

50376  
1986  
199-1

50376  
1986  
199-1

# THESE

N° d'ordre 402

présentée

**A L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES**

**DE LILLE**

**FLANDRES ARTOIS**

pour l'obtention du grade de

**DOCTEUR INGENIEUR**

**en Mécanique des Fluides**

par

**Gilles HEID**



**STABILITE ET COUPLAGE DE VENTILATEURS TRANSVERSES**

Volume 1: <sup>Texte</sup> ~~Figures~~

Soutenue le 1<sup>er</sup> Décembre 1986 devant la Commission D'examen

MM	J. FRIBERG	Président
	J.P. BARRAND	Rapporteur
	P. MICHEAU	Examineur
	M. SEDILLE	Examineur
	R. LEGENDRE	Examineur
	J. FABRI	Examineur

A ma femme Claudie ,  
et mes enfants Savignien et Adrien ,  
avec toute mon affection .



Ce travail a été effectué à l'Institut de Mécanique des Fluides de Lille ,  
Etablissement de l'Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales  
(ONERA) .

Je remercie son directeur M PIANKO , pour l'intérêt qu'il a toujours ap-  
porté à mon travail et aux encouragements qu'il m'a prodigués .

Ce travail n'aurait pas pu être mené à bien sans le soutien financier de  
la Direction des Recherches et Etudes Techniques (DRET) , par l'intermé-  
diaire de l'Ingénieur en chef de l'Armement DI NICOLA , chef du groupe 6 de  
Mécanique et Physique des Fluides , et de l'ISC GUEZOU de la Division  
Hydrodynamique Navale , qui ont suivi de très près l'avancement de mes  
études . Qu'ils en soient ici remerciés .

Je remercie vivement :

Monsieur le Professeur BARRAND , de l'ENSAM de LILLE pour ses  
conseils éclairés dans la rédaction finale de cette thèse ,

Monsieur le Professeur LEGENDRE , Membre de l'Institut  
Monsieur le Professeur FRIBERG , du CNAM de PARIS  
Monsieur le Professeur SEDILLE , du CNAM de PARIS  
Monsieur le Professeur MICHEAU , de l'EUDIL de LILLE  
Monsieur FABRI , Ingénieur à L'ONERA

d'avoir bien voulu accepter de juger ce travail .

Je remercie amicalement toutes les personnes du groupe Mécanique des  
Fluides Appliquées de l'IMFL pour l'aide qu'elles m'ont apportée et en  
particulier son responsable Monsieur BAILLEUX , pour sa collaboration  
scientifique de qualité sur le sujet .



## TABLE DES MATIERES

Notations	1
-----------	---

### Première partie : INTRODUCTION

<u>1 - PRELIMINAIRES</u>	7
<u>2 - LE NAVIRE A EFFET DE SURFACE</u>	7
<u>3 - LE VENTILATEUR TRANSVERSE</u>	9
3 - 1 / Historique	9
3 - 2 / Théorie simplifiée du ventilateur transverse	10
a) - Entrée de la roue 1,1	11
b) - Sortie premier étage 2,1	11
c) - Entrée deuxième étage 1,2	13
d) - Sortie de la roue 2,2	13
e) - Calcul du travail massique fourni par la roue	14
f) - Pression totale à la sortie de la roue	14
g) - Degré de réaction	15
h) - Calcul du débit	15
i) - Conclusions des calculs théoriques	16
3 - 3 / Contribution de l'I.M.F.L.	16

## Deuxième partie

### STABILITE DE FONCTIONNEMENT DU VENTILATEUR TRANSVERSE

<u>1 - BUT DE L'ETUDE</u>	20
<u>2 - LA THEORIE DE BIDART</u>	20
2 - 1 / Modèle d'étude	20
2 - 2 / Etude de la stabilité du point M	23
2 - 3 / Développements	26
<u>3 - LE MONTAGE EXPERIMENTAL</u>	30
3 - 1 / Le ventilateur transverse	30
3 - 2 / Le circuit	30
3 - 3 / Instrumentation	31
a) - Mesures en statique	31
b) - Mesures en dynamique	31
3 - 4 / Acquisition et traitement	31
a) - La centrale d'acquisition	32
b) - L'oscilloscope à mémoire numérique	32
c) - Système de déplacement	32
d) - Système d'étalonnage pneumatique	33
<u>4 - ETALONNAGES</u>	33
4 - 1 / Coefficient d'étalonnage de la sonde de Recknagel	33
4 - 2 / Profils de vitesse et coefficients d'intégration	33

4 - 3 / Caractéristique du ventilateur .....	34
4 - 4 / Corrections des mesures .....	34
<u>5 - ESSAIS</u> .....	36
5 - 1 / Objectifs .....	36
5 - 2 / Relation entre les pressions statiques à la paroi et sur l'axe .....	36
5 - 3 / Evolution de la pression statique le long du réseau .....	37
5 - 4 / Evolution de la pression dynamique le long du réseau .....	38
5 - 5 / Effet de la longueur L du tuyau .....	39
5 - 6 / Effet de la perte de charge à longueur constante .....	40
5 - 7 / Effet du volume du caisson .....	41
5 - 8 / Effet du caisson seul .....	41
5 - 9 / Effet de la section de la canalisation .....	42
5 - 10 / Transitions dynamiques .....	42
5 - 11 / Cycles de pompage .....	43
5 - 12 / Comparaison théorie-expérience .....	44
<u>6 - MODELISATION STATISTIQUE</u> .....	45
6 - 1 / Programme d'essais .....	45
6 - 2 / Méthodologie expérimentale .....	46
6 - 3 / Perte de charge du circuit .....	46
a) - Coefficient de perte de charge linéique .....	48
b) - Coefficient associé au tiroir .....	49

d) - Coefficient associé au caisson	49
6 - 4 / Modélisation du phénomène de pompage	49
a) - But de la modélisation	49
b) - Choix des paramètres	50
c) - Choix des variables de la régression	50
d) - Régression multidimensionnelle	52
e) - Résultats de l'ajustement	52
f) - Performances du modèle	53
6 - 5 / Synthèse	54
<u>7 - SCHEMATISATION THEORIQUE</u>	54
7 - 1 / Théorie de BIDART avec inertie	54
7 - 2 / Théorie de BIDART avec inertie et capacité	56
7 - 3 / La théorie de GREITZER	57
7 - 4 / Décomposition des circuits en éléments	58
a) - Canalisation	59
b) - Réservoir	59
<u>8 - POMPAGE ET SCHEMATISATION : PREMIER BILAN</u>	59

### Troisième partie

#### STABILITE DE FONCTIONNEMENT SUR UN CIRCUIT MULTIBRANCHES

<u>1 - INTRODUCTION</u>	61
<u>2 - LE CIRCUIT MULTIBRANCHES TYPE NES</u>	61
<u>3 - LE MONTAGE EXPERIMENTAL</u>	61
3 - 1 / Les ventilateurs	61
3 - 2 / Le circuit	62
3 - 3 / L'instrumentation	62
3 - 4 / Définition des paramètres à mesurer	63
<u>4 / ETUDE DU POMPAGE SUR UN CIRCUIT MULTIBRANCHES</u>	64
4 - 1 / Formulation théorique	64
4 - 2 / Résultats expérimentaux	68
a) - Taux de répartition nul	69
b) - Taux de répartition quelconque	70
4 - 3 / Synthèse	71

Quatrième partie

COUPLAGE DE DEUX VENTILATEURS TRANSVERSES

<u>1 - CALCUL ET TRACE DE LA CARACTERISTIQUE RESULTANTE DE DEUX VENTILATEURS TRANSVERSES DEBITANT EN PARALLELE</u>	73
1 - 1 / Cas numéro 2	74
a) - Branche ab	75
b) - Branche bc	75
c) - Branche cd	75
d) - Branche de	75
e) - Branche ef	75
1 - 2 / Cas numéro 1	76
a) - Branche $d\alpha$	76
b) - Branche $e\beta$	76
c) - Branche $f\delta$	77
d) - Branche $g\epsilon$	77
e) - Branches $h\zeta$ et $i\eta$	77
1 - 3 / Cas numéro 0	77
<u>2 - ETUDE DE LA STABILITE DU SYSTEME</u>	77
2 - 1 / Schématisation	78
2 - 2 / Système d'équations	78
2 - 3 / Exploitation	80
<u>3 - RESULTATS THEORIQUES</u>	81

3 - 1 / Cas numéro 2	81
3 - 1 - 1 / Branches décroissantes	81
3 - 1 - 2 / Branches croissantes	82
a) - Branche bc	82
b) - Branche de	83
3 - 2 / Cas numéro 1	84
3 - 3 / Cas numéro 0	85
<u>4 - VALIDATION EXPERIMENTALE</u>	86
4 - 1 / Montage expérimental	86
4 - 2 / But des essais	87
4 - 3 / Validation statique	87
4 - 3 - 1 / Caractéristiques initiales	87
4 - 3 - 2 / Caractéristiques globales	88
4 - 4 / Validation dynamique	89
5 - SYNTHESE	92

## Cinquième partie : COUPLAGE SUR UN CIRCUIT MULTIBRANCHES

<u>1 - PROGRAMME D'ESSAIS</u>	94
<u>2 - CAS DISSYMETRIQUE</u>	94
2 - 1 / Mesures statiques	94
2 - 2 / Validation statique	95
2 - 3 / Mesures dynamiques	96
<u>3 - CAS SYMETRIQUE</u>	97
3 - 1 / Mesures statiques	97
3 - 2 / Mesures dynamiques	98
<u>4 - SCHEMATISATION THEORIQUE</u>	98
<u>5 - COUPLAGE MULTIBRANCHES : SYNTHESE</u>	102

## Sixième partie : CONCLUSION GENERALE

<u>CONCLUSION</u>	104
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	106



## PRINCIPALES NOTATIONS

- $\rho$  : Masse volumique de l'air ( $\text{Kg/m}^3$ )
- $\nu$  : Viscosité cinématique de l'air ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
- $\gamma$  : Rapport des chaleurs spécifiques à pression et volume cst
- $a$  : Célérité du son ( $\text{m/s}$ )
- $M$  : Nombre de Mach
- $Re$  : Nombre de Reynolds
- $P_0$  : Pression atmosphérique de référence (760 mmHg)
- $T_0$  : Température absolue de référence (293 °K)
- $T$  : Température absolue d'essai (°K)
- $t$  : Temps (s)
- $\Delta t$  : Pas de temps (s)
- $R$  : Rayon de la roue du ventilateur transverse (m)
- $D$  : Diamètre de la roue du ventilateur transverse (m)
- $H$  : Longueur de la roue du ventilateur transverse (m)
- $\omega$  : Vitesse de rotation de la roue du ventilateur transverse (rd/s)
- $\beta$  : Angle d'aubage de la roue du ventilateur transverse (Degrés)
- $\vec{C}$  : Vecteur vitesse absolue du fluide
- $\vec{W}$  : Vecteur vitesse relative du fluide
- $\vec{U}$  : Vecteur vitesse d'entraînement du fluide
- $U$  : Module de la vitesse périphérique du ventilateur ( $\text{m/s}$ )
- $C_u$  : Composante tangentielle du vecteur  $\vec{C}$

- $C_m$  : Composante radiale du vecteur  $C$
- $V$  : Vitesse du fluide (m/s)
- $V_m$  : Vitesse débitante dans une section considérée (m/s)
- $\alpha_v$  : Coefficient d'intégration sur la vitesse
- $W$  : Travail massique fourni par la roue (J)
- $P_t$  : Pression totale (Pa)
- $P_s$  : Pression statique (Pa)
- $\Delta P_t$  : Elévation de pression totale (Pa)
- $\Delta P_s$  : Elévation de pression statique (Pa)
- $P^*$  : Pression absolue du point de fonctionnement du ventilateur (Pa)
- $Q_v$  : Débit volume ( $m^3/s$ )
- $G$  : Débit masse ( $kg/m^3$ )
- $(\Gamma)$  : Caractéristique débit-pression du ventilateur transverse
- $b_N^i$  : Branche de débit négatif de la caractéristique du ventilateur  $i$
- $b_+^i$  : Branche de pente croissante en débit positif de la caractéristique du ventilateur  $i$
- $b_-^i$  : Branche de pente décroissante en débit positif de la caractéristique du ventilateur  $i$
- $Q_{min}^i$  : Débit du minimum de pression de la caractéristique du ventilateur  $i$
- $Q_{max}^i$  : Débit du maximum de pression de la caractéristique du ventilateur  $i$

$P_{\min}^i$  : Pression du minimum de pression de la caractéristique du ventilateur  $i$

$P_{\max}^i$  : Pression du maximum de pression de la caractéristique du ventilateur  $i$

$C_d$  : Coefficient de débit

$C_p$  : Coefficient de pression

$\mathcal{P}(Q)$  : Forme polynômiale associée à  $(\Gamma)$

$\mathcal{P}'(Q)$  : Dérivée par rapport à  $Q$  de  $\mathcal{P}(Q)$

$(R)$  : Caractéristique débit-pression du réseau

$\xi$  : Coefficient de perte de charge

$K$  : Facteur de perte de charge ( $\text{kg/m}^7$ )

$\lambda$  : Coefficient de perte de charge linéique

$F$  : Fréquence de pompage (Hz)

$Q_{vl}$  : Limite supérieure de pompage en débit ( $\text{m}^3/\text{s}$ )

$\Delta P$  : Amplitude en pression de l'instabilité de pompage (Pa)

$\Delta Q$  : Amplitude en débit de l'instabilité de pompage ( $\text{m}^3/\text{s}$ )

$\pi_i$  : Nombre sans dimension

$L$  : Longueur de la conduite principale (m)

$L_b$  : Longueur de la conduite ventilateur - bag (m)

$L_{bc}$  : Longueur de la conduite bag - coussin (m)

$L_j$  : Longueur de jonction (m)

- $S$  : Section de la conduite principale ( $m^2$ )
- $S_b$  : Section de la conduite ventilateur - bag ( $m^2$ )
- $S_{bc}$  : Section de la conduite bag - coussin ( $m^2$ )
- $S_j$  : Section de jonction ( $m^2$ )
- $\mathcal{V}$  : Volume du caisson associé au coussin ( $m^3$ )
- $V_b$  : Volume du caisson associé au bag ( $m^3$ )
- $V_j$  : Volume de jonction ( $m^3$ )
- $Q_d$  : Débit de départ d'un régime varié ( $m^3/s$ )
- $Q_a$  : Débit d'arrivée d'un régime varié ( $m^3/s$ )
- $Q_r$  : Débit fourni par le réseau ( $m^3/s$ )
- $Q_i$  : Débit fourni par le ventilateur  $i$  ( $m^3/s$ )
- $Q_{bi}$  : Débit fourni par la branche ventilateur  $i$  - coussin ( $m^3/s$ )
- $Q_{hi}$  : Débit fourni par la branche ventilateur  $i$  - bag ( $m^3/s$ )
- $Q_{bc}$  : Débit fourni par la branche bag - coussin ( $m^3/s$ )
- $Q_j$  : Débit en sortie de jonction ( $m^3/s$ )
- $Q_g$  : Débit total ( $m^3/s$ )
- $P_d$  : Pression de départ d'un régime varié (Pa)
- $P_a$  : Pression d'arrivée d'un régime varié (Pa)
- $P_i$  : Pression fournie par le ventilateur  $i$  (Pa)

$P_j$  : Pression dans le volume de jonction (Pa)

$P_g$  : Pression dans le caisson (Pa)

$P_f$  : Pression du point d'équilibre dynamique (Pa)

$\lambda$  : Taux de répartition global

$\lambda_i$  : Taux de répartition du ventilateur  $i$

$\tau$  : Constante de transfert (s)

Première partie :

INTRODUCTION

## 1 - PRELIMINAIRES

En 1959 le premier Hovercraft Saunders-Roë SR N1 , conçu par l'anglais Christopher Cockerell fit le trajet de l'île de Wight à l'Angleterre , puis la traversée de la Manche , initiant ainsi l'ère des navires non conventionnels .

Très vite , en 1960 , la France s'intéresse au développement de ce type de navire dans un souci de s'affranchir des handicaps bien connus des navires classiques , à savoir une vitesse relativement limitée en regard de la puissance de propulsion mise en oeuvre , et , surtout , des mouvements de plate-forme trop importants par mer agitée .

Cette réflexion associée à des études menées en parallèle sur différentes solutions conduit , en 1970 , au démarrage du programme d'étude du Navire à Effet de Surface ( N.E.S. ) , puis en 1975 , à la définition du profil du N.E.S. à grand élanement .

En 1976 , la décision d'avancer les études vers des N.E.S. à tonnage élevé (400 t) pouvant atteindre des vitesses de 65 noeuds pose le problème des ventilateurs de sustentation .

Dans l'optique d'une amélioration du comportement dynamique du navire , l'Institut de Mécanique des Fluides de Lille s'est alors vu confier un programme de recherches portant sur l'utilisation d'un ventilateur peu connu , le ventilateur transverse .

En 1979 , l'avancement des études est tel que la décision de construire une maquette navigante est prise pour aboutir en 1980 à la mise en chantier du MOLENES (Modèle Libre Expérimental de N.E.S.) , puis , de 1981 à 1985 à des essais en mer , en particulier à TOULON .

Parallèlement , les développements du ventilateur transverse par l'I.M.F.L. motivent la réalisation par le Bassin d'Essai des Carènes d'une maquette semi-libre de N.E.S. 4000 L2 équipée d'un ensemble motoventilateur transverse . Les essais mettent alors en évidence un problème de pompage intrinsèque au ventilateur transverse d'une part , et un phénomène de couplage en parallèle de ces machines d'autre part .

L'étude théorique et expérimentale de ces deux problèmes fait l'objet du présent travail , avec un souci constant de garder un fil directeur constitué par l'application directe aux N.E.S.

## 2 - LE NAVIRE A EFFET DE SURFACE

Il convient ici de définir ou rappeler un certain nombre de traits caractéristiques du concept des N.E.S.

Les Navires à Effet de Surface sont des catamarans à coque mince munis d'un coussin d'air confiné entre les coques . De catamarans classiques , ils deviennent N.E.S. lorsqu'ils sont sustentés par leur coussin , et se distinguent alors des navires conventionnels par l'originalité de leur conception et les hautes performances et qualités nautiques qu'ils présentent . La configuration est définie par l'élanement du coussin d'air quantifié par le paramètre L/B ( Longueur / Largeur) qui caractérise les performances accessibles et conditionne la technologie à mettre en oeuvre . Le N.E.S. présente un élanement important qui lui confère une plage continue de la variation de la vitesse et une meilleure tenue à la mer , essentiellement par un tangage plus faible .

Le confinement du coussin de sustentation est assuré à l'avant et à l'arrière par des jupes mobiles . La fermeture avant est constituée d'un bag horizontal qui assure la transparence à la mer et participe au rappel en tangage , de deux rangées de jupes suspendues au bag , et d'un second bag anti-ravalement . La fermeture arrière est du type semi-planante et constituée d'un empilage de trois bags horizontaux à développement superposés . La partie inférieure est en contact sur l'eau .

Les fermetures avant et arrière sont escamotables en navigation sur coque . La figure 1 montre le schéma de principe d'un N.E.S. et donne la répartition du débit d'air entre la fermeture arrière et le coussin proprement dit . Cette configuration est la plus récente et correspond au projet de N.E.S. 200 pour lequel un groupe de travail interministériel a été créé en 1984 . On donne par ailleurs des vues d'artiste de ce navire permettant d'apprécier l'aspect du projet définitif (Figures 2 -a et 2-b) .

Pour des raisons de sécurité d'une part , et de contraintes d'implantation physique dans les deux quilles latérales d'autre part , la sustentation est assurée par deux ventilateurs qui débitent en parallèle sur le coussin .

Une grande qualité des N.E.S. , à savoir le confort très supérieur à celui d'un navire classique de même tonnage , réside dans l'autorégulation du coussin d'air de sustentation . En effet , en navigation sur houle , le passage des masses d'eau sous les fermetures et à l'intérieur du coussin , par les variations rapides d'orifices de fuites et de volume de coussin qu'il entraîne , conduit à faire fonctionner les ventilateurs à débits rapidement variables . Les déplacements verticaux du navire , que l'on dénomme pilonnement , sont alors régulés en pression ou en débit suivant l'état de la mer .

Dans le cas de basses fréquences de rencontre (houle) , les ventilateurs adaptent le débit d'air au volume du coussin afin d'y maintenir une pression constante .

Dans le cas de fréquences de rencontre élevées (clapot), l'autorégulation a lieu sur le débit, les fermetures avant et arrière suivant la configuration des vagues et permettant un échappement par fuites de l'air en surpression.

Pour conférer au navire une meilleure transparence à la houle, il y a donc lieu de rechercher des ventilateurs fournissant au coussin une caractéristique débit-pression aussi plate que possible, en statique comme en dynamique, sur une plage importante de variations de débit. Si on tient compte des pertes de charge existant nécessairement entre les ventilateurs et le coussin, la caractéristique propre au ventilateur doit être croissante. Ce n'est pas le cas des ventilateurs classiques, centrifuges ou hélicoïdes et c'est la raison des recherches entreprises sur le ventilateur transverse dont la caractéristique débit-pression de forme bossue est à priori mieux adaptée.

Par contre, ce type de ventilateur présentant une branche de caractéristique de pente croissante pose inévitablement le problème du pompage, et le montage de telles machines en parallèle n'est pas sans présenter des inconvénients liés à des instabilités de couplage, bien mis en évidence lors des essais effectués au Bassin des Carènes.

La nature du problème étant maintenant bien posée, il convient de présenter plus précisément ce qu'est le ventilateur transverse et quelle est la contribution de l'I.M.F.L. dans son développement.

### **3 - LE VENTILATEUR TRANSVERSE**

#### **3 - 1 / Historique**

Ce ventilateur, dont la première épure est due à MORTIER en 1892 est dénommé "transverse" du fait de la double traversée de la rangée d'aubages par le fluide (Fig 3-a). Au début du siècle, son application dans des mines de charbon a connu un grand succès. Cependant, il fut peu à peu remplacé par le ventilateur de CAPPEL et RATEAU supérieur à l'époque. Par la suite, de nombreux inventeurs américains s'y intéressent sans qu'aucune application ne soit connue ou mise en évidence. Pendant ce temps en Europe, le ventilateur tombe dans l'oubli et passe pour une redécouverte il y a une trentaine d'années quand, en 1948, DE FRIES en construit un exemplaire à Cologne, puis se présente chez MESSRS.P.POLLRICH à Mönchen-Gladbach avec son prototype.

Le terme "ventilateur transverse" est alors proposé pour la première fois par l'auteur dans un premier article qu'il publie en 1952, ce qui a pour effet de stimuler les recherches et d'amener quelques applications industrielles.

Par ailleurs , en ajoutant des aubages directeurs à l'intérieur de la roue , DE FRIES obtient des rendements de l'ordre de 50 à 60 % et des coefficients de pression de 2.5 à 3 (Fig 3-b) .

### 3 - 2 / Théorie simplifiée du ventilateur transverse

La théorie simplifiée du ventilateur transverse permet de dégager un certain nombre de conclusions représentatives des qualités de fonctionnement de cette machine . Elle fait appel à un certain nombre d'hypothèses simplificatrices que l'on admet en première approche :

- Il existe un tourbillon interne à la crosse que l'on admet centré sur le diamètre intérieur de l'aubage et sur l'axe de symétrie (Fig 3-c) .
- Les angles d'entrée et de sortie sont égaux par construction .
- Le fluide est considéré comme incompressible .
- Il n'y a pas de prérotation à l'amont de la roue et la vitesse méridienne  $C_{m11}$  est constante tout le long de l'arc d'entrée .
- Il n'y a pas de glissement (nombre de pales infini) et l'angle de sortie de la vitesse relative est égal à l'angle géométrique de l'aubage .

Compte tenu du trajet du fluide à la traversée de la roue , on admet que le rotor se compose de deux étages en série notés respectivement 1 et 2 . On définit par ailleurs les quantités géométriques suivantes :

- Rayon extérieur de la roue 1 côté entrée :  $r_{11}$  .
- Rayon intérieur de la roue 1 côté sortie :  $r_{21}$  .
- Rayon intérieur de la roue 2 côté entrée :  $r_{12}$  .
- Rayon extérieur de la roue 1 côté sortie :  $r_{22}$  .
- Vitesse absolue :  $\vec{c}$

- Vitesse relative :  $\vec{W}$
- Vitesse d'entraînement :  $\vec{U}$
- Composante tangentielle de  $\vec{C}$  :  $C_u$
- Composante radiale de  $\vec{C}$  :  $C_m$

On a évidemment  $r_{11} = r_{22}$  et  $r_{21} = r_{12}$

Avant de calculer le travail fourni par le rotor, on trace les triangles de vitesses sur une ligne de courant dans les quatre sections principales.

a) - Entrée de la roue 1,1

Comme il n'y a pas de prérotation :

$$C_{m11} = C_{11}$$

$$\beta_{11} = \text{arc tg} \frac{C_{11}}{U_{11}}$$

L'angle  $\beta_{11}$  de l'aubage est ainsi défini pour un écoulement adapté

b) - Sortie premier étage 2,1

La vitesse méridienne  $C_{m21}$  est donnée par la relation :

$$C_{m21} = C_{11} \frac{r_{11}}{r_{21}} = C_{11} / p_r \quad \text{avec } p_r = r_{21} / r_{11}$$

La vitesse circonférentielle est donnée par :

$$U_{21} = U_{11} \frac{r_{21}}{r_{11}} = U_{11} pr$$

Le tourbillon étant centré en  $O_1$  sur le rayon intérieur de l'aubage,  $C_{21}$  doit être tangent au cercle passant par le point 2,1

Soit :  $\alpha_{21} = \theta$

et  $C_{u21} = \frac{C_{m21}}{\operatorname{tg} \theta}$

$$\beta_{21} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{C_{m21}}{C_{u21} - U_{21}} = \frac{C_{m21}}{C_{m21} / \operatorname{tg} \theta - U_{21}}$$

$$\beta_{21} = \frac{\operatorname{tg} \theta}{1 - U_{21} \operatorname{tg} \theta / C_{m21}}$$

Comme  $U_{21} = pr U_{11}$  et  $C_{m21} = C_{11} / pr$

$$\frac{U_{21}}{C_{m21}} = \frac{(pr)^2 U_{11}}{C_{11}} = (pr)^2 \operatorname{cotg} \alpha_{11}$$

d'où  $\beta_{21} = \frac{\operatorname{tg} \theta}{1 - (pr)^2 \operatorname{cotg} \alpha_{11} \operatorname{tg} \theta}$

$$\text{et } W_{21} = C_{m21} / \cos \beta_{21}$$

c) - Entrée deuxième étage 1,2

2,1 et 1,2 sont situés sur la même ligne de courant qui décrit un cercle centré sur  $O_1$ .

On a par conséquent :

$$C_{12} = C_{21} \quad \text{et} \quad C_{m12} = C_{m21}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} \quad \text{et} \quad U_{12} = U_{21}$$

$$\beta_{12} = \pi - \arctg \frac{C_{m21}}{C_{u12} - U_{12}}$$

$$\text{et } \beta_{12} = -\beta_{21}$$

L'angle d'entrée géométrique de l'aubage est égal à  $\beta_{21}$

On remarque donc au bord d'attaque une incidence négative sauf lorsque  $\beta_{12} = -\beta_{21} = \pi / 2$

Cette remarque est très importante car elle montre que le bord d'attaque 2,1 est le siège de pertes par chocs d'où réduction du rendement de la roue. Il faut d'ailleurs préciser que le problème se complique si l'on choisit des lignes de courant différentes d'un arc de cercle.

d) - Sortie de la roue 2.2

L'angle de sortie  $\beta_{22}$  est égal à  $\beta_{11}$  par construction et donc :

$$C_{m22} = C_{m11}$$

$$C_{u22} = 2 U_{22}$$

$$\beta_{22} = \operatorname{arctg} \frac{C_{m22}}{2 U_{22}}$$

$$C_{22} = \sqrt{4 U_{22}^2 + C_{11}^2}$$

e) - Calcul du travail massique fourni par la roue

L'application du théorème d'Euler permet d'écrire :

$$W = U_{22} C_{u22} - U_{21} C_{u21} + U_{12} C_{u12} - U_{11} C_{u11}$$

On a de plus :  $C_{u21} = C_{u12}$

$$U_{21} = U_{12}$$

d'où  $W = U_{22} C_{u22} - U_{11} C_{u11}$

S'il n'y a pas prérotation,  $C_{u11} = 0$  et donc :

$$W = U_{22} C_{u22} = 2 U_{22}^2$$

Ceci permet le calcul du coefficient de pression :

$$C_p = W / U_{22}^2 \text{ qui vaut alors } 2.$$

f) - Pression totale à la sortie de la roue

On a  $C_{22}^2 = 4 U_{22}^2 + C_{11}^2$

Ceci conduit à une pression dynamique à la sortie de la roue qui s'exprime par :

$$\frac{\rho}{2} C_{22}^2 = \frac{\rho}{2} (4U_{22}^2 + C_{11}^2) = \rho (2U_{22}^2 + C_{11}^2 / 2)$$

La pression totale vaut enfin :  $P_{t22} = \rho 2U_{22}^2$

L'énergie fournie par la roue l'est donc sous forme cinétique . Ceci met en évidence l'importance du diffuseur aval pour la transformation en énergie potentielle de pression .

### g) - Degré de réaction

L'élévation de pression statique entre l'entrée et la sortie de la roue est donnée par :

$$\Delta P_s = P_{s22} - P_{s11} = -C_{11}^2 / 2 + C_{11}^2 / 2 = 0$$

D'où un degré de réaction :  $\Delta P_s / \Delta P_t = 0$

### h) - Calcul du débit

Si on suppose la section d'entrée égale à la moitié de la surface extérieure de la roue , on écrit que :

$$Q_v = \pi r_{11} H C_{11}$$

$$\text{D'où un coefficient de débit } C_d = \frac{Q_v}{H D U_{11}} = \frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \beta_{11}$$

Avec H : Longueur de la roue

D : Diamètre de la roue

### i) - Conclusions des calculs théoriques

Du point de vue du travail massique théorique , et dans les hypothèses retenues , celui-ci est indépendant de l'écoulement dans la roue entre 2,1 et 1,2 aux pertes près . Ceci revient à dire que les deux étages de la roue se comportent comme un seul .

S'il n'y a pas de prérotation , le travail massique fourni entre l'entrée et la sortie de la roue est indépendant de l'angle de sortie géométrique de la roue  $\beta_{22} = \beta_{11}$  .

Par contre ,  $\beta_{11}$  fixe la valeur du débit et du coefficient de débit .

L'angle interne de pale  $\beta_{12}$  doit être proche de  $\pi/2$  pour limiter les pertes par chocs . Cette section constitue un point important à étudier pour améliorer ou adapter les performances de ce type de rotor .

Du point de vue pression , le rotor se comporte comme un seul étage , ce qui a pour avantage de donner la possibilité d'augmenter le débit en augmentant sa longueur .

Le degré de réaction est nul et toute l'énergie est fournie sous forme cinétique ce qui montre la grande influence du diffuseur sur les performances de la machine .

La vitesse à la sortie est supérieure à deux fois la vitesse périphérique . On a donc affaire à une machine lente à très grand débit .

Seule la dissymétrie amont/aval des formes statoriques détermine le sens de l'écoulement .

Pour un même couple pression/débit , on est amené à faire un choix entre diverses combinaisons diamètre/longueur .

### 3 - 3 / Contribution de l'I.M.F.L.

La figure 4-a montre la nomenclature des formes statoriques utilisée à l'I.M.F.L. La terminologie retenue est la suivante :

A : Volute aval	F : Face roue crosse
B : Collecteur amont	G : Epaisseur bec amont crosse
C : Face amont volute	H : Entrefer crosse/roue
D : Volute amont	I : Entrefer volute/roue
E : face aval crosse	Z : Divergent aval

L'intersection des formes A et C constitue le bec de volute et celles des formes F et D d'une part , et F et E d'autre part constituent les becs de crosse amont et aval respectivement .

Les performances aérauliques sont présentées usuellement sous forme adimensionnée à l'aide de coefficients dérivés des coefficients de RATEAU . On définit ainsi (Cf notations ) :

$$\text{Coefficient de débit} \quad : \quad C_d = \frac{Q_v}{2 H \omega R^2}$$

$$\text{Coefficient de pression} \quad : \quad C_p = \frac{\Delta P_t}{\rho \omega^2 R^2}$$

La particularité principale du ventilateur transverse est de présenter une caractéristique débit-pression de type bossu et une pression à débit nul différente de zéro (Fig 4-b) . Cette dernière propriété s'explique par la présence d'un tourbillon situé à la crosse .

Une deuxième particularité est la fourniture simultanée de coefficients de débit et de pression élevés , comparativement aux ventilateurs de type centrifuge ou axial qui ne fournissent respectivement que la pression ou le débit , à taille égale . Par ailleurs , la puissance aéraulique fournie est alors nettement supérieure . Le rendement est traditionnellement le point faible de cette machine , mais les développements des formes statoriques ont récemment permis d'atteindre une valeur de 68% .

Les développements du ventilateur transverse à l'I.M.F.L. ont débuté en 1979 en collaboration avec les établissements NEU , par la réalisation d'une maquette "hydraulique" permettant une visualisation aisée des écoulements .

Cette maquette , réalisée avec une roue de diamètre 700 mm , a permis une première reconnaissance phénoménologique des écoulements à l'intérieur et à l'extérieur de la roue , en fonction de différentes formes générales de carters amont , carters aval et de la crosse ( [1] ). Elle a par ailleurs permis d'orienter et d'alléger considérablement le programme d'essais quantitatifs sur maquette aéraulique .

Dans une seconde phase , une maquette aéraulique de taille industrielle (diamètre de roue 708 mm , longueur de roue 1.058 m) a servi de support à une étude paramétrique quantitative ( [2] et [3] ). Cette étude a permis de définir une configuration de rotor-volutes-crosse dont les performances statiques , vis à vis de la fonction sustentation , sont tout à fait acceptables .

Dans le cadre de l'utilisation potentielle de ce ventilateur pour assurer la sustentation ou simultanément la sustentation et la propulsion des navires à effet de surface , une étude de l'effet du pilonnement sur ses caractéristiques de fonctionnement a été entreprise en 1980 ([4]).

En 1981 , l'étude de formes rotoriques a été poursuivie , et , parallèlement des roues de diamètre 100 mm ont été développées , puis implantées sur une maquette de NES 4000 L2 ( [5] ). On peut d'ailleurs considérer que cette taille de roue est petite pour ce type de machine .

Des essais complémentaires sur une roue de diamètre 283 mm (Effet Reynolds , volute) ont permis la création d'un fichier d'essais ( [6] ) qui a donné lieu à une étude de corrélation en 1982 ( [7] ). Cette étude a permis la définition d'un programme complémentaire d'essais qui , en 1985 , a conduit à l'obtention d'un nouveau fichier de plus de 300 configurations ( [8] ).

Les essais portant sur l'étude du pompage et du couplage des ventilateurs transverses ont débuté , quant à eux , en 1982 .

Deuxième partie :

STABILITE DE FONCTIONNEMENT

DU VENTILATEUR TRANSVERSE

## 1 – BUT DE L'ETUDE

Il s'agit de déterminer quels sont les paramètres fondamentaux du phénomène de pompage associé au ventilateur transverse et de savoir comment ces paramètres varient avec les principales caractéristiques du circuit aval . On se propose alors d'étudier l'influence de ces dernières de manière systématique de façon à aboutir , si c'est possible , à une modélisation statistique .

Parallèlement , on s'intéresse à la mise en oeuvre d'une schématisation simple du phénomène , en analysant les théories qui existent déjà pour d'autres types de turbomachines , et en proposant des adaptations qui permettent de disposer d'un fil conducteur théorique pour la conduite des essais . Il n'est en aucun cas question de proposer une schématisation théorique complexe faisant appel à des procédures numériques sophistiquées . L'approche retenue ici est essentiellement expérimentale , même si , comme on le verra , une base théorique simple permet une meilleure analyse à posteriori des dépouillements d'essais .

Cette étude s'articule sur cinq parties principales :

- Exposé et développements de la théorie de BIDART .
- Etude expérimentale et interprétations .
- Modélisation statistique .
- Développements de la schématisation .
- Etude théorique et expérimentale de circuits plus complexes du type "multibranches" .

## 2 – LA THEORIE DE BIDART

Il apparaît que la théorie de Bidart ( [9] , [10] et [11] ) , qui traite du pompage des compresseurs , peut être adaptée au problème posé . En effet , certains compresseurs présentent une caractéristique débit-pression bossue , tout comme le ventilateur transverse .

### 2 - 1 / Modèle d'étude

On schématise le circuit sous forme d'une canalisation de longueur  $L$  et de section  $S$  , suivie d'un réservoir de volume  $\mathcal{V}$  tel que  $\mathcal{V} = L S$  (Fig 4-c) .

On postule que l'inertie du fluide est concentrée dans la canalisation dont le volume est considéré comme négligeable et que l'effet de compressibilité est concentré dans le volume  $\mathcal{V}$ . Ceci revient à dire que l'on ne retient que les oscillations en masse du fluide, la vitesse de propagation des fluctuations étant très inférieure à la célérité du son.

Le ventilateur est caractérisé par sa caractéristique débit-pression  $\Gamma$  telle que  $P_C = f_C(G)$  où  $G$  est le débit masse. Le circuit récepteur est caractérisé par une courbe  $P_r = f_r(G)$ . A la sortie du ventilateur, en A, la pression et le débit masse sont reliés par la caractéristique  $\Gamma$  et valent  $P_C$  et  $G_C$ .

Sur le graphique de la figure 4-d, un régime varié quelconque est représenté par les trois points A,B,C. Le point B représente pour l'ensemble ventilateur et circuit un point d'équilibre dynamique qui, si le régime final est stable, aboutit asymptotiquement au point M. En ce point, on note  $P^*$  la pression absolue,  $G^*$  le débit masse correspondant, et  $V^*$  la vitesse.

A la sortie du caisson, où est supposée concentrée la perte de charge du circuit, la pression et la valeur du débit masse sont égales respectivement à  $P_r$  et  $G_r$  et sont reliées entre elles par la caractéristique R du réseau. En B, la pression est  $P_r$  puisque la vitesse dans  $\mathcal{V}$  est supposée négligeable, et le débit est  $G_C$ , puisque la capacité de la tuyauterie est supposée négligeable.

L'application du théorème des quantités de mouvement (Euler) à la masse de fluide contenue entre A et B s'écrit, en l'absence de frottement et pour un fluide localement incompressible :

$$\rho S L \frac{dV}{dt} = (P_C - P_r) S \quad (1)$$

Le débit masse s'écrit  $G_C = \rho S V$  donc :

$$\frac{dG_C}{dt} = \rho S \frac{dV}{dt}$$

Par conséquent, (1) devient : 
$$\frac{1}{G} \frac{dG_C}{dt} = \frac{P_C - P_r}{\rho V L}$$

et s'écrit en M : 
$$\frac{1}{G^*} \frac{dG_C}{dt} = \frac{P_C - P_r}{\rho^* V^* L}$$

On introduit le nombre de Mach dans la conduite en régime normal  $M^* = V^*/a$ , la vitesse du son  $a$ , avec  $a^2 = \gamma P^*/\rho^*$ , et le temps de parcours des ondes sonores dans la conduite  $T_C = L/a$ . On note par ailleurs  $X_C = G_C / G^*$  et  $Y_r = P_r / P^*$ , les coordonnées réduites du point B. Alors (2) s'écrit :

$$\gamma M^* T_C \frac{dX}{dt} = (Y_C - Y_r) \quad (3)$$

En notant  $T_r = \mathcal{V} \rho^* / G^*$  le temps de remplissage de  $\mathcal{V}$ , l'application de l'équation de continuité appliquée au volume permet d'écrire :

$$G_C - G_r = \mathcal{V} \frac{d\rho_r}{dt} \quad (4)$$

On suppose que les variations de pression dans le réservoir se font adiabatiquement et que donc  $dP_r / P_r = \gamma d\rho_r / \rho_r$ , ce qui permet d'écrire finalement, avec  $X_r = G_r / G^*$  :

$$X_C - X_r = \frac{T_r}{\gamma} \frac{dY}{dt} \quad (5)$$

La résolution pas à pas des équations (3) et (5) permet de tracer le parcours du point B :

$$\Delta X_C = \frac{Y_C - Y_r}{\gamma M^* T_C} \Delta t$$
$$\Delta Y_r = (X_C - X_r) \frac{\gamma}{T_r} \Delta t$$

### 2 - 2 / Etude de la stabilité du point M

On pose  $x = X - 1$  et  $y = Y - 1$  et on remplace les courbes  $\Gamma$  et R par leurs tangentes :

$$y_\Gamma = m x_\Gamma \quad \text{et} \quad y_r = m_1 x_r$$

Le lieu du point  $B(x,y)$  a pour coordonnées  $(x, y)$ . Le débit est donné par  $\Gamma$ , et la pression par R. Par conséquent :

$$y_C = y_\Gamma = mx \quad \text{et} \quad y_r = y = m_1 x_r$$

Les équations (3) et (5) s'écrivent alors :

$$M^* T_C x' = (mx - y)$$

$$\frac{T_r}{\gamma} y' = \left( x - \frac{y}{m_1} \right)$$

$x'$  et  $y'$  étant les dérivées de  $x$  et  $y$  par rapport au temps .

On aboutit alors à deux équations différentielles du deuxième ordre à coefficients constants identiques en  $x$  et  $y$  :

$$x'' - x' \left( \frac{m}{\gamma M^* T_C} - \frac{\gamma}{m_1 T_r} \right) + \left( 1 - \frac{m}{m_1} \right) \frac{x}{M^* T_C T_r} = 0$$

La solution est de la forme  $z = z_1 e^{r_1 t} + z_2 e^{r_2 t}$  et dépend du signe du discriminant  $\Delta$  de l'équation caractéristique :

$$\Delta = \left( \frac{m}{\gamma M^* T_C} + \frac{\gamma}{m_1 T_r} \right)^2 - \frac{4}{M^* T_C T_r}$$

On introduit par ailleurs le facteur oscillatoire du circuit :

$$F = \gamma^2 M^* T_C / T_r$$

$$a) \Delta < 0 : \quad - \frac{F}{m_1} - 2\sqrt{F} < m < - \frac{F}{m_1} + 2\sqrt{F}$$

Les racines  $r_1$  et  $r_2$  ont des parties imaginaires conjuguées égales à  $\pm i \Delta$ , et la solution en  $x$  et en  $y$  s'écrit :

$$x = x_1 \exp \left[ \left( \frac{m}{2} - \frac{F}{2 m_1} \right) t \right] \sin \left( t \sqrt{-\Delta} + \varphi \right)$$

$$y = y_1 \exp \left[ \left( \frac{m}{2} - \frac{F}{2 m_1} \right) t \right] \sin \left( t \sqrt{-\Delta} + \varphi \right)$$

Ce sont les équations paramétriques d'une ellipse parcourue dans le sens positif et de période  $T = 2 \pi / \sqrt{-\Delta}$ , mais dont les dimensions varient exponentiellement avec le temps.

Si  $m m_1 < F$ , la spirale elliptique converge en M, sinon elle diverge.

$$b) \Delta < 0: \quad m < \frac{F}{m_1} - 2\sqrt{F} \quad \text{ou} \quad m > \frac{F}{m_1} + 2\sqrt{F}$$

Les racines  $r_1$  et  $r_2$  sont réelles et conduisent à une trajectoire hyperbolique et non plus elliptique. Pour avoir convergence,  $r_1$  et  $r_2$  doivent être négatives, soit  $r_1 r_2 > 0$  et  $r_1 + r_2 < 0$ , ce qui conduit à  $m < m_1$  et  $m m_1 < F$ .

La figure 5 permet de récapituler, dans le plan  $(m, m_1)$  les résultats précédents, qui se résument comme suit :

- si  $m < 0$ , on se trouve sur la portion descendante de la caractéristique  $\Gamma$  du ventilateur et le fonctionnement est toujours stable.
- si  $m > 0$ , l'expérience montre que  $m_1 < m$  est toujours vérifié et que seule subsiste la condition :

$m m_1 < \gamma^2 M T_c / T_r$
--------------------------------

Dans le cas des régimes instables, les spirales ou branches divergentes ne peuvent pas physiquement s'étendre à l'infini. Il faut alors utiliser les équations différentielles complètes et tracer le lieu de pompage point par point.

Le passage d'un point de fonctionnement stable à un autre point de fonctionnement stable est donné sur la figure 6 . Si le point de fonctionnement est choisi sur la branche de pente croissante de la caractéristique , on aboutit alors à un cycle de pompage fermé (Fig 7) .

### 2 - 3 / Développements

Les notations préconisées par Bidart présentent l'inconvénient d'être assez lourdes et de faire disparaître la signification physique des différents termes intervenant dans les équations .

C'est pourquoi , dans un premier temps , il est commode de ramener le système différentiel du § 2-1 en variables P et Q. Tous calculs faits , le système devient :

$$\Delta Q = (P_C - P_r) \frac{S}{L \rho^*} \Delta t$$

$$\Delta P = P^* (Q_C - Q_r) \frac{\gamma}{V} \Delta t$$

Dans un second temps , il est utile de se rapprocher des conditions expérimentales , et donc d'exprimer le critère de non pompage dans le plan ( Q , P ) .

Le critère de stabilité s'écrit alors :

$$m m_1 \ll \frac{a^{*2} \rho^{*2}}{S^2} \frac{Q^{*2}}{P^{*2}}$$

On note M et M<sub>1</sub> les pentes respectives des caractéristiques Γ et R dans le plan ( Q , P ) .

On a par ailleurs  $m = M Q^* / P^*$  et  $m_1 = M_1 Q^* / P^*$

Le critère devient alors :  $MM_1 \ll a^{*2} \rho^{*2} / S^2$

Pour la suite des développements théoriques, on peut remplacer  $\rho^*$  par  $\rho$  et  $a^*$  par  $a$ , ces valeurs étant considérées comme constantes quel que soit le point de fonctionnement choisi.

Il est pratique de remplacer  $\Gamma$  par un polynôme obtenu par interpolation polynômiale par moindres carrés, noté  $\Delta P = \mathcal{P}(Q)$ .

La caractéristique du réseau est une parabole telle que  $P(Q) = K_0 Q^2$ .

Alors  $M(Q) = \mathcal{P}'(Q)$  et  $M_1(Q) = 2 K_0 Q = 2 K_0 Q^2 / Q$

Ainsi  $M_1(Q) = 2 \mathcal{P}(Q) / Q$  et le critère de Bidart devient :

$$\boxed{2 \frac{\mathcal{P}(Q) \mathcal{P}'(Q)}{Q} \ll \frac{\rho^2 a^2}{S^2}}$$

La résolution de cette inégalité conduit en général à l'obtention de deux points  $(Q_1, P_1)$  et  $(Q_2, P_2)$  qui correspondent aux limites inférieure et supérieure de pompage.

En introduisant une perte de charge dans le circuit égale à  $PDC$ , on peut modifier la caractéristique au point B, qui devient de la forme  $\mathcal{P}(Q, K)$ , le facteur  $K$  intervenant dans le terme en  $Q^2$ , et étant défini par la relation  $K = PDC / Q^2$ . Ce facteur de perte de charge est très commode à introduire dans la forme polynômiale. Il s'exprime en  $kg/m^7$  et est relié au coefficient sans dimension classique  $\xi$ .

En effet  $PDC = K Q^2 = 1/2 Q^2 / S^2$

Soit donc  $K = \frac{\xi \rho}{2 S^2}$

On peut ainsi tracer un réseau de caractéristiques en fonction de  $K$ .

Le lieu des limites de pompage forme alors un ensemble de points vérifiant l'équation :

$$2 \frac{\mathcal{P}_{(Q,K)} \mathcal{P}'_{(Q,K)}}{Q} - \frac{\rho^2 a^2}{S^2} = 0$$

En notant  $\mathcal{P}_1 = \mathcal{P}(Q,0)$  et donc  $\mathcal{P} = \mathcal{P}_1 - K Q^2$

L'équation devient alors :

$$4 \frac{\mathcal{P}^2}{Q^2} - 2 \mathcal{P} \left( 2 \frac{\mathcal{P}_1}{Q^2} - \frac{\mathcal{P}'_1}{Q} \right) - \frac{\rho^2 a^2}{S^2} = 0$$

Le discriminant de cette équation en  $\mathcal{P}$  est toujours positif et on obtient deux racines, dont une est physiquement acceptable.

$$\mathcal{P} = \left[ \left( 2 \frac{\mathcal{P}_1}{Q^2} - \frac{\mathcal{P}'_1}{Q} \right) + \sqrt{\Delta} \right] \frac{Q^2}{4}$$

avec : 
$$\Delta = \left( 2 \frac{\mathcal{P}_1}{Q^2} - \frac{\mathcal{P}'_1}{Q} \right)^2 + \frac{4 \rho^2 Q^2}{S^2 Q^2}$$

La figure 8 montre un réseau de caractéristiques recoupé par un réseau des lieux des limites de pompage en fonction de la section de la canalisation S. Elle amène trois remarques importantes :

- Le volume n'intervient pas dans l'expression de la limite de pompage.

- Pour une perte de charge donnée , une augmentation de section diminue la marge au pompage , ou , ce qui revient au même , conduit à une limite supérieure de pompage plus proche du maximum de la caractéristique du ventilateur .

- Pour une section donnée , une augmentation de la perte de charge du circuit augmente la marge au pompage .

On peut enfin calculer la fréquence de pompage en remarquant qu'elle s'exprime en fonction du discriminant de l'équation caractéristique donné au § 2-2 , par la relation :

$$f = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2 \pi}$$

Finalement ,  $\Delta$  s'exprime par :

$$\Delta = \left( \frac{\mathcal{P}'(Q) S}{\rho L} + \frac{a^2 \rho Q}{2 \mathcal{P}(Q) \mathcal{V}} \right)^2 - \frac{4 a^2}{L^2}$$

Cette relation permet l'étude de l'influence sur la fréquence du diamètre et du volume de la canalisation . Pour cela , on peut tracer :

- L'évolution de la fréquence en fonction de la longueur , paramétrée par le diamètre du tuyau . Dans ce cas , on applique à chaque fois la relation  $\mathcal{V} = L S$  pour obtenir le volume (Fig 9) .
- L'évolution de la fréquence en fonction de la longueur , paramétrée par le volume du caisson . Dans ce cas , on impose un diamètre de tuyau constant (Fig 10) .

La caractéristique de calcul est celle des figures 6 et 7 et le débit de fonctionnement est fixé à  $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$  , dans la partie croissante de la caractéristique .

L'analyse de ces deux figures montre que la fréquence dépend essentiellement de la longueur de la canalisation , et que la section n'a aucune influence .

Le fait d'imposer un volume très supérieur au simple produit  $V = L S$  augmente beaucoup les fréquences obtenues . Par exemple , pour une longueur de 5 m , un diamètre de .191 m , le fait d'imposer un volume de  $1.2 \text{ m}^3$  fait passer la fréquence de 11 à 20 Hz . Par contre des volumes plus importants sont sans effet sur la fréquence de pompage .

### 3 - LE MONTAGE EXPERIMENTAL

La figure 11 donne un schéma synoptique du montage expérimental et de l'instrumentation associée .

#### 3 - 1 / Le ventilateur transverse

Il est équipé d'une roue de diamètre 0.1 m et de longueur 0.182 m . Son rouet comporte 40 aubes , et est entraîné par un moteur à courant continu alimenté par un variateur statique de vitesse .

Un disque à fentes monté sur l'axe du moteur et une photodiode fournissent , après un traitement convenable , l'affichage de la vitesse de rotation du moteur (en tr/mn) . Une dynamo tachymétrique complète le système et permet la connaissance des fluctuations de régime du moteur au cours des mesures .

Ce ventilateur fait partie du rack motoventilateur initialement utilisé pour la sustentation de la maquette du NES 4000 L2 (Photo 12-a) .

#### 3 - 2 / Le circuit

Il se compose d'un divergent suivi d'un tuyau et d'un caisson . Le divergent est équipé d'une plaque supérieure de plexiglas destinée à faciliter le positionnement éventuel de sondes .

Le tuyau est équipé de prises de pression sur toute sa longueur , et le caisson a été pourvu de plaques perpendiculaires au tuyau de façon à supprimer le résidus de pression dynamique et de pouvoir assimiler une prise de pression statique à la paroi à une prise de pression totale .

Un tiroir à pertes de charges modulaires (Photo 12-b) et un dispositif de variation automatique du débit (Photo 13-a) complètent le circuit .

Ce dispositif met en jeu un cône obturateur solidaire d'une vis à bille motorisée par un moteur pas à pas pilotable par ordinateur . Une piste de recopie permet un asservissement de position .

### 3 - 3 / Instrumentation

#### a) - Mesures en statique

En ce qui concerne les mesures de pression effectuées en écoulement permanent , on utilise essentiellement des prises de pression statique à la paroi et des pitots doubles donnant accès aux pressions statique , dynamique ou totale . Ces pressions sont envoyées sur des micromanomètres de type FURNESS à affichage , délivrant suivant les modèles des tensions analogiques égales à 1 ou 5 Volts pleine échelle , avec une non-linéarité de l'ordre de 0.5 % . Plusieurs gammes sont disponibles de 1 à 1000 mmCE .

#### b) - Mesures en dynamique

Ceci concerne plus particulièrement la mesure des différentes pressions lorsque le ventilateur "pompe" . Dans ce cas , on choisit des capteurs de pression ayant une fréquence de coupure plus élevée comme les capsules à mutuelle induction ACB de chez ENERTEC , présentant des gammes de 100 et 200 mmCE pleine échelle . Cette fréquence de coupure est de l'ordre de 200 Hz , ce qui , pour des mesures de signaux variables à des fréquences de l'ordre de 30 Hz est bien adapté .

On utilise essentiellement des prises à la paroi et des sondes de type "Recknagel" , pour la mesure de pressions totales et dynamiques . Ce type de sonde comporte deux prises de pression à 180 degrés , l'une des deux étant face à l'écoulement , et donnant une pression totale , tandis que l'autre fournit une pression pseudo statique . La différence des pressions entre la prise amont et la prise aval fournit alors une pression dynamique amplifiée .

Lorsque le sens de l'écoulement s'inverse , le rôle des prises est alors inversé . Ainsi , cette sonde fournit le module et le signe de la vitesse . On montre une telle sonde installée sur un point de mesure , couplée à une capsule ACB (Fig 13-b) .

### 3 - 4 / Acquisition et traitement

Toutes les procédures d'acquisition et de traitement reposent sur l'utilisation d'un ordinateur HP9816S équipé de périphériques ( Lecteur de disquettes 3"1/4 , Imprimante , Table traçante ) . L'acquisition des tensions analogiques est obtenue en statique par une centrale d'acquisition HP3497A , et en dynamique par un oscilloscope à mémoire numérique et à deux voies GOULD OS 4200 .

### a) - La centrale d'acquisition

La centrale d'acquisition est équipée de cartes de 20 voies analogiques , d'une carte de 8 relais de puissance , et d'une carte de 16 voies digitales . Sa cadence maximale est de 144 mesures par seconde . Elle est essentiellement dédiée à l'acquisition des pressions , de la vitesse de rotation du ventilateur , de la température ( par l'intermédiaire d'une sonde ) , de la pression atmosphérique ( par l'intermédiaire d'un capteur barométrique SCHLUMBERGER) , et au contrôle des pistes de recopie de position .

Elle permet en outre le déclenchement de certaines procédures par l'intermédiaire des relais .

### b) - L'oscilloscope à mémoire numérique

L'oscilloscope à mémoire numérique est plus particulièrement dédié aux mesures instationnaires . Sa mémoire comporte 4096 points répartis en 2048 points par trace . La voie 1 est stockée aux adresses paires ( 0000 à 4094 ) , et la voie 2 aux adresses impaires ( 0001 à 4095 ) . Les tensions sont codées sur 10 bits soit 1024 niveaux de 0000 à 1023 . Une interface IEEE permet le transfert au calculateur par programmation directe du bus pour stockage et traitement ultérieur . Pour des raisons d'économie de mémoire , le stockage des 4096 points du signal se fait dans une mémoire tampon de 8192 octets et le transfert s'effectue sous forme binaire . Chaque point de la mémoire est ainsi stocké sous forme de deux caractères ASCII et le stockage se fait alternativement de la voie 1 à la voie 2 .

Une telle manière de procéder impose un décodage , qui , au moment du dépouillement , pénalise le temps de calcul , mais permet une économie substantielle des supports de stockage .

### c) Système de déplacement

Il s'agit d'un rack de commandes de trois moteurs pas à pas , programmable par calculateur . Sens , vitesse et nombre de pas à effectuer sont ainsi réglables dans le cadre de procédures automatisées . Ce matériel , couplé à des vis de déplacement , permet ainsi l'obtention automatique de caractéristiques aérauliques , ou de profils de vitesses dans les canalisations .

#### d) - Système d'étalonnage pneumatique

Afin d'éviter des erreurs dues à des dérives thermiques des capteurs de pression , on procède périodiquement à une vérification du coefficient de calibration de ces appareils . Pour cela , on fait l'hypothèse que la linéarité est parfaite et on envoie un échelon de pression connu avec précision par l'intermédiaire d'un manomètre de précision DEBRO . Ceci suppose de débrancher les points de mesure pour leur substituer le circuit d'étalonnage . Dès que le nombre de voies de mesure augmente , la répétition des opérations de branchement et de débranchement devient très vite fastidieuse , et , surtout , peut constituer une source non négligeable d'erreurs expérimentales , soit par défauts d'étanchéité , soit tout simplement par inversions de tuyaux .

On a donc développé un matériel adapté reposant sur l'utilisation de tiroirs pneumatiques permettant de commuter à volonté soit le circuit de mesure , soit le circuit d'étalonnage sur chaque capteur . Le basculement d'un circuit à l'autre est obtenu par un circuit d'azote sous une pression de 7 bars , piloté par une électrovanne , elle même actionnée par la carte relais de la centrale d'acquisition . Cette procédure est très fiable et peut être répétée à chaque essai si nécessaire .

### 4 - ETALONNAGES

#### 4 - 1 / Coefficient d'étalonnage de la sonde de Recknagel

Lorsqu'on procède à la comparaison des pressions totale et dynamique fournies par un pitot double et une sonde de Recknagel il apparaît que , si la pression totale est exacte , la pression dynamique doit être corrigée par un coefficient égal à 0.683 .

Ainsi , ce type de sonde amplifie la pression dynamique de 46 % par rapport à celle mesurée au pitot double .

#### 4 - 2 / Profils de vitesse et coefficients

Afin de s'assurer que les sections de mesure du phénomène sont convenablement choisies , on réalise , pour différentes valeurs du débit , deux explorations perpendiculaires des profils de vitesses . Ces balayages montrent comment évoluent les profils de vitesse avec le débit , et , surtout , permettent de remonter au débit exact , par intégration de ces profils .

On peut alors définir un coefficient d'intégration qui permet de relier la vitesse  $V_{\text{axe}}$  mesurée sur l'axe à la vitesse débitante  $V_m$  par la relation  $V_m = \alpha V_{\text{axe}}$ . Usuellement, on étudie ce coefficient tant en débit négatif, qu'en débit positif. On obtient un débit négatif en faisant débiter un ventilateur centrifuge par l'aval du circuit, en même temps que le ventilateur transverse.

Par ailleurs, on se définit en général une section de référence, dans laquelle le coefficient d'intégration reste indépendant du débit. L'étude de l'évolution du coefficient en tout point de la canalisation se réduit alors à une simple mesure de la pression dynamique sur l'axe et à sa comparaison avec la pression dynamique de référence.

C'est par exemple ce qui a été fait pour obtenir les évolutions de la figure 14. D'une manière pratique, dans le cas de signaux de pression dynamique pulsés, on affecte une valeur au coefficient en fonction du signe de la vitesse. Cette manière de procéder est simpliste, mais acceptable. Si on voulait appliquer une loi de correction rigoureuse, il faudrait connaître la forme exacte du profil instantané des vitesses pendant toute une période du phénomène, ce qui amènerait sans doute à prendre des coefficients différents pour la partie dynamique du signal et pour sa composante moyenne. Ce problème est bien connu des équipes qui travaillent sur de tels signaux dynamiques.

Il fait d'ailleurs l'objet d'une étude spécifique à l'I.M.F.L.

#### 4 - 3 / Caractéristique du ventilateur

L'adjonction d'un petit caisson à la sortie du diffuseur du ventilateur conduit à l'obtention d'une pression dynamique négligeable, et permet d'assimiler une prise de pression statique à la paroi à une prise de pression totale. De cette manière, le ventilateur est caractérisé à la sortie de son diffuseur. Les mesures de la pression totale en cet endroit et du débit dans la section de sortie donnent la caractéristique débit-pression de référence. Cette caractéristique est obtenue expérimentalement de manière automatique en réalisant des points de débits à l'aide du système de vannage piloté par moteur pas à pas, et ce jusqu'au débit maximal autorisé par le circuit.

#### 4 - 4 / Corrections des mesures

Les mesures au cours des essais de la température, de la pression atmosphérique, et de la vitesse de rotation permettent de ramener les pressions mesurées à une température et une pression de référence, ainsi qu'à une vitesse de rotation du ventilateur déterminée. En l'occurrence, il s'agit de 20°C, 760 mm Hg, et 4000 tr/mn.

Pour cela , il suffit de reprendre la définition du coefficient de pression  $C_p$  . On cherche à ramener une pression dynamique  $P_c$  mesurée dans des conditions de température , de pression , et de vitesse de rotation égales respectivement à  $P, T,$  et  $N$  à une pression  $P_{c0}$  dans des conditions  $P_0, T_0,$  et  $N_0$  .

L'utilisation du coefficient  $C_p$  permet d'écrire :

$$P_{c0} = C_p \rho_0 R^2 \omega_0^2$$

$$P_c = C_p \rho R^2 \omega^2$$

On en déduit facilement la relation suivante :

$$P_{c0} = P_c \frac{\rho_0 N_0^2}{\rho N^2}$$

Comme  $\rho = \rho_0 \frac{P T_0}{P_0 T}$

On obtient finalement :

$$P_{c0} = P_c \frac{P_0 T N_0^2}{P T_0 N^2}$$



Le calcul des débits à partir des pressions dynamiques corrigées doit bien sûr être effectué avec une valeur de la masse volumique égale à  $1.207 \text{ kg/m}^3$  (à 760 mmHg et  $20^\circ\text{C}$ ) .

## 5 - ESSAIS

### 5 - 1 / Objectifs

On a choisi , dans une première phase , de décrire les phénomènes engendrés par le pompage du ventilateur sur un circuit de base constitué d'un tuyau de diamètre intérieur 0.191 m et de longueur 5.2 m associé à un caisson de section 1.0 par 1.08 m<sup>2</sup> et de longueur 1.22 m . Par la suite , l'étude de l'influence des paramètres du circuit se fera toujours relativement à cette configuration de référence .

On rappelle que le phénomène de pompage se traduit par des pulsations périodiques en débit et en pression caractérisées par une fréquence de pompage . Par ailleurs , seule une zone de la caractéristique est concernée , ce qui introduit la notion de limite supérieure de pompage . De plus , il faut vérifier que l'on n'a pas affaire à des décollements tournants . Pour cela , les fréquences de pompage relevées doivent être du même ordre que les fréquences acoustiques de la canalisation .

Il s'agit ici d'obtenir un descriptif complet des phénomènes engendrés par le pompage du ventilateur transverse , à savoir :

- obtention de cycles de pompage .
- enregistrement du lieu du point de fonctionnement lors d'un passage d'une zone stable à une zone instable et inversement .
- évolutions de l'amplitude et de la phase des pressions statique et dynamique le long du circuit récepteur .
- recherche des paramètres influençant la fréquence et l'amplitude de pompage d'une part , et la limite de pompage d'autre part .
- comparaison avec la théorie de Bidart adaptée .

### 5 - 2 / Relation entre les pressions statiques à la paroi et sur l'axe

En fonctionnement permanent , la pression statique est constante dans une section donnée , à condition bien sûr que les filets fluides restent rectilignes .

On a émis l'hypothèse qu'il en est de même en fonctionnement dynamique . Par conséquent , on a considéré qu'alors la pression totale sur l'axe peut être reconstituée par la sommation d'une pression statique à la paroi et d'une pression dynamique sur l'axe .

Cette manière de procéder n'est qu'un pis-aller face au problème posé par la définition de ce qu'est une pression totale dite "instationnaire" et représentative de l'écoulement dans la section considérée .

Néanmoins , cette technique doit tenir compte d'un éventuel déphasage existant entre les pressions statiques sur l'axe et à la paroi . Ce déphasage existe , et les mesures montrent qu'il évolue le long de la canalisation . La pression statique sur l'axe a été mesurée avec un pitot . Ainsi , les amplitudes des deux signaux ne sont pas comparables . par contre , en prenant soin d'utiliser des longueurs de tuyaux de mesure identiques entre les sources de pression et les capsules , il devient possible d'accéder au déphasage . A cet égard , on a vérifié que le temps de réponse de la ligne de mesure ne dépasse pas celui qui correspond aux fluctuations à mesurer .

On s'intéresse ici à la configuration de base pour laquelle la fréquence de pompage est de 22 Hz . Les déphasages sont calculés relativement à la période correspondant à cette fréquence de fluctuation .

En une section donnée  $x$  , on note  $\varphi_{xx} = \varphi_{x \text{ paroi}} - \varphi_{x \text{ axe}}$  le déphasage entre la pression statique à la paroi et la pression statique sur l'axe . On décompose les deux signaux en série de Fourier qui permettent de déterminer la position du premier maximum d'entre eux à partir de l'origine des temps soit  $\varphi_{x \text{ paroi}}$  et  $\varphi_{x \text{ axe}}$  ( Fig 15) . Une valeur négative de  $\varphi_{xx}$  indique alors que la pression sur l'axe est en retard par rapport à celle mesurée à la paroi .

La figure 16-a montre que c'est d'ailleurs le cas avec un maximum 3 m après le divergent .

### 5 - 3 / Evolution de la pression statique le long du réseau

En une section donnée  $x$  , on note  $\varphi_{0x} = \varphi_{0 \text{ paroi}} - \varphi_{x \text{ paroi}}$

C'est le déphasage entre la pression statique à la paroi au début du tuyau et celle mesurée dans la section  $x$  . Ce déphasage est calculé de la même manière que précédemment . L'évolution de  $\varphi_{0x}$  le long du tuyau montre que la modulation de pression statique prend du retard sur la modulation initiale en s'éloignant du ventilateur (Fig 16-b) . On peut par ailleurs remarquer que le déphasage dans une section donnée peut être supérieur à celui obtenu le long de la conduite .

La connaissance des quantités  $\varphi_{0x}$  et  $\varphi_{xx}$  permet d'évaluer l'évolution de la pression statique sur l'axe le long du circuit . En effet , en notant  $\varphi_{00} = \varphi_{0 \text{ axe}} - \varphi_{0 \text{ paroi}}$  , on a la relation  $\varphi_{0x} = \varphi_{00} + \varphi_{0x} + \varphi_{xx}$  , où  $\varphi_{0x}$  représente le déphasage existant entre la pression statique initiale sur l'axe et la pression statique sur l'axe dans la section  $x$  .

C'est l'objet de la figure 16-c .

Le comportement de la modulation de pression statique le long du réseau a été obtenu par l'enregistrement simultané des signaux au début du tuyau et en neuf points répartis le long de celui-ci . On peut ainsi calculer pour chaque essai le rapport  $A_{sx} / A_{s0}$  où  $A_{sx}$  représente l'amplitude de la modulation de la pression statique à la paroi au point  $x$  , et  $A_{s0}$  l'amplitude de la modulation de pression statique au début du tuyau . Cette dernière quantité a des valeurs de l'ordre de 6000 Pa .

A cette occasion , on a pu remarquer que les amplitudes relevées au point initial pour les neuf essais présentent des différences qui montrent que le phénomène de pompage n'est pas constant en amplitude . Cette observation a conduit à l'hypothèse qu'une variation au point initial a lieu simultanément au point  $x$  considéré et que le rapport  $A_{sx} / A_{s0}$  est par conséquent indépendant des fluctuations . La figure 16-d présente l'évolution de ce rapport le long du tuyau .

La courbe relevée possède un maximum situé au tiers du tuyau et un minimum à son extrémité proche du caisson . Son allure semble indiquer la présence d'un phénomène d'ondes stationnaires dans la canalisation . On ne pourra toutefois conclure de manière définitive qu'après avoir étudié le comportement de la modulation de la pression dynamique , donc de la vitesse .

#### 5 - 4 / Evolution de la pression dynamique le long du réseau

La procédure appliquée pour la pression statique l'a été pour la pression dynamique et a permis d'obtenir l'évolution de la quantité

$$\xi_{0x} = \xi_{0 \text{ axe}} - \xi_{x \text{ axe}} .$$

$\xi_{0x}$  représente le déphasage entre la pression dynamique à l'origine et celle mesurée au point  $x$  . Ces pressions sont obtenues par deux sondes de Recknagel . Les résultats font l'objet de la figure 17-a où on note que la modulation de pression dynamique prend du retard sur la modulation initiale , retard qui diminue au bout de 4 m .

La figure 17-b permet d'analyser l'évolution le long du tuyau du rapport  $A_{cx} / A_{c0}$  où  $A_{cx}$  représente l'amplitude de la modulation de la pression dynamique au point  $x$  , et  $A_{c0}$  l'amplitude de la modulation de pression dynamique au début du tuyau (de l'ordre de 900 Pa) . Son allure confirme la présence d'un phénomène d'ondes stationnaires dans la canalisation .

Il semble que les modes de vibration soient proches de modes en  $\lambda/2$  , typiques de la présence d'un ventre de pression au voisinage du début du tuyau et de noeuds de vitesse aux extrémités .

Toutefois , si le phénomène est net pour la pression dynamique , il n'en est pas de même pour la pression statique . Ainsi le système d'ondes stationnaires qui s'installe dans le réseau n'est pas pur . Ceci est probablement dû à un phénomène de dissipation énergétique lié aux frottements sur la paroi interne du tuyau et à une réflexion partielle entre le tuyau et le caisson .

A cet endroit , une partie de la modulation incidente est transmise dans le caisson , tandis que l'autre partie est réfléchiée vers le ventilateur en subissant un déphasage ([12]) . Dans le cas d'une réflexion totale , le coefficient de réflexion vaut 1 et le déphasage  $\Pi$  . Dans le cas présent , il est probable que le coefficient de réflexion est inférieur à 1 et le déphasage différent de  $\Pi$  .

Il faudrait s'en assurer en pratiquant une investigation plus poussée de la zone de réflexion , et en effectuant de véritables mesures de pressions instationnaires . Néanmoins , ce point particulier ne semble pas fondamental pour la compréhension du sujet .

#### 5 - 5 / Effet de la longueur L du tuyau

La description du système d'ondes mis en jeu dans le circuit étant établie , on s'est intéressé à l'influence des principaux paramètres du réseau , et en particulier à la longueur . Pour cela , on a conservé la même section de tuyau et le même volume , et on a relevé la fréquence , les amplitudes en débit et en pression , et la limite supérieure de pompage , pour trois longueurs supplémentaires .

L'évolution de la fréquence avec la longueur se fait suivant une loi en  $1/L$  , ce qui n'est pas sans rappeler les résultats obtenus en acoustique . Il faut également noter que cette fréquence est remarquablement répétitive d'un essai à l'autre , à longueur constante (Fig 17-c) . Les valeurs obtenues , qui vont de 29.9 Hz à 15 Hz pour des longueurs respectives de 2.6 et 9.2 m , sont du même ordre que les fréquences acoustiques de la canalisation . Ainsi , pour une longueur de 2.6 m , la fréquence acoustique théorique est de l'ordre de 33 Hz . Ce résultat vient ainsi confirmer que les fluctuations observées correspondent bien à un phénomène de pompage , et non à un phénomène de décollements tournants .

La limite inférieure de pompage n'est pas accessible expérimentalement du fait des faibles débits concernés . Les points expérimentaux ne concernent donc que la limite supérieure de pompage et sont portés sur la figure 17-d .

Cette limite supérieure de pompage est obtenue en effectuant une lente diminution du débit , à partir d'un point de fonctionnement stable , en visualisant les signaux de pression et de débit sur un oscilloscope , et en conservant la vitesse de rotation du ventilateur constante . Malgré un point supplémentaire obtenu à  $L=0$  en faisant débiter le ventilateur directement dans le caisson , l'évolution obtenue n'est pas très claire . Ceci peut être dû au fait qu'il est très difficile pour l'expérimentateur de décider à partir de quand le ventilateur est en pompage .

### 5 - 6 / Effet de la perte de charge à longueur constante

On a représenté sur la figure 18 , les caractéristiques obtenues à l'entrée du caisson en tenant compte de la perte de charge due au tuyau .

L'examen du résultat montre que la perte de charge due à la longueur n'a que peu d'effet sur la caractéristique du ventilateur . Néanmoins , on a cherché à séparer les effets respectifs de la longueur et de la perte de charge . Pour ce faire on a , pour trois longueurs , fait varier la perte de charge globale du réseau par adjonction dans le tiroir de perte de charge de différentes épaisseurs de toile de jute .

Dans ces conditions , la caractéristique débit-pression en fin de réseau se modifie avec la perte de charge .

On a vérifié , dans un premier temps , que la fréquence de pompage est indépendante de la perte de charge , et , dans un second temps , on a mesuré les limites supérieures de pompage pour les pertes de charge étudiées en suivant la même procédure que celle précédemment décrite .

On a tracé , pour chaque longueur , le réseau des caractéristiques à la sortie du circuit correspondant à chaque perte de charge , et on a porté à chaque fois sur la courbe concernée la limite supérieure de pompage obtenue .

Quelle que soit la longueur étudiée , on remarque que les conclusions sont identiques . C'est pourquoi on ne présente que les résultats relatifs à la longueur de base (Fig 19) . L'analyse de cette figure conduit aux remarques suivantes :

- La limite supérieure de pompage diminue quand la perte de charge augmente , ce qui améliore la marge au pompage .

- Le lieu des limites de pompage présente une allure comparable aux lieux théoriques déduits de la théorie de Bidart .

- Au niveau de la caractéristique du ventilateur au diffuseur , on vérifie que la limite de pompage est toujours située dans une zone à pente positive , ce qui rejoint les conclusions de Bidart .

- Du point de vue utilisateur , tout se passe comme si , suivant la perte de charge du réseau , le lieu des limites de pompage délimitait une zone interdite dans laquelle le ventilateur pompe en amont du circuit .

Ainsi , alors que , souvent , un manque de rigueur fait dire qu'un ventilateur pompe , on met bien en évidence le fait que c'est l'ensemble ventilateur et circuit qui peut conduire à une telle instabilité , et en aucun cas le ventilateur seul .

On a enfin complété l'étude de ce paramètre en interposant une perte de charge dans le diffuseur du ventilateur , ce qui a conduit à l'obtention d'une caractéristique complètement décroissante . On a ainsi vérifié toute absence de pompage , ce qui vient bien corroborer l'importance de la pente locale de la caractéristique .

#### 5 - 7 / Effet du volume du caisson

Pour chaque longueur précédemment étudiée , on s'est intéressé à l'influence du volume du caisson sur les paramètres de pompage , en conservant la même section de conduite . L'étude des résultats permet de montrer que :

- La limite de pompage n'est vraiment influencée qu'à partir d'un volume important . Dans ce cas , la marge au pompage augmente . Ainsi , pour la configuration de référence , le passage d'un volume de caisson de  $1.2 \text{ m}^3$  à un volume de  $4 \text{ m}^3$  fait passer la limite de pompage de 0.2 à  $0.14 \text{ m}^3$  . Inversement , on vérifie facilement en enlevant le caisson que le ventilateur ne pompe pratiquement plus , sauf pour une section très élevée , la limite de pompage étant très proche du minimum de pression de la caractéristique .

- La fréquence de pompage reste pratiquement indépendante du volume du caisson , puisqu'elle passe de 22 à 22.6 Hz , lorsque le volume passe de  $1.2 \text{ m}^3$  à  $4 \text{ m}^3$  .

#### 5 - 8 / Effet du caisson seul

Dans le but de se rapprocher des conditions expérimentales adoptées sur la maquette NES4000 L2 , on a tenté de qualifier la marge au pompage pour trois volumes différents ( 1.32 ; 2.64 ; et  $3.96 \text{ m}^3$  ) , en faisant débiter le ventilateur directement dans le caisson .

On montre alors que la limite de pompage est dans ce cas indépendante du volume du caisson et proche du maximum de la caractéristique . La marge au pompage est alors minimum .

Dans cette configuration , l'instabilité obtenue correspond à un phénomène de respiration créé par un gonflement puis un dégonflement du caisson à basse fréquence ( de 2 à 4 Hz ) , et les investigations expérimentales sont très délicates . Ce phénomène est dû à l'élasticité des parois , ce qui se vérifie facilement en observant que l'amplitude du phénomène décroît lorsque les parois sont rigidifiées .

En intercalant un petit tuyau destiné à la mesure du débit et en adoptant des caissons modulaires , on a pu par ailleurs étudier la fréquence et la limite de pompage en faisant varier soit la hauteur du caisson , soit sa longueur , soit son volume , et en gardant un des deux autres paramètres constant .

On présente ainsi sur la figure 20-a l'évolution de la fréquence de pompage avec la longueur du caisson à hauteur de caisson constante . On retrouve une évolution décroissante similaire à celle déjà obtenue .

A volume constant , la section du caisson n'a que peu d'influence sur la fréquence de pompage , surtout à volume important (Fig 20-b) .

La limite de pompage varie avec la longueur du caisson , à section de caisson constante , mais cette influence n'est vraiment claire que pour la plus faible section (Fig 21-a) .

Par contre , à volume constant , la section du caisson n'influence pas de manière sensible la limite de pompage (Fig 21-b) .

#### 5-9 / Effet de la section de la canalisation

Pour trois diamètres supplémentaires (.102 ; .132 et .152 m) , on a étudié l'effet de la perte de charge pour plusieurs longueurs .

Les conclusions obtenues pour l'effet de la longueur et de la perte de charge sur la fréquence et la limite de pompage restent inchangées . Par contre , on a remarqué qu'une augmentation de section diminue la marge au pompage , toutes choses étant égales par ailleurs , et que les faibles sections engendrent des glissements au cours du temps de la fréquence de pompage .

#### 5 - 10 / Transitions dynamiques

On s'intéresse au comportement dynamique du ventilateur lorsqu'on change son point de fonctionnement en modifiant le réglage de son débit .

D'une manière pratique , on obtient une variation de débit par un vannage piloté par le calculateur et opéré en sortie de caisson .

Dans tous les cas de transition étudiés , on a pris soin d'obtenir un point final de fonctionnement du ventilateur à la même vitesse de rotation de 4000 tr/mn . On enregistre à chaque fois les évolutions au cours du temps de la pression dynamique au début du tuyau et de la pression totale en sortie de diffuseur .

Le déclenchement de l'enregistrement des signaux est obtenu par un signal TTL généré par un contact électrique en début de vannage , ce dernier étant linéaire au cours de la transition qui dure 3 secondes . Cette durée de transition est fixée par l'expérimentateur , en fonction des possibilités mécaniques du système de vannage .

Le déphasage correspondant à la distance entre les deux points de mesure est négligeable par rapport aux fréquences mesurées et on s'affranchit ainsi des erreurs commises en sommant les pressions statique et dynamique instationnaires pour remonter à la pression totale .

Par contre , pour l'obtention de transitions ou de cycles de pompage en d'autres sections , on doit utiliser cette dernière technique .

La figure 22 donne un exemple de cycle de pompage obtenu pour une configuration de circuit différente de la configuration de base et donnant des résultats bien représentatifs du phénomène à décrire . Le passage du ventilateur d'un point de fonctionnement stable situé sur la branche de pente décroissante de sa caractéristique à un point de fonctionnement instable est bien mis en évidence sur la figure 23 . Cette évolution est à comparer avec le calcul de la figure 7 . D'une manière qualitative , l'allure des évolutions est comparable . Toutefois , il convient de noter que le calcul théorique d'une telle transition ne met pas en évidence la progressivité de l'installation du pompage , contrairement aux résultats expérimentaux .

La transition inverse présentée en figure 24 montre que le phénomène est plus long à apparaître qu'à disparaître . On peut en outre remarquer que le point de fonctionnement final est bien situé sur la caractéristique statique du ventilateur .

La transition d'un point stable à la limite supérieure de pompage est donnée sur la figure 25 . Elle est à comparer avec le tracé théorique de la figure 6 , où , cette fois encore , la comparaison donne qualitativement de bons résultats .

### 5 - 11 / Cycles de pompage

L'obtention de cycles de pompage au début et à la fin du tuyau montre que les amplitudes de pompage , tant en débit qu'en pression diminuent lorsque l'on s'éloigne du ventilateur . Par ailleurs , l'allure des cycles devient plus tourmentée .

Ceci est dû aux harmoniques d'ordre supérieur qui deviennent prépondérants .Il serait fastidieux d'analyser ici l'allure de toutes les courbes obtenues , c'est pourquoi on développera cet aspect du problème lors d'un chapitre ultérieur consacré aux essais destinés à la modélisation statistique du phénomène .

### 5 - 12 / Comparaison théorie - expérience

Un bilan de la théorie de Bidart confrontée aux résultats expérimentaux peut maintenant être établi :

- D'une manière qualitative , les transitions dynamiques entre des points de fonctionnement stable et instable sont assez bien prédites par la théorie .

- Comme la théorie le prévoit , on a mis en évidence une relation entre la pente de la caractéristique du ventilateur et la pente de la caractéristique du réseau par l'intermédiaire de la perte de charge .

- On a pu tracer le lieu des limites de pompage en fonction de la perte de charge . Les courbes obtenues ont une allure semblable à celle qu'indique la théorie . Par ailleurs , on a retrouvé expérimentalement qu'une augmentation de section augmente la limite de pompage .

- Pour une section donnée , la limite supérieure de pompage théorique ne dépend pas de la longueur du tuyau , contrairement à ce qui a été mis en évidence .

- Il faut introduire dans le critère de Bidart une section environ dix fois plus importante que la section réelle pour obtenir des limites supérieures de pompage théorique et expérimentale comparables . Ce résultat est également obtenu en imposant le vrai volume au lieu du simple produit  $L S$  .

- La fréquence théorique est assez loin de la fréquence mesurée , surtout pour les petites longueurs . Avec un volume de  $1.2 \text{ m}^3$  et pour des longueurs respectives de 5.2 et 2.6 m , le calcul donne 20 et 39 Hz pour des valeurs expérimentales de 22 et 29.9 Hz respectivement . On peut remarquer qu'une des hypothèses théoriques repose sur le fait que l'on considère des oscillations en masse du fluide . Cette hypothèse est d'autant plus proche de la réalité que la fréquence des fluctuations est faible , et donc que la longueur de la conduite est importante .

On peut ainsi avancer que la différence entre les fréquences théoriques et mesurées est due à la formulation même de la schématisation.

Ainsi, dans l'état actuel des choses, la théorie de Bidart fournit certains renseignements qualitatifs utilisables, mais il semble judicieux de réfléchir sur d'autres théories et à leur adaptation au problème posé. Il semble que la schématisation du circuit adoptée soit trop simpliste. Par ailleurs, on ne tient pas compte de la réponse dynamique du ventilateur, c'est à dire de son inertie intrinsèque, représentée par un terme de raideur et un terme d'amortissement.

## **6 - MODELISATION STATISTIQUE**

Les paragraphes précédents ont permis de dégager l'importance des principaux paramètres du circuit ( Section, Longueur, Perte de charge, Volume ) et d'en obtenir l'influence sur les paramètres représentatifs du phénomène, à savoir la fréquence de pompage, les amplitudes des cycles de pompage, tant en débit qu'en pression, et enfin la limite supérieure de pompage conditionnant la marge au pompage.

On se propose, dans le présent paragraphe, de réaliser des essais complémentaires destinés à l'obtention d'un modèle statistique fiable obtenu par régression multidimensionnelle et à compléter la connaissance du phénomène.

### **6 - 1 / Programme d'essais**

Le montage expérimental est le même que celui ayant permis l'étude précédente. Le ventilateur débite dans un tuyau de diamètre et de longueur donnés, puis dans un caisson modulaire de volume variable.

Un tiroir à perte de charge permet d'augmenter la perte de charge du circuit de manière modulaire.

On se propose de faire varier de manière systématique les paramètres influençant le phénomène étudié. Pour cela, on dispose de tuyaux de cinq diamètres (.082 ; .102 ; .132 ; .1521 et .191 m), permettant l'étude de longueurs comprises entre 2 et 6 m, et d'un caisson à modules de  $.6 \text{ m}^3$  permettant l'obtention d'un volume compris entre  $1.2$  et  $3.6 \text{ m}^3$ . Le tiroir à perte de charge peut, quant à lui, recevoir jusqu'à dix épaisseurs de toile de jute de section égale à celle du tuyau étudié, conduisant ainsi à une bonne continuité de l'écoulement.

De plus, on a amélioré le montage expérimental de façon à obtenir des résultats sans ambiguïté. A cet effet, le diffuseur du ventilateur a été allongé pour obtenir en sortie une pression dynamique vraiment négligeable.

La plaque brise jet placée dans le caisson a été modifiée pour diminuer la perte de charge globale du circuit , et les différents raccords entre la conduite et le caisson ou le tiroir à perte de charge ont été soignés . Comme on le verra , toutes ces opérations ont quelque peu modifié les fréquences de pompage à longueur de canalisation égale par rapport à celles obtenues sur le circuit de référence , la caractéristique du ventilateur au diffuseur d'une part , et les conditions de réflexion au raccord tuyau/caisson d'autre part , ayant évolué .

On a choisi de caractériser le circuit par sa perte de charge globale mesurée pour le débit maximum que permet le ventilateur . Les cycles de pompage ne sont mesurés qu'en un point , situé après le diffuseur du ventilateur .

## 6 - 2 / Méthodologie expérimentale

Un programme d'acquisition permet l'obtention des quantités suivantes :

- Débit maximum autorisé par le circuit .
- Perte de charge globale du circuit .
- Limite supérieure de pompage .
- Pression dynamique instationnaire en pompage .
- Pression totale instationnaire au diffuseur en pompage .

En faisant varier tous les paramètres expérimentaux précédemment cités , 319 essais ont été réalisés . On donne sur les figures 26 à 30 des exemples d'enregistrements obtenus en pompage . On y trouve les évolutions au cours du temps du débit et de la pression instationnaires , ainsi que le point moyen de fonctionnement obtenu par les décompositions en série de FOURIER des signaux . Ces exemples couvrent les différents aspects des cycles de pompage que l'on peut rencontrer , réguliers ou non , à faible ou forte amplitude , tant en débit qu'en pression .

## 6 - 3 / Perte de charge du circuit

L'importance de la perte de charge du circuit mise en évidence au cours des premiers essais montre la nécessité de connaître la loi donnant l'évolution de la perte de charge globale du circuit en fonction des paramètres géométriques choisis .

Pour cela , on a choisi de réaliser un montage expérimental spécifique permettant la mesure des pertes de charge induites par les différents éléments du circuit . Le montage en question est composé :

- d'un tuyau de diamètre variable et de longueur maximum de 8 m . Les diamètres étudiés sont les cinq diamètres déjà donnés .

- d'un tiroir à perte de charge pouvant recevoir les pertes de charge modulaires correspondantes à chaque diamètre étudié .

- d'un caisson de volume  $3 \text{ m}^3$  .

- d'un ventilateur centrifuge travaillant à l'aspiration .

- d'un système de variation de débit piloté par ordinateur .

On donne sur la figure 31 un schéma synoptique du montage expérimental et de la chaîne de mesure associée .

On dispose d'une prise de pression totale dans le caisson , et de prises de pression statique de part et d'autre du tiroir à perte de charge , associées à une sonde de Recknagel fournissant la pression dynamique sur l'axe de la conduite et permettant ainsi d'accéder à la pression totale . Le débit est mesuré par un tube de pitot placé à l'aval du ventilateur dans une section caractérisée par un coefficient d'intégration indépendant du débit et obtenu par le biais d'explorations des profils de vitesse .

Comme on le voit , ce montage permet l'obtention de trois différences de pression totale :

- $\Delta P_{t1}$  : Perte de charge induite par le tuyau ( L , D ) .

- $\Delta P_{t2}$  : Perte de charge induite par le tiroir .

- $\Delta P_{t3}$  : Perte de charge induite par l'élargissement brusque à l'entrée du caisson .

Ces trois quantités permettent le calcul du coefficient de perte de charge linéique du tuyau et des coefficients de perte de charge singulière associés respectivement au tiroir et à l'élargissement de section à l'entrée du caisson . Ces coefficients , notés  $\lambda$  ,  $\xi_1$  , et  $\xi_2$  sont définis comme suit :

$$\Delta P_{t1} = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho V^2}{2}$$

$$\Delta P_{t2} = \xi_1 \rho V^2 / 2$$

$$\Delta P_{t3} = \xi_2 \rho V^2 / 2 \quad \text{avec :}$$

L : Longueur du tuyau (m)

D : Diamètre du tuyau (m)

V : Vitesse de l'écoulement

$\rho$  : Masse volumique de l'air ( $\text{kg/m}^3$ )

On suppose par ailleurs que le coefficient  $\xi_2$  ne dépend pas du volume du caisson placé derrière le raccord, ce qui a par la suite été vérifié.

Pour chaque essai, on a réalisé plusieurs débits et calculé d'une part les pressions totales en tout point du circuit et d'autre part les coefficients de perte de charge qui s'en déduisent.

Les récapitulatifs de ces mesures sont donnés sur les figures 32 à 35.

#### a) - Coefficient de perte de charge linéique

Les travaux bien connus de NIKURADSE [13] montrent que ce coefficient dépend du nombre de REYNOLDS défini sur le diamètre du tuyau et s'exprimant par :  $Re = V D / \nu$  où  $\nu$  est la viscosité cinématique de l'air ( $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  à  $20^\circ\text{C}$ ).

On a donc cherché une loi statistique par le critère des moindres carrés de la forme  $\lambda = f(Re)$  et on l'a comparé à la formule explicite déduite des formules de KARMAN - NIKURADSE pour un tuyau lisse :

$$\lambda = \frac{1}{[2 \text{Log} \{ Re / (4.522 \text{Log} (Re) - 3.8215 ) \}]^2}$$

On donne sur la figure 36 le nuage de points expérimentaux , la loi statistique obtenue et la loi de KARMAN - NIKURADSE . Les valeurs expérimentales sont en bon accord avec cette dernière loi , sauf pour les nombres de REYNOLDS élevés , ce qui correspond aux petits diamètres . Néanmoins , ces résultats sont cohérents .

#### b) - Coefficient associé au tiroir

Ce coefficient de perte de charge singulière dépend du diamètre du tuyau et du nombre de modules de perte de charge placés à l'intérieur , mais ne dépend pas du débit .

Pour chaque diamètre , l'évolution du coefficient avec ce nombre d'épaisseurs est linéaire (Fig 37) . La pente de ces droites dépend d'ailleurs de ce diamètre . Ceci permet de proposer une loi unique obtenue par régression linéaire qui s'exprime par :

$\xi_1 = 0.2 + ( 0.37 + 6.5 D ) n$  où n est le nombre de modules de perte de charge du tiroir .

#### d) - Coefficient associé au caisson

Ce coefficient ne dépend que du diamètre , suivant une loi linéaire obtenue par régression qui se met sous la forme :

$$\xi_2 = 0.64 + 1.18 D \quad (\text{Fig 38})$$

Il est précisé que l'intérieur du caisson est équipé d'une plaque brise jet et que le coefficient  $\xi_2$  , dans ces conditions , ne peut pas être comparé à celui d'un élargissement brusque pur . Si c'était le cas , on aurait alors obtenu une droite de pente décroissante .

### 6 - 4 / Modélisation du phénomène de pompage

#### a) - But de la modélisation

Il s'agit d'établir un modèle mathématique obtenu par régression multidimensionnelle à partir des résultats expérimentaux , et permettant de prédire avec un bon degré de confiance les valeurs des différents paramètres représentatifs du phénomène de pompage .

b) - Choix des paramètres

Le circuit est représenté par les paramètres suivants :

- S : Section du tuyau ,
- L : Longueur du tuyau ,
- $\mathcal{V}$  : Volume du circuit (caisson + tuyau) ,
- K : Facteur de perte de charge du circuit ,

$$K \text{ est défini par : } K = \frac{\Delta P_t \text{ globale}}{Q^2}$$

- $\rho$  : Masse volumique de l'air ,
- a : Célérité du son dans l'air à 20 °C .

On s'intéresse à la modélisation des quantités suivantes :

- F : Fréquence de pompage ,
- $Q_{V1}$  : Limite de pompage en débit ,
- $\Delta P$  : Amplitude de pompage en pression ,
- $\Delta Q$  : Amplitude de pompage en débit .

c) - Choix des variables de la régression

En appliquant le théorème de VASCHY - BUCKINGHAM [14] , et en choisissant comme variables primaires la section S , la masse volumique  $\rho$  , et la célérité du son a , on montre facilement que trois nombres sans dimension interviennent lorsque l'on cherche pour chaque paramètre une loi de la forme  $f(L, S, K, \rho, \mathcal{V}, a)$  .

Le choix de ces variables primaires permet de retrouver la forme classique des coefficients de débit et de pression. Par ailleurs, on simplifie le modèle de régression en considérant que la viscosité n'intervient pas, ce qui revient à éliminer le nombre de Reynolds. Les trois nombres sans dimension proviennent des relations :

$$K=K(S, \rho, a) \quad \mathcal{V} = \mathcal{V}(S, \rho, a) \quad L=L(S, \rho, a)$$

Ils s'expriment par :

$$\pi_1 = \frac{L}{S^{1/2}} \quad \pi_2 = \frac{\mathcal{V}}{S^{3/2}} \quad \pi_3 = \frac{K S^2}{\rho}$$

Le choix délibéré de faire apparaître directement la section  $S$  et le facteur de perte de charge  $K$  complique la forme des quantités obtenues.

On associe alors à la fréquence un nombre sans dimension qui s'exprime par :

$$\pi_f = \frac{F S^{1/2}}{a}$$

Il en est de même pour la limite de pompage en débit et l'amplitude de pompage en débit qui font intervenir le même nombre sans dimension qui s'exprime par :

$$\pi_{Qv1} = \frac{Q_{v1}}{S a} \quad \text{et} \quad \pi_{\Delta Q} = \frac{\Delta Q}{S a}$$

Enfin, on associe à l'amplitude de pompage en pression le nombre sans dimension qui s'exprime par :

$$\pi_{\Delta P} = \frac{\Delta P}{\rho a^2}$$

#### d) - Régression multidimensionnelle

Cette méthode a été développée à l'occasion d'une étude de corrélation portant sur le ventilateur ([7] et [8]).

C'est le prolongement de la technique employée en régression linéaire par le critère des moindres carrés au cas de plusieurs variables ([15] à [21]). Cette technique permet ainsi d'obtenir pour chacun des quatre produits  $\pi$  une forme quadratique de la forme :

$$\pi_0 = a_0 + a_1\pi_1 + a_2\pi_2 + a_3\pi_3 + a_4\pi_1\pi_2 + a_5\pi_1\pi_3 + a_6\pi_2\pi_3 + a_7\pi_1^2 + a_8\pi_2^2 + a_9\pi_3^2$$

On caractérise la performance du modèle par un coefficient de corrélation dont la valeur optimale est de 1 .

#### e) - Résultats de l'ajustement

On donne sur les figures 39 à 45 les tableaux récapitulatifs des résultats des essais effectués en pompage . Outre les paramètres géométriques relatifs à chaque essai , on y trouve la valeur de la perte de charge du circuit correspondant au débit maximum mesuré .

Pour chaque configuration testée , on est maintenant en mesure de prédire la perte de charge globale théorique , en utilisant le modèle statistique précédemment obtenu et en prenant en compte les valeurs respectives des paramètres géométriques du circuit et du débit maximum mesuré pour la configuration d'essai considérée .

La comparaison des pertes de charge prédites et mesurées fait l'objet de la figure 46 .

Tous les points qui sont très proches de la bissectrice du graphe correspondent alors aux cas où le modèle statistique donne une valeur prédite proche de la mesure sur le circuit réel .

En ce qui concerne le modèle de pompage obtenu par régression multidimensionnelle , on peut visualiser la qualité de l'ajustement statistique obtenu, et ce pour les quatre critères retenus , à savoir , la fréquence , la limite supérieure , et les amplitudes en débit et en pression (Fig 47) .

En ce qui concerne les deux paramètres les plus importants , c'est à dire la fréquence et la limite de pompage — qui conditionnent l'excitation mécanique du ventilateur — , le coefficient de corrélation est correct . Il n'en est pas de même pour les amplitudes en débit et en pression , ce qui est pénalisant car la connaissance de ces amplitudes est utile au bon dimensionnement mécanique de la machine .

#### f) - Performances du modèle

Au vu des coefficients de corrélation obtenus , on peut s'attendre à des comportements asymptotiques imprécis ce qui peut poser problème au voisinage des bornes du modèle , tant en interpolation qu'en extrapolation . Néanmoins , il est possible de tester le modèle pour des cas bien précis et d'en comparer les performances aux points expérimentaux obtenus . Un problème subsiste toutefois . Le pompage se traduit par des évolutions importantes et rapides du débit . Pour prédire par le modèle les valeurs des critères de pompage , il faut calculer au préalable le facteur de perte de charge du circuit .

Ce facteur  $K$  contient un terme qui dépend précisément du nombre de Reynolds , donc du débit . Il faudrait donc injecter dans le calcul de perte de charge , sinon une évolution de débit prévisionnelle , au moins un débit moyen ou maximum , puis procéder par itérations jusqu'à obtenir une convergence entre le débit injecté et l'évolution de débit prédite en final par le modèle . A ce niveau , un problème de résolution mathématique subsiste et une solution provisoire est d'utiliser une valeur moyenne de débit identique quelle que soit la configuration du circuit . Par ailleurs ,  $K$  varie au cours des fluctuations et il est probable que sa valeur en écoulement non permanent soit différente de celle obtenue en écoulement permanent .

Ainsi , on bute sur le problème d'associer convenablement deux modèles statistiques .

Cette contrainte est bien entendu pénalisante et influence essentiellement le calcul de la limite supérieure de pompage en débit , ce qui est normal , étant donné la forte sensibilité de ce critère de pompage à la perte de charge du circuit , résultat mis en évidence de façon claire lors de l'étude expérimentale préalable .

On a choisi de donner l'évolution de chaque critère avec la longueur du tuyau , en la paramétrant avec le diamètre  $D$  pour un volume de caisson et un nombre de modules de perte de charge constants . On a également porté sur les courbes les points expérimentaux quand ils existaient .

On présente ainsi , pour un nombre de modules nul , les évolutions obtenues respectivement pour un volume de caisson de  $1.2 \text{ m}^3$  (Fig 48) et de  $2.4 \text{ m}^3$  (Fig 49) . De même , on présente , pour un nombre de modules égal à 1 les évolutions obtenues respectivement pour un volume de caisson de  $1.2 \text{ m}^3$  (Fig 50) et de  $2.4 \text{ m}^3$  (Fig 51) . On peut remarquer l'importance des comportements asymptotiques et noter le fait que les évolutions obtenues pour l'amplitude de pompage en débit correspondent bien avec les points expérimentaux , malgré un coefficient de corrélation plutôt décevant . Par contre les résultats sont très décevants . Le modèle ne pourra , en tout état de cause , fournir que des tendances .

### 6 - 5 / Synthèse

On dispose maintenant d'un modèle , qui , s'il est moins performant qu'espéré , peut donner des résultats utilisables . Il permet d'étudier de façon simple et rapide les effets des paramètres du circuit (Diamètre , Longueur , Volume , Perte de charge) sur les critères représentatifs du pompage avec un bon degré de confiance . Les deux critères les plus importants , à savoir la fréquence et la limite de pompage , sont bien décrits . Ce modèle peut donc être utilisé avec profit dans le cadre d'une étude d'avant -projet et peut se substituer à une théorie , qui dans l'état actuel des choses est encore trop peu performante .

## 7 - SCHEMATISATION THEORIQUE

On se propose de faire ici un rappel des théories portant sur le phénomène du pompage et de qualifier leur possible application au cas du ventilateur transverse .

### 7 - 1 / Théorie de BIDART avec inertie

L'idée est de schématiser le ventilateur par une longueur  $L_j$  de tuyau de section  $S_j$  représentant ainsi une inertie (Fig 52-a) . On doit alors écrire deux fois l'équation d'EULER sur les deux tronçons successifs correspondants au ventilateur et au tuyau .

$$\Delta Q_C = (P_C - P_j) \frac{S_j}{L_j \rho} \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta Q_C = (P_j - P_f) \frac{S}{L \rho} \Delta t \quad (2)$$

$$\Delta P_f = P^* (Q_C - Q_r) \frac{\gamma}{\psi} \Delta t \quad (3)$$

Les équations (1) et (2) permettent d'écrire :

$$P_j \left( \frac{S}{L} + \frac{S_j}{L_j} \right) = P_C \frac{S_j}{L_j} + P_f \frac{S}{L} \quad (4)$$

L'intégration du système se fait pas à pas . L'équation (1) donne le nouveau débit  $Q_C$  , et l'équation (3) fournit la nouvelle pression  $P_f$  . Il suffit alors de calculer  $P_j$  avec l'équation (4) .

On introduit les quantités  $I_V = S_j / L_j$  et  $I_C = S / L$  et on étudie cette schématisation pour différentes valeurs du rapport  $I_V / I_C$  . On donne deux résultats obtenus pour une inertie du ventilateur inférieure à celle du circuit (  $I_V / I_C = .5$  - Fig 53) et pour une inertie du ventilateur plus importante que celle du circuit (  $I_V / I_C = 2$  - Fig 54) . Lorsque l'inertie du ventilateur augmente , on voit la fréquence de pompage augmenter et l'amplitude des cycles d'instabilité diminuer , tant en débit qu'en pression .

En portant sur ces évolutions les résultats de la formulation initiale de Bidart , il apparaît que la nouvelle schématisation n'apporte pas de grands progrès , même avec une inertie propre au ventilateur élevée par rapport à celle du circuit .

7 - 2 / Théorie de BIDART avec inertie et capacité

On remplace le ventilateur par une inertie et une capacité . On doit alors écrire deux fois l'équation d'EULER et deux fois l'équation de continuité (Fig 52-b) .

$$\Delta Q_c = (P_c - P_j) \frac{S_j}{L_j \rho} \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta Q_j = (P_j - P_f) \frac{S}{L \rho} \Delta t \quad (2)$$

$$\Delta P_j = P^* (Q_c - Q_j) \frac{\gamma}{V_j} \Delta t \quad (3)$$

$$\Delta P_f = P^* (Q_j - Q_r) \frac{\gamma}{V} \Delta t \quad (4)$$

Comme dans la formulation initiale de Bidart , on impose par ailleurs que :  $V = S L$  et que  $V_j = S_j L_j$  .

Les équations (1) et (2) permettent de calculer respectivement les valeurs de  $Q_c$  et  $Q_j$  à l'instant  $t+\Delta t$  . L'équation (3) donne la nouvelle valeur de  $P_j$  qui permet alors le calcul de  $Q_r$  par l'utilisation de l'équation de la parabole représentative du réseau . La nouvelle valeur de  $P_f$  est enfin donnée par l'équation (4) .

Dans ces conditions , on peut trouver un couple  $S_j , L_j$  qui permet le recalage avec les résultats expérimentaux , essentiellement en ce qui concerne la fréquence .

C'est l'objet de la figure 55 sur laquelle on peut comparer l'évolution théorique obtenue à celle donnée par la formulation de Bidart, pour apprécier l'augmentation de fréquence qui résulte de l'adoption de cette nouvelle formulation.

Néanmoins il faut préciser que le schéma d'intégration est susceptible de donner une divergence de calcul très rapidement. Les paramètres de calcul et la valeur du pas de temps doivent être choisis avec beaucoup de précautions. Il est évident que ce problème de consistance de schéma peut être levé en rendant le schéma d'intégration explicite ou par l'utilisation d'une méthode mieux appropriée. La mise en oeuvre de ce type de méthode, si elle ne présente pas de difficulté majeure, n'est toutefois pas le but de la présente étude car elle n'apporte pas d'aide supplémentaire dans la conduite des essais.

### 7 - 3 / La théorie de GREITZER

Il s'agit en fait de la reprise de la théorie de Bidart associée à une prise en compte de l'inertie du ventilateur par l'intermédiaire de sa réponse dynamique ([22] à [25]).

Le schéma du circuit est le même que celui de Bidart. Par contre, on fait la distinction, pour un même débit  $Q_C$ , entre la pression  $P_{CS}$  obtenue sur la caractéristique en régime permanent, et la valeur instantanée de la pression  $P_{CD}$  obtenue en régime dynamique.

La relation existant entre ces deux pressions permet de rendre compte de la réponse dynamique du ventilateur. Pour cela, on introduit une constante de transfert  $\tau$  qui s'exprime en fonction du coefficient de débit du ventilateur  $C_d$ .

Cette constante de transfert correspond au temps de séjour d'une particule fluide dans le ventilateur, ce qui est équivalent au temps de traversée du ventilateur par cette particule. Elle s'exprime par :

$$\tau = \frac{D}{C_d U} \quad \text{avec} \quad C_d = \frac{2 Q}{U D H} \quad \text{soit :} \quad \tau = \frac{D^2 H}{Q}$$

Le système d'équations devient alors :

$$\Delta Q_c = (P_{cd} - P_f) \frac{S}{L \rho} \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta P_f = P^* (Q_j - Q_r) \frac{\gamma}{V} \Delta t \quad (2)$$

$$\Delta P_{cd} = \tau (P_{cs} - P_{cd}) \Delta t \quad (3)$$

L'équation de transfert (3) ne repose en fait sur aucune base expérimentale . Elle fait partie d'un certain nombre d'autres expressions couramment utilisées qui vont même jusqu'à faire intervenir un terme supplémentaire destiné à rendre compte de la mémoire du fluide .

L'intégration se fait pas à pas en utilisant successivement les équations (1) , (3) , et (2) . On donne sur la figure 56 un exemple de calcul que l'on peut comparer aux résultats de la formulation de Bidart , pour les mêmes données .

Il faut préciser que , comme pour la théorie de Bidart , pour mettre théoriquement en évidence un régime de fonctionnement instable du ventilateur , il y a lieu soit d'introduire dans le calcul une section beaucoup plus importante que la section réelle , soit de tenir compte d'un volume plus important que celui donné par le simple produit  $L S$  , en utilisant le volume réel du caisson .

C'est d'ailleurs cette deuxième solution qui a été retenue dans les deux cas . La comparaison des résultats obtenus par les deux formulations montre de très faibles différences . La théorie de Greitzer ne semble donc pas pouvoir rendre compte de manière satisfaisante du phénomène de pompage d'un ventilateur transverse . Néanmoins , on dispose de trop peu d'éléments pour conclure de manière ferme .

#### 7 - 4 / Décomposition des circuits en éléments

Dans le cas de circuits plus complexes du type de ceux rencontrés dans les Navires à Effet de Surface , il est nécessaire de décomposer le réseau en éléments de base pour lesquels un type d'équation peut s'appliquer .

### a) Canalisation

Ces éléments sont en général de grande longueur et de faible volume . Pour un élément de longueur  $L$  et de section  $S$  présentant des pressions d'entrée et de sortie notées respectivement  $P_e$  et  $P_s$  , on écrira que :

$$\Delta Q = (P_e - P_s) \frac{S}{L \rho} \Delta t$$

### b) - Réservoir

La vitesse  $v$  est très faible ce qui permet de supposer la pression égale dans tout le volume . En notant respectivement  $Q_e$  et  $Q_s$  les débits d'entrée et de sortie , l'équation régissant l'évolution de la pression au cours du temps s'écrit :

$$\Delta P = P^* (Q_e - Q_s) \frac{\gamma}{v} \Delta t$$

On peut ainsi écrire autant d'équations que nécessaire , suivant une méthode très systématique .

## **8 - POMPAGE ET SCHEMATISATION : PREMIER BILAN**

Le phénomène de pompage du ventilateur transverse est maintenant parfaitement connu et on dispose d'un nombre important d'essais de référence . L'influence des paramètres du circuit sur les critères représentatifs du phénomène est bien comprise .

Par ailleurs , on dispose d'un modèle statistique , qui , bien que décevant par l'importance des comportements asymptotiques auxquels il conduit , permet de prédire les valeurs de ces critères pour un ensemble de paramètres donné , et qui vient compléter de façon judicieuse la théorie adaptée de Bidart . On a pu tester l'adaptation de la théorie de Greitzer au cas du ventilateur transverse , et on a pu proposer des modifications de la théorie de Bidart qui permettent une meilleure concordance avec les résultats expérimentaux . Néanmoins , il est apparu nécessaire d'envisager l'utilisation de méthodes numériques d'intégration mieux adaptées permettant d'éviter les problèmes de divergence du schéma .

Il est maintenant envisageable de passer à l'étude de circuits multibranches du type de ceux rencontrés sur les NES . C'est l'objet de l'étape suivante .

Troisième partie :

STABILITE DE FONCTIONNEMENT

SUR UN CIRCUIT MULTIBRANCHES

## **1 - INTRODUCTION**

On se propose , dans la présente étude , de réaliser un montage expérimental permettant l'étude du pompage d'un ventilateur transverse sur un demi-circuit du type de celui rencontré sur les Navires à Effet de Surface .

Par ailleurs , on envisage de proposer une formulation théorique de ce problème et d'en confronter les résultats avec les conclusions expérimentales .

## **2 - LE CIRCUIT MULTIBRANCHES TYPE NES**

On a vu que dans la génération actuelle de Navires à Effet de Surface , la sustentation est réalisée , pour des raisons de sécurité et d'implantation physique des ventilateurs dans les deux quilles latérales , par deux ventilateurs . Chaque ventilateur débite dans deux branches distinctes . L'une alimente la jupe arrière pour en assurer le gonflage permanent , l'autre débite directement dans le coussin . Enfin , la jupe débite ensuite dans le coussin . Usuellement cette jupe est appelée "bag" , dénomination que l'on utilisera toujours par la suite .

On voit donc apparaître deux circuits parallèles :

- Un circuit relatif au bag ,
- Un circuit relatif au coussin .

On a ainsi deux possibilités de mélanges d'écoulements distincts . La première est localisée dans le bag alimenté par deux branches . La deuxième réside dans le coussin alimenté par trois branches .

## **3 - LE MONTAGE EXPERIMENTAL**

### **3 - 1 / Les ventilateurs**

Il s'agit toujours du couple de deux ventilateurs transverses de diamètre 100 mm et de longueur 182 mm . Chaque ventilateur débite dans un diffuseur équipé d'un volet de partition de débit qui permet d'alimenter deux conduites situées dans un plan vertical (Fig 57) .

Une ligne d'arbres développée pour la circonstance permet d'obtenir des vitesses de rotation différentes sur chacun des ventilateurs . Un moteur à courant continu à vitesse variable de 2.2 Kw , asservi en tension , entraîne la ligne d'arbres et une dynamo tachymétrique permettant de contrôler sa vitesse de rotation .

### 3 - 2 / Le circuit

Le coussin et le bag sont représentés par des caissons modulaires de volume variable . Ainsi le coussin est composé de six modules de 0.6 m<sup>3</sup> permettant l'obtention de volumes de 1.2 à 3.6 m<sup>3</sup> . Le bag est , quant à lui , composé de trois modules .

Le rapport du volume du bag au volume du coussin est toujours de 20 % , ce qui correspond aux dispositions retenues sur les N.E.S.

Pour des raisons de réalisation du circuit complet , on a choisi de monter les circuits relatifs au coussin et au bag dans deux plans horizontaux superposés . Le circuit relatif au bag se trouve alors à la partie supérieure du montage (Fig 57).

Les deux branches de sortie du répartiteur de chaque ventilateur sont notées branches "basse" et "haute" et correspondent aux branches alimentant le coussin et le bag respectivement .

Le circuit est complété par une branche reliant le bag et le coussin , et par un tuyau de sortie équipé d'un système de variation de débit piloté par ordinateur . On donne sur les figures 58 , 59 et 60 différentes photographies qui permettent de mieux visualiser le montage ainsi réalisé .

Enfin , les deux branches basses et la branche sortant du bag sont équipées d'un tiroir à perte de charge pouvant recevoir jusqu'à 10 épaisseurs de toile de jute . Les conduites sont toutes de diamètre identique , ce diamètre pouvant être de .102 m et de .152 m .

### 3 - 3 / L'instrumentation

Il s'agit du même type de matériel que celui précédemment décrit . Dans le cas de mesures dynamiques , les signaux sont numérisés par trois oscilloscopes à mémoire numérique , puis le contenu de cette mémoire est transféré au ordinateur .

Dans le cas où le nombre de voies à étudier excède six , les signaux sont enregistrés sur enregistreur magnétique analogique EMI , puis numérisés six par six à l'aide des mêmes oscilloscopes .

L'enregistrement d'un signal de synchronisation permet à la relecture de déclencher de manière répétitive la mise en mémoire de chaque groupe de signaux. Cette dernière procédure est très fiable, mais lourde et longue à mettre en oeuvre.

### 3 - 4 / Définition des paramètres à mesurer

On se propose d'établir la liste des paramètres susceptibles d'être mesurés et d'en définir les notations :

$P_1$  : Pression totale au diffuseur du ventilateur 1

$P_2$  : Pression totale au diffuseur du ventilateur 2

$Q_{b1}$  : Débit de la branche basse du ventilateur 1

$Q_{b2}$  : Débit de la branche basse du ventilateur 2

$Q_{h1}$  : Débit de la branche haute du ventilateur 1

$Q_{h2}$  : Débit de la branche haute du ventilateur 2

$Q_1$  : Débit total du ventilateur 1

$Q_2$  : Débit total du ventilateur 2

$P_b$  : Pression totale au bag

$Q_{bc}$  : Débit de la branche bag ---> coussin

$P_g$  : Pression totale au coussin

$Q_g$  : Débit global

On définit le taux de répartition de chaque ventilateur par la relation :

$$\text{Lambda} = \frac{\text{Débit bas}}{(\text{Débit bas} + \text{Débit haut})} = \frac{\text{Débit direct allant au coussin}}{\text{Débit total du ventilateur}}$$

On aura ainsi :  $\lambda_1 = \frac{Q_{b1}}{Q_1}$  et  $\lambda_2 = \frac{Q_{b2}}{Q_2}$

De même , on définit un taux de répartition global  $\lambda$  qui s'exprime par :

$$\lambda = \frac{Q_{b1} + Q_{b2}}{Q_g} = \frac{\lambda_1 Q_1 + \lambda_2 Q_2}{Q_1 + Q_2}$$

Dans le cas de l'étude sur un seul demi-circuit , certaines de ces quantités ne sont pas prises en compte .

#### **4 - ETUDE DU POMPAGE SUR UN CIRCUIT MULTIBRANCHES**

Il s'agit d'étudier la stabilité d'un ventilateur transverse débitant sur un demi-circuit . Pour cela , on a obturé les branches basse et haute d'un des ventilateurs , à l'intérieur du bag et du coussin , de manière à ne pas rajouter de volume mort .

##### **4 - 1 / Formulation théorique**

On a vu qu'une schématisation du phénomène du pompage faisant appel au remplacement du ventilateur par une inertie et une capacité pouvait donner une bonne concordance avec les résultats expérimentaux , en particulier en ce qui concerne la fréquence .

On a retenu un tel schéma de base pour proposer une formulation théorique du pompage d'un ventilateur transverse sur un circuit multibranches (Fig 61-a) .

La section de la branche alimentant le bag est notée  $S_b$  , alors que celle alimentant le coussin est notée  $S$  et celle de la branche bag-coussin est notée  $S_{bc}$  .

Comme dans la théorie de Bidart , on peut dans un premier temps supposer que  $S_b = S_{bc} = S$  et que  $V_j = L_j S_j$  ainsi que  $V = L S + L_{bc} S_{bc}$  . Par ailleurs , on notera  $\lambda = Q_b / Q_c$  , qui est le taux de répartition .

Dans ces conditions , on peut écrire l'équation d'EULER sur les quatre tronçons de conduite , et l'équation de continuité sur les trois volumes . On prend en compte également la caractéristique débit-pression du ventilateur , et l'équation de la parabole associée au réseau .

Tronçon propre au ventilateur :

$$\Delta Q_c = (P_c - P_j) \frac{S_j}{L_j \rho} \Delta t \quad (1)$$

Tronçon ventilateur-coussin :

$$\Delta Q_b = (P_j - P_f) \frac{S}{L \rho} \Delta t \quad (2)$$

Tronçon ventilateur-bag :

$$\Delta Q_h = (P_j - P_b) \frac{S_b}{L_b \rho} \Delta t \quad (3)$$

Tronçon bag-coussin :

$$\Delta Q_{bc} = (P_b - P_f) \frac{S_{bc}}{L_{bc} \rho} \Delta t \quad (4)$$

Volume de jonction :

$$\Delta P_j = P^* (Q_c - (Q_b + Q_h)) \frac{\gamma}{V_j} \Delta t \quad (5)$$

Volume du bag :

$$\Delta P_b = P^* (Q_h - Q_{bc}) \frac{\gamma}{V_b} \Delta t \quad (6)$$

Volume du caisson :

$$\Delta P_f = P^* (Q_{bc} + Q_b - Q_r) \frac{\gamma}{V} \Delta t \quad (7)$$

L'intégration de ce système d'équations se fait pas à pas en se donnant un point de départ  $Q_d, P_d$ , puis un point d'arrivée  $Q_a, P_a$  choisis sur la caractéristique stationnaire.

Le seul problème réside dans le fait que les différentes pressions du circuit doivent être initialisées à la même valeur de départ  $P_d$ , ce qui donne une imprécision sur les premiers pas de calcul.

En utilisant cette formulation, on a cherché à prédire les phénomènes susceptibles d'être rencontrés. D'une part, on a émis l'hypothèse que la fréquence de pompage ne dépend que de la longueur caractéristique du circuit. Ainsi, à longueur égale, les fréquences de pompage relevées sur une conduite simple et sur un circuit double doivent être du même ordre, la différence étant imputable à la présence du bag.

D'autre part, on a émis l'hypothèse que le phénomène n'est pas fondamentalement modifié par le dédoublement du circuit.

Il faut alors prendre en compte la somme des sections et tous les volumes du circuit pour décider si le point de fonctionnement choisi sera stable ou non .

On donne sur les figures 62 et 63 deux exemples d'évolutions théoriques du débit et de la pression , et ce pour deux taux de répartition de 0.25 et 0.75 respectivement .

On se rend compte que la fréquence de pompage obtenue ne dépend pas du taux de répartition choisi . De plus , cette fréquence , égale à 17.7 Hz correspond à celle obtenue pour une même longueur de circuit et présentée en référence sur la figure 55 . Ainsi , la fréquence du phénomène ne dépend que de la longueur , ce qui était prévu . On peut également noter que les amplitudes en pression ne sont que peu influencées par le taux de répartition .

On peut se poser également la question de savoir quel peut être le comportement du couple bag / coussin . On a en effet affaire au cas typique du couplage entre deux réservoirs équivalent par exemple au cas de la mise en relation des deux branches d'un tube en U préalablement remplies à des niveaux différents . On peut plus particulièrement se demander si une instabilité ne peut pas venir se superposer au phénomène de pompage . Pour cela , on peut étudier le cas particulier du taux de répartition nul , où tout l'écoulement est envoyé sur la branche du bag . La schématisation du circuit peut alors être celle donnée sur la figure 61 - b .Le système d'équations est alors classique :

$$\Delta Q_C = (P_C - P_j) \frac{S_j}{L_j \rho} \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta Q_j = (P_j - P_f) \frac{S}{L} \Delta t \quad (2)$$

$$\Delta P_j = P^* (Q_C - Q_j) \frac{\gamma}{V_j} \Delta t \quad (3)$$

$$\Delta P_f = P^* (Q_j - Q_r) \frac{\gamma}{V_f} \Delta t \quad (4)$$

Cette fois , les volumes exacts sont pris en compte au lieu des simples produits  $L S$  ou  $L_j S_j$  . Le schéma d'intégration est explicite et il faut choisir le pas de calcul avec soin . Alors certains résultats peuvent être mis en évidence . On se donne pour cela la configuration exacte qui sera testée expérimentalement ultérieurement . Les évolutions du débit et de la pression du ventilateur (Fig 64) montrent une instabilité principale à basse fréquence ( 2.1 Hz) sur laquelle vient se superposer au cours du temps une instabilité de fréquence plus élevée ( 8.5 Hz ) et dont l'amplitude croit avec l'avancement du calcul . Cette instabilité prend finalement le pas sur l'instabilité de faible fréquence , son amplitude se stabilisant , et on peut se demander si on n'a pas affaire à un phénomène d'instabilité numérique due au schéma d'intégration .

On peut répondre à cette question en adoptant un temps de calcul total identique et en diminuant de façon importante le pas de calcul tout en augmentant en proportion le nombre de ces derniers . Les évolutions obtenues sont exactement identiques à celles de la figure 64 ce qui semble prouver que le phénomène est bien le résultat de la formulation proposée et non la conséquence de la technique d'intégration utilisée .

On peut penser que l'instabilité de faible fréquence correspond au couplage bag/coussin , l'instabilité de fréquence plus élevée étant attribuée à un phénomène de pompage .

Ce résultat très intéressant doit être confirmé de manière expérimentale , mais on peut ainsi s'attendre à rencontrer des instabilités superposées dont la plus haute en fréquence est sans doute du pompage .

Dans le cas d'un taux de répartition différent de zéro , il est tout à fait envisageable de retrouver ce phénomène , intact en fréquence , mais modifié en amplitude par la présence de la deuxième branche du circuit .

#### 4 - 2 / Résultats expérimentaux

La première étape expérimentale repose sur des enregistrements effectués pour un taux de répartition égal à 1 c'est à dire pour une configuration sans bag , déjà testée .

Les recalages étant très corrects , on a ensuite testé le cas du taux de répartition nul pour lequel on a procédé à des enregistrements d'instabilités et de transitions dynamiques . Enfin , on a procédé à des enregistrements statiques et dynamiques pour des taux de répartition compris entre 0 et 1 .

a) - Taux de répartition nul

Trois types d'instabilités ont pu être mis en évidence :

- pompage seul ,
- couplage bag-coussin seul ,
- couplage bag-coussin et pompage superposé .

On présente sur la figure 65 un exemple d'enregistrement obtenu pour des volumes de bag et de coussin de  $.72$  et  $3.6 \text{ m}^3$  respectivement , et ce pour des longueurs des conduites ventilateur ---> bag et bag ---> coussin de 1 et 2 m respectivement . On y reconnaît une porteuse à 1.28 Hz que l'on peut associer au couplage bag / coussin sur laquelle vient se superposer une instabilité à 22.2 Hz que l'on peut associer à du pompage , car c'est précisément la fréquence que l'on obtient avec un circuit simple de même longueur .

Il est intéressant de comparer ces évolutions aux évolutions théoriques présentées sur la figure 64 et de constater que , du moins de manière qualitative , les phénomènes présentés sont comparables . D'un point de vue quantitatif , les fréquences théoriques obtenues sont du même ordre que celles mesurées .

La fréquence de ce couplage est bien entendu liée aux volumes du bag et du caisson . On vérifie facilement qu'elle augmente lorsque ces volumes diminuent .

Si on diminue le débit du point de fonctionnement , on accroche un mode de résonance du couplage bag / coussin à 6.49 Hz qui représente le cinquième harmonique de la fréquence fondamentale de 1.28 Hz ( Fig 66) .

Si on diminue encore le débit du point de fonctionnement , on a alors affaire à un phénomène de pompage seul (Fig 67) , de très faible amplitude . Cette particularité est sans doute liée à la perte de charge globale importante du circuit expérimental .

On donne sur les figures 68 et 69 des transitions dynamiques réalisées respectivement dans le sens des débits croissants puis décroissants , par un vannage de trois secondes linéaire au cours du temps .

En partant du pompage pur , on accroche la superposition avec le couplage bag / coussin pendant 0.5 s , pour ensuite rejoindre une branche stable . A cet égard , on vérifie la similitude de comportement du ventilateur avec celui examiné en présence d'un circuit sans bag . En ce qui concerne la transition inverse , on voit que le phénomène de pompage pur est rejoint sans accrocher le phénomène de couplage bag / coussin .

### b) - Taux de répartition quelconque

Dans un premier temps , on a réalisé un vannage linéaire du débit global point par point et on a procédé à la mesure des débits bas , haut et global et des pressions au bag et au coussin . On donne sur la figure 70 les évolutions de ces quantités et du taux de répartition . Cette méthode permet également de tracer dans le plan débit , pression la caractéristique aéraulique du ventilateur . Au cours des mesures , on vient bien sûr accrocher la zone d'instabilités dans la partie de caractéristique à pente croissante . Dans la partie stable , on note que la somme des débits haut et bas correspond bien à la mesure du débit global . D'une manière générale , cette vérification est corrélée à mieux que 1 % près sauf pour la partie instable où les mesures statiques ne sont plus représentatives . On remarque que le taux de répartition évolue avec le débit global , ce qui est directement lié à l'évolution des pertes de charge de chacune des branches avec leur débit propre .

Ainsi , le réglage du taux de répartition théorique ne peut avoir lieu que pour un débit global considéré comme nominal .

De nombreux enregistrements d'instabilités ont été obtenus en faisant varier de manière systématique les paramètres du circuit tels que volume , perte de charge , ou section . On ne donnera ici que les tracés correspondant aux phénomènes fondamentaux .

On donne sur les figures 71 et 73 les enregistrements des instabilités obtenus pour le grand coussin (caisson  $3.6 \text{ m}^3$ ) et le petit coussin (caisson  $1.2 \text{ m}^3$ ) . Il s'agit d'une instabilité de couplage bag / coussin à laquelle vient se superposer une instabilité de pompage , essentiellement sur les signaux de débit et sur la pression du ventilateur . Cette instabilité de pompage est par ailleurs filtrée par le bag et le coussin , ce qui apparaît de façon très nette sur les pressions instationnaires correspondantes .

La fréquence du couplage bag / coussin est la même que celle relevée pour une répartition nulle et les amplitudes du phénomène sont légèrement plus importantes . La comparaison des figures 71 et 73 confirme la relation existant entre les volumes du bag et du coussin et la fréquence du couplage qu'ils induisent . Ainsi , en divisant les volumes par trois , cette fréquence passe de 1.28 à 2.6 Hz , ce qui correspond à un doublement .

Par contre , il a été vérifié que la fréquence de pompage est indépendante du volume du bag et du coussin , indépendance bien mise en évidence de façon théorique .

Les figures 72 et 74 donnent un exemple de transitions dynamiques effectuées sur toute l'excursion possible du ventilateur . La confrontation des évolutions de débit et de pression ne montre pas d'influence particulièrement importante du volume du bag et du coussin , si ce n'est au niveau des fréquences de couplage bag / coussin .

On conclura sur cette partie expérimentale en précisant que le taux de répartition est pratiquement sans influence , et en ajoutant qu'il n'est pas possible , pour un taux de répartition différent de 0 de retrouver le mode de résonance du couplage bag / coussin à l'harmonique 5 .

#### 4 - 3 / Synthèse

Le montage expérimental réalisé permet de schématiser de manière correcte le type de circuit multibranches rencontré sur les N.E.S. .

Il permet de plus d'étudier le pompage d'un seul ventilateur dans ces conditions .

On a pu proposer une schématisation théorique extrapolée de la théorie de Bidart qui permet de montrer que les principaux paramètres représentatifs de cette instabilité ne sont influencés ni par le dédoublement du circuit , ni par la répartition des débits entre les branches . En particulier , la fréquence du phénomène est toujours liée à la seule longueur du circuit . Ces résultats ont été mis en évidence expérimentalement , et on a par ailleurs mesuré un phénomène de couplage bag / coussin donnant lieu à des instabilités qui viennent se superposer aux instabilités de pompage .

La fréquence de cette instabilité dépend directement des volumes du bag et du coussin . Dans le cas particulier d'une répartition nulle , il est possible d'obtenir un pompage pur , ou une superposition du couplage bag / coussin et du pompage , voire même une instabilité de couplage bag / coussin pure . Dans ce cas , la fréquence observée correspond à l'harmonique cinq de la fréquence fondamentale bag / coussin .

On a pu proposer une schématisation de ce couplage et montrer de façon théorique l'apparition d'une instabilité de pompage venant se superposer à une instabilité de couplage dont la fréquence est de l'ordre de grandeur de celle mesurée . Enfin , on a réalisé des enregistrements de transitions dynamiques .

Ce chapitre vient clôturer les études portant sur le ventilateur transverse . Le travail accompli permet maintenant le passage à des circuits réels .

Quatrième partie :

COUPLAGE DE DEUX

VENTILATEURS TRANSVERSES

La mise en parallèle de machines présentant des caractéristiques à courbes bossues est un problème difficile , qui a déjà fait l'objet de travaux sur des pompes [29] . Ces travaux ont été obtenus pour un seul cas de caractéristique globale et toutes les évolutions théoriques de régime varié présentées étaient tracées à la main , ce qui n'a pas empêché les auteurs de bien reconnaître des séquences particulières de fonctionnement . Par ailleurs , certains comportements ont été mis en évidence en faisant appel à des artifices expérimentaux comme des clapets anti-retour .

Ce travail a été présenté en 1982 au moment où , à l'IMFL , le problème de la mise en parallèle de deux ventilateurs transverses était abordé pour la première fois . Toute la formulation a donc été établie dans l'ignorance du travail déjà effectué et ce n'est que plus tard que , la référence bibliographique étant connue , on a pu confronter les résultats de travaux menés simultanément sur deux types de machines différents .

La formulation appliquée au ventilateur transverse a été améliorée par la mise en évidence de plusieurs cas de caractéristiques globales , et par une validation expérimentale plus poussée , tant en régime permanent que instationnaire .

L'étude a été menée en deux parties principales :

- Ecriture d'une théorie simplifiée du phénomène ,
- Etude expérimentale et confrontation avec la théorie .

## **1 - CALCUL ET TRACE DE LA CARACTERISTIQUE RESULTANTE DE DEUX VENTILATEURS TRANSVERSES DEBITANT EN PARALLELE**

La caractéristique statique résultant de la composition de deux caractéristiques bossues dépend des extrema de chacune d'entre elles (Fig 75).

Si l'on s'intéresse à une caractéristique bossue donnée , on peut plus précisément retenir trois points particuliers :

- Point de débit nul caractérisé par une pression  $P_{Q0}$  ,
- Point de pression minimum  $(Q_{min} , P_{min})$  ,
- Point de pression maximum  $(Q_{max} , P_{max})$  ,

Par la suite , on sera amené à considérer deux caractéristiques notées I et II , et on notera ces points particuliers en leur affectant un indice 1 ou 2 .

Chaque caractéristique comprend trois branches notées respectivement  $b_N$  ,  $b_+$  ,  $b_-$  , et définies comme suit :

$b_N$  : Branche de débit négatif ,

$b_+$  : Branche croissante de débit positif ,

$b_-$  : Branche décroissante de débit positif .

On peut ainsi dégager trois cas de compositions de caractéristiques bossues .

Le cas de base , noté cas 0 est le cas où les deux caractéristiques sont en théorie identiques . Trois autres cas peuvent alors se présenter (Fig 76) :

$$\text{Cas numéro 1 : } p_{\min}^2 < p_{\min}^1 < p_{\max}^1 < p_{\max}^2$$

$$\text{Cas numéro 2 : } p_{\min}^2 < p_{\min}^1 < p_{\max}^2 < p_{\max}^1$$

$$\text{Cas numéro 3 : } p_{\min}^2 < p_{\max}^2 < p_{\min}^1 < p_{\max}^1$$

Les deux derniers cas donnent en fait une caractéristique globale de même aspect .

Le calcul point par point de la caractéristique globale est toujours basé sur la même règle . Un des ventilateurs assure la pression , alors que le deuxième ajuste son débit en conséquence . On voit ainsi apparaître la notion de ventilateur menant et de ventilateur mené .

### 1 - 1 / Cas numéro 2

C'est le cas le plus simple . La caractéristique est constituée de cinq branches notées ab , bc , cd , de , et ef (Fig 77) . Son calcul dans les débits négatifs est tout théorique et relève plutôt d'une vue de l'esprit . Physiquement , il faudrait supposer qu'une surpression existe dans le caisson amenant ainsi un refoulement dans les deux ventilateurs .

Si on effectue un vannage linéaire au cours du temps le long de la caractéristique résultante, il est possible de suivre les évolutions de la pression et des débits point par point. Ce type de représentation a l'avantage de montrer de façon explicite la participation de chaque ventilateur au débit global (Fig 78). Les tracés successifs de chacune des branches sont détaillés sur les figures 79 et 80, pour une bonne appréciation de la technique retenue.

a) - Branche ab

I pilote II car sa pression est supérieure, en se déplaçant sur sa branche  $b^1_-$  jusqu'à atteindre son minimum de pression. Il ajuste son débit en fournissant un point de fonctionnement situé sur sa branche  $b^2_-$ .

b) - Branche bc

I aborde maintenant sa branche  $b^1_+$ .  $p^1_{\min}$  étant supérieur à  $p^2_{\min}$ , le point de fonctionnement de II ne peut se placer que sur sa branche  $b^2_-$  pour fournir la pression demandée par I.

La branche bc est complètement décrite lorsque I atteint son maximum de pression.

c) - Branche cd

I est maintenant sur sa branche  $b^1_-$  et la branche cd sera décrite lorsque II en ajustant sa pression sur I atteint son minimum de pression.

d) - Branche de

II assure maintenant la pression en se déplaçant sur sa branche  $b^2_+$ , pour atteindre son maximum, pendant que I ajuste sa pression sur sa branche  $b^1_-$ , son débit diminuant.

e) - Branche ef

Les deux ventilateurs se déplacent ensemble sur leur branche  $b_-$ , I pilotant II.

La branche ef est ainsi la seule où les ventilateurs présentent des débits variant dans le même sens , exception faite de la branche négative ab , qui ne présente pas d'intérêt , du moins en fonctionnement permanent .

### 1 - 2 / Cas numéro 1

La caractéristique globale présente neuf branches notées ab , bc , cd , d $\alpha$  ,  $\alpha\beta$  ,  $\beta\delta$  ,  $\delta\sigma$  ,  $\sigma\lambda$  et  $\lambda\mu$  (Fig 81) . Les branches ab , bc , et cd sont construites de la même façon que pour le cas précédent . On donne sur la figure 82 l'évolution des débits et pressions lors d'une opération de vannage linéaire au cours du temps .

Certaines branches sont construites en imposant un vannage global décroissant , et on peut se poser dès maintenant des questions sur la validité physique de certaines d'entre elles .

Le suivi étape par étape permet de comprendre comment sont construites les différentes branches de cette caractéristique résultante (Fig 83 , 84, et 85).

Il est clair que les branches ab , bc et cd sont construites comme pour le cas précédent .

Au point c , I est sur sa branche  $b^1_-$  et II à son minimum de pression .

#### a) - Branche d $\alpha$

Il ne peut passer son minimum de pression et aborder sa branche  $b^2_+$  que si l'on impose à I de diminuer son débit . Dans ce cas , I remonte sur sa branche  $b^1_-$  pendant que II se déplace jusqu'à ce que sa pression atteigne le maximum de pression de I . Le point  $\alpha$  est alors atteint .

#### b) - Branche $\alpha\beta$

On demande maintenant à II , qui vient de passer son minimum , de fournir une pression supérieure à celle du maximum de I . C'est impossible , et la seule solution est que I impose sa pression en se déplaçant sur sa branche  $b^1_+$  jusqu'à son minimum de pression , tandis que II continue de se déplacer sur sa branche  $b^2_+$  .

c) - Branche  $\beta\delta$

Si on continue d'imposer une diminution de débit à I, il passe son minimum de pression pour se déplacer sur sa branche  $b^1_N$ . Il ajuste alors sa pression en se déplaçant sur sa branche  $b^2_+$  et le point  $\delta$  est atteint quand il est à son maximum de pression.

d) - Branche  $\delta\sigma$

Il se déplace maintenant sur sa branche  $b^2_-$  et impose sa pression à I. Le point  $\sigma$  est atteint quand I rejoint son minimum de pression.

e) - Branches  $\sigma\lambda$  et  $\lambda\mu$

I va décrire successivement ses branches  $b^1_+$  et  $b^1_-$  pendant que II va rester sur sa branche  $b^2_-$  en ajustant sa pression.

1 - 3 / Cas numéro 0

C'est finalement un cas particulier du cas numéro 1.

La caractéristique globale présente également neuf branches (Fig 86 et 87), certaines d'entre elles étant parcourues deux fois, les participations de chaque ventilateur étant symétriques. C'est le cas des branches bc et  $\beta\delta$  ou cd et  $\delta\sigma$ , ou encore  $d\alpha$  et  $\sigma\lambda$ .

**2 - ETUDE DE LA STABILITE DU SYSTEME**

On se propose d'étudier la stabilité du point de fonctionnement pris sur la caractéristique globale (G), point d'équilibre entre les deux ventilateurs et un réseau (R). Comme dans le cas du pompage, les zones d'instabilité de (G) sont celles à pente positive et, dans ces zones, le critère de stabilité est donné par les relations entre les pentes de (G) et (R) et les caractéristiques du circuit.

On peut être tenté de ne pas tenir compte de l'inertie propre à chaque ventilateur et de considérer le couple des deux machines comme fournissant une courbe de fonctionnement unique.

On remplace alors la caractéristique globale obtenue point par point par un polynôme et on traite le problème comme avec un seul ventilateur . Dans les zones à pente croissante , cette formulation conduit à des instabilités théoriques d'amplitude très importante qui montrent bien la nécessité de prendre en compte un terme d'amortissement . Dans les zones à pente négative de la caractéristique (G) , les accélérations des colonnes de fluide propres à chaque ventilateur sont faibles , et cette manière d'aborder le problème peut constituer une bonne approximation . Par contre , dans les zones à pente croissante , les réponses de chaque ventilateur deviennent prépondérantes , et il faut alors envisager une schématisation plus appropriée pour bien rendre compte de la cinétique de la réponse de chaque machine . De plus , dans le cas numéro 1 , il apparait difficile de considérer les deux branches de la caractéristique globale comme une courbe de fonctionnement unique .

## 2 - 1 / Schématisation

On considère que l'inertie des colonnes de fluide propres à chaque machine peut être représentée par une canalisation joignant le ventilateur à un point de jonction  $J$  où les pressions sont équilibrées (Fig 88-a) .

A partir de ce point , on trouve une canalisation de longueur  $L$  et de section  $S$  et un caisson de volume .

Le ventilateur I délivre un débit  $Q_1$  et une pression  $P_1$  et II un débit  $Q_2$  et une pression  $P_2$  . Avant la jonction , le point de fonctionnement du ventilateur est  $J_1 ( Q_1 , P_j )$  et celui de II est  $J_2 ( Q_2 , P_j )$  .

Après que l'équilibre de pression soit réalisé en  $J$  , le débit global est donné par  $Q = Q_1 + Q_2$  et le point de fonctionnement global cherché est donné par  $F ( Q , P )$  .

## 2 - 2 - Système d'équations

L'écriture de l'équation d'EULER sur les tronçons relatifs à I , II , puis sur le tronçon  $JF$  fournit trois équations . L'écriture de l'équation de continuité en fournit une quatrième .

La répartition  $Q_1/Q_2$  des débits n'est pas donnée par la simple addition des débits instantanés des deux ventilateurs pour une même pression . Par contre , l'addition des débits existe sur leurs variations  $\Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2$  . De plus , les équations sont de la même forme que celles développées lors du problème de pompage .

Le système d'équations s'écrit donc :

Tronçon ventilateur 1 - jonction :

$$\Delta Q_1 = (P_1 - P_j) \frac{S_1}{L_1 \rho} \Delta t \quad (1)$$

Tronçon ventilateur 2 - jonction :

$$\Delta Q_2 = (P_2 - P_j) \frac{S_2}{L_2 \rho} \Delta t \quad (2)$$

Tronçon jonction-caisson :

$$\Delta Q_1 + \Delta Q_2 = (P_j - P_f) \frac{S}{L \rho} \Delta t \quad (3)$$



Si on considère , pour simplifier que  $S_1 = S_2 = S$  , on en déduit que :

$$\frac{P_j - P_f}{L} = \frac{P_1 - P_j}{L_1} + \frac{P_2 - P_j}{L_2} \quad (4)$$

Enfin , on a également , pour le volume :

$$\Delta P_f = P^* (Q_j - Q_r) \frac{\gamma}{\nu} \Delta t \quad (5)$$

Comme pour le pompage,  $P^*$  correspond à la pression absolue au point de fonctionnement global sur (G).

### 2 - 3 / Exploitation

Le système (1) + (2) + (4) + (5) permet de tracer point par point le lieu du point F de fonctionnement en régime varié, c'est à dire en partant d'un point global D ( $Q_D, P_D$ ) et en cherchant à atteindre un point A ( $Q_A, P_A$ ). Si on suppose que l'on connaît à l'instant t les valeurs de  $Q_1, P_1, Q_2, P_2, P_j, P_f$ , et  $Q_r$ , on peut calculer les valeurs de  $Q_1', P_1', Q_2', P_2', P_j', P_f'$ , et  $Q_r'$  à l'instant  $t + \Delta t$  (Fig 88-b).

(1) permet de calculer  $\Delta Q_1$  et (2) donne  $\Delta Q_2$ .

La somme des nouveaux débits  $Q_1' = Q_1 + \Delta Q_1$  et  $Q_2' = Q_2 + \Delta Q_2$  permet de calculer le nouveau débit global  $Q_j' = Q_f' = Q_1' + Q_2'$ .

Les caractéristiques de I et II permettent de connaître les valeurs des pressions de chaque ventilateur  $P_1'$  et  $P_2'$  correspondant aux débits  $Q_1'$  et  $Q_2'$  respectivement. Alors (5) permet de calculer  $\Delta P_f = P_f' - P_f$  à partir du débit  $Q_j'$  et du débit  $Q_r$  donné par le réseau pour la pression  $P_f$  (Fig 88-c).

La caractéristique résistive du réseau est bien sûr représentée par une parabole (R) passant par le point d'arrivée d'équation  $P = P_A Q^2 / Q_A^2$ .

Il ne reste plus qu'à calculer la nouvelle valeur  $P_j'$  de  $P_j$  à l'aide de (4) qui s'écrit alors :

$$\frac{P_j' - P_f'}{L} = \frac{P_1' - P_j'}{L_1} + \frac{P_2' - P_j'}{L_2} \quad (4)$$

Soit donc :

$$P_j' = \left( \frac{P_f'}{L} + \frac{P_1'}{L_1} + \frac{P_2'}{L_2} \right) / \left( \frac{1}{L} + \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)$$

Un problème subsiste toutefois : l'initialisation . On doit faire l'hypothèse que , au départ , les pressions sont toutes identiques dans le circuit , c'est à dire qu'il n'y a pas de pertes de charge . Alors  $P_f = P_j = P_1 = P_2 = P_D$  et  $Q_r = Q_j = Q_{D1} + Q_{D2} = Q_D$  , où  $Q_{D1}$  et  $Q_{D2}$  sont les débits de I et II à la pression  $P_D$  , sur la branche considérée .

On a établi un programme informatique qui permet pour des caractéristiques I et II et un réseau donnés , et des points A et D choisis sur la caractéristique globale résultante , de tracer le régime varié qui en découle .

Ce programme fournit les tracés des régimes variés dans les plans ( Q , P ) ou ( P , t ) ou ( Q , t ) . Les évolutions au cours du temps sont plus facilement comparables avec celles que l'on obtient de manière expérimentale .

### **3 - RESULTATS THEORIQUES**

#### **3 - 1 / Cas numéro 2**

Le nombre de paramètres étant important , on donne ici directement les conclusions fondamentales , de manière à limiter le nombre de figures à présenter .

Schématiquement , on peut décomposer la caractéristique globale en branches de pente négative et de pente positive . Dans ce dernier cas , les paramètres du circuit engendrent ou non la stabilité .

#### **3 - 1 - 1 / Branches décroissantes**

Il s'agit des branches cd et ef qui sont toujours atteintes de façon stable par des spirales convergentes . Un cas typique est celui présenté sur la figure 89 où l'on cherche à obtenir le débit maximum à partir du débit nul . C'est une approximation de la procédure utilisée lorsqu'un navire à effet de surface se met en mode de navigation sur coussin d'air .

Au démarrage , on atteint le régime nominal des ventilateurs en se déplaçant à débit global nul sur l'axe des pressions . Puis lorsque le coussin se gonfle , le débit global augmentant , le NES va d'abord s'élever , puis légèrement s'abaisser , et enfin aux forts débits se stabiliser sur son coussin . C'est d'ailleurs un tel enchaînement qui a été particulièrement bien remarqué lors des essais sur la maquette de NES 4000 L2 .

Ainsi , de manière qualitative du moins , la schématisation proposée donne un premier résultat encourageant .

De la même manière , on peut passer d'une branche stable à une autre , mais , suivant que l'on demande une augmentation ou une diminution du débit global , le résultat est différent . Sur la figure 90 , le passage de la branche cd à la branche ef ne pose pas de problème particulier . Par contre , le cas inverse est particulièrement brutal (Fig 91) puisque I décrit deux fois sa caractéristique .

### 3 - 1 - 2 / Branches croissantes

Il s'agit des branches bc et de dont l'instabilité dépend du circuit .

#### a) - Branche bc

Un des cas les plus intéressants est celui où le point de fonctionnement est celui correspondant au débit global nul , car on le rencontre toujours à l'ouverture . C'est celui présenté sur la figure 92 . On atteint alors très vite un cycle d'instabilité décrit dans le sens trigonométrique . En fait , I assure une grande partie du travail , Il restant sur sa branche  $b_N^2$  et son point de fonctionnement décrit un cycle similaire à un cycle de pompage . Ceci est bien visible sur les évolutions au cours du temps de la figure 92 .

Il faut de plus préciser que , si la schématisation prévoit bien le phénomène de couplage proprement dit , elle ne peut pas rendre compte du phénomène de pompage que peut rencontrer chaque ventilateur lorsqu'il travaille sur sa branche  $b_+$  .

Pour un point de fonctionnement global identique , on peut diminuer la plage d'instabilité de la branche bc en diminuant le volume  $V$  . On peut par ailleurs obtenir une tendance à la stabilité en imposant une inertie propre à chaque ventilateur nettement supérieure à celle du circuit (Fig 93) . Dans ce cas , on obtient une convergence très lente .

b) - Branche de

Son étude est plus complexe, car, suivant la pente de la parabole (R), il peut y avoir un ou trois points d'intersection avec la caractéristique globale. C'est bien sûr un cas théorique, car, en pratique, l'imprécision de la définition de la caractéristique fait qu'il est peu envisageable de rencontrer ce cas expérimentalement. Suivant les paramètres du circuit, un seul point d'intersection sera stable ou instable.

Trois points d'intersection conduisent à une zone d'hystérésis dont la stabilité dépend non seulement des paramètres du réseau, mais encore du point de départ du régime varié et de l'importance de la perturbation initiale (Fig 88-d), c'est à dire de la variation de débit demandée entre le point de départ et celui d'arrivée.

Si on part d'un débit inférieur à  $Q_j$ , le point  $H_j$  est atteint pour une perturbation initiale importante, et on a stabilité. C'est le cas de la figure 94.

Une perturbation plus faible peut par contre conduire à un point de fonctionnement stable situé en  $H_s$  (Fig 95).

Enfin, une très légère perturbation conduit au point stable  $H_i$  (Fig 96).

De la même façon, une perturbation issue d'un point de débit global supérieur à  $Q_s$  peut conduire à  $H_s$  ou  $H_j$  suivant les cas (Fig 97 et 98).

Ainsi, si le fonctionnement est stable, l'importance de la perturbation initiale conditionne le point de fonctionnement résultant. Les points  $\xi_1$  et  $\sigma_2$  sont les limites de stabilité et les paraboles tangentes en ces points délimitent entre elles ( $R'$  et  $R''$ ) une zone d'hystérésis (Fig 88-d).

Entre  $H_s$  et  $\sigma_2$ , I est sur sa branche  $b_-^1$  et II sur sa branche  $b_+^2$ . Entre  $H_j$  et  $\xi_1$ , II est sur sa branche  $b_+^2$  à un débit très faible et I sur sa branche  $b_-^1$  à un débit presque maximum. Ainsi, l'un des ventilateurs stabilise l'autre.

Si on part d'un débit global nul, et que l'on augmente ce débit, il est possible de parcourir toute la caractéristique globale si les points sont tous stables. Dans le cas où la branche de est instable, on va passer brutalement du point  $\xi_1$  à  $\xi_2$ . Si l'on procède à une diminution du débit global à partir d'un débit supérieur à celui de  $\xi_2$ , on va alors passer brutalement de  $\sigma_2$  à  $\sigma_1$ .

Dans les deux cas I fonctionne toujours sur sa branche  $b_-^1$  tandis que II passe brutalement de son minimum de pression à son maximum ou inversement.

On se trouve alors confronté à des accélérations importantes des colonnes de fluide , qui , à certains moments sont de signe contraire , le débit de l'une augmentant quand le débit de l'autre diminue et inversement . On imagine sans peine les contraintes subies par la mécanique dans ce cas de figure . L'instabilité est obtenue en jouant sur les paramètres du réseau .

En particulier , si on augmente la section de la canalisation , on obtient un cycle dont le point de fonctionnement est  $H_0$  (Fig 99) . L'examen des évolutions au cours du temps montre que l pilote le phénomène en pression , tout en fournissant un débit quasi constant . Sa pression suit bien la pression du point de jonction . Par contre , il est toujours en retard et il est soumis à un cycle instable très brutal .

Il est possible alors de retrouver une stabilité en diminuant le volume .

Inversement , si , en plus , on augmente le volume , on joue sur l'amplitude en débit du cycle d'instabilité (Fig 100 et 101) . En effet , l'équation (5) montre qu'une augmentation de volume conduit à des  $\Delta P_f$  en diminution et donc à une amplitude en pression des instabilités plus faible .

L'étude de l'équation (4) , montre qu'à L constant , le fait de diminuer  $L_1$  et  $L_2$  , donc l'inertie intrinsèque des ventilateurs , conduit à des valeurs de  $P_j$  plus importantes et augmente ainsi l'amplitude en pression des cycles d'instabilité . Néanmoins , il ne faut pas trop diminuer , car  $L_1$  ,  $L_2$  interviennent au dénominateur des expressions et les rapports concernés par ces quantités , en augmentant , donnent des valeurs de  $P_j$  qui peuvent à terme prendre des valeurs trop importantes .

Enfin , si on augmente l'inertie du circuit en conservant celle des ventilateurs constante , il y a peu d'effet notable sur les branches stables . Par contre , dans la branche bc , il peut y avoir stabilité avec une convergence très lente .

### 3 - 2 / Cas numéro 1

Comme on va le voir , son étude est considérablement simplifiée après l'exposé du cas numéro 2 .

On a affaire à une caractéristique aéraulique du type de celles rencontrées sur certains compresseurs , à savoir une caractéristique à deux branches (Fig 81) . La première branche (abcd) est décrite dans le sens des débits croissants alors que la deuxième ( $\mu \lambda \sigma \delta$ ) est décrite dans le sens des débits décroissants . La branche ( $d\alpha \beta \delta$ ) est quant à elle , physiquement interdite .

Il est possible de passer de (abcd) à ( $\mu \lambda \sigma \delta$ ) de façon dynamique et inversement de la même manière que celle décrite au § 3-1-2-b) .

Bien sûr , cette classification est simplifiée et il existe quelques cas particuliers . Comme pour le cas précédent , et que ce soit pour (abcd) ou  $(\mu \lambda \sigma \delta)$  , la pente locale conditionne la stabilité du système et les paramètres du circuit imposent la stabilité ou l'instabilité des zones à pente croissante .

Si on part du débit global minimum , on va pouvoir décrire toute la caractéristique (abcd) .

La branche bc sera instable suivant les paramètres choisis comme sur la figure 102 . La branche cd , sera , elle , toujours stable .

Pour une parabole coupant successivement les branches  $\alpha\beta$  ,  $\delta\sigma$  et cd , le point de fonctionnement sera sur bc si on part d'un débit inférieur (Fig 103) et sur  $\delta\sigma$  si on part d'un débit supérieur (Fig 104) .

Dans les deux cas , le débit global atteint est du même ordre , mais les pressions sont différentes . De plus , les ventilateurs ne travaillent pas du tout dans les mêmes conditions .

De même pour une parabole coupant successivement les branches cd ,  $\sigma\lambda$  et d  $\alpha$  , on aura deux points de fonctionnement différents suivant le point de départ . En partant d'un débit minimum , on atteindra un point de la branche cd , stable (Fig 105) . Dans le cas contraire , on atteindra le point de la branche  $\sigma\lambda$  , qui , suivant le cas sera stable ou non en fonction du circuit (Fig 106) .

Enfin , pour une parabole coupant successivement les branches cd , d $\alpha$  et  $\lambda\mu$  , on pourra atteindre deux régimes stables situés suivant le cas sur la branche cd (Fig 107) ou  $\lambda\mu$  (Fig 108) .

### 3 - 3 / Cas numéro 0

Il suffit d'extrapoler les résultats précédents pour comprendre les phénomènes mis en jeu avec deux caractéristiques identiques . Néanmoins , ce cas reste très théorique , car il est très difficile en pratique d'obtenir deux caractéristiques au moins très proches l'une de l'autre du fait de la turbulence élevée propre à ce type de ventilateur conduisant à prendre en compte une caractéristique statique moyennée .

Pourtant , et pour achever et compléter cette étude théorique , on donne quelques résultats typiques .

On a vu pour le cas numéro 1 que la branche  $\alpha\beta$  était physiquement interdite . dans le cas présent , moyennant quelques précautions , il semble possible de l'atteindre . De plus , cette branche étant de pente croissante , elle peut conduire à des instabilités . C'est la principale différence avec le cas précédent .

Si on envisage une parabole coupant successivement les branches  $\alpha\beta$  et bc , on obtient un point de fonctionnement instable situé sur bc (Fig 109) .

Les évolutions au cours du temps montrent dans ce cas que les deux ventilateurs sont instables en même temps et se partagent le travail .

Si on cherche à atteindre la même parabole en partant d'un point de débit supérieur , le même cycle d'instabilité se met en place (Fig 110) .

Si on diminue le volume  $V$  de manière à diminuer la plage d'instabilité , on met en évidence un curieux phénomène . Un premier point stable situé sur la branche  $\alpha\beta$  semble devoir être atteint , mais il doit laisser la place au point stable de la branche  $bc$  (Fig 111) . Les caractéristiques théoriques étant rigoureusement identiques , les équations (1) et (2) fournissent des variations  $\Delta Q_1$  et  $\Delta Q_2$  identiques , car  $L_1 = L_2$  et  $S_1 = S_2$  . Les ventilateurs doivent donc se partager rigoureusement le travail . Si c'était le cas , on aurait affaire à une caractéristique globale de type bossu correspondant à la branche  $ab\alpha\mu$  (Fig 86) . On a vu que pour obtenir les autres branches de la caractéristique globale , il suffisait d'extrapoler le cas numéro 1 , ce qui revient à dire que , à un moment de la construction graphique , on doit imposer quel est le ventilateur menant , bien que les caractéristiques aérauliques soient identiques . Au début du calcul de la figure 111 , les deux ventilateurs fournissent des débits rigoureusement identiques et le point de fonctionnement qui semble devoir être atteint est situé sur la branche  $b\alpha$  . A ce moment là , le fonctionnement des deux ventilateurs se dissymétrise pour conduire à un autre point global de fonctionnement . La seule explication de ce phénomène réside dans de légères différences numériques sur deux calculs identiques qui font que , paradoxalement , c'est l'ordinateur qui décide du choix du ventilateur menant .

En ce qui concerne le cas d'une parabole coupant successivement les branches  $cd$  et  $\alpha\beta$  , on retrouve un phénomène similaire lorsqu'on retient un volume faible (Fig 112) .

Par contre , un volume important conduit à un point instable situé en moyenne sur la branche  $\alpha\beta$  (Fig 113) . Enfin , pour une parabole coupant successivement en deux points la branche  $d\alpha$  , puis la branche  $\lambda\mu$  , le point stable obtenu dépend de l'intensité de la perturbation initiale (Fig 114 et 115) .

Pour clore cet exposé théorique , on montre qu'un point stable peut exister sur la branche  $\alpha\beta$  en partant d'un débit supérieur (Fig 116) .

## 4 - VALIDATION EXPERIMENTALE

### 4 - 1 / Montage expérimental

Il s'agit de l'extension du montage utilisé pour l'étude de pompage sur un circuit simple .

Le synoptique de l'ensemble expérimental et de l'instrumentation associée est donné en figure 117. Chaque ventilateur débite dans un diffuseur permettant l'obtention d'une pression dynamique négligeable et donc la mesure d'une pression totale, puis dans un tuyau de diamètre  $.152$  m et de longueur  $2$  m. Les deux tuyaux aboutissent à un caisson de jonction d'où part un tuyau de même diamètre et de longueur variable, pour terminer dans un caisson de  $1.22 \text{ m}^3$ . Un tuyau de diamètre  $.200$  m équipé du système automatique de vannage complète le circuit (Photos 118-a et 118-b).

Un arbre transmet le mouvement aux deux roues de ventilateur par l'intermédiaire de variateurs à poulies. Ainsi, ce montage permet l'obtention de caractéristiques différentes pour chacun des ventilateurs.

L'instrumentation est la même que celle précédemment décrite (Fig 119). Elle fait largement appel aux techniques d'acquisition et de traitement informatisées, et, chaque fois que cela a été possible, les procédures ont été automatisées.

#### 4 - 2 / But des essais

Il s'agit de valider, d'une part la construction théorique de la caractéristique globale et, d'autre part, de retrouver expérimentalement et, du moins qualitativement, les comportements dynamiques prévus par la modélisation.

On a envisagé ces validations pour deux configurations :

— Cas dissymétrique : les deux caractéristiques sont différentes.

— Cas symétrique : les deux caractéristiques sont aussi proches que possible.

Dans les deux cas, on a également étudié l'influence du volume du caisson en adoptant soit un petit caisson ( $1.2 \text{ m}^3$ ), soit un grand caisson ( $3.6 \text{ m}^3$ ).

#### 4 - 3 / Validation statique

##### 4 - 3 - 1 / Caractéristiques initiales

Les caractéristiques initiales de ventilateurs sont obtenues de manière automatique en balayant la plage de débit maximale de chacun d'entre eux. Chaque point est obtenu par moyenne de 50 mesures.

Néanmoins , dans certains cas , le nombre de mesures est insuffisant , essentiellement au voisinage du maximum de pression où on a souvent affaire à des bouffées de turbulence plus élevée , totalement aléatoires . Ceci se traduit par des points légèrement en dehors de la caractéristique lissée par régression polynômiale .

Le cas dissymétrique est obtenu en faisant tourner les roues à 3500 tr/mn et 3200 tr/mn respectivement . Il est important de noter qu'il est délicat d'obtenir expérimentalement la partie négative de la caractéristique . Il est apparu que , dans certains cas , cette dernière présente également un extremum . On a choisi de retenir une partie continûment décroissante pour faciliter la construction graphique de la caractéristique globale . Comme on le verra par la suite , cette remarque explique quelques anomalies dans la validation . On donne sur les figures 120 et 121 les deux caractéristiques de départ dans les cas dissymétrique et symétrique respectivement .

#### 4 - 3 - 2 / Caractéristiques globales

Trois types de montage ont été retenus , à savoir :

a) Les deux ventilateurs débitent directement de leur diffuseur dans le caisson de mélange . On mesure alors la pression de mélange et le débit global . La caractéristique globale théorique est alors obtenue en composant les caractéristiques initiales directement .

b) Les deux ventilateurs débitent dans le montage initial et seul un tuyau de longueur 2 m est placé derrière le caisson de jonction .

On mesure alors les pressions totales fournies par chaque ventilateur au diffuseur . Le débit de chacun d'entre eux est mesuré au milieu du tuyau qui lui est propre . Le débit global est mesuré après la jonction .

Une prise de pression statique à la paroi fournit après recombinaison avec la pression dynamique la pression totale au point de mesure global .

Dans ce cas , l'obtention théorique de la caractéristique globale passe par trois étapes . Dans un premier temps , chaque caractéristique doit , par l'application d'une perte de charge correspondant au tronçon considéré , être ramenée au caisson de jonction . Dans un deuxième temps , la caractéristique globale est construite au caisson par application de la technique précédemment présentée . Puis , dans un troisième temps , on ramène cette caractéristique globale au point de mesure par l'application de la perte de charge correspondante .

c) On rajoute au montage précédent un caisson , petit ou grand , et on opère la mesure globale après le caisson .

Le mode d'obtention de la caractéristique globale est le même . Seule la perte de charge entre la jonction et la mesure globale a augmenté .

On présente à chaque fois :

- Les caractéristiques débit-pression de départ des ventilateurs .
- Les caractéristiques débit-pression au point de jonction .
- La caractéristique débit-pression totale globale au point de jonction .
- La caractéristique débit-pression totale globale au point de mesure .
- Les points expérimentaux .

En ce qui concerne le cas dissymétrique , les courbes des schémas a) (Fig 122) , b) (Fig 123) et c) (Fig 124) , montrent une bonne validation , sauf toutefois pour les faibles débits , où on a remarqué l'accrochage du pompage du deuxième ventilateur . Par ailleurs , quand ce dernier passe en débit négatif , on remarque que les points expérimentaux relatifs au premier ventilateur sont en dessous de sa caractéristique . Ceci est probablement dû au fait que , comme les entrées des deux ventilateurs sont proches l'une de l'autre , le ventilateur qui débite vers l'amont vient perturber l'entrée de son voisin .

L'examen des cas a) (Fig 125) , b) (Fig 126) et c) (Fig 127) du cas symétrique conduit aux mêmes conclusions . Néanmoins , la première branche croissante de la caractéristique globale est beaucoup plus instable que précédemment . Ce n'est pas une surprise et cela vient montrer l'avantage d'une solution basée sur la dissymétrie volontaire des deux caractéristiques .

Par ailleurs , la mauvaise connaissance de la partie négative de ces dernières doit expliquer les anomalies de validation rencontrées aux faibles débits globaux .

#### 4 - 4 / Validation dynamique

On s'est intéressé aux transitions dynamiques pouvant intervenir entre les différentes branches , stables ou non , de la caractéristique globale , et ce dans les cas de montage b) et c) décrits au § 4-3-2 , pour les deux catégories dissymétrique et symétrique . On présente ici une sélection la plus représentative des régimes de fonctionnement rencontrés sur un N.E.S. , à savoir :

– Débit global nul .

– Passage d'un point de débit global nul à un point de débit global maximum, et inversement .

– Passage d'une branche stable à une autre .

Il n'y a pas de différence fondamentale entre les montages b) et c) et les conclusions développées sur le montage b) sont valables dans les deux cas .

Pour chaque enregistrement , on a choisi de représenter sur la même planche quatre types d'évolutions :

– Evolution au cours du temps de  $Q_1$  ,  $Q_2$  ,  $Q_g$  , à partir du déclenchement de l'enregistrement ,

– Evolution au cours du temps de  $P_1$  ,  $P_2$  ,  $P_g$  , à partir du déclenchement de l'enregistrement ,

– Evolution dans le plan (  $Q$  ,  $P$  ) du point de fonctionnement des ventilateurs I et II ,

– Evolution dans le plan (  $Q$  ,  $P$  ) du point de fonctionnement global .

Les planches 128 à 136 correspondent aux comportements dynamiques suivants :

#### Cas dissymétrique :

– Planche 128 : Instabilité à débit global nul .

– Planche 129 : Transition du débit global nul au débit global maximum en cinq secondes .

– Planche 130 : Transition inverse .

– Planche 131 : Transition entre deux branches stables en cinq secondes .

Cas symétrique :

- Planche 132 : Instabilité à débit global nul .
- Planche 133 : Transition du débit global nul au débit global maximum en cinq secondes .
- Planche 134 : Transition inverse .
- Planche 135 : Transition entre deux branches stables en cinq secondes .

La planche 136 donne un enregistrement réalisé dans la première branche croissante instable .

Si la mesure de  $P_1$  ,  $P_2$  ,  $Q_1$  ,  $Q_2$  , et  $Q_g$  ne pose pas de problème , il faut préciser que  $P_g$  est reconstituée par sommation des pressions stationnaires statique à la paroi et dynamique sur l'axe . C'est le même problème que celui rencontré avec le pompage . Cette manière de procéder conduit à des valeurs qui ne sont qu'approchées et explique que les évolutions globales soient quelquefois éloignées de la caractéristique statique globale .

Dans tous les cas , on vérifie que les comportements dynamiques prévus par la schématisation correspondent à l'expérience , de manière au moins qualitative .

A débit global nul , on note une très forte instabilité , d'amplitude en débit plus faible dans le cas dissymétrique que symétrique .

Les transitions de débit global nul à débit global maximum et inversement sont symétriques l'une de l'autre . Là encore , on retrouve les résultats de la modélisation et en particulier , on montre bien le rôle prépondérant joué par le ventilateur présentant le minimum de pression le plus élevé .

Le passage dynamique d'une zone stable à une autre n'amène pas de particularités à souligner .

Le cas de la planche 133 est une illustration de la plus forte instabilité engendrée aux faibles débits par le cas symétrique . Dans cette branche croissante , un des ventilateurs doit , pour ajuster sa pression , rester en débit négatif , et l'autre travaille dans sa branche  $b_+$  , ce qui l'amène à fonctionner dans sa zone de pompage . Comme on le voit , les deux phénomènes de pompage et de couplage sont intimement liés .

Dans les deux cas , c'est finalement surtout la perte de charge globale induite par les éléments constitutifs du réseau qui a une influence sur la stabilité du point de fonctionnement . Néanmoins , le pompage est plutôt sensible à la section , alors que le couplage est plus influencé par le volume .

## **5 - SYNTHÈSE**

En s'appuyant sur une modélisation simple prenant en compte l'inertie intrinsèque de chaque ventilateur , on a pu prédire un certain nombre de comportements et surtout comprendre comment et pourquoi le couplage de deux ventilateurs à courbe caractéristique bossue peut donner lieu à des instabilités . On a ainsi pu montrer l'influence prépondérante du volume placé dans le circuit et dégager trois cas typiques de caractéristique globale . On en a établi les règles de construction et on a procédé à des validations expérimentales plus que satisfaisantes dans le cas statique , car quantitatives .

D'une manière qualitative , les comportements dynamiques théoriques et expérimentaux offrent une bonne concordance et montrent la validité des hypothèses de modélisation retenues . Les essais permettent également de vérifier qu'une solution basée sur une dissymétrie volontaire des caractéristiques initiales permet d'obtenir des instabilités d'amplitudes plus faibles .

Il est possible d'envisager l'étude de circuits multibranches tels que ceux ayant servi à l'étude du pompage multibranches .

Cinquième partie :

COUPLAGE SUR UN

CIRCUIT MULTIBRANCHES

## 1 - PROGRAMME D'ESSAIS

Comme pour le pompage , des mesures statiques ont tout d'abord été entreprises , puis des enregistrements d'instabilités et de transitions dynamiques ont été par la suite obtenus .

Comme dans le cas du couplage sur un circuit simple , on a successivement envisagé deux cas de caractéristiques respectivement notés cas symétrique et dissymétrique . Dans le cas dissymétrique , c'est le ventilateur 2 qui possède le maximum de pression le plus élevé . Pour chaque cas , on a fait varier les volumes du bag et du coussin , le taux de répartition , et le diamètre des conduites . On ne donne ici que les tracés correspondant aux cas principaux .

## 2 - CAS DISSYMETRIQUE

### 2 - 1 / Mesures statiques

On a réalisé un vannage du débit global point par point et on a mesuré les débits dans les cinq conduites du circuit , ainsi que le débit global , les pressions des ventilateurs , et les pressions au bag et au coussin . On a calculé pour chaque ventilateur le taux de répartition instantané , et le taux de répartition global . On donne l'évolution point par point de toutes ces quantités , et on trace dans le plan débit - pression les relations :  $P_1 = f(Q_{b1} + Q_{h1})$  ;  $P_2 = f(Q_{b2} + Q_{h2})$  ;  $P_b = f(Q_{bc})$  ;  $P_g = f(Q_g)$  .

A chaque essai on procède à plusieurs vérifications . On compare à cet effet la somme des débits  $Q_{h1}$  et  $Q_{h2}$  avec  $Q_{bc}$  , puis la somme de  $Q_{b1}$  ,  $Q_{b2}$  ,  $Q_{bc}$  avec  $Q_g$  . Pour les hauts débits les vérifications sont correctes à environ 1 à 2 % près. Il n'en est pas de même aux faibles débits .

Le premier exemple présenté sur la figure 137 a été obtenu pour un taux de répartition théorique de 0.5 sur les deux ventilateurs . L'évolution des points expérimentaux dans le plan débit , pression montre que le ventilateur 2 travaille sur sa branche positive stable alors que le ventilateur 1 se cantonne sur sa branche négative . On retrouve ainsi la notion de ventilateur menant , c'est à dire assurant la pression , et de ventilateur mené , c'est à dire cherchant à s'ajuster sur la pression demandée .

Cet état de fait se traduit par un débit  $Q_{h1}$  toujours négatif et un débit  $Q_{b1}$  qui ne finit par devenir positif que pour les débits globaux élevés . Ainsi , le bag refoule dans le diffuseur du ventilateur 1 . Ceci est d'ailleurs corroboré par les évolutions de pression qui montrent une pression au bag plus élevée que la pression  $P_1$  .

En ce qui concerne les évolutions des taux de répartition, il est évident que celui du ventilateur 1 n'a plus de signification, car le débit d'au moins une des branches basse ou haute est négatif. On peut d'ailleurs noter que le taux de répartition du ventilateur menant est constant et que le taux global a une évolution relativement monotone.

Le fait de diminuer le diamètre des conduites, qui passe à .102 m, augmente beaucoup les pertes de charge. Les évolutions de la figure 138 en rendent bien compte, le ventilateur 2 restant sur sa bosse, le circuit n'acceptant pas un débit plus important. Les conclusions développées pour le diamètre .152 m restent les mêmes que celles développées pour la figure 137.

Les tracés de la figure 139 permettent de mettre en évidence l'influence peu importante du taux de répartition. On a en effet choisi de dissymétriser volontairement les valeurs adoptées sur les deux ventilateurs, en les réglant respectivement à .65 et .25 sur les ventilateurs 1 et 2. L'allure des phénomènes reste globalement comparable.

## 2 - 2 / Validation statique

On se propose de donner une méthode de construction point par point des caractéristiques statiques au bag et au coussin. Pour cela, on généralise la méthode proposée pour deux ventilateurs débitant dans un volume de jonction et dont la validation expérimentale a donné lieu à de très bons résultats. La règle est toujours la même : un des ventilateurs assure la pression, tandis que le deuxième s'ajuste sur la pression demandée. Le problème est néanmoins un peu plus délicat, car on a deux compositions à réaliser, et il faut prendre en compte des taux de répartition constants alors qu'ils évoluent nécessairement avec le débit (les pertes de charge évoluant séparément dans les différentes branches du circuit).

La première étape consiste à diviser chaque caractéristique de départ en deux caractéristiques basse et haute correspondant aux taux de répartition retenus. Il faut ensuite ramener les caractéristiques hautes au bag en leur appliquant la perte de charge de chaque branche ventilateur-bag, ce qui permet d'obtenir la caractéristique résultante au bag. Dans le cas dissymétrique, on obtiendra des caractéristiques sommées à cinq branches.

La deuxième étape s'appuie sur la constatation que, dans le coussin, tout doit se passer comme si on avait à mettre les deux ventilateurs en parallèle directement. C'est d'ailleurs ce vers quoi on tend quand le taux de répartition de chaque ventilateur tend vers 1.

Ainsi, la recherche des caractéristiques au bag et au coussin se ramène à la composition des deux caractéristiques hautes ramenées au bag, et à la composition des deux caractéristiques des ventilateurs ramenées au coussin.

On présente un résultat de cette méthode sur la figure 140 , où l'on peut visualiser toutes les courbes impliquées . Ce document concerne les résultats de la figure 139 . Les valeurs indiquées pour les pertes de charge correspondent aux coefficients classiques de perte de charge sans dimension .

Un tel document permet ensuite la représentation des mesures statiques dans le plan débit-pression , en s'intéressant aux caractéristiques hautes , puis basses , puis aux caractéristiques des ventilateurs , au bag et enfin , au coussin . C'est l'objet de la figure 141 qui est la réunion des résultats des figures 139 et 140 .

La validation est très satisfaisante pour les caractéristiques des ventilateurs et celles obtenues au bag et au coussin . Il en est de même pour les caractéristiques basse et haute correspondant au ventilateur menant ( ventilateur 2) .

Il faut préciser que , pour régler le taux de répartition relatif à chaque ventilateur , on aurait pu choisir de faire varier la perte de charge de chacune des branches allant au bag et au coussin . Cette solution a été écartée au profit d'un volet répartiteur pour éviter les problèmes de jet à l'aval d'une perte de charge qui auraient conduit à des coefficients d'intégration dépendants du débit dans les dites branches , et donc à des difficultés expérimentales . Néanmoins , la caractéristique de chaque ventilateur au diffuseur varie en fonction de la position du volet , et il faut en tenir compte pour chaque configuration , avant de procéder à la construction graphique précédemment décrite .

L'évolution du taux de répartition du ventilateur mené avec le débit global explique la mauvaise validation des caractéristiques basse et haute le concernant ( ventilateur 1) . Ceci est dû au fait que le taux de répartition de chaque ventilateur doit être choisi constant pour la construction graphique .

## 2 - 3 / Mesures dynamiques

C'est par exemple le cas de la figure 142 , pour lequel on a une très forte instabilité sur les deux branches du ventilateur mené ( ventilateur 1) . Cette instabilité est liée au fonctionnement de ce ventilateur sur sa branche négative qui correspond à un fonctionnement instable . On peut également noter une faible instabilité du ventilateur menant , liée cette fois au couplage des deux ventilateurs et aux courants de retour par le bag et le coussin . Par ailleurs , on peut remarquer que ces instabilités mesurées au niveau des ventilateurs ne se retrouvent pas au niveau du bag et du coussin , car elles ont subi un net amortissement pour donner un point global de fonctionnement quasi stable .

On donne sur la figure 143 les résultats d'un enregistrement effectué dans les mêmes conditions , mais avec un diamètre de .102 m amenant beaucoup plus de perte de charge . Cet effet se traduit par des amplitudes d'instabilités plus faibles tant en débit qu'en pression , et par une quasi stabilité du ventilateur menant .

La figure 144 permet de visualiser une transition dynamique de trois secondes à partir d'un point de débit global nul pour aboutir à une zone instable . Le ventilateur mené est alors sur sa branche croissante et est soumis à une forte instabilité de pompage . Le couplage des deux ventilateurs fait que les courants de retour par le bag et le coussin induisent également une instabilité sur le ventilateur menant 2 .

### **3 - CAS SYMETRIQUE**

#### **3 - 1 / Mesures statiques**

Comme pour le cas dissymétrique , on présente deux exemples d'évolutions des débits et des pressions tracées point par point en fonction du débit global .

Il s'agit des cas obtenus pour un taux de répartition théorique de 0.5 sur les deux ventilateurs , pour les deux diamètres de .152 m (Fig 145) et de .102 m (Fig 146) , et pour des taux de répartition dissymétriques de 0.65 (ventilateur 1) et 0.25 (ventilateur 2) (Fig 147) et un diamètre de .152 m .

Dans les trois cas , on retrouve le fait que la branche haute du ventilateur mené 1 refoule toujours et finit par passer en débit positif de façon brutale , lorsque le point de fonctionnement de ce ventilateur passe sur sa branche décroissante , au delà de sa bosse . Par ailleurs , le fait que ce ventilateur puisse aborder sa branche croissante se traduit par un passage rapide de sa branche basse en débit positif .

La grande différence avec le cas dissymétrique est bien visualisée dans le plan débit - pression , où l'on voit que les deux ventilateurs décrivent toute leur caractéristique , pour travailler finalement sur leur branche positive décroissante .

La caractéristique globale au coussin présente deux bosses et son allure est la même que celle obtenue sur un circuit simple . Ce résultat vient ainsi confirmer la justesse de la technique présentée précédemment pour l'obtention théorique de cette caractéristique sur le circuit multibranches .

La validation statique de la figure 149 donne des résultats corrects . C'est la réunion de la construction graphique de la figure 148 et des mesures de la figure 147 .

### 3 -2 / Mesures dynamiques

On présente sur la figure 150 un exemple d'instabilités obtenu pour des taux de répartition symétriques de 0.5 . Le point de fonctionnement global choisi est situé au début d'une branche croissante de la caractéristique globale au coussin , pour lequel le ventilateur 2 menant est sur sa branche stable décroissante , alors que le ventilateur 1 mené est sur sa branche croissante . L'instabilité relevée provient ainsi du pompage du ventilateur 2 . Les instabilités relevées sur le ventilateur 1 sont faibles et correspondent à des retours par le bag et le coussin des instabilités de pompage du ventilateur 2 .

La figure 151 montre une transition dynamique exécutée d'un débit global nul vers un débit global maximum en trois secondes . Cet enregistrement permet de visualiser toutes les instabilités rencontrées . A débit global nul , on a affaire à une instabilité typique de couplage . A débit global faible , le ventilateur menant 2 se trouve sur sa branche croissante et est soumis à un phénomène de pompage .

Le couplage donne lieu à un fonctionnement du ventilateur mené 1 sur sa branche négative . On a ainsi une superposition d'un phénomène de pompage et d'une instabilité de couplage . En augmentant le débit global , le ventilateur menant 2 passe sur sa branche stable .

On se trouve alors sur une branche stable de la caractéristique globale , mais sur la branche négative du ventilateur mené 1 , physiquement instable . Une nouvelle augmentation de débit global permet au ventilateur mené 1 de fournir une contribution stable , conduisant ainsi à un point de fonctionnement global stable .

En augmentant à nouveau le débit global , on atteint une branche instable de la caractéristique globale correspondant au cas présenté sur la figure 146 . Au delà de cette zone , les deux ventilateurs sont sur leur branche stable et le point de fonctionnement global est stable .

## 4 - SCHEMATISATION THEORIQUE

On se propose de donner une schématisation du couplage de deux ventilateurs transverses sur un circuit multibranches . Pour cela , on établit un schéma équivalent (Fig 152) .

L'écriture de l'équation d'EULER sur les cinq branches du circuit et l'écriture de l'équation de continuité sur le bag et sur le coussin permettent l'obtention d'un système différentiel que l'on peut résoudre pas à pas suivant la méthode déjà proposée pour le pompage sur circuit multibranches . On donne ici le système d'équations :

Tronçon ventilateur 1 - Bag :

$$\Delta Q_{h1} = (P_1 - P_b) \frac{S_b}{L_b \rho} \Delta t \quad (1)$$

Tronçon ventilateur 2 - Bag :

$$\Delta Q_{h2} = (P_2 - P_b) \frac{S_b}{L_b \rho} \Delta t \quad (2)$$

Tronçon ventilateur 1 - coussin :



$$\Delta Q_{b1} = (P_1 - P_f) \frac{S}{L \rho} \Delta t \quad (3)$$

Tronçon ventilateur 2 - coussin :

$$\Delta Q_{b2} = (P_2 - P_f) \frac{S}{L \rho} \Delta t \quad (4)$$

Tronçon bag - coussin :

$$\Delta Q_{bc} = (P_b - P_f) \frac{S_{bc}}{L_{bc} \rho} \Delta t \quad (5)$$

Volume du bag :

$$\Delta P_b = P^* (Q_{h1} + Q_{h2} - Q_{bc}) \frac{\gamma}{V_b} \Delta t \quad (6)$$

Volume du caisson :

$$\Delta P_f = P^* (Q_{bc} + Q_{b1} + Q_{b2} - Q_r) \frac{\gamma}{V_f} \Delta t \quad (7)$$

On peut de plus simplifier le système obtenu en écrivant que toutes les sections sont identiques :  $S = S_b = S_{bc}$ .

Comme pour la théorie de Bidart initiale, on rend compte des instabilités en introduisant soit des sections plus importantes avec les volumes  $V = L S$  et  $V_b = L_b S_b$ , soit en introduisant les sections réelles et les volumes réels. C'est cette solution qui a été retenue. Cette schématisation simple n'introduit aucune inertie propre aux ventilateurs, ce qui suppose qu'ils suivent en dynamique leur caractéristique statique. Ceci est d'ailleurs bien mis en évidence dans les résultats qui vont suivre.

On aurait pu compliquer la schématisation en introduisant effectivement des inerties propres, mais cette complication n'est pas a priori nécessaire, le but étant avant tout de disposer d'un modèle simple, qui, au moins de manière qualitative, permette de prédire les instabilités de la configuration étudiée.

On donne sur la figure 153 , les caractéristiques de base du cas dissymétrique avec des taux de répartition volontairement dissymétriques .

On peut sur cet exemple simuler une mise sur coussin d'un N.E.S . , en demandant une transition dynamique allant du débit nul à un débit de fonctionnement situé sur une zone stable de la caractéristique globale (Fig 154) . On retrouve un comportement déjà rencontré sur un circuit de couplage simple . On vérifie par ailleurs que le point de fonctionnement de chaque ventilateur reste sur sa caractéristique statique , et on montre bien la participation en débit négatif du ventilateur mené lorsque le débit global demandé est faible .

La première branche à pente positive de la caractéristique globale peut donner lieu à des instabilités . De façon classique , ce sont les paramètres géométriques du circuit multibranches qui règlent la stabilité de l'ensemble (Fig 155) . Il est à noter que les déphasages mis en évidence de façon expérimentale entre les différentes branches du circuit sont bien décrits par la théorie .

Une diminution simultanée des volumes de bag et de caisson conduit à un cycle d'instabilité qui semble converger vers un cycle fermé , mais de façon très lente (Fig 156) . On est à l'évidence à la limite de la stabilité dans ce cas .

L'effet théorique de la section est mis en évidence par la comparaison des figures 155 et 157 . Une diminution de section conduit à des amplitudes de l'instabilité de pression plus importantes et à une fréquence de couplage plus faible .

Il est par contre difficile d'obtenir théoriquement une instabilité dans la deuxième branche à pente positive de la caractéristique globale .

De la même manière , on peut tester la schématisation sur un cas symétrique tel que celui présenté sur la figure 158 .

La simulation de la mise sur coussin donne des résultats comparables à ceux du cas dissymétrique . Néanmoins , on peut noter que la chute de pression dans la coussin est plus brutale que dans le cas dissymétrique (Fig 159) .

On sait retrouver des instabilités pour un diamètre de .152 m . (Fig 160) . Par contre , une diminution de diamètre conduit cette fois à une convergence lente vers un point stable (Fig 161) .

Ainsi , quoique basée sur un nombre assez réduit d'équations , la schématisation simple proposée rend compte de phénomènes rencontrés expérimentalement . Elle est perfectible , mais il n'est pas évident qu'une complication plus élevée donnerait des résultats vraiment meilleurs , le nombre de facteurs à étudier conduisant à un grand nombre de combinaisons . Le problème de la séparation des effets respectifs de chaque paramètre risquerait alors de se présenter .

## 5 - COUPLAGE MULTIBRANCHES : SYNTHESE

On a pu réaliser une étude expérimentale permettant de schématiser de manière correcte le couplage de deux ventilateurs sur un circuit multibranches du type de celui rencontré sur les navires à effet de surface .

En ce qui concerne le phénomène de mise en parallèle de deux ventilateurs transverses sur ce type de circuit , on a procédé à des mesures tant statiques que dynamiques , dans deux cas de caractéristiques de départ , respectivement symétrique et dissymétrique .

Dans les deux cas , on a retrouvé la notion de ventilateur menant et de ventilateur mené .

On a mis en évidence des cas de refoulement du bag vers le ventilateur mené , et on a montré que les valeurs des taux de répartition de chaque ventilateur n'ont que peu d'influence . On a pu proposer une méthode d'obtention point par point des caractéristiques au bag et au coussin et on l'a validée expérimentalement de façon satisfaisante . On a obtenu des enregistrements d'instabilités de différentes origines qui ont pu être reconnues comme des instabilités de pompage intrinsèque à chaque ventilateur superposées ou non à des instabilités de couplage des deux ventilateurs . On a d'ailleurs pu visualiser toutes ces instabilités par des enregistrements de transitions dynamiques sur toute la plage de débit global . On a observé que des instabilités importantes mesurées au niveau des ventilateurs pouvaient conduire à un point de fonctionnement global quasi stable , en présence de pertes de charge globales importantes .

Enfin , on a proposé une schématisation théorique du système , qui , bien que simple , donne des indications qualitatives très utilisables sur les conditions de stabilité de la configuration étudiée .

Sixième partie :

CONCLUSION GENERALE

La séparation en deux problèmes distincts des instabilités de pompage et de couplage a permis d'adopter une démarche tant théorique qu'expérimentale de complexité croissante . Cette méthodologie a conduit à une bonne description des phénomènes rencontrés et a permis d'aborder des circuits complexes . On est maintenant en mesure d'analyser finement tout problème d'instabilité rencontré sur n'importe quel type de circuit . Il suffit au besoin de décomposer ce circuit en sous-ensembles connus .

L'analyse des théories du pompage existantes a montré que la formulation de Bidart permet d'être extrapolée à des cas plus complexes . Certaines formulations comme la méthode de Bergeron basée sur la propagation d'ondes de pression ou la méthode des caractéristiques donnent des résultats comparables , mais sont lourdes à mettre en oeuvre dans des configurations autres que des circuits simples . La formulation retenue permet de disposer de schématisations simples des différents phénomènes fournissant de manière qualitative , et dans une certaine mesure de manière quantitative , des indications de comportements statiques ou dynamiques largement confirmées par l'expérience .

On a montré qu'il est particulièrement utile de disposer d'un tel support théorique comme fil conducteur de l'expérimentation , surtout dans le cas où l'on est confronté à l'étude d'un grand nombre de paramètres .

Le ventilateur transverse est un instrument privilégié d'étude des instabilités de pompage et de couplage , car la partie bossue de sa caractéristique est beaucoup plus importante que celle qui existe sur des ventilateurs classiques , centrifuges par exemple . On dispose ainsi d'un moyen d'amplifier les phénomènes rencontrés sur ce dernier type de machine et donc , on est mieux à même de séparer les différents éléments mis en jeu .

Les outils théoriques et expérimentaux développés au cours de ce travail ont d'ailleurs été récemment utilisés sur un montage à échelle réduite d'un caisson représentant les circuits de sustentation et les volumes de bag et de coussin du projet de NES 200 , et équipé de ventilateurs centrifuges . On a ainsi pu séparer sans aucune ambiguïté les instabilités de pompage et de couplage rencontrées , et ce malgré leur faible amplitude [30] , et on a pu montrer l'avantage d'une solution technique reposant sur une dissymétrie volontaire des caractéristiques débit-pression des ventilateurs . Il est d'ailleurs envisagé d'essayer cette solution en vraie grandeur .

On a choisi de clore ici le travail entrepris . Néanmoins , il est bon de souligner qu'il y a encore beaucoup à faire tant du point de vue théorique qu'expérimental .

Les schématisations proposées peuvent être améliorées , au prix d'une plus grande complexité , et en faisant alors appel à des procédures d'intégration numérique plus adaptées .

Si une large utilisation des techniques modernes d'informatique scientifique a conduit à de très bons résultats , il y a beaucoup de développements à prévoir . Les mesures de pressions dynamiques doivent être perfectionnées , par une meilleure connaissance des profils de vitesse instationnaires , par la mise en oeuvre de sondes de pression présentant une meilleure réponse aérodynamique , et par une meilleure définition de ce que représente une pression totale instationnaire .

Dans un souci de limitation des résultats présentés aux cas fondamentaux ou bien représentatifs , on a dû laisser de côté l'étude approfondie de certains paramètres . Il y a nécessairement un complément d'étude à envisager .

Bien que ce travail ait abouti à un niveau de complexité appréciable , il y a lieu de définir d'autres voies de recherche permettant une meilleure connaissance du sujet . En particulier , l'étude du pompage et de la mise en parallèle de ventilateurs transverses en présence d'un volume de bag variable peut permettre la modélisation de la réponse des jupes du N.E.S. en présence de houle . Ce sujet fait d'ailleurs l'objet d'une étude à l'I.M.F.L.

On peut conclure ici par une remarque : Il est étonnant que , face aux grands développements des différentes branches des sciences et des techniques , ce soit une théorie qui date de trente ans qui soit encore aussi présente dans le sujet qui nous intéresse . Il y a visiblement un effort théorique à entreprendre pour faire progresser la théorie de ce type de phénomène .

**BIBLIOGRAPHIE (1)**

- [1] J. PAURICHE - J. GOBELTZ  
"Ventilateur transverse - Etude phénoménologique des écoulements sur maquette hydraulique".  
Rapport IMFL n° 79/42 du 25/09/79
  
- [2] J. PAURICHE  
"Ventilateur transverse pour NES - 1ère tranche d'essais sur maquette aéraulique".  
Rapport IMFL n° 79/32 du 11/07/79
  
- [3] J. PAURICHE  
"Ventilateur transverse pour NES - 2ème tranche d'essais sur maquette aéraulique".  
Rapport IMFL n° 79/33 du 11/07/79
  
- [4] P. BAILLEUX - J. PAURICHE  
"Ventilateur transverse pour la sustentation et la propulsion des N.E.S. - Etude du pilonnement".  
Rapport IMFL n° 80/68 du 23/02/80
  
- [5] P. BAILLEUX  
"Analyse des performances d'une soufflante transverse en vue d'une application à la propulsion-sustentation des aéroglisseurs marins ou amphibies".  
Rapport IMFL n° 81/13 du 02/04/81
  
- [6] P. BAILLEUX - M. PRUVOST  
"Soufflante transverse pour la sustentation des aéroglisseurs marins - Etude de la volute aval - Réponse dynamique du ventilateur transverse - Echelle maquette 4000 L2".  
Rapport IMFL n° 83/79 du 27/12/83
  
- [7] G. HEID  
"Etude préliminaire de corrélation pour le choix et l'utilisation du ventilateur transverse".  
Rapport IMFL n° 83/14 du 29/03/83
  
- [8] G. HEID  
"Etude de corrélation pour le choix et l'utilisation du ventilateur transverse".  
Rapport IMFL n° 85/35 du 30/07/85

**BIBLIOGRAPHIE (2)**

- [9] M. SEDILLE  
"Ventilateurs et compresseurs centrifuges axiaux".  
Tome 1 - Eyrolles et Masson et Cie - 1973 - pp 221,232
- [10] R. BIDART  
"Le pompage des compresseurs".  
Centre d'Etudes Supérieures de Mécanique des fluides  
CESM 108 , Boulevard du Montparnasse , PARIS 14 ème
- [11] R. BIDART  
"La stabilité de régime des compresseurs".  
Bulletin de l'ATMA n°45 (Session 1946)
- [12] G. HEID  
"Etude de la zone d'entrée d'un écoulement pulsé en conduite axisymétrique".  
Rapport de stage DEA - Université d'ORLEANS - Juin 1979
- [13] R. COMOLET  
"Mécanique Expérimentale des Fluides - Tome 2 - Dynamique des fluides réels , Turbomachines".  
MASSON Editeur (1976)
- [14] R. COMOLET  
"Introduction à l'analyse dimensionnelle et aux problèmes de similitude en Mécanique des Fluides".  
MASSON Editeur (1958)
- [15] S. AIVAZIAN  
"Etude statistique des dépendances".  
Editions de MOSCOU (1978)
- [16] R.H. LINDEMAN \_ P.F. MERENSA \_ R.Z. GOLD  
"Introduction to bivariate and multivariate analysis".  
SCOTT , FORESMAN AND COMPANY (1980)
- [17] M. HOUDAYER - M. RONAT  
"Aide au choix d'une méthode de résolution matricielle".  
E.D.F. - C.E.A. TC 79-30 (DF16)

**BIBLIOGRAPHIE (3)**

- [18] P.E. GREEN - J. DOUGLAS CARROLL  
"Mathematical tools for applied multivariate analysis".  
ACADEMIC PRESS INC (1976)
- [19] K. HOPE  
"Methods of multivariate analysis".  
GORDON AND BREACH SCIENCE PUBLISHERS NEW YORK (1968)
- [20] J. LEFEBVRE  
"Introduction aux analyses statistiques multidimensionnelles".  
MASSON Editeur (1976)
- [21] Y. BISHOP - S.E. FIENBERG - P.W. HOLLAND  
"Discrete multivariate analysis".  
MIT PRESS (1975)
- [22] M. GREITZER  
"Surge and rotating stall in axial flow compressors - Part I -  
Theoretical compression system model".  
Transactions of the A.S.M.E.  
Journal of Fluid Engineering - Vol 98 - Apr 1976 - pp 190,198
- [23] M. GREITZER  
"Surge and rotating stall in axial flow compressors - Part II -  
Experimental results and comparison with theory".  
Transactions of the A.S.M.E.  
Journal of Fluid Engineering - Vol 98 - Apr 1976 - pp 199,217
- [24] M. GREITZER  
"Review - Axial compressor stall phenomena"  
Transactions of the A.S.M.E.  
Journal of Fluid Engineering - Vol 102 - June 1980 - pp 134,151
- [25] M. GREITZER  
"The stability of pumping systems"  
Transactions of the A.S.M.E.  
Journal of Fluid Engineering - Vol 103 - Sept 1981 - pp 193,242

**BIBLIOGRAPHIE (4)**

- [26] E. HANSEN - P. JORGENSEN - PS LARSEN  
"Experimental and theoretical study of surge in a small centrifugal compressor".  
Transactions of the A.S.M.E.  
Journal of Fluid Engineering - Vol 103 -Sept 1981 - pp 391,395
- [27] H. MITON - B. GAY - N. STACIURA  
"Etude de la stabilité de fonctionnement d'un circuit de ventilation".  
ENTROPIE - Janvier/Février 1972 - Vol 43 - pp 5,13
- [28] J. FABRI  
"Prévision des instabilités de fonctionnement dans les installations de compresseurs"  
Revue Française de Mécanique n° 1983 - 1 - pp 29,35
- [29] M. SEDILLE - M. FRELIN - M. PLUVIOSE  
"Fonctionnement en parallèle de pompes à courbes bossues"  
La Houille Blanche n° 2/3 - 1982 - pp 159,166
- [30] G. HEID - J.P. BOUREZ - M. PRUVOST  
"Essais dynamiques au caisson du système de sustentation NES 200 L Echelle 1/3 muni de Rotolines GIPS".  
Rapport IMFL n° 86/13 du 04/03/86
- [31] G. HEID - M. PRUVOST  
"Stabilité de fonctionnement d'un ventilateur transverse".  
Rapport IMFL n° 83/66 du 04/01/84
- [32] G. HEID - M. PRUVOST  
"Couplage de deux ventilateurs transverses".  
Rapport IMFL n° 85/28 du 20/06/85
- [33] G. HEID - J.P. BOUREZ  
"Stabilité de fonctionnement d'un ventilateur transverse .  
Modélisation statistique et schématisation théorique".  
Rapport IMFL n° 83/66 du 04/01/84

**BIBLIOGRAPHIE (5)**

- [34] G. HEID - J.P. BOUREZ  
"Pompage et couplage de ventilateurs transverses . Application  
aux circuits multibranches" .  
Rapport IMFL n° 85/65 du 23/12/85
- [35] G. HEID  
"Stabilité et couplage de deux ventilateurs transverses" .  
Session A.T.M.A. du 22 au 26 Avril 1985
- [36] G. HEID  
"Stabilité et couplage de deux ventilateurs transverses" .  
Session S.F.M. des 9 et 10 Octobre 1985  
Revue Française de Mécanique - Vol 1986/2 - pp 83,95
- [37] G. HEID  
"Stabilité et couplage de deux ventilateurs transverses  
Application aux circuits multibranches" .  
Session A.T.T.A.G. du 22 /11/85
- [38] B. DEMIDOVITCH - I. MARON  
"Eléments de calcul numérique" .  
Editions de MOSCOU (1978)
- [39] J.P. NOUGIER  
"Méthodes de calcul numérique"  
MASSON Editeur (1983)

