

50376
1987
249

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

50376
1987
249

N° d'ordre : 1388

T H E S E

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES

E T

TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE 3^e CYCLE

EN ELECTRONIQUE

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES DOUBLEURS
DE FREQUENCE A SORTIE TRIPHASEE
ET A COMMUTATION NATURELLE.

SOUTENUE LE 19 JUIN 1987



TOUMIA Slah

TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS	P.1
CHAPITRE I : INTRODUCTION	P.2
I. CONVERTISSEURS STATIQUES DIRECTS	P.2
I.1 Représentation	P.2
I.2 Changeurs de fréquence	P.3
I.3 Commutation naturelle	P.4
II. MULTIPLICATEURS DE FREQUENCE A COMMUTATION NATURELLE	P.5
II.1 Multiplication par un nombre entier K impair	P.5
II.2 Multiplication par un nombre entier K pair	P.6
II.3 Multiplication par un nombre fonctionnaire	P.7
III. PRESENTATION DE L'ETUDE	P.8
III. 1 Etude d'un montage	P.8
III. 2 Plan du mémoire	P.9
CHAPITRE II : DOUBLEUR DE FREQUENCE TRIPHASE DE LA FAMILLE GENERALE ET VARIANTE	P.10
I. DOUBLEUR DE FREQUENCE TRIPHASE FORME DE TROIS UNITES MONOPHASEES.	P.10
I.1 Schéma et principe de fonctionnement	P.10
I.2 Fonctionnement et expressions des variables	P.13
I.2.1 Débit sur charge résistive	P.13
I.2.2 Débit sur charge inductive	P.14
I.2.3 Débit sur charge résistive et inductive	P.16
I.3 Etude des courants pris au réseau	P.18
I.3.1 Préliminaires	P.18
I.3.2 Débit sur charge purement résistive	P.20
I.3.3 Débit sur charge résistive et inductive	P.22
I.3.4 Caractéristiques	P.28

II. DOUBLEUR TRIPHASE DE LA FAMILLE GENERALE AVEC SUPPRESSION DU CONDUCTEUR NEUTRE.	P.37
II.1 Schéma: limitation de l'intervalle d'étude	P.37
II.2 Fonctionnement et expressions des variables	P.39
II.2.1 Débit sur résistances pures	P.39
II.2.2 Débit sur inductances pures	P.43
II.2.3 Débit sur récepteur résistif et inductif	P.46
II.3 Etude des courants pris au réseau	P.49
II.3.1 Débit sur charge purement résistive	P.50
II.3.2 Débit sur charge résistive et inductive	P.53
II.3.3 Caractéristiques.	P.59
 CHAPITRE III : DOUBLEURS DE FREQUENCE TRIPHASES A NOMBRE REDUIT DE THYRISTORS	 P.63
I. DOUBLEUR DE FREQUENCE TRIPHASE A SIX THYRISTORS EN AMONT DU TRANSFORMATEUR	P.63
I.1 Schéma utilisé	P.63
I.2 Fonctionnement et expressions des variables	P.64
I.2.1 Débit sur charge purement résistive	P.64
I.2.2 Débit sur charge résistive et inductive	P.69
I.3 Etude des courants pris au réseau. Caractéristiques	P.73
I.3.1 Analyse harmonique	P.73
I.3.2 Facteur de puissance en ligne	P.81
I.4 Exemples de relevés expérimentaux.	P.82
 II. DOUBLEUR DE FREQUENCE TRIPHASE A DEUX GRADATEURS MIXTES EN AVAL DU TRANSFORMATEUR	 P.87
II.1 Schéma. Commande. Notations	P.87
II.2 Fonctionnement et relations générales	P.88
II.3 Expressions des variables	P.90
II.3.1 Débit sur charge purement résistive	P.91
II.3.2 Débit sur charge résistive et inductive	P.92

II.4 Etude des courants en ligne	P.99
II.4.1 Débit sur charge purement résistive	P.99
II.4.2 Débit sur charge résistive et inductive	P.101
II.5 Exemples de relevés expérimentaux.	P.105
CHAPITRE IV : DOUBLEUR DE FREQUENCE TRIPHASE A DOUZE THYRISTORS	P.111
. SANS TRANSFORMATEUR	
I. PRINCIPE	P.111
I.1 Présentation du montage	P.111
I.2 Notations et hypothèses	P.113
I.3 Relations générales et limitation de l'intervalle d'étude.	P.113
I.3.1 Tension de sortie	P.115
I.3.2 Courants de sortie	P.115
I.3.3 Tensions aux bornes des thyristors	P.116
I.3.4 Courants dans les thyristors	P.117
I.3.5 Courants en ligne.	P.117
II. FONCTIONNEMENT	P.117
II.1 Débit sur charge résistive	P.117
II.1.1 Relation entre les angles Ψ et α	P.118
II.1.2 Tensions de sortie	P.118
II.1.3 Tensions aux bornes des thyristors	P.119
II.1.4 Courants dans le récepteur	P.119
II.1.5 Courants dans les thyristors	P.119
II.1.6 Courants en ligne	P.120
II.1.7 Formes d'ondes. Vérifications expérimentales	P.120
II.2 Débit sur charge purement inductive.	P.121
II.2.1 Tensions de sortie	P.124
II.2.2 Tensions aux bornes des thyristors.	P.124
II.2.3 Courants dans le récepteur	P.124
II.2.4 Valeurs limites de l'angle Ψ .	P.124

II.2.5 Relations entre les angles Ψ et α	P.125
II.2.6 Courants dans les thyristors. Courants en ligne	P.125
II.2.7 Formes d'ondes. Relevés oscillographiques	P.128
II.3 Débit sur charge résistive et inductive.	P.128
II.3.1 Tensions de sortie	P.129
II.3.2 Tensions aux bornes des thyristors	P.129
II.3.3 Courants de sortie	P.129
II.3.4 Limites des variations de l'angle	P.130
II.3.5 Relation entre et	P.131
II.3.6 Courants dans les thyristors. Courants en ligne	P.131
II.3.7 Formes d'ondes. Relevés oscillographiques.	P.133
III. CARACTERISTIQUES	P.136
III.1 Tensions de sortie	P.136
III.1.1 Valeur efficace	P.136
III.1.2 Analyse harmonique	P.137
III.2 Courants dans la charge	P.138
III.2.1 Valeur efficace	P.138
III.2.2 Analyse harmonique	P.139
III.3 Courants d'entrée	P.139
III.3.1 Analyse harmonique	P.139
III.3.2 Valeur efficace	P.141
III.3.3 Facteur de puissance en ligne	P.141
III.3.4 Facteur d'utilisation des thyristors.	P.142
CONCLUSION	P.149
BIBLIOGRAPHIE	P.153

CHAPITRE I, INTRODUCTION

Pour situer notre contribution à l'étude des doubleurs statiques de fréquence à sortie triphasée et à commutation naturelle, il nous a semblé nécessaire de montrer d'abord où se placent les multiplicateurs de fréquence dans l'ensemble des convertisseurs directs. Après avoir rappelé les études antérieures consacrées à ces multiplicateurs, nous pourrions présenter les divers points de notre travail.

1. CONVERTISSEURS STATIQUES DIRECTS.

1.1 Représentation

On peut représenter la partie essentielle d'un convertisseur de puissance statique direct par une matrice de liaisons bidirectionnelles entre un ensemble de bornes d'entrée et un ensemble de bornes de sortie (Figure I.1). Ces liaisons sont ou ne sont pas établies grâce à des interrupteurs actionnés par les signaux élaborés à partir d'une logique de commande.

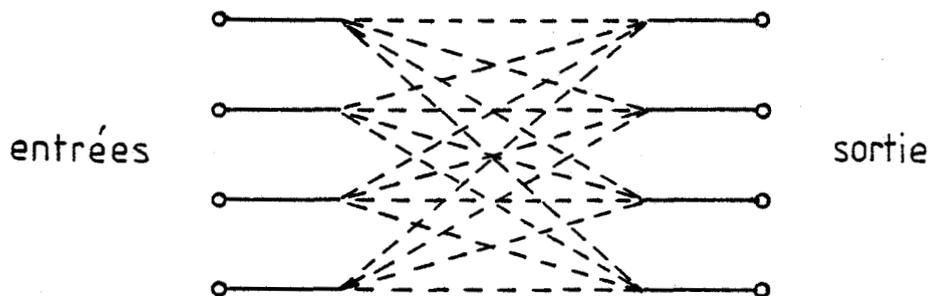


Figure I.1.

Les fonctions que peut réaliser un convertisseur dépendent de sa configuration, des interrupteurs utilisés et des signaux qui les commandent. On peut de cette façon représenter les convertisseurs élémentaires (Figure I.2).

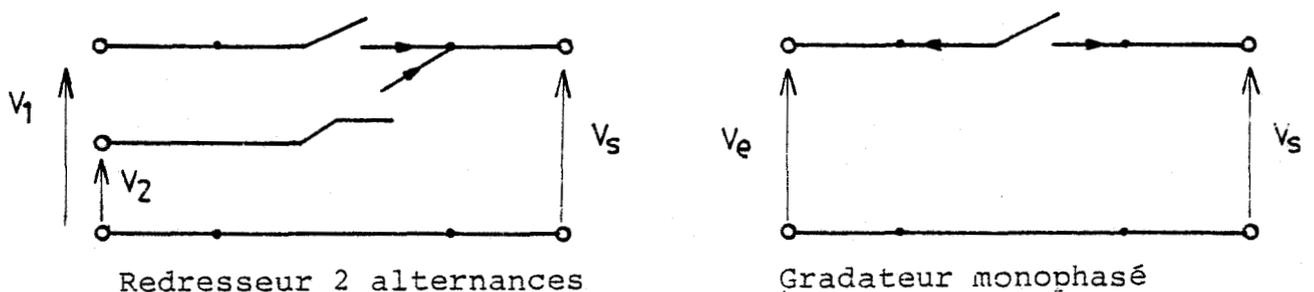


Figure I.2.

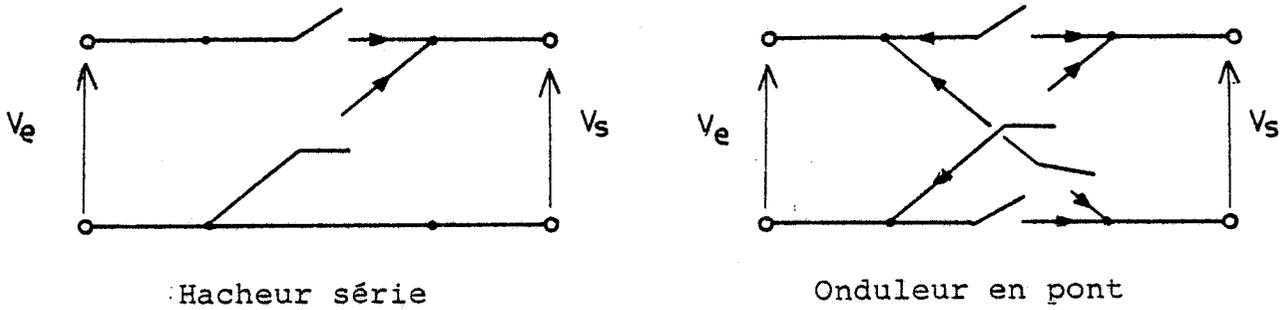


Figure I.2.

1.2. Changeurs de fréquence

Cette représentation peut être utilisée pour les changeurs de fréquence, dans lesquels chaque tension de sortie est formée de portions convenablement choisies sur les tensions d'entrée.

Lorsqu'une liaison s'établit entre la sortie et une entrée, toute autre liaison entre l'entrée et la sortie doit s'interrompre pour éviter de faire apparaître un court-circuit entre deux entrées. Cette succession des liaisons doit être gérée par les signaux de commande qui assurent les commutations naturelles ou forcées des interrupteurs.

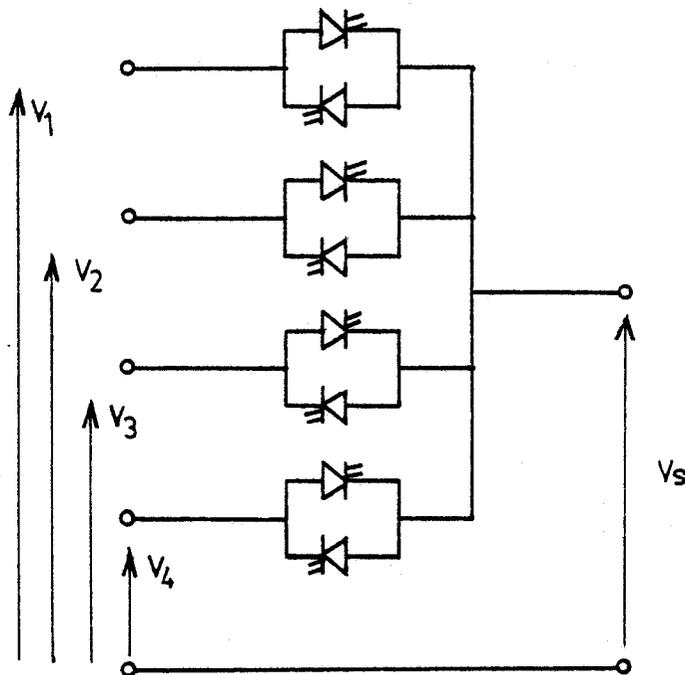


Figure I.3.

Dans le cas général, chaque liaison peut être réalisée à partir d'interrupteurs de puissance bidirectionnels commandés à l'ouverture et à la fermeture (Figure I.3) L.GYUGYI et B.R.PELLY(1)* ont étudié les changeurs de fréquence à variation



continue du rapport des fréquences d'entrée et de sortie : dans ce type de convertisseur, tous les interrupteurs de puissance doivent être capables d'assurer une commutation forcée.

1.3. Commutation naturelle

Le cyclo convertisseur (2) (3) constitue un cas particulier des changeurs de fréquence car il fonctionne en commutation naturelle: il se réalise donc avec des interrupteurs de puissance bidirectionnels commandés uniquement à la fermeture (thyristors). Le schéma correspondant à un montage à quatre tensions d'entrée est indiqué à la figure I.4. Les tensions d'entrée sont alternatives sinusoïdales et forment un système polyphasé équilibré : leur nombre est généralement bien supérieur à 4.

Un exemple de forme d'onde est indiqué à la figure I.5.a. L'intervalle de conduction de T_1 correspond à la conduction de th ou th' suivant le signe du courant i dans la charge.

Le même schéma peut fonctionner en redresseur (Fig.I.5.b) ou en multiplicateur de fréquence (Fig.I.5.c) mais la fréquence de la tension de sortie est alors fixe et égale à celle de la tension

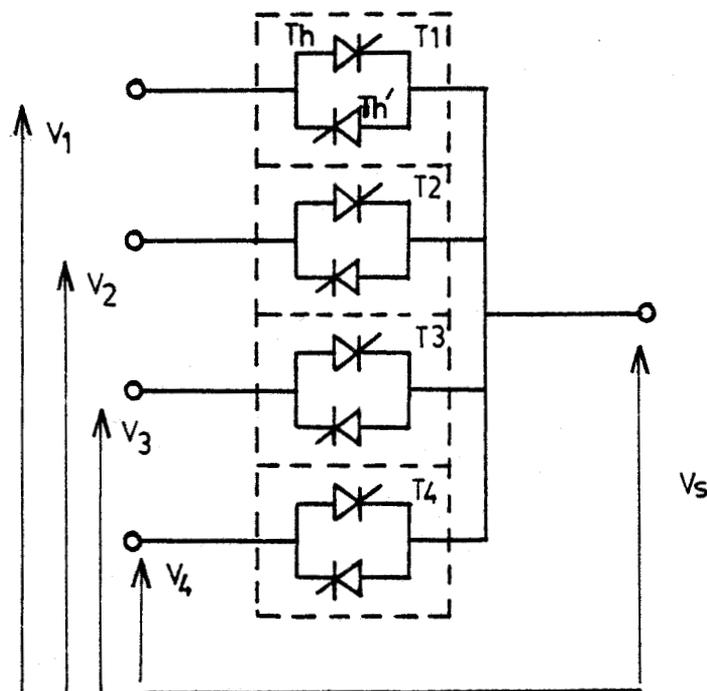


Figure I.4.

* Note : les chiffres entre parenthèses renvoient à la bibliographie annexée en fin de mémoire.

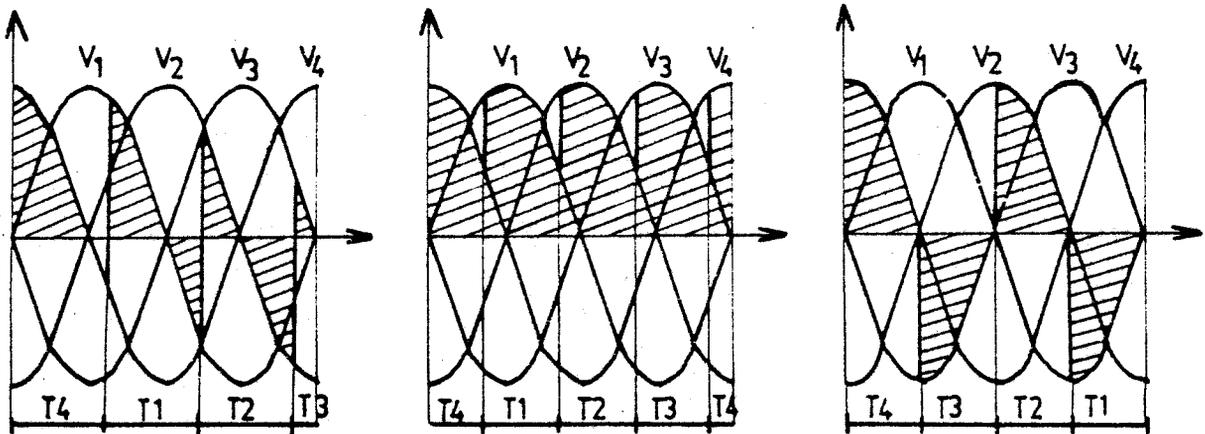


Fig I.5.

Tension de sortie est alors fixe et égale à celle de la tension d'entrée multipliée par un nombre entier ou fractionnaire. (le montage redresseur peut être considéré comme un multiplicateur de fréquence par un nombre entier fixe, mais la valeur moyenne de la tension de sortie est variable).

2. MULTIPLICATEURS DE FREQUENCE A COMMUTATION NATURELLE.

La multiplication de fréquence par des convertisseurs fonctionnant en commutation naturelle constitue depuis longtemps un des thèmes de travail du laboratoire Applications des Redresseurs de Puissance G. SEGUIER (4) y a consacré un chapitre de sa thèse. J.LE SENNE(5) (6) a étudié le premier type de doubleur de fréquence.

Mais c'est R. BAUSIERE(7), (8), (9) qui a le plus travaillé cette question. Il a regroupé en une famille générale les montages permettant de multiplier la fréquence des tensions d'entrée par un nombre entier ou fractionnaire. Sa thèse constitue la base pour toute recherche sur ce type de convertisseur.

2.1. Multipliation par un nombre entier k impair

Pour alimenter une charge monophasée avec une tension dont la fréquence est égale à celle des tensions d'entrée multipliée par un nombre k impair, il faut k tensions équilibrées de fréquence f déphasées entre elles de $2\pi/k$, et k couples de thyristors montés en parallèle inverse. La figure I.6. correspond à $k = 3$.

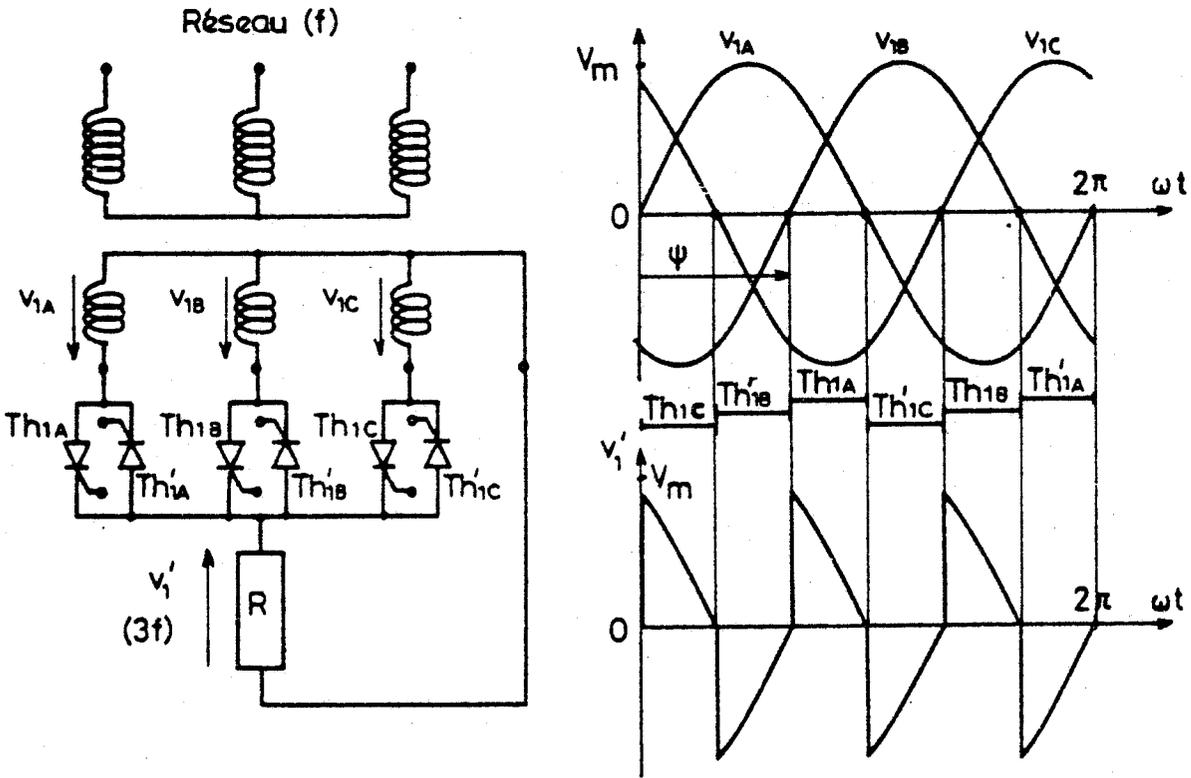


Figure I.6.

Si la sortie est polyphasée d'ordre q , il faut q groupes de k tension équilibrées déphasés entre eux de $2\pi/kq$ et kq couples de thyristors montés en parallèle inverse.

2.2 Multiplication par un nombre entier k pair

Pour obtenir une tension à la fréquence kf (k pair) aux bornes d'une charge monophasée, il faut $2k$ thyristors. La figure I.7. correspond à $k=2$.

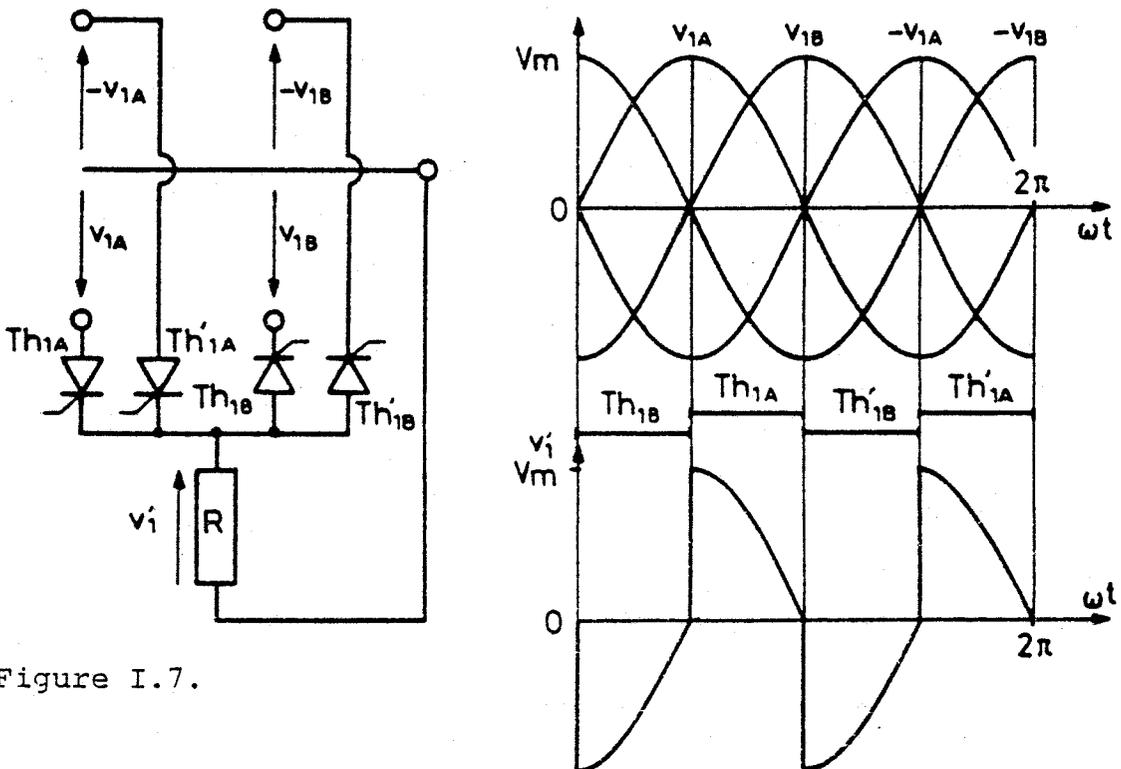


Figure I.7.



Pour obtenir un système polyphasé d'ordre q , il faut $2kq$ tensions de fréquence f déphasées entre elles de π/kq et $2kq$ thyristors.

2.3. Multiplication par un nombre fractionnaire

En utilisant le même principe que pour la multiplication de fréquence par un nombre pair, mais en amorçant les thyristors à une fréquence qui est un sous-multiple de celle des tensions d'alimentation, on obtient à la sortie une tension dont la fréquence est égale à celle des tensions d'alimentation multipliée par un nombre fractionnaire supérieur à 1.

D'une façon générale, si on veut passer de la fréquence f à la fréquence $(N/D) \cdot f$, où N et D désignent des nombres entiers, il faut :

- . $2N$ tensions formant un système équilibré, déphasées entre elles de π/N .
 - . $2N$ thyristors, amorcés à intervalles réguliers de $D\pi/N$.
- la figure I.8. correspond à $N/D = 3/2$.

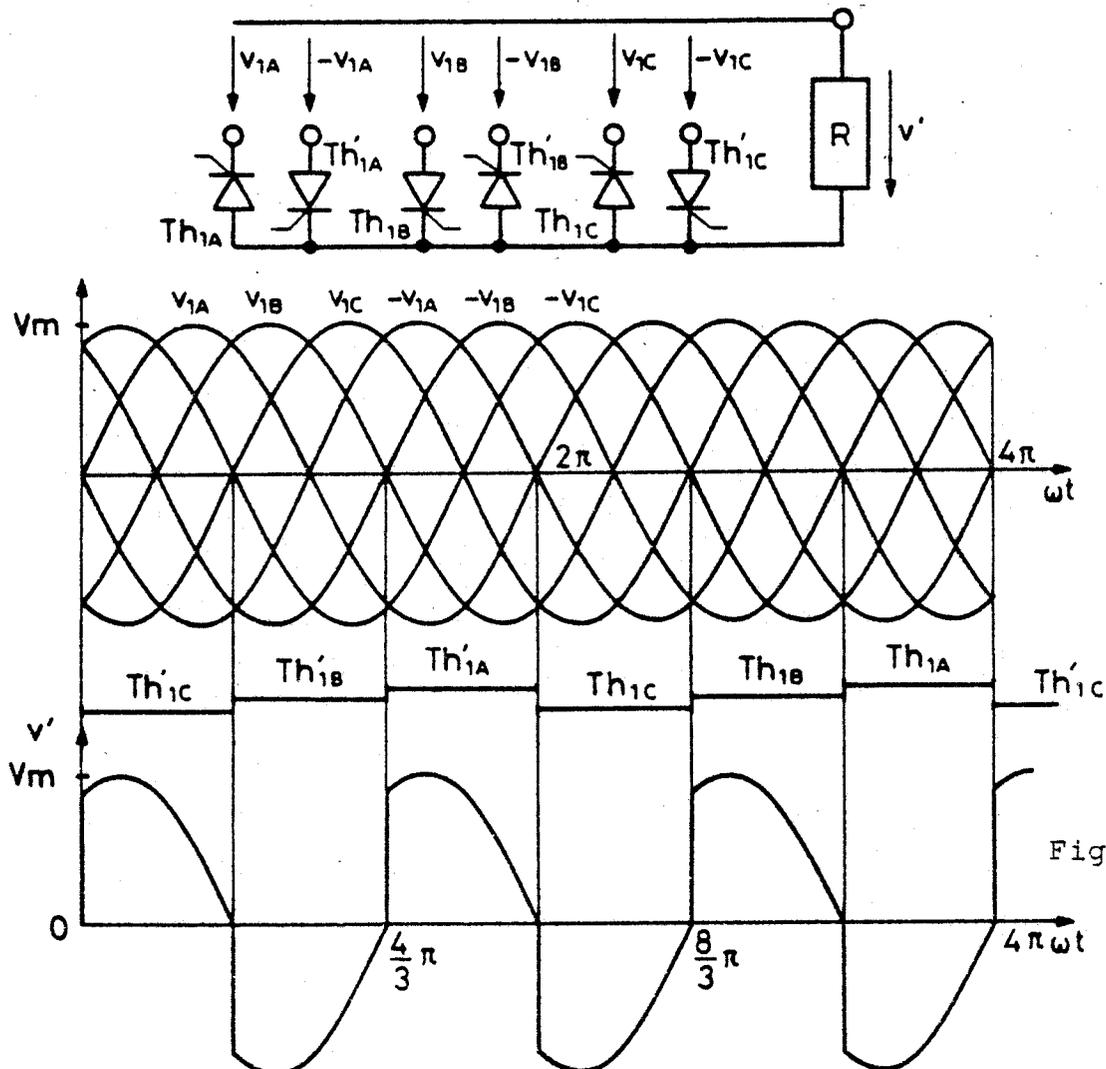


Figure I.8.

Le passage à un système polyphasé s'effectue comme pour la multiplication par un nombre entier.

Avec un montage donné ($2N$ tensions, $2N$ thyristors) on peut, en modifiant la séquence et la fréquence de déblocage des thyristors, obtenir plusieurs rapports de multiplication.

3. PRESENTATION DE L'ÉTUDE.

Les doubleurs de fréquence sont les plus simples des montages de la famille générale car, en monophasé, ils ne nécessitent que 4 tensions d'entrée et 4 thyristors. De plus ce sont les doubleurs de fréquence que permettent les plus intéressantes variantes lorsque la sortie est triphasée ; au lieu de 12 thyristors on peut se limiter à 6 thyristors ou à 6 diodes et 6 thyristors (10), (11).

D'autre part, l'augmentation du nombre et de la puissance unitaire des convertisseurs statiques conduit à attacher une grande importance à l'examen des réactions des convertisseurs sur le réseau d'alimentation. Cette étude a été faite pour les redresseurs (12) (13) pour les gradateurs (14) (15) (16). C'est avec cette préoccupation que se poursuivent les travaux menés au laboratoire Applications des Redresseurs de Puissance sur les divers types de convertisseurs.

L'objet de notre mémoire est la présentation d'un nouveau montage doubleur de fréquence à sortie triphasée et l'étude des réactions des divers doubleurs de fréquence triphasés sur le réseau d'alimentation.

3.1. Etude d'un montage

Pour chaque montage nous présenterons successivement :

- . Le schéma et le principe de fonctionnement
- . Les expressions des variables lors du débit sur charge R,L et RL.
- . L'étude des courants en ligne permettant leur analyse harmonique et le calcul du facteur de puissance.
- . Les vérifications expérimentales.

Pour tous les montages, on supposera que la source fournit un système de tensions sinusoïdales équilibrées et on négligera son impédance. Les thyristors seront toujours considérés comme parfaits: on négligera leur chute de tension directe à l'état passant et leur courant inverse de fuite à l'état bloqué.

3.2. Plan du mémoire

Le chapitre II est consacré au doubleur de fréquence triphasé de la famille générale, qui peut être réalisé avec ou sans conducteur neutre.

Le chapitre III traite de deux montages doubleurs de fréquence qui utilisent les propriétés des gradateurs, soit tout thyristors au primaire d'un transformateur triphasé à flux forcés, soit mixtes au secondaire pour exploiter l'importance de l'harmonique 2 dans ce type de montage.

Le chapitre IV présente un nouveau schéma de doubleur de fréquence triphasé utilisant 12 thyristors comme celui de la famille générale, mais alimenté directement par un système triphasé de tensions. L'étude du fonctionnement de ce montage a été plus particulièrement détaillée puis qu'il s'agit d'un nouveau schéma.

CHAPITRE II

DOUBLEUR DE FREQUENCE TRIPHASE
DE LA FAMILLE GENERALE ET VARIANTE

Le doubleur de fréquence triphasé peut être formé de trois unités monophasées ayant chacune son fonctionnement propre ; les trois phases n'interfèrent qu'au niveau des courants pris au réseau. On peut supprimer le conducteur reliant le neutre du récepteur au neutre de la source des tensions d'entrée, les fonctionnements des trois phases sont alors dépendants.

Dans cette étude du doubleur triphasé de la famille générale et de sa variante, nous insisterons sur les courants pris au réseau qui constituent notre apport à cette étude.

I DOUBLEUR DE FREQUENCE TRIPHASÉ FORMÉ DE TROIS UNITÉS MONOPHASÉES.

I.1. Schéma et principe de fonctionnement

.Doubleur monophasé

Pour obtenir une tension de fréquence $2f$ ou de pulsation fondamentale 2ω on utilise quatre tensions v_{1A} , $-v_{1A}$, v_{1B} , $-v_{1B}$ et quatre thyristors Th_{1A} , Th_{1B} , Th'_{1A} et Th'_{1B} ; v_{1A} et v_{1B} sont de pulsation ω et déphasées entre elles de $\frac{\pi}{2}$

La figure II.1. montre comment à partir de ces quatre tensions, en amorçant successivement les thyristors Th_{1A} , Th'_{1B} , Th'_{1A}

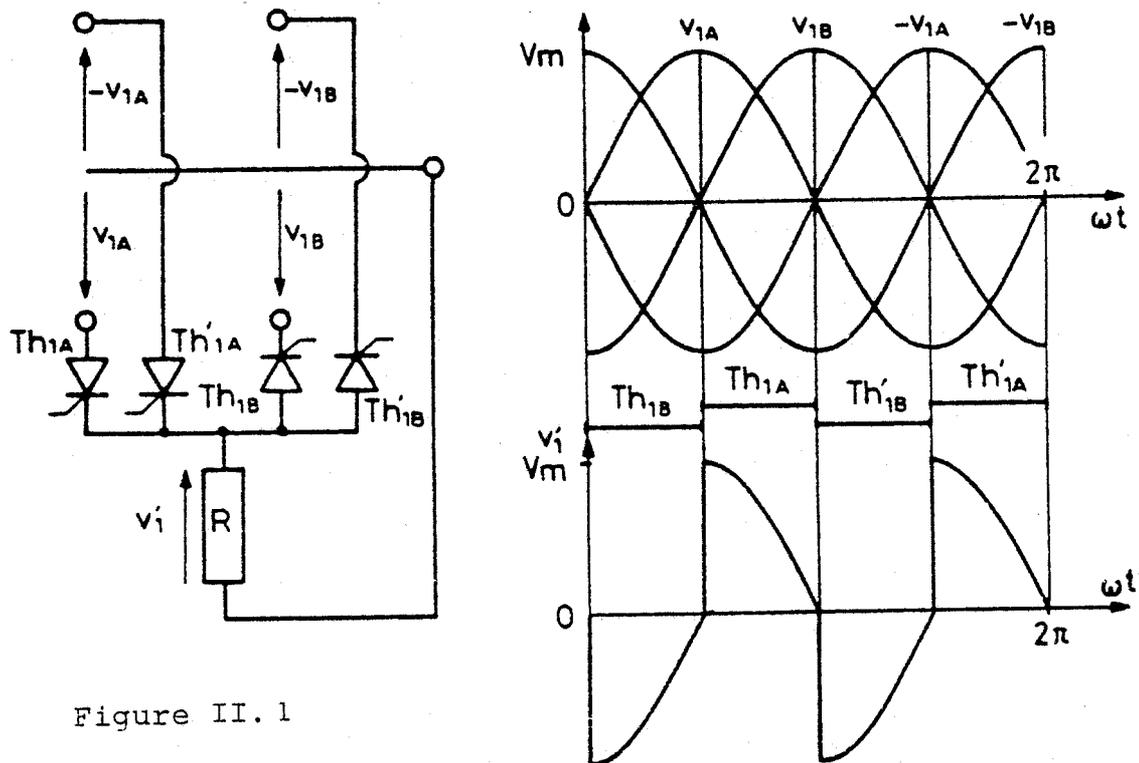


Figure II.1

et Th_{1B} on obtient la tension v'_1 de fréquence $2f$. Le tracé de v'_1 correspond à la conduction maximale des thyristors.

.Doubleur Triphasé

Pour obtenir trois tensions de fréquence $2f$ déphasées entre elles de $2\pi/3$ à la pulsation 2ω donc de $\pi/3$ à la pulsation ω des tensions d'alimentation, il faut :

Trois groupes de quatre tensions $v_{1A}, v_{1B}, -v_{1A}, -v_{1B}$
 déphasés entre eux de $\pi/3$. $v_{2A}, v_{2B}, -v_{2A}, -v_{2B}$
 $v_{3A}, v_{3B}, -v_{3A}, -v_{3B}$

et trois groupes de thyristors déclenchés un par un de $\frac{\pi}{6}$ en $\frac{\pi}{6}$: $Th_{1A}, Th_{1B}, Th'_{1A}, Th'_{1B}$
 $Th_{2A}, Th_{2B}, Th'_{2A}, Th'_{2B}$
 $Th_{3A}, Th_{3B}, Th'_{3A}, Th'_{3B}$

Les figures II.2.a et II.2.b donnent le schéma de principe du doubleur triphasé de fréquence et montrent le passage des tensions secondaires aux tensions de sortie v'_1, v'_2, v'_3 dans le cas où la conduction des thyristors est maximale.

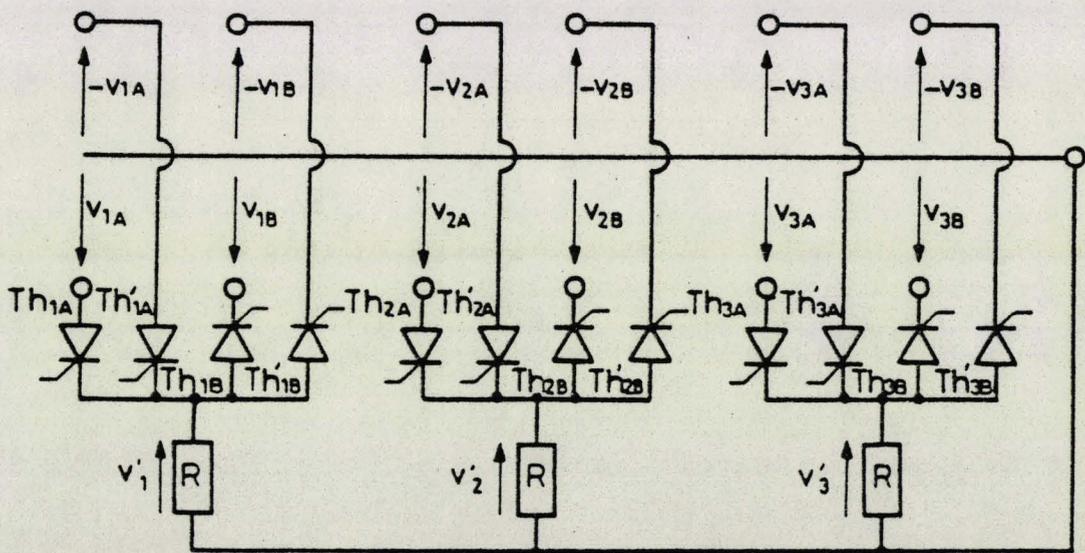


Figure II.2.b.

.L'obtention des douze tensions

Pour obtenir les douze tensions régulièrement déphasées de $\frac{\pi}{6}$ nécessaires au doubleur de fréquence à sortie triphasée, schématisé sur la figure II.2.b., on peut utiliser le transformateur de la

figure II.3. correspondant au diagramme vectoriel de la figure II.4 à six fourches avec deux branches chacune.

Il y a donc six enroulements sur chaque noyau, deux de n'_2 tours et quatre de n''_2 .

Si les tensions étaient engendrées directement elles nécessiteraient n_2 tours chacune. Les nombres de spires n_2 , n'_2 et n''_2 sont liés par : $n'_2 = 0,816 n_2$ et $n''_2 = 0,299 n_2$.

Si I_s est le courant débité par les phases, le courant dans les spires communes est (avec l'hypothèse faite) $2I_s \cos \frac{\pi}{12} = 1,932 I_s$, d'où le facteur d'utilisation des spires secondaires

$$K_{sps} = \frac{12n_2}{6n'_2 + 1,932 + 12n''_2} = 0,92$$

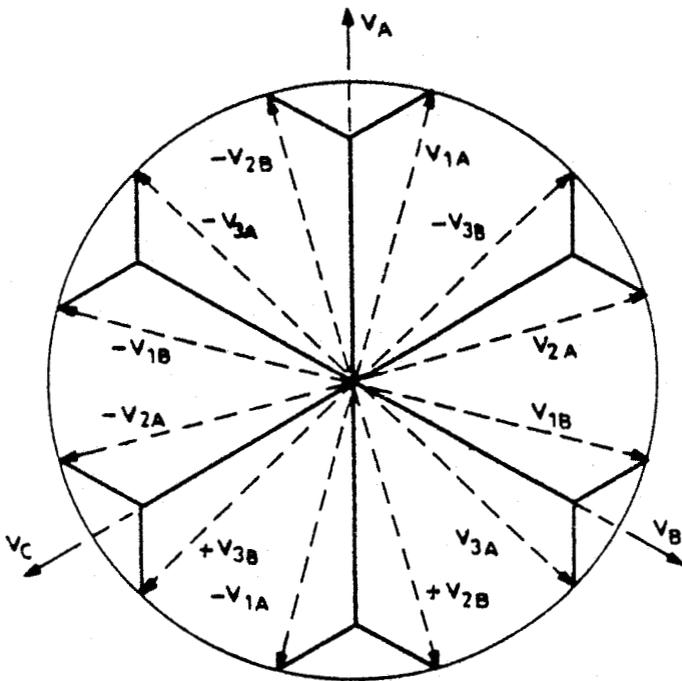


Figure II.4.

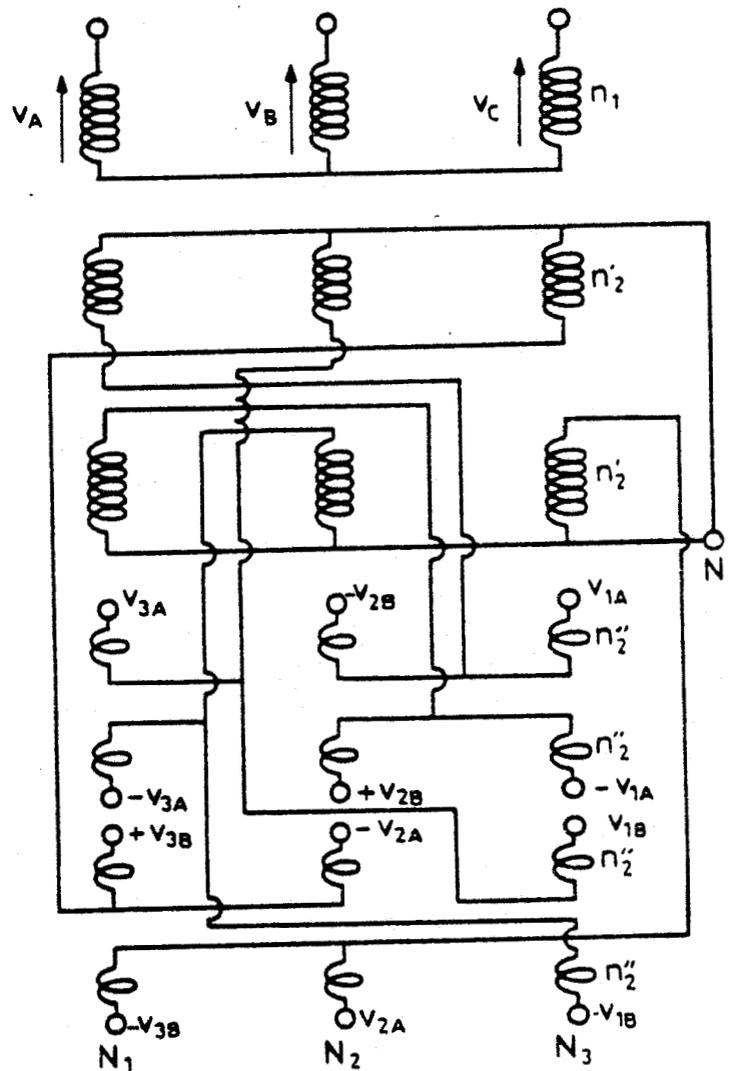


Figure II.3.

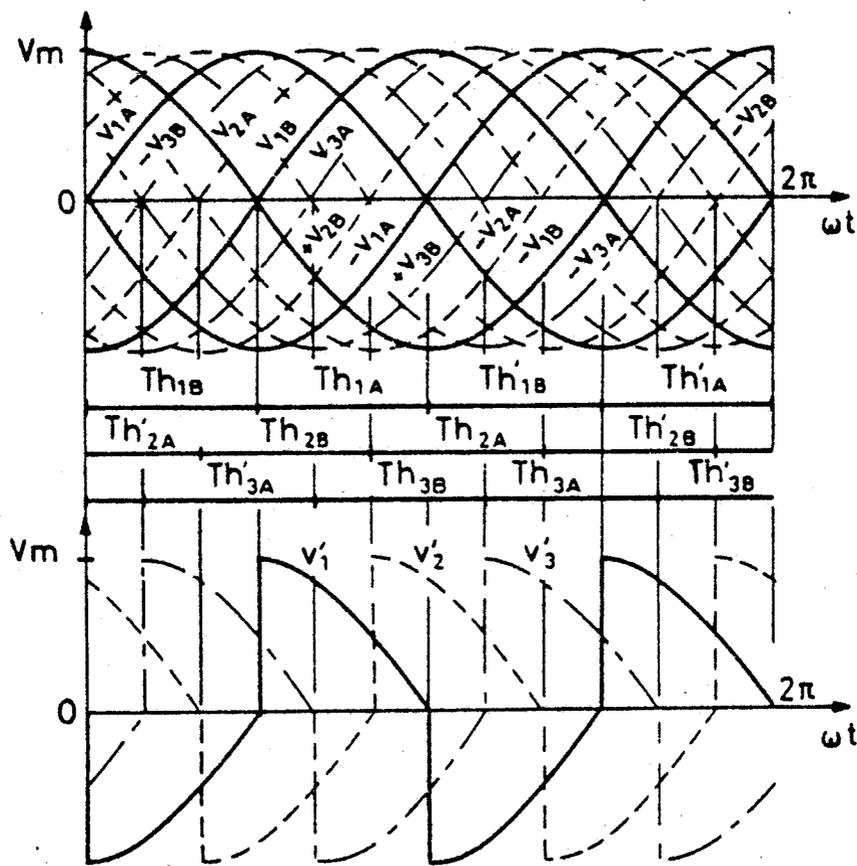


Figure II.2.a.

I.2. Fonctionnement et expression des variables

L'étude du doubleur de fréquence triphasé se ramène à l'étude d'un doubleur de fréquence monophasé car les productions des diverses tensions de fréquence $2f$ sont indépendantes.

Nous étudierons donc le débit d'un doubleur monophasé successivement

- sur résistance pure R
- sur inductance pure L
- sur une charge résistive et inductive de constantes R et L .

On suppose sinusoïdales et d'amplitude constante les tensions secondaires du transformateur, c'est à dire qu'on néglige les chutes de tension dans celui-ci et dans le réseau d'alimentation; de même on néglige la chute de tension directe des thyristors passants.

I.2.1. Débit sur charge résistive

Pour que deux redresseurs ne débitent pas simultanément, leur angle de conduction α doit être inférieur à $\alpha_{\max} = \frac{\pi}{2}$.
 Le thyristor Th_{1A} cessant de conduire pour $\theta = \pi$ son retard au déblocage ψ doit être supérieur à $\psi_{\min} = \frac{\pi}{2}$

.Tension de sortie

Au cours de l'une de ses périodes, la tension v'_1 de fréquence $2f$ a pour expressions :

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} < \theta < \psi & \quad v'_1 = 0 \\ \psi < \theta < \pi & \quad v'_1 = V_m \sin \theta \\ \pi < \theta < \pi + \psi & \quad v'_1 = 0 \\ \pi + \psi < \theta < \frac{3\pi}{2} & \quad v'_1 = -v_{1B} = -V_m \sin \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

. Tension aux bornes d'un thyristor

Pour un angle d'amorçage ψ compris entre ψ_{\min} et ψ_{\max} ($\frac{\pi}{2} < \psi < \pi$), la tension v_{Th1A} aux bornes du thyristor Th_{1A} présente au cours de l'une de ses périodes, $1/f$, les huit expressions suivantes:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} < \theta < \psi, \quad v_{Th1A} &= v_{1A} & \psi < \theta < \pi, \quad v_{Th1A} &= 0 \\ \pi < \theta < \pi + \psi, \quad v_{Th1A} &= v_{1A} & \pi + \psi < \theta < \frac{3\pi}{2}, \quad v_{Th1A} &= v_{1A} + v_{1B} \\ \frac{3\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2} + \psi, \quad v_{Th1A} &= v_{1A} & \frac{3\pi}{2} + \psi < \theta < 2\pi, \quad v_{Th1A} &= 2v_{1A} \\ 2\pi < \theta < 2\pi + \psi, \quad v_{Th1A} &= v_{1A} & 2\pi + \psi < \theta < \frac{5\pi}{2}, \quad v_{Th1A} &= v_{1A} - v_{1B} \end{aligned}$$

Par raison de symétrie, la tension aux bornes des autres thyristors a la même forme d'onde aux décalages de $\pi/6$, $2\pi/6, \dots, 5\pi/6$ près.

La tension aux bornes de th_{1A} a une valeur directe maximale inférieure à la valeur inverse maximale. Le maximum de celle-ci est obtenu pour ψ_{\min} (tracé en traits discontinus sur la figure I.5.a) et vaut $v_{imax} = 2V_m$.

.Courant dans une phase réceptrice

A chaque instant le courant i'_1 est donné par la relation $i'_1 = \frac{v'_1}{R}$, il a donc la même forme d'onde que v'_1 .

.Courant dans un thyristor

Le courant i_{Th1A} dans le premier thyristor est égal à $\frac{v'_1}{R} = \frac{V_m}{R} \sin \theta$ pour $\psi < \theta < \pi$, il est nul durant tous le reste de la période T . Sur la figure I.5.a. on a représenté v'_1 , v_{Th1A} et i_{Th1A} en traits continus pour $\psi_{\min} < \psi < \psi_{\max}$ et en traits discontinus pour ψ_{\min} .

I.2.2 Débit sur charge inductive

.Courant dans une phase réceptrice

Pendant la conduction du thyristor Th_{1A} (débloqué à $\theta = \psi$), qui rend la tension v'_1 égale à $V_m \sin \theta$, le courant i'_1 dans le récepteur d'inductance L est solution de l'équation.

$$L \frac{di'_1}{d\theta} = V_m \sin \theta \quad \text{donc} \quad i'_1 = \frac{-V_m}{L\omega} \cos \theta + A$$

A étant une constante d'intégration, on la détermine en écrivant que le courant i'_1 est nul pour $\theta = \psi$ d'où $A = \frac{V_m}{L\omega} \cos \psi$ et l'expression de i'_1 devient $i'_1 = \frac{V_m}{L\omega} (\cos \psi - \cos \theta)$. Le thyristor qui rend $v'_1 = V_m \sin \theta$ s'éteint pour $\theta = \psi + \alpha$ quand i'_1 repasse par la valeur zéro.

L'angle d'extinction $\psi + \alpha$, tel que $\cos(\psi + \alpha) = \cos \psi$, est donc donné par $\psi + \alpha = 2\pi - \psi$; il est symétrique de ψ par rapport à $\theta = \pi$. Le courant i'_1 est formé d'arches de sinusoides, la tension v'_1 de portions de sinusoides symétriques au passage par zéro.

.Relation entre ψ et α

Le retard au déblocage doit toujours être tel que deux redresseurs ne débitent pas simultanément, l'angle de conduction de chacun est :

$$\alpha = (\psi + \alpha) - \psi = 2\pi - \psi - \psi = 2(\pi - \psi)$$

Il doit être inférieur à $\frac{\pi}{2}$. Donc ψ doit être supérieur à ψ_{\min} tel que $\psi_{\min} = \pi - \pi/4 = \frac{3\pi}{4}$

L'écart entre ψ_{\min} et π est moitié moindre que lors du débit sur résistance pure.

A valeurs données de V_m et de $L\omega$ c'est pour ψ_{\min} qu'on a les valeurs instantanées de v'_1 et i'_1 les plus fortes.

$$v'_{1\max} = V_m \sin \pi/4 \quad i'_{1\max} = \frac{V_m}{L\omega} (1 - \cos \pi/4).$$

.Tension de sortie

Les expressions de la tension v'_1 dans le cas d'une charge résistive restent valables pour une charge inductive, seules changent les limites des intervalles de validité sur une période

$$\begin{array}{lll} \psi < \theta < 2\pi - \psi & v'_1 = V_m \sin \theta & ; \quad 2\pi - \psi < \theta < \frac{\pi}{2} + \psi & v'_1 = 0 \\ \frac{\pi}{2} + \psi < \theta < \frac{5\pi}{2} - \psi & v'_1 = -V_m \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) & ; \quad \frac{5\pi}{2} - \psi < \theta < \pi + \psi & v'_1 = 0 \end{array}$$

.Tension aux bornes d'un thyristor

Les expressions successives de la tension aux bornes de Th_{1A} sur une période $1/f$ restent les mêmes que pour une charge résistive pure; seules changent les limites des intervalles de validité de chacune de ces expressions.

.Courant dans un thyristor

Pendant la conduction de Th_{1A} , le courant i_{Th1A} égale $i'_1 = \frac{V_m}{L\omega} (\cos \psi - \cos \theta)$; pour tout le reste de la période il est nul. Sur la figure II.5.b. on a représenté, pour $\psi = \frac{5\pi}{6}$ (supérieur à ψ_{\min} qui vaut $\frac{3\pi}{4}$), les formes d'ondes de v'_1 , v_{Th1A} , i'_1 , i_{Th1A} .

I.2.3 Débit sur charge résistive et inductive

.Tension de sortie

Au cours d'une période de π la tension de sortie v'_1 garde les mêmes expressions que pour une charge résistive, seules changent les limites des intervalles de validité. Si Th_{1A} conduit de $\theta = \psi$ à $\theta = \psi + \alpha$

$$\begin{aligned} \psi < \theta < \psi + \alpha & \quad v'_1 = V_m \sin \theta & ; & \quad \psi + \alpha < \theta < \frac{\pi}{2} + \psi & \quad v'_1 = 0 \\ \frac{\pi}{2} + \psi < \theta < \frac{\pi}{2} + \psi + \alpha & \quad v'_1 = -V_m \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) & ; & \quad \frac{\pi}{2} + \psi + \alpha < \theta < \pi + \psi & \quad v'_1 = 0 \end{aligned}$$

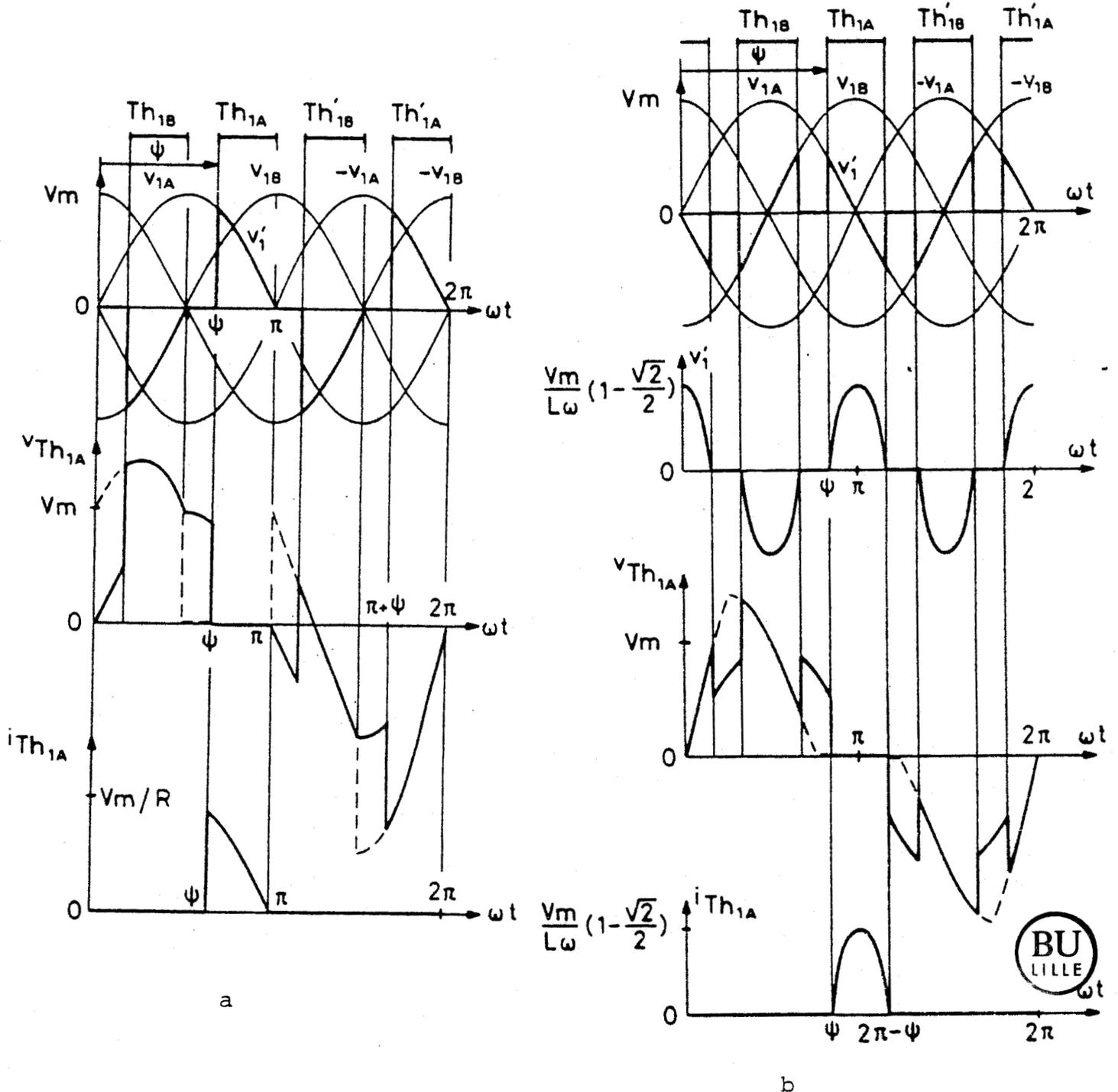


Figure II.5. Débit sur résistance pure -a-
Débit sur inductance pure -b-

.Tension aux bornes d'un thyristor

La tension v_{Th1A} aux bornes du thyristor Th_{1A} présente les mêmes expressions que lors du débit sur résistance pure. Seules varient les limites de validité de chacune de ces expressions.

.Courant dans une phase du récepteur

Pendant l'intervalle où la tension v'_1 aux bornes de la première phase du récepteur est égale à $V_m \sin\theta$, le courant i'_1 dans celui-ci est donné par l'équation :

$$L\omega \frac{di'_1}{d\theta} + Ri'_1 = V_m \sin\theta,$$

en désignant par R et L la résistance et l'inductance de charge.

D'où: $i'_1 = \frac{V_m}{R(1+Q^2)} (\sin\theta - Q\cos\theta) + A e^{\frac{-\theta}{Q}}$, en posant $Q = \frac{L\omega}{R}$. Pour trouver la constante d'intégration A, on écrit que le courant i'_1 est nul à l'instant, $t = \frac{\psi}{\omega}$, où on débloque le thyristor qui applique $V_m \sin\theta$ au récepteur d'où : $A = \frac{-V_m}{R(1+Q^2)} (\sin\psi - Q\cos\psi) e^{\frac{\psi}{Q}}$.
 et on obtient $i'_1 = \frac{V_m}{R(1+Q^2)} (\sin\theta - Q\cos\theta - (\sin\psi - Q\cos\psi) e^{\frac{\psi-\theta}{Q}})$
 Sur une de ses périodes, le courant i'_1 prend successivement les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \psi < \theta < \psi + \alpha & i'_1 = \frac{V_m}{R(1+Q^2)} (\sin\theta - Q\cos\theta - (\sin\psi - Q\cos\psi) e^{\frac{\psi-\theta}{Q}}) \\ \psi + \alpha < \theta < \psi + \frac{\pi}{2} & i'_1 = 0 \\ \psi + \frac{\pi}{2} < \theta < \psi + \frac{\pi}{2} + \alpha & i'_1 = \frac{-V_m}{R(1+Q^2)} (\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) - Q\cos(\theta - \frac{\pi}{2}) - (\sin\psi - Q\cos\psi) e^{\frac{(\psi + \frac{\pi}{2} - \theta)}{Q}}) \\ \psi + \frac{\pi}{2} + \alpha < \theta < \pi + \psi & i'_1 = 0 \end{aligned}$$

.Relation entre ψ et α

Le thyristor qui débite i'_1 après l'instant $t = \frac{\psi}{\omega}$ se bloque pour $\theta = \psi + \alpha$ lorsque i'_1 redevient nul. D'où la relation permettant à ψ et Q donnés, de déterminer l'angle de conduction :

$$\sin(\psi + \alpha) - Q\cos(\psi + \alpha) - (\sin\psi - Q\cos\psi) e^{\frac{-\alpha}{Q}} = 0$$

.Limite inférieure de l'angle d'amorçage

Pour éviter que deux thyristors du même groupe conduisent en même temps, l'angle d'amorçage ψ doit être supérieur à un minimum

ψ_{min} qui correspond à un angle de conduction maximum $\alpha_{max} = \frac{\pi}{2}$; Cet angle doit vérifier l'équation : $i'_1(\psi_{min}) = i'_1(\psi_{min} + \alpha_{max}) = 0$.

$$\text{donc } \sin(\psi_{min} + \frac{\pi}{2}) - Q\cos(\psi_{min} + \frac{\pi}{2}) - (\sin\psi_{min} - Q\cos\psi_{min}) e^{\frac{-\pi}{2Q}} = 0$$

$$\text{ce qui donne } \psi_{min} = \text{Arctg } \frac{1 + Qe^{\frac{\pi}{2Q}}}{e^{\frac{-\pi}{2Q}} - Q}$$

L'angle ψ_{\min} passe de $\frac{\pi}{2}$ à $\frac{3\pi}{4}$ quand Q va de zéro à l'infini: la figure II.6. montre comment varie ψ_{\min} en fonction du facteur de puissance $\cos\varphi$ du récepteur à la pulsation ω . Ce facteur est défini par

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \quad \text{et lié à } Q \text{ par } \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}}$$

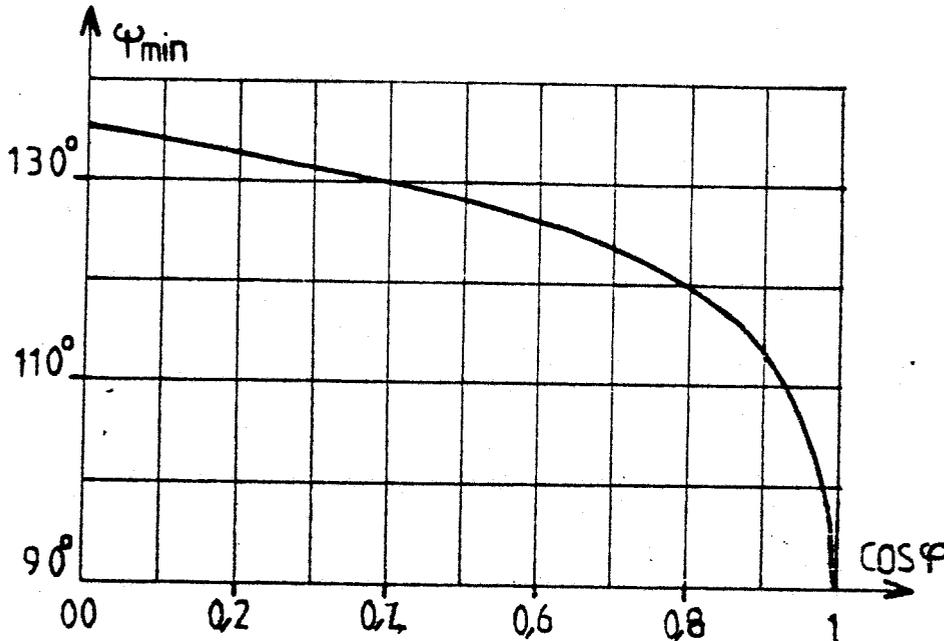


Figure II.6.

1.3 Etude des courants pris au réseau

1.3.1 Préliminaires

Les trois modes de fonctionnement

Pour étudier les courants i_A , i_B , i_C fournis par le réseau au transformateur, il faut tenir compte simultanément des courants fournis aux trois phases réceptrices.

Quel que soit le $\cos\varphi$ du récepteur, quand l'angle d'amorçage ψ va de ψ_{\min} à π , on rencontre trois modes de fonctionnement qui se caractérisent par le nombre de thyristors simultanément conducteurs :

-Le premier mode, pour lequel il y a tantôt 3 et tantôt deux thyristors en débit simultané.

-Le deuxième mode, pour lequel on a soit 2 soit 1 thyristors en conduction.

-Le troisième mode caractérisé par le débit de un ou de zéro thyristor.

La figure II.7 montre comment α va de $\pi/2$ à zéro quand

Ψ va de Ψ_{\min} à Π .

Le premier mode correspondand à $\Pi/2 > \alpha > \Pi/3$.

Le second à $\Pi/3 > \alpha > \Pi/6$, le troisième à $\Pi/6 > \alpha > 0$.

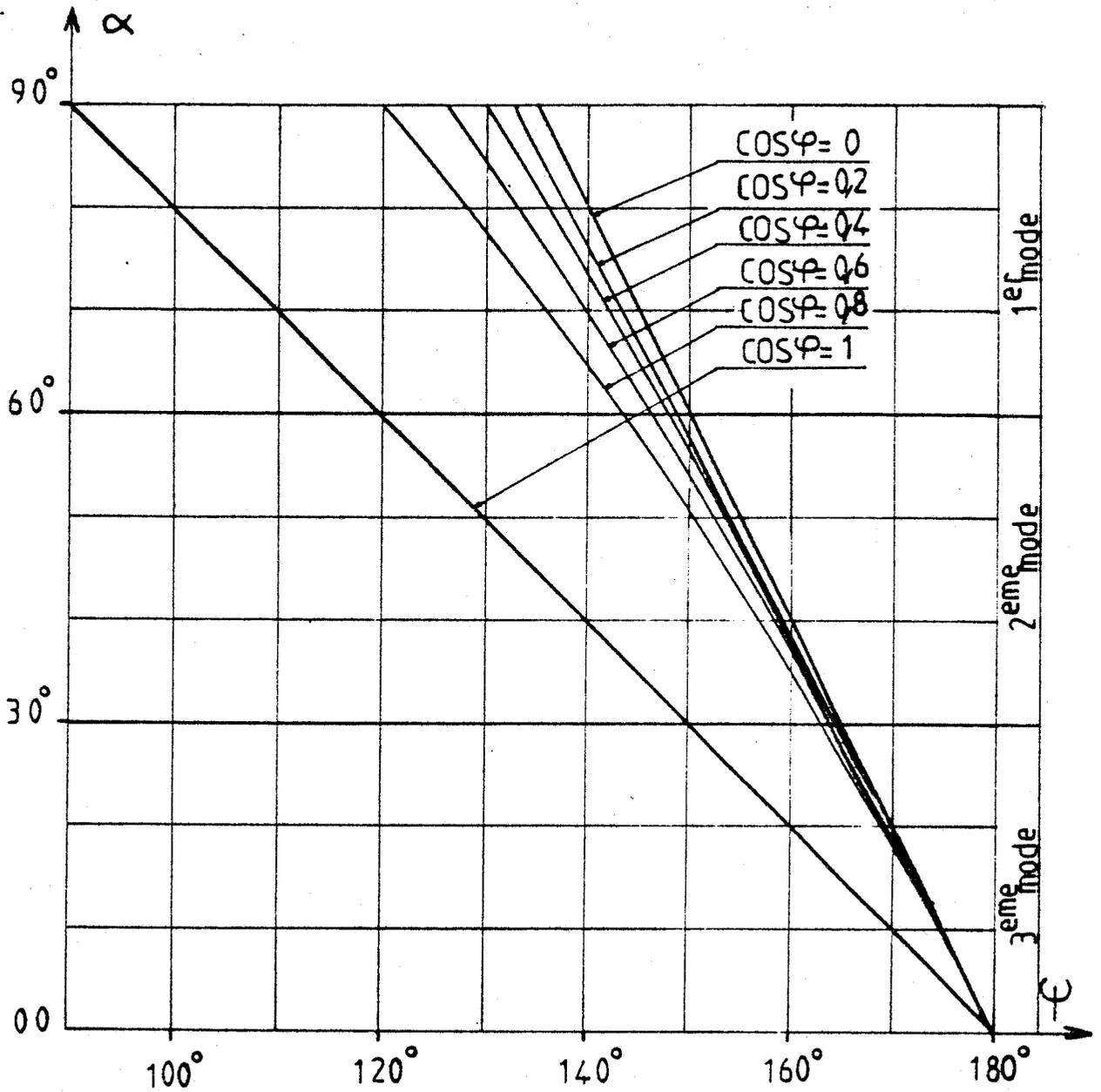


Figure II.7.



.Passage du secondaire au primaire

Pour passer des courants secondaires aux courants primaires du transformateur, on utilise la méthode indiquée par G. SEQUIER(17) pour les redresseurs.

On fait la somme des ampères-tours secondaires pour chacun des trois noyaux :

$$\begin{matrix} \Sigma n_2 i_s & ; & \Sigma n_2 i_s & ; & \Sigma n_2 i_s \\ N1 & & N2 & & N3 \end{matrix}$$

La somme instantanée des ampères-tours secondaires des trois noyaux n'étant pas nulle, on définit la composante homopolaire instantanée de ces forces magnétomotrice.

$$AT_o = \frac{1}{3} (\Sigma_{N1} n_2 i_s + \Sigma_{N2} n_2 i_s + \Sigma_{N3} n_2 i_s)$$

Le primaire étant en étoile sans conducteur neutre, la somme des courants primaires (donc celle des forces magnétomotrices primaires) est obligatoirement nulle et la composante homopolaire ne peut être compensée.

On détermine donc les courants primaires par les relations :

$$n_1 i_A = \Sigma_{N1} n_2 i_s - AT_o ; n_1 i_B = \Sigma_{N2} n_2 i_s - AT_o ; n_1 i_C = \Sigma_{N3} n_2 i_s - AT_o ;$$

Ce qui donne, pour la phase A,

$$i_A = \frac{1}{n_1} (\frac{2}{3} \Sigma_{N1} n_2 i_s - \frac{1}{3} \Sigma_{N2} n_2 i_s - \frac{1}{3} \Sigma_{N3} n_2 i_s)$$

Dans cette relation, le schéma de la figure III.3, montre qu'il faut porter ?

$$\begin{aligned} \Sigma_{N1} n_2 i_s &= a' (-i_{1A} - i_{2B} - i'_{2B} - i'_{1A}) + a'' (i'_{3A} + i_{3A} + i'_{3B} + i_{3B}) \\ \Sigma_{N2} n_2 i_s &= a' (-i_{3A} - i'_{3A} - i_{1B} - i'_{1B}) + a'' (i_{2A} + i'_{2A} + i_{2B} + i'_{2B}) \\ \Sigma_{N3} n_2 i_s &= a' (-i_{2A} - i'_{2A} - i_{3B} - i'_{3B}) + a'' (i_{1A} + i'_{1A} + i_{1B} + i'_{1B}) \end{aligned}$$

En désignant par a' et a'' les rapports

$$a' = n'_2 / n_2 \quad a'' = n''_2 / n_2$$

I.3.2. Débit sur charge purement résistive

I.3.2.1. Fonctionnement à 3 ou 2 thyristors conducteurs

Le courant i_A a même période (1/f) que les tensions d'alimentation. De plus son alternance négative reproduit au signe près, son alternance positive. Au cours d'une demi-période, il a pour expressions successives :

$$\begin{aligned} \Psi < \theta < \frac{2\Pi}{3}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(2a'+a'')}{3} \sin\theta - \frac{(2a'+a'')}{3} \sin(\theta - \frac{5\Pi}{6}) - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{2\Pi}{3}) \right) \\ \frac{2\Pi}{3} < \theta < \frac{\Pi}{6} + \Psi, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(2a'+a'')}{3} \sin\theta - \frac{(2a'+a'')}{3} \sin(\theta - \frac{5\Pi}{6}) \right) \\ \frac{\Pi}{6} + \Psi < \theta < \frac{5\Pi}{6}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(2a'+a'')}{3} \sin\theta - \frac{(2a'+a'')}{3} \sin(\theta - \frac{5\Pi}{6}) - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) \right) \\ \frac{5\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{\Pi}{3}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(2a'+a'')}{3} \sin\theta - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) \right) \\ \Psi + \frac{\Pi}{3} < \theta < \Pi, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(2a'+a'')}{3} \sin\theta - \frac{(a''-a')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) \right) \\ \Pi < \theta < \Psi + \frac{\Pi}{2}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(a'-a'')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) \right) \\ \Psi + \frac{\Pi}{2} < \theta < \frac{7\Pi}{6}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(a''-a')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) - \frac{(a''-a')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) \right) \\ \frac{7\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{2\Pi}{3}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(a''-a')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) - \frac{(a''-a')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) \right) \\ \Psi + \frac{2\Pi}{3} < \theta < \frac{4\Pi}{3}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(a''-a')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) - \frac{(a''-a')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{2\Pi}{3}) \right) \\ \frac{4\Pi}{3} < \theta < \Psi + \frac{5\Pi}{6}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(a''-a')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{2\Pi}{3}) \right) \\ \Psi + \frac{5\Pi}{6} < \theta < \frac{3\Pi}{2}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(a''-a')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) - \frac{(2a'+a'')}{3} \sin(\theta - \frac{5\Pi}{6}) - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{2\Pi}{3}) \right) \\ \frac{3\Pi}{2} < \theta < \Psi + \Pi, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(2a'+a'')}{3} \sin(\theta - \frac{5\Pi}{6}) - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{2\Pi}{3}) \right). \end{aligned}$$

I.3.2.2 Fonctionnement à 2 ou 1 thyristor conducteurs

Sur l'intervalle compris entre Ψ et $\Pi + \Psi$ correspondant à la moitié de la période des courants en ligne, le courant i_A prend successivement les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \Psi < \theta < \frac{5\Pi}{6}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(2a'+a'')}{3} \sin\theta - \frac{(2a'+a'')}{3} \sin(\theta - \frac{5\Pi}{6}) \right) \\ \frac{5\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{\Pi}{6}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(2a'+a'')}{3} \sin\theta \right) \\ \Psi + \frac{\Pi}{6} < \theta < \Pi, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(2a'+a'')}{3} \sin\theta - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) \right) \\ \Pi < \theta < \Psi + \frac{2\Pi}{6}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{-(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) \right) \\ \Psi + \frac{2\Pi}{6} < \theta < \frac{7\Pi}{6}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(a'-a'')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) \right) \\ \frac{7\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{3\Pi}{6}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(a'-a'')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) \right) \\ \Psi + \frac{3\Pi}{6} < \theta < \frac{8\Pi}{6}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(a'-a'')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - \frac{(a'-a'')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) \right) \\ \frac{8\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{4\Pi}{6}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(a''-a')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) \right) \\ \Psi + \frac{4\Pi}{6} < \theta < \frac{9\Pi}{6}, \quad i_A &= \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left(\frac{(a''-a')}{3} \sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) - \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{2\Pi}{3}) \right) \end{aligned}$$

$$\frac{9\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{5\pi}{6} \quad , \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left(\frac{-(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \right)$$

$$\psi + \frac{5\pi}{6} < \theta < \frac{10\pi}{6} \quad , \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left(\frac{-(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - \frac{(2a'+a'')}{3} \sin(\theta - \frac{5\pi}{6}) \right)$$

$$\frac{10\pi}{6} < \theta < \psi + \pi \quad , \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left(\frac{-(2a'+a'')}{3} \sin(\theta - \frac{5\pi}{6}) \right)$$

I.3.2.3 Fonctionnement à 1 ou 0 thyristor conducteur

Pendant la moitié d'une période des courants de ligne, le courant i_A prend successivement les expressions suivantes :

$$\psi < \theta < \pi \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left\{ \frac{(a''+2a')}{3} \sin(\theta) \right\}$$

$$\psi < \theta < \psi + \frac{\pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\psi + \frac{\pi}{6} < \theta < \frac{7\pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left\{ \frac{(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{7\pi}{6}) \right\}$$

$$\frac{7\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{2\pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\psi + \frac{2\pi}{6} < \theta < \frac{8\pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left\{ \frac{(a'-a'')}{3} \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) \right\}$$

$$\frac{8\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{3\pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\psi + \frac{3\pi}{6} < \theta < \frac{9\pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left\{ \frac{-(a'-a'')}{3} \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) \right\}$$

$$\frac{9\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{4\pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\psi + \frac{4\pi}{6} < \theta < \frac{10\pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left\{ \frac{-(2a''+a')}{3} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \right\}$$

$$\frac{10\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{5\pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\psi + \frac{5\pi}{6} < \theta < \frac{11\pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left\{ \frac{-(2a'+a'')}{3} \sin(\theta - \frac{5\pi}{6}) \right\}$$

$$\frac{11\pi}{6} < \theta < \psi + \pi \quad i_A = 0$$

Sur les figures II.8 et II.9 on a tracé la forme d'onde du courant i_A lors du débit sur résistance pure, pour chacun des trois modes de fonctionnement.

-D'abord (Fig II.8) pour les valeurs de ψ correspondant au débit de chacun des modes : $\psi = \psi_{\min} = \pi/2$; $\psi = 2\pi/3$; $\psi = 5\pi/6$. Il y a alors toujours 3 thyristors passants, puis toujours 2, puis toujours 1. Le courant i_A présente six expressions par demi-période.

-puis (fig II.9) pour les valeurs de ψ correspondant au milieu de chaque mode de fonctionnement : $\psi = 7\pi/12$; $\psi = 3\pi/4$; $\psi = 11\pi/6$. Le courant i_A présente alors douze expressions par demi-période.

I.3.3. Débit sur charge résistive et inductive

I.3.3.1 Fonctionnement à 3 ou 2 thyristors conducteurs

Au cours d'une demi-période des tensions de la source le courant i_A prend successivement les expressions suivantes :

$$\psi < \theta < \psi + \alpha \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\begin{aligned} &\frac{(2a'+a'')}{3} (\sin\theta - Q_0 \cos\theta - K_0 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ &- \frac{(2d+a'')}{3} (\sin(\theta - \frac{5\Pi}{6}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{5\Pi}{6}) - K_0 e^{-\frac{(\theta+\Pi/6)}{Q}}) \\ &- \frac{(2a''+d)}{3} (\sin(\theta - \frac{2\Pi}{3}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{2\Pi}{3}) - K_0 e^{-\frac{(\theta+\Pi/3)}{Q}}) \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \alpha < \theta < \psi + \frac{\Pi}{6} \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\begin{aligned} &\frac{(2a'+a'')}{3} (\sin\theta - Q_0 \cos\theta - K_0 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ &- \frac{(2a'+a'')}{3} (\sin(\theta - \frac{5}{6}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{5}{6}) - K_0 e^{-\frac{(\theta+\Pi/6)}{Q}}) \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{\Pi}{6} < \theta < \psi + \frac{\Pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\begin{aligned} &\frac{(2a'+a'')}{3} (\sin\theta - Q_0 \cos\theta - K_0 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ &- \frac{(2d+a'')}{3} (\sin\theta - \frac{5\Pi}{6}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{5\Pi}{6}) - K_0 e^{-\frac{(\theta+\Pi/6)}{Q}} \\ &- \frac{(2a''+a')}{3} (\sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - K_0 e^{-\frac{(\theta-\Pi/6)}{Q}}) \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{\Pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{2\Pi}{6} \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\begin{aligned} &\frac{(2a'+a'')}{3} (\sin\theta - Q_0 \cos\theta - K_0 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ &- \frac{(2a''+a')}{3} (\sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - K_0 e^{-\frac{(\theta-\Pi/6)}{Q}}) \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{2\Pi}{6} < \theta < \psi + \frac{2\Pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\begin{aligned} &\frac{(2a'+a'')}{3} (\sin\theta - Q_0 \cos\theta - K_0 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ &- \frac{(2a''+a')}{3} (\sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - K_0 e^{-\frac{(\theta-\Pi/6)}{Q}}) \\ &- \frac{(a''-a')}{3} (\sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{\Pi}{3}) - K_0 e^{-\frac{(\theta-\Pi/3)}{Q}}) \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{2\Pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{3\Pi}{6} \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\begin{aligned} &\frac{(2a''+d)}{3} (\sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - K_0 e^{-\frac{(\theta-\Pi/6)}{Q}}) \\ &- \frac{(a''-a')}{3} (\sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{\Pi}{3}) - K_0 e^{-\frac{(\theta-\Pi/3)}{Q}}) \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{3\Pi}{6} < \theta < \psi + \frac{3\Pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\begin{aligned} &- \frac{(2a''+a')}{3} (\sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - K_0 e^{-\frac{(\theta-\Pi/6)}{Q}}) \\ &- \frac{(a''-a')}{3} (\sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{\Pi}{3}) - K_0 e^{-\frac{(\theta-\Pi/3)}{Q}}) \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{3\Pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{4\Pi}{6} \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\begin{aligned} &\frac{(a''-a')}{3} (\sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{\Pi}{2}) - K_0 e^{-\frac{(\theta-\Pi/2)}{Q}}) \\ &- \frac{(a''-a')}{3} (\sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{\Pi}{3}) - K_0 e^{-\frac{(\theta-\Pi/3)}{Q}}) \\ &\frac{(a''-a')}{3} (\sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) - Q_0 \cos(\theta - \frac{\Pi}{2}) - K_0 e^{-\frac{(\theta-\Pi/2)}{Q}}) \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{4\Pi}{6} < \theta < \psi + \frac{4\Pi}{6} + \alpha$$

$$i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)}$$

$$\left[\begin{aligned} & -\frac{(a''-a')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{\Pi}{3}) \right) - K_0 e^{-\frac{(\theta - \Pi/3)}{Q}} \\ & \frac{(a''-a')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) - Q \cos(\theta - \frac{\Pi}{2}) \right) - K_0 e^{-\frac{(\theta - \Pi/2)}{Q}} \\ & -\frac{(2a''+a')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{2\Pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{2\Pi}{3}) \right) - K_0 e^{-\frac{(\theta - 2\Pi/3)}{Q}} \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{4\Pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{5\Pi}{6}$$

$$i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)}$$

$$\left[\begin{aligned} & \frac{(a''-a')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) - Q \cos(\theta - \frac{\Pi}{2}) \right) - K_0 e^{-\frac{(\theta - \Pi/2)}{Q}} \\ & -\frac{(2a''+a')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{2\Pi}{6}) - Q \cos(\theta - \frac{2\Pi}{6}) \right) - K_0 e^{-\frac{(\theta - 2\Pi/6)}{Q}} \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{5\Pi}{6} < \theta < \psi + \frac{5\Pi}{6} + \alpha$$

$$i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)}$$

$$\left[\begin{aligned} & \frac{(a''-a')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{\Pi}{2}) - Q \cos(\theta - \frac{\Pi}{2}) \right) - K_0 e^{-\frac{(\theta - \Pi/2)}{Q}} \\ & -\frac{(2a''+a')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{2\Pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{2\Pi}{3}) \right) - K_0 e^{-\frac{(\theta - 2\Pi/3)}{Q}} \\ & -\frac{(2a''+a'')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{5\Pi}{6}) - Q \cos(\theta - \frac{5\Pi}{6}) \right) - K_0 e^{-\frac{(\theta - 5\Pi/6)}{Q}} \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{5\Pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \Pi$$

$$i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)}$$

$$\left[\begin{aligned} & -\frac{(2a''+a')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{2\Pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{2\Pi}{3}) \right) - K_0 e^{-\frac{(\theta - 2\Pi/3)}{Q}} \\ & -\frac{(2a''+a'')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{5\Pi}{6}) - Q \cos(\theta - \frac{5\Pi}{6}) \right) - K_0 e^{-\frac{(\theta - 5\Pi/6)}{Q}} \end{aligned} \right]$$

I.3.3.2. Fonctionnement à 2 ou 1 thyristors conducteurs

Au cours de l'une de ses demi-périodes le courant i_A prend successivement les expressions suivantes :

$$\psi < \theta < \psi + \alpha$$

$$i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)}$$

$$\left[\begin{aligned} & -\frac{(2a''+a')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{5\Pi}{6}) - Q \cos(\theta - \frac{5\Pi}{6}) \right) - K_p e^{-\frac{(\theta + \Pi/6)}{Q}} \\ & \frac{(2a''+a'')}{3} \left(\sin \theta - Q \cos \theta - K_0 e^{-\frac{\theta}{Q}} \right) \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \alpha < \theta < \psi + \frac{\Pi}{6}$$

$$i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)}$$

$$\left[\begin{aligned} & \frac{(2a''+a'')}{3} \left(\sin \theta - Q \cos \theta - K_0 e^{-\frac{\theta}{Q}} \right) \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{\Pi}{6} < \theta < \psi + \frac{\Pi}{6} + \alpha$$

$$i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)}$$

$$\left[\begin{aligned} & \frac{(2a''+a'')}{3} \left(\sin \theta - Q \cos \theta - K_0 e^{-\frac{\theta}{Q}} \right) \\ & -\frac{(2a''+a')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - Q \cos(\theta - \frac{7\Pi}{6}) \right) - K_p e^{-\frac{(\theta - \Pi/6)}{Q}} \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{\Pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{2\Pi}{6}$$

$$i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)}$$

$$\left[\begin{aligned} & -\frac{(2a''+a')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - Q \cos(\theta - \frac{7\Pi}{6}) \right) - K_p e^{-\frac{(\theta - \Pi/6)}{Q}} \end{aligned} \right]$$

$$\psi + \frac{2\Pi}{6} < \theta < \psi + \frac{2\Pi}{6} + \alpha$$

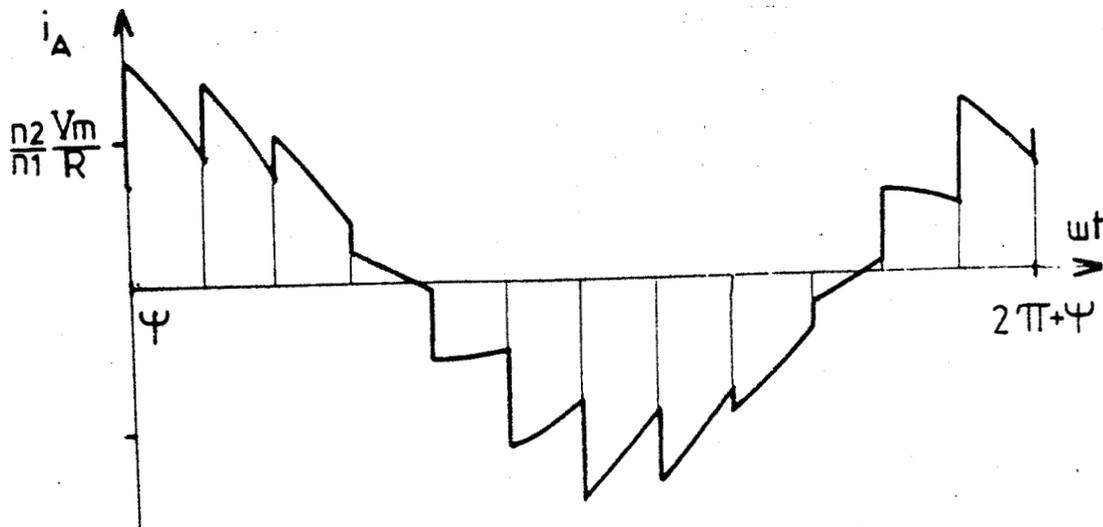
$$i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)}$$

$$\left[\begin{aligned} & -\frac{(2a''+a')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{7\Pi}{6}) - Q \cos(\theta - \frac{7\Pi}{6}) \right) - K_p e^{-\frac{(\theta - \Pi/6)}{Q}} \\ & \frac{(a''-a'')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{\Pi}{3}) \right) - K_0 e^{-\frac{(\theta - \Pi/3)}{Q}} \end{aligned} \right]$$

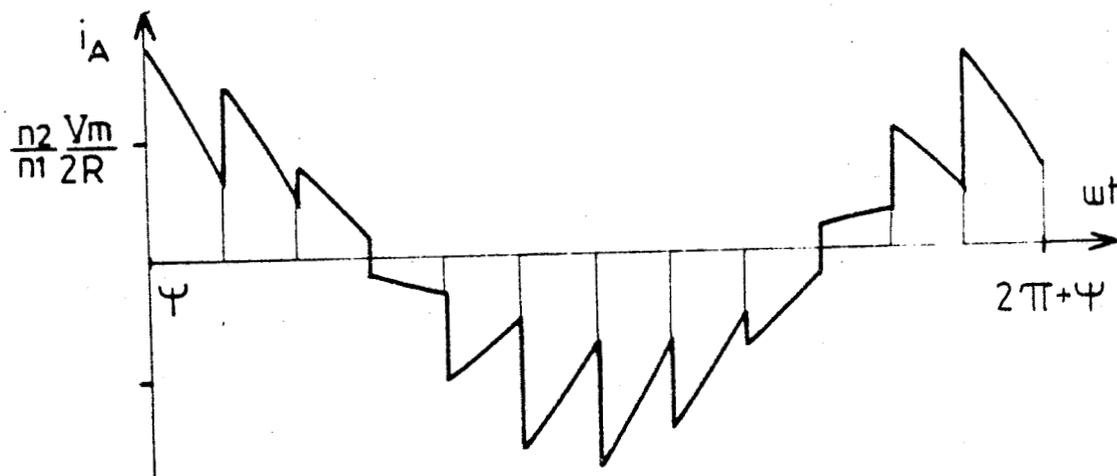
$$\psi + \frac{2\Pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{3\Pi}{6}$$

$$i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)}$$

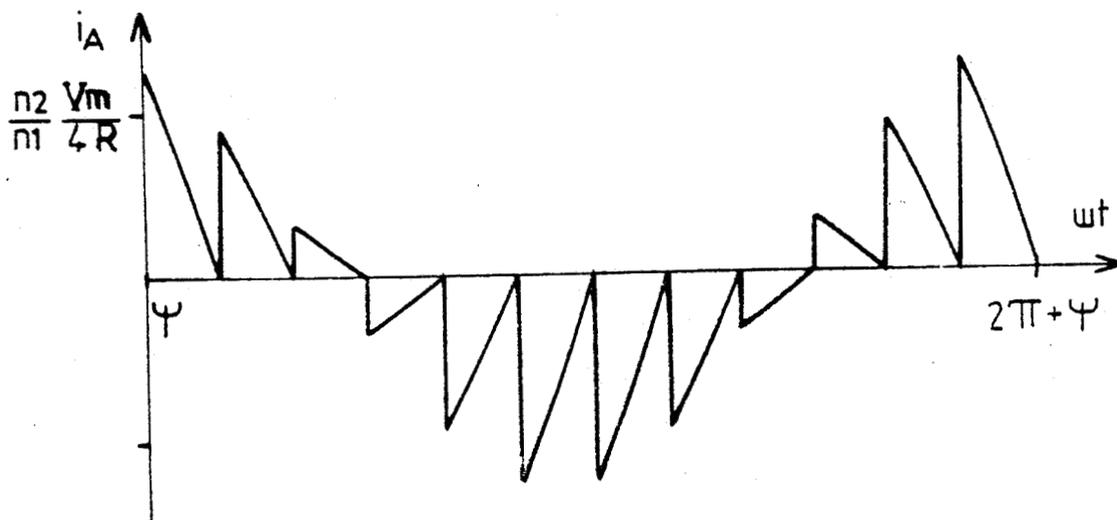
$$\left[\begin{aligned} & \frac{(a''-a'')}{3} \left(\sin(\theta - \frac{\Pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{\Pi}{3}) \right) - K_0 e^{-\frac{(\theta - \Pi/3)}{Q}} \end{aligned} \right]$$



Début du 1er mode : $\psi_{\min} = \pi/2$



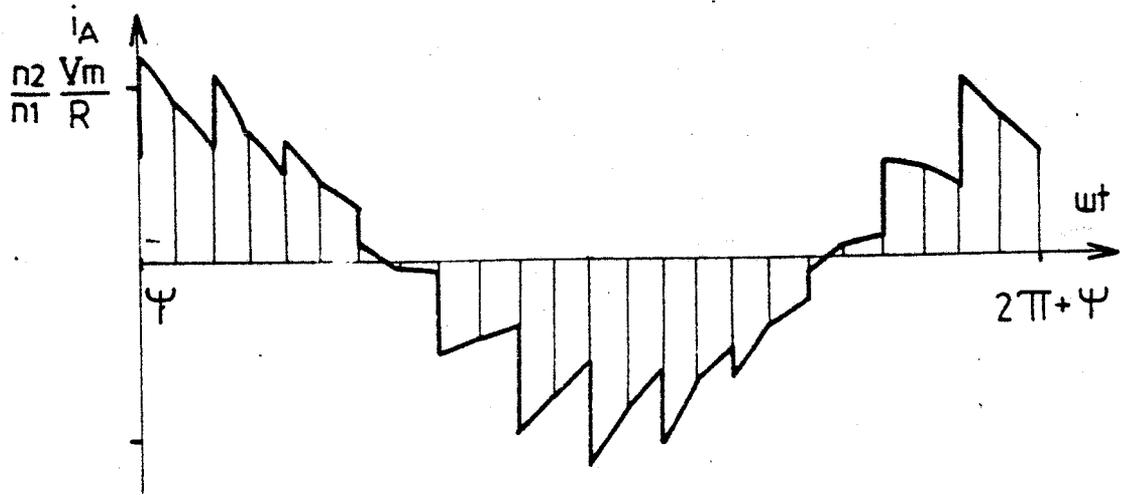
Passage du 1er au 2ème mode : $\psi = 2\pi/3$



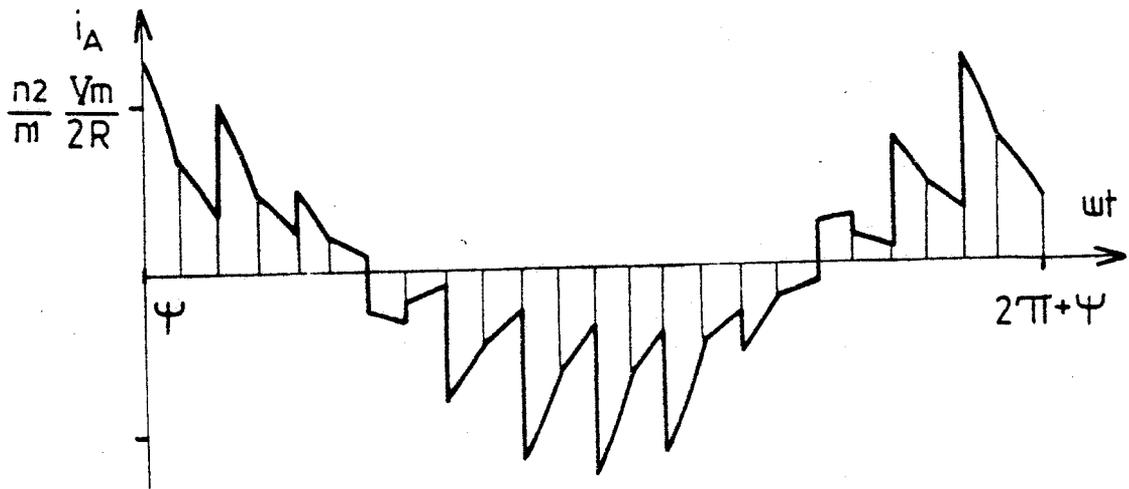
Passage du 2ème au 3ème mode : $\psi = 5\pi/6$

Figure II.8

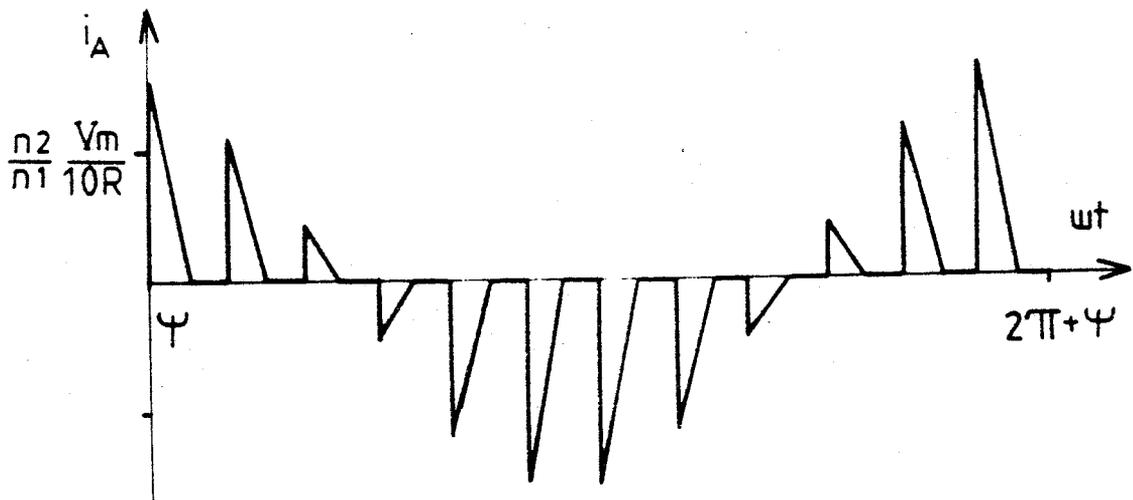




1er mode : $\Psi = 7\pi/12$



2ème mode : $\Psi = 9\pi/12$



3ème mode : $\Psi = 11\pi/12$

Figure II.9



$$\begin{aligned} \psi + \frac{3\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{3\pi}{6} + \alpha & i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R(1+Q2)} \left[\begin{aligned} & \frac{(a' - a'')}{3} (\sin(\theta - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) - K_o e^{-\frac{(\theta - \pi/3)}{Q}}) \\ & \frac{(a'' - a')}{3} (\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) - Q \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) - K_o e^{-\frac{(\theta - \pi/2)}{Q}}) \end{aligned} \right] \\ \psi + \frac{3\pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{4\pi}{6} & i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R(1+Q2)} \left[\frac{(a'' - a')}{3} (\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) - Q \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) - K_o e^{-\frac{(\theta - \pi/2)}{Q}}) \right] \\ \psi + \frac{4\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{4\pi}{6} + \alpha & i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R(1+Q2)} \left[\begin{aligned} & \frac{(a'' - a')}{3} (\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) - Q \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) - K_o e^{-\frac{(\theta - \pi/2)}{Q}}) \\ & - \frac{(2a'' + a')}{3} (\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - K_o e^{-\frac{(\theta - 2\pi/3)}{Q}}) \end{aligned} \right] \\ \psi + \frac{4\pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{5\pi}{6} & i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R(1+Q2)} \left[- \frac{(2a'' + a')}{3} (\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - K_o e^{-\frac{(\theta - 2\pi/3)}{Q}}) \right] \\ \psi + \frac{5\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{5\pi}{6} + \alpha & i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R(1+Q2)} \left[\begin{aligned} & - \frac{(2a'' + a')}{3} (\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - K_o e^{-\frac{(\theta - 2\pi/3)}{Q}}) \\ & - \frac{(2a' + a'')}{3} (\sin(\theta - \frac{5\pi}{6}) - Q \cos(\theta - \frac{5\pi}{6}) - K_o e^{-\frac{(\theta - 5\pi/6)}{Q}}) \end{aligned} \right] \\ \psi + \frac{5\pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \pi & i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R(1+Q2)} \left[- \frac{(2a' + a'')}{3} (\sin(\theta - \frac{5\pi}{6}) - Q \cos(\theta - \frac{5\pi}{6}) - K_o e^{-\frac{(\theta - 5\pi/6)}{Q}}) \right] \end{aligned}$$

I.3.3.3 Fonctionnement à 1 ou 0 thyristor conducteur

Au cours d'une demi-période des courants en ligne, le courant i_A prend successivement les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \psi < \theta < \psi + \alpha & i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R(1+Q2)} \left[\frac{(2a' + a'')}{3} (\sin\theta - Q \cos\theta - K_o e^{-\frac{\theta}{Q}}) \right] \\ \psi + \alpha < \theta < \psi + \frac{\pi}{6} & i_A = 0 \\ \psi + \frac{\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{\pi}{6} + \alpha & i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R(1+Q2)} \left[- \frac{(2a'' + a')}{3} (\sin(\theta - \frac{7\pi}{6}) - Q \cos(\theta - \frac{7\pi}{6}) - K_o e^{-\frac{(\theta - \pi/6)}{Q}}) \right] \\ \psi + \frac{\pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{2\pi}{6} & i_A = 0 \\ \psi + \frac{2\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{2\pi}{6} + \alpha & i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R(1+Q2)} \left[\frac{(a' - a'')}{3} (\sin(\theta - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) - K_o e^{-\frac{(\theta - \pi/3)}{Q}}) \right] \\ \psi + \frac{2\pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{3\pi}{6} & i_A = 0 \\ \psi + \frac{3\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{3\pi}{6} + \alpha & i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R(1+Q2)} \left[\frac{(a'' - a')}{3} (\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) - Q \cos(\theta - \frac{\pi}{2}) - K_o e^{-\frac{(\theta - \pi/2)}{Q}}) \right] \\ \psi + \frac{3\pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{4\pi}{6} & i_A = 0 \\ \psi + \frac{4\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{4\pi}{6} + \alpha & i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R(1+Q2)} \left[- \frac{(2a'' + a')}{3} (\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - K_o e^{-\frac{(\theta - 2\pi/3)}{Q}}) \right] \end{aligned}$$

$$\Psi + \frac{4\pi}{6} + \alpha < \theta < \Psi + \frac{5\pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\Psi + \frac{5\pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{5\pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R(1+Q^2)} \left[\frac{-(2a'+a'')}{3} (\sin(\theta - \frac{5\pi}{6}) - Q \cos(\theta - \frac{5\pi}{6})) - K_o e^{-\frac{(\theta - 5\pi/6)}{Q}} \right]$$

$$\Psi + \frac{5\pi}{6} + \alpha < \theta < \Psi + \pi \quad i_A = 0$$

Dans les expressions de i_A relatives aux trois modes de fonctionnement, les valeurs de K_o et K_p sont données par :

$$K_o = (\sin\Psi - Q\cos\Psi) e^{-\frac{\Psi}{Q}}$$

$$K_p = (\sin(\Psi - \pi) - Q\cos(\Psi - \pi)) e^{-\frac{\Psi}{Q}}$$

On a tracé les formes d'ondes du courant i_A lors du débit sur une charge purement inductive.

-D'abord pour Ψ_{\min} et les valeurs de Ψ correspondant au passage d'un mode de fonctionnement à l'autre (fig II.10).

-Puis pour des valeurs de Ψ correspondant aux trois modes de fonctionnement (fig II.11).

Les figures II.12 et II.13 donnent les formes d'ondes tracées dans les mêmes conditions pour un récepteur résistif et inductif caractérisé par $\cos\varphi = 0,60$.

On retrouve pour les courants en ligne, la remarque faite par R.BAUSIERE(8) pour les courants de sortie : dès que le récepteur est nettement inductif, les formes d'ondes diffèrent peu de celles obtenues pour une charge purement inductive.

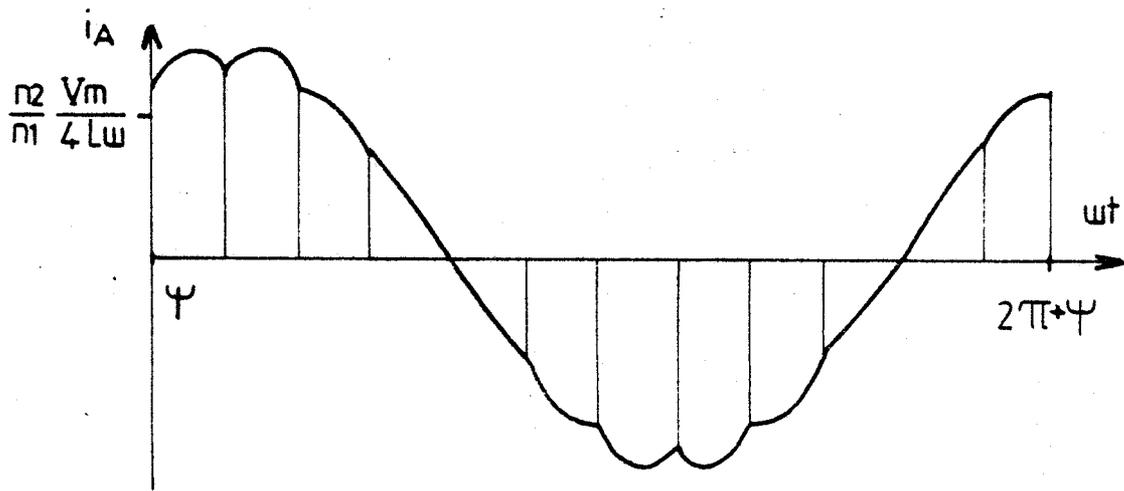
I.3.4 Caractéristiques

I.3.4.1. Analyse harmonique

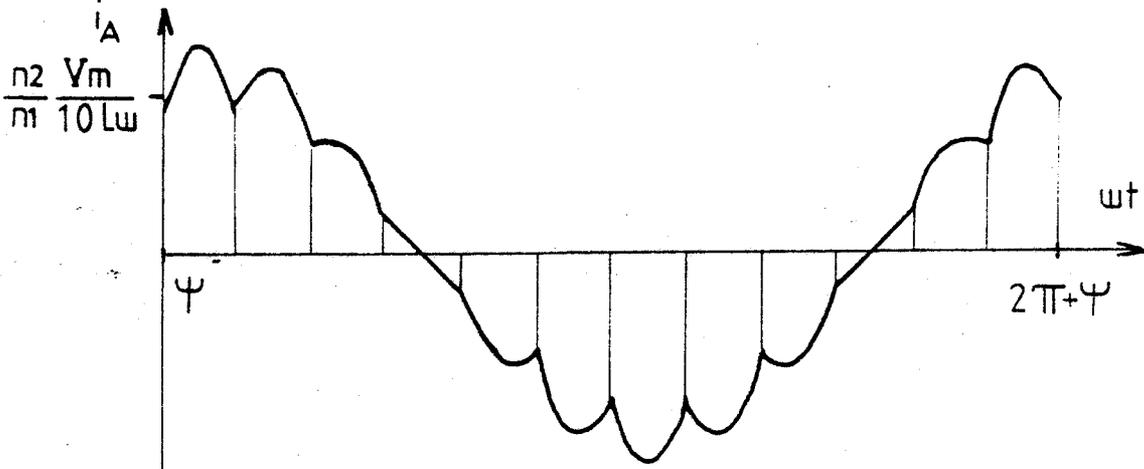
Quelle que soit la charge, l'onde du courant de ligne i_A de période $2\pi/\omega$ présente une symétrie de glissement, l'alternance négative est identique à l'alternance positive, au signe près : il n'y a pas d'harmonique pair dans le développement en série de Fourier. De plus, comme la somme $i_A + i_B + i_C$ est nulle, il ne peut y avoir d'harmoniques de rang égal à 3 ou à un multiple de 3 qui forment des systèmes homopolaires.

Les termes en sinus du développement en série de Fourier sont donnés par la relation

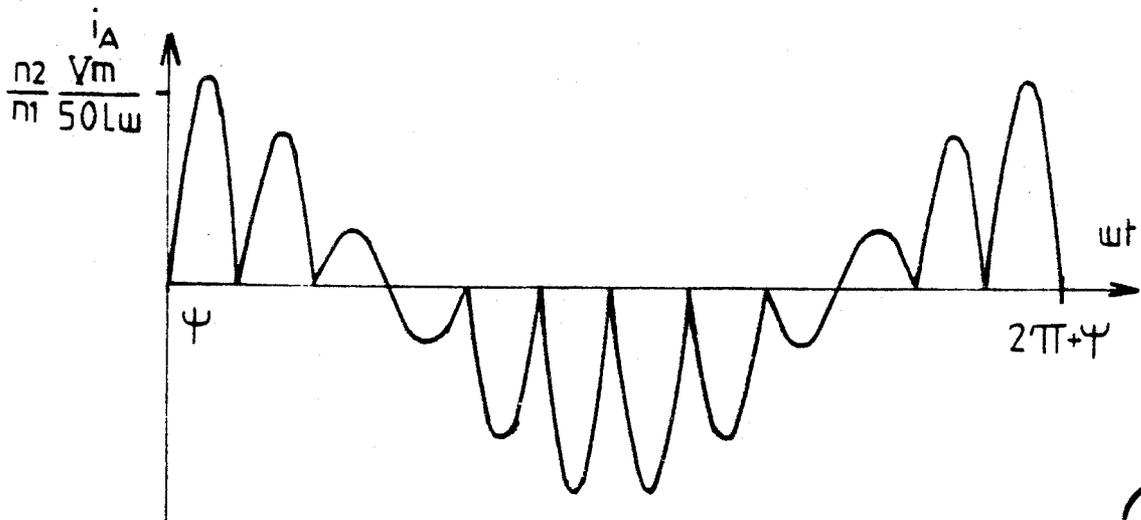
$$A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\pi} i_A(\theta) \sin(2k+1)\theta d\theta$$



Début du premier mode : $\psi = \psi_{\min} = 135^\circ$



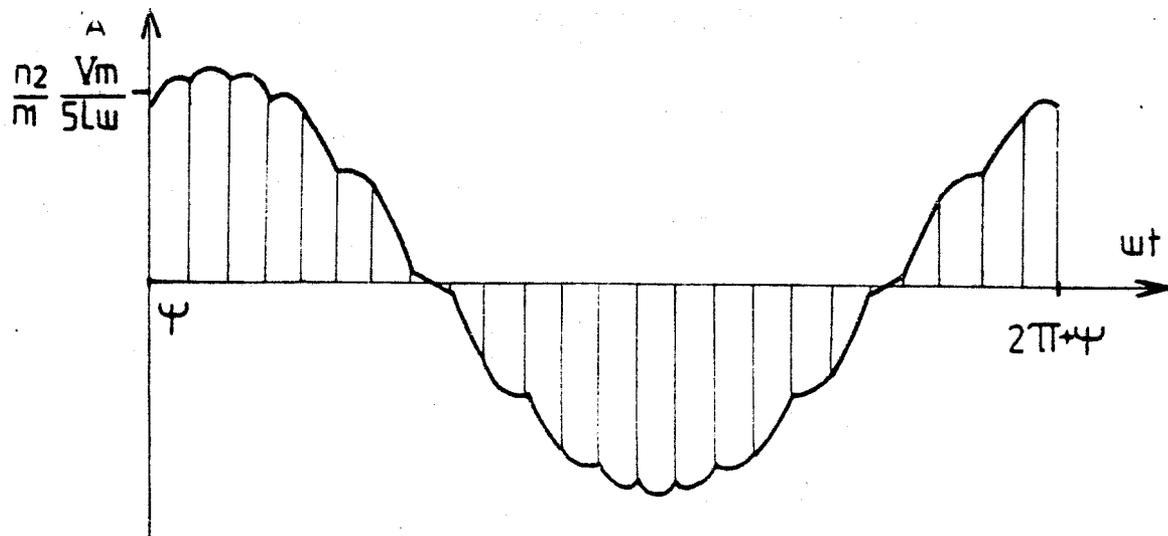
Passage du premier au 2ème mode : $\psi = 150^\circ$



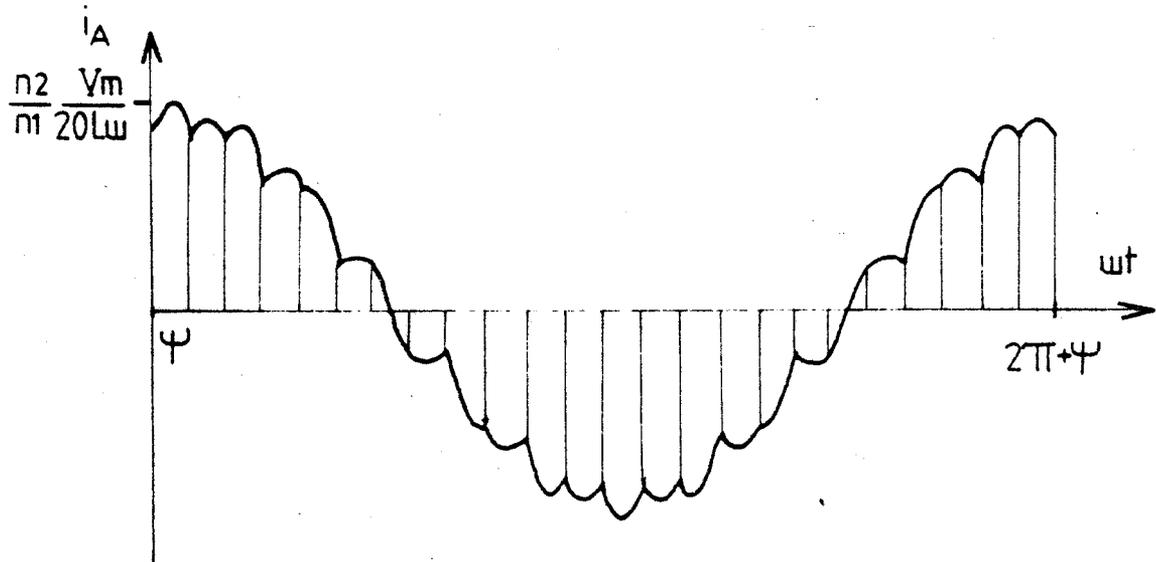
Passage du 2ème au 3ème mode : $\psi = 165^\circ$

figII.10

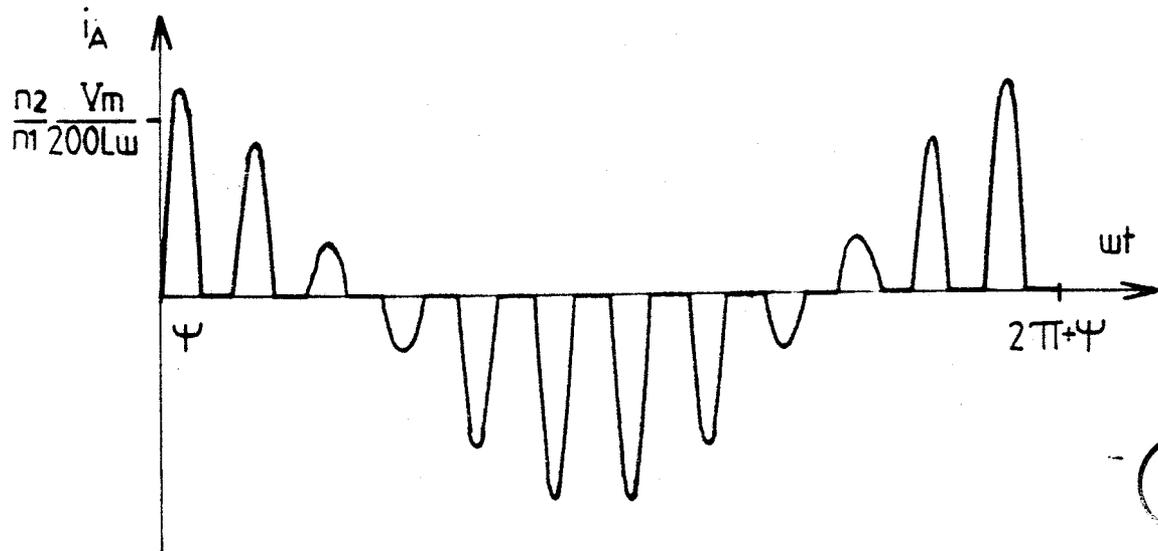




1er mode : $\psi = 142^{\circ},5$



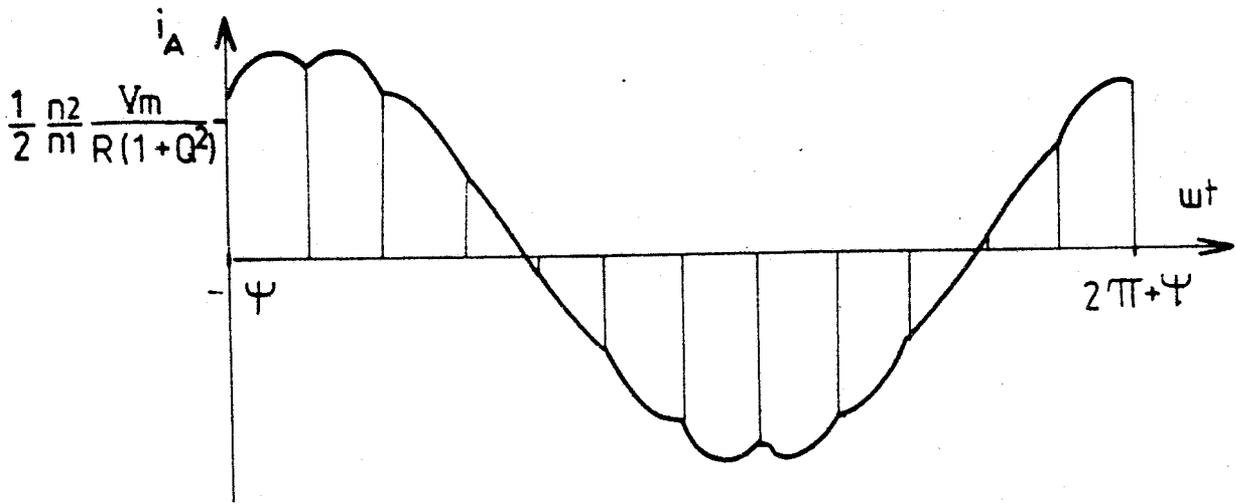
2ème mode : $\psi = 157^{\circ},5$



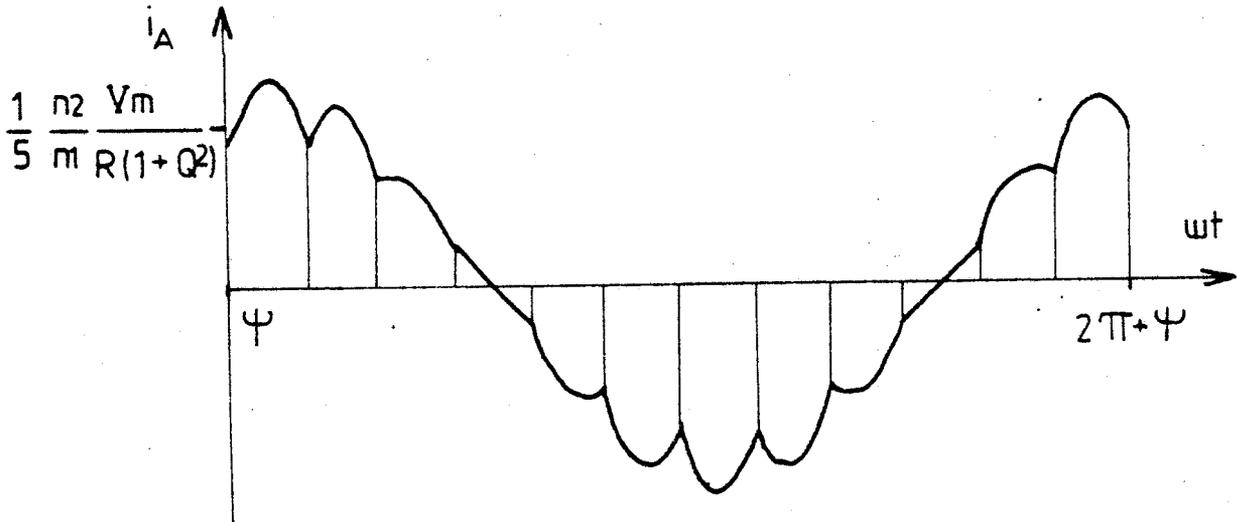
3ème mode : $\psi = 172^{\circ}$

Fig II.11

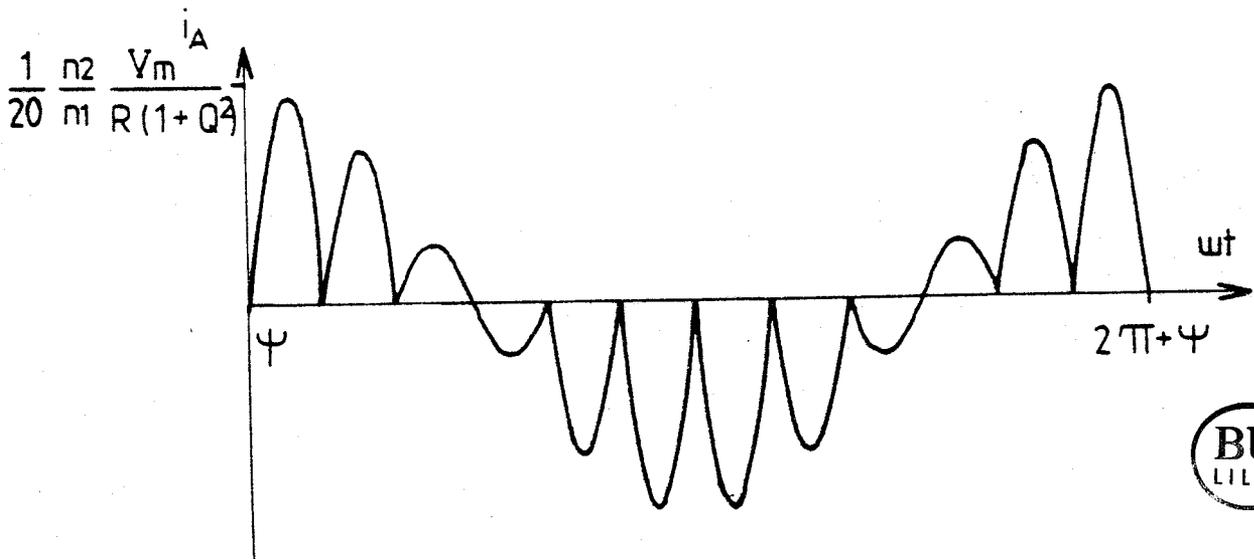




Début du 1er mode : $\Psi = \Psi_{\min} \approx 126^\circ$



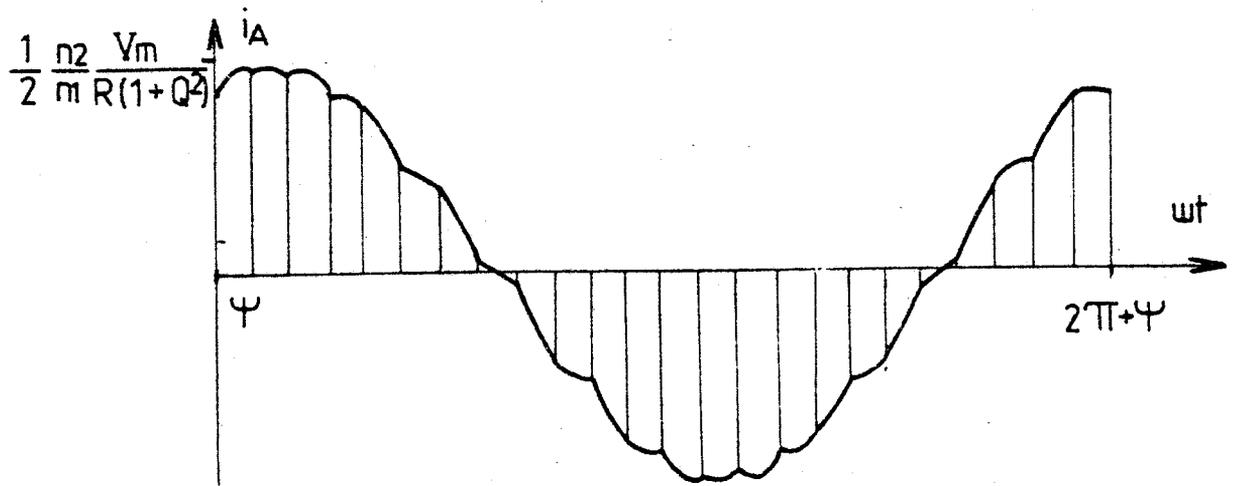
Passage du 1er au 2ème mode $\Psi: \approx 146,2^\circ$



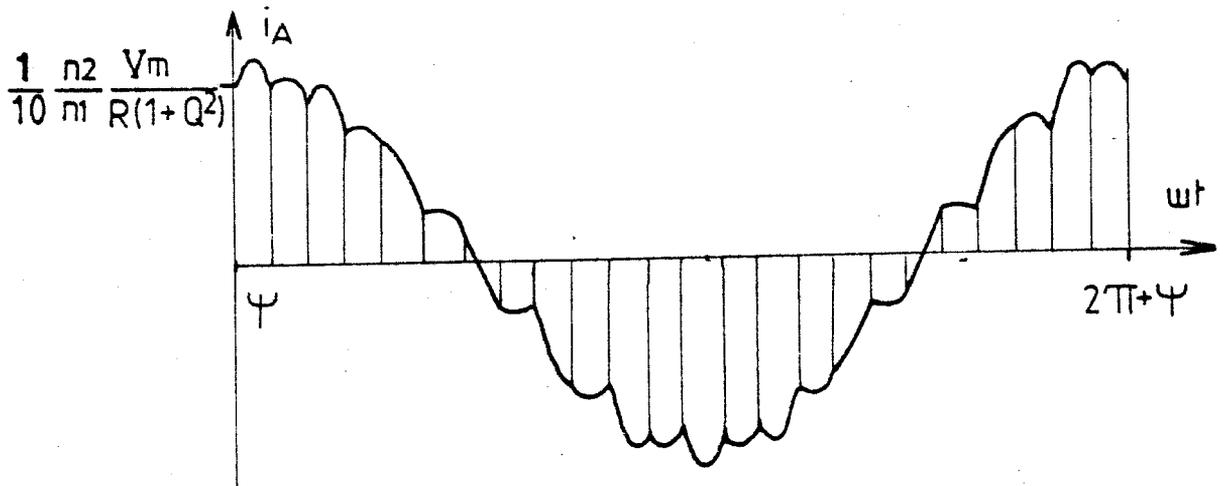
Passage du 2ème au 3ème mode $\Psi: \approx 164^\circ$

Fig II.12

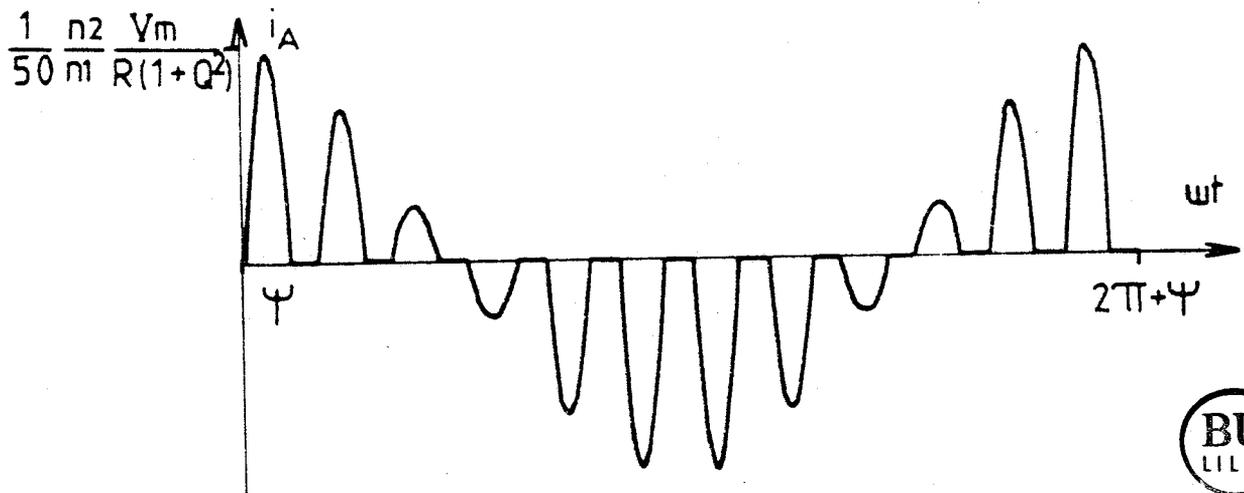




Début du 1er mode : $\psi = \psi_{\min} \approx 126^\circ$



Passage du 1er au 2ème mode : $\psi \approx 146,2$



Passage du 2ème au 3ème mode : $\psi \approx 164^\circ$

Fig.II.12



Les termes en cosinus sont donnés par

$$B_{2k+1} = \frac{2}{\Pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\Pi} i_A(\theta) \cos(2k+1)\theta d\theta$$

Les calculs étant très longs à établir et à présenter, nous avons utilisé un programme d'analyse harmonique utilisable sur microordinateur.

Les planches de caractéristiques II.1 et II.2 montrent les variations des amplitudes I_{1m} , I_{5m} , I_{7m} , I_{11m} du fondamental et des premiers harmoniques, lorsque Ψ va de Ψ_{\min} à Π , pour $\cos\varphi$ égal à 1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2 et 0. Les amplitudes I_{hm} sont rapportées à $\frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{Z}$, avec

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2} = R \sqrt{1 + Q^2}$$

Comme le faisaient prévoir les formes d'ondes des figures II.10 à II.13, les harmoniques ont une valeur relative très faible dès que $\cos\varphi$ s'écarte de l'unité.

I.3.4.2 Facteur de puissance en ligne

Le facteur de puissance en ligne F_L , qui caractérise à la fois l'importance des harmoniques et la consommation de puissance réactive, est défini par le rapport de la puissance active et de la puissance apparente à l'entrée du convertisseur.

Puisqu'on néglige toutes les pertes, la puissance active à l'entrée est égale à la puissance active à la sortie, on calcule F_L par

$$F_L = \frac{3R I'^2}{3 \frac{n_1}{n_2} \frac{V_m}{\sqrt{2}} I}$$

en désignant par I' la valeur efficace des trois courants de sortie, par I celle des trois courants d'entrée.

L'onde du courant de sortie i'_1 est formée de deux alternances identiques au signe près sur une période de Π , sa valeur efficace est donnée par la relation :

$$I'^2 = \frac{2}{\Pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\alpha} i_1'^2(\theta) d\theta$$

α étant l'angle de conduction des thyristors, sa valeur est donnée en fonction de l'angle d'amorçage Ψ pour différents $\cos\varphi$ sur la figure II.7.

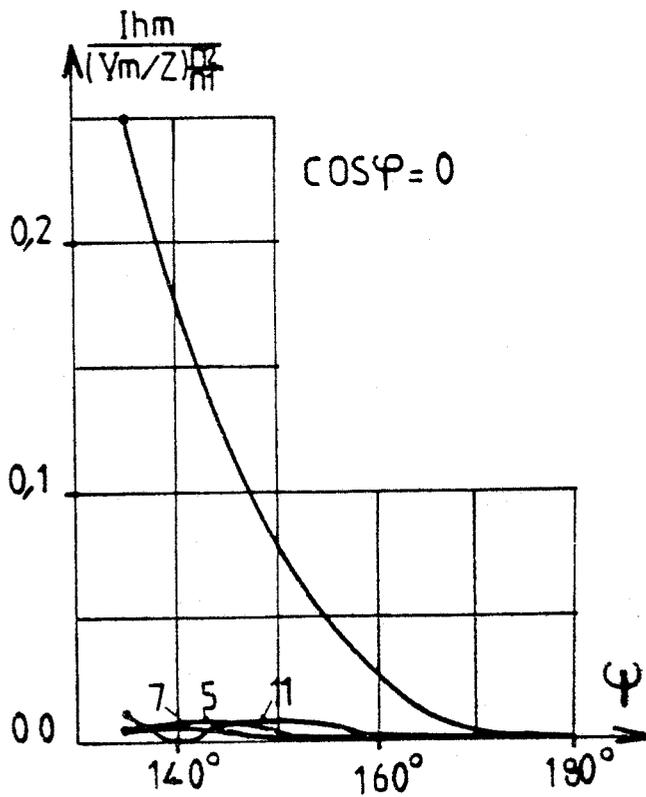
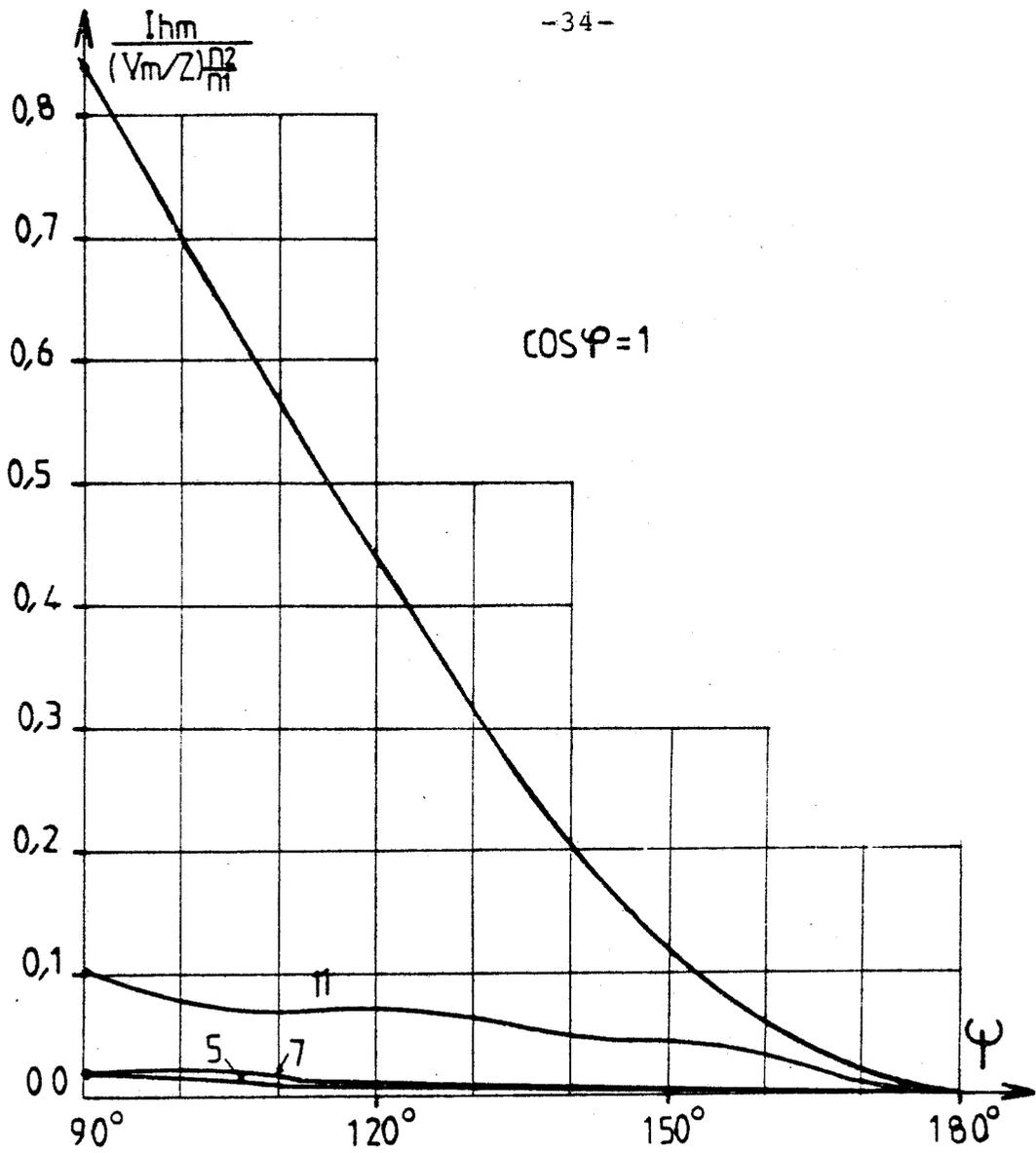


Planche II.1 . Amplitude du fondamental et des harmoniques des courants en ligne.

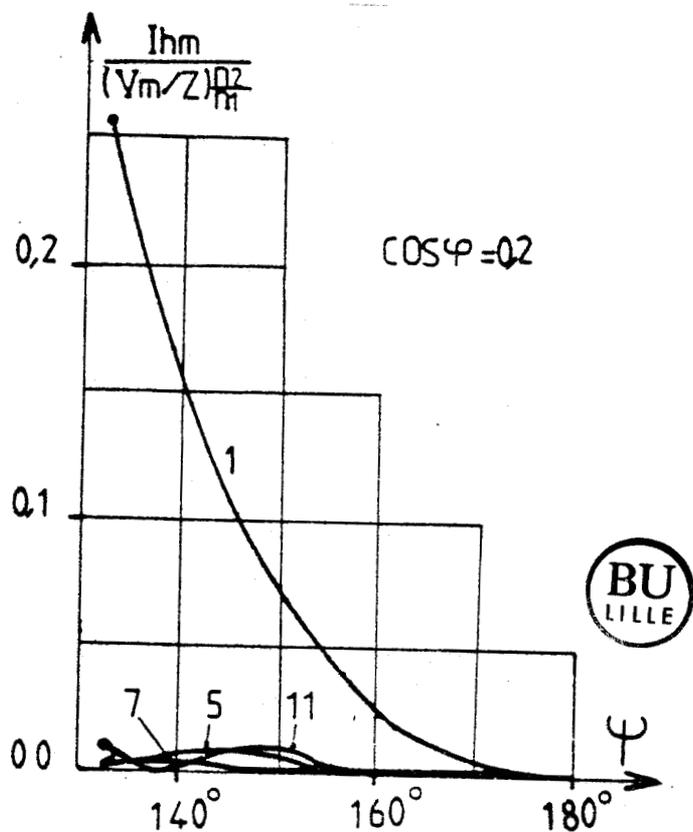
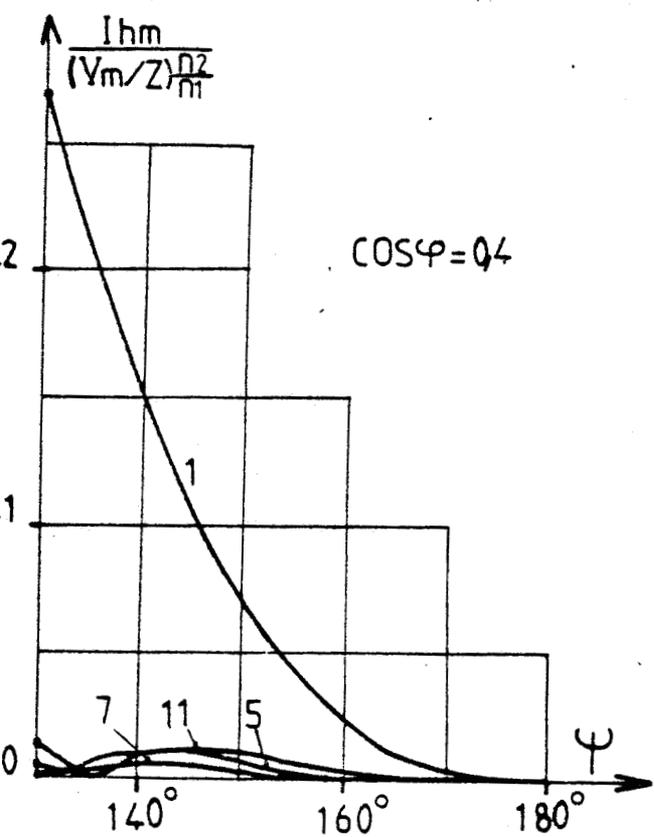
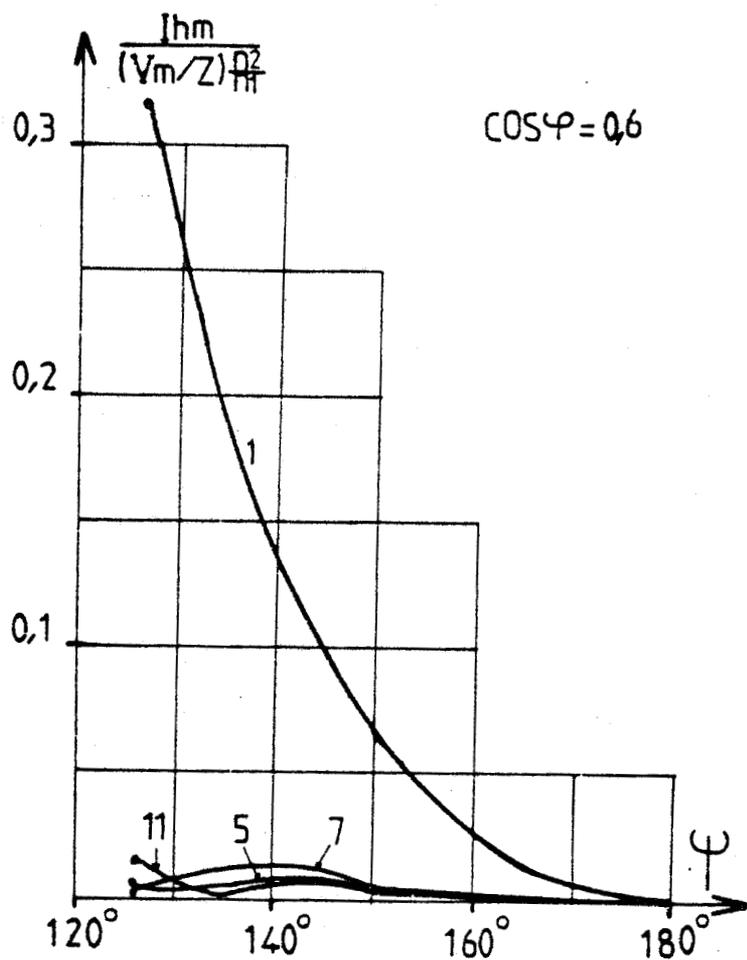
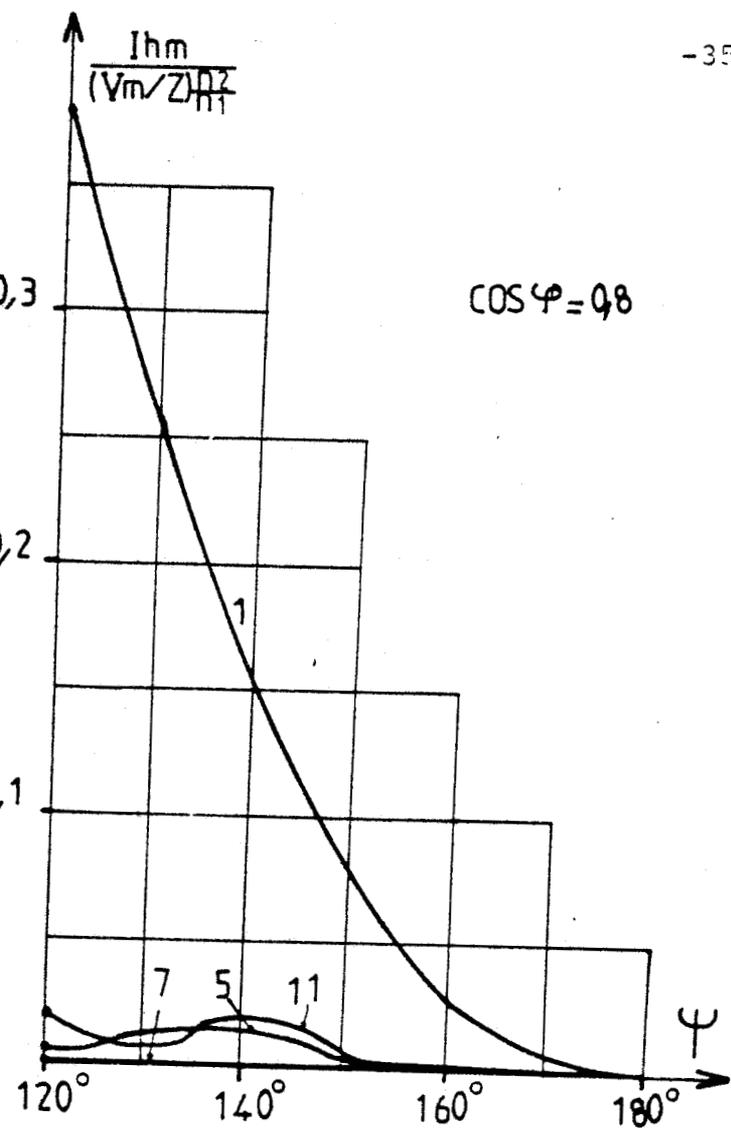


Planche II.2 Amplitude du fondamental et des harmoniques des courants en ligne (suite).

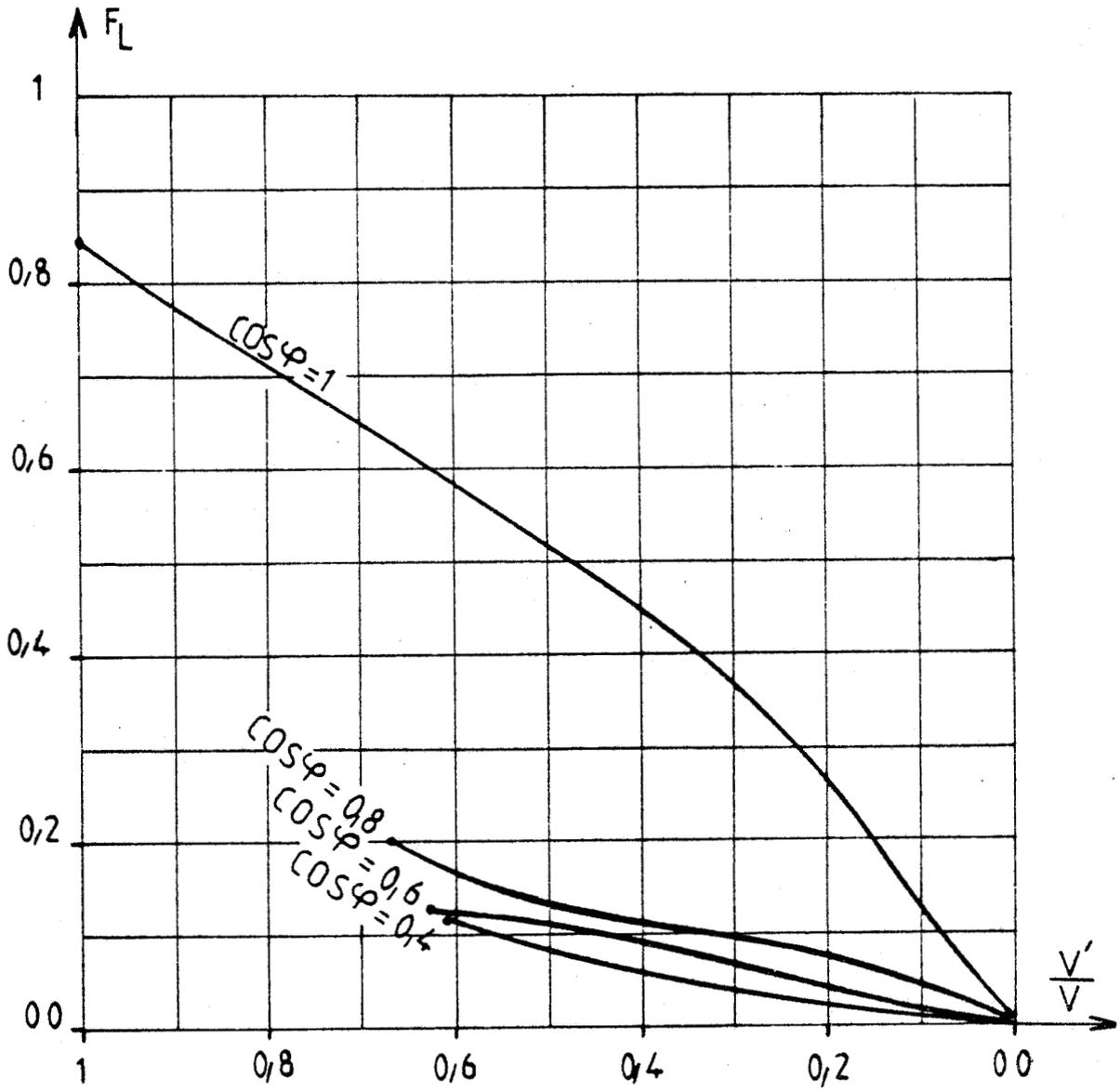


Planche II.3. Facteur de puissance à l'entrée.



$$I'^2 = \frac{2}{\pi} \left(\frac{n^2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q^2)} \right)^2 \int_{\Psi}^{\Psi+\alpha} \left\{ \sin\theta - Q\cos\theta - K_0 e^{-\frac{\theta}{Q}} \right\}^2 d\theta$$

ce qui donne :

$$I'^2 = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{n^2 V_m}{n_1 R(1+Q^2)} \right\}^2 \left[\begin{array}{l} \frac{(1+Q^2)}{2} \alpha + \frac{(Q^2-1)}{4} \{ \sin(2(\Psi+\alpha)) - \sin(2\Psi) \} \\ \frac{-Q}{2} \{ \cos(2\Psi) - \cos(2(\Psi+\alpha)) \} \\ \frac{-QK_0}{2} \left\{ \left(e^{-\frac{2(\Psi+\alpha)}{Q}} - e^{-\frac{2\Psi}{Q}} \right) \right\} \\ -2K_0 Q e^{-\frac{\Psi}{Q}} \left\{ \sin\Psi - e^{-\frac{\alpha}{Q}} \sin(\Psi+\alpha) \right\} \end{array} \right]$$

. L'onde du courant d'entrée i_A est formée de 12 portions de courbes différentes par alternance. La valeur efficace I est calculée numériquement à l'aide du programme qui donne le contenu harmonique.

Les courbes de la planche II.3 montrent les variations de F_L en fonction de la valeur relative V'/V de la tension efficace de sortie pour $\cos\varphi = 1; 0,8; 0,6$ et $0,4$. Pour $\cos\varphi = 1$, à Ψ égale à Ψ_{\min} ou à $V'=V_m/\sqrt{2}$, le facteur de puissance est égal à $0,836$; il diminue évidemment avec V'/V . Quand $\cos\varphi$ s'écarte de l'unité, le facteur de puissance diminue très rapidement : la consommation de réactif est la cause principale de cette réduction puisqu'on a vu que le taux d'harmoniques était faible.

II DOUBLEUR TRIPHASE DE LA FAMILLE GÉNÉRALE AVEC SUPPRESSION DU CONDUCTEUR NEUTRE.

II.1. Schéma : limitation de l'intervalle d'étude

Pour améliorer les performances des multiplicateurs de fréquence de la famille générale, notamment en supprimant les harmoniques 3 des tensions de sortie, on peut supprimer le conducteur reliant le neutre du récepteur au neutre du secondaire du transformateur. Pour le doubleur de fréquence, cela donne le schéma de principe de la figure II.14.

Les six tensions $v_{1A}, v_{2A}, v_{3A}, v_{1B}, v_{2B}, v_{3B}$ et leurs inverses peuvent être obtenues avec le même procédé que celui illustré par les figures II. 3 et II.4.

Les thyristors sont également déclenchés de $\frac{\pi}{6}$ en $\frac{\pi}{6}$, dans le même ordre que celui du doubleur de la famille générale :

$$\text{Th}_{1A}, \text{Th}_{3B}, \text{Th}_{2A}, \text{Th}'_{1B}, \text{Th}_{3A}, \text{Th}'_{2B}$$

$$\text{Th}'_{1A}, \text{Th}'_{3B}, \text{Th}'_{2A}, \text{Th}_{1B}, \text{Th}'_{3A}, \text{Th}_{2B}$$

L'identité, à un déphasage près, des grandeurs de même nature permet de réduire l'intervalle d'étude du fonctionnement.

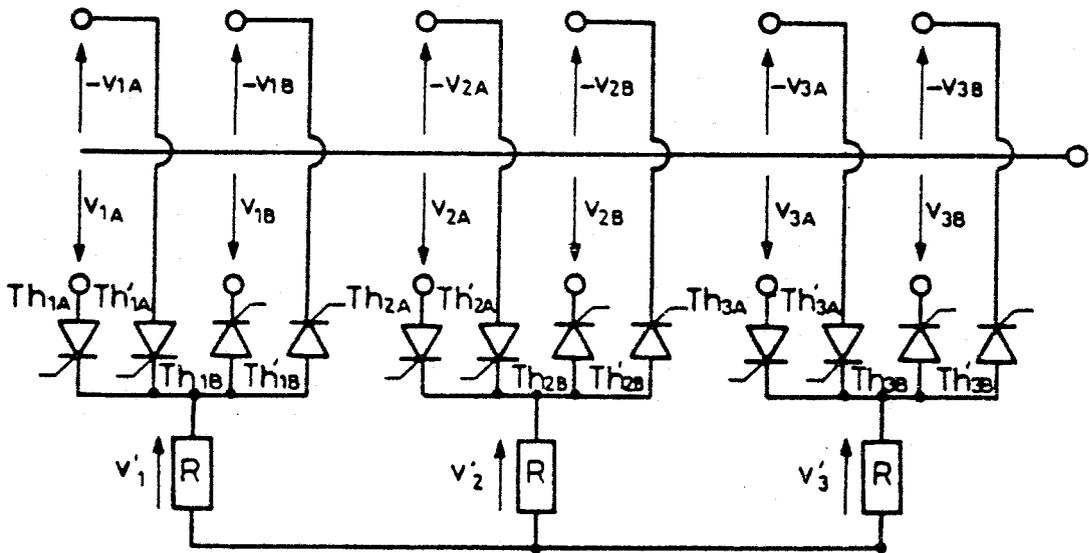


Figure II.14.

Tensions de sortie. Courants de sortie

Quand le thyristor Th_{1A} conduit la tension v'_1 a la même expression que v'_2 quand Th_{2A} conduit ou v'_3 quand Th_{3A} conduit, or ces trois intervalles de conduction sont décalés entre eux de $\frac{\pi}{3}$.

On peut écrire

$$v'_1(\omega t) = v'_2(\omega t + \frac{\pi}{3}) = v'_3(\omega t + \frac{2\pi}{3}).$$

ou encore, ces trois tensions ayant une période égale à $\frac{2\pi}{2\omega}$

$$v'_1(\omega t + \frac{2\pi}{3}) = v'_2(\omega t + \pi) = v'_2(\omega t)$$

$$v'_1(\omega t + \frac{\pi}{3}) = v'_3(\omega t + \pi) = v'_3(\omega t)$$

De plus v'_1, v'_2, v'_3 ont leurs alternances négatives et positives identiques, au signe près :

$$v'_1(\omega t) = -v'_1(\omega t \pm \frac{\pi}{2})$$

$$v'_2(\omega t) = -v'_2(\omega t \pm \frac{\pi}{2})$$

$$v'_3(\omega t) = -v'_3(\omega t \pm \frac{\pi}{2})$$

(II.2)

des relations II.1. et II.2. on déduit :

$$v'_1(\omega t) = v'_1(\omega t)$$

$$v'_1(\omega t + \frac{\pi}{6}) = -v'_2(\omega t).$$

$$\begin{aligned}
 v'_1(\omega t + \frac{2\pi}{6}) &= v'_3(\omega t) \\
 v'_1(\omega t + \frac{3\pi}{6}) &= -v'_1(\omega t) \\
 v'_1(\omega t + \frac{4\pi}{6}) &= v'_2(\omega t) \\
 v'_1(\omega t + \frac{5\pi}{6}) &= -v'_3(\omega t)
 \end{aligned}
 \tag{II.3}$$

En connaissant v'_1, v'_2, v'_3 pour ωt , on en déduit v'_1 pour $\omega t + \frac{\pi}{6}, \omega t + \frac{2\pi}{6}, \omega t + \frac{3\pi}{6} + \dots$. Il suffit donc d'étudier le fonctionnement pendant un sixième de la période des tensions de sortie ou un douzième de la période des tensions d'entrée.

Les courants i'_1, i'_2, i'_3 dans les trois phases de la charge vérifient les mêmes relations de périodicité et de symétrie des alternances que les tensions v'_1, v'_2, v'_3 . On pourra donc déduire les expressions de ces courants tout au long de leur période de la seule étude d'un sixième de celle-ci.

$$\begin{aligned}
 i'_1(\omega t + \frac{\pi}{6}) &= -i'_2(\omega t) \\
 i'_1(\omega t + \frac{2\pi}{6}) &= i'_3(\omega t) \\
 i'_1(\omega t + \frac{3\pi}{6}) &= -i'_1(\omega t) \dots
 \end{aligned}
 \tag{II.4}$$

Tensions aux bornes des thyristors

Les tensions aux bornes des thyristors ont pour période $\frac{2\pi}{\omega}$ et sont décalées de $\frac{\pi}{6}$ les unes par rapport aux autres :

$$v_{Th1A}(\omega t) = v_{Th3B}(\omega t + \frac{\pi}{6}) = v_{Th2A}(\omega t + \frac{2\pi}{6})$$

De plus $v_{Th1A}(\omega t) = -v_{Th'1A}(\omega t) = v_{Th1A}(\omega t + \pi)$.

Il suffit donc de connaître les tensions aux bornes de six thyristors pendant un sixième de la période des tensions de sortie, pour pouvoir exprimer la tension aux bornes d'un thyristor tout ou long de sa période.

Courants dans la ligne d'alimentation

Pour des raisons de symétrie les courants en ligne i_A, i_B et i_C forment un système triphasé équilibré ; il suffit donc de connaître ces courants sur un intervalle de $\frac{2\pi}{3}$ pour déterminer leur évolution sur une période complète de $2\pi/\omega$.

II.2 Fonctionnement et expressions des variables

II.2.1. Débit sur résistance pure

Lors du débit sur trois résistances pures d'égale valeur R, quand l'angle d'amorçage ψ augmente, trois modes de fonctionnement se succèdent (8) :

Pour le premier mode, il y a tantôt trois thyristors passants, tantôt deux

Pour le deuxième mode, il y en a toujours deux thyristors passants

Pour le troisième mode, il y a tantôt deux thyristors passants, tantôt zéro.

II.2.1.1. Fonctionnement suivant le premier mode.

Intervalle à trois thyristors passants

Quand Th_{1A} est débloqué pour $\theta = \psi$, alors que Th'_{3A} et Th_{2B} sont encore conducteurs, un intervalle à trois redresseurs passants débute.

Des relations :

$$\begin{aligned} v'_1 &= v_{1A} - v_{2B} + v'_2 \\ v'_2 &= v_{2B} + v_{3A} + v'_3 \\ v'_1 + v'_2 + v'_3 &= 0 \end{aligned}$$

On déduit :

$$\begin{aligned} v'_1 &= \frac{2}{3} v_{1A} - \frac{1}{3} v_{2B} + \frac{1}{3} v_{3A} \quad \text{avec} \quad v_{1A} = V_m \sin \theta \\ v'_2 &= \frac{2}{3} v_{2B} + \frac{1}{3} v_{3A} - \frac{1}{3} v_{1A} \quad v_{2B} = V_m \sin(\theta - \frac{5\pi}{6}) \\ v'_3 &= -\frac{1}{3} v_{1A} - \frac{1}{3} v_{2B} - \frac{2}{3} v_{3A} \quad v_{3A} = V_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \end{aligned}$$

qu'on peut mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} v'_1 &= V_m (A_1 \sin \theta - B_1 \cos \theta) \\ v'_2 &= V_m (A_2 \sin \theta - B_2 \cos \theta) \\ v'_3 &= V_m (A_3 \sin \theta - B_3 \cos \theta) \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{3} (2 + \cos \frac{\pi}{6} - \cos \frac{2\pi}{6}) & B_1 &= \frac{1}{3} (\sin \frac{2\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6}) \\ A_2 &= \frac{1}{3} (-2 \cos \frac{\pi}{6} - \cos \frac{2\pi}{6} - 1) & B_2 &= \frac{1}{3} (2 \sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{2\pi}{6}) \\ A_3 &= \frac{1}{3} (2 \cos \frac{2\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} - 1) & B_3 &= \frac{1}{3} (-\sin \frac{\pi}{6} - 2 \sin \frac{2\pi}{6}) \end{aligned}$$

Pendant cet intervalle,

$$\begin{aligned} v_{Th1A} &= 0 ; v_{Th'3A} = 0 ; v_{Th2B} = 0 ; v_{Th'1A} = -2v_{1A} ; v_{Th'2B} = 2v_{2B} ; \\ v_{Th1B} &= v_{1A} - v_{1B} ; v_{Th'1B} = v_{1A} + v_{1B} ; v_{Th2A} = v_{2A} - v_{2B} ; \\ v_{Th'2A} &= -(v_{2A} + v_{2B}) ; v_{Th3A} = 2v_{3A} ; v_{Th3B} = -(v_{3A} + v_{3B}) ; v_{Th'3B} = v_{3B} - v_{3A} \end{aligned}$$

Les courants i'_1 , i'_2 et i'_3 sont donnés par :

$$i'_1 = \frac{v'_1}{R} ; i'_2 = \frac{v'_2}{R} ; i'_3 = \frac{v'_3}{R}$$

Le premier de ces trois courants à s'annuler est $i'_{3A} = \frac{v'_{3A}}{R}$, le thyristor Th'_{3A} se bloque pour θ telque :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{B_3}{A_3} \text{ soit pour } \theta = 111,208^\circ.$$

. Intervalle à deux thyristors passants

Pour θ supérieur à $111,208^\circ$, seuls Th_{1A} et Th_{2B} conduisent, le courant i'_1 débité par Th_{1A} revient par Th_{2B} .

$$v'_1 = -v'_2 ; i'_1 = -i'_2 \text{ et } v'_3 = 0 ; i'_3 = 0$$

$$v'_1 = -v'_2 = \frac{v_{1A} - v_{2B}}{2} = \frac{V_m}{2} (\sin\theta - \sin(\theta - \frac{5\pi}{6})) = \frac{V_m}{2} (A_4 \sin\theta - B_4 \cos\theta)$$

$$\text{avec } A_4 = \frac{1}{2} (1 + \cos \frac{\pi}{6}) \text{ et } B_4 = -\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6}$$

Pendant cet intervalle,

$$v_{Th1A} = 0 ; v_{Th2B} = 0 ; v_{Th'1A} = -2v_{1A} ; v_{Th1B} = v_{1A} - v_{1B} ; v_{Th'1B} = v_{1A} + v_{1B} ; v_{Th2A} = v_{2A} - v_{2B} ; v_{Th'2A} = -(v_{2A} + v_{2B}) ; v_{Th'2B} = 2v_{2B} ; v_{Th3A} = \frac{(v_{1A} + v_{2B}) + v_{3A}}{2} ;$$

$$v_{Th'3A} = \frac{-(v_{1A} + v_{2B}) - v_{3A}}{2} ; v_{Th3B} = \frac{(3v_{2B} - v_{1A})}{2} - v_{3B} ; v_{Th'3B} = \frac{(3v_{2B} - v_{1A})}{2} - v_{3B}$$

. Limites de ce mode de fonctionnement

-L'angle ψ doit être suffisant pour qu'il n'y ait pas plus d'un thyristor conducteur par phase de sortie. Dans le cas contraire les enroulements secondaires seraient court-circuités.

Avant d'amorcer Th_{1A} , il faut attendre que Th_{1B} soit éteint, or ce thyristor se bloque $\frac{\pi}{6}$ avant Th'_{3A} donc pour

$$\theta = 111^\circ, 208' - 30^\circ = 81^\circ, 208'$$

$$\text{donc } \psi_{\min} = 81^\circ, 208'$$

-Le premier mode de fonctionnement cesse quand l'intervalle à trois thyristors passants disparaît.

D'où la valeur $\psi_{1,2}$ de ψ pour laquelle on passe du premier au second mode de fonctionnement :

$$\psi_{1,2} = 111^\circ, 208'$$

II.2.1.2 Fonctionnement suivant le deuxième mode

Quand ψ devient supérieur à $\psi_{1,2}$, le nombre de redresseurs en débit simultané reste constant et égal à deux, mais leur intervalle de conduction se décale.

Pour $\psi < \theta < \psi + \frac{\pi}{6}$ Th_{1A} et Th_{2B} conduisent ensemble :

$$v'_1 = -v'_2 = \frac{v_{1A} - v_{2B}}{2} = V_m(A_4 \sin\theta - B_4 \cos\theta) ; v'_3 = 0$$

$$i'_1 = -i'_2 = \frac{v'_1}{R}$$

Aux bornes des thyristors on enregistre les mêmes tensions que lors de la conduction de ces deux thyristors pendant le premier mode de fonctionnement.

Ce mode de fonctionnement cesse quand i'_1 et i'_2 s'annulent à la fin de l'intervalle $\Psi + \frac{\pi}{6}$. La valeur limite $\Psi_{2,3}$ correspondant au passage du deuxième mode au troisième mode de fonctionnement est telle que :

$$v_{1A}(\Psi_{2,3} + \frac{\pi}{6}) = v_{2B}(\Psi_{2,3} + \frac{\pi}{6}) \text{ donc } \sin(\Psi_{2,3} + \frac{\pi}{6}) = \sin(\Psi_{2,3} - \frac{4\pi}{6})$$

ce qui donne $\Psi_{2,3} = 135^\circ$

II.2.1.3 Fonctionnement suivant le troisième mode

Lorsque Ψ est compris entre 135° et 165° , il y a tantôt deux, tantôt zéro thyristors conducteurs. Ce fonctionnement nécessite même en régime établi, la commande des thyristors par des signaux d'une largeur supérieure ou égale à $\frac{\pi}{6}$ ou bien l'envoi d'impulsions de confirmation.

Th_{1A} doit rentrer en conduction pour $\theta = \Psi$ et $\theta = \Psi + \frac{\pi}{6}$

Th_{3B} pour $\theta = \Psi + \frac{\pi}{6}$ et $\theta = \Psi + \frac{2\pi}{6}$

.Pour $\Psi < \theta < 165^\circ$ Th_{1A} et Th_{2B} conduisent

Les tensions de sortie v'_1, v'_2, v'_3 et les tensions aux bornes des thyristors sont les mêmes que celles indiquées au paragraphe précédent.

.Pour $165^\circ < \theta < \Psi + \frac{\pi}{6}$ aucun redresseur ne conduit :

$$v'_1 = v'_2 = v'_3 = 0 ; i'_1 = i'_2 = i'_3 = 0$$

Si on suppose égales les résistances internes des thyristors, ils auront à leurs bornes les tensions suivantes :

$$v_{Th1A} = v_{1A} ; v_{Th2B} = -v_{2B} ; v_{Th'1A} = -v_{1A} ; v_{Th1B} = -v_{1B} ;$$

$$v_{Th'1B} = v_{1B} ; v_{Th2A} = v_{2A} ; v_{Th'2A} = v_{2A} ; v_{Th'2B} = v_{2B} ;$$

$$v_{Th3A} = v_{3A} ; v_{Th'3A} = -v_{3A} ; v_{Th3B} = -v_{3B} ; v_{Th'3B} = -v_{3B}$$

Mais de toute façon, la tension aux bornes d'un thyristor ne peut excéder l'amplitude de la tension composée $3V_m$, correspondant aux quatre tensions simples alimentant le même groupe de thyristors. La figure II.15 montre, par exemple la tension v_1 pour un angle d'amorçage $\Psi = \frac{\pi}{2}$ qui correspond à un fonctionnement suivant le premier mode et à un angle α de débit de trois thyristors de 21° .

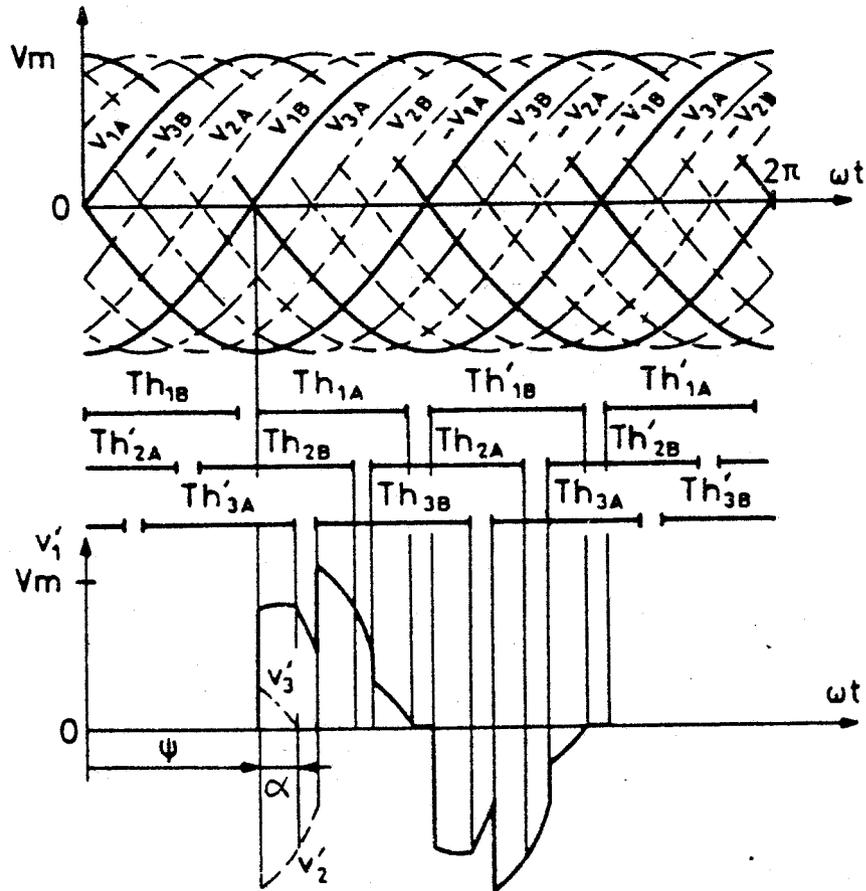


Fig II.15.

II.2.2 Débit sur inductance pure

Lorsqu'on débite sur un récepteur résistant et inductif et a fortiori sur trois inductances pures L , le second mode de fonctionnement disparaît car les courants i'_1 , i'_2 , i'_3 ne peuvent subir de discontinuité.

On passe directement du premier au troisième mode.

II.2.2.1 Fonctionnement suivant le premier mode

Intervalle à trois thyristors conducteurs

Pour $\theta = \psi$, on débloque Th_{1A} alors que Th_{2B} et Th'_{3A} conduisent encore : les trois thyristors conduisent simultanément les tensions v'_1 , v'_2 et v'_3 ainsi que les tensions aux bornes des thyristors sont données par les mêmes relations que lors du débit sur résistance pure.

Les courants i'_1 , i'_2 et i'_3 se déduisent des tensions à partir des relations :

$$v'_1 = \frac{L di'_1}{dt} ; v'_2 = \frac{L di'_2}{dt} ; v'_3 = \frac{L di'_3}{dt}$$

ce qui donne :

$$i'_1 = \frac{-V_m}{L\omega} (A_1 \cos\theta + B_1 \sin\theta - I_1)$$

$$i'_2 = \frac{-V_m}{L\omega} (A_2 \cos\theta + B_2 \sin\theta - I_2)$$

$$i'_3 = \frac{-V_m}{L\omega} (A_3 \cos\theta + B_3 \sin\theta - I_3)$$

où I_1, I_2, I_3 sont trois constantes d'intégration. Cet intervalle se termine lorsque, pour $\theta = \Psi + \alpha$, i'_3 passe par zéro et seuls Th_{1A} et Th_{2B} restent conducteurs.

Intervalle à deux thyristors conducteurs

Les tensions v'_1, v'_2, v'_3 et les tensions aux bornes des thyristors sont encore les mêmes que pendant le débit sur charge purement résistive.

$v'_1 = -v'_2 = \frac{v_1 A - v_2 B}{2} = V_m (A_4 \sin\theta - B_4 \cos\theta)$; $v'_3 = 0$
 d'où les courants $i'_1 = -i'_2 = \frac{-V_m}{L\omega} (A_4 \cos\theta + B_4 \sin\theta - I_4)$; $i'_3 = 0$.
 Cet intervalle se termine pour $\theta = \Psi + \frac{\pi}{6}$ lorsqu'on débloque Th_{3B} .

Calcul des constantes d'intégration

On détermine I_1 en écrivant que le courant i'_1 est nul à l'instant correspondant à $\theta = \Psi$ où on débloque Th_{1A}

$$\text{donc } I_1 = (A_1 \cos\Psi + B_1 \sin\Psi)$$

On détermine I_4 en écrivant que la valeur du courant i'_1 est la même à la fin de l'intervalle à trois thyristors conducteurs et au début de l'intervalle à deux thyristors passants.

$$\frac{-V_m}{L\omega} (A_1 \cos(\Psi + \alpha) + B_1 \sin(\Psi + \alpha) - I_1) = \frac{-V_m}{L\omega} (A_4 \cos(\Psi + \alpha) + B_4 \sin(\Psi + \alpha) - I_4)$$

Ce qui donne $I_4 = (A_4 - A_1) \cos(\Psi + \alpha) + (B_4 - B_1) \sin(\Psi + \alpha) + I_1$

On détermine I_2 en écrivant que $i'_2(\Psi) = -i'_1(\Psi + \frac{\pi}{6})$

$$\frac{-V_m}{L\omega} (A_2 \cos\Psi + B_2 \sin\Psi - I_2) = \frac{V_m}{L\omega} (A_4 \cos(\Psi + \frac{\pi}{6}) + B_4 \sin(\Psi + \frac{\pi}{6}) - I_4)$$

Ce qui donne $I_2 = A_4 \cos(\Psi + \frac{\pi}{6}) + B_4 \sin(\Psi + \frac{\pi}{6}) + A_2 \cos\Psi + B_2 \sin\Psi - I_4$ (II,5)

la constante I_3 se déduit de la relation $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

ce qui donne $I_3 = -(I_2 + I_1)$.

Détermination de l'angle α de conduction simultanée des trois thyristors

La durée $\frac{\alpha}{\omega}$ du premier intervalle intervient dans l'expression de I_4 , donc dans celles de I_2 et I_3 . Pour trouver α on écrit que, au changement d'intervalle, le courant i'_2 ne peut subir de discontinuité:

$$\frac{-V_m}{L\omega} (A_2 \cos(\Psi + \alpha) + B_2 \sin(\Psi + \alpha) - I_2) = \frac{V_m}{L\omega} (A_4 \cos(\Psi + \alpha) + B_4 \sin(\Psi + \alpha) - I_4)$$

d'où $(I_2 + I_4) = (A_4 + A_2) \cos(\Psi + \alpha) + (B_2 + B_4) \sin(\Psi + \alpha)$

- Or la relation (II.5) permet de déterminer $I_2 + I_4$:

$$(I_2 + I_4) = A_2 \cos \Psi + B_2 \sin \Psi + A_4 \cos(\Psi + \alpha) + B_4 \sin(\Psi + \alpha)$$

En égalant les deux expressions de $I_2 + I_4$ il vient :

$$(A_2 + A_4) \cos(\Psi + \alpha) + (B_2 + B_4) \sin(\Psi + \alpha) = A_2 \cos \Psi + B_2 \sin \Psi + A_4 \cos(\Psi + \alpha) + B_4 \sin(\Psi + \alpha)$$

Cette équation permet de déterminer α pour chaque valeur de Ψ .

. Limites de ce mode de fonctionnement

- Si $\alpha = \frac{\pi}{6}$ on a toujours trois thyristors conducteurs, Ψ est égal à sa valeur minimale. Au-dessous, on court-circuiterait deux phases secondaires du transformateur.

On obtient donc Ψ_{\min} en faisant $\alpha = \frac{\pi}{6}$ dans l'équation reliant Ψ à α .

$$(A_2 + A_4) \cos(\Psi_{\min} + \frac{\pi}{6}) + (B_2 + B_4) \sin(\Psi_{\min} + \frac{\pi}{6}) =$$

$$A_2 \cos \Psi_{\min} + A_4 \cos(\Psi_{\min} + \frac{\pi}{6}) + B_2 \sin \Psi_{\min} + B_4 \sin(\Psi_{\min} + \frac{\pi}{6})$$

$$\text{On en déduit } A_2 \sin(\Psi_{\min} + \frac{\pi}{12}) = B_2 \cos(\Psi_{\min} + \frac{\pi}{12})$$

$$\text{et } \Psi_{\min} = \text{Arctg } \frac{B_2}{A_2} - \frac{\pi}{12} = 150^\circ - 15^\circ = 135^\circ$$

- Si $\alpha = 0$, on aura toujours deux thyristors conducteurs, d'où la valeur $\Psi_{1,3}$ de Ψ marquant le passage du premier au troisième mode de fonctionnement :

$$(A_2 + A_4) \cos(\Psi_{1,3}) + (B_2 + B_4) \sin(\Psi_{1,3}) =$$

$$A_2 \cos \Psi_{1,3} + B_2 \sin \Psi_{1,3} + A_4 \cos(\Psi_{1,3} + \frac{\pi}{6}) + B_4 \sin(\Psi_{1,3} + \frac{\pi}{6})$$

$$\text{ce qui donne } A_4 (\cos(\Psi_{1,3} + \frac{\pi}{6}) - \cos \Psi_{1,3}) + B_4 (\sin(\Psi_{1,3} + \frac{\pi}{6}) - \sin \Psi_{1,3}) = 0$$

$$\text{donc } A_4 \sin(\Psi_{1,3} + \frac{\pi}{12}) = B_4 \cos(\Psi_{1,3} + \frac{\pi}{12})$$

$$\text{et } \Psi_{1,3} = \text{Arctg } \frac{B_4}{A_4} - \frac{\pi}{12} = 165^\circ - 15^\circ = 150^\circ$$

II.2.2.2 Fonctionnement suivant le troisième mode

Quand Ψ est compris entre 150° et 165° il y a tantôt zéro tantôt deux thyristors conducteurs

. Pour $\Psi < 0 < \Psi + \alpha'$ = Th_{1A} et Th_{2B} conduisent, en désignant par α et α' leur angle de conduction, les tensions v'_1 , v'_2 , v'_3 et les tensions aux bornes des thyristors sont les mêmes que lors du débit sur une charge résistive.

$$v'_1 = -v'_2 = V_m (A_4 \sin \theta - B_4 \cos \theta) ; v'_3 = 0$$

d'où les courants i'_1 et i'_2 sachant qu'ils partent d'une valeur nulle pour $\theta = \psi$

$$i'_1 = -i'_2 = \frac{-V_m}{L\omega} (A_4 (\cos\theta - \cos\psi) + B_4 (\sin\theta - \sin\psi)) ; i'_3 = 0$$

Les courants i'_1 et i'_2 s'annulent pour $\theta = \psi + \alpha'$ tel que :

$$A_4 (\cos(\psi + \alpha') - \cos\psi) + B_4 (\sin(\psi + \alpha') - \sin\psi) = 0$$

$$\text{donc } A_4 \sin\left(\psi + \frac{\alpha'}{2}\right) = B_4 \cos\left(\psi + \frac{\alpha'}{2}\right)$$

$$\text{d'où } \alpha' = 2 \arctg \frac{B_4}{A_4} - 2\psi = 330^\circ - 2\psi.$$

.Pour $\psi + \alpha' < \theta < \psi + \frac{\pi}{6}$ = aucun redresseur ne conduit :

$$v'_1 = v'_2 = v'_3 = 0 \quad \text{et } i'_1 = i'_2 = i'_3 = 0$$

.Lorsque ψ devient supérieur à 165° la tension $v_{1A} - v_{2B}$ aux bornes des deux thyristors Th_{1A} et Th_{2B} qu'on veut débloquent simultanément cesse d'être positive ; les tensions et courants de sortie sont constamment nuls.

II.2.3. Débit sur récepteur résistant et inductif

II.2.3.1 Fonctionnement suivant le premier mode

Au moment où on amorce Th_{1A} à $\omega t = \psi$ les thyristors Th_{2B} et Th'_{3A} sont encore conducteurs et un intervalle à trois thyristors conducteurs débute :

Intervalle à trois thyristors conducteurs

Durant cet intervalle de fonctionnement, les tensions v'_1 , v'_2 et v'_3 ainsi que les tensions aux bornes des thyristors sont les mêmes que lors du débit sur une charge résistive.

Les courants i'_1 , i'_2 et i'_3 sont solutions des équations :

$$L \frac{di'_1}{dt} + Ri'_1 = v'_1 = V_m (A_1 \sin\theta - B_1 \cos\theta).$$

$$L \frac{di'_2}{dt} + Ri'_2 = v'_2 = V_m (A_2 \sin\theta - B_2 \cos\theta)$$

$$L \frac{di'_3}{dt} + Ri'_3 = v'_3 = V_m (A_3 \sin\theta - B_3 \cos\theta)$$

ils sont de la forme :

$$i'_1 = \frac{V_m}{R(1+Q^2)} (A''_1 \cos\theta + B''_1 \sin\theta - I'_1 e^{\frac{-\theta}{Q}})$$

$$i'_2 = \frac{V_m}{R(1+Q^2)} (A''_2 \cos\theta + B''_2 \sin\theta - I'_2 e^{\frac{-\theta}{Q}})$$

$$i'_3 = \frac{V_m}{R(1+Q^2)} (A''_3 \cos\theta + B''_3 \sin\theta - I'_3 e^{\frac{-\theta}{Q}})$$

$$\begin{array}{ll} \text{Avec } A''_1 = -B_1 - QA_1 & B''_1 = A_1 - QB_1 \\ A''_2 = -B_2 - QA_2 & B''_2 = A_2 - QB_2 \\ A''_3 = -B_3 - QA_3 & B''_3 = A_3 - QB_3 \end{array} \quad \text{et } Q = \frac{L\omega}{R}$$

Cet intervalle cesse pour $\theta = \psi + \alpha$ lorsque i'_3 s'annule.

.Intervalle à deux thyristors conducteurs

Quand Th_{1A} et Th_{2B} conduisent seuls, les tensions v'_1, v'_2, v'_3 et celles aux bornes des thyristors ont encore les mêmes expressions que pour une charge résistive.

$$v'_1 = -v'_2 = V_m (A_4 \sin \theta - B_4 \cos \theta) ; v'_3 = 0$$

$$\text{D'où les courants } i'_1 = -i'_2 = \frac{V_m}{R(1+Q^2)} (A''_4 \cos \theta + B''_4 \sin \theta - I'_4 e^{-\frac{\theta}{Q}}) ; i'_3 = 0$$

Cet intervalle cesse pour $\theta = \psi + \frac{\pi}{6}$ quand on amorce Th_{3B}

.Calcul des constantes d'intégration

On détermine I'_1 en écrivant que i'_1 est nul pour $\theta = \psi$

$$\text{ce qui donne } I'_1 = (A''_1 \cos \psi + B''_1 \sin \psi) e^{-\frac{\psi}{Q}}$$

Puisque i'_1 ne subit pas de discontinuité lors du passage de l'intervalle à trois thyristors à celui à deux thyristors conducteurs, on peut écrire :

$$A''_1 \cos(\psi + \alpha) + B''_1 \sin(\psi + \alpha) - I'_1 e^{-\frac{(\psi + \alpha)}{Q}} =$$

$$A''_4 \cos(\psi + \alpha) + B''_4 \sin(\psi + \alpha) - I'_4 e^{-\frac{(\psi + \alpha)}{Q}}$$

$$\text{donc } I'_4 = (A''_4 - A''_1) \cos(\psi + \alpha) + (B''_4 - B''_1) \sin(\psi + \alpha) e^{\frac{(\psi + \alpha)}{Q}} + I'_1$$

$$\text{Puisque } i'_2(\psi) = -i'_1(\psi + \frac{\pi}{6}),$$

$$A''_2 \cos(\psi) + B''_2 \sin(\psi) - I'_2 e^{-\frac{\psi}{Q}} = -(A''_4 \cos(\psi + \frac{\pi}{6}) + B''_4 \sin(\psi + \frac{\pi}{6}) - I'_4 e^{-\frac{(\psi + \pi/6)}{Q}})$$

Ce qui donne :

$$I'_2 = (A''_2 \cos \psi + B''_2 \sin \psi + A''_4 \cos(\psi + \frac{\pi}{6}) + B''_4 \sin(\psi + \frac{\pi}{6})) e^{\frac{\pi}{Q}} - I'_4 e^{-\frac{\pi/6}{Q}}$$

$$\text{et on a } I'_3 = -(I'_1 + I'_2)$$

.Détermination de l'angle α

On détermine la largeur α du premier intervalle en écrivant que pour $\theta = \psi + \alpha$ le courant i'_2 ne subit pas de discontinuité

$$\frac{V_m}{R(1+Q2)} (A''_2 \cos(\psi+\alpha) + B''_2 \sin(\psi+\alpha) - I_2 e^{-\frac{(\psi+\alpha)}{Q}}) =$$

$$\frac{-V_m}{R(1+Q2)} (A''_4 \cos(\psi+\alpha) + B''_4 \sin(\psi+\alpha) - I_4 e^{-\frac{(\psi+\alpha)}{Q}})$$

ou encore

$$(A''_2 + A''_4) \cos(\psi+\alpha) + (B''_2 + B''_4) \sin(\psi+\alpha) = (I_2 + I_4) e^{-\frac{(\psi+\alpha)}{Q}}$$

ou, compte tenu des relations précédentes :

$$\begin{aligned} & ((A''_2 + A''_4) \cos(\psi+\alpha) + (B''_2 + B''_4) \sin(\psi+\alpha) + (1 - e^{-\frac{\pi}{6Q}}) (A''_1 - A''_4) \cos(\psi+\alpha) + \\ & (B''_1 - B''_4) \sin(\psi+\alpha)) e^{\frac{\alpha}{Q}} = \end{aligned}$$

$$((1 - e^{-\frac{\pi}{6Q}}) (A''_1 \cos\psi + B''_1 \sin\psi) + A''_2 \cos\psi + B''_2 \sin\psi + A''_4 \cos(\psi + \frac{\pi}{6}) + B''_4 \sin(\psi + \frac{\pi}{6}))$$

Cette relation permet de calculer la valeur de α à partir de celles de ψ et de Q .

II.2.3.2 Fonctionnement suivant le troisième mode

Si ψ est compris entre $\psi_{1,3}$ et 165° , il y a tantôt deux, tantôt zero redresseurs conducteurs.

. Pour $\psi < \theta < \psi + \alpha'$, Th_{2B} et Th_{IA} conduisent :

$$v'_1 = -v'_2 = V_m (A''_4 \sin\theta - B''_4 \cos\theta) ; v'_3 = 0$$

$$\text{et } i'_1 = -i'_2 = \frac{V_m}{R(1+Q2)} (A''_4 \cos\theta + B''_4 \sin\theta - I'_5 e^{-\frac{\theta}{Q}})$$

Puisque i'_1 est nul pour $\theta = \psi$, on obtient :

$$I'_5 = (A''_4 \cos\psi + B''_4 \sin\psi) e^{\frac{\psi}{Q}} \text{ donc :}$$

$$i'_1 = -i'_2 = \frac{V_m}{R(1+Q2)} (A''_4 \cos\theta + B''_4 \sin\theta - (A''_4 \cos\psi + B''_4 \sin\psi) e^{-\frac{(\theta-\psi)}{Q}})$$

Ces deux thyristors s'éteignent pour $\theta = \psi + \alpha'$ tel que

$$(A''_4 \cos(\psi + \alpha') + B''_4 \sin(\psi + \alpha')) e^{\frac{\alpha'}{Q}} = A''_4 \cos\psi + B''_4 \sin\psi$$

. pour $\psi + \alpha' < \theta < \psi + \frac{\pi}{6}$ = aucun redresseur ne conduit

$$v'_1 = v'_2 = v'_3 = 0 \quad \text{et } i'_1 = i'_2 = i'_3 = 0$$

Lorsque ψ devient supérieur à 165° , on ne peut plus débloquent les thyristors deux à deux ; les tensions et courants restent constamment nuls.

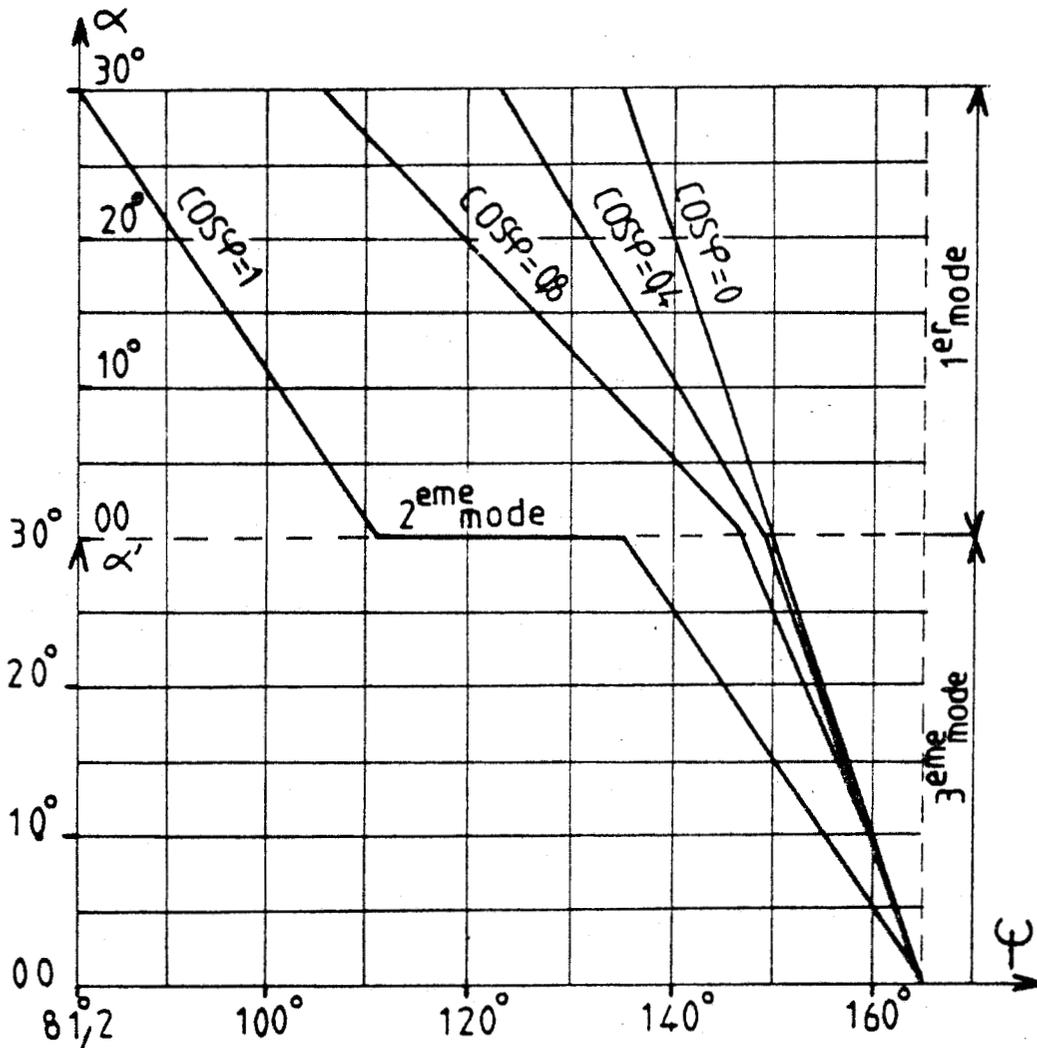


Fig II.16.

La figure II.16 montre pour $\cos\varphi$ égal à 1 à 0,8 à 0,4 et à zéro, les variations de α et de α' en fonction de ψ . L'angle α donne la largeur angulaire de l'intervalle à 3 thyristors conducteurs, l'angle α' celle de l'intervalle à 2 thyristors conducteurs. Les limites du premier mode sont directement lisibles sur ces courbes :

- ψ_{\min} est la valeur de ψ correspondant à $\alpha = 30^\circ$
- $\psi_{1,3}$ celle correspondant à α nul.



II.3. Etude des courants pris au réseau

Les courants en ligne sont calculés par la même méthode que celle utilisée au paragraphe I.3.

II.3.1. Débit sur charge purement résistive

II.3.1.1 Fonctionnement suivant le premier mode

Au cours d'une demi-période des tensions de la source, le courant en ligne i_A prend successivement les expressions suivantes:

$$\begin{array}{l}
 \Psi < \theta < \Psi + \alpha \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R} \left[\begin{array}{l} \frac{(2a' + a'')}{3} (A_1 \sin \theta - B_1 \cos \theta) \\ - \frac{(2a' + a'')}{3} (A_2 \sin \theta - B_2 \cos \theta) \\ + \frac{(2a'' + a')}{3} (A_3 \sin \theta - B_3 \cos \theta) \end{array} \right] \\
 \\
 \Psi + \alpha < \theta < \Psi + \frac{\pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R} \left[\begin{array}{l} \frac{2(2a' + a'')}{3} (A_4 \sin \theta - B_4 \cos \theta) \end{array} \right] \\
 \\
 \Psi + \frac{\pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{\pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R} \left[\begin{array}{l} \frac{(2a' + a'')}{3} (C_1 \sin \theta - D_1 \cos \theta) \\ - \frac{(2a' + a'')}{3} (C_2 \sin \theta - D_2 \cos \theta) \\ - \frac{(2a'' + a')}{3} (C_3 \sin \theta - D_3 \cos \theta) \end{array} \right] \\
 \\
 \Psi + \frac{\pi}{6} + \alpha < \theta < \Psi + \frac{2\pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R} \left[\begin{array}{l} \frac{(a' + a'')}{3} (C_4 \sin \theta - D_4 \cos \theta) \end{array} \right] \\
 \\
 \Psi + \frac{2\pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{2\pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R} \left[\begin{array}{l} \frac{(2a' + a'')}{3} (E_1 \sin \theta - F_1 \cos \theta) \\ \frac{(a' - a'')}{3} (E_2 \sin \theta - F_2 \cos \theta) \\ - \frac{(2a'' + a')}{3} (E_3 \sin \theta - F_3 \cos \theta) \end{array} \right] \\
 \\
 \Psi + \frac{2\pi}{6} + \alpha < \theta < \Psi + \frac{3\pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R} \left[\begin{array}{l} \frac{(2a' + a'')}{3} (E_4 \sin \theta - F_4 \cos \theta) \end{array} \right] \\
 \\
 \Psi + \frac{3\pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{3\pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R} \left[\begin{array}{l} \frac{(a' - a'')}{3} (G_1 \sin \theta - H_1 \cos \theta) \\ \frac{(a' - a'')}{3} (G_2 \sin \theta - H_2 \cos \theta) \\ \frac{(2a'' + a')}{3} (G_3 \sin \theta - H_3 \cos \theta) \end{array} \right] \\
 \\
 \Psi + \frac{3\pi}{6} + \alpha < \theta < \Psi + \frac{4\pi}{6} \quad i_A = 0 \\
 \\
 \Psi + \frac{4\pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{4\pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{V_m}{R} \left[\begin{array}{l} \frac{(a' - a'')}{3} (K_1 \sin \theta - L_1 \cos \theta) \\ \frac{(a' - a'')}{3} (K_2 \sin \theta - L_2 \cos \theta) \\ \frac{(2a'' + a')}{3} (K_3 \sin \theta - L_3 \cos \theta) \end{array} \right]
 \end{array}$$

$$\Psi + \frac{4\Pi}{6} + \alpha < \theta < \Psi + \frac{5\Pi}{6} \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left[\frac{(2a' + a'')}{3} (K_4 \sin \theta - L_4 \cos \theta) \right]$$

$$\Psi + \frac{5\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{5\Pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left[\begin{array}{l} \frac{(a' - a'')}{3} (M_1 \sin \theta - N_1 \cos \theta) \\ \frac{(2a' + a'')}{3} (M_2 \sin \theta - N_2 \cos \theta) \\ \frac{-(2a'' + a')}{3} (M_3 \sin \theta - N_3 \cos \theta) \end{array} \right]$$

$$\Psi + \frac{5\Pi}{6} + \alpha < \theta < \Psi + \Pi \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R} \left[(a' - a'') (M_4 \sin \theta - N_3 \cos \theta) \right]$$

où

$$A_1 = \frac{1}{3} (2 + \cos \frac{\Pi}{6} - \cos \frac{2\Pi}{6}); B_1 = \frac{1}{3} (\sin \frac{2\Pi}{6} - \sin \frac{\Pi}{6}); C_1 = \frac{1}{3} (2 - \cos \frac{5\Pi}{6} - \cos \frac{7\Pi}{6});$$

$$D_1 = \frac{1}{3} (-\sin \frac{5\Pi}{6} - \sin \frac{7\Pi}{6})$$

$$A_2 = \frac{1}{3} (-2 \cos \frac{\Pi}{6} - \cos \frac{2\Pi}{6} - 1); B_2 = \frac{1}{3} (2 \sin \frac{2\Pi}{6} + \sin \frac{2\Pi}{6}); C_2 = \frac{1}{3} (2 \cos \frac{5\Pi}{6} - \cos \frac{7\Pi}{6} - 1);$$

$$D_2 = \frac{1}{3} (2 \sin \frac{5\Pi}{6} - \sin \frac{7\Pi}{6})$$

$$A_3 = \frac{1}{3} (2 \cos \frac{2\Pi}{6} + \cos \frac{\Pi}{6} - 1); B_3 = \frac{1}{3} (-2 \sin \frac{2\Pi}{6} - \sin \frac{\Pi}{6}); C_3 = \frac{1}{3} (2 \cos \frac{7\Pi}{6} - \cos \frac{5\Pi}{6} - 1);$$

$$D_3 = \frac{1}{3} (2 \sin \frac{7\Pi}{6} - \sin \frac{5\Pi}{6})$$

$$A_4 = \frac{1}{2} (1 + \cos \frac{\Pi}{6}); B_4 = \frac{1}{2} (\sin \frac{\Pi}{6}); C_4 = \frac{1}{2} (1 - \cos \frac{7\Pi}{6}); D_4 = \frac{1}{2} (-\sin \frac{7\Pi}{6})$$

$$E_1 = \frac{1}{3} (-\cos \frac{\Pi}{3} - \cos \frac{7\Pi}{6} + 2); F_1 = \frac{1}{3} (-\sin \frac{\Pi}{3} - \sin \frac{7\Pi}{6}); G_1 = \frac{1}{3} (-\cos \frac{\Pi}{3} - \cos \frac{7\Pi}{6});$$

$$H_1 = \frac{1}{3} (-\sin \frac{\Pi}{3} - \sin \frac{7\Pi}{6} - 2).$$

$$E_2 = \frac{1}{3} (2 \cos \frac{\Pi}{3} - \cos \frac{7\Pi}{6} - 1); F_2 = \frac{1}{3} (2 \sin \frac{\Pi}{3} - \sin \frac{7\Pi}{6}); G_2 = \frac{1}{3} (2 \cos \frac{\Pi}{6} - \cos \frac{7\Pi}{6});$$

$$H_2 = \frac{1}{3} (2 \sin \frac{\Pi}{3} - \sin \frac{7\Pi}{6} + 1).$$

$$E_3 = \frac{1}{3} (-\cos \frac{\Pi}{3} + 2 \cos \frac{7\Pi}{6} - 1); F_3 = \frac{1}{3} (-\sin \frac{\Pi}{3} + 2 \sin \frac{7\Pi}{6}); G_3 = \frac{1}{3} (-\cos \frac{\Pi}{3} + 2 \cos \frac{7\Pi}{6});$$

$$H_3 = \frac{1}{3} (-\sin \frac{\Pi}{3} + 2 \sin \frac{7\Pi}{6} + 1)$$

$$E_4 = \frac{1}{2} (\cos \frac{\Pi}{3} - \cos \frac{7\Pi}{6}); F_4 = \frac{1}{2} (\sin \frac{\Pi}{3} - \sin \frac{7\Pi}{6}); G_4 = \frac{1}{2} (\cos \frac{\Pi}{3}); H_4 = \frac{1}{2} (1 + \sin \frac{\Pi}{3})$$

$$K_1 = \frac{1}{3} (-\cos \frac{\Pi}{3} - \cos \frac{2\Pi}{3}); L_1 = \frac{1}{3} (-\sin \frac{\Pi}{3} - \sin \frac{2\Pi}{3} - 2); M_1 = \frac{1}{3} (\cos \frac{5\Pi}{6} - \cos \frac{2\Pi}{3}); N_1 = \frac{1}{3} (\sin \frac{5\Pi}{6} - \sin \frac{2\Pi}{3} - 2)$$

$$N_1 = \frac{1}{3} (\sin \frac{5\Pi}{6} - \sin \frac{2\Pi}{3} - 2)$$

$$K_2 = \frac{1}{3}(2\cos - \cos \frac{2\Pi}{3}); L_2 = \frac{1}{3}(2\sin \frac{\Pi}{3} - \sin \frac{2\Pi}{3} + 1); M_2 = \frac{1}{3}(-2\cos \frac{5\Pi}{6} - \cos \frac{2\Pi}{3});$$

$$N_2 = \frac{1}{3}(-2\sin \frac{5\Pi}{6} - \sin \frac{2\Pi}{3} + 1)$$

$$K_3 = \frac{1}{3}(-\cos \frac{\Pi}{3} + 2\cos \frac{2\Pi}{3}); L_3 = \frac{1}{3}(-\sin \frac{\Pi}{3} + 2\sin \frac{2\Pi}{3} + 1); M_3 = \frac{1}{3}(\cos \frac{5\Pi}{6} + 2\cos \frac{2\Pi}{3});$$

$$N_3 = \frac{1}{3}(\sin \frac{5\Pi}{6} + 2\sin \frac{2\Pi}{3} + 1)$$

$$K_4 = \frac{1}{2}(-\cos \frac{2\Pi}{3}) \quad L_4 = \frac{1}{2}(-\sin \frac{2\Pi}{3} + 1); \quad M_4 = \frac{1}{2}(-\cos \frac{5\Pi}{6} - \cos \frac{2\Pi}{3})$$

$$N_4 = \frac{1}{2}(-\sin \frac{5\Pi}{6} - \sin \frac{2\Pi}{3})$$

II.3.1.2 Fonctionnement suivant le deuxième mode

Au cours de la première moitié de sa période, le courant i_A prend successivement les expressions suivantes :

$$\Psi < \theta < \Psi + \frac{\Pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left(\frac{2(2a' + a'')}{3} (A_4 \sin \theta - B_4 \cos \theta) \right)$$

$$\Psi + \frac{\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{2\Pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left(\frac{(a' + a'')}{3} (C_4 \sin \theta - D_4 \cos \theta) \right)$$

$$\Psi + \frac{2\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{3\Pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left(\frac{(2a' + a'')}{3} (E_4 \sin \theta - F_4 \cos \theta) \right)$$

$$\Psi + \frac{3\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{4\Pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\Psi + \frac{4\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{5\Pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left(\frac{(2a' + a'')}{3} (K_4 \sin \theta - L_4 \cos \theta) \right)$$

$$\Psi + \frac{5\Pi}{6} < \theta < \Psi + \Pi \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left((a' + a'') (M_4 \sin \theta - N_4 \cos \theta) \right)$$

II.3.1.3 Fonctionnement suivant le troisième mode

Les expressions ci-dessus indiquées restent valables pour ce mode de fonctionnement, à la différence près que les intervalles sont séparés par des zones où le courant i_A est nul.

$$\Psi < \theta < \Psi + \alpha' \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left(\frac{2(2a' + a'')}{3} (A_4 \sin \theta - B_4 \cos \theta) \right)$$

$$\Psi + \alpha' < \theta < \Psi + \frac{\Pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\Psi + \frac{\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{\Pi}{6} + \alpha' \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left(\frac{(a' + a'')}{3} (C_4 \sin \theta - D_4 \cos \theta) \right)$$

$$\Psi + \frac{\Pi}{6} + \alpha' < \theta < \Psi + \frac{2\Pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\Psi + \frac{2\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{2\Pi}{6} + \alpha' \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left(\frac{(2a' + a'')}{3} (E_4 \sin \theta - F_4 \cos \theta) \right)$$

$$\psi + \frac{2\pi}{6} + \alpha' < \theta < \psi + \frac{4\pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\psi + \frac{4\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{4\pi}{6} + \alpha' \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left(\frac{(2a' + a'')}{3} (K_4 \sin \theta - L_4 \cos \theta) \right)$$

$$\psi + \frac{4\pi}{6} + \alpha' < \theta < \psi + \frac{5\pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\psi + \frac{5\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{5\pi}{6} + \alpha' \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R} \left((a' + a'') (M_4 \sin \theta - N_4 \cos \theta) \right)$$

$$\psi + \frac{5\pi}{6} + \alpha' < \theta < \psi + \pi \quad i_A = 0$$

La figure II.17 montre les formes d'ondes tracées pour le début du premier mode, le premier mode, le passage du premier au second, le second mode, le passage du second au troisième et le troisième mode.

On remarque que ces formes d'ondes sont voisines de celles tracées pour le premier montage (voir Fig II.8 et II.9).

II.3.2 Débit sur charge résistive et inductive

II.3.2.1 Fonctionnement suivant le premier mode

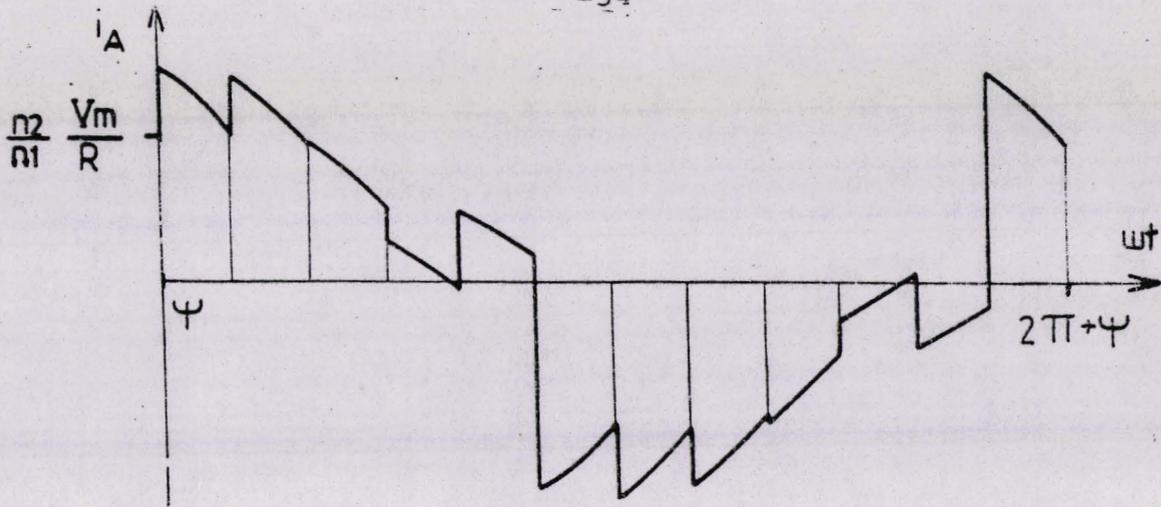
Au cours d'une demi-période des tensions d'alimentation, le courant i_A prend successivement les expressions suivantes :

$$\psi < \theta < \psi + \alpha \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)} \begin{aligned} & \frac{2a' + a''}{3} (A''_1 \cos \theta + B''_1 \sin \theta - I_1 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ & - \frac{(2a' + a'')}{3} (A''_2 \cos \theta + B''_2 \sin \theta - I_2 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ & \frac{(2a'' + a')}{3} (A''_3 \cos \theta + B''_3 \sin \theta - I_3 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \end{aligned}$$

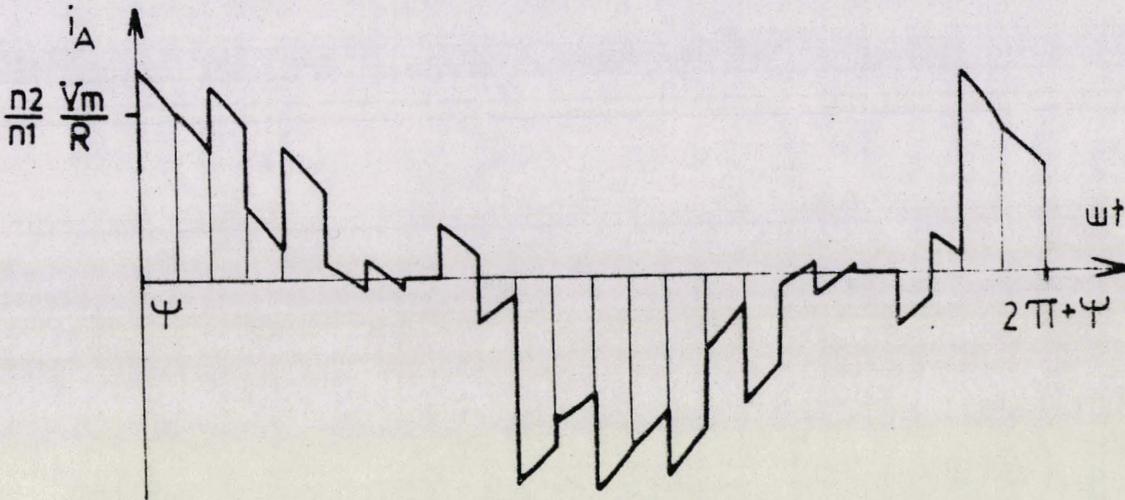
$$\psi + \alpha < \theta < \psi + \frac{\pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)} \frac{2(2a' + a'')}{3} (A''_4 \cos \theta + B''_3 \sin \theta - I_4 e^{-\frac{\theta}{Q}})$$

$$\psi + \frac{\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{\pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)} \begin{aligned} & \frac{(2a' + a'')}{3} (C''_1 \cos \theta + D''_1 \sin \theta - J_1 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ & - \frac{(2a' + a'')}{3} (C''_2 \cos \theta + D''_2 \sin \theta - J_2 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ & - \frac{(2a'' + a')}{3} (C''_3 \cos \theta + D''_3 \sin \theta - J_3 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \end{aligned}$$

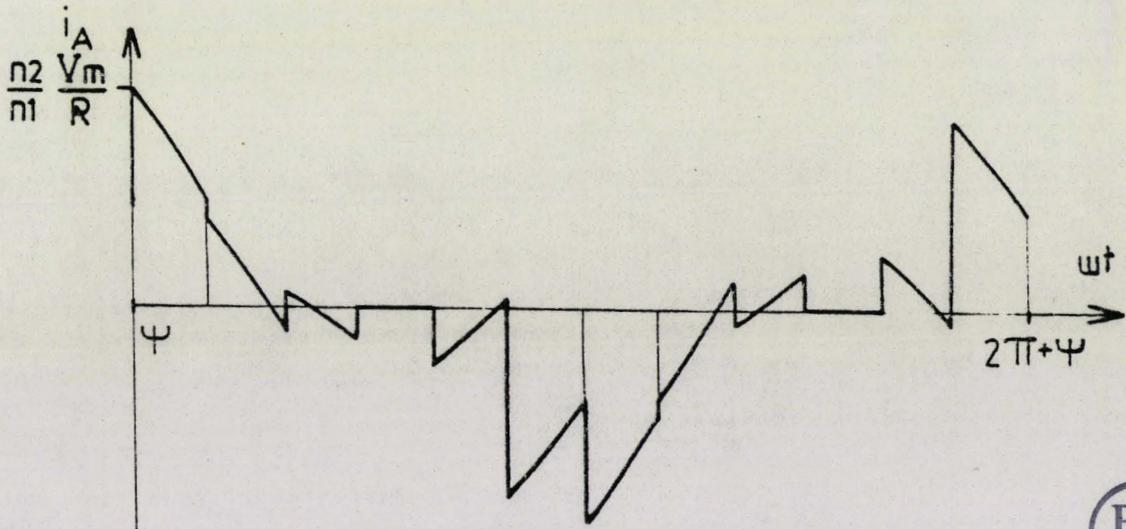
$$\psi + \frac{\pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{2\pi}{6} \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)} \frac{(a' + a'')}{3} (C''_4 \cos \theta + D''_4 \sin \theta - J_4 e^{-\frac{\theta}{Q}})$$



Début du premier mode : $\psi = \psi_{\min} = 81,2$



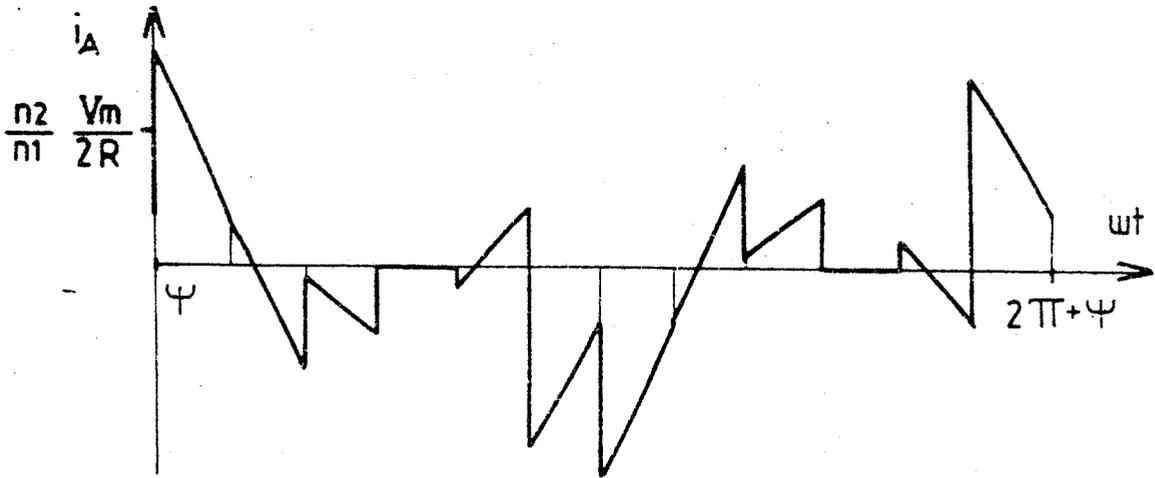
Premier mode : $\psi = 96^\circ$



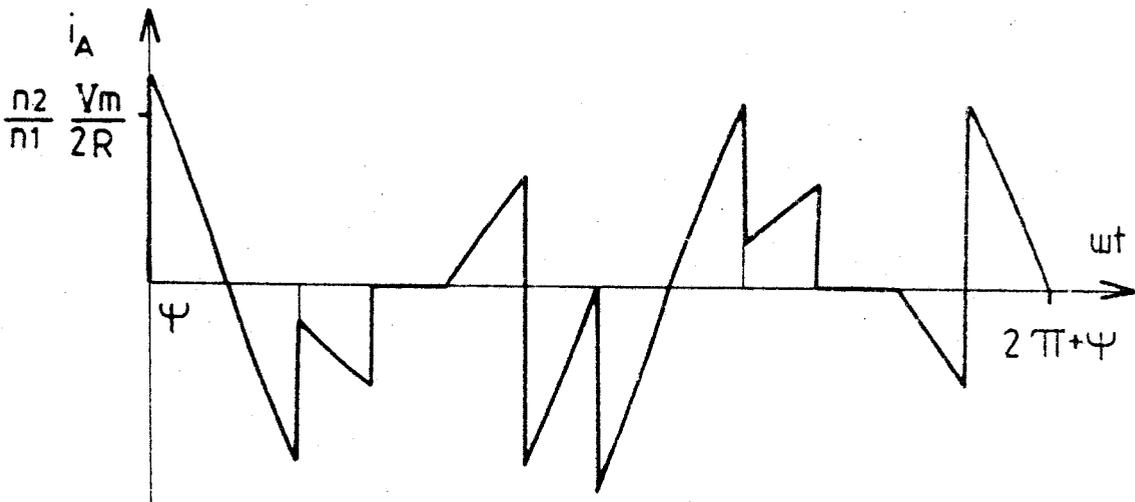
Passage du 1er au 2ème mode : $\psi = 111,2$

Figure II.17.

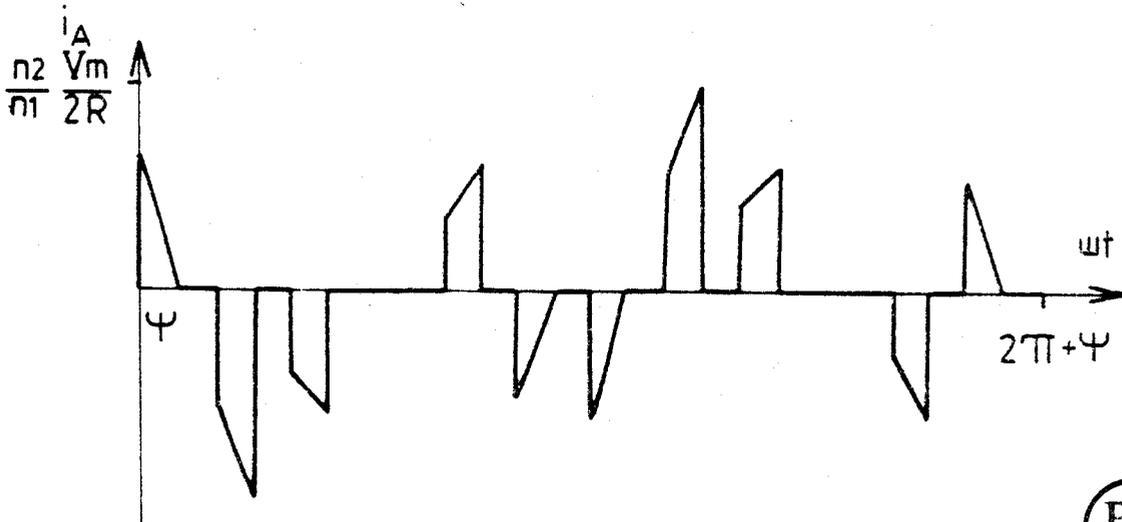




Deuxième mode : $\psi = 126^\circ$



Passage du 2ème au 3ème mode : $\psi = 135^\circ$



Troisième mode : $\psi = 150^\circ$



Figure II.17 (Suite)

$$\psi + \frac{2\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{2\pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\begin{array}{l} \frac{(2a' + a'')}{3} (E''_1 \cos\theta + F''_1 \sin\theta - R_1 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ \frac{(a' - a'')}{3} (E''_2 \cos\theta + F''_2 \sin\theta - R_2 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ -\frac{(2a'' + a')}{3} (E''_3 \cos\theta + F''_3 \sin\theta - R_3 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \end{array} \right]$$

$$\psi + \frac{2\pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{3\pi}{6} \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\frac{(2a' + a'')}{3} (E''_4 \cos\theta + F''_4 \sin\theta - R_4 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \right]$$

$$\psi + \frac{3\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{3\pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\begin{array}{l} \frac{(a' - a'')}{3} (G''_1 \cos\theta + H''_1 \sin\theta - T_1 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ \frac{(a' - a'')}{3} (G''_2 \cos\theta + H''_2 \sin\theta - T_2 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ \frac{(2a'' + a')}{3} (G''_3 \cos\theta + H''_3 \sin\theta - T_3 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \end{array} \right]$$

$$\psi + \frac{3\pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{4\pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\psi + \frac{4\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{4\pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\begin{array}{l} \frac{(a' - a'')}{3} (K''_1 \cos\theta + L''_1 \sin\theta - V_1 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ \frac{(a' - a'')}{3} (K''_2 \cos\theta + L''_2 \sin\theta - V_2 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ \frac{(2a'' + a')}{3} (K''_3 \cos\theta + L''_3 \sin\theta - V_3 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \end{array} \right]$$

$$\psi + \frac{4\pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{5\pi}{6} \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\frac{(2a' + a'')}{3} (K''_4 \cos\theta + L''_4 \sin\theta - V_4 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \right]$$

$$\psi + \frac{5\pi}{6} < \theta < \psi + \frac{5\pi}{6} + \alpha \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[\begin{array}{l} \frac{(a' - a'')}{3} (M''_1 \cos\theta + N''_1 \sin\theta - Z_1 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ \frac{(2a' - a'')}{3} (M''_2 \cos\theta + N''_2 \sin\theta - Z_2 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \\ -\frac{(2a'' + a')}{3} (M''_3 \cos\theta + N''_3 \sin\theta - Z_3 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \end{array} \right]$$

$$\psi + \frac{5\pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \pi \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left[(a' + a'') (M''_4 \cos\theta + N''_4 \sin\theta - Z_4 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \right]$$

où

$$A''_1 = -B_1 - QA_1$$

$$B''_1 = A_1 - QB_1$$

$$C''_1 = -D_1 - QC_1$$

$$D''_1 = C_1 - QD_1$$

$$A''_2 = -B_2 - QA_2$$

$$B''_2 = A_2 - QB_2$$

$$C''_2 = -D_2 - QC_2$$

$$D''_2 = C_2 - QD_2$$

$$A''_3 = -B_3 - QA_3$$

$$B''_3 = A_3 - QB_3$$

$$C''_3 = -D_3 - QC_3$$

$$D''_3 = C_3 - QD_3$$

$$A''_4 = -B_4 - QA_4$$

$$B''_4 = A_4 - QB_4$$

$$C''_4 = -D_4 - QC_4$$

$$D''_4 = C_4 - QD_4$$

$$\begin{array}{llll}
 E''_1 = -F_1 - QE_1 & F''_1 = E_1 - QF_1 & G''_1 = -H_1 - QG_1 & H''_1 = G_1 - QH_1 \\
 E''_2 = -F_2 - QE_2 & F''_2 = E_2 - QF_2 & G''_2 = -H_2 - QG_2 & H''_2 = G_2 - QH_2 \\
 E''_3 = -F_3 - QE_3 & F''_3 = E_3 - QF_3 & G''_3 = -H_3 - QG_3 & H''_3 = G_3 - QH_3 \\
 E''_4 = -F_4 - QE_4 & F''_4 = E_4 - QF_4 & G''_4 = -H_4 - QG_4 & H''_4 = G_4 - QH_3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 K''_1 = -L_1 - QK_1 & L''_1 = K_1 - QL_1 & M''_1 = -N_1 - QM_1 & N''_1 = M_1 - QN_1 \\
 K''_2 = -L_2 - QK_2 & L''_2 = K_2 - QL_2 & M''_2 = -N_2 - QM_2 & N''_2 = M_2 - QN_2 \\
 K''_3 = -L_3 - QK_3 & L''_3 = K_3 - QL_3 & M''_3 = -N_3 - QM_3 & N''_3 = M_3 - QN_3 \\
 K''_4 = -L_4 - QK_4 & L''_4 = K_4 - QL_4 & M''_4 = -N_4 - QM_4 & N''_4 = M_4 - QN_4
 \end{array}$$

$$I_1 = (A''_1 \cos \Psi + B''_1 \sin \Psi) e^{\frac{\Psi}{Q}}$$

$$I_2 = (A''_2 \cos \Psi + B''_2 \sin \Psi + A''_4 \cos(\Psi + \frac{\pi}{6}) + B''_4 \sin(\Psi + \frac{\pi}{6})) e^{\frac{\Psi}{Q}} - I_4 e^{-\frac{\pi}{6Q}}$$

$$I_3 = -(I_2 + I_1)$$

$$I_4 = (A''_4 - A''_1) \cos(\Psi + \alpha) + (B''_4 - B''_1) \sin(\Psi + \alpha) e^{\frac{\Psi + \alpha}{Q}} + I_1$$

$$J_1 = -(J_2 + J_3)$$

$$J_2 = ((C''_2 + A''_4) \cos(\Psi + \frac{\pi}{6}) + (D''_2 + B''_4) \sin(\Psi + \frac{\pi}{6})) e^{\frac{\Psi + \pi/6}{Q}} - I_4$$

$$J_3 = (C''_3 \cos(\Psi + \frac{\pi}{6}) + D''_3 \sin(\Psi + \frac{\pi}{6})) e^{\frac{\Psi + \pi/6}{Q}}$$

$$J_4 = ((C''_3 + C''_4) \cos(\Psi + \frac{\pi}{6} + \alpha) + (D''_3 + D''_4) \sin(\Psi + \frac{\pi}{6} + \alpha)) e^{\frac{\Psi + \pi/6 + \alpha}{Q}} - J_3$$

$$R_1 = ((E''_1 - C''_4) \cos(\Psi + \frac{2\pi}{6}) + (F''_1 - D''_4) \sin(\Psi + \frac{2\pi}{6})) e^{\frac{\Psi + 2\pi/6}{Q}} + J_4$$

$$R_2 = (E''_2 \cos(\Psi + \frac{2\pi}{6}) + F''_2 \sin(\Psi + \frac{2\pi}{6})) e^{\frac{\Psi + 2\pi/6}{Q}}$$

$$R_3 = -(R_1 + R_2)$$

$$R_4 = ((E''_4 - E''_2) \cos(\Psi + \frac{2\pi}{6} + \alpha) + (F''_4 - F''_2) \sin(\Psi + \frac{2\pi}{6} + \alpha)) e^{\frac{\Psi + 2\pi/6 + \alpha}{Q}} + R_2$$

$$V_1 = ((K''_1 - G''_4) \cos(\psi + \frac{4\Pi}{6}) + (L''_1 - N''_4) \sin(\psi + \frac{4\Pi}{6})) e^{\frac{\psi + 4\Pi/6}{Q}} + T_4$$

$$V_2 = -(V_1 + V_3)$$

$$V_3 = (K''_3 \cos(\psi + \frac{4\Pi}{6}) + L''_3 \sin(\psi + \frac{4\Pi}{6})) e^{\frac{\psi + 4\Pi/6}{Q}}$$

$$V_4 = ((K''_3 + K''_4) \cos(\psi + \frac{4\Pi}{6} + \alpha) + (L''_3 + L''_4) \sin(\psi + \frac{4\Pi}{6} + \alpha)) e^{\frac{\psi + 4\Pi/6 + \alpha}{Q}} - V_3$$

$$T_1 = (G''_1 \cos(\psi + \frac{3\Pi}{6}) + H''_1 \sin(\psi + \frac{3\Pi}{6})) e^{\frac{\psi + 3\Pi/6}{Q}}$$

$$T_2 = ((G''_2 - E''_4) \cos(\psi + \frac{3\Pi}{6}) + (G''_2 - F''_4) \sin(\psi + \frac{3\Pi}{6})) e^{\frac{\psi + 3\Pi/6}{Q}} + R_4$$

$$T_3 = -(T_1 + T_2)$$

$$T_4 = ((G''_4 - G''_1) \cos(\psi + \frac{3\Pi}{6} + \alpha) + (H''_4 - H''_1) \sin(\psi + \frac{3\Pi}{6} + \alpha)) e^{\frac{\psi + 3\Pi/6 + \alpha}{Q}} + T_1$$

$$Z_1 = ((M''_1 - K''_4) \cos(\psi + \frac{5\Pi}{6}) + (N''_1 - L''_4) \sin(\psi + \frac{5\Pi}{6})) e^{\frac{\psi + 5\Pi/6}{Q}} + V_4$$

$$Z_2 = (M''_2 \cos(\psi + \frac{5\Pi}{6}) + N''_2 \sin(\psi + \frac{5\Pi}{6})) e^{\frac{\psi + 5\Pi/6}{Q}}$$

$$Z_3 = -(Z_2 + Z_1)$$

$$Z_4 = ((M''_4 - M''_2) \cos(\psi + \frac{5\Pi}{6} + \alpha) + (N''_4 - N''_2) \sin(\psi + \frac{5\Pi}{6} + \alpha)) e^{\frac{\psi + 5\Pi/6 + \alpha}{Q}} + Z_3$$

II.3.2.2 Fonctionnement suivant le troisième mode

Au cours de la moitié d'une période des tensions de la source le courant de ligne i_A prend successivement les expressions suivantes :

$$\psi < \theta < \psi + \alpha, \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left(2 \frac{(2a' + a'')}{3} (A''_4 \cos\theta + B''_4 \sin\theta - I_5 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \right)$$

$$\psi + \alpha' < \theta < \psi + \frac{\Pi}{6}, \quad i_A = 0$$

$$\psi + \frac{\Pi}{6} < \theta < \psi + \frac{\Pi}{6} + \alpha', \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left(\frac{(a' + a'')}{3} (C''_4 \cos\theta + D''_4 \sin\theta - J_5 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \right)$$

$$\psi + \frac{\Pi}{6} + \alpha < \theta < \psi + \frac{2\Pi}{6}, \quad i_A = 0$$

$$\psi + \frac{2\Pi}{6} < \theta < \psi + \frac{2\Pi}{6} + \alpha', \quad i_A = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_m}{R(1+Q_2)} \left(\frac{(2a' + a'')}{3} (E''_4 \cos\theta + F''_4 \sin\theta - R_5 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \right)$$

$$\psi + \frac{2\Pi}{6} + \alpha' < \theta < \psi + \frac{4\Pi}{6}, \quad i_A = 0$$

$$\Psi + \frac{4\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{4\Pi}{6} + \alpha' \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)} \left(\frac{(2a'+a'')}{3} (K''_4 \cos\theta + L''_4 \sin\theta - V_5 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \right)$$

$$\Psi + \frac{4\Pi}{6} + \alpha' < \theta < \Psi + \frac{5\Pi}{6} \quad i_A = 0$$

$$\Psi + \frac{5\Pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{5\Pi}{6} + \alpha' \quad i_A = \frac{n2}{n1} \frac{Vm}{R(1+Q2)} \left((a'+a'') (M''_4 \cos\theta + N''_4 \sin\theta - Z_5 e^{-\frac{\theta}{Q}}) \right)$$

$$\Psi + \frac{5\Pi}{6} + \alpha' < \theta < \Psi + \Pi \quad i_A = 0$$

où

$$I_5 = (A''_4 \cos\Psi + B''_4 \sin\Psi) e^{\frac{\Psi}{Q}}$$

$$J_5 = (C''_4 \cos(\Psi + \frac{\Pi}{6}) + D''_4 \sin(\Psi + \frac{\Pi}{6})) e^{\frac{\Psi + \Pi/6}{Q}}$$

$$R_5 = (E''_4 \cos(\Psi + \frac{2\Pi}{6}) + F''_4 \sin(\Psi + \frac{2\Pi}{6})) e^{\frac{\Psi + 2\Pi/6}{Q}}$$

$$T_5 = (G''_4 \cos(\Psi + \frac{3\Pi}{6}) + H''_4 \sin(\Psi + \frac{3\Pi}{6})) e^{\frac{\Psi + 3\Pi/6}{Q}}$$

$$V_5 = (K''_4 \cos(\Psi + \frac{4\Pi}{6}) + L''_4 \sin(\Psi + \frac{4\Pi}{6})) e^{\frac{\Psi + 4\Pi/6}{Q}}$$

$$Z_5 = (M''_4 \cos(\Psi + \frac{5\Pi}{6}) + N''_4 \sin(\Psi + \frac{5\Pi}{6})) e^{\frac{\Psi + 5\Pi/6}{Q}}$$

Les formes d'ondes du courant i_A tracées pour diverses valeurs de Ψ et de Q ressemblent beaucoup à celles obtenues avec le premier montage (Figure II.10 et II.11).

II.3.3 Caractéristiques

II.3.3.1 Analyse harmonique

Quelle que soit la charge, l'onde de courant i_A , de période $2\Pi/\omega$, est telle que $i_A(\omega t + \Pi) = -i_A(\omega t)$; le développement en série de Fourier ne contient pas d'harmonique pair. De plus, les courants i_A , i_B , i_C étant identiques à $2\Pi/3$ ou $4\Pi/3$ près et ayant une somme nulle, leur développement en série ne comporte pas d'harmonique 3 ou de rang multiple de 3.

Les termes non nuls ont une amplitude I_{hm} donnée par

$$I_{hm} = \sqrt{A_h^2 + B_h^2}$$

avec

$$A_h = \frac{2}{\Pi} \int_{\Psi}^{\Pi + \Psi} i_A \sin h\theta d\theta$$

$$B_h = \frac{2}{\Pi} \int_{\Psi}^{\Pi + \Psi} i_A \cosh\theta d\theta$$

La planche II.4 donne les résultats de l'analyse harmonique obtenus à l'aide d'un programme numérique. Elle montre, pour quatre valeurs de $\cos\varphi$, les variations en fonction de ψ de l'amplitude du fondamental et des premiers harmoniques. Ces amplitudes sont rapportées à $(n_2/n_1) V_m/Z$ avec $Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} = R\sqrt{1+Q^2}$

La comparaison avec les caractéristiques des planches II.1 et II.2 fait apparaître des taux d'harmoniques peu différents.

II.3.3.2 Facteur de puissance à l'entrée du convertisseur

Le facteur de puissance en ligne F_L est encore calculé par

$$F_L = \frac{3RI'^2}{3\frac{n_1}{n_2} \frac{V_m}{\sqrt{2}} I}$$

avec I' valeur efficace des courants i'_1, i'_2, i'_3 .

I valeur efficace des courants i_A, i_B, i_C .

Les calculs sont effectués à l'aide du même programme que celui utilisé pour le premier doubleur de fréquence.

La planche II.5 montre les variations de F_L , en fonction de la valeur relative de la tension de sortie V'/V , pour quelques valeurs de $\cos\varphi$.

Pour $\cos\varphi$ égal à 1, la valeur de F_L à ψ_{\min} est la même qu'avec le premier montage, mais pour les valeurs intermédiaires de V'/V , F_L est plus réduit.

Au contraire pour les autres valeurs de $\cos\varphi$, on obtient des valeurs du facteur de puissance nettement améliorées.

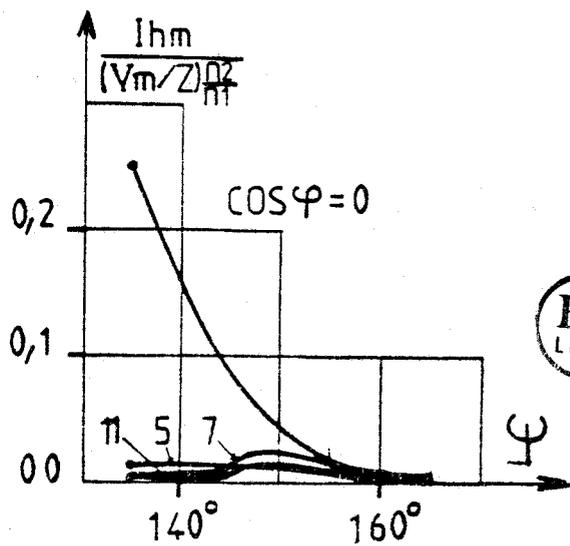
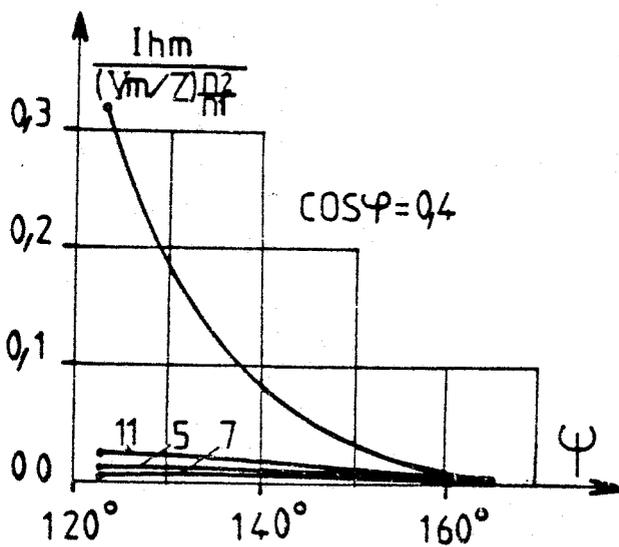
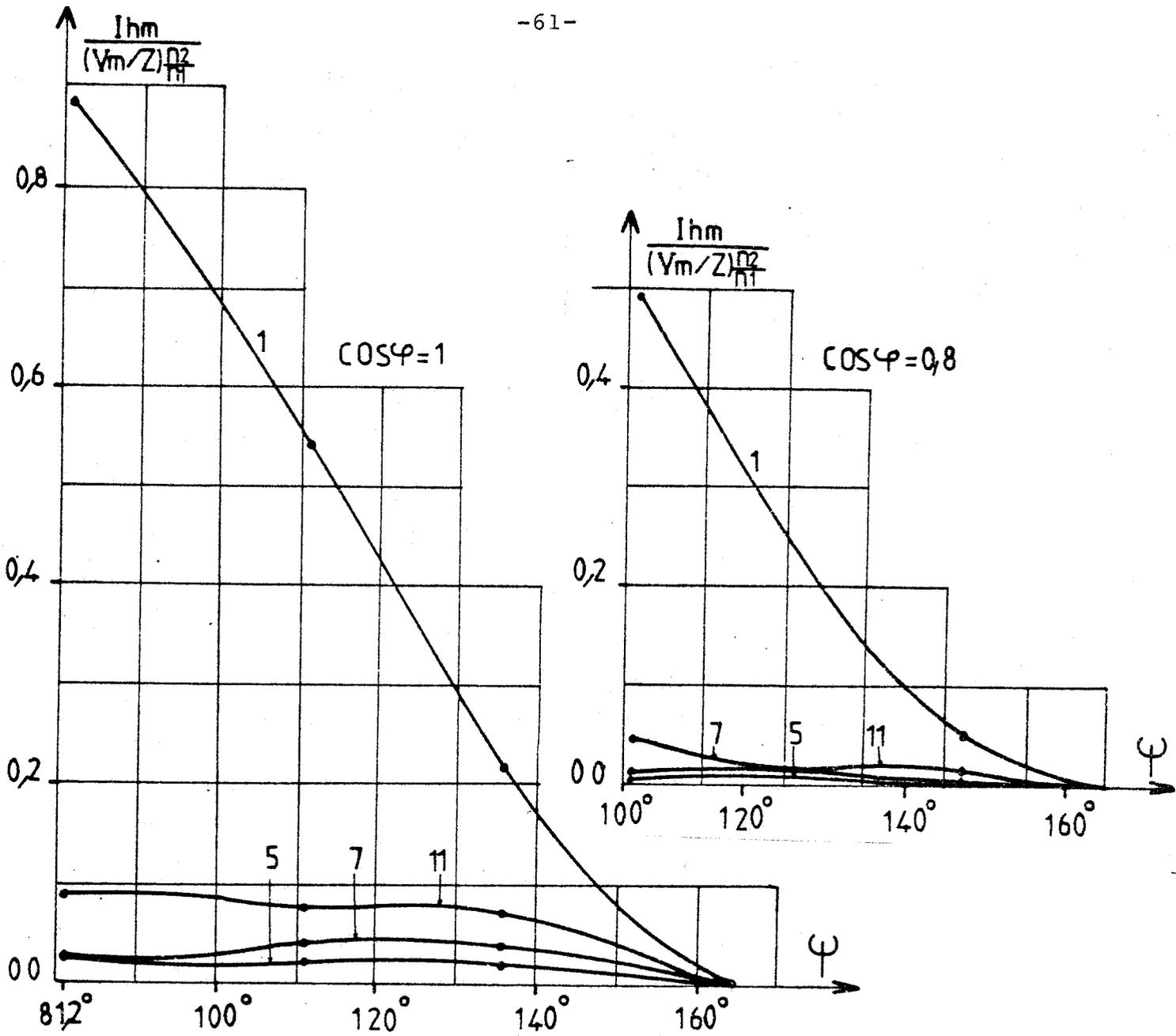


Planche II.4 Amplitude du fondamental et des harmoniques des courants en ligne.

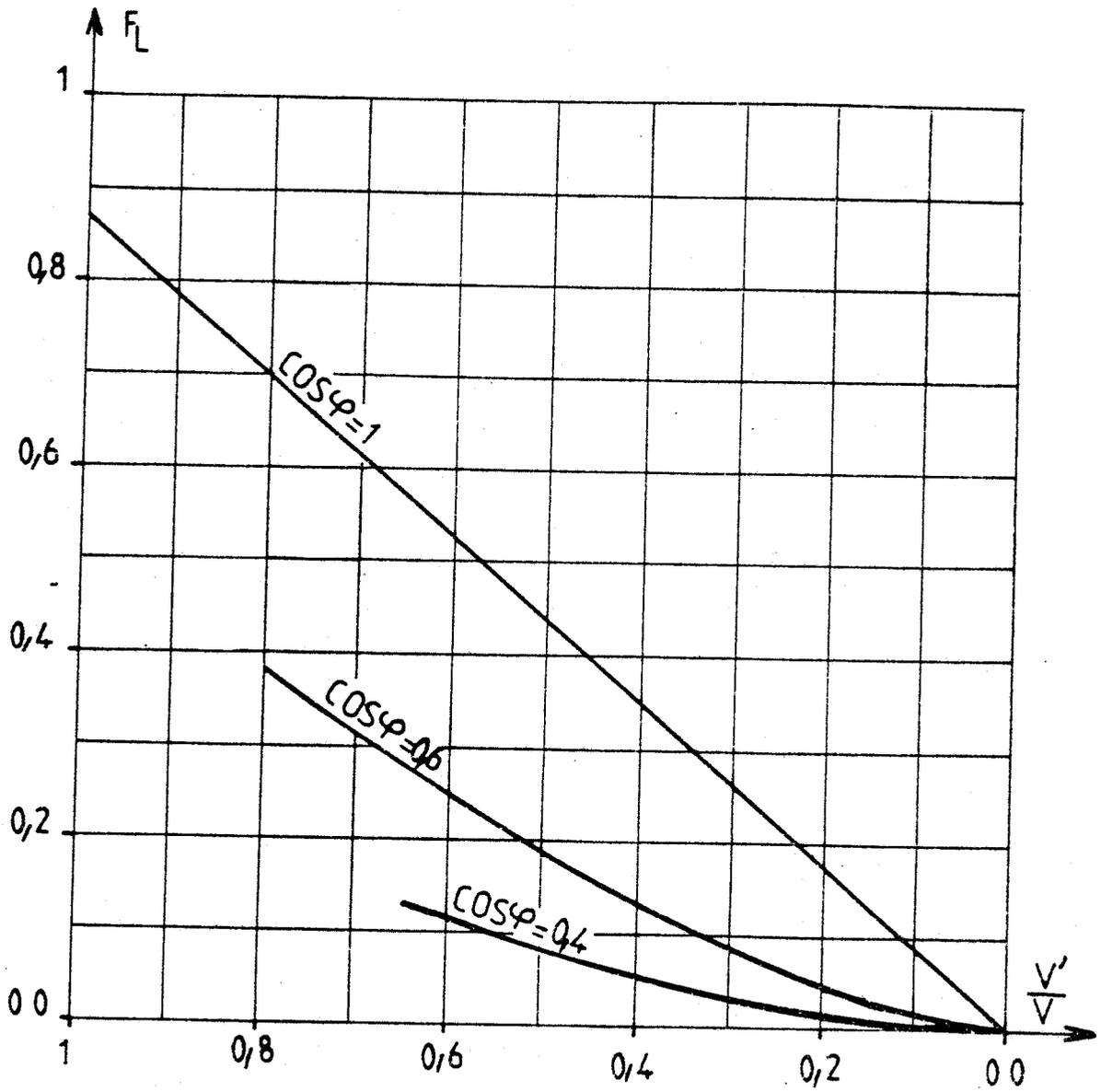


Planche II.5 Facteur de puissance en ligne.



CHAPITRE III

DOUBLEURS DE FREQUENCE TRIPHASES
A NOMBRE REDUIT DE THYRISTORS

I. DOUBLEUR DE FREQUENCE TRIPHASE A SIX THYRISTORS EN AMONT
DU TRANSFORMATEUR

I.1 Schéma utilisé

Pour réduire de 12 à 6 le nombre de thyristors nécessaires, on peut placer ceux-ci au primaire du transformateur. Celui-ci doit être à point milieu. Le schéma est alors celui de la figure III.1.

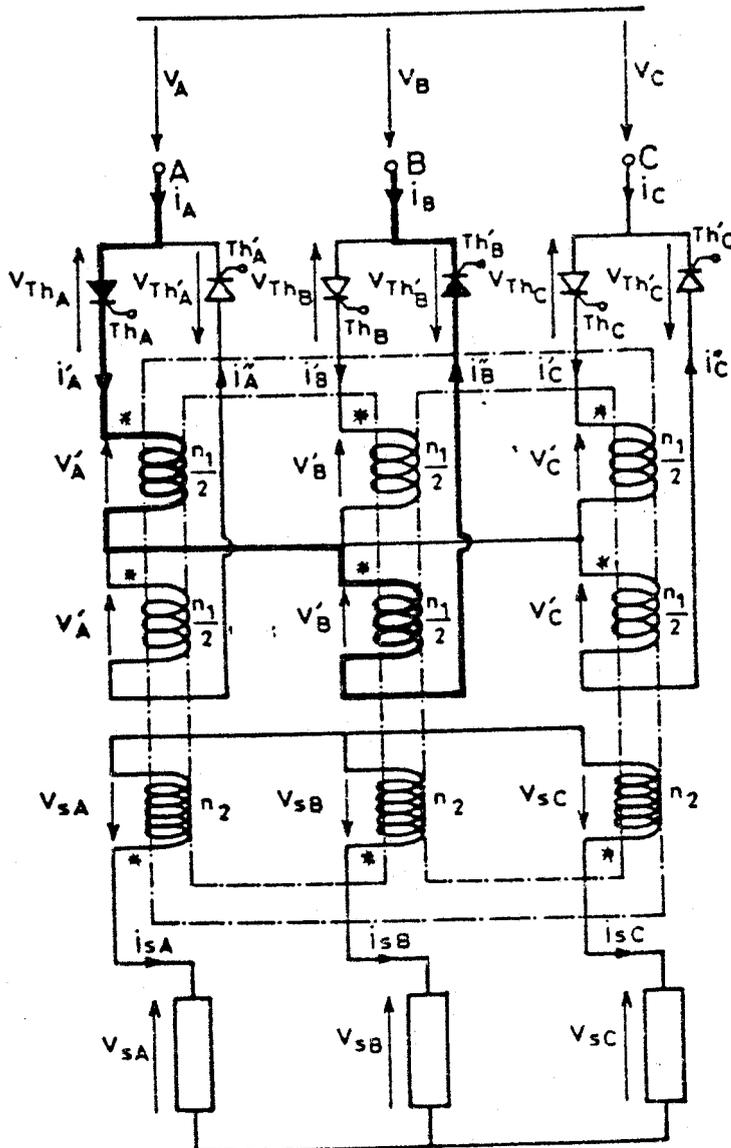


Figure III.1.



Il comporte :

-Un transformateur triphasé-triphasé dont les points milieux des trois enroulements primaires sont réunis ; les enroulements secondaires sont couplés en étoile et branchés directement sur la charge; on appellera n le rapport de transformation $n = \frac{n_1}{n_2}$

-Six thyristors branchés en série avec chaque demi-enroulement primaire, de façon à réaliser trois boucles comprenant chacune les deux demi-enroulements d'une même phase et deux thyristors.

Les thyristors sont déclenchés dans l'ordre suivant :

$$Th_A, Th'_C, Th_B, Th'_A, Th_C, Th'_B.$$

Les tensions simples de la source ont pour expressions :

$$v_A = V_m \sin \theta$$

$$v_B = V_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})$$

$$v_C = V_m \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})$$

On désigne par ψ l'angle d'amorçage du thyristor Th_A .

I.2. Fonctionnement et expressions des variables

I.2.1 Débit sur charge purement résistive

Suivant la valeur de l'angle de retard à l'amorçage des thyristors deux modes de fonctionnement sont à considérer. Un premier mode où tantôt 2, tantôt zéro thyristors conduisent ensemble et un deuxième mode où tantôt trois, tantôt deux thyristors sont simultanément conducteurs.

I.2.1.1 Fonctionnement suivant le premier mode

L'étude est faite sur l'intervalle de temps pendant lequel Th_A et Th'_B conduisent simultanément. Juste avant l'amorçage de ces thyristors, tous les courants sont nuls. Si on admet que tous les thyristors sont identiques, la tension $v_A - v_B$ se répartit également aux bornes de Th_A et Th'_B ; pour amorcer simultanément ces deux thyristors, il faut donc que la tension $v_A - v_B$ soit positive. En partant de $\theta = 0$, v_A reste supérieure à v_B tant que $\theta < \frac{5\pi}{6}$. L'angle d'amorçage ψ du thyristor Th_A doit donc être inférieur à $\frac{5\pi}{6}$.

Tensions primaires

$$v'_A = v'_B = \frac{v_A - v_B}{2} = \frac{V_m}{2} (\sin \theta - \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})) = \frac{\sqrt{3} V_m}{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{6})$$

$$v'_C = -(v_A - v_B) = -3 V_m \sin(\theta + \frac{\pi}{6})$$

.Tensions secondaires

$$v_{sA} = v_{sB} = \frac{v'_A}{n} = \frac{3 V_m}{2n} \sin(\theta + \frac{\pi}{6})$$

$$v_{sC} = -2v_{sA} = \frac{-3 V_m}{n} \sin(\theta + \frac{\pi}{6})$$

.Tensions aux bornes des thyristors

$$v_{ThA} = 0 ; v_{Th'A} = -v'_A = \frac{-\sqrt{3} V_m}{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) ; v_{ThB} = -v'_B = \frac{-\sqrt{3} V_m}{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{6})$$

$$v_{Th'B} = 0 ; v_{ThC} = v_C - v_A + v'_A - v'_C = V_m (\frac{1}{2} \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) - 2 \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}))$$

$$v_{Th'C} = -v_{ThC} - 2 v'_C = V_m (\frac{1}{2} \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) + 2 \sin\theta)$$

.Courants secondaires

$$i_{sA} = i_{sB} = \frac{v_{sA}}{R} = \frac{\sqrt{3} V_m}{2nR} \sin(\theta + \frac{\pi}{6})$$

$$i_{sC} = \frac{v_{sC}}{R} = \frac{-\sqrt{3} V_m}{nR} \sin(\theta + \frac{\pi}{6})$$

.Courants primaires et en ligne

$$i_A = \frac{3i_{sA}}{n} = i'_A = -i_B = i''_B$$

$$i_C = i'_C = i''_C = i''_A = i'_B = 0$$

.Fin de l'intervalle à deux thyristors passants

Th_A et Th'_B cessent de conduire lorsque i_A et i_B passent simultanément par zéro à $\theta = \frac{5\pi}{6}$.

Tous les courants sont alors nuls ainsi que les flux dans les enroulements et les tensions à leurs bornes. Si on suppose égales les impédances des thyristors bloqués, le potentiel des points milieu des enroulements primaires est égal à celui du point neutre de la source.

On en déduit les tensions aux bornes des thyristors bloqués :

$$v_{ThA} = -v_{Th'A} = v_A ; v_{ThB} = -v_{Th'B} = v_B ; v_{ThC} = -v_{Th'C} = v_C$$

.Limites de ce mode de fonctionnement

Ce mode de fonctionnement, qui nécessite $\Psi < 5\pi/6$, reste valable tant que Ψ reste supérieur ou égal à $\frac{\pi}{2}$. Si Ψ devient inférieur à $\frac{\pi}{2}$, le thyristor Th_A est amorcé alors que Th'_B et Th_C sont encore conducteurs, on a alors le fonctionnement à 3 ou 2 thyristors passants.

Sur la figure III.2.a. on a tracé en traits continus les formes d'ondes des tensions v_{SA} , v_{ThA} et du courant i_A pour $\Psi = \frac{2\pi}{3}$. Les courbes en pointillés donnent ces formes d'ondes dans le cas limite où $\Psi = \frac{\pi}{2}$.

I.2.1.2. Fonctionnement suivant le deuxième mode

Si l'angle d'amorçage Ψ du thyristor Th_A devient inférieur à $\frac{\pi}{2}$, on aura un fonctionnement avec tantôt 3, tantôt 2 thyristors conducteurs.

. Intervalle à 3 thyristors conducteurs

On étudie l'intervalle pendant lequel Th_A , Th'_B et Th_C conduisent ensemble.

. Tensions primaires.

$$\begin{aligned} v'_A &= v_B - v_C = -\sqrt{3} V_m \cos\theta \\ v'_B &= -3v_B = -3V_m \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v'_C &= v_B - v_A = -\sqrt{3}V_m \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \end{aligned}$$

. Tensions secondaires

$$\begin{aligned} v_{SA} &= \frac{v'_A}{n} = \frac{-\sqrt{3} V_m}{n} \cos\theta \\ v_{SB} &= \frac{v'_B}{n} = \frac{-3 V_m}{n} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_{SC} &= \frac{v'_C}{n} = \frac{-\sqrt{3} V_m}{n} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \end{aligned}$$

. Tensions aux bornes des thyristors

$$v_{ThA} = 0 ; v_{Th'A} = -2 v'_A = 2\sqrt{3} V_m \cos\theta ; v_{ThB} = -2v'_B = 6V_m \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v_{Th'B} = 0 ; v_{ThC} = 0 ; v_{Th'C} = -2 v'_C = 2\sqrt{3}V_m \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$$

. Courant secondaires

$$i_{SA} = \frac{v_{SA}}{R} = \frac{-\sqrt{3} V_m}{nR} \cos\theta$$

$$i_{SB} = \frac{v_{SB}}{R} = \frac{-3V_m}{nR} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_{SC} = \frac{v_{SC}}{R} = \frac{-\sqrt{3} V_m}{nR} \sin(\theta + \frac{\pi}{6})$$

. Courants primaires

Les équations d'ampères-tours permettant d'exprimer les courants primaires en fonction des courants secondaires sont :

$$\frac{n_1}{2} i'_A - n_2 i_{SA} + n_2 i_{SC} - \frac{n_1}{2} i'_C = 0$$

$$\frac{n_1}{2} i'_A - n_2 i_{SA} + n_2 i_{SB} - \frac{n_1}{2} i''_B = 0$$

à partir de ces équations on obtient :

$$i'_A = \frac{i_{SB} - i_{SC}}{n} = \frac{\sqrt{3}V_m}{n^2 R} (\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) - \sqrt{3}\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}))$$

$$i''_B = \frac{3i_{SB}}{n} = \frac{-9V_m}{n^2 R} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})$$

$$i'_C = \frac{i_{SB} - i_{SA}}{n} = \frac{\sqrt{3}V_m}{n^2 R} (\cos\theta - 3\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}))$$

. Courants en ligne

$$i_A = i'_A = \frac{\sqrt{3} V_m}{n^2 R} (\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) - \sqrt{3}\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}))$$

$$i_B = -i''_B = \frac{9V_m}{n^2 R} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_C = i'_C = \frac{\sqrt{3}V_m}{n^2 R} (\cos\theta - \sqrt{3} \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}))$$

. Fin de cet intervalle de fonctionnement

Cet intervalle de fonctionnement se termine lorsque l'un des courants i'_A , i''_B ou i'_C passe par zéro.

i'_C est le premier de ces courants à s'annuler pour

$$\theta = \text{Arctg} \frac{-5}{\sqrt{3}} \approx 109,1^\circ$$

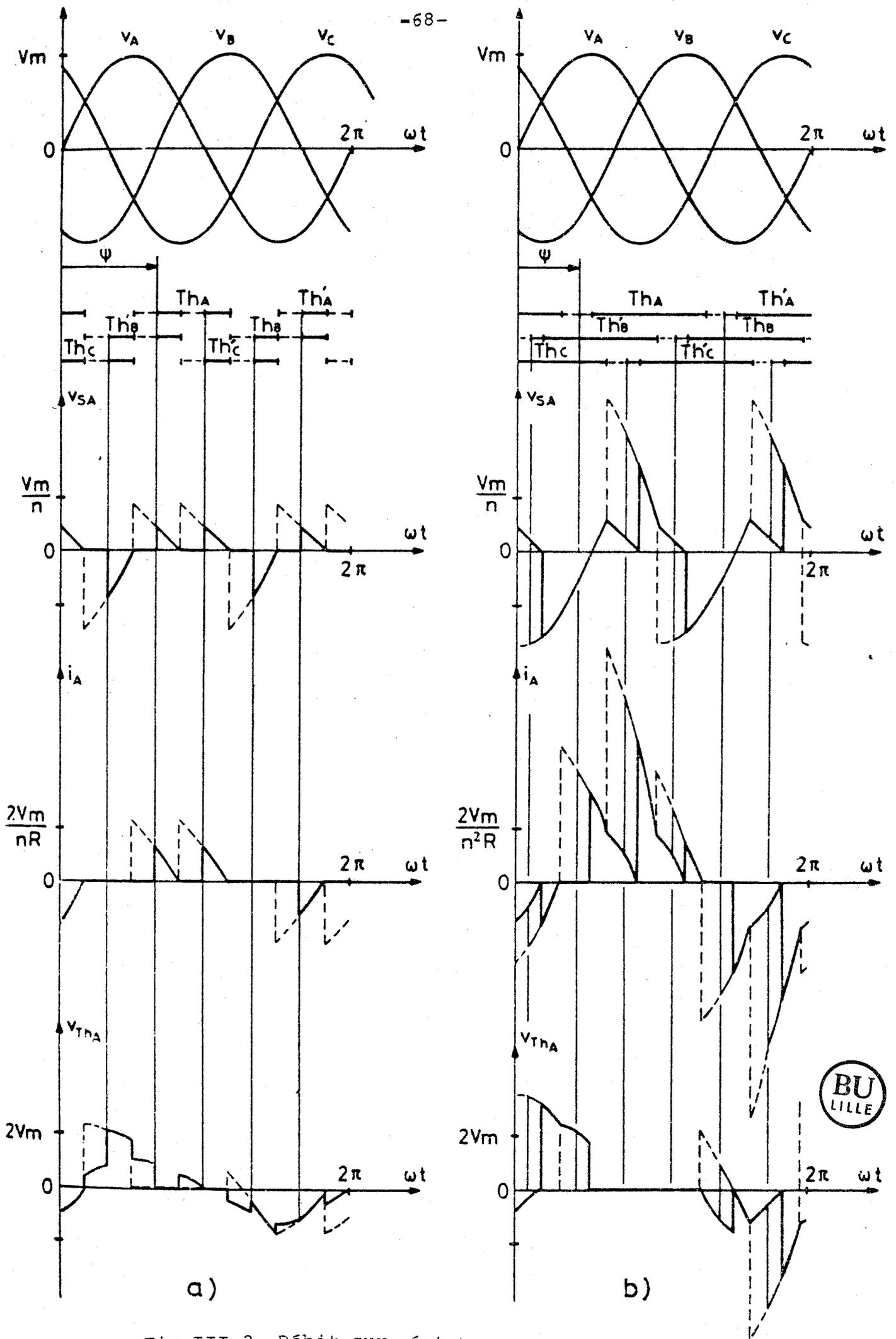


Fig III.2. Débit sur résistances pures

Le thyristor Th_C s'éteint alors, laissant Th_A et Th'_B seuls conducteurs.

.Intervalle à deux thyristors conducteurs

Toutes les équations correspondantes à ce type de fonctionnement et les expressions qui en découlent sont identiques à celles qui ont été établies au paragraphe I.2.1.1.

.Limites de ce mode de fonctionnement

Le thyristor Th_A conduit de $\theta = \psi$ à $\theta = \text{Arctg}\left(\frac{-5}{\sqrt{3}}\right) + \frac{2\pi}{3} \approx 229,1^\circ$. Or son angle de conduction ne peut dépasser π sinon Th_A et Th'_A conduiraient simultanément, ce qui mettrait les deux demi-enroulements primaires en court-circuit. Il faut donc que :

$$\text{Arctg}\left(\frac{-5}{\sqrt{3}}\right) + \frac{2\pi}{3} - \psi \leq \pi \quad ; \quad \text{ce qui donne } \psi \geq \text{Arctg}\left(\frac{-5}{\sqrt{3}}\right) - \frac{\pi}{3} \approx 49,1^\circ$$

donc pour ψ compris entre $49,1$ et 90° on aura un fonctionnement à 3 ou 2 thyristors passants.

Pour $\psi = 49,1$ l'angle de conduction simultanée de 3 thyristors, α' , est maximum et égal à $\frac{\pi}{3}$. Pour $\psi = 90^\circ$, cet angle est réduit à $109,1 - 90^\circ = 19,1$.

Au dessus de 90° on retrouve le fonctionnement à zéro ou deux thyristors passants.

Sur la figure III.2.b. on a tracé en traits gras, les formes d'ondes de v_{SA} , i_A et v_{ThA} pour $\psi = \frac{\pi}{2}$, limite supérieure de ψ pour ce mode de fonctionnement. Les courbes en pointillés correspondent à l'angle d'amorçage minimal voisin de $49,1$ alors que celles en traits fin correspondent à $\psi = 75^\circ$.

I.2.2 Débit sur charge résistive et inductive

Comme précédemment on retrouve les deux modes de fonctionnement. Les tensions primaires, secondaires et aux bornes des thyristors gardent les mêmes expressions et les relations entre courants primaires et secondaires ne changent pas.

I.2.2.1 Fonctionnement suivant le premier mode

.Courants secondaires

Lorsque Th_A et Th'_B sont conducteurs, les courants secondaires sont solution des équations :

$$R_{iSA} + L \frac{di_{SA}}{dt} = \frac{\sqrt{3}V_m}{2n} \sin(\theta + \frac{\pi}{6})$$

$$R_{iSB} + L \frac{di_{SB}}{dt} = \frac{\sqrt{3} V_m}{2n} \sin(\theta + \frac{\pi}{6})$$

$$R_{iSC} + L \frac{di_{SC}}{dt} = \frac{-\sqrt{3} V_m}{n} \sin(\theta + \frac{\pi}{6})$$

avec R et L résistance et inductance d'une phase, les courants i_{SA} , i_{SB} et i_{SC} seront donc de la forme :

$$i_{SA} = \frac{\sqrt{3}V_m}{2nR(1+Q^2)} (\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) - Q \cos(\theta + \frac{\pi}{6}) - J_A e^{-\frac{\theta}{Q}})$$

$$i_{SB} = \frac{\sqrt{3} V_m}{2nR(1+Q^2)} (\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) - Q \cos(\theta + \frac{\pi}{6}) - J_B e^{-\frac{\theta}{Q}})$$

$$i_{SC} = \frac{-\sqrt{3} V_m}{nR(1+Q^2)} (\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) - Q \cos(\theta + \frac{\pi}{6}) - J_C e^{-\frac{\theta}{Q}})$$

avec $Q = \frac{L\omega}{R}$; $J_A = (\sin(\psi + \frac{\pi}{6}) - Q \cos(\psi + \frac{\pi}{6})) e^{\frac{\psi}{Q}}$; $J_B = J_A$ et $J_C = -J_A$

.Limites de ce mode de fonctionnement

Ce fonctionnement est valable à partir d'une valeur minimale de ψ_{min} telle que

$$\psi_{min} = \text{Arctg} \frac{Q\sqrt{3} - (1 - 2e^{-\frac{\pi}{3Q}})}{Q(1 - 2e^{-\frac{\pi}{3Q}}) + \sqrt{3}}$$

et se termine, quelque soit Q a la valeur maximale de ψ telle que $\psi_{max} = \frac{5\pi}{6}$.

Sur la figure III.3.a on a représenté les diagrammes de conduction des différents thyristors et les formes d'ondes des tensions v_{SA} , v_{ThA} et des courants i_A , i_{SA} pour $\psi = 120^\circ$ et $\cos \varphi' = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2}} = 0,50$.

I.2.2.2. Fonctionnement suivant le deuxième mode

Si on donne à Ψ une valeur inférieure à la valeur minimale définie plus haut, Th_A est amorcé tandis que Th'_B et Th_C conduisent encore.

.Intervalle à trois thyristors conducteurs

Les tensions primaires et secondaires, et les tensions aux bornes des thyristors ont les mêmes expressions que lors de l'étude du débit sur charge purement résistive, il en est de même des relations entre courants primaires et secondaires.

.Courants secondaires

Les courants secondaires sont solutions des équations :

$$R_{iSA} + L \frac{diSA}{dt} = \frac{-\sqrt{3}Vm}{n} \cos\theta$$

$$R_{iSB} + L \frac{diSB}{dt} = \frac{-\sqrt{3}Vm}{n} \sin(\theta - \frac{2\Pi}{3})$$

$$R_{ciSC} + L \frac{diSC}{dt} = \frac{-\sqrt{3}Vm}{n} \sin(\theta + \frac{\Pi}{6})$$

ils sont donc de la forme

$$i_{SA} = \frac{-\sqrt{3} Vm}{nR(1+Q2)} (\cos\theta + Q \sin\theta + J'_A e^{\frac{-\theta}{Q}})$$

$$i_{SB} = \frac{-\sqrt{3} Vm}{nR(1+Q2)} (\sin(\theta - \frac{2\Pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{2\Pi}{3}) + J'_B e^{\frac{-\theta}{Q}})$$

$$i_{SC} = \frac{-\sqrt{3} Vm}{nR(1+Q2)} (\sin(\theta + \frac{\Pi}{6}) - Q \cos(\theta + \frac{\Pi}{6}) + J'_C e^{\frac{-\theta}{Q}})$$

avec

$$J'_A = -((2Q+\sqrt{3}) \sin\Psi - (Q\sqrt{3}-2) \cos\Psi) \frac{e^{\frac{3\Psi-\Pi}{3Q}}}{2+e^{\frac{-\Pi}{3Q}}}$$

$$J'_B = -J'_A \frac{1+e^{\frac{\Pi}{3Q}}}{\sqrt{3}} \quad \text{et} \quad J'_C = J'_A e^{\frac{\Pi}{3Q}}$$

.Intervalle à deux thyristors conducteurs

-Courants secondaires

Les expressions de ces courants sont identiques à celles du paragraphe I.2.2.1 mais avec d'autres constantes d'intégration:

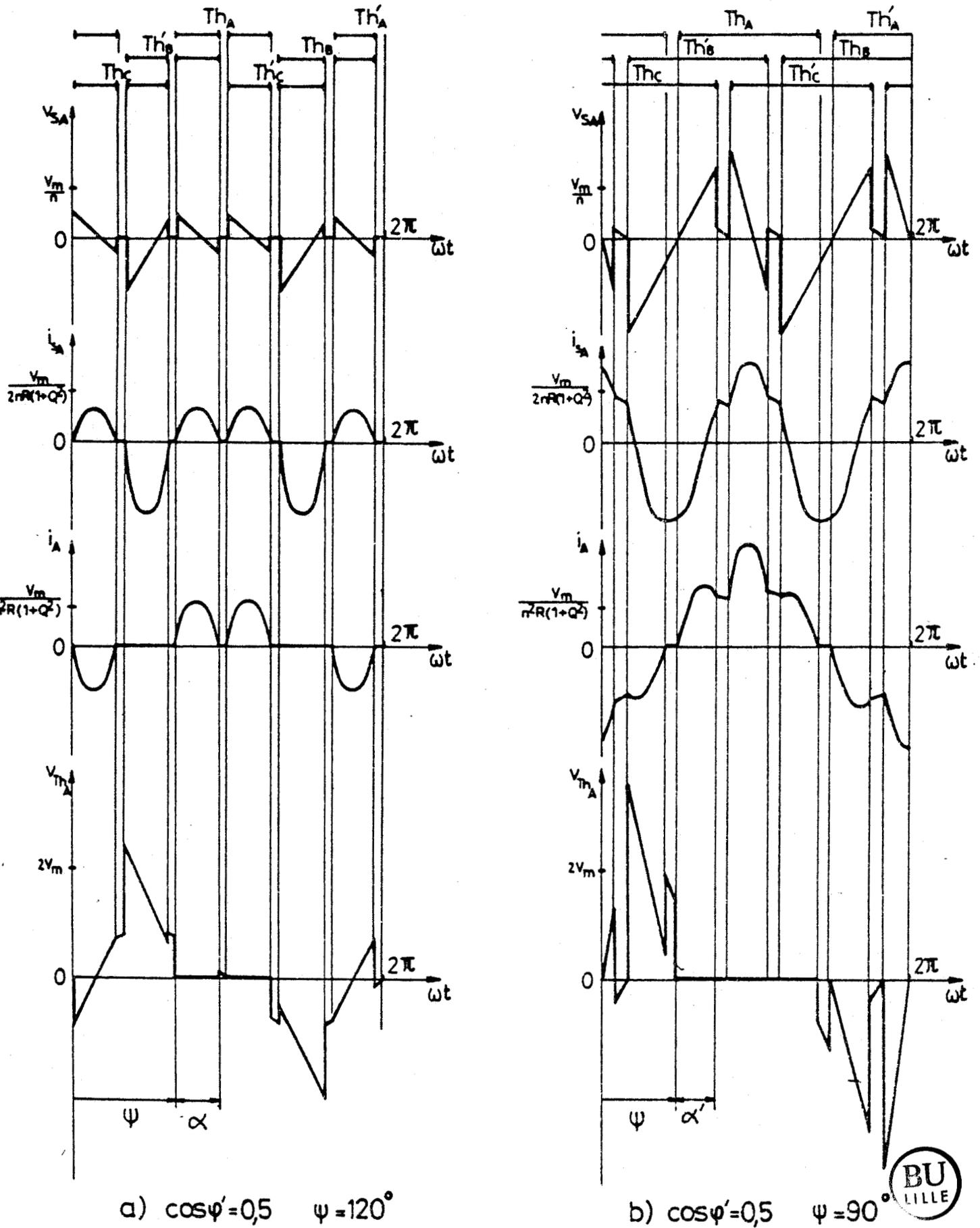


Fig III.3. Débit sur récepteur résistant et inductif.



$$i_{SA} = \frac{\sqrt{3} V_m}{2nR(1+Q^2)} \left(\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - Q \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - J_A e^{-\frac{\theta}{Q}} \right)$$

$$i_{SB} = \frac{\sqrt{3} V_m}{2nR(1+Q^2)} \left(\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - Q \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - J_B e^{-\frac{\theta}{Q}} \right)$$

$$i_{SC} = \frac{-\sqrt{3} V_m}{nR(1+Q^2)} \left(\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - Q \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - J_C e^{-\frac{\theta}{Q}} \right)$$

cù

$$J_A = ((2Q + \sqrt{3}) \sin \psi - (Q\sqrt{3} - 2) \cos \psi) \frac{e^{\frac{\psi}{Q}}}{2 + e^{-\frac{\pi}{3Q}}}; \quad J_B = J_A \text{ et } J_C = -J_A.$$

-Limites de ce mode de fonctionnement

Ce type de fonctionnement à 3 ou 2 thyristors conducteurs existe si l'angle du retard à l'amorçage des thyristors est compris entre une limite minimale ψ_{\min} et une limite maximale ψ_{\max} telles que :

$$\psi_{\min} = \text{Arctg} \frac{(2+Q\sqrt{3}) \left(1+2e^{\frac{\pi}{3Q}}\right) + (Q\sqrt{3}-2) \left(1+2e^{-\frac{\pi}{3Q}}\right)}{(\sqrt{3}-2Q) \left(1+2e^{\frac{\pi}{3Q}}\right) + (2Q+\sqrt{3}) \left(1+2e^{-\frac{\pi}{3Q}}\right)}; \quad \psi_{\max} = \text{Arctg} \frac{(Q\sqrt{3}-1) e^{\frac{-\pi}{3Q}} + 2}{(Q+\sqrt{3}) e^{\frac{-\pi}{3Q}} - 2Q}$$

Sur la figure III.3.b on a représenté les diagrammes de conduction des différents thyristors et les formes d'ondes des tensions v_{SA} , v_{ThA} et des courants i_A , i_{SA} pour $\cos \varphi' = 0,5$ et $\psi = 90^\circ$

I.3. Etude des courants pris au réseau. Caractéristiques

I.3.1 Analyse harmonique

On s'intéressera directement au débit du montage sur une charge résistive et inductive, les résultats de l'étude du débit sur une charge purement résistive et une charge purement inductive sont présentés sous forme de courbes sur la planche III.1.

I.3.1.1 Fonctionnement suivant le premier mode

Les courants en ligne fournis par la source de fréquence f ont la même période que les tensions de celle-ci

Au cours d'une période, le courant i_A prend successivement les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \Psi < \theta < \Psi + \alpha & i_A = \frac{3\sqrt{3} V_m}{2n^2 R (1+Q^2)} \left(\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - Q \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - J_A e^{-\frac{\theta}{Q}} \right) \\ \Psi + \alpha < \theta < \Psi + \frac{\pi}{3} & i_A = 0 \\ \Psi + \frac{\pi}{3} < \theta < \Psi + \frac{\pi}{3} + \alpha & i_A = \frac{3\sqrt{3} V_m}{2n^2 R (1+Q^2)} \left(\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - Q \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - J_A e^{-\frac{(\theta - \pi/3)}{Q}} \right) \\ \Psi + \frac{\pi}{3} + \alpha < \theta < \Psi + \pi & i_A = 0 \\ \Psi + \pi < \theta < \Psi + \pi + \alpha & i_A = \frac{-3\sqrt{3} V_m}{2n^2 R (1+Q^2)} \left(\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - Q \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - J_A e^{-\frac{(\theta - \pi)}{Q}} \right) \\ \Psi + \pi + \alpha < \theta < \frac{4\pi}{3} + \Psi & i_A = 0 \\ \frac{4\pi}{3} + \Psi < \theta < \frac{4\pi}{3} + \Psi + \alpha & i_A = \frac{-3\sqrt{3} V_m}{2n^2 R (1+Q^2)} \left(\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - Q \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - J_A e^{-\frac{(\theta - 4\pi/3)}{Q}} \right) \end{aligned}$$

avec $J_A = \left(\sin\left(\Psi + \frac{\pi}{6}\right) - Q \cos\left(\Psi + \frac{\pi}{6}\right) \right) e^{-\frac{\Psi}{Q}}$

Cette onde de courant présente une symétrie de glissement, l'alternance négative est identique, au signe près, à l'alternance positive, $i_A(\theta + \pi) = -i_A(\theta)$. Il n'ya pas d'harmonique pair.

De plus $i_B(\theta + 2\pi/3) = i_A(\theta)$ et $i_C(\theta + 4\pi/3) = i_A(\theta)$ avec $i_A + i_B + i_C = 0$: il n'ya pas d'harmonique de rang 3 ou multiple de 3.

On calcule la valeur du terme en sinus de l'harmonique de rang h, égal à 2k+1, par

$$A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\Psi}^{\Psi + \pi} i_A \sin(2k+1)\theta d\theta \quad \text{ce qui donne}$$

$$A_{2k+1} = \frac{3\sqrt{3} V_m}{\pi n^2 k (1+Q^2)} \left[\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{(\sin(2k(\Psi + \alpha) - \pi/6) - \sin(2k\Psi - \pi/6) + \sin(2k(\Psi + \alpha + \pi/3) + \pi/6)) - \sin 2k((\Psi + \pi/3) + \pi/6)}{2k} \\ & + \frac{1}{2} \frac{(\sin((2k+2)\Psi + \pi/6) - \sin((2k+2)(\Psi + \alpha) + \pi/6) + \sin((2k+2)(\Psi + \pi/3) - \pi/6) - \sin((2k+2)(\pi/3 + \Psi + \alpha) - \pi/6))}{(2k+2)} \\ & + \frac{Q}{2} \frac{(\cos(2k(\pi/3 + \Psi) + \pi/6) - \cos(2k(\pi/3 + \Psi + \alpha) + \pi/6) + \cos(2k(\Psi + \alpha) + \pi/6) - \cos(2k\Psi + \pi/6))}{2k} \\ & + \frac{Q}{2} \frac{(\cos(2k+2)(\pi/3 + \Psi) - \pi/6) - \cos((2k+2)(\pi/3 + \Psi + \alpha) - \pi/6) - \cos((2k+2)\Psi - \pi/6) + \cos((2k+2)(\Psi + \alpha) - \pi/6)}{(2k+2)} \\ & - \frac{J_A Q e^{-\frac{\Psi + \alpha}{Q}}}{(1+Q^2(2k+1)^2)} \{ -\sin(2k+1)(\Psi + \alpha) - Q(2k+1)\cos((2k+1)(\Psi + \alpha)) - \sin(2k+1)(\pi/3 + \Psi + \alpha) \\ & \qquad \qquad \qquad - Q(2k+1)\cos(2k+1)(\frac{\pi}{3} + \Psi + \alpha) \} \\ & - \frac{J_A Q e^{-\frac{\Psi}{Q}}}{(1+Q^2(2k+1)^2)} \{ \sin(2k+1)\Psi + Q(2k+1)\cos(2k+1)\Psi + \sin(2k+1)(\Psi + \pi/3) + Q(2k+1)\cos(2k+1)(\Psi + \pi/3) \} \end{aligned} \right]$$

Les termes en cosinus, calculés par $B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\pi} i_A \cos(2k+1)\theta d\theta$ ont pour valeur

$$B_{2k+1} = \frac{3\sqrt{3}V_m}{\pi(1+Q^2)n^2k} \left[\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left\{ \frac{\cos(2k(\Psi+\alpha)-\pi/6) - \cos(2k\Psi-\pi/6) + \cos(2k(\Psi+\pi/3)+\pi/6) - \cos(2k(\Psi+\pi/3)+\pi/6)}{2k} \right\} \\ & \frac{1}{2} \left\{ \frac{\cos((2k+2)\Psi+\pi/6) - \cos((2k+2)(\Psi+\alpha)+\pi/6) + \cos((2k+2)(\Psi+\pi/3)-\pi/6) - \cos((2k+2)(\Psi+\pi/3)-\pi/6)}{2k+2} \right\} \\ & - \frac{Q}{2} \frac{\sin(2k(\Psi+\alpha)-\pi/6) - \sin(2k\Psi-\pi/6) + \sin(2k(\Psi+\pi/3)+\pi/6) - \sin(2k(\Psi+\pi/3)+\pi/6)}{2k} \\ & - \frac{Q}{2} \frac{\sin((2k+2)(\Psi+\alpha)+\pi/6) - \sin((2k+2)\Psi+\pi/6) + \sin((2k+2)(\Psi+\pi/3)-\pi/6) - \sin((2k+2)(\Psi+\pi/3)-\pi/6)}{2k+2} \\ & + \frac{J_A Q e^{-\frac{\Psi+\alpha}{Q}}}{1+Q^2(2k+1)^2} \left\{ \cos((2k+1)(\Psi+\alpha)) - Q(2k+1) \sin((2k+1)(\Psi+\alpha) + \cos(2k+1)(\Psi+\pi/3+\alpha) - Q(2k+1) \sin(2k+1)(\Psi+\pi/3+\alpha) \right\} \\ & - \frac{J_A Q e^{-\frac{\Psi}{Q}}}{1+Q^2(2k+1)^2} \left\{ \cos(2k+1)\Psi - Q(2k+1) \sin(2k+1)\Psi + \cos(2k+1)(\Psi+\pi/3) - Q(2k+1) \sin(2k+1)(\Psi+\pi/3) \right\} \end{aligned} \right]$$

I.3.1.2 Fonctionnement suivant le deuxième mode

Comme dans le premier mode de fonctionnement l'onde du courant i_A est formée de deux alternances identiques au signe près.

Pendant la moitié d'une période des tensions d'alimentation, le courant en ligne i_A a successivement pour expressions :

$$\Psi < \theta < \Psi + \alpha \quad i_A = \frac{\sqrt{3} V_m}{n^2 R (1+Q^2)} \left\{ (\sqrt{3}+2Q) \sin\theta + (2-Q\sqrt{3}) \cos\theta - J_A (2+e^{-\frac{\pi}{3Q}}) e^{-\frac{\theta}{Q}} \right\}$$

$$\Psi + \alpha < \theta < \Psi + \frac{\pi}{3} \quad i_A = \frac{3\sqrt{3}V_m}{2n^2 R (1+Q^2)} \left\{ \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) - Q \cos(\theta + \frac{\pi}{6}) - J_A e^{-\frac{\theta}{Q}} \right\}$$

$$\Psi + \frac{\pi}{3} < \theta < \Psi + \frac{\pi}{3} + \alpha \quad i_A = \frac{9V_m}{2n^2 R (1+Q^2)} \left\{ (1+Q\sqrt{3}) \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) + (\sqrt{3}-Q) \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) - \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot J_A (1+e^{-\frac{\pi}{3Q}}) e^{-\frac{(\theta-\pi/3)}{Q}} \right\}$$

$$\Psi + \frac{\pi}{3} + \alpha < \theta < \Psi + \frac{2\pi}{3} \quad i_A = \frac{3\sqrt{3} V_m}{2n^2 R (1+Q^2)} \left\{ \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) - Q \cos(\theta - \frac{\pi}{6}) - J_A e^{-\frac{(\theta-\pi/3)}{Q}} \right\}$$

$$\Psi + \frac{2\pi}{3} < \theta < \Psi + \frac{2\pi}{3} + \alpha \quad i_A = \frac{\sqrt{3} V_m}{2n^2 R (1+Q^2)} \left\{ (5Q+\sqrt{3}) \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + (5Q-\sqrt{3}) \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - 2J_A (1+2e^{-\frac{\pi}{3Q}}) e^{-\frac{(\theta-2\pi/3)}{Q}} \right\}$$

$$\Psi + \frac{2\pi}{3} < \theta < \Psi + \pi \quad i_A = 0$$

avec $J_A = ((2Q + \sqrt{3}) \sin \Psi - (Q\sqrt{3} - 2) \cos \Psi) \frac{e^{\frac{\Psi}{Q}}}{2 + e^{-\frac{\Psi}{3Q}}}$

Pour le calcul des harmoniques, on pose

$$K = \frac{\sqrt{3} V_m}{2n^2 R(1+Q^2)}$$

Le calcul des termes en sinus, par la relation $A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\pi} i_A \sin(2k+1)\theta d\theta$

donne :

$$A_{2k+1} = \left[\begin{aligned} & 2K \left\{ \frac{(\sqrt{3}+2Q)}{2} L_1 + \frac{(2-Q\sqrt{3})}{2} L_2 - J_A \left(2 + e^{-\frac{\Psi}{3Q}} \right) L_3 \right\} \\ & + \frac{3K}{\pi} \left\{ \frac{L_{10}+L_4}{2} - \frac{Q}{2} (L_5+L_{11}) - J_A (L_6+L_{12}) \right\} \\ & + \frac{3\sqrt{3}K}{\pi} \left\{ \frac{(1+Q\sqrt{3})}{2} L_7 + \frac{\sqrt{3}-Q}{2} L_8 - 2 J_A \frac{(1+e^{-\frac{\Psi}{3Q}})}{3} L_9 \right\} \\ & + \frac{K}{\pi} \left\{ \frac{5Q+\sqrt{3}}{2} L_{13} + \frac{5Q-\sqrt{3}}{2} L_{14} - 2 J_A \left(1 - 2 e^{-\frac{\Psi}{3Q}} \right) L_{19} \right\} \end{aligned} \right]$$

Le calcul des termes en cosinus, par la relation

$$A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\pi} i_A(\theta) \cos(2k+1)\theta d\theta$$

donne :

$$B_{2k+1} = \left[\begin{aligned} & \frac{2K}{\pi} \left\{ \frac{\sqrt{3}+2Q}{2} L'_1 + \frac{(2-Q\sqrt{3})}{2} L'_2 - J_A \left(2 + e^{-\frac{\Psi}{3Q}} \right) L'_3 \right\} \\ & + \frac{3K}{\pi} \left\{ \frac{(L'_4+L'_{10})}{2} - \frac{Q}{2} (L'_5+L'_{11}) - J_A (L'_6+L'_{12}) \right\} \\ & + \frac{3\sqrt{3}K}{\pi} \left\{ \frac{(1+Q\sqrt{3})}{2} L'_7 + \frac{(\sqrt{3}-Q)}{2} L'_8 - \frac{2}{\sqrt{3}} J_A \left(1 + e^{-\frac{\Psi}{3Q}} \right) L'_9 \right\} \\ & + \frac{K}{\pi} \left\{ \frac{(5Q+\sqrt{3})}{2} L'_{13} + \frac{(5Q-\sqrt{3})}{2} L'_{14} - 2 J_A \left(1 + 2 e^{-\frac{\Psi}{3Q}} \right) L'_{15} \right\} \end{aligned} \right]$$

oü :

$$L_1 = \frac{\sin(2k(\psi + \alpha)) - \sin(2k\psi)}{2k} - \frac{\sin((2k+2)(\psi + \alpha)) - \sin((2k+2)\psi)}{(2k+2)}$$

$$L_2 = \frac{\cos(2k+2)\psi - \cos(2k+2)(\psi + \alpha)}{2k+2} - \frac{\cos 2k(\psi + \alpha) - \cos 2k\psi}{2k}$$

$$L_3 = \frac{Q[\sin((2k+1)\psi)e^{-\frac{\psi}{Q}} - \sin((2k+1)(\psi + \alpha))e^{-\frac{\psi + \alpha}{Q}}] + Q^2(2k+1)[\cos((2k+1)\psi)e^{-\frac{\psi}{Q}} - \cos((2k+1)(\psi + \alpha))e^{-\frac{\psi + \alpha}{Q}}]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L_4 = \frac{\sin(2k(\frac{\pi}{3} + \psi) - \frac{\pi}{3}) - \sin(2k(\psi + \alpha) - \frac{\pi}{3})}{2k} - \frac{\sin((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3}) + \frac{\pi}{3}) - \sin((2k+2)(\psi + \alpha) + \frac{\pi}{3})}{(2k+2)}$$

$$L_5 = \frac{\cos((2k+2)(\psi + \alpha) + \frac{\pi}{6}) - \cos((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3}) + \frac{\pi}{6})}{(2k+2)} + \frac{\cos(2k(\psi + \alpha) - \frac{\pi}{6}) - \cos(2k(\psi + \frac{\pi}{3}) - \frac{\pi}{6})}{2k}$$

$$L_6 = \frac{Q[\sin((2k+1)(\psi + \alpha))e^{-\frac{\psi + \alpha}{Q}} - \sin((2k+1)(\psi + \frac{\pi}{3}))e^{-\frac{\psi + \pi/3}{Q}}] + Q^2(2k+1)[\cos((2k+1)(\psi + \alpha))e^{-\frac{\psi + \alpha}{Q}} - \cos((2k+1)(\psi + \frac{\pi}{3}))e^{-\frac{\psi + \pi/3}{Q}}]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L_7 = \frac{\sin(2k((\psi + \alpha + \frac{\pi}{3}) + \frac{\pi}{3})) - \sin(2k(\psi + \frac{\pi}{3}) + \frac{\pi}{3})}{2k} - \frac{\sin((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3} + \alpha) - \frac{\pi}{3}) - \sin((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3}) - \frac{\pi}{3})}{(2k+2)}$$

$$L_8 = \frac{\cos((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3}) - \frac{\pi}{3}) - \cos((2k+2)(\psi + \alpha + \frac{\pi}{3}) - \frac{\pi}{3})}{(2k+2)} + \frac{\cos(2k(\psi + \frac{\pi}{3}) - \cos(2k(\psi + \frac{\pi}{3} + \alpha) + \frac{\pi}{3})}{2k}$$

$$L_9 = \frac{Q[\sin(2k+1)(\psi + \frac{\pi}{3})e^{-\frac{\psi}{Q}} - \sin(2k+1)(\psi + \alpha + \frac{\pi}{3})e^{-\frac{\psi + \alpha}{Q}}] + Q^2(2k+1)[\cos(2k+1)(\psi + \frac{\pi}{3})e^{-\frac{\psi}{Q}} - \cos(2k+1)(\psi + \alpha + \frac{\pi}{3})e^{-\frac{\psi + \alpha}{Q}}]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L_{10} = \frac{\sin(2k(2\frac{\pi}{3} + \psi) + \frac{\pi}{6}) - \sin(2k(\psi + \alpha + \frac{\pi}{3}) + \frac{\pi}{6})}{2k} + \frac{\sin((2k+2)(\psi + \alpha + \frac{\pi}{3}) - \frac{\pi}{6}) - \sin((2k+2)(2\frac{\pi}{3} + \psi) - \frac{\pi}{6})}{(2k+2)}$$

$$L_{11} = \frac{\cos((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3} + \alpha) - \frac{\pi}{6}) - \cos((2k+2)(2\frac{\pi}{3} + \psi) - \frac{\pi}{6})}{2k} + \frac{\sin((2k+2)(\psi + \alpha + \frac{\pi}{3}) - \frac{\pi}{6}) - \sin((2k+2)(2\frac{\pi}{3} + \psi) - \frac{\pi}{6})}{2k+2}$$

$$L_{12} = \frac{Q[\sin(2k+1)(\psi + \alpha + \frac{\pi}{3})e^{-\frac{\psi + \alpha}{Q}} - \sin(2k+1)(2\frac{\pi}{3} + \psi))e^{-\frac{\psi + \pi/3}{Q}}] + Q^2(2k+1)[\cos(2k+1)(\psi + \alpha + \frac{\pi}{3})e^{-\frac{\psi + \alpha}{Q}} - \cos(2k+1)(2\frac{\pi}{3} + \psi))e^{-\frac{\psi + \pi/3}{Q}}]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L_{13} = \frac{\sin(2k(2\frac{\pi}{3} + \psi + \alpha) + 2\frac{\pi}{3}) - \sin(2k(2\frac{\pi}{3} + \psi) + 2\frac{\pi}{3})}{2k} + \frac{\sin((2k+2)(2\frac{\pi}{3} + \psi) + 2\frac{\pi}{3}) - \cos(2k(2\frac{\pi}{3} + \psi + \alpha) + 2\frac{\pi}{3})}{(2k+2)}$$

$$L_{14} = \frac{\cos((2k+2)(2\frac{\pi}{3} + \psi) - 2\frac{\pi}{3}) - \cos(2k+2)(2\frac{\pi}{3} + \psi + \alpha) - 2\frac{\pi}{3})}{(2k+2)} + \frac{\cos(2k(2\frac{\pi}{3} + \psi) + 2\frac{\pi}{3}) - \cos(2k(2\frac{\pi}{3} + \psi + \alpha) + 2\frac{\pi}{3})}{2k}$$

$$L_{15} = \frac{Q[\sin(2k+1)(2\frac{\pi}{3} + \psi))e^{-\frac{\psi}{Q}} - \sin(2k+1)(\psi + \alpha + 2\frac{\pi}{3}))e^{-\frac{\psi + \alpha}{Q}}] - Q^2(2k+1)[\cos(2k+1)(2\frac{\pi}{3} + \psi + \alpha))e^{-\frac{\psi + \alpha}{Q}} - \cos(2k+1)(2\frac{\pi}{3} + \psi))e^{-\frac{\psi}{Q}}]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

et

$$L'_1 = \frac{\cos((2k+2)(\psi+\alpha)) - \cos((2k+2)(\psi+d))}{(2k+2)} + \frac{\cos 2k(\psi+d) - \cos(2k\psi)}{2k}$$

$$L'_2 = \frac{\sin((2k+2)(\psi+d)) - \sin((2k+2)\psi)}{(2k+2)} + \frac{\sin 2k(\psi+d) - \sin(2k\psi)}{2k}$$

$$L'_3 = \frac{Q[e^{-\frac{\psi}{Q}} \cos((2k+1)\psi) - \cos((2k+1)(\psi+d))e^{-\frac{\psi+d}{Q}}] - Q^2(2k+1)[\sin((2k+1)\psi)e^{-\frac{\psi}{Q}} - \sin((2k+1)(\psi+d))e^{-\frac{\psi+d}{Q}}]}{(1+Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L'_4 = \frac{\cos((2k+2)(\psi+d) + \pi/6) - \cos((2k+2)(\psi + \pi/3) + \pi/6)}{(2k+2)} + \frac{\cos(2k(\psi + \pi/3) - \pi/6) - \cos(2k(\psi+d) - \pi/6)}{2k}$$

$$L'_5 = \frac{\sin((2k+2)(\pi/3 + \psi) + \pi/6) - \sin((2k+2)(\psi + \alpha) + \pi/6)}{(2k+2)} + \frac{\sin(2k(\pi/3 + \psi) - \pi/6) - \sin(2k(\psi+d) - \pi/6)}{2k}$$

$$L'_6 = \frac{Q[\cos((2k+1)(\psi+d))e^{-\frac{\psi+d}{Q}} - \cos((2k+1)(\psi + \pi/3))e^{-\frac{\psi + \pi/3}{Q}}] - Q^2(2k+1)[\sin((2k+1)(\psi+d))e^{-\frac{\psi+d}{Q}} - \sin((2k+1)(\psi + \pi/3))e^{-\frac{\pi/3 + \psi}{Q}}]}{(1+Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L'_7 = \frac{\cos((2k+2)(\pi/3 + \psi) - \pi/3) - \cos((2k+2)(\pi/3 + \psi+d) - \pi/3)}{(2k+2)} + \frac{\sin(2k(\psi+d + \pi/3) + \pi/3) - \cos(2k(\pi/3 + \psi) + \pi/3)}{2k}$$

$$L'_8 = \frac{\sin((2k+2)(\psi+d + \pi/3) - \pi/3) - \sin((2k+2)(\psi + \pi/3) - \pi/3)}{(2k+2)} + \frac{\sin(2k(\psi+d + \pi/3) + \pi/3) - \sin(2k(\psi + \pi/3) + \pi/3)}{2k}$$

$$L'_9 = \frac{Q[\cos((2k+1)(\pi/3 + \psi))e^{-\frac{\psi}{Q}} - \cos((2k+1)(\psi+d + \pi/3))e^{-\frac{\psi+d}{Q}}] - Q^2(2k+1)[e^{-\frac{\psi}{Q}} \sin((2k+1)(\pi/3 + \psi)) - e^{-\frac{\psi+d}{Q}} \sin((2k+1)(\psi+d + \pi/3))]}{(1+Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L'_{10} = \frac{\cos((2k+2)(\psi+d + \pi/3) - \pi/6) - \cos((2k+2)(\frac{2\pi}{3} + \psi) - \pi/6)}{(2k+2)} + \frac{\cos(2k(\frac{2\pi}{3} + \psi) + \pi/6) - \cos(2k(\psi+d + \pi/3) + \pi/6)}{2k}$$

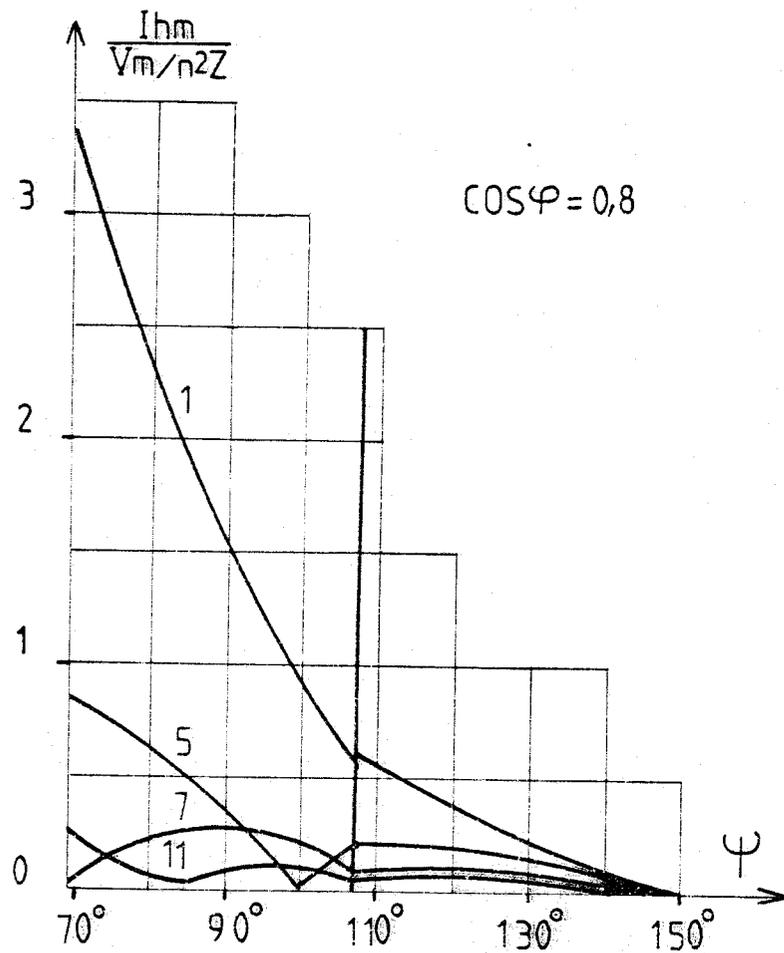
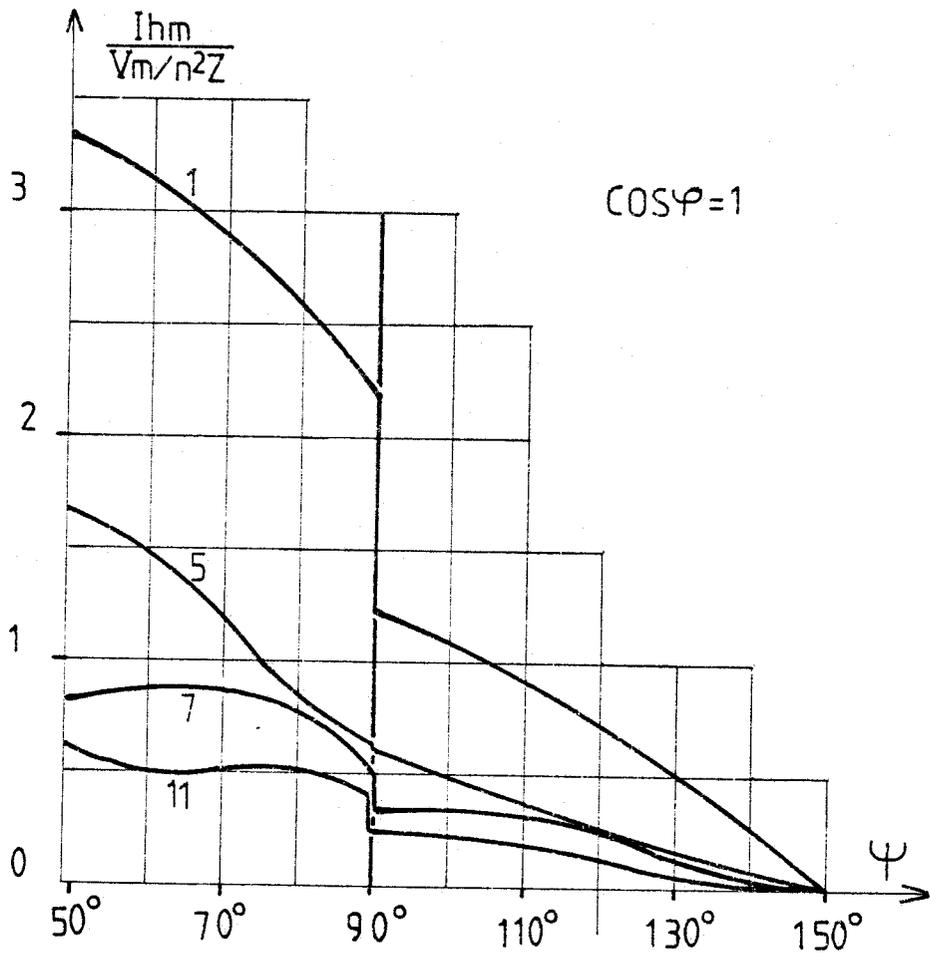
$$L'_{11} = \frac{\sin((2k+2)(\frac{2\pi}{3} + \psi+d) - \pi/6) - \sin((2k+2)(\frac{2\pi}{3} + \psi) - \pi/6)}{(2k+2)} + \frac{\sin(2k(\frac{2\pi}{3} + \psi+d) + \pi/6) - \sin(2k(\frac{2\pi}{3} + \psi) + \pi/6)}{2k}$$

$$L'_{12} = \frac{Q[e^{-\frac{\psi+d}{Q}} \cos((2k+1)(\psi+d + \pi/3)) - e^{-\frac{\psi + \pi/3}{Q}} \cos((2k+1)(\frac{2\pi}{3} + \psi))] - Q^2(2k+1)[e^{-\frac{\psi+d}{Q}} \sin((2k+1)(\psi+d + \pi/3)) - e^{-\frac{\psi + \pi/3}{Q}} \sin((2k+1)(\frac{2\pi}{3} + \psi))]}{(1+Q^2(2k+1)^2)}$$

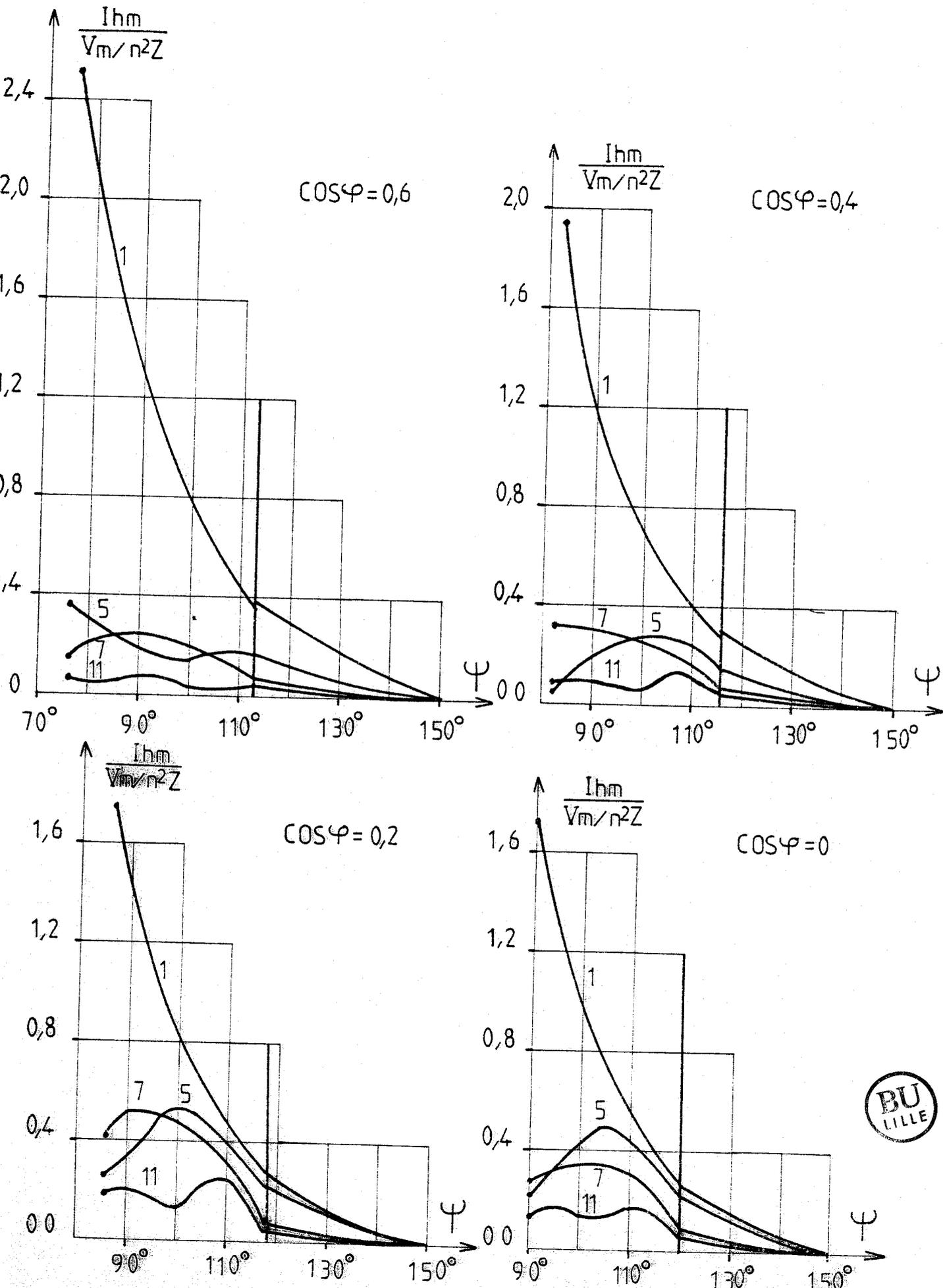
$$L'_{13} = \frac{\cos((2k+2)(\frac{2\pi}{3} + \psi) - \frac{2\pi}{3}) - \cos((2k+2)(\frac{2\pi}{3} + \psi+d) - \frac{2\pi}{3})}{(2k+2)} + \frac{\cos(2k(\frac{2\pi}{3} + \psi+d) + \frac{2\pi}{3}) - \cos(2k(\frac{2\pi}{3} + \psi) + \frac{2\pi}{3})}{2k}$$

$$L'_{14} = \frac{\sin((2k+2)(\frac{2\pi}{3} + \psi+d) - \frac{2\pi}{3}) - \sin((2k+2)(\frac{2\pi}{3} + \psi) - \frac{2\pi}{3})}{(2k+2)} + \frac{\sin(2k(\frac{2\pi}{3} + \psi+d) + \frac{2\pi}{3}) - \sin(2k(\frac{2\pi}{3} + \psi) + \frac{2\pi}{3})}{2k}$$

$$L'_{15} = \frac{Q[e^{-\frac{\psi}{Q}} \cos((2k+1)(\frac{2\pi}{3} + \psi)) - e^{-\frac{\psi+d}{Q}} \cos((2k+1)(\frac{2\pi}{3} + \psi+d))] - Q^2(2k+1)[e^{-\frac{\psi}{Q}} \sin((2k+1)(\frac{2\pi}{3} + \psi)) - e^{-\frac{\psi+d}{Q}} \sin((2k+1)(\frac{2\pi}{3} + \psi+d))]}{(1+Q^2(2k+1)^2)}$$



Pl. III.1. Fondamental et harmoniques des courants en ligne.



Pl. III.2. Fondamental et harmoniques des courants en ligne.

Ces relations ont permis le tracé des caractéristiques des planches III.1 et III.3. Elles montrent les variations du fondamental et des premiers harmoniques des courants pris au réseau en fonction de l'angle Ψ . Ces amplitudes sont rapportées à $V_m/n^2 Z$ et calculées pour cinq valeurs de $\cos\varphi$

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2} \quad ; \quad \cos\varphi = 1 / \sqrt{1 + Q^2}$$

On note l'importance des harmoniques 5 et 7 notamment ; elle est beaucoup plus forte que celle donnée par les montages de la famille générale.

I.3.2 Facteur de puissance en ligne

Le facteur de puissance en ligne F_L est égal au quotient de la puissance active par la puissance apparente à l'entrée du convertisseur. Puisqu'on néglige les pertes la puissance active à l'entrée est la même qu'à la sortie.

$$F_L = \frac{3R I'^2}{3(V_m/\sqrt{2}) I}$$

avec I' et I valeurs efficaces du courant à la sortie du convertisseur et à son entrée.

Le calcul de I' et I donne :

-Pour le premier mode,

$$F_L = \sqrt{\frac{3}{1+Q^2}} \left[\frac{\alpha}{2}(1+Q^2) - \frac{(1-Q^2)}{2} \sin\alpha \cos(2\Psi + \alpha + \frac{\pi}{3}) - Q \sin\alpha \sin(2\Psi + \alpha + \frac{\pi}{3}) \right. \\ \left. + \frac{Q}{2} J_A^2 e^{-\frac{2\Pi}{Q}} (1 - e^{-\frac{2\alpha}{Q}}) + 2J_A Q e^{-\frac{\Psi}{Q}} \left\{ e^{-\frac{\alpha}{Q}} \sin(\Psi + \alpha + \frac{\pi}{6}) - \sin(\Psi + \frac{\pi}{6}) \right\} \right]^{1/2}$$

-Pour le second,

$$F_L = \frac{M+N}{D} \quad \text{où}$$

$$M = \sqrt{\frac{6}{\Pi(1+Q^2)}} \left[\begin{aligned} & (1+Q^2) \cdot \frac{\Pi + 7\alpha'}{4} \\ & - \frac{1}{2} \left[\sin(\frac{\Pi}{3} - \alpha') + 3\sin\alpha' - \sin(\alpha' - \frac{2\Pi}{3}) \right] \cdot \\ & \left[\frac{1-Q^2}{2} \cdot \cos(2\Psi + \alpha' + \frac{2\Pi}{3}) + Q \sin(2\Psi + \alpha' + \frac{2\Pi}{3}) \right] \\ & - J_A^2 \frac{Q}{2} e^{-\frac{2\Psi}{Q}} \left\{ \frac{1}{2} \left(e^{-\frac{2\Pi}{3Q}} - e^{-\frac{2\alpha'}{Q}} \right) - \left(1 + e^{-\frac{\Pi}{3Q}} \right)^2 \left(1 - e^{-\frac{2\alpha'}{Q}} \right) \right. \\ & \left. - \left(1 - e^{-\frac{2\alpha' + 2\Pi/3}{Q}} \right) \right\} \end{aligned} \right]$$

$$N = \sqrt{\frac{6}{\pi(1+Q^2)}} \left[\begin{array}{l} +2J_A Q e^{-\frac{\Psi}{Q}} \left\{ \frac{1}{2} e^{-\frac{\Psi}{3Q}} \cos \Psi - \frac{1}{2} e^{-\frac{\alpha'}{Q}} \sin(\Psi + \alpha' + \frac{\pi}{6}) \right. \\ + \sqrt{3} (1 + e^{-\frac{\pi}{3Q}}) \left(e^{-\frac{\alpha'}{Q}} \sin(\Psi + \alpha' + \frac{\pi}{3}) - \sin(\Psi + \frac{\pi}{3}) \right) \\ \left. - e^{-\frac{(\alpha' + \pi/3)}{Q}} \cos(\Psi + \alpha') - \cos(\Psi + \frac{2\pi}{3}) \right\} \end{array} \right]$$

et

$$D = \left[\begin{array}{l} \left\{ \frac{41}{2} (1+Q^2) \alpha + 10 \sin \alpha \left\{ (1-2\sqrt{3}Q-Q^2) \cos(2\Psi + \alpha) + (\sqrt{3}+2Q-3Q^2) \sin(2\Psi + \alpha) \right\} \right. \\ - J_A Q e^{-\frac{\alpha}{Q}} \left\{ \sqrt{3} (14+13e^{-\frac{\pi}{3Q}}) (\sin \Psi - e^{-\frac{\alpha}{Q}} \sin(\Psi + \alpha)) + (40+41e^{-\frac{\alpha}{3Q}}) (\cos \Psi - e^{-\frac{\alpha}{Q}} \right. \\ \left. \left. \cos(\Psi + \alpha)) \right\} \right. \\ + \frac{9}{2} \left\{ (1+Q^2) \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2} \right) - \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) \left\{ \frac{(1-Q^2)}{2} \cos(2\Psi + \alpha + \frac{2\pi}{3}) + Q \sin(2\Psi + \alpha + \frac{2\pi}{3}) \right\} \right. \\ \left. - J_A^2 \frac{Q}{2} e^{-\frac{2\Psi}{Q}} \left(e^{-\frac{2\pi}{3Q}} - e^{-\frac{2\alpha}{Q}} \right) + 2J_A Q e^{-\frac{\Psi}{Q}} \left(e^{-\frac{\pi}{3Q}} \cos - e^{-\frac{\alpha}{Q}} \sin(\Psi + \alpha + \frac{\pi}{6}) \right) \right\} \end{array} \right]$$

A partir de ces relations on a tracé les caractéristiques de la planche III.3. Elles montrent, pour diverses valeurs de $\cos \varphi$, les variations de F_L en fonction de $V_s/(V/n)$.

avec V_s , valeur efficace des tensions simples de sortie
 V , valeur efficace des tensions simples d'entrée.

On voit que le facteur de puissance est comparable à celui obtenu avec les doubleurs de la famille générale.

I.4 Exemples de relevés expérimentaux

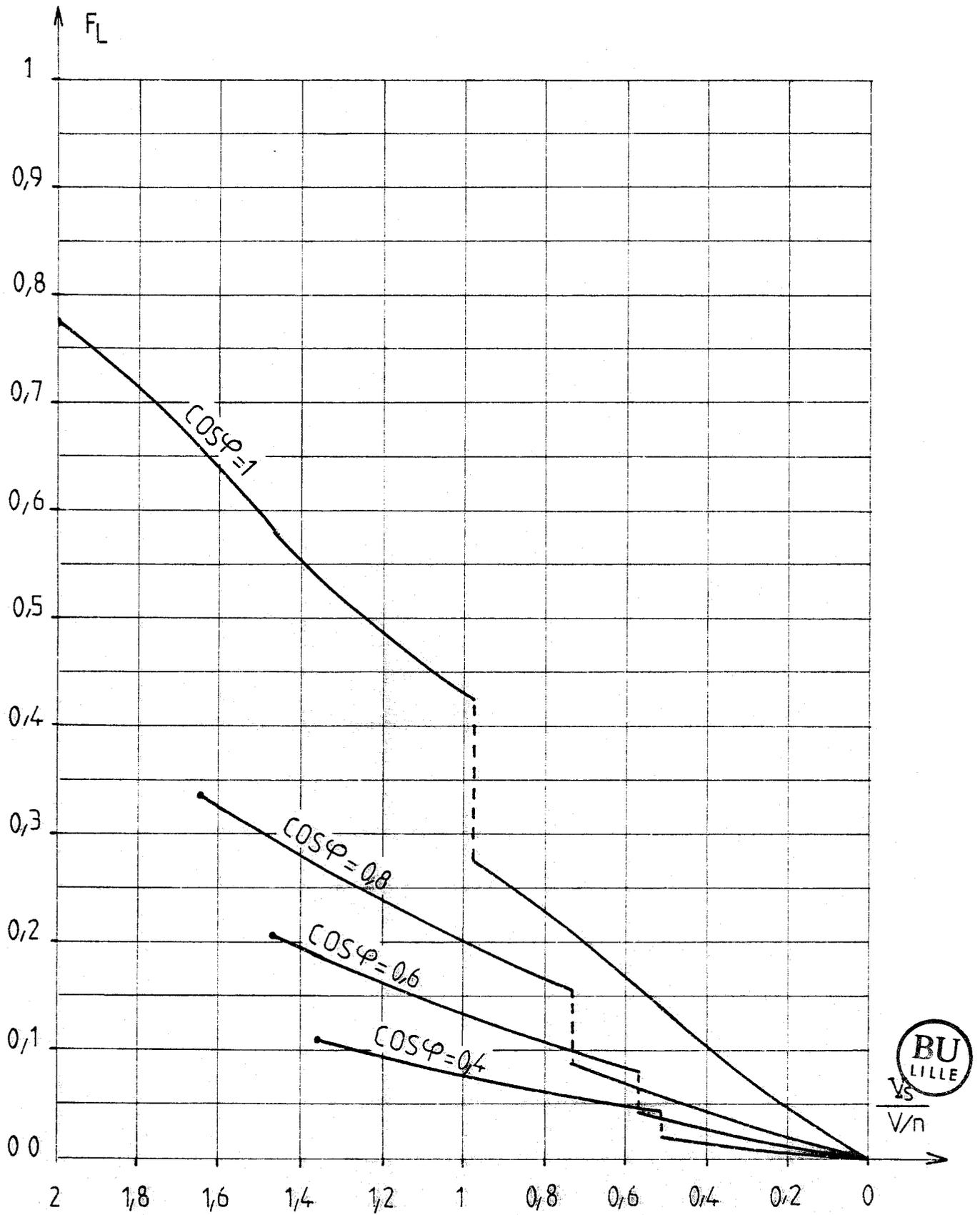
Plutôt que de montrer des tracés de formes d'ondes de courants pris au réseau, nous avons reproduit ici quelques oscillogrammes relevés sur un montage expérimental.

La figure III.4 est relative à un débit sur charge résistive, -les clichés 1 et 2 montrent la tension d'entrée v_A , la tension de sortie v_{SA} , puis la tension v_{ThA} et le courant i_A , lors du fonctionnement suivant le premier mode.

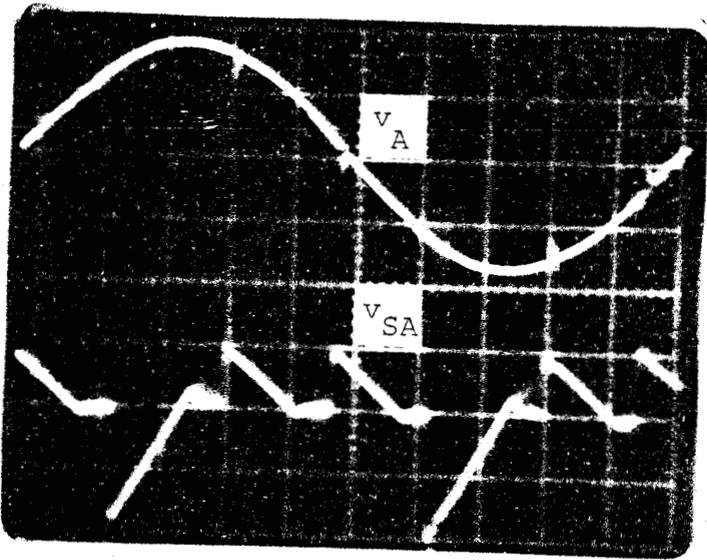
-Les clichés 3 et 4 montrent v_A , v_{SA} , puis i_A et v_{ThA} , lors d'un fonctionnement suivant le deuxième mode. Au-dessous (cliché 5) on a reproduit le spectre du courant i_A .

La figure III.5 est relative à un débit sur charge résistante et inductive, avec un fonctionnement suivant le deuxième mode. Le premier cliché montre v_A et v_{ThA} , le second v_{SA} et i_{SA} , le troisième i_A et son spectre.

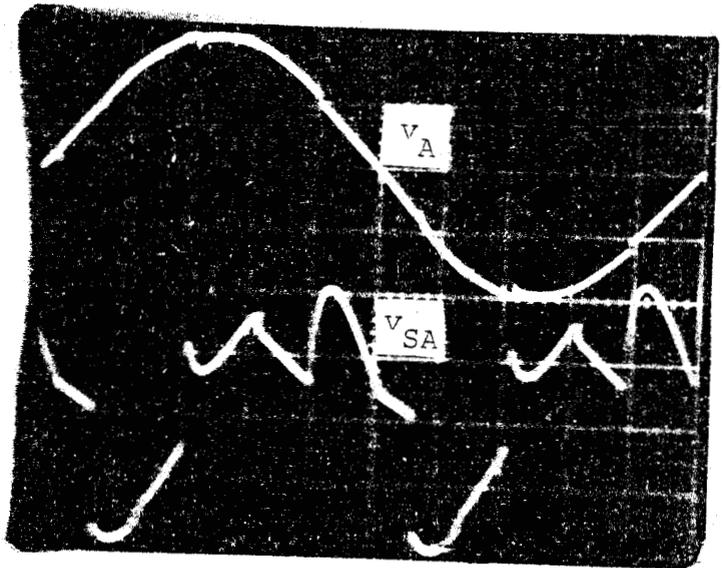
Les deux spectres montrent bien l'importance des harmoniques 5 et 7 dans les courants pris à la source. L'imprécision sur le calage des six impulsions de commande des thyristors fait apparaître des harmoniques anormaux (harmoniques 2,3,4,6...) de faible valeur.



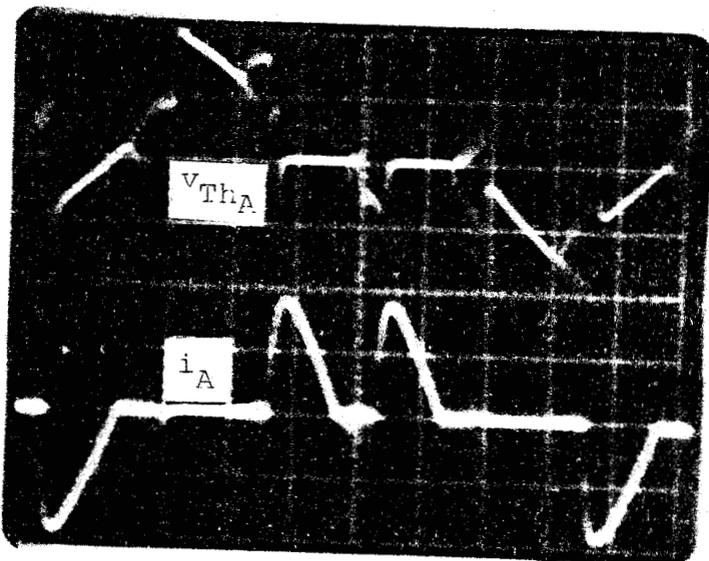
Pl.III.3. Facteur de puissance en ligne



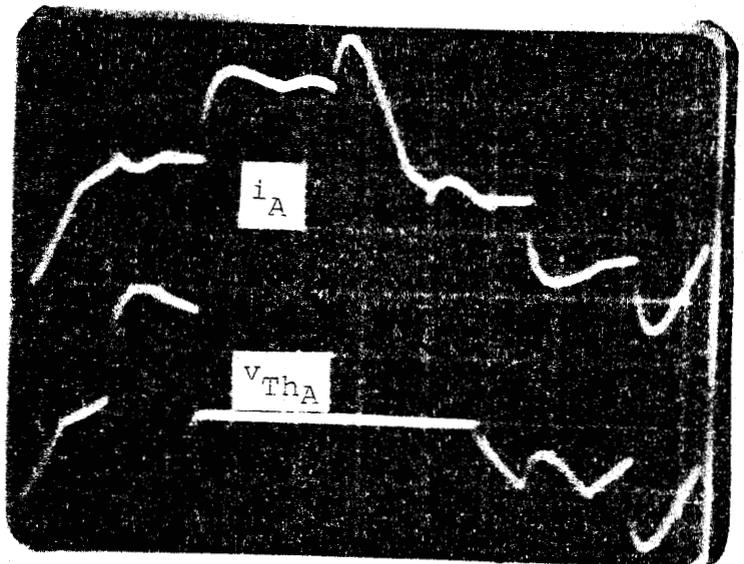
1



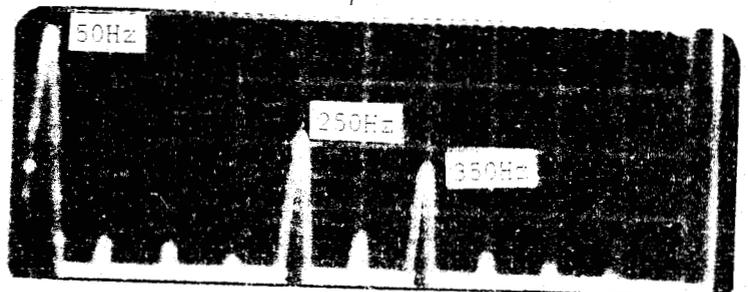
3



2



4



5

Premier mode

Figure III.4.

Débit sur R

Deuxième mode



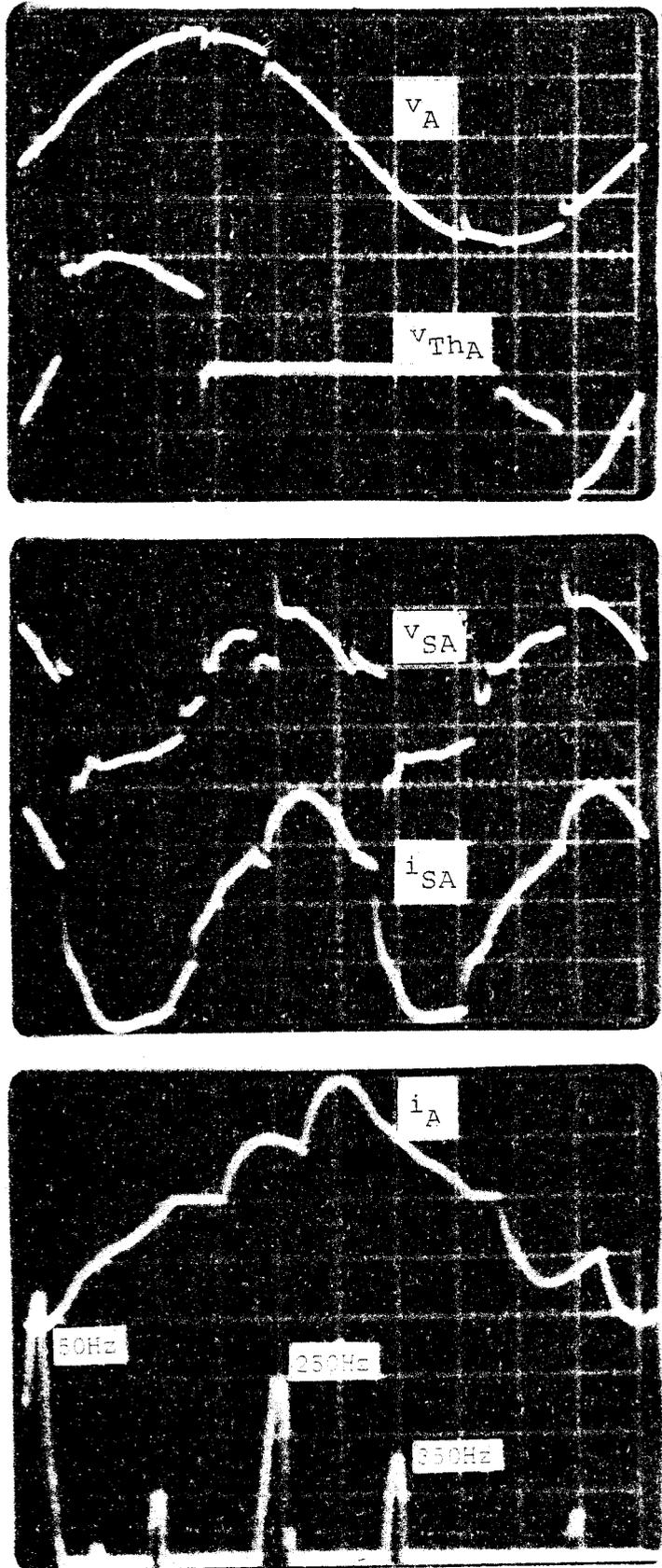


Figure III.5.
Débit sur R, L (2ème mode)

II. DOUBLEUR DE FREQUENCE TRIPHASE A DEUX GRADATEURS
MIXTES EN AVAL DU TRANSFORMATEUR

Pour multiplier par deux la fréquence on peut aussi utiliser le fait que le gradateur mixte donne un signal comportant un important terme de fréquence double de celle de la tension d'alimentation. A l'aide de deux gradateurs triphasés mixtes convenablement connectés (7), (8), on peut supprimer le terme de fréquence fondamentale et obtenir un système triphasé de fréquence multipliée par 2.

II.1 Schéma. Commande. Notations

Le schéma du montage est indiqué à la figure III.6.

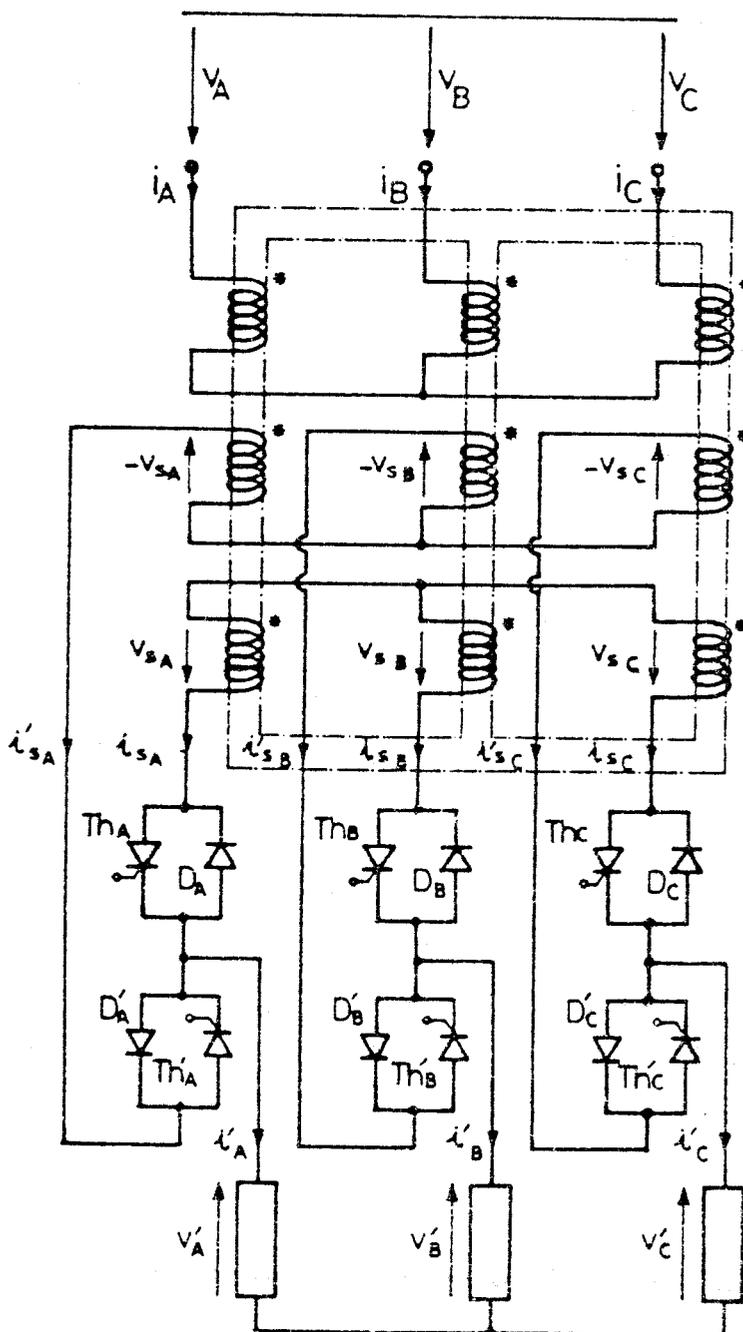


Fig.III.6

Il comporte :

-Un transformateur triphasé à deux secondaires par noyau. Les enroulements primaires de n_1 spires sont couplés en étoile et alimentés par le réseau. Les tensions simples, de pulsation ω , de valeur efficace V , fournies par celui-ci sont notées:

$$v_A = V_m \sin\theta \quad ; \quad v_B = V_m \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \quad ; \quad v_C = V_m \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})$$

$$\text{avec } \theta = \omega t \quad \text{et } V_m = V\sqrt{2}$$

Les six enroulements secondaires de n_2 spires chacun permettent de disposer des tensions :

$$v_{SA} = \frac{n_2}{n_1} v_A \quad , \quad v_{SB} = \frac{n_2}{n_1} v_B \quad , \quad v_{SC} = \frac{n_2}{n_1} v_C$$

et de leur opposée $-v_{SA}$, $-v_{SB}$ et $-v_{SC}$. On notera $n = \frac{n_2}{n_1}$

-Deux gradateurs triphasés mixtes formés chacun de trois diodes et trois thyristors. Au premier gradateur, formé de $Th_A, D_A, Th_B, D_B, Th_C$ et D_C , on applique les tensions v_{SA} , v_{SB} et v_{SC} .

Au second, formé de $Th'_A, D'_A, Th'_B, D'_B, Th'_C$ et D'_C , on applique les tensions $-v_{SA}$, $-v_{SB}$ et $-v_{SC}$.

Les sorties des deux gradateurs sont réunies deux à deux et reliées aux trois bornes du récepteur .

.Les thyristors de chaque gradateur sont débloqués à des intervalles de temps égaux à un tiers de période des tensions d'alimentation, ceux du deuxième gradateur étant déclenchés une demi période après ceux du premier ; ainsi Th_A est débloqué pour ψ , Th_B pour $\psi + \frac{\pi}{3}$, Th_C pour $\psi + \frac{2\pi}{3}$, Th'_A pour $\psi + \pi$, Th'_B pour $\psi + \frac{4\pi}{3}$ et Th'_C pour $\psi + \frac{5\pi}{3}$.

On désigne par v'_A , v'_B et v'_C les tensions aux bornes des phases de la charge, par v_{ThA} , v_{ThB} , v_{ThC} , $v_{Th'A}$, $v_{Th'B}$ et $v_{Th'C}$ les tensions aux bornes des thyristors.

II.2 Fonctionnement et relations générales

Dans ce montage il y a toujours une diode prête à conduire sitôt qu'on amorce l'un des thyristors qui ne lui sont pas associés et quel que soit le type de la charge.

Les thyristors possèdent un angle d'amorçage minimum ψ_{\min} en dessous duquel il ne faut pas descendre, sinon on mettrait en court-circuit deux phases secondaires du transformateur, cet angle ψ_{\min} égale $\frac{5\pi}{6}$.

. Les deux modes de fonctionnement

Sur charge résistive un seul mode de fonctionnement existe. Sur charge résistive et inductive deux modes de fonctionnement peuvent avoir lieu :

- Un premier mode pendant lequel les deux gradateurs débitent ensemble.

- Un deuxième mode pendant lequel chaque gradateur débite chacun à son tour dans le récepteur.

La valeur limite ψ_1 de l'angle d'amorçage ψ qui marque le passage d'un mode de fonctionnement à l'autre est donnée par :

$$\psi_1 = \text{Arctg} \frac{Q\sqrt{3} e^{\frac{\pi}{3Q}} - 1 - Q\sqrt{3}}{(\sqrt{3}+Q) e^{\frac{\pi}{3Q}} - \sqrt{3} + Q} \quad \text{avec} \quad Q = \frac{L\omega}{R}$$

Cet angle limite d'amorçage croît de $\frac{5\pi}{6}$ à π lorsque $\cos\varphi$ passe de 1 à 0 ; la figure III.7 montre la séparation entre les deux modes de fonctionnement.

. Relations générales. Intervalle d'étude.

Sur charge résistive comme sur charge résistive et inductive on a les relations suivantes entre les variables :

$$v'_A(\theta) = v'_A(\theta) \quad ; \quad v'_A(\theta + \frac{\pi}{3}) = v'_C(\theta) \quad ; \quad v'_A(\theta + \frac{2\pi}{3}) = v'_B(\theta).$$

$$i'_{SA}(\theta) = i'_{SA}(\theta) \quad ; \quad i'_{SA}(\theta + \frac{2\pi}{3}) = i'_{SC}(\theta) \quad ; \quad i'_{SA}(\theta + \frac{4\pi}{3}) = i'_{SB}(\theta).$$

$$i'_{SA}(\theta + \pi) = i'_{SA}(\theta) \quad ; \quad i'_{SA}(\theta + \pi + \frac{2\pi}{3}) = i'_{SC}(\theta) \quad ; \quad i'_{SA}(\theta + \pi + \frac{4\pi}{3}) = i'_{SB}(\theta).$$

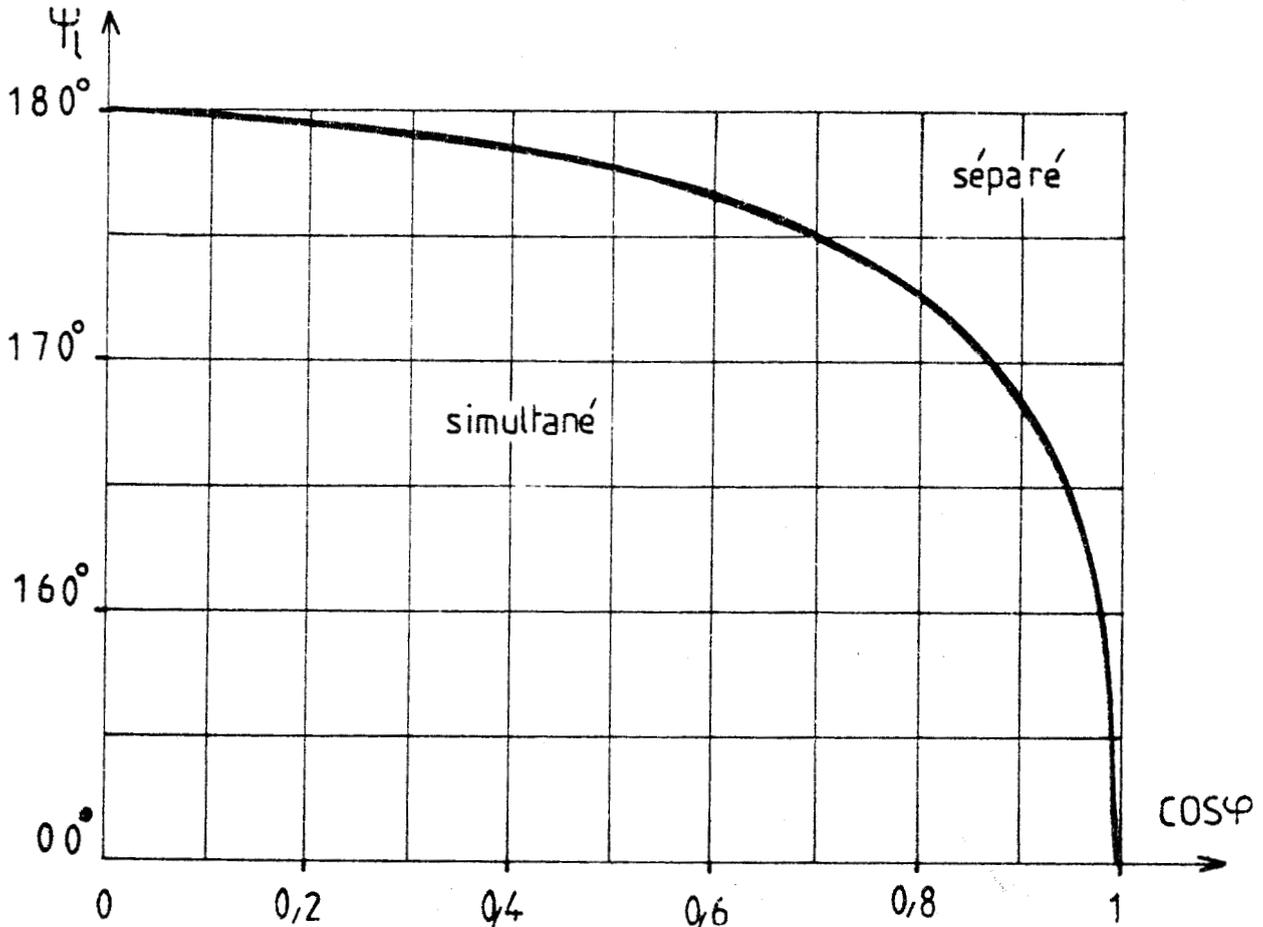


Figure III.7.

Des relations du même type existent entre les tensions aux bornes des thyristors.

Pour passer des courants secondaires au courants primaires, on utilise la compensation des ampères-tours sur chaque noyau :

$$i_A = n(i'_{SA} - i_{SA})$$

$$i_B = n(i'_{SB} - i_{SB})$$

$$i_C = n(i'_{SC} - i_{SC})$$



Les trois courants i_A , i_B et i_C sont tels que :

$$i_A(\theta) = i_A(\theta) ; i_A(\theta + \frac{2\pi}{3}) = i_C(\theta) ; i_A(\theta + \frac{4\pi}{3}) = i_B(\theta).$$

Toutes les relations précédentes permettent de réduire l'intervalle d'étude à un tiers de la période des tensions de la source.

II.3. Expressions des variables

II.3.1 Débit sur charge purement résistive

La charge étant purement résistive les gradateurs conduisent chacun à leur tour.

-A Ψ supérieur à $\frac{5\pi}{6}$ tous les thyristors étant bloqués, on amorçe Th_A , la diode D_C se met à conduire et un cycle de fonctionnement commence, pour $\Psi < \theta < \frac{7\pi}{6}$ on a :

-Tensions de sortie

$$v'_A = -v'_C = \frac{1}{2}(v_{SA} - v_{SC}) = \frac{nV_m}{2} \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) ; v'_B = 0$$

-Courants secondaires

$$i_{SA} = i'_A = \frac{nV_m}{2R} \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) = -i'_C = -i_{SC}$$

$$i'_{SA} = i'_{SC} = i_{SB} = i'_{SB} = 0$$

-Courants primaires

$$i_A = n(i'_{SA} - i_{SA}) = -n \frac{2V_m}{2R} \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) ; i_B = 0$$

$$i_C = n(i'_{SC} - i_{SC}) = -n \frac{2V_m}{2R} \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) = -i_A.$$

Pour $\frac{7\pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{\pi}{3}$ aucun redresseur ne conduit, les tensions de sortie ainsi que tous les courants sont nuls.

.L'intervalle tel que $\Psi + \frac{\pi}{3} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ correspond à la conduction de Th'_C et de D'_B du second gradateur.

-Tensions de sortie

$$v'_A = 0 ; v'_B = \frac{1}{2}(v_{SC} - v_{SB}) = n \frac{V_m}{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = -v'_C.$$

-Courants secondaires

$$i'_{SB} = i'_B = \frac{nV_m}{2R} \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) ; i'_{SC} = i'_C = \frac{-nV_m}{2R} \sin(\theta + \frac{\pi}{2})$$

$$i_{SC} = i_{SB} = i_{SA} = i'_{SA} = 0$$

-Courants primaires

$$i_A = 0 ; i_B = -n i'_{SB} = -n^2 \frac{V_m}{2R} \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) ; i_C = -n i'_{SC} = -i_B$$

Pour $\frac{3\pi}{2} < \theta < \psi + \frac{3\pi}{2}$ tous les redresseurs sont bloqués donc les tensions de sortie ainsi que tous les courants sont nuls.

Sur les figures III.8.a et III.8.b., on a représenté les diagrammes de conduction des semi-conducteurs et les formes d'ondes des courants i_{SA} , i'_{SA} , i'_A et i_A d'abord pour $\psi = \psi_{\max} = 5\pi/6$ puis pour $\psi = \pi$.

II.3.2 Débit sur charge résistive et inductive

La charge étant résistive et inductive les deux modes de fonctionnement peuvent avoir lieu.

II.3.2.1 Premier mode de fonctionnement ($\psi < \psi_1$)

Si on appelle α' l'angle de conduction simultanée des deux gradateurs cet angle vérifie l'équation suivante :

$$(5Q + \sqrt{3}) \cos \alpha' - (5 - Q\sqrt{3}) \sin \alpha' = 2 \cdot \frac{1 + 2e^{-\frac{\pi}{3Q}}}{2 + e^{-\frac{\pi}{3Q}}} \cdot (2Q + \sqrt{3}) e^{-\frac{\alpha'}{Q}}$$

L'intervalle d'étude sera limité à $\frac{\pi}{3}$ en partant de $\theta = \psi$. Cet intervalle est divisé en deux : $(\psi, \psi + \alpha')$ correspondant à la conduction simultanée des deux gradateurs et $(\psi + \alpha', \psi + \frac{\pi}{3})$ correspondant au débit séparé des gradateurs.

.Premier intervalle ($\psi < \theta < \psi + \alpha'$)

Cet intervalle de fonctionnement correspond à la conduction de Th_A , D_C , Th'_B et D'_A . Les tensions de sortie v'_A , v'_B , v'_C déduites des relations suivantes :

$$v'_A = v_{SA} + v'_C - v_{SC}$$

$$v'_A = -v_{SA} + v'_B + v_{SB}$$

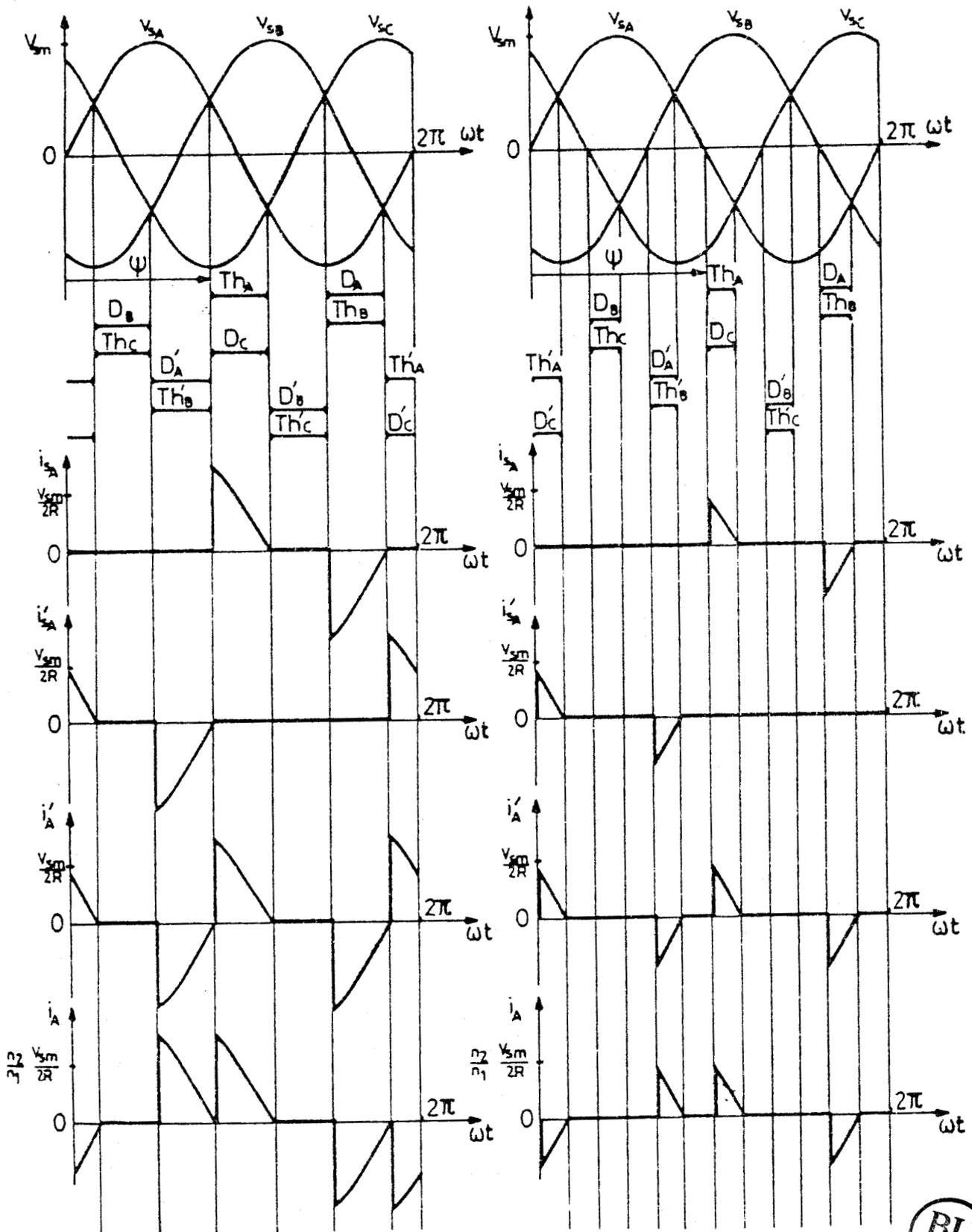
$$v'_A + v'_B + v'_C = 0$$

sont données par :

$$v'_A = \frac{-\sqrt{3} V_{sm}}{3} \cos \theta$$

$$v'_B = \frac{\sqrt{3} V_{sm}}{6} (\cos \theta + 3\sqrt{3} \sin \theta)$$

$$v'_C = \frac{\sqrt{3} V_{sm}}{6} (\cos \theta - 3\sqrt{3} \sin \theta)$$



a) $\psi = 5\pi/6$

b) $\psi = \pi$

Figure III.8. Débit sur résistances pures.



avec $V_{sm} = \frac{n^2}{n_1} V_m = nV_m$

-Courants de sortie

Les courants i'_A , i'_B et i'_C se déduisent des équations différentielles suivantes :

$$Ri'_A + L\omega \frac{di'_A}{d\theta} = v'_A = \frac{-\sqrt{3}}{3} V_{sm} \cos\theta$$

$$Ri'_B + L\omega \frac{di'_B}{d\theta} = v'_B = \frac{\sqrt{3}}{6} V_{sm} (\cos\theta + 3\sqrt{3} \sin\theta)$$

$$Ri'_C + L\omega \frac{di'_C}{d\theta} = v'_C = \frac{\sqrt{3}}{6} V_{sm} (\cos\theta - 3\sqrt{3} \sin\theta)$$

Il sont de la forme :

$$i'_A = \frac{-\sqrt{3} V_{sm}}{6R(1+Q^2)} \{ 2 \cos\theta + 2Q \sin\theta + J_A e^{\frac{-\theta}{Q}} \}$$

$$i'_B = \frac{-\sqrt{3} V_{sm}}{6R(1+Q^2)} \{ (3\sqrt{3} Q - 1) \cos\theta - (3\sqrt{3} + Q) \sin\theta + J_B e^{\frac{-\theta}{Q}} \}$$

$$i'_C = \frac{-\sqrt{3} V_{sm}}{6R(1+Q^2)} \{ -(1+3\sqrt{3}Q) \cos\theta + (3\sqrt{3}-Q) \sin\theta + J_C e^{\frac{-\theta}{Q}} \}$$

où $Q = \frac{L\omega}{R}$ et J_A, J_B, J_C sont des constantes d'intégration qu'on détermine à partir des conditions initiales et finales :

$$J_C = \{ (Q - 3\sqrt{3}) \sin\Psi + (1 + 3\sqrt{3}Q) \cos\Psi \} e^{\frac{\Psi}{Q}}$$

$$J_B = \left\{ \frac{3}{2}(Q - \sqrt{3}) \sin\left(\Psi + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{3}{2}(1 + Q\sqrt{3}) \cos\left(\Psi + \frac{\pi}{3}\right) + (3\sqrt{3} + Q) \sin\Psi + (1 - 3\sqrt{3}Q) \cos\Psi \right\} e^{\frac{\Psi}{Q}} + J'_A e^{\frac{-\pi}{3Q}}$$

$$J'_A = \left\{ \frac{1}{2}(3\sqrt{3} + Q) \sin(\Psi + \alpha') + \frac{1}{2}(3\sqrt{3}Q - 1) \cos(\Psi + \alpha') \right\} e^{\frac{\Psi + \alpha}{Q}} - J_C$$

$$J_A = -J_B - J_C$$

-Courants secondaires

$$i_{SA} = -i_{SC} = -i'_C ; \quad i'_{SA} = -i'_{SB} = -i'_B ; \quad i'_{SC} = i_{SB} = 0$$

-Courants en ligne

$$i_A = n(i'_{SA} - i_{SA}) = n(-i'_B + i'_C)$$

$$i_B = n(i'_{SB} - i_{SB}) = ni'_B$$

$$i_C = n(i'_{SC} - i_{SC}) = -ni'_C$$

.Deuxième intervalle ($\Psi + \alpha' < \theta < \Psi + \frac{\pi}{3}$)

Lorsque ThA et D_C conduisent seuls, les tensions aux bornes de la charge se déduisent des relations suivantes :

$$v'_A = v_{SA} + v'_C - v_{SC} \quad \text{et} \quad v'_A = -v'_C \quad ; \quad v'_B = 0$$

On obtient ainsi

$$v'_A = -v'_C = \frac{\sqrt{3}}{4} V_{sm} (\sqrt{3} \sin\theta - \cos\theta)$$

-Courants dans la charge

Le courant i'_B est nul. Le courant i'_A , égal à $-i'_C$, est solution de l'équation :

$$Ri'_A + L\omega \frac{di'_A}{d\theta} = \frac{\sqrt{3}}{4} V_{sm} (\sqrt{3} \sin\theta - \cos\theta)$$

Il a pour expression :

$$i'_A = \frac{-\sqrt{3} V_{sm}}{6R(1+Q^2)} \left\{ \frac{3}{2}(Q-\sqrt{3})\sin\theta + \frac{3}{2}(1+Q\sqrt{3})\cos\theta + J'_A e^{\frac{-\theta}{Q}} \right\}$$

$$i'_C = -i'_A \quad \text{et} \quad i'_B = 0$$

-Courants secondaires

$$i_{SA} = i'_A \quad i_{SC} = -i'_A \quad i'_{SA} = i'_{SB} = i'_{SC} = 0$$

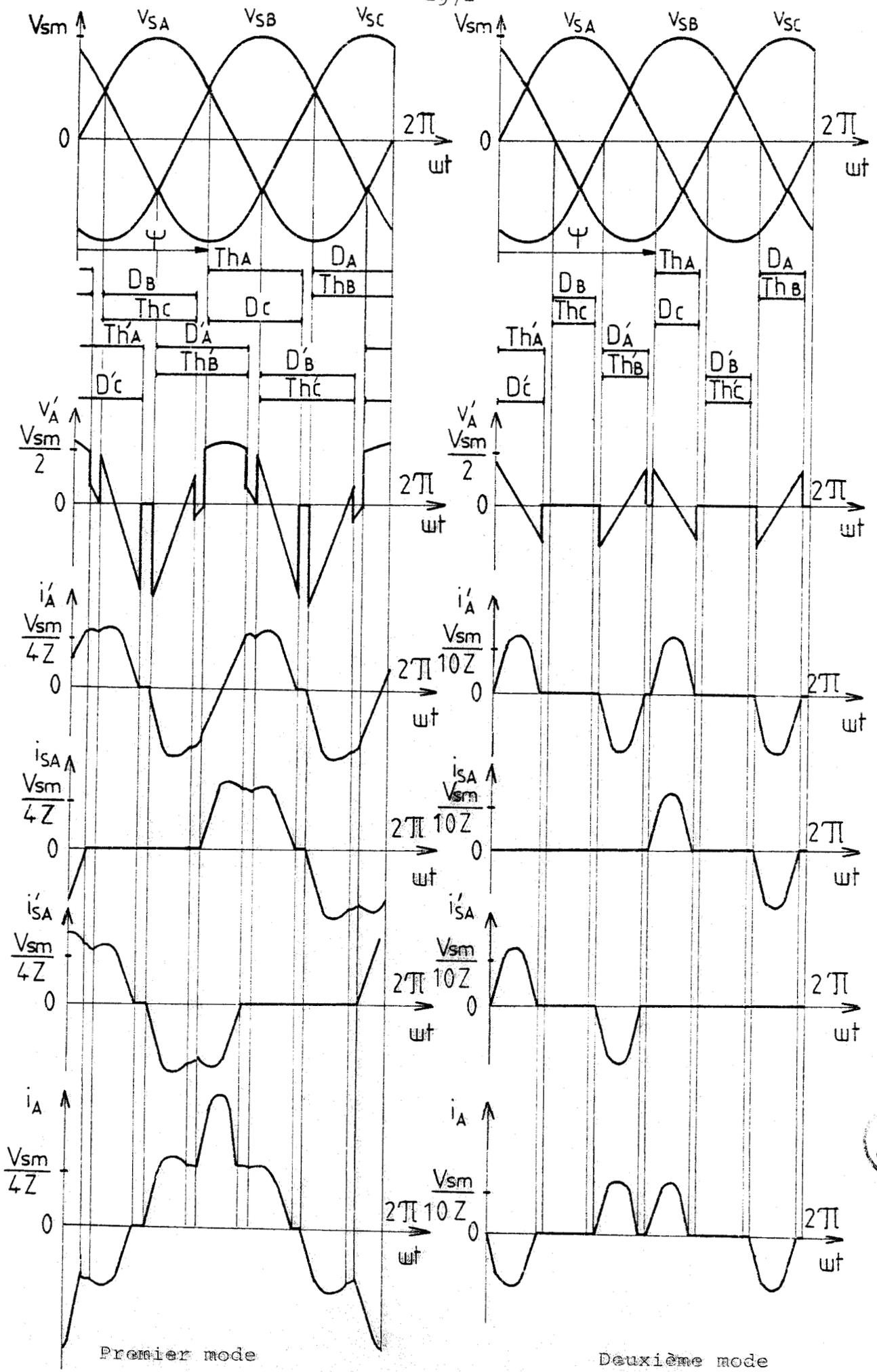
-Courants en ligne

$$i_A = -ni_{SA} = -ni'_A = \frac{n\sqrt{3}V_{sm}}{6R(1+Q^2)} \left\{ \frac{3}{2}(Q-\sqrt{3})\sin\theta + \frac{3}{2}(1+Q\sqrt{3})\cos\theta + J'_A e^{\frac{-\theta}{Q}} \right\}$$

$$i_B = 0 \quad \text{et} \quad i_C = -ni_{SC} = ni'_A$$

II.3.2.2 Fonctionnement à Ψ supérieur à Ψ_1

Quand l'angle d'amorçage Ψ est supérieur à Ψ_1 seul le mode de conduction séparée des gradateurs existe. Si on appelle α l'angle de conduction pendant ce mode, α vérifie la relation suivante :



Pl. III.9. Débit sur récepteur résistif et inductif.



$$\sin(\alpha + \psi_1 - \frac{\pi}{6} - \varphi) e^{\frac{(\alpha + \psi_1 - \psi)}{Q}} = \sin(\psi - \frac{\pi}{6} - \varphi), \text{ avec } \operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R}$$

.Premier intervalle ($\psi < \theta < \psi + \alpha$)

Pour θ compris entre ψ et $\psi + \alpha$, seuls Th_A et D_C conduisent

-Tensions de sortie

$$v'_A = -v'_C = \frac{V_{sm}}{2} \left\{ \frac{3}{2} \sin \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \right\} ; v'_B = 0$$

-Courants dans la charge

Le courant i'_A est solution de l'équation

$$Ri'_A + L\omega \frac{di'_A}{d\theta} = \frac{V_{sm}}{2} \left\{ \frac{3}{2} \sin \theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta \right\}$$

On en déduit :

$$i'_A = \frac{V_{sm}}{4R(1+Q^2)} \left\{ (3-\sqrt{3}Q) \sin \theta - (\sqrt{3}+3Q) \cos \theta + J_1 e^{-\frac{\theta}{Q}} \right\}$$

On détermine J_1 en écrivant que le courant $i'_A(\theta = \psi) = 0$;

Ce qui donne :

$$J_1 = \left\{ (\sqrt{3}Q-3) \sin \psi + (\sqrt{3}+3Q) \cos \psi \right\} e^{\frac{\psi}{Q}} .$$

$$i'_B = 0 \quad \text{et} \quad i'_C = -i'_A .$$

-Courants secondaires

$$i_{SA} = i'_A \quad i_{SC} = -i'_A \quad i'_{SA} = i_{SB} = i'_{SB} = i'_{SC} = 0$$

-Courants en ligne

$$i_A = -ni_{SA} = -ni'_A = \frac{-n V_{sm}}{4R(1+Q^2)} \left\{ (3-\sqrt{3}Q) \sin \theta - (\sqrt{3}+3Q) \cos \theta + J_1 e^{-\frac{\theta}{Q}} \right\}$$

$$i_B = 0 \quad \text{et} \quad i_C = -i_A .$$

.Deuxième intervalle ($\psi + \alpha < \theta < \psi + \frac{\pi}{3}$)

Tous les semi-conducteurs sont bloqués ; tous les courants et les trois tensions aux bornes de la charge sont nuls.

La figure III.9 donne deux exemples de tracés de formes d'ondes lors d'un débit sur charge résistive et inductive. Du haut en bas on trouve:

Les tensions secondaires v_{SA}, v_{SB}, v_{SC} .

Les diagrammes des conductions

La tension de sortie v'_A , au courant i'_A correspondant
les courants secondaires i_{SA} et i'_{SA} .

Le courant primaire i_A , égal à $n(i'_{SA} - i_{SA})$

d'abord pour un fonctionnement suivant le premier mode, puis pour un fonctionnement suivant le second.

La figure III.10 montre pour diverses valeurs de $\cos\varphi$, les variations en fonction de ψ des angles α et α' .

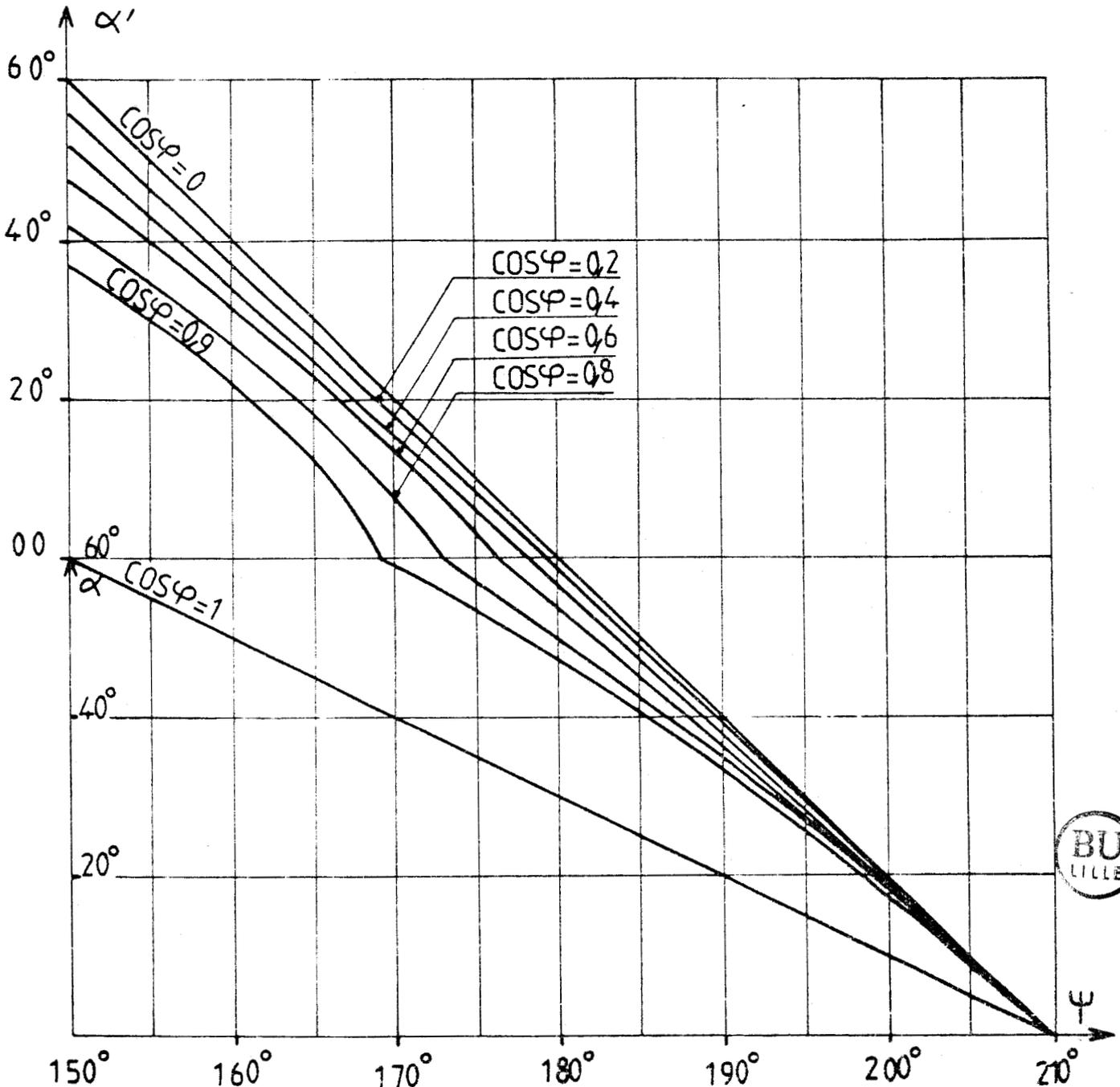


Figure III.10.

II.4 Etude des courants en ligne

II.4.1 Débit sur charge purement résistive

Le débit sur charge purement résistive correspond seulement au mode de conduction séparée des gradateurs.

Les courants en ligne fournis par la source de fréquence f ont la même période que les tensions de celle-ci.

Au cours d'une période le courant i_A a successivement pour expressions :

$$\Psi < \theta < \Psi + \alpha \quad i_A = \frac{-n^2 V_m}{2R} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Psi + \alpha < \theta < \Psi + \frac{2\pi}{3} \quad i_A = 0$$

$$\Psi + \frac{2\pi}{3} < \theta < \Psi + \frac{2\pi}{3} + \alpha \quad i_A = \frac{-n^2 V_m}{2R} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Psi + \frac{2\pi}{3} + \alpha < \theta < \Psi + \pi \quad i_A = 0$$

$$\Psi + \pi < \theta < \Psi + \pi + \alpha \quad i_A = \frac{-n^2 V_m}{2R} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Psi + \pi + \alpha < \theta < \Psi + \frac{5\pi}{3} \quad i_A = 0$$

$$\Psi + \frac{5\pi}{6} < \theta < \Psi + \frac{5\pi}{3} + \alpha \quad i_A = \frac{-n^2 V_m}{2R} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Psi + \frac{5\pi}{6} + \alpha < \theta < \Psi + 2\pi \quad i_A = 0$$



II.4.1.1 Analyse harmonique

L'onde de courant i_A est telle que

$$i_A(\theta + \pi) = -i_A(\theta).$$

De plus $i_C(\theta + 4\pi/3) = i_B(\theta + \frac{2\pi}{3}) = i_A(\theta)$, avec $i_A + i_B + i_C = 0$

Le développement en série de Fourier du courant i_A ne peut comporter outre le fondamental, que les harmoniques impairs de rang différent de 3 ou de l'un de ses multiples.

Les termes en sinus sont calculés par

$$A_h = A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_A(\theta) \sin(2k+1)\theta d\theta.$$

ce qui donne :

$$A_{2k+1} = \frac{-n^2 V_m}{2\pi R} \left[\begin{array}{l} \frac{\sin(2k(\psi+\alpha) - \pi/6 - \sin(2k\psi - \pi/6) + \sin(2k(\psi + \frac{2\pi}{3} + \alpha) + \pi/6)}{2k} \\ \frac{-\sin(2k(\psi + 2\pi/3) + \pi/6)}{2k} \\ \frac{\sin((2k+2)\psi + \pi/6) - \sin((2k+2)(\psi + \alpha) + \pi/6) + \sin((2k+2)(\psi + 2\pi/3) - \pi/6) - \sin((2k+2)(\psi + 2\pi/3 + \alpha) - \pi/6)}{(2k+2)} \end{array} \right]$$

Les termes en cosinus sont calculés par :

$$B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_A(\theta) \cos(2k+1)\theta d\theta.$$

ce qui donne :

$$B_{2k+1} = \frac{-n^2 V_m}{2\pi R} \left[\begin{array}{l} \frac{\cos(2k\psi - \pi/6) - \cos(2k(\psi + \alpha) - \pi/6) - \cos(2k(\psi + 2\pi/3) + \pi/6)}{2k} \\ \frac{+\cos(2k(\psi + 2\pi/3 + \alpha) + \pi/6)}{2k} \\ \frac{\cos((2k+2)\psi + \pi/6) - \cos((2k+2)(\psi + \alpha) + \pi/6) - \cos((2k+2)(\psi + 2\pi/3) - \pi/6) + \cos((2k+2)(\psi + 2\pi/3 + \alpha) - \pi/6)}{(2k+2)} \end{array} \right]$$

La première série de courbes ($\cos\varphi=1$) de la planche III.4 montre les variations en fonction de ψ , des amplitudes du fondamental et des harmoniques 5, 7 et 11. Ces amplitudes sont rapportées à $n^2 V_m/R$.

II.4.1.2 Facteur de puissance en ligne

Le facteur de puissance en ligne est défini par le quotient de la puissance active par la puissance apparente à l'entrée du convertisseur. Puisqu'on néglige toutes les pertes, la puissance active est la même à la sortie : la charge étant purement résistive,

$$F_L = \frac{3V'I'}{3VI} = \frac{V'I'}{VI}$$

Or les formes d'ondes de la figure III.8 montrent que $I = nI'$

On calcule V' par

$$V'^2 = \frac{2}{\pi} n^2 \frac{(V\sqrt{2})^2}{4} \int_{\psi}^{\psi+\alpha} \sin^2(\theta - \frac{\pi}{6}) d\theta$$

$$V'^2 = \frac{n^2 V^2}{2} \left\{ \alpha + \frac{1}{2} \left(\sin(2\Psi - \frac{\pi}{3}) - \sin(2\Psi + 2\alpha - \frac{\pi}{3}) \right) \right\}$$

En remplaçant V' et I' par leur expression en fonction de V et I on obtient :

$$F_L = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \left\{ \alpha + \frac{1}{2} \left(\sin(2\Psi - \frac{\pi}{3}) - \sin(2\Psi + 2\alpha - \frac{\pi}{3}) \right) \right\}^{1/2}$$

La valeur maximale de F_L est obtenue pour $\Psi = 150^\circ$ et $\alpha = 60^\circ$; elle est égale à

$$F_L = 0,31$$

Sur le bas de la planche III.4, la courbe relative à $\cos\varphi = 1$ montre comment F_L varie en fonction de $\frac{V'}{nV}$.

II.4.2 Débit sur charge résistive et inductive

II.4.2.1 Analyse harmonique en mode de conduction simultanée des gradateurs.

L'onde du courant de ligne i_A présente une symétrie de glissement, $i_A(\theta + \pi) = -i_A(\theta)$. Il suffit donc de connaître les expressions successives de i_A pendant une demi-période. Au cours de l'intervalle $(\Psi, \Psi + \pi)$ on a successivement :

$$\Psi < \theta < \Psi + \alpha' \quad i_A = \frac{-n\sqrt{3} V_{sm}}{6R(1+Q^2)} \left\{ 6\sqrt{3} \sin\theta - 6\sqrt{3}Q \cos\theta + (J_C - J_B) e^{-\frac{\theta}{Q}} \right\}$$

$$\Psi + \alpha' < \theta < \Psi + \frac{\pi}{3} \quad i_A = \frac{+n\sqrt{3} V_{sm}}{6R(1+Q^2)} \left\{ \frac{3}{2}(Q - \sqrt{3}) \sin\theta + \frac{3}{2}(1 + Q\sqrt{3}) \cos\theta + J'_A e^{-\frac{\theta}{Q}} \right\}$$

$$\Psi + \frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{3} + \Psi + \alpha' \quad i_A = \frac{n\sqrt{3} V_{sm}}{6R(1+Q^2)} \left\{ (-2\sqrt{3} + 4Q) \sin\theta + (4 + 2\sqrt{3}Q) \cos\theta + J_1 e^{-\frac{\theta}{Q}} \right\}$$

$$\frac{\pi}{3} + \Psi + \alpha' < \theta < \Psi + \frac{2\pi}{3} \quad i_A = 0$$

$$\Psi + \frac{2\pi}{3} < \theta < \Psi + \frac{2\pi}{3} + \alpha' \quad i_A = \frac{-n\sqrt{3} V_{sm}}{6R(1+Q^2)} \left\{ (2\sqrt{3} + 4Q) \sin\theta + (4 - 2\sqrt{3}Q) \cos\theta + J_5 e^{-\frac{\theta}{Q}} \right\}$$

$$\Psi + \frac{2\pi}{3} + \alpha' < \theta < \Psi + \pi \quad i_A = \frac{-n\sqrt{3} V_{sm}}{6R(1+Q^2)} \left\{ \frac{3}{2}(\sqrt{3} + Q) \sin\theta + \frac{3}{2}(1 - \sqrt{3}Q) \cos\theta + J_8 e^{-\frac{\theta}{Q}} \right\}$$

Les termes en sinus du développement en série de Fourier sont donnés par :

$$A_{2k+1} = \frac{n\sqrt{3} V_{sm}}{3R(1+Q^2)\pi} \left[\begin{array}{l} 6\sqrt{3}(\Omega L_2 - L_1) + (J_B - J_C) L_3 + \frac{3}{2}(\Omega - \sqrt{3}) L_4 + \frac{3}{2}(1 + \Omega\sqrt{3}) L_5 + J'_A L_6 + (4Q - 2\sqrt{3}) L_7 + J_1 L_9 \\ + (4 + 2\sqrt{3}) L_8 - (2\sqrt{3} + 4Q) L_{10} - (4 - 2\sqrt{3}\Omega) L_{11} + J_5 L_{12} - \frac{3}{2}(\sqrt{3} + \Omega) L_{13} - \frac{3}{2}(1 - \sqrt{3}\Omega) L_{14} + J_8 L_{15} \end{array} \right]$$

où :

$$L_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(2k+2)\psi - \sin((2k+2)(\psi+\alpha))}{(2k+2)} + \frac{\cos 2k\psi - \cos(2k(\psi+\alpha))}{2k} \right]$$

$$L_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{\cos((2k+2)\psi) - \cos((2k+2)(\psi+\alpha))}{(2k+2)} + \frac{\cos(2k\psi) - \cos(2k(\psi+\alpha))}{2k} \right]$$

$$L_3 = \frac{Q e^{-\frac{\psi}{\alpha}} [\sin((2k+1)\psi) - e^{-\frac{\alpha}{2}} \sin((2k+1)(\psi+\alpha))] + Q^2(2k+1) e^{-\frac{\psi}{\alpha}} [\cos((2k+1)\psi) - e^{-\frac{\alpha}{2}} \cos((2k+1)(\psi+\alpha))]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L_4 = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin((2k+2)(\psi+\alpha)) - \sin((2k+2)(\psi+\frac{\pi}{3}))}{(2k+2)} - \frac{\cos((2k(\psi+\frac{\pi}{3})) - \cos(2k(\psi+\alpha))}{2k} \right]$$

$$L_5 = \frac{1}{2} \left[\frac{\cos(2k+2)(\psi+\alpha) - \cos(2k+2)(\psi+\frac{\pi}{3})}{(2k+2)} - \frac{\cos(2k(\psi+\frac{\pi}{3})) - \cos(2k(\psi+\alpha))}{2k} \right]$$

$$L_6 = \frac{Q e^{-\frac{\psi}{\alpha}} [e^{-\frac{\alpha}{2}} \sin((2k+1)(\psi+\alpha)) - e^{-\frac{\pi}{3\alpha}} \sin((2k+1)(\psi+\frac{\pi}{3}))] + Q^2(2k+1) e^{-\frac{\psi}{\alpha}} [e^{-\frac{\alpha}{2}} \cos((2k+1)(\psi+\alpha)) - e^{-\frac{\pi}{3\alpha}} \cos((2k+1)(\psi+\frac{\pi}{3}))]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L_7 = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin((2k+2)(\psi+\frac{\pi}{3})) - \sin((2k+2)(\psi+\frac{\pi}{3}+\alpha))}{(2k+2)} - \frac{\cos(2k(\psi+\frac{\pi}{3}+\alpha)) - \cos(2k(\psi+\frac{\pi}{3}))}{2k} \right]$$

$$L_8 = \frac{1}{2} \left[\frac{\cos((2k+2)(\psi+\frac{\pi}{3})) - \cos((2k+2)(\psi+\frac{\pi}{3}+\alpha))}{(2k+2)} - \frac{\cos(2k(\psi+\frac{\pi}{3}+\alpha)) - \cos(2k(\psi+\frac{2\pi}{3}))}{2k} \right]$$

$$L_9 = \frac{Q e^{-\frac{\psi+\frac{\pi}{3}}{\alpha}} [\sin((2k+1)(\psi+\frac{\pi}{3})) - e^{-\frac{\alpha}{2}} \sin((2k+1)(\psi+\frac{\pi}{3}+\alpha))] + Q^2(2k+1) [\cos((2k+1)(\psi+\frac{\pi}{3})) - e^{-\frac{\alpha}{2}} \cos((2k+1)(\psi+\frac{\pi}{3}+\alpha))]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L_{10} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin((2k+2)(\psi+\frac{2\pi}{3})) - \sin((2k+2)(\psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha))}{(2k+2)} - \frac{\cos(2k(\psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha)) - \cos(2k(\psi+\frac{2\pi}{3}))}{2k} \right]$$

$$L_{11} = \frac{1}{2} \left[\frac{\cos((2k+2)(\psi+\frac{2\pi}{3})) - \cos((2k+2)(\psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha))}{(2k+2)} - \frac{\cos(2k(\psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha)) - \cos(2k(\psi+\frac{2\pi}{3}))}{2k} \right]$$

$$L_{12} = \frac{Q e^{-\frac{(\psi+\frac{2\pi}{3})}{\alpha}} [\sin((2k+1)(\psi+\frac{2\pi}{3})) - e^{-\frac{\alpha}{2}} \sin((2k+1)(\psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha))] + Q^2(2k+1) [\cos((2k+1)(\psi+\frac{2\pi}{3})) - e^{-\frac{\alpha}{2}} \cos((2k+1)(\psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha))]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L_{13} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin((2k+2)(\psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha)) - \sin((2k+2)(\psi+\pi))}{(2k+2)} - \frac{\cos(2k(\psi+\pi)) - \cos(2k(\psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha))}{2k} \right]$$

$$L_{14} = \frac{1}{2} \left[\frac{\cos((2k+2)(\psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha)) - \cos((2k+2)(\psi+\pi))}{(2k+2)} - \frac{\cos(2k(\psi+\pi)) - \cos(2k(\psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha))}{2k} \right]$$

$$L_{15} = \frac{Q e^{-\frac{\psi}{\alpha}} [e^{-\frac{\alpha+2\pi/3}{2}} \sin((2k+1)(\psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha)) - e^{-\frac{\pi}{\alpha}} \sin((2k+1)(\pi+\psi))]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$+ \frac{Q^2(2k+1) e^{-\frac{\psi}{\alpha}} [\cos((2k+1)(\psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha)) \cdot e^{-\frac{\alpha+2\pi/3}{2}} - e^{-\frac{\pi}{\alpha}} \cos((2k+1)(\pi+\psi))]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

Les termes en cosinus sont donnés par :

$$B_{2k+1} = \frac{n \cdot 3V_{sm}}{3R(1+Q^2)\pi} \left[\begin{aligned} &6\sqrt{3}(Q L'_2 - L'_1) + (J_B - J_C) L'_3 + \frac{3}{2}(Q - \sqrt{3}) L'_4 + \frac{3}{2}(1 + Q\sqrt{3}) L'_5 + J'_A L'_6 + (4Q - 2\sqrt{3}) L'_7 + J_1 L'_9 \\ &+ (4 + 2\sqrt{3}Q) L'_8 - (2\sqrt{3} + 4Q) L'_{10} - (4 - 2\sqrt{3}Q) L'_{11} + J_5 L'_{12} - \frac{3}{2}(\sqrt{3} + Q) L'_{13} - \frac{3}{2}(1 - \sqrt{3}Q) L'_{14} - 8L'_{15} \end{aligned} \right]$$

où :

$$L'_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin((2k+2)(\psi+d)) - \sin((2k+2)\psi)}{(2k+2)} + \frac{\sin 2k(\psi+d) - \sin(2k\psi)}{2k} \right]$$

$$L'_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{\cos((2k+2)\psi) - \cos((2k+2)(\psi+d))}{(2k+2)} + \frac{\sin(2k(\psi+d)) - \sin(2k\psi)}{2k} \right]$$

$$L'_3 = \frac{Q \left[e^{-\frac{\psi}{Q}} \cos((2k+1)\psi) - e^{-\frac{\psi+d}{Q}} \cos((2k+1)(\psi+d)) \right] + Q^2(2k+1) \left[e^{-\frac{\psi+d}{Q}} \sin(2k+1)(\psi+d) - e^{-\frac{\psi}{Q}} \sin((2k+1)\psi) \right]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L'_4 = \frac{1}{2} \left[\frac{\cos((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3})) - \cos((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3} + d))}{(2k+2)} + \frac{\sin(2k(\psi + \frac{\pi}{3})) - \sin(2k(\psi + \frac{\pi}{3} + d))}{2k} \right]$$

$$L'_5 = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3})) - \sin((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3} + d))}{(2k+2)} - \frac{\sin(2k(\psi + \frac{\pi}{3})) - \sin(2k(\psi + \frac{\pi}{3} + d))}{2k} \right]$$

$$L'_6 = \frac{Q \left[e^{-\frac{\psi+\frac{\pi}{3}}{Q}} \cos((2k+1)(\psi + \frac{\pi}{3})) - e^{-\frac{\psi+\frac{\pi}{3}+d}{Q}} \cos((2k+1)(\psi + \frac{\pi}{3} + d)) \right] + Q^2(2k+1) \left[e^{-\frac{\psi+\frac{\pi}{3}+d}{Q}} \sin((2k+1)(\psi + \frac{\pi}{3} + d)) - e^{-\frac{\psi+\frac{\pi}{3}}{Q}} \sin((2k+1)(\psi + \frac{\pi}{3})) \right]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L'_7 = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3} + d)) - \sin((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3}))}{(2k+2)} + \frac{\sin(2k(\psi + \frac{\pi}{3} + d)) - \sin(2k(\psi + \frac{\pi}{3}))}{2k} \right]$$

$$L'_8 = \frac{1}{2} \left[\frac{\cos((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3})) - \cos((2k+2)(\psi + \frac{\pi}{3} + d))}{(2k+2)} + \frac{\sin(2k(\psi + \frac{\pi}{3} + d)) - \sin(2k(\psi + \frac{\pi}{3}))}{2k} \right]$$

$$L'_9 = \frac{Q \left[e^{-\frac{\psi+\frac{\pi}{3}}{Q}} \cos((2k+1)(\psi + \frac{\pi}{3})) - e^{-\frac{\psi+\frac{\pi}{3}+d}{Q}} \cos((2k+1)(\psi + \frac{\pi}{3} + d)) \right] + Q^2(2k+1) \left[e^{-\frac{\psi+\frac{\pi}{3}+d}{Q}} \sin((2k+1)(\psi + \frac{\pi}{3} + d)) - e^{-\frac{\psi+\frac{\pi}{3}}{Q}} \sin((2k+1)(\psi + \frac{\pi}{3})) \right]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L'_{10} = \frac{1}{2} \left[\frac{\cos((2k+2)(\psi + \frac{2\pi}{3})) - \cos((2k+2)(\psi + \frac{2\pi}{3} + d))}{(2k+2)} + \frac{\sin(2k(\psi + \frac{2\pi}{3} + d)) - \sin(2k(\psi + \frac{2\pi}{3}))}{2k} \right]$$

$$L'_{11} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin((2k+2)(\psi + \frac{2\pi}{3} + d)) - \sin((2k+2)(\psi + \frac{2\pi}{3}))}{(2k+2)} + \frac{\sin(2k(\psi + \frac{2\pi}{3} + d)) - \sin(2k(\psi + \frac{2\pi}{3}))}{2k} \right]$$

$$L'_{12} = \frac{Q \left[e^{-\frac{\psi+\frac{2\pi}{3}}{Q}} \cos((2k+1)(\psi + \frac{2\pi}{3})) - e^{-\frac{\psi+\frac{2\pi}{3}+d}{Q}} \cos((2k+1)(\psi + \frac{2\pi}{3} + d)) \right] + Q^2(2k+1) \left[e^{-\frac{\psi+\frac{2\pi}{3}+d}{Q}} \sin((2k+1)(\psi + \frac{2\pi}{3} + d)) - e^{-\frac{\psi+\frac{2\pi}{3}}{Q}} \sin((2k+1)(\psi + \frac{2\pi}{3})) \right]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

$$L'_{13} = \frac{1}{2} \left[\frac{\cos((2k+2)(\psi + \frac{2\pi}{3} + d)) - \cos((2k+2)(\pi + \psi))}{(2k+2)} + \frac{\sin 2k(\pi + \psi) - \sin(2k(\psi + \frac{2\pi}{3} + d))}{2k} \right]$$

$$L'_{14} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin((2k+2)(\pi + \psi)) - \sin((2k+2)(\psi + \frac{2\pi}{3} + d))}{(2k+2)} + \frac{\sin(2k(\pi + \psi)) - \sin(2k(\psi + \frac{2\pi}{3} + d))}{2k} \right]$$

$$L'_{15} = \frac{Q \left[e^{-\frac{\psi+\frac{2\pi}{3}+d}{Q}} \cos((2k+1)(\psi + \frac{2\pi}{3} + d)) - e^{-\frac{\pi+\psi}{Q}} \cos((2k+1)(\pi + \psi)) \right] + Q^2(2k+1) \left[e^{-\frac{\pi+\psi}{Q}} \sin(2k+1)(\pi + \psi) - e^{-\frac{\psi+\frac{2\pi}{3}+d}{Q}} \sin((2k+1)(\psi + \frac{2\pi}{3} + d)) \right]}{(1 + Q^2(2k+1)^2)}$$

avec

$$J_C = \{ (Q-3\sqrt{3}) \sin\psi + (1+3\sqrt{3}Q) \cos\psi \} e^{\frac{\psi}{Q}}$$

$$J'_A = \left\{ -\frac{1}{2} (3\sqrt{3}+Q) \sin(\psi+\alpha') + \frac{1}{2} (3\sqrt{3}Q-1) \cos(\psi+\alpha') \right\} e^{\frac{\psi+\alpha}{Q}} - J_C.$$

$$J_B = \left\{ \frac{3}{2} (Q-\sqrt{3}) \sin(\psi+\Pi/3) + \frac{3}{2} (1+Q\sqrt{3}) \cos(\psi+\Pi/3) + (3\sqrt{3}+Q) \sin\psi + (1-3\sqrt{3}) \cos\psi \right\} e^{-\frac{\theta}{Q}} + J'_A e^{-\frac{\Pi}{3Q}}$$

$$J_1 = \left\{ -\frac{1}{2} (\sqrt{3}-5Q) \sin(\psi+\Pi/3) - \frac{1}{2} (5+\sqrt{3}Q) \cos(\psi+\Pi/3) \right\} e^{\frac{(\psi+\Pi/3)}{Q}} + J'_A$$

$$J_5 = \left\{ - (2\sqrt{3}+4Q) \sin\left(\psi+\frac{2\Pi}{3}\right) - (4-2\sqrt{3}Q) \cos\left(\psi+\frac{2\Pi}{3}\right) \right\} e^{\frac{(\psi+2\Pi/3)}{Q}}$$

$$J_5 = \left\{ \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{3}+5Q) \sin\left(\psi+\frac{2\Pi}{3}+\alpha'\right) + \frac{1}{2} (5-\sqrt{3}Q) \cos\left(\psi+\frac{2\Pi}{3}+\alpha'\right) \right\} e^{\frac{(\psi+2\Pi/3+\alpha')}{Q}} + J_5.$$

II.4.2.2 Analyse harmonique en mode de conduction

séparée des gradateurs.

Sur la moitié d'une période des tensions de la source, le courant i_A prend successivement les expressions suivantes :

$$\psi < \theta < \psi + \alpha \quad i_A = \frac{-n V_{sm}}{4R(1+Q2)} (3-\sqrt{3}Q) \sin\theta - (\sqrt{3}+3Q) \cos\theta + J_1 e^{-\frac{\theta}{Q}}$$

$$\psi + \alpha < \theta < \psi + \frac{2\Pi}{3} \quad i_A = 0$$

$$\psi + \frac{2\Pi}{3} < \theta < \psi + \frac{2\Pi}{3} + \alpha; i_A = \frac{-n V_{sm}}{4R(1+Q2)} \{ (3+\sqrt{3}Q) \sin\theta + (\sqrt{3}-3Q) \cos\theta + J_2 e^{-\frac{\theta}{Q}} \}$$

$$\psi + \frac{2\Pi}{3} + \alpha < \theta < \psi + \Pi \quad i_A = 0$$

où

$$J_1 = \{ (\sqrt{3}Q-3) \sin\psi + (\sqrt{3}+3Q) \cos\psi \} e^{\frac{\psi}{Q}}$$

$$J_2 = \left\{ - (3+\sqrt{3}Q) \sin\left(\psi+\frac{2\Pi}{3}\right) + (3Q-\sqrt{3}) \cos\left(\psi+\frac{2\Pi}{3}\right) \right\} e^{\frac{(\psi+2\Pi/3)}{Q}}$$

Les termes en sinus du développement en série de Fourier sont donnés par la relation :

$$A_{2n+1} = \frac{-nV_{sm}}{2\Pi R(1+Q2)} \left[\begin{aligned} & (3-\sqrt{3}Q) L_1 - (\sqrt{3}+3Q) L_2 + J_1 L_3 \\ & + (3+\sqrt{3}Q) L_{10} + (\sqrt{3}-3Q) L_{11} + J_2 L_{12} \end{aligned} \right]$$

Les termes en cosinus sont donnés par la relation :

$$B_{2n+1} = \frac{-n V_{sm}}{2\pi R(1+Q^2)} \left[\begin{array}{l} (3-\sqrt{3}Q)L'_1 - (\sqrt{3}+3Q)L'_2 + J_1 L'_3 \\ + (3+\sqrt{3}Q)L'_{10} + (\sqrt{3}-3Q)L'_{11} + J_2 L'_{12} \end{array} \right]$$

Dans ces deux relations $L_1, L_2, L_3, L'_1, L'_2, L'_3, L_{10}, L_{11}, L_{12}, L'_{10}, L'_{11}, L'_{12}$ ont les mêmes valeurs que pour le mode de fonctionnement précédent.

Sur la planche III.5 et le haut de la planche III.4 on a représenté les variations en fonction de Ψ , des amplitudes du fondamental et des harmoniques des courants pris au réseau. Les courbes ont été tracées pour $\cos\varphi$ égal à 1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; et 0. Les amplitudes sont rapportées à $n^2 V_m/Z$, avec $Z = R\sqrt{1+Q^2}$.

La comparaison avec les caractéristiques des planches III.1 et III.2 montrent que les harmoniques ont une impédance relative du même ordre de grandeur que pour le montage précédent.

II.4.2.3 Facteur de puissance en ligne

Le facteur de puissance F_L est calculé par :

$$F_L = \frac{RI'^2}{VI}$$

Connaissant l'évolution de i'_A et i_A tout au long de leur période, nous avons calculé leur valeur efficace, sur calculateur, I' et I à l'aide d'un programme adéquat.

Le bas de la planche III.4 donne les résultats ainsi obtenus. Pour diverses valeurs de $\cos\varphi$, elle montre comment varie F_L quand la valeur relative de la tension de sortie V'/nV va de son maximum à zéro. Pour mettre en évidence la valeur très réduite de F_L que donne ce schéma, on a pris la même échelle que sur les planches II.3 et II.5.

II.5 Exemples de relevés expérimentaux

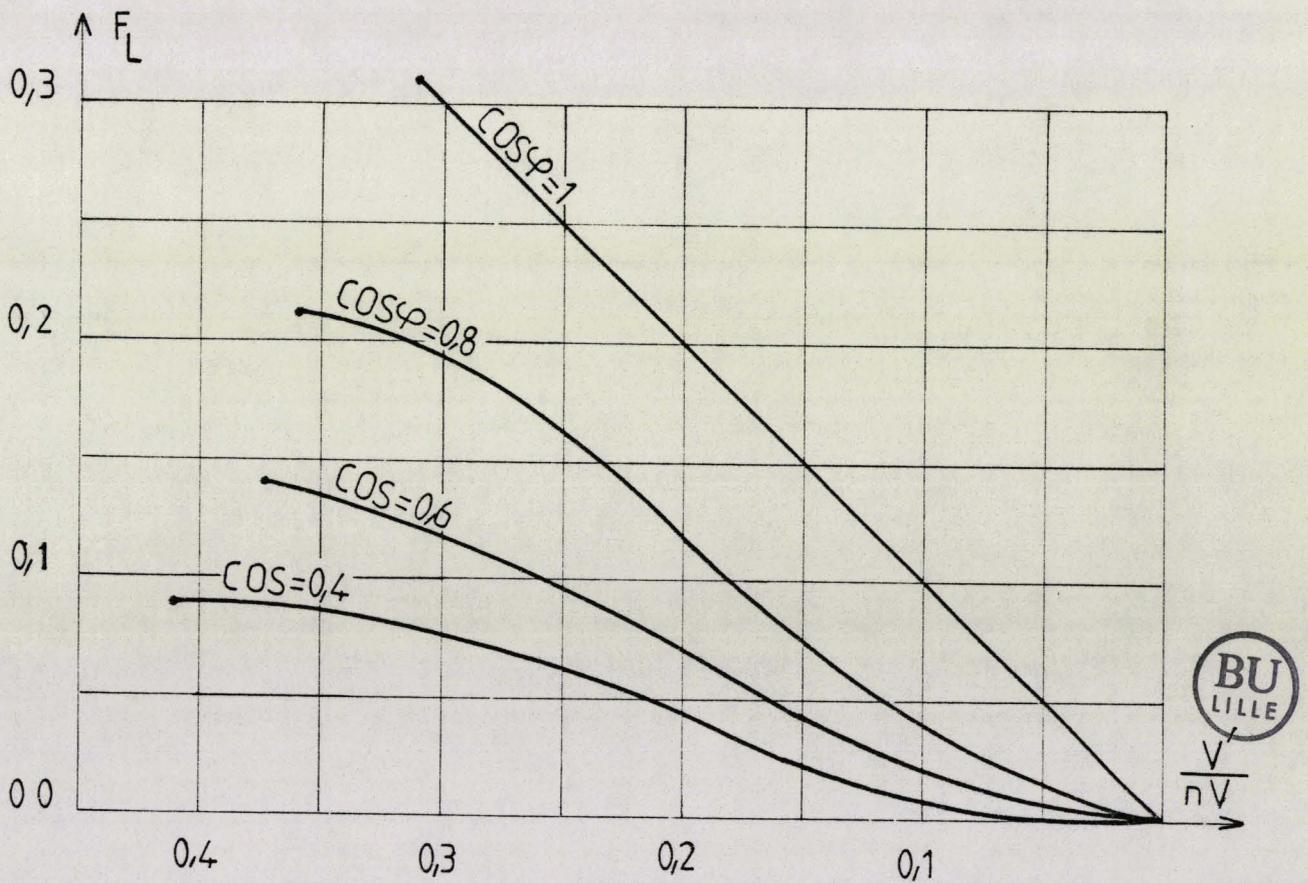
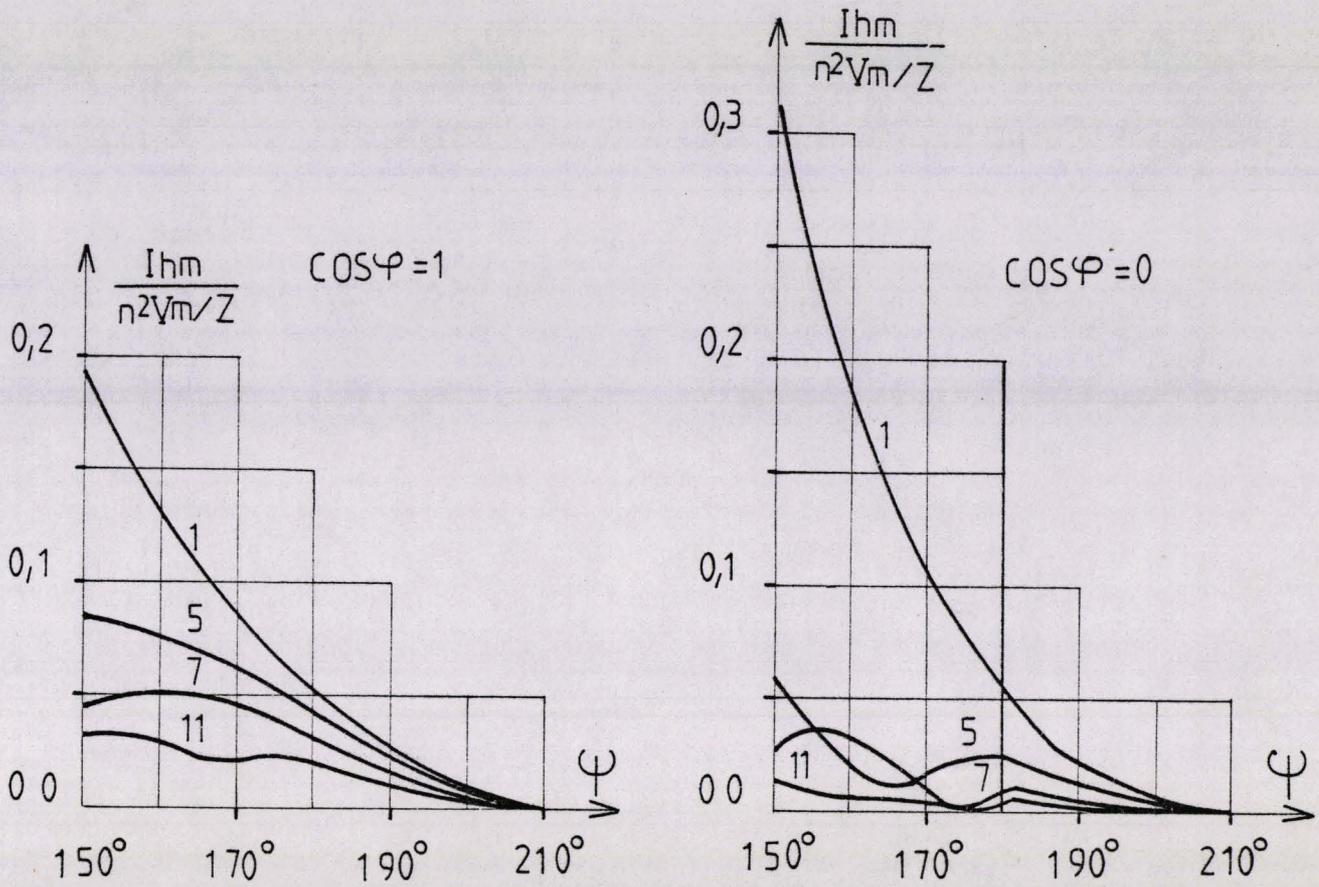
Nous avons réalisé un montage expérimental permettant de vérifier les formes d'ondes et les relations quantitatives. Nous reproduisons ici quelques oscillogrammes et quelques spectres.

-La figure 3.11 illustre un débit sur résistance pure . Le premier cliché donne la tension d'entrée v_A et le courant d'entrée i_A ; le second les courants i'_{SA} et i_{SA} dans les deux enroulements secondaires , le troisième donne le courant de sortie i'_A (ou la tension de sortie v'_A) et la tension aux bornes de Th_A . En bas, on trouve le spectre du courant d'entrée.

-La figure 3.12 illustre un débit sur charge résistante et inductive avec intervalles de conduction simultanée des deux gradateurs. En haut, on a les formes d'ondes des courants i'_{SA} , i_{SA} et de leur somme i'_A ; le cliché du milieu montre la tension de sortie v'_A et la tension v_{ThA} aux bornes de Th_A . En bas, on voit le courant absorbé i_A et son spectre.

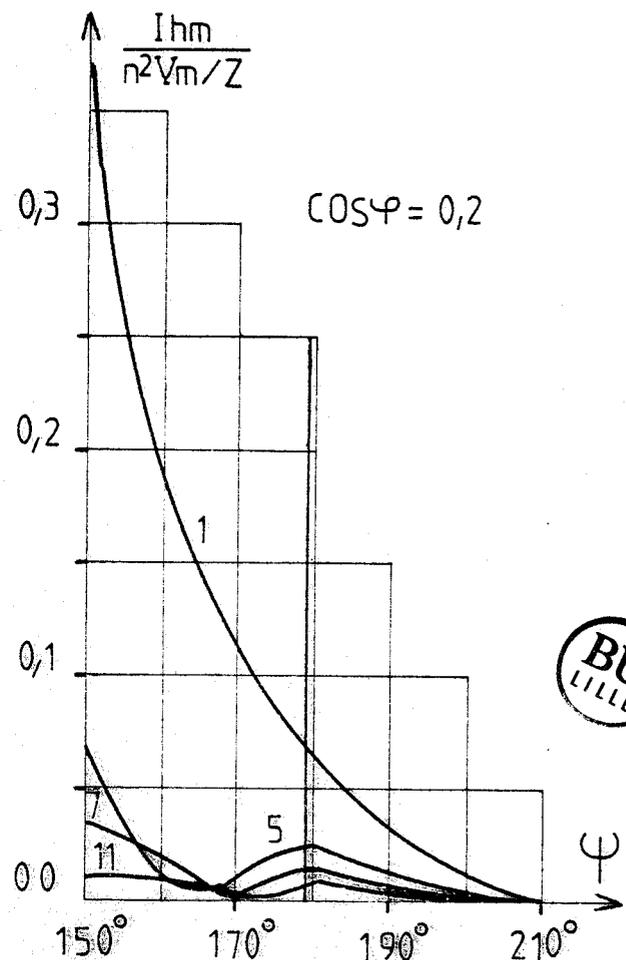
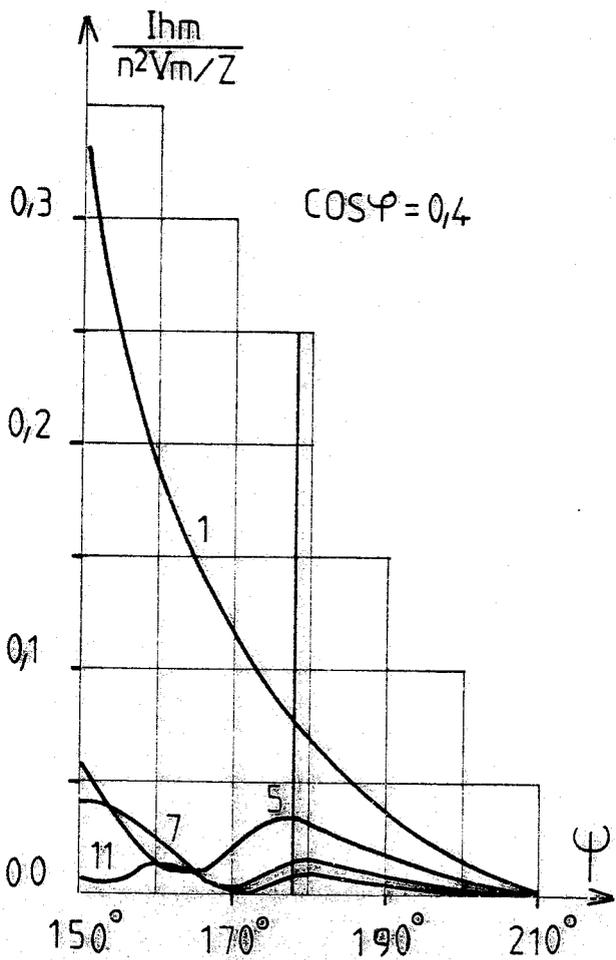
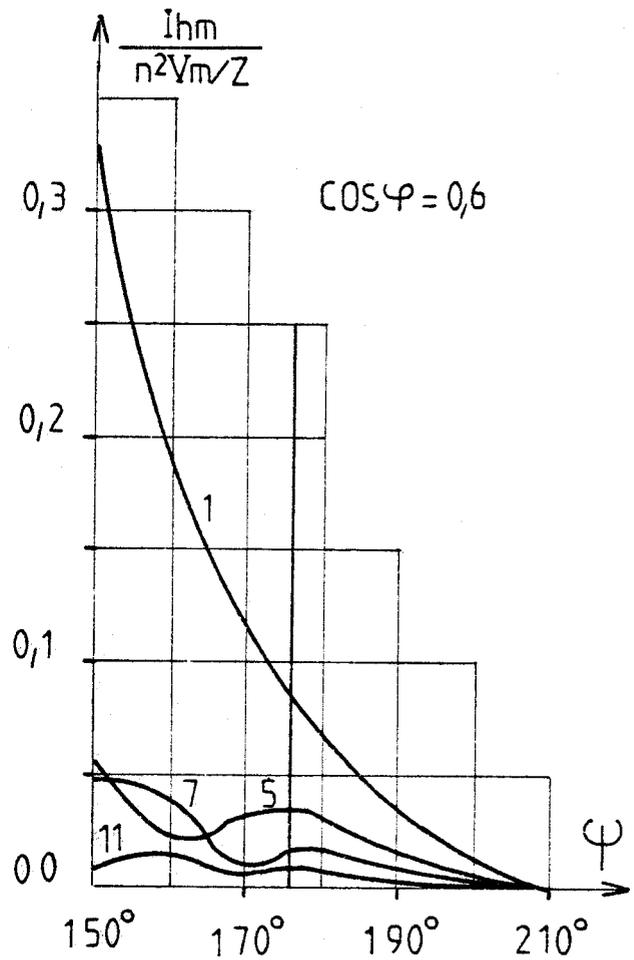
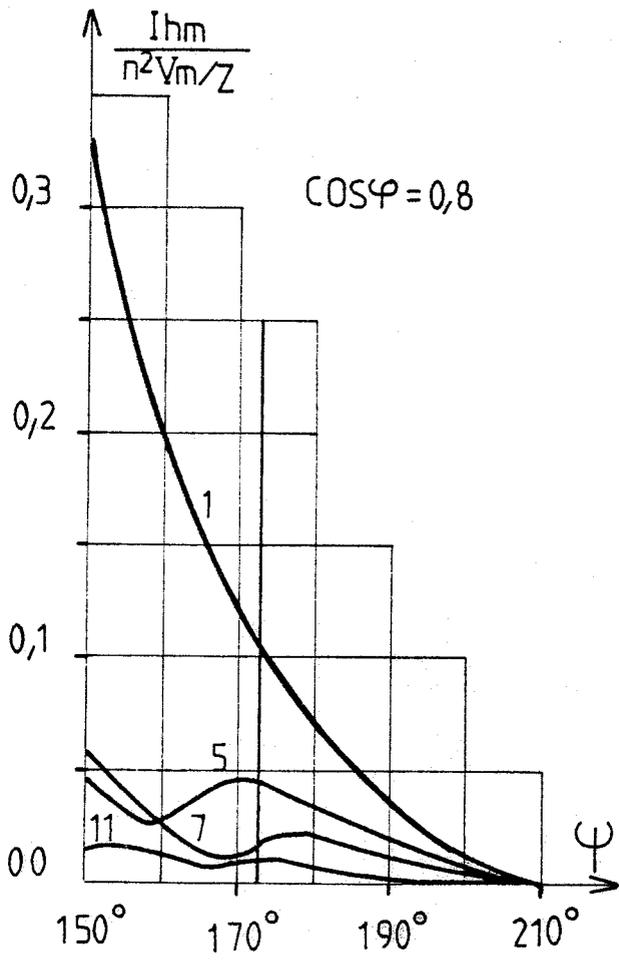
Sur la figure 3.13 on a les mêmes grandeurs mais lors d'un fonctionnement avec débit séparé des gradateurs.

L'observation des spectres montre qu'un grand soin doit être apporté à la commande des gradateurs. Les écarts de commande font apparaître des harmoniques pairs dans les courants en ligne. Chacun des gradateurs mixtes pris séparément provoquerait en effet l'existence de tels harmoniques.



Pl.III.4. En haut : Fondamental et harmoniques des courants en ligne.
En bas : Facteur de puissance en ligne.





Pl. III.5. Fondamental et harmoniques des courants en ligne.

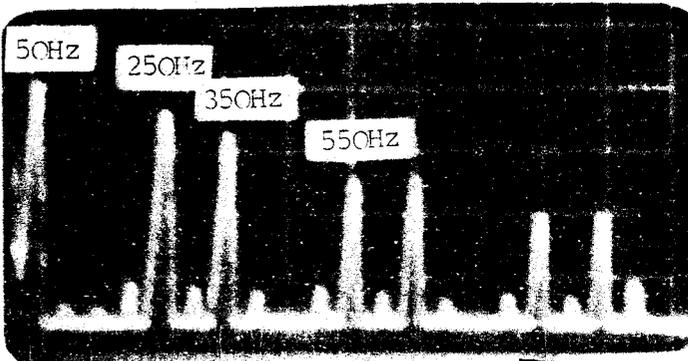
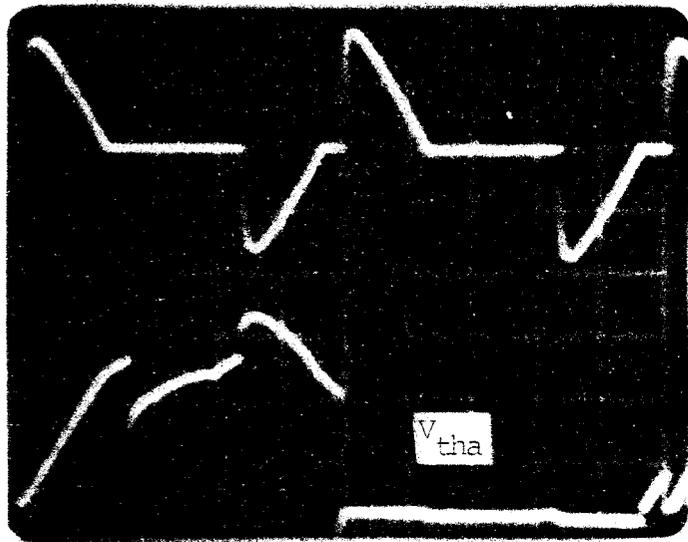
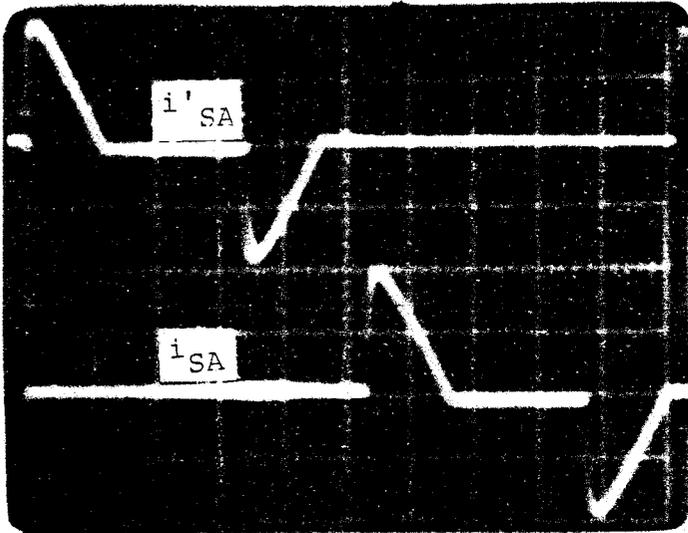
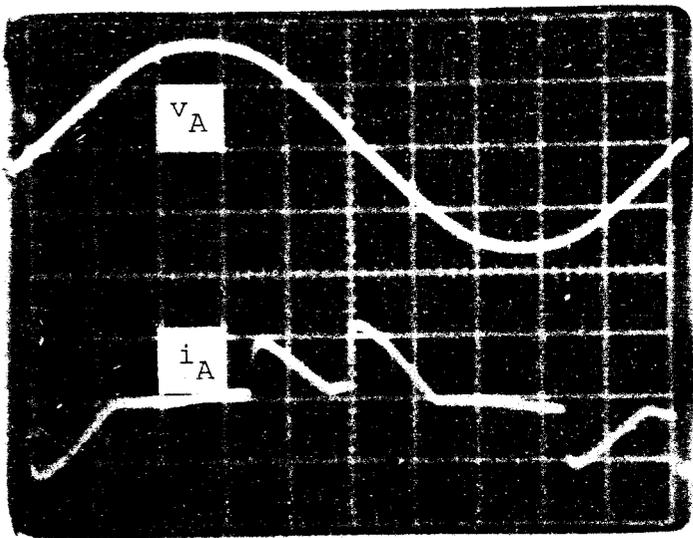


Figure III.11.
Débit sur résistance pure.



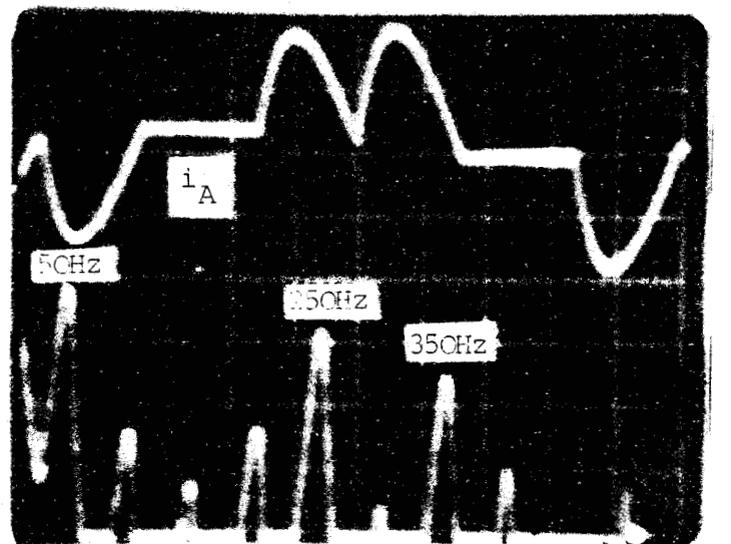
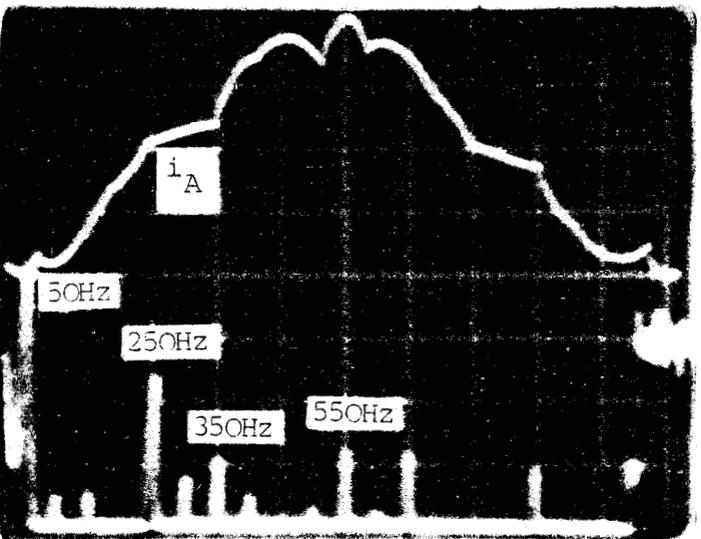
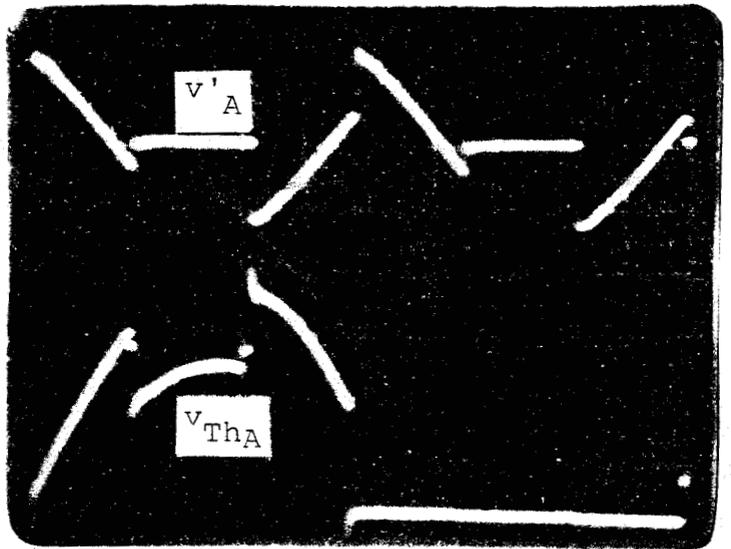
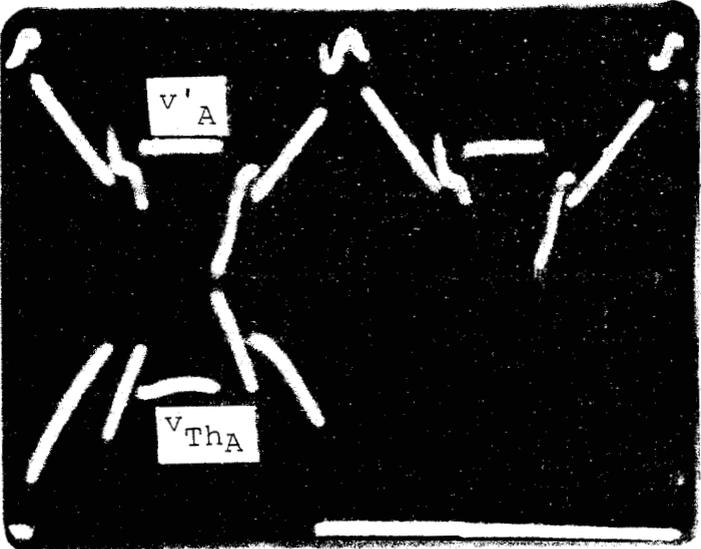
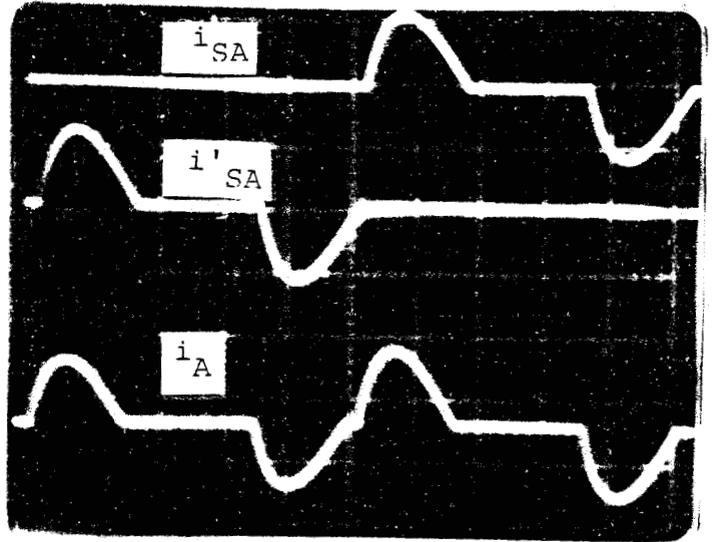
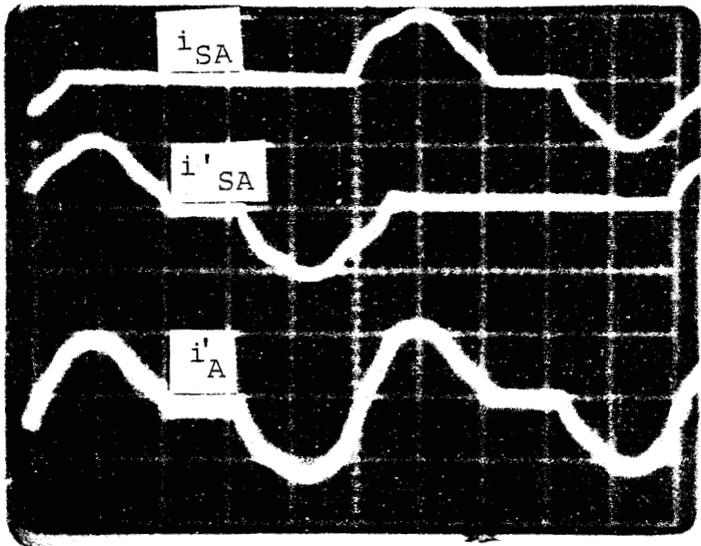


Figure III.12.
Débit sur R, L (1er mode)

Figure III.13.
Débit sur R, L (2ème mode)



CHAPITRE IV.

DOUBLEUR DE FREQUENCE TRIPHASE
A DOUZE THYRISTORS SANS TRANSFORMATEUR

Le doubleur de fréquence triphasé dont l'étude constitue l'objet du présent chapitre ne fait pas partie des multiplicateurs de fréquence de la famille générale, ni des montages utilisant des gradateurs à des fins de doublement de la fréquence. Nous leur avons donc consacré une étude complète(18), nous attachant à caractériser tant les grandeurs de sortie que les courants d'entrée.

I. PRINCIPE

I.1. Présentation du montage

On peut introduire le schéma utilisé à partir de celui du cycloconvertisseur à entrée et sortie triphasées (Figure IV.1).

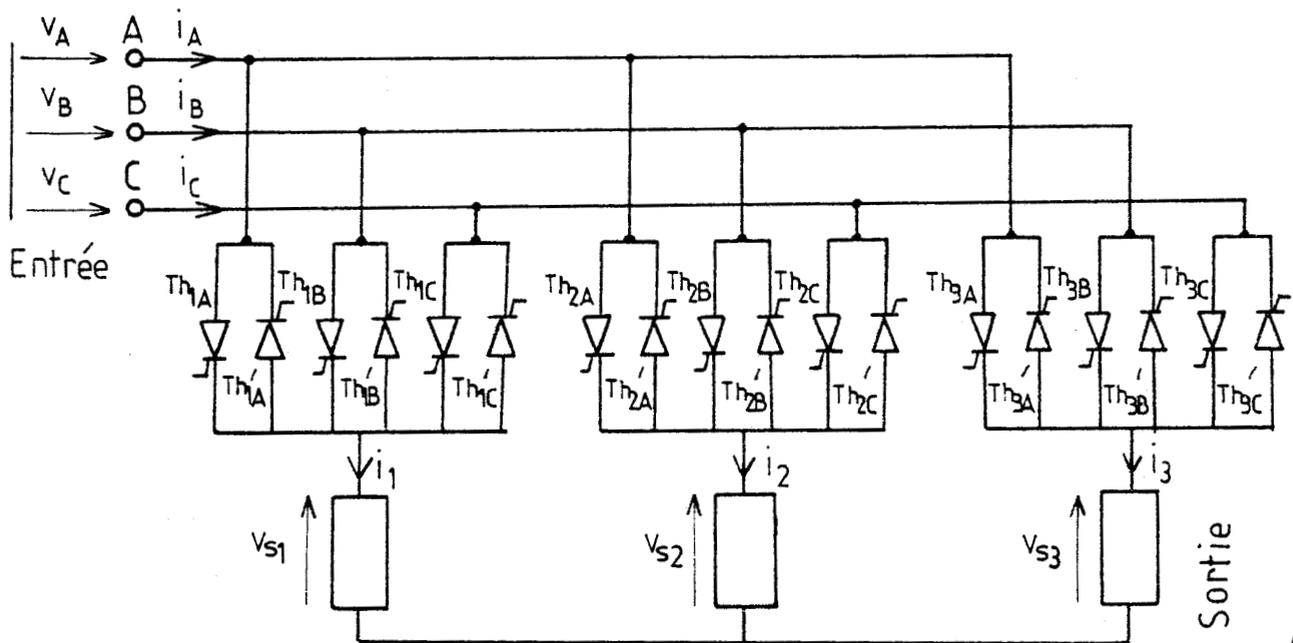


Figure IV.1.

Dans un cycloconvertisseur (1), (2), (7), si la fréquence des tensions de référence, qui représentent les tensions de sortie qu'on cherche à approximer, est un sous-multiple entier de la fréquence des tensions d'entrée, les divers thyristors sont inégalement chargés en courant.



C'est un inconvénient qui conduit à surcalibrer tous les thyristors car on ne connaît pas à priori celui ou ceux qui seront surchargés.

Ici on utilise volontairement ce phénomène. La fréquence de sortie étant le double de la fréquence d'entrée, à condition de bien caler les commandes, on peut rendre constamment nul le courant dans 2 des 6 thyristors alimentant chaque phase réceptrice. On arrive ainsi au schéma (Figure IV.2) du doubleur étudié.

La première phase réceptrice est reliée à la borne A d'entrée par deux thyristors Th_{1A} et Th'_{1A} , mais il n'y a qu'un thyristor dans la liaison avec les deux bornes, Th'_{1B} avec la borne B, Th_{1C} avec la borne B.

pour que la tension v_{S2} aux bornes de la phase 2 soit déphasée de $\pi/3$ à l'échelle de la pulsation ω des tensions d'entrée, par rapport à celle v_{S1} aux bornes de la première, on utilise 2 thyristors dans la liaison avec la phase C, soit Th_{2C} et Th'_{2C} . Elle n'est reliée à A que par Th'_{2A} , à B que par Th_{2B} .

De même pour la phase 3: liaison bidirectionnelle avec B par Th_{3B} et Th'_{3B} , liaisons unidirectionnelles avec C par Th'_{3C} , avec A par Th_{3A} .

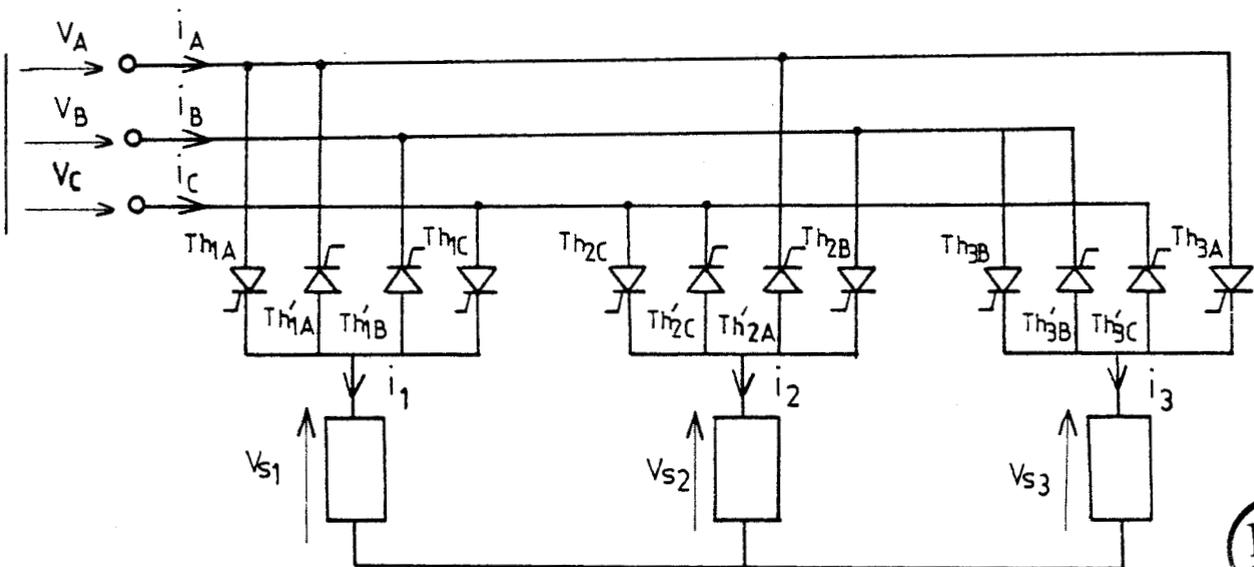


Figure IV.2.

I.2 Notations et hypothèses

-On désigne par v_A , v_B et v_C les tensions simples d'alimentation sinusoïdales de pulsation ω comptées à partir du point neutre de la source :

$$\begin{aligned} v_A &= V_m \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \\ v_B &= V_m \sin\left(\theta - \frac{5\pi}{6}\right) \\ v_C &= V_m \sin\left(\theta - \frac{3\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad \text{avec } \theta = \omega t$$

. Par commodité, on prend l'origine des temps à l'instant où $v_A = v_B$ et on désigne par v_{AB} , v_{BC} et v_{CA} les tensions composées de la source.

$$\begin{aligned} v_{AB} &= v_A - v_B = \sqrt{3}V_m \sin\theta \\ v_{BC} &= v_B - v_C = \sqrt{3}V_m \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_{CA} &= v_C - v_A = \sqrt{3}V_m \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad , \quad \text{avec } V_m = \sqrt{2}V.$$

V étant la valeur efficace de la tension simple d'alimentation,

-On désigne par

v_{Thk} et i_{Thk} , la tension aux bornes du thyristors Th_K et le courant qui le traverse ;

i_1 , i_2 , i_3 , les courants dans les trois phases de la charge ; v_{S1} , v_{S2} , v_{S3} , les tensions à leurs bornes ;

u_{12} , u_{23} , u_{31} , les tensions composées correspondantes ;

i_A , i_B , i_C , les courants pris au réseau d'alimentation.

-L'angle de commande ψ est compté par rapport au passage par zéro de la tension $v_A - v_B$ croissante. On désigne par α l'angle de conduction des thyristors.

I.3 Relations générales et limitation de l'intervalle d'étude.

Comme le montre la figure IV.3, les thyristors sont débloqués deux par deux, à des intervalles de temps égaux à $\pi/3\omega$, dans l'ordre suivant :

$(Th_{1C}, Th'_{2A}) ; (Th_{2C}, Th'_{3B}) ; (Th_{3A}, Th'_{1B})$

$(Th_{1A}, Th'_{2C}) ; (Th_{2B}, Th'_{3C}) ; (Th_{3B}, Th'_{1A}) :$

Le premier groupe de thyristors (Th_{1C}, Th'_{2A}) est amorcé pour $\theta = \psi$.

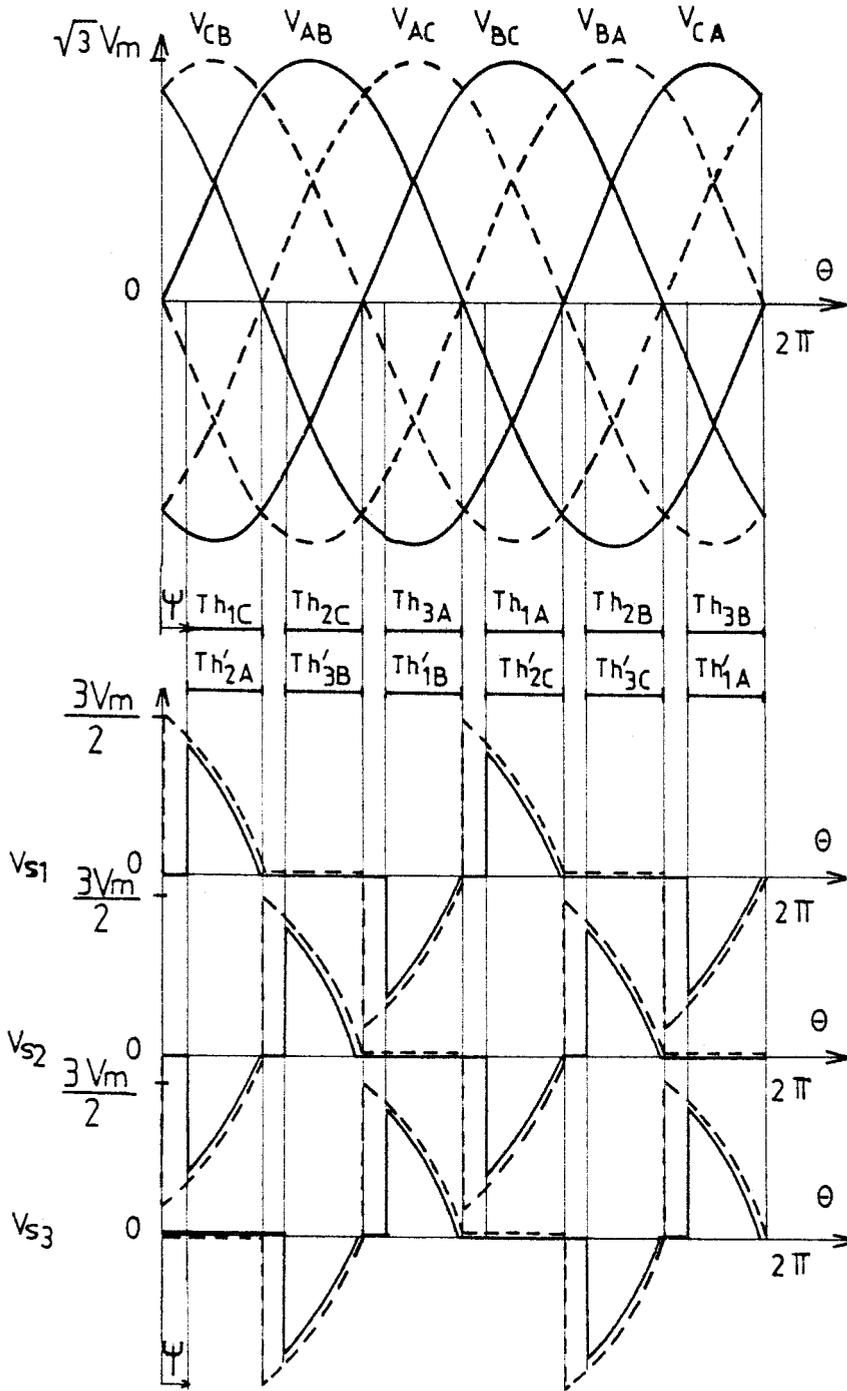


Figure IV.3.

I.3.1 Tension de sortie

Le déclenchement des thyristors est tel qu'il permet d'obtenir un système de trois tensions v_{S1} , v_{S2} , v_{S3} équilibré et direct de fréquence $2f$, comme le montre la figure IV.3 (en traits continus pour $\Psi = \frac{\pi}{12}$, en traits interrompus pour $\Psi = 0$).

Lorsque les thyristors Th_{1C} et Th'_{2A} conduisent, la tension de sortie v_{S1} a la même expression que v_{S2} pendant la conduction de Th_{2C} et Th'_{3B} ou que v_{S3} pendant la conduction de Th_{3A} et Th'_{1B} ; or ces trois intervalles sont décalés entre eux de $\frac{\pi}{3}$ on a donc :

$$v_{S1}(\theta) = v_{S2}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = v_{S3}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Ou encore, ces trois tensions ayant une période égale à π/ω ,

$$v_{S1}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = v_{S2}(\theta + \pi) = v_{S2}(\theta)$$

$$v_{S1}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = v_{S3}(\theta + \pi) = v_{S3}(\theta)$$

De plus v_{S1} , v_{S2} et v_{S3} ont leurs alternances négative et positive identiques au signe près.

On en déduit donc :

$$v_{S1}(\theta) = v_{S1}(\theta)$$

$$v_{S1}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = v_{S3}(\theta)$$

$$v_{S1}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = v_{S2}(\theta)$$

$$v_{S1}(\theta + \pi) = v_{S1}(\theta)$$

$$v_{S1}\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) = v_{S1}\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = v_{S3}(\theta)$$

$$v_{S1}\left(\theta + \frac{5\pi}{3}\right) = v_{S1}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = v_{S2}(\theta)$$

$$v_{S1}(\theta + 2\pi) = v_{S1}(\theta)$$

Connaissant v_{S1} , v_{S2} , v_{S3} pour θ , on en déduit v_{S1} pour $\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$, $\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$ et $(\theta + \pi)$. Il suffit donc d'étudier le fonctionnement pendant un sixième de la période des tensions d'entrée ou un tiers de la période des tensions de sortie.

I.3.2 Courants de sortie

Les courants i_1 , i_2 et i_3 vérifient les mêmes relations de périodicité et de symétrie des alternances que les tensions v_{S1} , v_{S2} , v_{S3} . On pourra donc déduire les expressions de ces courants tout au long de leur période de la seule étude d'un tiers de celle-ci.

$$i_1(\theta) = i_1(\theta)$$

$$i_1\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = i_3(\theta)$$

$$i_1\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = i_2(\theta)$$

$$i_1(\theta + \pi) = i_1(\theta)$$

I.3.3 Tensions aux bornes des thyristors

Pour chaque phase du récepteur, il ya deux thyristors montés tête-bêche, un thyristor ayant la cathode à la source et un thyristor ayant l'anode à la source.

- Les deux thyristors montés tête-bêche (Th_{1A} , Th'_{1A}) ou (Th_{2C} , Th'_{2C}) ou (Th_{3B} , Th'_{3B}) ont évidemment des tensions à leurs bornes égales et opposées.

D'un groupe à l'autre, l'écart angulaire est égal à $2\pi/3$.

$$v_{Th1A} = -v_{Th'1A} ; v_{Th2C} = -v_{Th'2C} ; v_{Th3B} = -v_{Th'3B}$$

$$v_{Th1A}(\theta) = v_{Th1A}(\theta) ; v_{Th1A}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) = v_{Th3B}(\theta) ; v_{Th1A}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = v_{Th2C}(\theta) ;$$

$$v_{Th1A}(\theta + 2\pi) = v_{Th1A}(\theta).$$

- Tous les thyristors ayant leur anode à la source (Th_{1C} , Th_{2B} , Th_{3A}) possèdent la même tension entre anode et cathode à $\frac{2\pi}{3}$ près.

$$v_{Th1C}(\theta) = v_{Th1C}(\theta) ; v_{Th1C}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) = v_{Th3A}(\theta) ; v_{Th1C}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = v_{Th2B}(\theta) ;$$

$$v_{Th1C}(\theta + 2\pi) = v_{Th1C}(\theta).$$

- Tous les thyristors ayant leur cathode à la source (Th'_{1B} , Th'_{2A} , Th'_{3C}) ont la même tension à leurs bornes à $\frac{2\pi}{3}$ près.

$$v_{Th'1B}(\theta) = v_{Th'1B}(\theta) ; v_{Th'1B}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) = v_{Th'3C}(\theta) ; v_{Th'1B}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = v_{Th'2A}(\theta) ;$$

$$v_{Th'1B}(\theta + 2\pi) = v_{Th'1B}(\theta).$$

Connaissant v_{Th1A} , $v_{Th'1B}$ et v_{Th1C} sur une période de la tension d'entrée, on en déduit les tensions aux bornes de tous les autres thyristors.

I.3.4 Courants dans les thyristors

Comme pour les tensions aux bornes des thyristors, il suffit de connaître les courants i_{Th1A} , $i_{Th'1B}$ et i_{Th1C} dans les thyristors Th_{1A} , Th'_{1B} et Th_{1C} sur une période $2\pi/\omega$, pour déterminer l'évolution des courants dans tous les autres thyristors.

I.3.5 Courants en ligne

A chaque instant du fonctionnement, les courants en ligne se déduisent des courants dans les thyristors par les relations suivantes :

$$i_A = i_{Th1A} - i_{Th'1A} - i_{Th'2A} + i_{Th3A}$$

$$i_B = i_{Th3B} - i_{Th'3B} - i_{Th'1B} + i_{Th2B}$$

$$i_C = i_{Th2C} - i_{Th'2C} - i_{Th'3C} + i_{Th1C}$$

Pour des raisons de symétrie de fonctionnement les courants i_A , i_B et i_C forment un système triphasé équilibré de période $2\pi/\omega$. Il suffit donc d'étudier ces courants sur un tiers de la période des tensions d'entrée pour en déduire leur évolution sur une période complète.

II. FONCTIONNEMENT

II.1 Débit sur charge résistive

Dans le schéma de la figure IV. 2, chaque phase de la charge est constituée par une résistance pure R.

On considèrera le récepteur couplé en étoile. Pour une charge en triangle, les performances seraient les mêmes (19), aussi nous nous limiterons simplement à la présentation de la forme d'onde des tensions de sortie.

On considère l'intervalle $0 < \theta < \pi/3$ qui débute quand la tension $v_A - v_B$ devient positive. Tous les thyristors étant bloqués, pour $\theta = \psi$, on débloque Th_{1C} et Th'_{2A} . Ces semi-conducteurs conduisent de $\theta = \psi$ jusqu'à $\theta = \psi + \alpha$; le schéma équivalent au montage est alors celui de la figure IV. 4.

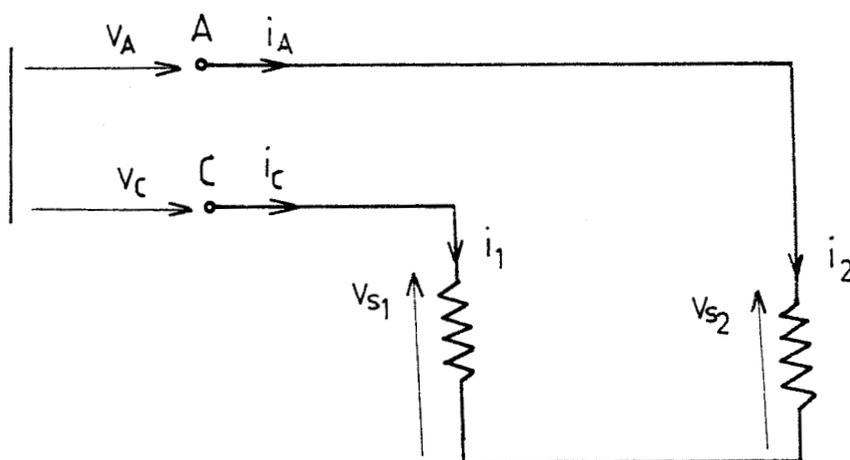


Figure IV.4.

II.1.1 Relation entre les angles ψ et α

- Pour éviter qu'un court circuit de deux phases ne se produise, l'angle d'amorçage doit avoir une valeur minimale $\psi_{\min} = 0$ à laquelle correspond un angle de conduction maximum $\alpha_{\max} = \frac{\pi}{3}$.

- Pour que les thyristors puissent s'amorcer la tension à leurs bornes doit être positive. Pour un angle ψ de $\frac{\pi}{3}$, la tension $v_C - v_A$ aux bornes de l'ensemble Th_{1C} , Th'_{2A} cesse d'être positive : on ne peut plus les amorcer. Donc $\psi_{\max} = \pi/3$.

- Quand ces deux thyristors conduisent, ils sont traversés par un courant égal à $(v_C - v_A)/2R$. Ce courant s'annule et les deux thyristors s'éteignent pour $\theta = \pi/3$.

Entre les angle ψ et α on a donc la relation :

$$\psi + \alpha = \frac{\pi}{3}$$

II.1.2 Tensions de sortie

Les phases 1 et 2 ayant la même impédance et étant parcourues par les mêmes courants, elles auront à leurs bornes la même tension. La phase 3 n'étant pas reliée à la source, la tension v_{S3} est nulle. Pour $\Psi < \theta < \Psi + \alpha$:

$$v_{S1} = -v_{S2} = \frac{v_C - v_A}{2} = \frac{\sqrt{3}V_m}{2} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v_{S3} = 0$$

II.1.3 Tensions aux bornes des thyristors

Th_{1C} et Th'_{2A} étant conducteurs, la tension à leurs bornes est nulle. Le débit de ces deux thyristors impose aux bornes des autres les tensions suivantes :

Pour $\Psi < \theta < \Psi + \alpha$:

$$v_{Th1A} = -v_{Th'1A} = -v_{Th2C} = v_{Th'2C} = v_A - v_C$$

$$v_{Th'1B} = v_C - v_B \quad ; \quad v_{Th2B} = v_B - v_A$$

$$v_{Th3B} = -v_{Th'3B} = \frac{3v_B}{2} \quad ; \quad v_{Th3A} = v_{Th'3C} = \frac{v_A - v_C}{2}$$

II.1.4 Courants dans le récepteur

Le courant i_1 , qui circule dans la charge correspond à l'application de la tension $v_C - v_A$ au circuit d'impédance $2R$. Donc, pour $\Psi < \theta < \Psi + \alpha$:

$$i_1 = \frac{v_C - v_A}{2R} = \frac{v_{S1}}{R} = \frac{\sqrt{3}V_m}{2R} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right).$$

$$i_2 = -i_1$$

et $i_3 = 0$

Ce courant i_1 a la même forme d'onde que la tension v_{S1} .

II.1.5 Courant dans les thyristors

Seuls les courants qui traversent Th_{1C} et Th'_{2A} ne sont pas nuls, tous les autres thyristors sont bloqués, les courants qui les traversent sont nuls.

Pour $\Psi < \theta < \Psi + \alpha$,

$$i_{Th1C} = i_{Th'2A} = i_1$$

II.1.6 Courants en ligne

Comme seuls les courants i_{Th1C} et $i_{Th'2A}$ ne sont pas nuls pour $\Psi < \theta < \Psi + \alpha$,

$$\text{On a alors : } i_A = -i_{Th'2A} = -i_1 = \frac{-\sqrt{3} V_m}{2R} \sin\left(\theta + \frac{2\Pi}{3}\right).$$

$$i_C = i_{Th1C} = i_1 = \frac{\sqrt{3} V_m}{2R} \sin\left(\theta + \frac{\Pi}{3}\right)$$

$$i_B = 0$$

A l'instant où $\theta = \frac{\Pi}{3}$ les courants dans les thyristors Th_{1C} et Th'_{2A} , égaux à $\frac{v_C - v_A}{2R}$, s'annulent : Th_{1C} et Th'_{2A} se bloquent.

Tous les thyristors sont alors bloqués ; aux bornes de l'ensemble (Th_{2C} , Th'_{3B}) on trouve la tension ($v_C - v_B$) positive, une impulsion positive envoyée simultanément sur les gâchettes de ces deux thyristors, qui sont susceptibles d'être amorcés, les rend conducteurs : on retrouve un fonctionnement analogue à celui étudié précédemment.

II.1.7 Formes d'ondes vérifications expérimentales

. Sur la partie gauche de figure IV.5, on a tracé, au-dessous des trois tensions composées du réseau et des tensions inverses et du diagramme des conductions pour $\Psi = \Pi/6$, les formes d'ondes

de la tension v_{S1}

de la tension u_{12}

du courant i_A

Les ondes en traits continus correspondent à $\Psi = \Pi/6$, celles en traits interrompus à $\Psi = 0$ ou à α maximum.

Sur la partie droite de la figure IV.5, après le rappel des tensions d'alimentation et du diagramme des conductions pour $\Psi = \Pi/6$, on a tracé les portions des formes d'ondes.

de la tension v_{Th1A}

de la tension $v_{Th'1B}$

de la tension $v_{Th'1C}$

Correspondant aux relations du paragraphe II.1.3 : les segments en traits continus pour $\Psi = \pi/6$, les segments en traits interrompus pour $\Psi = 0$.

Ce n'est que pour $\Psi = 0$, c'est-à-dire lorsqu'il y a toujours une paire de thyristors en conduction, que les tensions aux bornes des thyristors sont bien définies. Lorsqu'on s'écarte de cette valeur limite, pendant les intervalles où aucun thyristor ne conduit, les tracés nécessitent une hypothèse sur les courants de fuites qui fixent le potentiel du point neutre du récepteur.

L'hypothèse de l'égalité des courants de fuites pour tous les thyristors conduit à des formes d'ondes autres que celles observées expérimentalement.

L'examen de ces derniers montre qu'à l'extinction d'une paire de thyristors, les courants de fuites de ces deux thyristors continuent à imposer au point neutre sensiblement le même potentiel que lorsqu'ils conduisaient.

.La figure IV.6 a montre les formes d'ondes des tensions $v_{Th'1A}$, $v_{Th'1B}$, v_{Th1C} , du courant i_A et de la tension v_{AB} , pour Ψ voisin de Ψ_{min} . Sur la figure IV.6.b. on trouve les formes d'ondes des tensions $v_{Th'1A}$, v_{AB} et v_{Th1C} pour Ψ égal à $\pi/6$.

Ces relevés montrent qu'il n'y a pas de discontinuité notable dans les tensions aux bornes des thyristors quand les deux thyristors passants s'éteignent.

Sur la dernière série on voit une tension négative aux bornes de Th_{1C} juste avant son amorçage. Cela n'est pas gênant car les thyristors étant amorcés deux par deux, c'est la tension aux bornes de l'ensemble des deux thyristors en série qui doit être positive.

II.2 Débit sur charge purement inductive

Tous les thyristors étant bloqués, à l'instant correspondant à $\theta = \Psi$, on débloque les thyristors Th_{1C} et Th'_{2A} . Ils conduisent de

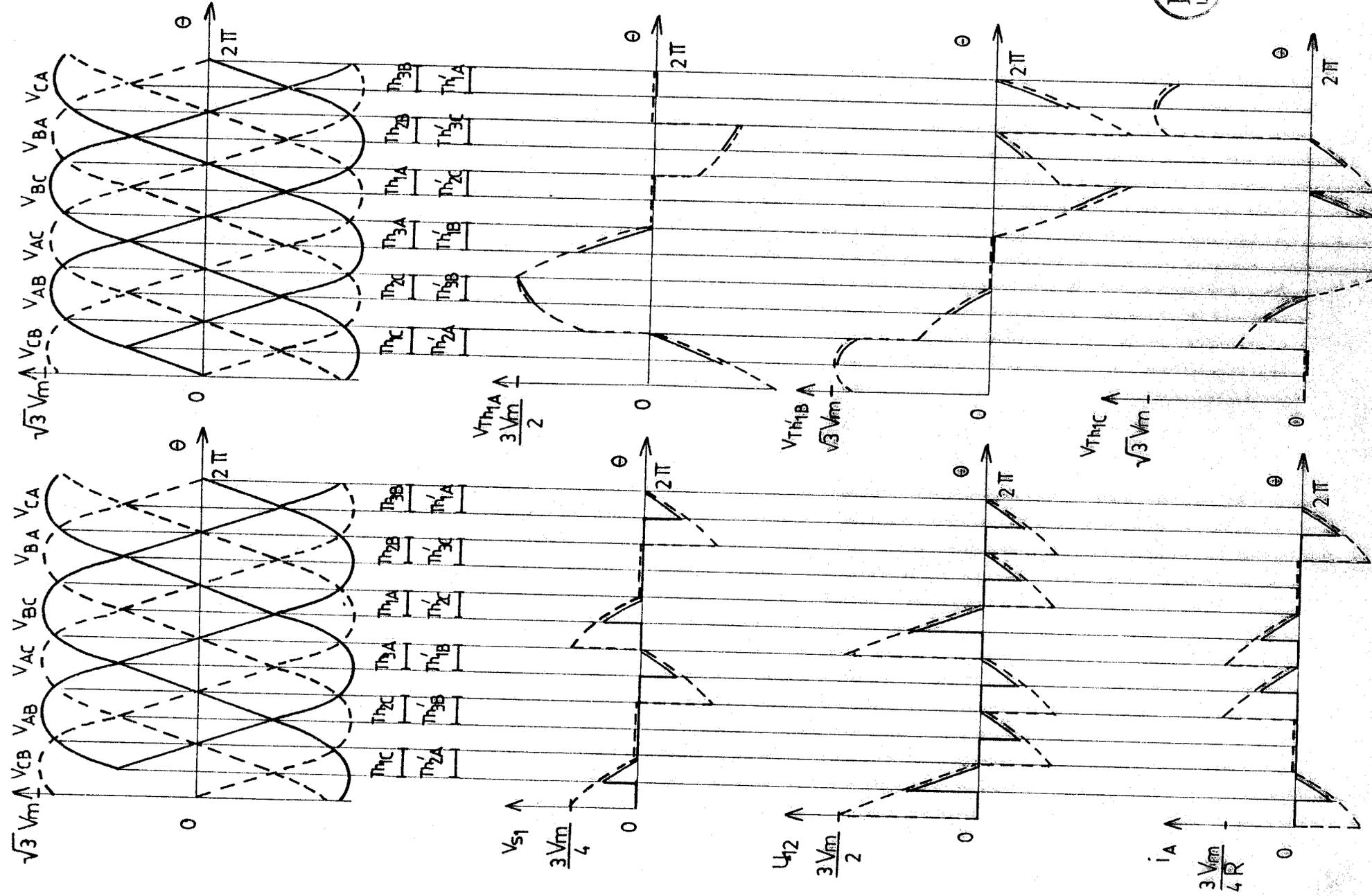
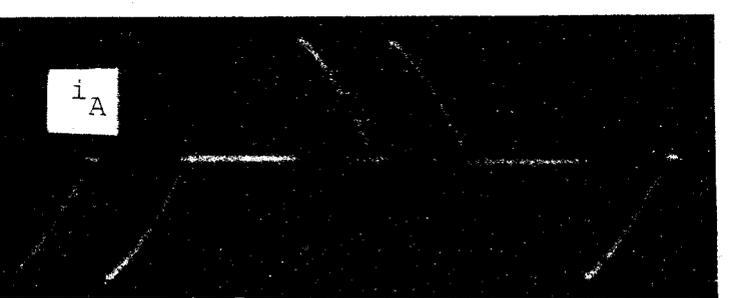
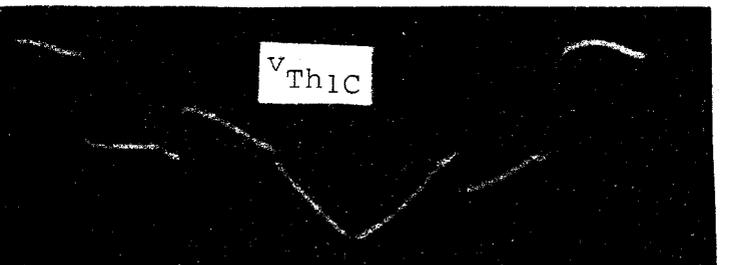
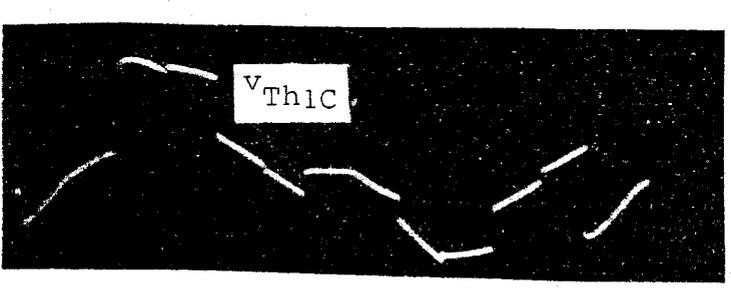
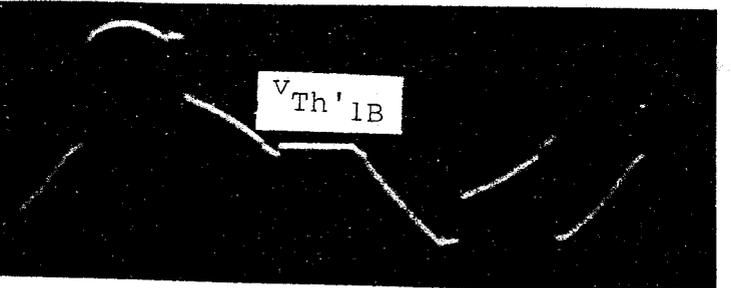
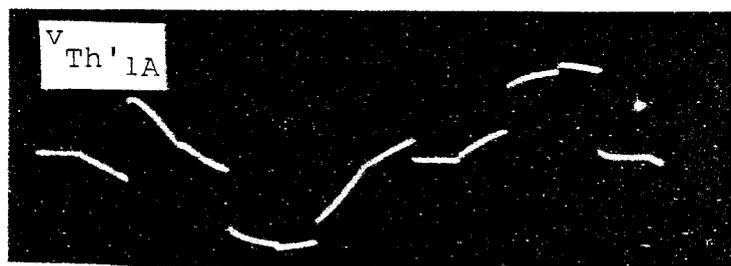
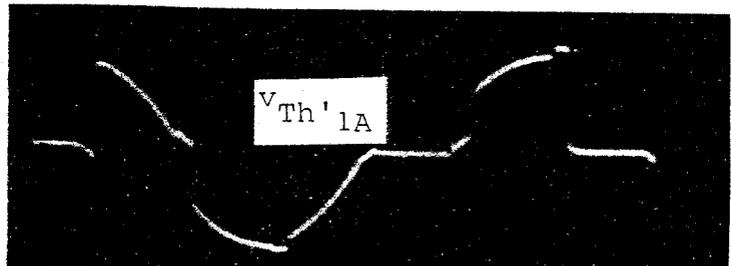
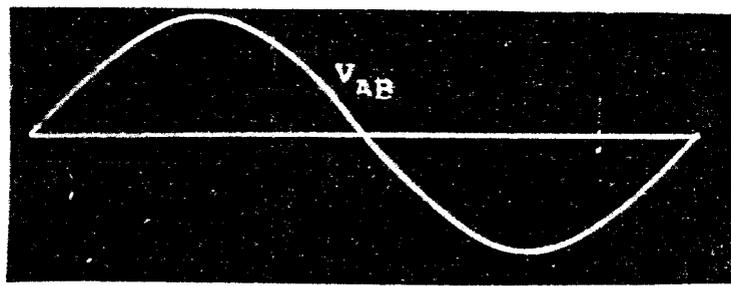
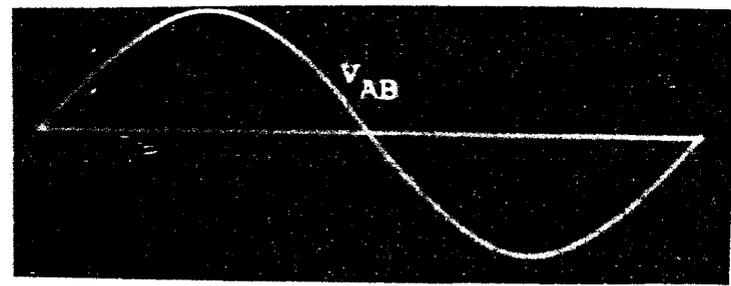


FIG. IV. 5. Débit sur résistances nulles.



a) $\psi \approx 10^\circ$

b) $\psi \approx 60^\circ$



Figure IV.6.
Débit sur résistances pures.

$\theta = \psi$ à $\theta = \psi + \alpha$; le schéma équivalent est alors le même que celui de la figure IV.4 à la seule condition de remplacer les deux résistances R par deux inductances L.

II.2.1 Tensions de sortie

Pour $\psi < \theta < \psi + \alpha$, les phases 1 et 2 de même impédance $L\omega$, parcourues par le même courant, ont des tensions aux bornes données par :

$$v_{S1} = -v_{S2} = \frac{v_C - v_A}{2} = \frac{\sqrt{3}V_m}{2} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right).$$

La phase 3 n'est pas reliée à la source la tension entre ses bornes est nulle. $v_{S3} = 0$

II.2.2 Tensions aux bornes des thyristors

Seuls les thyristors Th_{1C} et Th'_{2A} sont conducteurs, la tension à leurs bornes est nulle, pour $\psi < \theta < \psi + \alpha$.

Les expressions des tensions aux bornes des autres thyristors sont les mêmes que lors du débit sur résistances pures.

II.2.3 Courants dans le récepteur

Le courant i_3 est nul. Le courant i_1 , égal à $-i_2$, est donné par

$$L \frac{di_1}{dt} = \frac{v_C - v_A}{2}$$

Il est donc de la forme

$$i_1 = \frac{\sqrt{3} V_m}{2L\omega} \left\{ \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - A \right\}$$

On détermine la constante d'intégration en écrivant que i_1 est nul à l'instant d'amorçage des deux thyristors Th_{1C} et Th'_{2A}

$$A = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$$

D'où l'expression de i_1 :

$$i_1 = \sqrt{3} \frac{V_m}{2L\omega} \left\{ \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) \right\}$$

II.2.4 Valeurs limites de l'angle ψ

-Les thyristors Th_{1C} et Th'_{2A} conduisent jusqu'à ce que le courant i_1 s'annule pour $\theta = \psi + \alpha$. L'angle de conduction α ne doit pas

dépasser $\pi/3$ pour éviter que la conduction simultanée de deux paires de thyristors ne mette deux phases de la source en court-circuit.

La valeur minimale de Ψ correspond à $\alpha = \pi/3$. D'où la relation donnant ce minimum.

$$i_1(\Psi_{\min} + \frac{\pi}{3}) = \sqrt{3} \frac{V_m}{2L} \{ \cos(\Psi_{\min} + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}) - \cos(\Psi_{\min} - \frac{\pi}{3}) \} = 0$$

on obtient :

$$\Psi_{\min} = \frac{\pi}{6}$$

- Pour Ψ supérieur à $\pi/3$, la tension $v_C - v_A$ aux bornes des deux thyristors à débloquent est négative. Il ne peuvent s'amorcer, donc $\Psi_{\max} = \frac{\pi}{3}$

II.2.5 Relation entre les angles Ψ et α

Le courant i_1 , parti de zéro pour $\theta = \Psi$, redevient nul pour $\theta = \Psi + \alpha$. D'où la relation permettant le calcul de α .

$$\sqrt{3} \frac{V_m}{2L\omega} \{ \cos(\Psi + \alpha - \frac{\pi}{3}) - \cos(\Psi - \frac{\pi}{3}) \} = 0$$

Ce qui donne

$$\alpha = \frac{2\pi}{3} - 2\Psi$$

Sur la figure IV. 10, la courbe relative à $\cos\varphi = 0$ montre la décroissance linéaire de α , depuis $\pi/3$ jusqu'à zéro, quand Ψ va de $\pi/6$ à $\pi/3$.

II.2.6 Courants dans les thyristors. Courants en ligne

- Pour $\Psi < \theta < \Psi + \alpha$, les courants dans les thyristors sont nuls sauf ceux traversant Th_{1C} et Th'_{2A} . Ces derniers ont pour valeur

$$i_{Th1C} = i_{Th'2A} = i_1 = \frac{\sqrt{3} V_m}{2L\omega} \{ \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) - \cos(\Psi - \frac{\pi}{3}) \}$$

- Puisque seuls ces deux thyristors conduisent, le courant en ligne i_B est nul, les deux autres courants en ligne sont donnés par

$$i_A = -i_{Th'2A} = -i_{Th1C} = -i_C = -i_1$$

$$i_A = -i_C = \frac{\sqrt{3} V_m}{2L\omega} \{ \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) - \cos(\Psi - \frac{\pi}{3}) \}$$

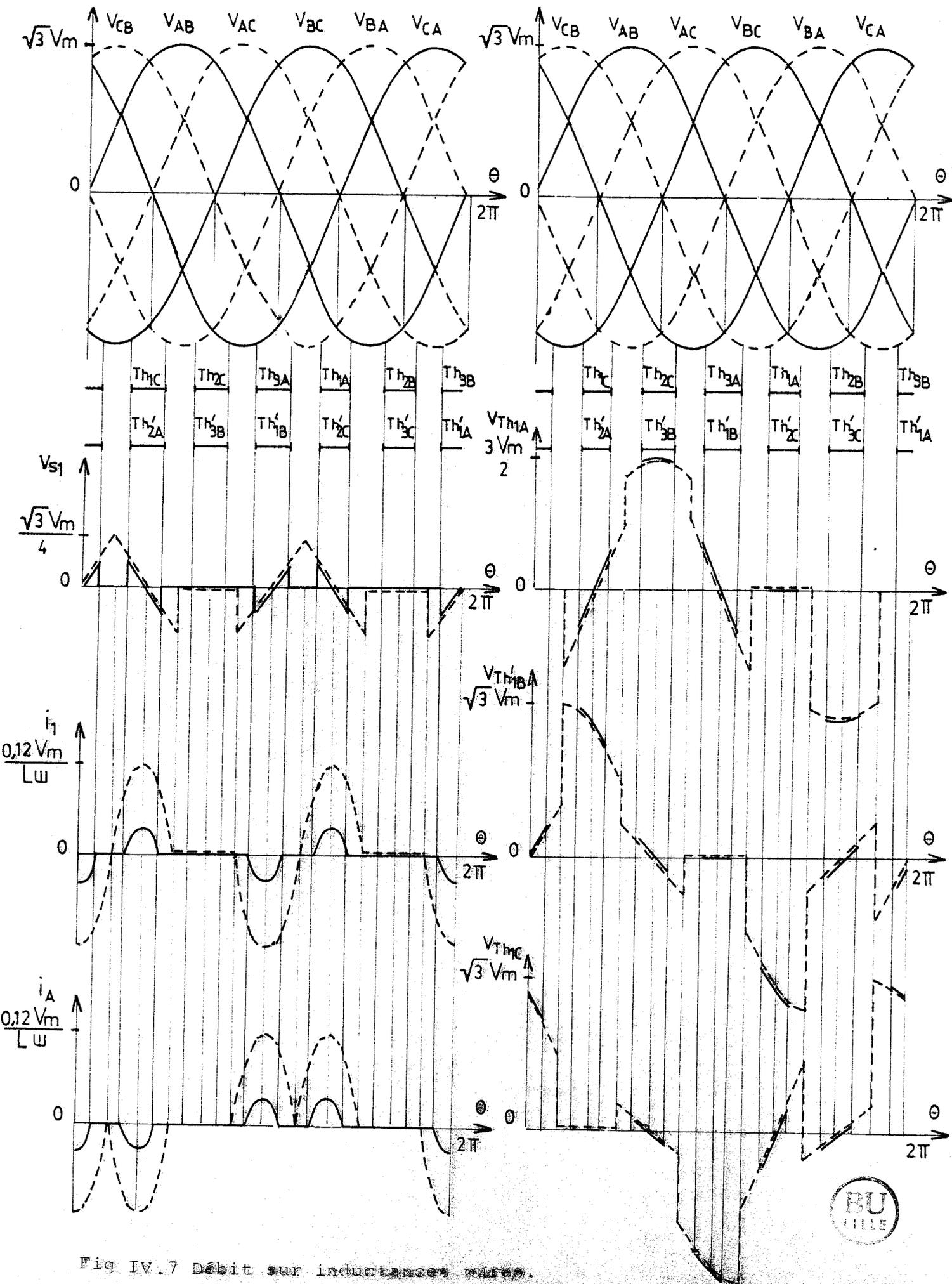


Fig IV.7 Débit sur inductances pures.



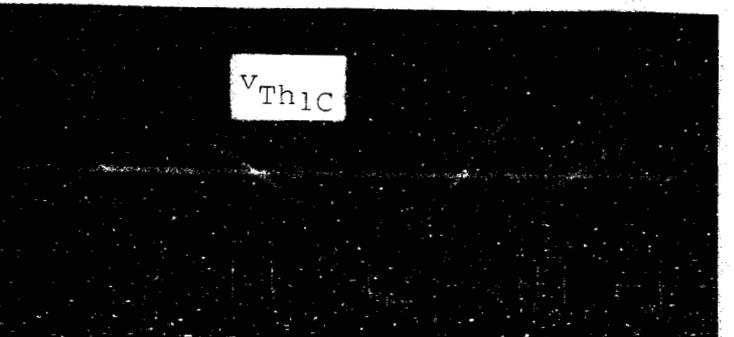
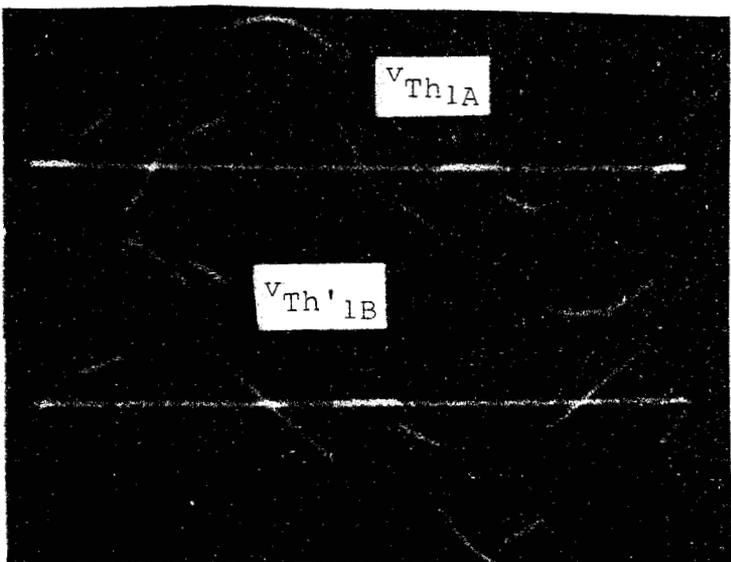
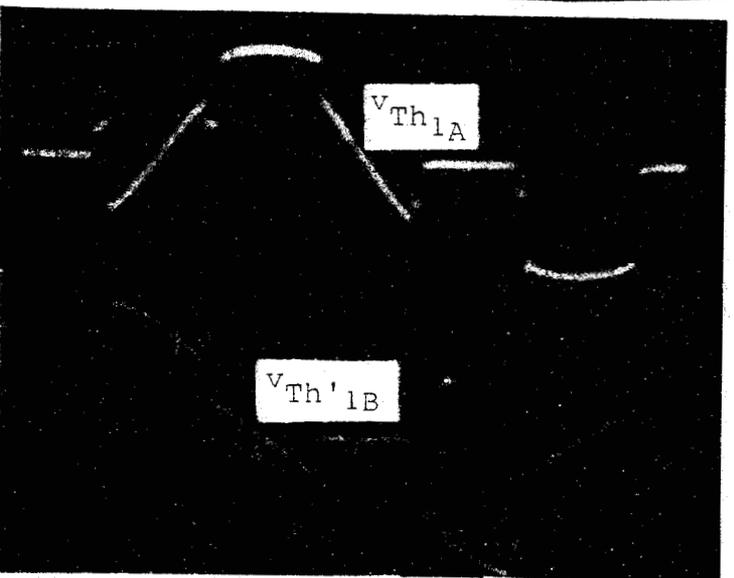
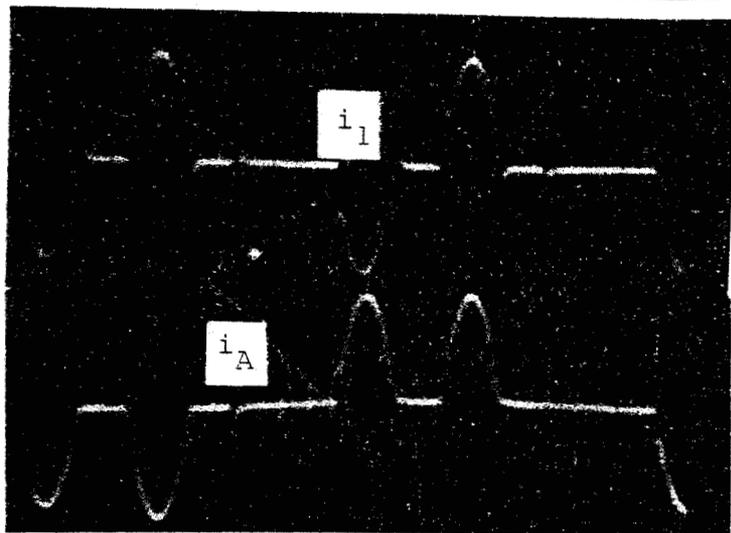
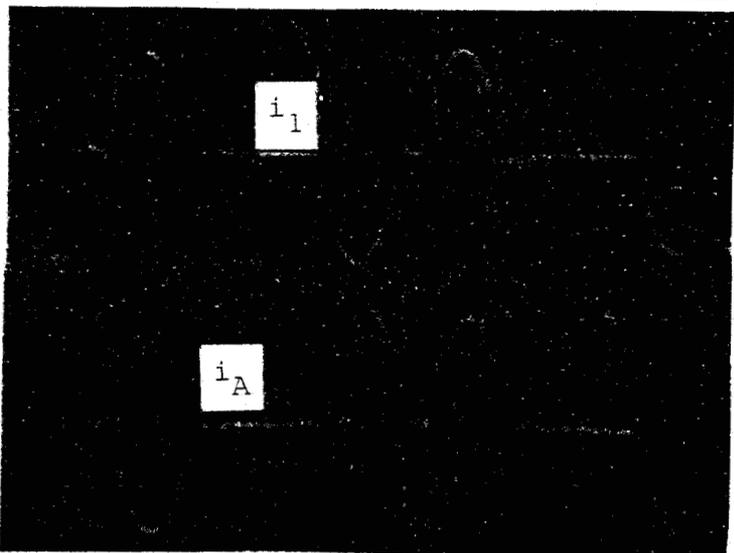
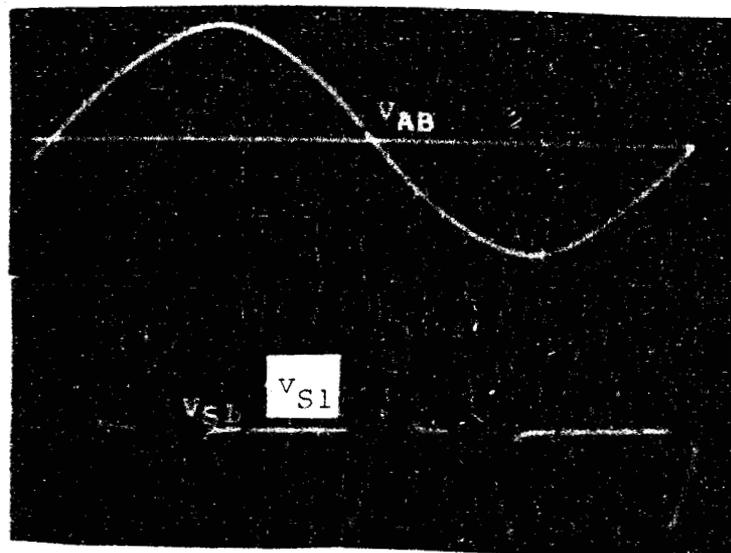
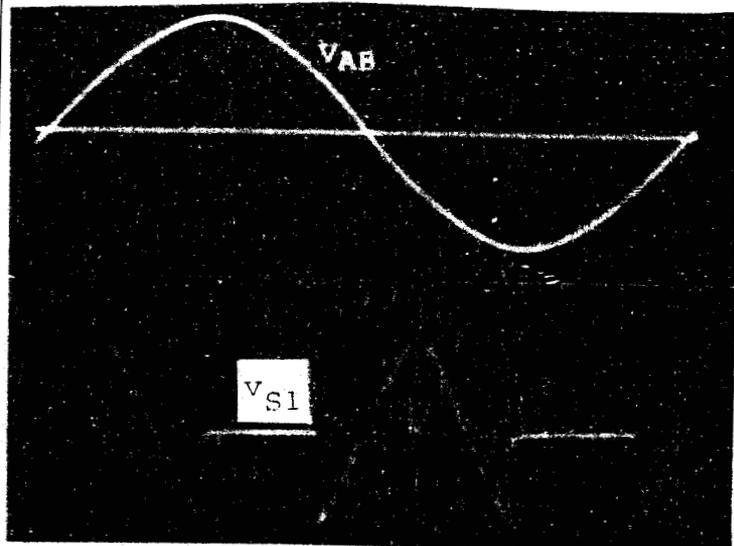


Figure IV.8. Débit sur inductances pures.

- A partir de $\theta = \psi + \alpha$, tous les thyristors sont bloqués. Aux bornes de l'ensemble $Th_{2C} - Th'_{3B}$ la tension $v_C - v_B$ est positive.

L'impulsion envoyée simultanément sur les gachettes de ces deux thyristors pour $\theta = \psi + \pi/3$ provoque leur entrée en conduction : un intervalle de fonctionnement analogue à celui que nous venons d'examiner débute.

II.2.7 Formes d'ondes. Relevés oscillographiques

La figure IV.7 montre la construction, à partir des tensions composées d'entrée,

de la tension de sortie v_{S1}

du courant de sortie i_1

du courant d'entrée i_A ,

de la tension aux bornes du thyristor Th_{1A}

de la tension aux bornes du thyristor Th'_{1B}

de la tension aux bornes du thyristor Th_{1C}

Les tracés en traits continus correspondent à ψ égal à $\pi/4$; ceux en traits interrompus à ψ_{\min} . On retrouve le problème du partage des tensions entre les thyristors pendant les intervalles où ils sont tous bloqués.

Sur la figure IV.8 on a reporté quelques relevés oscillographiques ; ils montrent de haut en bas, la tension v_{AB} , la tension v_{S1} , le courant i_1 , le courant i_A , les tensions v_{Th1A} , $v_{Th'1B}$ et v_{Th1C} aux bornes des thyristors Th_{1A} , Th'_{1B} et Th_{1C} . Les clichés de gauche ont été relevés pour ψ voisin de ψ_{\min} , ceux de droite pour ψ voisin de $\pi/4$.

II.3 Débit sur charge résistive et inductive

Chaque phase est formée d'une résistance R et d'une inductance L . On désigne par Q le rapport

$$Q = \frac{L\omega}{R}$$

Tous les thyristors étant bloqués, pour $\theta = \psi$, on débloque les thyristors Th_{1C} et Th'_{2A} . Ils conduisent pendant l'intervalle $\psi, \psi + \alpha$;

c'est pendant celui-ci que nous allons étudier l'évolution des diverses variables. Le schéma équivalent est celui de la figure IV.4, à condition de remplacer dans celui-ci R par R, L.

II.3.1 Tensions de sortie

Les deux phases 1 et 2 de la charge, ayant la même impédance et étant parcourues par le même courant, ont à leurs bornes la même tension :

$$v_{S1} = -v_{S2} = \frac{v_C - v_A}{2} = \frac{\sqrt{3}V_m}{2} \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})$$

La phase 3 n'étant pas reliée à la source, $v_{S3} = 0$

II.3.2. Tensions aux bornes des thyristors

Les thyristors Th_{1C} et Th'_{2A} sont conducteurs, la tension à leurs bornes est nulle. Tous les autres thyristors sont bloqués ; les expressions des tensions à leurs bornes sont les mêmes que lors du débit sur une charge purement inductive.

II.3.3 Courants de sortie

Pendant l'intervalle où $\Psi < \theta < \Psi + \alpha$ les deux phases 1 et 2 de la charge sont montées en série donc elles sont traversées par le même courant.

$$i_1 = -i_2$$

Le courant i_1 correspond à l'application de la tension $v_C - v_A$ au circuit de résistance $2R$ et d'inductance $2L$ formé par les phases 1 et 2 du récepteur, il doit donc vérifier l'équation suivante :

$$\frac{v_C - v_A}{2} = Ri_1 + L \frac{di_1}{dt}$$

il est donc de la forme

$$i_1 = \frac{-\sqrt{3} V_m}{2R(1+Q^2)} \left\{ \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) - A e^{-\frac{\theta}{Q}} \right\}$$

où A est une constante d'intégration que l'on détermine en écrivant que i_1 doit être nul, pour $\theta = \Psi$, quand on amorce Th_{1C} et Th'_{2A} .

$$i_1(\theta = \Psi) = \frac{-\sqrt{3} V_m}{2R(1+Q^2)} \left\{ \sin(\Psi - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\Psi - \frac{\pi}{3}) - A e^{-\frac{\Psi}{Q}} \right\} = 0$$

$$\text{donc } A = \left\{ \sin(\Psi - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\Psi - \frac{\pi}{3}) \right\} e^{\frac{\Psi}{Q}}$$

Ce qui donne :

$$i_1 = \frac{-\sqrt{3} V_m}{2R(1+Q^2)} \left\{ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \right\} e^{\frac{\psi - \theta}{Q}}$$

II.3.4 Limites des variations de l'angle ψ

Les deux thyristors Th_{1C} et Th'_{2A} amorcés pour $\theta = 0$, s'éteignent pour $\theta = \psi + \alpha$, en désignant encore par α l'angle de conduction des deux thyristors .

$$i_1(\theta = \psi + \alpha) = \frac{-\sqrt{3} V_m}{2R(1+Q^2)} \left\{ \sin\left(\psi + \alpha - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\psi + \alpha - \frac{\pi}{3}\right) - A e^{-\frac{(\psi + \alpha)}{Q}} \right\}$$

l'angle α est donc solution de l'équation :

$$\sin\left(\psi + \alpha - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\psi + \alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \left\{ \sin\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) \right\} e^{-\frac{\alpha}{Q}}$$

Comme dans les cas résistif et inductif l'angle de conduction α ne doit pas dépasser $\frac{\pi}{3}$ pour éviter qu'un autre groupe de thyristor se mettant à conduire ne provoque un court circuit entre les phases de la source.

On détermine donc un angle d'amorçage minimum ψ_{\min} qui correspond à un angle de conduction maximum $\alpha_{\max} = \frac{\pi}{3}$

$i_1(\theta = \psi_{\min}) = 0$ donc ψ_{\min} doit vérifier :

$$\sin\left(\psi_{\min} + \alpha_{\max} - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\psi_{\min} + \alpha_{\max} - \frac{\pi}{3}\right) = \left\{ \sin\left(\psi_{\min} - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\psi_{\min} - \frac{\pi}{3}\right) \right\} e^{-\frac{\alpha_{\max}}{Q}}$$

Ce qui correspond à

$$\sin \psi_{\min} - Q \cos \psi_{\min} = \left\{ \sin\left(\psi_{\min} - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\psi_{\min} - \frac{\pi}{3}\right) \right\} e^{-\frac{\pi}{3Q}}$$

$$\text{et on obtient : } \psi_{\min} = \text{Arctg} \frac{Q + \sqrt{3} - 2Q e^{\frac{\pi}{3Q}}}{1 - \sqrt{3}Q - 2e^{\frac{\pi}{3Q}}}$$

La figure IV.9 montre comment ψ_{\min} va de 0 à $\pi/6$ lorsque $\cos \varphi$ va de 1 à 0. On désigne par $\cos \varphi$ le rapport

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2}}$$

Le maximum de ψ reste toujours égal à $\pi/3$; au-delà on ne peut plus amorcer Th_{1C} et Th'_{2A} , la tension $v_C - v_A$ n'étant plus positive.

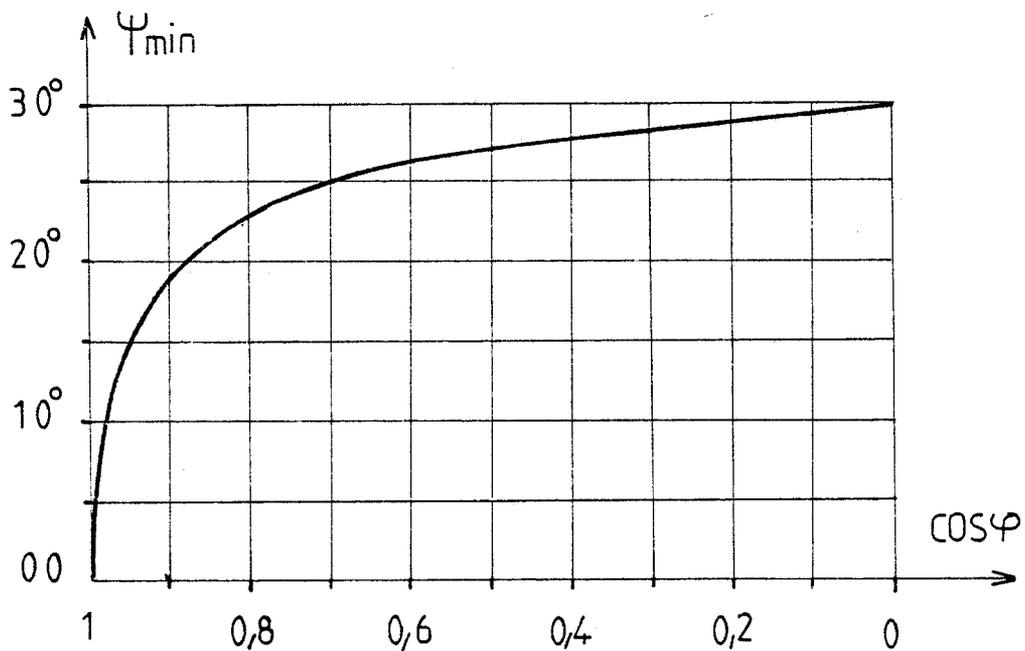


Figure IV.9.

II.3.5 Relation entre Ψ et α

A l'instant d'amorçage ($\theta = \Psi$) des thyristors Th_{1C} et Th'_{2A} ainsi qu'à l'instant de leur blocage ($\theta = \Psi + \alpha$) le courant i_1 est nul

$$i_1(\Psi + \alpha) = i_1(\Psi) = 0$$

$$i_1(\Psi + \alpha) = \frac{-\sqrt{3} V_m}{2R(2+Q^2)} \left\{ \sin(\Psi + \alpha - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\Psi + \alpha - \frac{\pi}{3}) - \left[\sin(\Psi - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\Psi - \frac{\pi}{3}) e^{-\frac{\alpha}{Q}} \right] \right\} = 0$$

donc Ψ et α vérifient l'équation :

$$\sin(\Psi + \alpha - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\Psi + \alpha - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\Psi - \frac{\pi}{3}) = \left\{ \sin(\Psi - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\Psi - \frac{\pi}{3}) \right\} e^{-\frac{\alpha}{Q}}$$

$$\sin(\Psi - \frac{\pi}{3}) \left\{ \cos \alpha + Q \sin \alpha - e^{-\frac{\alpha}{Q}} \right\} = \cos(\Psi - \frac{\pi}{3}) \left\{ -\sin \alpha + Q \cos \alpha - Q e^{-\frac{\alpha}{Q}} \right\}$$

et on obtient

$$\Psi = \frac{\pi}{3} + \text{Arctg} \frac{Q \cos \alpha - \sin \alpha - Q e^{-\frac{\alpha}{Q}}}{\cos \alpha + Q \sin \alpha - e^{-\frac{\alpha}{Q}}}$$

Les courbes de la figure IV.10

représentent la variation de l'angle de conduction α en fonction de l'angle d'amorçage Ψ pour différents $\cos \varphi$.

II.3.6 Courants dans les thyristors. Courants en ligne

-Sur l'intervalle $(\Psi, \Psi + \alpha)$ seuls les deux thyristors Th_{1C} et Th'_{2A} sont conducteurs, tous les autres thyristors sont bloqués, les courants qui les traversent sont nuls.

Dans Th_{1C} et Th'_{2A} nous avons :

$$i_{Th1C} = i_{Th'2A} = \frac{\sqrt{3} V_m}{2R(1+Q^2)} \left\{ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \left[\sin\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) \right] e^{-\frac{\psi - \theta}{Q}} \right\}$$

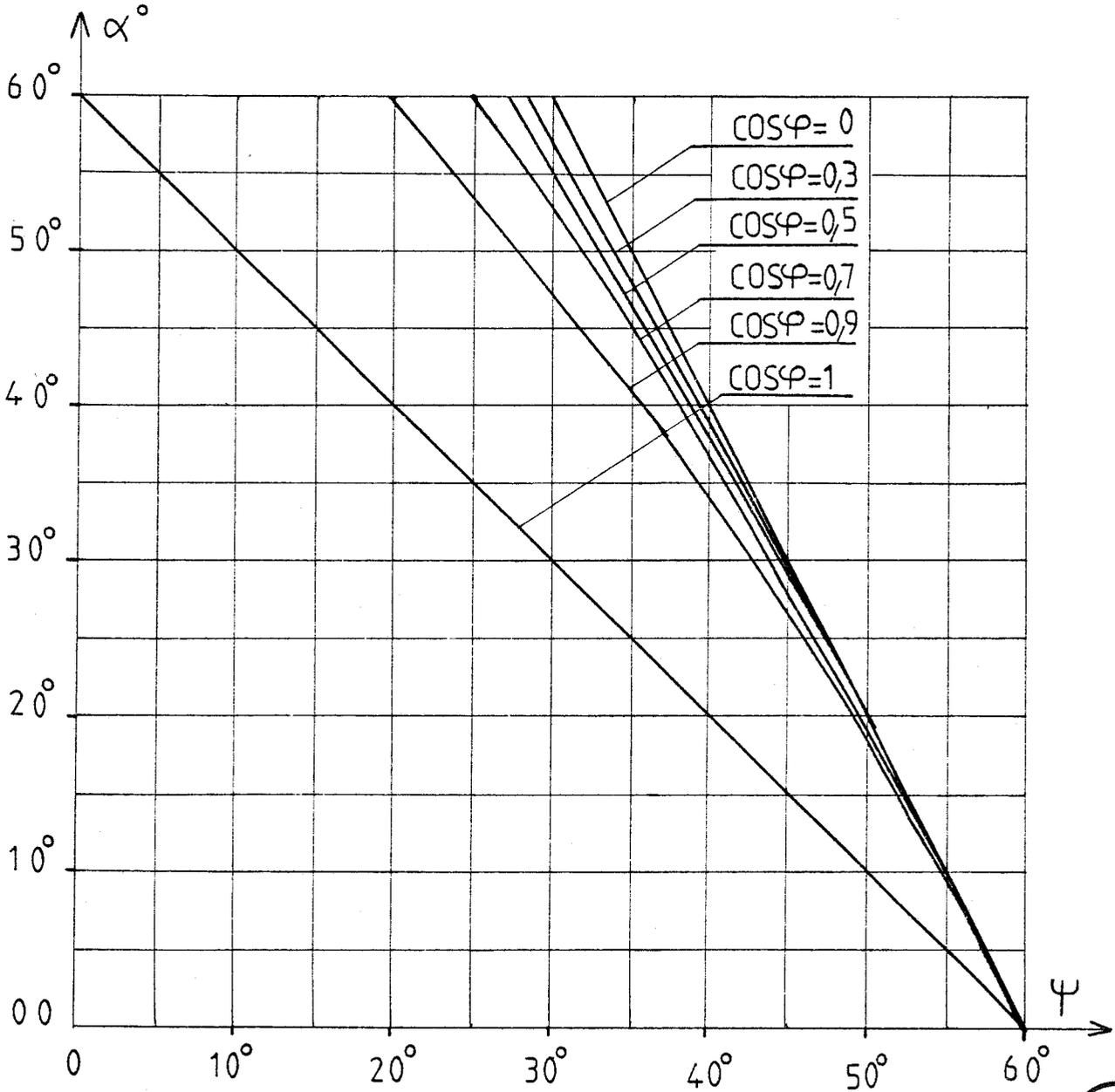


Figure IV.10.



- Les courants en ligne i_A , i_B , i_C se déduisent des courants dans les thyristors par les relations :

$$i_A = i_{Th1A} - i_{Th'1A} - i_{Th'2A} + i_{Th3A}$$

$$i_B = i_{Th3B} - i_{Th'3B} - i_{Th'1B} + i_{Th2B}$$

$$i_C = i_{Th2C} - i_{Th'2C} - i_{Th'3C} + i_{Th1C}$$

Pendant l'intervalle $(\Psi, \Psi + \alpha)$ où seuls les courants dans les thyristors Th_{1C} et Th'_{2A} ne sont pas nuls, on obtient

$$i_C = -i_A = i_{Th1C} = \frac{\sqrt{3} V_m}{2R(1+Q^2)} \left\{ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \left\{ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\Psi - \frac{\pi}{3}\right) \right\} e^{-\frac{\Psi - \theta}{Q}} \right\}$$

A l'instant où $\theta = \Psi + \alpha$, les courants dans les thyristors Th_{1C} et Th'_{2A} s'annulent, Th_{1C} et Th'_{2A} se bloquent ; pour $\Psi + \alpha < \theta < \Psi + \frac{\pi}{3}$, tous les thyristors sont bloqués. Aux bornes de l'ensemble Th_{2C} et Th'_{3B} la tension vaut $v_C - v_B$, elle est positive, donc ils sont susceptibles d'être amorcés. Une impulsion positive envoyée simultanément sur leurs gachettes les rend conducteurs et on retrouve un fonctionnement analogue à celui rencontré un sixième de période plus tôt.

II.3.7 Formes d'ondes. Relevés oscillographiques

La figure IV.11 montre le tracé des formes d'ondes, à partir des tensions composées d'entrée et de leurs opposées,

de la tension v_{SA} et du courant i_1

du courant i_A

des tensions v_{Th1A} , $v_{Th'1B}$ et v_{Th1C}

pour un récepteur résistant et inductif dont le $\cos \varphi$ est égal à 0,7 (à ce $\cos \varphi$ correspond une valeur de Ψ_{\min} égale à 25°).

Les tracés en traits interrompus correspondent à $\Psi = \Psi_{\min}$, ceux en traits continus à $\Psi = 40^\circ$.

Les relevés oscillographiques de la figure IV.12 montrent ces mêmes formes d'ondes, telles qu'on les a observées expérimentalement sur un récepteur dont le $\cos \varphi$ est voisin de 0,7.

Les clichés de gauche ont été obtenus pour un fonctionnement à Ψ peu supérieur à Ψ_{\min} ; ceux de droites ont été relevés pour une valeur de Ψ voisin de 30° .

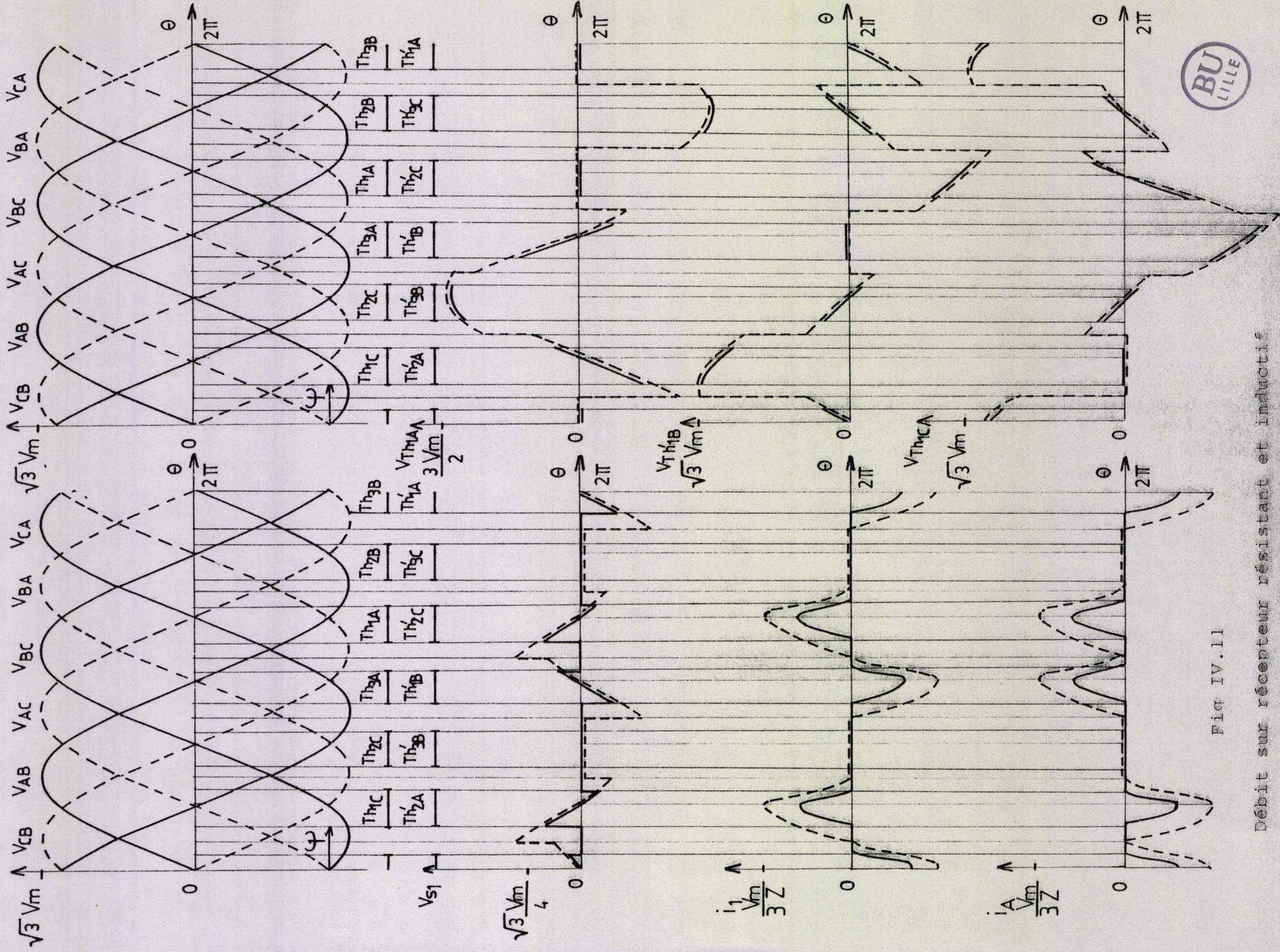
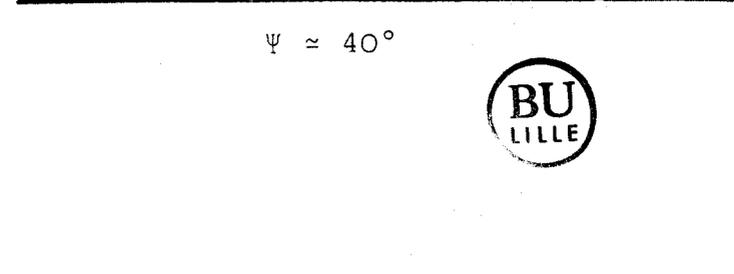
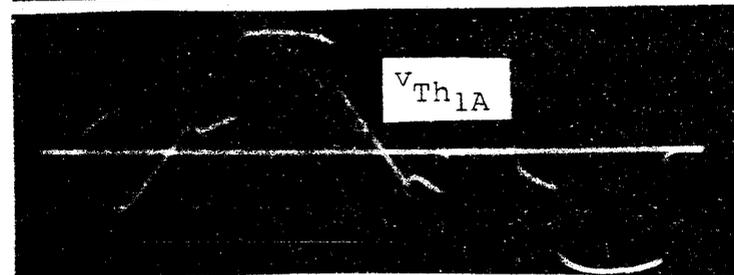
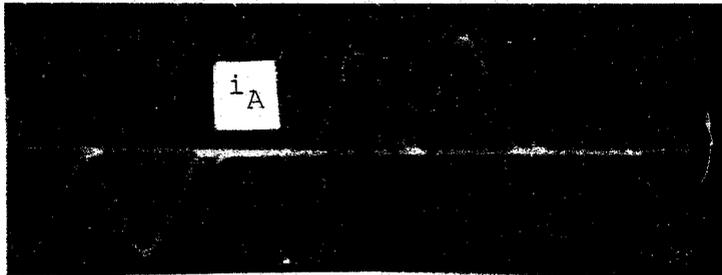
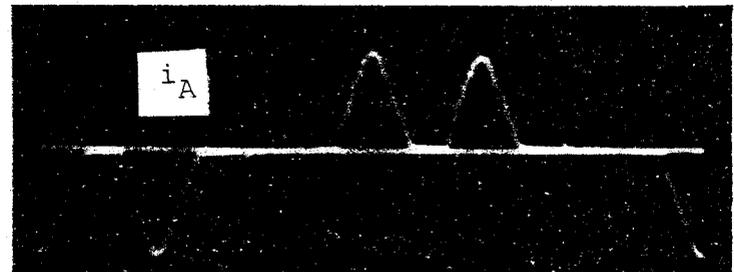
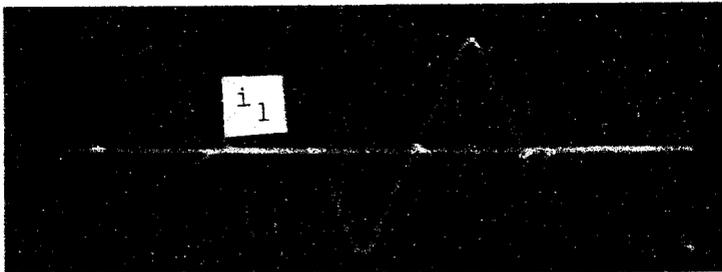
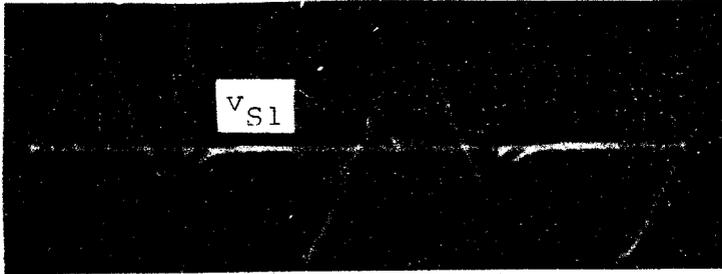
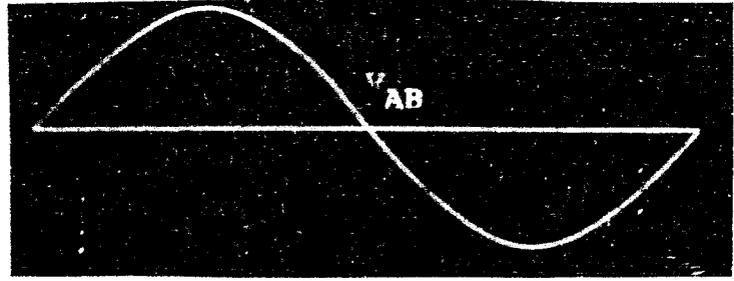
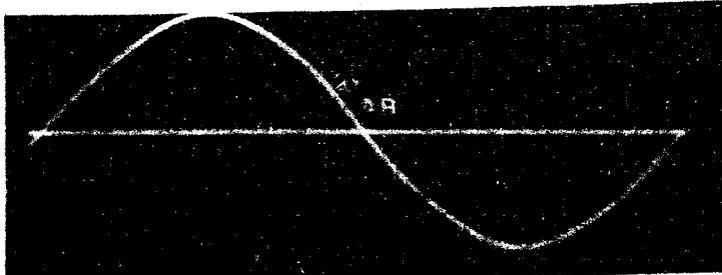


FIG IV.11

Débit sur récepteur résistant et inductif

($\cos \varphi = 0,7$)



$\psi \approx 40^\circ$



Figure IV.12.

Débit sur récepteur résistant
et inductif ($\cos \approx 0,7$).

$\psi \approx \psi_{min}$

III. CARACTERISTIQUES

III.1 Tensions de sortie

D'après le principe même du doublement de la fréquence, la période Π/ω des tensions de sortie est la moitié de la période $2\Pi/\omega$ des tensions d'entrée :

Au cours de l'une de ses périodes, la tension v_{S1} prend successivement les expressions suivantes :

$$\Psi < \theta < \Psi + \alpha \quad v_{S1} = \frac{-\sqrt{3}V_m}{2} \sin(\theta - \frac{\Pi}{3})$$

$$\Psi + \alpha < \theta < \frac{2\Pi}{3} + \Psi \quad v_{S1} = 0$$

$$\frac{2\Pi}{3} + \Psi < \theta < \frac{2\Pi}{3} + \Psi + \alpha \quad v_{S1} = \frac{-\sqrt{3} V_m}{2} \sin\theta$$

$$\frac{2\Pi}{3} + \Psi + \alpha < \theta < \Psi + \Pi \quad v_{S1} = 0$$

III.1.1 Valeur efficace

La valeur efficace V_s des tensions de sortie est donnée par

$$V_s^2 = \frac{1}{\Pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\alpha} v_s^2(\theta) d\theta$$

Comme l'alternance positive de v_{S1} est identique au signe près à son alternance négative la valeur efficace V_s s'obtient par :

$$V_s^2 = \frac{2}{\Pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\alpha} v_{S1}^2(\theta) d\theta = \frac{3V_m^2}{2\Pi} \int_{\Psi}^{\Psi+\alpha} \sin^2(\theta - \frac{\Pi}{3}) d\theta$$

Ce qui donne :

$$V_s = \frac{\sqrt{3} V_m}{2\sqrt{\Pi}} \cdot \sqrt{\alpha - \sin\alpha \cos(2\Psi + \alpha - \frac{2\Pi}{3})}$$

$$\frac{V_s}{V} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{\Pi}} \cdot \sqrt{\alpha - \sin\alpha \cos(2\Psi + \alpha - \frac{2\Pi}{3})}$$

Les courbes de la planche IV.1 montrent, pour quelques valeurs de $\cos\varphi$, les variations de V_s/V en fonction de Ψ .

Plus $\cos\varphi$ est faible plus est réduite la valeur maximale $V_{s\max}$ que l'on peut donner à V_s en commandant les thyristors à Ψ_{\min} .

On a tracé , en haut de la planche IV.2 les variations de $V_s \max/V$ en fonction de $\cos\varphi$.

III.1.2 Analyse harmonique

Les tensions de sortie présentent la symétrie de glissement : $v_{S1}(\theta+\pi)=-v_{S1}(\theta)$. De plus elles sont identiques à un tiers ou deux tiers de leur période près, et ont une somme instantanée nulle.

Leur développement en série ne comporte, outre le fondamental de fréquence $2f$, que les harmoniques impairs de rang différent de 3 ou d'un multiple de 3.

On calcule l'amplitude de l'harmonique n , c'est à dire du terme de fréquence $2nf$ du développement en série de Fourier par :

$$V_{sn} \sqrt{2} = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

Le calcul des termes en sinus, par :

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} v_{S1}(\theta) \sin(2n\theta) d\theta = -\frac{\sqrt{3}V_m}{\pi} \left\{ \int_{\psi}^{\psi+\alpha} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \sin(2n\theta) d\theta + \int_{\frac{2\pi}{3}+\psi}^{\frac{2\pi}{3}+\psi+\alpha} \sin\theta \sin 2n\theta d\theta \right\}$$

donne :

$$A_n = \frac{\sqrt{3} V_m}{2\pi} \left[\frac{\sin((2n+1)(\psi+\alpha) - \pi/3) - \sin(2n+1)\psi - \pi/3 - \sin(2n+1)(\psi + 2\pi/3)}{(2n+1)} + \frac{\sin(2n+1)(\psi + \alpha + 2\pi/3)}{(2n+1)} \right. \\ \left. \frac{\sin((2n-1)\psi + \pi/3) - \sin((2n-1)(\psi + \alpha) + \pi/3) - \sin((2n-1)(\psi + \alpha + 2\pi/3))}{(2n-1)} + \frac{\sin((2n-1)(\psi + \alpha + 2\pi/3))}{(2n-1)} \right]$$

Le calcul des termes en cosinus, par

$$B_n = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} v_s(\theta) \cos(2n\theta) d\theta = -\frac{3V_m}{\pi} \left\{ \int_{\psi}^{\psi+\alpha} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \cos 2n\theta d\theta + \int_{\frac{2\pi}{3}+\psi}^{\frac{2\pi}{3}+\psi+\alpha} \sin\theta \cos\theta 2n\theta d\theta \right\}$$

donne

$$B_n = \frac{\sqrt{3} V_m}{2\pi} \left[\frac{\cos((2n+1)(\psi+\alpha) - \pi/3) - \cos((2n+1)\psi - \pi/3) + \cos(2n+1)(\psi + \alpha + 2\pi/3)}{(2n+1)} - \frac{\cos(2n+1)(2\pi/3 + \psi)}{(2n+1)} \right. \\ \left. \frac{\cos(2n-1)\psi + \pi/3 - \cos((2n-1)(\psi + \alpha) + \pi/3) - \cos((2n-1)(\psi + \alpha + 2\pi/3))}{(2n-1)} + \frac{\cos((2n-1)(\psi + \alpha + 2\pi/3))}{(2n-1)} \right]$$

Le bas de la planche IV. 2 et la planche IV.3 montrent pour divers $\cos\varphi$, les variations en fonction de Ψ de la valeur efficace du fondamental et des premiers harmoniques. On a rappelé les variations de la valeur efficace de la tension totale.

On voit que dès que le récepteur est inductif, l'harmonique 2, très important, devient supérieur au fondamental.

III.2 Courants dans la charge

Les trois courants i_1 , i_2 et i_3 forment un système triphasé équilibré de même période que celle des tensions de sortie. Sur l'une de ses périodes, le courant i_1 prend successivement les expressions suivantes :

$$\Psi < \theta < \Psi + \alpha \quad i_1 = \frac{-\sqrt{3}V_m}{2R(1+Q^2)} \left\{ \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) - \left\{ \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) \right\} e^{\frac{\Psi - \theta}{Q}} \right\}$$

$$\Psi + \alpha < \theta < \frac{2\pi}{3} + \Psi \quad i_1 = 0$$

$$\frac{2\pi}{3} + \Psi < \theta < \frac{2\pi}{3} + \Psi + \alpha \quad i_1 = \frac{-\sqrt{3} V_m}{2R(1+Q^2)} \left\{ \sin\theta - Q \cos\theta - \left\{ \sin(\Psi + \frac{2\pi}{3}) - Q \cos(\Psi + \frac{2\pi}{3}) \right\} e^{\frac{(\Psi + \frac{2\pi}{3}) - \theta}{Q}} \right\}$$

$$\frac{2\pi}{3} + \Psi + \alpha < \theta < \Psi + \pi \quad i_1 = 0$$

III.2.1 Valeur efficace

Comme l'alternance positive du courant de sortie est identique au signe près à l'alternance négative, on obtient la valeur efficace du courant de sortie I_s par la relation

$$I_s^2 = \frac{2}{\pi} \int_{\Psi}^{\Psi + \alpha} i_1^2(\theta) d\theta$$

$$I_s^2 = \frac{3V_m^2}{2\pi R^2(1+Q^2)} \int_{\Psi}^{\Psi + \alpha} \left\{ \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) - \left\{ \sin(\Psi - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\Psi - \frac{\pi}{3}) \right\} e^{\frac{\Psi - \theta}{Q}} \right\}^2 d\theta$$

en posant $A = \left\{ \sin(\Psi - \frac{\pi}{3}) - Q \cos(\Psi - \frac{\pi}{3}) \right\} e^{\frac{\Psi}{Q}}$ on obtient :

$$I_s^2 = \frac{3V_m^2}{4\pi R^2(1+Q^2)} \left[\begin{aligned} & 2\alpha(1+Q^2) - 2\sin\alpha \left\{ (1-Q^2) \cos(2\Psi + \alpha - \frac{2\pi}{3}) + Q \sin(2\Psi + \alpha - \frac{2\pi}{3}) \right\} \\ & + 4A Q e^{-\frac{\Psi}{Q}} \left\{ \sin(\Psi + \frac{2\pi}{3}) - e^{-\frac{\alpha}{Q}} \sin(\Psi + \alpha + \frac{2\pi}{3}) \right\} \\ & + A^2 Q e^{-\frac{2\Psi}{Q}} \left(1 - e^{-\frac{2\alpha}{Q}} \right) \end{aligned} \right]$$

III.2.2 Analyse harmonique

Les harmoniques des courants de sortie se déduisent directement de ceux des tensions de sortie ; la valeur efficace de l'harmonique n est donnée par

$$I_n = \frac{V_{sn}}{R\sqrt{1+4n^2Q^2}}$$

III.3 Courants d'entrée

Contrairement aux tensions ou aux courants de sortie, les courants en ligne ont la même période que les tensions de la source ; les trois courants i_A , i_B et i_C forment un système triphasé équilibré ; sur l'une de ses périodes le courant i_A prend successivement les expressions suivantes :

$$\Psi < \theta < \Psi + \alpha \quad ; i_A = \frac{\sqrt{3} V_m}{2R(1+Q^2)} \left\{ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \left\{ \sin\left(\Psi - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\Psi - \frac{\pi}{3}\right) \right\} e^{\frac{\Psi - \theta}{Q}} \right\}$$

$$\Psi + \alpha < \theta < \Psi + \frac{2\pi}{3} \quad ; i_A = 0$$

$$\Psi + \frac{2\pi}{3} < \theta < \Psi + \frac{2\pi}{3} + \alpha ; i_A = \frac{\sqrt{3} V_m}{2R(1+Q^2)} \left\{ \sin\theta - Q \cos\theta - \left\{ \sin\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) \right\} e^{\frac{\Psi + \frac{2\pi}{3} - \theta}{Q}} \right\}$$

$$\Psi + \frac{2\pi}{3} + \alpha < \theta < \pi + \Psi \quad ; i_A = 0$$

$$\pi + \Psi < \theta < \pi + \Psi + \alpha \quad ; i_A = \frac{\sqrt{3} V_m}{2R(1+Q^2)} \left\{ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \left\{ \sin\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) \right\} e^{\frac{\Psi + \pi - \theta}{Q}} \right\}$$

$$\pi + \Psi + \alpha < \theta < \frac{5\pi}{3} + \Psi \quad ; i_A = 0$$

$$\frac{5\pi}{3} + \Psi < \theta < \frac{5\pi}{3} + \Psi + \alpha ; i_A = \frac{\sqrt{3} V_m}{2R(1+Q^2)} \left\{ \sin\theta - Q \cos\theta - \left\{ \sin\left(\Psi + \frac{5\pi}{6}\right) - Q \cos\left(\Psi + \frac{5\pi}{6}\right) \right\} e^{\frac{\Psi + \frac{5\pi}{3} - \theta}{Q}} \right\}$$

$$\frac{5\pi}{3} + \Psi + \alpha < \theta < 2\pi + \Psi ; i_A = 0$$

III.3.1 Analyse harmonique

Puisque l'onde du courant i_A est telle que $i_A(\theta + \pi) = -i_A(\theta)$, son développement en série ne comporte pas d'harmonique pair.

Puisque i_A , i_B et i_C forment un système équilibré de somme instantanée nulle, il n'y a pas d'harmonique de rang 3 ou

multiple de 3.

L'amplitude de l'harmonique h de rang 2k+1 est donné par

$$I_h \sqrt{2} = \sqrt{A_{2k+1}^2 + B_{2k+1}^2}$$

avec

$$A_{2k+1} = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} i_A(\omega t) \sin(2k+1)\omega t dt$$

$$B_{2k+1} = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} i_A(\omega t) \cos(2k+1)\omega t dt$$

ou compte tenu des expressions successives de i_A , par

$$A_{2k+1} = \frac{\sqrt{3} V_m}{R(1+Q^2)\pi} \left[\int_{\Psi}^{\Psi+\alpha} \left\{ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \left\{ \sin\left(\Psi - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\Psi - \frac{\pi}{3}\right) \right\} e^{\frac{\Psi-\theta}{Q}} \right\} \sin(2k+1)\theta d\theta \right.$$

$$\left. + \int_{\Psi+\frac{2\pi}{3}}^{\Psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha} \left\{ \sin\theta - Q \cos\theta - \left\{ \sin\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) \right\} e^{\frac{\Psi+2\pi/3-\theta}{Q}} \right\} \cos(2k+1)\theta d\theta \right]$$

$$B_{2k+1} = \frac{\sqrt{3} V_m}{R(1+Q^2)\pi} \left[\int_{\Psi}^{\Psi+\alpha} \left\{ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) - \left\{ \sin\left(\Psi - \frac{\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\Psi - \frac{\pi}{3}\right) \right\} e^{\frac{\Psi-\theta}{Q}} \right\} \sin(2k+1)\theta d\theta \right.$$

$$\left. + \int_{\Psi+\frac{2\pi}{3}}^{\Psi+\frac{2\pi}{3}+\alpha} \left\{ \sin\theta - Q \cos\theta - \left\{ \sin\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) - Q \cos\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) \right\} e^{\frac{\Psi+2\pi/3-\theta}{Q}} \right\} \cos(2k+1)\theta d\theta \right]$$

Ce qui, tous calculs faits, donne :

$$A_{2k+1} = \frac{\sqrt{3} V_m}{2R(1+Q^2)\pi} \left[\frac{\sin((2k+2)\Psi - \pi/3) - \sin((2k+2)(\Psi+\alpha) - \pi/3) - Q(\cos((2k+2)\Psi - \pi/3) - \cos((2k+2)(\Psi+\alpha) - \pi/3))}{2k+2} \right.$$

$$+ \frac{\sin(2k(\Psi+\alpha) + \pi/3) - \sin(2k\Psi + \pi/3) + Q(\cos(2k\Psi + \pi/3) - \cos(2k(\Psi+\alpha) + \pi/3))}{2k}$$

$$+ \frac{\sin(2k+2)\Psi + 2\pi/3 - \sin(2k+2)(\Psi+\alpha + 2\pi/3) - Q(\cos(2k+2)(\Psi + 2\pi/3) - \cos(2k+2)(\Psi+\alpha + 2\pi/3))}{2k+2}$$

$$\left. + \frac{\sin(2k(\Psi+\alpha + 2\pi/3)) - \sin(2k(\Psi + 2\pi/3)) - Q(\cos 2k(\Psi + 2\pi/3) - \cos 2k(\Psi+\alpha + 2\pi/3))}{2k} \right]$$

$$- 2\left\{ \sin(\Psi - \pi/3) - Q \cos(\Psi - \pi/3) \right\} \left[\frac{-Qe^{-\frac{\alpha}{Q}}(\sin(2k+1)(\Psi+\alpha) + Q(2k+1)\cos(2k+1)(\Psi+\alpha))}{1+(2k+1)^2 Q^2} \right.$$

$$\left. + \frac{Q(\sin(2k+1)(\Psi+\alpha + 2\pi/3) + Q(2k+1)\cos(2k+1)\Psi)}{1+(2k+1)^2 Q^2} \right]$$

$$- 2\left\{ \sin(\Psi + 2\pi/3) - Q \cos(\Psi + 2\pi/3) \right\} \left[\frac{-Qe^{-\frac{\alpha}{Q}}(\sin(2k+1)(\Psi+\alpha) + Q(2k+1)\cos(2k+1)(\Psi+\alpha))}{1+(2k+1)^2 Q^2} \right.$$

$$\left. + \frac{Q(\sin((2k+1)(\Psi + 2\pi/3)) + Q(2k+1)\cos((2k+1)(\Psi + 2\pi/3))}{1+(2k+1)^2 Q^2} \right]$$

$$B_{2k+1} = \frac{\sqrt{3} v_m}{2R(1+Q^2)\pi} \left[\begin{aligned} & \frac{\cos((2k+2)\Psi - \pi/3) - \cos(2k+2)(\Psi + \alpha - \pi/3) - Q(\sin(2k+2)(\Psi + \alpha - \pi/3) - \sin(2k+2)\Psi - \pi/3)}{2k+2} \\ & + \frac{\cos(2k(\Psi + \alpha) + \pi/3) - \cos(2k\Psi + \pi/3) - Q(\sin(2k(\Psi + \alpha) + \pi/3) - \sin(2k\Psi + \pi/3))}{2k} \\ & + \frac{\cos((2k+2)(\Psi + 2\pi/3)) - \cos((2k+2)(\Psi + \alpha + 2\pi/3)) - Q(\sin(2k+2)(\Psi + \alpha + 2\pi/3) - \sin(2k+2)(\Psi + 2\pi/3))}{2k+2} \\ & + \frac{\cos(2k(\Psi + \alpha + 2\pi/3)) - \cos(2k(\Psi + 2\pi/3)) - Q(\sin(2k(\Psi + \alpha + 2\pi/3)) - \sin(2k(\Psi + 2\pi/3)))}{2k} \\ & - 2(\sin(\Psi - \pi/3) - Q \cos(\Psi - \pi/3)) \left[\begin{aligned} & \frac{Qe^{-\frac{\alpha}{Q}}(Q(2k+1)\sin((2k+1)(\Psi + \alpha) - \cos(2k+1)(\Psi + \alpha))}{1+Q^2(2k+1)^2} \\ & - \frac{Q(Q(2k+1)\sin(2k+1)(\Psi + 2\pi/3)) - \cos(2k+1)(\Psi + 2\pi/3)}{1+Q^2(2k+1)^2} \end{aligned} \right] \\ & - 2(\sin(\Psi + 2\pi/3) - Q \cos(\Psi + 2\pi/3)) \left[\begin{aligned} & \frac{Qe^{-\frac{\alpha}{Q}}(Q(2k+1)\sin(2k+1)(\Psi + \alpha + 2\pi/3)) - \cos((2k+1)(\Psi + \alpha + 2\pi/3))}{1+Q^2(2k+1)^2} \\ & - \frac{Q(Q(2k+1)\sin(2k+1)(\Psi + 2\pi/3)) - \cos(2k+1)(\Psi + 2\pi/3)}{1+Q^2(2k+1)^2} \end{aligned} \right] \end{aligned} \right]$$

La planche IV.4 montre les variations des valeurs efficaces I_1, I_5, I_7, I_{11} du fondamental et des premiers harmoniques en fonction de Ψ , pour diverses valeurs de $\cos\varphi$. Ces valeurs I_h sont rapportées à V/Z , avec

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} = R \sqrt{1+Q^2}$$

III.3.2 Valeur efficace

L'onde du courant de sortie i_1 est formée de deux calottes sur une de ses périodes de π/ω ; celle du courant d'entrée i_A est formé de quatre calottes identiques au signe près à celle de i_1 , mais sur une période de $2\pi/\omega$. Les courants d'entrée et de sortie ont donc même valeur efficace.

$$I = I_s$$

III.3.3 Facteur de puissance en ligne

Le facteur de puissance en ligne donne le rapport de la puissance active P à la puissance apparente S à l'entrée du convertisseur. Puisqu'on néglige toutes les pertes, P est aussi la puissance active à la sortie.

$$F_L = \frac{P}{S}$$

avec $P = 3R I_S^2$ et $S = 3VI$

Puis que $I = I_S$,

$$F_L = \frac{RI_S}{V}$$

Ce qui donne en remplaçant I_S par son expression :

$$F_L = \frac{\sqrt{6}}{2(1+Q2)\sqrt{\pi}} \left[\begin{array}{l} 2\alpha(1+Q2) - 2\sin\alpha \left\{ (1-Q2) \cos\left(2\psi + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + Q \sin\left(2\psi + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \right\} \\ + 4AQ e^{-\frac{\psi}{Q}} \left\{ \sin\left(\psi + \frac{2\pi}{3}\right) - e^{-\frac{\alpha}{Q}} \sin\left(\psi + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \right\} \\ + A^2 Q e^{-\frac{2\psi}{Q}} \left(1 - e^{-\frac{2\alpha}{Q}} \right) \end{array} \right]^{1/2}$$

Le haut de la planche IV.5 montre les variations de F_L en fonction de V_s/V , pour différentes valeurs de $\cos\varphi$.

III.3.4 Facteur d'utilisation des thyristors

Les deux facteurs intervenant dans le choix des thyristors sont :

- $V_{Th \max}$: valeur instantanée maximale de la tension qu'ils doivent pouvoir bloquer en direct ou en inverse,
 - $I_{Th \max}$: valeur efficace maximale du courant qu'ils doivent débiter.
- Aussi définit-on le facteur d'utilisation des thyristors par le rapport :

$$f_{Th} = \frac{V_{s \max} I_{s \max}}{n_{Th} V_{Th \max} I_{Th \max}}$$

n_{Th} désigne le nombre de thyristors nécessaires pour obtenir une tension de sortie.

$V_{s \max}$, valeur efficace maximale de la tension de sortie

$I_{s \max}$, valeur efficace maximale du courant dans la charge.

- On constate sur les ondes $v_{Th'IB} = f(\theta)$ des figures IV.5, IV.7 et IV.11 que, quelque soit le $\cos\varphi$ de la charge et pour un angle d'amorçage égal à ψ_{\min} , la tension instantanée maximale aux bornes de Th'_{IB} est égale à $\sqrt{3} V_m$.

On supposera que tous les thyristors doivent supporter $\sqrt{3} V_m$.

- Les valeurs efficaces de courants intervenant dans F_L sont liées par $I_{th \max} = \frac{I_s \max}{2}$

-Le nombre de thyristors nécessaires pour obtenir une tension de sortie est $n_{Th} = 4$.

-Enfin, la valeur de $V_s \max$ est obtenue par :

$$V_{s \max} = \frac{\sqrt{3} V_m}{2} \left\{ \frac{1}{\pi} (\alpha - \sin \alpha \cos (\alpha + 2\psi - \frac{2\pi}{3})) \right\}^{1/2} \text{ avec}$$

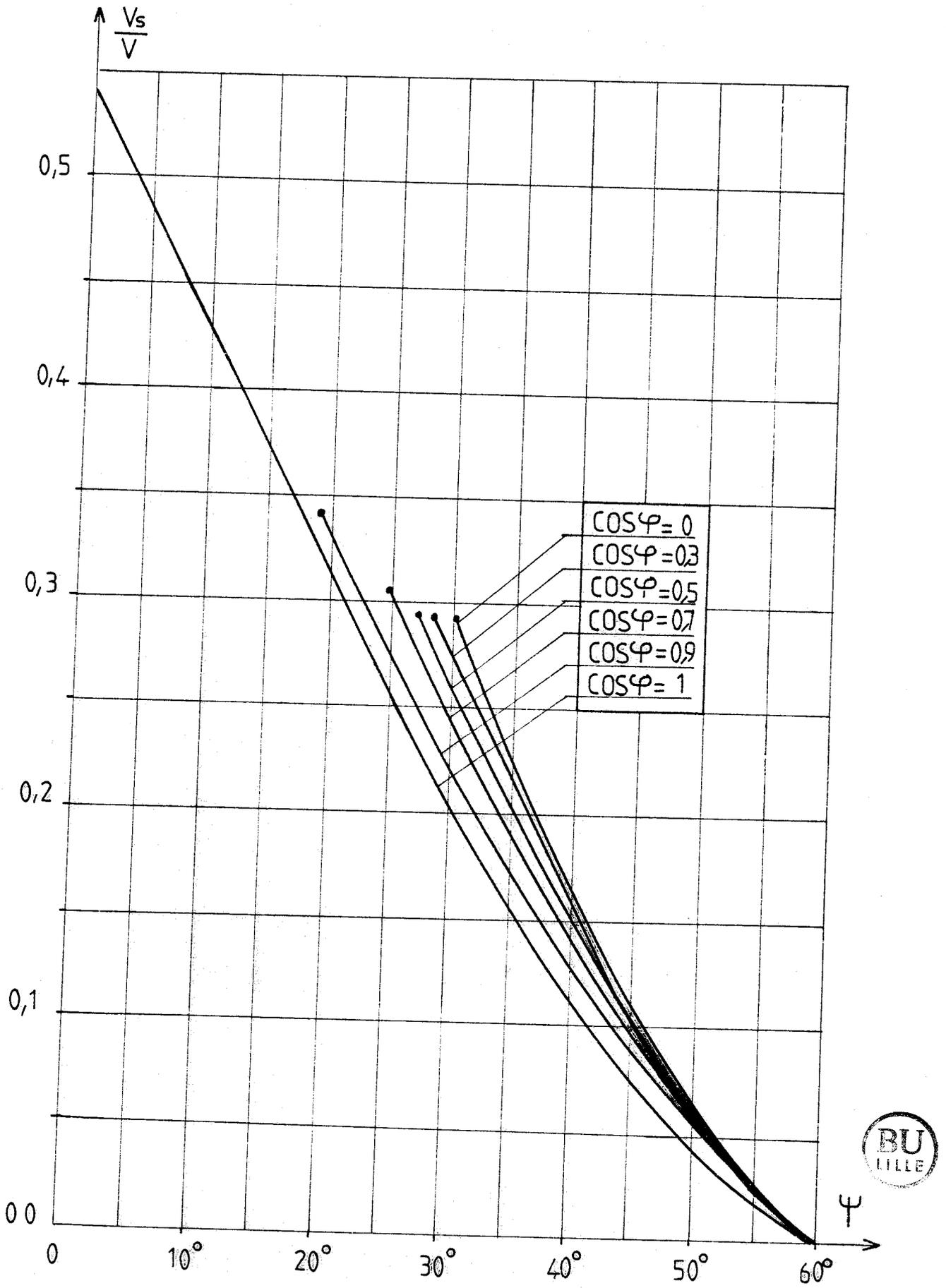
$\alpha = \alpha_{\max} = \frac{\pi}{3}$ et $\psi = \psi_{\min}$ relativement à chaque charge, par conséquent

à chaque $\cos \varphi$.

En utilisant ces valeurs on obtient

$$f_{Th} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{1}{\pi} (\alpha - \sin \alpha \cos (2\psi + \alpha - \frac{2\pi}{3}))}$$

La courbe du bas de la planche IV.5 montre les variations de f_{Th} en fonction de $\cos \varphi$. Egal à 0,11 pour $\cos \varphi = 1$, ce facteur diminue très vite quand $\cos \varphi$ s'écarte de l'unité, puis il se maintient à une valeur sensiblement constante et égale à 0,06.



Pl.IV.1. Valeur efficace de la tension de sortie.

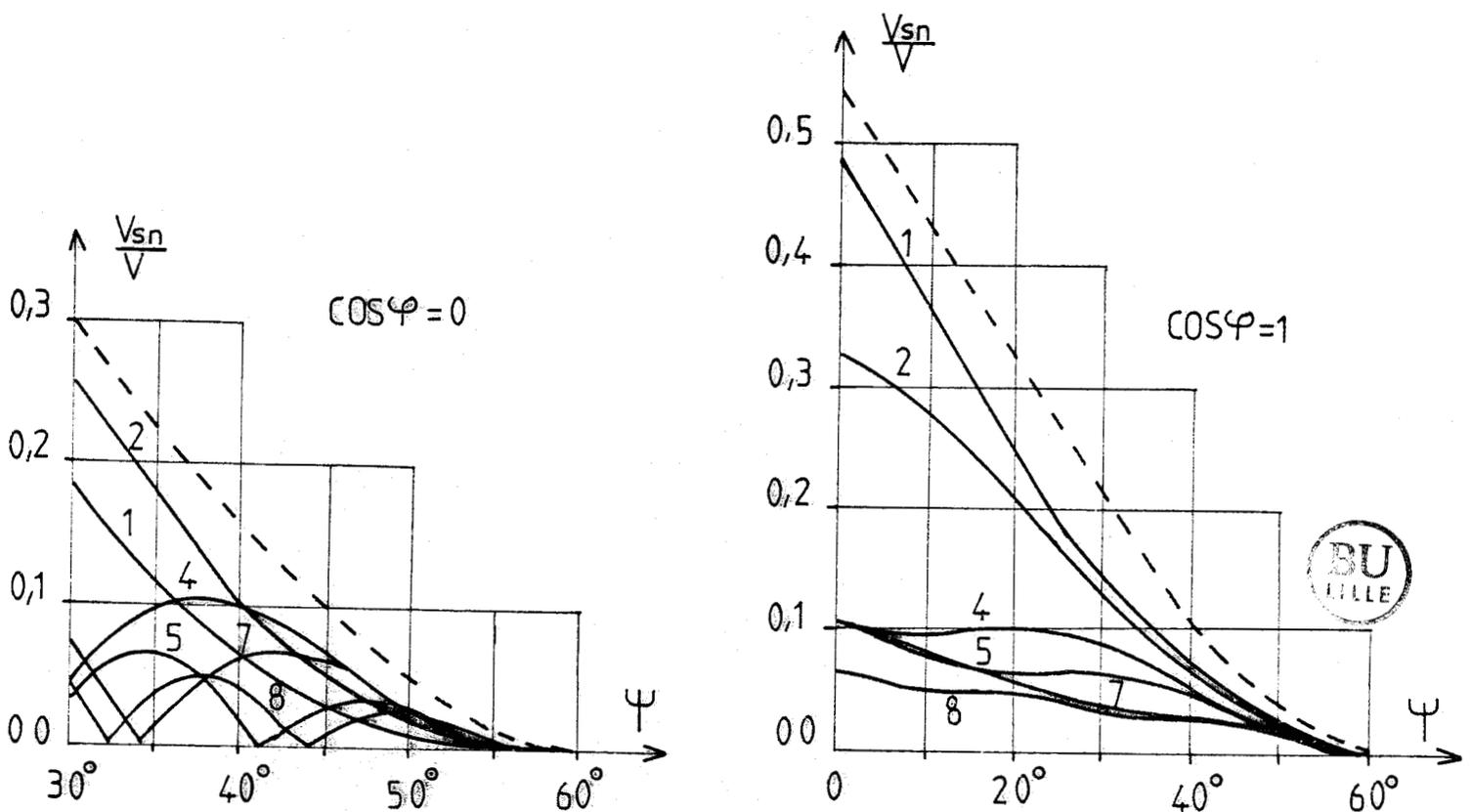
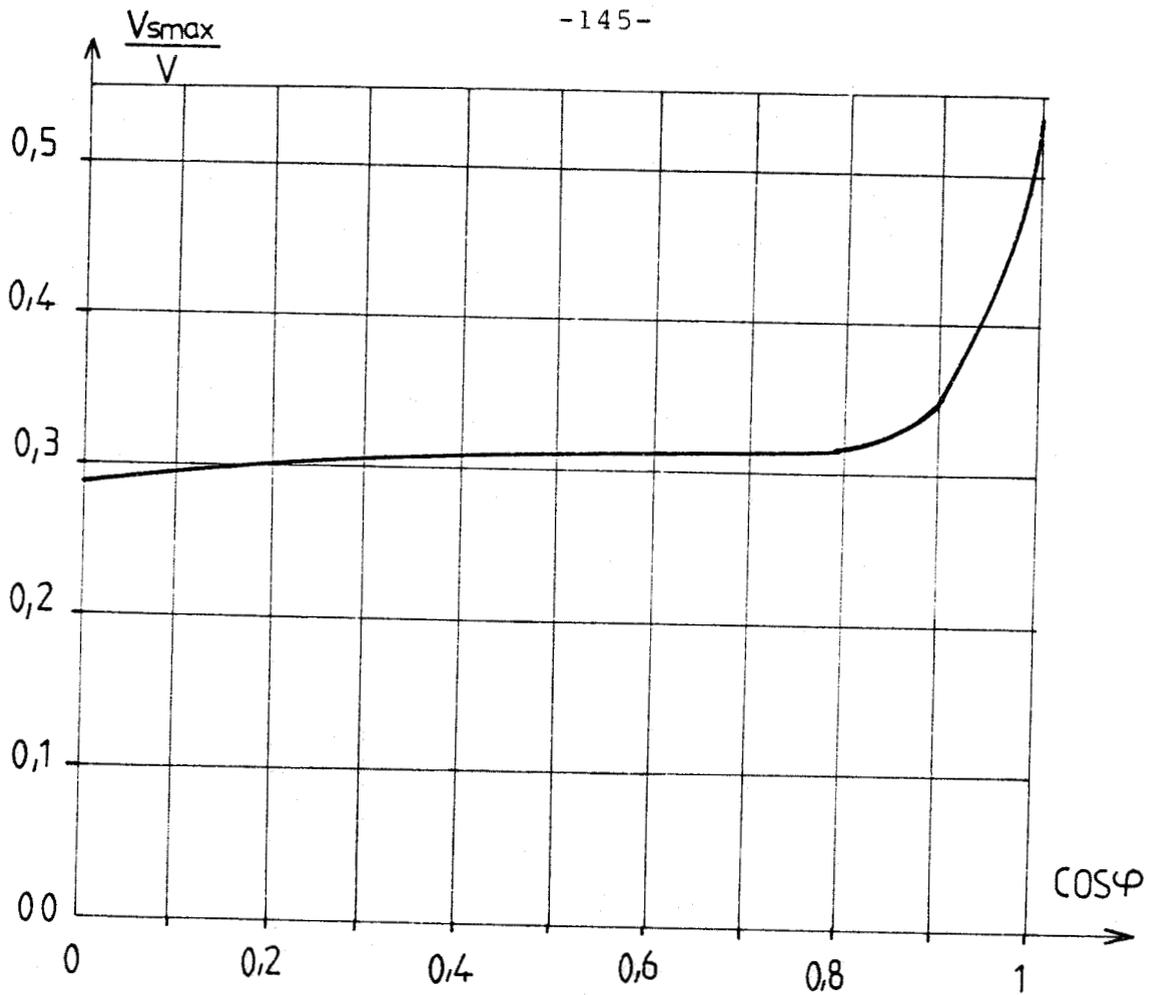


Planche IV.2.

En haut : maximum de la valeur efficace des tensions de sortie.

En bas : analyse harmonique des tensions de sortie.

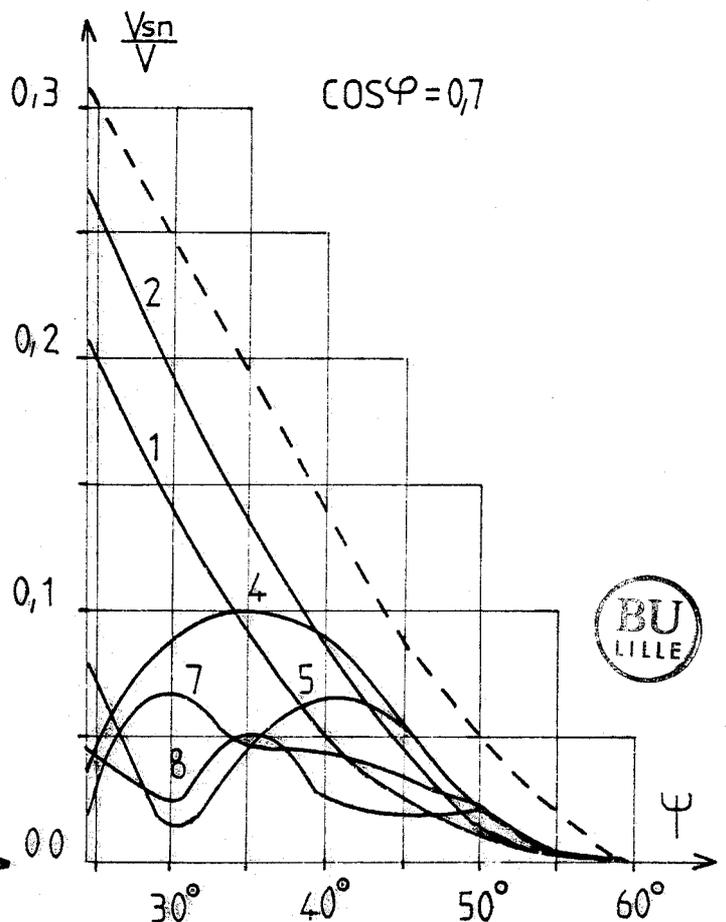
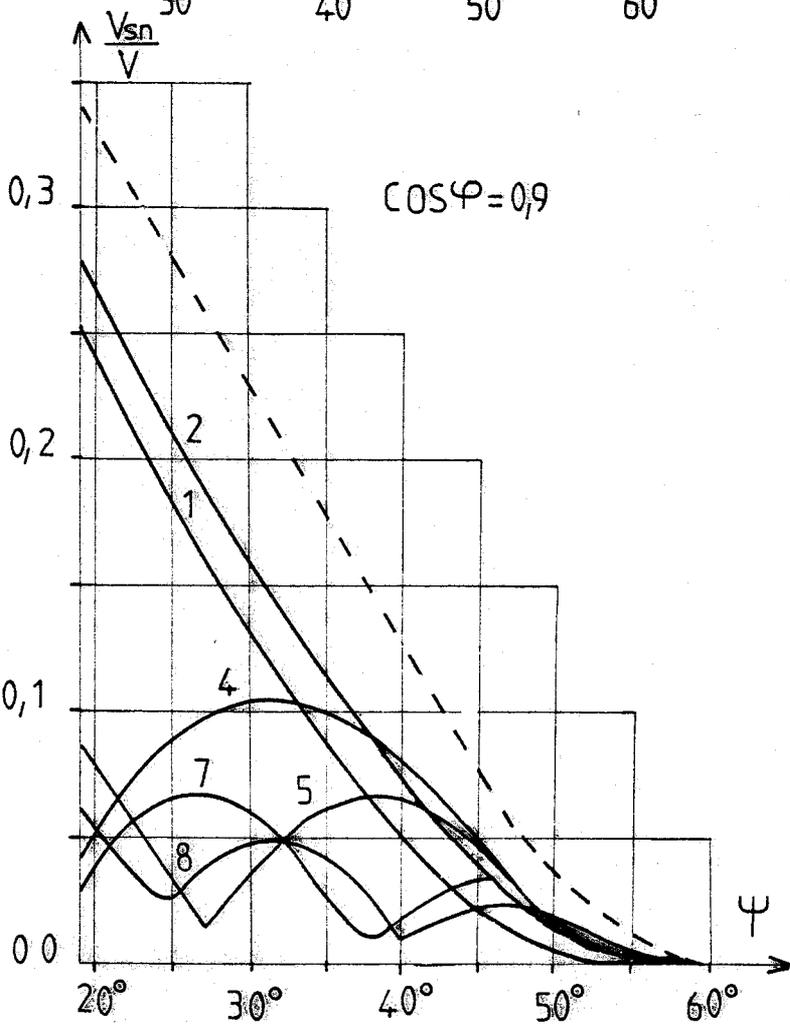
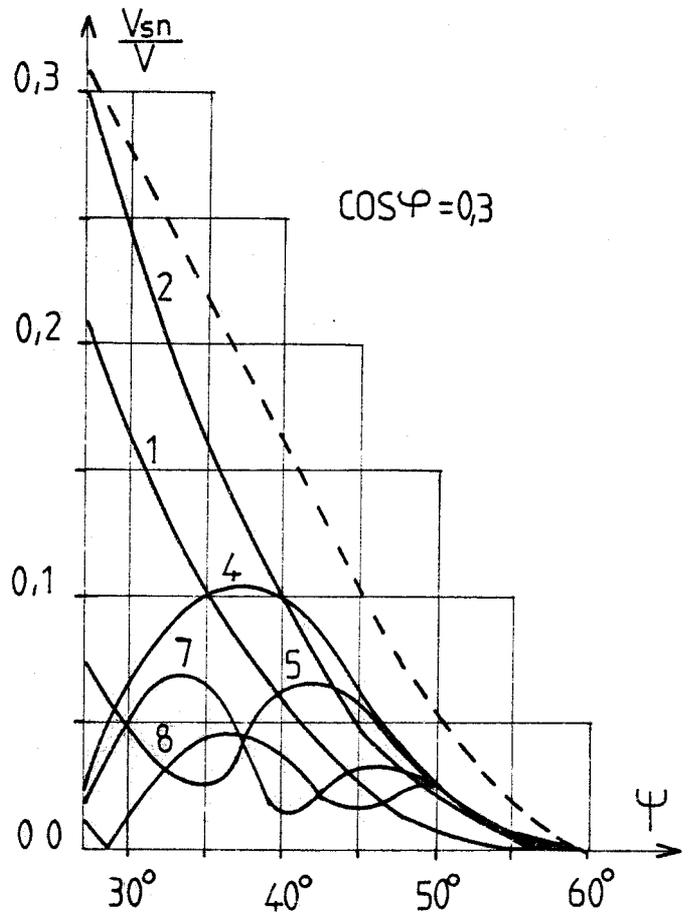
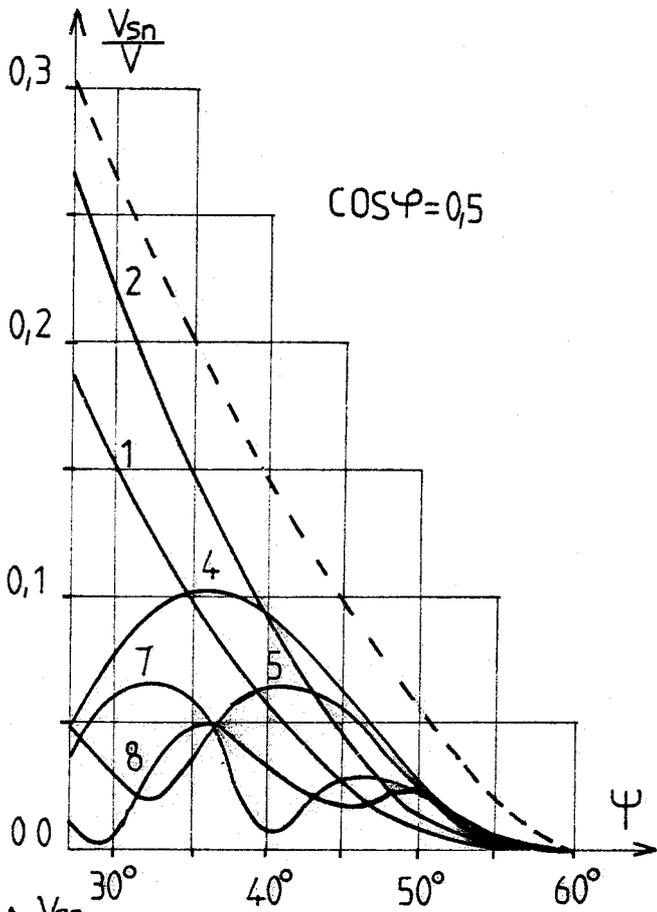


Planche IV.3.

Analyse harmonique des tensions de sortie.

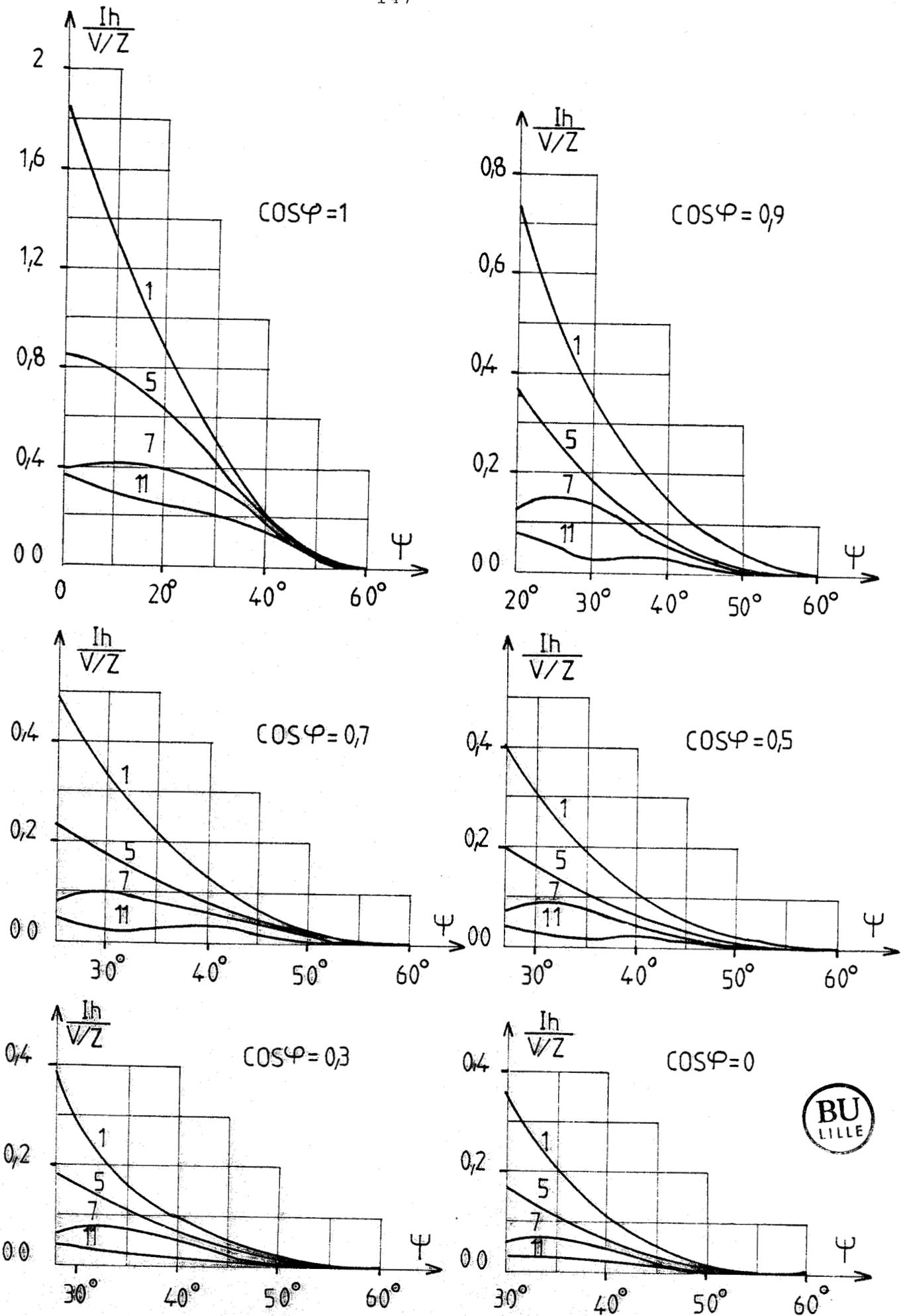


Planche IV.4.

Harmoniques des courants en ligne.

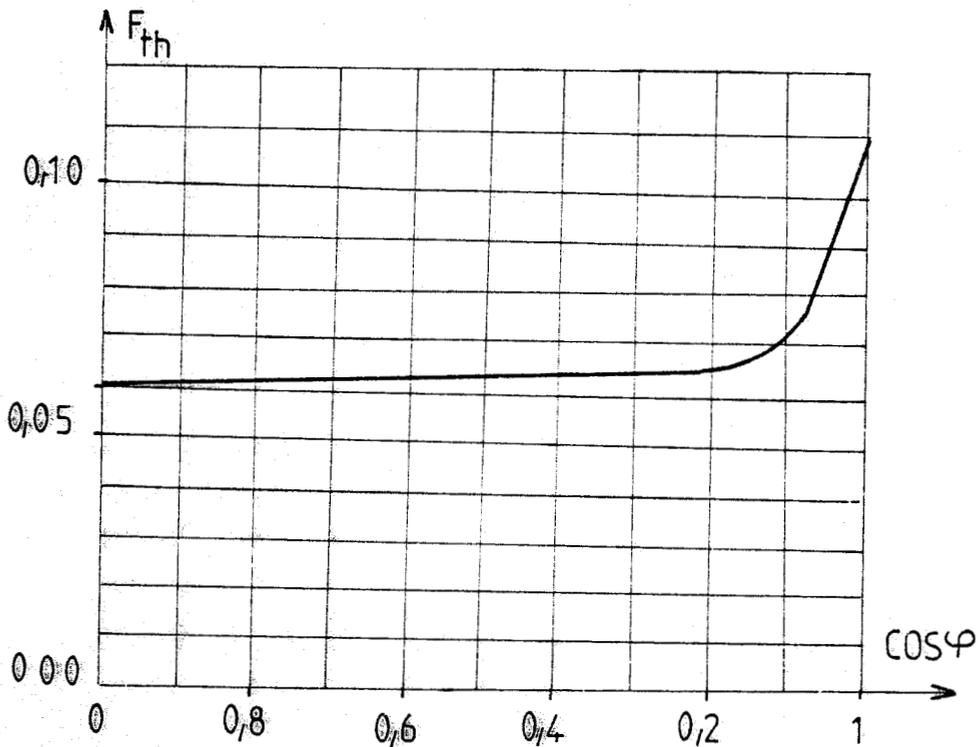
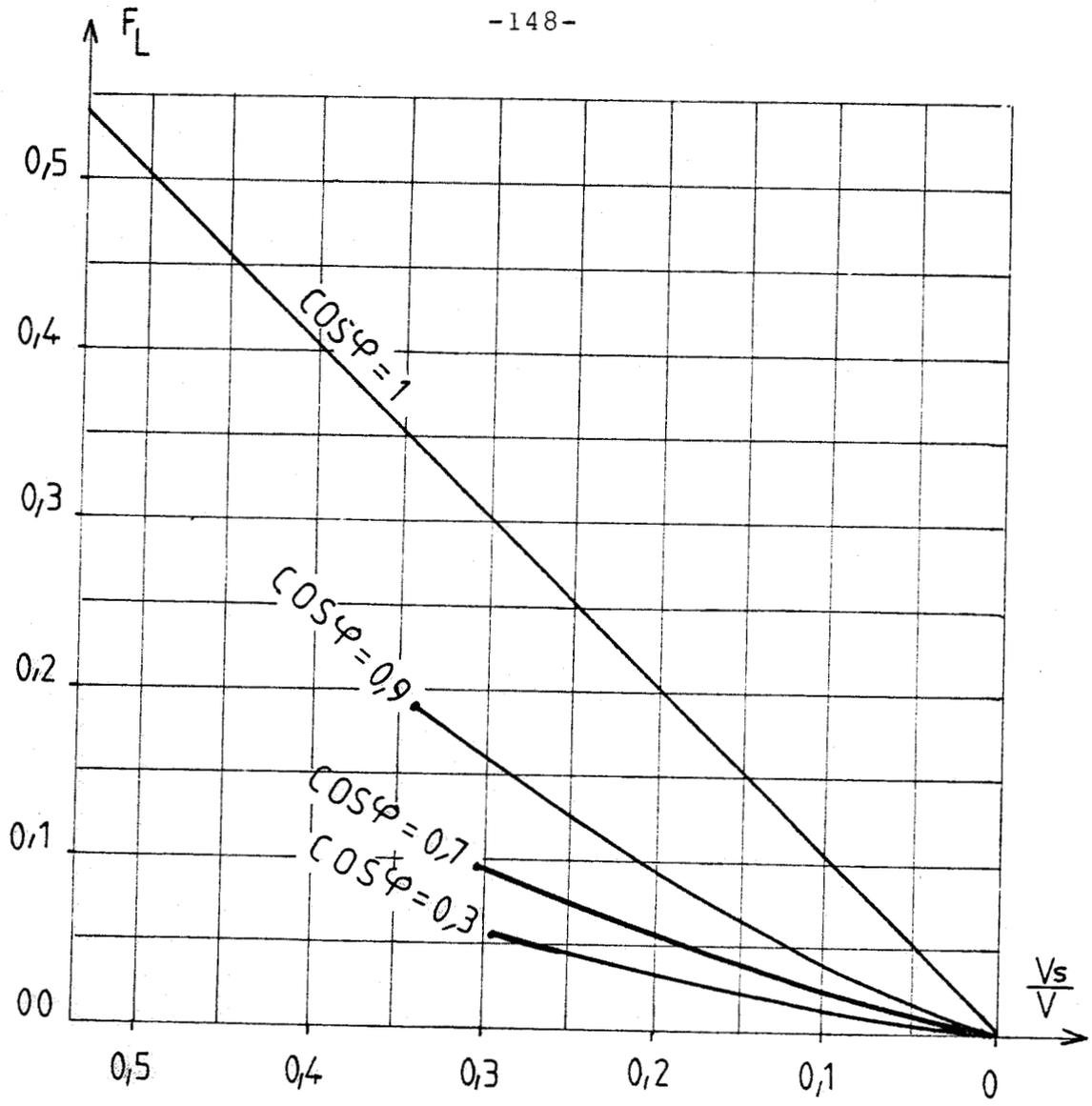


Planche IV.5. En haut : Facteur de puissance en ligne.

En bas : Facteur d'utilisation des thyristors.

CONCLUSIONS

Dans les changeurs directs de fréquence, les multiplicateurs de fréquence à commutation naturelle tiennent une place particulière. Ils fonctionnent en commutation naturelle alors que les autres changeurs directs, permettant d'obtenir une fréquence de sortie supérieure à la fréquence d'entrée, travaillent en commutation forcée. Cet important avantage est lié à une limitation : ils ne permettent pas de faire varier le rapport des fréquences.

Parmi ces multiplicateurs de fréquence, les doubleurs se révèlent particulièrement intéressants car ils nécessitent un nombre relativement réduit de thyristors. De plus c'est pour le doublement de la fréquence que le montage de base présente le plus de variantes.

Notre contribution à l'étude des doubleurs de fréquence à sortie triphasée a porté sur deux points.

- Nous avons d'abord complété l'étude générale des multiplicateurs de fréquence effectuée par R.BAUSIERE, en examinant, pour ce qui est des doubleurs, les répercussions sur le réseau d'alimentation.
- Nous avons effectué ensuite l'étude complète d'une nouvelle variante.

. Comme tous les convertisseurs statiques, les doubleurs de fréquence perturbent le réseau qui les alimente en y injectant des courants harmoniques. De plus, comme tous les convertisseurs fonctionnant en commutation naturelle, ils consomment de la puissance réactive. Le facteur de puissance permet d'évaluer globalement ces deux causes de perturbations.

Nous avons étudié les harmoniques du courant et le facteur de puissance à l'entrée pour

- . Le doubleur de la famille générale
- . Le doubleur de la famille générale avec connexion de neutre supprimée.

- . Le doubleur à six thyristors en amont du transformateur
- . Le doubleur à deux gradateurs mixtes en aval du transformateur.

- Les quatre montages créent des harmoniques de rang 5, 7, 11, 13, ... Pour les deux premiers, la valeur relative de ces harmoniques est très faible, inférieure à celle des harmoniques des courants des redresseurs d'indice de pulsation égal à 6. Pour les deux autres, l'importance relative est nettement plus grande. A noter que le spectre dépend beaucoup de la profondeur du réglage de la tension de sortie et de la nature du récepteur.

- Pour ce qui est du facteur de puissance à l'entrée, les deux premiers montages ont ici encore des performances voisines. Le troisième donne un facteur de puissance sensiblement plus faible ; celui du quatrième est extrêmement faible.

Pour tous les montages, ce facteur diminue avec la réduction de la tension de sortie et avec la réduction du facteur de puissance du récepteur.

La diminution du facteur de puissance à l'entrée est essentiellement due à la consommation de puissance réactive à la fréquence fondamentale. Cette consommation est inévitable à cause du fonctionnement en commutation naturelle.

-L'étude des répercussions sur le réseau d'alimentation ne remet pas en cause la comparaison de ces quatre doubleurs de fréquence effectuée par R.BAUSIERE à partir de la qualité des signaux de sortie, du facteur d'utilisation du transformateur et du facteur d'utilisation des thyristors.

C'est normal car :

- . L'importance des harmoniques des courants d'entrée est liée à l'importance des harmoniques des tensions de sortie.

- . La consommation de puissance réactive est la cause principale de la réduction du facteur d'utilisation des thyristors et du facteur d'utilisation des enroulements du transformateur.

Les deux premiers montages ont des performances voisines et assez bonnes. Le troisième est un peu moins performant mais ne nécessite que 6 thyristors au lieu de 12. Le quatrième a des caractéristiques nettement inférieures à celles des trois autres.

. Le doubleur de fréquence triphasé dont nous avons effectué l'étude complète présente l'avantage considérable de permettre la suppression du transformateur. Si l'on prend comme base de comparaison les performances du doubleur de fréquence de la famille générale on voit que :

- La qualité des tensions de sortie est nettement plus mauvaise. Dans ces tensions on trouve un harmonique 2 très important qu'il n'y avait pas dans les tensions de sortie du doubleur de la famille générale. La variation de la valeur maximale des tensions de sortie en fonction du $\cos\varphi$ de la charge est sensiblement la même.
- Le facteur d'utilisation des thyristors est la moitié environ de celui obtenu avec le doubleur de la famille générale. Quand $\cos\varphi$ va de zéro à 1, F_{th} va de 0,06 à 0,11 au lieu d'aller de 0,11 à 0,19.
- Le facteur de puissance à l'entrée est diminué. Pour $\cos\varphi$ égal à 1, par exemple, quand la tension de sortie est maximale, ce facteur de puissance est égal à 0,54 au lieu d'être égal à 0,836.

Ce montage a donc des caractéristiques moyennes, moins bonnes que celles des doubleurs de la famille générale et comparables à celles du doubleur à 6 thyristors en amont du transformateur. Mais ces performances moyennes sont largement compensées par la suppression possible du transformateur.

Le doubleur à 12 thyristors dont nous avons fait l'étude complète a une structure qui découle de la structure générale des changeurs de fréquence à entrée triphasée et à sortie triphasée, donc à 18 semi-conducteurs. Avec des séquences de commande adaptés, tout en conservant le fonctionnement à commutation naturelle, cette structure générale permet d'obtenir d'autres rapports de multiplication.

BIBLIOGRAPHIE

- (1) L.GYUGYI, B.P. PELLY
Static Power Frequency Changers
John Wiley and sons, New York, 1976.
- (2) B.R. PELLY
Thyristor Phase-Controlled Converters and Cycloconverters
John Wiley and sons, New York, 1971
- (3) W. Mc MURRAY
The Theory and Design of Cycloconverters
The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1972.
- (4) G. SEGUIER
Etude de montages redresseurs en vue d'applications
electrotechniques.
Thèse de Doctorat es Sciences Physique, N°173, Lille,
Juin 1968.
- (5) J. LE SENNE
Multiplication de fréquence par un montage redresseur
fonctionnant en commutation retardée.
Thèse de Docteur-Ingénieur, N°92, Lille, Juin 1969
- (6) G. SEGUIER, J. LE SENNE
Multiplication de fréquence par un montage redresseur
C.R.Acad Sciences, Paris, t.269, pp 188-190.
- (7) R.BAUSIERE, G.SEGUIER, C.ROMBAUT
Multiplicateurs statiques de fréquence
Journées Internationales sur l'utilisation des Semi-
conducteurs de Puissance en Electrotechnique, Liège,
Octobre 1980, rapport N°18.
- (8) R. BAUSIERE
Multiplicateurs statiques de fréquence fonctionnant en
commutation naturelle.
Thèse de Docteur ès Sciences Physiques, N°551, Lille Juin 1982.

- (9) C.ROMBAUT, G. SEGUIER, R.BAUSIERE
Les convertisseurs de l'Electronique de Puissance.
Tome 2: la conversion alternatif-alternatif.
Technique et Documentation, Paris, 1986
Mc Graw-Hill, New York, 1987
- (10) R.BAUSIERE, G. SEGUIER
Amélioration du doubleur statique de fréquence
C.R. Acad. Sciences, Paris, t.291, série B, Dic 1980,
pp 311-314.
- (11) G. SEGUIER, R. BAUSIERE
A circuit with or without transformer for frequency
multiplication by 2 of the voltage.
Small and special Electrical Machines ; 2^d Intern.Conf.
IEE, Londres, Sept 1981, Proceedings, pp 176-179.
- (12) G.SEGUIER
Les convertisseurs de l'électronique de Puissance. Tome 1:
la conversion alternatif-continu
Technique et Documentation, Paris, 1984
Mc Graw-Hill, New York, 1986
- (13) E. DES TOBBELEER, G. SEGUIER, A. CASTELAIN
AC-DC Converter Minimizing induced harmonics in industrial
power systems.
IEEE Power Electronics Specialists Conference, Toulouse
Juin 1985, Proceedings pp 573-588
- (14) R. BAUSIERE, C.ROMBAUT, Ph. RUSSE
Moyens de réduire les perturbations induites dans le
réseau d'alimentation par les gradateurs triphasés débitant
sur résistances pures.
Journées Internationales d'Etudes sur l'Utilisation des
Semi-conducteurs de Puissance en Electrotechniques, Liège,
Septembre 1983, Actes pp 30.01-30.04.
- (15) Ph. RUSSE
Limitation des perturbations apportées au réseau par le
fonctionnement des ensembles gradateurs monophasés- charge
résistive.

Thèse de Docteur- Ingénieur, Lille, Novembre 1985.

- (16) Ph. RUSSE, J.L.COCQUERELLE, C. ROMBAUT.
Sur le tracé, par une technique de modélisation, des variations du facteur de puissance de n gradateurs monophasés entrelacés.
(MACS'86, Lille, Juin 1986, pp 163-166.
- (17) G. SEGUIER
Les montages redresseurs,
Dunod, Paris , 1971
- (18) P. GOERGER, S. TOUMIA
Doubleur de fréquence triphasé sans transformateur à douze thyristors.
4ème Journées Tunisiennes d'Electrotechnique et d'Automatique , Tunis, Mai 1983, pp 110-116.
- (19) C. ROMBAUT, G. SEGUIER
Condition d'application de la transformation étoile-triangle aux récepteurs triphasés alimentés par un montage à redresseurs contrôlés.
C.R. Acad. Sc. Paris, t.277, Novembre 1973, pp 607-609.

