). Ces relations sont appelées : Relations de Redondance Analytique Dynamique (RRAD). Elles sont générées à partir du modèle du système (cf. chapitre 3).

Dans ce chapitre on développe deux approches pour la génération de RRAS à partir du modèle des capteurs :

L'approche de l'espace de parité, nécessite une redondance physique importante. Elle consiste à exploiter cet excès d'information pour générer des RRAS indépendantes du point de fonctionnement. L'espace de parité est l'espace orthogonal à l'espace engendré par la matrice de mesure. Chacun des capteurs admet une direction de panne dans l'espace de parité.

Cependant, dans le cas où l'on connaît le point de fonctionnement, il est possible d'exploiter cette information pour générer des RRAS de résidu de variance minimum. Cette approche sera appelée Approche des résidus minivar. L'espace

- (3.a)  $WC = 0$  Orthogonalité  
 (3.b)  $WW' = I_{(m-n)}$  Normalité  
 (3.c)  $W'W = I_{(m)} - C(CC')^{-1}C'$  Estimation

La démonstration de la dernière condition est donnée dans (POTT 77). Nous proposons une autre démonstration plus simple:

Les colonnes de la matrice  $C$  et les lignes de la matrice  $W$  définissent une base dans  $R^m$ . Le vecteur de mesure  $y$  s'écrit en fonction de  $C$  et de  $W$  de la manière suivante :

$$(4) \quad y = C a + W'b$$

où  $a$  et  $b$  sont des inconnus à déterminer.

#### Calcul de a

Multiplions (4) par  $C'$ , on obtient :

$$C'y = C'C a + C'W'b$$

Tenant compte de l'équation (3.a), l'équation précédente devient :

$$C'y = C'C a$$

La matrice  $C$  est supposée de rang  $n$ . la matrice  $C'C$  est alors inversible et on peut écrire :

$$a = (C'C)^{-1}C'y$$

Le vecteur  $a$  est une estimation aux moindres carrés de  $x$ , en effet :

Soit  $\hat{x}$  une estimation de  $x$ ,  $\hat{y} = C\hat{x}$  une estimation de  $y$ .

Calculons la valeur optimale de  $x$  qui minimise le module au carré de l'erreur d'estimation  $y - C\hat{x}$  :

$$J = (y - C\hat{x})'(y - C\hat{x}) \quad \text{à minimiser}$$

La dérivée par rapport à  $\hat{x}$  de  $J$  vérifie:

$$-2C'(y - C\hat{x}) = 0$$

D'où:

$$\hat{x} = (C'C)^{-1}C'y$$

$\hat{x}$  est une estimation aux moindres carrés de  $x$  :

$$\hat{x} = a$$

avec  $w_{ii} > 0$  ;  $i=1, \dots, t$  avec  $t = m-n$ .

### Algorithme de calcul des éléments de la matrice W

La condition (3.c) et le choix précédent de W sont suffisants pour déterminer les éléments de W.

Posons

$$A = I_{(m)} - C(C'C)^{-1}C'$$

L'équation (3.c) s'écrit :

$$W'W = A$$

L'algorithme de calcul de W est le suivant :

début

pour  $i = 1, m$  faire

$$w_{ii} \leftarrow (a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} w_{ki}^2)^{1/2} ;$$

pour  $j = i+1, m$  faire

$$w_{ij} \leftarrow (a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} w_{ki}w_{kj}) / w_{ii} ;$$

fpour ;

fpour ;

fin ;

### 2.3 Directions de panne dans l'espace de parité

Dans ce paragraphe, on montre l'influence des pannes des capteurs sur le vecteur de parité. On considère tout d'abord le cas de capteurs parfaits puis celui des capteurs réels. En présence d'une panne sur l'un des capteurs le vecteur de parité prend une direction fixe dans l'espace de parité caractérisant la défaillance du capteur; son amplitude est d'autant plus grande que l'amplitude de la défaillance est importante.

#### Capteurs parfaits

En fonctionnement normal, et en absence de bruit de mesure le vecteur de parité est nul. En effet, on a :

$$P = P_b + P_d$$

-  $P_b = W_e$  est aléatoire de statistique connue si on connaît celle du bruit. L'évolution de ce terme traduit la signature du bruit.

-  $P_d = a.W_j$  est déterministe, de direction fixe et d'amplitude dépendant de la panne. L'évolution de ce terme traduit la signature de la panne dans l'espace de parité.

### 3 APPROCHE DES RESIDUS MINIVAR (STAR 86), (HAMA 86), (HAMA 86)

#### 3.1 Principe de la méthode

La méthode consiste à transformer le vecteur de mesure, "centré" autour d'un point de fonctionnement donné (régime permanent), en un nouveau vecteur qu'on appellera vecteur des résidus minivar. Les composantes de ce vecteur sont non corrélées et de variances minimales. La méthode utilise le concept d'analyse en composantes principales (BERT 75) pour décomposer la matrice de covariance du vecteur de mesure suivant ses axes d'inertie. Les coefficients des RRAS générés par ce procédé sont les vecteurs propres de la matrice de covariance, les variances des résidus des RRAS sont les valeurs propres minimales.

#### 3.2 Génération des résidus minivar

Supposons que l'on connaît la valeur du vecteur mesuré noté  $\bar{x}$  correspondant à un point de fonctionnement donné et que le système évolue autour de ce point :

$$(11) \quad x = \bar{x} + X$$

$x$  est la valeur réelle du vecteur mesuré

$X$  est un vecteur aléatoire de dimension  $m$  représentant l'écart entre la valeur réelle  $x$  et la valeur théorique  $\bar{x}$ .

L'équation de mesure s'écrit :

$$(12) \quad y = C\bar{x} + CX + e$$

Soit  $\bar{y} = C\bar{x}$  la valeur théorique connue (car on connaît  $\bar{x}$ ) des mesures. La différence entre  $y$  et  $\bar{y}$  définit un vecteur de résidus appelé  $Y$  :

$$(13) \quad Y = y - \bar{y}$$

Dans le cas idéal (absence de bruit) le vecteur  $Y$  est nul. Si l'un des capteurs tombe en panne, ses mesures seront différentes des valeurs théoriques et par suite, la composante de  $Y$  relative au capteur défaillant sera différente de zéro.

Dans le cas réel,  $Y$  est un vecteur aléatoire de distribution connue si on connaît celles de  $X$  et  $e$ .

$$J(w) = \lambda$$

w est alors le vecteur propre correspondant à la valeur propre minimum de la matrice V.

Soit  $\lambda_1$  la valeur propre minimum et  $w_1$  le vecteur propre correspondant.

$$r_1 = w_1'Y$$

est le résidu de variance minimum correspondant à la première RRAS.

### Remarque

La matrice V est symétrique, définie positive ce qui implique que les valeurs propres de V sont réelles et positives. Les vecteurs propres de V sont orthogonaux.

### Génération du 2ème résidu

On cherche, maintenant, à générer un 2ème résidu de variance minimum, non corrélé avec le premier. Soit w un vecteur tel que :

$$E(r^2) = w'Vw$$

minimum sous les contraintes :

$$w'w = 1$$

$$E(rr_1) = w'Vw_1 = 0$$

La contrainte de non corrélation entre r et  $r_1$  est équivalente à la contrainte d'orthogonalité entre w et  $w_1$ . En effet, on a :

$$Vw_1 = \lambda_1 w_1$$

$$E(rr_1) = \lambda_1 w'w_1 = 0 \quad (\lambda_1 \neq 0)$$

$$w'w_1 = 0$$

Appliquons la méthode des multiplicateurs de Lagrange pour la recherche du 2ième vecteur w :

$$J(w) = w'Vw - \lambda(w'w - 1) - \mu w'w_1$$

La dérivé par rapport à w donne :

$$2Vw - 2\lambda w - \mu w_1 = 0$$

Multiplions à gauche par  $w_1'$  :

$$\begin{aligned} \text{var}(r_1) &= \lambda_1 \\ &\vdots \\ \text{var}(r_m) &= \lambda_m \end{aligned}$$

La somme des valeurs propres de  $V$  est égale à la trace de la matrice  $V$  :

Soit  $P \in \mathbb{R}^L$  le vecteur ayant pour composantes les  $L$  premiers résidus :

$$P' = (r_1, \dots, r_L)$$

On a :

$$(19) \quad P = WY$$

avec

$$W = \begin{pmatrix} w_1' \\ \vdots \\ w_L' \end{pmatrix}$$

La trace de la matrice de covariance de  $P$  est égale à :

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_L \leq \text{Tr}(V)$$

Le choix de la dimension  $L$  de l'espace des résidus minivar dépend du pouvoir de séparation entre le signal bruit et le signal panne comme on le verra dans la suite.

### 3.3 Directions de panne dans l'espace des résidus minivar

De la même manière que pour l'espace de parité on définit dans l'espace des résidus minivar les directions de panne associées aux capteurs.

En absence de panne, on a :

$$(20) \quad P = WCX + We$$

Le résidu ne dépend que du bruit.

En présence d'une panne d'amplitude "a" sur le jème capteur, par exemple, l'équation d'écart de mesure devient :

$$(21) \quad Y = CX + e + a e_j$$

Le vecteur résidu s'écrit :

$$P = WCX + We + aWe_j$$

$$(22) \quad P = WCX + We + aW_j \quad (We_j = W_j)$$

Le vecteur  $P$  est la somme de deux termes :

$$P = P_b + P_d$$

supérieure à celle du vecteur résidu pour  $L = 1$ .

- Le vecteur  $P_d$  est de dimension 2 :

L'espace des résidus est de dimension 2. C'est un plan engendré par  $w_1$  et  $w_2$ . Dans cet espace, on définit "m" directions de panne.

Pour  $L \leq m$

- Le vecteur  $P_b$  est aléatoire et ses composantes sont non corrélées :

$$P_b = WCX + We$$

$$E(P_b^2) = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_L$$

La variance de la norme de  $P_b$  est supérieure à celles des résidus de dimensions 1, 2, ..., L-1.

-  $P_d$  est de dimension L :

L'espace des résidus est de dimension L. On définit dans cet espace m directions de panne  $W_1, \dots, W_m$ .

On peut espérer que la séparation entre les directions de panne est meilleure que dans le cas des espaces de dimensions inférieures à L.

### 3.5 Comparaison entre les deux approches

La notion de l'espace de parité suppose que le nombre des capteurs (m) est supérieur à la dimension (n) du vecteur mesuré. Elle permet d'obtenir des RRAS indépendantes du point de fonctionnement. La dimension de l'espace de parité, égale à (m-n), est fixée par la structure de la matrice C. Il existe donc (m-n) RRAS indépendantes. Notons que cette approche ne suppose aucune connaissance sur la distribution du bruit de mesure.

La 2ème approche n'impose pas la condition  $m > n$ . Elle suppose que le point de fonctionnement est connu et qu'on est en régime permanent. La dimension de l'espace des coefficients W des RRAS est égale à L, ( $L \leq m$ ). Cette approche suppose que la covariance du vecteur bruit est connue.

Dans le cas où  $m > n$  les deux approches peuvent être appliquées. Comparons leur résultat.

Supposons que la valeur  $\bar{x}$  est obtenue par la relation :

$$(24) \quad \bar{x} = (C'C)^{-1}C'y$$



Il existe  $m-n$  valeurs propres identiques égales à  $\sigma^2$ . Les vecteurs propres correspondants appartiennent à l'espace de parité. En effet :

Soit  $w_1$  un vecteur obtenu par RMV :

$$\begin{aligned} Vw_1 &= C \Sigma C' w_1 + R w_1 = \lambda_1 w_1 = \sigma^2 w_1. \\ (31) \quad w_1' V w_1 &= w_1' C \Sigma C' w_1 + w_1' R w_1 = \sigma^2 w_1' w_1 = \sigma^2 \\ w_1' \text{diag}(\sigma^2) w_1 &= \sigma^2 w_1' w_1 = \sigma^2 \end{aligned}$$

d'où

$$(32) \quad w_1' C \Sigma C' w_1 = 0$$

On en déduit :

$$(33) \quad w_1' C = 0$$

Pour illustrer cette situation, considérons l'exemple d'une redondance physique double, on a :

$$y = Cx + e \quad \text{avec } C' = (1, 1)$$

Soit

$$Y = CX + e$$

La matrice  $V$  s'écrit :

$$V = \begin{pmatrix} \Sigma + \sigma^2 & \Sigma \\ \Sigma & \Sigma + \sigma^2 \end{pmatrix}$$

Les valeurs propres de  $V$  sont :

$$\lambda_1 = \sigma^2, \quad \lambda_2 = 2\Sigma + \sigma^2$$

$\lambda_1$  est la valeur propre minimum indépendant de  $\Sigma$ . Le vecteur propre correspondant, s'écrit :

$$w' = (1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$$

soit alors :

$$r = 1/\sqrt{2} (Y_1 - Y_2)$$

C'est une relation identique à celle générée par l'approche de l'espace de parité.

#### 4 CONCLUSION

Nous avons exposé, dans ce chapitre, deux approches pour la génération de résidus. La première, celle de l'espace de

CHAPITRE 3

LA REDONDANCE ANALYTIQUE DYNAMIQUE

## 1 INTRODUCTION

La génération de RRAD nécessite la connaissance du modèle d'état du système; Elle s'effectue par généralisation de l'approche de l'espace de parité et de celle des résidus minivar.

La généralisation de l'approche de l'espace de parité consiste à exploiter la redondance analytique existante dans les équations d'état développées sur un certain horizon d'observation. Les RRAD élaborées sont valables quel que soit le point de fonctionnement.

Par ailleurs, si ce point est connu et que le système est stable au voisinage de ce point, il est possible de générer un ensemble de RRAD de résidu minivar en considérant les équations d'état au point de fonctionnement.

Dans le paragraphe 2 on développe d'une manière détaillée l'approche de l'espace de parité pour un système parfait. On fournit les conditions d'existence des RRA statique ou dynamique reliant les sorties d'un ensemble quelconque de capteurs. On introduit la notion d'espace de parité d'ordre  $p$  pour rechercher les RRAD d'une manière systématique suivant l'ordre désiré. On montre ensuite que la recherche de RRAD d'ordre  $p$  pour un système stochastique s'effectue d'une manière analogue .

Le paragraphe 3 traite l'approche des résidus minivar permettant de rechercher des RRAD pour un système linéaire évoluant autour d'un point de fonctionnement donné. L'application de cette approche à un système non-linéaire approximé par un ensemble de modèles linéaires permet de générer une batterie de RRAD valables pour l'ensemble des points de fonctionnement considérés.

Les deux approches sont basées sur la connaissance du modèle d'état du système. Dans le cas où le modèle présente des paramètres mal connus ou incertains, il est nécessaire de générer les RRAD les moins sensibles à ces paramètres; ce problème est abordé dans le paragraphe 4.

## 2 APPROCHE DE L'ESPACE DE PARITE GENERALISE

La généralisation de l'approche de l'espace de parité par utilisation des équations d'état du système permet d'élaborer les RRAD. Dans un souci de clarté, on traite tout d'abord le cas d'un système parfait représenté par un modèle linéaire déterministe. L'élaboration de RRAD pour un système stochastique peut alors être traitée d'une manière tout à fait identique au cas parfait.



Notations Soient

\*

$$O_j(p) = \begin{vmatrix} C_j \\ C_j A \\ \vdots \\ C_j A^p \end{vmatrix} \quad ; \quad C_j(p) = \begin{vmatrix} 0 & & & & \\ C_j B & 0 & & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & & \ddots & \\ C_j A^{(p-1)} B & \dots & 0 & & \end{vmatrix}$$

$O_j(p)$  de dimension  $(p+1)m$  est appelée matrice d'observabilité d'ordre  $p$  associée au capteur  $y_j$ .

$C_j(p)$  est une matrice de dimension  $(p+1).q(p+1)$

\*  $y_j(k,p)$  le vecteur ayant pour  $(i+1)$  ième composante  $y_j(k+i)$

\*  $u(k,p)$  le vecteur qui multiplie la matrice  $C_j(p)$ . Il est de dimension  $q(p+1)$ .

Tenant compte de ces notations (3) s'écrit :

$$(4) \quad y_j(k,p) = O_j(p) x(k) + C_j(p) u(k,p) \quad j=1,2,\dots,m$$

L'ensemble des relations (4) s'écrit sous une forme matricielle comme suit :

$$(5) \quad \begin{vmatrix} y_1(k,p) \\ \vdots \\ y_m(k,p) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} O_1(p) \\ \vdots \\ O_m(p) \end{vmatrix} \cdot x(k) + \begin{vmatrix} C_1(p) \\ \vdots \\ C_m(p) \end{vmatrix} u(k,p)$$

ou d'une façon condensée :

$$(6) \quad y(k,p) = O(p)x(k) + C(p)u(k,p)$$

avec  $\dim O(p) = m(p+1).n$

$$\dim C(p) = m(p+1).q(p+1)$$

$O(p)$  est la matrice d'observabilité d'ordre  $p$  du système.

Soit  $\Theta(p)$  l'espace d'observabilité d'ordre  $p$  associé à la matrice  $O(p)$ . C'est la somme des sous espaces d'observabilité d'ordre  $p$ ,  $\Theta_1(p), \dots, \Theta_m(p)$  associés aux matrices  $O_1(p), \dots, O_m(p)$ .

On suppose, dans la suite, que le système est observable par l'ensemble des capteurs, donc que la matrice d'observabilité est de rang  $n$ .

### 2.1.2 Espace de parité généralisé (CHOW 80), (CHOW 84)

Ecrivons les relations (4) en remplaçant  $p$  par  $n_j$ , on obtient :

$$(10) \quad y_j(k, n_j) = O_j(n_j)x(k) + C_j(n_j)u(k, n_j)$$

Notons que la matrice  $O_j(n_j)$  est de dimension  $(n_j+1).n$  et de rang  $n_j$ .

L'ensemble des équations (10) écrites sous une forme matricielle donne :

$$(11) \quad \begin{bmatrix} y_1(k, n_1) \\ \vdots \\ y_m(k, n_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_1(n_1) \\ \vdots \\ O_m(n_m) \end{bmatrix} \cdot x(k) + \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix} \cdot u(k, n^*)$$

où :  $n^* = \max_j(n_j)$   
 $u(k, n^*)$  est de dimension  $q(n^*+1)$

Pour respecter la dimension de  $u(k, n^*+1)$  on doit compléter les matrices  $C_j(n_j)$  par des zéros.

$$C_j = (C_j(n_j) \vdots 0)$$

$C_j$  est de dimension  $(n_j+1).(n^*+1)q$

L'équation précédente s'écrit sous la forme condensée :

$$(12) \quad Y(k) = O_b x(k) + C u(k, n^*)$$

$O_b$  est de dimension  $\bar{n}.n$ , avec  $\bar{n} = \sum_{j=1}^m (n_j+1)$ , et de rang  $n$ .  
 $C$  est de dimension  $\bar{n}.(n^*+1)q$ .

Posons  $Z(k) = Y(k) - C u(k, n^*)$ , on obtient :

$$(13) \quad Z(k) = O_b x(k)$$

Posons  $w'C = b'$ ;  $C'$  est un vecteur ligne de dimension  $(n \cdot q)$ , on obtient :

$$(19) \quad \sum_{j=1}^m \sum_{i=0}^{n_j} w_{ij} y_j(k+i) - \sum_{j=1}^q \sum_{i=0}^{n_j-1} b_{ij} u_j(k+i) = 0$$

Les coefficients  $w_{ij}$  ne sont pas tous nuls. Les coefficients  $b_{ij}$  peuvent être tous nuls. (par exemple, la relation discrétisée entre la vitesse notée  $y_1(k)$  et l'accélération notée  $y_2(k)$ , s'écrit :

$$y_1(k+1) - y_1(k) - T \cdot y_2(k) = 0, \text{ où } T \text{ est la période d'échantillonnage).}$$

Dans la relation (19) chacun des capteurs intervient avec un horizon d'observation maximal  $(k, k+n_j)$  de longueur  $n_j+1$ ,  $j=1, m$ . L'horizon global maximal associé au calcul de la RRA est donc égal au  $(\max(n_j+1))$ . On se propose de rechercher les RRAD en considérant tous les capteurs sur un même horizon d'observation de longueur  $p$ , dans le but d'obtenir de façon systématique des RRA d'ordre majoré par  $p$ .

### 2.1.3 Espace de parité d'ordre $p$

On définit l'espace de parité d'ordre  $p$  noté  $\Omega(p)$ , comme étant l'espace orthogonal à l'espace d'observabilité d'ordre  $p$ .

Rappelons l'équation (6):

$$Y(k) = O(p)x(k) + C(p)u(k,p)$$

Posons  $Z(k,p) = Y(k,p) - C(p)u(k,p)$ , on obtient :

$$(20) \quad Z(k,p) = O(p)x(k)$$

C'est une équation analogue à l'équation de mesure dans le cas idéal ( $y(k) = Cx(k)$ ). Soit  $w$  un vecteur de dimension  $m(p+1)$  qui vérifie :

$$(21) \quad w'O(p) = 0$$

où  $w' = (w_1', w_2', \dots, w_m')$ ,  $w_j' = (w_{0j}, w_{1j}, \dots, w_{pj})$

a RRAD entre les mesures issues d'un capteur unique

Proposition 1

Quel que soit le capteur considéré, il existe une RRAD reliant ses mesures successives.

Preuve

Rappelons l'équation (4) relative à un capteur  $j$ ,  $j=1,m$  :

$$y_j(k,p) = O_j(p)x(k) + C_j(p)u(k,p)$$

La matrice  $O_j(p)$  est de dimension  $(p+1)n$ . Pour une valeur de  $p$  égale à  $n_j$ , on obtient :

$$\text{Rang}(O_j(n_j)) = n_j$$

Il existe donc un seul vecteur ( $w_j \neq 0$ ) de dimension  $(n_j+1)$  tel que :

$$(26) \quad w_j' O_j(n_j) = 0$$

La RRAD relative au capteur  $j$  s'écrit :

$$(27) \quad w_j' y_j(k, n_j) - w_j' C_j(n_j) u_j(k, n_j) = 0$$

b RRA entre les mesures issues d'une paire de capteurs

Soient  $\Theta_i(p)$  et  $\Theta_j(p)$  les deux sous espaces d'observabilité de dimensions  $p+1$  associés respectivement aux capteurs  $y_i$  et  $y_j$ . Les deux matrices vérifient la condition

$k = i, j$

$$O_k(p) = \begin{cases} O_k(p) & \text{si } k < n_k \\ O_k(n_k) & \text{si } k \geq n_k \end{cases}$$

Proposition 2

Une condition nécessaire et suffisante d'existence d'au moins une RRA liant les sorties des capteurs  $y_i$  et  $y_j$  est qu'il existe un nombre  $p$  tel que :

$$\dim(\Theta_i(p) \cap \Theta_j(p)) \neq 0$$



$$(33) \quad v' = a_i' O_i(p) = a_j' O_j(p)$$

La multiplication à gauche par  $a_i'$  et  $a_j'$  des relations (29) donne :

$$(34) \quad \begin{aligned} a_i' y_i(k,p) - a_i' C_i(p) u(k,p) &= a_j' y_j(k,p) - \\ a_j' C_j(p) u(k,p) &= 0 \end{aligned}$$

C'est une RRA liant les sorties des capteurs  $y_i$  et  $y_j$ .

Remarque Si pour tout  $p_i < n_i$  et  $p_j < n_j$  il n'existe pas de RRA alors on peut affirmer que pour tout  $p_i \geq n_i$  et  $p_j \geq n_j$  il n'existe pas de RRA liant les deux capteurs seulement.

#### c RRA entre les mesures issues d'un ensemble de capteurs

On considère un ensemble  $S$  de capteurs et les sous espaces  $\Theta_i(p)$ ,  $i \in S$  associés. Les matrices  $O_i(p)$ , vérifient les conditions suivantes :

$$\forall i \in S$$

$$O_i(p) = \begin{cases} O_i(p) & \text{si } p < n_i \\ O_i(n_i) & \text{si } p \geq n_i \end{cases}$$

Soit  $O_S(p)$  la matrice formée par l'ensemble des matrices  $O_i(p)$ .

On définit une RRA propre pour le couple  $(S,p)$  comme étant une relation reliant les sorties des capteurs de l'ensemble  $S$  considérées sur un horizon d'observation de longueur  $p$  et telle qu'il n'existe aucune RRA reliant les sorties d'un sous ensemble de ces capteurs considérées sur un horizon plus court.

Soient  $S$  et  $S'$  deux sous ensembles de capteurs tel que  $S' \subseteq S$  ;  $p$  et  $p'$  deux entiers naturels tel que  $p' \leq p$ .

On notera :

$$(S', p') < (S, p) \quad \text{si l'une au moins des deux}$$

relations ci-dessus est strictement vérifiées.

Une RRA propre pour le couple  $(S,p)$  est alors définie de la façon suivante :

-  $(S,p)$  définit une RRA :  $\exists a, b$  tel que  $\forall u(k,p), \forall x(k)$

$$(35) \quad a_i' y_i(k,p) - b' u(k,p) = 0$$

La RRA est propre au couple  $(S,p)$ . En effet :

$\forall a,b,u(k,p) \exists x(k)$  tel que :

$$\sum_{i \in S'} a_i' y_i(k,p') - b' u(k,p') \neq 0$$

$$\left( \sum_{i \in S'} a_i' O_i(p') \right) x(k) + \left( \sum_{i \in S'} a_i' C_i(p') - b' \right) u(k,p') \neq 0$$

pour  $u(k,p') = 0, \forall a, \exists x^*(k) \neq 0$

Donc :

$$\sum_{i \in S'} a_i' O_i(p') \neq 0 \quad \forall a \quad (\text{cqfd})$$

Condition suffisante

Hypothèses

a-  $\theta_S(p) = \theta_1(p) + \theta_2(p)$  avec  $\dim(\theta_1 \cap \theta_2) \neq 0$

b-  $(S',p') < (S,p)$   $a' O_{S'}(p') \neq 0$   $a \neq 0$

On doit démontrer l'existence d'une RRA propre pour le couple  $(S,p)$ .

L'hypothèse "a" implique qu'il existe un vecteur  $v \neq 0$  tel que :

$$(39) \quad v' = a_1' O_1(p) = a_2' O_2(p)$$

Où  $a_1$  et  $a_2$  sont deux vecteurs non nuls.

Soit  $a' = (a_1' : -a_2')$ . l'équation précédente devient :

$$(40) \quad a' O_S(p) = 0$$

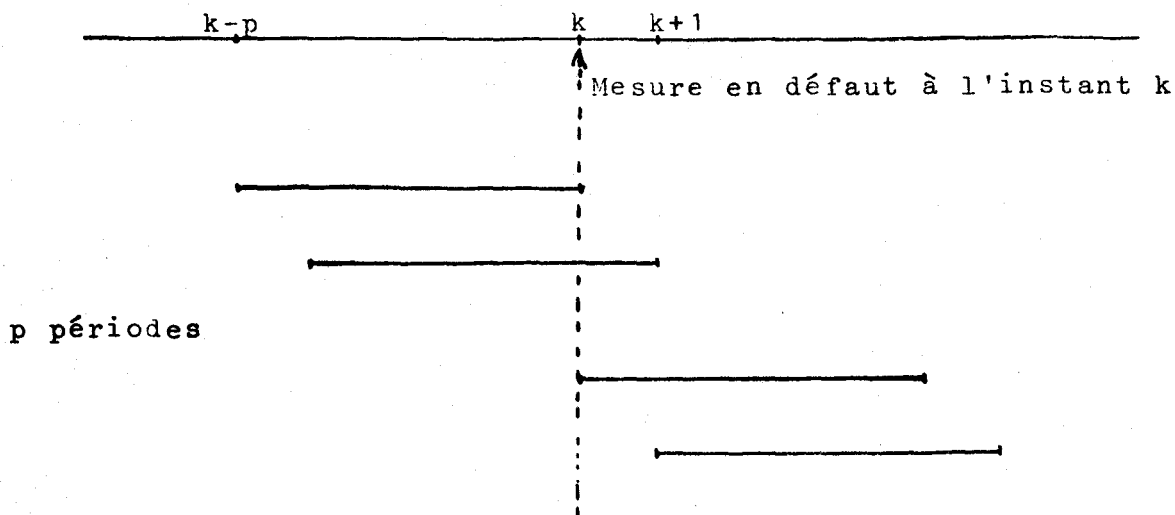
L'ensemble des relations (4) permet d'écrire :

$$y_i(k,p) = O_i(p)x(k) + C_i(k,p)u(k,p) \quad i \in S$$

Multiplions à gauche par  $a_i'$  et sommons sur  $S$  on obtient :

$$(41) \quad \sum_{i \in S} a_i' y_i(k,p) - \sum_{i \in S} a_i' C_i(p)u(k,p) = 0$$

Montrons que cette relation est propre pour le couple  $(S,p)$ .



Pour assurer une détection rapide on a donc intérêt à utiliser les RRA d'ordre minimum dans la surveillance, en particulier les RRAS assurent la détection la plus rapide.

## 2.2 Système stochastique

Le modèle d'état stochastique discret est décrit par les équations suivantes :

$$(43) \quad x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + \eta(k)$$

$$(44) \quad y(k) = Cx(k) + e(k)$$

où  $x$ ,  $u$ ,  $y$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ont les mêmes significations que dans le cas d'un modèle déterministe.

$\eta$  de dimension  $n$  représente le bruit et les erreurs de modélisation du système.

$e$  de dimension  $m$  est le vecteur bruit de mesure.

Comme dans le cas parfait, on définit l'espace de parité généralisé comme étant l'espace orthogonal à l'espace d'observabilité du système. En combinant les équations précédentes développées sur un horizon  $n_j$ ,  $j=1, m$ . on obtient :

$$(45) \quad y_j(k, n_j) = O_j(n_j)x(k) + C_j(n_j)u(k, n_j) + D_j(n_j)\eta(k, n_j) + e_j(k, n_j)$$

$$(51) \quad r(k) = w'D(p)\eta(k,p) + w'e(k,p)$$

La méthode de l'espace de parité permet d'obtenir des RRA, indépendantes du point de fonctionnement du système, par élimination du vecteur d'état. Elle n'est valable que dans le cas d'un système linéaire à coefficients constants. Cependant si le point de fonctionnement est connu, il est possible de générer des RRA valables au voisinage de ce point et qui sont de variance minimum.

### 3 APPROCHE DES RESIDUS MINIVAR

Cette approche permet de générer des RRA associées à chaque point de fonctionnement. On considère tout d'abord le cas d'un système linéaire stochastique. On applique ensuite cette approche sur un système non linéaire approximé par un ensemble de modèles linéaires stochastiques.

#### 3.1 Système linéaire stochastique

En fonctionnement normal, la dynamique du système est décrite par un modèle d'état stochastique :

$$(51) \quad x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + n(k)$$

$$(51') \quad y(k) = Cx(k) + e(k)$$

La condition initiale,  $x(0)$ , peut être connue de façon déterministe ou bien aléatoire (moyenne et matrice de covariance connues).

$u$  est une entrée déterministe connue.

Le modèle déterministe du système s'écrit :

$$(52) \quad \bar{x}(k+1) = A\bar{x}(k) + Bu(k)$$

$$(52') \quad \bar{y}(k) = C\bar{x}(k)$$

Posons :  $X = x - \bar{x}$  ;  $Y = y - \bar{y}$ . les équations (51) et (52) permettent d'écrire :

$$(53) \quad X(k+1) = AX(k) + \eta(k)$$

$$(53') \quad Y(k) = CX(k) + e(k)$$

où  $X$  et  $Y$  jouent le rôle de fluctuations autour des valeurs idéales  $\bar{x}$  et  $\bar{y} = C\bar{x}$ .

Les hypothèses sur  $X$ ,  $\eta$  et  $e$  permettent d'écrire :

$$(58) \quad E(r(k)) = 0$$

par ailleurs, on a :

$$(59) \quad E(r^2(k)) = w'O(p)\Sigma O'(p)w + w'D(p)\bar{Q}D'(p)w + w'\bar{R}w$$

où  $\bar{Q} = E(\eta(k,p)\eta'(k,p))$  et  $\bar{R} = E(e(k,p)e'(k,p))$ .

La variance du résidu  $r(k)$  dépend de  $w$ . On se propose de rechercher des  $w$  qui minimisent la variance du résidu. Le problème se formule ainsi :

Chercher l'ensemble des  $w$  de dimension  $m(p+1)$  tel que :

$$w'(O(p)\Sigma O'(p) + D(p)\bar{Q}D'(p) + \bar{R})w$$

est minimum sous la contrainte  $w'w = 1$ .

### Solution

La solution de ce problème peut être obtenue par application de la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Posons :

$$(60) \quad V = O(p)\Sigma O'(p) + D(p)\bar{Q}D'(p) + \bar{R}$$

On écrit :

$$(61) \quad J(w) = w'Vw - \lambda(w'w - 1)$$

Les  $w$  optimums sont ceux qui annulent la dérivée de  $J(w)$  par rapport à  $w$ . On obtient :

$$(62) \quad Vw = \lambda w$$

C'est un problème classique de recherche des valeurs propres et des vecteurs propres de la matrice  $V$ .

Remplaçons (62) dans (61) :

$$(63) \quad J(w) = \lambda$$

Les RRA obtenues par cette approche font intervenir la condition initiale réelle du système au début de la fenêtre d'observation  $x(k)$ . On peut remarquer que l'on a :

$$(70) \quad E(x(k)) = E(\bar{x}(k) + X(k)) = \bar{x}(k)$$

Dans le cas d'un fonctionnement connu  $x^*$ , on a :

$$(71) \quad E(x(k)) = x^* \quad \forall k$$

On peut alors dire que les RRA obtenues sont propres au point de fonctionnement  $x^*$ .

Si on suppose connu l'ensemble des points de fonctionnement du système, on obtient pour chaque point un ensemble de RRA propres.

### 3.2 Système non linéaire stochastique

Considérons le cas d'un système non linéaire représenté par un modèle stochastique à temps discrets :

$$(72) \quad x(k+1) = f(x(k), u(k), \eta(k))$$

$$(73) \quad y(k) = g(x(k), e(k))$$

Supposons connu l'ensemble des points de fonctionnement du système et qu'il est stable au voisinage de chacun de ces points.

Dans ces conditions, il est possible d'approximer le modèle non linéaire, pour un point donné, par un modèle linéaire stochastique.

Soit  $(x^i, u^i)$ ,  $i=1, 2, \dots, N$  l'ensemble des points de fonctionnement du système. on obtient :

$$(x^i, u^i) \quad M(x^i, u^i) \quad \begin{cases} x^i(k+1) = A^i x^i(k) + \eta^i(k) \\ y^i(k) = C^i x^i(k) + e^i(k) \end{cases}$$

Pour chacun de ces modèles linéarisés on cherche l'ensemble des RRA noté  $RRA(x^i, u^i)$  en appliquant l'approche des résidus minivar. Ce qui implique une "batterie" de RRA propres aux différents points de fonctionnements du système non linéaire.

### Résidus minivar

Le modèle dépendant de "g" considéré est le suivant :

$$(80) \quad X(k+1) = A(g)X(k) + \eta(k)$$

$$(81) \quad Y(k) = C(g)X(k) + e(k)$$

Pour un g fixe donné le problème peut être traité d'une manière analogue au paragraphe 3. On obtient :

$$(82) \quad r(k, g) = w'Y(k, p)$$

$$(83) \quad r(k, g) = w'O(p, g)X(k) + w'D(p, g)\eta(k) + w'e(k, p)$$

w est un vecteur propre associé à une valeur propre  $\lambda(g)$  de la matrice  $V(p, g)$ .

$$(84) \quad V(p, g) = O(p, g) \Sigma O'(p, g) + D(p, g)QD'(p, g) + R$$

Par ailleurs, Pour un g quelconque on a :

$$w'O(p, g) \neq 0$$

et

$$E(r^2(k, g)) = \lambda(g) \quad \text{dépendant de g}$$

Posons :

$$(85) \quad e(w, g) = \begin{cases} (w'O(p, g))^2 & \text{dans le cas EPG} \\ \text{ou} \\ E(r^2(k, g)) & \text{dans le cas RMV} \end{cases}$$

$e(w, g)$  représente l'erreur de la RRA pour un g quelconque. Il s'agit de minimiser  $e(w, g)$  par rapport à g dans G.

Posons le problème en termes de la théorie des jeux, en considérant la nature comme un joueur qui élabore une valeur  $g \in G$ ; On cherche une stratégie pour le calcul du vecteur w qui minimise l'effet de g sur  $e(w, g)$ . Deux grandes classes de stratégies peuvent être utilisées:

#### La stratégie du minimax

Elle suppose que la nature est un joueur "habile" qui élabore une valeur g rendant  $e(w, g)$  maximum. On cherche alors le vecteur w qui minimise ce maximum. Le problème se formule ainsi :

CHAPITRE 4

LA RECHERCHE DES RELATIONS DE REDONDANCE ANALYTIQUE



## 1 INTRODUCTION

Une RRA d'ordre  $p$  est caractérisée par son ordre, ses coefficients et sa structure :

$$r(k) = w'y(k,p) - b'u(k,p)$$

- L'ordre  $p$  caractérise la capacité mémoire nécessaire pour le calcul de la RRA. Il est préférable pour limiter le retard à la détection d'utiliser les mesures les plus "fraîches" c'est-à-dire les plus proches de l'instant d'observation. L'ordre des RRA doit donc être minimum.

-  $w$  et  $b$  contiennent les coefficients de la RRA. Ils caractérisent la sensibilité de la relation par rapport aux défaillances des capteurs.

- Les composantes des vecteurs  $y(k,p)$  et  $u(k,p)$  multipliant les coefficients non nuls spécifient la structure de la RRA.

La sélection des RRA candidates à la surveillance des capteurs s'effectue de telle sorte que :

Chacune des RRA doit avoir une structure minimum (pour faciliter l'isolation du capteur défaillant) et un résidu "faible" (pour assurer la détection de pannes de faibles amplitudes). On applique alors l'approche de l'espace de parité (EPG) et celle des résidus minivars (RMV) à des sous ensembles de capteurs.

Dans l'approche EPG, l'application des propositions 1, 2 et 3 (chapitre 2 paragraphe 2.1.4) permet d'élaborer des RRA propres à tout couple (sous ensemble de capteurs, horizon d'observation) si elles existent. Les conditions d'existence des RRA dépendent de la structure de la matrice de mesure (cas statique) ou de la matrice d'observabilité (cas dynamique).

Dans l'approche RMV il est toujours possible de générer des RRA. Cependant, toutes les RRA ne sont pas exploitables pour la surveillance. On fixe alors un seuil positif tel que les RRA ayant leur résidu de variance inférieure à ce seuil seront seules acceptées.

## 2 APPLICATION DE L'APPROCHE EPG

Soient :

$Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_m\}$  l'ensemble des variables de sortie.

$\mathcal{P} = \{Y_S \subset Y ; Y_S \neq \emptyset\}$  l'ensemble des parties non vides de  $Y$ .

On se propose de rechercher les RRA propres ayant une structure et un ordre minimums (notés  $Y_S$  et  $p$ ).

### 2.1 Cas statique

- Le nombre des RRAS ayant chacune pour structure  $n+1$  capteurs est égal à  $C_s^{n+1}$ . c'est le nombre des combinaisons de  $n+1$  capteurs parmi  $s$ .

Un exemple de ce cas est rencontré dans le domaine aérospatial:

Dans la centrale d'inertie d'un avion, pour mesurer le vecteur d'accélération ( $n=3$ ); les capteurs sont disposés de telle sorte que pour tout sous ensemble de 3 capteurs parmi  $m$ , les 3 vecteurs orientations ne soient pas coplanaires.

L'application de la proposition 3' à tous les sous ensembles  $y_s$  fournit toutes les RRAS de structures 2, 3, ...,  $n+1$  capteurs.

#### Algorithme de recherche des RRAS propres

Soit SP l'ensemble des structures des RRAS propres.  $r_s$  le rang de la matrice  $C_s$ .

début;

SP =  $\emptyset$ ;

pour  $s=2, \inf(m, n+1)$  faire

pour  $y_s$  tel que  $\forall y_s' \in SP, y_s' \not\subseteq y_s$  faire

calculer  $r_s$ ;

si  $r_s < s$  alors

SP = SP  $\cup$   $y_s$ ;

calculer les coefficients de la RRAS;

fsi;

fpour;

fpour;

fin;

#### 2.b Cas dynamique

Dans le cas dynamique, la proposition 1 (chapitre 2, paragraphe 2.1.4) permet d'associer à chacun des capteurs une RRAD propre. Il existe donc  $m$  RRAD ayant chacune un seul capteur dans sa structure. D'autre part, les propositions 2 et 3 fournissent les conditions d'existence d'une RRAD propre au couple  $(y_s, p)$ . L'application de ces propositions à tous les couples  $(y_s, p)$ ,  $s=2, 3, \dots$  et  $p=1, 2, \dots$ , permet d'obtenir toutes les RRAD faisant intervenir 2, 3, ... capteurs.

#### Algorithme de recherche des RRAD propres

avons intérêt à utiliser les RRA de résidus de variance minimum, donc celles ayant une structure maximum. D'autre part, pour assurer une "bonne" isolation (la défaillance d'un capteur fausse un nombre réduit de RRA) on doit utiliser les RRA dont la structure comprend un nombre minimum de capteurs. Les RRA candidates pour la surveillance doivent respecter ce compromis.

### 3.a Cas statique

Soit  $y_S$  un sous ensemble de  $y$  de cardinal  $s$ , ( $s < m$ ). Rappelons l'équation de mesure centrée relative à  $y_S$ .

$$(2) \quad Y_S = C_S X + e_S \quad (Y_S = y_S - \bar{y}_S)$$

$e_S$  est de moyenne nulle et de matrice de covariance  $R_S$ .  $R_S$  est une sous matrice de  $R$ .

A partir de cette équation il est possible de générer  $s$  relations de la forme :

$$(3) \quad r_i = w_i' Y_S \quad i=1, 2, \dots, s.$$

$\text{var}(r_i) = \lambda_i$  ;  $\lambda_i$  est la  $i$ ème valeur propre de la matrice  $V_S$  relative à  $y_S$  et  $w_i$  est le vecteur propre correspondant. L'ensemble des valeurs propres de  $V_S$  sont classées par un ordre non décroissant :

$$(4) \quad \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_s$$

Par ailleurs, il existe  $C_m^s$  combinaisons de  $s$  capteurs parmi  $m$ . Le nombre maximum de RRAS de structure  $s$  capteurs est égal à :

$$s \ C_m^s$$

Le tableau suivant donne le nombre de RRAS de structure  $s$  capteurs ( $s = 1, 2, \dots, 5$ ) parmi 5.

Nombre des capteurs	1	2	3	4	5
Nombre des RRAS	5	20	30	20	5

Le nombre total de relations que l'on peut obtenir est égal à :

$$(5) \quad \sum_{s=1}^m s \ C_m^s = m \cdot 2^{(m-1)}$$

Pour  $m=5$ , on obtient 80 relations au plus.

Toutes les relations ne sont pas utilisables pour la surveillance. Les relations à choisir sont celles ayant un résidu de variance acceptable. Il est donc nécessaire de fixer un seuil positif tel que seules les RRAS de résidus inférieurs

Si on fixe une variance maximale autorisée  $\sigma$ , la relation précédente montre que la structure admissible comprendra un nombre de capteurs égal à  $f(\sigma)$  :

$$(10) \quad \lambda_1^* \leq \lambda_2^* < \dots \leq \lambda_{f(\sigma)}^* \leq \sigma \leq \lambda_{f(\sigma)+1}^* \leq \dots \leq \lambda_m^*$$

### Algorithme de recherche des RRAS

début;

$$\lambda = \sigma$$

pour  $s = m, 1$  faire

tant que  $\lambda \leq \sigma$  faire

pour tout  $V_s$  sous matrice (s.s) de  $V$  faire

calculer les valeurs propres de  $V_s$ ;

calculer les vecteurs propres correspondants aux valeurs propres  $\leq \sigma$ . (les vecteurs propres sont les coefficients des RRAS);

$$\lambda = \min(\lambda, \text{val. propre mini.});$$

fpour;

ftq;

fpour;

fin;

### Remarque

On suppose que la valeur de  $\sigma$  est choisie de telle sorte que :

$\sigma \geq \lambda^*$  ;  $\lambda^*$  est la valeur propre propre minimum de la matrice  $V$ .

### 3.b Cas dynamique

On se propose d'appliquer l'approche RMV. Pour tout couple  $(Y_s, p)$  on a :

$$(11) \quad Y_s(k, p) = O_s(p)X(k) + D_s(p)\eta(k, p) + e_s(k, p)$$

où l'indice  $s$  est relatif aux sous matrices obtenues en ne gardant que les lignes correspondantes aux capteurs de la structure  $y_s$ .

Cette équation permet d'obtenir  $s(p+1)$  RRAD d'ordre  $p$  de la forme :

$$r(k) = w'Y_s(k, p)$$

La 2ème partie est consacrée à l'utilisation de ces résidus dans le système de surveillance. On y introduira la notion de cohérence d'une structure de RRA, à partir de laquelle on pourra valider les informations issues des capteurs.

CHAPITRE 5

SIGNATURES DU BRUIT ET DES PANNES DANS L'ESPACE DES RESIDUS

## 1 INTRODUCTION

L'ensemble des RRA retenues pour décrire le fonctionnement du système permet de générer un vecteur de résidus, qui sera testé en permanence par le système de surveillance.

En fonctionnement normal, la signature du bruit sur les résidus est une variable aléatoire de moyenne nulle et de variance connue.

En fonctionnement défaillant, les caractéristiques de la signature changent : la présence d'une panne additive sur l'un des capteurs aura pour effet un changement de la moyenne; une augmentation du bruit implique le changement de la variance.

Cependant, une RRA peut aussi être utilisée comme un estimateur, pour synthétiser une mesure analytique. Son résidu apparaît alors comme l'écart entre la valeur mesurée d'une variable et sa valeur estimée au moyen de la RRA. Si elles ont été calculées à partir de mesures validées, les mesures analytiques permettent d'une part d'augmenter le niveau de redondance dans le cas où la redondance physique est insuffisante et d'autre part de détecter des pannes de mode commun. La qualité de l'estimation est déterminée par un critère d'estimation. Celui ci est fonction de l'écart entre la valeur mesurée d'une variable et son estimation. Cet écart est appelé résidu d'estimation. L'estimation en boucle ouverte est appelée prédiction et le résidu associé est appelé résidu de prédiction. Notons que le filtre de KALMAN est un estimateur en boucle fermé. Il minimise la variance du résidu. Ce dernier est appelé processus d'innovation. Le filtre de KALMAN, étant sensible aux erreurs de modélisation, ne sera pas développé dans le cadre de notre recherche.

Les résidus d'estimation (ou résidus des RRA), calculés à chaque instant à partir des mesures, seront utilisées par le système de surveillance pour la détection des défaillances des capteurs. Un résidu d'estimation ne sera utilisé que pour la synthèse d'une mesure analytique destinée à remplacer celle d'un capteur défaillant.

## 2 RESIDUS D'ESTIMATION ET DE PREDICTION

### 2.1 Résidu d'estimation

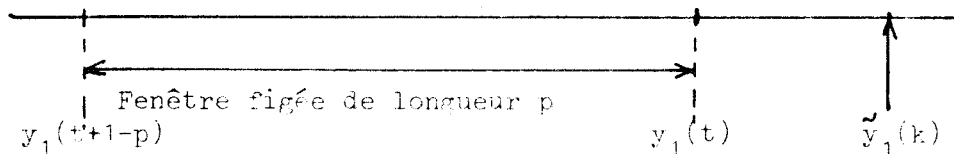
On définit le résidu d'estimation par la différence entre la valeur mesurée et son estimation au moyen d'une RRA.

Soit  $\hat{y}_1(k)$  l'estimation à l'instant  $k$  de la sortie du capteur  $y_1$  élaborée à partir d'une RRA d'ordre  $p$ . Si  $w_{p1}$  est non nul, on obtient :

$$(1) \quad \hat{y}_1(k) = -\frac{1}{w_{p1}} \left( \sum_{i=0}^{p-1} w_{i1} y_1(k+i-p) + \sum_{j=2}^m \sum_{i=0}^p w_{ij} y_j(k+i-p) - \sum_{j=1}^q \sum_{i=0}^{p-1} b_{ij} u_j(k+i-p) \right)$$

$$(4) \quad \tilde{y}_1(k) = - \left( \sum_{i=0}^{p-1} w_{i1} \tilde{y}_1(k+i-p) + \sum_{j=2}^m \sum_{i=0}^p w_{ij} y_j(k+i-p) - \sum_{j=1}^q \sum_{i=0}^{p-1} b_{ij} u(k+i-p) \right)$$

avec  $\tilde{y}_1(k) = y_1(k)$  pour  $k$  appartenant à  $(t+1-p, t)$ .



Les mesures et les consignes intervenant dans l'équation (4) sont supposées validées.

Une variante de ce type de résidu étant de calculer  $\tilde{y}_1(k)$  de la manière suivante :

$$(5) \quad \tilde{y}_1(k) = - \left( \sum_{i=0}^{p-1} w_{i1} y_1^*(k+i-p) + \sum_{j=2}^m \sum_{i=0}^p w_{ij} y_j(k+i-p) - \sum_{j=1}^q \sum_{i=0}^{p-1} b_{ij} u_j(k+i-p) \right)$$

où

$$(6) \quad y_1^*(k+i-p) = \begin{cases} \tilde{y}_1(k+i-p) & \text{si } y_1(k+i-p) \text{ est en défaut} \\ y_1(k+i-p) & \text{si } y_1(k+i-p) \text{ est validée} \end{cases}$$

On peut se poser la question suivante : Quel est la relation entre le résidu d'estimation et le résidu de prédiction ?.

### 2.3 Relation entre les deux résidus

La différence entre les équations (1) et (4) donne :

$$(7) \quad \hat{y}_1(k) - \tilde{y}_1(k) = - \sum_{i=0}^{p-1} w_{i1} (y_1(k+i-p) - \tilde{y}_1(k+i-p))$$

Or d'une part on a :

$$\hat{y}_1(k) - \tilde{y}_1(k) = (y_1(k) - \hat{y}_1(k)) - (y_1(k) - \hat{y}_1(k))$$

$$\hat{y}_1(k) - \tilde{y}_1(k) = \rho(k) - r(k)$$

et d'autre part :

$$y_1(k+i-p) - \tilde{y}_1(k+i-p) = \rho(k+i-p)$$

d'où :

$$(8) \quad \rho(k) = r(k) - \sum_{i=0}^{p-1} w_{i1} \rho(k+i-p)$$

avec  $\rho(k) = 0$  pour  $k \in (t+1-p, t)$



allons étudier les signatures du bruit et des pannes sur ces résidus. Un résidu de prédiction ne sera utilisé que pour faire la synthèse d'une mesure analytique destinée à remplacer la mesure fournie par un capteur défaillant.

### 3 SIGNATURE DU BRUIT SUR LES RESIDUS

La signature du bruit sur le résidu d'une RRA est une variable aléatoire de moyenne nulle et de variance constante.

Dans EPG, le vecteur des résidus s'écrit :

$$(13) \quad P(k) = WY(k,p) - \beta u(k,p)$$

et sa valeur définit la signature du bruit :

$$(14) \quad P(k) = WD(p)\eta(k,p) + We(k,p)$$

$$\text{d'où} \quad E(P(k)) = 0$$

$$\text{et} \quad E(P(k).P'(k)) = WD(p)\bar{Q}D'(p)W' + \bar{R}W'$$

avec

$$\bar{Q} = \text{diag}(Q, Q, \dots, Q) \text{ et } \bar{R} = \text{diag}(R, R, \dots, R)$$

Dans RMV, le vecteur des résidus s'écrit :

$$(15) \quad P(k) = WY(k,p)$$

et sa valeur définit la signature du bruit :

$$(16) \quad P(k) = WO(p)x(k) + WC(p)u(k,p) + WD(p)\eta(k,p) + We(k,p)$$

$$\text{d'où} \quad E(P(k)) = 0$$

$$\text{et} \quad E(P(k).P'(k)) = \Lambda, \text{ la matrice des valeurs propres de } O(p)\Sigma O'(p) + D(p)\bar{Q}D'(p) + \bar{R}$$

Dans le cas où les variables  $x$ ,  $\eta$  et  $e$  sont gaussiennes la signature du bruit est aussi gaussienne.

Le résidu d'estimation est égal à un coefficient près au résidu de la RRA à partir de laquelle est calculée l'estimation. La signature du bruit aura les mêmes caractéristiques que celles du résidu de la RRA.

Pour les deux types de résidus (EPG et RMV) on notera :

$$W = (W_1, W_2, \dots, W_j, \dots, W_m)$$

$$\text{avec } W_j = (W_{0j}, W_{1j}, \dots, W_{pj})$$

de la panne. On peut remarquer qu'elle est entièrement contenue dans le sous espace défini par la sous matrice  $W_j$ .

#### 4.2 Signature d'une mesure aberrante

On a, dans ce cas :

$$(19) \quad a(k) = \begin{cases} a(t) \neq 0 & \text{pour } k = t \\ 0 & \text{pour } k \neq t \end{cases}$$

et la signature d'une mesure aberrante sur le jème capteur s'écrit :

$$(20) \quad \begin{aligned} P(t) &= W_{pj} a(t) \\ P(t+1) &= W_{p-1,j} a(t) \\ &\vdots \\ &\cdot \\ P(t+p) &= W_{0j} a(t) \\ P(k) &= 0 \quad \forall k > t+p \end{aligned}$$

La signature d'une mesure aberrante est une transitoire de longueur  $p+1$  (fig 2).

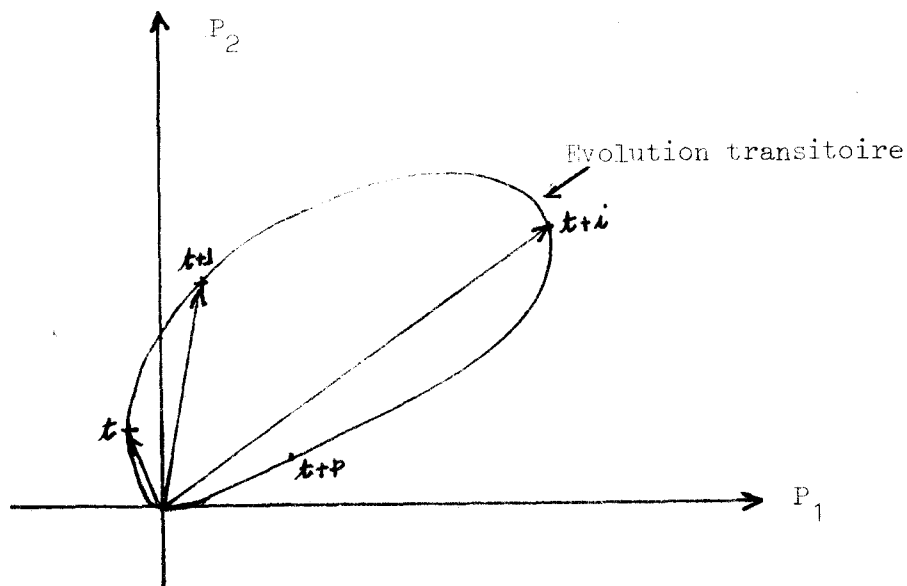


Fig 2 : Signature d'une mesure aberrante.

Notons que, si le terme permanent est nul, il n'est pas possible de distinguer entre la signature d'une mesure aberrante et celle d'un biais.

#### 4.4 Signature d'une dérive

On a dans ce cas :

$$(23) \quad a(t+k) = \begin{cases} 0 & \text{pour } k < 0 \\ (k+1)\alpha & \text{pour } k > 0 \end{cases}$$

La signature d'une dérive sur le jème capteur s'écrit alors :

$$(24) \quad \begin{aligned} P(t) &= \alpha W_{pj} \\ p(t+1) &= 2\alpha W_{pj} + \alpha W_{p-1,j} \\ &\vdots \\ P(t+p) &= (p+2)\alpha W_{pj} + \dots + \alpha W_{0j} \\ P(t+p+1) &= (p+2)\alpha W_{pj} + \dots + 2\alpha W_{0j} \\ &\text{etc} \end{aligned}$$

La signature d'une panne type dérive affectant le jème capteur est une trajectoire uniquement caractérisée par le fait qu'elle est tout entière contenue dans le sous espace défini par la sous matrice  $W_j$ .

#### 4.5 Relations de redondance analytique statiques

On peut remarquer que les 3 types de signatures particulières étudiées ci dessus dépendent de l'amplitude de la défaillance.

Dans les deux premiers cas (mesure aberrante et biais), cette amplitude intervient comme un facteur d'échelle, de sorte que les signatures correspondant à des amplitudes de pannes différentes sont homothétiques, les régimes permanents conduisent alors à une orientation dans une direction fixe du vecteur des résidus. Il n'en est pas de même dans le cas d'une dérive, où le vecteur des résidus est quelconque dans le sous espace de panne associé au jème capteur (sous espace défini par la sous matrice  $W_j$ ).

Cependant, dans le cas particulier des relations de redondance statiques, toute panne, quelle que soit sa nature, implique l'orientation du vecteur des résidus dans une direction fixe. En effet, les signatures de panne peuvent être calculées comme précédemment, en remarquant que, dans ce cas, on a  $p = 0$  et donc  $W_j = (W_{0j}) \quad j = 1, \dots, m$ .

La signature d'une panne s'écrit ainsi, dans le cas général :

CHAPITRE 6

COHERENCE DES MESURES

## 1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre on explore la possibilité d'utiliser la norme du vecteur des résidus comme caractère associé à un sous ensemble de capteurs.

On considère l'hypothèse où les bruits du système et des capteurs sont gaussiens. La norme du vecteur des résidus suit alors une loi de KHI-2 centrée si les mesures sont cohérentes ou décentrée si les mesures sont incohérentes. La comparaison de la norme du vecteur des résidus à un seuil d'incohérence permet de décider si le sous ensemble correspondant est cohérent ou non. Le seuil d'incohérence est calculé en fonction des probabilités de fausse alarme et de non détection.

Les performances du système de décision dépendent du cardinal du sous ensemble des mesures qui doit être minimum. ce qui nous amène à tester séparément chacune des composantes du vecteur des résidus.

## 2 LA COHERENCE D'UN SOUS ENSEMBLE DE MESURES

Soient :

$Y = \{y_1, \dots, y_m\}$  l'ensemble des variables de sortie.

$\mathcal{P}$  l'ensemble des parties de  $Y$  liées par au moins une RRA.

$y_s$  un élément de  $\mathcal{P}$  de cardinal  $s$ .

$\alpha$  un caractère associé à  $y_s$ .

$D$  un domaine de cohérence associé à  $\alpha$ .

Les mesures de  $y_s$  sont déclarées cohérentes (incohérentes) si et seulement si  $\alpha \in D$  ( $\alpha \notin D$ ).

On définit une fonction indicatrice de cohérence "c" de  $\mathcal{P}$  dans  $(0,1)$  de la manière suivante :

$$(1) \quad c : \begin{array}{l} \mathcal{P} \text{ -----} \rightarrow (0,1) \\ y_s \text{ -----} \rightarrow c(y_s) \end{array}$$

où

$$c(y_s) = 1 \quad \text{ssi } \alpha \in D$$

Les mesures sont déclarées cohérentes.

$$c(y_s) = 0 \quad \text{ssi } \alpha \notin D$$

Les mesures sont déclarées incohérentes; il existe au moins

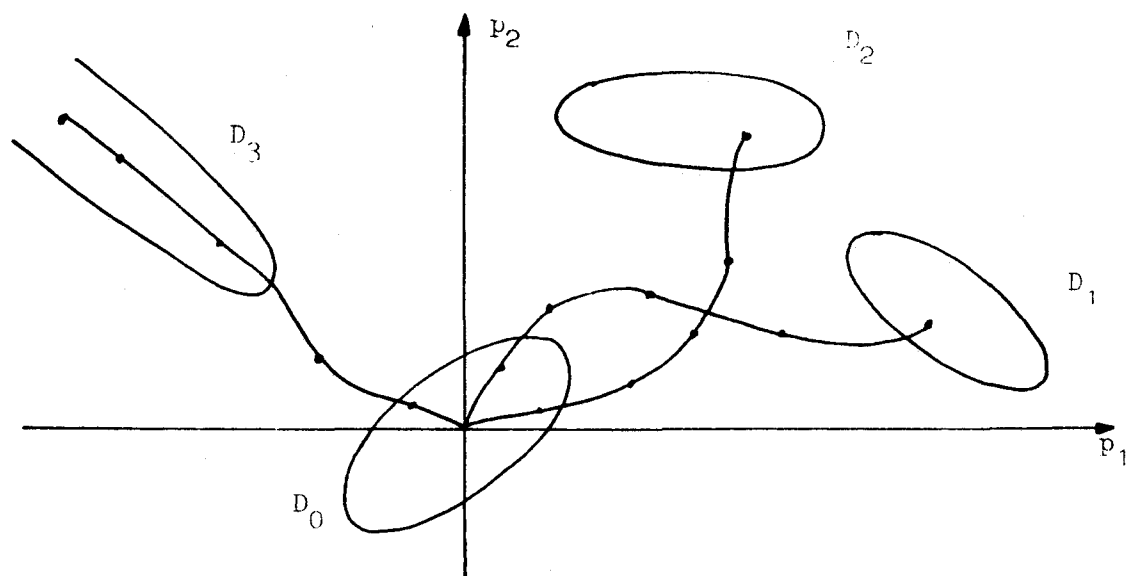


Fig 1 : Signature du bruit et des pannes.



$$(5) \quad c : \mathcal{P} \longrightarrow (0, x, 1)$$

$$y_S \longrightarrow c(y_S)$$

avec

$$c(y_S) = 0 \quad \text{ssi} \quad \|P_S\| \geq T$$

$$c(y_S) = x \quad \text{ssi} \quad t \leq \|P_S\| < T$$

$$c(y_S) = 1 \quad \text{ssi} \quad \|P_S\| < t$$

$c(y_S) = x$  correspond à une non décision.

Ces deux définitions ne seront pas retenues dans la suite.

### 3 DETERMINATION DU SEUIL D'INCOHERENCE

#### 3.1 Position du problème

La surveillance du sous ensemble  $y_S$  s'effectue par comparaison de la norme du vecteur des résidus à un seuil d'incohérence (Fig 2).

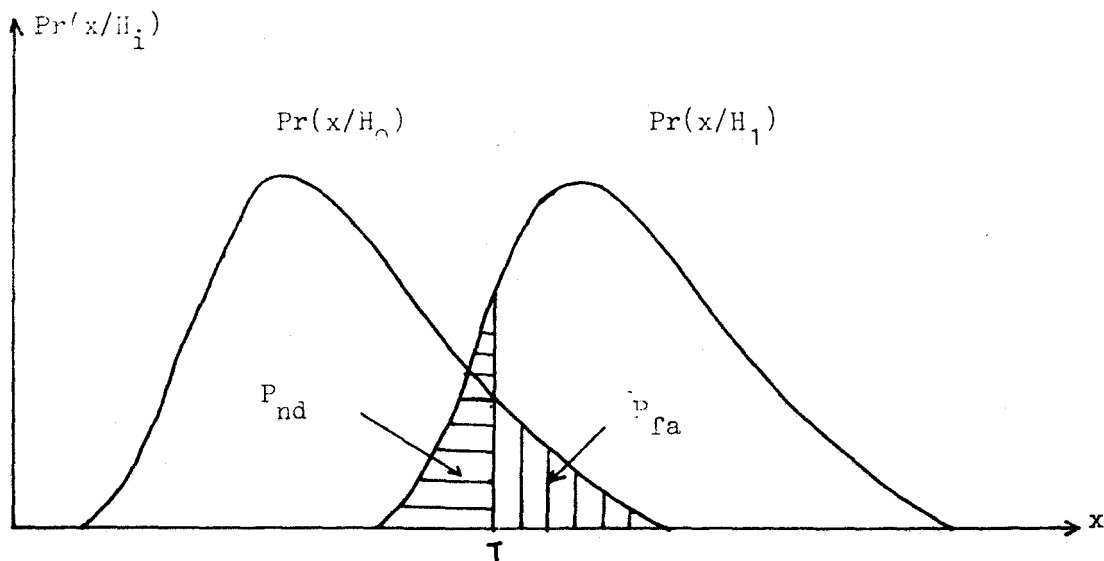


Fig 2 : Densités de probabilité sous  $H_0$  et  $H_1$ .

Le choix de ce seuil (voir Annexe) produit deux types d'erreurs :

$$\text{La probabilité de fausse alarme : } P_{fa} = \int_T^{+\infty} \text{Pr}(x / H_0) dx$$

$$\text{La probabilité de non détection : } P_{nd} = \int_{-\infty}^T \text{Pr}(x / H_1) dx$$

$$= \sum_{i=1}^m e_i^2 - m^{-1} \left( \sum_{i=1}^m e_i \right)^2$$

On obtient :

$$(10) \quad T = \begin{cases} mb^2 & \text{si } m \text{ est pair} \\ m^{-1}(m^2 - 1)b^2 & \text{si } m \text{ est impair} \end{cases}$$

Le seuil "T" ainsi choisi assure une probabilité de fausse alarme nulle.

## 2- La distribution du bruit est connue

Les densités de probabilité de  $\|P_S\|$  sous  $H_0$  et  $H_1$  sont connues. On se propose de calculer le seuil d'incohérence en fonction de  $P_{fa}$  et  $P_{nd}$ .

Hypothèse Les vecteurs  $X$ ,  $\eta$  et  $e$  sont gaussiens et indépendants :

$$X \sim N(0, \Sigma), \quad \eta \sim N(0, Q) \quad \text{et} \quad e \sim N(0, R)$$

Le vecteur de parité est alors gaussien :

$$P_S \sim N(0, V_S)$$

Pour déterminer la distribution de la norme du vecteur de parité on effectue le changement de variable suivant :

### 3.2 Changement de variable

Faisons un changement de variable :

$$(11) \quad q = MP_S \quad (M \text{ est une matrice inversible})$$

de telle façon que le vecteur "q", (qui est aléatoire gaussien de moyenne nulle) ait une matrice de covariance identité :

$$(12) \quad \begin{aligned} E(q) &= 0 \\ \text{Cov}(q) &= MV_S M' = I_{Ns} \end{aligned}$$

La matrice  $V_S$  est symétrique définie et positive. Elle est donc inversible.

Pour calculer la matrice  $M$ , multiplions par  $M'$  à gauche et par  $M$  à droite, l'équation précédente. On obtient :



La moyenne et la variance de  $q'q$  vérifient :

(16)  $E(q'q) = Ns$   
 $Var(q'q) = 2Ns$

Sa densité de probabilité admet un maximum appelé mode pour :

$x = Ns - 2 \quad (si \ Ns > 2)$

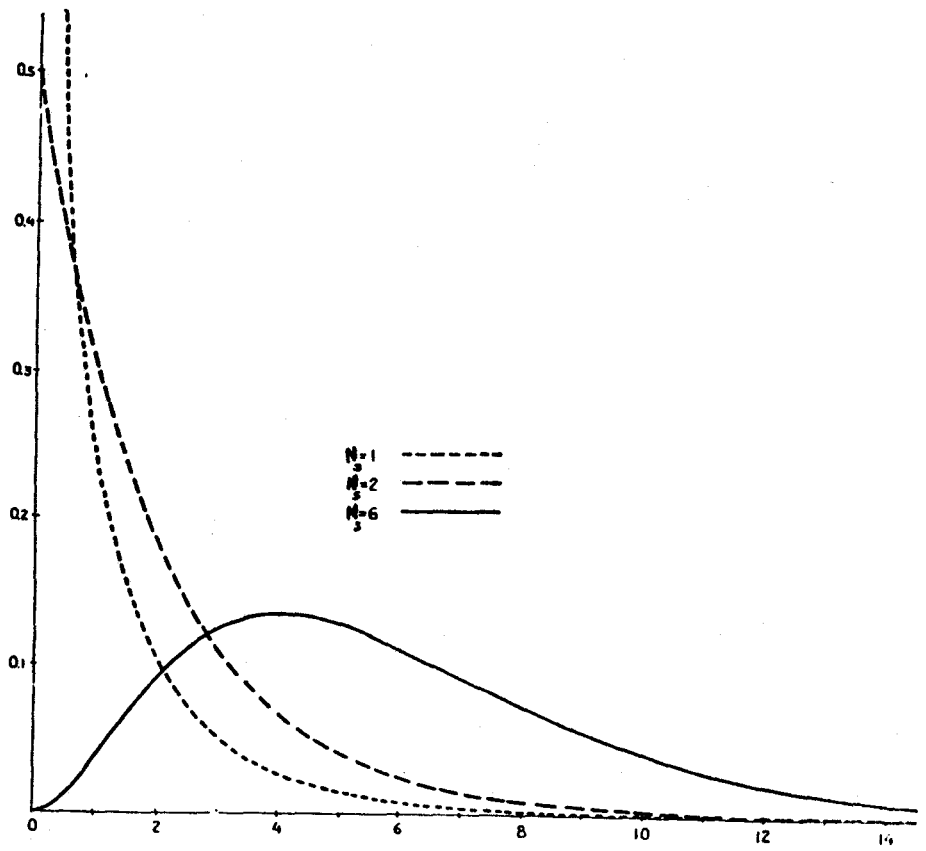


Fig 3 : Loi de KHI-2 centrée pour  $Ns=1, 2, 6$ .

Fonctionnement défaillant

La défaillance d'un ou de plusieurs capteurs aura pour effet un changement de la moyenne du vecteur de parité. La valeur de la moyenne notée  $f$  dépend de l'amplitude de la défaillance (On spécifie dans la suite la valeur de  $f$ ). On obtient :

$q \sim N(0, I_{Ns})$

$q'q$  suit alors une loi de KHI-2 décentrée de  $F = f'f$  à  $Ns$  degrés de liberté " $X'^2(F, Ns)$ " et dont la densité de probabilité est la suivante :

Supposons que l'on connaisse la valeur minimale  $F^*$  du paramètre  $F$ . On obtient :

Hypothèses simples

$H_0$   $q|q$  suit une loi de KHI-2 centrée à  $N_s$  degrés de liberté.

$H_1$   $q|q$  suit une loi de KHI-2 décentrée de  $F^*$  à  $N_s$  degrés de liberté.

Le seuil  $T^*$  minimum peut être calculé par l'une des règles de décision développées dans l'annexe.

Dans le cas réel, on a  $F > F^*$ . On obtient :

Hypothèses composées

$H_0$   $q|q$  suit une loi de KHI-2 centrée à  $N_s$  degrés de liberté.

$H_1$   $q|q$  suit une loi de KHI-2 décentrée de  $F > F^*$  à  $N_s$  degrés de liberté.

Suivant que l'on connaît ou non la densité de probabilité du paramètre  $F$ , on obtient les deux cas suivants :

- La densité de probabilité de  $F$  est connue

Le problème du choix du seuil  $T$  s'écrit :

Chercher  $T$  tel que :

$$(19) \quad \min_T P_{fa}(T)$$

$$\min_T E(P_{nd}(T))$$

$$\text{avec } E(P_{nd}(T)) = \int_{F^*}^{+\infty} \text{Pr}(F) P_{nd}(T, F) dF$$

- La densité de probabilité de  $F$  est inconnue

Le problème du choix du seuil  $T$  s'écrit :

$$(20) \quad \min_T P_{fa}(T)$$

$$\min_T \max_{F > F^*} P_{nd}(T, F)$$

Dans les deux cas on se ramène à un test d'hypothèses simples.



préférable de générer les RRA à partir de sous ensembles de cardinal minimum. Dans ce sens, on peut dire que l'algorithme utilisé dans (DESA 81) est plus performant que celui utilisé dans (MEIJ 81). En effet, le premier vérifie la cohérence de tous les sous ensembles de cardinal minimum ( $s = n+1$ ); le second utilise des sous ensembles de  $m-1$  capteurs. Notons toute fois que dans le cas d'une redondance triple les deux algorithmes ont les mêmes performances.

La surveillance des composantes du vecteur des résidus permet de conclure si la structure de la RRA correspondant est cohérente ou non. L'isolation de l'origine de l'incohérence fera l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE 7

ISOLATION DU CAPTEUR DEFAILLANT

## 1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre on se limite à la description de la structure du système de décision logique. On expose deux techniques d'isolation du capteur défaillant utilisant l'ensemble des relations statiques ou dynamiques exploitables :

La première, celle de l'espace des résidus, consiste à diviser cet espace en domaine de fonctionnement normal et des domaines de panne des capteurs. A chaque capteur correspond un sous-espace de panne dans l'espace des résidus. D'autre part, pour un capteur donné, à chaque type de panne correspond une signature de panne dans le sous-espace de panne. La surveillance des capteurs s'effectue à partir de la surveillance du vecteur des résidus. En effet celui-ci est une image du désaccord entre les mesures; l'augmentation de son amplitude manifeste la présence de la panne et sa trajectoire caractérise la nature de la panne.

La 2ème technique, celle du vote logique utilise la notion du degré de cohérence des mesures. On associe à chacun des capteurs une signature de panne; celle-ci est un vecteur défini par les différents degrés de cohérence. Il est clair que quand aucun capteur n'est en panne les degrés de cohérence des mesures sont égaux à 1; c'est la signature du fonctionnement normal des capteurs. Le calcul des degrés de cohérence des mesures à chaque instant et la comparaison de la signature résultante aux différentes signatures permet de les valider. Le problème de la présence de panne multiple peut conduire aux situations suivantes : les pannes se compensent et deviennent invisibles par le système de surveillance (leur signature correspond à celle du fonctionnement normal) ou les pannes peuvent être détectées mais sont mal isolées.

## 2 SYSTEME DE DECISION BASE SUR LES SIGNATURES DANS L'ESPACE DES RESIDUS

Nous avons mentionné dans les chapitres précédents que le vecteur des résidus, dans le cas de fonctionnement normal, est d'amplitude faible due à la présence du bruit. En présence d'une défaillance sur l'un des capteurs, l'amplitude du vecteur des résidus augmente manifestant la présence de la panne et il s'oriente suivant la direction de panne (ou le sous-espace de panne) associée au capteur défaillant. La surveillance de la direction du vecteur des résidus permet alors d'isoler le capteur défaillant. Rappelons que cette approche s'applique à tout sous-ensemble  $y_s$  de  $y$ .

### 2.1 Résidus issus de RRA statiques

On a vu dans ce cas que, quelle que soit la nature de la défaillance, le vecteur des résidus s'oriente suivant une direction spécifique du capteur en panne. Le problème de l'isolation du capteur défaillant conduit tout naturellement à reconnaître cette direction. Soit  $P^j$  la projection du vecteur

### 3 SYSTEME DE DECISION UTILISANT LA NOTION DE DEGRE DE COHERENCE

On considère l'ensemble des RRA sélectionnées pour la surveillance de l'ensemble des capteurs. A chaque instant  $k$ , le calcul de leur résidu nécessite la connaissance des mesures et des consignes sur l'intervalle  $(k-p, k)$ . Par ailleurs la vérification de la cohérence des mesures à l'instant  $k$  suppose la validation de celles-ci sur  $(k-p, k-1)$ . On conçoit alors un système de décision à fenêtre mobile utilisant la notion de degré de cohérence (fig 1) pour valider les mesures. Si l'une des mesures est déclarée défectueuse, elle sera alors remplacée par son estimation aux instants suivants.

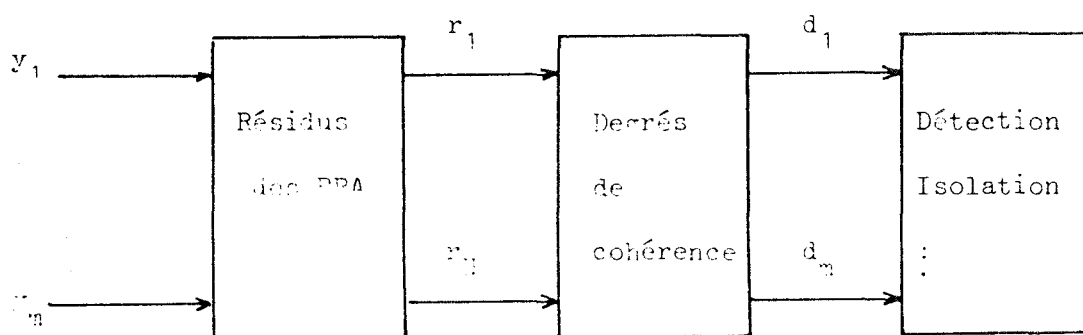


Fig 1 : Structure du système de décision.

#### 3.1 Degré de cohérence des mesures

**Définition 1** La structure d'une RRA est dite cohérente (incohérente) si le résidu en valeur absolue est plus petit (plus grand) qu'un certain seuil d'incohérence.

La fonction indicatrice de cohérence d'une structure est alors définie par :

$$(5) \quad c(S) = \begin{cases} 1 & \text{SSI } |r(k)| < T \\ 0 & \text{SSI } |r(k)| \geq T \end{cases}$$

$S$  est la structure d'une RRA de résidu  $r(k)$ .

**Définition 2** Le degré de cohérence  $d_j$  d'une mesure  $y_j$  est égal au nombre des structures cohérentes sur le nombre total des structures contenant cette mesure.

$$(6) \quad d_j = \frac{\sum_{S \in S_j} c(S)}{|S_j|} \quad j=1, 2, \dots, m$$

C'est un nombre compris entre 0 et 1.

### 3.3 Signature de panne des capteurs (STAR 86)

Supposons que le capteur  $y_i$  est défaillant. Les degrés de cohérence des capteurs sont alors égaux à :

$$(7) \quad d_j(i) = \begin{cases} 0 & \text{si } i = j \\ 1 - \frac{|S_{ij}|}{|S_j|} & \text{si } j \neq i \end{cases}$$

où  $S_{ij}$  est l'ensemble des structures contenant à la fois les capteurs  $y_i$  et  $y_j$ .

On appelle signature de panne du capteur  $y_i$  le vecteur  $D_i$  défini par :

$$(8) \quad D_i' = (d_1(i), d_2(i), \dots, d_m(i))$$

A chacun des capteurs on associe une signature de panne. Cette signature est indépendante de la nature de la panne.

Il est clair que quand aucun capteur n'est défaillant, tous les degrés de cohérence sont égaux à 1. C'est la signature du fonctionnement normal des capteurs.

#### Proposition

Une condition nécessaire et suffisante pour qu'une panne simple soit isolable est que les signatures des capteurs soient toutes différentes.

Deux capteurs ayant la même signature ne sont pas isolables.

#### Exemple 1

Considérons les deux relations reliant les capteurs  $y_i$ ,  $i = 1, 5$  :

$$(9) \quad 2y_1 + y_2 - 2y_4 - y_5 = 0$$

$$(10) \quad y_2 - 2y_3 + y_4 = 0$$

Les signatures de panne des différents capteurs sont représentées sur la figure 2. On peut remarquer que les capteurs  $y_1$  et  $y_5$  ont la même signature ils ne sont donc pas isolables, de même les capteurs  $y_2$  et  $y_4$ . Le capteur  $y_3$  est le seul isolable.



## Exemple 2

considérons maintenant l'ensemble des RRA :

$$(11) \quad 2Y_1 + Y_2 - 2Y_4 - Y_5 = 0$$

$$(12) \quad Y_2 - 2Y_3 + Y_4 = 0$$

$$(13) \quad Y_3 + Y_4 - 2Y_5 = 0$$

La figure 3 montre les signatures de panne des capteurs  $Y_i$ ,  $i = 1, 5$ . Les signatures étant différentes, les 5 capteurs sont donc isolables. Cet exemple montre qu'il est possible de surveiller 5 capteurs au moyen de 3 relations.

Proposition

Le nombre maximum de capteurs pouvant être surveillé par un ensemble de  $N$  RRA est égal à :  $2^N - 1$ .

Démonstration

La démonstration de cette proposition découle des conditions de détection et d'isolation. Soit  $S$  la réunion des structures des  $N$  RRA.

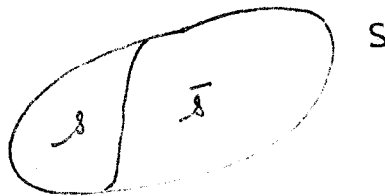
Condition de détection Chaque capteur appartient à la structure d'au moins une des RRA; autrement dit chaque capteur appartient à un sous-ensemble non vide de  $S$ .

Remarque le nombre des parties non vides de  $S$  est égal à  $2^N - 1$ .

Condition d'isolation Chaque capteur appartient à une partie différente de  $S$ .

Preuve Supposons que deux capteurs  $y_1$  et  $y_2$  appartiennent à la même partie de  $S$  notée  $s$ . Montrons que leur signature sont identiques.

$y_1$  est dans la structure de toutes les RRA de  $s \in \mathcal{P}(S)$ .  
 $y_1$  n'est pas dans la structure des RRA de  $\bar{s}$ .  
 $y_2$  est dans la structure de toutes les RRA de  $s \in \mathcal{P}(S)$ .  
 $y_2$  n'est pas dans la structure des RRA de  $\bar{s}$ .

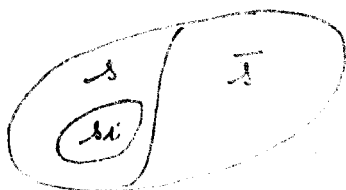


Signature de  $y_1$  Supposons que  $y_1$  est défaillant. On obtient :

$$\begin{aligned} d_1 &= 0 \\ d_2 &= 0 \end{aligned}$$

Calculons les degrés de cohérence des autres capteurs  $y_i$ . soit  $s_i$  la réunion des structures contenant  $y_i$ ,  $i = 1, 2$ .  $s_i$  appartient à l'un des cas suivants :

a)  $s_i \subset s$



le degré de cohérence de  $y_i$  est donné par :  $d_i = 0$ .

Si la signature de l'état des capteurs est égale à celle du fonctionnement normal alors

- . Les mesures sont déclarées validées. On continue la surveillance par décalage de la fenêtre d'observation;

Si la signature est égale à celle de l'un des capteurs alors

- . La mesure de ce capteur sera déclarée en défaut et sera remplacée par son estimation aux instants suivants;

Notons que le fait de remplacer la mesure par son estimation ne change pas la signature de panne du capteur.

On peut remarquer qu'en présence d'erreur dans la procédure de décision, certaines structures peuvent, en absence de panne (présence de panne), être incohérentes (cohérentes). Dans ce cas il est nécessaire de fixer un seuil maximum et un seuil minimum pour chacun des degrés de cohérence des mesures. Ces seuils dépendent des performances de la procédure de décision.

Dans la suite on se propose d'utiliser la notion de signature de panne des capteurs pour la détection et l'isolation de pannes multiples.

### 3.4 Pannes multiples

La présence de panne multiple peut soulever deux sortes de problèmes :

- La panne multiple peut être détectée, mais sa signature identique à celle d'une panne simple.
- Les pannes se compensent et on obtient la signature de non défaillance (Les pannes sont dites invisibles).

Le premier cas conduit à une mauvaise isolation et le second cas conduit à une non détection.

#### Exemple

Considérons le cas de 3 capteurs parfaits identiques. On a :

$$(14) \quad Y_1 - Y_2 = 0$$

$$(15) \quad Y_1 - Y_3 = 0$$

$$(16) \quad Y_2 - Y_3 = 0$$

Supposons que les capteurs  $y_1$  et  $y_2$  admettent un biais de même amplitude "a". On obtient :

$$(19) \quad P(k) = W^1 a$$

Les pannes multiples sont invisibles si on a :

$$(20) \quad W^1 a = 0 \quad \text{avec } a \neq 0$$

$a$  est orthogonal à la matrice  $W^1$ . Les  $z$  colonnes de la matrice  $W^1$  multipliant les composantes non nulles de  $a$  sont alors dépendantes. D'où :

Quel que soit  $z$ , à tout sous ensemble de  $z$  colonnes dépendantes correspond un sous ensemble de capteurs dont les pannes simultanées peuvent être invisibles.

En conséquence, pour tout sous ensemble de capteurs, il est possible de savoir s'il peut ou non présenter une configuration de panne multiple invisible.

Soit  $I \subset \{1, \dots, m\}$  l'ensemble des indices d'un sous ensemble donné de capteurs. Une CNS pour que toute panne simultanée de ces capteurs soit visible est que la sous matrice  $W^1_I$  formée par les colonnes de la matrice  $W^1$  dont les indices sont dans  $I$  soit de rang  $|I|$ .

#### Remarque

Soit  $J \subset I$  un ensemble d'indices. Si les pannes simultanées des capteurs correspondants à  $I$  sont visibles, alors les défaillances des capteurs correspondants à  $J$  sont aussi visibles.

#### Signature de panne multiple visible

La détection des pannes multiples visibles, peut être effectuée par étude de leur signature. Si les signatures sont toutes différentes, les pannes simultanées sont alors détectables.

#### Exemple

Considérons l'ensemble des relations reliant les sorties de 4 capteurs  $y_i$ ,  $i = 1, 4$  :

$$(21) \quad y_1 - y_2 = 0 ; y_1 - y_3 = 0 ; y_1 - y_4 = 0 ;$$

$$(22) \quad y_2 - y_3 = 0 ; y_2 - y_4 = 0 ; y_3 - y_4 = 0$$

Les signatures des pannes simples et doubles des capteurs sont représentées sur la figure 4 :

Les signatures sont différentes, toute panne double visible est alors détectable.

Signalons que la probabilité d'avoir une panne multiple est très faible si les capteurs sont indépendants. Par ailleurs, la panne multiple ou de mode commun peut avoir lieu si les capteurs sont de technologie identique ou sont liés par une partie commune de l'instrumentation.

#### 4 CONCLUSION

Deux méthodes d'isolation des capteurs défectueux ont été exposées.

La 1ère, celle de l'espace des résidus, consiste à diviser l'espace des résidus en domaines de fonctionnement normal et de défaillance des capteurs. Le vecteur des résidus évolue dans cet espace; la détermination à chaque instant de son domaine d'évolution assure la surveillance en ligne des capteurs.

La 2ème méthode utilise la notion de degré de cohérence pour définir les signatures de panne simple des capteurs et celle du fonctionnement normal. L'état des capteurs est alors défini par l'une de ces  $m+1$  signatures. Par ailleurs la présence de panne multiple peut soulever le problème de l'invisibilité de la défaillance. La panne multiple visible peut être isolée par comparaison de la signature de l'état des capteurs avec les signatures des pannes instantanées des sous ensembles de capteurs et celle du fonctionnement normal.

Dans le cas où le modèle présente des paramètres mal connus ou incertains, les relations dépendent de ces paramètres. Dans ce sens, il est nécessaire d'étudier le problème de la robustesse des relations vis à vis des variations de ces paramètres.

- Le calcul des degrés de cohérence est effectué par comparaison des résidus à leur seuil d'incohérence (chapitres 6 et 7). Il serait intéressant de définir les degrés de cohérence par utilisation de plusieurs seuils, voire d'envisager une décision floue.

Enfin les applications à des exemples réels, tout en confirmant l'intérêt de l'approche retenue pour cette étude, devrait ouvrir la voie à d'autres développements.

**ANNEXE**

RAPPEL DES REGLES DE DECISION (SPAT 73), (ARQU 79)

On considère un ensemble de mesures  $y_s$  de cardinal  $s$ . soit " $\alpha$ " un caractère associé à  $y_s$ . Il s'agit de décider si cet ensemble est cohérent ou non; càd de choisir l'une des deux hypothèses suivantes :

$H_0$  : L'ensemble  $y_s$  est cohérent. " $\alpha$ " suit une loi de probabilité  $\text{pr}(\alpha / H_0)$ .

$H_1$  : L'ensemble  $y_s$  est incohérent. " $\alpha$ " suit une loi de probabilité  $\text{pr}(\alpha / H_1)$ .

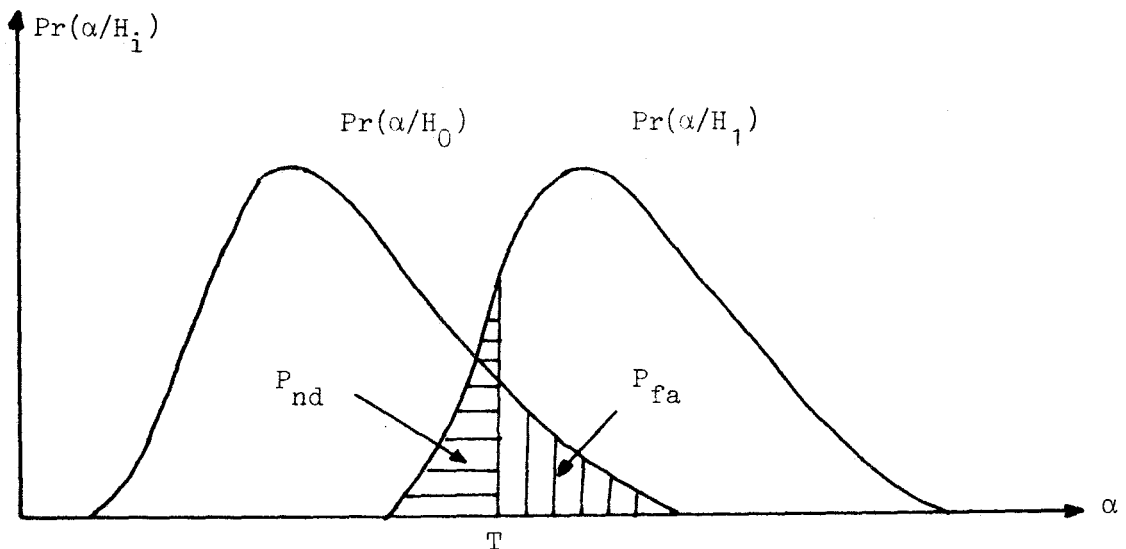


Fig 1 : Densités de probabilité des hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ .

En comparant le caractère " $\alpha$ " à un seuil de décision  $T$ , on prend l'une des deux décisions :

$d_0$  : retenir l'hypothèse  $H_0$ ; ( $c(y_s) = 1$ ).

$d_1$  : retenir l'hypothèse  $H_1$ ; ( $c(y_s) = 0$ ).

En combinant l'état réel des mesures ( $H_0, H_1$ ) et les décisions prises ( $d_0, d_1$ ), on obtient les quatres situations possibles :

	$H_0$	$H_1$
$d_0$	$S_{00}$	$S_{01}$
$d_1$	$S_{10}$	$S_{11}$



Le risque moyen correspondant aux différentes situations est le suivant :

$$R = R_{00} + R_{01} + R_{10} + R_{11}$$

$$R = c_{00}pr(S_{00}) + c_{01}pr(S_{01}) + c_{10}pr(S_{10}) + c_{11}pr(S_{11})$$

En remplaçant les valeurs des différentes probabilités par leur valeur, on obtient les deux expressions de R :

$$R = c_{00}P_0 + c_{11}P_1 + (c_{10} - c_{00})P_0 + \int_{-\infty}^T ((c_{01} - c_{11})P_1 pr(x/H_1) - (c_{10} - c_{00})P_0 pr(x/H_0)) dx$$

$$R = c_{00}P_0 + c_{11}P_1 + (c_{01} - c_{11})P_1 + \int_T^{+\infty} ((c_{10} - c_{00})P_0 pr(x/H_0) - (c_{01} - c_{11})P_1 pr(x/H_1)) dx$$

Supposons que le coût d'une décision correcte dépasse celui d'une décision incorrecte :

$$c_{01} > c_{11} \quad \text{et} \quad c_{10} > c_{00}$$

Les trois 1er termes des deux formes de R sont constants. Le risque est minimal lorsque les termes sous le signe intégral sont négatifs, d'où :

On prend la décision  $d_0$  si " $\omega$ " vérifie l'inégalité suivante :

$$(c_{01} - c_{11})P_1 pr(\omega/H_1) - (c_{10} - c_{00})P_0 pr(\omega/H_0) < 0$$

Soit

$$\frac{pr(\omega/H_1)}{pr(\omega/H_0)} < \frac{c_{10} - c_{00} P_0}{c_{01} - c_{11} P_1}$$

On prend la décision  $d_1$  si " $\omega$ " vérifie l'inégalité :

$$(c_{10} - c_{00})P_0 pr(\omega/H_0) - (c_{01} - c_{11})P_1 pr(\omega/H_1) \leq 0$$

soit :

$$\frac{pr(\omega/H_1)}{pr(\omega/H_0)} \geq \frac{c_{10} - c_{00} P_0}{c_{01} - c_{11} P_1}$$

On appelle rapport de vraisemblance la fonction définie par :

Notons toutefois que si on connaît les coûts, il est possible de déterminer un seuil de décision indépendant des probabilités a priori. Pour ce faire étudions le risque de BAYES en fonction des probabilités a priori.

### Etude du risque de BAYES

La fonction risque moyen de BAYES dépend, comme on venait de voir, des probabilités a priori des hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ . Elle dépend aussi du seuil " $\mu$ " par l'intermédiaire des probabilités de fausse alarme et de non détection. En effet :

Le rapport de vraisemblance " $\Lambda(\omega)$ " est une variable aléatoire. Soit  $Pr(\lambda/H_0)$  et  $Pr(\lambda/H_1)$  les densités de probabilités de " $\Lambda$ " sous les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ . Les probabilités de fausse alarme et de non détection s'expriment aussi de la manière suivante :

$$P_{fa} = \int_{\mu}^{+\infty} pr(\lambda/H_0) d\lambda$$

$$P_{nd} = \int_0^{\mu} pr(\lambda/H_1) d\lambda$$

Les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  vérifient la relation :

$$P_0 + P_1 = 1$$

Remplaçons  $P_0$  par sa valeur dans  $R$ , on obtient :

$$R = c_{00} + (c_{01} - c_{00})P_{fa} + P_1(c_{11} - c_{00} + (c_{10} - c_{11})P_{nd} - (c_{01} - c_{00})P_{fa})$$

Le risque moyen dépend de " $\mu$ " et de  $P_1$  :  $R = R(\mu, P_1)$ .

### Discussions

- Si  $P_1$  est fixé,  $R$  est alors fonction de " $\mu$ " et admet comme minimum le seuil " $\mu$ " solution de BAYES :

$$\mu = \frac{1 - P_1}{P_1} \cdot \frac{c_{01} - c_{00}}{c_{10} - c_{11}}$$

Le seuil " $\mu$ " dépend de  $P_1$  :  $\mu = \mu(P_1)$ .

L'allure de la courbe ( $\mathcal{E}$ ) de  $R(P_1, \mu(P_1))$  en fonction de  $P_1$  est représentée sur la figure ci-dessous. On peut montrer

$$c_{11} - c_{00} + (c_{10} - c_{11})P_{nd} - (c_{01} - c_{00})P_{fa} = 0$$

La solution minimax s'écrit aussi sous la forme :

$$c_{11} - c_{00} + (c_{10} - c_{11}) \int_0^{\mu_m} \text{pr}(\lambda / H_1) d\lambda - (c_{01} - c_{00}) \int_{\mu_m}^{+\infty} \text{pr}(\lambda / H_0) d\lambda = 0$$

Soit :

$$\mu_m = \frac{1 - P_{1m}}{P_{1m}} \cdot \frac{c_{01} - c_{00}}{c_{10} - c_{11}}$$

Le risque devient :

$$\begin{aligned} R(\mu_m, P_{1m}) &= c_{00} + (c_{01} - c_{00}) \int_{\mu_m}^{+\infty} \text{pr}(\lambda / H_0) d\lambda \\ &= c_{11} + (c_{10} - c_{11}) \int_0^{\mu_m} \text{pr}(\lambda / H_1) d\lambda \end{aligned}$$

Par conséquent, quelle que soit la probabilité a priori le risque ne dépassera pas la valeur  $R(\mu_m, P_{1m})$ .

Le critère du MINIMAX choisit la meilleure règle possible au sens de BAYES par rapport à une loi de probabilité a priori la plus défavorable.

### 3 REGLE DE NEYMAN PEARSON

Dans le cas où on ne se permet aucune supposition sur les coûts ou sur les probabilités a priori, les règles de BAYES et du MINIMAX ne peuvent pas être appliquées. Par ailleurs, on ne peut pas fixer simultanément les probabilités de fausse alarme et de non détection. On considère l'hypothèse suivante :

#### Hypothèse

Supposons que la probabilité de fausse alarme ne dépasse pas une certaine valeur "A" fixe.

La règle de NEYMAN-PEARSON consiste à minimaliser la probabilité de non détection ( ou ce qui revient au même à maximaliser la probabilité de détection) avec la contrainte :

$$P_{fa} = a \leq A.$$

### Calcul du seuil de décision

Le rapport de vraisemblance est une variable aléatoire. Pour déterminer le seuil " $\mu$ " il faut connaître la densité de probabilité de " $\lambda$ " sachant  $H_0$ , notée  $pr(\lambda / H_0)$ . on a :

$$P_{fa} = \int_{\mu}^{+\infty} pr(\lambda / H_0) d\lambda = a, \quad a \leq A \text{ est donnée.}$$

Le seuil " $\mu$ " est solution de cette relation.

### Variations de $P_{fa}$ en fonction du seuil

La figure 4 montre l'allure de  $P_{fa}$  en fonction de " $\mu$ ";  
 $P_{fa} = P_{fa}(\mu)$ .

Pour " $\mu$ " croissant de 0 à  $+\infty$ ,  $P_{fa}$  décroît de 1 à 0. Par ailleurs quand " $\mu$ " augmente, le domaine de l'hypothèse  $H_1$  diminue; donc  $P_{nd}$  augmente.

Le seuil " $\mu$ " acceptable correspond à :  $a = A$ .

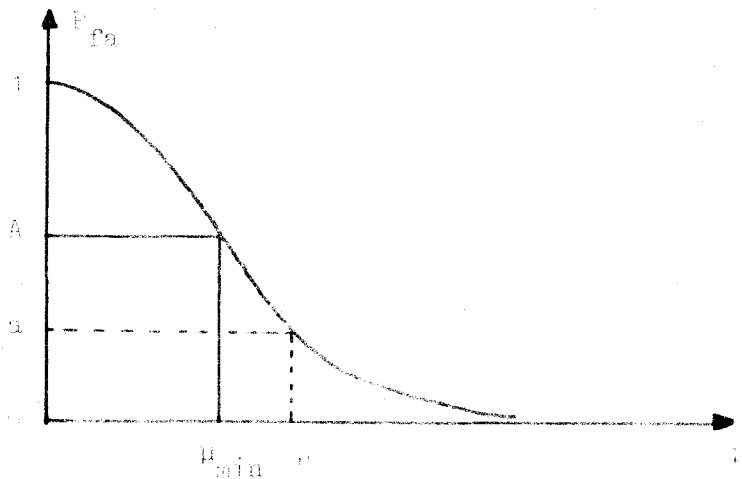


Fig 4 : courbe  $P_{fa}$  en fonction de  $\mu$ .

### CONCLUSION

Les différentes règles de décisions se ramènent, comme on vient de voir, au calcul d'un rapport de vraisemblance que l'on compare à un seuil de décision.

Le rapport de vraisemblance ne dépend que des données de l'observation. Il est de ce fait le même pour tous les critères.

Les règles de décision se différencient par le choix du seuil. Dans le critère de BAYES le seuil est fonction des probabilités a priori et des coûts; dans le cas du MINIMAX il

BIBLIOGRAPHIE

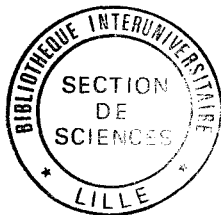
- (ARQU 79) P.Y.ARQUES  
"Décisions en traitement du signal"  
Masson, 1979.
- (BASS 82) M.BASSEVILLE  
"Contribution à la détection séquentielle de ruptures  
de modèles statistiques"  
Thèse d'Etat, NO 355, RENNES, Juin 1982.
- (BERT 75) P.BERTIER et P.M BOUROCHE  
"Analyse des données multidimensionnelles"  
Presse Universitaire de France, 1975.
- (CHOW 80) E.Y.CHOW  
"Failure detection system design methodology"  
Sc.D.Thesis, Lab.Inform.Decision Syst., M.I.T,  
Cambridge, MA, 1980.
- (CHOW 84) E.Y.CHOW, A.S.WILLSKY  
"Analytical redundancy and the design of robust  
failure detection system"  
IEEE Trans on A.C, vol AC-29 No 7, July 1984.
- (CLAR 78) R.N.CLARK  
"A simplified instrument failure detection scheme"  
IEEE AES, vol 14, No 4, July 1978.
- (DACU 82) DACUHNA-CASTELLE Et DUFLO  
"Probabilités et statistiques"  
Tome 1- Problème à temps fixe, Masson, 1982.
- (DALY 79) K.C.DALY and All  
"Generalized likelihood test for FDI in redundant  
sensor configurations"  
J.Guidance Control, vol 2, pp, 9-17, Jan-feb, 1979.
- (DECK 77) J.C.DECKERT and All  
"F-8 DFBW sensor failure identification using  
analytic redundancy"  
IEEE Trans. AC, vol AC-22, No 5, pp.795-803, 1977.
- (DECK 81) J.C.DECKERT  
"Flight test results for the F-8 digital fly-by-wire  
aircraft control sensor analytic redundancy  
management technique"  
AIAA Guidance and Control Conference, Albuquerque,  
NM, August, 1981.
- (DECK 82) J.C.DECKERT and All  
"A signal validation methodology for nuclear power  
plants"  
American control conference, Arlington, Virginia,  
june 1982.
- (DESA 79) M.N.DESAI and all  
"Dual sensor failure identification using analytic  
redundancy"  
J.Guidance and Control, vol 2, No 3, May-June 1979.

- (DESA 81) M.N.DESAI, A.RAY  
"A fault detection and isolation methodology"  
20th IEEE CDC, pp.1363-1369, San Diego, California,  
December 1981.
- (EVAN 70) F.A.EVANS, J.C.WILCOX  
"Experimental strapdown redundant sensor inertial  
navigation"  
J.Spacecraft Rockets, vol 7, pp.1070-1074, Sept.1970.
- (FEEL 83) J.J.FEELEY  
"Failure detection and isolation in a nuclear power  
plant under steady state conditions"  
22th IEEE Conference on Decision and Control, San  
Antonio, TX, pp. 756-757, December 1983.
- (FRAN 80) P.M.FRANK, L.KELLER  
"Sensitivity discrimination observer design for  
instrument failure detection"  
IEEE AES, vol 16, No 4, July 1980.
- (GILM 72) J.P.GILMORE, R.A.MCKER  
"A redundant strapdown inertial reference unit (SIRU)"  
J.Spacecraft Rockets vol 9, pp.39-47, Jan.1972.
- (HAMA 82) M.HAMAD  
"Validation des mesures et détection de pannes dans  
les capteurs"  
Memoire DEA juin 1982.
- (HAMA 86) M.HAMAD, M.STAROSWIECKI  
"Validation of measurements in control systems"  
Proposé pour le 25th IEEE CDC Athens, Greece,  
December 10-12, 1986.
- (HAMA 86) HAMAD, M;STAROSWIECKI  
"Validation of measurements in control systems by  
means of the analytical redundancy"  
Proposé pour le EUROPEAN WORKSHOP on FDR and KBG,  
Island of Rhodes, September 3, 1986.
- (HERT 82) J.E.HERTEL, R.N.CLARK  
"Instrument failure detection in partially observable  
systems"  
IEEE AES, vol AES-18, No 3, May 1982.
- (JACQ 81) J.C.JACQUOT and All  
"Prototype de surveillance de capteurs pour centrale  
nucleaire"  
Congrès AFCET, Nantes, pp 425-430 Octobre, 1981.
- (KALM 60) R.E.KALMAN  
"A new approach to linear filtering and prediction  
problems"  
Trans.ASME series D, J.Basic Engineering 82, PP. 34-  
45, March 1960.

- (KITA 80) M.KITAMURA  
"Detection of sensor failures in nuclear plants using analytic redundancy"  
Trans. of the American Nuclear Society, vol.34, 1980, ANS Meeting, Las Vegas, Nevada, June 1980.
- (LUEN 71) D.G.LUENBERGER  
"An introduction to observers"  
IEEE AC-16 (6), pp. 596-602, December 1971.
- (MEIJ 81) C.H.MEIJER and All  
"On line power plant signal validation technique utilizing parity space representation and analytic redundancy"  
EPRI NP-2110 Projet 1541 Final Report November 1981.
- (MOUS 81) S.S.MOUSTAFA and All  
"A microprocessor system for surveillance of sensors via Autoregressive identification"  
Signal processing 3, pp.19-27, 1981.
- (POTT 77) J.E.POTTER, M.C.SUMAN  
"Thresholdless redundancy management with array of skewed instruments"  
Integrity in Electronic Flight Control Systems, AGARDOGRAPH-224, pp.15-25, 1977.
- (RICH 75) M.RICHETIN  
"analyse structurale des systèmes complexes en vue d'une commande hiérarchisée"  
Thèse de Doctorat d'Etat, Toulouse No 674, 1975.
- (SPAT 73) A.SPATARU  
"Théorie de la transmission de l'information II Codes et décisions"  
Ed. Masson & Cie, 1973.
- (STAR 86) M.STAROSWIECKI, M.HAMAD  
"Validation of measurement and detection of sensors' failures in control systems"  
EUSIPCO-86 The Hague, The Netherlands, September 2-5, 1986.
- (TITL 72) A.TITLI  
"Contribution à l'étude des structures de commande hiérarchisées en vue de l'optimisation des processus complexes"  
Thèse de Doctorat d'Etat, Toulouse No 495, 1972.



- (TYLE 82) J.L.TYLEE  
"A generalized likelihood ratio approach to detecting and identifying failures in pressurizer instrumentation"  
Nuclear technology vol 56, March 1982.
- (TYLE 83) J.L.TYLEE, A.L.HON  
"New concepts in nuclear power plant instrumentation and control"  
22th IEEE CDC, San Antonio, TX, PP. 740-743, December 1983"
- (UPAD 83) B.R.UPADHYAYA, M.SKOSKA  
"Fault analysis of in-core detectors in PWR using time-series models"  
22th IEEE CDC, San Antonio, TX, pp.758-763, Dec.1983.
- (WALD 47) A.WALD  
"Sequential analysis"  
Wiley, New York, 1947.
- (WILK 65) J.H.WILKINSON  
"The algebraic eigenvalue problem"  
Clarendon press, Oxford, pp.94-104, 1965.
- (WILL 76) A.S.WILLSKY  
"A survey of design methods in failure detection in dynamic systems"  
Automatica, vol. 12, pp. 601-611, 1976.
- (WILL 82) A.S.WILLSKY and All  
"Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems"  
Journée d'Automatique à IRISA, Rennes, 8 Juin 1982.
- (ZWIN 83) G.ZWINGLSTEIN  
"Méthodes de détection et localisation de capteurs défaillants et techniques de validation de mesures analogiques : Application aux processus energetiques complexes"  
Rapport HP 40/83/381, EDF Chatou Juin 1983.



## RESUME

La sécurité, la fiabilité et la disponibilité des systèmes complexes dépendent largement de la validité des informations générées par les capteurs. La validation des mesures consiste à vérifier la cohérence de ces informations entre elles et avec le régime de fonctionnement. Cette procédure est basée sur l'existence d'une redondance physique ou analytique. La redondance analytique utilise le modèle du système pour générer des relations statiques ou dynamiques liant les variables mesurées. Ces relations génèrent des résidus dont la surveillance permet la validation des mesures issues des capteurs.

La première partie de ce travail est consacrée à la génération des résidus : on rappelle, tout d'abord, l'approche de l'espace de parité classique et on propose ensuite une nouvelle approche permettant d'obtenir des résidus de variance minimum : approche des résidus minivar. Les relations obtenues par les deux approches utilisent uniquement l'équation de mesure (relations statiques) ou bien l'équation de mesure associée au modèle du système commandé (relations dynamiques).

Dans la deuxième partie on utilise les résidus générés pour la surveillance des capteurs. La théorie de la décision est utilisée pour juger de la cohérence ou de l'incohérence d'un sous-ensemble de capteurs appartenant à la structure d'une relation. La notion de degré de cohérence d'une mesure est alors définie et utilisée pour localiser les défaillances. On définit pour ce faire une signature de panne indépendante de la nature de celle-ci.

MOTS CLES : Redondance Analytique - Validation des Mesures - Signature de panne.

